HAL
open science

Contributions à l'étude et à l'optimisation de systèmes à composantes itératives.

Charly Poulliat

To cite this version:

Charly Poulliat. Contributions à l'étude et à l'optimisation de systèmes à composantes itératives.. Traitement du signal et de l'image [eess.SP]. Université de Cergy Pontoise, 2010. tel-00564520

HAL Id: tel-00564520

https://theses.hal.science/tel-00564520

Submitted on 9 Feb 2011

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

ECOLE DOCTORALE SCIENCES ET INGENIERIE
De l'université de Cergy-Pontoise

THESE

Présentée pour obtenir l'Habilitation à Diriger des Recherche de l'université de Cergy-Pontoise

Spécialité : Sciences de l'Ingéniérie

Contributions à l'étude et à l'optimisation de systèmes à composantes itératives

par
Charly Poulliat

Laboratoire des Equipes de Traitement des Images et du Signal - UMR 8051

2010

Devant le jury composé de :

Mme M.-L. Boucheret,	Examinatrice
Mr P. Duhamel,	Rapporteur
Mme I. Fijalkow,	Directrice de Thèse
Mr P. Loubaton,	Examinateur
Mr R. Pyndiah,	Rapporteur
Mr P. Regalia,	Rapporteur
Mme C. Lamy-Bergot,	Examinatrice

Table des matières

Liste des Tableaux **7**

Liste des Figures **10**

Liste des Abréviations **11**

Organisation du document **13**

I Activités de Recherche et d'enseignements **15**

1 Curriculum Vitæ **17**
1.1 Expérience Professionelle . . . 18
1.2 Parcours Académique . . . 18
1.3 Expertises . . . 19
1.4 Responsabilités administratives . . . 19
1.5 Activités d'enseignement . . . 19
1.6 Encadrements . . . 20
1.7 Principales collaborations . . . 21
1.8 Contrats de recherche . . . 23
1.9 Publications . . . 24

2 Activités d'Enseignement **29**
2.1 Activités d'enseignement pendant la thèse . . . 30
2.1.1 Enseignements : . . . 30
2.1.2 Encadrements : . . . 31
2.2 Activités d'enseignement depuis 2005 . . . 32
2.2.1 Formation Initiale - Cycle Ingénieur ENSEA 1ère année . . . 32
2.2.2 Formation Initiale - Cycle Ingénieur ENSEA 2ème année . . . 32
2.2.3 Formation Initiale - Cycle Ingénieur ENSEA 3ème année . . . 33
2.2.4 Autres formations . . . 34

3 Activités de Recherche **37**
3.1 Thèse de Doctorat . . . 38
3.1.1 Descriptif de la thèse . . . 38
3.1.2 Présentation du sujet de thèse et contexte . . . 38
3.1.3 Contributions de la thèse . . . 39
3.2 Thèmes de recherche actuels . . . 40

3.2.1 Conception et optimisation de récepteurs itératifs 40
3.2.2 Codes définis sur les graphes à taille finie 42
3.2.3 Allocation de ressources 42
3.2.4 Encadrements et projets 43

II Contributions scientifiques et techniques 45

4 Analyse et optimisation de récepteurs itératifs impliquant des codes LDPC 47
4.1 Codes LDPC binaires et codes LDPC binaires structurés 47
4.1.1 Codes LDPC binaires : une introduction 48
4.1.2 Codes basés sur des protographes et codes LDPC binaires structurés . . . 58
4.1.3 Codage pour canaux modélisés par des mixture de gaussiennes 62
4.2 Contributions à l'étude des Codes Fontaines et Raptors. 65
4.2.1 Définitions et notations 67
4.2.2 Analyse asymptotique et optimisation 67
4.2.3 Performance de l'approche proposée 70
4.2.4 Optimisation à taille finie 72
4.2.5 Analyse et optimisation dans le cadre du décodage tandem. 74
4.2.6 Codes Raptors pour les canaux de Rayleigh 77
4.3 Contributions au décodage source-canal conjoint 81
4.3.1 Définitions et notations 81
4.3.2 Analyse asymptotique pour les codes LDPC structurés 83
4.3.3 Principaux résultats 85
4.4 Turbo-égalisation à l'aide de codes LDPC. 87
4.4.1 Système et notations 87
4.4.2 Analyse asymptotique et stabilité 88
4.4.3 Condition de stabilité 89
4.4.4 Débits atteignables et propriété de l'aire sous la courbe EXIT 91
4.5 Travaux en cours et perspectives 92

5 Sur les systèmes de codage et de décodage non-binaires 95
5.1 Codes LDPC non binaires 95
5.1.1 Définition, structure et représentation par graphe. 95
5.1.2 Image binaire d'un code non binaire 96
5.1.3 Décodage par propagation de croyance. 98
5.2 Contribution à l'optimisation à taille finie des codes LDPC non binaires. 103
5.2.1 Sélection de lignes 103
5.2.2 Réduction du plancher d'erreur pour les codes LDPC réguliers $(2, d_c)$ . . . 106
5.2.3 Performances 111
5.3 Décodage des codes en treillis et leur concaténation par BP non binaire 114
5.3.1 Représentation algébrique des codes en treillis 114
5.3.2 Décodage de codes denses ou localement denses par BP non binaire . . . 116
5.3.3 Preprocessing et décodage de turbo-codes par BP 119
5.4 Extensions, travaux en cours et perspectives. 123

6 Combinaison de paquets pour les systèmes à retransmissions 125
6.1 Combinaisons de paquets sur canal sélectif en fréquence. 125
6.1.1 Modèle et transmission et récepteur classique. 125
6.1.2 CC-HARQ : système et récepteur traditionnel. 127
6.1.3 Combinaison de paquets pour les canaux sélectifs en fréquence. 127
6.1.4 Comparaison CC vs IR 128
6.2 Diversité d'entrelacement à l'émission. 130
6.2.1 Système et récepteurs associés. 130
6.2.2 Une interprétation simple par analyse EXIT 132
6.2.3 Performances des différents schémas. 132
6.3 Diversité par précodage de phase. 133
6.3.1 Système et notations 134
6.3.2 Une solution fréquentielle efficace et à faible complexité. 135
6.3.3 Performances 137
6.4 Travaux en cours et perspectives 140

7 Conclusion et perspectives de recherche 141
7.1 Apport des systèmes de transmission avec voie de retour pour les systèmes cognitifs. 141
7.2 La transmission robuste d'agents logiciels 142
7.3 Stratégies de codage pour les communications coopératives et les réseaux sans fil 143

Bibliographie 153

Liste des tableaux

2-1 Volume d'enseignement par année en h.equ TD 32

4-1 Profils et seuils de codes optimisés pour le canal de Rayleigh. $R = 1/2$ 66
4-2 Distributions de degrés pour des codes LT optimisé pour différentes valeurs de α 76
4-3 Performance de la famile protographe E^2RC [SR09]. 86

5-1 Coefficients pour 4-uplets pour GF(16) et GF(64) d'après MacKay 104
5-2 Lignes optimisées pour GF(64) et $d_c = 4$ en utilisant l'image binaire. 105
5-3 Lignes optimisées pour $d_c = 4$ et différents ordre de corps. 106
5-4 Statistiques des clusters de taille $p = 8$ pour les Turbo-codes du standard DVB. . 122

6-1 Paramètres de simulation. 137
6-2 Gain RSB de l'IR-HARQ vs CC-HARQ avec diversité à l'émission 140

Table des figures

4-1 Représentation de l'ensemble des codes LDPC 48
4-2 Représentation d'un code régulier de paramètres $(N, d_v, d_c) = (8, 2, 4)$. 49
4-3 Mise à jour des nœuds de variables 51
4-4 Mise à jour des nœuds de contraintes de parité 52
4-5 Une illustration de l'évolution du seuil de convergence en fonction de $\overline{\rho}$ pour une valeur de d_v donnée. 58
4-6 Deux protographes distincts pour un code LDPC régulier $(2, 3)$. 59
4-7 Performances de codes LDPC optimisés pour le canal de Rayleigh (noir) pour $K = 5000$ bits d'information. On donne les codes de [HSM01b] en référence (bleu) 65
4-8 Graphe de Tanner d'un code Raptor. 67
4-9 Notations pour l'analyse asymptotique des codes raptors 68
4-10 Influence du paramètre α pour l'optimisation d'une distribution de codes Raptors 71
4-11 TEB vs. overhead pour un code Raptor de taille $N = 65000$ et décodé conjointement. 72
4-12 Débits atteignables vs. E_s/N_0 72
4-13 Performances à taille finie pour les codes Raptor. 74
4-14 TEB vs. overhead: caractérisation du plancher d'erreur des codes LT 76
4-15 Optimisation du précode pour codes Raptor : comparaison de performances . . . 78
4-16 Taux d'erreurs trame vs. overhead pour un code Raptor sur canal de Rayleigh non corrélé ($K = 2048$) 79
4-17 Limites théoriques pour des schémas fontaines pour un canal de Rayleigh quasi-static 80
4-18 Performances asymptotiques, p_{wait} vs. délai, pour un code Raptor optimisé pour un canal de Rayleigh quasi-statique. 82
4-19 Graphe pour le décodage source-canal conjoint. 82
4-20 Protographe AR4A de rendement 1/2 86
4-21 Comparaison de performances entre un récepteur DSCC issu de [PDLBF05], un récepteur DSCC basé E^2RC et le décodage tandem (TD). Les lignes pointillées représentent le Taux d'Erreurs Binaires (TEB) et les traits pleins le Taux d'Erreurs Trames (TET). 87
4-22 Graphe conjoint pour la turbo-égalisation. 88

5-1 Graphe bipartite de la famille des codes non binaires réguliers (2,3). 96
5-2 Graphe de Tanner de la famille des codes non binaire régulier (2,4). 99
5-3 Opérations pour les nœuds de contrainte de parité dans le domaine de Fourier . . 101
5-4 Graphe de Tanner de la famille des codes non binaires réguliers (2,4) avec mise à jour des nœuds de contraintes par Fourier. 102
5-5 Seuils de convergence pour les ensembles à lignes optimisés et à coefficient aléatoires 107

5-6 Bornes sur la distance atteignable pour un code LDPC non binaire $(2,4)$ pour $GF(64)$ $GF(256)$. 111
5-7 Comparaison des méthodes d'optimisation : (a) TET versus E_b/N_0: $GF = \{64, 256\}$, $N_b = \{852, 848\}$ bits, $R = 1/2$, (b) TET versus E_b/N_0: (i) $GF(16)$, $N_b = 1504$ et $R = 1/2$, (ii) $GF(64)$, $Nb = 576$ et $R = 3/4$. 112
5-8 Performances de codes optimisés pour des taille $K = \{53, 188\}$ octets pour $GF(64)$ et $GF(256)$ et pour de forts rendements. 113
5-9 Comparaison des codes non binaires aux codes LDPC binaires et binaires généralisés 114
5-10 Comparaison des différentes représentations pour un code récursif systématique avec un clustering de taille $p = 4$. 118
5-11 Trois représentations binaires différentes d'un Turbo-Code $R = 1/3$. La première est la représentation "naturelle" (voir eq. 5.16),la seconde correspond au clustering $\mathcal{P}_{c_1}$ et la troisième au clustering $\mathcal{P}_{c_2}$ 120
5-12 Performance de l'algorithme groupBP pour les différents préprocessing pour les turbo-codes duo-binaires de paramètres (a) (R=0.5,N=848) et (b) (R=0.5,N=3008). 121

6-1 Système de transmission mono-porteuse sur canal sélectif en fréquence 126
6-2 Chase Combining - HARQ. 127
6-3 Turbo-égalisation MMSE (Minimum Mean Square Error) avec MRC. 128
6-4 Performances pour un canal LTSC 129
6-5 Performances pour un canal STSC 130
6-6 Diversité d'entrelacement à l'émission pour le protocole CC-HARQ. 130
6-7 Egalisation itérative 131
6-8 Structure du turbo-égaliseur pour décodage conjoint du schéma BID. 131
6-9 Analyse EXIT charts pour CC-HARQ avec diversité d'entrelacement 132
6-10 Performances du schéma BID pour une 16-QAM sur canal LTSC 133
6-11 Performance en débit du schéma BID pour un canal STSC 134
6-12 Schéma de précodage de phase pour CC-HARQ. 134
6-13 Schémas de diversité par précodage de phase : implémentation fréquentielle. . . . 135
6-14 Structure du récepteur fréquentiel pour une solution de précodage de phase basée DFT. 136
6-15 Performance PPD pour le canal SCME 137
6-16 Comparaison entre les schémas BID et PPD avec un récepteur non itératif avec turbo-code 138
6-17 Comparaison entre les schémas BID et PPD avec un récepteur non itératif 139
6-18 Comparaison entre les schémas BID et PPD avec un récepteur non itératif 139

Abréviations

3GPP	Third Generation Partnership Project
ACK	ACKnowledge receipt packet
ARA	Accumulate Repeat-Accumulate
BABG	Bruit Additif Blanc Gaussien
CBE	Canal Binaire à Effacement
CC	Chase Combining
CP	Cyclic Prefix
BP	Belief Propagation
BPSK	Binary Phase Shift Keying
DFT	Discrete Fourier Transform
DS-CDMA	Direct Sequence - Code Division Multiple Access
DVB	Digital Video Broadcast
EXIT	EXtrinsic Information Transfer
FDMA	Frequency Division Multiple Access
GA	Gaussian Approximation
HARQ	Hybrid Automatic Repeat reQuest
i.i.d.	independant and identically distributed
IR	Icremental Redundancy
IT	Identical Transmission
IRA	Irregular Repeat-Accumulate
LDPC	Low-Density Parity-Check
LLR	Log-Likelihood Ratio
LT	Luby Transform (code)
LTE	Long-Term Evolution
LTSC	Long-Term Static Channel
MAP	Maximum A Posteriori
MFB	Matched-Filter Bound
MIMO	Multiple Inputs Multiple Outputs
MMSE	Minimum Mean-Square Error
MV	Maximum de Vraisemblance
OFDM	Orthogonal Frequency-Division Multiplexing
OFDMA	Orthogonal Frequency-Division Multiple Access
PEG	Progessive Edge-Growth (algorithm)
QAM	Quadrature-Amplitude Modulation

QPSK	Quaternary Phase-Shift Keying
QoS	Qualité de Service
RA	Repeat-Accumulate
RSB	Rapport Signal sur Bruit
SC-FDMA	Single Carrier Frequency Division Multiple Access
STSC	Short-Term Static Channel
SIMO	Single Input Multiple Outputs
SISO	Soft Input Soft Output
TEB	Taux d'Erreur Bit
TET	Taux d'Erreur Trame
UEP	Unequal Error Protection
UMTS	Universal Mobile Telecommunications System
VLC	Variable Length Codes

Organisation du document

Ce document est organisé en deux parties. La première partie contient mon CV étendu et un résumé de mes activités d'enseignement et de recherche. La seconde partie du document aborde trois aspects scientifiques et techniques depuis ma nomination en tant que MCF. Ces trois thématiques ne sont pas censées représenter un résumé de l'ensemble de mes contributions. Certains aspects sont volontairement omis. J'ai plutôt essayé d'exposer les travaux qui pouvaient se présenter sous une problématique ou un formalisme communs.

Première partie

Activités de Recherche et d'enseignements

Chapitre 1

Curriculum Vitæ

Charly Poulliat

Né le 9 Février 1977 à Paray-le-Monial
Nationalité Française
Marié, 1 enfant

Fonction actuelle : Maître de Conférences à l'ENSEA
Membre de l'équipe ICI du laboratoire ETIS, UMR 8051

Adresse professionnelle : ETIS, ENSEA
6 avenue du Ponceau, 95014 Cergy-Pontoise Cedex, France
Téléphone : +33-(0)1-30-73-62-96
Fax : +33-(0)1-30-73-66-27
Courriel : `charly.poulliat@ensea.fr`
Site internet : `http://perso-etis.ensea.fr/~poulliat/`

1.1 Expérience Professionelle

depuis 2005 ***Maître de Conférence***, ENSEA.
Laboratoire ETIS-UMR 8051, ENSEA/UCP/CNRS.
Délégation CNRS de sept. 2009 à sept 2010

2004-2005 ***Post-doctorat***, UHM Coding Group sous la direction du Pr. Marc Fossorier, University of Hawaii at Manoa, HI, USA.

Lauréat d'une bourse du programme Lavoisier (04) du Ministère des Affaires Etrangères.
Thème de recherche : **Performances, analyse et optimisation d'algorithmes pour le décodage itératif de codes LDPC non binaires**.

Lauréat d'une bourse du programme "Initiative Post-Docs" (05).
Thème de recherche : **Méthodes d'optimisation pour les systèmes de communications numériques**.

2001-2004 ***Vacataire Enseignement***, Ecole Nationale Supérieure de l'Electronique et de ses Applications (ENSEA).

1.2 Parcours Académique

2001-2004 ***Doctorat, Spécialité Traitement des Images et du Signal***.
Mention Très Honorable, Université de Cergy-Pontoise.
Laboratoire ETIS, UMR-8051, ENSEA-Université de Cergy Pontoise-CNRS.
Thème de recherche: **Allocation et optimisation de ressources pour la transmission de données multimédia**.

2000-2001 ***DEA Traitement des Images et Signal (TIS)***, Université de Cergy-Pontoise.
Mention Très Bien, Université de Cergy-Pontoise.

1998-2001 ***Ingénieur de l'Ecole Nationale Supérieure de l'Electronique et de ses Applications, ENSEA*** (Cergy-Pontoise).
Spécialité: Signal, Temps réel et communications.

1995-1998 ***Classes préparatoires aux Grandes Ecoles.***
spécialité PCSI-PSI* au Lycée du Parc, Lyon (69).

1995 ***Baccalauréat S, option Mathématiques***
Mention Très Bien, Lycée Camille Claudel, Digoin (71).

1.3 Expertises

- Membre des réseaux d'experts européens **NEWCOM++** (2008-2010) et **NEWCOM** (2005-2007).
- Membre du **JPEG2000-Part 11-JPWL (Wireless JPEG2000) ad-hoc group** (2002-2003).
- Participation aux **comités de lecture** suivants :

Revues	IEEE Transactions on Communications, IEEE Communications Letters, IEEE Transactions on Wireless Communications, IEEE Transactions on Signal Processing, EURASIP Journal on Applied Signal Processing (JASP) EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking (JWCN) Signal Processing (Elsevier)
Congrés	IEEE ICC (04,10), IEEE GLOBECOM (04, 06, 07, 08, 09), Australian Comm. Theory Workshop 2006 (ACTW), IEEE VTC Spring (06,09,10), EUSIPCO 2006, IEEE Inf. Theory Workshop (06,09), GRETSI (07,09), IEEE PIMRC (07,08), Int. Symp. On Turbo-codes (08,10), IEEE ISIT (09,10) IEEE ICME (2010).

- Membre de comités de sélection, section 61 (Univ. Marne-la-Vallée (10), Université de Cergy-Pontoise (10).
- Evaluateur de Projets pour l'ANR (2010).

1.4 Responsabilités administratives

- Depuis mars 2008, membre élu du conseil d'administration (CA) de l'ENSEA et CA restreint.
- Depuis octobre 2009, membre élu du conseil scientifique (CS) de l'ENSEA et CS restreint.

1.5 Activités d'enseignement

J'effectue principalement mon service d'enseignement à l'ENSEA, Cergy-Pontoise, principalement en 2ème et 3ème années (env. 250 h. equ. TD en moyenne). J'interviens également dans les masters SIC ("Systèmes Intelligents et Communicants"), Master Recherche co-habilité par l'ENSEA et l'Université de Cergy-Pontoise (UCP), et plus ponctuellement dans le master SIIC ("Systèmes Informatiques Intelligents et Communicants"), Master Professionnel de l'UCP et dans le Master spécialisé TIM ("Télécommunications et Informatique Mobile") à l'ENSEA. Mes enseignement sont détaillés chapitre 2.

1.6 Encadrements

Post-doctorants

Rodrigue IMAD (100 %), Oct 2009 - Oct. 2010
Thème : Synchronisation aveugle trame des codes LDPC non-binaires
Financement ANR CAIMAN
2 conf. int., 1 journal en préparation

Weigang Chen (50 %), Oct 2008- Oct. 2009.
Thème : Codes LDPC non-binaires poinçonnés
Financement IST DAVINCI
2 art. de conf. int.

Doctorants

Auguste Venkiah (50 %), Avril 2006- Oct. 2008, co-encadré par D. Declercq
Thème : Analyse et optimisation de codes Raptors pour les canaux multicast sans fil.
Financement ANR-DIVINE
2 art. revue int., 5 conf. int., 1 conf. nat.

Abdel-Nasser Assimi (70 %), Oct 2006-Déc. 2009, co-encadré par I. Fijalkow.
Thème : Recombinaison de paquets pour les systèmes Hybrid-ARQ et récepteurs itératifs associés.
Financement Pôle systém@tic URC
2 art. revue int., 9 conf. int., 1 conf. nat.

Romain Tajan (50 %), Oct 2010-, co-encadré par I. Fijalkow.
Thème : Apport des mécanismes HARQ dans les systèmes cognitifs.
Financement DGA-CNRS

Masters

Rodrigue Imad, 2006. DEA de l'Université de Rennes 1/ ENST Bretagne
Thème : Représentations algébriques des codes convolutifs et des turbo-codes pour le décodage par propagation de croyance.

Mattoussi Ferdaouss, 2009. Master en syst. de communications, ENIT (Tunisie)
Thème : Décodage source-canal conjoint à l'aide de codes LDPC structurés.

Romain Tajan, 2010. Master SIC, UCP
Thème : Stratégies d'optimisation source-canal appliquées aux ménanismes HARQ dans un contexte de communications inter-couches.

1.7 Principales collaborations

Locales

D. Declercq, ETIS
Thème : Conception et optimisation de codes définis sur les graphes à taille finie, construction de codes LDPC non binaires à taille finie.

I. Fijalkow, ETIS
Thème : Stratégies de codage et de recombinaison pour les systèmes Hybrid-ARQ pour les canaux à évanouissements temporels et fréquenciels, turbo-égalisation.

Nationales

A. Goupil, CReSTIC-DéCom, Université de Reims Champagne - Ardennes
Thème : codage de canal dans les réseaux de capteurs, codes LDPC pour l'Ultra-Wide Band (UWB).

P. Piantanida, Supélec et P. Duhamel, LSS.
Thème : codage fontaine pour les canaux à évanouissements quasi-statiques et connaissance imparfaite du canal

B. Gadat, C. Bergeron, C. Lamy-Bergot et D. Nicholson, THALES Communications, Colombes
Thème : codage d'image robuste et allocation source-canal

R. Massin THALES Communications, Colombes (92).
Thème : HARQ pour UWB dans un réseau ad-hoc

R. Imad (ETIS) et S. Houcke (ENST Bretragne)
Thème : Synchronization aveugle trame pour des codes non-binaires (RS, turbo-RS et LDPC)

A. Revel (Université de La Rochelle)
Thème : Systèmes multi-agents pour les systèmes sans fil

Internationales

M. Fossorier, University of Hawaii at Manoa, HI, USA.
Thème : Optimisation de codes LDPC non-binaires à taille finie (2004-2007). Optimisation de codes LDPC structurés non binaires pour les canaux magnétiques (depuis 2009).

K. Kasai, University of Tokyo, Japon.
Thème : Analyse des codes LDPC non-binaires, codes structurés non-binaires.

1.8 Contrats de recherche

• ***Projet JNCD4CoopNets (2010-1011) :***	*Robust Wireless Network Coding: Joint Network/Channel Decoding for Cooperative Wireless Networks.*
GdR ISIS Jeunes Chercheurs	*Thème :* Joint Network and Channel Decoding for Cooperative Wireless Networks, *Partenariat :* L2S, ENSEA
• ***Projet COREPHY(2010-1012) :*** DIGITEO	*Codage Avancé d'Images et nouveaux services.* *Thème :* Codage pour les systèmes à relais, *Partenariat :* CEA List, LTI, SUPELEC, ETIS.
• ***Projet CAIMAN (2009-2011) :*** ANR-VERSO	*Codage Avancé d'Images et nouveaux services.* **Responsable scientifique du Projet pour ETIS** *Thème :* Codage d'images robuste et décodage source-canal conjoint, *Partenariat :* THALES Communications (Prime), ETIS,
• ***Projet DAVINCI (2008-2010) :*** IST-STREP	*Design And Versatile Implementation of Non-binary wireless Communications based on Innovative LDPC codes* *Thème :* Système de communication à forte efficacité spectrale basé sur des codes LDPC non-binaires. *Chef de File :* SAMSUNG UK
• ***Projet RISC (2007-2010) :*** ANR-Telecom 06TCOM05	*Réseaux hétérogènes intelligents pour situation de crise.* **Responsable scientifique du Projet pour ETIS** *Thème :* Codage LDPC pour l'UWB et codage pour les réseaux de capteurs, Mécanismes ARQ et Hybrid ARQ. *Partenariat :* THALES Communications (Prime), ETIS, CRESTIC-URCA, ENST Paris, LIFL, AEC-RTS
• ***Projet URC (2007-2009) :*** Pôle de compétitivité Systém@tic	*Urbanisme des Communications* *Thème :* Recombinaison de paquets pour un système Hybrid ARQ et récepteurs itératifs associés, Allocations de ressources et optimisation cross-layer pour télécommunications urbaines. *Chef de File :* THALES Communications
• ***Projet DIVINE (2006-2008) :*** ANR-Telecom 05RNRT01904	*Diffusion de vidéos et images vers des terminaux hétérogénes à travers des liens hétérogènes.* *Thème :* Décodage source-canal conjoint pour les applications multimédia multicasts. *Partenariat :* THALES Communications (Prime), ETIS, ENST Paris, LSS, INRIA, LIP6, FT R&D, CRMM, EONA

• ***Projet NOBILE (2006-2007) :*** Industriel	*Contrat de recherche privé en partenariat avec SAMSUNG (UK) et FTW (Autriche).* *Thème :* Décodage de Turbo-codes par propagation de croyances en utilisant une représentation non binaire.
• ***Projet NOBILE II (2007-2008) :*** Industriel	*Contrat de recherche privé en partenariat avec SAMSUNG (UK).* *Thème :* Codes LDPC non binaires structurés.
• ***Projet VIP (2001-2004) :*** RNRT	*Visiophonie sur IP* *Thème :* Allocation de ressources pour transmission multimédia et décodage source-canal conjoints. *Partenariat :* THALES Communications (Prime), ETIS, ENST Paris, LSS, INRIA, LIP6, FT R&D, COMSIS

1.9 Publications

- **Chapitres d'ouvrages**
  [L_1] S. Sesia and C. Poulliat, Chapitre "Incremental Redundancy for Coding", *Incremental Redundancy for Coding*, edited by T. Lestable and M. Ran, Wiley, à paraître.
- **Articles de revues internationales avec comité de lecture**
  [A_1] D. Nicholson, C. Lamy, X. Naturel, C. Poulliat, **"JPEG 2000 backward compatible error protection with Reed-Solomon codes,"** *IEEE Transactions on Consumer Electronics,* Vol. 49, No. 4, pp. 855-860, November 2003.

  [A_2] Poulliat C., Fijalkow I., Declercq D., **"Link adaptation for framed multimedia data transmission over a DS-CDMA communication system",** *EURASIP Journal on Applied Signal Processing, Special Issue on Cross Layer Design for Communications and Signal Processing Systems,* No 2, pp. 153–166, February 2005.

  [A_3] Poulliat C., Declercq D., Lamy-Bergot C., Fijalkow I., **"Analysis and Optimisation of irregular LDPC codes for joint source-channel decoding,"** *IEEE Communication Letters,* Vol. 9, No. 12, pp.1064-1066, December 2005.

  [A_4] C. Poulliat, D. Declercq and I. Fijalkow, **"Enhancement of Unequal Error Protection Properties of LDPC Codes,"** *EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking*, vol. 2007, Art. ID 92659, 9 p., 2007.

  [A_5] A. Venkiah, D. Declercq and C. Poulliat, **"Design of Cages with a Randomized Progressive Edge Growth Algorithm,"** *IEEE Commun. Letters*, Vol.12, No 4, pp 301-303, Feb 2008.

  [A_6] C. Poulliat, M. Fossorier and D. Declercq, **"Design of regular (2,dc)-LDPC codes over GF(q) using their binary images,"** *IEEE Trans. on Com., Trans. on Communications*, vol. 56, No. 10, pp. 1626 - 1635, Oct. 2008.

  [A_7] C. Poulliat, D. Declercq and T. Lestable, **"Efficient Decoding of Turbo-codes with non-binary Belief Propagation,"** *EURASIP Journal on Wireless Comm. and Netw., Special Issue on "Advances in Error Control Coding Techniques"*, Volume 2008,

Art. ID 473613, 10 p., 2008.

[A_8] A. Venkiah, C. Poulliat and D. Declercq, **"Raptor codes under joint decoding: analysis and design for the BIAWGN channel,"** *EURASIP Journal on Wireless Comm. and Netw.*, Volume 2009, Article ID 657970, 11 pages, 2009.

[A_9] A.-N. Assimi, C . Poulliat and I. Fijalkow, **"Diversity Techniques for Single-Carrier Packet Retransmissions over Frequency-Selective Channels",** *EURASIP Journal on Wireless Comm. and Netw., Special Issue on 3GPP LTE and LTE Advanced*, Volume 2009, Article ID 406028, 10 pages, 2009.

[A_{10}] A.-N. Assimi, C . Poulliat and I. Fijalkow, **"Phase-Precoding without CSI for Packet Retransmissions over Frequency-Selective Channels",** *IEEE trans. on Communications*, vol.58, no.3, pp.975-985, March 2010.

- **Articles de revues nationales avec comité de lecture**

[A_{11}] Poulliat C., Lamy-Bergot C., Declercq D., Fijalkow I., **"Une comparasison de récepteurs source-canal conjoints utilisant des codes LDPC",** *Revue Traitement du Signal (TS), Numéro Spécial GRETSI*, Vol. 23, No. 5–6, pp. 425–436, Décembre 2006.

- **Brevets**

[B_1] D. Declercq, C. Poulliat and T. Lestable, **"Pre-processing for non binary decoders",** number J-49518EP, submitted in February 2007 at the European Patent Office.

[B_2] D. Declercq, C. Poulliat, M.P. Fossorier and T. Lestable, **"Group Decoder Diversity",** number J-00049765GB, submitted in July 2007 at the British Patent Office.

[B_3] K. Kasai, D. Declercq, C. Poulliat and A. Mourad, **"Very Low Rate Structured Nonbinary Protographs",** number J00051903GB, submitted in August 2009 at the British National Patent Office.

- **Articles de congrès internationaux avec comité de lecture et actes**

[C_1] Poulliat C., Vila P., Pirez D., Fijalkow I., **"Progressive quality JPEG2000 image transmission over noisy channel,"** *in Proc. EUSIPCO 2002,* Vol. III, pp. 205-208, Toulouse, France, September 2002.

[C_2] Nicholson D., Lamy C., Naturel X., Poulliat C., **"JPEG 2000 backward compatible error protection with Reed-Solomon codes,"** *in Proc. VCIP'03,* Lugano, Switzerland, July 2003.

[C_3] C. Poulliat, I. Fijalkow and D. Declercq, **"A link Adaptation Strategy for Wireless Multimedia Transmission,"** *in the proc. of IEEE VTC-fall'03,* Orlando (FL), USA, 2003.

[C_4] Poulliat C., Fijalkow I., Declercq D., **"Average performance analysis of a link adaptation strategy based on the minimum user rate maximization",** *IEEE International Conference on Communications (ICC),* Vol. 1, pp. 53-57,Paris, France, Juin 2004.

[C_5] Poulliat C., Declercq D., Fijalkow I., **"Optimization of LDPC codes for UEP channels",** *IEEE International Symposium on Information Theory (ISIT),* p. 450, Chicago, Illinois, USA, Juillet 2004.

[C_6] Renoult A., Poulliat C., Chenu-Tournier M., Fijalkow I., **"On the performance of a multi-user multi-array COFDM system,"** *IEEE Workshop on Signal Processing*

Advances in Wireless Communications (SPAWC), Lisbone, Portugal, Juillet 2004.

[C_7] Poulliat C., Fijalkow I., Declercq D., **"Scalable image transmission using UEP optimized LDPC codes,"** *2nd International Symposium on Image/Video Communications over fixed and mobile networks (ISIVC),* pp. 109-112, Brest, France, Juillet 2004.

[C_8] Poulliat C., Lamy-Bergot C., Declercq D., Fijalkow I., **"On different LDPC-based joint source-channel optimised decoding schemes,"** *in Proc. IEEE Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications (SPAWC'05),* pp 415-419, New-York, USA, June 2005.

[C_9] C. Poulliat, M. Fossorier, D. Declercq, **"Design of non binary LDPC codes using their binary images: algebraic properties,"** *in Proc. IEEE Int. Symp. on Information Theory,* pp. 93–97, Seattle, WA, USA, Juillet 2006.

[C_{10}] C. Poulliat, M. Fossorier, D. Declercq, **"Optimization of non binary LDPC codes using their binary images,"** *in Proc. Int. Turbo Code Symposium,* Munich, Germany, Avril 2006.

[C_{11}] Venkiah A., Poulliat C., Declercq D., **"Analysis and design of raptor codes for joint decoding using Information Content evolution,"** *IEEE International Symposium on Information Theory,* Nice, France, June 2007.

[C_{12}] C. Poulliat, D. Declercq, T. Lestable, **"Decoding Turbo-codes with a Nonbinary Belief Propagation decoder,"** *WWRF-19 Conference,* Working Group 4, November 2007.

[C_{13}] A.-N. Assimi, C. Poulliat and I. Fijalkow, **"Distance Distribution For Turbo-Equalized Systems over static frequency-selective channels,"** *in the proc. of IEEE ICASSP'08,* Las Vegas, Nevada, USA, March 2008.

[C_{14}] A. Venkiah, C. Poulliat and D. Declercq, **"Rate Splitting Issue for Finite Length Raptor Codes,"** *in the proc. of IEEE Sarnoff Symposium,* Princeton, USA, April 2008.

[C_{15}] A. Venkiah, P. Piantanida, C. Poulliat, P. Duhamel, D. Declercq, **"Rateless Coding for Block Fading Channels Using Channel Estimation Accuracy,"** *in the proc. of IEEE ISIT'08,* Toronto, Canada, July 2008.

[C_{16}] A.-N. Assimi, C. Poulliat, I. Fijalkow and D. Declercq, **"Periodic Hadamard phase precoding for HARQ systems over intersymbol interference channels,"** *Invited Paper, in proc. of IEEE International Symposium on Spread Spectrum Techniques and Applications (ISSSTA),* Bologna, Italy, August 2008.

[C_{17}] A.-N. Assimi, C. Poulliat and I. Fijalkow, **"Performance Analysis of Turbo-equalized Systems over Frequency-Selective Block-Fading channels,"** *in proc. of European Signal Processing Conference (EUSIPCO),* Lausanne, Switzerland, August 2008.

[C_{18}] A.-N. Assimi, C. Poulliat and I. Fijalkow, **"Phase Precoding with Integrated Turbo-Equalization for Packet Retransmissions,"** *in proc. of IEEE International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications (PIMRC) ,* Cannes, France, September 2008.

[C_{19}] A.-N. Assimi, C. Poulliat and I. Fijalkow, **"Packet combining for turbo-diversity in HARQ systems with integrated turbo-equalization,"** *in proc. of International*

Symposium on Turbo-codes and related topics , Lausanne, Suisse, Sept. 2008.

[C_{20}] A. Venkiah, D. Declercq and C. Poulliat, **"Randomized Progressive Edge-Growth (RandPEG)", in proc. of International Symposium on Turbo-codes and related topics ,** Lausanne, Switzerland, Sept.2008.

[C_{21}] L. Sassatelli, D. Declercq and C. Poulliat, **"Low-Rate Non-binary Hybrid LDPC Codes,"** *in proc. of International Symposium on Turbo-codes and related topics* , Lausanne, Switzerland, Sept.2008.

[C_{22}] C. Poulliat, D. Declercq and T. Lestable, **"Preprocessing for an efficient decoding of Turbo-codes with non-binary Belief Propagation,"** *in proc. of International Symposium on Turbo-codes and related topics* , Lausanne, Switzerland, Sept.2008.

[C_{23}] K. Kasai, C. Poulliat, D. Declercq, T. Shibuya and K. Sakinawa, **"Weight distributions of Non Binary LDPC codes,"** *in proc. of ISITA* , Auckland, New Zealand, Dec. 2008.

[C_{24}] W. Chen, C. Poulliat, D. Declercq, L. Conde-Canencia, A. Al-ghouwayel and E. Boutillon, **"Non-Binary LDPC Codes defined over General Linear Group: finite length design and practical implementation issues.,"** *in proc. of IEEE VTC Spring, RAS Workshop*, Barcelona, Spain, March 2009.

[C_{25}] A.-N. Assimi, C. Poulliat, and I. Fijalkow, **"Bit-interleaving diversity for HARQ transmission over MIMO frequency-selective channels,"** *in IEEE international Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications (SPAWC),* pp. 310–314, Perugia, Italy, June 2009.

[C_{26}] A. Assimi, C. Poulliat and I. Fijalkow, **"On cyclic frequency diversity for single-carrier packet retransmissions,"** *in IEEE Int. Symp. on Information theory (ISIT),* Seoul , Korea ,July, 2009.

[C_{27}] K. Kasai, T. Awano, D. Declercq, C. Poulliat and K. Sakaniwa,**"Weight Distributions of Multi-Edge Type LDPC Codes,"** *in IEEE Int. Symp. on Information Theory (ISIT),* Seoul , Korea ,July, 2009.

[C_{28}] A.-N. Assimi, C. Poulliat, and I. Fijalkow,**"Packet combining for multi-layer hybrid-ARQ over frequency-selective fading channels,** *in Eur. Signal Process. Conf. (EUSIPCO),* pp. 671-675, Glasgow, Scotland, August, 2009.

[C_{29}] W. Chen, C. Poulliat, D. Declercq and J. Lu, **"Structured High-Girth Non-Binary Cycle Codes,"** *in proc. of APCC,* Shanghai, China, October 2009.

[C_{30}] A. Venkiah and C. Poulliat, **"Some New Results on LT and Raptor Codes,"** *in proc. of European Wireless conf.,* Lucca, Italy, April 2010.

[C_{31}] A.-N. Assimi, C. Poulliat and I. Fijalkow, **"Multi-layer Hybrid-ARQ Protocol for Block-Fading Channels,"** *in proc. of IEEE International Conf. on Communications (ICC),* Cap Town, South Africa, May 2010.

[C_{32}] M. Ferdaouss and C. Poulliat, **"Joint source-channel decoding schemes based on structured LDPC codes: asymptotic analysis and code design,"** *in proc. IEEE SPAWC,* Marrakech, Marocco, June 2010.

[C_{33}] R. Imad, C. Poulliat, S. Houcke and B. Gadat, **"Blind frame synchronization of Reed-Solomon codes: non binary vs. binary approach,"** *in proc. of IEEE SPAWC,* Marrakech, Marocco, June 2010.

[C_{34}] P. Mary, I. Fijalkow and C. Poulliat, **"Time Slot Allocation for TDMA/CDMA**

TH-UWB Ad-Hoc Networks," *in proc. of SPAWC,* Marrakech, Marocco, June 2010.

[C_{35}] K. Kasai, D. Declercq, C. Poulliat and K. Sakaniwa, **"Rate-Compatible Non-Binary LDPC Codes Concatenated with Multiplicative Repetition Codes,"** *in proc. IEEE ISIT,* Austin, Texas, USA, June 2010.

[C_{36}] Cyril Bergeron, Benjamin Gadat, Charly Poulliat, Didier Nicholson, **"Extrinsic distortion based Source-Channel allocation for Wireless JPEG2000 transcoding systems,"** *in proc. IEEE ICIP,* Hong-Kong, September 2010.

[C_{37}] R. Imad, C. Poulliat, S. Houcke, "Frame synchronization techniques for non-binary LDPC codes over GF(q)," in proc. IEEE Globecom, Miami, Florida, USA, Dec. 2010

- **Articles de congrès nationaux avec comité de lecture et actes**

[N_1] C. Poulliat, Nicholson D., Vila P., **"Sensibilité de JPEG2000 aux erreurs",** *in Proc. CORESA'01,* Dijon, France, November 2001.

[N_2] C. Poulliat, I. Fijalkow and D. Declercq, **"Adaptation de lien pour la transmission de données multimédia par paquets",** *in the proc. of GRETSI'03,* Paris, sept. 2003.

[N_3] Poulliat C., Lamy-Bergot C., Declercq D., Fijalkow I., **"Une comparasison de récepteurs source-canal conjoints utilisant des codes LDPC",** *in Proc. GRETSI,* Louvain-la-Neuve, Belgique, Septembre 2005.

[N_4] Venkiah A., Poulliat C., Declercq D., **"Analyse asymptotique et conception robuste de codes Raptor pour le décodage conjoint",** *in Proc. GRETSI,* Troyes, France, Sept. 2007.

[N_5] Assimi A-N., Poulliat C., Fijalkow I., **"Egalisation intégrée dans un systéme H-ARQ",** *in Proc. GRETSI,* Troyes, France, Sept. 2007.

[N_6] Charly Poulliat, Alban Goupil, Maxime Colas, Guillaume Gelle, **"Performances des codes LDPC pour l'Ultra-Large Bande (ULB) impulsionnelle sous approximation gaussienne généralisée des interférences",** *in Proc. GRETSI,* Dijon, France, Sept. 2009.

- **Contributions standards**

[ISO_1] Poulliat C., Nicholson D., Impact and efficiency of error resilience tools for mobile applications , ISO/IEC JTC1 SC29 WG1 N2176, June 2001.

[ISO_2] D. Nicholson, C. Lamy, C. Poulliat and X. Naturel, Backward Compatible Header Error Protection in a JPEG 2000 codestream , ISO/IEC JTC1 SC29 WG1 N2851, Seoul, Korea, March 2003.

[ISO_3] D. Nicholson, C. Lamy, C. Poulliat and X. Naturel, Result of Core Experiments on 'Header error protection (JPWL C01), ISO/IEC JTC1 SC29 WG1 N2935, Lausanne, Switzerland, May 2003.

Chapitre 2

Activités d'Enseignement

Dans ce chapitre, je m'attache à présenter mes activités d'enseignement depuis ma thèse. La section 2.1 présente brièvement mes activités d'enseignement pendant ma thèse. Je détaille en section 2.2 mes activités d'enseignement depuis que je suis maître de conférence. Les enseignements sont selon leur type : Travaux Pratiques (TP), Travaux Dirigés (TD), Cours Magistraux (CM) ou Conférences (Conf.). Le nombre d'heures effectuées est donné en "heures équivalent TD". Notons que pour l'année 2009-2010, je n'avais pas de service à réaliser étant en délégation CNRS.

2.1 Activités d'enseignement pendant la thèse

2.1.1 Enseignements :

Lors de la période 2001-2004, j'ai été vacataire à l'Université de Cergy-Pontoise (UCP), à l'Ecole Nationale Supérieure de l'Electronique et de ses Applications (ENSEA, cergy-Pontoise) et occasionnellement à l'Institut National des Télécommunications (INT) d'Evry. En particulier, je suis intervenu dans le cadre du DESS SMC (Systèmes Multimédia et Communicants) de l'UCP ainsi que dans les trois années du cursus d'école d'ingénieur de l'ENSEA (respectivement notées 1A, 2A et 3A).

2.1.1.1 Tableau de synthèse

Années	Etablissement	Niveau	Enseignement	Type	Nombre d'heures	Effectif
01-02	INT Evry	1A	Théorie du Signal	TD/Cours	18	24
	UCP	DESS	Communications Numériques	TD	9	22
	UCP	DESS	Compression de Données	Conférence	2	22
	ENSEA	1A	Echantillonage	TD+TP	12 +24	24 + 3*12
	ENSEA	2A	Analyse Numérique	TP	8	12
02-03	UCP	DESS	Compression de Données	TP + Conf.	12	22
	ENSEA	2A	Compression Multimédia	TP dirigé	12	2*12
	ENSEA	3A	Communications Numériques	TP	13.5	12
03-04	UCP	DESS	Compression de Données	TP + Conf.	14	22
	ENSEA	2A	Compression Multimédia	TD/TP	13	2*12
	ENSEA	3A	Communications Numériques	TP	35	3*12
01-04				Total enseignement	172.5	/

2.1.1.2 Description des enseignements

(i) Communications Numériques :
Cet enseignement a pour but de familiariser les élèves aux problématiques des communications numériques au travers de TP dirigés. *Mots clés* : communications en bandes de base et transposée, modulations (MAQ, PSK, GMSK), caractérisation et effets des canaux sélectifs en fréquence, estimation de canal et égalisation (ZF, MMSE et DFE), systémes d'accès multiples par répartition de codes (DS-CDMA).

(ii) Compression Multimédia :
Cet enseignement a pour but de familiariser les élèves aux propriétés et intérêt des transformées du type DCT ou ondelettes. Ceci est illustré par des TP sur la DCT et l'application à la norme de compression JPEG et une conférence sur les normes de compression vidéo H26X/MPEG-X et JPEG2000. *Mots clés* :compression sans/avec pertes, transformation DCT/DWT, codage Huffman/VLC, codage arithmétique, norme compression image/vidéo.

(iii) Compression de Données :

Cet enseignement a pour but de familiariser les élèves à l'ensemble d'une chaîne de compression. Ceci est illustré par une série de TP mettant en œuvre la transformation DCT (propriétés) sur une image, l'influence de la quantification et la compression sans perte de type Huffman (la norme de compression JPEG reste le fil conducteur). Une conférence d'ouverture sur les normes de compression vidéo H26X/MPEG-X et JPEG2000 vient clôturer cette série de TP. *Mots clés* :compression sans/avec pertes, transformation DCT/DWT, quantification, codage Huffman/VLC, codage arithmétique, norme compression image/vidéo.

(iv) Théorie du Signal :
Cet enseignement consiste en une série de TD/cours support du cours "Eléments de Théorie du signal" de l'INT Evry. *Mots clés* :Signaux déterministes et aléatoires, filtres linéaires invariant dans le temps, filtrage des signaux déterministes et aléatoires, signaux bande étroite, échantillonnage, représentation et filtrage des signaux à temps discret, TFD/FFT.

(v) Echantillonnage et Systèmes discrets :
Cet enseignement consiste en une série de TD/TP sur la représentation, les propriétés et la conception des systèmes discrets. *Mots clés* : Échantillonnage, Signaux à temps discret déterministes, systèmes linéaires discrets, filtrage des signaux à temps discret, synthèse de filtres numériques, TFD/FFT.

(vi) Analyse Numérique :
Cet enseignement consiste en une série de TP mettant en œuvre les algorithmes d'optimisation de types gradient, Newton ou QR. *Mots clés* : méthodes d'optimisation numériques matricielles.

2.1.2 Encadrements :

Lors de la période 2001-2004, je fut sollicité pour des encadrements de projets de recherche dans le cadre du DEA TIS (Traitement des Images et du Signal, UCP) et des travaux de synthèses (TP synthèse) ou projets (Projet ingénierie) pour les élèves ingénieurs de troisième année de l'ENSEA. Je fus également responsable pour le DESS SMC (UCP) d'un élève pour son projet de fin d'étude (PFE) effectué chez THALES Communications à Colombes.

2.2 Activités d'enseignement depuis 2005

J'effectue mon service d'enseignement à l'ENSEA, Cergy-Pontoise, principalement en 2ème et 3ème année (env. 250 h. equ. TD en 2007-2008). J'interviens également dans les masters SIC ("Systèmes Intelligents et Communicants"), Master Recherche cohabilité par l'ENSEA et l'Université de Cergy-Pontoise (UCP), et plus ponctuellement dans le master SIIC (" Systèmes Informatiques Intelligents et Communicants"), Master Professionnel de l'UCP dans le Master spécialisé TIM ("Télécommunications et Informatique Mobile") à l'ENSEA. Je décris ci-après mes principales interventions par année de formation. Le tableau ci-dessous résume mon volume de service par année depuis ma nomination

Année	05-06	06-07	07-08	08-09	09-10
h.eq.TD	260	255	300	260	X

Tab. 2-1 – Volume d'enseignement par année en h.equ TD

2.2.1 Formation Initiale - Cycle Ingénieur ENSEA 1ère année

Echantillonnage et Systèmes discrets

Le but de ce cours est d'introduire l'échantillonnage temporel ainsi que les outils de caractérisation des signaux déterministes et des systèmes à temps discret. Ainsi, les principales notions abordées sont

- l'échantillonnage et la reconstruction des signaux,
- la transformée de Fourier des séquences et transformée de Fourier discrète, la transformée en z,
- les propriétés et la caractérisation des systèmes linéaires discrets (produit de convolution, fonction de transfert, stabilité, etc...),
- la synthèse de filtres numériques.

J'interviens principalement en TD à raison de 24 h. en moyenne par an (2 groupes de 12 élèves).

Traitement Numérique du Signal, Cursus N+i

J'interviens également dans les enseignements d'un semestre dît de transition permettant d'accueillir des étudiants étrangers dans le cadre du programme *"N+i"*. Les enseignements dispensés sont liés aux notions fondamentales de première année permettant aux étudiants étrangers de ce programme de suivre sereinement les enseignements du second semestre de deuxième année. Dans ce contexte, j'enseigne un module de traitement numérique du signal qui est en substance un condensé du cours "Echantillonage et Systèmes discrets" dispensé en première année. J'effectue l'intégralité des enseignements de ce module, répartis en 12 h. de CM/TD et 4 h. de TP, pour env. 12 d'étudiants en moyenne. Le cours est un cours bilingue français -anglais, permettant aux étudiants d'acquérir les termes techniques français.

2.2.2 Formation Initiale - Cycle Ingénieur ENSEA 2ème année

Modélisation des Signaux Aléatoires

Le but de ce cours est d'introduire la notion de processus aléatoires, leur étude et leur caractérisation ainsi que le filtrage de tels processus. Ainsi, les principales notions abordées sont

- Définition d'un processus aléatoire et caractérisation jusqu'au second ordre, notion de stationnarité des processus,
- Densité spectrale de puissance (DSP) et densité en z,
- Estimation des premiers moments (moyenne, autocorrélation), estimation spectrale non paramétrique et notion d'ergodisme,
- filtrage de processus aléatoires,
- Modélisation et prédiction linéaire

De 2005 à 2008, j'ai été responsable du CM de 14 h. (21 h.eq.TD) pour la moitié de la promotion. J'effectue depuis 2005 des TD (12 h.eq.TD en moyenne soit un groupe) et des TP (24 h.eq.TD en moy. par an, soit 2 groupes de 12 élèves). J'ai participé à la mise à jour du polycopié de cours et j'ai développé le cours sous transparents pour la projection en amphi.

Option Codage de canal

Depuis 2007, j'interviens également dans le cours d'option "Codage de Canal". Dans ce cours, les principaux éléments abordés sont:

- des rappels de la théorie des codes linéaires et définition de la structure des codes LDPC,
- représentation en graphes factoriels (ou graphes de Tanner) des codes LDPC,
- algorithme de décodage itératif (algorithme BP, Belief Propagation).

J'interviens essentiellement sur la partie projet de ce module (env. 20 h.eq.TD) durant lequel les étudiants (env. 30 étudiants) étudient la construction des matrices des codes LDPC, et mettent en œuvre la simulation d'une transmission numérique codée ainsi que le décodage par l'algorithme BP.

2.2.3 Formation Initiale - Cycle Ingénieur ENSEA 3ème année

Option Electronique, Instrumentation et biosciences (EIB)

A mon arrivée en Oct. 2005, il m'a été confié la totalité du cours de traitement numérique du signal de cette option de dernière année (env. 30 élèves en moy. par promotion). A l'origine, ce cours traitait essentiellement de filtrage numérique (stabilité, structure d'implémentation et effets de quantification) et de bancs de filtres. J'ai fait une refonte du contenu pour être plus en adéquation avec l'aspect métier associé à cette section de dernière année. Les principales notions abordées sont:

- l'analyse spectrale paramétrique et non paramétrique.
- le filtrage optimal (Wiener), le filtrage de Kalman et les algorithmes adaptatifs (gradient, LMS, RLS).
- la modélisation paramétrique des signaux et détection d'évènements.
- le principe des bancs de filtres et de l'analyse en sous-bandes des signaux et leur application aux ondelettes.
- Signaux non stationnaires.

Ce cours représente environ 52 h.eq réparties en 16 heures de CM, 4 heures de TD et 12 heures de TP (2 groupes).

Option Signal, Temps réel et Communications (STC)

Je suis intervenant en option de troisième année (env. 20 élèves en moy. par promotion) et j'interviens principalement sur une partie des enseignements de communications numériques. En particulier, j'étais en charge des enseignements suivants (env. 12 h.eq.TD):

- Modélisation des canaux de transmissions: canaux sélectifs en temps, en fréquence, en temps et fréquence. Notion de coupure.
- Estimation de canal.
- Egalisation des canaux multi-trajets: maximum de vraisemblance, égalisation linéaire (ZF, Wiener) et égaliseur DFE.

Ces cours/TD sont accompagnés de 2 TPs (2 groupes, 16 h.eq.TD). Je suis intervenu également dans l'encadrement de projets étudiants. Les sujets traités étaient par exemple l'égalisation par l'algorithme de Viterbi, l'implémentation de turbo-codes parallèle ou série, la mise en œuvre de la turbo-égalisation, etc...

Option Réseaux et Télécommunications (RT)

Je suis intervenant en option de troisième année (env. 30 élèves en moy. par promotion) et j'interviens principalement sur une partie des enseignements de communications numériques (les mêmes que précédemment). En particulier, j'étais en charge des enseignements suivants (env. 16 h.eq.TD):

- Modélisation des canaux de transmissions: canaux sélectifs en temps, en fréquence, en temps et fréquence. Notion de coupure.
- Estimation de canal.
- Egalisation des canaux multi-trajets: maximum de vraisemblance, égalisation linéaire (ZF, Wiener) et égaliseur DFE.
- Codage correcteur d'erreurs.

Je suis intervenu également dans l'encadrement de projets étudiants. Les sujets traités étaient par exemple l'égalisation par l'algorithme de Viterbi, la détection multi-utilisateurs (CDMA), l'allocation de puissance en CDMA, la comparaison de protocoles HARQ etc...

2.2.4 Autres formations

Master Systèmes Intelligents et Communicants (SIC).

Dans le cadre du master SIC, j'interviens dans le module de tronc commun "Bases de théorie de la communication" où j'enseigne un condensé des thèmes précédemment cités (env. 6 h.eq.TD). J'interviens également dans le module optionnel "Codage et turbo-codage".

Master Systèmes Intelligents et Communicants (SIIC).

De manière plus ponctuelle , je suis intervenu dans le master SIIC pour enseigner les bases de la compression de donnée (base de théorie de l'information, codage de source entropique et codage par transformée). Je suis également intervenu dans le cours communications numériques sur les mêmes aspects que j'ai cité précédemment.

Master TIM.

En 2008, je suis intervenu dans le mastère spécialisé TIM (Télécommunications et Informatique Mobiles) pour enseigner le module de communications numériques. C'est un mastère commun entre l'ENSEA et ITIN, ecole d'ingénieurs apprentis émanant de la chambre de commerce du Val-d'Oise.

Chapitre 3

Activités de Recherche

Dans ce chapitre, je m'attache à présenter mes activités de recherche depuis ma thèse. La section 3.1 présente brièvement les principales études et contributions de ma thèse. Puis, je détaille en section 3.2 mes activités de recherche depuis 2005 et les principaux thèmes et expertises développés.

3.1 Thèse de Doctorat

3.1.1 Descriptif de la thèse

titre : Allocation et Optimisation de ressources pour la transmission de données multimédia
Lieu : Laboratoire des Equipes Traitement du Signal et des Images
ETIS UMR 8051 - ENSEA/Université Cergy-Pontoise/CNRS
Directeur de thèse : Pr. Inbar Fijalkow
Co-encadrant : Pr. David Declercq
Mots-clefs : Traitement du Signal et de l'Image, signal, communication

Thèse soutenue le 14 Octobre 2004 à l'université de Cergy-Pontoise (mention : Très Honorable) devant le jury composé de :
Président : M. Pierre Duhamel (LSS/CNRS)
Rapporteurs : M. Marc Fossorier (UHM coding group, Université de Hawaii, Etats-Unis)
M. Luc Vandendorpe (TELE-UCL, Université Catholique de Louvain, Belgique)
Examinateurs : M. David Declercq (ETIS-ENSEA/UCP/CNRS)
Mme Inbar Fijalkow (ETIS-ENSEA/UCP/CNRS)
Mme Catherine Lamy-Bergot (THALES Communications, Colombes)
Invité : M. Joseph Boutros (ENST, Paris)

3.1.2 Présentation du sujet de thèse et contexte

Ma thèse avait pour cadre le contrat RNRT V.I.P. (Vidéo sur IP) qui avait pour centre principal d'étude, les techniques avancées de codages vidéos et d'images fixes pour la transmission robuste sur lien sans fil. Dans ce cadre, je me suis intéressé à différentes parties de la chaîne de transmission en essayant de prendre en compte les contraintes et/ou caractéristiques du média à transmettre. Le cas de la transmission de données multimédia est un cadre assez contraint en terme de performances et/ou délais puisque les applications de types vidéos ou images sont assez sensibles aux erreurs de transmission et requièrent des QoS cibles assez contraignantes. Cependant, le fait que ces données nécessitent à la fois des débits suffisants et de bonnes performances du système en réception et que le système possède des ressources limitées souligne le besoin d'une bonne allocation des ressources du système afin de satisfaire au mieux les performances escomptées. Dans ma thèse, je me suis donc intéressé à la conception et au paramétrage des éléments de la couche physique en tenant compte des contraintes provenant de l'application. En particulier, je me suis intéressé à trois points différents d'optimisation sur la chaîne de transmission. Mes trois points d'études furent les suivants:

(i) l'allocation de ressources (codeur canal+ modulateur) à l'émetteur afin de garantir une Qualité de Service (QoS) donnée en réception. Nous nous sommes intéressés en particulier à l'allocation des ressources pour un système DS-CDMA avec contraintes de QoS sur le taux d'erreur trame.

(ii) l'optimisation du codeur canal pour la protection inégale contre les erreurs qui, par adaptation du codage canal à la structure de la source émise, permet de minimiser l'impact des erreurs de transmission sur la reconstruction du média. Dans ce cadre, je me suis intéressé aux propriétés de protection inégale contre les erreurs des codes LDPC avec comme application la transmission d'images fixes.

(iii) l'analyse et l'optimisation asymptotique des codes LDPC pour le décodage source-canal conjoint.

3.1.3 Contributions de la thèse

Allocation de ressource pour un système DS-CDMA

Le premier point d'étude est l'élaboration, dans un cadre multi-utilisateurs, d'une stratégie pour adapter l'ensemble des paramètres de l'émetteur aux variations du canal afin de garantir une performance cible à la réception. Ainsi j'ai considéré un système d'accès multiple par répartition de code (DS-CDMA) avec un nombre donné N_u d'utilisateurs. La stratégie la plus commune d'adaptation de lien est la maximisation du rendement total sur la cellule sous contrainte de performances à la réception. Un des problèmes de ce type d'approches est que les utilisateurs peuvent être privés de transmission. Ceci a motivé l'alternative proposée dans la thèse qui est la maximisation du rendement minimum sous contraintes de performances en réception (taux d'erreur trame cible pour la couche MAC ou l'application). En utilisant une modélisation du rapport signal sur bruit plus interférence en réception, la solution exacte a été dérivée en fonction des contraintes systèmes. La solution aboutie à une stratégie d'allocation de puissance au pire cas qui consiste à s'adapter à l'utilisateur le plus faible. Cette stratégie est finalement équivalente aux travaux de Viterbi qui résolut le problème de maximisation de la capacité par utilisateur dans le cas d'entrées Gaussiennes (optimisation utilisant la capacité du système). Les performances analytiques ont été dérivées et analysées. Ce premier point a donné lieu à une publication en revue [PFD04b], deux conférences internationales [PFD03b][PFD04a] et une conférence nationale [PFD03a].

Protection inégale contre les erreurs : propriétés des codes LDPC et optimisation

Le deuxième point d'étude concerne l'optimisation du codage canal pour la protection inégale contre les erreurs. Dans le cadre particulier d'une protection hiérarchique où l'on connaît la répartition de la source en classes de "sensibilité" (QoS requise par classe différente), on cherche à atteindre les meilleures performances possibles pour un rendement de codage R donné. Ainsi, il a été proposé une méthode d'optimisation de la structure des codes LDPC pour la protection inégale contre les erreurs pour des données source organisées par ordre de priorité et les codes obtenus on été appliqués à la transmission progressive d'images fixes. Les codes LDPC offrent de manière inhérente une capacité de protection inégale de par leurs degrés de connections hétérogènes. En moyenne, les nœuds les plus fortement connectés seront moins erronés que le nœuds faiblement connectés. De manière à exacerber ces propriétés de protection inégale, l'idée fut d'utiliser une représentation détaillée [KSK03][RU08] au niveau des nœuds de variables permettant d'avoir un paramétrage par classe. Ensuite, en dégradant le seuil de convergence de la famille de code, on contraint le code à avoir localement le degré moyen le plus élevé possible, classe après classe. Cette approche est justifiée par un encadrement de la probabilité d'erreur moyenne par classe. Pour réaliser cela, il a donc été proposé une optimisation hiérarchique classe après classe, en commençant par la classe à la QoS la plus contrainte. Il a ainsi été montré en particulier qu'il est possible de construire des codes qui convergent localement plus vite sur une partie du mot de code qu'un code optimal pour un canal donné et pour un rendement donné. Nous avons ensuite appliqué cela à la transmission progressive d'images fixes JPEG2000 pour montrer l'intérêt pratique de l'approche. Ce point a donné lieu à une revue [PDF07] et deux conférences internationales [PDF04][PFD04c].

Analyse asymptotique et optimisation de codes LDPC pour le décodage source-canal conjoint

Enfin, je me suis intéressé aux interactions entre le décodeur canal et le décodeur source. Utilisant le principe de décodage source-canal conjoint [HB01][GFGR01][JGV07][DKB09], j'ai développé une caractérisation semi-analytique du turbo récepteur composé d'un décodeur LDPC et d'un décodeur source. Cette description semi-analytique est basée sur une représentation détaillée des nœuds de variables en considérant que le code est systématique. Sous cette représentation, on peut alors dériver une analyse asymptotique qui considère l'analyse asymptotique classique des codes LDPC de manière conjointe avec les transferts d'information possibles avec le décodeur source souple. Cela a permis d'étudier la convergence du récepteur source-canal conjoint et de proposer une méthode d'optimisation des paramètres des codes LDPC pour un codeur source donné permettant de garantir le meilleur point de fonctionnement donné pour un rendement donné ou, de manière équivalente, de maximiser le rendement de codage pour un point de fonctionnement donné. Les codes optimisés pour le décodage source-canal conjoint sur le canal Gaussien montrent alors des performances meilleures qu'un code optimisé pour le canal gaussien uniquement.Ces travaux et leur extension directe ont été finalement publiés dans 1 article de revue internationale [PDLBF05] et nationale [PLBDF06], ainsi qu'à une conférence internationale [PLBDF05a] et nationale [PLBDF05b]. C'est un thème que j'ai réétudié récemment.

3.2 Thèmes de recherche actuels

Actuellement, mes activités de recherche se regroupent autour de trois grands axes principaux. Les deux premiers sont liés à l'expertise acquise lors de ma thèse et de mon post-doctorat et le troisième est un axe que je développe depuis ma nomination au poste de MCF à l'ENSEA.

3.2.1 Conception et optimisation de récepteurs itératifs pour les communications numériques

Ce thème concerne l'ensemble de mes travaux afférants aux récepteurs de type itératifs employant un module de codage de canal incluant des codes de canal LDPC ou codes en treillis (codes convolutifs, turbo-codes), les codes LDPC seuls pouvant être considérés comme un module itératif en lui-même. Ces études concernent la caractérisation analytique, et l'optimisation asymptotique des turbo-récepteurs pour différents types de récepteurs itératifs. La plupart des méthodes étudiées et développées sont basées sur l'analyse de l'évolution de l'information mutuelle moyenne dans le récepteur itératif, appelée communément analyse par courbes EXIT (EXtinsic Infromation Transfer) [tb01]. Cette analyse asymptotique est cependant quelquefois appuyée par une analyse par maximum de vraisemblance (MV) pour le passage à taille finie pour déterminer les paramètres importants des récepteurs. Ainsi, lors des cinq dernières années, je me suis particulièrement intéressé aux thèmes suivants :

- **Analyse et optimisation de codes LDPC :** C'est un thème qui vise à capitaliser sur les thématiques abordées dans ma thèse. Ainsi, lors de ces cinq dernières années, j'ai pu aborder différentes problématiques associées à l'optimisation des codes LDPC ou à leurs familles dérivées telles que les codes protographes ou les codes Fontaines et Raptors. J'ai ainsi abordé les problématiques suivantes:
    - *Analyse et optimisation des codes LDPC pour les canaux variants dans le temps :*

c'est au cours de la thèse d'Auguste Venkiah, que je me suis intéressé à l'optimisation des codes LDPC pour les canaux de à évanouissements temporels de type Rayleigh. J'ai alors proposé une nouvelle formalisation qui permettait d'utiliser une approche EXIT qui a ensuite été adaptée au cas des codes Raptors.

- *Analyse et optimisation des codes fontaines pour les canaux à erreurs :* J'ai co-encadré la thèse A. Venkiah avec D. Declercq dont le thème était le codage de canal pour les applications multi-cast sans fil. Nous avons dans ce cadre étudié les codes Fontaines et Raptors pour les canaux Gaussiens, à évanouissements rapides et par Blocs.
- *Analyse et optimisation des codes LDPC pour les canaux Ultra-large bande :* je me suis intéressé à l'optimisation et à la construction de codes LDPC pour l'ultra-large bande dans le cadre du Projet RISC pour concevoir à terme un système de codage basé sur des codes quasi-cycliques ayant une structure adaptée à une mise en œuvre du protocole de retransmission par redondance incrémentale (IR). La modélisation de la densité des interférences multi-utilisateurs plus bruit proposée par [KKCLM08] comme une Gaussienne généralisée a permis de dériver l'analyse par évolution de densité pour calculer les seuils de quelques ensembles de codes pour différentes configurations. Je me suis ensuite intéressé à la mise œuvre dans le cadre de modulations codées adaptatives avec mécanismes HARQ et à leur optimisation conjointe.

- **Décodage source-canal conjoint :** J'ai initié ce thème lors de ma thèse en m'intéressant aux systèmes de décodage source-canal conjoint impliquant des codes LDPC. D'un point de vue théorique, il avait été montré que l'on pouvait s'approcher de la limite de Shannon pour ce type de systèmes si on adaptait l'irrégularité du code aux codes sources de manière à exploiter au mieux la structure de récepteur itératif. Cependant, cette optimisation à pour principal défaut de conduire à des codes qui sont *non stables* en cas de décodage tandem et qui ne peuvent être utilisés que dans le cadre conjoint. De plus, la structure utilisée mène à des planchers d'erreurs élevés à taille finie. Ceci peut être amélioré en contraignant le profile d'irrégularité des codes LDPC pendant l'optimisation, mais une étude de familles pratiques était encore à réaliser. Ainsi, plus récemment, je me suis intéressé à ce problème en considérant le cas des codes LDPC structurés de type protographes. Ces codes ont dans le cas Gaussien un bon compromis performances asymptotiques/ taille finie et offrent de multiples avantages pratiques (encodage linéaire, parallélisation du décodage inhérente à leur structure par exemple). En étudiant les familles existantes, on a pu montrer l'influence du mapping d'information sur les performances en décodage source-canal et proposer une méthode systématique d'optimisation pour cette famille.
- **Turbo-égalisation :** Je me suis intéressé aux problématiques de turbo-égalisation (domaines temporel et fréquentiel) avec pour principales applications : les canaux magnétiques à réponse partielle et les canaux radio-mobiles avec interférences entre symboles. En particulier, je me suis intéressé aux deux thèmes suivants:
  - *Optimisation de codes LDPC pour la turbo-égalisation :* J'ai commencé à m'intéresser à ce thème à la fin de mon post-doctorat où j'ai essayer de développer la même approche que celle développée pour l'étude des systèmes source-canal conjoints. Le but était de définir une étude similaire utilisant une approche et un paramétrage similaires à ceux développés, de manière à avoir un formalisme cohérent en utilisant la méthode EXIT quelque soit le système considéré. J'ai pu en particulier développer la condition de stabilité dans le cas EXIT et proposer une méthode alternative d'optimisation pour ce type de récepteurs. L'application principale est l'égalisation pour les canaux

magnétiques.

- *Turbo-égalisation pour les systèmes à combinaison de paquets:* L'étude précédente m'a permis d'aborder ensuite les problèmes de turbo-égalisation conjointe que nous avons abordée dans le cadre de la thèse de A.N. Assimi, thèse co-encadrée par I. Fijalkow et moi-même. Nous avons alors considéré l'étude de systèmes de transmission avec mécanismes de retransmission pour les canaux sélectifs en fréquence qui peuvent mener alors à la réception à des techniques de turbo-égalisation conjointe. Nous avons alors considéré des études EXIT et par maximum de vraisemblance pour analyser les différents systèmes possibles en compétition.

3.2.2 Conception, décodage et optimisation de codes définis sur les graphes pour les tailles finies.

Ce thème est lié aux travaux effectués sur les codes LDPC binaires structurés et non binaires et sur le décodage par Propagation de Croyance des codes convolutifs et turbo-codes. En particulier, je me suis intéressé aux thèmes suivants:

- **Optimisation des codes LDPC non binaires à taille finie :** ce thème d'étude a été initié lors de mon séjour post-doctoral chez le Pr. Marc Fossorier à l'Université d'Hawaii at Manoa. Cela a conduit ensuite à divers travaux sur ce thème. Je me suis donc intéressé à l'optimisation à taille finie des codes LDPC non-binaires réguliers $(2, X)$. Il a ainsi été montré que l'on pouvait sélectionner les coefficients des matrices non binaires de manière à améliorer les performances en zone d'avalanche et dans le plancher d'erreurs. Il a ainsi été construit des codes qui offrent de bonnes performances au regard des codes existants dans la littérature, si on met à l'écart le problème de la complexité de décodage de ces codes.
- **Etude et optimisation d'autres familles :** L'étude précédente a été ensuite utile à l'optimisation d'autres familles telles que les codes RA/IRA (Repeat Accumulate/Irregular Repeat Accumulate) non binaires, les codes LDPC Hybrides à faible rendement [Sas08] qui sont des codes définis sur des corps de Galois multiples. Enfin, plus récemment, dans le cadre d'une collaboration avec K. Kasai, nous nous sommes intéressés à une famille de codes LDPC non-binaires à faibles rendements utilisant des répétitions de parités non binaires montrant de très bonnes performances.
- **Décodage non-binaire de codes denses ou localement denses :** j'ai étudié la possibilité de décoder les turbo-codes en utilisant l'algorithme BP non binaire sur le graphe associé à la matrice de parité du code. Nous avons ainsi proposé une méthode de pré-processing de la matrice de parité associée à une méthode de clustering pour essayer de rendre cet algorithme le plus efficace possible.

3.2.3 Allocation de ressources, conception et optimisation de systèmes à composantes itératives pour les canaux sans fil

Ce thème vise à capitaliser sur l'expertise acquise sur les deux précédents thèmes. Je me suis intéressé à différents aspects énoncés ci-après :

- **Système à retransmissions (HARQ) pour canaux sélectifs en fréquence** : lors de la thèse de A.N. Assimi, nous nous sommes intéressés aux systèmes de communications

avec mécanismes HARQ pour les canaux sélectifs (variants et invariants dans le temps). Nous avons alors comparé différentes stratégies de transmission et les performances de leurs récepteurs associés lors de retransmissions.

- **Codage et Modulations adaptatifs avec mécanismes HARQ pour les systèmes Ultra-Large Bande** : je me suis intéressé également dans le cadre du projet RISC à la définition d'une stratégie pour un système avec codage et modulation adaptative (Adaptive Modulation and Coding) pour l'ultra-large bande (ULB). La spécificité de ce type de systèmes réside dans le fait que compte tenu de la modélisation des interférences multi-utilisateurs et de leur caractère variant dans le temps, les performances sont liées à une famille de densités dont les paramètres peuvent varier *continument* de transmission en transmission d'où la difficulté d'une adaptation par utilisation d'abaques basés sur un rapport signal-sur-bruit plus interférences. L'approche proposée utilise une approche basée sur l'information mutuelle qui a été récemment introduite pour les canaux radio-mobiles de type OFDMA (Orthogonale Frequency Division - Multiple Access)[BAS+05] [LR07] [SKB08]. Dans ce cas, il apparaît que les performances d'un code LDPC sont relativement invariantes en fonction du canal si on considère en référence la quantité d'information mutuelle (IM) mesurée au récepteur. Dans le cas de l'ULB, contrairement aux systèmes QAM basés OFDM, la seule approximation réside dans la considération que les courbes de performances taux d'erreur paquet (TEP) versus IM sont quasi-identiques quelque soit la densité Gaussienne généralisée considérée. Ensuite, on peut utiliser un estimateur de l'information mutuelle [Hag04][Tuc04] permettant l'adaptation dans un cadre HARQ.
- **Protection inégale contre les erreurs et allocation de codes correcteurs** : Dans le cadre du projet ANR CAIMAN, j'ai repris mes activités sur ce thème. Je m'intéresse aux problématiques d'allocation de codes correcteurs d'erreur pour la protection inégale contre les erreurs. En particulier, je me suis intéressé à un formalisme commun pour des problématiques d'allocation généralement présentées comme duale [CF00][SHS03].
- **Allocation de ressources en ULB** : Je collabore de manière ponctuelle avec P. Mary et I. Fijalkow sur la problématique de l'allocation de ressources pour les systèmes ULB à sauts temporels dans un système ad-hoc. On s'est intéressé à l'allocation de ressources pour un système TDMA/CDMA pour allouer les time-slots et gérer la famine de nœuds quand on considère une allocation qui vise la maximisation du débit global. Une extension aux cas multi-débits est en cours de considération.

3.2.4 Encadrements et projets

Depuis ma nomination, la conduite de ces axes de recherche m'a permis de co-encadrer trois thèses (A. Venkiah, A-N. Assimi et celle de R. Tajan qui débute en Sept. 2010) et trois Masters de Recherche et d'être impliqué dans plusieurs projets, dont trois projets ANR (dont j'ai la responsabilité administrative et scientifique), un projet européen et deux contrats directs de recherche et de valorisation. La diversité des problématiques abordées m'a ainsi permis d'acquérir un spectre large de compétences dans le domaine des communications numériques.

Deuxième partie

Contributions scientifiques et techniques

Chapitre 4

Analyse et optimisation de récepteurs itératifs impliquant des codes LDPC

Dans ce chapitre, je présente principalement une partie de mes travaux concernant l'étude et l'optimisation de systèmes codés impliquant des codes LDPC (Low-Density Parity-Check) . En particulier, les travaux sur les codes Fontaines et Raptors sont des travaux réalisés lors de la thèse de A. Venkiah, co-encadrée par D. Declercq et moi-même. Le chapitre en organisé comme suit : la section 4.1 présente une introduction aux codes LDPC (paramètres, décodage) et à leur analyse EXIT. On présentera différents résultats utiles à la compréhension des contributions présentées par la suite. En particulier, on présente une méthode originale pour l'optimisation sur canal à évanouissements rapides. En section 4.2, je présente les travaux relatifs à l'étude et à l'optimisation des codes Fontaines et Raptors. Puis en section 4.3, je présente certains travaux relatifs au décodage source-canal conjoint pour les codes protographes. Enfin en section 4.4, je présente des résultats relatifs à la turbo-égalisation avec des codes LDPC. Je termine finalement avec quelques perspectives à court terme en section 4.5.

4.1 Codes LDPC binaires et codes LDPC binaires structurés

Les codes LDPC sont, comme leur acronyme l'indique, des codes en bloc linéaires à faible densité, initialement introduits par Gallager [Gal63] en 1963. Déjà à cette époque, Gallager proposa un algorithme de décodage itératif pour décoder ses codes. Cependant, même si trouvés intéressants sur le plan théorique, ses travaux trouvèrent peu d'écho en son temps, ceci étant principalement dû à la complexité trop importante pour les architectures matérielles de l'époque. C'est après l'avènement des turbo-codes [BG96] et la mise en évidence du principe "turbo" lié au décodage itératif qu'ils furent remis au goût du jour par [Mac99]. Ce sont surtout les travaux [RU01][RSU01] qui permirent une avancée notoire sur la connaissance et l'optimisation de la structure de ces codes *sous décodage itératif* permettant de construire des codes s'approchant asymptotiquement de la capacité des canaux à entrées binaires sans mémoire. Depuis dix ans maintenant, l'ensemble des recherches conduites ont permis d'atteindre le même degré de maturité que celui des turbo-codes ou turbo-codes blocs [Pyn98] et en font de bons compétiteurs dans les standards.

4.1.1 Codes LDPC binaires : une introduction

4.1.1.1 Définitions et notations usuelles

De manière générale, un code LDPC dans $GF(Q)$ (avec $Q = 2^p$) est représenté par sa matrice de parité creuse H de taille $(N - K) \times N$ dont les éléments non nuls sont des éléments du corps de Galois $GF(Q)$. N est défini comme la longueur du mot de code, K le nombre de bits d'information associés à un mot de code, $M = N - K$ le nombre de bits de redondance et $R \leq K/N$ définit le rendement du code, l'égalité étant obtenue pour une matrice H de rang plein. Le code est alors défini comme l'ensemble des mots de code $\underline{x} \in GF(Q)^K$ vérifiant $H \cdot \underline{x} = \underline{0}$. Dans le cas $Q = 2$, nous retrouvons l'expression des codes LDPC binaires et leur description par des équations de contrainte de parité. Pour les cas $Q > 2$, les codes appartiennent à la famille des codes LDPC non binaires [DM98]. Dans ce chapitre, nous ne considérerons que les codes LDPC binaires. Pour toutes ces familles de codes, la structure de la matrice peut être régulière ou irrégulière. Un code sera dit régulier si le nombre d'éléments par ligne (respectivement par colonne) est constant. Un code sera dit irrégulier s'il n'est, par définition, pas régulier. La figure 4-1 représente la description d'ensemble de la famille des codes LDPC et les différentes sous-familles référencées.

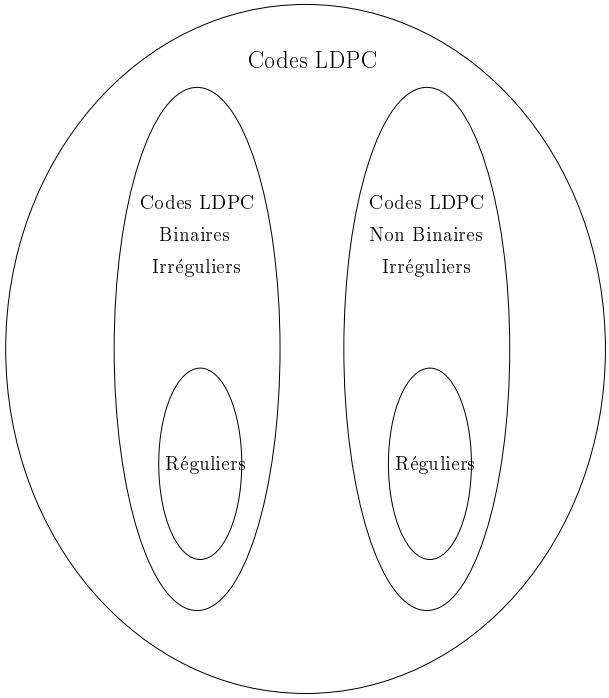


Fig. 4-1 – Représentation de l'ensemble des codes LDPC

Codes LDPC Réguliers

Un code LDPC régulier paramétré par le triplet (N, d_v, d_c) est défini par une matrice comportant exactement d_v (respectivement d_c) $'1'$ par colonne (respectivement par ligne). Le rendement est alors donné $R \leq K/N = 1 - d_v/d_c$, l'égalité étant obtenue pour une matrice H de rang plein. Notons que, si l'on considère la famille des codes LDPC réguliers de paramètres (N, d_v, d_c), un code issu de cette famille est donné par une représentation particulière de la matrice de parité.

De manière équivalente, un code LDPC peut être représenté par un graphe bi-nodal, communément appelé *graphe factoriel* [KFL01] ou *graphe de Tanner* [R.M81, Wib96], composés de deux types de nœuds : des *nœuds de variables* représentant les bits du mot de code et les *nœuds de contraintes de parité* représentant les fonctions de vérification de parités. Les nœuds de variables et de contraintes de parité sont connectés entre eux par des branches qui indiquent à quelles équations de parité participent les différents nœuds de variables et donc les bits associés. Ainsi le n-ième nœud de variable et le m-ième nœud de contrainte de parité seront connectés si $H_{n,m} = 1$. On appellera *degré de connection* d'un nœud de variable (*idem* pour un nœud de contrainte de parité) le nombre de branches connectées à ce nœud. Un nœud sera dit de degré i s'il est connecté à i branches. La figure 4-2 nous donne la représentation d'un code régulier de paramètres $(N = 8, d_v = 2, d_c = 4)$. Les deux premières représentations sont les représentations équivalentes d'un code particulier à l'aide de sa matrice de parité et du graphe factoriel associé. Ce code est issu de la famille de codes paramétrée par $(N = 8, d_v = 2, d_c = 4)$ et dont la représentation est donnée par le troisième graphe de la figure 4-2. Un code correspond alors à une réalisation particulière de l'entrelaceur.

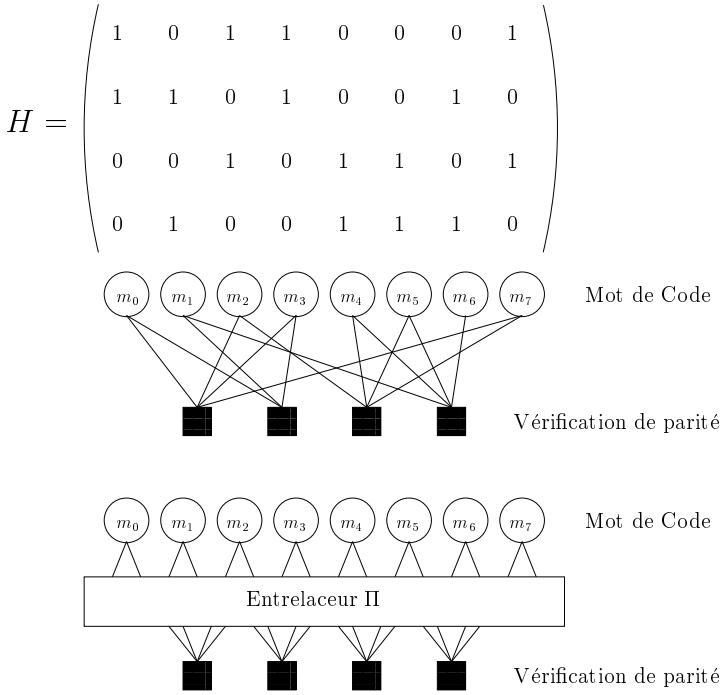


Fig. 4-2 – Représentation d'un code régulier de paramètres $(N, d_v, d_c) = (8, 2, 4)$. Le premier graphe représente un code particulier (une réalisation de l'entrelaceur) issu de la famille $(N = 8, d_v = 2, d_c = 4)$ représentée par le second graphe.

Codes LDPC Irréguliers

Un code est dit *irrégulier*, s'il n'est pas régulier. La représentation usuelle des codes LDPC irréguliers est réalisée à l'aide des deux polynômes suivants :

- Polynôme associé aux nœuds de variables :

$$\lambda(x) = \sum_{i=2}^{d_v} \lambda_i x^{i-1}$$

  où λ_i est la proportion de branches du graphe connectées à un nœud de variable de degré i. d_v est le nombre maximum de branches connectées à un nœud de variable .

- Polynôme associé aux nœuds de contrainte de parité :

$$\rho(x) = \sum_{j=2}^{d_c} \rho_j x^{j-1}$$

  où ρ_j est la proportion de branches du graphe qui sont connectées à un nœud de contrainte de parité de degré j. d_c est le nombre maximum de branches connectées à un nœud de contrainte de parité.

Ces deux quantités sont reliées par le rendement du code donné par

$$R = 1 - \frac{\sum_{j=2}^{d_c} \rho_j / j}{\sum_{i=2}^{d_v} \lambda_i / i} \tag{4.1}$$

Il existe également une représentation duale qui nous sera utile par la suite donnée par :

- Polynôme associé aux nœuds de variables :

$$\tilde{\lambda}(x) = \sum_{i=2}^{d_v} \tilde{\lambda}_i x^{i-1}$$

  où $\tilde{\lambda}_i$ est la <u>proportion de nœuds de variables</u> du graphe de degré i.

- Polynôme associé aux nœuds de contrainte de parité :

$$\tilde{\rho}(x) = \sum_{j=2}^{d_c} \tilde{\rho}_j x^{j-1}$$

  où $\tilde{\rho}_j$ est la <u>proportion de nœuds de contraintes de parité</u> du graphe de degré j.

Le passage de l'une à l'autre des représentations est alors assuré par les équations suivantes

$$\begin{aligned} \tilde{\lambda}_i &= \frac{\lambda_i / i}{\sum_k \lambda_k / k} \qquad & \tilde{\rho}_j &= \frac{\rho_j / j}{\sum_k \rho_k / k} \\ \lambda_i &= \frac{i \tilde{\lambda}_i}{\sum_k k \tilde{\lambda}_k} \qquad & \rho_j &= \frac{j \tilde{\rho}_j}{\sum_k k \tilde{\rho}_k} \end{aligned} \tag{4.2}$$

Ainsi une famille de codes irréguliers est paramétrée par le triplet $(N, \lambda(x), \rho(x))$. Le cas régulier est un cas particulier de cette représentation où $\lambda(x)$ et $\rho(x)$ sont mono-degré. Le jeux de paramètres $(\lambda(x), \rho(x))$ définit ce que l'on appelle le profil d'irrégularité du code suivant les colonnes et suivant les lignes respectivement.

4.1.1.2 Décodage des codes LDPC par propagation de croyances

Si il est possible de décoder les codes LDPC au sens du maximum de vraisemblance [Gal63], la complexité devient trop importante dès lors que l'on considère des mots de code de tailles significatives, hypothèse importante pour obtenir des performances convenables.
Ainsi [Gal63], puis [R.M81] proposèrent un algorithme sous-optimal fournissant de bonnes performances. Puis l'algorithme fut revu par [MN96] et par [KFL01] dans le cas de graphes factoriels. On le retrouve dans la littérature sous les appellations suivantes : Propagation de croyances (Belief Propagation, BP) ou algorithme Somme-Produit (Sum-Product). Comme son nom l'indique, cet algorithme propage le long des branches du graphe associé au code des messages par nature extrinsèques. A chaque branche sont associés deux messages, un dans chaque direction de propagation de l'information. Le principe de la propagation de croyance est l'application de la règle de Bayes localement (sur chaque nœud fonctionnel du graphe) et de manière itérative afin d'estimer les probabilités *a posteriori* de chaque bit. Il a été montré que sur un graphe sans cycle (le graphe est alors un arbre), la factorisation locale des règles de Bayes conduit au calcul exact des probabilités *a posteriori* des nœuds de variables [KFL01]. Dans ce cas, les messages transitant sur le graphe sont tous indépendants. Cependant, dans le cas de graphes avec cycles (ce qui est le cas des codes LDPC à taille finie), la dépendance des messages résultante ne permet plus d'assurer le calcul exact des probabilités *a posteriori*, ce qui induit une sous-optimalité de l'algorithme dans ce contexte.
Les messages transitant sur les branches du graphe sont généralement des vecteurs probabilités. Cependant, dans le cas binaire, on peut utiliser comme représentation des messages une représentation mono-dimensionnelle donnée grâce à l'utilisation des log-rapports de vraisemblances (log likelihood ratio, LLR). Nous présentons maintenant l'algorithme BP en prenant une représentation à l'aide des LLR. Nous noterons $v = \log(\frac{p(c=0|\{z\})}{p(c=1|\{z\})})$, le message de sortie sur une branche d'un nœud de variable et $u = log(\frac{p(c'=0|\{z'\})}{p(c'=1|\{z'\})})$ le message de sortie sur une branche d'un nœud de contrainte de parité. $\{z\}$ (resp. $\{z'\}$) représente l'ensemble des messages entrant sur un nœud de variable (resp. nœud de contrainte de parité) hormis la branche de de sortie considérée.
Pour l'algorithme BP, chaque itération ℓ de décodage est composée de deux étapes:

- Mise à jour des nœuds de variables (pour un nœud de degré i) (cf. notations figure 4-3) :

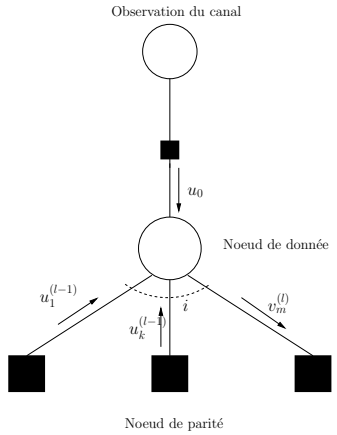


Fig. 4-3 – Mise à jour des nœuds de variables

$$v_m^{(l)} = u_0 + \sum_{k=1,k\neq m}^{i} u_k^{(l-1)}, \forall m = 1 \dots i$$

v_m est le message (LLR) de la m-ième branche à la sortie d'un nœud de variable . Les messages u_k sont les LLR à l'entrée d'un nœud de variable et u_0 est le LLR de l'observation du canal. A la première itération, tous les messages $u_k^{(0)}$ sont nuls. On a également $u_0 = \log(\frac{p(x=0|y)}{p(x=1|y)}) = \log(\frac{p(y|x=0)}{p(y|x=1)})$ si x, qui représente un bit du mot de code, est une variable aléatoire équi-distribuée à valeur dans $\{0, 1\}$.

- Mise à jour des nœuds de contraintes de parité (pour un nœud de degré j) (cf. notations figure 4-4):

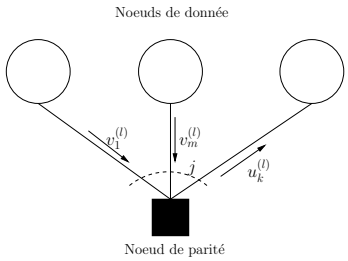


Fig. 4-4 – Mise à jour des nœuds de contraintes de parité

$$\tanh \frac{u_k^{(l)}}{2} = \prod_{m=1,m\neq k}^{j} \tanh \frac{v_m^{(l)}}{2}, \forall k = 1 \dots j$$

u_k est le message (LLR) de la k-ième branche à la sortie d'un nœud de contrainte de parité. Les messages v_m sont les LLR à l'entrée d'un nœud de contrainte de parité.

Une itération de l'algorithme de propagation de croyance est réalisée lorsque tous les messages dans le graphe ont été calculés une fois à l'aide des équations précédentes. Après L itérations, pour la décision, il est possible de calculer le rapport *a posteriori* pour chacun des nœuds de variable qui sera donné par

$$v_{\text{app},n} = u_0 + \sum_{k=1}^{i} u_k^{(L)}, \forall n = 1 \dots N$$

Et finalement la décision sur la valeur binaire est donnée pour chaque nœud de variable par

$$\hat{m}_n = \frac{1 - \text{sign}(v_{\text{app},n})}{2}, \forall n = 1 \dots N$$

4.1.1.3 Evolution de densité et approximation gaussienne

Nous discutons dans cette section de l'analyse et de l'optimisation des codes LDPC dans un cadre asymptotique quand l'algorithme BP est utilisé.

4.1.1.3.1 Evolution de densité Dans [RU01, RSU01], les auteurs proposent une méthode générale permettant de prédire les performances asymptotiques des codes LDPC en terme de correction d'erreurs : [RU01] démontrèrent un théorème de concentration stipulant que les performances du décodeur sur un graphe aléatoire convergent vers sa performance moyenne lorsque la taille du mot de code est suffisamment grande. Ainsi, il n'est possible d'évaluer les performances des codes LDPC avec pertinence que dans le cas limite d'un mot de taille infinie. Dans ce cas, on peut considérer le graphe de taille infini du code comme un arbre (et donc un graphe sans cycle), ce qui permet de considérer l'ensemble des messages transitant comme des messages indépendants. La méthode proposée par [RU01, RSU01], appelée *Evolution de Densité*, consiste à suivre l'évolution des densités des différents messages se propageant dans le graphe lors de la propagation de croyance. Les messages sont supposés indépendants (le graphe est un arbre) et identiquement distribués. Supposant la transmission du mot de code $\underline{0}$, les auteurs calculèrent les équations d'évolution des densités au cours des itérations et leur analyse conduisit aux résultats principaux suivants quand on considère des canaux à entrées binaires et sorties symétriques (rappelons qu'un canal à entrée binaire $x = 0, 1$ est dit à sortie symétrique y si et seulement si $p(y|x = 0) = p(-y|x = 1)$) :

- ***Consistance*** :
  Considérons la définition suivante :

  Définition 1 *Une densité f(x) est consistante (i.e. à symétrie exponentielle) si et seulement si*
  $$f(x) = e^x f(-x),\ \forall x \in \mathbb{R}$$

  D'après [RSU01], si le canal est un canal à entrée binaire et sortie symétrique, la densité des messages initiales est consistante au sens de la définition 1 [RSU01, Proposition 1, p.629] et cette propriété est conservée au cours des itérations [RSU01, Théorème, p.628].
- ***Convergence vers un point fixe*** :
  En se basant sur les propriétés de conservation de la consistance, [RSU01, Théorème 7 et 8] montrèrent que la probabilité d'erreur $P_e^{(l)}$ est une fonction décroissante de l au sens large et que cette probabilité tend vers zéro si et seulement si la densité des messages tends vers Δ_∞ (densité de probabilité "masse de Dirac à l'infini") pour une infinité d'itérations de décodage.
- ***Condition de Stabilité*** :
  Ayant montré la convergence de l'évolution de densité vers un point fixe, [RSU01, Théorème 5, p.630] montra alors l'importance de l'étude de la stabilité de ce point fixe qui conditionne le comportement de l'algorithme au voisinage de ce point fixe. En particulier, l'étude de la stabilité permet de déterminer une condition nécessaire sur les paramètres des codes afin d'assurer la convergence vers zéro de la probabilité d'erreur. Ainsi en notant $S = \int_{\mathbb{R}} f_0(x)e^{-x^2/2}dx$, où $f_0(.)$ est la densité consistante initiale des messages, et en considérant $\lambda^{'}(x)$ et $\rho^{'}(x)$ les dérivées usuelles des polynômes d'irrégularité $\lambda(x) = \sum_{i=2}^{t_{c\,\max}} \lambda_i x^{i-1}$ et $\rho(x) = \sum_{j=2}^{t_{r\,\max}} \rho_j x^{j-1}$, si $\lambda^{'}(0)\rho^{'}(1) < S^{-1}$, alors la probabilité d'erreur convergera vers zéro, sinon elle sera bornée au-dessus de zéro. cette condition de stabilité donne en particulier une borne supérieure sur le paramètres λ_2.

L'étude des codes LDPC par évolution de densité permet de montrer, quand on considère un décodage par BP, que ces codes exhibent un comportement dit "à seuil". Il existe un seuil optimal δ^* en deçà duquel la probabilité d'erreur bloc d'un mot de code de taille infinie et de paramètres $(\lambda(x), \rho(x))$ converge vers zéro pour un nombre infini d'itérations. Dans le cas du canal BABG, le seuil optimal est exprimé par le rapport signal sur bruit optimal $\delta^* = (E_b/N_0)^*$.

Ce seuil permet alors de comparer les performances asymptotiques des codes LDPC décodés par BP avec la limite théorique de Shannon et déterminer ainsi quelles sont a priori les meilleures familles de codes pour un canal donné.
Cet algorithme fut initialement mis en œuvre dans [RSU01] pour la caractérisation et l'optimisation des codes LDPC pour des canaux instantanés symétriques à entrées binaires. Il fut ainsi utilisé pour l'optimisation des paramètres des codes LDPC pour ces différents canaux par recherche du code ayant les meilleurs seuils de convergence pour un rendement donné. Cette méthode fut assez largement adaptée et étendue pour l'étude des codes LDPC adaptés à d'autres types de canaux [HSMP03][KMM03].

4.1.1.3.2 Approximation gaussienne : évolution de l'information mutuelle Nous nous intéressons à présent à l'étude asymptotique des codes LDPC sur canal à bruit additif blanc gaussien (BABG), canal de transmission que nous privilégierons dans les prochains chapitres de ce document. L'algorithme d'évolution de densité introduit par [RU01, RSU01] étant assez complexe dans sa mise en œuvre, une version simplifiée fut introduite par Chung [CU01] dans le cadre de communications sur le canal BABG. [CU01] modélise les densités des différents messages par une gaussienne (resp. un mélange de gaussienne) pour un code régulier (resp. pour un code irrégulier). Utilisant la propriété de consistance des messages au cours des étapes de décodage par propagation de croyance, cette approximation permet de réduire l'étude asymptotique du décodage par propagation de croyance à l'étude d'un seul paramètre au cours des itérations.
Ce type d'approximation des densités a été préalablement introduit pour l'étude asymptotique, l'analyse de convergence et la construction de turbo-codes, en particulier les travaux sur les EXIT charts de Ten Brink pour les turbo-codes parallèles [tb01] et série [tB00a, tB] et El Gamal [GH01] pour les turbo-codes série. Cette approche, étendue ensuite à l'étude et à la conception de toutes sortes de systèmes itératifs parallèle ou série (comme par exemple la turbo égalisation [TKS02], la turbo-démodulation [tb00b], ou le décodage source-canal conjoint [HB01]) se base sur une modélisation de l'information extrinsèque, en entrée d'un bloc de récepteur itératif turbo, par une gaussienne consistante de loi normale $\mathcal{N}(m, 2m)$. Comme il est difficile dans de nombreux systèmes de déterminer explicitement les lois de mise à jour des densités de probabilités, la relation entrée-sortie (qui peut concerner différents paramètres unidimensionnels, voir [TtBH02]) d'un bloc de décodage sous approximation gaussienne est alors déterminée par des simulations de Monte-Carlo.
L'avantage des codes LDPC est, on le verra, que l'on peut donner une relation explicite, fonction des paramètres du code LDPC et du canal, entre l'état du paramètre d'étude à l'itération $l+1$ et l'état à l'itération l. Basé sur une observation des densités des messages, [CU01] a donc proposé de modéliser les densités des messages u des nœuds de contrainte de parité et celles des messages v des nœuds de donnée par des densités gaussiennes consistantes. Notons que si cette approximation semble adaptée pour les messages issus des nœuds de variables, celle-ci est plus discutable pour les messages issus des nœuds de contraintes de parités [CU01][AK04].
On considérera donc un système de transmission utilisant une modulation de type BPSK (Binary Phase Shift Keying) sur un canal BABG. Le bruit est un bruit blanc gaussien centré de variance σ^2. Le mot de code envoyé sera le mot de code $\underline{0}$. Le message initial u_0 (LLR de l'observation) est alors gaussien de loi normale $\mathcal{N}(2/\sigma^2, 4/\sigma^2)$, qui est une densité consistante (au sens de [RSU01], *i.e.* une symétrie exponentielle). Ceci est un cas particulier de [RSU01, Proposition 1, p.629]. Or d'après [RSU01, Théorème 3, p.629], le canal étant un canal sans mémoire à entrée binaire et sortie symétrique, la propriété de consistance est conservée au cours des itérations de l'algorithme

BP. Si nous voulons modéliser les densités des messages comme des gaussiennes, celles-ci doivent satisfaire à la condition de consistance. Une densité gaussienne de moyenne $+m$ et de variance σ^2 est consistante si et seulement si $\sigma^2 = 2m$. Ainsi, suivre l'évolution des densités des différents messages peut se réduire à l'évolution d'un paramètre unique, qui a été choisi comme étant la moyenne des messages par [CU01]. Considérant toujours une approximation gaussienne sur la densité des messages, une approche alternative à l'évolution de la moyenne des messages consiste à suivre l'évolution de l'Information Mutuelle (IM) d'un canal virtuel BABG dont la sortie serait le message v à la sortie d'un nœud de donnée (resp. u à la sortie d'un nœud de contrainte de parité). Il a été montré, dans [TtBH02] pour les systèmes de types turbo et [RGCV04] pour les codes IRA, que cette mesure de convergence permettait une bonne prédiction des performances.

Information mutuelle sous approximation Gaussienne Si nous considérons un message LLR consistant v définit comme $v = m.c + b$, où b est un bruit blanc Gaussien centré tel que $b \sim \mathcal{N}(0, 2m)$ et $c = \pm 1$ est le bit de mot de code émis, alors on peut définir l'information mutuelle entre le bit de mot de code émis c et le LLR v par :

$$x_v = I(C;V) = \frac{1}{2}\sum_{c=\pm 1}\int_{\mathbb{R}} f(v|c)\log_2\left(\frac{2f(v|c)}{f(v|c=+1)+f(v|c=-1)}\right)dv$$

En utilisant la symétrie du canal, *i.e.* $f(v|c=-1) = f(-v|c=+1)$, puis la propriété de consistance de la densité $f(-v|c=+1) = f(v|c=+1)e^{-v}$, il vient

$$x_v = 1 - \frac{1}{\sqrt{4\pi m}}\int_{\mathbb{R}} \log_2(1+e^{-v})\exp\left(-\frac{(v-m)^2}{4m}\right)dv = \mathrm{J}(m) \tag{4.3}$$

Nous obtenons l'expression de $J(.)$, la fonction Information Mutuelle qui peut alors être réécrite de la façon suivante :

$$J(m) = 1 - \mathbb{E}_x(\log_2(1+e^{-x})),\ x \sim \mathcal{N}(m, 2m) \tag{4.4}$$

$J(.)$ étant continue et strictement monotone, la fonction $J^{-1}(.)$ existe et donne le passage de l'information mutuelle vers la moyenne des messages. Notons que l'expression est linéaire en la densité $f(v|c=+1)$. Ainsi si cette densité est une mixture de densités consistantes, l'information mutuelle résultante sera une somme pondérée des informations mutuelles associées à chaque densité consistante de la mixture. La capacité d'un canal BABG à entrée binaire est alors donnée par $C_{bpsk} = J\left(2/\sigma^2\right)$.

Equations d'évolution Utilisant la définition précédente, en notant $x_{cv}^{(l)}$ (resp. $x_{vc}^{(l)}$) l'information mutuelle associée aux messages issus des nœuds de contraintes de parité (resp. issus des nœuds de variables), nous avons [tBKA04][AKtB04][Dec03] [RU08]:

- Mise à jour des nœuds de variables :

$$x_{vc}^{(l)} = \sum_{i=2}^{d_v}\lambda_i \mathrm{J}\left(\frac{2}{\sigma^2} + (i-1)\mathrm{J}^{-1}(x_{cv}^{(l-1)})\right) \tag{4.5}$$

- Mise à jour des nœuds de contrainte de parité :

$$x_{cv}^{(l-1)} = 1 - \sum_{j=2}^{d_c}\rho_j \mathrm{J}((j-1)\mathrm{J}^{-1}(1-x_{vc}^{(l-1)})) \tag{4.6}$$

L'équation (4.6) utilisent l'approximation dite "reciprocal Channel approximation" valide pour le cas du canal binaire à effacement (CBE) et qui est une bonne approximation dans le cas Gaussien [tBKA04]. Comme le montrent les équations (4.6) et (4.5), l'EXIT chart du code LDPC, résultant de la combinaison de ces deux dernières, est une fonction explicite *non linéaire* des paramètres du code $(\lambda(x), \rho(x))$ et des paramètres du canal (variance du bruit σ^2). Cette non linéarité peut conduire à des méthodes d'optimisation non linéaires conjointes des paramètres $(\lambda(x), \rho(x))$, parfois complexes à mettre en oeuvre quand on cherche à optimiser la structure du code pour un canal particulier. Cependant, la combinaison des équations (4.6) et (4.5), en considérant $\rho(x)$ fixé, donnent une EXIT chart du code LDPC qui devient linéaire en le paramètre $\lambda(x)$ simplifiant alors l'étude et l'optimisation de ces codes :

$$x_{vc}^{(l)} = F(\underline{\lambda}, x_{vc}^{(l-1)}, \sigma^2) \tag{4.7}$$

où $\underline{\lambda} = [\lambda_2, \ldots, \lambda_{d_v}]^\top$. Ainsi, la stratégie la plus répandue est de considérer dans un premier temps $\rho(x)$ fixé. Puis, une fois le résultat de l'étude ou de l'optimisation obtenu, on fait varier de nouveau $\rho(x)$ et on réitère le procédé. Une façon pertinente de fixer $\rho(x)$ est de réduire ce polynôme à un polynôme réduit à deux degrés voisins $\rho(x) = \rho_j x^{j-1} + (1-\rho_j)x^j$. [Chu00] a montré que ces polynômes étaient de bons candidats, notamment car ils assurent une convergence rapide [Chu00, p. 25] (ce type de remarque est valide aussi pour le canal binaire à effacement [mY04]). Le paramètre d'optimisation sur $\rho(x)$ est alors réduit au degré moyen des nœuds de contrainte de parité $\overline{\rho}$.
Pour un code LDPC paramètré par $(\lambda(x), \rho(x))$ donnés, le seuil de convergence est alors défini comme le plus petit E_b/N_0 au-dessus duquel la probabilité d'erreur mot est nulle, *i.e.* $x_{vc}^{(l)} \to 1$ quand $l \mapsto +\infty$ (le canal virtuel équivalent sur les messages v est un canal non bruité).

Condition de stabilité Dans le cadre de l'évolution de l'information mutuelle sous approximation gaussienne, il est possible de dériver une *condition de stabilité* [RSU01]. Comme pour le cas de l'évolution de densité, cette condition est essentielle car elle contrôle le comportement de l'évolution de l'information mutuelle quand la probabilité d'erreur est proche de zéro (ou de manière équivalente quand $x_{vc}^{(l)}$ est proche de 1). Dans le cas de l'évolution de l'information mutuelle, il a été montré la proposition suivante [Pou04] :

Proposition 1 *La condition de stabilité sous approximation gaussienne et évolution de l'information mutuelle est identique à celle obtenue par évolution de densité et est donnée par :*

$$\lambda_2 < \lambda_2^* = \frac{1}{\sum_{j=2}^{d_c} \rho_j (j-1)} e^{\frac{1}{2\sigma^2}}$$

4.1.1.4 Optimisation pour le canal BABG : un exemple de formalisation

Dans cette partie, nous attacherons à présenter le problème d'optimisation des codes LDPC dans le cas de l'évolution de l'information mutuelle afin de servir d'exemple de formalisation du problème d'optimisation de la structure des codes LDPC pour un canal donné. Un des critères d'optimisation les plus utilisés est la minimisation du seuil de convergence optimal δ^* d'un code LDPC de rendement R dont la définition est donnée par

$$\delta^* \quad = \quad \arg\min_{\sigma^2} \{ \frac{1}{2R\sigma^2} | F(\underline{\lambda}, x, \sigma^2) > x \qquad \forall x \in [0,1] \} \tag{4.8}$$

Pour simplifier l'optimisation qui dépend des paramètres $(\lambda(x), \rho(x))$, on peut se contenter d'optimiser dans un premier temps $\lambda(x)$ pour $\rho(x)$ fixé. L'optimisation est réalisée alors en deux temps :

- **Maximisation du rendement pour $\rho(x)$ et σ^2 fixés:**
  La fonction de coût la plus utilisée dans la littérature consiste à maximiser le rendement de codage R. Cette stratégie permet alors d'écrire le problème d'optimisation sous une forme linéaire (fonction de coût et contraintes deviennent linéaires en $\lambda(x)$) que l'on peut résoudre par programmation linéaire. Pour une valeur de la puissance de bruit σ^2 et $\rho(x)$ donnés, on cherche $\lambda(x)$ qui maximise le rendement de codage. Nous notons $\underline{\lambda} = [\lambda_2, \ldots, \lambda_{d_v}]^\top$, $\underline{1/d_v} = [1/2, \ldots, 1/d_v]^\top$. Le problème d'optimisation s'écrit alors pour $\rho(x)$ et σ^2 donnés de la façon suivante:

$$\underline{\lambda}_{opt} = \max_{\underline{\lambda}} \underline{1/d_v}^\top \underline{\lambda} \tag{4.9}$$

  sous les contraintes :

  [C$_1$] Contrainte de mélange :

$$\underline{\lambda}^\top \underline{1} = 1$$

  [C$_2$] Contrainte de proportion :

$$\lambda_i \in [0, 1] \qquad \forall i = 2 \ldots d_v$$

  [C$_3$] Contrainte de convergence :

$$\mathrm{F}\left(\underline{\lambda}, x, \frac{2}{\sigma^2}\right) > x \qquad \forall x \in [0, 1]$$

  [C$_4$] Condition de stabilité :

$$\lambda_2 < \frac{1}{\sum_{j=2}^{d_c} \rho_j (j-1)} e^{\frac{1}{2\sigma^2}}$$

  Le rendement R est donné par

$$R = 1 - \frac{\sum_{j=2}^{d_c} \rho_j / j}{\sum_{i=2}^{d_v} \lambda_i / i} \tag{4.10}$$

  Si $\rho(x)$ est fixé, alors, maximiser le rendement est donc bien équivalent à maximiser $\sum_{i=2}^{d_v} \lambda_i / i$ qui nous donne la fonction de coût utilisée. La contrainte [C$_3$] est bien linéaire selon l'équation (4.5)).

- **Minimisation du seuil :**
  En utilisant l'étape précédente, on recherche pour $\rho(x)$ fixé, la valeur maximale σ^2 pour laquelle on atteint le rendement cible R qui nous donne alors la valeur $\delta_\rho = 1/(2R\sigma^2)$. Il reste maintenant à réaliser cette optimisation pour différentes valeurs de $\rho(x)$ et choisir le couple solution $(\lambda(x), \rho(x))$ qui minimise la valeur du seuil δ_ρ. Le paramètre d'optimisation sur $\rho(x)$ est alors réduit au degré moyen des nœuds de contrainte de parité $\overline{\rho}$ si on considère des degrés concentrés sur deux degrés voisins comme proposé au paragraphe 4.1.1.3.2.

On peut alors montrer que, dans le cas de l'évolution de l'information mutuelle, il existe une valeur $\overline{\rho}_{opt}$ pour laquelle le seuil de convergence est minimiser pour d_v donné. Cette valeur de seuil diminue lorsque d_v croît et $\overline{\rho}_{opt}$ croît également (voir illustration figure 4.5).

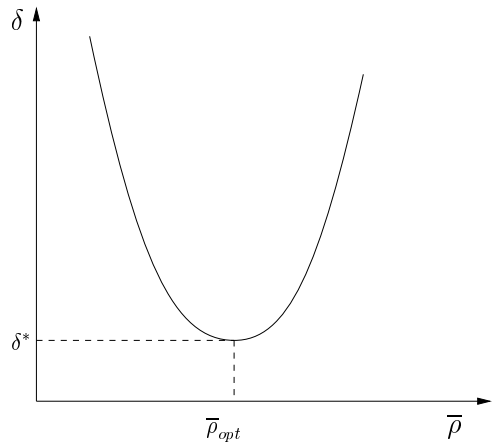


Fig. 4-5 – Une illustration de l'évolution du seuil de convergence en fonction de $\overline{\rho}$ pour une valeur de d_v donnée.

4.1.2 Codes basés sur des protographes et codes LDPC binaires structurés

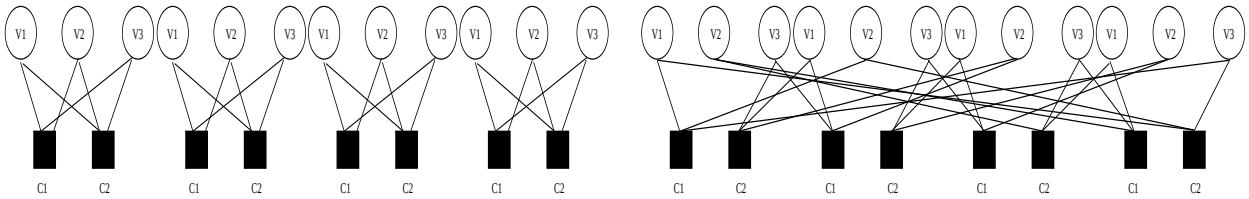
En prenant une représentation détaillée [KSK03][RU08] des connections entre nœuds de variables et nœuds de contraintes de parité pour une famille de codes LDPC donnée, il a été montré que les performances asymptotiques et à taille finie pouvait être améliorées. La famille la plus générale est celle des codes LDPC "multi-edges" [RU08] qui offre la représentation la plus générique des codes LDPC. Une approche similaire fut considérée par [KSK03]. Une sous-famille de codes particulièrement performante est celle des codes basés sur des protographes [DDJA09][RL09] dont nous détaillons ici la structure et l'analyse EXIT.

4.1.2.1 Définitions et notations

Le codes protographes ont été introduit par [Tho03]. Par définition, un protographe est un graphe bipartite de petite taille à partir duquel on construit un graphe plus grand par une procédure, depuis consacrée, dite de "copies et permutations", au cours de laquelle le protographe est dupliqué un certain nombre de fois, puis les branches des graphes dupliqués sont permutées en respectant certaines règles structurelles.
La procédure de construction d'un code LDPC binaire basé sur un protographe est illustrée figure 4.1.2.1. Cette procédure peut-être récapitulée comme suit :

- *Etape de copie:* le protographe est recopié L fois pour obtenir L répliques. L est choisi de manière arbitraire pour obtenir la taille de mot de code souhaitée.
- *Etape de permutation:* les branches des différentes répliques sont permutées entre les différentes répliques afin d'obtenir un graphe plus grand. Cependant, l'ensemble des permutations ne peuvent pas être complètement aléatoires mais doivent satisfaire à la structure topologique initiale du protographe. On étiquette les nœuds du protographe par V_j pour un nœud de variable et C_i pour un nœud de contrainte. Ainsi, si un nœud de variable V_j est relié avec un nœud de contrainte C_i dans le protographe, lors de l'étape de permutation, le nœud V_j de chaque réplique ne pourra être connecté qu'à un des Q nœuds C_i de chaque réplique. Ainsi les permutations doivent respectées les règles de connectivité du graphe initial. Il a été montré dans que faire ainsi permettait de conserver les propriétés de convergence du graphe initiale [DDJA09]. Notons que le code ainsi construit, le protographe peut être vu comme une projection du code LDPC de grande taille d'où l'acronyme

" projected graph". Finalement, les branches du graphe obtenue définissent les entrées non nulles de la matrice de parité H associée à ce graphe bipartite, définissant par la même un code LDPC dît "structuré" (l'entrelaceur associé à cette famille de codes satisfait à certaines contraintes de connectivité.).



(a) Etape de copie (b) Etape de permutation

Finalement, le graphe de base est défini à l'aide de n nœuds de variables et m nœuds de parités, et le code LPDC final aura lui $N = L \times n$ nœuds de variables et $M = L \times m$ nœuds de contrainte de parité. Le protographe est généralement décrit par sa *matrice d'adjacence* H_B, appelé également matrice de base [RL09][RU08], où les coefficients $H_B(i,j)$ représentent le nombre de branches entre le $i-$ème nœud de contrainte C_i et le $j-$ième nœud de variable V_j du protographe. Dans cette représentation, il est tout a fait possible d'avoir des branches parallèles/multiples entre deux nœuds, i.e. un nœud de variable et un nœud de contrainte de parité peuvent être connectés par plusieurs branches simultanément. Ces branches multiples doivent cependant être éliminées lors de l'étape de permutation pour obtenir une représentation possible d'un code par une matrice de parité H. De fait, l'ensemble de codes défini par un protographe peut être vu comme un sous ensemble structuré de l'ensemble des codes LDPC défini avec les distributions $(\lambda(x), \rho(x))$ équivalentes qui sont associées au protographes. De manière à illustrer nos propos, nous considérons comme exemple académique l'ensemble des codes réguliers $(d_v = 2, d_c = 3)$. Les distributions associées sont données par $(\lambda(x) = x, \rho(x) = x^2)$. Les deux matrices d'adjacence suivantes sont associés à deux sous-ensembles structurés et décrivent deux ensembles de codes basés protographes différents ayant des représentations détaillées de leurs distributions de branches distinctes :

$$H_{B_1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \tag{4.11}$$

$$H_{B_2} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \tag{4.12}$$

Les protographes associés sont décrits alors pars les graphes bipartites suivants:

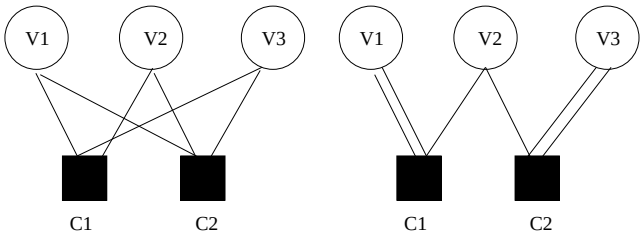


Fig. 4-6 – Deux protographes distincts pour un code LDPC régulier $(2,3)$.

Dans le cas binaire, la matrice d'adjacence est généralement issue de procédures d'optimisation basées sur l'évolution de densité [RU08] ou sur une de ses approximations [DDJA09][RL09]. En

particulier, on peut dériver une extension des techniques EXIT charts classiques pour l'étude de ces codes appelés EXIT charts multidimensionnelles [LC07].

4.1.2.2 De la matrice d'adjacence à à la matrice de parité

Une fois le protographe sélectionné (ou de manière équivalente la matrice d'adjacence), on désire construire un code à partir de la procédure "copie permute". La question restante est comment construire de manière efficace la matrice de parité H. Deux grandes familles de construction sont alors envisageables: les constructions algébriques ou pseudo-aléatoires basées sur une recherche assistée par ordinateur. La première famille renvoie à des techniques de construction algébrique de codes structurés cyclique ou quasi-cyclique [RL09]. La seconde s'appuie des algorithmes de construction pseudo-aléatoires tel que les algorithmes PEG (Progressive Edge Growth)[HEA05], ACE [TJVW04] et leurs hybrides ou extensions [ZR07][DDJA09][VDP08][RL09]. Nous nous intéresserons aux méthodes de construction pseudo-aléatoires basées sur des approches de type PEG. Ainsi dans cette famille de construction, on peut considérer les deux approches suivantes :

- **Construction PEG contrainte**

  Dans ce cas, la méthode consiste simplement à considérer des permutations pseudo-aléatoires en assignant les branches du graphe, groupe de nœuds de variables par groupe nœuds de variables. Cela peut être réalisé par une version contrainte de l'algorithme PEG [HEA05] en contraignant l'algorithme à assigner les branches de manière conforme à la connectivité du protographe. Rappelons que l'algorithme PEG, les branches du graphe sont assignées une à une, nœud de variable par nœud de variable (colonne par colonne pour H) en cherchant à chaque instant à garantir la taille de cycle minimale la plus grande possible. L'assignation des branches se fait généralement des nœuds les moins connectés vers les nœuds les plus connectés.

- **Extension utilisant des matrices circulantes et graphes quasi-cycliques.**

  Cependant, de manière à réduire la complexité de représentation induite par la description de chaque permutation intervenant dans le graphe complet du code, on préfère souvent utiliser des permutations que l'on peut décrire de manière efficace algorithmiquement. Ainsi, il est assez commun (en fait beaucoup des codes proposés aux standards sont basés sur cette structure), de choisir les permutations décrites à l'aide de matrice de permutations circulantes : la matrice de parité H résultante est finalement décrite par un tableau (matrice bloc) de taille $M \times N$ contenant des blocs de matrices de permutations circulantes de taille $L \times L$ (certaine pouvant être en fait la matrice nulle de taille $L \times L$). En fonction de la valeur h_{ij}, on assigne ainsi à chaque élément non nulle de la matrice H_B une ou plusieurs matrices de permutation distinctes définies comme une matrice de permutation de poids de ligne unitaire. L'assignation doit cependant être faîte de manière correcte pour éviter les cycles courts. On peut ainsi utiliser une variation de l'algorithme PEG qui est une version souvent appelée PEG cyclique [DDJA09][Ven08] car l' assignation se fait non plus branche par branche mais par groupe de L branches via l'assignation d'une matrice de permutation. La matrice H résultante est une version dite "lifté" (étendue) et le paramètre L est souvent désigner comme l'ordre du lift. Dans le cadre classique, les matrices de permutations sont

définies comme les puissances de la matrice P de taille $L \times L$ définie comme suit

$$P = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \ddots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & & & \ddots & 1 & 0 \\ 0 & & & & 0 & 1 \\ 1 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \end{pmatrix}$$

Lors de la thèse de A. Venkiah, nous avons proposé un algorithme de construction de graphe appelé RPEG (Randomized PEG) [VDP08] dont la version dérivée pour les extensions quasi-cycliques offre de bonnes performances pour la construction de graphes étendus faiblement irréguliers [Ven08].

Dans le cas binaire, quand H est un tableau de matrices de permutations circulantes, le code LDPC résultant sera quasi-cyclique : en effet, tout décalage d'un mot de code est de nouveau un mot de code. Cela permet un encodage facile par registres à décalage ainsi qu'un bon degré de parallélisme des architecture de décodage permettant d'accroître les débits des architectures. Ceci explique l'attrait pour ces codes dits structurés.

4.1.2.3 EXIT charts multidimensionnelles

Les codes protographes définissant une représentation détaillée (plutôt structurée) d'une famille de codes, les analyses par EXIT charts "traditionnelles" ne peuvent s'appliquer. Il faut alors prendre en compte le graphe d'adjacence pour effectuer l'analyse, ce qui mène à une analyse dite multidimensionnelle de la convergence. Cette analyse permet alors de comparer les structures protographes en terme de convergence.
Soit h_{ij}, le coefficient de H_B à la ligne i et à la colonne j. A l'itération de décodage ℓ, on utilisera les notations suivantes:

- $x_{cv}^{(\ell)}(i,j)$ est l'information mutuelle moyenne entre le message (LLR) envoyé par un nœud de parité C_i au de variable V_j et le bit associé du mot de code, information portée par une des $h_{i,j}$ branches qui connecte C_i à V_j,
- $x_{vc}^{(\ell)}(i,j)$ est l'information mutuelle moyenne entre le message (LLR) envoyé par un nœud de variable V_j au nœud de parité C_i et le bit associé du mot de code, information portée par une des $h_{i,j}$ branches qui connecte V_j à C_i,
- $x_{app}^{(\ell)}(j)$ est l'information mutuelle moyenne entre le LLR bit a posteriori évalué au nœud V_j et le bit de mot de code associé.

De plus, la valeur moyenne du LLR du canal associé au nœud de variable j est $m_{ch,j} = 2/\sigma_{b,i}^2$ où $\sigma_{b,i}^2$ est la variance du canal vue par le nœud j. Si le nœud de variable j est poinçonné, alors nous avons $m_{ch,j} = 0$. En reprenant, les notations de la section précédente, on note également $J(m)$ comme étant la fonction

$$J(m) = 1 - \mathbb{E}_{x=0}(\log_2(1 + e^{-x}))$$

.
Suivant ces notations, sous approximation gaussienne des messages transitant dans le graphe, les étapes de l'analyse EXIT charts multi-dimensionnelle s'écrivent comme suit:

- **Mise à jour des nœuds de variables :**

$\forall j = 0 \cdots n-1$ *et* $\forall i = 0 \cdots m-1$

(*a*) si $h_{ij} = 0$, $x_{vc}^{(\ell)}(i,j) = 0$.

(*b*) sinon

$$x_{vc}^{(\ell)}(i,j) = J\left(\sum_{k \neq i} h_{kj} J^{-1}(x_{cv}^{(\ell-1)}(k,j)) + (h_{ij}-1) J^{-1}(x_{cv}^{(\ell-1)}(i,j)) + m_{ch,j}\right)$$

- **Mise à jour des nœuds de contraintes de parité :**
  $\forall i = 0 \cdots m-1$ *et* $\forall i = 0 \cdots n-1$

  (*a*) si $h_{ij} = 0$, $x_{cv}(i,j) = 0$.

  (*b*) sinon

$$x_{cv}^{(\ell)}(i,j) = 1 - J\left(\sum_{k \neq j} h_{ik} J^{-1}(1 - x_{vc}^{(\ell)}(i,k)) + (h_{ij}-1) J^{-1}(1 - x_{vc}^{(\ell)}(i,j))\right)$$

- **Calcul de de l'information mutuelle a posteriori par nœud de variable:**

$$\forall j = 0 \cdots n-1,\ x_{app}^{(\ell)}(j) = J\left(\sum_{k} h_{kj} J^{-1}(x_{cv}^{(\ell)}(k,j)) + m_{ch,j}\right)$$

La convergence est obtenue si $x_{app}^{(\ell)}(j) = 1\ \forall j$. Cette analyse permet de calculer pour un protographe donné son seuil de convergence, permettant ainsi de comparer les performances entre différentes familles de codes protographes.

4.1.3 Codage pour canaux modélisés par des mixture de gaussiennes

Plusieurs méthodes d'optimisation utilisant un mélange de canaux Gaussiens ont été avec succès utilisées dans plusieurs travaux pour concevoir des codes LDPC pour des applications comme les modulations codées entrelacées, l'OFDM, le CDMA ou la turbo-égalisation [SSN04, MGD05, WYN05, NWY05]. Dans la plupart de ces travaux, le mélange de canaux Gaussiens (resp. de densités) est utilisé comme une approximation du canal réel (resp. de la densité réelle). Nous présentons ici un modèle de mélange utilisé pour les approches de type EXIT chart (évolution de l'information mutuelle) qui utilise un mélange de Gaussiennes consistantes.

4.1.3.1 Analyse asymptotique et modélisation

Nous présentons ici la modélisation asymptotique pour les codes LDPC standards dans le cadre de canaux définis par une mixture de Gaussiennes *consistantes*.
On notera N_c le nombre de canaux impliqués dans la mixture, σ_m^2 le paramètre de canal du $m-$ième canal, and p_m la probabilité d'occurrence associée au paramètre σ_m^2 de la mixture. Comme auparavant, les distributions de degrés associées au code LDPC seront notées $\lambda(x)$ (resp. $\rho(x)$), $x_{cv}^{(\ell)}$ et $x_{vc}^{(\ell)}$ seront les quantités d'information mutuelle associées aux messages des nœuds de contrainte de parité vers les nœuds de variables et des nœuds de variables vers les

nœuds de contraintes de parité à la ℓ-ième itération. Les équations d'évolution de l'information mutuelle sont alors données par:

- Mise à jour des nœuds de variables:

$$x_{vc}^{(\ell)} = \sum_{i=2}^{d_v} \lambda_i \sum_{m=1}^{N_c} p_m J\Big(\frac{2}{\sigma_m^2} + (i-1)J^{-1}(x_{cv}^{(\ell-1)})\Big) \tag{4.13}$$

- Mise à jour des nœuds de parité:

$$x_{cv}^{(\ell)} = 1 - \sum_{j=2}^{d_c} \rho_j J\Big((j-1)J^{-1}(1-x_{vc}^{(\ell)})\Big) \tag{4.14}$$

En combinant (4.14) et (4.13), on obtient l'équation mono-dimensionnelle $x_{vc}^{(l)} = F_p(x_{vc}^{(l-1)})$. Pour une distribution $\rho(x)$ donnée, cette expression est linéaire par rapport à $\{\lambda_i\}$. La condition de stabilité est une extension directe de celle du canal gaussien (par linéarité) et est donnée:

$$\lambda_2 \sum_{m=1}^{N_c} p_m e^{-\frac{1}{2\sigma_m^2}} < \frac{1}{\sum_{j=2}^{d_c} \rho_j (j-1)} \tag{4.15}$$

4.1.3.2 Contribution à l'étude des codes LDPC codes pour les canaux à évanouissement rapides

La modélisation par mixture de canaux gaussiens consistants peut être également mise à profit pour l'optimisation de codes LDPC pour les canaux à évanouissements rapides avec connaissance du canal à la réception tel que les canaux de Rayleigh ou de Nakagami. L'optimisation pour ce type de canaux est possible par évolution de densité [HSM01a]. On se propose ici de dériver un nouveau modèle basé uniquement sur une approche EXIT. Cette approche est basée sur la simple observation que pour les canaux à évanouissements rapides avec connaissance parfaite du canal, la densité de transition du canal observé est gaussienne conditionnellement au coefficient d'évanouissement. Le modèle de communications est le suivant

$$y[n] = \alpha[n]x[n] + b[n]$$

où α est le coefficient d'atténuation suivant une loi de densité de probabilité p(α), $x[n]$ est un symbole BPSK et $b[n]$ est un bruit blanc gaussien centré de variance $N_0/2$. Dans la suite nous traiterons le cas de Rayleigh, mais l'étude peut s'étendre à tout type de densité.

4.1.3.3 Codes LDPC codes pour le canal de Rayleigh

Si les coefficients sont connus parfaitement, la densité est donnée

$$\mathrm{p(y|x,\alpha)} = \frac{1}{\sqrt{(2\pi\sigma^2)}} \exp\left(-\frac{|y-\alpha x|^2}{2\sigma^2}\right)$$

. Le gain d'évanouissement α est une variable aléatoire suivant une loi de Rayleigh normalisée dont la densité de probabilité est donnée par

$$\mathrm{p}(\alpha) = 2\alpha \exp\left(-\alpha^2\right)$$

avec $\mathrm{E}(\alpha^2) = 1$.
Le LLR initial u_0 associé est alors donné par

$$u_0 = \frac{2}{\sigma^2}\alpha y$$

. Conditionnellement à α et x, u_0 est une variable aléatoire gaussienne consistante de densité $\mathcal{N}(\mathrm{sg}(x)\frac{2\alpha^2}{\sigma^2}, \frac{4\alpha^2}{\sigma^2})$. Ainsi l'information mutuelle associée au message initial avec le coefficient α est donnée par $x_0(\alpha) = J(m_0(\alpha))$ avec $m_0(\alpha) = \frac{2\alpha^2}{\sigma^2}$. En se basant sur cette expression et sur le fait qu'au récepteur, un nœud de variable peut être associé avec n'importe quelle valeur α suivant la distribution $\mathrm{p}(\alpha)$, on peut alors écrire l'information mutuelle moyenne associée à un message sortant d'un nœud de variable comme une mixture *continue* de canaux Gaussiens consistants. Cela apparaît donc comme le cas limite du modèle précédent. Finalement, les équations d'évolution de l'information mutuelle peuvent être réécrites comme suit:

- Mise à jour des nœuds de variables:

$$x_{vc}^{(l)} = \sum_{i=2}^{d_v} \lambda_i \int_0^{+\infty} \mathrm{p}(\alpha).J\Big(\frac{2\alpha^2}{\sigma^2} + (i-1)J^{-1}(x_{cv}^{(l-1)})\Big)d\alpha = \sum_{i=2}^{d_v} \lambda_i J_r\Big((i-1)J^{-1}(x_{cv}^{(l-1)})\Big) \tag{4.16}$$

- Mise à jour des nœuds de contraintes:

$$x_{cv}^{(l)} = 1 - \sum_{j=2}^{d_c} \rho_j J\Big((j-1)J^{-1}(1 - x_{vc}^{(l)})\Big) \tag{4.17}$$

La condition de stabilité est alors donnée par

$$\lambda_2 \int_0^{+\infty} p(\alpha) e^{-\frac{2\alpha^2}{\sigma^2}} d\alpha < \frac{1}{\sum_{j=2}^{d_c} \rho_j (j-1)}$$

et on obtient finalement comme montré dans [HSM01a][RSU01][RU01]

$$\lambda_2 < \frac{1 + 1/2\sigma^2}{\sum_{j=2}^{d_c} \rho_j (j-1)} \tag{4.18}$$

4.1.3.4 Performances

On donne les performances à taille finie figure 4.7 pour $K = 5000$ bits d'information et $d_v = 30$ pour différents rendements. Les codes sont construits par l'algorithme PEG et sont comparés quand cela est possible à ceux de [HSM01b]. Comme nous pouvons le constater, cette méthode mène à de bonnes distributions proches de celles obtenues par évolution de densité. Nous comparons également les seuils obtenus par évolution de densité pour nos distributions à ceux obtenus pour les distributions issues de la méthode de référence [HSM01b]. On observe que les codes obtenus ont des performances asymptotiques proches de celles obtenues pour des codes optimisés par évolution de densité.

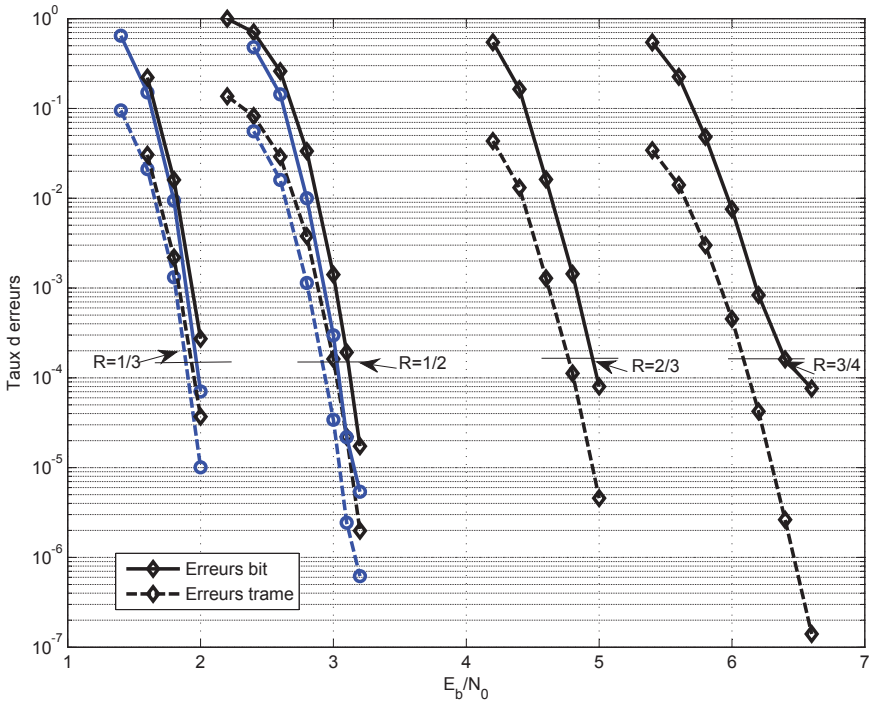


Fig. 4-7 – Performances de codes LDPC optimisés pour le canal de Rayleigh (noir) pour $K = 5000$ bits d'information. On donne les codes de [HSM01b] en référence (bleu)

4.2 Contributions à l'étude des Codes Fontaines et Raptors.

Cette section présente une partie des travaux réalisés pendant la thèse de A. Venkiah pendant laquelle nous avons étudié les codes fontaines/Raptors. Les codes fontaine sont une famille de codes dits *sans rendement* : des symboles de parité peuvent être émis de façon ininterrompue, ce qui justifie par ailleurs leur qualificatif de *fontaines*. Ils ont été introduits pour transmettre efficacement sur un canal à effacement [BLMR98], et ne supposent ni la connaissance du paramètre du canal, ni l'utilisation d'un canal de retour. Les codes LT, introduits par Luby dans [Lub02] sont les premiers codes fontaines efficaces. Ils atteignent asymptotiquement la capacité du CBE [Lub02, Sho06], mais au prix d'une complexité d'encodage et de décodage croissant en $\mathcal{O}(K \log(K))$, K étant la taille du message à transmettre, ce qui est trop contraignant pour une implémentation matérielle. Les codes Raptor sont une extension des codes LT introduits par Shokrollahi dans [Sho06], et sont construits en concaténant un code LT et un code interne appelé "précode" qui est un code bloc correcteur d'erreur. Celui-ci permet de relâcher des contraintes pour l'optimisation du code LT, et ainsi de se ramener à une complexité d'encodage et de décodage linéaires en la taille du mot de code.

Une propriété fondamentale qui a fait le succès des codes LT et Raptor sur le CBE est qu'ils sont "universels", dans le sens où ils atteignent asymptotiquement la capacité d'un canal à effacement quelque soit le taux d'effacement associé; leur optimisation pour le CBE ne dépend pas du taux d'effacement du canal. Cela est dû au fait que le graphe de Tanner à la réception est construit uniquement à partir des symboles reçus. Cette propriété n'est plus valable pour des canaux bruités symétriques quelconques, ce qui constitue l'un des résultats principaux de [ES06].

$d_{v,\max}$	10	20	30	50
λ_2^*	0.300932	0.253856	0.229439	0.204885
λ_2	0.2906	0.2394	0.2191	0.1976
λ_3	0.2086	0.1956	0.1827	0.1644
λ_4	0.1125		0.0001	
λ_5		0.0196	0.0682	0.0371
λ_6		0.2187	0.0001	0.1520
λ_7			0.0972	
λ_8			0.1300	
λ_{10}	0.3883			
λ_{13}				0.1774
λ_{14}				0.0068
λ_{20}		0.3266		
λ_{30}			0.3027	
λ_{50}				0.2647
ρ_6				
ρ_7	0.89			
ρ_8	0.11	0.7001	0.075	
ρ_9		0.2999	0.925	0.26
ρ_{10}				0.74
ρ_{11}				
$\left(\frac{E_b}{N_0}\right)^*$	2.1262	2.0285	1.9876	1.9777
$\left(\frac{E_b}{N_0}\right)^*$ [HSM01b]	2.082	1.980	1.924	1.900

Tab. 4-1 – Profils et seuils de codes optimisés pour le canal de Rayleigh pour un code rendement $R = 1/2$.

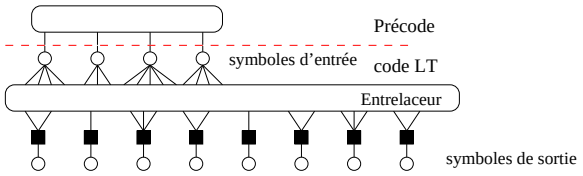


Fig. 4-8 – Graphe de Tanner d'un code Raptor. Les carrés représentent des nœuds de parité et les cercles représentent des nœuds de variables.

Dans les approches existant dans la littérature, les deux codes constituants d'un code Raptor sont décodés séquentiellement (décodage dit tandem). Dans [VPD09], nous avons proposé et étudié le décodage conjoint de la fontaine et du précode (Décodage sur le graphe conjoint fontaine LT+précode). Pour cela, nous avons développé une analyse asymptotique sous approximation gaussienne du décodeur conjoint sur canal BABG, proposé une méthode d'optimisation, et montré que les codes ainsi optimisés pour le décodage conjoint opèrent plus proche de la capacité que dans le cas du décodage séparé.

4.2.1 Définitions et notations

On appelle *symboles d'entrée* les symboles d'information à transmettre, et *symboles de sortie* les symboles de redondance produits par la fontaine. Un code LT, qui peut être vu comme un code LDGM (Low-Density Generator-Matrix) [RU08], est complètement caractérisé par sa *distribution des degrés* (DD) des symboles de sorties : pour générer un symbole de sortie, on tire au sort un *degré* d suivant cette distribution; le symbole de sortie est alors la somme modulo 2 de d symboles d'entrée tirés aléatoirement et uniformément parmi les K symboles d'information d'entrée. Ainsi, les d symboles d'entrée et le symbole de sortie vérifient une équation de parité.

Soit $\Omega_1, \Omega_2, \ldots, \Omega_{d_c}$ une distribution de probabilité discrète sur $1, 2, \ldots, d_c$ telle que Ω_d soit la probabilité de tirer un symbole de sortie de degré d. La DD est représentée par son polynôme générateur $\Omega(x) = \sum_{i=1}^{d_c} \Omega_i x^i$. A cette distribution, on peut associer la DD de branches suivante : $\omega(x) = \sum_{i=1}^{d_c} \omega_i x^{i-1} = \Omega'(x)/\Omega'(1)$.

Les symboles d'entrée étant choisis uniformément à chaque génération de symbole de sortie, leur DD est binomiale, et peut être approximée par une loi de Poisson de paramètre α : $I(x) = e^{\alpha(x-1)}$[Sho06]. La distribution de branches associée est alors donnée par $\iota(x) = \sum_{i=1}^{d_v} \iota_i x^{i-1} = I'(x)/I'(1)$ et vaut également $e^{\alpha(x-1)}$. Les deux distributions sont de moyenne α.

Un code Raptor est construit en concaténant simplement un code LT avec un code interne appelé "précode", qui est un code bloc correcteur d'erreur de fort rendement. Malgré leur dénomination, on peut définir un rendement *a posteriori* d'un code fontaine donné par $R = \frac{\Omega'(1)}{\alpha}$. Pour une capacité de canal donnée C, ce rendement est associé à une quantité, notée ϵ et appelée *overhead*, qui représente l'écart à la capacité. Par définition, on a alors la relation $C = (1 + \epsilon)R$. De la même manière qu'un code LDPC, on peut donner une représentation des codes Raptors sous la forme d'un graphe de Tanner comme représenté à la figure 4-8.

4.2.2 Analyse asymptotique et optimisation

On considère maintenant l'analyse EXIT des codes Raptors sur canal BABG à entrée binaires.

4.2.2.1 Evolution de l'information mutuelle

De manière analogue aux codes LDPC et conformément aux notations de la figure 4-9, on notera $x_{cv}^{(\ell)}$ (resp. $x_{vc}^{(\ell)}$) les informations mutuelles associées aux messages sur une branche reliant un nœud de parité à un symbole d'entrée (resp. symbole d'entrée à nœud de parité) à l'itération ℓ de décodage.

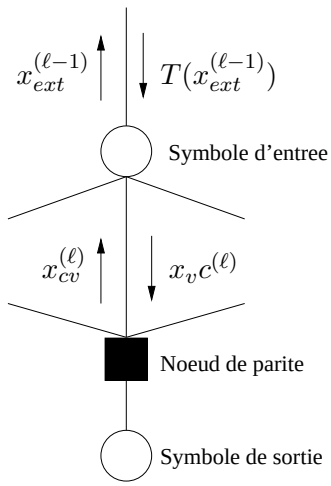


Fig. 4-9 – Notations pour l'analyse asymptotique des codes raptors.

On note alors $x_{\text{ext}}^{(\ell)}$, l'information mutuelle associée aux messages transitant de la fontaine vers le précode à l'itération ℓ. Soit $T : x \mapsto T(x)$ la fonction de transfert du précode décrivant le transfert d'information mutuelle du précode vers la fontaine. L'information mutuelle associée aux messages fournis par le précode au code LT vaut alors $T(x_{\text{ext}}^{(\ell)})$ Pour l'optimisation, on supposera que la fonction $T(.)$ est connue, sous forme numérique ou analytique. Sous certaines approximations (voir [VPD09][Ven08] plus de détails), dans le cas d'un précode LDPC décrit par les polynômes $\lambda(x)$ et $\rho(x)$, la fonction T peut être exprimée de façon analytique :

$$T(x) = \sum_{i=2}^{d_v} \tilde{\lambda}_i J\Big(iJ^{-1}\Big(1 - \sum_{j=2}^{d_c} \rho_j J\big((j-1)J^{-1}(1-x)\big)\Big)\Big) \tag{4.19}$$

En utilisant ces notations, on peut alors écrire les équations d'évolution de l'information mutuelle comme suit:

- Mise à jour des messages sur les nœuds de variables des symboles d'entrée:

$$x_{vc}^{(\ell)} = \sum_{i=1}^{d_v} \iota_i J\Big((i-1)J^{-1}(x_u^{(\ell-1)}) + J^{-1}\big(T(x_{ext}^{(\ell-1)})\big)\Big) \tag{4.20}$$

- Mise à jour des messages des nœuds de parité:

$$x_{cv}^{(l)} = 1 - \sum_{j=1}^{d_c} \omega_j J\Big((j-1)J^{-1}(1 - x_{vc}^{(l)}) + f_0\Big) \tag{4.21}$$

avec: $f_0 \triangleq J^{-1}\big(1 - J\big(\frac{2}{\sigma^2}\big)\big)$.

- Mise à jour de l'information fournie par le précode:

$$x_{ext}^{(l)} = \sum_i I_i J\big(iJ^{-1}(x_{cv}^{(l)})\big) \tag{4.22}$$

En reportant (4.20) dans (4.21) on obtient alors (4.24), qui correspond à l'équation de récursion mono-dimensionnelle $x_{cv}^{(\ell)} = F(x_{cv}^{(\ell-1)}, \sigma^2, T(\cdot))$ qui décrit de manière complète l'évolution de l'information mutuelle.

$$x_{cv}^{(\ell)} = F(x_{cv}^{(\ell-1)}, \sigma^2, T(.)) \tag{4.23}$$

$$= 1 - \sum_{j=1}^{d_v} \omega_j J\Bigg((j-1)J^{-1}\Big(1 - \sum_{i=1}^{d_c} \iota_i J\big((i-1)J^{-1}(x_{cv}^{(\ell-1)}) + J^{-1}\big(T(x_{ext}^{(\ell-1)})\big)\big)\Big) + f_0\Bigg) \tag{4.24}$$

Ainsi pour une distribution $\iota(x)$, cette expression est linéaire en $\omega(x)$, la distribution que nous cherchons à optimiser. L'étude de ce système dynamique mono-dimensionnel donne les deux résultats suivants qui sont nécessaires pour poser le problème d'optimisation [VPD09]:

Lemme 1 (Condition de démarrage) *Le décodage peut commencer si et seulement si $F(0, \sigma^2) > 0$ et l'on a l'équivalence suivante :*

$$F(0, \sigma^2) > \varepsilon \quad \Longleftrightarrow \quad \omega_1 > \frac{\varepsilon}{J\big(\frac{2}{\sigma^2}\big)} \tag{4.25}$$

Ainsi, la condition de démarrage se traduit par présence de termes de degré 1 dans la distribution de degrés; le paramètre ε apparaît alors comme un paramètre permettant de contraindre le problème d'optimisation. Par ailleurs, pour une distribution atteignant la capacité d'un canal gaussien, on doit avoir $F'(0, \sigma^2) > 1$. Cela peut se traduire par une condition sur la proportion de branches de degré 2, ce qui fait l'objet du résultat suivant :

Lemme 2 *On a l'équivalence suivante :*

$$F'(0, \sigma^2) > 1 \Longleftrightarrow \omega_2 > \frac{1}{\alpha e^{-f_0/4}} \tag{4.26}$$

Dans [ES06], une borne similaire est dérivée pour Ω_2, et il est prouvé que dans le cas d'un code atteignant la capacité, la borne doit être atteinte. De plus, il est facile de montrer que $\lim_{x\to 1} F(x) = J(2/\sigma^2) \triangleq x_0$, et $x \mapsto F(x)$ étant une fonction croissante, on en déduit que $F(x) < x_0 \quad \forall x \in [0; 1]$, ce qui signifie que le point fixe du système dynamique décrit par (4.24) est inférieur à x_0. Ceci nous sera utile pour définir les contraintes du problème d'optimisation.

4.2.2.2 Optimisation de distributions

L'optimisation d'une distribution $\Omega(x)$ consiste à choisir cette distribution de manière à maximiser le rendement a posteriori de la Fontaine de manière à minimiser l'écart à la capacité. Ceci est équivalent à à maximiser $\Omega'(1) = \sum_i \Omega_i i$ et donc équivalent à minimiser $\sum_i \omega_i/i$. L'équation (4.24) étant linéaire en les coefficients ω_i de la distribution $\omega(x)$, l'optimisation de celle-ci peut alors être formulée de la manière suivante :

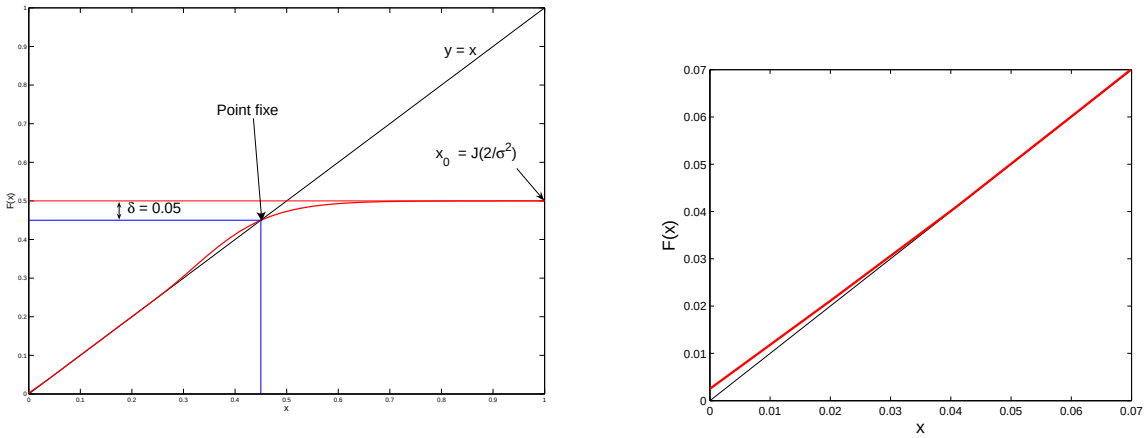
$$\omega_{opt}(x) \quad = \quad \arg\min_{\omega(x)} \sum_j \frac{\omega_j}{j} \tag{4.27}$$

sous les contraintes :

[C$_1$] $\sum_i \omega_i = 1$

[C$_2$] $F(x, \sigma^2) > x \quad \forall x \in [0; x_0 - \delta] \quad$ pour $\delta > 0$
[C$_3$] $F(0, \sigma^2) > \varepsilon \quad$ pour $\varepsilon > 0$
[C$_4$] $F'(0, \sigma^2) > 1$

où [C$_1$] est la contrainte de proportion, [C$_2$] est la contrainte de convergence, [C$_3$] est la contrainte de démarrage, et [C$_4$] l'analogue de la contrainte de stabilité pour les codes LDPC. La figure 4.2.2.2 donne alors une illustration de l'influence des différents paramètres en jeu pour l'étude de la convergence et l'optimisation.



Les paramètres α, δ et d_c sont des paramètres d'optimisation de la distribution. Leur influence a été étudiée en détails dans [VPD09][Ven08]. La moyenne de la distribution d'entrée α reste le principal paramètre d'optimisation des distributions. On peut alors montrer par optimisation successive que pour un problème d'optimisation donné (précode fixé, canal donné), il existe une valeur α pour laquelle on maximise le rendement a posteriori de la fontaine et donc qui minimise l'écart à la capacité induit. Ceci est illustré par exemple pour un précode LDPC régulier $(3, 60)$ de rendement $R = 0.95$ et une capacité cible $C = J(2/\sigma^2) = 0.5$.
Le paramètre δ est quant à lui nécessaire pour prendre en compte que la condition de convergence $F(x) > x$ ne peut être vérifiée que sur l'intervalle $[0; x_0 - \delta]$, puisque le point fixe est nécessairement inférieur à $x_0 = J(2/\sigma^2)$. On peut alors montrer qu'il existe un compromis entre rendement asymptotique de la fontaine et performances à atteindre pour assurer la convergence de la fontaine vers un point de convergence suffisant pour le précode puisse à son tour converger. De même, δ doit satisfaire à

$$\delta \leq x_0 - J\left(\frac{\sigma^2 J^{-1}(x_{\mathrm{p}})}{2}\right) \tag{4.28}$$

où x_p est le seuil d'information mutuelle garantissant la convergence du précode.

4.2.3 Performance de l'approche proposée

Les résultats présentés en figure 4-11 donnent le taux d'erreur binaire en fonction de ϵ pour des optimisations pour le canal BABG. Pour illustrer nos propos, nous avons utilisé un code LDPC régulier $(3, 60)$ de longueur $N = 65000$. Nous avons comparé nos résultats à la distribution donnée par [ES06, p 2044] notée $\Omega_E(x)$ et utilisée dans le cas des décodages tandem et conjoint.

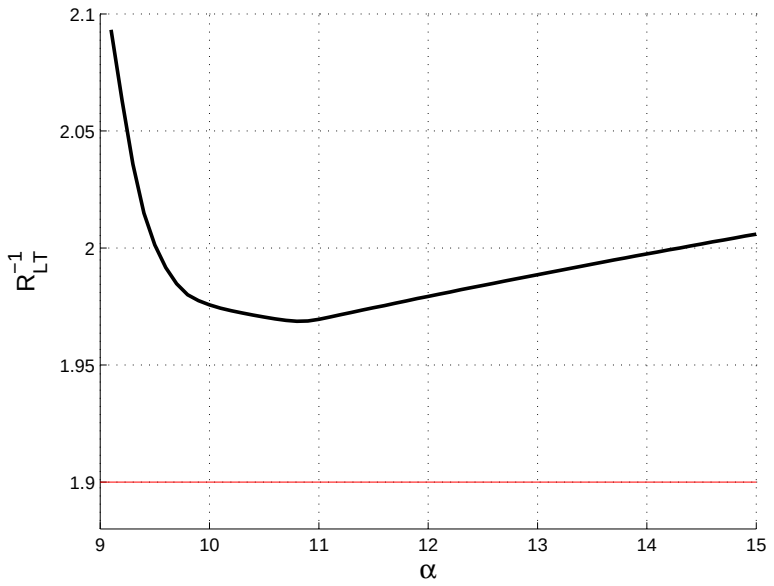


Fig. 4-10 – Rendement asymptotique d'un code LT : R_{LT}^{-1} versus α. Pour α croissant, nous avons optimisé une distribution adaptée à un précode régulier LDPC $(3, 60)$ de rendement $R_p = 0.95$ pour un canal BABG de capacité cible $C = 0.5$. Nous avons alors calculé le rendement *a posteriori* $R_{LT} = \frac{\Omega'(1)}{\alpha}$. Il existe alors une valeur optimale de α qui minimise R_{LT}^{-1} et donc l'overhead asymptotique.

La distribution que nous avons obtenue, optimisée dans un cadre décodage conjoint est donnée par

$$\Omega_B(x) = 0.00428x + 0.49924x^2 + 0.01242x^3 + 0.34367x^4 + 0.04604x^{10} + 0.06181x^{11} + 0.02163x^{22} + 0.01091x^{23} \quad (4.29)$$

Pour la distribution $\Omega_E(x)$, il existe peu de différence entre les deux schémas de décodage, ce qui s'explique par le fait que la distribution a été optimisée dans un contexte tandem. Le décodage conjoint n'apporte donc rien à la fontaine. En comparaison de la distribution $\Omega_E(x)$, la distribution obtenue $\Omega_B(x)$ offre un écart à la capacité plus petit, opérant plus proche de la capacité. Le gain est dû au gain obtenu sur le rendement asymptotique de la fontaine qui reste moindre dans un contexte de décodage conjoint.

Le principale problème sur les canaux bruités est que la fontaine n'est plus universelle et doit être optimisée pour chaque valeur de canal [ES06]. Cependant, une fontaine donnée, si elle n'est pas optimale, présente un comportement relativement robuste par rapport au canal qu'elle rencontre. Ainsi, pour un large intervalle de rapports signal à bruit, une fontaine pourra opérer asymptotiquement à quelques % de la capacité, comme l'illustre la figure 4-12 pour un code optimisé pour le décodage conjoint avec le même précode que précédemment mais optimisé pour une capacité cible $C = 0.8$. Ces performances sont dérivées en calculant les écarts à la capacité asymptotiques du code Raptor pour chaque rapport signal à bruit testé garantissant un décodage sans erreur. Rappelons que dans ce cas, on la relation $R(1 + \epsilon) = C$ où $R = R_{LT}R_p$.

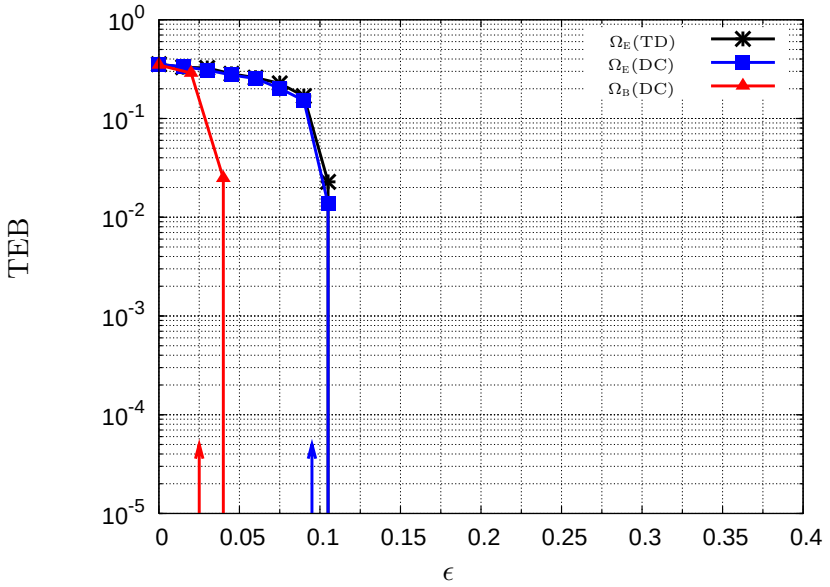


Fig. 4-11 – TEB vs. overhead pour un code Raptor de taille $N = 65000$ et décodé conjointement. Un code LDPC régulier $(3, 60)$ LDPC est utilisé comme précode. On compare $\Omega_B(x)$, une distribution optimisée pour le décodage conjoint, à $\Omega_E(x)$ proposé dans [ES06] sous décodage tandem classique (carrés) et décodage conjoint (étoiles). Les seuils de convergence sont donnés en vertical (c.f. [Ven08]).

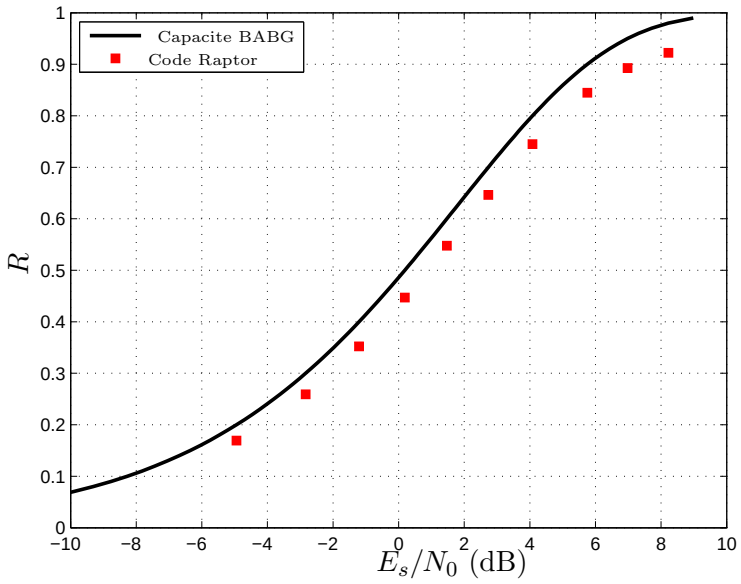


Fig. 4-12 – Débits atteignables versus E_s/N_0 pour un code Raptor optimisé sur le canal BABG de capacité cible $C = 0.8$.

4.2.4 Optimisation à taille finie

On s'est ensuite intéressé aux performances à taille finie de ces codes. Une des principales faiblesses de cette famille de code est la perte significative de performances à taille finie sous

décodage itératif. Ainsi, plus la taille K d'information est faible plus il est difficile de construire de bons codes de rendement élevé qui soit performants sous décodage itératif. En effet comme nous l'avons souligné dans [VPD09], il existe une borne sur la taille du cycle minimale en fonction de la longueur du mot de code pour les codes réguliers. Pour chaque rendement, il existe une taille de mot de code N pour laquelle on ne pas avoir de graphe sans cycle de taille 4. Pour avoir des performances correctes, il faut pouvoir garantir une taille de cycle minimale de 6. Ainsi, quand la taille diminue, il faut diminuer le rendement pour tenir compte de la contrainte à taille finie. Ceci a pour conséquence d'augmenter l'écart à la capacité pour une distribution donnée. C'est alors en utilisant l'optimisation conjointe précédemment présentée, que l'on pourra alors optimiser une fontaine qui prenne en compte l'apport du précode de rendement plus faible, ce qui permettra d'augmenter le rendement a posteriori de la fontaine. Cette étape consiste donc à chercher la meilleure répartition des rendements quand on connaît les contraintes de la construction à taille finie. L'optimisation étant toujours dans le régime asymptotique, on incorpore une heuristique dans l'optimisation qui cherche à prendre en compte l'influence de la variance des trajectoires dans l'évolution de l'information mutuelle pour les tailles finies. Ainsi la contrainte de convergence [C_2] est modifiée comme suit

$$F(x, \sigma^2, T(.)) > x + \frac{c}{K}\sqrt{1-x} \quad \forall x \in [0; x_0 - \delta] \quad \text{for some } \delta > 0$$

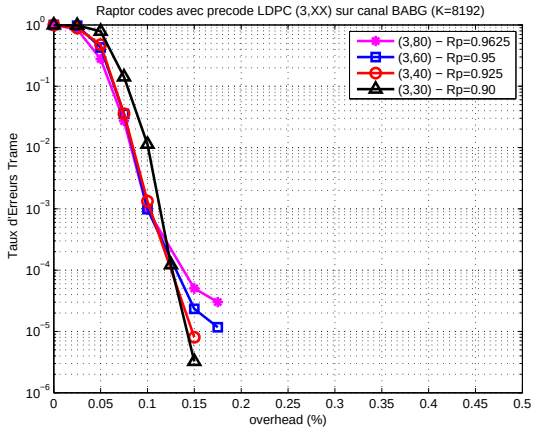
avec c une constante positive. La figure 4.2.4 illustre nos propos pour des précodes LDPC réguliers $(3, XX)$ de rendement $R_p = 0.9$ à $R_p = 0.9625$. On voit bien que quand la taille diminue, la présence de cycles d'ordre 4 est inévitable pour les forts rendements induisant un fort plancher d'erreur. Cependant, on voit également que pour les grandes tailles, le rendement le plus élevé permet d'avoir l'écart à la capacité le plus faible mais avec un plancher plus haut. En conclusion, cette technique permet de gérer le compromis entre convergence et plancher d'erreur en répartissant convenablement le rendement total sur le précode et la fontaine. Néanmoins ces courbes montrent également que les codes fontaines sont peu efficaces à faible taille (22 % d'overhead pour un FER à 10^{-4}) sous décodage itératif. Ceci est également valable pour le CBE (voir [Ven08] pour plus de détails). Ceci n'est pas un problème dans ce dernier cas, car en pratique des décodeurs MV sont utilisés pour les tailles faibles (décodage par élimination Gaussienne). Ceci n'est en revanche pas possible pour les canaux bruités. Un autre problème réside dans le fait que l'on ne peut opérer paquet par paquet sur les canaux bruités, ce qui est une des raisons de leur succès sur le CBE garantissant ainsi de bons débits. Ceci reste un problème ouvert pour ces codes.

$K = 8192$

(d_v,d_c)	R_p	# cycles-4	# cycles-6
(3,80)	0.9625	0	590318
(3,60)	0.95	0	187881
(3,40)	0.925	0	25260
(3,30)	0.9	0	2769

$K = 2048$

(d_v,d_c)	R_p	# cycles-4	# cycles-6
(3,80)	0.9625	3536	693044
(3,60)	0.95	860	289392
(3,40)	0.925	0	70493
(3,30)	0.9	0	19982



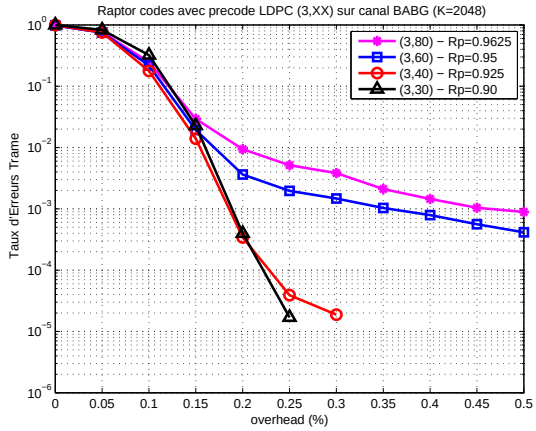


Fig. 4-13 – Performances à taille finie pour les codes Raptor.

4.2.5 Analyse et optimisation dans le cadre du décodage tandem.

On s'est également intéressé aux codes Raptors sous décodage séquentiel. L'hypothèse dans ce cas sur le précode est de considérer un précode de fort rendement, qui a de bonnes performances asymptotiques de manière indépendante de la fontaine. Comme le système est un système concaténé, on s'est alors demandé si il était possible de choisir le précode plus finement. Pour une fontaine donnée, l'étude du plancher d'erreur permet de déterminer a priori le taux d'erreur à supporter par le précode et donc de sélectionner au mieux le code garantissant un décodage sans erreur. On s'est ensuite demandé si il était possible d'optimiser un précode pour une fontaine donnée.

4.2.5.1 Analyse du plancher d'erreur asymptotique

On s'est donc intéressé à l'évaluation des performances d'un code LT. En particulier, ce type de codes exhibent un plancher d'erreur quand on représente le taux d'erreur binaire versus l'écart à la capacité. Nous nous sommes attachés à encadrer le plancher d'erreur asymptotique qui permet donc par exemple de sélectionner le précode.
De manière identique à [CRU01], et en supposant que le processus itératif a atteint son point de convergence $x_u^{(\infty)} \leq 1$, on définit la probabilité d'erreur pour un nœud de degré i comme étant

$$P_i = Q\left(\sqrt{\frac{iJ^{-1}(x_u^{(\infty)})}{2}}\right) \tag{4.30}$$

où $Q(\cdot)$ est la fonction gaussienne standard. La probabilité d'erreur moyenne bit P_e est alors

obtenue par moyenne sur la distribution d'entrée $I(x)$:

$$P_e = \sum_i I_i P_i$$

En utilisant cette expression, on peut montrer que la probabilité d'erreur est une fonction décroissante de α, $I(x)$ étant de Poisson de moyenne α. Ainsi, accroître α permet de réduire le plancher d'erreur, mais au pris de l'accroissement de ϵ. Il y a donc un compromis fondamentale entre abaissement du plancher d'erreur et les performances en terme d'écart à la capacité. En utilisant le fait que $x_u^{(\infty)} > x_0 - \delta$ (contrainte de convergence) et que $x_u^{(\infty)} < x_0$, on obtient l'encadrement suivant

$$\sum_i I_i Q\left(\sqrt{\frac{iJ^{-1}(x_0)}{2}}\right) < P_e < \sum_i I_i Q\left(\sqrt{\frac{iJ^{-1}(x_0-\delta)}{2}}\right) \tag{4.31}$$

Pour un code fontaine, on lie alors le rendement effectif de la fontaine à l'écart à la capacité asymptotique par la relation $R_{LT}(1+\epsilon^*) = C$. On peut alors lier le paramètre α à ϵ^* comme suit:

$$\alpha = \frac{\Omega'(1)}{R_{LT}} = \frac{(1+\epsilon^*)\Omega'(1)}{C}$$

Ensuite, quand on prend un écart à la capacité $\epsilon > \epsilon^*$, le degré moyen effectif de la fontaine $\tilde{\alpha}$ est donné par

$$\tilde{\alpha} = \frac{(1+\epsilon)\Omega'(1)}{C}$$

En remplaçant $I(x)$ par une distribution de Poisson $\tilde{I}(x)$ de paramètre $\tilde{\alpha} = f(\epsilon)$ dans l'équation (4.31), cela nous permet de tracer les bornes sur le plancher d'erreur asymptotique. Les résultats de cette prédiction sont montrés à la figure 4-14 où nous avons illustré les performances de trois distributions avec différentes valeurs de α. Les distributions sont données en table 4-2. δ est fixé à 0.05. La prédiction de ce plancher d'erreur permet alors de sélectionner le précode de manière à pouvoir garantir la correction du Taux d'erreurs binaires résiduel.

4.2.5.2 Optimisation du précode pour les codes Raptor.

La méthode d'optimisation est basée sur le fait que la distribution de degrés des nœuds des symboles d'entrée d'un code Raptor est bien modélisée par une distribution de Poisson de paramètres connus. Ainsi le canal vu par le précode peut être modélisé efficacement par un mélange de canaux Gaussiens de capacités différentes ayant la même distribution que la distribution des symboles d'entrée. Ainsi, dans le cas des codes Raptor, la mixture vue par les nœuds de variables du précode est directement exprimée en fonction de la distribution I(x) associée à la fontaine. Cela permet une optimisation facile des paramètres du précode. En effet, il est généralement fait l'hypothèse dans la littérature que le précode est un code LDPC de fort rendement qui à un seuil suffisant (code approchant la capacité). Si cela est clairement défini sur le CBE en terme d'effacement, cela reste insuffisant dans le cas des canaux bruités. On peut se poser la question si il existe des codes adaptés à une fontaine.
Le modèle précédent de mixture de Gaussiennes consistantes peut-être adaptée au cas des codes Raptors. En effet, en identifiant N_c à d_v et p_m à I_m (défini par la distribution $I(x) = \sum_{m=1}^{d_v} I_m x^m$), on peut alors optimiser facilement notre précode pour une fontaine donnée. Si on note x_f l'information mutuelle associée au messages allant d'un nœud de contrainte de la

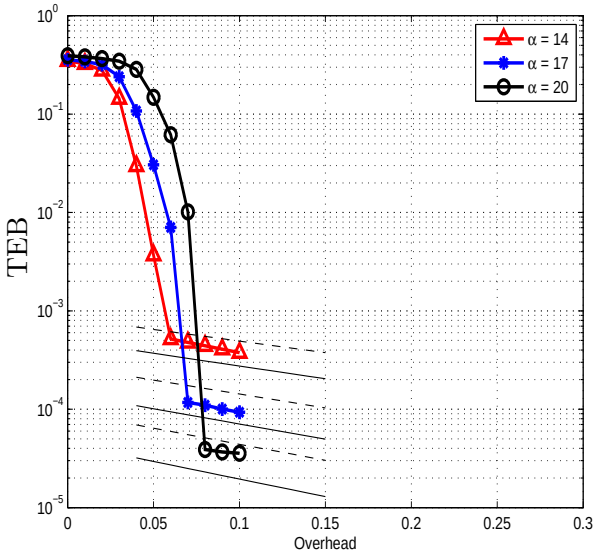


Fig. 4-14 – TEB versus overhead pour des distributions LT de paramètres α différents. Les bornes supérieures et inférieures associées apparaissent comme relativement proches des performances réelles. Pour ces simulations, $K = 65000$ et le canal considéré est un canal BABG de capacité $C = 0.5$ avec 600 itérations de décodage.

	α		
$\Omega(x)$	14	17	20
Ω_1	0.00683	0.00825	0.00481
Ω_2	0.44724	0.43883	0.43063
Ω_3	0.07537	0.08077	0.11258
Ω_4	0.27843	0.28034	0.24300
Ω_9	0.04518	0.00194	0.08654
Ω_{10}	0.06949	0.11672	0.02985
Ω_{16}			0.03116
Ω_{21}		0.03050	
Ω_{22}	0.02943		
Ω_{23}	0.01768		
Ω_{35}			0.01833
Ω_{36}			0.02074
Ω_{44}		0.02791	
Ω_{80}	0.02404		
Ω_{81}	0.00633		
Ω_{200}		0.01474	0.02236
$\Omega'(1)$	6.8311	8.2508	9.3119

Tab. 4-2 – Distributions de degrés pour des codes LT optimisé pour différentes valeurs de α α.

fontaine LT aux nœuds de variables associés aux symboles d'entrée de la fontaine alors on peut

relier les paramètres de canal des densités de la mixture de la manière suivante :

$$\frac{2}{\sigma_m^2} = mJ^{-1}(x_f) \tag{4.32}$$

où m est le degré d'un nœud de variable associé aux symboles d'entrée. Ainsi les N_c paramètres de canal sont des fonctions du degré m et du paramètre x_f qui est l'information mutuelle associée à chaque branche du code LT.
Pour x_f, $\rho(x)$ et une distribution $I(x)$, le problème d'optimisation s'écrit :

$$\lambda_{opt}(x) \quad = \quad \arg\min_{\lambda(x)} \sum_{i=2}^{d_{vp}} \frac{\lambda_i}{i} \tag{4.33}$$

sous les contraintes:

[C$_1$] Proportions : $\sum_i \lambda_i = 1$

[C$_2$] Convergence : $F_p(x) > x \quad \forall x \in [0;1)$

[C$_3$] Stabilité : voir eq. (4.15)

Si on considère $\rho(x)$ comme une distribution à degrés concentrés [CRU01], l'optimisation globale se fait par minimisation du seuil par l'intermédiaire du paramètre x_f: en effet, comme le montre (4.32), minimiser x_f est équivalent à maximiser le paramètre de bruit équivalent du canal. Finalement par minimisation de la quantité x_f, on cherche un précode adapté à la fontaine qui pourra converger "le plus tôt possible".
La distribution donnée par la table 4-2 pour $\alpha = 14$ est testée avec deux précodes de rendement $R = 0.95$, avec décodage tandem sur un canal BABG de capacité $C = 0.5$. Le premier précode est optimisé pour une mixture de canaux Gaussiens adaptée à notre fontaine LT, et le second est un code de même rendement optimisé pour le canal Gaussien par évolution de densité [Lop]. Les résultats sont alors fournis à la figure 4-15 montrant que pour une distribution donnée, utiliser un précode optimisé pour une mixture de canaux Gaussiens permet d'opérer plus près de la capacité du canal.

4.2.6 Codes Raptors pour les canaux de Rayleigh

Nous avons cherché à étendre les travaux de Etesami [ES06] au cas des canaux à évanouissements rapides et par blocs comme les canaux de Rayleigh.

4.2.6.1 Codes Raptors pour les canaux de Rayleigh à évanouissements rapides

Dans le cas des codes Raptors, on obtient un autre modèle limite du cas exposé en section 4.1.3.2. En effet, seuls les symboles de parités émis ont une observation et sont de degré 1. La moyenne des informations ne se fait donc que sur la distribution de fading. Ainsi pour les équations d'évolution, seule l'équation (4.21) est modifiée de la façon suivante

- Mise à jour des messages des nœuds de parité:

$$x_{cv}^{(l)} = 1 - \sum_{j=1}^{d_c} \omega_j J\Big((j-1)J^{-1}(1 - x_{vc}^{(l)}) + f_0\Big) \tag{4.34}$$

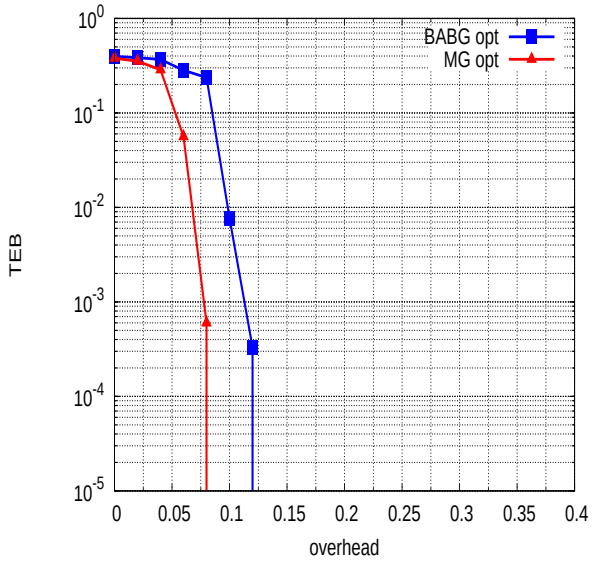


Fig. 4-15 – La distribution donnée table 4-2 de degré $\alpha = 14$ est décodée par un décodage classique tandem, avec *(i)*un précode optimisé pour une mixture de Gaussiennes (MG opt), versus *(ii)* un code LDPC de rendement 0.95 (BABG opt)[Lop]. Les simulations sont données pour un canal BABG de capacité $C = 0.5$ avec $K = 65000$.

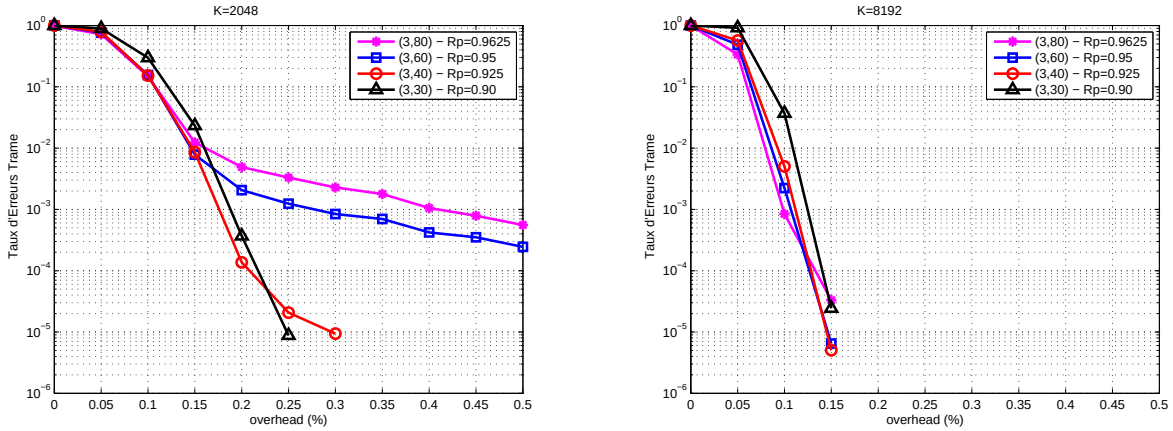
avec

$$\begin{aligned} f_0 &\triangleq J^{-1}\Big(1 - \int_{[0;\infty]} J\Big(\frac{2a^2}{\sigma_b^2}\Big) 2ae^{-a^2} da\Big) \\ &= J^{-1}\Big(1 - C_{Rayleigh}\Big) \end{aligned}$$

On peut alors utiliser la même méthodologie d'optimisation que dans le cas Gaussien puisque l'optimisation revient à considérer une optimisation avec un paramètre f_0 différent du cas Gaussien. Les résultats qualitatifs et les conclusions sont très similaires [Ven08]. Pour illustrer nos propos, nous donnons les résultats à taille finie pour les même conditions que celles définies en section 4.2.4: canal de Rayleigh de capacité cible $C = 0.5$, symboles BPSK. Ces résultats sont donnés figure 4-16.

Les performances ont également été évaluée dans le cadre de constellations d'ordre supérieure tels que les constellations QAM. Les résultats étaient qualitativement les mêmes. Cependant, le problème de l'optimisation pour ces canaux n'a pas été pris en compte et constitue une perspective à ce travail. Nous avons également regarder l'influence de la mauvaise connaissance du canal qui est cruciale pour les canaux à évanouissements rapides. Il a été ainsi montré en utilisant des résultats de [PSD07] sur les métriques LLR en cas d'erreurs d'estimation, que l'information initiale reste consistante si on prend en compte l'erreur d'estimation, alors que celle-ci ne l'est pas si on considère notre estimation comme parfaite. Considérer alors la métrique classique avec erreur d'estimation engendre alors une perte relativement importante dans les performances comme le montre [VPP+08][Ven08]. Ce travail à fait l'objet d'une publication collaborative dans la thèse de A. Venkiah [VPP+08].

4.2.6.2 Codes Raptors pour les canaux de Rayleigh à évanouissements par bloc



(a) (b)

Fig. 4-16 – Performances pour des codes Raptor de taille $K = 2048$ et $K = 8192$ pour le canal de Rayleigh non corrélé avec entrées binaires. La capacité cible est $C = 0.5$.

Nous nous sommes également également intéressés aux canaux à évanouissements par bloc. Le modèle à considérer est alors le suivant

$$y[n] = ax[n] + b[n]$$

où a est une variable aléatoire qui varie suivant une loi de Rayleigh par exemple et qui reste constante pendant la durée de la transmission. Conditionnellement à a, le canal est un canal Gaussien. Nous supposons le canal connu au récepteur seulement. Dans ce contexte de transmission, l'aspect fontaine implique un nombre de bits nécessaire au décodage qui varie suivant la réalisation du canal. Ainsi la fontaine devra fournir plus bits pour des canaux fortement évanouis et donc le rendement de codage a posteriori augmentera. Ce rendement est proportionnel à l'inverse du délai nécessaire au décodage. Ainsi de manière équivalente, le délai nécessaire au décodage augmente pour des canaux fortement évanouis. Le canal n'étant plus ergodique, nous sommes alors passer par un formalisme utilisant la notion de *coupure* (*outage* en anglais). Ainsi, si on considère le délai Δ comme étant notre paramètre système d'intérêt, il se peut que pour un évanouissement donné le délai instantané nécessaire Δ dépasse le délai associé au récepteur. Le récepteur ne pouvant recouvrir le message envoyé au delà de ce délai déclarera un évènement de coupure.
Pour caractérisé les performances de notre récepteur, nous avons considéré la probabilité associée au délai de décodage $P\text{wait}(\Delta)$, qui est en fait définie comme la probabilité que la quantité d'information envoyée par l'émetteur pour un délai donné $\Delta = R^{-1}$ ne soit pas suffisante et donc que le récepteur doive attendre plus de temps. Formellement, on a

$$P_{\text{wait}}(\Delta) = \Pr\{I(X;Y,A=a) < \Delta^{-1}\}.$$

Si on considère un canal de type Rayleigh par bloc, on peut alors tracer les iso-courbes associées pour différents rapport signaux à bruit comme donné à la figure 4-17

On peut également définir Δ^* comme étant

$$\Delta^*(p_{\text{wait}}) = \inf\{\Delta \geq \Delta_{\min} : \; P_{\text{wait}}(\Delta) \leq p_{\text{wait}}\},$$

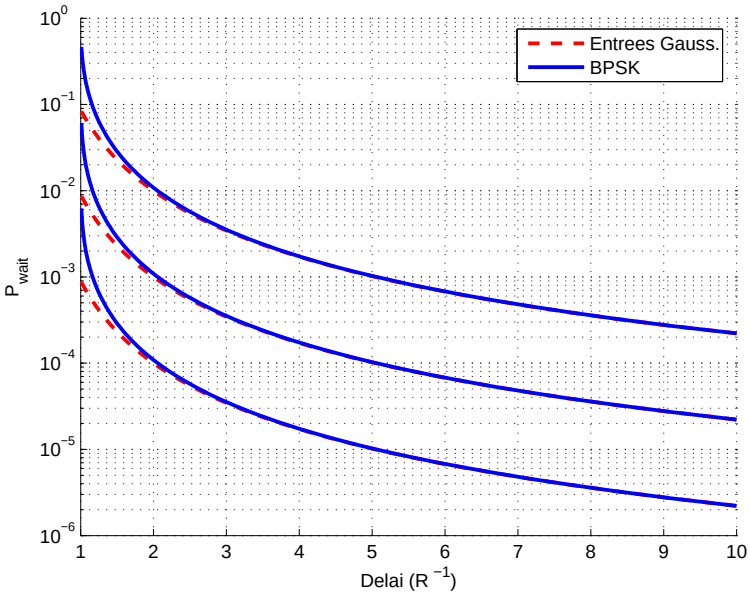


Fig. 4-17 – Limites théoriques pour des schémas fontaines pour un canal de Rayleigh quasi-statique pour trois valeurs de rapports signal-à-bruit (10dB, 15dB, 20dB).

ie. le délai minimum tel que pour n'importe quel délai $\Delta \geq \Delta^*$, la probabilité de coupure $P_{\text{wait}}(\Delta) \leq p_{\text{wait}}$. On peut alors avoir l'interprétation suivante de la figure 4-17 : pour une probabilité de coupure en délai de $p_{\text{wait}} = 10^{-3}$ à 15 dB, alors on aura le délai minimal de $\Delta^*(p_{\text{wait}}) = 2$. Cela signifie que dans 10^{-3} des cas, le récepteur sera capable de recouvrir toute l'information avec un délai au plus de 2, soit un rendement de 1/2. Autrement dit, si il n'y a pas de contrainte de délai, le récepteur devra continué d'écouter l'émetteur dans $(1 - p_{\text{wait}})\%$ des cas. Ce scénario s'applique aussi bien dans un cadre mono-utilisateur ou multi-utilisateurs où les différents utilisateurs voient des conditions de transmission différentes.

La difficulté de l'optimisation de codes Raptors dans ce cadre réside dans le fait que ces codes ne sont pas universels sur les canaux autres que le canal à effacement. Certaines stratégies ont été proposées par exemple par [PNF06], mais l'approche reste théoriques et aucune construction de codes n'a été proposée. Ainsi, nous avons proposé une méthode qui permet de construire des séquences qui permettent d'avoir de bonnes performances en moyenne sur un ensemble de réalisations de canaux. Nous avons considérer le contexte suivant : on veut pouvoir garantir le meilleur délai possible pour $(1 - p_{\text{wait}})\%$ des cas. D'après les bornes précédemment données, cela signifie que l'on veut pouvoir tolérer l'ensemble des délais (donc rendements) tels que $\Delta \leq \Delta^*(p_{\text{wait}})$. Ainsi, une bonne distribution doit garantir d'opérer le plus proche possible des capacités instantanées associées au set $\Lambda(p_{\text{wait}})$ des réalisations possibles du canal qui garantissent la contrainte sur Δ. On a donc cherché à construire des distributions qui permettent d'opérer le plus proche possible de capacités instantanées pour un certain intervalle de capacités imposé par notre contrainte p_{wait}. Cela revient à trouver une distribution qui offre l'écart à la capacité le plus faible possible pour chaque réalisation de canal possible.

Nous avons développé auparavant une méthode qui permet de construire des distributions qui opèrent pour une capacité donnée. De manière à garantir une convergence du décodeur pour un ensemble de capacités, nous avons dû redériver les équations de manière à pourvoir réaliser une

optimisation conjointe pour des canaux de capacités différentes. Nous noterons $[C0(p_{wait}), 1)$ l'intervalle pour lequel on cherche à optimiser notre distribution. Nous allons voir maintenant comment passer de l'optimisation pour un canal à un set de canaux. Tout d'abord, rappelons que l'optimisation d'une distribution est fonction de la distribution $I(x)$ qui ne dépend que du paramètre α correspondant au degré moyen de la distribution des symboles d'entrée. Ce paramètre est un paramètre d'optimisation. Le paramètre α est lié au rendement effectif R_{LT} de la fontaine par la relation $R_{LT} = \Omega'(1)/\alpha$. Or nous avons vu auparavant en section 4.2.5.1 que l'on peut écrire $\alpha = (1+\epsilon^*)\Omega'(1)/C$. Ainsi pour une capacité C, en supposant les overhead asymptotiques suffisamment petits quelque soit C, nous avons proposé l'approximation $\alpha_0 \simeq \alpha C$ avec α_0 le taux de connections pour $C = 1$. Ainsi pour chaque capacité que nous considérons pour l'optimisation sur l'intervalle $[C_0(p_{wait}), 1)$, nous avons pu relier les paramètres de la distribution d'entrée par le paramètre α_0 qui devient ainsi le paramètre principal du design. En discrétisant notre intervalle, le problème d'optimisation s'écrit alors formellement

$$\omega_{opt}(x) \quad = \quad \arg\min_{\omega(x)} \sum_j \frac{\omega_j}{j}, \tag{4.35}$$

sous les contraintes:

[C$_1$] $\sum_i \omega_i = 1$,

[C$_2$] $F(x, C_i) > x \quad \forall x \in [0; x_0 - \delta_C] \quad$ pour C_i,

[C$_3$] $F(0, C_i) > \varepsilon \quad$ avec $\varepsilon > 0$,

[C$_4$] $F'(0, C_i) > 1$.

L'optimisation devient alors identique au cas BABG avec un jeu de contraintes augmenté. Pour illustrer nos propos, nous avons considéré un canal avec un rapport signal à bruit moyen de 12 dB et une consigne de coupure de $p_{\text{wait}} = 10^{-4}$. La figure 4.18 nous montre que l'on a alors $\Delta = 10$, ce qui implique une optimisation pour des capacités appartenant à l'intervalle $[0.1, 1)$. Nous avons optimisé une distribution pour ces conditions et les résultats de simulations sont présentés à la figure 4.18. Les résultats donnent les performances asymptotiques par calcul des overhead asymptotiques comme détaillé dans [VPD09][Ven08]. On est alors à 10% de la capacité instantanée de chaque canaux.

4.3 Contributions au décodage source-canal conjoint

Je présente maintenant certains résultats afférant au décodage source-canal conjoint (DSCC), activité que j'ai continué récemment dans le cadre du projet CAIMAN.

4.3.1 Définitions et notations

On considère une séquence source de N_s symboles indépendants et identiquement distribués (i.i.d.) notés $\{s_n/n = 1 \dots N_s\}$. Ces symboles sont issues d'une source discrète sans mémoire ayant valeur dans un alphabet fini notée $\mathcal{S}$. Ces symboles sont codés par un dictionnaire de mots de codes à longueur variable (VLC). On obtient ainsi un train de bits qui est ensuite codé par un code LDPC supposé systématique. Le canal de propagation considéré est le canal sans mémoire à Bruit Additif Blanc Gaussien (BABG) et la modulation considérée est de type BPSK. Au récepteur, le décodage source-canal conjoint est réalisé : une itération globale de décodage est composée d'une itération du décodeur LDPC suivie d'une itération du décodeur

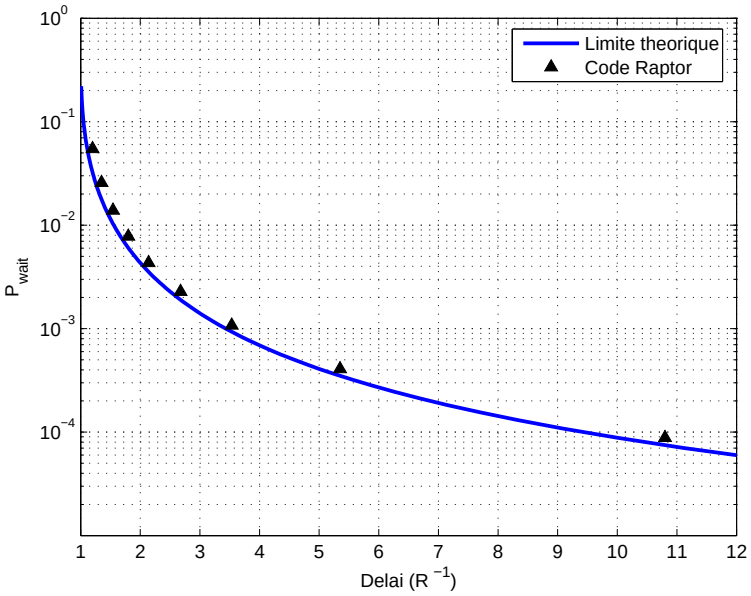


Fig. 4-18 – Performances asymptotiques, p_{wait} vs. délai, pour un code Raptor optimisé pour un canal de Rayleigh quasi-statique pour un rapport signal à bruit de 12dB . Les limites théoriques sont également reportées.

source souple. Comme dans de nombreux travaux, nous supposerons ici la synchronisation des données effective au niveau paquet (mot de code). Le graphe factoriel correspondant au système proposé est représenté en Fig. 4-19.

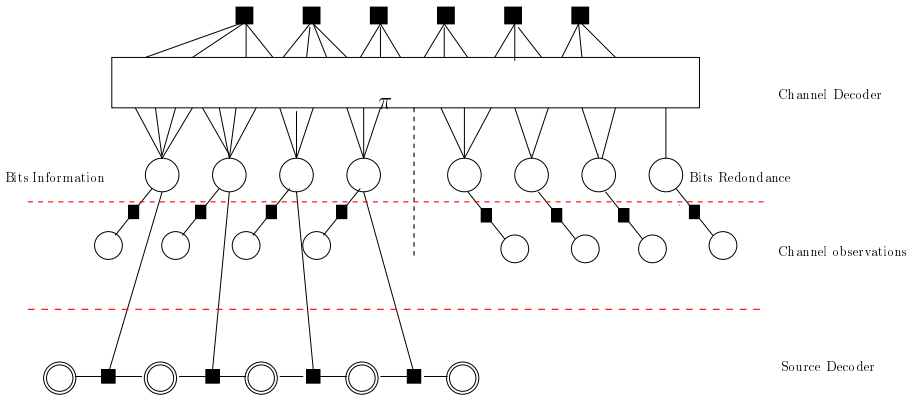


Fig. 4-19 – Graphe pour le décodage source-canal conjoint.

On note $\mathcal{P} = \{p_s, s \in \mathcal{S}\}$ la distribution de probabilité discrète associée avec la source $\mathcal{S}$. L'entropie de la source est définie comme $H = -\sum_{s\in\mathcal{S}} p_s \log(p_s)$. On peut lui associer un dictionnaire de codes VLC associés à chaque symboles notés $\mathcal{C} = \{c_s, s \in \mathcal{S}\}$. La longueur moyenne d'un mot de code est alors donnée par $\overline{l} = \sum_{s\in\mathcal{S}} p_s.l(c_s)$, où $l(c_s)$ représente la longueur d'un mot VLC en bits. La redondance résiduelle de la source est alors définie comme $R_s = H/\overline{l}$. On peut considérer différents algorithmes SISO pour le décodage de codes VLC sur leur représentation en trellis. On considérera ici un décodage de type Maximum A Posteriori (MAP) basé sur l'ago-

rithme [BCJR74] en utilisant le treillis bit proposé par [Bal01]. L'analyse EXIT charts des codes VLC a été considérée dans de nombreux papiers (voir [JGV07, XJV09, DKB09] et les références associées) menant à différentes stratégies d'analyse du système itératif. Nous avons considéré dernièrement l'approche FEXIT proposée par [XJV09] . Cette méthode a été introduite pour contourner la difficulté de l'analyse EXIT à traiter le cas de sources dont le train de bit associé n'est pas équi-distribué, ce qui reste le cas des sources basées VLC. Pour cette méthode, une séquence de bits i.i.d et équi-distribués est ajoutée au train binaire source avant codage canal de manière à rendre virtuellement la source uniforme. Cette technique est à rapprocher des approches d'adaptation du canal utilisée par exemple dans [KMM03] ou [HSMP03] pour rendre le canal symétrique et rendre son analyse plus facile (approche coset). Le principal attrait réside dans le fait que l'EXIT chart fournie est indépendante du code canal utilisé. De plus, cela permet d'utiliser une analyse EXIT chart classique pour le décodeur LDPC.
Pour le codage canal, nous considérons les codes protographes tels que définis à la section 4.1.2 et nous suivrons les mêmes notations pour la définition des paramètres associés. Le système global peut alors être interprété comme un système concaténé en série. En notant R le rendement du code protographe, le système concaténé a le rendement global défini comme $R_t = R_s.R$. Pour un système concaténé source-canal, on peut alors définir le rapport signal à bruit comme étant le rapport entre l'énergie par *bit entropique* et la densité spectrale de bruit noté E_b/N_0 (energy per entropy bit to noise power spectral density ratio). Cette quantité peut être reliée au classique rapport signal sur bruit codé défini comme $E_s/N_0 = R_t E_b/N_0$. Les performances asymptotiques sont donc définies là encore à partir du seuil de convergence donné par δ^* défini comme la valeur E_b/N_0 minimum telle que le récepteur itératif global converge vers une probabilité d'erreur bloc de zéro. Pour mesurer l'efficacité d'un schéma, on comparera les seuils obtenus aux seuils théoriques $E_b/N_0|_{opt}$ obtenus pour une source parfaitement compressée, i.e. avec $R_s^{opt} = 1$ et un code de rendement $R^{opt} = R_t$.

4.3.2 Analyse asymptotique pour les codes LDPC structurés

L'analyse asymptotique est une version modifiée de celle présentée en section 4.1.2 qui prend en compte la fonction de transfert du décodeur souple source de manière identique à l'approche utilisée pour le décodage conjoint source canal développé dans [PDLBF05]. On considérera alors une représentation détaillée des nœuds de variables en distinguant les contributions des nœuds d'information et de redondance. Soit h_{ij}, le coefficient de la matrice de base H_B à la ligne i et à la colonne j. A l'itération de décodage ℓ, on utilisera les notations suivantes:

- $x_{cv}^{(\ell)}(i,j)$ est l'information mutuelle moyenne entre le message (LLR) envoyé par un nœud de parité C_i au de variable V_j et le bit associé du mot de code, information portée par une des $h_{i,j}$ branches qui connecte C_i à V_j,
- $x_{vc}^{(\ell)}(i,j)$ est l'information mutuelle moyenne entre le message (LLR) envoyé par un nœud de variable V_j au nœud de parité C_i et le bit associé du mot de code, information portée par une des $h_{i,j}$ branches qui connecte V_j à C_i,
- $x_{vs}^{(\ell)}(j)$ est l'information mutuelle moyenne entre le message (LLR) envoyé par un nœud de variable associé à un bit d'information V_j vers le décodeur de source SISO.
- $x_{sv}^{(\ell)}(j)$ est l'information mutuelle moyenne entre le message (LLR) envoyé par le décodeur de source SISO vers un nœud de variable associé à un bit d'information V_j.
- $x_{app}^{(\ell)}(j)$ est l'information mutuelle moyenne entre le LLR bit a posteriori évalué au nœud V_j et le bit de mot de code associé.

De plus, la valeur moyenne du LLR du canal associé au nœud de variable j est $m_{ch,j} = 2/\sigma_{b,i}^2$ où $\sigma_{b,i}^2$ est la variance du canal vue par le nœud j. Si le nœud de variable j est poinçonné, alors nous avons $m_{ch,j} = 0$. De plus, on considérera que $\sigma_{b,i}^2 = \sigma_b^2 = N_0/2$. En reprenant les notations de la section précédente, on note également $J(m)$ comme étant la fonction

$$J(m) = 1 - \mathbb{E}_{x=0}(\log_2(1 + e^{-x}))$$

.

Suivant ces notations, sous approximation Gaussienne des messages transitant dans le graphe, les étapes de l'analyse EXIT charts multi-dimensionnelles s'écrivent comme suit:

- **Mise jour des nœuds de variables :**
  $\forall j = 0 \cdots n-1$ *et* $\forall i = 0 \cdots m-1$
  (*a*) si $h_{ij} = 0$, $x_{vc}^{(\ell)}(i,j) = 0$.
  (*b*) sinon

$$x_{vc}^{(\ell)}(i,j) = J\left(\sum_{k\neq i} h_{kj} J^{-1}(x_{cv}^{(\ell-1)}(k,j)) + (h_{ij}-1)J^{-1}(x_{cv}^{(\ell-1)}(i,j)) + J^{-1}(x_{sv}^{(\ell-1)} + m_{ch,j}\right)$$

- **Mise à jour des nœuds de parité :**
  $\forall i = 0 \cdots m-1$ *et* $\forall i = 0 \cdots n-1$
  (*a*) si $h_{ij} = 0$, $x_{cv}(i,j) = 0$.
  (*b*) sinon

$$x_{cv}^{(\ell)}(i,j) = 1 - J\left(\sum_{k\neq j} h_{ik} J^{-1}(1 - x_{vc}^{(\ell)}(i,k)) + (h_{ij}-1)J^{-1}(1 - x_{vc}^{(\ell)}(i,j))\right)$$

- **Mise à jour des messages codes LDPC vers décodeur source:**
  Pour $0 \leq j \leq n-1$,
  (*a*) si V_j est un nœud associé à un bit d'information

$$x_{vs}^{(\ell)}(j) = J\left(\sum_i h_{i,j} J^{-1}\left(x_{cv}^{(\ell)}(i,j)\right) + m_{ch,j}\right)$$

  (*b*) sinon non calculé.

- **Mise à jour du décodeur source:**
  For $0 \leq j \leq n-1$,
  (*a*) si node V_j est un nœud associé à l'information, $x_{sv}^{(\ell)}(j) = \mathrm{T}(x_{vs}^{(\ell)}(j))$
  (*b*) sinon $x_{sv}^{(\ell)}(j) = 0$
  où$\mathrm{T}(.)$ représente la fonction de transfert du décodeur source souple estimé utilisant la méthode FEXIT [XJV09].

- **Calcul de de l'information mutuelle a posteriori par nœud de variable:**

$$\forall j = 0 \cdots n-1,\ x_{app}^{(\ell)}(j) = J\left(\sum_k h_{kj} J^{-1}(x_{cv}^{(\ell)}(k,j)) + J^{-1}(x_{sv}^{(\ell)}(j)) + m_{ch,j}\right)$$

La convergence est obtenue si $x_{app}^{(\ell)}(j) = 1\ \forall j$. Cette analyse permet de calculer pour un protographe donné son seuil de convergence défini en fonction des paramètres comme $(E_b/N_0)^* = 1/(2.R_t.\sigma_b^2)$, permettant ainsi de comparer les performances entre différentes familles de codes protographes.

4.3.3 Principaux résultats

Pour illustrer nos résultats, on considérera une source à laquelle on associe le dictionnaire $\mathcal{C} = (00, 11, 010, 101, 0110)$. Les probabilités d'occurrence associées sont $\mathcal{P} = (0.33, 0.30, 0.18, 0.10, 0.09)$. L'entropie associée et la longueur moyenne d'un mot de code source sont données respectivement par $H = 2.14$ et $\bar{l} = 2.46$ bits/symboles. La redondance résiduelle est alors $R_s = H/\bar{l} = 0.86992$.

4.3.3.1 Influence du mapping de l'information et performances de protographes "classiques"

Pour un protographe donné, il existe différentes façons d'assigner les bits d'information aux nœuds de variables, menant de facto à différents mappings des mots d'information vers les mots de codes. Or, si cela ne fait aucune distinction dans le cas classique BABG sur les propriétés du seuils, ce n'est plus le cas dans le cadre source-canal conjoint et différents mappings peuvent a priori mener à différents seuils de convergence. Ainsi sans parler encore d'optimisation, l'assignation de l'information dans le cadre de protographes "standards" est en soit une problématique. Pour illustrer nos propos, nous considérerons l'exemple du protographe AR4A (Accumulate-Repeat-Accumulate) de rendement $R = 1/2$ dont le protographe est donné figure 4-20 [RL09, DDJA09]. Ce protographe peut être interprété soit comme une concaténation série ou soit comme une concaténation parallèle. Dans le premier cas, les bits d'information sont associés aux nœuds de variables systématiques V_0 et V_2 où la moitié des nœuds d'un code Repeat Accumulate (RA) code sont "précodés". Dans le second cas, les bits d'information sont associés aux nœuds de variables V_1 et V_2, où la moitié des nœuds poinçonnés du code RA sont précodés utilisant un bit de parité. On peut donc y voir deux mappings différents de l'information. Dans le contexte du décodage source-canal conjoint et en utilisant la source présentée ci-dessus, on peut alors montrer que le dernier schéma à un seuil de 0.85 dB, alors que le premier à un seuil de 0.93 dB. Ainsi il apparait que la structure parallèle est la plus performante en décodage source-canal conjoint. En corollaire, la structure d'encodage est fixée. Notons que ce n'est pas en pratique la structure privilégiée pour le cas BABG. D'autres exemples ont été traités lors du stage de Master de M. Ferdaouss et ont été en partie présentés dans [FP10]. En particulier, comme présenté table 4-3, nous avons déterminé le meilleur mapping pour une famille de codes compatibles en débit. De même, nous avons étudié les performances pour différents protographes en considérant les mappings optimaux. Il apparaît alors en considérant différents protographes de performances similaires sur canal BABG que les performances en décodage source-canal peuvent être très différentes. De même, quand on considère une famille de codes compatibles en débit dont les seuils sont à écarts quasi-constants de la capacité du canal BABG, les comportements

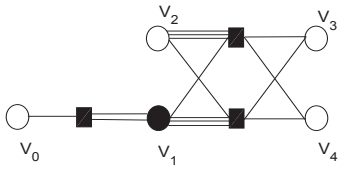


Fig. 4-20 – Protographe AR4A de rendement 1/2. Les cercles pleins représentent des nœuds de variables poinçonnés

deviennent très différents pour le cas source-canal conjoint. Tout ceci souligne le besoin d'une optimisation de la structure du protographe associée à ce type de schéma.

Protographe $R = 1/2$	DSCC $\Delta(\frac{E_b}{N_0})$ en dB	BABG $\Delta(\frac{E_b}{N_0})$ en dB
AR4A	0.9465	0.363
AR3A	0.8965	0.293
E^2RC	0.589	0.303

Protographe E^2RC Rendement	DSCC $\Delta(\frac{E_b}{N_0})$ en dB	BABG $\Delta(\frac{E_b}{N_0})$ en dB
1/2	0.5865	0.270
8/14	0.6851	0.275
2/3	0.7819	0.246
4/5	0.9170	0.253
8/9	1.073	0.235

Tab. 4-3 – Performance de la famile protographe E^2RC [SR09].

4.3.3.2 Optimisation et performances

Nous avons utilisé une méthode simple pour la construction de codes protographes pour le décodage source-canal. Tout d'abord, on choisit les paramètres de la matrice de base (rendement de code, degrés maximums des nœuds de variables, etc...). Ensuite, on utilise la méthode proposée par [PDLBF05] pour la détermination de bonnes distributions. On peut éventuellement ajouter des contraintes sur les nœuds de variables de degrés 2 pour assurer des performances correctes à taille finie. Ensuite, on peut utiliser différentes méthodes pour l'assignation des branches du protographes [SR09][DDJA09][RL09]. Nous avons considéré le protographe de rendement $R = 1/2$ avec 16 nœuds de variables et $d_{v,\max} = 20$. Nous avons ajouté la contrainte de proportion de $(1 - R)$ nœuds de variable de degré 2. En appliquant [PDLBF05] et en quantifiant pour la taille du protographe voulue, on obtient la distribution suivante $\overline{d_v} = [20, 8, 3, 3, 3, 3, 3, 3|, 3, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2]$ (les premiers bits sont assignés à l'information). Ensuite, en utilisant la méthode de [SR09], on peut construire un code protographe utile pour des applications nécessitant un code compatible en débit. Sur la figure 4-21, nous avons évalué les performances pour différents systèmes avec la source considérée plus haut. Pour un rendement $R = 1/2$ et $N = 4096$ bits, nous avons comparé les performances du protographe optimisé ci-dessus à un code LDPC binaire non structuré optimisé suivant [PDLBF05] et le décodage tandem (TD) impliquant un code LDPC optimisé sur le canal BABG ($d_{v,\max} = 30$)). Un maximum de 100 itérations est utilisé et un critère d'arrêt par évaluation du syndrome est appliqué. Comme nous le voyons, le code protographe a un meilleur plancher d'erreurs que le code optimisé pour le décodage conjoint seulement, au détriment d'une perte dans la zone d'avalanche.

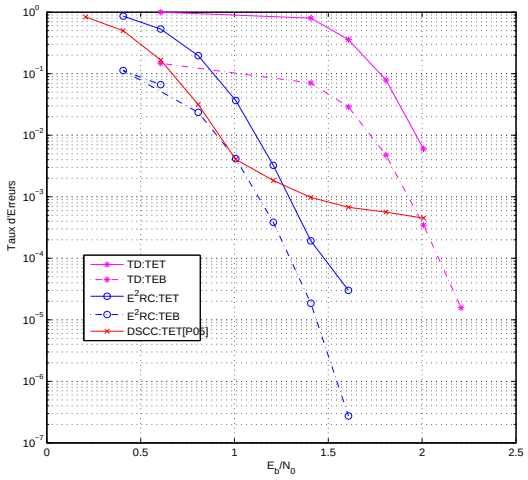


Fig. 4-21 – Comparaison de performances entre un récepteur DSCC issu de [PDLBF05], un récepteur DSCC basé E^2RC et le décodage tandem (TD). Les lignes pointillées représentent le Taux d'Erreurs Binaires (TEB) et les traits pleins le Taux d'Erreurs Trames (TET).

4.4 Turbo-égalisation à l'aide de codes LDPC.

Dans cette section, je m'attacherai juste à montrer comment la démarche utilisée pour le cadre source-canal conjoint peut être mise à profit pour l'étude d'autres systèmes itératifs. Ici, on présentera juste l'analyse asymptotique par méthode EXIT et les résultats que l'on peut obtenir sur la condition de stabilité dans ce cadre et la comparaison à l'existant. L'optimisation des codes LDPC n'est pas abordée en tant que telle et fait partie de futures perspectives.

4.4.1 Système et notations

On considère donc une transmission sur canal sélectif en fréquence dont le modèle en réception est donné par

$$y[n] = \sum_{k=0}^{L-1} h[k]x[n-k] + b[n]$$

où $x[n]$ sont les bits du mot de code émis en BPSK, $h[n]$ les coefficients de la réponse impulsionnelle discrète du canal et $b[n]$ est un bruit blanc centré de variance $\sigma^2 = N_0/2$. En réception, on utilise un turbo-récepteur qui est la concaténation d'un décodeur MAP sur le treillis du canal [BCJR74] en série avec un décodeur BP pour le code LDPC. Le système global considéré est équivalent à celui utilisé pour l'analyse par évolution de densité [KMM03]. Nous considérerons qu'il n'y a pas d'entrelaceur entre le code et l'égaliseur. En utilisant la représentation sous graphe factorielle, le récepteur conjoint peut se modéliser alors comme représenté en figure 4-22. Nous supposerons que l'algorithme BP est utilisé sur l'ensemble du graphe conjoint, ce qui est équivalent à considérer l'algorithme BCJR sur le treillis associé au canal. De manière à pouvoir dériver une analyse asymptotique et la condition de stabilité pour ce système, nous allons considérer les mises à jour des messages qui mènent à une équation d'évolution linéaire en certains paramètres du code contrairement à [NDT02]. Une itération globale du décodeur est alors

donnée par:

(*i*) *Mise à jour des messages extrinsèques de l'égaliseur*: On calcule les informations extrinsèques $u_{ev}^{(l)}$ en sortie d'égaliseur en utilisant l'algorithme BCJR et les informations à priori issues du code LDPC.

(*ii*) *Mise à jour des nœuds de variables du code LDPC.*

(*iii*) *Mise à jour des nœuds de contraintes de parité du code LDPC*:

(*iv*) *Calcul de l'information à priori pour l'égaliseur MAP.*

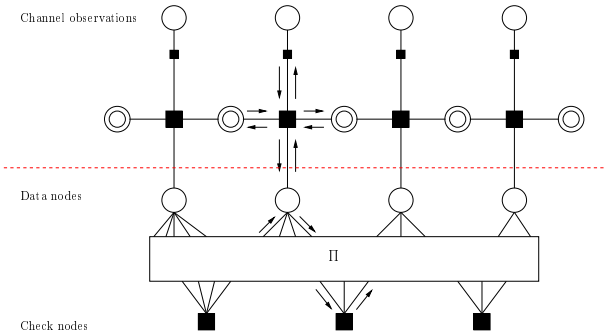


Fig. 4-22 – Graphe conjoint pour la turbo-égalisation.

4.4.2 Analyse asymptotique et stabilité

Si on assume les densités gaussiennes consistantes pour chacun des composants (égaliseur + codes LDPC), on peut dériver de manière explicite les équations de l'évolution de l'information mutuelle :

- Mise à jour de l'égaliseur:

$$x_{ev}^{(\ell)}(i) = \mathrm{T}_{\sigma^2}(x_{ve}^{(\ell-1)}(i)),\ \forall i = 2, \ldots, d_{v\max} \tag{4.36}$$

- Mise à jour des nœuds de variables:

$$\begin{aligned} x_{vc}^{(\ell)}(i) &= \mathrm{J}(\mathrm{J}^{-1}(x_{ev}^{(\ell)}(i)) + (i-1)\mathrm{J}^{-1}(x_{cv}^{(\ell-1)})) \\ x_{vc}^{(\ell)} &= \sum_{i=2}^{d_{v\max}} \lambda_i x_{vc}^{(\ell)}(i) \end{aligned} \tag{4.37}$$

- Mise à jour des nœuds de contrainte de parité:

$$x_{cv}^{(\ell)} = 1 - \sum_{j=2}^{d_{c\max}} \rho_j \mathrm{J}((j-1)\mathrm{J}^{-1}(1 - x_{vc}^{(\ell)})) \tag{4.38}$$

- Passage des messages extrinsèques vers l'égaliseur:

$$x_{ve}^{(\ell)}(i) = J(iJ^{-1}(x_{cv}^{(\ell)})),\ \forall i = 2, \ldots, d_{v\max} \tag{4.39}$$

$\mathrm{T}_{\sigma^2}(.)$ est la fonction EXIT de l'égaliseur MAP. Généralement, $\mathrm{T}_{\sigma^2}(.)$ ne peut être explicitement donnée mais peut être approximée par simulations de Monte-Carlo sous approximation Gaussienne [tb00b]. L'équation (4.36) est une conséquence directe de l'hypothèse de la réponse stationnaire du treillis du canal par rapport aux nœuds de variables de degré i et qui peut être pratiquement assurée par des algorithmes BCJR fenêtrés [KMM03].
Les equations (4.37), (4.38), (4.39) et (4.36) permettent de dériver l'équation récursive mono-dimensionnelle

$$x_{vc}^{(\ell+1)} = F(\underline{\lambda}, x_{vc}^{(\ell)}, \sigma^2) \tag{4.40}$$

pour laquelle les conditions initiales sont $x_{ve}^{(0)}(i) = 0, \forall i = 2, \ldots, d_{v_{\max}}$ and $x_{cv}^{(0)} = 0$. La condition $F(\underline{\lambda}, x, \sigma^2) > x, \forall x \in [0,1]$ assure la convergence vers le point fixe désiré de l'équation. Cette condition permet de dériver la condition de stabilité qui donnera des contraintes sur les paramètres du code.

4.4.3 Condition de stabilité

Nous dérivons ici la condition de stabilité pour la méthode EXIT qui n'a jamais été dérivée jusqu'ici. Seul [Pfi03] donne une expression dans le cas de canaux à mémoire dans un contexte particulier de l'évolution de densité. L'article de référence sur l'évolution de densité pour les canaux à mémoire ne traite pas cette problématique [KMM03]. L'étude du point fixe de (4.40) en $x = 1$ revient à résoudre $F'(\underline{\lambda}, 1, \sigma^2) < 1$. Basé sur les résultats de la dérivée de la fonction $J(.)$ issus [RGCV04, pp. 1724–1725], la condition de stabilité est donnée par :

Proposition 2 *Sous approximation Gaussienne et évolution de l'information mutuelle, la condition de stabilité est donnée par*

$$\lambda_2 < \lambda_2^* = e^{\frac{M}{4}} / \sum_{j=2}^{d_{c\max}} \rho_j (j-1), \tag{4.41}$$

avec $M = \mathrm{J}^{-1}(\mathrm{T}_{\sigma^2}(1))$.

Preuve

En supposant que $\mathrm{T}_{\sigma^2}(.)$ admette une dérivée à gauche en $x = 1$ ($\lim_{x\to 1^-} \mathrm{T}'_{\sigma^2}(x) = L$,et en utilisant les notations suivantes

$$\mu(x) = \mathrm{J}^{-1}(1 - \sum_{j=2}^{d_{c\max}} \rho_j \mathrm{J}((j-1)\mathrm{J}^{-1}(1-x)))$$

et

$$\eta(\mu) = \mathrm{J}^{-1}(\mathrm{T}_{\sigma^2}(\mathrm{J}(i\mu)))$$

, la dérivée de $\mathrm{F}(x)$ au point fixe $x = 1$ est donnée par l'équation (4.42)

$$\frac{\mathrm{dF}}{\mathrm{dx}}(1) = \sum_{i=2}^{d_{v\max}} \lambda_i (i-1) \lim_{\mu\to+\infty} \left[1 + \frac{i}{(i-1)} \mathrm{T}'_{\sigma^2}(\mathrm{J}(i\mu)) \frac{\mathrm{J}'(i\mu)}{\mathrm{J}'(\eta(\mu))}\right] \frac{\mathrm{J}'(\eta(\mu) + (i-1)\mu)}{\mathrm{J}'(\mu)} \sum_{j=2}^{d_{c\max}} \rho_j (j-1) \tag{4.42}$$

Utilisant un résultat fourni par [RGCV04], pour μ suffisamment grand, nous avons

$$\mathrm{J}'(\mu) \quad \sim \quad \log_2(e)\frac{\sqrt{\pi}}{4}\frac{e^{-\frac{\mu}{4}}}{\sqrt{\mu}}. \tag{4.43}$$

Ensuite, en utilisant ((4.43)), on obtient

$$\lim_{\mu\to+\infty}\frac{\mathrm{J}'(i\mu)}{\mathrm{J}'(\eta(\mu))} \quad = \quad \lim_{\mu\to+\infty} e^{-\frac{(i\mu-\eta(\mu))}{4}}\sqrt{\frac{\eta(\mu)}{i\mu}}$$

$$\lim_{\mu\to+\infty}\frac{\mathrm{J}'((i-1)\mu+\eta(\mu))}{\mathrm{J}'(\mu)} = \lim_{\mu\to+\infty} e^{-\frac{((i-2)\mu+\eta(\mu))}{4}}\sqrt{\frac{\mu}{(i-1)\mu+\eta(\mu)}}$$

comme nous avons

$$\lim_{\mu\to+\infty}\eta(\mu) = \lim_{\mu\to+\infty}\mathrm{J}^{-1}(\mathrm{T}_{\sigma^2}(\mathrm{J}(i\mu))) = \mathrm{J}^{-1}(\mathrm{T}_{\sigma^2}(1)) = M$$

avec M grand mais fini, il vient:

$$\lim_{\mu\to+\infty}\frac{\mathrm{J}'(i\mu)}{\mathrm{J}'(\eta(\mu))} \quad = \quad 0,\ \forall i = 2\ldots d_{v\,\max}$$

$$\lim_{\mu\to+\infty}\frac{\mathrm{J}'((i-1)\mu+\eta(\mu))}{\mathrm{J}'(\mu)} = \begin{cases} e^{-\frac{M}{4}} & ,\ i=2 \\ 0 & ,\ i\geq 3 \end{cases}$$

Ainsi, on obtient

$$\frac{\mathrm{dF}}{\mathrm{dx}}(1) \quad \sim \quad \lambda_2 e^{-\frac{M}{4}}\sum_{j=2}^{d_c}\rho_j(j-1)$$

La condition $F'(\underline{\lambda}, 1, \sigma^2) < 1$ donne finalement

$$\lambda_2 < e^{-\frac{M}{4}} / \sum_{j=2}^{d_c}\rho_j(j-1)$$

■

Corollaire 1 *Sous approximation gaussienne, la condition de stabilité pour les canaux à interférences est données par:*

$$\lambda_2 < \lambda_2^* = e^{\frac{\|h\|^2}{2\sigma^2}} / \sum_{j=2}^{d_c}\rho_j(j-1) \tag{4.44}$$

Preuve

Comme souligné par [tb00b] et dérivé ensuite par [PC05][Pfi03], nous avons $T_{\sigma^2}(1) = C_{awgn}(\text{RSB})$, où $C_{awgn}(\text{SNR})$ représente la capacité d'un canal BABG parfaitement égalisé avec comme rapport signal à bruit RSB. Ce résultat est à rapprocher de certains résultats de [SRF05]: les auteurs ont dérivé une densité approchée des LLR en sortie d'égaliseur sous approximation Gaussienne et ont montré que si l'information a priori est "meilleure" que celle des observations, cette densité est gaussienne et ne dépend que du RSB en réception.
Basé sur ces remarques, l'expression (4.44) est dérivée facilement: en effet, comme $M = \mathrm{J}^{-1}(\mathrm{T}_{\sigma^2}(1))$, nous avons

$$M = \mathrm{J}^{-1}(C_{awgn}(\text{snr})) = (2\cdot \parallel h \parallel^2)/\sigma^2.$$

En reportant M dans l'expression de λ_2^* dans la proposition (2), on obtient l'expression finale((4.44)). ■

Cette expression fut donnée sans preuve dans [NDT02] en se basant sur la condition de stabilité des canaux à entrées binaires sans mémoire [RU01]. En effet, en supposant le canal normalisé, on retrouve bien le cas Gaussien. Les auteurs ont supposé que cette expression pouvait être généralisée au cas de la turbo-égalisation. Pour les études basées sur l'évolution de densité [KMM03][VK03], aucune condition de stabilité n'a été dérivée. Cependant, dans [Pfi03], l'auteur a dérivé des techniques similaires aux travaux de références précédents pour les canaux à mémoires et a dérivé la condition de stabilité suivante

$$\lambda_2 \rho^{'}(1) \int_{-\infty}^{+\infty} F_0(u)du < 1$$

, où $F_0(.)$ est la densité des messages extrinsèques en sortie de l'égaliseur quand le décodeur a une connaissance a priori parfaite. En se basant alors sur des résultats de [PC05], on a alors $F_0(u) = \sqrt{\tilde{\sigma}}^2/(8\pi)\exp\left(-\frac{\sigma^2(x-2/\tilde{\sigma}^2)^2}{8}\right)$ avec $\tilde{\sigma}^2 = \sigma^2/\|h\|^2$. On obtient enfin $\int_{-\infty}^{+\infty} F_0(u)du = e^{-\frac{\|h\|^2}{2\sigma^2}}$ et en corollaire, la condition de stabilité obtenue par évolution de densité dans [Pfi03] et celle obtenue par évolution de l'information mutuelle moyenne sont équivalentes.

4.4.4 Débits atteignables et propriété de l'aire sous la courbe EXIT

Dans [KMM03] et [VK03], les auteurs ont prouvé que la capacité maximum atteignable avec des codes LDPC est donnée par la capacité $C_{u.i.d}$ qui est la capacité du canal avec des entrées binaires indépendantes et uniformément distribuées. Il en suit l'inégalité suivante sur le rendement R du code LDPC

$$R = 1 - \frac{\sum_j \rho_j}{\sum_i \lambda_i} < C_{u.i.d}$$

En se basant sur une généralisation des travaux de [AKtB04] pour le canal à effacement (BEC), la capacité $C_{u.i.d}$ peut être estimée en calculant l'aire sous la courbe EXIT du turbo-égaliseur si on considère le code LDPC et le canal comme un système concaténé en série avec le canal étant un codeur interne de rendement 1 [Tuc04, RL09]. On obtient alors le résultat suivant

$$\mathcal{A} = \int_0^1 T_{\sigma^2}(I_e)dI_E = C_{u.i.d}$$

Ainsi, en utilisant les équations précédentes et une approche similaire au cas Gaussien, on peut alors envisager un méthode simple d'optimisation qui est une perspective à ce travail ainsi que l'extension aux codes structurés qui est immédiate.

4.5 Travaux en cours et perspectives

Je présente ici quelques travaux en cours et des perspectives de recherche qui, soit donnent suite à des travaux précédents, soit constituent des thèmes très précis que je pense intéressants de regarder dans les années à venir.

Codage canal pour l'ultra-large bande (ULB)

Dans le cadre du projet RISC, je me suis intéressé à la problématique du codage canal pour les systèmes ULB et à la définition d'une stratégie conjointe de transmission pour un système avec codage et modulation adaptative (Adaptive Modulation and Coding). La spécificité de ce type de systèmes réside dans le fait que compte tenu de la modélisation des interférences multi-utilisateurs et de leur caractère variant dans le temps, les performances sont liées à une famille de densités dont les paramètres peuvent varier *continuement* de transmission en transmission d'où la difficulté d'une adaptation par utilisation d'abaques basés sur un rapport signal-sur-bruit plus interférences. L'approche proposée utilise une approche basée sur l'information mutuelle qui a été récemment introduite pour les canaux radio-mobiles de type OFDMA (Orthogonale Frequency Division - Multiple Access)[BAS+05] [LR07] [SKB08]. Dans ce cas, il apparaît que les performances d'un code LDPC sont relativement invariantes en fonction du canal si on considère en référence la quantité d'information mutuelle (IM) mesurée au récepteur. Dans le cas de l'ULB, contrairement aux systèmes QAM basés OFDM, la seule approximation réside dans la considération que les courbes de performances taux d'erreur paquet (TEP) versus IM sont quasi-identiques quelque soit la densité Gaussienne généralisée considérée. Ensuite, on peut utiliser un estimateur de l'information mutuelle [Hag04][Tuc04] permettant l'adaptation dans un cadre HARQ. Nous avons mis en œuvre avec succès cette méthode en collaboration avec R. Massin (Thalès Communications) et G. Boccolini (Univ. Valencia). Cependant, il reste quelques études à mener:

- Extension au cas de constellations PAM (Pulse Amplitude Modulation) : dans le cadre du projet, le système est basé sur une modulation de type BPSK pour un système TH-UWB (Time-Hopping Ultra-Wide Band). Cependant, pour ce type de systèmes, vus les rapports signaux à bruits d'intérêts, il est tout à fait concevable de considérer des modulations d'ordre élevé pour les très forts débits. L'approche d'information mutuelle pour l'optimisation conjointe AMC/HARQ s'adapte alors automatiquement et constitue le cadre théorique le plus général de l'étude.
- Approximations des métriques LLR : l'utilisation de la Gaussienne généralisée permet d'avoir la caractérisation analytique des LLR et de déterminer leur expression, très utile pour l'initialisation du décodage itératif. Cependant, il serait bon de dériver des approximations plus aisées à implémenter.
- Optimisation des codes pour l'ULB: il reste encore à déterminer de bons profils de codes LDPC via une optimisation par évolution de densité. On pourra également confronter ces résultats aux approches considérant des modèles d'interférences utilisant des processus alpha-stables.

Codage fontaine pour les canaux à erreurs

Comme nous l'avons vu, si il est relativement facile de construire des fontaines de manière asymptotique, la problématique de construction de fontaines à petite taille reste entière. Il

faut donc pouvoir développer une nouvelle façon de construire des fontaines pour ce régime de taille finie ou encore considérer un autre type de décodeur. De plus, l'aspect paquet est absent de l'étude asymptotique. Pour les canaux du type BABG, la définition d'une transmission en mode paquet et de son optimisation reste un problème ouvert. Enfin, si nous avons évalué les codes fontaines sur les canaux à forte efficacité spectrale (transmissions à l'aide de constellations QAM), l'optimisation reste encore à réaliser.

Optimisation conjointe ACM/HARQ pour le SC-FDMA

Dans un système SC-FDMA, les opérations de "bit/power loading" ne sont plus possibles. L'allocation FDMA se résume à un partage fréquentiel et donc à un scheduling des utilisateurs dans le domaine fréquentiel. Dans ce cadre, il serait intéressant de dériver une stratégie d'optimisation conjointe de l'AMC/HARQ et de voir si il est possible d'utiliser le critère d'information mutuelle comme nous l'avons fait pour l'ULB, mais en considérant ici la turbo-égalisation.

Décodage des codes polaires

Les codes polaires sont une famille de codes introduits par E. Arikan [Ari09] qui ont la propriété de pouvoir atteindre la capacité pour les canaux à entrées binaires sans mémoire. Du point de vue asymptotique, le décodeur théorique pour atteindre la capacité est un décodeur par décodage et annulation successive. Cependant à taille finie, le décodeur est peut performant. Le graphe associé à la matrice du code n'est pas creux mais on peut dériver une représentation graphique creuse en utilisant le fait que la matrice génératrice du code est obtenue par produit de Kronecker successif d'une matrice de base. Dans le cas des codes polaires classiques, l'interprétation de la matrice est celle d'une transformée de Hadamard binaire. La représentation graphique correspond ainsi à sa factorisation sous forme d'une transformée rapide (liée à sa décomposition tensorielle). Cependant, même sous cette forme, on doit appliquer un scheduling particulier pour avoir un algorithme BP performant. L'idée serait d'appliquer au graphe de représentation d'un code polaire l'algorithme "Generalized BP" (GBP), qui est un BP qui tient compte des corrélations locales des messages. En effet, il a été montré que l'on pouvait calculer de manière efficace une transformée de Fourier rapide en appliquant GBP sur la représentation graphique tensorielle de la transformée.

Codage pour les canaux à relais et coopération avec le codage de réseau

L'ensemble des études que j'ai pu mener m'ont permis d'acquérir des outils de construction de schémas itératifs pour les canaux point-à-point. Cependant, la plupart des études dans ce cadre arrivent à maturité et les nouvelles problématiques s'orientent sur les systèmes à coopération et interférences. Je développerai plus avant ce thème dans mon dernier chapitre qui correspondra à l'un de mes axes à long terme.

Chapitre 5

Sur les systèmes de codage et de décodage non-binaires

Dans ce chapitre, je présente les travaux que j'ai conduits depuis mon post-doctorat. Ces travaux concernent l'optimisation à taille finie des codes LDPC non binaires et certaines applications. Je me suis également intéressé au décodage non binaire des codes convolutifs et turbo-codes en utilisant l'algorithme BP. Ces travaux ont donnés lieu à de multiples collaborations, en particulier M. Fossorier, D. Declercq et K. Kasai pour les aspects de codage non binaire. Le chapitre est organisé comme suit. En section 5.1, je présente les codes LDPC non binaires. Puis en section 5.2, je présente mes travaux sur le thème de l'optimisation à taille finie de ces codes. En section 5.3, je présente mes travaux sur le décodage BP non-binaire des codes en treillis concaténés. Enfin en section 5.4, je présente les extensions de ces travaux en cours et les perspectives à court terme.

5.1 Codes LDPC non binaires

Les codes LDPC non binaires ont été présentés par [DM98] montrant que ces codes pouvaient avoir de très bonnes performances pour les tailles modérées quand on augmentait l'ordre du corps. Ces résultats furent confirmés par [HEA05] qui montrent également que, quand l'ordre du corps croît, les bons profils de code pour un décodage sous BP tendent à être réguliers, de type $(2, XX)$, souvent référencés comme codes " ultra-creux" ou "codes cycles'. Leur complexité de décodage mise à part, ces codes offrent de bonnes performances à taille finie.

5.1.1 Définition, structure et représentation par graphe.

Un code LDPC non binaire (au sens large) est défini par une matrice de parité creuse H de taille $(N-K) \times N$, dont les éléments non nuls sont définis sur un groupe, un anneau ou un un corps. Nous considérerons ici les codes LDPC dont les éléments sont définis sur un corps de Galois noté $GF(Q)$, et plus particulièrement les corps d'extension binaire $Q = 2^p$. Dans ce contexte, les éléments non nuls h_{ij} de H sont des éléments du corps de Galois $GF(2^p)$ (noté également $\mathbb{F}_{2^p}$)où p représente l'ordre du corps. Ces éléments appartiennent au set $\mathcal{S} = \left\{\alpha^k : k = 0 \dots Q-2\right\}$ où α est l'élément primitif (générateur) du corps défini comme le zéro du polynôme primitif $p(x)$ associé au corps. De manière identique au cas binaire, un code LDPC sur $GF(Q)$ est défini par l'ensemble des mots de codes $\mathbf{x} = [x_0 \dots x_{N-1}]$ de $GF(Q)^{\times N}$ vérifiant $H.\mathbf{x}^\top = \mathbf{0}$, les opérations étant effectuées dans le corps de Galois $GF(Q)$. Ainsi, en notant dorénavant $M = N - K$, un

mot de code $\mathbf{x}$ doit satisfaire les équations de contraintes suivantes :

$$\sum_{j:h_{ij}\neq 0} h_{ij}x_j = 0, \quad \forall i = 1 \dots M \tag{5.1}$$

De manière analogue aux codes LDPC binaires, une famille de codes LDPC non binaires est caractérisée par ses distributions des degrés des lignes et des colonnes. Un code sera dit régulier si le nombre d'éléments non nuls par ligne et par colonne, notés (d_v, d_c), est constant. Dans le cas contraire, le code est dit irrégulier et sera représenté par les distributions $\lambda(x)$ et $\rho(x)$ de manière analogue au cas binaire. Parmi ces familles, on s'intéressera particulièrement dans la suite aux codes réguliers $(2, d_c)$ aussi appelés codes "cycles".
Pour un code issu d'une famille, les valeurs non nulles de la matrice sont généralement générées de manière uniforme, hypothèse très utile en particulier pour l'analyse asymptotique des codes LDPC non binaires. Cependant, pour des codes à taille finie, comme il a été montré dans [DM98], la sélection judicieuse des entrées non nulles permet d'améliorer les performances. Cette optimisation à taille finie est en particulier importante pour les codes "cycles".
Comme dans le cas binaire, on peut associer également un graphe factoriel ou graphe de Tanner. Le graphe contient des nœuds de variables v_j qui sont associés aux symboles du mot de code (colonne de H) et des nœuds de contraintes c_i qui sont associés aux contraintes du code (lignes de H). Le nœud de variable v_j est connecté au nœud de contrainte c_j par une branche du graphe si h_{ij} est un élément non nul. A chaque branche, nous associons également un nœud fonctionnel auquel on associe donc comme label le coefficient h_{ij}. Une représentation est donnée Figure 5-1.

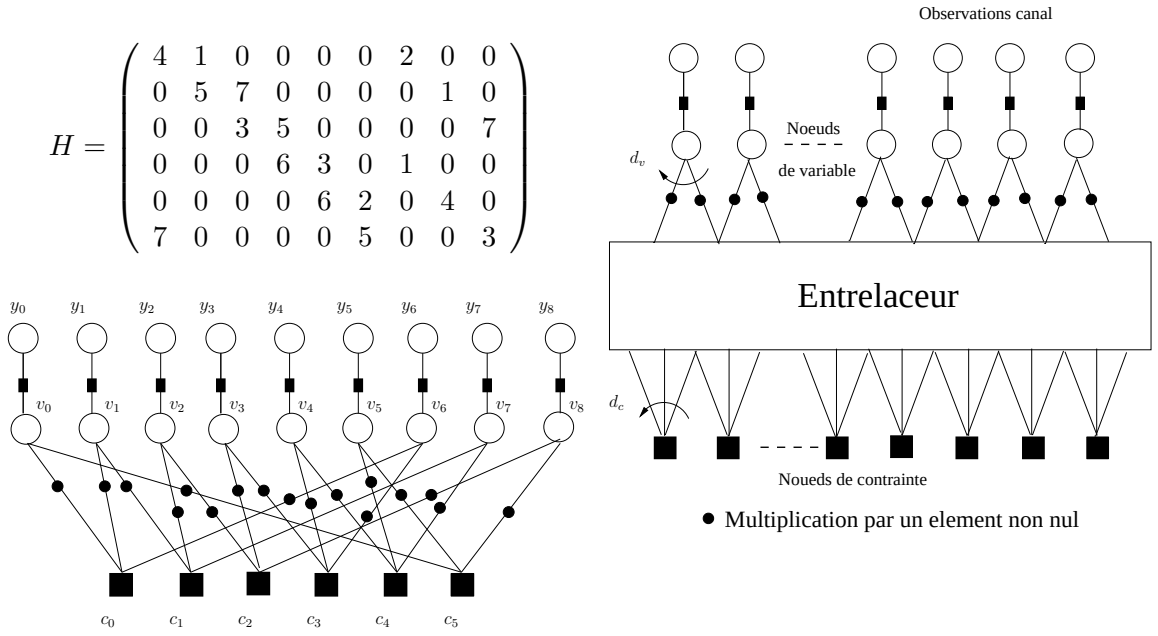


Fig. 5-1 – Graphe bipartite de la famille des codes non binaires réguliers (2,3).

5.1.2 Image binaire d'un code non binaire

5.1.2.1 Représentation d'un corps de Galois à l'aide de matrices

Les éléments d'un corps de Galois GF(Q) sont décrits généralement à l'aide de leur représentation polynômiale ou de manière équivalente par leur représentation vectorielle sur $\mathbb{F}_2^p$ à l'aide de

$p-$uplets sur GF(2). Cependant, on peut également les représenter par des matrices. [MWS78, p.106]

Définition 2 *Si $p(x) = a_0 + a_1 x + \ldots + x^p$ est un polynôme de degré p à coefficients sur GF(2). La matrice compagnon associée au polynôme primitif $p(x)$ est une matrice $p \times p$ définie comme suit*

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \ldots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & 1 \\ a_0 & a_1 & a_2 & \ldots & a_{p-1} \end{pmatrix}$$

Le polynôme caractéristique associé à A est alors donné par

$$\det(A - xI_p) = p(x)$$

avec I_p la matrice identité de taille $p \times p$.

Ainsi si $p(x)$ est un polynôme primitif, on peut alors montré [MWS78] que, sous la représentation matricielle, la matrice A est un élément primitif (générateur) du corps de Galois $GF(2^p)$. Ainsi, les éléments non nuls du corps sont obtenus par les puissances de A, définissant ainsi l'ensemble $\mathcal{M} = \{0, A^k : k = 0 \ldots q-2\}$. Les additions et multiplications dans le corps correspondent aux additions et multiplications modulo 2 de ces matrices.

Pour exemple, prenons $p(x) = x^3 + x + 1$ comme polynôme primitif utilisé pour générer les éléments de $GF(2^3)$. Alors, la représentation matricielle de l'élément primitif est donnée par

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Finalement, les matrices $\{A^k : k = 0, \ldots, 6\}$ représentent les éléments non nuls de $GF(2^3)$ sous cette représentation matricielle.

5.1.2.2 Représentation vectorielle des équations de contraintes

En se basant sur les représentations binaires des éléments non nuls de la matrice H, on peut dériver une représentation vectorielle des équations de contraintes associées aux lignes de H.

Soit $\mathbf{x} = [x_0 \ldots x_{N-1}]$ un mot de code de H. Alors, pour la $i-$ème équation de contrainte de H, on peut écrire

$$\sum_{j:h_{ij} \neq 0} h_{ij} x_j = 0 \tag{5.2}$$

Dans le domaine vectoriel, nous pouvons alors réécrire (5.2) comme suit

$$\sum_{j:h_{ij} \neq 0} H_{ij} \mathbf{x_j}^t = \mathbf{0}^t$$

avec H_{ij} est la **transposition** de la représentation binaire matricielle associée à h_{ij}, $\mathbf{x_j}$ est la représentation vectorielle (mapping binaire) du symbol x_j and ^{t} est l'operation de transposition. $\mathbf{0}$ représente le vecteur nul. $\mathbf{H_i} = [H_{ij_0} \ldots H_{ij_m} \ldots H_{ij_{d_c(i)-1}}]$ est définie alors comme la matrice de parité binaire équivalente de distance de Hamming binaire associée $d_{min}(i)$. $\{j_m : m = 0 \ldots d_c(i) - 1\}$ sont les indexes des éléments non nuls de la $i-$ème ligne de degré $d_c(i)$. On note également $\mathbf{X_i} = [\mathbf{x_{j_0}} \ldots \mathbf{x_{j_{d_c(i)-1}}}]$ la représentation vectorielle des symboles de $\mathbf{x}$ impliqués dans

la $i-$ème équation de contrainte. En utilisant la représentation binaire, la i-ème équation de contrainte s'écrit

$$\mathbf{H_i X_i}^t = \mathbf{0}^t \tag{5.3}$$

5.1.3 Décodage par propagation de croyance.

5.1.3.1 Notations

Dans la représentation en graphe factoriel d'un code LDPC dans $GF(Q)$, si on considère un décodage itératif par propagation de croyances (BP) basé sur les probabilités des symboles, les messages transitant sur le graphe sont des vecteurs de probabilités de taille Q. Nous noterons les messages de la façon suivante : un message sortant d'un nœud de variable sera noté $\mathbf{V}$, un message sortant d'un nœud de contrainte sera noté $\mathbf{U}$. Les vecteurs de probabilité après les passages par les nœuds fonctionnels associés aux branches du graphe seront notés $\tilde{\mathbf{U}}$ et $\tilde{\mathbf{V}}$ respectivement. Ces étapes correspondent aux opérations associées aux multiplications par les symboles non nuls h_{ij}. Enfin, les vecteurs de densités de probabilité initiales issues des observations du canal seront notés $\mathbf{V_0}$. Tous les messages représentent des vecteurs de densités de probabilité discrètes de taille Q. Par convention, nous considérerons que le vecteur de probabilité est ordonné par puissance **croissante** de l'élément primitif α. Par convention, le symbol $0 \triangleq \alpha^{-\infty}$. On considérera donc que les messages seront du type

$$V = \begin{pmatrix} p(v=0) \\ p(v=1) \\ p(v=\alpha) \\ \vdots \\ p(v=\alpha^{Q-2}) \end{pmatrix}$$

.

Les notations sont résumées figure 5-2. On omet volontairement dans l'écriture de ces vecteurs de probabilités le conditionnement par rapport aux messages entrant dans les nœuds fonctionnels pour simplifier les notations.

5.1.3.2 Algorithme BP

L'algorithme BP non binaire sur le graphe factoriel constitue une généralisation du cas binaire. On peut alors donner les principales étapes d'une itération de cet algorithme comme suit:

- **Calcul des messages initiaux:**
  Pour un nœud de variable v_j, le message initial V_0 correspond au vecteur de probabilité a posteriori du symbole émis x_j. Le vecteur de probabilité V_0 est donné par

$$V_0 = \begin{pmatrix} p(x_j=0|y_j) \\ p(x_j=1|y_j) \\ p(x_j=\alpha|y_j) \\ \vdots \\ p(x_j=\alpha^{Q-2}|y_j) \end{pmatrix}$$

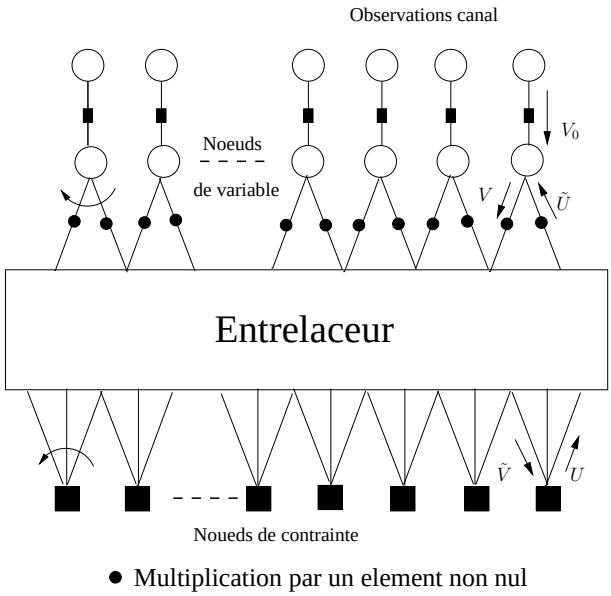


Fig. 5-2 – Graphe de Tanner de la famille des codes non binaire régulier (2,4).

Pour un canal à entrée binaire sans mémoire comme le canal BABG, nous avons

$$p(x_j|y_j) = \frac{p(y_j|x_j)}{\sum_{j=0}^{Q-1} p(y_j|x_j)}$$

avec $p(y_j|x_j) = \prod_{m=1\ldots p} p(y_{jm}|x_{jm})$, x_{jm} la $m-$ième coordonnée de la représentation binaire de x_j et y_{jm} le mapping BPSK correspondant.

- **Mise à jour des nœuds de variables:**
  Pour un nœuds de variable $\mathcal{V}$ de degré de connection d, le message émis sur la $m-$ième branche $V_m^{(\ell)}$ à la ℓ-ième itération correspond à la multiplication des vecteurs de probabilité (composante par composante) des autres branches arrivant à ce nœud de variable. L'expression formelle est donnée par

$$V_m^{(\ell)} = V_0 \prod_{k=0,k\neq m}^{d} \tilde{U}_k^{(\ell-1)}$$

  Par convention, on prendra $\tilde{U}_k^{(\ell-1)} = 1/(Q-1)\mathbf{1}$.
- **Permutation des messages :**
  Formellement, l'action de la multiplication par un symbole non binaire dans les équations de contrainte se traduit par une permutation cyclique des coordonnées du message, exception faîte de la première coordonnée correspondant au symbole nul. En notant $\mathcal{P}_m(.)$, l'action de permutation induite par la valeur $\alpha_m = \alpha^k$ du label sur la branche m considérée, on peut alors donner la relation entre $\tilde{V}_m^{(\ell)}$ et $V_m^{(\ell)}$ comme suit :

$$\tilde{V}_m^{(\ell)} = \mathcal{P}_m(V_m^{(\ell)})$$

En notant, $V_m^{(\ell)} = \begin{pmatrix} p(v_m=0) \\ p(v_m=1) \\ p(v_m=\alpha) \\ \dots \\ p(v_m=\alpha^{Q-2}) \end{pmatrix}$, il vient alors $\tilde{V}_m^{(\ell)} = \begin{pmatrix} p(v_m=0) \\ p(v_m=\alpha^{Q-2-k+1}) \\ \vdots \\ p(v_m=\alpha^{Q-2}) \\ p(v_m=1) \\ \vdots \\ p(v_m=\alpha^{Q-2-k}) \end{pmatrix}$

- **Mise à jour des nœuds de contraintes:**
  Pour un nœud de contrainte $\mathcal{C}$ de degré de connection d, le calcul des messages sortant $U_k^{(\ell)}$ des nœuds de contrainte impliquent la convolution des messages entrant qui sont des vecteurs de densités de probabilité discrètes de taille Q définies sur GF(Q). De manière formelle, la vecteur $U_k^{(\ell)}$ s'écrit dans le domaine directe comme suit

$$U_k^{(\ell)} = \circledast_{m=1\dots d, m\neq k} \tilde{V}_m^{(\ell)} \tag{5.4}$$

On peut avoir une implémentation rapide de cette convolution en utilisant la transformée de Fourier définie sur le groupe fini abélien $G(2^p) = (\mathbb{Z}_2^p, +)$ qui est le sous groupe additif de $\mathbb{F}_2^p$:

Définition 3 (Transformée de Fourier sur un groupe fini [Luo][GCGD07][RU05])
Soit $f(.)$ une fonction à valeurs complexes définie sur le groupe produit $G = (\mathbb{Z}_2^p, +)$, alors la transformée de Fourier $\hat{f}(.)$ et son inverse sont données par

$$\hat{f}(\alpha) = \sum_{\beta=0}^{Q-1} f(\beta)(-1)^{\alpha.\beta^\top}$$

$$f(\alpha) = \frac{1}{2^p} \sum_{\beta=0}^{Q-1} \hat{f}(\beta)(-1)^{-\alpha.\beta^\top}$$

En notation matricielle, on obtient alors la relation suivante :

$$\begin{pmatrix} \hat{f}(0) \\ \hat{f}(1) \\ \hat{f}(\alpha) \\ \dots \\ \hat{f}(\alpha^{Q-2}) \end{pmatrix} = F \begin{pmatrix} f(0) \\ f(1) \\ f(\alpha) \\ \dots \\ f(\alpha^{Q-2}) \end{pmatrix}$$

où F est **une matrice de type *Walsch-Hadamard*** *de terme générique $(-1)^{\alpha.\beta^\top}$. La transformée de Hadamard au sens strict est obtenue quand les composantes du vecteur de probabilité discrète sont indexées par leur représentation en binaire naturel.*

En appliquant cela à un vecteur V, on obtient la relation suivante :

$$W = \begin{pmatrix} \hat{p}_v(v=0) \\ \hat{p}_v(v=1) \\ \hat{p}_v(v=\alpha) \\ \dots \\ \hat{p}_v(v=\alpha^{Q-2}) \end{pmatrix} = \mathcal{F}(V) = F.V$$

En transformant l'équation (5.4) dans le domaine de Fourier comme illustré en figure 5-3, le produit de convolution devient alors le produit composante par composante des transformées des messages [BB06]. L'équation de mise à jour des messages en utilisant le domaine de Fourier s'écrit alors

$$U_k^{(\ell)} = \mathcal{F}^{-1}\left(\prod_{m=1\ldots d, m\neq k} \mathcal{F}\left(\tilde{V}_m^{(\ell)}\right)\right)$$

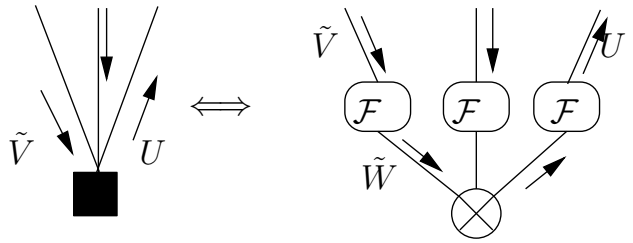


Fig. 5-3 – Opérations pour les nœuds de contrainte de parité dans le domaine de Fourier

- **Permutation inverse des messages :**
  Cette opération est le dual de l'opération précédente. En considérant la $k-$ième branche sortante d'un nœud de parité $\mathcal{C}$, on écrira formellement la relation entre $\tilde{U}_k^{(\ell)}$ et $U_k^{(\ell)}$ de la manière suivante

$$\tilde{U}_k^{(\ell)} = \mathcal{P}_k^{-1}(U_k^{(\ell)})$$

  où $\mathcal{P}_k^{-1}$ représente, l'opération de permutation inverse du vecteur de probabilité $U_k^{(\ell)}$ après passage par le nœud fonctionnel associé au label α_k de la branche considérée.

La mise en œuvre efficace a été traitée par exemple par [BB06][DF05]. Les algorithmes à complexité réduite ont également été proposés afin de réduire la complexité de décodage, voir par exemple [DF05][VDV+10] et les références associées . Finalement, le graphe équivalent au graphe en figure 5-1 utilisé pour le décodage est donné figure 5-4.

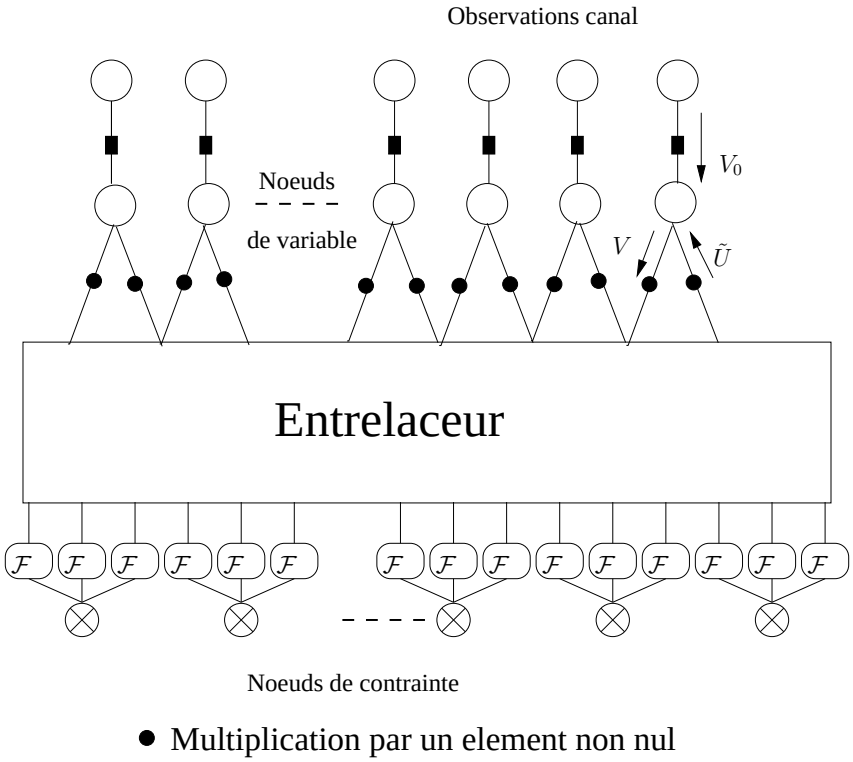


Fig. 5-4 – Graphe de Tanner de la famille des codes non binaires réguliers (2,4) avec mise à jour des nœuds de contraintes par Fourier.

5.2 Contribution à l'optimisation à taille finie des codes LDPC non binaires.

Je présente ici mes principales contributions à l'optimisation à taille finie pour les codes LDPC non binaires. Ce travail fut initié lors de mon séjour post-doctoral et fut ensuite poursuivi après ma prise de fonction en tant que MCF ENSEA. Il a fait l'objet initialement d'une collaboration avec M. Fossorier et D. Declercq.

5.2.1 Sélection de lignes

5.2.1.1 Optimisation par Monte-Carlo

Peu de travaux ont considéré le choix des labels non binaires à taille finie. Les premiers travaux sont dus à [DM98] : pour un modèle de canal donné, les auteurs proposent une méthode de sélection particulière des lignes (coefficients non nuls) de la matrice de parité H. Cette méthode est basée sur une approche de type Monte-Carlo qui cherche à sélectionner les d_c-uplets qui maximisent l'entropie marginale associée à un élément du syndrome $z = H\hat{\mathbf{x}}^\top$. Ainsi, les auteurs obtiennent un ensemble de lignes candidates à partir duquel ils peuvent générer leur matrice de parité H. La génération de la matrice de parité s'effectue en sélectionnant des permutations des lignes candidates, éventuellement multipliées par des coefficients non binaires constants. La table 5.1 donne par exemple les meilleurs d_c-uplets pour GF(16) et GF(64) pour $d_c = 4$. En prenant garde au mapping utilisé dans [Mac03], les d_c-uplets sont référencés à l'aide de la puissance de l'élément primitif α.

La visualisation des résultats obtenus en terme de d_c-uplets ordonnés en puissance croissante de α a permis de réaliser une étude des résultats obtenus par [Mac03]. Tout d'abord, par analyse de la table 5.1, on peut observer que l'ensemble des lignes données peut être réduit à une ligne pour GF(16) et deux pour for GF(64). En effet, les autres lignes listées sont obtenues par multiplication de ces lignes par une constante, ce qui induit une équivalence entre ces lignes. On peut donc très largement limiter la taille de l'ensemble de lignes candidates en ne gardant qu'une ligne représentante par set de lignes équivalentes.

De plus, en utilisant la matrice de parité binaire équivalente à chaque d_c-uplet, on peut alors calculer la distance minimale de Hamming $d_{\min}$ associée comme présenté en section 5.1.2. Les valeurs de $d_{\min}$ et le coefficient du polynôme énumérateur de poids $W(d_{min})$ correspondant ont été calculés pour les d_c-uplets en table 5.1. Cela revient à considérer un code de paramètres $(N = 16, K = 12, d_{\min} = 2)$ pour GF(16), et $(N = 24, = 18, d_{\min} = 3)$ pour GF(64). Dans les deux cas, on obtient des codes atteignant ou s'approchant des meilleurs $d_{\min}$ atteignables pour ces paramètres [BV93].

5.2.1.2 Optimisation par maximisation de la distance minimale

Dans [PFD08], nous avons proposé une méthode d'optimisation qui a pour but de sélectionner de bonnes lignes candidates. La méthode employée s'inspire de nos observations précédentes, à savoir sélectionner les d_c-uplets candidats dont la distance minimum de Hamming binaire est la plus élevée et dont le coefficient énumérateur de poids associé est le plus faible. L'heuristique utilisée est que plus le code composant associé à une ligne est bon, plus les messages associés seront fiables en utilisant BP. Cependant, de manière à pouvoir contourner une énumération exhaustive des d_c-uplets candidats qui serait trop complexe pour d_c grand, on peut grandement

GF	Coefficients des lignes				d_{min}	$W(d_{min})$
16	11	7	3	0	2	1 •
	11	7	4	0	2	1 •
	11	8	4	0	2	1 •
	12	8	4	0	2	1 •
64	48	35	26	0	3	20 •
	28	54	13	0	3	20 •
	55	28	13	0	3	22 ⋄
	27	48	35	0	3	22 ⋄
	21	36	8	0	3	22 ⋄
	22	37	9	0	3	20 •
	50	15	41	0	3	20 •
	42	50	15	0	3	22 ⋄

Tab. 5-1 – Coefficients pour d_c-uplets pour GF(16) et GF(64) issus de [Mac03]. Les sets de lignes équivalentes sont indiqués par "•" ou "⋄"

simplifier la recherche comme détaillé dans [PFD08] en utilisant les principes suivants :

(*i*) On cherche à éliminer systématiquement les d_c-uplets ayant une d_{min} associée de 2 pour les ordre de corps où cela est possible. Ceci est réalisé en évitant tous les symboles ayant une colonne commune dans leur représentation binaire.

(*ii*) La recherche est effectuée de manière systématique en considérant des d_c-uplets ordonnés par puissance des éléments comme suit

$$\underbrace{1 \ldots \alpha^i \ldots \alpha^j \ldots \alpha^k}_{d_c},\ 0 < i < \ldots < j \ldots < k$$

En effet, toute permutation ou multiplication par une constante donne un code binaire équivalente.

(*iii*) En utilisant cette représentation, on peut utiliser une approche récursive pour dériver les d_c-uplets à partir des $(d_c - 1)$-uplets par addition d'un élément α^l tel que

$$\underbrace{1 \ldots \alpha^i \ldots \alpha^j \ldots \alpha^k}_{d_c-1} \alpha^l,\ 0 < i < \ldots < j \ldots < k < l$$

(*iv*) Une fois l'ensemble des d_c-uplets déterminé, on peut encore le réduire en cherchant les lignes liées à une constante multiplicative près, comme observé dans la section précédente.

Ainsi, pour un ordre de corps $Q = 2^p$ et une valeur de d_c donnés, on peut associer à chaque ligne un code $\mathbf{H_i}$ de longueur $N = pd_c$ et de dimension $K = p(d_c - 1)$. En utilisant les tables données par [BV93], on peut alors comparer $d_{\min}(i)$ par rapport à l'optimum atteignable pour ces dimensions.

5.2.1.3 Comparaison des deux approches

Considérons le cas GF(64) avec $d_c = 4$. Le code binaire équivalent d'une ligne a pour paramètres $(N = 24, K = 18)$. Dans ce cas, $d_{min} \leq 4$ [BV93]. La table 5-2 donne les lignes obtenues quand on considère le même mapping binaire que [Mac03] (pour comparaison). Les meilleurs codes

Coefficients des lignes				d_{min}	$W(d_{min})$
37	22	9	0	3	20 •
54	28	13	0	3	20 •
50	41	15	0	3	20 •
48	35	26	0	3	20 •
44	18	7	0	3	21 ⋄
37	19	9	0	3	21 ⋆
54	28	10	0	3	21 ⋆
56	37	11	0	3	21 ⋄
53	44	18	0	3	21 ⋆
37	26	19	0	3	21 ⋄
45	35	26	0	3	21 ⋆
52	45	26	0	3	21 ⋄

Tab. 5-2 – Lignes optimisées pour GF(64) et $d_c = 4$ en utilisant l'image binaire.

trouvés ont $d_{min} = 3$. Quand on se compare aux résultats donnés par [Mac03], on peut alors faire les constatations suivantes :

(*i*) La procédure proposée détermine toujours les lignes optimales proposées par [Mac03]. Ce qui tendrait à montrer que les deux critères sont équivalents.

(*ii*) Cependant, la recherche systématique opérée permet de proposer des lignes non "détectées" par la procédure de Monte-Carlo.

(*iii*) Dans les deux cas, on peut restreindre les lignes à considérer en cherchant les lignes équivalentes (indiquées par exemple par "•", "⋄" et "⋆" dans la Table 5-2).

(*iv*) La complexité de la recherche proposée reste moindre quand on augmente l'ordre du corps ou quand on considère des d_c élevés.

La Table 5-3 énumère l'ensemble des lignes trouvées pour GF(16) jusqu'à GF(256) et $d_c = 4$.

5.2.1.4 Impact sur les performances

Il a été noté dans [Mac03] que la sélection de lignes pouvait améliorer les performances dans la zone d'avalanche des codes. Après sélection de bonnes lignes candidates, nous avons cherché à déterminer les performances des codes réguliers $(2, d_c)$ en terme de seuils de convergence pour différentes valeurs de d_c et différents ordre du corps. L'approche utilisée est sensiblement la même que celle utilisée par [Dav99][DM98]. On cherche à déterminer une estimation du seuil en utilisant une évolution de densité basée sur une approche de Monte-Carlo. On se compare aux ensembles de codes dont les coefficients sont sélectionnés aléatoirement. Les résultats sont donnés Figure 5-5 pour les ensembles de codes LDPC non binaires $(2, 3)$, $(2, 4)$ et $(2, 6)$ en fonction de l'ordre du corps. Comme on peut l'observer en Figure 5-5, l'ensemble des codes avec les lignes optimisées a un seuil de convergence amélioré en comparaison de l'ensemble des codes à coefficients aléatoires. On peut donc espérer avoir un comportement similaire à taille finie avec un gain observé dans la zone de convergence. Cependant, le gain diminue avec l'ordre du corps qui croît.

GF	Coefficients des lignes				d_{min}	$W(d_{min})$
16	11	7	3	0	2	1
32	15	10	5	0	3	38
	20	15	5	0	3	38
	24	15	5	0	3	38
	24	15	6	0	3	38
	21	14	7	0	3	38
	23	15	7	0	3	38
	22	14	7	0	3	38
64	37	22	9	0	3	20
	44	18	7	0	3	21
	37	19	9	0	3	21
128	93	37	18	0	3	5
	94	38	19	0	3	5
	106	75	19	0	3	5
	108	74	18	0	3	6
	93	38	19	0	3	6
	95	38	19	0	3	6
	107	75	19	0	3	6
256	183	172	8	0	4	156
	183	173	8	0	4	159
	182	172	8	0	4	160
	88	80	8	0	4	161
	89	81	9	0	4	161
	167	127	40	0	4	161
	182	173	8	0	4	162
	169	127	40	0	4	162
	169	128	40	0	4	162

Tab. 5-3 – Lignes optimisées pour $d_c = 4$ et différents ordre de corps.

5.2.2 Réduction du plancher d'erreur pour les codes LDPC réguliers $(2, d_c)$

5.2.2.1 Gestion des cycles

Pour un code régulier $(2, d_c, N)$, la représentation d'un cycle du graphe associé $\mathcal{G}_H$ est toujours donnée par une matrice carrée. Ainsi pour un cycle de longueur $2l$, on peut toujours se ramener (après des opérations de permutations de lignes ou de colonnes) à la représentation matricielle C_l suivante

$$C_l = \begin{pmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & \alpha_3 & \alpha_4 & & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & & & \vdots \\ \vdots & & & \ddots & & 0 \\ 0 & & & & \alpha_{2l-3} & \alpha_{2l-2} \\ \alpha_0 & 0 & \dots & \dots & 0 & \alpha_{2l-1} \end{pmatrix}$$

Cette structure topologique du graphe est toujours une sous matrice extraite de la matrice de

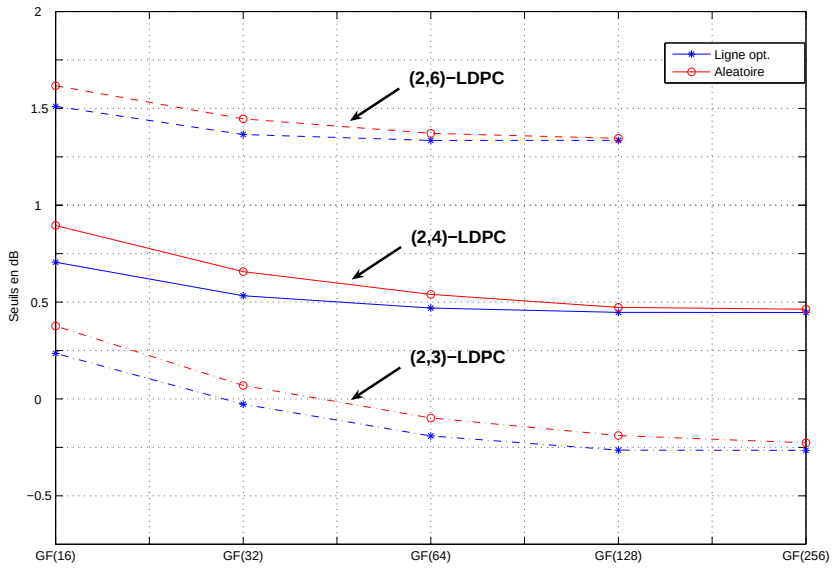


Fig. 5-5 – Seuils de convergence pour les ensembles à lignes optimisés et à coefficient aléatoires pour des codes LDPC non binaires $(2,3)$, $(2,4)$ et $(2,6)$ en fonction de l'ordre du corps.

parité H associée au code. De manière à éviter les mots de code de poids faibles, il faut donc garantir que les cycles les plus courts ne puissent pas fournir de mots de codes. Dans le cas des codes $(2, d_c, N)$ binaires, un cycle mène inévitablement à un mot de code (tous les α_i sont à 1), d'où leur appellation de codes "cycle". Pour le cas non-binaire, on peut gérer les coefficients de la matrice de manière à ce qu'un cycle ne puisse pas donner de mot de code. Ceci est rendu possible si pour un cycle on assure une condition de rang plein ou de manière équivalente si le déterminant de la matrice C_l est non nul. On obtient alors le critère suivant (Full Rank Condition, FRC) :

Lemme 3 (FRC Condition) *Un cycle C_l ne donnera pas de mots de code si la matrice C_l est non singulière, i.e.* $\det(C_l) \neq 0$. *Cette condition se réduit alors au critère*

$$(\text{FRC}) : \prod_{i=0}^{l-1} \alpha_{2i+1} \neq \prod_{i=0}^{l-1} \alpha_{2i} \tag{5.5}$$

Preuve

La preuve est immédiate si on développe le déterminant par la première colonne ■

Ainsi, on peut éliminer certains mots de code de poids faibles en assurant cette condition pour les cycles de taille courte. Ce critère fut proposé dans [PD06][PFD08] en utilisant l'image binaire et le critère symbole. Il fut également proposé par [KPG06] dans le même temps. Cependant comme nous verrons plus tard, l'utilisation et la méthode d'optimisation diffèrent. Il fut étendu au cas des codes quasi-cycliques non binaires dans [PC07]. Ce critère est avant tout un critère de maximum de vraisemblance, puisqu'il est assujetti à la notion de mot de code. Cependant, dans le cadre d'un décodage itératif, les points fixes du décodeur ne sont pas nécessairement des

mots de code. Ainsi, dans le cas du canal binaire à effacement, [NKS10] a étendu le critère 5.5 au cas du décodage itératif. Ce critère peut être énoncé comme suit

Théorème 1 (Nozaki BEC condition) *Soit α l'élément primitif de $GF(2^p)$. On définit l'ensemble $\mathcal{H}_p$ suivant*

$$\mathcal{H}_p := \bigcup_{r>0:r|p,r\neq p} \{\alpha^{i(2p-1)/(2r-1)} | i = 0, 1, \ldots, 2^{r-2}\}$$

Si tout le cycle n'est pas soumis à un effacement total, un cycle C_l est recouvrable (ie. on peut retrouver tous les éléments effacés) si la condition suivante est satisfaite

$$\prod_{i=0}^{2l-1} \alpha_{2i+1}\alpha_{2i}^{-1} \neq \beta \in \mathcal{H}_p \tag{5.6}$$

5.2.2.2 Gestion des combinaison de cycles (stopping sets généralisés)

Si le critère sur les cycles est un critère nécessaire, il n'est cependant pas suffisant. En effet, nous avons pu montrer dans [PD06] que les cycles n'étaient pas les seules topologies à prendre en compte pour minimiser le nombre de mots de codes de poids faibles. En effet, il nous est apparu que si l'influence des cycles était "annulée" (du moins pour l'ensemble des cycles les plus courts), les événements d'erreurs lors du décodage se concentraient alors sur de nouvelles topologies qui consistent en des combinaisons de cycles. Comme nous considérons principalement des codes $(2, d_c)$ réguliers, ces structures topologiques correspondent donc à des "stopping sets" topologiques si on ne considèrent que la topologie du graphe associé à la matrice de parité H. Formellement un "stopping set topologique" est formé d'au moins trois cycles. Pour un code LDPC non binaire $(2, d_c, N)$, on peut associer à ces topologies une sous matrice extraite H_{ss} comme montré dans l'exemple ci dessous

$$S_{d_s} = \begin{pmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_3 & \alpha_4 & 0 & 0 & \alpha_{11} \\ 0 & 0 & \alpha_5 & \alpha_6 & 0 & 0 \\ \alpha_0 & 0 & 0 & \alpha_7 & \alpha_8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha_9 & \alpha_{10} \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{array}{l} \text{Image binaire:} \\ 5 \times p \text{ lignes} \\ 6 \times p \text{ colonnes} \end{array}$$

Contrairement aux cycles, la sous matrice extraite n'est plus carrée. Si on note d_s le nombre de symboles impliqués dans un stopping set, H_{ss} est une matrice rectangulaire définissant une sous matrice de parité extraite de dimension au plus $(d_s - 1) \times d_s$. La matrice binaire équivalente définit quant à elle une matrice de parité de dimension $(d_s - 1)p \times d_s p$. Cette matrice H_{ss} définit un sous-code de H et ainsi tout mot de code de H_{ss} sera un mot de code de H. La distance minimum associée à H_{ss} (symbole ou binaire) dépend donc du choix des coefficients de cette matrice et, chose importante, contrairement aux cycles, on ne peut "annuler" leur contribution. Ainsi, en notant $d_{s,\min}$ le poids minimal d'un stopping set du graphe $\mathcal{H}$, il faut choisir le plus judicieusement possible les coefficients pour minimiser la distance minimum sur l'ensemble des stopping sets de dimension $d_s \geq d_{s,\min}$.

5.2.2.3 Méthode d'optimisation des codes LDPC non-binaires à taille finie

Basé sur l'ensemble des résultats précédents, nous avons proposé une méthode d'optimisation à taille finie [PFD08] dont les principaux points sont énoncés ci-après. La méthode est une méthode *itérative* pseudo-aléatoire qui cherche à maximiser la distance minimale sur l'ensemble des stopping sets énumérés et à satisfaire la condition FRC pour le plus grand nombre de cycles.

Les principales étapes peuvent se résumer comme suit (se reporter à [PFD08] pour plus de détails) :

- Initialisation: On suppose que le graphe $\mathcal{G}_H$ est donné et précédemment construit par un algorithme de construction pseudo- aléatoire tel que [HEA05] ou [VDP08]. Ce dernier algorithme présente en particulier de très bons résultats pour l'optimisation du graphe des codes cycles. Nous supposerons également que l'on a sélectionné au préalable des lignes candidates par la méthode présentée en section 5.2.1. De même, la liste des cycles de taille $2l$ est supposée connue pour $l = l_{\min} \dots l_{\max}$, l'ensemble des stopping sets pouvant être déduit de ces ensembles pour une taille $d_s = d_{s,\min} \dots d_{s,\max}$.
- Annulation des cycles courts: Cette étape cherche à satisfaire la condition FRC pour l'ensemble des cycles contenus dans les stopping sets de taille minimale $d_{s,\min}$. Elle suit la même démarche que la description ci-après en ne se focalisant que sur les cycles.
- "Annulation" itérative des cycles et maximisation de la distance minimale sur l'ensemble des stopping sets : La maximisation est réalisée en utilisant une méthode de recherche aléatoire : à chaque itération, on sélectionne de manière aléatoire une ligne. On sélectionne ensuite un set de permutations ou de permutations avec multiplication par un symbole constant sur un ensemble de lignes précédemment optimisées. On évalue le nombre de cycles (impliquant cette ligne) satisfaisant la condition FRC et la distance minimale sur l'ensemble de stopping sets. Si il existe une ligne dont l'évaluation des fonctions de coûts est meilleure que la ligne actuelle, on la sélectionne. Sinon, la ligne actuelle est conservée.
- fin d'optimisation.

La procédure décrite est la procédure initiale proposée dans [PFD08] qui cherchait à montrer que de bons codes pouvaient être obtenus en utilisant un jeu de lignes génératrices limité. Nous avons pu d'ailleurs démontrer que de bons codes pouvaient être construits à partir d'une seule ligne et de ses permutations. L'intérêt était d'avoir une description limitée de la matrice de parité à l'aide d'une ligne et de ces permutations pour le stockage de la matrice et des coefficients associés (de manière équivalente à la description simplifiée des matrices structurées de codes LDPC quasi-cycliques). Cependant, une optimisation plus systématique peut être réalisée en choisissant de manière aléatoire chaque ligne et en maximisant la distance minimum sur l'ensemble des structures topologiques (cycles et stopping sets), ce qui permet de traiter efficacement le cas des cycles ne vérifiant pas le critère FRC. Cette méthodologie fut appliquée à la conception des codes de référence utilisés dans le cadre du projet européen IST DAVINCI.
Notons que la méthode proposée est fondamentalement différente de celle proposée par [KPG06]. En effet, la méthode proposée par les auteurs est une méthode qui construit les matrices de parité en suivant le modèle de construction de l'algorithme PEG. La matrice est construite colonne par colonne pour maximiser la taille du cycle minimale, et les valeurs non nulles sont sélectionnées pas à pas pour "annuler" les cycles créés. Seuls les cycles sont considérés. Il n'y a cependant aucune remise en cause des coefficients sélectionnés pendant la construction du graphe, ni après la fin de la construction de la matrice. Cependant, comme vu auparavant, il est préférable de considérer de manière disjointe la construction du graphe et la sélection des coefficients. Ainsi, on pourra de manière itérative annuler plus de cycles tout en essayant de maximiser la distance minimum associée au code.

5.2.2.4 Bornes sur la distance minimale atteignable

On s'est également intéressé aux performances des codes optimisés en dérivant des bornes supérieures sur les distances minimales atteignables. Les bornes dérivées sont cependant des

"bornes supérieures du pire cas" qui se basent sur la distance minimum obtenue en considérant que les stopping sets minimaux sont de la taille correspondante à la taille minimum possible par construction. Cependant, en conditionnant bien les algorithmes de construction du graphe $\mathcal{G}$, on peut dans certains cas espérer faire mieux que cette borne minimum. On supposera de même que la contribution des mots de codes de poids faibles associés aux cycles est négligeable après optimisation, la condition FRC étant vérifiée pour les cycles les plus courts notamment. Pour les cycles les plus longs, la FRC est vérifiée avec une grande probabilité. On supposera donc que les mots de codes sont essentiellement dus au stopping sets topologiques.
Ainsi pour un graphe $\mathcal{G}_H$ donné avec une taille de cycle minimale ("girth") g , la dimension minimale d'un stopping set est

$$d_{s,\min} = \lceil 3g/4 \rceil$$

. Cette égalité est obtenue pour 3 cycles imbriqués de même longueur, égale à g. En utilisant les bornes sur la distance minimale fournies par [BV93], on peut alors déterminer la distance minimale binaire atteignable par le code défini par la matrice H_{ss} associée à un stopping set de taille minimale $d_{s,\min}$ et de dimension $(M_{ss} = (d_{s,\min} - 1).p, N_{ss} = d_{s,\min}.p)$. Cette borne supérieure devient alors une borne supérieure du pire cas pour le code global si au moins un stopping set de $\mathcal{G}_H$ est de taille $d_{s,\min}$.
On peut alors relier le comportement de la distance minimale binaire avec la taille binaire du code $N_b = p.N$. En suivant des résultats issus de [HEA05], on peut dériver le résultat suivant

Lemme 4 *Soit $\mathcal{G}_H$ un graphe de Tanner régulier $(2, d_c)$. Le poids minimum symbole d'un stopping set $d_{s,\min}$ est borné par*

$$d_{s,\min} \leq \min(d_1, d_2) \tag{5.7}$$

où

$$d_1 = \begin{cases} 3\lfloor t_1 \rfloor + 2 & \text{if } \mathcal{I}_1 = 0 \\ 3\lfloor t_1 \rfloor + 3 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$d_2 = \begin{cases} 3\lfloor t_2 \rfloor + 2 & \text{if } \mathcal{I}_2 = 0 \\ 3\lfloor t_2 \rfloor + 3 & \text{otherwise} \end{cases}$$

avec

$$t_1 = \frac{\log\left((M-1)(1-\frac{2}{d_c})+1\right)}{\log(d_c-1)} \tag{5.8}$$

$$t_2 = \frac{\log\left((N-1)(1-\frac{d_c}{2(d_c-1)})+1\right)}{\log(d_c-1)} \tag{5.9}$$

et $\mathcal{I}_1$ égale 0 si et seulement si

$$(d_c-1)^{\lfloor t_1 \rfloor} > M - 1 - \frac{d_c((d_c-1)^{\lfloor t_1 \rfloor} - 1)}{d_c - 2}$$

et $\mathcal{I}_2$ égale 0 si et seulement si

$$(d_c-1)^{\lfloor t_2 \rfloor} > N - 1 - \frac{2.(d_c-1)((d_c-1)^{\lfloor t_2 \rfloor} - 1)}{d_c - 2}$$

Ce qui montre bien que la dimension d'un stopping set $d_{s,\min}$ varie selon $\mathcal{O}(\log(N))$. Le comportement pour l'image binaire est alors dérivé en utilisant la borne supérieure d'Elias pour un code de paramètres $(M_{ss} = (d_{s,\min} - 1).p, N_{ss} = d_{s,\min}.p)$:

$$d_{\min} \leq 2A.(1-A)d_{s,\min}.p \tag{5.10}$$

avec A solution de

$$1/d_{s,\min} = 1 + A\log_2(A) + (1-A)\log_2(1-A),\ \ 0 \leq A \leq 1/2$$

Le report des équations (5.7)-(5.9) dans (5.10), nous permet de conclure que $d_{\min}$ varie selon $\mathcal{O}(\log(N)) = \mathcal{O}(\log(N_b))$. Ceci constitue un résultat similaire au résultat énoncé par Gallager [Gal63] pour les codes $(2, d_c)$-réguliers binaires.
Les figures 5-6-(a) et 5-6-(b) référencent les distances obtenues pour des codes optimisés avec la méthode d'optimisation proposée et les bornes obtenues. "Bound-random" est une borne dérivée en utilisant le lemme 4 et les tables [BV93]. "UB-Opt codes" est une borne dérivée à partir de $d_{s,\min}$ *réelle* de codes optimisés [PD06] et les tables de [BV93]. On observe bien un comportement du type $d_{\min} = \mathcal{O}(\log(N_b))$.

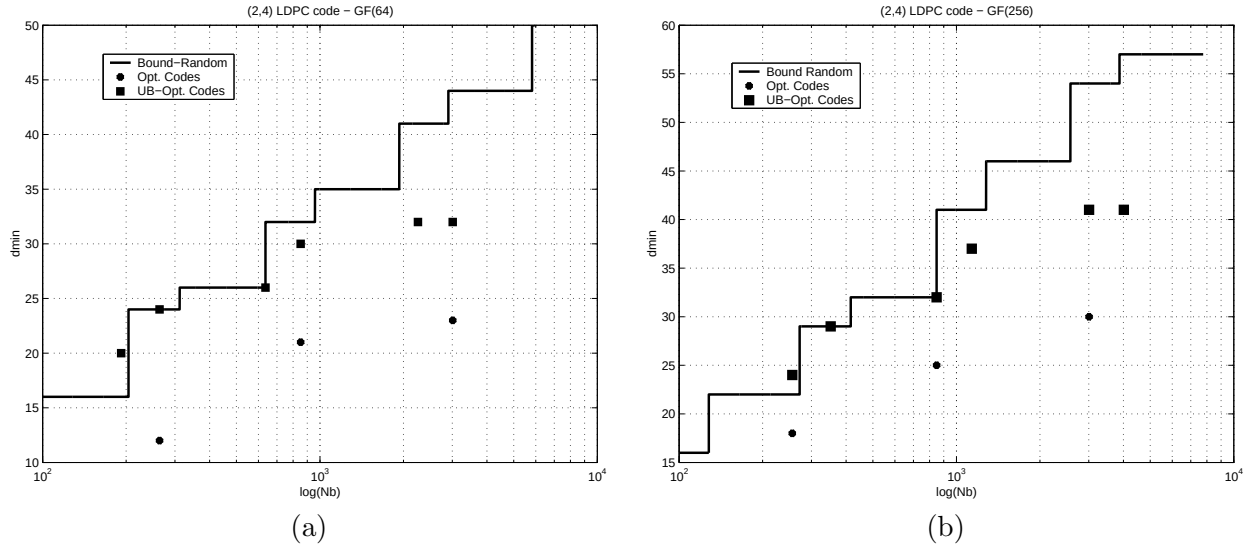


Fig. 5-6 – Bornes sur la distance atteignable pour un code LDPC non binaire $(2, 4)$ pour $GF(64)$ $GF(256)$.

5.2.3 Performances

Pour illustrer les performances des techniques d'optimisation, nous allons considérer trois méthodes:

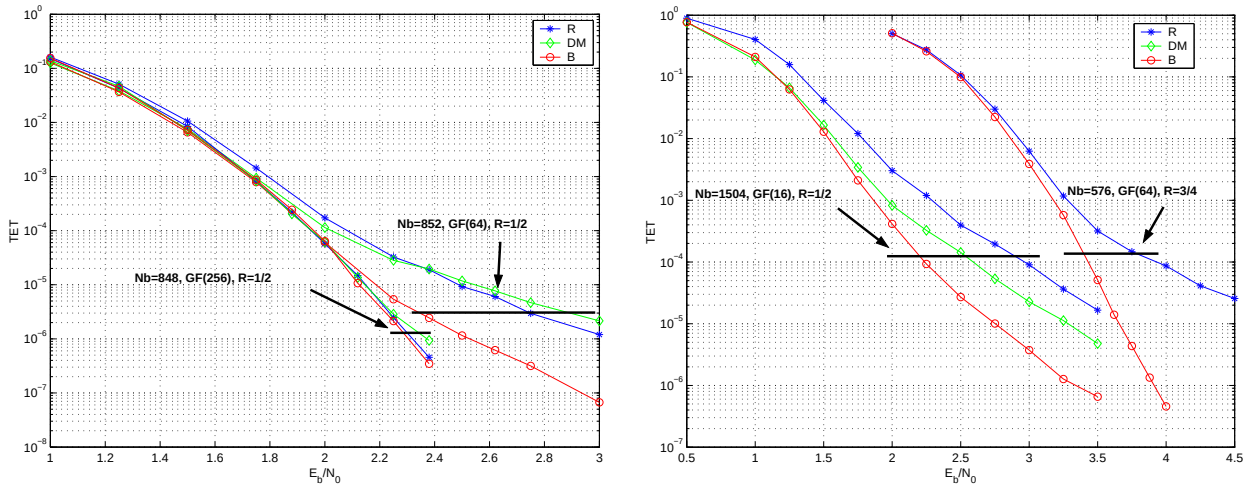
(i) **Méthode avec coefficients aléatoires (R):** Pour une matrice donnée, les coefficients sont sélectionnés aléatoirement et de manière uniforme.

(ii) **Méthode de Davey-Mackay(DM):** Les matrices sont optimisées selon [Mac03].

(ii) **Méthode Image binaire (B):** On considère une matrice construite par PEG et avec un unique d_c-uplet, on applique notre méthode d'optimisation.

Les résultats sont donnés figure 5-7. On considère une transmission sur canal additif blanc gaussien et un décodage itératif par BP. Le nombre maximum d'itérations est fixé à 1000. On utilise le calcul du syndrome comme critère d'arrêt. Pour chaque rapport signal sur bruit simulé, au moins 100 trames en erreur ont été comptabilisées. Comme prédit auparavant, le gain dans la zone d'avalanche décroît pour les méthodes DM et B quand l'ordre du corps croît. Pour un code régulier $R = 1/2$ sur GF(64) donné sur la figure 5-7-(a), on voit l'intérêt de

considérer l'optimisation des coefficients non nuls, réduisant fortement le plancher d'erreur. Ceci est encore plus probant sur la figure 5-7-(b). Cependant pour cette taille de mot de code, les trois méthodes offrent des performances similaires quand on considère des codes sur GF(256). Sur la figure 5-7-(b), les courbes illustrent bien les effets de chaque méthode d'optimisation: DM aide à l'amélioration de la zone d'avalanche, mais reste inefficace pour réduire le plancher d'erreurs. La méthode proposée B quant à elle tend à améliorer les performances dans les deux régimes quand cela est possible. En particulier, cette optimisation est primordiale pour des codes réguliers définis sur des corps d'ordre $Q < GF(64)$.

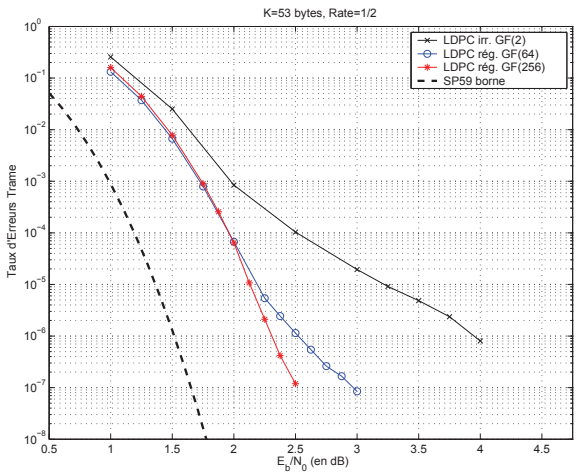


(a) (b)

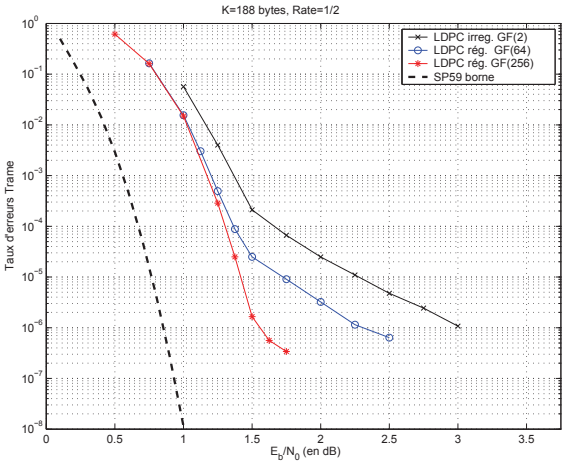
Fig. 5-7 – Comparaison des méthodes d'optimisation : (a) TET versus E_b/N_0: $GF = \{64, 256\}$, $N_b = \{852, 848\}$ bits, $R = 1/2$, (b) TET versus E_b/N_0: (i) $GF(16)$, $N_b = 1504$ et $R = 1/2$, (ii) $GF(64)$, $Nb = 576$ et $R = 3/4$.

Les courbes 5-8-(a) et 5-8-(b), montrent les performances de codes optimisés pour des taille $K = \{53, 188\}$ octets pour $GF(64)$ et $GF(256)$. Dans chaque cas, les performances sont comparées à la borne de Shannon pour cette taille d'information (borne pour un code binaire) et comparées aux performances d'un code irrégulier construit par PEG [Lop]. Dans chaque cas, les performances sont meilleures qu'un code LDPC binaire dans la zone d'avalanche et de plancher d'erreurs. De même, quand l'ordre du corps augmente, on est à même de diminuer le plancher d'erreurs en opérant à presque 0.8 dB et 0.5 dB de la borne de Shannon pour un taux d'erreur trame (TET) de 10^{-6}. La figure 5-8-(c) quand elle permet de montrer l'intérêt de l'optimisation pour des rendements assez élevés. Sans l'application d'une optimisation les performances exhibent des planchers d'erreur relativement élevés.

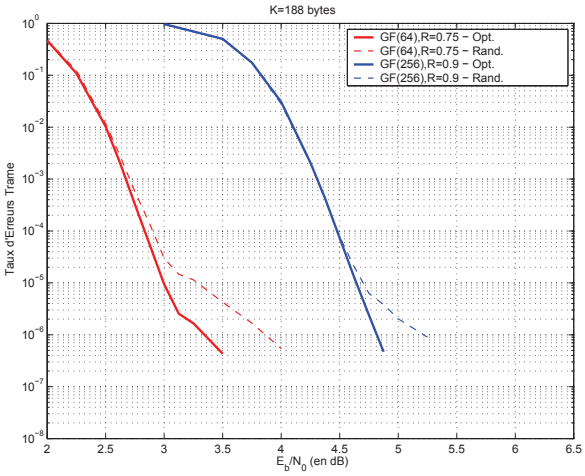
Enfin, en figure 5-9, on a pu comparer ces codes à de très bons codes LDPC binaires issus de la littérature. On s'est comparé tout d'abord aux codes LDPC quasi cycliques de [LRC06] pour $R = 1/2$ et $K = 1024$. On observe alors un gain d'environ 0.6 dB. De même, on obtient des performances raisonnables (env. 0.25 dB) en comparaison des codes protographes de [DDJA09] et ce pour différents rendements. En particulier, la pente des codes LDPC non binaires n'infléchie pas pour les forts rendements. Bien évidemment, ces performances sont à mettre en balance avec l'accroissement non négligeable de la complexité de décodage de ce type de codes.



(a)

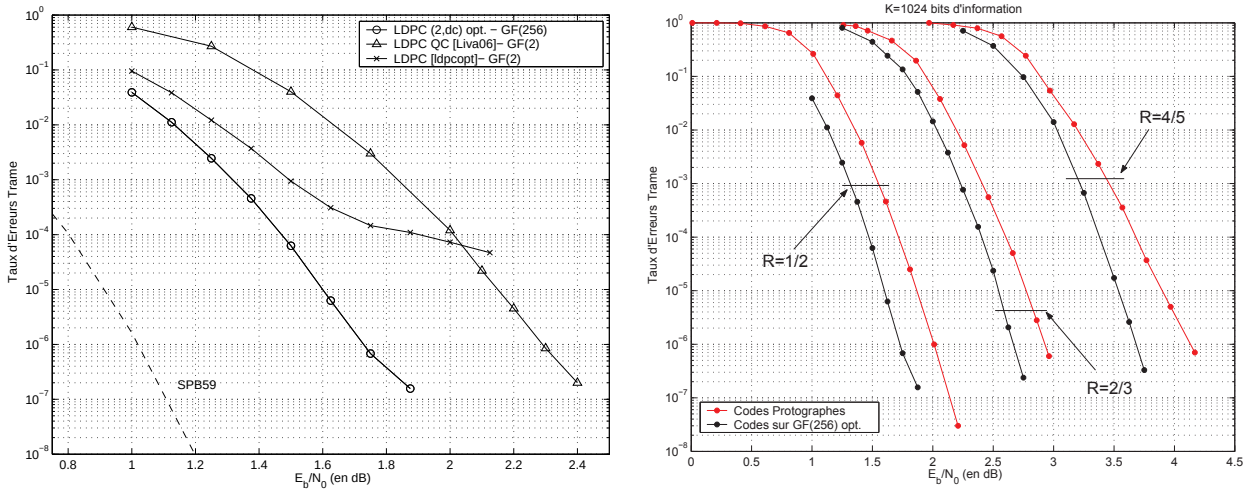


(b)



(c)

Fig. 5-8 – Performances de codes optimisés pour des taille $K = \{53, 188\}$ octets pour $GF(64)$ et $GF(256)$ et pour de forts rendements.



(a) (b)

Fig. 5-9 – Comparaison aux codes LDPC binaires et binaires généralisés: (a) FER versus E_b/N_0 : comparaison avec les codes quasi-cycliques de [LRC06] et les codes irréguliers issus de [Lop] pour $R = 1/2$ et $K = 1024$. Les codes sont sur GF(256), (b) FER versus E_b/N_0 : comparaison avec les codes protographes de [DDJA09]. Les codes sont sur GF(256) et $K = 1024$.

5.3 Décodage des codes en treillis et leur concaténation par BP non binaire

Dans cette section, je présente mes travaux relatifs au décodage non-binaire des codes convolutifs et des turbo-codes. Cette étude fut initiée par un stage Master de R. Imad sur la représentation algébrique des codes convolutifs et turbo-codes. Ensuite, je me suis intéressé à l'optimisation du préprocessing pour avoir un décodage BP efficace. Ce travail a été réalisé en collaboration avec D. Declercq et T. Lestable dans le cadre du contrat d'étude NOBILE1.

5.3.1 Représentation algébrique des codes en treillis

5.3.1.1 Matrice de parité des codes convolutifs

L'image binaire des turbo-codes repose essentiellement sur l'image binaire des codes composants. En suivant les notations de [JZ99], la matrice de parité d'un code convolutif non récursif et de son équivalent récursif systématique est généralement dérivée en utilisant la décomposition de Smith de la matrice génératrice polynomiale $G(D)$. En notant D l'opérateur de délai, $G(D)$ est une matrice polynomiale de taille $k \times n$ qui donne la relation entrée-sortie entre les k entrées du codeur convolutif et les n sorties. De cette décomposition, on peut déterminer la matrice polynomiale $H^T(D)$ [JZ99], de dimensions $n \times (n-k)$, dont l'expression développée est donnée par

$$H^T(D) = H_0^T + H_1^T D + \cdots + H_{m_s}^T D^{m_s} \tag{5.11}$$

où H_i^T, $0 \leq i \leq m_s$, sont des matrices de dimensions $n \times (n-k)$, et m_s est le degré maximal des polynômes de $H^T(D)$. Que ce soit pour la version récursive systématique ou non récursive, il est alors possible de dériver l'image binaire du code convolutif à partir de la matrice semi-infinie

H^T dont l'expression est donnée par:

$$H^T = \begin{pmatrix} H_0^T & H_1^T & \dots & H_{m_s}^T & & \\ & H_0^T & H_1^T & \dots & H_{m_s}^T & \\ & & \ddots & \ddots & & \ddots \end{pmatrix} \tag{5.12}$$

Quand on considère une fermeture du treillis par troncature directe, on obtient alors la matrice binaire suivante de dimensions $(N-K) \times N$

$$H = \begin{pmatrix} H_0 & & & & & \\ H_1 & H_0 & & & & \\ \vdots & \ddots & H_0 & & & \\ H_{m_s} & & & & & \\ & H_{m_s} & & & & \\ & & \ddots & & \ddots & \\ & & & H_{m_s} & \dots & H_0 \end{pmatrix} \tag{5.13}$$

avec N et K représentant les longueurs de mots de code et d'information respectivement.
Sous certaines conditions dans le cas récursif, il est également possible de dériver la matrice de parité H_{tb} pour un code avec fermeture par "tail-biting ", ie. en rendant le code cyclique. La technique consiste à rendre la matrice H_b cyclique et on obtient alors une expression de la forme:

$$H_{tb} = \begin{pmatrix} H_0 & & & & H_{m_s} & \dots & H_1 \\ H_1 & H_0 & & & & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & & & & H_{m_s} \\ H_{m_s} & & & H_0 & & & \\ & H_{m_s} & & & & & \\ & & \ddots & & & \ddots & \\ & & & H_{m_s} & H_{m_s-1} & \dots & H_0 \end{pmatrix} \tag{5.14}$$

Il est important de noter que dans chaque cas, les codeurs récursifs systématiques et non récursifs partagent la même matrice de parité[JZ99].

5.3.1.2 Matrice de parité de turbo-codes parallèles

Si on considère des codes convolutifs récursifs systématiques de rendement $k/(k+1)$, la matrice $H^T(D)$ s'écrit simplement [JZ99]

$$H^T(D) = \begin{pmatrix} h_1^T(D) \\ h_2^T(D) \\ \vdots \\ h_{k+1}^T(D) \end{pmatrix} \tag{5.15}$$

avec $h_{k+1}^T(D)$ étant le polynôme de retour. Il suffit alors d'appliquer les équations (5.12)-(5.14) pour trouver la matrice de parité.
En utilisant le fait que les codes composants soient systématiques et en multiplexant les bits d'information et de redondance, la matrice de parité d'un code composant H de dimension

$(N-K) \times N$ peut être réécrite après permutation des colonnes sous la forme $\tilde{H} = [H_i H_r]$ avec H_i et H_r les sous-matrices de H relatives aux bits d'information et de redondance respectivement. La matrice de parité d'un turbo-code se déduit aisément pour le cas de deux codes concaténés en parallèle [Pot00] comme suit

$$H_{tc} = \begin{bmatrix} H_i & H_r & 0 \\ H_i \Pi^T & 0 & H_r \end{bmatrix} \tag{5.16}$$

où Π^T désigne la transposée de la matrice d'entrelacement avant le second code. Ceci se généralise directement au cas de multiples codes concaténés en parallèle.

5.3.1.3 Exemple

Nous donnons maintenant un petit exemple d'illustration : nous considérons un Turbo-code de rendement $R = 1/3$ dons le code composant à pour coefficients en octal $(1, 23_8/35_8)$. Sous hypothèse de fermeture par troncature directe, les matrices de parité du code composant et du turbo-code correspondant sont données par les matrices H et H_{tc} comme suit :

$$H = \begin{pmatrix}
1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&1&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&1&0&1&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&0&0&1&0&1&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&1&1&0&0&1&0&1&1&1&0&0&0&0&0&0\\
0&0&1&1&1&0&0&1&0&1&1&1&0&0&0&0\\
0&0&0&0&1&1&1&0&0&1&0&1&1&1&0&0\\
0&0&0&0&0&0&1&1&1&0&0&1&0&1&1&1
\end{pmatrix}$$

$$H_{tc} = \left(\begin{array}{cccccccc|cccccccc|cccccccc}
1&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&1&0&0&0&0&0&0&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&1&0&0&0&0&0&1&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&0&0&1&0&0&0&0&0&1&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&1&0&0&1&0&0&0&1&0&1&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&1&1&0&0&1&0&0&0&1&0&1&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&1&1&0&0&1&0&0&0&1&0&1&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&1&1&0&0&1&0&0&0&1&0&0&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0\\
\hline
0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0\\
0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&1&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&1&1&0&0&0&0&0\\
0&0&1&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&1&1&0&0&0&0\\
0&1&1&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&1&1&1&0&0&0\\
1&1&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&1&1&1&0&0\\
0&0&0&1&1&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&1&1&1&0\\
0&0&0&0&1&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&1&1&1
\end{array}\right)$$

5.3.2 Décodage de codes denses ou localement denses par propagation de croyances non binaire

5.3.2.1 Clustering et preprocessing des matrices de parité

Dans [GCGD07], les auteurs ont proposé une technique dite de "clustering" qui permet de construire une représentation non binaire d'un code binaire et qui permet alors d'utiliser la

généralisation de BP sur les groupes finis abéliens. Comme nous le verrons par la suite cette technique couplée à un preprocessing efficace de la matrice permet de proposer un décodage par BP efficace d'un turbo-code en se basant sur la matrice de parité de ce dernier.

Définition 4 (Clustering) *La matrice H est tout d'abord décomposée en groupes de p lignes et p colonnes. Chaque groupe de p lignes représente un nœud de contrainte généralisé dans le graphe de Tanner associé. Ce nœud de contrainte est ainsi défini sur le groupe fini $G(2^p) = ((\mathbb{Z}/2\mathbb{Z})^p, +)$, qui est le sous-groupe additif de $GF(2^p)$. Chaque groupe de colonnes représente un nœud de variable non binaire, construit à partir de la concaténation de p bits, définissant des p-uplets de $G(2^p)$.*

Définition 5 (Cluster et équation de contraintes généralisées) *Un cluster est défini par une sous-matrice h_{ij} de la matrice de parité H et de dimensions $p \times p$. Si ce cluster n'est pas la matrice nulle, alors on peut créer une branche entre les groupes de lignes et de colonnes correspondant. A chaque cluster non nul, on associe une fonction linéaire $f_{ij}(.)$ à valeurs de $G(2^p)$ dans $G(2^p)$ et qui admet h_{ij} comme matrice de représentation binaire.*
En utilisant cette notation, on peut définir la i-ème équation de contrainte généralisée définie sur $G(2^p)$ comme suit

$$\sum_j f_{ij}(c_j) \equiv 0 \tag{5.17}$$

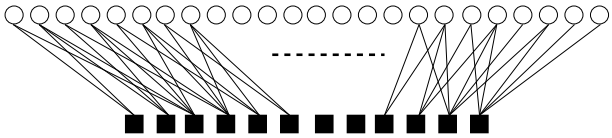
avec c_j représentant la j-ième coordonnée d'un mot de code dont les symboles sont redéfinis sur $G(2^p)$.

Pour illustrer nos propos et comprendre l'impacte du clustering dans notre problème, nous considérons le cas simple du code convolutif $(1, 5_8/7_8)$ de rendement $R = 1/2$. On considère alors un code avec $K = 12$ bits d'information et fermeture par troncature directe. On peut alors appliquer un clustering de taille 4×4 à la matrice de parité du code. Le résultat est alors donné par

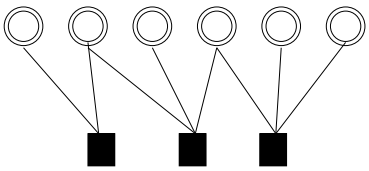
$$H = \left(\begin{array}{cccc|cccc|cccc|cccc|cccc|cccc}
1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&1&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&1&0&1&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&1&1&0&1&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
\hline
0&0&0&0&1&1&0&1&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&1&1&0&1&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&1&1&0&1&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&1&0&1&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0\\
\hline
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&1&0&1&1&1&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&1&0&1&1&1&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&1&0&1&1&1&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&1&0&1&1&1
\end{array}\right)$$

Le graphe de Tanner non binaire correspondant a donc des équations de contraintes généralisées définies sur $G(2^2)$ et s'appliquant à des 4-uplets. Le graphe de Tanner non binaire correspondant à notre matrice exemple est donné figure 5-10.b. On le compare au graphe de Tanner basée sur H (Figure 5-10.a). Comme on peut le réaliser sur la figure, le graphe de Tanner binaire est très dense et contient beaucoup de cycles d'ordre 4, ce qui est très pénalisant pour un algorithme de type BP. Dans ce cas d'ailleurs, l'algorithme BP est inefficace comparé au BCJR [BCJR74]. Par contre, le graphe de Tanner non binaire lui est très bien conditionné puisque dans ce cas, la représentation est un arbre ce qui conduit à l'optimalité de l'algorithme BP qui est censé

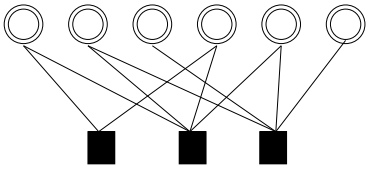
converger vers le maximum a posteriori si la structure du graphe est un arbre. Notons que l'existence d'un ordre p assurant cette condition d'arbre est fortement dépendante des paramètres du code. Cependant, pour les codes de rendement $R = 1/2$, il a été observé que pour différentes longueurs de contrainte, un tel p existait. Cette représentation en arbre n'est plus du tout vérifiée si on prend la représentation multiplexée donnée par $\tilde{H}$. Dans ce cas, BP est clairement sous optimal. Cette sous optimalité occure déjà au niveau du code composant. Il apparaît que le clustering seul n'est pas suffisant et une étape de preprocessing pour un clustering efficace sera nécessaire dans le cas des turbo codes.



(a) Graphe de Tanner de l'image binaire.



(b) Graphe de Tanner de l'image non binaire basée sur H.



(c) Graphe de Tanner de l'image non binaire basée sur $\tilde{H}$.

Fig. 5-10 – Comparaison des différentes représentations pour un code récursif systématique avec un clustering de taille $p = 4$.

5.3.2.2 Algorithme BP non binaire associé

L'algorithme BP sur $G(2^p)$ a été étudié dans [GCGD07]. Il opère de manière très similaire à l'algorithme BP sur $GF(2^p)$ considérant des messages de taille $Q = 2^p$. Le graphe de Tanner associé est essentiellement le même que celui pour un code sur $GF(Q)$. Seuls les nœuds fonctionnels portés par les branches du graphe sont différenciés. La mise à jour des nœuds de variable est toujours le produit terme à terme des vecteurs de probabilité entrants. Au niveau des nœuds de contraintes, on considère que la mise à jour s'effectue sur les messages qui ont préalablement subit l'action des nœud fonctionnels censés représenter l'action des fonctions $f_{ij}(.)$ dans l'équation de contrainte généralisée (5.17). Dans ce cas, la mise à jour des messages au niveau des nœuds de contraintes est identique à BP sur $GF(2^p)$. En effet, à ce niveau, seules les propriétés du sous groupe additif $G(2^p)$ sont utilisées pour les opérations de convolutions et donc de la mise en œuvre efficace par transformée de Fourier. Ainsi, la principale différence réside dans l'interprétation de l'équation de contrainte généralisée (5.17). Cette dernière fait intervenir une fonction $f_{ij}(.)$ de $G(2^p)$ dans $G(2^p)$ alors que sur $GF(2^p)$, cette fonction était une simple permutation du vecteur de probabilité. Ainsi, seules les étapes de permutation et de dé-permutations

de l'algorithme BP non binaire seront changées et sont données comme suit :

- **Mise à jour par passage du nœud fonctionnel $f_{ij}(.)$:**
  Chaque composante du vecteur $\tilde{V}_m^{(\ell)}$ est donné par l'expression suivante:

$$\tilde{V}_m^{(\ell)}[\beta_j] = \sum_i V_m^{(\ell)}[\alpha_i] \qquad j = 0 \ldots q-1, \;\; \beta_j = f_{ij}\left(\alpha_i\right)$$

- **Mise à jour par passage inverse du noeud fonctionnel $f_{ij}^{-1}(.)$:**
  Chaque composante du vecteur $\tilde{U}_m^{(\ell)}$ est donné par l'expression suivante:

$$\tilde{U}_k^{(\ell)}[\alpha_i] = U_k^{(\ell)}[\beta_j] \qquad \forall \alpha_i \,:\, \beta_j = f_{ij}\left(\alpha_i\right)$$

5.3.3 Preprocessing et décodage de turbo-codes par BP

Comme vu précédemment, les performances de l'algorithme BP non binaire vont dépendre essentiellement de la topologie du graphe obtenu par clustering. On doit alors dans le cas des turbo-codes procéder à une étape de pré-processing *essentielle* pour qu'une solution itérative par BP puisse être efficace.

5.3.3.1 Influence du préprocessing

Le but du préprocessing est d'appliquer certaines transformations à la matrice de parité H_{tc} du turbo code avant l'opération de clustering, et ce, afin que le graphe de Tanner ait certaines propriétés intéressantes pour un décodage sous BP. En effet, toute combinaison de lignes ou des permutations de colonnes permettent de changer la topologie du graphe sans changer l'espace du code (on travaille sur une version équivalente du code, éventuellement avec les symboles de mots de code permutés). On appelle alors H'_{tc} la matrice obtenue après processing. La matrice de référence sera de la forme explicitée à l'équation (5.16). Nous nous sommes intéressés à deux pré-processings de cette matrice comme montrés en figure 5-11 pour un exemple de codes de rendement $R = 1/3$. Ces processings sont apparus comme de bons candidats quant à leur densité et leurs propriétés topologiques après clustering. Leur description est la suivante :

$\mathcal{P}_{c_1}$ Ce préprocessing consiste à considérer le premier code convolutif avec une alternance des bits d'information et de redondance. La seconde partie de la matrice s'imposant de par l'entrelaceur et la structure du code concaténé. La matrice de parité ainsi obtenue comprend alors deux parties, chacune ayant une forme triangulaire supérieure avec une diagonale ou quasi diagonale, ce qui permet de réduire le nombre de clusters non nuls dans le graphe de Tanner comparé au graphe initiale.

$\mathcal{P}_{c_2}$ Le second preprocessing consiste en des permutations de colonnes qui ont pour but de concentrer les éléments non nuls de H sur la diagonale pour un preprocessing plus efficace. Nous avons vérifié à posteriori par simulations sur plusieurs turbo-codes que le nombre de clusters créés avec le préprocessing $\mathcal{P}_{c_2}$ était moindre que pour le préprocessing $\mathcal{P}_{c_1}$.

Malheureusement, ces approches sont avant tout basées sur des heuristiques issues de nos observations. La méthode d'optimisation n'est donc pas complètement systématique. Il n'a pas été possible lors de nos études de dégager une approche théorique valable permettant de trouver un préprocessing donnant un graphe après clustering qui aurait des propriétés cibles. Cela reste un problème ouvert.

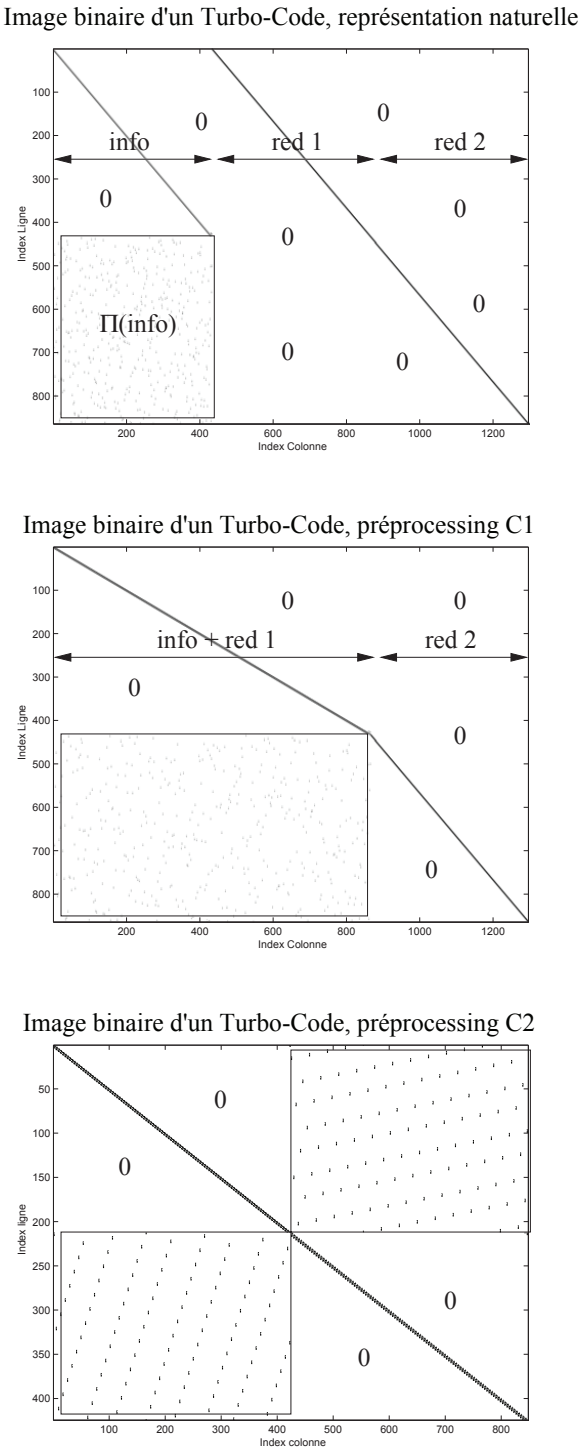
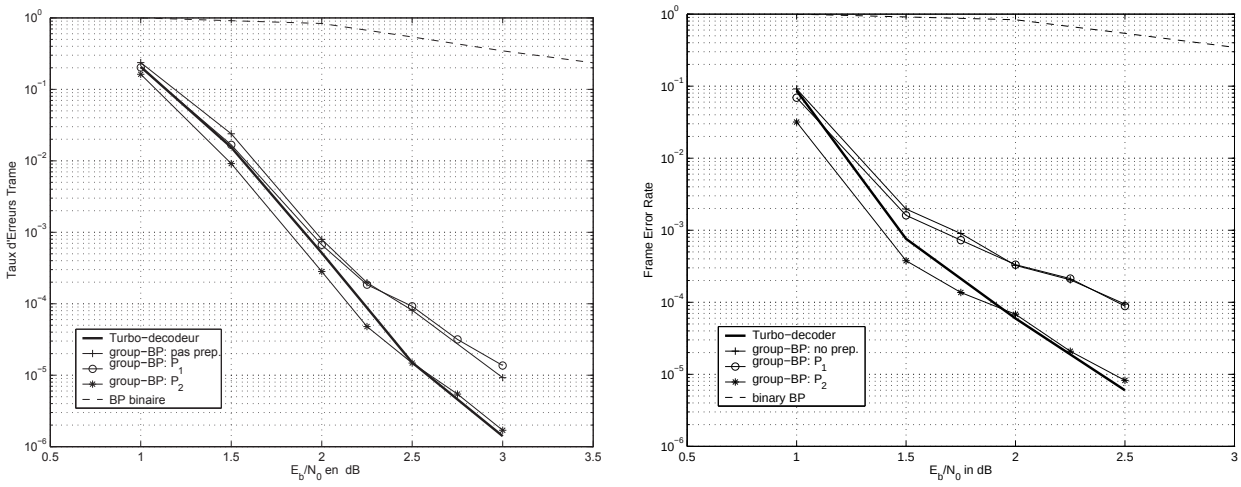


Fig. 5-11 – Trois représentations binaires différentes d'un Turbo-Code $R = 1/3$. La première est la représentation "naturelle" (voir eq. 5.16),la seconde correspond au clustering $\mathcal{P}_{c_1}$ et la troisième au clustering $\mathcal{P}_{c_2}$

5.3.3.2 Performances

Nous avons dans le cadre du projet NOBILE 1 mis en œuvre cette approche pour le décodage de turbo-codes duo-binaires de paramètres $R = 0.5$ et de taille $N = \{848, 3008\}$ bits codés issus du standard DVB-RCS standard [DB05]. Les trames que nous avons testées correspondent aux longueurs de trame ATM et MPEG avec $K = \{53, 188\}$ octets d'information respectivement. Nous avons utilisé un clustering de taille $p = 8$. les codes composants sont des codes avec fermeture circulaire ("tailbiting').
Nous avons testé le décodage sur canal BABG et nous nous comparons au décodage classique par l'algorithme BCJR (implémentation max-log-map). Pour BP (noté groupBP), le nombre d'itérations est fixé à 100 itérations max. Notons toutefois que le nombre moyen d'itérations est de l'ordre de trois ou quatre pour des taux d'erreurs trame en dessous de 10^{-3}. Les Figures 5-12$-(a)$ et 5-12$-(b)$ donnent les résultats pour $N = 848$ et $N = 3008$ respectivement et s'attachent à comparer les trois processings considérés avec l'algorithme BCJR. Le preprocessing $\mathcal{P}_{c_2}$ est de loin le plus performant dans tous les cas. Ces résultats permettent de montrer que l'on peut décoder efficacement un turbo-code en utilisant BP en combinant un preprocessing efficace avec un décodage BP non-binaire. Bien évidemment, le décodeur reste plus complexe que le décodeur BCJR, mais des décodeurs faible complexité non binaires pourraient être adaptés au décodeur BP sur les groupes. Cependant, ces résultats restent encourageant pour la considération d'architecture de décodage commune turbo-codes/LDPC, ce qui était le but initiale de l'étude. Il est à noter cependant que l'avantage reste en faveur du turbo code dans le plancher d'erreur. Un problème ouvert reste la caractérisation des points fixes du nouveau décodeur. A titre d'exemple, nous avons aussi donné les performances de BP binaire sur la matrice de parité: il apparait clairement que BP est incapable de converger dans cette configuration.



(a) (b)

Fig. 5-12 – Performance de l'algorithme groupBP pour les différents préprocessing pour les turbo-codes duo-binaires de paramètres (a) (R=0.5,N=848) et (b) (R=0.5,N=3008).

Pour illustrer l'impacte du preprocessing sur le clustering nous avons également compté le nombre de clusters non nuls pour les matrices simulées et dans chaque représentation $\mathcal{P}_{c_1}$ et $\mathcal{P}_{c_2}$. Ces statiques sont données par la table 5-4. Les clusters non nuls à rang déficient correspondent à des fonctions $f_{ij}(.)$ de type projection et les cluster de rang plein à une permutation. Dans les deux cas, le nombre de clusters est en faveur du second preprocessing. Les simulations

montrent que la concentration opérée par le second processing à une influence directe sur le déroulement de l'algorithme.

	$\mathcal{P}$	Total Clusters	Nonzero Clusters	Full Rank Clusters
Turbo R=1/2	$\mathcal{P}_{c_1}$	5618	506	26
N=848 bits	$\mathcal{P}_{c_2}$	5618	426	0
Turbo R=1/2	$\mathcal{P}_{c_1}$	70688	1786	94
N=3008 bits	$\mathcal{P}_{c_2}$	70688	1504	0

Tab. 5-4 – Statistiques des clusters de taille $p = 8$ pour les Turbo-codes du standard DVB.

5.4 Extensions, travaux en cours et perspectives.

Je présente ici les extensions de mes travaux sur les codes LDPC non binaires, quelques applications et perspectives.

Optimisation à taille finie de codes non binaires définis sur les graphes.

L'étude sur l'optimisation des codes LDPC non-binaires à taille finie a été appliquée à l'optimisation d'autres familles de codes non binaires telles que

- les codes RA/IRA (Repeat Accumulate/Irregular Repeat Accumulate) non binaires : dans le cadre du projet NOBILE2, je me suis intéressé aux codes à complexité de codage linéaire de type RA/IRA. On a pu proposer une méthode d'optimisation des codes RA ultra-creux directement dérivée de notre méthode. Cependant, nous avons pu voir l'influence du coefficient non binaire associé à l'accumulateur interne du code RA. La sélection et le critère de sélection restent heuristiques et donc cela reste une problématique ouverte. Nous avons ensuite considéré l'extension de notre méthode au cas irrégulier. Cela a été possible en remarquant que le degré moyen des nœuds de variables est concentré sur 2 en augmentant l'ordre du corps. Le code résultant a donc plus de colonnes de degré 2 que de lignes et donc toute combinaison de cycles impliquant ces colonnes strictement donne des mots de code. Ainsi sur la partie contenant des nœuds de variables de degré 2, on sera intéressé par appliquer nos critères. Cela reste pourtant sous-optimale. L'extension au cas irrégulier sous BP reste donc ouvert. L'avantage à considérer ce problème réside dans le fait que l'on peut avoir des codes sous $GF(8)$ ou $GF(16)$ qui ont des performances proches de codes sur $GF(64)$ dans la zone d'avalanche mais offrent de moins bonnes performances dans le plancher d'erreur. L'optimisation dans le cas irrégulier permettrait de pouvoir abaisser ce plancher et donc d'avoir de bonnes familles non binaires, mais moins complexes à mettre en œuvre.
- les code LDPC Hybrides à faible rendements [Sas08] : ce sont des codes définis sur des corps de Galois multiples. J'ai collaboré à l'application du critère d'optimisation sur les cycles à cette famille de codes.
- les codes LDPC non-binaires à faibles rendements utilisant des répétitions de parité non binaires : plus récemment, dans le cadre d'une collaboration avec K. Kasai, nous nous sommes intéressés à une famille de codes LDPC non-binaires à faibles rendements utilisant des répétitions de parités non binaires montrant de très bonnes performances. De manière à garder le caractère ultra-creux des codes, on applique à un code de rendement mère donné des répétitions codées de symboles (ie. même symbole de mot de code émis mais multiplié par un symbole aléatoire sur $GF(Q)$). Dans ce cadre, on diminue bien le rendement et la complexité de décodage est strictement identique au code mère. Ces codes ont montré de très bonnes performances en particulier pour des trames courtes.

Application des codes LDPC non binaires.

Les codes LDPC non binaires sont de plus en plus considérés dans de nombreuses applications (canaux magnétiques, transmissions MIMO, ACM/HARQ). Pour ma part, j'ai considéré en collaboration avec R. Imad et S. Houcke la synchronisation aveugle des codes LDPC non binaires. Cette technique est basée sur l'évaluation souple ou dure de critères dérivés à partir du calcul du syndrome de la matrice de parité. Nous avons pu étudier leur performances théoriques et pratiques et montré qu'ils se comportent raisonnablement. De même, nous avons également

regardé les performances en synchronisation aveugle des codes de Reed-Solomon en utilisant leur image binaire et en comparant avec une approche non-binaire. J'aimerais évaluer ensuite leur intérêt dans le cadre SC-FDMA et considérer l'optimisation pour les canaux à interférences entre symboles. De même, on pourra considérer l'approche développée avec K. Kasai pour considérer des schémas à rendement adaptatif en particulier dans le cadre coopératif.

Chapitre 6

Combinaison de paquets pour les systèmes à retransmissions sur les canaux sélectifs en fréquence.

Dans ce chapitre, je présente brièvement les travaux que nous avons conduits pendant la thèse de A.-N. Assimi sur les transmissions HARQ (Hybrid Automatic Repeat reQuest) avec un protocole de type "Chase Combining" (CC) sur les canaux sélectifs en fréquence. Au cours de cette thèse, nous avons envisagé différents émetteurs et récepteurs pour ce type de transmissions et nous avons étudié leur performances respectives à l'aide d'une analyse par maximum de vraisemblance et d'outils tels que les EXIT charts. Dans l'analyse par maximum de vraisemblance, nous nous sommes intéressés aux propriétés statistiques de la distance Euclidienne pour un schéma codé sous hypothèse d'entrelacement uniforme et nous avons caractérisé de manière complète les moments d'ordre 1 *et* 2 *de celle-ci. En particulier, il a été montré que ces quantités étaient utiles pour la comparaison des systèmes considérés. Ici, nous ferons surtout une présentation des systèmes étudiés et de leur principales propriétés. Nous laissons le lecteur se référer à [Ass09, APF10, APF09b] pour plus de détails sur ces approches analytiques. Ce chapitre est organisé comme suit. En section 6.1, je présente le contexte et le système que nous avons considérés. Puis, en section 6.2, je présente un mode de diversité à l'émission, appelé diversité d'entrelacement. Puis, en section 6.3, je présente un second mode de diversité basé sur un précodage à l'émission, appelé, diversité de précodage de phase. Enfin, la section 6.4 présente les travaux en cours et les perspectives à court terme.*

6.1 Combinaisons de paquets sur canal sélectif en fréquence.

6.1.1 Modèle et transmission et récepteur classique.

Nous considérerons une transmission codée sur canal sélectif en fréquence mono-porteuse. L'ajout d'un préfixe cyclique permet de considérer une implémentation de l'égalisation dans le domaine fréquentiel. Malgré l'omni-présence des systèmes multi-porteuses sur les derniers standards de télécommunication sans fil, ce type de transmissions a connu un regain d'intérêt depuis l'avènement du standard 3GPP-LTE qui a adopté ce type de transmission sur la liaison montante couplé à un accès multiple de type FDMA (Frequency Division Multiplexing), permettant donc un mode de communication asymétrique entre la liaison montante et descendante. En effet, la voie descendante considère un accès de type OFDMA (Orthogonal Frequency Division Multiple

Access) avec donc une transmission de type multi-porteuses pour chaque utilisateur, alors que la voie montante considère un accès de type‘ SC-FDMA (single-carrier FDMA), ie. transmission mono-porteuse avec précodage de l'accès en fréquence. Le schéma de la transmission et les notations sont alors considérés à la figure 6-1.

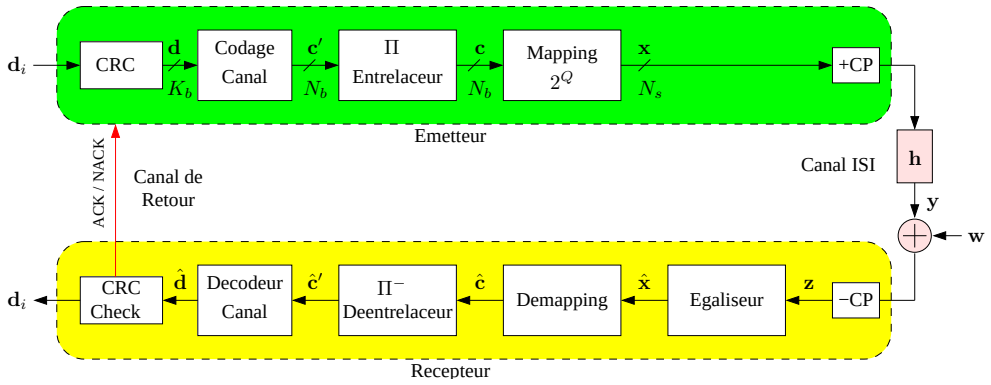


Fig. 6-1 – Système de transmission mono-porteuse sur canal sélectif en fréquence.

A l'émetteur, les bits d'information sont regroupés en paquets de taille égale. A chaque bloc d'information noté $\mathbf{d}_i$ est ajouté L_{crc} bits de parité issus d'un code CRC (Cyclic Redundancy Check). Le bloc obtenu $\mathbf{d}$ contenant K_b bits est ensuite codé par un code de canal de rendement $R = K_b/N_b$ qui produit les mots de code notés $\mathbf{c}$ de taille N_b bits codés. Les bits sont alors entrelacés utilisant un entrelaceur noté Π pour être ensuite associés à N_s symboles issus d'une modulation complexe dont l'alphabet $\mathcal{S}$ est de cardinalité $|\mathcal{S}| = 2^Q$ symboles. La séquence de symboles obtenus est alors notée $\mathbf{x}$. Nous supposerons $N_b = QN_s$. Avant transmission sur le canal un préfixe cyclique (CP) est ajouté.

Le canal de communication considéré est un canal sélectif en fréquence modélisé par sa réponse impulsionnelle discrète de taille L, notée $\mathbf{h} = [h_0, \cdots, h_{L-1}]$. Elle sera supposée constante sur une trame émise, mais pourra éventuellement varier au cours des différentes trames selon le modèle de canal considéré. De plus, un bruit additif gaussien est considéré au niveau du récepteur.

Au récepteur, de manière conventionnelle, les opérations suivantes sont réalisés. Le préfixe cyclique est enlevé. On réalise ensuite l'égalisation du signal reçu en temporel ou fréquentiel, la solution fréquentielle étant celle généralement retenue de part son gain en complexité induite sur le récepteur. Les opérations duales de démapping et de désentrelacement sont alors réalisées, puis le décodage canal est réalisé.

L'intégrité des données reçues $\hat{\mathbf{d}}$ est alors vérifiée à l'aide du code CRC. Si le message est déclaré correcte, les données sont transmises aux couches protocolaires supérieures et un signal ACK de bonne réception est envoyé au récepteur, si une erreur est déclarée un signal NACK est émis, demandant le retransmission de données supplémentaires. Dans la suite, nous considérerons prioritairement le protocole de retransmission complète des paquets appelé CC-HARQ (Chase-Combining based Hybrid Automatic Repeat reQuest) en référence au mode de combinaison proposé par Chase [Cha85] en réception dans le cas de ré-émission du même paquet.

Les performances du récepteur classique tandem peuvent être grandement améliorées en utilisant le principe turbo [BG96]. Le récepteur itératif considéré sera alors la concaténation série d'un égaliseur à entrées et sorties souples avec le décodeur de canal. Ce procédé est connu sous le nom de turbo-égalisation [DPD+95] [Rou00].

6.1.2 CC-HARQ : système et récepteur traditionnel.

Le schéma CC-HARQ fut introduit par Chase [Cha85] présentant la combinaison optimale aux sens du maximum de vraisemblance de plusieurs versions bruitées d'un même paquet. Il est souvent référencé comme le protocole HARQ - type I en opposition à l'HARQ - type II utilisé pour désigner les systèmes à redondance incrémentale (IR-HARQ). Pour ce type de protocole, un paquet codé $\mathbf{x}$ est émis. En cas de non acquittement, le même paquet est alors ré-émis. L'ensemble des copies reçues du même paquet peuvent alors être combinées au récepteur au niveau signal et le décodage canal est alors réalisé à partir de l'information combinée à partir de l'ensemble des copies reçues. On opère donc un décodage conjoint au récepteur. Dans le cas de transmission par évanouissements par blocs sans sélectivité en fréquence, le récepteur optimal est le récepteur MRC (Maximum Ratio Combining). Le signal reçu à la t-ième transmission est donné par

$$\mathbf{z}^{(t)} = h^{(t)}\mathbf{x} + \mathbf{w}^{(t)} \tag{6.1}$$

où $h^{(t)}$ est le gain complexe du canal, et $\mathbf{w}^{(t)}$ est un vecteur de bruit gaussien blanc circulaire complexe de moyenne nulle et de variance $\sigma_w^2 = N_0$. A la T-ième transmission, le récepteur combine les T copies au niveau signal. Le signal équivalent reçu $\mathbf{z}_T$ est alors obtenu par une combinaison pondérée des différents paquets reçus en fonction du rapport signal à bruit instantané sur chaque paquet. Formellement, on obtient

$$\mathbf{z}_T = \sum_{t=1}^{T} \alpha^{(t)}\mathbf{z}^{(t)} \,, \tag{6.2}$$

où $\alpha^{(t)}$ est le facteur de pondération sous critère de maximum de vraisemblance donné par

$$\alpha^{(t)} = \frac{(h^{(t)})^*}{\sigma_w^2} \tag{6.3}$$

La procédure est représentée à la figure 6-2.

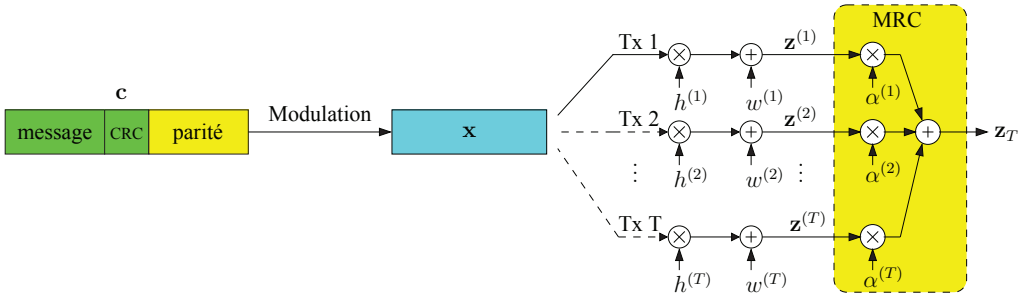


Fig. 6-2 – Chase Combining - HARQ.

6.1.3 Combinaison de paquets pour les canaux sélectifs en fréquence.

Quand on considère maintenant le protocole CC-HARQ, l'ajout de la problématique de la détection en présence d'interférences entre symboles ajoute de la difficulté à la détection. Différentes stratégies peuvent alors être considérées :

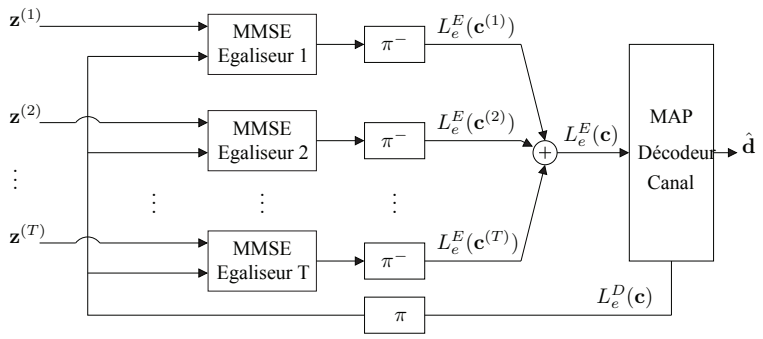


Fig. 6-3 – Turbo-égalisation MMSE (Minimum Mean Square Error) avec MRC.

Egalisation séparée et combinaison MRC [SC04].

Une façon simple de concevoir le récepteur dans ce cas est de considérer l'extension directe de la méthode précédente en considérant une égalisation disjointe des paquets suivie par une combinaison de type MRC à l'entrée du décodeur canal, ceci pouvant être réalisé au niveau symbol ou bit en fonction du système considéré. Le détecteur associé est alors donné figure 6-3, où $L_e^x(.)$ représentent les LLRs extrinsèques échangés par l'égaliseur ou le décodeur canal.

Egalisation conjointe [SD05]

Cependant, la stratégie précédente ne prend pas en compte la structure forte impliquée par la retransmission du même paquet. Il a été ainsi montré dans [SD05] que l'égalisation conjointe des paquets offrent de meilleures performances par rapport à une égalisation disjointe suivie d'une combinaison MRC [SC04]. Ceci est d'autant plus vrai quand on considère un récepteur itératif. Cette amélioration des performances se fait au prix d'un accroissement de la complexité qui varie selon la structure de l'égaliseur considéré. Pour le décodeur Maximum A Posteriori, la complexité reste quasi-identique car seules les probabilités de transition de canal sont à modifier. Pour le cas des égaliseurs linéaires basés sur un critère MMSE (Minimum Mean Square Error), l'accroît de complexité est négligeable si on considère une implémentation dans le domaine fréquentiel. Nous considérerons donc ce type de récepteurs pour ce type de transmission que nous identifierons sous le sigle IT pour (Identiques Transmissions).

6.1.4 Comparaison CC vs IR

Nous allons maintenant illustrer simplement les performances du protocole CC-HARQ par rapport au protocole IR-HARQ pour montrer dans quel cadre les performances de ce type de récepteurs sont à améliorer. Nous considérons donc les deux protocoles avec transmission sur canal sélectif en fréquence, avec pour chaque scénario, un nombre de retransmissions maximum donné par $T_{\max} = 3$. Dans le cadre du protocole IR, nous considérons les codes convolutifs compatibles en débit de [Hag88] avec un rendement initial $r_1 = 4/5$. Les différents rendements sont choisis tels que la taille des blocs reçus cumulée est identique à chaque retransmission pour les deux protocoles. La taille d'information est de 960 bits et la taille du mot de code est de 1200 bits. Le protocole CC-HARQ est réalisé en utilisant le mot de code initiale de fort rendement. La modulation considérée est une modulation de type BPSK. Le canal est un canal à coefficients aléatoires de longueur $L = 5$ et ayant un profile de puissance uniforme. Nous considérerons tout

au long du chapitre deux grands types de canaux sélectifs en fréquence :

- Canal statique à court terme (Short-term static channel, STSC): ce modèle suppose le canal constant sur la durée d'un paquet et peut varier d'une trame à l'autre. Quand on ne considère aucune sélectivité en fréquence, cela revient à considérer le canal comme un canal à évanouissements par blocs.
- Canal statique à long terme (Long-term static channel, LTSC): dans ce modèle le canal ne varie pas sur les différentes retransmissions associées au même paquet. Ce modèle permet d'étudier les performances moyennes du protocole quand le canal varie relativement lentement par rapport au délai nécessaire à la retransmission; En pratique, on considérera des modèles de transmission basés sur un modèle de corrélation d'une trame à l'autre utilisant par exemple un modèle de Jakes [PL98]. Les deux modèles de canaux précédents étant les modèles limites quand on considèrent les trames indépendantes (STSC) ou identiques (LTSC).

Dans le cas du modèle LTSC, la figure 6-4 montre les performances en taux d'erreur trame pour les deux protocoles en considérant (a) une égalisation linaire MMSE et décodage canal séparés et (b) la turbo-égalisation utilisant un récepteur MMSE utilisant 5 itérations. Les performances pour les deux mêmes récepteurs sont également données pour un canal STSC sur la figure. Comme nous pouvons le constater, les performances relatives entre les deux protocoles sont très dépendantes du modèle de canal et des récepteurs considérés. Ainsi le protocole IR surpasse largement le protocole CC pour les canaux LTSC, surtout dans le cas non itératif, bénéficiant du gain de codage apporté par ce type de protocole. Le gain tend à diminuer légèrement quand on considère un système itératif. Dans le cas STSC, les canaux étant tous indépendants, le gain de l'IR est nettement moindre dans ce cas et pour la famille de codes considérée.

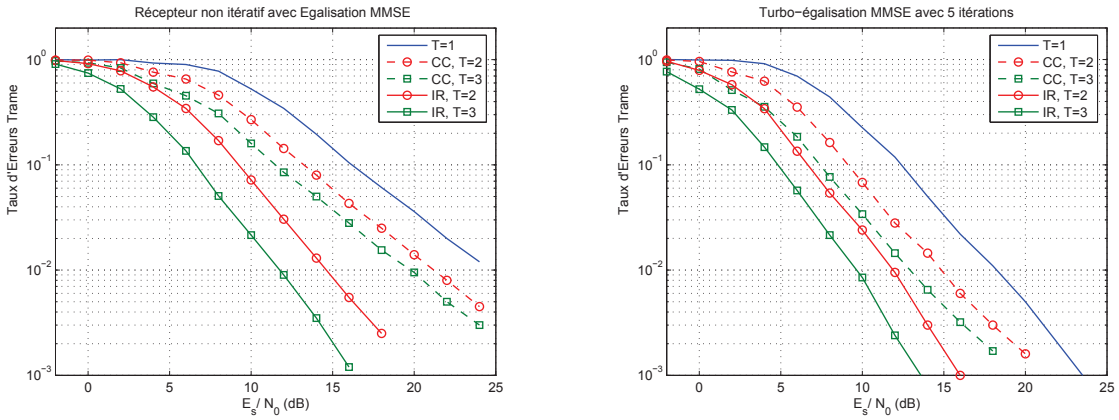


Fig. 6-4 – Comparaison de performances entre CC-HARQ et IR-HARQ pour un canal LTSC de taille $L = 5$ et $T_{\max} = 3$.

En résumé, le protocole IR offre un bon avantage sur le protocole CC principalement dû au gain de codage apporté. Cependant, la mise en œuvre de ce protocole est plus coûteuse généralement que le protocole CC qui reste simple à mettre en œuvre surtout au niveau de la pile protocolaire (gestion du MAC). Cependant, on peut noter que dans le cas des canaux LTSC, il y a un gain substantiel à gagner pour ce type de canaux pour concurrencer le cas IR-HARQ. Ainsi, dans nos travaux, nous nous sommes intéressés à la conception de schémas basés sur le protocole CC ayant des performances meilleures que le récepteur considérant l'égalisation conjointe présentée précédemment. On a donc chercher à développer des techniques de diversité à l'émission pour

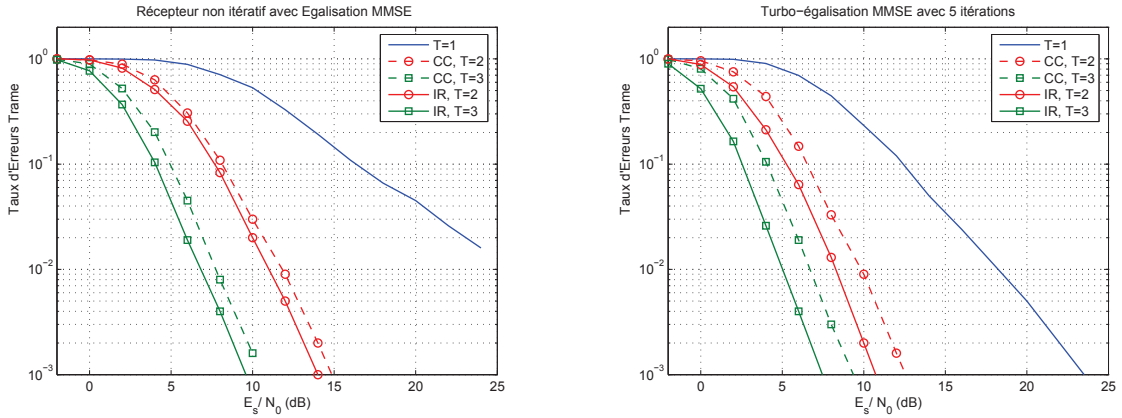


Fig. 6-5 – Comparaison de performances entre CC-HARQ et IR-HARQ pour un canal STSC de taille $L = 5$ et $T_{\max} = 3$.

améliorer les performances de ce protocole.

6.2 Diversité d'entrelacement à l'émission.

6.2.1 Système et récepteurs associés.

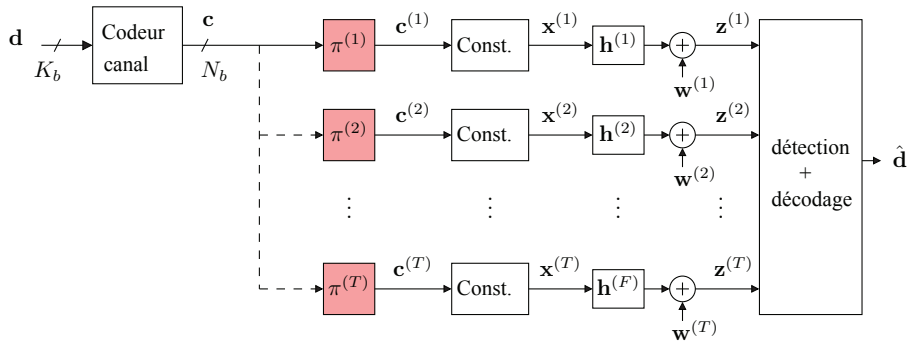


Fig. 6-6 – Diversité d'entrelacement à l'émission pour le protocole CC-HARQ.

Le schéma de diversité d'entrelacement à l'émission (Bit-Interleaving Diversity , BID) est décrit figure 6-6. Directement inspiré des turbo-codes [BGT93], il fut initialement proposé par [BA98] pour des transmissions de type ARQ non-codés sur canal sélectif en fréquence. Ainsi, le récepteur initialement proposé utilise la concaténation parallèle obtenue pour dériver un récepteur itératif utilisant un égaliseur MAP associé à chaque retransmission. Ce schéma fut ensuite repris par [NSK03] en utilisant des récepteurs linéaires de type MMSE. Enfin, [DN02] considéra une version améliorée grâce à l'utilisation d'un précodage binaire. Pour chacun de ces systèmes, la première transmission était considérée sans entrelaceur.
Pour les systèmes codés avec protocole CC-HARQ, Samra et Ding [SD05] ont montré que, dans le cas d'une modulation BPSK et d'une égalisation de type MAP, un récepteur utilisant la turbo-égalisation mettant en œuvre une égalisation conjointe (sans utiliser de diversité d'entrelacement en émission) offre de meilleures performances que le schéma BID avec **égalisation itérative**

comme décrite sur le schéma figure 6-7 (première transmission entrelacée). Dans le cas d'un système codé la présence de l'entrelaceur est alors importante.

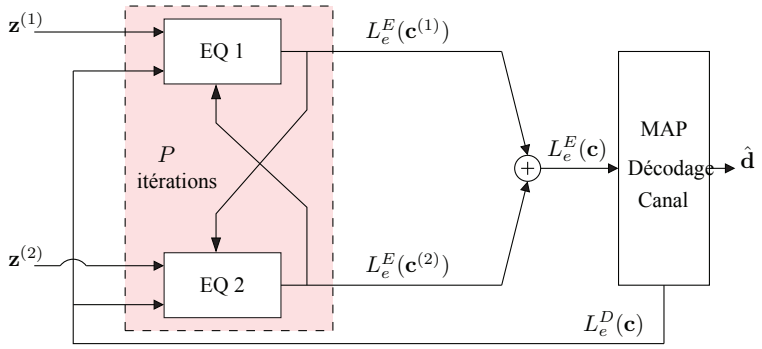


Fig. 6-7 – Principe de l'égalisation itérative pour un schéma BID.

Depuis lors, de nombreuses études utilisant ce schéma de transmission ou étendant ces travaux (extension aux cas MIMO par exemple) reprennent cette conclusion et donc la plupart des schémas proposés ont préféré aux schémas de type BID un système avec retransmission identique et égalisation conjointe (identical transmission, IT). Si l'argument complexité versus performances pouvait donner l'avantage au schéma IT, les raisons qui ont poussé à préférer ce dernier sont basées sur l'implémentation d'un récepteur itératif non adapté au cas codé. En effet, la difficulté de ce type de récepteurs à composantes itératives multiples MAP est la sélection du schéma itératif qui permet d'avoir de bonnes performances. En particulier, il faut faire très attention aux points fixes éventuels de ce type de schémas. Ainsi, en utilisant une analyse de type EXIT charts pour le turbo-récepteur, nous avons pu montrer [APF08] que la limitation du schéma BID n'était pas due au schéma d'émission lui-même, mais plutôt à la sous-optimalité du récepteur itératif mis en œuvre. Guidés par notre analyse et de manière à mieux profiter de la concaténation série avec un code de canal externe, nous avons alors proposé un autre récepteur basé sur des égalisations disjointes avec combinaison à l'entrée du décodeur canal comme illustré à la figure en considérant un récepteur linéaire de type MMSE. Les résultats ont ensuite été étendus au cas MIMO (Multiple Input Multiple Output) [APF09a].

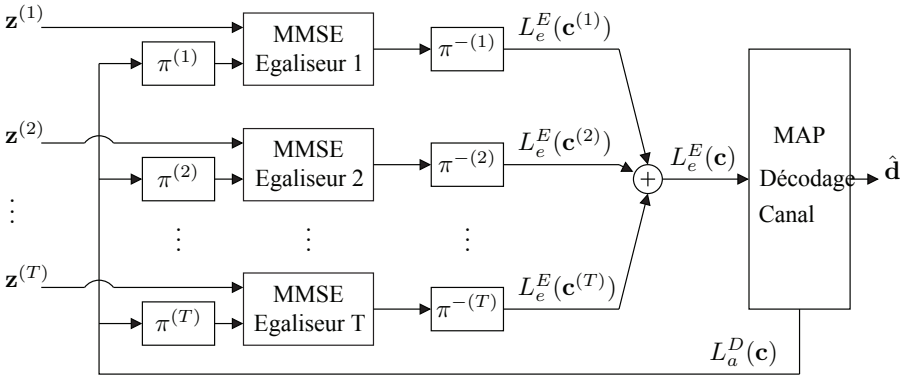


Fig. 6-8 – Structure du turbo-égaliseur pour décodage conjoint du schéma BID.

6.2.2 Une interprétation simple par analyse EXIT

Nous allons maintenant illustrer les performances des récepteurs classiques en utilisant une approche EXIT charts. Pour cela nous considérons le cas de deux retransmissions CC-HARQ utilisant un code convolutif de polynômes générateurs $(31, 27)_8$ en octal et transmis en utilisant une modulation 16-QAM avec mapping de Gray sur un canal aléatoire sélectif en fréquence et statique. Les EXIT charts correspondantes sont données figure 6-9 pour un rapport signal-sur-bruit de 2 dB. L'EXIT chart du code externe pour les schémas de combinaisons des LLRs en entrée de décodeur canal (ie BID-EI et BID-MRC) est obtenue en considérant le code de rendement $R = 1/4$ correspondant. On voit alors que pour le schéma avec égalisation itérative, on obtient toujours le point de convergence A, ce qui donne après passage par le code externe le point B. Le point D est obtenu pour le schéma BID avec égalisation disjointe et combinaison MRC. De même, le point C est obtenu en considérant l'égalisation conjointe avec le code de rendement $R = 1/2$. En interprétant ces courbes, le point D est le point qui offre les meilleures performances interprétation du point de convergence en terme de Taux d'Erreurs Binaires (TEB) pour une approximation Gaussienne). Cette analyse simple permet de mieux comprendre en quoi les récepteurs précédemment utilisés étaient clairement sous-optimaux. En fait, on a pu montrer [APF08] en utilisant une analyse par maximum de vraisemblance que le schéma BID-MRC offrait de meilleures performances que le schéma IT avec égalisation conjointe. On pourra se référer à [Ass09, APF08] pour plus de détails.

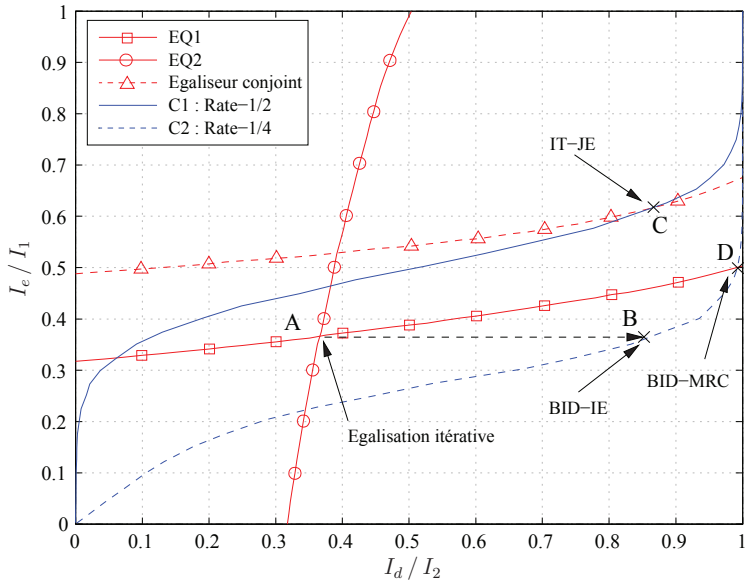


Fig. 6-9 – Analyse EXIT charts pour CC-HARQ avec diversité d'entrelacement.

6.2.3 Performances des différents schémas.

De manière à illustrer les résultats obtenus, nous considérons un schéma de transmission CC-HARQ avec $T_{max} = 4$ pour un canal LTSC aléatoire avec un profile de puissance uniforme de taille $L = 5$. On considère des paquets de 600 bits d'information codés par un code convolutif $(31, 27)_8$. Les bits sont alors envoyés sur le canal en utilisant une constellation de type 16-QAM avec codage de Gray. On utilise en réception un égaliseur de type MMSE et on s'intéresse

dans un premier temps aux performances pour un système non itératif. Pour comparaison, on reporte également les performances limites des récepteurs quand les interférences entre symboles sont complètement annulées. Cette borne est nommée Matched Filter Bound (MFB). Comme le montre la figure 6-10, on voit le net gain apporté par le schéma BID-MRC en comparaison d'un schéma IT avec égalisation conjointe en taux d'erreur trame. Ce gain est en fait croissant avec l'ordre de la modulation. On peut noter le gain déjà important sans turbo-égalisation. Le même type de résultats est obtenu pour un canal STSC. Ainsi en figure 6-11, on compare

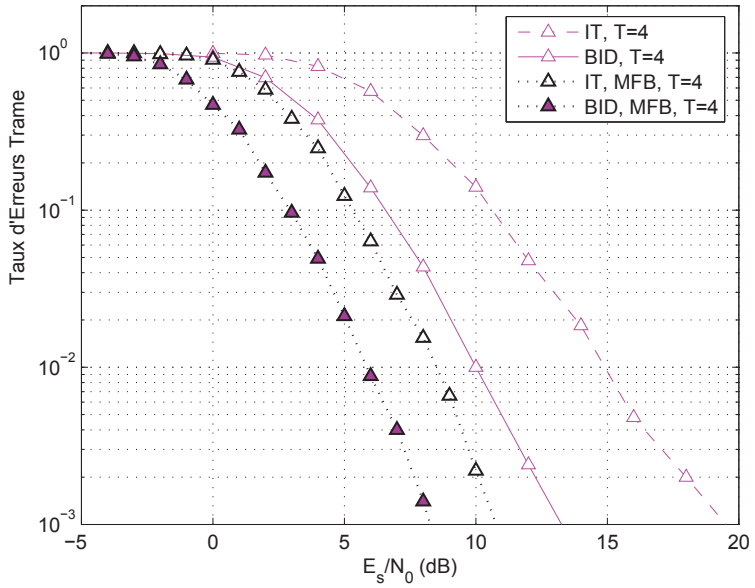


Fig. 6-10 – Comparaison de performances entre les schémas BID et IT avec un récepteur non itératif, modulation 16-QAM et canal LTSC.

les performances en terme de débits des schémas BID-MRC et IT pour le même système que précédemment mais avec turbo-égalisation (5 itérations). Là encore le gain du schéma BID-MRC est conséquent pour les rapports signal sur bruit (RSB) faibles à moyens. Pour les forts RSB, il n'y a pas de gain car le système est dominé par le taux d'erreur trame de la première transmission qui est identique à tous les schémas. Ces résultats ont ensuite été étendus au cas MIMO (Multiple Input Multiple Output) et mènent aux mêmes conclusions [APF09a].

6.3 Diversité par précodage de phase.

On s'est également intéressé à un autre mode de diversité qui se révèle très efficace pour les canaux statiques à long terme. Cette technique simple permet d'introduire une diversité à l'émetteur qui permet de réduire la dispersion du spectre de distance euclidienne permettant ainsi de réduire, retransmission après retransmission, l'influence de l'interférence entre symboles. Ce schéma est basé sur un précodage qui change la phase de chaque symbole transmis pour chaque retransmission CC-HARQ. Pour ce type de système, aucune connaissance a priori n'est requise sur le canal et elle peut être appliquée à tout type de système (codés, non codés). Différentes solutions ont été proposées avec implémentation dans le domaine temporel ou fréquentiel [APF10].

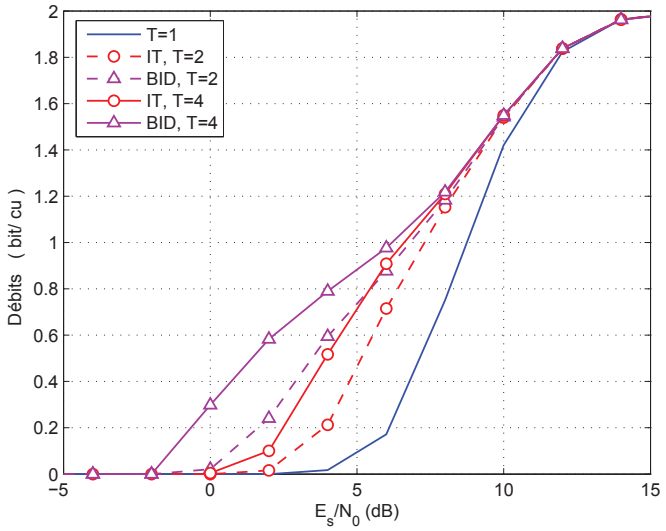


Fig. 6-11 – Performance en débit du schéma BID pour un canal STSC avec modulation sur le canal STSC. Le récepteur utilise un turbo-égaliseur MMSE avec 5 itérations de décodage.

Nous la décrivons dans cette section et comparons les résultats avec les schémas précédemment présentés.

6.3.1 Système et notations

Le système proposé est illustré figure 6-12.

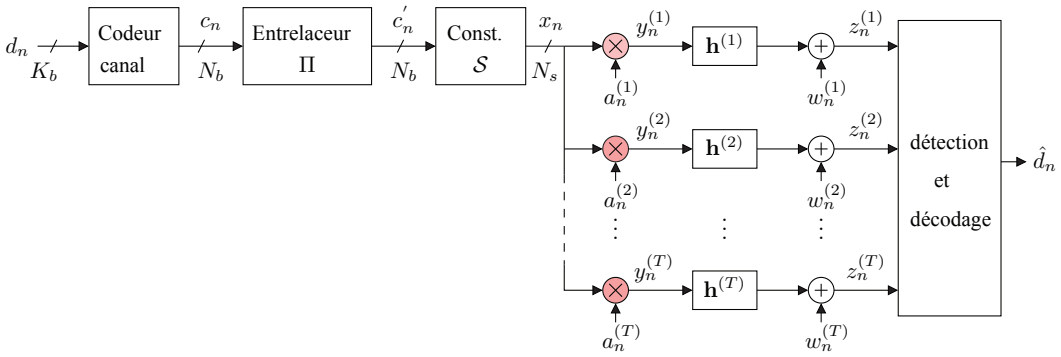


Fig. 6-12 – Schéma de précodage de phase pour CC-HARQ.

Un paquet de K_b bits d'information noté $\mathbf{d} = (d_1 \cdots d_{K_b})$ est codé par un code de rendement $R = K_b/N_b$. Les mots de code obtenus sont alors notés $\mathbf{c} = (c_1 \cdots c_{N_b})$. Après entrelacement, les bits sont modulés en symboles donnant la séquence $\mathbf{x} = (x_1 \cdots x_{N_s})$ $(QN_s = N_b)$ en utilisant une modulation complexe d'alphabet $\mathcal{S}$ de taille $|\mathcal{S}| = 2^Q$. L'énergie moyenne par symbole est notée E_s. A chaque transmission HARQ indexée par la variable (t), un même symbole x_n est multiplié par un coefficient complexe de module unitaire noté $a_n^{(t)} = e^{j\phi_n^{(t)}}$. On obtient ainsi le symbole émis $y_n^{(t)} = a_n^{(t)} x_n$. Les symboles précodés $y_n^{(t)}$ obtenus sont alors transmis à travers

un canal sélectif en fréquence dont la réponse impulsionnelle discrète équivalente de taille L est notée $\mathbf{h}^{(t)} = (h_0^{(t)} \cdots h_{L-1}^{(t)})$. Le canal est supposé constant sur la durée d'une transmission, mais peut varier lentement d'une trame à l'autre. La séquence reçue $z_n^{(t)}$ à la t-ième retransmission HARQ est donnée par

$$z_n^{(t)} = \sum_{i=0}^{L-1} h_i^{(t)} y_{n-i}^{(t)} + w_n^{(t)},\ n = 0, \cdots, N_s - 1,$$

avec $w_n^{(t)}$ un bruit blanc complexe gaussien circulaire de variance $\sigma_w^2/2$ par dimension. Au récepteur, on réalise alors la détection conjointe des paquets reçus. On peut utiliser un récepteur avec égalisation conjointe des symboles précodés. L'application visée est une transmission sur un canal de type statique à long terme. La question qui se pose alors est comment sélectionner les coefficients de précodage pour améliorer les performances du protocole CC-HARQ qui est alors dans ce contexte de transmission très loin des performances de son concurrent IR-HARQ. Basé sur une étude de la minimisation de la variance de certains termes de la distance euclidienne, différents types de précodage ont été proposés : précodage aléatoire, précodage par transformée de Fourrier discrète ou encore précodage par transformée de Hadamard. Si l'égalisation est réalisée dans le domaine temporel, une réduction de complexité peut alors être réalisée en considérant des séquences périodiques [APF10].

6.3.2 Une solution fréquentielle efficace et à faible complexité.

Parmi les toutes les solutions proposées [APF10], la plus élégante est la solution basée sur un précodage par Tranformée de Fourier Discrète. En effet, cette solution permet d'envisager facilement son implémentation dans un contexte opérationnel tel que le SC-FDMA, alliant performances et faible complexité à l'émetteur et au récepteur. La solution fut détaillée dans [APF09b]. Le schéma à l'émetteur est alors donné figure 6-13.

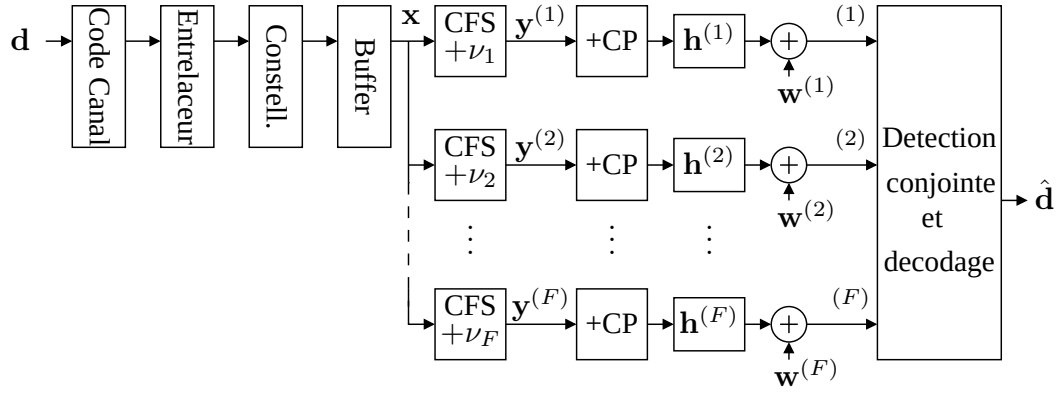


Fig. 6-13 – Schémas de diversité par précodage de phase : implémentation fréquentielle.

Le signal précodé est donné par

$$y^{(t)}(n) = e^{j2\pi n\nu^{(t)}} x^{(t)}(n), \tag{6.4}$$

pour $n = 0, \cdots, N_s - 1$. On a $\nu^{(t)} = n_t/N_s$ pour $k \in [0, N_s - 1]$. Cette opération correspond en fait à une permutation circulaire dans le domaine fréquentiel (Cyclic Frequency Shift, CFS). La

sélection du décalage fréquentiel peut se faire en utilisant les critères développés dans [Ass09] (optimisation a priori, indépendantes du canal) ou comme présenté dans [APF09c] (optimisation et sélection des décalages en fréquence pilotés par le récepteur). Avant émission, on insère un préfixe cyclique afin de pouvoir réaliser l'égalisation dans le domaine fréquentiel. Le récepteur s'implémente alors aisément dans le domaine fréquentiel en suivant le schéma donné figure 6-14.

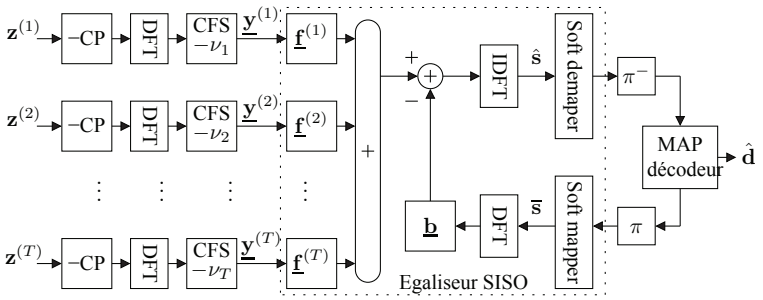


Fig. 6-14 – Structure du récepteur fréquentiel pour une solution de précodage de phase basée DFT.

Ainsi pour chaque trame reçue, le préfixe cyclique est enlevé et on passe dans le domaine de Fourier par transformée de Fourier discrète (Discret Fourier Transform, DFT). En notant par la suite $\underline{\mathbf{x}}$ la transformée par TFD du vecteur $\mathbf{x}$, on peut alors écrire

$$\begin{aligned}\underline{\mathbf{y}}^{(t)}[n] &= \underline{\mathbf{z}}^{(t)}[n-n_t] \\ &= \underline{\mathbf{h}}^{(t)}[n-n_t]\underline{\mathbf{x}}[n] + \underline{\mathbf{w}}^{(t)}[n-n_t] \\ &= \underline{\tilde{\mathbf{h}}}^{(t)}[n]\underline{\mathbf{x}}[n] + \underline{\tilde{\mathbf{w}}}^{(t)}[n].\end{aligned} \tag{6.5}$$

On peut réaliser l'égalisation itérative des différents signaux $\underline{\mathbf{y}}^{(t)}$, $t = 1, \cdots, T$, en utilisant le canal équivalent $\underline{\tilde{\mathbf{h}}}^{(t)}$. Sous critère MMSE, l'estimé linéaire $\hat{\mathbf{x}}$ de $\mathbf{x}$ après T transmissions est donnée dans le domaine fréquentiel par

$$\underline{\hat{\mathbf{x}}}[n] = \sum_{t=1}^{T} \underline{\mathbf{f}}^{(t)}[n]\underline{\mathbf{z}}^{(t)}[n] - \underline{\mathbf{b}}[n]\,\underline{\bar{\mathbf{x}}}[n] \tag{6.6}$$

En utilisant les résultats de [VBC06, AICS08] et le modèle SIMO (Single Input Multiple Outputs) équivalent, les expressions des filtres sont données simplement par :

$$\begin{aligned}\underline{\mathbf{f}}^{(t)}[n] &= \frac{(\underline{\tilde{\mathbf{h}}}^{(t)}[n])^*}{\sigma_w^2 + vH_T^2[n]}, \\ \underline{\mathbf{b}}[n] &= \sum_{t=1}^{T} \underline{\mathbf{f}}^{(t)}[n]\underline{\tilde{\mathbf{h}}}^{(t)}[n] - \mu, \\ v &= \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} \mathrm{var}(\bar{s}[n]), \\ \mu &= \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} \frac{H_T^2[n]}{\sigma_w^2 + vH_T^2[n]},\end{aligned}$$

où $H_T^2[n] = \sum_{t=1}^{T} |\underline{\tilde{\mathbf{h}}}^{(t)}[n]|^2$ est alors interprété comme le gain cumulé fréquentiel. La complexité de ce récepteur est alors à peine plus élevé que le récepteur SISO.

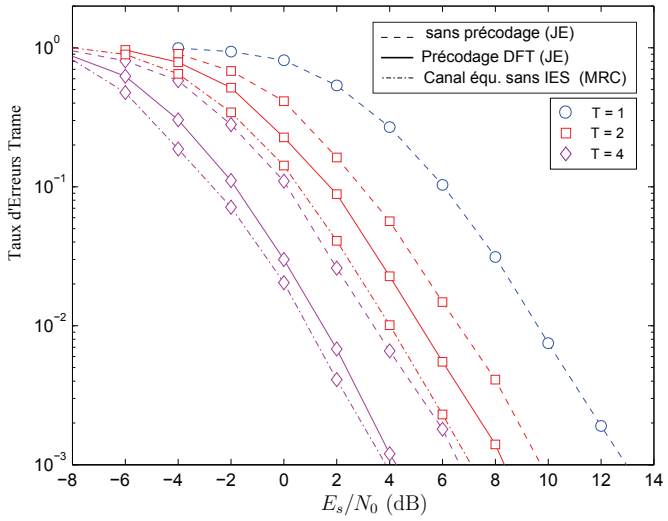


Fig. 6-15 – Performance du précodage de phase pour le canal SCME utilisant une solution DFT de période $P = 4$.

6.3.3 Performances

Pour illustrer les performances de cette technique de diversité à l'émission (notée PPD pour Phase Precoding Diversity), nous considérerons le canal "3GPP Spatial Channel Model Extended (SCME)". Pour chaque paquet transmis, une réalisation du canal aléatoire est générée et utilisée pour toutes les transmissions d'un paquet. Les paramètres utilisés sont issus du standard 3GPP LTE (Long-Term-Evolution) [3GPc, 3GPb, 3GPa]. La vitesse de transmission est $Fs = 7.68$ MSPS, $N_s = 512$ le délai maximum est de $L_{\max} = 128$ symboles. Nous considérons une implémentation dans le domaine fréquentiel. La figure 6-15 montre alors les résultats où un gain de 2 dB est obtenu à la quatrième retransmission en comparaison d'un système classique. On reporte également la limite des performances en absence d'interférences entre symboles. Ainsi pour chaque retransmission, on opère de plus en plus près d'un canal sans interférence.

Pour la comparaison des différents schémas, on considère le même canal SCME avec les paramètres suivants : $T_{\max} = 4$, et $(\nu^{(1)} = 0,\ \nu^{(2)} = 1/2,\ \nu^{(3)} = 1/4,\ \nu^{(4)} = 3/4)$ pour le schéma PPD avec implémentation par DFT. Les autres paramètres inspirés par le standard LTE [3GPb] sont listés au tableau 6-1.

Tab. 6-1 – Paramètres de simulation.

Paramètres	Valeurs
Frame length	$N = 516$ for QPSK, $N = 258$ for 16-QAM
Symbol rate	7.68 Msps
CP length	$P = 64$
Channel model	SCME urban macro scenario
Shaping filter	raised cosine with roll off 0.23
Doppler	no Doppler

On utilise dans un premier temps le turbo-code LTE de rendement 1/3 utilisant deux codes constituants $(1, 15/13)_8$ avec entrelaceur à permutation polynômiale de taille d'information $K = 344$ [3GPb] (Table 5.1.3-3). Le récepteur réalise dans ce cas une égalisation et un décodage canal séparé. Pour le turbo-code, on considère 5 itérations de décodage. Les résultats de simulations sont donnés figure 6-16 pour les modulations QPSK et 16-QAM. Sur la figure sont reportées également les performances sans interférence entre symboles. Dans ce cas, on remarque que, pour ce type de codage canal, tous les systèmes de diversité, BID et PPD, ont des performances similaires, permettant d'avoir un gain conséquent sur le schéma IT. Cependant pour le système BID, on est encore loin des performances limites. Ceci peut être comblé par un traitement itératif. Nous considérons maintenant uniquement le code convolutif de rendement $R = 1/3$ et de polynôme générateur $(133, 171, 165)_8$. On considère d'abord figure 6-17 les performances avec égalisation et décodage séparés, puis figure 6-18 les performances en utilisant 5 itérations de turbo-égalisation. Sans itération, les schémas BID et PPD ont des performances similaires. Cependant, si on utilise la turbo-égalisation le schéma BID atteint ses performances limites et devient meilleur que les schémas PPD et IT. De plus, l'avantage de PPD sur IT diminue quand on considère un turbo-égaliseur.
En règle générale le schéma PPD est un schéma efficace pour les schémas non codés [Ass09] et les schémas avec égalisation et décodage conjoints, offrant de bonnes performances, facilité de mise en œuvre et décodage peu complexe en comparaison d'un schéma BID. Pour un récepteur itératif, le schéma BID étant intrinsèquement meilleur, il sera plus performant, mais au prix du plus grande complexité.

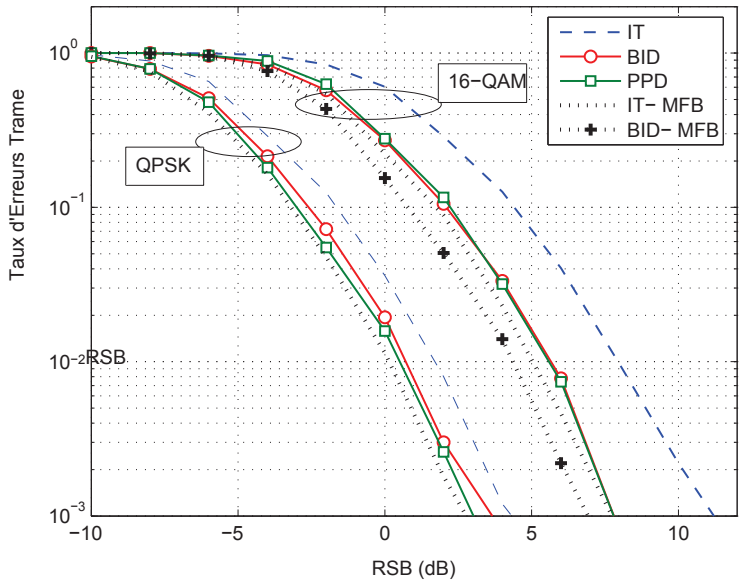


Fig. 6-16 – Comparaison entre les schémas BID et PPD avec un récepteur non itératif avec turbo-code pour modulations QPSK et 16-QAM.

On donne le tableau suivant qui considère les performances comparées des schémas IR-HARQ et CC-HARQ pour les mêmes paramètres qu'au début de ce chapitre mais en considérant des constellations 4-QAM et 16-QAM. On a reporté le gain sur le RSB entre le schéma IR et le schéma CC pour les deux modèles de canaux considérés LTSC et STSC, ainsi que le récepteur

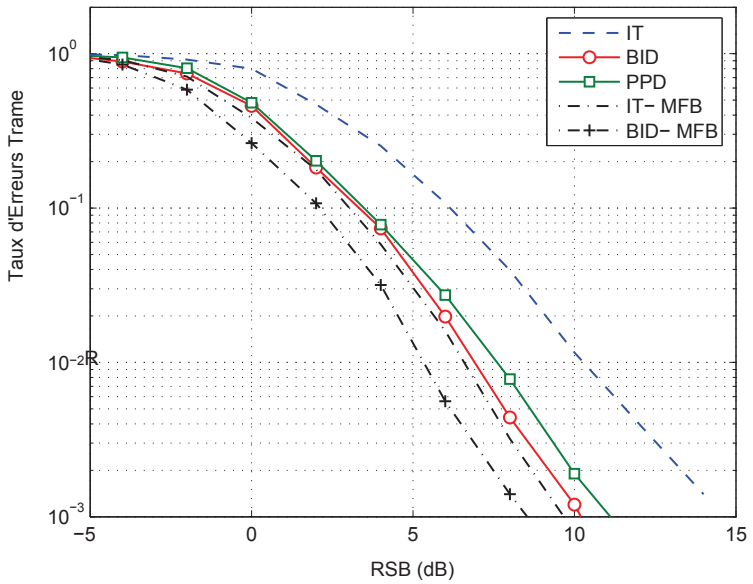


Fig. 6-17 – Comparaison entre les schémas BID et PPD avec un récepteur non itératif utilisant un code convolutif $R = 1/3$, une modulation 16-QAM et égalisation linéaire.

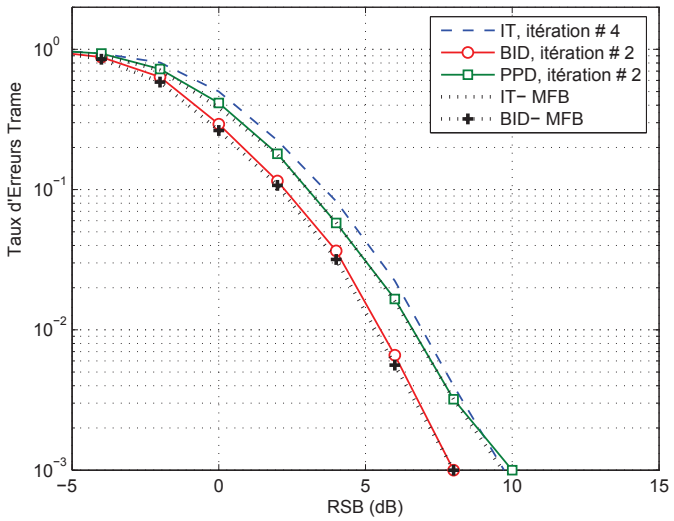


Fig. 6-18 – Comparaison entre les schémas BID et PPD avec un récepteur itératif utilisant un code convolutif $R = 1/3$, une modulation 16-QAM et la turbo-égalisation.

utilisé (itératif ou non). Comme on peut le constater les schémas proposés sont très efficaces dans un cadre non turbo. Cela a permis de combler fortement la différence de performances dans le cadre de canaux LTSC. Dans tous les cas, le schéma BID est à préférer pour les modulations d'ordre élevé et un récepteur itératif.

Tab. 6-2 – Gain RSB de l'IR-HARQ vs CC-HARQ avec diversité à l'émission pour TET=10^{-2}.

		récepteur non itératif	**récepteur itératif**
LTSC	4-QAM	0.2 dB (PPD)	1.5 dB (PPD)
	16-QAM	-1 dB (PPD)	2 dB (BID)
STSC	4-QAM	0.8 dB (PPD)	2 dB (PPD)
	16-QAM	0.5 dB (BID)	2.2 dB (BID)

6.4 Travaux en cours et perspectives

Nous avons vu que les travaux réalisés permettent de combler en partie la différence de performances en l'IR-HARQ et le CC-HARQ dans le cadre d'un canal LTSC en introduisant de la diversité à l'émission qu'un détecteur conjoint peut exploiter. Cependant dans le cas des canaux variant dans le temps rapidement (STSC), les deux schémas ont des performances assez proches, le canal apportant suffisamment de diversité. Pire encore, pour les canaux variant rapidement par bloc, aucune stratégie ACM ne peut être mise en oeuvre due à la non prédictibilité du canal. Dans ce cadre, les communications multi-couches ("multi-layers") ont montré leur intérêt pour accroître le débit. Nous avons dans ce cadre proposé à la fin de la thèse de A. Assimi l'étude de communications HARQ multi-couches : ceci correspond à des paquets indépendants qui sont sommés au niveau signal puis séparés au récepteur par annulation successive d'interférences. Ce type de communications entre dans le cadre des systèmes codés multi-niveaux ou encore des systèmes codés à modulations hiérarchiques. Dans ce cadre, nous avons étudié et optimisé un système multi-couches à deux couches avec protocole CC-HARQ. En utilisant une modélisation des performances en réception, nous avons alors proposé un protocole simple de retransmission basé sur une sorte de schéma Alamouti distribué sur le temps (sur les retransmissions). Cela permet d'avoir un gain substantiel sur les performances. Cette étude était une première phase d'étude. En effet, je pense qu'il sera intéressant de repenser le codage multi-niveaux pour les communications avec mécanismes HARQ. Dans nos travaux les puissances seules étaient optimisées. Cependant on peut également jouer sur les rendements et la famille de codes considérés.
Cette combinaison au niveau signal est une façon simple de considérer le codage réseau au niveau physique (physical layer network coding), domaine qui a connu une attention particulière ces derniers temps. Même si le principal défaut de ces approches reste le décodeur par annulation successive d'interférences, je pense que cette problématique est très intéressante dans l'avenir car elle rentre en compétition avec les combinaisons au niveau logique (network coding classique) et il serait bon de déterminer les cas d'utilisations de ces modes de combinaisons pour augmenter les débits.

Chapitre 7

Conclusion et perspectives de recherche

Ainsi, au cours de ce document, je vous ai présenté les principales facettes de mon activité de recherche. Durant ces cinq années, j'ai essayé tant que possible d'aborder différents thèmes complémentaires me permettant d'acquérir une expérience et une expertise transverses à plusieurs thèmes et pour différents niveaux d'abstraction d'un système de communication numérique. Je détaille ci-après quelques thèmes que je souhaite aborder principalement dans les années à venir.

7.1 Apport des systèmes de transmission avec voie de retour pour les systèmes cognitifs.

La radio cognitive permet une meilleure utilisation du spectre pour les communications sans fil et un déploiement discret et sans infrastructure dans une zone donnée. En se basant sur une allocation dynamique et flexible du spectre, elle permet une utilisation opportuniste par des utilisateurs secondaires des portions de spectre inutilisées par les utilisateurs primaires du réseau. Cette utilisation opportuniste doit cependant ne pas porter atteinte aux performances des utilisateurs primaires du réseau pour qui l'utilisation secondaire doit rester la plus transparente possible. On peut alors distinguer deux stratégies principales d'utilisation du secondaire. La première est basée sur un accès opportuniste du spectre : les utilisateurs secondaires sondent les canaux fréquentiels disponibles et utilisent les fréquences libres pour transmettre et libèrent la ressource dès qu'ils détectent l'accès d'un utilisateur primaire. La seconde stratégie consiste à partager le même spectre : les utilisateurs du secondaire tentent alors de coexister sur la même bande que les utilisateurs primaires tout en minimisant le niveau d'interférence généré sur le primaire. Ainsi, pour les deux cas, la plupart des stratégies existantes pour les liens radios cognitifs consistent à maximiser les performances pour les liens secondaires tout en garantissant les performances de QoS requises par les utilisateurs du primaire. Un des facteurs de performance retenu est souvent le débit du secondaire : la plupart des approches cherchent à maximiser le débit des utilisateurs du secondaire tout en garantissant un débit minimum/moyen requis pour les utilisateurs du primaire, ce qui se traduit souvent par une contrainte sur la puissance d'interférence induite du secondaire sur le primaire. D'autres approches considèrent également comme contrainte la probabilité de coupure induite sur le primaire par le secondaire. Notons que la plupart des approches considèrent un système cognitif basé OFDM/OFDMA.

Comme dans le cadre des communications « classiques », afin de maximiser les débits, on peut utiliser différentes approches, telles que l'adaptation de puissance, l'allocation de porteuses pour les systèmes basés OFDMA, les modulations adaptatives. Plusieurs études considèrent les premières techniques citées dans le cadre cognitif, mais ces méthodes considèrent une connaissance des canaux du primaire peu réaliste dans un contexte cognitif. De même, afin de rendre fiable les liens, on considère les techniques précédentes conjointement avec des techniques de type Hybrid-Automatic Repeat reQuest (Hybrid-ARQ). Mais si les mécanismes Hybrid-ARQ sont proposés pour des systèmes non-cognitifs, ils ne sont encore que peu abordés dans le contexte de la radio cognitive. Pourtant, le succès de ces dernières techniques dans des standards tels que le 3GPP est essentiellement dû au fait que ces techniques permettent d'adapter dynamiquement le taux de codage afin de s'adapter facilement et rapidement aux conditions de transmissions dans un environnement évoluant rapidement et dont il est difficile d'avoir une connaissance causale au récepteur. Au regard de tels avantages, ces mécanismes HARQ ont tout leur sens dans un contexte cognitif, dans le sens où ils permettent une quantification des conditions de transmissions en temps réel sans connaissance globale du primaire et du secondaire et ils permettent aussi d'avoir une réel aspect adaptatif, intérêt primordial pour le succès d'un système cognitif. Les systèmes à voies de retour ont donc un intérêt pratique pour l'apprentissage et l'adaptation à l'environnement.
Dans le contexte de la radio cognitive avec un accès opportuniste, les utilisateurs secondaires peuvent générer des interférences sur le primaire au cours de collisions qui peuvent survenir soit si l'utilisateur du primaire émet lors d'une utilisation du secondaire, soit si le secondaire utilise la bande après un mauvais sondage de canal. Dans ce cadre, la mise en place de mécanismes Hybrid-ARQ a une utilité additionnelle à son utilité classique, à savoir détecter et pallier aux effets de collision. Cependant, dans ce cas les mécanismes peuvent entrer en compétition : en effet l'Hybrid-ARQ du secondaire doit garantir la fiabilité du secondaire sans pour autant pénaliser le débit utile du primaire. Ceci dépend évidemment des modèles statistiques d'accès du primaire. De même, la grande variabilité des conditions de transmissions du secondaire peut rendre difficile l'utilisation de mécanismes classiques tels que les modulations codées adaptatives qui nécessitent une bonne connaissance des conditions de propagation. Ainsi, l'Hybrid-ARQ apparaît comme un moyen simple de s'adapter dynamiquement sans connaissance a priori du canal et avec une voie de retour limitée. Dans le contexte de la radio cognitive avec un accès partagé du spectre, les mécanismes HARQ permettraient de garantir la fiabilité malgré la variabilité des conditions de transmission induite par l'accès des utilisateurs du primaire et de relever la contrainte sur les interférences générées.
Si on considère enfin qu'une coopération est possible au sein des systèmes primaire et secondaire, alors l'étude des techniques d'alignement d'interférences semble très prometteuse. Il faudra dès lors essayer de comparer les contraintes induites par la mise en place de ces dernières techniques.

7.2 La transmission robuste d'agents logiciels

C'est un axe que j'essaye de développer en collaboration avec Arnaud Revel, Professeur des Université à l'Université de La Rochelle. L'idée initiale était de capitaliser sur nos expertises respectives. A. Revel possède l'expertise des système multi-agents (SMA) et il a déjà évalué l'apport de ces systèmes dans un contexte de télécommunications filaires. Il a montré la capacité des SMA à s'adapter à une structure changeante de la topologie du réseau. Pour ma part, je m'intéresse aux aspects de robustesse au niveau transport ou applicatif et aux techniques de codage canal afférentes. Cette thématique est riche et intéressante sur de nombreux

points de vue. Je pense qu'elle permet à elle seule d'aborder tous les problèmes afférant à l'optimisation inter-couches et permettrait à mon avis d'avoir un contexte pratique d'application de cette problématique qui inclue les problématiques de QoS applicative, routage et codage de l'information. En effet, les agents logiciels sont utilisés par exemple pour explorer un réseau, transmettre ou collecter des données. Ils ont pour particularité d'être définis au niveau de la couche applicative, il permettent donc en particulier d'avoir une abstraction du réseau vue de la couche applicative, le réseau donnant lui-même une abstraction de la couche physique. C'est en partie la raison pour laquelle, ces SMA ont été considérés pour les réseaux ad-hoc, car il permettent une bonne adaptation à la topologie changeante du réseau. D'un autre point de vue, par rapport aux données transportées par ces agents, ils peuvent être vus comme un mécanisme de transport au niveau applicatif; pour les autres couches, ces agents et leur contenu peuvent être vus comme des données multimédia ayant une structure type et obéissant à une certaine sémantique. Cependant, dans la plupart des études menées sur les applications de ces agents sur des réseaux filaires et non filaires, l'intégrité des données est supposée garantie. On peut donc naturellement penser à conduire les mêmes études que celles qui ont été menées dans le cadre de la transmission multimédia robuste. Ainsi, certains grands thèmes d'études peuvent être dégagés :

(a) Sensibilité des SMA aux pertes et aux erreurs : les premières études actuellement menées portent sur le comportement des SMA en présence de pertes et/ou d'erreurs. Compte tenu de la façon dont est codé le SMA, cela revient à s'intéresser au décodage robuste de données codées en language XML pour lesquels il existe peu de littérature considérant d'éventuelles pertes.

(b) Structuration du flux de données et compression associée. De l'étude précédente, on peut dégager des règles de structuration des flux et des mécanismes de descriptions/détection qui permettent d'avoir une capacité inhérente de l'agent à résister aux pertes et erreurs. Ceci a pour but de développer une notion d'"error resilience" pour les SMA. On peut également s'intéresser à des mécanismes de compression éventuellement robuste de ce type de systèmes.

(b) Codage canal applicatif - réseau conjoint vs routage: comme dit précédemment, ces SMA permettent de router et transporter des données sur le réseau. Les SMA étant par nature des systèmes distribués, on pourrait bénéficier de cette structure inhérente pour considérer des mécanismes de codage canal applicatif et réseau conjoint qui permettraient d'avoir une meilleure efficacité de ces systèmes (résistances aux pertes et moins de charge du réseau).

7.3 Stratégies de codage pour les communications coopératives et les réseaux sans fil

Les communications point-à-point sont relativement mâtures aujourd'hui et la plupart des systèmes peuvent opérer de manière relativement proche de la capacité des canaux en couplant pour la couche MAC des mécanismes de scheduling et d'allocation efficaces et pour la couche physique des techniques de codage moderne couplées aux mécanismes de modulations adaptatives, aux techniques MIMO et aux mécanismes de transmissions de type CC- ou IR-HARQ permettant de garantir une QoS cible au récepteur pour le meilleur délai. L'accroissement des débits et l'amélioration des services se feront dans le futur en intégrant dans les systèmes des techniques telles que le codage de réseau qui a montré son avantage sur le routage dans certaines conditions et la coopération entre utilisateurs permettant d'accroitre son débit de manière op-

portuniste. Ainsi, je souhaiterais m'intéresser à différents aspects en se basant sur les différentes expériences et expertises que j'ai eues. Parmi les différentes voies de recherche, on peut citer

- Systèmes de codage pour les communications coopératives : AMC flexible pour les systèmes coopératifs pour le "half" et "full duplex". Le but est de proposer un système de codage au rendement adaptatif à l'émetteur et au relai qui permet d'avoir un codage efficace et adapté aux topologies variables existantes en relais coopératifs. C'est un travail que je vais commencer en collaboration avec P. Piantanida (Supélec) et I. Andriyanova (ETIS). Le but est également de considérer les aspects traitements du signal afférant (égalisation, synchronisation).
- Codage de réseaux sur la couche physique : comment avoir une stratégie de codage pratique sur la couche physique permettant d'opérer au niveau paquet? Le codage réseau est avant tout défini pour la couche réseau. Cependant, dans un environnement sans fil, les stratégies usuelles sont peu pratiques dû à la propagation d'erreurs possibles. Une stratégie alternative est de concevoir le codage de réseau directement sur la couche physique avec une combinaison des paquets au niveau signal. Dans cette même catégorie, on peut également s'intéresser à des fontaines sur la couche physique qui opéreraient au niveau paquet.
- Codage et décodage conjoints réseau et canal. Une autre manière de pallier aux inconvénients du codage réseau est de considérer un design conjoint permettant d'avoir un décodage conjoint (itératif) des codes réseau et canal de manière à pouvoir mieux corriger les erreurs. On pourra alors comparer aux méthodes précédentes pour savoir, si l'on doit mieux combiner au niveau logique ou au niveau signal les paquets pour avoir un système efficace. Ce dernier travail est déjà initié au travers d'une collaboration que j'essaye de mener avec Marco Di Renzo (L2S/CNRS). On pourra également considérer dans ce contexte le décodage algébrique souple de codes réseaux qui permettrait d'avoir un vrai système itératif.

Bibliographie

[3GPa] 3GPP. Technical Specification Group Radio Access Network; Multiplexing and channel coding (Release 8). 3GPP TS 36.212 V8.6.0, March 2009, [Online] Available:http://www.3gpp.org/ftp/Specs/html-info/36-series.htm.

[3GPb] 3GPP Technical Specification Group Radio Access Network E-UTRA (Release 8). Base Station (BS) radio transmission and reception. 3GPP TS 36.104 V8.5.0, March, 2009, [Online] Available: http://www.3gpp.org/ftp/Specs/html-info/36-series.htm.

[3GPc] 3GPP Technical Specification Group Radio Access Network E-UTRA (Release 8). LTE Physical Layer - General Description. 3GPP TS 36.201 V8.3.0, March, 2009, [Online] Available:http://www.3gpp.org/ftp/Specs/html-info/36-series.htm.

[AICS08] Tarik Ait-Idir, Houda Chafnaji, and Samir Saoudi. Joint hybrid ARQ and iterative space-time equalization for coded transmission over the MIMO-ISI channel. In *Wirel. Commun. and Net. Conf.*, pages 622 – 627, Las Vegas, USA, 2008.

[AK04] Masoud Ardakani and Frank R. Kschischang. A more accurate one-dimensional analysis and design of irregular ldpc codes. *IEEE Trans. Commun.*, 52(12):2106–2114, December 2004.

[AKtB04] A. Ashikhmin, G. Kramer, and S. ten Brink. Extrinsic information transfer functions: model and erasure channel properties. *Information Theory, IEEE Transactions on*, 50(11):2657 – 2673, nov. 2004.

[APF08] A. Assimi, C. Poulliat, and I. Fijalkow. Packet combining for turbo-diversity in HARQ systems with integrated turbo-equalization. In *Int. Symp. Turbo Codes*, pages 61–66, Lausanne, Switzerland, 2008.

[APF09a] A. Assimi, C. Poulliat, and I. Fijalkow. Bit-interleaving diversity for HARQ transmission over MIMO frequency-selective channels. In *IEEE International Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications*, pages 310–314, Perugia, Italy, 2009.

[APF09b] A. Assimi, C. Poulliat, and I. Fijalkow. Diversity techniques for single-carrier packet retransmissions over frequency-selective channels. *EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking*, 2009.

[APF09c] A. Assimi, C. Poulliat, and I. Fijalkow. On cyclic frequency diversity for single-carrier packet retransmissions. In *IEEE Int. Symp. Inf. Theory*, Seoul, Korea, 2009.

[APF10] A.-N. Assimi, C. Poulliat, and I. Fijalkow. Phase-precoding without csi for packet retransmissions over frequency-selective channels. *Communications, IEEE Transactions on*, 58(3):975 –985, mar. 2010.

[Ari09] E. Arikan. Channel polarization: A method for constructing capacity-achieving codes for symmetric binary-input memoryless channels. *Information Theory, IEEE Transactions on*, 55(7):3051 –3073, jul. 2009.

[Ass09] A.-N. Assimi. *Diversity Techniques for HARQ Transmissions over Frequency-Selective Channels.* Thèse de doctorat, Université de Cergy-Pontoise, December 2009.

[BA98] K. Balachandran and J. B. Anderson. Mismatched decoding of intersymbol interference using a parallel concatenated scheme. *IEEE J. Sel. Areas Commun.*, 16(2):255–259, 1998.

[Bal01] V.B. Balakirsky. Joint source and channel coding with variable length codes. *Problems of Information Transmission*, 27(1):12–27, 2001.

[BAS+05] K. Brueninghaus, D. Astely, T. Salzer, S. Visuri, A. Alexiou, S. Karger, and G.-A. Seraji. Link performance models for system level simulations of broadband radio access systems. In *Personal, Indoor and Mobile Radio Communications, 2005. PIMRC 2005. IEEE 16th International Symposium on*, volume 4, pages 2306 – 2311 Vol. 4, sep. 2005.

[BB06] A. Bennatan and D. Burshtein. Design and analysis of nonbinary ldpc codes for arbitrary discrete-memoryless channels. *Information Theory, IEEE Transactions on*, 52(2):549 – 583, feb. 2006.

[BCJR74] L.R. Bahl, J Cocke, F Jelinek, and R Raviv. Optimal decoding of linear codes for minimizing symbol error rate. *IEEE Trans. Inform. Theory*, 20:284–287, March 1974.

[BG96] C. Berrou and A. Glavieux. Near optimum error correcting coding and decoding. *IEEE Transactions on Communications*, 44(10):1262–1271, January 1996.

[BGT93] C. Berrou, A. Glavieux, and P. Thitimajshima. Near shannon limit error-correcting coding and decoding: Turbo-codes. 1. In *IEEE Int. Conf. Commun.*, volume 2, pages 1064–1070, Geneva, Switzerland, 1993.

[BLMR98] John Byers, Michael Luby, Michael Mitzenmacher, and Ashutosh Rege. A digital fountain approach to reliable distribution of bulk data. In *Proc. of ACM SIGCOMM*, pages 56–67, September 1998.

[BV93] A.E. Brouwer and T. Verhoeff. An updated table of minimum-distance bounds for binary linear codes. *Information Theory, IEEE Transactions on*, 39(2):662 –677, mar. 1993.

[CF00] V. Chande and N. Farvardin. Progressive transmission of images over memoryless noisy channels. *Selected Areas in Communications, IEEE Journal on*, 18(6):850 –860, jun. 2000.

[Cha85] D. Chase. Code combining–a maximum-likelihood decoding approach for combining an arbitrary number of noisy packets. *IEEE Trans. Commun.*, COM-33(5):385–393, 1985.

[Chu00] S.-Y. Chung. *On the construction of Some Capacity-Approaching Coding Scheme.* PhD thesis, MIT, Cambridge, MA, USA, 2000.

[CRU01] Sae-Youg Chung, Thomas J. Richardson, and Rudiger Urbanke. Analysis of sum-product decoding of low-density parity-check codes using a gaussian approximation. *IEEE Trans. Inform. Theory*, 47(2):657–670, February 2001.

[CU01] S.Y. Chung and T.J. Richardson R.L. Urbanke. Analysis of sum-product decoding of low-density parity-check codes using a gaussian approximation. *IEEE Transactions on Information Theory*, 47(2):657–670, February 2001.

[Dav99] M.C. Davey. *Error-correction using Low-Density Parity-Check Codes*. PhD thesis, University of Cambridge, 1999.

[DB05] C. Douillard and C. Berrou. Turbo codes with rate-m/(m+1) constituent convolutional codes. *Communications, IEEE Transactions on*, 53(10):1630 – 1638, oct. 2005.

[DDJA09] D. Divsalar, S. Dolinar, C.R. Jones, and K. Andrews. Capacity-approaching protograph codes. *Selected Areas in Communications, IEEE Journal on*, 27(6):876 –888, aug. 2009.

[Dec03] D. Declercq. *Optimisation et performances des codes LDPC pour des canaux non-standards*. Habilitation à diriger des recherches, Université de Cergy-Pontoise, Décembre 2003.

[DF05] David Declercq and Marc Fossorier. Decoding algorithms for non binary LDPC codes over GF(q). *IEEE Trans. Commun.*, 55(4):633–643, April 2005.

[DKB09] *A Cross-Layer Perspective with Applications in Video Broadcasting over Mobile and Wireless Networks*. EURASIP and Academic Press Series in Signal and Image Processing. Elsevier, 2009.

[DM98] M.C. Davey and D. MacKay. Low-density parity-check codes over gf(q). *IEEE Communications Letters*, 2(6):165–167, June 1998.

[DN02] D. N. Doan and K. R. Narayanan. Iterative packet combining schemes for intersymbol interference channels. *IEEE Trans. Commun.*, 50(4):560–570, 2002.

[DPD+95] C. Douillard, A. Picart, P. Didier, M. Jézéquel, C. Berrou, and A. Glavieux. Iterative correction of intersymbol interference: turbo-equalization. *European Transactions on Telecommunications*, 6(5):507–512, 1995.

[ES06] Omid Etesami and Amin Shokrollahi. Raptor codes on binary memoryless symmetric channels. *IEEE Trans. Inform. Theory*, 52:2033–2051, May 2006.

[FP10] M. Ferdaouss and C. Poulliat. Joint source-channel decoding schemes based on structured ldpc codes: asymptotic analysis and code design. In *Proc IEEE SPAWC*, Marrakech, Marocco, june 2010.

[Gal63] R.G. Gallager. *Low-Density Parity-Check Codes*. MIT Press, 1963.

[GCGD07] Alban Goupil, Maxime Colas, Guillaume Gelle, and David Declercq. Fft-based bp decoding of general ldpc codes over abelian groups. *IEEE Transactions on Communications*, 55(4):644–649, apr 2007.

[GFGR01] A. Guyader, E. Fabre, C. Guillemot, and M. Robert. Joint source and channel turbo decoding of entropy-coded sources. *IEEE Journal in Selected Areas in Commununications*, 19(9):1680–1696, September 2001.

[GH01] H. El Gamal and R. Hammons. Analysing the turbo decoder using the gaussian approximation. *IEEE Transactions on Information Theory*, 47(2):671–686, February 2001.

[Hag88] J. Hagenauer. Rate-compatible punctured convolutional codes (RCPC codes) and their applications. *IEEE Trans. Commun.*, 36(4):389–400, 1988.

[Hag04] Joachim Hagenauer. The exit chart : Introduction to extrinsic information transfer in iterative processing. In *European Signal Processing Conference*, pages 1541–1548, Vienna, Austria, September 2004.

[HB01] J. Hagenauer and R. Bauer. The turbo principle in joint source channel decoding of variable length codes. In *Information Theory Workshop*, pages 128–130, Cairns, Australia, September 2001.

[HEA05] Xiao-Yu Hu, Evangelos Eleftheriou, and Dieter M Arnold. Regular and irregular progressive edge-growth tanner graphs. *IEEE Trans. Inform. Theory*, 51(1):386–398, January 2005.

[HSM01a] J. Hou, P.H. Siegel, and L.B. Milstein. Performance analysis and code optimization of low density parity check codes on rayleigh fading. *IEEE Journal on Selected Areas in Communication, Issue on the Turbo Principle : From Theor to Practice 1*, 19(5):924–934, May 2001.

[HSM01b] Jilei Hou, Paul H. Siegel, and Laurence B. Milstein. Performance analysis and code optimization of low-density parity-check codes on rayleigh fading channels. *IEEE J. Select. Areas Commun.*, 19, May 2001.

[HSMP03] J. Hou, P.H. Siegel, L.B. Milstein, and H.D. Pfister. Capacity approaching bandwidth-efficient coded modululation schemes based on low-density parity-check codes. *IEEE Transactions on Informaton Theory*, 49(9):2141–2155, September 2003.

[JGV07] X. Jaspar, C. Guillemot, and L. Vandendorpe. Joint source-channel turbo techniques for discrete-valued sources: From theory to practice. *Proceedings of the IEEE*, 95(6):1345 –1361, jun. 2007.

[JZ99] R. Johannesson and K.Sh. Zigangirov. *Fundamentals of Convolutional Coding*. IEEE Press, 1999.

[KFL01] F. Kschischang, B. Frey, and H.A. Loeliger. Factor graphs and the sum product algorithm. *IEEE Transactions on Information Theory*, 47(2):498–519, February 2001.

[KKCLM08] F. Kharrat-Kammoun, P. Ciblat, and C. Le Martret. Error Probability Approximation and Codes Selection in Presence of Multi-User Interference for IR-UWB. In *proc. IEEE PIMRC 2008*, pages 1–5, Cannes, September 2008.

[KMM03] A. Kavcic, X. Ma, and M. Mitzenmacher. Binary intersymbol interfernce channels: Gallager codes, density evolution and code performance bounds. *IEEE Transactions on Magnetics*, 49(7):1636–1652, July 2003.

[KPG06] Dai Kimura, Ramesh Pyndiah, and Frédéric Guilloud. Construction of parity-check matrices for non-binary LDPC codes. In *4th international symposium on turbo codes and related topics, April 3-7, Munich, Allemagne*. Fujitsu - Fujitsu, SC - Dépt. Signal et Communications (Institut Télécom-Télécom Bretagne), 2006.

[KSK03] K. Kasai, T. Shibuya, and K. K.Sakaniwa. Detailedly represented irregular ldpc codes. *IEICE Trans. Fundamentals*, E86-A(10):2435–2443, October 2003.

[LC07] G. Liva and M. Chiani. Protograph ldpc codes design based on exit analysis. In *Global Telecommunications Conference, 2007. GLOBECOM '07. IEEE*, pages 3250 –3254, nov. 2007.

[Lop] LdpcOpt. http\protect\relax\unskip\penalty\@M\protect\kern+.1667em\relax:\@beginparper

[LR07] Y. Li and W.E. Ryan. Mutual-information-based adaptive bit-loading algorithms for ldpc-coded ofdm. *Wireless Communications, IEEE Transactions on*, 6(5):1670 –1680, may. 2007.

[LRC06] G. Liva, W.E. Ryan, and M. Chiani. Design of quasi-cyclic tanner codes with low error floors. In *4th International Symposium on Turbo-codes and related topics*, Munich, Germany, April 2006.

[Lub02] Michael Luby. LT codes. In *Proc. of the 43rd Annual IEEE Symposium on the Foundations of Computer Science (STOC)*, pages 271–280, 2002.

[Luo] Bao Luong. *Fourier Analysis on Finite Abelian Groups*. Applied and Numerical Harmonic Analysis. Birkhäuser Boston book, Springer.

[Mac99] David. J. C. MacKay. Good error correcting codes based on very sparse matrices. *IEEE Trans. Inform. Theory*, 45(2):399–431, March 1999.

[Mac03] D.J.C. MacKay. Optimizing sparse graph codes over gf(q). Technical report, 2003.

[MGD05] V. Mannoni, G. Gelle, and D. Declercq. A linear criterion to optimize irregular LDPC codes for OFDM communications. In *IEEE Vehicular Technology Conference*, volume 1, pages 678 – 682 Vol. 1, may-1 june 2005.

[MN96] D. MacKay and R.M. Neal. Near shannon limit performance of low-density parity-check codes. *IEEE Electronic Letters*, 32:1645–1646, August 1996.

[MWS78] F. J. Mac Williams and N. J. A. Sloane. *The Theory of Error-Correcting Codes*. North Holland, 78.

[mY04] X. ma and E.H. Yang. Low-density parity-check codes with fast decoding convergence speed. In *IEEE International Symposim on Information Theory*, page 277, June 2004.

[NDT02] K.R. Naranayan, D.N. Doan, and R.V. Tamma. Design and analysis of ldpc codes for turbo-equalization with optimal and sub-optimal soft output equalizers. In 40th *Annual Allerton Conference on Communications, Control and Computing*, IL, USA, October 2002.

[NKS10] T. Nozaki, K. Kasai, and K. Sakaniwa. Error floors of non-binary ldpc codes. In *Information Theory Proceedings (ISIT), 2010 IEEE International Symposium on*, pages 729 –733, jun. 2010.

[NSK03] J. Nelson, A. Singer, and R. Koetter. Linear turbo equalization for parallel ISI channels. *IEEE Trans. Commun.*, 51(6):860–864, 2003.

[NWY05] K.R. Narayanan, Xiaodong Wang, and Guosen Yue. Estimating the PDF of the SIC-MMSE equalizer output and its applications in designing LDPC codes with turbo equalization. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 4(1):278 – 287, jan. 2005.

[PC05] M.J.M. Peacock and I.B. Collings. Redundancy allocation in turbo-equalizer design. *Communications, IEEE Transactions on*, 53(2):263 – 268, feb. 2005.

[PC07] Rong-Hui Peng and Rong-Rong Chen. Design of nonbinary quasi-cyclic ldpc cycle codes. In *Information Theory Workshop, 2007. ITW '07. IEEE*, pages 13 –18, sep. 2007.

[PD06] C. Poulliat and D. Declercq. Using binary images of non binary ldpc codes to improve overall performance. In *4th International Symposium on Turbo-codes and related topics*, Munich, Germany, April 2006.

[PDF04] C. Poulliat, D. Declercq, and I. Fijalkow. Optimization of ldpc codes for uep channels. In *IEEE International Symposium on Information Theory*, Chicago, IL, USA, June 2004.

[PDF07] C. Poulliat, D. Declercq, and I. Fijalkow. Enhancement of unequal error protection properties of ldpc codes. *EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking*, 2007, 2007.

[PDLBF05] C. Poulliat, D. Declercq, C. Lamy-Bergot, and I. Fijalkow. Analysis and optimization of irregular ldpc codes for joint source-channel decoding. *Communications Letters, IEEE*, 9(12):1064 – 1066, dec. 2005.

[PFD03a] C. Poulliat, I. Fijalkow, and D. Declercq. Adaptation de lien pour la transmission de données multimedia par paquets. In *Proc. GRETSI*, Paris, France, Septembre 2003.

[PFD03b] C. Poulliat, I. Fijalkow, and D. Declercq. A new link adaptation stratagy for multimedia paquet transmission. In *IEEE Vehicular Technology Conference*, Orlando, Florida, October 2003.

[PFD04a] C. Poulliat, I. Fijalkow, and D. Declercq. Average performance analysis of a link adaptation based on the maximization of the minimum rate. In *IEEE International Conference on Communications*, Paris, France, June 2004.

[PFD04b] C. Poulliat, I. Fijalkow, and D. Declercq. Link adaptation for framed multimedia data transmission over a ds-cdma communication system. *EURASIP Journal of Applied Signal Processing*, page accepté pour publication, 2004.

[PFD04c] C. Poulliat, I. Fijalkow, and D. Declercq. Scalable image transmission using uep optimized ldpc codes. In *2nd Int. Symp. on Image/Video Communications over fixed and mobile networks*, Brest, France, July 2004.

[PFD08] C. Poulliat, M. Fossorier, and D. Declercq. Design of regular (2,dc)-ldpc codes over gf(q) using their binary images. *Communications, IEEE Transactions on*, 56(10):1626 –1635, oct. 2008.

[Pfi03] H.-D. Pfister. *On the Capacity of finite state channels and the analysis of convolutional accumulate-m codes,*. Phd thesis, University of California San Diego, 2003.

[PL98] Matthias Patzold and Frank Laue. Statistical properties of Jakes' fading channel simulator. In *Proc. IEEE 48th Veh. Technol. Conf., VTC'98*, pages 712–718, 1998.

[PLBDF05a] C. Poulliat, C. Lamy-Bergot, D. Declercq, and I. Fijalkow. On different ldpc-based joint source-channel optimised decoding schemes. In *Proc. IEEE Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications*, pages 415–419, New-York, USA, 2005.

[PLBDF05b] C. Poulliat, C. Lamy-Bergot, D. Declercq, and I. Fijalkow. Une comparaison de récepteurs source-canal conjoints utilisant des codes ldpc. In *Proc of GRETSI*, Louvain-la-Neuve, Belgium, September 2005.

[PLBDF06] C. Poulliat, C. Lamy-Bergot, D. Declercq, and I. Fijalkow. Une comparasison de récepteurs source-canal conjoints utilisant des codes ldpc. *Revue Traitement du Signal*, 23(5–6):425–436, December 2006.

[PNF06] Hossein Pishro-Nik and Faramarz Fekri. On raptor codes. In *Proc. of International Conference on Communications (ICC), Istanbul, Turkey*, pages 1137–1141, June 2006.

[Pot00] O. Pothier. *Compound codes based on graphs and their iterative decoding.* PhD thesis, ENST Paris, 2000.

[Pou04] C. Poulliat. *Allocation et optimisation de ressources pour la transmission de données multimédia.* PhD thesis, Univ. Cergy-Pontoise, 2004.

[PSD07] Pablo Piantanida, Sajad Sadough, and Pierre Duhamel. On the outage capacity of a practical decoder using channel estimation accuracy. In *Proc. of the IEEE ISIT, France*, June 2007.

[Pyn98] R.M. Pyndiah. Near-optimum decoding of product codes: block turbo codes. *Communications, IEEE Transactions on*, 46(8):1003 –1010, aug. 1998.

[RGCV04] A. Roumy, S. Guemghar, G. Caire, and S. Verdú. Design methods for irregular repeat-accumulate codes. *IEEE Transactions on Informaton Theory*, 50(8):1711–1727, August 2004.

[RL09] W. E. Ryan and S. Lin. *Channel Codes: Classical and Modern.* Cambridge University Press, 2009.

[R.M81] R.M.Tanner. A recursive approach to low complexity codes. *IEEE Transactions on Information Theory*, 27:533–547, September 1981.

[Rou00] A. Roumy. *Egalisation et décodage conjoint: Méthodes Turbo.* PhD thesis, Université de Cergy-Pontoise, 2000.

[RSU01] Thomas J. Richardson, Amin Shokrollahi, and Rudiger Urbanke. Design of capacity-approaching irregular low-density parity-check codes. *IEEE Trans. Inform. Theory*, 47(2):619–637, February 2001.

[RU01] Thomas J. Richardson and Rudiger Urbanke. The capacity of low-density parity-check codes under message-passing decoding. *IEEE Trans. Inform. Theory*, 47(2):599–618, February 2001.

[RU05] V. Rathi and R. Urbanke. Density evolution, thresholds and the stability condition for non-binary ldpc codes. *Communications, IEE Proceedings-*, 152(6):1069 – 1074, dec. 2005.

[RU08] T. Richardson and R. Urbanke. *Modern Coding Theory.* Cambridge University Press, 2008.

[Sas08] L. Sassatelli. *Analysis and optimization of Hybrid LDPC codes.* PhD thesis, Univ Cergy-Pontoise, 2008.

[SC04] Tao Shi and Lei Cao. Combining techniques and segment selective repeat on turbo coded hybrid ARQ. In *IEEE wirel. Commun. Netw. Conf.*, volume 4, pages 2115–2119, 2004.

[SD05] H. Samra and Z. Ding. A hybrid ARQ protocol using integrated channel equalization. *IEEE Trans. Commun.*, 53(12):1996–2001, 2005.

[Sho06] Amin Shokrollahi. Raptor codes. *IEEE Trans. Inform. Theory*, 52(6):2551–2567, June 2006.

[SHS03] V. Stankovic, R. Hamzaoui, and D. Saupe. Fast algorithm for rate-based optimal error protection of embedded codes. *Communications, IEEE Transactions on*, 51(11):1788 – 1795, nov. 2003.

[SKB08] S. Stiglmayr, J. Klotz, and M. Bossert. Adaptive coding and modulation in mimo ofdma systems. In *Personal, Indoor and Mobile Radio Communications, 2008. PIMRC 2008. IEEE 19th International Symposium on*, pages 1 –5, sep. 2008.

[SR09] Cuizhu Shi and A. Ramamoorthy. Design and analysis of e2rc codes. *Selected Areas in Communications, IEEE Journal on*, 27(6):889 –898, aug. 2009.

[SRF05] N. Sellami, A. Roumy, and I. Fijalkow. Performance analysis of the map equalizer with a priori and distribution of the extrinsic llrs. In *IEEE SPAWC-05*, jul 2005.

[SSN04] H. Sankar, N. Sindhushayana, and K.R. Narayanan. Design of low-density parity-check (LDPC) codes for high order constellations. In *IEEE Global Telecommunications Conference*, volume 5, pages 3113 – 3117 Vol.5, nov.-3 dec. 2004.

[tB] S. ten Brink. Code characteristic matching for iterative decoding of serially concatenated codes. In *Turbo codes*, chapter 3, pages 32–58.

[tB00a] S. ten Brink. Design of serially concatenated codes based on iterative decoding convergence. In *2nd International Symposium on Turbo Codes*, Brest, France, September 2000.

[tb00b] S. ten brink. Designing iterative decoding schemes with th extrinsic information transfert chart. *AEÜ International Journal of Electronices and Communications, Special Issue on Source and Channel coding*, 54(6):389–398, December 2000.

[tb01] S. ten brink. Convergence behavior of iteratively decoded parallel concatenated codes. *IEEE Transactions on Communications*, 49(10):1727–1737, October 2001.

[tBKA04] S. ten Brink, G. Kramer, and A. Ashikhmin. Design of low-density parity-check codes for modulations and detection. *IEEE Transactions on Communications*, à paraître en 2004.

[Tho03] Jeremy Thorpe. Low-density parity-check (LDPC) codes constructed from protographs. Technical report, JPL Interplanetary Network Progress (INP) Report 42-154, August 2003.

[TJVW04] Tao Tian, Christopher R. Jones, John D. Villasenor, and Richard D. Wesel. Selective avoidance of cycles in irregular LDPC code construction. *IEEE Trans. Commun.*, 52(8):1242–1247, August 2004.

[TKS02] M. Tüchler, R. Koetter, and A. C. Singer. Turbo equalization: Principles and new results. *IEEE Transactions on Communications*, 50(5):754–767, May 2002.

[TtBH02] M. Tüchler, S. ten Brink, and J. Hagenauer. Measures for tracking convergence of iterative decoding algorithms. In *4th International ITG Conference on SOurce and Channel Coding*, Berlin, Germany, January 2002.

[Tuc04] M. Tuchler. Design of serially concatenated systems depending on the block length. *Communications, IEEE Transactions on*, 52(2):209 – 218, feb. 2004.

[VBC06] R. Visoz, A.O. Berthet, and S. Chtourou. Frequency domain block turbo-equalization for single-carrier transmission over MIMO broadband wireless channel. *IEEE Trans. Commun.*, 54(12):2144 – 2149, 2006.

[VDP08] A. Venkiah, D. Declercq, and C. Poulliat. Design of cages with a randomized progressive edge-growth algorithm. *Communications Letters, IEEE*, 12(4):301 – 303, apr. 2008.

[VDV+10] A. Voicila, D. Declercq, F. Verdier, M. Fossorier, and P. Urard. Low-complexity decoding for non-binary ldpc codes in high order fields. *Communications, IEEE Transactions on*, 58(5):1365 –1375, may. 2010.

[Ven08] A. Venkiah. *Analysis and Design of Raptor Codes for Multicast Wireless Channels.* PhD thesis, Université de Cergy-Pontoise, November 2008.

[VK03] N. Varnica and A. Kavcic. Optimized low-density parity-check codes for partial response channel. *IEEE Communications Letters*, 7(4):168–170, April 2003.

[VPD09] A. Venkiah, C. Poulliat, and D. Declercq. Jointly decoded raptor codes: Analysis and design for the BIAWGN channel. *EURASIP Journal on Wireless Comm. and Netw.*, ID 657970, 2009.

[VPP+08] A. Venkiah, P. Piantanida, C. Poullia, P. Duhamel, and D. Declercq. Rateless coding for quasi-static fading channels using channel estimation accuracy. In *IEEE International Symposium on Information Theory*, pages 2257 –2261, jul. 2008.

[Wib96] N. Wiberg. *Codes and decoding on General graphs.* Diisertation nr 440, Dept. Of Electrical Engineering, Linköping, Sweden, October 1996.

[WYN05] Xiaodong Wang, Guosen Yue, and K.R. Narayanan. Optimization of LDPC-coded turbo CDMA systems. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 53(4):1500 – 1510, april 2005.

[XJV09] X. Xavier Jaspar and L. Vandendorpe. Random bit flipping and exit charts for nonuniform binary sources and joint source-channel turbo systems. *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, ID 354107, 2009.

[ZR07] Y. Zhang and W. E. Ryan. Structured ira codes: Performance analysis and construction. *Communications, IEEE Transactions on*, 55(5):837 –844, may. 2007.