



HAL
open science

Nouveaux concepts théoriques et expérimentaux pour la génération de fréquences dans les fibres optiques: instabilité modulationnelle, laser Raman impulsif et approche thermodynamique du supercontinuum

Benoit Barviau

► **To cite this version:**

Benoit Barviau. Nouveaux concepts théoriques et expérimentaux pour la génération de fréquences dans les fibres optiques: instabilité modulationnelle, laser Raman impulsif et approche thermodynamique du supercontinuum. Physique [physics]. Université de Bourgogne, 2009. Français. NNT : . tel-00621147

HAL Id: tel-00621147

<https://theses.hal.science/tel-00621147>

Submitted on 9 Sep 2011

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Ecole doctorale Carnot

Thèse

présentée par

Benoit BARVIAU

pour obtenir le titre de

Docteur en Physique

Nouveaux concepts théoriques et expérimentaux pour la génération de fréquences dans les fibres optiques : instabilité modulationnelle, laser Raman impulsif et approche thermodynamique du supercontinuum

Soutenue le 05 Novembre 2009 à 14h00 devant le jury composé de :

S. Randoux	Maître de conférence à l'Université de Lille	Rapporteur
V. Couderc	Directeur de recherche à Université de Limoges	Rapporteur
S. Coen	Chargé de Cours à l'Université d'Auckland	Examineur
O. Faucher	Professeur à l'Université de Bourgogne	Examineur
G. Millot	Professeur à l'Université de Bourgogne	Directeur de thèse
A. Picozzi	Chargé de recherches à l'Université de Bourgogne	Co-encadrant de thèse

*Laboratoire Interdisciplinaire Carnot de Bourgogne,
UMR 5209 CNRS-Université de Bourgogne,
9 Av. A. Savary, BP 47870
F-21078 DIJON Cedex, FRANCE*

Remerciements

Tout d'abord je tiens à remercier les membres du jury, qui ont accepté de lire cette thèse avec autant d'attention et de rigueur. Merci donc à Mrs Vincent COUDERC, Stéphane RANDOUX, Stéphane COEN et Olivier FAUCHER.

Pour avoir accepté ma candidature et avoir fixé le point de départ de mon épisode Dijonnais, il y a quatre ans de cela, je remercie Guy MILLOT, mon directeur de thèse. Quant à la co-direction pour les deux dernières années, c'est Antonio PICOZZI qui, une nouvelle fois dans sa jeune carrière, est intervenu pour guider un thésard. Pour cela, je lui en suis très reconnaissant. Sa gentillesse n'a d'égale que sa modestie, c'est pourquoi je pense qu'il ne m'en voudra pas de citer cette phrase devenue culte : "ah mais là, je suis pas spécialiste!". Merci à Christophe, Julien, Stéphane, Olivier, Philippe, Patrice, de m'avoir accueilli au sein de l'équipe SLCO. Merci également à la team des aligneurs de molécules, Monsieur Chaussard, Olivier, Bruneau, Edouard, Franky.

Avant d'entamer la liste des rencontres, des potes, des amis dijonnais, je voudrais saluer ceux qui m'ont fait aimer la recherche, mes "boss de Lille", qui se reconnaîtront, "hein gamin!" et mes amis lillois, Binôme & Sab, Jeff & Céline, Ludo, Maxence, Chonchon, Philippe & Emilie et la Hamel family : Chris, Farah, Agnès, Jacques, Sixtine, Marie, Matiide. Un amical salut à mon ami de toujours, Maxime, et sa future, Pauline, et au gadz'arts : Enzo et Dup.

A mon arrivée à Dijon, au labo, j'ai rencontré des "vieux" thésards, Vinsouille, Léléx, Jérém, Anne-Laure, Kevin, Silvère (loup) et Eric, qui m'ont fait profiter de toute leur expérience, professionnelle et personnelle. Merci Alex pour ta culture musicale, aussi riche que variée. Et puis les ptits jeunes : Jérôme dit "Le Geez", Le "Vince to fly", Arnaud alias "le préz", "bipbip" le Johnny, mister Pernot. Que dire à leur propos, sinon MERCI, pour tous ces bons moments passés ensemble (piscine, ski, vélo, course à pied, sports de console et apprentissage de la vigne et de ses fruits). Je remercie également leurs moitiés, Dame Carole geezette, toutes les femmes du Vince, kentuky Jenny, Rusanne. Ce sont des amis réels et sincères.

En parallèle, il y a eu les potes de médecine, Anne-Laure, Marianne, Sophie et tous leurs amis avec qui j'ai partagé d'excellents moments.

Je n'oublie pas les expérimentariumeurs, chapotés par chef Lionel et sous-chef Candide. Sans vouloir être exhaustif, citons Elo, Dany, Séb, Morgan, Olivier, la taiwan team... et beaucoup d'autres très illustres vulgarisateurs. Merci de m'avoir ouvert l'esprit à beaucoup d'autres domaines que la physique.

Je salue également mes collègues d'enseignement, Julien, Sav, Patrick, Sabir, Gaetan, Brice, Bertrand, Xavier Tizon.

Et puis je pense aux "Voiz du 47", qui m'ont accueilli (et que j'ai accueillis) dans ce petit immeuble bien sympathique, où la bonne humeur et le sourire étaient de mise. Pour les barbeuks sur NOTRE terrasse, le kayak mémorable, et tous les apéros voisins, merci à Irène, Nico, Alex & Emilie, Manu & Steph, Elo.

Pour la dernière année à Dijon, je salue et remercie les potes chimistes, Le NAIN, Guignol, Jonathan, Monsieur Brice, Tof le sportif et leurs charmantes compagnes ; Claire, Jonathan, Guignol, Maud, Sophie.

Et je n'oublie pas les physiciens, Coco, Aurélien, Le Tommi, Souad, Aladji et les membres de l'ATCPB. Une pensée spéciale à Philippe le dragueur, au génial KIB et sa mystérieuse Maud, ainsi qu'au magic Kamalou et sa charmante future épouse Aurélie, ce fut un réel plaisir de partager ces moments de recherches, mais également d'amitié, avec vous.

Pour leur soutien inconditionnel de tous les instants, prêts à faire 500 ou 1000 kilomètres pour leur fils ou son frère, je remercie mes parents et Manu d'avoir toujours cru en moi, même dans les moments difficiles.

Un immense merci à celle qui à toujours été patiente, compréhensive lors des soirées de travail à la fac, et des weekends de boulot : Merci ma Caro.

Table des matières

Introduction	1
1 Propagation de la lumière dans les fibres optiques et application à la conversion de fréquence	5
1.1 Les fibres optiques monomode “standard”	7
1.2 L’atténuation dans les fibres optiques “standard”	8
1.3 Dispersion	9
1.3.1 Dispersion chromatique	9
1.3.2 Dispersion du guide	10
1.3.3 Dispersion totale	10
1.4 Dispersion des fibres optiques “microstructurées”	11
1.5 L’effet Kerr optique	13
1.6 Dérivation de l’équation de propagation	14
1.6.1 Des équations de Maxwell à l’équation de Schrödinger généralisée sans l’effet Raman	14
1.6.2 Les différents régimes de propagation	20
1.7 Effets paramétriques, mélange à quatre ondes	21
1.8 Instabilité modulationnelle scalaire	22
1.9 Terme non-linéaire retardé : l’effet Raman	24
1.9.1 Diffusion Raman stimulée	24
1.9.2 Courbe de gain Raman	25
1.9.3 Effet Raman intrapulse	26
1.9.4 Equation non-linéaire de Schrödinger généralisée	26
1.9.5 Méthode d’intégration numérique	27
Conclusions du chapitre 1	29
2 Conversion de fréquences large bande par instabilité modulationnelle et effet Raman intrapulse dans une fibre	31
2.1 Principe de l’expérience	33

2.2	Dispositifs expérimentaux et résultats obtenus	33
2.3	Accordabilité de la source ainsi créée	37
2.4	Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux	39
2.5	Influence du bruit initial	41
2.6	Influence du β_3	42
Conclusions du chapitre 2		45
3	Laser Raman impulsionnel en anneau	47
3.1	Introduction	49
3.2	Le blocage de modes	49
3.3	Biréfringence et polarisation	50
3.4	Dispersion de mode de polarisation	51
3.5	Principe de la rotation non-linéaire de polarisation.	52
3.6	Principe de l'étude	55
3.7	Dispositif mis en oeuvre	55
3.8	Résultats expérimentaux	57
3.8.1	Le régime d'impulsion longues	57
3.8.2	L'impulsion bruitée, Noiselike pulse	58
3.8.3	L'impulsion longue rectangulaire	59
3.8.4	Les impulsions qui se coalescent	59
3.8.5	Le régime multi-impulsionnel	61
3.8.6	L'impulsion unique	62
Conclusions du chapitre 3		65
4	Théorie cinétique	67
4.1	Introduction	69
4.2	Propriétés des ondes incohérentes	70
4.3	Bases de la théorie cinétique de l'équation de Schrödinger Non-Linéaire	79
4.3.1	Intégrabilité et théorie cinétique	79
4.3.2	Equation modèle	79
4.3.3	Dérivation de l'équation cinétique	80
4.3.4	Analogie avec la théorie cinétique des gaz classiques et quantiques	85
Conclusions du chapitre 4		87
5	Application de la théorie cinétique à la génération de supercontinua	89
5.1	Introduction à la génération de supercontinua	91
5.2	Etat de l'art pour le régime de pompage par impulsions courtes	92
5.3	Etat de l'art pour la génération de supercontinuum par pompage continu	93
5.4	Supercontinuum obtenu par pompage continu de forte intensité	94

5.4.1	Application de la théorie cinétique à l'équation de Schrödinger négligeant les effets Raman et d'auto-raïdissement	97
5.4.2	Propriétés de l'équation cinétique et spectre d'équilibre	98
5.4.3	Détermination des paramètres de Lagrange	99
5.4.4	Interprétation de la répartition à l'équilibre dans un "pseudo-potentiel"	100
5.4.5	Accélération du processus de thermalisation	102
5.4.6	Accord de phase d'origine thermodynamique	103
5.4.7	Verrouillage de vitesse en thermodynamique	106
5.5	Etude expérimentale	106
5.5.1	Analyse de la fibre fournie par l'IRCICA	106
5.5.2	Dispositif expérimental	108
5.5.3	Résultats expérimentaux	108
5.5.3.1	Etude en puissance	110
5.5.4	Résultats numériques associés à l'expérience.	110
5.5.5	Comparaison entre expérience, simulation et théorie cinétique	113
5.5.5.1	Etude numérique et théorique en puissance	114
5.5.6	Analyse du soliton Raman incohérent	115
5.6	Théorie cinétique avec le terme de choc optique	116
5.6.1	Structure Hamiltonienne	117
5.6.2	Equation cinétique et spectre d'équilibre	118
5.6.3	Comparaison entre théorie/simulations en présence du terme de choc	119
5.6.4	Influence de la longueur d'onde de pompe sur la répartition spectrale	121
5.6.5	Verrouillage de vitesse en présence d'auto-raïdissement	123
	Conclusions du chapitre 5	125
	Conclusions générales	127
	Bibliographie	131

Introduction

Les fibres optiques et le laser ont révolutionné le $XX^{ième}$ siècle, à tel point qu'il est impossible d'énumérer de façon exhaustive les applications qui font intervenir ces deux éléments. Historiquement, la possibilité de transporter de la lumière le long de fines fibres de verre a été proposée en 1927 par Baird et Hansell, malheureusement le brevet que déposa Hansell n'eut pas la portée espérée. Plus tard, Heinrich Lamm, étudiant en médecine à Munich, chercha un moyen d'explorer les parties inaccessibles du corps de ses patients et réussit à transmettre une image (celle d'un filament de lampe électrique) dans une fibre de quartz. Il fallut attendre 1950 pour qu'il y ait une véritable application médicale des fibres optiques, avec le fibroscope flexible du hollandais Abraham Van Heel et l'anglais Harold H. Hopkins. Toutefois les pertes dues au mauvais confinement de la lumière et à l'absorption importante des matériaux ne permettaient pas d'imaginer des utilisations de fibres pour de la transmission à moyenne, voire à longue distance. La fibre évolua en 1956, quand Curtis créa la première fibre à gaine en verre en fondant un tube de verre sur un barreau central, de verre également.

En se basant sur des travaux d'Einstein et sa prédiction de l'émission stimulée faite en 1917, le laser a été simultanément mis au point en 1960 par Maiman [1], Schawlow et Townes [2] ainsi que Gould [3], qui s'en partagent (disputent) la paternité. Avec l'apparition des lasers et grâce à la forte intensité lumineuse qu'ils peuvent générer, "*l'optique non-linéaire*" est apparue afin d'étudier les effets causés par les interactions entre les champs électromagnétiques intenses et la matière. Franken et al. ont été les premiers à utiliser cette formidable intensité dans le cadre de la génération de second harmonique en focalisant un faisceau laser dans un quartz cristallin [4]. Les lasers ont permis la découverte d'effets non-linéaires importants, parmi lesquels nous pouvons citer de façon non-exhaustive ; l'effet de diffusion Raman stimulée [5, 6] en 1962, l'effet Brillouin stimulé [7, 8] en 1964, ou encore l'effet d'auto-focalisation [9].

Le laser offrit également une nouvelle source de lumière à injecter dans une fibre optique, ce qui conduisit Charles Kao, chercheur au sein des Standard Telecommunications Laboratories, à suggérer la possibilité que des fibres optiques fabriquées dans un verre plus pur et donc présentant de faibles pertes pourraient concurrencer l'utilisation des câbles coaxiaux et des guides métalliques pour les télécommunications. En 1966, avec son collaborateur Georges Hockman, ils montrèrent expérimentalement qu'il était possible de transporter de l'information sous forme de lumière sur de grandes distances, grâce à l'utilisation conjointe

de la fibre optique et du laser [10]. Ce dispositif est souvent considéré comme la première expérience de transmission de données par fibre optique. Le 6 octobre 2009, Charles Kao reçut le prix Nobel de physique pour sa contribution.

Un essor phénoménal a été donné aux télécommunications optiques et aux utilisations de fibres optiques grâce à la persévérance de chercheurs tels que Robert Maurer. Au sein des laboratoires de recherches de la société Corning, celui-ci s'entoura de Donald Keck et Peter Shultz pour essayer de diminuer les pertes dans les fibres optiques. Durant l'été 1970, ils réussirent à développer une fibre monomode avec des pertes de 17 dB/km à 633 nm , par adjonction de titane pour doper le cœur de la fibre. Ils déposèrent le brevet de "la fibre optique guidante" (brevet (n° #3, 711, 262)). L'apparition de ces fibres optiques à faibles pertes a ouvert un nouveau chapitre de l'optique non-linéaire moderne. L'extraordinaire confinement de l'intensité lumineuse dans quelques microns carré et les grandes longueurs d'interaction possibles ont permis l'observation de nombreux effets non-linéaires dans les fibres optiques tels que les diffusions Raman et Brillouin [11, 12], le mélange à quatre ondes et l'automodulation de phase [13, 14, 15]. L'interaction entre les effets non-linéaires et les effets de dispersion a conduit à la prédiction du soliton optique en 1973 [16].

La stimulation intellectuelle et les productions scientifiques qui ont émanées de l'étude des interactions entre le laser et la fibre optique, aussi bien dans le domaine de la recherche fondamentale que dans celui de la recherche appliquée, ont donc permis de faire émerger et développer le domaine de l'optique non-linéaire. C'est dans cette effervescence qu'est apparu dans les années 1990, un nouveau type de fibre appelé fibre microstructurée, qui fut fabriqué par Knight et ses collaborateurs [17], et pour lequel la gaine optique n'est plus réalisée par un tube de verre mais par un assemblage de tubes de verre formant une microstructure air-verre. La structure particulière de ces fibres optiques modifie la manière dont le champ optique interagit avec la matière, ce qui une nouvelle fois a ouvert une porte vers l'amélioration des connaissances, mais également des applications que les fibres optiques et les lasers permettent. Les domaines d'utilisation des fibres optiques et des lasers sont nombreux et variés : en métrologie, pour des capteurs fibrés de température ou de pression, ou encore dans le domaine médical qui emploie cette technologie aussi bien en endoscopie qu'en chirurgie.

C'est dans le but de mieux comprendre les phénomènes physiques qui ont lieu lors de la propagation de champs optiques laser au sein des fibres optiques que ce mémoire s'inscrit. Les travaux qui y sont exposés reposent sur des études numériques, théoriques, ainsi que sur la réalisation de plusieurs dispositifs expérimentaux.

Ce mémoire comporte cinq chapitres. Le premier introduira les fibres optiques ainsi que les interactions d'un champ optique avec celles-ci. A partir des équations générales de Maxwell qui décrivent la propagation d'un champ électromagnétique au sein d'un milieu, et moyennant les caractéristiques intrinsèques de la fibre optique, nous dériverons l'équation générale de propagation pour aboutir à l'équation de Schrödinger non-linéaire généralisée. Sur la base de cette équation, différents effets importants à la compréhension de ce manuscrit, tels que l'effet de mélange à quatre ondes et l'effet Raman, seront exposés.

Dans un second chapitre, nous exploiterons conjointement les effets d'instabilité modulationnelle, de

mélange à quatre ondes et d'auto-décalage Raman introduits au premier chapitre afin de générer un peigne de fréquences sur une large gamme spectrale. Notre étude se basera sur deux dispositifs expérimentaux totalement fibrés, utilisant des sources commerciales continues. Des simulations numériques permettront d'analyser la génération des peignes de fréquences. Enfin le filtrage spectral de ce peigne de fréquences sera évoqué, car il offre la possibilité d'obtenir un laser accordable délivrant des impulsions de longues durées. La nécessité d'avoir accès à de nombreuses longueurs d'onde est primordiale, notamment dans le domaine médical, non seulement pour l'observation et le diagnostic, mais également pour la chirurgie et le traitement. En effet, les cellules ne réagissent pas de la même façon au champ laser en fonction de la fréquence de celui-ci.

Le troisième chapitre exposera les différents régimes de fonctionnement impulsif d'un laser en anneau, dont le milieu amplificateur exploitera le gain Raman. La génération d'impulsions sera obtenue par le phénomène de rotation non-linéaire de polarisation et son filtrage en polarisation, dont nous rappellerons les origines physiques avant d'entamer la description du dispositif laser expérimental. La zoologie très riche des régimes de fonctionnements possibles de ce laser sera exposée au travers des résultats expérimentaux.

Beaucoup moins expérimental que le troisième chapitre, le suivant sera consacré à l'introduction de la théorie cinétique des ondes. Quelques rappels préliminaires de physique statistique nécessaires à la description des champs incohérents permettront d'aborder par la suite *la théorie cinétique de la turbulence faible*. Afin de mettre en évidence quelques propriétés et illustrer cette théorie, nous dériverons l'équation cinétique dans le cas non-intégrable de l'équation de Schrödinger non-linéaire à deux dimensions spatiales, présentant l'évolution d'un champ optique initial incohérent qui se propage dans un milieu non-linéaire. La propagation est alors caractérisée par un théorème H de croissance de l'entropie, analogue au théorème H de Boltzmann.

Enfin, le dernier chapitre mettra en application la théorie cinétique des ondes dans le cas de la génération de supercontinuum obtenu par le pompage d'une fibre microstructurée par un laser de forte puissance. L'impact de l'effet Raman et le *soliton spectral incohérent* auquel il donne naissance seront discutés. Sur la base de la théorie cinétique de la turbulence, le phénomène d'élargissement spectral inhérent à la génération de supercontinua sera interprété comme un processus naturel de thermalisation du champ optique vers l'état d'équilibre thermodynamique. Pour finir, l'effet du terme de choc optique sur la génération de supercontinua fera également l'objet d'une étude numérique et théorique. La démonstration expérimentale de la signature d'un effet de thermalisation d'un champ optique lors de la génération de supercontinua accompagnera les études théoriques.

Propagation de la lumière dans les fibres optiques et application à la conversion de fréquence

Ce premier chapitre est consacré à la présentation des fibres optiques standard et microstructurées. Notre but est ici de décrire les principaux effets linéaires et non-linéaires qui peuvent s’y produire. Ces effets seront ensuite regroupés en une équation de propagation qui décrit l’évolution du champ lumineux au cours de sa propagation dans une fibre optique.

1.1 Les fibres optiques monomode “standard”

Les fibres optiques sont des guides d’ondes qui permettent de transporter de l’énergie lumineuse sur de très longues distances. Elles sont constituées majoritairement de silice, composant principal du verre. La figure 1.1 illustre la géométrie de ces fibres. Un barreau central de silice, appelé cœur de la fibre, est entouré d’une gaine optique, faite également de verre. Pour une fibre monomode, le diamètre du cœur mesure quelques microns et présente un indice de réfraction optique noté n_c . La gaine mesure une centaine de microns et a un indice de réfraction n_g . Un dernier revêtement de plastique recouvre cet ensemble afin d’améliorer la résistance aux contraintes (notamment de torsion) de la fibre de verre.

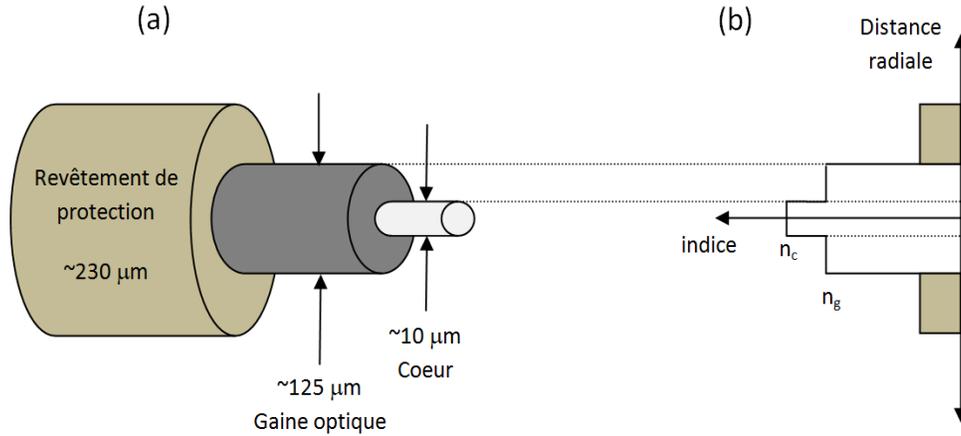


FIG. 1.1 – (a) Représentation d’une fibre optique montrant les différentes régions qui la composent. En vis à vis (b) est tracé le profil d’indice de cette fibre dite “à saut d’indice”.

Le guidage de la lumière dans le cœur de la fibre est obtenu lorsque son indice de réfraction n_c est légèrement supérieur à celui de la gaine optique n_g (une différence aussi petite que 10^{-3} suffit). Cette légère différence d’indice est usuellement obtenue par l’adjonction de dopants tels que le Germanium ou le Phosphore. Cette structure, pour laquelle le cœur et la gaine ont un indice n_c et n_g constant et homogène est appelée fibre “à saut d’indice”. Elle se distingue de la fibre “à gradient d’indice” pour laquelle l’indice de réfraction décroît de manière continue jusqu’à l’interface cœur-gaine.

Le nombre de modes transverses à une longueur d’onde λ supporté par la fibre de rayon de cœur a est lié à la fréquence normalisée V telle que :

$$V = \frac{2\pi}{\lambda} a (n_c^2 - n_g^2)^{1/2} \quad (1.1)$$

La fibre supportera un seul mode et sera donc dite “monomode” si la condition $V < 2.405$ est respectée.

1.2 L'atténuation dans les fibres optiques "standard"

Le guidage à l'intérieur du cœur, résultant de la géométrie des fibres optiques, assure une atténuation extrêmement faible du signal lumineux, ce qui fait des fibres optiques de très bonnes candidates pour le transport d'informations. Toutefois, lorsque la lumière se propage, elle est sujette à une perte d'intensité. En premier lieu, les pertes sont dues au milieu, car la silice absorbe un peu d'énergie et en diffuse, par exemple à cause de la diffusion Rayleigh. D'autre part, l'enroulement de la fibre sur une bobine induit des pertes par contraintes qui impliquent des fuites d'énergie dans la gaine optique.

La somme de ces pertes est exprimée par un coefficient d'atténuation α_L . Pour une puissance P_0 injectée au sein d'une fibre de longueur L , la puissance de sortie P_L s'exprimera :

$$P_L = P_0 \exp(-\alpha_L L) \quad (1.2)$$

où α_L désigne le coefficient de pertes linéiques de la fibre, et s'exprime en km^{-1} .

Souvent en optique, l'atténuation sera préférentiellement exprimée en décibel (dB) et prend alors la forme suivante :

$$\alpha_{dB} = -\frac{10}{L} \log\left(\frac{P_L}{P_0}\right) = 4.34 \alpha_L \quad (1.3)$$

Le coefficient α_{dB} s'exprime en dB/km . Les valeurs usuelles de niveau de perte dans les fibres optiques standard atteignent à l'heure actuelle un minimum avoisinant les $0.2 dB/km$ [18].

En dernier lieu, il faut prendre en compte la dépendance en longueur d'onde de l'atténuation de la fibre $\alpha(\lambda)$. La courbe typique de pertes est présentée en figure 1.2(a). L'atténuation résulte de la contribution

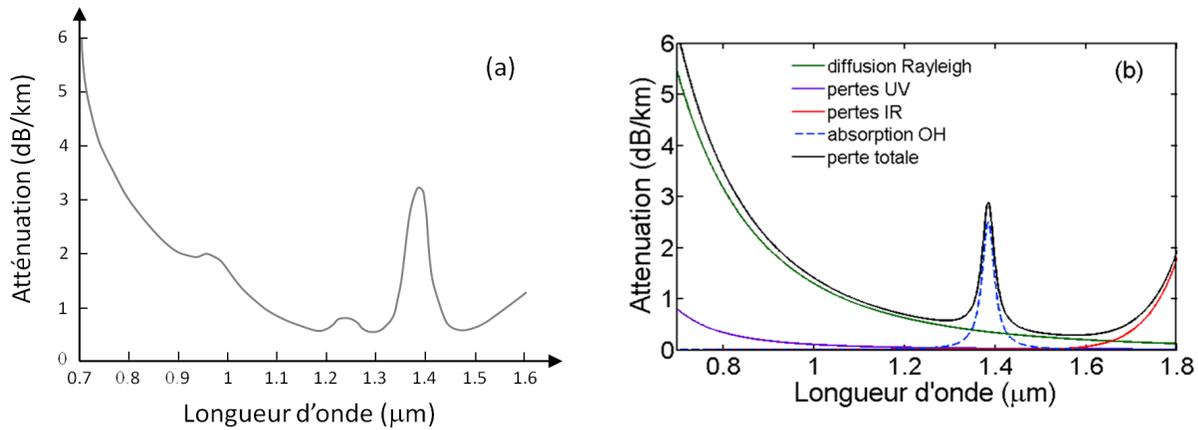


FIG. 1.2 – Courbe de pertes, (a) d'après les données [19], (b) reproduite à partir des différentes contributions

de plusieurs paramètres, détaillés sur la figure 1.2(b).

- la diffusion Rayleigh, responsable de la décroissance globale, donnée par la formule analytique suivante : $\alpha_{Rayleigh} = A_{Ray}/\lambda^4$ avec $A_{Ray} = 1.3 dB/km/\mu m^4$, reportée en vert sur la figure 1.2(b)
- l'absorption du verre à cause de résonances électroniques dans le domaine des ultraviolets (courbe violette), qui augmente les pertes aux faibles longueurs d'onde : $\alpha_{UV} = A_{UV} * \exp(\lambda_{UV}./\lambda)$ avec

$A_{UV} = 0.001 \text{ dB/km}$ et $\lambda_{UV} = 4.67 \text{ }\mu\text{m}$.

- l'absorption infrarouge due à des résonances vibrationnelles et responsable de la remontée vers $1.6 \text{ }\mu\text{m}$. Elle est reproduite en rouge et se définit par la relation : $\alpha_{IR} = A_{IR} * \exp(\lambda_{IR}./\lambda)$ avec $A_{IR} = 6e11 \text{ dB/km}$ et $\lambda_{IR} = 47.8 \text{ }\mu\text{m}$.
- une atténuation forte autour de 1385 nm , due à la présence d'ions OH^- . Ce "pic OH" est tracé en ligne pointillée bleue. Son équation est : $\alpha_{OH} = A_{OH}/(1 + ((\lambda - \lambda_{OH})/\Delta\lambda_{OH})^2)$ avec $A_{OH} = 2.5 \text{ dB/km}$ $\lambda_{OH} = 1385 \text{ }\mu\text{m}$ $\Delta\lambda_{OH} = 16 \text{ nm}$.
- Notons que dans le cas de fibres microstructurées (cf partie 1.4), pour certaines géométries, il faut ajouter aux pertes précédemment citées les pertes par confinement.

1.3 Dispersion

1.3.1 Dispersion chromatique

Lorsqu'une onde électromagnétique se propage dans un milieu diélectrique, celle-ci interagit avec le matériau et en particulier ses électrons. Cette interaction avec le milieu dépend de la longueur d'onde et implique une modification de l'indice de réfraction $n(\omega)$ vu par le champ. Sous réserve d'être assez loin des fréquences de résonance des constituants du matériau, il est possible d'exprimer cette dépendance par le biais de la formule de Sellmeier [18], qui se note :

$$n^2(\omega) = 1 + \sum_{j=1}^m \frac{B_j \omega_j^2}{\omega_j^2 - \omega^2} \quad (1.4)$$

$$n^2(\lambda) = 1 + \sum_{j=1}^m \frac{B_j \lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_j^2} \quad (1.5)$$

où ω_j , λ_j et B_j représentent respectivement la pulsation, la longueur d'onde dans le vide et l'amplitude de la $j^{\text{ième}}$ résonance. Les valeurs des constantes pour les trois principales résonances permettant de reconstituer la courbe de dispersion de la silice sont répertoriées dans le tableau 1.1.

m	$\lambda_j \text{ (nm)}$	B_j
1	68.4043	0.6961663
2	116.22414	0.4079426
3	9896.161	0.8974794

TAB. 1.1 – Tableau présentant les constantes du développement de l'indice de réfraction dans l'équation de Sellmeier.

La plage de validité de l'équation (1.4) se situe bien évidemment entre les résonances exprimées dans le tableau 1.1, ce qui est le cas de ce manuscrit, pour lequel les études seront menées entre 500 nm et $2 \text{ }\mu\text{m}$.

1.3.2 Dispersion du guide

La contribution du guide à la dispersion est due à ses paramètres opto-géométriques ainsi qu'aux différences d'indice entre les matériaux qui la constitue. Dans le cas des fibres optiques standard, la contribution du guide n'est non-négligeable que lorsqu'on se rapproche de la longueur d'onde à dispersion nulle. Proche de ce zéro de dispersion, l'adjonction de dopants dans la silice formant le coeur permet de décaler la position de la longueur d'onde de dispersion nulle de $\sim 1.3 \mu m$ jusque la région autour de $1.5 \mu m$, où les pertes sont faibles. Ces fibres, appelées DSF (pour Dispersion Shifted Fiber) présentent alors une dispersion faible dans la bande C des télécommunications ($1530 - 1565 nm$).

Comme nous le verrons dans la partie 1.4, dans le cas des fibres microstructurées, l'arrangement des trous d'air de la gaine permet d'obtenir des dispersions très différentes de celles des fibres standards, et sur une large gamme de fréquences.

1.3.3 Dispersion totale

La dispersion totale est la somme algébrique de la dispersion du matériau et de celle du guide. Pour le mode considéré, un indice effectif de réfraction n_{eff} est défini, qui tient compte de la section transverse du mode.

Les effets de dispersion sont exprimés au travers de la constante de propagation $\beta(\omega)$, qui se développe en une série de Taylor autour de la fréquence (angulaire) de la porteuse ω_0 de la façon suivante :

$$\beta(\omega) = \frac{\omega}{c} n_{eff}(\omega) = \beta_0 + \beta_1(\omega - \omega_0) + \frac{1}{2!}\beta_2(\omega - \omega_0)^2 + \frac{1}{3!}\beta_3(\omega - \omega_0)^3 + \dots, \quad (1.6)$$

où $\beta_0 = \beta(\omega_0)$ et $\beta_m = \left(\frac{\partial^m \beta}{\partial \omega^m} \right)_{\omega=\omega_0}$ pour $m \in \mathbb{N}$.

En ce qui concerne les grandeurs β_1 et β_2 , la signification physique sous-jacente est assez intuitive : β_1 est lié à la vitesse à laquelle l'énergie de l'impulsion se propage :

$$\beta_1 = \frac{1}{v_g} = \frac{n_{eff}(\omega_0)}{c} + \frac{\omega}{c} \frac{d n_{eff}(\omega)}{d \omega} \Bigg|_{\omega_0} \quad (1.7)$$

β_2 est responsable de l'élargissement temporel de l'impulsion et traduit la dispersion des vitesses de groupe :

$$\beta_2 = \frac{\partial \beta_1}{\partial \omega} = -\frac{1}{v_g^2} \frac{\partial v_g}{\partial \omega} = \frac{1}{c} \left(2 \frac{d n_{eff}}{d \omega} + \omega \frac{d^2 n_{eff}}{d \omega^2} \right). \quad (1.8)$$

Ces termes β_j sont généralement exprimés en ps^j/km .

La grandeur $\beta_2(\omega)$, courbe de dispersion chromatique obtenue par double dérivation de $\beta(\omega)$, est généralement définie par le paramètre de dispersion D . Celui-ci s'exprime en $ps/nm/km$ et son lien avec $\beta_2(\lambda)$ est le suivant :

$$D(\lambda) = -\frac{2 \pi c}{\lambda^2} \beta_2(\lambda) = -\frac{\lambda}{c} \frac{d^2 n_{eff}}{d \lambda^2} \quad (1.9)$$

La pente de la dispersion, caractérisant l'évolution de D s'exprime alors :

$$S_D(\lambda) = \frac{dD}{d\lambda} \quad (1.10)$$

Deux régimes de dispersion sont dès lors définis : le régime de dispersion *normal*, lorsque D est négatif (ou encore $\beta_2 > 0$) et le régime de dispersion *anormal*, lorsque D est positif ($\beta_2 < 0$). En régime de dispersion normal, les composantes spectrales de fréquences basses se propagent plus rapidement que les composantes hautes fréquences, et inversement pour le régime de dispersion anormal.

La figure 1.3 représente la dispersion d'une fibre standard monomode (SMF, Single Mode Fiber). Ce tracé est typique des fibres standard à saut d'indice, qui présentent une dispersion nulle à une longueur d'onde d'environ $\lambda_{ZDW} = 1310\text{nm}$ (les données du constructeur Corning sont $1302\text{nm} < \lambda_{ZDW} < 1322\text{nm}$).

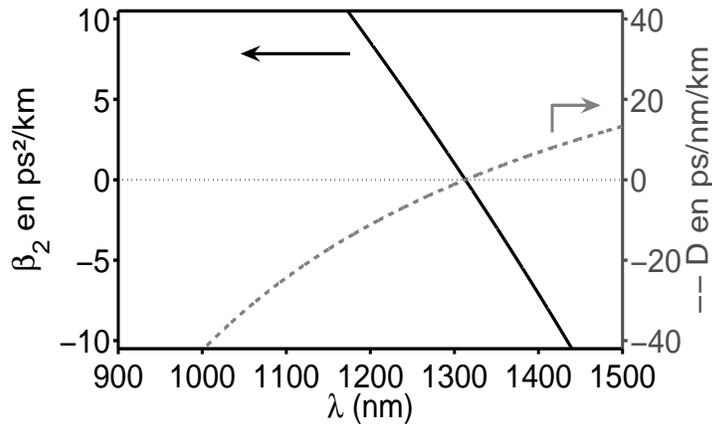


FIG. 1.3 – Courbe de dispersion typique d'une fibre standard SMF28, exprimée comme $\beta_2(\lambda)$ (trait plein) et $D(\lambda)$ (courbe pointillée).

En 1974, la possibilité de modifier les propriétés de guidage en introduisant une microstructure est proposée par Kaiser et Astle [20]. La réalisation pratique s'est faite plus tard par l'équipe de Russell [17] en 1996. L'obtention de structures micrométriques pour des longueurs telles que celles des fibres optiques a été un défi technologique. Sans entrer dans les détails de calcul de la contribution du guide à la courbe de dispersion, que l'on peut trouver en référence [21], la section suivante introduit ces nouvelles fibres optiques microstructurées, dites “à cristaux photoniques”.

1.4 Dispersion des fibres optiques “microstructurées”

L'avènement des fibres à cristaux photoniques (PCF) a généré un regain d'intérêt pour le domaine de l'optique. Des courbes de dispersion d'un nouveau type sont apparues, pouvant présenter deux fréquences pour lesquelles la dispersion est nulle. La figure 1.4 illustre ce type de courbe de dispersion.

Comme nous l'avons évoqué précédemment, la fibre présente une microstructure, illustrée en coupe

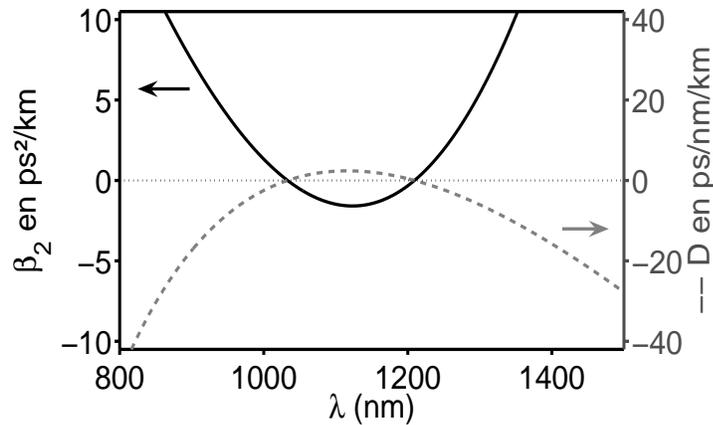


FIG. 1.4 – Courbe de dispersion d’une fibre microstructurée, exprimée comme $\beta_2(\lambda)$ (trait plein) et $D(\lambda)$ (courbe pointillée).

sur la figure 1.5. Les PCF sont constituées d’un cœur de silice pure, entouré d’un arrangement régulier

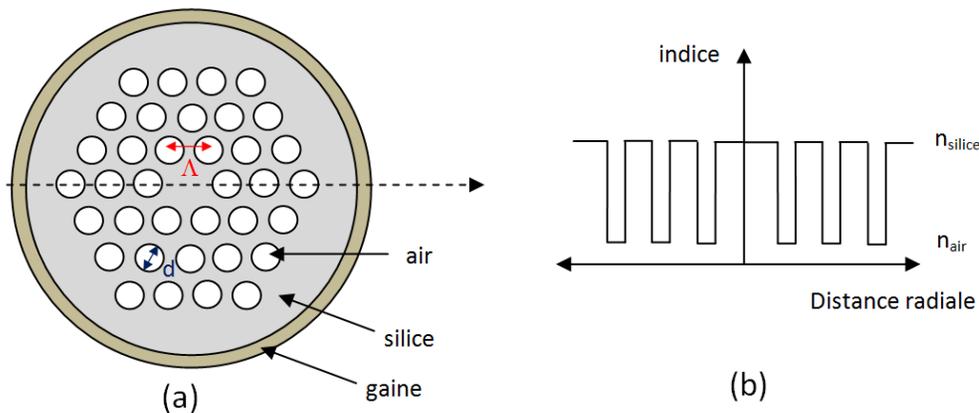


FIG. 1.5 – (a) Représentation en coupe d’une fibre optique microstructurée, présentant un arrangement de trois couronnes de trous d’air de diamètre d , espacés en leurs centres d’une distance Λ . (b) tracé du profil d’indice de cette fibre.

de canaux d’air de dimensions microscopiques, disposés parallèlement à l’axe de propagation. Le tout est protégé par une gaine de plastique. La microstructure de ces fibres est caractérisée par trois grandeurs : l’espacement périodique entre les canaux d’air Λ , le diamètre de ces canaux d , ainsi que par le nombre de rangs d’hexagones (appelés *couronnes*) autour du cœur. C’est la différence d’indice effectif moyen entre le cœur central et la région contenant les trous d’air qui assure le guidage (cf figure 1.5(b)). La méthode de fabrication de ce type de fibre la plus couramment employée est celle de l’empilement et de l’étirage (*Stack and draw*). Cette fabrication consiste à empiler une matrice de tiges de verre, les manchonner dans un tube de verre de diamètre plus important, puis d’étirer à température élevée ($\sim 2000^\circ\text{C}$) pour en réduire le diamètre [17].

Grâce aux propriétés uniques de dispersion de ce type de fibres, celles-ci sont utilisées pour de nombreuses applications, notamment dans la génération de supercontinua, phénomène qui fait l'objet du chapitre 5 de ce manuscrit.

Notons que ces fibres microstructurées ne sont pas d'usage courant dans le transport d'informations pour les télécommunications optiques et ne peuvent supplanter les fibres standard. En effet, les fibres microstructurées présentent encore des pertes trop importantes, de l'ordre de quelques dB/km à quelques dizaines de dB/km .

Enfin, nous pouvons également noter que récemment, d'autres matériaux que la silice, tels que des verres de chalcogénure [22][23], et des polymères [24], ont été utilisés pour réaliser des fibres PCF.

1.5 L'effet Kerr optique

Jusqu'à présent, les effets de dispersion, caractéristiques intrinsèques des fibres et de leur géométrie ont été exposés. La dispersion chromatique est liée à une variation de l'indice de réfraction en fonction de la longueur d'onde, c'est un effet *linéaire*, car il est directement et linéairement proportionnel au champ. Toutefois, il faut également prendre en compte les effets *non-linéaires*, qui expriment une réponse du milieu qui n'est plus simplement linéairement proportionnelle au champ, mais qui fait intervenir son intensité, lorsque celle-ci est importante.

Pour discuter des effets non-linéaires, nous allons supposer la fibre isotrope afin de rester dans un formalisme scalaire. Le formalisme vectoriel et les effets qui en découlent seront abordés dans le chapitre 3.

Dans le cas d'un champ de forte puissance, l'indice total du matériau s'écrit sous la forme :

$$n_{tot}(\omega, |E|^2) = n_L(\omega) + n_{2,I}I \quad (1.11)$$

où n_L est l'indice de réfraction linéaire, $n_{2,I}$ est l'indice de réfraction non-linéaire et I est l'intensité du champ. Cette correction de l'indice linéaire par la quantité $n_{2,I}I$, proportionnelle à l'intensité du champ électrique incident est appelée *effet Kerr optique*. En fonction des caractéristiques de la fibre et du champ incident, l'effet Kerr aura des conséquences différentes. Il sera responsable de l'auto-modulation de phase, ou de l'inter-modulation de phase.

Les deux sections que nous venons d'aborder nous ont permis de rappeler qu'un champ électrique qui chemine dans une fibre optique est soumis à des effets linéaires, et subit également les conséquences de son intensité, par l'intermédiaire d'effets non-linéaires. Pour traduire cette évolution, nous allons maintenant établir l'équation qui régit la propagation de l'onde dans le milieu, et qui inclut les effets que nous venons d'évoquer.

1.6 Dérivation de l'équation de propagation

1.6.1 Des équations de Maxwell à l'équation de Schrödinger généralisée sans l'effet Raman

Nous avons vu dans les parties précédentes les effets qui se produisent dans les fibres, leurs origines physiques et leurs interprétations phénoménologiques ont été abordées. Nous allons maintenant montrer brièvement comment s'effectue le calcul de l'équation d'évolution du champ optique, et ce, sans en donner tous les détails [18].

La propagation d'ondes lumineuses dans les matériaux diélectriques est régie par les équations de Maxwell, qui gouvernent l'évolution temporelle et spatiale d'un champ électromagnétique. Maxwell a repris les modèles physiques élaborés par des physiciens tels que Gauss et Ampère et a abouti aux équations suivantes :

$$\nabla \vec{\mathcal{D}}(\vec{r}, t) = \rho(\vec{r}, t) \quad (1.12)$$

$$\nabla \vec{\mathcal{B}}(\vec{r}, t) = 0 \quad (1.13)$$

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{\mathcal{E}}(\vec{r}, t) = -\frac{\partial \vec{\mathcal{B}}(\vec{r}, t)}{\partial t} \quad (1.14)$$

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{\mathcal{H}}(\vec{r}, t) = \vec{j}(\vec{r}, t) + \frac{\partial \vec{\mathcal{D}}(\vec{r}, t)}{\partial t} \quad (1.15)$$

Dans ces équations : $\vec{\mathcal{E}}$ et $\vec{\mathcal{H}}$ sont les vecteurs champs électrique et magnétique, $\vec{\mathcal{B}}$ et $\vec{\mathcal{D}}$ sont les vecteurs induction magnétique et électrique, \vec{j} est le vecteur densité de courant libre et ρ la densité locale de charge libre. On définit également les relations :

$$\vec{\mathcal{D}}(\vec{r}, t) = \epsilon_0 \vec{\mathcal{E}}(\vec{r}, t) + \vec{\mathcal{P}}(\vec{r}, t) \quad (1.16)$$

$$\vec{\mathcal{B}}(\vec{r}, t) = \mu_0 \vec{\mathcal{H}}(\vec{r}, t) + \vec{\mathcal{M}}(\vec{r}, t) \quad (1.17)$$

$\vec{\mathcal{P}}$ et $\vec{\mathcal{M}}$ sont les polarisations électriques et magnétiques induites, μ_0 est la perméabilité magnétique et ϵ_0 est la permittivité électrique.

Ces équations couplent les champs magnétiques et électriques. Elles peuvent être adaptées ou réduites en fonction du milieu d'étude et du type d'onde qui y est injecté. Dans notre cadre, nous nous placerons au sein d'une fibre optique en silice amorphe, celle-ci est un milieu non-conducteur et non-magnétique. Il est alors possible de faire les simplifications suivantes :

$$\rho(\vec{r}, t) = 0, \quad \vec{\mathcal{M}}(\vec{r}, t) = \vec{0}, \quad \vec{j}(\vec{r}, t) = \vec{0} \quad (1.18)$$

A partir des équations (1.12) à (1.15), il est possible d'obtenir l'équation qui rend compte de l'évolution du champ électrique dans la fibre suivante :

$$\nabla^2 \vec{\mathcal{E}}(\vec{r}, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{\mathcal{E}}(\vec{r}, t)}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{\mathcal{P}}(\vec{r}, t)}{\partial t^2} \quad (1.19)$$

Dans l'équation 1.19, le vecteur polarisation $\vec{\mathcal{P}}(r, t)$ résulte du passage du champ électrique qui traverse le milieu diélectrique qu'est la fibre, induisant un déplacement des électrons. Ces derniers restent liés au noyau mais créent des dipôles électriques avec les charges positives et donc génèrent une polarisation microscopique. La polarisation totale $\vec{\mathcal{P}}(r, \omega)$ ¹, macroscopique, est une fonction non-linéaire du champ électrique $\vec{\mathcal{E}}(r, \omega)$, et satisfait une relation générale admettant une loi en puissance de $\vec{\mathcal{E}}(r, \omega)$ du type [25] :

$$\vec{\mathcal{P}}(\vec{r}, \omega) = \epsilon_0 \left(\chi^{(1)}(\omega) \cdot \vec{\mathcal{E}}(\vec{r}, \omega) + \chi^{(2)}(\omega) : \vec{\mathcal{E}}(\vec{r}, \omega) \vec{\mathcal{E}}(\vec{r}, \omega) + \chi^{(3)}(\omega) : \vec{\mathcal{E}}(\vec{r}, \omega) \vec{\mathcal{E}}(\vec{r}, \omega) \vec{\mathcal{E}}(\vec{r}, \omega) + \dots \right) \quad (1.20)$$

Dans ce développement, $\chi^{(1)}(\omega)$, $\chi^{(2)}(\omega)$ et $\chi^{(3)}(\omega)$ sont les tenseurs de susceptibilité d'ordre 1 à 3 de la silice. Les produits tensoriels sont ici exprimés dans l'espace de Fourier et correspondent à des produits de convolutions temporels entre les champs et les réponses temporelles linéaires et non-linéaires du milieu. Pour le dernier terme exprimé ici, l'écriture temporelle serait :

$$P_{NL}^3(\vec{r}, t) = \iiint_{r_1 r_2 r_3} \iiint_{t_1 t_2 t_3} \chi^{(3)}(\vec{r} - \vec{r}_1, t - t_1; \vec{r} - \vec{r}_2, t - t_2; \vec{r} - \vec{r}_3, t - t_3) \cdot \mathcal{E}(\vec{r}_1, t_1) \times \mathcal{E}(\vec{r}_2, t_2) \mathcal{E}(\vec{r}_3, t_3) d\vec{r}_1 d\vec{r}_2 d\vec{r}_3 dt_1 dt_2 dt_3 \quad (1.21)$$

L'écriture dans l'espace de Fourier sera privilégiée afin de ne pas alourdir le calcul. Le terme $\chi^{(2)}(\omega)$ responsable de la génération de second harmonique et de fréquence somme est nul, car la silice (SiO_2) est amorphe. De ce fait, l'ordre le plus bas de la non-linéarité est dû au tenseur d'ordre 3. $\chi^{(1)}(\omega)$ est bien sûr associé à la polarisation linéaire.

Nous allons supposer par la suite que le champ électrique $\vec{\mathcal{E}}$ ainsi que le vecteur polarisation $\vec{\mathcal{P}}$ qu'il induit sont polarisés suivant l'axe transverse x . Nous obtenons alors l'équation :

$$\nabla^2 \tilde{\mathcal{E}}(\vec{r}, \omega) - \frac{1}{c^2} \omega^2 \tilde{\mathcal{E}}(\vec{r}, \omega) = \mu_0 \omega^2 \tilde{\mathcal{P}}(\vec{r}, \omega) \quad (1.22)$$

avec :

$$\tilde{\mathcal{P}}(\vec{r}, \omega) = \tilde{\mathcal{P}}_L(\vec{r}, \omega) + \tilde{\mathcal{P}}_{NL}(\vec{r}, \omega) \quad (1.23)$$

tel que :

$$\tilde{\mathcal{P}}_L(\vec{r}, \omega) = \epsilon_0 \chi_{xx}^{(1)}(\omega) \cdot \tilde{\mathcal{E}}(\vec{r}, \omega) \quad (1.24)$$

$$\tilde{\mathcal{P}}_{NL}(\vec{r}, \omega) = \epsilon_0 \chi_{xxxx}^{(3)}(\omega) \cdot \tilde{\mathcal{E}}(\vec{r}, \omega) \tilde{\mathcal{E}}(\vec{r}, \omega) \tilde{\mathcal{E}}(\vec{r}, \omega) \quad (1.25)$$

¹La notation $\tilde{v}(\omega)$ sera utilisée pour exprimer la valeur de cette variable v dans l'espace de Fourier.

Cas d'un milieu diélectrique linéaire

Considérons un milieu diélectrique linéaire, pour lequel la polarisation s'exprime :

$$\tilde{\mathcal{P}}(\vec{r}, \omega) = \tilde{\mathcal{P}}_L(\vec{r}, \omega) = \epsilon_0 \chi_{xx}^{(1)}(\omega) \cdot \tilde{\mathcal{E}}(\vec{r}, \omega) \quad (1.26)$$

Dans ce cas, l'équation (1.19) exprimée elle aussi dans l'espace de Fourier, prend la forme suivante :

$$\nabla^2 \tilde{\mathcal{E}}(\vec{r}, \omega) - (1 + \chi_{xx}^{(1)}(\omega)) \frac{\omega^2}{c^2} \tilde{\mathcal{E}}(\vec{r}, \omega) = 0 \quad (1.27)$$

avec $c = (\epsilon_0 \mu_0)^{1/2}$ l'expression de la célérité dans le vide.

$$\nabla^2 \tilde{\mathcal{E}}(\vec{r}, \omega) - \epsilon_L(\omega) \frac{\omega^2}{c^2} \tilde{\mathcal{E}}(\vec{r}, \omega) = 0 \quad (1.28)$$

$\epsilon_L(\omega) = 1 + \chi_{xx}^{(1)}$ la constante diélectrique du milieu linéaire.

En exprimant que l'onde se propage selon le vecteur d'onde \vec{k} alors :

$$\tilde{\mathcal{E}}(\vec{r}, \omega) = \tilde{\mathcal{E}}(0, \omega) e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}} \quad (1.29)$$

Il est possible de déterminer la norme k du vecteur d'onde \vec{k} appelée nombre d'onde telle que :

$$k^2(\omega) = \frac{\omega^2}{c^2} (1 + \chi_{xx}^{(1)}(\omega)) \quad (1.30)$$

Les propriétés linéaires du milieu, c'est à dire l'indice de réfraction $n_L(\omega)$ et les pertes $\alpha(\omega)$ sont liées à la partie réelle et imaginaire de $\chi^{(1)}$ par les relations de Kramers-Krönig :

$$\begin{aligned} n_L(\omega) &= 1 + \frac{1}{2} \text{Re}(\chi_{xx}^{(1)}) \\ \alpha(\omega) &= \frac{\omega}{n_L(\omega)c} \text{Im}(\chi_{xx}^{(1)}) \end{aligned} \quad (1.31)$$

alors :

$$k(\omega) = \beta(\omega) + i\alpha(\omega)/2 \quad (1.32)$$

avec $\beta(\omega) = \frac{\omega}{c} n_L(\omega)$.

Les dépendances en fréquences de $\beta(\omega)$ et $\alpha(\omega)$ ont été abordées et détaillées dans les parties 1.2 et 1.3.1.

Cas d'un milieu diélectrique non-linéaire

Dans le cas de la silice, la non-linéarité d'ordre le plus bas dépend du $\chi^{(3)}$, le vecteur polarisation non-linéaire s'écrit alors :

$$\vec{\mathcal{P}}_{NL}(\vec{r}, \omega) = \epsilon_0 \chi^{(3)} : \vec{\mathcal{E}}(\vec{r}, \omega) \vec{\mathcal{E}}(\vec{r}, \omega) \vec{\mathcal{E}}(\vec{r}, \omega) \quad (1.33)$$

En supposant le champ polarisé suivant la direction \vec{x} , la polarisation non linéaire prend alors la

forme :

$$\tilde{\mathcal{P}}_{NL}(\vec{r}, \omega) = \epsilon_0 \chi_{xxxx}^{(3)} : \tilde{\mathcal{E}}(\vec{r}, \omega) \tilde{\mathcal{E}}(\vec{r}, \omega) \tilde{\mathcal{E}}(\vec{r}, \omega) \quad (1.34)$$

En développant $\tilde{\mathcal{P}}_{NL}$ et $\tilde{\mathcal{E}}$ sous une forme où apparaît explicitement la fréquence porteuse ω_0 :

$$\tilde{\mathcal{P}}_{NL}(\vec{r}, \omega - \omega_0) = \frac{1}{2} [\tilde{\mathcal{P}}_{NL}(\vec{r}, \omega - \omega_0) e^{i(\beta_0 z - \omega_0 t)} + \tilde{\mathcal{P}}_{NL}^*(\vec{r}, \omega - \omega_0) e^{-i(\beta_0 z - \omega_0 t)}] \quad (1.35)$$

$$\tilde{\mathcal{E}}(\vec{r}, \omega - \omega_0) = \frac{1}{2} [\tilde{E}(\vec{r}, \omega - \omega_0) e^{i(\beta_0 z - \omega_0 t)} + \tilde{E}(\vec{r}, \omega - \omega_0)^* e^{-i(\beta_0 z - \omega_0 t)}] \quad (1.36)$$

Nous obtenons ainsi :

$$\tilde{\mathcal{P}}_{NL}(\vec{r}, \omega - \omega_0) = \frac{3}{4} \epsilon_0 \chi_{xxxx}^{(3)} \tilde{E}(\vec{r}, \omega - \omega_0)^2 \tilde{E}(\vec{r}, \omega - \omega_0)^* \quad (1.37)$$

Notons qu'un terme supplémentaire ayant pour valeur $\tilde{E}^3(\omega - \omega_0) e^{i(3\beta_0 z - 3\omega_0 t)}$ apparaît, mais nécessite des conditions d'obtention jamais satisfaites dans les fibres optiques.

En faisant l'approximation de l'enveloppe lentement variable, nous pouvons considérer $|E|^2$ constant pour aboutir à une écriture de l'équation (1.22) sous la forme :

$$\nabla^2 \tilde{E}(x, y, z, \omega) + \frac{\omega^2}{c^2} \left(1 + \chi^{(1)}(\omega) + \frac{3}{4} \chi_{xxxx}^{(3)}(\omega) |E|^2 \right) \tilde{E}(x, y, z, \omega) = 0 \quad (1.38)$$

En traitant la non-linéarité comme un terme perturbatif, il est possible d'exprimer la constante diélectrique totale :

$$\left(1 + \chi^{(1)}(\omega) + \frac{3}{4} \chi^{(3)}(\omega) |E|^2 \right) = \left(n_L(\omega) + \Delta n_L(\omega) + i \frac{(\alpha(\omega) + \Delta \alpha(\omega)) c}{2 \omega} \right)^2 \quad (1.39)$$

En rappelant que les équations (1.31) conduisent à l'égalité :

$$1 + \chi^{(1)}(\omega) = \left(n_L(\omega) + i \frac{\alpha(\omega) c}{2 \omega} \right)^2 \quad (1.40)$$

Alors il est possible d'écrire par comparaison :

$$n_{total}(\omega) = n_L(\omega) + \Delta n(\omega) \quad (1.41)$$

$$\alpha_{total}(\omega) = \alpha(\omega) + \Delta \alpha(\omega) \quad (1.42)$$

avec

$$\Delta n(\omega) = n_{2,E}(\omega) |E|^2 = \frac{3}{8 n_L} \text{Re}[\chi_{xxxx}^{(3)}(\omega)] |E|^2 \quad (1.43)$$

$$\Delta \alpha(\omega) = \alpha_{2,E}(\omega) |E|^2 = \frac{3 \omega_0}{4 n_L c} \text{Im}[\chi_{xxxx}^{(3)}(\omega)] |E|^2 \quad (1.44)$$

L'indice de réfraction total comporte donc une composante dépendante de l'amplitude du champ au carré : $|E|^2$, c'est pourquoi la notation $n_{2,E}$ est utilisée, par comparaison avec l'équation (1.11). Notons en effet que l'amplitude du champ au carré est liée à l'intensité du champ par un facteur de conversion

(dû au changement de système d'unité) tel que :

$$I = \frac{1}{2} \epsilon_0 c n_L |E|^2 \quad (1.45)$$

Retour sur l'équation de Schrödinger non-linéaire généralisée

En séparant les contributions radiales et longitudinales de \tilde{E} et en posant $\tilde{E}(x, y, z, \omega) = \frac{\tilde{F}_\omega(x, y) \tilde{A}(z, \omega)}{\sqrt{\iint |\tilde{F}_\omega(x, y)|^2 dx dy}}$, alors l'équation (1.22) devient :

$$\frac{1}{\sqrt{\iint |\tilde{F}_\omega(x, y)|^2 dx dy}} \left[\tilde{A}(z, \omega) \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \tilde{F}_\omega(x, y) + \tilde{F}_\omega(x, y) \frac{\partial^2}{\partial z^2} \tilde{A}(z, \omega) - k^2(\omega) \tilde{F}_\omega(x, y) \tilde{A}(z, \omega) \right] = \frac{3}{4} \mu_0 \omega^2 \epsilon_0 \chi_{xxxx}^{(3)} \frac{\tilde{F}_\omega(x, y) \tilde{A}(z, \omega) \tilde{F}_\omega^*(x, y) \tilde{A}^*(z, \omega) \tilde{F}_\omega(x, y) \tilde{A}(z, \omega)}{\sqrt{\iint |\tilde{F}_\omega(x, y)|^2 dx dy}^3} \quad (1.46)$$

Le premier terme entre les crochets est négligeable. En multipliant l'équation précédente par $F_\omega(x, y) \times \sqrt{\iint |\tilde{F}_\omega(x, y)|^2 dx dy}$, celle-ci s'écrit alors :

$$\left[\tilde{F}_\omega(x, y) \tilde{F}_\omega^*(x, y) \frac{\partial^2}{\partial z^2} \tilde{A}(z, \omega) - k^2(\omega) \tilde{F}_\omega(x, y) \tilde{F}_\omega^*(x, y) \tilde{A}(z, \omega) \right] = \frac{3}{4} \mu_0 \omega^2 \epsilon_0 \chi_{xxxx}^{(3)} \frac{\tilde{F}_\omega^*(x, y) \tilde{F}_\omega(x, y) \tilde{A}(z, \omega) \tilde{F}_\omega^*(x, y) \tilde{A}^*(z, \omega) \tilde{F}_\omega(x, y) \tilde{A}(z, \omega)}{\sqrt{\iint |\tilde{F}_\omega(x, y)|^2 dx dy}^2} \quad (1.47)$$

En intégrant selon les axes transverses x et y , et en divisant par $\iint |\tilde{F}_\omega(x, y)|^2 dx dy$, l'équation prend la forme :

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} \tilde{A}(z, \omega) - k^2(\omega) \tilde{A}(z, \omega) = \frac{3}{4} \mu_0 \omega^2 \epsilon_0 \chi_{xxxx}^{(3)} \frac{\iint (\tilde{F}_\omega^*(x, y) \tilde{F}_\omega(x, y) \tilde{F}_\omega^*(x, y) \tilde{F}_\omega(x, y) dx dy) \tilde{A}(z, \omega) \tilde{A}^*(z, \omega) \tilde{A}(z, \omega)}{(\iint |\tilde{F}_\omega(x, y)|^2 dx dy)^2} \quad (1.48)$$

En définissant A_{eff} comme la section efficace telle que :

$$A_{eff} = \frac{\left(\iint |F_\omega(x, y)|^2 dx dy \right)^2}{\iint |F_\omega(x, y)|^4 dx dy} \quad (1.49)$$

Nous obtenons une équation simplifiée :

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} \tilde{A}(z, \omega) - k^2(\omega) \tilde{A}(z, \omega) = \frac{3}{4} \frac{\omega^2 \chi_{xxxx}^{(3)}}{c^2 A_{eff}} \tilde{A}(z, \omega) \tilde{A}^*(z, \omega) \tilde{A}(z, \omega) \quad (1.50)$$

Pour ramener cette équation à une équation d'ordre un en z , la méthode la plus courante est basée sur l'approximation de l'enveloppe lentement variable. En exprimant le champ comme étant le produit

d'une enveloppe par une exponentielle : $\tilde{A}(z, \omega) = \bar{A}(z)e^{i(kz - \omega t)}$, cette approximation s'écrit :

$$\left| \frac{\partial^2 \bar{A}(z)}{\partial z^2} \right| \ll \left| k \frac{\partial \bar{A}(z)}{\partial z} \right|. \quad (1.51)$$

Nous pouvons alors retrouver l'équation d'enveloppe (1.52). Une autre méthode, plus élégante, consiste à utiliser les fonctions de Green. En effet, sous réserve de respecter certaines conditions sur les parties co-propagative $\tilde{A}_+(z, \omega)$ et contra-propagative $\tilde{A}_-(z, \omega)$ du champ, il est possible par l'intermédiaire de fonctions de Green de transformer l'équation (1.50) en un système d'équations du premier ordre (le lecteur pourra se reporter à la référence [26]). En négligeant le couplage avec l'onde contrapropagative, nous obtenons pour l'onde propagative :

$$\left[\frac{\partial}{\partial z} - ik(\omega) \right] \tilde{A}_+(z, \omega) = i \frac{1}{2k(\omega)} \frac{3\omega^2 \chi_{xxxx}^{(3)}}{4c^2 A_{eff}} \tilde{A}_+(z, \omega) \tilde{A}_+^*(z, \omega) \tilde{A}_+(z, \omega) \quad (1.52)$$

Nous pouvons alors écrire l'équation généralisée aux ordres supérieurs de dispersion, dans l'espace temporel :

$$\frac{\partial}{\partial z} A(z, t) - i \sum_{m=0}^{\infty} \frac{i^m \beta_m}{m!} \frac{\partial^m A(z, t)}{\partial t^m} + \frac{\alpha}{2} A(z, t) = i \frac{n_2 \omega}{c A_{eff}(\omega)} |A(z, t)|^2 A(z, t) \quad (1.53)$$

En définissant le paramètre non linéaire $\gamma(\omega)$, $\gamma(\omega) = \frac{n_2 \omega}{c A_{eff}}$, nous pouvons enfin réécrire l'équation de Schrödinger non-linéaire généralisée selon :

$$\frac{\partial A(z, t)}{\partial z} - i \sum_{m=0}^{\infty} \frac{i^m \beta_m}{m!} \frac{\partial^m A(z, t)}{\partial t^m} + \frac{\alpha}{2} A(z, t) = i \gamma(\omega) |A(z, t)|^2 A(z, t) \quad (1.54)$$

De la même manière que nous avons fait un développement de Taylor de $\beta(\omega)$, il est possible de faire la même chose pour le paramètre non-linéaire $\gamma(\omega)$ tel que :

$$\gamma(\omega) \equiv \sum_{h=0}^{\infty} \frac{1}{h!} \left(\frac{\partial^h \gamma(\omega)}{\partial \omega^h} \right)_{\omega=\omega_0} \quad (1.55)$$

L'équation d'évolution devient,

$$\frac{\partial A(z, t)}{\partial z} - i \sum_{m=0}^{\infty} \frac{i^m \beta_m}{m!} \frac{\partial^m A(z, t)}{\partial t^m} = i \sum_{h=0}^{\infty} \frac{1}{h!} \left(\frac{\partial^h \gamma(\omega)}{\partial \omega^h} \right)_{\omega=\omega_0} |A(z, t)|^2 A(z, t) \quad (1.56)$$

Il est usuel de s'affranchir du déplacement de la porteuse en posant $A(z, t) = \psi(z, T)e^{i\beta_0 z}$, et de donner l'équation dans le repère mobile se déplaçant à la vitesse de groupe de l'enveloppe v_g en effectuant le changement de variable suivant : $T = t - z/v_g = t - \beta_1 z$. La sommation sur les ordres de dispersion β_m se fait alors à partir de $m = 2$:

$$\frac{\partial \psi(z, T)}{\partial z} + \sum_{m \geq 2} \frac{i^{m-1} \beta_m}{m!} \frac{\partial^m \psi(z, T)}{\partial t^m} = i \sum_{h=0}^{\infty} \frac{1}{h!} \left(\frac{\partial^h \gamma(\omega)}{\partial \omega^h} \right)_{\omega=\omega_0} |\psi(z, T)|^2 \psi(z, T) \quad (1.57)$$

L'équation non-linéaire de Schrödinger est issue du développement au plus petit ordre de cette équation, en m et en h , et s'écrit lorsque les pertes sont négligées :

$$\frac{\partial \psi(z, T)}{\partial z} + i \frac{\beta_2}{2!} \frac{\partial^2 \psi(z, T)}{\partial T^2} = i \gamma |\psi|^2 \psi \quad (1.58)$$

où $\gamma = \gamma(\omega_0) = \frac{n_2 \omega_0}{c A_{eff}}$

1.6.2 Les différents régimes de propagation

Désormais, nous disposons de l'équation de Schrödinger non linéaire (1.58) et nous allons pouvoir étudier en détail les effets qui en découlent. Pour bien les identifier, nous allons les étudier séparément. Pour se faire, nous allons définir deux longueurs caractéristiques L_D et L_{NL} , respectivement longueur de dispersion et longueur non-linéaire. Ces longueurs sont définies comme étant les longueurs de fibres auxquelles il peut être estimé que les effets de dispersion (respectivement non-linéaires) ont un impact visible sur le champ.

Considérant une impulsion de largeur à mi-hauteur T_0 , et de puissance P_0 , nous pouvons normaliser le temps en posant $\tau = \frac{T}{T_0}$. De plus, en supposant que le champ s'écrive $\psi(z, t) = \sqrt{P_0} U(z, t)$, avec $U(z, t)$ une impulsion normalisée, alors (1.58) peut se réécrire :

$$\frac{\partial U(z, T)}{\partial z} + i \frac{\beta_2}{2T_0^2} \frac{\partial^2 U(z, T)}{\partial \tau^2} = i \gamma P_0 |U|^2 U \quad (1.59)$$

ou encore

$$\frac{\partial U(z, T)}{\partial z} + i \frac{\text{sign}(\beta_2)}{L_D} \frac{\partial^2 U(z, T)}{\partial \tau^2} = i \frac{1}{L_{NL}} |U|^2 U \quad (1.60)$$

en posant $L_D = \frac{T_0^2}{|\beta_2|}$ et $L_{NL} = \frac{1}{\gamma P_0}$.

Il est alors possible de déduire deux régimes extrêmes et un régime intermédiaire :

- $L_{NL} \gg L_D$, alors l'évolution de l'impulsion est gouvernée par les effets de dispersion, laissant un rôle mineur aux effets non-linéaires. Si la longueur de fibre $L \approx L_D$, alors le terme non linéaire de l'équation de Schrödinger peut être négligé.
- $L_{NL} \ll L_D$, est le régime opposé au précédent, avec une évolution gouvernée par les effets non-linéaires. C'est le régime pour lequel se produit, entre autres, l'automodulation de phase.
- $L_{NL} \approx L_D$, régime pour lequel les deux effets agissent simultanément sur le champ. En régime de dispersion anormal, cette interaction peut conduire à la formation de solitons optiques. En régime de dispersion normal, il est possible par exemple d'effectuer de la compression temporelle.

Remarquons que lorsque les ordres supérieurs de dispersion β_3, β_4 sont pris en compte, il est possible de définir des longueurs auxquelles les ordres 3 et 4 de dispersion ont un effet notable par $L_{D3} = \frac{T_0^3}{|\beta_3|}$ et $L_{D4} = \frac{T_0^4}{|\beta_4|}$.

Étudions maintenant quelques cas particuliers possibles parmi ces régimes. Les phénomènes qui seront évoqués sont ceux qui seront utiles à ce manuscrit, pour sa bonne compréhension.

1.7 Effets paramétriques, mélange à quatre ondes

Lorsque quatre ondes de fréquences $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ et ω_4 se propagent dans un milieu Kerr, elles peuvent interagir pour créer de nouvelles fréquences. Prenons l'exemple de quatre ondes continues exprimées $E_k = A_k e^{j(\beta_k z - \omega_k t)}$, avec $k = 1..4$, comme nous l'avons vu précédemment, la polarisation non-linéaire qui se crée dans la fibre s'exprime en fonction du tenseur $\chi^{(3)}$:

$$P_{NL} = \epsilon_0 \chi^{(3)} : E E E \quad (1.61)$$

E étant la somme des quatre champs et de leurs complexes conjugués (c.c), nous obtenons toutes les combinaisons possibles de trois termes de type $E_l E_m^* E_n, E_l^* E_m E_n^*$, ou encore $E_l E_m E_n$.

La somme totale $P_{NL}(\omega_1) + P_{NL}(\omega_2) + P_{NL}(\omega_3) + P_{NL}(\omega_4)$ est constituée de 512 termes puisqu'elle est le produit $(E_1 + E_2 + E_3 + E_4 + c.c)^3$.

Si l'on exprime la polarisation créée à la fréquence ω_4 : $P_{NL}(\omega_4) = P_4 e^{j(\beta_4 z - \omega_4 t)}$

$$P_4 = \frac{3\epsilon_0}{4} \chi_{xxxx}^{(3)} \left[(|A_4|^2 + 2(|A_1|^2 + |A_2|^2 + |A_3|)^2) A_4 + 2A_1 A_2 A_3 e^{j\theta_+} + 2A_1 A_2 A_3^* e^{j\theta_-} + \dots \right] \quad (1.62)$$

avec

$$\theta_+ = (\beta(\omega_1) + \beta(\omega_2) + \beta(\omega_3) - \beta(\omega_4))z - (\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 - \omega_4)t \quad (1.63)$$

$$\theta_- = (\beta(\omega_1) + \beta(\omega_2) - \beta(\omega_3) - \beta(\omega_4))z - (\omega_1 + \omega_2 - \omega_3 - \omega_4)t \quad (1.64)$$

Le terme $|A_4|^2 A_4$ est appelé terme *d'automodulation* ((SPM) pour Self Phase Modulation en anglais), la somme $2(|A_1|^2 + |A_2|^2 + |A_3|)^2 A_4$ est appelée *modulation de phase croisée* ((XPM) pour Cross Phase Modulation en anglais).

Les équations (1.63) et (1.64) expriment le désaccord de phase entre A_4 et P_4 . Décomposons ces équations :

- l'équation (1.63) traduit la conversion de trois photons en un seul $\omega_4 = \omega_1 + \omega_2 + \omega_3$. Si $(\omega_1 = \omega_2 = \omega_3)$ on parle de génération de troisième harmonique.
- l'équation (1.64) traduit l'annihilation de deux photons de pompe pour la génération de deux autres photons tels que $\omega_1 + \omega_2 = \omega_3 + \omega_4$. L'onde de plus basse fréquence $\omega_4 = \omega_s < (\omega_1 + \omega_2)/2$ est appelée onde *Stokes*. Celle de plus haute fréquence, telle que $\omega_3 = \omega_{as} > (\omega_1 + \omega_2)/2$ est appelée onde *anti-Stokes*.
- Si l'accord (1.64) présente une dégénérescence ($\omega_1 = \omega_2$), alors la condition $2\beta(\omega_1) = \beta(\omega_3) + \beta(\omega_4)$ est réalisable plus facilement et conduit à des bandes latérales autour de ω_1 .

Champ composé de deux ondes. Lorsque deux ondes de fréquences ω_1 et ω_2 se propagent dans un milieu Kerr, elles peuvent interagir pour créer de nouvelles fréquences. Prenons cette fois l'exemple de deux ondes continues $E(\omega_1) = E_1 e^{i(\beta(\omega_1)z - \omega_1 t)}$ et $E(\omega_2) = E_2 e^{i(\beta(\omega_2)z - \omega_2 t)}$, comme nous l'avons vu précédemment, la polarisation non linéaire qui se crée dans la fibre s'exprime en fonction de $E_{tot} =$

$E(\omega_1) + E(\omega_2) + c.c :$

$$P_{NL} = \frac{3\epsilon_0}{4}\chi^{(3)}|E_{tot}|^2E_{tot} \quad (1.65)$$

Si l'on remplace E_{tot} , nous obtenons toutes les combinaisons possibles suivantes :

$$P_{NL} = 2n_L n_{2,I} \left[(|E(\omega_1)|^2 + 2|E(\omega_2)|^2)E(\omega_1) + (|E(\omega_2)|^2 + 2|E(\omega_1)|^2)E(\omega_2) + E^2(\omega_1)E^*(\omega_2) + E^2(\omega_2)E^*(\omega_1) \right] \quad (1.66)$$

qui s'écrit encore, si l'on développe les termes exponentiels :

$$P_{NL} = 2n_L n_{2,I} \left[(|E_1|^2 + 2|E_2|^2)E_1 e^{i(\beta(\omega_1)z - \omega_1 t)} + (|E_2|^2 + 2|E_1|^2)E_2 e^{i(\beta(\omega_2)z - \omega_2 t)} + E_1^2 e^{i(2\beta(\omega_1)z - 2\omega_1 t)} E_2 e^{-i(\beta(\omega_2)z - \omega_2 t)} + E_2^2 e^{i(2\beta(\omega_2)z - 2\omega_2 t)} E_1 e^{-i(\beta(\omega_1)z - \omega_1 t)} \right] \quad (1.67)$$

Les deux premiers termes de cette équation font référence à la réponse du matériau à l'excitation aux fréquences ω_1 et ω_2 par le champ total et induisent une polarisation non-linéaire $P_{NL}(\omega_1)$ et $P_{NL}(\omega_2)$. Le premier terme est le terme *d'automodulation*, et le second terme est la *modulation de phase croisée*. Les termes qui succèdent génèrent de nouvelles fréquences $\omega_s = 2\omega_1 - \omega_2$ et $\omega_{as} = 2\omega_2 - \omega_1$ (respectivement onde Stokes et anti-Stokes). Ils correspondent aux termes de mélange à quatre ondes.

Les conditions :

$$\omega_s = 2\omega_1 - \omega_2, \quad \omega_{as} = 2\omega_2 - \omega_1, \quad \beta(\omega_s) = 2\beta(\omega_1) - \beta(\omega_2), \quad \beta(\omega_{as}) = 2\beta(\omega_2) - \beta(\omega_1) \quad (1.68)$$

sont appelées les conditions d'*accord de phase*.

Dans ces deux exemples, nous pouvons observer que les fréquences générées par le mélange à quatre ondes ne sont pas anodines et sont régies par les conditions d'accord de phase.

1.8 Instabilité modulationnelle scalaire

Dans les fibres optiques, l'instabilité modulationnelle se produit lors de la propagation d'un champ optique continu (ou quasi-continu) au sein d'une fibre optique dans le régime de dispersion anormale ($\beta_2 < 0$, ou $D > 0$) [27]. En pratique, une onde parfaitement continue est difficilement réalisable, et l'émission d'un laser de ce type présente inévitablement de petites variations, qui 'modulent' légèrement le signal émis. Initialement, le spectre est usuellement modélisé par un pic de Dirac sur et autour duquel est superposé un bruit blanc. Lors de la propagation de ce champ dans une fibre optique en régime de dispersion anormale, l'effet combiné de la dispersion anormale et de l'effet non-linéaire Kerr va créer deux bandes de gain de part et d'autre de la longueur d'onde optique injectée, ce qui conduit à l'élargissement du spectre initial. Le gain dû à l'instabilité modulationnelle peut être quantifié selon l'écart entre la longueur d'onde de la pompe et la longueur d'onde considérée. Pour cela, il est nécessaire d'effectuer une analyse de stabilité linéaire de l'équation de Schrödinger non-linéaire suivante :

$$i \frac{\partial A}{\partial z} = \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} - \gamma |A|^2 A \quad (1.69)$$

En posant comme solution : $A = (\sqrt{P_0} + a) \exp(i\phi_{NL})$ avec a une petite perturbation, nous obtenons l'équation régissant cette perturbation :

$$i \frac{\partial a}{\partial z} = \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 a}{\partial t^2} - \gamma P_0 (a + a^*) \quad (1.70)$$

En choisissant une solution de type exponentielle dépendante de z et de T : $a(z, T) = a_1 \exp[i(Kz - \Omega T)] + a_2 \exp[i(Kz - \Omega T)]$ et par remplacement de cette solution dans l'équation (1.70), nous déduisons :

$$K = \pm \frac{1}{2} |\beta_2 \Omega| [\Omega^2 + \text{sgn}(\beta_2) \Omega_c^2]^{\frac{1}{2}} \quad (1.71)$$

$$\Omega_c^2 = \frac{4\gamma P_0}{|\beta_2|} = \frac{4}{|\beta_2| L_{NL}} \quad (1.72)$$

Le gain est proportionnel à la partie imaginaire de K (car $a = a_1 \exp(iKz \dots)$) où $g(\Omega) = 2\text{Im}(K) = 4\pi^2 |\beta_2 \Omega| \sqrt{\Omega_c^2 - \Omega^2}$. Quelques exemples sont reportés figure 1.6 où l'on constate que la fréquence à laquelle le gain est maximum varie en fonction de la puissance. Le calcul de la dérivée de $g(\Omega)$ donne un gain maximum g_{max} pour une pulsation Ω_{max} comme suit :

$$g_{max} = \frac{1}{2} |\beta_2| \Omega_c^2 = 2\gamma P_0 \quad (1.73)$$

$$\Omega_{max} = \pm \frac{\Omega_c}{\sqrt{2}} = \pm \left(\frac{2\gamma P_0}{|\beta_2|} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (1.74)$$

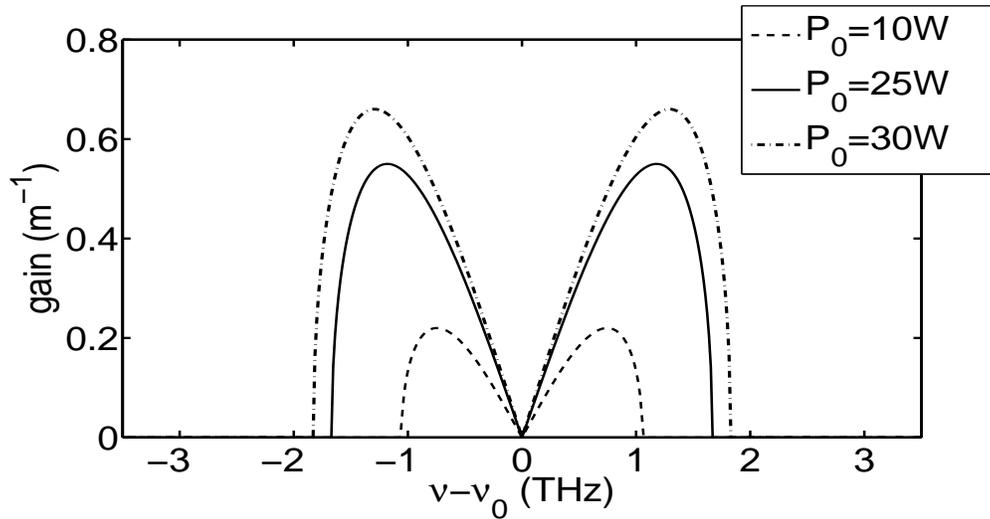


FIG. 1.6 – Courbe de Gain d'instabilité modulationnelle pour 3 puissances différentes : 10 W, 25 W, 30 W, pour une fibre ayant un coefficient non-linéaire $\gamma = 11 W^{-1}.km^{-1}$ et une valeur de dispersion à 1550 nm $\beta_2 = -10 ps^2.km$

1.9 Terme non-linéaire retardé : l'effet Raman

1.9.1 Diffusion Raman stimulée

L'effet Raman [28] est une interaction non-linéaire entre la lumière et les modes de vibration du matériau dans lequel elle se propage. Cette fois, nous n'allons plus nous intéresser aux électrons, mais aux molécules. Pour mieux comprendre ce phénomène, il est possible par exemple d'utiliser la vision qu'emploie Boyd dans son ouvrage d'optique non-linéaire [25]. Cette approche revient à considérer les molécules du milieu comme des oscillateurs mécaniques de fréquence de résonance ω_V . Sur le schéma 1.7, est représenté l'effet de l'excitation du milieu par l'onde de pompe à la pulsation ω_L . En sortie du milieu, nous obtenons l'onde de pompe, mais également des bandes latérales. Celles-ci résultent de la modulation à ω_V de l'indice de réfraction du matériau par les vibrations moléculaires. L'onde à la pulsation $\omega_S = \omega_L - \omega_V$ porte le nom d'onde Stokes et celle à $\omega_A = \omega_L + \omega_V$ celui d'anti-Stokes.

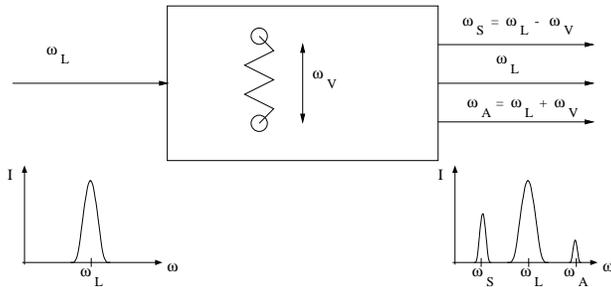
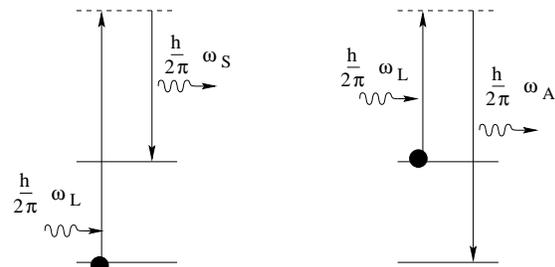


FIG. 1.7 – Schéma simplifié de la diffusion Raman spontanée, modulation de l'onde de pompe par les vibrations moléculaires.



Génération de l'onde Stokes

Génération de l'onde anti-Stokes

FIG. 1.8 – Vision quantique de la génération des ondes Stokes et anti-Stokes

Il est courant également d'adopter un point de vue quantique pour décrire l'effet Raman. Comme l'indique la figure 1.8, les niveaux représentés en traits pleins sont les niveaux énergétiques de vibration de la molécule. Le niveau le plus bas symbolise l'état fondamental et le plus haut le premier état de vibration excité. Le trait en pointillé symbolise un niveau virtuel, n'ayant pas de réalité physique, qui est placé afin de faciliter la compréhension. De ce point de vue, il est possible de caractériser l'effet Raman donnant lieu à la génération de l'onde Stokes comme l'annihilation d'un photon de pompe à la pulsation ω_L , puis une création d'un photon Stokes à la pulsation ω_S et d'un phonon optique. De même dans le processus anti-Stokes, pour une molécule dans son premier état vibrationnel excité, l'annihilation d'un photon de pompe conduit à la réémission d'un photon à la pulsation ω_A .

Lorsque le rayonnement de pompe est suffisamment intense, le processus anti-Stokes devient négligeable et une partie importante de la lumière est convertie autour de la fréquence Stokes. Il s'agit alors de diffusion Raman stimulée.

Afin d'obtenir une radiation Stokes comparable à l'amplitude de l'onde de pompe, il est nécessaire d'avoir un laser de pompe (ω_L) d'intensité importante. Pour atteindre et dépasser cette barrière énergétique, un laser pulsé peut être utilisé, délivrant des impulsions de puissances crêtes très importantes.

Un autre moyen de baisser l'intensité de pompe nécessaire pour obtenir l'effet Raman stimulé est d'augmenter la longueur de propagation ou encore de parcourir plusieurs fois le milieu. Il est possible,

en créant une cavité aux extrémités de laquelle une grande partie de l'onde Stokes est réfléchiée par des miroirs, de diminuer la puissance de pompe à partir de laquelle l'onde Stokes est significative. Dans ce cas, l'utilisation d'impulsions n'est plus nécessaire et un laser de pompe émettant un rayonnement continu est envisageable. Une configuration de laser en anneau, où la fibre est bouclée sur elle-même, présente le même avantage. Ce type de dispositif sera étudié en détail au chapitre 3.

D'un point de vue mathématique, la polarisation non-linéaire résultante de l'effet Raman vient s'ajouter à la polarisation non-linéaire Kerr :

$$P_{NL}(z, t) = 2\epsilon_0 n_2 n_L(\omega) E(z, t) \left[(1 - f_R) |E|^2 + f_R \int_{-\infty}^{+\infty} h_R(t') |E(z, t - t')|^2 dt' \right] \quad (1.75)$$

Dans cette équation, le terme f_R représente la fraction de la réponse Raman qui contribue aux effets non-linéaires, la valeur couramment utilisée est $f_R = 0.18$. $h_R(t)$ est appelée *réponse Raman retardée*. La forme mesurée et la courbe mathématique de cette réponse seront détaillées dans la section suivante. Cette équation s'exprime pour la variable enveloppe $\psi(z, t)$:

$$P_{NL}(z, t) = 2\epsilon_0 n_2 n_L(\omega) \psi(z, t) \left[(1 - f_R) |\psi(z, t)|^2 + f_R \int_{-\infty}^{+\infty} h_R(t') |\psi(z, t - t')|^2 dt' \right]. \quad (1.76)$$

1.9.2 Courbe de gain Raman

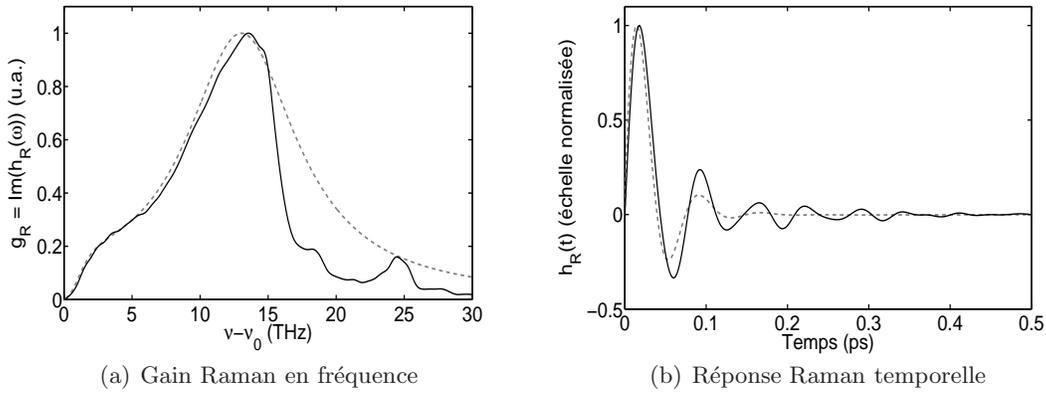


FIG. 1.9 – Courbes expérimentales (trait plein) et théorique (trait pointillé) (a) : de la réponse Raman en gain en fonction de l'écart à la fréquence de pompe, un accord qualitatif sur le pic à $13.2 THz$ est visible, ainsi que la reproduction du pic de bosons à faible écart de fréquence. (b) Réponse temporelle non-instantanée.

La figure 1.9(a) représente le spectre du gain Raman $g_R(\nu - \nu_0)$ pour une fibre standard en silice, où $\nu - \nu_0$ est l'écart à la fréquence d'excitation. Nous pouvons constater que cette courbe est large (environ $40 THz$) et présente un maximum autour de $13.2 THz$.

Qualitativement, cette forme a été approximée par l'équation suivante :

$$h_R(t) = \frac{\tau_1^2 + \tau_2^2}{\tau_1 \tau_2^2} \exp\left[\frac{-t}{\tau_2}\right] \sin\left[\frac{t}{\tau_1}\right] \quad (1.77)$$

Récemment, Lin et Agrawal [29] ont amélioré cette équation en introduisant un terme permettant de reproduire le pic de bosons à faible écart de fréquence par le biais de l'équation suivante :

$$h_R(t) = (f_a + f_c) \frac{\tau_1^2 + \tau_2^2}{\tau_1 \tau_2^2} \exp\left[\frac{-t}{\tau_2}\right] \sin\left[\frac{t}{\tau_1}\right] + f_b \frac{2\tau_b - t}{\tau_b^2} \exp\left[\frac{-t}{\tau_b}\right] \quad (1.78)$$

avec les valeurs suivantes pour les constantes :

$$\tau_1 = 12.2 \text{ fs}, \quad \tau_2 = 32 \text{ fs}, \quad \tau_b = 96 \text{ fs}, \quad f_a = 0.75, \quad f_b = 0.21, \quad f_a + f_b + f_c = 1. \quad (1.79)$$

L'équation (1.79) reproduit correctement le gain Raman sur la plage de fréquence [0 15 THz], où se trouve le pic de bosons, comme il est possible de le voir sur la figure 1.9(a). Cette formulation plus juste de l'effet Raman a permis à Lin et Agrawal d'obtenir de meilleurs accords entre les résultats théoriques et expérimentaux [29].

1.9.3 Effet Raman intrapulse

L'effet Raman intrapulse a été observé pour la première fois en 1986 par Mitschke et Mollenauer [30], interprété théoriquement par Gordon la même année [31] et repris plus en détail par Santhanam et Agrawal [32]. Comme son nom l'indique, c'est un phénomène qui se produit au sein d'une seule et unique impulsion. Il est la conséquence de la réponse Raman non-instantanée du matériau. Dans l'espace des fréquences, un glissement en fréquence du spectre de l'impulsion est observable. En effet, les hautes fréquences de l'impulsion vont transférer de manière continue leur énergie aux basses fréquences de cette même impulsion. Afin de mieux observer l'impact de ce phénomène, nous allons réduire le nombre de termes de l'équation de Schrödinger non-linéaire et ne garder que les termes significatifs pour comprendre et visualiser cet effet.

L'équation de Schrödinger va alors s'écrire, en tenant compte de l'expression (1.76) :

$$\frac{\partial A(z, t)}{\partial z} = -\frac{i\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A(z, t)}{\partial t^2} + i\gamma \left(A(z, t) \int_{-\infty}^{+\infty} R(t') |A(z, t - t')|^2 dt' \right) \quad (1.80)$$

où l'effet Kerr est négligé en prenant $R(t) = f_R h_R(t)$. Nous avons reporté sur la figure 1.10 l'évolution du spectre d'une impulsion solitonique de faible durée temporelle (60fs) au cours de sa propagation dans une fibre optique ayant des caractéristiques standard.

Sur 3 m de propagation, l'impulsion subit un décalage d'une dizaine de TeraHertz.

1.9.4 Equation non-linéaire de Schrödinger généralisée

Avant d'exposer la méthode d'intégration numérique de l'équation de propagation, il semble important de l'exposer dans une section dédiée, afin de synthétiser tout ce qui a été écrit auparavant. L'équation généralisée, qui inclut les termes supérieurs de dispersion, ainsi que les deux premiers termes du développement de l'effet Kerr et l'effet Raman s'écrit de la manière suivante :

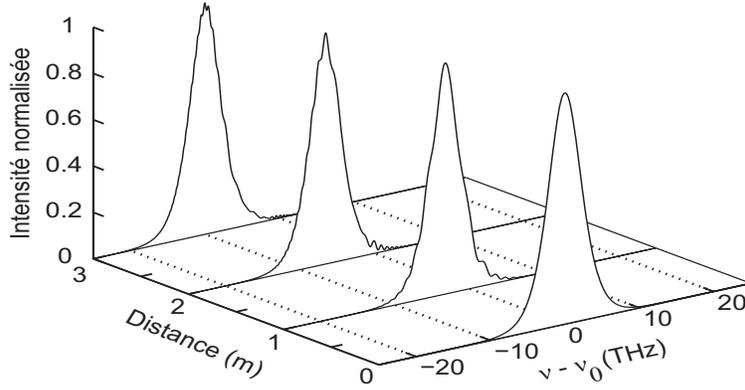


FIG. 1.10 – Schéma du décalage en fréquence d'une impulsion par effet Raman intrapulse

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z} A(z, T) - i \sum_{m \geq 2} \frac{i^m \beta_m}{m!} \frac{\partial^m A(z, T)}{\partial t^m} \\ = i\gamma(\omega_0) \left(1 + i\tau_{shock} \frac{\partial}{\partial T} \right) \left(A(z, T) \left[(1 - f_R) |A(z, t)|^2 + f_R \int_{-\infty}^{+\infty} h_R(t') |A(z, t - t')|^2 dt' \right] \right) \end{aligned} \quad (1.81)$$

τ_{shock} est usuellement approximé [18] par $\tau_{shock} = 1/\omega_0$ lorsque la dépendance en fréquence de l'aire effective $\left\{ \frac{\partial}{\partial \omega} [\ln(A_{eff}(\omega))] \right\}_{\omega=\omega_0}$ est négligée. Ce terme de choc optique, encore appelé terme d'"auto-raïdissement", est l'analogue de la brisure des vagues en hydrodynamique car il conduit à une raideur de plus en plus importante du front descendant de l'impulsion. Cet effet de choc optique sera étudié plus en détail dans le cadre de la génération de supercontinua au chapitre 5.6.

1.9.5 Méthode d'intégration numérique

Afin de résoudre ce type d'équation, il est courant d'utiliser des méthodes pseudo-spectrales. De manière générale, cela consiste à effectuer une partie du calcul dans l'espace direct et une autre partie dans l'espace réciproque (obtenu par la transformée de Fourier). Cette méthode est un outil puissant pour simuler sur ordinateur la propagation du champ optique dans les fibres. Une grande partie des calculs présentés dans ce manuscrit a été effectuée en utilisant *Matlab* et un ordinateur de bureau, alors que les programmes nécessitant de longs temps de calcul ont été exécutés sur le centre de calcul de l'Université de Bourgogne. L'idée générale de l'algorithme de Fourier à pas divisés que nous avons utilisé est de décomposer la propagation de l'onde en faisant l'hypothèse que sur chaque tronçon de longueur infinitésimale dz , agissent alternativement les effets linéaires puis non-linéaires. L'équation de Schrödinger non-linéaire peut en effet être écrite sous la forme :

$$\frac{\partial \psi(z, t)}{\partial z} = (\hat{D} + \hat{N})\psi \quad (1.82)$$

où

$$\widehat{D}(\omega) = k(\omega) \tag{1.83}$$

$$\widehat{N}(t) = i\gamma\left(1 + i\tau_{shock}\frac{\partial}{\partial T}\right)\left[(1 - f_R)|\psi|^2 + f_R TF^{-1}\left[TF(|\psi|^2).TF(h_R(t))\right]\right]. \tag{1.84}$$

L'opérateur dispersif \widehat{D} est exprimé dans l'espace de Fourier, il correspond à la multiplication du champ par la relation de dispersion $k(\omega) = \sum_{m=2}^{\infty} \beta_m \omega^m$. Rappelons que les β_m sont les coefficients de dispersion d'ordre m exprimés à la longueur d'onde de la pompe et ω est la différence de fréquence à la porteuse ω_0 . L'opérateur non-linéaire \widehat{N} est exprimé dans l'espace temporel, toutefois un passage dans l'espace de Fourier associé est effectué afin de réaliser le produit simple entre l'intensité du champ et la réponse Raman en fréquence. En effet, le produit simple fréquentiel est plus facile à réaliser que le produit de convolution temporel. La notation $TF()$ (respectivement $TF^{-1}()$), indique la transformation de Fourier (resp. inverse) permettant de passer de l'espace temporel à l'espace des fréquences (et inversement).

Pour chaque avancée infinitésimale dz , le champ s'écrit :

$$\psi(z + h, t) = e^{(\widehat{N}dz)} e^{(\widehat{D}dz)} \psi(z, t) \tag{1.85}$$

La méthode split-step Fourier suppose que dans un premier temps l'opérateur de dispersion agit seul $\widehat{N} = 0$, puis l'opérateur non-linéaire $\widehat{D} = 0$.

Ceci est la méthode la plus utilisée, toutefois il en existe des variantes. En premier lieu, et afin d'obtenir une meilleure convergence du résultat, au lieu de commencer par un pas dispersif et finir le calcul par un pas non-linéaire, il est facilement démontrable que débiter le calcul par un demi pas dispersif, alterner ensuite pas non-linéaire et dispersif et finir par un pas non-linéaire et un demi pas dispersif améliore l'ordre de la méthode [18] (qui passe alors de 1 à 2). Cette méthode est appelée split-step symétrisé [33]. De nombreux mathématiciens et physiciens ont quantifié les erreurs des différentes méthodes d'intégration et ont ainsi amélioré les algorithmes d'intégration [34].

Pour avoir une meilleure convergence de l'algorithme, nous avons choisi d'intégrer le terme non-linéaire par une méthode de Runge et Kutta d'ordre 4 à pas constants.

Conclusions du chapitre 1

Nous avons vu dans ce chapitre différents effets significatifs qui apparaissent couramment lors de la propagation d'onde dans les fibres optiques. La compréhension de ces phénomènes a ensuite été complétée par la dérivation de l'équation de Schrödinger non-linéaire à partir des équations de Maxwell. En effet, si tous les points de détails de calculs n'ont pas été évoqués, l'origine des effets linéaires et non-linéaires en terme de susceptibilité, de polarisation, et de vibration moléculaire a été rappelée.

Les équations et la méthode de résolution pseudo-spectrale à pas divisés présentées dans ce premier chapitre sont celles qui vont être utilisées dans la suite de ce manuscrit.

Conversion de fréquences large bande
par instabilité modulationnelle et effet
Raman intrapulse dans une fibre

La génération de nouvelles fréquences dans le domaine de longueurs d'onde entre $1.6\ \mu\text{m}$ et $1.7\ \mu\text{m}$ est intéressante pour nombre d'applications. Dans ce contexte, à partir de sources utilisées pour des applications de télécommunication émettant vers $1.5\ \mu\text{m}$, plusieurs dispositifs basés sur des effets non-linéaires ayant lieu dans les fibres optiques ont été utilisés, tels que la conversion par mélange à quatre ondes [35], l'effet Raman cascadié [36], ou encore la découpe spectrale au sein de supercontinuum [37]. Cependant, ces diverses approches présentent des inconvénients ; en effet, dans le premier cas, l'énergie de pompe est également transférée dans les composantes de fréquences plus basses et plus élevées, diminuant l'efficacité du décalage. En ce qui concerne l'utilisation de l'effet Raman, celui-ci restreint la conversion d'énergie à des fréquences éloignées les unes des autres de $13.2\ \text{THz}$, du fait du gain fixe de ce processus, ce qui n'offre pas une grande accordabilité des fréquences accessibles. Enfin, l'inconvénient du découpage spectral des supercontinua réside dans la faible densité d'énergie par bande de fréquence, du fait que le supercontinuum se répartit sur une large bande spectrale avant d'être filtré.

2.1 Principe de l'expérience

Une solution attrayante et flexible pour réaliser un décalage en fréquence est l'utilisation de l'effet Raman intrapulse, qui, comme nous l'avons vu, permet un déplacement continu de la fréquence centrale du soliton vers les basses fréquences. Pourtant, cet effet nécessite de se placer en régime impulsionnel, or, notre but est ici de réaliser une source continue décalée en longueur d'onde. Pour contourner l'inconvénient qu'est la nécessité du régime impulsionnel, nous avons utilisé deux approches pour transformer deux ondes continues en un train d'impulsions. La première méthode met en oeuvre l'instabilité modulationnelle induite [38] (dans le régime de dispersion anormale de la fibre), la majeure partie de l'énergie injectée dans la fibre se trouve sur une onde pompe continue, alors que le reste de l'énergie est apporté par une seconde onde continue de faible puissance mais judicieusement placée fréquentiellement, proche de la longueur d'onde où le gain de l'instabilité modulationnelle est maximal. Un peigne de fréquences est alors formé dans le domaine spectral. La seconde approche consiste en la compression d'un battement sinusoïdal en un train d'impulsions gaussiennes en limite de Fourier [39][40] : pour cette technique, l'énergie est initialement également divisée entre deux longueurs d'onde. Les harmoniques se développent par effet de mélange à quatre ondes multiple.

Lorsque le train d'impulsions ultra-courtes est réalisé, il va alors être sujet au décalage intrapulse Raman. Pour les deux approches, nous avons obtenu en sortie de fibre un peigne de fréquences dont la longueur d'onde centrale est décalée vers les hautes longueurs d'onde. Par filtrage d'une raie intense, il est alors possible d'obtenir une source continue ou quasi continue décalée en longueur d'onde.

2.2 Dispositifs expérimentaux et résultats obtenus

L'idée de combiner le phénomène d'instabilité modulationnelle au décalage Raman intrapulse a été proposée via une étude numérique menée en 1990 par Mamyshev [41], dont le but était de filtrer les piédestaux d'impulsions ultracourtes. Cependant, aucune étude expérimentale n'avait été menée.

Génération initiée par instabilité modulationnelle : Comme nous l'avons exposé, l'effet d'instabilité modulationnelle induite peut nous permettre de générer un peigne de fréquences et un train d'impulsions ultracourtes dans l'espace temporel. Le dispositif expérimental est exposé figure 2.1.

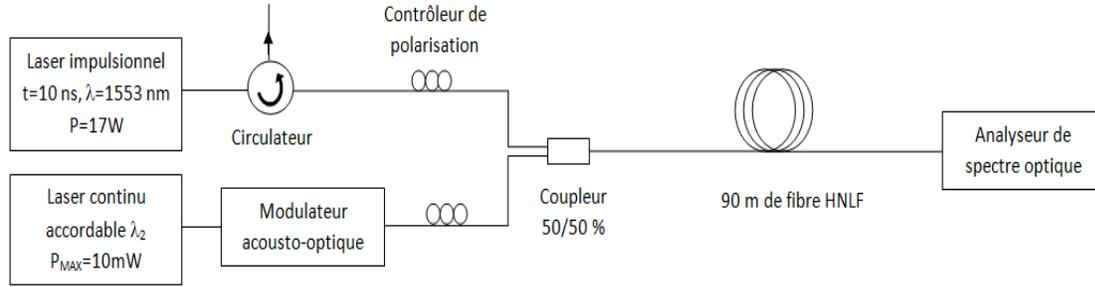
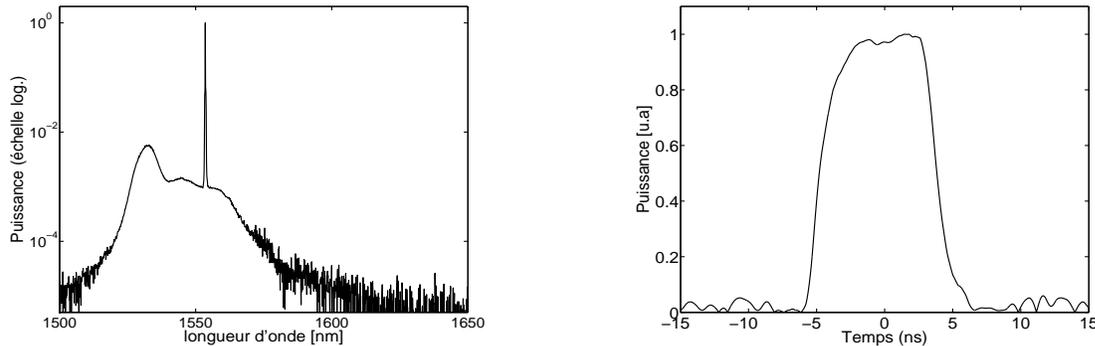


FIG. 2.1 – Schéma du dispositif expérimental mis en oeuvre.



(a) Spectre de la source impulsionnelle Keopsys enregistré par un analyseur de spectre optique.

(b) Forme de l'impulsion temporelle enregistrée par une photodiode rapide et un oscilloscope.

FIG. 2.2 – Caractéristiques de la source impulsionnelle intense utilisée pour l'expérience d'instabilité modulationnelle.

Une source d'impulsions longues (10 ns) émettant autour de 1553 nm est utilisée comme onde pompe. Le spectre de cette source impulsionnelle est exposé en figure 2.2(a) et l'allure des impulsions est reportée en figure 2.2(b), celle-ci est proche d'une fonction supergaussienne temporelle. Cette source impulsionnelle doit sa forte puissance à l'utilisation d'un amplificateur Erbium, dont la signature, identique à celle reportée en figure 2.5, est observable sur le spectre 2.2(a). Un circulateur est placé en sortie de cette source pour éviter toute réinjection parasite qui pourrait perturber le laser. Un petit signal émis par une source continue est positionné très proche de la fréquence pour laquelle le gain par instabilité modulationnelle est maximum (se référer à la section 1.8), et induit ainsi l'instabilité modulationnelle. Le modulateur acousto-optique est synchronisé sur la cadence du laser impulsionnel. Ainsi les deux ondes initiales sont présentes simultanément et peuvent interagir. L'efficacité de cette interaction est assurée par l'ajout de deux contrôleurs de polarisation sur les bras d'entrée du coupleur 50 : 50%, afin d'avoir un bon recouvrement entre les états de polarisation. Lors du recueil de l'information par l'analyseur de spectre optique, celui-ci est synchronisé avec le reste du dispositif et ne fait son acquisition que

lorsque le signal est présent, afin de minimiser l'influence du bruit. La fibre dans laquelle est injecté le signal est une fibre hautement non-linéaire (HNLF) dont les caractéristiques sont : un coefficient non linéaire $\gamma = 11.10^{-3} W^{-1}.m^{-1}$, une dispersion $\beta_2 = -8.79.10^{-4} ps^2.m^{-1}$ ($D = 0.69 ps/nm/km$), et $\beta_3 = 1.31.10^{-5} ps^3.m^{-1}$ ($dD = 0.0072 ps/nm^2/km$) à $1550 nm$, sa longueur est de 90 mètres. La fibre présente des pertes linéiques estimées à $0.7 dB/km$.

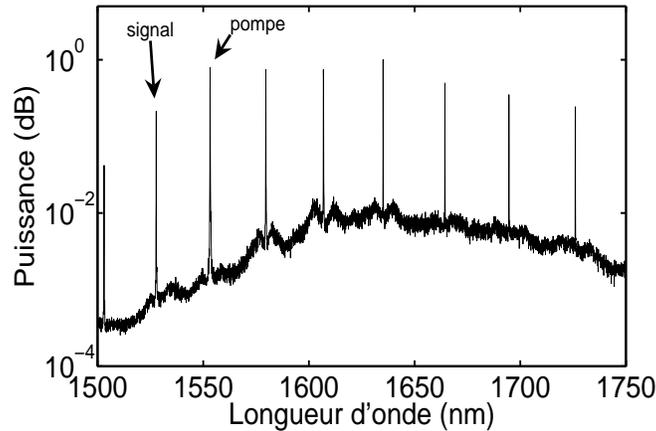


FIG. 2.3 – Résultat expérimental de décalage obtenu à partir de l'instabilité modulationnelle induite et de l'auto-décalage Raman. Les positions de l'onde pompe et de l'onde signal sont repérées par des flèches.

Le résultat d'une expérience est reporté en figure 2.3, l'onde permettant d'induire l'instabilité modulationnelle est issue de la diode laser accordable émettant à $1527.75 nm$. Le spectre final présente neuf harmoniques, espacés les uns des autres de $3.2 THz$. Un écart aussi important entre les harmoniques permettra un filtrage aisé de l'un d'entre eux, grâce à un filtre accordable. Le rapport signal sur bruit entre les harmoniques et le niveau de bruit environnant est mesuré à l'analyseur de spectre optique comme étant voisin de $17 dB$.

Remarquons qu'il y a peu d'harmoniques anti-Stokes aux basses longueurs d'onde du spectre. En effet, le décalage Raman unilatéral va favoriser uniquement les hautes longueurs d'onde. Enfin, il est à noter également que l'intensité des premiers harmoniques est supérieure ou égale à celle de la pompe, ce qui confirme le transfert d'énergie vers les hautes longueurs d'onde.

Génération initiée par amplification de battement sinusoïdal Le dispositif que nous avons mis en place pour générer un peigne de fréquences à partir d'un battement sinusoïdal est présenté en figure 2.4.

Ce dispositif est composé de deux diodes laser continues de faibles puissances et de fines largeurs spectrales. Elles sont associées par l'intermédiaire d'un coupleur 50 : 50 %. Le modulateur de phase permet de s'affranchir de l'effet Brillouin qui intervient lorsque la largeur fréquentielle du spectre du rayonnement est inférieure à environ $15 MHz$. Le passage par cet élément élargit les spectres des rayonnements continus et rend l'effet Brillouin négligeable.

Un modulateur acousto-optique a ensuite été placé afin d'obtenir un rayonnement de forme créneau avec un temps haut de 200 à 500 nanosecondes sur une période choisie entre 1000 et 2000 ns. En effet,

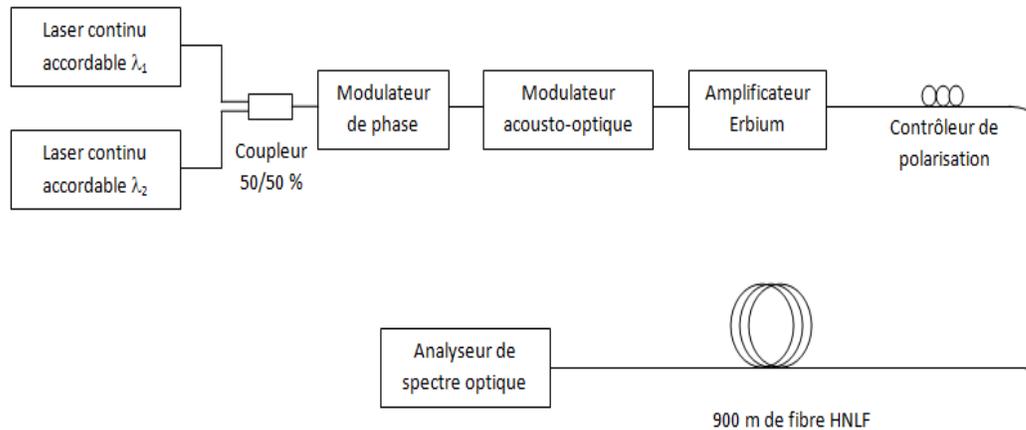


FIG. 2.4 – Schéma du dispositif expérimental mis en oeuvre.

l'amplificateur Erbium permet d'obtenir une puissance moyenne allant jusque 1 W . En modulant le signal à l'entrée de l'amplificateur, nous avons pu obtenir en sortie de celui-ci une puissance crête sur le temps haut du créneau pouvant aller jusqu'à environ 4 W . Le spectre d'émission spontanée de l'amplificateur est reporté en figure 2.5.

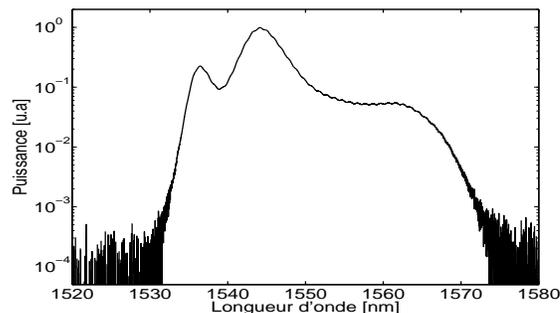


FIG. 2.5 – Spectre de l'émission spontanée de l'amplificateur Erbium utilisé pour amplifier les ondes pompes.

La fibre dans laquelle est injecté le signal est identique à celle utilisée précédemment, mais cette fois sa longueur est de 900 mètres car les puissances mise en jeu sont moins importantes que dans le cas précédent et la longueur non-linéaire sera plus importante (on rappelle que la longueur non-linéaire est la longueur à laquelle les effets non-linéaires ont un effet notable sur le champ).

En sortie de la fibre, nous avons recueilli les spectres du champ grâce à un analyseur de spectre optique dont l'acquisition est synchronisée sur le temps haut du modulateur acousto-optique. Enfin, un filtre optique a été placé avant l'analyseur de spectre afin de recueillir la longueur d'onde la plus intense et la plus éloignée de celles injectées en entrée. Nous obtenons ainsi une source d'impulsions longues (de la durée du temps haut du modulateur acousto-optique) décalée spectralement.

Grâce à ce dispositif, les résultats expérimentaux reportés en figure 2.6 ont été obtenus.

Sur les figures 2.6(a) et 2.6(b) sont présentés les spectres en échelle logarithmique et linéaire après

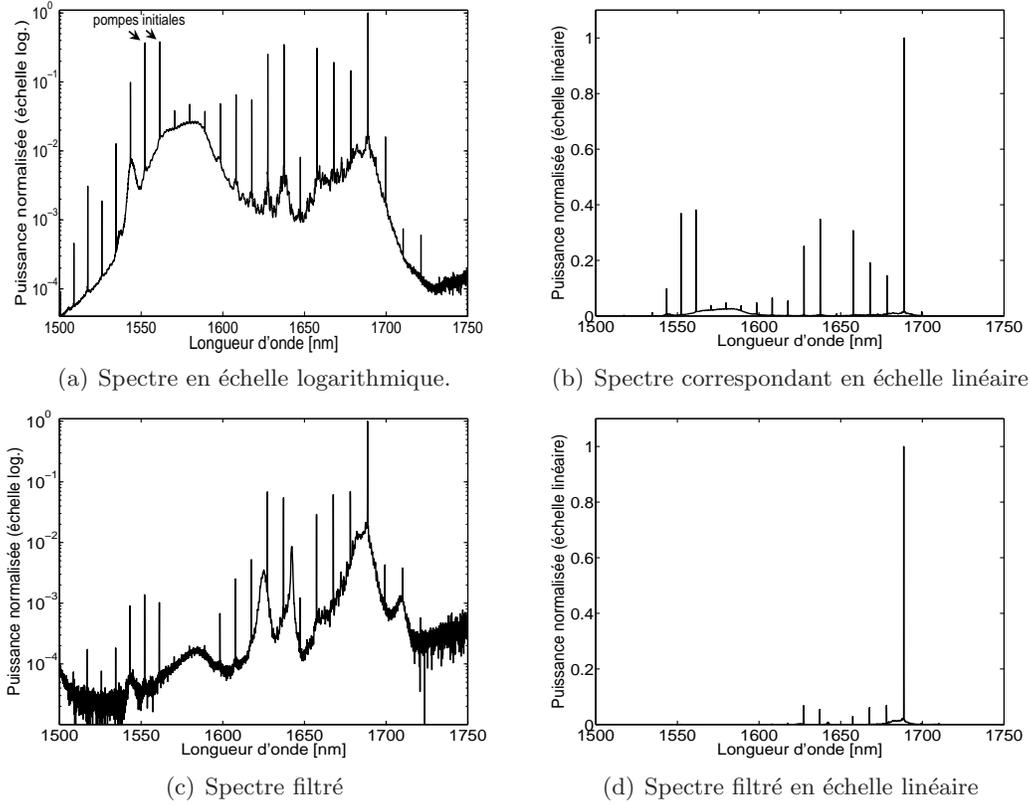


FIG. 2.6 – Résultats expérimentaux issus du montage 2.4 brut (a),(b) et après filtrage (c),(d). Le battement sinusoïdal initial est effectué entre $\lambda_1 = 1552.2 \text{ nm}$ et $\lambda_2 = 1560.9 \text{ nm}$, les résultats sont donnés après 900 m de propagation dans une fibre HNLF.

propagation dans 900 m de fibre HNLF. Plusieurs points sont à relever :

Tout d’abord, l’énergie est encore une fois répartie de façon discrète, en harmoniques. Aux basses longueurs d’onde $\lambda_1 = 1552.2 \text{ nm}$ et $\lambda_2 = 1560.9 \text{ nm}$, nous observons les pompes initiales ayant servies à générer le battement. Par ce battement se sont créés des harmoniques, séparés les uns des autres de la même différence de fréquence que les pompes 1.08 THz . Ensuite, par effet Raman intrapulse, l’énergie a été transférée vers les harmoniques de longueurs d’onde plus élevées.

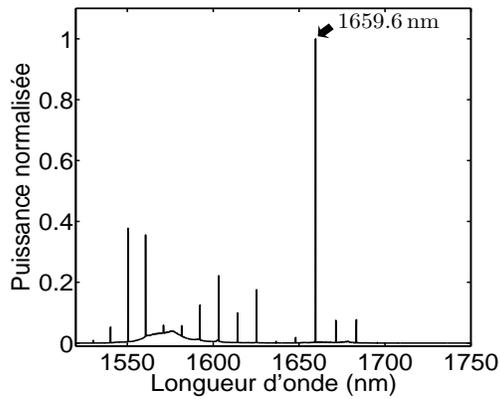
Pour le spectre représenté figure 2.6(a) et 2.6(b), le treizième harmonique, généré à la longueur d’onde 1689 nm , est le plus intense. Par rapport à la fréquence centrale des pompes $((\nu_1 + \nu_2)/2)$, le décalage fréquentiel est de 15.12 THz .

Le filtrage permet d’isoler cette composante harmonique pour obtenir une source continue ou quasi-continue. Le résultat expérimental de ce filtrage est présenté sur les figures 2.6(c) et 2.6(d).

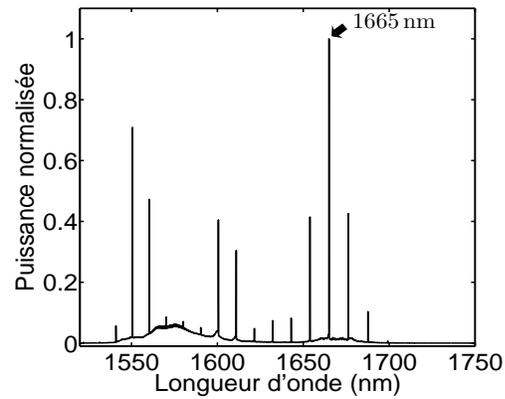
2.3 Accordabilité de la source ainsi créée

Afin de démontrer la flexibilité et l’accordabilité de notre dispositif, nous reportons en figure 2.7 plusieurs mesures expérimentales effectuées avec la seconde technique que nous avons appliquée, c’est-à-dire la compression de battement sinusoïdal et le décalage par effet Raman intrapulse. Ces graphes

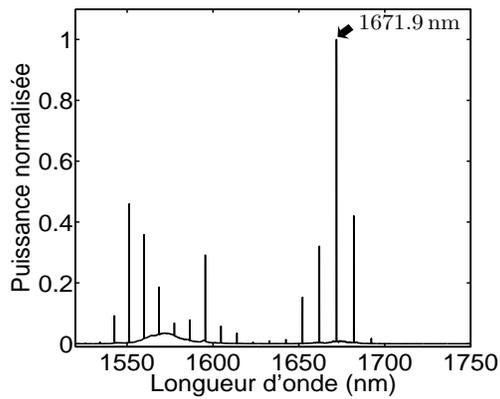
présentent des décalages différents avec des harmoniques de fortes intensités diverses. La lecture des légendes de ces graphiques indiquera les longueurs d'onde de pompe initiales ainsi que la longueur d'onde de la radiation la plus intense, qui est également annotée sur les graphes.



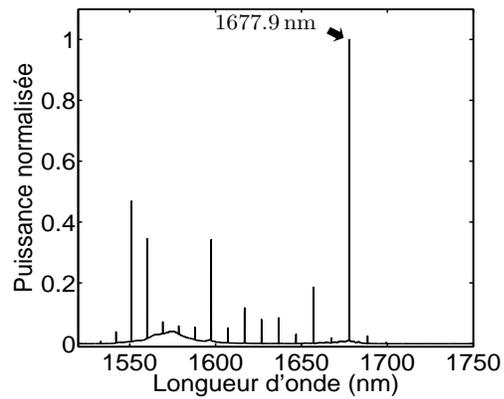
(a) $\lambda_1 = 1550.0 \text{ nm}$ et $\lambda_2 = 1560.0 \text{ nm}$.



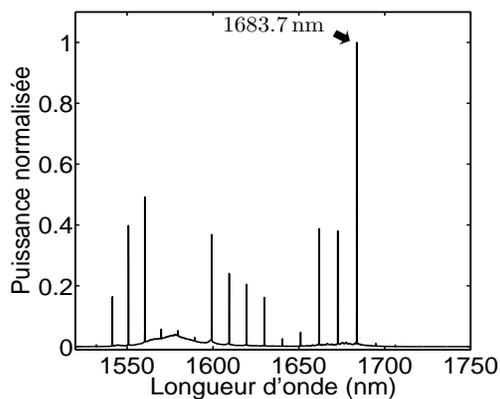
(b) $\lambda_1 = 1550.2 \text{ nm}$ et $\lambda_2 = 1559.67 \text{ nm}$.



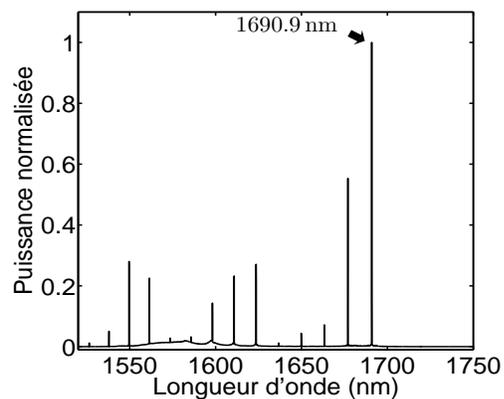
(c) $\lambda_1 = 1550.8 \text{ nm}$ et $\lambda_2 = 1559.2 \text{ nm}$.



(d) $\lambda_1 = 1550.6 \text{ nm}$ et $\lambda_2 = 1559.4 \text{ nm}$.



(e) $\lambda_1 = 1550.4 \text{ nm}$ et $\lambda_2 = 1559.6 \text{ nm}$.



(f) $\lambda_1 = 1549.2 \text{ nm}$ et $\lambda_2 = 1560.8 \text{ nm}$.

FIG. 2.7 – Résultats expérimentaux obtenus par compression de battement sinusoidal entre les pompes λ_1 et λ_2 , dont les valeurs sont données en dessous de chaque graphique. Dans chaque cas, l'harmonique la plus intense est repérée par une flèche ainsi que la valeur de l'abscisse du pic.

2.4 Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux

Nous avons vu dans le chapitre 1 l'équation gouvernant la propagation d'un champ optique dans une fibre. Nous allons ici mettre en oeuvre cette équation pour simuler le comportement d'un champ optique composé initialement de deux ondes continues de même puissance (cas de la compression de battement sinusoïdal). L'équation de Schrödinger non-linéaire que nous allons simuler est la suivante :

$$\frac{\partial A(z, t)}{\partial z} = -\frac{i\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A(z, t)}{\partial t^2} + \frac{\beta_3}{3!} \frac{\partial^3 A(z, t)}{\partial t^3} + i\gamma \left(A(z, t) \int_{-\infty}^{+\infty} R(t') |A(z, t - t')|^2 dt' \right) \quad (2.1)$$

avec le terme $R(t) = (1 - f_R)\delta(t) + f_R h_R(t)$ contenant la réponse Kerr instantannée par le biais de la fonction de Dirac, ainsi que la contribution de l'effet Raman, au travers de sa réponse retardée $h_R(t)$.

Le résultat de la simulation numérique pour une puissance moyenne injectée de $5W$ répartie sur les deux ondes d'entrée est présenté en figure 2.8. Le spectre initial est identique à celui injecté expérimentalement pour obtenir la figure 2.6. Chaque ligne de la figure 2.8 présente le spectre et l'évolution temporelle pour une distance choisie, représentative d'un comportement caractéristique de l'évolution du champ.

Les graphes 2.8(a) présentent le champ initial. Deux pompes de $2.5W$ chacune sont injectées aux longueurs d'onde de $1552.2nm$ et $1560.9nm$. Le bruit initial est choisi égal à $-120dB$. L'influence du paramètre bruit sera discutée dans la suite de ce manuscrit. L'évolution temporelle correspondante est exposée en figure 2.8(a3), où apparaît clairement le battement initial. Au cours de sa propagation, le battement entre les deux ondes pompes va générer des harmoniques (cf. Fig.2.8(b1)). Ces harmoniques sont régulièrement espacés en fréquence. Temporellement, le signal initialement sinusoïdal va se comprimer pour évoluer vers des impulsions. La figure 2.8(c3) met en avant cette compression, nous observons un affinement des oscillations qui présentent une puissance crête plus importante, avec toutefois encore de larges piédestaux. Ensuite, l'effet d'auto-décalage Raman opère un transfert continu de l'énergie d'harmonique en harmonique de plus hautes longueurs d'onde. L'apparition de nouveaux harmoniques est reportée sur le spectre en échelle logarithmique 2.8(c1). Nous avons également reproduit ce même spectre en échelle linéaire 2.8(c2), afin de mettre en évidence le décalage de la fréquence centrale du spectre et de son énergie. En effet, après $240m$ de propagation, l'énergie est localisée autour de $1600nm$. Le tracé temporel 2.8(c3) correspondant à ce spectre souligne l'affinement des impulsions ainsi que de faibles piédestaux.

Enfin, pour une distance de propagation de $900m$, le spectre obtenu présente beaucoup d'harmoniques, dont le pic le plus intense est situé à $1690nm$. Cette fois, l'évolution temporelle 2.8(d3) présente des solitons exempts de piédestaux, tels que l'avait prédit Mamyshev [41].

Si l'on compare les résultats expérimentaux de la figure 2.6 avec ceux obtenus numériquement en figure 2.8(d), l'accord entre les valeurs des décalages est quantitatif. Dans les deux cas, nous observons un grand nombre d'harmoniques équidistants et un harmonique qui se distingue par sa puissance : la radiation à $1690nm$. L'équation de Schrödinger non-linéaire (2.1) comporte donc tous les termes nécessaires à la simulation de la propagation de notre champ optique dans la fibre HNLF considérée.

La différence qui persiste encore entre nos simulations et les résultats expérimentaux réside dans le rapport signal sur bruit, c'est-à-dire le rapport entre l'intensité du pic maximum et la valeur du bruit

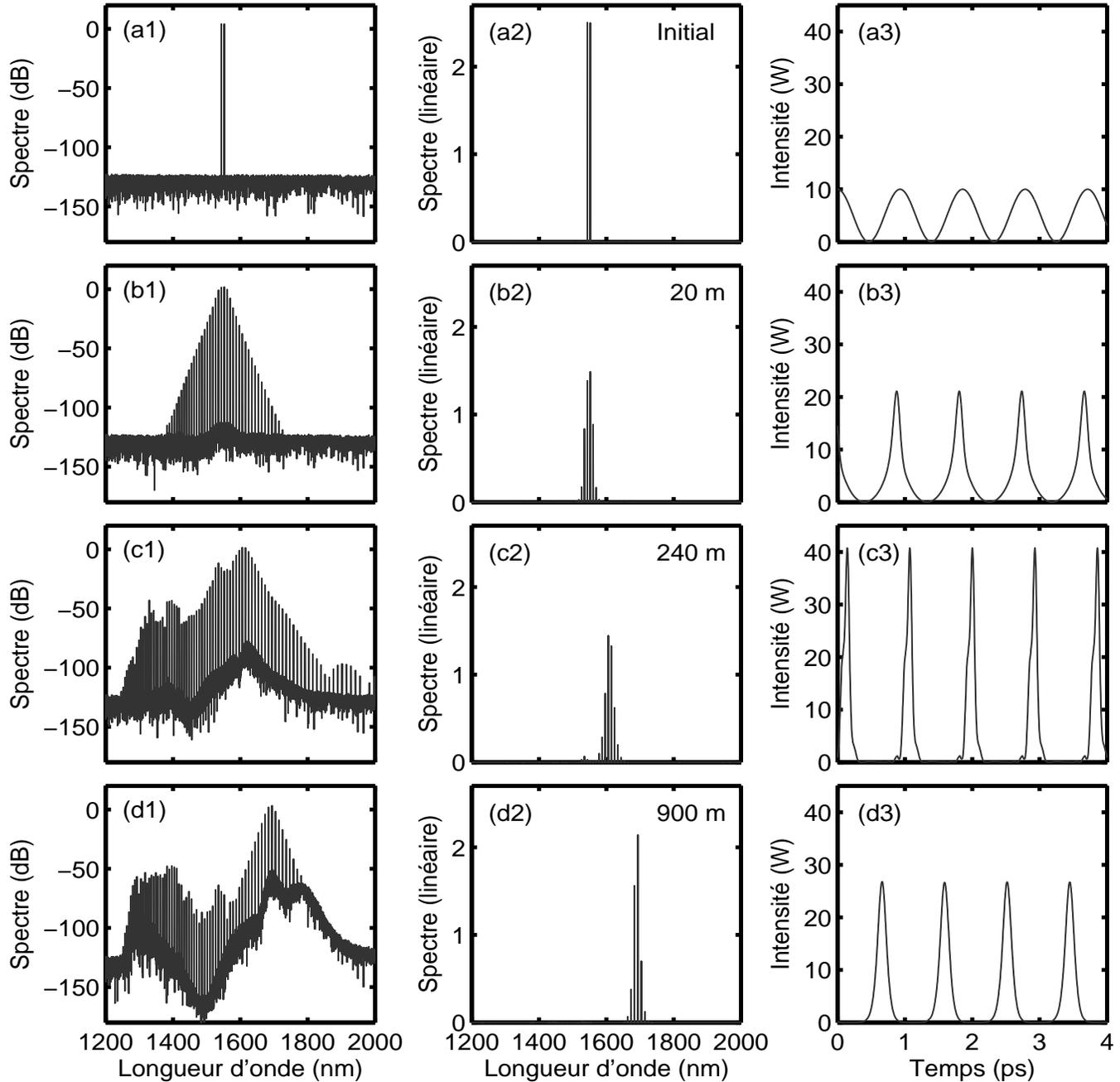


FIG. 2.8 – Résultats de simulations présentant les spectres en échelle logarithmique et linéaire ainsi que l'évolution temporelle. 0 m : $(a_{1,2,3})$: champ initial, 20 m : $(b_{1,2,3})$: compression de battement, génération d'harmoniques, 240 m : $(c_{1,2,3})$: impulsions quasi-solitoniques subissant l'auto-décalage Raman, 900 m : $(d_{1,2,3})$: spectre de sortie, décalé en fréquences et impulsions solitoniques correspondantes.

qui environne ce pic. Par exemple, à 900 m de propagation, le pic à 1690 nm avoisine 3 dB , alors que le bruit environnant présente un plateau vers -55 dB ; soit un rapport signal sur bruit avoisinant 58 dB .

Dans le cas expérimental, la figure 2.6(a) montre un plus mauvais rapport signal sur bruit d'environ une vingtaine de décibels. La section suivante a pour objet l'analyse de l'impact du bruit initial sur le rapport signal sur bruit de sortie de fibre.

2.5 Influence du bruit initial

Afin d'analyser l'influence du bruit sur l'évolution du champ et le spectre en sortie des 900 m de fibre, nous avons réalisé une seconde simulation mettant en oeuvre un bruit initial égal à 100 dB au lieu des 130 dB précédemment injectés. La superposition des spectres obtenus à 900 m avec les deux bruits initiaux différents est reportée en figure 2.9. En trait plein se trouve la simulation initiale et les ronds présentent le résultat de la simulation avec plus de bruit initial.

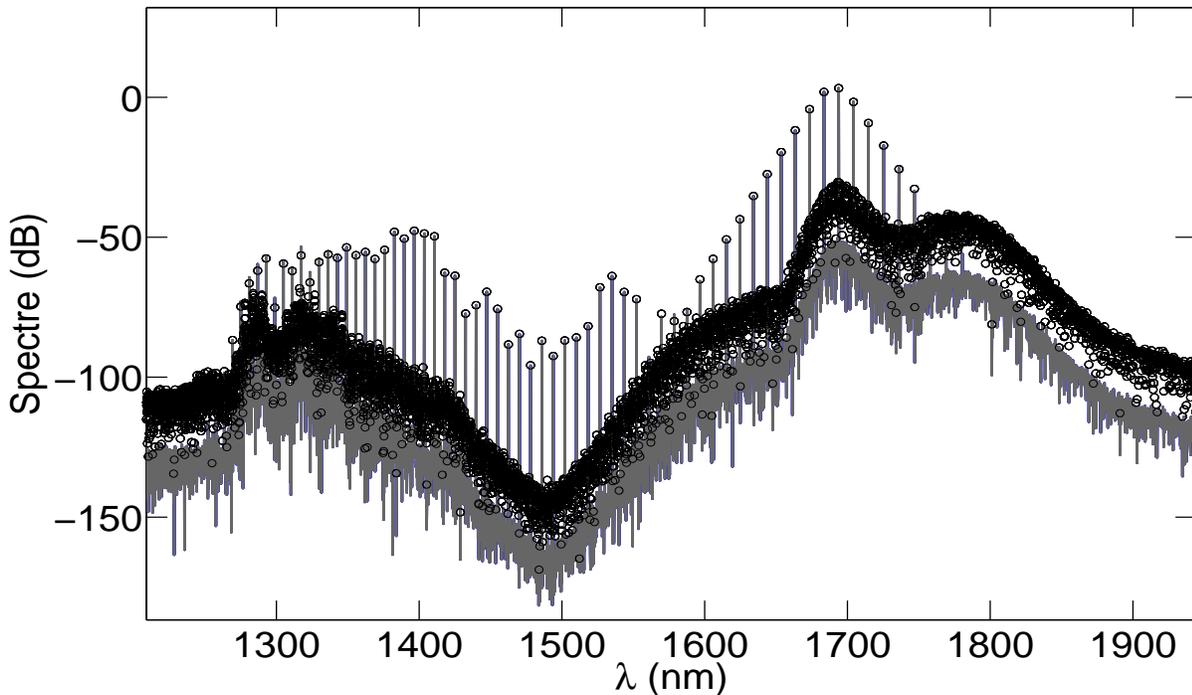


FIG. 2.9 – Superposition des spectres obtenus à 900 m par simulation numérique, qui compare en trait plein 130 dB de bruit initial et avec des ronds le résultat avec un bruit initial fixé à 100 dB.

Le bruit superposé au battement initial influe sur le rapport signal sur bruit, mais ne perturbe pas le décalage spectral. En effet, la figure 2.9 présente des résultats pour lesquels les intensités des harmoniques sont identiques, quel que soit la valeur du bruit initial, seul le rapport signal sur bruit diffère. On peut toutefois noter que pour un bruit trop important, les harmoniques de faibles puissances n'apparaissent pas sur les spectres car ils sont "noyés" dans le bruit. Ce bruit, présent expérimentalement avec des valeurs importantes, peut donc altérer la compréhension en masquant certains phénomènes comme la génération d'harmoniques de faibles intensités. Toutefois les simulations numériques nous ont permis de mieux identifier les étapes de formation du spectre de sortie de la fibre.

Un autre effet influe beaucoup plus sur la génération du spectre final : c'est l'effet du terme supérieur de dispersion (β_3), celui-ci va modifier la vitesse de décalage du soliton généré par l'effet d'auto-décalage Raman.

2.6 Influence du β_3

Les simulations présentées dans les parties précédentes incluaient l'effet du terme supérieur de dispersion β_3 . Afin d'en connaître l'influence, nous avons mené des simulations en excluant ce terme. La figure 2.10 illustre le spectre obtenu à 900 m de propagation, lorsque $\beta_3 = 0$ dans l'équation (2.1).

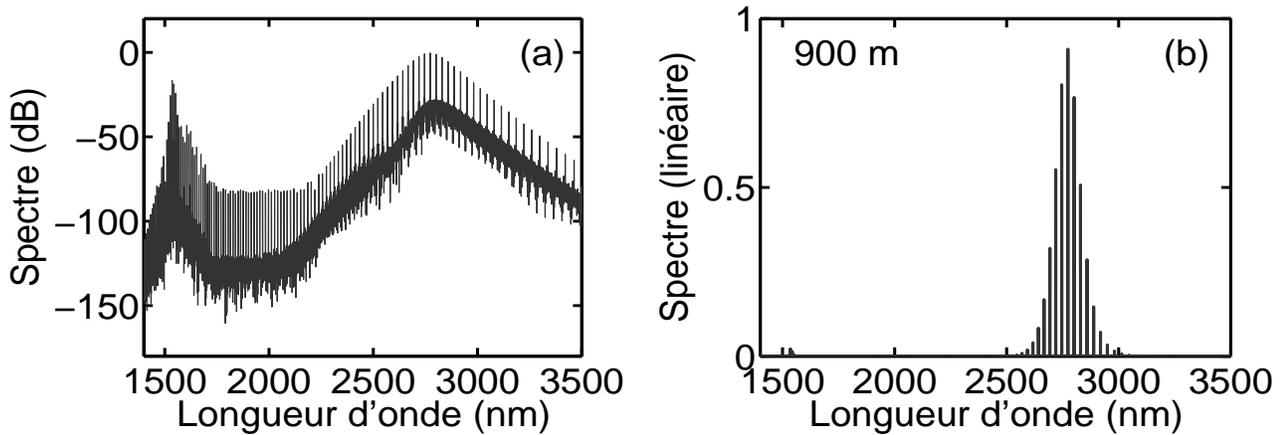


FIG. 2.10 – Spectres en échelle logarithmique (a) et linéaire (b) obtenu par simulation de l'équation de Schrödinger sans le terme supérieur de dispersion (β_3) à 900 m de propagation.

Sur cette figure, nous pouvons constater que la longueur d'onde de l'harmonique le plus intense est de 2773 nm après 900 m de propagation, contre 1690 nm lorsque l'effet du terme β_3 est pris en compte. Ce terme a donc un effet dramatique sur le décalage du soliton.

La figure 2.11 illustre le décalage en longueur d'onde du soliton au fur et à mesure de la distance de propagation z , dans le cas où l'effet du paramètre β_3 est pris en compte (courbe grise) et le cas opposé (courbe noire). Les résultats de la simulation indiquant la longueur d'onde correspondant au maximum d'énergie sont représentés par des ronds. Ceux-ci ne suivent pas un tracé linéaire puisque la puissance se répartit d'harmonique en harmonique, créant ainsi des discontinuités sur la courbe. Les courbes pleines ont été obtenues par des lissages polynomiaux des résultats numériques. Ces tracés montrent que l'inclusion du β_3 dans les simulations retient le départ du soliton Raman. Il était donc important d'inclure ce terme afin de reproduire l'expérience avec exactitude.

Remarquons que sur la figure 2.10(b), la séparation entre les harmoniques croît lorsqu'on s'éloigne dans les hautes longueurs d'onde. Toutefois, les conditions d'accord de phase qui régissent le mélange à quatre ondes, assurent un écart en fréquence identique entre les harmoniques. Nous nous sommes assurés que c'était le cas en traçant le spectre en fonction de la fréquence.

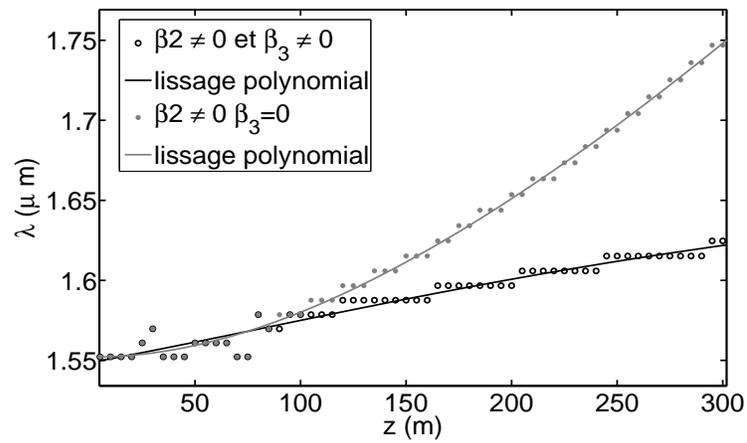


FIG. 2.11 – Décalage de la longueur d'onde centrale du spectre au cours de la propagation lorsque l'effet du β_3 est pris en compte (tracé grisé) ou omis (tracé noir). Les courbes pleines sont des lissages polynomiaux de ces deux résultats.

Conclusions du chapitre 2

Dans ce chapitre, grâce à deux dispositifs expérimentaux, nous avons mis en oeuvre les effets de mélange à quatre ondes multiple, ou d'instabilité modulationnelle, avec l'effet d'auto-décalage Raman dans le but d'obtenir une source accordable en fréquence. Les principaux résultats expérimentaux exposés dans ce chapitre ont été publiés dans la référence [42].

Nous avons observé que l'auto-décalage Raman se fait de façon continue d'harmonique en harmonique et que la vitesse de décalage spectral de l'énergie est régie par le paramètre de dispersion β_2 , mais également β_3 . En modifiant les paramètres de longueurs de fibre mais surtout de puissance, le décalage en longueur d'onde permet d'obtenir des radiations plus ou moins éloignées de la position des ondes de pompe. Des décalages de l'ordre de la centaine de nanomètres ont été obtenus, avec des rapports signal sur bruit supérieurs à 15 dB. De cette manière, les dispositifs expérimentaux de conversion de fréquences ont permis de créer des sources accordables en longueur d'onde dont la flexibilité et l'accordabilité ont été reportées dans ce chapitre. Ce procédé original de conversion de fréquences présente les avantages d'être totalement fibré et relativement compact.

Dans le prolongement des travaux précédents, l'utilisation de dispositifs de plus fortes puissances permettrait d'obtenir une accordabilité sur une gamme de longueurs d'onde encore plus large.

Enfin, pour obtenir une source filtrée de meilleure qualité, des filtres plus fins spectralement pourraient être mis en oeuvre.

Laser Raman impulsionnel en anneau

3.1 Introduction

Le développement de lasers impulsionnels est d'une grande importance, aussi bien pour les systèmes de télécommunications rapides que dans le domaine médical. L'obtention de lasers délivrant des impulsions de courtes durées, de cadences et de longueurs d'onde diverses est de ce fait un sujet de recherche très actif. Dans un premier temps, nous allons expliciter le principe d'obtention d'impulsions dans un laser dont le gain résulte de l'amplification Raman dans une fibre optique pompée par un laser continu. Dans le cas de notre étude, nous allons utiliser le blocage de mode passif basé sur la rotation non-linéaire de polarisation et le filtrage par polariseur pour obtenir le régime impulsionnel. Cette partie du manuscrit, après avoir introduit les concepts théoriques, relatera les résultats expérimentaux que nous avons obtenus. Ceux-ci montrent une zoologie importante des comportements qui prennent place au sein de la cavité.

3.2 Le blocage de modes

Le principe sous-jacent à la génération d'impulsions courtes à partir d'un champ continu est le processus de blocage de modes [43]. Ce phénomène consiste à agencer les phases des différents modes de la cavité afin que ceux-ci interfèrent de manière constructive. L'avantage du blocage de modes par rapport à un procédé de Q-switching est l'obtention d'impulsions plus courtes temporellement, avec un taux de répétition plus élevé, ce qui conduit de facto à des impulsions d'énergies plus faibles [44][45].

Pour réaliser le blocage de modes, deux techniques majeures peuvent être utilisées : le verrouillage de modes actif et le verrouillage de modes passif [46].

La première technique consiste à introduire un modulateur intracavité qui va moduler le champ à une fréquence égale ou multiple de l'Interval Spectral Libre (ISL : fréquence inverse du temps de parcours de la cavité par le champ). Cette modulation est souvent assurée par un modulateur acousto-optique [47] ou un modulateur électro-optique [48].

La seconde technique est le verrouillage de modes passif, qui semble plus élégant car moins coûteux en matériel et plus compact. En effet, cette technique ne nécessite pas l'insertion d'éléments actifs intracavité. Dans ces dispositifs, ce sont les effets non-linéaires qui vont mener le système vers le blocage de modes. Les effets non-linéaires peuvent par exemple avoir lieu lors du passage du champ dans un absorbant saturable qui va filtrer et compresser les fluctuations du champ pour créer des impulsions. Ces dernières vont petit à petit évoluer vers une forme finale stable. Nous pouvons également citer l'utilisation de l'effet de lentille Kerr [49] [50] et son filtrage spatial par un diaphragme, ou bien encore le filtrage par miroir de Bragg [51], l'interféromètre de Sagnac et les lasers en huit [52], ou bien encore la rotation non-linéaire de polarisation [53], qui sont autant de techniques passives d'obtention d'impulsions.

C'est à la rotation non-linéaire de polarisation que cette partie du manuscrit est consacrée, et plus particulièrement au blocage des modes de la radiation Stokes Raman contra-propagative. L'avantage du gain Raman sur les fibres dopées aux ions de terres rares tels que l'Erbium [52][54], ou l'Ytterbium [55], est la flexibilité en longueur d'onde. En effet, comme nous l'avons évoqué au chapitre d'introduction, l'effet Raman induit l'apparition d'une bande de gain décalée d'environ $13,2 THz$ de la fréquence de

pompe. Ainsi la seule contrainte sur la longueur d'onde d'émission du laser est la fréquence du laser de pompe. Dans le cas des lasers à fibres dopées, la longueur d'onde laser est limitée aux bandes d'émission des dopants (l'Erbium a des bandes d'émissions majeures situées à $1.5 - 1.6 \mu m$, $2.7 \mu m$ et $0.55 \mu m$, l'Ytterbium $1.0 - 1.1 \mu m$).

Le choix de conserver l'onde contrapropagative est dicté par le fait de minimiser la déplétion de la pompe qui peut s'effectuer lorsque l'onde Stokes et pompe sont co-propagatives.

3.3 Biréfringence et polarisation

La polarisation de la lumière caractérise la direction d'oscillation du champ électrique dans le plan d'onde, plan orthogonal à la direction de propagation donnée par le vecteur d'onde \vec{k} . Une représentation schématique est reportée en figure 3.1. Plusieurs types de polarisation sont possibles, exprimant la quantité

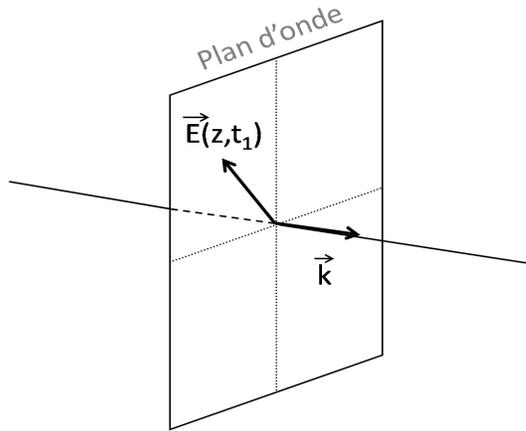


FIG. 3.1 – Représentation du vecteur champ électrique $\vec{E}(z, t_1)$ à un instant t_1 dans le plan d'onde. \vec{k} est le vecteur d'onde indiquant la direction de propagation de l'onde. \vec{k} est orthogonal au plan d'onde.

d'énergie sur chaque axe propre de la fibre. Le champ s'exprime alors sous la forme $\vec{E}(t) = \vec{E}_x(t) + \vec{E}_y(t) = E_x(t)\vec{x} + E_y(t)\vec{y}$, et ses composantes évoluent au cours du temps selon les possibilités suivantes :

- Polarisation *rectiligne* : $E_x(t) = a.\cos(\omega t)$ et $E_y(t) = b.\cos(\omega t)$. Les deux composantes sont en phase et le vecteur champ oscille suivant une droite inclinée de l'angle $\theta = \text{atan}(b/a)$ par rapport au repère (\vec{x}, \vec{y}) (cf. Fig3.2(a)).
- Polarisation *circulaire* : $E_x(t) = a.\cos(\omega t)$ et $E_y(t) = a.\cos(\omega t + \phi)$ avec $\phi = \pi/2$. Alors l'extrémité du vecteur \vec{E} décrit un cercle au cours du temps. Si $\phi = \pi/2$, la rotation du vecteur champ se fait dans le sens des aiguilles d'une montre, et à rebours si $\phi = -\pi/2$ (cf. Fig3.2(b)).
- Polarisation *elliptique* : $E_x(t) = a.\cos(\omega t)$ et $E_y(t) = b.\cos(\omega t + \phi)$. Cette fois l'extrémité du vecteur champ décrit une ellipse au cours du temps, dont les rayons du grand et du petit axe sont a et b respectivement (si $a > b$). Pour $\phi = \pm\pi/2$, le sens de rotation sera horaire ou trigonométrique (cf. Fig3.2(c)) et lorsque $\phi = \text{cste} \neq \pm\pi/2$, une polarisation elliptique est obtenue, mais dont les axes ne correspondent plus aux axes x et y .

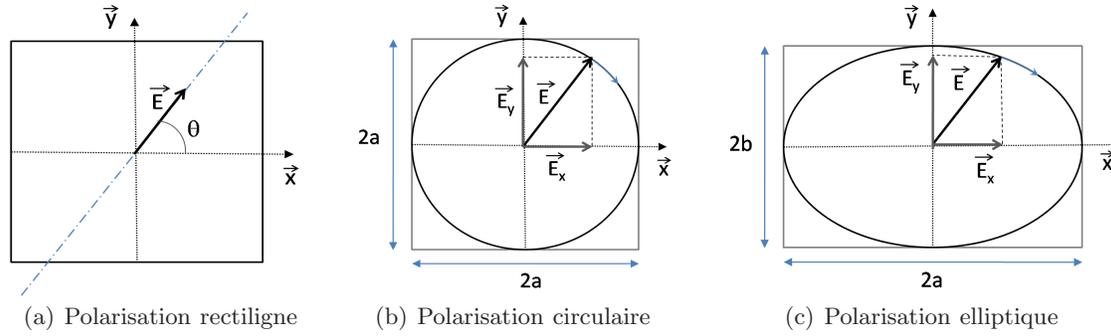


FIG. 3.2 – Représentation des états de polarisation dans le plan d'onde.

Les états possibles de polarisation étant définis, nous pouvons envisager maintenant d'injecter un champ polarisé selon un état donné et se poser la question suivante : Quel sera l'état de polarisation en sortie d'une fibre de longueur L ?

Contrairement à ce que nous avons supposé au chapitre 1, la fibre optique n'est jamais purement monomode puisque le champ qui la parcourt se répartit sur deux modes de la fibre, polarisés orthogonalement. La différence d'indice entre les deux axes transverses de la fibre va induire un changement d'état de polarisation de l'onde au cours de sa propagation. De la même manière que dans le premier chapitre, les effets linéaires et non-linéaires interviennent, les premiers sont responsables de la dispersion de mode de polarisation et les seconds de la rotation non-linéaire de polarisation. Nous allons maintenant aborder ces deux phénomènes.

3.4 Dispersion de mode de polarisation

La fibre optique idéale serait parfaitement cylindrique et un champ injecté sur l'axe x de polarisation évoluerait de la même manière qu'un champ injecté sur l'axe y . Un champ injecté avec une polarisation donnée sortirait de la fibre avec le même état de polarisation. Dans une fibre réelle, les légères fluctuations de la symétrie cylindrique induisent une interaction entre les champs (ou la projection d'un champ) situés sur les deux axes de la fibre. Mathématiquement, cela se traduit par une constante de propagation différente sur chacun des axes : β_x et β_y . Cette propriété est nommée biréfringence de mode de polarisation B_m telle que [56] :

$$B_m = \frac{|\beta_x - \beta_y|}{k_0} = |n_x - n_y| \quad (3.1)$$

où n_x et n_y sont les indices de réfraction associés à chacun des axes de polarisation. La phase supplémentaire due à cette différence d'indice va s'ajouter à la phase initiale entre les deux composantes du champ E_x et E_y et ainsi modifier l'état de polarisation de l'onde. Une seconde grandeur est définie, la *longueur de battement* $L_B = 2\pi/(|\beta_x - \beta_y|) = \lambda/B_m$. Elle correspond à la longueur de fibre nécessaire pour retrouver l'état de polarisation initial (cf figure 3.3).

Enfin, il est à noter que cette dépendance de l'indice de réfraction en fonction des axes x et y est en partie contenue dans le tenseur $\chi^{(1)}$ évoqué au chapitre 1.

La figure 3.3 représente schématiquement l'évolution sur une longueur de battement, de l'état de

polarisation d'une onde initialement polarisée rectilignement.

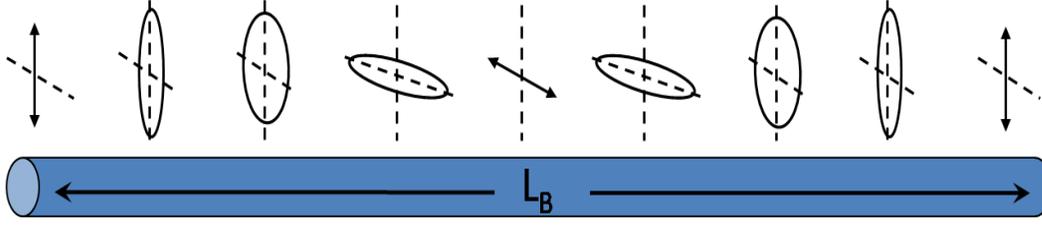


FIG. 3.3 – Représentation de l'évolution sur une longueur de battement L_B de l'état de polarisation d'une onde initialement polarisée rectilignement.

Remarque : La représentation en vecteur de Stokes sur la sphère de Poincaré peut également être utilisée pour situer l'état de polarisation de l'onde et en suivre sa trajectoire [18].

3.5 Principe de la rotation non-linéaire de polarisation.

Pour étudier l'effet de rotation de polarisation dû aux effets non-linéaires, il est nécessaire de considérer la dépendance en intensité de l'indice de réfraction de chaque axe propre de la fibre [57, 58]. Il faut alors reprendre le calcul que nous avons effectué lors de la dérivation de l'équation de Schrödinger non-linéaire à partir des équations de Maxwell au chapitre 1 et ne pas faire l'hypothèse d'un champ polarisé rectilignement sur un axe de polarisation de la fibre, indépendant du champ présent sur l'autre axe propre. Il faut se souvenir de la vraie nature du coefficient $\chi^{(3)}$, qui est un tenseur de rang 4 : $\chi_{ijkl}^{(3)}$, où i, j, k, l représentent les trois directions de l'espace selon lesquelles se trouvent les champs qui interagissent ainsi que la direction de la composante du champ affectée par ce terme. Dans le cas scalaire du chapitre 1, nous n'avons considéré que le terme $\chi_{xxxx}^{(3)}$, c'est-à-dire que trois champs linéairement polarisés selon l'axe x interagissent pour donner une contribution sur ce même axe x .

Le tenseur $\chi_{ijkl}^{(3)}$ comporte 81 éléments indépendants et non-nuls pour des cristaux ne présentant pas de symétrie. Heureusement le cas de la silice, milieu isotrope, réduit le nombre de coefficients à trois éléments indépendants et

$$\chi_{ijkl}^{(3)} = \chi_{xxyy}^{(3)} \delta_{ij} \delta_{kl} + \chi_{xyxy}^{(3)} \delta_{ik} \delta_{jl} + \chi_{xyyx}^{(3)} \delta_{il} \delta_{jk}. \quad (3.2)$$

Dans cette expression, δ_{ij} est le symbole de Kronecker, défini par $\delta_{ij} = 1$ pour $i = j$ et 0 sinon. Ici les indices (i, j, k, l) peuvent prendre les valeurs x ou y .

La polarisation non-linéaire s'écrira :

$$\vec{P}_{NL} = \frac{1}{2} (P_{NLx} \vec{x} + P_{NLy} \vec{y}) e^{-i\omega_0 t} + c.c. \quad (3.3)$$

avec P_{NLx} et P_{NLy} donnés par la formule suivante :

$$P_{NLi} = \frac{3\epsilon_0}{4} \sum_j \left(\chi_{xxyy}^{(3)} E_i E_j E_j^* + \chi_{xyxy}^{(3)} E_j E_i E_j^* + \chi_{xyyx}^{(3)} E_j E_j E_i^* \right). \quad (3.4)$$

Dans le cas de la silice, la symétrie de rotation [18] permet d'écrire que :

$$\chi_{xxxx}^{(3)} = \chi_{xyxy}^{(3)} + \chi_{xyyx}^{(3)} + \chi_{xyyy}^{(3)} \quad (3.5)$$

avec $i,j=x$ ou y . De plus, chacun des trois coefficients à droite de l'égalité a approximativement la même valeur, ce qui permet alors d'écrire que :

$$P_{NLx} = \frac{3\epsilon_0}{4}\chi_{xxxx}^{(3)} \left[\left(|E_x|^2 + \frac{2}{3}|E_y|^2 \right) E_x + \frac{1}{3}(E_x^* E_y) E_y \right] \quad (3.6)$$

$$P_{NLy} = \frac{3\epsilon_0}{4}\chi_{xxxx}^{(3)} \left[\left(|E_y|^2 + \frac{2}{3}|E_x|^2 \right) E_y + \frac{1}{3}(E_y^* E_x) E_x \right] \quad (3.7)$$

Dans ces équations, nous observons des produits croisés entre des composantes suivant l'axe x et l'axe y . Les derniers termes de ces équations représentent des termes de mélange à quatre ondes, identiques à ceux du chapitre 1.

Les équations des enveloppes des champs s'écrivent :

$$\frac{dA_x}{dz} + \beta_{1x} \frac{\partial A_x}{\partial t} + \frac{i\beta_{2x}}{2} \frac{\partial^2 A_x}{\partial t^2} + \frac{\alpha}{2} A_x = i\gamma(|A_x|^2 + \frac{2}{3}|A_y|^2)A_x + \frac{i\gamma}{3} A_x^* A_y^2 \exp(-2i(\beta_{0x} - \beta_{0y})z) \quad (3.8)$$

$$\frac{dA_y}{dz} + \beta_{1y} \frac{\partial A_y}{\partial t} + \frac{i\beta_{2y}}{2} \frac{\partial^2 A_y}{\partial t^2} + \frac{\alpha}{2} A_y = i\gamma(|A_y|^2 + \frac{2}{3}|A_x|^2)A_y + \frac{i\gamma}{3} A_y^* A_x^2 \exp(+2i(\beta_{0x} - \beta_{0y})z) \quad (3.9)$$

La dérivée suivant l'axe de propagation z , les termes dispersifs jusqu'à l'ordre 2, ainsi que le terme de pertes α figurent à gauche des égalités. Dans le second membre, nous avons reporté les effets non-linéaires d'automodulation de phase et de modulation de phase croisée. $\beta_{0x} - \beta_{0y} = 2\pi/L_B$ exprime la biréfringence de mode de la fibre, au premier ordre du développement de Taylor.

Le dernier terme des équations (3.8) et (3.9) peut être négligé si la longueur de la fibre est très supérieure à la longueur de battement L_B , car à cause des légères torsions de la fibre les axes propres de celle-ci ne se conservent pas sur une très grande distance, cet effet s'annule donc en moyenne. Dans notre cas, la longueur de fibre étant importante, nous négligerons ce terme par la suite¹. Nous allons également négliger les pertes en posant $\alpha = 0$.

Enfin, en négligeant les termes de dispersion, nous allons nous concentrer sur l'effet de rotation non-linéaire de polarisation. Pour cela nous allons étudier les équations d'enveloppes couplées suivantes, qui sont les équations de Schrödinger non-linéaires stationnaires simplifiées :

$$\frac{dA_x}{dz} = i\gamma(|A_x|^2 + \frac{2}{3}|A_y|^2)A_x \quad (3.10)$$

$$\frac{dA_y}{dz} = i\gamma(|A_y|^2 + \frac{2}{3}|A_x|^2)A_y \quad (3.11)$$

Les enveloppes A_x et A_y s'écrivent sous les formes complexes suivantes, dans lesquelles se trouvent la puissance \mathbb{P} et la phase Φ de l'onde sur chaque axe.

¹Dans le cas d'un tronçon de fibre de faible longueur, ces termes ont alors une importance majeure notamment pour les accords de phase. Dans ce cadre, il est préférable d'écrire les équations (3.8) et (3.9) de l'espace des projections du champ sur les axes (E_x, E_y) à la base des champs polarisés circulairement gauche et droite (E_+, E_-) .

$$A_x = \sqrt{\mathbb{P}_x} e^{i\Phi_x}, \quad A_y = \sqrt{\mathbb{P}_y} e^{i\Phi_y} \quad (3.12)$$

Il nous est alors possible de trouver le système d'équations régissant la phase de chacune des ondes :

$$\frac{d\Phi_x}{dz} = \gamma(\mathbb{P}_x + \frac{2}{3}\mathbb{P}_y), \quad \frac{d\Phi_y}{dz} = \gamma(\mathbb{P}_y + \frac{2}{3}\mathbb{P}_x). \quad (3.13)$$

Nous obtenons par intégration :

$$\Phi_x = \gamma(\mathbb{P}_x + \frac{2}{3}\mathbb{P}_y)L, \quad (3.14)$$

$$\Phi_y = \gamma(\mathbb{P}_y + \frac{2}{3}\mathbb{P}_x)L. \quad (3.15)$$

Avec L la longueur de fibre. Ce qui va nous intéresser en pratique est la différence entre les deux phases :

$$\Delta\Phi_{NL} = \Phi_x - \Phi_y = \frac{\gamma L}{3}(\mathbb{P}_x - \mathbb{P}_y). \quad (3.16)$$

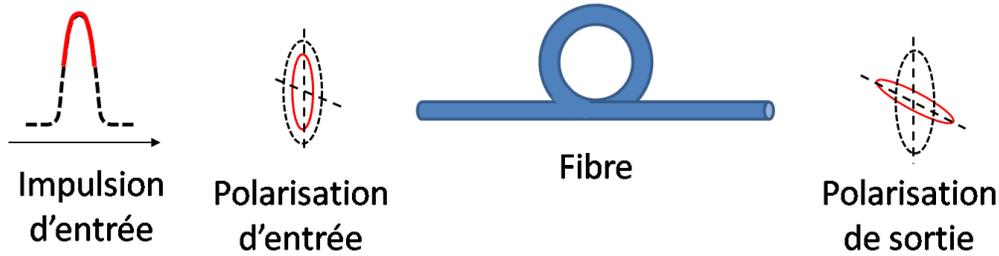


FIG. 3.4 – Représentation de l'évolution de l'état de polarisation d'une impulsion lors de son passage à travers un milieu Kerr : la partie la plus intense de l'onde (présentée en trait plein) ne subit pas le même changement de polarisation que sa partie la moins intense (ligne pointillée).

Comme nous l'avons évoqué au paragraphe 3.3 pour le cas d'une polarisation elliptique, lorsque le déphasage augmente, la position des axes neutres de l'ellipse représentant l'état de polarisation est modifiée.

Stolen, Botineau et Ashkin [59] ont ainsi pu montrer le principe de filtrage en polarisation, en exprimant la puissance transmise au travers d'un polariseur placé en sortie de fibre dans le cas d'une impulsion telle que :

$$\mathbb{P}_t = \mathbb{P}_0 \sin^2(\phi/2) \sin^2(2\theta) \quad (3.17)$$

avec

$$\phi = \frac{2\pi L \chi^{(3)}}{3\lambda} (\mathbb{P}_x - \mathbb{P}_y) \quad \theta = \tan^{-1} \left(\frac{\mathbb{P}_x}{\mathbb{P}_y} \right)^{1/2} \quad (3.18)$$

ϕ est la phase initiale, θ l'angle entre la polarisation linéaire d'entrée de la fibre et l'axe rapide de la fibre, \mathbb{P}_0 la puissance initiale de l'impulsion et λ est la longueur d'onde centrale.

Sur la figure 3.4, l'état de polarisation de la partie la plus intense de l'onde, représenté en trait plein,

est initialement identique à celui de la partie moins intense de l'impulsion, représenté en traits pointillés. Après le passage dans la fibre, les états de polarisation de la partie centrale intense de l'impulsion et de ses pieds diffèrent. C'est cette dépendance en puissance de l'évolution de l'état de polarisation qui est appelée "*évolution non-linéaire de polarisation*".

3.6 Principe de l'étude

Comme nous l'avons vu, la rotation non-linéaire de polarisation induit un changement d'état de polarisation qui diffère en fonction de la puissance. Le principe de notre étude est de générer une radiation Stokes Raman lors du passage d'un champ pompe dans une fibre optique. L'onde Stokes présentera des fluctuations d'intensité. Si, à un endroit de la fibre la fluctuation de forte intensité se trouve polarisée linéairement et que nous plaçons un filtre polariseur selon cet axe, alors la fluctuation de forte intensité traversera le polariseur et la partie moins intense du champ, qui ne sera pas dans le même état de polarisation, sera réjectée par notre filtre, ou plus exactement la partie de son énergie orthogonale au polariseur sera filtrée. En répétant l'opération au sein d'une cavité, il est donc possible d'affiner de plus en plus les impulsions qui vont se créer au sein de cette cavité. Ensuite, le champ pourra éventuellement évoluer vers le blocage de ses modes.

Au laboratoire Phlam de l'université de Lille, des travaux ont montré que la rotation non-linéaire et le filtrage en polarisation au sein d'une cavité en anneau pouvait permettre la génération d'une impulsion courte, subnanoseconde, unique par tour de cavité [60]. Dans le cas de cette expérience, l'onde Stokes Raman à laquelle sont émises les impulsions résulte de la quatrième cascade Stokes. Ce multicascadage induit une position de la quatrième radiation Stokes proche du zéro de dispersion de la fibre.

Dans notre étude, afin d'améliorer la compréhension des phénomènes en présence, nous étudions la première radiation Stokes en choisissant une fibre ayant une faible valeur de dispersion à cette longueur d'onde. De plus, le matériel que nous utilisons génère des radiations dans la bande (C) utilisée pour les télécommunications, d'où une plus grande facilité pour trouver les composants ainsi qu'un coût plus réduit.

Afin d'assurer une meilleure stabilité de notre dispositif, nous nous sommes focalisés sur l'étude de l'onde Stokes contra-propagative, car celle-ci, contrairement à l'onde co-propagative, interagit avec un champ pompe toujours renouvelé. Alors que l'onde co-propagative, en se propageant dans la même direction que la pompe peut dépléter celle-ci, en réduire localement l'intensité et créer ainsi des fluctuations.

3.7 Dispositif mis en oeuvre

La figure 3.5 représente le montage que nous avons utilisé pour effectuer nos mesures.

Un laser Raman non-polarisé, émettant à la longueur d'onde de 1480 nm , est injecté dans une cavité en anneau via un coupleur en longueur d'onde (WDM : Wavelength Division Multiplexer) indépendant de la polarisation des champs qui le traverse. Ce coupleur en longueur d'onde assure l'injection du laser

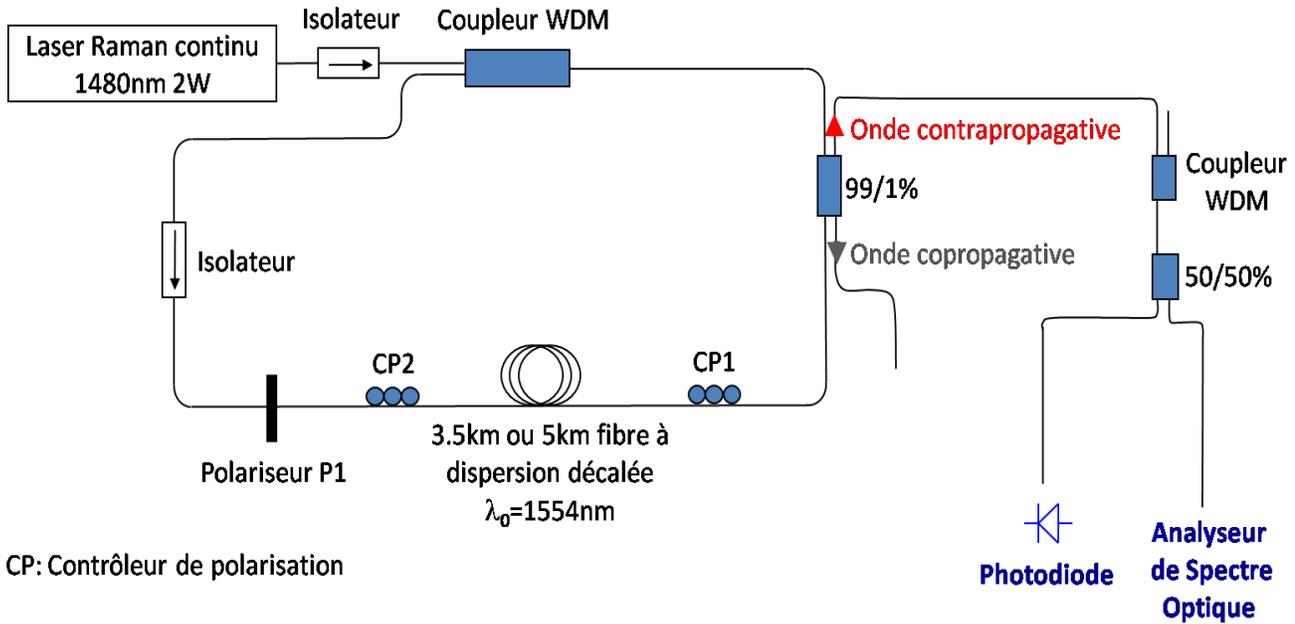


FIG. 3.5 – Schéma du dispositif expérimental mis en place et basé sur une configuration en anneau. Le principe de génération des impulsions est la rotation de polarisation non-linéaire dans 3.5 km ou 5 km de fibre et le filtrage par le polariseur afin de générer des impulsions.

de pompe (1480 nm) au sein de la cavité sur le premier bras d'entrée, alors que la seconde entrée de ce coupleur permet à l'onde Stokes (~ 1580 nm) de reboucler dans la cavité. Remarquons qu'afin d'éviter d'éventuels retours qui pourraient rendre instable le laser de pompe, celui-ci est protégé par un isolateur insensible en polarisation. La cavité est constituée d'une fibre à dispersion décalée, présentant un zéro de dispersion à 1554 nm. Au sein de cette cavité, l'isolateur, insensible en polarisation, assure la conservation de l'onde Stokes Raman contrapropagative au champ laser injecté. Le polariseur P1 permet le filtrage en polarisation de l'onde Stokes et les contrôleurs de polarisation² CP1 et CP2 permettent d'ajuster la polarisation intracavité.

L'extraction du signal se fait par l'intermédiaire du bras 1% d'un coupleur 99 : 1%. Le signal est filtré par l'intermédiaire d'un second coupleur WDM. Enfin un dernier coupleur 50 : 50% a été positionné afin de pouvoir visualiser le signal sur plusieurs appareils de mesure. Le signal temporel est recueilli sur une photodiode branchée à un oscilloscope et un analyseur de spectre Radio-fréquence. Le second bras du coupleur est relié à un analyseur de spectre optique.

C'est à partir de ce dispositif que nous avons mené nos analyses. Il présente de nombreux degrés de liberté. Les paramètres ajustables sont en effet nombreux. La polarisation peut être modifiée en deux endroits de la fibre (CP1) et (CP2), et l'axe de polarisation du filtrage peut lui aussi être modifié puisque

²Les contrôleurs de polarisation, ou boucle de Lefèvre, sont constitués de trois cylindres sur lesquels s'enroule la fibre. Les contraintes imposées par l'enroulement créent 3 lames d'onde, une lame $\lambda/2$ entourée de deux lames $\lambda/4$. A partir de la combinaison de ces trois lames et de toutes les positions possibles de celles-ci, il est possible de transformer l'état de polarisation d'un champ en n'importe quel état de polarisation possible.

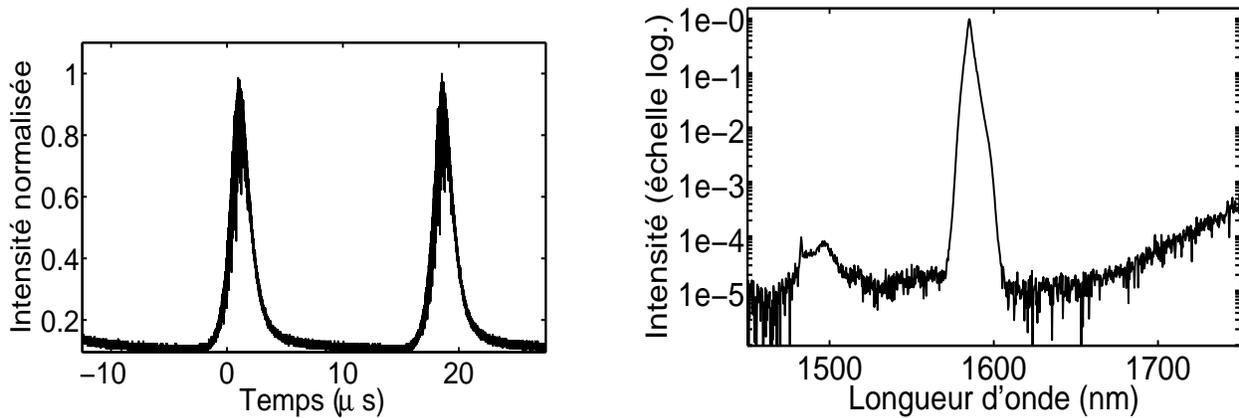
le polariseur est placé sur un support rotatif. De plus, la puissance de pompage du laser peut être ajustée afin de réduire ou augmenter l'énergie au sein de la cavité.

C'est en modifiant ces paramètres que nous avons obtenus les résultats exposés ci-après.

3.8 Résultats expérimentaux

La zoologie des comportements dynamiques du laser étant très riche, nous allons reporter les différents "régimes de fonctionnement" observés. En se basant sur une recherche bibliographique, nous nous attacherons à pointer les similitudes et à donner les indices permettant au lecteur de lire les graphes recueillis expérimentalement.

3.8.1 Le régime d'impulsion longues



(a) Evolution temporelle de la modulation du champ.

(b) Evolution spectrale correspondante.

FIG. 3.6 – Une impulsion longue par tour de cavité.

Les interactions au sein du laser Raman conduisent à une modulation de l'évolution temporelle de la radiation de la première onde Stokes. La figure 3.6(a) illustre l'apparition d'une forme impulsionnelle longue, d'une durée d'environ $2 \mu\text{s}$, avec un taux de répétition de 57kHz , c'est-à-dire une impulsion par tour de cavité (la fibre mesure 3.5 km). Le spectre optique 3.6(b) présente un pic vers 1580 nm de faible largeur à -3 dB . Peu de résultats similaires à ceux-ci sont reportés dans la littérature. Des résultats voisins ont été obtenus par Zhao et Jackson [61]. La configuration de leur laser est différente et l'effet laser impulsionnel est créé sur la radiation issue du gain d'une fibre Erbium ainsi que sur les radiations Raman générées dans une fibre germanium. Spence *et al.* [62],[63] ont exploré de façon numérique le comportement de leur laser. Leur interprétation de ce type de régime impulsionnel est une déplétion de l'onde de pompe due à l'effet Raman contra-propagatif stimulé. Toutefois il n'y a pas de conclusions claires sur le fait que ce régime soit issu d'un Q-switch ou résulte d'un blocage de modes.

Impulsions longues bruitées Nous avons observé un régime pour lequel une enveloppe temporelle impulsionnelle s'est développée, au sein de laquelle se trouve une série d'impulsions, comme le montre la

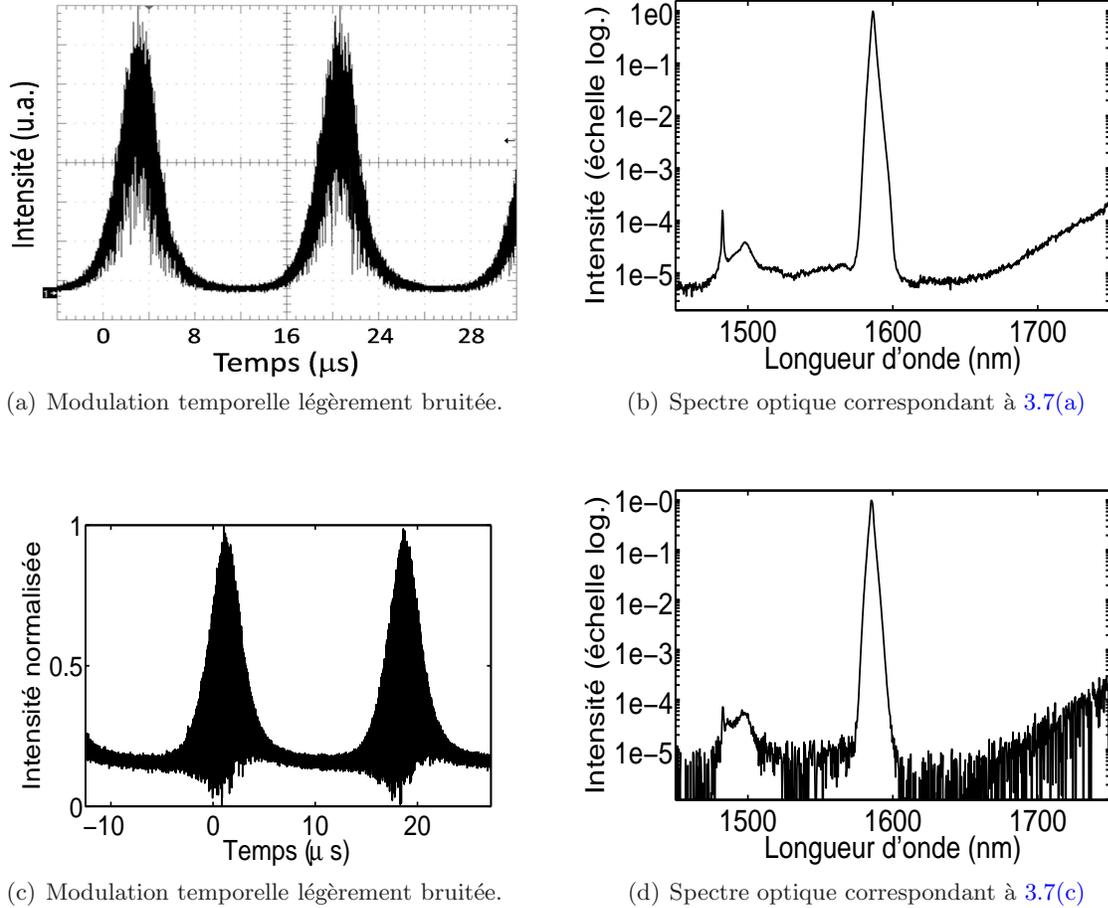


FIG. 3.7 – Modulation bruitée.

figure 3.7. Ce régime évolue ensuite vers une impulsion de plus en plus bruitée 3.7(c). Le spectre optique varie peu d'un cas à l'autre comme l'indiquent les figures (3.7(b)) et (3.7(d)).

Ces résultats montrent les prémices de l'apparition d'impulsions courtes au sein de la cavité. Cette subdivision d'une impulsion longue en une quantité d'impulsions courtes peut éventuellement être interprétée comme une avancée vers un régime de blocage de modes [64].

3.8.2 L'impulsion bruitée, Noiselike pulse

Horowitz *et al.* [65] ont noté un comportement similaire à celui reporté sur les figures 3.8 au sein d'une cavité laser dopée Erbium et appellent ce régime "impulsions bruitées" [66]. Ce régime se caractérise par un élargissement du spectre optique, qui possède dans notre cas une largeur à -3 dB d'environ 5 nm pour le pic autour de 1565 nm et 30 nm de largeur pour la radiation centrée en 1590 nm. Temporellement, nous observons sur la figure (b), un grossissement de ce paquet d'impulsions, qui ne présente aucune régularité, que ce soit dans l'espacement entre les impulsions, ou bien encore dans leur largeur ou leur amplitude. Horowitz *et al.* interprètent ce phénomène comme un blocage de mode partiel. En effet, le taux de répétition égal à l'inverse du temps de parcours de la cavité et la forme constante des enveloppes

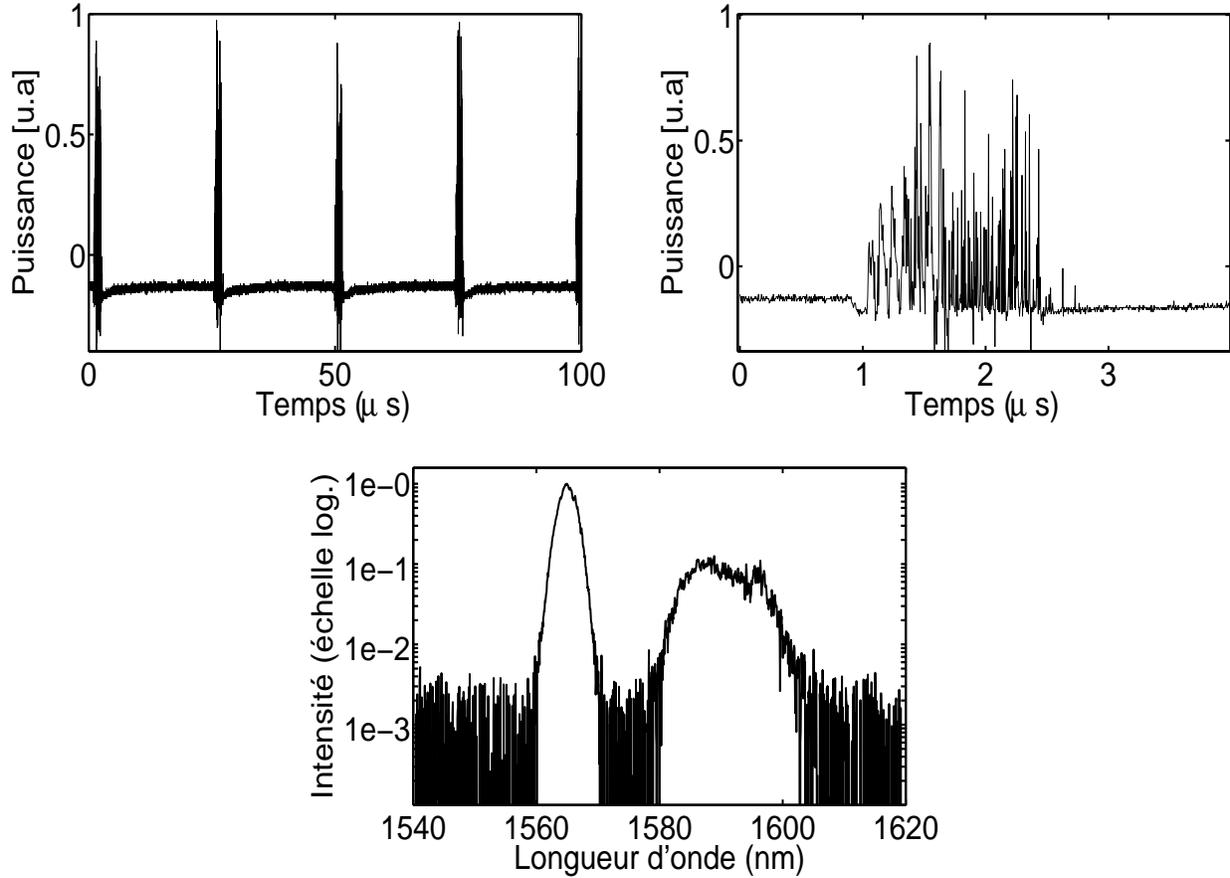


FIG. 3.8 – (a) trace temporelle sur 4 tours de cavité. (b) zoom sur une impulsion bruitée. (c) Spectre optique correspondant.

des impulsions tendent à prouver un certain ordonnancement des modes de la cavité.

3.8.3 L'impulsion longue rectangulaire

Un autre régime de fonctionnement de notre laser génère des impulsions de forme carrée, avec un taux de répétition égal au tour de cavité. Les résultats de la figure 3.9 ont été obtenus pour deux puissances différentes, la puissance la plus faible correspond à la durée temporelle la plus courte. Les spectres optiques de ces impulsions sont centrés autour de 1590 nm et présentent une déplétion en leur centre (cf. figures (3.9(c),3.9(d))). L'analyse de l'agencement des modes de la cavité au travers des spectres radio-fréquences (fig.3.9(e),3.9(d)) indique que l'amplitude des modes décroît lentement dans le cas de l'impulsion de 200 ns et présente des fluctuations notables des amplitudes des modes dans le cas de l'impulsion plus courte.

3.8.4 Les impulsions qui se coalescent

Des impulsions de faible durée se détachent parfois de cette impulsion longue et disparaissent après une valeur fixe de décalage temporel (cf figure 3.10). Parfois les impulsions rejoignent l'impulsion longue. Cette

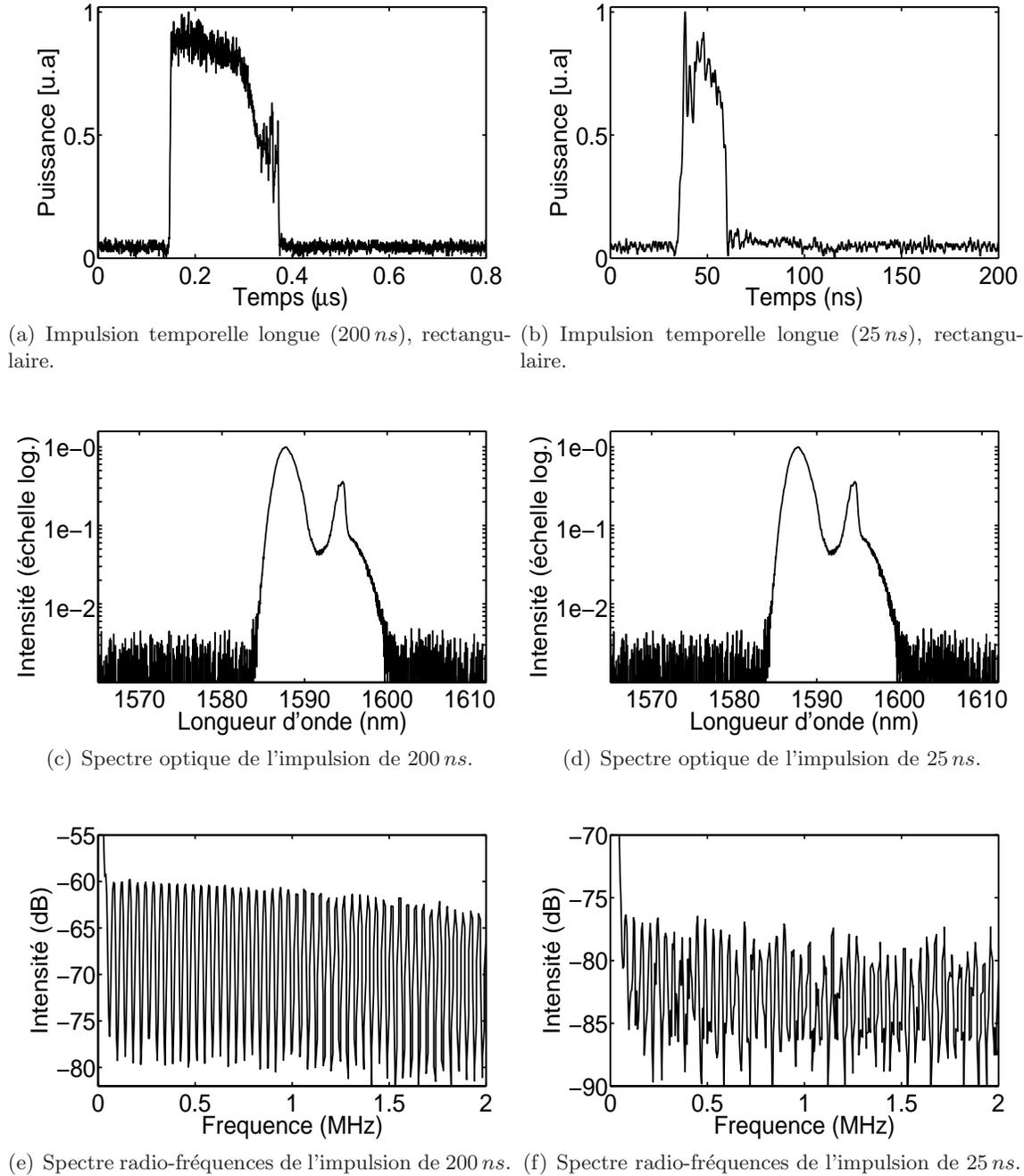


FIG. 3.9 – Deux impulsions longues, de forme rectangulaire.

fois encore, comme dans le cas des impulsions rectangulaires, le spectre optique présente deux bosses, pour une largeur totale de 18 nm. Ces constatations laissent à penser que l'impulsion longue est constituée d'une multitude d'impulsions courtes. L'ajustement de la puissance fait varier la taille de l'impulsion totale ainsi que la vitesse de dérive des impulsions qui se détachent. Si l'on émet l'hypothèse que cette forme impulsionnelle longue est un paquet d'impulsions agglomérées, il est alors possible d'interpréter les résultats de la figure 3.9 par le fait qu'à puissance faible, moins d'impulsions peuvent exister au sein de

la cavité et donc la taille de l'impulsion rectangulaire diminue.

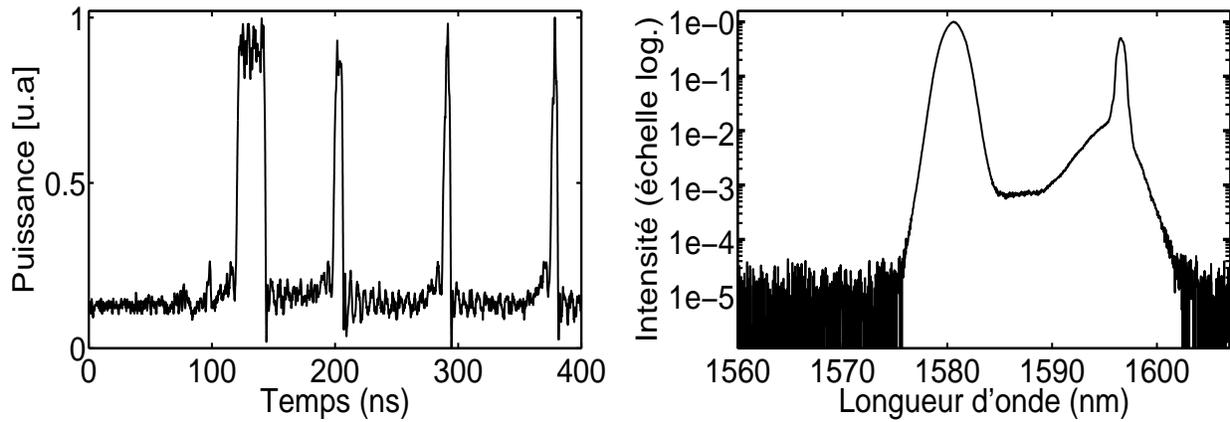


FIG. 3.10 – Coalescence d'impulsions.

3.8.5 Le régime multi-impulsionnel

Lorsque la puissance du laser de pompe est diminuée et la polarisation réajustée, le régime d'impulsions mouvantes observé précédemment se fige, et l'impulsion rectangulaire finit par éclater en de multiples impulsions. Ces impulsions sont irrégulièrement espacées temporellement, comme l'illustre la figure 3.11.

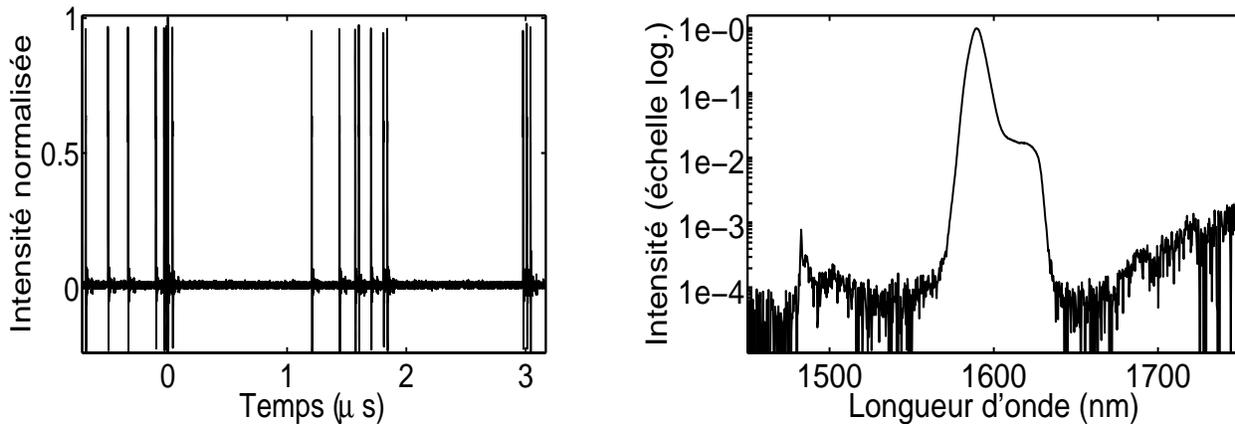


FIG. 3.11 – Trace temporelle et spectre associé à l'observation de multiples impulsions au sein de la cavité.

Certaines expériences ont montré une auto-organisation des impulsions afin que l'espacement entre celles-ci soit égal. On parlera alors de “*blocage de modes harmoniques*”. Des méthodes de modulation active de la phase ou de l'amplitude peuvent permettre de faire évoluer le système vers ce régime de fonctionnement. La modulation passive est également abordée dans [67]. Des études théoriques de l'auto-organisation ont été menées à l'Université d'Angers [68].

3.8.6 L'impulsion unique

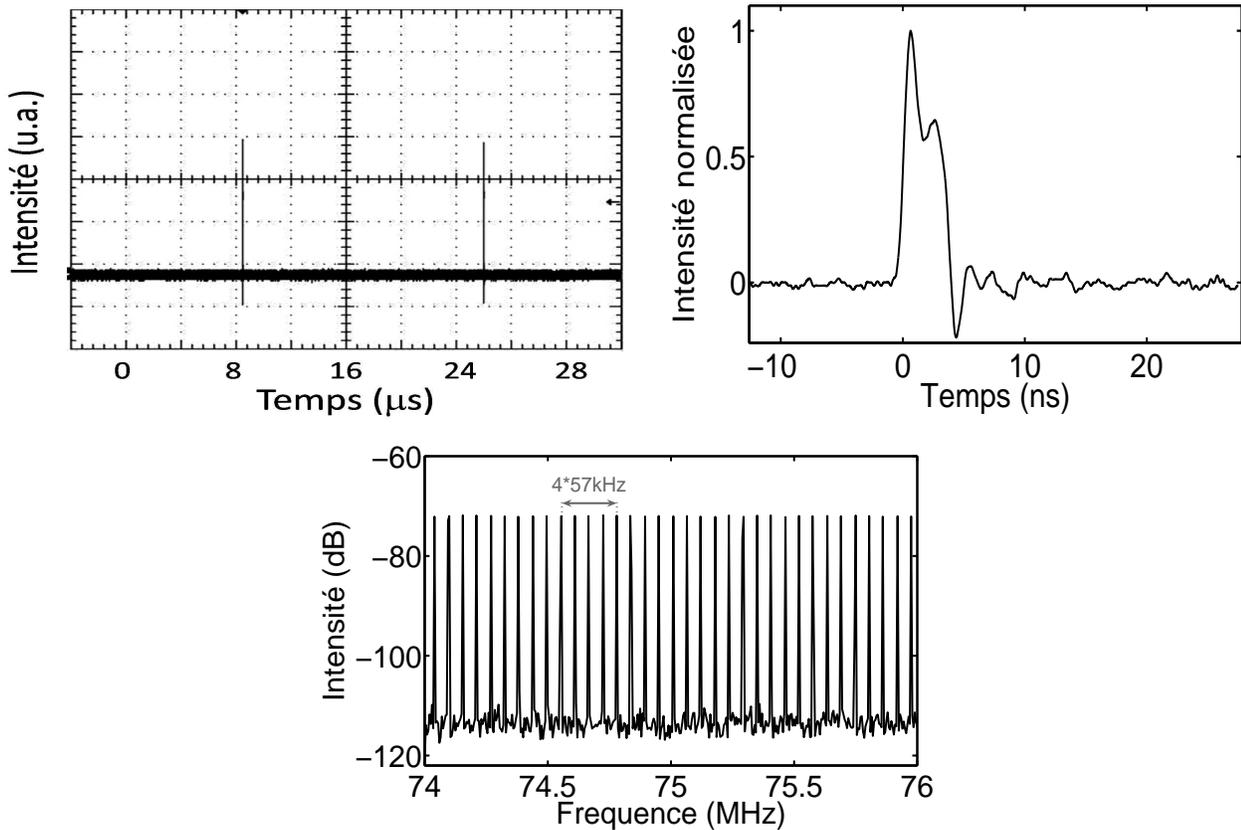


FIG. 3.12 – Impulsion unique de durée 4 ns , le spectre Radio-fréquence a été mesuré autour de 75 MHz , afin d'observer le comportement à hautes fréquences. Celui-ci s'est révélé stable.

Dans certains cas, nous observons une impulsion unique par tour de cavité, comme l'illustre la figure 3.12. Cette impulsion a une durée temporelle d'environ 4 ns . Cette fois, le spectre radio-fréquence indique un blocage des modes jusque très loin en fréquence (ici la figure 3.12 présente un zoom autour de 75 MHz).

Enfin, en ajustant très prudemment la puissance du laser de pompe, le résultat de la figure 3.13 a été obtenu. Le diagramme temporel présente des impulsions espacées de $25\ \mu\text{s}$, soit le temps de parcours de la cavité. La durée temporelle de l'impulsion ne peut pas être déterminée précisément sur le zoom de la figure de gauche. En effet, nous y observons un signal qui présente une alternance négative. Cela signifie que nous observons la réponse impulsionnelle de la photodiode. En effet, lorsque la durée de l'impulsion est inférieure au temps de réponse du détecteur, une oscillation est observable dans la queue de l'impulsion.

Ce régime est stable dans le temps, pourvu qu'il n'y ait pas de fluctuations des conditions environnementales. En effet, les mouvements de la fibre dus à la climatisation ou à des déplacements d'air sont suffisants pour faire disparaître ce régime de fonctionnement.

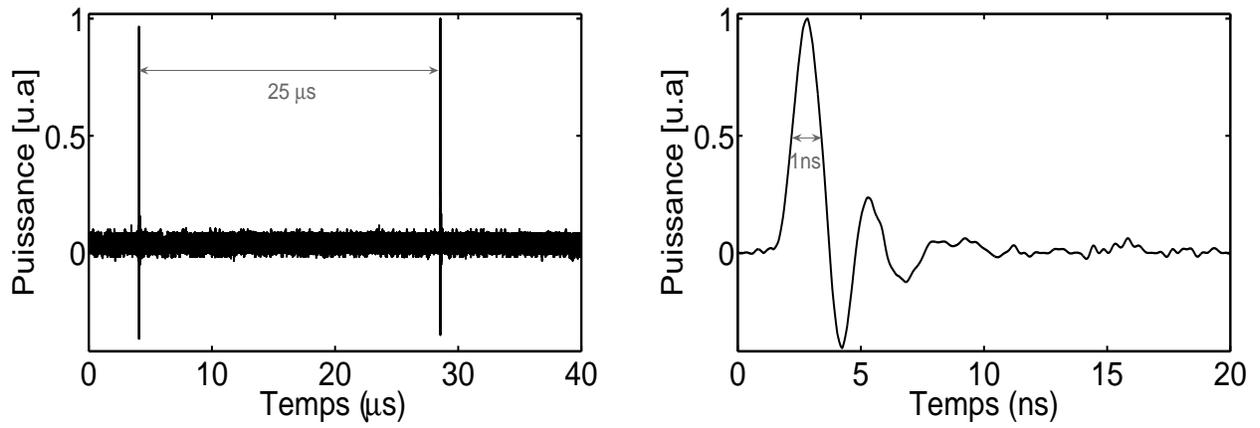


FIG. 3.13 – Impulsion unique de durée 1 ns

Conclusion du chapitre 3

Dans ce chapitre, nous avons rapporté divers régimes de fonctionnement du laser impulsionnel Raman en anneau, basé sur la rotation non-linéaire de polarisation et son filtrage en polarisation. Ce type de laser utilisant *uniquement* l'effet Raman au sein de la cavité n'avait jamais été étudié sur la première radiation Stokes (S.Randoux *et al.* ayant utilisé le multicascadage sur la quatrième onde Stokes [60]). Nous devons rester prudents quant à l'interprétation de la génération d'impulsions au sein de notre laser en tant qu'un effet de mode locking. En effet, en l'absence de mesures plus précises des impulsions qui ont été obtenues, il est difficile d'en caractériser la durée temporelle, et encore plus les phases. Toutefois, nous avons observé beaucoup de comportements typiques des lasers en cavité, ce qui nous a indiqué que ce laser et les mécanismes qui engendrent la formation d'impulsions sont complexes. La zoologie très riche et les multiples hystérésis en puissance et en polarisation rendent la tâche ardue. Même s'il n'est pas possible de donner précisément les conditions de puissance et de polarisation qui conduisent aux différents régimes exposés, de nombreuses perspectives sont aujourd'hui dans la directe continuité de ce travail.

Plusieurs pistes pour l'amélioration de la compréhension de ce laser sont envisageables, notamment en réduisant les degrés de liberté trop nombreux actuellement. De plus, l'achat d'un laser polarisé, sans avoir encore donné de résultats remarquablement différents du laser de pompe non-polarisé, permet d'éliminer un paramètre dans le champ initial, et facilitera la compréhension et peut être la modélisation. L'étude d'un laser comportant une fibre plus courte est également envisagée. Enfin, quelques pistes pour de futures simulations numériques peuvent, sans aucun doute, fournir un meilleur éclairage sur la dynamique de ce laser.

Théorie cinétique

4.1 Introduction

L'étude des propriétés de cohérence des ondes optiques partiellement incohérentes se propageant dans un milieu non-linéaire [69] est apparue peu après la création des lasers, en raison du fait que ceux-ci présentaient un faible degré de cohérence [70]. En effet, les théories supposaient le rayonnement laser parfaitement cohérent, or les observations tir à tir des impulsions laser ont montré une faible reproductibilité, ce qui fit abandonner l'idée que les lasers étaient parfaitement monomodes et cohérents. Durant les années qui suivirent, la découverte du soliton optique cohérent [71] a conduit les chercheurs à étudier ce phénomène et ses nombreuses applications, notamment pour les télécommunications optiques [72], en délaissant quelque peu l'étude des phénomènes incohérents.

L'optique incohérente a récemment connu un regain d'intérêt depuis la démonstration expérimentale par Mitchell *et al.* [73] de l'auto-piégeage au sein d'un matériau photoréfractif d'un champ optique spatialement et temporellement incohérent. C'est la nature non-instantanée de l'effet photoréfractif [73] qui permet l'auto-piégeage du champ optique. En effet, le temps de réponse de la non-linéarité est lent comparé au temps caractéristique des fluctuations de phase du faisceau, de sorte que le milieu ne réagit qu'à l'intensité moyenne du champ optique. Ce nouvel intérêt pour le domaine de l'optique incohérente a donné lieu à de nouvelles découvertes telles que l'instabilité modulationnelle incohérente [74, 75, 76], l'existence de solitons noirs incohérents [77, 78]. Il est important de noter que des travaux récents sur la propagation non-linéaire d'ondes optiques incohérentes ont également été menés dans des milieux à réponse instantanée [79, 80, 81, 82, 83].

Afin d'étudier la dynamique des ondes incohérentes se propageant dans des milieux non-linéaires à réponse lente, diverses théories ont été élaborées. Nous pouvons citer la méthode utilisant la fonction de cohérence mutuelle [84], la théorie multimode auto-consistante [85], la méthode de la densité cohérente [86]. Enfin, la statistique de la propagation d'un champ incohérent peut également être analysée grâce aux fonctions de Wigner [87]. Christodoulides *et al.* [88] et Lisak *et al.* [89] ont montré que ces quatre approches sont équivalentes et que le choix de la méthode à employer dépend du contexte de l'étude.

Ces quatre théories permettent de décrire la dynamique des champs incohérents se propageant au sein d'un milieu non-linéaire à réponse lente, cependant elles n'apportent pas une réponse concernant l'évolution à long terme d'un champ optique incohérent. Pourtant, par analogie avec un système classique de particules, le champ optique peut évoluer, grâce à la non-linéarité, vers un état d'équilibre thermodynamique.

La relaxation d'onde vers un état d'équilibre est une question au coeur de la turbulence développée, et constitue un problème encore non-résolu. Cependant, il existe une simplification majeure à ce problème de turbulence développée lorsque les effets non-linéaires sont dominés par les effets linéaires, où il est alors possible d'appliquer la théorie cinétique des ondes. Cette théorie est issue des nombreuses recherches effectuées dans le domaine des plasmas et a été généralisée dans le cadre de la théorie de la turbulence faible [90] [91] [92].

Lorsque l'onde incohérente se propage dans le milieu non-linéaire, l'information sur la phase de l'onde n'est pas pertinente dans le cadre des interactions faiblement non-linéaires. C'est pourquoi, sous certains

aspects, la théorie cinétique des ondes peut être considérée comme basée sur “l’approximation des phases aléatoires”. Les phases aléatoires peuvent être moyennées, ce qui nous permet d’obtenir des équations cinétiques irréversibles pour l’évolution du spectre du champ [91] et ce, en dépit de la réversibilité formelle des équations de propagation d’onde. Comme nous le verrons, l’évolution irréversible du spectre s’exprime formellement en théorie cinétique, par un théorème H de croissance de l’entropie, dont l’origine est analogue au théorème H de Boltzmann pour un système gazeux.

Ce chapitre est consacré à l’introduction de la théorie cinétique des ondes, à la méthode de dérivation des équations ainsi qu’aux définitions nécessaires à la compréhension du chapitre suivant, qui sera une application de cette théorie au cas de la génération de supercontinua.

4.2 Propriétés des ondes incohérentes

Transformée de Fourier et cohérence

Considérons une impulsion lumineuse et appelons $E(t)$ le champ temporel complexe associé à cette impulsion. En définissant le module de l’amplitude temporelle $|E(t)|$ et la phase $\phi(t)$, le champ s’écrit :

$$E(t) = |E(t)| \exp[i\phi(t)]. \quad (4.1)$$

L’intensité temporelle est proportionnelle au module carré du champ : $I(t) \propto |E(t)|^2$. Remarquons que c’est cette grandeur ; l’intensité, et non le champ, qu’enregistrent les détecteurs.

Le champ spectral complexe $\tilde{E}(\omega)$ est défini par la transformée de Fourier de $E(t)$:

$$\tilde{E}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} E(t) \exp(i\omega t) dt. \quad (4.2)$$

Etant une grandeur complexe, celui-ci peut s’écrire

$$\tilde{E}(\omega) = |\tilde{E}(\omega)| \exp[i\Phi(\omega)], \quad (4.3)$$

où $|\tilde{E}(\omega)|$ et $\Phi(\omega)$ représentent respectivement son module et son argument.

Le spectre $S(\omega)$, qui décrit le poids des différentes composantes spectrales présentes dans l’impulsion, est proportionnel au carré de l’amplitude spectrale : $S(\omega) \propto |\tilde{E}(\omega)|^2$.

Pour aborder la propriété de cohérence d’une onde, il nous faut tout d’abord définir ce qu’est une impulsion *transformée de Fourier limite*.

L’impulsion est dite *limitée par transformée de Fourier* si toutes les phases spectrales sont constantes ($\forall \omega, \Phi(\omega) = cste$), alors le champ spectral est réel ($\tilde{E}(\omega) \in \mathbb{R}^+$). Dans ce cas particulier, il est alors possible d’écrire le champ temporel comme étant la transformée de Fourier inverse de la racine du spectre :

$$E(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \sqrt{S(\omega)} \exp(-i\omega t) d\omega. \quad (4.4)$$

Pour une telle impulsion, toutes les composantes spectrales sont en phase : l'onde est alors **cohérente**.

Il est possible de construire d'autres impulsions, qui auraient le même spectre de puissance mais avec des phases non-nulles :

$$E(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp[i\Phi(\omega)] \sqrt{S(\omega)} \exp(-i\omega t) d\omega \quad (4.5)$$

avec $\Phi(\omega)$ une fonction arbitraire de ω . Suivant la nature de $\Phi(\omega)$, il peut encore exister ou non une relation de phase entre les différentes composantes spectrales de l'onde. Si $\Phi(\omega)$ est une fonction aléatoire de ω , les composantes spectrales de l'impulsion n'auront aucune relation de phase entre elles, et l'onde sera considérée comme étant **totalelement incohérente**.

Les effets de cohérence sont démontrés très tôt lors d'expériences d'interférométries comme lors de l'expérience des fentes d'Young (1801) ou encore l'interféromètre de Michelson (1881). Le fait qu'une impulsion soit transformée de Fourier limite garantit sa cohérence. En revanche, le fait qu'une impulsion ne soit pas transformée de Fourier limite n'est pas suffisant pour définir une onde incohérente. Il est donc nécessaire de faire appel à d'autres critères pour définir complètement une onde incohérente, notamment en précisant les conditions sur les phases des ondes.

Notion de processus stochastique

Un processus stochastique est, par définition, aléatoire et ne peut pas s'étudier sur une seule réalisation de l'expérience. Pour le caractériser de façon précise, il est nécessaire d'effectuer une moyenne sur un ensemble de réalisations. Chaque réalisation est différente et n'apporte que peu d'éléments de compréhension. C'est le **moyennage** de celles-ci qui va permettre de distinguer les caractéristiques d'un phénomène. Souvent, cette difficulté à identifier sur une seule réalisation les grandeurs caractéristiques qui influent sur le comportement vient du fait que le nombre de facteurs intervenants dans la dynamique est très grand. Dans un gaz en mouvement par exemple, l'étude de la trajectoire d'une particule en particulier n'indiquera pas de façon certaine le sens de déplacement du gaz, alors que la moyenne des trajectoires pourra donner une valeur plus exacte.

Le fait remarquable est qu'en dépit de ces multiples agents aléatoires, la statistique du processus étudié (valeur moyenne, écart type,...) obéit à des lois simples et reproductibles au cours du temps, pourvu qu'on l'analyse à des échelles de temps appropriées. La théorie des processus stochastiques cherche à formuler des modèles d'évolution, où le manque d'information est suppléé par des hypothèses probabilistes adéquates (hypothèse d'une statistique gaussienne des champs optiques par exemple). La situation, bien que beaucoup plus riche dans son domaine d'application, est similaire à celle de la mécanique statistique de l'équilibre : l'hypothèse des ensembles statistiques (microcanonique, canonique,...) permet de décrire les observations macroscopiques de la thermodynamique qui sont, elles, parfaitement régulières et reproductibles. Un des précurseurs de ce type d'analyse fut le botaniste écossais Brown (1773-1858), qui observa le mouvement aléatoire de grains de pollen en suspension dans l'eau. Il remarqua que les mouvements étaient imprévisibles et irréguliers, indépendants de la nature de la particule, et qu'ils ne

cessaient jamais. Ce sont les caractéristiques d'un mouvement brownien.

Bien sûr, les grandeurs que nous allons utiliser seront des moyennes statistiques, qui auront des probabilités p de prendre une valeur définie dans un espace donné. A partir d'un état initial identique, plusieurs comportements seront observés. C'est la moyenne de ceux-ci qui nous indiquera les caractéristiques de l'évolution de notre onde. Nous devons alors trouver un moyen de construire la distribution de probabilité du processus à partir de l'expérience. Considérons une séquence de temps t_0, t_1, \dots, t_n . L'idée est alors de prendre, au temps t_j , un petit intervalle $I_j = [x_j, x_j + dx_j]$ et de regarder le nombre de réalisations qui passe dans cet intervalle. La probabilité qu'une réalisation prenne une valeur entre x_j et $x_j + dx_j$ sera alors le nombre de réalisations passant par I_j divisé par le nombre total de réalisations. Si nous prenons n intervalles $I_j = [x_j, x_j + dx_j]$ avec $j \in [1, n]$, $n \in \mathbb{N}$, nous définissons les distributions de probabilités jointes du processus par

$$p(x_1, t_1; \dots; x_n, t_n) dx_1 \dots dx_n = \text{probabilité de trouver } \{x(t_1) \in I_1, \dots, x(t_n) \in I_n\}$$

avec $t_i \neq t_j \forall i \neq j$ et $i, j \leq n$.

Les fonctions $p(x_1, t_1; \dots; x_n, t_n)$, $t_1 \neq t_2 \neq \dots \neq t_n$ sont appelées *densités de probabilités absolues* du processus et doivent satisfaire les conditions suivantes :

- i $p(x_1, t_1; \dots; x_n, t_n) \geq 0$
- ii $\int_{\mathbb{R}^n} p(x_1, t_1; \dots; x_n, t_n) dx_1 \dots dx_n = 1 \forall \{t_1; \dots; t_n\}$
- iii $p(x_1, t_1; \dots; x_n, t_n)$ est une fonction symétrique sous les permutations des arguments $\{x_1, t_1; \dots; x_n, t_n\}$
- iv $\int_{\mathbb{R}} p(x_1, t_1; \dots; x_n, t_n) dx_n = p(x_1, t_1; \dots; x_{n-1}, t_{n-1})$.

Un *processus stochastique* est défini par la donnée de l'ensemble des probabilités absolues $\{p(x_1, t_1; \dots; x_n, t_n)\}_{n \geq 1}$ satisfaisant aux conditions *i* à *iv*. Les champs stochastiques qui nous intéressent dans ce manuscrit présentent des fluctuations temporelles. En effet, l'ajout d'une phase spectrale aléatoire, caractéristique des champs incohérents, va avoir un impact direct sur le profil temporel du champ.

Statistique appliquée à l'optique

L'approche statistique de nos champs optiques nécessite la définition des probabilités de trouver le champ dans un état donné [93] [94]. Dans de nombreux problèmes physiques ou d'ingénierie, les phénomènes aléatoires sont présents et résultent de beaucoup d'événements aléatoires indépendants.

Nous allons maintenant définir les espaces mathématiques dans lesquels nous allons évoluer. Considérons l'ensemble \mathbb{E} des fonctions amplitudes complexes initiales, qui regroupe donc les fonctions du type $E_j(t, z = 0)$. Cet ensemble sera associé à l'espace $\tilde{\mathbb{E}}$ des champs complexes $\tilde{E}_j(\omega, z = 0)$ obtenus par transformation de Fourier.

$$\mathbb{E} = \{E_j(t, z = 0)\}, \quad \tilde{\mathbb{E}} = \{\tilde{E}_j(\omega, z = 0)\} \tag{4.6}$$

Dans notre modèle, l'ensemble $\tilde{\mathbb{E}}$ sera restreint aux champs ayant un spectre d'amplitude donné (gaussien par exemple) et des distributions de phases $\Phi(\omega)$ aléatoires. Le symbole $\langle . \rangle$ indique ainsi le moyennage statistique d'un champ d'amplitude donnée avec différentes réalisations possibles de ses phases

$\Phi(\omega)$. Remarquons qu'il est possible de définir d'autres ensembles où la phase mais aussi la puissance sont aléatoires.

A chaque fonction \tilde{E}_j de l'espace $\tilde{\mathbb{E}}$, va être associé une probabilité que le spectre soit dans cet état \tilde{E}_j . Plus précisément, comme l'ensemble est continu, nous allons définir une densité de probabilité (encore appelée fonction de probabilité) $p_{\tilde{E}_j}(\tilde{E}_j)$. A partir des probabilités énoncées précédemment, il est possible de définir une observable X , fonctionnelle de $\tilde{E}_j(\omega)$ telle qu'à chaque $\tilde{E}_j(\omega)$ soit associé un nombre $x(\tilde{E}_j)$. Les moyennes des observables sont notées :

$$\langle X \rangle = \int_{\tilde{\mathbb{E}}} p_{\tilde{E}_j}(\tilde{E}_j) x(\tilde{E}_j) \quad (4.7)$$

L'intégration de l'équation (4.7) est réalisée sur chaque fonction \tilde{E}_j de l'ensemble $\tilde{\mathbb{E}}$, c'est-à-dire sur l'ensemble des possibles fonctions $\Phi(\omega)$.

Une des variables importantes pour la théorie cinétique est la variable spectre à une distance donnée z_0 . Celle-ci va être définie comme la moyenne statistique du module carré du champ spectral, sur l'ensemble des réalisations possibles. Nous définissons pour cela l'observable Y qui associe à chaque valeur de \tilde{E}_j , une valeur $y(\tilde{E}_j)$ telle que

$$y(\tilde{E}_j) = |\tilde{E}_j(\omega, z_0)|^2. \quad (4.8)$$

La valeur de cet observable est donc liée à la transformée de Fourier $\tilde{E}_j(\omega, z = z_0)$, qui est solution en $z = z_0$ d'une équation différentielle $\partial_z E_j = F[E]$ avec pour condition initiale $\tilde{E}_j(\omega, z = 0)$. La valeur moyenne de cette observable est :

$$n_j(\omega, z_0) = \langle Y \rangle = \int_{\tilde{\mathbb{E}}} |\tilde{E}_j(\omega, z_0)|^2 p_{\tilde{E}_j}(\tilde{E}_j) \quad (4.9)$$

Théorème central limite et statistique gaussienne d'un laser multimode

Le théorème central limite est un théorème très récurrent dans les problèmes statistiques, il fût établi en 1812 par P.S. de Laplace. Dans le cadre de l'optique, il est très employé pour définir les champs incohérents.

Considérons $U_1, U_2, U_3, \dots, U_n$, n variables aléatoires indépendantes, ayant des distributions de probabilités arbitraires, des valeurs moyennes : $\bar{u}_1, \bar{u}_2, \bar{u}_3, \dots, \bar{u}_n$ et des variances $\sigma_1^2, \sigma_2^2, \sigma_3^2, \dots, \sigma_n^2$. Définissons une variable aléatoire Z , de moyenne nulle et de déviation standard unitaire comme étant :

$$Z = \frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{i=1}^n \frac{U_i - \bar{u}_i}{\sigma_i} \quad (4.10)$$

Sous certaines conditions [93], qui sont souvent réalisées en réalité, il est possible de montrer que lorsque le nombre de variables n tend vers l'infini, alors la fonction densité de probabilité de Z : $p_Z(z)$ se rapproche d'une fonction gaussienne.

$$p_Z(z) \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{Z^2}{2}\right). \quad (4.11)$$

C'est cette caractéristique que l'on nomme *théorème central limite*.

Considérons une cavité laser fortement multimode, dans laquelle de nombreux modes longitudinaux sont excités par le faisceau laser. Le champ sortant de la cavité résulte de la superposition des modes E_j et s'écrit donc comme la somme suivante :

$$E_{total} = \sum_{j=1}^n E_j. \quad (4.12)$$

Chacun des modes a sa propre phase et la somme de ceux-ci, E_{total} réunit donc les conditions nécessaires à l'application du théorème central limite. La statistique de l'onde incohérente issue de ce laser, avec son nombre très important de modes longitudinaux ($n \rightarrow \infty$), va tendre vers une statistique gaussienne.

Propriétés de la statistique gaussienne

Les variables ayant une statistique gaussienne présentent de nombreuses propriétés, nous allons bien sûr rappeler ici uniquement celle qui nous sera utile pour les calculs nécessaires à la dérivation des équations de la théorie cinétique. Afin d'effectuer notre démonstration, nous allons définir les fonctions caractéristiques. La fonction caractéristique d'une variable aléatoire U est définie par sa relation avec la fonction densité de probabilité $p_U(u)$ selon :

$$\mathbf{M}_U(\omega) \triangleq \int_{-\infty}^{\infty} p_U(u) \exp(j\omega u) du \quad (4.13)$$

$$p_U(u) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{M}_U(\omega) \exp(-j\omega u) du \quad (4.14)$$

Dans le cas d'une statistique gaussienne, la fonction caractéristique (encore appelée fonction génératrice de moments) est de la forme :

$$\mathbf{M}_U(\omega) = \exp\left(-\frac{\sigma^2 \omega^2}{2}\right) \exp(j\omega \bar{u}), \quad (4.15)$$

expression dans laquelle \bar{u} et σ sont la valeur moyenne ainsi que la déviation standard de la variable aléatoire U .

La densité de probabilité, plus usuelle pour nous, est liée à la fonction caractéristique par une inversion de Fourier et s'exprime :

$$p_U(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left\{-\frac{(u - \bar{u})^2}{2\sigma^2}\right\} \quad (4.16)$$

Dans le cas de deux variables aléatoires, il est possible de définir la fonction caractéristique **jointe** :

$$\mathbf{M}_{UV}(\omega_U, \omega_V) = \iint_{-\infty}^{\infty} p_{UV}(u, v) \exp[j(\omega_U u + \omega_V v)] du dv \quad (4.17)$$

Dans le cas de plusieurs variables de statistiques gaussiennes jointes, les moments joints d'ordre supérieur à deux peuvent être exprimés en fonction de moments d'ordre un ou deux. Un moment du type

$\overline{u_1^p u_2^q u_3^r \dots u_n^k}$ peut être obtenu par différenciation partielle de la fonction caractéristique comme suit :

$$\overline{u_1^p u_2^q u_3^r \dots u_n^k} = \frac{1}{(j)^{p+q+r+\dots+k}} \frac{\partial^{p+q+r+\dots+k}}{\partial \omega_1^p \partial \omega_2^q \dots \partial \omega_n^k} \left[\mathbf{M}_U(\underline{\omega}) \right]_{\underline{\omega}=\underline{0}} \quad (4.18)$$

Pour des variables dites gaussiennes jointes, $U_1, U_2, U_3 \dots U_n$, la fonction caractéristique est de la forme :

$$\mathbf{M}_U(\underline{\omega}) = \exp \left\{ j \underline{\bar{u}}^t \underline{\omega} - \frac{1}{2} \underline{\omega}^t \underline{C} \underline{\omega} \right\} \quad (4.19)$$

L'équation (4.19) est similaire à (4.17), mais cette fois les variables sont des vecteurs et la matrice de covariance est la suivante :

$$\underline{\bar{u}} = \begin{bmatrix} \bar{u}_1 \\ \bar{u}_2 \\ \vdots \\ \bar{u}_n \end{bmatrix}, \quad \underline{\omega} = \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \vdots \\ \omega_n \end{bmatrix}, \quad \underline{C} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \dots & \sigma_{1n} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \dots & \sigma_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \sigma_{n1} & \sigma_{n2} & \dots & \sigma_{nn} \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

- Dans le cas de quatre variables aléatoires, nous obtenons par dérivation de (4.18) :

$$\overline{u_1 u_2 u_3 u_4} = \overline{u_1 u_2} \overline{u_3 u_4} + \overline{u_1 u_3} \overline{u_2 u_4} + \overline{u_1 u_4} \overline{u_2 u_3} \quad (4.21)$$

- Dans le cadre plus général de n variables aléatoires, qui seront notées $\{x_i\}_{i=1,N}$, nous appellerons moment d'ordre n de la variable x_i , la quantité

$$\mathcal{M}_n(x_i) = \langle x_i(t_1) x_i(t_2) \dots x_i(t_n) \rangle, \quad (4.22)$$

où $\langle \cdot \rangle$ indique une moyenne statistique sur un ensemble de réalisations. Une des propriétés remarquables des statistiques gaussiennes est que tous les moments d'ordres supérieurs peuvent s'exprimer comme une combinaison de moments d'ordre 2. Ce résultat, connu sous le nom de *théorème des moments gaussiens*, se met sous la forme :

$$\langle x_i(t_1) x_i(t_2) \dots x_i(t_n) \rangle = 0 \text{ si } n \text{ impair} \quad (4.23a)$$

$$= \sum_{(n-1)!! \text{ paires}} \langle x_i(t_1) x_i(t_2) \rangle \langle x_i(t_3) x_i(t_4) \rangle \dots \langle x_i(t_{n-1}) x_i(t_n) \rangle \text{ si } n \text{ pair.} \quad (4.23b)$$

Statistique stationnaire

Les champs qui seront étudiés dans ce manuscrit présenteront une statistique **stationnaire**. Un processus aléatoire est stationnaire si sa n -ième fonction de probabilité jointe $p_{\mathbb{E}}(E_1, E_2, \dots, E_n; t_1, t_2, \dots, t_n)$ est indépendante du choix de l'origine des temps. En termes mathématiques, la probabilité est identique par translation d'une constante T de l'origine des temps :

$$p_{\mathbb{E}}(E_1, E_2, \dots, E_n; t_1, t_2, \dots, t_n) = p_{\mathbb{E}}(E_1, E_2, \dots, E_n; t_1 - T, t_2 - T, \dots, t_n - T) \quad (4.24)$$

Remarquons que lorsque la densité de probabilité du champ est invariante lors d'une translation arbitraire de l'origine des longueurs, la statistique est alors dite **homogène**.

Dans ces conditions, la fonction de probabilité d'ordre deux est également indépendante de l'origine des temps. Elle ne dépend alors que de la différence de temps $\tau = t_2 - t_1$ et peut être écrite $p_{\mathbb{E}}(E_1, E_2; \tau)$. Le moment d'ordre deux, alors appelé *fonction d'auto-corrélation temporelle* du champ s'écrit :

$$\Gamma(t_1, t_2) = \langle E(t_1)E^*(t_2) \rangle = \langle E(t)E^*(t - \tau) \rangle = \Gamma(\tau), \quad (4.25)$$

La fonction d'auto-corrélation $\Gamma(t_1, t_2)$ permet d'évaluer la **corrélation** du champ avec lui-même, en deux points espacés dans le temps. Autrement dit, elle permet de déterminer les similitudes de structures entre $E(t)$ et $E(t - \tau)$ après qu'un intervalle de temps τ se soit écoulé.

Considérons maintenant la moyenne d'ensemble du produit $\tilde{E}(\omega)\tilde{E}^*(\omega')$ où l'on rappelle que $\tilde{E}(\omega)$ est la transformée de Fourier de $E(t)$:

$$\langle \tilde{E}(\omega)\tilde{E}^*(\omega') \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \langle E(t)E^*(t') \rangle e^{i(\omega t - \omega' t')} dt dt'. \quad (4.26)$$

qui devient, en considérant l'Eq. (4.25) :

$$\langle \tilde{E}(\omega)\tilde{E}^*(\omega') \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} \Gamma(\tau) e^{-i\omega'\tau} d\tau \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i(\omega - \omega')t} dt. \quad (4.27)$$

Pour un processus stationnaire, les composantes spectrales du champ sont dites δ -corrélées et la densité spectrale $n(\omega)$ est alors définie par

$$\langle \tilde{E}(\omega)\tilde{E}^*(\omega') \rangle = n(\omega)\delta(\omega - \omega'). \quad (4.28)$$

Le spectre $n(\omega)$ est ainsi relié à la fonction d'autocorrélation :

$$n(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \Gamma(\tau) e^{i\omega\tau} d\tau. \quad (4.29)$$

Ce résultat, connu sous le nom de théorème de Wiener-Kintchine, montre que *la densité spectrale d'un processus stationnaire est donnée par la transformée de Fourier de la fonction d'auto-corrélation du champ*.

Temps de cohérence

Le temps de cohérence est utilisé pour quantifier le degré de cohérence d'une source. Il se mesure sur la fonction d'auto-corrélation.

De manière générale, la fonction d'auto-corrélation est une fonction centrée autour de zéro, maximale en ce point, et qui décroît en fonction du temps. Voyons plus en détail l'allure de cette fonction dans les deux cas particuliers d'une impulsion cohérente et dans le cas d'un champ temporellement incohérent.

La figure 4.1 illustre la fonction d'auto-corrélation dans le cas d'une impulsion gaussienne cohérente. Sur la figure de gauche est représentée la trace temporelle, et à droite la fonction d'auto-corrélation correspondante. En comparant ces deux figures, il apparaît que la décroissance de la fonction d'auto-corrélation s'effectue sur une durée de l'ordre de la largeur temporelle de l'impulsion. En comparaison,

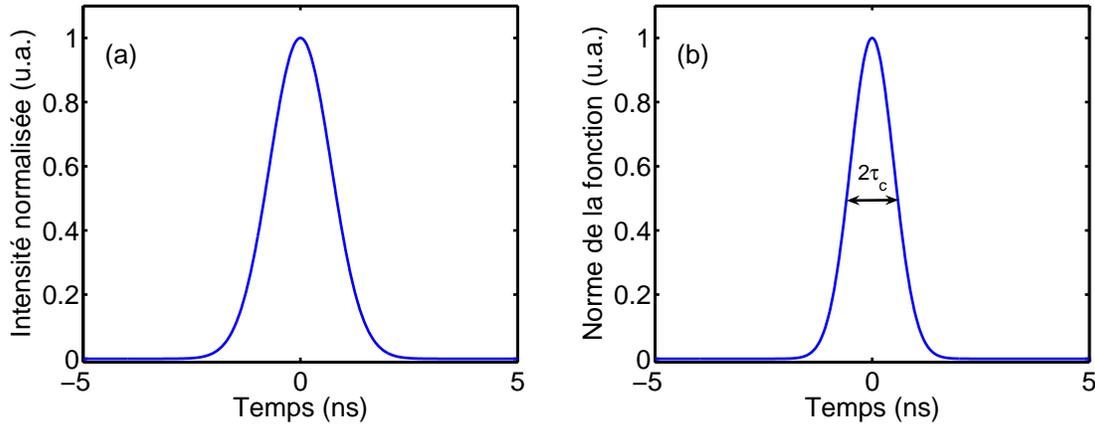


FIG. 4.1 – (a) Profil temporel d'une impulsion gaussienne cohérente. (b) Fonction d'auto-corrélation correspondante, avec un temps de corrélation défini à mi-hauteur de la fonction d'auto-corrélation.

une onde plane aura une fonction d'auto-corrélation constante, de valeur maximale en tout point.

Le **temps de cohérence** τ_c d'une onde est le temps mis par la fonction d'auto-corrélation pour atteindre une certaine valeur. Deux définitions majeures existent pour définir ce temps de cohérence :

- *Le temps de cohérence à mi-hauteur* : caractérisé par les points d'amplitude moitié de la valeur maximale.
- *Le temps de cohérence à $1/e$* : pour lequel les valeurs d'amplitudes à prendre en compte sont égales au maximum de la fonction divisé par e .

Encore une fois, le parallèle peut être fait avec la cohérence spatiale d'une onde, pour laquelle nous définirons une **longueur de cohérence** λ_c à partir de la fonction d'auto-corrélation spatiale.

Considérons maintenant le cas d'une onde incohérente. La figure 4.2 illustre en (a) l'évolution temporelle du champ, cette fois beaucoup plus chahutée que dans le cas précédent. Pour la fonction d'auto-corrélation en figure 4.2(b), le temps de cohérence associé s'interprète comme le temps de fluctuation moyen du champ. Plus le champ variera vite, plus le temps de cohérence sera court.

De plus, il est à noter que le temps de cohérence d'une onde incohérente est directement lié à sa largeur spectrale. Considérons une onde incohérente dont la largeur spectrale à mi-hauteur est $\Delta\nu$ et son temps de cohérence τ_c , le théorème de Wiener-Kintchin nous permet de relier ces deux grandeurs :

$$\Delta\nu \approx \frac{1}{\tau_c}. \quad (4.30)$$

A partir du spectre il nous est donc possible de déterminer approximativement le temps de cohérence du champ, comme l'analogie de la durée d'impulsion dans le cas d'une onde cohérente.

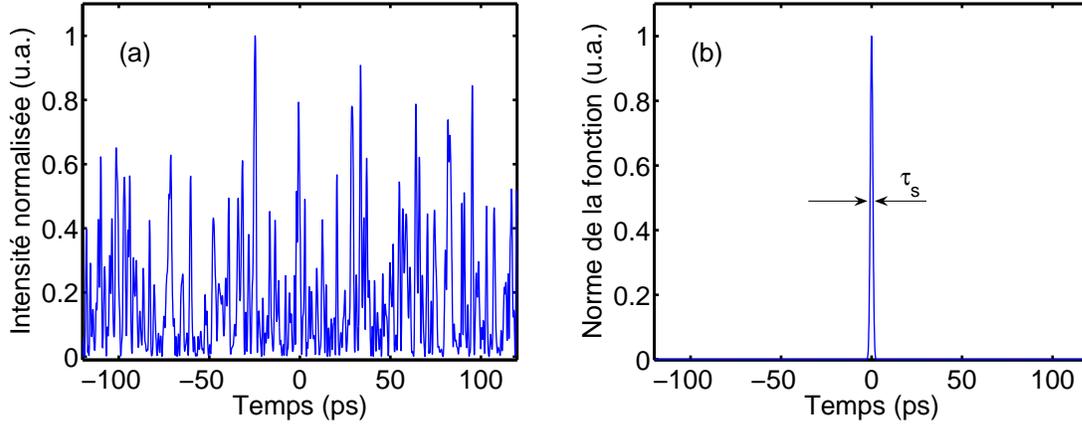


FIG. 4.2 – (a)Exemple de profil temporel d’un champ stochastique. (b)Fonction d’auto-corrélation correspondante.

Régime d’interaction incohérent

Comme nous l’avons vu lors du premier chapitre 1.6.2, il est possible de définir deux longueurs caractéristiques : L_D et L_{NL} , qui caractérisent les longueurs auxquelles les effets linéaires et respectivement non-linéaires ont produit un effet notable sur le champ optique. Nous allons maintenant reprendre les deux approches abordées dans le premier chapitre, mais d’un point de vue de la cohérence de l’onde. Cette fois, le temps caractéristique de l’onde que nous avons défini comme étant τ_0 , peut, dans le cas d’une onde incohérente, être assimilé à son temps de cohérence τ_c . La description de la propagation d’une onde dans un milieu non-linéaire peut être effectuée selon deux approches alternatives :

- **Approche cohérente** : ce cas correspond à l’inégalité $L_{NL} \ll L_D$, que nous avons évoqué au chapitre 1. Nous pouvons maintenant faire la comparaison pour les temps caractéristiques : $\tau_{NL} \ll \tau_c$. C’est dans ce cadre que s’effectuent la plupart des travaux d’optique non-linéaire, pour lesquels des structures cohérentes du type soliton apparaissent.
- **Approche incohérente** : dans ce cas, le temps (la longueur) de cohérence τ_c (λ_c) de l’onde est plus petit que le temps (la longueur) caractéristique d’évolution non-linéaire τ_{nl} (L_{nl}). Comme nous l’avons évoqué, c’est dans ce cadre que peut être utilisée la théorie cinétique des ondes. Les phases aléatoires des ondes ne jouent plus un rôle essentiel pour la description de la propagation de l’onde. Nous allons donc pouvoir appliquer l’approximation des phases aléatoires, dans laquelle les fluctuations rapides des phases sont “moyennées et éliminées” de la description théorique.

Une propriété essentielle de cette approche découle de la nature irréversible des équations cinétiques des champs stochastiques de statistiques stationnaires et homogènes. La propagation de l’onde dans un milieu non-linéaire se caractérise alors par une évolution irréversible vers un état d’équilibre thermodynamique. Cette évolution exhibe un théorème H , c’est-à-dire que son entropie hors-équilibre croît de façon monotone et stagne lorsque l’état d’équilibre est atteint. Ce théorème est analogue au théorème H de Boltzmann inhérent à la théorie cinétique des gaz.

Champ optique initial

Le spectre initial est un spectre gaussien, dont les phases associées à chaque mode sont aléatoires. C'est le modèle qui nous semble le plus représentatif du champ initial et des modes qui composent le champ optique injecté expérimentalement dans la fibre. Une seconde manière de modéliser le champ d'entrée est le modèle de diffusion de phase [93, 95, 96]. Ce second modèle suppose une fluctuation de la phase et de l'amplitude au cours du temps.

Nous allons maintenant étudier plus en détail la dérivation des équations cinétiques de la turbulence faible à partir de l'équation de Schrödinger non-linéaire à deux dimensions modélisant la propagation d'une onde optique incohérente dans un milieu non-linéaire.

4.3 Bases de la théorie cinétique de l'équation de Schrödinger Non-Linéaire

4.3.1 Intégrabilité et théorie cinétique

Un système Hamiltonien est dit *intégrable* au sens de Liouville s'il possède autant de quantités conservées que de degrés de liberté.

Considérons une équation aux dérivées partielles ; l'équation de Schrödinger non-linéaire unidimensionnelle, qui possède un nombre infini de degrés de liberté. Cette équation est dite *complètement intégrable* si elle possède un nombre infini d'invariants. La dynamique d'évolution est alors quasi-périodique et les trajectoires des solutions se déroulent sur des tores réguliers de l'espace des phases.

Lorsque le système est non-intégrable, il n'y a plus de comportement quasi-périodique et la dynamique observée est alors souvent celle d'un processus irréversible de diffusion dans l'espace des phases. Cette évolution irréversible vers un état d'équilibre peut être décrite par une *équation cinétique*, laquelle peut être dérivée par la théorie cinétique des ondes.

Nous allons ici nous intéresser à des champs optiques incohérents, caractérisés par une statistique stationnaire (homogène), se propageant dans un milieu non-linéaire à réponse instantanée. Notons que lorsque la statistique du champ est non-stationnaire (inhomogène), nous obtenons une équation cinétique du type Vlasov [97, 98]; par ailleurs, lorsque la réponse du milieu est non-instantanée, une équation cinétique de type Langmuir [99, 100] est obtenue, même en présence d'un champ de statistique stationnaire.

4.3.2 Equation modèle

Pour illustrer la mise en oeuvre de la théorie cinétique, considérons le cas non-intégrable de l'équation de Schrödinger non-linéaire (NLS) scalaire à deux dimensions représentant l'évolution d'un champ optique partiellement incohérent spatialement se propageant dans un milieu non-linéaire. Les développements complets se trouvent dans les articles [91, 92]. Nous allons ici rappeler les étapes principales pour la dérivation de l'équation cinétique à partir de l'équation NLS. L'équation NLS pour l'enveloppe $\psi =$

$\psi(x, y, z)$ du champ, s'écrit de la façon suivante :

$$i\partial_z\psi = -\alpha \nabla^2\psi + \gamma|\psi|^2\psi \quad (4.31)$$

$\nabla^2 = \partial_x^2 + \partial_y^2$ sont les dérivées spatiales du champ et en modélisent sa diffraction, $\alpha = \frac{1}{2k_0}$, k_0 étant le nombre d'onde. γ désigne le coefficient non-linéaire Kerr. L'analogue de $\psi = \psi(x, y, z)$ dans le domaine spectral sera noté $\Psi_k = \Psi(k, z) = TF(\psi)$.

L'Hamiltonien du système, de façon analogue aux calculs menés en mécanique classique, s'écrit :

$$H_{total} = \int_r \partial_z\psi^* \cdot (i\partial_z\psi) + \partial_z\psi \cdot (-i\partial_z\psi^*) dr \quad (4.32)$$

Le développement du calcul se fait par le biais d'intégrations par parties dans lesquelles le premier terme est considéré nul car le champ est supposé nul à l'infini. Nous pouvons alors distinguer les contributions des termes linéaires $E_{cin} = H_l$ et non-linéaires H_{nl} :

$$H_{total} = E_{cin} + H_{nl} \quad (4.33)$$

$$E_{cin} = \int_r (\alpha |\nabla\psi|^2) dr \quad (4.34)$$

$$H_{nl} = \frac{\gamma}{2} \int_r |\psi|^4 dr \quad (4.35)$$

Le système est donc Hamiltonien, et conserve une seconde quantité ; la puissance du champ optique :

$$N = \int |\psi|^2 d\mathbf{r} \quad (4.36)$$

Remarquons que la vérification s'effectue par le biais du calcul suivant :

$$i\partial_z N = \int \psi^* \cdot (i\partial_z\psi) + \psi \cdot (-i\partial_z\psi^*) dr = 0 \quad (4.37)$$

L'équation (4.31) conserve aussi la quantité de mouvement :

$$P = \frac{1}{2i} \int (\psi \nabla\psi^* - \psi^* \nabla\psi) dr. \quad (4.38)$$

Il est aussi important de remarquer que l'équation de Schrödinger non-linéaire (4.31) est formellement réversible, bien que sa dynamique exhibe un comportement de relaxation irréversible vers l'équilibre thermodynamique. L'équation cinétique que nous allons dériver dans le paragraphe suivant permet de décrire cette dynamique de thermalisation.

4.3.3 Dérivation de l'équation cinétique

Rappelons que le contexte d'application de la théorie cinétique est obtenu lorsque les effets linéaires dominent les effets non-linéaires.

Hasselmann [101] en 1962 à été le premier à dériver l'équation cinétique sur la base de l'approximation des phases aléatoires. Dans cette approche, qu'utilise également Zakharov en référence [91], les phases aléatoires sont moyennées et éliminées du calcul pour obtenir, dans le cas de champs stochastiques ayant une statistique quasi-gaussienne, une description de la "turbulence faible" de l'onde incohérente.

Une autre approche repose sur le fait que $L_{NL} \gg L_D$, ce qui implique des échelles de temps différentes pour l'évolution des effets linéaires et des effets non-linéaires. Un développement "multiéchelle" a ainsi été développé par Benney et Saffman [102] et Newell [103, 104, 92]. La séparation des échelles de temps permet de créer une hiérarchie des cumulants et ainsi aboutir à une équation fermée pour le cumulant d'ordre 2. Newell a fait la remarque que la statistique des champs n'a pas l'obligation d'être initialement Gaussienne : Quelle que soit la statistique initiale, les effets linéaires dominants la feront évoluer vers une statistique quasi-gaussienne. Il existe donc plusieurs approches permettant de dériver une équation cinétique d'évolution des champs incohérents se propageant au sein d'un milieu non-linéaire, exposées dans les références [91, 92]. Elles conduisent toutes deux à la même équation cinétique.

Fermeture de l'équation

La théorie cinétique est une théorie perturbative, dans laquelle le terme non linéaire perturbe le terme linéaire, soit $H_{nl} \ll H_l$ soit encore $L_D \ll L_{nl}$. Nous choisirons ici d'effectuer nos calculs en nous basant sur l'approche de l'approximation des phases aléatoires, telle que la présente Zakharov en référence [91]. Nous considérons un champ stochastique $\psi(z, \mathbf{r})$ ayant une statistique quasi-gaussienne et homogène. Le spectre $n_{\mathbf{k}_1}(z)$ du champ $\psi(z, \mathbf{r})$ est alors δ -corrélé et s'écrit :

$$\langle \Psi(k_1, z) \Psi^*(k_2, z) \rangle = n_{k_1}(z) \delta_{k_1 - k_2} \quad (4.39)$$

où $k = (k_x, k_y)$ est le vecteur d'onde transverse du champ.

Les propriétés moyennes du champ sont supposées être les suivantes :

$$\langle \Psi(k_1, z) \rangle = \langle |\Psi(k_1, z)| \exp[\phi(k_1, z)] \rangle = 0 \quad (4.40)$$

$$\langle \Psi(k_1, z) \Psi(k_2, z) \rangle = 0 \quad (4.41)$$

$$\langle \Psi(k_1, z) \Psi^*(k_2, z) \rangle = n_{k_1}(z) \delta_{k_1 - k_2} \quad (4.42)$$

où l'on observe que seuls les moments indépendants des phases sont non-nuls. A l'avenir, pour des soucis de clarté et de lisibilité, $\Psi(k, z)$ sera noté Ψ_k . Nous nous proposons de dériver une équation pour le moment d'ordre 2 à partir de l'équation de Schrödinger Non-Linéaire suivante :

$$i \partial_z \psi = -\alpha \nabla^2 \psi + \gamma |\psi|^2 \psi \quad (4.43)$$

Nous allons exprimer le spectre dans l'espace de Fourier comme :

$$i \partial_z n_{k_1} \delta_{k_5 - k_1} = \Psi_{k_5}^* \cdot (i \partial_z \Psi_{k_1}) + \Psi_{k_1} \cdot (-i \partial_z \Psi_{k_5}^*) \quad (4.44)$$

ce qui nous permet d'obtenir l'équation décrivant l'évolution du spectre :

$$i\partial_z n_{k_1} \delta_{k_5-k_1} = \frac{\gamma}{(2\pi)^6} \iiint \left(\begin{aligned} &< \Psi_{k_5}^* \Psi_{k_2} \Psi_{k_3}^* \Psi_{k_4} > \delta_{k_1-k_2+k_3-k_4} \\ &- < \Psi_{k_1} \Psi_{k_2}^* \Psi_{k_3} \Psi_{k_4}^* > \delta_{k_5-k_2+k_3-k_4} \end{aligned} \right) dk_2 dk_3 dk_4 \quad (4.45)$$

Les intégrations selon les vecteurs d'onde k_2 , k_3 et k_4 proviennent du passage du terme non-linéaire dans l'espace de Fourier. L'équation (4.45) présente une expression du moment d'ordre deux, lié par la non-linéarité aux moments d'ordre 4. Il y a donc une hiérarchie des moments du champ. Lorsqu'un système est de statistique homogène, il est courant de décrire son évolution par un système d'équations de ses moments statistiques. En raison du caractère non-linéaire de l'équation, les moments d'ordre inférieurs dépendent des moments d'ordre supérieur. Nous nous heurtons alors à la difficulté majeure des processus non-linéaires aléatoires. En effet, il n'y a pas de raison de décrire l'évolution d'un système sans en exprimer la totalité de ses moments, menant à une hiérarchie infinie d'équations pour les moments.

La solution de ce problème provient de l'hypothèse de la statistique gaussienne. En effet, dans le cadre d'une statistique gaussienne ou quasi-gaussienne, il est possible d'exprimer les moments d'ordres 4 en fonction des moments d'ordre 2, comme nous l'avons évoqué au paragraphe 4.2.

$$\begin{aligned} \langle \Psi_{k_2} \Psi_{k_5}^* \Psi_{k_4} \Psi_{k_3}^* \rangle &= \langle \Psi_{k_2} \Psi_{k_5}^* \rangle \langle \Psi_{k_4} \Psi_{k_3}^* \rangle \\ &+ \langle \Psi_{k_2} \Psi_{k_3}^* \rangle \langle \Psi_{k_4} \Psi_{k_5}^* \rangle \end{aligned} \quad (4.46)$$

$$= n_2 \delta_{k_2-k_5} n_4 \delta_{k_3-k_4} + n_2 \delta_{k_2-k_3} n_4 \delta_{k_4-k_5} \quad (4.47)$$

En remplaçant (4.46) dans l'équation (4.45), nous obtenons une annulation du terme de droite de (4.45). Afin de trouver une équation non-triviale pour le spectre, il est donc nécessaire de considérer le développement perturbatif au second ordre en $\epsilon = E_{cin}/H_{NL} \ll 1$. Pour cela, nous dérivons une équation pour le moment d'ordre 4 :

$$\partial_z \langle \Psi_{k_4}^* \Psi_{k_1} \Psi_{k_2}^* \Psi_{k_3} \rangle, \quad (4.48)$$

qui fait apparaître des moments d'ordre 6. En vertu du théorème des moments gaussiens exposé en (4.46), nous pouvons développer les moments d'ordre 6 en un produit de moments d'ordre 2 et ainsi obtenir une équation fermée pour le moment d'ordre 2.

Nous aboutissons à l'équation d'évolution du spectre du champ incohérent, dont les détails du calculs sont explicités dans l'ouvrage [91]. Cette évolution s'exprime comme un terme de collision :

$$\partial_z n_{k_1}(z) = Coll[n_{k_1}] \quad (4.49)$$

$$\partial_z n_{k_1}(z) = \iiint (n_{k_3} n_{k_4} n_{k_1} + n_{k_3} n_{k_4} n_{k_2} - n_{k_1} n_{k_2} n_{k_3} - n_{k_1} n_{k_2} n_{k_4}) W_0 dk_2 dk_3 dk_4 \quad (4.50)$$

W_0 est le facteur exprimant les conditions d'accord de phases du mélange à quatre ondes :

$$W_0 = \delta_{\alpha k_1^2 + \alpha k_2^2 - \alpha k_3^2 - \alpha k_4^2} \delta_{k_1 + k_2 - k_3 - k_4}, \quad (4.51)$$

où αk^2 est l'expression de la relation de dispersion de l'équation (4.43).

Cette équation d'évolution du spectre peut encore s'écrire :

$$\partial_z n_{k_1}(z) = \iiint n_{k_1} n_{k_2} n_{k_3} n_{k_4} (n_{k_1}^{-1} + n_{k_3}^{-1} - n_{k_2}^{-1} - n_{k_4}^{-1}) W_0 dk_2 dk_3 dk_4. \quad (4.52)$$

Propriétés de l'équation cinétique

Dans ce paragraphe, nous allons vérifier que les propriétés de conservation de la puissance et de l'énergie cinétique que nous avons données à propos de l'équation de Schrödinger (4.31) sont toujours valables pour le spectre optique dont nous venons de dériver l'équation.

1. Nous avons fait l'hypothèse que notre système conservait sa puissance au cours de la propagation. Cette propriété se démontre par le calcul suivant :

$$\partial_z N = \int \partial_z n_{k_1} dk_1 = \iiint W_0 n_{k_1} n_{k_2} n_{k_3} n_{k_4} (n_{k_1}^{-1} + n_{k_2}^{-1} - n_{k_3}^{-1} - n_{k_4}^{-1}) dk_1 dk_2 dk_3 dk_4, \quad (4.53)$$

Les fonctions de Dirac incluses dans le terme W_0 montrent que les permutations des indices $1 \leftrightarrow 4$ et $2 \leftrightarrow 3$ laissent l'équation inchangée, qui s'écrit alors :

$$\partial_z N = \iiint W_0 n_{k_2} n_{k_1} n_{k_4} n_{k_3} (n_{k_4}^{-1} + n_{k_3}^{-1} - n_{k_2}^{-1} - n_{k_1}^{-1}) dk_1 dk_2 dk_3 dk_4, \quad (4.54)$$

Si l'on somme les équations (4.53) et (4.54), alors la dérivée $\partial_z N = 0$, ce qui confirme la conservation de la puissance.

2. La seconde propriété à vérifier est la conservation de l'énergie cinétique. Comme la contribution du terme non-linéaire est négligeable par rapport à l'énergie linéaire E_{cin} , nous allons calculer la dérivée de cette dernière quantité. Avant cela rappelons que par transformation de Fourier :

$$E_{cin} = \int_r (\alpha |\nabla \psi|^2) dr \xrightarrow{FFT} E_{cin}(k) = \int \omega(k) |\Psi|^2 dk = \int \omega(k) n_k dk \quad (4.55)$$

où $\omega(k) = \alpha k^2$ est la relation de dispersion.

Calculons $\partial_z E_{cin}$:

$$\partial_z E_{cin} = \int \omega(k_1) \partial_z n_{k_1} dk_1 \quad (4.56)$$

En incluant l'expression (4.52) dans l'équation précédente :

$$\partial_z E_{cin} = \iiint \omega(k_1) n_{k_1} n_{k_2} n_{k_3} n_{k_4} (n_{k_1}^{-1} + n_{k_2}^{-1} - n_{k_3}^{-1} - n_{k_4}^{-1}) W_0 dk_1 dk_2 dk_3 dk_4 \quad (4.57)$$

Les permutations $1 \leftrightarrow 4$ et $2 \leftrightarrow 3$, puis $1 \leftrightarrow 2$ et $4 \leftrightarrow 3$, et encore $1 \leftrightarrow 3$ et $2 \leftrightarrow 4$ dans l'équation

(4.57), nous permettent d'obtenir le système d'équations suivants :

$$\partial_z E_{cin} = \iiint \omega(k_4) n_{k_4} n_{k_3} n_{k_2} n_{k_1} (n_{k_4}^{-1} + n_{k_3}^{-1} - n_{k_2}^{-1} - n_{k_1}^{-1}) W_0 dk_4 dk_3 dk_2 dk_1 \quad (4.58)$$

$$\partial_z E_{cin} = \iiint \omega(k_2) n_{k_2} n_{k_1} n_{k_4} n_{k_3} (n_{k_2}^{-1} + n_{k_1}^{-1} - n_{k_4}^{-1} - n_{k_3}^{-1}) W_0 dk_2 dk_1 dk_4 dk_3 \quad (4.59)$$

$$\partial_z E_{cin} = \iiint \omega(k_3) n_{k_3} n_{k_4} n_{k_1} n_{k_2} (n_{k_3}^{-1} + n_{k_4}^{-1} - n_{k_1}^{-1} - n_{k_2}^{-1}) W_0 dk_3 dk_4 dk_1 dk_2 \quad (4.60)$$

La sommation des quatre dernières équations nous permet d'obtenir :

$$4\partial_z E_{cin} = \iiint (\omega(k_1) + \omega(k_2) - \omega(k_3) - \omega(k_4)) n_{k_3} n_{k_4} n_{k_1} n_{k_2} (n_{k_1}^{-1} + n_{k_2}^{-1} - n_{k_3}^{-1} - n_{k_4}^{-1}) W_0 dk_3 dk_4 dk_1 dk_2 \quad (4.61)$$

d'après les conditions d'accords de phase pour le mélange à quatre ondes contenues dans le terme W_0 : $(\omega(k_1) + \omega(k_3) - \omega(k_2) - \omega(k_4)) = 0$, donc $\partial_z E_{cin} = 0$.

3. Enfin vérifions la croissance monotone de l'entropie \mathcal{S} , donnée par $\mathcal{S} = \int \text{Log}[n_k(z)] dk$:

$$\partial_z \mathcal{S} = \int \frac{\partial_z n_{k_1}}{n_{k_1}} dk_1 \quad (4.62)$$

$$= \iiint W_0 \frac{n_{k_1} n_{k_2} n_{k_3} n_{k_4}}{n_{k_1}} (n_{k_1}^{-1} + n_{k_2}^{-1} - n_{k_3}^{-1} - n_{k_4}^{-1}) dk_1 dk_2 dk_3 dk_4 \quad (4.63)$$

en effectuant les mêmes permutations que précédemment (dont le choix n'est pas dicté par le hasard, mais par les conditions d'accord de phase) et par addition des quatre équations :

$$4\partial_z \mathcal{S} = \iiint W_0 \frac{n_{k_1} n_{k_2} n_{k_3} n_{k_4}}{n_{k_1}} (n_{k_1}^{-1} + n_{k_2}^{-1} - n_{k_3}^{-1} - n_{k_4}^{-1})^2 dk_1 dk_2 dk_3 dk_4 \quad (4.64)$$

Ce qui implique que $\partial_z \mathcal{S} \geq 0$. La croissance monotone de l'entropie est ainsi assurée. Cette propriété est en accord avec le fait que l'équation cinétique (4.52) est irréversible, contrairement à l'équation de Schrödinger non-linéaire (4.31).

Paramètres de Lagrange associés aux grandeurs conservées et détermination explicite de l'état d'équilibre

L'état d'équilibre thermodynamique du système est celui pour lequel l'entropie est maximale. Nous allons donc chercher cet état, tout en gardant les contraintes qui nous sont imposées par la conservation de la puissance N et de l'énergie E_{cin} . Le calcul sera effectué de la même manière qu'en mécanique classique, c'est-à-dire en introduisant des paramètres de Lagrange associés aux grandeurs conservées. Deux paramètres sont donc nécessaires ; L_N associé à la conservation de la puissance N et L_H le paramètre lié à la conservation de l'énergie cinétique.

Posons la fonctionnelle suivante :

$$G[n_k] = \mathcal{S}[n_k] - L_N \left(\int n_k(z) dk - N \right) - L_H \left(\int \omega(k) n_k(z) dk - H_l \right). \quad (4.65)$$

Maximiser l'entropie \mathcal{S} sous les contraintes de conservation de N et H_l revient à annuler la dérivée fonctionnelle de (4.65) :

$$\delta G = \int dk \delta n_k \left(\frac{1}{n_k} - L_N - L_H \omega(k) \right) = 0, \quad (4.66)$$

soit

$$n_k^{eq} = \frac{1}{L_H \omega(k) + L_N}. \quad (4.67)$$

Par analogie avec la thermodynamique où

$$d\mathcal{S} = \frac{1}{T} dH_l - \frac{\mu}{T} dN, \quad (4.68)$$

posons :

$$L_H = \frac{1}{T}, \quad (4.69a)$$

$$L_N = -\frac{\mu}{T}. \quad (4.69b)$$

Le spectre d'équilibre (4.67) se met alors sous la forme d'une distribution de Rayleigh-Jeans :

$$n_k^{eq} = \frac{T}{\omega(k) - \mu}. \quad (4.70)$$

C'est une solution stationnaire de l'équation cinétique.

4.3.4 Analogie avec la théorie cinétique des gaz classiques et quantiques

Avant de conclure sur ce chapitre d'introduction à la théorie cinétique des ondes, nous allons faire une analogie entre l'optique et la mécanique statistique. A de nombreuses reprises cette analogie a déjà été évoquée dans les parties précédentes de ce manuscrit. En effet, le mélange à quatre ondes de l'équation de Schrödinger non-linéaire est analogue aux collisions élastiques à deux particules. Ainsi les accords de phases qui caractérisent le mélange à quatre ondes sont similaires aux conservations de l'impulsion totale \vec{p} et de l'énergie cinétique totale ε lors du choc des particules.

L'équation cinétique (4.50) dérivée à partir de l'équation de Schrödinger, a une structure analogue à celle de l'équation de Boltzmann qui décrit l'évolution hors-équilibre d'un gaz classique dilué vers un état d'équilibre macroscopique [105, 106] :

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\vec{p}}{m} \cdot \frac{\partial}{\partial \vec{r}} + \vec{F}(\vec{r}) \cdot \frac{\partial}{\partial \vec{p}} \right] f(\vec{r}, \vec{p}; t) = I_c. \quad (4.71)$$

En un point de l'espace des phases constitué par les vecteurs position et impulsion : (\vec{r}, \vec{p}) , la probabilité de trouver une particule au temps t est donnée par la "fonction de répartition" $f(\vec{r}, \vec{p}; t)$. L'intégrale de $f(\vec{r}, \vec{p}; t) d^3 r d^3 p$ représente le nombre moyen de particules qui, à l'instant t , ont leur position dans un élément de volume dr centré en r et leur quantité de mouvement dp centré en p . Au sein de l'équation (4.71), $\vec{F}(\vec{r})$ représente les forces auxquelles sont soumises les particules, et à droite de l'égalité, le terme I_c représente l'"intégrale de collision" afin de tenir compte des interactions entre molécules.

L'équation (4.71) est une équation irréversible, pour laquelle les corrélations entre les molécules ne sont pas prises en compte, ce qui est usuellement désigné par “*hypothèse du chaos moléculaire*”. Cette hypothèse consiste à négliger toute corrélation entre les vitesses de deux molécules devant entrer en collision, ce qui signifie qu’aucune molécule effectuant une collision, ne transporte d’information sur les rencontres qu’elle a faites auparavant. Cette hypothèse apparaît comme l’analogie de l’approximation des phases aléatoires supposée dans le développement de la théorie cinétique.

L'équation cinétique de la turbulence faible peut être dérivée à partir des équations d’ondes (de type NLS) de façon auto-consistante. Remarquons cependant que l'équation cinétique de turbulence d’ondes peut aussi être dérivée à partir de l'équation cinétique quantique pour un gaz de Bosons et s’exprime comme un terme de collision :

$$\begin{aligned} \partial_t n_{k_1} &= Coll[n_{k_1}] & (4.72) \\ Coll[n_{k_1}] &= \iiint [n_{k_4} n_{k_3} (1 + n_{k_1})(1 + n_{k_2}) - n_{k_1} n_{k_2} (1 + n_{k_3})(1 + n_{k_4})] \delta_k \delta_\epsilon d^3 k_2 d^3 k_3 d^3 k_4, & (4.73) \end{aligned}$$

avec $\delta_k = \delta(k_1 + k_2 - k_3 - k_4)$ et $\delta_\epsilon = \delta_{\epsilon_1 + \epsilon_2 - \epsilon_3 - \epsilon_4}$. Cette équation admet un théorème H pour l’entropie $\mathcal{S} = \int [(n_k + 1) \text{Log}(n_k + 1) - n_k \text{Log}(n_k)] dk$. L'équation (4.73) décrit donc une évolution irréversible du gaz vers la distribution d’équilibre de Bose :

$$n_k^B = 1 / (\exp[\beta(\epsilon_k - \mu)] - 1). \quad (4.74)$$

Dans la limite $n_k \ll 1$, nous retrouvons l'équation cinétique et l’entropie de Boltzmann $\mathcal{S} = - \int n_k \text{Log}(n_k) dk$. La limite opposée $n_k \gg 1$, correspond au cas de l'équation cinétique de la turbulence d’onde (cf. équation (4.50)), dont l’entropie s’exprime $\mathcal{S} = \int \text{Log}(n_k) dk$ et la distribution spectrale à l’équilibre (dite de Rayleigh-Jeans) $n_k = k_B T / (\epsilon_k - \mu)$. Pour cette raison, l'équation cinétique de l'équation de Schrödinger non-linéaire et l'équation cinétique de la turbulence d’ondes sont aussi pertinentes pour la description d’un gaz de Bose thermique, i.e. condensats de Bose-Einstein à température $T \neq 0$ [107, 108, 109].

Conclusions du chapitre 4

Dans ce chapitre, nous avons rappelé quelques définitions nécessaires à la compréhension de l'étude des ondes incohérentes. La théorie cinétique de la turbulence faible a été présentée comme une méthode d'étude de l'évolution du spectre d'un champ incohérent lors de sa propagation dans un milieu non-linéaire. Afin d'illustrer par un exemple concret les calculs attenants à la théorie cinétique, le cas non-intégrable de l'équation de Schrödinger non-linéaire à deux dimensions a été considéré. L'approximation des phases aléatoires nous a permis de dériver une équation cinétique irréversible pour le spectre du champ. Cette évolution irréversible est caractérisée par un théorème H de croissance de l'entropie, similaire au théorème H de Boltzmann. En maximisant l'entropie, avec la contrainte de conservation du nombre de particules, de la puissance et de l'énergie cinétique, nous avons obtenu un spectre d'équilibre thermodynamique. Nous avons aussi brièvement discuté l'analogie entre la théorie cinétique des ondes et la théorie cinétique des gaz classiques et quantiques.

Application de la théorie cinétique à la génération de supercontina

5.1 Introduction à la génération de supercontinua

La première observation d'un effet non-linéaire en optique date de 1961, lorsque Franken observa la génération de seconde harmonique dans le quartz. C'est une dizaine d'années plus tard, qu'Alfano et Shapiro [110] ont observé pour la première fois la génération de spectres larges dans des matériaux optiques massifs (calcite, quartz, et différents verres). Ces spectres larges portent le nom de “*supercontinua*” (dont le singulier s'écrit *supercontinuum*). Les applications sont multiples : pour sonder le vivant de manière non-destructive dans le domaine médical, pour la tomographique optique cohérente [111, 112], ou bien encore pour la métrologie optique [113, 114]. Dans le domaine des télécommunications optiques, le découpage spectral d'un supercontinuum permet d'effectuer du *multiplexage en longueur d'onde* [115, 116], où chaque bande spectrale découpée est utilisée comme un canal d'information.

Bien que les premiers résultats aient été obtenus dans des matériaux massifs faisant intervenir à la fois des effets spatiaux et temporels, les recherches se sont également tournées vers les guides d'onde, et en particulier les fibres optiques. Lin et al. [117] ont été les premiers à reporter la génération de supercontinuum dans une fibre optique. Les faibles pertes et les faibles sections efficaces qui caractérisent les fibres permettent un meilleur confinement du champ sur de longues distances, et par conséquent exacerbent les effets non-linéaires (diffusions Raman et Brillouin, mélange à quatre ondes). En contre partie, les effets linéaires dus à la dispersion chromatique perturbent et diminuent l'efficacité des phénomènes non-linéaires : par exemple, durant une longue période, à cause de la dispersion chromatique normale forte aux longueurs d'ondes du visible il n'a pas été possible d'observer les effets non-linéaires s'y produisant.

Récemment, la création des fibres optiques microstructurées [17] a révolutionné le domaine de l'optique non-linéaire. Dans le cadre de la génération de supercontinua, la diversité des courbes de dispersion (dispersion anormale aux longueurs d'onde visible [118, 119], courbe de dispersion présentant deux valeurs d'annulation) a permis la génération de supercontinua à des longueurs d'onde et sur des largeurs spectrales jusque là inaccessibles. Il est même possible de générer des supercontinua au sein de fibres microstructurées en injectant des sources non amplifiées ayant des durées femtosecondes et allant jusqu'à la dizaine de nanosecondes. La structure de ces fibres microstructurées ainsi que leurs propriétés de dispersion et de non-linéarité ont été exposées au chapitre 1.4.

La génération de supercontinua dans les fibres optiques est donc le sujet d'intenses investigations du fait de son importance, tant au point de vue fondamental qu'appliqué. Cependant, l'interprétation des mécanismes sous-jacents, qui sont bien connus lorsqu'ils sont traités indépendamment (automodulation et l'intermodulation de phase, le mélange quatre-ondes, l'instabilité de modulation, la fission soliton, la génération d'ondes dispersives, diffusion Raman...), devient plus difficile lors de la génération de supercontinua, car ces mécanismes agissent simultanément. Le but de notre travail est d'aller au delà de cette apparente complexité en donnant des arguments physiques basés sur des considérations thermodynamiques simples.

Dans ce chapitre, après avoir rappelé les mécanismes de génération de supercontinua lorsque le pompage est impulsif, nous nous focaliserons sur le régime continu. Nous allons plus particulièrement

considérer le régime d'interaction non-linéaire incohérent, pour lequel le supercontinuum est généré par un laser continu de forte intensité. Dans ce régime hautement non-linéaire, la génération du supercontinuum est essentiellement dominée par l'effet Kerr et les effets de dispersion d'ordre supérieur. C'est dans ce contexte que l'évolution du champ optique présente une dynamique turbulente dans laquelle les structures cohérentes du type soliton ne jouent plus de rôle. Le recours à la théorie cinétique des ondes, introduite au chapitre précédent, apportera un nouvel éclairage sur l'interprétation de la génération de ce type de supercontinuum. L'élargissement spectral inhérent à la génération de supercontinua sera interprété comme un processus de thermalisation d'onde optique, lequel est caractérisé par une évolution irréversible du champ optique vers un état d'équilibre thermodynamique. Une étude expérimentale nous permettra de discuter de l'effet Raman et d'une structure incohérente à laquelle il donne naissance : le *soliton spectral incohérent*. Enfin, nous étudierons l'impact de l'effet d'auto-raïdissement sur la génération de supercontinua. L'analyse théorique de l'équation cinétique et du spectre d'équilibre correspondant seront présentés.

5.2 Etat de l'art pour le régime de pompage par impulsions courtes

L'injection d'impulsions femtosecondes en dispersion anormale est le régime le plus exploré et le plus connu parce que c'est dans cette configuration que les spectres les plus larges ont été obtenus. Dans ce cadre, les nombreuses études expérimentales et théoriques ont permis d'acquérir une bonne connaissance des phénomènes physiques impliqués dans ce régime [119][120].

La figure 5.1 illustre les différentes étapes de cette génération de supercontinuum.

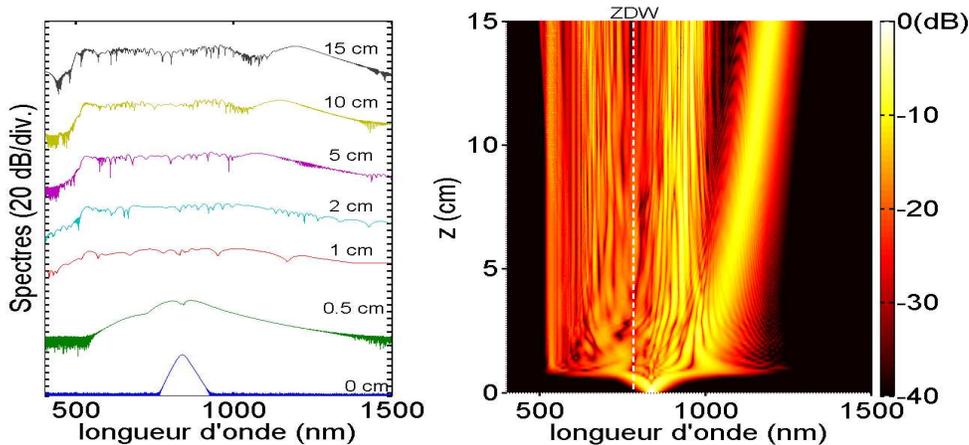


FIG. 5.1 – Evolution spectrale d'une impulsion $sech^2$ de 10kW crête injectée dans une fibre PCF ayant un zéro de dispersion à 780nm. A gauche des spectres choisis à différentes distances et à droite l'évolution longitudinale.

L'impulsion femtoseconde de forte intensité injectée dans la fibre a une puissance crête de 10 kW et une largeur temporelle à mi-hauteur de 50 fs. Lors de sa propagation dans la fibre, l'impulsion va en premier lieu subir un élargissement spectral par auto-modulation de phase visible sur le graphe à 0.5 cm de la figure 5.1, et qui correspond à une compression temporelle, observable sur le graphe 5.2, à la même

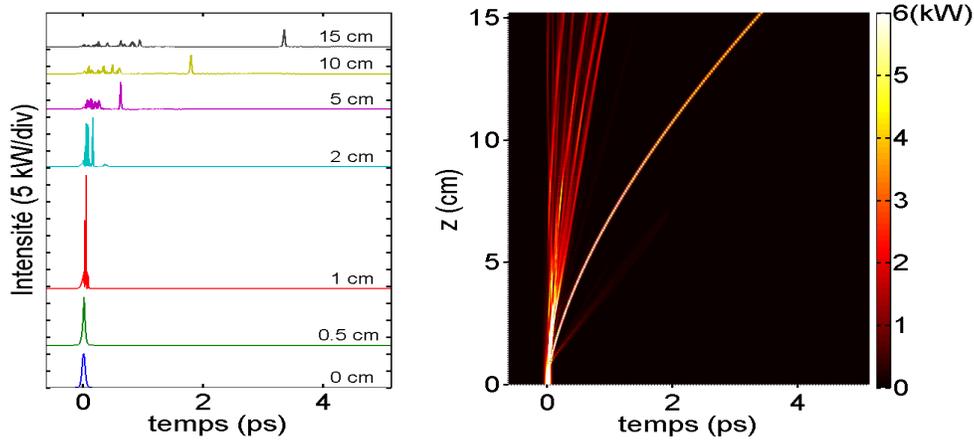


FIG. 5.2 – Evolution temporelle d’une impulsion $sech^2$ de 10kW crête injectée dans une fibre PCF ayant un zéro de dispersion à 780nm. à gauche des traces temporelles à des distances choisies et à droite l’évolution longitudinale.

distance. Après 1 cm de propagation, l’élargissement se fait de façon asymétrique, ce qui correspond à l’apparition de plusieurs pics temporels (cf. figure 5.2 à 1 cm), c’est-à-dire que l’impulsion compressée temporellement à 0.5 cm de propagation et de puissance crête importante est instable et va se scinder en plusieurs solitons de puissance moindre, présentant l’avantage d’être plus stables. Ce phénomène est appelé *fission de soliton* [121, 18]. Ces solitons vont ensuite subir un décalage spectral vers le rouge dû à l’effet d’auto-décalage Raman que nous avons présenté sur l’évolution longitudinale en figure 5.2 et détaillé dans la partie 1.9.3 de ce manuscrit. De plus, les termes d’ordre supérieur de dispersion impliquent la création de radiations aux basses longueurs d’onde (bleu), qui portent le nom d’*ondes dispersives* [122] et sont équivalentes à des radiations de Cherenkov [123, 124]. Ces radiations sont situées dans le régime normal de dispersion, et leurs positions sont données par une condition d’accord de phase avec les solitons.

Il est important de noter que dans ce type de régime de pompage par impulsions courtes, la largeur finale du spectre est liée au décalage spectral par effet Raman et à la position des ondes dispersives associées. Plus de détails sur la génération de supercontinuum dans ce régime impulsif peuvent être retrouvés dans l’article [125].

5.3 Etat de l’art pour la génération de supercontinuum par pompage continu

Rappelons tout d’abord que pompage continu ou quasi-continu signifie que la source laser est continue dans le temps ou bien que sa durée d’impulsion est de l’ordre de la dizaine de nanosecondes. Le régime continu a été exploré car les supercontinua obtenus en sortie de fibre se révèlent plus plats et plus stables. La densité spectrale de puissance, c’est-à-dire l’énergie par tranche de longueur d’onde est plus importante que dans le cas du pompage impulsif. Dans ce cadre, deux régimes de puissance sont explorables. Les premiers travaux ont bien évidemment été effectués dans le régime continu de faible puissance. Ce

n'est que plus tard que des lasers continus intenses sont apparus et ont permis de mener des études à plus forte puissance. Le paragraphe qui suit présente un bref aperçu des travaux à faible puissance, tandis que le pompage de forte puissance sera étudié plus en détail dans les parties suivantes de ce manuscrit.

Lorsque le champ initial est une onde continue de faible puissance, l'instabilité modulationnelle tend à transformer l'onde continue en un train d'impulsions courtes. Dans ce cas, la physique mise en jeu dans la génération du supercontinuum est la même que dans le cas de l'injection d'un laser impulsif. Pour commencer notre étude, nous nous sommes attardés plus particulièrement sur la publication d'A. Mussot et al. [126]. La simulation numérique de la propagation est reproduite sur la figure 5.3. La fibre considérée est une fibre PCF présentant deux zéros de dispersion et dont le développement de Taylor de la courbe de dispersion est effectué jusqu'au douzième ordre (PCF2 de la référence [126]). Le champ d'entrée est généré à partir d'un spectre d'amplitude Gaussien, dont les phases associées à chaque mode spectral sont aléatoires. La puissance moyenne de ce champ est de 10 W .

La figure 5.3 expose le résultat spectral (a) et temporel (b) de la simulation de l'équation de Schrödinger lorsque l'effet Raman et l'effet d'auto-raïdissement sont pris en compte (f_R et $\tau_{Shock} \neq 0$ dans l'équation (1.81) exposée au chapitre 1), en dessous (b) et (d) lorsque ces deux effets ne sont pas inclus dans la simulation ($f_R = \tau_{Shock} = 0$). Les évolutions spectrales (a) et (c) sont mises côte à côte des évolutions temporelles correspondantes (b) et (d). Les lignes pointillées blanches représentent les positions des fréquences à dispersion nulle, elles définissent une région de dispersion anormale encadrée par deux régions de dispersion normale.

Dans les deux cas, en figure 5.3(a) et (c), nous remarquons qu'au cours de sa propagation, le spectre commence par s'élargir par effet d'instabilité modulationnelle. Puis, après quelques mètres de propagation, 7 mètres environ, l'éclatement d'une impulsion de forte puissance en plusieurs impulsions se produit, ce qui est facilement observable sur les évolutions temporelles présentées en figure 5.3(b) et (d). Cette fission de soliton génère des ondes dispersives dans les régions où la dispersion est normale (régions à l'extérieur des lignes pointillées blanches).

L'influence de l'effet Raman est important, car l'auto-décalage spectral qu'il induit (cf. partie 1.9.3 de ce manuscrit) permet de "remplir" la partie centrale du spectre : cet effet est clairement visible en comparant les figures 5.3(a) et (c). De plus, les accords de phase entre l'onde dispersive de faible fréquence et les solitons décalés par le Raman induisent un décalage de l'onde dispersive vers le premier zéro de dispersion.

Sur la base de ces constatations, les bornes du spectre, et donc la largeur du supercontinuum est usuellement définie par les positions des ondes dispersives. Il est également important de noter que le mécanisme responsable de la génération du supercontinuum est, comme dans le cas du pompage impulsif, fondamentalement lié à l'existence de solitons cohérents [127].

5.4 Supercontinuum obtenu par pompage continu de forte intensité

Lorsque la puissance de l'onde continue atteint des valeurs importantes, de l'ordre du kilowatt, la dynamique d'évolution change de façon significative. C'est alors le régime d'interaction non-linéaire in-

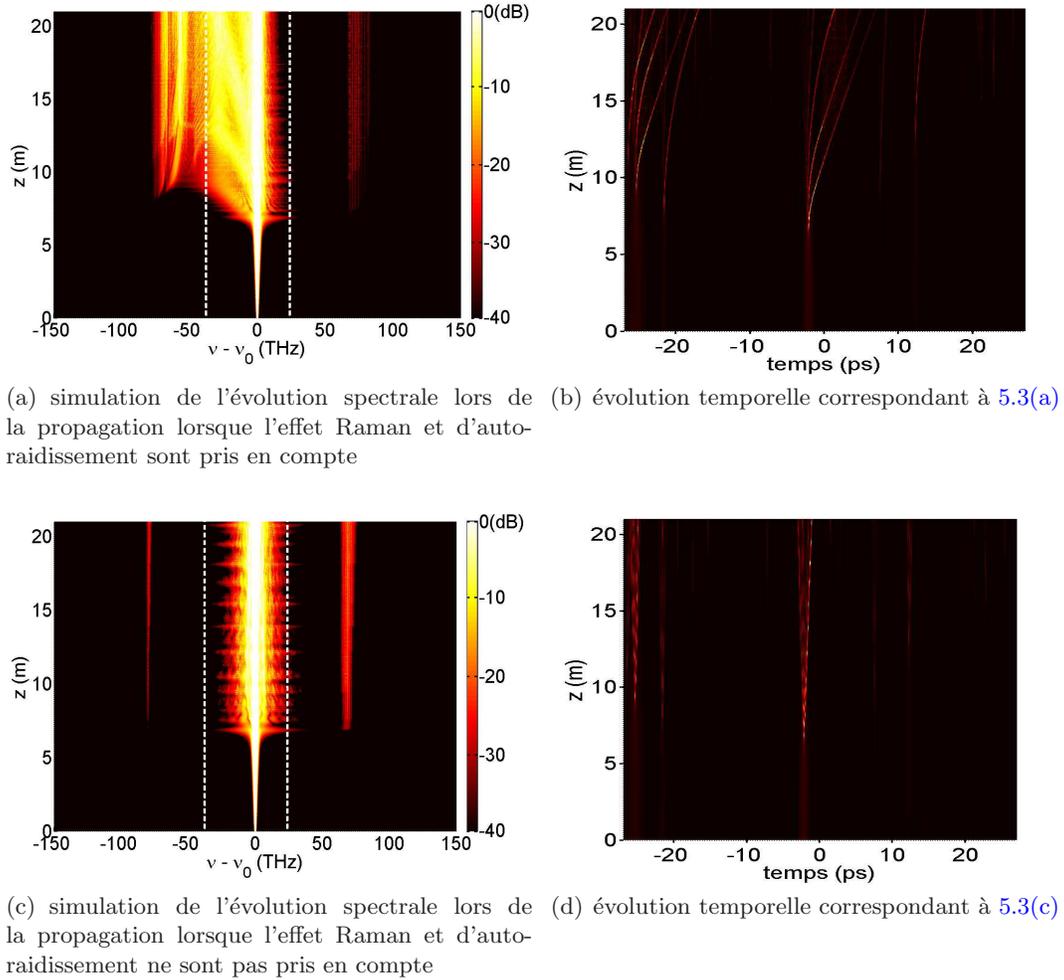


FIG. 5.3 – Reproduction de la simulation GNLSE de [126], échelle fréquentielle et temporelle (a) (b) : dans le cas où l'effet Raman et le terme de choc sont pris en compte. (c) et (d) dans le cas où ces termes sont exclus de la simulation. La fibre utilisée présente deux zéros de dispersion, reportés sur les graphes (a) et (c) par des lignes pointillées blanches. La puissance injectée est de 10 W

cohérent qui prend place. Il n'y a plus de "structures cohérentes" persistantes de type solitoniques comme dans le cas du pompage continu de faible puissance évoqué précédemment [126]. Pour s'en convaincre, nous pouvons comparer les figures temporelles 5.3 (b) et (d) avec les figures 5.4(b)5.4(d).

Pour cette étude à plus forte puissance, nous nous intéresserons à la génération du supercontinuum dans une fibre microstructurée présentant deux zéros de dispersion. Les paramètres de la fibre sont les suivants : $\beta_2 = -3.67 \text{ ps}^2/\text{km}$, $\beta_3 = 1.47e^{-2} \text{ ps}^3/\text{km}$ et $\beta_4 = 1.67e^{-4} \text{ ps}^4/\text{km}$. Ils correspondent aux trois premiers termes du développement de Taylor de la fibre PCF que nous avons utilisée pour l'étude à faible puissance du paragraphe 5.3. La longueur d'onde de pompe est située à 1070 nm , c'est-à-dire entre les deux zéros de dispersion ($\lambda_{ZD1} = 990 \text{ nm}$ et $\lambda_{ZD2} = 1300 \text{ nm}$), dans le régime de dispersion anormale de la fibre. L'évolution spectrale est donnée en figure 5.4(a) et (c), pour une puissance injectée de 1 kW . Le comportement est radicalement différent de celui observé figure 5.3.

Nous observons en effet un régime d'interaction incohérent, où les fluctuations rapides du champ

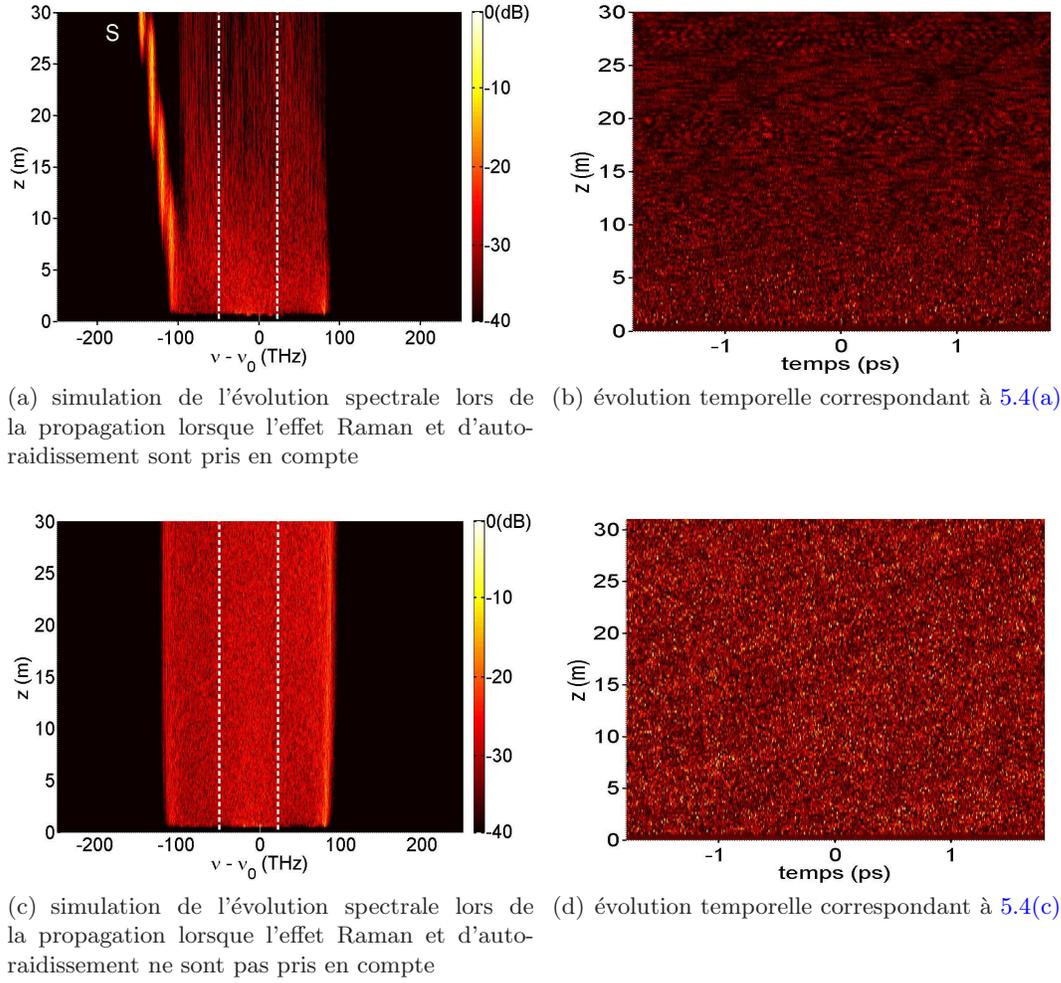


FIG. 5.4 – Simulation GNLSE pour une fibre présentant deux zéros de dispersion, la représentation est donnée en échelle fréquentielle et temporelle (a) (b) : dans le cas où l'effet Raman et le terme de choc sont pris en compte. (c) et (d) dans le cas où ces termes sont exclus de la simulation. Les deux zéros de dispersion de la fibre sont reportés sur les graphes (a) et (c) par des lignes pointillées blanches. La puissance injectée dans la fibre est de 1 kW continu.

empêchent la formation de structures cohérentes du type soliton. Nous avons vérifié la pertinence de cette affirmation en analysant attentivement les évolutions longitudinales temporelles de $\psi(z, t)$ reportées sur les figures 5.4(b) et (d). Sur la figure 5.4(a), une radiation aux faibles fréquences est observable, elle est annotée (*S*) : c'est une forme localisée spectralement, qui subit un décalage continu au cours de sa propagation. Cette structure ne peut pas être un soliton conventionnel de l'équation de Schrödinger non-linéaire qui serait auto-décalé en fréquence par effet Raman, car celui se propage en régime de dispersion normale. Une observation attentive montre que cette forme est localisée spectralement mais son évolution temporelle ne présente pas de forme impulsionnelle qui se décale dans le temps, comme c'est le cas pour les solitons conventionnels de l'équation de Schrödinger non-linéaire. Tout cela tend à prouver que cette structure est un soliton spectral incohérent, similaire à celui étudié dans [100]. Après le décrochement du soliton spectral, la partie centrale du spectre reste bornée (comprise entre

$[-100 \ 100]$ THz). La figure 5.4(c) représente l'évolution spectrale lorsque l'effet Raman n'est pas pris en compte dans l'équation de Schrödinger non-linéaire. L'évolution du spectre vers un spectre borné et invariant peut être interprétée comme une tendance naturelle du champ à évoluer vers un état d'équilibre. Nous pouvons analyser cette évolution grâce à la théorie cinétique des ondes. Pour cela, l'équation prise en compte doit être Hamiltonienne, or l'intégration du terme Raman dans l'équation de Schrödinger brise la structure hamiltonienne. Etant donné que le Raman n'influence pas de façon significative la partie centrale du spectre, il semble donc possible de mener une analyse théorique de l'équation de Schrödinger sans le terme Raman.

5.4.1 Application de la théorie cinétique à l'équation de Schrödinger négligeant les effets Raman et d'auto-raïdissement

En négligeant les termes Raman et de choc optique dans l'équation de Schrödinger non-linéaire généralisée (1.81), l'évolution de l'enveloppe du champ s'écrit :

$$\frac{\partial \Psi}{\partial z} = \sum_{m \geq 2}^n \frac{i^{m+1}}{m!} \beta_m \frac{\partial^m \Psi}{\partial t^m} + i\gamma |\Psi|^2 \Psi \quad (5.1)$$

Cette équation unidimensionnelle n'est pas intégrable quand $m > 2$, en raison des termes décrivant les ordres supérieurs de dispersion, qui sont pris en compte par l'intermédiaire des coefficients β_m . L'effet Raman ainsi que l'effet d'auto-raïdissement ne figurent pas dans l'équation (5.1). En effet, l'inclusion du terme Raman brise la structure Hamiltonienne de cette équation, contrairement au terme de choc, qui sera étudié en détail dans la partie 5.6. Comme discuté au paragraphe précédent, la simulation numérique de cette équation révèle une saturation du spectre (cf figure 5.4(c)). Nous allons voir que cette évolution du spectre peut être décrite comme une thermalisation d'onde optique. En l'absence du terme Raman et du terme de choc optique, l'hamiltonien du système s'exprime :

$$\begin{aligned} H &= H_l + H_{nl} \\ &= \int_{\omega} k_{\omega} |\Psi_{\omega}|^2 d\omega + \frac{\gamma}{2} \iiint \iiint_{\omega_1 - \omega_4} \Psi_{\omega_1} \Psi_{\omega_2}^* \Psi_{\omega_3} \Psi_{\omega_4}^* \delta_{\omega_1 - \omega_2 + \omega_3 - \omega_4} d\omega_1 d\omega_2 d\omega_3 d\omega_4 \end{aligned} \quad (5.2)$$

Rappelons que $\Psi(\omega)$ est lié à $\psi(t)$ par la transformée de Fourier telle que :

$$\Psi(\omega) = \int \psi(t) \exp(i\omega t) dt \quad (5.3)$$

$$\psi(t) = \frac{1}{2\pi} \int \Psi(\omega) \exp(-i\omega t) d\omega \quad (5.4)$$

Sur la base de l'approximation des phases aléatoires, nous avons dérivé l'équation cinétique décrivant l'évolution irréversible de l'équation (5.1). Elle s'écrit sous la forme du terme de collision suivant :

$$\partial_z n(z, \omega_1) = \text{Coll}[n] \quad (5.5)$$

avec

$$n(\omega_j) = \langle \Psi_j \Psi_j^* \rangle = \langle |\Psi_j|^2 \rangle \quad (5.6)$$

$$\mathcal{C}oll[n] = \int W n(\omega_1) n(\omega_2) n(\omega_3) n(\omega_4) [n^{-1}(\omega_1) - n^{-1}(\omega_2) + n^{-1}(\omega_3) - n^{-1}(\omega_4)] d\omega_2 d\omega_3 d\omega_4 \quad (5.7)$$

Comme nous l'avons vu au chapitre précédent, les conditions de résonances décrivant la conservation de l'énergie et du moment total sont exprimées par l'intermédiaire de fonctions de Dirac δ au sein du terme W :

$$W = \frac{\gamma^2}{\pi} \delta_{\omega_1 + \omega_2 - \omega_3 - \omega_4} \delta_{k(\omega_1) + k(\omega_2) - k(\omega_3) - k(\omega_4)}, \quad (5.8)$$

où les deux fonctions de Dirac expriment les conditions d'accord de phase du mélange à quatre ondes.

5.4.2 Propriétés de l'équation cinétique et spectre d'équilibre

Cette équation cinétique conserve les quantités usuelles que sont :

- L'intensité totale du champ, ou nombre de quasi-particules : $N = \int_{\omega} n(z, \omega) d\omega$
- L'hamiltonien cinétique, ou linéaire, qui correspond à l'énergie cinétique totale : $E_{cin} = \int_{\omega} k(\omega) n(z, \omega) d\omega$
- L'impulsion ou quantité de mouvement : $P = \int_{\omega} \omega n(z, \omega) d\omega$

Nous introduisons ainsi une quantité conservée supplémentaire par rapport à la partie d'introduction 4.3 : l'impulsion. En effet, la prise en compte des termes de dispersion d'ordres supérieurs au β_2 se traduit par un spectre d'équilibre fortement asymétrique, dont la conservation de l'impulsion (i.e. du barycentre du spectre) n'est plus automatiquement assurée. Notre analyse diffère donc des analyses précédentes [91, 90, 98] pour lesquelles le spectre d'équilibre était un spectre symétrique Lorentzien.

Nous avons également constaté que l'évolution du spectre théorique issu de l'équation cinétique (5.6) est consistante avec le théorème H ($\partial_z \mathcal{S} \geq 0$), où l'entropie hors équilibre est définie par : $\mathcal{S}(z) = \int \log[n(z, \omega)] d\omega$. L'évolution de l'entropie correspondant à la simulation de la figure 5.4(c) et 5.4(d) est illustrée en figure 5.5, où la saturation du processus de croissance de l'entropie traduit le fait que le système a atteint un état d'équilibre (pour $z > 2m$).

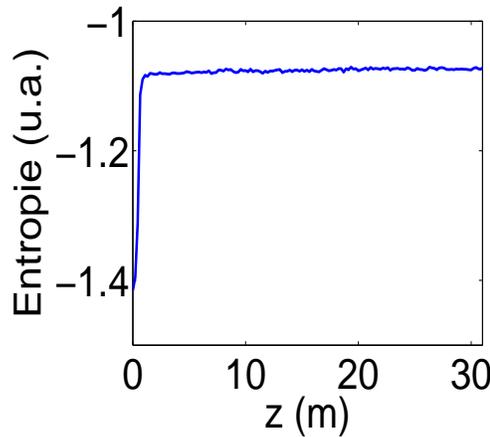


FIG. 5.5 – Evolution de l'entropie liée à la simulation 5.4(c) et 5.4(d)

Le spectre d'équilibre $n^{eq}(\omega)$, qui maximise l'entropie $\mathcal{S}[n]$, tout en conservant les quantités E_{cin} , P et N , peut être calculé en introduisant les paramètres de Lagrange (T , λ et μ) correspondants à la conservation de ces trois quantités. Il s'exprime :

$$n^{eq}(\omega) = \frac{T}{k(\omega) + \lambda\omega - \mu} \quad (5.9)$$

T correspond à la température, μ au potentiel chimique et λ est associé à la conservation de la quantité de mouvement. La signification de ce paramètre λ devient claire en étudiant la vitesse de groupe moyenne de l'ensemble du champ optique : $\langle k'(\omega) \rangle \equiv \langle \partial k / \partial \omega \rangle = \langle 1/v_g(\omega) \rangle$. Nous rappelons que la moyenne d'une grandeur physique dans le cadre de la théorie cinétique s'écrit : $\langle \mathcal{A} \rangle_{eq} = \int \mathcal{A} n^{eq}(\omega) d\omega / \int n^{eq}(\omega) d\omega$. En y injectant l'équation du spectre d'équilibre 5.9, nous obtenons :

$$\langle k'(\omega) \rangle_{eq} = -\lambda. \quad (5.10)$$

Donc λ est lié à l'inverse de la vitesse de groupe moyenne de l'onde optique à l'équilibre thermodynamique.

5.4.3 Détermination des paramètres de Lagrange

La détermination analytique des paramètres de Lagrange associés à la conservation des trois quantités (E_{cin}, P, N) n'est pas possible. Nous avons donc élaboré un programme numérique qui nous permet de déterminer les valeurs de l'énergie cinétique ainsi que la quantité de mouvement pour une grille de paramètres (λ, μ) . L'intersection des surfaces $P(\lambda, \mu)$ et $E_{cin}(\lambda, \mu)$ avec les plans (λ, μ, P^{eq}) et $(\lambda, \mu, E_{cin}^{eq})$ nous donne deux courbes sur les plans solutions. Les projections de ces courbes sur le plan (λ, μ) se coupent en un point unique, correspondant à un couple unique de solution (λ^{eq}, μ^{eq}) . Enfin, la température à l'équilibre est déterminée grâce à la conservation du nombre de particules. L'unicité du triplet $(\lambda^{eq}, \mu^{eq}, T^{eq})$ est consistant avec le fait qu'un système Hamiltonien (fermé) possède un état d'équilibre thermodynamique unique.

Il convient également de définir la méthode de calcul des quantités conservées. En effet, dans les définitions évoquées plus haut, les intégrations se font sur tout le domaine de fréquences : $\int_{-\infty}^{+\infty}$. Cependant les simulations numériques s'effectuent sur une bande de fréquences définie et bornée par les fréquences $\pm\omega_c = \pi/dt$, dt étant le pas de discrétisation temporel. Nous allons donc calculer par exemple la grandeur intensité par $\frac{N}{T} = \int_{-\omega_c}^{+\omega_c} n(z, \omega) d\omega$.

Remarque : L'inconvénient de cette détermination numérique des paramètres de Lagrange, est qu'il faut connaître les valeurs de E_{cin}^{eq} et P^{eq} . L'équation de Schrödinger conserve l'hamiltonien $H = E_{cin} + H_{NL}$, mais pas E_{cin} . Cependant, dans le cas de l'étude en régime incohérent $|H_{NL}/H_{cin}| \ll 1$, il est alors possible de considérer que E_{cin} est conservée en moyenne par l'équation de Schrödinger non-linéaire. Dans le cas où la condition initiale est une onde continue, la condition $|H_{NL}/H_{cin}| \ll 1$ n'est pas respectée au début de la propagation. Néanmoins, pour évaluer la valeur de l'énergie cinétique à l'équilibre E_{cin}^{eq} , nous pouvons remarquer que l'énergie cinétique ne contribue pas à l'énergie totale d'une onde continue (état initial de notre système), de telle sorte que $H/T_0 = \gamma|\psi_0|^4/2$, avec ψ_0 l'amplitude de l'onde conti-

nue. D'autre part, à l'équilibre, la contribution non-linéaire est donnée par l'approximation des phases aléatoires telles que $\langle |\psi|^4 \rangle = 2 \langle |\psi|^2 \rangle^2$, de telle manière que $H/T_0 = E_{cin}^{eq}/T_0 + \gamma(N/T_0)^2$. Comme H se conserve, la valeur de l'énergie cinétique à l'équilibre est donc déductible de la puissance initiale de l'onde continue : $E_{cin}^{eq}/T_0 = -\frac{\gamma}{2}(N/T_0)^2$. Toutefois le transfert d'énergie non-linéaire en énergie cinétique n'est pas toujours exact. Pour s'assurer des valeurs des constantes à l'équilibre, il est nécessaire d'effectuer au préalable la simulation de l'équation de Schrödinger pour les déterminer. Pour les cas étudiés dans ce manuscrit, les valeurs à l'équilibre se trouvent dans une fourchette bien déterminée. Il nous est donc possible d'effectuer des études préliminaires par la théorie cinétique. Bien entendu, la correspondance exacte entre la théorie et la simulation de la propagation ne peut être effectuée que lorsque l'état d'équilibre est atteint numériquement.

5.4.4 Interprétation de la répartition à l'équilibre dans un "pseudo-potentiel"

Si l'on s'intéresse au dénominateur du spectre d'équilibre : $\mathcal{F} = k(\omega) + \lambda\omega - \mu$, celui-ci peut en un certain sens être interprété comme un potentiel effectif pour les quasi-particules qui constituent le champ optique. Il est tracé en figure 5.6(b). En courbe pointillée apparaît la relation de dispersion $k(\nu - \nu_0)$, double primitive de la courbe de dispersion $\beta_2(\nu - \nu_0)$ (reportée en figure 5.6(a)) et en trait plein la fonction \mathcal{F} , relation de dispersion corrigée par les termes de Lagrange liés aux quantités conservées. Les positions des deux zéros de dispersion sont notées par deux traits verticaux pointillés. Nous pouvons remarquer qu'ils correspondent à des points d'inflexion de la fonction $\mathcal{F}(\nu)$ (on rappelle que $\beta_2(\omega) = \partial_\omega^2 k(\omega)$). Du fait de la présence des deux zéros de dispersion, la fonction potentielle présente deux puits de potentiel, au fond desquels les quasi-particules vont naturellement tendre à s'accumuler. Le spectre d'équilibre prédit par la théorie cinétique est représenté en (c). Les maxima de ce spectre correspondent aux minima de la fonction potentiel, puisque le spectre est l'inverse de cette dernière ; $n^{eq} \approx 1/\mathcal{F}(\omega)$. En (d) et en (e) sont mis en relations le spectre évoqué précédemment et l'évolution longitudinale de la simulation de l'équation de Schrödinger non-linéaire de la figure 5.4(c). De la même manière que précédemment, l'évolution par simulation numérique sans le terme Raman et pour une puissance de 1 kW est reportée en figure 5.6 (e), et mise en relation avec le spectre d'équilibre théorique en figure 5.6(d). Les positions des flancs de la figure (e) sont reportées par des traits pointillés sur la figure (d). Il est à noter qu'il y a un bon accord entre ces deux positions, car il est possible de les relier par l'intermédiaire d'une ligne horizontale sur le spectre théorique.

Cette analyse est validée par les simulations de l'équation de Schrödinger non-linéaire avec une courbe de dispersion ne présentant qu'un seul zéro de dispersion. Nous avons tracé cette courbe de dispersion en figure 5.7(a). La fonction potentiel ainsi que le spectre correspondant se trouvent en (b) et (c). Il est important de noter ici qu'en raison de l'absence du second zéro de dispersion, la fonction $\mathcal{F}(\omega)$ n'exhibe plus qu'un seul puits de potentiel. De plus, une longue queue de $\mathcal{F}(\omega)$ est observable aux basses fréquences. Il n'y a plus, comme précédemment, de barrière de potentiel qui confine les quasi-particules au fond d'un puits de potentiel. Nous pouvons donc nous attendre à ce que les quasi-particules puissent migrer vers les basses fréquences et qu'il n'y ait plus de saturation de cette partie du spectre. Cet effet est bien confirmé par les simulations numériques de l'équation de Schrödinger non-linéaire. Comme le montre l'évolution du spectre au cours de la propagation reportée en figure 5.7(d) l'élargissement du spectre ne sature pas

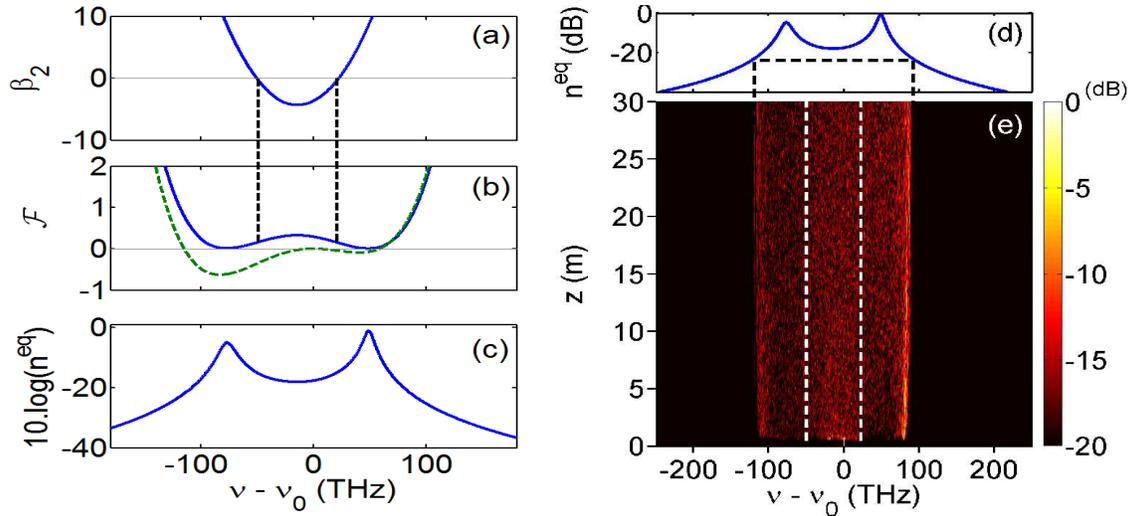


FIG. 5.6 – Courbe de dispersion (a), potentiel correspondant (b trait plein) et relation de dispersion $k(\nu - \nu_0)$ (b pointillés), spectre d'équilibre (c) recopié en (d) pour comparaison avec la simulation de l'évolution du spectre au cours de la propagation (e)

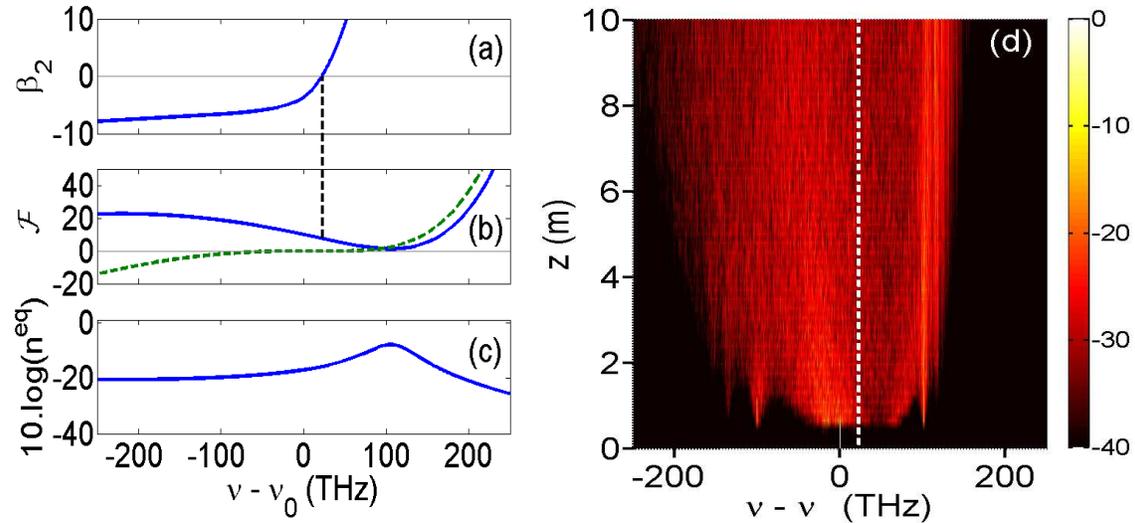


FIG. 5.7 – Courbe de dispersion (a), potentiel correspondant (b trait plein) et relation de dispersion $k(\nu - \nu_0)$ (b pointillés), spectre d'équilibre (c) et simulation de l'évolution du spectre au cours de la propagation reproduit en (d)

aux basses fréquences. En revanche l'élargissement du spectre aux hautes fréquences sature en raison de la présence d'un puits de potentiel correspondant au zéro de dispersion.

L'analyse des évolutions des entropies au cours de la propagation pour les deux cas étudiés est reportée en figure 5.8. Dans le cas d'une fibre présentant deux zéros de dispersion, la saturation de l'entropie figure 5.8(a) confirme que le spectre de la figure 5.6 évolue selon un processus de thermalisation, pour lequel l'augmentation de l'entropie sature lorsque l'équilibre thermodynamique est atteint. La figure 5.8(b), correspond au cas où la courbe de dispersion ne s'annule qu'une seule fois et où la fonction potentiel

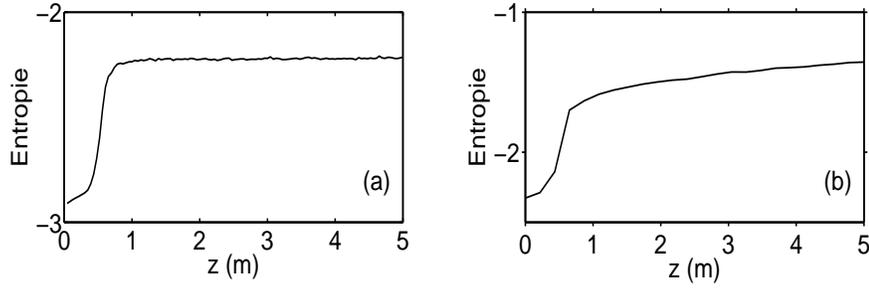


FIG. 5.8 – (a) : évolution de l’entropie correspondant à la simulation reportée en figure 5.6, et (b) à celle de la figure 5.7. Seul dans le cas où la fibre PCF exhibe deux zéros de dispersion permet d’atteindre un état d’équilibre (spectre statistiquement stationnaire).

$\mathcal{F}(\omega)$ ne présente qu’un seul puits. Nous constatons une lente croissance de l’entropie qui caractérise la migration des quasi-particules aux basses fréquences du spectre de la figure 5.7, et qui confirme que le spectre n’évolue pas vers un état d’équilibre thermodynamique.

5.4.5 Accélération du processus de thermalisation

Même si nous avons noté un accord qualitatif entre le spectre à 20 m de propagation et le spectre prédit par la théorie cinétique, ces deux spectres présentent toutefois des différences importantes.

La thermalisation est en fait un processus lent, qui nécessite un grand nombre de longueurs de propagation non-linéaires. L’observation du comportement du spectre optique à des distances supérieures à 20 m tend à prouver que la forme de double pic apparaît lentement au cours de la propagation. Cette déformation lente du spectre est caractérisée par une faible augmentation de l’entropie, due à l’élargissement continu et lent des pieds du spectre.

Les simulations numériques de l’équation 5.1 révèlent qu’une diminution de la valeur de la dispersion entre les deux zéros de dispersion de la fibre permet d’accélérer le processus de thermalisation. Nous avons cherché une configuration de dispersion plus propice à l’observation du spectre thermalisé en sortie d’une fibre de longueur raisonnable (20 à 40 m). Dans ce but, une fibre présentant deux zéros de dispersion plus rapprochés et une courbe de dispersion moins élevée a été choisie. La courbe de dispersion de cette fibre est issue de la caractéristique d’une fibre PCF qui nous a été fournie par l’IRCICA de Lille. Avec les paramètres de celle-ci, nous avons obtenu numériquement l’évolution du spectre présentée en figure 5.9

L’équation de Schrödinger non-linéaire que nous avons considérée pour effectuer la simulation reportée en figure 5.9(a) est l’équation (5.1), qui ne contient ni le terme Raman, ni le terme de choc. Le champ injecté dans la fibre est une onde continue de puissance 3.5 kW , dont la longueur d’onde est située dans le régime de dispersion anormale de la fibre, entre les deux zéros de dispersion. Au début de la propagation, vers 0.3 m , nous observons la formation des bandes d’instabilité modulationnelle aux fréquences ω_{MI} ($\omega_{MI}/2\pi \simeq \pm 33\text{ THz}$). Pour des longueurs de propagation plus grandes, une saturation très nette de l’élargissement du spectre aux hautes comme aux basses fréquences est visible, avec des flancs de saturation situés à -75 THz et $+60\text{ THz}$ de l’onde pompe. Au delà des flancs de saturation du spectre optique, cette fois la simulation présente clairement une forme de double pic, signature de

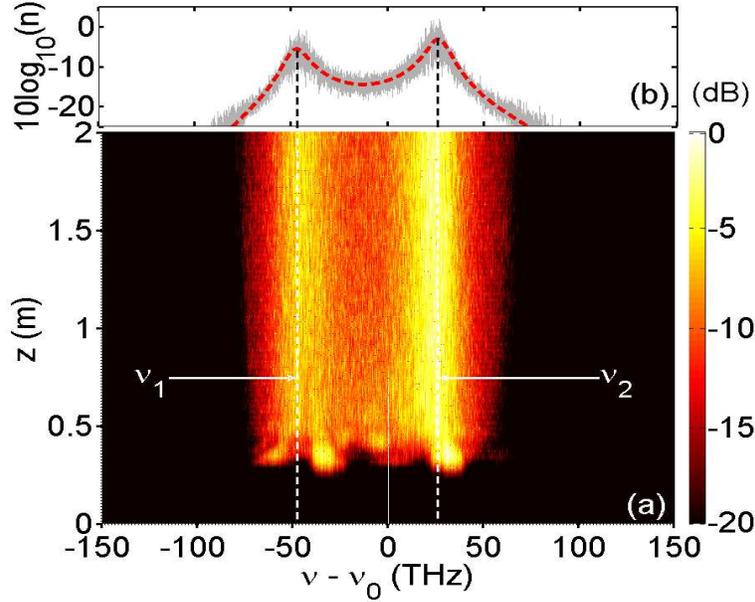


FIG. 5.9 – (a) simulation numérique de l'équation de Schrödinger 5.1 montrant l'évolution du spectre au cours de sa propagation (b) en ligne pleine grise est représenté le moyennage de 140 spectres obtenus une fois l'équilibre thermodynamique atteint ($\partial_z \mathcal{S} \simeq 0$). La ligne pointillée rouge superposée est le spectre d'équilibre théorique $n^{\text{éq}}$.

l'effet de thermalisation de l'onde. Ce premier résultat nous a encouragé à continuer dans cette voie pour analyser plus en détail cette répartition spectrale particulière. Le spectre d'équilibre (5.9) est présenté en trait pointillé rouge superposé au résultat numérique à longue distance en figure 5.9(b). Pour la première fois, nous observons un accord quantitatif entre la théorie et les simulations numériques de l'équation (5.1), en l'absence de paramètres ajustables.

Notons que ce processus de thermalisation a aussi lieu en considérant une condition initiale incohérente, comme illustré en figure 5.10 pour un spectre initial de 4THz de largeur. Ce champ initial est un champ stochastique de moyenne nulle, obéissant à une statistique stationnaire (les fréquences du spectre sont supposées δ -corrélées). Cette fois l'effet d'instabilité modulationnelle ne joue pas de rôle [81]. Après un transitoire, le spectre du champ relaxe vers l'état d'équilibre prédit par la théorie cinétique (Eq. 5.9). Notons dans ce cas aussi un très bon accord entre la théorie et les simulations, sans paramètres ajustables.

5.4.6 Accord de phase d'origine thermodynamique

Nous venons de constater qu'indépendamment de la condition initiale (cohérente ou incohérente), le spectre se scinde en deux paquets d'ondes correspondant au double pic du spectre d'équilibre thermodynamique (Eq. 5.9).

Etant donné le bon accord entre le spectre théorique (5.9) et les simulations numériques, nous pourrions penser que le processus de fission spectrale est bien reproduit et donc bien compris. Cependant, en dépit de ce bon accord, les mécanismes responsables de cette fission restent néanmoins obscurs. Nous

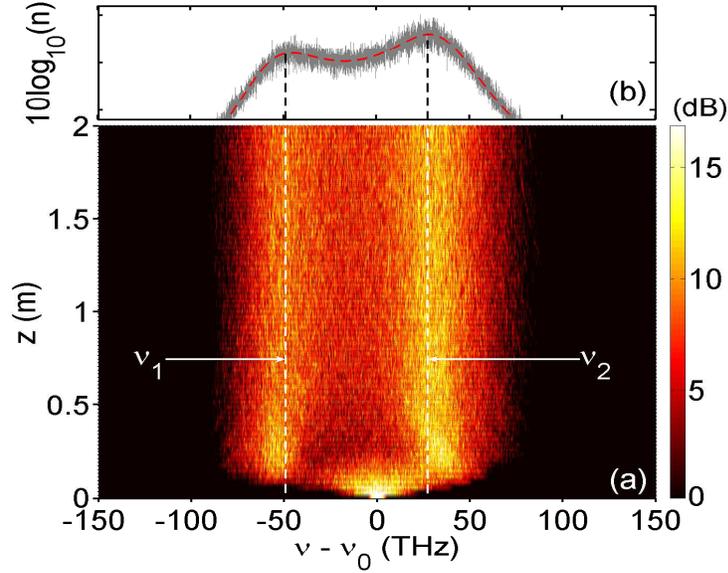


FIG. 5.10 – La fibre est identique à celle de la figure 5.9. La condition initiale est cette fois un champ partiellement cohérent, présentant une largeur spectrale de 4 THz . Contrairement au cas précédent, la cohérence partielle de l’onde empêche la formation des bandes de gain d’instabilité modulationnelle. L’évolution irréversible du champ vers un spectre d’équilibre en double pic (annotés ν_1 et ν_2) est caractérisée par un processus de thermalisation.

pourrions en effet nous demander quelles sont les règles de sélection des deux fréquences (ω_1, ω_2) des deux paquets d’ondes du spectre d’équilibre (figures 5.9 et 5.10).

Remarquons sur la figure 5.9 que ces fréquences $(\omega_1/2\pi \simeq -47\text{ THz}$ et $\omega_2/2\pi \simeq +25\text{ THz})$ diffèrent des fréquences d’instabilité modulationnelle ω_{MI} ($\omega_{MI}/2\pi \simeq \pm 33\text{ THz}$). Comme de plus le champ optique n’exhibe pas de solitons cohérents, les fréquences (ω_1, ω_2) ne peuvent pas être attribuées à des radiations de type Cherenkov.

Nous allons maintenant voir que la sélection des fréquences ω_1 et ω_2 peut être interprétée par des arguments thermodynamiques simples basés sur la théorie cinétique de la turbulence faible.

Tout d’abord, remarquons que les deux fréquences (ω_1, ω_2) ne sont pas des minima de la courbe de dispersion $k(\omega)$, ce qui est confirmé par la figure 5.11(b), sur laquelle il est apparent que $k'(\omega_{1,2}) \neq 0$. Si l’on reprend l’expression du spectre d’équilibre théorique (5.9), il est aisé d’en déduire que celui-ci est maximal pour deux fréquences (ω_1, ω_2) satisfaisant la relation $\mathcal{F}'(\omega_1) = \mathcal{F}'(\omega_2) = 0$, de laquelle nous pouvons déduire que $k'(\omega_1) = k'(\omega_2) = -\lambda$ (rappelons que la fonction potentiel $\mathcal{F}(\omega) = k(\omega) + \lambda\omega - \mu \propto 1/n^{\check{e}q}$). En d’autres termes, les fréquences ω_1 et ω_2 correspondent aux deux fréquences pour lesquelles la ligne $-\lambda\omega + \mu$, tracée en rouge sur le graphique 5.11(a), est parallèle à la fonction $k(\omega)$ (dont les pentes de la dérivée aux points ω_1 et ω_2 sont représentées par des doubles flèches).

Cette simple observation révèle que les deux fréquences autour desquelles le spectre se répartit sont sélectionnées de façon à ce que les vitesses de groupe en ces points coïncident : $1/k'(\omega_1) = 1/k'(\omega_2) = v_g(\omega_1) = v_g(\omega_2) = -1/\lambda$.

Ceci est illustré à nouveau en figure 5.11(b), sur laquelle la ligne droite pointillée représente la valeur

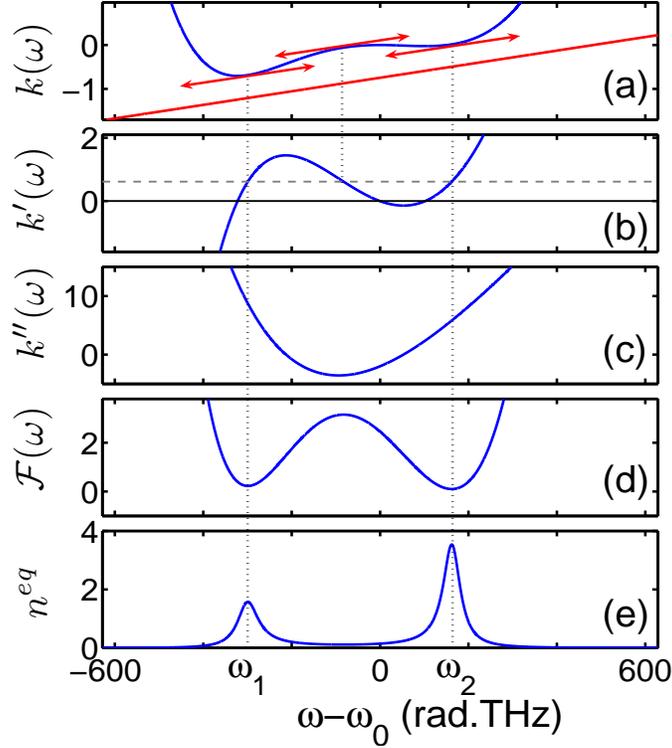


FIG. 5.11 – Illustration théorique du phénomène de verrouillage de vitesse de groupe. (a) : relation de dispersion, (b) inverse de la dispersion de vitesse de groupe $k'(\omega) = 1/v_g(\omega)$, (c) courbe de dispersion $k''(\omega)$ présentant deux fréquences à dispersion nulle. La droite rouge de la figure (a) représente $-\lambda\omega + \mu$. Les fréquences d'équilibre $\omega_{1,2}$ sont les points pour lesquels les tangentes à la relation de dispersion sont parallèles à $-\lambda\omega + \mu$ et qui correspondent sur le graphe (b) à des points ayant la même vitesse de groupe. Le potentiel $\mathcal{F}(\omega) = k(\omega) + \lambda\omega + \mu$ est rappelé en (d) et le spectre d'équilibre n^{eq} est tracé en (e)

$-\lambda$. La courbe 5.11(b) et son intersection avec l'horizontale $-\lambda$, permet de déduire qu'il y a une famille continue de couples de solutions $\omega_{1,2}$ satisfaisant la condition $v_g(\omega_1) = v_g(\omega_2)$. Cependant, si l'on se réfère à l'équation (5.10) (i.e. $\langle k'(\omega)_{eq} \rangle = -\lambda$), il résulte que le système sélectionne les deux fréquences (ω_1, ω_2) de telle sorte que les deux paquets d'ondes se propagent avec la même vitesse de groupe que la vitesse moyenne du champ optique. En d'autres termes, étant données les contraintes de conservation des grandeurs (E_{cin}, N, P) , il existe une solution **unique** pour le couple de fréquences (ω_1, ω_2) satisfaisant la relation

$$v_g(\omega_1) = v_g(\omega_2) = 1 / \langle k'(\omega) \rangle_{eq} = -1/\lambda. \quad (5.11)$$

Cette relation peut être considérée comme une relation d'accord de phase thermodynamique qui définit les fréquences des deux paquets d'ondes sélectionnées par le système.

Remarquons enfin que sur la figure 5.11(b), il existe une troisième intersection que nous n'avons pas encore évoquée. Cette fréquence ω_3 , est située entre ω_1 et ω_2 et satisfait à la condition $v_g(\omega_3) = v_g(\omega_{1,2})$. Cependant, contrairement aux fréquences ω_1 et ω_2 , cette fréquence n'est pas associée à un puits de potentiel (cf fig. 5.11(d)) car elle correspond à un point d'équilibre instable ($\mathcal{F}''(\omega_3) < 0$). Si l'on se réfère

à l'interprétation cinétique du potentiel effectif $\mathcal{F}(\omega)$, ceci signifie que les quasi-particules s'éloignent de la fréquence angulaire ω_3 pour migrer vers les points d'équilibres stables en ω_1 et ω_2 . La fréquence ω_3 correspond à un minimum local du spectre d'équilibre $n^{\text{eq}}(\omega)$, tandis que ω_1 et ω_2 correspondent à des maxima.

5.4.7 Verrouillage de vitesse en thermodynamique

Le fait que des paquets d'ondes distincts puissent tendre naturellement à se propager à la même vitesse de groupe a été le sujet de recherches récentes [128, 129, 130]. Ce verrouillage de vitesse est issu de la thermalisation naturelle de l'onde vers un état d'équilibre. Nous abordons ici une approche différente des articles cités précédemment. En effet, dans notre cas, le verrouillage de vitesse intervient à la suite d'une fission du spectre initial en deux paquets d'ondes, et non de l'interaction de paquets d'ondes supposés a priori distincts.

Le processus de verrouillage de vitesse semble être une propriété générale des ondes stochastiques soumises à des interactions non-linéaires. Pour s'en persuader, rappelons une propriété importante établie en thermodynamique statistique : considérons un système macroscopique (gaz ou liquide par exemple), divisé en deux sous systèmes, macroscopiques également. Le postulat de maximisation de l'entropie conduit à la conclusion qu'à l'équilibre, tous les sous-systèmes se propagent nécessairement avec la même vitesse et le même moment angulaire [131]. En d'autres termes, un système isolé ne peut avoir qu'une seule et unique vitesse de translation (rotation) pour l'ensemble des sous systèmes. Nous pouvons illustrer cela en considérant deux gouttes de gaz (ou de liquide), supposées distinguables. Les deux gouttes se propagent initialement selon des directions différentes. Après la collision de ces deux gouttes, un équilibre est atteint, pour lequel les vitesses moyennes des deux gouttes doivent être identiques afin d'éviter un mouvement interne macroscopique entre les deux espèces considérées. Selon cette analogie avec la thermodynamique, le processus de verrouillage de vitesse entre deux ondes paraît naturel et intuitif. Dans le cas de la génération de supercontinuum, après que la fission se soit produite, le système optique peut être considéré comme composé de deux sous systèmes macroscopiques, qui relaxent vers l'équilibre en se propageant à la même vitesse de groupe.

5.5 Etude expérimentale

5.5.1 Analyse de la fibre fournie par l'IRCICA

La figure 5.12 présente la courbe de dispersion de la fibre fournie par l'IRCICA, exprimée en $ps/nm/km$ sous la forme D et en ps^2/km sous la variable β_2 . Les valeurs de dispersion ont été estimées à partir de l'image prise au Microscope Electronique à Balayage (MEB) illustrée en figure 5.12(a).

Sur le tracé 5.12(b), deux longueurs d'onde à dispersion nulle sont visibles : en $\lambda = 1033\text{ nm}$ et 1209 nm . La longueur d'onde de pompe pour laquelle nous avons obtenu la figure 5.9 est 1064 nm , située dans le régime de dispersion anormale $\beta_2(1064\text{ nm}) = -0.89\text{ ps}^2/km$ soit $D = 1.48\text{ ps/nm/km}$. Le champ initial est une onde continue de puissance 3.5 kW . Les pertes de la fibre sont estimées à environ 40 dB/km

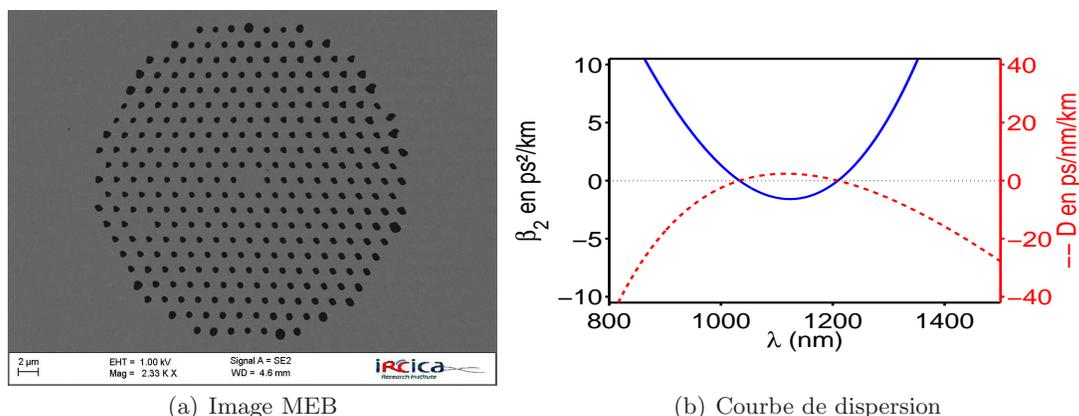


FIG. 5.12 – Caractéristiques de la Fibre donnée par l'IRCICA.

sur la gamme 600 à 1750 nm (excepté autour de 1380 nm où le pic d'absorption OH augmente les pertes jusqu'à des valeurs supérieures à 240 dB/km [18]).

La faible valeur de la dispersion et surtout de la dispersion d'ordre 2 augmente l'effet d'instabilité modulationnelle (IM). Le gain de l'IM va accélérer l'élargissement du spectre et son évolution vers le régime incohérent. Sur la figure 5.13 sont tracées les bandes de gain d'instabilité modulationnelle en fonction de la longueur d'onde injectée dans la fibre. Pour la puissance à laquelle nous travaillons (3.5 kW), il est intéressant de remarquer que les bandes de gain MI d'ordre 2 et 4 se rejoignent pour former de larges lobes [132][133]. La faible valeur de β_2 conduit à des bandes d'IM d'ordre 2 larges et intenses, qui sont assez larges pour se superposer aux bandes de gain d'IM d'ordre 4. L'élargissement rapide du spectre dû à ces accords de phase est dans notre cas une condition favorisant le développement du régime incohérent.

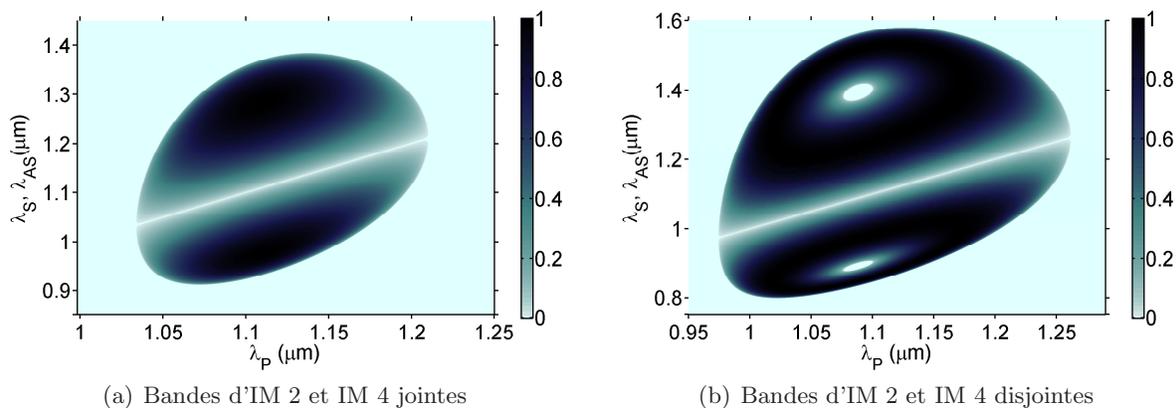


FIG. 5.13 – Bande de gain de l'instabilité modulationnelle pour une puissance de 3.5 kW, (a) dans le cas de la courbe de dispersion de l'IRCICA et (b) pour une courbe de dispersion légèrement modifiée.

5.5.2 Dispositif expérimental

Afin de nous placer dans des conditions de pompage quasi-continu, nous utilisons un micro-laser Nd :YAG pour lequel le régime impulsif est basé sur un processus de Qswitch passif, délivrant des impulsions de 600 ps de largeur à mi-hauteur, à une longueur d'onde de 1064 nm . Son taux de répétition est de $7,7\text{ kHz}$ et la puissance moyenne injectée dans la fibre est estimée à 3.5 kW . La fibre dans laquelle le champ est injecté a été fournie par la plateforme IRCICA de l'université de Lille1 et mesure 40 m de long. Une image prise au microscope électronique à balayage ainsi que la courbe de dispersion associée sont présentées en figure 5.12. Le développement de Taylor de la courbe de dispersion est donné jusqu'à l'ordre 12 dans le tableau 5.1.

$\beta_2(s^2/m)$	$\beta_3(s^3/m)$	$\beta_4(s^4/m)$	$\beta_5(s^5/m)$	$\beta_6(s^6/m)$	$\beta_7(s^7/m)$
$-8.7648e^{-028}$	$1.4296e^{-041}$	$1.1613e^{-055}$	$-6.1660e^{-070}$	$2.8689e^{-084}$	$-4.8289e^{-099}$
$\beta_8(s^8/m)$	$\beta_9(s^9/m)$	$\beta_{10}(s^{10}/m)$	$\beta_{11}(s^{11}/m)$	$\beta_{12}(s^{12}/m)$	
$-3.8989e^{-115}$	$-8.5981e^{-127}$	$6.8595e^{-141}$	$3.2009e^{-155}$	$-3.8263e^{-169}$	

TAB. 5.1 – coefficient du développement en série de Fourier de la courbe de dispersion $\beta_2(\omega)$

Remarquons que la courbe 5.12(b) a été obtenue par analyse de la structure transverse de la fibre présentée en figure 5.12(a). La courbe de dispersion est donc sensible aux variations de structures de la fibre et dépend de l'endroit auquel la coupe transverse a été effectuée. C'est pour cette raison que nous avons voulu vérifier la position des deux zéros de dispersion de la fibre par la méthode expérimentale présentée en [134] et basée sur l'autodécalage Raman d'une impulsion femtoseconde. En inversant l'entrée et la sortie de la fibre, nous avons constaté une variation de $\pm 10\text{ nm}$ autour de la position des zéros de dispersion donnée en figure 5.12(b), dont l'origine est attribuée aux fluctuations de structures durant les 40 m de propagation.

Une lame demi onde et un polariseur sont positionnés entre le laser d'injection et la fibre afin de pouvoir faire varier la puissance injectée dans cette dernière, tout en conservant une polarisation d'entrée rectiligne, parallèle à un des axes propres de la fibre biréfringente. L'injection dans la fibre microstructurée est effectuée grâce à un objectif de microscope $\times 20$. Enfin le spectre optique a été enregistré par un analyseur de spectre optique (Anritsu MS9710B) avec une résolution en longueur d'onde de 0.5 nm .

5.5.3 Résultats expérimentaux

Le but de notre expérience est de pouvoir observer la relaxation du spectre optique vers un état d'équilibre, ce qui implique de connaître l'évolution longitudinale de celui-ci, pour une puissance injectée constante. Pour cela, nous avons effectué une mesure par découpe successive ("cut-back"). Nous avons pris soin de ré-optimiser l'injection et la polarisation après chaque découpe de fibre. Le résultat de cette expérience est reporté sur la figure 5.14 pour une puissance initiale injectée dans la fibre de 3.5 kW . Sur cette figure, les spectres qui sont représentés ne sont pas issus d'une seule impulsion laser, mais d'un moyennage sur plusieurs impulsions. En fait chaque point de mesure (pour une longueur d'onde donnée) est un moyennage sur quelques tirs laser. Cela est dû au taux de répétition élevé du laser, ainsi qu'au

temps d'intégration et de balayage de l'analyseur de spectre optique. Donc il faut garder en mémoire que les spectres obtenus sont moyennés et donc lissés par l'acquisition.

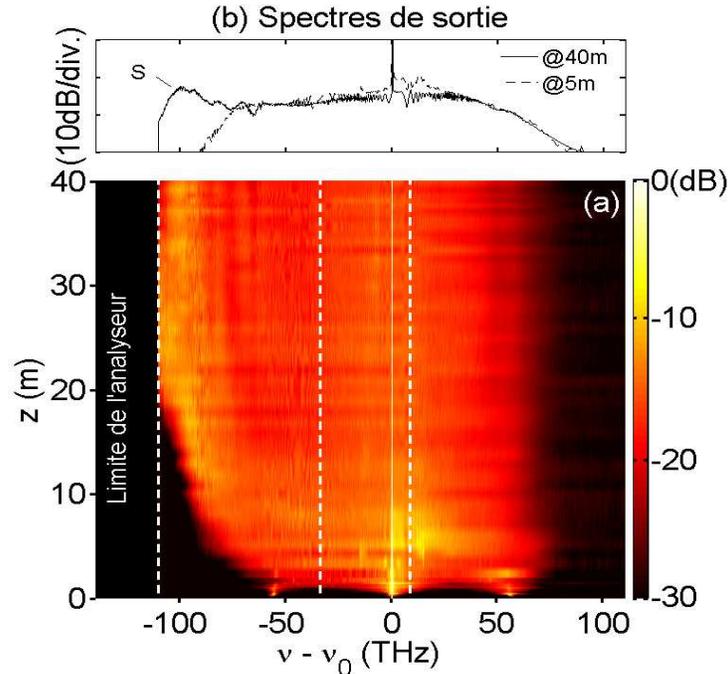


FIG. 5.14 – (a) Résultat expérimental obtenu par découpage successif de la fibre de l'IRCICA présenté en échelle logarithmique en fonction de la distance pour une puissance d'entrée de $3.5 kW$. (b) spectres expérimentaux à $5 m$ et $40 m$.

Sur cette figure 5.14, nous observons un élargissement durant les deux premiers mètres de propagation, dû au développement de bandes d'instabilité modulationnelle (IM). Les premières bandes d'IM sont situées à proximité de la longueur d'onde de pompe, dans le régime de dispersion anormale. Les secondes bandes d'IM sont localisées à $\pm 55 THz$ de la fréquence de pompe, dans le régime de dispersion normale. Le développement de ces deux couples de bandes d'IM n'est pas en accord avec la figure théorique 5.13. Comme nous l'avons évoqué auparavant, la stabilité de ces bandes d'IM dépend fortement des caractéristiques de la fibre, ce qui implique qu'une faible variation de la courbe de dispersion le long de la fibre vers des valeurs de dispersion plus fortes (ce qui correspondrait à décaler verticalement la courbe de dispersion 5.12(b) vers des plus hautes valeurs), entraîne la séparation des bandes d'IM, comme le montre la figure 5.13(b). De ce fait, nous attribuons les bandes IM distinctes observées expérimentalement aux fluctuations de dispersion longitudinales de la fibre. Bien que de telles fluctuations puissent affecter le comportement du spectre optique lors des premiers mètres de propagation, sur la longueur totale de la fibre ($40 m$), ces fluctuations sont moyennées.

Lorsque la longueur de propagation dépasse quelques mètres, une saturation du spectre dans le domaine des hautes fréquences est observable. Remarquons qu'elle est accompagnée d'une légère déplétion au cours de la propagation. Nous avons vérifié numériquement que cette déplétion est due à l'effet Raman, dont on ne peut pas s'affranchir expérimentalement, et qui transfère de l'énergie vers les basses fréquences. Notons que cette saturation du spectre ne peut pas être attribuée aux pertes de la fibre,

estimées à environ 2 dB pour les 40 m de cette fibre microstructurée.

La saturation du spectre dans le domaine des basses fréquences n'est pas visible car l'effet Raman et le transfert d'énergie vers les hautes longueurs d'onde qu'il implique est responsable de l'élargissement du spectre à ce niveau, ce qui a priori empêche la saturation du spectre. Mais comme nous l'avons vu précédemment, sur la figure 5.3(a), l'effet Raman conduit à la génération d'un soliton, qui se détache de la partie centrale du spectre. Même si la séparation franche entre le soliton incohérent et la partie centrale du spectre n'est pas clairement observée sur la figure 5.14(a), le décalage d'une bosse spectrale vers les basses fréquences est visible. Ce décalage est d'autant plus visible si l'on compare les spectre à 5 m et à 40 m , comme l'illustre la figure 5.14(b).

Dans la partie 5.5.4 nous verrons que l'absence de séparation claire entre le soliton et la partie centrale est attribuée au profil temporel impulsionnel du laser de pompe. En effet, même si celui ci délivre des impulsions longues qui peuvent être considérées comme un régime quasi-continu pour les interactions entre le laser et la fibre, la forme impulsionnelle empêche le détachement du soliton spectral, au moins pour la distance de 40 m que nous avons considérée. Cette structure solitonique sera analysée plus en détail dans la partie 5.5.6.

Remarque : L'analyseur de spectre optique limite l'enregistrement aux basses fréquences, repérée sur la figure 5.14 par la ligne pointillée.

5.5.3.1 Etude en puissance

Avant d'effectuer la découpe de la fibre, nous avons étudié la génération de supercontinuum dans les 40 mètres de fibre, en fonction de la puissance crête injectée P_0 . La figure 5.15(a) rapporte cette évolution, pour une gamme de puissance allant de 0 à 3.5 kW . La figure 5.15(b) compare les spectres à 0.5 kW et 3.5 kW .

Sur la figure 5.15, remarquons qu'une bosse spectrale se crée aux basses fréquences pour des puissances supérieures à 0.5 kW . Comme nous l'avons vu au paragraphe précédent, l'apparition de cette forme spectrale est due à l'effet Raman et à la création d'un soliton incohérent. Si nous comparons les spectres à 0.5 kW et 3.5 kW illustrés en figure 5.15(b), le détachement du soliton incohérent de la partie centrale du spectre devient apparent.

5.5.4 Résultats numériques associés à l'expérience.

Pour analyser les résultats expérimentaux, nous avons effectué les simulations numériques de l'équation de Schrödinger généralisée suivante :

$$-i \frac{\partial \psi(z, t)}{\partial z} = \sum_{j \geq 2}^m \frac{i^j \beta_j}{j!} \frac{\partial^j \psi(z, t)}{\partial t^j} + \gamma \left(1 + i\tau_s \frac{\partial}{\partial t} \right) \psi(z, t) \int_{-\infty}^{+\infty} R(t') |\psi(z, t - t')|^2 dt' \quad (5.12)$$

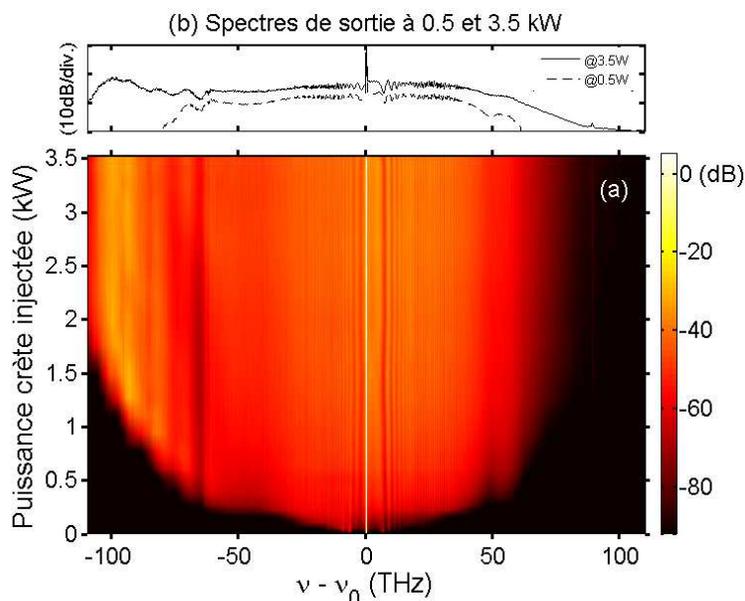


FIG. 5.15 – Résultats expérimentaux reportant le spectre en sortie des 40m de fibre en fonction de la puissance injectée

La relation de dispersion linéaire de cette équation est la suivante :

$$k(\omega) = \sum_{j \geq 2}^m \frac{\beta_j}{j!} \omega^j \quad (5.13)$$

La dérivée seconde de la relation de dispersion $k(\omega)$, $k''(\omega) = \partial^2 k / \partial \omega^2$ correspond à la courbe de dispersion totale présentée en figure 5.12(b). Enfin, dans cette équation figurent le terme de réponse Raman retardée et la contribution instantanée de l'effet Kerr $R(t') = (1 - f_R)\delta(t') + f_R h_R(t')$, ainsi que l'effet d'auto-raïdissement à travers le terme de choc $\tau_s \partial / \partial t$ [135]. L'analyse des différents termes reportés dans l'équation (5.12) est effectuée dans le chapitre 1.

En raison de l'important temps de calcul que requiert la résolution numérique de l'équation (5.12), les tracés n'ont pas été réalisés pour un moyennage sur un grand nombre de tirages (i.e. de réalisations de conditions initiales différentes). Pour comparer nos simulations numériques aux résultats théoriques, le moyennage a été effectué selon une procédure de lissage de Savitzky-Golay (filtre passe bas) de la même manière que dans des articles antérieurs [126]. Nous avons également vérifié que le bruit Raman spontané n'affectait pas le régime fortement incohérent que nous considérons ici. Les paramètres de la simulation sont présentés dans le tableau 5.3

La figure 5.16(a) présente l'évolution du champ optique obtenue par simulation numérique de l'équation (5.12), pour la courbe de dispersion 5.12(b). La condition initiale est une impulsion gaussienne de 60 ps de largeur à mi-hauteur et de puissance crête 3.5 kW. Les paramètres de la simulation sont exposés dans le tableau 5.2. Cette simulation diffère du cas réel, car l'impulsion expérimentale est de 660 ps et pour prendre en compte une telle impulsion, il aurait fallu une fenêtre temporelle d'étude de quelques nanosecondes et le temps nécessaire pour réaliser une telle simulation aurait été trop important. Toutefois, nous

Fenêtre temporelle	250ps
Nombre de points	2^{17}
Durée de l'impulsion à mi-hauteur	60ps
Puissance crête	3500W
Fenêtre spectrale	500THz

TAB. 5.2 – Paramètres de la simulation avec un champ initial impulsionnel

Fenêtre temporelle	32ps
Nombre de points	2^{14}
Durée de l'impulsion à mi-hauteur	onde continue
Puissance crête	3500W
Fenêtre spectrale	500THz

TAB. 5.3 – Paramètres de la simulation avec un champ initial continu.

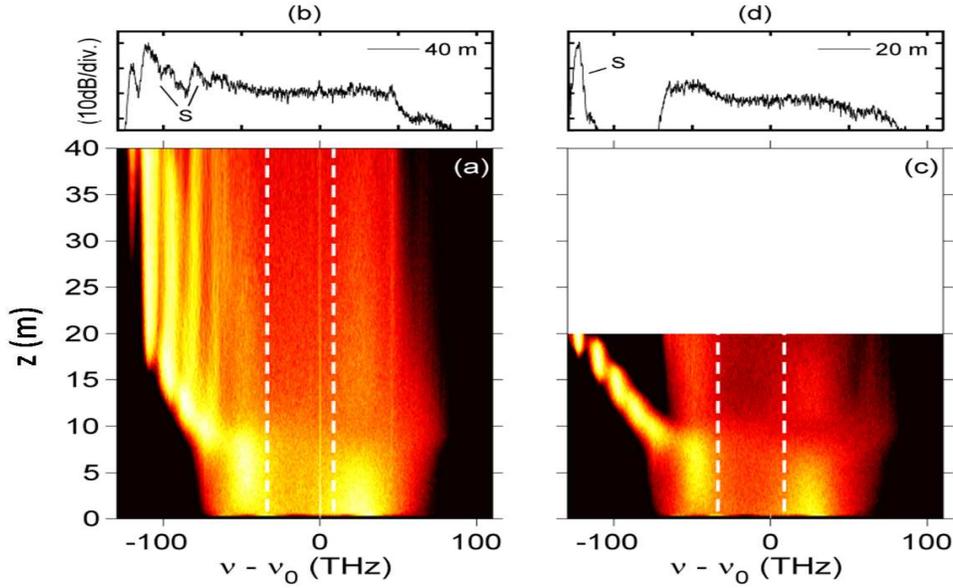


FIG. 5.16 – Comparaison numérique de l'évolution du spectre optique (a) pour les conditions de pompage reportées en 5.2 avec un report en (b) de spectres choisis à 5 m et 40 m. (c) et (d) : même simulation mais avec les paramètres 5.3. L'équation utilisée est l'équation de Schrödinger généralisée 5.12. On repère par S la position du soliton spectral incohérent.

pouvons clairement observer l'impact de l'enveloppe de l'impulsion en mettant en parallèle les figures 5.16(a) et (c). La condition initiale nous ayant permis de réaliser la figure (c) est un champ continu, auquel un petit bruit a été superposé. Les conditions de simulation de cette figure sont reportées dans le tableau 5.3.

Le soliton spectral Raman se décroche du spectre central dans le cas du pompage continu. Dans le cas du pompage impulsionnel, l'enveloppe retient le décrochement spectral du soliton. Le cas expérimental est un cas intermédiaire, dans lequel nous observons, après 40 m de propagation, le début du décrochement du soliton (cf. figure 5.14).

Analysons maintenant la saturation de l'élargissement du spectre optique lorsque le terme Raman et le terme de choc optique sont négligés dans la simulation de l'équation (5.12) ($f_R = \tau_S = 0$). L'équation réduite qui en résulte est hamiltonienne, et peut présenter un processus de thermalisation. Pour cela reprenons la figure 5.9. Cette figure confirme l'existence d'un processus de thermalisation : une saturation nette des flancs du spectre est visible dans les hautes comme dans les basses fréquences du spectre, à

+60 THz et -75 THz de la fréquence de pompage. Il est intéressant de remarquer que la position du flanc aux hautes fréquences du spectre est similaire à celle obtenue pour la figure 5.16(a), ainsi que pour le spectre expérimental 5.14. En plus de la saturation du spectre, une forme de double pic caractérise la thermalisation du spectre optique, comme le prédit la théorie cinétique. La comparaison minutieuse des résultats numériques, théoriques et expérimentaux fait l'objet du paragraphe suivant.

5.5.5 Comparaison entre expérience, simulation et théorie cinétique

Rappelons que l'approche théorique est basée sur la théorie cinétique de la turbulence faible. Comme nous l'avons vu précédemment, il ne nous est pas possible d'intégrer le terme Raman dans notre équation d'évolution car celui-ci brise la structure hamiltonienne de l'équation de Schrödinger non-linéaire. L'équation cinétique a été dérivée de la même manière que pour la partie 5.4.1. Le spectre d'équilibre que nous avons trouvé et qui maximise l'entropie s'écrit :

$$n^{eq}(\omega) = \frac{T}{k(\omega) + \lambda\omega - \mu}, \quad (5.14)$$

où $k(\omega)$ fait référence à la relation de dispersion (5.13), et T, λ et μ sont les multiplicateurs de Lagrange associés à la conservation de l'énergie, de la quantité de mouvement et de la puissance.

En figure 5.17 sont reportés les spectres théorique (a), numérique (b) et (c) et expérimental (d) obtenus avec la même courbe de dispersion (figure 5.12(b)). Tout d'abord, une forme en double pic est clairement visible sur le résultat théorique (a) ainsi que sur la simulation à 40 m de propagation de l'équation de Schrödinger n'incluant pas l'effet Raman (b). Nous obtenons donc ici une signature du phénomène de thermalisation. Les positions des pics spectraux correspondent parfaitement, comme le soulignent les pointillés verticaux. L'accord est quantitatif, tant au niveau de la position des pics qu'en ce qui concerne leurs amplitudes. Les "queues", ou décroissances ont elles aussi le même aspect avec un accord très bon jusqu'à -20 dB en dessous du maximum d'amplitude. Nous pouvons en conclure que dans cette configuration de dispersion, 40 mètres de propagation permettent une thermalisation du spectre du champ optique.

Si l'on considère la simulation à 40 m de propagation de l'équation de Schrödinger non-linéaire incluant l'effet Raman présentée en figure (c) et le résultat expérimental (d), ces deux courbes présentent les mêmes caractéristiques : le pic aux basses fréquences ainsi que la présence d'un soliton spectral Raman annoté 'S'.

La comparaison de la totalité des quatre courbes met en lumière la saturation des hautes fréquences du spectre. Nous constatons également la présence du pic aux basses fréquences sur les quatre tracés, et ceci avec un accord quantitatif de la fréquence de ce pic. Enfin, l'absence du second pic aux hautes fréquences pour les graphes (c) et (d) s'explique par la présence de l'effet Raman et de la création du soliton incohérent qui implique un transfert d'énergie des hautes vers les basses fréquences.

Remarquons encore une fois qu'aucun paramètre ajustable n'a été utilisé pour corriger la courbe théorique. La prise en compte des trois quantités conservées nous a permis de trouver les trois paramètres de Lagrange et d'en déduire la courbe 5.17(a).

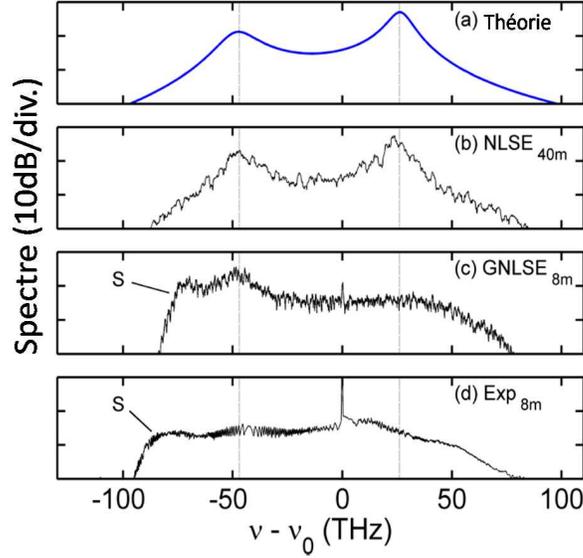


FIG. 5.17 – Comparaison entre la théorie, les simulations numériques ainsi que l’expérience en échelle logarithmique. (a) est le tracé du spectre d’équilibre n^{eq} issu de l’équation(5.14) sans paramètres ajustables. (b) Spectre optique issu de la simulation numérique de l’équation de Schrödinger 5.12 sans Raman ($f_R = 0$) ni terme de choc ($\tau_s = 0$). (d) Spectre obtenu par simulation de 5.12 sans négliger aucun terme. (d) Spectre expérimental. (c) et (d) présentent une radiation aux basses fréquences due à l’effet Raman et conduisant à terme à l’apparition d’un soliton spectral ‘S’.

5.5.5.1 Etude numérique et théorique en puissance

Pour compléter l’étude, nous nous sommes intéressés à la simulation du spectre en fonction de la puissance injectée (figure 5.18(a-b)), et plus particulièrement au spectre de sortie de la fibre de 40 mètres, lorsque l’effet Raman est négligé. La figure 5.18(a) présente l’évolution en puissance, calculée numériquement à partir de l’équation de Schrödinger généralisée aux termes supérieurs de dispersion (5.1). Nous constatons que plus la puissance est élevée et plus la forme caractéristique du spectre d’équilibre apparaît. Nous pouvons remarquer que les fréquences des deux pics spectraux sont invariantes, par contre leurs intensités (et donc leurs proximités avec le spectre théorique) s’accroissent avec la puissance.

La figure 5.18(c) compare, pour différentes puissances, les spectres d’équilibre (5.14) issus de la théorie cinétique avec les spectres obtenus par la simulation de l’équation de Schrödinger (5.1). La différence entre le spectre numérique et le spectre théorique est très marquée à faible puissance. Cela résulte du fait que la longueur d’interaction non-linéaire diminue avec l’augmentation de la puissance $L_{nl} = 1/\gamma P$, de sorte que les 40 m de propagation peuvent ne plus être suffisants pour l’établissement du spectre d’équilibre. Nous constatons que plus la puissance augmente, et plus la structure en double pic ainsi que le creux au milieu de ces deux pics deviennent prononcés. En effet, à partir d’une certaine puissance, le nombre de longueurs non-linéaires que représentent les 40 m de fibre devient suffisant pour que la thermalisation ait lieu.

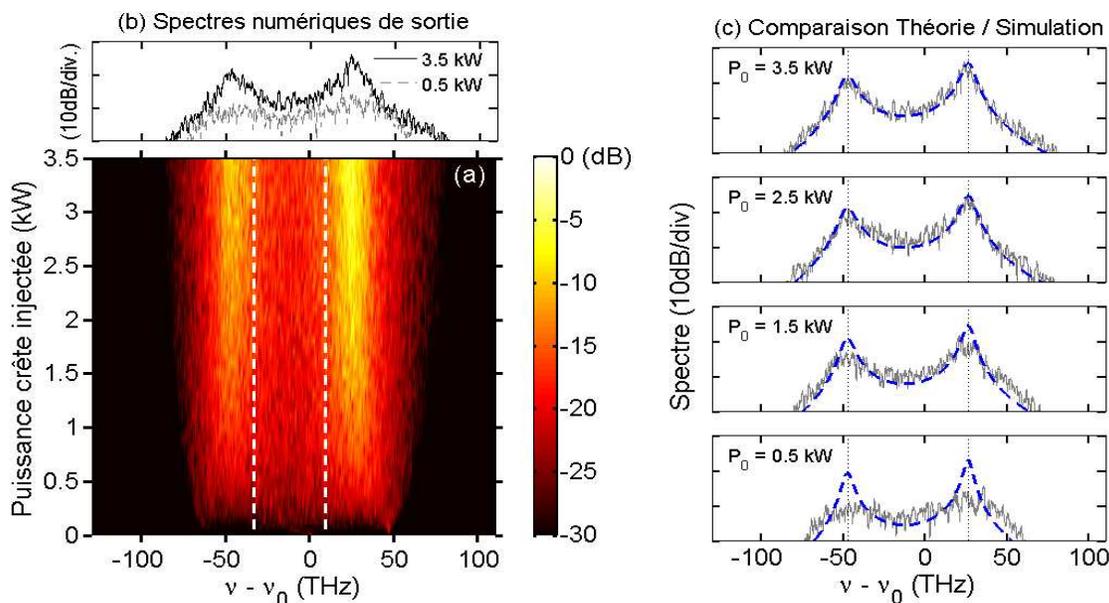


FIG. 5.18 – (a) Simulation numérique de l'équation non-linéaire de Schrödinger montrant l'évolution du spectre en fonction de la puissance injectée après 40 m de propagation dans la PCF de l'IRCICA. Les lignes pointillées blanches indiquent la position des zéros de dispersion. (b) illustration de deux spectres, à 0.5 kW et 3.5 kW . (c) comparaison des spectres numériques et théoriques à différentes puissances d'entrée. Plus la puissance est importante et plus l'accord entre les deux réalisations est quantitatif, indiquant qu'à ces fortes puissances, le spectre tend à atteindre son état d'équilibre thermodynamique après 40 m de propagation.

5.5.6 Analyse du soliton Raman incohérent

Dans cette partie, nous nous proposons d'analyser plus en détail le "soliton spectral incohérent" généré par effet Raman dans la partie basses fréquences du spectre. En figure 5.19(a), nous avons reporté un grossissement du spectre expérimental du soliton à 17 m de propagation. Des fluctuations sur le spectre apparaissent clairement, et cela en dépit du fait que l'analyseur de spectre effectue un moyennage. Cela permet de conforter l'idée selon laquelle le soliton n'est pas localisé temporellement. En effet, un champ qui exhibe une statistique stationnaire dans le temps, est caractérisé par un spectre relatif δ -corrélé [136]. Nous retrouvons donc une propriété essentielle du soliton spectral incohérent, à savoir que contrairement aux solitons conventionnels (cohérents), le confinement des solitons spectraux a lieu uniquement dans le domaine spectral, mais pas dans le domaine temporel [100].

Afin de mieux analyser ce soliton, nous avons calculé le spectrogramme [125] du résultat de la simulation de l'équation de Schrödinger non-linéaire. Les paramètres de cette simulation sont les mêmes que pour la figure 5.16 (impulsion initiale gaussienne de 60 ps de largeur à mi hauteur et 3.5 kW de puissance crête). La fonction porte utilisée pour réaliser ce spectrogramme est une sécante hyperbolique de durée temporelle égale à 20 fs .

Comme représenté en figure 5.19(b), le soliton est présent sur toute la largeur temporelle, ce qui confirme la propriété d'un champ de statistique stationnaire sur toute l'impulsion. Nous pouvons noter que la contribution de ce soliton incohérent peut être facilement identifiée et caractérisée par le diagramme

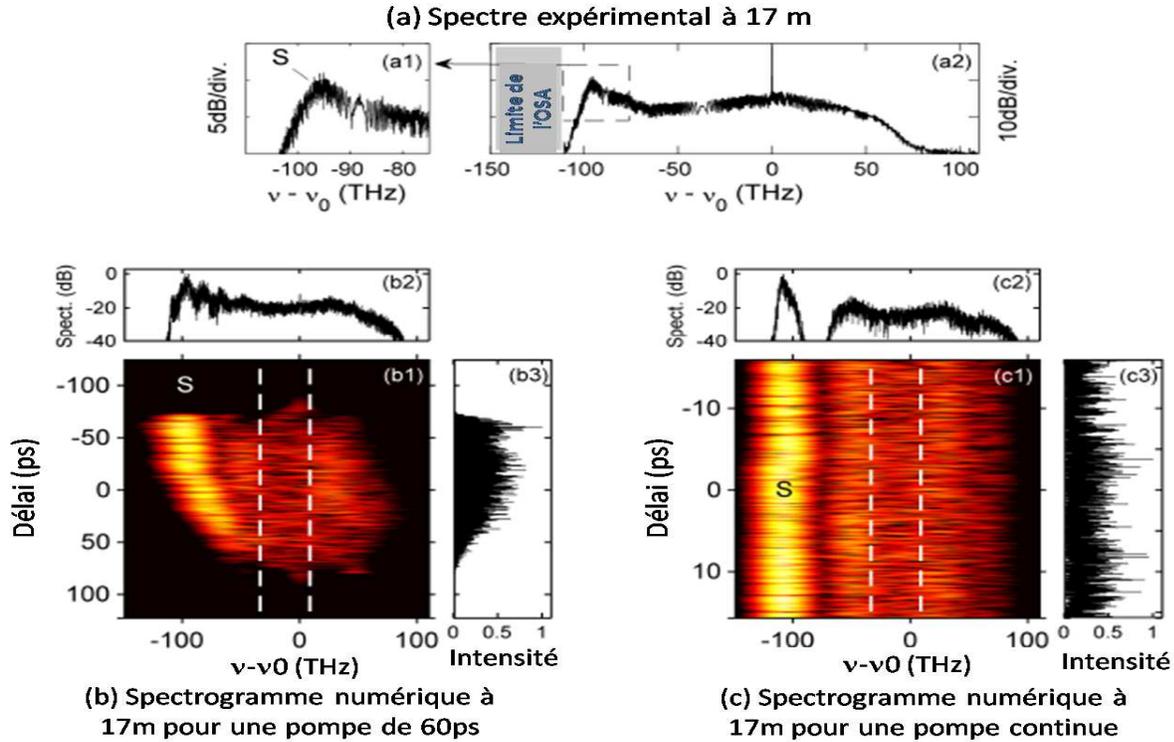


FIG. 5.19 – (a) Spectre optique après 17 m de propagation dans une fibre PCF pour une puissance injectée de 3.5 kW (avec une bande passante de l’analyseur de spectre choisie égale à 1 kHz). A gauche est reporté un grossissement du soliton incohérent, qui révèle des fluctuations rapides de l’intensité. (b-c) sont les spectrogrammes numériques montrant la distribution de la puissance spectrale après 17 m de propagation, par simulation de l’équation de Schrödinger généralisée, pour une impulsion de 60 ps (b) et pour une onde continue (c). Les lignes pointillées blanches indiquent les positions des fréquences à dispersion nulle de la fibre. ‘S’ présente la position du soliton spectral incohérent. L’impulsion de référence pour effectuer les spectrogrammes est une sécante hyperbolique de 20 fs.

temps-fréquences. Cela révèle simplement que les composantes aux basses fréquences du spectre sont générées par l’effet Raman avant que se créent les hautes fréquences, ce qui implique que celles-ci ont accumulé un décalage fréquentiel plus important durant la propagation. Soulignons que la trajectoire courbée du soliton Raman est uniquement due à la forme impulsionnelle du champ initial. En effet, dans le cas de la figure 5.19(c) réalisée pour un pompage initialement continu, le soliton spectral incohérent est bien confiné spectralement. Temporellement, on constate encore une fois la statistique stationnaire. En effet, les fluctuations temporelles sont visibles sur toute la fenêtre temporelle. Notre étude tend à confirmer que la radiation qui émerge aux basses fréquences du spectre est due à l’effet Raman et correspond à l’émergence d’un soliton spectral incohérent.

5.6 Théorie cinétique avec le terme de choc optique

Cette partie est consacrée à l’analyse de l’effet d’auto-raïdissement sur le processus de thermalisation. Nous avons vu dans les parties précédentes, qu’il est possible de donner une formulation thermodyna-

mique de la génération de supercontinuum lorsque l'on considère l'équation de Schrödinger non-linéaire contenant les contributions de l'effet Kerr au premier ordre, ainsi que les ordres supérieurs de dispersion.

Nous allons maintenant aller plus loin dans le développement de l'équation de Schrödinger, en incluant le terme de choc optique. La théorie cinétique des ondes donne une interprétation simple et originale de cet effet d'auto-raïdissement et fournit une nouvelle famille de spectres d'équilibre thermodynamique.

5.6.1 Structure Hamiltonnienne

En considérant le terme de choc optique, l'équation de Schrödinger non-linéaire s'écrit de la manière suivante :

$$-i \frac{\partial \psi(z, t)}{\partial z} = \sum_{j \geq 2}^m \frac{i^j \beta_j}{j!} \frac{\partial^j \psi(z, t)}{\partial t^j} + \gamma |\psi|^2 \psi(z, t) + i \gamma \tau_s \frac{\partial (|\psi|^2 \psi(z, t))}{\partial t}. \quad (5.15)$$

Il est intéressant d'écrire cette équation dans le domaine de Fourier :

$$-i \frac{\partial \Psi(\omega, z)}{\partial z} = k(\omega) \Psi(\omega, z) + \frac{\gamma(1 + \tau_s \omega)}{(2\pi)^2} \iiint \Psi_{\omega_1} \Psi_{\omega_2}^* \Psi_{\omega_3} \delta_{\omega - \omega_1 + \omega_2 - \omega_3} d\omega_1 d\omega_2 d\omega_3 \quad (5.16)$$

où $\Psi(\omega, z)$ est la transformée de Fourier de $\psi(t, z)$, la notation Ψ_{ω_1} signifie $\Psi(\omega_1, z)$. Cette forme (5.16) est intéressante puisqu'elle met en valeur la différence entre l'équation de Schrödinger avec et sans le terme de choc. Les deux formes ne diffèrent que par le terme $\tau_s \omega$ qui se trouve devant l'intégrale.

L'analyse de cette équation nous a montré que la puissance $N = \int |\Psi(\omega)|^2 d\omega$ se conserve, alors que la quantité de mouvement $P = \int \omega |\Psi(\omega)|^2 d\omega$ ne se conserve pas.

Le judicieux changement de variable suivant :

$$\Phi(z, \omega) = \frac{\Psi(z, \omega)}{\sqrt{(1 + \tau_s \omega)}} \quad (5.17)$$

nous permet de réécrire l'équation de Schrödinger (5.16) sous une forme symétrique :

$$i \partial_z \Phi(z, \omega) = k(\omega) \Phi(z, \omega) + \frac{\gamma}{(2\pi)^2} \int_1 \int_2 \int_3 L_{\omega \omega_1 \omega_2 \omega_3} \Phi_{\omega_1} \Phi_{\omega_2}^* \Phi_{\omega_3} \delta_{\omega - \omega_1 + \omega_2 - \omega_3} d\omega_1 d\omega_2 d\omega_3 \quad (5.18)$$

où le tenseur d'interaction d'ordre 4 s'écrit :

$$L_{\omega \omega_1 \omega_2 \omega_3} = (1 + \tau_s \omega)^{\frac{1}{2}} (1 + \tau_s \omega_1)^{\frac{1}{2}} (1 + \tau_s \omega_2)^{\frac{1}{2}} (1 + \tau_s \omega_3)^{\frac{1}{2}} \quad (5.19)$$

La transformation (5.17) nécessite que la condition $1 + \tau_s \omega > 0$ soit respectée. Cette condition est validée dans la plupart des cas étant donnée que la valeur du terme de choc est estimée à $\tau_s = 1/\omega_0$ où ω_0 est la fréquence porteuse du champ. Il faut alors vérifier $\omega > -1/\tau_s \sim \omega_0$, ce qui est généralement valable dans le cadre de l'approximation de l'enveloppe lentement variable.

Remarquons que le changement de variable (5.17) dans l'espace de Fourier a pour équivalent temporel

l'opérateur $(1 + i\tau_s \partial_t)^{-\frac{1}{2}} = \sum_{j=0}^{\infty} C_j^{-\frac{1}{2}} (i\tau_s)^j \partial_t^j$, où $C_j^{-\frac{1}{2}}$ est le coefficient binomial. Ainsi l'équation (5.18) ne possède plus une structure du type équation de Schrödinger non-linéaire.

L'avantage de cette transformation est que l'équation (5.18) présente maintenant une structure Hamiltonienne :

$$H_{\Phi} = \int k(\omega) |\Phi_{\omega}|^2 d\omega + \frac{\gamma}{2(2\pi)^2} \int L_{\omega_1 \omega_2 \omega_3 \omega_4} \Phi_{\omega_1} \Phi_{\omega_2}^* \Phi_{\omega_3} \Phi_{\omega_4}^* \delta_{\omega_1 - \omega_2 + \omega_3 - \omega_4} d\omega_1 d\omega_2 d\omega_3 d\omega_4, \quad (5.20)$$

pour laquelle les variables complexes canoniquement conjuguées sont : $\partial_z \Phi = i\delta H_{\Phi} / \delta \Phi^*$, $\partial_z \Phi^* = -i\delta H_{\Phi} / \delta \Phi$. De plus l'équation Eq.(5.18) conserve la puissance $N_{\Phi} = \int |\Phi_{\omega}|^2 d\omega$ et la densité de quantité de mouvement $P_{\Phi} = \int \omega |\Phi_{\omega}|^2 d\omega$ pour la variable Φ .

Remarquons que l'introduction de ces quantités conservées N_{Φ} , P_{Φ} et H_{Φ} indique l'existence de trois nouveaux invariants pour l'équation (5.16), qui s'expriment avec la variable originelle Ψ :

$$N_{\psi} = \int |\Psi_{\omega}|^2 / (1 + \tau_s \omega) d\omega \quad (5.21)$$

$$P_{\psi} = \int |\Psi_{\omega}|^2 \omega / (1 + \tau_s \omega) d\omega \quad (5.22)$$

$$H_{\Psi} = \int |\Psi_{\omega}|^2 \frac{k(\omega)}{1 + \tau_s \omega} d\omega + \frac{\gamma}{2(2\pi)^2} \int \Psi_{\omega_1} \Psi_{\omega_2}^* \Psi_{\omega_3} \Psi_{\omega_4}^* \delta_{\omega_1 - \omega_2 + \omega_3 - \omega_4} d\omega_1 d\omega_2 d\omega_3 d\omega_4. \quad (5.23)$$

Notons que H_{Ψ} n'est pas à proprement parler un Hamiltonien, puisque Ψ n'est pas une variable canoniquement conjuguée dans cet espace : $\partial_z \Psi \neq i\delta H_{\Psi} / \delta \Psi^*$.

Il existe une relation simple entre les quantités conservées :

$$P_{\Psi} = \frac{1}{\tau_s} (N - N_{\Psi}) \quad (5.24)$$

$$N_{\Psi} = \int |\Psi(\omega, z)|^2 d\omega, \quad (5.25)$$

de sorte que l'équation (5.16) possède, comme la plupart des équations hamiltoniennes non-intégrables, trois invariants indépendants seulement [137].

5.6.2 Equation cinétique et spectre d'équilibre

En ayant écrit l'équation d'évolution sous forme Hamiltonienne, nous pouvons désormais dériver l'équation cinétique selon les méthodes exposées lors de la dérivation de l'équation de Schrödinger précédente. En définissant le spectre $\langle \Phi(z, \omega_1) \Phi^*(z, \omega_2) \rangle$, son évolution peut être exprimée avec un terme de collision :

$$\partial_z n_{\Phi}(z, \omega_1) = Coll[n_{\Phi}], \quad (5.26)$$

où

$$\begin{aligned} \text{Coll}[n_\Phi] = \int L_{\omega_1\omega_2\omega_3\omega_4}^2 n_\Phi(\omega_1)n_\Phi(\omega_2)n_\Phi(\omega_3)n_\Phi(\omega_4) \\ [n_\Phi^{-1}(\omega_1) + n_\Phi^{-1}(\omega_2) - n_\Phi^{-1}(\omega_3) - n_\Phi^{-1}(\omega_4)] W d\omega_2 d\omega_3 d\omega_4. \end{aligned} \quad (5.27)$$

Les conditions d'accord de phase stipulant la conservation de l'énergie et de la quantité de mouvement sont incluses dans le terme $W = 2\pi\gamma^2 \delta(\omega_1 + \omega_2 - \omega_3 - \omega_4) \delta[k(\omega_1) + k(\omega_2) - k(\omega_3) - k(\omega_4)]$. Nous obtenons un terme de collision similaire à celui de la partie précédente. Toutefois, la présence du terme d'interaction $L_{\omega_1\omega_2\omega_3\omega_4}$ introduit une notion de section efficace de diffusion $L_{\omega_1\omega_2\omega_3\omega_4}^2$ pour chaque collision élémentaire.

Cette équation conserve les trois quantités suivantes : la densité de puissance $N_\Phi/T_0 = \int n_\Phi(z, \omega) d\omega$, la densité d'énergie cinétique $E_\Phi/T_0 = \int k(\omega) n_\Phi(z, \omega) d\omega$ et la densité de quantité de mouvement $P_\Phi/T_0 = \int \omega n_\Phi(z, \omega) d\omega$. De plus, cette équation cinétique exhibe un théorème H de croissance d'entropie exprimée pour $\mathcal{S}_\Phi = \int \log[n_\Phi(z, \omega)] d\omega$ avec $\partial_z \mathcal{S}_\Phi \geq 0$. Le spectre d'équilibre réalisant le maximum d'entropie qui en résulte s'exprime de la même manière que l'équation (5.14) :

$$n_\Phi^{eq}(\omega) = \frac{T}{k(\omega) + \lambda\omega - \mu}. \quad (5.28)$$

Comme on pouvait s'y attendre, la section efficace de diffusion $L_{\omega_1\omega_2\omega_3\omega_4}^2$ affecte la dynamique hors équilibre de notre champ incohérent, mais n'affecte pas le spectre d'équilibre de type Rayleigh-Jeans. Nous pouvons faire une analogie avec la théorie cinétique des gaz : l'équation cinétique de Boltzmann décrivant l'évolution d'un gaz contient un terme de section efficace de diffusion, alors que la distribution d'équilibre de Maxwell n'en contient pas [138].

Pour étudier l'effet du terme de choc sur la thermalisation, écrivons le spectre d'équilibre dans la variable originelle Ψ :

$$n_\Psi^{eq}(\omega) = \frac{T(1 + \tau_s \omega)}{k(\omega) + \lambda\omega - \mu}, \quad (5.29)$$

où l'on rappelle que $\langle \Psi(z, \omega_1) \Psi^*(z, \omega_2) \rangle = n_\Psi(z, \omega) \delta(\omega_1 - \omega_2)$.

5.6.3 Comparaison entre théorie/simulations en présence du terme de choc

Comparons le spectre d'équilibre (5.29) prédit par la théorie cinétique et le spectre issu de la simulation numérique à longue distance de l'équation (5.15). Tout d'abord, nous avons effectué la simulation de l'équation de Schrödinger pour la même courbe de dispersion que celle de la fibre expérimentale. L'effet du terme de choc optique ne modifie que légèrement le spectre d'équilibre. De ce fait, et dans le but de pouvoir mieux cerner l'impact de l'effet d'auto-raïdissement sur le spectre d'équilibre, nous avons utilisé un profil de dispersion plus plat, de type supergaussien, présentant une faible dispersion sur une large bande dont la figure 5.20(a) illustre la courbe de dispersion.

L'évolution du spectre du champ optique qui a été obtenue en résolvant numériquement (5.15) avec des conditions aux limites périodiques et un coefficient de choc égal à $\tau_s = 1/\omega_0$ est reportée en figure

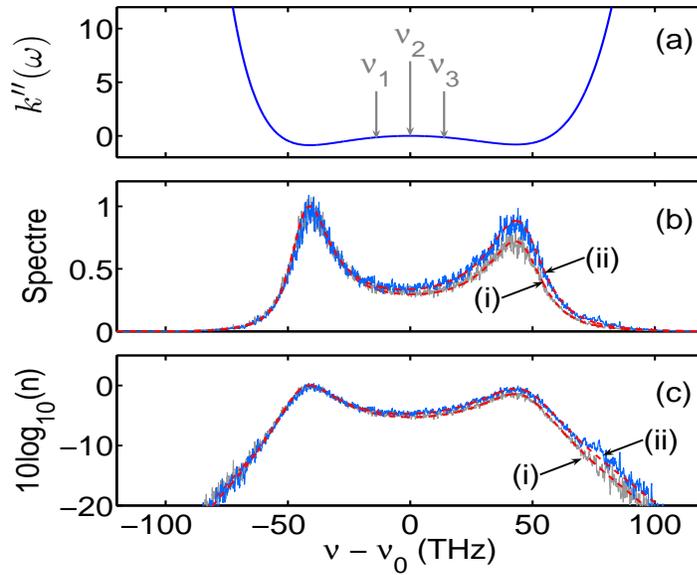


FIG. 5.20 – (a) courbe de dispersion utilisée pour les simulations numériques incluant le terme de choc optique (les flèches indiquent les fréquences pompes de la figure 5.23. Les spectres obtenus à longue distance avec (ii) et sans (i) le terme de choc optique sont présentés en échelle linéaire en figure (b) et logarithmique (c). Les lignes pointillées rouges superposées à ces spectres sont les spectres d'équilibre (5.29) prédits par la théorie cinétique dans les deux cas.

5.21.

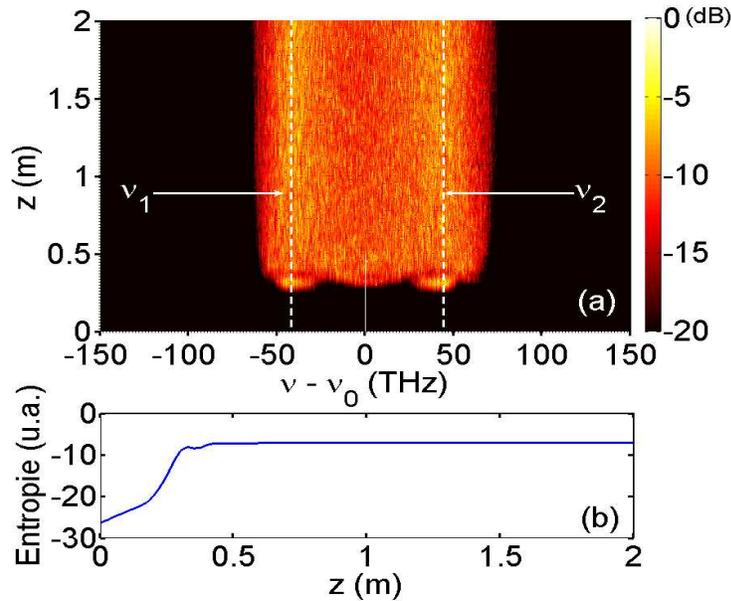


FIG. 5.21 – (a) évolution du spectre du champ obtenu par intégration numérique de 5.15 avec $\tau_s = 1/\omega_0$. Les lignes pointillées indiquent les fréquences $\nu_{1,2}$ auxquelles se trouvent les pics spectraux. (b) Evolution de l'entropie hors équilibre durant la propagation (vérification du théorème H d'accroissement de l'entropie).

Le champ initial injecté pour obtenir cette évolution est un champ continu auquel s'ajoute un faible bruit, afin d'initier l'instabilité modulationnelle. Nous constatons que le processus d'élargissement spectral sature, tant au niveau des hautes que des basses fréquences du spectre. De plus, une forme de double pic apparaît visiblement. Cette évolution met une nouvelle fois en lumière la présence d'un processus de thermalisation vers un état d'équilibre thermodynamique, comme le confirme la courbe d'évolution de l'entropie hors équilibre en figure 5.21(b), qui tend à saturer.

Afin de comparer les spectres numériques et théoriques, nous avons effectué un moyennage sur un grand nombre de spectres lorsque l'équilibre thermodynamique a été atteint (c'est-à-dire lorsque l'entropie sature $\partial_z \mathcal{S} \equiv 0$ (cf Figure 5.21(b))). Les figures 5.20 (b) et (c) montrent la superposition des spectres théoriques et numériques en échelle normale et logarithmique (lorsque $\tau_s = 0$ (i) et $\tau_s = 1/\omega_0$ (ii)). Les spectres théoriques en rouge apparaissent en très bon accord avec les simulations. Il est de plus à noter que l'effet d'auto-raïdissement, théoriquement analysé comme l'ajout du facteur multiplicatif $(1 + \tau_s \omega)$, est visible sur ces figures. L'interprétation de l'effet d'auto-raïdissement est ici la brisure de la conservation de la quantité de mouvement du champ et l'introduction d'une asymétrie. Cet effet a tendance à favoriser les hautes fréquences du spectre et son décalage vers le bleu. Une nouvelle fois, il est remarquable que l'accord quantitatif a été obtenu sans paramètres ajustables.

Les figures 5.20 (b) et (c) nous montrent que l'impact de l'effet d'auto-raïdissement est visible mais reste limité. Rappelons que l'échelle de temps du terme de choc τ_s est affectée par la dépendance en longueur d'onde de l'aire effective A_{eff} de la fibre PCF [135, 125, 139, 140], ainsi que la dépendance de l'indice effectif du mode de propagation n_{eff} . En fait, la correction de l'aire effective a tendance à augmenter la valeur du temps caractéristique du terme de choc τ_s . Ceci signifie que les hautes fréquences du spectre subissent une interaction non-linéaire plus importante du fait de l'aire effective plus réduite qui leur correspond.

Partant de cette constatation, la valeur du terme de choc a été augmentée jusqu'à la valeur $\tau_s = 2/\omega_0$. La figure 5.22 illustre bien cette tendance de l'effet d'auto-raïdissement à privilégier les hautes fréquences du spectre, au détriment de ses composantes basses fréquences.

Une nouvelle fois, il faut être vigilant sur les fenêtres spectrales employées afin de respecter le critère $1 + \tau_s \omega > 0$. Dans le cas présent, cette condition, s'exprime $\nu > -141 THz$. Il est aisé de vérifier sur la figure 5.22 (b), tracée en échelle logarithmique, que ce critère est largement respecté.

5.6.4 Influence de la longueur d'onde de pompe sur la répartition spectrale

Nous avons également mené une étude sur l'influence de la longueur d'onde de pompe par rapport aux deux zéros de dispersion de la fibre PCF. Les simulations ont été effectuées pour trois fréquences de pompe différentes ν_1, ν_2, ν_3 , qui sont représentées par des flèches sur la figure 5.20 (a). Les résultats de cette étude sont tracés en figure 5.23.

Sur ces graphiques, nous remarquons que la hauteur relative des deux pics spectraux varie en fonction de la longueur d'onde de pompage. Le spectre présente un pic plus important lorsque la fréquence de pompage est proche d'un des zéro de dispersion. Le pic situé aux basses fréquences est favorisé lorsque le pompage est proche du premier zéro de dispersion. De même le pic haute fréquence est favorisé par un

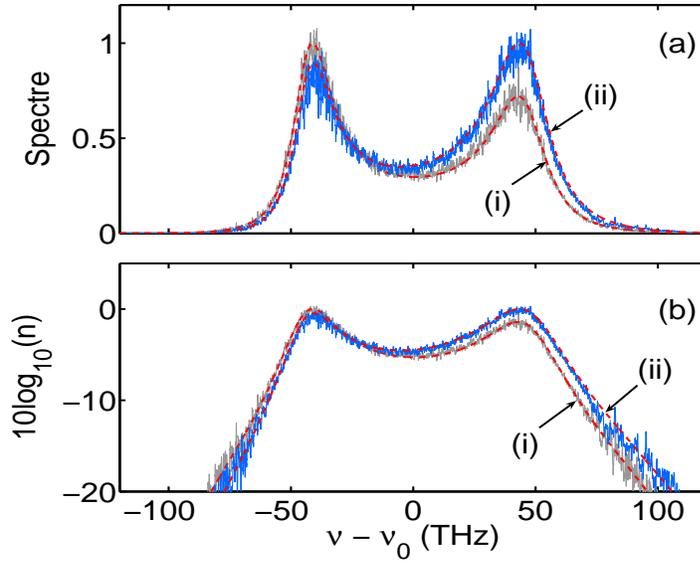


FIG. 5.22 – (a) Spectre moyenné du champ à longue distance obtenu par simulation de 5.15 pour une valeur de $\tau_s = 0$: (i) et $\tau_s = \frac{2}{\omega_0}$: (ii) en échelle normale (a) et logarithmique (b). Les courbes pointillées rouges superposées à ces graphes correspondent aux spectres d'équilibre (5.29) issus de la théorie cinétique. Le moyennage des spectres numériques a été effectué sur 140 spectres issus de la propagation, une fois l'équilibre thermodynamique atteint ($\partial_z \mathcal{S} \approx 0$).

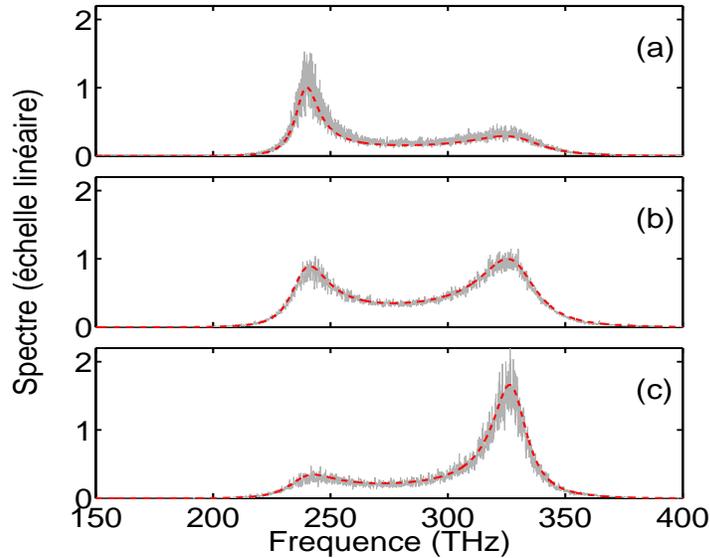


FIG. 5.23 – (a) Spectre moyenné du champ à longue distance obtenu par simulation de 5.15 pour une valeur de $\tau_s = 2/\omega_0$ pour les fréquences de pompages reportées en figure 5.20a. (a) pompage à $\nu_1 = 268 THz$, (b) pompage à $\nu_2 = 282 THz$, (c) pompage à $\nu_1 = 296 THz$. Les lignes pointillées sont les résultats théoriques. Le moyennage des spectres numériques a été effectué sur 140 spectres issus de la propagation, une fois l'équilibre thermodynamique atteint ($\partial_z \mathcal{S} \approx 0$).

pompage proche du second zéro de dispersion. L'interprétation en terme de fonction potentielle effective $\mathcal{F} = k(\omega) + \lambda\omega - \mu$ donnée au paragraphe 5.4.4 permet de mieux comprendre cette répartition. Les quasi-particules tendent à s'accumuler au fond des deux puits de potentiel associés aux deux zéros de dispersion. De ce fait, lorsque le pompage se situe proche du premier zéro de dispersion (figure 5.23(a)), les quasi-particules s'accumulent préférentiellement dans le premier puits de potentiel. Cette interprétation se confirme sur le second graphique : 5.23 (b), pour lequel nous observons qu'un pompage au milieu des deux zéros de dispersion se traduit par un spectre à l'équilibre quasi-symétrique.

Encore une fois, la comparaison avec les spectres obtenus théoriquement sans paramètres ajustables montre un accord quantitatif.

5.6.5 Verrouillage de vitesse en présence d'auto-raïdissement

Les commentaires que nous avons effectués dans la partie précédente quant à l'influence du terme de choc font apparaître que celui-ci est responsable d'une déformation non-triviale du spectre d'équilibre et de la forme en double pic. Plus précisément, les fréquences angulaires ω_1 et ω_2 autour desquelles se répartissait l'énergie du spectre d'équilibre (5.14) au paragraphe 5.4.6 se trouvent modifiées à cause du terme de choc, qui introduit le facteur multiplicatif $(1 + \tau_s\omega)$ (équation 5.29). Même si cette modification est faible, les vitesses de groupe des paquets d'ondes centrés en ω_1 et ω_2 ne sont plus identiques en présence du terme de choc. Cette constatation apparaît en contradiction avec le processus de verrouillage de vitesse exposé au paragraphe 5.4.6.

Toutefois, nous avons également noté que la variable $\Psi(\omega, z)$ pour laquelle nous avons déduit le spectre d'équilibre (5.29) $n_{\Psi}^{eq}(\omega)$ n'est pas une variable adaptée pour définir l'évolution du champ. En effet, l'équation exprimée avec la variable Ψ n'exhibe pas un caractère Hamiltonien. Or, la question du verrouillage de vitesse ne peut se poser que lors de l'analyse d'un système Hamiltonien (fermé) qui conserve la quantité de mouvement.

L'importance de la conservation de la quantité de mouvement est en effet primordiale lors de la fission du spectre en deux pics distincts se répartissant autour de deux fréquences ω_1 et ω_2 . Le spectre total peut alors s'exprimer $n(\omega) = n(\omega_1) + n(\omega_2)$. Si l'on exprime les puissances de chaque paquet d'ondes N_j , la conservation de la quantité de mouvement implique $N_1/N_2 \equiv |\omega_2/\omega_1|$, c'est-à-dire que plus la puissance du paquet d'ondes est importante et moins celui-ci sera décalé par rapport au centre de masse.

Du fait de la brisure de la conservation de la quantité de mouvement de l'équation exprimée dans la variable Ψ , il n'est donc pas surprenant que le processus de verrouillage de vitesse ne se produise pas lorsque l'effet d'auto-raïdissement est pris en compte. Toutefois, lorsqu'on exprime le spectre d'équilibre dans la variable Φ , l'équation recouvre alors un caractère Hamiltonien, et le spectre d'équilibre de Rayleigh-Jeans pourra à nouveau être associé à un verrouillage de vitesse, pour lequel le paramètre de Lagrange λ désignera l'inverse de la vitesse de groupe moyenne, comme pour le cas $\tau_s = 0$ évoqué au paragraphe 5.4.6.

Conclusions du chapitre 5

L'étude théorique de la génération de supercontinua par le biais de la théorie cinétique de la turbulence faible a été effectuée dans ce chapitre et a conduit à une interprétation du phénomène d'élargissement spectral comme étant un processus de thermalisation d'ondes optiques. Sur les bases du développement de la théorie cinétique de la turbulence faible introduite dans le chapitre précédent, nous avons dérivé l'équation cinétique de l'évolution du spectre à partir l'équation de Schrödinger non-linéaire à une dimension incluant les ordres supérieurs de dispersion ainsi que l'effet Kerr.

Bien que l'équation de Schrödinger à une dimension, limitée au terme de dispersion du second ordre (β_2) soit intégrable et donc n'exhibe pas de processus de thermalisation, l'intégrabilité est brisée par la présence des ordres supérieurs de dispersion, dont nous tenons compte afin de décrire la courbe de dispersion sur les larges fenêtres spectrales sur lesquelles s'étalent les supercontinua que nous étudions. Les résultats que nous avons obtenus grâce à l'analyse théorique nous ont permis d'aller plus en avant dans la compréhension de la génération de supercontinua lors de la propagation d'un champ optique incohérent dans une fibre optique PCF présentant deux zéros de dispersion. Outre la saturation du spectre, les simulations numériques ont montré que sous certaines conditions, l'intensité du champ se concentre spontanément autour de deux fréquences. L'analyse théorique a révélé que ces fréquences particulières sont sélectionnées de façon à ce que les deux paquets d'onde résultants de la fission du spectre se propagent avec la même vitesse de groupe, qui est aussi la vitesse de groupe moyenne du champ. Cet effet de verrouillage de vitesse apparaît être nécessaire pour éviter tout mouvement macroscopique à l'intérieur du système. Rappelons que ces deux paquets d'ondes sont issus de la fission d'un même spectre initial, contrairement à des travaux antérieurs pour lesquels le verrouillage avait lieu entre des champs distincts [129, 130].

La forme particulière de double pic obtenue lors des simulations de l'équation de Schrödinger incluant les termes de dispersion d'ordre supérieur sont en accord avec les résultats théoriques. Par analogie avec une fonction potentiel effectif, nous avons interprété cette répartition spectrale comme résultant d'une accumulation de quasi-particules du champ dans des puits de potentiels.

Notre étude s'appuie également sur des résultats expérimentaux, menés sur une fibre qui nous a été fournie par le laboratoire IRCICA de Lille. Grâce à une expérience de découpe successive de la fibre, plu-

sieurs caractéristiques du spectre enregistré expérimentalement pour différentes longueurs nous indiquent la signature du processus de thermalisation. Nous avons notamment identifié la saturation des hautes fréquences du spectre expérimental lors de sa propagation. Le pic spectral aux basses fréquences, issue du processus de verrouillage de vitesse a également été identifié.

L'inclusion du terme Raman dans l'équation de Schrödinger brise le caractère Hamiltonien de celle-ci et empêche donc la thermalisation du champ optique. Toutefois, nous avons observé lors de simulations numériques que cet effet était responsable de la génération d'un soliton Raman incohérent localisé spectralement mais pas dans le temps et qui, sous certaines conditions de forme du champ temporel initial, se détache du spectre. Les études expérimentales, pour lesquelles il n'est pas possible de s'affranchir de l'effet Raman, montrent l'apparition de ce soliton au niveau des basses fréquences du spectre. La comparaison des résultats numériques et théoriques avec les résultats expérimentaux révèle que la forme caractéristique de double pic du spectre d'équilibre est perturbée par l'effet Raman. En effet, le pic situé aux basses fréquences est visible numériquement, expérimentalement et théoriquement, avec un accord fréquentiel sur la position du pic, en revanche, le pic spectral situé aux hautes fréquences du spectre expérimental est fortement atténué par l'effet Raman.

Enfin, nous avons dédié une section de ce chapitre à l'inclusion du terme de choc dans l'équation d'évolution du champ. Moyennant un changement de variable, nous avons écrit l'équation de Schrödinger généralisée sous une forme hamiltonienne, ce qui nous a permis de développer une description cinétique du terme de choc optique. Une nouvelle famille de spectres d'équilibre thermodynamique a été dérivée en présence de cet effet et a permis d'obtenir un accord quantitatif entre les spectres à l'équilibre obtenus numériquement et théoriquement, sans paramètres ajustables.

La totalité de ce travail apporte une meilleure compréhension des mécanismes sous-jacents à la génération de supercontinua par pompage continu de forte puissance et a fait l'objet de trois publications [141, 142, 143]

Conclusion générale

Ce manuscrit rapporte mon travail de thèse, réalisé de 2005 à 2009 dans l'équipe Solitons, Lasers et Communications Optiques au sein de l'Institut Carnot de Bourgogne, sous la direction du professeur Guy Millot et du chargé de recherche CNRS Antonio Picozzi et porte sur de nouveaux concepts théoriques et expérimentaux pour la génération de fréquences dans le domaine optique.

Trois thèmes ont été abordés :

- la création d'un peigne de fréquences à partir d'ondes continues ou quasi-continues, son auto-décalage par effet Raman et son filtrage éventuel afin d'obtenir une source d'impulsions longues accordable en longueur d'onde,
- une source laser impulsionnelle basée sur une cavité Raman en anneau et le processus de rotation non-linéaire de polarisation,
- l'étude par la théorie cinétique des ondes de la génération de supercontinua en régime de pompage de forte puissance.

Avant de rentrer dans les détails de nos études théoriques et expérimentales, nous avons présenté en chapitre 1 la fibre optique et ses caractéristiques. A partir des équations fondamentales de Maxwell et de la définition de la réponse retardée Raman, nous avons obtenu l'équation de Schrödinger non-linéaire généralisée. Cette équation nous a permis d'illustrer quelques-uns des effets linéaires et non-linéaires qui ont lieu au cours de la propagation de la lumière dans des fibres optiques, tels que l'effet de mélange à quatre ondes et l'effet Raman.

Nous avons abordé ensuite la génération d'un peigne de fréquences à partir de sources continues ou quasi-continues. Grâce au passage du régime continu au régime impulsionnel par le biais du mélange à quatre ondes multiple ou de l'instabilité modulationnelle induite, puis au glissement en fréquence par auto-décalage Raman des impulsions, des peignes de fréquences s'étendant sur une large gamme spectrale ont été générés. Ce travail s'est appuyé sur les résultats issus de deux dispositifs expérimentaux totalement fibrés et comportant des sources commerciales continues. Des simulations numériques de l'équation de Schrödinger non-linéaire généralisée nous ont permis d'analyser la génération de ces peignes. Un accord quantitatif entre les expériences et les simulations a été obtenu, aussi bien sur la position que sur l'intensité des harmoniques générés. Nous avons analysé numériquement l'influence du bruit initial, et

avons conclu que celui-ci ne perturbe pas la génération du peigne de fréquences, mais détériore le rapport signal sur bruit. Un trop faible rapport signal sur bruit altère la qualité de la source qui peut être obtenue par filtrage d'un harmonique du peigne. Une seconde analyse numérique, portant sur l'influence du terme d'ordre supérieur de dispersion (β_3), a révélé que celui-ci a un impact important sur le décalage du soliton Raman, et donc sur la répartition énergétique spectrale. En effet, lorsque le terme β_3 est pris égal à zéro, les simulations numériques ont montré un décalage beaucoup plus rapide du soliton Raman, nous amenant à conclure qu'il était indispensable de considérer l'effet de dispersion d'ordre supérieur pour reproduire au mieux les résultats expérimentaux. Nous avons obtenu des décalages expérimentaux allant jusqu'à une centaine de nanomètres des longueurs d'onde des pompes, avec des rapports signal-sur-bruit supérieurs à 15 dB. Dans le prolongement de ces travaux, l'utilisation de sources de forte intensité, ou bien encore l'ajout d'un pompage Raman contra-propagatif [144] permettraient une accordabilité sur une plus large gamme de fréquences.

Nous avons par ailleurs étudié la réalisation d'un laser Raman impulsionnel. L'effet Raman stimulé a servi de gain dans ce laser en anneau, pour lequel la génération d'impulsions repose sur la rotation non-linéaire de polarisation et le filtrage par polariseur. Après avoir rappelé le concept de blocage de modes passif, les résultats expérimentaux de ces études préliminaires ont montré une très riche zoologie des régimes de fonctionnement possibles de ce laser. L'objectif initial de ces travaux, à savoir l'obtention du régime monoimpulsionnel, a été en partie atteint. En effet, même si une impulsion subnanoseconde au taux de répétition de la cavité a été observée, une caractérisation temporelle précise n'a pas pu être réalisée et il ne nous a donc pas été possible d'en déterminer la durée. Les perspectives qu'offrent encore l'amélioration du dispositif expérimental, la compréhension des dynamiques co- et contra-propagative, la reproductibilité et l'analyse des fonctionnements de ce laser pourraient en soi faire (et j'espère fera) l'objet d'un travail de thèse.

Enfin les deux derniers chapitres de ce manuscrit ont abordé la théorie cinétique de la turbulence faible. Nous nous sommes proposés de décrire le phénomène de génération de supercontinuum comme un phénomène de turbulence développée. En premier lieu, nous avons rappelé les définitions nécessaires à l'étude des ondes incohérentes. Ensuite le cadre d'applicabilité de la théorie cinétique a été présenté, ainsi que les étapes principales de la dérivation de l'équation cinétique de la turbulence à partir de l'équation de Schrödinger non-linéaire à deux dimensions. L'équation cinétique obtenue s'exprime comme un terme de collision, qui est caractérisé par un théorème H de croissance d'entropie, analogue au théorème H de Boltzmann propre à la théorie cinétique des gaz. Nous nous sommes ensuite intéressés à la génération des supercontinua dans le cas de l'injection d'un champ laser de forte puissance. Sur la base de la théorie cinétique de la turbulence, nous montrons que le processus d'élargissement spectral propre à la génération de supercontinua résulte de la tendance naturelle du champ optique à évoluer vers l'état le plus désordonné (entropie maximum). La génération de supercontinua peut ainsi être interprétée comme un processus de thermalisation, qui est caractérisé par une évolution irréversible du champ optique vers l'état d'équilibre thermodynamique, i.e. l'état d'entropie maximum. Plusieurs aspects ont été abordés dans cette dernière partie :

Tout d'abord, une équation cinétique a été dérivée à partir de l'équation de Schrödinger non-linéaire à une dimension, incluant le terme non-linéaire Kerr ainsi que les termes de dispersion d'ordre supérieur. Bien que l'équation de Schrödinger non-généralisée soit intégrable à une dimension, l'inclusion des termes supérieurs de dispersion rend cette équation non-intégrable. A partir de l'équation cinétique et des grandeurs conservées, nous avons obtenu une expression du spectre d'équilibre thermodynamique. Ce spectre est caractérisé par une structure en double pic. L'analyse attentive du dénominateur du spectre d'équilibre et son interprétation en terme de fonction potentiel nous a permis de faire une analogie entre cette répartition spectrale particulière et l'évolution de quasi-particules qui tendent à s'accumuler dans deux puits de potentiels associés aux deux zéros de dispersion de la fibre optique. Nous avons montré que les positions spectrales des deux fréquences autour desquelles l'énergie se concentre sont sélectionnées par un phénomène de verrouillage de vitesse de groupe. Une interprétation thermodynamique simple a été donnée pour ce phénomène.

Notre étude numérique et théorique a été complétée par des expériences, qui ont montré que l'effet Raman était responsable de l'apparition d'une structure particulière, le *soliton spectral incohérent*. Une analyse détaillée par le biais de spectrogrammes a confirmé une propriété importante de ce soliton. Contrairement aux solitons conventionnels, qui sont confinés dans le domaine spatio-temporel, le soliton spectral incohérent est confiné exclusivement dans le domaine spectral. L'effet Raman brise la structure Hamiltonienne de l'équation de Schrödinger généralisée et empêche donc la thermalisation du champ optique d'avoir lieu. Cependant, les simulations numériques révèlent que le rôle essentiel de l'effet Raman est celui de générer un soliton spectral incohérent. Nous avons ainsi pu identifier plusieurs signatures expérimentales de l'effet de thermalisation du champ optique : la saturation de l'élargissement des hautes fréquences spectrales ainsi que le pic basses fréquences du spectre d'équilibre thermodynamique.

Il est à noter que ce soliton incohérent fait actuellement l'objet d'études expérimentales, numériques et théoriques.

En dernier lieu, nous avons mené une investigation numérique et théorique de l'effet du terme de choc optique sur le spectre d'équilibre thermodynamique. Moyennant un changement de variable, nous avons écrit l'équation de Schrödinger généralisée sous une forme hamiltonienne. Cela nous a permis de développer une théorie cinétique de l'effet d'auto-raïdissement du champ optique. Une nouvelle famille de spectres d'équilibre thermodynamique a été dérivée. Un accord quantitatif avec les simulations numériques a été obtenu, en l'absence de paramètres ajustables.

Au delà de la génération de supercontinua dans les fibres microstructurées, ce travail contribue également au développement de l'*optique non-linéaire statistique*. En effet, la propagation de champs cohérents a été largement étudiée dans le domaine de l'optique non-linéaire, tandis que la propagation linéaire des champs incohérents a fait l'objet de nombreuses études dans le domaine de l'optique statistique. Cependant, ces deux domaines de l'optique se sont développés indépendamment l'un de l'autre, de sorte qu'une bonne compréhension de l'optique non-linéaire de champs incohérents fait toujours défaut à l'heure actuelle. D'un point de vue plus général, ce travail peut aussi être pertinent pour la vaste question des mécanismes physiques responsables de la thermalisation d'un système physique, en relation avec le problème de Fermi-Pasta-Ulam [145] et la question des limites de l'hypothèse ergodique en mécanique

statistique.

Enfin, il est à noter que l'ensemble de ce travail a donné lieu à cinq publications. La génération de peigne de fréquences et son décalage spectral a fait l'objet de l'article [42]. Trois articles [141, 142, 143], ainsi qu'une partie de l'article de revue [146] portent sur la description de la génération de supercontinuum par la théorie cinétique de la turbulence. Ces publications reflètent l'aboutissement d'une partie des travaux de cette thèse.

Bibliographie

- [1] T.H.Maiman, "Stimulated optical radiation in ruby masers.", *Nature*, **187**, 493, (1960).
- [2] A.L.Schawlow and C.H.Townes, "Infrared and Optical Masers.", *Physical Review*, **112**, pp. 1940-1949, (1958).
- [3] "The LASER, Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation". G.R.Gould, In P.A.Franken and R.H.Sands, editors, *The Ann Arbor conference on optical pumping, the University of Michigan, June 15 through June 18, 1959*.
- [4] P.A.Franken, A.E.Hill, C.W.Peters and G.Weinreich, "Generation of optical harmonics.", *Physical Review Letters*, **7**, 4, pp. 118-120, (1961).
- [5] E.J.Woodbury and W.K.Ng, In *Proceeding of Institute of Radio Engineers*, **50** p.2347 (1962).
- [6] G.Eckhardt, R.W.Hellwarth, F.J.McClung, S.E.Schwarz D.Weiner and E.J.Woodbury, "Stimulated Raman scattering from organic liquids.", *Physical Review Letters*, **9**, 11, pp. 455-157, (1962).
- [7] R.Y.Chiao, C.H.Townes and B.P.Stoicheff, "Stimulated Brillouin Scattering and Coherent Generation of Intense Hypersonic Waves.", *Physical Review Letters*, **12**, 21, pp. 592-595, (1964).
- [8] E.Garmire and C.H.Townes, "Stimulated Brillouin scattering in liquids.", *Applied Physics Letters*, **5**, 4, pp. 54-86, (1964).
- [9] P.Lallemenad and N.Bloembergen, "Self-focusing of laser beams and stimulated Raman gain in liquids.", *Physical Review Letters*, **15**, 26, pp. 1010-1013, (1965).
- [10] K.C.Kao and G.A.Hockham, "Dielectric-fiber waveguides for optical frequencies", *Journal of IEE proceedings-optoelectronics*, **133**, 3, pp. 191-198, (1966).
- [11] R.H.Stolen, E.P.Ippen and A.R.Tynes, "Raman Oscillation in Glass Optical Waveguide.", *Applied Physics Letters*, **20**, 2, pp. 62-64, (1972).
- [12] E.P.Ippen and R.H.Stolen, "Stimulated Brillouin scattering in optical fibers.", *Applied Physics Letters*, **21**, 11, pp. 539-541, (1972).
- [13] R.H.Stolen and A.Ashkin, "Optical Kerr effect in glass waveguide.", *Applied Physics Letters*, **22**, 6, pp. 294-196, (1973).
- [14] R.H.Stolen, J.E.Bjorkholm and A.Ashkin, "Phase-matched three-wave mixing in silica fiber optical waveguides.", *Applied Physics Letters*, **24**, 7, pp. 308-310, (1973).

-
- [15] R.H.Stolen and C.Lin, "Self-phase-modulation in silica optical fibers", *Physical Review A*, (1977).
- [16] A.Hasegawa and F.Tappert, "Transmission of stationary nonlinear optical pulses in dispersive dielectric fibers. I.Anomalous dispersion.", *Applied Physics Letters*, **23**, 3, pp. 142-144, (1973).
- [17] J.C.Knight, T.A.Birks, P.St.J.Russell and D.M.Atkin, "All-silica single-mode optical fiber with photonic crystal cladding", *Optics Letters*, **21**, 19, pp. 1547, (1996).
- [18] *Nonlinear fiber optics*. G.P.Agrawal, Academic press, INC., 1994.
- [19] <http://www.newport.com/glossaire-technique/139687/1036/catalog.aspx>.
- [20] P.Kaiser and H.W.Astle, "Low loss single material fibers made of pure fused silica.", *Bell System technology Journal*, **53**, pp. 1021-1039, (1974).
- [21] K. Saitoh and M. Koshiba, "Empirical relations for simple design of photonic crystal fibers", *Optics Express*, (2005).
- [22] T.M.Moro, Y.D.West, D.W.Hewak, N.R.G.Broderick, and D.J.Richardson, "Chalcogenide holey fiber.", *Electronic Letters*, **36**, 24, pp. 1998-2000, (2000).
- [23] L.Brilland, F.Smektala, G.Renversez, T.Chartier, J.Troles, T.N.Nguyen, N.Traynor, and A.Monteville, "Fabrication of complex structures of Holey Fibers in Chalcogenide glass.", *Optics Express*, **14**, 3, pp. 1280-1285, (2006).
- [24] M.A. van Eljkelenborgk, M.C.J.Large, A.Argyros, J.Zagari, S.Manos, N.A.Issa,I.Bassett, S.Fleming, R.C.McPhedran, C.Marhijn de Sterke and N.A.P.Nicorovici, "Microstructured polymer optical fibre.", *Optics Express*, **9**, 7, pp. 319-327, (2001).
- [25] *Nonlinear optics*. R.W. Boyd, Academic Press, 1992.
- [26] *Principles of Nonlinear Optics*. Y.R.Shen, John Wiley and Sons, 1984.
- [27] K.Tai, A.Hasegawa and A.Tomita, "Observation of Modulational Instability in Optical Fibers.", *Physical Review Letters*, **56**, 2, pp. 135-138, (1986).
- [28] C.V.Raman, "A new radiation", *Indian Journal of Physic*, **2**, pp. 387, (1928).
- [29] Q.Lin and Govind P. Agrawal, "Raman response function for silica fibers.", *Optics Letters*, **31**, 21, pp. 3086-3088, (2006).
- [30] F.M.Mitschke and L.F.Mollenauer, "Discovery of the soliton self-frequency shift.", *Optics Letters*, **11**, 10, pp. 659-661, (1986).
- [31] J.P.Gordon, "Theory of the soliton self-frequency shift.", *Optics Letters*, **11**, 10, (1986).
- [32] J.Santhanam and G.P.Agrawal, "Raman-induced spectral shifts in optical fibers : general theory based on the moment method.", *Optics Communications*, **222**, pp. 413-420, (2003).
- [33] J.A.Fleck, J.R.Morris, and MD.Feit, "Time dependant propagation of high energy laser beams through the atmosphere.", *Applied Physics*, **10**, pp. 129-160, (1976).
- [34] O.V.Sinkin, R.Holzlöhner, J.Zweck and C.R.Menyuk, "Optimization of the Split-Step Fourier Method in Modeling Optical-Fiber Communications Systems.", *Journal of Lightwave Technology*, **21**, 1, pp. 61-68, (2003).

- [35] G.A.Nowak, Y.H.Kao, T.J.Xia, M.N.Islam, and D.Nolan, "Low-Power high-efficiency wavelength conversion based on modulational instability in high-nonlinearity fiber.", *Optics Letters*, **23**, 12, pp. 936-938, (1998).
- [36] F.Benabid, J.C.Knight, G.Antonopoulos and P.St.J.Russell, "Stimulated Raman Scattering in Hydrogen-Filled Hollow-Core Photonic Crystal Fiber.", *Science*, **298**, 5592, pp. 399-402, (2002).
- [37] A.K.Abeeluck, and C.Healdley, "Continuous wave pumping in the anomalous- and normal-dispersion regimes of nonlinear fibers for supercontinuum generation.", *Optics Letters*, **30**, pp. 61-63, (2005).
- [38] A.Hasegawa, "Generation of a train of soliton pulses by induced modulational instability in optical fibers.", *Optics Letters*, **9**, 7, pp. 288-290, (1984).
- [39] S.Pitois, C.Finot, J.Fatome, B.Sinardet, G.Millot, "Generation of 20-GHz picosecond pulse trains in the normal and anomalous dispersion regimes of optical fibers.", *Optics Communications*, **260**, pp. 301-306, (2006).
- [40] J.Fatome, S.Pitois, and G.Millot, "20-GHz-to-1-THz Repetition Rate Pulse Sources Based on Multiple Four-Wave Mixing in Optical Fibers.", *IEEE Journal of Quantum Electronics*, **42**, 10, pp. 1038-1046, (2006).
- [41] P.V.Mamyshev, S.V.Chernikov, E.M.Dianov, and A.M.Prokhorov, "Generation of a high-repetition-rate train of practically noninteracting solitons by using the induced modulational instability and Raman self-scattering effects.", *Optics Letters*, **15**, 23, pp. 1365-1367, (1990).
- [42] B.Barviau, C.Finot, J.Fatome and G.Millot, "Generation from continuous waves of frequency combs with large overall bandwidth and tunable central wavelength.", *Electronics Letters*, **43**, 16, pp. 886-887, (2007).
- [43] H.A.Haus, "Mode-Locking of Lasers.", *Journal on Selected Topics in Quantum Electronics*, **6**, 6, pp. 1173-1185, (2000).
- [44] H.W.Moker and R.J.Collins, "Mode competition and self-locking effects in a Q-switched ruby laser.", *Applied Physics Letters*, **7**, 10, pp. 270-273, (1965).
- [45] T.Deutsch, "Mode-locking effects in an internally modulated ruby laser.", *Applied Physics Letters*, **7**, 4, pp. 80-82, (1965).
- [46] L.E.Nelson, D.J.Jones, K.Tamura, H.A.Haus and E.P.Ippen, "Ultrashort-pulse fiber ring lasers.", *Applied Physics B*, **65**, pp. 277-294, (1997).
- [47] I.P.Alcock, A.I.Ferguson, D.C.Hanna and A.C.Tropper, "Mode-locking of a neodymium-doped monomode fibre laser.", *Electronics Letters*, **22**, 5, pp. 268-269, (1986).
- [48] S.J.Holmgren, A.Fragemann, V.Pasiskevicius and F.Laurell, "Active and passive hybrid mode-locking of a Nd :YVO₄ laser with a single partially poled KTP crystal.", *Optics Express*, **14**, 15, pp. 6675-6680, (2006).
- [49] D.E.Spence, P.N.Kean and W.Sibbett, "60-fsec pulse generation from a self-mode-locked Tu :sapphire laser.", *Optics Letters*, **16**, 1, pp. 42-44, (1991).

- [50] T.Brabec, Ch.Spielmann, P.F.Curley and F.Krousz, "Kerr lens mode locking.", *Optics Letters*, **17**, 18, pp. 1292-1295, (1992).
- [51] J.Schröder, S.Coen, F.Vanholsbeeck, and T.Sylvestre, "Passively mode-locked Raman fiber laser with 100 GHz repetition rate.", *Optics Letters*, **31**, 23, pp. 3489-3491, (2006).
- [52] I.N. Duling III, "All-fiber ring soliton laser mode locked with a nonlinear mirror.", *Optics Letters*, **16**, 8, pp. 539-541, (1991).
- [53] M.Hofer, M.E.Fermann, M.H.Ober and A.J.Smith, "Modelocking with cross-phase and self-phase modulation", *Optics Letters*, **16**, 7, pp. 502-504, (1991).
- [54] M.Nakazawa, E.Yoshida and K.Kimura, "Generation of 98 fs optical pulses directly from an Erbium-doped fibre ring laser at 1.57 μm .", *Electronics Letters*, **29**, 1, pp. 63-65, (1993).
- [55] A.V.Avdokhin, S.V.Popov and J.R.Taylor, "Totally fiber integrated, figure-of-eight, femtosecond source at 1065 nm.", *Optics Express*, **11**, 3, pp. 265-269, (2003).
- [56] L.Thylen, E.M.Wright, G.I.Stegeman, C.T.Seaton and J.V.Moloney, "Beam-propagation method analysis of a nonlinear directional coupler.", *Optics Letters*, **11**, 11, pp. 739-741, (1986).
- [57] P.D.Maker, R.W.Terhune and C.M.Savage, "Intensity-dependant changes in the refractive index of liquids.", *Physical Review Letters*, **12**, 18, pp. 507-509, (1964).
- [58] H.G.Winful, "Self-induced polarization changes in firefringent optical fibers.", *Applied Physics Letters*, **47**, 3, pp. 213-215, (1985).
- [59] R.H.Stolen, J.Botineau and A.Ashkin, "Intensity discrimination of optical pulses with birefringent fibers.", *Optics Letters*, **7**, 10, (1982).
- [60] S.Randoux and P.Suret, "Toward passive mode locking by nonlinear polarization evolution in a cascaded Raman fiber ring laser.", *Optics Communications*, **267**, pp. 145-148, (2006).
- [61] Y.Zhao and S.D.Jackson, "Passively Q-switched fiber laser that uses saturable Raman gain.", *Optics Letters*, **31**, 6, pp. 751-753, (2006).
- [62] D.J.Spence and R.P.Mildren, "Mode locking using stimulated Raman scattering.", *Optics Express*, **15**, 13, pp. 8170-8175, (2007).
- [63] D.L.J.Spence, Y.Zhao, S.D.Jackson and R.P.Mildren, "An investigation into Raman mode locking of fiber lasers.", *Optics Express*, **16**, 8, pp. 5277-5289, (2008).
- [64] H.W.Mocker, R.J.Collins, "Mode Competition and self-locking effects in a Qswitched ruby laser.", *Applied Physics Letters*, **7**, 10, pp. 270-274, (1965).
- [65] M.Horowitz, Y.Barad and Y.Sillerberg, "Noiselike pulses with a broadband spectrum generated from an erbium-doped fiber laser.", *Optics Letters*, **22**, 11, pp. 799-801, (1997).
- [66] D.J.Richardson, R.I.Laming, D.N.Payne, V.J.Matsas and M.W.Phillips, "Pulse repetition rates in passive, selfstarting, femtosecond soliton fibre laser.", *Electronics Letters*, **37**, 16, pp. 1451-1453, (1991).
- [67] A.B.Grudin and S.Gray, "Passive harmonic mode locking in soliton fiber lasers.", *Journal of Optical Society of America B*, **28**, 1, (1996).

- [68] A.Komarov, H.Leblood and F.Sanchez, "Passive harmonic mode-locking in a fiber laser with non-linear polarization rotation.", *Optics Communications*, **267**, pp. 162-169, (2006).
- [69] L.Mandel and E.Wolf, "Coherence Properties of Optical Fields", *Review of Modern Physics*, **37**, 2, pp. 231-287, (1965).
- [70] J.Ducuing and N.Bloembergen, "Statistical fluctuations in Nonlinear Optical Processes", *Physical Review*, **133**, 6A, pp. A1493-A1502, (1964).
- [71] A.Hasegawa and F.Tappert, "Transmission of stationary optical pulses in dispersive dielectric fibers.I. Anomalous dispersion.", *Applied Physics Letters*, **23**, 3, pp. 142-144, (1973).
- [72] *Optical Solitons-Theory and Experiment*. J.T.Taylor, P.L.Knight and A.Miller, Cambridge University Press, New York, 2005.
- [73] M.Mitchell, Z.Cheng, M-F Shih and M.Segev, "Self-Trapping of Partially Spatially Incoherent Light", *Physical Review Letters*, **77**, 3, pp. 490-493, (1996).
- [74] M.Soljacic, M.Segev, T.Coskun, D.N.Christodoulides and A.Vishwanath, "Modulation Instability of Incoherent Beams in Noninstantaneous Nonlinear Media.", *Physical Review Letters*, **84**, 3, pp. 467-470, (2000).
- [75] D.Kip, M.Soljacic, M.Segev, E.Eugenieva and D.N.Christodoulides, "Modulation instability and pattern formation in spatially incoherent light beams.", *Sciences*, **290**, 495, (2000).
- [76] C.Anastassiou, M.Soljacic, M.Segev, E.D.Eugenieva, D.N.Christodoulides, D.Kip, Z.H.Muslimani, J.P.Torres, "Eliminating the Transverse Instabilities of Kerr Solitons.", *Physical Review Letters*, **85**, 23, pp. 4888-4891, (2000).
- [77] D.N.Christodoulides, T.H.Coskun, M.Mitchell, Z.Chen and M.Segev, "Theory of Incoherent Dark Solitons.", *Physical Review Letters*, **80**, 5113, (1998).
- [78] Z.Chen, M.Mitchell, M.Segev, T.H.Coskun and D.N.Christodoulides, "Self-trapping of dark incoherent light beams.", *Science*, **580**, 889, (1998).
- [79] A.Picozzi and M.Haelterman, "Parametric Three-wave soliton Generation from Incoherent Light.", *Physical Review Letters*, **86**, 10, pp. 2010-2013, (2001).
- [80] A.Picozzi and M.Haelterman, "Condensation in Hamiltonian Parametric Wave Interaction.", *Physical Review Letters*, **92**, 10, pp. 103901-(1-4), (2004).
- [81] A.Sauter, S.Pitois, G.Millot and A.Picozzi, "Incoherent modulation instability in instantaneous nonlinear Kerr media.", *Optics Letters*, **30**, 16, pp. 2143-2145, (2005).
- [82] O.Cohen, H.Buljan, T.Schwartz, J.W.Fleischer and M.Segev, "Incoherent solitons in instantaneous nonlocal media.", *Physical Review E*, **73**, 015601, pp. 1-4, (2006).
- [83] J.Garnier, L.Videau, C.Gouédard and A.Migus, "Propagation and amplification of incoherent pulses in dispersive and nonlinear media.", *Journal of the Optical Society of America B*, **15**, 11, pp. 2773-2781, (1998).
- [84] G.A.Pasmanik, "Self-interaction of incoherent light beams.", *Sovietic physics Journal of Experimental and Theoretical Physics.*, **39**, pp. 234, (1974).

- [85] M.Mitchell, M.Segev, T.H.Coskun and D.N.Christodoulides, “Theory of Self-Trapped Spatially Incoherent Light Beams.”, *Physical Review Letters*, **79**, 25, pp. 4990-4993, (1997).
- [86] D.N.Christodoulides, T.H.Coskun, M.Mitchell and M.Segev, “Theory of Incoherent Self-Focusing in Biased Photorefractive Media.”, *Physical Review Letters*, **78**, 4, pp. 646-649, (1997).
- [87] B.Hall, M.Lisak, D.Anderson, R.Fedele and V.E.Semenov, “Statistical theory for ncoherent light propagation in nonlinear media.”, *Physical Review E.*, **65**, 035602, (2002).
- [88] D.M.Christodoulides, E.D.Eugenieva, T.H.Coskun, M.Segev and M.Mitchell, “Equivalence of three approaches describing partially incoherent wave propagation in inertial nonlinear media.”, *Physical Review E.*, **63**, 035601, (2001).
- [89] M.Lisak, L.Helczynski and D.Anderson, “Relation between different formalisms describing partially incoherent wave propagation in nonlinear optical media.”, *Optics Communications*, **220**, pp. 321-323, (2003).
- [90] S.Dyachenko, A.C.Newell, A.Pushkarev and V.E.Zakharov, “Optical turbulence : weak turbulence, condensates and collapsing filaments in the nonlinear Schrödinger equation.”, *Physica D*, **57**, pp. 96-160, (1992).
- [91] *Kolmogorov Spectra of Turbulence I*. V.E.Zakharov, V.S.L’vov and G.Falkovich, Springer Series in NONLINEAR DYNAMICS, 1992.
- [92] A.C.Newell, S.Nazarenko and L.Biven, “Wave turbulence and intermittency.”, *Physica D*, **152-153**, pp. 520-550, (2001).
- [93] *Statistical Optics*. J.W.Goodman, Wiley Classics Library, Wiley Interscience, 2000.
- [94] *Probability, Random Variables and Stochastic Processes*. A.Papoulis, S.U. Pillai, Mc Graw Hill, Mc Graw Hill, 2002.
- [95] M.Lax, “Classical Noise.V. Noise in Self-Sustained Oscillators.”, *Physical Review*, **160**, 2, pp. 290-307, (1967).
- [96] C.H.Henry, “Theory of the Linewidth of semiconductor Lasers”, *IEEE Journal of Quantum Electronics*, **QE-18**, 2, pp. 259-264, (1982).
- [97] V.E.Zakharov, S.L.Musher, and A.M.Rubenchik, “Hamiltonian approach to the description of nonlinear plasma phenomena.”, *Physics Reports*, **129**, 5, pp. 285-366, (1985).
- [98] A.Picozzi, “Toward a nonequilibrium thermodynamic description of incoherent nonlinear optics”, *Optics Express*, (2007).
- [99] S.L. Musher, A.M. Rubenchik, and V.E. Zakharov, “Weak Langmuir turbulence.”, *Physics Reports*, **252**, pp. 177, (1995).
- [100] A.Picozzi, S.Pitois and G.Millot, “Spectral incoherent solitons : A localized soliton behavior in the frequency domain”, *Physical Review Letter*, **101**, 093901, (2008).
- [101] K.Hasselmann, “On the non-linear energy transfer in a gravity-wave spectrum. Part 1. General theory”, *Journal of Fluid Mechanics*, **12**, pp. 481-500, (1962).

- [102] D.J.Benney and P.Saffman, "Nonlinear interactions of random waves in dispersive medium", *Proceedings of the Royal Society A*, **289**, pp. 301, (1966).
- [103] A.C.Newell, "The closure problem in a system of random gravity waves.", *Reviews of Geophysics*, **6**, pp. 1-31, (1968).
- [104] D.J.Benney and A.C.Newell, "Random wave closure.", *Studies in Applied Mathematics*, **48**, 29, (1969).
- [105] *Statistical Mechanics*. Huang K., Wiley, 1963.
- [106] *Physique Statistique*. Diu B. and Guthmann C. and Lederer D. and Roulet B., Hermann, 1989.
- [107] M.J.Davis, S.A.Morgan and K.Burnett, "Simulations of Bose Fields at Finite Temperature.", *Physical Review Letters*, **87**, 160402, pp. 1-4, (2001).
- [108] M.J.Davis, S.A.Morgan and K.Burnett, "Simulations of thermal Bose fields in the classical limit.", *Physical Review A*, **66**, 053618, pp. 1-15, (2002).
- [109] P.B.Blakie and M.J.Davis, "Projected Gross-Pitaevskii equation for harmonically confined Bose gases at finite temperature.", *Physical Review A*, **72**, 063608, pp. 1-12, (2005).
- [110] R.R.Alfano and S.L.Shapiro, "Observation of self-phase modulation and small-scale filaments in crystals and glasses", *Physical Review Letters*, **24**, 11, pp. 592-594, (1970).
- [111] I. Hartl, X. D. Li, C. Chudoba, R. K. Hganta, T. H. Ko, J. G. Fujimoto, J. K. Ranka, and R. S. Windeler, "Ultrahigh-resolution optical coherence tomography using continuum generation in an air-silica microstructure optical fiber", *Opt. Lett.*, (2001).
- [112] D. L. Marks, A. L. Oldenburg, J. J. Reynolds, and S. A. Boppart, "Study of an ultrahigh-numerical-aperture fiber continuum generation source for optical coherence tomography", *Opt. Lett.*, (2002).
- [113] D.J.Jones, S.A.Diddams, J.K.Ranka, A.Stenz, R.S.Windeler, J.L.Hall and S.T.Cundiff, "Carrier-Envelope Phase Control of Femtosecond Mode-Locked lasers and Direct Optical Frequency Synthesis.", *Science*, **288**, 5466, pp. 635-639, (2000).
- [114] R.Holzwarth, T.Udem, T.W.Hänsch, J.C.Knight, W.J.Wadsworth and P.St.J.Russell, "Optical Frequency Synthesizer for precision Spectroscopy.", *Physical Review Letters*, **85**, 11, pp. 2264-2267, (2000).
- [115] T. Morioka, K. Mori, and M. Saruwatari, "More than 100-wavelength-channel picosecond optical pulse generation from single laser source using supercontinuum in optical fibres", *Electron. Lett.*, (1993).
- [116] H. Takara, T. Ohara, and K. Sat, "Over 1000 km DWDM transmission with supercontinuum multi-carrier source", *Electron. Lett.*, (2003).
- [117] Chinlon Lin and R.H.Stolen, "New nanosecond continuum for excited state spectroscopy", *Applied Physics Letters*, **28**, 216, (1976).
- [118] J.C.Knight, J.Arriaga, T.A.Birks, A.Ortigosa-Blanch, W.J.Wadsworth and P.St.J.Russell, "Anomalous Dispersion in Photonic Crystal Fiber.", *IEEE Photonics Technology Letters*, **12**, 7, pp. 807-809, (2000).

- [119] J.K.Ranka, R.S.Windeler and A.J.Stents, "Visible continuum generation in air-silica microstructure optical fibers with anomalous dispersion at 800 nm.", *Optics Letters*, **25**, 1, pp. 25-27, (2000).
- [120] G.Genty, M.Lehtonen and H.Ludvigsen, "Spectral broadening of femtosecond pulses into continuum radiation in microstructured fibers", *Optics Express*, **10**, 20, pp. 1083-1098, (2002).
- [121] E.A.Golovchenko, E.M.Dianov, A.M.Prokhorov and N.Serkin, "Decay of optical solitons.", *Journal of Experimental and Theoretical Physics Letters*, **42**, 2, pp. 87-91, (1985).
- [122] P.K.A.Wai, C.R.Menyuk, Y.C.Lee and H.H.Chen, "Nonlinear pulse propagation in the neighborhood of the zero-dispersion wavelength of monomode optical fibers.", *Optics Letters*, **11**, 7, pp. 464-466, (1986).
- [123] N.Akhmediev et M.Karlsson, "Cherenkov radiation emitted by solitons in optical fibers", *Physical Review A*, **51**, pp. 2602-2607, (1995).
- [124] A.V.Husakou et J.Herrmann, "Supercontinuum generation, four wave mixing, and fission of higher order solitons in photonic crystal fibers", *Journal of Optical Society of America B*, **19**, pp. 2171-2182, (2002).
- [125] J.M.Dudley, G.Genty and S.Coen, "Supercontinuum generation in photonic crystal fiber.", *Review of Modern Physics*, **78**, pp. 1135-1183, (2006).
- [126] A.Mussot, M.Beaugeois, M.Bouazaoui and T.Sylvestre, "Tailoring CW supercontinuum generation in microstructured fibers with two-zero dispersion wavelengths", *Optics Express*, **15**, 18, pp. 11553, (2007).
- [127] A.V.Husakou and J.Herrmann, "Supercontinuum Generation of Higher-Order Solitons by Fission in Photonic Crystal Fibers.", *Physical Review Letters*, **87**, 20, pp. 203901 1-4, (2001).
- [128] S.Lagrange. *Relaxation d'ondes optiques non lineaires: thermalisation d'ondes incohérentes et attraction de polarisation*. PhD thesis, Université de Bourgogne, 2007.
- [129] S.Lagrange, H.R.Jauslin and A.Picozzi, "Thermalization of the dispersive three wave interaction", *Europhysics Letters*, **79**, 64001, (2007).
- [130] S.Pitois, S.Lagrange, H.R.Jauslin, and A.Picozzi, "Velocity locking of Incoherent Nonlinear Wave Packets.", *Physical Review Letters*, **97**, 033902, (2006).
- [131] *Statistical Physics : Course of theoretical Physics*. L.D.Landau, E.M.Lifshitz and L.P.Pitaevskii, 1977.
- [132] P.M.Moselund, M.H.Frosz, C.L.Thomsen and O.Bang, "Back-seeding of higher order gain process in picosecond supercontinuum generation", *Optics Express*, **16**, 18, pp. 11954-11968, (2008).
- [133] S.Pitois and G.Millot, "Experimental observation of a new modulational instability spectral window induced by fourth-order dispersion in a normally dispersive single-mode optical fiber", *Optics Communication*, **226**, pp. 415-422, (2003).
- [134] B.Kibler, C.Finot, G.Gadret, G.Millot, J.Wocjcik, M.Szpułak and W.Urbanczyk, "Second zero dispersion wavelength through soliton self-frequency shift compensation in suspended core fibre.", *Electronics Letters*, **44**, 23, (2008).

- [135] B.Kibler, J.M.Dudley and S.Coen, "Supercontinuum generation and nonlinear pulse propagation in photonic crystal fiber : influence of the frequency-dependant effective mode area.", *Applied Physics B, Special Issue on Photonic Crystals*, **81**, pp. 337-342, (2005).
- [136] *Optical Coherence and Quantum Optics*. L.Mandel and E.Wolf, Cambridge University Press, New York, 1995.
- [137] *What is integrability? - Integrability of nonlinear system and perturbation theory*. V.E.Zakharov, B.Fruchssteiner, F.Calogero, H.Segur and G.Rowland editors, Springer-Verlag New York, 1991.
- [138] *Equilibrium and Nonequilibrium Statistical Thermodynamics*. M.Le Bellac, F.Mortessagne and G.Batrouni, Cambridge University Press, Cambridge, England, 2004.
- [139] K.J.Blow and D.Wood, "Theoretical Description of Transient Stimulated Raman Scattering in Optical Fibers.", *Journal of Quantum Electronics*, **25**, 12, pp. 2665-2673, (1989).
- [140] N.Karasawa, S.Nakamura, N.Nakagawa, M.Shibata, R.Morita, H.Shigekawa and M.Yamashita, "Comparison Between Theory and Experiment of Nonlinear Propagation for A-Few-Cycle and ultrabroadband Optical Pulses in a Fused-Silica Fiber.", *Journal of Quantum Electronics*, **37**, 3, pp. 398-404, (2001).
- [141] B.Barviau, B.Kibler, S.Coen and A.Picozzi, "Toward a thermodynamic description of supercontinuum generation.", *Optics Letters*, **33**, 23, pp. 2833-2835, (2008).
- [142] B.Barviau, B.Kibler, A.Kudlinski, A.Mussot, G.Millot and A.Picozzi, "Experimental signature of optical wave thermalization through supercontinuum generation in photonic crystal fiber.", *Optics Express*, **17**, 9, pp. 7392-7406, (2009).
- [143] B.Barviau, B.Kibler and A.Picozzi, "Wave-turbulence approach of supercontinuum generation : Influence of self-steepening and higher-order dispersion.", *Physical Review A*, **79**, 063840, pp. 1-12, (2009).
- [144] D.A.Chestnut and J.R.Taylor, "Soliton self-frequency shift in highly non-linear fiber with extension by external Raman pumping.", *Optics Letters*, **28**, 24, pp. 2512-2514, (2003).
- [145] *The Fermi-Pasta-Ulam Problem, A Status Report*. G.Gallavotti editor, Springer, New York, 2007.
- [146] A.Picozzi, B.Barviau, B.Kibler and S.Rica, "Thermalization in incoherent nonlinear waves. From incoherent solitons to thermodynamic description of statistical nonlinear optics.", *The European Physical Journal special topics*, **173**, pp. 313-340, (2009).

RESUME

Nouveaux concepts théoriques et expérimentaux pour la génération de fréquences dans les fibres optiques : instabilité modulationnelle, laser Raman impulsif et approche thermodynamique du supercontinuum

Après une introduction au domaine des fibres optiques, nous avons mis à profit l'effet d'instabilité modulationnelle couplé à l'effet d'auto-décalage Raman pour créer un peigne de fréquences de largeur supérieure à 100 *nm*, dont la longueur d'onde centrale est accordable vers les hautes longueurs d'onde. Ensuite, la réalisation d'une cavité laser en anneau, mettant en oeuvre l'effet Raman et la rotation non linéaire de polarisation nous a permis de générer un régime impulsif à la longueur d'onde de la première Stokes. Les résultats expérimentaux montrent la richesse des comportements dynamiques non-linéaires qui se rapportent à ce laser.

Une seconde partie de ce manuscrit porte sur l'étude de la génération de supercontinuum dans les fibres optiques à cristaux photoniques. Nous avons montré que sous certaines conditions, l'élargissement spectral inhérent à la génération de supercontinuum peut être interprété, grâce à la théorie cinétique de la turbulence faible, comme un processus de thermalisation, i.e. résultant du processus irréversible d'évolution naturelle du champ optique vers son état d'équilibre thermodynamique. Cette interprétation originale du phénomène supercontinuum a été confirmée expérimentalement.

Mots-clés : Peigne de fréquences, Laser Raman impulsif, Théorie Cinétique de la turbulence faible, Supercontinuum.

ABSTRACT

New theoretical and experimental concepts for frequency generation in optical fibers : modulation instability, pulsed Raman Laser and kinetic approach of supercontinuum generation

Following a brief introduction to optical fibers, we combine the effect of modulational instability and Raman self-frequency shift to generate a frequency combs with a spectral width higher than 100 *nm* and a central frequency shifted towards higher wavelengths. Then, the stimulated Raman effect is used in a ring cavity coupled with nonlinear polarization rotation and polarization filtering. A pulsed regime is obtained at the wavelength of the first Stokes emission and presents a rich zoology of experimental dynamic pulsed regimes.

A second main line of this manuscript considers the incoherent regime of supercontinuum generation. We show that under certain conditions, the spectral broadening inherent to supercontinuum generation may be interpreted with the kinetic wave theory as a thermalization process, i.e. resulting of an irreversible natural process of the field to reach an equilibrium state. A cut-back experiment highlights some particular features of the thermalization process during the supercontinuum longitudinal evolution.

Keywords : Frequency combs generation, Pulsed Raman laser, Weak-turbulence theory, Supercontinuum.