



HAL
open science

Réflexion des champs électromagnétiques en milieu urbain et incertitude associée : analyse au moyen de fonctions de Green

Shermila Mostarshedi

► **To cite this version:**

Shermila Mostarshedi. Réflexion des champs électromagnétiques en milieu urbain et incertitude associée : analyse au moyen de fonctions de Green. Autre [cond-mat.other]. Université Paris-Est, 2008. Français. NNT : 2008PEST0251 . tel-00366853v2

HAL Id: tel-00366853

<https://theses.hal.science/tel-00366853v2>

Submitted on 1 Apr 2010

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



UNIVERSITÉ PARIS-EST
ÉCOLE DOCTORALE ICMS

THÈSE

pour obtenir le grade de
Docteur de l'Université Paris-Est

Spécialité : Électronique

présentée et soutenue publiquement par
Shermila MOSTARSHEDI

**RÉFLEXION DES CHAMPS ÉLECTROMAGNÉTIQUES EN MILIEU
URBAIN ET INCERTITUDE ASSOCIÉE : ANALYSE AU MOYEN DE
FONCTIONS DE GREEN**

Thèse dirigée par Odile PICON

Thèse soutenue le 1^{er} décembre 2008

Rapporteurs :

Hervé AUBERT	Professeur à l'INP de Toulouse
Walid TABBARA	Professeur à l'Université Pierre et Marie Curie

Examineurs :

Marc HEDDEBAUT	Directeur de recherche à l'INRETS de Villeneuve d'Ascq
Jean-Marc LAHEURTE	Professeur à l'Université Paris-Est Marne-la-Vallée
Élodie RICHALOT	Maître de conférences à l'Université Paris-Est Marne-la-Vallée
Joe WIART	Ingénieur en chef à Orange Labs
Man-Fai WONG	Ingénieur en chef à Orange Labs

À mon père qui m'a appris à être logique.
À ma mère qui m'a appris à être libre.

Remerciements

Ce travail a été réalisé à l'Université Paris-Est (Marne-la-Vallée) dans le cadre de la coopération entre le laboratoire ESYCOM (Équipe SYstèmes de COmmunications et Microsystèmes) et Orange Labs, ex France Télécom R&D. Je suis reconnaissante à Odile Picon, professeur à l'Université Paris-Est et directeur du laboratoire ESYCOM, de l'accueil qu'elle m'a fait au sein du laboratoire et de m'avoir toujours fait confiance dans la gestion du temps et du travail. Je remercie également Joe Wiart et Man-Fai Wong, ingénieurs en chef à Orange Labs, qui ont rendu ce travail de thèse possible et qui ont apporté une vision applicative à un sujet aussi théorique.

J'adresse les plus sincères remerciements à Élodie Richalot, maître de conférence à l'Université Paris-Est, pour l'intérêt qu'elle a toujours porté à mon travail, pour sa rigueur, sa persévérance et son fort sens de responsabilité.

Je remercie particulièrement Jean-Marc Laheurte, professeur à l'Université Paris-Est qui m'a ouvert les portes des fonctions de Green un jour des vacances de Pâques, du regard pertinent qu'il a porté sur cette thèse. Sans lui, je ne serais pas retournée trouver l'erreur du rayonnement des dipôles élémentaires après mon stage!

Je remercie vivement Hervé Aubert et Walid Tabbara d'avoir accepté d'être les rapporteurs de cette thèse et d'avoir donné des remarques pertinentes qui ont amélioré ma présentation finale. Je tiens à remercier Marc Heddebaut, Jean-Marc Laheurte, Elodie Richalot, Joe Wiart et Man-Fai Wong de leur présence dans mon jury de thèse qui a enrichi les discussions scientifiques de ce jour.

Je suis très reconnaissante à mes parents, sans eux je ne serais jamais venue en France et je n'aurais jamais fait une thèse. Merci *mâmân*, de m'avoir poussée à partir, de m'avoir fait découvrir l'indépendance et d'être si douce. Merci *bâbâ*, d'avoir toujours témoigné cette grande passion pour les études, de m'avoir aidée à partir et de m'avoir appris à accepter les échecs. Je n'oublie pas mon petit frère, qui a été et qui est toujours pour moi une raison de vivre. Je suis sincèrement touchée par le soutien de ma deuxième famille en France et

par leur présence à ma soutenance de thèse qui m’a réchauffé le cœur en absence de ma famille. Merci de votre tendresse, merci pour les belles fleurs.

Benoît, cela fait maintenant plus que trois ans qu’on partage le même bureau. Je continue toujours à apprendre de ta capacité de travail exceptionnelle et à la fois humaine. Merci pour tout, merci pour les opérations matricielles sous MATLAB, merci pour Lisbonne!

Kamel, nous avons partagé tant de choses ensemble depuis le DEA. Merci pour le soutien que tu m’as apporté quand ça n’allait pas bien dans la recherche. Merci également pour les grands débats idéologiques lors des pizza-frites! Courage à toi pour finir bientôt ce défit.

Puis il y un merci, à Marjorie pour son éternelle bonne humeur, à Juliette pour son ouverture d’esprit, à Stéphane pour me faire croire que je suis brillante, à Stéphanie pour ses encouragements quelques jours avant la soutenance, à Thierry pour la touche de jeunesse qu’il nous a apportée ces derniers temps, à Ahlem pour la surprise qu’elle m’a faite pour la soutenance, à Julien pour sa sympathie, à Hakim Aïssat pour son ultime sincérité, à Virginie Leroy pour sa gentillesse et sa compétence et à tous mes collègues au laboratoire qui ont rendu cette unique expérience de thèse plus agréable et enrichissante.

“*Et puis et puis il y a*” Mariam “*qui est belle comme un soleil et qui m’aime pareil.*” (prêté gentiment par Jacques Brel) Merci pour tout ce que tu m’as donné depuis que j’ai accepté cette thèse jusqu’au jour où on a trinqué à la délibération. Merci pour ton intelligence, merci pour ta précieuse présence. Maintenant nous sommes deux docteurs à STARBUCKS, quelle classe!

Enfin ton tour Cyril, je te remercie de m’avoir appris tant de choses en science. Comment tu fais pour avoir une idée sur tout?! The know-all-boy! Merci de m’avoir écoutée quand je me révoltais, de m’avoir confortée quand je désespérais, de m’avoir critiquée quand il fallait et de m’avoir dorlotée quand j’étais fière de moi pendant ces trois ans de thèse. Merci d’avoir lu et relu le manuscrit, avec mon français dérisoire! Merci d’être là tout simplement.

Deux grands mercis au Professeur Juan Ramon Mosig dont la thèse m’a servi de guide et au Professeur Constantine Balanis dont le livre m’a servi de bible.

Et merci “*à tous les autres, qui m’accompagnent de leur lumière ou qui mettent des difficultés sur ma route, car les premiers comme les seconds, ils m’aident à grandir.*”¹

¹Lorette Nobécourt

Résumé

Ce travail de thèse a pour objet une méthode de détermination du champ électromagnétique au voisinage des bâtiments urbains, ainsi que l'évaluation de l'incertitude associée, liée aux paramètres variables des façades.

Cette étude met en œuvre une méthode théorique, précise et rapide de caractérisation du champ électromagnétique réfléchi par des objets diffractants diélectriques de taille supérieure à quelques longueurs d'onde. La réflexion comprend la rétrodiffusion, la réflexion spéculaire et la réflexion non-spéculaire. La méthode se trouve dans la catégorie des techniques basées sur les courants équivalents et calcule le rayonnement de ces courants à l'aide des fonctions de Green associées à l'interface entre deux diélectriques semi-infinis. Les fonctions de Green tiennent compte de la présence de l'objet diffractant correctement dans toutes les directions, c'est pourquoi la méthode proposée ici présente une précision plus importante que les méthodes du même type, particulièrement dans les directions non-spéculaires. La méthode peut être appliquée dans différents domaines : radar, télédétection, géophysique, et plus particulièrement dans l'environnement urbain dans le cadre de cette thèse.

Un modèle simple de bâtiment urbain, composé des murs (en béton) et des fenêtres (en verre), est adopté dans les exemples présentés au cours du manuscrit, avec l'avantage de tenir compte simplement du type et de l'épaisseur des fenêtres. La méthode des fonctions de Green étant rapide et peu exigeante en temps de calcul et en ressources informatiques, elle permet d'obtenir une caractérisation rapide du champ, et en conséquence de déterminer l'influence de plusieurs paramètres intervenant dans le calcul du champ au voisinage d'un bâtiment via des études paramétriques/statistiques. L'influence de la variation de plusieurs paramètres est approfondie par des études statistiques. Parmi ces paramètres citons : la permittivité du matériau principal de la façade, la distribution des fenêtres, les dimensions (la largeur et la hauteur) des fenêtres et le type du vitrage (l'épaisseur des fenêtres). La connaissance des paramètres influents et la quantification de leur influence sur le champ

réfléchi permettront aux simulateurs de la propagation d'onde de faire des simplifications qui accélèrent le temps de calcul tout en maintenant une bonne précision des résultats. Ce travail pourra être utilisé afin d'obtenir des modèles de propagation plus précis.

Mots clés : propagation, réflexion/diffraction, fonctions de Green, méthodes asymptotiques, environnement urbain, statistiques

Table des matières

Remerciements	v
Résumé	vii
Introduction	1
1 Principes d'équivalence	9
1.1 Principes d'équivalence surfacique	10
1.1.1 Équivalence inductive (Théorème d'induction)	10
1.1.2 Équivalence physique	12
1.2 Méthodes asymptotiques classiques	14
1.2.1 Théorie des images	14
1.2.2 Optique physique	15
1.3 Méthode proposée à l'aide des fonctions de Green	17
1.3.1 Courants équivalents pour la polarisation TE	18
1.3.2 Courants équivalents pour la polarisation TM	18
1.4 Conclusion	19
2 Fonctions de Green	21
2.1 Les outils	22
2.1.1 Dyades et fonctions dyadiques	22
2.1.2 Potentiels vecteur et scalaire	23
2.1.3 Solution générale de l'équation scalaire de Helmholtz	24
2.1.4 Conditions aux limites pour les potentiels vecteur et scalaire	26
2.2 Fonctions de Green des potentiels vecteurs et scalaires	28
2.2.1 Potentiel vecteur électrique (dû à \mathbf{J}_x)	29
2.2.2 Potentiel scalaire électrique (dû à \mathbf{J}_x)	31

2.2.3	Potentiel vecteur magnétique (dû à M_y)	32
2.2.4	Potentiel scalaire magnétique (dû à M_y)	34
2.2.5	Potentils vecteurs et scalaires (dus à J_y et M_x)	34
2.3	Fonctions de Green des champs électromagnétiques	35
2.3.1	Polarisation TE	35
2.3.2	Polarisation TM	36
2.4	Expressions asymptotiques pour les intégrales de Sommerfeld	37
2.5	Diagrammes de rayonnement des dipôles électrique et magnétique	38
2.5.1	Comparaison avec l'optique physique	39
2.6	Conclusion	42
3	Application des fonctions de Green	45
3.1	Structures homogènes de surface finie	46
3.1.1	Diélectrique homogène	46
3.1.2	Convergence de la méthode	49
3.1.3	Comparaison avec l'optique physique	50
3.1.4	Champ proche	52
3.1.5	Comparaison des composantes du champ	57
3.2	Structures inhomogènes	59
3.2.1	Diélectrique composé	59
3.3	Structures multicouches	63
3.3.1	Permittivité équivalente	64
3.3.2	Validation du modèle	68
3.4	Bâtiments urbains	73
3.4.1	Influence du type de matériau	73
3.4.2	Influence du type de vitrage	75
3.4.3	Influence de la distribution des fenêtres	77
3.5	Conclusion	79
4	Études statistiques	81
4.1	Sources d'incertitude du champ	82
4.2	Approche analytique	83
4.2.1	Fonction de variable aléatoire	83
4.2.2	Développement limité	84
4.3	Approche numérique	90

4.3.1	Variation aléatoire de la permittivité du béton	90
4.3.2	Variation aléatoire de la distribution des fenêtres	99
4.3.3	Variation aléatoire des dimensions des fenêtres	110
4.3.4	Variation aléatoire de l'épaisseur des fenêtres	116
4.4	Conclusion	120
Conclusions et perspectives		123
A Formulation compacte des fonctions de Green		127
A.1	Courant électrique	127
A.2	Courant magnétique	128
B Changement de variables		131
C Expressions du développement limité		133
Bibliographie		135
Publications personnelles		143

Introduction

Les origines des télécommunications sans fil remontent aux années 1880 où Hertz a observé la transmission des ondes électromagnétiques et a réalisé la prédiction de Maxwell sur la propagation d'onde qui datait de plus de 10 ans. Marconi, avec ses expériences en télégraphie sans fil et sa réussite dans l'établissement d'une liaison radio continue avec les bateaux en 1901, a posé le premier jalon de la télécommunication sans fil. Dans l'intervalle d'une centaine d'années, de nombreux types de systèmes sans fil ont prospéré, et souvent plus tard disparu : les trois générations de la téléphonie mobile depuis 1980 vont laisser leur place dans quelques années à la quatrième génération. La tendance générale dans le développement des communications sans fil [1] est le recours à des débits de données plus élevés, la propagation dans des environnements plus complexes, l'emploi d'antennes intelligentes, et les systèmes à entrées multiples et sorties multiples². Le sujet de cette étude se concentre sur la *propagation* et plus précisément sur la propagation dans l'environnement urbain.

L'environnement urbain est un milieu complexe et divers, présentant des diffractions à grande et à petite échelle dues aux objets statiques : façades de bâtiments, arbres, panneaux de signalisation et des perturbations liées aux objets diffractants dynamiques comme les voitures et les piétons [2]. Avant de mettre en œuvre la conception et la planification de systèmes de communication sans fil, les caractéristiques précises de la propagation d'onde dans cet environnement doivent être connues. À cette fin, l'acquisition de deux dispositifs est nécessaire : *un modèle* et *une méthode*. Le modèle de prédiction de la propagation d'onde dépend de l'environnement, de la complexité et de la précision recherchées. La méthode de calcul, s'intégrant dans le modèle, doit être adaptée aux besoins du modèle choisi. La littérature sur les deux sujets est abondante. Nous allons présenter une étude bibliographique sur les travaux existant dans le domaine et nous allons y situer la méthode et le modèle présentés dans ce manuscrit.

²multiple-input multiple-output (MIMO)

Modèles de prédiction de propagation

Dans la prédiction de la propagation d'onde la connaissance de deux types de paramètres est d'un grand intérêt; les paramètres correspondants à *l'affaiblissement à grande échelle*³ et aux *évanouissements à petite échelle*⁴. Les premiers sont importants pour prévoir la couverture et le meilleur emplacement de la station de base pour avoir la puissance moyenne exigée du signal à grandes distances. Les derniers sont utiles pour donner des informations statistiques locales sur la fluctuation des champs à quelques longueurs d'onde de l'émetteur et combattre les évanouissements liés aux trajets multiples [3].

Les modèles de prédiction de l'affaiblissement à grande échelle peuvent être divisés en trois catégories [1].

Les modèles empiriques sont basés sur des équations tirées de mesures extensives du champ. Ces modèles sont simples à employer mais ils ne peuvent pas être utilisés d'un environnement à un autre sans être modifiés. À titre d'exemple nous pouvons nommer le modèle de Okumura [4] ou Hata [5].

Les modèles spécifiques au site⁵ sont basés sur les méthodes numériques, telles que le tracé de rayon [6], [7], [8] la méthode des différences finies dans le domaine temporel, la méthode des moments, etc. Les paramètres de ces modèles sont nombreux et liés à un site donné; le temps de calcul, selon la complexité de l'environnement, peut être long. Parmi les méthodes de cette catégorie, la méthode de tracé de rayon a largement été utilisée dans le domaine de la propagation dans l'environnement urbain. Plusieurs études ont été menées afin d'améliorer et d'accélérer cette méthode [9].

Les modèles théoriques (physiques) sont obtenus en imposant certaines conditions idéalisées sur la géométrie [10]. Ils utilisent souvent l'optique physique. Ces modèles sont plus efficaces que les modèles spécifiques au site. Parmi ces modèles, on peut nommer la diffraction "over-rooftop" [11] qui impose parfois des critères sur la hauteur des bâtiments ou leur espacement. Dans cette catégorie, les modèles imposant une loi statistique pour l'espacement des bâtiments ou des fenêtres sur les façades sont connus sous le titre des modèles *semi-déterministes*, parmi lesquels le modèle supposant une loi exponentielle pour l'espacement entre les bâtiments a souvent été utilisé dans la littérature.

³large-scale path-loss

⁴small-scale fading

⁵site-specific models

Les modèles de prédiction de l'évanouissement à petite échelle sont souvent des modèles statistiques et connus sous le titre général de *modèle du canal*. Parmi ces modèles nous citons : un modèle statistique pour les trajets multiples⁶ en environnement urbain basé sur les mesures [12] et un modèle statistique pour les bâtiments des usines basé sur les mesures [13].

Méthodes de calcul électromagnétique

Les méthodes de calcul du champ électromagnétique, selon la capacité de calcul à disposition, sont divisées en deux catégories : *méthodes rigoureuses* et *méthodes asymptotiques*. Les méthodes rigoureuses [14] basées sur la résolution directe (souvent numérique) des équations de Maxwell, donnent une précision maximale mais deviennent rapidement contraignantes dans les problèmes dont la taille dépasse quelques longueurs d'onde, pour des raisons du temps de calcul et des ressources informatiques. Dans le cadre de notre étude, l'application de la méthode de calcul est destinée à l'environnement urbain qui présente des objets diffractants de très grande échelle (quelques dizaines de longueurs d'ondes) : les méthodes rigoureuses sont ainsi souvent inadaptées. Nous nous limitons alors dans cette étude bibliographique aux méthodes asymptotiques. Cependant il est important de noter que l'utilisation des méthodes rigoureuses dans les modèles de la propagation d'onde dans l'environnement urbain, malgré leur rareté, a été déjà signalée [15], [16].

Méthodes asymptotiques

Les méthodes haute fréquence et leurs solutions sont appelées *asymptotiques* dans le sens où leur précision augmente à mesure que certaines dimensions associées à l'objet diffractant deviennent électriquement grandes lorsque la fréquence augmente [17]. Ces méthodes servent à compléter les méthodes numériques et rigoureuses dont la convergence pour les problèmes de grandes échelles ralentit. Les méthodes asymptotiques ont l'avantage par rapport aux méthodes numériques de donner une solution explicite pour un problème complexe. Ces méthodes, selon la grandeur sur laquelle elles basent leurs formulations, peuvent être divisées en deux catégories.

1. Les techniques basées sur le champ :
 - l'optique géométrique⁷;

⁶multipath

⁷Geometrical Optics (GO)

- la théorie géométrique de la diffraction⁸;
- la théorie uniforme de la diffraction⁹;
- la théorie incrémentale de la diffraction¹⁰

2. Les techniques basées sur le courant :

- l’optique physique¹¹;
- la théorie physique de la diffraction¹²;
- la méthode des courants équivalents¹³;
- la théorie incrémentale de la diffraction (formulation améliorée de la première théorie)

L’optique géométrique est une approximation haute fréquence de l’équation de Maxwell pour décrire la propagation du champ électromagnétique à l’aide de rayons. La formulation s’obtient en écrivant la solution de l’équation en une série (expressions de Luneberg-Kline [18], [19]) et en supposant qu’en hautes fréquences seul le terme indépendant de la fréquence, le premier terme, intervient. Selon l’optique géométrique, dans un milieu homogène isotrope, les champs se propagent le long des rayons qui satisfont le principe de Fermat et qui sont orthogonaux au front d’onde. Malgré la simplicité de cette formulation, l’approximation ne fonctionne pas très bien aux fréquences RF et micro-ondes. L’optique géométrique prévoit un champ nul dans la zone d’ombre et la valeur du champ est discontinue à la limite entre la zone illuminée et la zone d’ombre. Afin de surmonter les défauts de l’optique géométrique, Keller a introduit une nouvelle classe des rayons diffractés qui pénètrent dans la zone d’ombre.

La théorie géométrique de la diffraction, présentée par Keller [20], décompose le champ total en un champ obtenu par l’optique géométrique et un champ diffracté qui s’obtient via une généralisation du principe de Fermat. Le champ diffracté s’écrit sous la forme de l’onde incidente multipliée par un coefficient de diffraction, calculé suivant la nature de la surface au voisinage du point de diffraction [21] : bord, sommet, discontinuité électrique ou géométrique, etc. Malgré cette correction, la théorie géométrique de la diffraction, sous sa forme originale, ne permet pas toujours d’avoir le champ continu à la limite de la zone illuminée et de la zone d’ombre. Pour résoudre ce problème, les techniques uniformes de la diffraction ont été présentées.

⁸Geometrical Theory of Diffraction (GTD)

⁹Uniform Theory of Diffraction (UTD)

¹⁰Incremental Theory of Diffraction (ITD)

¹¹Physical Optics (PO)

¹²Physical Theory of Diffraction (PTD)

¹³Method of Equivalent Currents (MEC)

Parmi les techniques uniformes, *la théorie uniforme de la diffraction* qui est la méthode la plus utilisée, a été proposée par Pathak et Kouyoumjian [22], [17]. Dans cette technique, les champs obtenus par l'optique géométrique sont discontinus sur les limites de la zone d'ombre, les champs diffractés sont également discontinus, mais les discontinuités sont de sorte qu'en ajoutant les deux termes, le champ total est continu. Autrement dit, les singularités sont enlevées par la technique de soustraction. *La théorie asymptotique uniforme* est une autre technique de correction pour l'optique géométrique dans laquelle les singularités sont enlevées en multipliant par des termes correctifs [23], [24]. Cette méthode est mathématiquement plus difficile à appliquer et la théorie uniforme de la diffraction reste la plus répandue.

La méthode la plus représentative de la catégorie des méthodes asymptotiques basées sur les courants (les sources) est *l'optique physique*. Dans cette catégorie, en général, au lieu d'utiliser directement les rayons ou les champs, les expressions asymptotiques des courants, qui créent les champs, sont calculées et les champs sont obtenus en utilisant les intégrales de rayonnement. Ces méthodes sont plus efficaces dans les zones où la méthode de rayon échoue, comme évoqué par la suite.

Dans la méthode de *l'optique physique*, l'obstacle est remplacé par les courants surfaciques électrique et magnétique obtenus à l'aide du principe d'équivalence physique. Les courants équivalents rayonnent en absence de l'objet diffractant et génèrent les champs électromagnétiques, dus à la présence de l'objet diffractant, à l'extérieur de cet objet [25], [26]. Nous donnerons des explications détaillées sur l'optique physique et le principe d'équivalence physique dans le chapitre 1. Dans cette introduction, nous citons ses caractéristiques uniquement comme une des méthodes asymptotiques.

L'optique physique est apte à donner une meilleure approximation en comparaison avec l'optique géométrique qui prédit un niveau de champ infini dans certaines zones de diffraction, par exemple pour les zones adjacentes au point caustique des surfaces concaves. Il est important de noter que l'optique physique, comme l'optique géométrique, n'introduit aucun champ dans la zone d'ombre. De plus, l'optique physique satisfait la réciprocité seulement dans la direction spéculaire [17], [27]. Nous allons montrer dans le chapitre 1, les raisons de l'inexactitude de l'optique physique dans les directions non-spéculaires. Ces défauts sont corrigés par *la théorie physique de la diffraction*.

La théorie physique de la diffraction, développée par Ufimtsev [28], modifie les courants équivalents surfaciques de l'optique physique (courants uniformes) en ajoutant des termes de courants (courants non-uniformes) qui tiennent compte de la diffraction par les bords.

Dans cette formulation, les courants uniformes sont créés d'après le même principe que dans l'optique physique; ils sont liés aux champs induits sur le plan infini tangent à l'objet. Les courants non-uniformes sont créés par la diffraction en raison de tout écart entre le plan tangent infini et la surface diffractante. Dans le cas d'un objet présentant des arêtes, la composante non-uniforme de courant est décrite asymptotiquement par les fonctions de Sommerfeld [29].

D'une manière plus générale, toutes les techniques qui consistent à ajouter un champ correcteur à celui de l'optique géométrique/physique forment une extension de la théorie géométrique/physique de la diffraction. Ce champ correcteur s'obtient :

- à partir des courants
 - Méthode des ondes élémentaires de bords¹⁴ [30]
 - Coefficients incrémentaux de longueur de diffraction¹⁵ [31], [32]
 - Méthode des courants équivalents [33]
- directement à partir des champs locaux
 - Théorie incrémentale de la diffraction [34], [35]
- à partir des courants ou des champs selon la formulation employée [36]

Objectifs de l'étude

Ce travail a été réalisé à l'université Paris-Est (Marne-la-Vallée) au sein du laboratoire ESYCOM (Équipe Systèmes de Communications et Microsystèmes). Il a fait l'objet d'un contrat de recherche externe avec Orange Labs (ex France Telecom R&D).

France Telecom et, d'une manière plus générale, les opérateurs de téléphonie mobile, disposent actuellement d'outils de prédiction de la propagation d'onde en milieu urbain qui ne prennent pas en compte les hétérogénéités locales susceptibles d'induire de fortes variations du champ. Dans le modèle utilisé dans ces outils, les immeubles sont considérés comme homogènes avec au mieux des ouvertures. La méthode de calcul est fréquemment une méthode asymptotique du type tracé de rayon. Afin d'utiliser les ressources radio avec une meilleure efficacité, le développement de nouveaux outils de prédiction s'est avéré indispensable.

La nouvelle génération des outils est exigée pour prendre en compte de manière dynamique la complexité locale des scènes qui influence de façon considérable le niveau du

¹⁴Elementary Edge Waves (EEW)

¹⁵Incremental Length Diffraction Coefficients (ILDC)

champ électromagnétique. Dans ce but, un travail de thèse a été réalisé à Orange Labs qui a mis en œuvre *une méthode d'homogénéisation dynamique pour évaluer les niveaux du champ radio en milieu urbain* [37]. Conjointement, deux autres sujets de thèse ont été définis. Le premier, développé dans ce manuscrit, avait pour l'objet de présenter une méthode rapide et précise pour connaître les paramètres importants se trouvant sur la façade d'un bâtiment et de quantifier leur influence sur le champ électromagnétique local sous forme d'incertitudes. Le deuxième, en cours, étudiera l'influence de la diffraction par les rugosités sur les façades telles que les balcons.

Cette étude met en œuvre avant tout une méthode théorique, précise et rapide, de caractérisation du champ électromagnétique réfléchi par des objets diffractants diélectriques de taille plus grande que quelques longueurs d'onde. La réflexion comprend la rétrodiffusion¹⁶, la réflexion spéculaire et la réflexion non-spéculaire¹⁷. La méthode se trouve dans la catégorie des techniques basées sur les courants équivalents et présente une précision plus importante que la plus connue des méthodes de cette catégorie, l'optique physique, particulièrement dans les directions non-spéculaires. La méthode ne tient pas compte des diffractions par les bords, toutefois cet effet peut être ajouté avec les courants de bords correcteurs présentés auparavant. La méthode peut être appliquée dans différents domaines : radar, télédétection, géophysique, et plus particulièrement dans l'environnement urbain dans le cadre de cette thèse. Elle permet d'obtenir une caractérisation rapide du champ et en conséquence de connaître l'influence de plusieurs paramètres intervenant dans le calcul du champ au voisinage d'un bâtiment via des études paramétriques/statistiques. Un modèle géométrique simple, composé des murs (en béton) et des fenêtres (en verre), est adopté dans les exemples présentés au cours du manuscrit avec l'avantage d'apporter un moyen pour tenir compte du type et de l'épaisseur des fenêtres. La méthode peut être également appliquée dans les modèles plus complexes ayant davantage de détails architecturaux. Parmi les modèles de prédiction de la propagation d'onde présentés au début de l'introduction, elle s'intégrerait convenablement dans les modèles théoriques et les modèles spécifiques au site. Le modèle théorique utiliserait la méthode directement à la place de l'optique physique. Il pourrait aussi être employé dans des applications hybrides du type SBR¹⁸ [38]. Le modèle spécifique au site du type tracé de rayon profiterait de la méthode pour modifier les coefficients de réflexion utilisés. La méthode pourrait améliorer également l'algorithme de base de tracé de rayon et réduire le nombre des objets intervenant dans le

¹⁶monostatic scattering ou backscattering

¹⁷bistatic scattering

¹⁸Shooting-and-Bouncing Ray

calcul, en apportant des informations essentielles sur l'influence de chaque paramètre par exemple sur la façade d'un bâtiment.

Plan de la thèse

Le chapitre 1 introduit les courants équivalents utilisés dans notre méthode. Différents principes d'équivalence conduisant à différentes techniques pour calculer les courants équivalents et leur rayonnement sont présentés. Nous soulignons dans ce chapitre le principe d'équivalence sur lequel se base la méthode présentée dans ce manuscrit et nous mettons en évidence la différence de base entre cette méthode et la méthode la plus connue dans cette catégorie : l'optique physique.

Le chapitre 2 apporte l'outil principal du calcul du champ : les fonctions de Green. Les détails de la procédure du calcul des fonctions du champ électromagnétique, associées à l'interface entre deux milieux semi-infinis, sont présentés dans ce chapitre ainsi que la validation des expressions obtenues à l'aide des expressions analytiques existant dans la littérature. La comparaison entre ces fonctions de Green et celles de l'optique physique (les fonctions de Green de l'espace libre) est également exposée.

Le chapitre 3 présente plusieurs exemples concrets de l'application des fonctions de Green : à une structure homogène de surface finie, à une structure inhomogène, à une structure multicouche ainsi que la validation des résultats à l'aide de deux simulateurs électromagnétiques 3D. Une technique basée sur le concept de la permittivité équivalente est également présentée pour tenir compte de l'épaisseur finie des fenêtres. Quelques exemples de bâtiments urbains à la fin du chapitre ouvrent des pistes pour les études statistiques.

Le chapitre 4 est consacré à la connaissance des paramètres influents dans la caractérisation d'une onde au voisinage d'un bâtiment. Quelques sources d'incertitude du champ sont présentées. En définissant des variables aléatoires et en leur attribuant des distributions appropriées, la variation du champ électrique est étudiée et quantifiée à l'aide des mesures statistiques. Les effets de variation de plusieurs paramètres sur le champ sont comparés pour en supprimer les moins influents.

Chapitre 1

Principes d'équivalence

Les principes d'équivalence en électromagnétisme sont essentiellement divisés en deux catégories : principe d'équivalence *volumique* et principe d'équivalence *surfactive*. Le premier est basé sur les courants et les charges de polarisation induits dans le corps de l'objet (rayonnant ou diffractant) tandis que le deuxième est basé sur les courants surfaciques remplaçant les courants et les charges volumiques [26], [25]. Le principe d'équivalence surfactive est seulement applicable aux milieux homogènes (ou homogènes par morceaux) alors que le principe d'équivalence volumique reste valide pour tout type de milieu : homogène, inhomogène, anisotrope, aléatoire, etc [39]. Les deux principes forment la base des méthodes des équations intégrales ainsi que celles des méthodes asymptotiques.

Dans ce manuscrit, nous nous intéressons au calcul du champ dans l'environnement urbain et plus particulièrement à l'influence des bâtiments, si bien qu'il s'agit d'une application du principe d'équivalence en diffraction et non pas en rayonnement. Autrement dit, le problème du rayonnement des antennes et le principe d'équivalence appliqué aux sources ne sont pas traités dans ce manuscrit. Ensuite, l'objet diffractant principal dans ce milieu est la façade de bâtiment. La façade d'un bâtiment urbain est un milieu inhomogène. Pour une caractérisation précise des matériaux, les inhomogénéités à petite échelle (inférieure à la longueur d'onde) peuvent être considérées mais pour les études de propagation seuls les changements de milieux à grande échelle sont pris en compte. Nous considérons alors la façade étudiée comme un *milieu homogène par morceaux* et nous étudierons uniquement les principes d'équivalence surfactive.

1.1 Principes d'équivalence surfacique

Le principe d'équivalence surfacique est basé sur le théorème d'unicité, d'après ce théorème : *le champ dans une région à pertes est exclusivement spécifié par les sources dans la région accompagnées par les composantes tangentielles du champ \vec{E} sur la limite de la région, ou les composantes tangentiennes du champ \vec{H} sur la limite, ou les premières sur une partie et les dernières sur le reste de la limite* [25]. Nous pouvons alors déduire que les champs dans la région sans source peuvent être déterminés dès lors que les composantes tangentiennes des champs électrique et magnétique sont connues complètement sur une surface fermée.

Dans les problèmes de diffraction, on utilise souvent deux autres principes d'équivalence, qui trouvent leur racine dans le principe d'équivalence surfacique, mais qui sont connus sous des noms différents.

1.1.1 Équivalence inductive (Théorème d'induction)

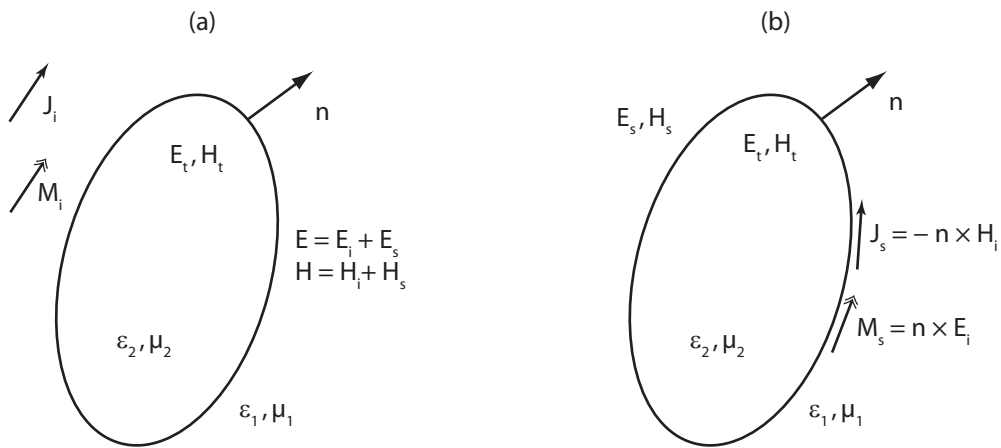


FIG. 1.1 – Théorème d'induction (a) Problème original des sources rayonnant dans le milieu 1 en présence d'un objet diffractant (b) Problème équivalent des sources surfaciques rayonnant à l'interface entre l'objet diffractant et le milieu 1

Supposons que des sources \vec{J}_i et \vec{M}_i rayonnent dans le milieu 1 (ϵ_1, μ_1) en présence d'un objet diffractant désigné par le milieu 2 (ϵ_2, μ_2), comme présenté sur la Fig. 1.1(a). Le champ total dans le milieu 1 s'écrit sous la forme suivante :

$$\vec{E} = \vec{E}_i + \vec{E}_s \quad (1.1)$$

$$\vec{H} = \vec{H}_i + \vec{H}_s \quad (1.2)$$

où \vec{E} et \vec{H} sont les champs électrique et magnétique totaux en présence de l'objet dif-

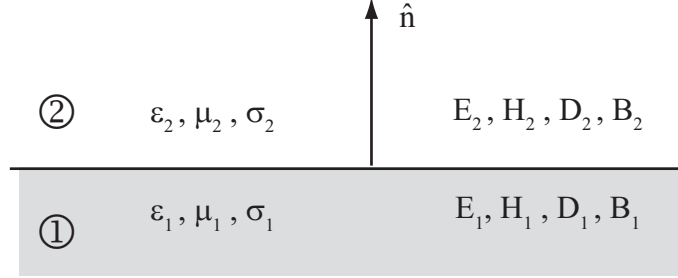


FIG. 1.2 – Géométrie pour les conditions aux limites des champs électromagnétiques entre deux milieux

fractant, \vec{E}_i et \vec{H}_i sont les champs électromagnétiques en absence de l'objet diffractant et \vec{E}_s et \vec{H}_s les champs électrique et magnétique liés à la présence de l'objet diffractant. Les champs \vec{E}_t et \vec{H}_t , sur la Fig. 1.1, sont les champs transmis dans l'objet diffractant.

Nous supposons que \vec{E}_i et \vec{H}_i peuvent être déterminés partout dans l'espace. Nous formulons un problème équivalent qui donne directement \vec{E}_s et \vec{H}_s à l'extérieur de l'objet et \vec{E}_t et \vec{H}_t à l'intérieur de l'objet, sachant que les conditions aux limites pour les courants électrique et magnétique à l'interface entre les deux milieux, comme celle présentée sur la Fig. 1.2, sont les suivantes :

$$\hat{n} \times (\vec{E}_2 - \vec{E}_1) = -\vec{M}_s \quad (1.3)$$

$$\hat{n} \times (\vec{H}_2 - \vec{H}_1) = \vec{J}_s \quad (1.4)$$

Nous souhaitons que (\vec{E}_2, \vec{H}_2) et (\vec{E}_1, \vec{H}_1) soient égaux à (\vec{E}_s, \vec{H}_s) et (\vec{E}_t, \vec{H}_t) , respectivement. Nous introduisons alors les courants équivalents de façon à ce que le résultat souhaité soit obtenu :

$$\hat{n} \times (\vec{E}_s - \vec{E}_t) = -\vec{M}_s \quad (1.5)$$

$$\hat{n} \times (\vec{H}_s - \vec{H}_t) = \vec{J}_s \quad (1.6)$$

Sachant que les composantes tangentielles du champ électromagnétique dans le problème principal sont continues, nous pouvons écrire :

$$\hat{n} \times (\vec{E}_i + \vec{E}_s) = \hat{n} \times \vec{E}_t \quad (1.7)$$

$$\hat{n} \times (\vec{H}_i + \vec{H}_s) = \hat{n} \times \vec{H}_t \quad (1.8)$$

En insérant (1.7) et (1.8) dans (1.5) et (1.6), nous obtenons :

$$\vec{M}_s = \hat{n} \times \vec{E}_i \quad (1.9)$$

$$\vec{J}_s = -\hat{n} \times \vec{H}_i \quad (1.10)$$

Les courants équivalents surfaciques sont précisés sur la Fig. 1.1(b). Le problème équivalent avec les courants ainsi calculés est jusqu'ici exact. Nous remarquons que :

- les courants équivalents sont connus car ils sont liés uniquement aux champs électromagnétiques incidents;
- les courants surfaciques rayonnent à l'interface des deux milieux : la présence de l'objet diffractant rend difficile une résolution analytique;
- les courants équivalents donnent simultanément le champ réfléchi et le champ transmis.

Nous rappelons que la solution de l'équation d'onde est analytique dans un milieu homogène. Les courants surfaciques dans ce principe d'équivalence se trouvent à l'interface entre deux milieux (un milieu inhomogène), l'équation d'onde n'est plus facile à résoudre. À cause de la présence de l'objet diffractant, l'équivalence inductive n'est pratiquement pas applicable sous sa forme exacte. En appliquant des approximations au théorème d'équivalence, les méthodes asymptotiques peuvent en être dérivées, comme *la théorie des images* [40] ou la méthode présentée dans ce manuscrit (cf. section 1.3).

1.1.2 Équivalence physique

Prenons à nouveau le problème présenté dans la partie précédente où des sources de courant rayonnent dans le milieu 1 en présence d'un objet diffractant. Les champs électromagnétiques dans le milieu 1 sont donnés par (1.1) et (1.2). Nous présentons deux problèmes équivalents, un pour la réflexion et un pour la transmission (Fig. 1.3).

En considérant les conditions aux limites des courants (1.3) et (1.4) et celles des champs électromagnétiques (1.7) et (1.8), nous introduisons les courants surfaciques suivants pour le problème équivalent en réflexion (Fig. 1.3(b)) :

$$\vec{M}_s = -\hat{n} \times \vec{E} = -\hat{n} \times (\vec{E}_i + \vec{E}_s) \quad (1.11)$$

$$\vec{J}_s = \hat{n} \times \vec{H} = \hat{n} \times (\vec{H}_i + \vec{H}_s) \quad (1.12)$$

Le rayonnement de ces courants en milieu homogène 1 crée les champs électrique et magné-

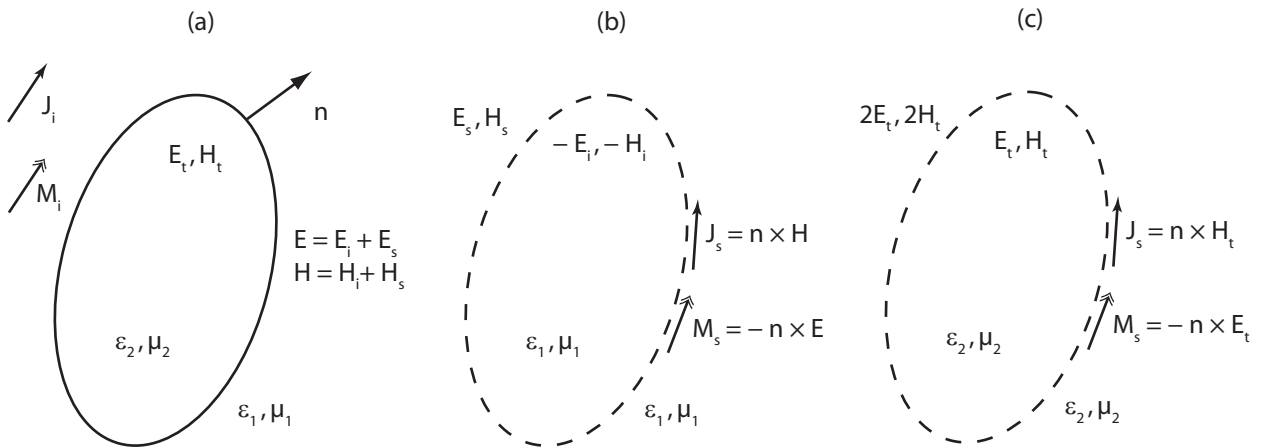


FIG. 1.3 – Équivalence physique (a) Problème original des sources rayonnant dans le milieu 1 en présence d'un objet diffractant (b) Problème équivalent en réflexion des sources rayonnant dans le milieu 1 (c) Problème équivalent en transmission des source rayonnant dans le milieu 2

tique liés à la présence de l'objet diffractant dans le milieu 1. Le champ électromagnétique donné par ces courants à l'intérieur de l'objet diffractant n'est pas valide; pour cela le traitement d'un problème équivalent en transmission est indispensable.

Le problème équivalent en réflexion est jusqu'ici exact. Nous remarquons que :

- les courants équivalents sont inconnus car ils sont liés au champ électromagnétique total (en présence de l'objet);
- les courants surfaciques rayonnent dans le milieu homogène 1 en absence de l'objet diffractant;
- le rayonnement des courants donne uniquement le champ électromagnétique diffracté.

Les courants surfaciques dans le problème équivalent en transmission se calculent de façon similaire au problème équivalent en réflexion (Fig. 1.3(c)). Malgré leur rayonnement dans le milieu homogène 2 qui simplifie les calculs postérieurs, le champ transmis reste présent dans l'expression des courants. Ce dernier étant inconnu, le même problème se pose donc pour le problème équivalent en transmission. En résumé :

- les courants équivalents sont inconnus car ils sont liés au champ électromagnétique transmis;
- les courants surfaciques rayonnent dans le milieu homogène 2 en absence du milieu 1;
- le rayonnement des courants donne uniquement le champ électromagnétique transmis.

Le problème à résoudre, pour lequel les courants surfaciques sont liés à la solution inconnue du problème, s'écrit sous forme d'équations intégrales. Différentes techniques, telle que la méthode des moments, existent pour résoudre les équations intégrales [41],

mais elles deviennent inapplicables pour des surfaces de grande taille par rapport à la longueur d'onde. C'est pourquoi, nous nous intéressons ici aux méthodes asymptotiques qui peuvent en être dérivées, telle que *l'optique physique* [40].

Dans la section suivante nous allons présenter les méthodes asymptotiques, dérivées des deux principes d'équivalence, les plus utilisées dans les problèmes de diffraction.

1.2 Méthodes asymptotiques classiques

L'équivalence inductive et l'équivalence physique présentées dans la section précédente (sous leur forme exacte) permettent de remplacer le problème original par un problème équivalent qui n'est pas nécessairement plus facile à résoudre mais dont la solution est identique à celle du problème principal. Les approximations appliquées aux principes d'équivalence conduisent aux méthodes asymptotiques qui présentent des problèmes équivalents plus faciles à résoudre mais dont la solution n'est plus exacte.

1.2.1 Théorie des images

La théorie des images se base sur le principe d'équivalence inductive (cf. section 1.1.1) et trouve son application la plus directe dans le cas des structures métalliques. Pour un métal parfait (Fig. 1.4(a)), le champ électromagnétique transmis est nul ($\vec{E}_t = \vec{H}_t = 0$) et nous calculons les courants équivalents d'après (1.9) et (1.10). Ces courants rayonnent en présence de l'objet diffractant. Sachant que le courant électrique (\vec{J}_s) ne peut pas rayonner à l'interface d'un métal parfait, les courants équivalents dans le cas d'un objet métallique se réduisent à un seul type : le courant magnétique surfacique (\vec{M}_s). Le calcul du rayonnement de \vec{M}_s à l'interface entre le milieu 1 et le métal n'est cependant pas facile. Si l'objet diffractant est électriquement grand, il peut être approximé par un métal parfait plan et infini et la théorie des images est donc applicable [26], [25]. L'expression du courant équivalent après avoir appliqué la théorie des images :

$$\vec{M}_s = 2\hat{n} \times \vec{E}_i \quad (1.13)$$

Ce courant dépend uniquement du champ incident et rayonne dans le milieu homogène 1 comme présenté sur la Fig. 1.4(b). Il est désormais facile de résoudre ce problème.

Le calcul de l'image pour un élément de source au dessus d'un plan diélectrique revient à calculer les impédances de surface [42]. Dans le cas d'un objet diffractant non-métallique,

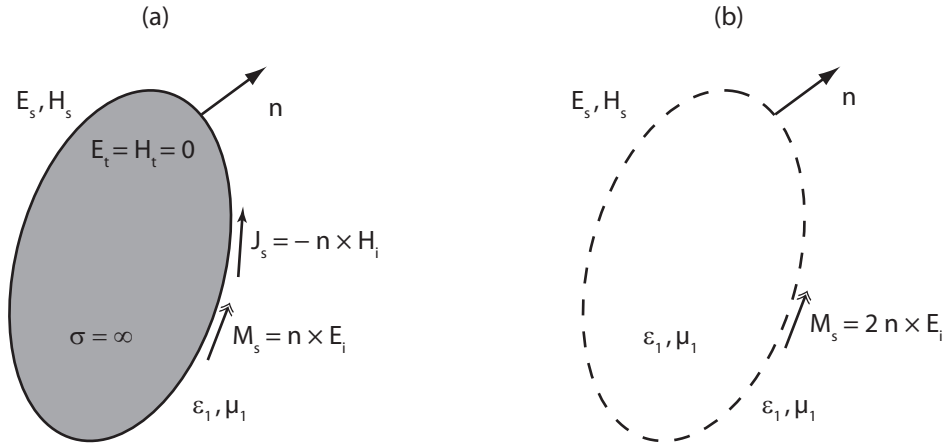


FIG. 1.4 – (a) Problème équivalent exact obtenu par le théorème d'induction (b) Problème équivalent approché obtenu par la théorie des images pour un objet métallique

l'application de la théorie des images aide uniquement à trouver les trajets valides dans les méthodes basées sur les rayons [7], [43].

1.2.2 Optique physique

Cette méthode est basée sur l'équivalence physique. Comme pour la théorie des images, l'application la plus simple de cette méthode est envisageable pour les structures métalliques. Les courants équivalents de l'équivalence physique en réflexion se calculent à partir des équations (1.11) et (1.12). Ces courants rayonnent dans le milieu homogène 1 (Fig. 1.5(a)). Pour que les courants ne soient pas dépendants du champ diffracté, les champs \vec{E}_s et \vec{H}_s sont remplacés par leur approximation. Sachant que dans le cas d'un métal parfait infini et plan le coefficient de réflexion est égal à -1 , \vec{E}_s est remplacé par $-\vec{E}_i$ et \vec{H}_s par \vec{H}_i . Le courant magnétique équivalent (\vec{M}_s) sera donc nul et le courant électrique équivalent devient :

$$\vec{J}_s = 2\hat{n} \times \vec{H}_i \quad (1.14)$$

Ce courant dépend uniquement du champ incident et rayonne dans un milieu homogène comme présenté sur la Fig. 1.5(b). À partir de cette étape, la résolution du problème ne présente pas de difficulté.

Dans le cas d'un objet diélectrique, le champ diffracté (\vec{E}_s) doit être remplacé par une approximation du champ diffracté qui est le champ réfléchi calculé à l'aide du coefficient de réflexion de Fresnel. Cette approximation est encore moins bonne que dans le cas d'un objet métallique car le coefficient de réflexion pour le métal est unique pour toutes les directions

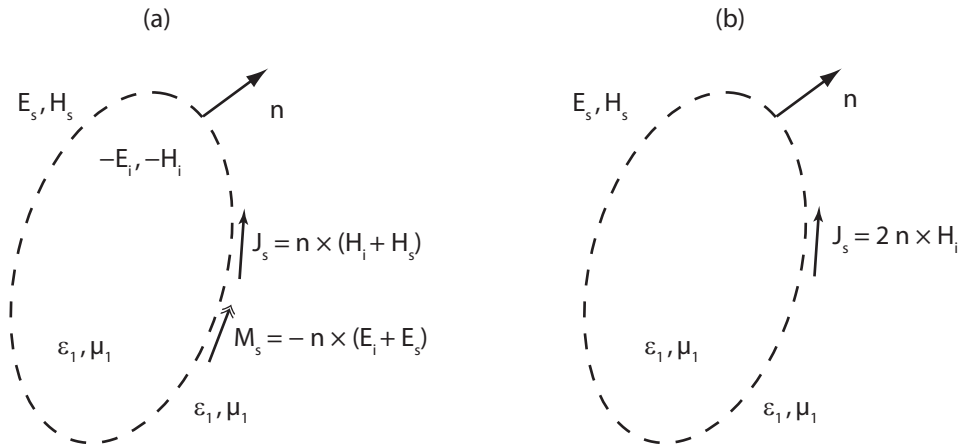


FIG. 1.5 – (a) Problème équivalent exact obtenu par l'équivalence physique en réflexion (b) Problème équivalent approché obtenu par une approximation du champ tangentiel pour un objet métallique

d'incidence et d'observation tandis que pour un diélectrique ce coefficient diffère suivant l'angle d'incidence et il est valable uniquement dans la direction spéculaire. Cette information est très importante et nous allons voir dans les chapitres suivants que, pour cette raison, la méthode de l'optique physique devient moins précise que la méthode proposée dans ce manuscrit pour un objet diélectrique. Nous allons développer cette approximation dans le cas d'une onde plane, polarisée TE et incidente sur un objet diélectrique plan et électriquement grand pour que l'utilisation du coefficient de réflexion de Fresnel soit valide. D'après (1.11) et (1.12), les courants équivalents pour l'onde plane présentée sur la Fig. 1.6(a) s'écrivent de la façon suivante :

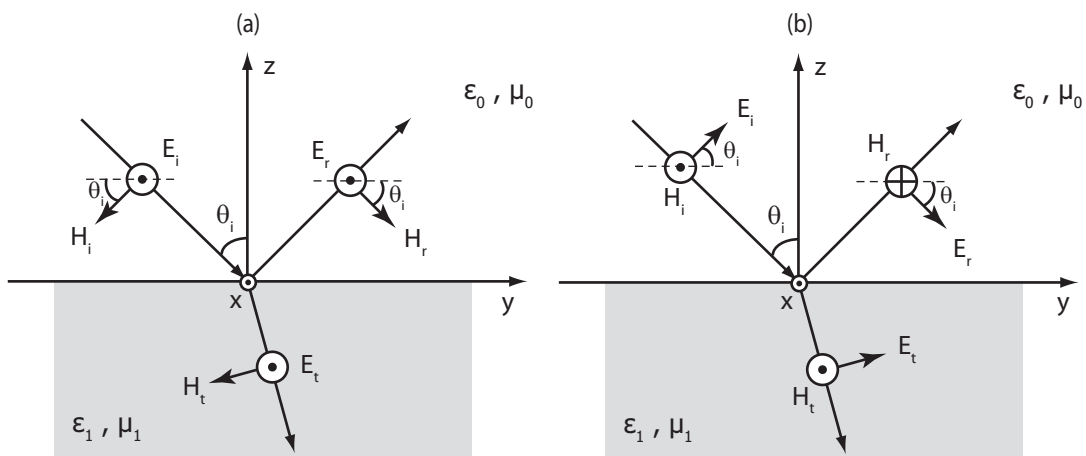


FIG. 1.6 – Onde plane incidente en polarisation (a) TE (Perpendiculaire) (b) TM (Parallèle)

$$\begin{aligned}\vec{M}_s &= -\hat{a}_z \times (\hat{a}_x + R_\perp \hat{a}_x) E_i e^{-jk_0 y \sin \theta_i} \\ &= -(1 + R_\perp) E_i e^{-jk_0 y \sin \theta_i} \hat{a}_y\end{aligned}\quad (1.15)$$

$$\begin{aligned}\vec{J}_s &= \hat{a}_z \times [(-\sin \theta_i \hat{a}_z - \cos \theta_i \hat{a}_y) + R_\perp (-\sin \theta_i \hat{a}_z + \cos \theta_i \hat{a}_y)] \frac{E_i}{\eta_0} e^{-jk_0 y \sin \theta_i} \\ &= (1 - R_\perp) E_i \frac{\cos \theta_i}{\eta_0} e^{-jk_0 y \sin \theta_i} \hat{a}_x\end{aligned}\quad (1.16)$$

où R_\perp est le coefficient de réflexion de Fresnel pour la polarisation TE et $\eta_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0}$ est l'impédance du vide.

Les résultats présentés pour une structure métallique s'obtiennent en imposant $R_\perp = -1$.

Une onde plane (ou localement plane) en polarisation quelconque se décompose en polarisations TE et TM. Dans ce cas, on peut utiliser les coefficients de réflexion dyadiques de Fresnel, les courants équivalents de l'optique physique sont [44], [45] :

$$\vec{M}_s = -\hat{n} \times \vec{E}_i (1 + \bar{R}) \quad (1.17)$$

$$\vec{J}_s = \hat{n} \times [\hat{k}_i \times \vec{E}_i] (1 - \bar{R}) \eta_0^{-1} \quad (1.18)$$

où \bar{R} est le coefficient de réflexion dyadique de Fresnel et \hat{k}_i est le vecteur unitaire dans la direction de la propagation de l'onde incidente. Ainsi, le champ électrique incident (\vec{E}_i) est décomposé en champ électrique parallèle et champ électrique perpendiculaire au plan d'incidence et pour chaque composante le coefficient de réflexion dyadique (\bar{R}) prend respectivement la valeur des coefficients R_\parallel et R_\perp de Fresnel.

1.3 Méthode proposée à l'aide des fonctions de Green

Précédemment nous avons présenté les deux principes d'équivalence les plus utilisés dans les problèmes de diffraction et les méthodes asymptotiques classiques qui en dérivent. Notons bien que d'autres approximations peuvent être employées afin de simplifier la forme exacte du problème équivalent selon la nature du problème et la précision recherchée. Cette section est consacrée à la description de notre méthode : une troisième façon de simplifier le problème équivalent exact, qui s'inspire du principe d'équivalence inductive mais qui ne se sert pas de la théorie des images.

Selon le principe d'équivalence inductive, une onde incidente (\vec{E}_i) crée des courants équivalents (\vec{J}_s et \vec{M}_s) qui dépendent du champ incident, rayonnent à l'interface de l'objet

diffractant et donnent le champ électromagnétique simultanément à l'extérieur et à l'intérieur de l'objet diffractant. La principale difficulté dans ce problème équivalent est la présence de l'objet. Dans notre méthode nous n'apporterons pas de simplifications pour supprimer cette présence mais nous prendrons des conditions particulières pour pouvoir calculer le rayonnement des courants surfaciques en présence de l'objet diffractant.

Nous allons voir dans le chapitre 2 que si nous possédons *les fonctions de Green associées à l'interface entre deux diélectriques*, nous pouvons calculer le rayonnement d'une distribution quelconque de courant sur cette interface. Malheureusement, obtenir les fonctions de Green pour tout type d'interface, de matériau et de milieu s'avère complexe. Sachant que l'application de la méthode est prévue pour l'environnement urbain, ce qui veut dire que les obstacles sont de dimensions importantes, nous supposons que l'objet diffractant s'étend à l'infini. Ainsi les courants équivalents créés sur la surface de l'objet diffractant rayonnent à l'interface entre deux milieux semi-infinis. Le calcul des fonctions de Green associées à une interface entre deux milieux semi-infinis est présenté dans le chapitre suivant. Nous présentons les calculs des courants surfaciques dans le cas d'une onde plane qui illumine l'interface plane entre deux diélectriques semi-infinis en polarisation TE ou TM (Fig. 1.6).

1.3.1 Courants équivalents pour la polarisation TE

Les courants surfaciques équivalents pour la polarisation TE (perpendiculaire) se calculent en se référant à la Fig. 1.6(a) et aux relations (1.9) et (1.10) :

$$\begin{aligned}\vec{M}_s &= \hat{a}_z \times E_i e^{-jk_0 y \sin \theta_i} \hat{a}_x \\ &= E_i e^{-jk_0 y \sin \theta_i} \hat{a}_y\end{aligned}\quad (1.19)$$

$$\begin{aligned}\vec{J}_s &= -\hat{a}_z \times (-\sin \theta_i \hat{a}_z - \cos \theta_i \hat{a}_y) \frac{E_i}{\eta_0} e^{-jk_0 y \sin \theta_i} \\ &= -E_i \frac{\cos \theta_i}{\eta_0} e^{-jk_0 y \sin \theta_i} \hat{a}_x\end{aligned}\quad (1.20)$$

1.3.2 Courants équivalents pour la polarisation TM

Les courants surfaciques équivalents pour la polarisation TM (parallèle) se calculent en se référant à la Fig. 1.6(b) et aux relations (1.9) et (1.10) :

$$\begin{aligned}\vec{M}_s &= \hat{a}_z \times (\sin \theta_i \hat{a}_z + \cos \theta_i \hat{a}_y) E_i e^{-jk_0 y \sin \theta_i} \\ &= -E_i \cos \theta_i e^{-jk_0 y \sin \theta_i} \hat{a}_x\end{aligned}\quad (1.21)$$

$$\begin{aligned}
\vec{J}_s &= -\hat{a}_z \times \frac{E_i}{\eta_0} e^{-jk_0 y \sin \theta_i} \hat{a}_x \\
&= -\frac{E_i}{\eta_0} e^{-jk_0 y \sin \theta_i} \hat{a}_y
\end{aligned} \tag{1.22}$$

1.4 Conclusion

Nous avons présenté les principes d'équivalence utilisés dans les études de diffraction. Ils sont employés sous leur forme exacte ou approchée suivant la précision recherchée et la complexité permise. Les méthodes numériques, basées sur la forme exacte des principes d'équivalence, ne sont pas adaptées aux besoins des simulateurs de la propagation d'onde dans l'environnement urbain car les dimensions des bâtiments sont grandes devant la longueur d'onde et une méthode exacte demanderait un temps de calcul et de ressources informatiques prohibitives. Il est alors inévitable d'apporter des approximations à la formulation exacte afin de la rendre applicable dans les simulateurs.

Le point commun à tous les principes est l'introduction de courants équivalents, la différence réside dans la manière avec laquelle le rayonnement de ces courants est obtenu. Nous avons présenté la méthode asymptotique de l'optique physique, basée sur le principe d'équivalence physique, qui est largement utilisée dans le domaine de la propagation d'onde et de la diffraction. Les inconvénients de l'approximation appliquée dans cette méthode ont été soulignés. Nous avons proposé une méthode, basée sur le principe d'équivalence inductive et les fonctions de Green, qui applique aussi des approximations à la formulation exacte mais différentes de celles de la théorie des images. Afin d'obtenir le rayonnement des courants équivalents dans cette méthode, nous calculerons les fonctions de Green nécessaires dans le chapitre suivant. L'avantage de la méthode des fonctions de Green par rapport à l'optique physique sera démontré dans ce chapitre.

Chapitre 2

Fonctions de Green

L'un des problèmes fondamentaux de l'électromagnétisme est de trouver les solutions d'équations différentielles linéaires avec une source spécifiée et certaines conditions aux limites. Avec la technique des fonctions de Green, une solution de l'équation différentielle s'obtient en utilisant une source unitaire (impulsion ou delta de Dirac). La solution pour la vraie source du problème est écrite comme la superposition des réponses impulsionnelles (fonctions de Green) avec le delta de Dirac appliqué aux différents points de la source, ce qui s'écrit sous la forme d'une intégrale [26].

En 1828 George Green (1793–1841) a publié un essai sur l'application de l'analyse mathématique à la théorie de l'électricité et du magnétisme. Dans cet ouvrage de physique mathématique, Green a cherché à déterminer le potentiel électrique dans un espace vide délimité par des conducteurs à un potentiel spécifié [46]. Cet essai reste peu connu jusqu'à ce qu'entre 1850 et 1855, il soit réédité par Lord Kelvin (1824–1907) en trois numéros d'un journal [47]. C'est seulement suite à la réédition de l'essai que Riemann (1826–1866) a donné un nom au résultat du travail de George Green : *fonction de Green*. Les fonctions de Green ont ensuite été utilisées dans des domaines différents : équation de Laplace, équation de la chaleur, équation de l'onde, etc. Le fameux essai de Green a été récemment réédité [48].

Les fonctions de Green peuvent prendre des formes diverses suivant le problème donné :

- des fonctions analytiques quand la solution de l'équation différentielle homogène est connue;
- une série infinie de fonctions orthonormales satisfaisant les conditions aux limites quand la solution de l'équation homogène est inconnue. Une forme alternative pourrait être une série orthonormales des fonctions propres pour l'opérateur Sturm-

- Liouville dont les valeurs propres se trouvent en appliquant les conditions aux limites;
- une forme intégrale quand le spectre des valeurs propres est continu.

La forme de la vraie source du problème joue un rôle significatif dans le choix de la forme de la fonction de Green la plus appropriée pour un problème donné. Pour les problèmes qui satisfont l'équation vectorielle de Helmholtz, on emploie des vecteurs et des dyades. On fait alors intervenir une forme spéciale des fonctions de Green : *les Fonctions de Green dyadiques*.

Le but de ce chapitre est de calculer les fonctions de Green exigées par la méthode présentée dans la section 1.3. Nous y avons précisé que cette méthode est basée sur le principe d'équivalence inductive et elle s'applique aux diélectriques semi-infinis.

2.1 Les outils

Afin d'obtenir les fonctions de Green dyadiques associées à l'interface entre deux diélectriques semi-infinis, nous avons besoin des outils de calcul. Cette section présente des préparatifs pour le processus principal du calcul des fonctions de Green. Nous allons ainsi étudier la signification de la fonction dyadique, les potentiels vecteur et scalaire comme un outil mathématique du calcul électromagnétique, la méthode appropriée pour résoudre l'équation de Helmholtz étant donné la physique du problème et finalement les conditions aux limites à l'interface entre les deux diélectriques. Ayant acquis les connaissances nécessaires, nous entamons le calcul des fonctions de Green dans la section suivante.

2.1.1 Dyades et fonctions dyadiques

Soit une fonction vectorielle \bar{F} dans un système de coordonnées orthogonales comme les coordonnées cartésiennes. Un vecteur est décrit par ses 3 composantes suivant les 3 directions possibles. La fonction vectorielle peut s'écrire :

$$\bar{F} = \sum_{i=1}^3 F_i \hat{x}_i \quad (2.1)$$

où \hat{x}_i est le vecteur unitaire des coordonnées. Prenons trois fonctions vectorielles distinctes :

$$\bar{F}_j = \sum_{i=1}^3 F_{ij} \hat{x}_i \quad j = 1, 2, 3 \quad (2.2)$$

La fonction dyadique $\overline{\overline{F}}$ est définie par :

$$\overline{\overline{F}} = \sum_{j=1}^3 \overline{F}_j \hat{x}_i \quad (2.3)$$

Insérant (2.1) dans (2.3), on obtient :

$$\overline{\overline{F}} = \sum_{j=1}^3 \sum_{i=1}^3 F_{ij} \hat{x}_i \hat{x}_j \quad (2.4)$$

Afin de donner une signification physique à la relation (2.4), on prend le cas du champ électrique créé par différentes sources de courant. $\overline{\overline{F}}$ signifie : l'ensemble des champs avec la même fréquence d'oscillation et dans le même environnement qui sont produits par 3 courants distincts de distribution \overline{J}_j ($j = 1, 2, 3$). La notion dyadique de $F_{ij} \hat{x}_i \hat{x}_j$ désigne : la composante scalaire suivant i du champ électrique créé par un élément de courant dirigé selon j [49].

2.1.2 Potentiels vecteur et scalaire

Dans l'analyse des problèmes électromagnétiques, il est souvent utile d'emprunter des potentiels auxiliaires pour faciliter l'obtention des champs électrique et magnétique. Alors que les champs électrique et magnétique sont des quantités physiques et mesurables, les potentiels vecteur et scalaire restent strictement des outils mathématiques. L'utilisation des potentiels ajoute une étape dans le calcul des champs et y introduit des fonctions supplémentaires mais l'ensemble de la procédure du calcul des champs électromagnétiques est ainsi simplifié. Les deux approches possibles sont schématisées sur la Fig. 2.1. Dans

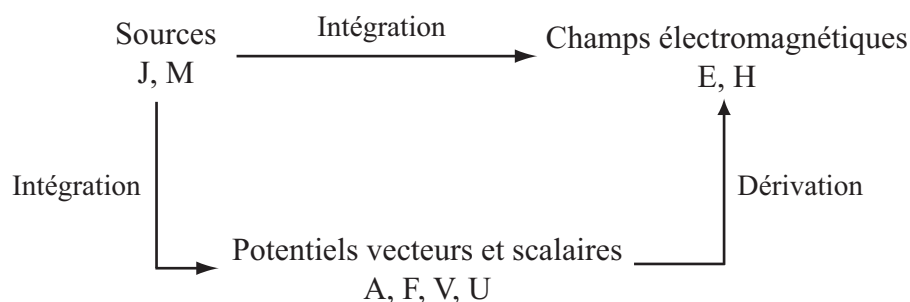


FIG. 2.1 – Deux approches pour calculer les champs créés par des sources de courant

cette étude, \vec{A} et \vec{F} sont des potentiels vecteurs créés par des courants électrique (\vec{J}) et

magnétique (\vec{M}). Les grandeurs V et U sont des potentiels scalaires associés respectivement aux mêmes types de courant. Les relations suivantes relient les champs électrique \vec{E} et magnétique \vec{H} aux potentiels vecteur et scalaire :

$$\vec{E}_J = -j\omega\vec{A} - \vec{\nabla}V \quad (2.5)$$

$$\vec{H}_J = \frac{1}{\mu}\vec{\nabla} \times \vec{A} \quad (2.6)$$

$$\vec{E}_M = -\frac{1}{\epsilon}\vec{\nabla} \times \vec{F} \quad (2.7)$$

$$\vec{H}_M = -j\omega\vec{F} - \vec{\nabla}U \quad (2.8)$$

Pour un problème donné dont les sources de courant sont spécifiées, on peut résoudre les équations de Helmholtz des potentiels et ensuite calculer les champs à l'aide des potentiels.

2.1.3 Solution générale de l'équation scalaire de Helmholtz

En coordonnées cylindriques, l'équation scalaire de Helmholtz s'écrit de la façon suivante :

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial \psi}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + k^2 \psi = 0 \quad (2.9)$$

Le choix des coordonnées cylindriques vient directement des hypothèses du problème : les fonctions de Green sont associées à l'interface entre deux diélectriques semi-infinis. Supposons donc que les deux milieux sont semi-infinis suivant z ayant le plan xOy comme interface qui s'étend à l'infini dans les directions x et y . Les coordonnées cylindriques permettent la simplification des calculs pour les géométries présentant une symétrie de révolution selon la direction z . Dans ce cas, la solution élémentaire de l'équation de Helmholtz homogène, peut être obtenue par la séparation des variables :

$$\Psi = P(\rho)\Phi(\varphi)Z(z) \quad (2.10)$$

En insérant (2.10) dans (2.9) et en séparant les différentes variables, on obtient :

$$\begin{aligned} \rho \frac{d}{d\rho} \left(\rho \frac{dP}{d\rho} \right) + [(k_\rho \rho)^2 - n^2] P &= 0 \\ \frac{d^2 \Phi}{d\varphi^2} + n^2 \Phi &= 0 \\ \frac{d^2 Z}{dz^2} + k_z Z &= 0 \end{aligned} \quad (2.11)$$

où k_ρ et k_z sont respectivement les constantes de propagation radiale et verticale et $k_\rho^2 + k_z^2 = k_0^2$.

L'équation en ρ est une équation de Bessel d'ordre n dont la solution, notée $B_n(k_\rho \rho)$, peut être une des fonctions suivantes :

$$B_n(k_\rho \rho) \quad \propto \quad J_n(k_\rho \rho), N_n(k_\rho \rho), H_n^{(1)}(k_\rho \rho), H_n^{(2)}(k_\rho \rho) \quad (2.12)$$

où $J_n(k_\rho \rho)$ est la fonction de Bessel de première espèce, $N_n(k_\rho \rho)$ la fonction de Bessel de deuxième espèce, $H_n^{(1)}(k_\rho \rho)$ la fonction de Hankel de première espèce et $H_n^{(2)}(k_\rho \rho)$ la fonction de Hankel de deuxième espèce.

Les solutions des équations en φ et z sont des fonctions harmoniques qui peuvent prendre une des formes suivantes :

$$h(n\varphi) \quad \propto \quad \sin(n\varphi), \cos(n\varphi), e^{j(n\varphi)}, e^{-j(n\varphi)} \quad (2.13)$$

$$h(k_z z) \quad \propto \quad \sin(k_z z), \cos(k_z z), e^{j(k_z z)}, e^{-j(k_z z)} \quad (2.14)$$

La solution élémentaire de l'équation de Helmholtz s'écrit donc sous la forme :

$$\Psi = B_n(k_\rho \rho) \cdot h(n\varphi) \cdot h(k_z z) \quad (2.15)$$

Sachant que les combinaisons linéaires des fonctions élémentaires sont également solutions de l'équation de Helmholtz, la somme sur n et k_ρ offre une forme plus générale de la solution :

$$\Psi = \sum_n \oint_C f_n(k_\rho) B_n(k_\rho \rho) \cdot h(n\varphi) \cdot h(k_z z) dk_\rho \quad (2.16)$$

où la fonction $f_n(k_\rho)$ est une fonction complexe à déterminer à partir des conditions aux limites et C est un contour d'intégration dans le plan complexe. Le choix du chemin d'in-

tégration, en principe arbitraire, est restreint par la nature de l'intégrant.

2.1.4 Conditions aux limites pour les potentiels vecteur et scalaire

Soit une distribution arbitraire de courant électrique et magnétique à l'interface infinie entre deux diélectriques (Fig. 2.2). Les conditions aux limites pour les champs électromagnétiques sont :

$$\hat{a}_z \times (\vec{E}_1 - \vec{E}_2) = -\vec{M}_s \quad (2.17)$$

$$\hat{a}_z \times (\vec{H}_1 - \vec{H}_2) = \vec{J}_s \quad (2.18)$$

où \vec{E} et \vec{H} sont les champs électrique et magnétique à l'interface et les indices 1 et 2 désignent respectivement les diélectriques supérieur et inférieur. Afin de trouver les conditions aux limites équivalentes pour les potentiels vecteurs et scalaires, les expressions (2.5)–(2.8) doivent être insérées dans (2.17) et (2.18). Dans le cas d'une excitation par une onde plane incidente dans le plan yOz et en polarisation TE, les dipôles électrique et magnétique sont respectivement suivant x et y (cf. section 1.3 et Fig 2.3). Dans le cas d'une polarisation TM, les directions des courants élémentaires sont inversées. Nous nous occupons d'abord uniquement de la polarisation TE et nous démontrons ensuite que les expressions finales des fonctions de Green pour la polarisation TM s'obtiennent directement à partir de celles de la polarisation TE.

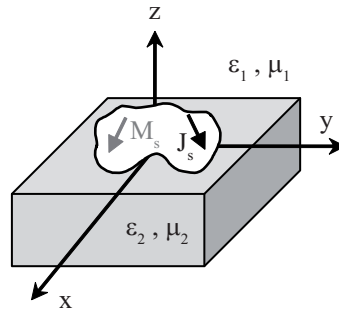


FIG. 2.2 – Distribution arbitraire des courants électrique et magnétique à l'interface entre deux diélectriques

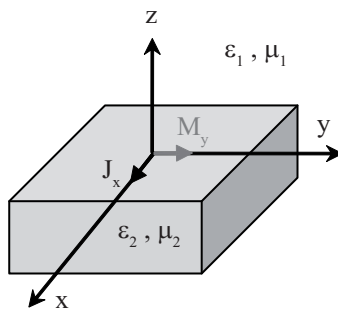


FIG. 2.3 – Dipôle électrique suivant x et dipôle magnétique suivant y à l'interface entre deux diélectriques

Dipôle électrique horizontal

Soit un dipôle électrique suivant x à l'interface entre deux diélectriques (Fig. 2.3). En insérant (2.5) dans (2.17) nous obtenons [50], [51] et [52] :

$$V_1 = V_2 \quad (2.19)$$

$$A_{x_1} = A_{x_2}, \quad A_{y_1} = A_{y_2}, \quad \frac{1}{\mu_1} A_{z_1} = \frac{1}{\mu_2} A_{z_2} \quad (2.20)$$

et en insérant (2.6) dans (2.18) :

$$\frac{1}{\mu_1} \frac{\partial A_{x_1}}{\partial z} - \frac{1}{\mu_2} \frac{\partial A_{x_2}}{\partial z} = -J_x \quad (2.21)$$

Ensuite nous faisons intervenir la jauge de Lorentz à l'interface et nous obtenons une équation supplémentaire qui nous servira plus tard:

$$\nabla \cdot \vec{A} + j\omega\mu\epsilon V = 0 \quad (\text{jauge de Lorentz}) \quad (2.22)$$

$$\frac{1}{\mu_1\epsilon_1} \nabla \cdot \vec{A}_1 = \frac{1}{\mu_2\epsilon_2} \nabla \cdot \vec{A}_2 \quad (2.23)$$

Dipôle magnétique horizontal

Soit un dipôle magnétique suivant y à l'interface entre deux diélectriques (Fig. 2.3). Les conditions aux limites pour les champs et les potentiels peuvent être obtenues en appliquant le concept de dualité [25] :

$$U_1 = U_2 \quad (2.24)$$

$$F_{x_1} = F_{x_2}, \quad F_{y_1} = F_{y_2}, \quad \frac{1}{\epsilon_1} F_{z_1} = \frac{1}{\epsilon_2} F_{z_2} \quad (2.25)$$

$$\frac{1}{\epsilon_1} \frac{\partial F_{y_1}}{\partial z} - \frac{1}{\epsilon_2} \frac{\partial F_{y_2}}{\partial z} = -M_y \quad (2.26)$$

$$\nabla \cdot \vec{F} + j\omega\mu\epsilon U = 0 \quad (\text{jauge de Lorentz}) \quad (2.27)$$

$$\frac{1}{\mu_1\epsilon_1} \nabla \cdot \vec{F}_1 = \frac{1}{\mu_2\epsilon_2} \nabla \cdot \vec{F}_2 \quad (2.28)$$

2.2 Fonctions de Green des potentiels vecteurs et scalaires

Cette partie a pour l'objet de trouver les fonctions de Green des potentiels vecteur et scalaire associés aux courants électrique et magnétique distribués à l'interface entre deux diélectriques semi-infinis. La procédure est la suivante. Nous allons choisir d'abord une solution générale de l'équation scalaire de Helmholtz pour chaque composante du potentiel vecteur et pour le potentiel scalaire, comme présenté dans la section 2.1.3. Ensuite pour préciser les inconnues dans l'expression générale des potentiels, nous allons appliquer les conditions aux limites à l'interface entre les deux diélectriques. Ces condition aux limites, comme présenté dans la section 2.1.4, sont obtenues en ayant comme source un dipôle électrique suivant x pour les potentiels électriques et un dipôle magnétique suivant y pour les potentiels magnétiques. Les résultats finaux sont par définition les fonctions de Green recherchées.

Notons bien que les fonctions de Green ainsi calculées sont liées aux courants électrique (suivant x) et magnétique (suivant y) correspondants à la polarisation TE de l'onde plane incidente. Nous présentons les détails de la procédure du calcul uniquement pour cette polarisation et les fonctions de Green liées à la polarisation TM de l'onde sont tirées directement des expressions finales de la polarisation TE à l'aide de l'invariance rotationnelle du problème. Nous les présenterons à la fin de cette section.

Dans les calculs à venir nous ferons l'hypothèse que le premier diélectrique est l'air est le deuxième est non magnétique, dans les expressions précédentes nous imposons alors : $\epsilon_1 = \epsilon_0$, $\epsilon_2 = \epsilon$ et $\mu_1 = \mu_2 = \mu_0$.

2.2.1 Potentiel vecteur électrique (dû à \mathbf{Jx})

Le potentiel vecteur \vec{A} étant la solution de l'équation vectorielle de Helmholtz, nous choisissons une forme dyadique :

$$\overline{\overline{G}}_A = \begin{pmatrix} G_A^{xx} & G_A^{xy} & G_A^{xz} \\ G_A^{yx} & G_A^{yy} & G_A^{yz} \\ G_A^{zx} & G_A^{zy} & G_A^{zz} \end{pmatrix} \quad (2.29)$$

où G_A^{ij} est la i^e composante scalaire du potentiel créée par la j^e composante de courant électrique (voir section 2.1.1). Les neuf composantes du potentiel vecteur sont calculées selon la géométrie et la physique du problème.

Le diélectrique étant homogène et infini en x et y , les éléments croisés $x-y$ et $y-x$ sont nuls.

$$G_A^{xy} = G_A^{yx} = 0 \quad (2.30)$$

Le courant électrique est considéré comme un courant surfacique, l'effet de courant pouvant exister suivant z est aussi nul :

$$G_A^{xz} = G_A^{yz} = G_A^{zz} = 0 \quad (2.31)$$

La structure infinie présente une invariance par rotation autour de z , donc :

$$G_A^{yy}(\varphi) = G_A^{xx}(\varphi - \pi/2) \quad (2.32)$$

$$G_A^{zy}(\varphi) = G_A^{zx}(\varphi - \pi/2) \quad (2.33)$$

Les seules deux composantes restant à calculer sont G_A^{xx} et G_A^{zx} .

Pour chaque composante de la solution dyadique, nous adoptons la forme convenable de la solution générale de l'équation scalaire de Helmholtz (2.16) et nous appliquons les conditions aux limites à l'interface obtenues dans la section 2.1.4.

G_A^{xx} n'admet pas de dépendance en φ , nous choisissons donc $n = 0$ dans la solution générale de (2.16). L'infinitude des deux milieux suivant z oblige la dépendance en z à prendre la forme $e^{\pm jk_z z}$. En raison des conditions de rayonnement nous choisissons $H_n^{(2)}(k_\rho \rho)$ car celle-ci est la seule fonction possible qui s'annule pour les grandes valeurs de ρ avec k_ρ

complexe. La composante G_A^{xx} s'écrit comme :

$$\begin{cases} G_{A_1}^{xx} \\ G_{A_2}^{xx} \end{cases} = \oint_C \begin{cases} f_{A_1}(k_\rho) \\ f_{A_2}(k_\rho) \end{cases} H_0^{(2)}(k_\rho \rho) \begin{cases} e^{-jk_{z_0}z} \\ e^{+jk_z z} \end{cases} dk_\rho \quad (2.34)$$

où :

$$jk_{z_0} = \sqrt{k_\rho^2 - k_0^2} \quad (2.35)$$

$$jk_z = \sqrt{k_\rho^2 - k^2} \quad (2.36)$$

À $z = 0$ nous imposons la condition aux limites (2.20) à (2.34) : $G_{A_1}^{xx} = G_{A_2}^{xx}$. Nous en déduisons :

$$f_{A_1}(k_\rho) = f_{A_2}(k_\rho) \quad (2.37)$$

Afin de trouver le coefficient $f_{A_n}(k_\rho)$, nous remplaçons le dipôle électrique élémentaire suivant x par la forme intégrale suivante [53] :

$$\vec{J}_s = \delta = \frac{1}{4\pi} \oint_C H_0^{(2)}(k_\rho \rho) k_\rho dk_\rho \hat{a}_x \quad (2.38)$$

Nous imposons ensuite la condition aux limites (2.21) à (2.34) :

$$f_{A_n}(k_\rho) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{k_\rho}{jk_{z_0} + jk_z} \quad n = 1, 2 \quad (2.39)$$

La composante G_A^{xx} dans les deux diélectriques s'obtient par l'expression suivante :

$$\begin{cases} G_{A_1}^{xx} \\ G_{A_2}^{xx} \end{cases} = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_C \frac{k_\rho}{DH} H_0^{(2)}(k_\rho \rho) \begin{cases} e^{-jk_{z_0}z} \\ e^{+jk_z z} \end{cases} dk_\rho \quad (2.40)$$

où :

$$DH = jk_{z_0} + jk_z \quad (2.41)$$

Afin d'obtenir la forme appropriée pour la composante G_A^{zx} , nous développons la jauge de Lorentz donnée par (2.23) :

$$\epsilon_0 \frac{\partial A_{z2}}{\partial z} - \epsilon \frac{\partial A_{z1}}{\partial z} = (\epsilon - \epsilon_0) \left(\frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} \right) = \cos \varphi (\epsilon - \epsilon_0) \frac{\partial A_x}{\partial \rho} \quad (2.42)$$

Visiblement la composante G_A^{zx} a une dépendance en $\cos \varphi$, dite dépendance azimutale.

Compte tenu de la forme générale de (2.16), cela implique que $n = 1$. Le reste des arguments précédents pour le choix de la dépendance en z et ρ reste également valide pour cette composante. Nous écrivons donc la forme générale de G_A^{zx} :

$$\begin{cases} G_{A_1}^{zx} \\ G_{A_2}^{zx} \end{cases} = \oint_C \begin{cases} g_{A_1}(k_\rho) \\ g_{A_2}(k_\rho) \end{cases} H_1^{(2)}(k_\rho \rho) \begin{cases} e^{-jk_{z_0}z} \\ e^{+jk_z z} \end{cases} dk_\rho \quad (2.43)$$

Nous imposons la condition aux limites (2.20) à (2.43) sachant que $\mu_0 = \mu_1$: $G_{A_1}^{zx} = G_{A_2}^{zx}$. Nous en déduisons :

$$g_{A_1}(k_\rho) = g_{A_2}(k_\rho) \quad (2.44)$$

Afin de trouver le coefficient $g_{A_n}(k_\rho)$, nous insérons (2.42) dans l'expression générale (2.43). Sachant que $\frac{\partial H_0^{(2)}(k_\rho \rho)}{\partial \rho} = -k_\rho H_1^{(2)}(k_\rho \rho)$ [54], nous obtenons :

$$g_{a_n}(k_\rho) = -\frac{\mu_0}{4\pi} \cos \varphi(\epsilon - \epsilon_0) \frac{k_\rho^2}{(jk_{z_0} + jk_z)(\epsilon jk_{z_0} + \epsilon_0 jk_z)} \quad n = 1, 2 \quad (2.45)$$

La composante G_A^{zx} dans les deux diélectriques s'obtient par l'expression suivante :

$$\begin{cases} G_{A_1}^{zx} \\ G_{A_2}^{zx} \end{cases} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cos \varphi(\epsilon_0 - \epsilon) \oint_C \frac{k_\rho^2}{DH \cdot DE} H_1^{(2)}(k_\rho \rho) \begin{cases} e^{-jk_{z_0}z} \\ e^{+jk_z z} \end{cases} dk_\rho \quad (2.46)$$

où :

$$DE = \epsilon jk_{z_0} + \epsilon_0 jk_z \quad (2.47)$$

Toutes les composantes du potentiel vecteur sont ainsi calculées.

2.2.2 Potentiel scalaire électrique (dû à \mathbf{Jx})

La relation qui relie le potentiel vecteur au potentiel scalaire est la jauge de Lorentz (2.23). Le potentiel scalaire en fonction du potentiel vecteur est :

$$V = -\frac{1}{j\omega\mu\epsilon} \left(\cos \varphi \frac{\partial A_x}{\partial \rho} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \right) \quad (2.48)$$

Ayant précédemment calculé le potentiel vecteur, la jauge nous conduit à l'expression du potentiel scalaire :

$$\begin{cases} G_{V_1}^x \\ G_{V_2}^x \end{cases} = \frac{\cos \varphi}{4\pi j\omega} \oint_C \frac{k_\rho^2}{DE} H_1^{(2)}(k_\rho \rho) \begin{cases} e^{-jk_{z_0}z} \\ e^{+jk_z z} \end{cases} dk_\rho \quad (2.49)$$

Notons bien que cette expression correspond au potentiel scalaire du dipôle élémentaire associé à l'élément de courant unitaire, il s'agit donc de la fonction de Green d'un doublet de charge et non pas celle d'une charge ponctuelle.

2.2.3 Potentiel vecteur magnétique (dû à My)

Le potentiel vecteur \vec{F} est également la solution de l'équation vectorielle de Helmholtz, une forme dyadique est adoptée. Par analogie avec la section 2.2.1, les seules composantes à calculer sont G_F^{yy} et G_F^{zy} .

La composante G_F^{yy} n'admet pas de dépendance en φ , nous choisissons donc $n = 0$ dans la solution générale de (2.16). L'infinitude des deux milieux suivant z et les conditions de rayonnement nous obligent à choisir $e^{\pm jk_z z}$ et $H_n^{(2)}(k_\rho \rho)$ pour la dépendant en z et ρ . La composante G_F^{yy} s'écrit comme :

$$\begin{cases} G_{F_1}^{yy} \\ G_{F_2}^{yy} \end{cases} = \oint_C \begin{cases} f_{F_1}(k_\rho) \\ f_{F_2}(k_\rho) \end{cases} H_0^{(2)}(k_\rho \rho) \begin{cases} e^{-jk_{z_0}z} \\ e^{+jk_z z} \end{cases} dk_\rho \quad (2.50)$$

où jk_{z_0} et jk_z sont définis par (2.35) et (2.36).

Nous imposons la condition aux limites (2.25) à (2.50) : $G_{F_1}^{yy} = G_{F_2}^{yy}$. Nous en déduisons :

$$f_{F_1}(k_\rho) = f_{F_2}(k_\rho) \quad (2.51)$$

Afin de trouver le coefficient $f_{F_n}(k_\rho)$, nous remplaçons le dipôle magnétique élémentaire suivant y par la forme intégrale suivante :

$$\vec{M}_s = \delta = \frac{1}{4\pi} \oint_C H_0^{(2)}(k_\rho \rho) k_\rho dk_\rho \hat{a}_y \quad (2.52)$$

Nous imposons ensuite la condition aux limites (2.26) à (2.50) :

$$f_{F_n}(k_\rho) = \frac{\epsilon_0 \epsilon}{4\pi} \frac{k_\rho}{\epsilon j k_{z_0} + \epsilon_0 j k_z} \quad n = 1, 2 \quad (2.53)$$

La composante G_F^{yy} dans les deux diélectriques s'obtient par l'expression suivante :

$$\begin{cases} G_{F_1}^{yy} \\ G_{F_2}^{yy} \end{cases} = \frac{\epsilon_0 \epsilon}{4\pi} \oint_C \frac{k_\rho}{DE} H_0^{(2)}(k_\rho \rho) \begin{cases} e^{-jk_{z_0} z} \\ e^{+jk_z z} \end{cases} dk_\rho \quad (2.54)$$

où DE est défini par (2.47).

Afin d'obtenir la forme appropriée pour la composante G_F^{zy} , nous développons la jauge de Lorentz donnée par (2.27) :

$$\epsilon_0 \frac{\partial F_{z_2}}{\partial z} - \epsilon \frac{\partial F_{z_1}}{\partial z} = (\epsilon - \epsilon_0) \left(\frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} \right) = \sin \varphi (\epsilon - \epsilon_0) \frac{\partial F_y}{\partial \rho} \quad (2.55)$$

Visiblement la composante G_F^{zy} a une dépendance en $\sin \varphi$. Compte tenu de la forme générale de (2.16), cela implique que $n = 1$. Le reste des arguments précédents pour le choix de la dépendance en z et ρ reste également valide pour cette composante. Nous écrivons donc la forme générale de G_F^{zy} :

$$\begin{cases} G_{F_1}^{zy} \\ G_{F_2}^{zy} \end{cases} = \oint_C \begin{cases} g_{F_1}(k_\rho) \\ g_{F_2}(k_\rho) \end{cases} H_1^{(2)}(k_\rho \rho) \begin{cases} e^{-jk_{z_0} z} \\ e^{+jk_z z} \end{cases} dk_\rho \quad (2.56)$$

Nous imposons la condition aux limites (2.25) à (2.56) sachant que $\epsilon_0 \neq \epsilon : \frac{1}{\epsilon_0} G_{F_1}^{zy} = \frac{1}{\epsilon} G_{F_2}^{zy}$. Nous en déduisons :

$$g_{F_2}(k_\rho) = \frac{\epsilon}{\epsilon_0} g_{F_1}(k_\rho) \quad (2.57)$$

Afin de trouver le coefficient $g_{F_n}(k_\rho)$, nous insérons (2.55) dans l'expression générale (2.56) :

$$g_{F_1}(k_\rho) = -\frac{\epsilon_0(\epsilon - \epsilon_0)}{4\pi} \sin \varphi \frac{k_\rho^2}{(jk_{z_0} + jk_z)(\epsilon jk_{z_0} + \epsilon_0 jk_z)} \quad (2.58)$$

La composante G_F^{zy} dans les deux diélectriques s'obtient par l'expression suivante :

$$\begin{cases} G_{F_1}^{zy} \\ G_{F_2}^{zy} \end{cases} = \frac{(\epsilon_0 - \epsilon)}{4\pi} \sin \varphi \begin{cases} \epsilon_0 \\ \epsilon \end{cases} \oint_C \frac{k_\rho^2}{DH \cdot DE} H_1^{(2)}(k_\rho \rho) \begin{cases} e^{-jk_{z_0} z} \\ e^{+jk_z z} \end{cases} dk_\rho \quad (2.59)$$

où DH et DE sont respectivement définis par (2.41) et (2.47).

Toutes les composantes du potentiel vecteur sont ainsi calculées.

2.2.4 Potentiel scalaire magnétique (dû à My)

La relation qui relie le potentiel vecteur au potentiel scalaire est la jauge de Lorentz (2.28). Le potentiel scalaire en fonction du potentiel vecteur est :

$$U = -\frac{1}{j\omega\mu\epsilon} \left(\sin\varphi \frac{\partial F_y}{\partial \rho} + \frac{\partial F_z}{\partial z} \right) \quad (2.60)$$

Ayant précédemment calculé le potentiel vecteur, la jauge nous conduit à l'expression du potentiel scalaire associé au doublet de charge :

$$\begin{cases} G_{U_1}^y \\ G_{U_2}^y \end{cases} = \frac{1}{4\pi j\omega\mu_0} \sin\varphi \oint_C \frac{k_\rho^2}{DE \cdot DH} (\epsilon_0 j k_{z_0} + \epsilon j k_z) H_1^{(2)}(k_\rho \rho) \begin{cases} e^{-jk_{z_0}z} \\ e^{+jk_{z_0}z} \end{cases} dk_\rho \quad (2.61)$$

Pour une source donnée, les potentiels vecteurs et scalaires peuvent être calculés par un produit de convolution des fonctions de Green associées et de la source du problème. Dans le cas d'une excitation par une onde plane, la source se transforme en courants électrique et magnétique surfaciques. Toutefois, ces potentiels ne sont qu'un outil mathématique de calcul. Le but final est de trouver les champs électromagnétiques. Nous supprimons donc l'étape supplémentaire du calcul des potentiels et nous obtenons directement les champs électromagnétiques. Nous présentons juste avant les expressions des fonctions de Green pour la polarisation TM.

2.2.5 Potentiels vecteurs et scalaires (dus à Jy et Mx)

Les fonctions de Green des potentiels sont calculées pour un élément de courant électrique suivant x et un élément de courant magnétique suivant y . Cela sous-entend que les courants sont créés par une onde plane en polarisation TE. La polarisation TM de l'onde plane crée des courants électrique suivant y et magnétique suivant x . Sachant que les calculs se font pour des diélectriques infinis selon x et y , nous en déduisons que le problème est invariant dans ces directions. En se basant sur les relations (2.32) et (2.33) qui résument cette hypothèse, nous obtenons les expressions des fonctions de Green des potentiels vecteur et scalaire pour la polarisation TM :

$$\begin{cases} G_{A_1}^{yy} \\ G_{A_2}^{yy} \end{cases} = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_C \frac{k_\rho}{DH} H_0^{(2)}(k_\rho \rho) \begin{cases} e^{-jk_{z_0}z} \\ e^{+jk_{z_0}z} \end{cases} dk_\rho \quad (2.62)$$

$$\begin{cases} G_{A_1}^{zy} \\ G_{A_2}^{zy} \end{cases} = \frac{\mu_0}{4\pi} \sin \varphi (\epsilon_0 - \epsilon) \oint_C \frac{k_\rho^2}{DH \cdot DE} H_1^{(2)}(k_\rho \rho) \begin{cases} e^{-jk_{z_0}z} \\ e^{+jk_z z} \end{cases} dk_\rho \quad (2.63)$$

$$\begin{cases} G_{V_1}^y \\ G_{V_2}^y \end{cases} = \frac{\sin \varphi}{4\pi j \omega} \oint_C \frac{k_\rho^2}{DE} H_1^{(2)}(k_\rho \rho) \begin{cases} e^{-jk_{z_0}z} \\ e^{+jk_z z} \end{cases} dk_\rho \quad (2.64)$$

$$\begin{cases} G_{F_1}^{xx} \\ G_{F_2}^{xx} \end{cases} = \frac{\epsilon_0 \epsilon}{4\pi} \oint_C \frac{k_\rho}{DE} H_0^{(2)}(k_\rho \rho) \begin{cases} e^{-jk_{z_0}z} \\ e^{+jk_z z} \end{cases} dk_\rho \quad (2.65)$$

$$\begin{cases} G_{F_1}^{zx} \\ G_{F_2}^{zx} \end{cases} = \frac{(\epsilon_0 - \epsilon)}{4\pi} \cos \varphi \begin{cases} \epsilon_0 \\ \epsilon \end{cases} \oint_C \frac{k_\rho^2}{DH \cdot DE} H_1^{(2)}(k_\rho \rho) \begin{cases} e^{-jk_{z_0}z} \\ e^{+jk_z z} \end{cases} dk_\rho \quad (2.66)$$

$$\begin{cases} G_{U_1}^x \\ G_{U_2}^x \end{cases} = \frac{1}{4\pi j \omega \mu_0} \cos \varphi \oint_C \frac{k_\rho^2}{DE \cdot DH} (\epsilon_0 j k_{z_0} + \epsilon j k_z) H_1^{(2)}(k_\rho \rho) \begin{cases} e^{-jk_{z_0}z} \\ e^{+jk_z z} \end{cases} dk_\rho \quad (2.67)$$

2.3 Fonctions de Green des champs électromagnétiques

Les champs électromagnétiques peuvent être tirés des potentiels vecteurs et scalaires en utilisant les expressions (2.5)–(2.8). Ainsi les fonctions de Green des champs électromagnétiques se calculent à partir des fonctions de Green des potentiels. Voici les expressions complètes des composantes cartésiennes du champ électrique créé par des dipôles électrique et magnétique liés aux polarisation TE et TM à l'interface entre l'air et le diélectrique.

2.3.1 Polarisation TE

Nous rappelons que l'onde plane en polarisation TE crée des courants électrique (J) suivant x et magnétique (M) suivant y .

$$\begin{aligned} G_{E_J}^{xx} = & \frac{1}{4\pi j \omega} \left[\frac{k_0^2}{\epsilon_0} \oint_C \frac{k_\rho}{DH} H_0^{(2)}(k_\rho \rho) \begin{cases} e^{-jk_{z_0}z} \\ e^{+jk_z z} \end{cases} dk_\rho \right. \\ & - \cos^2 \varphi \oint_C \frac{k_\rho^3}{DE} H_0^{(2)}(k_\rho \rho) \begin{cases} e^{-jk_{z_0}z} \\ e^{+jk_z z} \end{cases} dk_\rho \\ & \left. + \cos^2 \varphi \oint_C \frac{k_\rho^2}{\rho \cdot DE} H_1^{(2)}(k_\rho \rho) \begin{cases} e^{-jk_{z_0}z} \\ e^{+jk_z z} \end{cases} dk_\rho \right] \quad (2.68) \end{aligned}$$

$$G_{EJ}^{yx} = \frac{\sin \varphi \cos \varphi}{4\pi j\omega} \left[\oint_C \frac{k_\rho^3}{DE} H_0^{(2)}(k_\rho \rho) \begin{cases} e^{-jk_{z_0}z} \\ e^{+jk_{z_0}z} \end{cases} dk_\rho \right. \\ \left. - \oint_C \frac{k_\rho^2}{\rho \cdot DE} H_1^{(2)}(k_\rho \rho) \begin{cases} e^{-jk_{z_0}z} \\ e^{+jk_{z_0}z} \end{cases} dk_\rho \right] \quad (2.69)$$

$$G_{EJ}^{zx} = \frac{\cos \varphi}{4\pi j\omega} \oint_C \frac{k_\rho^2}{DE} H_1^{(2)}(k_\rho \rho) \begin{cases} jk_z \cdot e^{-jk_{z_0}z} \\ jk_{z_0} \cdot e^{+jk_{z_0}z} \end{cases} dk_\rho \quad (2.70)$$

$$G_{EM}^{xy} = \frac{\sin^2 \varphi}{4\pi} (\epsilon - \epsilon_0) \oint_C \frac{k_\rho^2}{DH \cdot DE} \left(k_\rho H_0^{(2)}(k_\rho \rho) - \frac{H_1^{(2)}(k_\rho \rho)}{\rho} \right) \begin{cases} e^{-jk_{z_0}z} \\ e^{+jk_{z_0}z} \end{cases} dk_\rho \\ + \frac{1}{4\pi} \oint_C \frac{k_\rho}{DE} H_0^{(2)}(k_\rho \rho) \begin{cases} -jk_{z_0} \cdot \epsilon \cdot e^{-jk_{z_0}z} \\ +jk_z \cdot \epsilon_0 \cdot e^{+jk_{z_0}z} \end{cases} dk_\rho \quad (2.71)$$

$$G_{EM}^{yy} = \frac{\sin \varphi \cos \varphi}{4\pi} (\epsilon_0 - \epsilon) \oint_C \frac{k_\rho^2}{DH \cdot DE} \left(k_\rho H_0^{(2)}(k_\rho \rho) - \frac{H_1^{(2)}(k_\rho \rho)}{\rho} \right) \begin{cases} e^{-jk_{z_0}z} \\ e^{+jk_{z_0}z} \end{cases} dk_\rho \quad (2.72)$$

$$G_{EM}^{zy} = \frac{\cos \varphi}{4\pi} \oint_C \frac{k_\rho^2}{DE} H_1^{(2)}(k_\rho \rho) \begin{cases} \epsilon \cdot e^{-jk_{z_0}z} \\ \epsilon_0 \cdot e^{+jk_{z_0}z} \end{cases} dk_\rho \quad (2.73)$$

2.3.2 Polarisation TM

Nous rappelons que l'onde plane en polarisation TM crée des courants électrique (J) suivant y et magnétique (M) suivant x .

$$G_{EJ}^{xy} = \frac{\sin \varphi \cos \varphi}{4\pi j\omega} \left[\oint_C \frac{k_\rho^3}{DE} H_0^{(2)}(k_\rho \rho) \begin{cases} e^{-jk_{z_0}z} \\ e^{+jk_{z_0}z} \end{cases} dk_\rho \right. \\ \left. - \oint_C \frac{k_\rho^2}{\rho \cdot DE} H_1^{(2)}(k_\rho \rho) \begin{cases} e^{-jk_{z_0}z} \\ e^{+jk_{z_0}z} \end{cases} dk_\rho \right] \quad (2.74)$$

$$\begin{aligned}
G_{EJ}^{yy} = & \frac{1}{4\pi j\omega} \left[\frac{k_0^2}{\epsilon_0} \oint_C \frac{k_\rho}{DH} H_0^{(2)}(k_\rho \rho) \left\{ \begin{array}{l} e^{-jk_{z_0}z} \\ e^{+jk_{zz}} \end{array} \right. dk_\rho \right. \\
& - \sin^2 \varphi \oint_C \frac{k_\rho^3}{DE} H_0^{(2)}(k_\rho \rho) \left\{ \begin{array}{l} e^{-jk_{z_0}z} \\ e^{+jk_{zz}} \end{array} \right. dk_\rho \\
& \left. + \sin^2 \varphi \oint_C \frac{k_\rho^2}{\rho \cdot DE} H_1^{(2)}(k_\rho \rho) \left\{ \begin{array}{l} e^{-jk_{z_0}z} \\ e^{+jk_{zz}} \end{array} \right. dk_\rho \right] \quad (2.75)
\end{aligned}$$

$$G_{EJ}^{zy} = \frac{\sin \varphi}{4\pi j\omega} \oint_C \frac{k_\rho^2}{DE} H_1^{(2)}(k_\rho \rho) \left\{ \begin{array}{l} jk_z \cdot e^{-jk_{z_0}z} \\ jk_{z_0} \cdot e^{+jk_{zz}} \end{array} \right. dk_\rho \quad (2.76)$$

$$G_{EM}^{xx} = -\frac{\sin \varphi \cos \varphi}{4\pi} (\epsilon_0 - \epsilon) \oint_C \frac{k_\rho^2}{DH \cdot DE} \left(k_\rho H_0^{(2)}(k_\rho \rho) - \frac{H_1^{(2)}(k_\rho \rho)}{\rho} \right) \left\{ \begin{array}{l} e^{-jk_{z_0}z} \\ e^{+jk_{zz}} \end{array} \right. dk_\rho \quad (2.77)$$

$$\begin{aligned}
G_{EM}^{yx} = & -\frac{\cos^2 \varphi}{4\pi} (\epsilon - \epsilon_0) \oint_C \frac{k_\rho^2}{DH \cdot DE} \left(k_\rho H_0^{(2)}(k_\rho \rho) - \frac{H_1^{(2)}(k_\rho \rho)}{\rho} \right) \left\{ \begin{array}{l} e^{-jk_{z_0}z} \\ e^{+jk_{zz}} \end{array} \right. dk_\rho \\
& - \frac{1}{4\pi} \oint_C \frac{k_\rho}{DE} H_0^{(2)}(k_\rho \rho) \left\{ \begin{array}{l} -jk_{z_0} \cdot \epsilon \cdot e^{-jk_{z_0}z} \\ +jk_z \cdot \epsilon_0 \cdot e^{+jk_{zz}} \end{array} \right. dk_\rho \quad (2.78)
\end{aligned}$$

$$G_{EM}^{zx} = -\frac{\sin \varphi}{4\pi} \oint_C \frac{k_\rho^2}{DE} H_1^{(2)}(k_\rho \rho) \left\{ \begin{array}{l} \epsilon \cdot e^{-jk_{z_0}z} \\ \epsilon_0 \cdot e^{+jk_{zz}} \end{array} \right. dk_\rho \quad (2.79)$$

2.4 Expressions asymptotiques pour les intégrales de Sommerfeld

Les expressions des fonctions de Green du champ électrique suivent la forme de l'*intégrale de Sommerfeld* [50] :

$$S_n[f] = \oint_C H_n^{(2)}(k_\rho \rho) k_\rho^{n+1} f(k_\rho, z) dk_\rho \quad (2.80)$$

Dans cette étude nous allons simplifier le calcul de cette intégrale à l'aide des approximations qui resteront valides pour nos applications tout en sachant qu'en cas de besoin, certaines méthodes numériques existent pour calculer cette intégrale [55], [56].

Les expressions des composantes du champ électrique sont calculées pour trouver le champ électromagnétique réfléchi par des milieux diélectriques, notamment les façades des

bâtiments dans l'environnement urbain. Nous nous intéressons donc uniquement au calcul des intégrales des champs et des potentiels dans l'air. L'intégrale de Sommerfeld s'écrit dans l'air sous cette forme :

$$S_n[f] = \oint_C H_n^{(2)}(k_\rho \rho) k_\rho^{n+1} e^{-jk_{z_0} z} f(k_\rho) dk_\rho \quad (2.81)$$

Une intégration asymptotique se fait pour la région de $k_\rho \rho \gg 1$ qui nous donne des expressions approchées du champ lointain (rayonnement). La technique asymptotique utilisée est la méthode de *la plus grande pente* [50] en introduisant le développement asymptotique de la fonction de Hankel [54]. En absence de pôles, le développement asymptotique de l'intégrale de Sommerfeld (2.81) est :

$$S_n[f] = 2jk_0 \cos \theta (jk_0 \sin \theta)^n f(k_\rho) \frac{e^{-jk_0 r}}{r} \quad (2.82)$$

Les fonctions de Green calculées auparavant pour deux milieux semi-infinis ne présentent pas de pôles. Cela nous permet d'appliquer cette approximation aux intégrales du champ électrique de la section 2.3 et d'obtenir un développement trigonométrique des expressions. Les expressions approchées sont faciles à programmer et restent tout de même précises en dehors des critères habituellement retenus pour définir la région du champ lointain de l'objet diffractant. Afin de quantifier cette précision, le domaine de validité de cette approximation pour les structures concrètes sera examiné dans la section 3.1.4 du chapitre suivant.

2.5 Diagrammes de rayonnement des dipôles électrique et magnétique

Pour valider les expressions des fonctions de Green, les diagrammes de rayonnement des dipôles électrique et magnétique situés à l'interface entre l'air et le diélectrique sont tracés en utilisant les approximations des intégrales de Sommerfeld et ils sont comparés avec les résultats trouvés dans la littérature.

En 1972, Kong [57] a présenté une méthode pour calculer les champs électromagnétiques rayonnés par un dipôle au-dessus d'un milieu stratifié. Cette méthode consistait en une décomposition de l'onde électromagnétique en modes TE et TM. Kong ne fait pas intervenir les potentiels auxiliaires électrique et magnétique. En se basant sur le fait que

deux fonctions scalaires suffisent à obtenir toutes les composantes du champ électromagnétique à l'extérieur d'une source, il a calculé uniquement deux composantes du champ électromagnétique perpendiculaires aux couches : E_z et H_z . En 1975 et 1977, les auteurs de [58] et [59] ont calculé le gain des dipôles électrique et magnétique à l'interface entre l'air et un milieu anisotrope stratifié. La technique utilisée est la décomposition de l'onde électromagnétique en modes TE et TM telle que Kong l'a présentée dans [57]. Nous avons calculé le gain (ici la puissance rayonnée) obtenu par les fonctions de Green pour les mêmes dipôles et nous l'avons comparé avec les résultats de [58] et [59] pour le cas particulier d'un milieu isotrope semi-infini de permittivité relative égale à 3. Les résultats sont présentés sur la Fig. 2.4. Des résultats similaires ont été obtenus dans [60]. Les résultats des fonctions de Green montrent une excellente concordance avec ceux de la littérature.

Jusqu'à présent, le rayonnement d'un dipôle surfacique est directement lié aux caractéristiques des deux milieux et totalement non corrélé à l'onde incidente qui pourrait le créer. Notons bien que ce n'est pas le cas avec la méthode de l'optique physique pour laquelle le rayonnement d'un dipôle sur l'interface entre deux diélectriques infinis est obtenu en multipliant les fonctions de Green de l'espace libre par des facteurs correctifs obtenus à partir des coefficients de réflexion/transmission dyadiques de Fresnel correspondant à chaque angle d'incidence. Sur la Fig. 2.4, ce rayonnement est en revanche obtenu directement par les fonctions de Green associées à l'interface entre les deux milieux, sans facteur correctif. Dans la section suivante nous rendrons cette explication plus claire par une démonstration.

2.5.1 Comparaison avec l'optique physique

Supposons qu'une onde plane en polarisation TE illumine l'interface infinie entre l'air et le diélectrique ($\epsilon_r = 10$, $f = 900$ MHz). D'après l'optique physique, cette onde crée une distribution de courant surfacique selon les relations (1.15) et (1.16) qui rayonnent à l'aide des fonctions de Green de l'espace libre. D'après la méthode des fonctions de Green, l'onde incidente crée une distribution de courant surfacique selon les relations (1.19) et (1.20) qui rayonnent à l'aide des fonctions de Green calculées dans la section 2.3. Les deux distributions se composent des paires de dipôles électrique et magnétique perpendiculaires parmi lesquelles nous considérons uniquement une paire de dipôles créée à l'origine O de l'interface xOy entre l'air et le diélectrique. Le champ électrique total rayonné dans l'air par les deux dipôles dans toutes les directions et dans le plan d'incidence est calculé par l'optique physique et par les fonctions de Green et les résultats sont présentés sur la Fig 2.5.

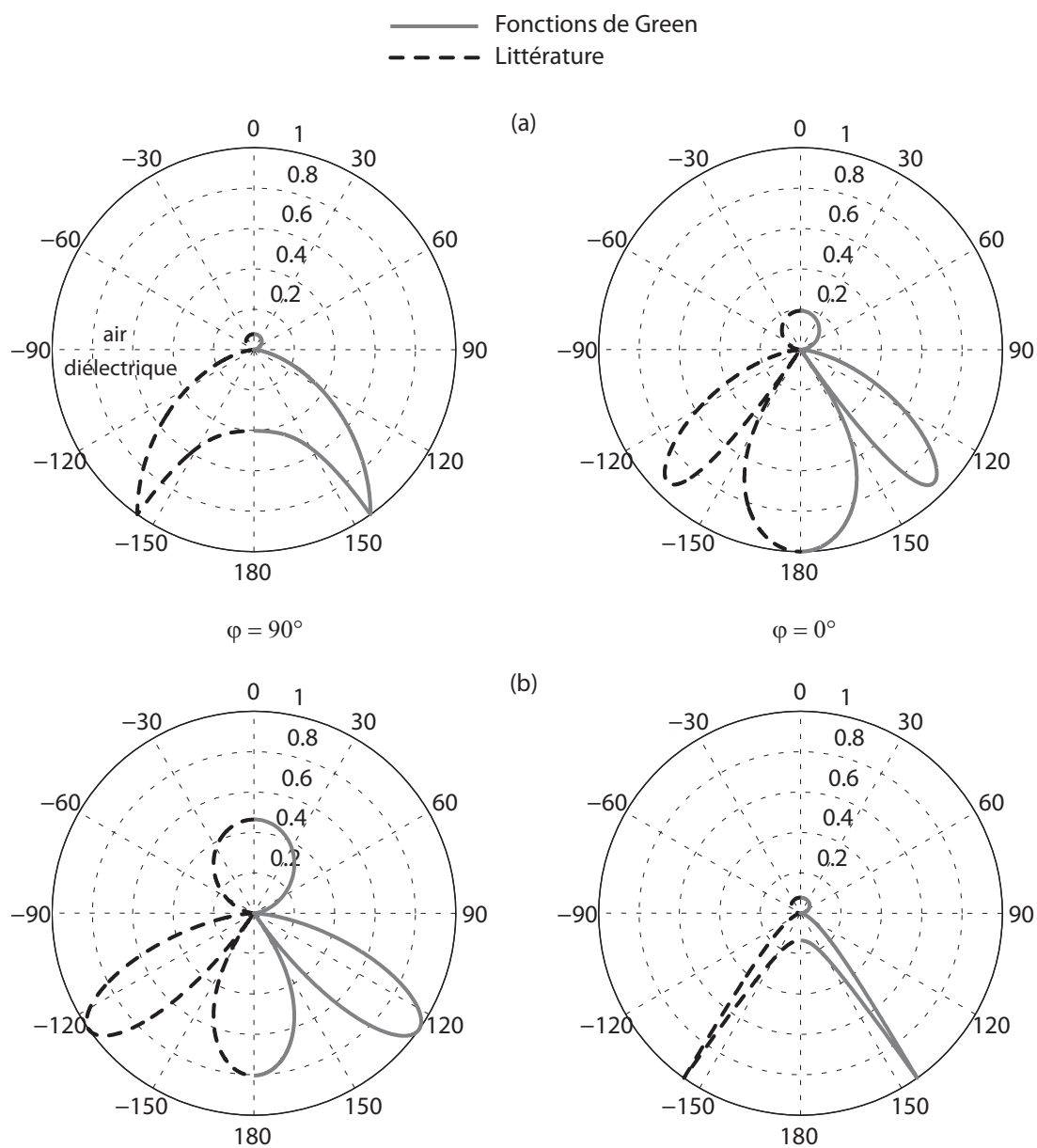


FIG. 2.4 – La puissance rayonnée par (a) un dipôle électrique suivant x et (b) un dipôle magnétique suivant y à l'interface entre l'air et un diélectrique avec $\epsilon_r = 3$ dans les plans $\varphi = 90^\circ$ et $\varphi = 0^\circ$

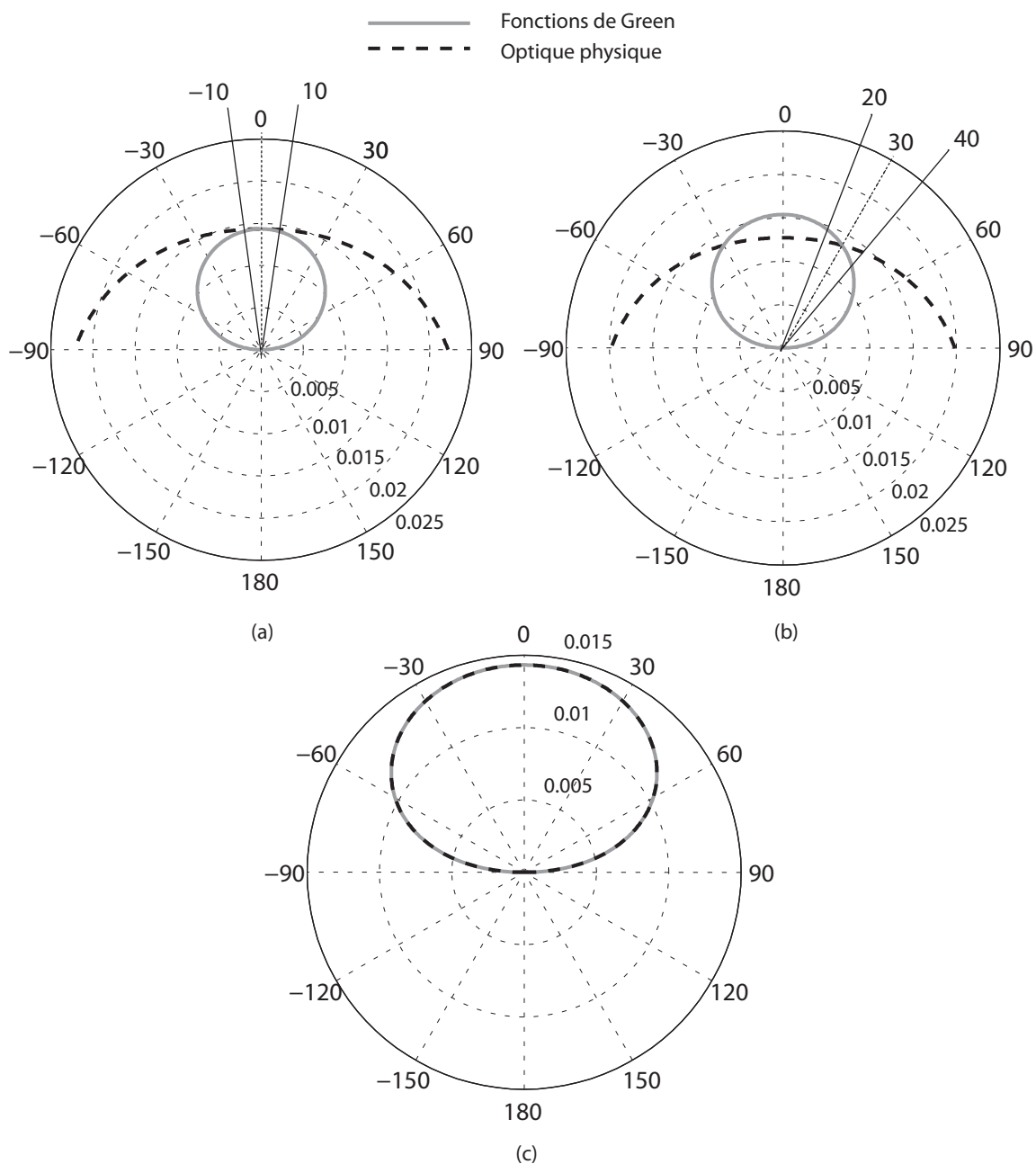


FIG. 2.5 – Diagramme de rayonnement d’une paire de dipôle électrique suivant x et magnétique suivant y créée par une onde plane en polarisation TE dans le plan d’incidence avec (a) $\theta_i = 0^\circ$, (b) $\theta_i = 30^\circ$. (c) Réflexion spéculaire d’une paire de dipôle électrique et magnétique créée par une onde plane avec $\theta_i = [-90^\circ, 90^\circ]$.

Les Fig. 2.5(a) et Fig. 2.5(b) comparent les résultats obtenus par l'optique physique et les fonctions de Green pour $\theta_i = 0^\circ$ et $\theta_i = 30^\circ$. Nous observons que les deux méthodes coïncident seulement dans la direction spéculaire et divergent ailleurs. Cela peut être expliqué par le fait que l'utilisation du coefficient de réflexion de Fresnel, qui est calculé pour la direction spéculaire, ne garantit pas une valeur précise pour la réflexion non-spéculaire. Il est à noter que, pour une ouverture de 20° autour de la direction spéculaire, la différence relative maximale entre les deux résultats, par l'optique physique et les fonctions de Green, est égale à 2% en incidence normale et 14% en incidence oblique de 30° . De même, si nous choisissons deux constantes diélectriques différentes par exemple en incidence normale, nous observons que la différence relative maximale entre les deux résultats est égale à 2% pour $\epsilon_r = 10$ et 7% pour $\epsilon_r = 2$. Cela montre que la différence entre les deux méthodes devient plus importante pour les petites permittivités et les incidences obliques.

Pour la dernière partie de la démonstration, supposons que l'angle d'incidence de l'onde plane varie entre 0° et 90° . Encore une fois, nous observons le champ électrique total rayonné par une paire de dipôles électrique et magnétique mais cette fois uniquement dans les directions spéculaires. Nous observons un excellent accord entre les deux méthodes sur la Fig. 2.5(c).

La comparaison entre l'optique physique et les fonctions de Green s'est faite sur l'élément de base de chaque méthode : les dipôles élémentaires électrique et magnétique. Dans le chapitre 3 nous allons comparer les deux méthodes pour des structures de surface finie et donc pour l'ensemble du champ réfléchi par tous les dipôles surfaciques issus d'une onde plane. Nous retrouverons les mêmes tendances que celles observées dans cette partie pour des structures concrètes et nous comparerons les résultats obtenus par les deux méthodes à ceux donnés par une méthode numérique rigoureuse (HFSS).

2.6 Conclusion

Trouver une méthode pour calculer le rayonnement des courants surfaciques équivalents calculés dans le chapitre 1 était l'objectif principal de ce chapitre. Nous avons choisi les fonctions de Green car c'est un outil de calcul puissant dans plusieurs domaines dont l'électromagnétisme. La fonction de Green, dite la réponse impulsionnelle, décrit le comportement d'un système indépendamment de la source d'excitation. Malgré la complexité mathématique de la procédure du calcul, la logique de l'enchaînement des étapes est physique et agréable à suivre. Finalement, les fonctions de Green nous donnent une solution

élégante et précise.

Pour le processus du calcul nous avons fait intervenir les potentiels auxiliaires électriques et magnétiques, nous avons choisi la méthode de la séparation des variables et nous avons appliqué à la fin les approximations champ lointain. Les calculs sont faits pour répondre aux besoins des deux polarisations de base de l'onde incidente : TE et TM. La méthode est ainsi généralisable pour une distribution quelconque du courant surfacique. Nous avons comparé la méthode des fonctions de Green avec la méthode de l'optique physique qui est couramment utilisée dans le domaine. L'importance de cette comparaison apparaît lorsqu'on évalue le champ dans une direction non-spéculaire. En particulier, lorsqu'il s'agit d'une petite permittivité, en incidence oblique et pour des points d'observation relativement près de l'objet diffractant, les résultats de l'optique physique se montrent moins précis que ceux obtenus par la méthode des fonctions de Green.

Chapitre 3

Application des fonctions de Green

Les fonctions de Green, comme l'indique leur définition, sont calculées pour des courants élémentaires (les deltas de Dirac) électrique et magnétique surfaciques. Pour les appliquer à un problème avec une source donnée, il faut calculer le produit de convolution des fonctions de Green avec la vraie source excitant le système. Dans notre cas la vraie source est une onde plane incidente qui se transforme d'après le principe d'équivalence en une distribution de courants électriques et magnétiques sur l'interface entre l'air et l'objet diffractant. La valeur (le module et la phase) de chaque élément de courant dépend de la nature de l'onde plane incidente (la polarisation, l'angle d'incidence, etc.) et également de l'endroit où il a été créé (les coordonnées de la surface). Afin de trouver le champ électromagnétique rayonné par la distribution de courant en un point d'observation, les fonctions de Green s'appliquent aux différents points de la source et les résultats se superposent et se réduisent à une intégrale. La formulation générale de cette procédure pour le champ électrique est la suivante :

$$\vec{E}_J = \iint_{S'} \overline{\overline{G}}_E(r, r') \bullet \vec{J}_s(r') ds' \quad (3.1)$$

où $\overline{\overline{G}}_E$ est la fonction de Green dyadique calculée dans la section 2.3, \vec{J}_s est le courant surfacique obtenu dans la section 1.3 et r et r' représentent respectivement les coordonnées du point d'observation et celles de la source.

La méthode des fonctions de Green dans ce manuscrit est destinée finalement à une application dans l'environnement urbain. Nous allons étudier dans ce chapitre les différents types de structures qu'une méthode d'analyse de la propagation d'onde rencontre inévitablement dans cet environnement et nous allons examiner si la méthode des fonctions de Green proposée est apte à satisfaire ces besoins.

Notons bien que les approximations du champ lointain sont appliquées partout dans ce chapitre pour les calculs du champ réfléchi par différentes structures.

3.1 Structures homogènes de surface finie

Le champ réfléchi par un milieu infini est connu analytiquement à partir des coefficients de réflexion de Fresnel [26]. Dans les cas pratiques, par exemple celui de la façade d'un bâtiment, la surface réfléchissante ne s'étend pas à l'infini. Autrement dit, le coefficient de réflexion de la structure et le champ réfléchi total ne sont pas connus analytiquement. Afin d'utiliser les courants équivalents de surface pour calculer le champ réfléchi, il faut faire des intégrations surfaciques pour tenir compte de l'influence de chaque élément de courant sur le champ total (3.1). Le rayonnement de courant élémentaire est calculé préalablement suivant la méthode utilisée. Dans notre méthode, ce rayonnement est donné par les fonctions de Green.

Les fonctions de Green présentées dans le chapitre 2 sont calculées pour un diélectrique semi-infini et de surface infinie. Il est donc indispensable d'étudier l'influence de la finitude de la surface réfléchissante sur la validité de la méthode. Dans cette section nous nous intéresserons à l'opération d'intégration sur la surface et au domaine de validité de la méthode des fonctions de Green appliquée à de surfaces finies.

3.1.1 Diélectrique homogène

Nous considérons un milieu homogène d'épaisseur infinie et de surface finie ($3,7 \text{ m} \times 3,7 \text{ m}$) comme présenté sur la Fig. 3.1. La fréquence de travail est 300 MHz ($\lambda = 1 \text{ m}$), à cette fréquence la taille de la structure représente quelques longueurs d'onde. Le simulateur électromagnétique 3D, CST Microwave Studio, nous sert à comparer les résultats obtenus par les fonctions de Green avec une méthode numérique, dite exacte. Le simulateur est basé sur la méthode FIT (Finite Integration Technique) [61] et tient compte de la géométrie exacte du problème. Dans le cas de l'excitation avec une onde plane, CST ne nous permet pas d'utiliser les parois absorbantes appropriées pour simuler un milieu semi-infini. Pour cela nous insérons de fortes pertes dans le diélectrique : $\epsilon_r = 5 - j4$, avec une épaisseur réelle de 1,4 m sous CST. L'atténuation de l'onde dans le diélectrique est d'environ 60 dB. La structure est illuminée par une onde plane en polarisation TE et en incidence normale. Pour appliquer la méthode des fonctions de Green, il suffit de calculer les courants équivalents de surface et ensuite de les intégrer sur la surface avec les expressions des fonctions de Green

de champ électrique (2.68)-(2.73) tout en faisant attention aux changements de variables nécessaires (cf. annexe B). Nous avons utilisé MATLAB pour les opérations numériques. L'observation du champ électrique réfléchi est divisée en deux parties : la variation du champ dans la direction spéculaire et la variation angulaire du champ.

Variation du champ dans la direction spéculaire

Le champ électrique lointain est observé en des points placés sur l'axe z à des distances comprises entre 100 m et 105 m de l'origine. Les résultats obtenus par les fonctions de Green et CST sont présentés sur le Tab. 3.1. Les deux résultats montrent une excellente

TAB. 3.1 – Champ électrique lointain réfléchi d'un diélectrique homogène sur une ligne dans la direction spéculaire obtenu avec les fonctions de Green et CST

Distance (m) à l'origine	E_r (V/m)	
	Fonctions de Green	CST
100	0,0640	0,0629
101	0,0634	0,0623
102	0,0628	0,0617
103	0,0622	0,0611
104	0,0616	0,0605
105	0,0610	0,0600

concordance. Le temps de calcul avec CST pour 6 sondes est de plus de 3 heures comparé à moins d'une minute pour les fonctions de Green. L'erreur relative maximum entre les deux résultats est de 1,7%.

Variation angulaire du champ

Nous observons maintenant le champ électrique lointain réfléchi dans toutes les directions sur un quart de cercle de rayon 100 m dans les plans $\varphi = 90^\circ$ et $\varphi = 0^\circ$. Les diagrammes de rayonnement normalisés obtenus avec les deux méthodes sont présentés sur la Fig. 3.1. La comparaison est très satisfaisante pour les angles entre $\pm 40^\circ$ de la direction spéculaire. La différence apparaissant au delà de cet intervalle est due à *l'effet de bord*.

L'effet de bord s'explique par le fait que les fonctions de Green sont calculées pour un milieu qui s'étend à l'infini : les éléments croisés dans le potentiel vecteur dyadique (2.30) sont considérés nuls à la suite de l'invariance cylindrique du milieu. En d'autres termes,

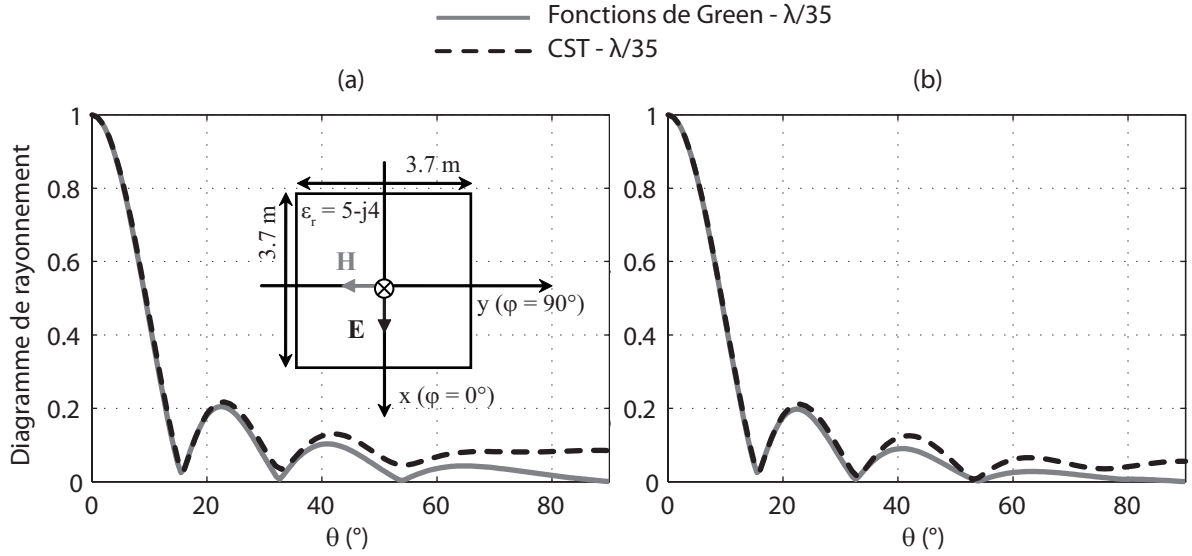


FIG. 3.1 – Diagramme de rayonnement d’un diélectrique homogène en incidence normale obtenu avec les fonctions de Green et CST à $f = 300$ MHz et dans le plan (a) $\varphi = 90^\circ$ (b) $\varphi = 0^\circ$

le rayonnement d’un dipôle à l’interface de deux diélectriques infinis s’annule à $\theta = 90^\circ$, alors que le même dipôle placé sur une interface finie a un rayonnement non nul dans cette direction. Sachant que le champ réfléchi par la structure est une superposition du champ rayonné par tous les dipôles à l’interface, le zéro du diagramme de rayonnement d’un dipôle élémentaire à $\theta = 90^\circ$ se retrouve sur le diagramme de rayonnement de la structure étudiée. De toute évidence, l’écart entre le résultat des fonctions de Green et celui prévu par la physique est plus importante pour les dipôles situés aux bords que pour ceux qui se trouvent au centre de l’interface. Par conséquent, plus la surface est petite, plus l’erreur est importante. L’effet de bord spécifie ainsi la limite de la méthode des fonctions de Green qui est due à la finitude de la surface réfléchissante. Cependant cet effet peut être considéré en ajoutant des courants correcteurs de bords [29]. Dans le cadre de l’application des fonctions de Green dans ce manuscrit, nous ne considérons pas l’effet de bord et nous considérons que l’erreur engendrée est acceptable pour les structures plus grandes que quelques longueurs d’onde. Pour cet exemple l’erreur à $\theta = 90^\circ$ est d’environ 8% du lobe principal dans le plan $\varphi = 90^\circ$ et de 5% dans le plan $\varphi = 0^\circ$.

Afin de mettre en évidence l’influence des bords, nous présentons sur la Fig. 3.2 une comparaison entre les diagrammes de rayonnement d’une plaque métallique ($3,7\text{ m} \times 3,7\text{ m}$) obtenus analytiquement sans effet de bord, avec cet effet en utilisant les formules de diffraction de Keller [26] et par CST. Nous observons que le résultat obtenu avec CST (méthode

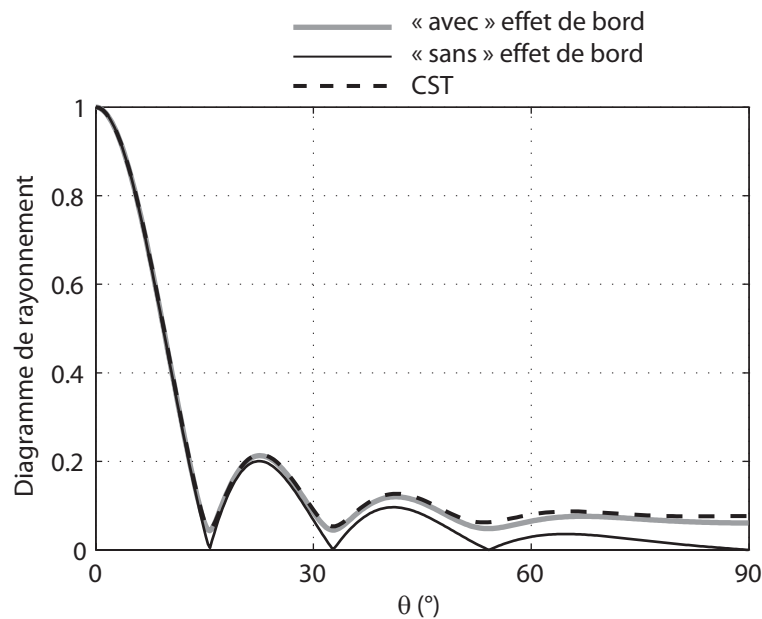


FIG. 3.2 – Diagrammes de rayonnement d’une plaque métallique obtenus “avec” et “sans” effet de bord et par CST

numérique rigoureuse) concordent bien avec celui obtenu en tenant compte de la diffraction analytiquement. Nous observons également que la différence entre ces deux résultats et celui obtenu sans tenir compte de l’effet de bord vers les angles rasants est du même ordre que la différence entre les résultats obtenus par CST et par les fonctions de Green présentés sur la Fig. 3.1. En cas de besoin, l’effet de bord peut être alors considéré dans les calculs par les fonctions de Green en utilisant les techniques de correction qui ajoutent aux résultats le champ diffracté dû aux bords.

3.1.2 Convergence de la méthode

MATLAB étant très optimisé pour les opérations matricielles, l’intégration surfacique des fonctions de Green est réalisée en utilisant des matrices sous MATLAB. À cette fin, la surface d’intégration est discrétisée suivant x et y , les courants équivalents sont calculés sur chaque petite surface et pour un point d’observation donné, les champs créés par les surfaces élémentaires se superposent. La précision (la convergence) du résultat dépend naturellement de la taille des surfaces élémentaires. Nous avons choisi l’exemple du diélectrique homogène de surface finie, présenté dans la section précédente, pour l’étude de la convergence. La Fig. 3.3(a) présente l’évolution du module du champ réfléchi dans la direction spéculaire, en incidences normale et oblique, en fonction de la discrétisation

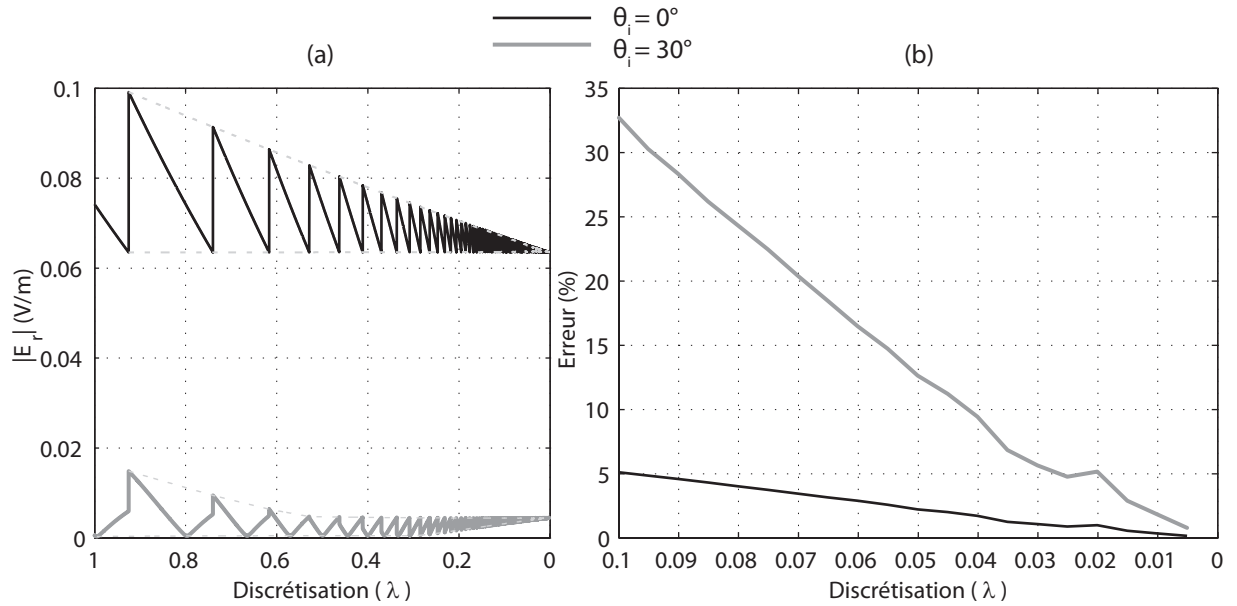


FIG. 3.3 – Convergence de la méthode en fonction de la discrétisation surfacique (a) Module du champ électrique dans la direction spéculaire en incidence normale et oblique (b) Erreur entre l'enveloppe supérieure et inférieure du champ électrique

uniforme au long de x et y . Nous observons que l'enveloppe inférieure du champ converge beaucoup plus rapidement que l'enveloppe supérieure. Pour trouver l'erreur, nous avons calculé la distance relative entre les enveloppes supérieure et inférieure du champ en incidences normale et oblique. Le résultat en fonction de la discrétisation est présenté sur la Fig. 3.3(b).

La méthode converge plus facilement en incidence normale qu'en incidence oblique, ce qui veut dire que pour avoir une précision identique, il faut discrétiser plus finement en incidence oblique. Sachant que les valeurs du champ sont plus faibles en incidences obliques, généralement la précision souhaitée pour ces incidences peut être moins élevée qu'en incidence normale. Dans ce manuscrit, nous prenons souvent un maillage égal à $\lambda/30$ pour les fonctions de Green et CST. Avec cette discrétisation, pour les fonctions de Green d'après la Fig. 3.3(b), la différence relative entre les enveloppes supérieure et inférieure du champ réfléchi est de 1% pour $\theta_i = 0^\circ$ et de 5% pour $\theta_i = 30^\circ$.

3.1.3 Comparaison avec l'optique physique

Nous avons donné des explications détaillées sur la différence entre la méthode de l'optique physique et la méthode des fonctions de Green dans le chapitre 1 et nous avons

comparé les diagrammes de rayonnement des éléments de base des deux méthodes, les dipôles électrique et magnétique dans le chapitre 2. Sachant que l'optique physique, basée sur le rayonnement des courants équivalents, est largement utilisée dans les simulations de propagation d'onde, nous avons perçu la nécessité de comparer les résultats de notre méthode avec ceux de l'optique physique pour des cas concrets et de répertorier les cas critiques.

Soit un diélectrique homogène semi-infini en z et de section $1\text{ m} \times 1\text{ m}$ ($\lambda \simeq 0,33\text{ m}$), comme montré sur la Fig. 3.4. Nous éclairons la structure avec une onde plane en polarisation TE à la fréquence de 900 MHz. Deux cas sont traités ici, tout d'abord une constante diélectrique de $\epsilon_r = 8$ en incidence normale, puis une constante diélectrique de $\epsilon_r = 2$ en incidence oblique avec $\theta_i = 30^\circ$. Le champ lointain réfléchi est observé dans toutes les directions sur un quart de cercle de rayon 100 m et dans le plan $\varphi = 90^\circ$. Afin de trouver le domaine de validité de notre méthode par rapport à l'optique physique, la structure est simulée avec ANSOFT HFSS et les diagrammes de rayonnement sont comparés sur la Fig. 3.4.

Se référant à la Fig. 3.4(a) ($\epsilon_r = 8, \theta_i = 0^\circ$), on observe une très bonne concordance entre

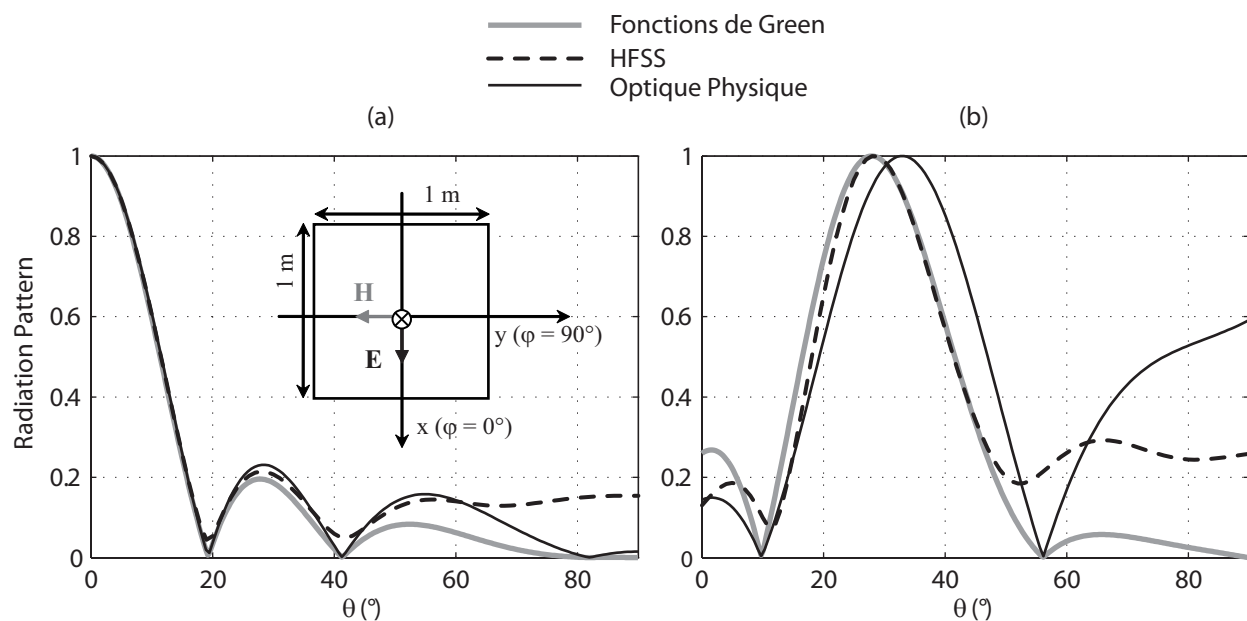


FIG. 3.4 – Diagramme de rayonnement d'un diélectrique homogène obtenu avec les fonctions de Green, HFSS et l'optique physique à $f = 900\text{ MHz}$ et dans le plan d'incidence $\varphi = 90^\circ$ (a) $\epsilon_r = 8, \theta_i = 0^\circ$ (b) $\epsilon_r = 2, \theta_i = 30^\circ$

les fonctions de Green et HFSS pour les angles d'observation de moins de 50° . Pour ces

angles, la différence entre ces deux résultats et celui de l'optique physique est faible. En particulier autour de la direction spéculaire les trois méthodes concordent très bien. La différence apparaissant au-delà de 50° entre HFSS et les deux autres résultats est due à l'effet de bord, qui n'est considéré ni dans l'optique physique, ni par les fonctions de Green. Ce qui veut dire que l'optique physique a la même limite de validité liée à la finitude de surface que les fonctions de Green. Se référant à la Fig. 3.4(b) ($\epsilon_r = 2$, $\theta_i = 30^\circ$), le même accord entre les fonctions de Green et HFSS est observé. Pour l'optique physique en revanche, la concordance avec HFSS n'est plus assurée, même autour de la direction spéculaire. Cela confirme notre observation précédente, dans la section 2.5.1, sur une paire de dipôles électrique et magnétique. La différence entre les fonctions de Green et l'optique physique est plus importante lorsque la permittivité est faible et l'incidence est oblique. Pour conclure, bien que la même limitation sur la finitude de la surface soit associée à l'optique physique et à notre méthode, les fonctions de Green permettent de trouver une solution plus précise pour la réflexion non spéculaire dans le cas de l'excitation par une onde plane.

3.1.4 Champ proche

La section 2.4 était consacrée aux approximations, dites *champs lointains*, appliquées aux intégrales de Sommerfeld dans les expressions des fonctions de Green. Puisque les fonctions de Green sont calculées pour un élément de courant infiniment petit et un milieu de surface infinie, le résultat impose une condition uniquement sur la valeur de $k_\rho \rho$. Alors que dans les études de diffraction, les limites de différentes zones sont souvent liées à la taille de la structure comme présenté sur la Fig. 3.5.

Pour résumer, le standard IEEE [62] définit trois zones pour le rayonnement d'une ouverture de côté D : champ lointain (distance $> 2D^2/\lambda$), champ proche rayonnant ou zone de Fresnel ($\lambda/2\pi < \text{distance} < 2D^2/\lambda$) et champ proche réactif (distance $< \lambda/2\pi$). Le seul critère ne dépendant pas de la taille de l'objet diffractant (ou de l'antenne) est celui du champ réactif qui est basé sur la prédominance du champ réactif devant le champ actif dans cette zone. Ce critère s'est avéré être contestable par plusieurs auteurs [63], [64], car le champ réactif continue à rester dominant au-delà de cette distance selon le type d'antenne et la fréquence de travail. Certains auteurs ont distingué la zone de Rayleigh (distance $< D^2/2\lambda$) dans la zone de Fresnel. D'autres [65], [64] ont défini une nouvelle zone, champ très proche, en élargissant la définition du champ proche réactif et en y attribuant de nouveaux critères.

Le calcul exact des intégrales de Sommerfeld, présentées dans la section 2.3, donne le

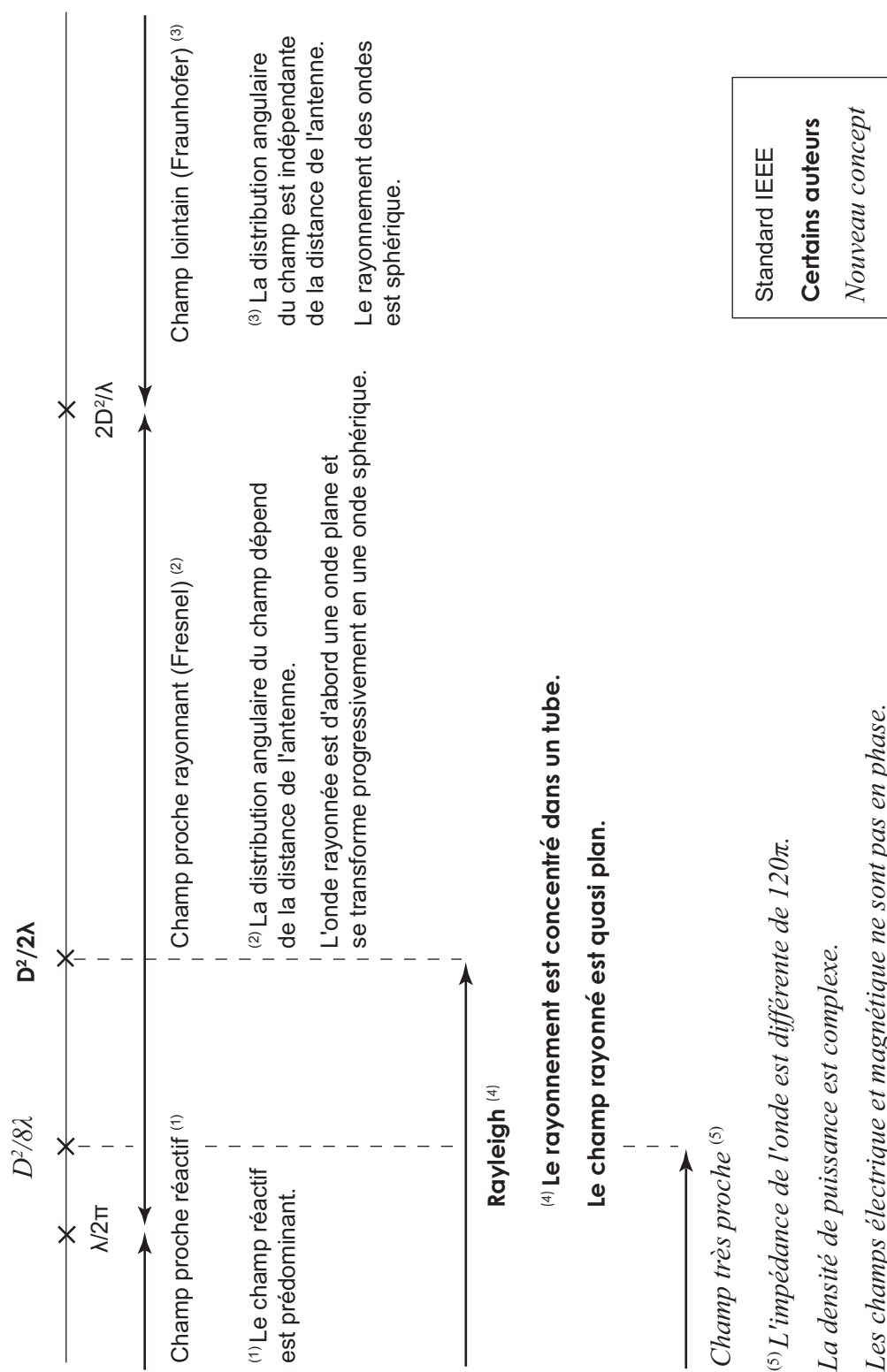


FIG. 3.5 – Différentes zones de champ pour la diffraction par une plaque (ou le rayonnement d'une ouverture) de côté D

champ réfléchi exact partout dans l'espace ainsi que dans la zone du champ proche de l'objet diffractant. Les expressions approchées des fonctions de Green, obtenues à l'aide de l'approximation présentée dans la section 2.4, donnent le champ réfléchi avec une bonne précision dans la zone de champ lointain de l'objet diffractant. Dans cette section, nous allons vérifier jusqu'à quelle distance de l'objet diffractant, ces expressions approchées restent valides pour le calcul du champ réfléchi. Le simulateur électromagnétique 3D, ici CST, nous servira des références.

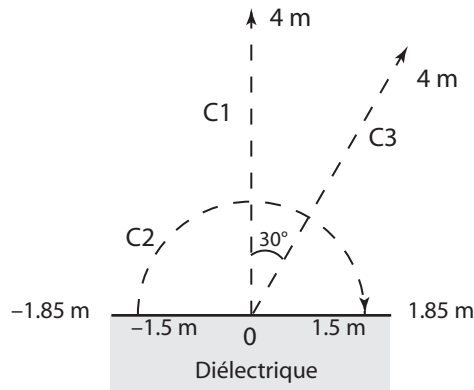


FIG. 3.6 – Schéma des courbes sur lesquelles le champ réfléchi est observé

Nous considérons la structure précédente, un milieu homogène d'épaisseur infinie, de surface $3,7 \text{ m} \times 3,7 \text{ m}$ de permittivité $\epsilon_r = 5 - j4$ et à la fréquence de 300 MHz ($\lambda \simeq 1 \text{ m}$). Pour cette structure et à cette fréquence, les limites de la zone du champ très proche ($D^2/8\lambda$) et la zone de Rayleigh ($D^2/2\lambda$) sont respectivement 1,7 m et 6,8 m. Les études de champs proches sont effectuées en incidence normale et en incidence oblique ($\theta_i = 30^\circ$). La structure est éclairée par une onde plane en polarisation TE. Nous observons d'abord le champ réfléchi sur une ligne de 4 m dans la direction spéculaire à partir de l'origine (C1 et C3 sur la Fig. 3.6) et ensuite sur un demi-cercle de rayon 1,5 m centré à l'origine et dans le plan $\varphi = 90^\circ$ (C2 sur la Fig. 3.6). Les résultats sont comparés avec CST sur les Fig. 3.7 et la Fig. 3.8.

Nous observons sur les deux figures que globalement le module du champ réfléchi, obtenu par les fonctions de Green, présente plus de différence avec les résultats obtenus par CST que la phase du champ réfléchi. Plus précisément, d'après les résultats obtenus dans les deux cas, nous présentons l'erreur entre les deux méthodes dans le Tab. 3.2.

Les cartographies du champ proche total de la structure sont présentées sur la Fig. 3.9 pour les incidences normale et oblique, pour des simulations sous CST et avec les fonctions

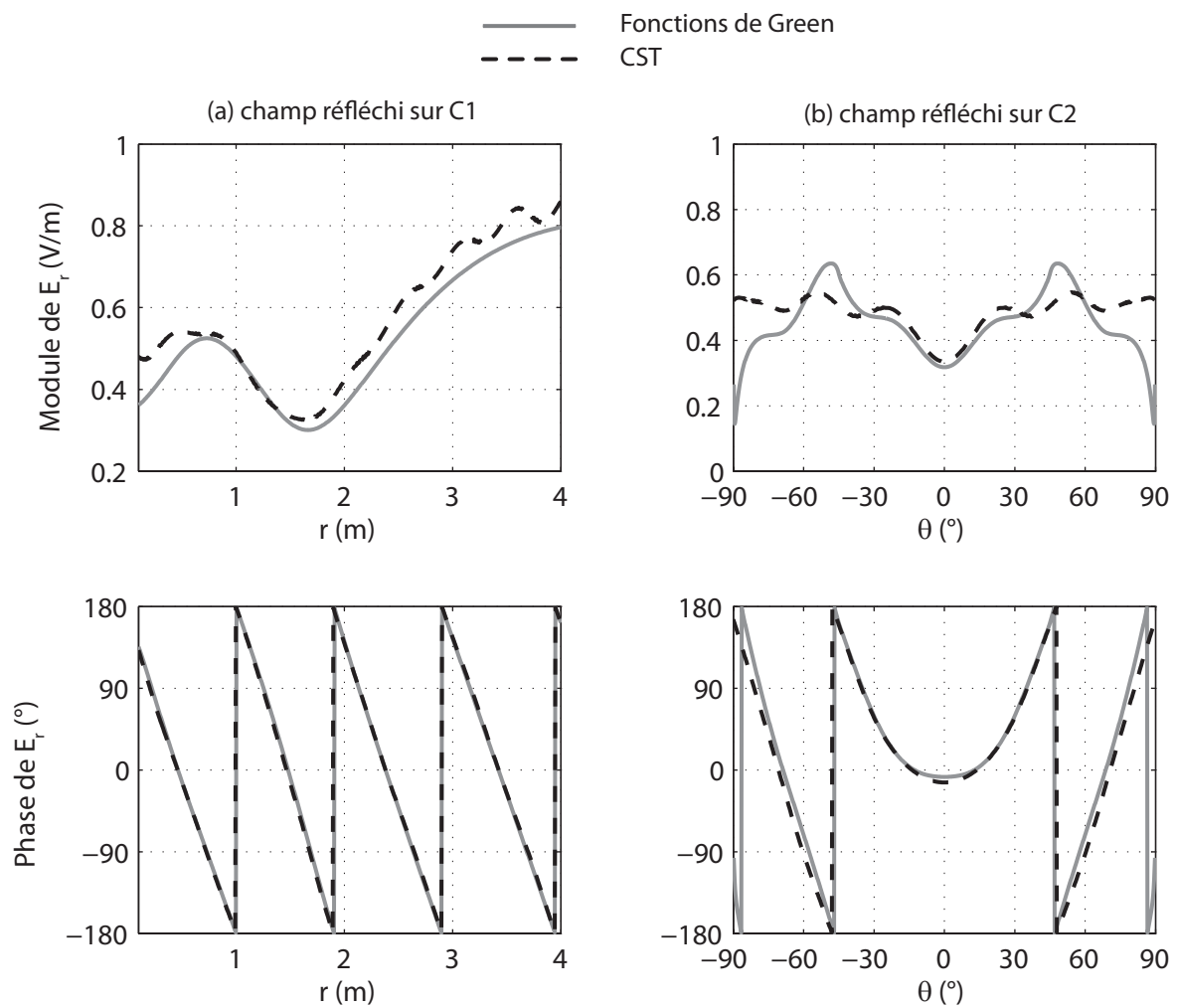


FIG. 3.7 – Champ proche en incidence normale ($\theta_i = 0^\circ$, $\varphi_i = 90^\circ$): variation du module et de la phase du champ électrique réfléchi (a) en fonction de la distance sur une ligne de 4 m dans la direction spéculaire (b) en fonction de l'angle d'observation sur un demi-cercle de rayon 1,5 m dans le plan $\varphi = 90^\circ$

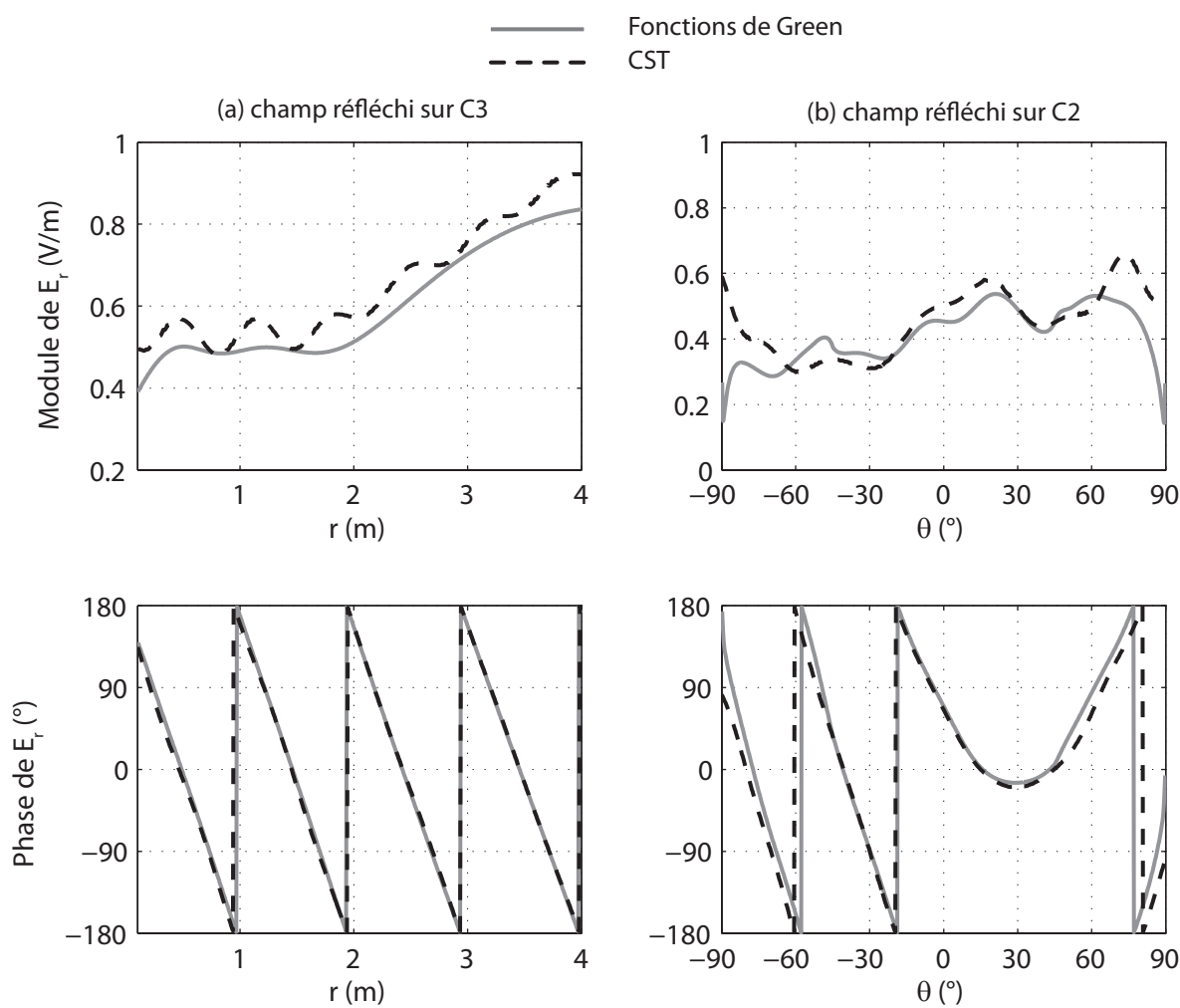


FIG. 3.8 – Champ proche en incidence oblique ($\theta_i = 30^\circ$, $\varphi_i = 90^\circ$) : variation du module et de la phase du champ électrique réfléchi (a) en fonction de la distance sur une ligne de 4 m dans la direction spéculaire (b) en fonction de l'angle d'observation sur un demi-cercle de rayon 1,5 m dans le plan $\varphi = 90^\circ$

TAB. 3.2 – Pourcentage d’erreur entre les résultats du champ proche observé sur les courbes de la Fig. 3.6, obtenus par CST et par les fonctions de Green

Courbe	Incidence normale ($\theta_i = 0^\circ$)			
	Module (V/m)		Phase ($^\circ$)	
C1	$r > 0,5$ m	erreur < 15%	$r > 0,5$ m	erreur < 2%
C2	$-40^\circ < \theta < 40^\circ$	erreur < 15%	$-40^\circ < \theta < 40^\circ$	erreur < 1%
Courbe	Incidence oblique ($\theta_i = 30^\circ$)			
	Module (V/m)		Phase ($^\circ$)	
C3	$r > 2$ m	erreur < 15%	$r > 2$ m	erreur < 1%
C2	$-45^\circ < \theta < 45^\circ$	erreur < 15%	$-45^\circ < \theta < 45^\circ$	erreur < 1,5%

de Green. La ressemblance entre les résultats obtenus par les deux méthodes nous oblige à vérifier la cartographie de l’erreur qui est présentée sur la même figure. L’erreur est plus importante lorsqu’on est très près de la plaque mais également dans la direction spéculaire lorsqu’on s’éloigne de la plaque. Concernant la variation angulaire du champ, nous remarquons un angle limite au-delà duquel l’erreur croît rapidement. Cet angle se situe autour de $\pm 45^\circ$ autour de l’axe z perpendiculaire à la plaque.

En conclusion, pour une surface finie le domaine de validité angulaire des fonctions de Green en champ proche est plus ou moins le même qu’en champ lointain. Bien que l’erreur dans les résultats des fonctions de Green en champ proche soit naturellement plus élevée qu’en champ lointain, la méthode est cependant capable de donner des résultats acceptables même dans la zone du champ proche.

3.1.5 Comparaison des composantes du champ

Avant de présenter les autres applications des fonctions de Green, il est intéressant de comparer les différentes composantes du champ réfléchi issues de différentes polarisations de l’onde incidente. Le but est de mettre en valeur les composantes influentes du champ et d’économiser du temps de calcul en supprimant celles dont le niveau est faible.

Prenons l’exemple du diélectrique homogène de la section 3.1.1, illuminé par une onde plane en polarisations TE et TM à $f = 300$ MHz, en incidences normale et oblique. Le champ électrique réfléchi est observé dans toutes les directions à 100 m du centre de la structure. Les différentes composantes du champ électrique (E_x , E_y et E_z) sont tracées sur la Fig. 3.10.

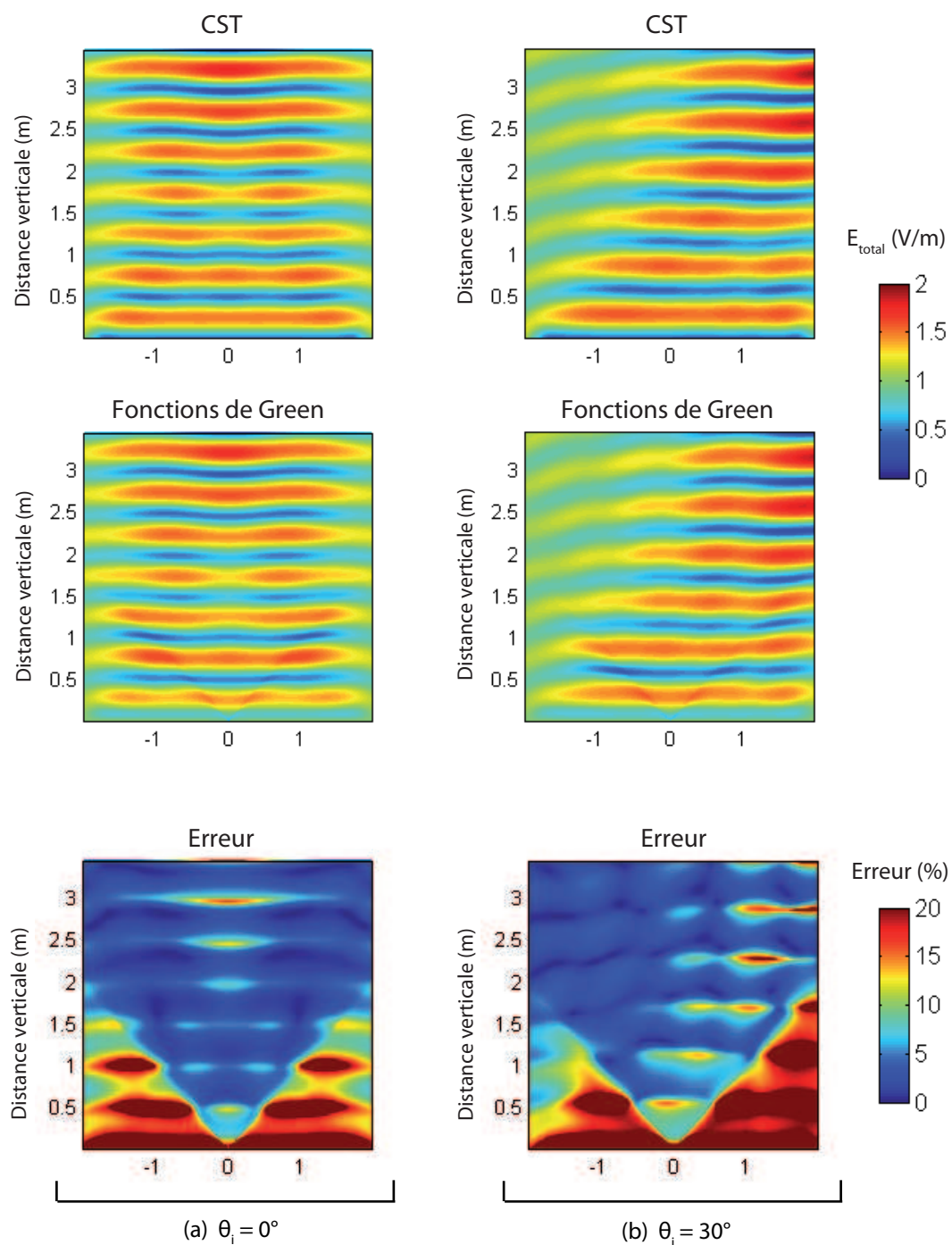


FIG. 3.9 – Cartographie du champ proche total dans le plan d’incidence par CST (en haut) et par les fonctions de Green (au milieu). Pourcentage d’erreur entre les deux méthodes (en bas). (a) $\theta_i = 0^\circ$, $\varphi_i = 90^\circ$ (b) $\theta_i = 30^\circ$, $\varphi_i = 90^\circ$

Nous observons que dans le plan d'incidence ($\varphi = 90^\circ$), en incidences normale et oblique, la composante E_x pour la polarisation TE et E_y pour la polarisation TM sont importantes. La composante E_z intervient d'une manière significative uniquement pour la polarisation TM et en incidence oblique dans ce plan. Dans le plan perpendiculaire au plan d'incidence ($\varphi = 0^\circ$), seulement en incidence normale, les composantes E_x et E_y sont influentes pour les deux polarisations; le niveau du champ en incidence oblique dans ce plan reste très faible.

3.2 Structures inhomogènes

La caractérisation du champ électromagnétique dans l'environnement urbain exige la prise en compte de structures complexes. Par exemple, la façade d'un bâtiment est constituée de plusieurs détails architecturaux : les murs, les fenêtres, les balcons, etc. avec des caractéristiques physiques diverses. La méthode des fonctions de Green peut être appliquée aux structures composées. Dans cette méthode, un diélectrique composé est considéré comme une juxtaposition de plusieurs diélectriques simples. La méthode ne tient pas compte de l'interaction entre les différents matériaux sachant que cette interaction reste faible pour une surface ne présentant pas de rugosité. Ceci ne serait pas le cas pour des inhomogénéités à petite échelle, pour lesquelles les interactions mutuelles doivent être considérées [66], [67]. Suivant les critères existants, les techniques utilisées dans ce domaine traitent la diffraction simple, la diffraction multiple ou la diffusion [68] dans un milieu inhomogène aléatoire.

Dans ce manuscrit, la façade de bâtiment est considérée comme un milieu homogène par morceaux (cf. chapitre 1). Nous observerons dans cette section l'influence des inhomogénéités sur le champ réfléchi. Cette étude sera généralisée dans le chapitre 4 lors des analyses statistiques.

3.2.1 Diélectrique composé

La structure inhomogène (Fig. 3.11) est composée de deux diélectriques homogènes de permittivités relatives égales à $\epsilon_{r_1} = 5 - j4$ et $\epsilon_{r_2} = 2 - j1$, 6. Le diélectrique est illuminé par une onde plane en polarisation TE et en incidences normale et oblique ($\theta_i = 30^\circ$) à $f = 300$ MHz.

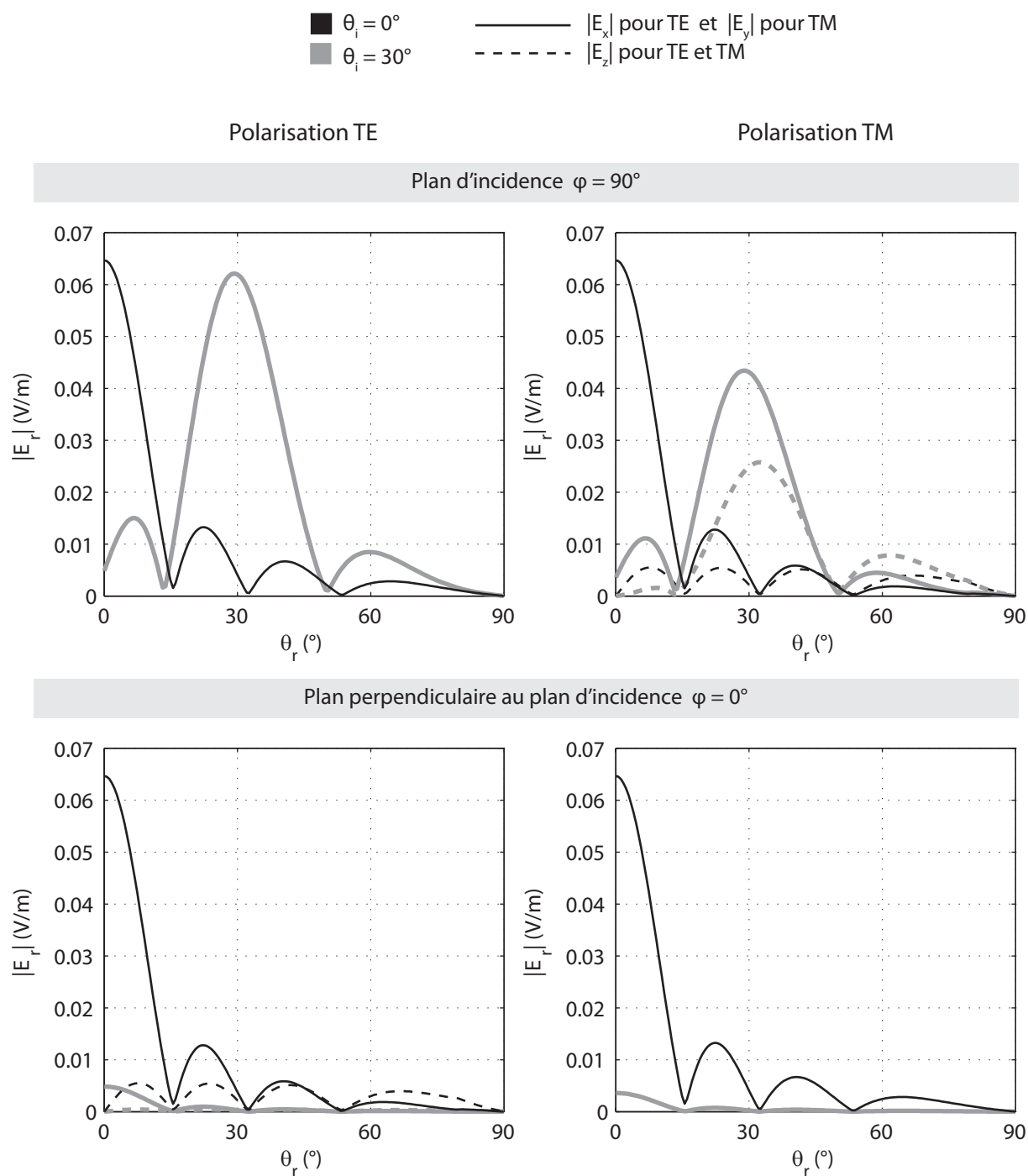


FIG. 3.10 – Composantes du champ réfléchi (E_x , E_y et E_z) par le diélectrique de la Fig. 3.1(a) en polarisation TE et TM, en incidences normale et oblique, dans le plan $\varphi = 90^\circ$ et $\varphi = 0^\circ$

Variation du champ dans la direction spéculaire

Le champ électrique lointain est observé sur une ligne dans la direction spéculaire et entre 100 m et 105 m de l'origine. Les résultats obtenus par les fonctions de Green et CST sont présentés sur le Tab. 3.3. Les deux résultats montrent une excellente concordance. Le

TAB. 3.3 – Champ électrique lointain réfléchi par un diélectrique inhomogène sur une ligne dans la direction spéculaire obtenu avec les fonctions de Green et CST, en incidences normale et oblique

Distance (m) à l'origine	E_r (V/m)			
	$\theta_i = 0^\circ$		$\theta_i = 30^\circ$	
	Fonctions de Green	CST	Fonctions de Green	CST
100	0,05108	0,05111	0,04828	0,04995
101	0,05057	0,05061	0,04780	0,04961
102	0,05008	0,05011	0,04734	0,04912
103	0,04959	0,04962	0,04688	0,04865
104	0,04912	0,04915	0,04642	0,04818
105	0,04865	0,04868	0,04598	0,04772

temps de calcul avec CST pour 6 sondes est de plus de 3 heures comparé à moins d'une minute pour les fonctions de Green. L'erreur relative maximum entre les deux résultats est inférieure à 0,1% en incidence normale et inférieurs à 4% en incidence oblique.

Variation angulaire du champ

Le diagramme de rayonnement de la structure, obtenu par CST et les fonctions de Green, est présenté sur la Fig. 3.11 dans les plans $\varphi = 90^\circ$ et $\varphi = 0^\circ$ en incidence normale. Sachant que les dimensions des deux parties diélectriques constituant la structure représentent quelques longueurs d'onde ($3,7\lambda \times 1,85\lambda$) à cette fréquence, les fonctions de Green restent valides sur chaque partie. D'après la Fig. 3.11, le même domaine de validité angulaire peut être considéré pour le résultat obtenu par les fonctions de Green pour un diélectrique inhomogène que pour un diélectrique homogène (cf. section 3.1.1). Des résultats similaires en incidence oblique ($\theta_i = 30^\circ$) sont présentés sur la Fig. 3.12. L'écart entre les deux méthodes vers les angles d'observation rasantes est légèrement plus important en incidence oblique qu'en incidence normale.

Notons bien que pour les dipôles qui se trouvent sur la discontinuité entre les deux diélectriques (l'axe x), le problème de l'effet de bord se présente comme pour les dipôles

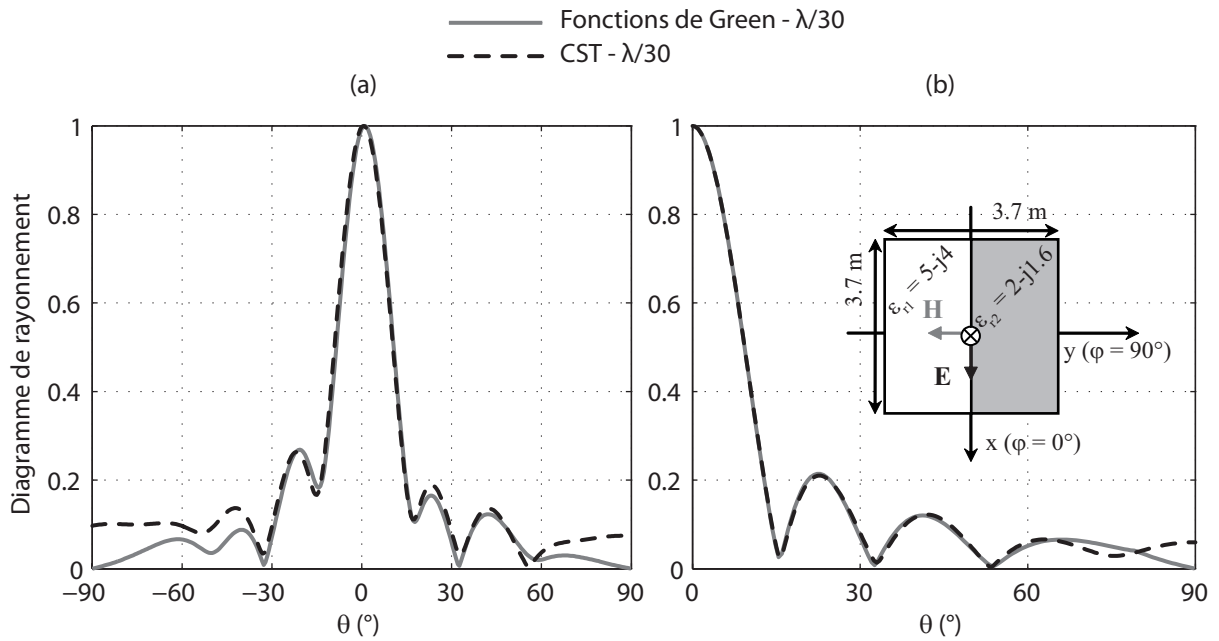


FIG. 3.11 – Diagramme de rayonnement d'un diélectrique inhomogène, en incidence normale, obtenu avec les fonctions de Green et CST à $f = 300$ MHz et dans le plan (a) $\varphi = 90^\circ$ (b) $\varphi = 0^\circ$

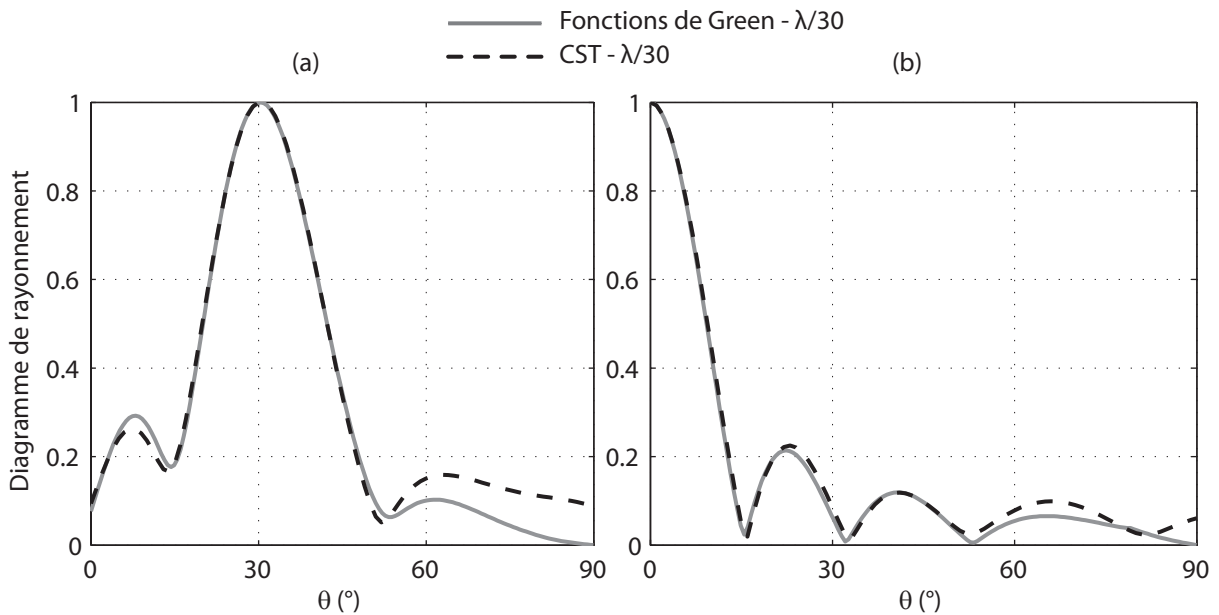


FIG. 3.12 – Diagramme de rayonnement du diélectrique inhomogène de la Fig. 3.11, en incidence oblique ($\theta_i = 30^\circ$), obtenu avec les fonctions de Green et CST à $f = 300$ MHz et dans le plan (a) $\varphi = 90^\circ$ (b) $\varphi = 0^\circ$

sur les bords de la structure. L'importance de cet effet augmente avec l'écart entre les deux valeurs de la permittivité et l'inclinaison de l'onde incidente.

3.3 Structures multicouches

À l'heure actuelle, les systèmes de communication fonctionnent à des fréquences de l'ordre du GHz. À cette échelle, les dimensions des fenêtres sont comparables à la longueur d'onde. Un mur en béton, compte tenu de ses pertes, peut être considéré comme un milieu d'épaisseur infinie. Au contraire une vitre en verre, mince et presque sans perte, est une source de multiples réflexions pour les champs électromagnétiques éclairant la façade. Afin d'avoir un modèle réaliste des bâtiments, dans les simulateurs de la propagation d'onde, les deux parties (les fenêtres et les murs) ne peuvent pas être traitées d'une même manière.

Pour tout algorithme basé sur l'utilisation des coefficients de réflexion, notamment l'optique physique, le problème se résout en utilisant directement le coefficient de réflexion d'un milieu multicouche qui se calcule analytiquement à partir des expressions de Fresnel.

En restant dans l'esprit des fonctions de Green, une solution serait de calculer les fonctions de Green associées à de milieux stratifiés. Plusieurs études sur les fonctions de Green de milieux stratifiés ont été menées durant des années pour différents domaines d'application : l'électromagnétisme [69], [57], le sondage géophysique [70], [71], les lignes micro-rubans [72], [53], [73], etc. Les problèmes numériques qui se posent en manipulant ces fonctions de Green sont souvent liés à la présence des singularités. Aujourd'hui encore certaines études sont consacrées aux techniques d'intégration des fonctions oscillantes en présence des singularités [74]. Vu la complexité de l'environnement urbain, les simulateurs de la propagation d'onde cherchent à simplifier les structures formant cet environnement. L'utilisation des fonctions de Green stratifiées n'est donc pas suffisamment pratique dans ce domaine, cependant la modélisation des fenêtres avec la méthode des moments et les équations intégrales a déjà été signalée [75].

Dans cette section nous proposons un modèle équivalent pour les fenêtres d'un bâtiment (milieu stratifié) afin de pouvoir utiliser les fonctions de Green d'un milieu semi-infini, faciles à manipuler et sans singularités, pour calculer le champ réfléchi par l'ensemble de la façade. Sachant que ces fonctions de Green dépendent de la constante diélectrique des deux milieux, le modèle semi-infini doit conduire à une permittivité équivalente qui est ensuite insérée dans les expressions. Ce modèle est uniquement valable pour la réflexion.

3.3.1 Permittivité équivalente

Supposons qu'une onde plane en polarisation TE ($|E_i| = 1$ V/m) illumine la surface d'une structure de $M + 1$ couches. On emploie les formules matricielles du coefficient de réflexion de milieux stratifiés [76]. Le coefficient de réflexion ($\Gamma_{T,m} = \frac{E_{T,m-}}{E_{T,m+}}$) se calcule à partir de la relation suivante :

$$\Gamma_{T,m} = \frac{\rho_{T,m} + \Gamma_{T,m+1}e^{-2j\delta_m}}{1 + \rho_{T,m}\Gamma_{T,m+1}e^{-2j\delta_m}} \quad m = M, M-1, \dots, 1 \quad (3.2)$$

avec la valeur initiale de $\Gamma_{T,M+1} = \rho_{T,M+1}$ et où :

$$\rho_{T,m} = \frac{n_{T,m-1} - n_{T,m}}{n_{T,m-1} + n_{T,m}}, \quad m = 1, 2, \dots, M+1 \quad (3.3)$$

$$n_{T,m} = \begin{cases} \frac{n_m}{\cos \theta_m}, & \text{polarisation TM} \\ n_m \cos \theta_m, & \text{polarisation TE} \end{cases}, \quad m = i, 1, 2, \dots, M, t \quad (3.4)$$

$$\delta_m = \frac{\omega}{c_0} n_m d_m \cos \theta_m = \frac{2\pi}{\lambda} n_m d_m \sqrt{1 - \frac{n_i^2 \sin^2 \theta_i}{n_m^2}} \quad (3.5)$$

n_m (l'indice de réfraction de la couche), θ_m (l'angle d'incidence sur la couche) et d_m (l'épaisseur de la couche) sont définis sur la Fig. 3.13.

On cherche à remplacer le milieu multicouche par un matériau équivalent d'épaisseur infinie pour la réflexion. Notre milieu équivalent doit être capable de donner le même champ réfléchi que la structure principale pour une polarisation d'onde donnée. Notons bien que ce milieu sera donc équivalent en réflexion et non en transmission. Le champ réfléchi par un milieu d'épaisseur infinie et de permittivité équivalente (ϵ_{req}) est donné par le coefficient de réflexion de Fresnel [26] :

$$E_{r-total} = \frac{\cos \theta_i - \sqrt{\epsilon_{req}} \cos \theta_t}{\cos \theta_i + \sqrt{\epsilon_{req}} \cos \theta_t} \quad (3.6)$$

où :

$$\sin \theta_t = \frac{\sin \theta_i}{\sqrt{\epsilon_{req}}}. \quad (3.7)$$

Il suffit de résoudre l'équation non-linéaire suivante pour trouver la permittivité du maté-

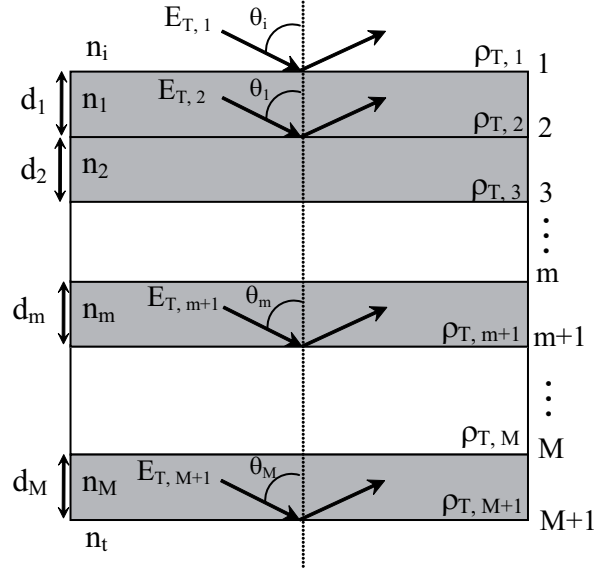


FIG. 3.13 – Réflexions multiples sur une structure multicouche

riau recherché :

$$E_{r-total} = \frac{\cos \theta_i - \sqrt{\epsilon_{req}} \cos \left(\sin^{-1} \left(\frac{\sin \theta_i}{\sqrt{\epsilon_{req}}} \right) \right)}{\cos \theta_i + \sqrt{\epsilon_{req}} \cos \left(\sin^{-1} \left(\frac{\sin \theta_i}{\sqrt{\epsilon_{req}}} \right) \right)} \quad (3.8)$$

où $E_{r-total}$ est le champ réfléchi total donné par (3.2)–(3.5) et θ_i est le même angle d'incidence que pour la structure multicouche d'origine. La méthode numérique de Newton [77] est utilisée pour résoudre l'équation non-linéaire. La permittivité équivalente (ϵ_{req}) ainsi trouvée dépend de l'angle d'incidence et de l'épaisseur électrique de différentes couches de la structure.

Dans le cas des fenêtres d'un bâtiment, les deux milieux extrêmes (n_i et n_t) sont l'air. Les deux types de fenêtre sont le *simple vitrage* (verre) et le *double vitrage* (verre-air-verre) dont les coefficients de réflexion et les permittivités équivalentes peuvent être extraits de la formule générale en choisissant $M = 1$ et $M = 3$. Quelques résultats sont présentés sur la Fig. 3.14 et la Fig. 3.15 pour les deux types de fenêtre avec $f = 900$ MHz et $\epsilon_{r-verre} = 5,5$.

On observe qu'à cette fréquence le comportement du verre change nettement suivant l'épaisseur des différentes couches et l'angle d'incidence. Sachant que dans les fréquences de travail plus élevées, telles que 1 800 MHz et 2,4 GHz, les dimensions électriques des couches deviennent plus importantes, l'interaction des réflexions multiples dans le verre réserve des résultats encore plus imprévisibles qu'à cette fréquence. Il est alors primordial de prendre

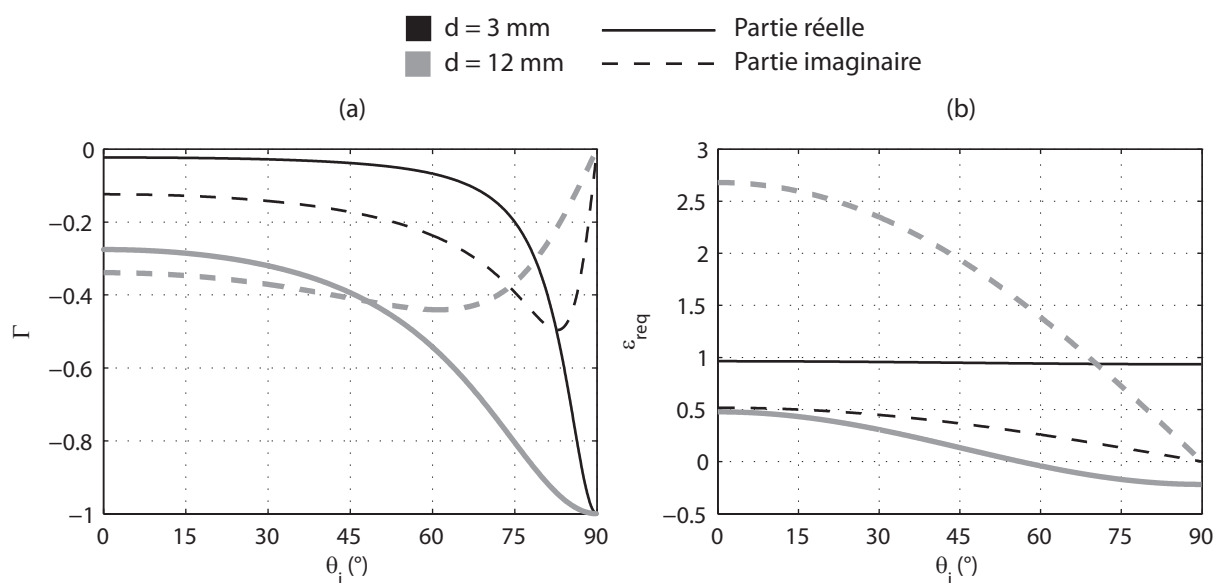


FIG. 3.14 – Simple vitrage : partie réelle et partie imaginaire (a) du coefficient de réflexion et (b) de la permittivité équivalente

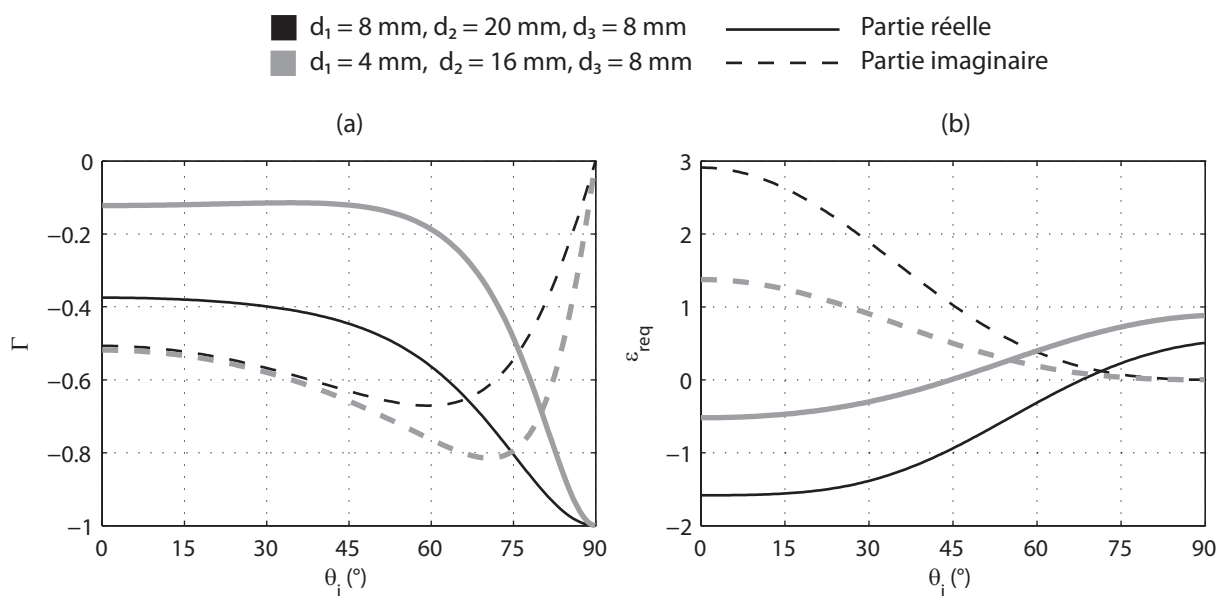


FIG. 3.15 – Double vitrage : partie réelle et partie imaginaire (a) du coefficient de réflexion et (b) de la permittivité équivalente

en compte les caractéristiques des fenêtres dans les simulateurs de propagation d'onde. À titre d'exemple, l'évolution du coefficient de réflexion et de la permittivité équivalente en fonction de la fréquence de travail est présentée sur la Fig. 3.16 pour le double vitrage de 4-16-8 mm en incidence normale.

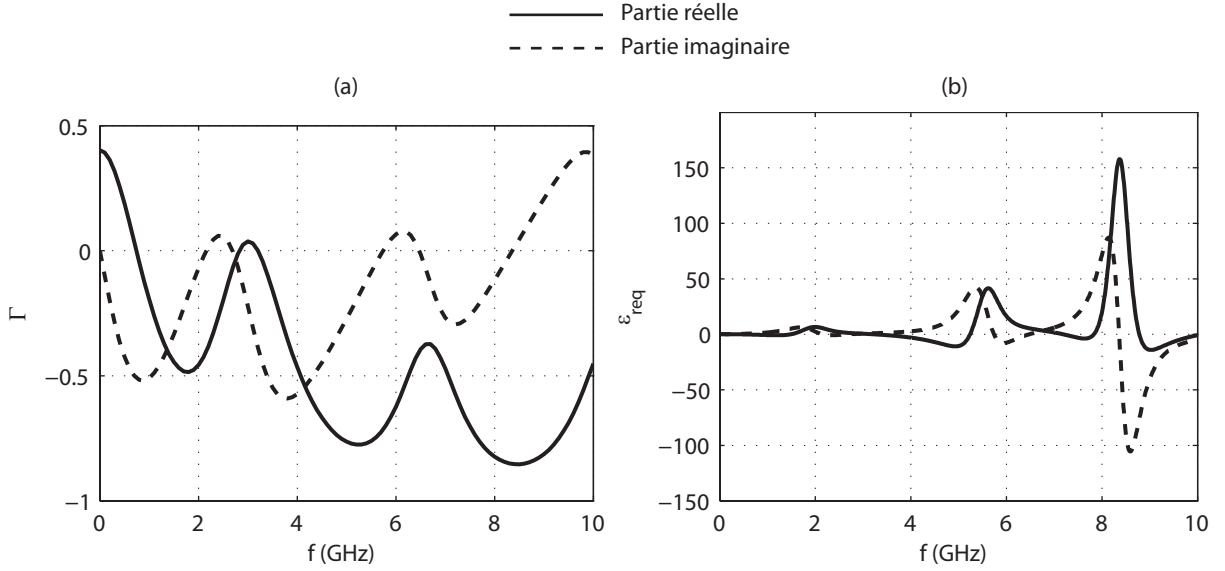


FIG. 3.16 – Évolution de la partie réelle et de la partie imaginaire (a) du coefficient de réflexion et (b) de la permittivité équivalente d'un double vitrage d'épaisseur 4-16-8 mm, en incidence normale, en fonction de la fréquence

Si la convention utilisée pour les champs électromagnétiques en régime harmonique est de la forme $e^{i\omega t}$, la constante diélectrique d'un milieu à pertes a une partie réelle positive et une partie imaginaire négative. Les relations de Kramers-Kronig décrivent la relation entre ces deux parties [78]. Par ailleurs, l'équation de Debye [26] permet d'obtenir les parties réelle et imaginaire de la permittivité relative complexe d'un matériau en fonction de la fréquence et en faisant intervenir la partie réelle de la permittivité à la fréquence zéro (ϵ'_{r0}) et à la fréquence infinie ($\epsilon'_{r\infty}$) :

$$\epsilon_r(\omega) = \epsilon'_{r\infty} + \frac{\epsilon'_{r0} - \epsilon'_{r\infty}}{1 + j\omega\tau_e} = \Re \epsilon_r(\omega) + j\Im \epsilon_r(\omega) \quad (3.9)$$

où :

$$\Re \epsilon_r(\omega) = \epsilon'_{r\infty} + \frac{\epsilon'_{r0} - \epsilon'_{r\infty}}{1 + \omega^2\tau_e^2} \quad (3.10)$$

$$\Im \epsilon_r(\omega) = \frac{-(\epsilon'_{r0} - \epsilon'_{r\infty})\omega\tau_e}{1 + \omega^2\tau_e^2} \quad (3.11)$$

et τ_e est le temps de relaxation du diélectrique. D'après cette équation, si la partie réelle de la permittivité est positive, la partie imaginaire doit être négative. La solution de l'équation non-linéaire (3.8) est complexe avec des parties réelle et imaginaire positives ou négatives suivant l'épaisseur électrique des couches de verre et l'angle d'incidence, comme observé sur les Fig. 3.14 et Fig. 3.15. La permittivité équivalente ainsi calculée ne représente donc pas toujours un milieu physique. Dans l'application des fonctions de Green, ce fait a un impact sur la choix de la constante de propagation. Dans les expressions générales des fonctions de Green, nous trouvons le terme $e^{jk_z z}$, k_z représentant la constante de propagation de l'onde se propageant dans le milieu vers les z négatifs. Sachant que $jk_z = \sqrt{k_p^2 - k^2}$, le choix du signe $+$ ou $-$ dépendra de la nature du milieu et de la direction de propagation. Dans chaque milieu suivant la forme recherchée pour la constante de propagation, l'une des deux possibilités dans le choix du signe est éliminée. Le Tab. 3.4 résume cette opération.

TAB. 3.4 – Résumé du choix du signe de la constante de propagation suivant la permittivité équivalente du milieu multicouche

	$\epsilon_r = \epsilon_r' - j\epsilon_r''$ milieu à pertes	$\epsilon_r = \epsilon_r' + j\epsilon_r''$ milieu amplificateur
solution $+$	$e^{+jk_z z} = e^{+Az} e^{+jBz}$ ✓ s'atténue et se propage vers z^-	$e^{+jk_z z} = e^{+Az} e^{-jBz}$ ✗ s'atténue et se propage vers z^+
solution $-$	$e^{-jk_z z} = e^{-Az} e^{-jBz}$ ✗ s'amplifie et se propage vers z^+	$e^{-jk_z z} = e^{-Az} e^{+jBz}$ ✓ s'amplifie et se propage vers z^-

3.3.2 Validation du modèle

Nous avons présenté un modèle équivalent pour une structure multicouche. D'après les explications précédentes le milieu semi-infini équivaut au multicouche seulement en réflexion. Nous allons examiner la validité de ce modèle par l'examen de trois structures :

- un milieu multicouche de surface infinie à l'aide du calcul de la zone de Fresnel;
- un milieu multicouche de surface finie à l'aide du logiciel commercial CST MWS;
- un milieu composé de dimensions finies à l'aide de CST MWS.

Dans tous les cas on insère la permittivité équivalente dans les fonctions de Green de milieux semi-infinis.

Milieu de surface infinie

Afin de trouver la valeur du coefficient de réflexion de Fresnel avec les fonctions de Green et la permittivité équivalente, on considère une onde plane en polarisation TE ($|E_i| = 1$ V/m) qui illumine en incidence normale un double vitrage ($\epsilon_{r_{\text{verre}}} = 5,5$) d'épaisseur 4-16-8 mm et de surface infinie. La permittivité équivalente de cette structure selon la méthode présentée précédemment pour l'incidence normale est $\epsilon_{r_{\text{eq}}} = -0,5213 + j1,375$. Sur la Fig. 3.17 le double vitrage est remplacé par un milieu d'épaisseur infinie avec la permittivité $\epsilon_{r_{\text{eq}}}$. Nous choisissons un point d'observation sur l'axe z à 100 m de la surface (r) et nous calculons le champ rayonné en ce point en intégrant les courants à l'interface entre l'air et le milieu équivalent. En commençant par un petit cercle centré à l'origine et en augmentant progressivement le rayon de ce cercle, nous observons l'évolution du champ réfléchi (E_r) en fonction du rayon (r') de la surface réfléchissante. Le résultat est tracé sur la Fig. 3.17. Théoriquement, pour une onde plane en incidence normale, les intersections

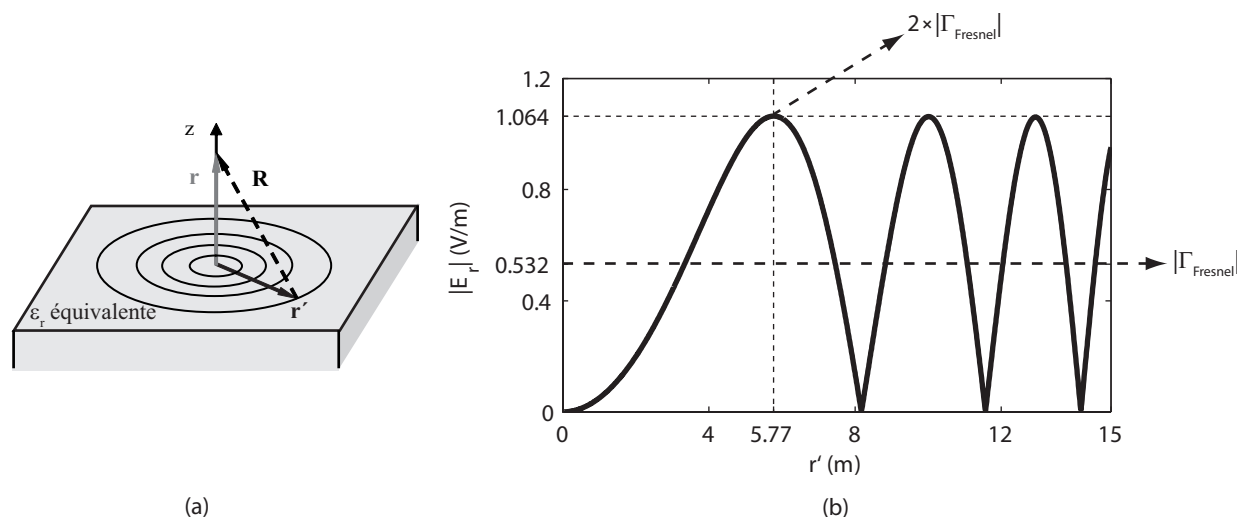


FIG. 3.17 – (a) Étude de la zone et du coefficient de réflexion de Fresnel (b) Évolution du champ réfléchi par le milieu équivalent en fonction du rayon de la surface réfléchissante

des ellipsoïdes de Fresnel et de la surface réfléchissante sont des cercles [79], [80]. Pour un point d'observation à 100 m de l'origine et dans la direction spéculaire le rayon du premier cercle est 5,77 m et l'amplitude du champ électrique réfléchi atteint un maximum en ce point. Sa valeur alors est égale au double du coefficient de réflexion de Fresnel [81] qui est dans le cas considéré égal à $\Gamma_{\text{Fresnel}} = -0,1222 - j0,5187$ de norme de 0,53 selon (3.6)–(3.7). Pour notre milieu équivalent, le point (5,77, 1,06) sur la Fig. 3.17 désigne la zone de Fresnel. La valeur maximale est en effet atteinte à $r' = 5,77$ m et elle correspond à

$E_r = 2 \times |\Gamma_{Fresnel}| = 1,06 \text{ V/m}$. La validité du modèle est donc démontrée pour un milieu de surface infinie.

Milieu de surface finie

Pour calculer le champ réfléchi par une structure de surface et d'épaisseur finies, nous utilisons le simulateur commercial CST MWS. La structure choisie est un simple vitrage ($\epsilon_{r_{verre}} = 5,5$) de surface $1,2 \text{ m} \times 1,2 \text{ m}$ et d'épaisseur $d = 10 \text{ mm}$, illuminé par une onde plane en polarisation TE en incidence normale et à $f = 900 \text{ MHz}$. La Fig. 3.18 montre une comparaison entre le diagramme de rayonnement de cette structure dans le plan $\varphi = 90^\circ$ obtenu par CST et celui calculé à l'aide des fonctions de Green du milieu infini en utilisant la permittivité équivalente. Cette valeur pour l'incidence normale est $\epsilon_{r_{eq}} = 0,622 + j2,053$. Les deux résultats sont en excellente concordance sauf pour les angles rasants ($\theta > 60^\circ$) où les effets de bords deviennent importants. Cependant le niveau du champ électrique réfléchi reste faible au-delà de cet angle. Le temps de calcul avec CST est d'environ 12 heures pour un maillage à $\lambda/40$ contre 15 secondes avec les fonctions de Green avec le même maillage.

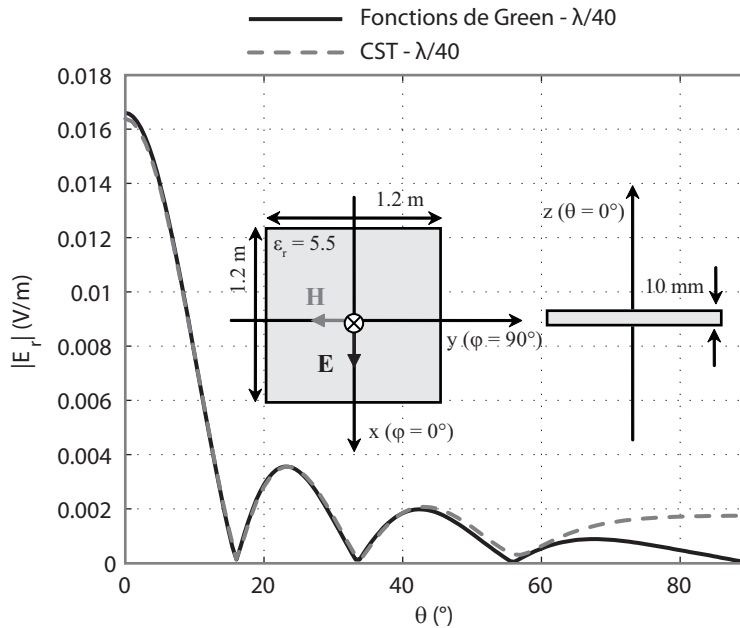


FIG. 3.18 – Simple vitrage et son diagramme de rayonnement en incidence normale obtenu avec CST et les fonctions de Green en utilisant $\epsilon_{r_{eq}} = 0,622 + j2,053$

Afin de valider le modèle pour les incidences obliques, nous éclairons la structure précédente toujours avec une onde plane en polarisation TE en faisant varier l'angle d'incidence de 0° à 90° par pas de 15° et nous observons le champ réfléchi par la structure à 100 m

de l'origine et dans la direction spéculaire (Fig. 3.19). Le champ réfléchi par le milieu équivalent est calculé avec les fonctions de Green en utilisant la permittivité équivalente correspondant à chaque incidence. Les deux résultats sont présentés sur le Tab. 3.5. Jus-

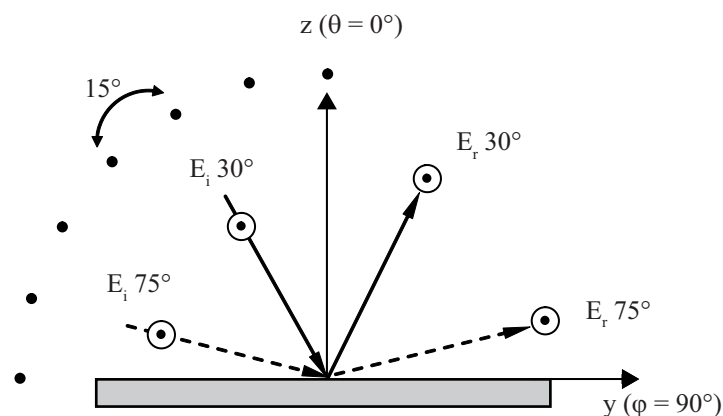


FIG. 3.19 – Simple vitrage de la Fig. 3.18 sous incidences obliques

TAB. 3.5 – Permittivité équivalente et champ réfléchi dans la direction spéculaire du simple vitrage de la Fig. 3.18 en incidence oblique

$\theta_i(^{\circ})$	$\epsilon_{r_{eq}}$	E_r (V/m)	
		F. de Green	CST
0	0,6218 + 2,0526i	0,01649	0,01639
15	0,5937 + 1,9866i	0,01641	0,01587
30	0,5167 + 1,7907i	0,01613	0,01574
45	0,4107 + 1,4728i	0,01545	0,01597
60	0,3039 + 1,0490i	0,01382	0,01363
75	0,2252 + 0,5459i	0,00953	0,02564
90	0,1962 + 0,0000i	0,00000	0,03080

qu'à 60° les valeurs obtenues par le milieu équivalent correspondent bien à celles de CST avec le maximum d'erreur relative de 3%. À partir de cet angle d'incidence les diffractions par les bords deviennent prépondérantes. Ce décalage entre les deux résultats pour les incidence rasantes est attendu car la structure de départ est une lame de verre d'épaisseur réduite ($10 \text{ mm} \simeq 0.3\lambda$), il est donc normal que l'effet de bord soit plus prononcé pour les incidences rasantes. Notons bien que sur la façade d'un bâtiment les fenêtres sont entourées par les murs dont l'épaisseur est assez importante pour affaiblir l'effet de la diffraction. La partie suivante est consacrée à l'étude d'un cas plus réaliste, celui d'une fenêtre intégrée dans un mur en béton.

Milieu composé de surface finie

La Fig. 3.20 présente une fenêtre en double vitrage d'épaisseur 10-20-10 mm et de surface $1,2 \text{ m} \times 1,2 \text{ m}$ intégrée dans un mur en béton d'épaisseur $0,5 \text{ m}$ et de surface $2 \text{ m} \times 2 \text{ m}$. Comme précédemment, les permittivités des matériaux sont $\epsilon_{r_{\text{verre}}} = 5,5$ et $\epsilon_{r_{\text{béton}}} = 6 - j4,8$. L'objet est illuminé par une onde plane en polarisation TE, en incidence normale et à la fréquence de 900 MHz . Les dimensions réelles de la structure sont modélisées avec CST. Pour appliquer les fonctions de Green, étant donné les pertes dans le béton et son épaisseur, le mur peut être considéré comme un milieu d'épaisseur infinie. Le verre, en revanche, doit être remplacé par un milieu infini de permittivité équivalente pour une incidence normale : $\epsilon_{r_{\text{eq}}} = 17 + j18,39$. Les diagrammes de rayonnement à 100 m de la structure obtenus par les deux méthodes sont présentés sur la Fig. 3.20. Les deux résultats

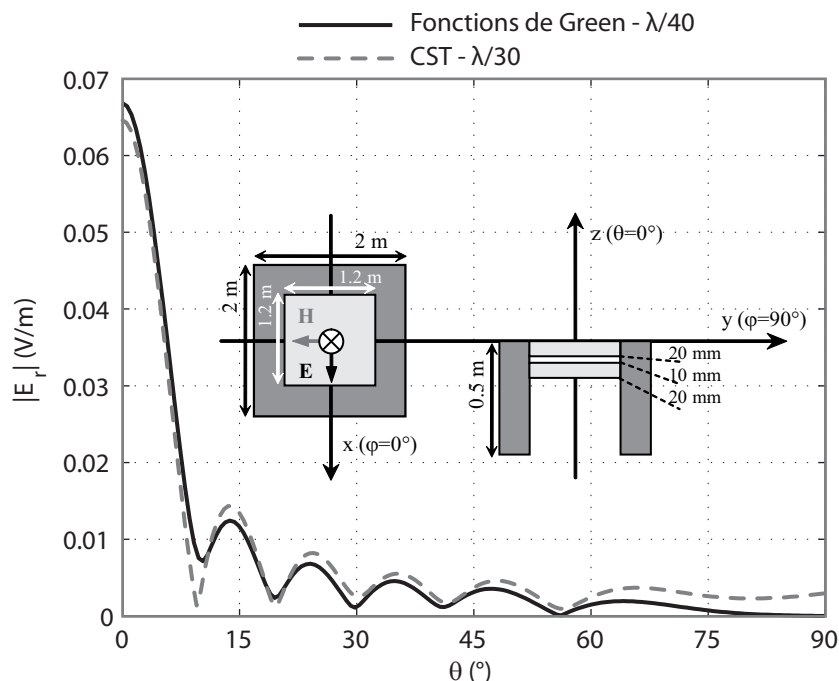


FIG. 3.20 – Fenêtre double vitrage intégrée dans un mur en béton avec son diagramme de rayonnement en incidence normale

montrent une très bonne concordance. L'écart entre les deux résultats vers les directions d'observation rasantes est faible, en raison de la présence du béton dont les pertes et l'épaisseur sont importantes autour de la fenêtre.

Nous avons validé le modèle semi-infini équivalent d'un milieu multicouche pour les différentes configurations. Un bâtiment béton-verre est constitué de plusieurs blocs simi-

laire à celui de la Fig. 3.20 et peut être simulé en appliquant les fonctions de Green sur l'ensemble de la façade en utilisant la permittivité équivalente pour les fenêtres.

3.4 Bâtiments urbains

L'objectif final de la méthode des fonctions de Green est d'évaluer le champ électromagnétique réfléchi par un bâtiment dans l'environnement urbain. La façade d'un bâtiment est composée en réalité de plusieurs matériaux de différentes formes et dimensions. La simplification des éléments constituant une façade pour le modèle utilisé dans le simulateur de la propagation d'onde est donc inévitable. La précision des résultats dépend cependant de la précision du modèle qui a été choisi. Dans ce manuscrit, nous avons considéré un modèle simple pour les bâtiments, en supposant que les deux matériaux principaux se trouvant sur une façade sont le béton et le verre, mais un modèle plus complexe comprenant un plus grand nombre de matériaux pourrait être utilisé selon les besoins. Dans notre étude, les fenêtres sont donc choisies pour être les seuls détails architecturaux.

Malgré la simplicité du modèle, différents paramètres y interviennent. Dans cette section nous allons observer l'influence de quelques paramètres qui nous semblent les plus importants et nous en tirerons des conclusions générales après avoir mené des études statistiques dans le chapitre suivant.

3.4.1 Influence du type de matériau

Une façade générique de bâtiment est présentée sur la Fig. 3.21. La partie principale est modélisée par du béton avec des fenêtres consécutives distribuées sur la surface. Les dimensions sont indiquées en mètres. Nous avons choisi deux types de béton comme matériau principal, "béton A" et "béton B" avec les permittivités : $\epsilon_{r_{\text{béton A}}} = 6,13 - j0,13$ et $\epsilon_{r_{\text{béton B}}} = 3,44 - j0,08$ à la fréquence du GSM (900 MHz) [82]. Les fenêtres sont modélisées par une couche de verre ($\epsilon_{r_{\text{verre}}} = 5,5$) dont l'épaisseur est 1,2 cm. La permittivité équivalente pour les fenêtres se calcule avec la méthode présentée dans la section 3.3.1 et pour une incidence normale est égale à $\epsilon_{r_{\text{eq}}} = 0,48 + j2,7$. Nous ne nous préoccupons pas du choix des valeurs de permittivité dans ce manuscrit. On peut se rapporter aux diverses études existantes qui caractérisent le béton pour les différentes fréquences et taux d'humidité [82], [83]. Ici le but est de prouver que la constante diélectrique des matériaux constituant les façades et leurs formes ont une influence non négligeable sur le champ réfléchi par l'ensemble du bâtiment. L'onde plane incidente est de polarisation TE, avec $\theta_i = 0^\circ$

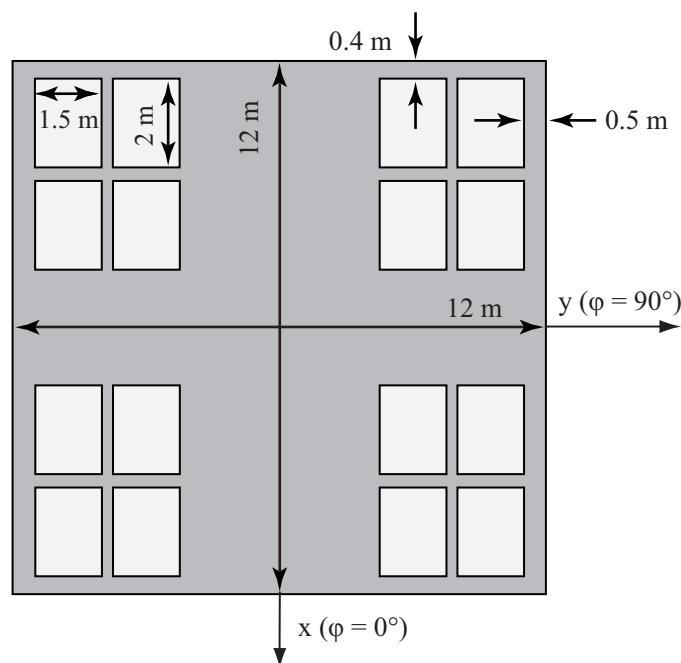


FIG. 3.21 – Façade générique d'un bâtiment béton-verre (bâtiment n° 1) avec 16 fenêtres représentant 33% de sa surface totale

et $\theta_i = 60^\circ$. Les diagrammes de rayonnement pour les deux types de béton sont tracés sur la Fig. 3.22 dans le plan $\varphi = 90^\circ$. Le point d'observation est placé à 300 m du centre de la structure. En raison des grandes dimensions du bâtiment en terme de longueurs d'onde les résultats ne peuvent pas être comparés avec un logiciel commercial (CST ou HFSS) car les ressources demandées par les logiciels sont au-delà de celles disponibles. Dans le cas de l'incidence normale, la différence relative entre les deux combinaisons est de 21% pour le lobe principal et 10% pour le premier lobe secondaire. De même en incidence oblique, les différences sont de 12% et 3%, respectivement. Cette étude particulière nous inspire deux hypothèses suivantes sur l'influence du type de matériau constituant la façade :

- la permittivité affecte plus le lobe principal du champ réfléchi que les lobes secondaires;
- la permittivité affecte plus le champ réfléchi en incidence normale qu'en incidence oblique.

Nous allons confirmer ces hypothèses avec les études statistiques (cf. chapitre 4).

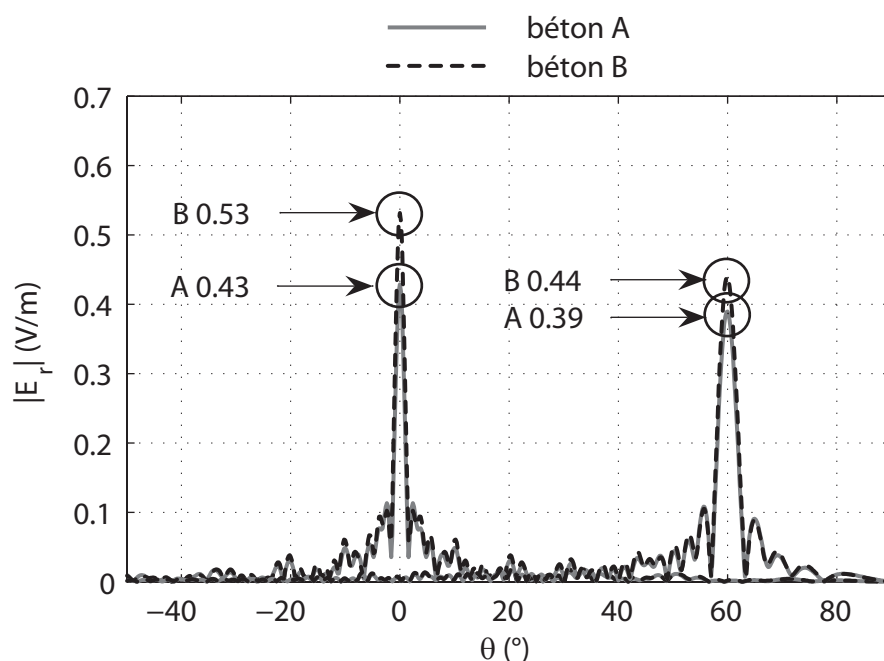


FIG. 3.22 – Champ réfléchi par le bâtiment n° 1, en incidence normale et oblique, pour les deux types de béton dans le plan $\varphi = 90^\circ$

3.4.2 Influence du type de vitrage

Afin d'observer l'influence du type de vitrage sur le champ réfléchi total, nous conservons le bâtiment n° 1 (la Fig. 3.21) avec le béton B ($\epsilon_{r_{\text{béton B}}} = 3,44 - j0,08$) et nous considérons deux types de fenêtres, tout d'abord un simple vitrage avec le verre ($\epsilon_{r_{\text{verre}}} = 5,5$) d'épaisseur de 10 mm, puis un double vitrage avec les épaisseurs air-verre-air correspondantes de 4-16-8 mm. L'onde plane en polarisation TE éclaire la façade en incidence normale. La permittivité du béton est susceptible d'être utilisée directement dans les expressions des fonctions de Green. Les permittivités équivalentes des parties en verre sont calculées en incidence normale : $\epsilon_{r_{\text{simple}}} = 0,622 + j2,053$ et $\epsilon_{r_{\text{double}}} = -0,5213 + j1,375$. Le champ réfléchi total pour les deux paires de constantes diélectriques est calculé dans toutes les directions sur un demi-cercle de rayon 100 m centré à l'origine et dans le plan d'incidence. La Fig. 3.23 compare ces résultats avec le cas de l'utilisation de la permittivité du verre directement dans les expressions des fonctions de Green, autrement dit en supposant que la partie en verre est d'épaisseur infinie. Nous observons que les caractéristiques des fenêtres ont une influence importante sur le lobe principal du rayonnement. Les erreurs entre le résultat obtenu par un vitrage infini et les vitrages réels sont environ 30% pour le double vitrage et 17% pour le simple vitrage.

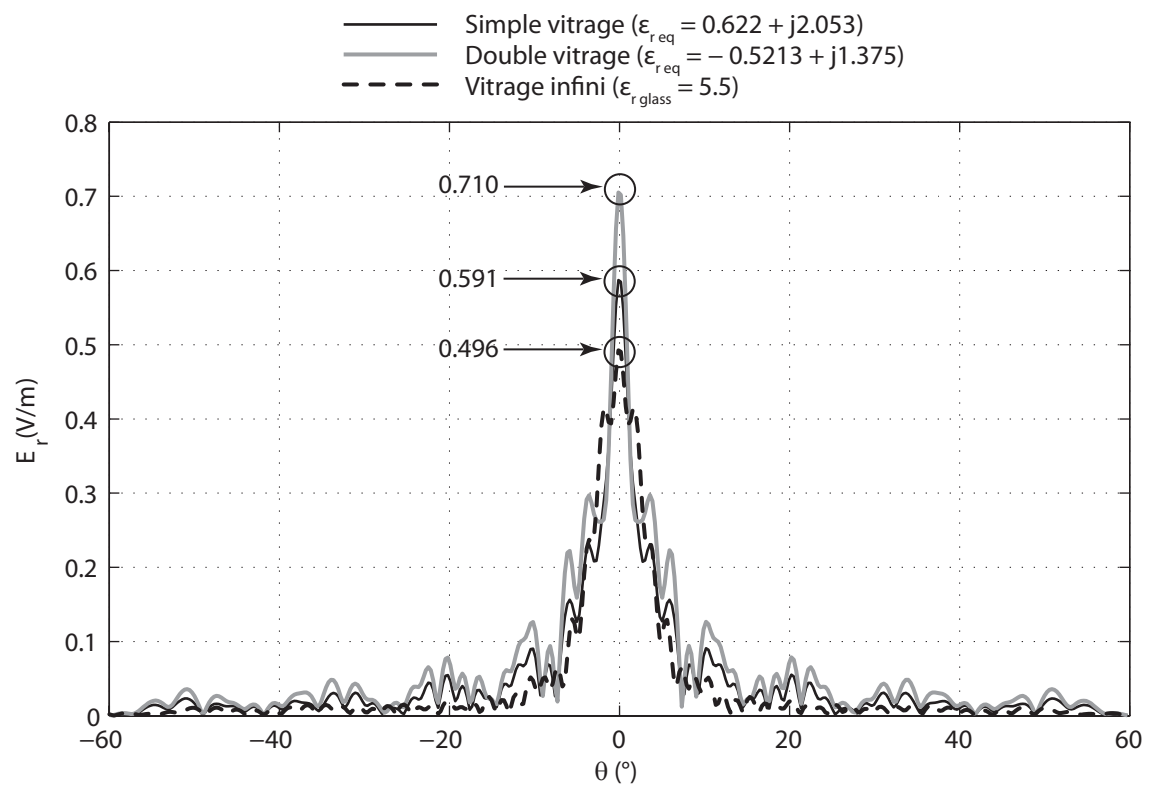


FIG. 3.23 – Champ réfléchi par le bâtiment n° 1 en incidence normale, avec le béton B et trois types de vitrage dans le plan $\varphi = 90^\circ$

Notons bien que le type de vitrage se traduit par un changement de permittivité équivalente et son influence peut être étudiée de façon similaire à l'influence du type de matériau (section 3.4.1). Nous avons tout de même préféré séparer ces deux parties et nous en expliquerons davantage les raisons dans le chapitre 4.

3.4.3 Influence de la distribution des fenêtres

La Fig. 3.24 présente deux façades de bâtiment avec le béton B et le même pourcentage des fenêtres que le bâtiment n° 1 (33%) mais cette fois distribuées différemment : le bâtiment n° 2 avec 2 grandes fenêtres verticales et le bâtiment n° 3 avec 48 petites fenêtres (1 m×1 m) distribuées aléatoirement. La façade du bâtiment n° 3 ne représente peut être pas une façade réaliste, cependant elle nous aide à bien observer l'influence de la distribution des fenêtres. Le champ réfléchi par ces deux façades, en incidence normale et

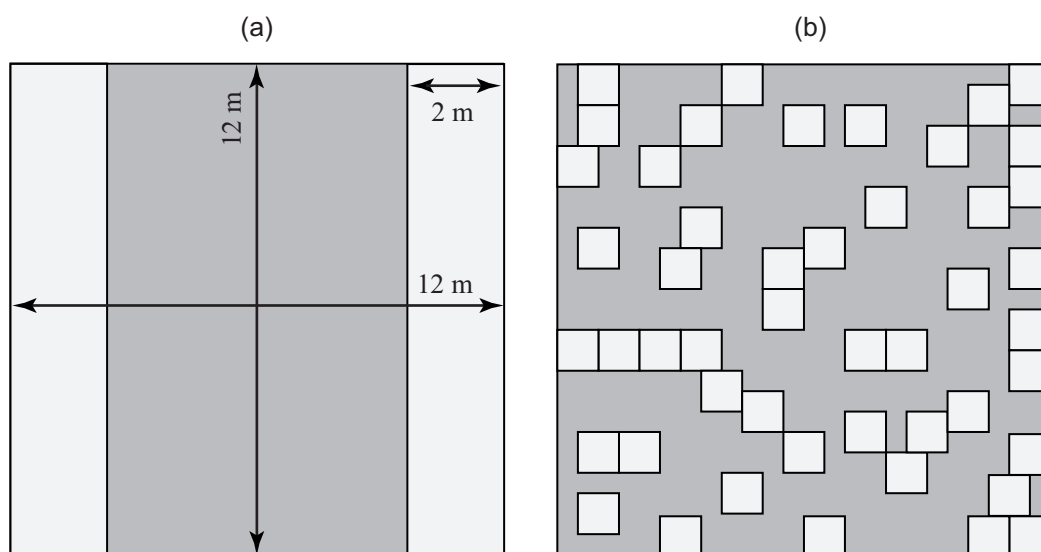


FIG. 3.24 – (a) Bâtiment n° 2 (b) Bâtiment n° 3, avec des fenêtres qui couvrent 33% de la façade

oblique ($\theta_i = 60^\circ$), est comparé avec le champ réfléchi par le bâtiment n° 1 sur la Fig. 3.25. En incidence normale, la différence relative maximale entre les trois types de distribution des fenêtres est de 9% pour le lobe principal et 40% pour le premier lobe secondaire. En incidence oblique, les différences sont d'environ 1% pour le lobe principale et 12% pour le premier lobe secondaire. Cette étude nous conduit aux deux hypothèses suivantes sur l'influence de la distribution des fenêtres (des inhomogénéités) :

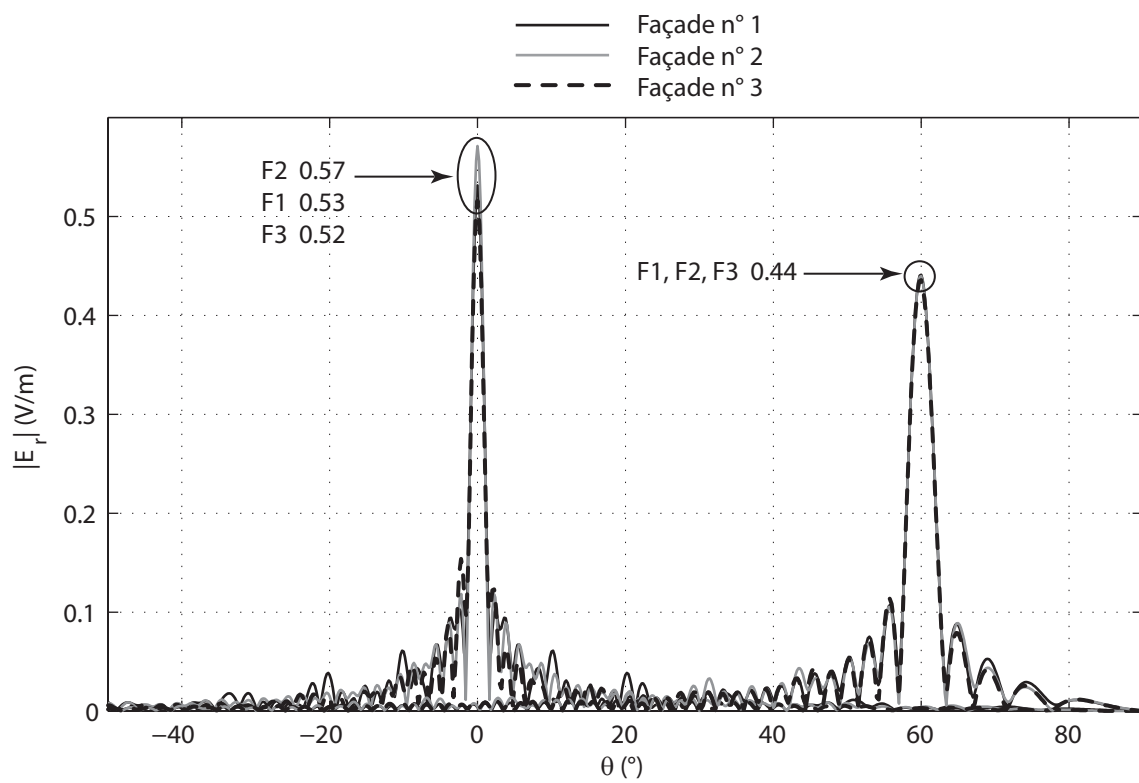


FIG. 3.25 – Champ réfléchi par les trois façades de bâtiment, en incidence normale et oblique, avec le béton B et dans le plan $\varphi = 90^\circ$

- la distribution des inhomogénéités affecte plus le lobe secondaire du champ réfléchi que le lobe principal;
- la distribution des inhomogénéités affecte plus le champ réfléchi en incidence normale qu'en incidence oblique.

Nous allons confirmer également ces hypothèses avec les études statistiques (cf. chapitre 4).

3.5 Conclusion

Les courants surfaciques (donnés par le principe d'équivalence dans le chapitre 1) ainsi que l'outil de calcul du rayonnement des courants (fourni par les fonctions de Green obtenues dans le chapitre 2), nous ont donné suffisamment de matière pour appliquer la méthode aux structures concrètes dans ce chapitre. Cette application n'est alors qu'une intégrale de surface destinée, somme toute, à l'environnement urbain. À cette fin, nous avons étudié les caractéristiques des bâtiments et nous nous sommes intéressés à trois particularités : la finitude de la surface, les inhomogénéités à grande échelle et la stratification des fenêtres. Nous avons appliqué la méthode des fonctions de Green aux structures ayant ces caractéristiques et nous avons vérifié à l'aide des simulateurs électromagnétiques 3D jusqu'où la méthode peut assurer la précision des résultats. Au cours de cette application nous avons mené de différentes études : la comparaison avec l'optique physique, la clarification de la signification des approximations dites champ lointain et l'introduction d'une permittivité équivalente.

La complexité et la variabilité sont des caractéristiques importantes des bâtiments urbains. Il est quasi-impossible de connaître précisément les matériaux se trouvant sur les façades et de tenir compte de leurs formes exactes pour tous les bâtiments dans une ville. Par ailleurs l'influence de tous les paramètres intervenant dans les calculs n'est pas identique. Nous avons besoin d'un moyen qui permet une connaissance suffisante de ces influences. La méthode des fonctions de Green, étant rapide et peu exigeante en ressources informatiques, nous donne la possibilité de lancer de nombreuses études paramétriques et nous fournit les éléments de base pour mener des études statistiques de la propagation d'onde.

Chapitre 4

Études statistiques

Prédire les champs électromagnétiques à proximité des façades de bâtiments dans l'environnement urbain est une étape importante pour caractériser la propagation des ondes électromagnétiques. L'environnement urbain est *complexe* et *variable* : connaître les caractéristiques exactes de tous les bâtiments dans une ville est impossible et les paramètres influents variant d'un bâtiment à un autre sont nombreux. En conséquence cet environnement ne peut pas être complètement décrit par un simple modèle déterministe. L'environnement n'étant connu que de façon approchée, le champ ne pourra être prédit par simulation qu'avec une précision limitée. Il est important, pour interpréter les résultats obtenus, de pouvoir évaluer les marges d'incertitude associées.

Par ailleurs, un outil pratique et rapide d'analyse de la propagation d'onde exige un modèle simplifié de l'environnement urbain, il est alors indispensable de limiter la complexité de la description des façades. Une simplification réaliste se fait uniquement si, connaissant tous les paramètres intervenant, on néglige uniquement ceux dont l'influence est la moins importante. La connaissance de l'influence de chaque paramètre de l'environnement urbain nous permet d'employer les bonnes approximations qui accélèrent le temps de calcul tout en gardant une précision acceptable, et nous permet de quantifier l'erreur commise lors des simplifications choisies.

Nous avons présenté la méthode des fonctions de Green pour calculer le champ réfléchi par des bâtiments urbains. Dans ce chapitre nous réalisons des études statistiques en utilisant notre méthode afin de caractériser l'influence de différents paramètres sur le champ électromagnétique au voisinage d'un bâtiment.

4.1 Sources d'incertitude du champ

Les sources d'incertitude du champ électromagnétique dans l'environnement urbain étant diverses, nous nous limitons à la réflexion/diffraction par les façades de bâtiments. Nous pouvons identifier plusieurs paramètres liés à l'architecture des bâtiments. Prenons le modèle du bâtiment béton-verre présenté dans la section 3.4, les questions suivantes se posent :

- La permittivité du béton est fonction de la fréquence et de différents paramètres tels que le taux d'humidité. Comment la variation de la permittivité du béton, matériau principal de la façade, influence-t-elle le champ réfléchi ?
- La permittivité des fenêtres est fonction de la permittivité du verre, de l'épaisseur de la vitre, de l'angle d'incidence et de la fréquence. Comment la variation de la permittivité des fenêtres, qui constituent les inhomogénéités présentes sur la façade, influence-t-elle le champ total ?
- La distribution des fenêtres est-elle importante dans l'analyse de la propagation d'onde ? Serait-il équivalent d'avoir plusieurs petites fenêtres ou une grande baie vitrée avec le même pourcentage de verre ?
- Quel est l'impact de la variation des dimensions des fenêtres (par exemple la largeur, la hauteur et l'épaisseur) sur le champ total ?
- La polarisation de l'onde incidente change-t-elle l'influence de chaque paramètre ?
- etc.

Nous rappelons que la formulation générale du champ dans notre méthode est une intégrale de surface de la forme suivante :

$$\vec{E} = \int_s \overline{\overline{G}}_E \bullet \vec{J}_s ds \quad (4.1)$$

où :

1. La fonction de Green dyadique $\overline{\overline{G}}_E$ contient les informations sur le type du matériau et l'angle d'observation.
2. Le courant surfacique \vec{J}_s reflète la source du problème.
3. L'intégrale de surface porte des informations sur la taille et la distribution des inhomogénéités.

Ainsi la méthode nous permet de tenir compte de différentes sources d'incertitude du champ électromagnétique et de trouver des réponses aux questions posées précédemment en conduisant des études statistiques.

Nous pouvons considérer deux types d'études statistiques :

Approche analytique Ayant les expressions exactes des champs électromagnétiques, une distribution est attribuée à un paramètre et sa variation aléatoire se traduit directement dans l'expression analytique du champ.

Approche numérique La collecte des données se fait à l'aide des tirages aléatoires d'une distribution connue pour un paramètre. L'interprétation des données s'effectue par la suite à l'aide des outils statistiques existants.

Dans les deux cas, il faut choisir les paramètres intéressants et connaître la nature de leur variation dans l'environnement urbain. Suivant la variation des paramètres et la complexité des expressions, l'approche analytique peut devenir difficilement applicable.

4.2 Approche analytique

Dans cette section l'étude statistique analytique se fait avec deux approches différentes. La première, décrite dans la section 4.2.1, est basée sur les expressions exactes des fonctions de Green. Cette approche est la plus puissante et la plus universelle mais elle est plus difficile à réaliser en raison de la complexité des calculs. Nous allons développer brièvement l'idée de cette approche dans cette section. La deuxième approche analytique, détaillée dans la section 4.2.2, est basée le développement limité qui donne des expressions approchées pour les composantes du champ sous forme des polynômes d'ordre n . Les expressions approchées peuvent être utilisées dans les calculs déterministes et statistiques de la même manière que les expressions exactes. Elles s'avèrent quelquefois plus simples à manipuler ayant des coefficient pré-calculés. Les polynômes d'ordre 1 deviennent particulièrement intéressants pour la statistique analytique grâce à leur linéarité mais ils ont l'inconvénient d'être moins précis. En conséquence l'approche analytique basée sur le développement limité trouve des cas d'application plus restreints que l'approche analytique basée sur les expressions exactes. Elle deviendrait même plus difficile à appliquer dans certains cas (cf. section 4.2.2) que l'approche numérique présentée dans la section 4.3.

4.2.1 Fonction de variable aléatoire

Soient X une variable aléatoire et $Y = g(X)$ une fonction de cette variable. Sachant que Y est à son tour une variable aléatoire, nous pouvons déterminer la densité de probabilité de Y en fonction de la densité de probabilité de X . Il faut résoudre l'équation $y = g(x)$ en

désignant les antécédents par x_n :

$$y = g(x_1) = \dots = g(x_n) = \dots \quad (4.2)$$

Nous pouvons démontrer que [84] :

$$f_y(y) = \frac{f_x(x_1)}{|g'(x_1)|} + \dots + \frac{f_x(x_n)}{|g'(x_n)|} + \dots \quad (4.3)$$

où $f_y(y)$ et $f_x(x)$ sont respectivement les densités de probabilité de Y et X , et $g'(x)$ est la dérivée de $g(x)$. Pour déterminer la densité de probabilité de Y il suffit alors que $g(x)$ soit dérivable et inversible.

Dans l'expression générale du champ électromagnétique (4.1) différentes variables interviennent, par exemple la permittivité et les dimensions de l'objet diffractant, l'angle d'incidence et l'angle d'observation et le type de l'excitation du problème. Les variations attribuées à chacun de ces paramètres se manifestent dans les variations du champ électrique réfléchi. Nous pouvons alors dire que le champ est une fonction aléatoire de différentes variables aléatoires. Prenons à titre d'exemple la permittivité de l'objet diffractant (ϵ_r) apparaissant dans les expressions des fonctions de Green. La permittivité étant une variable aléatoire, la fonction de Green du champ réfléchi est une fonction de cette variable $\overline{G}_E(\epsilon_r)$. Connaissant la densité de probabilité de ϵ_r , la densité de probabilité de \overline{G}_E et en conséquence la densité de probabilité de \vec{E} s'obtiennent en appliquant (4.3). Ayant les densités de probabilité, nous pouvons calculer toutes les mesures statistiques : moyenne, médiane, variance, etc.

Cette approche est très puissante et complète, l'inconvénient est la complexité du processus du calcul. En particulier, on rencontre souvent des problèmes lorsqu'on cherche la fonction inverse g , surtout quand il s'agit de variables qui se trouvent aux bornes de l'intégrale surfacique (les dimensions de l'objet diffractant). A cause de cette difficulté et pour avoir un accès rapide aux paramètres intéressants de la fonction aléatoire, nous proposons une approche numérique dans la section suivante.

4.2.2 Développement limité

Supposons que la fonction réelle ou complexe $f(x)$ est n fois dérivable au voisinage d'un nombre réel ou complexe x_0 , le développement limité de cette fonction s'écrit de la manière

suivante (série de Taylor [85]) :

$$f(x) = f(x_0) + (x-x_0)f'(x_0) + \frac{(x-x_0)^2}{2!}f''(x_0) + \dots + \frac{(x-x_0)^{(n-1)}}{(n-1)!}f^{(n-1)}(x_0) + R_n(x) \quad (4.4)$$

où R_n est le terme du reste de la série qui peut s'exprimer sous plusieurs formes. La forme intégrale [86] est utilisée dans ce manuscrit :

$$R_n(x) = \int_{x_0}^x \frac{f^{(n+1)}(t)}{n!} (x-t)^n dt \quad (4.5)$$

Nous utilisons cette méthode pour développer les expressions du champ électrique calculées dans le chapitre 2 au voisinage de la permittivité du matériau principal de la façade d'un bâtiment. Si l'approximation du premier ordre est utilisée, la série s'arrête au deuxième terme et le reste R_n dépend de la dérivée seconde de la fonction étudiée. Les expressions sont les suivantes :

$$f(x) = f(x_0) + (x-x_0)f'(x_0) + R_1 \quad (4.6)$$

$$R_1(x) = \int_{x_0}^x f''(t)(x-t)dt \quad (4.7)$$

L'avantage d'une approximation du premier ordre est d'obtenir une fonction linéaire de x , cela permet de prévoir facilement la variation de $f(x)$ en fonction des variations de x au voisinage de x_0 . La précision de l'approximation du premier ordre dépend de la forme de la fonction étudiée et la taille du voisinage autour de x_0 . Nous allons voir dans cette section dans quelle mesure cette précision peut être suffisante pour notre application.

Une onde plane en polarisation TE qui illumine la surface d'un diélectrique de permittivité relative ϵ_r crée des courants électrique et magnétique surfaciques dont le rayonnement est donné par les expressions (2.68)–(2.73). Nous souhaitons appliquer le développement limité au premier ordre aux expressions du champ électrique réfléchi au voisinage de la permittivité du matériau principal d'un bâtiment et calculer le champ pour d'autres valeurs de permittivité, par exemple pour la permittivité des inhomogénéités, à l'aide de la nouvelle expression linéaire. Nous présentons ici le processus du calcul pour une des composantes le reste du calcul se trouvant dans l'annexe C. Prenons l'exemple de la composante z du champ électrique dans l'air créée par le courant électrique J_x .

$$E_{zJ_x} = \frac{\cos \varphi}{4\pi j\omega} \oint_C \frac{k_\rho^2}{DE} H_1^{(2)}(k_\rho \rho) j k_z e^{-jk_{z0}z} dk_\rho \quad (4.8)$$

où :

$$DE = \epsilon_0 \epsilon_r j k_{z_0} + \epsilon_0 j k_z \quad (4.9)$$

$$j k_{z_0} = \sqrt{k_0^2 \sin^2 \theta - k_0^2} \quad (4.10)$$

$$j k_z = \sqrt{k_0^2 \sin^2 \theta - k^2} \quad (4.11)$$

Après avoir appliqué les approximations de la plus grande pente (2.81) :

$$E_{z_{J_x}}(\epsilon_r) = \frac{\cos \varphi}{4\pi j \omega} \frac{1}{DE(\epsilon_r)} 2j k_0 \cos(\theta) j k_0 \sin(\theta) \quad (4.12)$$

D'après la relation (4.6), le développement limité au premier ordre au voisinage du matériau principal (ϵ_{r_1}) de la façade est le suivant :

$$\begin{aligned} E_{z_{J_x}}(\epsilon_r) &= \frac{\cos \varphi}{4\pi j \omega} \frac{1}{DE(\epsilon_{r_1})} 2j k_0 \cos(\theta) j k_0 \sin(\theta) \\ &+ (\epsilon_r - \epsilon_{r_1}) \frac{\cos \varphi}{4\pi j \omega} 2j k_0 \cos(\theta) j k_0 \sin(\theta) \cdot \left[\frac{1}{DE(\epsilon_r)} \right]' \Big|_{\epsilon_{r_1}} \end{aligned} \quad (4.13)$$

où la dérivée de $\frac{1}{DE}$ selon ϵ_r se calcule en se référant à (4.9) :

$$\left[\frac{1}{DE(\epsilon_r)} \right]' \Big|_{\epsilon_{r_1}} = - \frac{DE'}{DE^2} \Big|_{\epsilon_{r_1}} = - \frac{j k_0 \cos(\theta) \epsilon_0 + \frac{j k_0 \epsilon_0}{2\sqrt{\epsilon_{r_1} - \sin^2(\theta)}}}{\left(j k_0 \epsilon_0 \epsilon_{r_1} \cos(\theta) + j k_0 \epsilon_0 \sqrt{\epsilon_{r_1} - \sin^2(\theta)} \right)^2} \quad (4.14)$$

La nouvelle expression de $E_{z_{J_x}}$ est linéaire en ϵ_r . Le calcul de cette composante du champ réfléchi par une structure présentant des inhomogénéités (Fig. 4.1) se fait en deux étapes :

1. intégrer le premier terme de l'expression approchée (4.13) de la fonction de Green sur toute la surface de la façade comme présenté sur la Fig. 4.1(a);
2. intégrer le deuxième terme de l'expression (4.13) de la fonction de Green en $\epsilon_r = \epsilon_{r_2}$ uniquement sur la surface des inhomogénéités comme présenté sur la Fig. 4.1(b).

Cette opération économise du temps de calcul pour les structures de grande taille. Les résultats de l'étape 1 du calcul, pour un matériau principal donné, peuvent être stockés. Pour des inhomogénéités de différentes forme et permittivité, seule l'étape 2 du calcul reste nécessaire à refaire. Par ailleurs, la quantification de l'influence de la variation de la permittivité sur la composante z du champ électrique est ainsi plus simple à calculer qu'à partir de l'expression exacte de $E_{z_{J_x}}$. Ayant calculé similairement toutes les composantes du champ électrique dans l'annexe C, la simplicité de calcul est généralisée au champ total réfléchi

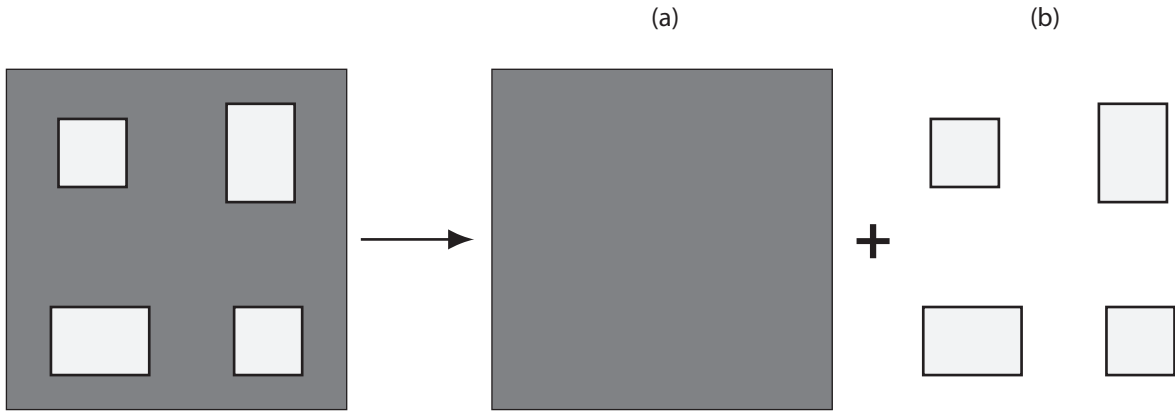


FIG. 4.1 – Décomposition d'une structure inhomogène

par une façade de bâtiment. En ce qui concerne les études statistiques, connaissant la distribution de la permittivité, la distribution du champ réfléchi s'obtient analytiquement.

L'expression (4.13) donne un résultat exact pour $\epsilon_r = \epsilon_{r_1}$ et plus l'écart entre ϵ_r et ϵ_{r_1} est important plus l'erreur de l'approximation devient grande. Cette erreur est prévisible à l'aide de l'expression du reste de la série (4.7). Afin de calculer cette erreur pour la composante z du champ électrique créé par le courant électrique J_x , nous avons besoin de calculer la dérivée seconde de $\frac{1}{DE}$ selon ϵ_r :

$$\left[\frac{1}{DE(\epsilon_r)} \right]'' = \frac{-DE'' \cdot DE + 2DE'^2}{DE^3} \quad (4.15)$$

où :

$$DE' = jk_0 \cos(\theta) \epsilon_0 + \frac{1}{2} jk_0 \epsilon_0 (\epsilon_r - \sin^2(\theta))^{-1/2} \quad (4.16)$$

$$DE'' = -\frac{1}{4} jk_0 \epsilon_0 (\epsilon_r - \sin^2(\theta))^{-3/2} \quad (4.17)$$

Les expressions nécessaires pour calculer les erreurs correspondantes aux autres composantes du champ sont également données dans l'annexe C.

Dans la partie suivante, nous présenterons le champ réfléchi obtenu par le développement limité ainsi que l'erreur liée à l'approximation du premier ordre.

Exemples d'application du développement limité

Supposons une structure composée de deux diélectriques représentant éventuellement le matériau principal de la façade d'un bâtiment et les inhomogénéités qui s'y trouvent. La

structure est illuminée par une onde plane en polarisation TE à la fréquence $f = 900$ MHz. Nous calculons le champ électrique lointain dans le plan d'incidence d'abord avec les expressions exactes des fonctions de Green et ensuite avec les expressions approchées obtenues par un développement du premier ordre au voisinage de la permittivité du matériau principal de la façade. Nous étudions comment l'écart entre les permittivités des deux diélectriques peut influencer l'erreur. La permittivité relative du matériau principal est égale à 9.

Une première simulation est faite avec deux inhomogénéités de dimensions $1,6 \text{ m} \times 0,8 \text{ m}$ qui représentent 7% de la surface totale. La permittivité relative des inhomogénéités est une fois égale à 5 et une fois égale à 2 pour être alternativement proche et éloignée de la permittivité du matériau principal. Le diagramme de rayonnement de la structure est tracé sur la Fig. 4.2 pour les deux valeurs de permittivité. En direction spéculaire et dans le cas

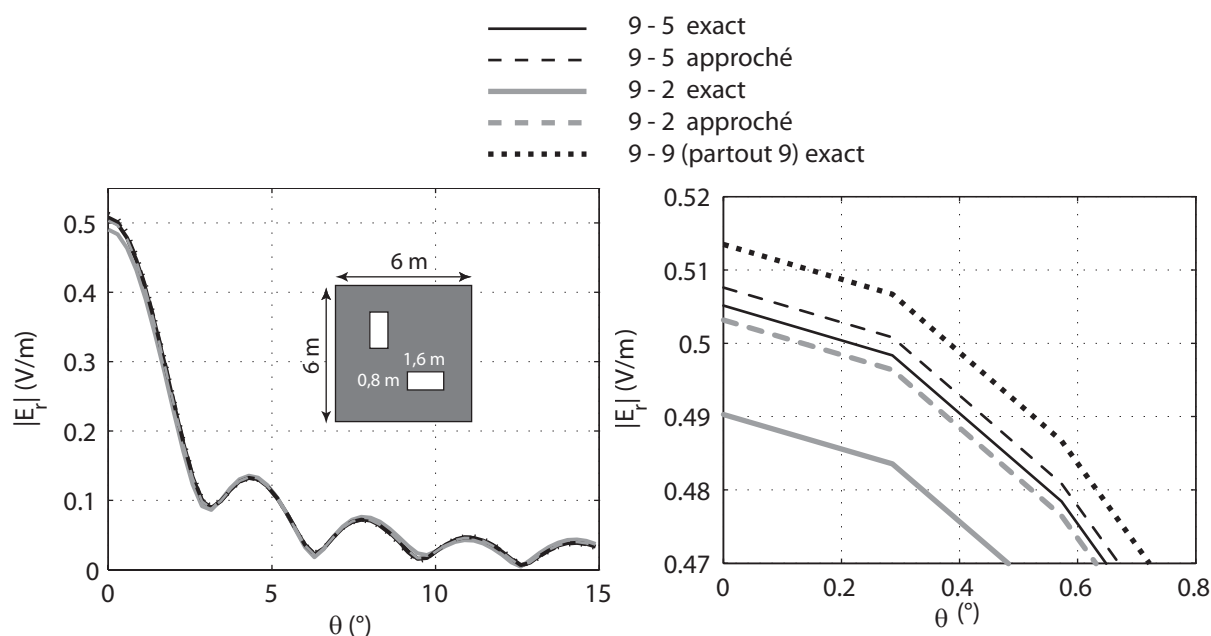


FIG. 4.2 – Structure composée de deux diélectriques : la permittivité relative du matériau principal est égale à 9 et des inhomogénéités de permittivité relative égale à 5 ou 2 représentant 7% de la surface totale. Diagramme de rayonnement de la structure en incidence normale et dans le plan $\varphi = 90^\circ$ obtenu par les expressions exactes des fonctions de Green et le développement limité au premier ordre

de la permittivité relative de 5, l'erreur entre les deux résultats est de 0,5% et dans le cas de la permittivité relative de 2 cette erreur est de 2,6%. Les erreurs sont petites et plus faibles en comparaison avec le cas extrême qui est celui de l'élimination des inhomogénéités. En direction spéculaire et dans le cas de la permittivité relative de 5 l'erreur entre la solution exacte et la solution homogène est de 1,6% et dans le cas de la permittivité de 2 cette

erreur augmente à 4,7%.

La deuxième simulation est faite avec des inhomogénéités deux fois plus grandes que les précédentes : leur dimensions $3,2\text{ m} \times 1,6\text{ m}$ représentent 28% de la surface totale. Les permittivités relatives des inhomogénéités sont comme pour la première simulation égales à 5 et 2. Le diagramme de rayonnement de la structure est tracé sur la Fig. 4.3 pour les deux valeurs de permittivité. En direction spéculaire et dans le cas de la permittivité relative

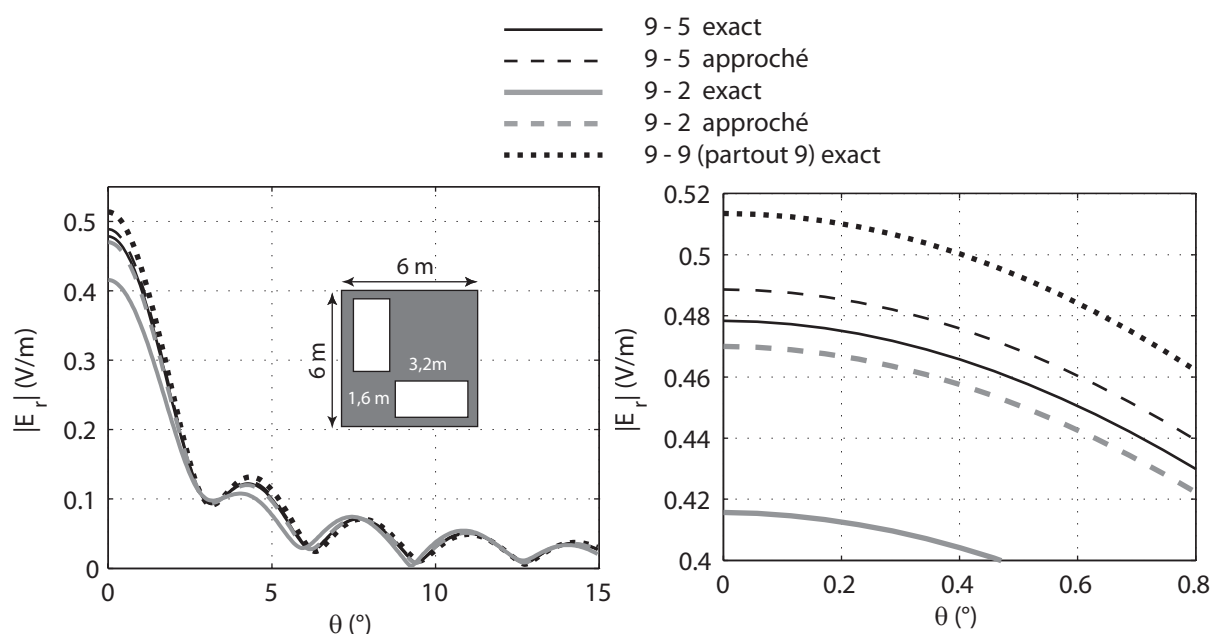


FIG. 4.3 – Structure composée de deux diélectriques : la permittivité relative du matériau principal est égale à 9 et des inhomogénéités de permittivité relative égale à 5 ou 2 représentant 28% de la surface totale. Diagramme de rayonnement de la structure en incidence normale et dans le plan $\varphi = 90^\circ$ obtenu par les expressions exactes des fonctions de Green et le développement limité au premier ordre

de 5, l'erreur entre les deux résultats est de 2% et dans le cas de la permittivité relative de 2 cette erreur est de 13%. L'erreur reste faible pour la permittivité plus proche de la permittivité du matériau principal de la façade et elle devient importante pour la petite valeur de la permittivité. Dans ce cas, l'approximation du premier ordre ne suffit pas. En ajoutant des ordres supplémentaires, nous obtenons des expressions plus précises mais nous perdons la linéarité et le développement limité perd son intérêt dans les études statistiques analytiques.

4.3 Approche numérique

Les expressions analytiques de la *fonction de répartition* ou de la *densité de probabilité* d'une variable aléatoire nous permettent d'accéder à toutes les informations nécessaires sur la variable. Dans le cas où les expressions analytiques de la variable en question ne sont pas disponibles, par exemple dans le cas de la mesure d'un paramètre inconnu dans un système, les informations peuvent être tirées à partir d'un ensemble d'échantillons qui sont fournis par les mesures ou les essais. Par ailleurs si les expressions analytiques existent mais que leur complexité ne permet pas une manipulation simple pour obtenir les informations nécessaires, le tirage aléatoire nous donne la possibilité d'accéder rapidement à certains paramètres intéressants concernant la variable aléatoire (ou une fonction de la variable aléatoire). Par exemple, dans le cas des fonctions de Green présentées dans ce manuscrit, les expressions complexes de toutes les composantes du champ électromagnétique étant connues, l'extraction des expressions de densités de probabilité pour tous les paramètres intervenant est théoriquement possible sachant qu'un outil informatique puissant devient rapidement indispensable.

La variable aléatoire nous intéressant dans cette section est le champ électrique réfléchi par les façades de bâtiments. Le champ est une variable aléatoire des paramètres de la façade dont l'influence est plus facile à observer avec l'approche numérique. Nous allons étudier la variation de quelques paramètres importants de la façade. Notons bien que l'influence de tous les autres paramètres peut être étudiée en utilisant cette approche, il suffit d'avoir une information précise sur le type de variation du paramètre afin de lui attribuer un modèle réaliste.

4.3.1 Variation aléatoire de la permittivité du béton

Considérons la façade générique du bâtiment présentée sur la Fig. 4.4. Supposons que la permittivité du béton varie de façon aléatoire et suit une loi normale avec une moyenne (μ) de 6,13 et un écart-type (σ) de 0,25. La tangente de perte ($\tan \delta$) est considérée constante et égale à 0,02. Les fenêtres sont en simple vitrage avec la permittivité du verre égale à 5,5 et l'épaisseur de 10 mm. La façade est illuminée par une onde plane en polarisation TE en incidence normale et à la fréquence de 900 MHz. La permittivité équivalente des fenêtres pour cette incidence est égale à $\epsilon_{r_{eq}} = 0,622 + j2,053$. Pour les 10 000 tirages aléatoires de la permittivité du béton, le champ lointain réfléchi est observé à 300 m de la façade et les valeurs sont enregistrées pour le lobe principal ($\theta_r = 0^\circ$) et pour le premier lobe secondaire

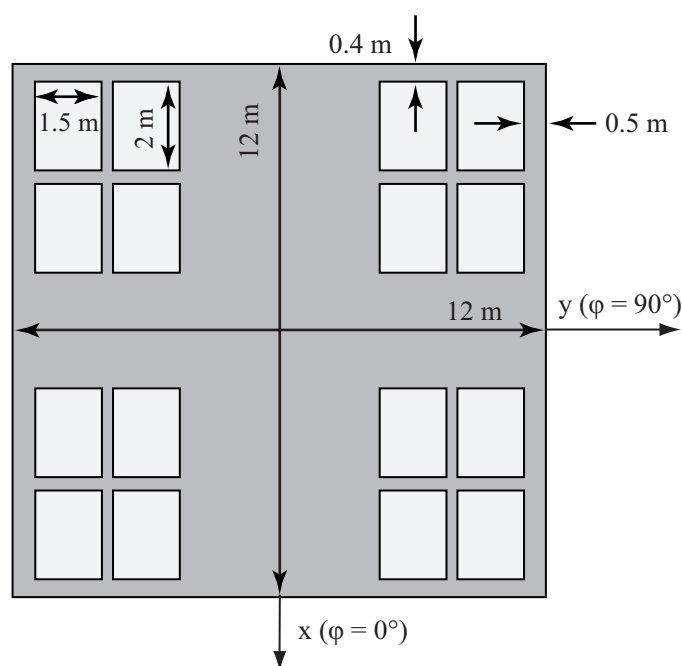


FIG. 4.4 – Façade générique d'un bâtiment béton-verre avec 16 fenêtres représentant 33% de sa surface totale

($\theta_r = 2,4^\circ$). Les densités de probabilité du champ réfléchi dans les deux directions sont tracées sur la Fig. 4.5.

Sachant que $|E_i| = 1$ V/m, lorsque le champ électrique est observé dans la direction spéculaire le résultat est nommé le *coefficient de réflexion* et dans la direction non spéculaire la notation de $|E_r|$ V/m est conservée. Les deux histogrammes ne sont pas à la même échelle car le niveau du champ électrique au premier lobe secondaire est nettement moins élevé qu'au lobe principal. Ces densités de probabilité sont comparables avec leurs équivalents en incidence oblique présentés sur la Fig. 4.6. Malgré la ressemblance avec la densité de probabilité de la loi normale, nous allons vérifier avec un test d'hypothèse statistique à la fin de cette section qu'aucune des deux fonctions ne suit une loi normale.

Nous allons définir une mesure importante pour pouvoir comparer les résultats: le *coefficient de variation*. Il est défini en divisant l'écart-type de la distribution par sa moyenne et est souvent exprimé en pourcentage. Cette mesure étant sans unité, elle permet de comparer la dispersion des distributions de variables de natures différentes [87].

$$CV = \frac{\sigma}{\mu} \quad (4.18)$$

Le coefficient de variation de la permittivité du béton est de 4% et ceux du champ réfléchi

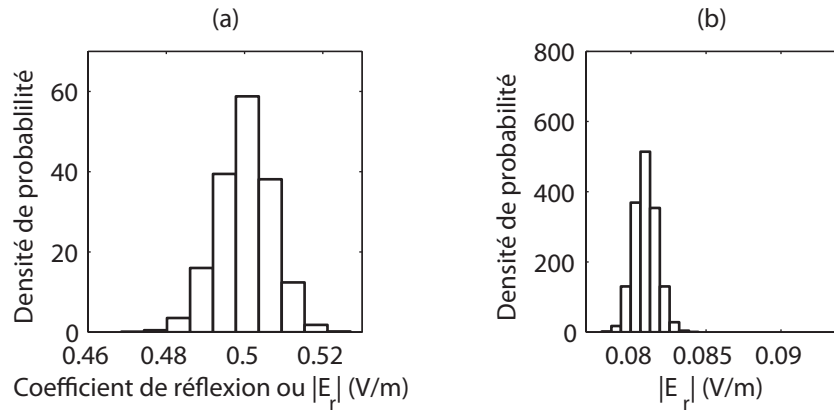


FIG. 4.5 – Densités de probabilité du module du champ électrique réfléchi en incidence normale (a) $\theta_r = 0^\circ$ (b) $\theta_r = 2,4^\circ$

dans la direction de $\theta_r = 0^\circ$ et $\theta_r = 2,4^\circ$ sont de 1,38% et 0,94%, respectivement. Ainsi une dispersion de la permittivité du béton se transforme en dispersions moins importantes du champ réfléchi dans la direction spéculaire et non spéculaire.

Dans le cas d'une incidence oblique de 30° , la permittivité équivalente des fenêtres est égale à $\epsilon_{r_{eq}} = 0,5167 + j1,7907$ et la permittivité du béton varie de la même façon que pour l'incidence normale. Le champ réfléchi est observé dans le plan d'incidence pour $\theta_r = 30^\circ$, $\theta_r = 32,8^\circ$ et $\theta_r = 27,3^\circ$ à 300 m de la façade du bâtiment. Les densités de probabilité du champ réfléchi dans les trois directions sont tracées sur la Fig. 4.6.

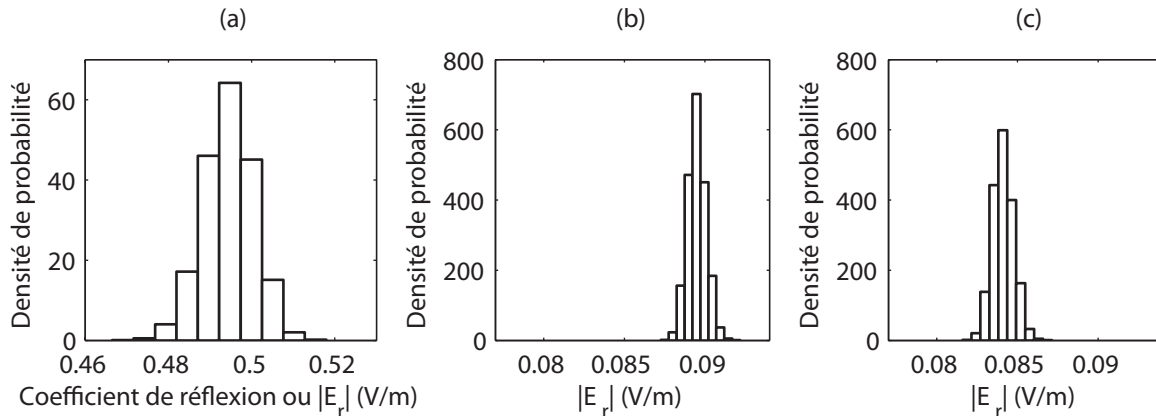


FIG. 4.6 – Densités de probabilité du module du champ électrique réfléchi en incidence oblique ($\theta_i = 30^\circ$) (a) $\theta_r = 30^\circ$ (b) $\theta_r = 32,8^\circ$ (c) $\theta_r = 27,3^\circ$

Le coefficient de variation de 4% de la permittivité du béton donne des coefficients de variation moins importants du champ réfléchi : 1,23%, 0,65% et 0,78% pour $\theta_r = 30^\circ$, $\theta_r = 32,8^\circ$ et $\theta_r = 27,3^\circ$.

Nous complétons l'investigation sur la variation de la permittivité avec une dernière étude, il s'agit d'une onde plane en polarisation TE illuminant la façade (Fig. 4.4) en incidences 0° – 90° . La permittivité du béton varie aléatoirement selon la loi normale présentée précédemment. Pour chaque incidence, la permittivité équivalente des fenêtres est calculée et son évolution est tracée sur la Fig. 4.7. Le champ lointain réfléchi est observé dans la direction spéculaire. Le maximum, le minimum et la moyenne du coefficient de réflexion (champ réfléchi dans la direction spéculaire) sont tracés en fonction de l'angle d'incidence sur la Fig. 4.8 et la Fig. 4.9 pour les distances de 300 m et 100 m de la façade.

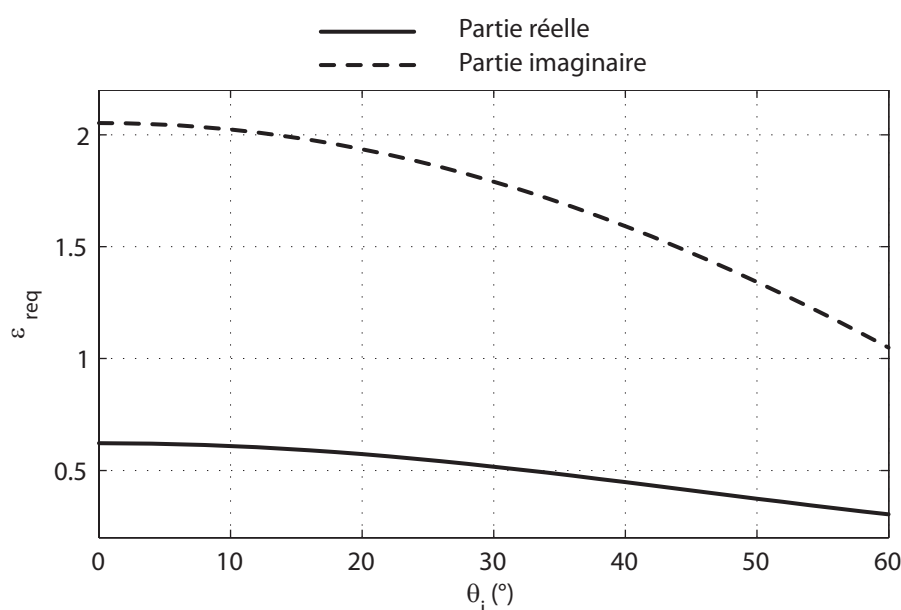


FIG. 4.7 – Parties réelle et imaginaire de la permittivité équivalente des fenêtres en simple vitrage avec la permittivité et l'épaisseur du verre égale à 5,5 et 10 mm

Nous observons que la différence relative maximum entre les résultats (10,6% à 300 m et 9,2% à 100 m) se produit en incidence normale et la différence relative minimum (5,5% à 300 m et 5% à 100 m) pour l'incidence oblique de 60° . La courbe est tracée jusqu'à 60° car nous estimons qu'au-delà de cet angle, l'incidence est considérée comme étant rasante et le résultat obtenu par la méthode n'est plus réaliste (cf. section 3.1).

Le choix de la distribution normale pour la permittivité du béton est légitime si nous savons a priori quel type de béton, avec une valeur de permittivité nominale, est utilisé dans une catégorie de construction civile. Dans ce cas, la variation gaussienne autour de la valeur moyenne représente bien les incertitudes liées par exemple à la fabrication du béton. Dans les études précédentes, nous avons choisi une permittivité pour le béton ($\epsilon_{r_{\text{béton A}}} =$

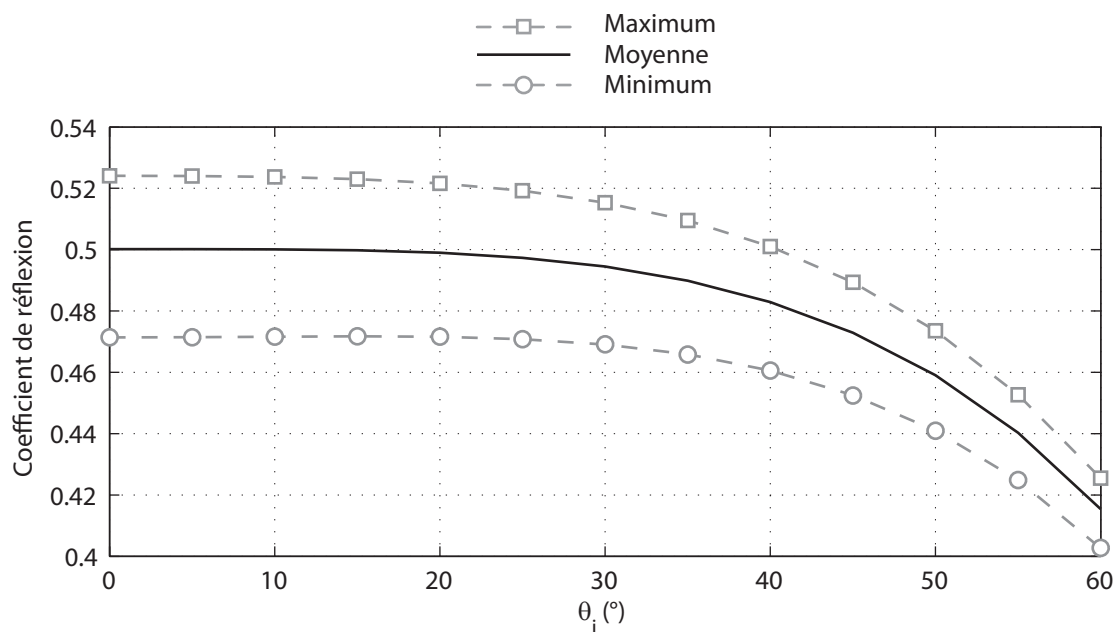


FIG. 4.8 – Variation du coefficient de réflexion en fonction de l'angle d'incidence à 300 m de la façade la permittivité de béton suivant une distribution normale $N(6,13, 0,25)$

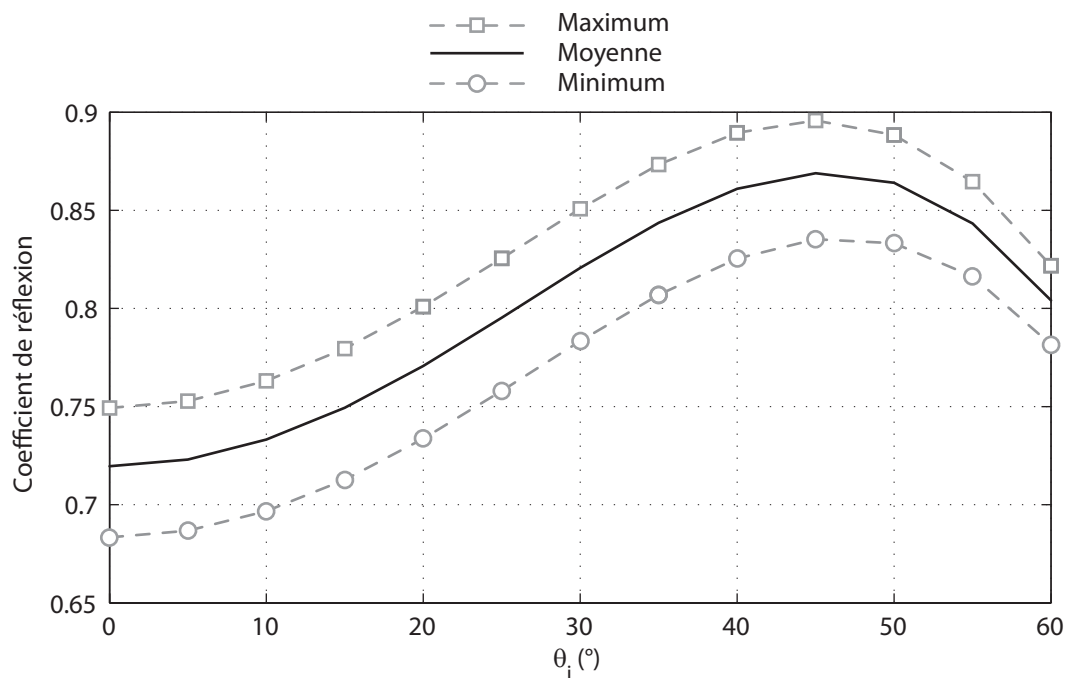


FIG. 4.9 – Variation du coefficient de réflexion en fonction de l'angle d'incidence à 100 m de la façade. La permittivité de béton suit une distribution normale $N(6,13, 0,25)$

6, 13 - $j0,13$) [82] et nous avons basé la variation gaussienne de la permittivité autour de cette valeur nominale avec un écart-type de 0,25. En réalité les valeurs de permittivité pour les matériaux utilisés dans l'environnement urbain, y compris le béton, sont très variées. Le Tab. 4.1 regroupe quelques valeurs de ϵ_r pour différents types de béton.

TAB. 4.1 – Propriétés électriques de quelques types de béton trouvées dans la littérature

Type de béton	ϵ'_r	ϵ''_r	Fréquence	Réf.
mélange des bétons bitumineux	3,44	0,08	1 GHz	[82]
mélange des bétons bitumineux	6,13	0,13	1 GHz	[82]
mélange des bétons bitumineux	4,96	0,16	1 GHz	[82]
ciment Portland	10	2,5	750 MHz	[88]
3 jours après la fabrication	10	3	1 GHz	[83]
béton séché au four	5,55	0,79	900 MHz	[89]

Pour étudier l'influence de cet intervalle large de la variation de la permittivité du béton, nous avons refait les études statistiques avec une distribution uniforme attribuée à la partie réelle de la permittivité du béton : $U(2, 9)$ et une tangente de perte égale à 0,02. La façade étudiée est toujours celle de la Fig. 4.4 avec le même type de fenêtre. Les densités de probabilité du champ réfléchi par la structure, en incidences normale et oblique et en directions spéculaire et non-spéculaire sont présentées sur la Fig. 4.10. Le coefficient de variation, le maximum et le minimum de chaque distribution sont également notés sur la figure. Nous observons que les distributions du champ réfléchi ne sont pas uniformes. La probabilité que le module du coefficient de réflexion (le champ réfléchi) corresponde aux valeurs élevées de la permittivité est plus importante. Les coefficients de variations sont plus importants que ceux dans l'étude précédente, ceci est lié à l'augmentation de l'intervalle de variation de la permittivité du béton. La Fig. 4.11 présente l'évolution des maximum, minimum et de la moyenne du coefficient de réflexion (le champ lointain réfléchi dans la direction spéculaire) en fonction de l'angle d'incidence pour la distribution uniforme de la permittivité du béton à 300 m du centre du bâtiment. La différence relative maximum entre les résultats (62%) se produit en incidence normale et la différence relative minimum (38%) pour l'incidence oblique de 60°. La valeur moyenne du coefficient de réflexion varie entre 0,47 en incidence normale et 0,41 en incidence oblique de 60°.

A l'aide de l'ensemble de cette étude statistique, nous pouvons confirmer les conclusions de la section 3.4.1.

- La variation de la permittivité du matériau principal de la façade affecte plus le lobe

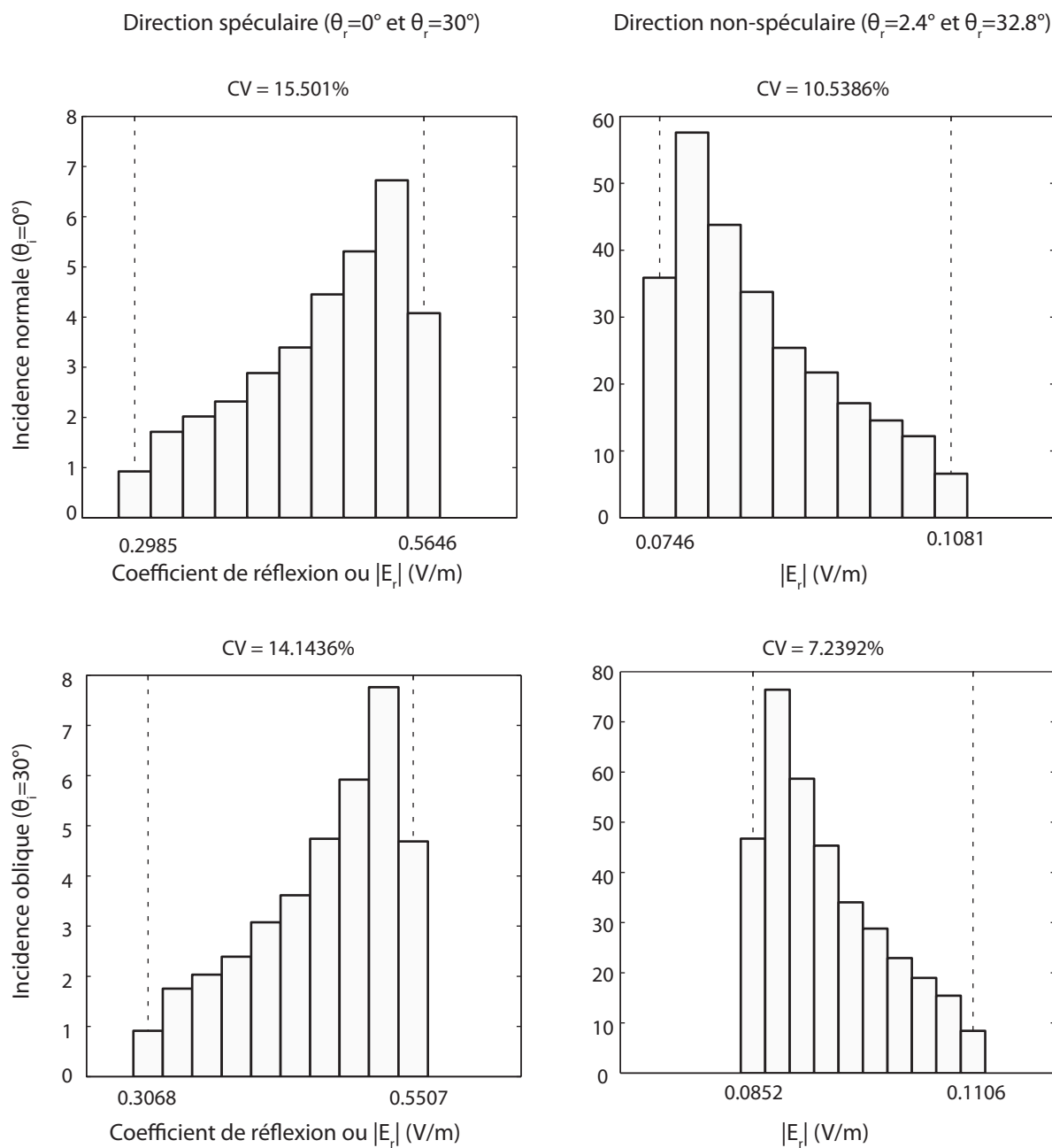


FIG. 4.10 – Densités de probabilité du module du champ électrique réfléchi en incidence normale et oblique ($\theta_i = 30^\circ$) et en directions spéculaire et non-spéculaire ($\theta_r = 2^\circ$ et $\theta_r = 32, 8^\circ$)

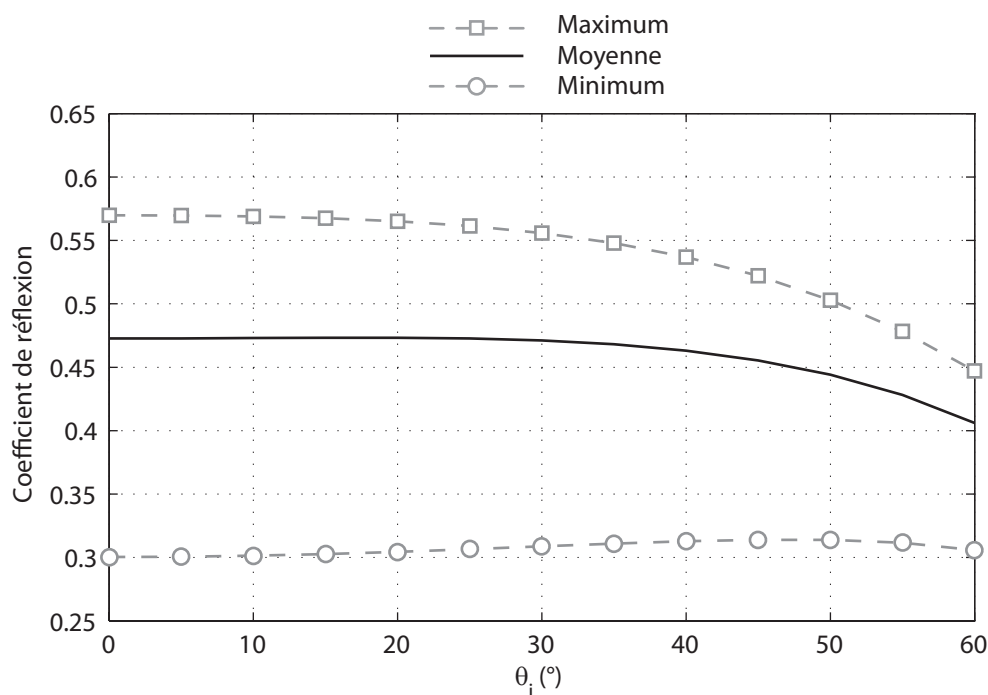


FIG. 4.11 – Variation du coefficient de réflexion en fonction de l'angle d'incidence à 300 m de la façade. La permittivité de béton suit une distribution uniforme $U(2,9)$

principal que les lobes secondaires.

- L'influence de la variation de la permittivité du matériau principal de la façade sur l'ensemble du diagramme de rayonnement est plus importante en incidence normale qu'en incidence oblique.

Nous insistons sur le *matériau principal* car la variation de la permittivité des inhomogénéités n'affecte pas le champ réfléchi total de la même façon (cf. section 4.3.4).

Test d'hypothèse statistique

Nous allons vérifier dans cette partie si le champ électrique réfléchi pour une variation aléatoire de la permittivité du béton (selon la loi normale) suit également une loi normale. Nous réalisons un test d'hypothèse statistique permettant de vérifier la validité d'une hypothèse sur la valeur d'un paramètre dans un modèle statistique. Nous commençons par une brève explication sur le test.

Le test Kolmogorov-Smirnov [84] est un des tests non paramétriques [90] pour vérifier si la distribution d'une variable aléatoire est égale à une distribution connue. Il ne s'agit donc pas d'un test sur la valeur d'un paramètre mais sur la fonction de répartition de la

variable aléatoire.

L'hypothèse nulle (H_0) La fonction de répartition $F(x)$ de la variable aléatoire X est égale à la fonction $F_0(x)$.

L'hypothèse alternative (H_1) La fonction de répartition $F(x)$ de la variable aléatoire X n'est pas égale à la fonction $F_0(x)$.

Une nouvelle variable aléatoire est définie :

$$q = \max_x |F(x) - F_0(x)| \quad (4.19)$$

Supposons que $\hat{F}(x)$ est l'estimation empirique de $F(x)$. Pour un grand nombre d'échantillons :

$$\hat{F}(x) \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{} F(x) \quad (4.20)$$

Lorsque n tend vers l'infini, q tend vers 0 si H_0 est vraie et q tend vers le maximum de $|F(x) - F_0(x)|$ si H_1 est vraie. On peut rejeter alors H_0 si q est plus grand qu'une constante c qui s'exprime sous la forme du seuil de signification. En appliquant l'approximation de Kolmogorov [84] la valeur de ce seuil est égal à :

$$\alpha = P\{q > c \mid H_0\} = 2e^{-2nc^2} \quad (4.21)$$

Le test de Kolmogorov-Smirnov nécessite de déterminer q . L'hypothèse nulle (H_0) est ensuite acceptée si :

$$q < \sqrt{-\frac{1}{2n} \log \frac{\alpha}{2}} \quad (4.22)$$

Plus n est grand, plus la valeur du membre droite de l'inéquation est petite, de sorte que pour accepter l'hypothèse nulle il faut que q soit de plus en plus petit. Autrement dit le test Kolmogorov-Smirnov accepte plus facilement l'hypothèse nulle pour un petit nombre d'échantillons.

Les modules du champ électrique, présentés sur les Fig. 4.5 et Fig. 4.6, ne peuvent théoriquement pas suivre une loi normale car les valeurs sont toujours positives alors que dans une loi normale la variable aléatoire peut prendre des valeurs négatives. Nous allons donc tester les parties réelle et imaginaire du champ électrique réfléchi. Nous utilisons MATLAB pour appliquer le test statistique, une fonction ad hoc y étant déjà implantée [91]. Si $\alpha = 0,05$, le résultat de test pour 10 000 échantillons montre que l'hypothèse nulle peut être rejetée. En d'autres termes, la probabilité que le champ électrique réfléchi suive une

loi normale est suffisamment faible pour être rejetée par le test. Il est à noter que le test donne une réponse différente pour un petit nombre d'échantillons; jusqu'à environ 2 500 échantillons le test de Kolmogorov-Smirnov conclut que l'hypothèse nulle ne peut pas être rejetée. Ce résultat est lié à la puissance de ce test qui dépend du nombre d'échantillons considérés (cf. (4.22)).

Il est important de remarquer que connaître la distribution du champ réfléchi est un atout supplémentaire mais que sa méconnaissance n'est pas critique. Le facteur important dans l'analyse du champ électromagnétique dans l'environnement urbain est la connaissance du niveau du champ associé à une incertitude qui s'exprimerait par exemple sous forme d'un pourcentage et qui est le résultat de la variation de tous ou certains paramètres importants dans cet environnement. Même si les densités de probabilité présentées dans cette section ne suivent pas une loi normale, le champ réfléchi varie plus ou moins autour d'une moyenne et l'allure de cette variation ressemble beaucoup à une variation gaussienne et n'indique pas une anomalie dans le comportement du champ. Le paramètre important dans cette étude reste le coefficient de variation (CV) qui représente la sensibilité du champ réfléchi lointain à la variation de la permittivité du béton comme matériau principal de la façade du bâtiment.

4.3.2 Variation aléatoire de la distribution des fenêtres

Nous étudions dans cette partie l'influence de la distribution des fenêtres, en tant qu'uniques détails architecturaux de la façade du bâtiment, sur le champ réfléchi total. Pour cela nous choisissons une façade générique et nous conservons le type de béton, le type de vitrage et le pourcentage du verre sur la façade constants, tout en distribuant d'une manière aléatoire le verre sur la façade pour différentes tailles de fenêtres (petites, moyennes et grandes). Le résultat des variations aléatoires de la distribution des fenêtres sur la façade n'est souvent pas réaliste mais cette opération nous permet de pousser la distribution libre des fenêtres à l'extrême et d'observer l'influence de ce déplacement sur le champ électromagnétique.

La façade générique de la Fig. 4.4 est notre référence avec la permittivité du béton $\epsilon_{r_{\text{béton}}} = 6,13 - j0,13$ et la permittivité du verre $\epsilon_{r_{\text{verre}}} = 5,5$. La surface de la façade est couverte à 33% par les fenêtres en simple vitrage avec la permittivité équivalente en incidence normale $\epsilon_{r_{\text{eq}}} = 6,22 + j2,053$. Les dimensions des fenêtres pour la façade générique sont 2 m × 1,5 m. Des façades aléatoires béton-verre sont construites sous MATLAB avec les mêmes caractéristiques des matériaux. Le nombre et les dimensions des fenêtres sont

choisis de sorte que le pourcentage du verre sur la façade du bâtiment reste égal à 33%.

Différentes techniques pour créer des façades aléatoires sont envisageables, comme celle basée sur des chaînes de Markov présentée dans [37]. Ces techniques permettent d'imposer certaines contraintes et d'obtenir ainsi des façades "aléatoires" ressemblantes à des bâtiments "réalistes". Ici nous présentons une technique simple de génération qui consiste à choisir k entiers tirés *uniformément*, sans répétition (pour éviter les recouvrements), parmi n entiers : n et k sont définis suivant la taille et le pourcentage total des fenêtres. Par exemple, si une façade de dimensions 12 m×12 m porte sur 33% de sa surface des fenêtres de dimensions 2 m×2 m, nous aurons 12 fenêtres. Nous pouvons placer 2 fenêtres pour chacune des 6 lignes, donc $k = 2$ et $n = 6$ et les *combinaisons sans répétition* (C_n^k) se calculent aisément sous MATLAB.

Fenêtres de dimensions 2 m×2 m

Afin d'avoir 33% de verre, 12 fenêtres de dimensions 2 m×2 m doivent être créées sur la façade de dimensions 12 m×12 m. Ainsi 1 000 profils de façade ont été créés dont 3 exemples sont présentés sur la Fig. 4.12. Les diagrammes de rayonnement des 3 façades, pour une incidence normale, sont tracés sur la Fig. 4.13 entre 0° et 7°. L'intervalle angulaire est choisi de sorte que le lobe principal et les deux premiers lobes secondaires soient observables, le reste du diagramme est supprimé car le niveau du champ réfléchi est très faible au-delà du troisième lobe secondaire en raison de grandes dimensions de la façade.

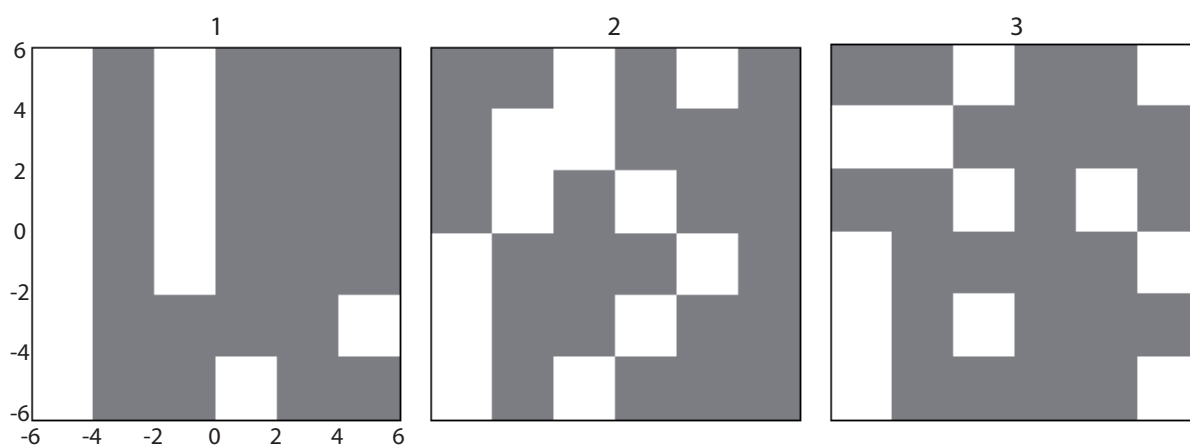


FIG. 4.12 – Trois profils aléatoires de façade avec 33% de verre sous forme de 12 fenêtres de dimensions 2 m×2 m

Nous nous intéressons au champ réfléchi correspondant à deux angles fixes sur les diagrammes de rayonnement : $\theta_r = 0^\circ$ et $\theta_r = 2,5^\circ$. Suivant la forme du profil, les lobes

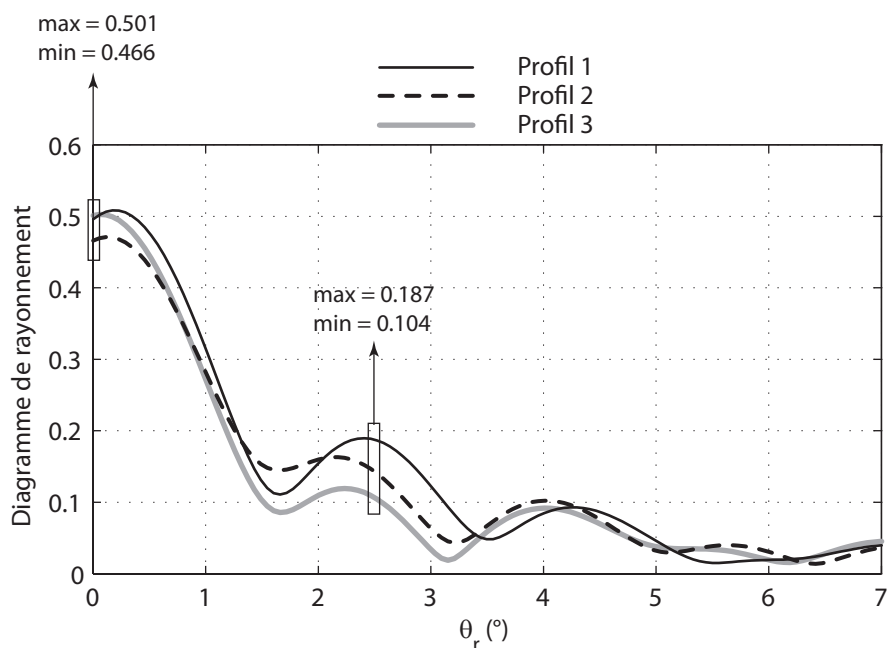


FIG. 4.13 – Diagrammes de rayonnement de trois profils aléatoires présentés sur la Fig. 4.12 en incidence normale

secondaires se déplacent, l'angle de $2,5^\circ$ a donc été choisi pour se placer dans une direction non-spéculaire où tous les profils renvoient suffisamment d'énergie. Néanmoins, cet angle ne correspond pas au premier lobe secondaire pour toutes les façades. Pour les trois profils présentés, la variation du champ réfléchi aux deux angles précisés est indiquée sur la Fig. 4.13.

Pour les 1 000 profils créés, la valeur du champ aux deux angles définit deux variables aléatoires dont on peut extraire, par exemple le minimum, le maximum, la moyenne et les quartiles. Pour présenter les caractéristiques de ces variables aléatoires nous avons choisi la *Boîte à moustaches* (*Box-and-Whisker Plot*). Le boxplot, inventé par Tukey en 1977 [92], [93], peut être utile pour comparer visuellement les paramètres de localisation et de dispersion de plusieurs échantillons sans faire d'hypothèses sur leurs distributions statistiques. Dans cette étude nous utilisons MATLAB pour tracer les boxplots. Afin de pouvoir bien interpréter les résultats nous donnons une brève explication sur la construction d'un boxplot (cf. Fig. 4.14) :

- Calculer le premier quartile (Q_1), la médiane (Q_2) et le troisième quartile (Q_3)
- Construire une boîte délimitée par Q_1 et Q_3 avec un trait au milieu indiquant Q_2
- Calculer l'écart interquartile : $IQR = Q_3 - Q_1$
- Placer la moustache inférieure à $Q_1 - 1,5 \times IQR$

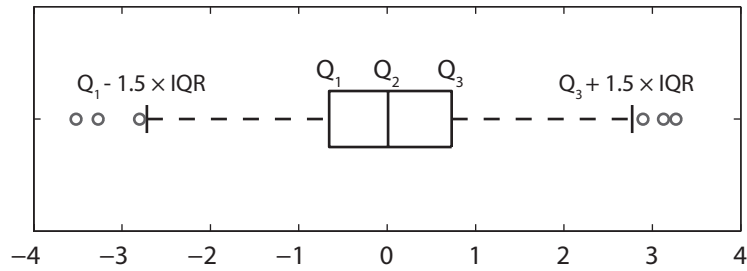


FIG. 4.14 – Exemple d'un boxplot pour 1 000 échantillons tirés avec la loi $\mathcal{N}(0, 1)$

- Placer la moustache supérieure à $Q_3 + 1,5 \times IQR$
- Indiquer les données qui sortent de l'intervalle par des points

Sur la Fig. 4.15 sont tracés les boxplots présentant la variation du champ réfléchi à $\theta_r = 0^\circ$ et $\theta_r = 2,5^\circ$ ainsi que la densité de probabilité du champ à ces deux angles. Les boxplots fournissent une bonne quantité d'information sur la dispersion du champ tandis que les densités de probabilité donnent une idée sur la forme de la distribution. Se référant aux boxplots de la Fig. 4.15(a), nous observons que le champ dans la direction spéculaire ($CV = 2,8\%$) varie moins que dans la direction non-spéculaire ($CV = 25,9\%$). En d'autres termes, l'influence de la distribution des fenêtres est plus importante dans la direction non-spéculaire. Se référant aux densités de probabilité de la Fig. 4.15(b), nous remarquons que les distributions sont unimodales et qu'elles ressemblent à une loi normale.

Fenêtres de dimensions 1 m × 1 m

Dans une deuxième étape de cette étude nous diminuons les dimensions des fenêtres tout en conservant le pourcentage total de verre; les positions des 48 fenêtres de dimensions 1 m × 1 m sont ainsi générées aléatoirement. Quelques profils ainsi créés sont présentés sur la Fig. 4.16 dont les diagrammes de rayonnement sont tracés sur la Fig. 4.17. La variation du champ réfléchi aux deux angles étudiés est plus petite pour les petites fenêtres (1 m × 1 m) que pour les grandes fenêtres (2 m × 2 m). Ceci est dû au fait que la forme des inhomogénéités de grande taille a plus d'influence sur la forme du diagramme de rayonnement d'un objet diffractant que des inhomogénéités de petite taille. Nous présentons les résultats de l'étude statistique pour les 1 000 profils créés aléatoirement dans cette catégorie de fenêtre sur la Fig. 4.18. Les résultats confirment notre observation précédente, l'influence de la distribution de petites fenêtres affecte plus le champ réfléchi dans la direction non-spéculaire ($CV = 13,6\%$) que dans la direction spéculaire ($CV = 1,4\%$) et les deux coefficients de variation sont plus faibles que ceux obtenus pour de grandes fenêtres.

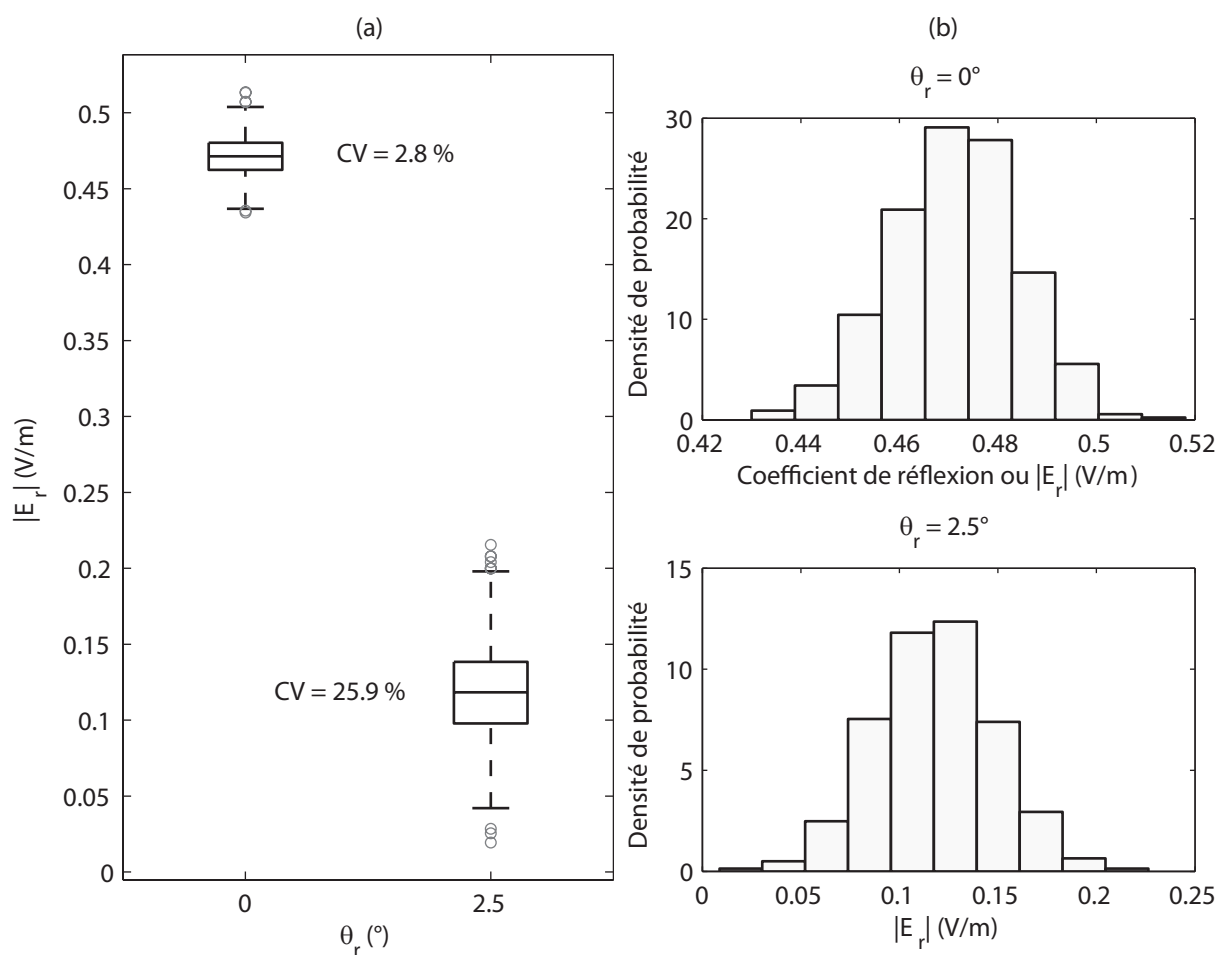


FIG. 4.15 – Résultats de l'étude statistique sur la distribution des fenêtres de dimensions $2\text{ m} \times 2\text{ m}$ pour une onde plane en incidence normale (a) Boxplots présentant la variation du champ réfléchi dans les directions spéculaire et non-spéculaire (b) Densités de probabilité du champ réfléchi dans les directions spéculaire et non-spéculaire

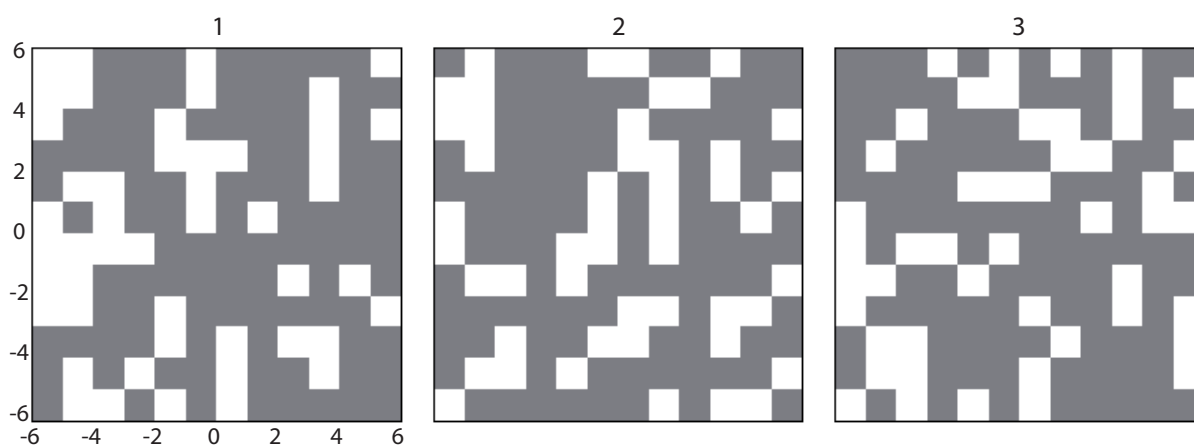


FIG. 4.16 – Trois profils aléatoires de façade avec 33% de verre sous forme de 48 fenêtres de dimensions 1 m×1 m

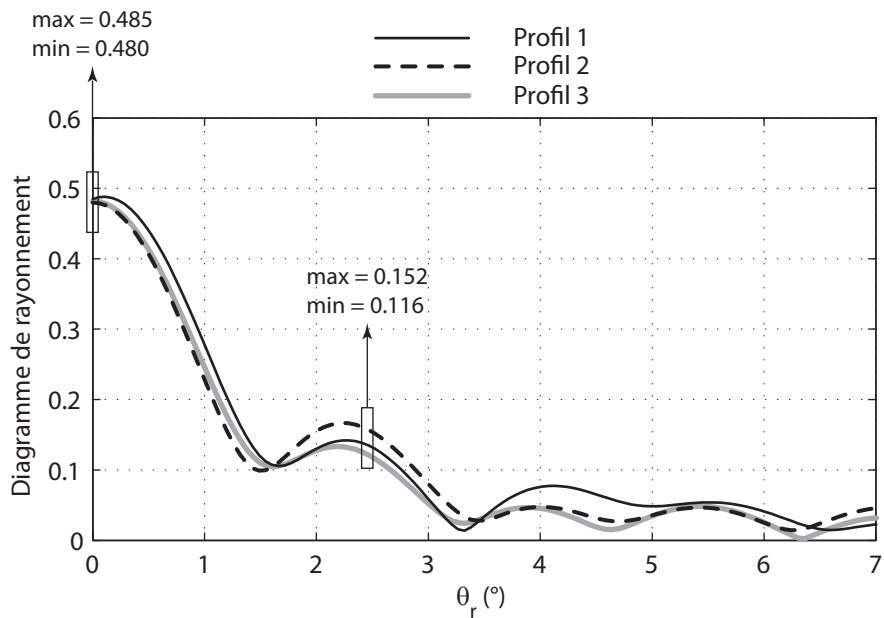


FIG. 4.17 – Diagrammes de rayonnement de trois profils aléatoires présentés sur la Fig. 4.16 en incidence normale

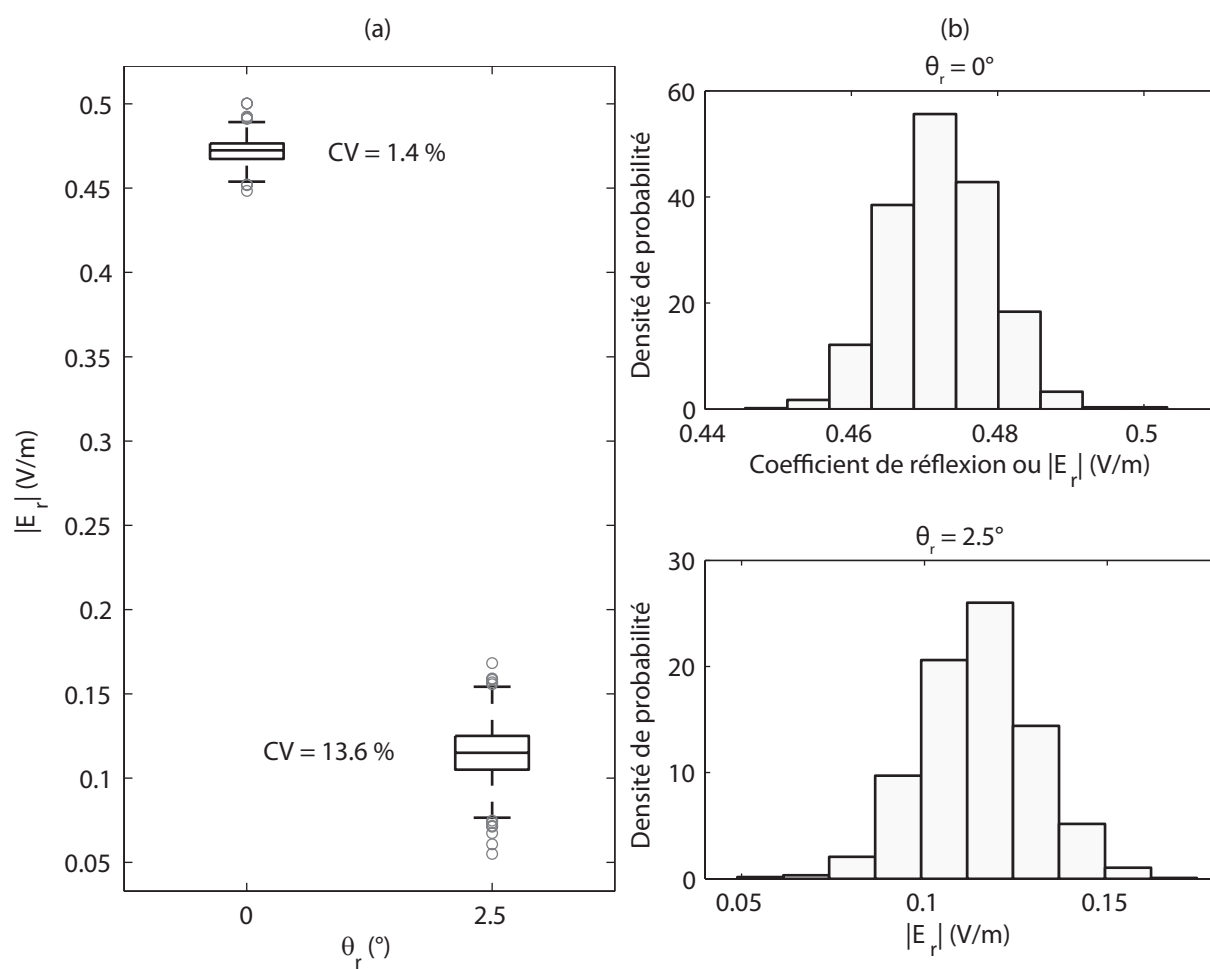


FIG. 4.18 – Résultats de l'étude statistique sur la distribution des fenêtres de dimensions $1\text{ m} \times 1\text{ m}$ pour une onde plane en incidence normale (a) Boxplots présentant la variation du champ réfléchi dans les directions spéculaire et non-spéculaire (b) Densités de probabilité du champ réfléchi dans les directions spéculaire et non-spéculaire

Fenêtres de dimensions 0,4 m×0,4 m

Dans la dernière étape de cette étude nous diminuons davantage les dimensions des fenêtres toujours avec le même pourcentage total : 300 fenêtres de dimensions 0,4 m×0,4 m. Quelques profils créés aléatoirement sont présentés sur la Fig. 4.19 dont les diagrammes de rayonnement sont tracés sur la Fig. 4.20. La variation du champ à $\theta_r = 0^\circ$ et $\theta_r = 2,5^\circ$ est

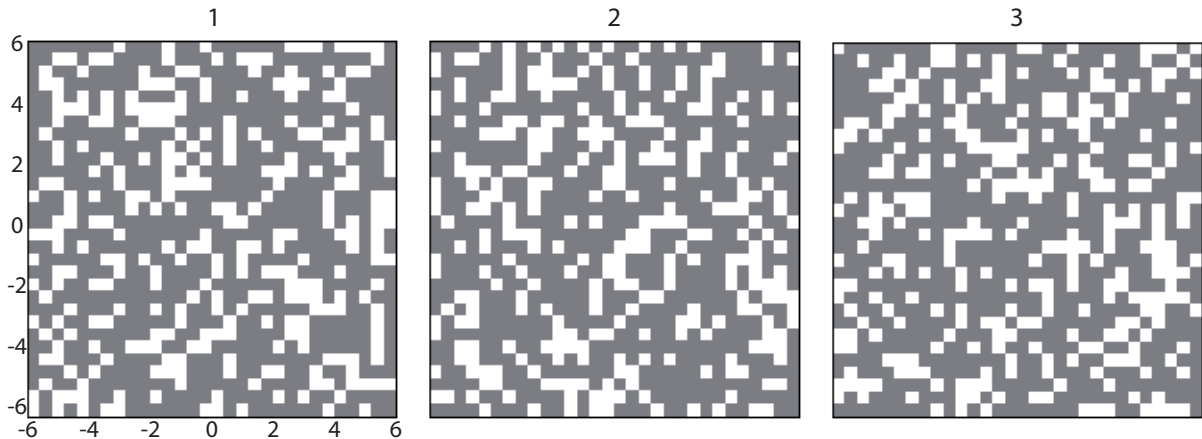


FIG. 4.19 – Trois profils aléatoires de façade avec 33% de verre sous forme de 300 fenêtres de dimensions 0,4 m×0,4 m

très faible. La taille des inhomogénéités étant petite et dépassant à peine une longueur d'onde ($\lambda \simeq 0,33$ m), la façade se comporte plus comme un milieu homogène dont la permittivité effective est fonction du pourcentage des inhomogénéités et quasiment indépendante de leur distribution. Ici les méthodes d'homogénéisation et de calcul de la permittivité effective de la façade deviennent plus intéressantes [37]. Notons bien qu'étant donné la taille des inhomogénéités, nous sommes dans la limite de la validité des fonctions de Green. Les boxplots et les densités de probabilité correspondant aux 1 000 profils aléatoires ayant des fenêtres de dimensions 0,4 m×0,4 m sont tracés sur la Fig. 4.21. La distribution de très petites fenêtre entraîne des variations faibles dans les directions spéculaire ($CV = 0,6\%$) et non-spéculaire ($CV=5,5\%$).

Une comparaison globale de l'influence de la distribution des fenêtres est présentée sur la Fig. 4.22 entre les incidences normale et oblique, les directions spéculaire et non-spéculaire, et pour les différentes tailles de fenêtres. Les hypothèses de la section 3.4 sont confirmées.

- Pour toute taille de fenêtre, les lobes secondaires du champ réfléchi, en incidences normale et oblique, sont plus sensibles à la variation de la distribution des fenêtres

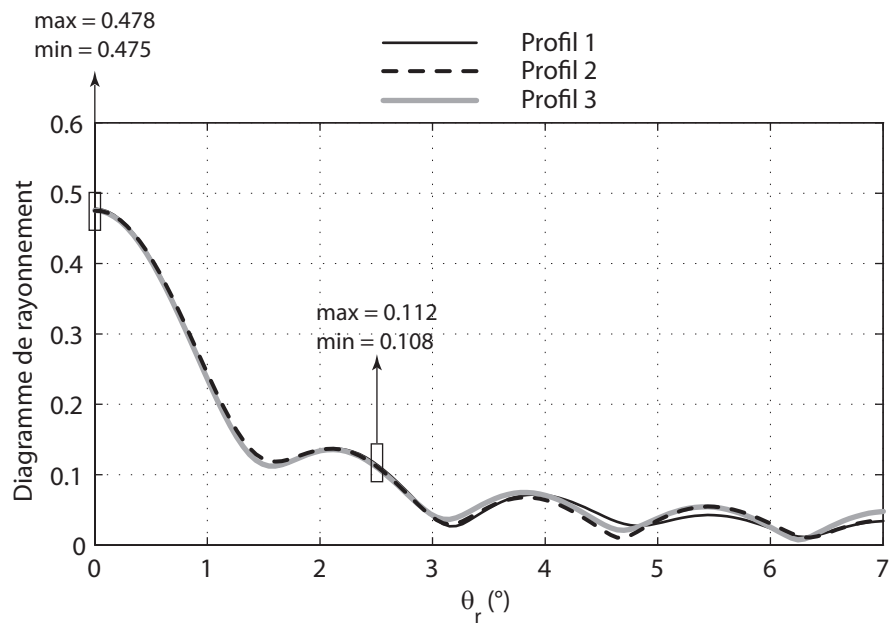


FIG. 4.20 – Diagrammes de rayonnement de trois profils aléatoires présentés sur la Fig. 4.19 en incidence normale

que les lobes principaux.

- Le champ réfléchi en incidence normale est globalement plus sensible à la variation de la distribution des fenêtres qu'en incidence oblique.
- Toutes les variations diminuent lorsque la taille des fenêtres diminue.

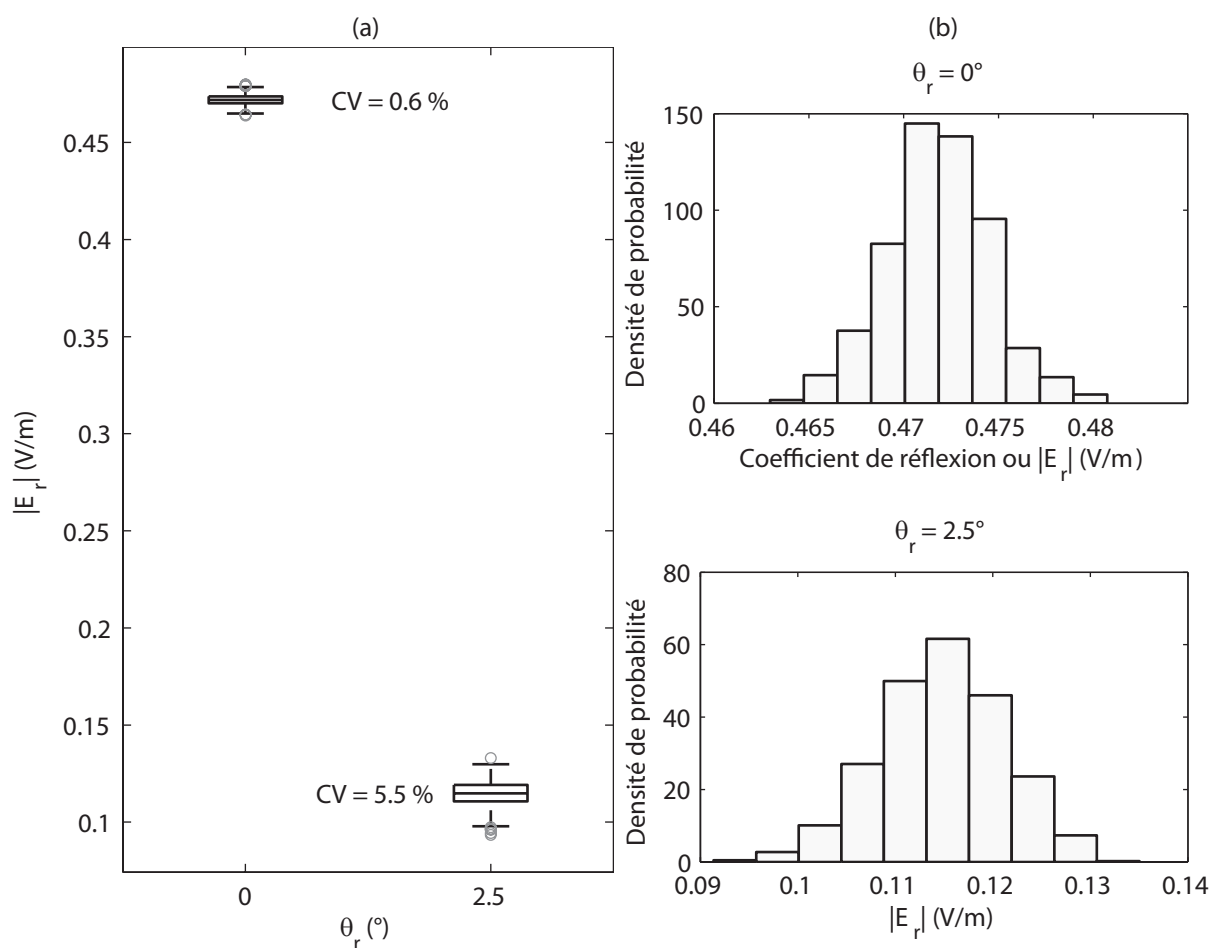


FIG. 4.21 – Résultats de l'étude statistique sur la distribution des fenêtres de dimensions $0,4 \text{ m} \times 0,4 \text{ m}$ pour une onde plane en incidence normale (a) Boxplots présentant la variation du champ réfléchi dans les directions spéculaire et non-spéculaire (b) Densités de probabilité du champ réfléchi dans les directions spéculaire et non-spéculaire

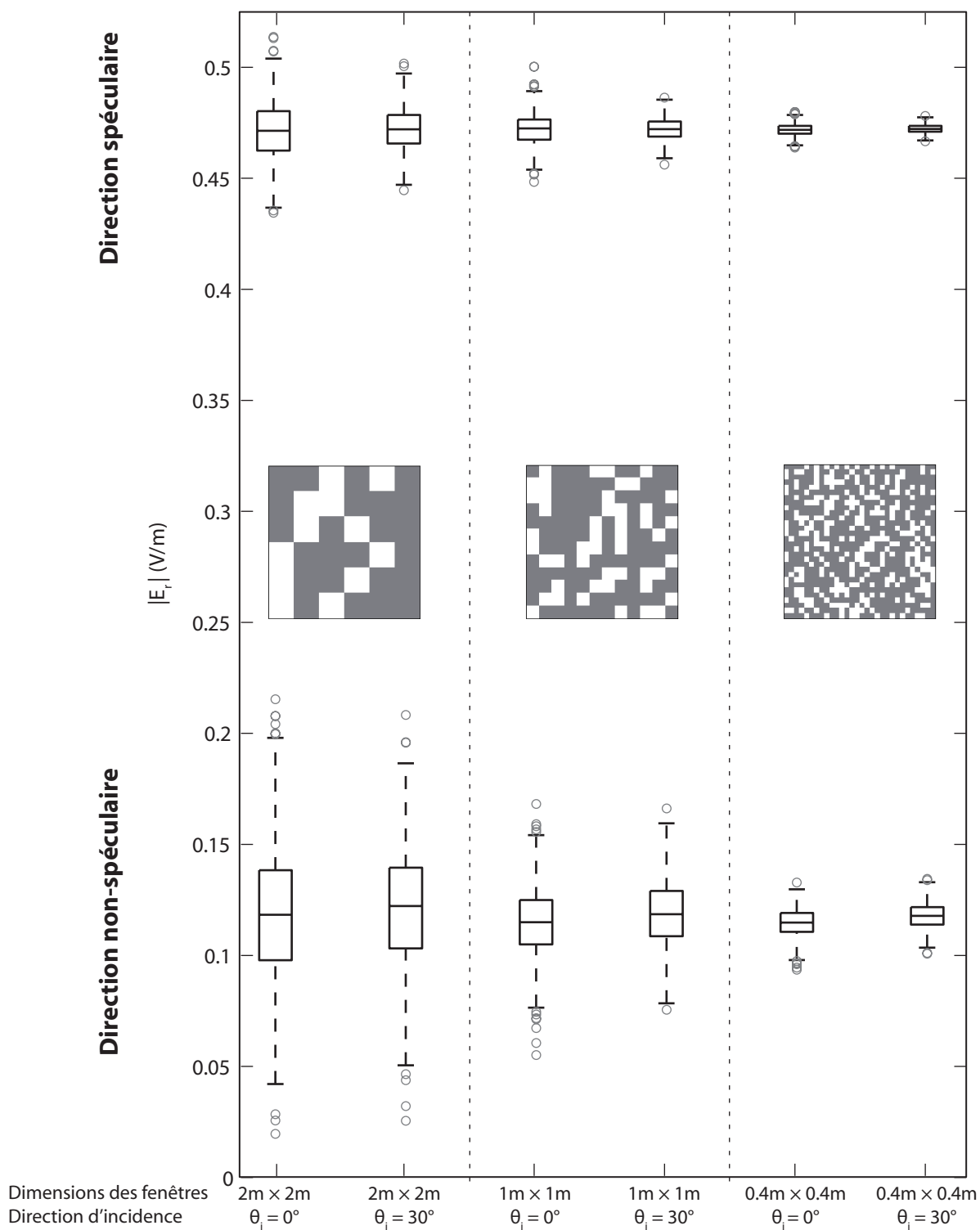


FIG. 4.22 – Propriétés statistiques du champ réfléchi par les façades dans les directions spéculaire (θ_i) et non-spéculaire ($\theta_i + 2, 5^\circ$)

4.3.3 Variation aléatoire des dimensions des fenêtres

Dans cette section les paramètres variables sont la hauteur et la largeur des fenêtres. L'influence de l'épaisseur ou du type de fenêtre est traitée dans la section suivante. La Fig. 4.23 présente une façade de bâtiment en béton-verre. Le béton est de type A avec la permittivité $\epsilon_{r_{\text{béton A}}} = 6,13 - j0,13$. Les fenêtres sont en simple vitrage ($\epsilon_{r_{\text{verre}}} = 5,5$) dont l'épaisseur est 10 mm. La façade est illuminée par une onde plane en polarisations TE et TM, en incidences normale et oblique ($\theta_i = 30^\circ$). À 900 MHz ($\lambda = 0,333$ m), la permittivité équivalente des fenêtres en incidence normale est $\epsilon_{r_{\text{eq}}} = 0,6218 + j2,053$. En incidence oblique, cette permittivité pour la polarisation TE est $\epsilon_{r_{\text{eq}}} = 0,5167 + j1,791$ et pour la polarisation TM $\epsilon_{r_{\text{eq}}} = 0,417 + j1,914$. Cette étude est divisée en deux parties.

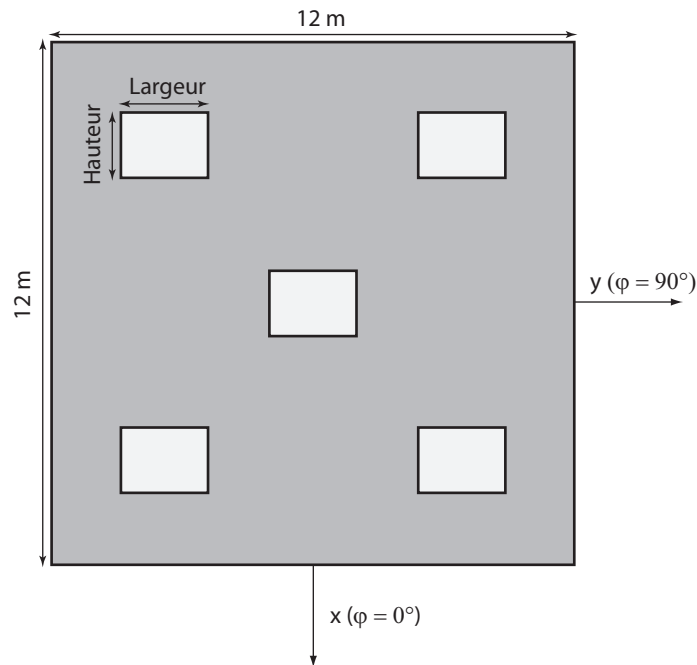


FIG. 4.23 – Façade de bâtiment béton-verre

D'abord la largeur des fenêtres est considérée constante (1,5 m), la hauteur des fenêtres varie selon la loi normale de $N(2 \text{ m}, 0,4 \text{ m})$ et nous observons le champ réfléchi par la façade dans les directions spéculaire et non-spéculaire (premier lobe secondaire). Ensuite nous supposons que la hauteur est constante (1,5 m), nous faisons varier la largeur des fenêtres suivant la loi normale et nous observons le champ dans les directions spéculaire et non-spéculaire. Excepté le pourcentage constant des fenêtres, la différence principale entre cette étude et l'étude précédente sur la distribution des fenêtres est la manière de

définir la variable aléatoire sur une façade de bâtiment. Dans l'étude de la distribution, les fenêtres sont distribuées aléatoirement sur l'ensemble de la façade. Dans cette section nous définissons un type de bâtiment et nous y ajoutons une perturbation en faisant varier les dimensions des fenêtres. Les profils ainsi créés ressemblent plus à des bâtiments réalistes et en définissant des catégories de bâtiment, nous pouvons trouver des règles générales régissant la catégorie en cas de perturbation.

Les densités de probabilité du champ réfléchi à 300 m du centre du bâtiment sont tracées sur la Fig. 4.24 et la Fig. 4.25 pour 1 000 échantillons. Les résultats comprennent le champ réfléchi dans le plan d'incidence $\varphi = 90^\circ$, en incidences normale ($\theta_i = 0^\circ$) et oblique ($\theta_i = 30^\circ$), en directions spéculaire ($\theta_r = 0^\circ$, $\theta_r = 30^\circ$) et non-spéculaire ($\theta_r = 2^\circ$, $\theta_r = 32,5^\circ$). Nous avons présenté uniquement les résultats de l'incidence normale dans le plan $\varphi = 0^\circ$ car le champ réfléchi en incidence oblique est très faible dans le plan perpendiculaire au plan d'incidence. Nous observons que d'une manière globale, la variation de 20% de la largeur et de la longueur des fenêtres engendre des variations plus petites du champ réfléchi du bâtiment pour chaque incidence et dans chaque direction d'observation. Cela veut dire qu'ajouter une perturbation dans cette catégorie de bâtiment n'influence pas de manière prépondérante le niveau du champ réfléchi par le bâtiment.

Afin de rechercher l'influence de la distance du point d'observation, les résultats de la même étude sont comparés sur la Fig. 4.26 pour trois zones de champ différentes (cf. Fig. 3.5) : zone de Fresnel (300 m), zone de Rayleigh (100 m) et zone du champ proche (10 m). Nous avons présenté uniquement les résultats dans le plan d'incidence et dans la direction spéculaire mais les mêmes types de variations sont valides pour les autres directions.

Les résultats prouvent que la perturbation ajoutée aux dimensions des fenêtres ne modifie le champ réfléchi par le bâtiment qu'en champ proche; le coefficient de variation est de l'ordre de 40% pour le champ proche et de 1% pour les autres zones. Cette conclusion confirme l'intérêt d'une approche hiérarchique pour traiter l'influence des objets diffractants sur les façades [37]; si le point d'observation est près de la façade, en l'occurrence près d'une fenêtre, la plupart de l'énergie reçue par le récepteur vient plutôt de la fenêtre que du mur qui se trouve autour de la fenêtre. En revanche si le point d'observation est loin du bâtiment, l'ensemble de la façade et des inhomogénéités qui s'y trouvent participent au renvoi de l'énergie. Le champ proche réfléchi par le bâtiment est ainsi plus sensible à la variation des dimensions des fenêtres.

Il est important de noter que le choix de la distribution gaussienne pour la variation

Polarisation TE

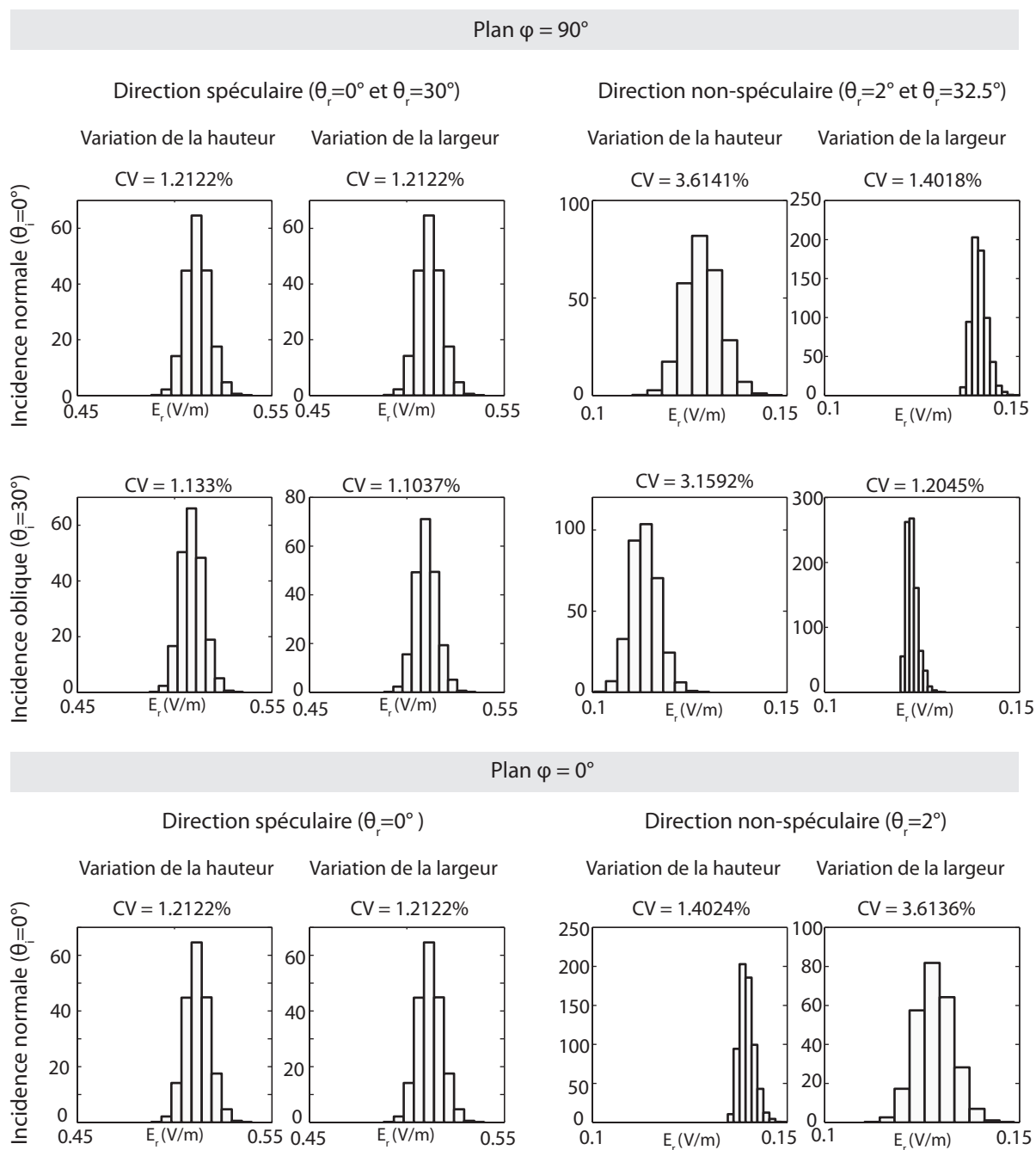


FIG. 4.24 – Densités de probabilité du champ réfléchi en polarisation TE à 300 m de la façade de la Fig. 4.23 suite à la variation de la hauteur et de la largeur selon la loi N (2 m, 0.4 m), en incidences normale et oblique, en directions spéculaire et non-spéculaire dans les plans $\varphi = 90^\circ$ et $\varphi = 0^\circ$

Polarisation TM

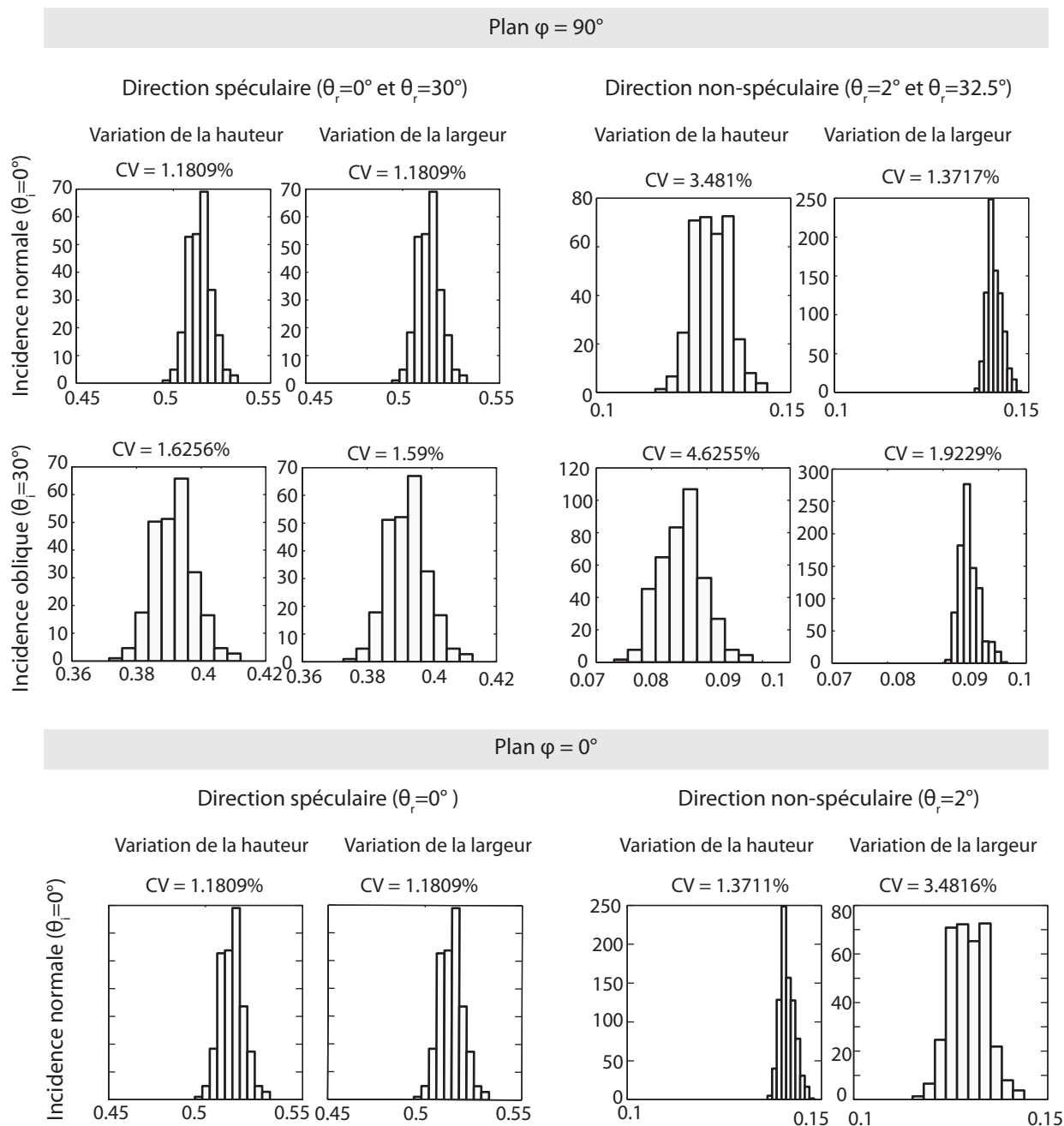


FIG. 4.25 – Densités de probabilité du champ réfléchi en polarisation TM à 300 m de la façade de la Fig. 4.23 suite à la variation de la hauteur et de la largeur selon la loi N (2 m, 0.4 m), en incidences normale et oblique, en directions spéculaire et non-spéculaire dans les plans $\varphi = 90^\circ$ et $\varphi = 0^\circ$

Polarisation TE

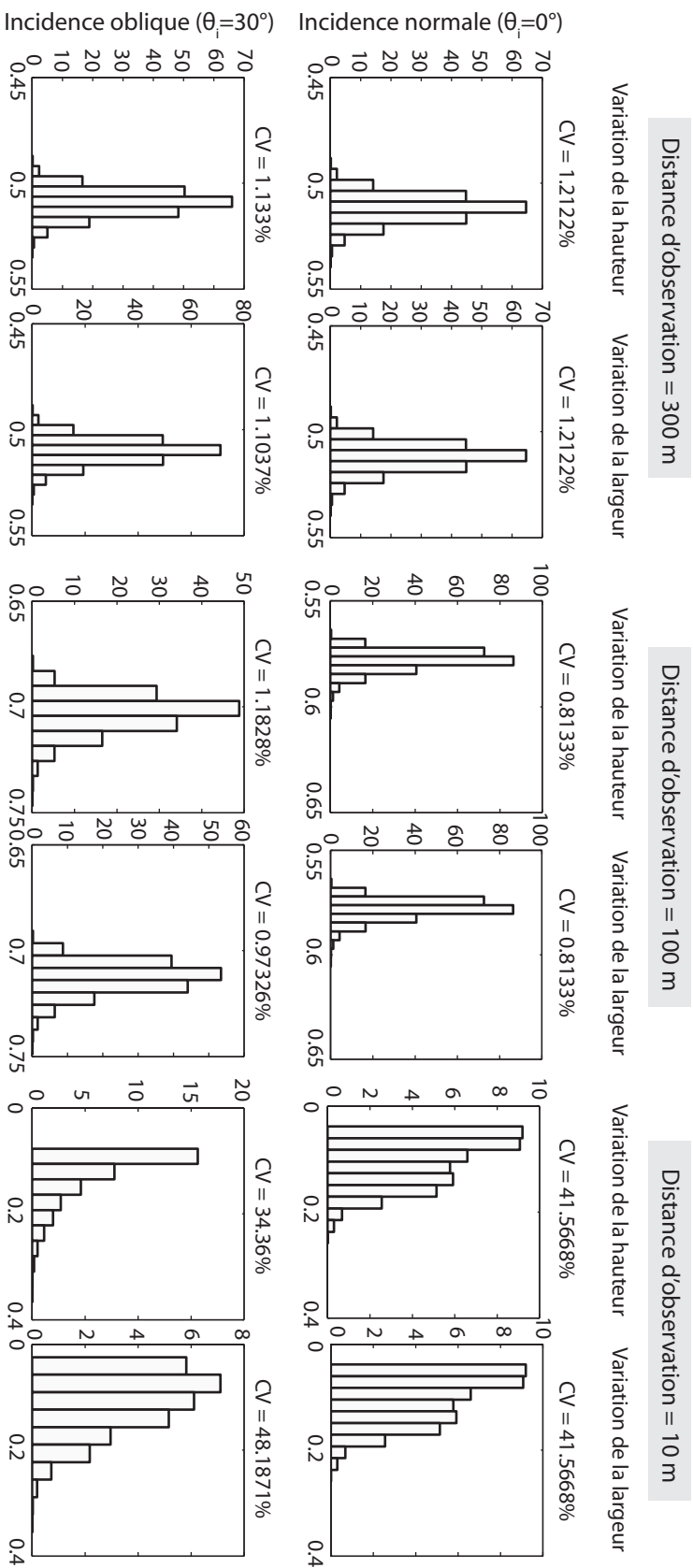


FIG. 4.26 – Densités de probabilité du champ réfléchi en polarisation TE observé pour trois zones différentes : 300 m, 100 m et 10 m de la façade de la Fig. 4.23 suite à la variation de la hauteur et de la largeur selon la loi N (2 m, 0.4 m), en incidences normale et oblique et en direction spéculaire dans le plan $\varphi = 90^\circ$

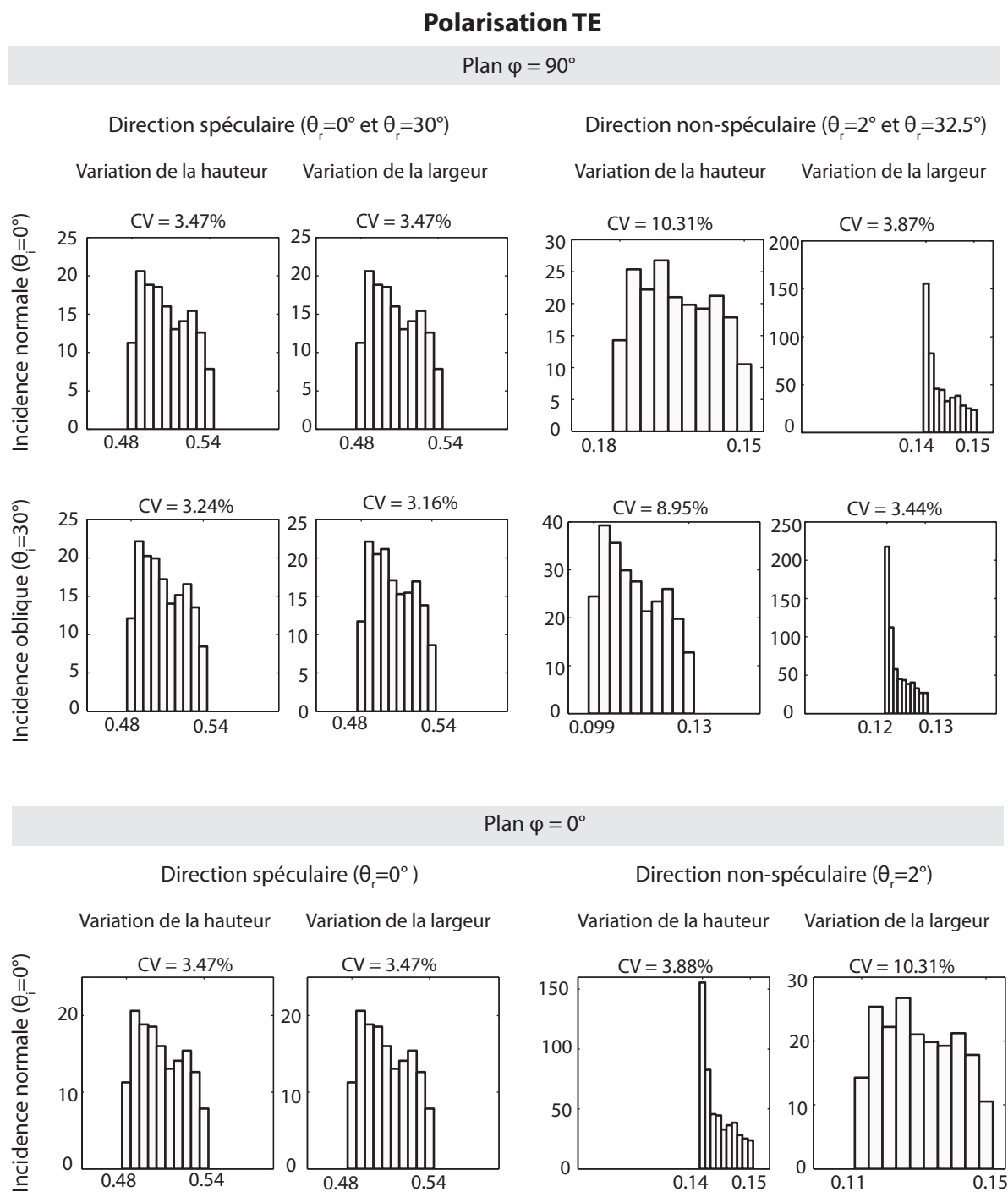


FIG. 4.27 – Densités de probabilité du champ réfléchi en polarisation TE à 300 m de la façade de la Fig. 4.23 suite à la variation de la hauteur et de la largeur selon la loi U (0 m, 4 m), en incidences normale et oblique, en directions spéculaire et non-spéculaire dans les plans $\varphi = 90^\circ$ et $\varphi = 0^\circ$

de la largeur et de la hauteur des fenêtres est légitime si l'on considère une catégorie de bâtiment avec une taille de fenêtre plus ou moins standard. La distribution normale désigne une variation de dimensions autour d'une valeur nominale. En revanche, pour un ensemble hétérogène comprenant plusieurs types de bâtiment une distribution gaussienne, caractérisée par un paramètre de localisation (la moyenne) et un paramètre de dispersion (l'écart-type) n'est plus appropriée. Dans ce cas, faute d'information plus précise une distribution uniforme permet de prendre en compte l'ensemble des configurations possibles sans en privilégier aucune. Nous faisons varier les dimensions des fenêtre de la Fig. 4.23 selon une loi uniforme $U(0 \text{ m}, 4 \text{ m})$. Les densités de probabilité du champ réfléchi sont présentées sur la Fig. 4.27. Les coefficients de variation, le maximum et le minimum du champ réfléchi sont marqués sur les distributions qui ne ressemblent pas toutes à de distributions uniformes.

4.3.4 Variation aléatoire de l'épaisseur des fenêtres

La variation de l'épaisseur ou du type de fenêtre se manifeste par la variation de la permittivité équivalente (cf. section 3.3) des fenêtres qui, d'après notre modèle, sont les seuls détails architecturaux pris en compte sur la façade du bâtiment.

La façade générique de la Fig. 4.4 est constituée de béton de permittivité $\epsilon_{r_{\text{béton}}} = 6,13 - j0,13$ et de fenêtres en simple vitrage de permittivité $\epsilon_{r_{\text{verre}}} = 5,5$. Supposons que l'épaisseur du simple vitrage suive une loi uniforme: $U(1 \text{ mm}, 20 \text{ mm})$. La façade est illuminée par une onde plane en polarisation TE et en incidence normale à la fréquence de 900 MHz. La permittivité équivalente des fenêtres est calculée pour $\theta_i = 0^\circ$ et son évolution en fonction de toutes les épaisseurs possibles de la vitre est tracée sur la Fig. 4.28.

Pour chaque épaisseur du verre et en conséquence chaque permittivité équivalente, le champ réfléchi est calculé dans la direction spéculaire à 300 m de la façade. Les valeurs du champ (coefficient de réflexion) correspondant à chaque permittivité équivalente sont tracées sur la Fig. 4.29(a) en fonction de l'épaisseur du verre. Nous observons sur cette figure que le coefficient de réflexion est une fonction quasi-linéaire de l'épaisseur du verre pour les valeurs entre 4 mm et 13 mm et l'on voit également un infléchissement de la courbe à l'extérieur de cet intervalle. Ce résultat est attendu car la transformation entre l'épaisseur du verre et la permittivité équivalente est une transformation non-linéaire.

Nous tirons aléatoirement selon la loi uniforme, $U(1 \text{ mm}, 20 \text{ mm})$, 2 000 échantillons pour l'épaisseur du verre. Nous avons ainsi 2 000 valeurs pour la permittivité équivalente et pour le champ réfléchi spéculaire du bâtiment. La densité de probabilité du coefficient

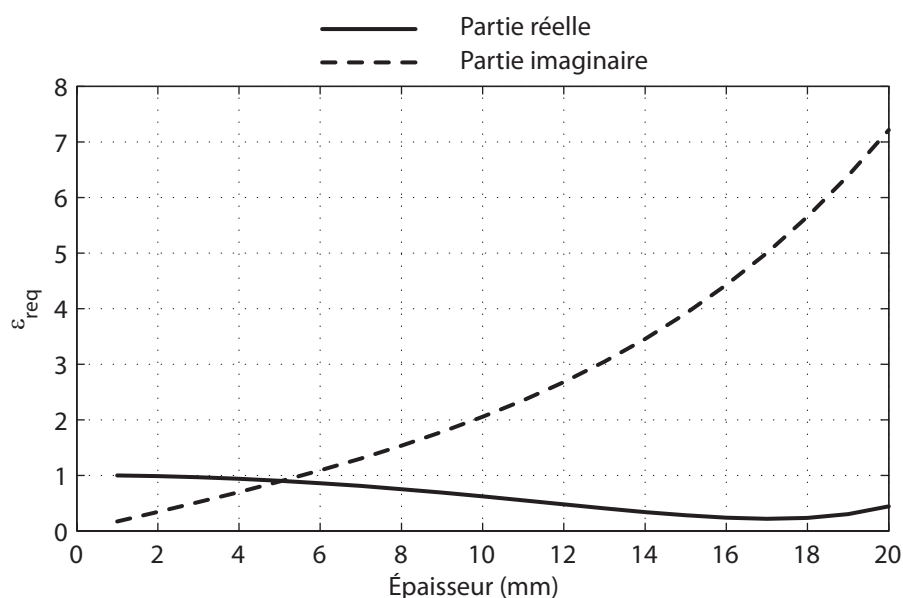


FIG. 4.28 – Parties réelle et imaginaire de la permittivité équivalente des fenêtres en simple vitrage en incidence normale ($\theta_i = 0^\circ$) avec la permittivité du verre égale à 5,5

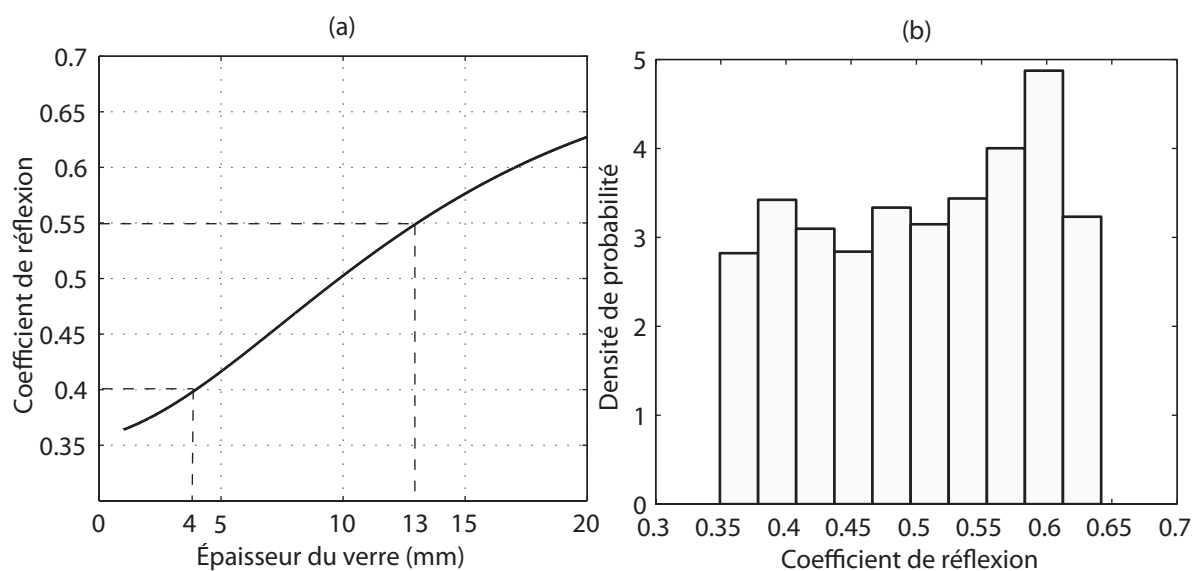


FIG. 4.29 – $\theta_i = 0^\circ$ et $\theta_r = 0^\circ$ (a) Coefficient de réflexion en fonction de l'épaisseur du verre (b) Densité de probabilité du coefficient de réflexion pour 2 000 échantillons de l'épaisseur du simple vitrage tirés aléatoirement d'une loi uniforme $U(1 \text{ mm}, 20 \text{ mm})$

de réflexion est présentée sur la Fig. 4.29(b). Nous observons que la distribution ressemble à une distribution uniforme légèrement déformée et le coefficient de réflexion est quasi-uniforme entre 0,4 et 0,55. Ces valeurs du coefficient correspondent aux épaisseurs entre 4 mm et 13 mm (cf. Fig. 4.29). Dans ce cas, avoir une information précise sur les catégories de bâtiment et le type de vitrage peut être utile; si le type de vitrage d'une catégorie de bâtiment se trouve entre 4 mm et 13 mm, nous pouvons dire que le coefficient de réflexion varie d'une manière linéaire entre 0,4 et 0,55. Pour les vitres plus épaisses que 13 mm et moins épaisses que 4 mm, le coefficient de réflexion varie moins; entre 0,55 et 0,63 dans le premier cas et entre 0,36 et 0,4 dans le deuxième cas.

La même expérience est réalisée pour la direction non-spéculaire. La permittivité équivalente reste identique à celle de la Fig. 4.28 car l'incidence est toujours normale. Les valeurs du champ correspondant à chaque permittivité équivalente sont calculées pour $\theta_r = 2,5^\circ$ et $\theta_r = 3,5^\circ$ et elles sont tracées sur la Fig. 4.30(a) en fonction de l'épaisseur du verre. Nous observons que la variation du champ réfléchi pour les deux angles d'observation est très différente. Pour $\theta_r = 2,5^\circ$, la variation du champ est faible, tandis que pour $\theta_r = 3,5^\circ$, cette variation est plus importante. Pour mieux comprendre la raison, nous traçons à titre d'exemple le diagramme de rayonnement de l'ensemble de la façade pour deux épaisseurs différentes du verre.

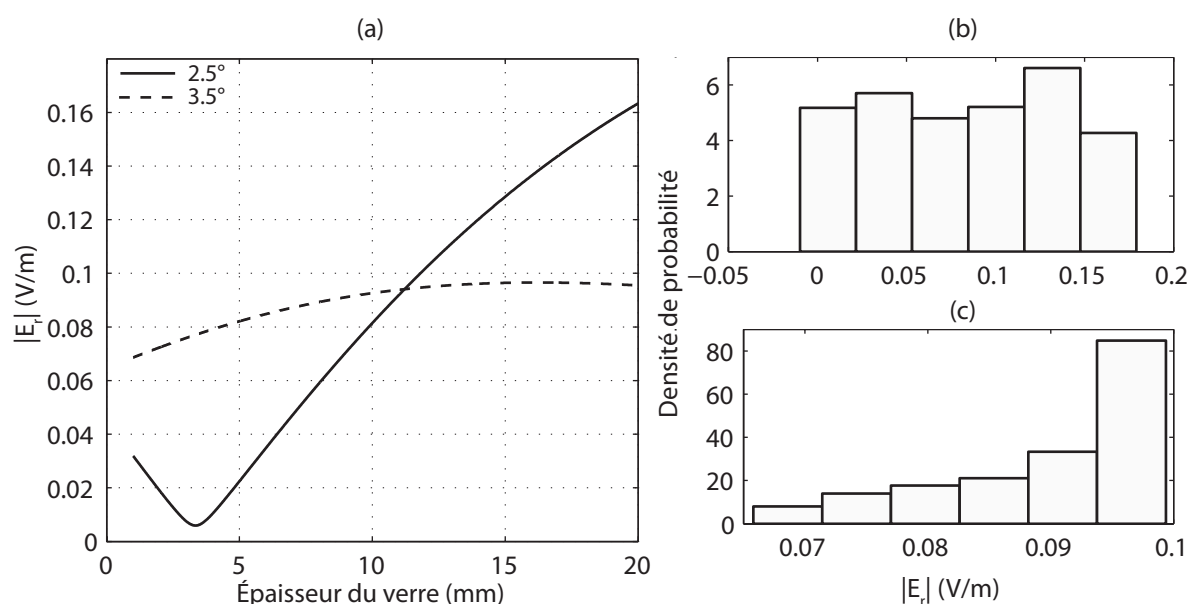


FIG. 4.30 – $\theta_i = 0^\circ$ (a) Champ réfléchi à $\theta_r = 2,5^\circ$ et $\theta_r = 3,5^\circ$ en fonction de l'épaisseur du verre. Densité de probabilité du champ à (b) $\theta_r = 2,5^\circ$ et (c) $\theta_r = 3,5^\circ$ pour 2 000 échantillons de l'épaisseur du simple vitrage tirés aléatoirement d'une loi Uniforme $U(1 \text{ mm}, 20 \text{ mm})$

Sur la Fig. 4.31, le diagramme de rayonnement de la façade (jusqu'à 5°) est tracé pour deux épaisseurs du simple vitrage : 3 mm et 17 mm. Les deux valeurs se trouvent vers les deux extrêmes dans l'intervalle de variation de l'épaisseur du verre (1 mm à 20 mm) et correspondent sur la Fig. 4.29(a) aux valeurs quasi-extrêmes du coefficient de réflexion. Cette figure montre que le changement de l'épaisseur du verre déforme fortement le diagramme de rayonnement de sorte qu'un maximum pour une épaisseur correspond à un minimum pour une autre épaisseur. En conséquence, nous ne pouvons plus faire correspondre un angle fixe au premier ou au deuxième lobe secondaire pour toutes les épaisseurs. De plus, l'amplitude de la variation du niveau du champ pour deux angles d'observation assez proches (ici $2,5^\circ$ et $3,5^\circ$) est très différente.

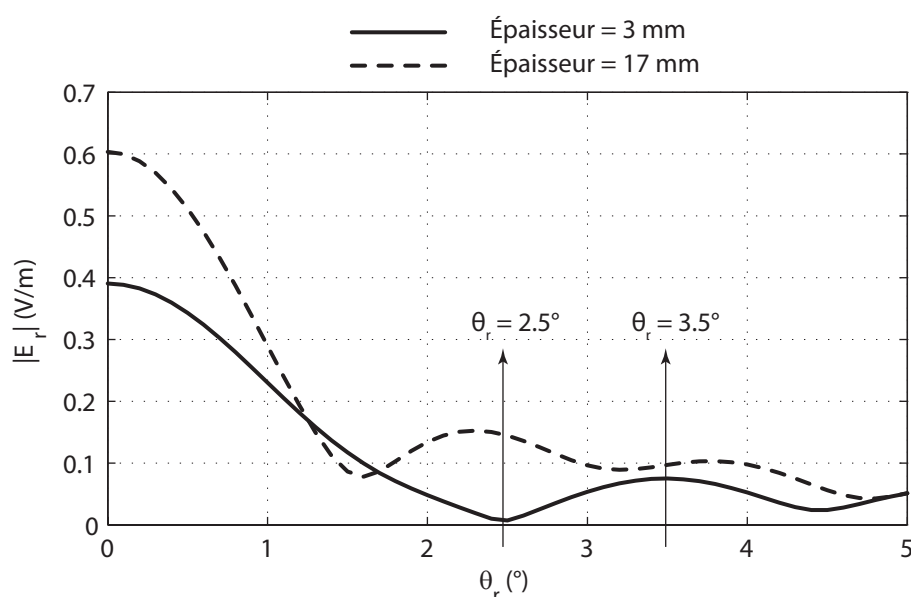


FIG. 4.31 – Diagramme de rayonnement de la façade en incidence normale pour deux épaisseurs du verre différentes

Les densités de probabilité du champ réfléchi après le tirage aléatoire de l'épaisseur du verre sont présentées sur la Fig. 4.30(b). Les résultats sont obtenus pour 2 000 échantillons de l'épaisseur du verre, équivalents à 2 000 valeurs de la permittivité équivalente. Nous observons que seule la première distribution ressemble à une loi uniforme. On retrouve, pour ces directions obliques, une variation quasi-linéaire du module du champ réfléchi pour des épaisseurs de verre comprises, comme dans la direction spéculaire, entre 4 mm et 13 mm. Autrement dit si, suivant la première étude dans la direction spéculaire, des catégories de bâtiment selon l'épaisseur du simple vitrage ont été définies, ces catégories restent pour cet exemple valides pour les directions non-spéculaires. Les niveaux de champ

étant beaucoup plus faibles, les variations sont moins significatives pour les directions non-spéculaires que pour la direction spéculaire.

Jusqu'à présent nous avons étudié l'influence de l'épaisseur du simple vitrage en incidence normale. Les résultats montrent l'importance d'une prise en compte du type de vitrage dans la simulation du bâtiment. Dans le cas du simple vitrage et en incidence normale, le comportement du champ réfléchi devient à peu près prévisible si l'on sait dans quel intervalle se situe l'épaisseur des fenêtres. Si nous incluons l'étude de tout type de fenêtres, simple, double ou triple vitrage, en incidences normale ou oblique, la complexité du problème augmentera et l'influence des fenêtres deviendra de plus en plus imprévisible.

4.4 Conclusion

Nous avons présenté dans les chapitres précédents une méthode rapide et précise de calcul du champ diffracté par les objets diélectriques et électriquement grands, en vue d'une application finale sur l'environnement urbain. Étant donné la grande variabilité de cet environnement, une méthode purement déterministe se montre inadéquate pour la caractérisation de la propagation d'onde. Afin d'intégrer la variabilité des paramètres d'entrée dans la méthode, il faut connaître les sources d'incertitude du champ dans l'environnement urbain et la nature de leurs variations. Nous pouvons ainsi modéliser ces sources d'incertitude en définissant des variables aléatoires convenables et conduire des études statistiques.

Deux approches ont été présentées pour les études statistiques : l'approche analytique qui est robuste mais conduit à des développements complexes; l'approche numérique qui est longue en temps de calcul et répétitive mais facile à réaliser.

Parmi de nombreuses variables aléatoires, nous nous sommes intéressés :

- à la permittivité du béton (le matériau principal de la façade) qui influence de manière prépondérante le coefficient de réflexion spéculaire et en incidence normale;
- à la distribution des fenêtres (particulièrement celle des fenêtres de grande taille) qui, contrairement à la permittivité, influence de manière prépondérante le coefficient de réflexion non-spéculaire mais toujours en incidence normale;
- aux dimensions (la largeur et la hauteur) des fenêtres qui créent une petite perturbation sur le coefficient de réflexion défini pour une catégorie de bâtiment (comportant des petites ou des grandes fenêtres) et dont l'influence est faible en dehors de la zone du champ proche;
- à l'épaisseur (le type) du vitrage qui rend le comportement du champ réfléchi impré-

visible et qui se montre indispensable à modéliser pour une caractérisation précise du champ.

Conclusions et perspectives

L'objectif de ce travail de thèse était de présenter une méthode pour évaluer le champ électromagnétique au voisinage des bâtiments urbains et d'associer à ce champ une incertitude liée aux paramètres variables des façades.

L'environnement urbain est trop grand et complexe pour être traité par une méthode totalement rigoureuse et un modèle complètement déterministe. Nous avons développé notre méthode en supposant certaines approximations qui simplifient les équations gouvernant le problème exact tout en maintenant une bonne précision en comparaison avec d'autres méthodes du même type. Nous avons par la suite appliqué notre méthode à un modèle théorique simple proposé dans ce manuscrit, tout en gardant la possibilité d'être intégrée dans des modèles théoriques plus complexes ou des modèles spécifiques au site. Les études statistiques finales ont quantifié l'incertitude du champ à l'aide de notre méthode et dans le modèle proposé. Les étapes suivies pour atteindre ce but étaient les suivantes.

La méthode proposée dans ce manuscrit est basée sur les courants équivalents surfaciques. Les méthodes basées sur les courants se différencient dans le calcul des courants équivalents et dans l'obtention de leur rayonnement. Nous avons présenté alors dans le premier chapitre les différents principes d'équivalence formant la base de ces méthodes, en particulier *principe d'équivalence inductive* sur lequel notre méthode est basée. Les particularités de ce principe d'équivalence sont les suivantes : un seul problème est défini pour la réflexion et la transmission, les courants équivalents sont liés uniquement au champ incident (un avantage) et leur rayonnement doivent être calculés en présence de l'objet diffractant (un inconvénient). Nous avons également présenté dans ce chapitre le *principe d'équivalence physique* formant la base de la méthode de l'optique physique : deux problèmes distincts doivent être définis pour la réflexion et la transmission, les courants équivalents sont liés au champ total (un inconvénient) et leur rayonnement se calcule en absence de l'objet diffractant (un avantage). Ainsi, si nous choisissons les fonctions de Green comme l'outil de calcul, il s'agit des *fonctions de Green de l'espace libre* pour l'optique physique et les

fonctions de Green associées à l'interface entre deux diélectriques semi-infinis pour notre méthode. Les détails du calcul de ces dernières, plus compliquées que les premières, ont été donnés dans le deuxième chapitre.

Le deuxième chapitre a fait intervenir le concept des potentiels fictifs vecteur et scalaire en tant qu'un outil mathématique pour le calcul du champ électromagnétique. Une alternative à cette approche peut être le calcul direct des champs en décomposant l'onde en polarisation TE et TM. Nous avons confirmé nos résultats à l'aide des résultats obtenus par la deuxième approche qui se trouvent dans la littérature. La comparaison entre nos fonctions de Green et celles de l'optique physique multipliées par le coefficient correcteur a été présentée dans ce chapitre, pour une paire de dipôles électrique et magnétique placée à l'interface entre deux milieux semi-infinis. Nous avons conclu que les deux méthodes concordent dans la direction spéculaire et divergent ailleurs.

Nous avons mis en évidence les capacités et les limites des fonctions de Green dans le troisième chapitre relatif aux applications. Ainsi plusieurs perspectives s'ouvrent à partir des résultats obtenus, nous en présenterons les plus importantes dans la section "Perspectives". Les fonctions de Green ont donné des résultats rapides et suffisamment précis, sauf vers les angles d'incidence et d'observation rasants, pour être appliquées aux structures de surface finie suffisamment grande par rapport à la longueur d'onde. Nous avons confirmé pour une structure de surface finie que notre méthode et l'optique physique sont en parfait accord dans la direction spéculaire et que notre méthode présente une précision plus importante dans les directions non-spéculaires, en comparaison avec les résultats obtenus par les simulateurs électromagnétiques 3D. L'effet de bord étant négligé dans ces simulations, les fonctions de Green telles qu'elles sont présentées dans ce manuscrit ont la même limite que la méthode de l'optique physique concernant la diffraction par les bords. Les milieux inhomogènes ont été considérés comme une juxtaposition de milieux homogènes, la taille des inhomogénéités restant comparable à la longueur d'onde pour respecter la validité des fonctions de Green. Nous avons mis en œuvre un modèle équivalent en réflexion pour les milieux présentant des couches afin de rendre les fonctions de Green applicables aux milieux stratifiés. Ce modèle a nécessité le calcul d'une permittivité équivalente qui s'insère dans les expressions des fonctions de Green des milieux semi-infinis. L'introduction de la permittivité équivalente nous a donné la possibilité de tenir compte du type de vitrage dans les bâtiments tout en gardant le même type de fonctions de Green sur l'ensemble de la façade. Les résultats ont montré dans ce chapitre que les fenêtres, détails architecturaux souvent négligés dans les simulateurs de la propagation d'onde, ont une influence impor-

tante sur le champ au voisinage du bâtiment. L'application de la méthode aux modèles génériques de bâtiment, à la fin de ce chapitre, a ouvert des pistes intéressantes pour les études statistiques.

Le quatrième chapitre a quantifié l'influence de plusieurs paramètres de la façade d'un bâtiment en utilisant la méthode des fonctions de Green et un modèle simple de bâtiment béton-verre. Les perspectives dans cette partie sont également nombreuses. Nous avons proposé et développé l'idée d'une *approche analytique* pour faire des études statistiques et nous avons surtout présenté de nombreux résultats en utilisant l'*approche numérique*. Ces résultats confirment que la modélisation de certains paramètres de bâtiment dans un simulateur de la propagation d'onde est nécessaire alors que cette modélisation peut être inutile pour d'autres paramètres, selon le temps de calcul et la complexité autorisés. Dans tous les cas, la connaissance de l'influence de ces paramètres nous permet de faire les simplifications tout en restant conscients de l'erreur commise.

Perspectives

Plusieurs perspectives sont envisageables pour la partie théorique de la méthode des fonctions de Green.

- Nous avons présenté des fonctions de Green qui ne tiennent pas compte de l'effet de bord. Cet effet peut être considéré en ajoutant les courants de bords [94], [36] ou dans un cadre plus théorique en développant les fonctions de Green associées à une arête.
- Les techniques d'intégration de surface peuvent être améliorées, particulièrement du point de vue de l'efficacité, en employant des méthodes numériques plus sensibles à la variation de phase [95] et en utilisant des langages de programmation plus adaptés que MATLAB.
- L'analyse du champ transmis est intéressante pour les études de la propagation d'onde en "indoor/outdoor" [96]. Ces études ont pour but de garantir une bonne réception des signaux de la communication sans fil à l'intérieur du bâtiment. L'analyse du champ transmis par les fenêtres peut conduire au design et à la conception des fenêtres sélectives en fréquence [97], [98].
- L'étude de l'existence et de l'influence des ondes de surface pour les fenêtres peut être utile sur le bilan d'énergie réfléchi et transmise.

De nombreuses perspectives pour la modélisation et les études statistiques sont concevables. Nous en citons quelques-unes.

- Il est important de tenir compte de la forme de la source, ainsi que de l'incertitude associée à cette forme. Les fonctions de Green étant indépendantes de l'excitation du système, elles nous laissent la liberté du choix des sources.
- Approfondir l'approche analytique pour les études statistiques peut aboutir à des résultats plus faciles à interpréter. Cette approche nous évitera des simulations longues et répétitives.
- Les variables aléatoires peuvent être mieux modélisées avec davantage de connaissances sur la nature de la variation des paramètres influents dans l'environnement urbain.
- L'analyse de l'influence de la montée en fréquence sur les résultats des études statistiques est intéressante.
- Il est intéressant de comparer les résultats des études statistiques avec une campagne de mesure réalisée dans l'environnement urbain.
- L'intégration des fonctions de Green comme méthode de calcul dans un simulateur de la propagation d'onde comportant un modèle complexe de l'environnement urbain est envisageable.

En conclusion, la méthode des fonctions de Green proposée dans ce travail ouvre de nombreuses perspectives pour l'amélioration des simulateurs de propagation en environnement urbain, grâce à sa robustesse, sa précision et sa rapidité.

Annexe A

Formulation compacte des fonctions de Green

Les détails du calcul des fonctions de Green, présentés dans le chapitre 2, peuvent nous conduire à oublier la généralité de l'écriture dyadique des fonctions de Green. Nous présentons dans cette annexe la formulation compacte des fonctions de Green des potentiels vecteurs et scalaires ainsi que celles des champs électriques en respectant l'écriture dyadique. Les expressions des composantes ne sont pas présentées de nouveau ici; elles se trouvent au chapitre 2.

L'interface entre l'air et le diélectrique est toujours le plan xOy , et une distribution du courant surfacique peut avoir simultanément des composantes suivant x et y ; il n'existe pas de composante du courant suivant z .

A.1 Courant électrique

Fonction de Green du potentiel vecteur électrique:

$$\overline{\overline{G}}_A = \begin{pmatrix} G_A^{xx} & 0 & 0 \\ 0 & G_A^{yy} & 0 \\ G_A^{zx} & G_A^{zy} & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.1})$$

où :

$$G_A^{yy}(\varphi) = G_A^{xx}(\varphi - \pi/2) \quad (\text{A.2})$$

$$G_A^{zy}(\varphi) = G_A^{zx}(\varphi - \pi/2) \quad (\text{A.3})$$

Fonction de Green du potentiel scalaire électrique :

$$G_V = \begin{pmatrix} G_V^x & G_V^y & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.4})$$

où :

$$G_V^y(\varphi) = G_V^x(\varphi - \pi/2) \quad (\text{A.5})$$

Fonction de Green du champ électrique :

Sachant que :

$$\vec{E}_J = -j\omega\vec{A} - \nabla\vec{V} \quad (\text{A.6})$$

la même expression reste valide pour les fonctions de Green du champ :

$$\vec{G}_{E_J} = -j\omega\vec{G}_A - \vec{G}_{\nabla V} \quad (\text{A.7})$$

Après avoir remplacé les fonctions de Green des potentiels vecteur et scalaire électriques :

$$\begin{pmatrix} G_{E_J}^{xx} & G_{E_J}^{xy} & G_{E_J}^{xz} \\ G_{E_J}^{yx} & G_{E_J}^{yy} & G_{E_J}^{yz} \\ G_{E_J}^{zx} & G_{E_J}^{zy} & G_{E_J}^{zz} \end{pmatrix} = -j\omega \begin{pmatrix} G_A^{xx} & 0 & 0 \\ 0 & G_A^{yy} & 0 \\ G_A^{zx} & G_A^{zy} & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \partial G_V^x / \partial x & \partial G_V^y / \partial x & 0 \\ \partial G_V^x / \partial y & \partial G_V^y / \partial y & 0 \\ \partial G_V^x / \partial z & \partial G_V^y / \partial z & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.8})$$

Finalement pour la vraie distribution de courant électrique du problème, l'expression du champ électrique s'écrit à l'aide du produit entre un vecteur et un tenseur :

$$\vec{G}_{E_J} \bullet \vec{J}_s = \begin{pmatrix} E_J^{xx} & E_J^{xy} & 0 \\ E_J^{yx} & E_J^{yy} & 0 \\ E_J^{zx} & E_J^{zy} & 0 \end{pmatrix} \bullet \begin{pmatrix} J_x \\ J_y \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} J_x E_J^{xx} + J_y E_J^{xy} \\ J_x E_J^{yx} + J_y E_J^{yy} \\ J_x E_J^{zx} + J_y E_J^{zy} \end{pmatrix} \quad (\text{A.9})$$

A.2 Courant magnétique

Fonction de Green du potentiel vecteur magnétique :

$$\vec{G}_F = \begin{pmatrix} G_F^{xx} & 0 & 0 \\ 0 & G_F^{yy} & 0 \\ G_F^{zx} & G_F^{zy} & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.10})$$

où :

$$G_F^{yy}(\varphi) = G_F^{xx}(\varphi - \pi/2) \quad (\text{A.11})$$

$$G_F^{zy}(\varphi) = G_F^{zx}(\varphi - \pi/2) \quad (\text{A.12})$$

Fonction de Green du potentiel scalaire magnétique :

$$G_U = \begin{pmatrix} G_U^x & G_U^y & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.13})$$

où :

$$G_U^y(\varphi) = G_U^x(\varphi - \pi/2) \quad (\text{A.14})$$

Fonction de Green du champ électrique :

Sachant que :

$$\vec{E}_M = -\frac{1}{\epsilon} \nabla \times \vec{F} \quad (\text{A.15})$$

la même expression reste valide pour les fonctions de Green du champ :

$$\vec{G}_{E_M} = -\frac{1}{\epsilon} \nabla \times \vec{G}_F \quad (\text{A.16})$$

Après avoir remplacé les fonctions de Green des potentiels vecteur et scalaire magnétiques:

$$\begin{pmatrix} G_{E_M}^{xx} & G_{E_M}^{xy} & G_{E_M}^{xz} \\ G_{E_M}^{yx} & G_{E_M}^{yy} & G_{E_M}^{yz} \\ G_{E_M}^{zx} & G_{E_M}^{zy} & G_{E_M}^{zz} \end{pmatrix} = -\frac{1}{\epsilon} \begin{pmatrix} \partial G_F^{zx} / \partial y & \partial G_F^{zy} / \partial y - \partial G_F^{yy} / \partial z & 0 \\ \partial G_F^{xx} / \partial z - \partial G_F^{zx} / \partial x & -\partial G_F^{zy} / \partial x & 0 \\ -\partial G_F^{xx} / \partial y & \partial G_F^{yy} / \partial x & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.17})$$

Finalement pour la vraie distribution du courant magnétique du problème, l'expression du champ électrique s'écrit à l'aide du produit entre un vecteur et un tenseur :

$$\vec{G}_{E_M} \bullet \vec{M}_s = \begin{pmatrix} E_M^{xx} & E_M^{xy} & 0 \\ E_M^{yx} & E_M^{yy} & 0 \\ E_M^{zx} & E_M^{zy} & 0 \end{pmatrix} \bullet \begin{pmatrix} M_x \\ M_y \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_x E_M^{xx} + M_y E_M^{xy} \\ M_x E_M^{yx} + M_y E_M^{yy} \\ M_x E_M^{zx} + M_y E_M^{zy} \end{pmatrix} \quad (\text{A.18})$$

Annexe B

Changement de variables

Les fonctions de Green du champ électrique présentées dans la section 2.3 sont calculées pour des éléments de courant électrique et magnétique suivant x ou y situés à l'origine. Pour une onde plane illuminant un objet diffractant, les courants équivalents sont répartis sur la surface de l'objet; leur amplitude est liée à l'inclinaison de l'onde incidente et leur phase à la position de l'élément de courant sur la surface selon les équations (1.19)–(1.22). Le champ électrique en un point donné dans l'espace se calcule en superposant le champ créé en ce point par chaque élément de courant sur la surface. Les fonctions de Green du champ doivent être utilisées dans les intégrales de surface avec les changements de variable nécessaires.

La Fig. B.1 présente la géométrie du problème : le plan xOy désigne l'interface entre l'air et le diélectrique, le point S présente un élément de courant quelconque sur la surface et le point M est le point d'observation. Les coordonnées du vecteur associé au point d'observation (\vec{r}) :

$$\vec{r} \begin{pmatrix} x = r \sin \theta \cos \phi \\ y = r \sin \theta \sin \phi \\ z = r \cos \theta \end{pmatrix} \quad (\text{B.1})$$

Les coordonnées du vecteur associé au point de source (\vec{r}'), sachant que les courants sont créés sur une interface plane :

$$\vec{r}' \begin{pmatrix} x' = r' \cos \phi' \\ y' = r' \sin \phi' \\ z' = 0 \end{pmatrix} \quad (\text{B.2})$$

Les changements de variables suivants doivent être alors intégrés dans les fonctions de

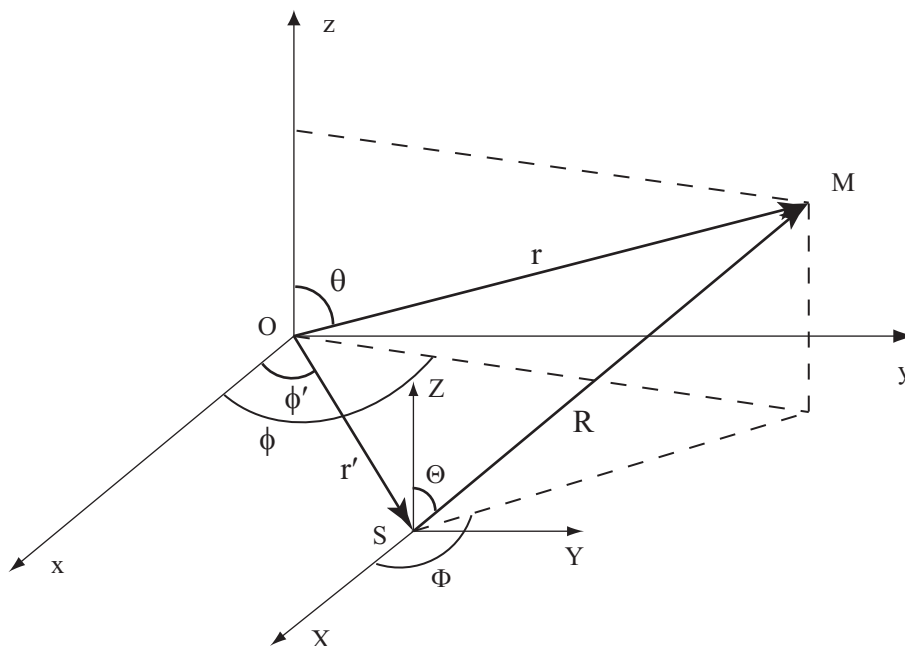


FIG. B.1 – Géométrie des coordonnées du point de source et du point d'observation

Green pour le champ électrique créé en un point d'observation $M(r, \theta, \phi)$ par un point de source $S(x', y', 0)$:

$$R = \sqrt{r^2 + x'^2 + y'^2 - 2r \sin \theta (x' \cos \phi + y' \sin \phi)} \quad (\text{B.3})$$

$$\cos \Theta = \frac{r \cos \theta}{R} \quad (\text{B.4})$$

$$\tan \Phi = \frac{r \sin \theta \sin \phi - x'}{r \sin \theta \cos \phi - y'} \quad (\text{B.5})$$

Annexe C

Expressions du développement limité

Le développement limité du premier ordre appliqué aux 6 composantes (2.68)–(2.73) du champ électrique créées par les courants électrique (J_x) et magnétique (M_y), nécessite le calcul des dérivées des expressions selon ϵ_r . Nous présentons uniquement les dérivées des parties dépendantes en ϵ_r , le reste des expressions est considéré constant. Les parties constantes interviennent évidemment dans le calcul du développement limité mais les étapes de calcul ne sont pas présentées dans ce manuscrit.

Les dérivées selon ϵ_r nécessaires pour les composantes du champ créé par J_x :

$$DE' = jk_0 \cos(\theta)\epsilon_0 + \frac{1}{2}jk_0\epsilon_0(\epsilon_r - \sin^2(\theta))^{-1/2} \quad (\text{C.1})$$

$$DH' = \frac{1}{2}jk_0(\epsilon_r - \sin^2(\theta))^{-1/2} \quad (\text{C.2})$$

$$\left(\frac{1}{X}\right)' = -\frac{X'}{X^2} \quad X = DE, DH \quad (\text{C.3})$$

Les dérivées selon ϵ_r nécessaires pour les composantes du champ créé par M_y :

$$\left(\frac{1}{DE \cdot DH}\right)' = -\frac{DE' \cdot DH + DH' \cdot DE}{(DE \cdot DH)^2} \quad (\text{C.4})$$

$$\left(\frac{\epsilon - \epsilon_0}{DE \cdot DH}\right)' = \frac{\epsilon_0}{DE \cdot DH} + \left(\frac{1}{DE \cdot DH}\right)'(\epsilon - \epsilon_0) \quad (\text{C.5})$$

$$\left(\frac{\epsilon}{DE}\right)' = \frac{\epsilon_0}{DE} + \epsilon \left(\frac{1}{DE}\right)' \quad (\text{C.6})$$

Afin de trouver l'erreur de l'approximation du premier ordre, il faut calculer le reste de la série de Taylor (4.7). Nous avons alors besoin des dérivées secondes des expressions

précédentes selon ϵ_r :

$$DE'' = -\frac{1}{4}jk_0\epsilon_0(\epsilon_r - \sin^2(\theta))^{-3/2} \quad (\text{C.7})$$

$$DH'' = -\frac{1}{4}jk_0(\epsilon_r - \sin^2(\theta))^{-3/2} \quad (\text{C.8})$$

$$\left(\frac{1}{X}\right)'' = \frac{-X'' \cdot X + 2X'^2}{X^3} \quad X = DE, DH \quad (\text{C.9})$$

$$(DE \cdot DH)'' = DE'' \cdot DH + DH'' \cdot DE + 2DE' \cdot DH' \quad (\text{C.10})$$

$$\left(\frac{1}{DE \cdot DH}\right)'' = \frac{-(DE \cdot DH)'' \cdot DE \cdot DH + 2(DE \cdot DH)'^2}{(DE \cdot DH)^3} \quad (\text{C.11})$$

$$\left(\frac{\epsilon - \epsilon_0}{DE \cdot DH}\right)'' = 2\left(\frac{1}{DE \cdot DH}\right)' \epsilon_0 + \left(\frac{1}{DE \cdot DH}\right)'' (\epsilon - \epsilon_0) \quad (\text{C.12})$$

$$\left(\frac{\epsilon}{DE}\right)'' = 2\left(\frac{1}{DE}\right)' \epsilon_0 + \left(\frac{1}{DE}\right)'' \epsilon \quad (\text{C.13})$$

Bibliographie

- [1] M. F. Iskander and Z. Yun, “Propagation prediction models for wireless communication systems,” *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 50, pp. 662–673, March 2002.
- [2] A. G. Dimitriou and G. D. Sergiadis, “Architectural features and urban propagation,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 54, pp. 774–784, March 2006.
- [3] T. S. Rappaport, *Wireless Communications: Principles and Practice*. Prentice Hall, 1996.
- [4] Y. Okumura, E. Ohmori, T. Kawano, and K. Fukuda, “Field strength and its variability in VHF and UHF land mobile services,” *Review of the Electrical Communication Laboratories*, vol. 16, pp. 825–873, September-October 1968.
- [5] M. Hata, “Empirical formula for propagation loss in land mobile radio services,” *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 29, pp. 317–325, August 1980.
- [6] S. Y. Seidel and T. S. Rappaport, “Site-specific propagation prediction for wireless in-building personal communication system design,” *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 43, pp. 879–891, November 1994.
- [7] S. Y. Tan and H. S. Tan, “A microcellular communications propagation model based on the uniform theory of diffraction and multiple image theory,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 44, pp. 1317–1326, October 1996.
- [8] T. Fügen, J. Maurer, T. Kayser, and W. Wiesbeck, “Capability of 3-D ray tracing for defining parameter sets for the specification of future mobile communications systems,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 54, pp. 3125–3137, November 2006.
- [9] M. F. Catedra, J. Perez, F. S. de Adana, and O. Gutierrez, “Efficient ray-tracing techniques for three-dimensional analyses of propagation in mobile communications:

- application to picocell and microcell scenarios,” *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, vol. 40, pp. 15–28, April 1998.
- [10] J. Walfisch and H. L. Bertoni, “A theoretical model of UHF propagation in urban environments,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 36, pp. 1788–1796, December 1988.
- [11] S. R. Saunders and F. R. Bonar, “Prediction of mobile radio wave propagation over buildings of irregular heights and spacings,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 42, pp. 137–144, February 1994.
- [12] G. L. Turin, F. D. Clapp, T. L. Johnston, S. B. Fine, and D. Lavry, “A statistical model of urban multipath propagation,” *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 21, pp. 1–9, February 1972.
- [13] T. S. Rappaport, S. Y. Seidel, and K. Takamizawa, “Statistical channel impulse response models for factory and openplan building radio communicate system design,” *IEEE Transactions on Communications*, vol. 39, pp. 794–807, May 1991.
- [14] M. N. O. Sadiku, *Numerical Techniques in Electromagnetics*. CRC Press, 2 ed., 2001.
- [15] J. Schuster and R. J. Luebbers, “Comparison of GTD and FDTD predictions for UHF radio wave propagation in a simple outdoor urban environment,” in *Antennas and Propagation Society International Symposium*, pp. 2022–2025, IEEE, 1997.
- [16] P. Pongsilamanee and H. L. Bertoni, “Specular and nonspecular scattering from building facades,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 52, pp. 1879–1889, July 2004.
- [17] P. H. Pathak and R. J. Burkholder, *Scattering: scattering and inverse scattering in pure and applied science*, ch. 1.5.2 High-Frequency methods. Academic Press, 2002.
- [18] R. K. Luneberg, *Mathematical Theory of Optics*. Brown University, 1944.
- [19] M. Kline, “An asymptotic solution of Maxwell’s equations,” *Communications on Pure and Applied Mathematics*, vol. 4, no. 2-3, pp. 225–262, 1951.
- [20] J. Keller, “Geometrical theory of diffraction,” *Journal of the Optical Society of America*, vol. 52, pp. 116–130, February 1962.
- [21] R. G. Rojas and T.-H. Lee, *Handbook of antennas in wireless communications*, ch. 10 High-Frequency Techniques. CRC Press, 2002.
- [22] R. Kouyoumjian and P. Pathak, “A uniform geometrical theory of diffraction for an edge of a perfectly conducting surface,” *Proceedings of the IEEE*, vol. 62, pp. 1448–1461, November 1974.

- [23] D. S. Ahluwalia, R. M. Lewis, and J. Boersma, "Uniform asymptotic theory of diffraction by a plane screen," *SIAM Journal on Applied Mathematics*, vol. 16, pp. 783–807, July 1968.
- [24] S.-W. Lee and G. Deschamps, "A uniform asymptotic theory of electromagnetic diffraction by a curved wedge," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 24, pp. 25–34, January 1976.
- [25] R. F. Harrington, *Time-Harmonic electromagnetic fields*. McGraw-Hill, 1961.
- [26] C. A. Balanis, *Advanced Engineering Electromagnetics*. Wiley, 1989.
- [27] E. Bahar, "Full wave and physical optics solutions for scattered radiation fields by rough surfaces—energy and reciprocity relations," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 26, pp. 603–614, July 1978.
- [28] P. Ufimtsev, *Method of edge waves in the physical theory of diffraction* from Russian: *Method Kravevykh voin v fizicheskoy teorii difraktsii*, 1962. Translation prepared by the U.S. Air Force Foreign Technology Division. Wright-Patterson AFB, 1971.
- [29] P. Ufimtsev, *Fundamentals of the Physical Theory of Diffraction*. John Wiley, 2007.
- [30] P. Ufimtsev, "Elementary edge waves and the physical theory of diffraction," *Electromagnetics*, vol. 11, pp. 125–160, April 1991.
- [31] K. M. Mitzner, "Incremental length diffraction coefficient," Tech. Rep. AFAL-TR-73-296, Northrop Corp, Aircraft Div., 1974.
- [32] N. D. Taket and R. E. Burge, "A physical optics version of the geometrical theory of diffraction," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 39, pp. 719–731, June 1991.
- [33] A. Michaeli, "Equivalent edge currents for arbitrary aspects of observation," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 32, pp. 252–258, March 1984.
- [34] R. Tiberio and S. Maci, "An incremental theory of diffraction: scalar formulation," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 42, pp. 600–612, May 1994.
- [35] R. Tiberio, S. Maci, and A. Toccafondi, "An incremental theory of diffraction: electromagnetic formulation," *IEEE Transactioin in Antennas Propagation*, vol. 43, pp. 87–96, January 1995.
- [36] R. Tiberio, A. Toccafondi, and A. P. ans S. Maci, "Incremental theory of diffraction: a new-improved formulation," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 52, pp. 2234–2243, September 2004.

- [37] G. Dauron, *Une méthode d'homogénéisation dynamique pour évaluer les niveaux du champ radio en milieu urbain*. PhD thesis, Université Paris-Est (Marne-la-Vallée), France, June 2007.
- [38] H. Ling, R. C. Chou, and S. W. Lee, "Shooting and bouncing rays: calculating the RCS of an arbitrarily shaped cavity," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 37, pp. 194–205, February 1989.
- [39] T. K. Sarkar, A. R. Djordjevic, and B. M. Kolundzija, *Handbook of Antennas in Wireless Communications*, ch. 8. Method of Moments Applied to Antennas. CRC Press, 2002.
- [40] R. F. Harrington, "On scattering by large conducting bodies," *IRE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 7, pp. 150–153, April 1959.
- [41] R. F. Harrington, *Field Computation by Moment Methods*. Wiley-IEEE Press, 1 ed., April 1993.
- [42] P. K. Koivisto, I. V. Lindell, and A. H. Sihvola, "Exact image theory for fields reflected from bi-isotropic impedance surfaces," *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, vol. 7, no. 4, pp. 577–598, 1993.
- [43] S. Grubisic, W. P. Carpes, C. B. Lima, and P. Kuo-Peng, "Ray-tracing propagation model using image theory with a new accurate approximation for transmitted rays through walls," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 42, pp. 835–838, April 2006.
- [44] S. R. Rengarajan and E. S. Gillespie, "Asymptotic approximations in radome analysis," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 36, pp. 405–414, March 1988.
- [45] W. Burnside and K. W. Burgener, "High frequency scattering by a thin lossless dielectric slab," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 31, pp. 104–110, January 1983.
- [46] D. G. Duffy, *Green's Functions with Applications*. CRC Press, 2001.
- [47] G. Green, "An essay on the application of mathematical analysis to the theories of electricity and magnetism," *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, no. 39, 44, 47, pp. 73–89, 356–374, 161–221, 1850, 1852, 1854.
- [48] G. Green, "An essay on the application of mathematical analysis to the theories of electricity and magnetism," *arXiv:0807.0088v1 [physics.hist-ph]*, July 2008.
- [49] C. T. Thai, *Dyadic Green Functions in Electromagnetic Theory*. IEEE Press, 1993.

- [50] J. R. Mosig, *Les structures microruban : Analyse au moyen des équations intégrales*. PhD thesis, École Polytechnique Fédérale de Lausanne, Lausanne, Swiss, 1984.
- [51] J. Dansou, *Analyse des discontinuités rayonnantes sur microlignes planaires au moyen des équations intégrales et d'une représentation à deux composantes des courants*. PhD thesis, INSA de Rennes, Rennes, France, 1992.
- [52] M. Drissi, *Analyse des discontinuités rayonnantes sur et entre microlignes planaires au moyen des équations intégrales*. PhD thesis, INSA de Rennes, Rennes, France, May 1989.
- [53] J. R. Mosig and T. K. Sarkar, "Comparison of quasi-static and exact electromagnetic fields from a horizontal electric dipole above a lossy dielectric backed by an imperfect ground plane," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 34, pp. 379–387, April 1986.
- [54] M. Abramowitz and I. A. Stegun, *Handbook of Mathematical Functions With Formulas, Graphs, and Mathematical Tables*. U.S. Department of Commerce, 1972.
- [55] K. A. Michalski, "Extrapolation methods for Sommerfeld integral tails," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 46, pp. 1405–1418, October 1998.
- [56] M. Yuan and T. K. Sarkar, "Computation of the Sommerfeld integral tails using the matrix pencil method," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 54, pp. 1358–1362, April 2006.
- [57] J. A. Kong, "Electromagnetic fields due to dipole antennas over stratified anisotropic media," *Geophysics*, vol. 37, pp. 985–996, December 1972.
- [58] L. Tsang and J. A. Kong, "Application of the radio-frequency interferometry method to a stratified anisotropic medium," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 23, pp. 725–728, September 1975.
- [59] D. Cheng, J. A. Kong, and L. Tsang, "Geophysical subsurface probing of a two-layered uniaxial medium with a horizontal magnetic dipole," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 25, pp. 766–769, November 1977.
- [60] J. van der Kruk, *Three-Dimensional imaging of multi-component ground penetrating radar data*. PhD thesis, Delft University of Technology, Netherlands, 2001.
- [61] R. Marklein, *Review of Radio Science : 1999-2002 URSI*, ch. 11. The Finite Integration Technique as a General Tool to Compute Acoustic, Electromagnetic, Elastodynamic, and Coupled Wave Fields. IEEE Press and John Wiley and Sons, August 2002.

- [62] “IEEE standard definitions of terms for antennas,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 17, pp. 262–269, May 1969.
- [63] A. Yaghjian, “An overview of near-field antenna measurements,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 34, pp. 30–45, January 1986.
- [64] S. Laybros, P. F. Combes, and H. J. Mametsa, “The very-near-field region of equiphase radiating apertures,” *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, vol. 47, pp. 50–66, August 2005.
- [65] S. Laybros and P. F. Combes, “On radiating-zone boundaries of short $\lambda/2$, and λ dipoles,” *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, vol. 46, pp. 53–64, October 2004.
- [66] K. Sarabandi and P. R. Siqueira, “Numerical scattering analysis for two-dimensional dense random media: characterization of effective permittivity,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 45, pp. 858–867, May 1997.
- [67] K. Sarabandi and P. R. Siqueira, “T-matrix determination of effective permittivity for three-dimensional dense random medi,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 48, pp. 317–327, February 2000.
- [68] A. Ishimaru, *Wave Propagation and Scattering in Random Media*. New York: IEEE Press, 1997.
- [69] J. R. Wait, *Electromagnetic waves in stratified media*. IEEE Press, 1995.
- [70] C. H. Stoyer, “Electromagnetic fields of dipoles in stratified media,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 25, pp. 547–552, July 1977.
- [71] C.-M. Tang, “Electromagnetic fields due to dipole antennas embedded in stratified anisotropic media,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 27, pp. 665–670, September 1979.
- [72] J. R. Mosig and F. E. Gardiol, “Analytical and numerical techniques in the Green’s function treatment of microstrip antennas and scatterers,” *IEE Proceedings, Part H - Microwaves, Optics and Antennas*, vol. 130, pp. 175–182, March 1983.
- [73] N. K. Das and D. M. Pozar, “A generalized spectral-domain green’s function for multilayer dielectric substrates with application to multilayer transmission lines,” *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 35, pp. 326–335, March 1987.
- [74] J. R. Mosig and A. A. Melcón, “Green’s functions in lossy layered media: integration along the imaginary axis and asymptotic behavior,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 51, pp. 3200–3208, December 2003.

- [75] B. D. Backer, H. Borjeson, F. Olyslager, and D. D. Zutter, “The study of wave-propagation through a windowed wall at 1.8 GHz,” in *IEEE 46th Vehicular Technology Conference: ‘Mobile Technology for the Human Race’*, pp. 165–169, 1996.
- [76] S. J. Orfanidis, *Electromagnetic Waves and Antennas*. Rutgers University, 2008. <http://www.ece.rutgers.edu/~orfanidi/ewa/>.
- [77] W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, and B. P. Flannery, *Numerical recipes in C*. Cambridge University Press, 1992.
- [78] V. Lucarini, J. J. Saarinen, K. E. Peiponen, and E. M. Vartiainen, *Kramers-Kroning Relations in Optical Materials Research*. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 2005.
- [79] J. Pearce and D. Mittleman, “Defining the fresnel zone for broadband radiation,” *Physical review. E, Statistical, nonlinear, and soft matter physics*, vol. 66, no. 2, pp. 056602.1–056602.4, 2002.
- [80] M. Sylvain, “Diffuse reflection by rough surfaces: an introduction,” *Comptes rendus. Physique*, vol. 6, pp. 663–674, September 2005.
- [81] S. R. Rengarajan and Y. Rahmat-Samii, “The field equivalence principle: illustration of the establishment of the non-intuitive null fields,” *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, vol. 42, pp. 122–128, August 2000.
- [82] M. Adous, *Caractérisation électromagnétique des matériaux traités de génie civil dans la bande de fréquences 50 MHz–13 GHz*. PhD thesis, Université de Nantes, Nantes, France, 2006.
- [83] A. Robert, “Dielectric permittivity of concrete between 50 MHz and 1 GHz and GPR measurements for building materials evaluation,” *Journal of Applied Geophysics*, vol. 40, pp. 89–94, October 1998.
- [84] A. Papoulis and S. U. Pillai, *Probability, Random Variables and Stochastic Processes*. TATA McGraw-Hill, 2002.
- [85] G. B. Arfken and H. J. Weber, *Mathematical Methods For Physicists*. Academic Press, 6 ed., 2005.
- [86] T. M. Apostol, *Calculus*, vol. 1. John Wiley, 2 ed., 1967.
- [87] B. Langlois, “Proposition d’une méthodologie d’utilisation des microdonnées en GPE,” tech. rep., Université de Québec à Rimouski (UQAR). <http://biblioxtrn.uqar.qc.ca/stat>.

- [88] R. H. Haddad and I. L. Al-Qadi, "Characterization of portland cement concrete using electromagnetic waves over the microwave frequencies," *Cement and concrete research*, vol. 28, no. 10, pp. 1379–1391, 1998. Elsevier Science.
- [89] B. Filali, J. Rhazi, F. Boone, and G. Ballivy, "Caractérisation du béton par ondes électromagnétiques," in *13e Colloque sur la progression de la recherche québécoise sur les ouvrages d'art*, 2006.
- [90] P. H. Kvam and B. Vidakovic, *Nonparametric Statistics with Applications to Science and Engineering*. John Wiley, August 2007.
- [91] The MathWorks, Inc, *Matlab Help*, 14 ed.
- [92] J. W. Tukey, *Exploratory Data Analysis*. Addison-Wesley, 1977.
- [93] R. McGill, J. W. Tukey, and W. A. Larsen, "Variations of box plots," *The American Statistician*, vol. 32, pp. 12–16, February 1978.
- [94] P. Y. Ufimtsev, "Improved physical theory of diffraction: Removal of the grazing singularity," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 54, pp. 2698–2702, October 2006.
- [95] A. Iserles and S. P. Nørsett, "Quadrature methods for multivariate highly oscillatory integrals using derivatives," *Mathematics of computation*, vol. 75, pp. 1233–1258, March 2006.
- [96] Z. Zhang, R. K. Sorensen, Z. Yun, M. F. Iskander, and J. Harvey, "A ray-tracing approach for indoor/outdoor propagation through window structures," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 50, pp. 742–748, May 2002.
- [97] M. Gustafsson, A. Karlsson, A. P. P. Rebelo, and B. Widenberg, "Design of frequency selective windows for improved indoor outdoor communication," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 54, pp. 1897–1900, June 2006.
- [98] B. Widenberg and J. V. R. Rodríguez, "Design of energy saving windows with high transmission at 900 MHz and 1800 MHz," Tech. Rep. LUTEDX/(TEAT-7110)/1-14, Lund Institute of Technology, Lund, August 2002.

Publications personnelles

Reuves internationales

- S. Mostarshedi, E. Richalot and O. Picon, “Semi-infinite reflection model of a multi-layered dielectric through equivalent permittivity calculation,” *Microwave and Optical Technology Letters*, vol. 51, pp. 290–294, February 2009.
- S. Mostarshedi, E. Richalot, J.-M. Laheurte, M.F. Wong and O. Picon, “Fast and accurate calculation of scattered EM fields from building faces using Green’s functions of semi-infinite medium,” *IET Microwaves, Antennas and Propagation*, accepted to be published.

Congrès internationaux

- S. Mostarshedi, E. Richalot, M.F. Wong, J. Wiart and O. Picon, “Statistical study on the influence of size and distribution of windows on a building’s reflection coefficient”, *European Conference on Antennas and Propagation (EUCAP)*, accepted, Berlin, March 2009.
- S. Mostarshedi, E. Richalot, M.F. Wong, J. Wiart and O. Picon, “Statistical study of a building’s reflection coefficient using Green’s functions,” *IEEE International Symposium on Antennas and Propagation and USNC/URSI National Radio Science Meeting (APS-URSI)*, San Diego, July 2008.
- S. Mostarshedi, E. Richalot, J.-M. Laheurte, M.F. Wong, J. Wiart and O. Picon, “Calculation of reflected EM fields by mixed plane dielectric media using Green’s functions for applications in urban environment,” *International Conference on Electromagnetics in Advanced Applications (ICEAA)*, pp. 302–304, Torino, September 2007.
- S. Mostarshedi, E. Richalot, J.-M. Laheurte, M.F. Wong, J. Wiart et O. Picon, “Per-

mittivité équivalente d'un milieu stratifié permettant l'utilisation des fonctions de Green d'un milieu infini dans les problème de propagation en milieu urbain," *19ème Colloque International Optique Hertzienne et Diélectriques (OHD)*, Valence, September 2007.

Congrès nationaux

- S. Mostarshedi, E. Richalot, J.-M. Laheurte, M.F. Wong, J. Wiart et O. Picon, "Calcul du champ réfléchi par des surfaces diélectriques composées planes," *Journées Nationales Microondes (JNM)*, Toulouse, Mai 2007.
- S. Mostarshedi, E. Richalot, J.-M. Laheurte, M.F. Wong, J. Wiart et O. Picon, "Calcul du coefficient de réflexion des milieux diélectriques composés à l'aide des fonctions de Green," *Association pour le Réseau Micro-Onde en Ile de France (AREMIF)*, Paris, Mars 2007.