



NOUVELLES MÉTHODES D'IDENTIFICATION D'ONDES DE SURFACE - ÉTUDE DE L'ONDE A SUR UNE CIBLE COURBE

Martinez Loïc

► To cite this version:

Martinez Loïc. NOUVELLES MÉTHODES D'IDENTIFICATION D'ONDES DE SURFACE - ÉTUDE DE L'ONDE A SUR UNE CIBLE COURBE. Acoustique [physics.class-ph]. Université du Havre, 1998. Français. <NNT: >. <tel-00583081>

HAL Id: tel-00583081

<https://theses.hal.science/tel-00583081v1>

Submitted on 4 Apr 2011

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



HAL Authorization

THÈSE

présentée par

Loïc MARTINEZ

pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DU HAVRE

SPÉCIALITÉ: INSTRUMENTATION ET COMMANDE

NOUVELLES MÉTHODES D'IDENTIFICATION D'ONDES DE SURFACE ÉTUDE DE L'ONDE A SUR UNE CIBLE COURBE

Soutenue le 29 Janvier 1998 devant le jury composé de:

M.	R. DEBRIE,	Professeur à l'I.S.M.R.A., Université de Caen,	Rapporteur
M.	W. THYS,	Professeur à l'Université de Louvain, Belgique,	Rapporteur
M.	J. DUCLOS,	Professeur à l'Université du Havre,	
M.	J. RIPOCHE,	Professeur émérite à l'Université du Havre,	
M.	G. MAZE,	Professeur à l'Université du Havre,	
M.	J.-L. IZBICKI,	Professeur à l'Université du Havre,	
Mme.	TALMANT,	Chargée de Recherche, C.N.R.S. Paris VII,	
M.	A. TINEL,	Maître de Conférences à l'Université du Havre.	

LABORATOIRE D'ACOUSTIQUE ULTRASONORE ET D'ÉLECTRONIQUE

U.P.R.E.S.A. C.N.R.S. 6068

UNIVERSITÉ DU HAVRE

Ce travail a été effectué au Laboratoire d'Acoustique Ultrasonore et d'Electronique de l'Université du Havre. Je tiens à remercier ses directeurs successifs Monsieur le Professeur J. RIPOCHE et Monsieur le Professeur G. MAZE pour l'intérêt qu'ils ont porté à ce travail et pour les moyens qu'ils ont mis à ma disposition, afin de le mener à bien.

Mes vifs remerciements vont également à Monsieur le Professeur R. DEBRIE et à Monsieur le Professeur W. THYS, qui ont accepté d'être rapporteurs de cette thèse.

Je remercie Madame M. TALMANT, Chargée de Recherche au C.N.R.S., pour avoir accepté de participer à ce jury.

J'exprime toute ma reconnaissance à Monsieur le Professeur J. DUCLOS pour avoir dirigé ce travail en plus de sa fonction de Chef de département G.E.I.I..

Pour ses conseils avisés et sa participation à ce jury, je remercie également Monsieur le Professeur J.-L. IZBICKI.

Qu'il me soit permis de remercier très chaleureusement Monsieur A. TINEL, Docteur, qui a bien voulu co-diriger ce travail.

Que Monsieur H. DUFLO, Docteur, se voit remercier pour ses conseils en informatique.

Je tiens à exprimer toute ma gratitude à tous les chercheurs du L.A.U.E., en particulier à Monsieur le Docteur P. REMBERT, pour l'aide qu'il m'ont apportée et leur soutien amical.

Je dédie ce travail à ma famille, pour laquelle je fus moins disponible.

PLAN

Chapitre I:

Onde A sur une plaque plane: étude théorique

Chapitre II

**Méthodes d'évaluation des courbes de dispersion expérimentales,
à partir d'un signal temporel**

Chapitre III

Onde A sur une plaque plane: étude expérimentale

Chapitre IV

**Modélisation de la propagation d'une onde de surface
à l'aide du losange de Fourier**

Chapitre V

**Modélisation par S.W.A.M.
des résonances d'un tube semi-immergé**

Chapitre VI

**Nouvelles méthodes
d'identification d'ondes de surface**

Chapitre VII

**Etude expérimentale de la propagation de l'onde A
sur une cible cylindrique**

Introduction

L'onde de Scholte-Stoneley (onde A) créée sur une lame plane immergée a la particularité de se propager sans atténuation. Ses résonances ont été détectées sur des tubes il y a une dizaine d'années. Ceci a entraîné son étude systématique sur des plaques. On a pu ainsi constater son intérêt expérimental. Dès qu'apparaît un obstacle, tel qu'un défaut (rayure, extrémité de plaque), une dissymétrie (plaque courbée), cette onde émet partiellement de l'énergie dans l'eau. Par ailleurs, ces études ont entraîné le développement de techniques de traitement du signal, favorisées par le développement rapide de l'informatique. Il nous est apparu nécessaire d'appliquer des méthodes de traitement du signal à des problèmes de diffusion acoustique dans le double but de modéliser simplement les observations expérimentales et d'identifier les ondes qui ne sont pas toujours isolées. Le fil conducteur de cet ouvrage est l'étude de l'onde A sur une plaque plane, puis sur une plaque courbe. La première partie traite de la propagation de l'onde A sur une plaque plane, sur le plan théorique et expérimental, en incluant les méthodes expérimentales associées. Cette partie regroupe les Chapitres I, II et III. La deuxième partie s'articule autour de l'étude de la propagation de l'onde A sur un tube. Afin d'extraire les caractéristiques de l'onde (atténuation, longueur d'onde et sens de propagation), de nouvelles méthodes sont développées, utilisant les propriétés des espaces de Fourier. Les Chapitres IV, V, VI et VII y sont consacrés.

Dans le Chapitre I, nous étudierons le problème théorique de la plaque plane élastique en contact avec deux liquides différents. Une étude numérique détaillée montre les propriétés de l'onde A et met en évidence une nouvelle onde quand deux fluides différents sont en contact avec la lame.

Le Chapitre II met en place les techniques expérimentales nécessaires à la caractérisation de l'onde A. Nous y verrons comment générer une onde non atténuée et comment l'étudier en utilisant les techniques temps-fréquence.

Le Chapitre III est consacré à l'étude expérimentale de l'onde A sur une plaque plane. Nous y étudierons d'abord les propriétés de l'onde A sur une plaque immergée ou semi-immergée (en contact avec un liquide sur une face). Nous étudierons ensuite la propagation de l'onde A quand la plaque est en contact avec deux fluides différents. Nous mettrons en évidence de nouveaux phénomènes.

Au cours du Chapitre IV, nous étudierons les propriétés des espaces de Fourier associés à différents types d'ondes. Un soin particulier sera accordé à l'étude d'une onde atténuée et dispersive générée à partir d'une impulsion brève.

Dans le Chapitre V, la propagation d'une onde atténuée se propageant sur un tube semi-immergé (cavité interne vide) sera modélisée dans les espaces de Fourier. Nous verrons les liens existant entre les propriétés des ondes obtenues dans ces espaces et les résultats obtenus par des méthodes classiques (Resonant Scattering Theory, Transformation de Sommerfeld-Watson et Méthode d'Isolement et d'Identification des Résonances).

Le Chapitre VI met en place de nouvelles méthodes expérimentales permettant l'identification d'ondes sur de très courtes distances.

Le dernier Chapitre est consacré à l'étude expérimentale de l'onde A sur une cible courbe. L'incidence de différents paramètres géométriques de la cible sur les caractéristiques de l'onde est étudiée. L'influence du remplissage y sera aussi étudiée, faisant apparaître de nouveaux phénomènes.

La présente introduction est suivie d'une liste des symboles utilisés.

Symboles et abréviations utilisés

CHAPITRE I:

ρ_S, C_L, C_T	masse volumique, vitesses des ondes longitudinale et transversale caractéristiques du solide élastique utilisé.
$\rho_{1,2}, C_{1,2}$	masse volumique et vitesse de l'onde longitudinale caractéristiques des liquides en contact avec le solide élastique.
E	épaisseur de la plaque ou du tube utilisé.
0, x, y, z	repère cartésien utilisé pour la plaque. x: direction de propagation. Plan x, y parallèle à la surface de la plaque. O: origine située au "milieu" de la plaque.
t	temps.
j	imaginaire pur unitaire.
$\vec{K} = \vec{K}' + j\vec{K}''$	"vecteur d'onde" complexe de partie réelle K' et de partie imaginaire K'' (atténuation spatiale), ou encore pulsation "spatiale" complexe.
ω	pulsation "temporelle" réelle.
F	fréquence, $\omega = 2\pi F$.
F.E	produit fréquence épaisseur.
u_x, u_y, u_z	composantes du déplacement en un point.
V_G, V_E, V_P	vitesses de groupe, d'énergie et de phase de l'onde.
θ_1, θ_2	angles d'émission dans les fluides 1 et 2.
Ondes A, S	ondes non atténuée de la plaque plane immergée.
Onde A*	onde atténuée de la plaque en contact avec deux liquides.
Ondes A_n, S_n	ondes de Lamb, respectivement (resp.) anti-symétriques et symétriques numérotées par ordre d'apparition en fréquence, l'indice le plus faible correspondant à l'ordre d'apparition le plus bas en fréquence.

CHAPITRES II et III:

$V_1(t), V_2(t)$	tensions émise et reçue par les transducteurs émetteur et récepteur.
$V_1(\omega), V_2(\omega)$	spectres respectifs de $V_1(t), V_2(t)$.
$H(\omega)$	rapport des spectres $V_1(\omega)$ sur $V_2(\omega)$.
$H_{\text{ref}}(\omega)$	rapport des spectres $V_1(\omega)$ sur $V_2(\omega)$ obtenu quand la plaque étudiée n'est pas dans l'eau.
$B(\omega)$ et $\phi(\omega)$	module et argument de $H(\omega)$.
L	longueur de la plaque étudiée.
$L1, L2$	distances parcourues dans l'eau par l'onde de volume incidente, puis diffractée.
$L3=L1+L+L2$.	
T	Température ambiante.
$\delta^{-1}(t)$	échelon de Heaviside.
$\delta(t)$:	impulsion de Dirac
F.F.T.	Fast Fourier Transform: algorithme de transformée de Fourier rapide (numérique).

CHAPITRE IV:

$s(x, t)$	représentation spatio-temporelle.
$S(x, \omega)$	représentation spatio-fréquentielle.
$K_{si}(k, \omega)$	représentation tout fréquence.
$\mathbf{K}(k, t)$	représentation vecteur d'onde-temps (ou pulsation spatiale-temps).
$\Omega = -\Omega' + j\Omega''$	pulsation complexe de partie réelle $-\Omega'$ et de partie imaginaire Ω'' .

CHAPITRE V:

R.S.T.	Resonant Scattering Theory.
T.S.W.	Transformation de Sommerfeld Watson.
M.I.I.R.	Méthode d'Isolement et d'Identification des Résonances.
a et b	rayons externe et interne du tube.
$K1$	vecteur d'onde incident dans l'eau.
n	mode de résonance.
$D_n(K1a)$	déterminant caractéristique du tube.

Z.D.X.	Zéros du Déterminant caractéristique en valeurs complexes de $x=K1a$.
$x=K1a$	fréquence réduite, partie réelle d'une racine.
$(K1a)_n$	fréquence de résonance réduite, partie réelle d'une racine.
$\frac{\Gamma_n}{2}$	largeur à mi-hauteur fréquentielle, partie imaginaire d'une racine.
S.W.A.M.	Surface Wave Analysis Method: écriture de l'observation de la propagation d'une onde dans les espaces de Fourier pour une cible donnée. Permet une analyse et une simulation des représentations associées en vue d'une étude expérimentale.

CHAPITRES VI et VII:

Ks_i''	représentation tout-fréquence de l'atténuation.
Spatial-S.W.A.M., Spatial-Surface Wave Analysis Method:	identification spatiale de K complexe à court terme.
Time-S.W.A.M., Time-Surface Wave Analysis Method:	identification temporelle de Ω complexe
Frequency.-S.W.A.M., Frequency-Surface Wave Analysis Method:	identification fréquentielle de K et Ω complexes.
A.R.M.A	Auto Regressive Moving Average.

CHAPITRE I

ONDE A SUR UNE PLAQUE PLANE: ETUDE THEORIQUE

Sommaire du Chapitre I

1. INTRODUCTION.....	5
2. ETUDE THÉORIQUE	6
2.1. GÉOMÉTRIE DU PROBLÈME.....	6
2.2. MISE EN ÉQUATION	6
2.2.1. Dans le liquide 1:	7
2.2.2. Dans le liquide 2.....	7
2.2.3. Dans le solide	8
2.3. RÉSOLUTION	10
2.3.1. Système d'équations.....	10
2.3.2. Comparaisons.....	11
2.3.3. Plaque semi-immergée.....	12
2.4. RÉSULTATS	13
2.4.1. Vitesse de phase.....	13
2.4.2. Directions de rayonnement.....	14
2.4.3. Atténuation lors de la propagation.....	15
2.4.4. Vitesses de groupe et d'énergie.....	15
3. RÉSULTATS NUMÉRIQUES	16
3.1. ONDE A SUR UNE PLAQUE IMMERGÉE OU SEMI-IMMERGÉE	16
3.1.1. Vitesses de phase et de groupe	16
3.1.2. Anatomie de l'onde A en fonction du produit $F.E$	19
3.1.3. Répartition énergétique de l'onde A en fonction du produit $F.E$	20
3.2. ONDE A SUR UNE PLAQUE IMMERGÉE ENTRE DEUX LIQUIDES DIFFÉRENTS: APPARITION D'UNE NOUVELLE ONDE	23
3.2.1. Vitesses de phase et d'énergie.....	23
3.2.2. Anatomie des ondes A et A^*	24
3.2.3. Répartition d'énergie	29
4. CONCLUSION	31
5. RÉFÉRENCES.....	33

1. Introduction

On sait depuis longtemps [1] que des ondes peuvent se propager dans une lame plane élastique ne possédant aucun environnement. Ces ondes, mises en évidence par Lamb, se propagent sans atténuation et forment deux familles notées A_n et S_n (Antisymétrique et Symétrique). Les propriétés de ces ondes dépendent évidemment des caractéristiques des matériaux et leurs propriétés en régime harmonique sont des fonctions du produit fréquence épaisseur (F.E).

Quand cette lame est en contact avec un même liquide sur les deux faces, les ondes de Lamb A_n , et S_n s'atténuent car elles dissipent leur énergie dans le liquide durant leur propagation. De plus, deux ondes supplémentaires apparaissent [2]: les ondes A et S. Ces deux ondes ne sont pas atténuées. L'onde S est de type symétrique, très peu dispersive, de vitesse de phase et de groupe très proches de celle du fluide environnant. L'onde A (antisymétrique) possède une vitesse de phase toujours inférieure à celle du son dans le liquide environnant. Pour de faibles valeurs de F.E, elle est très dispersive et quand le produit F.E croît, elle devient l'onde de Scholte à l'interface fluide/solide considérée (une de chaque côté de la plaque). Cette dernière propriété est partagée par l'onde S.

Si on crée une première dissymétrie au système en imposant du vide d'un côté et en gardant un liquide de l'autre, l'onde S disparaît et l'onde A existe toujours. Ceci a été mis en évidence par A. Grabowska [3] en 1979.

Pour deux fluides différents de chaque côté de la plaque, nous montrerons qu'il existe deux ondes que l'on peut rapprocher de l'onde A en considérant les vitesses de phase: l'une d'elle est une vraie onde A, non atténuée, et l'autre, que l'on note A^* , est atténuée.

Nous proposons d'abord une résolution générale du problème de la plaque plane en contact avec deux liquides différents en utilisant la notion d'onde plane évanescence [4]. Nous nous attacherons ensuite à l'étude numérique de l'onde A sur une plaque immergée, semi-immergée puis en contact avec deux fluides différents. Dans le cas d'un contact avec deux fluides différents, une attention particulière sera portée à l'étude de l'onde A^* .

2. Etude théorique

2.1. Géométrie du problème

On considère une plaque élastique (Figure 1) isotrope d'épaisseur E , caractérisée par sa masse volumique ρ_s et les vitesses longitudinale C_L et transversale C_T . La face 1 de cette plaque est en contact avec un fluide 1 caractérisé par sa masse volumique ρ_1 et la vitesse du son correspondante C_1 . La face 2 est, quant à elle, en contact avec un fluide 2 caractérisé par ρ_2 et C_2 .

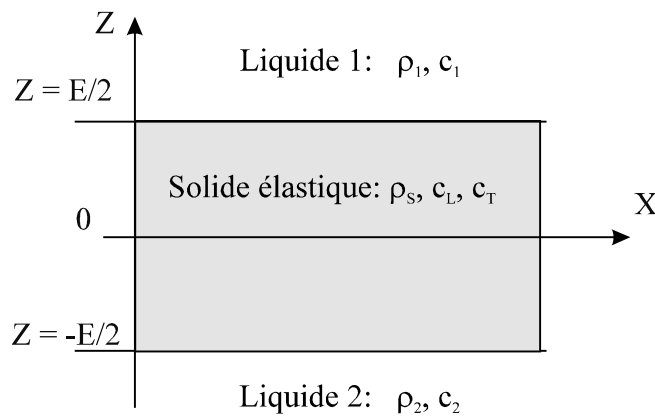


Figure 1: Géométrie du problème.

2.2. Mise en équation

On recherche les modes propres de la plaque, c'est à dire les différentes ondes susceptibles de se propager sur (et dans) la plaque en émettant (ou non) de l'énergie dans les deux liquides adjacents.

Les modes propres de ce système sont décrits en utilisant la notion d'onde plane évanescence à fréquence réelle et à vecteur d'onde complexe $\vec{K} = \vec{K}' + j\vec{K}''$.

2.2.1. Dans le liquide 1:

Pour $z > \frac{E}{2}$, on écrit le déplacement de l'onde sous la forme:

$$\vec{u} = \vec{U}_1 e^{j(\vec{K} \cdot \vec{r} - \omega t)}$$

Seules les composantes selon Ox et Oz sont non nulles, nous les exprimons:

$$u_x = U_{1x} e^{j(K_{1x}x + K_{1z}z - \omega t)}$$

$$u_z = U_{1z} e^{j(K_{1x}x + K_{1z}z - \omega t)}$$

Comme ces déplacements vérifient l'équation de propagation $\Delta \vec{u} = \frac{1}{C_1^2} \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2}$, il faut que

$$K_{1x}^2 + K_{1z}^2 = \frac{\omega^2}{C_1^2} = K_1^2.$$

On notera par la suite les composantes réduites du vecteur d'onde:

$$k_{1x} = \frac{K_{1x}}{K_1} \text{ et } k_{1z} = \frac{K_{1z}}{K_1}, \text{ de telle sorte que } k_{1x}^2 + k_{1z}^2 = 1.$$

Par ailleurs, on note $U_{1z} = U_{1x} \cdot Q_1$, avec $Q_1 = \frac{U_{1z}}{U_{1x}} = \frac{k_{1z}}{k_{1x}}$ puisque l'onde est de type lamellaire (vérifiant $\text{Rot } \vec{u} = \vec{0}$).

2.2.2. Dans le liquide 2

Dans le deuxième liquide, pour $z < -\frac{E}{2}$:

$$u_x = U_{2x} e^{j(K_{2x}x + K_{2z}z - \omega t)}$$

$$u_z = U_{2z} e^{j(K_{2x}x + K_{2z}z - \omega t)}$$

Le vecteur d'onde vérifie $K_{2x}^2 + K_{2z}^2 = \frac{\omega^2}{C_2^2} = K_2^2$

On note:

$$k_{2x} = \frac{K_{2x}}{K_2} \text{ et } k_{2z} = \frac{K_{2z}}{K_2},$$

$$\text{donc } k_{2x}^2 + k_{2z}^2 = \frac{C_1^2}{C_2^2}.$$

Comme l'onde est également de type lamellaire, on note:

$$Q_2 = \frac{U_{2z}}{U_{2x}} = \frac{k_{2z}}{k_{2x}}$$

2.2.3. Dans le solide

On doit avoir simultanément quatre ondes évanescentes: deux de type lamellaire et deux de type tourbillonnaire, se propageant selon z croissant ou décroissant.

$$u_x = \sum_{m=3}^6 U_{mx} e^{j(K_{mx}x + K_{mz}z - \omega t)}$$

$$u_z = \sum_{m=3}^6 U_{mz} e^{j(K_{mx}x + K_{mz}z - \omega t)}$$

Comme dans les milieux précédents, on a:

$$k_{mx} = \frac{K_{mx}}{K_1} \text{ et } k_{mz} = \frac{K_{mz}}{K_1}$$

$$\text{vérifiant } k_{mx}^2 + k_{mz}^2 = \frac{C_1^2}{C_L^2} \text{ si } m=3 \text{ et } 4 \text{ (onde lamellaire)}$$

$$\text{où } k_{mx}^2 + k_{mz}^2 = \frac{C_1^2}{C_T^2} \text{ si } m=5 \text{ et } 6 \text{ (onde tourbillonnaire)}$$

De même, pour une onde lamellaire:

$$Q_m = \frac{U_{mz}}{U_{mx}} = \frac{K_{mz}}{K_{mx}} = \frac{k_{mz}}{k_{mx}} \quad (m=3 \text{ et } 4)$$

et pour une onde tourbillonnaire (vérifiant $\text{div } \vec{u} = 0$):

$$Q_m = \frac{U_{mz}}{U_{mx}} = -\frac{K_{mx}}{K_{mz}} = -\frac{k_{mx}}{k_{mz}} \quad (m=5 \text{ et } 6)$$

Pour constituer un mode propre, les ondes élémentaires doivent vérifier trois conditions de continuité à chaque interface $z = \pm \frac{E}{2}$, quels que soient x et t:

-continuité de u_z (composante normale à l'interface)

-continuité de T_{zx} et T_{zz} (composantes de la contrainte à l'interface).

En exprimant les contraintes en fonction des déplacements dans les trois milieux, on trouve comme équations de continuité

à l'interface $z = \frac{E}{2}$:

$$U_{1x} Q_1 R_1 = \sum_{m=3}^6 U_{mx} Q_m R_m \quad (2-1)$$

$$\sum_{m=3}^6 U_{mx} R_m [k_{mz} + Q_m k_x] = 0 \quad (2-2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\rho_1}{\rho_s} U_{1x} R_1 [k_x + Q_1 k_{1z}] = \\ = \sum_{m=3}^6 U_{mx} R_m \left[\left(\frac{C_L}{C_1} \right)^2 Q_m k_{mz} + \left(\left(\frac{C_L}{C_1} \right)^2 - 2 \left(\frac{C_T}{C_1} \right)^2 \right) k_x \right] \end{aligned} \quad (2-3)$$

et à l'interface $z = -\frac{E}{2}$:

$$U_{2x} Q_2 R_2^{-1} = \sum_{m=3}^6 U_{mx} Q_m R_m^{-1} \quad (2-4)$$

$$\sum_{m=3}^6 U_{mx} R_m^{-1} [k_{mz} + Q_m k_x] = 0 \quad (2-5)$$

$$\begin{aligned} \frac{\rho_2}{\rho_s} U_{2x} R_2^{-1} [k_x + Q_2 k_{2z}] \left(\frac{C_2}{C_1} \right)^2 = \\ = \sum_{m=3}^6 U_{mx} R_m^{-1} \left[\left(\frac{C_L}{C_1} \right)^2 Q_m k_{mz} + \left(\left(\frac{C_L}{C_1} \right)^2 - 2 \left(\frac{C_T}{C_1} \right)^2 \right) k_x \right] \end{aligned} \quad (2-6)$$

Dans ces expressions, on trouve:

$k_x = k_{mx}$ ($m=1$ à 6), nécessaire pour que les égalités ne dépendent pas de x

$R_m = e^{jK_{mz} \frac{E}{2}} = e^{jk_{mz} \frac{\pi}{C_1} F.E}$, expression montrant que le produit fréquence-épaisseur (F.E)

conditionne les résultats.

2.3. Résolution

2.3.1. Système d'équations

Les six équations (2-1 à 2-6) constituent un système linéaire homogène, dont les six inconnues sont les amplitudes U_{mx} . Ce système peut se mettre sous forme matricielle:

$$M_{lm} U_{mx} = 0$$

L'expression des éléments de la matrice est donnée ci-dessous:

$$M_{12} = M_{21} = M_{22} = M_{32} = M_{41} = M_{51} = M_{52} = M_{61} = 0,$$

$$M_{11} = Q_1 R_1,$$

$$M_{1m} = -Q_m R_m, m=3 \text{ à } 6,$$

$$M_{2m} = R_m (k_{mz} + Q_m k_x), m=3 \text{ à } 6,$$

$$M_{31} = \frac{\rho_1}{\rho_s} R_1 [k_x + Q_1 k_{1z}],$$

$$M_{3m} = -R_m \left[\left(\frac{C_L}{C_1} \right)^2 Q_m k_{mz} + \left(\left(\frac{C_L}{C_1} \right)^2 - 2 \left(\frac{C_T}{C_1} \right)^2 \right) k_x \right], m=3 \text{ à } 6,$$

$$M_{42} = Q_2 R_2^{-1},$$

$$M_{4m} = -Q_m R_m^{-1}, m=3 \text{ à } 6,$$

$$M_{5m} = R_m^{-1} [k_{mz} + Q_m k_x], m=3 \text{ à } 6,$$

$$M_{62} = \frac{\rho_2}{\rho_s} R_2^{-1} [k_x + Q_2 k_{2z}] \left(\frac{C_2}{C_1} \right)^2,$$

$$M_{6m} = -R_m^{-1} \left[\left(\frac{C_L}{C_1} \right)^2 Q_m k_{mz} + \left(\left(\frac{C_L}{C_1} \right)^2 - 2 \left(\frac{C_T}{C_1} \right)^2 \right) k_x \right], m=3 \text{ à } 6.$$

Pour admettre une solution non triviale, le déterminant de la matrice M_{lm} doit être nul.

Pour un produit F.E donné, on doit rechercher une valeur de k_x complexe annulant le déterminant. En effet, tous les termes du système linéaire s'expriment en fonction de $k_x = k_{mx}$. La recherche dans le plan complexe se fait en utilisant une méthode de type

Newton modifiée; elle est réalisée avec une résolution de 10^{-10} sur $|k_x|$.

Remarque:

Chaque k_{mz} est obtenu par une extraction de racine carrée. En effet:

$$k_{1z} = \sqrt{1 - k_x^2}$$

$$k_{2z} = \sqrt{\left(\frac{C_1}{C_2}\right)^2 - k_x^2}$$

$$k_{mz} = \sqrt{\left(\frac{C_1}{C_L}\right)^2 - k_x^2} \text{ pour } m=3 \text{ et } 4$$

$$k_{mz} = \sqrt{\left(\frac{C_1}{C_T}\right)^2 - k_x^2} \text{ pour } m=5 \text{ et } 6$$

Deux solutions sont possibles pour k_{1z} et k_{2z} . Dans le fluide 1, on choisit k_{1z} tel que $\text{Re}(k_{1z}) > 0$ (solution de type Lamb). Dans le cas où $\text{Re}(k_{1z}) = 0$, on choisit $\text{Im}(k_{1z}) > 0$ (solution de type Scholte-Stoney).

Dans le fluide 2, on choisit k_{2z} tel que $\text{Re}(k_{2z}) < 0$ (solution de type Lamb). Lorsque $\text{Re}(k_{2z}) = 0$, on choisit $\text{Im}(k_{2z}) < 0$ (solution de type Scholte-Stoney).

Dans le solide, il n'y a aucun choix à effectuer puisqu'il y a deux ondes L et deux ondes T: on affecte à k_{mz} les deux signes possibles.

2.3.2. Comparaisons

Ce problème a déjà été abordé par d'autres auteurs et des solutions sont apportées dans certains documents [5,6]. On peut en effet exprimer le déterminant sous forme littérale, comme fonction de k_x . Son annulation conduit par exemple à l'expression donnée par N. Veksler [5]:

$$E \left[\phi F + \frac{1}{2}(1 + \phi)\psi \right] + \psi \left[\psi + \frac{1}{2}(1 + \phi)F \right] = 0 \quad (2-8)$$

dans laquelle l'inconnue est la vitesse complexe C , reliée à k_x par $C = \frac{C_1}{k_x}$

Dans (2-8), on pose:

$$y = \frac{C}{C_T}; \gamma_0 = \frac{C_T}{C_L}; \gamma_1 = \frac{C_T}{C_1}, \gamma_2 = \frac{C_T}{C_2}$$

$$Z_1 = \sqrt{1 - \gamma_0^2 y^2}; Z_2 = \sqrt{1 - y^2}; Z_3 = \sqrt{1 - \gamma_1^2 y^2}; Z_4 = \sqrt{1 - \gamma_2^2 y^2} \text{ et } Z = \frac{2\pi F \cdot E}{C_T}$$

$$\text{puis } \varphi = \frac{\rho_1}{\rho_2} \frac{Z_4}{Z_3}; \psi = \frac{\rho_1}{\rho_S} \frac{Z_1}{Z_3}; f_L = \frac{Z_1 Z}{y}; f_T = \frac{Z_2 Z}{y};$$

$$\varphi_1 = \left(\frac{2 - y^2}{y^2}\right)^2 \text{ et } \varphi_2 = \frac{4}{y^4} \sqrt{1 - y^2} \sqrt{1 - y^2 \gamma_0^2} \text{ et enfin}$$

$$E = \varphi_1 \coth(f_L) - \varphi_2 \coth(f_T)$$

$$F = \varphi_1 \text{th}(f_L) - \varphi_2 \text{th}(f_T)$$

On a vérifié que notre solution est bien celle de l'équation (2-8), ainsi que celle de l'équation (2-9) donnée par H. Franklin [6]:

$$(C_A + j\tau_{1S})(C_S - j\tau_{2S}) + (C_A + j\tau_{2S})(C_S - j\tau_{1S}) = 0, \quad (2-9)$$

dans laquelle:

$$C_A = 4k_x^2 k_{zL} k_{zT} \tan(k_{zT} \frac{K_1 E}{2}) + (\eta_T^2 - 2k_x^2)^2 \tan(k_{zL} \frac{K_1 E}{2}),$$

$$C_S = 4k_x^2 k_{zL} k_{zT} \cotan(k_{zT} \frac{K_1 E}{2}) + (\eta_T^2 - 2k_x^2)^2 \cotan(k_{zL} \frac{K_1 E}{2}),$$

$$\tau_{1S} = \frac{\rho_1}{\rho_S} \eta_T^4 \frac{k_{zL}}{k_{z1}}, \quad \tau_{2S} = \frac{\rho_2}{\rho_S} \eta_T^4 \frac{k_{zL}}{k_{z2}},$$

$$\eta_T = \frac{C_1}{C_T}, \quad \eta_L = \frac{C_1}{C_L}, \quad \eta_2 = \frac{C_1}{C_2},$$

$$k_x = \frac{K_x}{K_1} = \frac{C_1}{C}, \quad K_1 = \frac{\omega}{C_1},$$

$$k_{zL} = \frac{K_{zL}}{K_1} = \sqrt{\eta_L^2 - k_x^2}, \quad k_{zT} = \frac{K_{zT}}{K_1} = \sqrt{\eta_T^2 - k_x^2}, \quad k_{z1} = \sqrt{1 - k_x^2}, \quad k_{z2} = \sqrt{\eta_2^2 - k_x^2}$$

avec C inconnue complexe.

2.3.3. Plaque semi-immergée

Dans ce cas, seul le fluide 1 existe et tout déplacement dans le fluide 2 disparaît. La détermination des modes propres s'effectue en suivant les mêmes étapes. Il reste cinq inconnues: U_{1x} dans le fluide 1 et U_{mx} ($m=2$ à 5) dans le solide. En exprimant les

continuités de U_z en $z = \frac{E}{2}$ et les continuités de T_{zx} et T_{zz} en $z = \pm \frac{E}{2}$, on trouve un système homogène d'ordre 5:

$$M_{21} = M_{41} = M_{51} = 0,$$

$$M_{11} = Q_1 R_1,$$

$$M_{1m} = -Q_m R_m, m=2 \text{ à } 5,$$

$$M_{2m} = R_m (k_{mz} + Q_m k_x), m=2 \text{ à } 5,$$

$$M_{31} = \frac{\rho_1}{\rho_s} R_1 [k_x + Q_1 k_{1z}],$$

$$M_{3m} = -R_m [(\frac{C_L}{C_1})^2 Q_m k_{mz} + ((\frac{C_L}{C_1})^2 - 2(\frac{C_T}{C_1})^2) k_x], m=2 \text{ à } 5,$$

$$M_{4m} = R_m^{-1} [k_{mz} + Q_m k_x], m=2 \text{ à } 5,$$

$$M_{5m} = \pm R_m^{-1} [(\frac{C_L}{C_1})^2 Q_m k_{mz} + ((\frac{C_L}{C_1})^2 - 2(\frac{C_T}{C_1})^2) k_x], m=2 \text{ à } 5.$$

2.4. Résultats

Pour une valeur F.E donnée, on peut obtenir plusieurs valeurs k_x annulant le déterminant. Les solutions physiques (ondes) correspondantes sont de type Lamb ou de type Scholte-Stoneley. On peut rencontrer d'autres ondes dont la réalité physique doit être discutée en utilisant quelques grandeurs:

- la vitesse de phase de l'onde
- les directions de rayonnement dans les deux liquides
- l'atténuation lors de la propagation
- la vitesse d'énergie de l'onde.

2.4.1. Vitesse de phase

La vitesse de phase selon Ox est donnée par

$$V_p = \frac{\omega}{K'_x} = \frac{C_1}{k'_x}$$

C'est la vitesse à laquelle il faut se déplacer sur l'axe Ox pour suivre l'onde avec la même phase. (Noter que les plans équiphases sont dans les deux liquides des plans perpendiculaires à $\vec{K}'_1$ et $\vec{K}'_2$)

2.4.2. Directions de rayonnement

Lorsque l'onde est de type Lamb, les vecteurs d'onde dans les deux liquides ont l'allure représentée sur la Figure 2. (il s'agit des vecteurs réduits $\vec{k}_i = \vec{K}_i / K_1$)

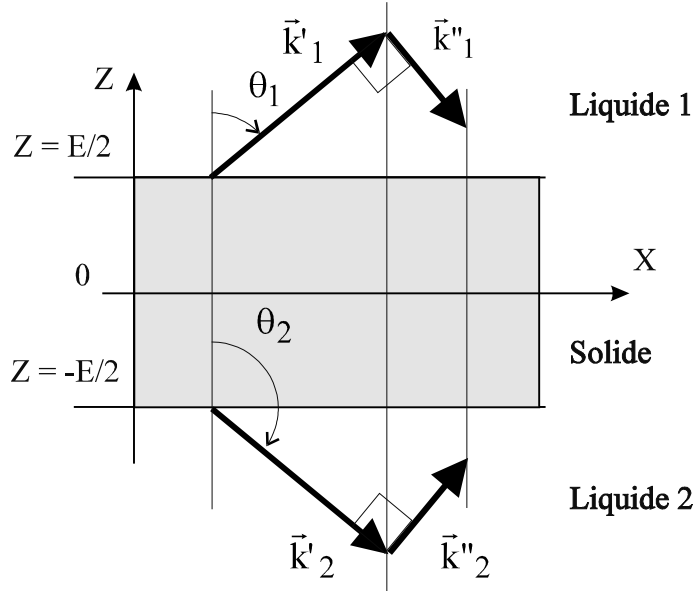


Figure 2: Vecteurs d'onde dans les deux liquides dans le cas d'une onde de Lamb.

Les vecteurs $\vec{k}_1$ et $\vec{k}_2$ ont des parties réelles $\vec{k}'_1$ et $\vec{k}'_2$ et des parties imaginaires $\vec{k}''_1$ et $\vec{k}''_2$. Sur la figure 2, $\vec{k}_1$ et $\vec{k}_2$ sont tels que leurs projections sur Ox sont égales:

$$k_x = k_{1x} = k_{2x}$$

Les directions d'émission dans les fluides 1 et 2 sont alors respectivement:

$$\theta_1 = \arctan\left(\frac{k'_x}{k'_{1z}}\right) \text{ et } \theta_2 = \arctan\left(\frac{k'_x}{k'_{2z}}\right)$$

Les valeurs θ_1 et θ_2 diffèrent sensiblement des valeurs $\arcsin(\frac{C_1}{V_p})$ et $\arcsin(\frac{C_2}{V_p})$ lorsque k''_x n'est pas négligeable devant 1.

2.4.3. Atténuation lors de la propagation

L'onde exprimée dans chaque milieu comprend le terme multiplicatif $e^{-K''_x x}$ traduisant une décroissance selon Ox. Le terme K''_x est donc le terme d'atténuation en Np/m. Il est relié à k''_x par la relation suivante:

$$K''_x = \frac{2\pi F}{C_1} k''_x.$$

2.4.4. Vitesses de groupe et d'énergie

Lors d'une expérimentation, on relève la vitesse à laquelle une onde se déplace d'un point A à un point B en divisant la distance de propagation AB par le temps de parcours.

Lorsque la plaque n'est pas immergée dans un fluide, cette vitesse est la vitesse d'énergie ou vitesse de groupe comme dans tout milieu non atténué [7]. La vitesse de groupe est calculée par:

$$V_G = \frac{\partial \omega}{\partial K'_x},$$

et la vitesse d'énergie par:

$$V_E = \frac{\int_{-E/2}^{E/2} P_x(z) dz}{\int_{-E/2}^{E/2} \epsilon(z) dz}$$

$P_x(z)$ désigne le flux du vecteur de Poynting à travers une section de la plaque et $\epsilon(z)$ la densité d'énergie (potentielle et cinétique) dans la plaque. Le vecteur de Poynting est relié à la contrainte T_{lm} et à la vitesse V_m (composantes) par

$$P_l = -\frac{1}{2} T_{lm} V_m^*, \text{ avec } V_m = -j\omega U_m.$$

Ces deux expressions fournissent, pour les ondes de Lamb sur une plaque dans le vide, les mêmes valeurs numériques de vitesse. Concrètement, nous calculons V_E qui s'exprime exactement et assez simplement sous forme de sommes discrètes plutôt que V_G dont la détermination passe par le calcul numérique d'une dérivée.

3. Résultats numériques

Les différentes caractéristiques de l'onde A vont être calculées. Nous nous attacherons plus particulièrement à l'influence du produit F.E et des fluides externes. Les caractéristiques des matériaux utilisés sont les suivantes [8]:

Matériau	ρ (kg / m ³)	C_L (m / s)	C_T (m / s)
Dural	2799	6355	3138
Laiton	8600	4700	2110
Eau	998.2	1485	
Propanol	803.5	1170	
Glycol	1113	1650	

3.1. Onde A sur une plaque immergée ou semi-immergée

3.1.1. Vitesses de phase et de groupe

Nous traitons ici le cas d'une lame plane en laiton immergée ou semi-immergée dans l'eau. Le laiton a été choisi pour ses propriétés mécaniques et le fait qu'il existe en fines épaisseurs, ce qui sera pratique pour l'étude expérimentale.

Numériquement, pour un produit F.E donné, il existe de nombreuses racines complexes possibles dont certaines correspondent à des ondes de Lamb. Sur les Figure 3 et Figure 4, on présente les courbes de dispersion (resp. vitesse de phase et d'énergie) des premiers modes de Lamb (A0, S0, A1). Ces ondes sont rencontrées expérimentalement dans la même zone de produit F.E que l'onde A et l'onde S.

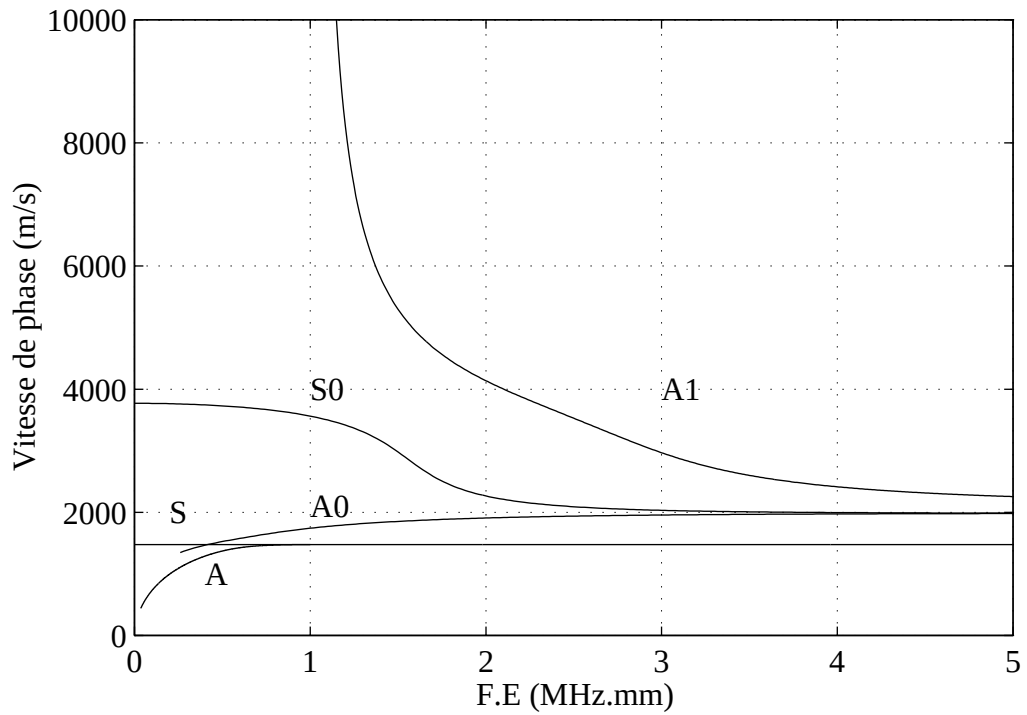


Figure 3: Vitesses de phase des ondes de Lamb visibles en même temps que l'onde A sur une plaque plane en laiton immergée dans l'eau.

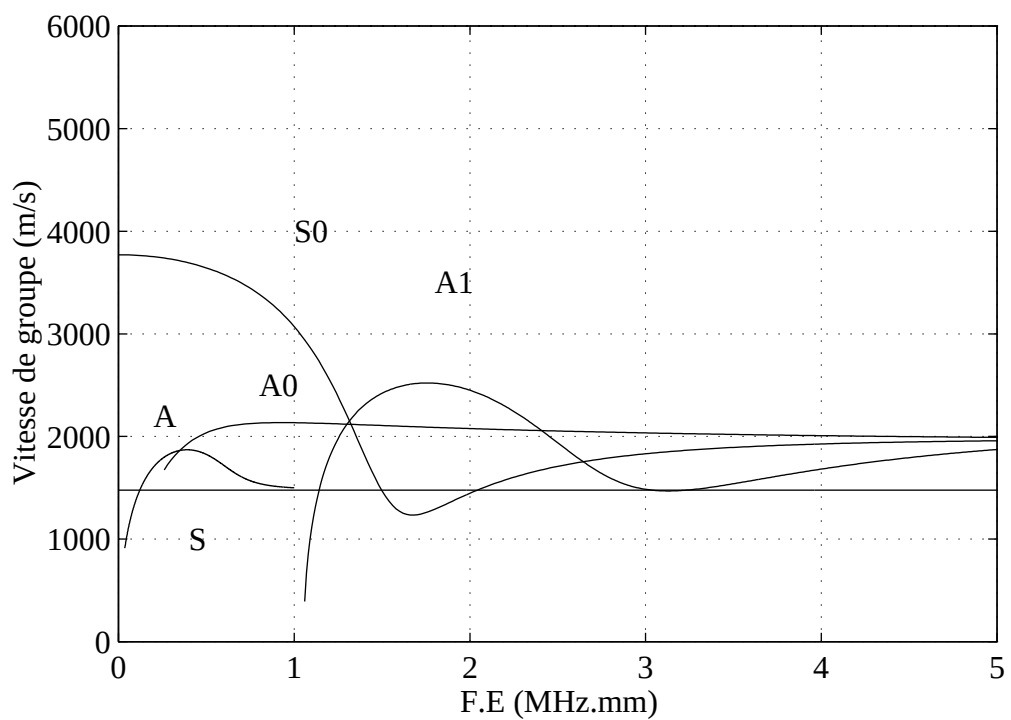


Figure 4: Vitesses de groupe des ondes de Lamb visibles en même temps que l'onde A sur une plaque plane en laiton immergée dans l'eau.

Pour leur vitesse d'énergie on a utilisé l'expression donnée précédemment, même si les conditions d'application diffèrent.

Quand la plaque est totalement immergée, il existe uniquement deux racines réelles: les ondes A et S. Quand la plaque est semi-immersée, la seule racine réelle est l'onde A. La présente étude concerne uniquement l'onde A.

Les vitesses de phase V_p et de groupe $V_G = \frac{\partial \omega}{\partial K'_x}$ ont été calculées pour l'onde A sur une plaque immergée ou semi-immersée (Figure 5).

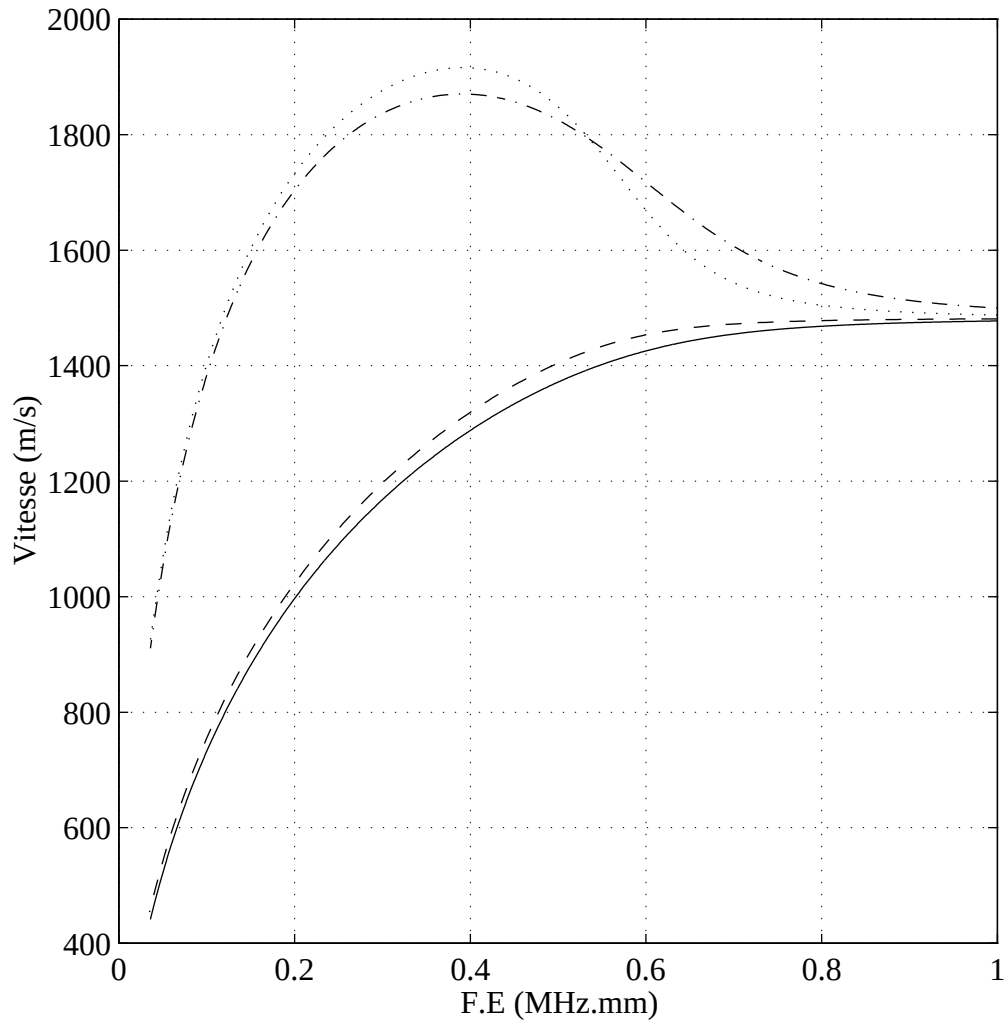


Figure 5: Vitesse de l'onde A sur une plaque plane en laiton. Vitesse de phase sur une plaque immergée (—) ou semi-immersée (---). Vitesse de groupe sur une plaque immergée (-.-) ou semi-immersée (...).

Comme pour toutes les ondes sur une plaque, pour des matériaux donnés, la dispersion de l'onde A dépend uniquement du produit F.E. Sa vitesse de phase est toujours inférieure à

celle du son dans l'eau. La dispersion de l'onde A est d'autant plus faible que le produit $F.E$ est grand. Quand le produit $F.E$ tend vers l'infini, l'onde A n'est plus dispersive et sa vitesse de phase, alors constante, est celle de l'onde de Scholte à l'interface solide-fluide considérée. Quels que soient les matériaux immergés, la dispersion de l'onde A suit un schéma à deux zones: dispersion forte en dessous d'une valeur de $(F.E)$ limite, de l'ordre de 1, et asymptote horizontale au delà.

Ce phénomène est plus marqué sur la courbe de dispersion en vitesse de groupe. La vitesse passe alors par un maximum nettement supérieur à valeur de la vitesse du son dans l'eau.

3.1.2. Anatomie de l'onde A en fonction du produit $F.E$

Nous avons vu que la dispersion de l'onde A suivait deux régimes différents suivant que l'on se place aux $F.E$ faibles ou élevés. Nous allons maintenant caractériser plus finement l'évolution de l'onde en fonction de $F.E$. Les composantes des vecteurs d'onde nous renseignent très précisément sur la nature de l'onde A. Nous pouvons comparer les vecteurs d'onde de l'onde A à ceux d'une onde de Lamb (cf. Figure 2).

Pour l'onde A sur une plaque immergée, les vecteurs d'onde dans le fluide externe sont donnés Figure 6. On note alors que $\vec{k}'_1$ est parallèle à l'axe des x et donc que $\vec{k}''_1$ est perpendiculaire, ce qui traduit une propagation sans atténuation et une décroissance exponentielle des déplacements lorsque $|z|$ augmente.

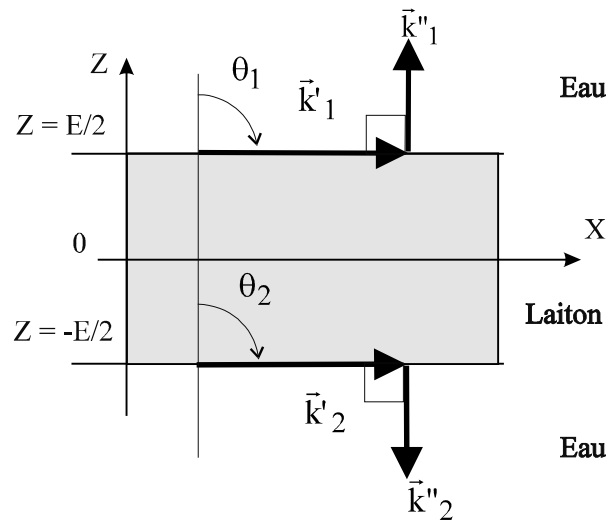


Figure 6: Onde A sur une plaque immergée. Vecteurs d'onde dans le liquide.

3.1.3. Répartition énergétique de l'onde A en fonction du produit F.E

Le flux du vecteur de Poynting permet de calculer la répartition d'énergie de l'onde en fonction de z pour un produit F.E donné et, ainsi, de calculer le pourcentage d'énergie de l'onde dans le métal ou dans le liquide environnant. Le flux d'énergie selon la direction de propagation Ox s'exprime par [8]:

$$P_x = -\frac{1}{2}(T_{xx} V_x^* + T_{xz} V_z^*),$$

dans laquelle V_x et V_z sont les composantes de la vitesse $\vec{V} = \frac{\partial \vec{u}}{\partial t}$. P_x peut être calculé en utilisant les expressions connues des déplacements et contraintes, à un coefficient près. Notons que $P_z = 0$. On ne retient que $\text{Re}(P_x)$. Pour caractériser l'onde et lui attribuer les qualificatifs d'interne ou externe, on calcule le pourcentage de puissance véhiculée par l'onde, à l'intérieur de la plaque et dans les fluides. On calcule ainsi:

$$W_S = \int_{-E/2}^{E/2} P_x(z) dz$$

$$W_{F1} = \int_{E/2}^{+\infty} P(z) dz \text{ et}$$

$$W_{F2} = \int_{-\infty}^{-E/2} P(z) dz$$

Si on note $W = W_S + W_{F1} + W_{F2}$, le pourcentage d'énergie dans le solide est alors $\frac{W_S}{W}$.

Les Figure 7 (a) et Figure 7 (b) montrent la répartition du flux d'énergie normalisé de l'onde A sur une plaque plane immergée en laiton. On note le caractère évanescent de l'onde par la décroissance exponentielle de l'onde quand $|z|$ croît. Deux valeurs de F.E ont été choisies pour montrer la nature différente de l'onde A en fonction de F.E. Plus F.E est faible, plus l'énergie de l'onde A est concentrée dans la plaque. Inversement, quand F.E devient très grand, l'énergie de l'onde est alors principalement concentrée dans le fluide comme pour l'onde de Scholte à l'interface fluide solide considérée.

Les Figure 7 (c) et Figure 7 (d) donnent la répartition d'énergie pour l'onde A sur une plaque semi-immergée. On note le même phénomène que dans le cas de la plaque totalement immergée. Côté vide, il n'y a évidemment pas d'énergie suivant l'axe Oz.

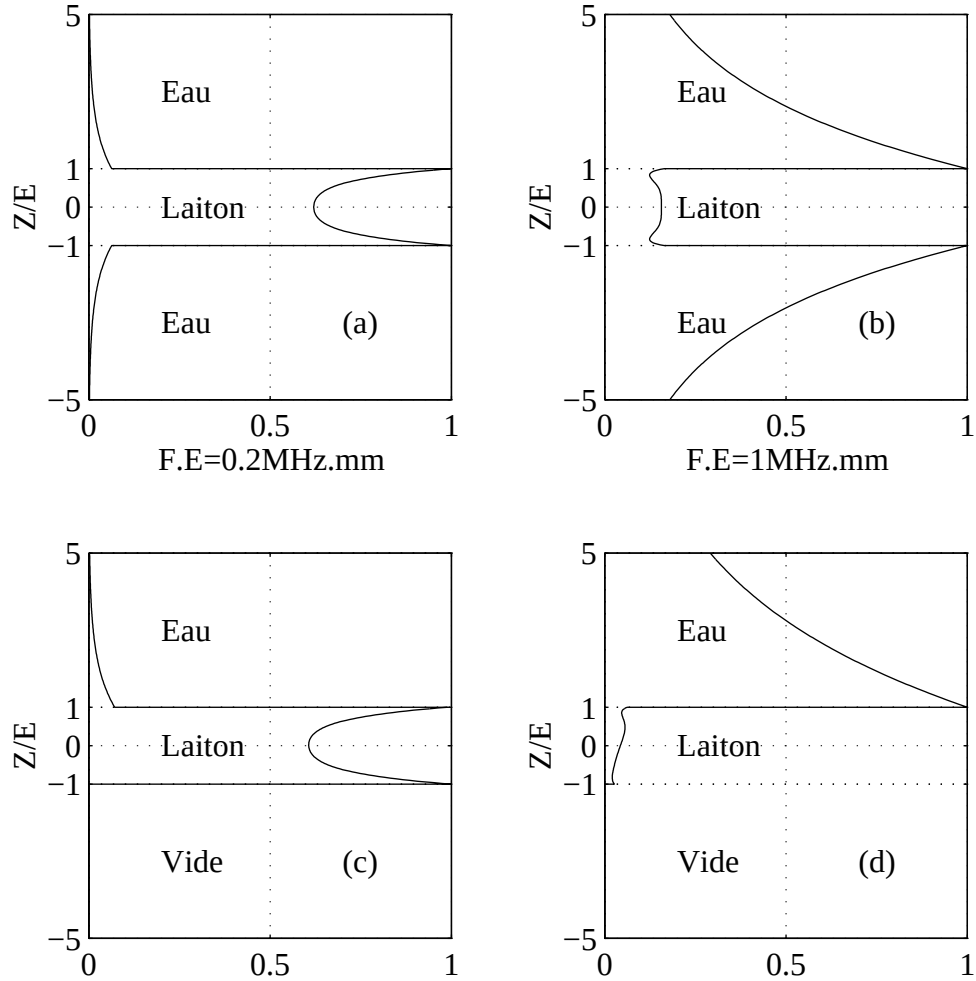


Figure 7: Répartition des flux d'énergie de l'onde A en fonction de Z. (a) et (b): plaque plane immergée pour des F.E respectifs de 0,2MHz.mm et de 1MHz.mm. (c) et (d): Plaque plane semi-immergée pour des F.E respectifs de 0,2MHz.mm et de 1MHz.mm. Le flux d'énergie (en abscisse) est relatif (maximum 1).

La répartition d'énergie suivant z est quantifiable en calculant le pourcentage d'énergie de l'onde A contenu dans la plaque (W_s/W) ou le liquide ($2W_{F1}/W$). Les Figure 8 (a) et Figure 8 (b) donnent l'évolution de ces pourcentages dans les deux cas étudiés ici.

L'énergie de l'onde A est dans les deux cas principalement dans la plaque en basse fréquence et dans le fluide environnant pour de grands F.E. Dans le cas de la plaque immergée, il y a autant d'énergie dans la plaque que dans l'eau pour F.E=0,62MHz.mm.

Pour la plaque semi-immersée, cette équipartition est obtenue pour F.E légèrement inférieur à 0,58MHz.mm, avec une transition plus brutale.

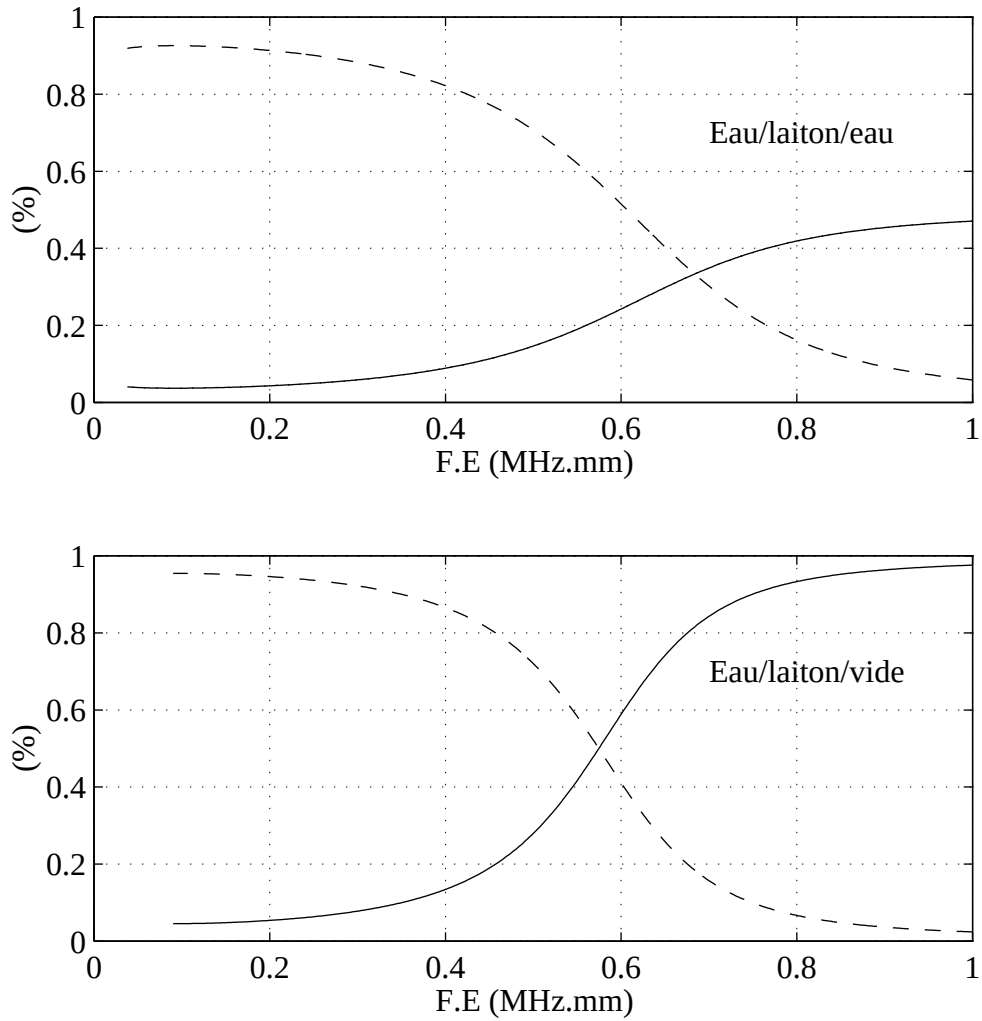


Figure 8: Pourcentages d'énergie de l'onde A: (—) dans l'eau et (- - -) dans la plaque en laiton immergée (en haut) et semi-immersée (en bas).

3.2. Onde A sur une plaque immergée entre deux liquides différents: apparition d'une nouvelle onde

On prend maintenant deux fluides différents de chaque côté de la plaque, dans lesquels la vitesse du son vaut respectivement C_1 et C_2 . Le problème se complique, il existe maintenant deux ondes que l'on peut rapprocher de l'onde A au niveau des vitesses de phase, l'une d'elle étant une vraie onde A, non atténuée; l'autre onde, notée A^* , est atténuée.

Regardons maintenant les propriétés de ces deux ondes.

3.2.1. Vitesses de phase et d'énergie

Prenons comme liquides différents en contact avec la plaque en laiton l'eau et le propanol. Les vitesses respectives C_1 et C_2 sont telles que $C_1 > C_2$. Les caractéristiques de dispersion des deux ondes sont représentées Figure 9.

L'onde A (non atténuée) possède une vitesse de phase toujours inférieure à celle du son dans le liquide "le plus lent" (liquide dans lequel la vitesse du son est la plus faible, ici le propanol: fluide 2) et qui tend vers la vitesse de phase de l'onde de Scholte à l'interface solide élastique/liquide 2 (quand F.E est grand).

L'onde A^* est aussi dispersive qu'une onde A classique, elle a une vitesse de phase qui est toujours inférieure à celle du son dans le liquide "le plus rapide" (ici l'eau: fluide 1). Pour de grands produits F.E, sa vitesse de phase tend alors vers la vitesse de phase de l'onde de Scholte à l'interface solide/eau (liquide le plus rapide).

Les courbes de dispersion de l'onde A peuvent être calculées jusqu'à de très faibles valeurs de F.E. Par contre, le calcul de la vitesse de phase de l'onde A^* , par F.E décroissant, est interrompu pour $F.E=0,24 \text{ MHz.mm}$. En dessous de cette valeur, deux branches (jusqu'à $F.E=0 \text{ MHz.mm}$) remplacent la caractéristique de l'onde A^* . Quand le produit F.E tend vers l'infini, la vitesse de l'onde A^* a pour limite la vitesse de l'onde de Scholte à l'interface solide/fluide 1. C'est pour cette raison que l'onde A^* est jumelée avec l'onde A.

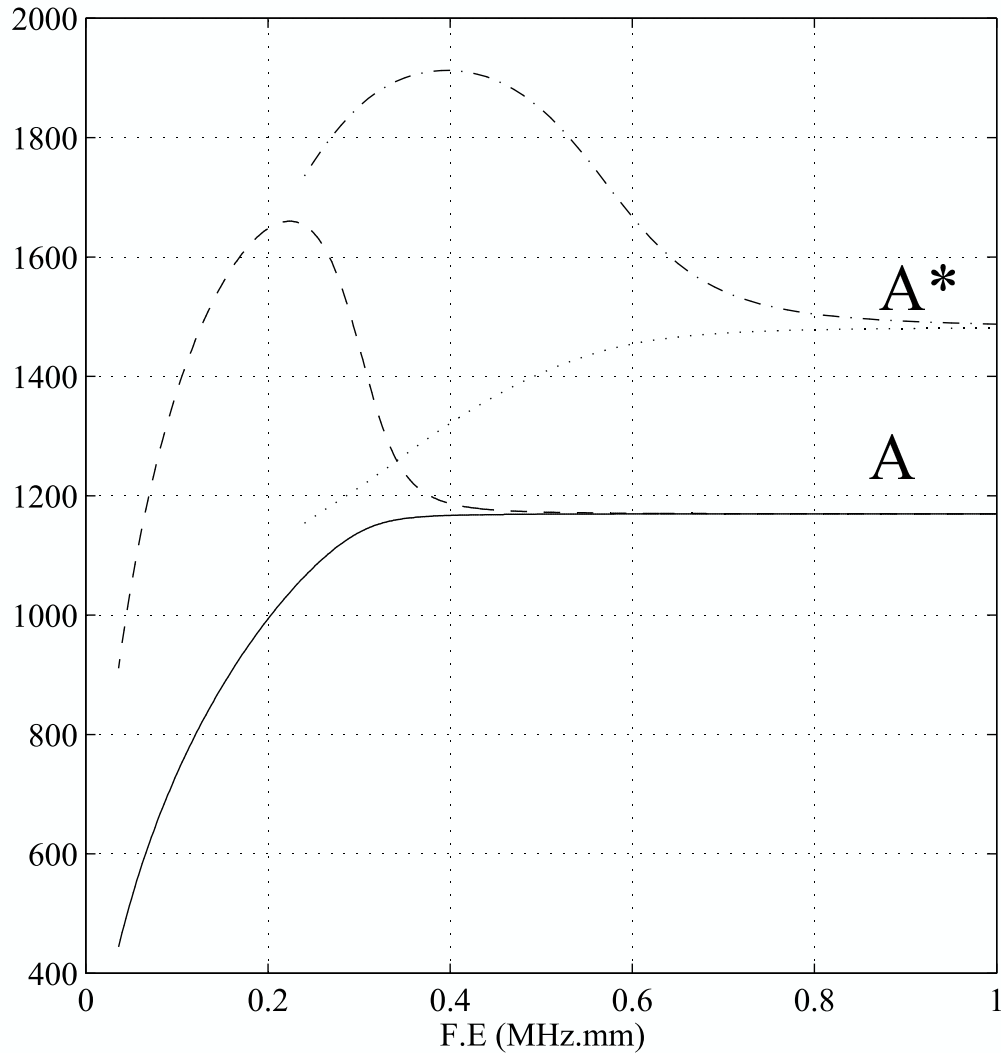


Figure 9: Ondes A et A* sur une plaque plane en contact avec de l'eau et du propanol.. Vitesses de phase (—) et de groupe (---) de l'onde A. Vitesses de phase (...) et de groupe (-.-.-) de l'onde A*.

3.2.2. Anatomie des ondes A et A*

Onde A:

En terme de vecteurs d'onde, l'onde A possède la même géométrie sur une plaque immergée ou sur une plaque semi-immergée. Les vecteurs d'onde dans l'eau et le propanol sont représentés Figure 10 pour l'onde A lorsque $F.E=0,5\text{MHz.mm}$. Cette structure se conserve si F.E varie.

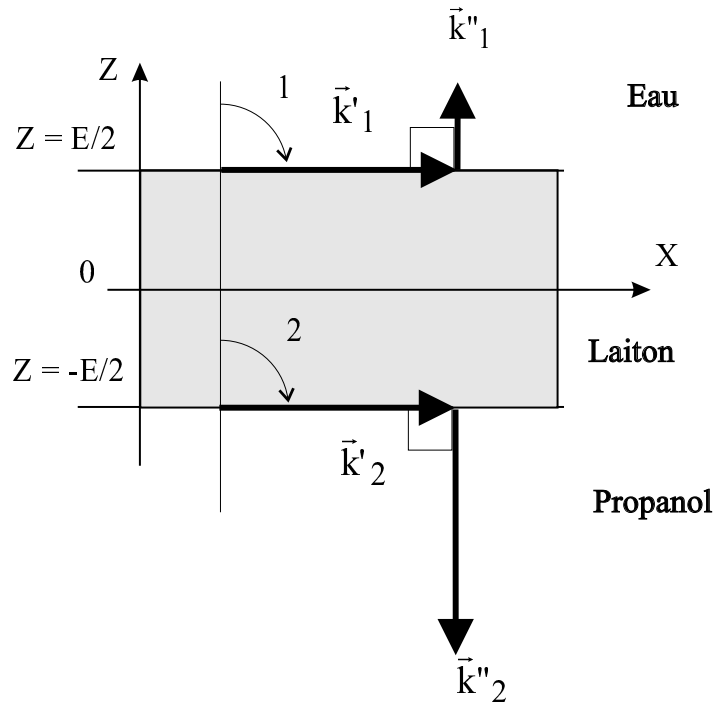


Figure 10: Onde A sur une plaque en contact avec deux fluides différents (Eau/laiton/propanol). Vecteurs d'onde dans les liquides externes.

Onde A*:

L'onde A* est par contre d'un type hybride (Figure 12). Côté propanol, le vecteur d'onde ressemble à celui d'une onde de Lamb (Figure 11) qui émet de l'énergie. Côté eau, le vecteur d'onde possède une orientation semblable, opposée à celle d'une onde de Lamb: elle donne l'impression d'absorber de l'énergie dans la plaque. Elle a récemment [10] été appelée onde de Scholte-Stoneley pour une plaque. Qu'en est-il au juste? L'appellation n'est acceptable que si F.E est grand. Alors, effectivement, l'onde A* a un comportement limite identique (et symétrique) de celui de l'onde A. Il y a évolution de la vitesse et de la structure de l'onde vers celles d'une onde d'interface (Scholte-Stoneley). Quand F.E est grand, les ondes A et A* évoluent toutes deux vers une onde de Scholte distincte. L'onde A tend alors vers l'onde de Scholte à l'interface solide/liquide le plus lent et l'onde A* tend vers l'onde de Scholte à l'interface solide/liquide le plus rapide.

Pour de faibles valeurs de F.E, l'onde A* n'est pas véritablement un mode propre, mais plutôt un cas particulier de transmission d'onde inhomogène à travers la plaque, depuis le fluide F1 (le plus rapide) vers le fluide F2 (le plus lent). La Figure 12 montre clairement le phénomène. Un calcul direct de réflexion-transmission d'une onde inhomogène incidente dans F1 a été effectué. Lorsque l'onde incidente a la structure décrite Figure 12 dans le

liquide F1, pour l'angle d'incidence θ_1 (dépendant de F.E), l'onde n'est pas réfléchiée. Elle est intégralement transmise en changeant de structure et de vecteurs d'onde complexes.

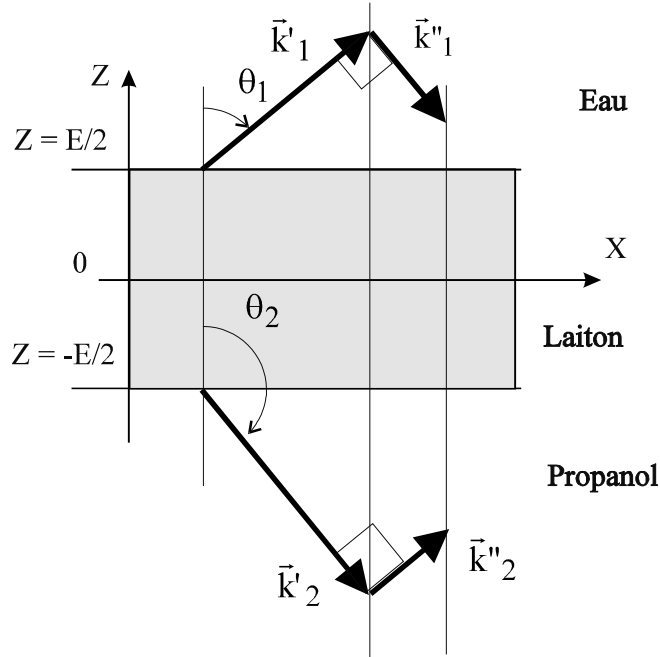


Figure 11: Onde de Lamb sur une plaque en contact avec deux fluides différents. Vecteurs d'onde dans les liquides externes.

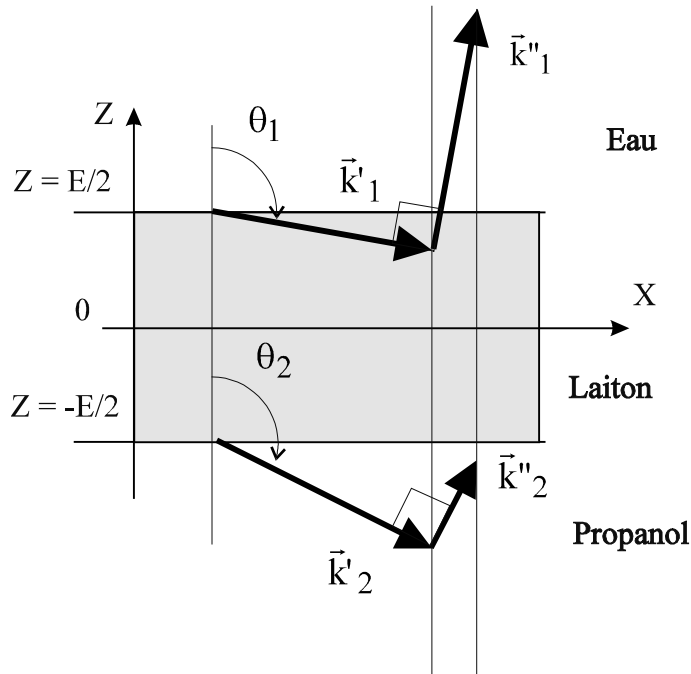


Figure 12: Onde A^* à l'interface eau/laiton/propanol. Vecteurs d'onde dans les liquides externes.

Lorsque l'on résout le problème des modes propres décrits au paragraphe 2-2, on trouve, parmi les solutions de type Lamb et Scholte-Stoneley, des solutions qui ne sont pas vraiment des modes propres. Qu'est-ce alors qu'un mode propre ? Un mode propre peut être considéré comme une onde qui se propage quand on injecte dans la plaque de l'énergie à x tendant vers moins l'infini, et ce tout le temps.

Si l'onde est de type Lamb, la quantité d'énergie est infinie, ce qui autorise une perte d'énergie de la plaque, par émission continue dans les fluides.

Si l'onde est de type Scholte-Stoneley, la quantité d'énergie est finie puisque l'onde ne perd pas d'énergie en se propageant.

Dans le cas de l'onde A^* , il y a un apport permanent d'énergie du milieu 1, quel que soit x , ce qui fait qu'on ne considère pas l'onde A^* comme un mode de plaque. Sur la Figure 13, on représente les vecteurs d'onde dans les deux liquides pour les deux cas limites:

- (1) si $F.E \leq 0,24\text{MHz.mm}$, l'onde A^* ne possède plus de sens physique (croissance exponentielle de l'amplitude dans le milieu 2).
- (2) si $F.E$ devient infiniment grand, l'onde possède, dans le milieu 1 et le solide, la structure de l'onde de Scholte-Stoneley. Dans le milieu 2, l'onde est homogène mais possède une amplitude nulle.

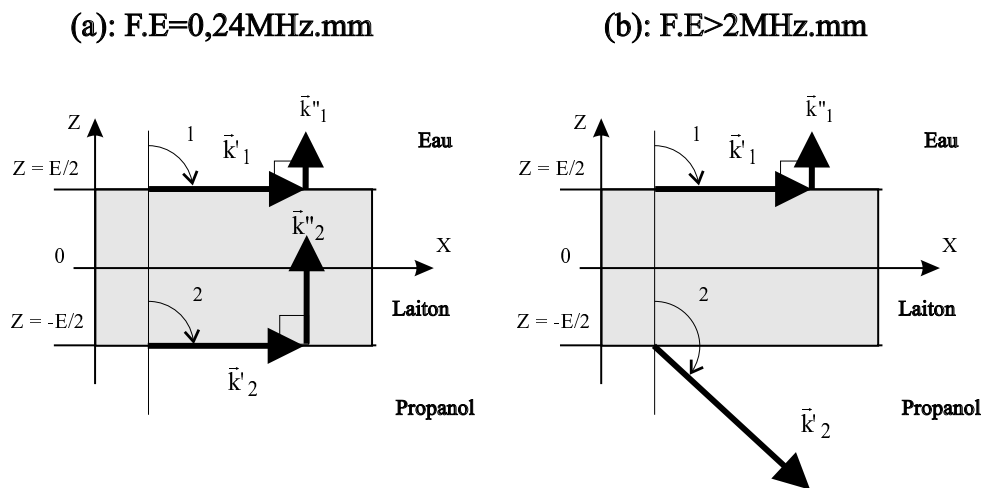


Figure 13: Onde A^* à l'interface eau/laiton/propanol. Vecteurs d'onde dans les liquides externes. (a): $F.E=0,24\text{MHz.mm}$ et (b): $F.E>2\text{MHz.mm}$.

La Figure 14 rassemble quelques propriétés de l'onde A*:

- ses vitesses de phase et de groupe,
- son vecteur réduit k''_x représentant l'atténuation,
- la direction d'émission dans le fluide 2 (angle $\pi - \theta_2$).

Tous ces résultats montrent l'évolution de l'onde A* vers l'onde de Scholte-Stoneley eau/laiton si F.E tend vers l'infini.

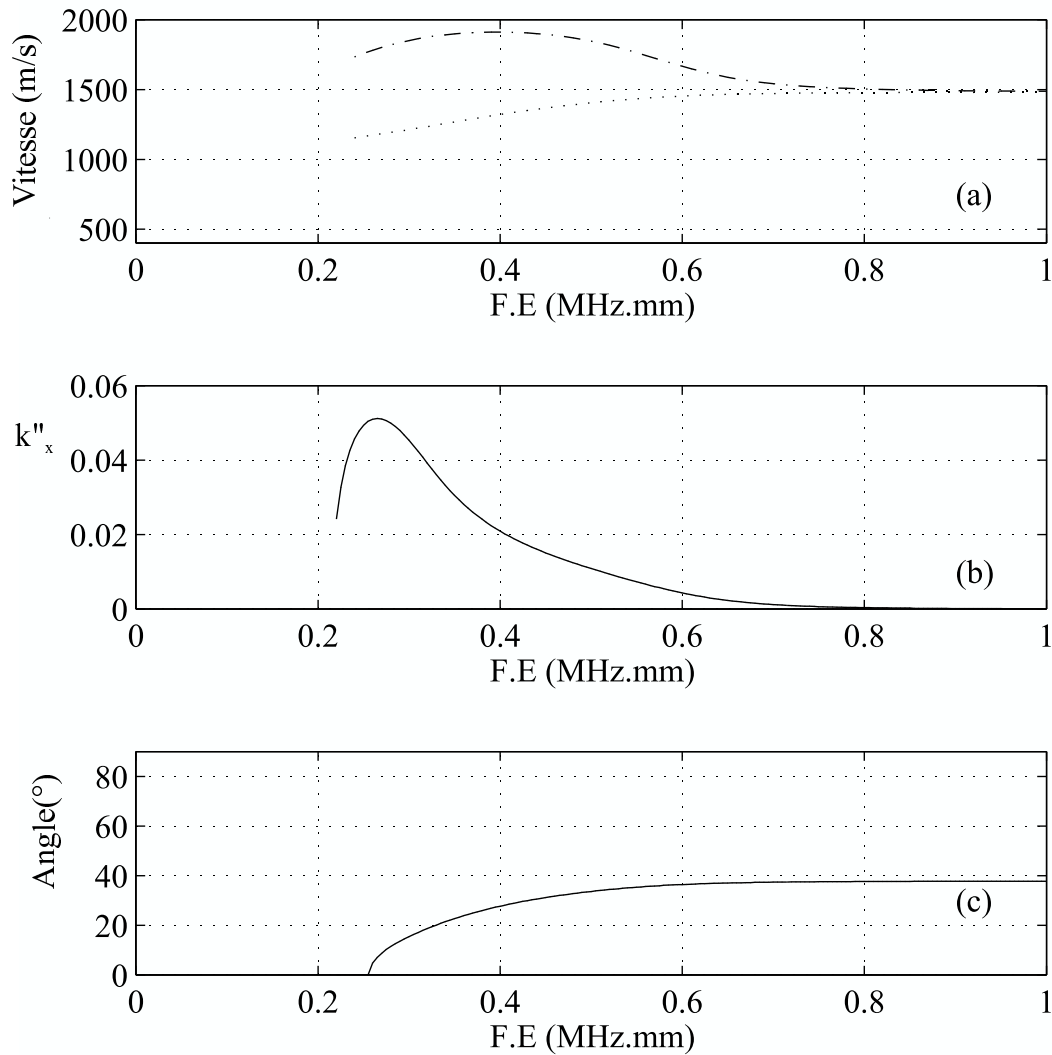


Figure 14: Caractéristiques de l'onde A*. (a): vitesses de phase (...) et de groupe (.-.-.). (b): atténuation réduite. (c): angle d'émission par rapport à la normale dans le propanol.

3.2.3. Répartition d'énergie

On a calculé la répartition d'énergie de l'onde A dans les trois milieux. En utilisant les définitions du paragraphe 3.1.3. On a calculé W_{F1} / W , W_{F2} / W et W_S / W en fonction de F.E. L'évolution des trois énergies relatives est représentée Figure 15. L'onde A est concentrée dans la plaque pour F.E inférieur à 0,3 MHz.mm. Pour de grandes valeurs de F.E, elle est quasiment concentrée dans le propanol (peu d'énergie dans la plaque et dans l'eau).

On a également calculé la répartition d'énergie de l'onde A* dans les différents milieux. On se limite au calcul de W_{F1} et W_S puisque celui de W_{F2} n'est pas possible (l'énergie s'échappe de la plaque). Si l'on note $W = W_{F1} + W_S$, on peut représenter W_{F1} / W et W_S / W en fonction de F.E (Figure 15). Le résultat est semblable à celui obtenu pour l'onde A de la structure eau/laiton/vidé pour F.E supérieur à 0,4MHz.mm.

Dans le cas de l'onde A*, l'énergie est canalisée dans la plaque aux fréquences basses et dans le fluide le plus rapide (ici l'eau) lorsque F.E est grand. L'onde A* possède une répartition d'énergie complémentaire de celle de l'onde A. Comme une onde A, elle a beaucoup d'énergie concentrée dans la plaque en basse fréquence. Pour F.E supérieur à 0,58MHz.mm, la répartition d'énergie de l'onde A* est identique à celle de l'onde A à l'interface eau/laiton/air: l'onde A* est très concentrée dans l'eau (i.e. : peu d'énergie dans la plaque).

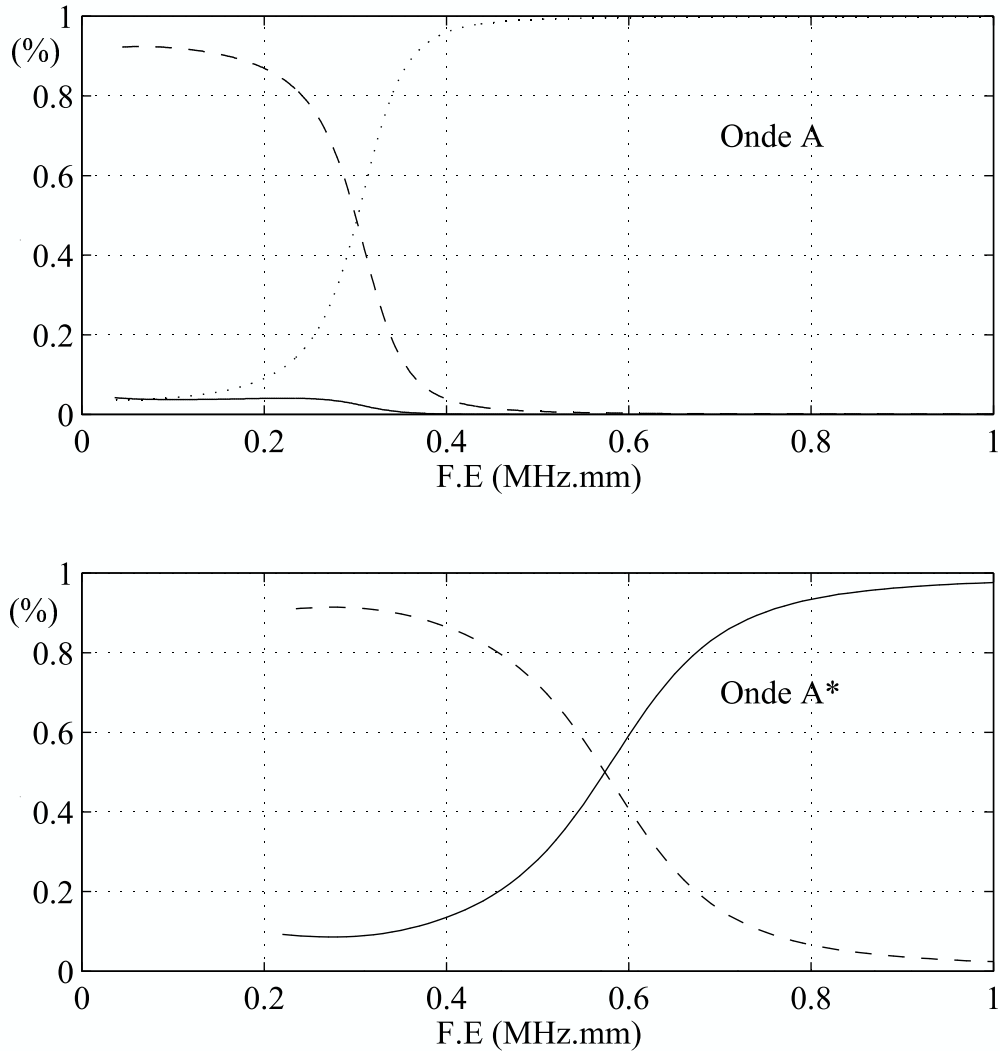


Figure 15: Pourcentages d'énergie des ondes A et A* à l'interface eau/laiton/propanol. Les pourcentages d'énergie sont en (—) dans l'eau, en (...) dans le propanol et en (- - -) dans la plaque.

4. Conclusion

En adoptant le formalisme d'onde plane évanescence, nous disposons d'une description détaillée des ondes existant sur une plaque plane en contact avec deux fluides différents. Nous avons montré que, sur une plaque immergée ou semi-immergée, l'onde A n'est pas atténuée et qu'elle est très dispersive pour F.E petit. En parallèle, cette onde est essentiellement localisée dans le liquide quand F.E est grand: elle tend alors vers l'onde de Scholte-Stoneley à l'interface fluide/solide et ne voit plus l'épaisseur de la plaque. Inversement, cette onde est localisée dans le métal quand F.E. est petit.

Sur une plaque en contact avec deux fluides différents, l'onde A existe toujours en gardant ses propriétés caractéristiques. En particulier, quand F.E tend vers l'infini, elle tend vers l'onde de Scholte-Stoneley à l'interface solide/liquide le plus lent.

Une nouvelle onde existe. Nous l'avons appelée A^* , du fait qu'elle tend vers l'onde de Scholte-Stoneley à l'interface solide/fluide le plus rapide quand F.E devient grand, en ayant une dispersion similaire à celle de l'onde A à l'interface vide/solide/liquide le plus rapide. Cette onde A^* est atténuée, contrairement à l'onde A de cette configuration. Elle émet de l'énergie dans le fluide le plus rapide avec un angle d'émission qui tend vers l'angle critique entre les deux fluides, quand F.E devient grand. Son atténuation décroît quand F.E augmente.

Mais avant d'étudier expérimentalement les propriétés de ces ondes (Chapitre III), regardons d'abord de quels moyens nous disposons pour détecter et mesurer les caractéristiques de telles ondes.

5. Références

- [1] H. LAMB, "On waves in an elastic plate", Proceedings of the Royal Society, A93, 1917, 114-128.
- [2] M.F.M. OSBORNE, S.D. HART, "Transmission, Reflection, and Guiding of an exponential Pulse by a Steel Plate in Water. I. Theory", J. Acoust. Soc. Am., 17, 1945, 1-18.
- [3] A. GRABOWSKA, "Propagation of elastic waves in solid-liquid system", Archiv of Acoustics, 4, 1979, 57-63.
- [4] B. POIREE, "Vitesse de propagation de l'énergie de l'onde plane évanescence", Rev. Cethedec, 79, 1984, 104-112.
- [5] N. VEKSLER "The analysis of peripheral waves in the problem of plane acoustic pressure wave scattering by a circular cylindrical shell", Acustica, 69, 1989, 63-72.
- [6] H. FRANKLIN, "Propagation des ondes d'interface dans des milieux à plusieurs couches. Application à certains modèles de fonds marins", Thèse, Université de Paris 6, 1987.
- [7] M. FELDMANN, J. HENAFF, "Traitement du signal par ondes élastiques de surface", Ed. Masson, Paris, 1986.
- [8] R.C. WEAST, "C.R.C. Handbook of Chemistry and Physics", C.R.C. Press, Florida, 1987.
- [9] B. AULD, "Acoustic fields and waves in solids", Vol. 1, Ed. Wiley & Sons, New York, 1973.
- [10] X. L. BAO, H. FRANKLIN, P. K. RAJU, H. ÜBERALL, "The splitting of dispersion curves for plates fluid loaded on both sides", J. Acoust. Soc. Am., 102 (2), (1997), 1246-1248.

CHAPITRE II

METHODES D'EVALUATION DES COURBES DE DISPERSION EXPERIMENTALES, A PARTIR D'UN SIGNAL TEMPOREL

1. INTRODUCTION.....	4
2. DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL	5
3. CAS OÙ UNE SEULE ONDE EST PRÉSENTE DANS LE RELEVÉ TEMPOREL: UTILISATION DE LA PHASE DU SPECTRE	6
3.1.1. Mesure de la vitesse de phase.....	6
3.1.2. Mesure de la vitesse de groupe.....	11
4. CAS GÉNÉRAL: ANALYSE TEMPS-FRÉQUENCE.....	11
4.1. TRANSFORMÉE DE FOURIER GLISSANTE	11
4.1.1. Choix de la longueur de fenêtre utilisée	13
4.1.2. Choix de la fenêtre de pondération:	15
4.1.3. Choix du pas temporel:.....	17
4.1.4. Choix de la taille de F.F.T. (i.e. pas fréquentiel):	17
4.2. REPRÉSENTATION DE WIGNER-VILLE	18
4.3. COMPARAISON DES DEUX REPRÉSENTATIONS	19
4.4. CALCUL DES COURBES DE DISPERSION À PARTIR DE REPRÉSENTATIONS TEMPS-FRÉQUENCE	21
5. CONCLUSION	23
6. RÉFÉRENCES.....	24

1. Introduction

Nous sommes amenés à traiter des signaux temporels qui à un instant donné peuvent contenir plusieurs composantes fréquentielles d'une ou plusieurs ondes. Quand il n'y a qu'une onde dans le relevé temporel, même si pour celle-ci plusieurs fréquences arrivent au même instant, on peut utiliser la phase du spectre pour obtenir les caractéristiques dispersives de l'onde. C'est ce que nous aborderons dans la première partie. Dans le cas le plus général, on ne peut pas faire d'hypothèse sur la nature des ondes observées (par exemple type exponentielle décroissante); on peut tout au plus préjuger du type de parcours que les ondes ont effectué sur la cible. C'est pourquoi nous avons été amenés à développer et à utiliser des représentations temps fréquence des signaux étudiés. Nous testerons les principales transformations: transformée temps-fréquence de type Fourier à fenêtre glissante et Wigner-Ville dans une seconde partie.

2. Dispositif expérimental

Dans toutes les expériences que nous allons mener, la chaîne d'acquisition des signaux temporels est identique (Figure 1). La cible étudiée, ainsi que les transducteurs émetteur et récepteur sont immergés dans de l'eau distillée contenue dans une cuve en verre. L'eau distillée présente l'avantage de réaliser un meilleur contact cible/liquide que l'eau "normale". De plus la formation de bulles dues à l'air dissout dans l'eau et l'oxydation du métal sont alors considérablement réduites.

Côté émission, on utilise un générateur d'impulsions dont la durée d'impulsion est d'environ $0,1\mu s$ et dont l'amplitude crête est réglable jusqu'à 200V. L'impulsion électrique est envoyée sur un transducteur émetteur (de fréquence centrale 5MHz) qui la convertit en impulsion ultrasonore dans l'eau distillée. Quand l'impulsion ultrasonore arrive sur la cible, par conversion, elle génère plusieurs types d'ondes qui à leur tour se propagent sur la cible. Ces ondes peuvent émettre de l'énergie continûment au cours de leur propagation dans une direction donnée (ondes de Lamb) et être détectées par le transducteur récepteur. Les ondes A et S n'émettent pas d'énergie au cours de leur propagation sur une cible plane: elles sont détectables uniquement aux extrémités de la cible où elles sont converties en ondes de volume.

En réception, un transducteur identique au transducteur émetteur est utilisé. Il convertit les signaux ultrasonores en signaux électriques qui sont ensuite amplifiés à l'aide d'un amplificateur de bande passante 0-10MHz de gain 64dB. Un oscilloscope numérique Lecroy fait l'acquisition, moyenne 200 traces et transfère le signal ainsi filtré à un ordinateur type PC à l'aide d'un bus IEEE. Soient $v_1(t)$ la tension délivrée au transducteur émetteur et $v_2(t)$ la tension reçue après amplification (observée à l'oscilloscope). En se plaçant dans l'espace de Fourier, on peut définir de façon générale la fonction de transfert $H(\omega)$ du système ayant pour entrée $V_1(\omega)$ et pour sortie $V_2(\omega)$ par:

$$H(\omega) = \frac{V_2(\omega)}{V_1(\omega)} = B(\omega)e^{j\phi}, \text{ où } B(\omega) \text{ est le module de } H(\omega) \text{ et } \phi \text{ sa phase.}$$

En pratique, $v_1(t)$ et $v_2(t)$ étant discrets (oscilloscope numérique), $V_1(\omega)$ et $V_2(\omega)$ sont obtenus par transformée de Fourier discrète rapide, que l'on note par la suite F.F.T. (Fast Fourier Transform) [1].

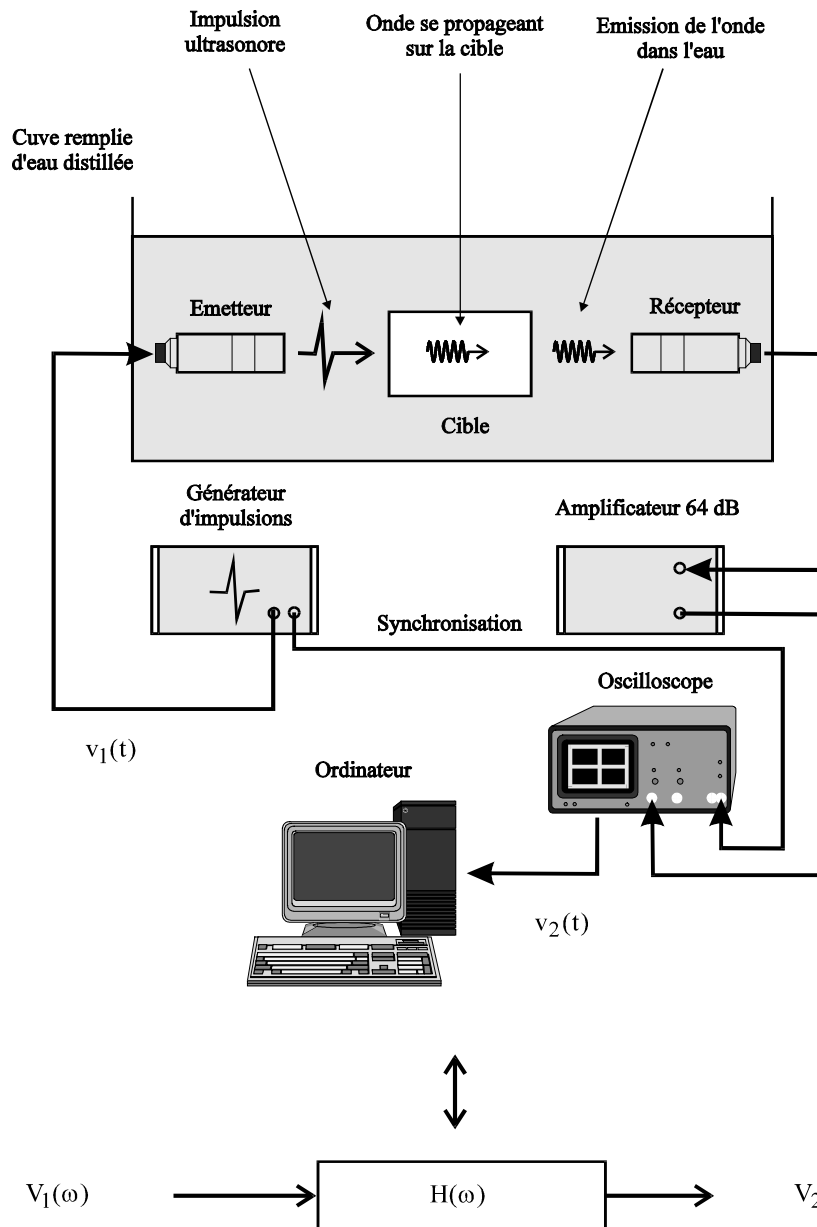


Figure 1: Dispositif expérimental.

3. Cas où une seule onde est présente dans le relevé temporel: utilisation de la phase du spectre

3.1.1. Mesure de la vitesse de phase

Fonction de transfert pour l'onde de volume dans l'eau

La cible n'est pas dans la cuve et les transducteurs émetteurs et récepteurs sont séparés d'une distance $L_3 = L_1 + L + L_2$ (Figure 2). Ce cas permet d'obtenir une mesure

Chapitre II: Méthodes d'évaluation des courbes de dispersion expérimentales

ultrasonore de la distance L_3 beaucoup plus précise qu'une mesure directe à l'aide d'un mètre ou autre pied à coulisse.

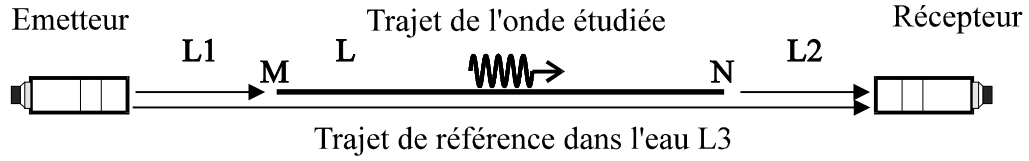


Figure 2: Géométrie type des expériences

La vitesse de l'onde longitudinale dans l'eau est notée C_{eau} . L'eau considérée comme non dispersive et non absorbante n'introduit alors qu'un retard pur à la fonction de transfert mesurée $H_{\text{ref}}(\omega)$:

$$H_{\text{ref}}(\omega) = B_{\text{ref}}(\omega) e^{-j\omega \frac{L_3}{C_{\text{eau}}}}$$

Fonction de transfert introduite par une onde se propageant sur la cible

On place maintenant une cible de longueur L entre l'émetteur et le récepteur. Le faisceau ultrasonore parcourt la distance L_1 avant de diffracter au point M de la cible. Par conversion une onde est générée: elle se propage alors de M à N à la vitesse de phase $V_p(\omega)$ et diffracte à son tour en N . Le signal ainsi diffracté parcourt la distance L_2 dans l'eau. La nouvelle fonction de transfert obtenue s'écrit alors:

$$H_{\text{onde}}(\omega) = B_{\text{onde}}(\omega) e^{-j\frac{\omega}{C_{\text{eau}}}(L_1+L_2) - j\frac{\omega}{V_p(\omega)}L}$$

Le rapport des deux fonctions de transfert est donc:

$$\frac{H_{\text{onde}}(\omega)}{H_{\text{ref}}(\omega)} = \frac{B_{\text{onde}}(\omega)}{B_{\text{ref}}(\omega)} e^{-j(\frac{\omega}{C_{\text{eau}}}(L_1+L_2-L_3) + \frac{\omega}{V_p(\omega)}L)}$$

Expérimentalement $L_3=L_1+L_2+L$, on obtient donc:

$$\frac{H_{\text{onde}}(\omega)}{H_{\text{ref}}(\omega)} = \frac{B_{\text{onde}}(\omega)}{B_{\text{ref}}(\omega)} e^{j(\frac{\omega}{C_{\text{eau}}} - \frac{\omega}{V_p(\omega)})L}$$

La phase théorique $\phi(\omega)$ vaut alors:

$$\phi(\omega) = \omega L \left(\frac{1}{C_{\text{eau}}} - \frac{1}{V_p(\omega)} \right)$$

Chapitre II: Méthodes d'évaluation des courbes de dispersion expérimentales

En fait, la bande passante expérimentale est limitée et on ne peut pas suivre $\varphi_{\text{exp}}(\omega)$ depuis $\omega = 0$. La phase mesurée $\varphi_{\text{exp}}(\omega)$ est alors obtenue à une constante près φ_0 .

$$\varphi_{\text{exp}}(\omega) = \varphi(\omega) + \varphi_0$$

Pour lever cette indétermination, on utilise le fait que pour l'onde A, si F.E tend vers l'infini, la vitesse de phase V_p de l'onde A tend vers la vitesse de phase de l'onde de Scholte à l'interface eau/solide (Chapitre I, Figure 5).

On retranche alors $\frac{\omega L}{C_{\text{eau}}}$ à la phase expérimentale, puis on translate la courbe de phase obtenue de telle sorte que, si la fréquence tend vers l'infini, l'asymptote soit une droite passant par l'origine.

De la valeur de phase ainsi corrigée $\varphi_c(\omega)$, on déduit aisément la vitesse de phase:

$$V_p(\omega) = - \frac{\omega L}{\varphi_c(\omega)}$$

Exemple de reconstruction de phase:

Pour l'onde A sur une lame plane immergée, nous montrons les phases des F.F.T. réalisées sur les signaux reçus pour différentes épaisseurs (Figure 3). On constate qu'elles sont toutes décalées par rapport à la phase théorique. Pour $E=0,2\text{mm}$, la phase brute atteint l'asymptote oblique correspondant à l'onde A. L'ordonnée à l'origine de cette droite détermine φ_0 .

Sur la Figure 4, les phases expérimentales sont corrigées de la façon suivante. Pour $E=0,2\text{mm}$, il suffit de retrancher l'ordonnée à l'origine trouvée sur la Figure 3. Les phases correspondantes aux épaisseurs inférieures ($E=0,1$ et $0,05\text{mm}$) sont ensuite translatées verticalement afin d'assurer la continuité de phase avec la phase corrigée de l'onde A sur la plaque de $0,2\text{mm}$ d'épaisseur.

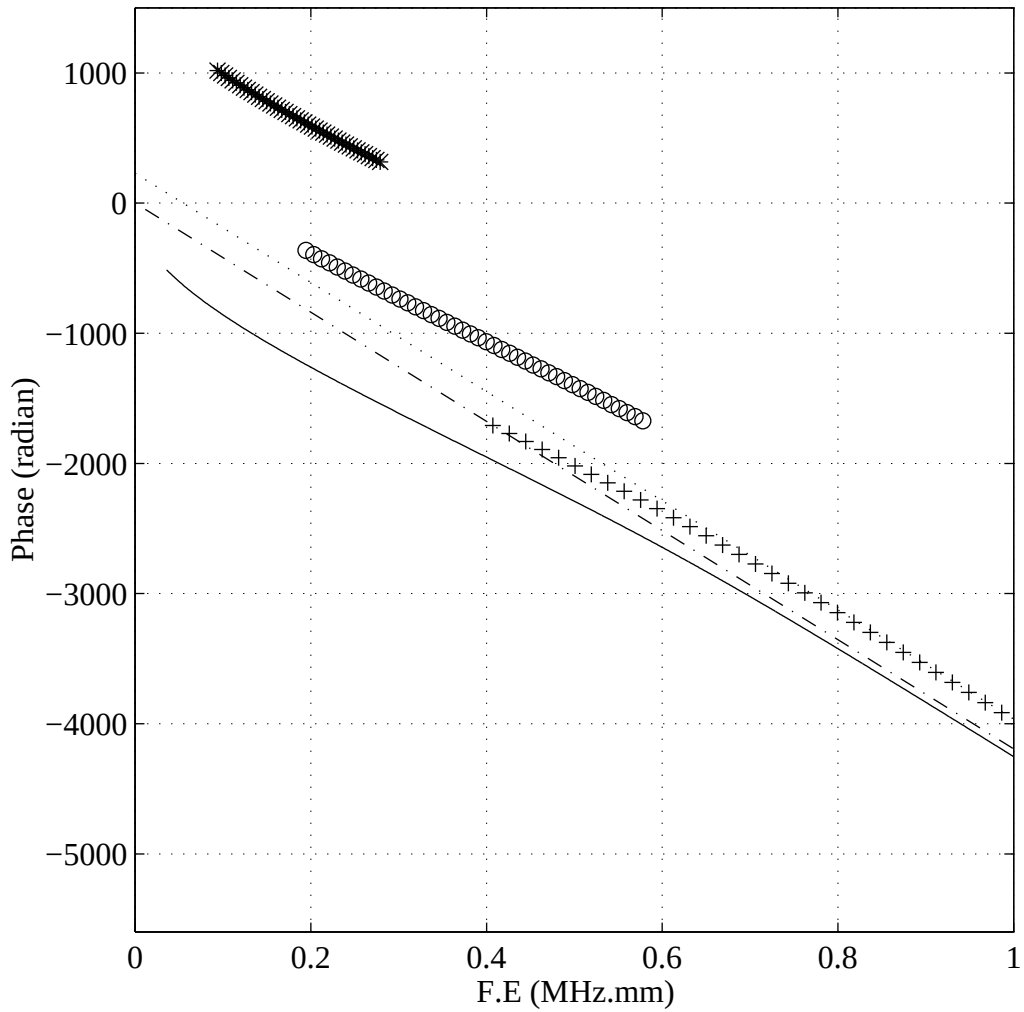


Figure 3: Phases expérimentales non corrigées correspondant à l'onde A sur une plaque immergée en laiton. Phases expérimentales: (+ + +) $E=0,2\text{mm}$, (o o o) $E=0,1\text{mm}$, (* * *) $E=0,05\text{mm}$, (. . .) asymptote atteinte par la phase expérimentale pour $E=0,2\text{mm}$ quand $F.E$ tend vers l'infini. (—) phase théorique et asymptote correspondante (_ . _) quand $F.E$ tend vers l'infini. Cette dernière droite passe effectivement par l'origine.

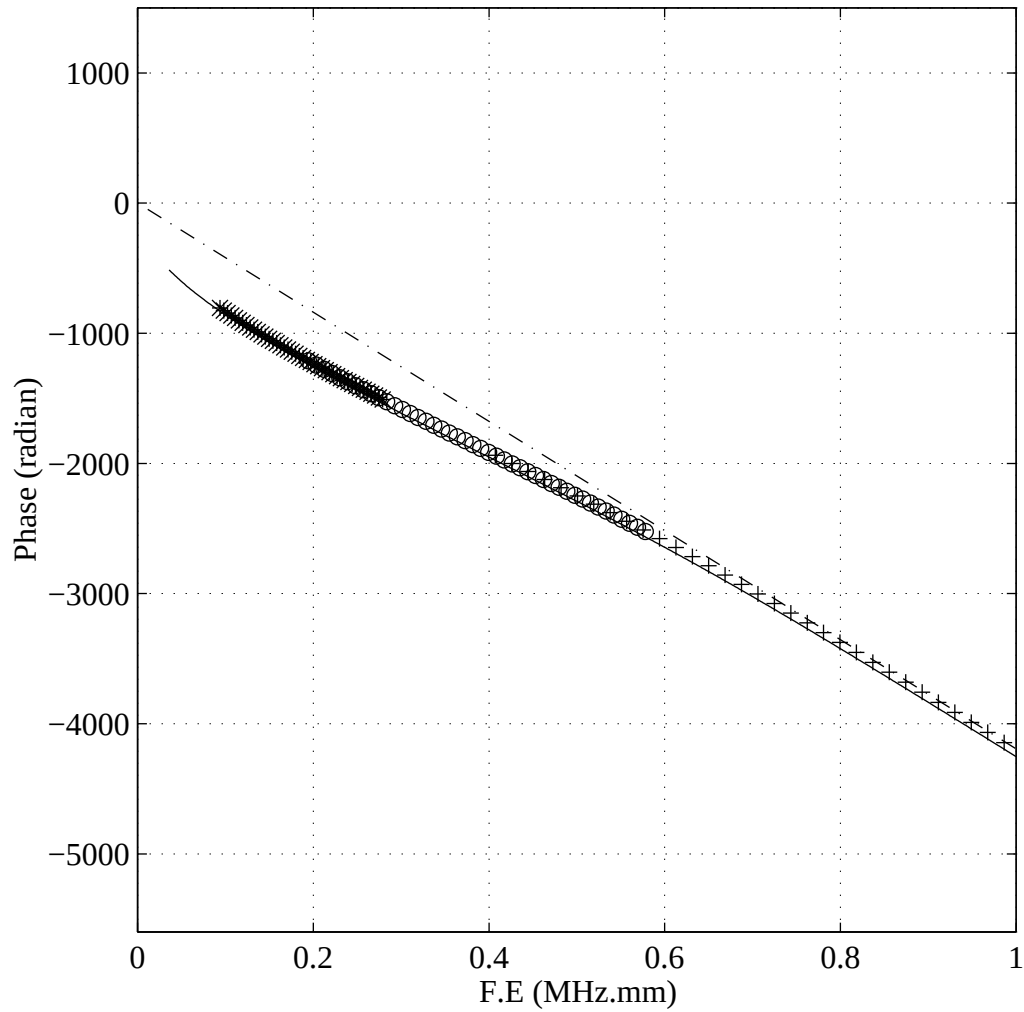


Figure 4: Phases expérimentales corrigées correspondant à l'onde A sur une plaque immergée en laiton. (+ + +) $E=0,2\text{mm}$, (o o o) $E=0,1\text{mm}$, (* * *) $E=0,05\text{mm}$. La phase pour $E=0,2\text{mm}$ est corrigée à l'aide de φ_0 obtenu sur la figure précédente. Les phases pour $E=0,1$ et $0,05\text{mm}$ ont été translatées verticalement afin d'assurer la continuité des courbes et de leurs dérivées entres elles et avec la phase corrigée pour $E=0,2\text{mm}$. (—) phase théorique et asymptote correspondante (_ . _) quand $F.E$ tend vers l'infini.

3.1.2. Mesure de la vitesse de groupe

La vitesse de groupe V_G est beaucoup plus facile à obtenir car elle est liée à la dérivée de $\phi(\omega)$, ce qui fait disparaître la constante ϕ_0 . La vitesse de groupe est immédiatement déduite de la phase brute du rapport des fonctions de transfert par la relation.

$$V_G = \frac{d\omega}{dk} \text{ avec } \omega = kV_p, \text{ d'où}$$

$$V_G = - \frac{L}{\left(\frac{d\phi}{d\omega}\right)}$$

4. Cas général: analyse temps-fréquence.

4.1. Transformée de Fourier glissante

Le principe est simple (Figure 5): on essaie de mesurer à un instant t donné quelles fréquences sont présentes dans le signal en évaluant le spectre autour de l'instant t sur une fenêtre temporelle de largeur T ($[t-T/2, t+T/2]$). On répète ensuite la même opération pour l'instant t' suivant en décalant la fenêtre d'un pas $dt=t-t'$ fixe au cours du traitement.

Le résultat obtenu avec un grand nombre d'analyses est une image temps-fréquence. C'est à dire que l'on attribue à un point du plan temps-fréquence une valeur égale à l'amplitude du spectre du signal. A ce stade de la méthode, on peut recenser les différentes ondes (et échos de ces ondes) présentes dans le signal étudié. On peut extraire de cette image les positions (t, F) maxima et en déduire la vitesse de groupe des ondes observées. La connaissance exacte de $V_G(F)$ nécessite la détermination de l'instant $t=0$, instant où l'onde est créée en bout de plaque; ceci est réalisé en ôtant à l'instant de mesure les termes de propagation des ondes de volume dans l'eau. Ensuite, la vitesse de groupe est fournie par $V_G(F) = \frac{L}{t(F)}$. La courbe de dispersion est ainsi reconstituée.

Chapitre II: Méthodes d'évaluation des courbes de dispersion expérimentales

Bien entendu, la F.F.T. a un sens si T n'est pas trop petit, alors que la précision du temps de parcours nécessite T petit. Toute la mesure est affaire de compromis entre ces deux contraintes.

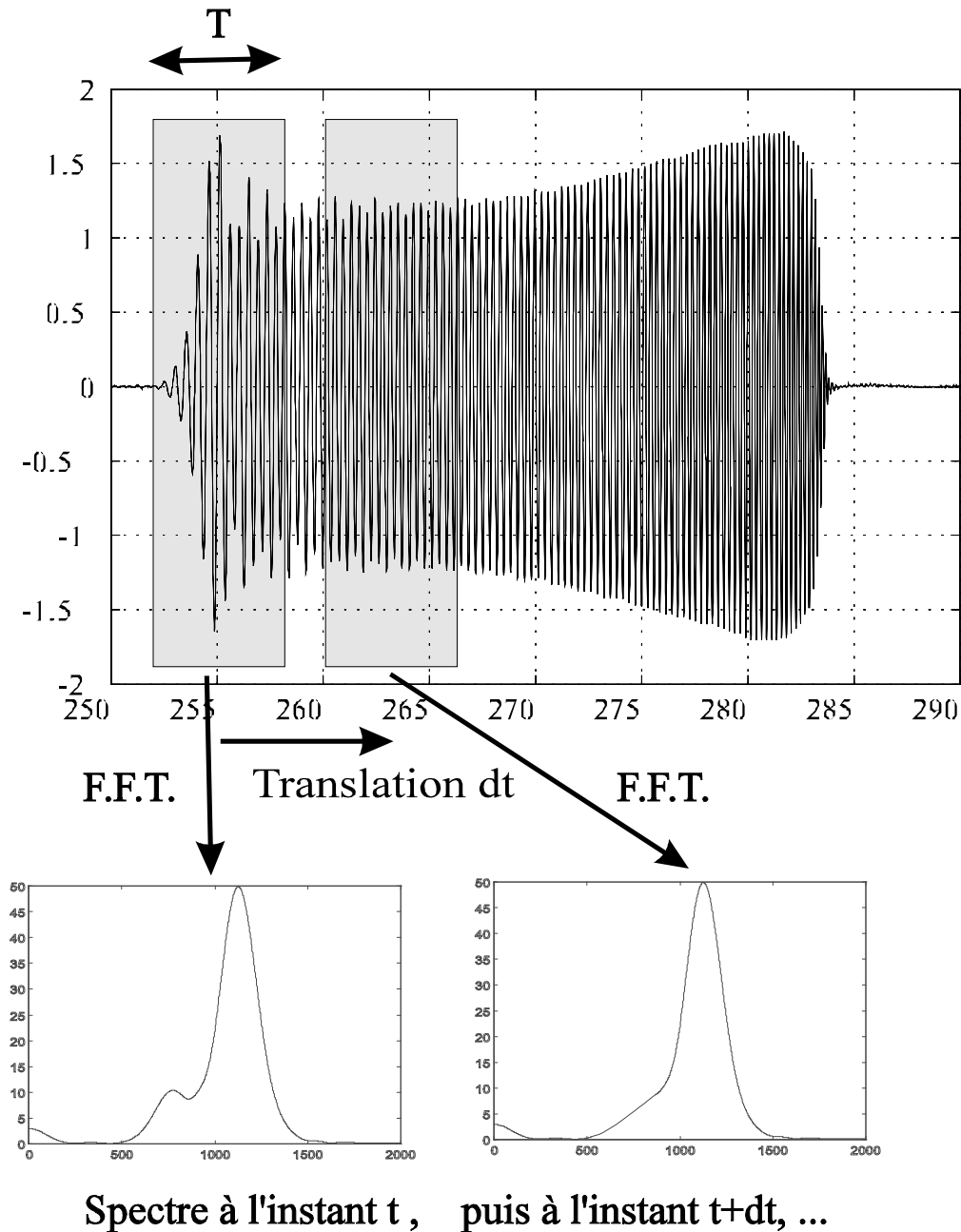


Figure 5: Principe de l'analyse temps-fréquence par F.F.T. glissante

On tronque arbitrairement le signal dans chaque fenêtre de mesure, ce qui peut induire des oscillations parasites dans le spectre correspondant (phénomène de Gibbs). On doit donc multiplier chaque fenêtre temporelle par une fenêtre de pondération de même taille qui aplatit les bords jusqu'à les annuler avant de calculer le spectre correspondant. On voit qu'il faut définir les paramètres suivants:

- la durée T de la fenêtre.

- le type de fenêtre de pondération utilisée
- le pas temporel Δt entre chaque mesure successive
- la taille de la transformée de Fourier utilisée (i.e. le pas fréquentiel $\Delta \nu$)

Le principe ainsi que la définition des différents paramètres sont donnés Figure 5.

4.1.1. Choix de la longueur de fenêtre utilisée

La longueur de la fenêtre utilisée est étroitement liée à deux durées, d'une part à la plus grande période qui sera présente dans le signal (ce qui fixe la valeur minimale de T) et d'autre part à l'intervalle de temps le plus court entre deux occurrences d'une même fréquence (ce qui fixe la valeur maximale de T). Il faudra prendre une fenêtre de longueur toujours très supérieure à la plus grande période observée. De plus, si plusieurs échos se suivent dans le temps, il faudra absolument prendre une fenêtre de taille inférieure à l'intervalle de temps qui sépare deux échos. Plutôt que d'essayer en aveugle plusieurs tailles choisies arbitrairement, il est bon de repérer dans le signal ces deux périodes extrêmes et de valider leur choix avec le résultat de l'analyse temps-fréquence correspondante.

Soit le signal temporel obtenu Figure 6 en émission/réception sur un tube en aluminium rempli d'air. La Figure 7 montre un traitement temps-fréquence avec une longueur de fenêtre correcte de $5,12\mu\text{s}$. Elle comprend:

- l'image en niveaux de gris du traitement temps fréquence. (niveau le plus fort associé au gris le plus clair.)
- les courbes théoriques de dispersion de la plaque immergée (retards de groupe).

On note un bon accord théorie plaque/expérience tube.

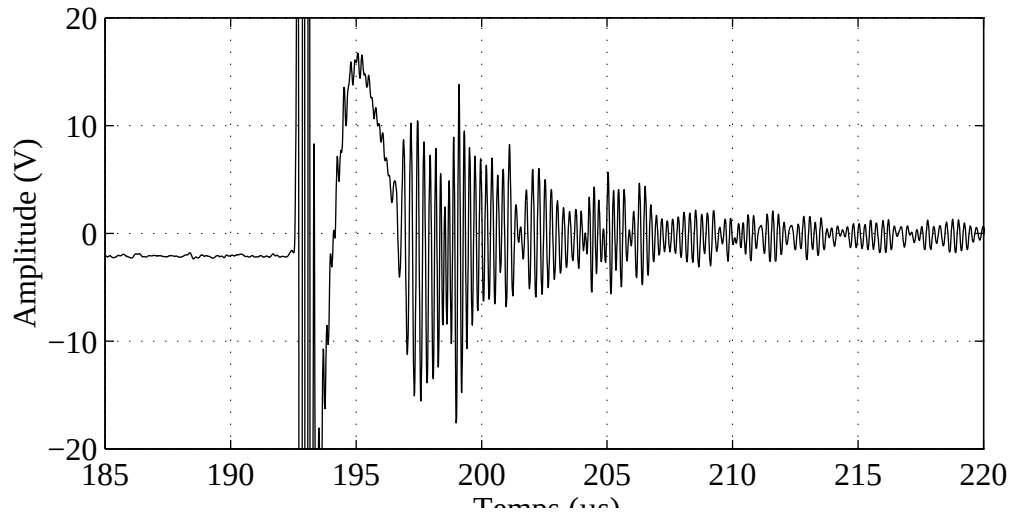


Figure 6: Signal temporel obtenu sur un tube de rapport $b/a=0,9$ en aluminium rempli d'air

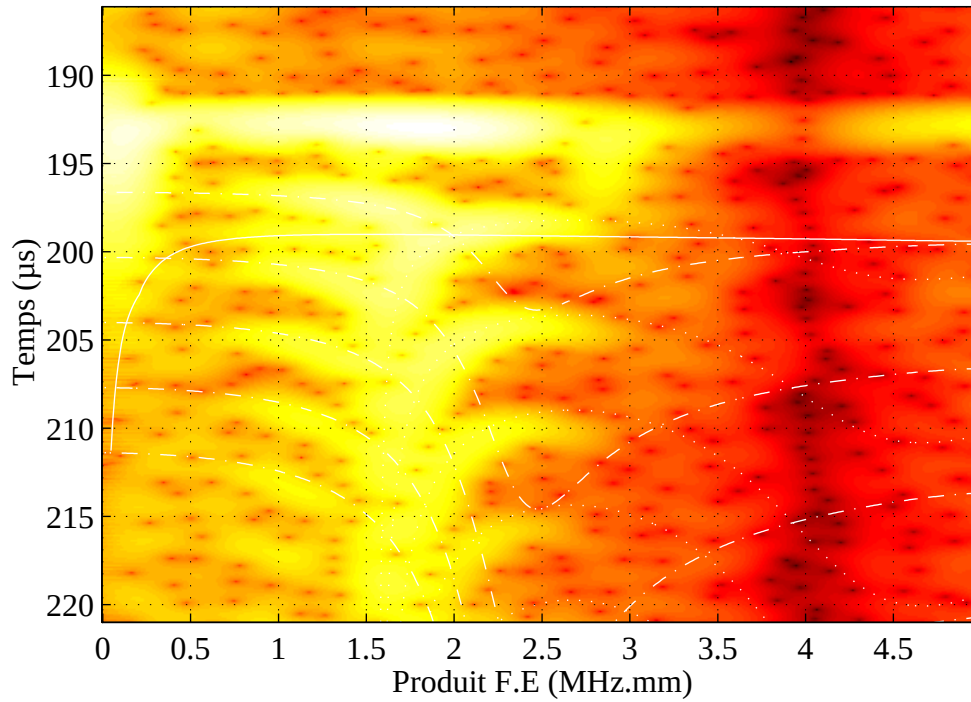


Figure 7: Tube $b/a=0,9$ rempli d'air. Analyse temps-fréquence Par F.F.T. successives ($L=5,12\mu s$). (—) onde A_0 , (-.-) onde S_0 , (. . .) onde A_1 déterminées théoriquement. Le niveau de blanc correspond à une forte amplitude.

La Figure 8 nous montre un traitement temps-fréquence du même signal temporel, mais avec une taille de fenêtre temporelle quadruple ($20.48\mu s$), trop longue, qui fait interférer deux échos successifs.

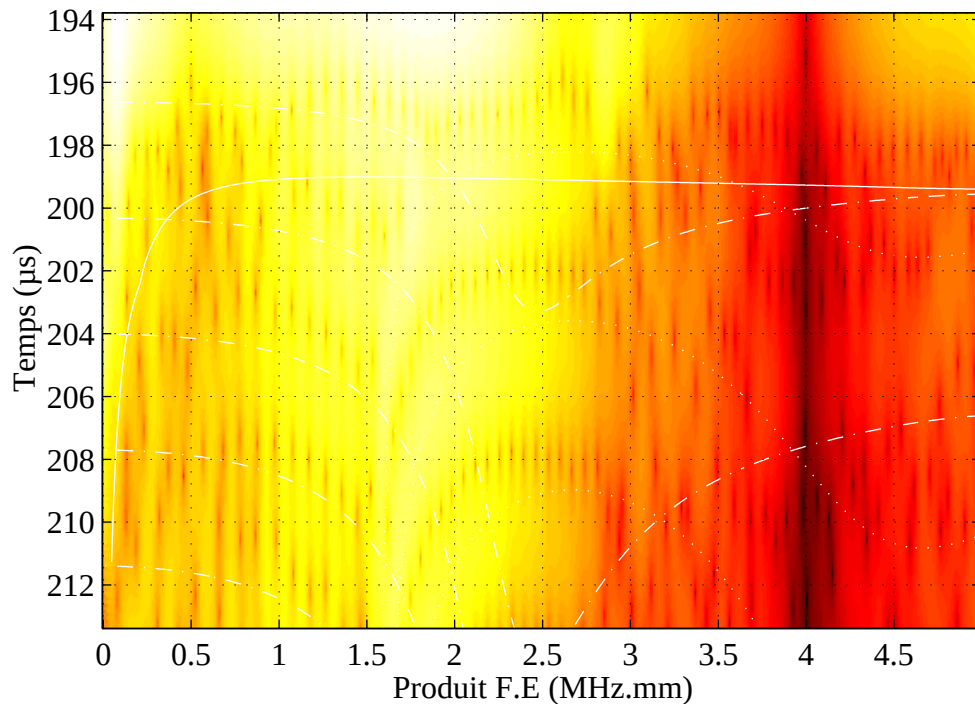


Figure 8: Tube $b/a=0,9$ rempli d'air. Analyse temps-fréquence par F.F.T. glissante ($L=20,48\mu s$). (—) onde A0, (---) onde S0, (...) onde A1.

4.1.2. Choix de la fenêtre de pondération:

Afin d'éviter tous les effets de bord de la fenêtre temporelle glissante, on multiplie le signal relevé par une fenêtre de pondération. Nous avons le choix entre:

- fenêtre rectangulaire
- fenêtre de Hanning
- fenêtre de Hamming
- fenêtre de Blackman-Harris
- fenêtre de Kaiser.

Toutes ces fenêtres ont une longueur ajustable et leurs propriétés sont largement décrites dans les références [1] et [2]. La fenêtre de Blackman présente un compromis intéressant au niveau résolution de deux pics voisins. Les formes des fenêtres de Blackman-Harris, Hamming et Hanning sont données Figure 9. Elles ont été calculées sur 512 points. On remarque que les valeurs initiale et finale de la fonction de Hamming ne sont pas nulles. Cela ne permettra pas de supprimer totalement le phénomène de

Gibbs dû aux discontinuités par troncature. On remarque encore que la fenêtre de Blackman par une 'atténuation' plus importante des bords que la fonction de Hanning atténuera plus les effets dus aux discontinuités de dérivée du signal tronqué.

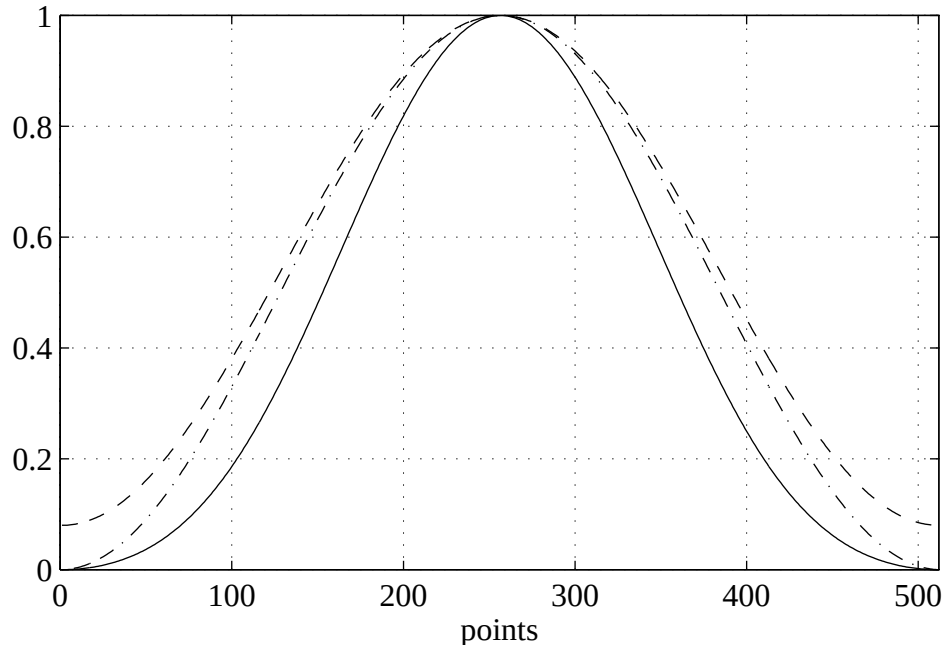


Figure 9: Fenêtres de pondération: (—) fenêtre de Blackman-Harris, (-.-) fenêtre de Hanning (----) fenêtre de Hamming.

L'intérêt de la fenêtre de Kaiser-Bessel est que pour une longueur fixe, sa largeur à mi-hauteur est paramétrable à l'aide du paramètre β . Sur la Figure 10, on donne la forme de la fenêtre pour différentes valeurs de β . Tant que β est inférieur à 5, la fenêtre n'est pas intéressante car le phénomène de Gibbs ne peut être considérablement atténué. Pour β proche de 10, on se rapproche de la fenêtre de Blackman-Harris. Cette dernière fenêtre est intéressante car, sans changer le pas fréquentiel, on peut affiner des zones où la fréquence évolue très rapidement alors que le retard de groupe change peu. En général, nous avons utilisé la fenêtre de Blackman-Harris qui est la plus polyvalente et, pour les cas plus délicats, une fenêtre de Kaiser-Bessel adaptée.

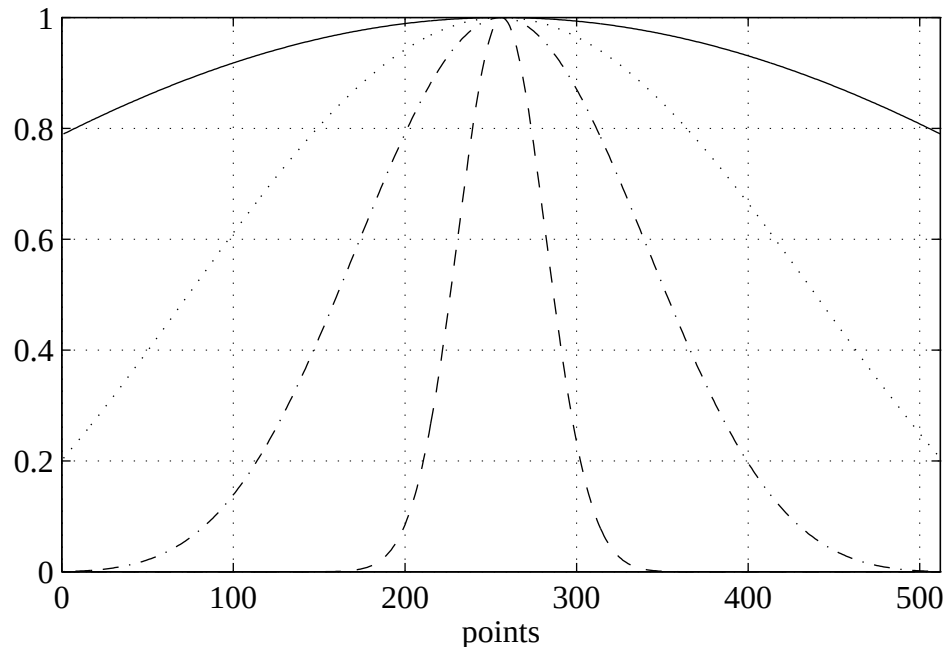


Figure 10: Fenêtre de Kaiser-Bessel: (—) $\beta=1$, (. . .) $\beta=3$, (-.-.-) $\beta=10$, (---) $\beta=100$.

4.1.3. Choix du pas temporel:

Le choix du pas temporel fixe la taille temporelle de la représentation temps-fréquence. Le pas le plus petit est limité par la taille de la mémoire vive maximale disponible sur l'ordinateur. Le pas le plus grand est celui qui ne nous fait pas perdre d'information dans le signal. En effet, on peut par exemple imaginer une impulsion temporelle, donc large en fréquence et courte en temps qui soit 'oubliée' si le pas Δt est trop grand.

4.1.4. Choix de la taille de F.F.T. (i.e. pas fréquentiel):

Le choix de la taille de F.F.T. revient à compléter les portions successives de signal par des zéros. Le pas d'échantillonnage temporel étant fixé, la fréquence de Nyquist correspondante l'est aussi et le spectre sera ainsi représenté sur d'autant plus de points. Ainsi, plus la taille de F.F.T. sera grande, plus le pas fréquentiel sera faible, et mieux les pics seront définis. Là encore, la principale limitation vient de la taille de la mémoire de l'ordinateur utilisé et du pas temporel choisi. Ce dernier pouvant être diminué si la capacité mémoire est grande.

4.2. Représentation de Wigner-Ville

Le principe est le même que précédemment: on prend successivement une portion du signal et on cherche à évaluer les fréquences présentes à l'intérieur. Cependant avant de calculer le spectre, on calcule le produit de la portion de signal par le conjugué du terme miroir. La majorité des signaux peuvent se décomposer, avec une bonne approximation, en une somme de sinusoïdes exponentiellement amorties, regardons sur une seule exponentielle amortie ce que donne la transformation de Wigner-Ville (Réf. [3], [4], [5] et [6]).

Soit un signal temporel analytique de pulsation ω_0 , d'amplitude à l'origine $A(\omega_0)$, de coefficient d'amortissement α et qui n'existe temporellement que pour $t \geq 0$:

$$s(t) = \delta^{-1}(t) A(\omega_0) e^{-\alpha t} e^{j(\omega_0 t)}$$

$$\text{avec } \delta^{-1}(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } t \geq 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Calculons le noyau de Wigner-Ville $s'(t)$ sur un intervalle temporel $[0, t_f]$:

$$s'(t) = s(t) \cdot s(t_f - t)^* = (A(\omega_0) e^{-\alpha t} e^{j\omega_0 t}) \cdot (A(\omega_0) e^{-\alpha t_f + \alpha t} e^{-j\omega_0 t_f + j\omega_0 t})$$

$$s'(t) = A^2(\omega_0) e^{-\alpha t_f} e^{-j\omega_0 t_f} e^{2j\omega_0 t}$$

Le module de $s'(t)$ ne décroît plus exponentiellement en fonction du temps. La transformée de Fourier de $s'(t)$ vaut alors:

$$S'(\omega) = A^2(\omega_0) e^{-\alpha t_f} e^{-j\omega_0 t_f} \delta(\omega - 2\omega_0)$$

avec $\delta(x) = 0$ si $x \neq 0$.

On remarque que pour un pas d'échantillonnage qui n'a pas changé, la période de S' est double, donc la fréquence d'échantillonnage a été doublée. On voit donc que dans le spectre $S'(v)$ de $s'(t)$ on gagnera sur deux tableaux:

- Le pas fréquentiel est divisé par 2 (le pic correspondant à ω_0 est représenté sur deux fois plus de points).

- La largeur à mi-hauteur est théoriquement nulle (si le nombre de périodes et t_f sont infinis), en pratique elle sera définie par le nombre de périodes contenues dans la fenêtre de filtrage.

Par contre cette opération n'est pas du tout linéaire et pour plusieurs composantes fréquentielles présentes, on a des termes interférentiels non négligeables. De plus, pour

un signal réel, la fréquence de Nyquist étant multipliée par deux par rapport à une transformée de Fourier seule, la transformée de Wigner-Ville sera réelle et donc pas toujours positive. Beaucoup d'auteurs [6] ont donc créé différents types de lissages afin d'atténuer au maximum les interférences et de se ramener à une représentation strictement positive plus compatible avec une représentation spatio-temporelle de l'énergie. Ces lissages sont lourds en temps de calcul pour, de toutes façons, laisser des interférences résiduelles, c'est pourquoi nous ne les utiliserons pas ici.

4.3. Comparaison des deux représentations

Les Figure 11 et Figure 12 comparent les deux méthodes. On constate que les pics sont effectivement plus fins dans la représentation de Wigner-Ville. Cependant l'onde A0 est clairement identifiée sur la représentation obtenue par F.F.T. glissante alors que sur la représentation obtenue par Wigner-Ville, des interférences gênantes entre deux échos successifs de l'onde S0 la font disparaître.

Pour un produit F.E inférieur à 1,5MHz.mm et un temps supérieur à 200µs, la méthode par F.F.T. glissante permet aussi d'attribuer de petits niveaux à des échos successifs de l'onde S0. Ces échos noyés dans les interférences ne sont pas visibles sur la représentation de Wigner-Ville.

Ce phénomène d'interférences ne disparaît pas avec les lissages utilisables pour rendre la transformée de Wigner-Ville positive. Afin de profiter de la résolution double en fréquence de cette représentation astucieuse, il faut avoir une idée des phénomènes présents afin de séparer les interférences des signaux effectivement présents. C'est pourquoi nous utilisons le plus souvent, la F.F.T. glissante qui donne des résultats sûrs, sans perdre de temps avec des lissages fastidieux.

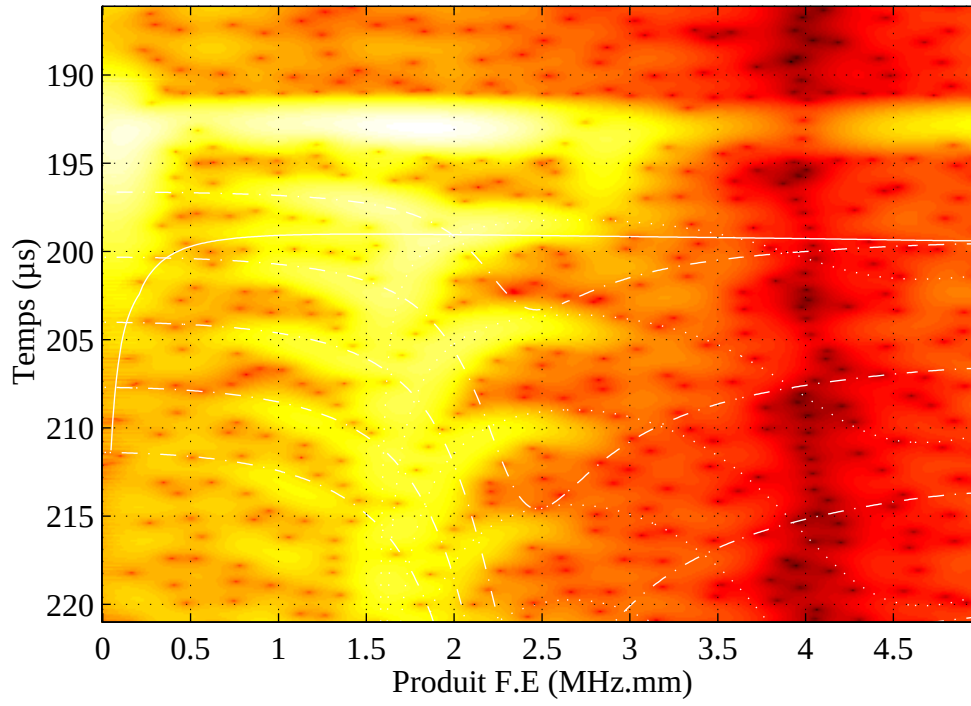


Figure 11: Tube $b/a=0,9$ rempli d'air. Analyse temps-fréquence par F.F.T. glissante ($Lt=5,12\mu s$). (—) onde A0, (---) onde S0, (...) onde A1.

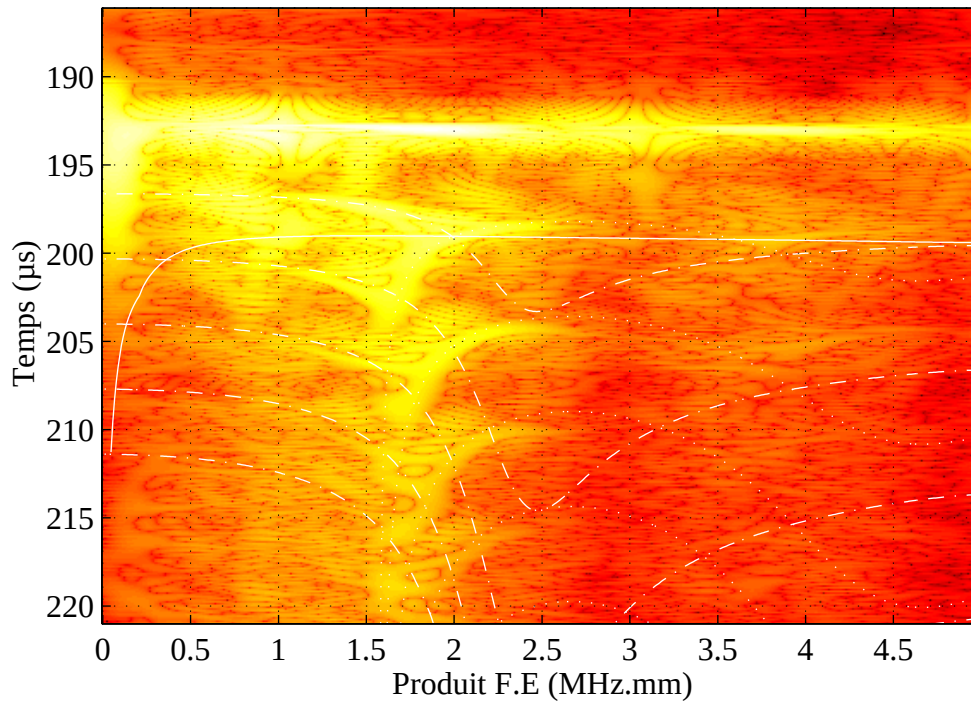


Figure 12: Tube $b/a=0,9$ rempli d'air. Analyse temps-fréquence par Wigner-Ville non-lissée ($Lt=5,12\mu s$). (—) onde A0, (---) onde S0, (...) onde A1.

4.4. Calcul des courbes de dispersion à partir de représentations temps-fréquence

Après traitement temps-fréquence, on recherche les extrema sur les images obtenues. On obtient ainsi des couples "retard de groupe/fréquence" correspondants (τ_g, ν) qui permettent de localiser précisément chaque onde présente dans le signal temporel. En supposant alors un parcours d'onde, on accède à la vitesse de groupe des ondes présentes dans le signal. Par exemple, pour l'onde A sur une plaque plane de longueur $L=200\text{mm}$, le signal temporel est donné Figure 13. Sur la Figure 14 on a représenté l'image temps fréquence obtenue par F.F.T. glissante. On note trois échos successifs de l'onde A, le premier correspondant à un trajet sur la longueur $L=200\text{mm}$ de la plaque. Sur cette image, les deux plus grands maxima de chaque coupe horizontale ont été représentés. A partir de la position des maxima correspondant au premier écho, la vitesse de groupe a été représentée Figure 15.

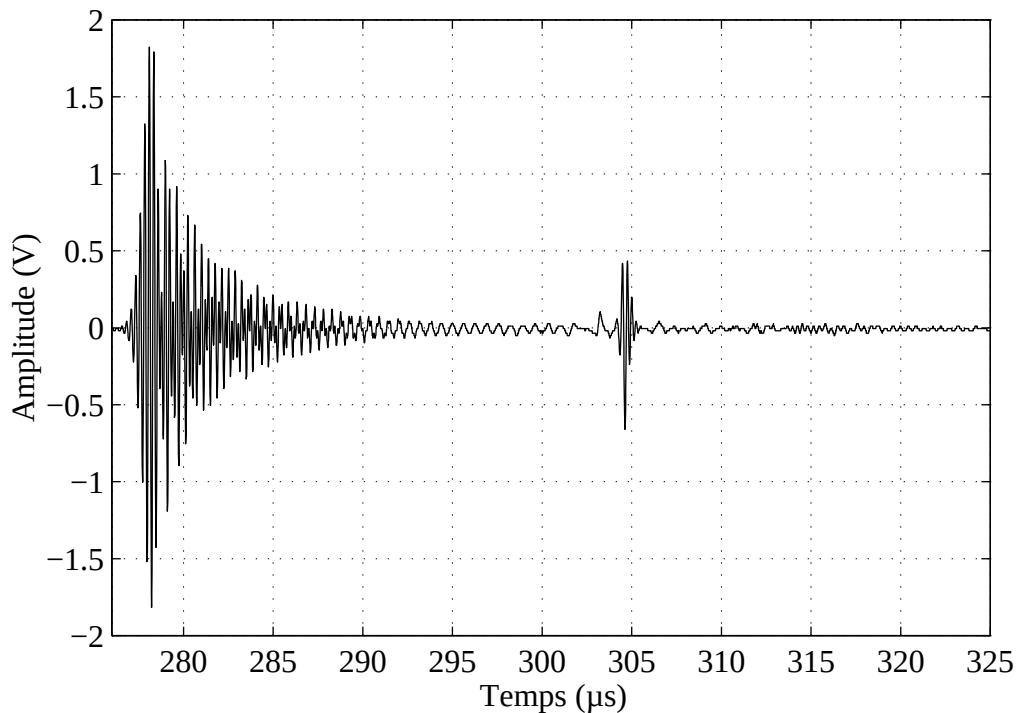


Figure 13: Onde A sur une lame plane(laiton, $E=0,1\text{mm}$). Signal temporel.

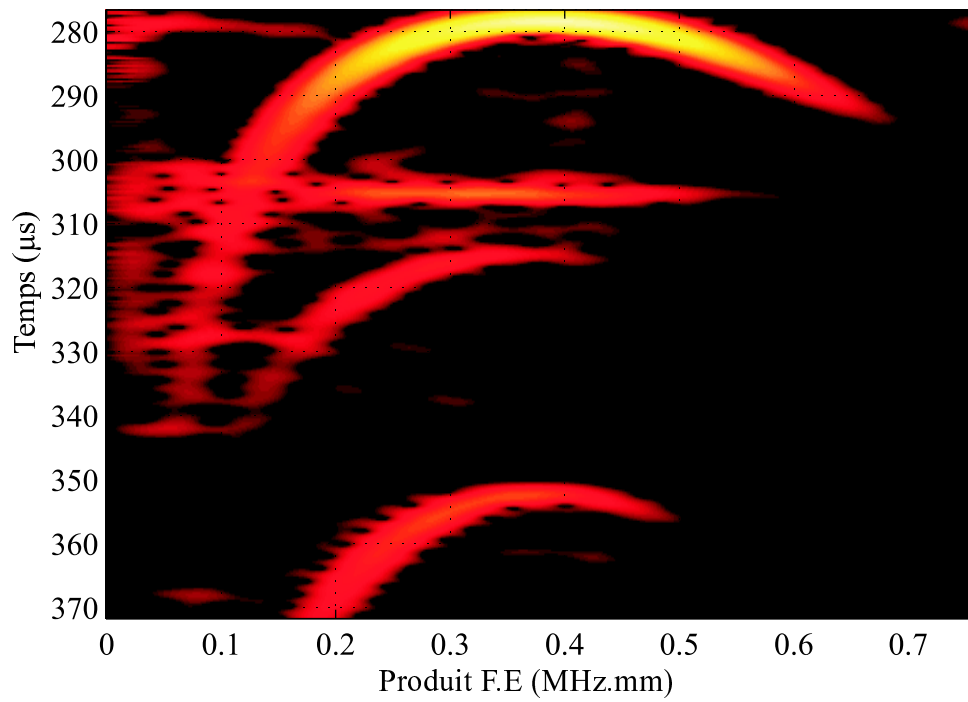


Figure 14: Onde A sur une plaque plane en laiton immergée. Analyse temps fréquence par F.F.T. glissante.

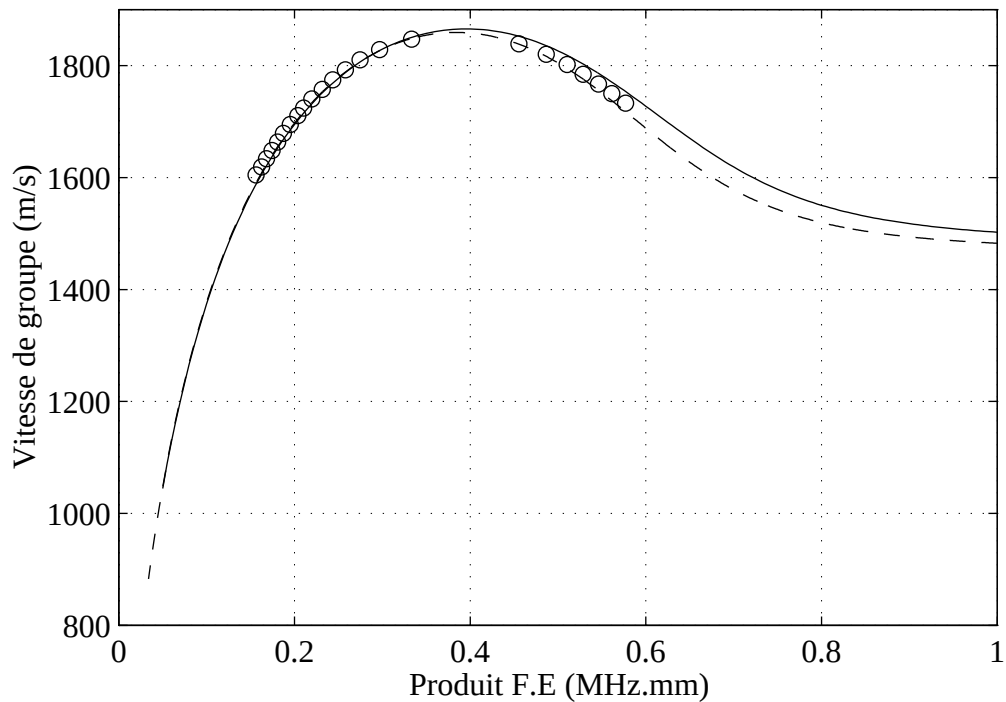


Figure 15: Onde A sur une plaque plane en laiton immergée ($E=0,1\text{mm}$). Vitesse de groupe correspondant au premier écho de la figure précédente (o o o) comparée à la vitesse de groupe théorique (___).

5. Conclusion

Nous avons mis au point des méthodes d'analyse de réponses impulsionnelles de cibles. Si dans le signal temporel recueilli, une seule onde est présente, la dérivée de la phase du spectre donne la vitesse de groupe de l'onde présente. La détermination de la vitesse de phase est alors possible si un point ou une limite de la phase est accessible.

Si plusieurs ondes sont présentes, les représentations temps-fréquence sont indispensables. Elles présentent l'avantage de visualiser les phénomènes d'aller-retour sur la cible en ne nécessitant aucune hypothèse sur les signaux traités.

En utilisant l'une des deux méthodes exposées, les retards de groupe sont toujours mesurables. Ces méthodes utilisées sur des réponses impulsionnelles permettent un gain de temps énorme par rapport à des méthodes quasi-harmoniques où l'on étudie des temporels successifs pour des fréquences différentes. L'une des améliorations concernant les deux méthodes serait d'utiliser un signal d'excitation dont les fréquences sont réparties linéairement dans le temps (Chirp), sur une bande de fréquence parfaitement connue.

On peut aller plus loin dans l'exploitation de la représentation temps-fréquence par F.F.T. glissante dans le cas de cibles résonantes. Pour une onde dont plusieurs échos successifs sont observables, on peut mesurer l'atténuation de l'onde sur la représentation temps-fréquence, que cette atténuation suive une loi exponentielle ou non dans le temps. Les perspectives de l'analyse temps-fréquence portent sur l'étude d'ondelettes, qui sont beaucoup plus compactes que les quadrillages à pas fixe effectués dans les deux méthodes présentées.

Nous disposons maintenant de deux outils adaptés à l'étude d'ondes dispersives. Nous pouvons maintenant passer à l'étude expérimentale de la propagation de l'onde A sur un plaque en contact avec deux fluides différents.

6. Références

- [1] J. MAX et ses collaborateurs, "Méthodes et techniques de traitement du signal et application aux mesures physiques", tomes 1 et 2, Masson, Paris, 1989.
- [2] R. B. BLACKMAN, J.W. TUKEY, "The measurement of power spectra", Dover publications (1958), New York.
- [3] T.A.C.M. CLAASEN, W.F.G MECKLENBRAÜKER, "The Wigner distribution. A tool for time-frequency analysis, Part I: Continuous-time signals", Phillips journal of research, 35 (3), 1980, 217-250.
- [4] T.A.C.M. CLAASEN, W.F.G MECKLENBRAÜKER, "The Wigner distribution. A tool for time-frequency analysis, Part II: Discrete-time signals", Phillips journal of research, 35 (3), 1980, 217-250.
- [5] T.A.C.M. CLAASEN, W.F.G MECKLENBRAÜKER, "The Wigner distribution. A tool for time-frequency analysis, Part III: Relations with other time frequency Continuous-time signal representations", Phillips journal of research, 35 (6), 1980, 373-389.
- [6] P. FLANDRIN, "Représentation temps-fréquence des signaux non-stationnaires", Traitement du signal, 1989(6).

CHAPITRE III

ONDE A SUR UNE PLAQUE PLANE ETUDE EXPERIMENTALE

Sommaire du Chapitre III

1. INTRODUCTION.....	5
2. CONDITIONS EXPÉRIMENTALES.....	5
3. PROPAGATION DE L'ONDE A SUR UNE LAME PLANE IMMERGÉE OU SEMI-IMMERGÉE DANS UN LIQUIDE	6
3.1. ONDE A SUR UNE LAME PLANE EN LAITON IMMERGÉE	6
3.1.1. Plaque d'épaisseur 0,2mm.....	6
3.1.2. Plaque d'épaisseur 0,1mm.....	8
3.1.3. Plaque d'épaisseur 0,05mm.....	10
3.1.4. Vitesse de phase obtenue pour les trois épaisseurs	13
3.2. ONDE A SUR UNE LAME PLANE EN LAITON SEMI-IMMERGÉE.	14
3.3. CONCLUSION.....	16
4. PROPAGATION DE L'ONDE A SUR UNE LAME EN CONTACT AVEC DEUX FLUIDES DIFFÉRENTS. MISE EN ÉVIDENCE D'UNE NOUVELLE ONDE A*.	17
4.1. CAS EAU/LAITON/GLYCOL.....	17
4.1.1. Cible d'épaisseur 0,2mm	17
4.1.2. Cible d'épaisseur 0,1mm	22
4.2. CAS EAU/LAITON/PROPANOL	26
4.2.1. Cible d'épaisseur 0,2mm	26
4.3. CAS EAU/DURAL/GLYCOL.....	29
4.4. CAS EAU/DURAL/PROPANOL.....	32
4.5. CONCLUSION.....	35
5. BIBLIOGRAPHIE.....	36

1. Introduction

Nous pouvons maintenant appliquer les méthodes décrites précédemment à l'onde A se propageant sur une plaque plane immergée ou semi-immergée. Jusqu'à présent, la vitesse de cette onde a toujours été mesurée dans une bande limitée aux F.E élevés, aussi bien sur les tubes que sur des plaques (Réf. [1] et [2]). Nous montrerons que l'onde A est observable dans un plus vaste domaine fréquentiel.

Nous poursuivrons par l'étude de la plaque en contact avec deux fluides différents. Jusqu'ici, le problème n'a été abordé expérimentalement que sur un matériau poreux en contact avec un fluide 1 et saturé par un fluide 1 (Réf. [3] et [4]). Nous chercherons à observer l'onde A* rencontrée lors du calcul théorique. A l'aide d'observations, nous tenterons d'expliquer son existence et de justifier les hypothèses faites au chapitre I.

2. Conditions expérimentales

Chaîne d'acquisition des signaux temporels

La chaîne d'acquisition expérimentale est celle qui a été décrite au chapitre précédent. Nous détaillerons au fur et à mesure les types de cibles planes utilisées. Le choix du matériau des cibles est dicté par les raisons suivantes. Notre gamme de fréquence expérimentale étant limitée entre 0,1 et 5MHz par la chaîne de mesure, nous faisons varier le produit F.E en faisant varier l'épaisseur de la plaque. Parmi tous les matériaux disponibles, le laiton nous a semblé le plus approprié, car il est disponible à bas prix et avec un état de surface excellent dans de fines épaisseurs. C'est aussi un matériau qui ne s'oxyde pas très rapidement dans l'eau, contrairement à l'acier par exemple qui est disponible dans les mêmes épaisseurs. De plus, les courbes de dispersion de l'onde A sur le laiton possèdent une zone intéressante de F.E plus importants que celle des autres matériaux. Par zone intéressante, nous entendons le domaine où la vitesse de groupe passe par un maximum.

3. Propagation de l'onde A sur une lame plane immergée ou semi-immergée dans un liquide

3.1. Onde A sur une lame plane en laiton immergée

3.1.1. Plaque d'épaisseur 0,2mm

Sur une plaque en laiton d'épaisseur 0,2mm et de longueur 200mm, l'onde A est générée sur l'arête M par conversion d'une impulsion ultrasonore [5]. Elle se propage ensuite sans émission jusqu'à l'arête N où elle se convertit en onde de volume (Figure 1).

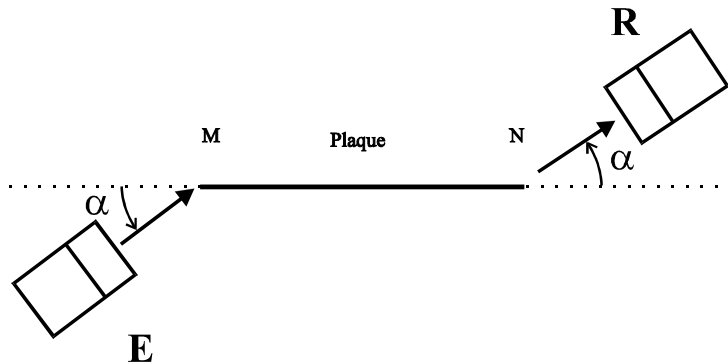


Figure 1: Disposition des transducteurs par rapport à la cible.

Le signal temporel relevé (Figure 2) nous montre que l'onde A est très dispersive; on remarque ici que les composantes basse fréquence arrivent après les composantes haute fréquence. Cela est confirmé par la courbe de dispersion correspondante obtenue après analyse temps-fréquence (Figure 3) : l'onde A est observée pour un produit F.E compris entre 0,5MHz.mm et 1MHz.mm.

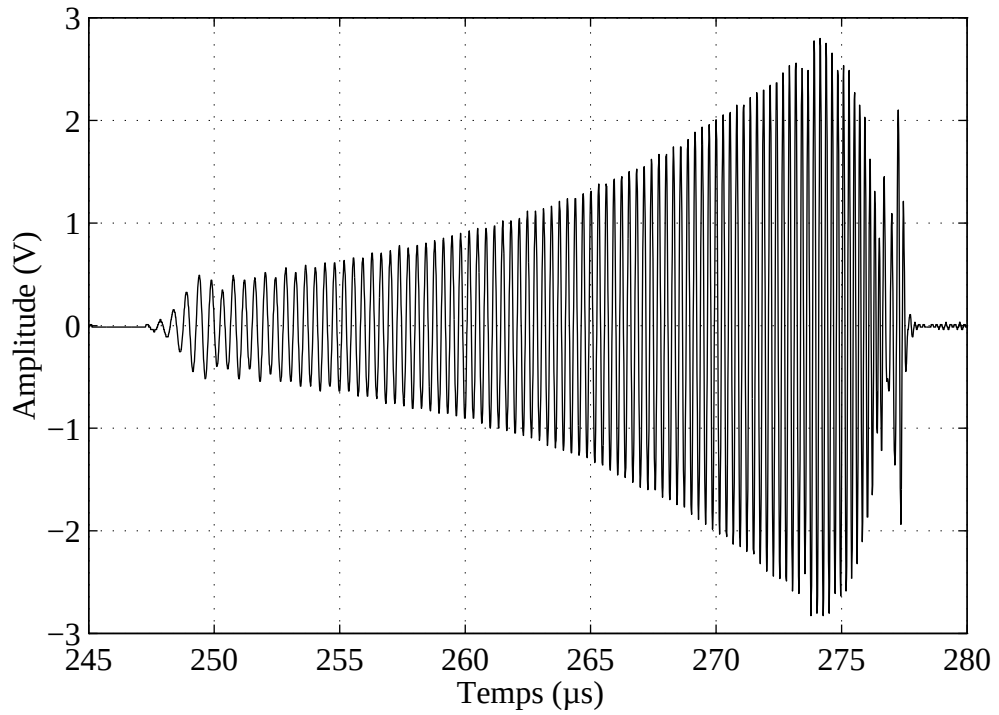


Figure 2 : Onde A sur une plaque en laiton d'épaisseur 0,2mm : signal temporel ($T=18^{\circ}\text{C}$).

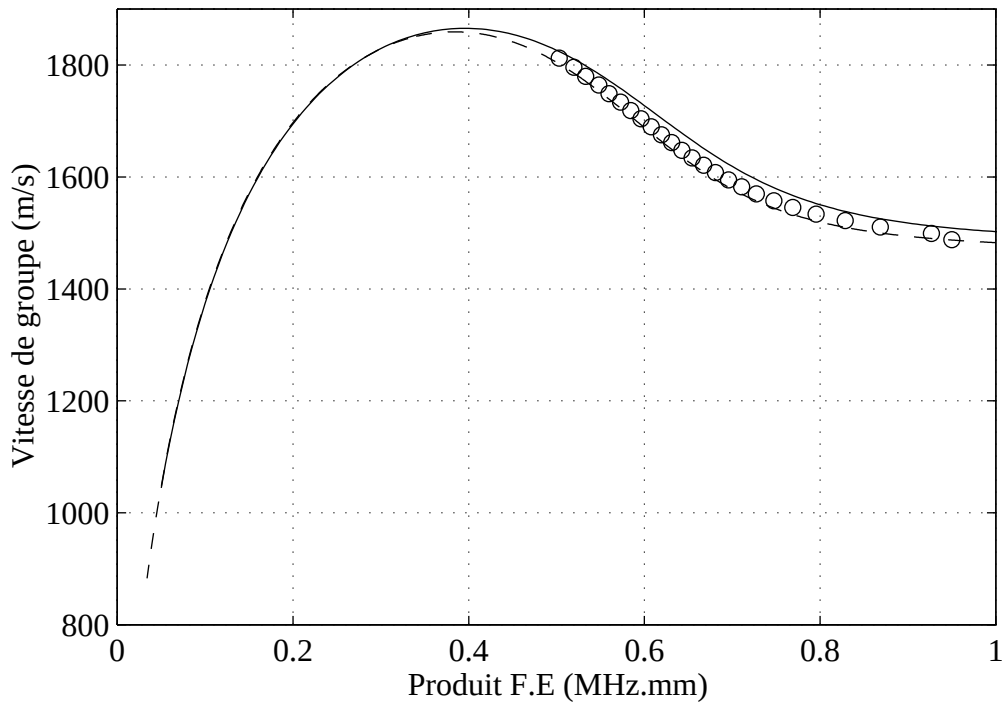


Figure 3 : Onde A sur une plaque en laiton d'épaisseur 0,2mm : vitesse de groupe. (---) : courbe théorique $T=16^{\circ}\text{C}$, (—) : courbe théorique $T=20^{\circ}\text{C}$, (ooo) : courbe expérimentale $T=18^{\circ}\text{C}$.

Dans cette zone, l'onde A tend vers l'onde de Scholte à l'interface eau/laiton quand F.E tend vers l'infini. Or l'onde de Scholte et l'onde A possèdent alors au moins 99% de leur énergie dans le fluide, ainsi qu'une vitesse de groupe proche de celle du son dans le fluide environnant. L'onde A présente ainsi la particularité d'être sensible aux caractéristiques du fluide telles que sa température qui conditionne sa vitesse [6]. Cela se traduit expérimentalement sur la vitesse de groupe par une asymptote horizontale qui se décale vers le haut quand la température augmente suivant ainsi la variation de vitesse du son dans l'eau. Cela est particulièrement sensible expérimentalement l'hiver lorsque la température de l'eau varie entre 15 et 20°C au cours d'une même journée. Les courbes théoriques tracées pour $T=16^{\circ}\text{C}$ et $T=20^{\circ}\text{C}$ montrent ce phénomène et encadrent parfaitement la courbe expérimentale obtenue pour $T=18^{\circ}\text{C}$. Du fait que l'onde A possède alors beaucoup d'énergie dans le fluide, on peut comprendre qu'elle soit "facilement" générée à partir d'une onde longitudinale dans le fluide et que les signaux obtenus aient un niveau très supérieur au bruit.

3.1.2. Plaque d'épaisseur 0,1mm

Le signal temporel obtenu sur une plaque d'épaisseur 0,1mm de longueur 200mm est montré Figure 4. Nous avons eu plus de difficulté pour l'obtenir. En effet, pour la plaque de 0,2mm il faut diminuer le niveau de l'impulsion émise et le gain de l'amplificateur en réception afin de ne pas saturer la chaîne de mesure. Ici il faut amplifier au maximum, ce qui montre que l'onde A est maintenant plus difficile à générer par conversion d'une onde de volume dans le fluide, parce qu'elle est plus interne à la plaque. L'allure du signal reçu est très différente de celle de la Figure 2. L'analyse visuelle temps-fréquence de ce signal est impossible. L'utilisation d'une des méthodes développées au chapitre II est maintenant indispensable. La courbe de dispersion correspondante montre que le produit F.E se situe dans une gamme comprise entre 0,15MHz.mm et 0,6MHz.mm; la vitesse de groupe est maximale pour F.E=0,4MHz.mm et atteint alors 1860m/s. L'onde A est ici toujours supersonique en vitesse de groupe.

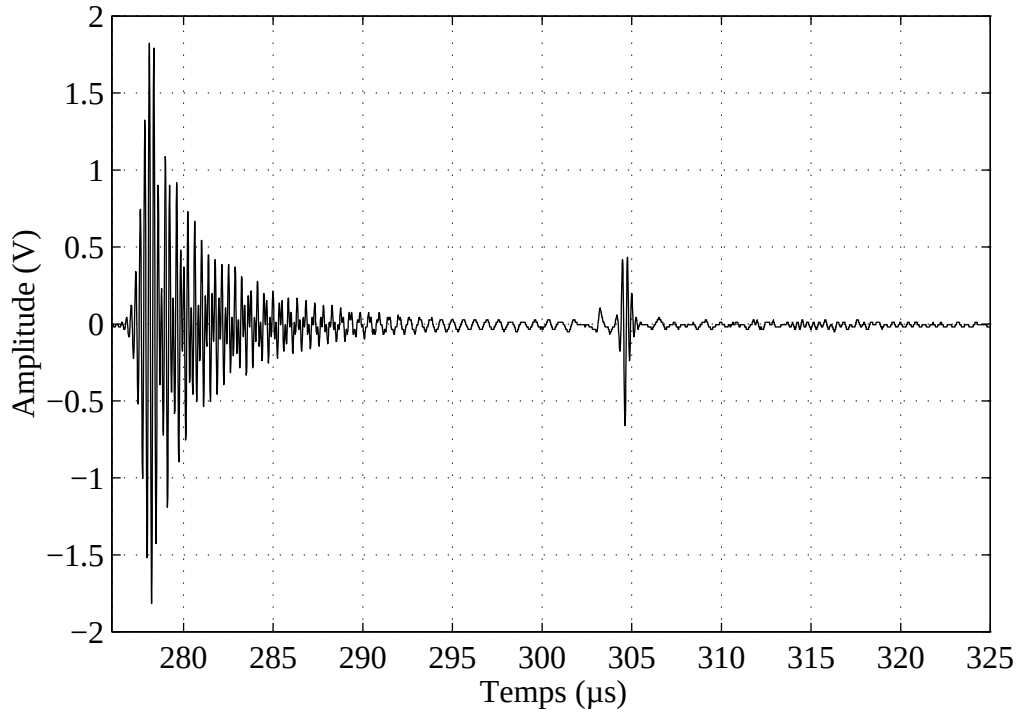


Figure 4 : Onde A sur une plaque en laiton d'épaisseur 0,1mm : signal temporel ($T=18^{\circ}\text{C}$).

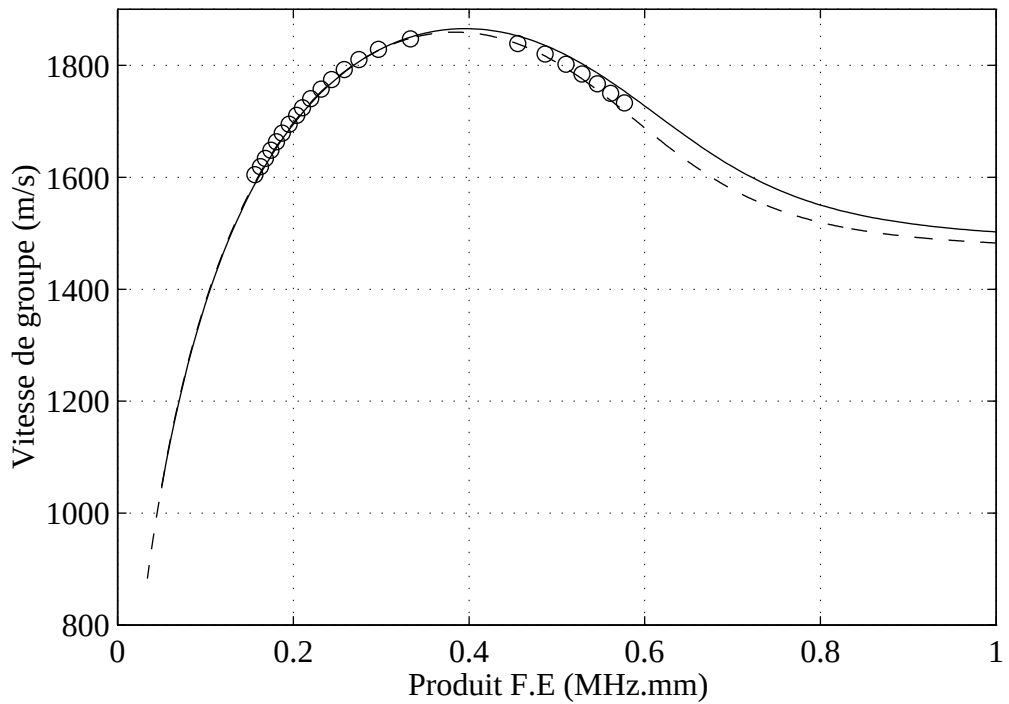


Figure 5 : Onde A sur une plaque en laiton d'épaisseur 0,1mm : vitesse de groupe. (---) : courbe théorique $T=16^{\circ}\text{C}$, (—) : courbe théorique $T=20^{\circ}\text{C}$, (ooo) : courbe expérimentale $T=18^{\circ}\text{C}$.

3.1.3. Plaque d'épaisseur 0,05mm

Pour une épaisseur de 0,05mm, l'onde A est encore plus difficilement générée. Au cours des premiers essais sur une plaque non pliée à ses extrémités, le niveau des signaux était très (trop) faible et seule la configuration de la Figure 1 avec un angle α de 20° a permis d'obtenir un signal convenable. Le fait de plier les deux extrémités de la plaque à angles droits (Figure 6) a considérablement amélioré le niveau du signal relevé (Figure 7), tout en restant un ordre de grandeur au dessous des niveaux obtenus pour les épaisseurs précédentes (0,25V d'amplitude maximum pour $E=0,05\text{mm}$ contre 2V pour $E=0,1\text{ mm}$ et 3V pour $E=0,2\text{mm}$). Cela confirme que l'onde A est plus concentrée dans le métal et que pour la générer, il faut créer une zone de conversion plus adaptée (c'est à dire possédant un rayon de courbure de l'ordre de grandeur de la longueur d'onde).

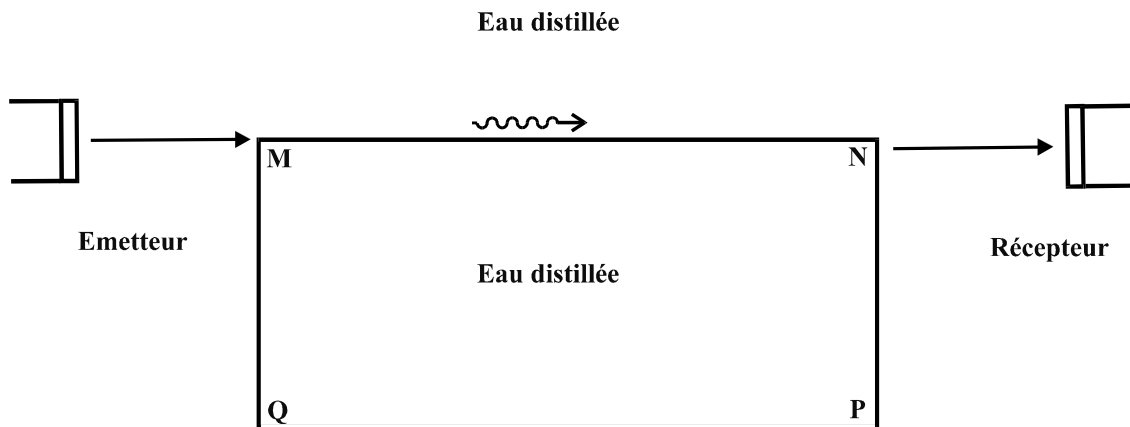


Figure 6 : positionnement optimal des transducteurs pour générer l'onde A sur une lame très fine.

Sur le signal obtenu (Figure 7) pour $E=0,05\text{mm}$ on voit clairement que les hautes fréquences arrivent en premier : cette situation est l'opposée de celle obtenue pour $E=0,2\text{mm}$ où les basses fréquences arrivent avant les hautes fréquences. La courbe de dispersion correspondante (Figure 8) montre qu'effectivement les hautes fréquences sont plus rapides que les basses fréquences. La zone de F.E explorée débute à $F.E=0,05\text{MHz.mm}$ avec une vitesse de groupe de 1100 m/s très inférieure à celle du son dans l'eau et se termine pour F.E proche de $0,4\text{MHz.mm}$, au maximum de la vitesse de groupe de l'onde A.

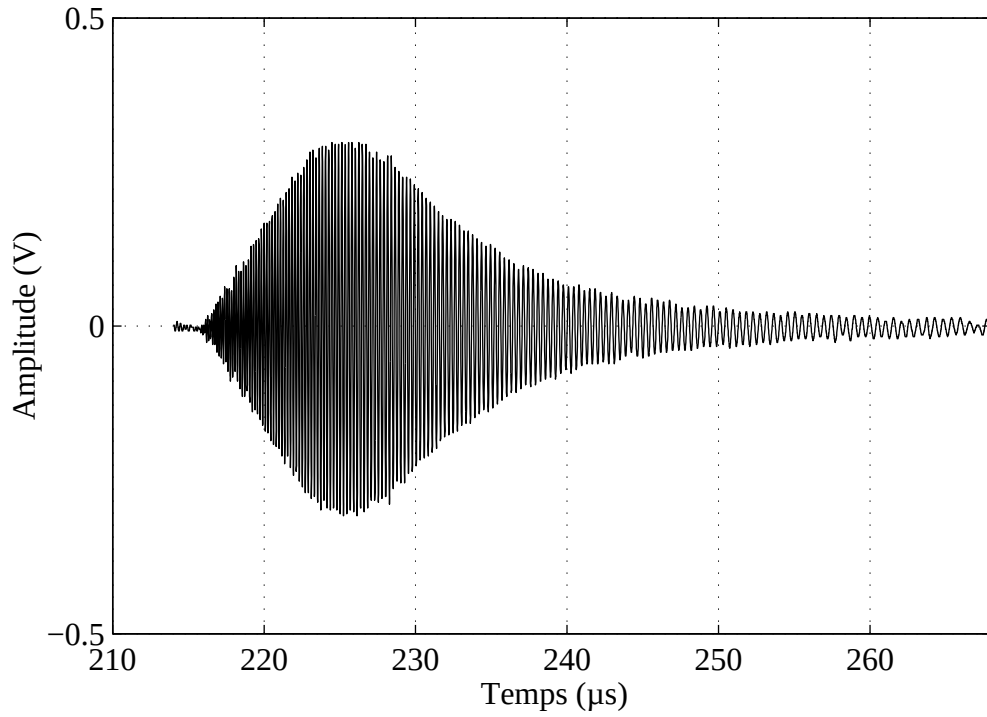


Figure 7 : Onde A sur une plaque en laiton d'épaisseur 0,05mm : signal temporel ($T=18^{\circ}\text{C}$).

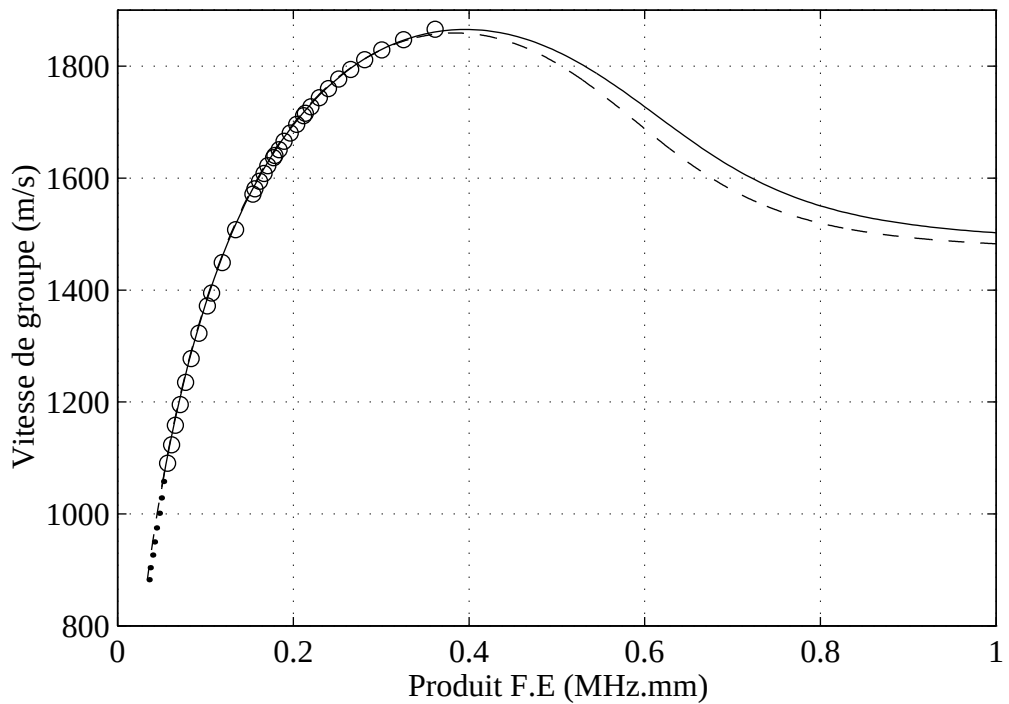


Figure 8 : Onde A sur une plaque en laiton d'épaisseur 0,05mm : vitesse de groupe. (--) : courbe théorique $T=16^{\circ}\text{C}$, (___) : courbe théorique $T=20^{\circ}\text{C}$, (ooo) : courbe expérimentale $T=18^{\circ}\text{C}$.

Quelles que soient les températures, nous obtenons toujours la même courbe de dispersion pour cette épaisseur de plaque. Ainsi, on vérifie expérimentalement que l'onde A est alors concentrée dans la plaque.

On note que la vitesse de groupe de l'onde A dépend fortement du produit $F.E$, lorsque ce dernier est petit. Le relevé de la vitesse de groupe en fonction de F permet donc, par comparaison avec la courbe théorique, de déterminer l'épaisseur moyenne E de la plaque de façon précise. Cette méthode présente l'avantage d'être sans contact.

3.1.4. Vitesse de phase obtenue pour les trois épaisseurs

Suivant la méthode exposée au chapitre II, on mesure la phase à partir de la phase des spectres respectifs des trois signaux acquis précédemment. La courbe de vitesse de phase alors obtenue est présentée Figure 9. On constate un excellent accord théorie expérience.

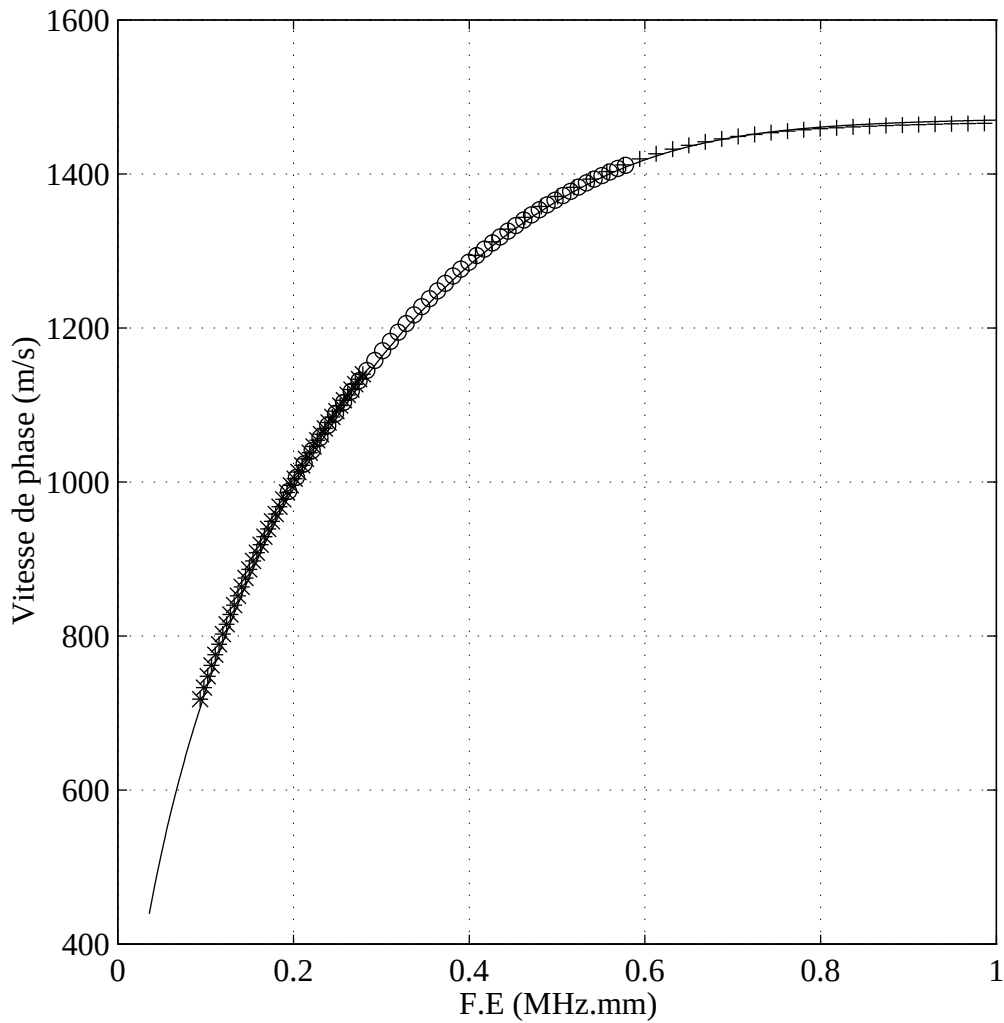


Figure 9 : Onde A sur une lame plane en laiton : vitesse de phase expérimentale pour $T=18^{\circ}\text{C}$. (+ + +) : $E=0,2\text{mm}$, (o o o) : $E=0,1\text{mm}$, (* * *) : $E=0,05\text{mm}$. (—) : courbe théorique ($T=18^{\circ}\text{C}$).

3.2. Onde A sur une lame plane en laiton semi-immergée.

Trois boîtes étanches en laiton d'épaisseurs différentes ont été construites. Elles contiennent de l'air, ce qui permet de simuler la structure liquide/plaque/vide. Elles ont toutes les trois une longueur utile de propagation de 200mm et elles ont respectivement 0,2, 0,1 et 0,05mm d'épaisseur. La chaîne d'acquisition comporte toujours deux transducteurs émetteur/récepteur de fréquence centrale 5MHz ainsi que la même instrumentation.

Pour les épaisseurs 0,2 et 0,1mm, le fluide externe est de l'eau et le fluide interne de l'air (Figure 10). Les signaux obtenus sont peu différents de ceux relevés sur la cible totalement immergée. On note que l'onde A générée à une extrémité M de la cible se propage sans émettre de l'énergie au cours de son parcours entre M et N. On note toujours une difficulté croissante à générer l'onde A pour les épaisseurs les plus faibles.

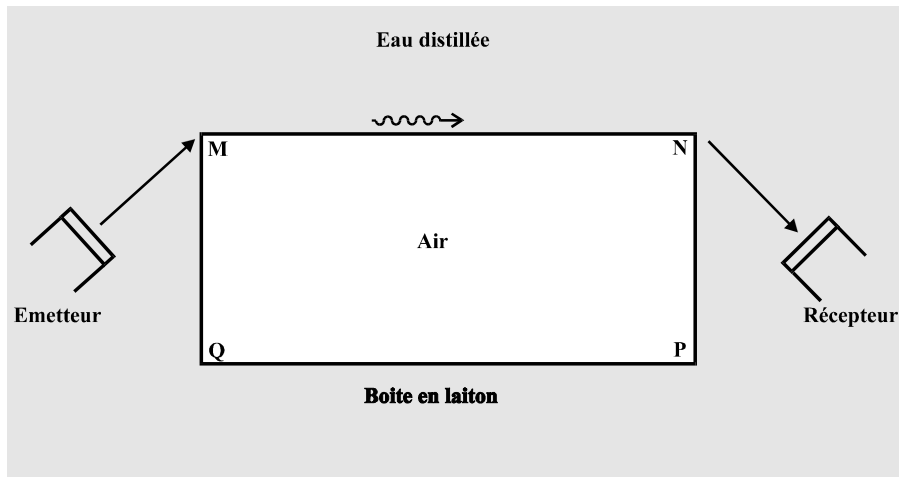


Figure 10 : Génération sans contact de l'onde A sur une plaque semi-immergée.

Pour la boîte d'épaisseur 0,05mm, la génération de l'onde A est plus difficile que pour la plaque totalement immergée de même épaisseur. Nous avons changé la configuration de la façon suivante. La boîte est remplie d'eau et émergée. Les transducteurs sont toujours à l'extérieur de la boîte, mais en contact direct avec chaque arête par l'intermédiaire d'un couplant ultrasonore (Figure 11).

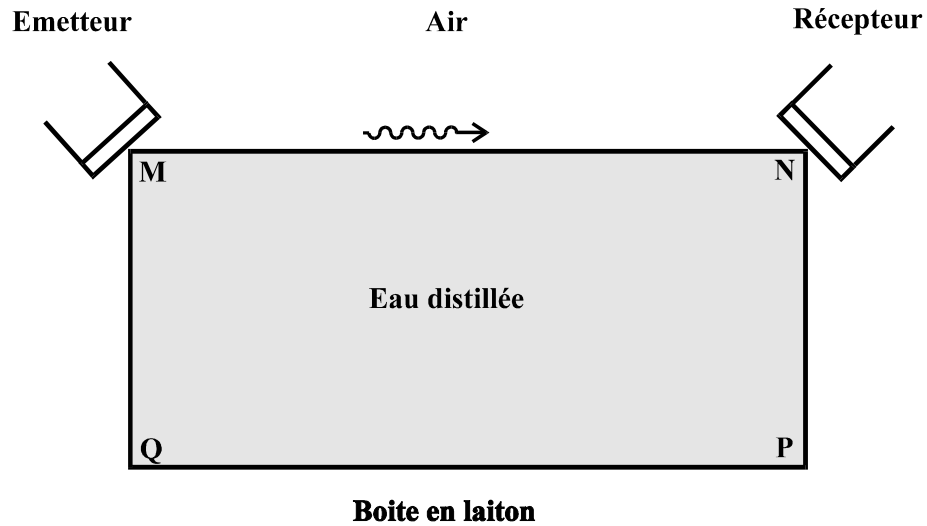


Figure 11 : Génération par contact de l'onde A sur une plaque semi immergée.

Les courbes de dispersion en vitesse de groupe (Resp. de phase) obtenues sont présentées Figure 12 (Resp. Figure 13). L'accord théorie expérience est toujours bon. L'onde A est observée dans une large gamme du produit fréquence épaisseur. La mesure de la vitesse de phase (Figure 13) n'a été possible que pour $E=0,2\text{mm}$ et $E=0,1\text{mm}$.

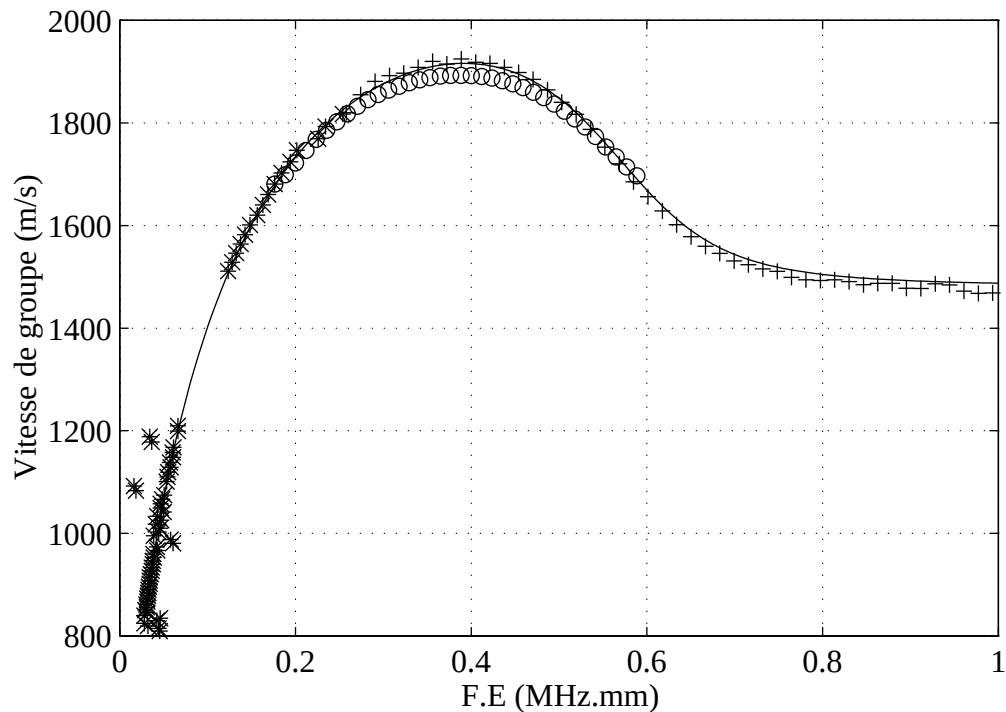


Figure 12 : Onde A sur une lame plane en laiton semi immergée : vitesses de groupe expérimentales pour $T=18^{\circ}\text{C}$. (+ + +) : $E=0,2\text{mm}$, (o o o) : $E=0,1\text{mm}$, (* * *) : $E=0,05\text{mm}$. (—) : courbe théorique ($T=18^{\circ}\text{C}$).

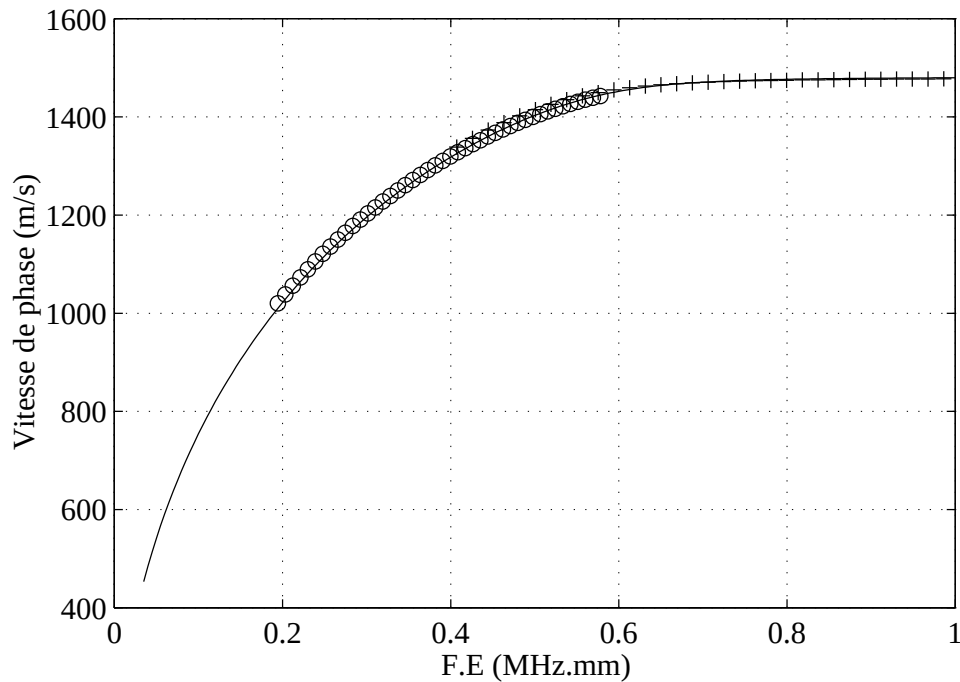


Figure 13 : Onde A sur une lame plane en laiton semi immergée : vitesse de phase expérimentale pour $T=18^{\circ}\text{C}$. (+ + +) : $E=0,2\text{mm}$, (o o o) : $E=0,1\text{mm}$, (—) : courbe théorique ($T=18^{\circ}\text{C}$).

3.3. Conclusion

L'étude expérimentale de la propagation de l'onde A sur des plaques de laiton de différentes épaisseurs a mis en évidence plusieurs points [7] :

- L'onde A se propage toujours sans émettre d'énergie, ce qui confirme son caractère de solution réelle en k_x . Cela signifie aussi que réciproquement elle ne peut être générée au milieu d'une plaque, sauf si un défaut existe [1]. En revanche, l'extrémité d'une plaque permet facilement de la générer (resp. la détecter).
- La différence de nature de l'onde A (interne à la plaque à faibles F.E et externe à hauts F.E), est mise en évidence par deux faits. Le premier est que l'onde A est d'autant plus difficile à générer (et détecter) que le produit F.E est faible (une pliure aux deux extrémités de la plaque améliore grandement les choses). Le deuxième fait intéressant est que les courbes de dispersion de l'onde A sont très

peu sensibles aux paramètres du fluide externe pour de faibles valeurs de F.E alors que pour de grandes valeurs elle en est très dépendante.

- L'étude de la propagation de l'onde A pour de faibles F.E permet ainsi d'estimer précisément une valeur moyenne de l'épaisseur de la plaque. Cette méthode permet de mesurer de très faibles épaisseurs sans contact. L'absence de contact est importante car, la mesure de fines épaisseurs au palmer n'est pas très précise et éventuellement destructrice. Cette mesure s'effectue avec une erreur relative de l'ordre du pourcent, ce qui fait une erreur absolue de $0,1\mu\text{m}$ sur la mesure d'une épaisseur de $0,01\text{mm}$.

4. Propagation de l'onde A sur une lame en contact avec deux fluides différents. Mise en évidence d'une nouvelle onde A*.

4.1. Cas eau/laiton/glycol

4.1.1. Cible d'épaisseur 0,2mm

Le dispositif expérimental est inchangé et la boîte en laiton d'épaisseur 0,2mm est remplie de glycol (Figure 14), liquide dans lequel le son se propage à une vitesse (1650 m/s) supérieure à celle du son dans l'eau. Dans ce cas, comme nous l'avons vu dans la partie théorique, il existe une vraie onde A, non amortie, dont les vitesses de phase et de groupe évoluent vers celles de l'onde de Scholte à l'interface eau/laiton quand F.E devient grand. Il doit en plus exister une onde A*, liée au glycol, qui émet de l'énergie dans l'eau: elle est donc facilement observable à l'extérieur de la cible. Les vitesses de phase et de groupe de cette onde tendent vers celles de l'onde de Scholte à l'interface glycol/laiton si F.E devient grand.

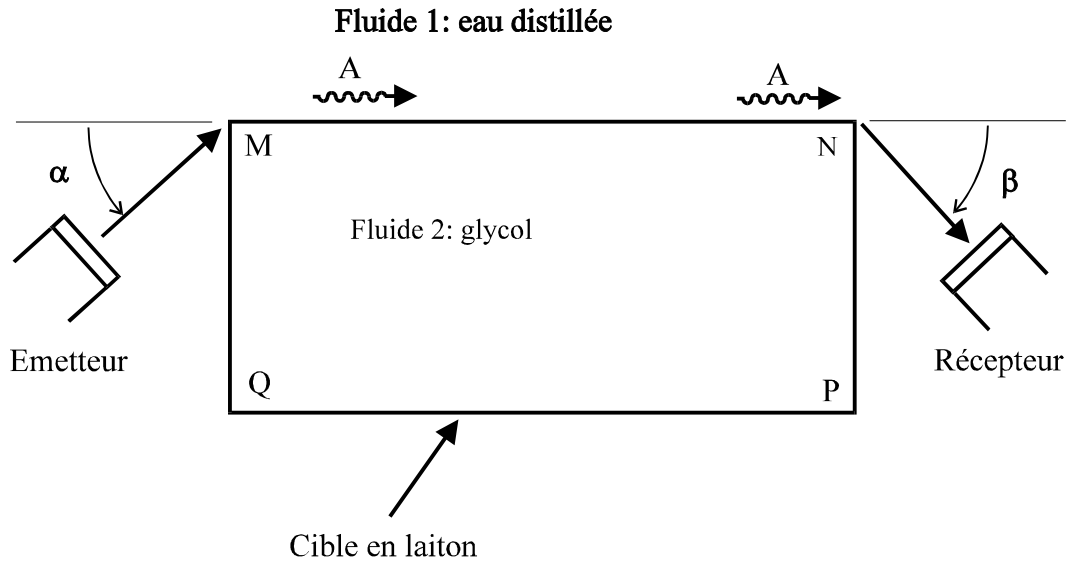


Figure 14: Dispositif d'observation de l'onde A: interface plane eau/laiton/glycol.

Observation de l'onde A

L'onde A est générée (resp. reçue) à l'aide de transducteurs émetteurs de fréquence centrale 5MHz positionnés avec $\alpha = \beta = 0^\circ$ (Figure 14). En se plaçant à l'extrémité N de la cible, on observe sans problème l'onde A qui a parcouru le côté MN (Figure 15). En plaçant un absorbant sur la face MN, la propagation de l'onde A est fortement perturbée, ce qui montre que dans la gamme de produit F.E où elle est observée (large ici), l'onde A contient beaucoup d'énergie dans le fluide le plus lent (ici l'eau). Les courbes de dispersion ont été obtenues en utilisant la phase du spectre. L'accord entre les courbes théoriques et expérimentales est bon.

Comme on peut le voir sur les courbes de dispersion (Figure 16), le signal temporel obtenu couvre une large bande de fréquence et on peut obtenir une grande partie des courbes de vitesses de phase et de groupe.

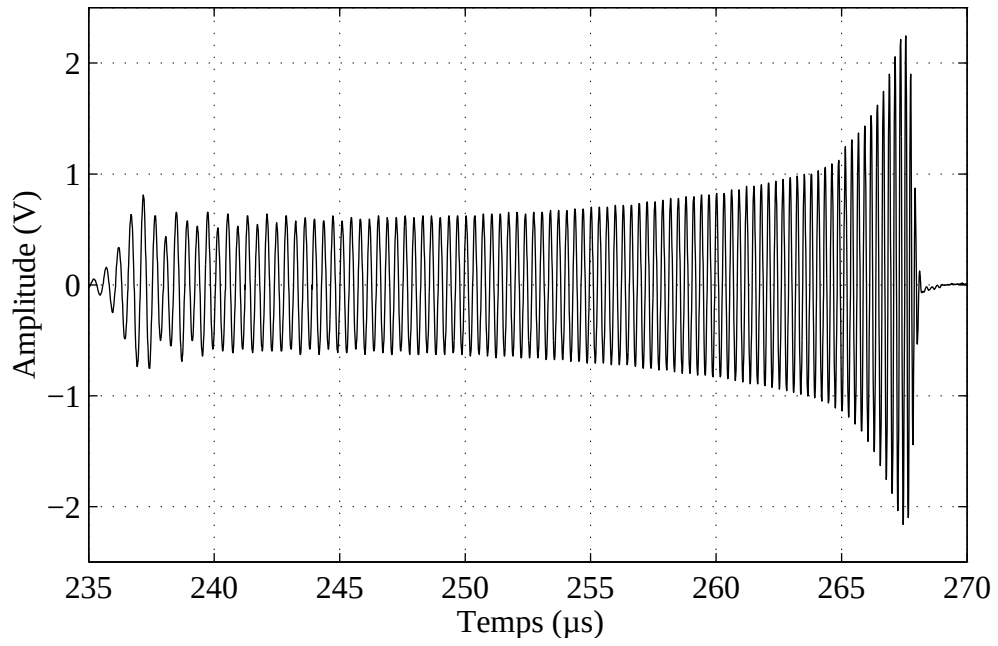


Figure 15: Onde A sur une interface plane eau/laiton/glycol: signal temporel ($E=0,2\text{mm}$, $L=200\text{mm}$).

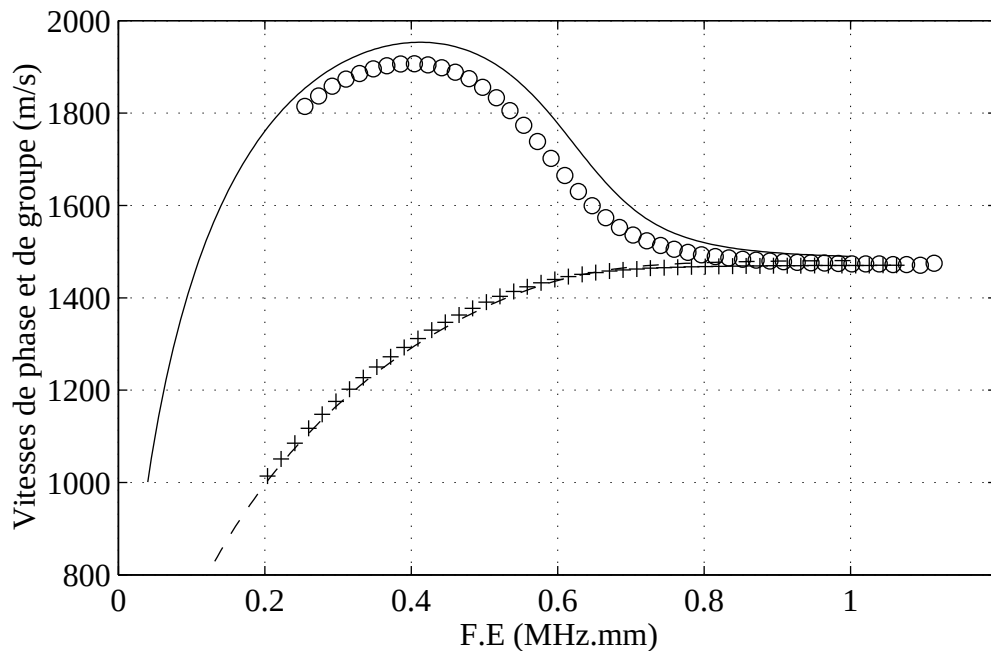


Figure 16: Onde A sur une interface plane eau/laiton/glycol ($E=0,2\text{mm}$, $L=200\text{mm}$). Vitesses de groupe théorique (—) et expérimentale (o o o). Vitesses de phase théorique (- - -) et expérimentale (+ + +).

Observation de l'onde A:*

Pour observer la propagation de l'onde A* le long de la face MN, il faut positionner l'émetteur et le récepteur avec des angles $\alpha = \beta = 90^\circ - \theta_{F1} = 90^\circ - 64^\circ = 26^\circ$ (Figure 17).

Ces angles liés à l'angle critique $\theta_{F1} = \text{ArcSin}\left(\frac{C_{\text{eau}}}{C_{\text{glycol}}}\right) = 64,16^\circ$ permettent de générer

l'onde A* en hautes fréquences. Cette onde s'atténue très rapidement au cours de sa propagation et dans le cas présent, on n'observe sa propagation que sur une distance maximale d'environ 70mm. En adoptant toujours le même angle d'observation, deux positions sont intéressantes pour exciter cette onde: l'émetteur peut être en regard du point M ou en regard d'un point quelconque placé entre M et N; ce n'est pas le phénomène de conversion sur l'arête qui génère l'onde A*.

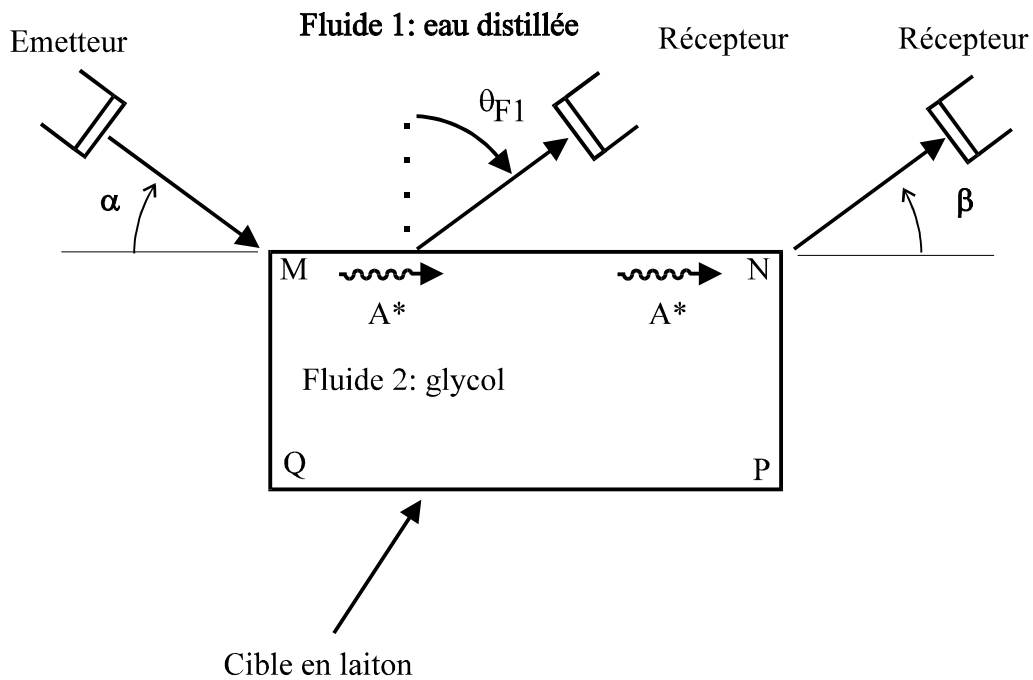


Figure 17: Dispositif d'observation de l'onde A* à l'interface plane eau/laiton/glycol.

En positionnant l'émetteur en regard du point M et le récepteur 53mm plus loin, on observe le signal temporel de la Figure 18 avec la courbe de dispersion correspondante

Figure 19. On remarque un bon accord entre les courbes théoriques et expérimentale. De plus, la bande de fréquence de l'onde A* qui s'est propagée sur la distance $L=53\text{mm}$ est relativement haute fréquence. L'angle d'émission et la faible atténuation de l'onde A* sont compatibles avec ces fréquences. On peut essayer de perturber la propagation de l'onde A* en plaçant un absorbant entre les points M et N: on ne la perturbe absolument pas, ce qui montre que dans la gamme de F.E observée, l'onde A* est concentrée dans le fluide le plus rapide (ici le glycol). L'onde émise dans l'eau est bien due à une émission de la plaque et non à une onde réfléchie.

On translate maintenant la cible suivant l'axe MN de façon à diriger le faisceau émis en un point de la face MN. On garde les mêmes angles d'émission/réception et la même longueur $L=53\text{mm}$ de propagation: on observe strictement le même signal temporel et les mêmes phénomènes. Cela montre que l'onde A* peut être générée par un faisceau limité ayant l'angle d'incidence adapté, sans l'effet de conversion par un dièdre. L'onde A* peut donc être générée comme une onde de Lamb. En modifiant la valeur de l'angle α , l'amplitude du signal obtenu diminue. On ne peut pas obtenir l'onde A* à des fréquences plus faibles que celles obtenues précédemment.

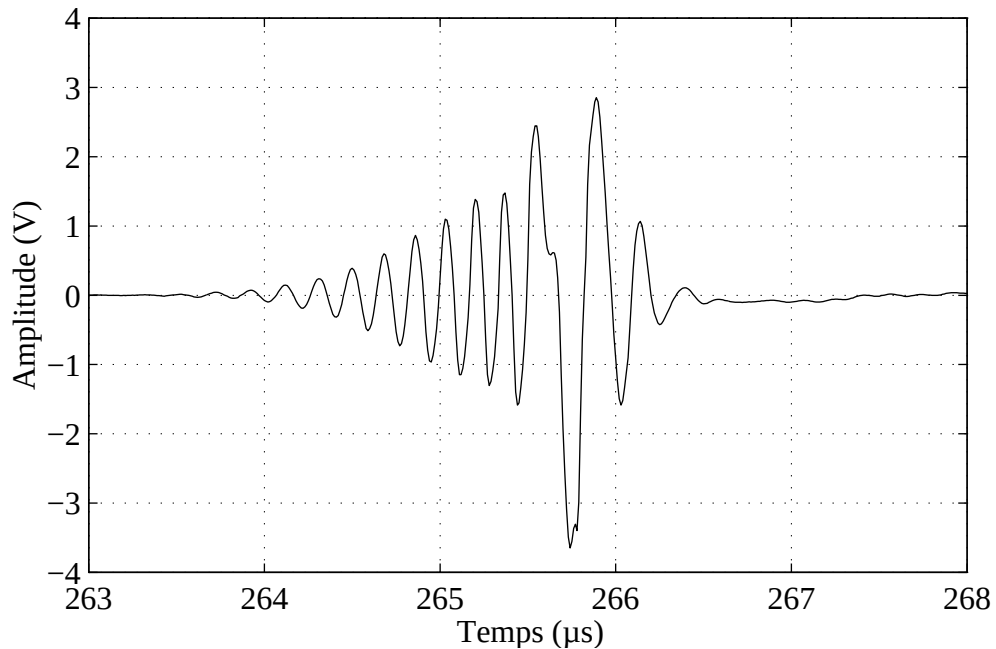


Figure 18: Onde A* sur une interface plane eau/laiton/glycol: signal temporel ($E=0,2\text{mm}$, $L=53\text{mm}$).

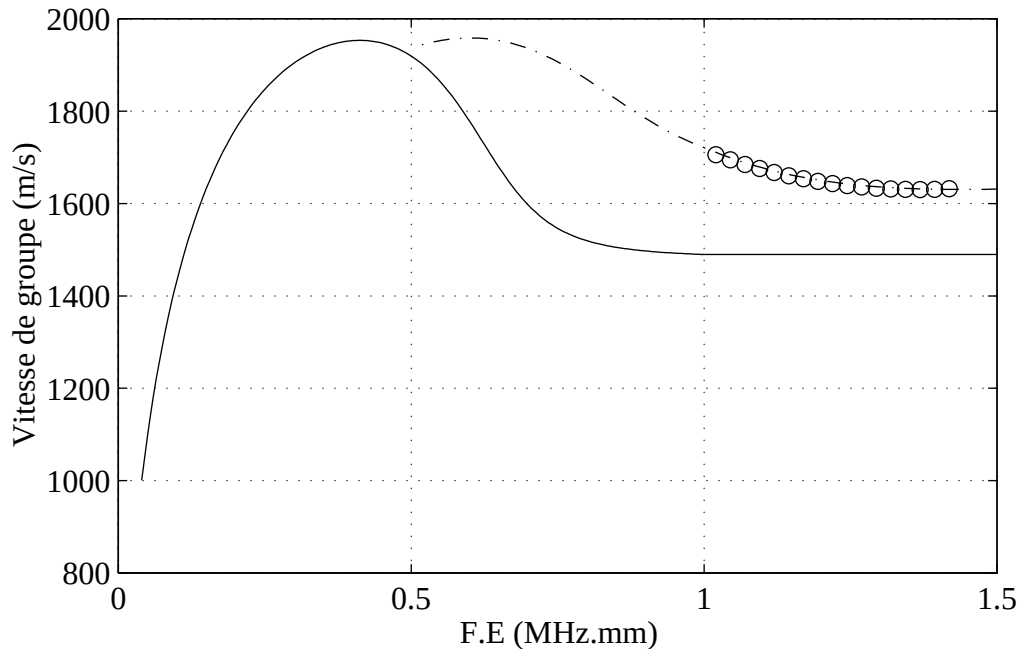


Figure 19: Onde A* sur une interface plane eau/laiton/glycol ($E=0,2\text{mm}$, $L=53\text{mm}$). Vitesses de groupe théorique (---) et expérimentale (o o o) de l'onde A*. Vitesse de groupe théorique de l'onde A (—).

On a mis ainsi en évidence quelques unes des propriétés de l'onde A* ([8] et [9]):

- (1) vitesse de groupe qui tend vers la vitesse de l'onde de Scholte à l'interface glycol/laiton.
- (2) propagation avec perte d'énergie suivant un angle particulier θ_{F1} qui tend vers l'angle critique eau/glycol quand F.E devient grand.
- (3) onde concentrée dans le glycol.

4.1.2. Cible d'épaisseur 0,1mm

La propagation des ondes A et A* a aussi été étudiée sur une cible en laiton de dimensions identiques à celle utilisée précédemment, mais d'épaisseur deux fois moindre (0,1mm), afin d'étudier le comportement de ces ondes pour de plus petits produits F.E.

Observation de l'onde A

L'onde A est générée dans de bonnes conditions, étant donné qu'elle est concentrée dans l'eau dans la gamme de F.E étudiée (un absorbant placé dans l'eau près de la cible perturbe fortement sa propagation). Le signal temporel correspondant est présenté Figure 20 sur laquelle on remarque le mélange hautes et basses fréquences correspondant au maximum de la courbe de dispersion (Figure 21).

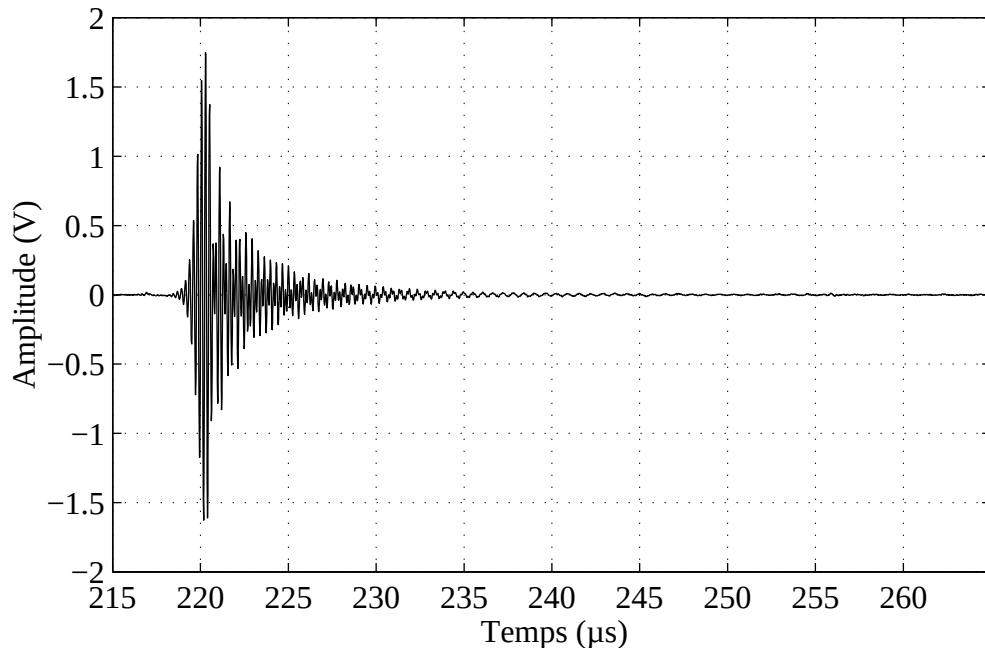


Figure 20: Onde A sur une interface plane eau/laiton/glycol: signal temporel ($E=0,1\text{mm}$, $L=200\text{mm}$).

L'accord théorie/expérience est bon et on constate un décalage pour F.E $>0,3\text{MHz.mm}$ identique à celui obtenu avec la plaque d'épaisseur $0,2\text{mm}$ qui pourrait être attribuée à des caractéristiques (vitesse, masse volumique) du glycol légèrement différentes de celles annoncées dans la référence 4. La viscosité du glycol pourrait être prise en compte.

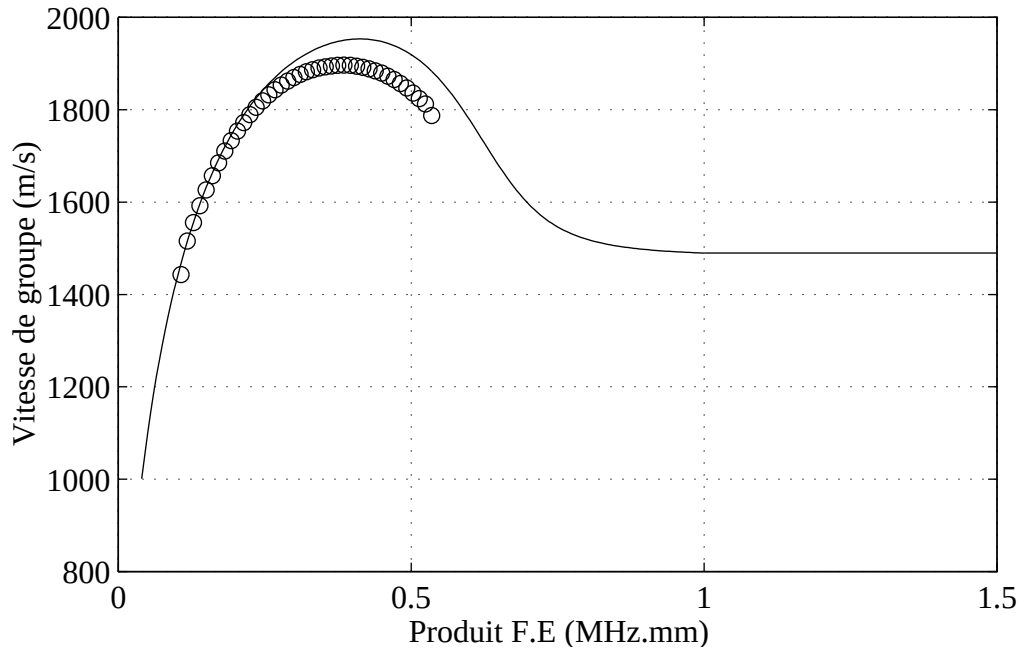


Figure 21: Onde A sur une interface plane eau/laiton/glycol ($E=0,1\text{mm}$, $L=200\text{mm}$). Vitesses de groupe théorique (—) et expérimentale (o o o).

Recherche de l'onde A*: Onde A**

A part l'onde A, aucune onde aussi dispersive n'a été observée en dessous de $F.E=1\text{MHz.mm}$. Seule une onde très peu dispersive, notée onde A**, est très visible : sa vitesse de groupe est proche de celle du son dans le glycol (Figure 22 et Figure 23). L'onde A** est générée à l'angle critique eau/glycol et émet de l'énergie à cet angle au cours de sa propagation. Un absorbant placé sur son parcours, côté eau n'altère que très peu sa propagation, cette onde est donc concentrée soit dans la plaque, soit dans le glycol. Comme l'onde A*, elle peut être générée au milieu de la plaque en respectant le bon angle. Par contre cette onde, moins atténuée que l'onde A*, est capable de se propager sur une grande distance.

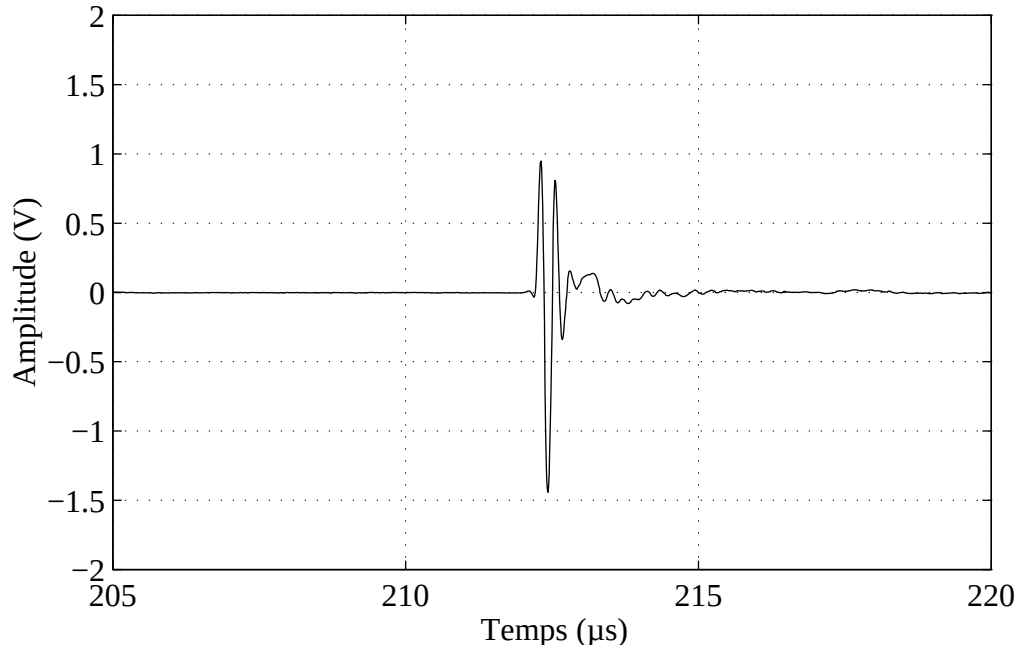


Figure 22: Onde A** sur une interface plane eau/laiton/glycol: signal temporel ($E=0,1\text{mm}$, $L=200\text{mm}$).

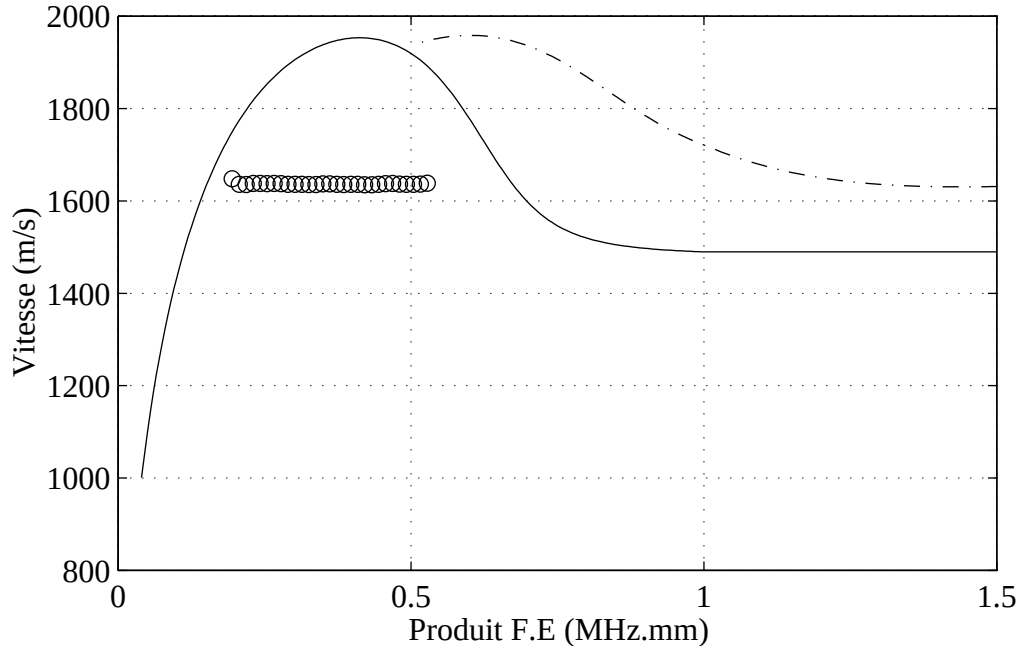


Figure 23: Onde A** sur une interface plane eau/laiton/glycol ($E=0,1\text{mm}$, $L=200\text{mm}$). Vitesse de groupe théorique (---) de l'onde A*, vitesse de groupe expérimentale (o o o) de l'onde A** et vitesse de groupe théorique de l'onde A (—).

4.2. Cas eau/laiton/propanol

La cible est maintenant remplie de propanol, liquide choisi pour sa vitesse du son (1170m/s) plus faible que celle de l'eau 4. A la lumière des précédents résultats théoriques et expérimentaux, vu la forme de la cible utilisée, le propanol est intéressant car ce qui se passait à l'intérieur de la cible dans le cas précédent est maintenant observable à l'extérieur.

4.2.1. Cible d'épaisseur 0,2mm

Observation des ondes A et A:*

Des deux ondes A et A*, l'onde A* est la première que l'on observe avec des réglages même grossiers. On la génère facilement pour α (resp. β) compris entre 0° et 90° . L'utilisation d'angles proches de l'angle critique eau/propanol (environ 52°) permet d'obtenir des signaux de niveau plus élevé (Figure 24).

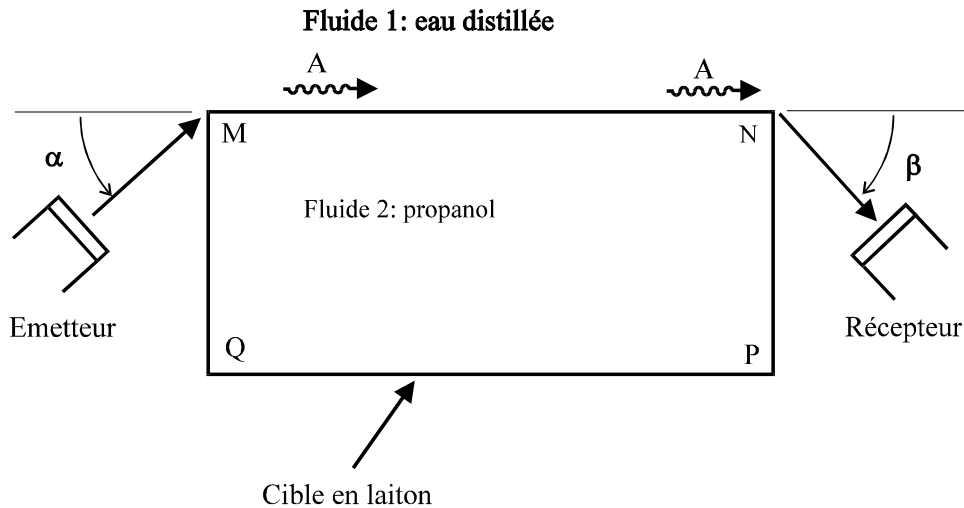


Figure 24: Dispositif d'observation des ondes A et A*: interface plane eau/laiton/propanol.

L'onde A est beaucoup plus difficilement observable que dans le cas précédent. Pour la générer en M et l'observer en N, il faut placer les transducteurs avec des angles

$\alpha = \beta = 50^\circ$, afin de générer une onde longitudinale dans le propanol, parallèlement à la face MN.

On observe alors les deux ondes au cours de la même manipulation (Figure 25). L'onde A occupe toute la fenêtre temporelle observée et l'onde A* s'y superpose pour des temps compris entre 280 μ s et 285 μ s. Les courbes de dispersion correspondantes sont données Figure 26 et correspondent bien aux valeurs théoriques. On remarque que l'onde A se propage sur une large gamme de produit F.E (0,15 à 1MHz.mm) alors que l'onde A* n'est observée que pour F.E > 0,6MHz.mm.

La propagation de l'onde A n'est pas perturbée quand on place un absorbant sur le trajet MN, côté eau. Si nous comparons avec ce qui a été observé pour la même cible remplie de glycol, on montre que dans la gamme de produits F.E élevés étudiée, l'onde A est effectivement concentrée dans le fluide le plus lent (ici le propanol).

L'onde A* est par ailleurs facilement générée par conversion d'une onde de volume incidente quel que soit α . Sa propagation est très altérée si on place un absorbant côté eau sur la cible. En faisant encore une comparaison avec la cible remplie de glycol, on montre que l'onde A* est concentrée dans le fluide le plus rapide (ici l'eau). L'émission d'énergie de l'onde A* dans le propanol ne peut être ici directement observée, car la face PQ de la cible est en PVC. C'est la raison pour laquelle nous allons compléter ces résultats par l'étude d'une cible en duraluminium qui possède les quatre faces en métal. On pourra alors observer l'émission d'énergie de l'onde A* dans le propanol sur la face MN, en direction de la face PQ.

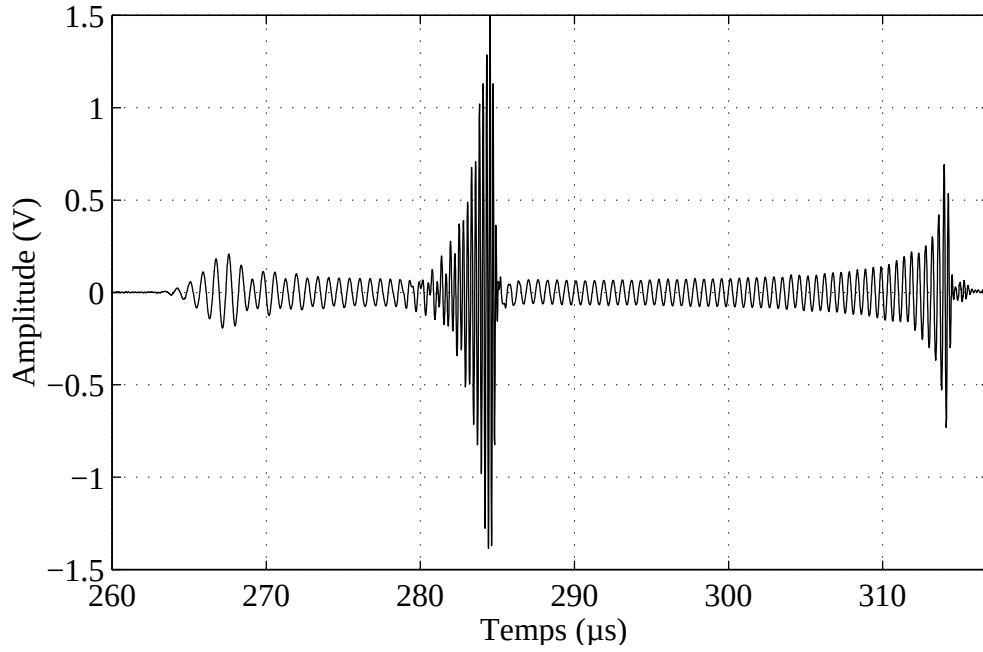


Figure 25: Ondes A et A* sur une interface plane eau/laiton/propanol: ($E=0,2\text{mm}$, $L=200\text{mm}$). Entre $280\mu\text{s}$ et $285\mu\text{s}$: superposition des deux ondes, et en dehors: onde A seule.

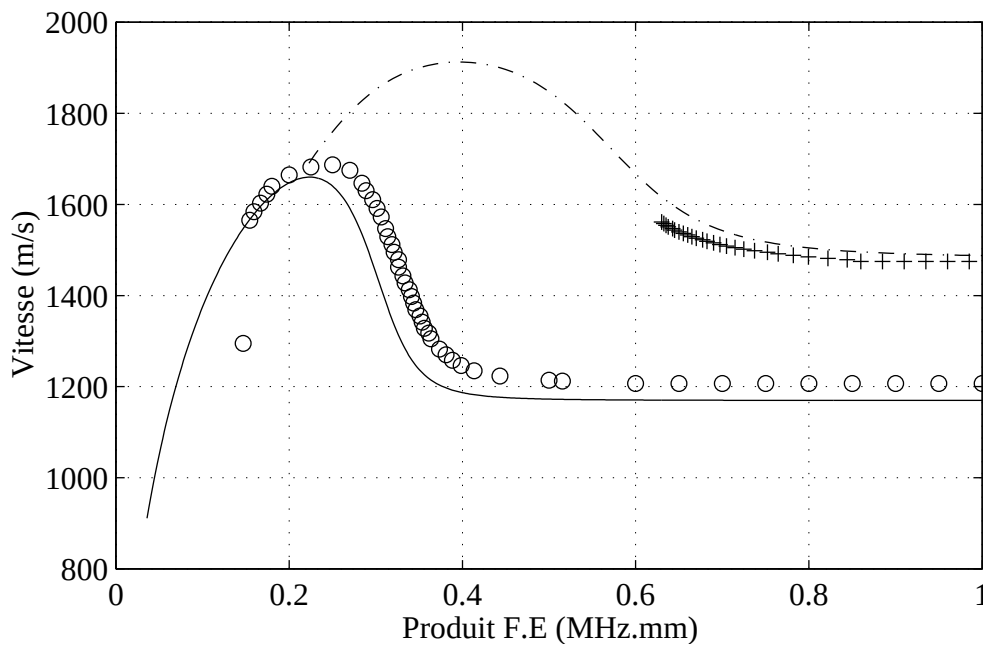


Figure 26: Ondes A et A* sur une interface plane eau/laiton/propanol ($E=0,2\text{mm}$, $L=53\text{mm}$). Vitesses de groupe théorique (---) et expérimentale (+ + +) de l'onde A*. Vitesses de groupe théorique (___) et expérimentale (o o) de l'onde A.

4.3. Cas eau/dural/glycol

Observation de l'onde A

L'onde A est observée comme dans le cas eau/laiton/glycol après une propagation sur la totalité de la face MN sans émettre d'énergie (Figure 27). La courbe de dispersion expérimentale (Figure 28) et la courbe théorique coïncident. L'onde A est observée pour un produit F.E compris entre 0,35 et 0,6MHz.mm. Comme dans le cas du laiton, sa propagation est fortement perturbée par un absorbant placé côté eau.

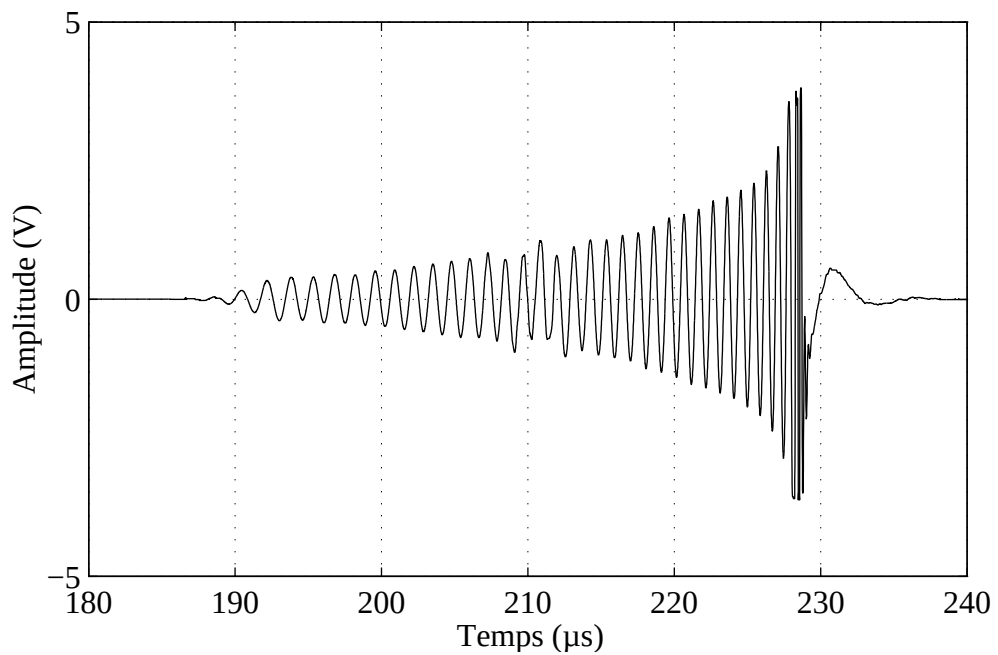


Figure 27: Onde A sur une interface plane eau/dural/glycol: signal temporel ($E=0,5\text{mm}$, $L=200\text{mm}$).

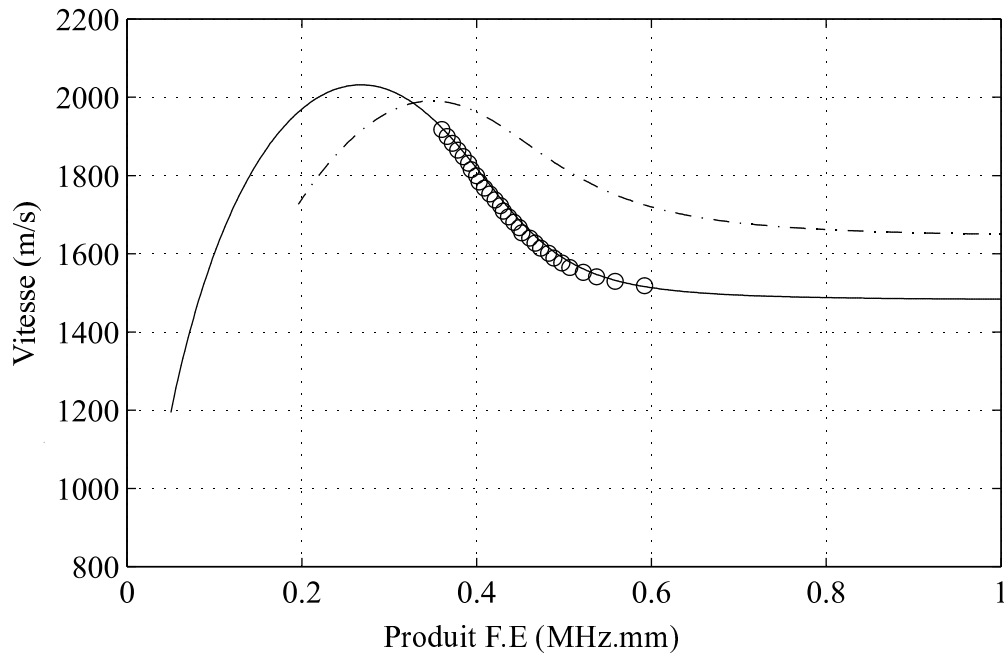


Figure 28: Onde A sur une interface plane eau/dural/glycol ($E=0,2\text{mm}$, $L=200\text{mm}$). Vitesses de groupe théorique (—) et expérimentale (o o o) de l'onde A. Vitesse de groupe théorique (-.-.) de l'onde A*.

Observation de l'onde A* et de l'onde A**

L'onde A* est générée et observée en utilisant des angles $\alpha = \beta = 25^\circ$ (Figure 17) en étroite relation avec l'angle critique eau/glycol (64.16°). Elle se propage bien mieux que sur le laiton et elle est observable sur presque toute la longueur de la cible (Figure 29). On suit aussi (avec les mêmes angles) la propagation de l'onde A** qui a une vitesse proche de celle du son dans le glycol. La propagation de l'onde A* ainsi que celle de l'onde A** n'est pas du tout perturbée quand on place un absorbant sur la face MN tout comme dans le cas du laiton. La courbe de dispersion de l'onde A* observée est donnée Figure 30. L'onde A* est ainsi observée dans une gamme de produit F.E comprise entre 0,6 et 0,9 MHz.mm qui correspond à une zone où sa vitesse de phase est proche de celle du son dans le fluide dont la vitesse de phase est la plus élevée (glycol).

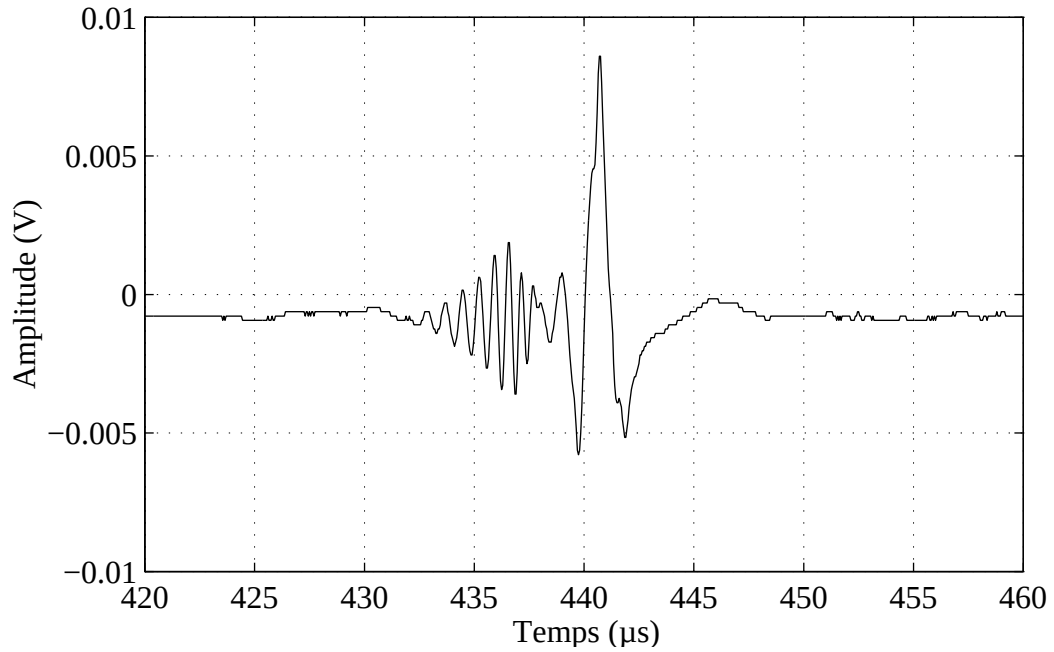


Figure 29: Onde A* sur une interface plane eau/dural/glycol: signal temporel ($E=0,5\text{mm}$, $L=150\text{mm}$).

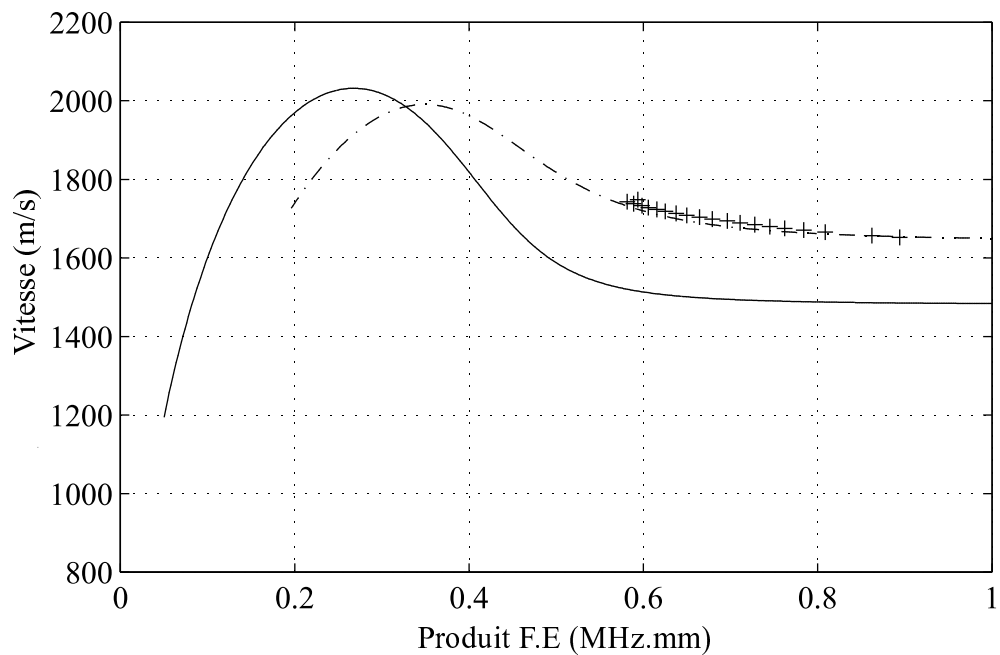


Figure 30: Onde A* sur une interface plane eau/dural/glycol ($E=0,2\text{mm}$, $L=150\text{mm}$). Vitesses de groupe théorique (---) et expérimentale (+ + +) de l'onde A*. Vitesse de groupe théorique (___) de l'onde A.

4.4. Cas eau/dural/propanol

Observation des ondes A et A*

Dans cette configuration, il est possible de générer et d'observer les deux ondes A et A* au cours d'une même manipulation. Avec des angles proches de ceux obtenus dans le cas du laiton, on obtient le signal temporel de la Figure 31 sur lequel on observe l'onde A* entre 220 et 230 μs , l'onde A étant présente sur toute la durée de l'enregistrement. Les courbes de dispersions obtenues à partir d'une analyse temps-fréquence (Figure 32) montrent un bon accord avec la théorie.

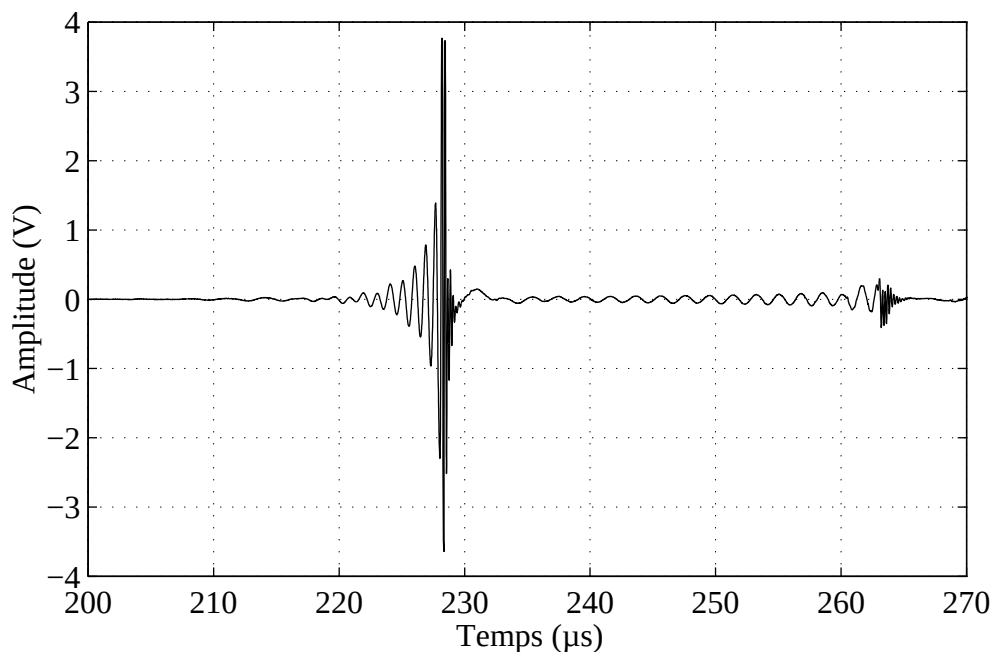


Figure 31: Ondes A et A* sur une interface plane eau/dural/propanol: signal temporel ($E=0,5\text{mm}$, $L=200\text{mm}$).

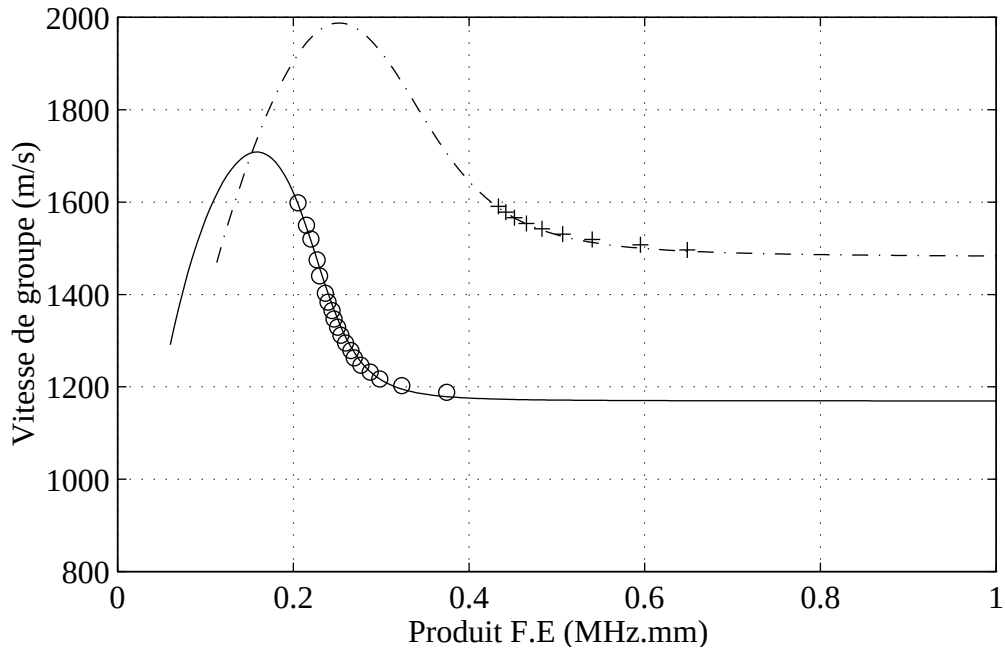


Figure 32: Ondes A et A* sur une interface plane eau/dural/propanol ($E=0,5\text{mm}$, $L=200\text{mm}$). Vitesses de groupe théorique (—) et expérimentale (o o o) de l'onde A. Vitesses de groupe théorique (-.-.-) et expérimentale (+ + +) de l'onde A*.

Mise en évidence des propriétés de l'onde A:*

On place un absorbant dans l'eau à partir du point S (Figure 33) de la cible afin d'empêcher la propagation de l'onde A* entre les points S et N. On empêche ainsi son émission d'énergie suivant l'angle β après le point S. Si on place un récepteur en regard du point N, on n'observe effectivement plus l'onde A*.

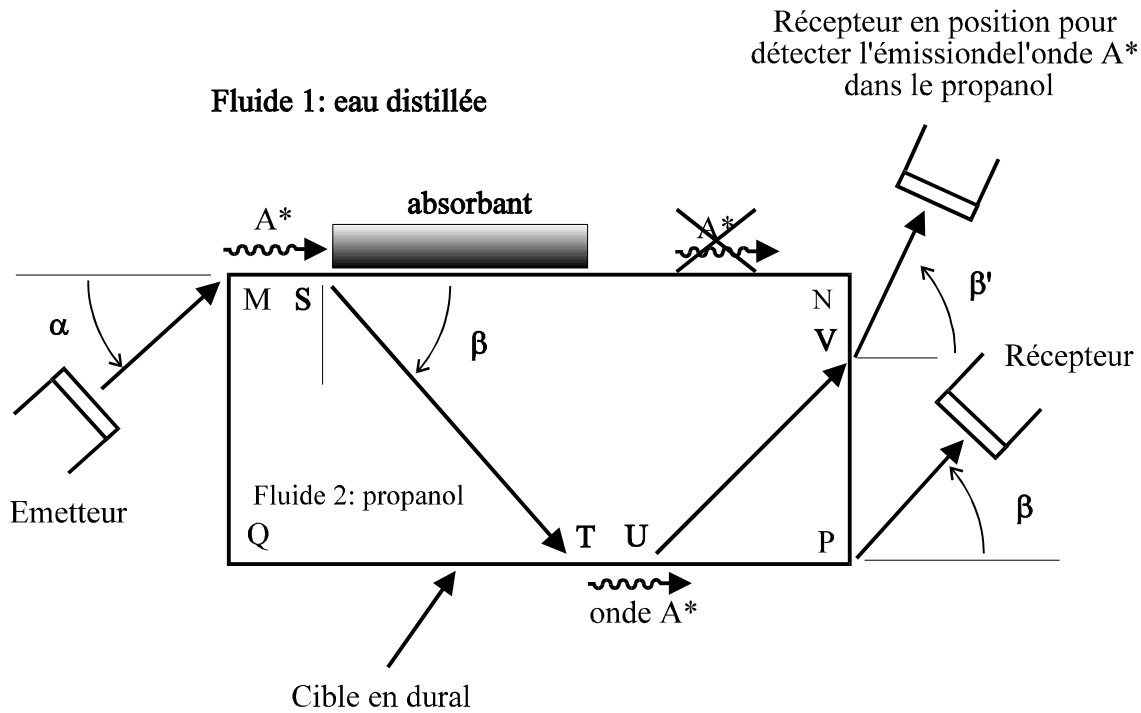


Figure 33: Mise en évidence des propriétés de l'onde A^*

En se plaçant au point P, on observe une onde A^* qui a été générée au point T. Cette onde émet de l'énergie au cours de son parcours entre les points T et P avec un angle β . Cette onde de volume, image de l'onde A^* qui a parcouru un trajet TU, est observée en se plaçant en regard du point V avec le bon angle β' . Et plus on déplace le point V vers le point P, plus le signal observé est proche de celui observé au point P. L'utilisation d'un absorbant permet d'affirmer que ce qui est observé en V n'est pas dû à la réflexion d'énergie sur la face QP de l'énergie de l'onde A^* qui se propagerait alors de S à N. De plus, un absorbant placé sur le trajet UP empêche la propagation de l'onde A^* , ce qui montre que l'onde A^* observée en P possède bien toute son énergie dans le fluide le plus rapide pour la zone de F.E observée.

4.5. Conclusion

L'étude expérimentale de la propagation de l'onde A sur une plaque plane en contact avec deux fluides différents a permis de mettre en évidence plusieurs phénomènes intéressants.

Concernant l'onde A:

- (1) L'onde A est observée dans une large gamme de produit F.E.
- (2) Pour de grands produits F.E, l'onde A est liée aux propriétés du liquide le plus lent à la fois par sa vitesse de groupe qui tend vers celle de l'onde de Scholte à l'interface solide/liquide le plus lent et par sa répartition d'énergie essentiellement dans le fluide le plus lent.

On observe également une nouvelle onde, appelée A*:

- (1) Cette onde A* n'est observée que dans une zone de produit F.E élevée dans laquelle elle est beaucoup moins atténuée.
- (2) Pour de grands produits F.E l'onde A* tend vers l'onde de Scholte à l'interface solide/liquide le plus rapide. Son énergie est alors principalement dans le fluide le plus rapide.

5. Bibliographie

- [1] H. DUFLO, "Diffraction de l'onde de Scholte. Dièdre sous incidence oblique. Etude de réseaux de stries", Thèse, Université Le Havre (1994).
- [2] G. MAZE, F. LEON, J. RIPOCHE, A. KLAUSON, J. METSAVEER, H. ÜBERALL, "Nature de l'onde d'interface de Scholte sur une coque cylindrique", *Acustica*, 81 (1995), 201-213.
- [3] L. ADLER, V. F. GODINEZ, "A study of Acoustic Surface Waves on Fluid-Saturated Porous Solids", 1st Ultrasonics World Congress, Proceedings, 1 (1995), 113-118.
- [4] S. FENG, D.L. JOHNSON, "High-frequency acoustic properties of a fluid/porous solid interface. I. New surface mode", *J. Acoust. Soc. Am.*, 74 (3) (1983), 906-914.
- [5] A. TINEL, J. DUCLOS, "An alternative method for generating Scholte waves", *Acoustics Letters*, 15 (1991), 30-35.
- [6] V. A. Del GROSSO, C. W. MADER, "Speed of sound in pure water", *J. Acoust. Soc. Am.*, 52 (1972), 1442-1446.
- [7] L. MARTINEZ, J. DUCLOS, A. TINEL, "Propagation of Scholte A wave in a plane plate", *Acoustics Letters*, 20-6 (1996), 111-120.
- [8] L. MARTINEZ, J. DUCLOS, A. TINEL, N. VEKSLER, "A-wave propagation in a plane plate in contact with various fluids", 4^{ème} Congrès Français d'Acoustique, Marseille, France, 14-18 avril 1997, Proceedings, 1997, 2, 1221-1224.
- [9] J. DUCLOS, L. MARTINEZ, N.D. VEKSLER, "Non uniform bending waves in contact with two different liquids: Theory and Experiments", *J. Acoust. Soc. Am.*, (soumis).
- [10] R.C. WEAST, "CRC Handbook of Chemistry and Physics", CRC Press, Florida, 1987.

CHAPITRE IV

MODELISATION DE LA PROPAGATION D'UNE ONDE DE SURFACE A L'AIDE DU LOSANGE DE FOURIER

Sommaire du chapitre IV

1. INTRODUCTION.....	5
2. ESPACES ASSOCIÉS AU LOSANGE DE FOURIER.....	6
2.1. LOSANGE DE FOURIER	6
2.2. REPRÉSENTATION SPATIO-TEMPORELLE.....	7
2.3. REPRÉSENTATION SPATIO-FRÉQUENTIELLE.....	9
2.4. REPRÉSENTATION TOUT FRÉQUENCE.....	11
2.5. REPRÉSENTATION FRÉQUENCE SPATIALE-TEMPS (OU ENCORE VECTEUR D'ONDE-TEMPS)	13
2.6. LOSANGE DE FOURIER COMPLET ASSOCIÉ À UNE ONDE MONOCHROMATIQUE NON-ATTÉNUÉE OU ATTÉNUÉE	15
3. MODÉLISATION DE LA PROPAGATION D'UNE ONDE DISPERSIVE ATTÉNUÉE À L'AIDE DU LOSANGE DE FOURIER	18
3.1. REPRÉSENTATION SPATIO-FRÉQUENTIELLE.....	18
3.2. REPRÉSENTATION TOUT FRÉQUENCE.....	21
3.2.1. Coupe de K_{si} à pulsation constante.....	21
3.2.2. Coupe de K_{si} à fréquence spatiale constante	23
3.2.3. Cas où K'' peut être considéré constant.....	24
3.2.4. Relations avec l'énergie.....	25
3.2.5. Onde atténuée et dispersive se propageant selon les x négatifs	26
3.3. REPRÉSENTATION FRÉQUENCE SPATIALE-TEMPS.....	26
3.4. REPRÉSENTATION SPATIO-TEMPORELLE.....	28
3.5. VUE D'ENSEMBLE DES QUATRE ESPACES: S.W.A.M.....	29
4. CONCLUSION	31
5. RÉFÉRENCES.....	32

1. Introduction

Dans les chapitres précédents, nous avons étudié la propagation de l'onde A sur une cible plane. Cette onde non atténuée est générée par conversion d'une impulsion ultrasonore sur une extrémité de la plaque. Une analyse temps-fréquence a permis alors de caractériser complètement l'onde. Le but est maintenant d'étudier sa propagation sur une cible courbe. L'étude de la diffusion acoustique par des tubes immergés a révélé que cette onde existe toujours, mais qu'elle est atténuée. Avant de passer à l'étude expérimentale proprement dite (Chapitre VII), nous avons besoin de développer des méthodes qui permettent de caractériser le vecteur d'onde complexe de cette onde en la suivant sur le tube (Chapitre VI).

Dans le présent chapitre, nous nous proposons de modéliser la propagation monodimensionnelle d'une onde de surface générée par une impulsion ultrasonore. En particulier l'onde dispose d'une quantité d'énergie finie appliquée en un point fixé de l'espace et du temps. Cette modélisation reflète mieux la réalité expérimentale et s'effectue à l'aide des quatre espaces associés au Losange de Fourier. Les propriétés de ces espaces serviront de base à la modélisation d'ondes atténuées sur le tube (Chapitre V) et la mise au point de nouvelles méthodes de caractérisation d'ondes de surface (Chapitre VI).

2. Espaces associés au losange de Fourier

2.1. Losange de Fourier

C'est G. Bonnet [1], [2] qui a défini le premier le losange de Fourier et les quatre espaces de représentation d'une onde se propageant dans un milieu mono-dimensionnel. Ces espaces lui ont permis de définir des critères rigoureux d'évaluation de la vitesse de groupe dans le cas d'une onde non-atténuée.

On peut récapituler les quatre espaces de représentation possibles d'une onde en utilisant le losange de Fourier (Figure 1), dont les quatre sommets sont les quatre représentations possibles se rapportant à un même signal:

- représentation spatio-temporelle $s(x, t)$,
- représentation spatio-fréquentielle $S(x, \omega)$, avec ω pulsation temporelle
- représentation tout-fréquence $Ksi(k, \omega)$, avec k pulsation spatiale
- représentation vecteur d'onde-temps $\aleph(k, t)$ (prononcer N).

On passe d'un sommet à un sommet adjacent du losange par transformée de Fourier directe (ou inverse). Les transformées de Fourier spatiale ou temporelle utilisées sont définies de la façon suivante:

Transformée de Fourier temporelle directe:

$$S(x = \text{cte}, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(x = \text{cte}, t) e^{j\omega t} dt$$

$$Ksi(k = \text{cte}, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \aleph(k = \text{cte}, t) e^{j\omega t} dt$$

Transformée de Fourier temporelle inverse:

$$s(x = \text{cte}, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} S(x = \text{cte}, \omega) e^{-j\omega t} d\omega$$

$$\aleph(k = \text{cte}, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} Ksi(k = \text{cte}, \omega) e^{-j\omega t} d\omega$$

Transformée de Fourier spatiale directe:

$$K_{si}(k, \omega = cte) = \int_{-\infty}^{+\infty} S(x, \omega = cte) e^{-jkx} dx$$

$$\aleph(k, t = cte) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(x, t = cte) e^{-jkx} dx$$

Transformée de Fourier spatiale inverse:

$$S(x, \omega = cte) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} K_{si}(k, \omega = cte) e^{jkx} dk$$

$$s(x, t = cte) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \aleph(k, t = cte) e^{jkx} dk$$

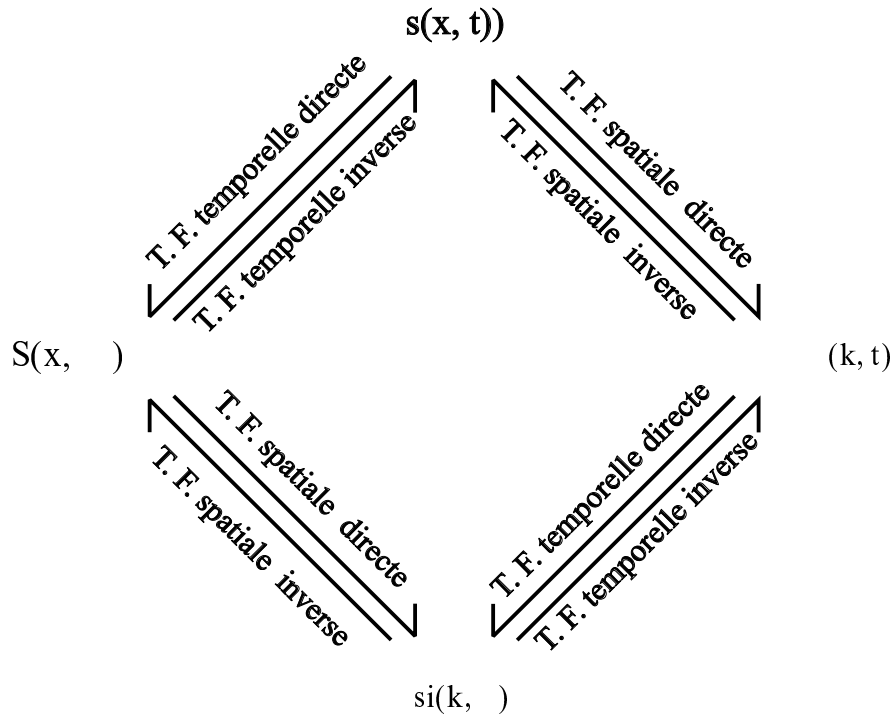


Figure 1: Losange de Fourier.

Regardons les représentations d'une onde monochromatique non atténuée dans ces différents espaces.

2.2. Représentation spatio-temporelle

Pour une onde se propageant sur un support quelconque, une des premières représentations qui vient à l'esprit de l'expérimentateur est ce qui apparaît à l'écran de

son oscilloscope: l'évolution de l'onde au cours du temps t , pour une position donnée x . Soit $s(x, t)$ l'amplitude du signal observé à la position x et à l'instant t . C'est la représentation spatio-temporelle de l'onde.

Une onde mono-chromatique non atténuée de pulsation ω_0 et de vecteur d'onde K_0 réel positif est traditionnellement modélisée, dans l'espace spatio-temporel, par $s(x, t) = e^{j(K_0x - \Omega_0t)}$. La partie réelle de s est représentée Figure 2.

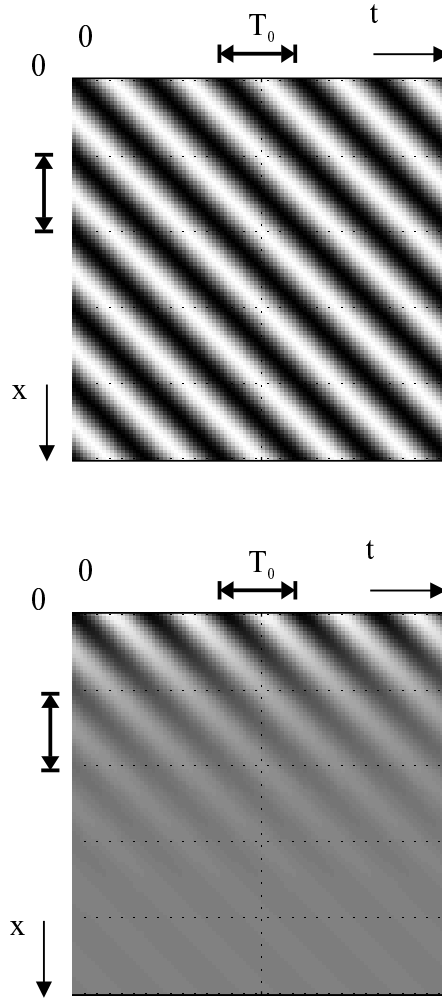


Figure 2: Représentation spatio-temporelle (partie réelle) d'une onde monochromatique non atténuée (en haut) et atténuée (en bas).

Une coupe à position constante x de la partie réelle $\text{Re}(s(x = \text{cte}, t))$ est un cosinus de période temporelle $T_0 = \frac{2\pi}{\Omega_0}$. Une coupe à $t = \text{cte}$ de la partie réelle $\text{Re}(s(x, t = \text{cte}))$ est

un cosinus dont la période spatiale est la longueur d'onde $\lambda_0 = \frac{2\pi}{K_0}$. Chaque ligne de

crête suivie en fonction des deux variables x et t est une droite de pente égale à la vitesse de phase $V_p = \Omega_0 / K_0$.

Pour une onde monochromatique atténuée de vecteur d'onde complexe $K_0 = K' + jK''$, la représentation spatio-temporelle définie pour $x > 0$ est:

$$s(x, t) = \delta^{-1}(x) e^{-K''x} e^{j(K'x - \Omega_0 t)},$$

$$\text{avec } \delta^{-1} \text{ échelon de Heaviside: } \delta^{-1}(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \geq 0 \\ 0 & \text{si } x < 0 \end{cases}.$$

Cette onde possède les mêmes propriétés de phase que celles de l'onde monochromatique non-atténuée avec $V_p = \Omega_0 / K'$. L'amplitude est ici décroissante suivant x , de coefficient d'amortissement K'' (Figure 2).

2.3. Représentation spatio-fréquentielle

La représentation spatio-fréquentielle $S(x = \text{cte}, \omega)$ est la transformée de Fourier temporelle directe de $s(x = \text{cte}, t)$.

Pour une onde monochromatique non atténuée

$$S(x, \omega) = \delta(\omega - \Omega_0) e^{jK_0 x}$$

S est nulle partout sauf sur la coupe à pulsation constante Ω_0 . Dans cette coupe

$S(x, \omega = \Omega_0)$ a une partie réelle en cosinus, de période la longueur d'onde $\lambda_0 = \frac{2\pi}{K_0}$ et

son module est constant (Figure 3).

On remarque que la façon d'écrire l'onde dicte la définition de la transformée de Fourier temporelle pour placer Ω_0 dans les fréquences positives.

Pour une onde monochromatique atténuée

$$S(x, \omega) = \delta(\omega - \Omega_0) \delta^{-1}(x) e^{-K''x} e^{jK'x}.$$

Comme pour l'onde monochromatique non-atténuée, S est nulle partout sauf pour $\omega = \Omega_0$. Par contre, le module de $S(x, \omega = \Omega_0)$ révèle l'exponentielle décroissante suivant x , traduisant l'atténuation spatiale (Figure 3).

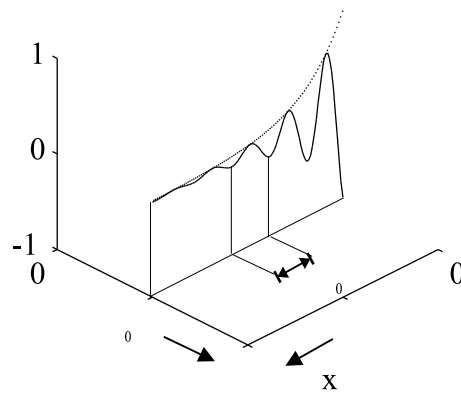
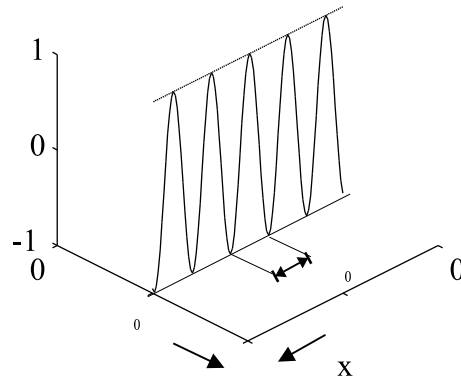


Figure 3 : Module et partie réelle de la représentation spatio-fréquentielle d'une onde monochromatique non atténuée (en haut) et atténuée (en bas).

2.4. Représentation tout-fréquence

Connaissant $S(x, \omega)$, pour chaque pulsation $\omega = \text{cte}$ on calcule la transformée de Fourier spatiale de $S(x, \omega = \text{cte})$. On obtient alors une représentation tout fréquence de l'onde: $Ksi(k, \omega)$. Dans ce troisième espace de représentation possible de l'onde, la variable duale de x est une fréquence spatiale que l'on note χ (nombre d'onde s'exprimant en m^{-1}). Elle est reliée à la pulsation spatiale k qui a la dimension d'un vecteur d'onde par la relation $k = 2\pi\chi$, et à la période spatiale λ (longueur d'onde) par

$$\chi = \frac{1}{\lambda}.$$

Pour une onde monochromatique non-atténuée

$$Ksi(k, \omega) = \delta(k - K_0) \cdot \delta(\omega - \Omega_0)$$

Cette représentation (Figure 4) est nulle partout sauf pour le point (K_0, Ω_0) . Ce point est situé dans le quadrant des fréquences spatiale et temporelle positives. Cela justifie le choix des transformées de Fourier utilisées.

Pour une onde monochromatique atténuée

$$Ksi(k, \omega) = \delta(\omega - \Omega_0) \cdot \frac{j}{(K_0 - k)} \text{ et}$$

$$|Ksi(k, \omega)| = \delta(\omega - \Omega_0) \cdot \frac{1}{\sqrt{(K' - k)^2 + K''^2}}$$

Contrairement à l'onde monochromatique non-atténuée qui est représentée par un point, $|Ksi(k, \omega)|$ est une fonction de Breit-Wigner n'existant que selon une coupe obtenue pour $\omega = \Omega_0$ (Figure 4). La valeur maximale de $|Ksi(k, \omega)|$ est $\frac{1}{K''}$ pour $k = K'$. Le couple (K', Ω_0) peut donc être obtenu en localisant le maximum du module de Ksi .

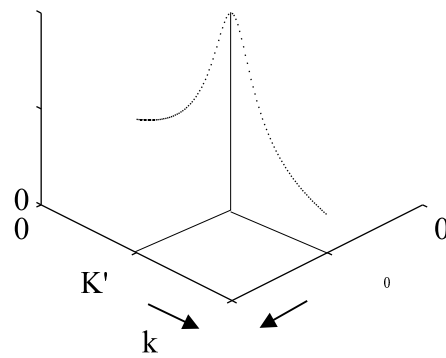
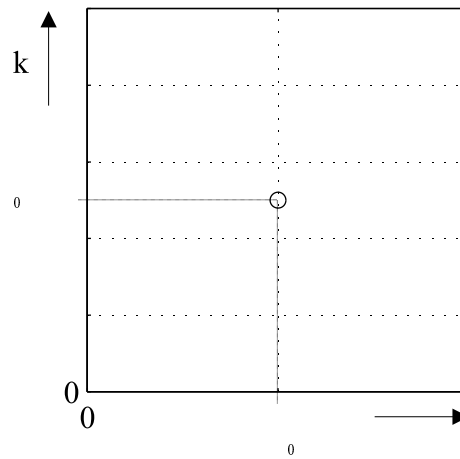


Figure 4: Onde monochromatique. Module de la représentation tout-fréquence Ksi .
Onde non atténuée (en haut) et atténuée (en bas).

2.5. Représentation fréquence spatiale-temps (ou encore vecteur d'onde-temps)

La représentation tout-fréquence est la transformée de Fourier en deux dimensions du signal spatio-temporel. On peut y parvenir soit, directement, par transformée de Fourier en deux dimensions, soit par le chemin que nous avons suivi, (transformée de Fourier temporelle puis spatiale). On peut aussi y parvenir par un quatrième espace dual de (x, ω) , en faisant d'abord une transformée de Fourier spatiale de $s(x, t=cte)$, on a ainsi une représentation fréquence spatiale-temps de l'onde $\mathfrak{N}(k, t)$. On accède ensuite à la représentation tout fréquence par une transformée de Fourier temporelle de $\mathfrak{N}(k, t)$.

Pour une onde monochromatique non-atténuée

La représentation vecteur d'onde-temps est

$$\mathfrak{N}(k, t) = \delta(k - K_0) e^{-j\Omega_0 t}$$

$\mathfrak{N}$ est nulle partout sauf sur la coupe $k = K_0$. Sa partie réelle est un cosinus, de période

$$T_0 = \frac{2\pi}{\Omega_0} \text{ et son module est constant (Figure 5).}$$

Pour une onde monochromatique atténuée

$$\mathfrak{N}(k, t) = \frac{j}{(K_0 - k)} e^{-j\Omega_0 t}$$

Une coupe de $\mathfrak{N}(k = cte, \omega)$ est une exponentielle complexe non-amortie du temps. Le

module $|\mathfrak{N}(k, t)| = \frac{1}{\sqrt{(K' - k)^2 + K''^2}}$ possède le maximum $\frac{1}{K''}$ pour $k = K'$ et ce, quelle

que soit la pulsation ω . La fonction de Breit-Wigner exprime l'étalement de l'énergie autour de la valeur $k=K'$ (Figure 5).

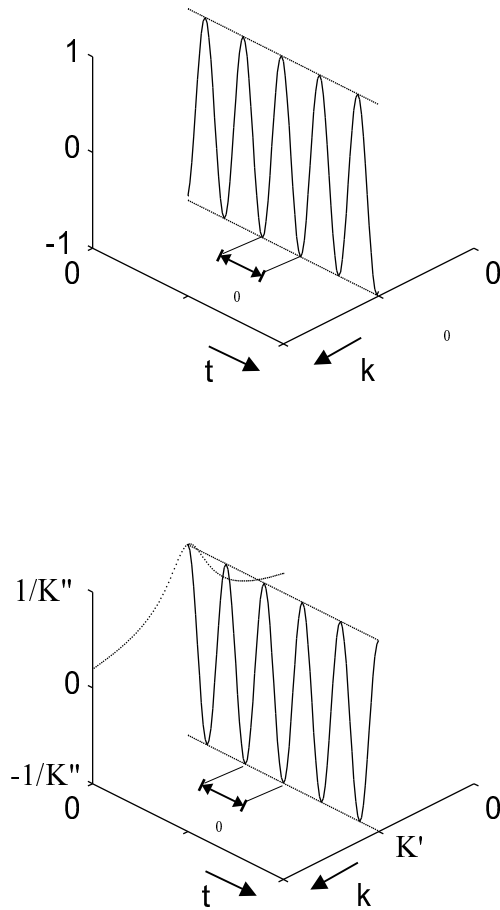


Figure 5: Onde monochromatique. Représentation vecteur d'onde-temps $\mathfrak{X}(k, t)$ (module et partie réelle). Onde non atténuée (en haut) et atténuée (en bas).

2.6. Losange de Fourier complet associé à une onde monochromatique non-atténuée ou atténuée

Pour une onde monochromatique non-atténuée, nous avons regroupé les quatre représentations possibles dans le losange de Fourier (Figure 6). Cette onde existe tout le temps et partout dans l'espace spatio-temporel. Ainsi dès qu'une transformée de Fourier temporelle ou spatiale est effectuée pour passer à l'un des trois autres espaces, une distribution de Dirac apparaît. Cette distribution localise alors précisément la variable duale: pulsation Ω_0 ou vecteur d'onde K_0 dans la représentation adéquate.

Par contre, une onde monochromatique spatialement atténuée doit être définie à partir d'une certaine position pour que $|s|$ reste fini et que les espaces de Fourier associés soient significatifs. On se rapproche d'ondes rencontrées dans la réalité (onde de Lamb générée pour une fréquence donnée).

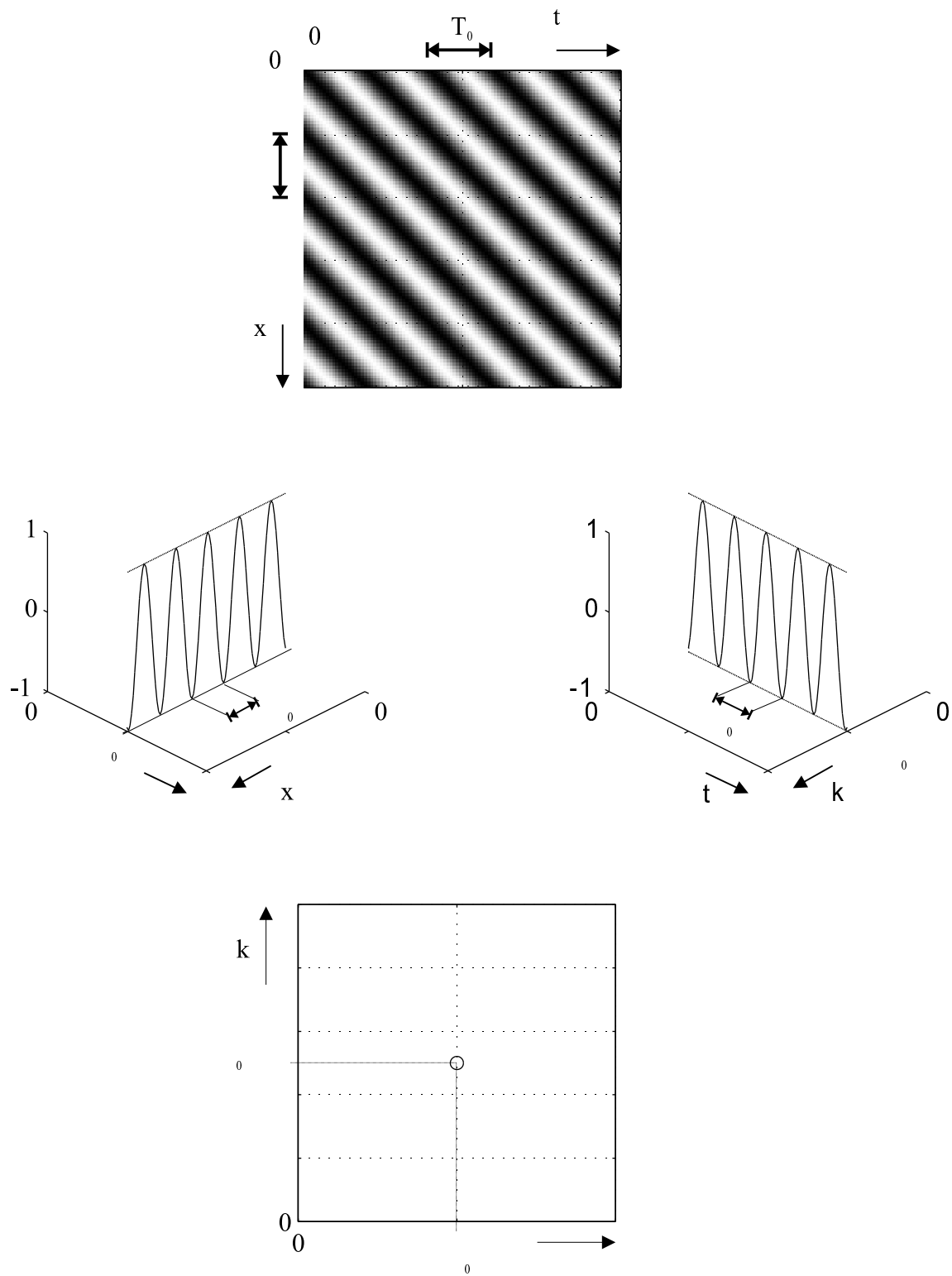


Figure 6: Losange de Fourier d'une onde monochromatique non atténuée. Partie réelle de s en haut, module et partie réelle de Ksi en bas, de S à gauche et de $\mathbf{x}$ à droite.

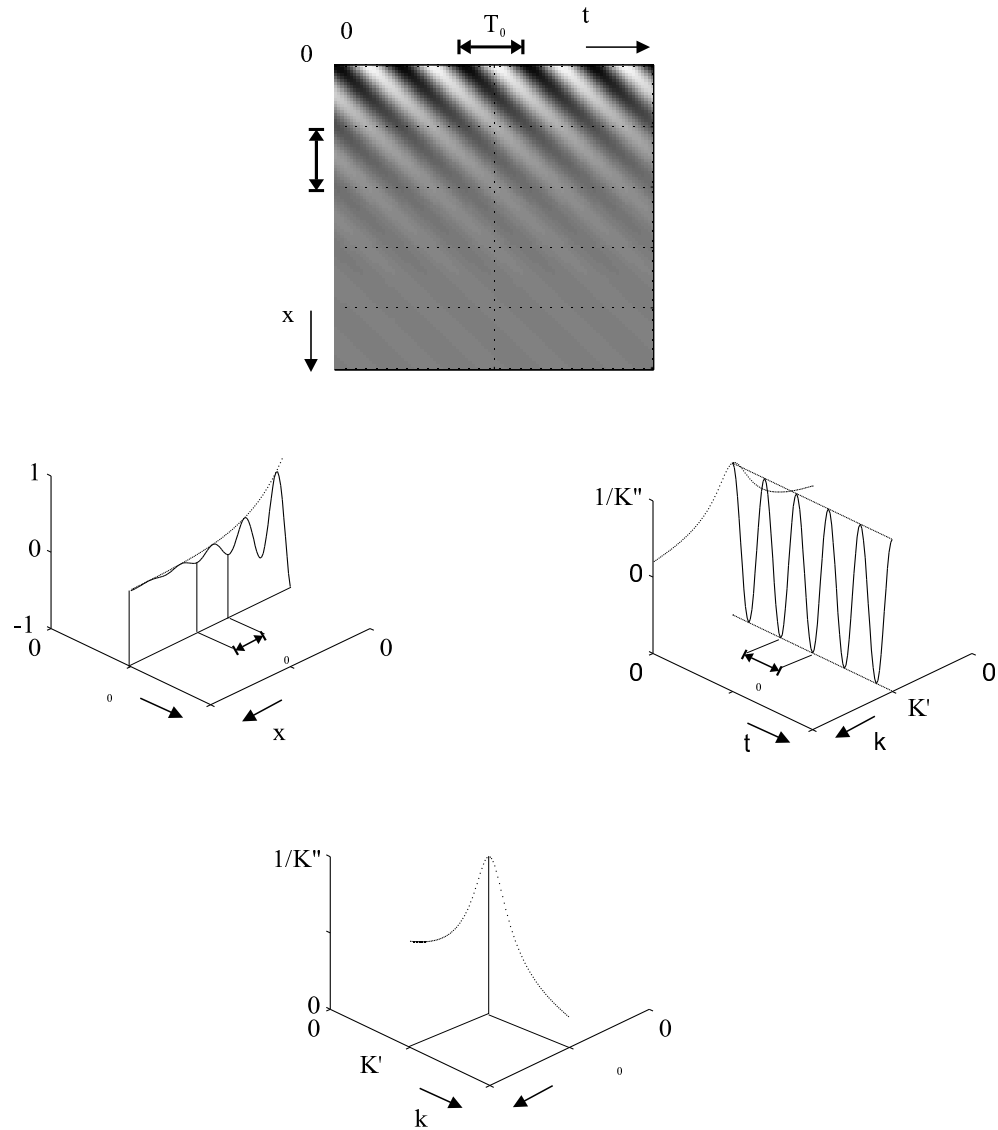


Figure 7 : Losange de Fourier associé à une onde monochromatique atténuée. s en haut (Partie réelle), Ks en bas, (Module et partie réelle), S (Module et partie réelle) à gauche et $\mathfrak{K}$ (module) à droite.

3. Modélisation de la propagation d'une onde dispersive atténuée à l'aide du losange de Fourier

3.1. Représentation spatio-fréquentielle

Nous avons choisi de modéliser la propagation d'une onde dans un sens arbitraire positif: l'onde n'existe qu'à partir d'un point de l'espace et du temps et se propage dans ce sens. Ceci est tout à fait réaliste pour les ondes ultrasonores que nous étudierons par la suite.

Pour une onde générée par un signal bref, le signal temporel observé $s(x \approx 0, t)$ près de la position $x=0$ ressemble fort à l'impulsion temporelle initiale, de spectre $H(\omega)$, car l'onde n'a ni la place ni le temps de manifester son caractère dispersif. Cependant, afin de s'affranchir d'éventuels problèmes transitoires à l'origine vraie ($x=0$ et $t=0$) de l'onde, plaçons l'origine de l'observation de l'onde plus loin, de telle manière que pour le nouveau $x=0$, on observe uniquement la bande spectrale $H(x=0, \omega)$ propre à l'onde. Par exemple, une onde se propageant suivant la direction $x>0$ et atténuée au cours de sa propagation est caractérisée par un vecteur d'onde complexe: $K = K' + jK''$ où K' et K'' sont positifs comme dans le chapitre I et sont des fonctions de ω puisque l'onde est dispersive. Pour une nouvelle position x positive donnée, le contenu spectral évolue alors de la façon suivante:

$$S(x, \omega = \text{cte}) = \delta^{-1}(x) H(x=0, \omega) e^{jKx}.$$

$$S(x, \omega = \text{cte}) = \delta^{-1}(x) H(x=0, \omega) e^{-K''x} e^{jK'x}$$

Supposons que l'on dispose de l'histoire spatio-fréquentielle de l'onde pour un ensemble de positions x successives. Pour une pulsation $\omega = \text{cte}$ on voit que l'amplitude spectrale complexe $S(x, \omega = \text{cte})$ est une exponentielle complexe amortie, d'amortissement K'' et

de pseudo-période la longueur d'onde $\lambda = \frac{2\pi}{K'}$.

La Figure 8 montre l'évolution du module de $S(x, \omega)$ en fonction de ω et x pour une onde quelconque. Cette onde arbitraire a été choisie telle que K' et K'' soient des fonctions croissantes de la pulsation ω . Les deux coupes de la partie réelle de $S(x, \omega)$ pour les pulsations ω_1 et ω_2 montrent clairement la décroissance exponentielle de

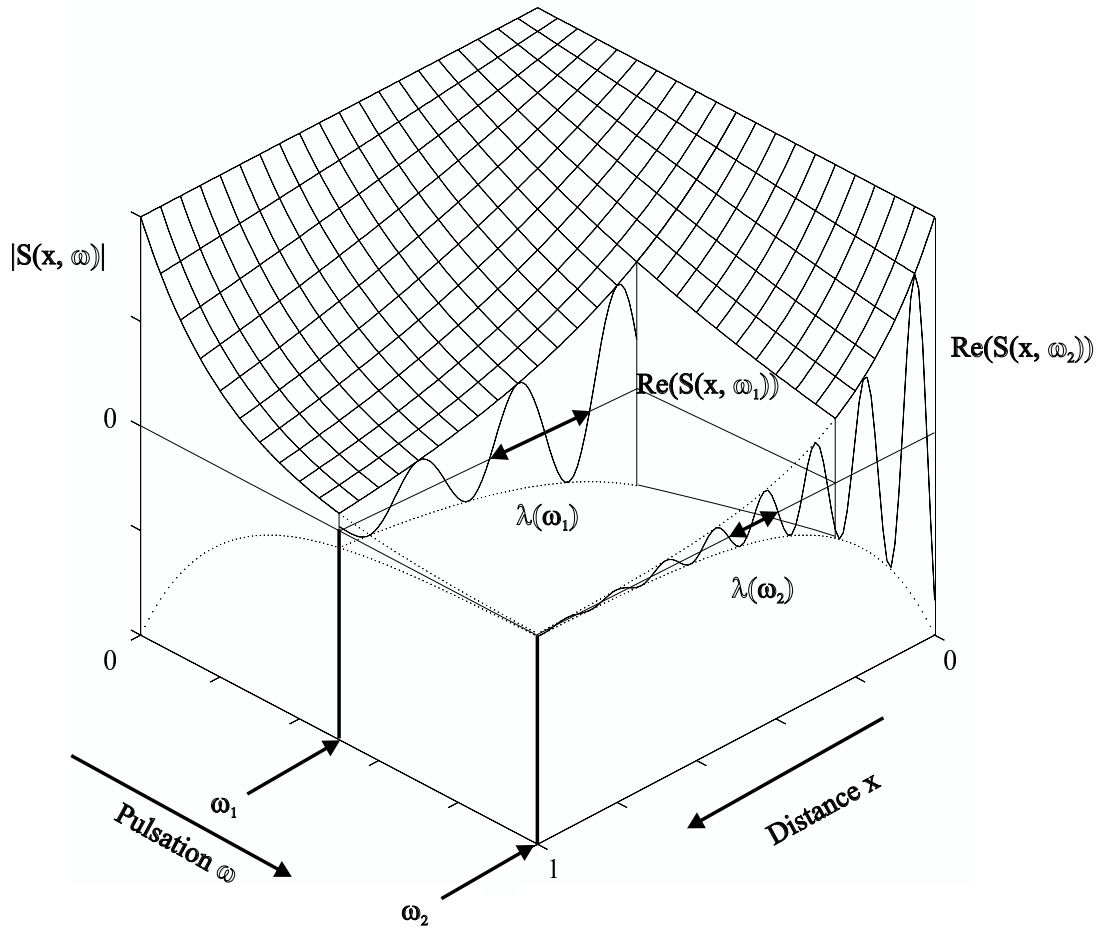
$S(x, \omega)$ en fonction de x . La pseudo-période spatiale est la longueur d'onde

$\lambda(\omega) = \frac{2\pi}{K'(\omega)}$ à la pulsation ω et le coefficient d'amortissement est $K''(\omega)$.

Cette représentation spatio-fréquentielle de l'onde présente deux intérêts:

Dans le cadre d'une étude expérimentale, où l'on recueille les spectres successifs de l'onde, on peut, par identification de modèles A.R.M.A., évaluer les caractéristiques de l'onde: atténuation et longueur d'onde, ainsi que son sens de propagation. C'est le principe de la méthode spatiale d'analyse d'ondes de surface (Spatial-Surface Wave Analysis Method: S.-S.W.A.M.).

Le second intérêt est de pouvoir modéliser des spectres ou des signaux temporels théoriques sur des objets limités par exemple. Connaissant les vecteurs complexes K théoriques, par transformée de Fourier temporelle inverse de S , on revient au domaine temporel et on modélise $s(t)$.



3.2. Représentation tout-fréquence

On peut aller plus loin dans l'analyse du problème. En effet, nous avons vu que la transformée de Fourier d'une exponentielle décroissante possède des propriétés intéressantes [3]. La représentation tout-fréquence d'une onde atténuée se définit par transformée de Fourier spatiale de S.

$$K_{si}(k, \omega) = \frac{H(x=0, \omega)}{j(k - K)}$$

Remplaçons alors K par sa valeur complexe,

$$K_{si}(k, \omega) = \frac{H(x=0, \omega)}{K'' + j(k - K')}$$

Le module de cette expression est:

$$|K_{si}(k, \omega)| = |H(x=0, \omega)| \frac{1}{\left((K'')^2 + (k - K')^2 \right)^{\frac{1}{2}}}$$

3.2.1. Coupe de Ksi à pulsation constante

Pour une pulsation ω donnée, une coupe de la représentation tout fréquence est une fonction de Breit-Wigner. La Figure 9 montre l'évolution du module au carré de $K_{si}(k, \omega)$ pour une onde arbitraire. La coupe effectuée pour une pulsation ω^* constante illustre le fait que $K_{si}(k, \omega^*)$ est maximal quand $k = K'(\omega^*)$. La ligne de crête obtenue en repérant les maxima de coupes successives permet ainsi d'identifier l'évolution de K' en fonction de ω . On a ainsi la courbe de dispersion de l'onde.

La largeur à mi-hauteur $2K''$ du module au carré est aussi représentée. En procédant à une identification de K, on peut ainsi accéder directement à l'évolution de K' et K'' en fonction de ω .

Nous allons maintenant regarder la signification d'une coupe de $K_{si}(k, \omega)$ pour une fréquence spatiale constante.

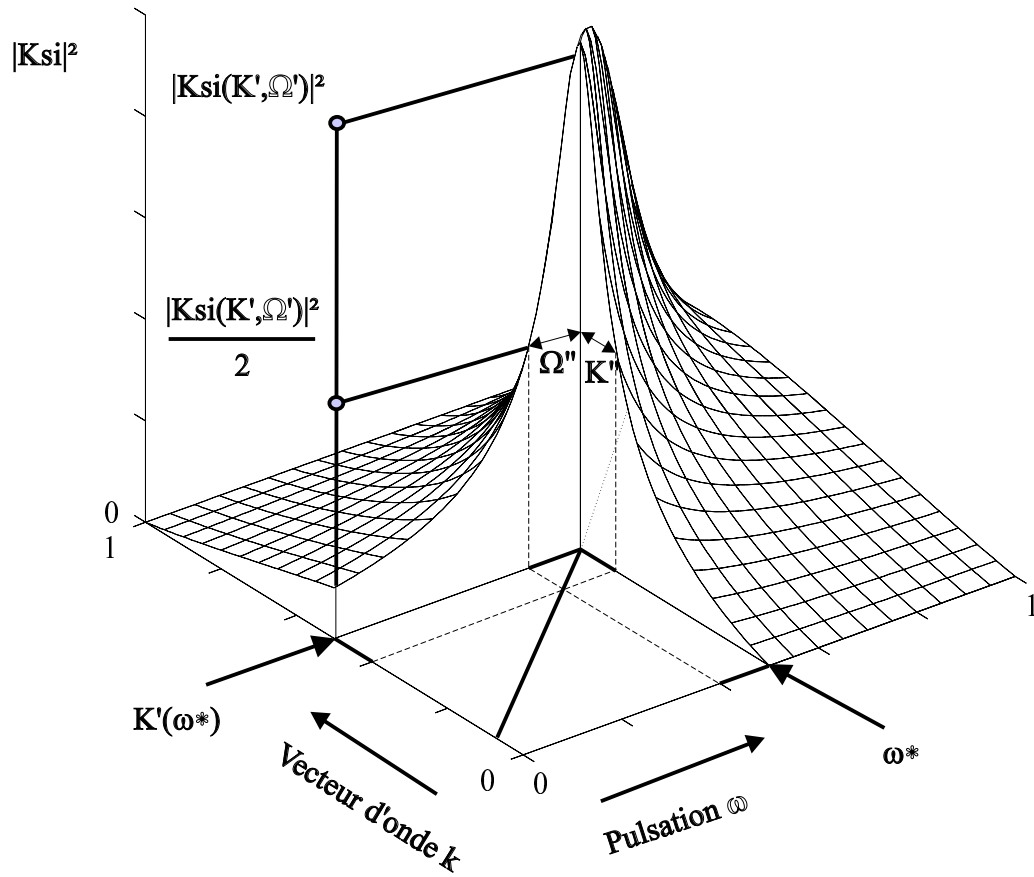


Figure 9: Représentation tout-fréquence K_{si} d'une onde dispersive atténuée. Le carré du module de K_{si} est représenté en fonction des fréquences spatiales et temporelles. Deux coupes perpendiculaires sont présentées à pulsation ou à fréquence constante.

3.2.2. Coupe de Ksi à fréquence spatiale constante

Regardons maintenant une coupe de la représentation tout-fréquence en fonction de ω et pour $k = \text{cte} = K'(\omega^*)$:

$$K_{si}(k = \text{cte}, \omega) = \frac{H(x = 0, \omega)}{j(K'(\omega^*) - K(\omega))} = \frac{H(x = 0, \omega)}{K''(\omega) + j(K'(\omega^*) - K'(\omega))}$$

Normalisons toute la représentation Ksi par $H(x = 0, \omega)$,

$$K_{si}(k = \text{cte}, \omega) = \frac{1}{K''(\omega) + j(K'(\omega^*) - K'(\omega))}$$

Détaillons la dépendance de $K_{si}(k = \text{cte}, \omega)$ en fonction de ω . On développe K complexe au premier ordre autour de ω^* . Ce développement au premier ordre est tout à fait classique et raisonnable pour des ondes de Lamb:

$$K(\omega) \approx K(\omega^*) + \left(\frac{dK}{d\omega} \right)_{\omega^*} (\omega - \omega^*)$$

$$K(\omega) \approx K'(\omega^*) + jK''(\omega^*) + \left(\left(\frac{dK'}{d\omega} \right)_{\omega^*} + j \left(\frac{dK''}{d\omega} \right)_{\omega^*} \right) (\omega - \omega^*)$$

alors la nouvelle expression de $K_{si}(k = \text{cte}, \omega)$ au premier ordre est:

$$K_{si}(k = \text{cte}, \omega) \approx \frac{\left(\left(\frac{dK}{d\omega} \right)_{\omega^*} \right)^{-1}}{-j \left(-\omega^* + jK''(\omega^*) \left(\left(\frac{dK}{d\omega} \right)_{\omega^*} \right)^{-1} + \omega \right)}$$

On peut écrire cette dernière expression sous la forme d'une fonction de Breit-Wigner en utilisant une pulsation complexe Ω :

$$K_{si}(k = \text{cte}, \omega) \approx \frac{\left(\left(\frac{dK}{d\omega} \right)_{\omega^*} \right)^{-1}}{-j(\Omega + \omega)}.$$

On a alors posé:

$\Omega = -\Omega' + j\Omega''$, où Ω' et Ω'' sont réels et:

$$\Omega' = \omega^* - \Delta\omega^*$$

$$\Delta\omega^* = K''(\omega^*) \frac{\left(\frac{dK''}{d\omega}\right)_{\omega^*}}{\left(\left(\frac{dK'}{d\omega}\right)_{\omega^*}\right)^2 + \left(\left(\frac{dK''}{d\omega}\right)_{\omega^*}\right)^2}$$

$$\Omega'' = K''(\omega^*) \frac{\left(\frac{dK'}{d\omega}\right)_{\omega^*}}{\left(\left(\frac{dK'}{d\omega}\right)_{\omega^*}\right)^2 + \left(\left(\frac{dK''}{d\omega}\right)_{\omega^*}\right)^2}$$

Ω' a la dimension d'une pulsation "temporelle" (rad/s) et Ω'' a la dimension d'une durée de vie (Ns) et tous deux sont constants pour un k réel donné.

Le module de $K_{si}(k = \text{cte}, \omega)$ au carré est:

$$|K_{si}(k = \text{cte}, \omega)|^2 \approx \frac{\left|\left(\left(\frac{dK}{d\omega}\right)_{\omega^*}\right)\right|^{-2}}{(\Omega'')^2 + (\omega - (\omega^* - \Delta\omega^*))^2}$$

Le module de $K_{si}(k = \text{cte}, \omega)$ est donc "rigoureusement" maximal pour $\Omega' = \omega^* - \Delta\omega^*$ et non pour ω^* . Ce décalage fréquentiel dépend principalement de la dérivée de K'' par rapport à ω .

La largeur à mi hauteur du module au carré de $K_{si}(k = \text{cte}, \omega)$ est $2\Omega''(k)$. Ceci est illustré sur la Figure 9, où l'on voit apparaître le lien entre les deux coupes perpendiculaires de $K_{si}(k, \omega)$.

Les propriétés des deux types de coupe de $K_{si}(k, \omega)$ montrent la dualité entre la définition spatiale de l'onde (liées aux fréquences spatiales) et ses caractéristiques temporelles (liée aux fréquences temporelles). Ce résultat quantifie un aspect de la propagation des ondes qui est nouveau.

3.2.3. Cas où K'' peut être considéré constant

En général; l'atténuation K'' peut être considérée constante sur la largeur fréquentielle

apparente de $K_{si}(k = \text{cte}, \omega)$, ce qui fait que si $V_G(\omega^*) = \left(\frac{dK'}{d\omega}\right)_{\omega^*}^{-1}$:

$$K_{si}(k = \text{cte}, \omega) \approx \frac{V_G(\omega^*)}{-j(\Omega + \omega)}$$

et $\Omega' \approx \omega^*$,

$$\Omega'' \approx K''(\omega^*).V_G(\omega^*).$$

Dans ce cas, il y a coïncidence entre ω^* et Ω' : la localisation de ω^* peut donc aussi se faire sur les coupes à $k = \text{cte}$ de la représentation tout-fréquence. Il y a ainsi une relation biunivoque entre ω^* et $K'(\omega^*)$ qui permet d'utiliser l'espace tout fréquence pour identifier des ondes propagatives.

On donne un sens intéressant à l'inverse de Ω'' : c'est la durée de vie temporelle de l'onde de vecteur d'onde $K'(\omega^*)$. Cette durée de vie est liée à la vitesse de groupe et à K'' . On généralise ainsi le résultat obtenu dans le cas particulier de l'étude des résonances d'un tube [4].

3.2.4. Relations avec l'énergie

L'énergie associée à chaque pulsation ω et contenue dans la Breit-Wigner correspondante en vecteur d'onde est définie par:

$$E_1(\omega = \omega^*) = \int_{-\infty}^{+\infty} K_{si}(k, \omega = \text{cte}).K_{si}^*(k, \omega = \text{cte}) \frac{dk}{2\pi}$$

ainsi $E_1(\omega^*) = \frac{1}{2K''}$.

L'énergie contenue dans une Breit-Wigner fréquentielle est:

$$E_2(k = \text{cte}) = \int_{-\infty}^{+\infty} K_{si}(k = \text{cte}, \omega).K_{si}^*(k = \text{cte}, \omega) \frac{d\omega}{2\pi}$$

$$E_2(k) = \frac{\left| \left(\left(\frac{dK}{d\omega} \right)_{\omega^*} \right)^{-1} \right|^2}{2\Omega''}$$

En remplaçant Ω'' par sa valeur approchée, l'énergie contenue dans la Breit-Wigner fréquentielle s'écrit:

$$E_2(k = K'(\omega^*)) = \frac{V_G(\omega^*)}{2K''(\omega^*)}.$$

Comme $E_1(\omega^*) = \frac{1}{2K''(\omega^*)}$, on peut ainsi considérer la vitesse de groupe comme

rapport des énergies $E_2(K')$ et $E_1(\Omega')$:

$$V_G(K', \Omega') = \frac{d\Omega'}{dK'} = \frac{E_2(K')}{E_1(\Omega')} = \frac{\Omega''}{K''}$$

La vitesse de groupe est donc la proportion d'énergie que l'onde répartit entre le temps et l'espace. Par de simples considérations, nous avons démontré des relations complémentaires de celles montrées par O'Donnell en appliquant les relations de Kramers-Kronig [5].

3.2.5. Onde atténuée et dispersive se propageant selon les x négatifs

Soit une onde se propageant selon les x négatifs, sa représentation tout fréquence sera alors:

$$S(x, \omega) = \delta^{-1}(-x) H(0, \omega) e^{-jKx} \xrightarrow{\text{T.F. Spatiale}} Ksi(k, \omega) = -\frac{1}{j(k + K)}$$

Le module de Ksi est alors maximal pour chaque pulsation spatiale négative $k = -\text{Re}(K)$. Les ondes se propageant dans le sens négatif sont ainsi naturellement séparées dans la représentation tout fréquence.

3.3. Représentation fréquence spatiale-temps

On considère l'onde dont la représentation tout fréquence a été donnée au paragraphe 3.2.3. La restriction était la suivante: la partie imaginaire K'' du vecteur d'onde varie peu avec ω . Quand l'atténuation de l'onde varie lentement par rapport à l'évolution de son vecteur d'onde, par transformée de Fourier temporelle inverse, on obtient la représentation approchée fréquence spatiale-temps de cette onde:

$$\aleph(k = \text{Cte}, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} j \frac{V_G(\omega^*)}{\Omega + \omega} e^{-j\omega t} \frac{d\omega}{2\pi}$$

$$\Re(k = \text{Cte}, t) \approx \delta^{-1}(t) V_G(\omega^*) \cdot e^{j\Omega t} \approx \delta^{-1}(t) V_G(\omega^*) e^{-\Omega'' t} e^{-j\Omega' t}$$

Cette expression fait apparaître plusieurs points intéressants (Figure 10):

- (1) Une coupe de la représentation fréquence spatiale temps pour un k donné est une exponentielle amortie de pseudo période $T = \frac{2\pi}{\Omega'}$ et de coefficient d'amortissement Ω''
- (2) En supposant au départ une onde uniquement atténuée spatialement, qui a donc un contenu spectral qui n'évolue qu'en fonction de x , on induit une durée de vie de l'onde par le biais de sa dispersion. En effet: une onde qui perd de l'énergie au cours de sa propagation (spatiale) ne peut effectivement pas durer éternellement temporellement.
- (3) La représentation vecteur d'onde-temps donne l'évolution dans le temps de l'énergie associée à un vecteur d'onde (réel). On analyse ainsi directement l'aspect ondulatoire d'un phonon (Réf. [6], [7] et [8]). Dans le cas de réflexion/conversion d'une onde sur un obstacle, cet espace devrait permettre de localiser temporellement le phénomène de réflexion/conversion et de le quantifier énergétiquement. Dans le cas d'une onde amortie dans le temps, cette représentation permet de modéliser aisément l'onde en procédant sur le temps de la même manière que nous avons procédé sur l'espace. Ainsi le champ de pression rayonné par un transducteur a été modélisé de cette manière par Forbes [6]. La modélisation des résonances (temporelles) d'une cible se fait également à l'aide de fonctions exponentiellement amorties dans le temps.

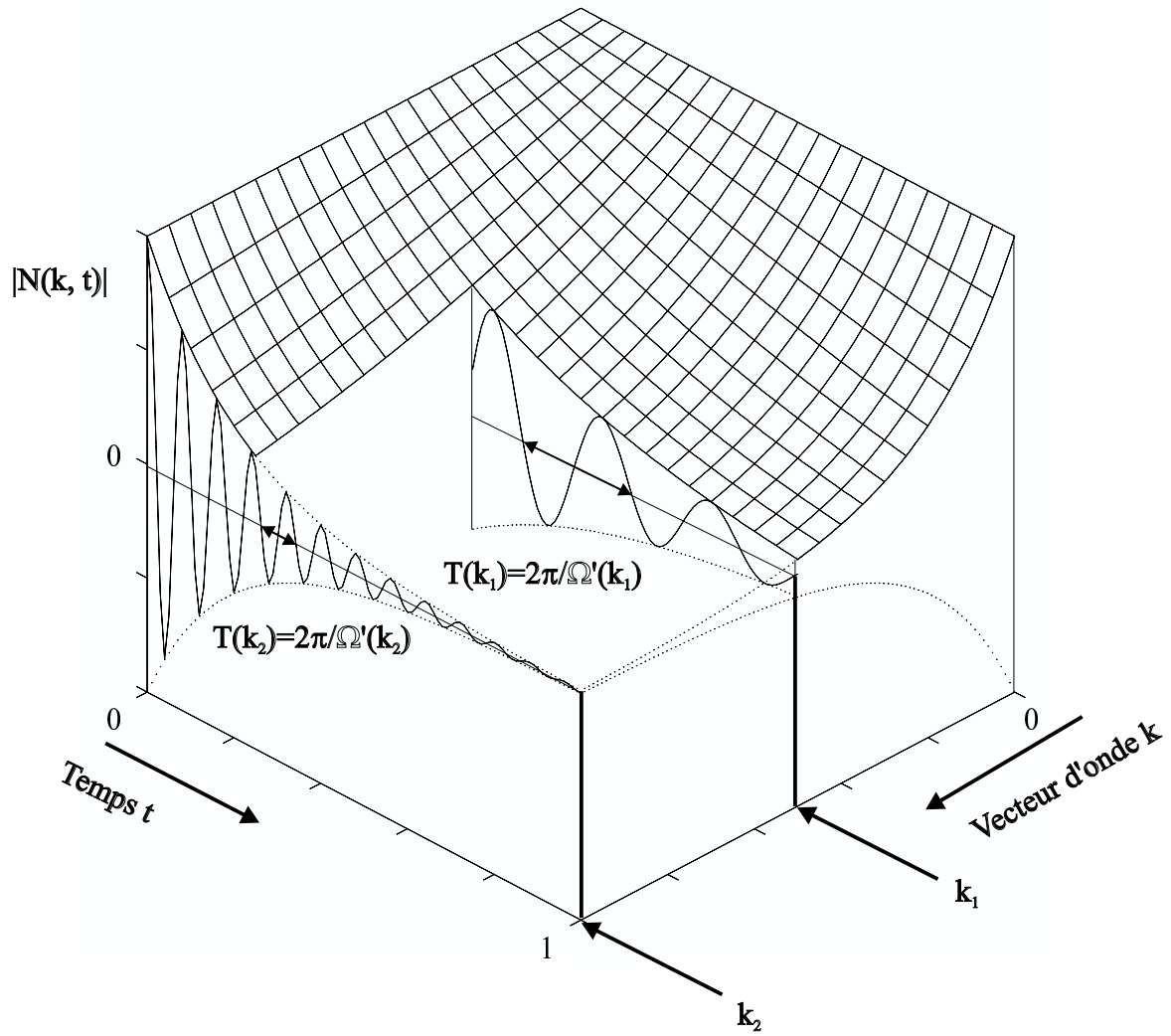


Figure 10: Représentation vecteur d'onde-temps d'une onde atténuée (partie réelle et valeur absolue).

3.4. Représentation spatio-temporelle.

En se servant du losange de Fourier, nous avons deux moyens de calculer la représentation spatio temporelle d'une onde dispersive atténuée. On peut le faire soit par transformée de Fourier temporelle inverse de la représentation spatio fréquentielle, soit par transformée de Fourier spatiale inverse de la représentation fréquence spatiale-temps.

Dans le premier cas:

$$S(x, \omega) \xrightarrow{\text{T.F.}^{-1}/t} s(x, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \delta^{-1}(x) e^{j(Kx - \omega t)} \frac{d\omega}{2\pi}$$

$s(x, t)$ est alors vu comme une somme infinie d'ondes planes

Dans le second cas:

Toujours dans le cas où l'atténuation de l'onde évolue plus lentement que son vecteur d'onde:

$$\mathfrak{K}(k, t) \xrightarrow{\text{T.F.}^{-1}/x} s(x, t) \approx \int_{-\infty}^{+\infty} \delta^{-1}(t) V_G(\omega^*) e^{j(kx + \Omega t)} \frac{dk}{2\pi}$$

Donc

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta^{-1}(x) e^{-K''x} e^{j(K'x - \omega t)} \frac{d\omega}{2\pi} \approx \int_{-\infty}^{+\infty} \delta^{-1}(t) V_G(\omega^*) e^{-\Omega''t} e^{j(kx - \Omega't)} \frac{dk}{2\pi},$$

les deux représentations sont équivalentes.

3.5. Vue d'ensemble des quatre espaces: S.W.A.M..

Connaissant les caractéristiques spatiales ou temporelles d'une onde, on peut ainsi simuler numériquement sa représentation dans les quatre espaces du losange de Fourier [9]. La Figure 11 illustre les aspects de ces quatre espaces. L'onde utilisée ici a une dispersion identique à celle de l'onde A et une atténuation arbitraire, croissante avec la fréquence. Les propriétés énoncées en annexe A permettent de simuler une onde créée en un point précis de l'espace et du temps. On peut ainsi modéliser des problèmes plus complexes, tels que la réflexion multiple d'une onde sur une cible limitée.

Outre les propriétés décrites précédemment, la représentation tout-fréquence modélise de façon compacte l'aspect transitoire de la propagation d'une onde sur une cible. On sait ainsi comment une onde peut dissiper de l'énergie dans le temps et l'espace. La

représentation $Ksi(k, \omega)$ constitue donc une signature de la cible via les ondes qui s'y propagent.

La modélisation de la propagation d'une onde a été étudiée dans le présent chapitre dans une seule dimension spatiale. La même démarche peut être effectuée en augmentant le nombre de dimensions spatiales. On peut alors expliciter les propriétés d'une onde générée par une impulsion localisée. Pour deux dimensions spatiales, on peut ainsi modéliser, par exemple, le champ ultrasonore diffusé par une cible en fonction du temps [10].

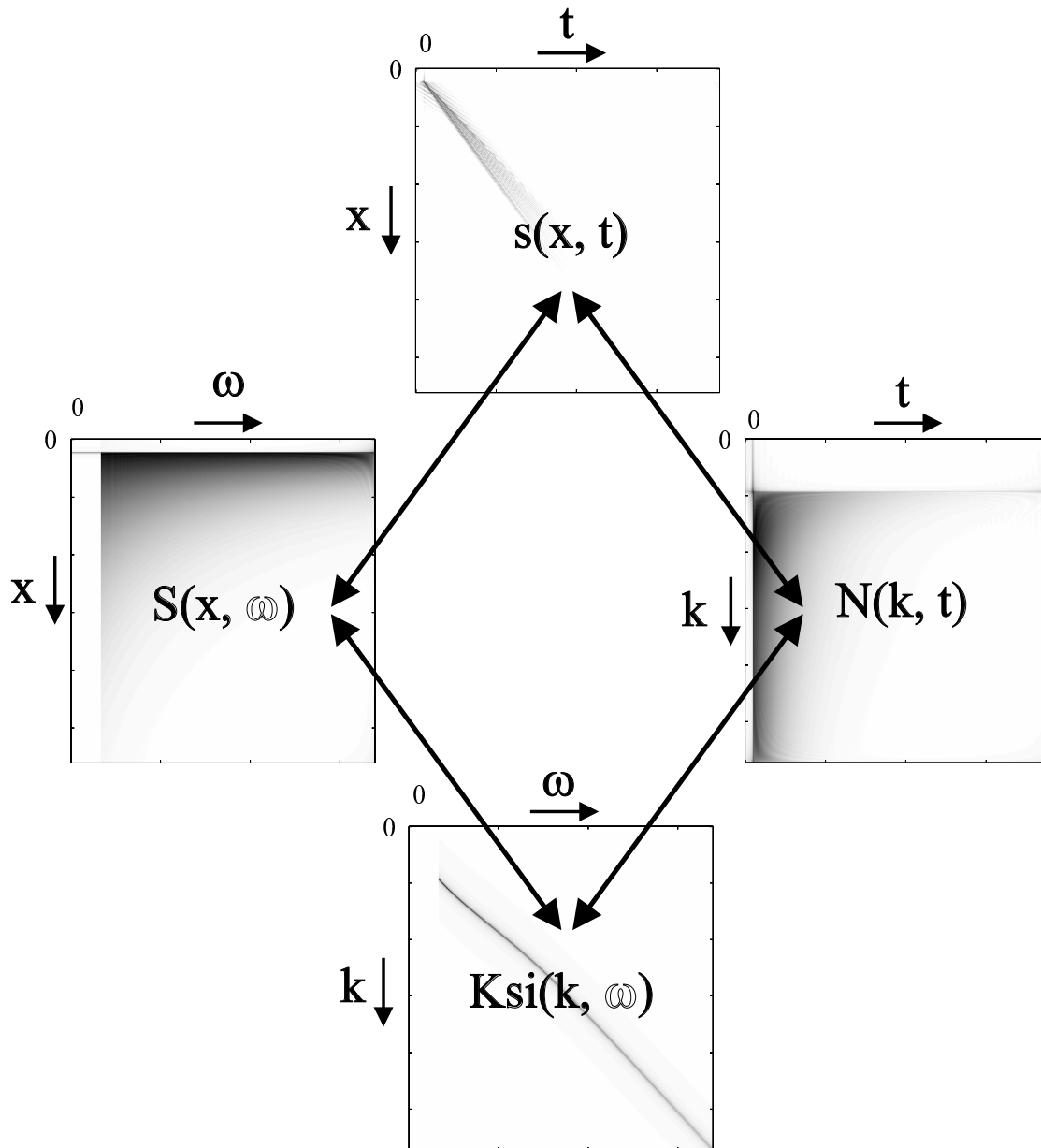


Figure 11: Représentation d'une onde atténuée dans les quatre espaces de Fourier. On a représenté le module des représentations S , N et Ksi , ainsi que la partie réelle de la représentation s .

4. Conclusion

Les espaces de Fourier associés à la propagation d'une onde atténuée révèlent de nouveaux aspects intéressants. On peut ainsi modéliser et caractériser l'aspect transitoire de la propagation d'une onde.

L'espace K_{si} regroupe de façon compacte toutes les informations propagatives d'une cible. En particulier, à partir de cet espace, on peut construire les représentations K_{si} caractérisant des cibles plus complexes (un tube par exemple). C'est ce que nous allons étudier au prochain chapitre.

Les représentations S , K_{si} et $\mathcal{N}$ d'une onde atténuée permettent aussi l'identification des caractéristiques d'une onde à partir de données expérimentales ou numériques. Ce nouveau point sera développé au chapitre VI.

De plus, nous venons de montrer que la propagation d'une onde à support d'énergie fini induit une atténuation temporelle apparente liée à la dispersion de l'onde.

5. Références

- [1] G. BONNET, "Au delà d'une vitesse de groupe: vitesse d'onde et vitesse de signal. Première partie: l'opérateur vitesse de groupe en l'absence d'affaiblissement", *Ann. Télécommun.*, 38 n° 9-10 (1983), 1-22.
- [2] G. BONNET, "Au delà d'une vitesse de groupe: vitesse d'onde et vitesse de signal. Deuxième partie: déformation de l'amplitude et influence de l'affaiblissement", *Ann. Télécommun.*, 38 n° 11-12 (1983), 1-17.
- [3] S. DERIBLE, "Caractérisation complète des résonances acoustiques par une nouvelle méthode fondée sur le diagramme d'Argand", Thèse de l'Université du Havre (1991).
- [4] A. DEREM, "Relation entre ondes de surface et l'apparition des résonances", *Revue du CETHEDC*, 58 (1979), 43-79.
- [5] M. O'DONNELL, E. T. JAYNES, J. G. MILLER, "Kramers-Kronig relationship between ultrasonic attenuation and phase velocity", *J. Acoust. Soc. Am.*, 69 (1981), 696-701.
- [6] M. FORBES, S. LETCHER, P. STEPANISHEN, "A wave vector, time-domain method of forward projecting time-dependent pressure fields", *J. Acoust. Soc. Am.*, 90 (1991), 2782-2793.
- [7] M. A. NUSIMOVICI, "Phonons", International Conference, Rennes (1971), France, Flammarion (Paris).
- [8] E. BRÄNDAS, N. ELANDERS, "Lecture Notes in Physics 325. Resonances", Springer-Verlag (Paris 1985) Proceedings of a Symposium Held at Lertorpet, Värmland, Sweden, August 19-26, 1987.
- [9] L. MARTINEZ, J. DUCLOS, A. TINEL, "Aspects of a damped surface wave in the Fourier diamond spaces. New Surface Wave Analysis Methods (S.W.A.M.).", 16th International Congress on Acoustics and 135th Meeting Acoustical Society of America, Seattle, Washington, U.S.A., 20-26 June 1998, proceedings, 1359-1360.
- [10] H.L. ZHANG, M.X. LI, "Numerical study on the acoustic field of a fluid-filled borehole in an elastic medium", *J. Acoust. Soc. Am.*, 91 (1992), 1763-1766.

CHAPITRE V

MODELISATION PAR S.W.A.M. DES RESONANCES D'UN TUBE SEMI-IMMERGE

Sommaire du chapitre V

1. INTRODUCTION.....	5
2. THÉORIE: RAPPELS	6
2.1. PRESSION DIFFUSÉE EN FONCTION DE L'ANGLE D'OBSERVATION	6
2.2. MÉTHODES CLASSIQUES D'EXTRACTION DES RÉSONANCES	7
2.3. LIEN ENTRE LES DEUX APPROCHES.....	9
3. MODÉLISATION PAR S.W.A.M. DES RÉSONANCES D'UN TUBE SEMI-IMMERGÉ....	11
3.1. REPRÉSENTATION SPATIO-FRÉQUENTIELLE ASSOCIÉE AUX ONDES POSITIVES:	14
3.1.1. Modélisation du premier écho observé dans $s(x=cte,t)$:.....	14
3.1.2. Modélisation des échos suivants:	14
3.1.3. Représentation spatio fréquentielle totale associée aux ondes positives:.....	15
3.2. REPRÉSENTATION SPATIO-FRÉQUENTIELLE ASSOCIÉE AUX ONDES NÉGATIVES:	19
3.2.1. Modélisation du premier écho observé dans $s(x=cte,t)$:.....	19
3.2.2. Modélisation des échos suivants:	19
3.2.3. Représentation spatio fréquentielle totale associée aux ondes négatives:.....	19
3.2.4. Représentation spatio-fréquentielle totale	20
3.3. LIEN AVEC LES RÉSONANCES FRÉQUENTIELLES	23
3.4. LIEN AVEC LA M.I.I.R.....	25
3.5. REPRÉSENTATION TOUT FRÉQUENCE RÉSONNANTE:.....	26
3.5.1. Coupe de K_{si} à vecteur d'onde constante	31
3.6. REPRÉSENTATION VECTEUR D'ONDE-TEMPS.....	32
4. UTILISATION DE LA FONCTION DE FORME	34
4.1. LIEN AVEC LA REPRÉSENTATION SPATIO-FRÉQUENTIELLE	34
4.2. REPRÉSENTATION TOUT-FRÉQUENCE OBTENUE À PARTIR DE L'ENSEMBLE DES FONCTIONS DE FORME	37
5. CONCLUSION	39
6. RÉFÉRENCES.....	40

1. Introduction

L'étude de cibles canoniques immergées a fait l'objet de nombreuses publications ces trente dernières années. Etant donnés les moyens informatiques des débuts, les cas théoriques les plus simples ont été traités les premiers (cibles canoniques telles que le cylindre et la sphère massifs) en basse fréquence, mettant ainsi en place toute la richesse du formalisme résonant (Resonant Scattering Theory: R.S.T. [1]). En parallèle, avec la naissance du traitement du signal moderne, de nouvelles méthodes expérimentales ont été mises au point (Méthode d'Isolement et d'Identification des Résonances: M.I.I.R. [2]).

Le lien entre onde de surface et résonance a été mis en évidence très tôt [3] et tous les résultats théoriques concernant les cibles cylindriques et sphériques sont obtenus soit en adoptant un formalisme résonant, soit par transformée de Sommerfeld Watson (T.S.W.). Le formalisme R.S.T. évalue l'aspect résonant temporel dominant de la cible et le traduit ensuite fréquentiellement. On peut ainsi calculer la signature spectrale de la cible en vue de son identification. La résolution T.S.W. (réf. [4], [5] et [6]) évalue directement les vecteurs d'onde complexes des ondes et ce, continuellement en fonction de la fréquence.

Les moyens d'investigation théoriques (outils formels et calcul numérique) et expérimentaux (traitements automatisable et numérique du signal) se sont considérablement développés, permettant ainsi d'aborder des cas de plus en plus complexes (cibles composées de plusieurs cibles canoniques). L'étude numérique du cylindre immergé a ainsi pu être effectuée en haute fréquence [7] en évaluant les vecteurs d'onde complexes pouvant se propager sur la cible.

L'objet de ce chapitre est de récapituler les principaux résultats théoriques concernant l'étude d'un tube semi-immergé, notamment les résultats concernant l'étude de l'onde A. Le deuxième volet de ce chapitre est consacré à l'étude détaillée des représentations de Fourier associées aux phénomènes résonants propres au tube semi-immergé. Nous nous attacherons en particulier à faire le lien entre les modèles numériques que nous proposons et les aspects classiques obtenus par R.S.T. ou T.S.W..

2. Théorie: rappels

2.1. Pression diffusée en fonction de l'angle d'observation

Le problème théorique du tube infini immergé dans un liquide et dont l'intérieur est vide a été traité dans les références (réf. [1] et [3]). Nous rappelons ici les grandes lignes du calcul théorique et les caractéristiques résonnantes que l'on peut en déduire.

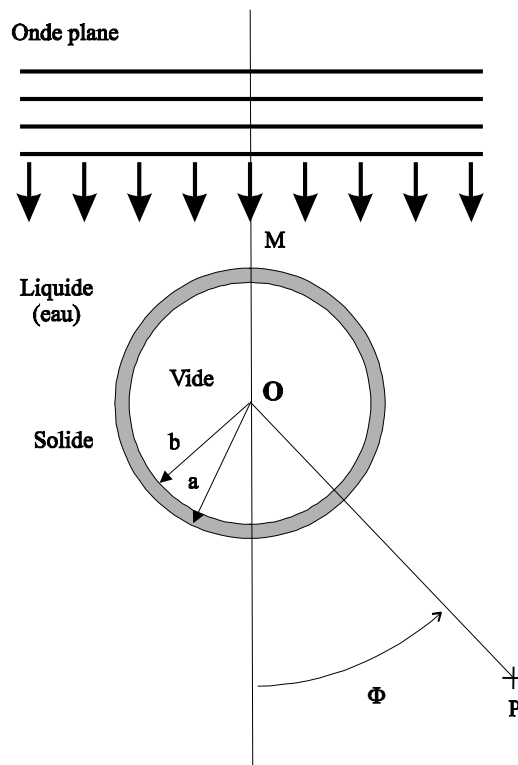


Figure 1: Géométrie du problème.

L'objet étudié est un tube de longueur infinie et de section circulaire. Ses rayons interne et externe sont respectivement b et a (Figure 1). Le tube est considéré élastique et le matériau qui le constitue est caractérisé par sa masse volumique ρ_s , ses vitesses longitudinale C_L et transversale C_T . Le liquide externe est caractérisé par sa vitesse C_1 et sa masse volumique ρ_1 .

Dans le cas d'un objet cylindrique donné, la pression diffusée en fonction de l'angle d'observation Φ se décompose en une série modale [3]:

$$P(\Phi, K_1 a) = P_0 \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n j^n \frac{D_n^{[1]}}{D_n} H_n^{(1)}(K_1 r) \cos(n\Phi) e^{-j\omega t}$$

avec:

$r=OP$: distance du point d'observation au centre de la cible

D_n et $D_n^{[1]}$: déterminants caractéristiques de la cible

$H_n^{(1)}(K_1 r)$: fonction de Hankel de première espèce

ε_n : coefficient de Neumann

P_0 : pression incidente

K_1 : vecteur d'onde incident dans l'eau.

Cette expression permet de calculer numériquement la pression diffusée en fonction de l'angle d'incidence et de la fréquence. Dans cette expression interviennent de manière implicite:

- les ondes réfléchies
- les ondes transmises
- les ondes de surface

A partir de cette expression exacte, quatre voies sont possibles pour extraire les ondes propagatives ou les phénomènes résonnants.

2.2. Méthodes classiques d'extraction des résonances

Le premier moyen développé est la Théorie de la Diffusion Résonnante (Resonant Scattering Theory: R.S.T.) mise en œuvre par Überall et al. [1]. La pression diffusée par la cible s'écrit alors comme la somme d'une pression résonnante et d'une pression due au "fond" non résonnant:

$$P(\Phi, K_1 a) = P_{\text{fond}} + P_{\text{res}}$$

Afin de déterminer la pression résonnante, il faut trouver le fond non résonnant adapté au problème. Une fois le problème du fond résolu, les résonances complexes en fréquence sont identifiables.

La deuxième méthode est la transformation de Sommerfeld-Watson (T.S.W.). En utilisant cette méthode, les ondes de surfaces se déduisent des pôles de la pression diffusée intégrée sur un contour astucieusement choisi (n est rendu complexe). Par calcul de résidu, Derem [3] a montré un lien biunivoque avec les résonances fréquentielles. Les ondes transmises sont toujours déduites des points selle de l'intégrale de la pression rétrodiffusée. Dans le cas du tube semi-immergé, les ondes de surface sont clairement séparées des ondes réfléchies et transmises. Le principal problème de T.S.W. est le choix du contour et l'utilisation de fonctions de Bessel d'indice complexe. Le calcul a jusqu'ici été effectué pour une sphère et un cylindre massifs, un tube semi-immergé (même en étude guidée), mais pas dans le cas d'un tube en contact avec deux liquides différents.

Ces pôles sont obtenus en calculant les zéros du dénominateur de la pression diffusée. Tout le problème revient donc à identifier les racines n rendues complexes de l'équation caractéristique:

$$D_n(K_1a) = 0$$

Les variables $n = \frac{2\pi a}{\lambda}$ et $K_1a = \frac{\omega}{C_1}a$ sont inconnues et sont homogènes respectivement à des fréquences spatiales et temporelles réduites. A partir de cette équation caractéristique, deux voies de calcul sont possibles.

La première (troisième méthode) est celle que nous utiliserons pour les résultats numériques présentés. On y considère n entier et K_1a complexe. Pour chaque valeur entière de n , on détermine alors les racines complexes K_1a de l'équation caractéristique. Cette méthode revient alors à identifier les résonances temporelles de la cible. L'entier n caractérise le mode de résonance cherchée: il représente le nombre entier de demi-longueurs d'onde inscrit dans une demi-circonférence du cylindre. La racine fréquentielle complexe annulant l'équation caractéristique est notée $x = \underline{K_1a}$. Nous avons appelé cette méthode Z.D.X., pour Zéros du Déterminant en X (complexe). Chaque racine K_1a s'écrit:

$$\underline{K_1a} = (K_1a)_n - j \frac{\Gamma_n}{2}$$

où $(K_1a)_n$, réel, est la pulsation réduite de résonance et $\frac{\Gamma_n}{2}$ est la largeur de résonance correspondante.

D'un point de vue numérique, à un entier n correspondent plusieurs racines complexes, ces dernières étant associées à différentes ondes de surface. En prenant des valeurs successives de n , on peut ainsi suivre la série de racines associées à une même onde. Chaque série forme une famille classiquement notée par son indice L , indice qui est associé à une onde de Lamb sur une plaque plane suivant le tableau:

Plaque plane semi-immergée	Tube semi-immergé
Onde A (non atténuée)	Onde A (atténuée), ou Scholte-Stoneley, ou $L=0$, ou encore $A0^-$.
Ondes de Lamb: A0 S0 A1 S2	 $L=1$, ou encore $A0^+$ $L=2$ $L=3$ $L=4$
Pas de correspondance	Ondes de Franz numérotées 1, 2, 3

Le second chemin possible est de chercher les racines complexes n , pour K_1a réel. Dans l'équation caractéristique, pour un K_1a réel fixé, les racines complexes $n = Ka = (K' + jK'')a$ sont alors recherchées. Les vecteurs d'onde complexes sont ainsi trouvés continuellement en fonction de la fréquence. Concernant le problème du tube semi-immergé, c'est Marston [6] qui eut les premiers résultats numériques. Par la suite, Talmant et al. [7] ont aussi utilisé cette voie pour calculer les caractéristiques de l'onde A pour des cibles cylindriques très minces en haute fréquence.

2.3. Lien entre les deux approches

Ce lien a été mis en évidence par Derem en développant la solution type T.S.W.. Près d'un mode de résonance, il montre pour une onde de vecteur d'onde complexe K à la fréquence K_1a que:

quand $K_1a = K_1a^*$ tel que $\text{Re}(K(K_1a^*)) = K'(K_1a^*) = n$, alors:

$$K'' = \frac{1}{2a} \Gamma_n \left(\frac{d\text{Re}(Ka)}{dK_1 a} \right)_{K_1 a = K_1 a^*} \quad K'' \text{ s'exprimant en } \text{Np.m}^{-1}.$$

Ces deux expressions lient les résultats obtenus par R.S.T. et T.S.W.

Une autre voie a été mise en pratique par Marston. En utilisant une Théorie Géométrique Généralisée avec la solution type T.S.W., il considère les ondes tournant sur le cylindre et celles réfléchies et somme les ondes rétrodiffusés afin d'obtenir la réponse résonnante globale. Il obtient ainsi une solution pour chaque onde qui s'écrit comme dans un résonateur de Fabry-Pérot. En utilisant la représentation spatio-fréquentielle pour une position fixée (rétrodiffusion), il retrouve ainsi le spectre rétrodiffusé par un tube ou une sphère. Nous allons adopter une démarche analogue dans le paragraphe suivant afin s'expliciter les propriétés de la réponse résonnante d'un tube dans les espaces de Fourier.

3. Modélisation par S.W.A.M. des résonances d'un tube semi-immergé.

L'objectif est simple: simuler une expérimentation au cours de laquelle sont suivies les ondes de surface produites. Soit une onde que l'on peut caractériser par son vecteur d'onde pour chaque fréquence (par exemple une onde de Lamb sur une cible de même épaisseur mais plane) et faisons la tourner sur un tube, que deviennent alors les représentations spatio-fréquentielle et tout fréquence associées au signal reçu?

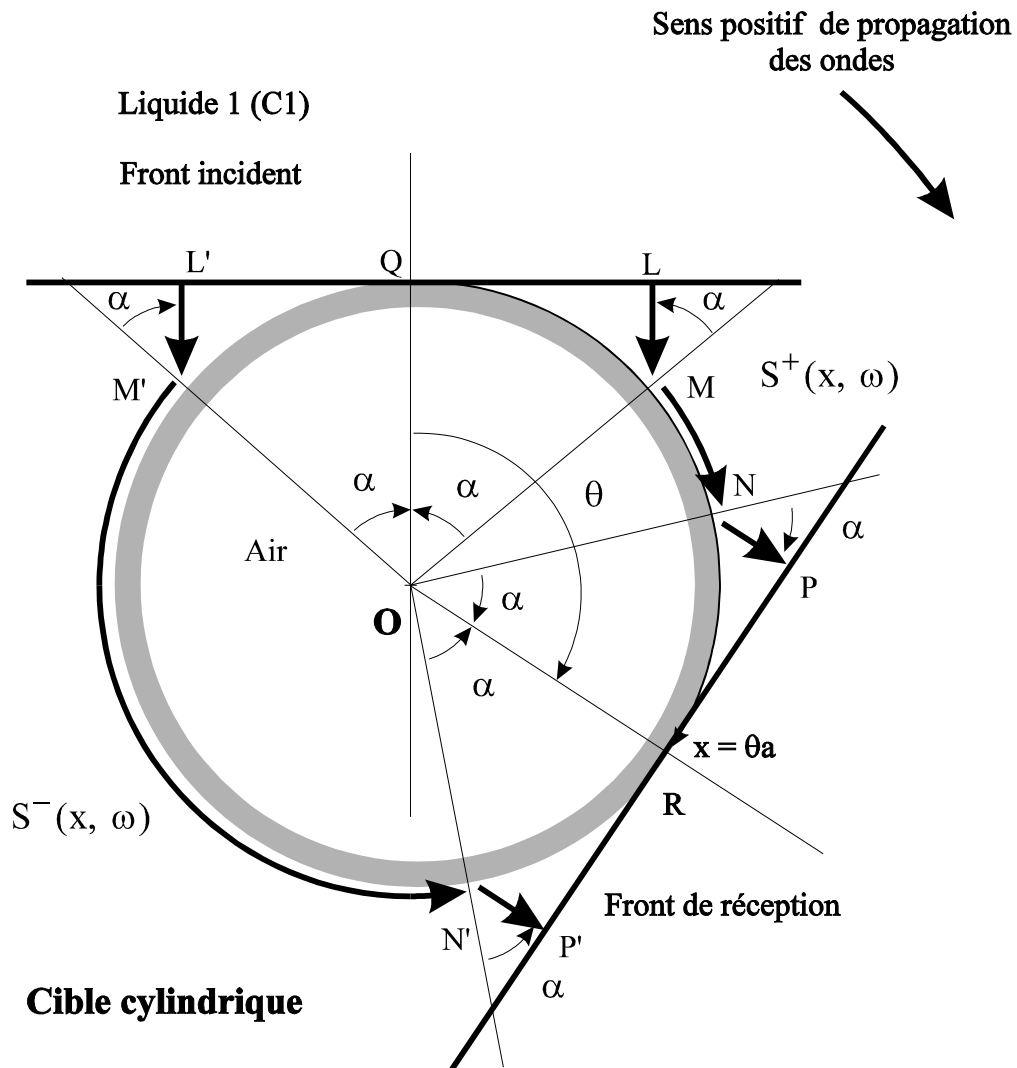


Figure 2: Géométrie du problème cylindrique.

Les hypothèses de base sont les suivantes:

On ne traite pas les phénomènes de réflexion sur le tube. En première approche, on tient compte que de ce qui se propage sur la cible après conversion. On suppose qu'une

impulsion ultrasonore plane arrive au point Q du tube à l'instant $t=0$. On prend également le point Q comme origine de l'abscisse curviligne x de l'onde. Ces deux origines spatiale et temporelle définissent l'origine de la représentation spatio-temporelle.

Le récepteur est un transducteur plan de surface assez grande pour recueillir toutes les ondes émises par le tube. On le représente (Figure 2) tangent au tube en R. En fait, dans la pratique, il est éloigné, ce qui entraîne un simple retard temporel pour le signal reçu. La position du récepteur est notée $x_0 = QR = \theta a$. Cette valeur est nécessairement comprise entre 0 et $2\pi a$.

Nous allons étudier le cas de l'onde A déjà rencontrée sur une plaque. Les caractéristiques de l'onde A sont supposées connues: on a calculé $K = K' + jK''$ en fonction de ω en transformant les données obtenues par Z.D.X. [8] à l'aide des formules données au Chapitre IV. Le tube est en duralumin, de rapport $b/a=0,9$.

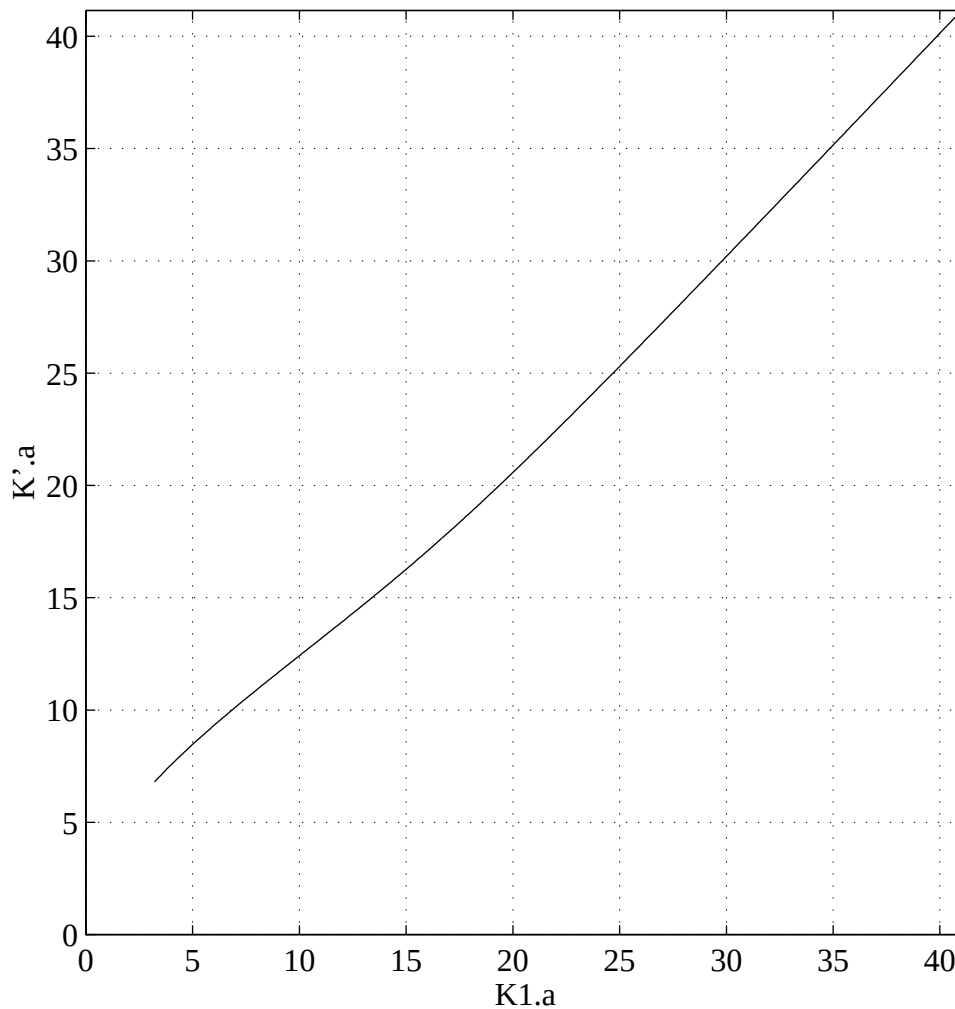


Figure 3: Onde A sur un tube semi-immergé: $K'a$ en fonction de $K_1.a$.

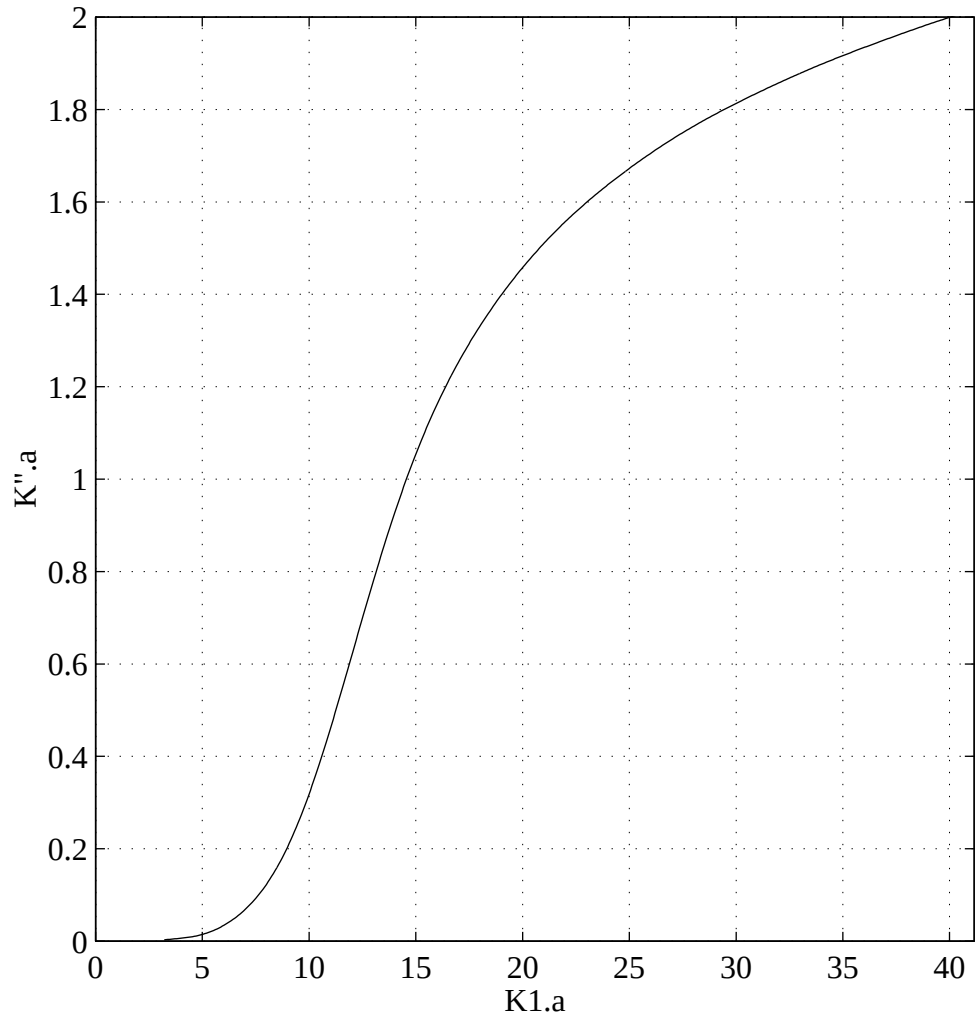


Figure 4: Onde A sur un tube semi-immergé: $K''a$ en fonction de K_1a .

3.1. Représentation spatio-fréquentielle associée aux ondes positives:

3.1.1. Modélisation du premier écho observé dans $s(x=cte,t)$:

Le front d'onde arrive en contact avec le tube en M, avec un angle d'incidence α , après un parcours dans l'eau LM. Supposons alors qu'une onde de surface de pulsation ω soit générée au point M avec l'angle $\alpha(\omega)$ avec la normale au point M. Cette onde émet de l'énergie dans l'eau suivant le même angle $\alpha(\omega)$ tout au long de sa propagation. On peut alors observer l'onde au point N après un parcours MN sur le tube, qui correspond à l'angle θ d'observation. L'onde dans le liquide décrit ensuite le trajet NP jusqu'au plan récepteur RP.

Pour un angle d'observation θ , chaque pulsation ω de l'onde est ainsi observée, par rapport aux fronts incident et reçu, avec un décalage temporel Δt qui correspond au trajet dans l'eau LM+NP. Le retard spatial Δx correspond à la somme des abscisses curvilignes QM+NR.

La représentation spatio-fréquentielle de l'onde $S(x_0, \omega)$ sera alors:

$$S_0^+(x_0, \omega) = (\delta^{-1}(x_0 - \Delta x) - \delta^{-1}(x_0 - 2\pi a)).H(0, \omega).e^{j\omega\Delta t} e^{jK(x_0 - \Delta x)}$$

avec $x_0 = \theta a$, $\Delta x = 2\alpha a$ et $\Delta t = 2(1 - \cos(\alpha))a / C_1$

3.1.2. Modélisation des échos suivants:

Une onde peu atténuée peut effectuer plusieurs tours du tube et être observée plusieurs fois en une position d'observation donnée. Les échos temporels suivants seront observés dès la position $x_0=0$, contrairement au premier écho. Soit le n ième écho observé dans un temporel, correspondant à la pulsation ω de l'onde observée en $x_0 = \theta a$, mais qui a, en fait, effectué n tours de plus en suivant la loi de dispersion et d'atténuation de l'onde sur une distance supplémentaire $n2\pi a$. Sa représentation spatio-fréquentielle est alors:

$$S_n^+(x_0, \omega) = (\delta^{-1}(x_0) - \delta^{-1}(x_0 - 2\pi a)).H(0, \omega).e^{j\omega\Delta t} e^{jK(x_0 - \Delta x + (2\pi a)n)}$$

3.1.3. Représentation spatio fréquentielle totale associée aux ondes positives:

Pour une position x_0 et une pulsation ω de l'onde, on observe la somme des représentations de chaque écho évoluant dans le sens positif:

$$S^+(x_0, \omega) = S_0^+(x_0, \omega) + (\delta^{-1}(x_0) - \delta^{-1}(x_0 - 2\pi a))H(0, \omega)e^{j\omega\Delta t}e^{jK(x_0 - \Delta x)} \sum_{m=1}^n e^{j(2\pi Ka)m}$$

Cette représentation exacte est intéressante. Elle permet d'obtenir une représentation théorique somme d'autant d'échos temporels que l'on veut, en particulier avec peu de termes, permettant ainsi de simuler plus finement une réalité tronquée temporellement.

Pour des ondes atténuées ($\text{Im}(K) > 0$) et n grand, cette somme s'écrit:

$$(V-1) \quad S^+(x_0, \omega) = H(0, \omega)e^{j\omega\Delta t}e^{jK(x_0 - \Delta x)} * [\delta^{-1}(x_0 - \Delta x) - \delta^{-1}(x_0 - 2\pi a) + [\delta^{-1}(x_0) - \delta^{-1}(x_0 - 2\pi a)]e^{jK2\pi a} \frac{1}{1 - e^{j2\pi Ka}}]$$

Cette représentation sera plus pratique pour écrire la représentation tout fréquence associée à S^+ . On peut aussi l'écrire:

$$(V-2) \quad S^+(x_0, \omega) = H(0, \omega)e^{j\omega\Delta t}e^{jK(x_0 - \Delta x)} \frac{1}{1 - e^{jK2\pi a}} [\delta^{-1}(x_0 - \Delta x) - \delta^{-1}(x_0 - 2\pi a) + e^{jK2\pi a} [\delta^{-1}(x_0) - \delta^{-1}(x_0 - \Delta x)]]$$

La représentation spatio-fréquentielle résonante $S^+(x, \omega)$, éq. (V-2), est le produit de la représentation du premier écho de l'onde par une fonction de K et une fonction de x_0 .

La fonction $1 - e^{j2\pi Ka}$ a pour module $(1 - 2e^{-K''2\pi a} \cos K'2\pi a + e^{-K''4\pi a})^{1/2}$, présentant des minima et maxima en fonction de ω . En admettant que les variations de

$K''(\omega)$ sont lentes, on voit que $\frac{1}{|1 - e^{j2\pi Ka}|}$ est:

- maximum pour ω tel que $K'a = p$ (p entier) et
- minimum pour ω tel que $K'a = (2p+1)/2$ (p entier).

Par ailleurs la fonction S^+ dépend également de x_0 . Pour l'onde A, on a $\Delta x = \pi a$. Si

l'on choisit $x_0 > \Delta x$, le coefficient multiplicateur de S^+ devient $\frac{1}{1 - e^{j2\pi Ka}}$ et:

$$S^+(x_0, \omega) = H(0, \omega) e^{j\omega \Delta t} e^{jK(x_0 - \Delta x)} \frac{1}{1 - e^{j2\pi Ka}}$$

Le module de la représentation spatio-fréquentielle associée à l'onde A est donné Figure

5. En abscisse on porte $K_1 a = \frac{\omega a}{C_1}$ (au lieu de ω) et en ordonnée $x_0 / 2\pi a$, la position

réduite du récepteur. On note une quasi périodicité des zones donnant un maximum de $|S^+|$ lorsque $K_1 a$ est supérieur à 5 (la courbe $K'(\omega)$ de la Figure 3 ne comportant pas de points si $K_1 a < 4$).

Il est intéressant de calculer la représentation spatio-temporelle de l'onde:

$$s(x_0, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} S(x_0, \omega) e^{-j\omega t} \frac{d\omega}{2\pi}.$$

On voit Figure 6 le cas de l'onde A générée en $x = \pi a / 2$ et observée pour la première fois en $x_0 = \pi a$ (puisque $\Delta x = \pi a$). On constate les passages successifs de l'onde aux différents points x_0 compris entre 0 et $2\pi a$.

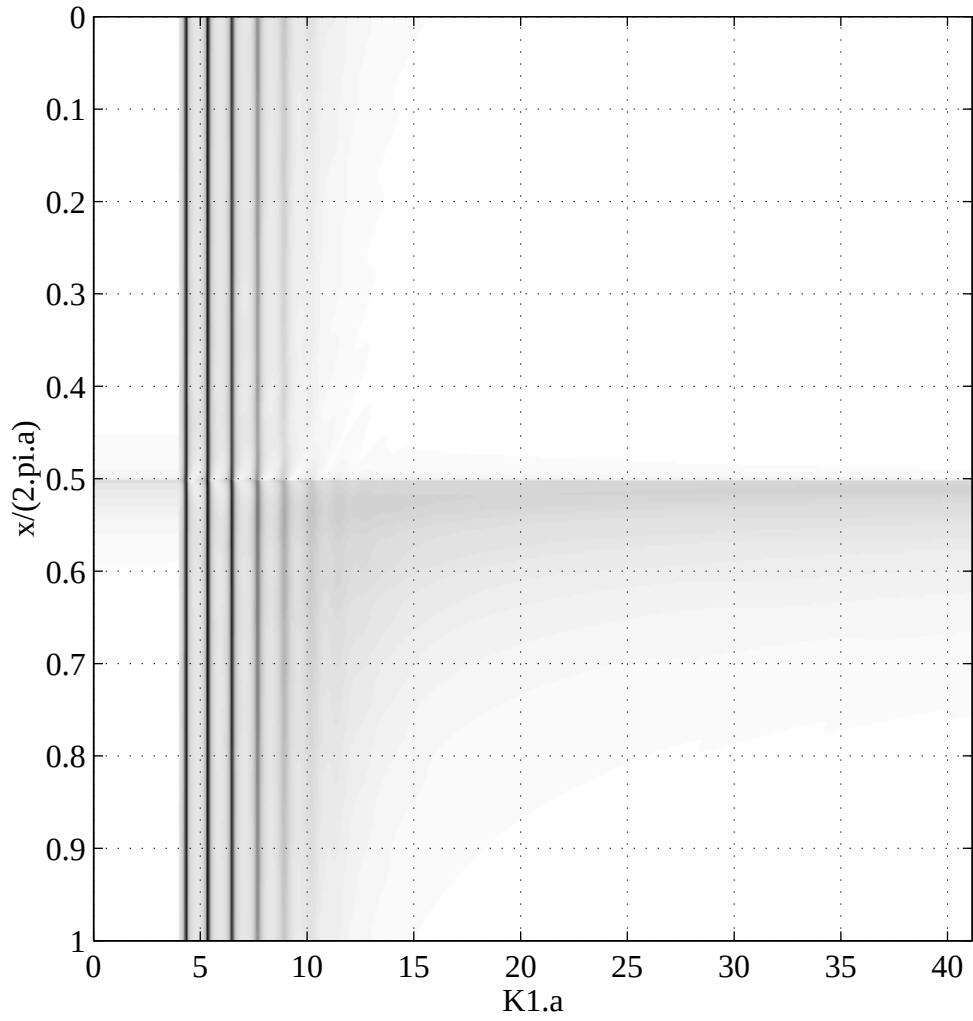


Figure 5: Module de la représentation spatio-fréquentielle associée à l'onde A tournant dans le sens positif choisi sur un tube semi-immergé ($b/a=0,9$).

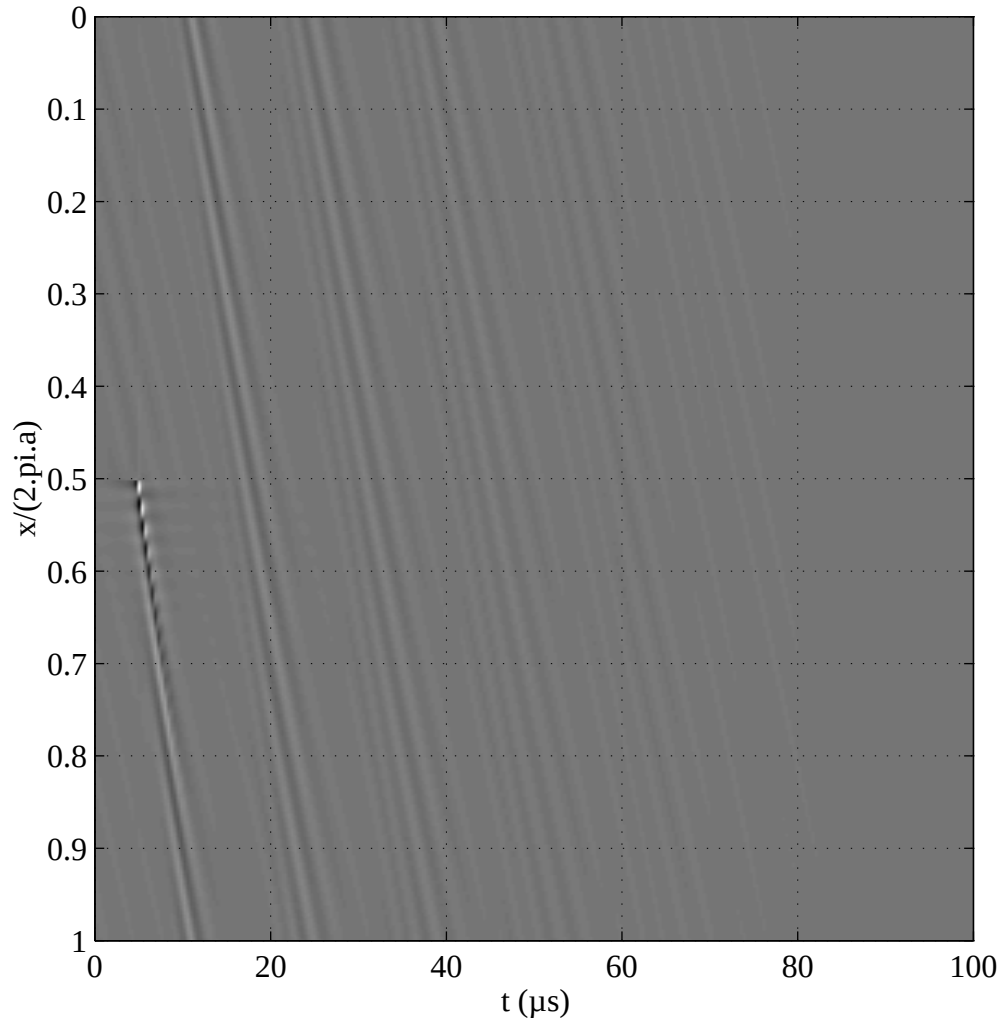


Figure 6: Signaux temporels successifs de l'onde A sur un tube semi-immergé ($b/a=0,9$). Simulation numérique obtenue par transformée de Fourier inverse de la représentation spatio-fréquentielle précédente.

3.2. Représentation spatio-fréquentielle associée aux ondes négatives:

Pour une onde plane arrivant sur le cylindre en incidence normale, on génère les ondes aussi dans le sens négatif. Ces ondes sont alors également observées pour une position du récepteur permettant d'observer les ondes positives. Etablissons leurs représentations spatio-fréquentielles pour une position x d'observation.

3.2.1. Modélisation du premier écho observé dans $s(x=cte,t)$:

Pour une position d'observation x , le front de réception tangent en R au tube voit les ondes $S^-(x, \omega)$ faisant le trajet L'M'N'P' analogue au trajet LMNP des ondes positives, mais en sens contraire (Figure 2).

$$S_0^-(x_0, \omega) = H(0, \omega) e^{j\omega\Delta t} e^{-jK(x_0 - 2\pi a + \Delta x)} [\delta^{-1}(x_0) - \delta^{-1}(x_0 - 2\pi a + \Delta x)]$$

3.2.2. Modélisation des échos suivants:

Les échos suivants apparaissent à partir de $x_0 = 0$ (au lieu de $2\pi a - x_0 - \Delta x$) et à partir d'une distance de propagation augmentée de $2\pi a$ à chaque tour. L'écho d'indice p (p supérieur à 1), est donc:

$$S_n^-(x_0, \omega) = H(0, \omega) e^{j\omega\Delta t} e^{-jK(x_0 - (2\pi a)p + \Delta x)} [(\delta^{-1}(x_0) - \delta^{-1}(x_0 - 2\pi a))]$$

3.2.3. Représentation spatio fréquentielle totale associée aux ondes négatives:

Cette représentation est la somme de tous les échos successifs observables pour une même position x_0 . Pour n grand:

$$S^-(x_0, \omega) = H(0, \omega) e^{j\omega\Delta t} e^{jK(x_0 - \Delta x)} \frac{e^{jK2\pi a}}{1 - e^{jK2\pi a}} [\delta^{-1}(x_0) - \delta^{-1}(x_0 - 2\pi a + \Delta x) + e^{jK2\pi a} [\delta^{-1}(x_0 - 2\pi a + \Delta x) - \delta^{-1}(x_0 - 2\pi a)]]$$

On observe ici un phénomène similaire (à $e^{jK2\pi a}$ près) à celui des ondes positives: une modulation de l'onde propagative dans le sens négatif, par un terme oscillant identique à celui des ondes positives, qui dépend de ω uniquement et un terme qui dépend de x_0 .

3.2.4. Représentation spatio-fréquentielle totale

Si on envisage simultanément l'excitation d'ondes positives et négatives, la représentation S totale observée est la somme des représentations calculées précédemment pour les échos tournant en sens direct et rétrograde.

L'observation en un point est la somme des deux représentations positive et négative:

$$S(x_0, \omega) = S^+(x_0, \omega) + S^-(x_0, \omega)$$

Dans le cas de l'onde A qui nous intéresse ici,

si $0 < x_0 < \pi a$, alors:

$$S(x, \omega) = jH(0, \omega)e^{j\omega\Delta t}e^{jK(\pi a - \Delta x)} \frac{\cos(Kx_0)}{\sin(K\pi a)}$$

et si $\pi a < x_0 < 2\pi a$, alors:

$$S(x, \omega) = jH(0, \omega)e^{j\omega\Delta t}e^{jK(\pi a - \Delta x)} \frac{\cos(K(x_0 - 2\pi a))}{\sin(K\pi a)}.$$

La première expression est identique à celle trouvée par Derem [4] en développant le problème exact en somme d'ondes propagatives.

On note que les solutions sont continues en $x_0 = 0$ et $x_0 = 2\pi a$, ainsi qu'en $x_0 = \pi a$.

La représentation de $|S|$ est donnée Figure 7. Dans la mesure où K'' reste faible, on peut dire que deux périodicités apparaissent.

La première, selon ω , est approchée: elle est due au dénominateur $\sin(K\pi a)$ qui est minimal lorsque $K'a \# n$ entier.

La seconde, selon x , provient des termes en $\cos(Kx_0)$ ou $\cos(K(x_0 - 2\pi a))$. Si l'on suit la fonction pour $K'a=n$, on rencontre une succession de maxima, en particulier en $x_0 = 0$, $x_0 = 2\pi a$ et en $x_0 = \pi a$. L'écart entre deux maxima est

$$x_0 = \frac{\pi}{K'} = \frac{\pi a}{n}. \text{ Il y a donc } 2n \text{ maxima sur l'intervalle } x_0 = [0, 2\pi a]$$

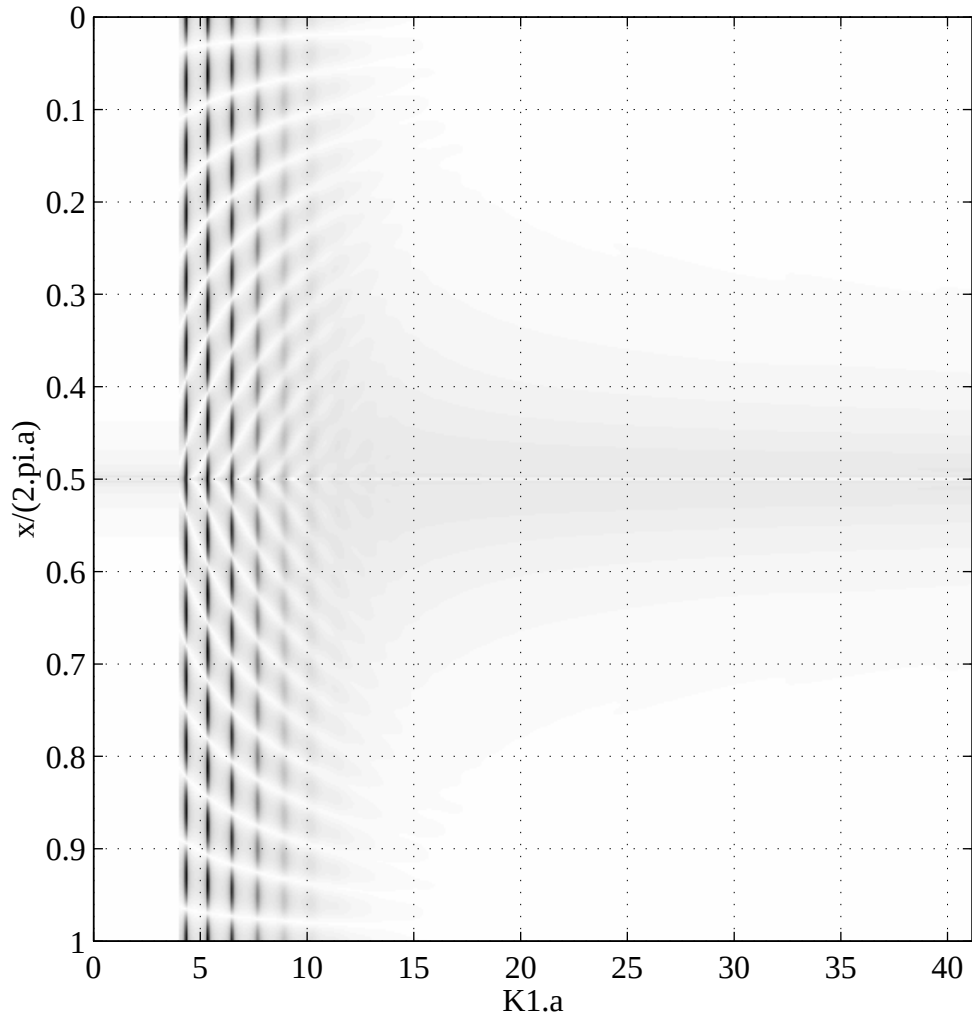


Figure 7: Représentation spatio-fréquentielle totale simulée de l'onde A sur un tube semi-immergé de rapport $b/a=0,9$.

La Figure 8 montre une représentation spatio-temporelle simulée de l'onde A. Cette simulation numérique est obtenue à partir de la transformée de Fourier inverse de la représentation spatio-fréquentielle totale. On y note clairement les trajectoires de l'onde A se propageant dans les deux sens.

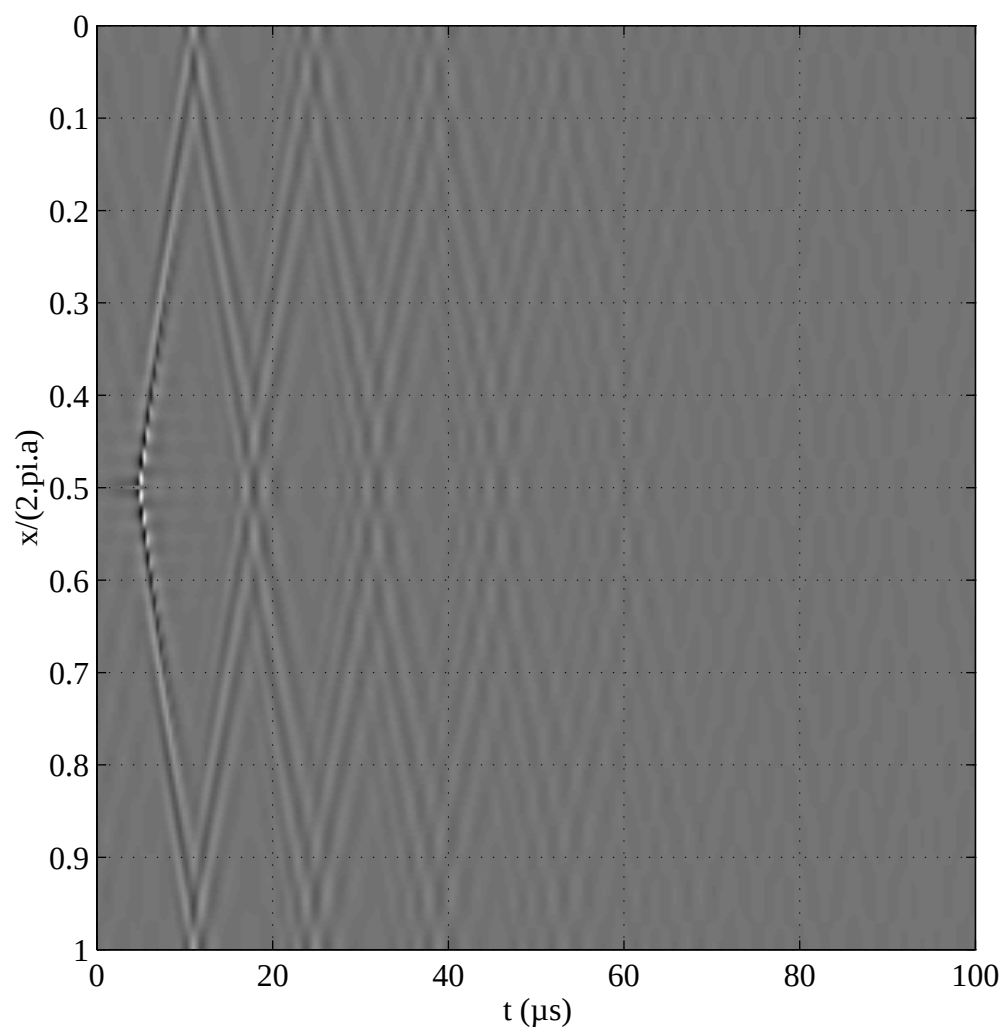


Figure 8: Représentation spatio-temporelle simulée de l'onde A sur un tube semi-immergé de rapport $b/a=0,9$.

3.3. Lien avec les résonances fréquentielles

On se place à $x_0 = \text{cte}$ (par exemple $0 < x_0 < \pi a$), alors:

$$S(x_0, \omega) = H(0, \omega) e^{j\omega\Delta t} e^{jK(\pi a - \Delta x)} \frac{2 \cos(Kx_0)}{1 - e^{jK\pi a}}$$

Le module de S présente des oscillations selon $K_1 a$ (Figure 9). Elles sont principalement dues au dénominateur qui impose

des maxima pour $K'a = n$ et

des minima pour $K'a = (2n+1)/2$ (n entier).

Une résonance apparaît clairement à une pulsation $\omega = \omega^*$. Si K'' varie peu au voisinage de ω^* et si on choisit $x_0 = 2\pi a$, on peut approximer S autour de ω^* . En effet

$$e^{jK2\pi a} \approx e^{-K''2\pi a} [1 + (\omega - \omega^*) j 2\pi a \frac{dK'}{d\omega}(\omega^*)].$$

Si on admet que $K''2\pi a \ll 1$, il vient

$$1 - e^{jK2\pi a} \approx K''2\pi a - (\omega - \omega^*) j 2\pi a \frac{dK'}{d\omega}(\omega^*)$$

et par conséquent on peut écrire:

$$S(0, \omega) = \frac{1}{\pi a} H(0, \omega) e^{j\omega\Delta t} e^{jK(\pi a - \Delta x)} \frac{\left(\frac{dK'}{d\omega}(\omega^*)\right)^{-1}}{\Omega'' - j(\omega - \omega^*)},$$

$$\text{avec } \Omega'' = K''(\omega^*) \left(\frac{dK'}{d\omega}(\omega^*)\right)^{-1}$$

La relation trouvée entre les atténuations spatiale et temporelle est identique à celle montrée au chapitre IV dans l'analyse de la représentation tout fréquence de l'onde seule. Dans le cas du tube une relation identique a été démontrée par Derem [3] en partant du problème résonnant exact développé en ondes de surface autour de chaque

pôle $x = x^* - j \frac{\Gamma}{2}$. On montre également que, près de chaque fréquence de résonance

ω^* , le module de S est représenté par une fonction de Breit-Wigner, cette propriété étant indépendante de x_0 . Nous validons ainsi les hypothèses simples de départ.

Nous avons montré que tant que les hypothèses simplificatrices sont valables:

$$S(x, \omega) \approx H(0, \omega) \frac{e^{j\omega\Delta t} e^{-jK\Delta x}}{2\pi a} (e^{jKx} + e^{-jK(x-2\pi a)}) \cdot \sum_{i=1}^{+\infty} \frac{\left(\frac{dK'_i}{d\omega} \right)^{-1}_{\omega=\Omega'_i}}{\Omega''_i - j(\omega - \Omega'_i)}$$

avec $\Omega''_i = \frac{K''(\Omega'_i)}{\left(\frac{dK'}{d\omega} \right)_{\omega=\Omega'_i}}$ et Ω'_i tel que $\text{Re}(K(\Omega'_i)a) = n$ entier.

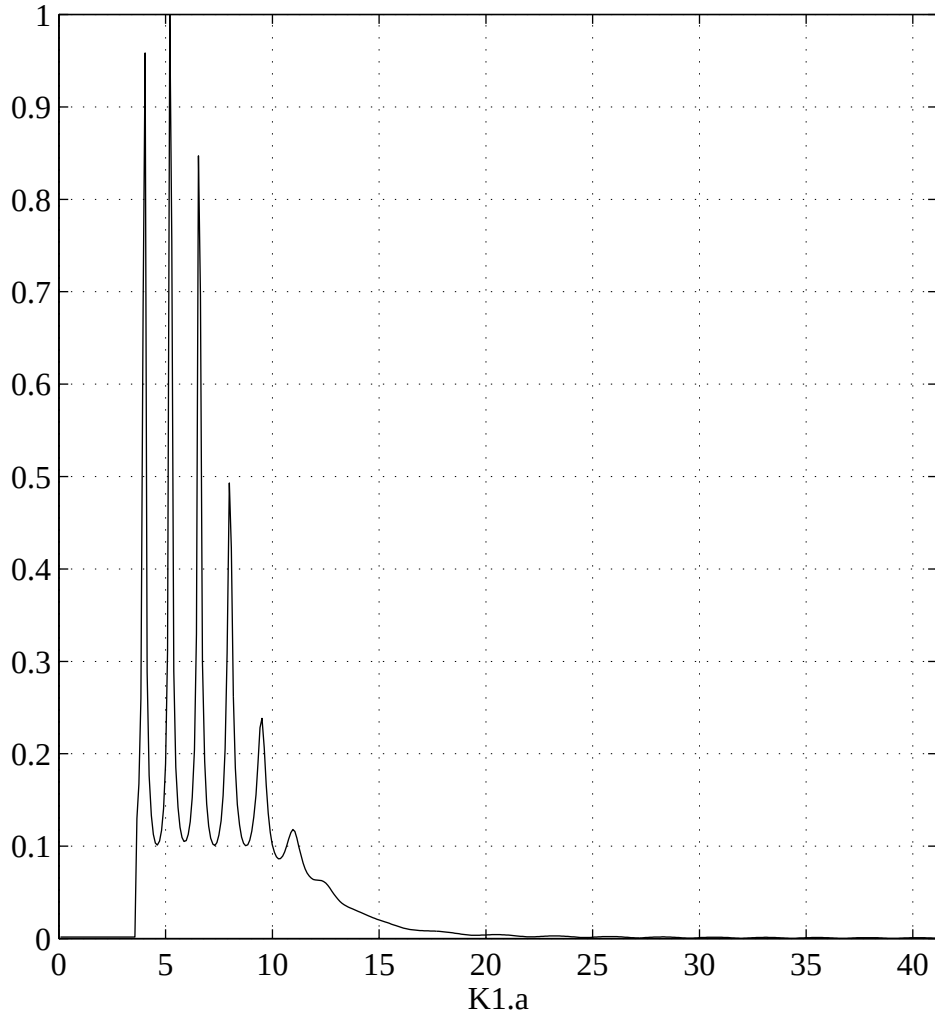


Figure 9: Coupe de la représentation spatio-fréquentielle simulée pour $x/(2\pi a)=0$.

3.4. Lien avec la M.I.I.R.

La classique Méthode d'Isolation et d'Identification des Résonances [2] exploite le module de $S(x_0, \omega)$. Regardons maintenant plus précisément l'évolution du module de $S(x_0, \omega)$ en fonction des deux variables x_0 et ω . En prenant $K_1 a$ tel que $K'a$ soit un entier (par exemple $K_1 a = 5,3$), le module de S admet deux expressions.

Si $0 \leq x_0 \leq \pi a$,

$$|S| = |H| \frac{\sqrt{\cos^2 K' x_0 + \text{sh}^2 K'' x_0}}{\text{sh} K'' \pi a} \text{ qui est approximé par:}$$

$$|S| = |H| \frac{|\cos K' x_0|}{\text{sh} K'' \pi a} \text{ si le cosinus est très supérieur à } \text{sh} K'' x_0 \text{ (lorsque } x_0 \approx \frac{n\pi}{K'} \text{).}$$

Par ailleurs si $\pi a \leq x_0 \leq 2\pi a$,

$$|S| = |H| \frac{\sqrt{\cos^2 K'(x_0 - 2\pi a) + \text{sh}^2 K''(x_0 - 2\pi a)}}{\text{sh} K'' \pi a} \text{ qui devient:}$$

$$|S| = |H| \frac{|\cos K'(x_0 - 2\pi a)|}{\text{sh} K'' \pi a} \text{ en dehors des zones } x_0 \approx 2\pi a - \frac{2p+1}{2} \frac{\pi}{K'}.$$

La représentation de $S(x_0, \omega^*)$ est donnée Figure 10. C'est la représentation donnée par la M.I.I.R.. Les maxima sont espacés de $\Delta x_0 = \frac{\pi}{K'} = \frac{\lambda}{2}$: une circonférence de la cible est alors égale à n longueurs d'onde de l'onde de surface. Le nombre n est appelé mode de l'onde. La M.I.I.R. utilise cette propriété pour déterminer le mode n correspondant à la fréquence ω^* .

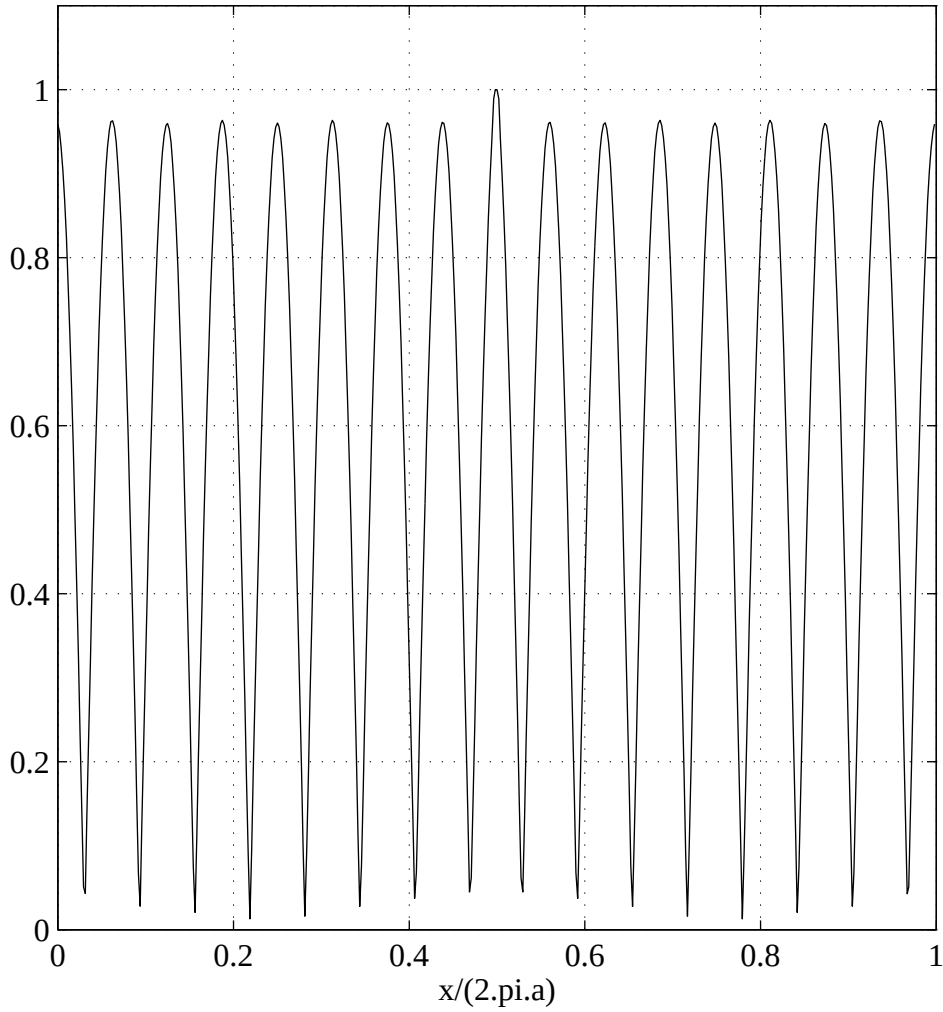


Figure 10: Coupe de la représentation fréquentielle simulée obtenue pour $K_1a=5,3$. On compte le mode $n=8$.

3.5. Représentation tout fréquence résonnante:

Nous avons vu dans le paragraphe précédent que la représentation spatio-fréquentielle S^+ est la somme des représentations S_m^+ de chaque écho se propageant sur le tube dans le sens positif. Le passage à la représentation tout fréquence Ksi^+ se faisant par transformée de Fourier spatiale de S^+ , par linéarité de la transformée de Fourier, la représentation Ksi^+ associée à S est donc la somme des représentations Ksi_m^+ associées à chaque S_m^+ . La représentation Ksi^+ est (pour l'essentiel) ainsi située dans le quadrant des fréquences spatiales positives. Pour les ondes se propageant dans le sens négatif, la

même démarche conduit à placer la représentation Ksi^- associée à S^- dans les fréquences spatiales négatives. Les deux représentations étant séparées, nous allons étudier uniquement les propriétés de Ksi^+ . Rappelons l'expression exacte de la représentation spatio-fréquentielle de p échos de l'onde se propageant dans le sens direct:

$$S^+(x_0, \omega) = S_0^+(x_0, \omega) + (\delta^{-1}(x_0) - \delta^{-1}(x_0 - 2\pi a))H(0, \omega)e^{j\omega\Delta t}e^{jK(x_0 - \Delta x)} \sum_{m=1}^p e^{j(2\pi Ka)m}$$

La représentation tout fréquence correspondante est alors:

$$Ksi^+(k, \omega) = H(0, \omega)e^{j\omega\Delta t}e^{-jk\Delta x} \frac{1}{j(K - k)} * (e^{j(K-k)2\pi a} - e^{j(K-k)\Delta x} + (e^{j(K-k)2\pi a} - 1) \sum_{m=1}^p e^{jmK2\pi a})$$

Pour une onde très atténuée

On admet que $K2\pi a \gg 1$, alors

$$Ksi^+(k, \omega) = H(0, \omega)e^{j\omega\Delta t}e^{-jk\Delta x} \frac{1}{j(k - K)}. \text{ On retrouve alors la représentation tout-}$$

fréquence de l'onde toute seule (non résonante) avec toutes les propriétés décrites au Chapitre IV.

Pour une onde peu atténuée

$$Ksi^+(k, \omega) = H(0, \omega)e^{j\omega\Delta t}e^{-jk\Delta x} \frac{1}{j(K - k)} * (e^{j(K-k)2\pi a} - e^{j(K-k)\Delta x} + e^{jK2\pi a}(e^{j(K-k)2\pi a} - 1) \frac{1 - e^{jpK2\pi a}}{1 - e^{jK2\pi a}})$$

Cette expression est intéressante pour calculer Ksi^+ numériquement avec un nombre d'échos p limité. La représentation tout fréquence de l'onde A a ainsi été calculée sur un tube $b/a=0,9$ (Figure 11). On note un bon accord avec les résultats obtenus par Z.D.X..

Pour une infinité d'échos

K_{si}^+ s'écrit:

$$(V-3) \quad K_{si}^+(k, \omega) = H(0, \omega) \cdot e^{j\omega\Delta t} \cdot e^{-jK\Delta x} \frac{1}{j(K-k)} * \\ * \left(\frac{e^{j(K-k)2\pi a} - e^{jK2\pi a}}{1 - e^{jK2\pi a}} - e^{j(K-k)\Delta x} \right)$$

Sur cette représentation, on peut considérer deux types de coupe, à pulsation constante ou à vecteur d'onde constant. Nous nous limiterons au calcul littéral dans le cas où $k = cte$ tel que $ka = n$.

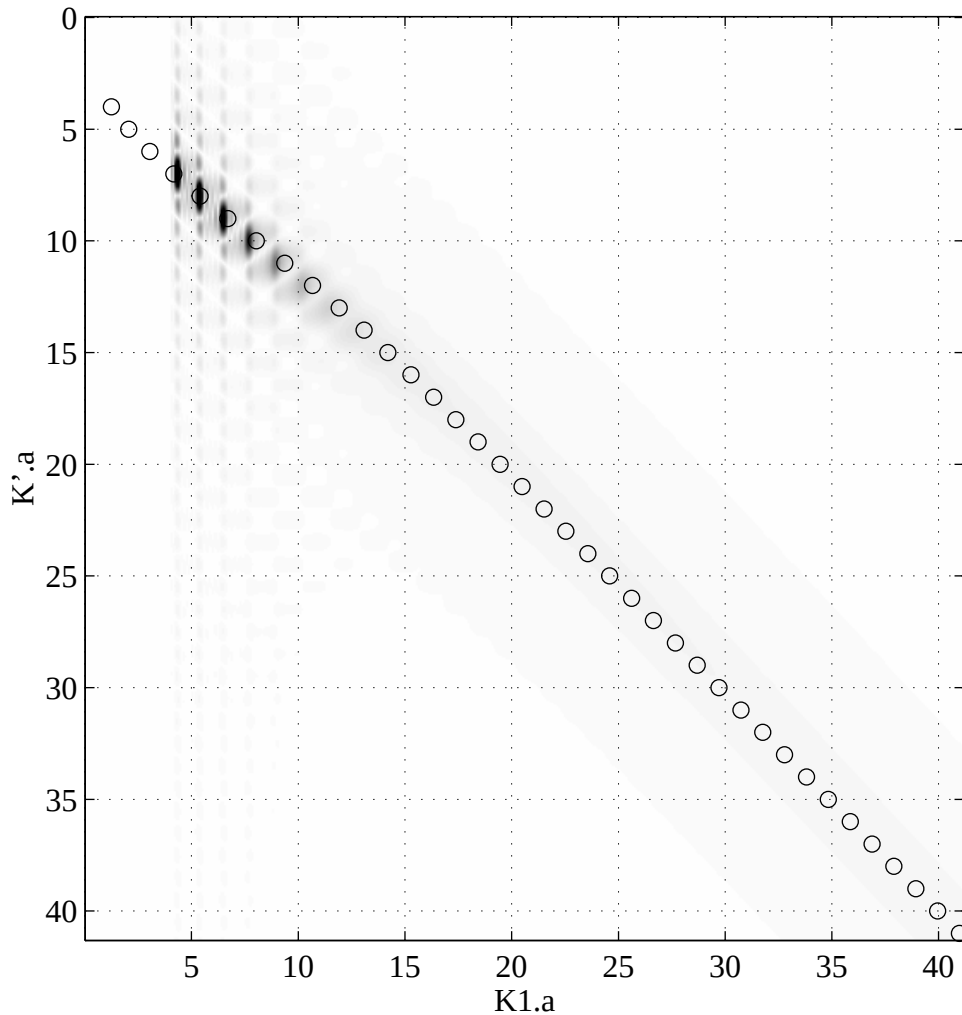


Figure 11: Représentation tout-fréquence simulée de l'onde A sur un tube semi-immergé de rapport $b/a=0,9$: module de K_{si} simulé. Les (o o o) représentent les modes propres calculés par Z.D.X..

Pour une observation tronquée spatialement

Si S^+ n'est observée que sur l'intervalle spatial $[A, B]$ ($\Delta x \leq A < x_0 < B \leq 2\pi a$), alors la fonction Ksi est:

$$Ksi_A^B(k, \omega) = \int_A^B S(x_0, \omega) \cdot e^{-jkx_0} dx_0$$

Pour une onde se propageant dans le sens positif, sa représentation tronquée est:

$$Ksi_A^B(k, \omega) = jH(0, \omega) e^{j\omega\Delta t} e^{-jK(\Delta x + \pi a)} e^{j(K-k)(B+A)/2} \frac{\sin(K-k)(B-A)/2}{(K-k) \sin K\pi a}$$

Le module de $Ksi_A^B(k, \omega)$ s'écrit alors:

$$|Ksi_A^B(k, \omega)| = |H| \cdot \frac{e^{-K''(\pi a - \Delta x + (A+B)/2)}}{\sqrt{(k - K')^2 + K''^2}} \sqrt{\frac{\sin^2(k - K')(B-A)/2 + \text{sh}^2 K''(B-A)/2}{\sin^2 K'\pi a + \text{sh}^2 K''\pi a}}$$

Pour rendre maximal $|Ksi_A^B(k, \omega)|$, il faut alors que

- (1) $K'a = n$ avec n entier et
- (2) $k = K'$.

La représentation Ksi , même issue de S tronquée permet l'identification des modes présents. Dans ces conditions le maximum de $|Ksi_A^B(k, \omega)|$ est proche de $\frac{(B-A)}{2K''\pi a}$.

Une simulation numérique a été effectuée pour les deux cas suivant: $\pi a \leq x_0 \leq 2\pi a$ et $3\pi a/2 \leq x_0 \leq 2\pi a$, respectivement Figure 12 et Figure 13. On y note l'importance de la troncature. Plus la fenêtre spatiale utilisée est petite et moins on retrouve les propriétés intrinsèques de l'onde.

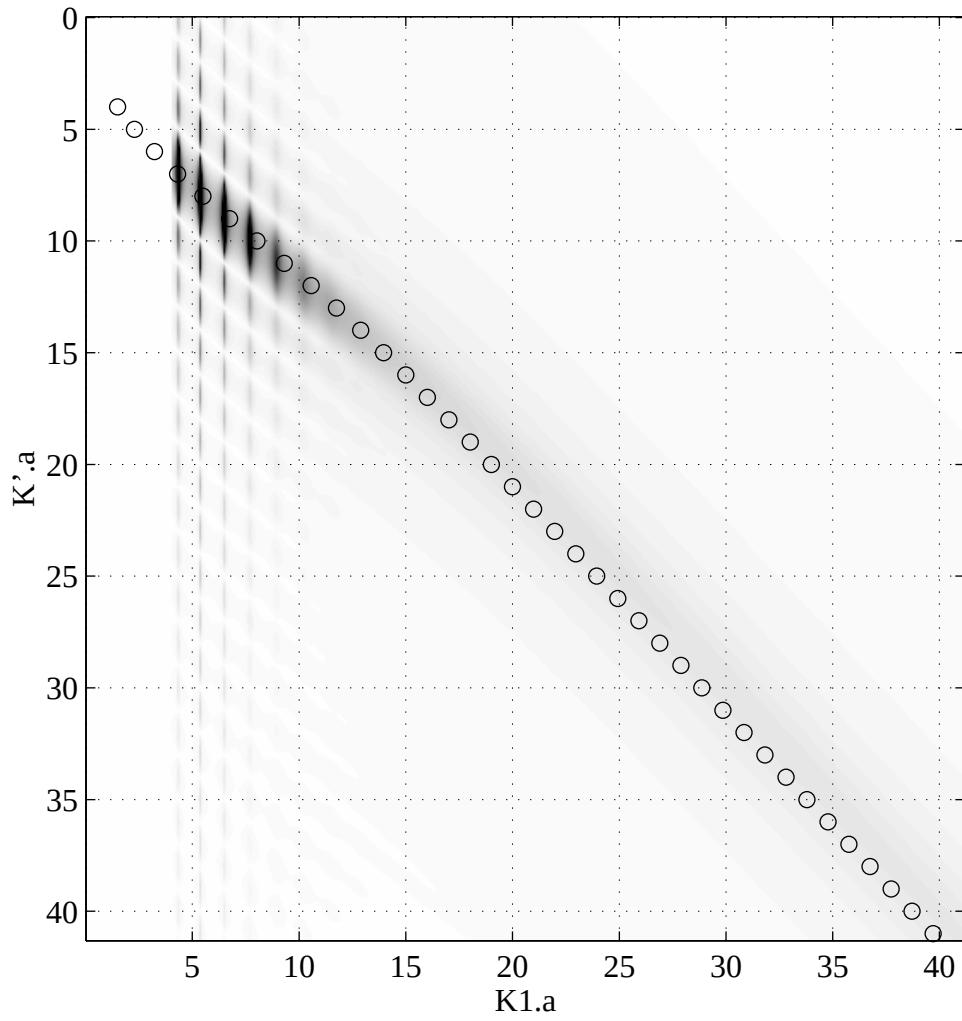


Figure 12: Représentation tout-fréquence "tronquée" de l'onde A sur un tube , obtenue pour $\pi a \leq x_0 \leq 2\pi a$.

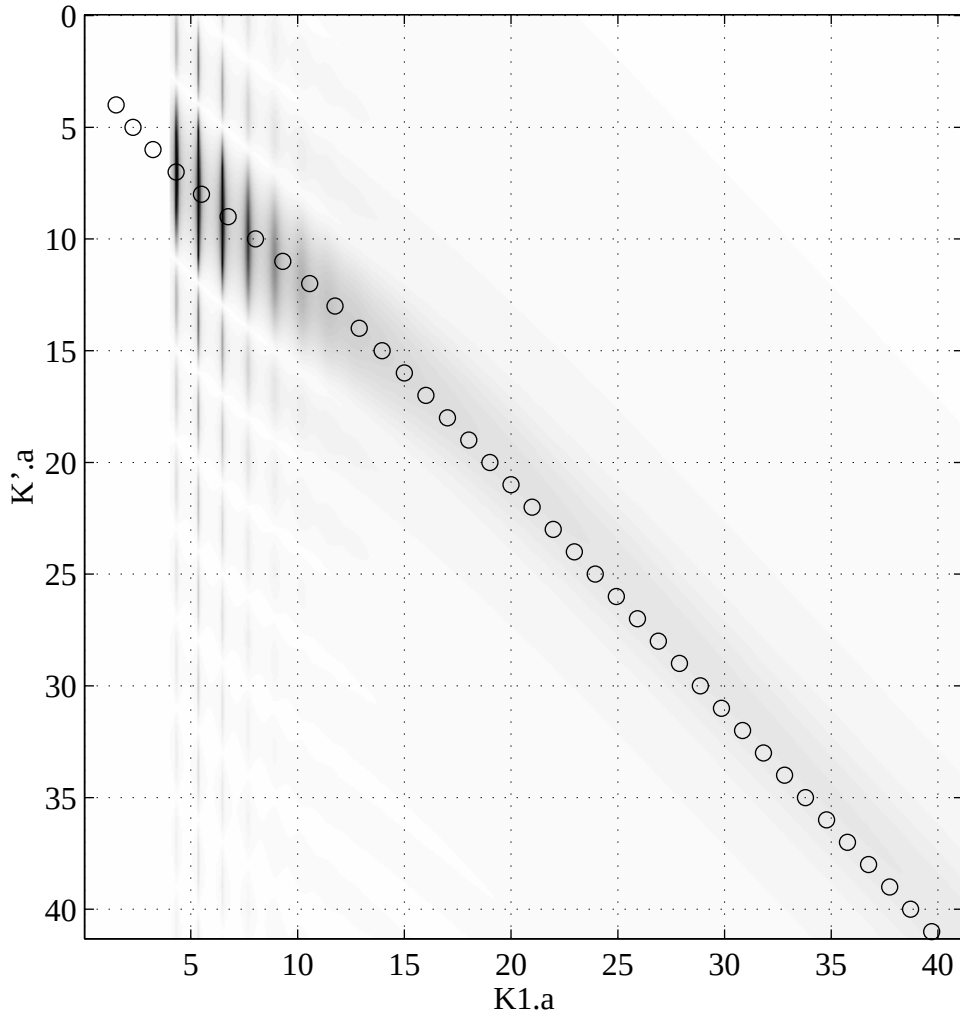


Figure 13: Représentation tout-fréquence "tronquée" de l'onde A sur un tube , obtenue pour $3\pi a / 2 \leq x_0 \leq 2\pi a$.

3.5.1. Coupe de Ksi à vecteur d'onde constante

Cas idéal, non tronqué spatialement:

On étudie une coupe de Ksi (non tronqué) à vecteur d'onde constante $k = \text{cte}$ tel que $ka = n$ (entier), alors l'expression (V-3) devient:

$$K_{si}^+(k = \text{cte}, \omega) = H(0, \omega) \cdot e^{j\omega\Delta t} \cdot e^{-jk\Delta x} \frac{1}{j(k - K)}$$

Ce résultat est très intéressant, car on retrouve les propriétés de l'onde seule. Le chapitre IV montre que si l'atténuation spatiale évolue lentement, $|Ksi^+|^2$ peut s'écrire sous la forme d'une fonction de Breit-Wigner fréquentielle. Chaque coupe de Ksi à k constant choisi judicieusement autorise ainsi l'identification de Ω complexe.

On peut interpréter ce résultat sous un autre angle. En effet, prendre des coupes de Ksi^+ pour des valeurs entières de ka revient à échantillonner le spectre continu Ksi^+ sur l'axe des fréquences spatiales. Par transformée de Fourier spatiale inverse, la représentation S^+ correspondante est rendue périodique spatialement, de période un tour. On traduit ainsi la périodicité spatiale imposée par la cible.

Cas tronqué le moins possible

Si la représentation spatio-fréquentielle peut être obtenue quand A et B prennent les valeurs des bornes extrêmes $A = \pi a$ et $B = 2\pi a$, alors

$$Ksi_A^B(k, \omega) = jH(0, \omega)e^{j\omega\Delta t}e^{-jK(\Delta x + \pi a)}e^{j(K-k)3\pi a/2} \frac{\sin(K-k)\pi a/2}{(K-k)\sin K\pi a}.$$

Une coupe de $Ksi_A^B(k, \omega)$ à vecteur d'onde constante $k = cte$ tel que $ka = K'a = n$ (entier) est alors $|Ksi_A^B(k, \omega)|$ est proportionnel à $\left| \frac{1}{(K-k)} \right|$, c'est-à-dire l'expression de l'onde seule. Pour une onde peu atténuée, là encore on peut se servir des résultats du Chapitre IV pour montrer que $Ksi_A^B(k, \omega)$ s'écrit comme une fonction de Breit-Wigner fréquentielle de pulsation complexe Ω . La représentation tout-fréquence, même calculée sur une demi-circonférence du tube autorise donc l'identification de Ω complexe. Cette propriété sera très intéressante dans la pratique, au Chapitre VII.

3.6. Représentation vecteur d'onde-temps

Dans la plupart des régions de sa représentation Ksi , une onde peut être considérée comme une fonction de Breit-Wigner fréquentielle, particulièrement dans les zones résonnantes. La représentation vecteur d'onde-temps peut ainsi être calculée de façon légitime par transformée de Fourier inverse fréquentielle de la représentation Ksi . Toujours pour l'onde A, nous avons simulé cette représentation (Figure 14).

On note que le vecteur d'onde réel continu ka imposé au tube converge tour après tour vers les modes du tube. Le continuum énergétique tend petit à petit à être canalisé vers les modes discrets du tube.

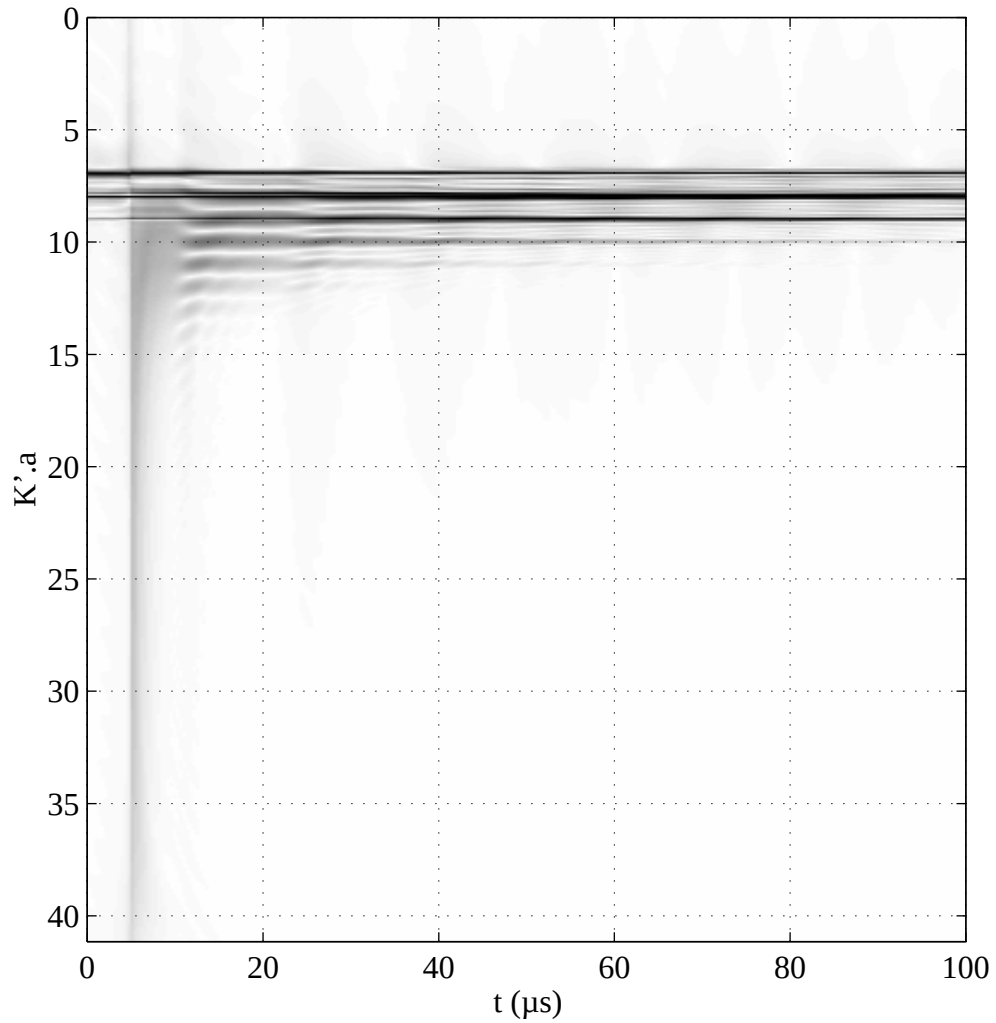


Figure 14: Représentation vecteur d'onde-temps simulée de l'onde A sur une tube semi-immergé ($b/a=0,9$). Elle a été obtenue par transformée de Fourier inverse de la représentation tout-fréquence résonnante.

4. Utilisation de la fonction de forme

L'objectif de ce paragraphe est de montrer l'analogie entre le champ de pression calculé autour d'un tube semi-immergé et la représentation spatio-fréquentielle obtenue pour une onde. Partant de cette analogie, nous étudierons "succinctement" les deux types de représentations tout-fréquences correspondantes.

4.1. Lien avec la représentation spatio-fréquentielle

Nous avons représenté Figure 15 le module de la pression diffusée quand on tourne autour d'un tube semi-immergé en dural et de rapport $b/a=0,9$.

Une telle représentation est trop complexe pour en extraire à première vue les informations résonnantes. Cependant un œil averti peut y reconnaître les résonances de l'onde A.

Ce que l'on y note principalement, c'est la présence de trous régulièrement espacés et interprétés comme interférences entre ondes incidente et réfléchie.

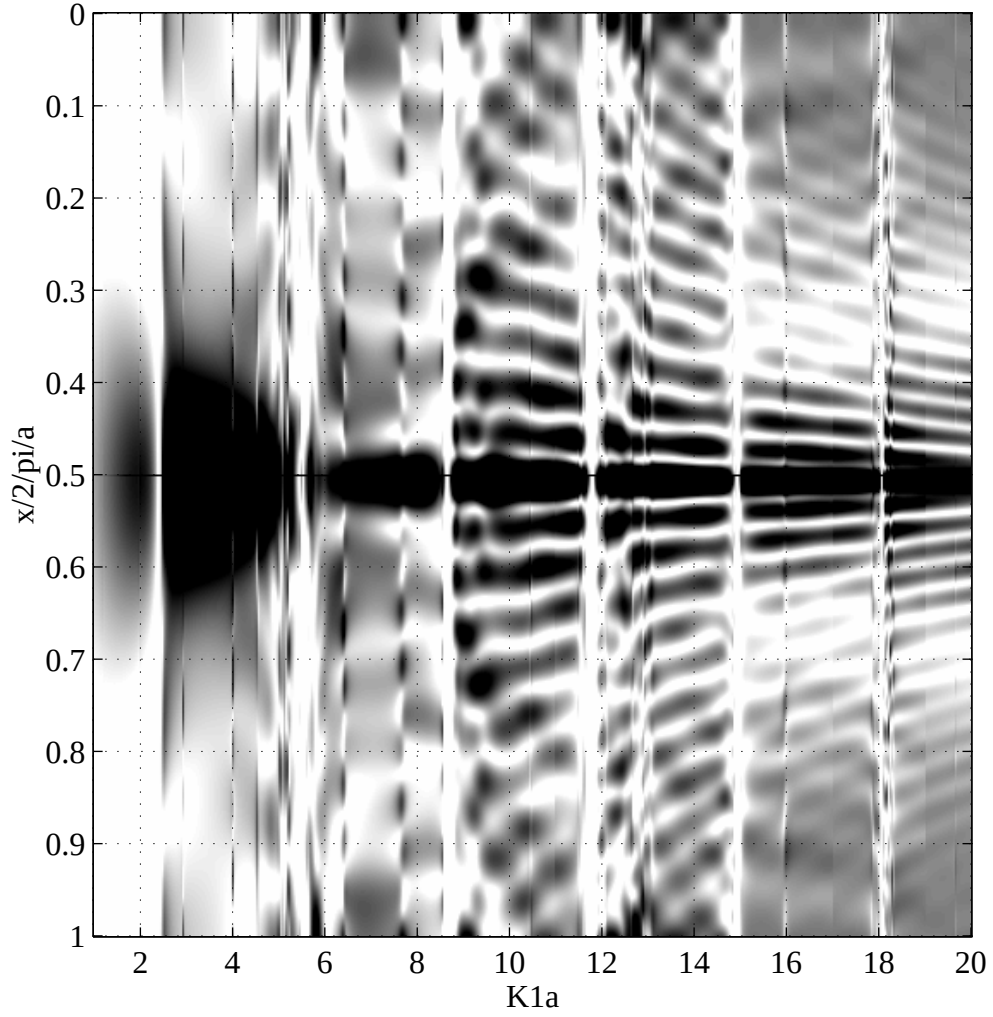


Figure 15: Evolution du module du champ de pression diffusée par un tube en dural semi-immergé (rapport $b/a=0,97$) en fonction de l'angle de réception. Pour la position zéro, émetteur et récepteur sont confondus.

Nous avons vu que pour extraire les caractéristiques résonnantes de la cible à partir des fonctions de forme, il faut soustraire un fond non-résonnant adapté. Un moyen plus rapide et qui est adapté à l'extraction de résonances fines est la méthode du gradient de fréquence développée par S. Derible [9].

Le principe est le suivant:

la pression totale diffusée par la cible est la somme:

$$P(\Phi, K1a) = P_{\text{fond}} + P_{\text{res}}.$$

Près d'une résonance, la pression résonante varie très rapidement, alors que la pression non résonnante varie très lentement sur le même intervalle. L'idée est donc de dériver la pression totale par rapport à la fréquence. Ainsi la contribution non résonnante est presque éliminée par rapport à la dérivée de la pression résonnante.

La Figure 16 montre l'évolution du module de la dérivée de la pression complexe autour du tube. Les fréquences de résonance, ainsi que les modes de l'onde A sont clairement identifiés. Cependant d'autres "modes" sont visibles et ne correspondent à aucune onde répertoriée dans le plan complexe. Bien que leur largeur à mi-hauteur apparente puisse laisser penser qu'elles soient visibles expérimentalement, elles ne le sont pas du tout. Ce sont en fait des interférences entre ondes réfléchiées et incidente, car on est ici en régime permanent.

On peut comparer avec la Figure 7 obtenue par simulation pour l'onde A. Les fréquences de résonance obtenues dans les deux cas sont très proches et les modes identifiés sont identiques.

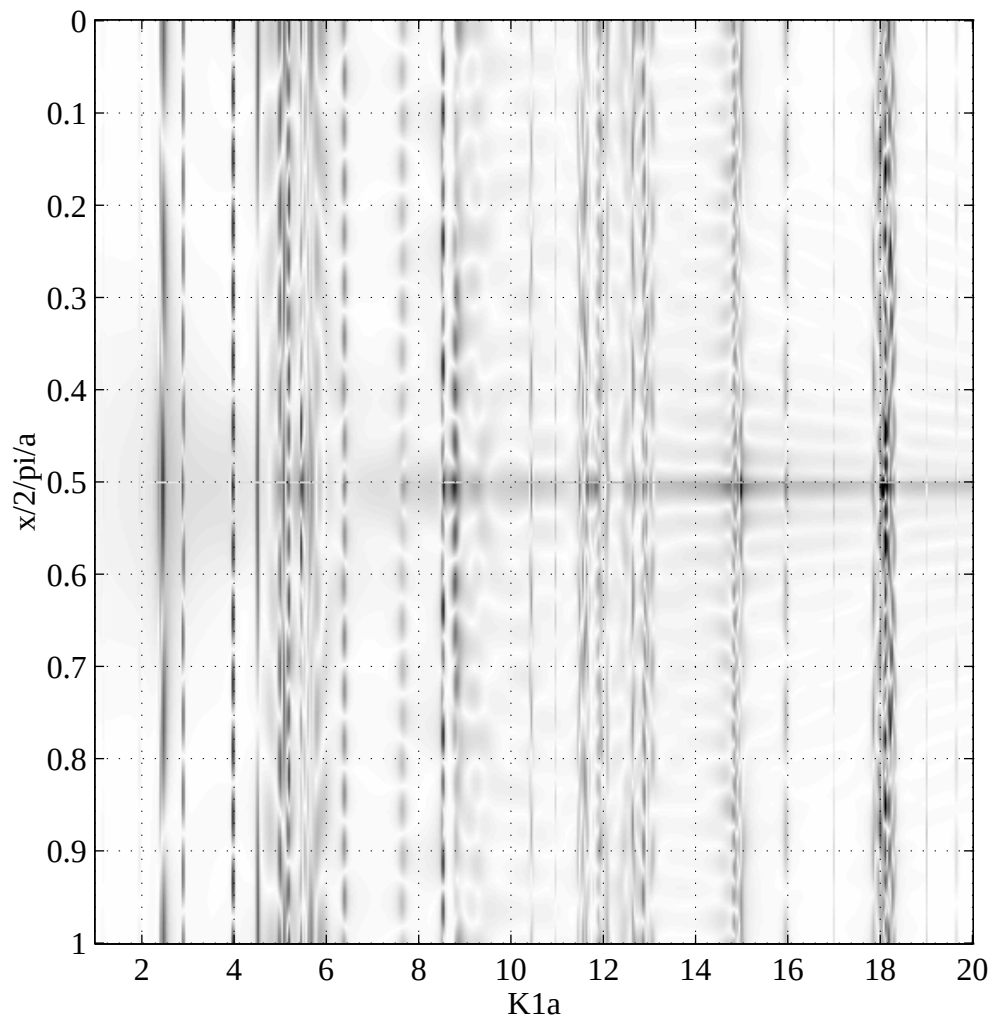


Figure 16: Module de la dérivée de pression diffusée par un tube en dural semi-immersé (rapport $b/a=0,97$) en fonction de l'angle de réception.

4.2. Représentation tout-fréquence obtenue à partir de l'ensemble des fonctions de forme

La représentation tout-fréquence associée au champ de pression complet est calculée par transformée de Fourier spatiale directe. La Figure 17 montre le module d'une telle représentation tout fréquence. Les modes de l'onde A y sont clairement visibles. On y distingue aussi les hautes fréquences, très atténuées.

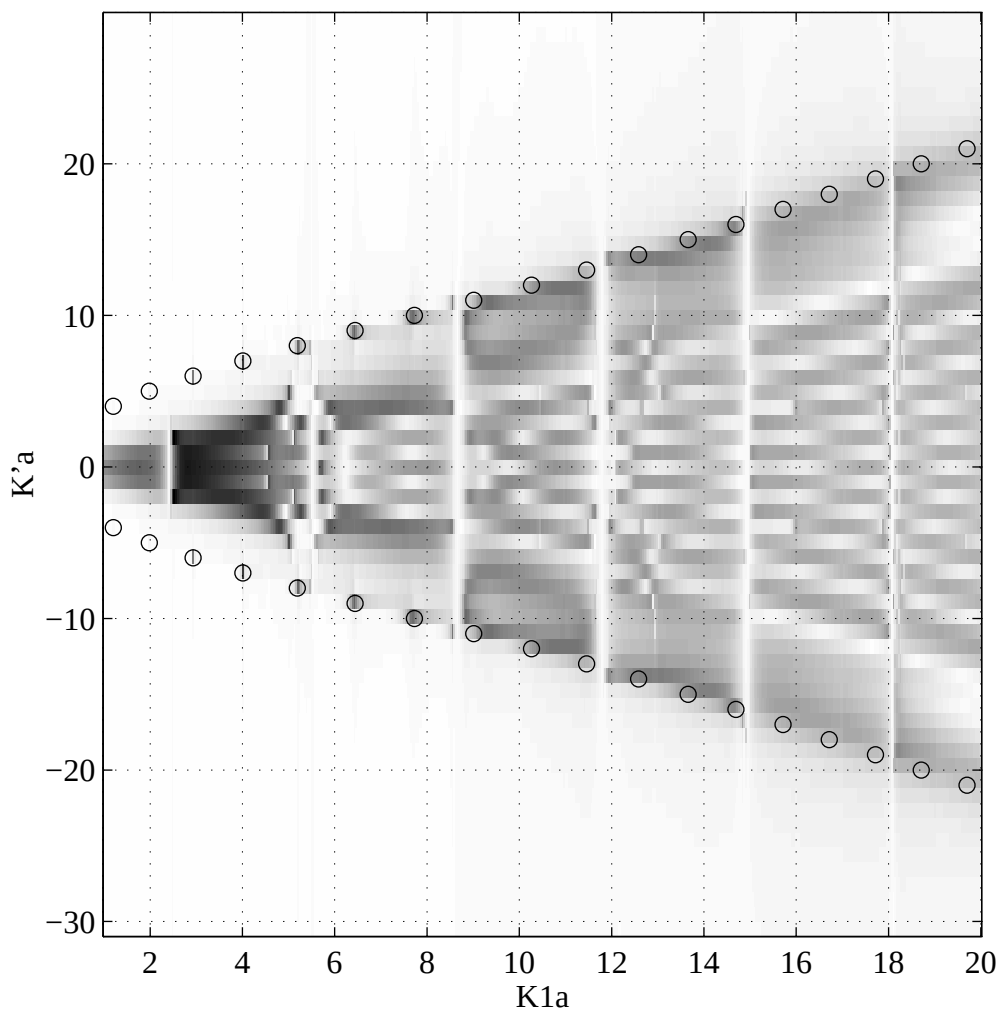


Figure 17: Représentation tout-fréquence (module) obtenue par transformée de Fourier spatiale du champ de pression calculé précédemment.

La Figure 18 représente la dérivée fréquentielle de la représentation tout-fréquence de la Figure 17. Les résonances de l'onde A sont toujours visibles (variations rapides). Par

contre la zone haute fréquence de l'onde A est "gommée" car elle correspond à une variation lente de la pression qui est fortement détruite par la dérivation.

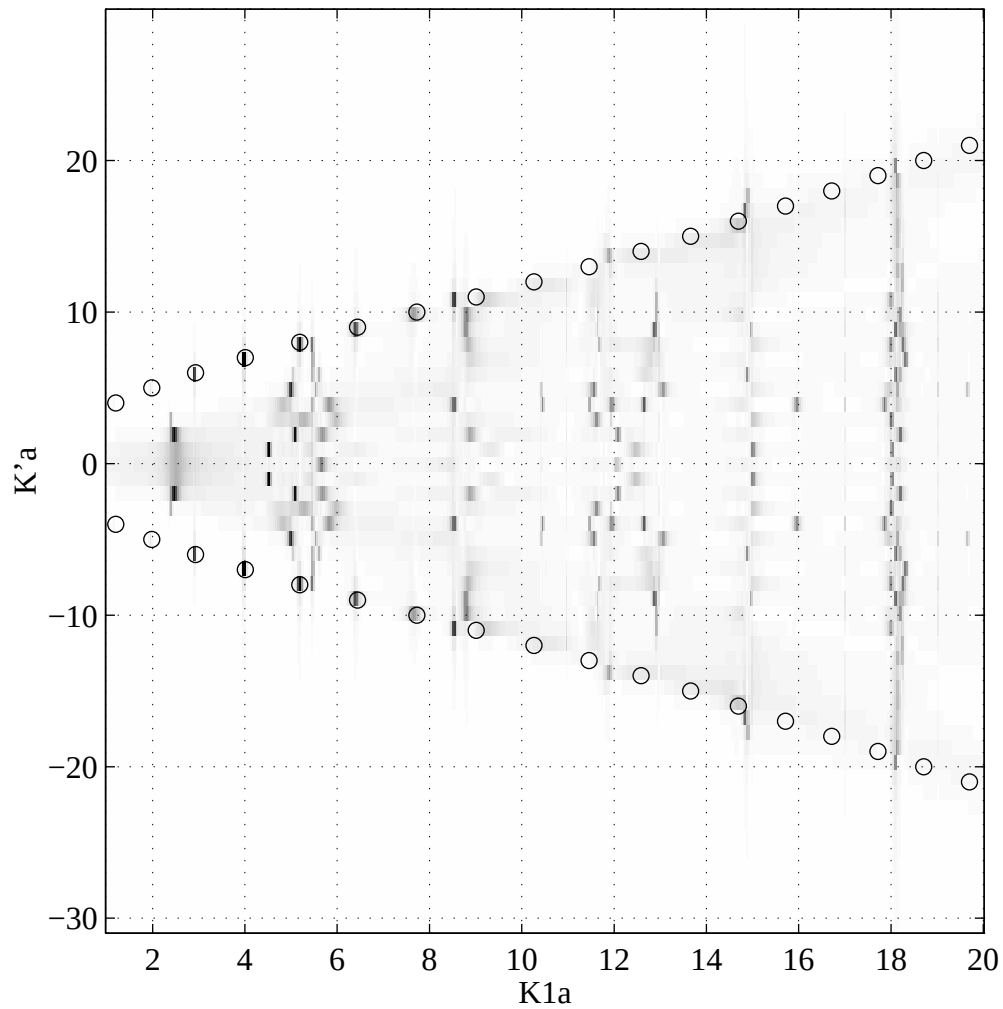


Figure 18: Module de la dérivée de la représentation tout-fréquence obtenue précédemment.

5. Conclusion

Nous avons modélisé dans les différents espaces de Fourier une onde se propageant sur un tube semi-immergé [10].

Nous avons montré que la représentation spatio-fréquentielle de l'onde, se propageant uniquement dans un sens, définit complètement l'aspect résonnant de l'onde sur le tube. Les fréquences de résonance complexes y sont alors clairement accessibles. Dans le cas où l'onde se propage sur le tube dans les deux sens, nous avons démontré les propriétés de la M.I.I.R. impulsionnelle.

La représentation tout-fréquence d'une onde se propageant dans un sens permet une identification de ses caractéristiques (vecteur d'onde ou pulsation complexe) quand celle-ci est très atténuée. Quand l'onde est peu atténuée, nous avons montré que

- (1) dans tous les cas, les modes de l'onde peuvent être identifiés,
- (2) en cas de troncature spatiale, la partie réelle de K complexe est accessible, ainsi que la pulsation complexe de la cible.

6. Références

- [1] H. ÜBERALL, L.R. DRAGONNETTE, L. FLAX, "Relation between creeping waves and normal modes of vibration of curved body", J. Acoust. Soc. Am., 61 (1977), 711-715.
- [2] G. MAZE, J. RIPOCHE, "Méthode d'isolement et d'identification des Résonances (M.I.I.R.) de cylindres et de tubes soumis à une onde plane dans l'eau", Rev. Phys. Appl., 18 (1983) 319-326.
- [3] A. DEREM, "Relation entre ondes de surface et l'apparition des résonances", Revue du CETHEDC, 58 (1979), 43-79.
- [4] A. DEREM, "Théorie de la matrice S et transformation de Sommerfeld-Watson dans la diffusion acoustique", dans "La diffusion acoustique par des cibles élastiques de forme géométrique simple", CEDOCAR (1988), 188-279.
- [5] J.L. ROUSSELOT "Etude numérique de la diffusion par des objets cylindriques et sphériques au moyen des résonances", dans "La diffusion acoustique par des cibles élastiques de forme géométrique simple", CEDOCAR (1987) ,322-352
- [6] S. G. KARGL, P. L. MARSTON, "Ray synthesis of the form function for backscattering from an elastic spherical shell: Leaky Lamb waves and longitudinal resonances ", J. Acoust. Soc. Am., 89 (1991), 2545-2558.
- [7] M. TALMANT, J.-M. CONOIR, J.L. ROUSSELOT, "High Frequency Scattering by Shells", Acta Acustica,3 (1995), 509-515.
- [8] J.-L. IZBICKI, Communication personnelle.
- [9] S. DERIBLE, J.-L. IZBICKI, P. REMBERT, "New tools to determine the resonance width of a cylindrical shell.", 1st Ultrasonics World Congress, Proceedings, Berlin (1995), 101-104.
- [10] L. MARTINEZ, J. DUCLOS, A. TINEL, "Aspects of cylindrical shell resonances in the Fourier Diamond Spaces", 16th International Congress on Acoustics and 135th Meeting of the Acoustical Society of America, Seattle, Washington, U.S.A., 20-26 June 1998, proceedings, 1361-1362.

CHAPITRE VI

NOUVELLES METHODES D'IDENTIFICATION D'ONDES DE SURFACE

Sommaire du chapitre VI

1. INTRODUCTION.....	5
2. REPRÉSENTATION SPATIO-TEMPORELLE EXPÉRIMENTALE	6
2.1.1. Chaîne d'acquisition	6
2.1.2. Incertitudes mécaniques	6
2.1.3. Echantillonnages temporel et spatial	7
2.1.4. Echantillonnage et profondeur temporels	8
2.1.5. Echantillonnage et profondeur spatiales	8
2.1.6. Discrétisation.....	9
3. MÉTHODE SPATIALE D'ANALYSE D'ONDES DE SURFACE (SPATIAL-SURFACE WAVE ANALYSIS METHOD: S.-S.W.A.M.)	11
3.1. IDENTIFICATION D'EXPONENTIELLES DÉCROISSANTES PAR MODÉLISATION A.R.M.A. SPATIALE ..	12
3.2. ILLUSTRATION DE S.-S.W.A.M.: PROPAGATION DE L'ONDE A SEULE SUR UN TUBE	13
3.2.1. Identification dans l'espace spatio-fréquentiel par la méthode de Prony	16
3.2.2. Etude d'une coupe correspondant à l'onde A.....	18
3.2.3. Etude d'une coupe correspondant à l'onde de Franz.....	19
3.2.4. Résultats obtenus après traitement de la totalité de la représentation	21
3.3. AVANTAGES ET INCONVÉNIENTS DE S.-S.W.A.M.	22
4. MÉTHODE TEMPORELLE D'ANALYSE D'ONDES DE SURFACE (TIME-SURFACE WAVE ANALYSIS METHOD: T.-S.W.A.M.)	23
4.1. ILLUSTRATION DE T.-S.W.A.M.: PROPAGATION DE L'ONDE A SUR UN TUBE.....	24
4.1.1. Représentation expérimentale vecteur d'onde-temps.....	24
4.1.2. Identification dans l'espace fréquence spatiale-temps par la méthode de Prony.....	26
5. MÉTHODE FRÉQUENTIELLE D'IDENTIFICATION D'ONDES DE SURFACE (F.- S.W.A.M.).....	28
5.1. IDENTIFICATION DE K OU Ω À L'AIDE DU MODULE DU SPECTRE BI-DIMENSIONNEL	28
5.1.1. Sur une coupe de K_{si} à pulsation constante	28
5.1.2. Sur une coupe de K_{si} à vecteur d'onde constant.....	29
5.2. IDENTIFICATION DE K OU Ω PAR MODÈLES A.R.M.A.	29
5.2.1. Identification de K	29
5.2.2. Identification de Ω	30
5.3. REPRÉSENTATION K_{si}^* ASSOCIÉE À $Im(K)$ OU $Im(\Omega)$	30
5.3.1. Principe	30
5.3.2. Illustration	31
5.4. ILLUSTRATION DE F.-S.W.A.M.: PROPAGATION DE L'ONDE A SUR UN TUBE	33

Chapitre VI: Nouvelles méthodes de mesure des caractéristiques des ondes ...

5.4.1.	Identification des vecteurs d'onde complexes	33
5.4.2.	Identification des pulsations complexes.....	37
5.5.	LIEN EXPÉRIMENTAL ENTRE VECTEUR D'ONDE COMPLEXE ET PULSATION COMPLEXE: ONDE A1 ..	40
5.5.1.	Conditions expérimentales	40
5.5.2.	Vecteurs d'ondes et pulsations identifiés par F.-S.W.A.M	41
6.	AMÉLIORATION DES MÉTHODES: SOUS-ÉCHANTILLONNAGE SPATIAL	43
7.	CONCLUSION.....	46
8.	RÉFÉRENCES	47

1. Introduction

Dans le chapitre IV, nous avons vu les propriétés d'une onde atténuée dans les espaces de Fourier. Dans les espaces mixtes (x, ω) et (k, t) , nous avons montré qu'une onde est alors vue comme une exponentielle amortie fonction du temps ou de l'espace. Des méthodes éprouvées de traitement du signal telles que la méthode de Prony identifient de telles fonctions. Nous avons utilisé ce principe pour les méthodes spatiale ou temporelle d'analyse d'onde de surface (resp. Spatial S.W.A.M. et Time S.W.A.M.). Nous présenterons ces deux méthodes en les illustrant par des résultats expérimentaux. Pour la représentation tout fréquence $Ksi(k, \omega)$, nous avons montré que les deux types de coupes sont des fonctions de Breit-Wigner. En utilisant des méthodes Auto Régressive à Moyenne Mobile (A.R.M.A.) fréquentielles, nous pourrions identifier les fréquences spatiales ou temporelles présentes dans la représentation tout fréquence. Nous avons regroupé ces nouvelles techniques dans la partie intitulée méthode fréquentielle d'analyse d'onde de surface (Frequency S.W.A.M.).

2. Représentation spatio-temporelle expérimentale

2.1.1. Chaîne d'acquisition

L'objectif est de pouvoir suivre des ondes au cours de leur propagation. Ces ondes sont générées par conversion d'une impulsion ultrasonore large bande, ce qui permet, en exploitant les mesures d'une expérience, de caractériser les ondes dans la bande passante où elles sont observées.

Que la cible soit plane ou cylindrique, la chaîne d'acquisition est identique à celle que nous avons utilisée dans l'étude de l'onde A sur la plaque plane. Il faut y ajouter un positionneur: une rotation (ou une translation), afin de collecter l'ensemble des signaux temporels pour une série de positions successives. La Figure 1 montre le dispositif utilisable dans le cas d'une cible plane. Il permet d'obtenir une représentation spatio-temporelle expérimentale $s_{\text{exp}}(x, t)$.

2.1.2. Incertitudes mécaniques

Pour caractériser avec une bonne précision les ondes se propageant sur la cible étudiée, la collecte des signaux temporels successifs en fonction de l'espace doit s'effectuer avec une bonne précision mécanique. Toutes les mesures qui suivent en dépendent. Les principales sources d'erreurs à contrôler et à réduire avant de faire une acquisition spatiale complète sont de deux types:

- la tolérance d'usinage de la cible
- le positionnement de la cible par rapport au positionneur.

La tolérance d'usinage des cibles cylindriques utilisées est inférieure à 0,05mm pour la cible de diamètre 42,7mm. Cette incertitude est essentiellement causée par le défaut d'excentricité de la surface externe du tube par rapport à la surface interne.

Le positionnement est systématiquement contrôlé avant chaque série de mesures. Un transducteur est utilisé en émission/réception afin de centrer le mieux possible la cible sur l'axe de rotation utilisé. L'erreur obtenue après réglage est de l'ordre de grandeur des amplitudes de déformation des supports. On peut ainsi atteindre (laborieusement) une erreur absolue de positionnement de 1/10mm.

Dans les séries d'acquisitions que nous avons menées, la bande passante utile ne dépasse pas 5MHz. L'onde A est étudiée, pour des valeurs de F.E inférieures à 2MHz.mm. La plus petite longueur d'onde que nous allons mesurer sera de l'ordre de 0,15mm (cible d'épaisseur 0,2mm). La plupart des mesures de longueur d'onde étant de l'ordre de 1mm (cibles d'épaisseur 0,5mm pour F.E=1). L'évaluation des longueurs d'onde se fait donc dans de bonnes conditions.

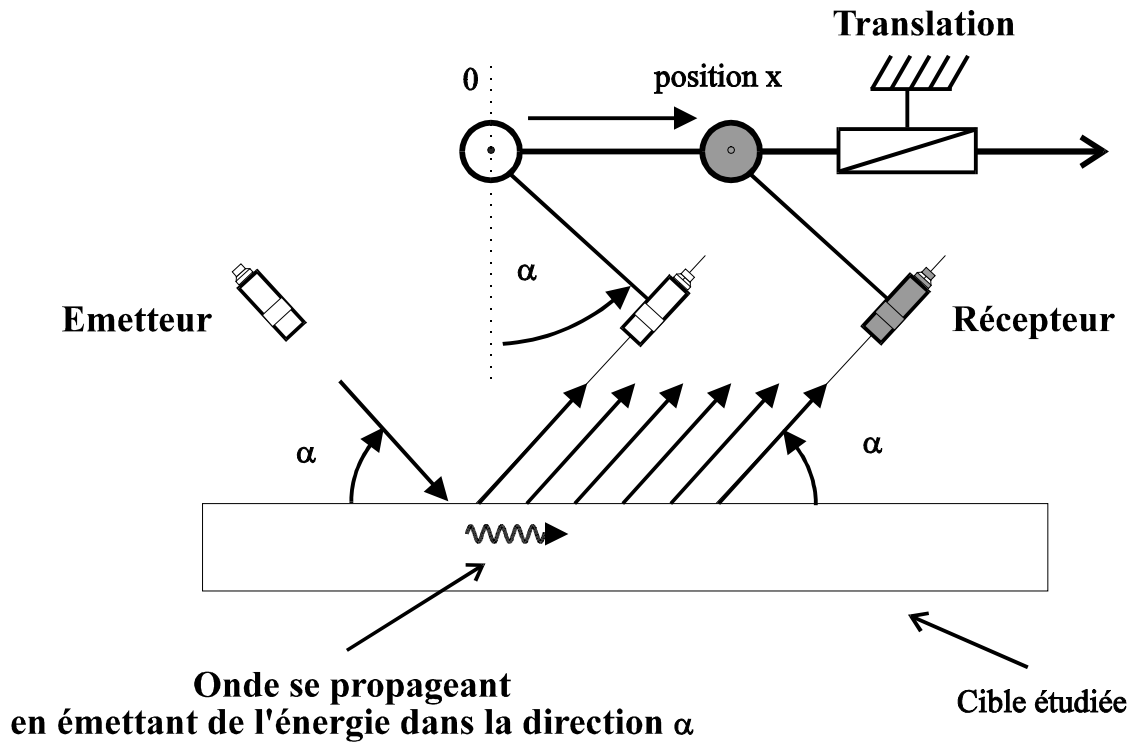


Figure 1: Suivi d'une onde sur une cible plane.

2.1.3. Échantillonnages temporel et spatial

Temporellement et spatialement, toutes les mesures sont discrètes. Temporellement, on échantillonne des signaux avec un pas Δt sur un nombre d'échantillons N_t . Spatialement, on échantillonne les ondes présentes avec un pas Δx et un nombre d'échantillons N_x .

Pour la représentation spatio-temporelle, les contraintes sont les suivantes:

- (1) le pas spatial Δx et le pas temporel Δt doivent être suffisamment petits pour échantillonner correctement les plus petites longueurs d'onde et périodes observées.

- (2) Les nombres d'échantillons spatial et temporel doivent être compatibles avec les moyens informatiques de stockage et les méthodes de traitement du signal en aval.

2.1.4. Echantillonnage et profondeur temporels

Concernant le nombre d'échantillons temporels, la plupart des acquisitions temporelles sont effectuées sur 2000 points, pour une profondeur temporelle de 200 μ s (profondeur maximale de l'oscilloscope HP 54600A utilisé). Cette profondeur est suffisante pour ne pas trop tronquer temporellement les ondes observées. On dispose ainsi d'une fréquence de Nyquist ($F_0 = 1/2\Delta t$) de 5MHz compatible avec la gamme de F.E étudiée. Les acquisitions se faisant dans une "petite" cuve, une profondeur temporelle accrue verrait de toutes les façons les échos indésirables renvoyés par les parois et apparaissant au delà de 200 μ s.

2.1.5. Echantillonnage et profondeur spatiales

Les deux paramètres temporels étant fixés, il faut adopter un compromis sur les deux paramètres spatiaux Δx et N_x . Le choix se fait en fonction des traitements "aval" que l'on veut effectuer.

Pas spatial minimal

Comme $s(x, t)$ est une fonction réelle, S est donnée par les $N_t/2$ premiers points de chaque transformée de Fourier discrète temporelle de $s(x, t)$. La représentation spatio-fréquentielle ainsi obtenue est complexe et ses parties réelle et imaginaire sont significatives. S est une matrice complexe de taille $(N_t/2)*(N_x)$.

La représentation tout-fréquence K_{si} , obtenue à partir de S complexe, possède une fréquence de Nyquist spatiale $K_0 = 2\pi/\Delta x$: cette représentation est significative sur toute l'échelle des fréquences spatiales. K_{si} est une matrice complexe ayant la même taille que S . Soit λ_0 la plus petite longueur d'onde que l'on veuille mesurer. Si on choisit uniquement de mesurer des ondes se propageant dans le sens positif de

l'acquisition spatiale, il faut un pas spatial minimal $\Delta x = \lambda_0$. Si on veut séparer les vecteurs d'onde positifs des vecteurs d'onde négatifs dans la représentation Ksi, il faut diminuer le pas spatial d'un facteur 2 : $\Delta x = \lambda_0 / 2$.

Profondeur spatiale

La profondeur spatiale utilisée dépend de l'atténuation de l'onde étudiée et des moyens informatiques dont on dispose. Si l'onde observée est très atténuée, il ne sert à rien de continuer les acquisitions quand aucun signal n'est détectable. Par contre si l'atténuation de l'onde est faible, un choix doit être effectué: tronquer ou non les acquisitions spatiales. Dans la limite des capacités de stockage informatique, on a cherché à tronquer le moins possible spatialement. Dans le cas du tube, on n'a de toutes les façons pas le choix car, en un tour, on dispose de tout ce qu'il est possible de récolter.

Il faut avoir à l'esprit qu'une acquisition complète courante se fait tous les demi-degrés sur un tour de tube, soit 720 signaux temporels de 2000 points. Cela occupe environ 20 Moctets sur le disque dur. Compte tenu des différents types de remplissage possibles et des différentes cibles utilisées, on arrive rapidement à une cinquantaine d'acquisitions de ce type, soit un total de 1 Goctets. A ce volume, il faut ajouter la place nécessaire pour stocker les trois espaces de Fourier supplémentaires pour chaque manipulation. On en arrive rapidement à 4 Goctets.

2.1.6. Discrétisation

Pour un horizon spatial ou temporel donné, le fait d'augmenter ou de diminuer le nombre d'échantillons en faisant varier le pas spatial ou temporel a une forte incidence sur la fidélité avec laquelle on quantifie verticalement les plus rapides variations du signal. Les critères de Nyquist précédents ne concernent que les pseudo-périodes présentes spatialement ou temporellement. Ici, c'est la plus rapide décroissance exponentielle détectable qui est en jeu.

Sur l'échelle verticale, la principale limitation vient du nombre de niveaux maximum sur lesquels l'oscilloscope peut faire la discrétisation verticale. Soit N_v le nombre d'échantillons verticaux. Etant donné que $s(x, t)$ est échantillonné verticalement de façon symétrique par rapport à l'origine, seulement $N_v/2$ échantillons qualifient l'enveloppe de

la décroissance exponentielle spatiale ou temporelle. La décroissance exponentielle la plus rapide que l'on peut espérer mesurer est:

- - temporellement: $|\Omega''_0| = \frac{\text{Log}(N_v / 2)}{\Delta t} \text{ (Np/s)}$
- - spatialement: $|K''_0| = \frac{\text{Log}(N_v / 2)}{\Delta x} \text{ (Np/m)}$

Sauf mention spéciale, l'oscilloscope utilisée est le HP 54600A qui dispose de $N_v = 2^8 = 256$ niveaux possibles. Pour les critères de Nyquist précédents choisis temporellement: $\Delta t = 200 / 2000 = 0,1 \mu\text{s}$ (de l'ordre de grandeur de l'incertitude temporelle causée par l'incertitude mécanique).

Ainsi la plus grande atténuation temporelle correspondante est:

$$\Omega''_0 = 4,8.10^7 \text{ Np/s}$$

qui correspond en échelle réduite $K_1 a$ à $(K_1 a)_0 \approx 117$ (pour le tube ayant le plus petit diamètre $a = 3,61 \text{ mm}$)

Pour l'onde A, les atténuations maximales que nous aurons à mesurer sont de l'ordre de 4 en échelle réduite ($K''_0 a \approx \Omega''_0 a \leq 4$); donc le pas temporel choisi est largement dimensionné pour l'atténuation temporelle.

Pour l'atténuation spatiale, cela dépend du tube utilisé. Pour l'onde A sur un tube, on obtient la règle suivante pour le pas spatial correct:

$$\Delta x \approx 1,2 a$$

Cette règle est pour l'onde A moins draconienne que celle du critère de Nyquist pour l'échantillonnage spatial.

3. Méthode spatiale d'analyse d'ondes de surface (Spatial-Surface Wave Analysis Method: S.-S.W.A.M.)

Nous avons vu au chapitre IV, que la modélisation de la propagation d'une onde de surface générée par une impulsion ultrasonore est simple dans l'espace spatio-fréquentiel. Une coupe de cette représentation pour une pulsation donnée est une exponentielle amortie. La M.I.I.R. utilise le module de cette représentation, uniquement dans le cas où il y a interférence entre une onde se propageant dans le sens positif et son homologue se propageant dans l'autre sens (Chapitre V).

D'autres auteurs (Réf. [1], [2] et [3]) ont abordé le sujet utilisant une représentation monochromatique de l'onde atténuée dans l'espace spatio-temporel. Cela est réducteur et la méthode que nous proposons est plus générale. En exploitant la représentation complexe d'une onde générée par une impulsion (module et argument), il suffit de pouvoir suivre l'onde sur quelques longueurs d'onde pour pouvoir la caractériser par son atténuation et sa longueur d'onde.

Les transformées de Fourier sont linéaires, et si plusieurs ondes sont présentes, on observe tout simplement la somme de leurs représentations dans les espaces de Fourier. Il faut avoir à l'esprit que cette somme est complexe et qu'on ne peut pas isoler chaque terme de la somme en n'exploitant que le module (réf. [4] et [5]).

Dans le cas de la représentation spatio-fréquentielle, la méthode du Baron de Prony (réf. [1] et [6]) qui consiste à approximer tout signal en une somme d'exponentielles amorties est ici adaptée. La méthode spatiale d'analyse d'onde de surface (Spatial-Surface Wave Analysis Method: S.-S.W.A.M.) que nous proposons exploite pleinement ces propriétés.

3.1. Identification d'exponentielles décroissantes par modélisation A.R.M.A. spatiale

On considère (Chapitre IV) que la représentation expérimentale $S_{\text{exp}}(x, \omega)$ est modélisée par la somme de n ondes de surface $S_{\text{mod}}(x, \omega)$:

$$S_{\text{mod}}(x, \omega) = \delta^{-1}(x) \sum_{i=1}^n H_i(0, \omega) e^{-K_i''(\omega)x} e^{jK_i'(\omega)x}$$

avec $K_i(\omega) = K_i'(\omega) + jK_i''(\omega)$ vecteur d'onde de la $i^{\text{ème}}$ onde se propageant sur la cible, et $H_i(0, \omega)$ amplitude spectrale de la $i^{\text{ème}}$ onde à la position $x=0$ d'origine d'observation.

Le principe de la méthode de Prony est d'identifier les paramètres inconnus $K_i(\omega) = K_i'(\omega) + jK_i''(\omega)$ en minimisant l'écart quadratique entre le modèle $S_{\text{mod}}(x, \omega)$ et les données expérimentales $S_{\text{exp}}(x, \omega)$. Ce problème n'étant pas linéaire, on se ramène à un problème linéaire par transformée en z . La transformée en z de $S(x, \omega)$ vaut:

$$S_{\text{mod}}(z, \omega) = \frac{\sum_{i=1}^{nb} b_i(\omega) z^{-i}}{1 + \sum_{i=2}^{na} a_i(\omega) z^{-i}}$$

Les na et nb coefficients $a_i(\omega)$ et $b_i(\omega)$ sont alors identifiés en minimisant l'écart quadratique entre les données expérimentales échantillonnées $S_{\text{exp}}(z, \omega)$ et le modèle de Prony $S_{\text{mod}}(z, \omega)$. Les programmes utilisés sont des modules du logiciel Matlab de MathWorks. Les valeurs des $K_i(\omega) = K_i'(\omega) + jK_i''(\omega)$ identifiés sont obtenues en décomposant $S_{\text{mod}}(z, \omega)$ sous la forme:

$$S_{\text{mod}}(z, \omega) = \sum_{i=1}^n \frac{A_i(\omega)}{(1 - p_i(\omega) z^{-1})},$$

d'où:

$$K_i'(\omega) = \frac{\arg(p_i(\omega))}{2\pi\Delta x} \text{ et } K_i''(\omega) = -\frac{\log(|p_i(\omega)|)}{\Delta x}$$

Remarque: l'ordre n du modèle correspond au nombre d'onde à identifier et n'est pas connu a priori. Le choix de n s'effectue par minimisation optimale de l'écart quadratique des données au modèle (critère d'Aikake [6] disponible dans les boites à outil Matlab).

Nous allons illustrer cette méthode en étudiant la propagation de l'onde A sur un tube de diamètre $D=40\text{mm}$ et d'épaisseur $E=0,7\text{mm}$, rempli d'air ($b/a=0,97$).

3.2. Illustration de S.-S.W.A.M.: propagation de l'onde A seule sur un tube

Le dispositif utilisé est celui de la Figure 2; l'excitation est tangentielle ($\alpha = 90^\circ$) et le relevé de θ est effectué de 0° à 180° , par pas de $0,5^\circ$. Une impulsion de 200V crête est envoyée sur un transducteur émetteur de fréquence centrale 2,25MHz. L'onde A est alors générée par conversion d'une onde de volume qui tangente le tube. Le récepteur, lui aussi placé à $\alpha = 90^\circ$, possède une fréquence centrale de 1MHz.

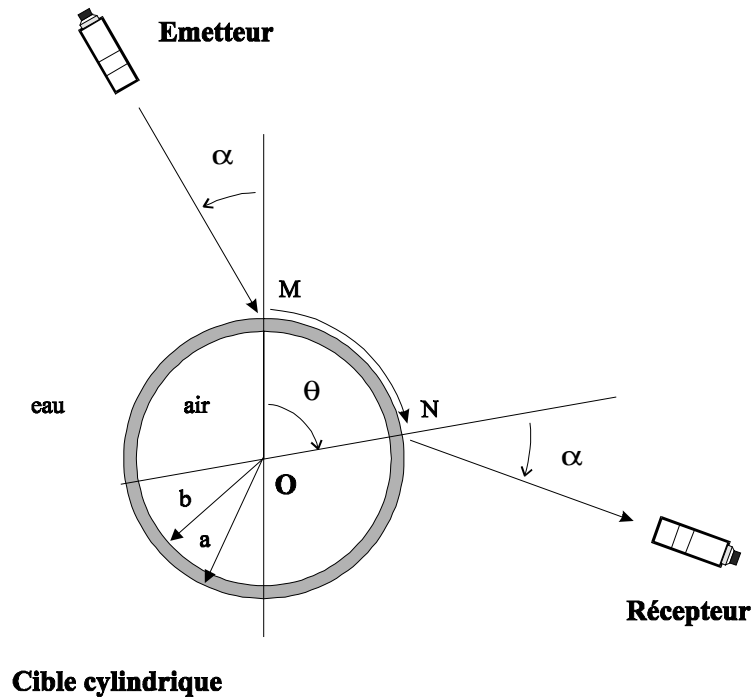


Figure 2: Identification d'ondes sur un tube: dispositif expérimental.

Dans la suite d'oscillogrammes obtenus (Figure 3), et pour un angle donné, on note toujours la présence d'une série de trois échos dus à l'onde A qui tourne dans le sens des θ positifs. Ces échos sont bien séparés dans le temps, le premier correspond à l'onde A qui a parcouru une distance θa . Le second correspond à un parcours de l'onde A sur un tour de plus, soit sur une distance $(\theta + 2\pi)a$ et le troisième à un tour de plus, soit sur une distance $(\theta + 4\pi)a$.

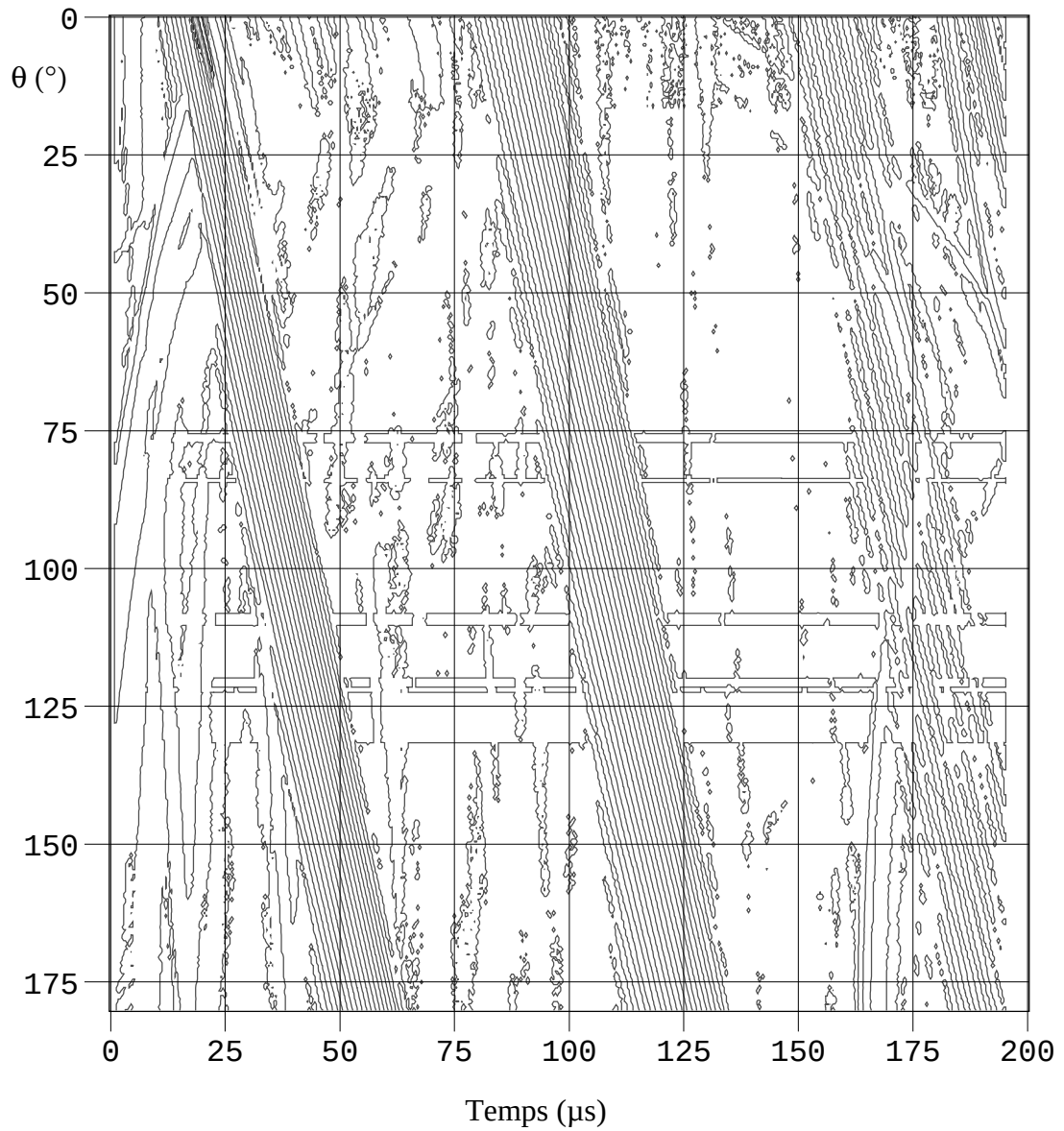


Figure 3: Onde A sur un tube immergé rempli d'air ($b/a=0,97$): évolution des signaux en fonction de l'angle d'observation (représentation spatio-temporelle).

3.2.1. Identification dans l'espace spatio-fréquentiel par la méthode de Prony

En n'utilisant que le premier écho qui évolue en fonction de θ , on calcule le spectre du signal ainsi filtré temporellement pour chaque position θ . On obtient alors une représentation spatio-fréquentielle expérimentale du premier écho de l'onde A. L'image de la Figure 4 donne l'évolution du module du spectre en fonction de K_{1a} et θ . Pour K_{1a} variant de 35 à 85, on suit l'onde A qui s'atténue d'autant plus vite que K_{1a} augmente. Pour K_{1a} compris entre 20 et 35, on remarque la présence d'une onde très atténuée.

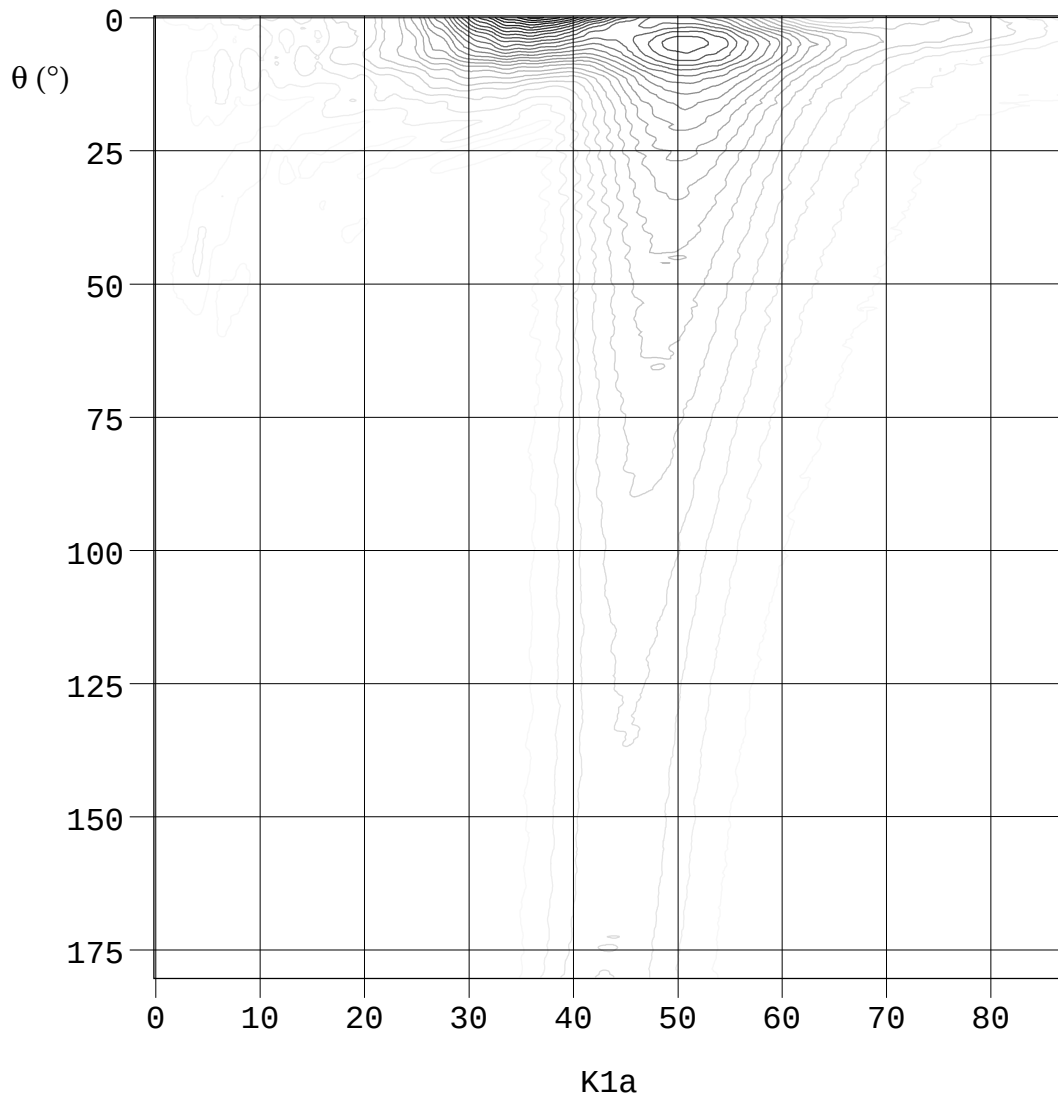


Figure 4: Tube de $b/a=0,97$: évolution du module du spectre du signal en fonction de θ .

La Figure 5 nous montre l'évolution de la valeur absolue de la partie réelle du spectre en fonction de l'angle θ . On observe un réseau de courbes qui se resserre quand K_1a augmente. En effet, pour un K_1a donné, l'écart entre deux crêtes représente deux fois la longueur d'onde. On note que cette longueur d'onde diminue quand la fréquence augmente.

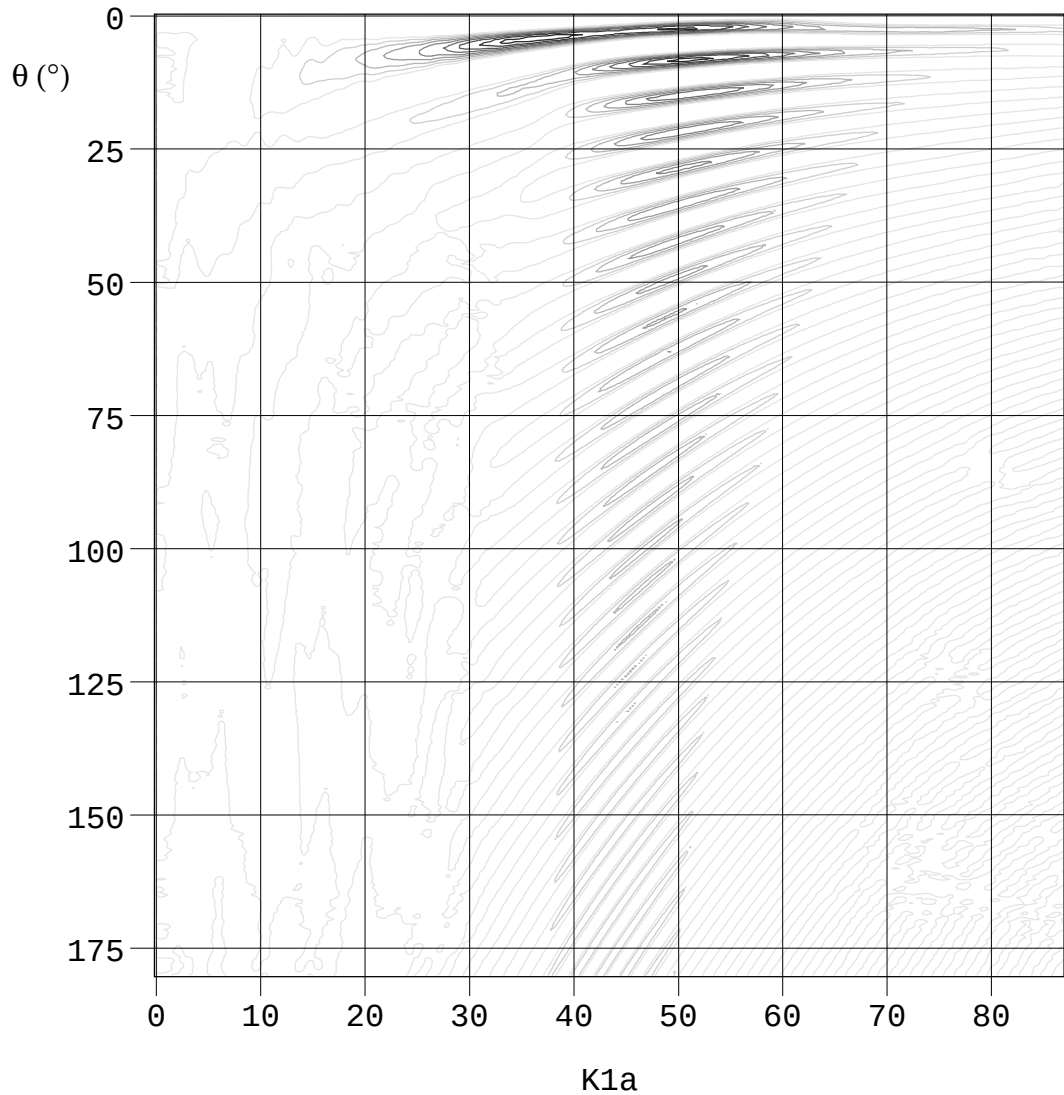


Figure 5: Valeur absolue de la partie réelle de la représentation angle/fréquence.

3.2.2. Etude d'une coupe correspondant à l'onde A

Une coupe de la Figure 4 pour $K_1a=53$ (Figure 6), en échelle logarithmique, nous montre que pour θ variant de 20° à 180° , l'onde A est exponentiellement amortie. La zone 0° à 20° correspond à la zone de génération de l'onde A. La Figure 7 nous montre la partie réelle correspondante: on remarque la forme de sinusoïde exponentiellement amortie. La partie réelle de l'identification par un modèle de Prony est également représentée. Pour l'obtenir et utiliser correctement les algorithmes existants, il faut impérativement tronquer le signal à identifier, sinon le modèle permet bien de retrouver les fréquences présentes, mais l'atténuation mesurée ne veut plus rien dire. L'accord entre le modèle et le système à identifier est bon.

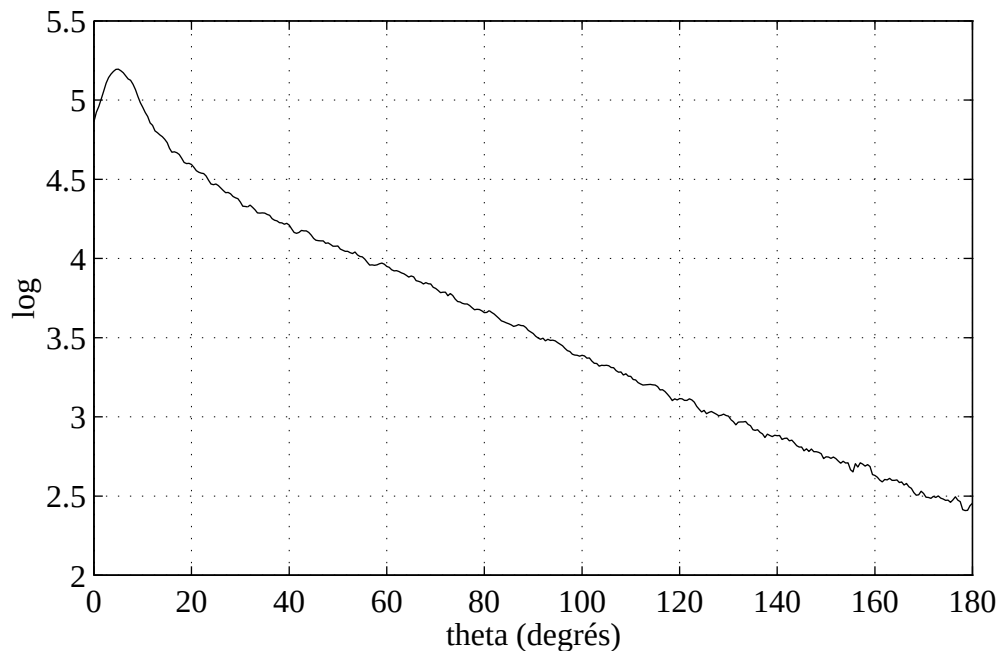


Figure 6: Coupe de la Figure 4 pour $K_1a=53$: module en échelle logarithmique.

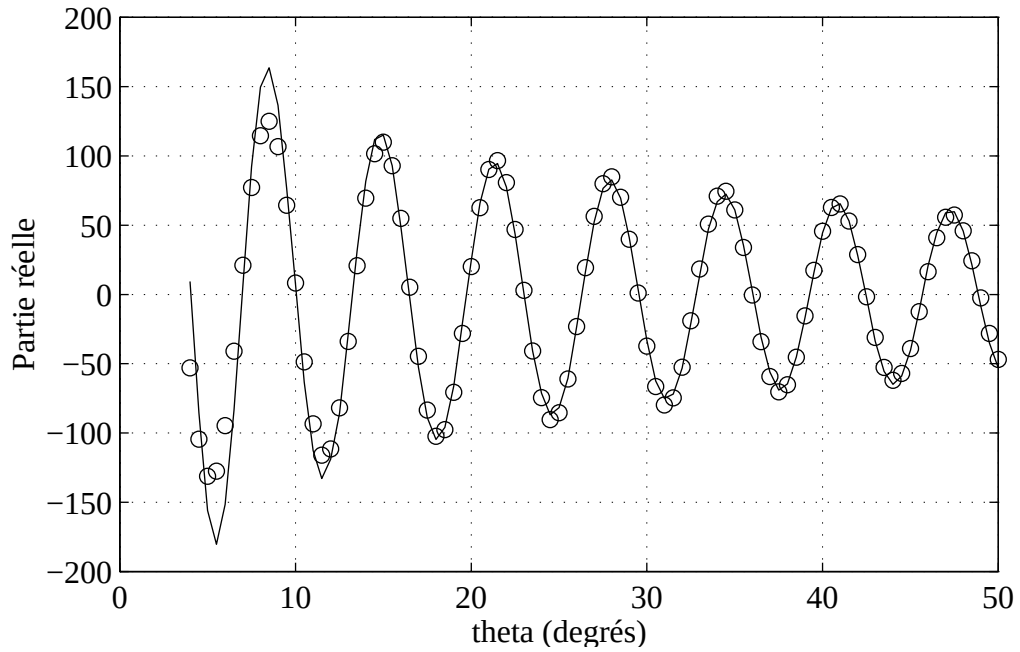


Figure 7: Coupe de la Figure 5 pour $K_1a=53$: partie réelle. (—): partie réelle, (o o o): identification de la partie réelle par la méthode de Prony.

3.2.3. Etude d'une coupe correspondant à l'onde de Franz

Une deuxième coupe est présentée, pour $K_1a=32$, correspondant à l'onde très atténuée. Le module décroît très rapidement (Figure 8) et la partie réelle est plus intéressante (Figure 9): on voit clairement une sinusoïde exponentiellement très amortie. Le modèle correspond bien à l'onde à identifier.

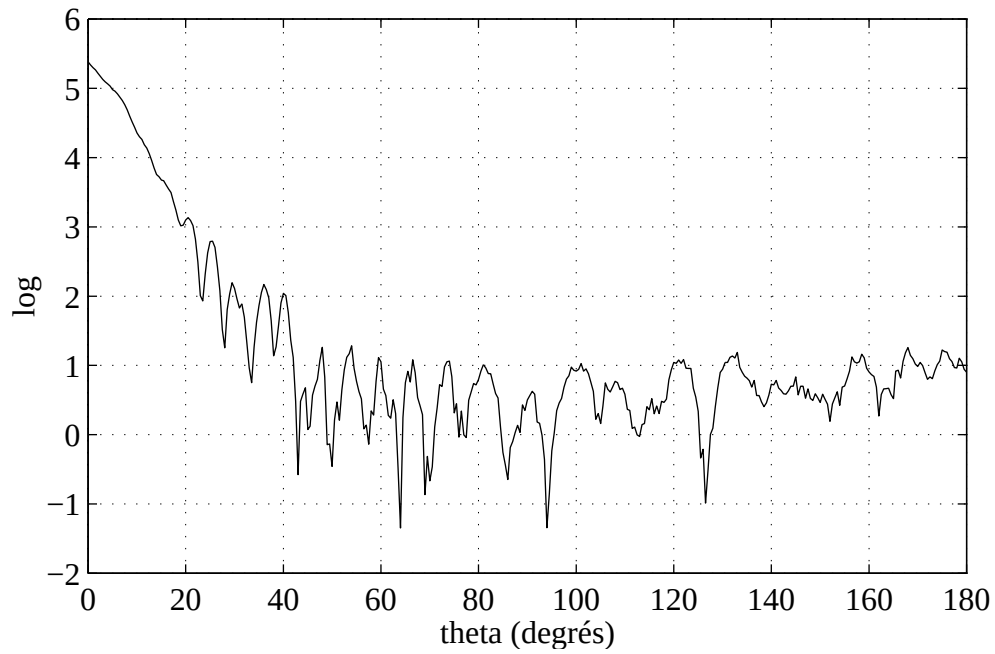


Figure 8: Coupe de la Figure 4 pour $K_1a=32$: module en échelle log.

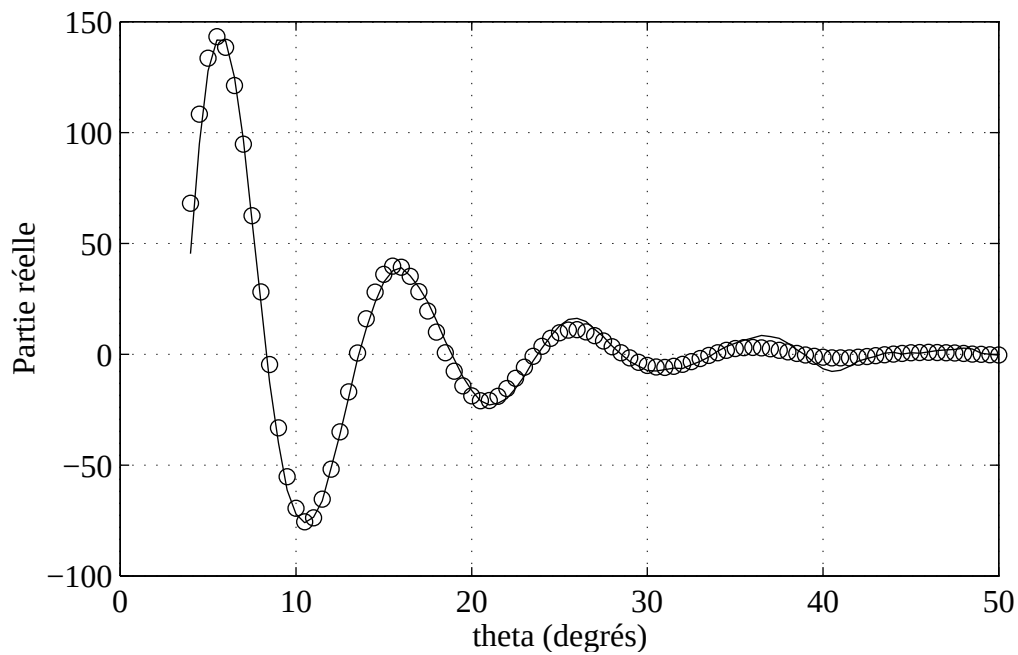


Figure 9: Coupe de la Figure 5 pour $K_1a=32$: (—): partie réelle, (o o o): partie réelle de l'identification par la méthode Prony.

3.2.4. Résultats obtenus après traitement de la totalité de la représentation

Pour K_1a variant de 0 à 85, les ondes atténuées ont été identifiées par la méthode de Prony. Les vitesses de phase et les atténuations sont représentées Figure 10 et Figure 11. On remarque un bon accord théorie/expérience. Les caractéristiques spatiales (Atténuation et longueur d'onde) de l'onde ont été obtenues à partir des caractéristiques temporelles de l'onde calculées, comme au chapitre IV (Zéros du Déterminant en $x=K_1a$ complexe: Z.D.X. [8]).

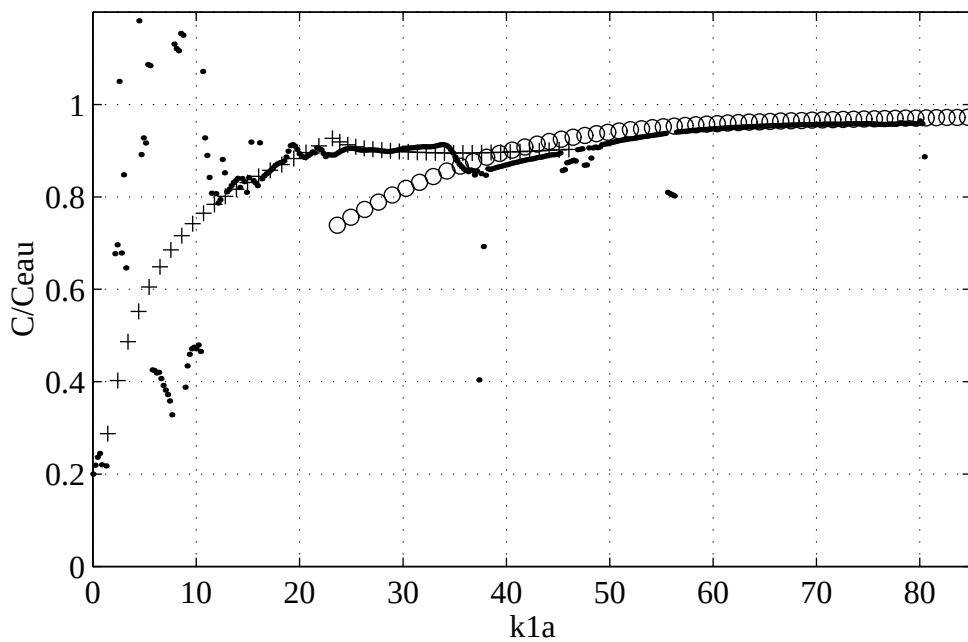


Figure 10: Onde A et onde de Franz sur un tube rempli d'air ($b/a=0,97$): vitesses de phase théoriques de l'onde de Franz1 (+ + +) et de l'onde A (o o o), vitesse de phase expérimentale (...).

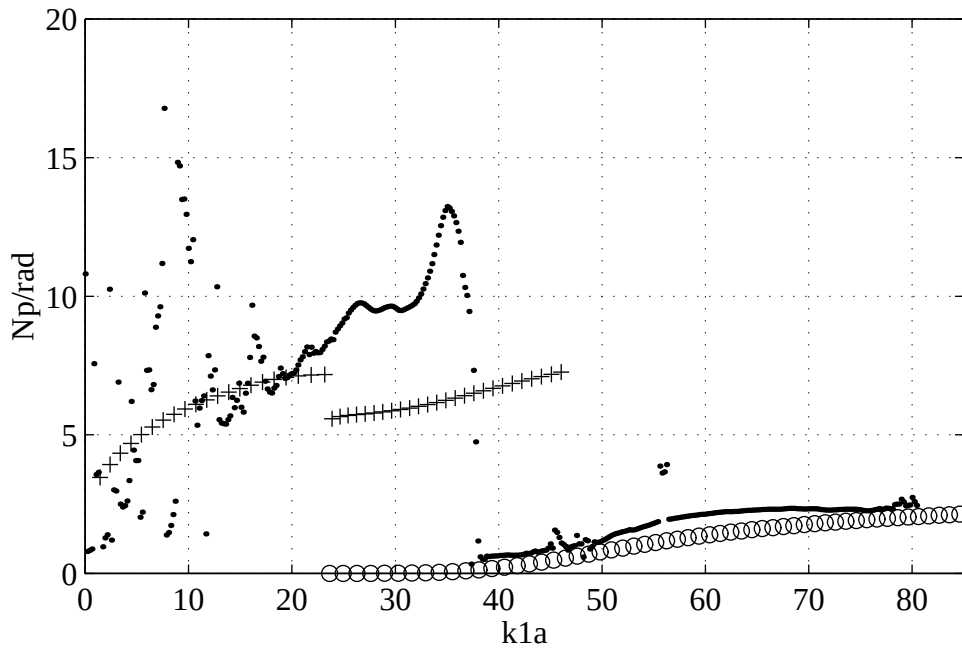


Figure 11: Onde A et onde de Franz sur un tube rempli d'air ($b/a=0,97$): atténuations théoriques de l'onde de Franz1 (+ + +) et de l'onde A (o o o), atténuation expérimentale (....).

3.3. Avantages et inconvénients de S.-S.W.A.M.

Avec les modèles utilisés, pour obtenir de bon résultats, il faut impérativement tronquer spatialement la représentation spatio-fréquentielle traitée. Il faut en particulier savoir où l'onde est créée.

Le principal avantage de la méthode est effectivement sa capacité à évaluer des atténuations sur des représentations de signaux spatiaux. Cela autorise soit des mesures correctes de faibles atténuation, soit des mesures d'atténuations élevées avec un horizon spatial limité, pour des ondes qui se propagent sur de très courtes distances.

Avec un pas spatial de l'ordre de la plus petite longueur d'onde observée, cette méthode permet une évaluation, sur une très courte distance de propagation, des trois caractéristiques des ondes observées:

- sens de propagation,
- longueur d'onde,
- atténuation.

On peut ainsi évaluer par voie ultrasonore les caractéristiques d'onde sur un intervalle spatial de seulement quelques longueurs d'onde.

Dans l'exemple expérimental pour l'onde A en haute fréquence ($K_1a=90$), sa longueur d'onde de 0,6mm a été évaluée en analysant les échantillons obtenus sur un parcours de quelques millimètres (pas spatial 0,15mm). Comme dans cette zone de fréquence, l'onde A est très atténuée, son atténuation peut également être évaluée sur un court trajet.

Les perfectionnements de la méthode consisteraient à identifier aussi le point spatial où l'onde est générée.

4. Méthode temporelle d'analyse d'ondes de surface (Time-Surface Wave Analysis Method: T.-S.W.A.M.)

Les signaux expérimentaux sont collectés de la même façon que dans le cas précédent. La représentation vecteur d'onde-temps $\mathbf{X}(k, t)$ peut être obtenue de deux manières:

- soit par transformée de Fourier bidimensionnelle de $S(x_0, \omega)$.
- soit par transformée de Fourier spatiale de $s(x_0, t)$,

Au chapitre IV, nous avons montré les propriétés de $\mathbf{X}(k, t)$ en passant par $S(x_0, \omega)$. Ainsi, pour obtenir $\Omega(k)$ précisément, on doit s'affranchir de la bande passante de la chaîne expérimentale. Il faut donc normer $S(x_0, \omega)$ [9], si on veut obtenir précisément la partie imaginaire de $\Omega(k)$.

Si on veut obtenir seulement la partie réelle de $\Omega(k)$ avec une grosse incertitude sur la partie imaginaire, le deuxième chemin est plus rapide.

Dans les deux cas, $\Omega(k)$ complexe est identifié par la méthode de Prony appliquée sur des séries temporelles, avec les mêmes précautions que pour S.-S.W.A.M..

Cet espace présente l'intérêt de suivre expérimentalement l'évolution d'un "phonon" (k) en fonction du temps (Cf. Chapitre IV), et donc l'évolution dans le temps de l'énergie dissipée par la cible étudiée.

4.1. Illustration de T.-S.W.A.M.: propagation de l'onde A sur un tube

4.1.1. Représentation expérimentale vecteur d'onde-temps

La représentation $\aleph(k, t)$ expérimentale est obtenue à partir du suivi du premier écho de la représentation spatio-temporelle expérimentale $s(x; t)$. La Figure 12 donne l'évolution du module de $\aleph(k, t)$ en fonction des deux variables.

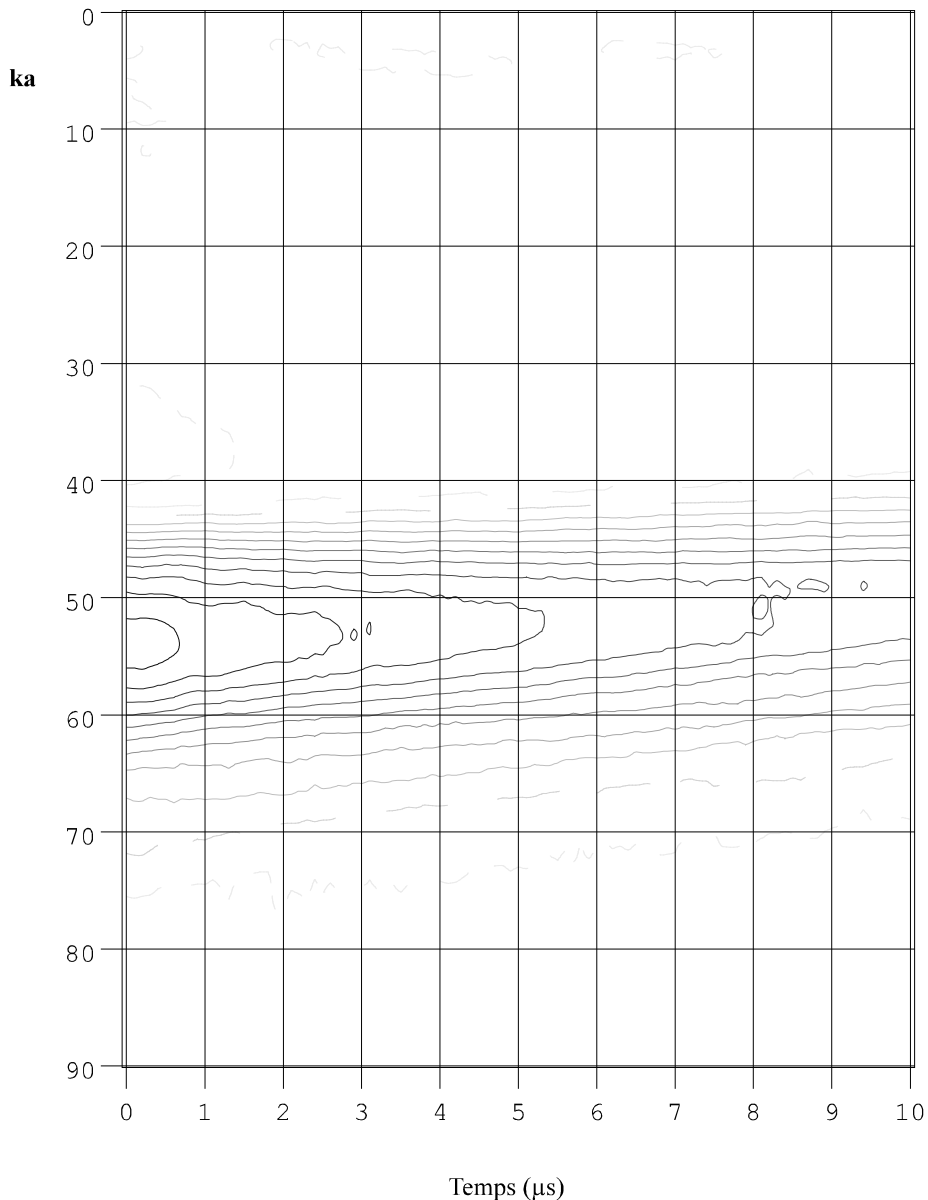


Figure 12: Onde A sur un tube semi-immergé ($b/a=0,97$): module de la représentation vecteur d'onde-fréquence $\aleph(k, t)$

On suit une décroissance exponentielle de ce module pour chaque coupe de $\Re(k, t)$ à $k = \text{cte}$. L'évolution de la partie réelle de $\Re(k, t)$ est représentée sur la Figure 13. La période apparente de chaque coupe de $\Re(k = \text{cte}, t)$ est la période temporelle du "phonon" k observé. On note ici que cette période augmente quand k tend vers zéro, ce qui est cohérent avec l'onde A.

C'est la première fois à notre connaissance que cet espace est exploré en acoustique. Il présente l'intérêt de mettre en évidence d'éventuelles périodicités temporelles. En particulier, dans le cas présent, on peut mettre clairement en évidence les paquets d'énergie correspondant aux tours successifs de l'onde A.

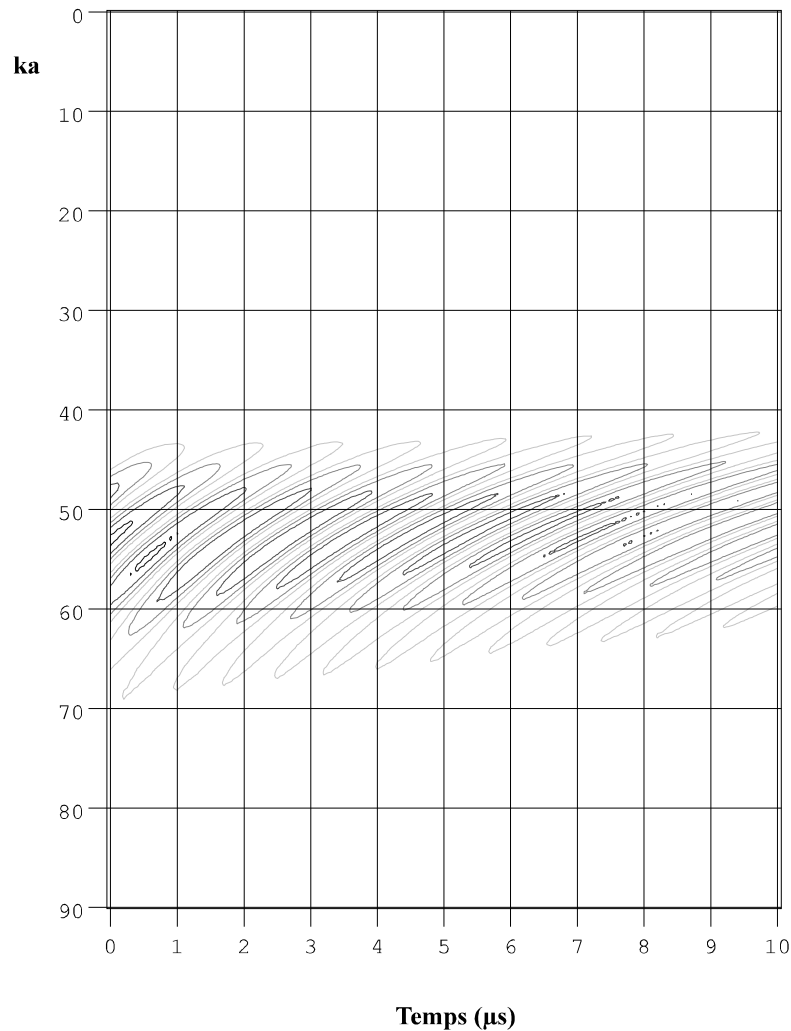


Figure 13: Onde A sur un tube semi-immergé ($b/a=0,97$): partie réelle de la représentation vecteur d'onde-fréquence $\Re(k, t)$.

4.1.2. Identification dans l'espace fréquence spatiale-temps par la méthode de Prony.

En utilisant la méthode de Prony sur la représentation vecteur d'onde-temps expérimentale $\mathbf{x}(k, t)$ précédente, l'onde A est identifiée. Pour rester cohérent avec les résultats de S.-S.W.A.M., nous avons représenté les résultats sous une forme analogue. En effet, T.-S.W.A.M. identifie $\Omega = -\Omega' + j\Omega''$ complexe pour chaque valeur réelle de k . Nous avons donc représenté $K'a$ en fonction de $\Omega'a/C_1$ sur la Figure 14 afin de comparer avec les résultats de Z.D.X.. On note un excellent accord entre les courbes théoriques et expérimentales.

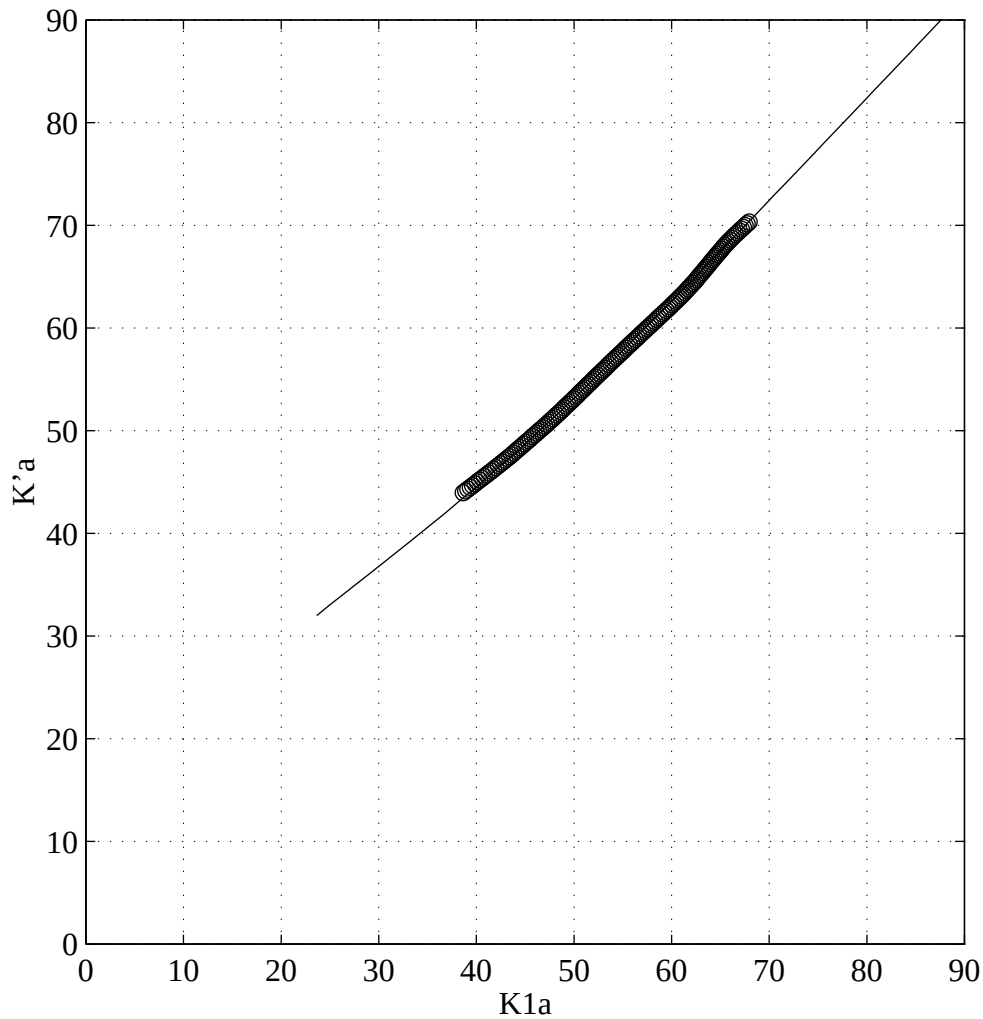


Figure 14: Partie réelle identifiée par T.-S.W.A.M. (—), comparée aux résultats obtenus par Z.D.X.. (..)

La Figure 15 montre l'évolution de $\Omega''a/C_1$ en fonction de $K_1a=\Omega'a/C_1$. On accède ainsi expérimentalement à l'évolution de " Γ " (largeur de résonance) continuellement en fonction de " x^* " (fréquence de résonance).

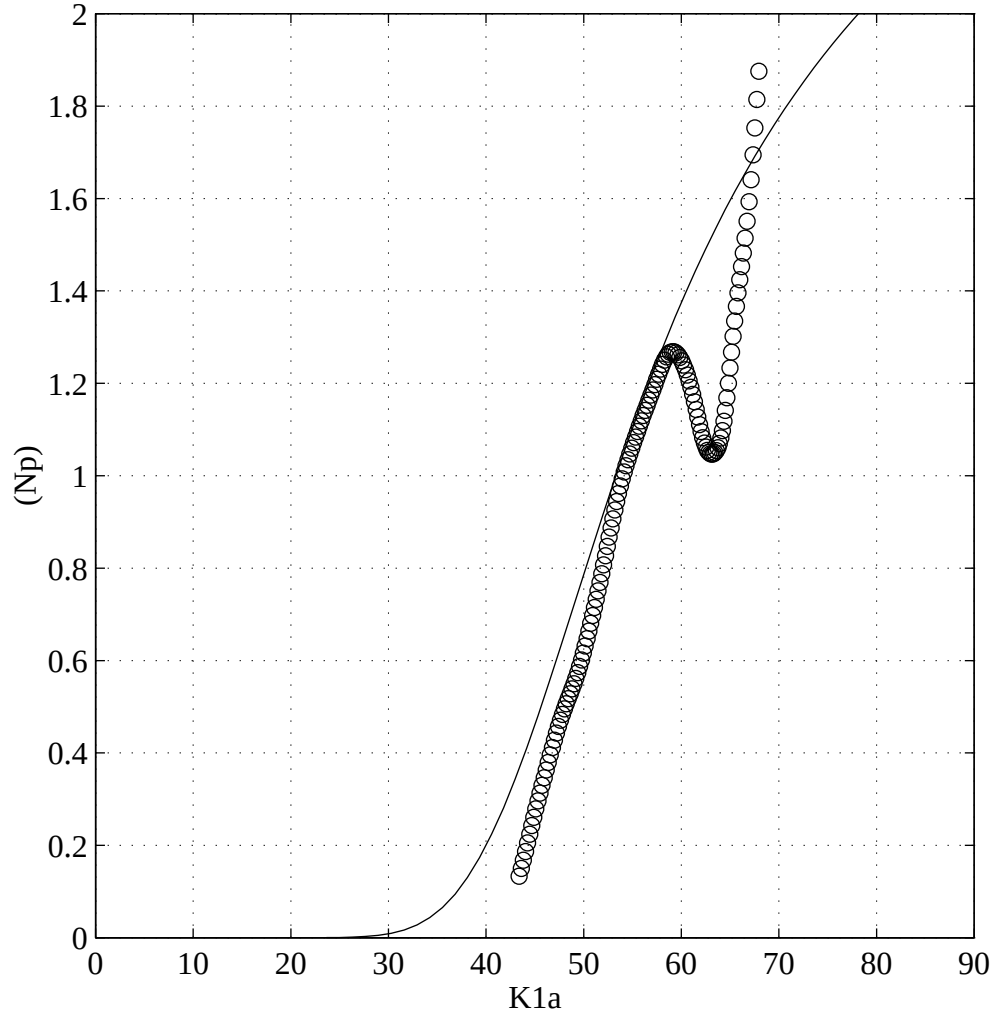


Figure 15: Partie imaginaire identifiée par T.-S.W.A.M. (o o o), comparée au résultat théorique obtenus par Z.D.X.. (___).

5. Méthode fréquentielle d'identification d'ondes de surface (F.-S.W.A.M.)

5.1. Identification de K ou Ω à l'aide du module du spectre bi-dimensionnel

5.1.1. Sur une coupe de K_{si} à pulsation constante

On se place dans l'espace tout fréquence en calculant la transformée de Fourier spatiale de $S_{exp}(x, \omega)$ pour chaque ω . On obtient ainsi la représentation tout-fréquence expérimentale $K_{si_{exp}}(k, \omega)$. Cela revient à calculer la transformée de Fourier en deux dimensions du tableau formé par les signaux temporels successifs. D. Alleyne et P. Cawley [7] se sont servi de la représentation K_{si} associée à la représentation spatio-temporelle d'une onde monochromatique. Leur méthode est limitée à la mesure de la partie réelle des vecteurs d'onde complexes. La méthode que nous proposons est fondée sur les résultats du Chapitre IV concernant une onde générée à partir d'une impulsion de courte durée. On est alors susceptible d'identifier les parties réelle et imaginaire du vecteur d'onde car on fait apparaître des formes résonnantes de Breit-Wigner pour chaque coupe $K_{si_{exp}}(k, \omega = Cte)$. En supposant que l'on observe n ondes, on peut modéliser K_{si} par la somme des représentations de n ondes caractérisées par leur vecteur d'onde complexe $K_i(\omega)$ et leur amplitude à l'origine $H_i(0, \omega)$ dans $S(x, \omega)$

$$K_{si_{mod}}(k, \omega) = \sum_{i=0}^n \frac{H_i(0, \omega)}{K_i''(\omega) - j(k - K_i'(\omega))}.$$

Comme nous l'avons présenté précédemment, le module de chaque coupe $K_{si_{mod}}(k, \omega = Cte)$ est maximum chaque fois que $k = K_i'(\omega)$. On peut ainsi localiser la partie réelle des vecteurs d'ondes présents, par une simple recherche de maxima sur les modules des coupes successives $K_{si_{exp}}(k, \omega = Cte)$.

5.1.2. Sur une coupe de Ksi à vecteur d'onde constant

Une modélisation analogue peut être effectuée sur chaque coupe de Ksi à vecteur d'onde constant. Le chapitre IV a montré que le module de Ksi de telles coupes est maximal chaque fois que la pulsation ω est égale à la partie réelle de la pulsation Ω d'une onde.

5.2. Identification de K ou Ω par modèles A.R.M.A.

5.2.1. Identification de K

Sur une coupe de Ksi à pulsation constante, on peut identifier la partie réelle K_i' des ondes observées, mais surtout la partie imaginaire et K_i'' . Cette méthode est nouvelle. La transformée de Laplace spatiale d'une coupe de $Ksi_{mod}(p, \omega = cte)$ est:

$$Ksi_{mod}(p, \omega) = \sum_{i=1}^n \frac{H_i(0, \omega)}{p - (K_i''(\omega) + jK_i'(\omega))}$$

Les méthodes de reconnaissance de fonction de transfert de Matlab de MathWorks identifient:

$$Ksi_{mod}^*(p, \omega) = \frac{\sum_{i=1}^{nb+1} b_i(\omega) p^{nb-i+1}}{\sum_{i=2}^{na+1} a_i(\omega) p^{na-i+1}}, \text{ où les } a_i(\omega), b_i(\omega) \text{ sont réels.}$$

Pour utiliser correctement $Ksi_{mod}^*(p, \omega)$ afin d'identifier n ondes, les $a_i(\omega)$ et $b_i(\omega)$ étant réels, il faut prendre $na=2*n$ pôles qui seront repartis en n pôles $p_i(\omega)$ plus leurs n conjugués $\bar{p}_i(\omega)$. En décomposant $Ksi_{mod}^*(p, \omega)$ en série de Laurent:

$$Ksi_{mod}^*(p, \omega) = \sum_{i=1}^n \frac{A_i(\omega)}{p - p_i(\omega)} + \sum_{i=1}^n \frac{A_i(\omega)}{p - \bar{p}_i(\omega)}$$

On a alors $p_i(\omega) = K_i''(\omega) + jK_i'(\omega)$, la partie imaginaire donnant la fréquence spatiale et la partie réelle l'atténuation.

L'identification proposée est large bande. En pratique, si beaucoup d'ondes doivent être identifiées sur une même coupe (plus de trois) ou si on cherche à identifier une onde sur une bande passante trop grande par rapport à sa largeur, les parties réelles sont identifiées précisément, mais on ne peut accéder qu'à l'ordre de grandeur de la partie imaginaire. Afin d'augmenter la précision, l'identification est effectuée en deux passes. Le premier passage est large bande: il compte (ordre du modèle) et prélocalise les vecteurs d'onde (position K'_i et ordre de grandeur de la largeur K''_i). Le second passage est à bande étroite autour de chaque vecteur d'onde: on augmente alors considérablement la précision obtenue sur les parties imaginaires (10%).

L'intérêt supplémentaire de ce type de coupe est d'être indépendant de la bande passante des transducteurs: il n'est pas nécessaire de normer K_{si} fréquemment afin d'obtenir précisément les parties imaginaires K''_i .

5.2.2. Identification de Ω

Sur une coupe de K_{si} à vecteur d'onde constant l'algorithme de recherche de racines complexes K est valable pour Ω . Cependant, une détermination précise des parties imaginaires Ω''_i passe impérativement par une normalisation de K_{si} . La normalisation peut se faire en utilisant le spectre d'un signal de référence: l'impulsion transmise directement du transducteur émetteur au transducteur récepteur.

5.3. Représentation K_{si}^* associée à $Im(K)$ ou $Im(\Omega)$.

5.3.1. Principe

On propose une méthode dont l'idée de départ est la suivante: créer une exponentielle dont la pseudo-période est liée à l'atténuation de l'onde que l'on veut mesurer. Prenons une exponentielle amortie en fonction de la distance (une coupe de la représentation spatio fréquentielle d'une onde par exemple):

$$S(x, \omega) = \delta^{-1}(x) \cdot e^{-K''(\omega)x} e^{jK'(\omega)x}$$

Le moyen le plus simple de permuter phase et argument de S est d'élever S à la puissance j (j : imaginaire pur unitaire):

$$S^*(x, \omega) = (S(x, \omega))^j = e^{-K'(\omega)x} e^{-jK''(\omega)x}$$

La transformée de Fourier de S^* est:

$$Ksi^*(k, \omega) = \frac{1}{K' + j(k + K'')}$$

On note que K' et K'' ont des rôles inversés. La fonction de Breit-Wigner ainsi obtenue a un module maximum pour $k = -K''$. Une simple recherche de maximum sur Ksi^* permet l'identification de K'' .

Cette opération n'est pas linéaire et ce type de traitement ne doit s'utiliser que lorsqu'une seule onde est suivie.

En présence d'une seule onde, le fait de "permuter" K'' et K' présente un avantage supplémentaire: K' étant beaucoup plus grand que K'' , le coefficient d'amortissement (K') de S'' est énorme par rapport à sa pseudo-période $2\pi/K''$. La transformée de Fourier calculée à partir de S'' peut se faire à très court terme, sans problème de fenêtrage.

Ce type de traitement peut aussi s'appliquer à la représentation vecteur d'onde-temps $\mathbf{x}(k, t)$ pour identifier la partie imaginaire des pulsations complexes $\Omega = -\Omega' + j\Omega''$.

Nous venons donc de mettre en évidence un nouveau moyen simple de mesure d'atténuation. L'atténuation à mesurer est convertie en fréquence, grandeur beaucoup plus simple à évaluer précisément.

5.3.2. Illustration

Nous avons calculé la transformée de Fourier spatiale Ksi^* de la représentation spatio-fréquentielle à la puissance j de l'onde A obtenue précédemment. La Figure 16 montre l'atténuation spatiale mesurée K'' après identification des maxima. On note un bon accord avec la théorie.

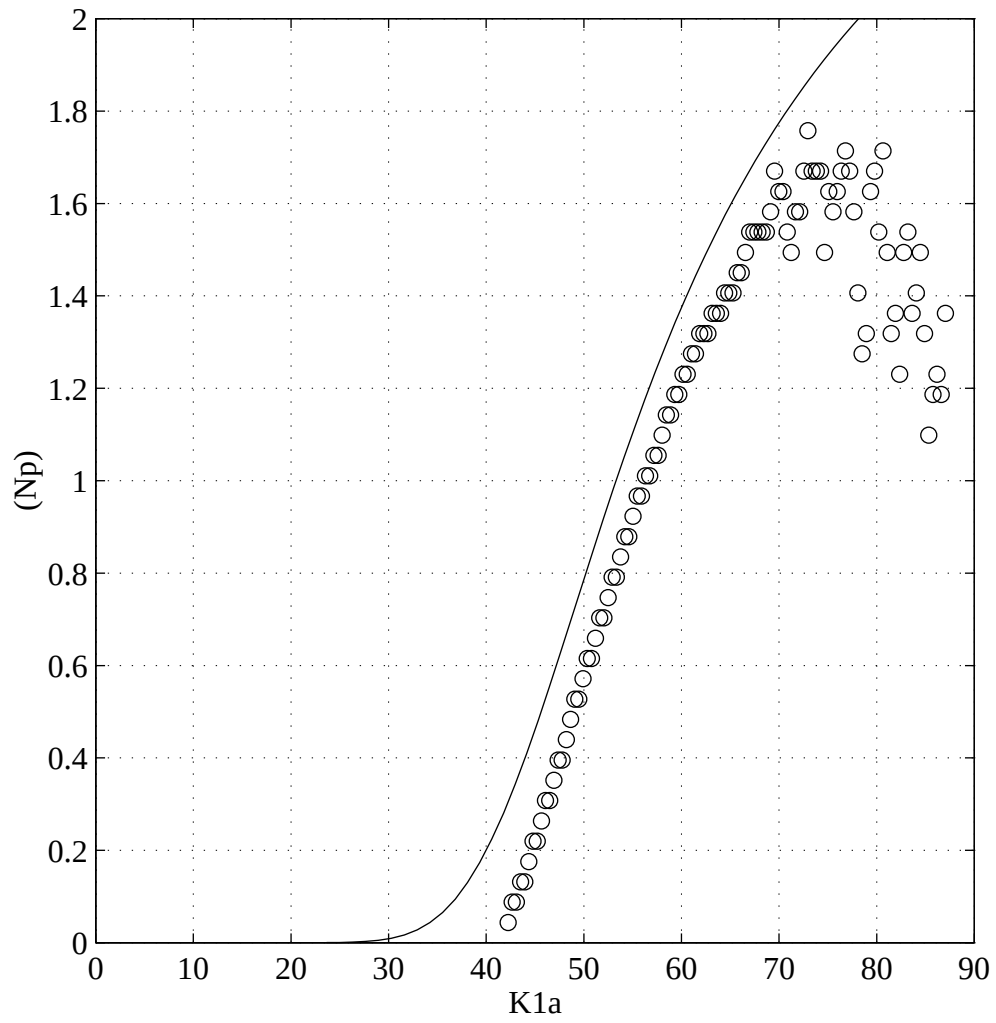


Figure 16: Atténuation $K''a$ de l'onde A mesurée sur la représentation Ksi^* à l'aide d'une recherche de maximum (o o o) et comparée à la théorie (—).

5.4. Illustration de F.-S.W.A.M.: propagation de l'onde A sur un tube

5.4.1. Identification des vecteurs d'onde complexes

La représentation $K_{si}(k, \omega)$ est obtenue à partir de $S(x, \omega)$, toujours en ne considérant que le premier écho de l'onde A. Le module de $K_{si}(k, \omega)$ est présenté Figure 17. On observe l'évolution du vecteur d'onde en fonction de la fréquence. Deux coupes ont été réalisées pour les mêmes valeurs de K_1a étudiées précédemment.

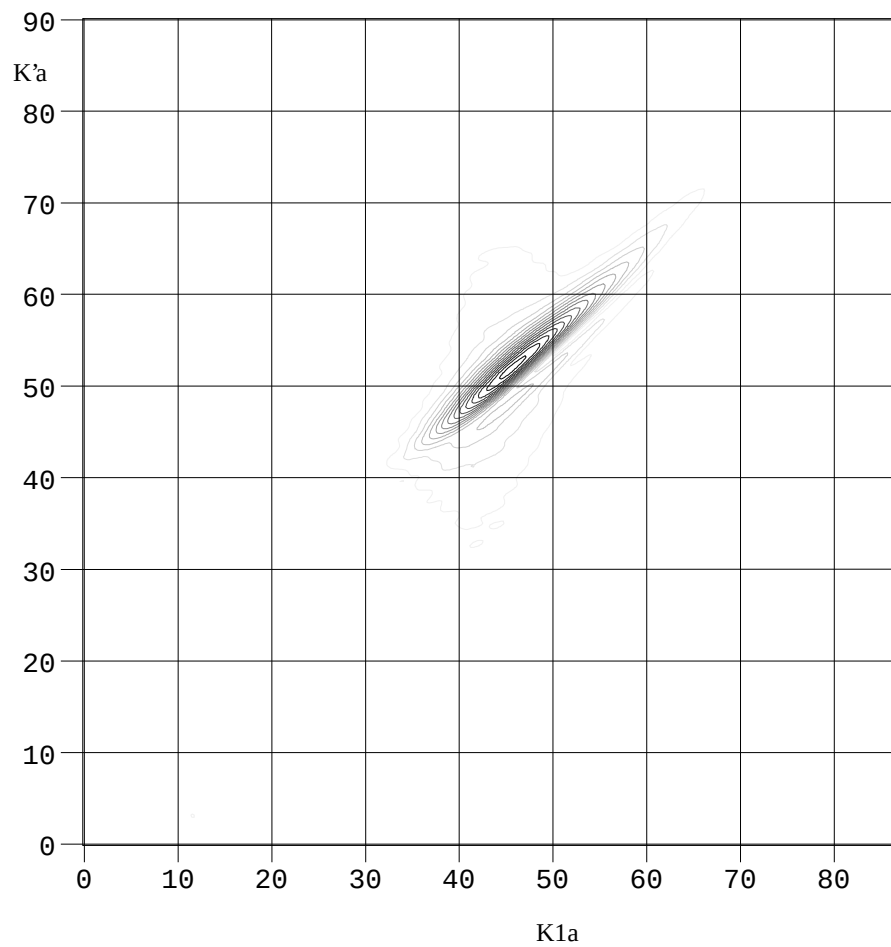


Figure 17: Représentation tout-fréquence K_{si} de l'onde A sur un tube semi-immergé ($b/a=0,97$)

5.4.1.1. Etude d'une coupe Ksi correspondant à l'onde A

Pour $K_{1a}=53$, la fonction Ksi possède un module maximum pour $K'a=58$ (Figure 18). La largeur à mi-hauteur de ce type de courbe donne une évaluation de l'atténuation. En travaillant sur le module, l'information principale est la partie réelle des vecteurs d'onde. Par contre, en travaillant dans le plan complexe de Ksi, on peut identifier les nombres d'onde complexes présents dans chaque coupe.

Dans ce type de représentation, la principale source d'erreur est l'effet de fenêtrage temporel ou spatial qui introduit des lobes secondaires non négligeables dans les régions où l'onde observée est peu amortie. En cas de troncature spatiale, l'évaluation de la fréquence spatiale se fait sans trop d'erreurs, les lobes secondaires suspects peuvent toujours être éliminés en utilisant une fenêtre gaussienne avant F.F.T. (cf. Chapitre II). Par contre, pour évaluer l'atténuation, il faut absolument ne pas tronquer les signaux temporellement ou spatialement en prenant une fenêtre spatiale ou temporelle suffisamment grande. Sur la Figure 18, on peut remarquer la présence de ces lobes qui modulent le pic principal correspondant à l'onde A, le signal spatial étant tronqué avant son extinction. Le module de l'identification correspond bien au pic central à identifier, l'erreur étant un peu plus grande sur la largeur à mi-hauteur.

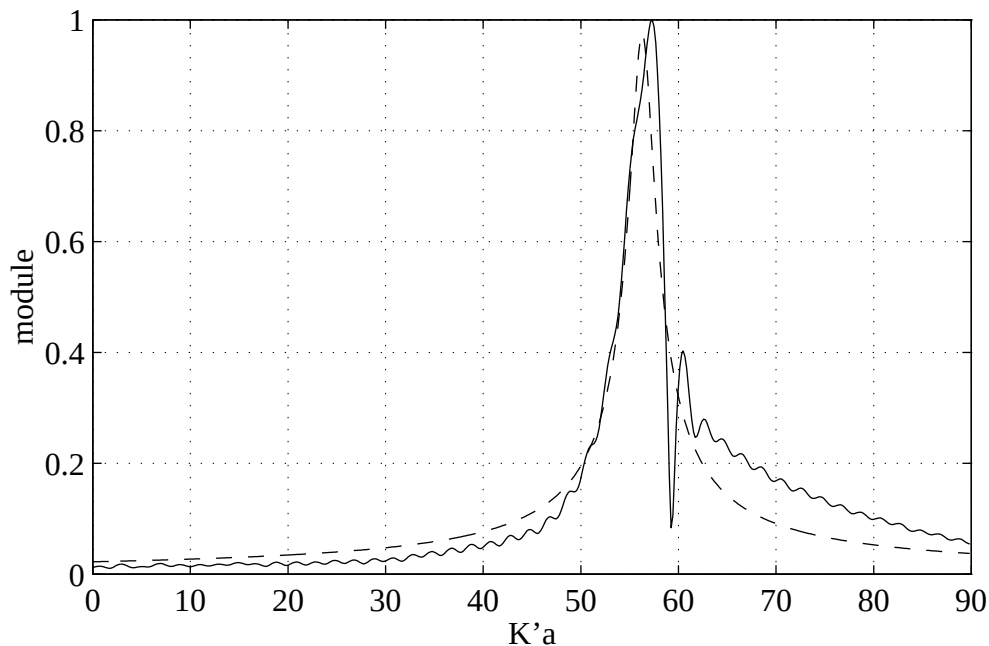


Figure 18: Coupe de Ksi pour $k_{1a}=53$. (—): module obtenu expérimentalement, (— —): module du modèle (Onde A).

5.4.1.2. Etude d'une coupe de K_{si} correspondant à l'onde de Franz 1

En comparant la courbe expérimentale et le modèle qui l'identifie, on constate une bonne correspondance. On voit tout de suite que la largeur à mi-hauteur est beaucoup plus importante que celle obtenue pour l'onde A précédemment, ce qui correspond à une atténuation plus grande.

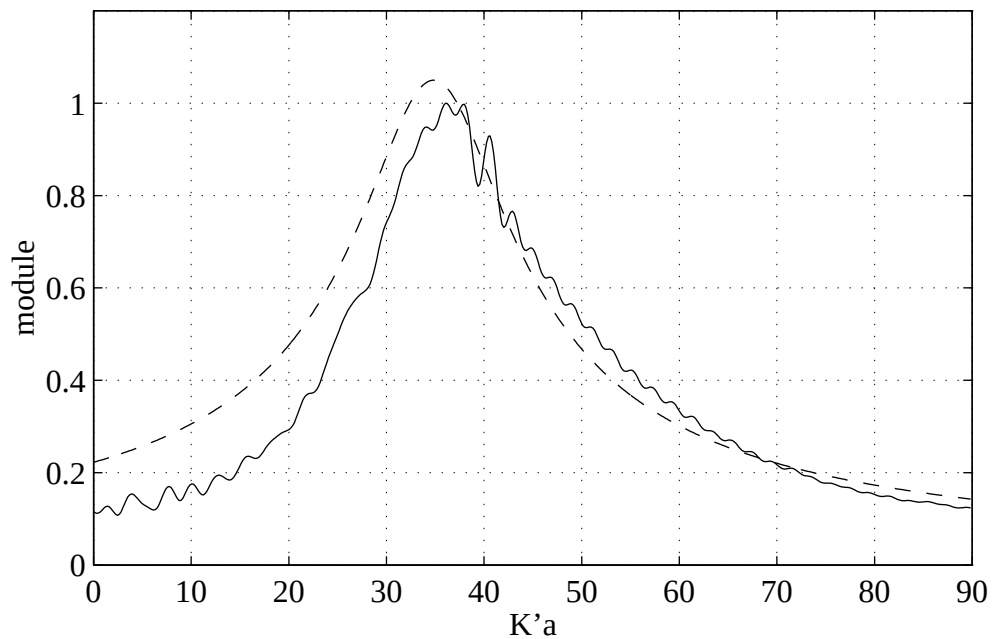


Figure 19: Module de K_{si} pour $K_1a=32$. (—): module obtenu expérimentalement, (— — —): module du modèle (Onde de Franz 1).

5.4.1.3. Résultats obtenus après traitement de la totalité de la représentation Ksi

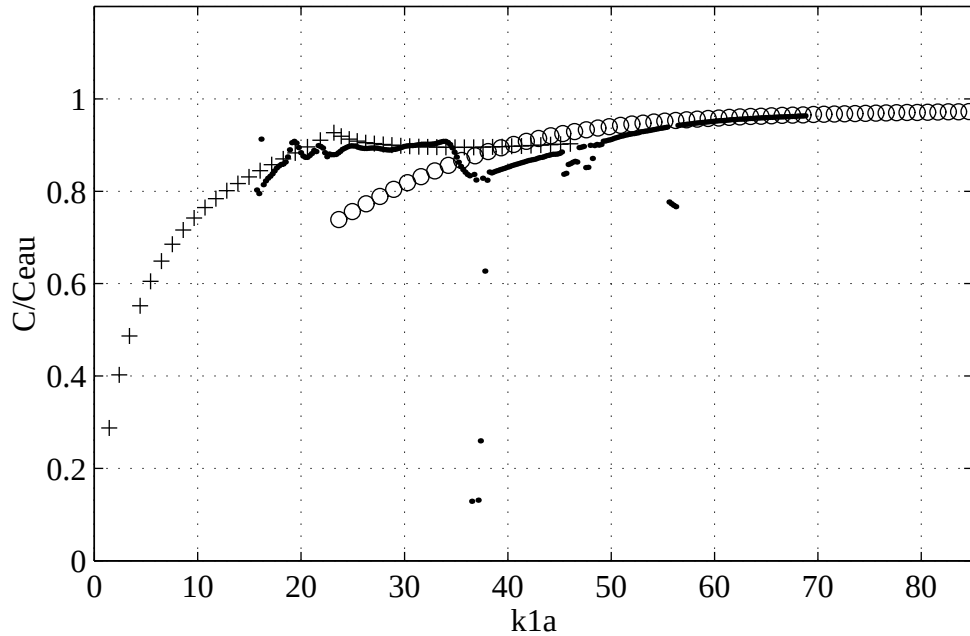


Figure 20: Onde A et onde de Franz 1 sur un tube rempli d'air ($b/a=0,97$): vitesses de phase théoriques de l'onde de Franz 1 (+ + +) et de l'onde A (o o o), vitesse de phase expérimentale (...).

Après identification dans le plan complexe de Ksi pour toutes les coupes possibles à pulsation constante, les vitesses de phase mesurées sont comparées à celle obtenues théoriquement par Z.D.X..(Figure 20). On constate un bon accord entre la théorie et l'expérience. Il faut noter que la Z.D.X. donne des fréquences complexes. Afin de comparer avec nos résultats, les pulsations complexes obtenues par Z.D.X.. ont été converties en vecteurs d'ondes complexes en se servant de la formule de passage montrée au chapitre IV (Z.D.X. adaptée).

L'avantage de F.-S.W.A.M. est de pouvoir accéder à l'atténuation des ondes suivies (Figure 21). L'accord théorie expérience est bon, tout en étant moindre dans les zones où l'onde A est peu atténuée et donc où le signal est tronqué spatialement.

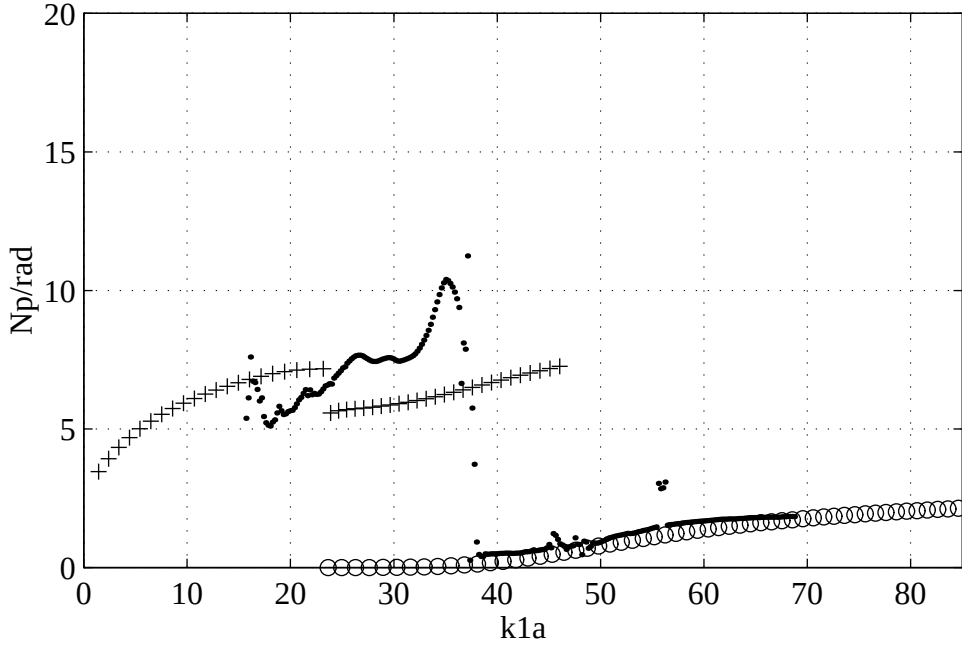


Figure 21: Onde A et onde de Franz 1 sur un tube rempli d'air ($b/a=0,97$): atténuations théoriques de l'onde de Franz 1 (+ + +) et de l'onde A (o o o), atténuation expérimentale (...).

5.4.2. Identification des pulsations complexes

L'identification des vecteurs d'ondes complexes K s'effectue sur des coupes de K_{si} à pulsation constante. L'identification des pulsations complexes Ω s'effectue sur des coupes de K_{si} à vecteur d'onde constant. Les résultats sont directement comparables aux résultats obtenus par Z.D.X..

Les résultats obtenus par S.W.A.M. fréquentielles sur les deux axes sont comparés Figure 22 pour les parties réelles et Figure 23 pour les parties imaginaires.

Les parties réelles identifiées sont quasiment identiques et correspondent aux résultats théoriques.

Nous avons montré au chapitre IV, que la largeur fréquentielle réduite $\Delta K_1(\omega)a$ est liée aux parties imaginaires de Ω et K par les relations:

$$\Delta K_1(\omega)a = \frac{\Omega''(\omega)}{C_1}a = K''(\omega)a \cdot \left(\frac{d(K_1a)}{d(K'a)} \right)_{\omega}$$

Comme la pente $\left(\frac{d(K_1 a)}{d(K' a)} \right)_\omega$ de la trajectoire $K' a$ en fonction de $K_1 a$ de l'onde A est proche de 1, $\frac{\Omega''(\omega)}{C_1} a$ et $K''(\omega) a$ sont très proches à la fois théoriquement et expérimentalement. Afin de vérifier ce point, les mêmes identifications ont été effectuées pour l'onde A1.

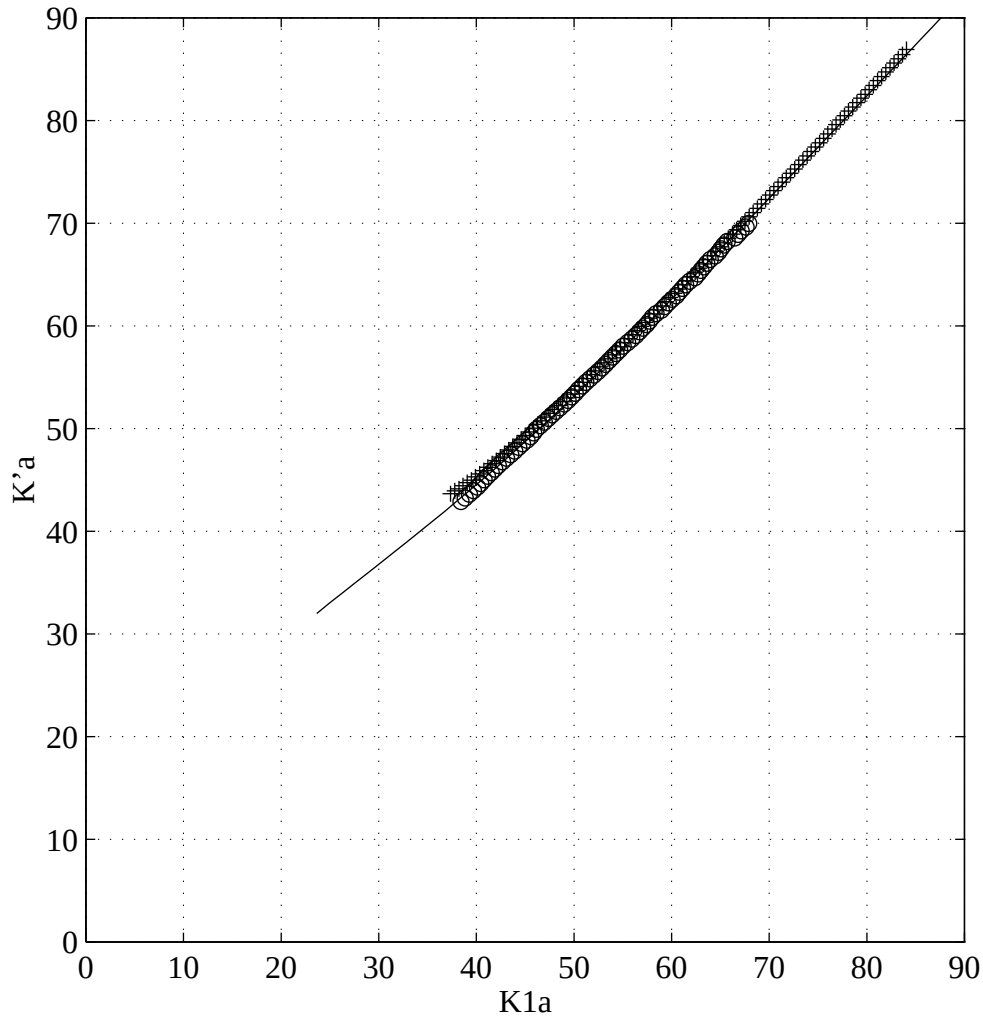


Figure 22: Identification F.-S.W.A.M. des parties réelles de K (+ + +) et Ω (o o o) comparées aux résultats obtenus par Z.D.X.. (___).

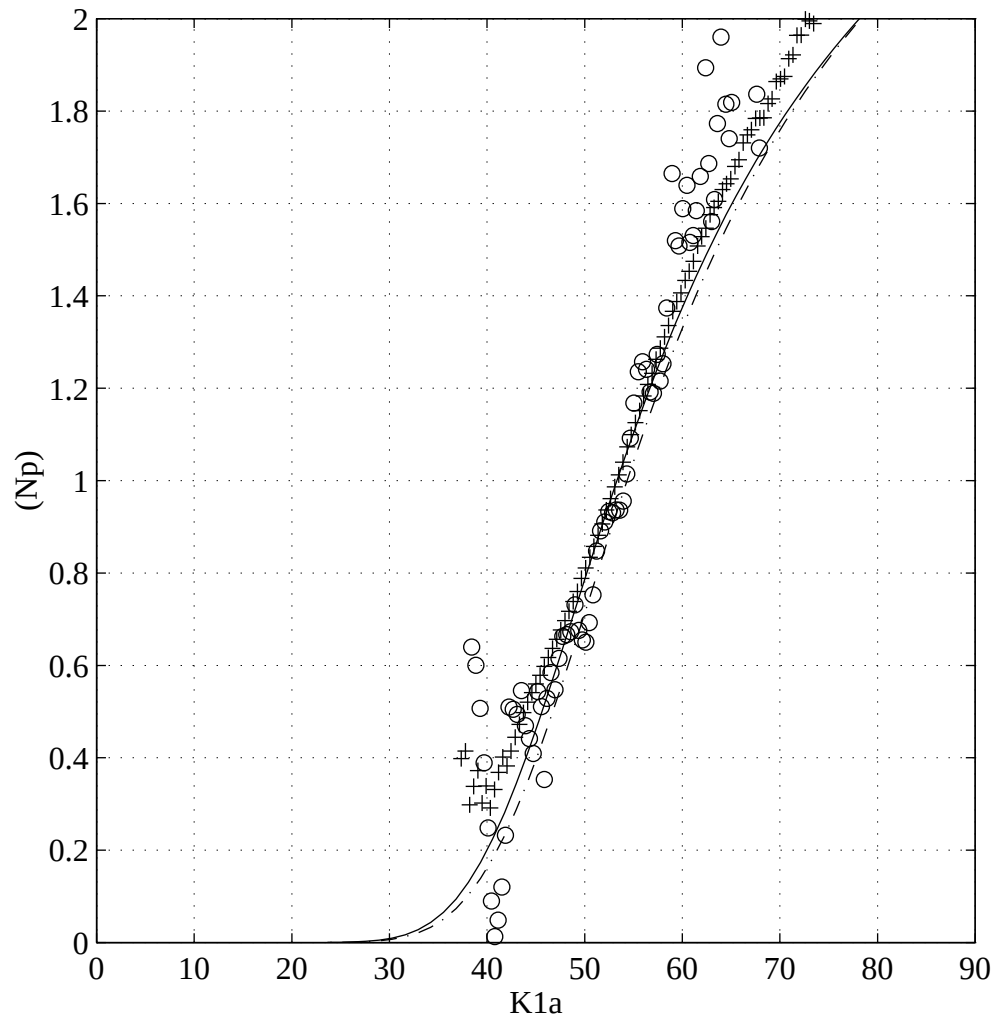


Figure 23: Identification F.-S.W.A.M. des parties imaginaires de K (+ + +) et Ω (o o) comparées aux résultats obtenus par Z.D.X.. (___). et Z.D.X.. adaptée (-.-.)

5.5. Lien expérimental entre vecteur d'onde complexe et pulsation complexe: Onde A1

5.5.1. Conditions expérimentales

Pour l'onde de Lamb A1, la pente $\left(\frac{d(K_1 a)}{d(K' a)} \right)_\omega$ est très différente de 1. Nous avons donc

effectué une investigation expérimentale.

Le tube étudié est le même que précédemment. L'onde A1 est étudiée près de son cut-off. Les angles d'incidence et de réception α sont donc nuls. Les signaux temporels ont été collectés pour θ compris entre 0 et 180° (Figure 24) à l'aide d'un couple d'émetteur/récepteur de fréquence centrale 5 MHz.

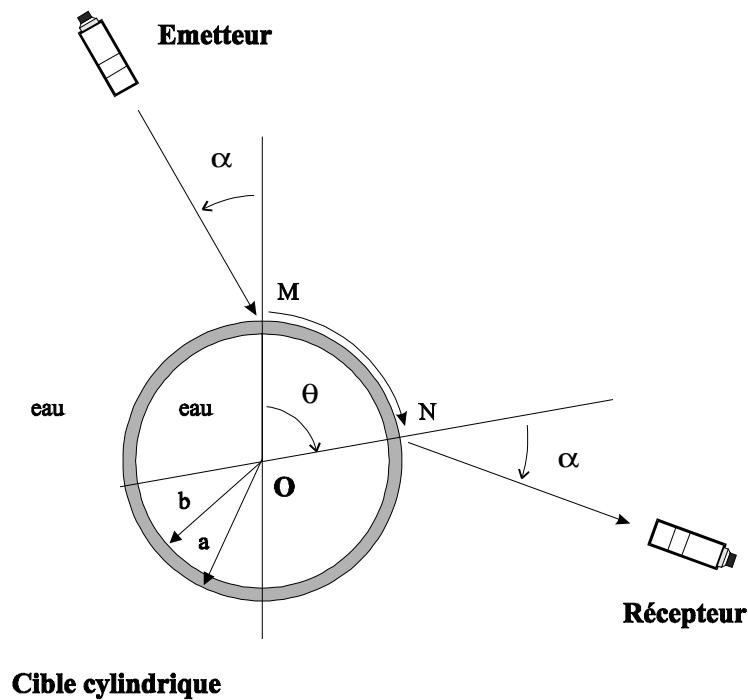


Figure 24: Onde A1: dispositif expérimental.

5.5.2. Vecteurs d'ondes et pulsations identifiés par F.-S.W.A.M

Une identification de K et Ω complexes a été effectuée par F.-S.W.A.M.. Les parties réelles sont représentées Figure 25 et les parties imaginaires Figure 26.

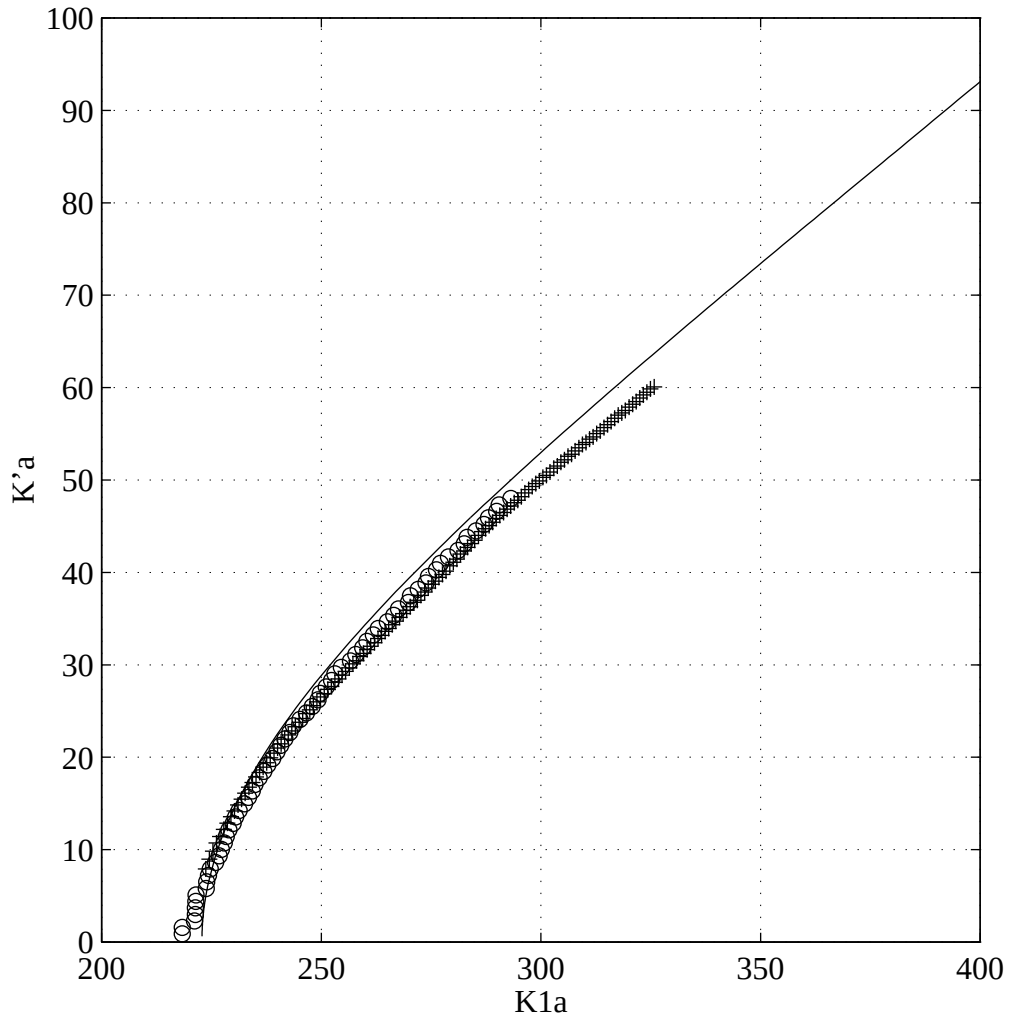


Figure 25: Onde A1 identifiée par S.W.A.M. fréquentielle. Parties réelles de K (+ + +) et de Ω (o o o) comparé au vecteur d'onde de l'onde A1 sur une plaque semi-immergée (—).

Les parties réelles de K et Ω coïncident expérimentalement entre elles et avec les résultats théoriques de la plaque plane semi-immergée.

Les parties imaginaires sont plus intéressantes. Les atténuations réduites spatiales et temporelles sont dans ce cas différentes. Les courbes expérimentales relevées dans le

cas du tube sont en bon accord avec les résultats trouvés théoriquement sur la plaque plane.

Ceci nous permet de vérifier expérimentalement le lien entre pulsation complexe et vecteur d'onde complexe mis en évidence au chapitre IV.

D'autre part, on montre aussi que sur un tube fin les ondes de Lamb observées sont très proches des ondes de Lamb sur la plaque plane, aussi bien au niveau de la vitesse que de l'atténuation.

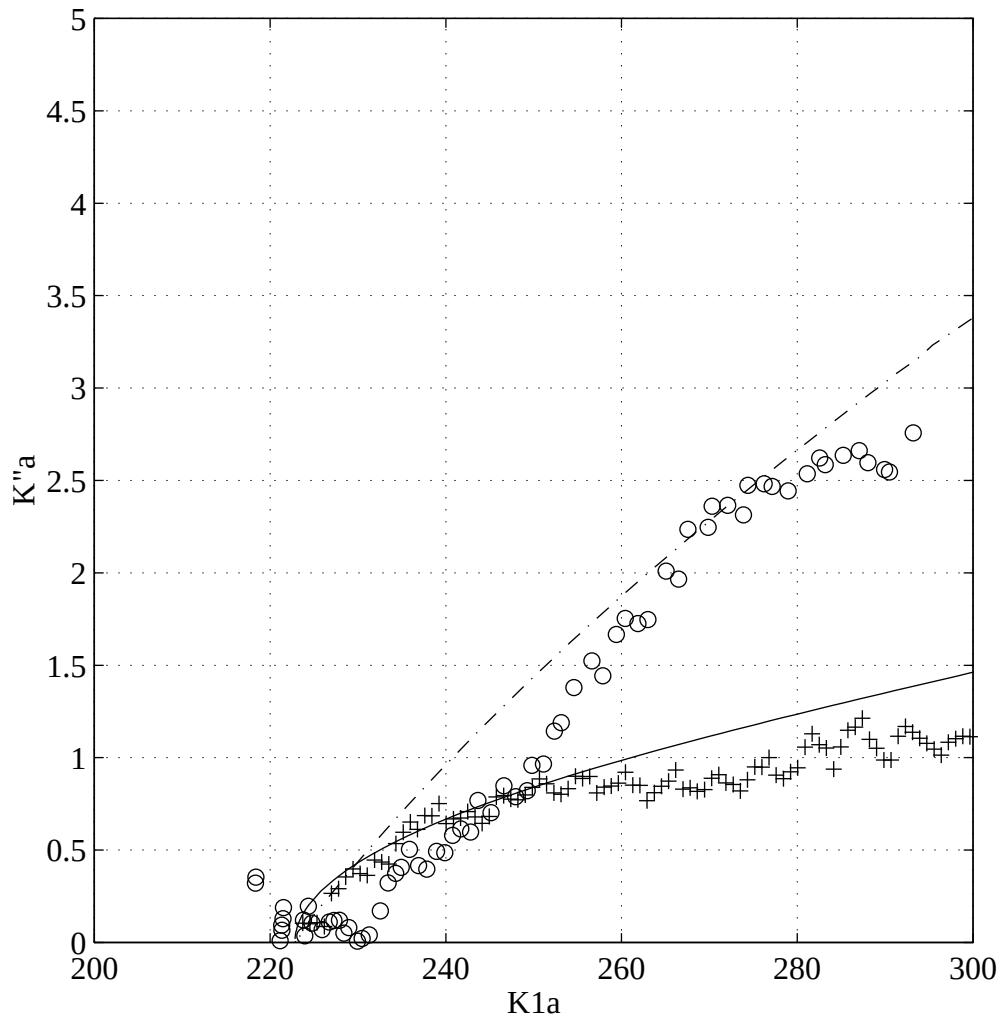


Figure 26: Onde A1 identifiée par S.W.A.M. fréquentielle. Parties imaginaires de K (+ + +) et de Ω (o o o) comparé à K'' (—) et à Ω'' (-.-.-) de l'onde A1 sur une plaque semi-immergée.

6. Amélioration des méthodes: sous-échantillonnage spatial

Pour certaines ondes ou dans certaines contraintes expérimentales, les longueurs d'ondes peuvent être inférieures au pas d'échantillonnage spatial. Dans ce cas, il y a repliement de spectre. La Figure 27 montre un tel cas de sous-échantillonnage spatial et ses conséquences sur la représentation tout-fréquence associée. Le calcul a été effectué pour l'onde A sur un tube semi-immersé ($b/a=0,9$). Dans ce cas, nous avons choisi des pulsations spatiales positives uniquement, donc en pleine échelle. La pulsation de Nyquist spatiale, notée K_{0a} , est ici de 15 (en échelle réduite propre au tube). Elle est suffisante pour échantillonner correctement jusqu'à une pulsation temporelle K_{1a} de 14. Au delà, les effets du sous-échantillonnage se traduisent par un redémarrage à zéro de $K'a$.

Lorsqu'on observe la représentation spatio-temporelle à partir d'un repère mobile de vitesse constante, les espaces spatio-fréquentiels S et tout fréquence K_{si} ont une propriété intéressante. La nouvelle représentation tout fréquence est contractée et on peut ainsi s'affranchir localement du sous-échantillonnage.

Il est donc judicieux de suivre l'onde à une vitesse constante C_0 (indépendante de t et x). La représentation spatio-temporelle de l'onde suivie dans le repère mobile est alors vue avec une nouvelle représentation spatio-temporelle:

$$s'(x, t') = s(x, t + \frac{x}{C_0}).$$

La représentation spatio-fréquentielle associée est $S'(x, \omega) = S(x, \omega)e^{-j\frac{\omega}{C_0}x}$. Le module de cette représentation est identique à l'original S . Sa phase est la phase relative par rapport au repère mobile. En choisissant astucieusement la vitesse du repère, cette phase relative évolue lentement en fonction de la fréquence temporelle.

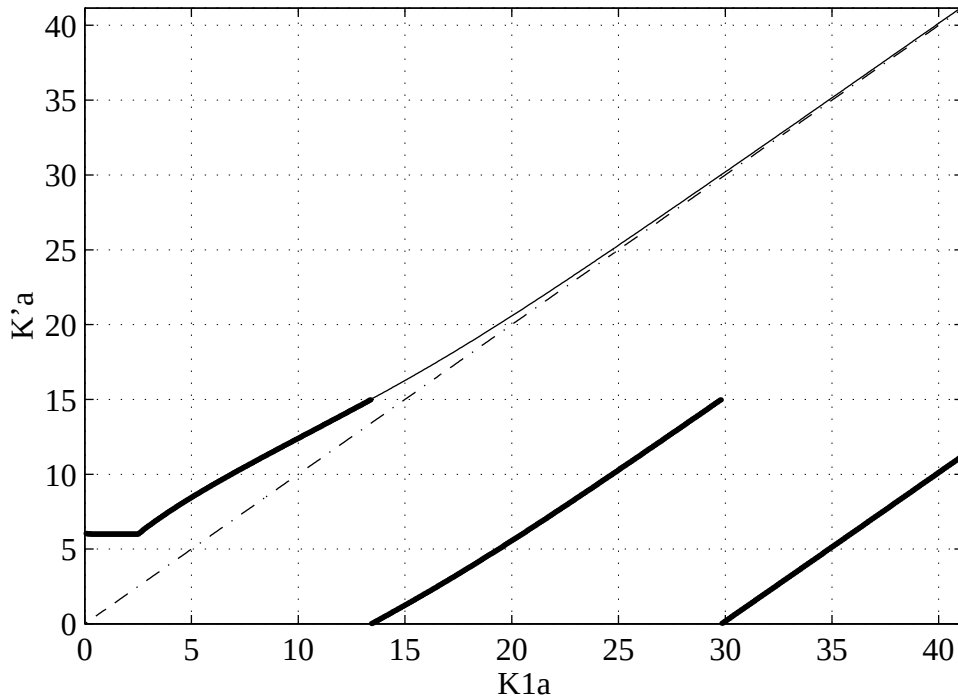


Figure 27: Ligne de crête d'une représentation tout-fréquence sous-échantillonnée (en gras $K0.a=15$), comparée à la ligne de crête correctement échantillonnée (___, $K0.a=41$). Le repère mobile choisi est en (._._.).

Pour une onde atténuée de vecteur d'onde complexe K , la représentation tout-fréquence relative est ainsi:

$$K_{si}'(k, \omega) = \frac{1}{-j((K - \frac{\omega}{C_0}) - k)}$$

La Figure 28 montre la représentation K_{si}' obtenue en choisissant pour vitesse C_0 du

repère la vitesse C_1 telle que $K'a = \frac{\omega}{C_1} a$. Le module de K_{si}' est maximum pour

$k = \text{Re}(K) - \frac{\omega}{C_1}$. Le lieu des maxima de K_{si}' est la différence entre $\text{Re}(K)$ recherché et

la droite $\frac{\omega}{C_1}$. La représentation K_{si}' est correctement échantillonnée et permet une

reconstruction correcte de l'évolution du vecteur d'onde (partie réelle) en fonction des pulsations spatiales.

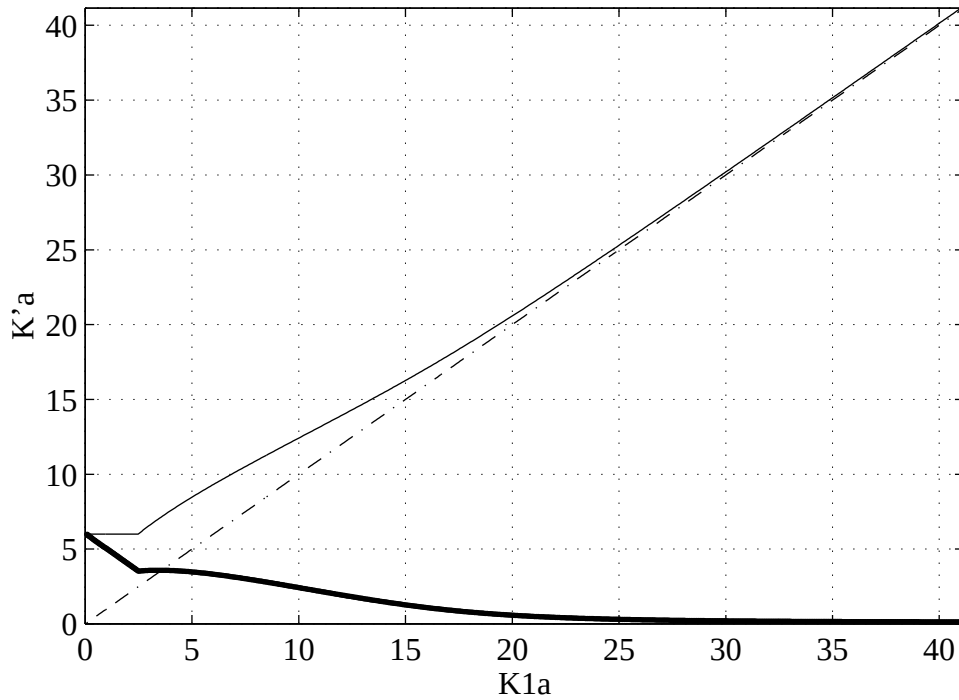


Figure 28: Ligne de crête d'une représentation tout-fréquence relative au repère mobile (en gras $K0.a=15$), comparée à la ligne de crête correctement échantillonnée (___, $K0.a=41$). Le repère mobile choisi est en (---).

Ce changement de repère est utilisable pour les trois méthodes présentées précédemment. Les limitations sont les suivantes:

- les ondes doivent toutes être suivies dans le même sens. En effet, si une onde est aussi suivie en sens contraire, elle sera vue avec une vitesse double ($2C_0$) par rapport au repère mobile. Elle sera alors vue avec une pulsation de Nyquist divisée par deux.
- il faut arriver à trouver une vitesse de repère mobile qui possède une représentation K_{si} asymptote de celle de l'onde étudiée. Heureusement, pour l'onde A ou pour les ondes de Lamb, les vecteurs d'onde possèdent des asymptotes obliques en haute fréquence dans la plupart des cas.

7. Conclusion

Nous avons vu au Chapitre IV les propriétés intéressantes des espaces de Fourier associés à la propagation d'une onde de surface atténuée. Ces propriétés ont servi de base pour mettre au point trois nouvelles méthodes expérimentales d'identification d'ondes de surface (réf. [10] et [11]). Ces méthodes présentent l'intérêt d'identifier complètement plusieurs ondes générées par une impulsion ultrasonore.

La première méthode appelée Spatial S.W.A.M.. exploite les propriétés de la représentation spatio-fréquentielle. En évaluant localement et spatialement les caractéristiques des ondes observées, elle permet d'aborder des analyses fines de propagation d'ondes de surface.

La deuxième méthode intitulée Time-S.W.A.M., duale de Space-S.W.A.M., identifie directement les caractéristiques temporelles des ondes. Elle permet de caractériser expérimentalement l'évolution des vecteurs d'ondes imposés à la cible.

La troisième méthode baptisée Frequency-S.W.A.M. identifie les caractéristiques spatiales et temporelles des ondes en utilisant la représentation tout fréquence. Elle permet ainsi d'accéder expérimentalement aux caractéristiques obtenues par Z.D.X. et par T.S.W. Comme nous l'avons vu pour le tube, une simulation numérique de la représentation spatio-fréquentielle de la cible étudiée peut être obtenue facilement, permettant une comparaison immédiate avec les mesures obtenus par F.-S.W.A.M.

8. Références

- [1] S. LAWRENCE MARPLE, "Digital spectral analysis with applications", Prentice-Hall, New Jersey (1987).
- [2] J. VOLLMANN, J. DUAL, "High-resolution analysis of the complex wave spectrum in a cylindrical shell containing a viscoelastic medium. Part I. Theory and numerical results", J. Acoust. Soc. Am., 102 (1997), 896-908.
- [3] J. VOLLMANN, J. DUAL, "High-resolution analysis of the complex wave spectrum in a cylindrical shell containing a viscoelastic medium. Part I. Experimental results versus theory", J. Acoust. Soc. Am., 102 (1997), 896-908.
- [4] P. REMBERT, "Etude des résonances acoustiques par des méthodes quasi-harmoniques et impulsionnelles. Phase spectrale", Thèse de Doctorat de l'Université du Havre (1991).
- [5] FAURE, M. FOUBERT, J. RIPOCHE, G. MAZE, "Un modèle polynomial de signature ultrasonore", 2nd Applied Modelling and Simulated International Symposium, Paris, 1982, p. 55-59.
- [6] W. H. PRESS, S. A. TEUTOLESKY, W. VETTERLING, B. P. FLANNERY, "Numerical Recipes in FORTRAN", Cambridge University Press, New York, USA (1994).
- [7] D. ALLEYNE, P. CAWLEY, "A two-dimensional Fourier transform method for the measurement of propagating multimode signals", J. Acoust. Soc. Am., 89 (1991) 1159-1168.
- [8] J.-L. IZBICKI, Communication privée.
- [9] S. DERIBLE, "Caractérisation complète des résonances acoustiques par une nouvelle méthode fondée sur le diagramme d'Argand", Thèse de l'Université du Havre (1995).
- [10] L. MARTINEZ, J. DUCLOS, A. TINEL, "New tools in Acoustics: Transient Surface Wave Analysis Method. Study of Lamb waves with positive or negative group velocity in an immersed shell", Transport Noise-98, Tallinn, Estonia, June 8-10 1998, Proceedings, 281-284.

- [11] L. MARTINEZ, J. DUCLOS, A. TINEL, "Aspects of a damped surface wave in the Fourier Diamond Spaces. New Surface Wave Analysis Methods (S.W.A.M.)", 16th International Congress on Acoustics and 135th Meeting of the Acoustical Society of America, Seattle, Washington, U.S.A., 20-26 June 1998, Proceedings, 1359-1360.

CHAPITRE VII

ETUDE EXPERIMENTALE DE LA PROPAGATION DE L'ONDE A SUR UNE CIBLE CYLINDRIQUE

Plan du Chapitre VII

1. INTRODUCTION.....	4
2. PROPRIÉTÉS DE L'ONDE A SUR UNE CIBLE CYLINDRIQUE IMMERGÉE OU SEMI-IMMERGÉE	5
2.1. INFLUENCE DE L'ÉPAISSEUR À DIAMÈTRE CONSTANT.....	5
2.1.1. Dispositif expérimental.....	5
2.1.2. Résultats obtenus pour une cible remplie d'eau.....	7
2.1.3. Résultats obtenus pour une cible remplie d'air.....	15
2.2. INFLUENCE DU RAYON DE COURBURE	18
2.2.1. Tube $b/a=0,9$	18
2.2.2. Autres cibles	22
2.2.3. Représentation type tube.....	23
2.2.4. Représentation type plaque.....	26
3. NOUVEAUX PHÉNOMÈNES APPARAISSANT AVEC LE REMPLISSAGE DU TUBE....	31
3.1. RÉSULTATS OBTENUS PAR Z.D.X.....	32
3.2. OBSERVATION DE L'ONDE A.....	34
3.2.1. Liquide interne plus rapide que le liquide externe (glycol)	34
3.2.2. Liquide interne plus lent que le liquide externe.....	37
3.3. OBSERVATION DE L'ONDE A*.....	37
3.3.1. Liquide interne plus rapide que le liquide externe	38
3.3.2. Liquide interne plus lent que le liquide externe.....	40
4. INTERPRÉTATION DU PHÉNOMÈNE RÉSONANT DANS L'ESPACE TOUT FRÉQUENCE PAR MODÉLISATION S.W.A.M.	47
4.1. FAMILLES S.W.G. LIÉES À L'ONDE A*	47
4.1.1. Résultats expérimentaux	47
4.1.2. Modélisation par S.W.A.M.....	50
4.1.3. Comparaison des résultats expérimentaux avec ceux de la Z.D.X. et S.W.A.M.....	53
4.2. FAMILLES S.W.G. LIÉES À L'ONDE A0	55
5. CONCLUSION	58
6. RÉFÉRENCES.....	59

1. Introduction

Dans le chapitre III, nous avons étudié les propriétés de l'onde A sur un plaque plane. Dans les chapitres IV, V et VI, nous avons mis au point de nouvelles techniques d'observation et de modélisation d'ondes de surface. Nous avons montré que ces méthodes étaient applicables au cas particulier du tube.

Dans une première partie, nous allons étudier l'influence de l'épaisseur de la cible sur la propagation de l'onde A. Nous utiliserons les mêmes plaques que pour l'étude plane, mais elles sont courbes, avec un grand rayon de courbure.

Dans une deuxième partie, nous étudierons l'effet du remplissage du tube sur l'onde A, suivant que le fluide interne est plus lent ou plus rapide que le fluide externe. Par la suite, nous appellerons liquide le plus lent (resp. le plus rapide), celui des deux liquides pour lequel la vitesse de l'onde longitudinale est la plus faible (resp. la plus forte).

Nous discuterons l'existence de l'onde A^* .

2. Propriétés de l'onde A sur une cible cylindrique immergée ou semi-immergée

2.1. Influence de l'épaisseur à diamètre constant

2.1.1. Dispositif expérimental

La cible est constituée d'un support cylindrique tronqué sur un quart de tour sur lequel est fixée une lame métallique pliée à ses extrémités. L'ensemble est soigneusement assemblé afin de former un tout parfaitement étanche et cylindrique.

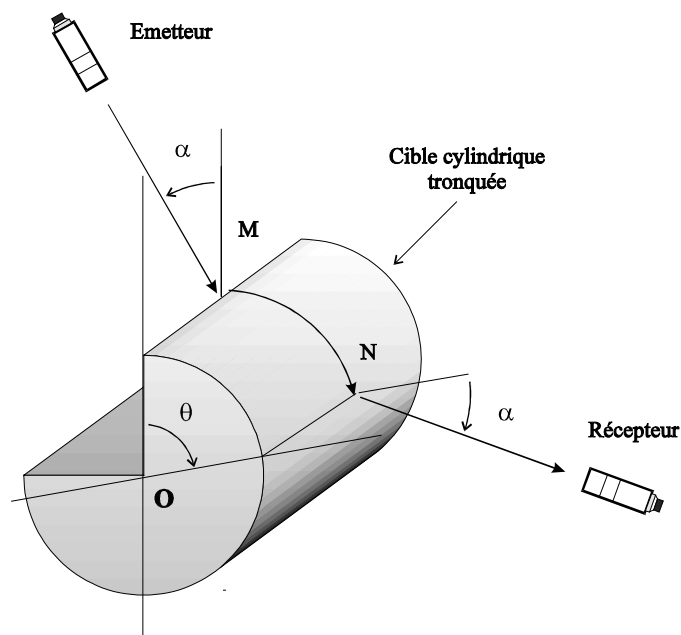


Figure 1: Dispositif expérimental.

Emetteur et récepteur sont placés dans un même plan perpendiculaire à l'axe du cylindre, afin de générer (resp. observer) la propagation d'ondes sur une portion MN de cylindre située dans le même plan que l'émetteur et le récepteur. L'axe de l'émetteur fait un angle α avec la normale en M et la cible est fixe par rapport à l'émetteur. Une impulsion électrique est envoyée sur le transducteur émetteur générant ainsi une onde de volume

ultrasonore dans l'eau. Par conversion sur le dièdre en M on génère ainsi plusieurs ondes, dont l'onde A. Le récepteur tourne autour de l'ensemble cible/émetteur. On observe les ondes à une position θ , avec un angle α par rapport à la normale après propagation sur l'arc MN,. Ce dispositif permet ainsi deux types d'observations:

*l'observation de la propagation des ondes générées en M pour une succession d'angles θ : on peut mesurer l'atténuation et la vitesse de phase des ondes suivies en utilisant S.-S.W.A.M. par exemple.

*l'observation des ondes qui se sont propagées jusqu'à l'autre extrémité de la plaque, soit pour $\theta = 270^\circ$. Par analyse temps-fréquence, on peut alors déterminer leurs caractéristiques de dispersion (cf. Chapitre III).

La propagation de l'onde A est étudiée pour trois épaisseurs différentes, la cible conservant le même diamètre intérieur D. La correspondance avec le rapport b/a est donnée dans le tableau ci-dessous.

D (mm)	épaisseur (mm)	$b/a=D/(D+2*\text{épaisseur})$
120	0,2	0,9967
120	0,1	0,9983
120	0,05	0,9992

Le diamètre utilisé permet de ne pas trop cintrer les plaques en laiton, afin de ne pas introduire de contraintes dans la plaque. L'onde A est générée avec un angle $\alpha = 90^\circ$ par conversion d'une onde de volume au point M. Les transducteurs émetteur et récepteur utilisés ont une fréquence centrale de 5MHz, ils permettent ainsi de se placer dans le même cadre que l'étude de l'onde A sur une plaque plane immergée ou semi-immergée en laiton. L'onde A, possédant une vitesse de phase toujours inférieure à celle du son dans l'eau, émet de l'énergie tangentiellement à la cible, pour $\alpha = 90^\circ$ (réf. [1], [2], [3] et [4]).

2.1.2. Résultats obtenus pour une cible remplie d'eau.

Etude en bout de plaque courbe:

Pour les trois épaisseurs étudiées, l'onde A est toujours observée en bout de lame courbe et les signaux temporels ont la même allure que pour la plaque plane (Figure 2, Figure 4 et Figure 6), sauf pour la plaque de 0,2mm où l'on constate l'absence des hautes fréquences. De plus, si on place un absorbant sur la face externe de la cible de 0,2mm, seule la partie basse fréquence reste observable en bout de plaque courbe.

Les mêmes difficultés que sur la plaque plane sont rencontrées quand on veut générer l'onde pour des épaisseurs de 0,1 et 0,05mm. Dans ces derniers cas, le fait de placer un absorbant sur l'extérieur de la cible ne gêne que très peu le signal observé en bout de plaque.

Les courbes de dispersion correspondantes sont très proches de celles calculées pour la lame plane et on explore la même zone de produit F.E expérimentalement que dans le chapitre III. Les caractéristiques de dispersion de l'onde A sont uniquement fonction du produit F.E comme sur la plaque plane.

On constate que bien, que les rapports b/a soient proches de 1 et n'évoluent que de quelques millièmes, l'onde A change très vite de nature car l'épaisseur de la plaque varie alors du simple au quadruple, pour un domaine fréquentiel inchangé.

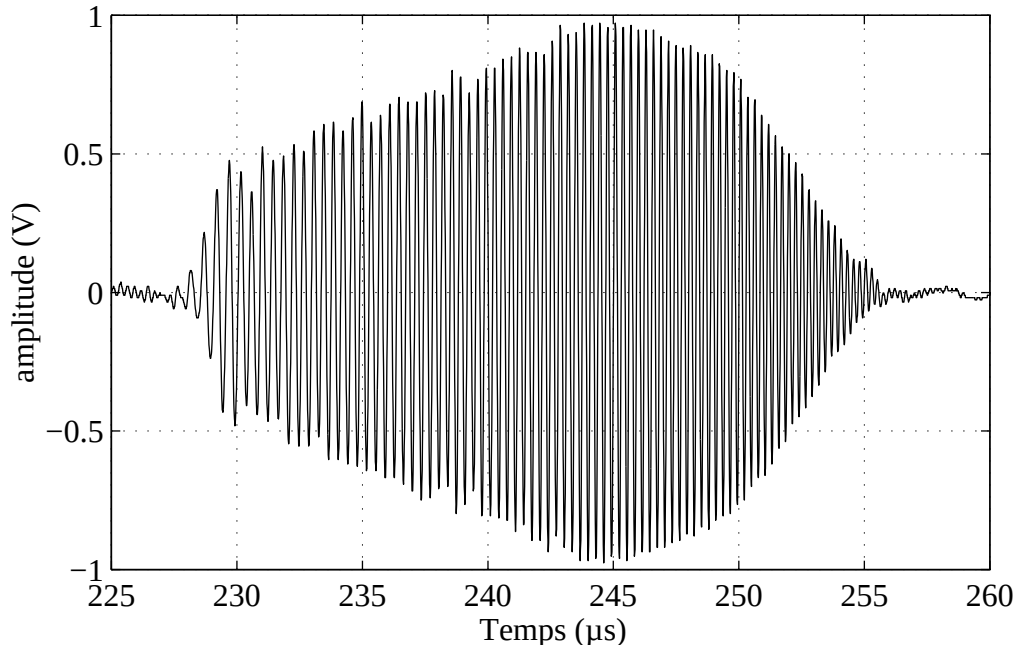


Figure 2: Onde A sur une plaque courbe en laiton immergée ($D=120\text{mm}$ $E=0,2\text{mm}$). Signal temporel observé en bout de plaque courbe.

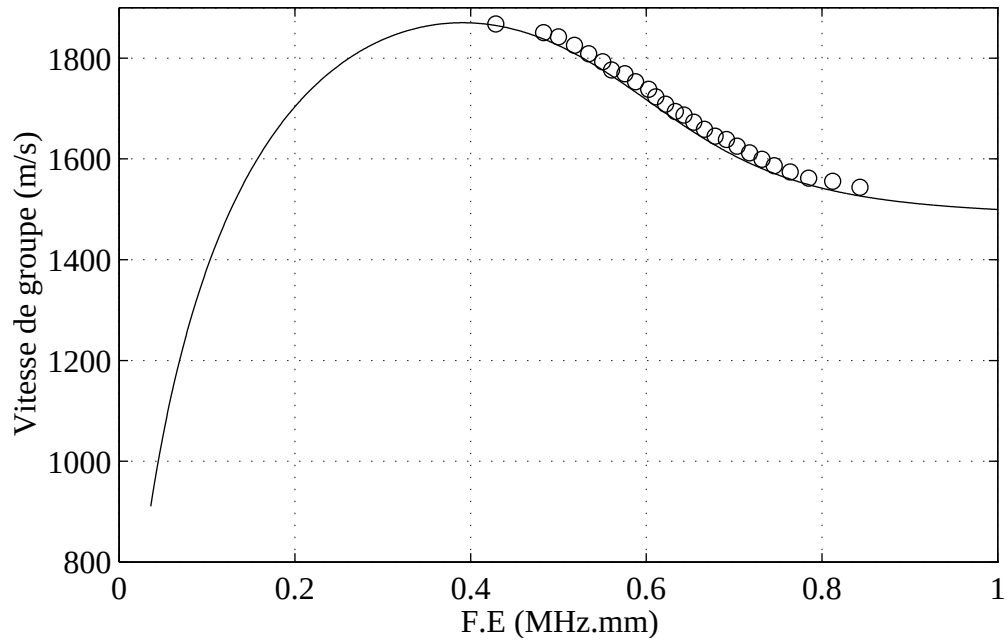


Figure 3: Onde A sur une plaque courbe en laiton immergée ($D=120\text{mm}$ $E=0,2\text{mm}$). Vitesse de groupe expérimentale correspondante (o o o), comparée à celle calculée sur la plaque plane (—).

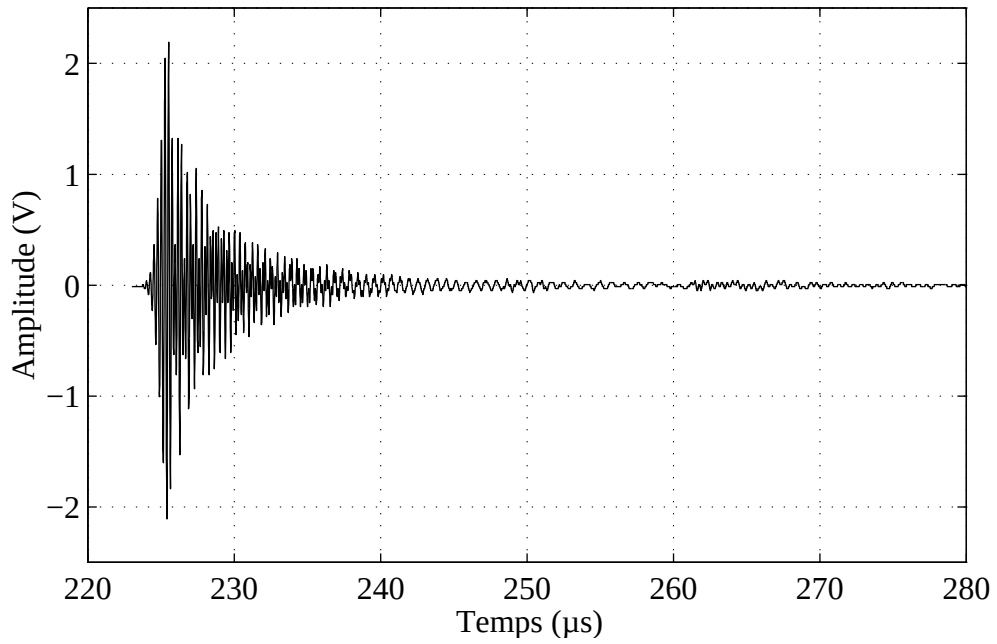


Figure 4: Onde A sur une plaque courbe en laiton immergée ($D=120\text{mm}$ $E=0,1\text{mm}$). Signal temporel observé en bout de plaque courbe.

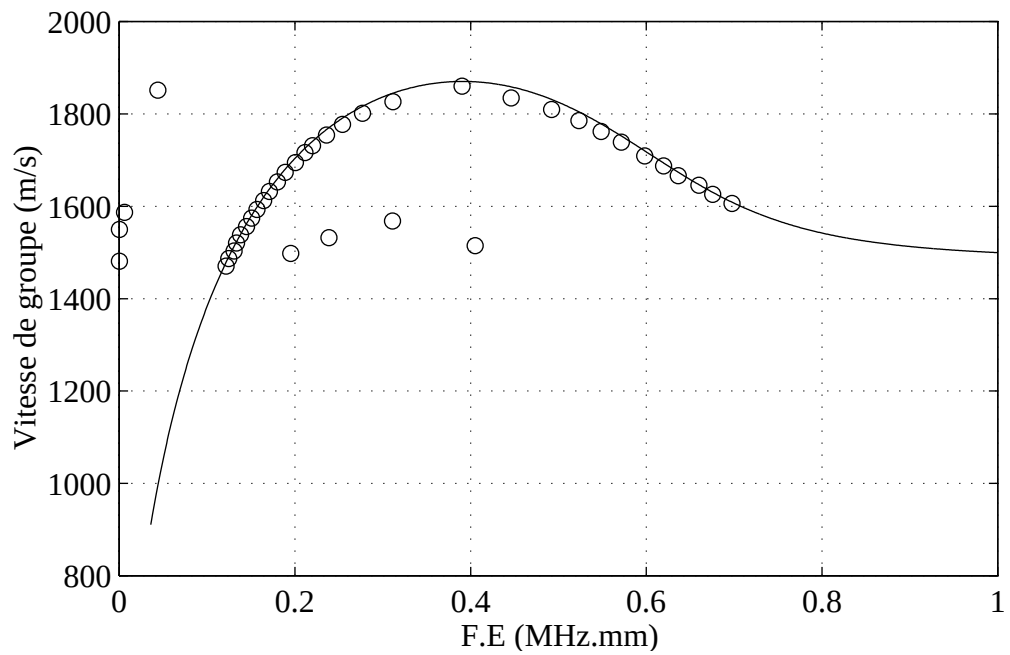


Figure 5: Onde A sur une plaque courbe en laiton immergée ($D=120\text{mm}$ $E=0,1\text{mm}$). Vitesse de groupe expérimentale correspondante (o o o), comparée à celle calculée sur la plaque plane (—).

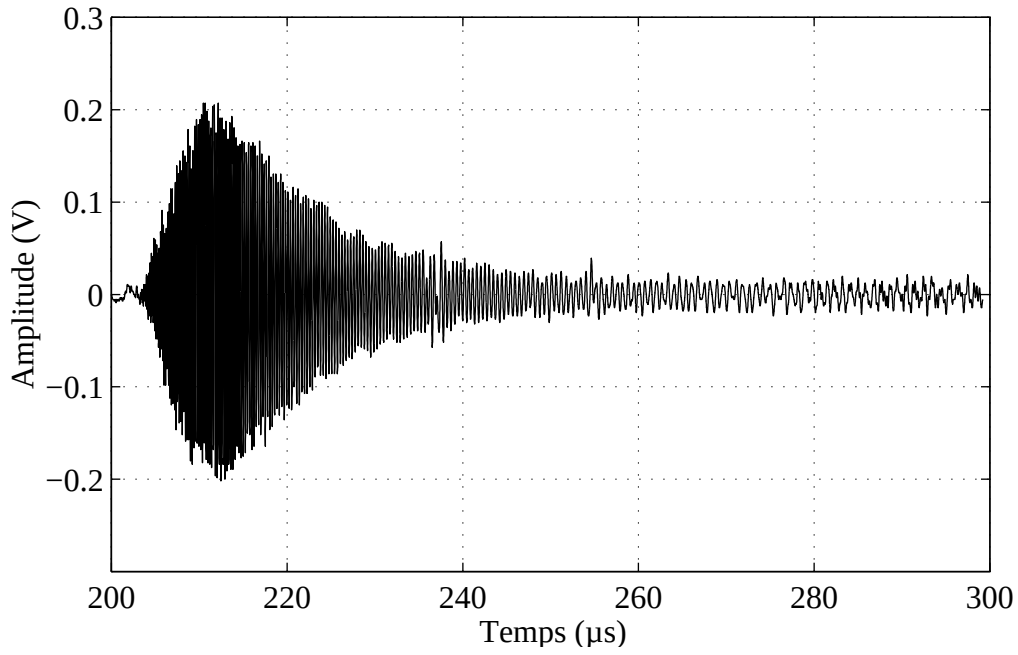


Figure 6: Onde A sur une plaque courbe en laiton immergée ($D=120\text{mm}$ $E=0,05\text{mm}$). Signal temporel observé en bout de plaque courbe.

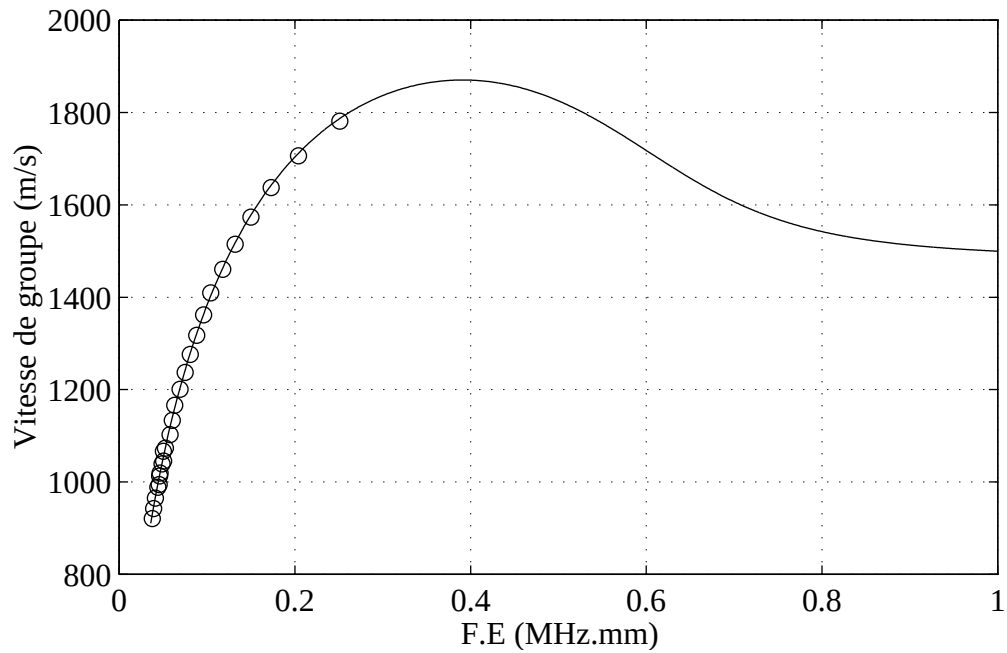


Figure 7: Onde A sur une plaque courbe en laiton immergée ($D=120\text{mm}$ $E=0,05\text{mm}$). Vitesse de groupe expérimentale correspondante (o o o), comparée à celle calculée sur la plaque plane (___).

Etude tangentielle:

L'observation tangentielle révèle que l'onde A émet de l'énergie uniquement sur la plaque courbe d'épaisseur 0,2mm. Pour les cibles courbes d'épaisseur 0,1 et 0,05mm, aucune émission tangentielle n'est détectable. Cela montre que, pour $F.E < 0,5 \text{ MHz.mm}$, l'onde A peut se propager sans atténuation du fait qu'elle possède alors beaucoup d'énergie dans la plaque. Pour $F.E > 0,5 \text{ MHz.mm}$, l'onde A est par contre plus externe à la plaque courbe, comme sur la plaque plane, et une émission tangentielle est mesurable.

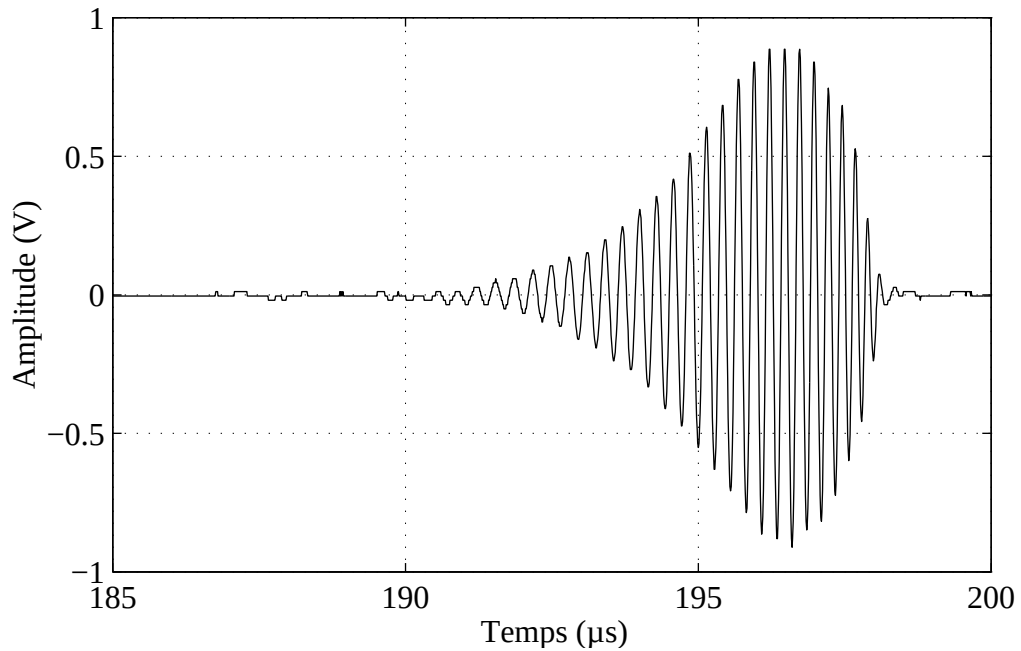


Figure 8: Onde A sur un plaque courbe en laiton émise tangentiellement après un parcours de 63 mm (60°).

Une étude tangentielle fine a été effectuée sur la cible de 0,2mm d'épaisseur à partir d'oscillogrammes relevés pour une série d'angles (50° à 115° par pas de 5°). Pour une position donnée, l'allure de l'onde A observée est représentée (Figure 8). Le signal est dispersif.

L'évolution du module du spectre en fonction de l'angle et donc de la distance parcourue est montrée Figure 9. On remarque que l'onde A est visible tangentiellement pour un produit $F.E$ compris entre $0,7 \text{ MHz.mm}$ et $1,5 \text{ MHz.mm}$. Une analyse par S.-S.W.A.M. effectuée sur la représentation angle fréquence nous donne une mesure de l'atténuation et de la vitesse de phase de l'onde A en fonction du produit $F.E$ (Figure 10 et Figure 11). Dans le domaine $F.E$ où l'onde A est observable tangentiellement, on note une atténuation croissante avec $F.E$, ce qui explique le fait que les hautes fréquences ne sont pas observées

en bout de plaque, car trop atténuées. Par contre, les basses fréquences, peu atténuées, se propagent très longtemps sur de longues distances si on arrive à les générer. La courbe de dispersion expérimentale correspondante est très proche de celle calculée pour la plaque plane en laiton immergée. L'onde A est observée dans une zone de F.E complémentaire de celle obtenue en bout de plaque courbe.

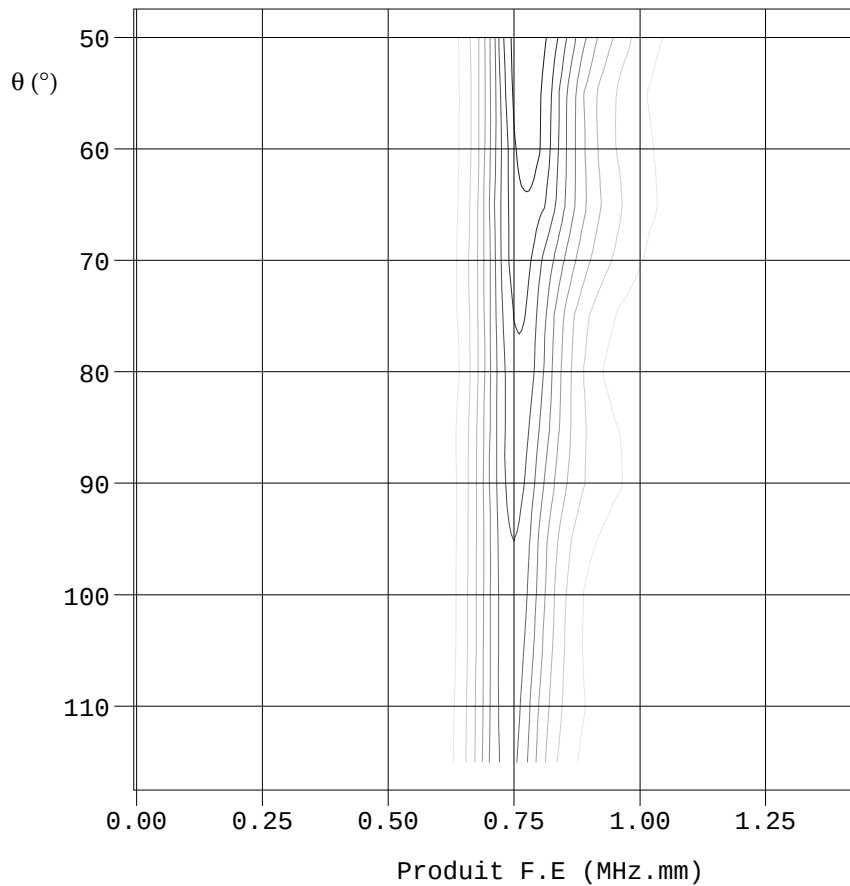


Figure 9: Plaque courbe en laiton immergée ($E=0,2\text{mm}$ $D=120\text{mm}$). Module de la représentation angle/produit $F.E$ correspondant à l'onde A.

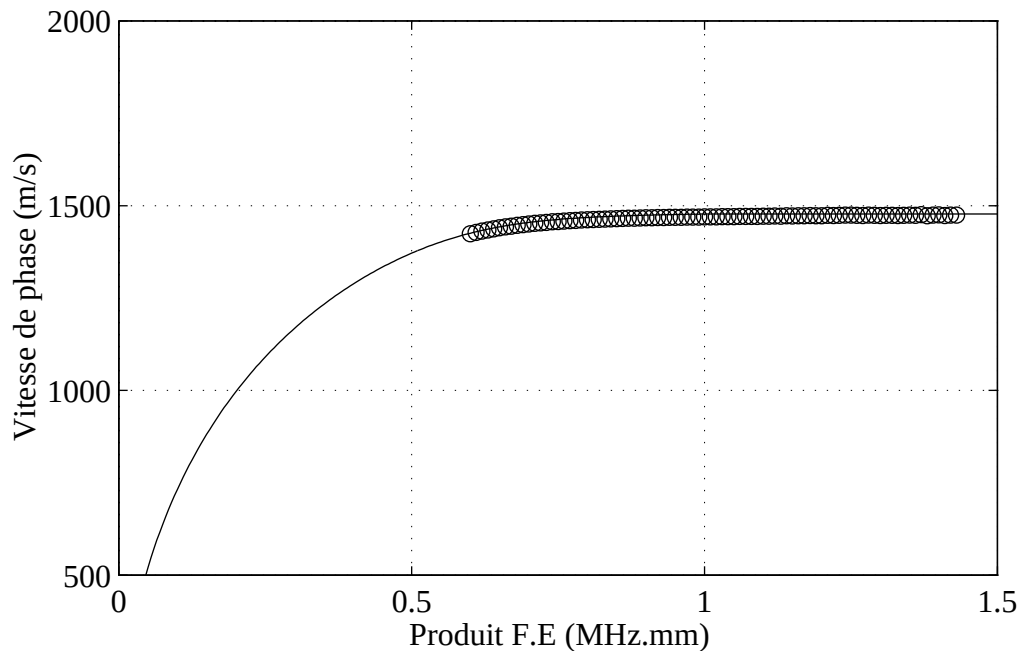


Figure 10: Onde A sur une lame courbe en laiton immergée ($E=0,2\text{mm}$, $D=120\text{mm}$). Vitesse de phase mesurée (o o o) comparée à celle calculée sur la plaque plane (—). Le traitement a été réalisé à l'aide d'un modèle de Prony d'ordre 1 (une onde) sur la représentation spatio-fréquentielle.

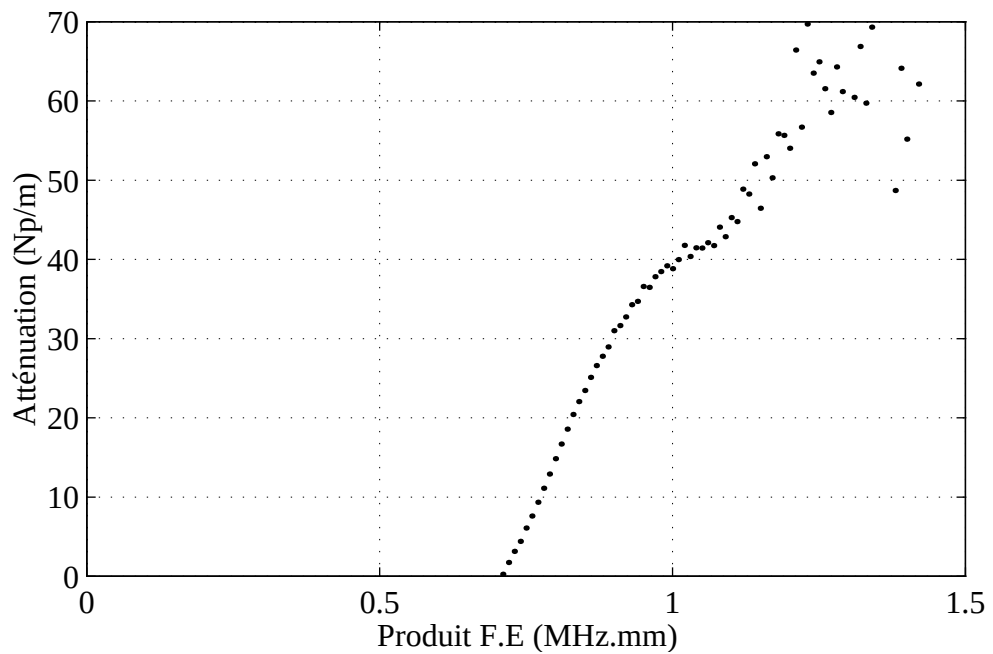


Figure 11: Onde A sur une lame courbe en laiton immergée ($E=0,2\text{mm}$, $D=120\text{mm}$). Atténuation mesurée (. . .).

Conclusion:

Pour des cibles de diamètre constant et de rapport b/a proche de 1, dont seule l'épaisseur varie, nous avons montré expérimentalement que l'onde A possède des caractéristiques de dispersion très proches de celles de l'onde A sur la plaque plane: les vitesses de phase et de groupe sont des fonctions du produit fréquence épaisseur. L'onde A a pu être observée dans une gamme de produit F.E comprise entre 0,04MHz.mm et 1,5MHz.mm comme sur la plaque plane immergée, ce qui correspond à une gamme de K_1a allant de 200 à 1800.

L'étude de l'atténuation de l'onde A, en parallèle avec l'étude en bout de plaque, montre que pour un produit F.E supérieur à 0,7 MHz.mm, l'onde A est d'autant plus atténuée que le produit F.E est grand. L'essentiel de son énergie est située dans l'eau et s'échappe extérieurement au tube. Par contre, pour des produits F.E $< 0,7$ MHz.mm l'onde A est essentiellement concentrée dans la plaque et donc peu disposée à dissiper de l'énergie dans le fluide externe.

Cette étude met en évidence la différence de nature de l'onde suivant la zone de produit F.E où elle existe. L'onde A est "interne" si F.E est petit; elle est externe si F.E est grand [5].

2.1.3. Résultats obtenus pour une cible remplie d'air.

Nous avons mené le même type d'étude uniquement sur les cibles d'épaisseur 0,2 et 0,1mm remplies d'air car la cible d'épaisseur 0,05mm se déformait trop avec la pression de l'eau. Par rapport à l'étude précédente, on note les mêmes phénomènes, mais légèrement décalés en produit F.E.

Etude en bout de plaque

Les signaux relevés en bout de plaque courbe ont la même allure que sur la plaque plane semi-immergée. Les vitesses de groupe mesurées pour les deux épaisseurs sont très proches de celles calculées pour la plaque plane semi-immergée. On note cette fois que rien n'est observé en bout de plaque courbe si F.E supérieur à 0,6MHz.mm.

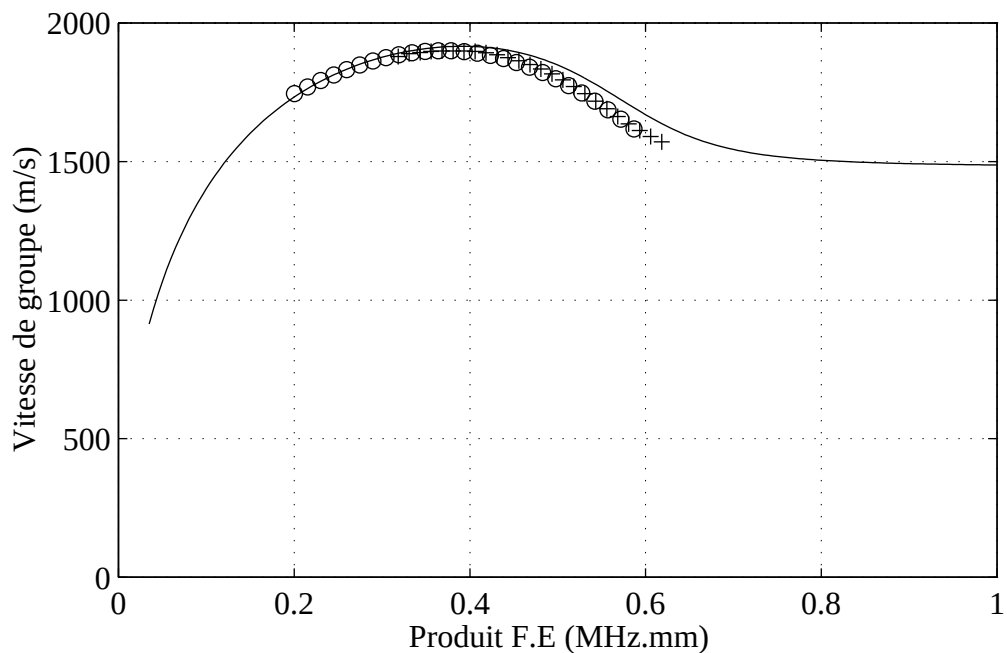


Figure 12: Onde A sur une plaque courbe en laiton semi-immergée ($a=60\text{mm}$): vitesse de groupe mesurée par analyse temps-fréquence des signaux relevés en bout de plaque courbe. (+ + +): $E=0,2\text{mm}$, (o o o): $E=0,1\text{mm}$, (—) courbe théorique plaque plane en laiton semi-immergée.

Etude tangentielle:

Une émission tangentielle est observable pour les deux épaisseurs. En utilisant S.-S.W.A.M. entre 50° et 115° , on a évalué la vitesse de phase de l'onde A et son atténuation dans les deux cas.

Pour les deux épaisseurs, l'onde A est observée dans la même zone de produit F.E sur les courbes de dispersion. Le plus intéressant est l'atténuation: les courbes associées aux deux épaisseurs se complètent parfaitement.

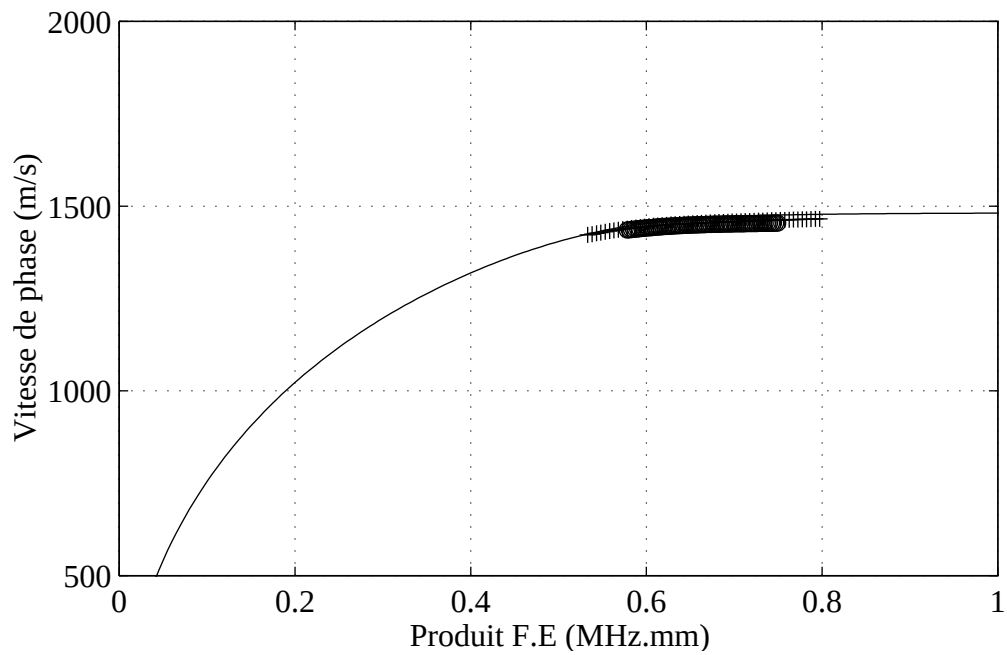


Figure 13: Vitesse de phase de l'onde A sur une plaque courbe en laiton semi-immersée. (+ + +) $E=0,2\text{mm}$, (o o o) $E=0,1\text{mm}$.

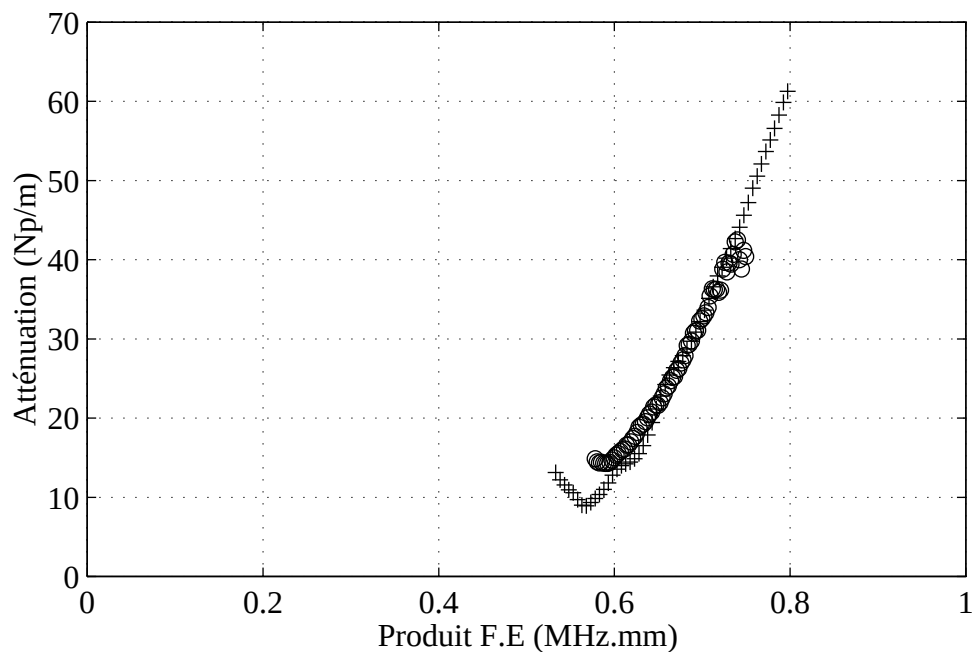


Figure 14: Atténuation de l'onde A sur une plaque courbe en laiton semi-immersée. (+ +) $E=0,2\text{mm}$, (o o o) $E=0,1\text{mm}$.

2.2. Influence du rayon de courbure

Dans le paragraphe précédent, nous avons étudié l'influence de l'épaisseur sur la propagation de l'onde A quand le rayon de courbure reste constant. Nous allons maintenant faire varier ce rayon et garder une épaisseur du même ordre de grandeur pour les différentes cibles. Les cibles étudiées sont en dural, matériau que l'on trouve directement en tubes étirés ou profilés dans des épaisseurs variées, alors que le laiton, plus favorable pour l'étude de l'onde A, n'existe qu'en feuilles. Nous disposons de quatre cibles:

Cible numéro	D (mm)	épaisseur (mm)	$b/a=D/(D+2*épaisseur)$
1	65,8	0,12	0,996
2	120	0,5	0,991
3	41,2	0,62	0,970
4	7,21	0,37	0,9

La cible 1 est une cannette qui présente l'avantage d'être très fine tout en étant fermée sans soudure.

La cible 2 est du même type que celles utilisées pour le laiton. Une plaque de dural est fixée sur un support $\frac{3}{4}$ de circonférence, afin de disposer d'un grand rayon et d'une zone de conversion (dièdre) à chaque extrémité.

Les cibles 3 et 4 sont des cibles courantes étudiées au laboratoire.

2.2.1. Tube $b/a=0,9$

L'étude de l'onde A sur ce tube est particulière pour deux raisons:

- l'onde A est observée en basse fréquence ($F < 0,8\text{MHz}$) zone peu favorable expérimentalement pour les petites cuves. Cependant ce tube ayant été très étudié, nous pouvons comparer nos résultats aux plus récents obtenus [6].
- le tube ayant un diamètre plus petit que celui des transducteurs, on ne peut exciter tangentiellement une onde qui tourne dans un sens sans exciter la même tournant dans l'autre sens. C'est pourquoi nous nous sommes placés en incidence normale

Un relevé angulaire complet a été effectué tous les $0,5^\circ$ avec des transducteurs émetteur et récepteur de 0,5MHz. Les S.W.A.M. Spatiale et Fréquentielle donnent de bons résultats pour la mesure des vecteurs d'onde. Compte tenu de la faible atténuation et des grandes longueurs d'onde mesurées, la seule mesure d'atténuation fiable est la mesure de la largeur à mi-hauteur fréquentielle dans la représentation tout fréquence. Afin de les mesurer correctement, une normation a été effectuée sur chaque spectre de la représentation spatio-fréquentielle. La représentation tout-fréquence a ensuite été obtenue par F.F.T. spatiale. Puis, afin de faire ressortir les résonances de la représentation tout fréquence, celle-ci a été dérivée suivant les fréquences (Chapitre V). Le module de la nouvelle représentation obtenue est représenté Figure 15. Les modes 6 à 12 de l'onde A sont clairement identifiés et correspondent bien à ceux que prévoit la théorie. On note aussi la présence des premiers modes de l'onde S0.

Une localisation bidimensionnelle a été effectuée par modélisation A.R.M.A.. (F.-S.W.A.M.) Les vecteurs d'onde identifiés sont présentés Figure 16.

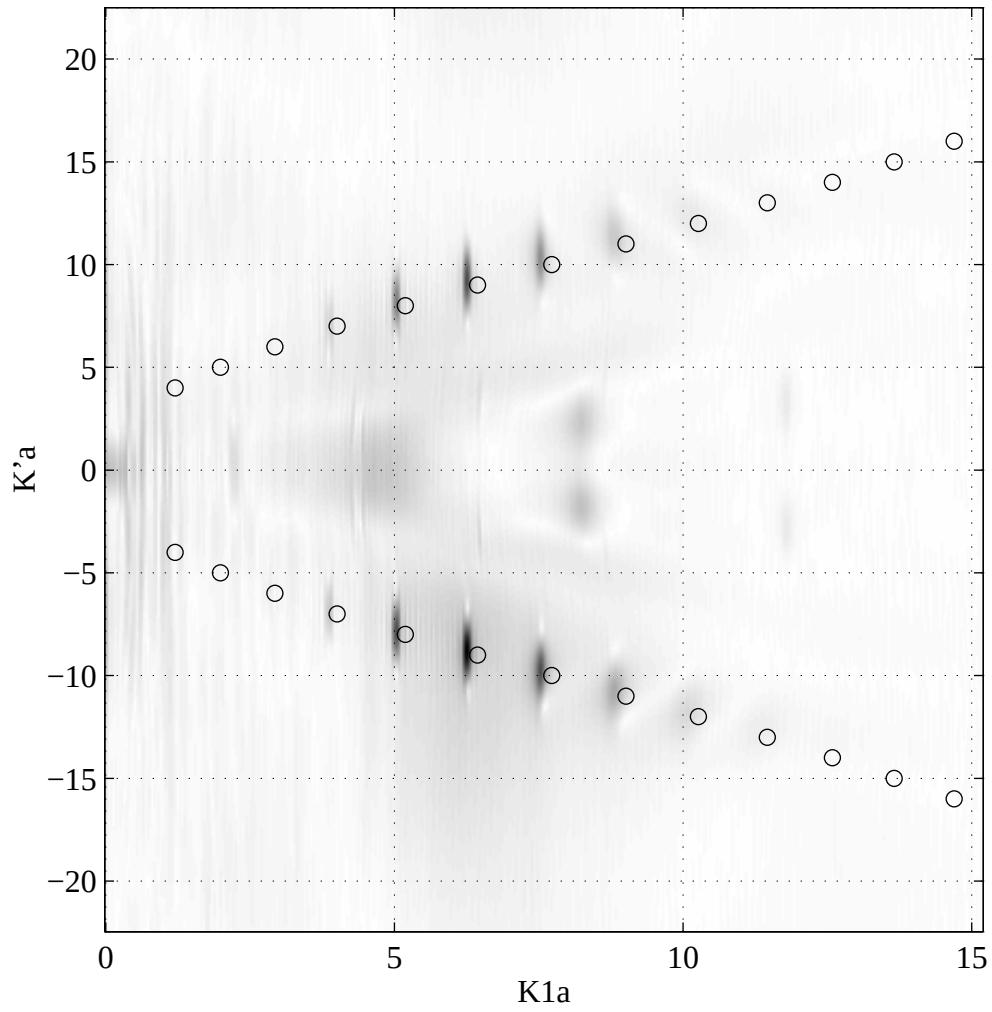


Figure 15: Onde A sur un tube immergé rempli d'air ($b/a=0,9$). Module de la dérivée fréquentielle de la représentation tout fréquence. (o o o) Modes propres théoriques de l'onde A.

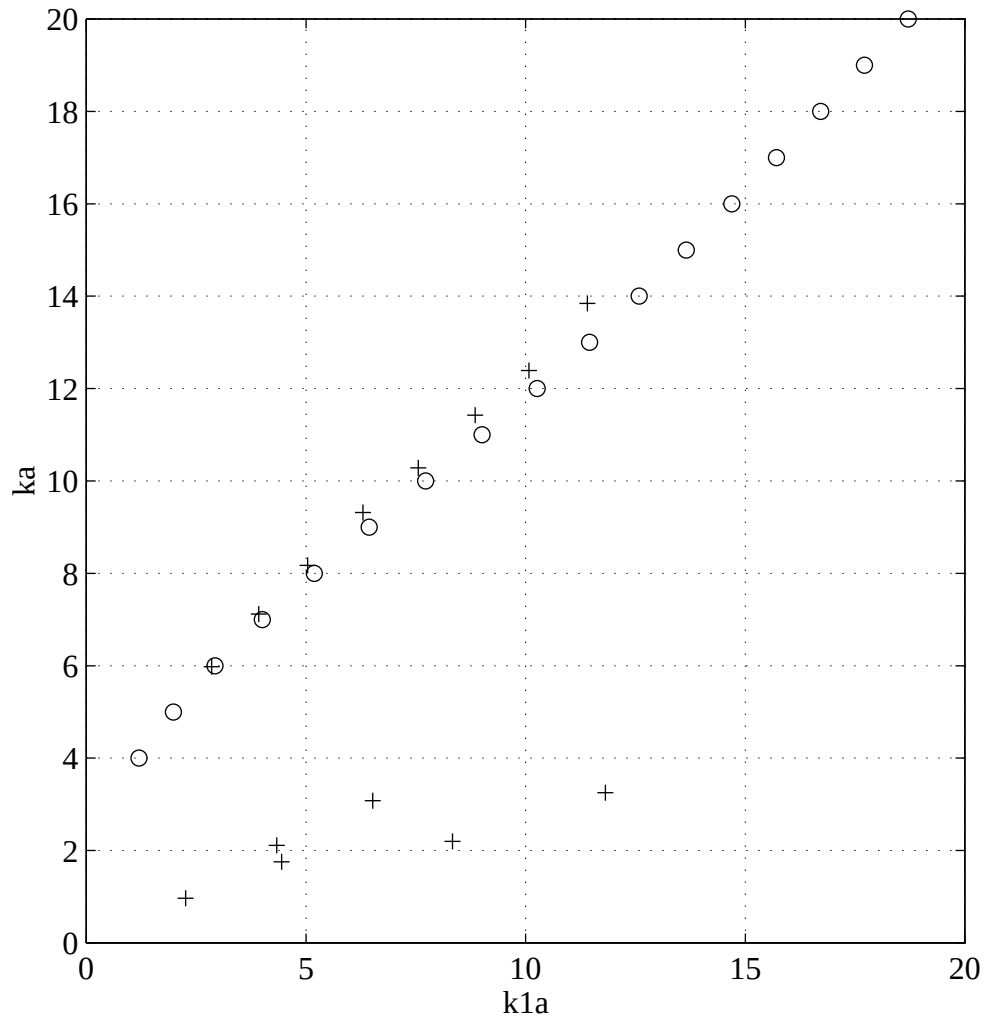


Figure 16: Onde A sur un tube immergé rempli d'air ($b/a=0,9$). Vecteurs d'onde identifiés par F.-S.W.A.M. (+ + +) sur la dérivée fréquentielle de la représentation tout fréquence. (o o o) modes propre théoriques de l'onde A obtenus par Z.D.X..

Les largeurs à mi-hauteur fréquentielles mesurées pour chaque résonance de l'onde A sont représentées Figure 17. Cette estimation est plus précise si ces largeurs sont grandes. Car pour les petites valeurs, le pas fréquentiel (constant) est de l'ordre de la valeur à mesurer. L'intérêt de cette méthode est de pouvoir identifier à la fois l'atténuation, la fréquence de résonance et le mode n de résonance de façon automatique.

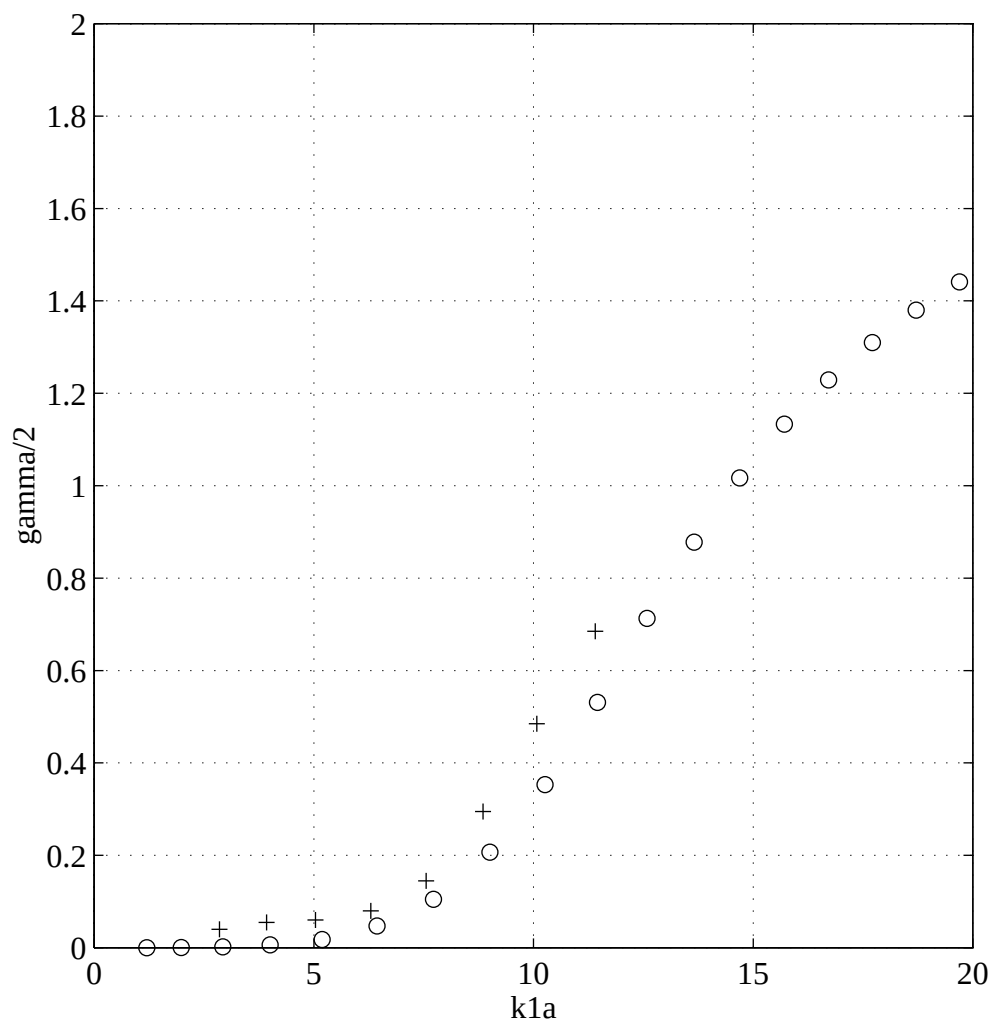


Figure 17: Onde A sur un tube immergé rempli d'air ($b/a=0,9$). $\gamma/2$ identifiés par S.W.A.M. Spatiale sur la dérivée fréquentielle de la représentation tout fréquence. (o o o) $\gamma/2$ théoriques de l'onde A.

2.2.2. Autres cibles

Pour les autres cibles, les relevés de signaux temporels ont été effectués avec des transducteurs émetteur et récepteur de 5MHz par pas angulaire de $0,5^\circ$ pour les cibles 2 et 3. Le pas est de 5° pour la cible 1. Les vecteurs d'onde et les atténuations de l'onde A ont été mesurées par S.W.A.M. Spatiale.

Les résultats sont présentés de deux façons, suivant que l'on utilise le vocabulaire habituel de la plaque ou du tube.

2.2.3. Représentation type tube

Etant donné le grand domaine de K_1a exploré (4 à 700), nous avons représenté les courbes $K'a$ en fonction de K_1a en échelle logarithmique sur les deux axes (Figure 18). Dans ce type de représentation classique, l'onde A est observée dans une fenêtre qui se décale vers les hautes fréquences quand le rapport b/a augmente.

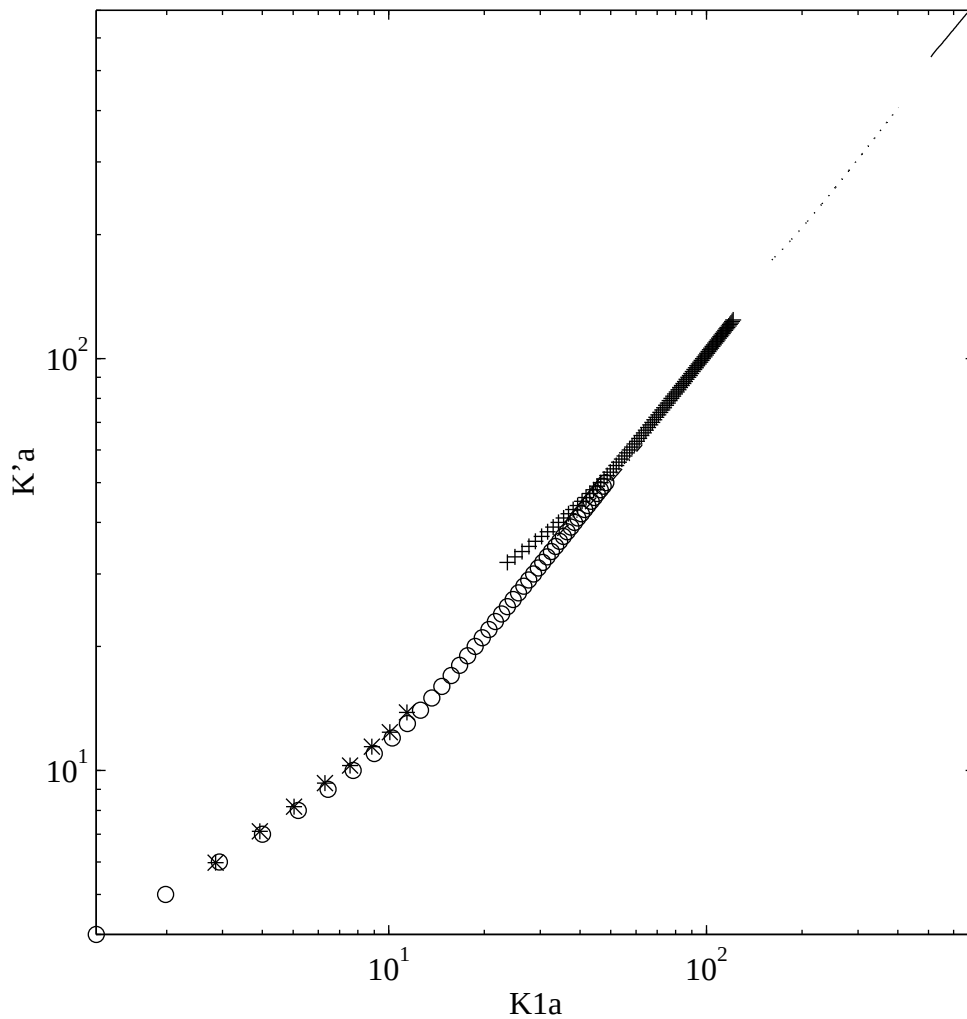


Figure 18: $K'a$ en fonction de K_1a (échelle log-log). $b/a=0,9$: (000) théorique et (***) expérimental. $b/a=0,97$: (+++) théorique et (-.-) expérimental. (- - -): $b/a=0,991$ expérimental. (___): $b/a=0,996$ expérimental.

L'évolution des atténuations est intéressante (Figure 19). On remarque que plus le rayon de courbure augmente, plus l'onde A est atténuée temporellement. Pour le tube de rapport $b/a=0,9$ l'atténuation est comprise entre 0,01 et 0,7; elle varie de 0,3 à 2,5 pour le tube le plus fin ($b/a=0,996$). Cela fait qu'au niveau résonances, la plage d'observation se réduit essentiellement par la limite inférieure.

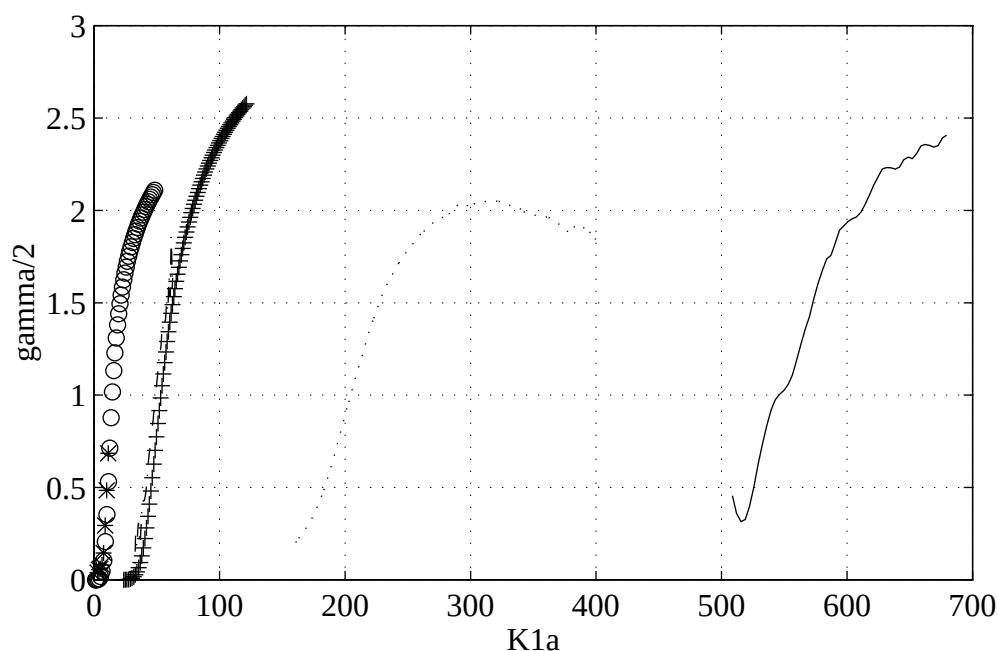


Figure 19: $\gamma/2$ en fonction de $k1a$. $b/a=0,9$: (000) théorique et (***) expérimental. $b/a=0,97$: (+++) théorique et (-.-.-) expérimental. (- - -): $b/a=0,991$ expérimental. (___): $b/a=0,996$ expérimental.

L'intérêt de cette représentation classique est de montrer que d'une part nos mesures basses fréquences sont très proches de celles théoriques obtenues par Z.D.X., et que d'autre part les mesures haute fréquence sont similaires aux les mesures basse fréquence. De plus on peut se donner une idée précise des ordres de grandeurs qu'on ne peut calculer ou évaluer par identification expérimentale des résonances.

Les courbes Figure 20 et Figure 21 ont été cadrées aux mêmes unités et échelles que celles calculées par Talmant [6]. Nos courbes expérimentales correspondent bien à celles de l'article. L'échelle verticale C/C_1 a l'avantage d'être indépendante du rayon de courbure. On voit aussi que l'onde A est d'autant moins atténuée que le rapport b/a tend vers 1, en se rapprochant ainsi de l'onde A, non atténuée, de la plaque plane.

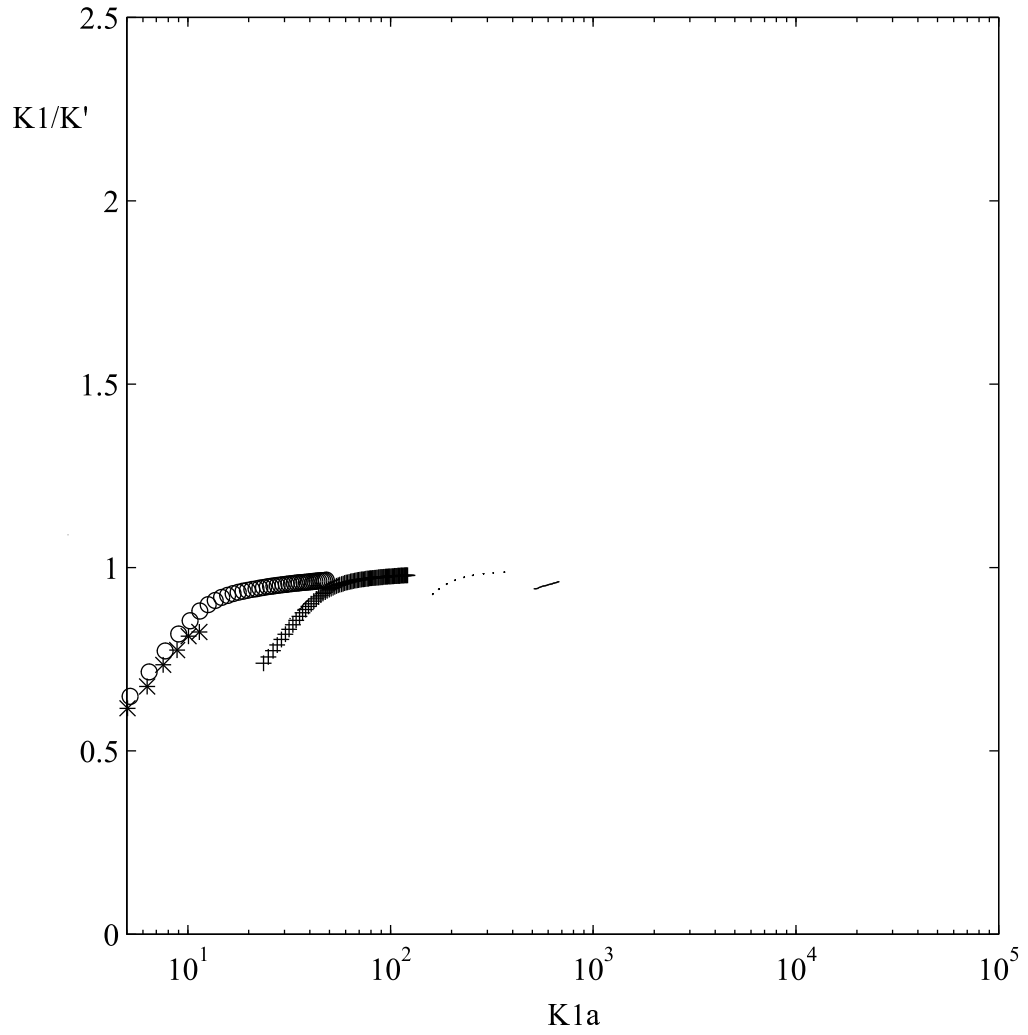


Figure 20: Inverse de la partie réelle de K/K_1 en fonction de K_1a (échelle semi-log). $b/a=0,9$: (000) théorique et (***) expérimental. $b/a=0,97$: (+++) théorique et (-.-) expérimental. (- - -): $b/a=0,991$ expérimental. (___): $b/a=0,996$ expérimental.

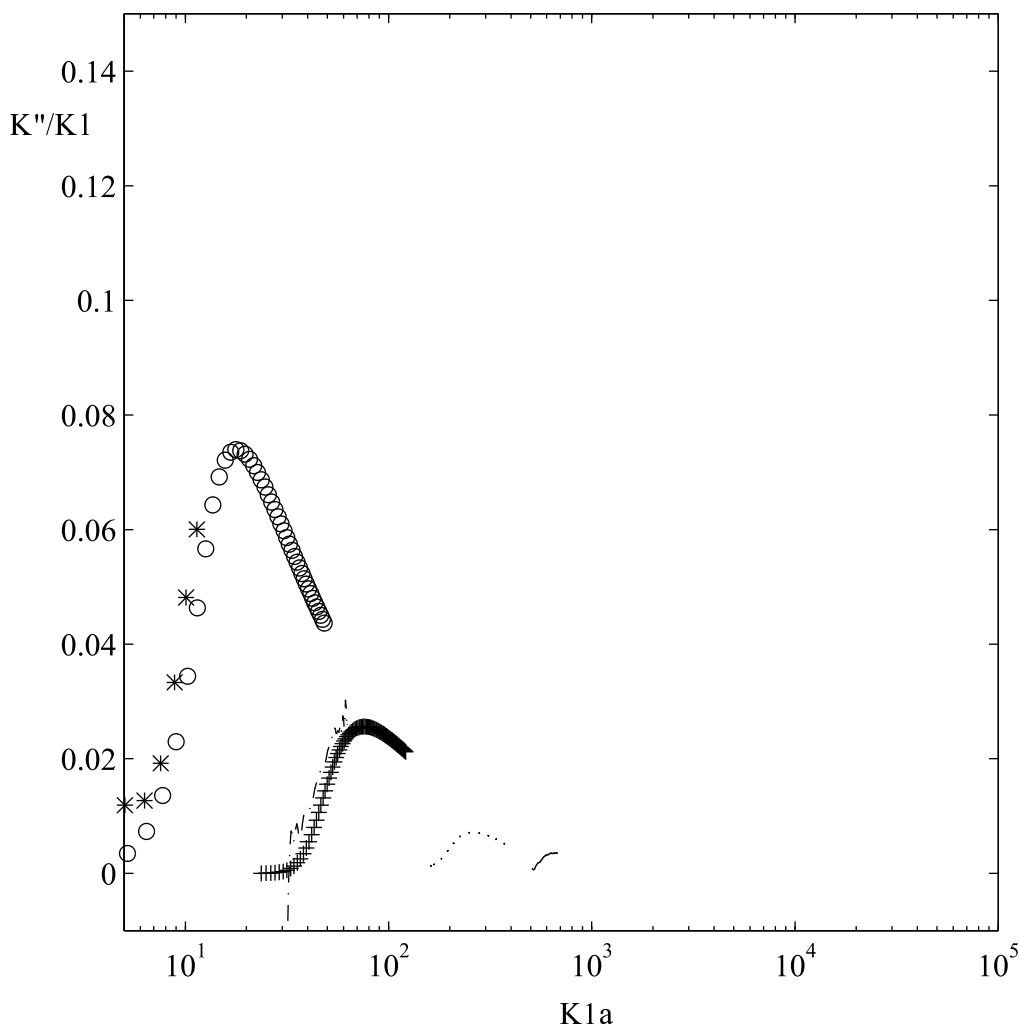


Figure 21: Partie imaginaire de K/K_1 en fonction de K_1a (échelle semi-log). $b/a=0,9$: (000) théorique et (***) expérimental. $b/a=0,97$: (+++) théorique et (-.-) expérimental. (- - -): $b/a=0,991$ expérimental. (—): $b/a=0,996$ expérimental.

2.2.4. Représentation type plaque

La représentation k_{si}/k_1a de Talmant [7] a une partie réelle qui correspond à la partie réelle du vecteur d'onde réduit de la plaque. La partie imaginaire est la partie imaginaire des vecteurs d'onde réduits de la plaque. Nous représentons ici l'inverse de la partie réelle du vecteur d'onde réduit, qui correspond à la vitesse de phase réduite de l'onde en fonction du produit F.E (Figure 22). On note une grande homogénéité de cette vitesse de phase

expérimentale avec la vitesse de phase théorique de la plaque plane. On note que plus le rapport b/a s'éloigne de 1, plus l'onde A est observée dans une gamme de F.E. décalée en basse fréquence.

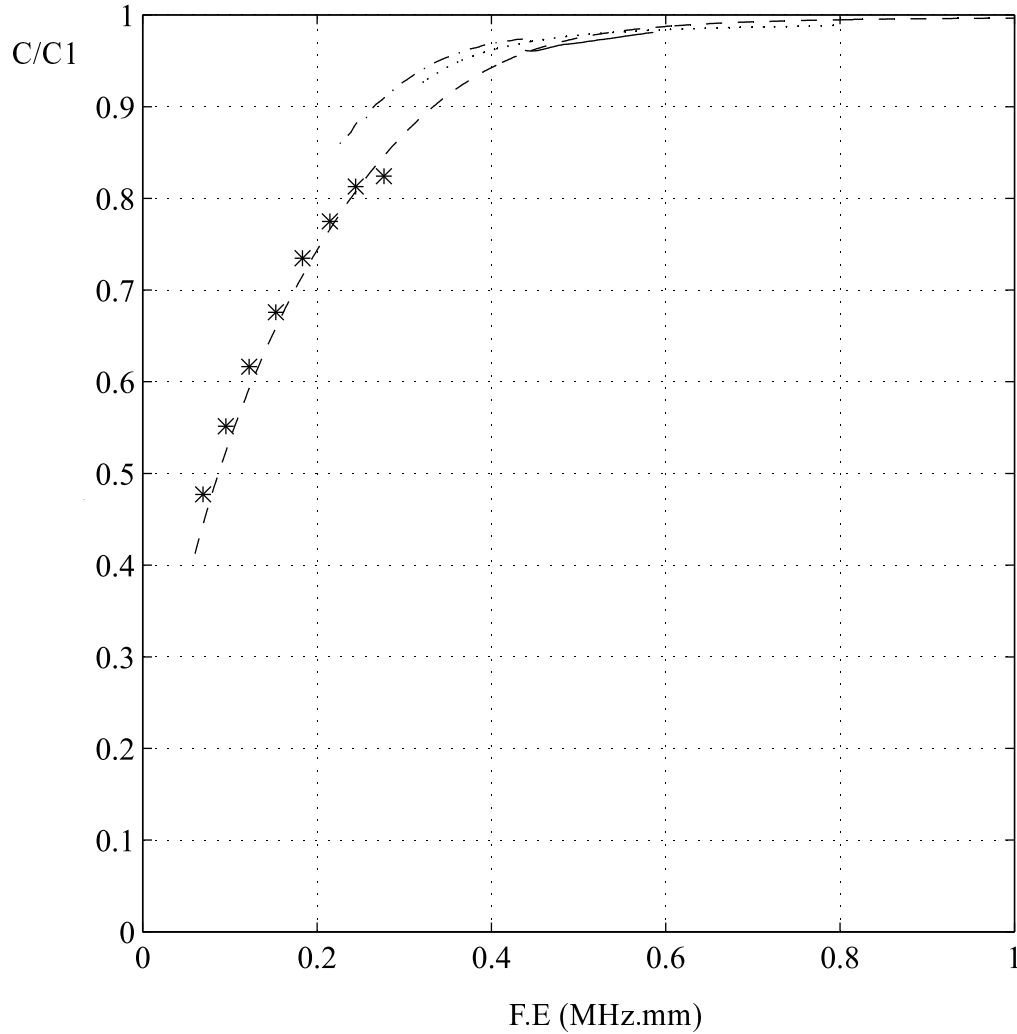


Figure 22: Vitesses de phase expérimentales réduites en fonction de F.E.
 (***): $b/a=0,9$, (-.-): $b/a=0,97$, (- - -): $b/a=0,991$, (___): $b/a=0,996$.
 (___) vitesse de phase théorique de l'onde A sur une plaque plane.

Le $k''1$ (réduit) mesuré pour chacun des tubes est représenté Figure 23. On note une grande homogénéité des résultats. D'une façon générale, l'onde A est toujours très peu atténuée en dessous d'une valeur de F.E. notée F.E1, son atténuation augmente ensuite jusqu'à une valeur de F.E. notée F.E2 et pour laquelle elle passe par un maximum. On note deux

phénomènes intéressants quand le rapport b/a change. Plus le rapport b/a tend vers 1 et moins l'onde A est atténuée, se rapprochant ainsi de l'onde A de la plaque.

D'autre part, la fenêtre $[F.E1, F.E2]$ se réduit et se décale vers des produit $F.E$ grands, quand b/a tend vers 1.

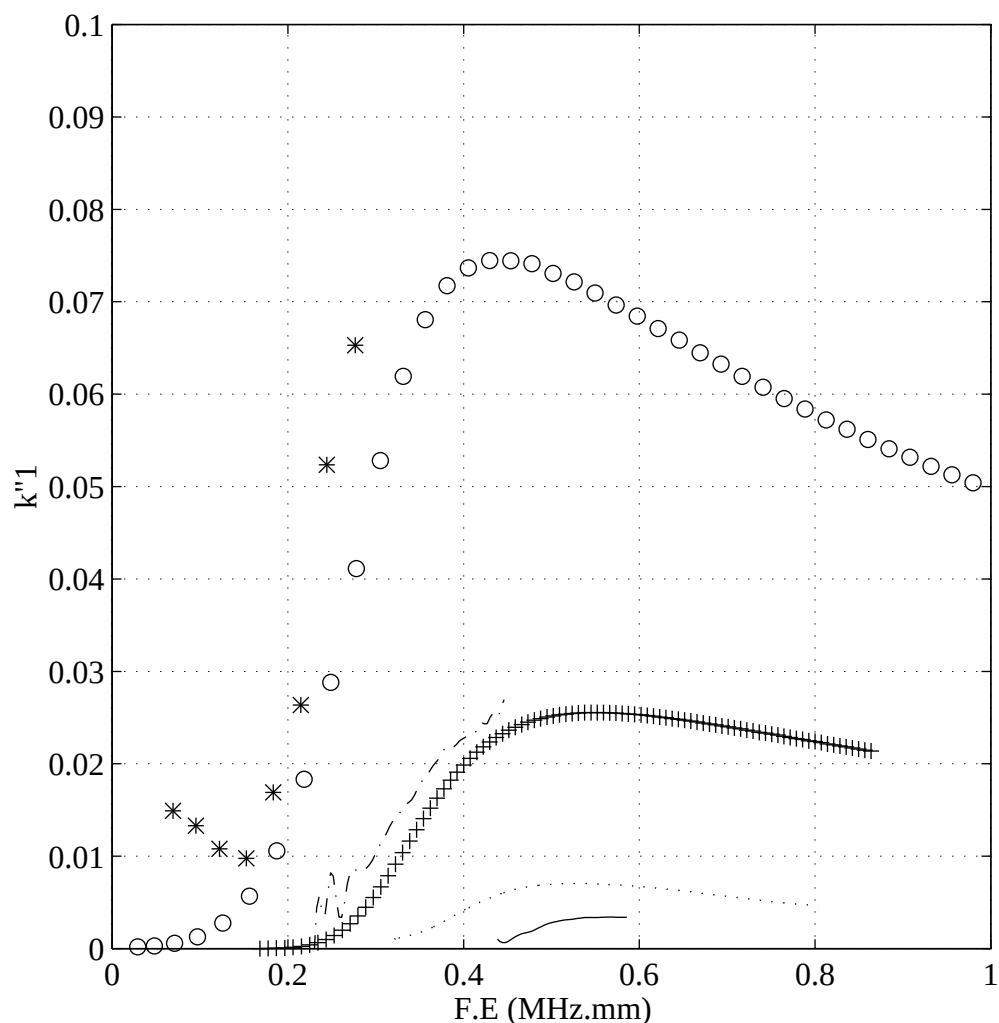


Figure 23: $k''1$ (réduit) en fonction de $F.E$. $b/a=0,9$: (000) théorique et (***) expérimental. $b/a=0,97$: (+++) théorique et (-.-) expérimental. (- - -): $b/a=0,991$ expérimental. (___): $b/a=0,996$ expérimental.

On peut expliquer ces phénomènes de la manière suivante, en se souvenant que $\frac{2E}{a} = 1 - \frac{b}{a}$. Quand b/a tend vers 1, le tube est relativement fin ($E/a \ll 1$), l'onde A n'émet de l'énergie que dans la zone de $F.E$ pour laquelle elle est essentiellement localisée dans l'eau (zone de $F.E$ élevée).

Quand b/a s'éloigne de 1, le tube est relativement épais ($E/a \neq 1$) pour une zone de F.E donnée, l'onde A subit la courbure du tube: le phénomène de diffraction devient de plus en plus important. A la limite, on se rapproche de la plaque pliée qui permet de générer l'onde A pour de faibles produits F.E, zone pour laquelle elle est localisée dans le métal.

3. Nouveaux phénomènes apparaissant avec le remplissage du tube

Pour un tube rempli d'air, les ondes de surface n'ont pas le choix, elles ne peuvent que tourner autour du tube, de manière plus ou moins interne, mais en tout cas, toujours en suivant la courbure du tube.

L'étude de l'onde A en considérant un même liquide à l'intérieur et à l'extérieur a été effectuée précédemment. Il y a une onde A liée au fluide et elle n'émet de l'énergie qu'à l'extérieur de la cible. Pour les ondes de Lamb, les phénomènes se compliquent déjà, car leur énergie est émise à la fois à l'intérieur de la cible et à l'extérieur. Il y a ainsi possibilité de régénérer ces ondes périodiquement spatialement dans le tube [9].

L'étude de la plaque plane en contact avec deux liquides différents a montré l'existence de deux ondes de type A de dispersions différentes. L'une, non atténuée, est liée au fluide le plus lent et est une vraie onde A. L'autre onde A que nous avons baptisée A* est par contre atténuée et liée au fluide le plus rapide. Elle émet de l'énergie dans le liquide le plus lent.

D'autre part l'onde A, non atténuée sur la plaque, émet de l'énergie tangentiellement quand la plaque est courbée. En mettant en contact une lame courbe avec deux liquides différents, on peut donc se poser les questions suivantes:

- que devient l'onde A liée au liquide le plus lent si ce dernier est à l'extérieur ou à l'intérieur de la cible.
- que devient l'onde A* liée au liquide le plus rapide. En particulier, que devient l'émission d'énergie dans le liquide le plus lent

Les cibles courbes seront donc étudiées en les remplissant successivement de trois liquides différents:

- avec un liquide interne identique au fluide externe, de l'eau.
- avec un liquide interne plus rapide que l'eau: le glycol.
- avec un liquide interne plus lent que l'eau: le propanol.

Mais regardons d'abord ce que prévoit Z.D.X..

3.1. Résultats obtenus par Z.D.X..

Une étude numérique détaillée a été effectuée par Veksler [10] . Quand le liquide interne est plus rapide que le liquide externe, il n'existe qu'une onde A et une seule, liée à la vitesse du son dans l'eau. Elle possède des propriétés de dispersion et d'atténuation très proche de l'onde A sur le même tube semi-immersé. Ce résultat est cohérent avec celui de la plaque plane en ce sens que sur le même problème plan, la vraie onde A est aussi liée à la vitesse du son dans l'eau (liquide le plus lent). Cependant le résultat de Z.D.X. pose un problème: où est passée l'onde A*?

Quand le liquide interne est plus lent que le liquide externe, les résultats obtenus par Veksler [10] sont très intéressants: il n'existe plus d'onde A, pas plus que d'onde A*, mais des familles d'ondes (S.W.G. Waves: S Whispering Gallery Waves). Les courbes de dispersion de ces ondes sont représentées Figure 24. On les compare à celle de l'onde A sur le même tube semi-immersé. Les familles S.W.G. sont proches des ondes de galerie à écho de la colonne fluide interne seule, quand la vitesse correspondante est loin de celle de l'onde A du problème semi-immersé. Par contre, près de la courbe de dispersion de l'onde A, Veksler a montré qu'on n'observe ni l'onde A, ni les résonances de la colonne fluide, mais un couplage des deux: les ondes S.W.G.. Le phénomène de couplage a été mis en évidence en faisant varier les constantes caractéristique du métal, qui modifie les caractéristiques des familles S.W.G., alors que de pures ondes de galeries à échos y sont indifférentes. Le phénomène de couplage se manifeste aussi sur les largeurs à mi-hauteur (Figure 25): les familles S.W.G. "surfent" la courbe de l'onde A (tube semi-immersé). Des résultats similaires ont été obtenus sur une sphère remplie d'air et immergée dans l'eau [11] mettant en évidence le couplage entre les résonances de la cavité sphérique d'air et les résonances de la coque sphérique immergée (vide à l'intérieur).

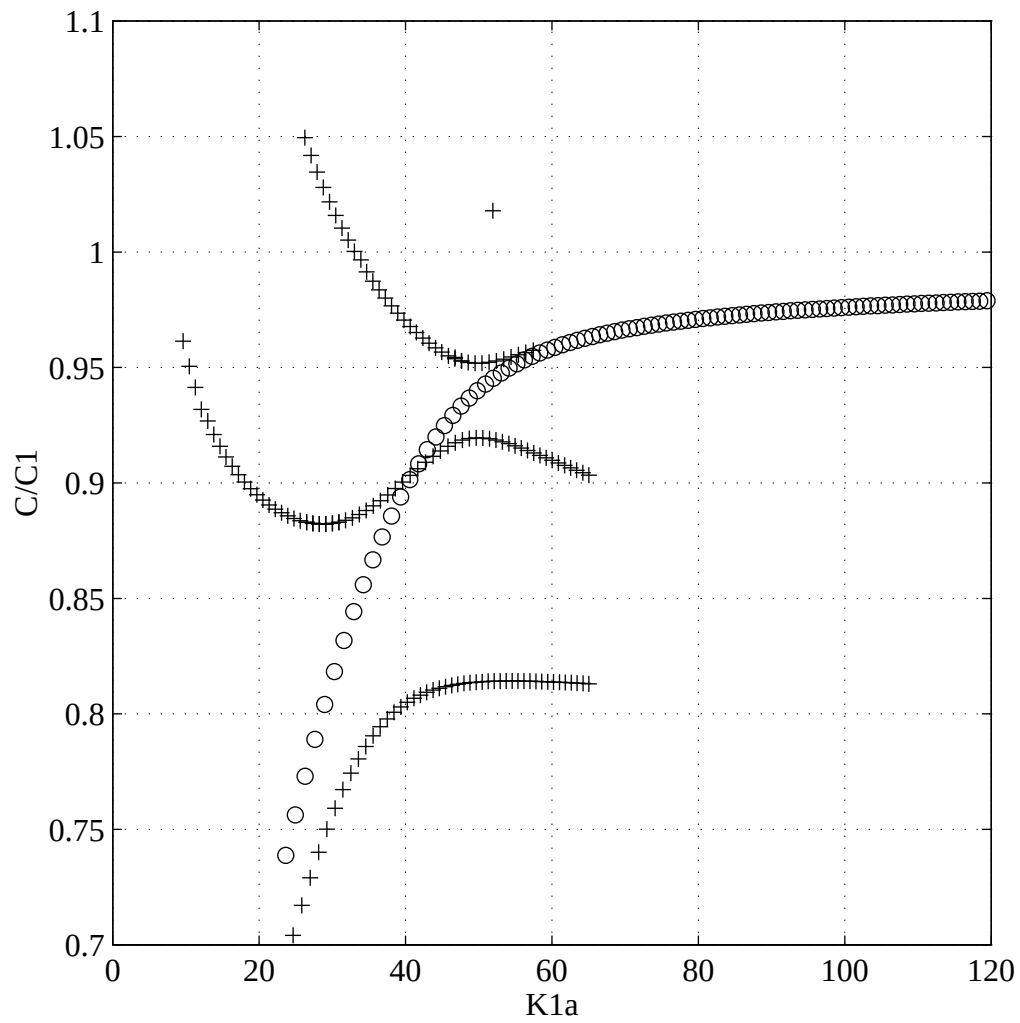


Figure 24: Vitesse de phase théorique de l'onde A sur un tube en dural rempli d'air (o o o) comparée à la vitesse de phase des familles S.W.G. pour le même tube rempli de propanol (+ + +).

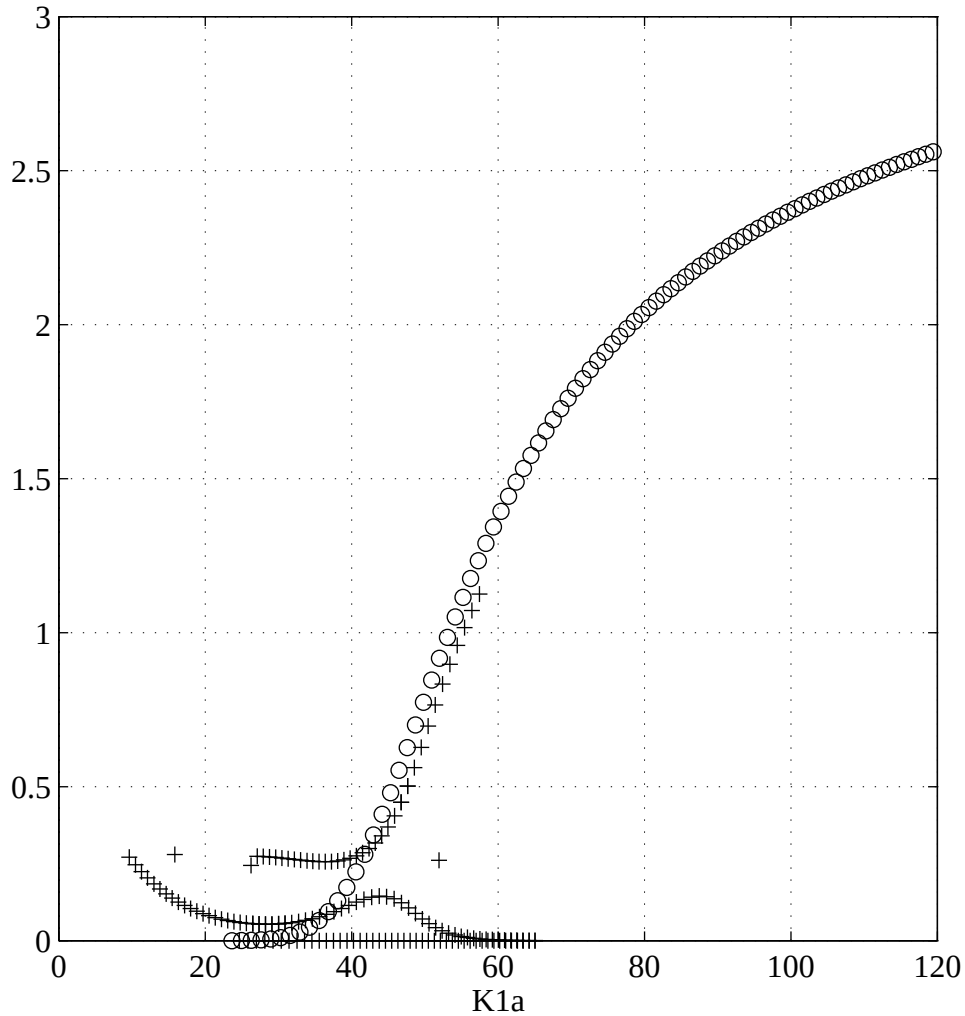


Figure 25: Largeurs à mi-hauteur théorique de l'onde A sur un tube en dural rempli d'air (o o o) comparée aux largeurs à mi-hauteur des familles S.W.G. pour le même tube rempli de propanol (+++).

3.2. Observation de l'onde A

3.2.1. Liquide interne plus rapide que le liquide externe (glycol)

L'étude a été menée sur la cible courbe en laiton tronquée d'épaisseur 0,2mm (Figure 26) et remplie de glycol. On observe une émission tangentielle continue de l'onde A liée à l'eau. La Figure 27 montre le signal temporel dispersif observé le long de la courbure. Les signaux temporels successifs relevés ont été traités par S.-S.W.A.M.. La vitesse de phase mesurée est très proche de celle calculée pour l'onde A dans le cas plan (Figure 28).

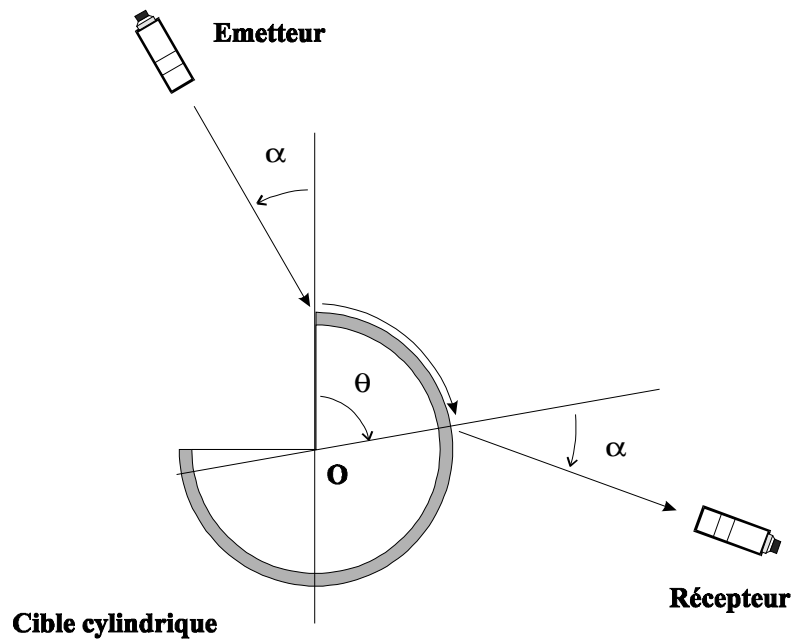


Figure 26: Cible étudiée.

L'étude de l'atténuation est plus intéressante (Figure 29). L'onde A est d'autant plus atténuée que le produit F.E augmente: effet classique de la courbure sur l'onde A. L'atténuation mesurée est identique à celle observée dans le cas de la lame courbe semi-immergée. Cela met en évidence une répartition d'énergie fluide/métal identique en haute fréquence pour la plaque courbe: l'onde A voit peu le glycol en haute fréquence.

Cela est conforme à ce qui a été observé dans le cas plan et à ce qui est prévu par la Z.D.X.. L'onde A se propageant sur une structure eau/laiton/glycol tend vers l'onde A se propageant sur une structure eau/laiton/air quand F.E croît, à la fois par la vitesse (proche du fluide le plus lent) et par la répartition d'énergie.

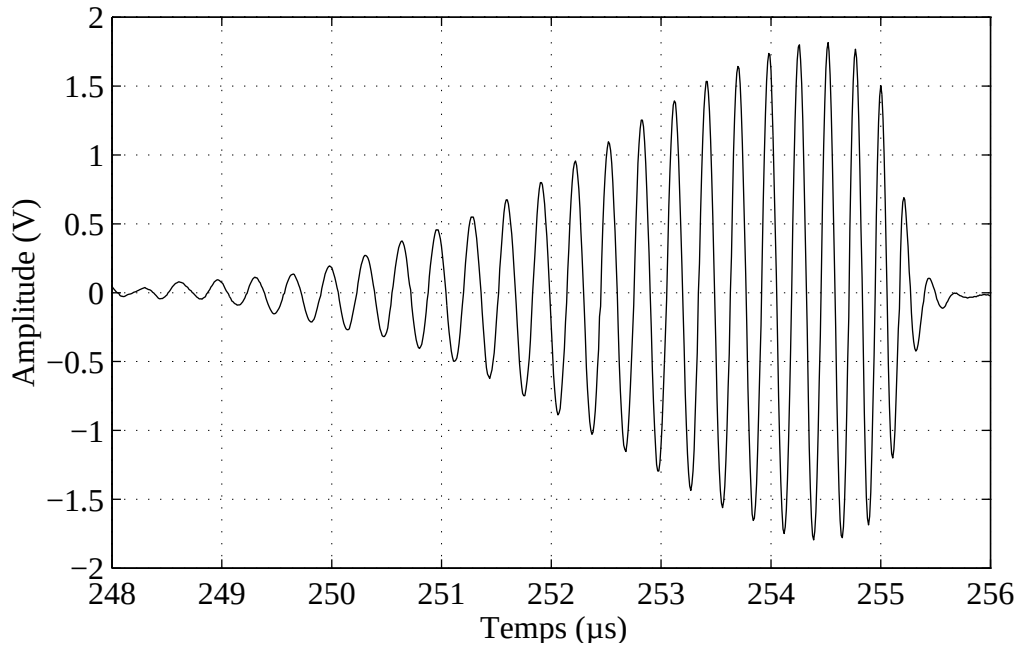


Figure 27: Onde A sur une cible courbe en laiton immergée et remplie de glycol ($E=0,2\text{mm}$ $D=120\text{mm}$). Signal temporel observé tangentiellement après un parcours de 60° sur la courbure (63mm).

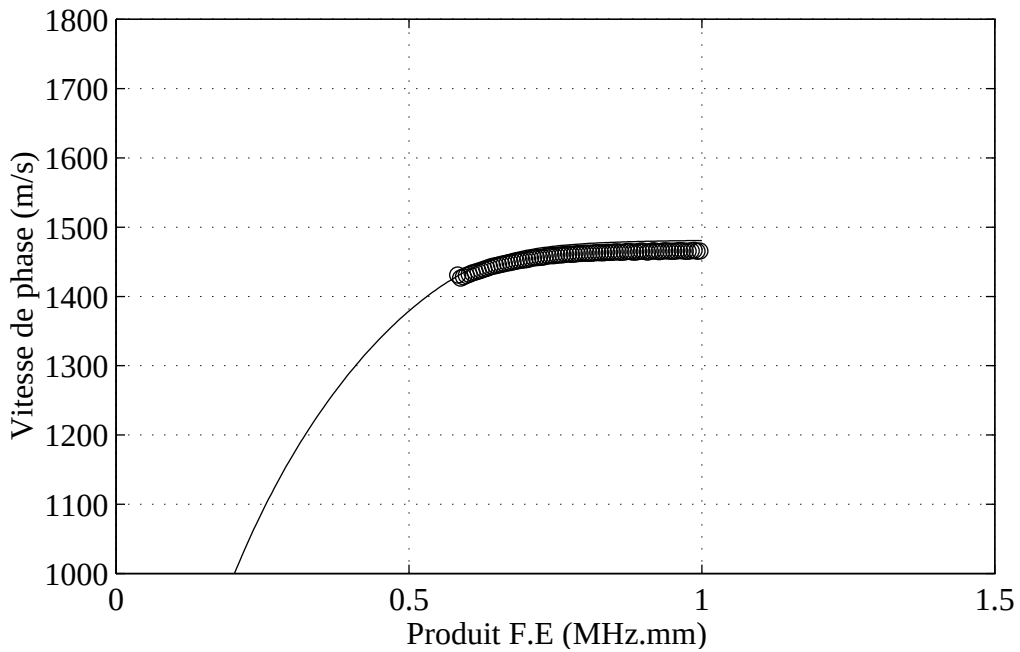


Figure 28: Onde A sur une cible courbe en laiton immergée et remplie de glycol ($E=0,2\text{mm}$ $D=120\text{mm}$). Vitesse de phase obtenue par S.-S.W.A.M. de 60° à 210° par pas de 5° (30 temporels). (—): vitesse de phase théorique, interface plane, (ooo) vitesse de phase expérimentale.

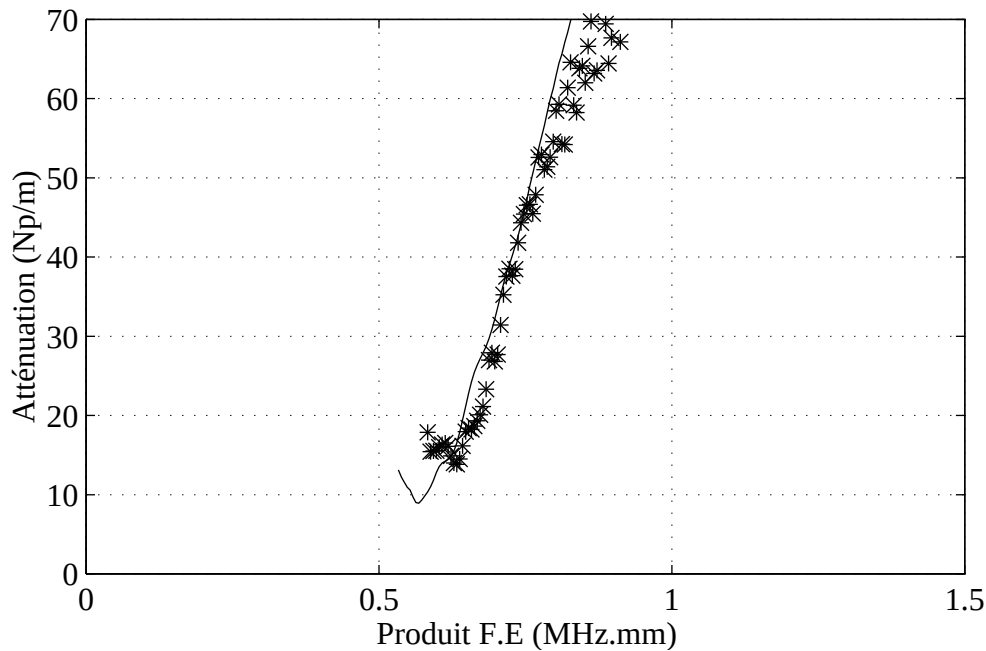


Figure 29: Onde A sur une cible courbe en laiton immergée et remplie de glycol ($E=0,2\text{mm}$ $D=120\text{mm}$). Atténuation mesurée par S.-S.W.A.M. de 60° à 210° par pas de 5° (30 temporels). L'atténuation de l'onde A sur une plaque courbe remplie de glycol (ooo) est comparée à l'atténuation mesurée pour la même plaque courbe remplie d'air (—).

3.2.2. Liquide interne plus lent que le liquide externe

La cible précédente est remplie de propanol. Après de multiples essais, l'onde A n'a pas été observée. Nous avons aussi essayé les autres cibles, sans résultat.

Cela est un problème expérimental de génération d'onde. Pour une cible plane remplie de propanol, l'onde A n'est pas facile à générer et à observer du fait qu'elle est liée au liquide interne. De plus sur la plaque plane, le phénomène prépondérant énergétiquement est lié à l'onde A^* , l'onde A étant générée par conversion d'une onde de volume sur l'arête de la boîte plane.

3.3. Observation de l'onde A^*

Nous avons étudié la propagation de l'onde A pour une cible courbe en contact avec deux fluides différents. Nous allons maintenant étudier le propagation de l'onde A*.

3.3.1. Liquide interne plus rapide que le liquide externe

La cible utilisée est en dural, de rapport $b/a=0.97$. Le couple de transducteurs émetteur/récepteur utilisé possède une fréquence centrale de 5MHz. L'angle α optimum pour générer et observer l'onde A* est proche de l'angle critique eau/glycol (Figure 30), soit $64,16^\circ$ comme sur la plaque plane. Les échos temporels sont relevés tous les $0,5^\circ$ sur 150° . L'onde A* est observée continuellement autour du tube en émettant de l'énergie dans la même direction par rapport à la normale du tube.

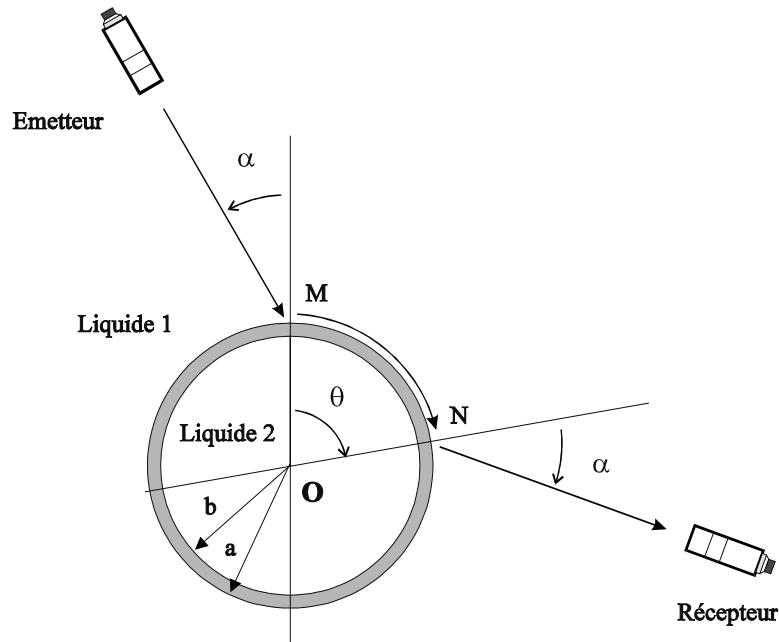


Figure 30: Configuration expérimentale

Une analyse S.-S.W.A.M. des échos donne la vitesse de phase (Figure 31). L'accord est vérifié avec la plaque plane. L'atténuation mesurée (Figure 32) est caractéristique de l'onde A*: faible pour de grands produits F.E et augmentant quand F.E décroît. Cette particularité met en évidence le fait que l'onde A* est alors principalement dans le fluide 2, à l'intérieur du tube: elle dispose de moins en moins d'énergie facile à transférer de l'autre côté de la plaque. On observe ici une onde qui n'est pas prévue par la Z.D.X.. Regardons maintenant ce qui se passe si le fluide le plus lent est à l'intérieur du tube.

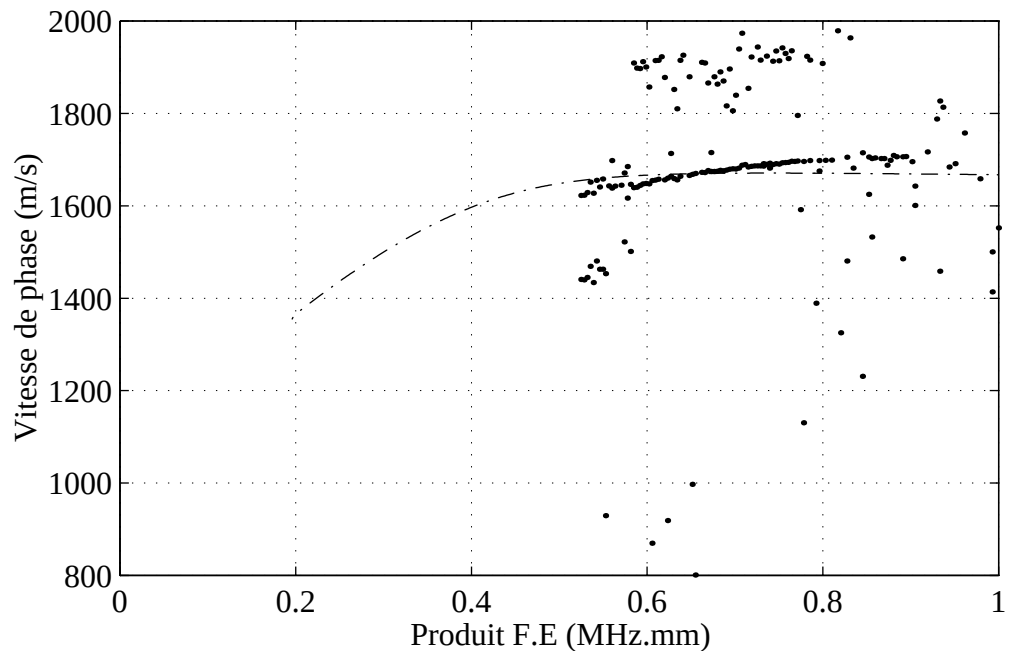


Figure 31: Onde A* sur un tube en dural ($b/a=0,97$) immergé dans l'eau et rempli de glycol: vitesse de phase mesurée par S.-S.W.A.M. (...) comparée à la vitesse de phase calculée pour l'onde A* sur une plaque plane en dural en contact avec de l'eau et du glycol (—.—).

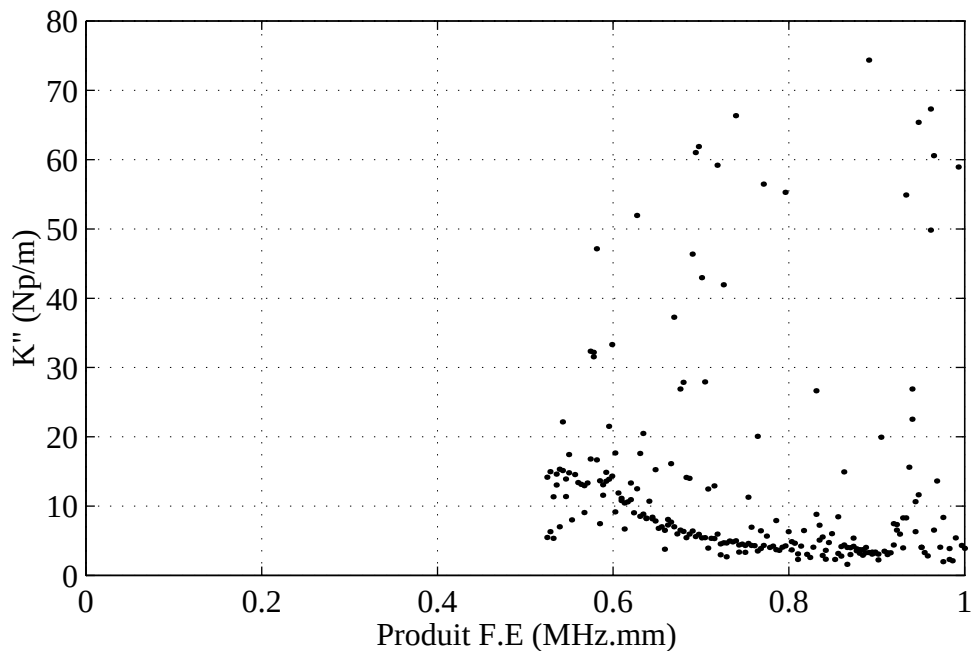


Figure 32: Atténuation de l'onde A^* mesurée par T.-S.W.A.M. sur un tube immergé dans l'eau et rempli de glycol.

3.3.2. Liquide interne plus lent que le liquide externe

Nous avons choisi de présenter les résultats obtenus sur la cible en laiton ($D=120\text{mm}$ et $E=0,2\text{mm}$) car la situation est, comme sur la plaque plane, très favorable à l'observation temporelle et spatiale de l'onde A^* . Les signaux sont relevés avec une acquisition multicanal sur un oscilloscope Lecroy afin d'obtenir une dynamique verticale optimale. Une telle acquisition étant lourde en temps et volume de stockage, le pas spatial est (seulement) de 5° ($5,2\text{mm}$). Il y a sous-échantillonnage spatial, mais en utilisant un repère mobile, on suit l'évolution de la phase du signal avec un échantillonnage correct: on peut ainsi évaluer des longueurs d'onde de l'ordre de $0,3\text{mm}$ (Cf. Chapitre VI).

Les transducteurs émetteur et récepteur ont une fréquence centrale de 5MHz . L'impulsion ultrasonore incidente attaque la cible tangentiellement (Figure 33). Le récepteur observe aussi tangentiellement. Cette disposition est la seule permettant d'observer l'onde A^* .

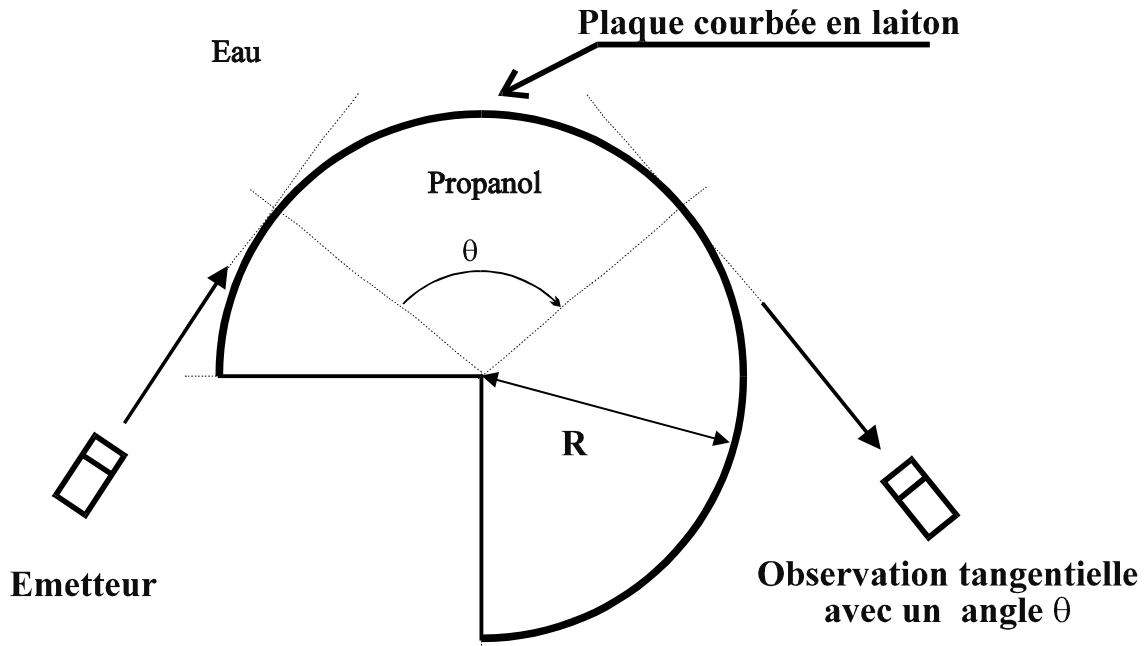


Figure 33: Dispositif expérimental.

On suit une onde créée en M1 (Figure 35), dispersive et très atténuée (Figure 34) existant pour θ compris entre 0 et 120° . Pour un angle d'observation $\theta = 62^\circ$, on voit apparaître une deuxième impulsion qui se disperse et s'atténue de manière analogue à l'onde A*. Le phénomène se répète spatialement tous les $\Delta\theta = 65^\circ$ environ (Figure 35) On voit un deuxième intérêt au repère mobile: les trois échos observés (M1, M2 et M3) ont tous les trois la même vitesse de groupe limite qui est celle du son dans l'eau. Cette remarque permet de pressentir trois échos correspondant à l'onde A*.

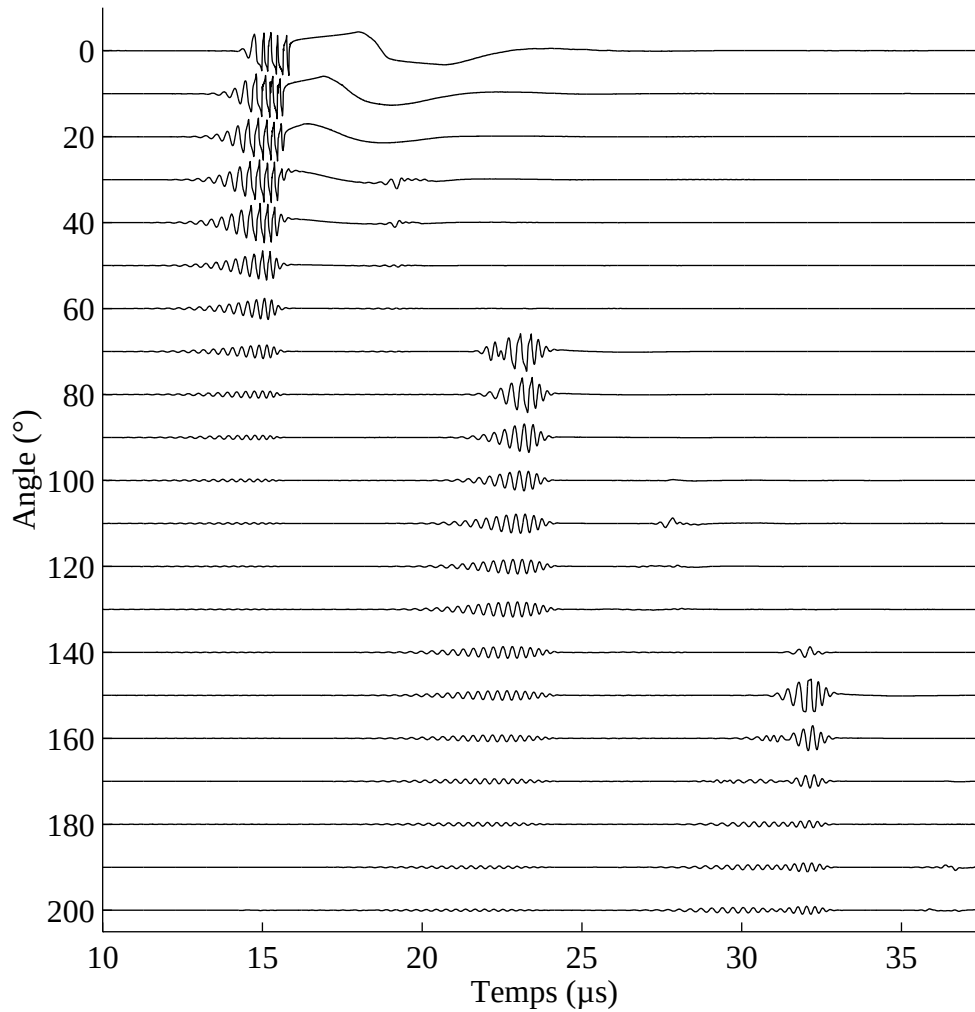


Figure 34: Signaux temporels successifs de l'onde A* sur une cible courbe en laiton ($D=120\text{mm}$, $E=0,2\text{mm}$) remplie de propanol. Les signaux sont calés sur un repère mobile suivant la périphérie du tube à la vitesse du son dans l'eau.

L'écart temporel associé au pas angulaire entre deux échos correspond à un trajet en ligne droite dans le propanol. De l'énergie passe ainsi directement de M1 en M2, puis de M2 en M3, et ainsi de suite en régénérant l'onde A* à intervalles réguliers sur la circonférence, périodiquement spatialement.

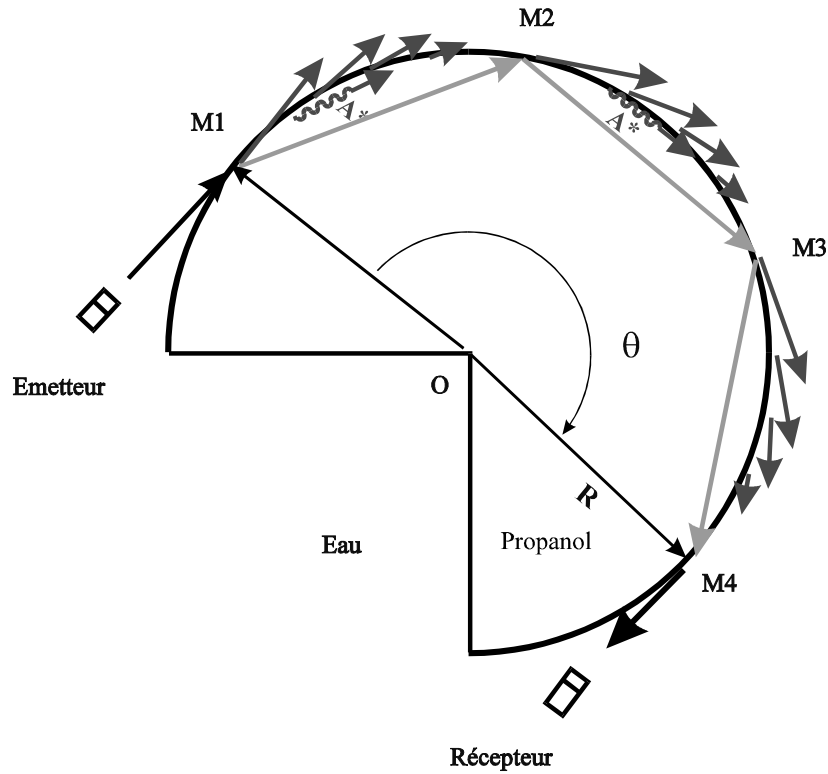


Figure 35: Interprétation des échos observés sur la Figure 34.

Le module de la représentation spatio-fréquentielle correspondante donné Figure 36 confirme cela. On y remarque que, si des échos issus de M1 et M2 sont présents dans le signal temporel, alors des pseudo-résonances fréquentielles apparaissent dans la représentation spatio-fréquentielle. On note aussi que chaque onde issue de M1, M2 ou M3 est générée "brutalement" tous les $\Delta\theta = 65^\circ$: toutes les fréquences sont générées au même endroit. Le phénomène prépondérant dans la génération des ondes A^* semble donc être de l'énergie concentrée spatialement, qui rebondit à l'intérieur du tube. En particulier, l'énergie émise par l'onde A^* semble être masquée par ce phénomène.

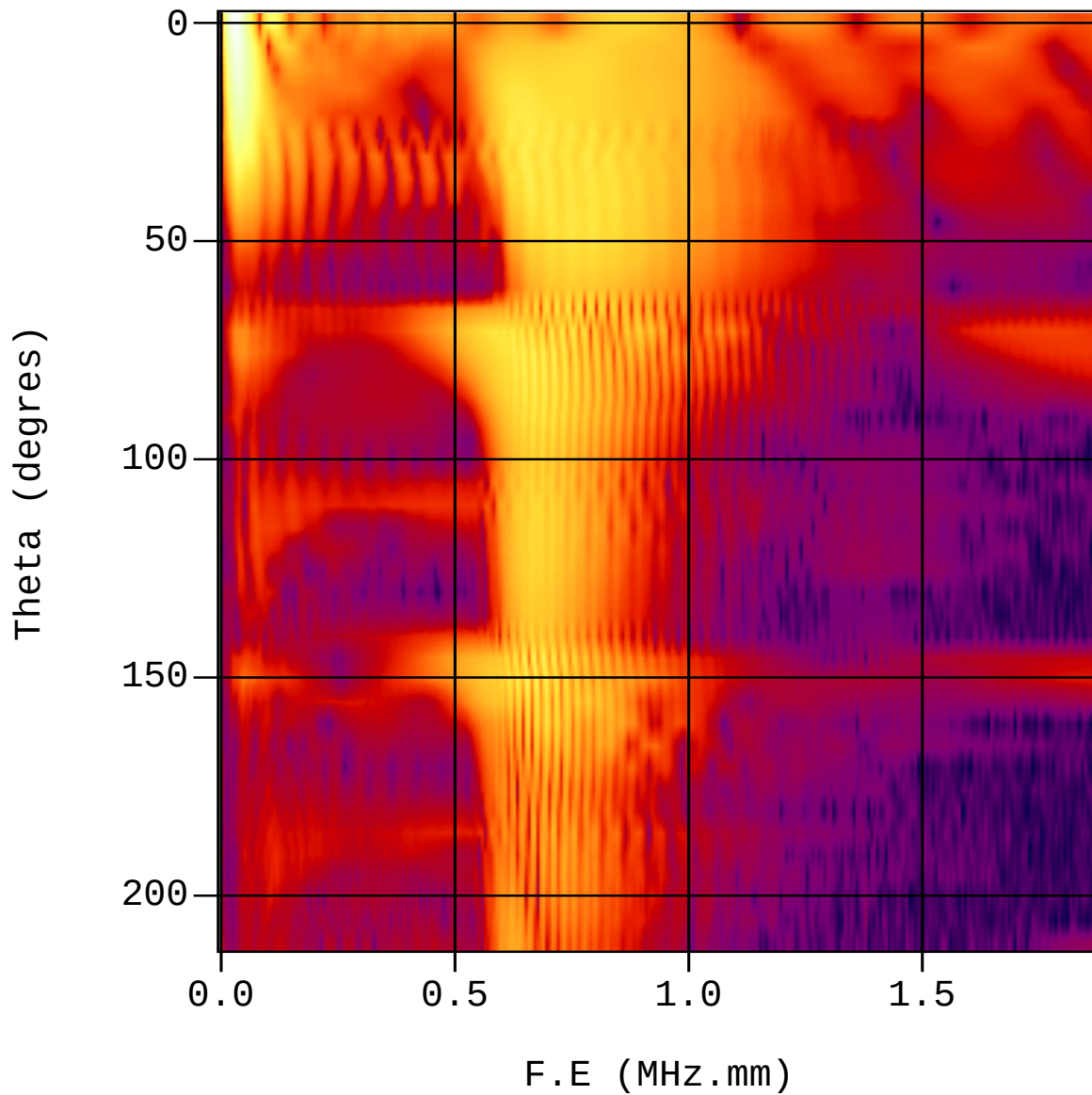


Figure 36: Représentation spatio-fréquentielle des ondes A* sur une plaque courbée ($E=0,2$ et $D=120\text{mm}$) en laiton en contact avec de l'eau (extérieur) du propanol (intérieur).

Une analyse des échos successifs issus de M1 et M2 a été effectuée en utilisant S.-S.W.A.M. afin de confirmer l'existence des ondes A*. Les vitesses de phase mesurées pour les ondes générées en M1 et M2 correspondent très bien avec celle prévue théoriquement pour l'onde A* se propageant sur une plaque plane (Figure 37 et Figure 38). L'onde A* est observée pour des F.E élevés, pour lesquelles l'onde A* est proche de l'onde A à l'interface eau/laiton/vide. L'onde étant alors, dans les deux cas concentrée dans le fluide extérieur, on peut alors la générer et l'observer.

L'atténuation mesurée dans les deux cas est semblable (Figure 39). Cette atténuation tend vers celle de l'onde A à l'interface eau/laiton/vide quand la fréquence augmente. Cela est cohérent

avec les résultats obtenus sur la plaque plane: l'onde A* tend vers l'onde A quand la fréquence augmente.

Nous venons donc de montrer que l'onde A* est générée périodiquement sur le tube. Nous avons mis en évidence pour la première fois l'existence de l'onde A* sur un tube. Elle s'y propage en étant générée tangentiellement à la surface, comme une onde A classique. De plus, de l'énergie entre dans le tube et génère l'onde périodiquement sur la surface du tube. Cette périodicité est liée à l'angle critique sous lequel l'énergie entre la première fois dans la cible. Elle est donc essentiellement liée aux vitesses respectives des fluides interne et externe. Ces résultats présentent un paradoxe apparent par rapport aux résultats obtenus par la Z.D.X.: où sont les familles S.W.G. ?

Nous allons maintenant nous servir de cette interprétation comme hypothèse de base pour une modélisation numérique du phénomène résonant sur un tube de diamètre plus petit pour lequel les résultats théoriques sont accessibles par Z.D.X..

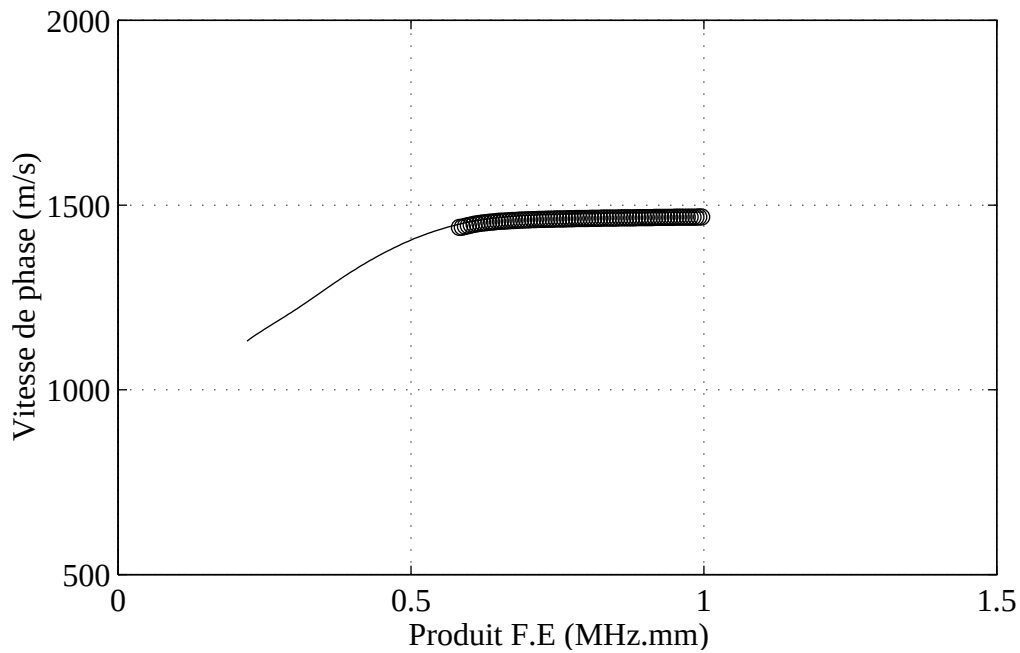


Figure 37: Onde A* issue du point M1: vitesse de phase mesurée (o o o) comparée à la vitesse de phase de l'onde A* théorique de l'onde A* sur une plaque plane en laiton en contact avec de l'eau et du propanol.

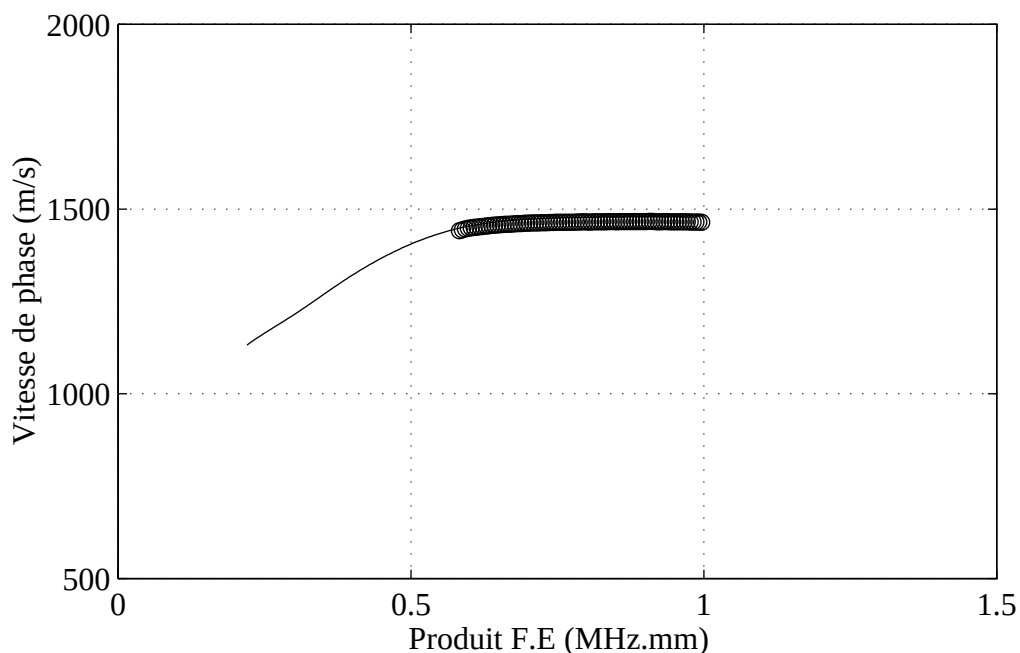


Figure 38: Onde A* issue du point M2: vitesse de phase mesurée (o o o) comparée à la vitesse de phase de l'onde A* théorique de l'onde A* sur une plaque plane en laiton en contact avec de l'eau et du propanol.

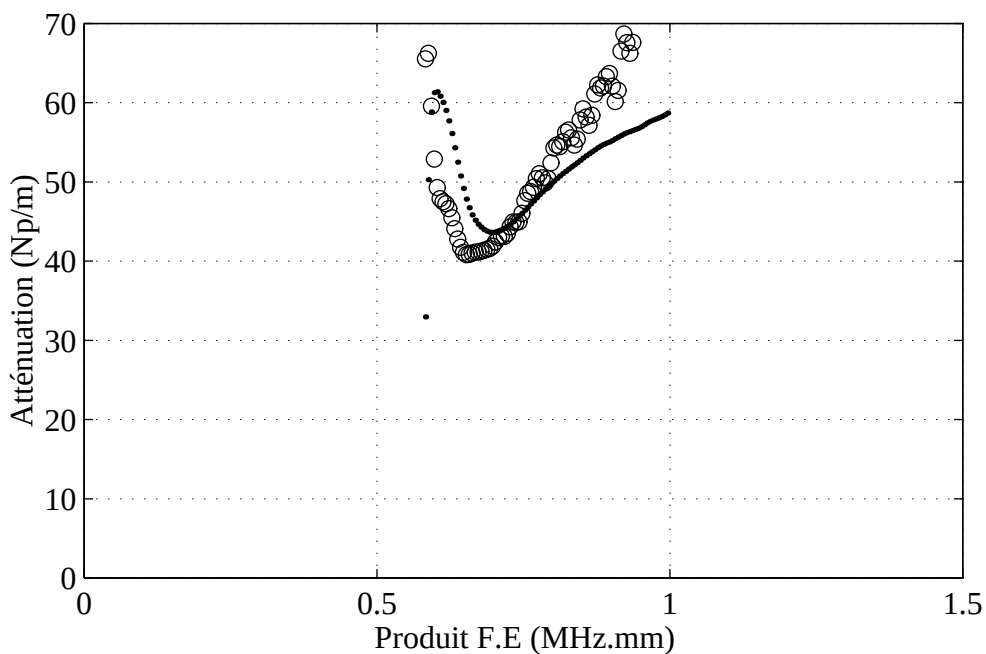


Figure 39: Atténuation mesurée de l'onde A* issue du point M1 (....) comparée à l'atténuation mesurée de l'onde A* issue de M2 (o o o).

4. Interprétation du phénomène résonant dans l'espace tout fréquence par modélisation S.W.A.M.

4.1. Familles S.W.G. liées à l'onde A*

4.1.1. Résultats expérimentaux

Nous étudions maintenant un tube en dural de rapport $b/a=0,97$. Ce tube est immergé dans l'eau et rempli de propanol. Les transducteurs émetteur et récepteur ont une fréquence centrale de 0,5MHz, adaptée à la zone d'observation d'une onde A* pour l'épaisseur considérée. La seule configuration pour observer des échos qui correspondent à l'onde A* est de se positionner tangentiellement à la cible, comme précédemment. Les échos relevés sont présentés Figure 40.

L'analyse directe des signaux temporels est moins aisée, du fait que l'onde A* est plus basse fréquence et que les distances de propagation sont réduites. De plus, l'onde A* n'est pas la seule onde présente: l'onde de Lamb A0 est aussi présente, avec un niveau énergétique non négligeable. On remarque cependant une périodicité angulaire analogue à celle observée sur la cible précédente: l'onde A* est observée tous les $\Delta\theta = 65^\circ$.

La représentation tout-fréquence correspondante (Figure 41) montre que la périodicité spatiale de l'onde A* périodise la représentation tout-fréquence: des résonances spatiales apparaissent continuellement en fonction de K_1a . Les familles S.W.G. apparaissent ici de façon claire. La comparaison avec les résultats obtenus par Z.D.X. est bonne.

En se servant des hypothèses de génération de l'onde A* mises en évidence précédemment, une modélisation S.W.A.M. est effectuée.

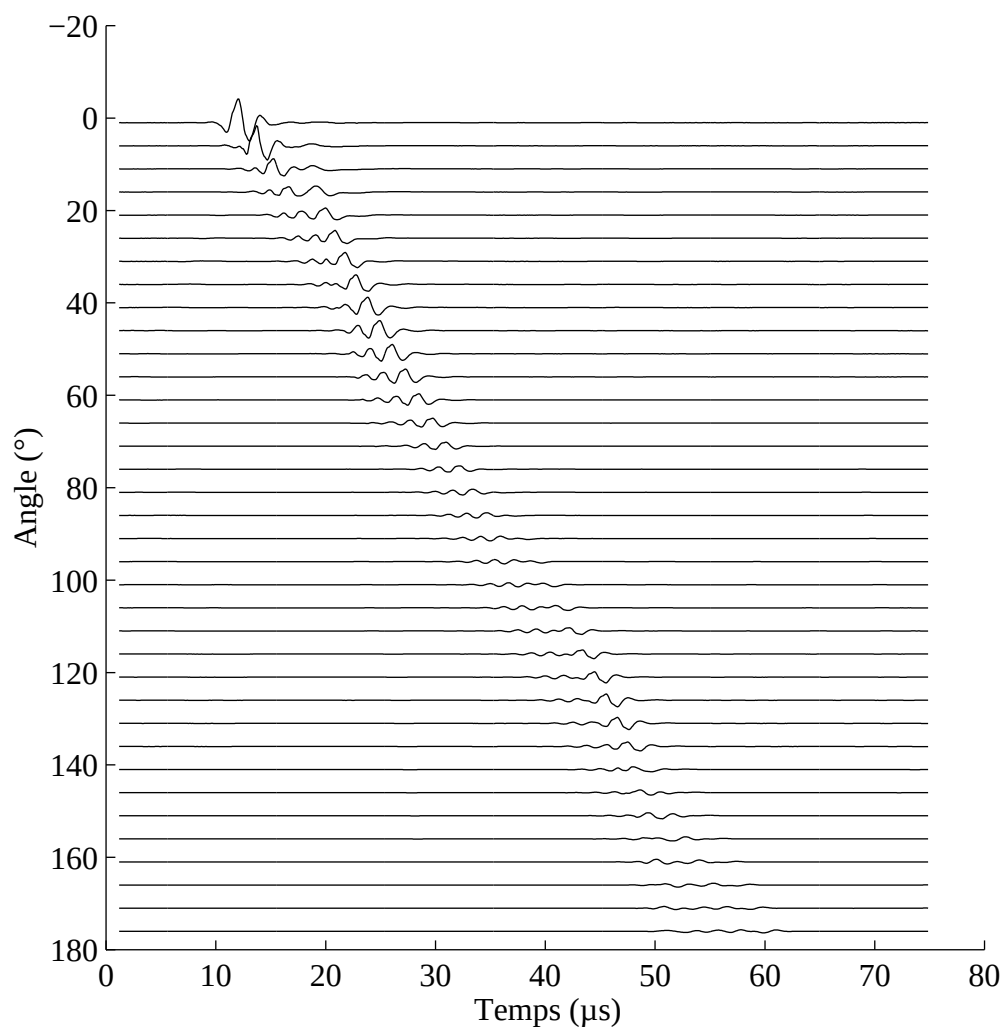


Figure 40: Echos observés tangentiellement sur un tube $b/a=0,97$ rempli de propanol.

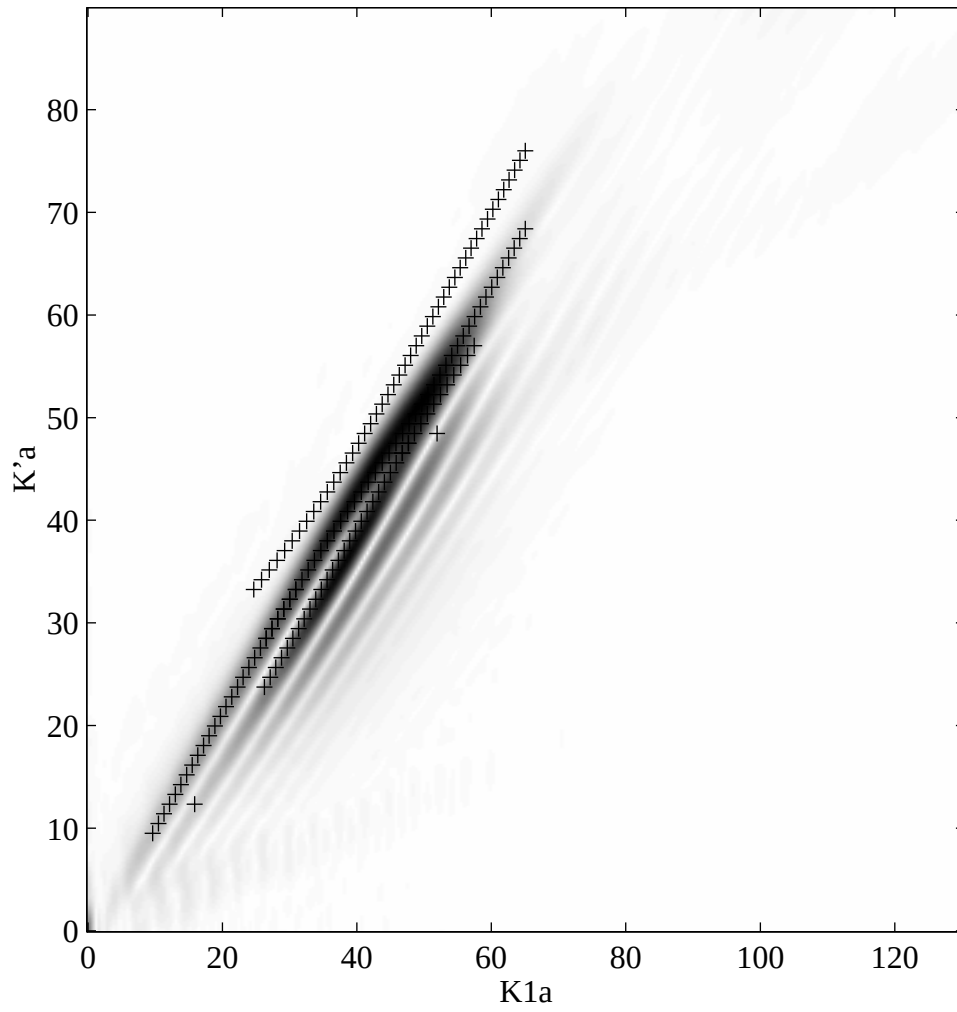


Figure 41: Représentation tout-fréquence correspondant aux signaux temporels recueillis comparés aux modes de résonance obtenus par Z.D.X. (+ + +).

4.1.2. Modélisation par S.W.A.M.

Echo issu de M1

En appelant x la position du récepteur. Les différentes notations introduites au Chapitre V sont rappelées sur la Figure 42.

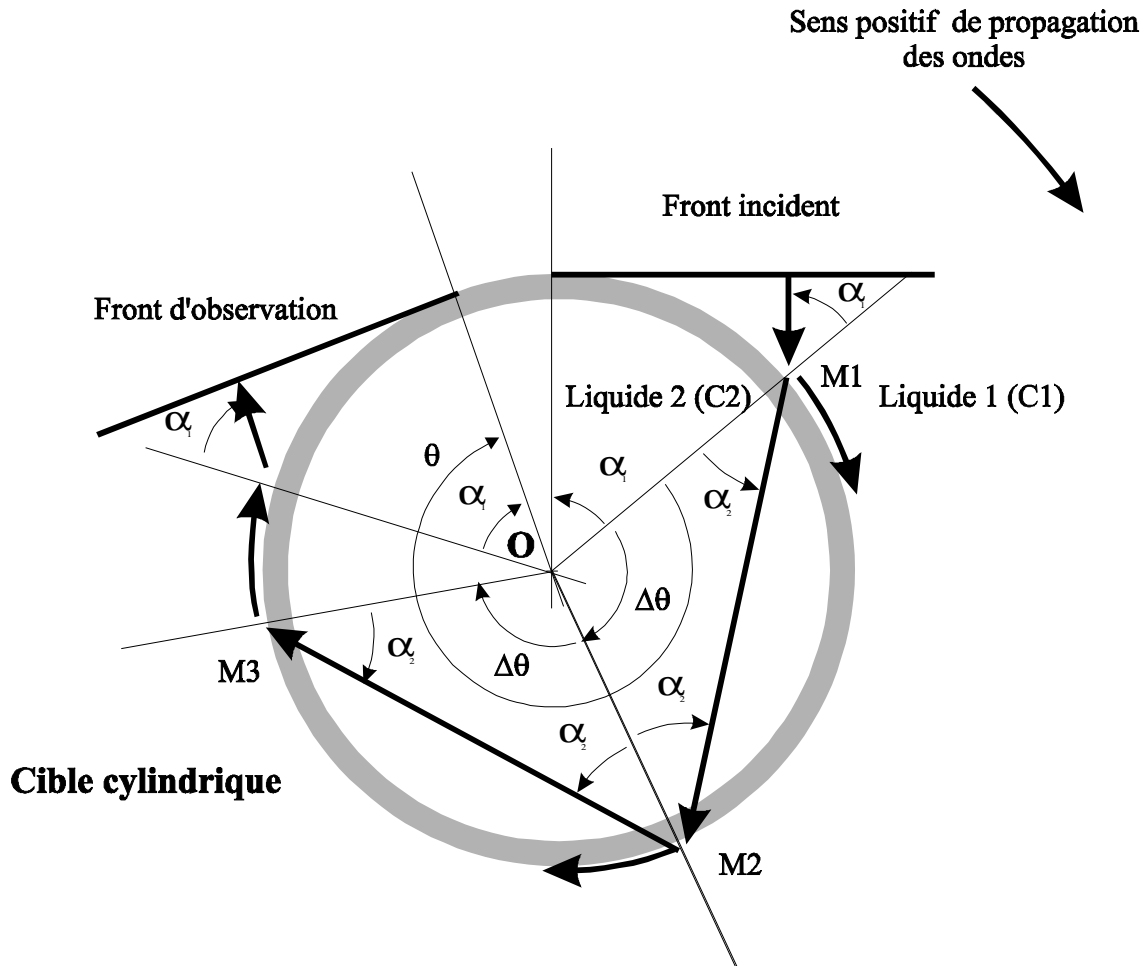


Figure 42: Géométrie du problème

On suppose qu'une fraction t_1 de l'onde de volume arrivant en M1 traverse le tube en direction du point M2. La fraction t_2 se convertit intégralement en onde de surface créée en M1. La représentation spatio-fréquentielle de l'onde générée en M1 est alors:

$$S_0(x, \omega) = t_2 H(0, \omega) \cdot e^{j\omega \Delta t} e^{jK(x - \Delta x)} \cdot [\delta^{-1}(x - \Delta x) - \delta^{-1}(x - 2\pi a)]$$

avec $x = \theta a$, $\Delta x = 2\alpha_1 a$ et $\Delta t = 2(1 - \cos(\alpha_1))a / C_1$

On admet que l'onde émise en M1 est assez atténuée et n'est pas observable après une rotation d'un tour. La représentation tout fréquence $Ksi_1(k, \omega)$ est alors:

$$Ksi_0(k, \omega) = t_2 H(0, \omega) e^{j\omega\Delta t} e^{-jk\Delta x} \frac{1}{j(k - K)}$$

Echos suivants

Les échos suivants sont repérés par l'indice m et générés pour des positions angulaires:

$\theta_m = \alpha + m\Delta\theta$. Soit r_1 , le coefficient de réflexion du faisceau à l'intérieur du tube en chaque point M2, M3, ... Chaque onde créée en M2, M3, ... capte donc une fraction r_2 du faisceau.

Chaque écho est donc généré par rapport au précédent avec un retard spatial

$$\Delta x_m = m\Delta\theta a = ma(\pi - 2\alpha_2)$$

et avec un retard temporel:

$$\Delta t_m = m \frac{2a}{C_2} \cos \alpha_2.$$

La représentation $S_m(x, \omega)$ de chaque onde est:

$$S_m(x, \omega) = t_1 r_2 (-r_1)^{m-1} H(0, \omega) e^{j\omega(\Delta t + 2ma/C_2 \cos \alpha_2)} e^{jK(x - \Delta x - ma(\pi - 2\alpha_2))} * \\ * [\delta^{-1}(x - \Delta x - ma(\pi - 2\alpha_2)) - \delta^{-1}(x - 2\pi a)]$$

La représentation $Ksi_m(k, \omega)$ correspondante est ainsi:

$$Ksi_m(k, \omega) = t_1 r_2 (-r_1)^{m-1} \frac{H(0, \omega)}{j(k - K)} e^{j\omega(\Delta t + 2ma/C_2 \cos \alpha_2)} e^{-jk(\Delta x + ma(\pi - 2\alpha_2))}$$

Représentation totale:

La représentation Ksi totale correspondant à p échos suivis est la somme de représentations Ksi des p échos décrits précédemment:

$$Ksi_p(k, \omega) = \sum_{m=0}^p Ksi_m(k, \omega) \\ Ksi_p(k, \omega) = \frac{H(0, \omega)}{j(k - K)} e^{j\omega\Delta t} e^{-jk\Delta x} * \\ * [t_2 + \frac{t_1 r_2}{r_1} \sum_{m=1}^p (-r_1)^m e^{j\omega 2ma/C_2 \cos \alpha_2} e^{-jkma(\pi - 2\alpha_2)}]$$

Cette formulation suffit à la modélisation de la représentation Ksi observée expérimentalement avec un nombre limité d'échos. Regardons un peu plus en détail ce que devient cette expression quand le nombre d'échos est grand sur un tour ou quand r_1 est petit. Il faut avoir à l'esprit que près de l'angle d'incidence générant une onde de Lamb, t_1 est proche

de 1 et r_1 est proche de zéro. Le nombre p d'échos peut donc être faible, la somme convergeant tout de même très rapidement vers sa limite.

$$K_{si}(k, \omega) = \frac{H(0, \omega)}{j(k - K)} e^{j\omega\Delta t} e^{-jk\Delta x} \left[t_2 + \frac{t_1 r_2}{r_1} \frac{e^{j\omega 2a / C_2 \cos \alpha_2} e^{-jka(\pi - 2\alpha_2)}}{1 + r_1 \cdot e^{j\omega 2a / C_2 \cos \alpha_2} e^{-jka(\pi - 2\alpha_2)}} \right]$$

,soit encore

$$K_{si}(k, \omega) \approx \frac{H(0, \omega)}{j(k - K)} e^{j\omega\Delta t} e^{-jk\Delta x} \frac{e^{j\omega 2a / C_2 \cos \alpha_2} e^{-jka(\pi - 2\alpha_2)}}{1 + r_1 \cdot e^{j\omega 2a / C_2 \cos \alpha_2} e^{-jka(\pi - 2\alpha_2)}}$$

La représentation K_{si} totale se factorise alors et s'écrit comme produit de la représentation K_{si_0} du premier écho de l'onde A^* par la représentation $K_{si_{F_2}}$ des ondes de volume piégées à l'intérieur du tube. Cela est intéressant, car on montre que la représentation K_{si} totale résulte d'un produit de convolution des représentations spatio fréquentielles $S1$ et $S2$ associées respectivement à K_{si_0} et $K_{si_{F_2}}$. On fait apparaître le couplage entre les deux phénomènes.

$$K_{si}(k, \omega) \approx K_{si_0}(k, \omega) \cdot K_{si_{F_2}}(k, \omega)$$

$$\text{avec } K_{si_{F_2}}(k, \omega) \approx \frac{e^{j\omega 2a / C_2 \cos \alpha_2} e^{-jka(\pi - 2\alpha_2)}}{1 + r_1 \cdot e^{j\omega 2a / C_2 \cos \alpha_2} e^{-jka(\pi - 2\alpha_2)}}.$$

L'expression $K_{si_{F_2}}$ est un résonateur de Fabry-Perot bi-dimensionnel, dépendant des deux variables pulsation temporelle $k_1 a$ et pulsation spatiale ka . Le module de $K_{si_{F_2}}$ est maximal quand $k_1 a$ et ka sont tels que:

$$ka = k_1 a \frac{C_1}{C_2} \frac{2 \sin(\Delta \theta / 2)}{\Delta \theta} + \pi \frac{1 + 2n}{\Delta \theta}, \quad n \text{ entier relatif.}$$

en réécrivant cette expression en fonction de l'angle d'émission dans le fluide par rapport à la normale:

$$ka = k_1 a \frac{C_1}{C_2} \frac{2 \cos(\alpha_2)}{\pi - 2\alpha_2} + \pi \frac{1 + 2n}{\pi - 2\alpha_2}, \quad n \text{ entier relatif}$$

La représentation $K_{si_{F_2}}(k, \omega)$ est donc un réseau de droites parallèles ressemblant fort au réseau de résonances d'une colonne fluide. En particulier, en incidence normale ($\alpha_1 = \alpha_2 = 0$):

$$ka = k_1 a \frac{C_1}{C_2} \frac{2}{\pi} + 1 + 2n$$

Le réseau associé possède une pente commune $\frac{C_1}{C_2} \frac{2}{\pi}$ et des abscisses à l'origine ($ka=0$)

$\frac{\pi C_2}{2 C_1}, 3 \frac{\pi C_2}{2 C_1}, 5 \frac{\pi C_2}{2 C_1}, \dots$. On retrouve donc des résultats proches de ceux obtenus sur les

résonances d'une colonne fluide obtenus par Pareige [12]. Les pentes des réseaux sont identiques, les abscisses à l'origine sont proches des valeurs données par la table de $J'_0(k_1 a) = 0$ [13], et surtout l'écart entre deux droites est $\Delta k_1 a = \pi \frac{C_2}{C_1}$.

L'analyse S.W.A.M. met ainsi à notre disposition une modélisation numérique simple de la représentation Ksi associée à l'onde aux onde de Lamb. Cette représentation est basée sur des hypothèses fondées expérimentalement (réf. [8], [9] et [14]). Nous allons maintenant comparer cette représentation Ksi numérique avec celle obtenue expérimentalement dans le cas de l'onde A*.

4.1.3. Comparaison des résultats expérimentaux avec ceux de la Z.D.X. et S.W.A.M..

La formulation S.W.A.M. de l'onde A* décrite dans le paragraphe précédent est utilisée avec les caractéristiques (vecteur d'onde complexe) de l'onde A calculée par Z.D.X. sur un tube semi-immersé. La périodicité spatiale utilisée est celle mesurée dans l'étude du tube en dural ($b/a=0,97$) rempli de propanol:

$$\Delta\theta = 65^\circ$$

Les vitesses de phase mesurées par F.-S.W.A.M. sont comparées à celles obtenues par S.W.A.M. et par Z.D.X. (Figure 43). On note une bonne correspondance entre les trois approches.

La modélisation obtenue par S.W.A.M. montre bien le saut d'une famille S.W.G. à une autre près de la position de l'onde A*: l'allure caractéristique des familles S.W.G. est respectée par le modèle utilisé. La modulation de la représentation Ksi de l'onde A* seule par la représentation Ksi des ondes de galerie à écho fait apparaître les familles S.W.G.. On met ainsi en évidence de manière expérimentale un nouveau lien entre onde de surface et résonance.

En effet, la périodisation temporelle d'une onde sur un tube semi-immersé périodise le spectre correspondant en faisant apparaître une série de résonances représentant une seule onde. Ici, le

remplissage du tube par un liquide plus lent que le liquide externe crée l'onde en plusieurs endroits régulièrement espacés et entraîne une périodisation du spectre spatial. Ces nouvelles séries de résonances peuvent être qualifiées de résonances spatiales.

Nous venons donc de vérifier expérimentalement qu'on peut considérer la représentation Ksi comme produit de la représentation Ksi_0 de l'onde A^* par la représentation Ksi_{F_2} des ondes de galerie à échos associées à l'onde A^* . On montre ainsi que la réponse complète est le produit de convolution des représentations de deux problèmes élémentaires.

L'interaction de mesures effectuées par S. ou F.-S.W.A.M. avec une modélisation S.W.A.M. permet ainsi une approche complète et autonome de phénomènes physiques transitoires complexes.

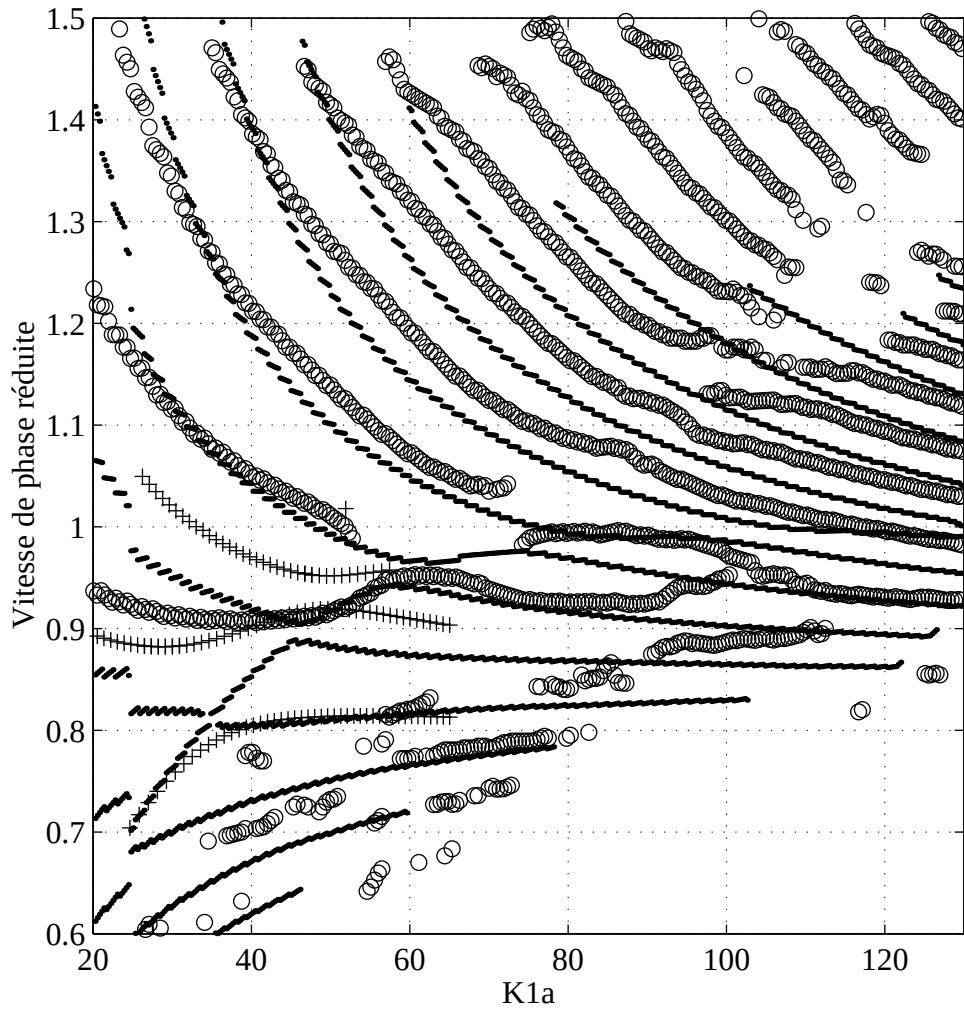


Figure 43: Comparaison des vitesses de phase mesurée par F.-S.W.A.M. (o o o) avec celles des familles obtenues par Z.D.X. (+ + +) et par simulation S.W.A.M. (.....).

4.2. Familles S.W.G. liées à l'onde A0

Une étude expérimentale est effectuée pour l'onde A0 afin de vérifier que le mécanisme mis en évidence pour l'onde A* s'applique aussi aux ondes de Lamb. On utilise le tube de rapport $b/a=0,97$, rempli de propanol.

Les transducteurs émetteur/récepteur utilisés ont une fréquence centrale de 5MHz. Les signaux temporels sont relevés tous les demi-degrés, sur un tour du tube.

Une simulation S.W.A.M. des résonances spatiales de l'onde A0 est effectuée en utilisant les caractéristiques de dispersion, d'atténuation et angulaire de l'onde A0 sur le même problème plan. La périodicité spatiale $\Delta\theta$ utilisée ici dépend donc de la fréquence, et l'onde A0 est générée en un point du tube qui dépend de la fréquence. Le phénomène est toujours modélisable par S.W.A.M., bien qu'il soit plus compliqué spatio-temporellement que pour l'onde A*. La représentation Ksi expérimentale est comparée aux résultats numériques obtenus par S.W.A.M. adaptée à l'onde A0 sur la Figure 44. On note un bon accord entre les deux, avec toujours une apparition des familles S.W.G. autour de la zone fréquentielle correspondant à l'onde A0. On note aussi la présence des ondes S0 et A1.

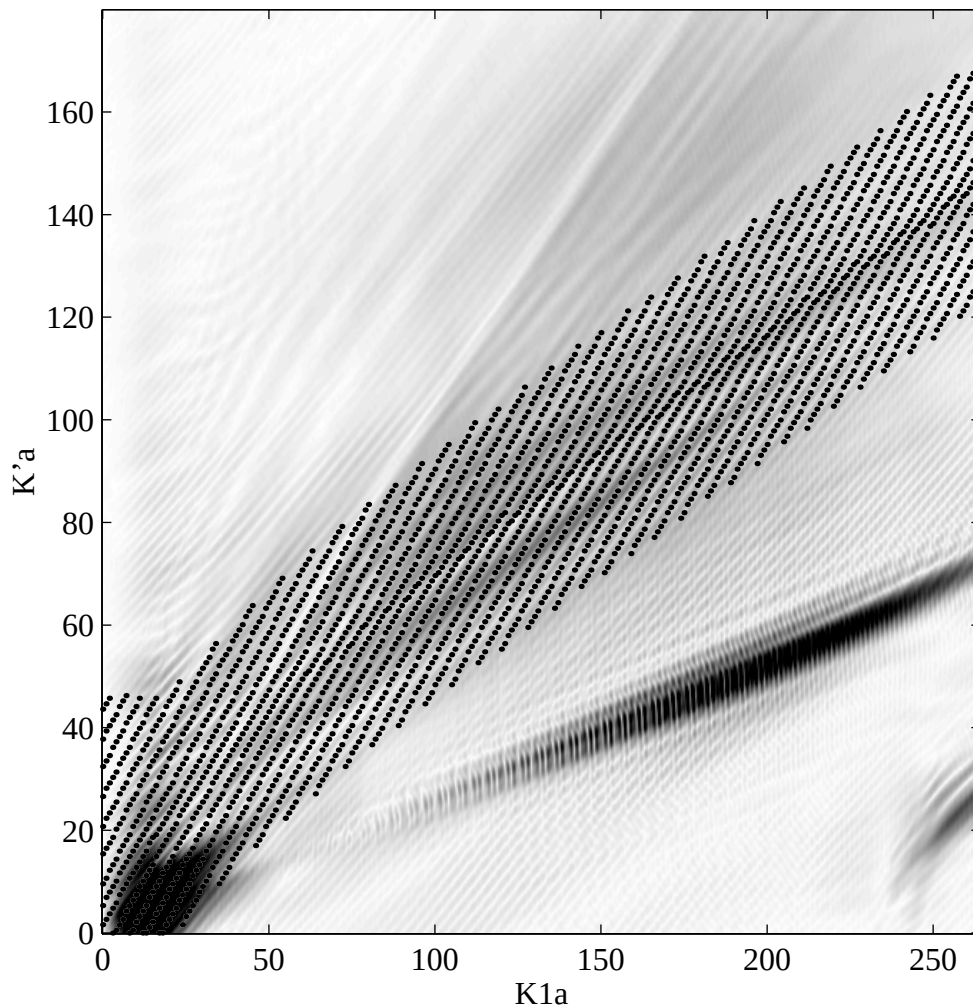


Figure 44: Représentation tout-fréquence correspondant aux signaux temporels recueillis en changeant de gamme de fréquence comparée avec celles des familles obtenues par simulation S.W.A.M. (.....) à partir des caractéristiques de l'onde A0 sur le cas plan.

Les vitesses de phase permettent une comparaison plus précise (Figure 45): l'accord est bon entre le modèle et les mesures.

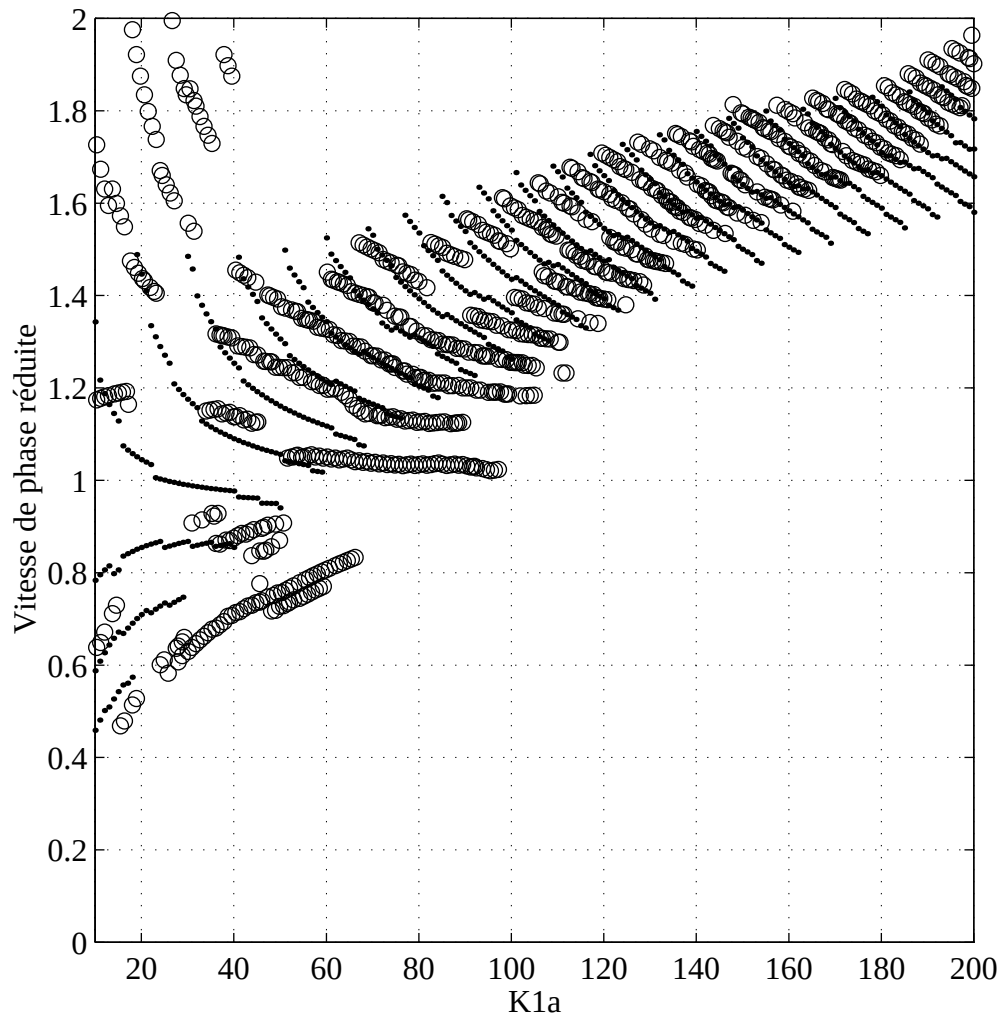


Figure 45: Comparaison des vitesses de phase mesurée par F.-S.W.A.M. (o o o) avec les familles obtenues par simulation S.W.A.M. (.....) pour l'onde A0 sur le même problème plan.

5. Conclusion

Une étude détaillée de l'onde A a été menée sur deux types de cibles cylindriques immergées: vide ou remplie d'un liquide.

Dans le cas d'un tube semi-immersé, nous avons montré que l'onde A existe dans une large gamme de produit F.E. Notamment pour de très faibles valeurs de produit F.E, l'onde A est exactement comme sur la plaque plane: même dispersion et aucune atténuation. Pour une zone de produit F.E un peu plus élevée, l'onde A est alors plus concentrée dans le fluide externe. Elle émet alors d'autant plus d'énergie que le rayon de la cible est petit, ou que le produit F.E est élevé.

Dans le cas du tube en contact avec deux fluides différents, la symétrie est brisée par rapport au problème plan. On n'observe pas tout à fait les mêmes ondes suivant que le fluide le plus lent est à l'intérieur ou à l'extérieur du tube. Quand le tube est rempli avec le liquide le plus rapide, les ondes A et A* sont observées, comme dans le cas plan. Par contre, si on inverse les fluides, seule l'onde A* est observée. Dans ce dernier cas, en utilisant une simulation S.W.A.M. adaptée, nous avons montré le lien qui existe entre les familles S.W.G. prévues par la Z.D.X. et les ondes que l'on observe. Nous montrons expérimentalement que ce lien existe aussi pour les ondes de Lamb quand le tube est rempli. Une modélisation S.W.A.M. adaptée permet d'accéder au phénomène résonant et de l'interpréter en terme d'ondes.

6. Références

- [1] J.L. IZBICKI, G. MAZE, J. RIPOCHE, "Diffusion acoustique par des tubes immergés dans l'eau: nouvelles résonances observées en basse fréquence.", *Acustica*, 61 (1986), 137-139.
- [2] J.L. IZBICKI, J.L. ROUSSELOT, A. GERARD, G. MAZE, J. RIPOCHE, "Analysis of resonances related to Scholte-Stoneley waves around circular cylindrical shells.", *J. Acoust. Soc. Am.*, 90 (1991), p. 2602-2608.
- [3] G. MAZE, F. LEON, J. RIPOCHE, A. KLAUSON, J. METSAVEER, H. ÜBERALL, "Nature de l'onde d'interface de Scholte sur une coque cylindrique.", *Acustica*, 81 (1995), 201-213.
- [4] M. TALMANT, G. QUENTIN, "Etude de la propagation des ondes ultrasonores dans la section droite d'une coque cylindrique mince.", *J. Acoustique*, 1 (1988), 153-159.
- [5] L. MARTINEZ, A. TINEL, J. DUCLOS, "Propagation of the Scholte A-wave in a curved plate", 4th International Congress on Sound and Vibration, St. Petersburg, Russia, 24-27 June 1996, *Proceedings* (1996), 187-194.
- [6] S. DERIBLE, "Caractérisation complète des résonances acoustiques par une nouvelle méthode fondée sur le diagramme d'Argand", Thèse de l'Université du Havre (1995).
- [7] M. TALMANT, J.-M. CONOIR, J.L. ROUSSELOT, "High Frequency Scattering by Shells.", *Acta Acustica*, 3 (1995), 509-515.
- [8] L. MARTINEZ, J. DUCLOS, A. TINEL, "A*-Wave spatial resonances in thin cylindrical shells: Experimental study", 16th International Congress on Acoustics and 135th Meeting of Acoustical Society of America, Seattle, Washington, U.S.A., 20-26 June 1998, *Proceedings*, 2323-2324.
- [9] L. MARTINEZ, J. DUCLOS, A. TINEL, "New tools in acoustics: Transient Surface Wave Analysis Method. Study of Lamb waves with positive or negative group velocity in an immersed shell", *Transport Noise and Vibration* 1, Tallinn, Estonia, June 8-10 1998, *Proceedings*, 281-284.
- [10] N. D. VEKSLER, J.M. CONOIR, J.-L. IZBICKI "Fluid filled cylindrical shell: influence of the fluid-structure coupling on the peripheral waves", The analysis of peripheral waves in the problem of plane acoustic pressure wave scattering by a circular cylindrical

shell", 4th International Congress on Sound and Vibration, St. Petersburg, Russia, 24-27 June 1996, Proceedings (1996), 1677-1682.

[11] G. DEPREZ, R. HAZEBROUK, "Diffraction d'une onde impulsive sphérique par une sphère creuse plongée dans l'air", *Revue du Cethedec*, 72 (1982), 73-90.

[12] P. PAREIGE, "Spectroscopie des résonances acoustiques. Source interne dans des tubes. Inclusions cylindriques liquides", Thèse de l'Université du Havre (1988).

[13] M. ABRAMOVITZ, I. A. STEGUN, "Handbook of mathematical functions", Dover Publications, New York, USA.

[14] L. MARTINEZ, J. DUCLOS, A. TINEL, N. VEKSLER, "Experimental study of A wave propagation along a plane or curved plate in contact with two different fluids", 131th Meeting of the Acoustical Society of America, Indianapolis, 13-17 may, 1996, *J. Acoust. Soc. Am.*, 1996, 99, 2468.

Conclusion

L'étude de l'onde A, non atténuée, se propageant sur une plaque plane en contact avec un seul et même fluide a d'abord été entreprise. Nous avons montré que les propriétés (dispersion, répartition d'énergie) de cette onde sont extrêmement liées à celles du fluide environnant en haute fréquence, car elle tend alors vers l'onde de Scholte-Stoneley à l'interface liquide/solide considérée. En basse fréquence, les propriétés de l'onde A dépendent essentiellement des caractéristiques du matériau utilisé. Nous avons alors montré que la mesure de l'épaisseur de la lame étudiée peut être facilement réalisée, sans contact, par évaluation de la courbe de dispersion de l'onde A.

L'étude de l'onde A a ensuite été réalisée sur une lame plane en contact avec deux liquides différents. Nous avons montré qu'il existe deux ondes dont les caractéristiques de dispersion se rapprochent de celle de l'onde A sur une plaque immergée (ou semi-immergée). La première onde, non-atténuée quelle que soit la fréquence, est une onde A. Elle tend vers l'onde de Scholte-Stoneley à l'interface "liquide le plus lent"/solide considéré. La deuxième onde a été appelée A*, elle est atténuée, contrairement à une vraie onde A (non atténuée). L'onde A* émet de l'énergie au cours de sa propagation dans le fluide le plus lent. En haute fréquence, cette onde tend vers l'onde de Scholte-Stoneley à l'interface "liquide le plus rapide"/solide.

En vue de l'étude de l'onde A sur une surface courbe, de nouveaux outils ont été mis au point. Tout d'abord, en utilisant les espaces de Fourier, nous avons modélisé la propagation dans un milieu monodimensionnel d'une onde générée à partir d'une impulsion brève. Dans le cas d'une onde peu atténuée, nous avons généralisé le lien qui existe entre atténuation spatiale et temporelle.

La modélisation de la propagation d'une onde de surface a ensuite été réalisée pour un tube semi-immergé. Le lien entre onde de surface et résonance fréquentielle complexe a été montré en utilisant uniquement les échos successifs d'une même onde se propageant dans un seul et même sens. En faisant interférer les échos se propageant en sens contraire, les propriétés de la M.I.I.R. impulsionnelle ont été démontrées.

De nouvelles méthodes de mesure des caractéristiques des ondes de surface ont été mises au point, bénéficiant des propriétés de espaces de Fourier associés. Ces méthodes permettent l'évaluation à court terme (spatial ou temporel) des caractéristiques des ondes de surface: sens de propagation et pulsation spatiale ou temporelle complexe.

L'étude de l'onde A a ensuite été entreprise sur une surface courbe immergée ou semi-immergée. Nous avons montré que l'onde A, alors atténuée, possède des caractéristiques dispersives très proches de celle de l'onde A pour une plaque plane de même épaisseur. L'évolution de l'atténuation de l'onde A en fonction de la fréquence est liée aux propriétés de l'onde A sur une plaque plane. L'onde A est peu atténuée en basse fréquence, car son énergie est concentrée dans la plaque. En haute fréquence, l'onde A devient est très atténuée, car son énergie est alors essentiellement concentrée dans le fluide environnant. A ce phénomène dominant vient s'ajouter le fait que plus le rayon de courbure est faible, plus le phénomène de diffraction intervient dans l'atténuation de l'onde.

Quand le tube est en contact avec deux liquides différents, les ondes A et A* de la plaque sont observées. Si le liquide le plus "lent" est à l'intérieur du tube, l'onde A tourne sur la circonférence interne du tube, car elle est alors concentrée dans le fluide interne. Fait nouveau, l'onde A* est générée périodiquement sur la circonférence du tube. Cette périodisation spatiale entraîne une périodisation de la représentation tout-fréquence correspondante suivant l'axe des fréquences spatiales. Une simulation numérique du problème a été effectuée, mettant ainsi en évidence que la représentation tout fréquence de la cible est le produit de la représentation de l'onde étudiée par la représentation d'un résonateur bi-dimensionnel (espace et temps) de Fabry-Perot. Le même phénomène a été mis en évidence pour l'onde A0.

Les méthodes mises au point autorisent ainsi l'évaluation expérimentale et locale des caractéristiques des ondes en utilisant une fenêtre spatio-temporelle limitée. Sur la base de ces données expérimentales, des simulations des phénomènes résonants dus à la géométrie de la cible sont possibles. On peut alors comparer directement des résultats expérimentaux obtenus sur une fenêtre spatio-temporelle de taille maximale avec ceux obtenus par simulation numérique. Les perspectives de telles méthodes sont par exemple l'étude expérimentale et la modélisation des résonances d'objets limités (plaque, disque). En utilisation locale, l'étude quantitative de la conversion d'ondes de surface sur un obstacle peut aussi être effectuée en incidence normale.

Les méthodes présentées peuvent être étendues à plusieurs dimensions. Avec deux dimensions spatiales, l'étude expérimentale d'ondes hélicoïdales sur un tube peut être envisagée. On peut aussi étudier la réflexion/conversion d'une onde de surface avec une incidence quelconque sur un obstacle.

ANNEXE A

1. Propriétés des différentes représentations

Le passage d'un espace à un autre se fait par transformée de Fourier spatiale ou temporelle, on bénéficie ainsi des propriétés générales de la transformation de Fourier. Les transformées directes sont définies de la manière suivante:

Transformée de Fourier temporelle:

$$s(x = \text{cte}, t) \xrightarrow{\text{T.F. Temporelle}} S(x = \text{cte}, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(x = \text{cte}, t) e^{j\omega t} dt$$

Transformée de Fourier spatiale:

$$S(x, \omega = \text{cte}) \xrightarrow{\text{T.F. Spatiale}} Ksi(\kappa, \omega = \text{cte}) = \int_{-\infty}^{+\infty} S(x, \omega = \text{cte}) e^{-j\kappa x} dx$$

1.1. Linéarité:

Soient s_1 et s_2 , les représentations spatio-temporelles de deux ondes, la représentation spatio temporelle totale s est la somme des deux représentations. Pour toute combinaison linéaire de s_1 et s_2 , avec a et b réels:

$$s(x, t) = a s_1(x, t) + b s_2(x, t)$$

$$\text{Si } \begin{cases} s_1(x, t) \xrightarrow{\text{T.F. Temporelle}} S_1(x, \omega) \\ s_2(x, t) \xrightarrow{\text{T.F. Temporelle}} S_2(x, \omega) \end{cases}, \text{ alors:}$$

$$a s_1(x, t) + b s_2(x, t) \xrightarrow{\text{T.F. Temporelle}} a S_1(x, \omega) + b S_2(x, \omega)$$

De même pour la représentation tout fréquence:

$$\text{si } \begin{cases} S_1(x, \omega) \xrightarrow{\text{T.F. Spatiale}} Ksi_1(\kappa, \omega) \\ S_2(x, \omega) \xrightarrow{\text{T.F. Spatiale}} Ksi_2(\kappa, \omega) \end{cases}, \text{ alors:}$$

$$a S_1(x, \omega) + b S_2(x, \omega) \xrightarrow{\text{T.F. Spatiale}} a Ksi_1(\kappa, \omega) + b Ksi_2(\kappa, \omega)$$

1.2. Retard pur:

Supposons que l'on décale toute une onde temporellement de Δt , alors:

$$s(x, t - \Delta t) \xrightarrow{\text{T.F. Temporelle}} S(x, \omega) e^{j\omega\Delta t}$$

$$\mathfrak{K}(\kappa, t - \Delta t) \xrightarrow{\text{T.F. Temporelle}} K_{si}(\kappa, \omega) e^{j\omega\Delta t}$$

De même, pour un retard spatial Δx :

$$S(x - \Delta x, \omega) \xrightarrow{\text{T.F. Spatiale}} K_{si}(\kappa, \omega) e^{-j\kappa\Delta x}$$

$$s(x - \Delta x, t) \xrightarrow{\text{T.F. Spatiale}} \mathfrak{K}(\kappa, t) e^{-j\kappa\Delta x}$$

Remarque: Δx peut être défini pour chaque pulsation ω et Δt pour chaque position x .

1.3. Distribution de Dirac:

Soit $\delta(t)$ (respectivement $\delta(x)$) une impulsion de Dirac temporelle (Resp. spatiale), et t_0 , Ω_0 , x_0 , K_0 des réels, alors:

$$\delta(t) \xrightarrow{\text{F.F.T. /t}} 1$$

$$\delta(t - t_0) \xrightarrow{\text{F.F.T. /t}} e^{+j\omega t_0}$$

$$e^{-j\Omega_0 t} \xrightarrow{\text{F.F.T. /t}} \delta(\omega - \Omega_0)$$

:

$$\delta(x) \xrightarrow{\text{F.F.T. /x}} 1$$

$$\delta(x - x_0) \xrightarrow{\text{F.F.T. /x}} e^{-j\kappa x_0}$$

$$e^{jK_0 x} \xrightarrow{\text{F.F.T. /x}} \delta(\kappa - K_0)$$

**Titre: NOUVELLES METHODES D'IDENTIFICATION D'ONDES DE SURFACE.
ETUDE DE L'ONDE A SUR UNE CIBLE COURBE.**

Directeur de thèse: Jean DUCLOS, Professeur.

Co-directeur de thèse: Alain TINEL, Maître de Conférences.

Résumé: Le problème de la propagation d'ondes sur une plaque plane élastique en contact avec deux liquides différents est traité. Une étude numérique détaillée montre les propriétés de l'onde A et l'existence d'une nouvelle onde (onde A*) quand deux fluides différents sont en contact avec la lame. Une étude expérimentale des ondes A et A* est ensuite menée en utilisant des techniques expérimentales particulières à la caractérisation de l'onde A: génération d'une onde non atténuée par une impulsion et caractérisation par analyse temps-fréquence.

La propagation d'une onde dans un milieu monodimensionnel infini est ensuite étudiée en utilisant les espaces de Fourier bidimensionnels. Un soin particulier est accordé à l'étude d'une onde atténuée et dispersive générée à partir d'une impulsion brève. Un nouveau lien est alors mis en évidence entre le vecteur d'onde complexe et la pulsation complexe. Ce lien autorise ainsi, et pour la première fois, une caractérisation complète des représentations tout-fréquence et vecteur d'onde-temps. Sur la base de ces résultats, deux aspects sont développés: d'une part la modélisation de la propagation d'une onde autour d'un tube immergé (milieu monodimensionnel limité) et d'autre part de nouvelles méthodes de traitement du signal. L'aspect résonant dû à la propagation sur un tube d'une onde générée par une impulsion est ainsi montré et modélisé. De nouvelles méthodes de caractérisation d'ondes de surface sont mises en place, permettant de mesurer vecteur d'onde et pulsation complexes, sur des distances très courtes de l'ordre de quelques longueurs d'ondes.

En utilisant ces nouveaux outils, la propagation de l'onde A est étudiée expérimentalement sur un tube immergé dans l'eau. L'influence des paramètres géométriques du tube ainsi que de son remplissage est étudiée. De nouveaux phénomènes sont mis en évidence lorsque le liquide intérieur possède une vitesse de propagation du son inférieure à celle du liquide externe, l'onde A* est observée périodiquement spatialement. On montre que la représentation tout-fréquence correspondant à la somme de tous ces échos est le produit de convolution de la représentation tout-fréquence de l'onde A* seule avec un résonateur de Fabry-Perot. Ce modèle expérimental est en bon accord avec les résultats théoriques.

Mots clefs: Ondes de Lamb. Onde de Scholte-Stoneley. Acoustique. Impulsion. Traitement du signal multidimensionnel. Propagation. Ultrasons. Identification. Analyse temps-fréquence. Espaces de Fourier. Contrôle non-destructif. B-scan.

**Title: NEW SURFACE WAVE ANALYSIS METHODS.
A-WAVE PROPAGATION ON A CURVED TARGET.**

Thesis Advisor: Jean DUCLOS, Professor.

Thesis Co-advisor: Alain TINEL, Professor assistant.

Abstract: The propagation of acoustic waves on a plane elastic plate in contact with two different liquids is processed. A detailed numerical study shows the properties of the A-wave. When two different fluids are in contact with the plate, the existence of a new wave (A*-wave) is shown. An experimental study of the A and A*-waves is then performed using particular experimental techniques: they are generated by bulk wave conversion and characterized by a time-frequency analysis.

The propagation of a damped dispersive wave in an infinite monodimensional medium is then studied using the Fourier diamond spaces. These four spaces are space-time, space-frequency, wave number-frequency and wave number-time spaces. They are linked each others by time or space Fourier transform. Using the Fourier diamond spaces, the study of an attenuated and dispersive wave generated by a short pulse is done. A new link is then underlined between the complex wave number and the complex frequency. This link authorises thus, for the first time, the complete characterization of the wave number-frequency representation and the wave number-time representation. On the basis of these results, two aspects are developed: the modelling of waves propagation around a submerged cylindrical shell (monodimensional limited medium) and new signal processing methods. The resonant aspect of a cylindrical shell tilted by a pulse is shown and modeled. New surface wave analysis methods are presented, allowing to measure complex wave numbers and complex frequencies on very short distances (about some wavelengths).

Using these new tools, the experimental study of the A-wave propagation on a cylindrical shell immersed in water is performed. The influence of both the geometrical parameters and the filling of the shell is studied. New phenomena are underlined when the interior liquid has a propagation velocity of the sound lower than that of the external liquid: a spacially periodic A*-wave is observed. Using those new experimental results, it is shown that the wave number-frequency representation of all these echoes is equal to the convolution product of the wave number-frequency representation of the A*-wave alone with the wave number-frequency representation of the internal fluid column Fabry-Perot resonator model. This experimental model agrees with theoretical results.

Keywords: Lamb Waves. Scholte-Stoneley Wave. Acoustics. Multi-dimensional signal processing. Propagation. Ultrasonics. Identification. Time-frequency analysis. Fourier diamond spaces. Non destructive evaluation. B-scan.

LABORATOIRE D'ACOUSTIQUE ULTRASONORE ET D'ELECTRONIQUE
U.P.R.E.S.A. C.N.R.S. 6068
Place R. Schuman
76610 LE HAVRE
FRANCE