



**HAL**  
open science

# Tolérancement et analyse des structures au service des systèmes souples et du défaut de forme

Serge Samper

► **To cite this version:**

Serge Samper. Tolérancement et analyse des structures au service des systèmes souples et du défaut de forme. Mécanique [physics.med-ph]. Université de Savoie, 2007. tel-00359471

**HAL Id: tel-00359471**

**<https://theses.hal.science/tel-00359471>**

Submitted on 9 Feb 2009

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Habilitation à Diriger les Recherches  
de l'Université de Savoie

**Serge SAMPER**

Maître de Conférences 60° section

Enseignant à Polytech'Savoie

Chercheur au Laboratoire SYstèmes et Matériaux pour la MEcatronique

---

Tolérancement et analyse des structures au service des  
systèmes souples et du défaut de forme

---

Soutenue le : 29 novembre 2007

Devant le jury :

Maurice PILLET	Professeur Lab. SYMME, Université de Savoie	examinateur (président)
Pierre BOURDET	Professeur Lab. LURPA, ENS-CACHAN	rapporteur
Daniel BRISSAUD	Professeur Lab. G-SCOP, INPG	rapporteur
Alain RIVIERE	Professeur Lab. LISMMA, SUPMECA	rapporteur
Jacques JACOT	Professeur Lab. PM, EPFL-Suisse	examinateur (excusé)
Max GIORDANO	Professeur Lab. SYMME, Université de Savoie	examinateur



## Remerciements

Je tiens à remercier Pierre Bourdet, Professeur à l'Ecole Nationale Supérieure de Cachan qui a accepté de rapporter sur mon travail. Etant un des fondateurs de l'école du tolérancement français, son regard sur la discipline a été pour moi, riche d'enseignements.

Alain Rivière, directeur du laboratoire LISMMA de SUPMECA a bien voulu rapporter sur mon travail. Je le remercie de la qualité de ses questions. Nous aurons l'occasion de poursuivre ces discussions lors des futures rencontres en tolérancement.

Je remercie Daniel Brissaud, Professeur au Laboratoire G-SCOP de l'INPG qui a rapporté sur ce travail, pour ses conseils avisés et avoir ouvert la discussion à d'autres horizons.

Merci à Jacques Jacot, Directeur du Laboratoire de Production Microtechnique d'avoir bien voulu examiner ce document. Je regrette que notre échange n'ait pu se faire lors de la soutenance, la météo l'ayant retardée. Je le remercie d'être resté jusqu'au dernier moment. Nous aurons l'occasion de poursuivre nos échanges que nous avons commencé dans le programme de recherche tolérancement des systèmes assemblés.

Merci à Maurice Pillet, Professeur au laboratoire SYMME de Polytech'Savoie qui a présidé mon jury d'habilitation. Je l'ai vraiment découvert avec le co-encadrement de Pierre-Antoine Adragna qui m'a beaucoup apporté. Je souhaite vivement que notre coopération se poursuive.

Max Giordano est bien plus qu'un collègue ne peut être remercié en ces quelques mots. Je lui dois beaucoup, l'écriture de ce document m'a remémoré notre aventure aux débuts de l'ESIA, et de l'équipe tolérancement du LMECA. Si c'était à refaire, je recommencerais avec autant d'enthousiasme et de plaisir !

Merci à ceux sans qui ce travail n'en serait pas là (et ira plus loin), je pense particulièrement à Algis Pakalnis, Jean-Philippe Petit, Pierre-Antoine Adragna, Hugues Favrelière que j'ai encadrés en thèse, sans oublier les mémoires CNAM Stéphane Perotto, Julian Hernandez, Lionel Favre-Félix et Isabelle Perpoli m'ont apporté leur exigence et leur cultures, ni oublier les masters dont Sigita, Arnaud et Ludovic. Les échanges avec vous sont parmi mes meilleurs souvenirs de ces années.

Merci à tous mes collègues qui m'ont aidé dans la préparation de ce travail. J'ai une pensée amicale pour tous mes collègues du laboratoire et de l'école qui m'ont supporté (à eux de traduire) et qui font qu'aller à Polytech et à SYMME est bien plus qu'aller simplement travailler.

Merci à Christelle et Nassika sur qui j'ai pu toujours compter.

Un incommensurable merci à Frédérique et Jolan pour leur patience et leur soutien inconditionnel.

# *Avant-propos*

Ce document est organisé en trois parties.

La première contient mon curriculum vitae puis, un résumé de mes activités pédagogiques et de mes implications dans les grands projets de l'UFR et du laboratoire. La liste de mes travaux termine la présentation générale.

La deuxième partie est une synthèse des activités de recherche. Elle se décompose en cinq chapitres. Le contexte de mes travaux de recherche est présenté dans le premier. Dans le deuxième est développée la méthode des domaines qui permet d'analyser les dispersions dans un assemblage mécanique en le décomposant selon un point de vue cinématique et en utilisant la théorie des torseurs de petits déplacements. Le troisième concerne l'analyse de tolérances d'un système mécanique avec prise en compte des déformations élastiques, les notions du deuxième chapitre y seront reprises en association avec des modèles d'analyse des structures. Le quatrième est centré sur l'analyse du défaut de forme à l'aide de la méthode modale. Dans le cinquième, les élargissements à des domaines de recherche connexe sont présentés. Cette partie se termine par une conclusion, suivie des références bibliographiques.

La troisième et dernière partie est constituée d'une synthèse complétée par des perspectives à court et long terme.



# Sommaire

<b>PREMIERE PARTIE - PRESENTATION GENERALE.....</b>	<b>1</b>
<b>Curriculum Vitae .....</b>	<b>2</b>
<b>Résumé de mes activités pédagogiques.....</b>	<b>4</b>
Parcours.....	4
Modules enseignés .....	4
<b>Responsabilités administratives .....</b>	<b>6</b>
Responsabilités recherche .....	6
Membre de conseils et de commissions .....	6
Responsabilités pédagogiques.....	7
Soutien au développement de la mécatronique .....	7
<b>Résumé des encadrements .....</b>	<b>9</b>
Thèses : deux soutenues et deux en cours.....	9
Mémoires CNAM (4 à raison de 9 mois/mémoire).....	10
DEA et Master (7 dont 4 depuis 2000) .....	11
<b>Liste des Travaux .....</b>	<b>12</b>
Revue internationale avec comité de lecture.....	12
Contribution à ouvrage.....	13
Congrès internationaux avec comités de lecture.....	14
Congrès Nationaux avec comités de lecture .....	16
Conférences avec actes sans comités de lecture.....	17
Conférences invitées .....	17
Rapports .....	17
<b>DEUXIEME PARTIE - ACTIVITES DE RECHERCHE .....</b>	<b>19</b>
<b>Chapitre 1. Contexte de mes travaux .....</b>	<b>21</b>
1.1 DEA et Thèse (Septembre 1988, Janvier 1994).....	21
1.2 Evolution de ma recherche au sein de l'Université de Savoie.....	21
1.3 Le pourquoi du mariage entre tolérancement et structures .....	23
1.4 Problématique de la représentation et manipulation .....	24
1.5 Tentative de définition du tolérancement.....	24
1.6 Objectif de mes travaux.....	26
<b>Chapitre 2. Méthode des domaines.....</b>	<b>27</b>
2.1 Introduction .....	27
2.2 Les limites du symbolique en 3D et l'enjeu des domaines.....	27
2.3 Fondements .....	28
2.4 Domaines jeux et écarts.....	29

2.5 La problématique du jeu.....	29
2.6 Mécanisme et graphe.....	30
2.7 Préprocesseur, solveur et post processeur de domaines.....	31
2.8 Conclusion.....	37
<b>Chapitre 3. Tolérancement des systèmes élastiques.....</b>	<b>39</b>
3.1 Contexte .....	39
3.2 Définir un critère limite polyvalent.....	39
3.3 Etude des pièces .....	41
3.4 Etude des liaisons.....	44
3.5 Assemblage de modèles .....	48
3.6 Application à l'étude d'un réducteur.....	50
3.7 Conclusion.....	51
<b>Chapitre 4. Tolérancement modal .....</b>	<b>52</b>
4.1 La genèse de l'idée .....	52
4.2 Expression du besoin de spécification .....	52
4.3 Principe de la méthode modale .....	55
4.4 Défauts technologiques .....	64
4.5 Etude d'un lot de formes.....	67
4.6 Etude d'assemblages avec défauts de forme.....	70
4.7 Rugosité 3D.....	77
4.8 Spécifications modales.....	77
4.9 Conclusion.....	82
<b>Chapitre 5. Extensions à des domaines connexes .....</b>	<b>83</b>
5.1 Paramétrage modal et simulations des défauts.....	83
5.2 Le paramétrage biométrique.....	85
5.3 Vers le tolérancement des systèmes mécatroniques.....	87
<b>Conclusion sur les activités de recherche.....</b>	<b>90</b>
<b>TROISIEME PARTIE - SYNTHESE ET PERSPECTIVES .....</b>	<b>92</b>
<b>Synthèse.....</b>	<b>93</b>
<b>Perspectives.....</b>	<b>94</b>
Perspectives à court terme (échéances à 4 ans).....	94
Perspectives à plus long terme .....	95
<b>REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....</b>	<b>96</b>
<b>Normes.....</b>	<b>96</b>
<b>Sites internet .....</b>	<b>97</b>
<b>Articles.....</b>	<b>97</b>

# *Première partie*

## **Présentation générale**

# Curriculum Vitae

---

## Etat civil

### Serge SAMPER

Né le 26 avril 1965, vie maritale, un enfant (13 ans)  
Domicilié à Saint Jorioz, Haute Savoie

## Coordonnées professionnelles

Laboratoire SYstèmes et Matériaux pour la MEcatronique (SYMME)  
Ecole Polytechnique Universitaire de Savoie (Polytech'Savoie)  
B.P.80439 -74944 Annecy le Vieux Cedex France  
Tél. : +33 (4) 50 09 65 64  
Fax : +33 (4) 50 09 65 43  
Email : [serge.samper@univ-savoie.fr](mailto:serge.samper@univ-savoie.fr)  
URL: <http://www.symme.univ-savoie.fr/>

## Cursus

Depuis 09/1994	Maître de conférences en Génie Mécanique à l'Université de Savoie.
De 12/1994 à 08/1995	Contractuel sur poste d'agrégé à l'ENI de Tarbes
De 09/1993 à 09/1994	ATER à l'IUP CSMA de l'Université Paul Sabatier Toulouse III
De 12/1999 à 01/1994	Doctorat de Génie Mécanique de l'Université Paul Sabatier Toulouse III : « <i>Comportement dynamique de poutres composites pré chargées : Modélisation par éléments finis</i> »
09/1988-09/1989	DEA de Génie Mécanique (UPS TOULOUSE III) « <i>Modélisation dynamique des poutres composites</i> » Sous la direction de Daniel Gay
1987-1988	Maîtrise de technologie de construction mécanique-(UPS TOULOUSE III).

## Synthèse de mes travaux depuis 1994

### Activités d'enseignement

De l'ordre de 320 heures d'équivalent TD d'enseignements par an.

Au début de la création de l'école d'ingénieurs, j'ai développé de nombreux enseignements (nous étions seulement deux enseignants chercheurs en 60° section et un agrégé), puis je me suis recentré sur deux domaines principaux, à savoir la modélisation en dimensionnement des structures et la dynamique des systèmes et structures.

Mes enseignements sont répartis en trois tiers entre Cours TD et TP. Ils sont effectués principalement à Polytech'Savoie (≈230h/an) mais aussi à l'ITII (60h/an) et au CNAM (30h/an).

## Thématiques de recherche au LMECA puis à SYMME

- Modélisation des jeux et écarts (1994-2005)
- Tolérancement et souplesses (1995-2004)
- Analyse des défauts de forme (depuis 2003)

## Publications, communications

- Revues internationales avec comité de lecture : 15
- Contributions à ouvrages : 1
- Congrès internationaux avec comité de lecture : 37
- Congrès nationaux avec comité de lecture 3
- Manifestation sans comité de lecture 5
- Conférences invitées : 4
- Rapports : 2
- Relectures : 6 articles

## Encadrements

- Co-encadrement de quatre thèses dont deux soutenues
  - 2006 Hugues Favrelière : (encadrement à 90%) « *Tolérancement modal- spécifications et métrologie* », Co-encadrement par Max Giordano. Financement APS/Contrat CTDEC.
  - 2004-2007 Pierre-Antoine Adragna (encadrement à 50%) « *Tolérancement inertiel et modal des systèmes complexes* » Co-encadrement avec Maurice Pillet, dans le cadre d'un contrat européen INTERREG III (UdS/EPFL et partenaires industriels).
  - 2000-2003 Jean-Philippe Petit (encadrement à 50%) « *Spécification Géométrique des Produits : Méthode d'analyse de tolérances. Application en Conception Assistée par Ordinateur* » Co-encadrement avec Max Giordano. Financement par bourse ministère.
  - 1997-2000 Algis Pakalnis (encadrement à 33%) « *Modélisation du roulement d'une roue de véhicule* » thèse en cotutelle avec le Pr. Vytautas Ostascevicus de l'Université Technologique de Kaunas Lituanie.
- Encadrement (100%) de quatre mémoires CNAM (9 mois au laboratoire chacun).
- Encadrement (100%) de sept DEA ou Master.
- Encadrements (100%) de 65 stagiaires ingénieurs, 45 projets ingénieurs, 10 projets maîtrise et 3 stagiaires d'IUT.

## Principaux Contrats

- 2004-2007 Participation à un contrat européen sur le tolérancement des systèmes assemblés (300k€ de contrats multi partenaires) (responsable scientifique : Maurice Pillet).
- 2006-2009 Contrat de recherche avec le Centre Technique du décolletage (CTDEC). Le budget du contrat est de 130 k€ (multi partenaires : Assemblée des Pays de Savoie, CTDEC et Pôle de compétitivité Arve Industries [w5])

# Résumé de mes activités pédagogiques

---

## Parcours

---

Mon activité d'enseignement a débuté lorsque j'ai été moniteur de l'enseignement supérieur en doctorat à l'Université Paul Sabatier Toulouse III au sein de l'IUT GMP-TA. J'y ai effectué principalement des travaux dirigés de résistance des matériaux et des travaux pratiques (64h eq. TD/3 ans).

J'ai ensuite été ATER en dernière année de thèse (1992-1993) à l'IUP Génie Mécanique où j'ai effectué des TP en matériaux, des TD en conception mécanique, des TP en construction mécanique, et des TD de mécanique (192h).

De décembre 1993 à juillet 1994, j'ai travaillé à l'Ecole Nationale d'Ingénieurs de Tarbes en tant que contractuel en remplacement d'un professeur agrégé. Mes fonctions pédagogiques ont été principalement dans le domaine de la conception mécanique avec pour projet de développer, au sein de l'équipe pédagogique l'enseignement de la Conception Assistée par Ordinateur et la chaîne numérique associée vers la production (350 h sur 7 mois).

En septembre 1994, j'ai été recruté sur le poste de maître de conférences de l'ESIA (devenue Polytech'Savoie en 2007) au sein du LMecA (devenu SYMME). Ayant été recruté à l'école alors que les élèves de la première promotion finissaient leur première année et que le seul enseignant chercheur (en CNU60) était Max Giordano, j'ai pris en charge nombre d'enseignements dans le domaine de la mécanique et du génie mécanique (de la gestion de projets à la construction mécanique). J'ai contribué au développement de formations de second cycle sur Annecy (Licence-Maîtrise-Master en conception avancée, formation d'ingénieurs par alternance ITII et la licence professionnelle en CMAO). La mise en place des trois années de formation ingénieur ESIA a été un chantier très prenant, puis, grâce aux recrutements de collègues (six en CNU60), j'ai pu me concentrer sur l'enseignement du calcul et de la modélisation en mécanique. J'ai pu participer activement à la mise en place de nombreux TP de simulations et d'expérimentations en construction, structures et vibrations (conception-réalisation de certains d'entre eux).

## Modules enseignés

---

Mon activité d'enseignement est équilibrée entre les cours, TD et TP avec une implication dans les projets. D'autre part j'ai tenu à effectuer des cours en formation continue (ITII et CNAM) avec un public différent et une pédagogie s'appuyant plus sur le concret pour aller vers les modélisations et les théories. Ces derniers publics ont permis une bonne connexion

avec le milieu industriel notamment à travers les actions de tutorat et les mémoires CNAM. Dans le tableau 1, une année type (sur la base des cinq dernières années) est représentée.

Les enseignements que j'effectue (mécanique des structures et vibrations) sont en liaison avec mes travaux de recherche et les bénéfices sont dans les deux domaines. En effet, même si je n'enseigne pas le tolérancement à l'école (peu d'heures) la partie "structure" de mes enseignements et surtout du suivi de projets me permet d'acquérir des compétences en modélisations. En ce qui concerne le tolérancement modal, l'origine de mes travaux de recherche vient de la pédagogie et des connaissances acquises en thèse. Les travaux de recherche me permettent d'expliquer aux élèves ingénieurs qu'un produit doit être observé selon un grand nombre d'angles et que les cloisons entre disciplines doivent être transparentes.

Dénomination	Public concerné	BAC+	Cours	TD	TP
Mécanique des milieux continus (responsable)	Polytech' Savoie	3	15	12	0
Mécanique numérique	Polytech' Savoie	3	2		20
Dimensionnement des structures mécaniques (responsable)	Polytech' Savoie	4	13	27	18
Vibrations (responsable)	Polytech' Savoie	4	15	10	24
Vibrations	Master Pro. 1 <sup>o</sup> année	4	12	12	12
Dynamics of mechanisms	International Master on Advanced Design	5	12	8	8
Eléments de structures	ITII	5	10	10	10
Vibrations	ITII	5	10	10	10
Mécanique du contact	CNAM	4		15	
Dynamique	CNAM	4		15	
Projets	Polytech' Savoie	4-5			24

*Tableau 1 Vue schématique d'une année type (de 2000 à 2007)*

Faire de la pédagogie à des publics très variés, de l'élève de classe préparatoire jusqu'à ceux du CNAM ou ITII est riche d'enseignements car il est nécessaire de changer de point de vue pour s'adapter aux compétences de chacun, en utilisant des démarches inductives ou déductives (le plus souvent en mixant les deux approches). La participation à la mise en œuvre de trois modules de l'école doctorale du secteur SPI de l'Université de Savoie (un module "gestion de projets" puis deux modules "innovation et brevets") a été une expérience intéressante renouvelée cette année. Les deux conférences "Amphis pour tous" effectuées en 2006 ont permis de communiquer les travaux de recherche sous un angle plus "grand public".

# Responsabilités administratives

---

## Responsabilités recherche

---

- Responsable de l'équipe maîtrise de la qualité géométrique des produits (MQGP) du LMécA (7 enseignants chercheurs) de 2002 à 2006 (disparition de l'équipe pour devenir un thème de recherche à la création de SYMME).
- Implication forte à l'organisation du congrès international avec comité de lecture 6<sup>th</sup> REM2005 (Research and Education in Mechatronics) les 30 juin et 1<sup>er</sup> juillet 2005 à Annecy. Il y a eu 130 participants [w4].
- Participation à la journée tolérancement (100 industriels) du 5 Mai 2004 [w1].
- Responsable des journées internationales "enjeux et perspectives de la mécatronique" les 20 et 21 mars 2003 (100 industriels et universitaires) avec le concours de THESAME ([w3]). 36 conférences d'universitaires et industriels français et étrangers (conférences avec traduction simultanée). Les proceedings sont publiés sur CD-ROM.
- Chef de projet de Polytech'Savoie (en coordination avec Thésame) de la « Journée Européenne du Tolérancement » le 20 juin 2006 JET2006 [w2] qui a vu 250 participants en grande majorité industriels suivre des conférences thématiques dans le domaine de la qualité géométrique des produits. Les proceedings sont publiés sur CD-ROM.
- Implication forte dans le projet « Tolérancement des Systèmes Assemblés » INTERREG IIIb franco-suisse réunissant des chercheurs de l'Université de Savoie et de l'EPFL pour apporter des solutions innovantes en tolérancement dans des « cas limites » à des industriels.
- Responsable de projet tolérancement du défaut de forme du programme tolérancement du pôle de compétitivité Arve Industries [w5].
- Membre depuis 2007 du comité scientifique du congrès "Mechatronic Systems and Materials".

## Membre de conseils et de commissions

---

- De 1996-1997 à l'année 2000-2001 j'ai été membre élu du conseil d'administration de l'Université de Savoie représentant du collège B.
- Membre du conseil d'école depuis 1997.
- Depuis 1998, je suis membre (titulaire jusqu'en 2002 puis suppléant) de la commission de spécialistes 60-62 de l'Université de Savoie.
- Depuis 2001 je suis membre nommé du conseil d'administration de l'Institut des Techniques d'Ingénieur de l'Industrie des 2 Savoies (ITII 2 Savoies).

- Depuis 2002 je suis membre titulaire de la commission de spécialistes en 60ème section de l'Institut National Polytechnique de Grenoble.

## **Responsabilités pédagogiques**

---

Participation à la création de la filière productique depuis 1994 de l'Ecole Supérieure d'Ingénieurs d'Annecy (ESIA devenue Polytech'Savoie en 2006). Création de nombreux enseignements (conception, calculs de structures, vibrations, gestion de projets). Création (et participation à la création) de nombreux travaux pratiques (mécanique, RDM, éléments finis, vibrations, CAO) au cours des trois années de formation de l'école. J'ai eu les responsabilités suivantes :

- Responsable des enseignements de construction (depuis 1994)
- Responsable de la deuxième année productique (1997-2002)
- Responsable du projet d'option mécatronique (2002-2003)
- Responsable de la filière productique (2004-2006)
- Responsable du semestre 6 du diplôme Mécanique et Matériaux (depuis 2006)
- Responsable de 4 EC (modules d'enseignements de 40h) de Polytech'Savoie.
- Responsable depuis 4 ans (depuis 2003) du programme EDEN3 de l'école qui permet à quelques (3 à 8 par an) élèves de dernière année d'école d'ingénieur de faire un stage de 8-9 mois en suivant les cours à distance (organisation pédagogique avec les TICE).

## **Soutien au développement de la mécatronique**

---

La mécatronique préexistait à l'ESIA sous la forme d'un ensemble de projets de recherche et d'enseignements. A mon arrivée à l'ESIA, lors de la thèse de Claudine Géhin sur une étude de capteur de force résonnant, j'ai contribué dès 1999 à la modélisation mécanique du capteur vibrant piézo-électrique [I\_GEH 97]. Cette première expérience « mécatronique » en recherche a été riche d'enseignements. Elle aura montré les difficultés et les limites d'un projet mécatronique.

En 2001 le comité de direction de l'ESIA m'a désigné comme responsable du projet d'école « Mécatronique, et Maîtrise des Matériaux » (3M) dont l'objectif a été d'aider à la préparation du contrat quadriennal suivant. L'action de coordination a consisté à recenser les actions dans la thématique du projet école 3M et de les présenter sous la forme d'un ensemble cohérent. Cette activité d'animation a permis au groupe d'enseignants-chercheurs de mieux identifier les travaux de recherche et les activités d'enseignements de leurs collègues appartenant à d'autres équipes. Nous nous sommes alors rendus compte que cette mécatronique qui nous paraissait si abstraite était déjà en action dans nos locaux et que des projets transverses que nous ne labélisions pas encore sous ce vocable nous reliaient vers cet objectif.

La synthèse de ces travaux a été liée au dossier de demande d'habilitation de l'école et la présentation de ces travaux a été faite à la Commission du Titre d'Ingénieur (CTI).

Un des productibles de ce projet 3M a été la création de l'option mécatronique au sein de la filière productique.

### *Machine d'essais 6 axes : une première expérience mécatronique*

Lors de la thèse de Claudine Géhin, il est apparu le besoin de réaliser une machine d'essais dynamiques. Un petit groupe de projet informel s'est constitué et j'ai pris la responsabilité de la réalisation du système. Le cahier des charges s'est étoffé avec la mise en place d'une sollicitation complexe (torseur effort quelconque) et de mesures élaborées (déplacements 6 axes, torseur d'effort complet). Une précharge devait être appliquée puis l'ajout d'une charge alternée devait permettre d'effectuer des mesures de comportement transitoire de l'éprouvette piézo-électrique. Une expérience au LMéCA en robotique 6 axes nous a encouragés à

développer un dispositif ingénieux de machine d'essais dynamiques de matériaux à 6 axes [C\_SAM 99]. Ce projet m'a demandé beaucoup de temps en études et en encadrement de projets et de stages. Nous avons eu de grandes ambitions, en voulant développer trop de composants de ce système en interne. Des solutions techniques ont été trouvées pour permettre de respecter ce cahier des charges. N'ayant pas de ressource permanente sur ce projet (nous n'avions pas de technicien au laboratoire) ce projet a principalement avancé à l'aide de stagiaires. En ce qui concerne la partie « Tronique » du projet, la cohérence a eu du mal se faire, le « tuilage » des travaux n'ayant pas été fait comme il aurait dû l'être. J'en porte, sans aucun doute, une partie des responsabilités. Un axe (sur les six) a été conçu, mis en œuvre et testé. Mais il reste bien du chemin à faire, en repartant des étapes « solides » du projet. L'équipe s'est découragée, le besoin est moins prégnant. Il est probable qu'il en reste là.

Cette expérience, même si elle a été difficile, a montré combien il est important de mesurer les moyens et de réduire les ambitions à leur hauteur. Nous étions beaucoup trop optimistes, et nous n'avons pas su gérer le passage de témoin entre spécialistes de chaque discipline et entre acteurs (projets et stages) qui se succédaient. Je reste imprégné de cette leçon : la mécatronique se fait grâce aux liens entre acteurs. Un seul spécialiste ne peut plus embrasser toute la complexité du projet, il peut en avoir une vision fine dans un domaine en complément d'une culture du reste. Ces enseignements nous ont été utiles dans les réflexions sur la mise en place de l'option mécatronique à l'ESIA.

#### *Le projet d'option mécatronique de l'ESIA*

Au sein de l'ESIA, l'opportunité de mettre en place un cursus visible « mécatronique » s'est imposée comme évolution logique (politique territoriale, cohérence des enseignements déjà orientés mécatronique). La filière productique appliquée aux industries mécanique de l'ESIA a proposé d'héberger cette option. J'ai été alors nommé responsable de projet création d'option mécatronique.

Il a fallu aller discuter avec des collègues français et surtout étrangers lors de congrès (participation au réseau Research and Education in Mechatronics : REM2002 Copenhague, REM2003 Bochum, REM2004 Kielce, REM2005 Annecy, REM2006 Stockholm), où l'on parlait de recherche mais surtout de pédagogie mécatronique afin d'en tirer des enseignements nécessaires à cette réalisation :

- "l'honnête homme" ingénieur mécatronicien ne peut être formé en 2200h (format CTI français),
- un mécatronicien doit avoir un cœur de compétences qu'il enrichit d'une bonne culture complémentaire. Il doit pouvoir devenir « un chef d'orchestre qui maîtrise un instrument ».

Cette option de troisième année nous a demandé à réfléchir sur un parcours intégrant tout le cursus passé du futur étudiant. Le format "option de diplôme" limite à 9% de la maquette les enseignements différenciés, ces 200 h ont permis en un semestre de créer cinq modules d'enseignements avec pour principal objectif de travailler de façon transversale et de pratiquer (50% de la maquette de 3<sup>e</sup> année était sous la forme de TP ou de projets). Le recrutement de Fabien Formosa a permis à ce projet de devenir réalité. L'option de troisième année qui existe depuis trois ans a permis de former une quarantaine d'ingénieurs. Elle est transformée (à partir de l'année 2007-2008) en une spécialité à part entière de l'école.

# Résumé des encadrements

---

Comme le tableau 1.1 page 22 le montre, les travaux de recherche présentés sont pour la plupart d'entre eux liés à des encadrements. Ils sont résumés ci-dessous :

## Thèses : deux soutenues et deux en cours

---

2006-2009 Hugues Favrelière (encadrement à 90%) « *Tolérancement modal-spécifications et métrologie* » [w5], Co-encadrement avec Max Giordano. Co financement entre l'Assemblée des Pays de Savoie et le Centre Technique du DEColletage (CTDEC). Dans le cadre de ce nouveau projet, nous avons l'ambition de mettre en œuvre la méthodologie modale de l'aval vers l'amont (métrologie puis MSP puis écriture de spécifications).

2004-2007 : Pierre-Antoine Adragna (encadrement à 50%) « *Tolérancement inertiel et modal des systèmes complexes* » [ADR 07] Co-encadrement avec Maurice Pillet, dans le cadre d'un contrat européen INTERREG III (UdS/EPFL et partenaires industriels). Cette thèse vise une fusion de deux approches qualitatives et quantitatives dans la maîtrise de la qualité géométrique des assemblages. Le tolérancement inertiel permet de lier dans un scalaire les moyennes et écarts types de lots de caractéristiques et le tolérancement modal de paramétrer des défauts. Ces deux approches apportent, ensemble des solutions originales avec le souci de l'application à l'industrie. Soutenance prévue en novembre 2007.

2000-2004 Jean-Philippe Petit (encadrement à 50%) « *Spécification Géométrique des Produits : Méthode d'analyse de tolérances. Application en Conception Assistée par Ordinateur* » [PET 04] Co-encadrement avec Max Giordano. Cette thèse financée par le MENR a permis de développer des concepts de modélisation des défauts de pièces et des assemblages. Une démarche d'analyse utilisant la méthode des domaines a donné lieu à une maquette numérique dans l'environnement Mathematica. Des problématiques industrielles ont montré la performance de la modélisation et les perspectives d'applications. Thèse soutenue le 17 décembre 2004 à Annecy. Jean-Philippe Petit est actuellement Ingénieur chef de projets de R&D chez 4 CAD)

1997-2000 Algis Pakalnis (encadrement à 33%) « *Modélisation du roulement d'une roue de véhicule* » [PAK 00] thèse en cotutelle avec le Pr. Vytutas Ostascevicus de l'Université Technologique de Kaunas Lituanie. Cette première thèse technologique

en cotutelle de l'Université Technologique de Kaunas a été l'occasion d'une coopération avec ce pays qui s'ouvrait à l'ouest. Thèse soutenue le 19 décembre 2000 à Annecy. Algis Pakalnis est actuellement responsable des infrastructures routières de la région de KAUNAS.

## **Mémoires CNAM (4 à raison de 9 mois/mémoire)**

---

Dans le cadre de la formation d'ingénieurs du Conservatoire National des Arts et Métiers, l'investissement pédagogique se lie à la recherche à travers les mémoires CNAM qui représentent des travaux dont l'ampleur dépasse le stage traditionnel d'ingénieur.

2003-2004 : Isabelle Perpoli (encadrement 100%) « *Tolérancement des mécanismes flexibles - Application à une aile de carrosserie* » mémoire CNAM à l'Université de Savoie 2004 [PER 04]. Nous avons initié avec Isabelle Perpoli, le tolérancement modal dont l'idée avait émergé en 2003. Après avoir fait une synthèse bibliographique, nous avons posé quelques principes d'étude des formes. L'étude des pièces flexibles de carrosseries a demandé à coupler des aspects structure avec nos outils d'analyse des domaines en confrontation avec le monde industriel. Isabelle Perpoli est actuellement ingénieur d'étude chez SNR.

2001-2002 : Lionel Favre-Félix (encadrement 100%) « *Démarche et outils numériques pour le dimensionnement d'une turbine de pompe turbo moléculaire* » [FAV 02] (collaboration société Alcatel Vacuum Technology). Nous avons traité une grande diversité de modélisations, de la simulation des contraintes de relaxation d'un cylindre en alliage lors de l'usinage puis la modélisation du fluage d'un rotor de turbine à haute vitesse puis le chargement thermo mécanique d'un rotor bi-matériau à jupe composite et enfin le tolérancement de la pompe. Les analyses de tolérances ont été couplées aux travaux de Jean-Philippe Petit. Lionel Favre-Félix est actuellement ingénieur responsable de production chez Alcatel.

2000-2001 : Julian Hernandez (encadrement 100%) « *Tolérancement de mécanismes avec prise en compte des déformations-Application à un réducteur* » [HER 01] Nous avons appliqué dans ce mémoire nos méthodes d'analyse des tolérances et de modélisation de composants tels que les engrenages et les roulements au tolérancement d'un réducteur. Les résultats montrent clairement que l'assemblage et le fonctionnement ne peuvent être garantis par une étude au pire des cas en modèle rigide et qu'une solution est d'intégrer l'analyse déformable d'une part et l'analyse statistique d'autre part. Julian Hernandez est actuellement ingénieur d'études chez Delachaux.

1998-1999 : Stéphane Perotto (encadrement 100%) « *Jeux, efforts et déformations dans les roulements à billes* » [PER 99]. En partant de la géométrie et des lois du contact de Hertz, une démarche de modélisation mathématique a permis de développer un modèle de roulement à billes à gorge profonde puis à contact oblique avec jeux. Des études par la méthode des éléments finis ont conforté nos résultats ainsi que des confrontations de résultats avec des roulementiers. Stéphane Perotto est actuellement ingénieur d'études chez Bontaz Centre.

## **DEA et Master (7 dont 4 depuis 2000)**

---

- 2005-2006 Ludovic Charvier (Master Professionnel dans le cadre du contrat INTERREGIII) « Etude de la forme et du positionnement d'une cellule accélératrice du CLIC » [CHAR 06] Collaboration CERN. Le projet Compact Linear Colider du CERN pose une myriade de problèmes dont le tolérancement aux limites. Dans le master de Ludovic Charvier une matrice de relations entre des modélisations a permis de poser clairement les résolutions de problèmes et leurs liens dans une démarche multi-échelles de défauts géométriques. Ludovic Charvier est actuellement en thèse à l'EPFL.
- 2004-2005 Hugues Favreliere (Master de l'Ecole Nationale Supérieure de Mécanique et des Microtechniques de Besançon) « *Analyse modale des défauts de surfaces complexes* » [FAV 05]. Le co-encadrement avec Pierre Vacher (spécialiste de mesure de déformations sur des formes 3D) de ce travail a ouvert sur de nouvelles perspectives. Nous nous étions fixés comme objectif (atteint) la reconstruction d'expressions du visage. Nous avons aussi introduit, avec succès, le paramétrage modal dans une analyse d'emboutissage. Hugues Favrelière est actuellement en thèse à SYMME en co-financement par le CTDEC.
- 2002-2003 Sigita Ambruleviciute (DEA Mécanique, Génie Mécanique et Matériaux de Grenoble) : « *Modélisation de la précision d'un tour* » [AMB 03]. Ce Master a consisté à identifier les défauts d'un tour conventionnel et à les modéliser par la méthode des torseurs de petits déplacements. Après avoir exploité des données du constructeur, des mesures ont été effectuées et corrélées. Nous avons laissé ces activités en veille depuis lors. Sigita Ambruleviciute est actuellement responsable des fournisseurs chez Manitowoc Crane Group.
- 1999-2000 Jean-Philippe Petit (DEA Mécanique, Génie Mécanique et Matériaux de Grenoble) : « *Etude de la liaison engrenage sous l'aspect tolérancement* » [PET 00] Un modèle paramétré d'engrenage sous ANSYS a été développé. Cette étude paramétrée a nécessité la mise en œuvre d'une exploration des actions de liaison en utilisant un critère de résistance. Le résultat est la construction des domaines jeux et jeux élastiques paramétrés d'une liaison engrenage. Jean-Philippe Petit est ingénieur chef de projets R&D chez 4 CAD.

# Liste des Travaux

---

Les publications sont décomposées selon sept critères (revues internationales, contributions à ouvrages, congrès internationaux avec comités de lecture, congrès nationaux avec comités de lecture, conférences sans actes, conférences invitées, rapports). Lorsqu'ils sont cités dans le document, la page correspondante est affichée sur la droite. Certains [liens hypertextes](#) permettent d'accéder au document (des droits d'accès peuvent être nécessaires).

Les cinq références **en gras** sont celles qui ont été mises en annexe de ce document.

## Revues internationales avec comité de lecture

---

[Référence]	Auteurs « titre » localisation	Page
[R_FOR 07]	F. Formosa, <a href="#">S. Samper</a> , I. Perpoli, « <i>Modal expression of form defects</i> », In “ <i>Models for Computer Aided Tolerancing in Design and Manufacturing</i> » Editor: J. K. Davidson, Arizona State University, Tempe, AZ, USA ISBN_13: 978-1-4020-5437-2, Springer series 2007. pp. 13-22.	..... 56,59,63
[R_PET 07]	<b>J.-P. Petit, <a href="#">S. Samper</a>, I. Perpoli, « <i>Surfaces seam analysis</i> », In <i>Models for Computer Aided Tolerancing in Design and Manufacturing</i> J.K. Davidson Ed., Springer Series, ISBN 1-4020-5437-8 pp245-254, 2007</b>	..... <b>30,35</b>
[R_GIO 07]	M. Giordano, <a href="#">S. Samper</a> , J.Ph. Petit, « <i>Tolerance analysis and synthesis by means of deviation domains, axi-symmetric cases</i> », In <i>Models for Computer Aided Tolerancing in Design and Manufacturing</i> J.K. Davidson Ed., Springer series, ISBN 1-4020-5437-8, pp85-94, 2007	
[R_ADR 07]	<b>P.A. Adragna, <a href="#">S. Samper</a>, F. Formosa, M. Pillet « <i>Modal Tolerancing-Application to gap and flush analysis</i> » in <i>Advances in Integrated Design and Manufacturing in Mechanical Engineering II</i> Ed. Tollenaere M., Springer Series in Advanced Manufacturing, (à paraître).</b>	..... <b>72</b>
[R_SAM 07a]	<b><a href="#">S. Samper</a>, F. Formosa « <i>Form Defects Tolerancing by Natural Modes Analysis</i> » in <i>Journal of Computing and Information Science in Engineering - March 2007 -Volume 7, Issue 1, pp. 44-51</i> doi : 10.1115/1.2424247</b>	..... <b>54,77</b>

---

La notation utilisée est ["Type"\_"3 premières lettres du nom du premier auteur" Année ]

[R_SAM 07b]	<b>S. Samper, J-P. Petit, M. Giordano, « Elastic Clearance Domain and Use Rate Concept Applications to Ball Bearings and Gears », In Models for Computer Aided Tolerancing in Design and Manufacturing J.K. Davidson Ed., Springer Series, ISBN 1-4020-5437-8 pp331-340, 2007</b>	..... 40,44
[R_LED 07]	Y. Leduc, H. Favrelière, <u>S. Samper</u> , « Optimization of a classical stamping progression by modal correction of anisotropy ears », à paraître dans la revue ASME "International Journal of Manufacturing Science and Engineering" 2007 december.	..... 84
[R_ADR 06a]	P-A. Adragna, <u>S. Samper</u> , M. Pillet, H. Favreliere, « Analysis Of Shape Deviations Of Measured Geometries With A Modal Basis » Journal of Machine Engineering : Manufacturing Accuracy Increasing Problems, optimisation, Vol. No. 1, 2006, pp. 134-143	..... 56, 67
[R_ADR 06b]	P.A. Adragna , M. Pillet, F. Formosa, <u>S. Samper</u> , « Inertial tolerancing and capability indices in an assembly production » In Integrated design and production, Vol. 2, No. 1-2, 2006, pp.71-88	..... 67
[R_LED 06]	Y. Ledoux, <u>S. Samper</u> , H. Favrelière, F. Formosa, E. Pairel, « Optimisation of a stamping process by a design of experiments linked to a modal analysis of geometric defects », in “Archives of civil and mechanical engineering, 2006, Vol.VI, N°1 pp. 5-17	..... 83
[R_SAM 06]	<b>S. Samper, J-P. Petit « Computer Aided Tolerancing - solver and post processor analysis » In « Advances in design » Ed. Hoda A. El Maraghy and Waguih El Maraghy , Springer Series in Advanced Manufacturing, 02-2006 , pp 487-498 ISBN 978-1-84628-004-7</b>	..... 28,31, 35
[R_SAM 03]	<u>S. Samper</u> , M. Giordano, « Simultaneous analysis method for tolerancing flexible mechanisms », in Geometric Product Specification and Verification: Integration of Functionality, Pierre Bourdet and Luc Mathieu Ed., Kluwer Academic Publishers. ISBN 1402014236 pp 127-134 – 2003	..... 49
[R_SAM 99]	S. Samper and M. Giordano « Interactions between tolerancing and structural analysis views in design process » Integrated Design and Manufacturing in Mechanical Engineering'98, Kluwer Academic Publishers, pp. 349-357, 1999	..... 49
[R_SAM 98]	<u>S. Samper</u> and M. Giordano « Taking into account elastic displacements in 3D tolerancing - Models and applications », Journal of Materials Processing Technology Volume 78, Issues 1-3, 1 June 1998, Pages 156-162	..... 49
[R_SAM 97]	<u>S. Samper</u> and M. Giordano « Models for tolerancing process by considering mechanism flexibility.» Integrated Design and Manufacturing in Mechanical Engineering'96, Kluwer Academic Publishers, Patrick Chedmail, ISBN 0792347390, pp. 349-357, 1997	..... 49

## Contribution à ouvrage

[O_MAT 07]	L. Mathieu, F. Villeneuve, « Tolérancement géométrique des produits » (Traité IC2, série productique) Mai-2007 Editions HERMES 380p ISBN 2746215098 (contribution au chapitre 7, Analyse et synthèse de tolérances : méthode des domaines).	..... 30
------------	---	----------

## Congrès internationaux avec comités de lecture

---

[I_ADR 08]	P-A. Adragna, H. Favreliere, <u>S. Samper</u> , M. Pillet, « <i>Statistical assemblies with form errors - a 2D example</i> » 4th International Precision Assembly Seminar (IPAS'2008) Chamonix, France 10-13 February 2008 (accepté)	..... 70
[I_PIL 08]	M. Pillet, D. Denimal, P-A. Adragna, <u>S. Samper</u> , , « <i>Interest of the inertial tolerancing method in the case of watchmaking micro assembly</i> » 4th International Precision Assembly Seminar (IPAS'2008) Chamonix, France 10-13 February 2008 (accepté)	..... 67
[I_ADR 07]	P-A. Adragna, <u>S. Samper</u> , H. Favreliere, M. Pillet « <i>Analysis of an assembly with form errors</i> » 5th international conference in Integrated Design and Production Rabat Maroc 22, 23 & 24 Octobre 2007 (à paraître)	..... 70
[I_ADR 07a]	P-A. Adragna, M. Pillet, <u>S. Samper</u> , F. Formosa, « <i>Guarantying a maximum of Non-Conformity Rate on the assembly resultant with a statistical tolerancing approach</i> », Computer Aided Tolerancing (CAT) 2007. Erlangen, Germany	..... 65,67
[I_ADR 07b]	P.A. Adragna, M. Pillet, <u>S. Samper</u> , F. Formosa, « <i>Inertial tolerancing applied to 3D and form tolerancing with the modal analysis</i> », Computer Aided Tolerancing (CAT) 2007. Erlangen, Germany	..... 56,81
[I_FAV 07]	F. Favreliere, Samper S., Adragna P.A. « <i>Méetrologie et caractérisation des défauts d'une surface sphérique</i> » 5th internationale conférence 5ème conférence internationale Integrated Design and Production Conception et production intégrées Rabat Maroc 22, 23 & 24 Octobre 2007 (à paraître)	..... 56,81
[I_FAV 07a]	H. Favreliere, <u>S. Samper</u> , P-A. Adragna, M. Giordano, 3D « <i>statistical analysis and representation of form error by a modal approach</i> », Computer Aided Tolerancing (CAT) 2007. Erlangen, Germany	..... 68,81
[I_SAM 07]	<u>S. Samper</u> , P-A. Adragna, H. Favrelière, J. Lottin, B. Nicquevert , L. Charvier « <i>Form specification for a mechatronic design –Application to an accelerator Cell</i> » 8th International Workshop on Research and Education in Mechatronics 14-15 June 2007 Tallinn Technical University, Tallinn, Estonia	..... 87
[I_ADR 06a]	<a href="#">P.A. Adragna, M. Pillet, S. Samper, F. Formosa, « Inertial Tolerancing garantying a CPK indice on the final characteristic in an assembly production » IDMME 2006 Grenoble, France, May 17-19, 2006</a>	
[I_ADR 06b]	P.A. Adragna, <u>S. Samper</u> , F. Formosa, M. Pillet « <i>Modal Tolerancing-Application to gap and flush analysis</i> » 6th Int. Conf. on Integrated Design and Manufacturing in Mechanical Engineering (IDMME 2006), CD-ROM , Grenoble, France, May 2006, 12 pages.	
[I_PIL 06]	M. Pillet, P-A. Adragna, <u>S. Samper</u> , F. Formosa, « <i>Inertial Tolerancing : The Acceptance Sampling Problem</i> », 6th Int. Conf. on Integrated Design and Manufacturing in Mechanical Engineering (IDMME 2006), CD-ROM , Grenoble, France, May 2006, 12 pages	..... 68
[I_SAM 06]	<a href="#">S. Samper, H. Favrelière, P. Vacher, T. Coudert, « 3D measurement and synthesis of facial expressions » in Ninth International Symposium on the 3-D Analysis of Human Movement 3D Valenciennes 28, 29, 30th June 2006</a>	..... 85

- [I\_ADR 05] P-A. Adragna, M. Pillet, F. Formosa, [S. Samper](#), « *Tolérancement inertiel et indices de capacité dans la production d'assemblage* », 4ème Conf. Int. Conception et Production Intégrées (CPI 2005), CD-ROM , Casablanca, Maroc, novembre 2005, 17 pages.
- [I\_FOR 05] F. Formosa, [S. Samper](#), « *Mechatronics project at ESIA* » 6th International workshop on Research and Education in Mechatronics REM2005 30 juin-1er juillet 2005 Annecy
- [I\_PIL 05] M. Pillet, P-A. Adragna, [S. Samper](#), F. Formosa, « *Une approche du contrôle réception avec le tolérancement inertiel* », 4ème Conférence Internationale en Conception et Production Intégrées (CPI 2005), CD-ROM , Casablanca, Maroc, novembre 2005, 10 pages.
- [I\_PIL 05a] M. Pillet, [S. Samper](#), F. Formosa, « *Geometrical Inertial Tolerancing* », 6ème Congrès Int. Pluridisciplinaire Qualité et Sécurité de Fonctionnement (Qualita 2005), Bordeaux, France, 2005, pp. 757-764,
- [I\_FOR 04] F. Formosa, [S. Samper](#), « *Multi-physics modelling of the free-piston stirling engine* » , 5th International Workshop on Research and Education in Mechatronics 2004, Kielce Poland
- [I\_PET 04] JPh Petit, [S. Samper](#), « *Tolerancing Analysis And Functional Requirement* » ..... 32  
IDMME'2004 Bath, UK, April 5-7, 2004
- [I\_SAM 04] [S. Samper](#), J-P. Petit « *Computer Aided Tolerancing – solver and post processor analysis* » International CIRP 2004 Design Seminar 16-18, mai 2004, Le Caire, Egypte pp 487-498
- [I\_GIO 03] G. Giordano, [S. Samper](#), E. Pairel, « *Paramétrages et tolérances géométriques* » Conférence Internationale Conception et Production Intégrées, 22-24 oct. 2003 ENSAM Meknès, Maroc. .... 28
- [I\_LOT 03] J. Lottin, H. Boudjenah, [S. Samper](#), « *Analysis, control and simulation of a Stewart platform for a strength test machine* », 4th Int. Workshop on Research and Education in Mechatronics, Bochum, Allemagne, October 2003, pp. 87-92. .... 87
- [I\_PET 03] J-Ph. Petit, [S. Samper](#) « *Minimum clearance for tolerancing analysis of a vacuum pump* » In proceedings of 8th CIRP International Seminar on Computer Aided Tolerancing April 28 –29, 2003 Charlotte, North Carolina, USA ..... 51
- [I\_SAM 03] [S. Samper](#), J-P. Petit, L. Favre-Felix, « *Tolerancing, expression of a life span and performance of a mechanism-application to a vacuum pump* » 5ème Congrès Int. Pluridisciplinaire Qualité et Sécurité de Fonctionnement (Qualita 2003), Nancy, France, mars 2003. .... 39
- [I\_SAM 03a] [S. Samper](#), H. Louche, P. Paccard « *Conception d'une cloche. Mise en place d'une démarche de simulation vibratoire* » Actes du congrès « Integrated Design and Production » CPI'2003 22, 23 & 24 octobre 2003 Meknès, Maroc ..... 52
- [I\_SAM 03b] [S. Samper](#), H. Louche, J. Lottin, « *Teaching coupling systems to engineers* » 6th Japan-France Congress on Mechatronics & 4th Asia-Europe Congress on Mechatronics 9-12 septembre, 2003 Tokyo Denki University, Saitama, Japan
- [I\_SAM 03c] [S. Samper](#), J-P. Petit, J. Lottin, « *Tolerancing mechatronics systems: Application to a vacuum pump.* », 4th Int. Workshop on Research and Education in Mechatronics, Bochum, Allemagne, October 2003, pp. 157-162. .... 87,95

- [I\_SAM 03d] S. Samper, F. Formosa, « *Mechatronics Study Of Deviations* », 5th ..... 87  
International Workshop on Research and Education in Mechatronics 2004,  
Kielce Poland
- [I\_SAM 01] S. Samper, M. Giordano, S. Perotto « *Fiabilité et tolérancement d'un* ..... 44  
*assemblage élastique* » Actes du 4ème congrès international pluridisciplinaire  
Qualité et Sûreté de Fonctionnement, 22 & 23 Mai 2001 Annecy France
- [I\_SAM 01a] S. Samper « *Methodology for tolerancing flexible mechanisms* » Proceedings  
of the International Conference Mechanika – 2001, 5,6 april 2001 KAUNAS  
Lituanie. pp. 14-20
- [I\_SAM 01b] S. Samper, M. Giordano, « *Simultaneous analysis method for tolerancing*  
*flexible mechanisms* » In proceedings of 7<sup>th</sup> CIRP International Seminar on  
Computer Aided Tolerancing April 24 – April 25 2001 - ENS de Cachan  
France
- [I\_GIO 99] M. Giordano, E. Pairel, S. Samper, « *Mathematical representation of* ..... 32  
*Tolerance Zones*», Proc. of the 6th CIRP International Seminar on Computer-  
Aided Tolerancing, Enschede, The Netherlands, March 1999 pp. 177-186.
- [I\_PAI 99] E. Pairel, M. Giordano, S. Samper, « *Towards easier and more functional*  
*semantics for geometrical tolerancing* », Proc. of the 6th CIRP International  
Seminar on Computer-Aided Tolerancing, Enschede, The Netherlands, March  
1999 pp. 139-147.
- [I\_PAK 99] A. Pakalnis, D. Marksaitis, S. Samper, « *Automobilio rato statinio standumo*  
*ivertinimo modeliai*» Transporto Priemonės'99 Ed. Kaunas University of  
Technology pp. 181-185
- [I\_MGI 98] « *Contribution to a multi-views, multi-representations design framework* ..... 22,87  
*applied to a preliminary design phase.* » MG-IT Groupe de Travail du Pôle  
Productique Rhône-Alpes « Modélisation Géométrique et Intégration  
Technologique » IDMME'98 (PRIMECA) UTC Compiègne Avril 1998
- [I\_SAM 98] S. Samper, M. Giordano « *Interactions between tolerancing and structural*  
*analysis views in design process* » In proceedings of IDMME'98 (PRIMECA)  
UTC Compiègne 27-29 May 1998 Compiègne France
- [I\_GEH 97] C. Gehin, S. Samper and Y. Teisseyre - « *Mounting characterization of a* ..... 7  
*piezoelectric resonator using FEM* » - IEEE international conference on  
Frequency Control, Florida, USA - 1997 - pp.630-633
- [I\_SAM 96] S. Samper and M. Giordano « *Taking into account elastic displacements in 3D*  
*tolerancing - Models and applications* » in 5th international scientific  
conference, Achievements in Mechanical & Materials Engineering, Poland.

## Congrès Nationaux avec comités de lecture

---

- [N\_GUY 05] 2005 D. Guyomar, A. Agbossou, C. Richard, S. Samper « *Couplage*  
*piézoélectrique ou matériaux viscoélastiques pour l'amortissement de vibrations*  
*de poutres : une analyse expérimentale et théorique*» 17ème Congrès Français  
de Mécanique Troyes, septembre 2005.
- [N\_SAM 03] S. Samper, « *Former des ingénieurs mécatroniques à l'ESIA* ». Journée Enjeux  
et perspectives de la mécatronique 20 et 21 Mars 2003 Ecole Supérieure  
d'Ingénieurs d'Annecy. Actes sur CD ROM.

- [N\_SAM 99] S. Samper, M. Giordano, E. Pairel, « *Tolérancement d'un réducteur avec prise en compte des déformations* », Actes du 14ème Congrès Français de Mécanique, Août-Sept. 1999, Toulouse, France.

## Conférences avec actes sans comités de lecture

---

- [C\_ADR 06] P.A. Adragna et S. Samper « *Tolérancement modal - un langage de spécification* », 2<sup>nd</sup> journée européenne du tolérancement Annecy 20 juin 2006
- [C\_SAM 06] S. Samper, H. Favrelière, « *tolérancement modal, principes et applications* » actes de la conférence : ARATEM'06 , Saint Etienne , FRANCE , 9 février, 2006
- [C\_AGB 03] A. Agbossou, G. Gautier, Y. Teisseyre, C. Barthod, S. Samper , « *L'interphase (active/passive) mésoscopique et le comportement mécanique des multi matériaux* » , Colloque d'évaluation ACI « Surfaces, interfaces et conception de nouveaux matériaux», 27-28 octobre (2003), Paris
- [C\_PET 03] J.P. Petit, S. Samper « *Modèle de représentation paramétrée d'un engrenage pour la construction de son domaine jeu* » Conférence des Utilisateurs ANSYS-ICEM-CFX, Lyon France 13 juin 2003 Actes sur CD ROM. .... 47
- [C\_SAM 99] S. Samper « *Conception d'une machine d'essais dynamiques 6 axes.* » ..... 8  
ARATEM'99, Annecy (France), septembre 1999

## Conférences invitées

---

- [Ci\_SAM 07] S. Samper, « *The mechatronic curricula France – the Annecy research and education project* » Keynote speech at 3rd International Conference Mechatronic Systems and Materials (MSM 2007) 27 - 29 September, 2007, Kaunas, Lithuania
- [Ci\_PIL 05] M. Pillet, M. Giordano, S. Samper, « *Comment donner plus de liberté à la production en respectant le fonctionnel* », Journée d'étude de la SIA, Paris, France, octobre 2005.
- [Ci\_SAM 04] S. Samper « *Mécatronique, parle-t-on produit ou système ?* » Secondes rencontres européennes Industries-Recherche-Formation en mécatronique, 23, 24, 25 mars 2004 Salon Mecanelem, parc des expositions, Paris Nord Villepinte.
- [Ci\_SAM 03] S. Samper « *Le projet d'option mécatronique à Annecy, du pourquoi au comment.* » Conférence invitée devant un public d'enseignants chercheurs et d'élèves ingénieurs de l'ENI de Tarbes

## Rapports

---

- [Ra\_SAM 94] S. Samper « *Comportement dynamique de poutres composites préchargées: Modélisation par éléments finis* ». Thèse de doctorat Toulouse III Janvier 1994 ..... 21



---

***Deuxième partie***

**Activités de recherche**



# Chapitre

# 1

## Contexte de mes travaux

---

### 1.1 DEA et Thèse (Septembre 1988, Janvier 1994)

---

A la suite de ma maîtrise de technologie mécanique de l'Université Paul Sabatier, j'ai effectué un DEA en Génie Mécanique au Laboratoire de Génie Mécanique de Toulouse (LGMT) sous la direction de Daniel Gay. Mes travaux ont consisté à programmer (sur PC) une application d'analyse vibratoire de poutres composites en utilisant une méthode d'homogénéisation.

La thèse [Ra\_SAM 94] que j'ai effectuée sous la direction de Daniel Gay et les codirections de Jean Marie Cieaux et Michel Carrier, avait pour objectif d'implémenter les modèles d'homogénéisation de sections de poutres composites développés au LGMT dans un code spécifique d'éléments finis de poutres fonctionnant dans l'environnement IBM-PC (génération 386). L'application à l'étude vibratoire des pales d'hélicoptères composites a poussé à étudier les comportements dynamiques non linéaires. J'ai mené à bien des études théoriques en linéarisant au voisinage de la précharge le changement de rigidité des structures composites élancées. J'ai développé un code spécifique sur la base de la théorie des éléments finis fonctionnant sur un PC de faible capacité. Enfin j'ai développé un banc d'essais vibratoires sur une machine d'essais qu'il a fallu reconditionner. La corrélation essais-calculs a montré la performance des modèles.

### 1.2 Evolution de ma recherche au sein de l'Université de Savoie

---

L'équipe Maîtrise de la Qualité Géométrique des Produits du LMéca (devenue thème de recherche de l'équipe Systèmes du SYMME) était constituée Daniel Duret et de Max Giordano qui travaillaient sur le modèle des « domaines » et d'Eric Pairel qui effectuait sa thèse sur les calibres virtuels. Elle s'est donné pour objectifs de développer des méthodes génériques d'aide au tolérancement des assemblages mécaniques dans toutes les phases du cycle de vie du produit. Dans ce contexte, mon intégration s'est faite en m'insérant dans cette thématique puis en développant des activités mettant mes compétences au service du tolérancement tout en élargissant ses champs d'applications. L'équipe s'est depuis étoffée

pour être constituée en 2006 (avant la fusion du LMéca et du LAIMAN dans SYMME) de sept enseignants chercheurs. Les collaborations universitaires se sont développées, tout d'abord avec des laboratoires Grenoblois et Lyonnais dans le cadre d'un projet transversal intégrant différents aspects de la conception (projet supporté par la région Rhône Alpes [I\_MGI 98] de 1995 à 1998) puis dans le domaine du tolérancement dans le cadre du Groupe de Recherche en Tolérancement (initié en 2001, associant la majorité de la communauté française en tolérancement).

Les collaborations industrielles ont été initiées à l'aide de contrats d'études ponctuelles. La mise en œuvre en 2006 du Pôle de Compétitivité Arve-Industries, dans lequel nous sommes pilotes du projet qualité géométrie des produits, nous permet d'entreprendre des actions de plus longs termes.

Le tableau 1 résume les grandes étapes de ma recherche au LMéca puis à SYMME. Sont grisées les cases correspondant aux principales activités de recherche de l'année. Les années concernant les encadrements sont en gris foncé. Certaines activités semblent arrêtées, mais elles sont plutôt en veille et pourront revenir au premier plan dès que les outils d'analyse "système" seront programmés.

Ce tableau divise mes activités en trois groupes :

- La contribution à la méthode des domaines.
- Le tolérancement des systèmes souples.
- Le tolérancement des défauts de formes.

Dans le premier et le dernier groupe, j'ai collaboré avec des collègues, des doctorants et deux auditeurs CNAM lors de leur mémoire et dans le tolérancement des systèmes souples, j'ai encadré deux mémoires CNAM et un DEA (les encadrements correspondants sont décrits page 9).

Thème	Activité de recherche	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008
Domaines jeux et écarts	Modèles théoriques														
	Maquettage et applications														
Tolérancement des systèmes souples	Systèmes														
	Roulements														
	Engrenages														
	Réducteur														
Tolérancement des défauts de forme	Théorie														
	Cas industriels														
	Statistiques														
	Assemblage														

Tableau 1.1 Evolution des thèmes de recherche

### 1.3 Le pourquoi du mariage entre tolérancement et structures

Le concepteur doit définir le produit idéal avec la plus grande finesse en respectant les préconisations du cahier des charges. Il dispose de la culture de l'entreprise et d'outils d'analyses. Les variations autour de cet idéal sont le plus souvent vues comme un aspect secondaire et traitées en fin de définition du produit. Ce type de démarche n'est plus viable sur des systèmes dans lesquels les précisions sont élevées au regard de leurs déformations. Ce constat a été à l'origine de ces travaux.

Mon parcours recherche a commencé dans le domaine des structures pour se réorienter dans le tolérancement, mais ce qui m'a poussé à chercher à effectuer ce mariage, c'est une similitude dans la démarche. En effet, le concepteur réalise des géométries de pièces devant répondre à des exigences fonctionnelles. Faisons un parallèle entre les deux domaines :

- La mécanique des structures a, la première, bénéficiée d'un formalisme lui permettant d'être implémentée au sein de codes de calculs associés à des outils de définitions géométriques. On peut dès lors effectuer une démarche de conception élaborée en gérant les aspects géométriques en cohérence avec les exigences de résistance, de rigidité, de masse et l'ensemble des possibilités des outils issus de la Méthode des Eléments Finis (MEF) [ZIE 05]. On définit des données relativement simples (scalaires en principe) et l'outil de MEF utilise des objets mathématiques relativement complexes (formes discrètes matricielles,...) à l'aide de théories sophistiquées (méthodes variationnelles) le tout pour obtenir des résultats simples à appréhender (des scalaires, couleur d'iso-valeurs de contraintes, déplacements, ...).
- Le tolérancement selon notre point de vue, suit cette démarche : il s'inscrit dans le lien avec la géométrie, il est renseigné par des données simples (scalaires, attributs) et fait appel à des théories complexes pour le commun des concepteurs. Les solveurs (en cours de développement) font appel à des résolutions complexes (boîte noire pour l'utilisateur). Là où l'expérience de la MEF est intéressante, c'est au niveau de l'utilisation des résultats. Nous pensons que le TAO (Tolérancement Assisté par Ordinateur) doit montrer à l'utilisateur des résultats scalaires à la façon de la MEF.

Le tolérancement s'inscrit, tout naturellement dans une modélisation cinématique d'un assemblage en petits déplacements. Le mécanisme est vu, dans un premier temps, sous la forme d'un assemblage rigide sans défauts de formes, puis dans un second temps comme un assemblage élastique sans défauts de formes, puis comme un assemblage rigide avec défaut de forme. Quant à l'étude d'un assemblage élastique avec défauts de formes, nous esquissons seulement des pistes que nous comptons explorer.

Dans la mécanique des structures, nous utilisons les deux types les plus classiques d'analyses : l'analyse de structures élastiques en statique et l'analyse modale avec les hypothèses des petites perturbations. La première permet d'intégrer les déformations élastiques des composants à l'analyse de leur assemblage et de leur fonctionnement. La seconde ouvre le paramétrage traditionnel des géométries à la prise en compte des défauts de formes.

## 1.4 Problématique de la représentation et manipulation

Tout système informatique doit répondre à deux problématiques complémentaires associées aux données et aux traitements :

- A quoi bon avoir des résultats proches du réel (ou de l'idée que l'on s'en fait) si nous ne sommes pas capables de les appréhender de façon simple (pas par des tableaux de nombres par exemple) ? Ce problème hérite de l'avènement de l'ère informatique.
- Les outils doivent s'inscrire dans une genericité de leur utilisation qui leur permet d'être implémentables dans des codes de TAO.

Nous montrons les données sous une forme complexes à l'expert (nous-mêmes lors de nos développements) mais nous avons le souci de les montrer de façon simple à l'utilisateur final. En ce qui concerne la genericité des traitements, les modèles proposés dans ce document ont cette ambition même si nous avons pu mesurer le travail qui reste à fournir pour les mettre à la portée du monde industriel.

## 1.5 Tentative de définition du tolérancement

Le tolérancement est une discipline au service de la maîtrise de la qualité géométrique des produits. Il se doit de traiter deux conditions fondamentales d'un système : son existence (assemblabilité) et son fonctionnement (respect des Conditions Fonctionnelles).

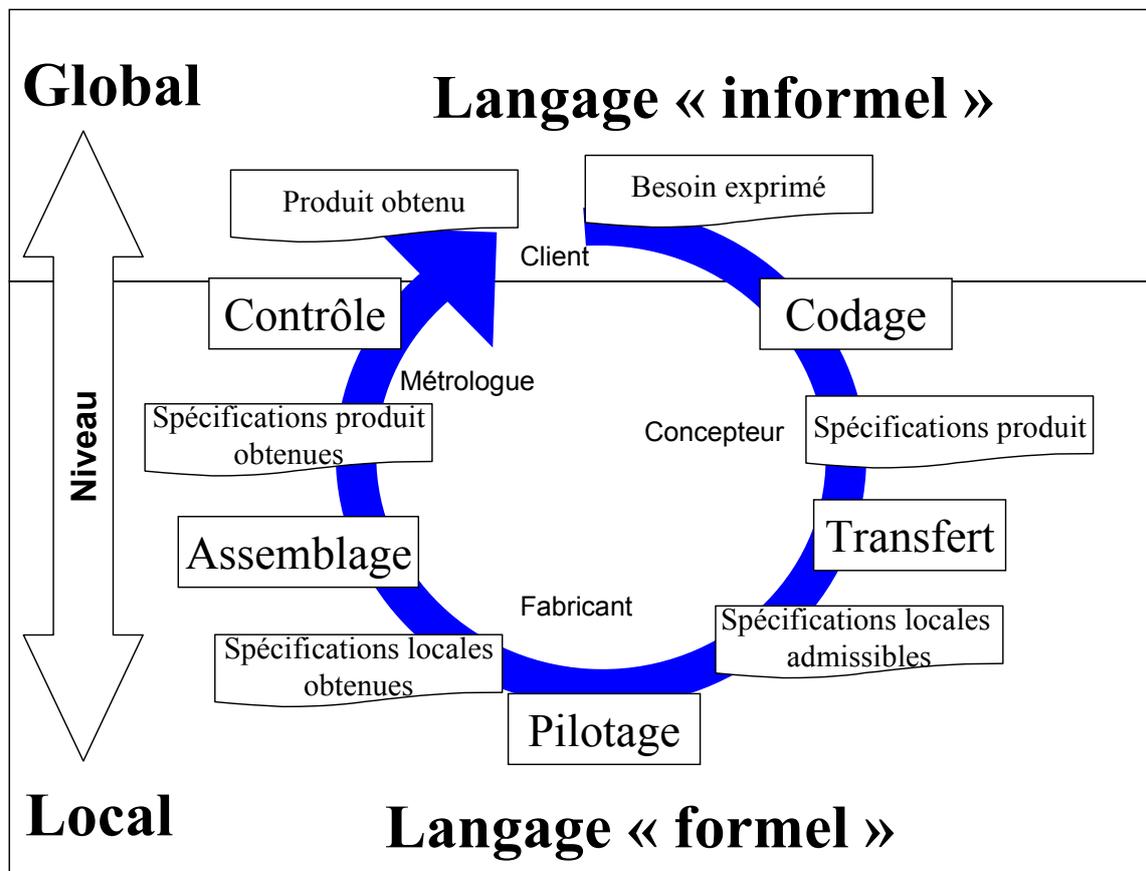


Figure 1.1 Les langages des formes

La figure 1.1 montre comment les différents acteurs des variations de formes communiquent autour du produit. L'interface avec le client se fait à l'aide d'un langage informel, mais les acteurs du produit utilisent le langage formel qu'est le tolérancement. Une des plus grandes difficultés est de faire que ces communications se fassent en minimisant la dégradation de l'information. La flèche traduit l'axe temporel du produit. Dans ces écritures, les communications sont bilatérales, néanmoins, les rôles peuvent se définir selon le schéma suivant :

**CODAGE** : Comment le concepteur peut-il coder les spécifications indépendamment des procédés ? Il peut, à partir des besoins du client (ou de celui qui les exprime) utiliser au mieux les outils de la norme pour traduire l'aspect qualitatif des spécifications mais les quantifications ne peuvent se faire sans utiliser la connaissance de la façon de réaliser le produit.

**TRANSFERT** : Il est volontairement décrit en deux phases, le qualitatif et le quantitatif.

**Transfert Qualitatif** : Les acteurs décomposent les fonctions jusqu'au détail le plus élémentaire, en ayant le souci permanent d'en tracer les liens.

**Transfert Quantitatif** : Ici, l'instruction se fait dans le sens inverse, du détail vers le global et tout sera mis en œuvre pour que les choix permettent de réaliser les fonctions au moindre coût. Deux points de vue sont alors possibles : l'intervalle (grandeurs bilimites) ou l'analyse statistique (moyenne et écart type).

**PILOTAGE** : Au cœur du procédé, on doit chercher à surveiller les dérives pour respecter les capacités. Ici tout n'est pas pilotable et, selon les choix effectués, il faudra savoir où et comment agir.

**ASSEMBLAGE** : Comment maîtriser les fonctions réalisées par rapport à celles spécifiées ? Plusieurs solutions sont mises en œuvre, de l'assemblage automatique à celui qui est piloté pour obtenir les meilleures performances.

**CONTROLE** : Les opérations de métrologie doivent permettre de vérifier que le réalisé correspond au désiré. Elles sont monnaie courante sur les pièces, mais elles ne permettent pas toujours de vérifier directement la fonction : un autre transfert est alors à faire.

Les différentes étapes mises en exergue ci-avant posent le problème de l'utilisation de langages et de méthodes mathématiques permettant aux acteurs de communiquer sans ambiguïté sur les variations admissibles du produit. Ce langage permet alors de qualifier et de quantifier les écarts géométriques. Nous nous sommes principalement intéressés à l'approche quantitative dite « au pire des cas » tout en étant conscients du fait qu'elle est pénalisante. Néanmoins, elle sert de référence haute à des méthodes prenant en compte les répartitions de production auxquelles nous commençons à nous intéresser. Nos travaux se sont concentrés à ce jour à deux niveaux : celui du concepteur pour la méthode des domaines et le tolérancement des systèmes souples, et plutôt au niveau contrôle pour le tolérancement modal, même si nous avons commencé à explorer les autres parties.

## 1.6 Objectif de mes travaux

---

Dans la thématique Maîtrise de la Qualité Géométrique des Produits, notre objectif est de définir des modèles et outils aidant les acteurs du tolérancement. Ces outils peuvent être diffusables sous la forme de notices mais notre but principal est la constitution d'objets de TAO soit autonomes, soit associés à des logiciels du commerce soit intégrés. Dans la variété des problématiques abordées dans une étude de tolérancement, l'analyse des systèmes déformables et l'analyse du défaut de forme qui sont présentés ici ont pour ambition d'être des objets de la plateforme de TAO. Ils héritent donc de modèles de l'équipe (méthode des domaines) et s'inscrivent dans leurs logiques.

Comme le tableau 1 page 5 le montre, j'ai commencé à travailler sur la méthode des domaines (Chapitre 2) puis sur le tolérancement des systèmes souples avec des études sur les jeux élastiques et les écarts élastiques (Chapitre 3). Le maquettage et le développement de la méthode des domaines ont montré qu'une plateforme TAO sur cette théorie était possible et nécessite un fort investissement en informatique. En parallèle avec ces travaux, l'idée du tolérancement des défauts de formes ayant germé (Chapitre 4), j'y ai consacré un temps croissant qui occupe l'essentiel de mon temps recherche ces dernières années.

# Chapitre

# 2

## Méthode des domaines

---

### 2.1 Introduction

---

L'analyse des assemblages rigides avec prise en compte de défauts est une activité scientifique et technique qui date du début du tolérancement. Les outils mathématiques traditionnels sont scalaires (chaînes de cotes) et répondent bien à une grande partie des problèmes que se posent (ou savent se poser) les concepteurs. L'analyse se fait selon deux axes, la qualification et la quantification. Dans ce chapitre, nous présentons des approches quantifiantes « au pire des cas » en étant conscients que les démarches statistiques sont plus performantes. Nos analyses donnent les valeurs majorantes et peuvent servir de référence aux méthodes statistiques.

On peut étendre le concept des chaînes de cotes en effectuant des analyses mêlant translations et rotations en écrivant les équations scalaires (chaîne de cotes étendue). Au départ des démarches de qualification se trouve le paramétrage du mécanisme et de ses composants. La notion de Torseur de Petits Déplacements (TPD) issue des travaux de Pierre Bourdet et d'André Clément [BOU 76] est un des outils de « l'école française » avec les Surfaces Associées Technologiquement et Topologiquement (SATT) [CLE 98] mais il existe d'autres notions telles que celles des TMAP [DAV 02] [BHI 03] [MUJ 04] associés au système de coordonnées plückeriennes ou le Jacobien-torseur de [LAP 02]. Les travaux présentés dans ce chapitre utilisent les TPD et cherchent à modéliser de façon numérique les écarts géométriques dans les assemblages dans l'hypothèse du pire des cas.

### 2.2 Les limites du symbolique en 3D et l'enjeu des domaines

---

Il peut paraître séduisant de décrire, comme cela peut l'être en 1D, des équations symboliques dans des cas "3D". Mais les mathématiques des intervalles ou plus généralement celles des inéquations liées au « pire des cas » ne peuvent s'en accommoder. En effet, si les inéquations peuvent être paramétrées, leurs intersections (6 pour un sommet en 6D) donnent un ensemble de sommets dont la continuité ne peut être assurée en fonction des variations de paramètres. Le numérique s'impose donc. Nous pouvons faire un parallèle entre la mécanique des structures et la maîtrise de la qualité géométrique des produits. Il y a le monde "simple" et symbolique de la théorie des poutres et celui plus compliqué et numérique des éléments finis. De la même manière, il y a le tolérancement "simple" par la méthode des chaînes de cotes et

celui plus compliqué des outils de tolérancement 3D qui devront être numériques. Notre travail [R\_SAM 06] est dans cette logique.

De la même manière que le dimensionnement des systèmes mécaniques a évolué depuis la Résistance Des Matériaux (RDM) vers les méthodes de résolutions numériques modernes (tout en conservant la RDM en avant-projet), le tolérancement a ses fondements dans la chaîne de cotes et évolue vers des méthodes numériques spécifiques. Ces dernières sont au niveau de la recherche et nous pouvons recenser une activité nationale et internationale importante dans ce domaine. La théorie des mécanismes réduite aux petits déplacements est un dénominateur commun à la plupart d'entre elles. Les analyses qui sont effectuées sont de deux types, l'assemblabilité et l'aptitude à vérifier les conditions fonctionnelles. Les hypothèses sont soit « au pire des cas » pour avoir une garantie maximale, soit « statistiques » pour éviter les sur-qualités. Les travaux présentés dans ce chapitre se concentrent sur les analyses au « pire des cas » qui sont un préalable (au sens où elles fixent les bornes des tolérances) aux méthodes statistiques.

Sans réécrire ici l'ensemble des travaux sur la méthode dite des domaines, nous rappelons les principes de base et leur mise en œuvre. Cette méthode qui a vu le jour sous l'impulsion de Max Giordano et Daniel Duret [GIO 93] a pour objectif de modéliser dans un seul objet mathématique l'ensemble des déplacements admissibles d'un repère par rapport à un autre. Cet ensemble possède la convexité comme propriété intéressante dans le cadre des hypothèses des petits déplacements. Celle-ci permet d'utiliser des solveurs mathématiques robustes et génériques. L'espace d'analyse a pour axes les composantes du TPD, il est donc de dimension six. Pour un mécanisme, une fois défini l'ensemble des domaines associés aux spécifications géométriques des liaisons (domaines jeux de l'assemblage) et à celles des pièces (domaines écarts de chaque surface) nous pouvons effectuer des traitements permettant de déterminer l'assemblabilité et la validation des Conditions Fonctionnelles (CF) pour l'ensemble des assemblages (pire des cas) compatibles avec les spécifications. Ces traitements demandent l'utilisation d'une algèbre de polytopes convexes à six dimensions.

## 2.3 Fondements

---

Le paramétrage des assemblages est basé sur la décomposition en surfaces élémentaires parfaites (n'ayant pas de défauts de formes). Il est alors possible d'utiliser selon divers modèles, un paramétrage mathématique qui permette de quantifier toutes les mobilités relatives de ces objets [I\_GIO 03]. La cinématique étant une discipline permettant cette manipulation, elle a servi tout naturellement de base à la méthode des TPD.

Chaque pièce est découpée en surfaces élémentaires. Puis à chaque surface élémentaire actuelle est associée une surface parfaite selon un critère (moindres carrés, volume minimum, ...). La différence entre la surface actuelle et la surface associée se traduit en défauts de forme, d'ondulation et de rugosité (nous traiterons ces points plus loin).

## 2.4 Domaines jeux et écarts

### 2.4.1. Torseurs de petits déplacements

#### Définitions

$E_{iX}$  est le torseur écart de la surface X (lettre) de la pièce i (nombre).

$J_{iXj}$  est le torseur jeu de la surface X commune à jeu nul aux pièces i et j.

### 2.4.2. Domaines de composantes du torseur

Les lots de torseurs de petits déplacements sont limités, soit par une (ou des) spécification(s) dans le cas d'un domaine écart, soit par des conditions de contact entre les surfaces d'une liaison avec jeu. Les composantes de ces torseurs vérifient les inéquations qui définissent le domaine correspondant.

## 2.5 La problématique du jeu

Il y a plusieurs écoles en ce qui concerne l'appréhension du jeu. Nous avons identifié les définitions complémentaires suivantes :

- **Jeu résultant** : Nous pouvons considérer qu'il n'est que le résultat de l'assemblage. Dans ce cas, nous effectuons une analyse de composition des écarts et le résultat donne le jeu.
- **Jeu spécifié** : Nous pouvons considérer qu'il est « au début » du mécanisme et que les écarts sont étudiés pour le respecter.

Les deux chemins se rejoignent mais la philosophie est différente. La quantification peut être effectuée par un intervalle ou une démarche statistique.

#### **Au début du mécanisme, est le jeu spécifié :**

Dans le processus de conception, le mécanisme apparaît à travers le dessin d'ensemble (ou l'assemblage CAO 3D) avant les dessins de définition. Dans ce dessin d'ensemble, les spécifications sont décrites entre les pièces sous la forme de conditions fonctionnelles. Le domaine jeu hérite de cette culture. Max Giordano et Daniel Duret [GIO 93] ont défini le domaine jeu (que nous pourrions appeler domaine jeu spécifié pour plus de précisions) dans l'objectif de proposer un objet mathématique qui permette de faire des répartitions de défauts potentiels dans les pièces de l'assemblage.

#### **Puis l'écart est dans le jeu :**

Le dessin de définition étant effectué les spécifications géométriques écrites, les écarts géométriques possibles seront alors traduits en un ensemble de torseurs écarts qui permet de construire, dans un repère de référence, un domaine écart associé à chaque spécification.

#### **Enfin reste le jeu résiduel :**

Après avoir retiré les écarts du jeu spécifié, il reste le jeu résiduel. Il y a donc deux types de jeux essentiels à l'analyse des dispersions géométriques d'un mécanisme, celui qu'on écrit et celui qu'on peut garantir d'avoir.

## 2.6 Mécanisme et graphe

Nous ne pouvons parler de mécanisme sans présenter l'outil graphe cinématique associé. Les riches discussions au sein du Groupe de Recherche en Tolérancement [O\_MAT 07] ont permis de mettre en commun un ensemble de principes régissant les graphes de mécanismes en vue de leur tolérancement. Nous représentons dans la figure 2.1, un graphe et un exemple de mécanisme associé. Les liaisons A et D représentent les appuis plans de gauche et de droite. Les liaisons B et C représentent les pivots glissants.

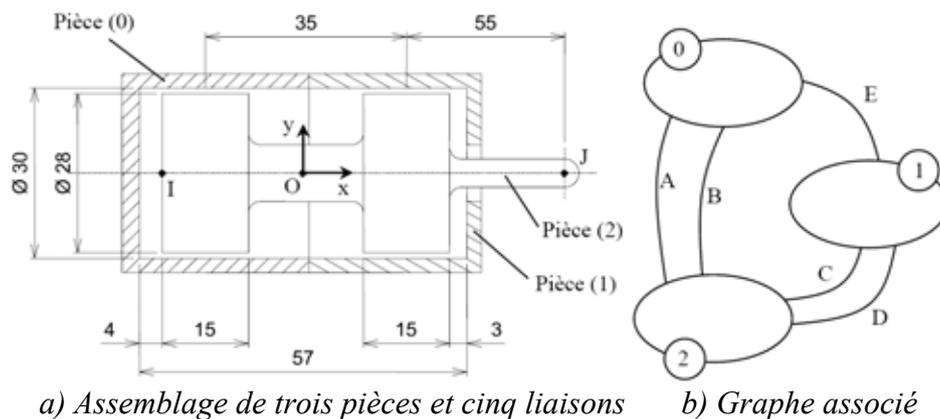


Figure 2.1 Exemple 1

Il peut être adjoint aux éléments du graphe des conditions fonctionnelles. Ici elles sont exprimées en J limitant les déplacements du centre de la sphère en ce point relativement à la pièce 1. Nous considérons que cette CF se comporte comme une liaison (reliant donc deux surfaces de deux pièces différentes) mais avec la particularité qu'elle ne correspond pas à un guidage. Le graphe de la figure 2.1 peut être simplifié de manière à n'obtenir qu'une liaison équivalente entre 0 et 1, une fois validé le fait que ce sous-ensemble pouvait s'assembler.

Un autre exemple [PER 04] [R\_PET 07] est représenté dans la figure 2.2. La CF y est exprimée en quatre points de l'accostage entre le projecteur et l'aile. A la différence de l'exemple précédent, il n'y a pas de jeu dans les liaisons.

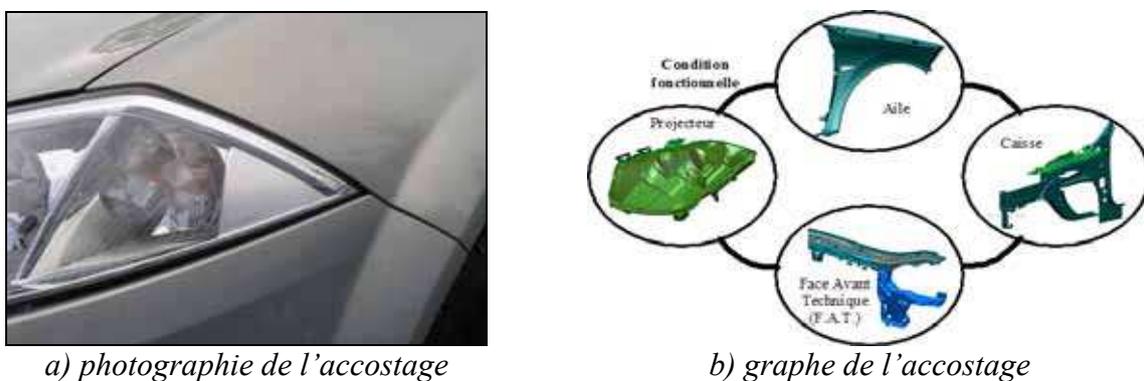


Figure 2.2 Exemple 2 : accostage projecteur/aile

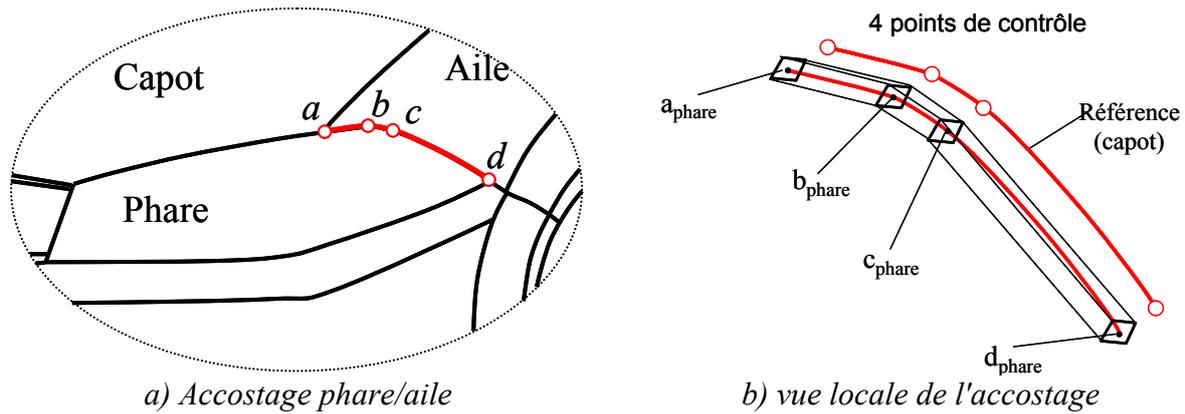


Figure 2.3. Zone spécifiée d'un accostage

Les tolérances (localisations) sur les pièces donnent des domaines écarts qui sont assemblés (trois sommes de Minkowski) de façon à calculer le domaine résultant sur l'accostage. Ce dernier est comparé avec le domaine spécifié de façon à valider (ou invalider) le tolérancement proposé. Les données (industrielles dans cet exemple) ne sont pas compatibles avec les spécifications. Que doit-on faire ? Il est nécessaire de comprendre le résultat pour effectuer des modifications, c'est pourquoi nous avons mis en œuvre une démarche de post-traitement des données.

## 2.7 Préprocesseur, solveur et post processeur de domaines

A l'instar de la MEF, nous proposons [R\_SAM 06] que le TAO de domaines soit décomposé en trois grandes parties. Le tableau 2.1 les détaille en décrivant succinctement les traitements associés.

<b>Préprocesseur</b>	permet de coder les données géométriques élémentaires, les relations entre surfaces (graphe) et les spécifications	Zones spécifiées ↓ Domaines
<b>Solveur</b>	permet de faire deux types de résolutions, l'assemblabilité et l'analyse des conditions fonctionnelles	Manipulation de domaines
<b>Post processeur</b>	rend intelligibles les résultats	Domaines ↓ Zones résultats

Tableau 2.1 Les trois étapes du TAO/domaines

### 2.7.1. Préprocesseur : de la zone vers le domaine

Le point de départ de la résolution du tolérancement est l'écriture des spécifications géométriques. Cette écriture est traduite sous la forme de zone. Cette représentation est explicite pour le concepteur. Elle montre clairement sur le virtuel, l'espace admissible pour les défauts de la géométrie actuelle. Nous appelons prétraitement le processus traduisant l'expression des spécifications en domaines et en relations entre les domaines.

L'assemblage doit alors respecter deux types de conditions :

- Les conditions d'existence = assemblabilité.
- Les conditions d'utilisation = conditions fonctionnelles.

Ces conditions donnent lieu à des traitements décrits au paragraphe 2.7.2.

### ***Zone polygonalisée et composantes de TPD***

Chaque surface associée doit rester circonscrite à la zone (réduite si nécessaire pour prendre en compte le défaut de forme admissible). Cette surface pouvant avoir des mobilités, il suffit que l'ensemble des points du plus petit polygone (forcément convexe) l'englobant (que l'on appellera surface associée discrète) respecte les inéquations (linéaires selon les hypothèses des petits déplacements) de contact. Chaque point de cette surface doit rester à l'intérieur d'un intervalle défini par la dimension locale de la zone et le vecteur normal à la surface en ce point [I\_GIO 99]. Ceci nous permet d'écrire l'inéquation de contact d'un point quelconque du segment de composantes du TPD.

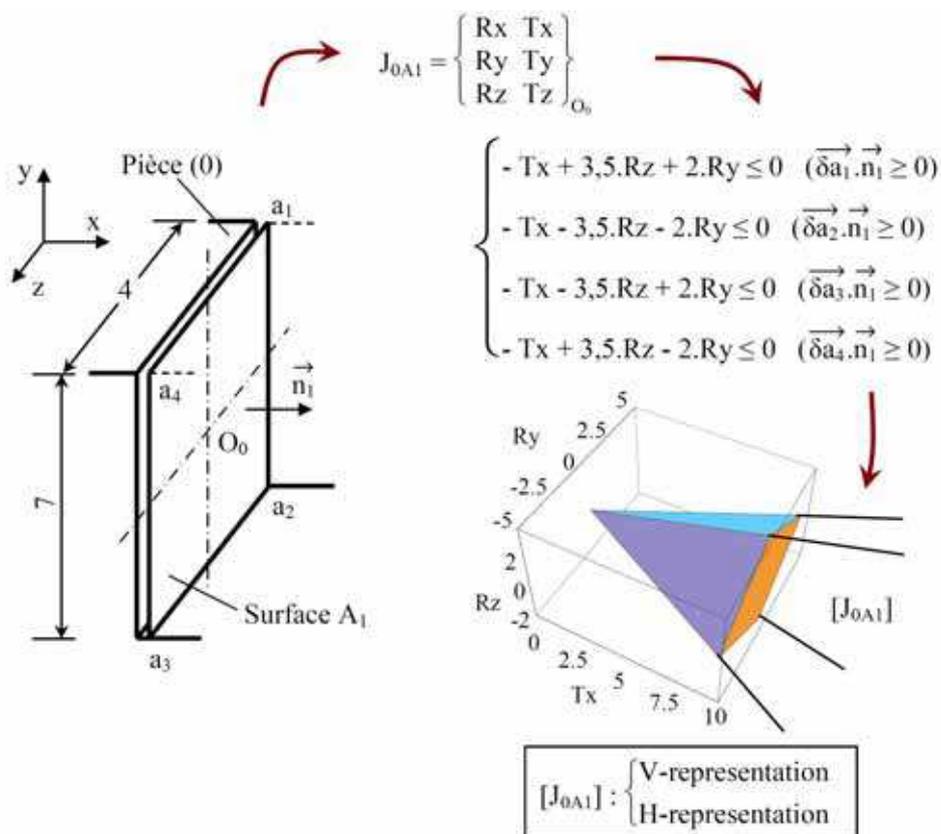


Figure 2.4. Zone et discrétisation

Nous développé une collaboration (séjour de J-P. Petit à l'Université de Mac Gill) avec Komei Fukuda professeur de mathématiques de l'EPFL et ETHZ (membre du jury de thèse de J-P. Petit) pour développer ces algorithmes.

### ***H-domaine***

Chaque inéquation de contact coupe l'espace des composantes de TPD en deux. L'ensemble de ces inéquations permet de décrire le domaine des petits déplacements admissible avec les conditions de contacts. Nous appelons cet ensemble le H-domaine. La lettre H désignant « Half-space » [w6][I\_PET 04][FUK 03][FUK 04]. La somme de ces inéquations décrit un polytope convexe dans  $\mathbb{R}^6$ . Ce dernier peut être ouvert, néanmoins, nous pouvons le fermer par un domaine hypothèses des petits déplacements (hyper cube de translations et de rotations limitées). Cet ensemble d'inéquations peut être surabondant et il est nécessaire de calculer le

H-domaine minimal. Pour ce faire, il est utile (mais non nécessaire) de déterminer le V-domaine décrit ci après.

### ***V-domaine***

Le domaine est un espace topologique qui peut être décrit par un ensemble de sommets : on parlera alors de V-domaine (V pour vertex) Le calcul de ces sommets est complexe nous avons eu recours à des algorithmes dédiés.

Le V-domaine permet de calculer un H-domaine minimal (ensemble minimal de facettes décrivant le polytope). Il est à noter qu'il faut peu d'informations pour décrire le H-domaine (au maximum douze fois le nombre de sommets de la surface discrétisée) et qu'en général, le nombre de sommets du V-domaine est très grand. Par exemple, un 6-cube est décrit par 12 inéquations linéaires de 6 composantes ( $12 \times 6 = 72$  réels stockés dans une matrice associée) et 64 ( $2^6$ ) sommets de 6 coordonnées soit 384 réels. Le ratio augmente considérablement avec le nombre d'inéquations. Dans le cas d'un assemblage de carrosserie, nous avons obtenu 1366 inéquations et 87424 sommets [PER 04].

#### *2.7.2. Solveur : Manipulations de domaines*

Nous avons définis des opérateurs de manipulations de domaines que nous décrivons succinctement ci-après.

#### **Transport d'un domaine**

Un domaine étant composé d'un ensemble de torseurs, son transport est celui de l'ensemble de ses éléments. Cette transformation est bijective (grâce à la linéarisation des rotations) elle effectue un glissement des polytopes selon les composantes de translations.

#### **Coupe d'un domaine**

On peut réduire la dimension d'un domaine en effectuant une coupe dans un plan. Le plus courant est de faire des coupes selon les plans de composantes du TPD.

#### **Projection d'un domaine**

Il peut être intéressant de projeter un domaine par rapport à un axe (ou orthogonalement à un plan) dans le cas d'un axe le laissant invariant (cas des mobilités). Dans le cas d'un domaine calculé par ses points, la projection permet d'obtenir une image projetée du domaine et permet la réduction de la dimension d'un domaine quand on projette par rapport à un de ses axes.

#### **Simplification**

Les domaines sont souvent complexes, il est intéressant pour les utilisateurs de pouvoir les simplifier, nous proposons trois types de simplifications :

- La suppression d'inéquations ou (et) de sommets proches (par exemple les sommets rouges de la figure 2.5.a).
- L'association d'un domaine selon une norme (Figure 2.5.b, c et d).

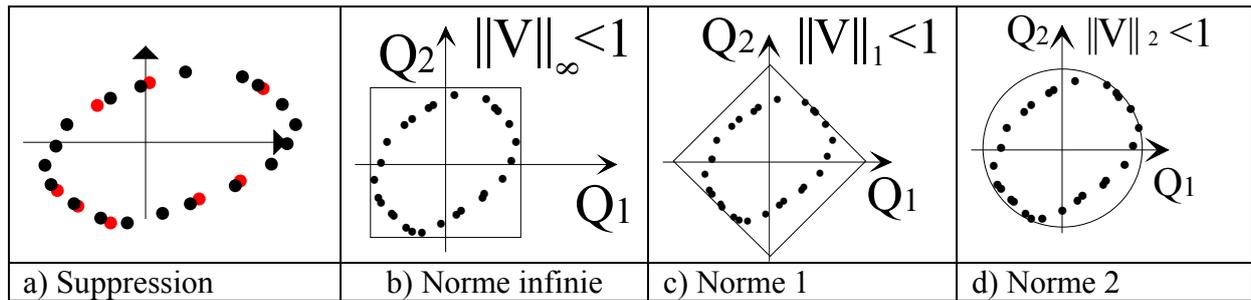


Figure 2.5 Domaines simplifiés

### Remarque :

La notion de norme est associée à celle de distance et de métrique, elle ne peut être appliquée aux composantes de TPD que si une longueur caractéristique est associée. Ces simplifications peuvent être employées avec le paramétrage modal des défauts de forme (page 58) auquel est associée une métrique.

Chacune des simplifications pourra être utilisée selon les applications. La première est la plus simple à mettre en œuvre avec la réduction du domaine en supprimant les sommets et l'augmentation dans le cas des inéquations. L'association d'un domaine linéaire est efficace mais demande des études spécifiques (cas des roulements à billes et des engrenages).

### Addition de domaines

L'addition de deux torseurs est un torseur. Cette opération est commutative. L'addition de deux domaines est commutative et donnera un domaine. L'opérateur associé est la somme de Minkowski. Chaque sommet de ce domaine résultat sera un « pire des cas » des deux domaines origine combinés.

### Balayage Intersection

Cette opération topologique consiste à balayer un domaine dans un autre et ne retenir que l'intersection des domaines balayés. Cette opération, notée S-I pour « Sweeping-Intersection », permet de déduire l'ensemble commun des combinaisons de deux TPD contraints dans leurs domaines. Le point de vue TPD permet d'écrire la relation (2.1).

$$S-I(T_1, T_2) = \cap(D1 \oplus D2) \quad (2.1)$$

Cette opération sert à trouver l'ensemble des positions du repère de liaison  $L_{iXj}$  de la pièce  $P_i$  par rapport au repère  $L_{jXi}$  de la pièce  $P_j$  et ce pour tous les écarts géométriques  $E_{Xi}$  et  $E_{kXj}$ .

### Conditions d'existence

Le mécanisme actuel ne pouvant s'assembler seulement si les défauts sont compatibles entre eux, l'analyse d'assemblage sera basée sur ce principe. Le problème de compatibilité ne se pose que dans le cas d'hyperstatisme et ce pour chaque boucle cinématique. Dans le cas d'une boucle simple, l'analyse consiste à assembler tous les écarts en un seul domaine écart-boucle et tous les jeux (spécifiés) en un domaine jeu-boucle. Dans le cas d'un assemblage complexe, chaque boucle cinématique devra vérifier les conditions de compatibilités cinématiques de fermeture de boucle. Nous pouvons alors déterminer le jeu minimum résiduel au pire des cas et déterminer l'assurance de l'assemblabilité au pire des cas.

### Condition de précision

Une condition de précision est déterminée par deux grandeurs, un état maximum et un état minimum ou alors une cible et un écart (au sens statistique). Mais en effectuant une analyse au pire des cas, nous retiendrons une troisième possibilité, celle de donner la valeur centre résultat et le domaine d'imprécision alentour. De plus, les jeux étant paramétrés, il suffit de les faire varier pour obtenir le domaine de plus grande imprécision et le domaine de plus petite imprécision. Le premier étant obtenu lorsque les écarts sont au minimum de matière et le second au maximum de matière. Ce paramètre étant géré par la variation paramétrée des valeurs des jeux spécifiés de l'assemblage.

#### 2.7.3. Post-processeur : du domaine vers la zone

Le concepteur n'étant pas (plus) apte (que nous) à appréhender un objet à six dimensions, il est nécessaire de lui montrer le résultat de ses choix dans un mode de représentation le plus riche possible c'est-à-dire la CAO 3D. A l'instar de la mécanique des structures où le tenseur est d'abord réduit à trois composantes d'intensité et trois composantes d'orientations puis à un scalaire permettant de colorer les géométries en associant une échelle de couleurs, le post-traitement de tolérancement doit montrer les résultats de façon simple au concepteur.

Le domaine résultat de l'analyse doit être montré, selon notre point de vue, dans l'environnement CAO. Un premier choix peut être celui de la visualisation d'une zone résultat projection du domaine [R\_SAM 06]. Il sera intéressant de proposer d'autres modes de représentation issus des outils de CMAO tels que les géométries colorées (épaisseur de la zone résultat en chaque point...) comme il est d'usage en MEF ou en comparaison de Best Fit en contrôle.

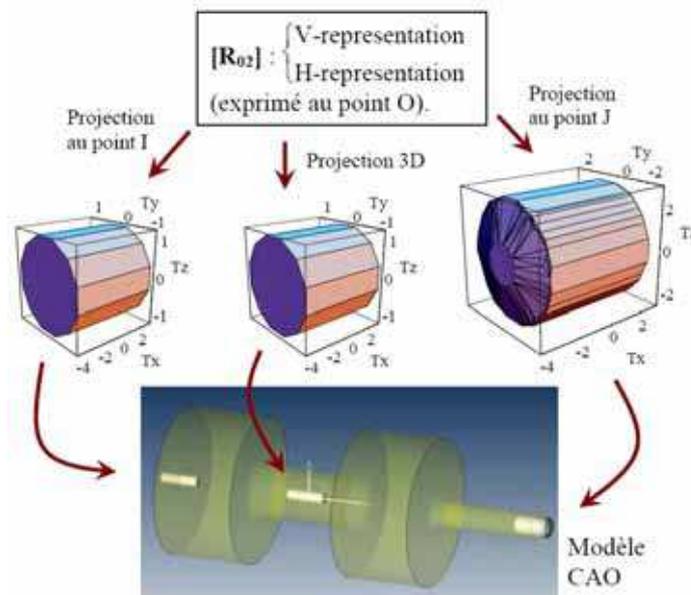


Figure 2.6 Domaine résultat vers zone

Dans l'étude d'accostage de carrosserie, le résultat de l'analyse de tolérances est le domaine jeu résiduel entre l'optique et le capot, le concepteur ne pouvant appréhender cet objet (comme il ne peut en MEF lire l'ensemble des composantes du tenseur des contraintes en tout point) nous présentons en des points de contrôle des zones résultat et en les balayant, la zone résultat ([R\_PET 07], [PET 04]). Dans le cas d'un accostage, la figure 2.7 montre la différence

entre la zone résultat (calculée) et la spécification fonctionnelle (zone spécifiée) en un point de contrôle et en tout point de la courbe d'accostage entre un projecteur et une aile.

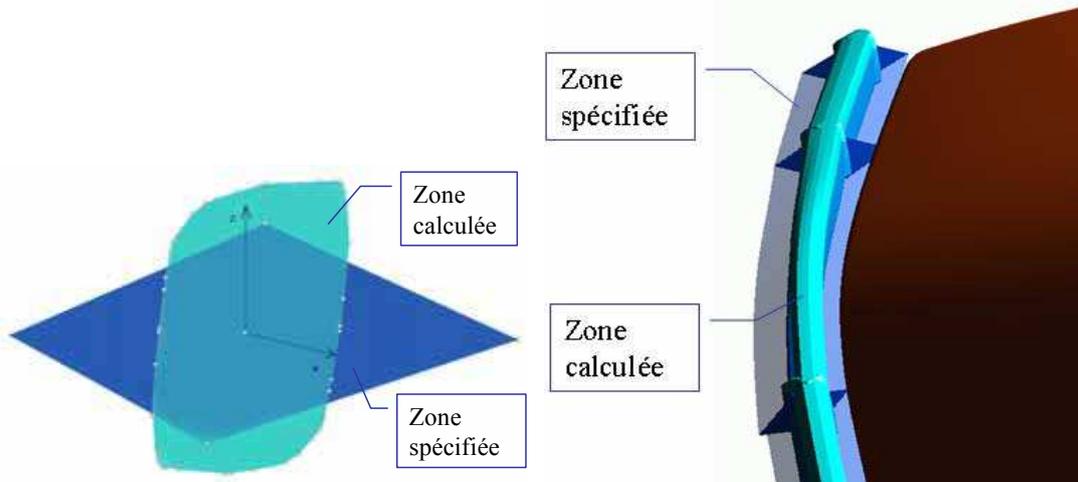


Figure 2.7 Comparaison entre zones spécifiées et résultats sur un accostage

Pour résumer, la démarche d'analyse de tolérancement que nous proposons est représentée dans la figure 2.8. Le concepteur peut alors, comme il sait le faire en analyse de structures, proposer ses choix, les tester et visualiser dans l'environnement graphique les résultats des résolutions d'assemblages des conditions fonctionnelles.

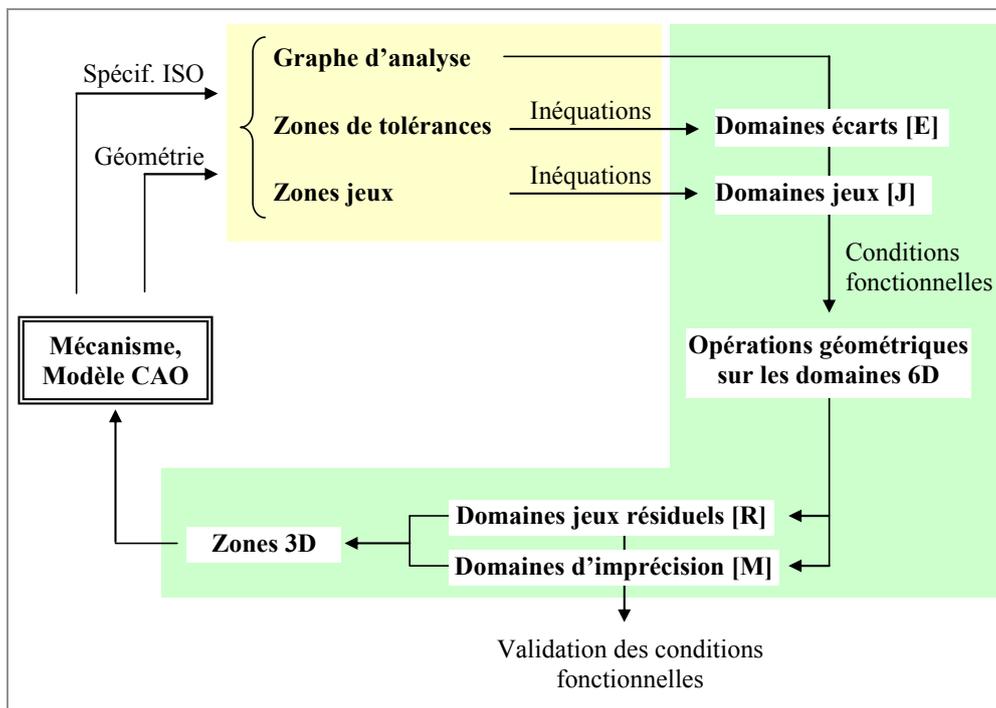


Figure 2.8 Démarche d'analyse de tolérancement

Nous avons pu tester cette démarche à l'aide d'outils informatiques dans lesquels nos modèles ont été maquetés [FAV 02] [HER 01] [PER 04]. Le codage des informations et les passerelles entre applications est en partie manuel, mais les résultats obtenus dans le cadre de l'hypothèse du pire des cas sont probants au regard des études réalisées par les spécialistes.

## 2.8 Conclusion

---

Ce sujet de recherche a été (et reste à ce jour) un ciment du thème "Maîtrise de la Qualité Géométrique des Produits" de SYMME. J'ai contribué aux côtés de Max Giordano à travers l'encadrement de Jean Philippe Petit ([PET 04]) à son évolution. Cette méthode permet d'envisager un développement d'outil de TAO à moyen terme.

Son formalisme lui permet de coder de manière robuste les spécifications et de déterminer leurs compatibilités avec l'assemblabilité et les exigences fonctionnelles dans des cas simples. Les limites (à ce jour) apparaissent principalement avec le nombre d'opérations (nombre de spécifications dans une boucle par exemple) à effectuer. Des pistes semblent permettre de lever ces difficultés au détriment de l'exactitude des domaines (méthodes approchées). Ce thème de recherche conserve une activité au sein de l'équipe. Par ailleurs les principes de cette méthode peuvent être étendus à d'autres paramètres, dont les défauts de formes comme nous le verrons au chapitre 5.



# Chapitre

# 3

## **Tolérancement des systèmes élastiques**

---

---

### **3.1 Contexte**

Mes travaux de thèse étant dans le domaine de la mécanique des structures, mon intégration au LMéca dans l'équipe (naissante) de Max Giordano a permis d'ouvrir ce nouveau champ de recherche à Annecy. Les motivations techniques sont multiples comme le nombre grandissant de chercheurs dans ce domaine peut en témoigner. Dans tous les domaines où les précisions sont de l'ordre de grandeur des spécifications, ce type d'étude est utile (voire nécessaire). Les structures élancées représentent la majorité des travaux. Les études de pièces bi-élancées appliquées au domaine du transport (éléments de carrosserie, voilures d'avion, portières, ...) donnent lieu à de nombreux travaux [HU 97][BIL 99]. Sellakh [SEL 00] et Sellem [SEL 99] montrent comment les SATT peuvent être étendus à l'analyse des systèmes souples. Cid [CID 04][CID 05] montre comment on peut analyser les défauts d'assemblages flexibles à l'aide des TPD et des codes éléments finis. Camelio [CAM 03b] et Merkley [MER 98] lient les statistiques aux défauts de contours sur des assemblages de coques. Les systèmes plus compacts sont moins présents dans la littérature et sont concentrés sur les comportements des éléments de guidages tels que les roulements et engrenages [BRU 07] ou les études des procédés de mise en œuvre [TSA 07].

Nous nous sommes restreints à la prise en compte des comportements élastiques seuls. En effet, les solveurs du commerce permettent d'obtenir des solutions précises en élasticité linéaire mais si l'on prend en compte une loi de comportement non linéaire (écrouissage plastique, ...) les temps de calculs sont bien plus grands. Les comportements linéaires correspondent à un besoin majoritaire et sont plus faciles à manipuler. En complément de ces études, nous avons traité le cas du fluage [FAV 02] [I\_SAM 03] sur un rotor mais la modélisation mise en œuvre est limitée à des cas particuliers.

---

### **3.2 Définir un critère limite polyvalent**

Dans le cas des systèmes mécaniques rigides, les conditions de contact permettent de déterminer les limites en modifications de paramètres géométriques des pièces. L'outil que

nous utilisons étant le torseur de petits déplacements (TPD), les limites de ces derniers donnent une écriture d'inéquations de contacts dont nous déduisons le domaine correspondant.

Dans le cas d'un système pour lequel nous voulons prendre en compte les déplacements élastiques, il faut utiliser un autre critère définissant les limites admissibles. Du point de vue du technologue, il n'y a pas un critère unique permettant de définir tous les cas. Il peut être intéressant, quelques fois de limiter les déplacements dans un système, selon un critère de résistance (contrainte équivalente), d'autres fois, pour des valeurs d'efforts (cas de composants complexes où la connaissance du concepteur est réduite), d'autres fois pour des déplacements élastiques,...

Voulant appliquer une méthode d'analyse à un système mécanique pouvant intégrer des composants ayant des limites définies par divers critères, nous avons proposé la notion d'Usage Relatif<sup>2</sup> (UR) [R\_SAM 07b].

### 3.2.1. Critère d'Usage Relatif

Cette notion rend adimensionnelle la limite associée aux torseurs de petits déplacements. Son utilisation est simple. Lorsque UR est nul, le composant est considéré comme non chargé. Lorsque UR est égal à un, il a atteint sa limite spécifiée.

UR peut être interprété comme l'inverse d'un coefficient de sécurité. L'intérêt de son utilisation est que le concepteur peut connaître, à l'issue de sa démarche de tolérancement l'ensemble des UR des composants et concentrer son attention sur les plus proches de leurs limites. Lors de l'analyse, on peut vouloir conserver un niveau d'Usage Relatif homogène dans un assemblage.

### 3.2.2. Contraintes ou déplacements ?

Si l'objectif de l'analyse est de donner au concepteur un outil qui permet de déterminer les déplacements en un point donné (condition fonctionnelle) en fonction des déplacements d'autres points (écarts géométriques) dans une structure à comportement linéaire (élastique et sans jeux), alors la mécanique des structures apporte une solution « simple » à mettre en œuvre. Il est alors possible d'effectuer des sommes d'effets et, bénéficiant d'un espace vectoriel, de trouver, en une seule opération, la somme des effets.

Une difficulté vient du fait que le résultat attendu par le concepteur peut être une condition fonctionnelle en résistance. Dans ce cas, on perd la notion d'espace vectoriel. En effet, la contrainte équivalente de deux causes n'est pas la somme des contraintes équivalentes. Il n'y a aucune raison qu'elle apparaisse au même endroit de la structure. Nous sommes alors conduits à effectuer un ensemble d'essais physiques ou numériques pour déterminer quelles seront les combinaisons de défauts qui seront admissibles.

### 3.2.3. Avec ou sans jeux ?

L'introduction des jeux dans les assemblages fait que la détermination des déplacements n'est pas directe. La levée de cette indétermination des configurations de position des pièces peut se faire à différents niveaux mais en principe elle est effectuée dans un solveur géométrique, ou dans un solveur de structures.

D'autre part, au voisinage du torseur de liaison nul, il y a indétermination totale des déplacements de liaison (quelque part dans le domaine jeu rigide). Mais lorsque les appuis

---

<sup>2</sup> Qui donne « Use Rate » en anglais.

sont en place sous l'action d'un effort de liaison, le comportement déformable donnera un torseur de petits déplacements (à la surface du domaine jeu rigide si l'effort est faible) qui pourra être analysé dans une démarche de tolérancement.

### 3.3 Etude des pièces

Dans le cadre de la méthode des domaines, nous séparons les composants en deux catégories, les pièces et les liaisons. Cette décomposition résulte d'une modélisation. En effet, nous avons développé les modèles de composant roulement et engrenage qui sont des assemblages de pièces. Les études que nous avons effectuées nous amènent à développer une extension de la méthode des domaines aux composants élastiques. L'objectif de nos travaux est de construire des domaines écarts et jeux élastiques. Les théories de la mécanique des milieux continus [YOU 02] nous permettent de développer des modèles symboliques faciles à intégrer dans une application de TAO.

#### **Exemple : la liaison poutre droite**

[MOU 07] propose une modélisation de systèmes à bases d'éléments poutre où la question des efforts de liaisons de canalisations est liée à l'étude des dispersions. Dans les travaux de [SHI 02] un châssis en mode poutre est analysé sous les points de vue déterministes et stochastiques. Dans ces travaux scientifiques en relation avec les industries les relations efforts-déplacements sont au cœur des résolutions élastiques. Nous proposons d'ajouter la problématique de la résistance dans une démarche d'étude du cas le plus défavorable. Il y a dans ce cas, la difficulté d'identifier le point où les contraintes seront maximales et leur valeur. Nous levons cette difficulté en traitant le cas d'une poutre droite.

La démarche proposée ici est volontairement analytique. Elle a pour objectif de donner au concepteur un outil liant un critère de résistance à une démarche de tolérancement. L'avantage d'utiliser la théorie des poutres droites, dont les centres d'inertie et de torsion sont confondus<sup>3</sup>, est d'exploiter les quatre comportements indépendants : traction, torsion, et les flexions. On peut alors réduire le problème de localisation d'une extrémité par rapport à l'autre de six à deux degrés de libertés maximum et donner au concepteur un outil simple à manipuler. On obtient alors un domaine « traction » qui est un intervalle selon  $U_x$ , puis un domaine « torsion » qui est un intervalle selon  $R_x$ , un domaine « flexion  $xy$  » qui est un polygone  $T_y-R_z$  et un domaine « flexion  $xz$  » qui est un polygone  $T_z-R_y$ . Ces quatre domaines peuvent être assemblés pour définir le domaine des déplacements admissibles avec un critère de résistance de la pièce. On peut prendre une extrémité comme référence (A figure 3.1) et déterminer les relations entre les déplacements de l'autre extrémité (B), les efforts associés et une limite de résistance qui déterminera l'ensemble des positions de B par rapport à A. Cet ensemble sera le domaine limite élastique ( $UR=1$ ) de la pièce. En choisissant des limites en résistance inférieures, on trouvera les domaines inclus affectés d'un Usage Relatif inférieur.

<sup>3</sup> Dans le cas contraire, nous devons analyser les couplages flexion-torsion.

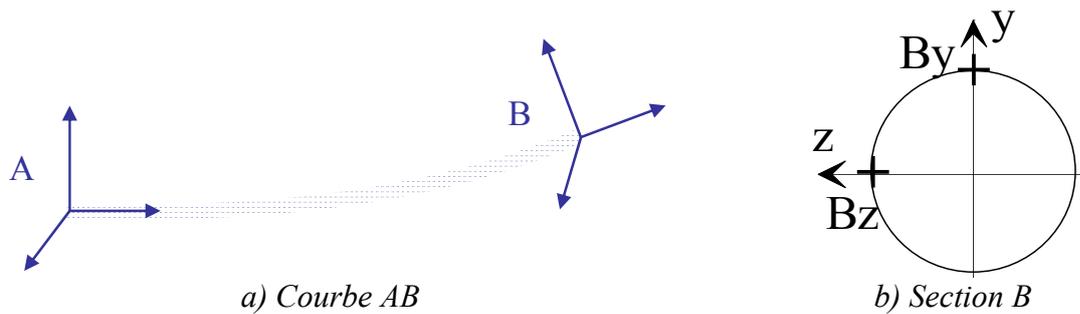


Figure 3.1 Modèle poutre AB

$\{U\}$	$\rightarrow$	$\{F\}$	$\rightarrow$	$[\sigma]$	$\rightarrow$	$\sigma_{eq} < \sigma_{ad}$
Torseurs de petits déplacements		Relation élastique		Torseurs d'efforts		Théorie des poutres
						Tenseur des contraintes
						Contrainte équivalente
						Limite en résistance

Tableau 3.1 Démarche de construction d'un domaine écart élastique de poutre

On applique les composantes une à une du torseur de petits déplacements une à une et on parcourt le chemin présenté dans le tableau 3.1 pour chaque composante du torseur d'efforts. On recherche la plus grande des contraintes correspondante dans la poutre.

En résumé, la section qui est toujours critique, quel que soit le chargement, est en B<sup>4</sup> (ou A par symétrie). Nous ferons l'étude dans cette section. Seuls deux points peuvent être critiques ils sont notés By et Bz dans la figure 3.1.b. Il est clair que la réduction du problème à l'étude de ces points où les contraintes sont toujours maximales permet une mise en équations symbolique du domaine de déplacements admissibles.

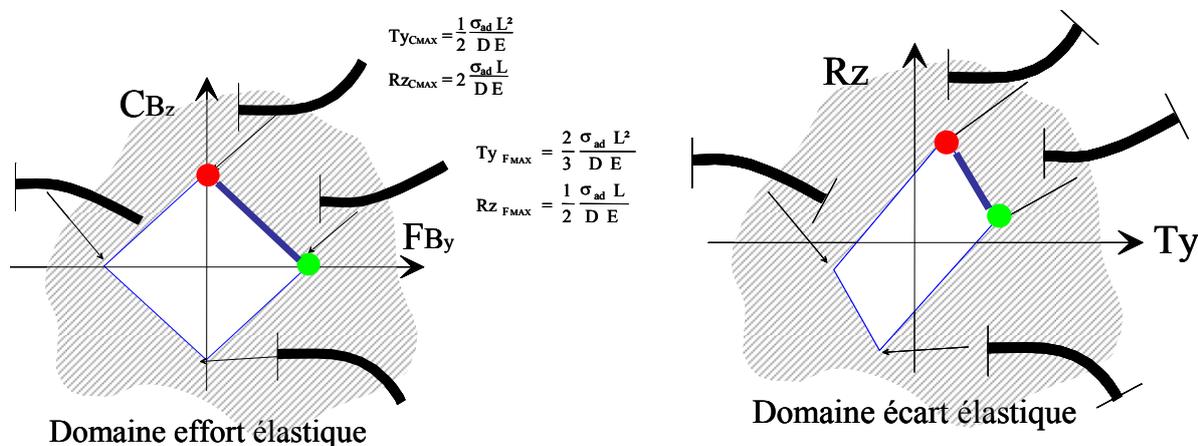


Figure 3.2 Domaine élastique  $T_y, R_z$  d'une bride tubulaire droite

Dans la figure 3.2 nous montrons comment il y a V-bijection et H-bijection entre les domaines écarts et forces élastiques d'une poutre, ce qui est vrai pour tout type de structure élastique.

<sup>4</sup> Il ne peut en être autrement en l'absence de chargement intermédiaire.

Les deux inéquations (3.1) de résistance selon le critère de Von-Mises<sup>5</sup> (en  $B_y$  et  $B_z$ ) associées à un torseur de petits déplacements quelconques appliqué à une poutre droite de section circulaire ont deux écritures, une écriture efforts et une écriture déplacements (3.1).

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\sigma_{\text{eq Von Mises}}(B_y)}{\sigma_{\text{ad}}} = UR < 1 \\ \frac{\sigma_{\text{eq Von Mises}}(B_z)}{\sigma_{\text{ad}}} = UR < 1 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{E}{\sigma_{\text{ad}} L} \sqrt{\left( |T_x| + 6|T_y| + \frac{4}{3}|R_z| \frac{r}{L} \right)^2 + 3 \left( \frac{R_x r}{1+\nu} \right)^2} = UR < 1 \\ \frac{E}{\sigma_{\text{ad}} L} \sqrt{\left( |T_x| + 6|T_z| + \frac{4}{3}|R_y| \frac{r}{L} \right)^2 + 3 \left( \frac{R_x r}{1+\nu} \right)^2} = UR < 1 \end{array} \right. \quad (3.1)$$

L'espace des petits déplacements est décomposé en deux sous espaces de dimensions 4 étant donné l'indépendance des flexions dans les deux plans  $(x,y)$  et  $(x,z)$ . Nous ne pouvons savoir dans lequel des deux points critiques ( $B_y$  et  $B_z$ ) la contrainte maximale sera atteinte alors nous vérifions simultanément les deux inéquations qui forment le domaine élastique de la pièce poutre droite à section circulaire. Il s'agit d'une double inéquation quadratique définie par une intersection d'hyper cylindres de dimensions 4 dans l'espace des petits déplacements. Une représentation de ce domaine est montrée dans la figure 3.3 pour  $T_x$  nul (ou pour une liaison glissière d'axe AB en A ou B). Si  $T_x$  varie, on aura une diminution du domaine des déplacements admissibles.

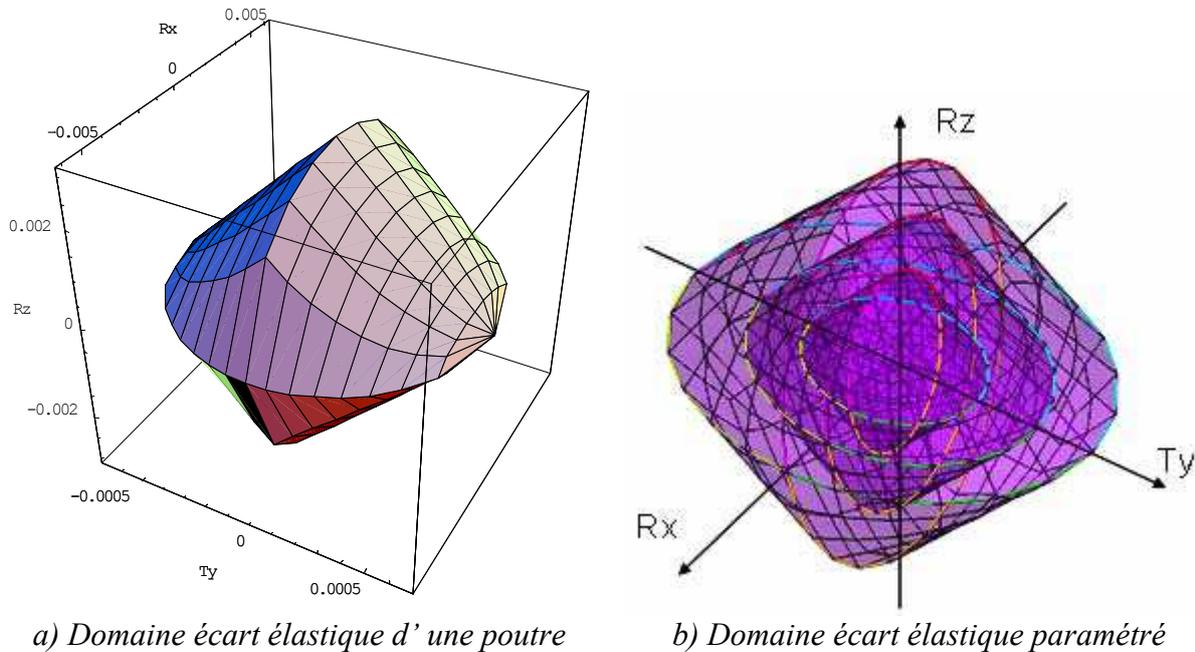


Figure 3.3 Domaines élastiques en  $B_y$  pour  $T_x=0$

Le domaine présenté dans la figure 3.3 peut être analysé avec des coupes dans des cas de mobilités restreintes ( $T_x$  nul par exemple comme ci-dessus). Dans le cas d'une mobilité non contrainte, ( $T_x$  libre par exemple) on effectuera une projection selon  $T_x$ . Si l'on change les valeurs de l'UR (1, puis 1/2 puis 1/4) on peut obtenir une famille de domaines élastiques (figure 3.3.b).

<sup>5</sup> L'utilisation d'un autre critère change la forme des inéquations.

## Remarques

- Le cas des poutres courbes ou des assemblages de poutres ne permet plus l'utilisation directe d'un domaine écart élastique tel que défini ici car la localisation de l'endroit le plus sollicité n'est plus simple. Dans ce cas on est réduit à effectuer des modélisations numériques. Il faut alors, comme nous le verrons dans le cas des composants liaisons explorer l'espace (en optimisant la méthode) de façon à obtenir le domaine élastique du système.
- Les pièces à plus de deux liaisons ne permettent pas de définir un domaine élastique rassemblant l'ensemble des configurations limites de déplacements. Dans ce cas il est utile d'effectuer une modélisation par la MEF.

## 3.4 Etude des liaisons

---

Les liaisons représentent une grande variété de composants technologiques. Les études des composants ont été effectuées le plus souvent dans le cadre du dimensionnement de mécanismes [HER 98], mais en tolérancement, peu de travaux les présentent. Nous avons recherché à étudier les liaisons qui correspondent au plus grand usage et dans lesquelles le comportement élastique est « sensible ». Nous avons, avec Stéphane Perotto en mémoire CNAM [PER 99] alors étudié les roulements à billes, sous plusieurs angles. Après avoir commencé à développer par la MEF nous avons convergé vers le développement d'une modélisation mathématique (environnement Mathematica). La MEF a servi à valider certains aspects. Les études sur les engrenages ont été initiées dans le cadre d'une modélisation analytique (même démarche que pour les roulements) mais la complexité de la résolution nous a orientés vers l'utilisation de la MEF.

### 3.4.1. Liaison roulement

La littérature [HOU 97] [HAR 91] donne de méthodes sophistiquées de calculs de roulements. Cependant, notre approche qui consiste à représenter les résultats en composants de petits déplacements est spécifique, les calculs sont toujours orientés « efforts » sans se poser la question de leurs origines. En effet, ces derniers ont deux origines, les efforts externes (ceux qui servent au calcul en général) et les efforts internes dus aux hyperstatismes (négligés bien souvent). Efforts et déplacements sont liés par les relations élastiques dans le cas où les configurations de contact sont établies, mais le cas du roulement pose clairement le problème de ce couplage. Bien souvent la mise en contact sous une précharge est le préalable des calculs (cas des roulements à contact oblique) mais que nous avons étudié en premier [I\_SAM 01] [R\_SAM 07b], le roulement à gorge profonde n'a pas cet avantage. La mise en œuvre d'une démarche spécifique nous a permis de définir un modèle qui a pu être décliné pour étudier les roulements à billes à contact obliques.

La première étape a été la définition de la géométrie des éléments du roulement qui nécessitent pas moins de treize paramètres pour notre modèle. Les hypothèses suivantes ont été posées :

## Hypothèses

- H1- Géométries parfaites des éléments.
- H2- Chemins de roulement de forme torique.
- H3- Bagues rigides.
- H4- Comportement des matériaux élastiques.
- H5- Contacts Hertiens.

Les cinq mobilités ( $T_X, T_Y, T_Z, R_Y, R_Z$ ) de la bague intérieure par rapport à la bague extérieure (hypothèses des TPD) peuvent être réduites à trois ( $T_X, T_Y$  et  $R_Z$  dans le plan de basculement de la figure 3.4) en supposant que la rotation principale est orthogonale au déplacement radial principal. Cette réduction permet de traiter la majorité des cas tout en étant beaucoup plus rapide que le cas général (que nous avons développé, en dimension cinq).

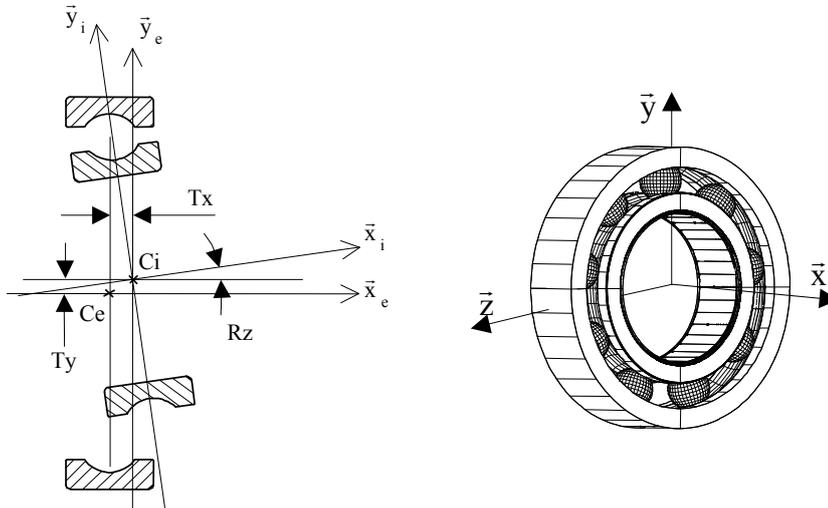


Figure 3.4 TPD jeu du roulement

Le modèle mathématique a été optimisé pour effectuer des itérations permettant de donner un torseur efforts pour chaque TPD imposé. En cherchant les configurations de contact on obtient le domaine jeu rigide du roulement (Figure 3.5) que nous avons simplifié (cf. § 2.7.2) en dix inéquations définies seulement à partir des données géométriques théoriques (jeu radial, diamètres, rayons de courbures) ou observées ( $j_r, j_a, j_\theta$  - les jeux radial axial et angulaire).

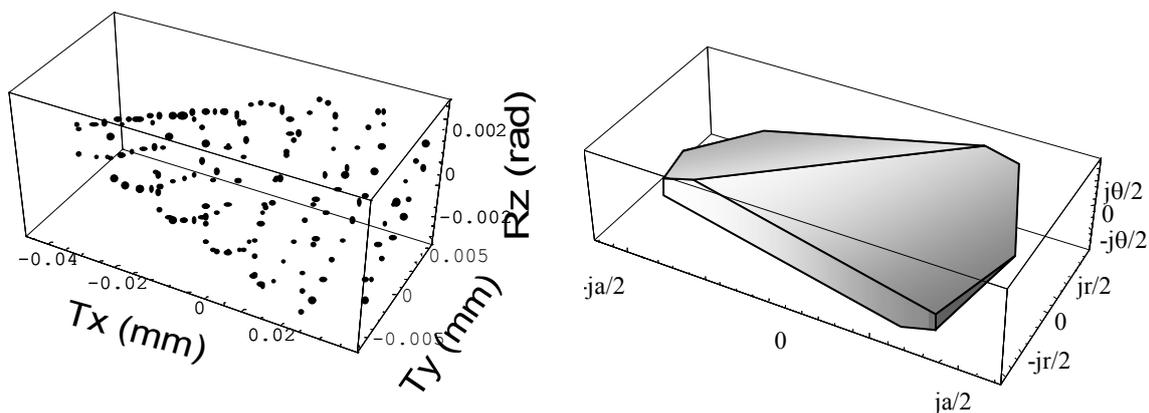
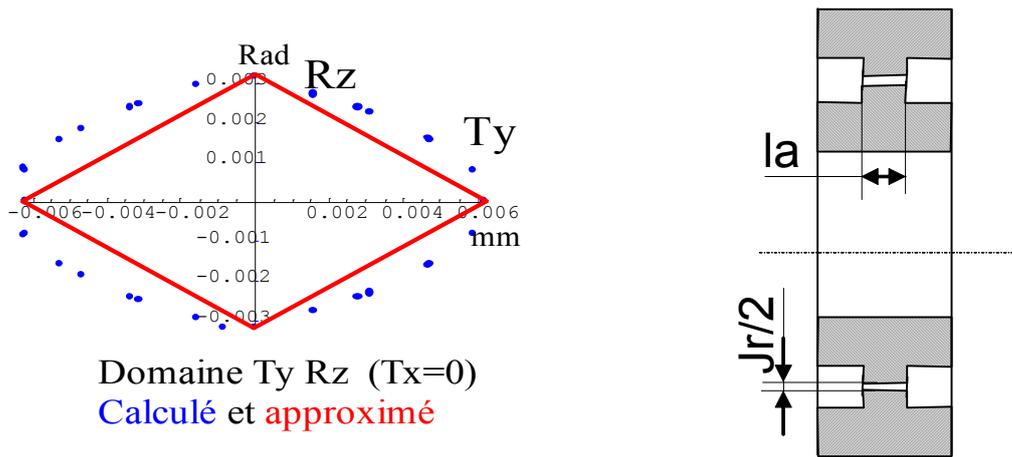


Figure 3.5 Domaine jeu rigide simulé et simplifié d'un roulement type 6004

Pour que le concepteur puisse effectuer des analyses simples (esprit « RDM ») nous avons proposé le modèle 2D de liaison (Figure 3.6) équivalente à un roulement (bague libre en translation) en définissant la longueur apparente  $la$  associée au roulement.



a) Domaine jeu 2D d'un roulement 6004( $UR=0$ )      b) liaison pivot glissant d'un composant « équivalent-roulement »

Figure 3.6 Roulement simplifié

La théorie du contact Hertz associée au modèle des TPD dans notre application nous permet de calculer des points du domaine élastique limité en résistance. Si l'on compare (Figure 3.7) les résultats obtenus sur un exemple (roulement 6209 à  $12\mu\text{m}$  de jeu radial [ISO 5753]) entre les domaines jeu rigide et élastique en limite statique (4200 Mpa suivant [ISO 76]), on perçoit clairement l'enjeu de spécifier en prenant en compte le comportement élastique de ce composant.

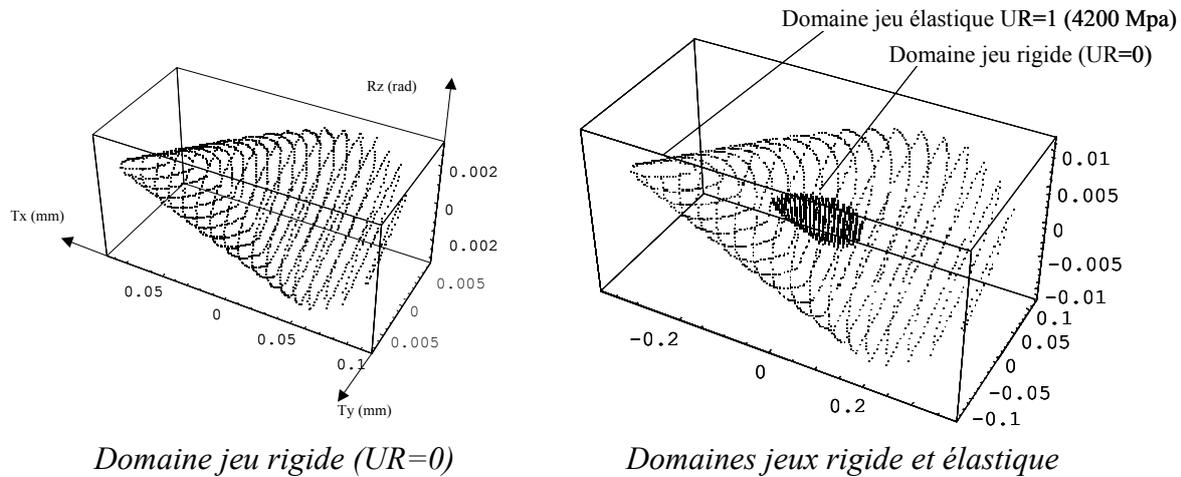


Figure 3.7 Comparaison des domaines jeu rigide et jeu élastique d'un roulement type 6209

Des comparaisons ont été effectuées sur la base de données de la bibliographie mais aussi avec des données de roulementiers. Notre modèle donne de très bons résultats.

### 3.4.2. Engrenages

De la même manière que pour les composants roulement, la littérature propose des solutions sur les études vibratoires [BAU 98] et des ouvrages de référence sur la géométrie et le dimensionnement [DUF 97] [HEN 72] [HEN 79]. En utilisant la méthodologie éprouvée sur le cas des roulements, nous avons voulu analyser le comportement de la liaison engrenage afin de développer un domaine jeu élastique limité en Usage Relatif. La modélisation

analytique nous étant parue trop complexe nous avons alors opté pour une démarche d'expérimentation numérique [PET 00] [HER 01] [C\_PET 03]. Pour mener à bien notre étude, nous avons émis les hypothèses suivantes :

### Hypothèses

H1- Matériaux à comportement élastique.

H2- Roues réalisées suivant la classe de précision courante 9 [NF ISO 1328-2].

H3- Le défaut de faux-rond est la seule anomalie de géométrie considérée.

H4- Les moyeux sont supposés infiniment rigides.

La figure 3.8 montre le paramétrage cinématique et le domaine jeu rigide théorique associé. Il s'agit d'un volume pyramidal paramétré par le jeu radial d'engrènement noté  $J_{r_{eng}}$ . Les limites angulaires sont données par [FD ISO/TR10064-1].

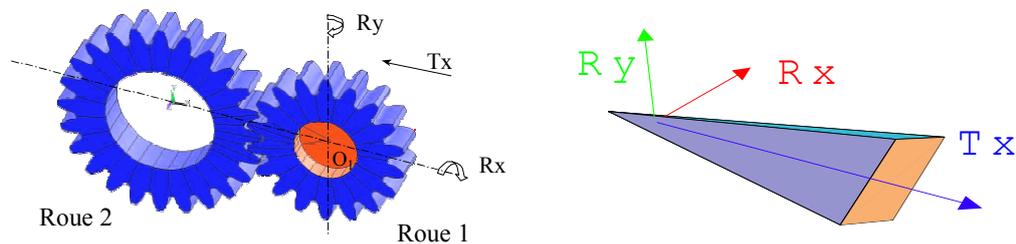


Figure 3.8 Paramétrage de la liaison engrenage

La figure 3.8 montre en deux vues, le domaine jeu rigide 3D paramétré ( $b$  est la largeur de denture et  $\alpha$  l'angle de pression).

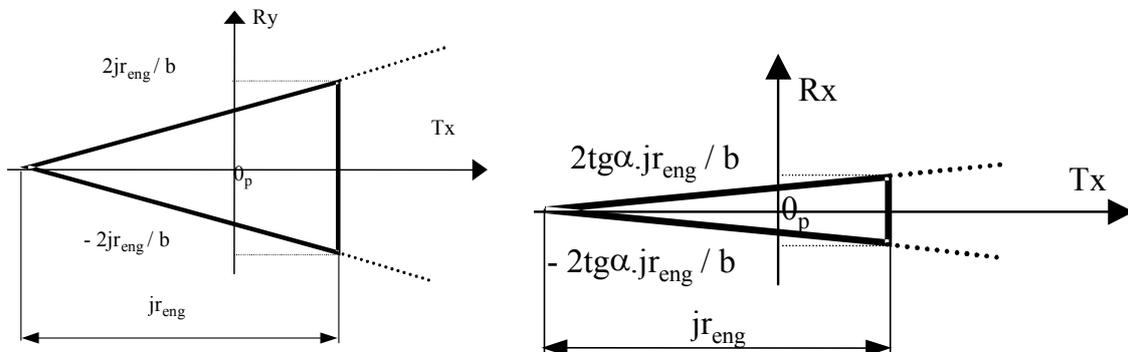


Figure 3.9 Définition du domaine jeu rigide de la liaison engrenage

Le modèle MEF paramétré de liaison engrenage permettant le calcul automatique d'un domaine jeu élastique limité en pression de contact a nécessité un long et fastidieux travail qui a été validé sur des configurations particulières.

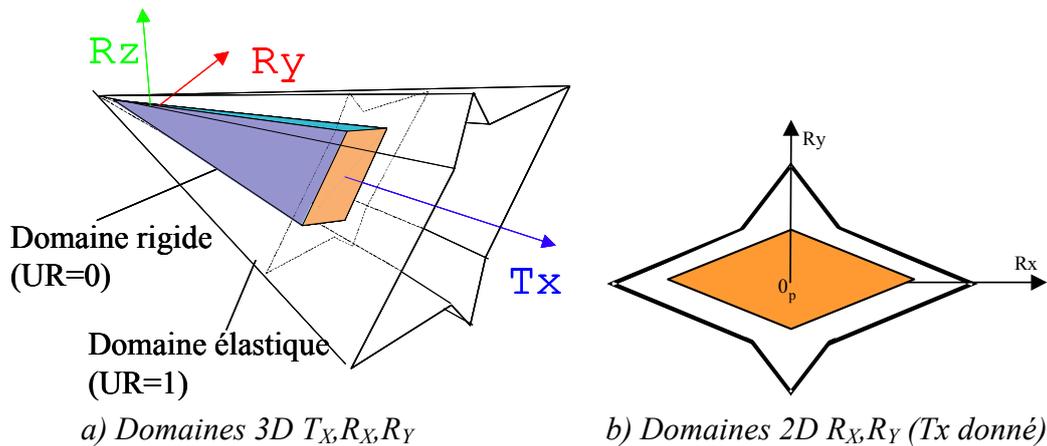


Figure 3.10 Domaines jeu rigide et élastique de la liaison engrenage

Le résultat est montré dans la figure 3.10. La comparaison entre les deux domaines (rigide et élastique en limite de pression à 750 MPa) est moins probante que dans le cas des roulements à billes, la rigidité des contacts « quasi-cylindriques » est bien supérieure à celle d'une sphère dans un tore. On note la forme non convexe du domaine limité en pression due à la flexion de la denture.

### 3.5 Assemblage de modèles

Nous avons à notre disposition deux outils d'analyse de déplacements, d'un côté les méthodes d'analyses de tolérances qui gèrent les dispersions sur des modèles rigides et de l'autre côté, les modèles d'analyses des structures qui gèrent des déformations sur des systèmes idéaux. L'assemblage de ces outils peut se faire de manière arithmétique ou statistique selon des procédés simples (faisables à la main) à complexes (nécessitant l'usage de l'ordinateur). [MAR 05] propose une classification bibliographique des méthodes d'analyses arithmétiques ou statistiques des systèmes souples en plusieurs catégories. Nous proposons dans la figure 3.11 une vue schématique des différentes modélisations permettant l'analyse de systèmes souples avec défauts géométriques. L'additivité des déplacements n'est pas triviale selon les modèles. Il n'y a donc pas de solution universelle à ce problème, mais un ensemble de solutions adaptées. Le lien entre l'application de Tolérancement Assisté par Ordinateur (qui gère le paramétrage géométrique et leur compatibilités avec les spécifications géométriques) et celle utilisant la Méthode des Eléments Finis peut être des trois types possibles, soit de l'un vers l'autre (et réciproquement) soit bi-axiale. Les sorties de l'analyse sont alors soit issues du TAO soit de la MEF. Des solutions utilisent la CAO pour gérer les dispersions géométriques, dans ce cas CAO et TAO ne font qu'un. Les applications intégrées visent à fusionner ces trois applications en une seule, mais elles utilisent des solveurs séparés. Si les configurations de contact sont indépendantes des déformations élastiques on peut effectuer des modélisations qui consistent à modifier la géométrie par une seule analyse par la MEF puis effectuer une analyse de TAO (CAO et MEF ne font qu'un).

Les entrées de ces modélisations sont les géométries nominales, le graphe de l'assemblage, les spécifications géométriques, les lois de comportement et le chargement. Les sorties sont de deux types, les niveaux de chargements et les valeurs des déplacements (géométries « effectives »).

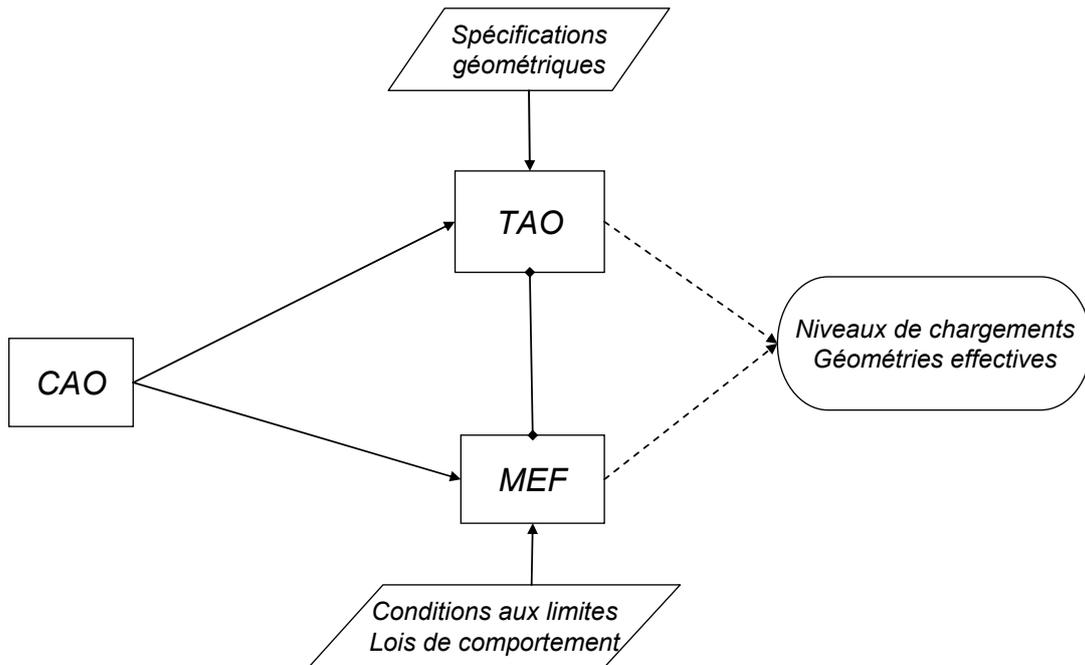


Figure 3.11 Modélisations possibles d'assemblage de modèles

Le problème majeur est la gestion des couplages entre TAO et MEF et le nombre de résolutions à effectuer. Nos travaux de recherche dans ce thème [R\_SAM 97] [R\_SAM 98] [R\_SAM 99] sont concentrés sur des analyses arithmétiques (au pire des cas) même si nous les avons combinées lors d'applications spécifiques à des quantifications statistiques. Dans [R\_SAM 03], nous proposons deux alternatives d'analyses d'un assemblage avec défauts, la méthode simultanée et la méthode découplée (ou séquentielle). Cette dernière (celle que nous avons mise en œuvre) consiste à effectuer les analyses en introduisant (Figure 3.12) les conditions de contact dans le MEF de façon à en extraire le nominal modifié. La synthèse des écarts peut alors être effectuée dans le TAO. Les résultats sont les niveaux de chargements et les géométries effectives.

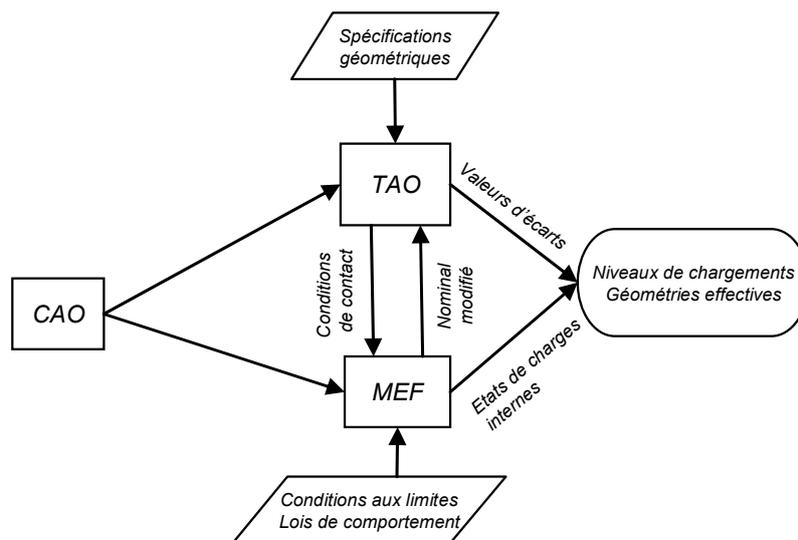


Figure 3.12 Démarche découplée

Ce type de démarche est exploitable si le nombre de composants déformables est réduit (allers retours TAO-MEF réduits au minimum soit à un seul dans nos études). Si nous devons considérer l'étude d'un système où tous les composants sont déformables et où toutes les liaisons sont avec jeux, nous devons utiliser une approche « simultanée » combinant dans un même solveur les déplacements issus des défauts géométriques et issus des déformations élastiques (fusion de la MEF et de la TAO), le plus souvent à l'aide de solveurs statistiques. [SHI 02] propose une méthode d'analyse statistique de structures déformables (châssis d'automobiles analysés en modèles éléments finis de poutres) assemblées sans jeux dans laquelle il procède à une optimisation des tolérances veillant à maximiser les écarts relativement aux spécifications et aux déformations. Ce type d'analyse (corrélées à des essais) montre de bons résultats même s'il ne prend pas en compte la problématique du jeu.

### 3.6 Application à l'étude d'un réducteur

Nous avons pris pour support d'étude un réducteur du commerce (figure 3.13) dont nous avons effectué le tolérancement. Les composants potentiellement souples sont les quatre roulements, les deux goupilles et l'engrenage. Les spécifications principales sont au niveau des roulements et de l'engrenage. Il s'agit de limiter les rotations à  $3 \cdot 10^{-3}$  rad au niveau des roulements et de conserver un jeu radial d'engrènement positif. Chaque composant étant tolérancé, la première analyse a été celle de l'assemblabilité en hypothèse rigide. Les tolérances nécessaires à cette dernière et au respect des conditions fonctionnelles sont irréalistes. La valeur des dispersions sur le jeu des roulements rend l'espace des solutions inexistant.

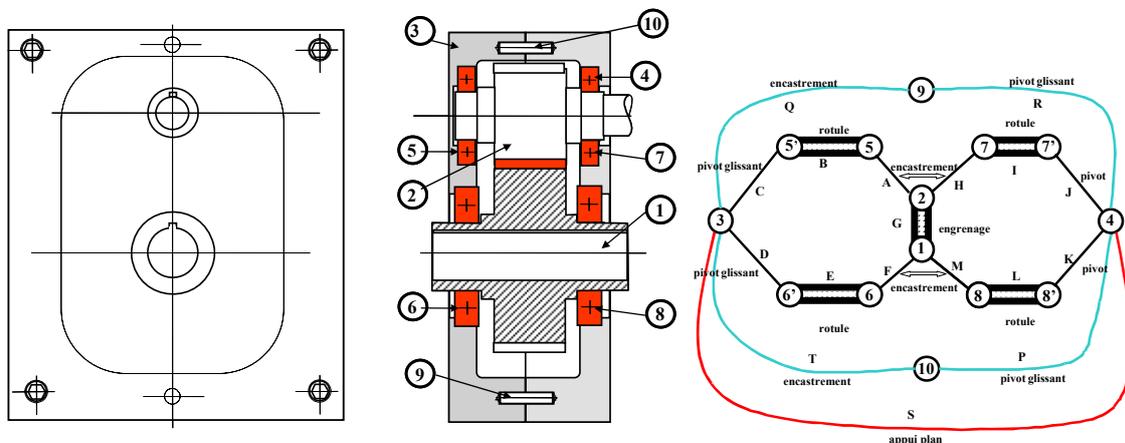


Figure 3.13 Réducteur et son graphe

Dans la figure 3.13, le graphe montre les liaisons et met en évidence les composants dont la souplesse a été modélisée (liens doubles). On notera que les roulements sont décomposés en une liaison pivot (ou pivot glissant) avec leur alésage (liaison C pour ⑤) en série avec une rotule élastique (B pour ⑤) puis en encastrement avec l'arbre (A pour ⑤), ceci afin de prendre en compte les écarts géométriques à chaque niveau et le comportement élastique interne au roulement. La figure 3.14, montre la méthode d'analyse que nous avons utilisée.

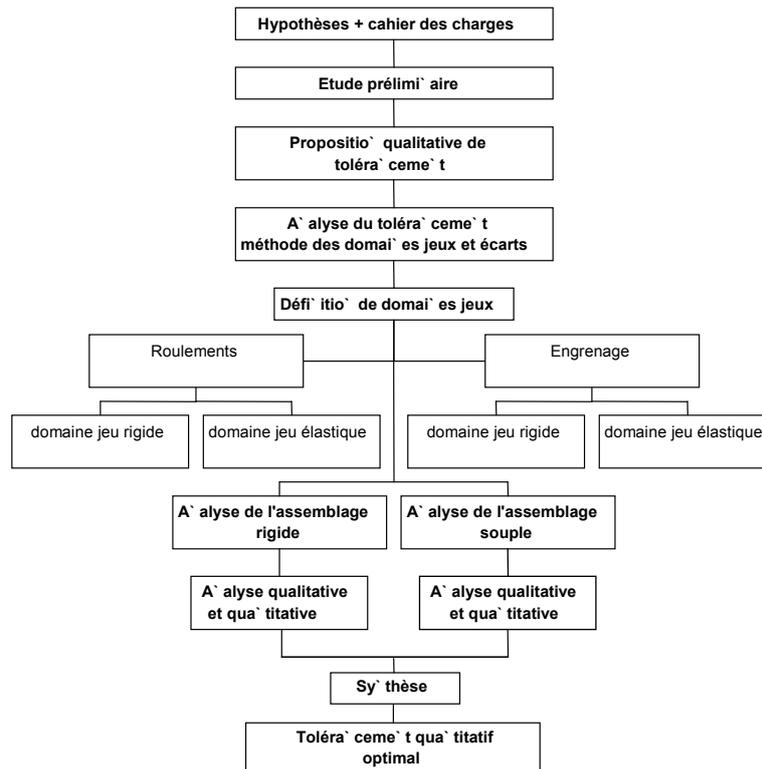


Figure 3.14 Organigramme d'analyse du réducteur

L'analyse du système en prenant en compte le comportement élastique des roulements (l'engrenage est ici trop rigide pour avoir une influence) a montré la faisabilité du tolérancement.

### 3.7 Conclusion

Nous avons étendu le concept de domaine de composantes de TPD à l'étude des systèmes déformables. La notion d'Usage Relatif remplace les conditions de contact. UR a l'avantage de permettre une unification des limites d'un système. L'originalité de nos travaux est liée à l'étude des systèmes avec jeux dans lesquels il faut étudier les configurations de contacts.

Nous avons mis en application ces outils en étudiant un réducteur. Cette étude montre en particulier combien la prise en compte des déformations de composants est indispensable dans le cas d'un montage de roulements.

L'utilisation de nos travaux dans une modélisation simplifiée (démarche manuelle) peut se faire dans des cas où les comportements élastiques sont isolés. L'analyse exhaustive de l'ensemble des pires des cas revient à effectuer une résolution par la MEF de chaque sommet du domaine résultant de l'assemblage pour chaque condition fonctionnelle. Cet ensemble peut être grand et la résolution associée difficile à mettre en œuvre.

Les encadrements (de 1998 à 2001) associés à ce thème de recherche concernent une partie de la thèse de Jean-Philippe Petit et deux mémoires CNAM. Ces études se sont concentrées dans la période 1996-2002 (Tableau 1.1 page 22) et ont donné lieu à des applications ponctuelles [I\_PET 03].

Le développement d'une application de TAO dans le laboratoire permettra d'implémenter les solutions spécifiques aux composants déjà étudiés de façon à effectuer des analyses de tolérances par ordinateur en prenant en compte les comportements élastiques.

## Tolérancement modal

---

### 4.1 La genèse de l'idée

Le défaut de forme est un parent pauvre du tolérancement. Il est entre la rugosité pour laquelle des méthodes d'analyses issues du traitement du signal donnent des résultats intéressants (avec maintenant une ouverture au 3D) et les dimensions et positions des surfaces où les méthodes issues de la théorie des mécanismes s'appliquent. Ce n'est pas la volonté d'explorer ce thème qui a fait germer l'idée du tolérancement modal mais une rencontre avec un industriel facteur de cloches. La mise en place d'un TP en simulation et expérimentations a donné une coopération recherche-transfert [I\_SAM 03a] et posé la question de la corrélation entre vibration sonore et défauts géométriques. Le problème du paramétrage s'est posé. L'idée du paramétrage modal était née.

### 4.2 Expression du besoin de spécification

#### 4.2.1. Contexte et intérêt de la méthode

---

La maîtrise de la qualité des géométries se décompose en 6 ordres de défauts. Ces ordres sont définis selon des critères technologiques et mathématiques. En effet, d'un point de vue purement mathématique, si l'on s'intéresse aux expressions des variations d'une géométrie, on doit considérer le paramétrage qui nous permet de la définir. En effet, les variations possibles (imaginables ou observables) sont indépendantes du paramétrage même si ce dernier nous est indispensable pour l'appréhender.

#### **Nos constats :**

- Il est nécessaire de définir des modèles de variations de formes géométriques pour tous ou chacun des ordres de défauts. Ces modèles définissent des langages permettant à la communauté d'échanger sur les limites (et leur écriture) admissibles par la géométrie observable par rapport à l'idéale.
- Le matériel de métrologie a progressé en performances et surtout en nombre de points mesurés plus vite que les méthodes d'expressions de défauts.

- Les besoins des clients en qualité géométriques en exigence quantitative mais aussi qualitative augmentent. En effet, il est de plus en plus courant de voir exprimés des besoins en qualité perçue sur nombre de pièces. Comment écrire ces besoins ? Les annotations autorisent à mettre noir sur blanc un besoin mais on comprend la difficulté à en assurer la qualité qui reste pour trop d'entre elles soumises à des appréciations et mettent le métrologue dans l'embarras.

- Les pièces de petites dimensions (micro, voire nano mécanique) peuvent avoir des défauts géométriques dont les dimensions ne permettent plus la distinction en ordres décroissants. En effet, un petit diamètre de trou aura des défauts de formes qui pourront être bien plus importants que le défaut dimensionnel. Comment alors utiliser les méthodes traditionnelles pour exprimer le besoin ? L'exigence de l'enveloppe et l'utilisation du « max-matière » permettent de lier dimension-position et forme mais il peut être très utile aux acteurs du tolérancement d'utiliser un langage permettant de distinguer les différents défauts.

### **Des réponses :**

- Dans le domaine de l'optique, la forme est la fonction, il s'agit logiquement du domaine qui, le premier, a défini de façon rigoureuse une méthode d'écriture des défauts de forme à l'aide des polynômes de Zernike [WYA 92][ISO 10110-5]. Ce langage montre la voie à suivre pour l'écriture sur des géométries plus complexes que les disques. Il donne une expression de complexité croissante des formes et est associé (pour les premières formes) aux problèmes qu'on veut maîtriser.

- Dans le domaine médical l'imagerie 2D et 3D crée des données très volumineuses à traitement quasi exclusivement humain. Coates [COO 05] effectue une synthèse bibliographique (de 1994 à 2004) des méthodes de correspondance entre images et formes dans l'objectif de reconnaître (voire de paramétrer) les organes internes des patients. Dans ce domaine on trouve une très grande richesse de solutions en 2D et 3D. Les travaux de Nastar et Ayache [NAS 96] permettent de coder les organes à l'aide d'un paramétrage basé sur les modes naturels de leurs surfaces enveloppes.

- Dans le domaine mécanique, le paramétrage des défauts de forme a été le plus souvent traité à l'aide de modèles utilisant les concepts des séries de Fourier [PAN 81] [HUA 02] [MOR 07] [CAP 00] [CAP 01a] [HEN 99] ou étendus à une optimisation statistique [CAP 01b] mais limités à des surfaces bi-paramétrées (plans, cylindres en général). Des descriptions à l'aide de fonctions polynomiales [PFE 01] sont limitées dans la complexité des défauts à identifier. Le paramétrage des surfaces déclarées dans une application de CAO telles les surfaces de Bézier peut être lui aussi utilisé [CUB 98].

- Le procédé de mise en œuvre (enlèvement de matière en principe) peut être lui aussi la base d'un paramétrage [DUC 99][TOU 02][LAC 04] dans lequel la forme, l'ondulation voire la rugosité sont prises en compte.

#### 4.2.2. *Les six Ordres de défauts*

Le tolérancement géométrique est l'expression des variations admissibles de la géométrie réalisée autour de l'idéal défini par le concepteur. Ces variations sont découpées ([ISO 8785]) en 6 catégories (en principe ordonnées selon la valeur du défaut). Les deux premières sont :

##### **1. Taille**

Il s'agit en principe du paramètre géométrique (distance, diamètre, ...) que l'on fait varier. Les points mesurés sont remplacés par une surface parfaite selon un critère d'association (moindres carrés, ...).

##### **2. Position**

Ici, il est nécessaire de définir un repère lié à la surface associée à la géométrie actuelle.

Les quatre catégories suivantes sont séparées par une opération de filtrage. Il s'agit des défauts de forme, d'ondulation et de rugosité. Mathématiquement, ils sont du même type mais pas de mêmes grandeurs. On peut les qualifier et les quantifier simplement en les observant selon une ligne. On pourra alors extraire les longueurs d'ondes et les amplitudes associées en utilisant une décomposition en séries de Fourier.

##### **3. Forme**

Les défauts sont de grandes longueurs d'ondes.

##### **4. Ondulation**

L'ondulation est en principe extraite de la rugosité la norme [ISO 4288] permet de définir le filtre de coupure.

##### **5. Rugosité**

La géométrie est supposée périodique mais de très courte longueur d'onde. A ce jour les normes ne permettent que le traitement des profils mais une nouvelle norme permettra d'étudier les caractéristiques locales 3D [ISO 25178].

##### **6. Micro rugosité**

Il n'y a pas à ce niveau de périodicité évidente. C'est pourquoi les outils d'analyses sont exclusivement statistiques.

Il est nécessaire de définir des modèles associés à chaque catégorie de façon à pouvoir écrire des spécifications claires, faire des simulations et effectuer des contrôles. Ces 6 ordres définissent la première étape de la modélisation géométrique. L'étape suivante est la définition d'un paramétrage. Les domaines de prédilection de nos travaux sont la forme et l'ondulation, même si, en théorie le paramétrage que nous introduisons permet de toutes les étudier.

#### 4.2.3. *Paramétrage*

Les modèles de tolérancement s'appuient sur un paramétrage de la géométrie et de ses instances. Il doit permettre de décrire au mieux le réel observé ou (et) modélisé. La mesure des objets a permis de développer des modèles mathématiques de complexité croissante pour les analyser. Actuellement, les moyens de mesures permettent avec une facilité croissante et des coûts décroissants d'obtenir une mesure d'une géométrie par un grand nombre de points. Le traitement de ces données permet à de nouveaux modèles d'exprimer les objets mesurés avec une plus grande précision. Notre modèle ([R\_SAM 07a]) décrit le défaut comme un ensemble de paramètres positionnels.

#### 4.2.4. Base de défauts de formes

Une base est nécessaire pour pouvoir définir la nature du défaut, la spécifier, la contrôler, la piloter. Dans le langage courant, nous parlons de conicité d'un cylindre, d'une forme en tonneau, en diabolo, d'ovalisation et dans le cas d'un plan, nous parlerons d'un bombé, d'un vrillage (listes non exhaustives). Au-delà du vocabulaire technique, il est indispensable de définir une description mathématique des variations possibles d'une géométrie au voisinage de l'idéal qui la définit. Pour ce faire, nous avons les trois possibilités suivantes :

- Soit nous avons une méthode permettant cette description a priori des variations (défauts potentiels ou observés) et nous les définissons comme géométries particulières que nous appelons **défauts technologiques**,
- soit nous utilisons une famille d'équations analytiques permettant cette description que nous appelons **paramétrage explicite (ou intrinsèque)** qui s'applique à des géométries particulières,
- soit nous utilisons une famille d'équations discrètes qui permet de décrire tout type de variation de forme de toute géométrie que nous appelons **base naturelle à paramétrage implicite**.

Il nous a semblé intéressant de présenter ces trois types de base de défauts car elles sont au cœur des choix que font les technologues (et de normes) lors de la description des spécifications géométriques. Nous ne tranchons pas sur la pertinence du choix de l'une des trois solutions, et le cas échéant, il sera judicieux de les utiliser en complémentarité (cas des bases naturelles avec introduction des défauts technologiques).

#### **Illustrons notre propos avec un cylindre :**

Le plus naturel est de donner pour un cylindre, deux paramètres dimensionnels et quatre paramètres positionnels. On peut décrire sa conicité, en rajoutant un paramètre dimensionnel (on peut différencier les deux rayons extrêmes, par exemple), son bombé (ou diabolo) en ajoutant un autre paramètre dimensionnel comme un rayon intermédiaire (base technologique). On peut aussi utiliser l'équation du parabolôïde de révolution positionné dans un repère et utiliser ses paramètres (base explicite). On est alors confronté à la nécessité de trouver les formes que peut prendre la famille de cylindres observables. On peut, en utilisant des méthodes mathématiques, définir des bases analytiques exhaustives à l'instar de Gousskov [GOU 99] ou Summerhays [SUM 02]. On peut encore proposer une méthode qui définisse de façon systématique la base associée à la géométrie selon une théorie vibratoire, c'est ce que nous ferons par la suite. Nous appelons cette dernière base naturelle pour reprendre le terme « modes naturels ». Ce type de paramétrage sera appelé implicite car il est défini automatiquement dès que la géométrie idéale l'est, et ce sans aucune requête à l'utilisateur ou à un système expert.

### **4.3 Principe de la méthode modale**

La base de défauts géométriques est construite à l'aide des modes naturels associés à la géométrie idéale. Nous discuterons des modélisations (géométries, conditions aux limites) à partir du §4.3.1. Toute géométrie, mesurée ou simulée peut être vue comme une géométrie déformée suivant un chargement. Cette modélisation d'un défaut nous amène à deux points de vue, le point de vue explicite [CAM 03a] dans lequel les formes sont construites a priori par des chargements d'une structure élastique et le point de vue implicite où les formes sont construites automatiquement. Dans un premier temps nous avons pensé que le second point de vue, plus général, serait suffisant pour l'utilisateur. En appliquant nos modèles à des cas

industriels [I\_FAV 07],[I\_ADR 07b],[R\_ADR 06a],[R\_FOR 07] nous avons mis en œuvre des modèles mixant les deux points de vue.

Nous proposons une démarche de type « superposition modale » en utilisant la structure de base vectorielle des modes naturels pour déterminer la projection d'un champ de déplacements.

[MOK 92] définit six critères de choix d'un paramétrage dans le cas d'une base de formes topographiques :

- 1 **L'unicité** = un seul vecteur de paramètres représente la forme
- 2 **L'inversibilité** = bijection entre les deux espaces de représentations (cartésien et modal)
- 3 **La stabilité** = continuité du paramétrage
- 4 **L'invariance** = découplage des paramètres de position de taille et de forme
- 5 **L'accès aux propriétés géométriques** = détection aisée des propriétés géométriques
- 6 **Effizienz et complexité algorithmique** = capacité du paramétrage à représenter le mieux possible la forme en limitant le nombre de paramètres

L'invariance (point 4) n'est pas forcément respectée par les formes modales, mais elle peut l'être par l'utilisation de modes technologiques. Notre paramétrage respecte ces six critères auxquels nous ajoutons les trois critères suivants :

- 7 **La complexité croissante des modes**
- 8 **L'exhaustivité** des formes variationnelles associées à la forme de référence.
- 9 **Une métrique** permettant d'associer à chaque paramètre modal une signification géométrique dimensionnelle.

#### 4.3.1. *Eléments de dynamique des milieux continus*

Nous présentons dans ce paragraphe la mise en équation dynamique d'un milieu continu élastique en régime libre afin d'en extraire les modes naturels.

Tout point du domaine est défini par trois coordonnées et une variable de temps. Soient deux points distants de  $\vec{dx}$ , le champ de déplacement  $\vec{U}$  se décompose en une translation  $\vec{T}$ , et un accroissement  $\vec{\nabla}(\vec{U}) \cdot \vec{dx}$  décomposé lui-même en une rotation  $[\Omega] \cdot \vec{dx}$  et une déformation  $[\varepsilon] \cdot \vec{dx}$

$$d\vec{U} = \vec{T} + \vec{\nabla}(\vec{U}) \cdot \vec{dx} = \vec{T} + [\varepsilon] \cdot \vec{dx} + [\Omega] \cdot \vec{dx} \quad (4.1)$$

On utilise les relations élastiques contraintes déformations (loi de Hooke) :

$$[\sigma] = 2\mu [\varepsilon] + \lambda \text{tr}[\varepsilon] \text{Id} \quad (4.2)$$

Où  $\lambda$  et  $\mu$  sont les deux constantes de Lamé du matériau et  $[\sigma]$  le tenseur des contraintes.

Les équations d'équilibre dynamique appliquées à un élément volumique infinitésimal  $dv$ , associées aux conditions aux limites s'écrivent :

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho \vec{\Gamma} = \vec{f}_v + \text{div}([\sigma]) \text{ en tout point du volume} \\ [\sigma] \cdot \vec{n} = \vec{f}_n \text{ en tout point de la surface du domaine} \end{array} \right. \quad (4.3)$$

La résolution des équations (4.1), (4.2) et (4.3) dans un domaine continu permet d'obtenir les solutions en déplacements en tout point du solide. Néanmoins, ces équations n'ont de solutions exploitables que dans des cas où la géométrie est simple, les poutres, les plaques à formes simples [LEI 69], et les membranes.

Afin de pouvoir utiliser les propriétés géométriques des modes naturels pour toute géométrie, nous avons opté pour la méthode des éléments finis. La figure 4.1 illustre la méthode en présentant les vingt premiers modes naturels de flexion d'un disque de faible épaisseur. Ils sont triés selon un critère fréquentiel. Nous ne nous intéressons pas à la valeur des fréquences mais seulement au tri qu'elles effectuent sur les modes. A ces formes sont affecté autant de paramètres de la géométrie que nous pouvons présenter à la manière d'un spectre (cf. figure 4.2 page 60). Les décompositions géométriques peuvent être vues comme celles des séries (formes harmoniques) de Fourier (dont les spectres sont bien connus du métrologue).

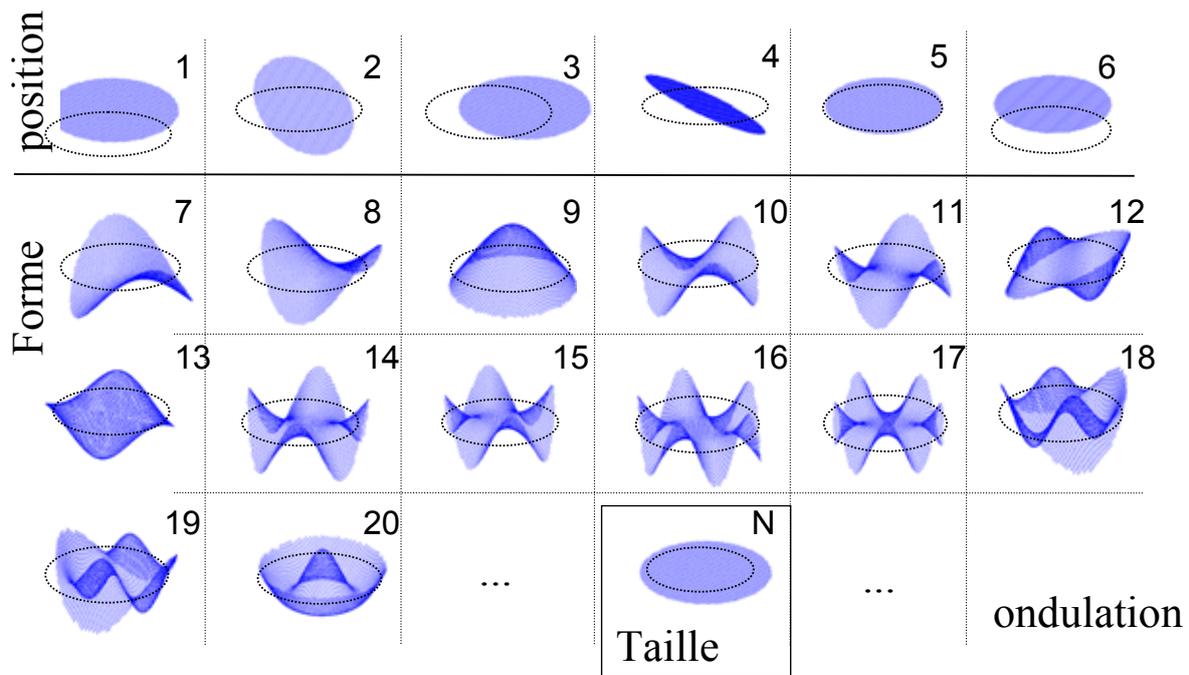


Figure 4.1 Modes propres d'un disque

Nous avons donc deux objectifs : celui de définir la base de défauts associée à la géométrie à étudier et celui d'effectuer la décomposition d'une géométrie actuelle dans cette base afin d'en déduire les composantes.

Comme le disque de la figure 4.1 n'a pas été contraint cinématiquement, les six premiers modes seront des modes rigides (qui sont des combinaisons des six mobilités). Ces modes peuvent être traduits en TPD de la surface associée. Les modes qui suivent sont qualifiés de modes de forme car leurs déformées sont de grandes périodes. Pour des valeurs plus élevées du mode, on trouvera des modes d'ondulation et un mode de taille à la position N qui variera selon le rapport épaisseur sur rayon.

Ces formes modales peuvent être obtenues à l'aide de modèles continus (équations) ou discrets (MEF). Dans le cas d'un modèle MEF, les formes sont définies par des champs de déplacements des points du maillage (nœuds) complétées par les fonctions d'interpolations du modèle d'élément utilisé. Les formes sont donc des données discrètes (déplacements nodaux) complétées par des fonctions continues (interpolations). Dans un premier temps, nous avons choisi de ne pas exploiter l'usage de ces fonctions d'interpolations, mais elles pourront être utiles pour effectuer des correspondances entre mesures et MEF.

#### 4.3.2. *Eléments de dynamique des systèmes discrets*

La première opération est la discrétisation de la géométrie nominale. Dès lors le paramétrage s'appuie sur les fonctions d'interpolations associées aux éléments.

Nous transformons alors une géométrie en une structure mécanique discrète. Il est alors calculé [GER 96] une matrice de raideur  $K$  et une matrice de masse  $M$ . La détermination des modes naturels s'effectue en résolvant l'équation matricielle d'équilibre dynamique en petits mouvements (4.4).

$$M \ddot{q} + K q = 0 \quad (4.4)$$

Les solutions (modes naturels) sont de la forme :

$$q_i = Q_i \cos(\omega_i t) \quad (4.5)$$

Où  $Q_i$  est un vecteur d'amplitudes et  $\omega_i$  la pulsation associée.

Le calcul des modes naturels  $(\omega_i, Q_i)$  se fait en résolvant les équations (4.6)

$$\left( M^{-1} K - \frac{1}{\omega_i^2} I_d \right) q_i = 0 \quad (4.6)$$

Les modes sont alors triés selon les  $\omega_i$  croissants de façon à obtenir les déformées les « plus simples » en premier.

Un défaut est une surface (discrète ici) représentée par un vecteur de déplacements  $V$  (ensemble d'écart géométriques relatifs au nominal). Ce vecteur se décompose dans la base modale  $(Q_i)$  afin d'obtenir l'ensemble de contributions  $\lambda_i$  (coordonnées modale) de chaque déformée modale. Nous avons dans nos travaux, utilisé plusieurs types de projections. La confrontation aux besoins industriels nous a fait converger vers la méthode présentée dans les équations (4.7) (4.8) et (4.9).

Nous définissons la norme des  $Q_i$  par :

$$\|Q_i\|_\infty = 1 \quad (4.7)$$

Le vecteur  $V$  à projeter dans la base  $(Q_1, Q_2)$  s'écrit :

$$V = \sum_{i=1}^n \lambda_i Q_i = Q \lambda \quad (4.8)$$

Où  $Q$  est la matrice des modes propres et  $\lambda$  le vecteur des coefficients modaux. On obtient  $\lambda$  en résolvant les équations (4.9).

$$(Q^t Q)^{-1} Q^t V = \lambda \quad (4.9)$$

Le vecteur résidu de projection dans la base tronquée à  $m < n$  vecteurs est déterminé par :

$$R(m) = V - \lambda \sum_{i=1}^m \lambda_i Q_i \quad (4.10)$$

L'expression du scalaire résidu de projection est donnée par

$$r(m) = \|R(m)\| \quad (4.11)$$

### Propriété métrique des modes

L'utilisation de la norme infinie (telle que le plus grand déplacement de  $Q_i$  est égal à 1) permet d'obtenir une valeur métrique des coefficients modaux. C'est-à-dire que chaque coefficient modal  $\lambda_i$  est attribué d'une valeur exprimée en mètres qui donne la contribution du mode  $Q_i$  à la forme  $V$  (vecteur défaut en principe).

### Troncature

La projection dans la base complète n'a aucun intérêt car elle donnera autant de paramètres de formes modales que de données de mesure. On projette donc dans une base tronquée aux modes de plus basses fréquences (donc de plus faibles complexités). On peut alors observer l'évolution du résidu avec le nombre de modes pris en charge.

Dans [R\_FOR 07], nous avons présenté l'application de la méthode de décomposition modale à l'analyse d'un défaut mesuré sur un piston de moteur thermique. La figure 4.2 montre le processus de traitement de la mesure (a) à l'obtention des coefficients modaux métriques  $\lambda_i$  (c). La dernière image représente la reconstruction de la forme à l'aide des 7 modes les plus contributifs (ceux qui font diminuer le résidu de façon la plus importante). Nous cherchons une description de la géométrie actuelle aussi fine que possible (résidu minimal) mais avec le plus petit nombre de paramètres ( $\lambda_i$ ).

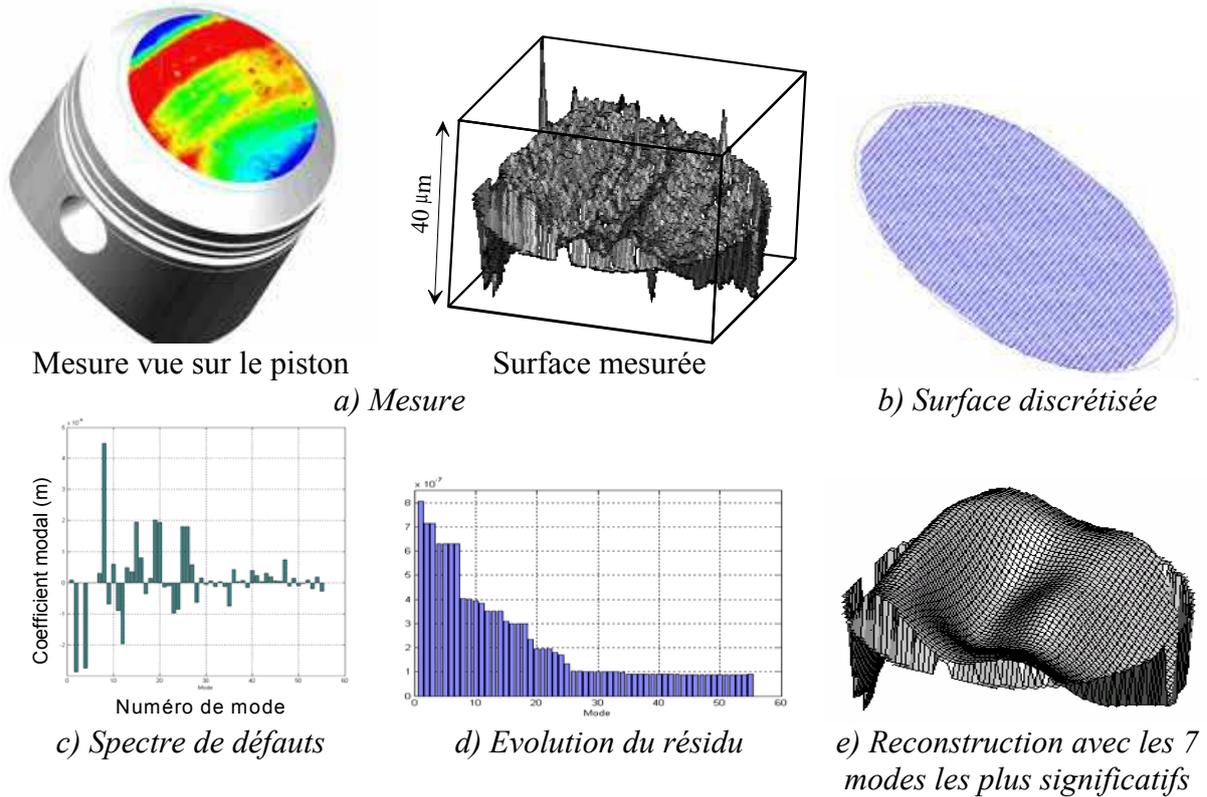


Figure 4.2 De la mesure à la projection modale d'un défaut

### Remarques

- La base modale naturelle n'est pas orthogonale au sens euclidien mais au sens matriciel.
- La méthode présentée ici est la dernière évolution de nos travaux. La première modification a été d'introduire les coefficients métriques puis nous avons utilisé une orthonormalisation des vecteurs propres. Ces évolutions ont été liées à des applications industrielles.

### Possibilités d'un multi matériau

La mise en œuvre d'une modélisation experte ouvre de nombreux champs, à l'instar de la démarche d'analyse des structures. L'utilisation de plusieurs matériaux permet de concevoir un modèle générant des formes propres adaptées à un besoin particulier (amplifications des amplitudes de défauts non équiréparties sur une géométrie,...).

Dans bien des cas, il peut être intéressant de définir un comportement qui rompt la symétrie comportementale. Il est aisé de définir un tel comportement. La figure 4.3.a montre un exemple de géométrie qui sert de base à cette démarche. Il nous est possible de définir un maillage de surface à base de poutres (des coques à matériau orthotropes auraient le même comportement) dont les caractéristiques sont dissymétriques (figure 4.3.b). Une autre possibilité est d'exploiter une anisotropie matériau en utilisant dans l'outil de modélisation des structures en matériaux composites.

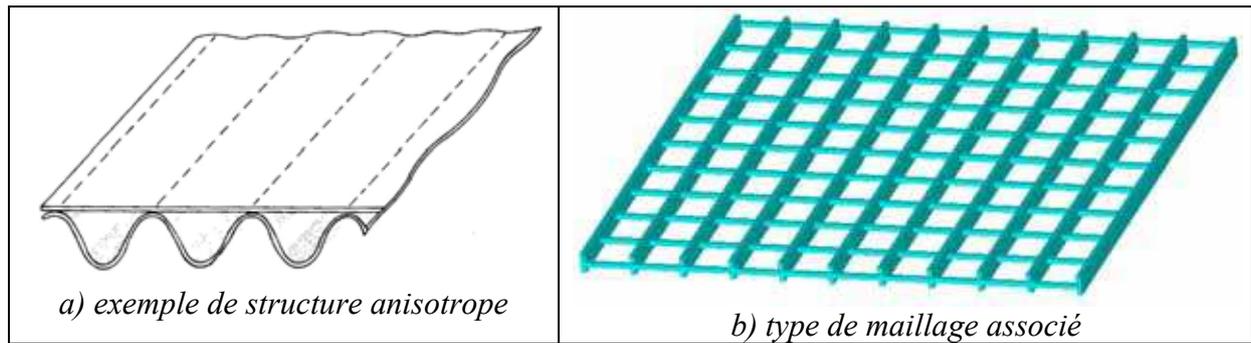


Figure 4.3 Modèle d'anisotropie structurale

Les premiers modes naturels (figure 4.4) privilégient naturellement les plus grandes souplesses. Le septième mode flexible a quasiment deux périodicités dans le sens « souple » alors qu'il faut attendre le seizième pour avoir la première forme dans le sens « raide » du modèle.

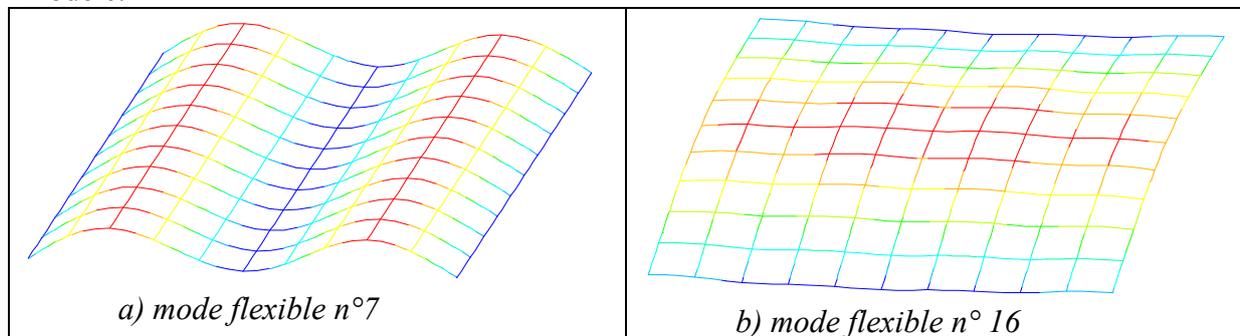


Figure 4.4 Modes d'une plaque rectangulaire anisotrope

Une utilisation de ce type de modélisation peut être l'étude des ondulations d'usinage où une direction donnera de plus grandes longueurs d'onde qu'une autre. Une coopération avec l'Université Technologique de Kaunas en Lituanie est en cours sur ce thème. Ce projet de deux ans (2007-2008) et liant six personnes sur des séjours de dix à vingt jours a pour objet l'étude des ondulations et rugosités 3D en relation avec les paramètres de procédé d'usinage.

#### 4.3.3. Modélisations possibles

Nous avons fait le choix de ne présenter que deux types de comportements qui répondent de manière privilégiée aux études de variations de formes. La méthode des éléments finis ouvre une grande palette d'objets qui permettraient nombre de variations, néanmoins, il est intéressant de montrer comment avec peu d'outils on replie tous les besoins en analyse des défauts géométriques des courbes et des surfaces. Il est naturel d'utiliser les comportements de poutre pour décrire les courbes et les comportements coques pour décrire les surfaces. La richesse des comportements poutres et coques synthétise les comportements membrane et flexion, pour les courbes et les surfaces.

Les géométries nominales sont, soit de type bidimensionnelle, soit tridimensionnelle, le symbole « X » désigne les usages préférentiels du comportement considéré et le symbole « \* » les usages possibles complémentaires.

Il est évident que tout type d'élément peut convenir à la modélisation mais il est intéressant de voir qu'avec ces deux types d'éléments, nous pouvons balayer facilement l'ensemble des cas possibles. En incluant (ou pas) leur comportement à des mouvements de flexion, on peut prendre en compte (ou pas) les variations de dimensions en plus de celles de formes.

Dimension	Type de géométrie		Poutres	Coques
2D	1D	Segment	X	*
		Cercle	X	*
		Courbe	X	*
3D	1D	Segment	X	*
		Cercle	X	*
		Courbe	X	*
	2D	Disque-ellipse	*	X
		Rectangle	*	X
		Quelconque	*	X
	3D	Cylindre	*	X
		Cône	*	X
Sphère		*	X	
Quelconque		*	X	

Tableau 4.1 Correspondances entre comportements et géométries

#### Remarques

- Le choix de discrétisation d'une surface en poutres peut être très judicieux dès lors qu'on désire décrire des défauts non isotropes. Les défauts étant orientés et de longueurs d'ondes différentes selon deux directions principales (fussent-elles locales) on peut alors utiliser des poutres de sections différentes dans les deux directions et même orienter le maillage selon les directions principales d'orthotropie de ces défauts.
- Le spécialiste a à sa disposition un outil d'une grande richesse de modélisation qui lui permet de simplifier au maximum l'écriture des variations de géométrie selon le nombre de critères.

Dans la figure 4.5, les défauts de forme d'un accostage ou de la surface d'une pièce plastique peuvent être analysés selon deux types de modélisations. Dans (b) le modèle poutre permet de décrire l'accostage et dans (c) le modèle coque permet d'analyser les défauts de surface.



Figure 4.5 Modèle « poutre » ou modèle « coque »

#### 4.3.4. Surfaces

Nous pouvons décomposer les surfaces en deux catégories, les surfaces élémentaires et les surfaces gauches. Toute surface peut être décrite à l'aide d'une équation à deux variables mais cette mise en équations peut être paramétrable simplement (surfaces élémentaires) ou nécessiter des outils numériques. Nous nous intéressons aux variations de formes de ces surfaces, nous présenterons à ces fins des méthodes issues de la littérature.

##### Cas du disque

Nous avons comparé dans [R\_FOR 07] le paramétrage modal aux polynômes de Zernike qui permettent de définir tous (paramétrage exhaustif) les défauts que peuvent avoir les disques, dans l'objectif de décrire une forme avec le minimum de grandeurs. Ces polynômes sont principalement appliqués à la décomposition des défauts en optique et font l'objet d'une norme spécifique (ISO 10110-5). Il est à noter que les polynômes (écrits en coordonnées polaires) de Zernike (4.12) sont proches des modes naturels d'un disque aux conditions aux limites libres. La fonction de déplacements  $Z(\rho, \theta)$  représente l'écart d'un point par rapport à la référence.

$$Z_n^m(\rho, \theta) = \begin{cases} N_n^m R_n^{|m|}(\rho) \cos m \theta; & \text{pour } m \geq 0 \\ -N_n^m R_n^{|m|}(\rho) \sin m \theta; & \text{pour } m < 0 \end{cases} \quad \text{où } \delta_{m0} \text{ est la fonction delta de kroneker et} \quad (4.12)$$

$$N_n^m = \sqrt{\frac{2(n+1)}{1+\delta_{m0}}} \quad R_n^{|m|}(\rho) = \sum_{s=0}^{(n-|m|)/2} \frac{(-1)^s (n-s)!}{s! [0,5(n+|m|-s)]! [0,5(n-|m|-s)]!} \rho^{n-2s}$$

Les modes naturels d'un disque sont les solutions analytiques de (4.1), (4.2) et (4.3). Dans le cas des conditions aux limites du type « bords libres », les solutions analytiques, données par [LEI 69] existent mais sont complexes à exploiter aussi, il nous est plus aisé d'utiliser celles données par la MEF (modes de la figure 4.1).

Si nous reprenons le cas de la surface supérieure du piston présenté page 60 et que nous comparons la projection modale à celle des polynômes de Zernike, nous obtenons les deux spectres de la figure 4.6. Dans le cas de l'exemple traité, nous constatons que le paramétrage de Zernike demande plus de coefficients que le modal.

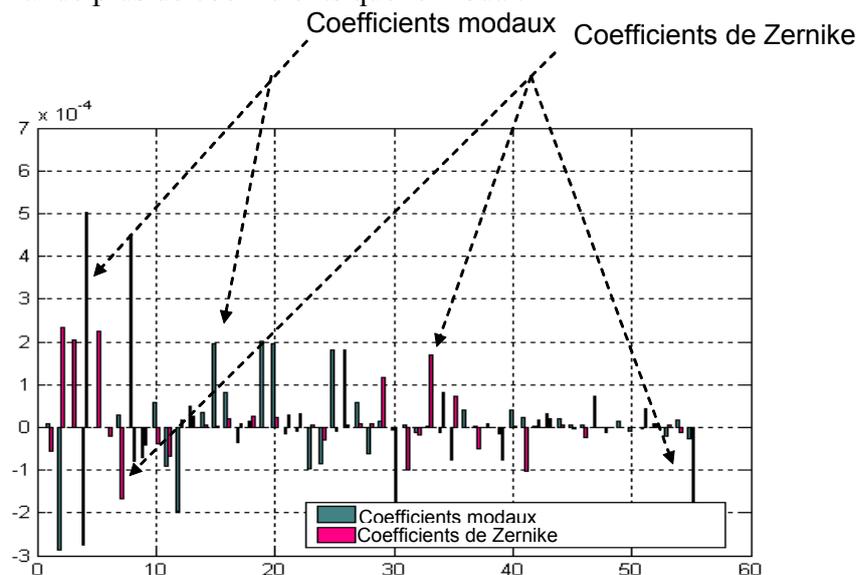


Figure 4.6 Comparaison Zernike/Modes naturels

### ***Rectangle en modèle membrane***

Dans le cas d'une surface rectangulaire, modélisée à l'aide d'une membrane tendue à bords libres, nous obtenons les solutions en déplacements suivantes :

$$Z_{pq}(x,y) = \text{Cos}\left(\frac{p \pi x}{L_x}\right) \text{Cos}\left(\frac{q \pi y}{L_y}\right) \quad (4.13)$$

$L_x$  et  $L_y$  sont les longueurs des côtés du rectangle dans les axes  $x$  et  $y$ . Les entiers  $p$  et  $q$  sont des paramètres d'ordre de formes. Nous pouvons noter que cette équation est celle qui régit la base Discrète Cosine Transform (DCT). Elle a pour avantage d'être très polyvalente comme le montre ses applications en traitement du signal (compressions d'images en particulier). Huang l'a employée pour identifier les défauts de forme dans une pièce emboutie [HUA 02].

#### **Remarques**

De la même manière, les cordes tendues donnent des solutions identiques aux séries de Fourier. L'utilisation des modèles sans raideur intrinsèque de flexion (cordes, membranes) donne généralement des modes propres de formes mathématiques plus simples (formes harmoniques).

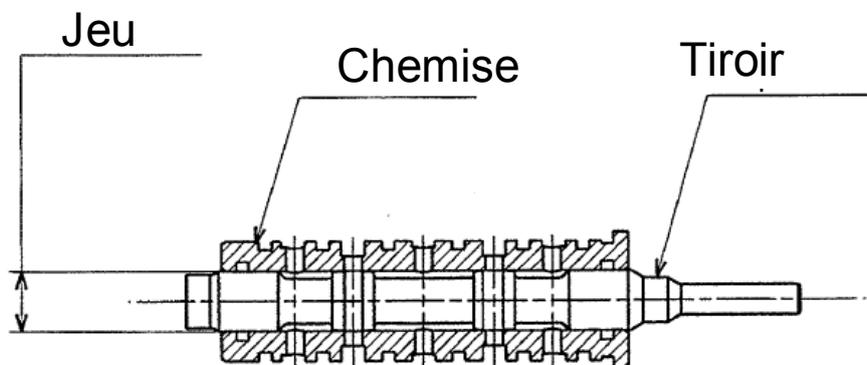
## **4.4 Défauts technologiques**

Dans le cadre de contrats de recherche, le besoin de nos partenaires industriels était d'analyser des défauts dont certains étaient clairement définis. La base modale est certes exhaustive dans sa capacité à décrire les formes mais les modes naturels ne sont pas forcément des formes qu'on recherche. Nous avons donc introduit des modes technologiques. Il est alors nécessaire de recalculer une base modale prenant en compte ces modes et le résidu de projection.

#### **Définitions :**

- Les modes naturels sont les modes calculés initialement.
- Les modes technologiques sont les formes introduites spécifiquement dans la base modale.
- La base reconstruite est définie avec les modes naturels et les modes naturels recalculés.
- Une base technologique peut être définie seulement à l'aide de défauts technologiques.

#### *4.4.1. Cas d'un cylindre-tiroir*



*Figure 4.7 Distributeur hydraulique*

Nous nous sommes intéressés à la forme du tiroir de ce distributeur. Les défauts à trier étaient, selon l'industriel, la taille (appairage), la conicité et le défaut « en banane ». Nous avons effectué [I\_ADR 07a] des mesures puis des analyses de ce tiroir. Les défauts recherchés sont dans la base modale naturelle mais sous la forme d'une combinaison de modes naturels. Il serait possible de redéfinir un modèle permettant d'obtenir ces défauts à l'aide d'une démarche d'optimisation. Le plus cohérent est de les intégrer dans la base modale dans la mesure où ils sont indépendants et de recalculer les modes naturels en conséquence pour garder la structure de la base modale.

La fonction à analyser est l'assemblage du tiroir dans le corps du distributeur, les quatre cylindres doivent être vus comme étant des portions d'un seul cylindre. Le modèle d'analyse (Figure 4.8) est alors un cylindre complet (b). Les mesures ne pouvant être faites que sur les portions, la projection (cf. équation (4.9) page 58) du défaut dans la base modale est faite sur le sous modèle (c) réduit à quatre cylindres. Les conditions aux limites sont du type libre pour permettre d'extraire la position des mesures.

### Remarques

- Un modèle poutre cylindrique sur l'axe permet d'extraire les défauts de rectitudes.
- Un modèle de quatre cylindres indépendants permet d'analyser les défauts de position des cylindres les uns par rapport aux autres et leurs défauts propres.

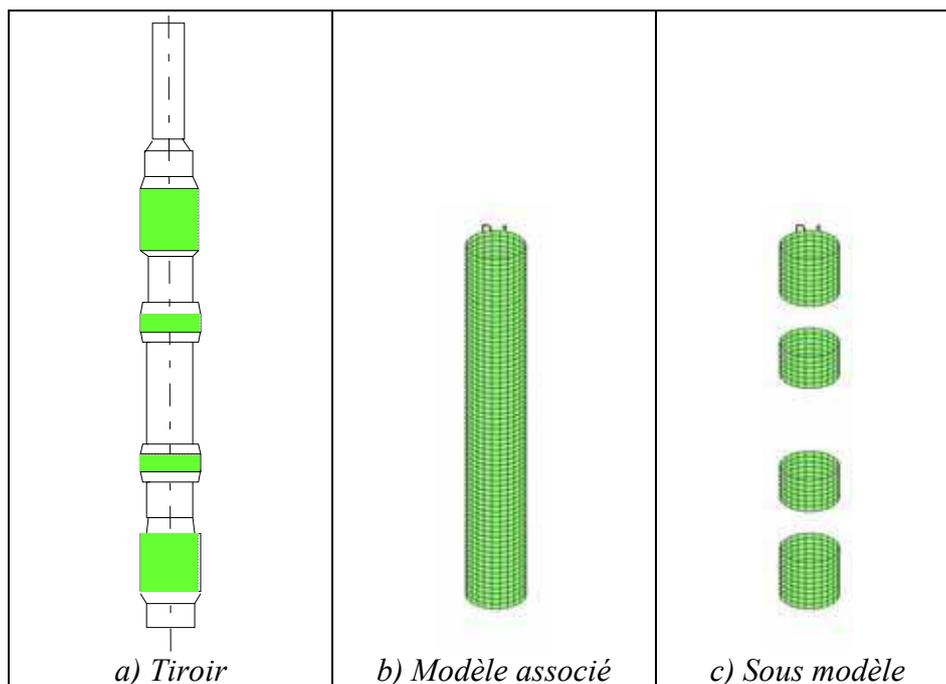


Figure 4.8 Modèle d'analyse du tiroir de distributeur hydraulique

La figure 4.9 montre des modes naturels de la structure associée aux quatre portions de cylindres du tiroir de distributeur. Les couleurs, du bleu vers le rouge sont purement indicatives. Ces formes sont présentées de façon groupée :

- Les deux premiers (a) sont des modes rigides de décalage radial et de rotation.
- Les quatre suivants (b) sont des modes de « flexion » qui permettent d'analyser les défauts de cylindricité globale à circularité parfaite.
- Les modes en forme de « tonneau » (c) sont des modes de cylindricité d'ordre local.
- Les formes d'ovalité de différents ordres sont présentées en (d).

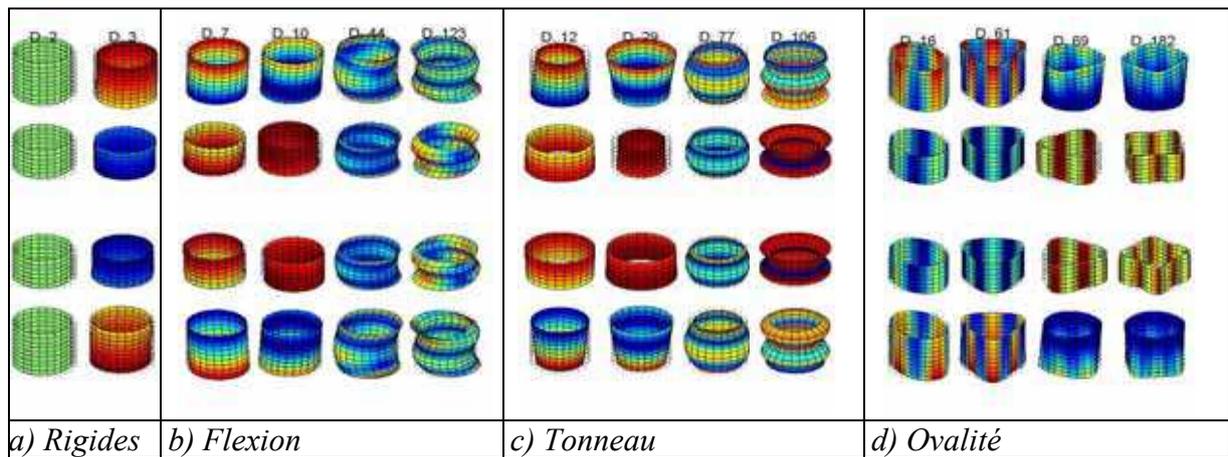


Figure 4.9 Modes naturels d'un tiroir de distributeur (décomposé en quatre cylindres liés)

### Remarques

- Les modes rigides ne devraient pas être nécessaires car l'appareil de mesure (mesureur de forme Mahr MMQ40) devrait les rejeter, néanmoins nous avons observé des écarts résiduels de position.
- Dans la base des modes naturels d'un cylindre à parois minces, il n'y a pas de forme de dilatation radiale simple qui permette d'identifier le défaut de taille, ni de dilatation proportionnelle à la position axiale qui permette d'identifier la conicité. Ces formes sont des combinaisons linéaires des modes naturels. Pour observer spécifiquement ces formes, il faut les introduire comme « modes technologiques » (Figure 4.10).

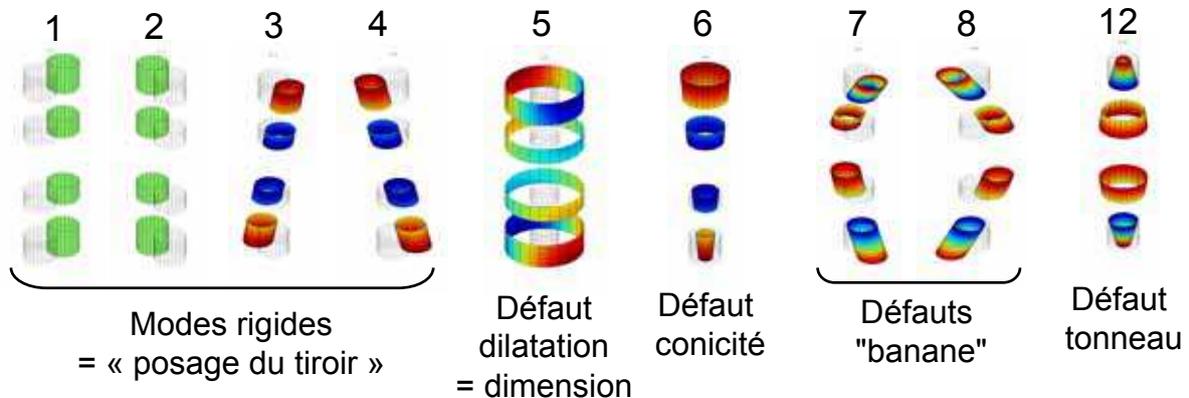


Figure 4.10 Modes technologiques du tiroir de distributeur

L'introduction de ces modes technologiques demande à modifier la base modale en projetant les modes naturels. Le calcul des coefficients modaux d'un tiroir dans la base reconstruite se fait de la même manière que pour la base naturelle. Le résultat peut être mis sous la forme d'un spectre (Figure 4.11). Le plus grand défaut (n°5) serait la taille mais elle ne pose pas de problème, les diamètres étant appariés. La position est donnée par les quatre premiers modes et la conicité (n°6) dépasse 1 $\mu$ m. Les autres défauts sont faibles.

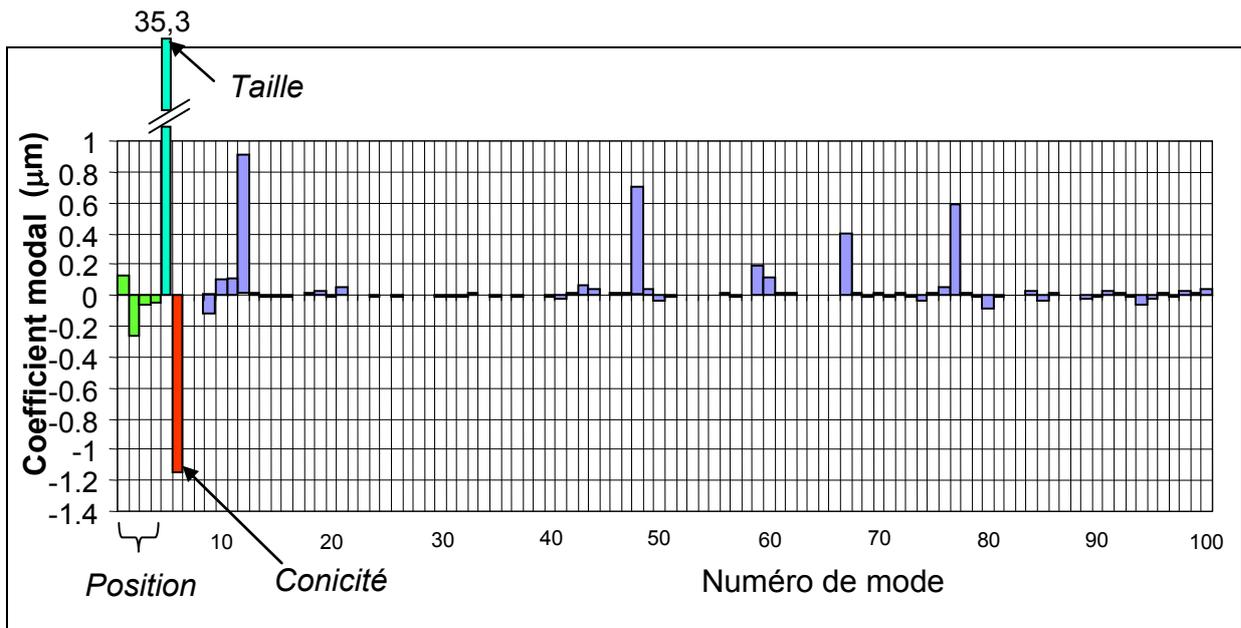


Figure 4.11 Coefficients modaux du tiroir de distributeur

L'utilisation du logiciel de métrologie d'Eric Pairel [PAI 05] [PAI 07] associant un calibre virtuel (cylindre ou cône) à l'ensemble des points nous a permis de valider nos mesures de taille et de conicité.

La représentation spectrale est intéressante car elle met en évidence les ordres de grandeur des différents défauts de l'objet mesuré. Dans l'analyse d'une série de pièces il est pertinent de reconnaître l'écart aléatoire du systématique. L'étude d'un lot de pièces est présentée ci-après.

## 4.5 Etude d'un lot de formes

Dans le cadre du contrat INTERREGIII « tolérancement des systèmes assemblés », les aspects statistiques sont très importants (tolérancement inertiel) [R\_ADR 06b] [I\_PIL 08] [I\_ADR 07a]. Nous avons développé les analyses de formes statistiques dans ce contexte en l'appliquant à des cas industriels [R\_ADR 06a]. Nous présentons ci après deux applications industrielles de nos travaux.

### 4.5.1. Lot de tiroirs de distributeurs

#### Problématique

Les spécifications du bureau d'études (client interne) sont écrites selon les normes mais la volonté du site de production est de réaliser des formes les plus fonctionnelles possibles. L'entreprise partenaire voulait connaître les formes et leurs dispersions de l'ensemble du processus de production des tiroirs de distributeurs. L'étude d'un lot (réduit mais caractéristique) nous permet de montrer les formes technologiques mais aussi le résidu de ces formes.

#### Démarche

Nous avons analysé un lot de dix tiroirs distributeurs. Nous avons mis en évidence les défauts de taille et de conicité (Figure 4.11) qui sont prépondérants. Dans la figure 4.12 nous montrons le résidu (les modes 5 et 6 ont été retirés) de ces défauts pour un lot de tiroirs. Il apparaît tout d'abord que le procédé est relativement stable, en effet, sur 200 modes (dont 100

sont représentés ci dessous) il reste 4 modes prépondérants (12, 45, 67 et 77). L'entreprise partenaire peut effectuer son expertise sur la criticité de ces formes.

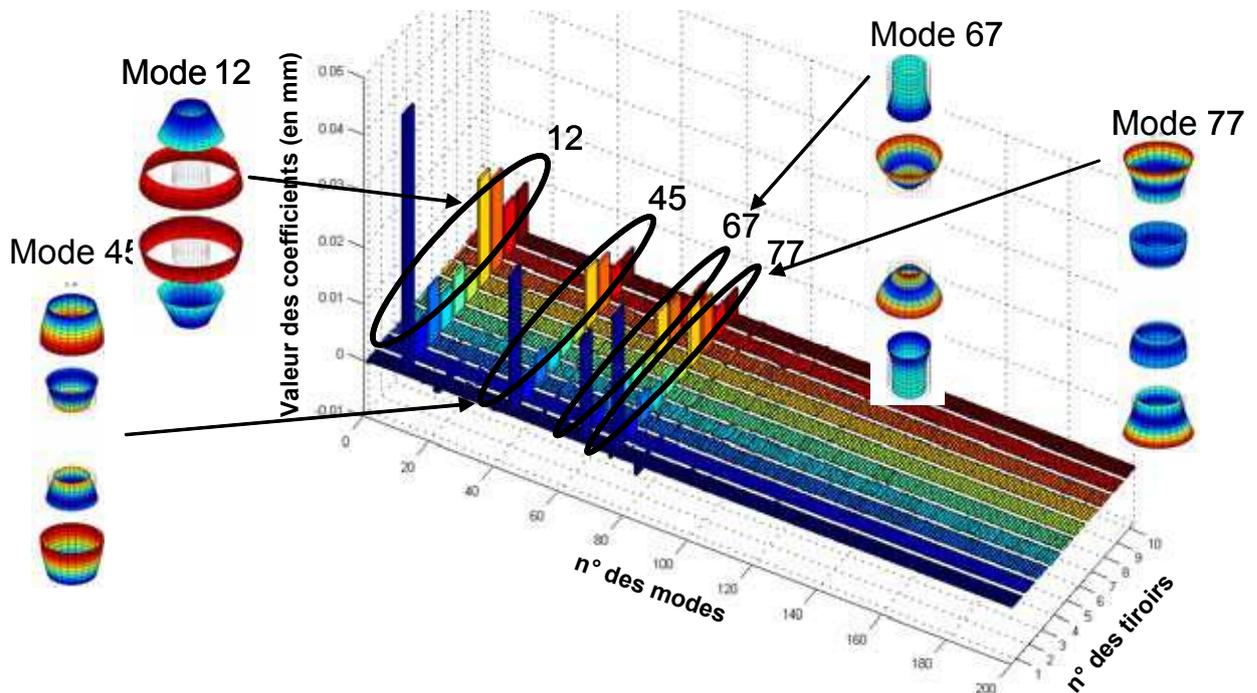


Figure 4.12 Signature modale résiduelle d'un lot de tiroirs de distributeur

#### Remarques

- Les quatre formes (12, 45, 67 et 77) peuvent être décrites par une forme technologique si l'expert la relie à une fonction.
- Il est possible d'aller plus loin et de montrer (comme on le fait dans le paragraphe suivant) la forme moyenne lissée du lot ou le résidu lissé.

#### 4.5.2. Lot de capots de balance

##### Problématique

L'entreprise TEFAL-ARTICLES DE PESAGE met en œuvre un plan de surveillance des pièces plastiques à l'aide d'un tableau de caractéristiques. Ce tableau n'est pas simple à lire (beaucoup de données) et ne permet pas de voir les couplages de données.

##### Démarche

En prenant un lot de capots (5 seulement) de balance, nous décrivons sa signature modale et en extrayons les caractéristiques moyennes et écarts types. Cette démarche permet aux industriels d'analyser avec une méthode rigoureuse et visuelle les défauts (modes naturels) de forme d'un lot de pièces. Notre collaboration a permis de proposer [I\_FAV 07a] [I\_PIL 06] plusieurs modes de représentations d'un lot dont la figure 4.13 montre un exemple.

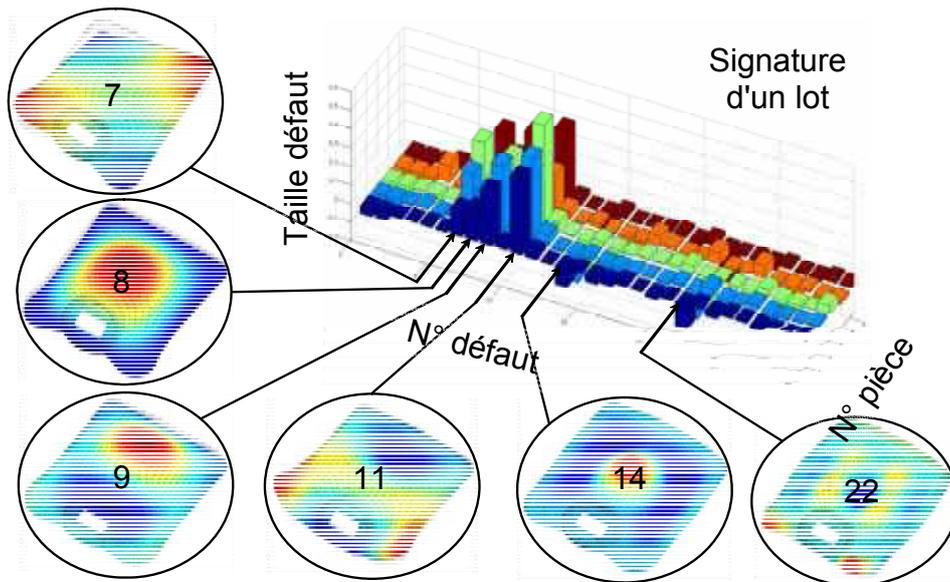


Figure 4.13 Signature modale d'un lot de capots de balance

Ce lot de balances peut être représenté sous la forme d'un double spectre (figure 4.14) de valeurs moyennes et d'écart types.

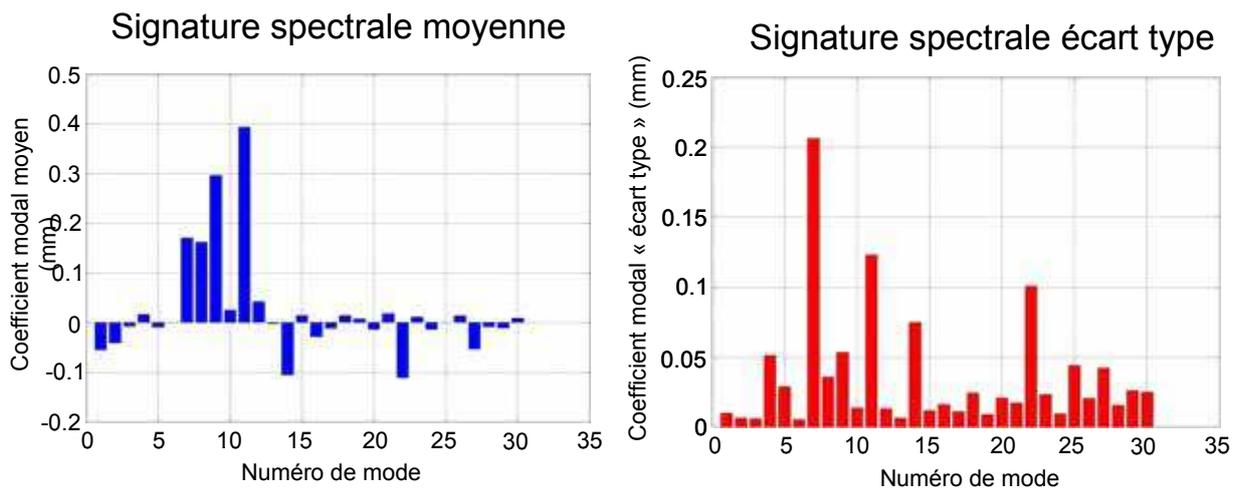
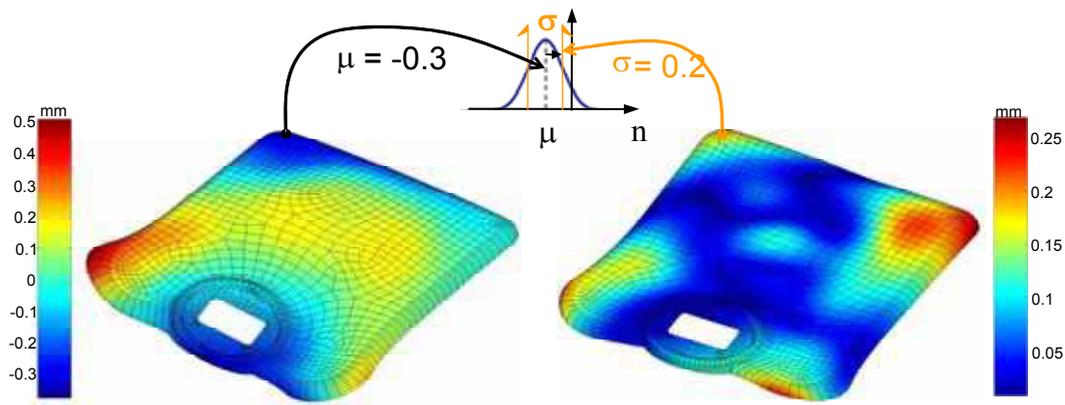


Figure 4.14 Signature statistique d'un lot de capots de balance

On effectue alors une troncature du spectre qui permet d'obtenir la forme moyenne du lot de balances et la cartographie des écarts types. La figure 4.15 montre la correspondance entre les deux représentations et une gaussienne en un point particulier. On peut voir le défaut moyen et son amplitude ainsi que les zones dans lesquelles on aura les plus grandes dispersions.



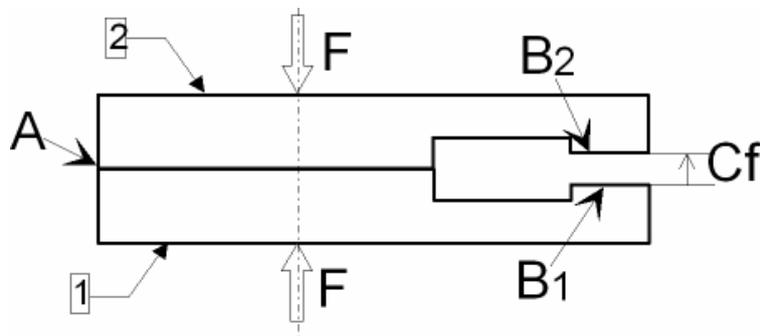
*Forme moyenne*

*Forme écart type*

*Figure 4.15 Moyenne 3D et écart type 3D d'un lot de balances*

#### 4.6 Etude d'assemblages avec défauts de forme

Les travaux les plus récents [I\_ADR 07] [I\_ADR 08] portent sur la problématique de l'assemblage des surfaces avec défauts de forme. L'assemblage se fait avec deux notions importantes, la définition d'une action  $T_{1A2}$  (torseur d'efforts) de liaison et la construction d'une enveloppe convexe de contact. Nous proposons un assemblage simple (Figure 4.17) dans lequel nous considérons les surfaces  $B_i$  parfaites (pour raccourcir l'étude). Cf est la condition fonctionnelle à respecter entre les surfaces  $B_i$ .



*Figure 4.16 Assemblage 2D*

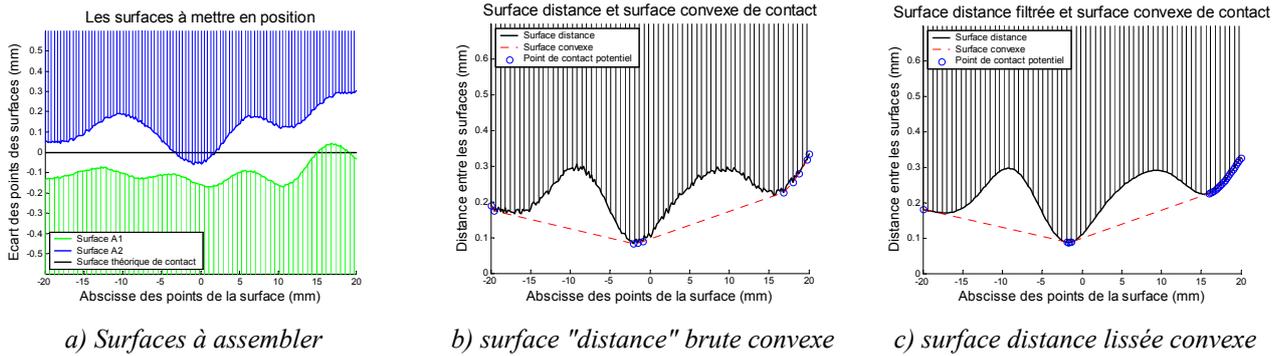


Figure 4.17 Détermination de la surface convexe « distance de contact »

La figure 4.17 montre comment, à partir de la définition des surfaces à assembler nous déduisons la surface distance puis la surface convexe associée. Le paramétrage modal sert à effectuer un lissage et à déterminer la surface distance convexe. En appliquant à cette dernière et à son vis-à-vis un torseur de liaison, on trouve alors la configuration de contact. Elle est exprimée en paramètres modaux puis traduite en composantes de TPD de manière à être utilisée dans une étude plus générale de l'assemblage.

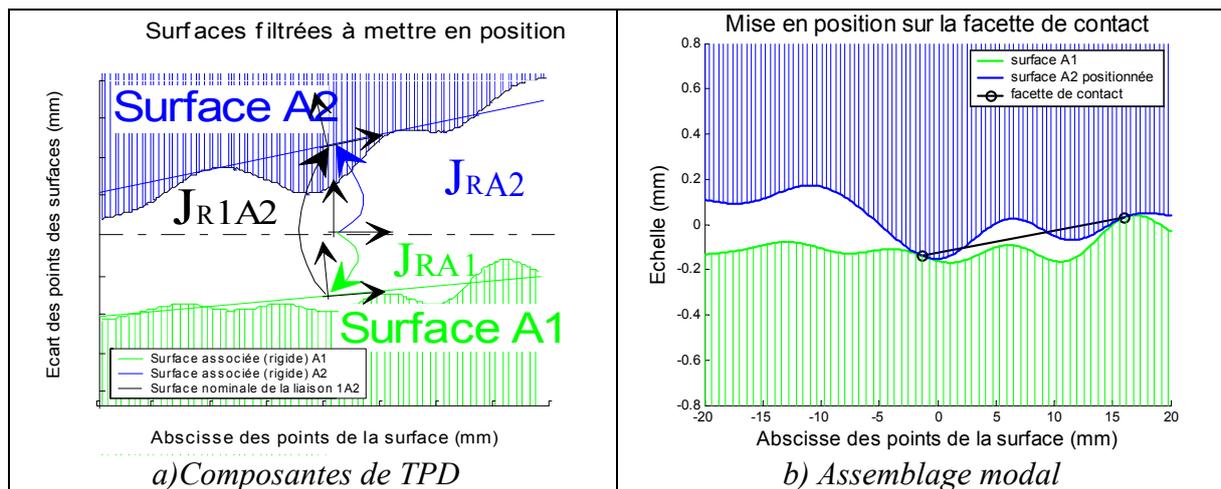


Figure 4.18 Détermination de la surface distance de contact convexe

La figure 4.18 montre comment on peut définir  $J_{RiXj}$  comme étant le torseur jeu rigide (sans défaut de forme) entre les surfaces associées sans défaut de forme et  $J_{Fixj}$  celui qui est spécifique à la forme. On obtient alors par addition,  $J_{iXj}$ , le torseur de la liaison X entre les pièces i et j.

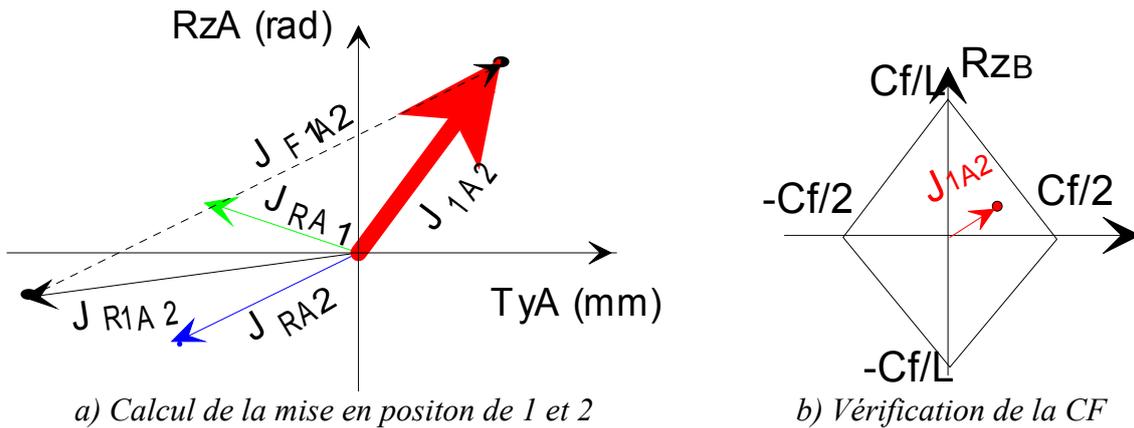


Figure 4.19 TPD résultant et CF

Dans la figure 4.19, la somme du torseur jeu des surfaces associées sans défauts de formes ( $J_{R1A2}$ ) avec le celui dû aux défauts de formes assemblés ( $J_{F1A2}$ ) donne la mise en position  $J_{1A2}$  sous l'action de contact  $T_{1A2}$ . En transportant ce torseur en B, on vérifie que ses composantes sont circonscrites au domaine spécifié. Dans [I\_ADR 08], nous abordons les aspects statistiques d'assemblage avec défauts de forme.

#### 4.6.1. Qualité perçue des assemblages

Le besoin client n'est plus seulement simplement fonctionnel : aux exigences conventionnelles (assemblabilité, fonctionnalités basiques), s'ajoutent de nouvelles demandes en matière d'aspect. Il est nécessaire de définir une métrologie de l'aspect, on parle alors de qualité perçue. Celle-ci peut s'exprimer dans différents domaines, chacun associé aux sens de l'humain. Nous nous intéresserons aux seuls aspects géométriques.

Certain travaux utilisent la CAO comme solveur d'analyse d'accostage [WIK 03], mais la lenteur des résolutions limite le nombre de calculs. Nous avons choisi de développer une maquette logicielle dans une application de résolutions numériques. Dans [R\_ADR 07], nous présentons le principe d'analyse d'un accostage avec défaut de forme en traitant en exemple, un cas industriel.

#### Les défauts d'accostage

Nous nous sommes déjà intéressés dans le chapitre 2 (accostage aile/projecteur) à cet aspect de la qualité géométrique en négligeant les défauts de formes, mais ici, nous complétons ces travaux en prenant en compte les défauts des bords des surfaces en contact. L'accostage décrit comment deux surfaces sont "cousues" l'une à l'autre. Il existe 6 défauts d'accostage que nous avons associés au Torseur de Petits Déplacements (TPD) d'une surface en prenant l'autre en référence. Nous sommes confrontés quotidiennement à une analyse d'accostages, de l'observation d'un carrelage, d'un assemblage de pièces plastiques, des éléments de carrosseries de voitures,...

#### Définition des 6 défauts d'accostage

Les accostages sont des défauts qui se décomposent, selon le TPD en trois translations et trois rotations, mais surtout du point de vue client-fournisseur en deux catégories à savoir les jeux et les affleurements. Les jeux sont les déplacements qui modifient la distance dans le plan local tangent aux surfaces, ils sont observés selon une direction normale à ce plan. Les affleurements leur sont complémentaires et sont observés selon les plans tangents.

Nous proposons la définition d'un repère local qui permette de décrire les accostages en discriminant les jeux et les affleurements le long d'une courbe de « couture » de deux surfaces. Une des deux surfaces doit être définie comme élément de référence. C'est à partir de cette dernière que les jeux et les affleurements sont définis.

En chaque point  $P$  de la courbe  $C$  d'intersection de deux surfaces  $S_i$  et  $S_j$ , nous définissons le vecteur  $\vec{x}$  tel que  $(P, \vec{x})$  est tangent à la courbe  $C$  d'intersection des surfaces. Le vecteur  $\vec{z}$  est tel que  $(P, \vec{z})$  est dirigé selon la direction de spécification du jeu. Le vecteur  $\vec{y}$  est tel que  $(P, \vec{y})$  est dirigé selon la définition de l'affleurement. Il est de plus nécessaire de définir le point de vue de l'observateur qui permet de discriminer l'affleurement du désaffleurement selon qu'on voit ou pas l'interstice laissé par le décalage selon  $z$  de  $S_2$  par rapport à  $S_1$ . Nous proposons comme convention que  $\vec{y}$  soit dans le sens du jeu positif et  $\vec{z}$  dans le sens affleurement.

La figure 4.20 met en évidence un repère d'accostage de deux surfaces  $S_1$  et  $S_2$ .  $S_1$  est la surface de référence pour la définition des jeux et affleurements. Dès lors  $(P, \vec{y})$  est tangent à  $S_1$  et normal à  $(P, \vec{x})$ .

**Remarque :**

Si nous permutons les surfaces  $S_1$  et  $S_2$ , les axes ne subissent pas de permutations mais peuvent tourner si les surfaces liées ne sont pas de tangence commune.

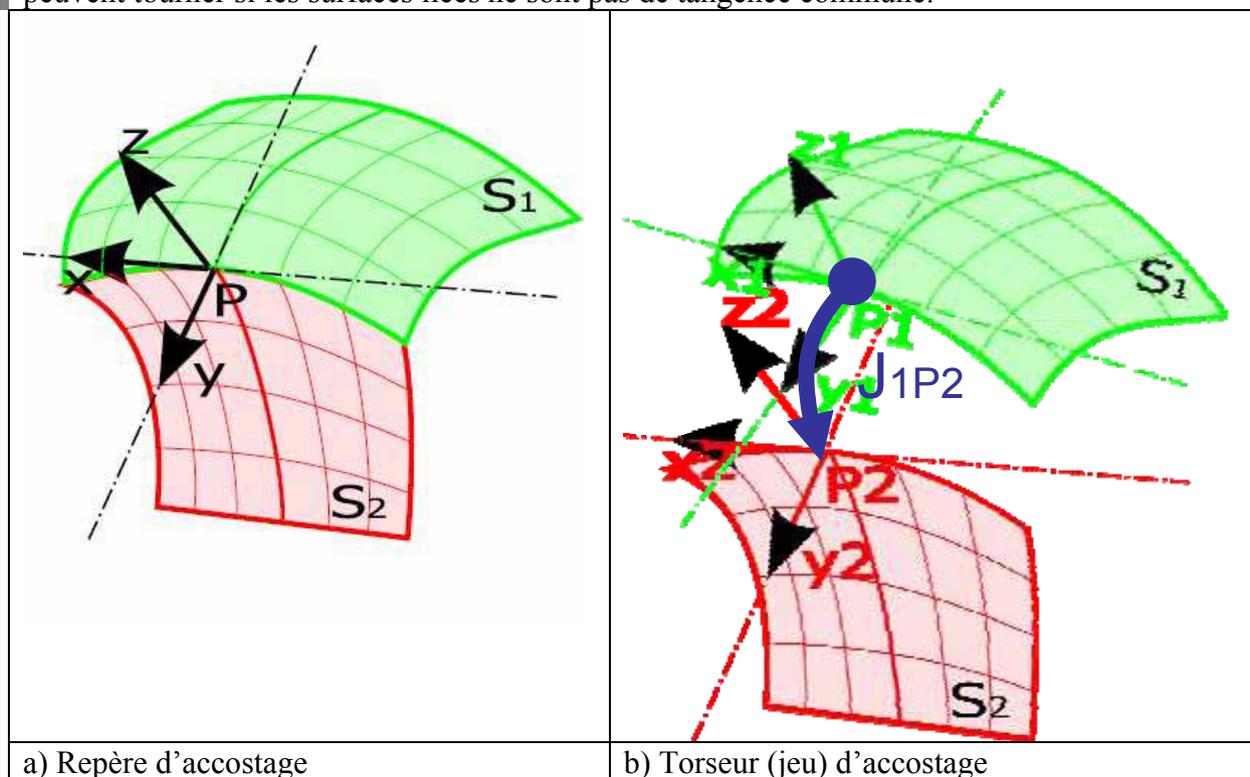


Figure 4.20 Repère et torseur d'accostage

Chaque repère  $(P, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  est orthonormé. L'ensemble de ces repères définit le domaine de définition des accostages des deux surfaces  $S_i$  et  $S_j$ . Les points de mesure seront pris dans cet

ensemble. Les deux surfaces ne sont pas nécessairement connectées, dans ce cas, les surfaces seront projetées afin de construire la courbe d'accostage. Un torseur de petits déplacements d'accostage est construit pour relier deux points  $P_1$  et  $P_2$  correspondants à un point  $P$  de la courbe d'accostage  $C$  appartenant aux deux surfaces  $S_1$  et  $S_2$ . Il est un torseur jeu local  $\{J_{1P2}\}$  de la liaison locale en  $P$  entre les deux repères  $(P_1, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$  et  $(P_2, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$  qui coïncident au nominal. L'observateur serait alors positionné du côté  $S_1$ .

Le repère d'accostage est alors défini par une courbe liant les deux surfaces au nominal. Les vecteurs  $\vec{y}$  et  $\vec{z}$  sont définis avec les spécifications (jeu ou affleurement). Le vecteur  $\vec{x}$  est alors déduit pour que le repère soit direct. On peut alors décrire mathématiquement tout type d'accostage avec déplacement (rigidifiant ou pas la courbe d'accostage  $C$ ) selon qu'on veuille prendre en compte les défauts de forme de courbure des deux courbes en vis-à-vis. Dans ce cas (Figure 4.21), on définira un ensemble de repères d'accostages dont on pourra analyser les torseurs (type jeu) d'accostage.

Les relations entre le type d'accostage (jeu ou affleurement), le type de degré de liberté (DDL) et la dichotomie translation/rotation peut être présenté de plusieurs façons nous en proposons deux ci-après. Dans le tableau 4.2 nous exprimons ces six défauts en fonction avec les composantes locales du torseur des petits déplacements. Il y a trois composantes de déplacement pour chaque type d'accostage. Les jeux sont les mouvements dans le plan normal à l'affleurement et les affleurements les déplacements complémentaires.

	Repère	Figure	TPD	Dénomination
Affleurements			$\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ T_z & 0 \end{Bmatrix}$	(Dés)affleurement pur
			$\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & R_y \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}$	(Dés)affleurement évolutif
			$\begin{Bmatrix} 0 & R_x \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}$	(Dés)affleurement tangent
Jeux			$\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ T_y & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}$	Jeu pur
			$\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & R_z \end{Bmatrix}$	Jeu évolutif
			$\begin{Bmatrix} T_x & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}$	Jeu tangent

Tableau 4.2 Définitions des accostages

### Défauts de formes des accostages

Les accostages peuvent être vus comme des déplacements de surfaces sans défauts de forme et on peut leur appliquer des méthodes d'analyse utilisant le modèle des torseurs de petits déplacements, mais si l'on veut prendre en compte les défauts de forme des contours des pièces il est nécessaire d'utiliser une modélisation prenant en compte les « déformations de contours ». Cette dernière peut être vue selon deux aspects, le point de vue comportement déformable des accostages que l'on appelle conformage et le point de vue défauts de formes des contours. Dans ce chapitre, nous nous concentrerons sur ce dernier point.

### Application à un accostage de fenêtre de balance

Le problème posé ici est l'identification des défauts d'accostage d'un lot de fenêtres de pesepersonnes. La figure 4.21 montre comment on traduit un accostage en jeux et affleurements sur un ensemble de repères locaux.

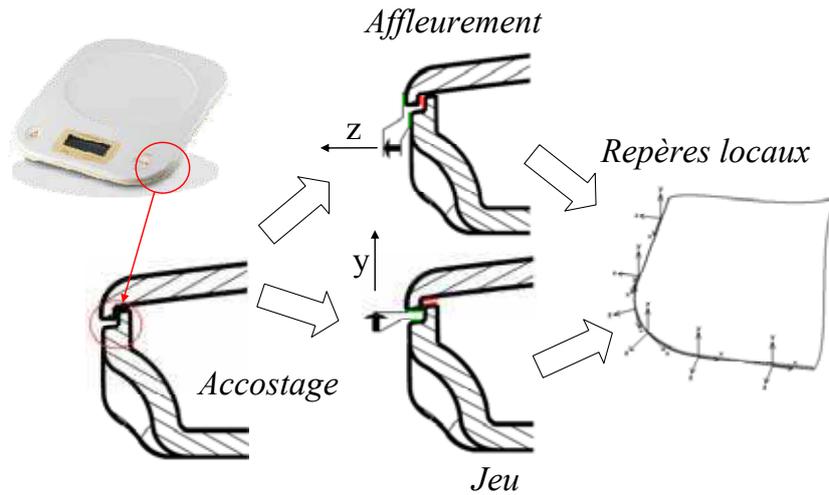


Figure 4.21 Accostages d'un capot de balance de ménage

Le modèle d'étude de cet accostage est défini à l'aide d'une poutre construite selon la courbe d'accostage. Elle est orientée selon les repères locaux. En testant (figure 4.22) des défauts de complexité croissante (longueurs d'ondes prépondérantes de plus en plus courtes) on a pu valider des reconstructions de qualité avec moins de cinquante modes significatifs. Ces essais ont montré l'efficacité du paramétrage modal et la polyvalence de ses applications. Le terme  $e$  est calculé selon.

$$e^2 = \frac{\sum_{i=1}^n ((d_{Xmi} - d_{Xri})^2 + (d_{Ymi} - d_{Yri})^2 + (d_{Zmi} - d_{Zri})^2)}{\sum_{i=1}^n (d_{Xmi}^2 + d_{Ymi}^2 + d_{Zmi}^2)} \quad (4.14)$$

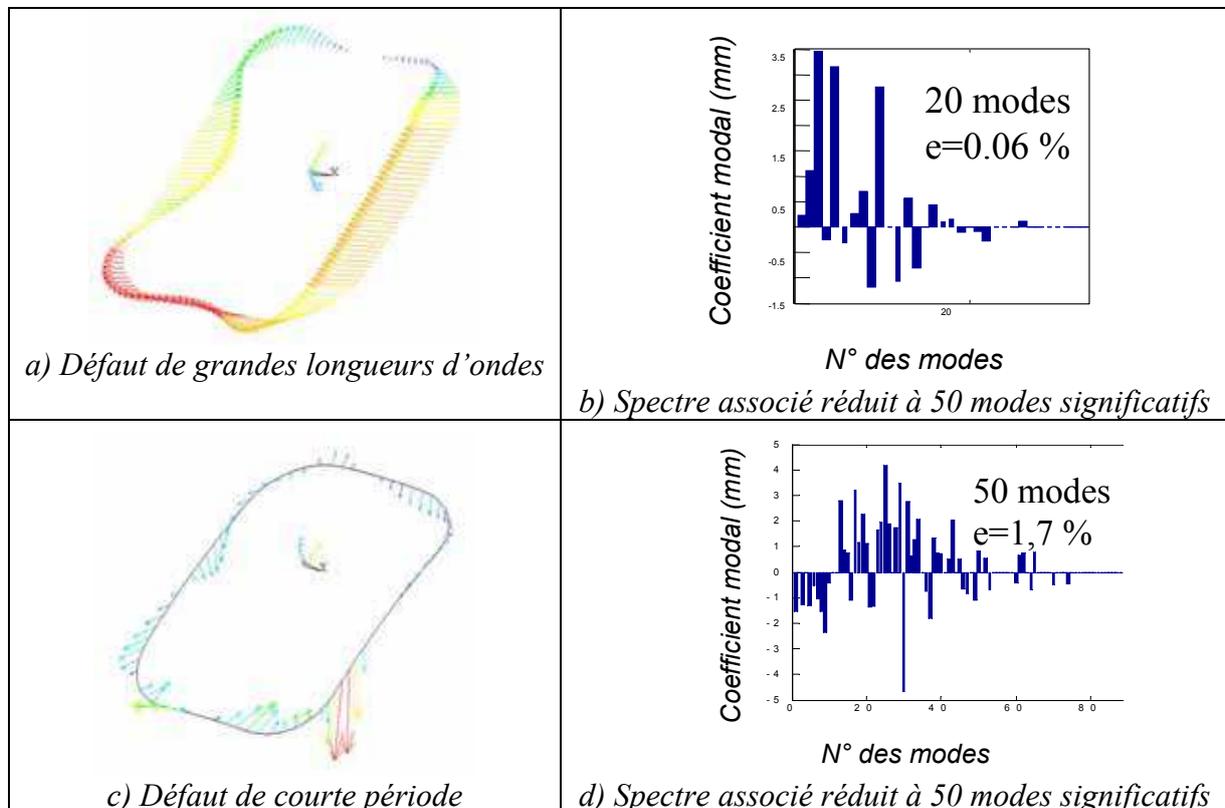


Figure 4.22 Modèle poutre d'étude d'accostage

---

## 4.7 Rugosité 3D

---

Les moyens de mesure ont fortement évolué [MAT 95] [MYS 03] en proposant des solutions mécaniques (microscopes AFM) et optiques (interféromètres à lumière blanche) permettant d'accéder à des micro-géométries 3D. Ces données ont fait évoluer les normes (projet de norme [ISO 25178]) qui permettront d'écrire des spécifications de rugosité 3D en prenant en compte de nouveaux critères qui enrichiront les critères 2D existants. Un nombre conséquent de scalaires y sont définis depuis la rugosité moyenne arithmétique de la surface jusqu'à des critères de direction de texture de la surface [BLA 06]. Le paramétrage modal permet d'accéder à une représentation 3D similaire à celle que nous avons développée dans l'étude des formes. En effet, si l'on désire exploiter un modèle de rugosité périodique, un paramétrage modal donnera un nombre réduit de valeurs qui peut, dans une démarche expérimentale être associé à des fonctions et des paramètres du procédé. Comme il en a été question dans le cas des ondulations, il est possible de définir un comportement anisotrope (dont la propriété des surfaces apparaît dans la future norme).

Nous ne pourrions pas, définir par la méthode modale seule, une micro-géométrie fortement anguleuse (pics et creux « pointus ») mais des méthodes basées sur les fractales [LOP 95] ou les ondelettes [LEE 98] semblent plus performantes. J'ai monté une coopération (5 séjours chercheur de 2007 à 2008 impliquant deux équipes de recherche) avec l'Université Technologique de Kaunas en Lituanie portant sur ce thème. L'étude d'un ensemble de carreaux (patches) permettra de définir les signatures moyenne et écart type de la texture 3D de la surface selon une démarche éprouvée dans l'étude d'un lot de pièces (§ 4.5 p.67).

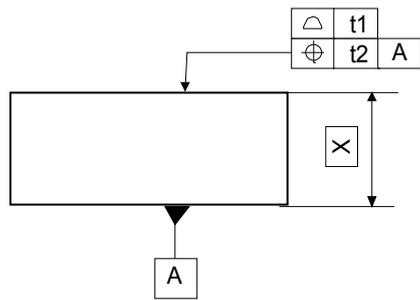
---

## 4.8 Spécifications modales

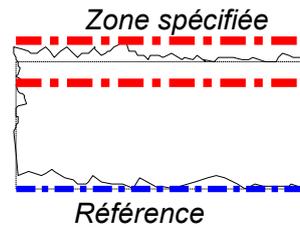
---

La maîtrise de la qualité des formes constitue une chaîne de l'écriture des spécifications jusqu'à la métrologie (cf. figure 1.1 page 24). La volonté du normalisateur est de définir des outils permettant de dissocier les types de défauts. Sans aller contre cette volonté, la méthode modale peut permettre de les unifier. La zone spécifiée peut être divisée en deux zones comme le propose [AME 07], la première limite les déplacements de la surface et la seconde celle des écarts de forme. Pour aller plus loin dans cette démarche, nous pouvons alors chercher à limiter chaque forme indépendamment à la manière d'une chaîne de cotes de formes où on divise la zone globale spécifiée en autant de tronçons que de formes contributives (position, forme1, forme2, ...). Nous pouvons aussi chercher à les associer pour définir un assemblage de formes dont la somme (vectorielle et non celle des zones) se partage l'espace des déplacements admissibles. Les approches présentées ci-après sont comme dans le chapitre 1, dans une démarche « au pire des cas ».

L'écriture des spécifications de formes est la partie de nos travaux qui est la plus récente. Dans [R\_SAM 07a], nous avons écrit quelques propositions, illustrons-les avec l'exemple de la figure 4.23. Nous traitons l'exemple en 2D pour en simplifier les expressions.



a) Spécification



b) Géométrie actuelle et zone spécifiée

Figure 4.23 Spécification et zone.

Nous considérons une exigence fonctionnelle de localisation d'un axe dans un plan en prenant en compte les défauts de forme. Nous prenons alors une base de défauts modaux  $Q_i$ , associée à un modèle poutre tel que montré dans la figure 4.24 (modèle poutre appuyée auquel on a ajouté les deux modes cinématiques 1 et 2).

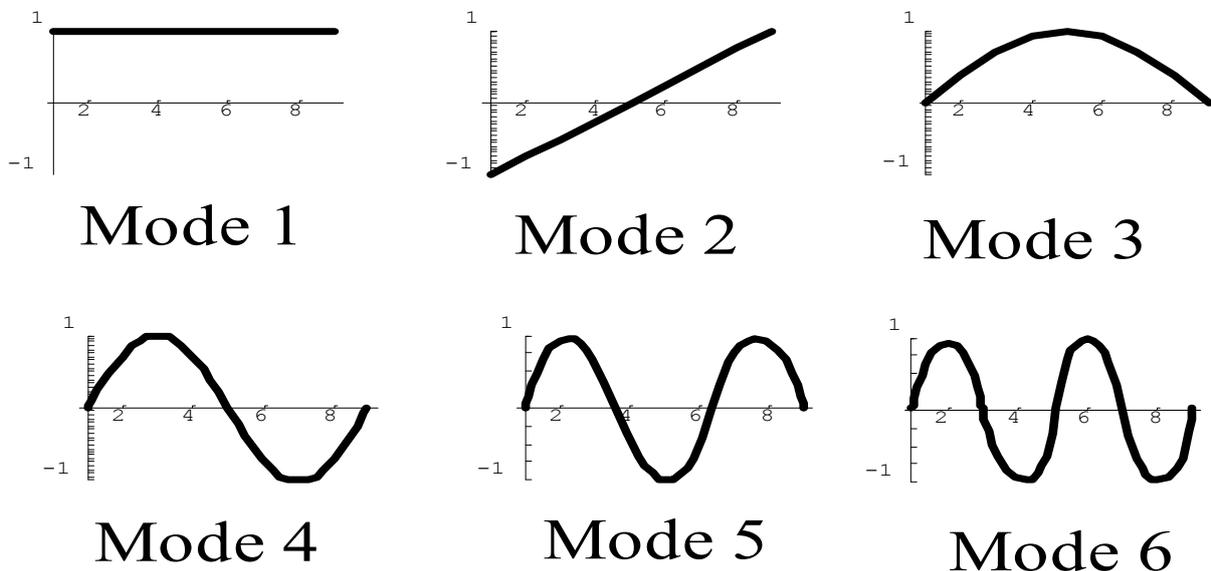


Figure 4.24 Mobilités et modes d'une poutre simplement appuyée

**Remarque :**

Les modes étant normés à l'aide de la norme infinie définie dans l'équation (4.7) page 58, les formes représentées ont toutes une limite égale à 1 ou (et) -1. Multipliées par la valeur de la demi-tolérance elles tangentent la zone de tolérance.

4.8.1. Tolérancement spectral

Nous pouvons écrire l'expression d'un besoin client à l'aide des coordonnées modales sous la forme d'un spectre admissible compris entre deux spectres limites. Nous avons appelé tolérancement spectral cette méthode. En analysant une forme mesurée, nous calculons les coefficients modaux et les représentons sur un spectre. La figure 4.25 montre trois façons de spécifier pour un spectre de coefficients modaux :

- La spécification uniforme (a) impose à chaque mode de respecter la même zone de forme en exploitant le principe métrique des coefficients modaux (ici égale à  $400 \mu\text{m}$ ).
- La spécification par paliers (b) permet de grouper les modes par niveaux de criticité.

- La spécification hyperbolique (c) permet de d'écrire avec une loi simple que l'exigence décroît avec l'ordre du mode.

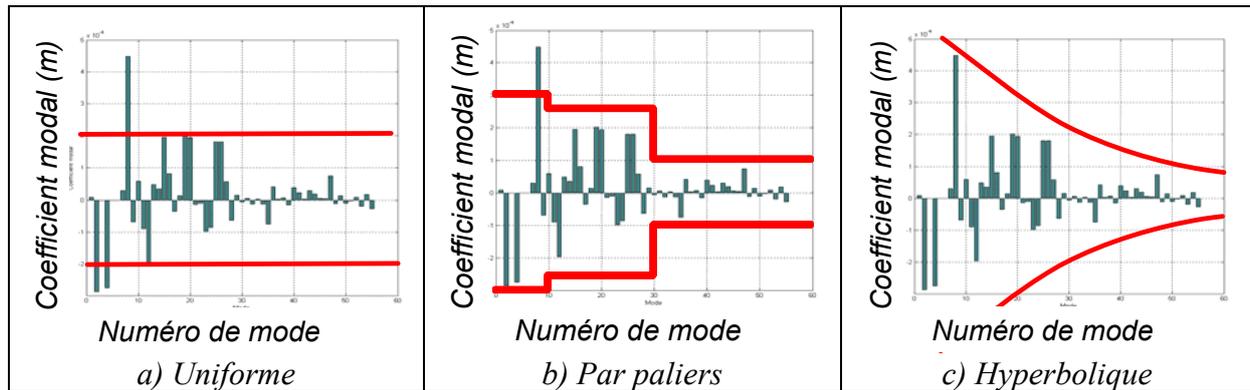


Figure 4.25 Spécifications spectrales.

Il va de soi que les modes rigides (associés aux TPD) peuvent être dissociés des modes de forme, pour spécifier séparément les défauts.

Cette méthode de spécification que nous pouvons nommer méthode des intervalles est simple à mettre en œuvre et très visuelle. Elle a cependant l'inconvénient de ne pas coupler les formes entre elles ce que propose la méthode des domaines modaux.

#### 4.8.2. Domaine modal spécifié

Nous avons posé le problème de la relation entre les coefficients modaux et la limitation des défauts d'une surface à une zone. Dans ce cas il faut associer les coefficients entre eux (dont les composantes de déplacements « rigides »), en utilisant la méthode des domaines pour obtenir le domaine modal associé.

Les inéquations de la zone sont décrites par:

$$\delta_j = \sum_{i=1}^p \lambda_i Q_{ij} \quad (4.15)$$

$$-\frac{t}{2} < \delta_j < +\frac{t}{2} \quad (4.16)$$

Si l'on discrétise en 8 éléments (9 nœuds) la poutre modèle, et que l'on écrit les relations (4.16) liant les 5 premiers modes, on obtient les 18 inéquations (4.17) définissant le H-domaine modal associé à la spécification.

		Mode 1	Mode 2	Mode 3	Mode 4	Mode 5	
Nœud 1	$-t/2 <$	$+ 1$	$\lambda_1 - 1$	$\lambda_2 + 0$	$\lambda_3 + 0$	$\lambda_4 + 0$	$\lambda_5 < t/2$
Nœud 2	$-t/2 <$	$+ 1$	$\lambda_1 - 0.75$	$\lambda_2 + 0.38$	$\lambda_3 + 0.7$	$\lambda_4 + 0.92$	$\lambda_5 < t/2$
Nœud 3	$-t/2 <$	$+ 1$	$\lambda_1 - 0.5$	$\lambda_2 + 0.7$	$\lambda_3 + 1$	$\lambda_4 + 0.7$	$\lambda_5 < t/2$
Nœud 4	$-t/2 <$	$+ 1$	$\lambda_1 - 0.25$	$\lambda_2 + 0.92$	$\lambda_3 + 0.7$	$\lambda_4 - 0.38$	$\lambda_5 < t/2$
Nœud 5	$-t/2 <$	$+ 1$	$\lambda_1 + 0$	$\lambda_2 + 1$	$\lambda_3 + 0$	$\lambda_4 - 1$	$\lambda_5 < t/2$
Nœud 6	$-t/2 <$	$+ 1$	$\lambda_1 + 0.25$	$\lambda_2 + 0.92$	$\lambda_3 - 0.7$	$\lambda_4 - 0.38$	$\lambda_5 < t/2$
Nœud 7	$-t/2 <$	$+ 1$	$\lambda_1 + 0.5$	$\lambda_2 + 0.7$	$\lambda_3 - 1$	$\lambda_4 + 0.7$	$\lambda_5 < t/2$
Nœud 8	$-t/2 <$	$+ 1$	$\lambda_1 + 0.75$	$\lambda_2 + 0.38$	$\lambda_3 - 0.7$	$\lambda_4 + 0.92$	$\lambda_5 < t/2$
Nœud 9	$-t/2 <$	$+ 1$	$\lambda_1 + 1$	$\lambda_2 + 0$	$\lambda_3 + 0$	$\lambda_4 + 0$	$\lambda_5 < t/2$

(4.17)

Ce H-domaine est montré dans le sous espace  $(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$  dans la figure 4.26 (18 inéquations et 20 sommets 3D).

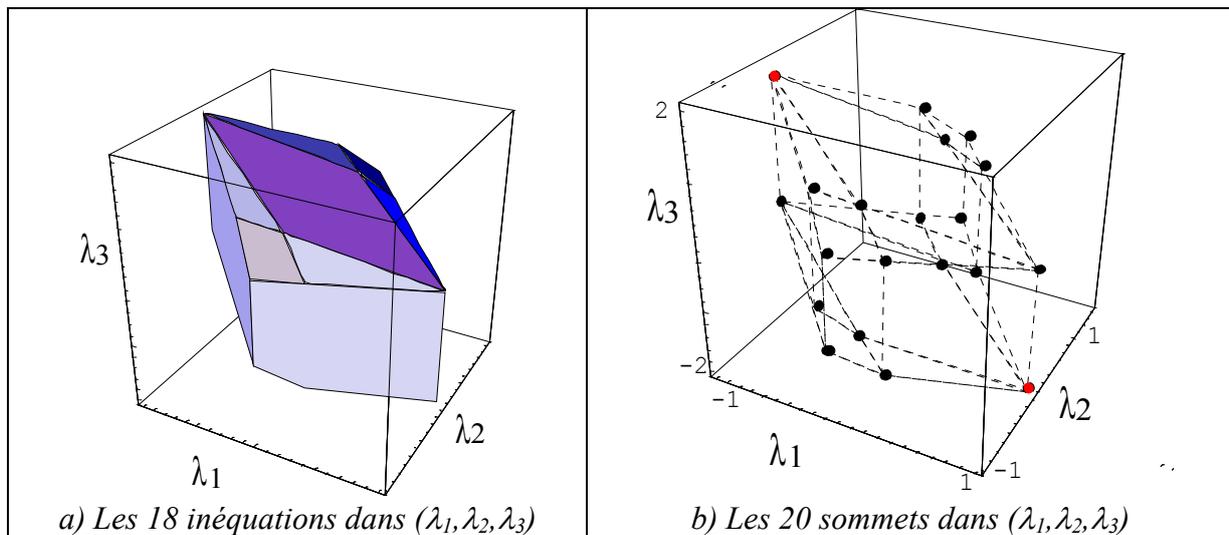


Figure 4.26 Domaine modal spécifié

### Remarques

- Si nous avons utilisé les six modes (travaillé en dimensions 6) de la figure 4.24, nous aurions eu 20 inéquations et 232 sommets.
- Chaque sommet est une composition de coefficients modaux créant une forme en contact avec la CF.
- On peut voir que  $\lambda_3$  peut valoir 2 si  $\lambda_1$  vaut -1 et que tous les autres  $\lambda_i$  sont nuls, alors qu'il ne peut dépasser 1 (ou -1) si tous les  $\lambda_i$  ( $i \neq 3$ ) sont nuls. Cet exemple (sommets en rouge dans la figure 4.26.b) montre les limites du tolérancement spectral pour respecter une zone.
- Chaque sommet est une combinaison des coefficients modaux qui donne une forme en contact avec la zone spécifiée, l'ensemble des sommets est l'ensemble des combinaisons au « pire des cas ».

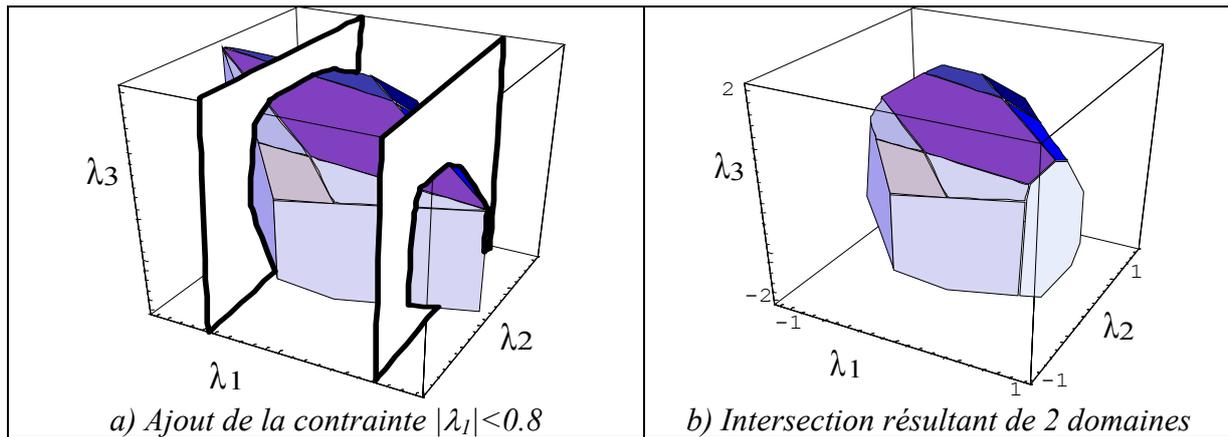


Figure 4.27 Domaines spécifiés et contrainte spectrale

La résolution des équations (4.15) et (4.16) appliquées à une surface discrétisée par  $n$  nœuds donnera  $2 \times n$  inéquations dans un espace construit par  $m$  modes propres. Le système de bi-inéquations (4.17) devient de taille  $n \times m$  et le nombre de sommets potentiels dans un espace à  $m$  dimensions est très grand (pour un  $m$ -hypercube la formule d'Euler indique qu'il y aurait  $2 \times m$  faces et  $4 \times (m-1)$  sommets). Pour le cas d'une plaque discrétisée en  $10 \times 10$  éléments, et l'utilisation de 20 modes (dont 3 rigides), on aurait 242 inéquations dans un espace de dimensions 20. La détermination des sommets serait longue (au plus  $1,5 \cdot 10^{17}$  sommets) et la manipulation du domaine relativement lourde.

#### 4.8.3. Conclusion sur les spécifications modales

L'intention du concepteur peut être de limiter les écarts de formes pour des fortes périodicités et d'utiliser le tolérancement spectral qui permet d'écrire de façon simple (en limitant le nombre de paramètres à spécifier). S'il désire mixer les approches en respectant la notion de zone associée au paramétrage modal, nous proposons une extension des domaines écarts. Nous avons commencé à explorer des méthodes de simplifications automatiques des domaines (abordées à la page 34) qui permettront de rendre les calculs beaucoup plus rapides. Nous savons que l'analyse au pire des cas n'est pas réaliste et son respect génère des coûts importants en sur qualité. Les approches statistiques notamment à l'aide du tolérancement inertiel proposé par Pillet [PIL 04][PIL 05] montrent une voie intéressante que nous avons commencé à explorer [I\_ADR 07b] dans la thèse de Pierre-Antoine Adragna. Ces travaux devront être poursuivis dans le cadre des spécifications de formes en accord avec une maîtrise du Taux de Non-conformité. D'autre part l'écriture de spécifications en tolérancement modal demande à être confrontée à des exemples concrets, c'est l'objet de la troisième année (2008-2009) de la thèse d'Hugues Favrière dans laquelle nous avons choisi de déployer la maîtrise de la qualité des formes de la métrologie vers la maîtrise statistique des procédés [I\_FAV 07] [I\_FAV 07a] puis vers les spécifications.

## 4.9 Conclusion

---

Le paramétrage modal est un langage des formes qui élargit l'écriture des variations géométriques en incluant les défauts de positions et de dimensions. Il définit une base mathématique simple à mettre en œuvre qui peut être exploitée à un niveau simple utilisateur ou expert. Les propriétés principales de la base de défauts sont l'exhaustivité et la valeur métrique des coefficients. Il peut être utilisé sous la forme de modes naturels si les spécifications ne précisent pas les formes à contrôler ou peut être complété par des formes spécifiques (modes technologiques). Il peut contenir les paramètres positionnels (modes rigides) et être traduit en composantes de TPD (et réciproquement). De même, on peut analyser des paramètres dimensionnels mais le domaine de prédilection est l'étude des formes de faible périodicité. En ce qui concerne les formes de forte périodicité (ondulation voire rugosité) la géométrie à analyser doit être réduite de façon à conserver la performance de la méthode (nombre réduit de modes représentant la forme).

Ce thème de recherche a germé à partir d'une idée de TP et d'une rencontre industrielle. Les aspects théoriques et la généralisation de la méthode ont ensuite été développés. Les méthodes de projection, de représentation et les spécifications modales ont un très grand champ d'applications. Les besoins inspirés des applications industrielles ont apportés de nouveaux développements tels que les coefficients métriques les développements statistiques et leurs représentations. Des projets sont en cours d'écriture pour appliquer ces méthodes à des domaines où la forme est la fonction. Notre exploration méthodologique nous a amenés à commencer par étudier la métrologie, nous continuerons par la maîtrise des procédés puis par l'écriture des spécifications.

Ces travaux ont fait l'objet d'un encadrement du mémoire CNAM d'Isabelle Perpoli (50% du travail consacré à ce thème), du co-encadrement doctoral de Pierre-Antoine Adragna (50% du travail) et de celui de la thèse d'Hugues Favrelière (100%). Ce thème est celui auquel je consacre le plus clair de mon temps recherche depuis quelques années. Les collaborations permettent de faire évoluer la méthode et montrent les pistes pertinentes à explorer.

# Chapitre

# 5

## Extensions à des domaines connexes

---

### 5.1 Paramétrage modal et simulations des défauts

---

Lors d'une analyse de structures par la MEF, on utilise la géométrie idéale. L'influence des défauts géométriques sur les résultats de l'analyse est étudiée grâce au paramétrage. Un des problèmes est de générer des défauts qui soient plausibles et non seulement faciles à générer. Nous apportons une solution qui est née dans cet environnement. Les paramétrages sont en principe liés à la construction du modèle géométrique. Ils peuvent être insuffisants lorsqu'ils n'expriment pas directement les défauts à contrôler.

#### 5.1.1. *Retour élastique en emboutissage*

##### **Problème posé**

Les expérimentations physiques et numériques utilisent des paramètres géométriques et des paramètres de procédé. Leur mise au point se fait à travers une démarche de plans d'expériences ou de surface de réponse. Une difficulté est de construire un paramétrage géométrique adapté au comportement du système (réglage à priori des sensibilités).

Dans [R\_LED 06], le paramétrage modal sert à définir les formes possibles d'une pièce emboutie. Une démarche de plans d'expériences numériques (simulations par éléments finis d'opérations d'emboutissages) utilisant ce paramétrage permet de réduire considérablement les retours élastiques en définissant des outillages optimaux. La figure 5.1 montre le procédé (a) ainsi que la forme obtenue sans compensation du retour élastique (b).

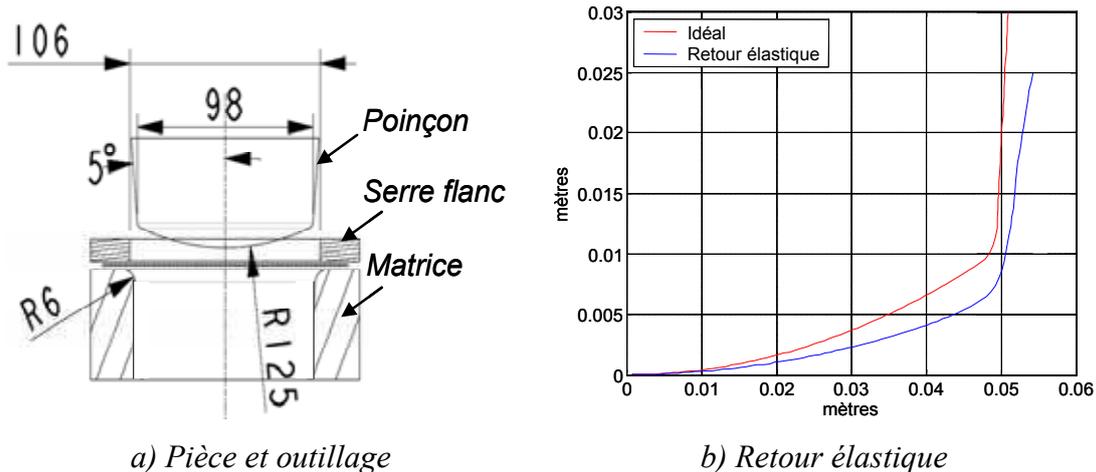


Figure 5.1 Retour élastique d'une pièce emboutie

### Démarche

Le paramétrage initial (A,R,D,H) associé à ce procédé (Figure 5.2.a) est introduit dans un plan d'expériences numériques en vue de réduire le retour élastique. Le choix des paramètres est délicat (il y en a une très grande variété) et ne permet pas de réduire suffisamment le défaut (non prise en compte des formes « fléchies ») c'est pourquoi nous avons utilisé, dans une seconde approche, le paramétrage modal dont les trois premiers modes sont montrés dans figure 5.2.b. Il a donné de meilleurs résultats et permet en un minimum de simulations (11 après optimisation) de définir un outillage réduisant au minimum (de 6,1 mm à 0,5 mm) le retour élastique sur toute la forme.

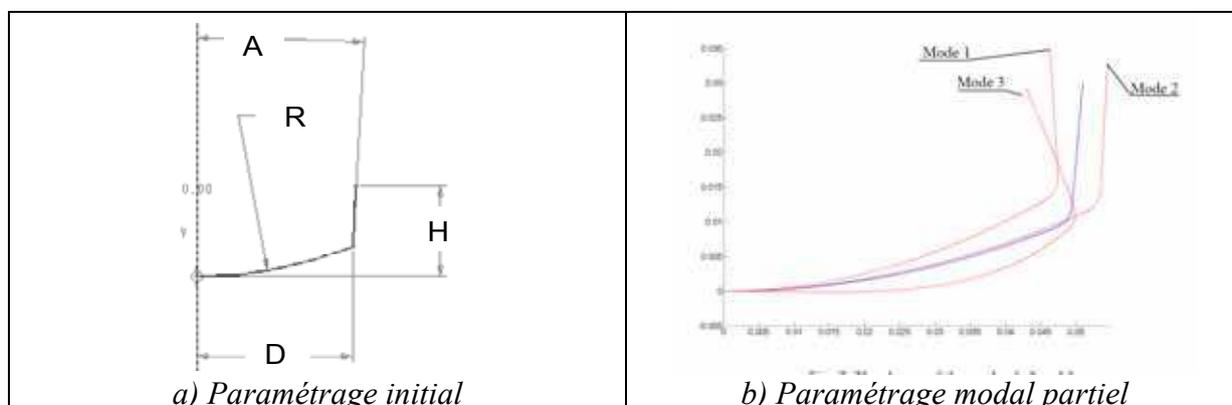


Figure 5.2 Retour élastique d'une pièce emboutie

#### 5.1.2. Lèvres d'anisotropie en emboutissage

En emboutissant un flanc issu d'une tôle anisotrope en vue de réaliser un cylindre avec fond, il se forme des lèvres sur les bords. Dans [R\_LED 07] , nous montrons comment le paramétrage modal des défauts de forme d'une pièce emboutie permet de limiter la taille d'un défaut issu de l'anisotropie du matériau.

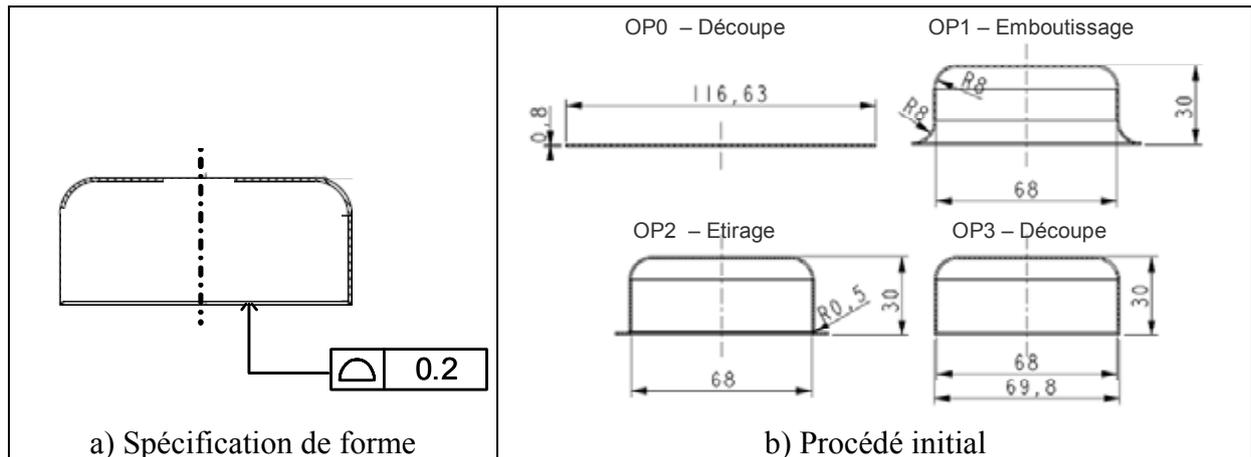


Figure 5.3 Pièce emboutie

La figure 5.4 montre le paramétrage du flanc (avec deux symétries) et les cinq premiers modes de la lèvres d'une pièce emboutie simulée.

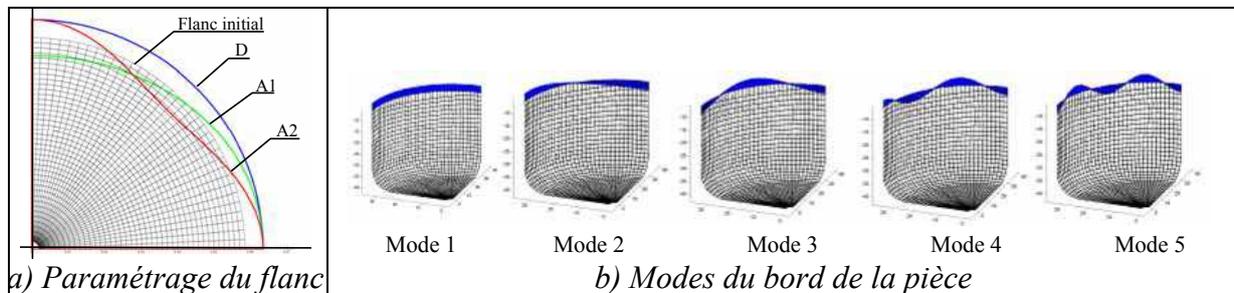


Figure 5.4 Paramétrage modal du bord d'une pièce emboutie

Grâce à l'utilisation de ce paramétrage dans une démarche de plan d'expérience, il a été possible de supprimer l'opération OP03 de découpe du bord tout en respectant la spécification de forme. Cette expérience nous laisse entrevoir des perspectives de coopération avec les spécialistes de procédés de mise en forme et leurs applications industrielles. Le paramétrage des formes peut venir en complément (ou en substitution) d'un paramétrage initial.

## 5.2 Le paramétrage biométrique

Dans [I\_SAM 06], nous avons montré comment le paramétrage géométrique est ouvert au domaine biométrique. Une expression du visage est une différence (ici, soustraction de la forme «référence=neutre» à la forme «sourire») entre deux formes (Figure 5.5.c). La mesure de la forme est effectuée à l'aide du procédé de stéréovision mis au point par Pierre Vacher, Professeur à SYMME et Terence Coudert [COU 04].

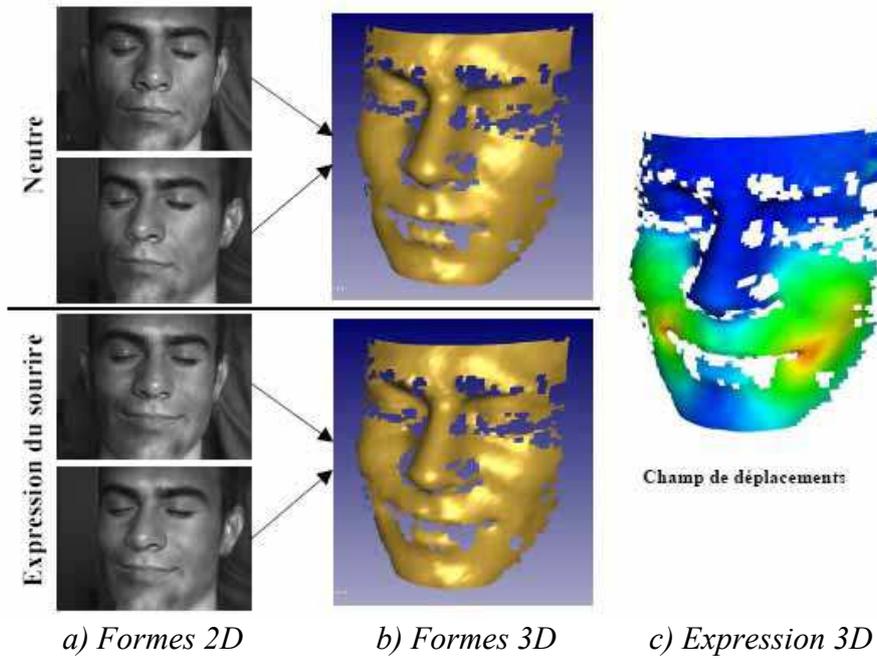


Figure 5.5 Mesure d'une expression du visage

Ce champ de déplacements peut être décomposé dans la base modale de la géométrie de référence qu'est le visage neutre (Figure 5.7).

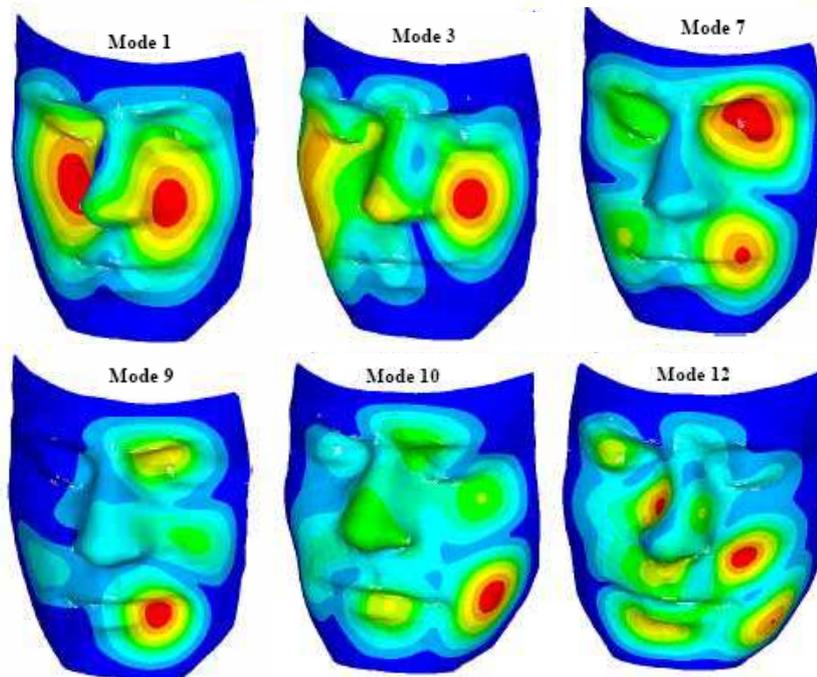


Figure 5.6 Quelques modes du visage neutre

L'expression peut alors être codée sous la forme d'un spectre (Figure 5.7) et être reconstruite par filtrage modal.

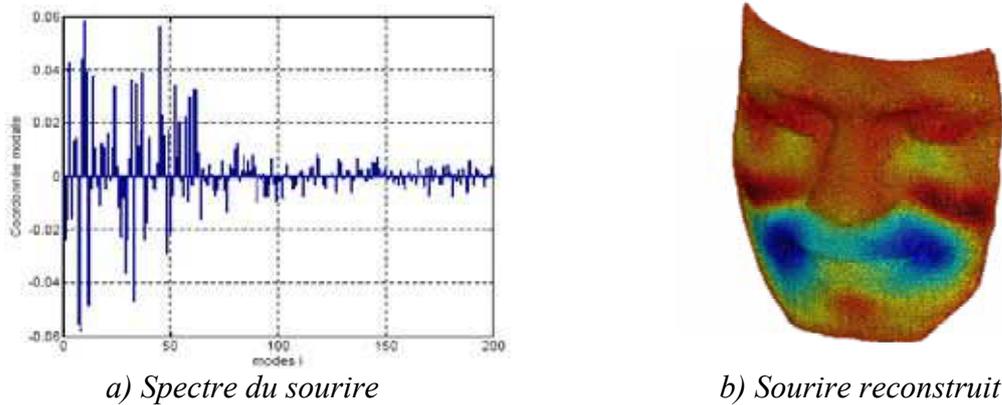


Figure 5.7 Le sourire d'un visage et son spectre

Dans la perspective de travailler sur des projets à composantes biologiques, cette étude a permis de défricher les principaux problèmes associés.

### 5.3 Vers le tolérancement des systèmes mécatroniques

Les assemblages se complexifient, et les outils d'aide à la conception qui ont vu le jour au cours des années 90 se diffusent dans les écoles et les industries. Le problème est toujours de définir un produit physique ayant des comportements acceptables. Le tolérancement des systèmes mécaniques peut alors se déployer vers ces systèmes.

Le groupe de travail « Modélisation Géométrique et Intégration Technologique » du Pôle Productique Rhône Alpes ([I\_MGI 98]) auquel nous avons participé avait tracé les grandes lignes d'une conception multi-vues d'un système complexe à travers l'exemple d'un moteur électrique. Ce travail a montré combien l'échange des données entre les modèles est fondamental. Nous avons proposé dans [I\_SAM 03d] une approche où la cinématique n'est plus seulement mécanique mais où les organes de commandes apportent des variations géométriques. L'enjeu est toujours de maîtriser la géométrie mais avec des données qui ne sont plus seulement « mécaniques ». Les spécialistes en contrôle-commande peuvent corriger, moyennant un investissement en modélisation de systèmes mécaniques (quelquefois déformables) l'erreur systématique. Dans [I\_LOT 03], nous avons appliqué ces principes à un actionneur « mécatronique ». Les incertitudes doivent souvent être encadrées faute d'être maîtrisées. Des approches combinées de modélisations sont possibles comme nous l'avons montré dans [I\_SAM 03c] dans lequel est traité l'exemple d'un rotor guidé sur un palier magnétique en introduisant les écarts sur les pièces mécaniques de l'assemblage et les jeux dynamiques issus de l'asservissement des paliers. Plusieurs analyses sont alors possibles selon les différentes configurations d'utilisations du système, l'outil d'assemblage restant le TPD des repères de surfaces associées du système. La notion de surface associée est alors étendue à des surfaces dont les conditions ne sont plus seulement de contact.

#### Etude d'une cellule accélératrice

Dans le cadre du projet européen « tolérancement des systèmes assemblés », nous avons collaboré avec le CERN [I\_SAM 07] sur la combinaison multi-échelle (Figure 5.8) des défauts d'un assemblage de cellules accélératrices du futur accélérateur linéaire CLIC (Compact Linear Colider). Ces défauts sont vus depuis le niveau local (forme d'une lèvres d'un quadrant d'une cellule accélératrice) jusqu'à l'assemblage d'un ensemble de cellules sur une poutre support. Cet assemblage possède les quatre niveaux (du global vers le local) suivants de modélisation :

- la position d'une cellule par rapport à sa voisine
- la position d'un iris dans la cellule accélératrice
- la position d'une lèvre (quart d'iris) dans le quadrant
- la forme d'une lèvre d'une cavité accélératrice (approche modale)

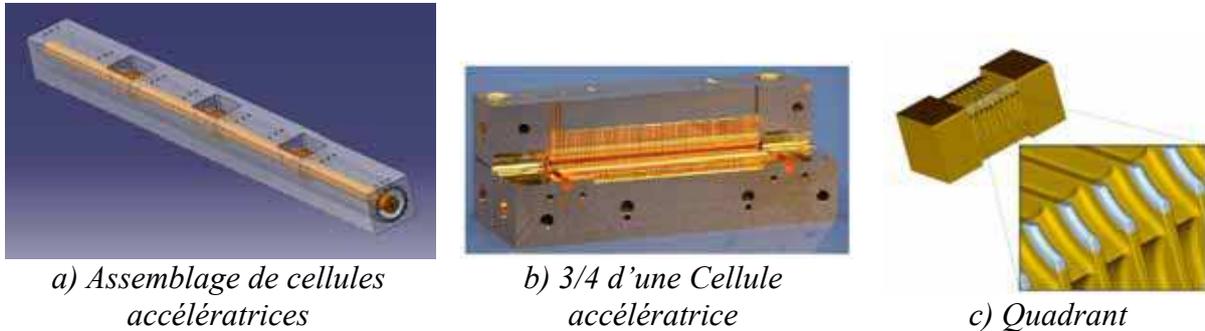


Figure 5.8 De l'assemblage au quadrant

La qualité de l'accélération du faisceau de particules est fortement liée aux géométries. La problématique peut être qualifiée de mécatronique dans la mesure où la spécification fonctionnelle est le guidage des particules. Cette étude a eu lieu avec des données qui ont évolué durant son déroulement et qui ne sont pas stabilisées à ce jour. Il s'est posé lors de ce projet la question de la dynamique de modélisation dans un environnement multi-physique. Cette richesse laisse de nombreux points à traiter, mais un point positif est la clarification d'une méthode d'analyse de défauts en corrélation avec la définition des criticités et la description d'un langage commun (modes géométriques) aux physiciens spécialistes et aux mécaniciens du CERN. Dans la figure 4.9.a, un quadrant est montré dont une lèvre (isolée en traits rouges) a été paramétrée à l'aide de la méthode modale. La figure 4.9.b montre un mode de défaut sur une demi-lèvre de quadrant.

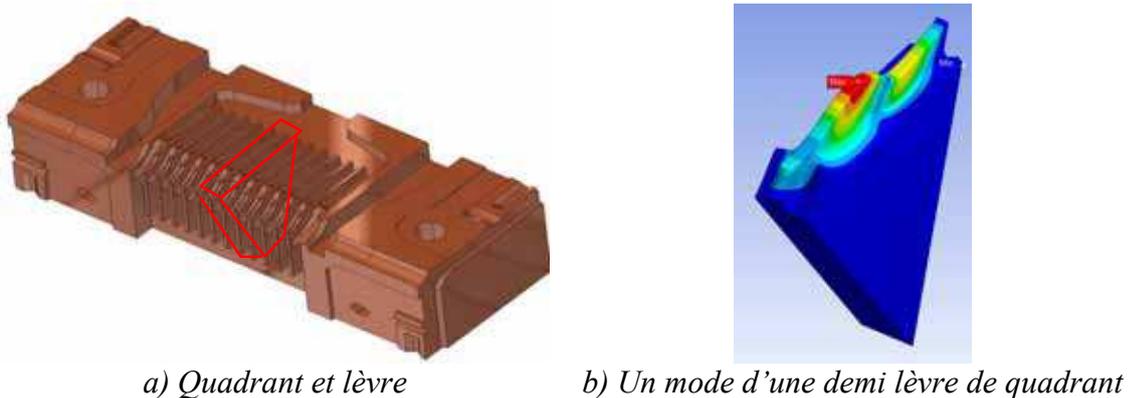


Figure 5.9 Description modale de la géométrie locale

Il ne faut pas oublier que les systèmes mécatroniques sont bien souvent des systèmes dynamiques et les précisions sont dans ce contexte. Les approches que nous avons proposées sont des extensions des méthodes d'analyse des tolérances des systèmes mécaniques et il reste du chemin à parcourir en études interdisciplinaires pour que les acteurs d'un produit mécatronique aient à leur disposition un outil industriel de tolérancement mécatronique.

L'écriture normative pourra évoluer en proposant, comme cela a été entamé pour les pièces plastiques, l'usage de labels spécifiant les conditions de mesures des assemblages.

Une voie intéressante est l'utilisation des logiciels comme solveur et de mettre en place un pré-processeur de tolérancement associé à un post-processeur. Ces deux outils restent à développer, associés à des logiciels de Conception MécaTronique Assistée par Ordinateur, dont des premières ébauches existent sous la forme d'un générateur de modèle linéaire entrées/sorties dans certains logiciels de « CMTAO ». Nous n'avons pas étudié de systèmes en quantifications statistiques mais seulement en approche au pire des cas. Il est clair que des modèles d'analyses de lots permettront de mieux connaître l'adéquation entre la performance, la fiabilité et le coût des systèmes mécatronique, ce qui reste un enjeu majeur.

# Conclusion sur les activités de recherche

---

A l'issue de ma thèse, j'ai pu effectuer ma reconversion thématique dans le domaine du tolérancement. Le co-encadrement auprès de Max Giordano de la thèse de Jean-Philippe Petit sur les méthodes d'analyse des tolérances m'a impliqué dans le développement de la méthode dite « des domaines ». Elle nous permet d'effectuer des analyses sur des assemblages à graphes simples et dont le nombre de composants n'est pas grand. Le parallèle entre la démarche analyse des systèmes avec défauts et l'analyse des structures met en perspective la structure d'un logiciel avec un solveur, un pré et un post-processeur.

L'association des deux cultures "mécanisme" et "structure" permet d'ouvrir de nouveaux champs d'investigations. Sur la base des outils de tolérancement du laboratoire, nous avons fait des développements vers l'étude des systèmes déformables. Des concepts ont été élaborés pour étendre la méthode des domaines. La limite d'Usage Relatif est un concept unifiant tout type de limite et permettant de faire des analyses de tolérances avec prise en compte du chargement mécanique sur des composants variés. Le cas, complexe, du roulement (déformable avec jeux) montre tout l'intérêt d'une telle modélisation.

En ce qui concerne le paramétrage des défauts, nous l'avons étendu aux défauts de forme. Ce langage des formes présente de nombreux avantages dont l'exhaustivité, la complexité croissante des formes, la polyvalence, la manipulation aisée. Il peut se combiner avec des paramétrages spécifiques (défauts technologiques) et le concept de Torseur de Petits Déplacements. Ses domaines d'application sont vastes, allant de la mécanique à la manipulation d'avatars informatiques (personnages virtuels) en passant par la reconnaissance dynamique des formes. Le paramétrage modal permet de compléter le dimensionnel dans des modélisations. Nous l'avons mis au service de l'optimisation d'outillages d'emboutissage afin de réduire les écarts géométriques dus au retour élastique.

Enfin, dans les travaux présentés dans ce document, les analyses sont du type « pire des cas ». Les analyses statistiques auxquelles j'ai été initié dans le cadre du projet de recherche européen « tolérancement des systèmes assemblés » de 2004 à 2007 à travers le co-encadrement, avec Maurice Pillet, de la thèse de Pierre-Antoine Adragna, montrent des perspectives de quantifications des spécifications dans les deux thèmes principaux de ce document que sont le tolérancement des systèmes déformables et le tolérancement des formes.

---

# ***Troisième partie***

## **Synthèse et perspectives**

# Synthèse

---

Dans ce document, ont été présentées les principales responsabilités et activités de recherche, enseignement et administration que j'ai assumées dans les 13 années de ma carrière d'enseignant-chercheur. J'ai participé activement au développement et à l'évolution des filières universitaires, mes premières années ayant coïncidé avec celles de l'École qui m'accueillait. L'investissement pédagogique et administratif avait pris le pas sur celui de la recherche mais progressivement l'équilibre est revenu. En effet, la croissance de mon investissement en recherche m'a permis de développer de nouvelles méthodes, sans négliger mon implication au sein de l'école.

Issu d'une formation en construction mécanique puis ayant évolué en thèse dans le domaine de la mécanique des structures et des vibrations, c'est dans ces thèmes que j'enseigne majoritairement. Je me suis intégré à une équipe naissante de recherche en tolérancement en participant à l'étude des domaines et en proposant une approche fusionnée en mécanismes et structures. Les travaux de recherche internes au laboratoire ont donné lieu à des applications industrielles bénéfiques à tous. Les réflexions sur l'analyse des formes ont émergé dans ce contexte et se sont considérablement enrichies dans une recherche associant divers types d'encadrements. Je me consacre à l'exploration de ce domaine à travers le co-encadrement de la thèse de Pierre-Antoine Adragna qui arrive à son échéance, et de celle d'Hugues Favrelière qui termine sa première année. Ce nouveau champ d'études a reçu un bon écho mais son déploiement n'est pas simple. Les outils numériques sont à développer et à simplifier pour que l'utilisateur final puisse maîtriser une application de qualité des formes sans être un expert.

Ma volonté est de poursuivre les travaux de recherche entamés mais aussi de les étendre à d'autres domaines d'applications notamment à travers de nouvelles collaborations. Pour atteindre ces objectifs, je continue à travailler sur les aspects amont tout en regardant les applications potentielles.

# Perspectives

---

## Perspectives à court terme (échéances à 4 ans)

---

### *Méthode des domaines « rigides » et « élastiques »*

L'extension des calculs à des graphes complexes ouvre sur deux développements :

- La réduction de la complexité par étude en sous-assemblages (méthode à automatiser)
- Le développement de nouveaux concepts pour étudier des assemblages à graphes non réductibles.

L'extension à des calculs sur des assemblages au pire des cas à grand nombre de composants ne pourra se faire qu'en simplifiant les domaines.

- La mise en œuvre d'une maquette informatique permettra d'implémenter des briques logicielles déjà développées (arbre, roulement, engrenage).
- Des applications à des pièces souples pourront être couplées à des modèles de défauts de formes. La prise en compte des défauts de formes dans le comportement des composants de liaisons (roulements [HAR 04] [JAN 04], engrenages) permettra de coupler les deux thèmes principaux de notre travail.

### *Qualité des formes à l'aide du paramétrage modal*

Nous déployons nos travaux en qualité des formes de l'aval vers l'amont, depuis la métrologie vers les spécifications à travers le procédé. Les actions que nous comptons explorer dans les années à venir sont :

- Développer des outils simples de MSP modal (au programme de l'année 2008 de la thèse d'Hugues Favrelière). Les aspects statistiques sont à approfondir notamment à partir de données expérimentales qui nous permettront de faire des analyses modales en composantes principales.
- Définir une façon simple de spécifier les formes (année 2009 de la thèse d'Hugues Favrelière).
- Mettre en œuvre des solutions "clé en main" pour des cas courants (l'étude des surfaces élémentaires est en cours dans la thèse d'Hugues Favrelière).
- Connecter nos outils d'analyse des formes à ceux d'Eric Pairel (logiciel de métrologie utilisant la méthode des calibres virtuels) pour proposer un logiciel de métrologie complet.
- Lier notre application aux outils traditionnels de mesure (MMT) mais aussi aux nouvelles méthodes de mesures permettant d'acquérir des formes sans contact (photogrammétrie, scanning laser, lumière blanche, ...).
- Appliquer nos modèles au monde de la qualité perçue. Un projet de recherche européen pourrait voir le jour en 2008. Notre volonté est de proposer des approches qualifiantes et quantifiantes du même type que celles du projet « tolérancement des systèmes assemblés » permettant au domaine du luxe et à celui des surfaces de haute technologie de mieux maîtriser la qualité de l'aspect et du comportement des textures.

---

## Perspectives à plus long terme

---

### *Vers une fusion des deux approches systèmes élastiques – défaut de forme*

L'assemblage de surfaces élastiques peut être abordé en fusionnant la modélisation des surfaces par la démarche modale et une description élastique des contacts. Dans la littérature, on trouve des études intéressantes permettant de lier les défauts de forme à des déformations à divers niveaux, de la micro-géométrie à la forme plus générale. Dans [ZAH 98] il est montré comment la micro-géométrie est liée aux pressions de contact selon un modèle hertzien. Dans [SIA 96], une démarche de paramétrage en fonctions harmoniques (type DCT) bi-axiales, associée à une étude élastique des contacts permet de lier les défauts au comportement de la liaison « cylindre frettés ». Ces modèles donnent des résultats d'une grande qualité en utilisant des méthodes spécifiques de modélisation des défauts.

Nous commençons à nous intéresser à ces aspects à l'aide du paramétrage modal. Dans les cas traités dans la littérature, nous devrions obtenir des résultats similaires à condition d'utiliser des résolutions équivalentes (cas des solveurs spécifiques). Un intérêt du paramétrage modal est sa polyvalence, qui nous permet de décrire les défauts d'une surface indépendamment de sa mise en équations initiale.

Une propriété intéressante des modes naturels est l'exhaustivité des formes. Il peut être alors déduit une décomposition multi-échelles d'une géométrie, de la rugosité jusqu'au TPD de la surface.

### *Traçabilité modale*

L'idée est de définir une signature modale d'une pièce qui soit assez précise pour en permettre la distinction au sein d'un lot. L'intérêt de cette méthode est qu'elle exploite la forme même des pièces et qu'elle ne nécessite pas d'opération de marquage. Cette idée a été soumise à des partenaires qui travaillent sur la traçabilité. Une coopération industrielle sur ce thème est envisagée, en application à des pièces très difficiles à marquer (pièces dont toutes les surfaces sont fonctionnelles, pièces pour le médical, ...) et leur traçabilité devient obligatoire.

### *Extensions à des systèmes « mécatroniques »*

Dans [I\_SAM 03c] nous avons présenté des principes d'analyse des tolérances dans un système mécatronique. Le tolérancement géométrique est une partie des analyses des dispersions sur un produit, le tolérancement généralisé à tous les paramètres d'un produit (cas des systèmes mécatroniques) est maintenant possible grâce à des outils de simulations multi-physiques ou (et) multi-modèles où l'on peut faire des analyses statistiques sur les paramètres.

# Références bibliographiques

Nota : Quand le document correspondant est accessible en ligne, le [lien hypertexte](#) est actif sur le titre correspondant. De même, les numéros de pages sont liés aux références dans le texte.

## Normes

---

[REF]		Page
[ISO 10110-5]	« <i>Optique et instruments d'optique - Indications sur les dessins pour éléments et systèmes optiques – Partie 5 : Tolérances de forme de surface</i> », ISO 10110, 2001	..... 53, 63
[FD ISO/TR10064-1]	« <i>Engrenages cylindriques – code pratique de réception Partie 1: Contrôle relatif aux flancs homologues de la denture.</i> » 1996	47
[ISO 25178]	« <i>Spécification géométrique des produits (GPS) État de surface: surfacique - Partie 2: Termes, définitions et paramètres d'états de surface</i> »	..... 54, 77
[ISO 4288]	« <i>Spécification géométrique des produits (GPS) -- État de surface: Méthode du profil - Règles et procédures pour l'évaluation de l'état de surface</i> »	..... 54
[ISO 8785]	« <i>Spécification géométrique des produits (GPS) - Indication des états de surface dans la documentation technique de produits</i> »	..... 54
[ISO 76]	« <i>Roulements - Charges statiques de base</i> »	..... 46
[ISO 5753]	« <i>Roulements - Jeu interne radial</i> »	..... 46

---

## Sites internet

---

		Page
[w1]	<a href="http://www.polytech.univ-savoie.fr/index.php?id=458">http://www.polytech.univ-savoie.fr/index.php?id=458</a>	..... 6
[w2]	<a href="http://www.jet2006.fr">http://www.jet2006.fr</a>	..... 6
[w3]	<a href="http://www.thesame-innovation.com/Agenda/Agenda.php?Id=136">http://www.thesame-innovation.com/Agenda/Agenda.php?Id=136</a>	..... 6
[w4]	<a href="http://www.esia.univ-savoie.fr/rem2005/">http://www.esia.univ-savoie.fr/rem2005/</a>	..... 6
[w5]	<a href="http://www.polytech.univ-savoie.fr/index.php?id=452">http://www.polytech.univ-savoie.fr/index.php?id=452</a>	..... 3,6
[w6]	<a href="http://www.qhull.org">http://www.qhull.org</a>	..... 32

## Articles

---

Référence	Auteurs «titre» localisation	Page
[ADR 07]	P-A. Adragna « Tolérancement des systèmes assemblés-une approche par le tolérancement inertiel et modal » Thèse de l'Université de Savoie Novembre 2007 – 220 pages	..... 9
[ANS 01]	B. Anselmetti, S. Bisson « <i>Influence des défauts de forme et d'orientation d'une surface sur l'estimation d'indicateurs d'aptitude</i> », 4ème Congrès International Pluridisciplinaire en Qualité et Sécurité de Fonctionnement, Paris(France), mars 2001	
[AMB 03]	S. Ambruleviciute « <i>Modélisation de la précision d'un tour</i> ». DEA Mécanique, Génie Mécanique et Matériaux de Grenoble, octobre 2003	..... 11
[AME 07]	G. Ameta, J.K. Davidson, J. Shah « <i>Influence of Form on Frequency Distribution for 1-D Clearance Which is Generated from Tolerance-Maps</i> », Computer Aided Tolerancing (CAT) 2007. Erlangen, Germany (CD ROM)	..... 77
[BAU 98]	S. Baud, « <i>Développement et validation sur banc d'essais de modèles du comportement dynamique de réducteurs à engrenages à axes parallèles</i> », Thèse INSA Lyon, 1998.	..... 46
[BHI 03]	S. Bhide, J.K. Davidson, J.J. Shah, « <i>A new mathematical model for geometric tolerances as applied to axes</i> », proceedings of the ASME Design Engineering	..... 27

Technical Conferences., 2003.

- [BIL 99] B. Billmaier « *Tolerance Analysis of Flexible Assemblies Using Finite Element and Spectral Analysis*», (MS Thesis) Apr 1999 Dept. of Mech. Eng. Brigham Young University ..... 39
- [BLA 06] F. Blateyron « *3D Parameters and New Filtration Techniques*» Symposium proceeding of JSPE spring general meeting, (2006 March) pp.21-27. .... 77
- [BOU 76] P. Bourdet, A. Clément, « *Controlling a complex surface with a 3 axis Measuring Machine*» Annals of the CIRP, vol. 25, Manufacturing Technology, p 359, January 1976 ..... 27
- [BRU 07] J. Bruyère, J.Y. Dantan, R. Bigot and P. Martin, «*Statistical tolerance analysis of bevel gear by tooth contact analysis and Monte Carlo simulation*» Mechanism and Machine Theory, Volume 42, Issue 10, October 2007, Pages 1326-1351 ..... 39
- [CAM 03a] J. Camelio, S.J. Hu and D. Ceglarek « *Modelling Variation Propagation of Multi-Station Assembly Systems With Compliant Parts* » in Journal of Mechanical Design ASME december 2003, Vol. 125 pp673-681 [DOI: 10.1115/1.1631574] ..... 55
- [CAM 03b] J. Camelio, R. Webbink, S.J. Hu, and K. Iyer, « *Recent Advances in Compliant Assembly Variation Analysis* », Proceedings of the 8th CIRP International Seminar on Computer Aided Tolerancing, Charlotte, NC. 2003 ..... 39
- [CAP 00] E. Capello, A. Semeraro, «*Harmonic fitting approach for plane geometry measurements*», The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, vol. 16, pp. 250-258, 2000 ..... 53
- [CAP 01a] E. Capello, A. Semeraro, «*The harmonic fitting method for the assessment of the substitute geometry estimate error. Part I : 2D and 3D theory*», The International Journal of Machine Tools and Manufacture, vol. 41, pp. 1071-1102, 2001 ..... 53
- [CAP 01b] E. Capello, A. Semeraro, «*The harmonic fitting method for the assessment of the substitute geometry estimate error. Part II : statistical approach, machining process analysis and inspection plan optimisation*», The International Journal of Machine Tools and Manufacture, vol. 41, pp. 1103-1129, 2001 ..... 53
- [CHAR 06] L. Charvier « *Etude de la forme et du positionnement d'une cellule accélératrice du CLIC* » Master Professionnel dans le cadre du contrat INTERREGIII ..... 11
- [CID 04] G. Cid, F. Thiébaud, P. Bourdet « *Taking the deformation into account for components tolerancing* ». IDMME 2004, CDROM paper n° 135, Bath(UK), April 5-7 2004 ..... 39
- [CID 05] G. Cid, F. Thiebaut, P. Bourdet, H. Falgarone « *Geometrical study of assembly behaviour, taking into accounts rigid components' deviations, actual geometric variations and deformations.* », 9th CIRP International Seminar on Computer-Aided Tolerancing, Tempe Arizona, CDROM paper , April 2005 ..... 39
- [CLE 98] A. Clément, A. Rivière, P. Serré « *The TTRS: 13 constraints for dimensioning and tolerancing* » in H.A. (dir.), Geometric design tolerancing: Theory, standards and applications, pp122-129, Chapman and Hall, New York 1998 ..... 27

- [CUB 98] C. Cubelès-Valade, A. Rivière, « *Nominal and actual geometry explicit declaration. Application to dimensional inspection* », Integrated Design and Manufacturing in Mechanical Engineering 1998, Compiegne, pp 357-364, 1998 ..... 53
- [COO 05] T. Cootes « *Timeline of developments in algorithms for finding correspondences across sets of shapes and images* », Report 2005 ..... 53
- [COU 04] T. Coudert and P. Vacher « *Détermination des déformations sur visage réels par stéréo corrélation* »; In: Colloque Photomécanique 2004, pp. 201-208 ; Albi 2004 ..... 85
- [DAV 02] J.K. Davidson, A. Mujezinovic, J. J. Shah, « *A new mathematical model for geometric tolerances as applied to round faces* » 2002, vol. 124, n°4, pp. 609-622 Journal of mechanical design ISSN 1050-047 ..... 27
- [DUC 99] E. Duc, C. Lartigue, C. Tournier, P. Bourdet, « *A new concept for the Design and the Manufacturing of Free-Form Surfaces : The Machining Surface.* » Annals of the CIRP pp.103-106 Vol. 48/1/1999 ..... 53
- [DUF 97] J. Duffailly « *Etude géométrique des engrenages cylindriques de transmission de puissance.* » Editions Ellipses, Paris, 1997. .... 46
- [FAV 05] H. Favreliere « *Analyse modale des défauts de surfaces complexes* » Master de l'Ecole Nationale Supérieure de Mécanique et des Microtechniques de Besançon octobre 2005 ..... 11
- [FAV 02] L. Favre-Félix « *Démarche et outils numériques pour le dimensionnement d'une turbine de pompe turbo moléculaire.* » mémoire CNAM novembre 2002 Annecy ..... 10,36, 39
- [FUK 03] K. Fukuda and J.-P. Petit. « *Optimal tolerancing in mechanical design using polyhedral computation tools* », 2003. 19th European Workshop of Computational Geometry, March 24-26, Bonn. .... 32
- [FUK 04] K. Fukuda. « *From the zonotope construction to the Minkowski addition of convex polytopes* ». Journal of Symbolic Computation, 38(4):1261-1272, 2004. .... 32
- [GER 96] M. Géradin, D. Rixen « *Théorie des vibrations : application à la dynamique des structures* » 1996 Ed. MASSON ..... 58
- [GIO 93] M. Giordano D. Duret « *Clearance Space and Deviation Space* ». 3rd. C.I.R.P. Seminars on Computer Aided Tolerancing. E.N.S. Cachan April 27-28, 1993 ..... 28, 29
- [GOU 99] A. Gousskov, S. Tichkiewitch « *Influence of the machine-tool defects on the formation of the residual defects on a surface: application to turning* » Integrated Design and Manufacturing in Mechanical Engineering'98 , pp 341-348, Ed. Kluwer Academic Publishers 1999 ..... 55
- [HAR 91] T.A. Harris « *Rolling Bearing Analysis* ». Editions John Wiley & Sons, Third Edition, 1991. .... 44
- [HAR 04] S.P. Harsha, P.K. Kankar « *Stability analysis of a rotor bearing system due to surface waviness and number of balls* », International Journal of Mechanical Sciences 46 (2004) 1057-1081 ..... 94
- [HEN 99] R.P. Henke, K.D. Summerhays, J.M. Baldwin, R.M. Cassou, and C.W. Brown, « *Methods for evaluation of systematic geometric deviations in machined parts and their relationships to process variables* » Precision Engineering 23 (1999) 273-292 ..... 53
- [HEN 72] G. Henriot « *Traité théorique et pratique des engrenages, tome 2* » Editions Dunod technique, Paris, 1972. .... 46

[HEN 79]	G. Henriot « <i>Traité théorique et pratique des engrenages, tome 1</i> » Editions Dunod ..... 46 technique, Paris, 1979.	
[HER 01]	J. Hernandez « <i>Tolérancement de mécanismes avec prise en compte des déformations-Application à un réducteur</i> » Mémoire CNAM mécanique novembre 2001 Annecy ..... 10,36, 47	
[HER 98]	X. Hernot « <i>Modélisation des arbres et des paliers à roulements en vue de l'optimisation de l'ensemble arbre-paliers</i> ».Thèse de doctorat présentée à l'INSA de Toulouse le 5 février 1998. .... 44	
[HOU 97]	L. Houpert « <i>A uniform analytical approach for ball and roller bearings calculations</i> ».Journal of Tribology ; Vol n° 119 ; p 851-858 ; Octobre 1997. .... 44	
[HUA 02]	W. Huang, D. Ceglarek, « <i>Mode-based decomposition of part form error by discrete-cosine-transform with implementation to assembly and stamping system with compliant parts</i> », Annals of CIRP, vol. 51 (1), pp. 21-26, 2002 ..... 53,64	
[HU 97]	J. Hu, C. Liu « <i>Variation simulation for deformable sheet metal assemblies using finite element methods</i> », Journal of Manufacturing Science and Engineering, Vol. N°119, 1997, pp. 368-374. .... 39	
[JAN 04]	G. Jang, S.W. Jeong « <i>Vibration analysis of a rotating system due to the effect of ball bearing waviness</i> »,Journal of Sound and Vibration 269 (2004) 709–726 ..... 94	
[LAC 04]	P. Lascoumes, S. Segonds, J.M. Redonnet, P. Lagarrigue « <i>Scallop height measurement of free-form surfaces</i> » in Proceedings on CDROM of 5th International Conference on Integrated Design and Manufacturing in Mechanical Engineering (IDMME 2004), ISBN 1857901290, A. N. Bramley, et al., Eds. Bath, UK: Univ. of Bath ..... 53	
[LAP 02]	L. Lapperrière, W. Ghie, A. Desrochers « <i>Statistical and Deterministic Tolerance Analysis and Synthesis Using a Unified Jacobian Torsor Model</i> » Annals of CIRP, 51/1,pp 417- 420 , 2002 ..... 27	
[LEE 98]	S-H. Lee, H. Zahouani, R. Caterini and T. G. Mathia, « <i>Morphological characterisation of engineered surfaces by wavelet transform</i> », International Journal of Machine Tools and Manufacture, Volume 38, Issues 5-6, Pages 581-589. doi:10.1016/S0890-6955(97)00105-3 ..... 77	
[LEI 69]	A. W. Leissa « <i>Vibrations of plates</i> » Ed. Acoustical Society of America ..... 56,63 ISBN 1-563-96294-2	
[LOP 95]	J. Lopez, G. Hansali, H. Zahouani, J. C. Le Bosse and T. Mathia, « <i>3D fractal-based characterisation for engineered surface topography</i> », International Journal of Machine Tools and Manufacture, Volume 35, Issue 2, Metrology and Properties of Engineering Surfaces, February 1995, Pages 211-217. .... 77	
[MAR 05]	L. Markvoort, S. Gliniorz, D. Deneux « <i>Prise en compte de la nature flexible des matériaux pour l'analyse de tolérance</i> » Colloque AIP-PRIMECA La Plagne 6-8 avril 2005 ..... 48	
[MAT 95]	T. Mathia, H. Zahouani, J. Rousseau and J. C. Le Bosse, « <i>Functional significance of different techniques for surface morphology measurements</i> », International Journal of Machine Tools and Manufacture, Volume 35, Issue 2, Metrology and Properties of Engineering Surfaces, February 1995, Pages 195-202. .... 77	
[MER 98]	K-G. Merkley « <i>Tolerance Analysis of Compliant Assemblies</i> » PhD Brigham Young University april 1998 ..... 39	

- [MOK 92] F. Mokhtarian, A.K. Mackworth, « *A Theory of Multiscale, Curvature-Based Shape Representation for Planar Curves*, » IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol. 14, no. 8, pp. 789-805, Aug., 1992 ..... 56
- [MOR 07] G. Moroni, W. Polini, M. Rasella « *Non-Rigid Free Form Surface Inspection: an aeronautical composite component case study* » Computer Aided Tolerancing (CAT) 2007. Erlangen, Germany ..... 53
- [MOU 07] M. Mounaud, F. Thiebaut P. Bourdet « *Integrating the flexibility of components in the assembly of aeronautics hydraulic systems* » Conférences CIRP-CAT 2007, Allemagne Erlangen, 21-23 mars 2007. .... 41
- [MUJ 04] A. Mujezinovic, J.K. Davidson, J.J. Shah, « *A new mathematical model for geometric tolerances as applied to polygonal faces* » Journal of mechanical design 2004, vol. 126, n°3, pp. 504-518 ..... 27
- [MYS 03] N.K. Myshkin, A.Ya. Grigoriev, S.A. Chizhik, K.Y. Choi, M.I. Petrokovets « *Surface roughness and texture analysis in microscale* » Wear 254 (2003) 1001–1009 ..... 77
- [NAS 96] C. Nastar, N. Ayache, « *Frequency-based nonrigid motion analysis : application to four dimensional medical images* », IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol. 18 (11), pp. 1067-1079, 1996 ..... 53
- [PAI 05] E. Pairel , « *Présentation d'un logiciel de métrologie Tridimensionnelle par calibre virtue* » l , 12ème Congrès International de Métrologie , Lyon , France , 20-23 Juin 2005 ..... 67
- [PAI 07] E. Pairel, « *Three-Dimensional Verification of Geometric Tolerances With the "Fitting Gauge" Model* » Journal of Computing and Information Science in Engineering -- March 2007 -- Volume 7, Issue 1, pp. 26-30  
doi:10.1115/1.2410022 ..... 67
- [PAK 00] A. Pakalnis « *Modélisation du roulement d'une roue de véhicule* » Thèse de l'Université de Savoie -Janvier 2000 - 113 pages ..... 9
- [PAN 81] S. M. Pandit, M. C. Shaw, « *Characteristic shapes and wave length decomposition of surfaces in machining* », Annals of CIRP, pp. 487-492, 1981 ..... 53
- [PER 04] I. Perpoli « *Tolérancement des mécanismes flexibles - Application à une aile de carrosserie* » mémoire CNAM mécanique Annecy, 2004 ..... 10,30, 33,36
- [PER 99] S. Perotto, « *Jeux, efforts et déformation dans les roulements à billes* », Mémoire CNAM de mécanique, Juin 1999 Annecy. .... 10, 44
- [PET 00] J.-P. Petit « *Etude de la liaison engrenage sous l'aspect tolérancement* » DEA Mécanique, Génie Mécanique et Matériaux de Grenoble octobre 2000 ..... 11,47
- [PET 04] J.-P. Petit « *Spécification géométrique des produits : Méthode d'analyse de tolérances. Application en Conception Assistée par Ordinateur* » Thèse de l'Université de Savoie - décembre 2004 – 169 pages ..... 9,35, 37
- [PFE 01] T. Pfeifer, S. Kurokawa, S. Meyer « *Derivation of parameters of global form deviations for 3-dimensional surfaces in actual manufacturing processes* », Measurement 29 (2001) 179–200 ..... 53
- [PIL 04] M. Pillet, « *Inertial Tolerancing* », The Total Quality Management Magazine, Vol. 16, No. Issue 3 - Mai 2004, 2004, pp. 202-209 ..... 81

[PIL 05]	M. Pillet, « <i>Monographie sur le tolérancement inertiel</i> », Rapport Interne LISTIC n° 05/11 - projet Interreg III, Université de Savoie, 2005, 21 pages,	.....	81
[SEL 00]	R. Sellakh, E. Sellem, A. Rivière « <i>Spécification et simulation des imperfections géométriques en CFAO</i> » In Mec. Ind. (2000) 1, 365–372	.....	39
[SEL 99]	E. Sellem, A. De Hillerin, A. Clément, A. Rivière. « <i>Modelling-Simulation-Testing of compliant assemblies</i> », 6th CIRP International Seminar on Computer-Aided Tolerancing, pp. 335-364. University of Twente, Enschede, 22-24 March 1999.	.....	39
[SHI 02]	B.W. Shiu, D.W. Apley, D. Ceglarek, J. Shi, « <i>Tolerance allocation for compliant beam structure assemblies</i> » IIE Transaction (2003) 35, pp. 329-342 Doi: 10.1080/07408170390184053	.....	50, 41
[SIA 96]	I. Siala « <i>Modélisation mécanique des assemblages obtenus par procédé de frottage avec la prise en compte des défauts de forme</i> » Thèse de docteur de l'Université de Bourgogne soutenue le 18/10/1996 à Nevers.	.....	95
[SUM 02]	K. D. Summerhays, R. P. Henke, J.M. Bladwin, R. M. Cassou, C. W. Brown, « <i>Optimizing discrete point sample patterns and measurement data analysis on internal cylindrical surfaces with systematic form deviations</i> », Journal of the International Societies for Precision Engineering, vol. 26 (1), pp. 105-121, 2002	.....	55
[TOU 02]	C. Tournier and E. Duc, « <i>A Surface Based Approach for Constant Scallop Height Tool-Path Generation</i> » Int J Adv Manuf Technol (2002) 19:318–324	.....	53
[TSA 07]	J.C. Tsai « <i>Stiffness Variation of Compliant Devices due to Geometric Tolerancing</i> » CIRP-CAT 2007 Conferences, Allemagne Erlangen, 21-23 mars 2007.	.....	39
[WIK 03]	C. Wickman, R. Söderberg « <i>Increased Concurrency Between Industrial and Engineering Design using CAT Technology Combined with Virtual Reality</i> » Concurrent Engineering, Vol. 11, No. 1, 7-15 (2003) Doi: 10.1177/1063293X03011001001	.....	72
[WYA 92]	J.C. Wyant, K. Creath, « <i>Basic wavefront aberration theory for optical metrology</i> », Applied Optics and Optical Engineering, vol. 11, pp. 2-53, 1992	.....	53
[YOU 02]	W.C. Young, R.G. Budynas, « <i>Roark's Formulas for Stress and Strain 7<sup>th</sup> Ed.</i> » Ed. Mac Graw Hill	.....	41
[ZAH 98]	H. Zahouani, R. Vargiolu and J. -L. Loubet « <i>Fractal models of surface topography and contact mechanics</i> » Mathematical and Computer Modelling, Volume 28, Issues 4-8, August-October 1998, Pages 517-534	.....	95
[ZIE 05]	O. C. Zienkiewicz, R. L. Taylor; « <i>The Finite Element Method for Solid and Structural Mechanics</i> »; Sixth edition 2005 Elsevier Editions; ISBN 0 7506 6320 0	.....	23

# ***Sélection de publications***



### **Résumé**

- Les études des dispersions dans les systèmes mécaniques se font usuellement en faisant l'hypothèse de la rigidité des composants. L'analyse des structures se fait, elle, sur des systèmes à géométries parfaites. La question se pose de lier ces deux mondes. Elle est un des deux enjeux présentés dans ce document. Une extension de la méthode dite « des domaines » est proposée. Elle permet l'analyse au pire des cas d'un assemblage dans les deux objectifs du respect de son assemblabilité et de son fonctionnement. Les modèles mathématiques sont complexes pour le concepteur et un de nos objectifs est de les lui rendre intelligibles. A ces fins, il est proposé une démarche d'analyse des tolérances inspirée de la mécanique des structures.

- L'étude du défaut de forme a bénéficié de moins d'études que celui des dispersions. Les cas simples sont traités dans littérature par des méthodes spécifiques. Notre apport trouve sa source dans la dynamique des structures qui ouvre le champ d'un paramétrage géométrique riche et polyvalent. Ce thème de recherche permet de qualifier de façon exhaustive les défauts de tout type de forme. Les études récentes les combinent à des quantifications arithmétiques ou statistiques.

Les applications industrielles de ces travaux permettent leurs développements en cohérence avec les utilisateurs potentiels.

### **Mots Clés**

Tolérancement, paramétrage géométrique, systèmes souples, roulements, engrenages, défauts de forme

### **Abstract**

- The analysis of deviations of mechanisms is usually made with the assumption that the components are rigid. The used tools come from the mechanism theory. They lead to use a mobility parametrization (Small Displacement Torsors). The analysis of deformation is made assuming that the geometry is perfect. The problem is to link those two worlds. In this document we try to give some answers. We have made an extension of the theory of "SDT domains" used in tolerancing. Thus the analyses of deviations of flexible mechanisms can be made in the worst case (assumptions of our tolerancing models). The mathematical developments are not easy to understand to the designer. In order to help him, we propose to use in tolerancing a FEA approach.

- In the domain of form errors, the literature shows methods useful in the case of simple geometries. The help of structural dynamics makes possible to propose a more general method to parameterize form deviations. Our method enables to build a shape basis for any kind of geometry. Our recent studies link this basis of form defects to other methods in order to analyse tolerances. The arithmetical and statistical aspects are used with industrial applications, leading to improve them to be usable as possible.

### **Keywords**

Tolerancing, geometric parameters, flexible mechanisms, ball bearings, wheel gears, form defects

## Form defects tolerancing by natural modes analysis

*Serge Samper, Fabien Formosa*  
LMECA ESIA BP 806,  
74016 ANNECY Cedex FRANCE  
serge.samper@esia.univ-savoie.fr  
fabien.formosa@esia.univ-savoie.fr

**JCISE Special Issue: 3D Computational Metrology & Reverse Engineering**  
**TOPIC: -3D computational metrology, technologies and methods**

### Abstract

*The form defects quality needs methods to express allowable deviations. We propose a new language for form defects expression. This one is based on natural mode shapes of a discretized feature. The finite element method is used in order to compute those modes. Then a basis of defects is built with the natural modes. A defect is projected in this basis thus the coordinates (modal coefficient) represent it. Hence, tolerancing is possible, by limiting those coordinates. The methods proposed in literature can be applied on elementary geometries or need to express the set of possible features (explicit geometry). Our method is versatile because it is based on the discretization of the feature (implicit geometry).*

*The modal tolerancing method proposes two ways to express specifications of form defects:*

*a) The spectral tolerancing shows the modal coordinates and their limits in a bar chart graph with the drawing of limits. In this method, we can see the decomposition of the measured feature and express tolerancing on each coordinate.*

*b) When a specification needs to link coordinates, we propose the modal domain method. An inclusion test of the feature coordinates gives the result of the metrology. Those methods are presented on an example.*

**Keywords:** perceived quality, form defect tolerancing, modal tolerancing, domain specification

### 1. FORM DEFECT ISSUE

In fig. 1 below, we show how the community of tolerancing speaks different languages from the product level to the lowest level in the product cycle. There are two languages to express specifications, the informal language of the customer and the formal one in the industry. Tolerancing challenge is to be a formal language inside of the industrial life of the product. From the customer needs to the metrology, tolerancing process must enable all the product makers to master geometric deviations. Several models can help them by simplifying the reality.

First a model translates ("CODING" in fig. 1) a reality view in a mathematical geometry (cylinder with deformations for example). Then some freedoms are given to this one in order to model deviations by parameters variations (cylinder position, dimension, oval shape, cone shape...). The customer needs gives limits to those parameters ("PRODUCT SPECIFICATIONS" in fig. 1). The product is made by stages with respect to the written specifications (the "TRANSFER" operations "separates" the specifications at each stage). The process focuses to keep the target and gives the designer the capabilities values. The metrologist then verifies the features. We propose to use this very well known process for the quality of form defects.

Actual tolerancing is able to give solutions for the forms defects of simple geometry (cylinder, plane, sphere, cones, torus...) or for surfaces composed of those geometries. But the customer needs are growing and we must write specifications for complex geometries and for perceived quality with a non-ambiguous language.

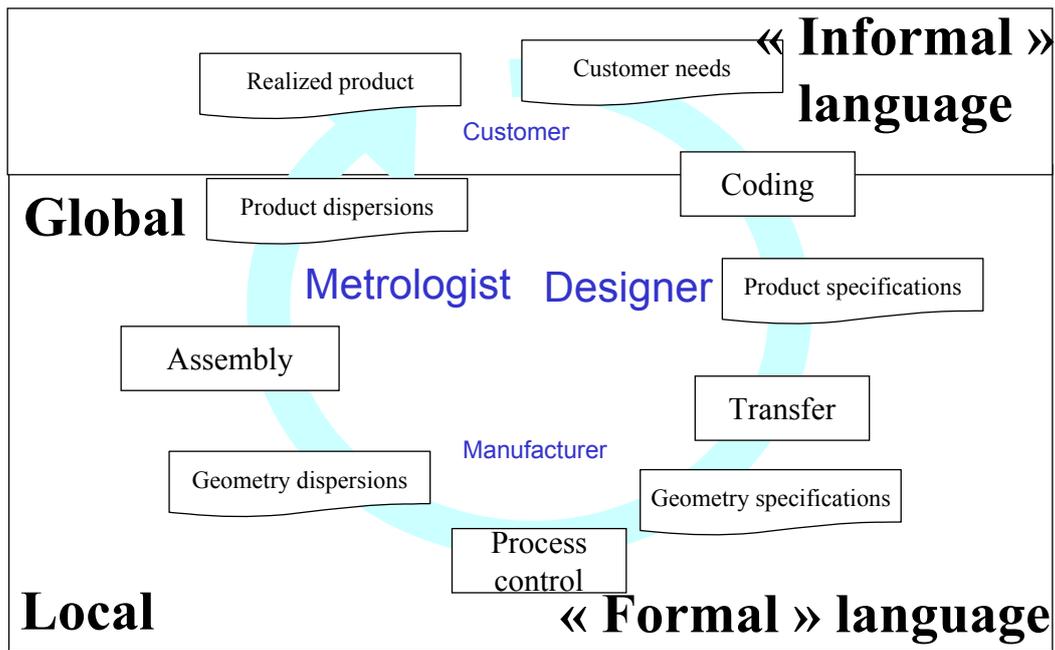


Figure 1 tolerancing language and users

The models used for form tolerancing are based on shapes (mathematical) decompositions. Then specifications allow writing limits to those shapes. For lines, in the figures 2.a and 2.b, we can use a decomposition like Fourier series (in fact, the proposed shapes are modal ones). In the case of surfaces, fig. 2.c and fig. 2.d presents specific defects of the cylinder that shows symmetries (modal shapes also) of other specific forms. The tolerancing process gives limits to defects based on the zone concept.

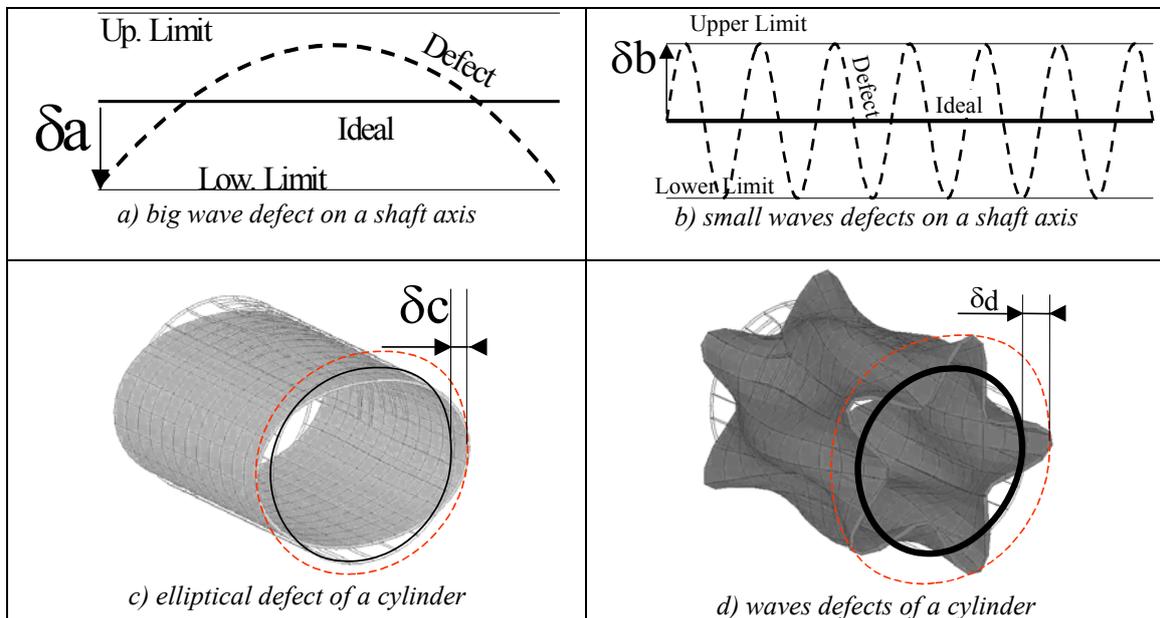


Figure 2 Size of defect wave

How can the designer write a need where form defects with big waves are preferred to small ones as fig. 2 below shows? The standards lead him to use the zone specification which do not separates the types of defects. The difficulty to translate the informal language (customer level) into a formal language (industrial level) through a mathematic model of geometric deviations is well known. When the designer do not find any mathematical model he uses words in annotation writings, the difficulty is then for the metrologist to measure them.

In the recent software for form analysis, the "bestfit" analysis allows to show the set of displacement vectors of each point by associating the ideal feature to the measured one. Those results are useful but not sufficient for expressing the needs presented above.

In cases 2.a and 2.c, the customer needs to limit deviations with  $\delta a$  and  $\delta c$  values respectively. In cases 2.b and 2.d, the limits are  $\delta b$  and  $\delta d$ . We can calculate  $\delta a$  by determining the size value of the deviation from the ideal corresponding feature (i.e. line for 2.a, and cylinder for 2.c) fitting the extreme point of the defect. Then  $\delta a$  should be lower than the size of the specified form zone. In modal tolerancing, we first build a set of defects for each feature then limits are given for every defect of the basis.

## 2. EXISTING DECOMPOSITIONS OF FORM DEFECTS

Fourier theory was first used for linear and circular defects ([1]). It gives interesting solutions that are extended to more complex geometries. The defect is divided in a set of particular defects. Then each one can then be specified analysed and measured. The literature gives some interesting solutions to this general problem.

### 2.1. Explicit and Implicit parametrizations

An ideal feature cannot express form deviations. It must be derived in more complex forms. Two ways are then possible:

- Explicit description of geometries needs first to build a set of possible geometries in a CAD system that can be changed by limited parameters modifications (A Bezier curve can express some defects but is limited to the polynomial chosen level).
- Implicit geometries are first defined by a parametric model and then discretized with elementary geometries that enlarge the possible defects to an unlimited complexity (a feature is meshed by elements and the possible geometries are limited by the discretization).

Therefore, form languages are using mathematical models. We present some of them in the following.

### 2.2. Types of form languages:

For disks, Zernique polynomials [2] (2 parameters  $r$  and  $\theta$ ) is an interesting and normalised method [3] applied to optics devices. The corresponding form defects basis is not limited in complexity but specific for disk geometry. We have compared the natural modes method with Zernique one ([4]). Gousskov and Tichkiewitch [5] presents an implicit model (2 parameters  $r$  and  $h$ ) of defects for a cylinder and gives sense to the ninth first defects of turned surfaces. Henke and Summerhays [6] [7] presents an interesting method of decomposition of defects in a cylinder with Tchebychef/Fourier polynomials ( $r$  and  $z$  parameters). For rectangular surfaces, Huang and Ceglarek [8] uses Discrete Cosinus Transformations (2 parameters  $x$  and  $y$ ). This DCT method of decomposition is well known in image processing (JPEG format...).

Those methods make possible the coding of form defects by shapes bases but are limited to a simple surface with 2 parameters.

Killmaier [9] proposes a method that allows mixing (by genetic algorithms) Fourier decomposition to deviation types created by user in the case of roundness metrology.

The case of De Casteljaou curves parameterized by Cubelès [10] shows a way that makes possible to specify variations of a CAD feature by the set of positions of the poles. The designer must create the poles in a suitable way to make computable the defects. It is possible to use this representation for a measured feature, but the use specification seems to be difficult.

## 3. MODAL DECOMPOSITION

Our proposed language is an implicit one. Thus, it allows describing measured forms without theoretical limit of complexity. It is based on a set of modal shapes of the associated feature to the ideal measured surface or curve (or eventually a set of surfaces and curves).

### 3.1. Principle

The used method is the Finite Elements Analysis with h-type elements [11]. The discretisation of the feature is made by using an element with a fixed degree of interpolation. The interpolation polynomials allow describing the set of possible features. The discrete FEA feature has implicit geometric parameters controlled by its  $N$  nodes Degrees Of Freedom (DOF).

The method of modal decomposition is based on modal shapes of structural mechanics. In linear dynamics, equations of conservative systems can be written as follow:

$$M \ddot{q} + K q = 0 \quad (1)$$

$M(N*N)$  is the mass matrix of the system,  $K(N*N)$  is the stiffness matrix,  $q(N*1)$  is the displacement vector. We will suppose displacements to be small and harmonic solutions of equation 1 are:

$$q_i(t) = Q_i \cos \omega_i t \quad (2)$$

Where  $Q_i$  is the amplitude vector of the mode  $i$  and  $\omega_i$  the corresponding natural pulsation ( $\text{rad.s}^{-1}$ ). The  $\omega_i$  are supposed to be sorted in growing values.

The  $Q_i$  presents very important properties for us:

- The set of  $Q_i$  is a basis in the  $N$  space of DOF
- $Q_i^t M Q_j = 1$  and  $Q_i^t M Q_j = 0$  if  $i \neq j$
- The dot product is defined as  $\langle A, B \rangle = A^t M B$  and  $\|A\| = \sqrt{A^t M A}$
- Most of time, if  $j$  is greater than  $i$ , then  $Q_j$  is more complex than  $Q_i$ . That means that the number of geometric waves for the  $Q_j$  shape is higher than for  $Q_i$  one.

As the  $Q_i, i, 1, \infty$  basis contains all the possible defects of the ideal feature, a defect expressed by a vector  $V$  can always be projected in it. A limited number of  $Q_i$  vectors truncates this projection and a residue is determined.

### 3.2. Type of geometries

Defect dimension	Associated geometry		FEA model	
			Beam elements	Shell elements
2D	1 Parameter	Line	X	
		Circle	X	
		Curve	X	
3D	1 Parameter	Line	X	
		Circle	X	X
		Curve	X	X
	2 Parameters	Disk		X
		Rectangle		X
		...		X
		Cylinder		X
	3 Parameters	Cone		X
		Sphere		X
		...		X
Other			X	

Table 1 Type of geometries and elements

In the table 1, we show how the modal decomposition can be used with only two types of elements. The method is very versatile and allows either to analyse surfaces or to analyse contours of them. Then this method can model every case of form defects. In the case of surfaces, we should use shell type elements and in the cases of gap and flush analysis, beam elements are appropriate.

The using of volume elements is possible but not suitable because, the projection will not use inside DOFs and mode shapes will involve more combine size deviations than form ones of its skin model. The

form analysis needs slim models. The thickness of shells and the slenderness ratio of beam are important parameters of the model.

### 3.3. Modal basis construction

The method can analyse a complex geometry. It is possible to mesh it in order to fit the measure points (CMM program and FEA model can share the same discrete model). Otherwise, interpolations will be used for the projection of the measured points. The nodes can also be turned so that their orientation is the same than the one of the measured point. By this way, we can easily extract form the analysis the set DOF concerned by the form defects (most of time, out of plane displacement).

The meshing has to respect curvatures of the measurement. That means that we should mesh with almost 3 modes per wave (geometric sampling criterion). As the elements have polynomial interpolations, there is not a single law like the Nyquist one, but we can use the same logic.

### 3.4. Boundary conditions

In general cases the free boundary conditions should be used but, in some cases, fixed boundary conditions enables to take into account some particularities of the form defects.

In the case of free bodies, there are six possible movements without modal stiffness, they are the six rigid body modes. It can be useful to use them in order to identify the position of the feature from a frame or another one. The only assumption we have to respect is that the displacements have to be small. Those modes are not generally components of the small displacements torsor, but it is possible to input elementary displacements (x translation, ... , z rotation) one by one as natural rigid body modes in the analysis, in order to mix position and form measurement. We can notice that some movements cannot be measured because they are collinear to the feature, the corresponding coefficient will ever be nil then the mode can be remove to the basis.

### 3.5. Modal projection

#### 3.5.1. Modal coefficient

The natural modal shapes basis is a starting point for our analysis. We can modify them or use them as it is. Let be  $t$  the size of the specification zone. Every actor of tolerancing wants to see a defect with a size having a geometric sense. Thus the modal shapes  $\|Q_i\|$  norm will be modified so that the corresponding form will fit the zone.

The defect is represented by a displacements vector  $V$ . The decomposition of the defect is :

$$\lambda_i = \langle V, Q_i \rangle = V^t \cdot Q_i \quad (3)$$

The corresponding coefficient  $\lambda_i$  is called the modal coefficient. If  $\lambda_i = 1$  then the defect is fitting the zone. The "security coefficient" of the mode  $Q_i$  is the value  $(1 - \lambda_i)$ .

The residue vector  $\varepsilon$  is the difference between the defect vector  $V$  and its projection in the reduced basis. The expression of  $\varepsilon$  is given by:

$$\varepsilon = V - \sum_{i=1}^n \lambda_i Q_i \quad (4)$$

The global residue  $e_i$  is the Euclidean norm of  $\varepsilon$  :

$$e_i = \sqrt{\varepsilon^t \cdot \varepsilon} \quad (5)$$

#### 3.5.2. Complexity order

$\lambda_i$  coefficients are sorted by growing values. This sorting corresponds to the classic method for dynamic analysis. The complexity (number of waves) of modal shapes is growing with  $i$  for the same behaviour. In the case of straight beams, they are traction torsion and bending and in the case of shells, membrane and bending. Those behaviours can be coupled or not. If not, the modal basis is a sum of independent basis. The complexity has to be analysed for each "behaviour basis".

This sorted complexity is the power of this method. It allows truncating the projection with a fitting criterion. Usual form defects have decreasing sizes with complexity. The rebuilt geometry is smoothed by this operation. Exceptions are Dirac or "grass" surfaces that needs an infinite number of modal shapes to be rebuilt. All the decomposition method are unable to analyse those defects except [9] in roundness case. But when the truncation is made, the difference between rebuilt and initial features gives the "geometric noise" of the analysis including those defects.

The example of a square surface is presented in fig. 3 below in order to compare our method with DCT which can only be used on this geometry. The natural modes shown here are given with the same value of size. The six selected modes below are the most important in the measured surfaces (fig. 6).

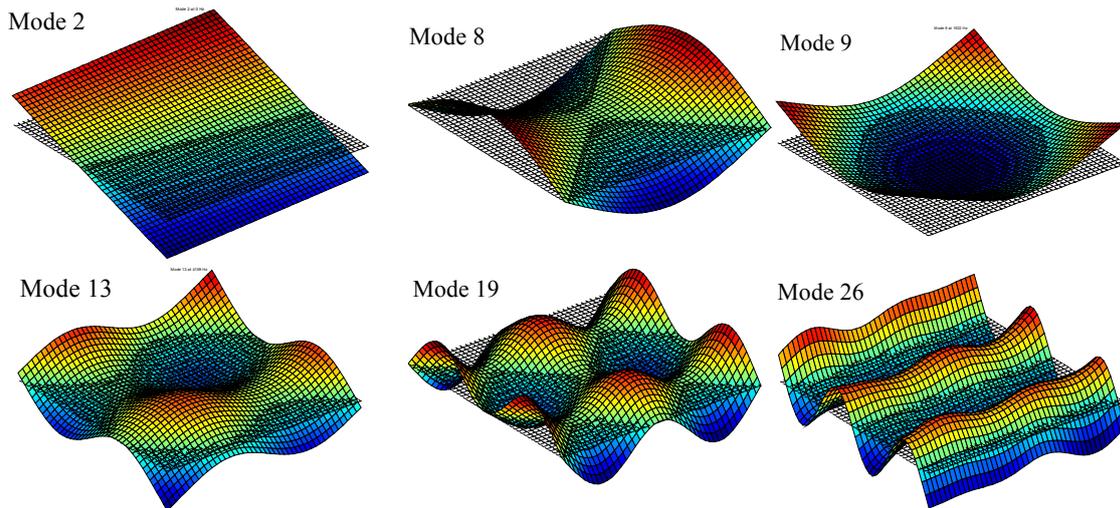


Figure 3 Natural modal shapes of a thin square

In order to show an other application of our method, the fig. 4 presents the industrial example of a plastic part. In this example, the 3D shape is measured then the modal basis is computed then the modal coefficients are calculated and shows the most significant mode shapes and their level.

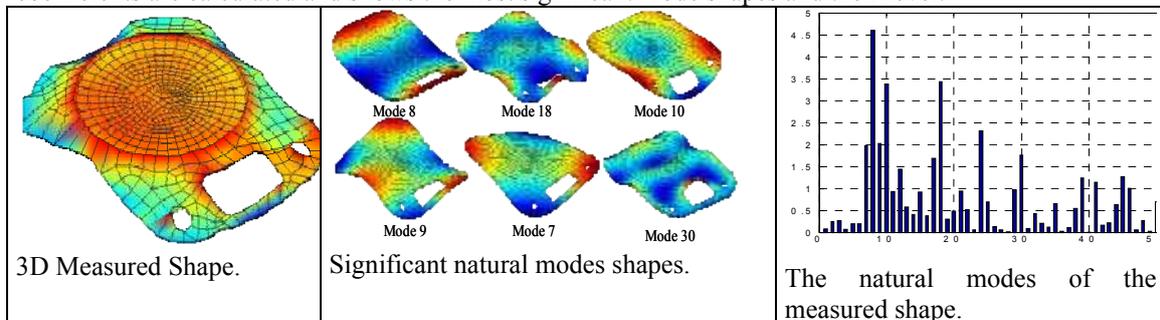


Figure 4 Natural modal shapes of a plastic part

### 3.5.3. Geometric filtering

Natural mode shapes method enables to filter geometrical defects. This operation takes into account the complexity order. It is possible to express a defect with an important number modes (fig. 5.a), but the method is convenient with less mode shapes as possible (the aim is to give sense, and specifications to them). The residue can be used as precision criterion (fig. 5.b).

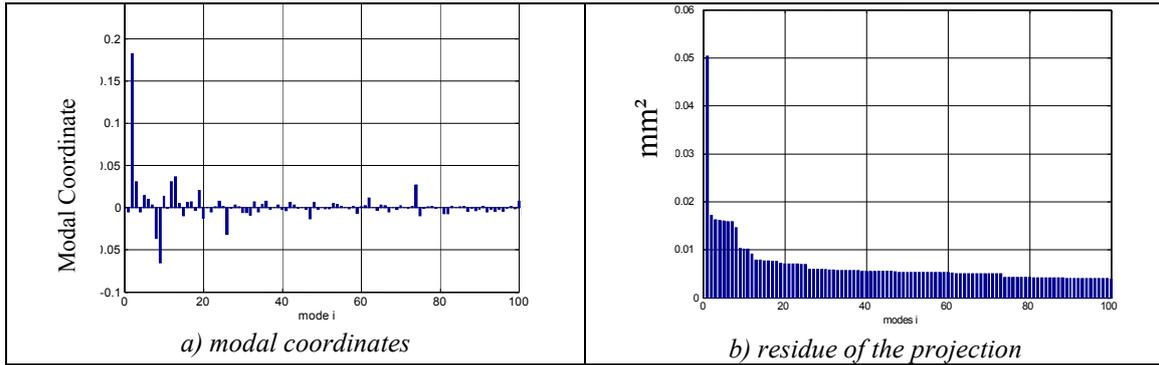


Figure 5 Projection and residue

In the following figure 6, the influence of the number of modes is shown. The number of selected modes gives a geometric filtering of the measured surface. If we select the more important modes (biggest coefficients) we obtain a better accuracy than with the 26 first modes (some of those modes have very small coefficient). An other representation could be the sorted coefficients by size level (usable only for one feature, not for a set). We can see that the second mode is the highest (inclination). The surface shown in fig. 6.a) is obtained by the multiplication of the 8 first significant coefficients with their corresponding modes. If we use the whole coefficients (1600 possible modes) we obtain the measured surface (fig. 6.c).

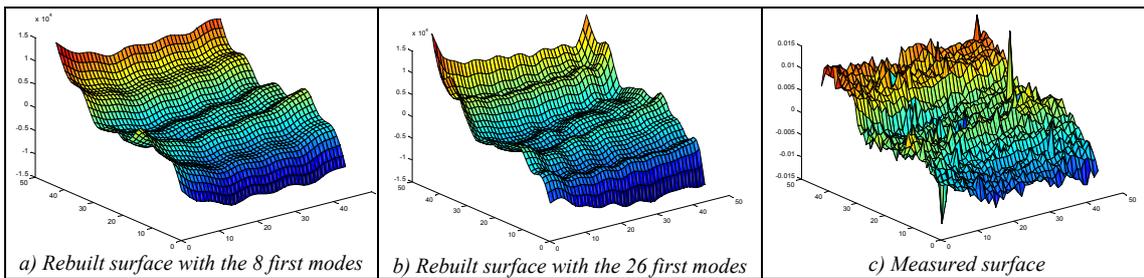


Figure 6 Geometry filtering

We have compared the natural modal method with several methods. In the figure 7 we show results of a comparison with DCT method. We can observe that the DCT method gives more modes (7a) than the modal one (fig. 5.a) with the same error level. The tests we made shows us that the natural mode shapes give good results in general cases. If we want to have best fittings, it is recommended to optimise the numeric model (modify meshing, elements parameters such as shell thickness,...). In fig. 7b a quadratic residue is used (vectorial norm) in order to compare the two methods. Other metrics have been used which give the same result.

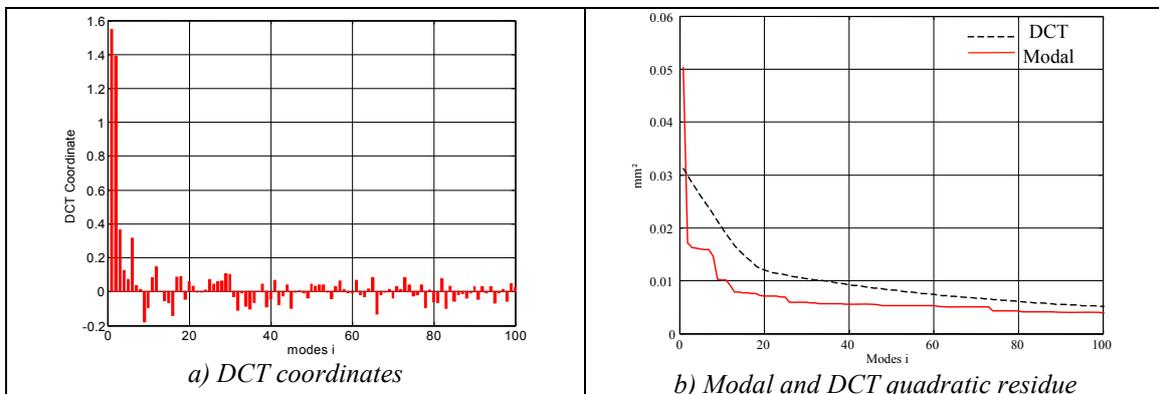


Figure 7 Comparison of modal and DCT methods

The modal projection has limits. They come from the discretization, the finite element model (type of element, boundary conditions,...), and also from the measurement. Then we can observe that the residue does not decrease with the mode number (fig. 8). Then, the modal coefficient can be useless for the analysis and the truncation is guided by this limit.

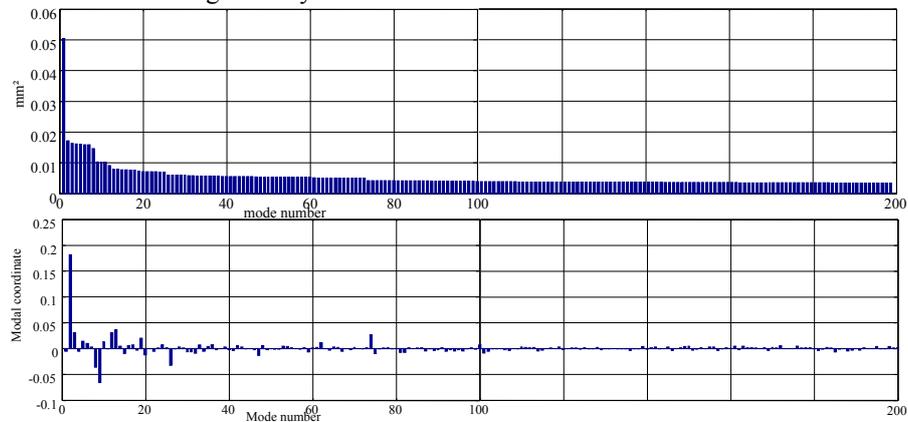


Figure 8 Decomposition and noise level with 200 modes

The difference between the rebuilt and the measured surfaces is a residue surface (fig. 9). We can verify that the projection is reliable because the residue surface has a noise form.

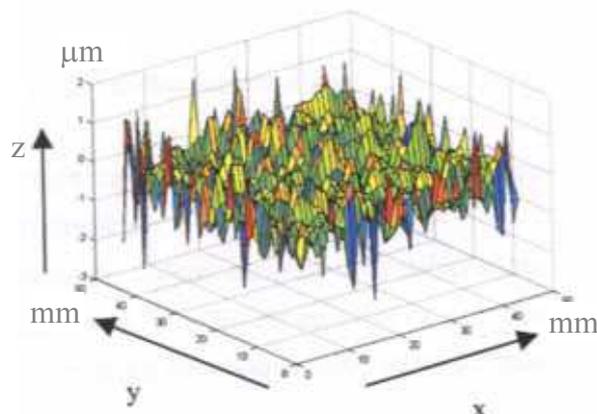


Figure 9 Residual surface

#### 4. MODAL SHAPES AND SPECIFICATIONS

##### 4.1. Spectrum representation

If we show the modal coefficients in a bar chart like in fig. 10, we can then see how they decrease with the number of the mode.

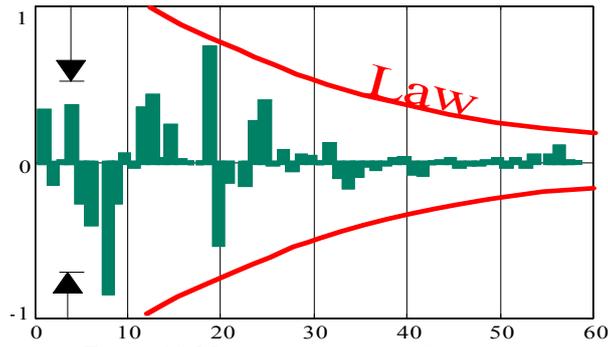


Figure 10 Modal coordinates of a measure

We can also sort those coefficients for a set of measurements in order to see the highest defect, and thus truncate the measure. In fig. 10, we show modal projection of a defect. For this representation, tolerancing process can consist in limiting modal coefficients one by one, or (and) giving a law function of the number of the mode. A mode coefficient can be specified in an interval (presented with two arrows on the 4<sup>th</sup> mode in fig. 10). As the acceptance level is usually decreasing with the complexity of the defect, a law (cf. two curves fig. 10) is suitable.

The results can be shown in a spectrum graph and also in a table with allowable limits.

#### 4.2. Domain Mode Shape modeling

##### 4.2.1. Inequalities construction

The deviation domain method ([12], [13]) leads to express a set of coordinates of a defect in a domain limited by inequalities. Here, the dimensions of the defects space can be high and if we show an example in 3D, that is not possible in most of cases. In order to explain the method, we present a pedagogic example of a straightness specification. The discrete basis of 8 elements is built in plane behaviour of beams. Then the modal analysis is made. The modal shapes  $Q_i$  are truncated to normal displacements. Those are magnified in order to fit the specified zone. Each maximum value of  $Q_i$  is 1 or (and) -1.

In figure 11, the first 6 modes are shown. We have computed the modes with a model of 8 beam elements. The boundary conditions are support-support. In order to take into account positions deviations, we have added two modes to show how a model can be built (we could also show a free boundary conditions example). As the interpolating functions are built on the static behaviour of beams, the interpolating polynomial is of degree three. The following deformations are each a set of cubic curves linked to each other with a C1 continuity (i.e. displacement and rotation continuity at each node).

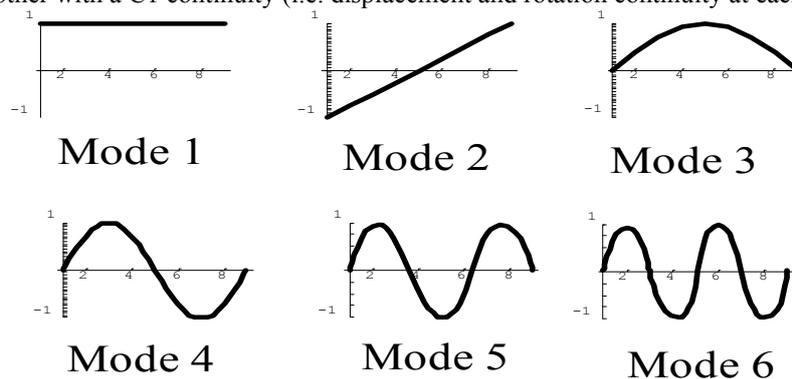


Figure 11 First modes of a 2D 9 nodes beam

Each node of the beam must remain inside the specified zone. As the displacement  $\delta_j$  of the node  $ni$  is given by its modal coordinates:

$$\delta_j = \sum_{i=1}^p \lambda_i Q_{ij} \quad (6)$$

Here  $Q_{ij}$  is the  $j^{\text{th}}$  modal coordinate of the modal vector  $Q_i$ .

Each displacement has to respect those inequalities:

$$-t/2 < \delta_j < t/2 \quad (7)$$

The first 5 modal coordinates gives the following 18 inequalities for the 9 nodes:

		Mode 1		Mode 2		Mode 3		Mode 4		Mode 5	
Node 1	$-\frac{t}{2} <$	+ 1	$\lambda_1$	- 1	$\lambda_2$	+ 0	$\lambda_3$	+ 0	$\lambda_4$	+ 0	$\lambda_5 < \frac{t}{2}$
Node 2	$-\frac{t}{2} <$	+ 1	$\lambda_1$	- 0.75	$\lambda_2$	+ 0.38	$\lambda_3$	+ 0.7	$\lambda_4$	+ 0.92	$\lambda_5 < \frac{t}{2}$
Node 3	$-\frac{t}{2} <$	+ 1	$\lambda_1$	- 0.5	$\lambda_2$	+ 0.7	$\lambda_3$	+ 1	$\lambda_4$	+ 0.7	$\lambda_5 < \frac{t}{2}$
Node 4	$-\frac{t}{2} <$	+ 1	$\lambda_1$	- 0.25	$\lambda_2$	+ 0.92	$\lambda_3$	+ 0.7	$\lambda_4$	- 0.38	$\lambda_5 < \frac{t}{2}$
Node 5	$-\frac{t}{2} <$	+ 1	$\lambda_1$	+ 0	$\lambda_2$	+ 1	$\lambda_3$	+ 0	$\lambda_4$	- 1	$\lambda_5 < \frac{t}{2}$
Node 6	$-\frac{t}{2} <$	+ 1	$\lambda_1$	+ 0.25	$\lambda_2$	+ 0.92	$\lambda_3$	- 0.7	$\lambda_4$	- 0.38	$\lambda_5 < \frac{t}{2}$
Node 7	$-\frac{t}{2} <$	+ 1	$\lambda_1$	+ 0.5	$\lambda_2$	+ 0.7	$\lambda_3$	- 1	$\lambda_4$	+ 0.7	$\lambda_5 < \frac{t}{2}$
Node 8	$-\frac{t}{2} <$	+ 1	$\lambda_1$	+ 0.75	$\lambda_2$	+ 0.38	$\lambda_3$	- 0.7	$\lambda_4$	+ 0.92	$\lambda_5 < \frac{t}{2}$
Node 9	$-\frac{t}{2} <$	+ 1	$\lambda_1$	+ 1	$\lambda_2$	+ 0	$\lambda_3$	+ 0	$\lambda_4$	+ 0	$\lambda_5 < \frac{t}{2}$

#### 4.2.2. H and V representation of a specification

Those inequalities are linear consequently they each express in a  $N$  dimension space a half space division. We call this representation the H-representation [14]. The domain resulting of this set of operations is convex (open or closed). This domain can also be described by the set of its vertices, this is the V-representation. We can notice that those vertices are minimal and the H and V representations are equivalent.

For this example, we have calculated 18 inequalities where the value of  $t$  is 2. In order to show a figure of this domain, we made two cuts of it with  $\lambda_4=0$  and  $\lambda_5=0$  (different values of  $\lambda_4$  and  $\lambda_5$  should give another domain). The modal shape defects associated to the first 3 modes is shown in fig; 12.

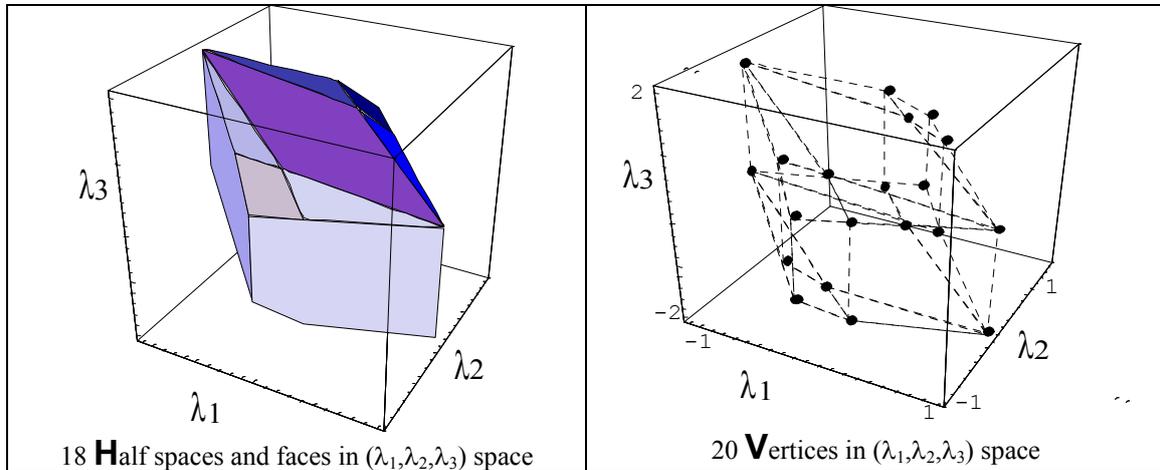


Figure 12 Domain of a specification

The visualisation of the domain is not useful, limited to three modes and should, in general case, lead to a huge set of cuts. As the number of selected modes can be more than twenty, the visualisation is not possible, and specifications will be evaluated by a test. If a feature is measured, then the modal coefficients are calculated and we can check the acceptance by an inclusion test in the domain. We can see that the  $\lambda_3$  value can be up to 2 if  $\lambda_1=-1$  and up to 1 if all the other  $\lambda_i$  are nil. With this clear simple example, we can see the limits of the spectral method.

#### 4.2.3. Signification of a vertex

If we limit the domain in the  $(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$  3D space, we obtain 20 summits. Each summit is a maximum possible defect (all are inside of the domain). For example, in the 3D space, a vertex defect

Vd(0.261204, -0.738796, -1.2612) represents the defect show in fig. 13.a. In fig. 13.c, we present a set of possible defects corresponding to 12 defects.

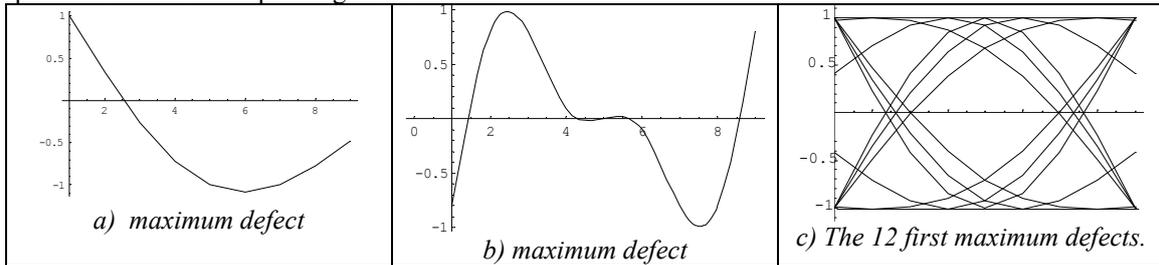


Figure 13 Maximums defects and vertices

In the (6D) space of the 6 first modes, we have computed several summits (up to 232) for this example. One of them is Vd(-0.821666, 0.178334, 0.491838, 1.08917, 0.670172, 0.349304) and the corresponding defect is presented in fig. 13.b. Every maximum defect fits the allowed limit of the specifications. It is interesting to see that some coefficients can be higher than 1 and the maximum corresponding defect remains in the specification size (into the [-1,1] interval). This representation is the equivalent model of the specification.

#### 4.2.4. Domain of two specifications

In order to include other specifications, like form defect complexity acceptance we add corresponding inequalities. Those ones are expressed on each mode by cutting (H operation) the corresponding mode axis at an acceptable level. For example, if we want to express a limit of translation (mode 1) of the axis, we input new inequalities for  $\lambda_1$  coefficient that represents this new specification. If those limits are including the domain, the specification does not constrain the geometry. Otherwise, the result of the computation gives two new cuts fig. 14 (Half spaces) to the domain and the resulting domain is the two specifications domain.

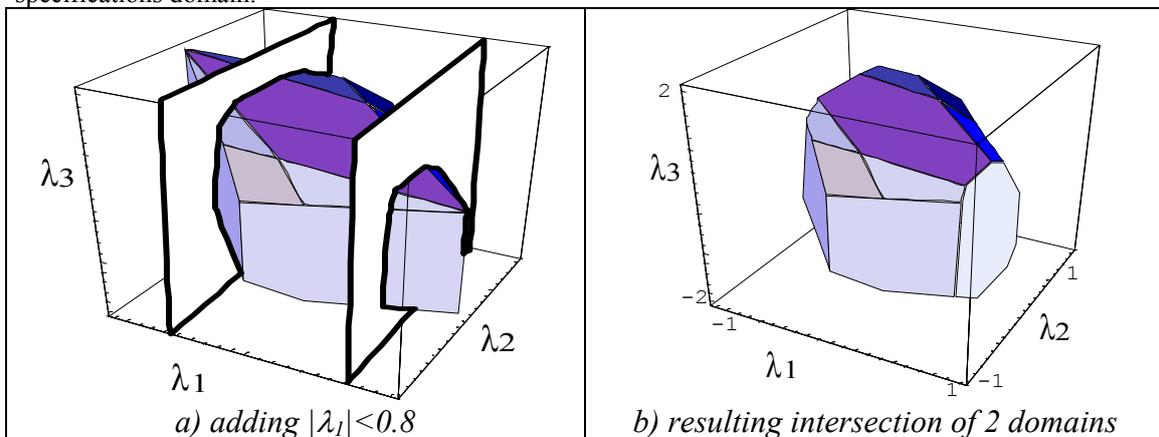


Figure 14 Domain of two specifications

If we want to describe a spectrum specification, we can add the corresponding intervals of each coefficient  $\lambda_i$  and obtain the hyper brick (in the  $N$  space) of the total intersection. The domain model contains the spectrum model.

## 5. CONCLUSION

Modal tolerancing is a new method for form defect tolerancing. It allows writing in the natural mode shapes any real (technological processed) defects of any discretized feature with an unambiguous mathematical language. The finite elements method is used to compute those shapes and a vectorial projection of the measured feature is made to obtain the modal coefficients of the defect. Those can be compared (modal metrology) to allowable limits that represent form requirements. A graphic spectrum method is easy to use (table representation). A domain method makes possible to express any type of specification and gives results by an inclusion test. A set of maximum geometries can be computed and

show by testing some vertices of the domain and the customer can see possible features associated to the specification.

This method can be applied to surfaces or curves (gap and flush problems) in separate models or in the same one. The using of finite elements methods enables versatility (by the using of boundary conditions, element attributes...) in order to give the best basis to each problem.

## 6. BIBLIOGRAPHY

[1] ISO 1218-1 "Geometrical Product Specifications (GPS) - Roundness - Part 1: Vocabulary and parameters of roundness".

[2] Wyant J.C., Creath K., "BASIC will wavefront aberration theory for optical metrology", *Applied Optics and Optical Engineering*, vol. 11, pp. 2-53, 1992

[3] ISO 10110-5 "Optics and optical instruments. Preparation of drawings for optical elements and systems. Part 5 Surface form tolerances"

[4] F. Formosa, S. Samper et I. Perpoli. "Modal Expression of Form Defects". CIRP International Seminar on Computer Aided Tolerancing, Tempe Arizona April 2005.

[5] Gousskov A., Tichkiewitch S., "Influence of the machine-tool defects on the formation of the residual defects on a surface: application to turning" *Integrated Design and Manufacturing in Mechanical Engineering'98*, pp 341-348, Batoz, Chedmail, Cognet, Fortin, Ed. Kluwer Academic Publishers 1999

[6] Henke R.P., Summerhays K.D., Baldwin J.M., Cassoub R.M., Brownd C.W., "Methods for evaluation of systematic geometric deviations in machined parts and their relationships to process variables" *Precision Engineering* 23 (1999) 273–292

[7] Summerhays K.D., Henke R.P., Baldwin J. Mr., Cassou R.M., Brown C.W., "Optimizing discrete not sample patterns and measurement dated analysis one internal cylindrical surfaces with systematic form deviations", *Journal off the International Societies for Precision Engineering*, vol. 26 (1), pp. 105-121, 2002

[8] Huang W., Ceglarek D., "Mode-based decomposition of part form error by discrete-cosine-transform with implementation to assembly and stamping system with compliant parts", *Annals of CIRP*, vol. 51 (1), pp. 21-26, 2002

[9] Killmaier, T.a; Babu,"Genetic approach for automatic detection of form deviations of geometrical features for effective measurement strategy" *Precision Engineering* Vol: 27, Issue: 4, October, 2003 pp. 370-381

[10] C. Cubeles-Valade et A. Riviere, "Nominal and actual geometry explicit declaration", *IDMME'98 1999/12 Kluwer Academic*, 27-29 May 1998, pp. 357-364, 1998 ISBN:0792360249

[11] Bathe, K.-J., 1982. "Finite Element Procedures in Engineering Analysis" , Prentice-Hall, Englewood Cliffs

[12] Giordano M., Duret, D., Tichadou S., Arrieux R., "Clearance Space in Volumic Dimensioning", *Annals of CIRP*, Vol 41/1/1992, pp. 565-568.

[13] Samper, S.; Petit, J-Ph.; "Computer aided tolerancing - solver and post processor analysis"; *Proceedings of the 14<sup>th</sup> International CIRP Design Seminar*, Cairo 2004

[14] Fukuda, K.; "From the zonotope construction to the Minkowski addition of convex polytopes", *Journal of Symbolic Computation*, 2003

[R\_SAM 06] S. Samper, J-P. Petit « *Computer Aided Tolerancing - solver and post processor analysis* » In « *Advances in design* » Ed. Hoda A. El Maraghy and Waguih El Maraghy , Springer Series in Advanced Manufacturing, 02-2006 , pp 487-498 ISBN 978-1-84628-004-7

---

## 8.4

---

### Computer Aided Tolerancing – Solver and Post Processor Analysis

Serge Samper, Jean-Philippe Petit, Max Giordano <sup>1</sup>

#### Abstract

The world of the designer is a 3D one, and the language of tolerancing is a set of ISO specifications. We have built a methodology in order to compute geometric specifications on parts and clearances in joints through a mathematical model based on the small displacement torsors. With our method, a tolerancing object becomes a 6D object thanks to the solver we elaborate. Once those solving are made, one objective is to represent 6D polytopes in the 3D world of the designer in order to inform him on the results of his tolerancing choices: assemblability performance, best and worst precision zones, functional requirements. So it is necessary to indicate, in a graphic representation, the results to the designer. This representation will be done in a CAD application by means of zones (3D volumes) which will be associated to functional features of the mechanism. An assembly example will be treated to illustrate this method.

**Keywords:** Tolerancing analysis, CAD, 6-polytopes.

#### 8.4.1. Tolerancing and Functional Requirement

Tolerancing is a standardised language, it follows the designed product in design, manufacturing and control processes. Its goal is to fix maximum deviations on geometry parts: those parts are manufactured so imperfect. It is an important operation which influences the functional requirements and the cost of the final product. In spite of the continual development of Computer Aided Design software it is amazing to note that none of them integrates a systematic and automatic tool

---

<sup>1</sup> Laboratoire de Mécanique Appliquée (LMéca) ESIA, Université de Savoie

able to find the optimal tolerancing (from a qualitative and/or quantitative point of view). In the best of cases, aided tools can only check coherence of geometric specification type chosen according to the toleranced feature.

Since the beginning of the 80's and in particular with Requicha's works [1], many groups of research work on the subject while being based on various mathematical models. One can hold up as examples PACV model (Proportioned Assembly Clearance Volume) used by D. Teissandier [2] or the Tolerance-Map model of J.K. Davidson [3]. These models enable to translate the standard in a formal way (passage of the standard towards the model) for then treating these data in order to carry out the tolerancing analysis of the mechanism. The following step consists in carrying out the reverses passage i.e. mathematical model towards the standard, but the developed methods do not integrate this aspect of reverses passage and the results of analysis remain most of the time incomprehensible for the designer who awaits readable and concrete answers on his tolerancing choices.

We propose in the following to present the analysis method developed in LMéca [4] then the passage "model towards standard". This method is based on the model of the clearance and deviation domains [5] which translates geometric specifications on parts and clearances in joints into 6 dimension domains. Various geometrical operations on these 6-polytopes [6] allow determining if the chosen tolerances by the designer answers the fixed specifications. But these representations still belong to the mathematical model and are not readable for the designer. We will thus describe a procedure of post processing which is used to carry out the passage of the 6D towards the 3D (model towards standard). The designer will have the possibility of visualising the consequences of his choices via a graphic representation through 3D zone(s) displayed on the definition drawing of the assembly. The designer will be able to check if its tolerancing meets the functional requirements expressed by the specifications: assemblability, accuracy requirement, non-contact conditions...

#### **8.4.2. Model of the Clearance and Deviation Domains**

This section deals with the first step of our method of geometric tolerance analysis. It consists in translating standard geometric specifications on parts and joints constituting the assembly through a mathematical formalism.

##### **Tolerance Zone and Associated Feature**

International standards [7] allow representing every geometric specification by a tolerance zone (2D or 3D) which is built on the nominal geometry of the toleranced feature. The tolerance will be validate if the real feature (the theoretical geometric element actually) associated to the nominal feature lies inside the tolerance zone (Figure 8.4.1).

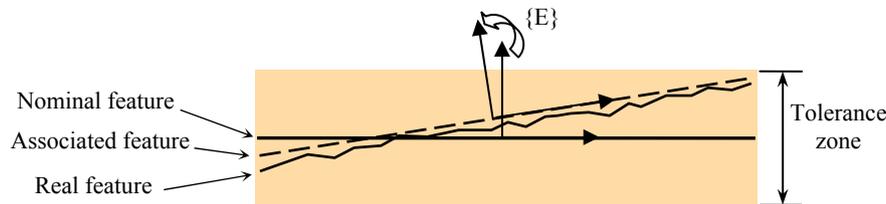


Figure 8.4.1. Tolerance zone.

### Tolerance Zone to Deviation Domain

In our model, a datum frame is attached to each functional associated feature and another frame is attached to each part. The displacements of the associated feature inside the tolerance zone are supposed small enough. It is then possible to express the positions of the associated frame regarding the general frame in the shape of a small displacements torsor [8] (6 components i.e. 3 translations and 3 rotations) called deviation torsor. When the associated and nominal features are merged, the small displacements torsor corresponding is equal to the null torsor. The general form of a deviation torsor is noted:

$$\{E\} = \begin{Bmatrix} T_x & R_x \\ T_y & R_y \\ T_z & R_z \end{Bmatrix} \quad (8.4.1)$$

The set of the values of all the deviation torsors defines a domain in the 6D configuration space called the deviation domain noted  $[E]$ . The associated feature can be a point, a segment or a polygon (in the opposite case, it can be polygonarized). Defining the deviation domain is reduced to consider each maximum displacement of characteristic vertices of the associated feature inside the tolerance zone. This observation allows writing those displacements by a set of inequations. With a polyhedral computation code [9] it is possible to generate all the vertices of the convex 6-polytope from the set of inequations in  $\mathbb{R}^6$ . This double definition (vertices and inequations) is necessary for several geometric operations on different domains in the model.

#### Example:

In Figure 8.4.2 below, we show how a torsor is built for a chosen geometric specification (tolerance symbol and type of features). The corresponding zone limits the displacements of the associated feature. Those limits can be computed only from the displacements of the 4 vertices of the rectangle (so 8 inequations).

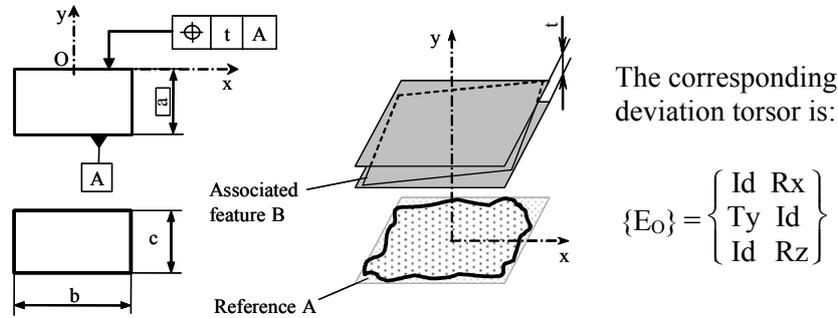


Figure 8.4.2. Tolerance zone associated to a specification.

The deviation domain corresponding to the zone of Figure 8.4.2 is computed by the following set of inequations:

$$\begin{cases} -t \leq b R_z + c R_x + 2 T_y \leq t \\ -t \leq b R_z + c R_x - 2 T_y \leq t \\ -t \leq b R_z - c R_x + 2 T_y \leq t \\ -t \leq b R_z - c R_x - 2 T_y \leq t \end{cases} \quad (8.4.2)$$

And the 6 following vertices are obtained with  $b = 5$ ,  $c = 3$  and  $t = 0,1$  :

$$V_1 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0,02 \end{pmatrix}, V_2 \begin{pmatrix} 0,1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, V_3 \begin{pmatrix} 0 \\ 0,0333 \\ 0 \end{pmatrix}, V_4 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -0,02 \end{pmatrix}, V_5 \begin{pmatrix} 0 \\ -0,0333 \\ 0 \end{pmatrix}, V_6 \begin{pmatrix} -0,1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (8.4.3)$$

The 8 inequations (8 facets) of (8.4.2) and the 6 vertices of (8.4.3) allows computing the deviation domain through its 3-polytope form shown in the figure below.

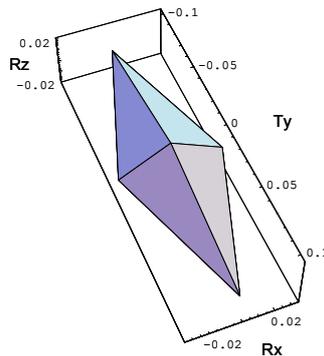


Figure 8.4.3. Resulting deviation domain.

To sum up this section we can say that in our model each standard geometric specification can be translated by a deviation domain (a set of inequations and the list of its vertices coordinates in a 6D space).

### Clearance Domain

A joint is constituted of two parts. The clearance inside the joint allows to write a clearance torsor noted  $\{J\}$  which represents the small displacements of a part (of an associated datum frame actually) regarding to the other. The values of the torsor depends on the contact conditions (clearance value and topology of the contact surfaces). The clearance domain is compute in the same manner we have defined a deviation domain.

We can associate to each joint a clearance domain (6-polytope) which will be defined by a system of linear inequalities and a set of its coordinates vertices in a 6D configuration space.

#### Example for a cylindrical joint:

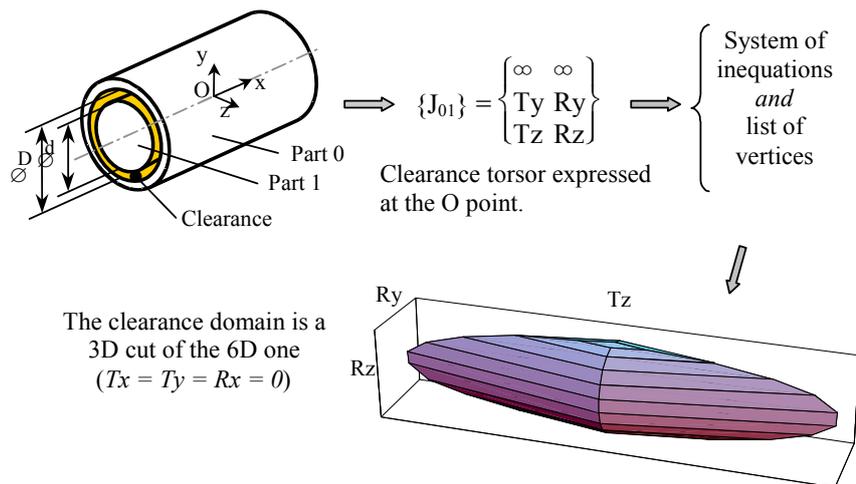


Figure 8.4.4. From a joint to its clearance domain.

**Note:** directions of the domain corresponding to the degrees of freedom of the joint ( $T_x$  and  $R_x$  in the example) are unbounded: displacements are infinite in those directions.

### 8.4.3. Analysis Treatment

Once every geometric specification is translated by a deviation domain and every joint by a clearance domain, diverse geometric operations on 6-polytopes enable to do the tolerance analysis. The main operations are:

- the Minkowski addition noted  $\oplus$ ,
- the intersection  $\cap$ ,
- the Sweeping-Intersection noted  $\ominus$  which consists “graphically” in sweeping a (usually clearance) domain on the boundaries of a (usually deviation) domain and to keep the intersection of all the shifted (clearance) domains. The resulting domain of such an operation is called residual clearance domain and is noted  $[R]$ .

To illustrate the treatment method we will take the example of an assembly of two parts ( $0$  and  $1$ ) linked thanks to three parallel branches  $A$ ,  $B$  and  $C$ .  $[R_{0A1}]$ ,  $[R_{0B1}]$  and  $[R_{0C1}]$  are calculated (see equation 4) at the same point.

$$[R_{0X1}] = [J_{0X1}] \ominus [[E_{0X}] \oplus [E_{X1}]] \quad (8.4.4)$$

### Assemblability

If the intersection of the three residual clearance domains  $[R_{0_1}]$  exists thus we can ensure that the assembly between the part 0 and the part 1 will always be possible. The resulting domain of this intersection (Equation 8.4.5) also represents the relative position between the frames associated to each part.

$$[R_{0_1}] = \cap_X [R_{0X1}] = [R_{0A1}] \cap [R_{0B1}] \cap [R_{0C1}] \quad (8.4.5)$$

### Accuracy Requirement

Those tools also allow us to check the accuracy requirement between to surfaces. The maximum and minimum deviations on those surfaces are known because they are expressed through geometric specifications. In one hand, the minimum residual clearance domain  $[R_{0_1}]$  is obtained with minimal clearances and maximal deviations. We said before that if this domain exists, the assemblability requirement is satisfied. On the other hand, maximum clearances and minimum deviations gives the maximum residual clearance which is significant for the bigger deviations between surfaces.

### Cost

The decrease of the product cost can be obtain by affecting the quantitative aspect of tolerancing. We saw that the assembly requirement depends on the residual clearance domain which is calculated from several parameters (tolerance values, joint dimensions...). By decreasing the values of tolerances and so decreasing the cost, the method consists in reaching the smallest residual clearance domain as possible. If the resulting domain is reduced to a point, the quantitative tolerancing will be considered as optimal for this functional requirement.

#### 8.4.4. Post Processing

Once the solving is made, objects are 6D domains. In order to see them, we can project them in the 3D space as zones. For example, we can say if assembly is possible if the global residual clearance exists (6D result).

The designer knows if the tolerancing is good or not, according to his solving, but he would know how to modify tolerances. A Boolean result is not sufficient. We propose, here to show him results in the form of zones. Those can be :

- Best precision zone
- Worst precision zone
- Residual clearances
- ... other functional requirements can be computed.

The designer can then modify his choices, for example, if residual clearances are sufficient, he can increase corresponding tolerances so that cost will be lower or feasibility (manufacturing,...) easier. Then he can solve again and see his results. Then, he uses the tolerancing analysis in the same way than a finite element analysis in an iterative design process.

#### Method

The results of our computing are 6D domains thus :

- Set of inequations (constrains in 6D space)
- Set of vertices (which describes the corresponding 6D domain)

We make a projection of this 6D domain into a 3D zone attached to a feature as a 3D view of the result. For each point of the feature, we make a displacement (3D) about a torsor with its coordinates taken in the 6D domain.

This could represent a lot of computations but we can be faster by taking only the vertices of the 6D domain. Then we compute only the vertices of the polygon containing the feature. By this way, we have obtained the biggest convex zone corresponding to the domain.

#### Different Projections

It would be interesting to have a real bijection between 3D zone and 6D domain. Unfortunately, this is not always possible.

We can build the 6D domain for any zone, but any domain is not a zone.

We can therefore build the 3 following zones:

- a) the smallest outer convex zone for any 6D domain.
- b) a non convex zone for any 6D domain.
- c) the biggest inner convex zone for any 6D domain.

In fact, the zone of the *b* case is outside of the *c* zones and inside the *a* zone. The Figure 8.4.6 below shows the three zones for a given domain.

How do we proceed ?

For each point of the feature, we should apply all the possible displacements of the associated feature according to the 6D domain. Then we should obtain the corresponding zone (case c). A simplest 3D object is the convex one. So to show a simple but accurate information, we propose to show the two convex (outer and inner) domain to the designer.

### Examples

#### *A simple axis*

Here, we explain the concept with a very simple example: an axis. We have obtained a result, in the form of a domain. This domain is then translated by a zone.

#### From the zone to the domain

A zone is computed to obtain the domain corresponding to all the possible displacements. Thus we can know all the inequations and the corresponding vertices, of the 6D domain. This domain can be cut to see its representation in a 2D space as below.

Let us consider a single axis with its zone as shown in the Figure 8.4.5 below. We first show the domain in 2D corresponding to this zone. We can observe that, each vertex of the domain corresponds to an extreme position (four, in 2D) of AB axis in the zone.

$L$  is the distance between  $A$  and  $B$ ,  $h$  is the height of the zone. Then,  $T_{y_{MAX}}=h/2$  and  $R_{z_{MAX}} \approx h/L$

The 2D domain is a cut of the 6D domain.

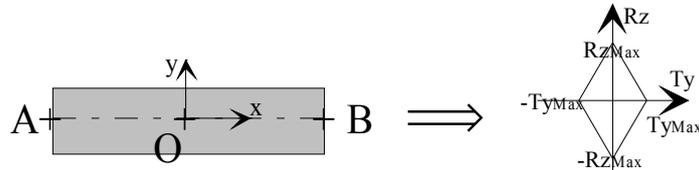


Figure 8.4.5. A-B axis zone and its domain

#### From the domain to zones

We can illustrate the cases presented in 4.2 with the domain presented in the Figure 8.4.6 below.

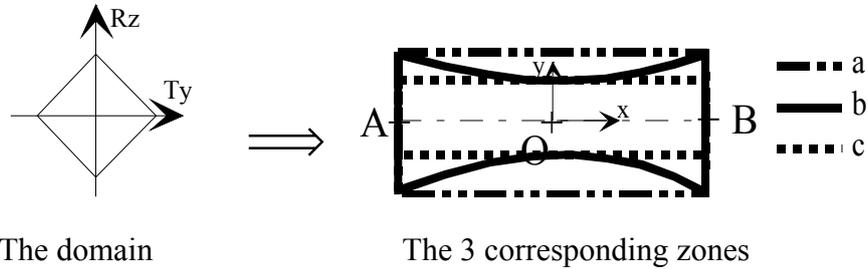
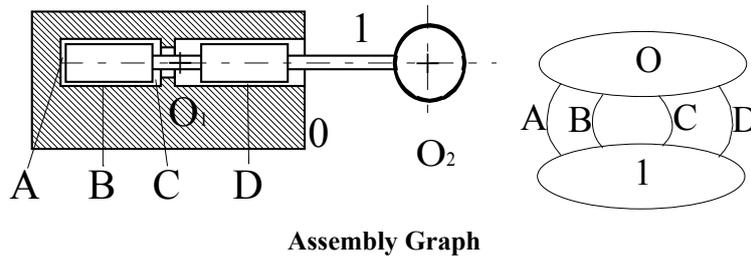


Figure 8.4.6. Domain and zones

As the result domain do not have proportions so that it corresponds exactly to a convex zone ( $Ty_{MAX}=h/2$  and  $Rz_{MAX} = h/L$ ), the computation of the corresponding zone gives (point by point) the  $b$  one. We can also compute the  $a$  outer zone and  $c$  inner zone by testing only the A and B points.

**A spherical drilling tool**

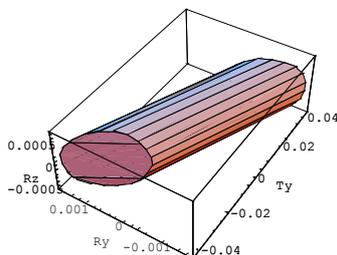
Let us consider the analysis of a drilling tool. In the Figure 8.4.7 below, we have two parts linked by four joints (two plane joints and two cylindrical joints).



Assembly Graph

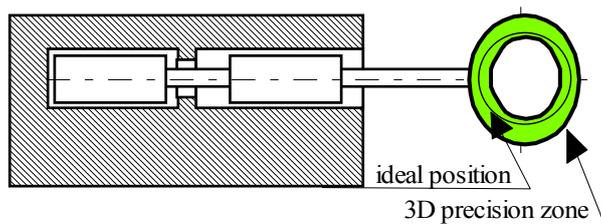
Figure 8.4.7. Simplified drilling tool

We have made a tolerancing (not detailed here) for each surface  $A_i$ ,  $B_i$ ,  $C_i$  and  $D_i$  belonging to each part  $i$  (0 and 1). We have chosen clearances in joints (A, B, C, and D) and solved the assembly. The assembly is possible because  $[R0\_1]$  (minimum clearance domain, computed as shown in equation 8.4.5) exists.  $[R0\_1]$  is also the precision domain (3D view) presented in Figure 8.4.8.



**Figure 8.4.8.** Precision domain at the point  $O_2$ .

The designer would know where can be the tool according to this domain. Thus we project this domain and obtain the precision zone shown in figure below. The precision zone is the set of possible positions of the points of the sphere according to the geometric specifications.



**Figure 8.4.9.** Precision zone (magnified volume)

It is possible to see the results and verify their suitability, and then to change the geometric specifications.

### 8.4.5. Conclusion

The method of the clearance and deviation domains allows to compute tolerancing in the 6D space of the torses components. This computation allows to test assemblability and functional requirements. The solving are made and results are 6D domains such as minimal clearances or precision domain.

The designer usually need to modify his choices and test a new solution, thus we show him results in his 3D space in the form of zones around associated features. The post processor proposed here makes possible to see in 3D the results. Those can be projected (like in the example) on a feature.

The aim of our work is to build a method of Computer Aided Tolerancing for designer, and thus to build CAT preprocessor, solvers and post processors (like the FEM for structural analysis). The features, the assembly, the functional requirements, the tolerancing are input in the preprocessor. The solving of the assembly is made, then a Boolean gives the assembly test. The solving of functional requirements are made (one by one) and residual clearance domain is

output. The post processor translates the 6D domain into a 3D zone on a feature in order to inform the designer on the consequences of his choices. Then he can modify the input and compute again in order to reach an optimal tolerancing.

## REFERENCES

1. Requicha, A.A.G., 1983, "Toward a theory of geometric tolerancing," *The International Journal of Robotics Research*, Vol. 2, N° 4, pp. 45-60.
2. Teissandier, D., Couétard, Y., Gérard, A., 1999, "A computer aided tolerancing model: proportioned assembly clearance volume," *Computer-Aided Design* 31, pp 805-817.
3. Davidson, J.K., Mujezinović, A., Shah, J.J., 2002, "A new mathematical model for geometric tolerances as applied to round surfaces," *Journal of Mechanical Design*, Vol. 124, pp 609-622.
4. Giordano, M., Duret, D., "Clearance space and deviation space. Application to three dimensional chain of dimensions and positions," *3<sup>rd</sup> CIRP International Seminar on Computer-Aided Tolerancing*, pp. 179-196.
5. Petit, J-Ph., Samper, S., Giordano, M., 2003, "Minimum clearance for tolerancing analysis of a vacuum pump," *Proceedings of the 8<sup>th</sup> CIRP International Seminar on Computer-Aided Tolerancing*, pp. 43-51.
6. Fukuda, K., Petit, J-Ph., 2003, "Optimal tolerancing in mechanical design using polyhedral computation tools," *Proceedings of the 19<sup>th</sup> European Workshop on Computational Geometry*, pp. 117-120.
7. *ISO 1101* "Technical drawings. Geometrical tolerancing. Tolerancing of form, orientation, location and run-out. Generalities, definitions, symbols, indications on drawings," 1983.
8. Bourdet, P., Mathieu, L., Lartigue, C., Ballu, A., 1995, "The concept of the small displacements torsor in metrology," *Advanced mathematical tools in metrology*, Oxford.
9. Fukuda, K., 2001, *cddlib reference manual, cddlib Version 092a*, McGill University, Montreal, Canada.

## Surfaces seam analysis

*Jean-Philippe PETIT\**, *Serge SAMPER\** and *Isabelle PERPOLI\**

*\* Laboratoire de Mécanique Appliquée*

*LMéca/ESIA, BP 806*

*74016 ANNECY Cedex, FRANCE.*

[jean-philippe.petit@univ-savoie.fr](mailto:jean-philippe.petit@univ-savoie.fr)

**Abstract:** we present an analysis of gap and flush defects for automotive exterior body panels. We will consider position deviations of parts and those deviations are traduced through the concept of small displacements torsor. Thus it is possible to use the model of clearances and deviations domains. This method allows modeling geometric specifications on parts (deviation domains) and clearances in joints (clearance domains). The seam analysis is made in order to verify if the tolerances are compatible with specifications. By our solving, we obtain the set of relative displacements between two parts. This set of displacements is a 6D domain (3 translations plus 3 rotations) and is not visible for the designer, thus we compute a corresponding zone on parts in order to see the results. This post processor zone is shown in a CAD environment. It is then possible to the designer to see consequences of its tolerancing choices.

**Keywords:** tolerancing analysis, surfaces seam, deviation domains, CAD.

### 1. INTRODUCTION

A mechanism is composed of manufactured parts which present deviations. To answer to functional requirements (assemblability, accuracy, non interference...), the designer has to define limits of those geometry deviations through a tolerancing. Once this work is done, it is possible to check if the chosen tolerancing satisfy requirements thanks to an operation called tolerance analysis. We distinguish two kind of tolerance analysis: the statistical analysis (not detailed in this paper) and the worst case analysis. We propose in the following a worst case method of tolerance analysis based on the model of clearances and deviations domains. Several works deal with domains (volumes) to translate geometrical specifications or to propose analysis methods. For example, Shah and Davidson use the hypothetical volume called Tolerance Map (T-map) in their approach [Davidson *et al.*, 2002]. For its part, Teissandier has developed a tolerancing model leading on a tool named Proportioned Assembly Clearance Volume (PACV) [Teissandier *et al.*, 1999]. In our point of view, those methods are limited and can deal only with simply cases of assemblies. We propose through our approach to treat a concrete industrial example of tolerance analysis. This example is the analysis of gap and flush defects for automotive exterior body panels. It consists in verifying if the chosen tolerances on functional contact surfaces of an assembly (mechanism in open-

chain constituted of four parts) allow a functional requirement between two of these parts. A representation of the consequences of the designer's choices on the geometry variations of the assembly will be given in a CAD environment.

## 2. MODEL OF CLEARANCES AND DEVIATIONS DOMAINS

International standards [ISO 1101] allow to represent every geometric specification by a tolerance zone. This zone is built on the nominal geometry of the toleranced feature. The tolerance will be validate if the real feature (the theoretical geometric element actually) associated to the nominal feature lies inside the tolerance zone.

In our model, a general datum frame is built for the mechanism. A datum frame is attached to each functional associated feature and another one is attached to each nominal feature. The displacements of the associated feature inside the tolerance zone are supposed small enough. It is then possible to express, at the centre of the general frame  $O$ , the positions of the associated frame regarding the nominal frame in the shape of a small displacements torsor [Bourdet *et al.*, 1995]. Six components (3 translations plus 3 rotations) characterize this torsor called deviation torsor [Giordano *et al.*, 1993]. The general form of a deviation torsor is given below:

$$E = \begin{Bmatrix} T_x & R_x \\ T_y & R_y \\ T_z & R_z \end{Bmatrix}_O \quad (1)$$

The set of the values of all deviation torsors defines a domain in the 6D configuration space called the deviation domain noted  $[E]$  (Cf. Figure 1).

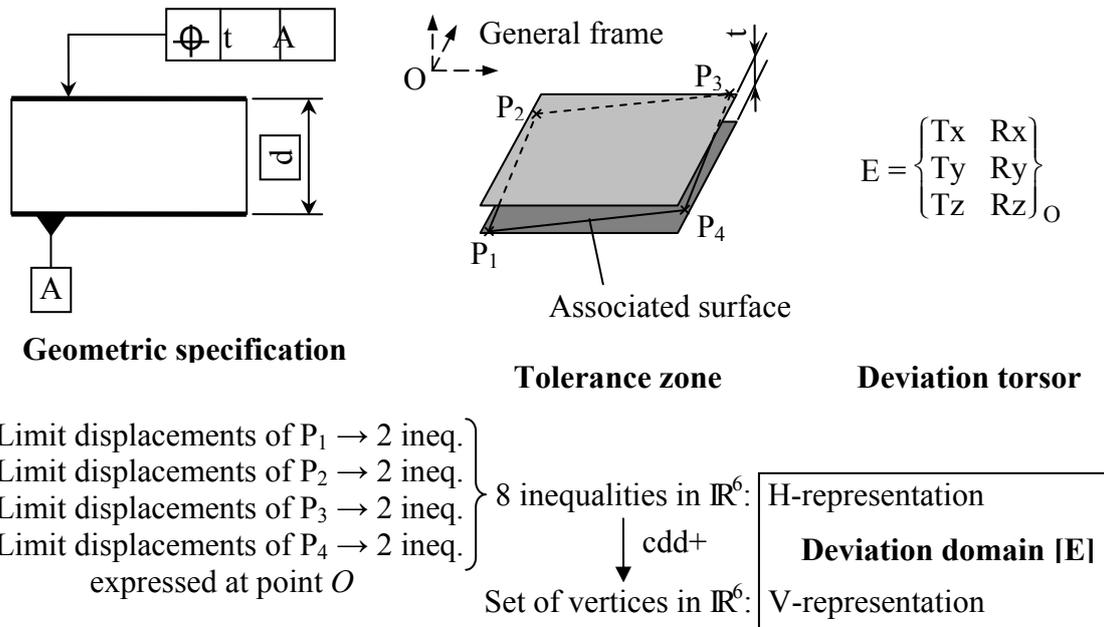


Figure 1; Deviation domain associated to a tolerance zone

Associated feature is built from the polygonal convex hull containing the outline of the nominal feature. Defining the deviation domain is reduced to consider each maximum displacement of characteristic vertices of the associated feature inside the tolerance zone. Those displacements are translated by an inequalities system expressed at a fixed point ( $O$  in our example).

With a polyhedral computation code *cdd+* developed by K. Fukuda, all vertices of the convex 6-polytope are generated in  $\mathbb{R}^6$  from the set of inequalities [Fukuda *et al.*, 1996]. This double definition (*Vertex-representation* and *Halfspace-representation*) is necessary for several geometric operations on different domains defined in our model.

A clearance domain is built with the same method. First a clearance torsor defined. A clearance zone is translated in a set of inequalities. This one gives the corresponding domain in a 6D space.

### 3. STUDIED SEAM

Definition: a seam is a neutral zone between two fixed parts and/or opening allowing the assembly of the various elements of a body car and thus avoiding any interference of opening parts with other elements.

There are many functions to a seam, one can gather them in three principal categories: technical functions (to satisfy assemblability, to improve aerodynamism of the car...), aesthetic functions (lights on and between various surfaces...) and ergonomic functions (to allow the disassembling of the elements...).

From the functional surfaces geometry resulting from CAD model and annotations stipulating the functional requirements from the assembly specification, we will check if the tolerancing associated to each part intervening in the positioning of the headlight checks the functional requirements imposed by the customer.

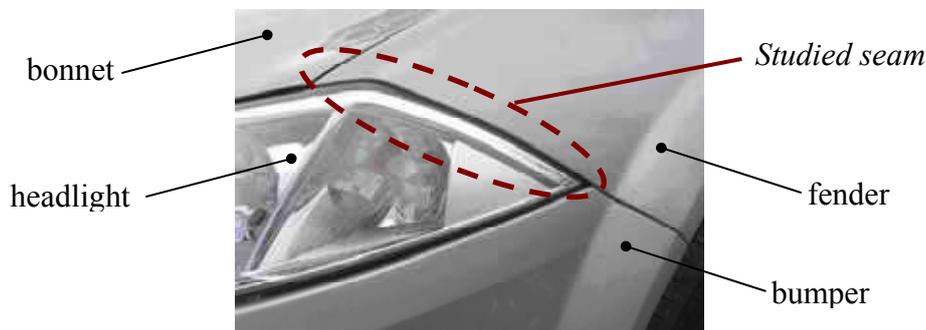


Figure 2; Car parts and studied seam.

The functional requirement considered in this application concerns the seam line between the fender and the headlight. This requirement breaks up into a condition of evolutionary flush and a condition of minimum clearance. Four control points ( $a$ ,  $b$ ,  $c$  and  $d$ ) are defined on the studied curve. With each one of these points a tolerance on the clearance and a position tolerance are associated limiting the evolutionary flush. A measurement of flush is done according to the normal on the datum surface: the fender in our case. One thus defines a normal  $\vec{n}_x$  associated with each control point (Figure 3). The clearance is measured perpendicularly to the seam line and following the direction defined on the definition drawing. For each control point defined by his coordinates in the general frame, one builds a normal  $\vec{j}_x$  perpendicular to the seam line and normal to the datum surface.

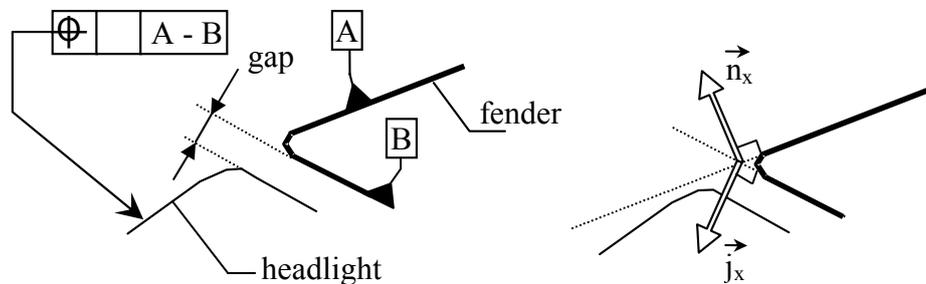


Figure 3 ; Specification on assembly.

Various values of the tolerances allow to translate the functional requirement studied by four acceptable zones built on control points. These zones are represented on the right figure 4. Here, the fender is the datum. Clearances and cumulated deviations on parts (intervening in the chain of the headlight positioning) must allow maxima displacements of headlight control points inside their associated zones.

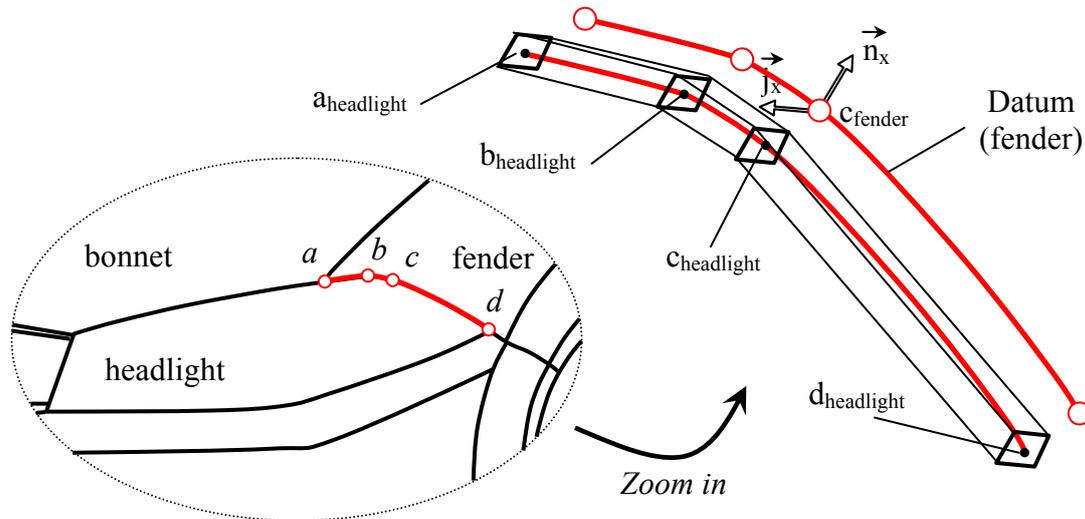


Figure 4; Specified zone on headlight curve.

#### 4. TOLERANCING ANALYSIS

The positioning of the headlight regarding the fender is carried out by a sub-assembly composed of four parts forming an open chain: the headlight, the technical front face (F.A.T.), the case and the fender (Figure 5). The functional requirement study between the fender and the headlight requires to consider the joint between these two parts and thus to close the chain by transforming the analysis graph into a single loop graph. The three full contacts of the assembly will be modelled by isostatic positioning broken up each one into three elementary joints: a planar joint (three point slider joints) blocking three degrees of freedom, an edge slider joint (two point slider joints) blocking two degrees and a point slider joint blocking the last degree of freedom of the link between the two parts. These contact points are obtained from CAD model, their coordinates are expressed in the global frame of the mechanism.

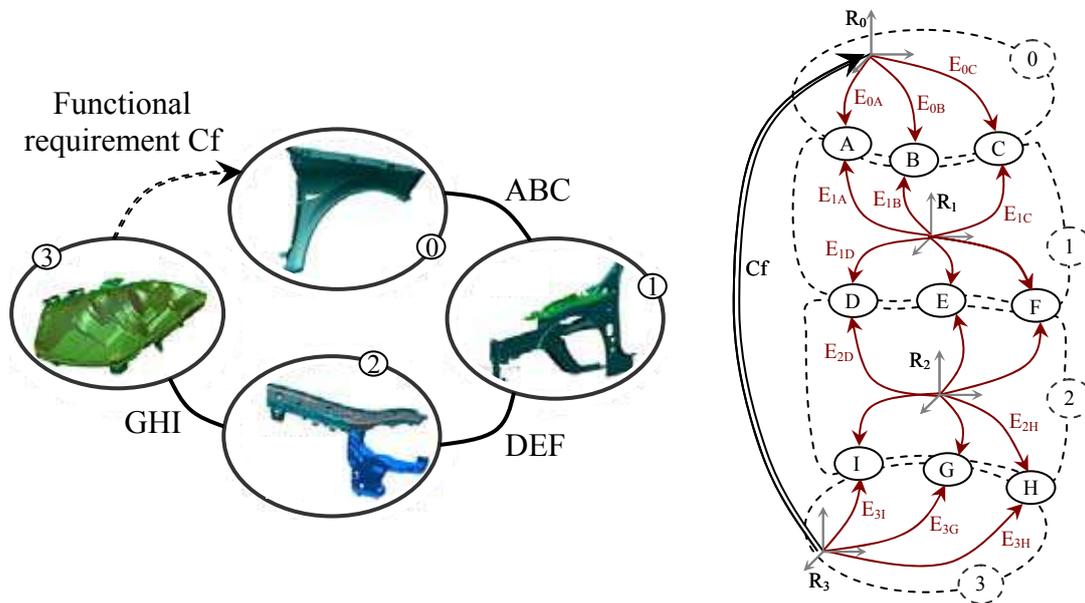


Figure 5; Contact graph and analysis graph

Contact surfaces of these nine elementary joints (three planar joints, three edge slider joints and three point slider joints) are known as functional features and limits of their geometrical deviations are fixed by tolerancing. For confidentiality reasons, we will not give in this paper the definition drawings provided by the customer. A definition by tolerance zone is given for each type of contact surfaces. The tolerance for a surface of a planar joint is 0.3 mm, of an edge slider joint 0.2 mm and of a point slider joint 0.1mm. Each of the three tolerance zone is modelled by a deviation domain expressed at the point  $O$  representing the centre of the general frame. This operation is made for all the specifications in order to obtain the corresponding deviation domain.

This fact, the relative position of the part  $(0)$  compared to the part  $(1)$  depends on the deviations on contact surfaces  $A_1, B_1$  and  $C_1$  belonging to part  $(1)$  and of the deviations on surfaces  $A_0, B_0$  and  $C_0$  belonging to part  $(0)$ . Finally, the whole of the positions of the the frame  $R_1$  associated to the part  $(1)$  regarding the frame  $R_0$  associated to the part  $(0)$  is defined by the resulting deviation domain  $[R_{01}]$  calculated in the following way:

$$[R_{01}] = [[E_{0A}] \oplus [E_{A1}]] \cap [[E_{0B}] \oplus [E_{B1}]] \cap [[E_{0C}] \oplus [E_{C1}]] \quad (2)$$

Remarks:

- $[E_{iX}]$  is the deviation domain of surface  $X_i$  expressed at point  $O$ .
- $\oplus$  is the operator of the Minkowski addition [Fukuda, 2003].
- $\cap$  is the intersection operator.

Each deviation domain is a 6-polytope characterized by its H-representation and its V-representation. It is the same for  $[R_{01}]$ .

The four parts being in series, one obtains with final the whole of the possible and reachable positions of the  $R_3$  (thus of the headlight) compared to  $R_0$  (attached to the fender) defined by the domain  $[R_{03}]$  calculated in the following way:

$$[R_{03}] = [R_{01}] \oplus [R_{12}] \oplus [R_{23}] \quad (3)$$

The relative position of part (3) compared to part (0) is thus modelled by a composition of the contact surfaces deviation ensuring the assembly.

The studied functional requirement relates to the seam line between the headlight (part (3)) and the fender (part (0)). The analysis of tolerance thus passes by the definition of the whole of the positions of one of these two parts regarding the other. This definition is given by the resulting deviation domain  $[R_{03}]$ , the analysis thus passes by the calculation of this field in space 6D of small displacements.

The domain  $[R_{03}]$  models the whole of the positions of the headlight compared to the fender expressed at the point  $O$  according to the deviations of contacts surfaces forming the chain between these two parts. The functional specification fixed by the customer enabled us to calculate the tolerance zones of the control points of the headlight ( $a$ ,  $b$ ,  $c$  and  $d$ ) when the fender is the datum.

Each vertex of the V-representation characterizing the domain  $[R_{03}]$  corresponds to a small displacements torsor. This torsor corresponds to a relative position of the part (3) compared to the part (0). It is thus possible to calculate the components in translation of each one of these torsors (set of the vertices of the 6-polytope) in any point of space [Samper *et al.*, 2004]. While transporting the domain  $[R_{03}]$  of each four control points, we can then determine their 3D projections in space (Tx, Ty, Tz) modelling maxima displacements of these points in Euclidean space. These calculated zones are represented in figure 6.

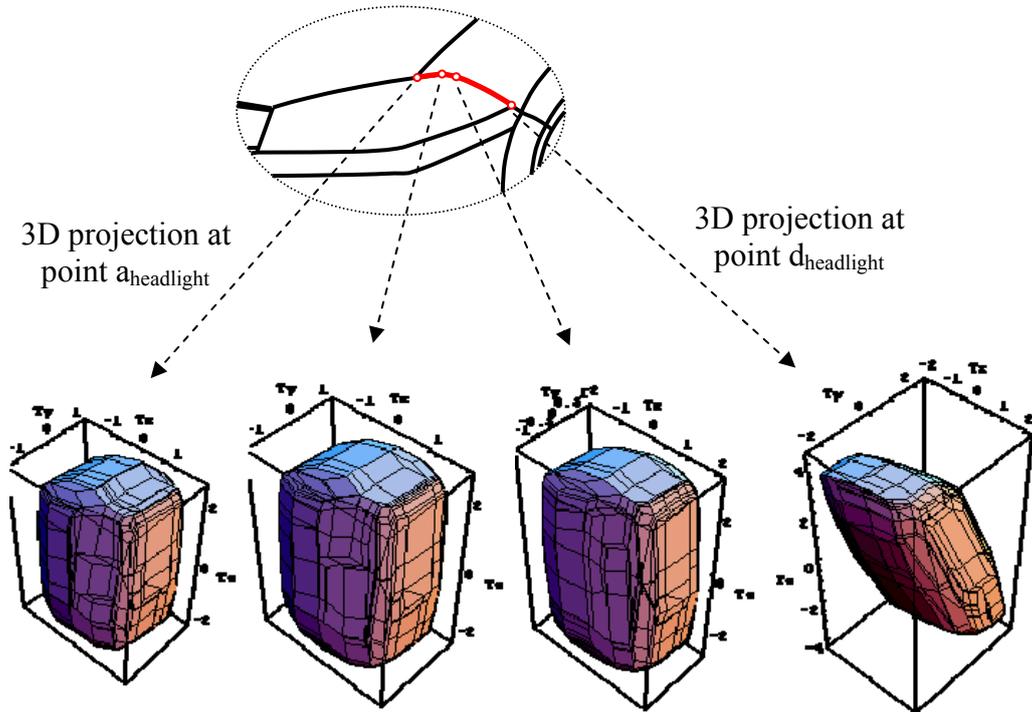


Figure 6; 3D projections at control points.

A post-processing procedure was developed [Petit, 2004]. It allows to change a 6D object belonging to the mathematical model (which is the domain) in a 3D calculated zone which is then injected into CAD model. The calculated zone can then, at each of the four control points, be numerically and graphically compared with the specified zone translating the functional condition in order to validate or not the designer's tolerancing.

## 5. REPRESENTATIONS IN A CAD ENVIRONMENT

Figure 7 gives the representation in a CAD software of the nominal geometry of the fender (on the right) taken in datum as well as the 3D calculated and specified zones for the points  $a$  and  $b$  belonging to the headlight. A smoothing of the 2D specified zones allows to visualize in which volume the tolerated curve must be contained so that the functional requirement is checked and this, whatever the selected tolerance. A smoothing on the calculated zones can be carried out to represent the possible variations of geometry of this curve according to the tolerances.

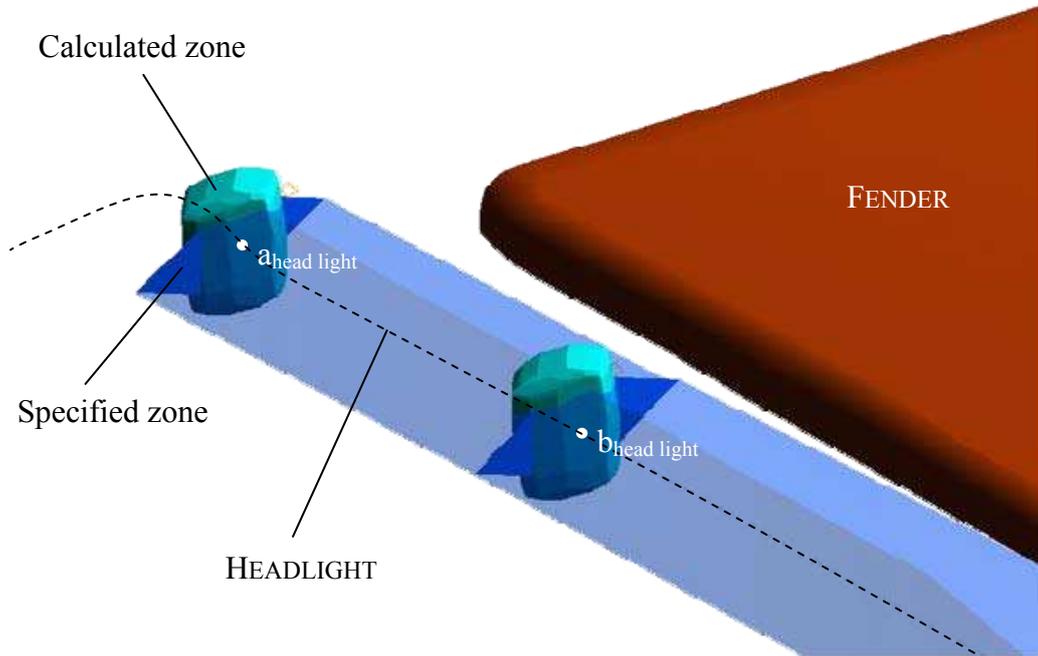


Figure 7; CAD representation.

In a more rigorous way, the functional condition checking carries on four 2D specified zones. Knowing topologies of these specified zones at each control point, 2D sections of the calculated zones according to the plans containing the tolerances zones allow to check graphically the functional condition at each point. The figure below represents this comparison at point  $a$ .

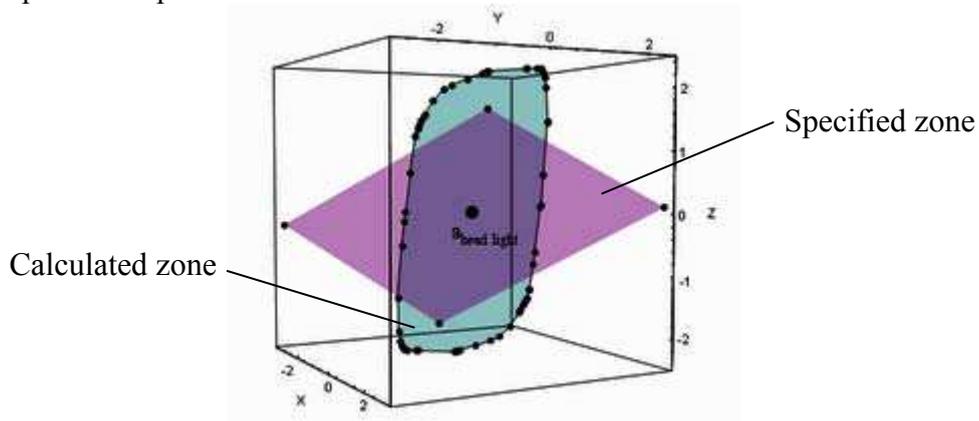


Figure 8; 2D sections of zones.

The inclusion of one polygon inside another is verified numerically from the vertices coordinates of the 2D section of the calculated zone and the inequalities defining the specified zone.

Remark: one can note that the functional condition is not verified here in all the cases (vertices outside the specified zone). The vertices of the calculated zone represent

the extreme cases of possible displacements for the various control points. Let us note however that the calculated zone is very close to the specified zone. This result shows that the tolerancing is accurate and the designer tolerancing methods are good.

## 6. CONCLUSION

The method of tolerance analysis of surfaces seam proposed in this paper allows the designer to visualize within its product designing tool (CAD software) the consequences of its tolerancing choices on the variations of the assembly geometry. Through this representation, all worst cases are considered. In the example treated here and in particular thanks to the representation given figure 7, he will be able to check that its tolerancing will authorize in worst case a minimum clearance between the fender and the headlight but that the flush condition will not be always checked. An iterative procedure relating to the modification of the tolerances (from a quantitative point of view) can then be imagined to shrink the calculated zones until they are included in the specified zones.

In addition, a study relating to the fender flexibility was treated to integrate the influence of this phenomenon into the analysis method and to obtain from this fact a finer modeling [Perpoli, 2004]. We can quote other works going in this direction as a study where both variations of geometry coming from tolerancing, and displacements coming from car door deformations are taken into account to provide the global variations of the final assembly of this part [Cid *et al.*, 2004].

## REFERENCES

- [Bourdet et al., 1995] Bourdet, P.; Mathieu, L.; Lartigue, C.; Ballu, A.; "The concept of the small displacement torsor in metrology"; *International Euroconference, Advanced Mathematical tool in Metrology*, Oxford 1995
- [Cid et al., 2004] Cid, G.;Thiébaud, F.; Bourdet, P.; "Taking the deformation into account for components' tolerancing"; *Proceedings of the 5<sup>th</sup> International Conference on Integrating Design and Manufacturing in Mechanical Engineering*, Bath 2004
- [Davidson et al., 2002] Davidson, J.K.; Shah, J.J.; "Geometric Tolerances: A New Application for Line Geometry and Screws"; *IMechE Journal of Mechanical Engineering Science, Vol. 216 Part C*, pp. 95-104; 2002
- [Fukuda et al., 1996] Fukuda, K.; Prodon, A.; "Double description method revisited"; *Combinatorics and Computer Science, Volume 1120 of Lecture Notes in Computer Science*, pp. 91-111; 1996

- [**Fukuda, 2003**] Fukuda, K.; "From the zonotope construction to the Minkowski addition of convex polytopes"; *Journal of Symbolic Computation*, 2003
- [**Giordano et al., 1993**] Giordano, M.; Duret, D.; "Clearance space and deviation space. Application to three dimensional chain of dimensions and positions"; *3<sup>rd</sup> CIRP Seminar on Computer-Aided Tolerancing*, pp. 179-196; Cachan 1993
- [**ISO 1101**] "Technical drawings. Geometrical tolerancing. Tolerancing of form, orientation, location and run-out. Generalities, definitions, symbols, indications on drawings", 1983
- [**Perpoli, 2004**] Perpoli, I.; "Tolérancement des mécanismes flexibles - Application à une aile de carrosserie"; *Mémoire CNAM*, Université de Savoie 2004
- [**Petit, 2004**] Petit, J-Ph.; "Spécification Géométrique des Produits : Méthode d'analyse de tolérances. Application en Conception Assistée par Ordinateur.", *PhD Thesis*, Université de Savoie 2004
- [**Samper et al., 2004**] Samper, S.; Petit, J-Ph.; "Computer aided tolerancing - solver and post processor analysis"; *Proceedings of the 14<sup>th</sup> International CIRP Design Seminar*, Le Caire 2004
- [**Teissandier et al., 1999**] Teissandier, D.; Delos, V.; Couetard, Y.; "Operation on polytopes: application to tolerance analysis"; *Proceedings of the 6<sup>th</sup> CIRP International Seminar on Computer-Aided Tolerancing*, pp. 425-434; Enschede 1999

# Elastic Clearance Domain and Use Rate Concept Applications to Ball Bearings and Gears

*Serge Samper, Jean-Philippe Petit, Max Giordano*  
LMECA ESIA BP 806,  
74016 ANNECY Cedex FRANCE  
*serge.samper@esia.univ-savoie.fr*

**Abstract:** In an assembly, we model joints by a clearance domain. This domain represents the set of configurations for a surface from the other surface of the joint. The clearance is most of the time associated to contact conditions, but here we extend this concept to flexible joints. For this purpose, we have built the concept of Use Rate (UR). This rate has no dimension and ranges from 0 to 1 the component use. When UR equals 0, then the component has not been used (or is like unused), and UR equals 1 when the component has reached its limit (or maximum). The relevance (or importance) of UR is demonstrated through ball bearings and gears applications. It is then possible to make the tolerance analysis of a mechanism by taking into account the flexibility of joints and the technological limits. The domain model is presented and the

**Keywords:** flexible mechanism, clearance domain, elastic joint, ball bearing, gear

## 1. INTRODUCTION

The concept of clearance domain and deviation domain [Giordano *et al.*], [Petit *et al.* 2004] helps in tolerance analysis. It is based on the Small Displacement Torsor model [Bourdet *et al.* 1988]. With the domains theory, the assembly assessment and functional requirements are computed. In order to be used by the designer, the domain model result is projected in a zone [Samper *et al.* 2006]. When we study some components like those presented here, we see that the elastic displacements are linked to technological limits. The Use Rate (UR) concept can be built for each of them in order to include those technological assessments into geometrical specifications. We present, here, two examples of joint analysis in an assembly process with possible assembly forces.

## 2. CLEARANCE DOMAIN MODEL

A clearance is defined by the gap between the two surfaces of the two parts linked by a joint. But what is a clearance? We can define it as the set of possible displacements between the two linked parts. Those are limited by contact conditions for UR=0, and we

call it (the set) Rigid Clearance Domain. The displacements are the components of the torsor of small displacements of a frame attached to one surface from the other one.

### 1.1. Substitution surface

The model we use is based on the concept of associated surfaces. This one is attached to the measured surface (skin model) with a specific criterion (mean squares, ...). In the following, we assume that all surfaces are associated surfaces. We build a frame on each joint (associated) surface of the system as shown in figure 1. Thus, a joint will have two frames, one for each part attached to the joint.

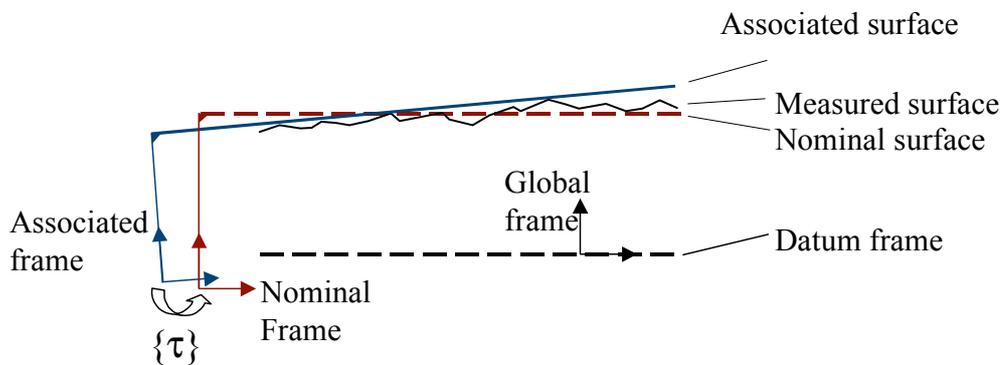
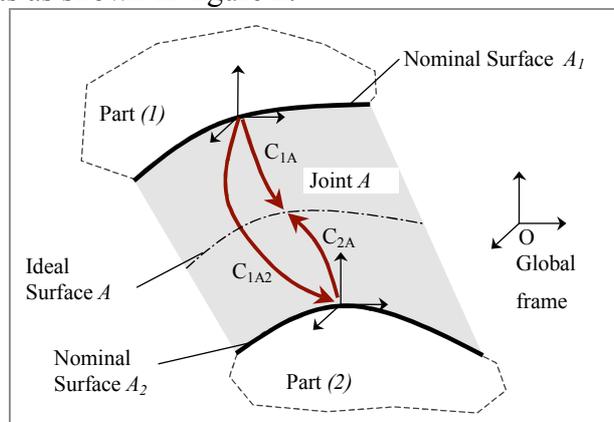


Figure 1 Associated Surfaces

### 1.2. Clearance Torsor and domain

In figure 1,  $\{\tau\}$  represents the small displacements torsor of the associated surface from the nominal surface.  $\{C_{1A}\}$  is the small displacement torsor of the A surface of the part 1 from the ideal A surface and  $\{C_{2A}\}$  is the small displacements torsor of A belonging to 2.  $\{C_{1A2}\}$  is the small displacement torsor of A.

In tolerance analysis, the knowledge of clearance in joints is useful in order to determine the corresponding deviations. The mechanism is defined as an assembly of parts linked by joints as shown in figure 2.



### *Figure 2 Joint and Frames*

The corresponding domain is the set of values of the coordinates of  $\{C_{2A}\}$ . This domain is defined as a list of inequalities (Half space representation) that gives in the 6D space of components (3 translations and 3 rotations) a list of vertices (V representation). In the following, we only show the V representations of the domains.

#### **1.3. zone and Domain**

As we shown in the previous section, the domain model is the set of small displacements torsor components corresponding to the specified domain. Thus a domain is a "torsor view" of a given zone. In the other way, we can compute [Samper *et al.* 2006] a zone from the domain definition. In the general case, the bijection is not true, thus we add a fitting criterion (the smallest, nearest or biggest zone).

### **3. USE RATE DEFINITION**

**Use Rate (UR)** is a dimensionless limiting criterion. It allows to input functional limits in the tolerancing process. UR is used as a metric and corresponds to the inverse of the safety factor.

As the allowable displacements of the surfaces are limited by a technological criterion, we characterise the UR concept by a dimensionless number that ranges from 0 to 1. This UR can be a limiting label for either joints or for parts. That is to say that UR can be used for limiting displacements of deviations in parts or for limiting clearances in joints. When UR equals 0 then forces are nil and when UR equals 1 then the object is at its limit. In a tolerancing simulation, UR can be higher than 1 then the limit is overloaded.

In this paper, we only present UR for joints, but the aim of this concept is to be used in a tolerance analysis with different kinds of technological limits such as life span, static forces, or stresses. Then it will be possible to compare different kinds of limits, because the 0 and 1 have the same signification for all.

We define a set of domains parameterized by UR ranging from 0 (rigid clearance domain) to 1 (upper limit clearance domain). When UR is 0 the corresponding clearance can be nil or positive, depending on the mounting conditions (pre-stressed or not).

Here, the analysis is made in an assembly process, thus forces are not external forces but assembly forces.

A joint is a model, and we can call joint a component like ball bearings or gears as shown bellow. As UR is presented here for joints, we can also define UR for deviations.

#### 4. BALL BEARINGS JOINT

A ball bearing is described by its geometrical parameters and by the material properties of the corresponding steel. In literature [Harris 1991], [Hernot *et al.* 2000], [Houpert 1997], we can find analysis of bearings behaviour in order to know their stresses and we had to build the 5D analysis of displacements corresponding to Hertz stresses and force torsor. We made the assumption that each of its parts were perfect. We set the internal clearance of the ball bearing. Then, we compute a set of extreme displacements with contact conditions, and next under stress.

A ball bearing has one kinematic degree of freedom. Thus, the clearance domain might be represented in 6D, or at least in 5D. We have built it for the general case, but we can show it in 3D by choosing the good components of the clearance torsor. If we affix the outer ring and move the inner ring, like in figure 3, we can observe the displacement in a specific plane and reduce the components to 3 real numbers. In the assembly analysis, we always use the 6D domains. If the domain is built in 3D and the other screw parameters are undefined (kinematic,...) the corresponding axis is like a 5D cylinder axis in 6D (any cut on this axis gives the same 5D feature).

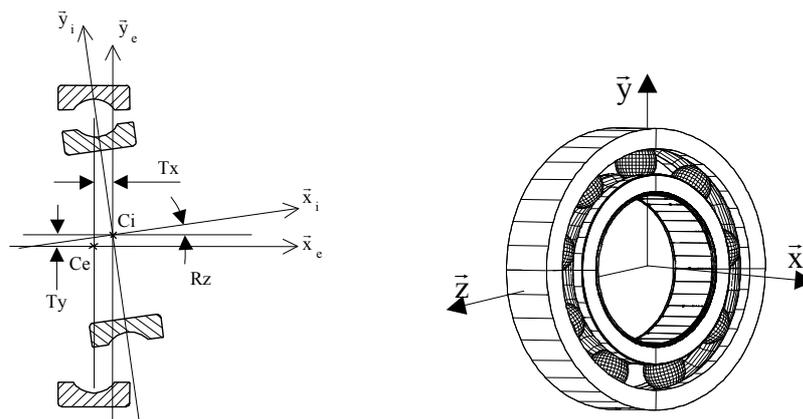


Figure 3 Ball Bearing Model

Then the clearance domain can be displayed in 3D figure 4. The method used here consists in testing the interference between balls and rings by moving the inner ring against the outer one. This program [Samper *et al.* 2001] was written in the Mathematica software. It is based on the Hertz Theory of Contact and the kinematics model of the parameterized ball bearing. The elastic clearance domain in figure 4 is defined for the static limit (4200 MPa).

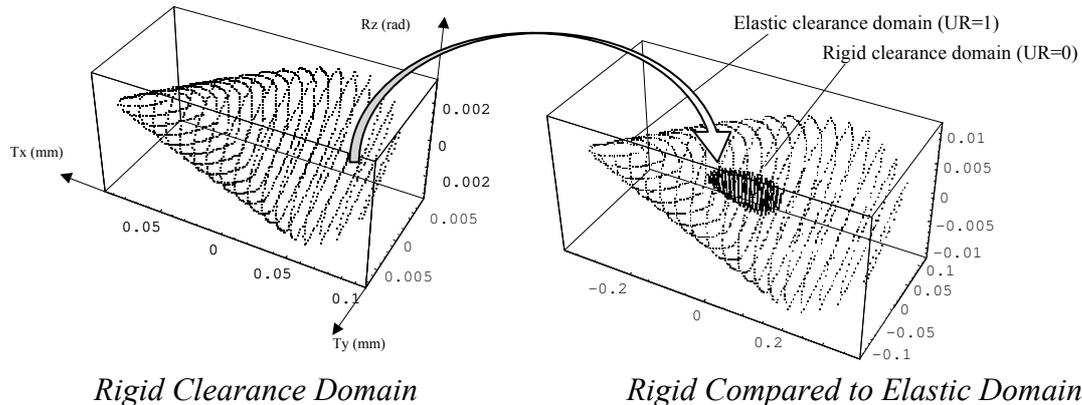


Figure 4 Rigid and Clearance Domain of a Ball Bearing

The results give the evolution of the clearance domain depending on the UR value but we also compute the corresponding forces domain. Those results give the same values than the standards of design of ball bearings. This UR parameterized clearance domain can then be used in a Computer Aided Tolerancing software (mock up in [Fukuda *et al.*2003]) in order to take into account the use of the system.

As the domain concept is not a geometric object and the zone concept is easy to manage for a designer we propose to show on 3D the equivalent zone to each domain.

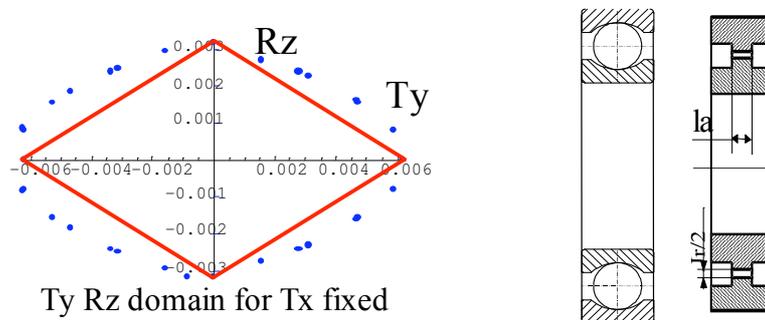


Figure 5 Clearance Domain and fitted zone of a Ball Bearing

In figure 5, the computed domain is shown in 2D (dots) and is fitted (lines). This approximate domain can be shown in the drawing like a plain bearing with a  $jr$  radial clearance equal to  $Ty_{MAX}$  and a  $la$  length equal to  $Ty_{MAX}/Rz_{MAX}$ . Then, in a tolerancing analysis, the designer can substitute a ball bearing to a parameterised plain bearing where  $Jr$  and  $la$  are calculated by a given UR and a corresponding domain.

In figure 6, the force domain is linked to the clearance domain of a joint in order to show that a small displacements torsor is a force torsor out of the nil UR domain. A  $UR > 0$  domain has two equivalent representations (displacements and forces). A zero UR domain is the rigid one.

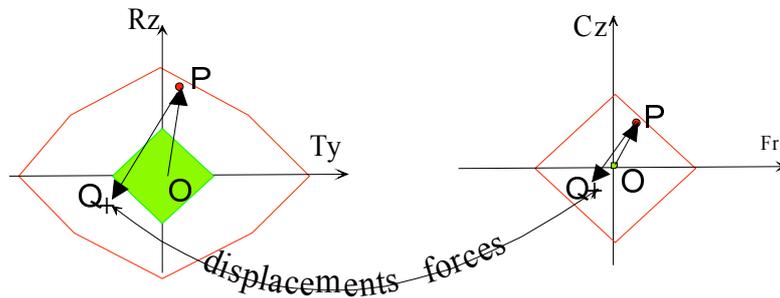


Figure 6 Clearance and force domain of the joint

Forces can be assembly forces (internal forces of the system) or external forces. The internal forces are depending of the assembly positions and the external forces are given by the using of the system. Most of time, the external forces are fixed. In this case, we can separate forces and compute the "central point of use"  $P$  if loaded  $O$  otherwise. An assembly torsor should be  $PQ$  measured in the force domain or in the displacement domain. The designer can by this way analyse loads and assembly in the same process.

## 5. CYLINDRICAL GEARS JOINT

The gear joint is built with two gears as shown in figure 7. The components of the clearance torsor are  $T_x$ ,  $R_y$  and  $R_x$ . They are limited by the contact conditions, and we obtain the set of contact torsors with a finite element analysis. This clearance domain is shown in figure 9. As in the ball bearings analysis, we assume that surfaces have no form defects.

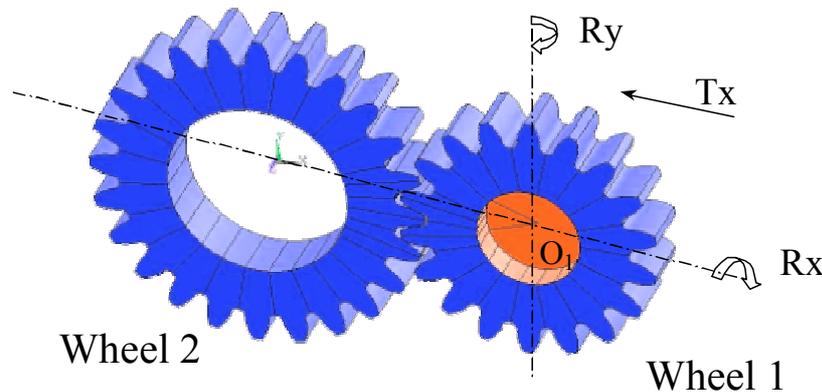


Figure 7 Clearance Torsor Components

We could add  $R_z$  to this analysis as a backlash parameter but  $R_z$  results from an assembly process.  $T_x$ ,  $R_x$  and  $R_y$  are the small displacements torsor components used in the assembly analysis. When this analysis is made, we can obtain  $R_z$  easily.

#### 1.4. Rigid domain of a gear (UR=0)

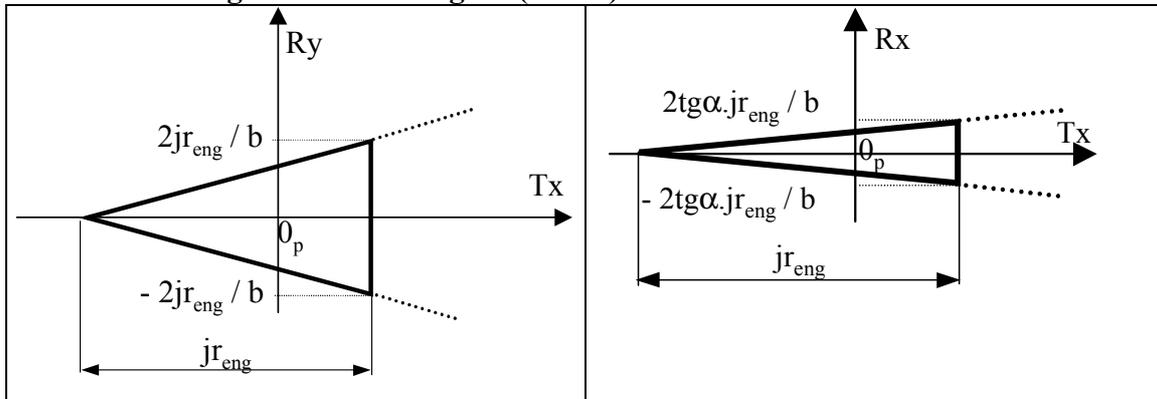


Figure 8 2D Cuts of the Clearance Domain of the Gear (UR=0)

In the figure 8, we show the two cuts of the gear domain. If we input the Rz component, we should obtain a 4D domain and cuts would be 3D polytopes.  $Jr_{eng}$  is the radial clearance and  $\alpha$  is the pressure angle.

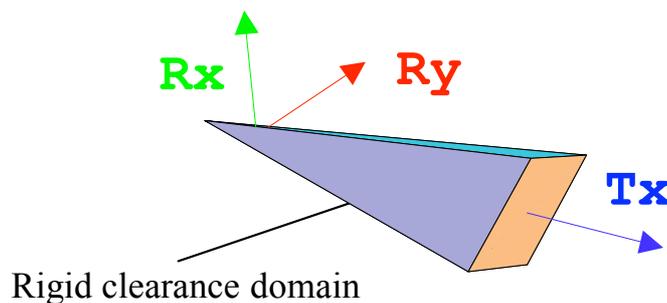


Figure 9 Clearance of the Gear Joint

In the figure 9, the rigid clearance domain is shown as a limited one but the rhomb corresponds to a technological limit value for Tx. This domain can be computed by the using of the simple formulas of figure 8.

#### 1.5. Elastic domain of the gear joint

The finite element model was built on ANSYS software by a specific automatic parameterized program. Any conceivable classical cylindrical gear joint can be defined. Next, displacements are introduced in the centre of one wheel, with the other wheel fixed. The maximum Von Mises stress in the assembly is then measured. As we wanted to limit this one, UR is 1 at this limit.

The FEM is made of brick elements for the wheels and contact elements between them. We made some optimisations in our model in order to minimise the computation time and obtain a satisfying accuracy. The model presented here is build automatically

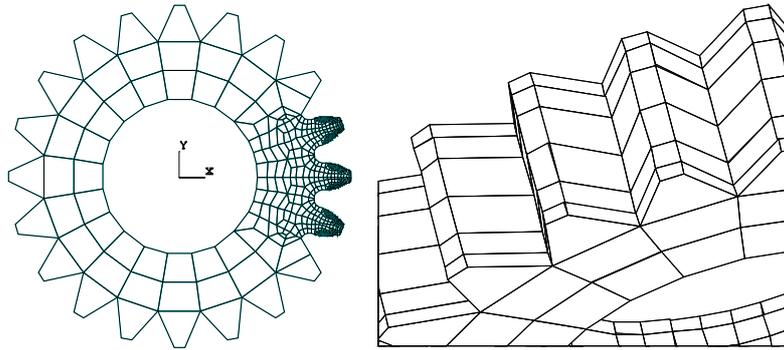


Figure 10 Meshing of a Wheel

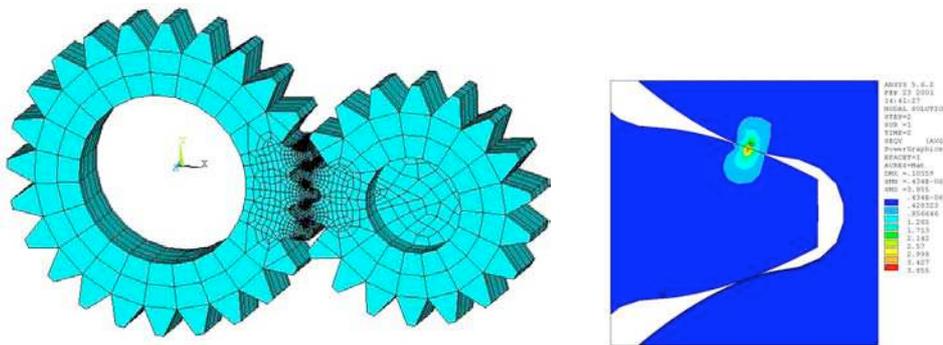


Figure 11 FEM of the Gear Joint

In the figure 11 above, a rotation  $R_x$  and a translation  $T_x$  are performed and the resultant stresses may be observed. A wheel is set (the left one) and the other is moved step by step in the program. Three loops are needed to measure all the position sets of the gears. Each position provides a Von Mises maximum stress, the displacements torsor, and the corresponding forces (13 elements in general but 7 here). This set of torsors can be shown as a clearance domain or as a force domain. This set of 7 real numbers (three are independent) can then be used in an assembly analysis.

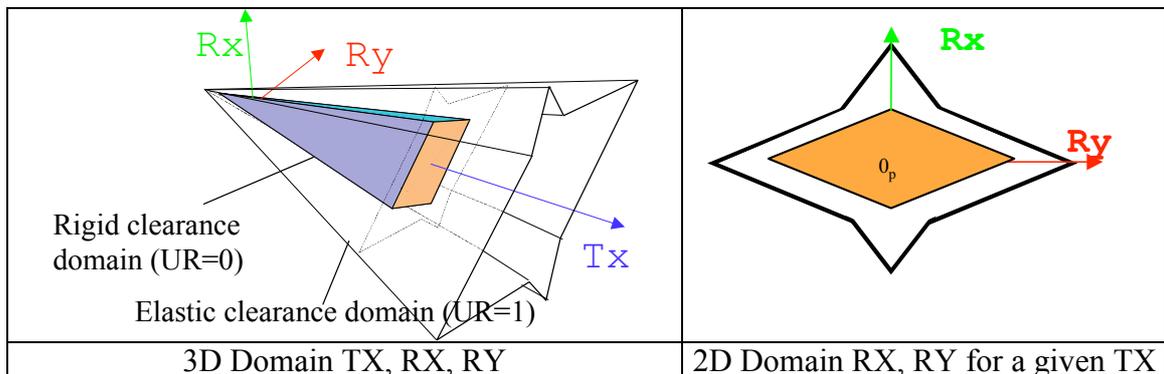


Figure 12 Clearance domains of the gear joint

In this figure, the clearance domain of the rigid gear can be compared to the maximum flexible one (UR=1). As one can see, the gain in the rotation Rx is bigger than the one associated to Ry. It is the representation of a flexure of the teeth. In order to use those results in a tolerancing analysis, we can use an equivalent clearance domain (proportional transformation of rigid clearance domain) inside of the elastic non convex one or outside depending on the requirement. As we shown in the case of a ball bearing, it is possible to compute a zone (corresponding to a fitted domain) for each value of UR, than we can show on a CAD system, the different values of the clearance zone for a gear joint. Those results are then used in order to make the tolerancing analysis of the assembly, taking into account elastic component behaviour.

## 6. CONCLUSION

The clearance domain provides the set of possible displacements of a specified joint. The Use Rate concept (UR) allows us to redefine the limits of the surfaces displacements. As for joint components, this concept has been translated into a parameterized clearance domain (with  $0 \leq UR \leq 1$ ). Then this domain can be used in a tolerancing analysis software with UR as input for each component. An other way is to output UR from the analysis of an assembly.

Assembly forces are depending on tolerancing, they must remain in the UR forces domain that can be computed in the same way than the clearance domain.

In order to use those results we show how parameterized domains gives zones on joints. The designer can then use a tolerancing process method in order to take into account elastic behaviour of components.

## REFERENCES

- [Giordano *et al.* 1992] M. Giordano, D. Duret., S. Tichadou, «Clearance space in volumic dimensioning», *Annals of the CIRP*, vol. 40 (1), 1992
- [Petit *et al.*, 2004] J-Ph. Petit, S. Samper. "Tolerancing analysis and functional requirement", In: *Proceedings of the 5th International Conference on Integrating Design and Manufacturing in Mechanical Engineering, paper n°205* Bath(UK), April 5-7 2004.
- [Harris 1991] HARRIS Tedric A. "*Rolling Bearing Analysis.*" John Wiley & Sons, Third Edition, 1991.

[R\_SAM 07a] S. Samper, J-P. Petit, M. Giordano, « *Elastic Clearance Domain and Use Rate Concept Applications to Ball Bearings and Gears*», In Models for Computer Aided Tolerancing in Design and Manufacturing J.K. Davidson Ed., Springer Series, ISBN 1-4020-5437-8 pp331-340, 2007

---

[Fukuda *et al.* 2003] K. Fukuda and J.-P. Petit. "*Optimal tolerancing in mechanical design using polyhedral computation tools*", 2003. 19th European Workshop of Computational Geometry, March 24-26, Bonn.

[Hernot *et al.* 2000] Hernot X., Sartor G., Guillot J. "*Calculation of the Stiffness Matrix of Angular Contact Ball Bearings by Using the Analytical Approach*" Journal of Mechanical Design, ISSN 1050-0472, ASME 2000, Vol. 122, 83-90.

[Houpert 1997] HOUPERT Luc "*A uniform analytical approach for ball and roller bearings calculations*". Journal of Tribology; Vol n° 119; p 851-858; October 1997.

[Samper *et al.* 2001] Samper S., Giordano M., Perroto S. "*Fiabilité et tolérancement d'un assemblage élastique*" proceedings of the 4<sup>th</sup> Multidisciplinary International Conference Quality and Dependability, Qualita2001 May 22 & 23 2001 Annecy France

[Bourdet *et al.* 1988] P. BOURDET, A. CLEMENT "*A Study Of Optimal-Criteria Identification Based On Small- Displacement Screw Model*", CIRP, Annals 1988, Manufacturing Technology, Volume 37, janv.1988

[Samper *et al.* 2006] S. SAMPER, J-P. PETIT "*Computer Aided Tolerancing - solver and post processor analysis*" Advances in Design pp487-498, Springer Ed., 2006, ISBN: 1-84628-004-4

---

## MODAL TOLERANCING – APPLICATION TO GAP AND FLUSH ANALYSES

Pierre-Antoine Adragna, Serge Samper Fabien Formosa, Maurice Pillet  
SYMME Université de Savoie B.P. 806 – 74016 Annecy Cedex, France, E-mail :  
{pierre-antoine.adragna,serge.samper,fabien.formosa,maurice.pillet}@univ-savoie.fr

**Abstract.** Tolerancing of geometrical forms is applied either to surfaces or to outlines of parts. We are interested, in this paper to form defects of outlines, but the presented method allows to describe all possible defects of features as presented in [9]. That is to say that dimension, position, form, and roughness can be analysed by the modal tolerancing.

The measured feature gives a set of points that have to be filtered in order to distinguish those defects. The decomposition of the measured geometry in a set of modal natural shapes sorts defects from the lowest to the highest level of complexity. The set of natural modes is a theoretically unlimited basis but by using a discretisation of the feature this set will be limited. This method inherits of the modal shape and finite elements analysis properties:

**Versatility:** any kind of geometry can be analysed

**Deviation unification:** size, position, form and roughness can be analysed.

**Form growing complexity:** from large to short wavelength defects.

In the case of surfaces, a shell element should be used in the FEA model and in the outline case, a beam (or a bar) model would be better. The behaviour of the element and boundary conditions have to be associated to the kind of deviations specified or observed. The manufacturer can see a decomposition of the actual parts in the modal shapes and look the size of the maximum defect in order to control it. The metrologist who uses Fourier decomposition can easily understand this method. As this method gives a language to defects, every actor of the product can express his needs in an unambiguous way.

In this paper we present an application of the method to an industrial example of a gap and flush analysis of a plastic assembly.

**Key words:** modal shapes, tolerancing, gap and flush, perceived quality

### 1 Introduction

As precisions in parts are smaller, we need to look for the quality of form defects. In another way, the perceived quality looks in the same direction. In some applications, the form is the major function of the product (optic, design...). The metrology of form defects has to be qualified and quantified.

First, the possible deviations are sorted in a set of particular forms, then each of them are limited in order to write the acceptable geometries. The customer can express his needs and the designer can express them. It cannot be possible to describe one by one a big number of defects thus this set must be the smallest as possible.

The customer needs are not the same for any level of defect. In a roundness or straightness measurement, we can see that the evolution of deviation level is globally decreasing with the frequency of the form. In those particular cases, Fourier transform gives the spectrum of the defect. In the general case of a 3D-curved outline, there is no method to express and analyse form defects. The modal shapes of the outline give to this problem a generic solution. This method can analyse a feature and truncate the shapes to the simplest ones in order to express the actual shape with the lowest number of parameters.

We first present the method then, an application to a 3D-curved outline of an industrial product in order to control gaps and flushes.

## 2 Actual solutions

Definition of surfaces and specifications of form defects are given by three axis:

- Optimisation of point measurements.
- Minimisation of error by the choice of the best associating criteria between the measured and the nominal surfaces.
- The measured defects of a feature are decomposed in a basis of specific defects.
- 

In [1] of K. Carr talking about form defects measurement, the oldest works on minimisation of form deviations are presented. He refers to the decomposition of form defects with periodic functions as A. Pandit introduced them in [2]. The third axis supposes that a form basis is created in association with specific defects. In the optic domain, a norm [ISO 10110-5] has been written in this aim. Other solutions exist as [8] who presents turning defects.

E. Capello [3] presents a harmonic association approach in order to define the number and the position of points for a plane surface measurement. This method allows optimising measurement methods [4] by showing a symbolic relation linking the estimated error and the three factors (number of sampled points, their distribution, part positioning). In [5], a classification of analysed phenomenon is proposed.

In [6] Kim Summerhays presents a method enabling the decomposition of defects in two types of basis. The first one is a set of analytic functions describing form defects whose angular dependencies are described with Fourier series and axial dependencies with second type Chebyshev polynomials. The second basis is a set of vectors of the measured surface. After comparison, the eigen vectors basis allows to model with lower order modes form defects with abrupt slope changes.

Ceglarek team proposes a method for forms decomposition with the help of Discrete Cosine Transformation [7]. The displacements are segregate in a set of independent forms. It is possible with this method to use regular shapes as squares or rectangles (DCT is well known for image processing like JPEG compression). The use of DCT enables to build a statistical process control with form defects.

In form defects metrology, different basis has been developed in order to identify and qualify defects. There is still no general normalised method allowing this decomposition, but the need is real.

The decomposition of a tolerance zone is not sufficient in numerous cases in order to specify a functional need for form defect. When the customer needs are expressed, the normalised specifications and annotations have to explain them. We present in the following a non-ambiguous mathematical way to translate the gap and flush form functional needs.

## 3 Modal deviation decomposition

We propose a generic language enabling the mathematic expression of form defects, and giving a sense to the measures made with 3D means. The principle of our model is based on the decomposition of shapes in a natural modal basis.

### 3.1 Modal analysis

In structural linear dynamics, equations of a conservative system (continued or discrete) are written under the following form:

$$M\ddot{q} + Kq = 0 \quad (1)$$

$M(n,n)$  and  $K(n,n)$  are the generalized mass and stiffness matrices.  $q(n,1)$  is the vector of nodal displacements and  $n$  the degrees of freedoms number.

The free vibrations of the structure are supposed to have small magnitude and the movement equations of the structure can be linearized. The solution of (1) are written:

$$q = Q \cdot \cos \omega t \quad (2)$$

$Q(n,1)$  is the amplitudes vector and  $\omega$  the natural pulsation ( $\text{rad.s}^{-1}$ ). The equation (1) has  $n$  solutions, called natural modal shapes of the structure. The natural pulsations  $\omega_i$  of the modal shapes are the roots of the polynomial:

$$\det(K - \omega^2 M) = 0 \quad (3)$$

The natural modal shape  $Q_i$  are eigen vectors associated to  $\omega_i$ , and are a M- and K-orthogonal basis in the vectorial small displacements movements of the structure. In general case,  $Q_i$  are chosen as  $Q_i^t \cdot M \cdot Q_i = 1$ . Scalar product and norm of a vector  $A$  are defined with:

$$\langle A, B \rangle = A^t M B \quad \& \quad \|A\| = \sqrt{A^t M A} \quad (4)$$

Orthogonality of modal shapes expresses that inertia and stiffness forces of a mode do not work in any other modal shape. There is an independence of modal shapes. Here, the orthogonality property leads to build a set of independent equations.

### 3.2 Modal basis construction

This versatile method can analyse either simple or complex geometries. First, we have to mesh the geometry in order to have each node on a measured point (we can also make an interpolation in general case).

The finite element model and the corresponding parameters can be built in order to target modal shapes to specific forms. This optimisation leads to minimise the number of modal shapes for a defined set of defects, but in general study, we use a classic model without optimisation. The boundary conditions are free type in general. The rigid body movement leads to take into account global small displacements of the measured feature. The calculus of modal solutions can be made by theories or solved by numeric tools.

### 3.3 Modal basis projection

When the natural mode shapes are set, the defect can be decomposed by a vectorial projection. Let be  $V$  the measured feature vector. It is composed of the displacements of points from the ideal to the "real" surface. Its coordinates in the modal basis is obtained as follows:

$$\lambda_i = \langle V, Q_i \rangle = V^t \cdot Q_i \quad (5)$$

In (5)  $\lambda_i$  is the modal coordinate (also named modal coefficient) of  $V$ . The residue vector  $\varepsilon$  is the difference between the displacement vector  $V$  and its projection in the reduced modal basis :

$$\varepsilon = V - \sum_{i=1}^n \lambda_i \cdot Q_i \quad (6)$$

The scalar global residue  $e$  is the norm of  $\varepsilon$  :

$$e_i = \sqrt{\varepsilon_i^t \cdot \varepsilon} \quad (7)$$

A program computes the projection of the observed defect on each mode in order to obtain the corresponding modal coefficients and residues in function of the number of selected modes. By this way, we can estimate if the truncation is efficient to represent the measured feature.

## 4 Gap and flush analysis

### 4.1 Industrial case application

The application presented in this paper is the assembly of two parts of a weighing balance. The gap and flush condition is decomposed in two cases:  
 an assembly functional condition which implies to respect a gap between the two parts of the balance,  
 a flush condition which implies to respect the flush between the two parts of the balance.

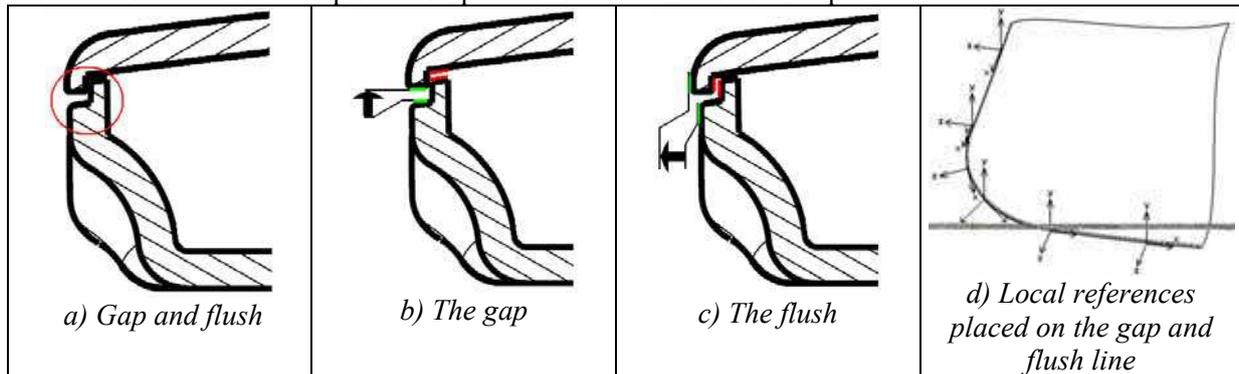


Figure 1 a, b and c: The gap and flush characteristics.

The gap and flush functional condition on the two parts is composed of an assembly functional condition. The parts assembly is made by translation of one part to the other on the vertical  $y$  axis, normal to the weighing plate of the balance, so it is taken as the common  $y$  axis of the local references.

### 4.2 Gap and flush

Gap and flush are displacements of a surface relatively to another along a gap and flush line common to the nominal surface (no gap). Surfaces are not necessarily coplanar, there are 6 available displacements presented in the following table according to the components of the small displacements torsor associated.

In the general case, it is possible to define the gap and flush problem on each point, in this case, local references will be created as much as needed. Components of the small displacement torsor are expressed relatively to a reference on the left side in the table. The analysis reference is then linked to this surface and has the following properties:

$X$  is collinear to the gap and flush line.

$Z$  is normal to the reference surface at the analysis point.

$Y$  is such as  $(X, Y, Z)$  is a direct orthonormal base.

**Table 1 Gap and Flush definition**

References	View	Displacements Torsor	Calling proposal
		$\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ T_z & 0 \end{Bmatrix}$	Flush
		$\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & R_y \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}$	Evolutionary flush
		$\begin{Bmatrix} 0 & R_x \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}$	Tangency flush
		$\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ T_y & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}$	Gap
		$\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & R_z \end{Bmatrix}$	Evolutionary gap
		$\begin{Bmatrix} T_x & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}$	Sliding gap

Remarks:

- Gaps are displacements in the  $(X, Y)$  plane
- Flushes are displacements out of  $(X, Y)$  plane

In the tolerancing process, we should consider that this torsor is a clearance one because it is a joint (even if the contact is not allowed), which links two parts.

## 5 Model building

The natural modal shapes are computed by a classic finite element analysis. The model can be different from the discretized part to be analysed. It must be built in accordance to the geometric specifications. In the industrial example, we only study the outline [fig 3] of the two parts. The finite element model fitting the geometrical specification (3D curves) is a beam one [fig 4]. The modal shapes will have to represent all the possible variations of made parts.

### 5.1 Good practice

The choice of the model allows to obtain deformed geometries, which compose the modal defects basis. This basis has to best describe the measures. The gap and flush defects are expressed in a local reference linked to the gap and flush line.

The good practice for the gap and flush analysis is to use a (topologic) line model based on the gap and flush line, and to define local references at each node (FEM) of the meshed model respecting the following orientation as defined in 4.2.

It is then possible to obtain deformed shape on each axes that allows to have three bases:

modal deformed shape on the  $X$  axis, which describe the sliding gap,

modal deformed shape on  $Y$ , which describe the gap,

modal deformed shape on  $Z$ , which describe the flush.

One is interested only by those three characteristics which are translations flowing each axis of the local reference, rotations are not measured. It is then possible to analyse the measured geometry on each three bases and to characterize each component of the gap and flush, or to create a bigger basis with the union of the first three bases to directly analyse the gap and flush.

This practice can be the good one but it is necessary to define local references at each node (a program can make it by connected surfaces orientations). It is possible to shorten the method and do not use local references, but the analysis on each three components of the gap and flush will not be possible. It is possible to use a global reference and a good orientation can allow to express one characteristic of the gap and flush on one axis of the global reference.

In our case we choose to orientate the  $Y$  axis of the local references collinear to the  $Y$  axis of the global reference, which is the assembly axis of the parts. Thus, it is possible to keep the expression of the gap on the  $Y$  axis, the flush is expressed on the  $(X, Z)$  plane. The sliding gap is not useful here.

Although it is possible to have two separate modal bases, the example uses a unique basis which characterises both gap and flush components which interest us.

### 5.2 Line model

The line model is the one who seems the more appropriate to characterise gap and flush. The model is based on the geometry of the gap and flush line, which is extracted from an IGES standard file in our case.



Figure 2 : The model of the gap and flush outline.

For the computation of eigen modes with the finite element method, the model is meshed and the element characteristics have to be defined. The model is composed of 76 elements, an element is a 2 nodes beam with 6 degree of freedom at each node, and the element size is 10 mm. A model can be considered as a "line model" when the ratio high/length equals 1/10. Material characteristics are common values,  $\rho = 8000 \text{ kg/m}^3$ ,  $E = 2,1.10^{11} \text{ Pa}$  et  $\nu = 0,3$ . The use of a section to define the structural characteristics allows to easily change the model characteristics to obtain the searched modes.

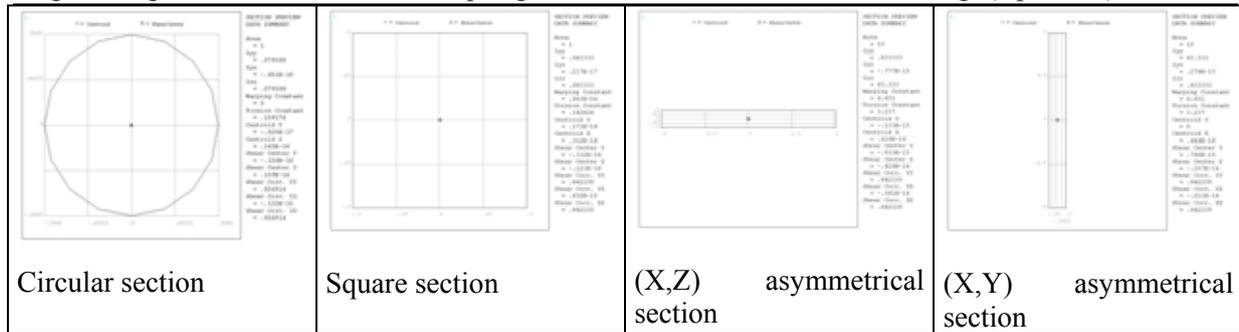


Figure 3 : Different sections used for the model.

## 5.2.1 Symmetrical sections

The computation of the eigen modes with a symmetrical section defines a basis which gap and flush modes are uniformly distributed. The order of the modes in the obtained basis with the square or the circular sections, defined above, are identical up to the 40<sup>th</sup> modes, then there are some inversions of the modes order. This can be explained by the difference between the inertia moments of the sections.

**Remark:** The following presented modes are computed with the use of a symmetrical section. One can notice that the modes characterising the gap and flush are uniformly distributed. The modes number printed on top of the figures shows the alternation of gap and flush modes.

### 5.2.1.1 Rigid modes of positioning :

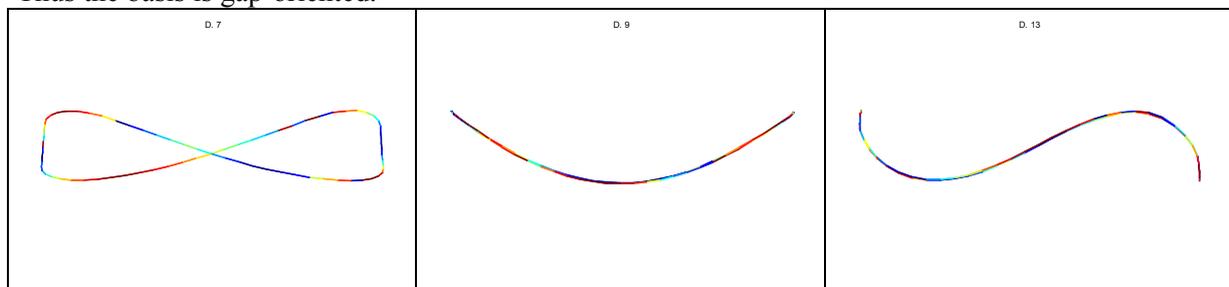
The computations of the eigen modes also gives rigid modes which can be linked to positioning modes. Rigid modes are the 6 first modes (for a non-fixed model) made of pure translation and rotation of the model on each axis. Although those modes are not useful for the description of the measured deviation, they are used as positioning of the measured object and so reduce the positioning error while measuring the part.

## 5.2.2 Asymmetrical sections

Using a non-symmetrical section involves differences between the bending moments on Y and Z axes. It is then possible to principally construct a basis of flexion modes on a chosen axis, and so to have a basis that describes one characteristic of the gap and flush.

### 5.2.2.1 Gaps

Choosing a section with a highest size in the (X,Z) plan of the global reference leads to obtain a basis principally composed of flexion modes whose nodes displacements are principally along the Y axis. Thus the basis is gap-oriented.



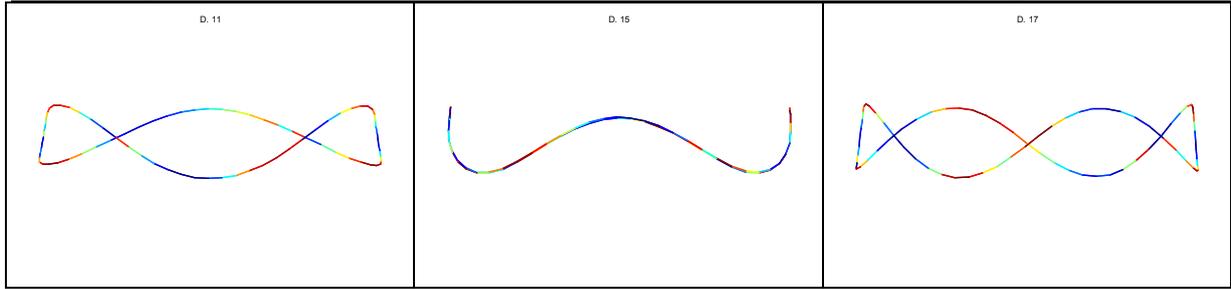


Figure 4 : Gap characterising modes in the (X, Y) plan.

### 5.2.2.2 Flushes

Choosing a section with a highest size along the Y plan leads to obtain the basis principally composed of flexion modes whose nodes displacements are principally along the (X,Z) plane. Thus the basis is flush-oriented.

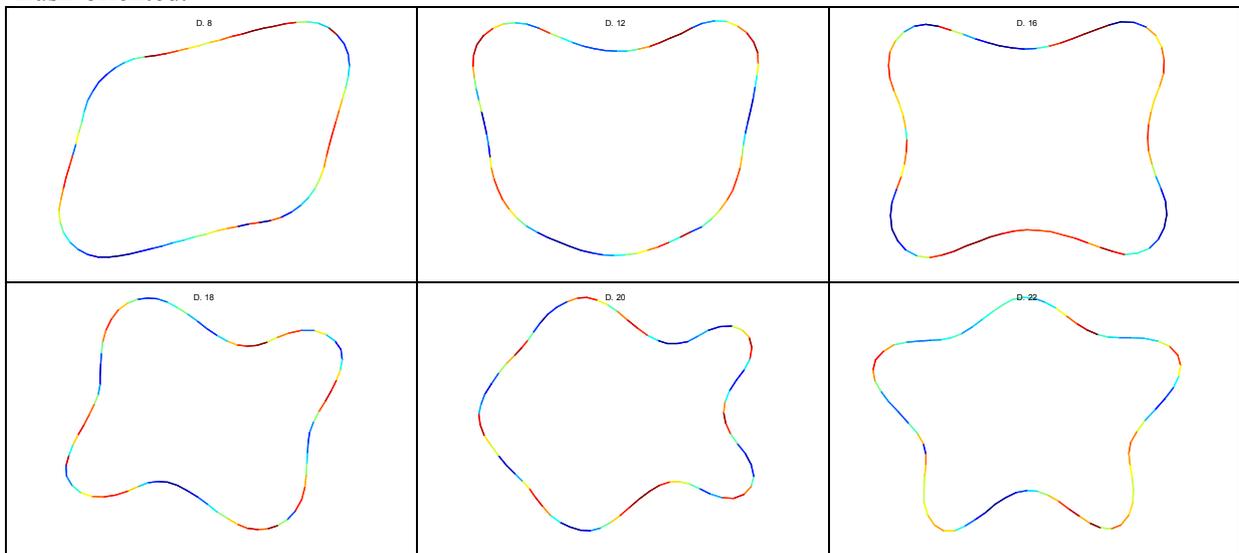


Figure 5 : Gap characterising modes in the (X, Z) plan.

In the following, for the application of the method, the modal basis is obtained with the circular symmetrical section giving the previous modal shapes presented.

### 5.3 Shell model

It is possible to use another type of model and chose a shell model instead of a line model. The complexity is increased. The shell model is constructed from the line model. The gap and flush line describes a closed shape on which a surface is constructed, this surface is the geometry of the new model meshed with shell elements. The interesting nodes are those placed on the shape of the geometry, thus a filtering is necessary to only consider the nodes corresponding to the measured characteristic. Modal shapes are computed with the complete model but only the filtered nodes are kept for the modal analysis of the measured deviation.

**Remark:** in the case of a closed surface, it is possible to use a volume model, which is more complex. It is possible to change the dimension of the model, line→surface or surface→volume, but this increases the element number and then the computation time to obtain the eigen modes.



Figure 6 : The shell model of the gap and flush.

It is possible to influence the eigen modes distribution in the modal basis by increasing the thickness of the shell elements, then the membrane modes, corresponding to the flush modes, are placed earlier in the basis compared to the flexion modes, corresponding to the gap modes.

## 6 Part analysis

Here is presented an application of the modal analysis method on two upper parts of the balance. The parts are being measured then, we simulated defects on balance parts in order to test the method. In the following, measurements will be simulated ones.

### 6.1 Deformed shape computation

Two geometries are calculated by defining displacement on nodes, the first deformed geometry has deviations with shorter wavelength than the second geometry.

The two following figures present the deformed shapes to analyse. From left to right: the oblique view of the deformed shape, view in the (X,Z) plane and finally in the (X,Y) plan.



Figure 7: First defect (short wavelength)

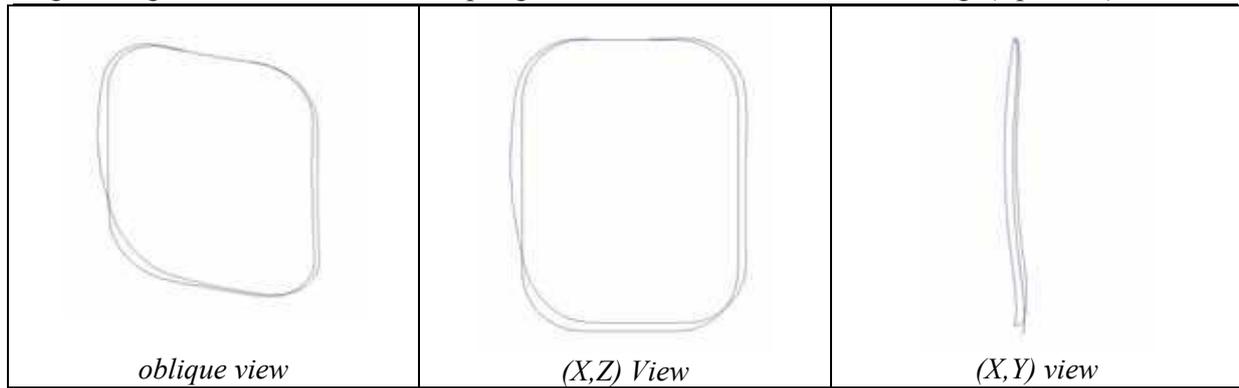


Figure 8: Second defect (large wavelength)

## 6.2 Shape analysis

The error criteria  $C$  is calculated with each node translations (3 components along the X, Y and Z axes). The deformed shape to analyse is a list of node displacements along each axis. The error criteria  $C$  is the quadratic error between the deformed and the recomposed shapes. Let us note  $d_{Xmi}$  the displacement of the node  $i$  along the X axis of the measured geometry to analyse, simulated here, and  $d_{Yri}$  the displacement of the node  $i$  along the Y axis of the reconstructed geometry.

$$C = \frac{\sum_{i=1}^n ((d_{Xmi} - d_{Xri})^2 + (d_{Ymi} - d_{Yri})^2 + (d_{Zmi} - d_{Zri})^2)}{\sum_{i=1}^n (d_{Xmi}^2 + d_{Ymi}^2 + d_{Zmi}^2)} \quad (8)$$

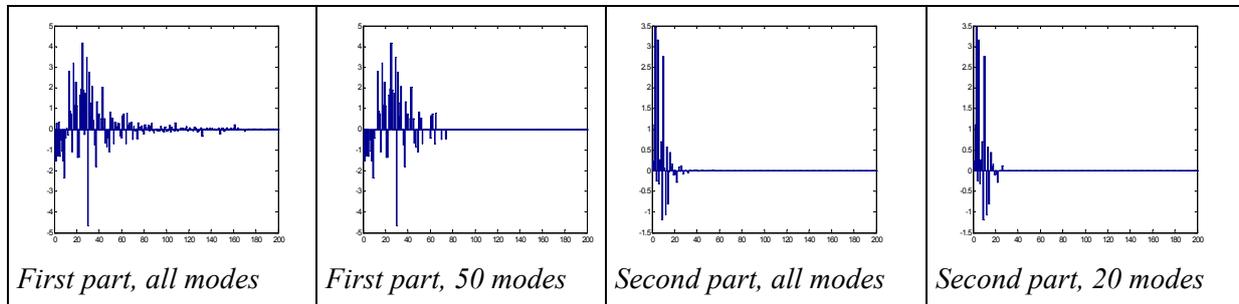


Figure 9 : Modal spectra of the two analysed geometries.

The above figure presents the whole and filtered modal spectra of the two analysed geometries. From left to right: the complete modal spectrum of the first deformed shape, the 50 biggest coefficients of the modal spectrum, the whole spectrum of the second deformed shape, and finally the 20 first biggest coefficient of the modal spectrum.

Number of considered modes	First deformed shape	Second deformed shape
The complete spectrum, 200	0.02 %	$1.9 \cdot 10^{-7}$ %
The 50 biggest	1,7 %	$1.3 \cdot 10^{-6}$ %
The 20 biggest	15.8 %	0.06 %

Table 2 : Error criteria for both shapes depending on the number of modal coefficients.

One notice that the use of the complete spectrum, and so the whole basis composed of 200 eigen modes gives good results compared to the error criteria value. Both geometries have deviations with different wavelengths.

The first one with shorter wavelengths deviation needs at least 50 eigen modes to have an error value lower than 2%, this is justified by the large number high frequency eigen modes which are not in the first 80 eigen modes of the basis.

The second geometry, which deviation has larger wavelengths, is better described with 20 modes than the previous geometry with 50. Moreover those modes are in the 30 first eigen modes of the basis.

The application shows the efficiency of the proposed method in term of geometry description. The analysed geometry is described with 76 nodes, depending on the wavelength of the deviation the quadratic error between the analyse geometry and its reconstructed geometry can be lower than 0.1% with 20 coefficients. On the other hand, more than 50 coefficients may be needed to have a quadratic error lower than 2%.

## 7 Conclusion

The form defects has to be modelled in a non-ambiguous language in order to perform the form quality challenge. The natural modal shape model gives interesting solutions to this issue. A feature (curve or surface) is discretized and natural mode shapes can give all the possible defects of the corresponding real object. A vectorial projection enables to extract the modal coefficients of the measured feature with an associated residue for a given number of modes (truncation of the modal basis).

Our method is applied on an industrial example for a gap and flush analysis. The method gives a good accuracy (error less than 0.1% with 20 modes). When the numeric model is built with gap and flush orientations, the modes are associated to those behaviours and the projection of a measured defect gives the set of gap or flush form coefficients.

## 8 References:

- [1] CARR K., FERREIRA P., «*Verification of form tolerances. Part I : basic issues, flatness and straightness*», Precision Engineering, vol. 17 (2), pp. 131-143, 1995
- [2] PANDIT S. M., SHAW M. C., «*Characteristic shapes and wave length decomposition of surfaces in machining*», Annals of CIRP, pp. 487-492, 1981
- [3] CAPELLO E., SEMERARO ., «*Harmonic fitting approach for plane geometry measurements*», The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, vol. 16, pp. 250-258, 2000
- [4] CAPELLO E., SEMERARO ., «*The harmonic fitting method for the assessment of the substitute geometry estimate error. Part I : 2D and 3D theory*», The International Journal of Machine Tools and Manufacture, vol. 41, pp. 1071-1102, 2001
- [5] CAPELLO E., SEMERARO ., «*The harmonic fitting method for the assessment of the substitute geometry estimate error. Part II : statistical approach, machining process analysis and inspection plan optimisation*», The International Journal of Machine Tools and Manufacture, vol. 41, pp. 1103-1129, 2001
- [6] SUMMERHAYS K. D., HENKE R. P., BALDWIN J. M., CASSOU R. M., BROWN C. W., «*Optimizing discrete point sample patterns and measurement data analysis on internal cylindrical surfaces with systematic form deviations*», Journal of the International Societies for Precision Engineering, vol. 26 (1), pp. 105-121, 2002
- [7] HUANG W., CEGLAREK D., «*Mode-based decomposition of part form error by discrete-cosine-transform with implementation to assembly and stamping system with compliant parts*», Annals of CIRP, vol. 51 (1), pp. 21-26, 2002
- [8] GOUSKOV A., TICHKIEWITCH S. «*Influence of the machine-tool defects on the formation of the residual defects on a surface: application to turning* » *Integrated Design and Manufacturing in Mechanical Engineering'98* , pp 341-348, Ed. Kluwer Academic Publishers 1999
- [9] ADRAGNA P.-A., SAMPER S., PILLET M., FAVRELIERE H. «*Analysis of shape deviations of measured geometries with a modal basis*», XVII Workshop on Supervising and Diagnostics of Machining Systems, Manufacturing accuracy increasing problems, 2006

### **Résumé**

- Les études des dispersions dans les systèmes mécaniques se font usuellement en faisant l'hypothèse de la rigidité des composants. L'analyse des structures se fait, elle, sur des systèmes à géométries parfaites. La question se pose de lier ces deux mondes. Elle est un des deux enjeux présentés dans ce document. Une extension de la méthode dite « des domaines » est proposée. Elle permet l'analyse au pire des cas d'un assemblage dans les deux objectifs du respect de son assemblabilité et de son fonctionnement. Les modèles mathématiques sont complexes pour le concepteur et un de nos objectifs est de les lui rendre intelligibles. A ces fins, il est proposé une démarche d'analyse des tolérances inspirée de la mécanique des structures.

- L'étude du défaut de forme a bénéficié de moins d'études que celui des dispersions. Les cas simples sont traités dans littérature par des méthodes spécifiques. Notre apport trouve sa source dans la dynamique des structures qui ouvre le champ d'un paramétrage géométrique riche et polyvalent. Ce thème de recherche permet de qualifier de façon exhaustive les défauts de tout type de forme. Les études récentes les combinent à des quantifications arithmétiques ou statistiques.

Les applications industrielles de ces travaux permettent leurs développements en cohérence avec les utilisateurs potentiels.

### **Mots Clés**

Tolérancement, paramétrage géométrique, systèmes souples, roulements, engrenages, défauts de forme

### **Abstract**

- The analysis of deviations of mechanisms is usually made with the assumption that the components are rigid. The used tools come from the mechanism theory. They lead to use a mobility parametrization (Small Displacement Torsors). The analysis of deformation is made assuming that the geometry is perfect. The problem is to link those two worlds. In this document we try to give some answers. We have made an extension of the theory of "SDT domains" used in tolerancing. Thus the analyses of deviations of flexible mechanisms can be made in the worst case (assumptions of our tolerancing models). The mathematical developments are not easy to understand to the designer. In order to help him, we propose to use in tolerancing a FEA approach.

- In the domain of form errors, the literature shows methods useful in the case of simple geometries. The help of structural dynamics makes possible to propose a more general method to parameterize form deviations. Our method enables to build a shape basis for any kind of geometry. Our recent studies link this basis of form defects to other methods in order to analyse tolerances. The arithmetical and statistical aspects are used with industrial applications, leading to improve them to be usable as possible.

### **Keywords**

Tolerancing, geometric parameters, flexible mechanisms, ball bearings, wheel gears, form defects