



**HAL**  
open science

# Contribution à l'étude et à l'analyse du bruit d'engrènement. Développement et application de la Transformée en Ondelettes

Didier Rémond

► **To cite this version:**

Didier Rémond. Contribution à l'étude et à l'analyse du bruit d'engrènement. Développement et application de la Transformée en Ondelettes. Génie mécanique [physics.class-ph]. INSA de Lyon, 1991. Français. NNT: . tel-00692571

**HAL Id: tel-00692571**

**<https://theses.hal.science/tel-00692571>**

Submitted on 6 May 2012

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# THESE

*présentée devant*

L'INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUEES DE LYON

*pour obtenir*

LE GRADE DE DOCTEUR

*Spécialité : MECANIQUE*

*par*

**Didier REMOND**

(Ingénieur I.N.S.A)

---

---

## CONTRIBUTION A L'ETUDE ET L'ANALYSE EXPERIMENTALE DU BRUIT D'ENGRENNEMENT

### Développement et application de la Transformée en Ondelettes Rapide

---

---

*Soutenue le 21 Octobre 1991*

*devant la Comission d'Examen :*

*Jury* MM. D. PLAY  
J. FRENE  
M. LALANNE  
P. BONNET  
P. DUROUCHOUX  
M. DUSSAC  
J. FAUCHON  
J.P. GAUTHIER

*Président*  
*Rapporteur*  
*Rapporteur*

*Examineurs*

A Nathalie,



Février 1991

INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUEES DE LYON

Directeur :

J. ROCHAT

Professeurs :

S. AUDISIO	PHYSICOCHIMIE INDUSTRIELLE
J.C. BABOUX	TRAITEMENT SIGNAL ULTRASONS
J. BAHUAUD	MECANIQUE DES SOLIDES
B. BALLAND	PHYSIQUE DE LA MATIERE
G. BAYADA	CENTRE DE MATHEMATIQUES
C. BERGER (Melle)	PHYSIQUE INDUSTRIELLE
M. BETEMPS	AUTOMATIQUE INDUSTRIELLE
C. BOISSON	VIBRATIONS ACOUSTIQUE
M. BOIVIN	MECANIQUE DES SOLIDES
H. BOTTA	G.C.U. (METHODES)
G. BOULAYE	INFORMATIQUE APPLIQUEE
J. BRAU	G.C.U. (EQUIPEMENT DE L'HABITAT)
M. BRUNET	MECANIQUE DES SOLIDES
J.C. BUREAU	THERMOCHIMIE MINERALE
J.P. CHANTE	ELECTRONIQUE DE PUISSANCE
M. CHEVRETON	ETUDE DES MATERIAUX
B. CLAUDEL	CINETIQUE ET GENIE CHIMIQUES
L. CRONENBERGER	CHIMIE BIOLOGIQUE
M. DIOT	THERMOCHIMIE MINERALE
A. DOUTHEAU	CHIMIE ORGANIQUE
B. DUPERRAY	CHIMIE BIOLOGIQUE
H. EMPTOZ	CENTRE DE MATHEMATIQUES
C. ESNOUF	GEMPPM (*)
L. EYRAUD	GENIE ELECTRIQUE ET FERROELECTRICITE
G. FANTOZZI	GEMPPM (*)
J. FAUCHON	CONCEPTION ET ANALYSE DE SYSTEMES MECANIQUES
P. FLEISCHMANN	GEMPPM (*)
A. FLORY	INFORMATIQUE
R. FOUGERES	GEMPPM (*)
L. FRECON	DEVELOPPEMENT DES LANGAGES INFORMATIQUES AVANCES
R. GAUTHIER	PHYSIQUE DE LA MATIERE
M. GERY	G.C.U. (EQUIPEMENT DE L'HABITAT)
G. GIMENEZ	TRAITEMENT DU SIGNAL ULTRASONS
P. GOBIN	GEMPPM (*)

M.	GODET	MECANIQUE DES CONTACTS
P.	GONNARD	GENIE ELECTRIQUE
R.	GOUTTE	TRAITEMENT DU SIGNAL ULTRASONS
G.	GRANGE	GENIE ELECTRIQUE
G.	GUENIN	GEMPPM (*)
G.	GUILLOT	PHYSIQUE DE LA MATIERE
C.	GUITTARD	DEVELOPPEMENT ET LANGAGES
		INFORMATIQUES AVANCES
J.L.	GUYADER	VIBRATIONS ACOUSTIQUE
R.	HENRY	MECANIQUE DES STRUCTURES
J.	JOUBERT	GENIE MECANIQUE
J.F.	JULLIEN	G.C.U. (BETONS ET STRUCTURES)
A.	JUTARD	AUTOMATIQUE INDUSTRIELLE
R.	KASTNER	G.C.U. (GEOTECHNIQUE)
H.	KLEIMANN	GENIE ELECTRIQUE ET FERROELECTRICITE
J.	KOULOUMDJIAN	INFORMATIQUE APPLIQUEE
M.	LAGARDE	CHIMIE BIOLOGIE
M.	LALANNE	MECANIQUE DES STRUCTURES
A.	LALLEMAND	ENERGETIQUE ET AUTOMATIQUE
M.	LALLEMAND (Mme)	ENERGETIQUE ET AUTOMATIQUE
P.	LAREAL	G.C.U. (GEOTECHNIQUE)
A.	LAUGIER	PHYSIQUE DE LA MATIERE
Ch	LAUGIER	PHYSIOLOGIE ET PHARMACODYNAMIE
C.	LESUEUR	VIBRATIONS ACOUSTIQUE
Y.	MARTINEZ	INFORMATIQUE APPLIQUEE
C.	MARTY	ETUDE DES PROCEDES DE FABRICATION
H.	MAZILLE	PHYSICOCHIMIE INDUSTRIELLE
M.	MIRAMOND	G.C.U. (METHODES)
N.	MONGEREAU	G.C.U. (GEOTECHNIQUE)
R.	MOREL	MECANIQUE DES FLUIDES ET THERMIQUE
P.	NARDON	BIOLOGIE
A.	NAVARRO	CHIMIE PHYSIQUE APPLIQUEE ET
		ENVIRONNEMENT
M.	OTTERBEIN	CHIMIE PHYSIQUE APPLIQUEE ET
		ENVIRONNEMENT
J.P.	PASCAULT	MATERIAUX MACROMOLECULAIRES
J.	PERA	SOLIDES ET MATERIAUX MINERAUX
G.	PERACHON	THERMOCHIMIE MINERALE
M.	PERDRIX	TRAITEMENT DU SIGNAL ULTRASONS
J.	PEREZ	GEMPPM (*)
P.	PINARD	PHYSIQUE DE LA MATIERE ET PHYSIQUE
		INDUSTRIELLE
D.	PLAY	CONCEPTION ET ANALYSE DE SYSTEMES
		MECANIQUES
P.	PREVOT	INFORMATIQUE APPLIQUEE
R.	REYNAUD	ENERGETIQUE ET AUTOMATIQUE
J.M.	REYNOUARD	G.C.U. (BETONS ET STRUCTURES)
M.	RICHARD	ENERGETIQUE ET AUTOMATIQUE

E.	RIEUTORD	MECANIQUE DES FLUIDES ET THERMIQUE
J.	ROBERT-BAUDOY (Mme)	MICROBIOLOGIE
J.	ROBIN	PHYSICOCHIMIE INDUSTRIELLE
D.	ROUBY	GEMPPM (*)
J.F.	SACADURA	MECANIQUE DES FLUIDES ET THERMIQUE
H.	SAUTEREAU	MATERIAUX MACROMOLECULAIRES
S.	SCAVARDA	AUTOMATIQUE INDUSTRIELLE
F.	STOEBER	MICROBIOLOGIE
M.	TROCCAZ	GENIE ELECTRIQUE ET FERROELECTRICITE
J.	TUSET	SOLIDES ET MATERIAUX MINERAUX
R.	UNTERREINER	TRAITEMENT DU SIGNAL ULTRASONS
P.	VERMANDE	CHIMIE PHYSIQUE APPLIQUEE ET ENVIRONNEMENT
J.	VERON	CHIMIE PHYSIQUE APPLIQUEE ET ENVIRONNEMENT
A.	VINCENT	TRAITEMENT DU SIGNAL ULTRASONS
P.	VUILLERMOZ	PHYSIQUE DE LA MATIERE

Directeurs de recherche C.N.R.S. :

P.	CLAUDY	THERMOCHIMIE MINERALE
M.	MURAT	SOLIDES ET MATERIAUX MINERAUX
A.	NOUAILHAT	PHYSIQUE DE LA MATIERE

Directeurs de recherche I.N.R.A. :

G.	BONNOT	BIOLOGIE
S.	GRENIER	BIOLOGIE
Y.	MENEZO	BIOLOGIE

Directeurs de recherche I.N.S.E.R.M. :

A.F.	PRIGENT (Mme)	CHIMIE BIOLOGIQUE
N.	SARDA (Mme)	CHIMIE BIOLOGIQUE

(\*) ; GROUPE D'ETUDE METALLURGIE PHYSIQUE ET PHYSIQUE DES MATERIAUX



## AVANT PROPOS

Cette étude a été effectuée dans le laboratoire de Conception et d'Analyse de Systèmes Mécaniques (C.A.S.M) de l'Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, sous la direction de Monsieur le Professeur D. PLAY. Je tiens à le remercier pour m'avoir accueilli dans son laboratoire, pour m'avoir guidé et conseillé tout au long de ce travail, mais également pour l'estime qu'il me manifeste en présidant le jury de ma thèse.

Je suis sensible à l'honneur que me font Messieurs les Professeurs J. FRENE et M. LALANNE d'avoir accepté de juger ce travail et d'en être rapporteur et membre du jury.

J'adresse mes remerciements les plus vifs à Monsieur le Maître de Conférences P. BONNET pour son aide, sa collaboration et surtout les développements et explications mathématiques, sans qui ce travail n'aurait pas vu le jour.

Je désire également remercier Messieurs les Professeurs J. FAUCHON et J.P. GAUTHIER, ainsi que Messieurs P. BONNET, P. DUROUCHOUX et M. DUSSAC pour avoir accepté la charge de membre du jury.

J'exprime ma reconnaissance au nombreuses personnes qui m'ont aidé, conseillé ou qui ont suscité un intérêt à ce travail, en particulier :

messieurs MARZE et DUSSAC de l'Aérospatiale - Marignane, pour les discussions que nous avons eu, pour leur confiance et le financement d'une grande partie de cette étude,

monsieur P. SOLEILHAC qui a réalisé la plupart des essais,

madame C. CONTET pour son soutien moral et administratif,

mademoiselle S. LACROIX pour le travail de dactylographie.

Je remercie le Ministère de la Recherche et de la Technologie pour son aide financière.

J'adresse enfin mes remerciements à tous les membres du Laboratoire.



## INTRODUCTION GENERALE

De tout temps, l'engrenage a été utilisé dans les mécanismes de transmission de mouvement de précision ou de puissance. Il y a des milliers d'années, les chinois l'utilisaient déjà dans un système différentiel monté sur un chariot qui leur indiquait en permanence la direction du Sud au cours de leurs voyages. Suivant l'évolution des technologies et taillé dans différents matériaux comme le bois, l'acier, puis les matières plastiques, l'engrenage a subi de nombreuses évolutions liées aux utilisations spécifiques, et à la diversité des domaines d'application.

Aujourd'hui, les progrès réalisés au niveau des méthodes de fabrication et des outils de taillage ont permis de réaliser des géométries nouvelles et précises, ainsi que des dimensions de plus en plus petites. Les engrenages sont utilisés dans des domaines très variés allant des organes artificiels de régulation utilisés en transplantation chirurgicale jusqu'au systèmes de précision en télécopie terrestre, en passant bien-sûr par les systèmes de transmission de puissance en mécanique et en aéronautique.

Les principaux atouts des transmissions par engrenages peuvent être résumés par un rapport de transmission indépendant de la puissance transmise, par une précision dans le mouvement global, par un rendement élevé, et par une puissance transmissible par unité de masse importante, dans des gammes de vitesses très variées.

Le problème actuel de l'engrenage réside dans le fait qu'il est principal générateur de vibrations, et donc de bruit, dans les systèmes de transmission de puissance. C'est la motivation de cette thèse. En effet, l'engrenage, intégré dans des structures optimisées à outrance au point de vue de la résistance des matériaux, devient la cause essentielle de détériorations, tant sur l'engrenage lui-même que sur la structure environnante ( les roulements en particulier ). D'autre part, les considérations actuelles sur le confort d'utilisation des machines font que la réduction du bruit devient un axe prioritaire de développement dans les bureaux d'études. La conception des nouvelles machines avec engrenages suppose donc une connaissance plus précise des

causes de bruit et notamment du bruit d'engrènement. C'est ce qui a constitué la trame de notre travail.

Ce travail se compose de deux axes principaux. Le premier, en amont de l'application, porte essentiellement sur la réalisation d'un nouvel outil de traitement du signal qui est la Transformée en Ondelettes Rapide. Cet outil a été validé dans le cadre de cette étude, et appliqué au traitement du bruit d'engrènement. Le deuxième axe, quant à lui, est l'étude proprement dite du bruit d'engrènement afin de connaître les paramètres importants conditionnant ce phénomène.

Le but de ce travail n'est pas de modéliser les phénomènes d'émission acoustique ou de propagation. Il est d'utiliser des connaissances et des techniques, voire d'en développer ou d'en adapter de nouvelles, afin de pouvoir connaître et expliquer le mécanisme d'émission acoustique d'un engrenage. Cet objectif nécessite une approche expérimentale et donc la réalisation d'un banc d'essais de manière à simuler de conditions réalistes de fonctionnement d'un couple d'engrenages. Cette étude expérimentale se limitera aux engrenages cylindriques droits et hélicoïdaux.

## CHAPITRE I : ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

Avant de présenter une revue bibliographique sur les paramètres liés à l'engrenage et qui contribuent au niveau sonore de la transmission, nous allons donner succinctement quelques définitions du bruit et de la cinématique globale des engrenages.

### 1. Généralités.

#### 1.1. définition du bruit d'engrènement.

Le bruit est défini, en acoustique, comme un son indésirable, polluant ou gênant. Il est généralement composé de plusieurs sons harmoniques dont les caractéristiques en fréquence et en amplitude sont différentes. Le bruit sera donc représenté physiquement par une amplitude d'une variation de pression  $p$  dans le milieu de propagation, qui est en général l'air ambiant, à une fréquence déterminée. Cette variation de pression est prise à partir de la pression atmosphérique  $p_0$ . La représentation spectrale du bruit en fonction de la fréquence est la visualisation la plus courante. C'est celle que nous allons utiliser dans cette étude. Par ailleurs, les mesures du bruit d'engrènement se font suivant la ligne d'action des engrenages. En effet, il n'est pas apparu nécessaire, compte tenu des objectifs de ce travail, d'utiliser d'autres méthodes plus sophistiquées comme la mesure par intensimétrie acoustique [25, 49, 84] qui à l'aide de deux microphones permet d'obtenir simultanément l'intensité du rayonnement acoustique et sa direction.

La capacité de l'oreille à capter une pression acoustique, notamment pour le bruit d'engrènement, s'étend de  $20 \mu\text{Pa}$  à  $100 \text{ Pa}$  dans le domaine des pressions et ceci sur une plage de fréquence allant de  $20 \text{ Hz}$  à  $20 \text{ kHz}$ . Cette large plage d'amplitude conduit à travailler avec une échelle logarithmique introduite par Bell. L'unité utilisée en acoustique, permettant de réduire encore

cette échelle est le Décibel (dB), la puissance acoustique pourra donc s'écrire, en terme de pression acoustique, sous la forme suivante :

$$\text{Mesure (dB)} = 10 \log_{10} (p^2 / p_0^2) = 20 \log_{10} (p / p_0)$$

avec  $p_0 = 20 \mu\text{Pa}$ .

Dans les cas concrets de mesure, on effectue un étalonnage à l'aide d'un pistonphone pour introduire un coefficient de correction qui tient compte des variations de pression atmosphérique.

D'un point de vue général, les sensations auditives principales sont :

- la perception en fréquence ou hauteur tonale ,
- le timbre qui dépend des harmoniques accompagnant le son fondamental et de leurs différences de phase,
- le niveau de puissance ou intensité physiologique.

La gêne causée par un bruit est due en grande partie à la puissance acoustique émise, cette gêne n'étant pas simplement subjective, mais pouvant devenir physiologique et douloureuse. Par ailleurs, un son harmonique pur, c'est-à-dire bien localisé à une fréquence, peut être gênant, même s'il n'est pas puissant, surtout si la fréquence de ce son se situe entre 1000 et 5000 Hz (cas des alarmes de montres électroniques). Dans le bruit d'engrènement, on retrouve ces mêmes gênes, et les préoccupations de réduction de bruit portent à la fois sur l'énergie et sur la localisation en fréquence.

## 1.2. Introduction aux engrenages.

Dans tout le texte, les indices  $r$  et  $p$  désigneront respectivement la roue et le pignon, la roue étant généralement la roue dentée présentant le plus grand diamètre primitif ou le plus grand nombre de dents. Ainsi, le pignon est menant dans le cas général, c'est l'entrée du système mécanique appelé engrenage constitué du pignon et de la roue.

La description de la géométrie globale des engrenages peut facilement se retrouver dans une littérature abondante [10, 13, 15, 21] où les paramètres sont bien définis.

Par contre, les descriptions de la géométrie locale sont pratiquement inexistantes. Cette géométrie est très souvent liée à la fabrication et se situe à une échelle très inférieure à celle du mécanisme. Ces aspects seront développés ultérieurement dans le texte.

Un engrenage est un dispositif mécanique qui permet de transmettre un couple mécanique par l'intermédiaire d'obstacles appelés dents. Les dents peuvent transmettre un mouvement de manière théoriquement continue (sous l'hypothèse de géométrie parfaite et de dents indéformables). Ainsi, l'engrenage présente un caractère discret ou local lié à la géométrie des dents et un caractère continu ou global lié à la continuité de rotation des roues et du fonctionnement.

Le fonctionnement de l'engrenage présente donc des phénomènes périodiques à différentes échelles de temps qui pourront se retrouver dans le comportement global de l'engrenage. La plus petite période  $T_0$  est définie par l'intervalle séparant deux profils de dents successifs. Il vient ensuite une période de longueur moyenne, représentative du temps nécessaire au pignon pour effectuer un tour complet, soit  $Z_p \cdot T_0$ , suivi par le temps nécessaire à la roue pour effectuer un tour complet, soit  $Z_r \cdot T_0$ . Enfin, la période la plus longue est caractérisée par le temps mis par deux dents de la roue et du pignon pour se retrouver conjuguées, soit le plus petit commun multiple des nombres de dents de la roue et du pignon, et qui peut s'écrire  $\text{PPCM}(Z_p, Z_r) \cdot T_0$ .

Ces échelles de temps s'étendent, pour un pignon de 51 dents et une roue de 52 dents, tournant à la vitesse de 20 t/s, de la milliseconde jusqu'à 2,5 secondes.

Par ailleurs, d'un point de vue cinématique, on sait qu'avec les défauts géométriques dus à la fabrication des engrenages, la transmission du mouvement n'est pas rigoureusement constante. On définit une erreur de transmission ou erreur cinématique par l'écart entre les positions angulaires théorique et réelle de l'arbre de sortie pour une cinématique d'entrée connue.

Il y a différentes échelles des phénomènes et de temps pour lesquelles, la transmission de mouvement peut être considérée comme continue ou comme fluctuante. A ces différentes échelles, sont associés différents types de défauts venant perturber la continuité du mouvement.

## 2. Approche globale de l'engrènement.

Ce paragraphe est une introduction classique aux problèmes dynamiques des engrenages qui permet, en ne tenant compte que de l'aspect géométrique global de l'engrènement, de préciser l'aspect discret de transmission des efforts par obstacles.

En première approximation, la raideur d'un couple de dents en prise peut être considérée comme constante. En effet, bien que les déformations d'une dent soient très différentes lorsque le point de contact passe de la tête de denture au fond de denture, un couple de dents en prise présente globalement une raideur pratiquement constante puisque, lorsque la dent du pignon commence à engrèner (point de contact en tête, déformation maximale), la dent de la roue présente son point de contact en pied de denture (déformation minimale) et vice-versa lorsque ce couple est en fin de prise. Le schéma de la figure F.I.1 présente la chronologie de l'engrènement d'un couple de dents, ainsi que l'évolution de la raideur au cours de l'engrènement, pour un seul couple de dent.

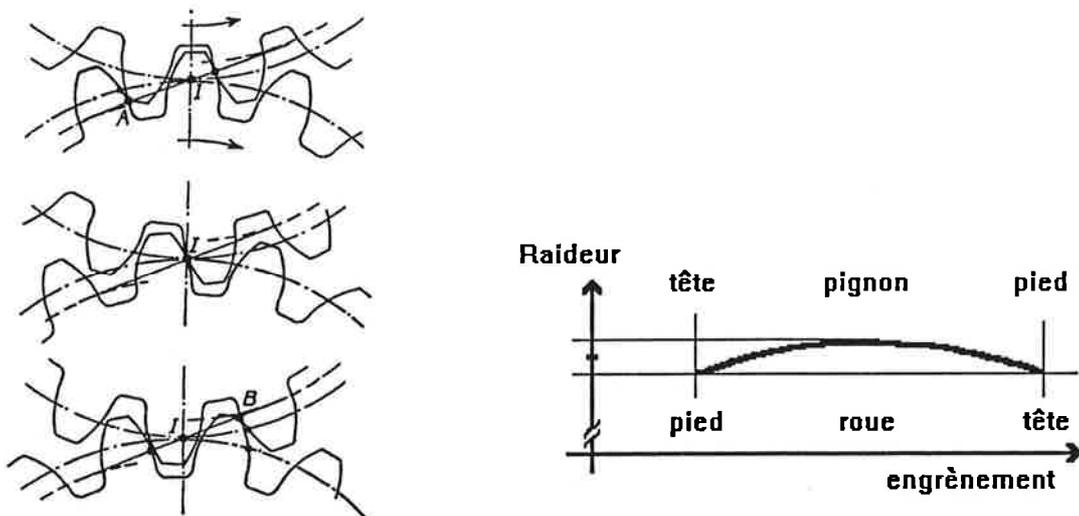


Fig. F.I.1. : Evolution de la raideur au cours de l'engrènement d'une paire de dents.

Il est important de noter que l'ensemble de cette première approche se fait en quasi-statique, avec une charge constante au cours du temps.

### 2.1. Cas des engrenages cylindriques droits.

Le cas des engrenages droits est simple puisque la dimension de l'engrenage dans la direction de son axe de révolution n'est pas prise en compte. Ainsi, les caractéristiques géométriques sont définies dans le plan perpendiculaire à l'axe de l'engrenage. Dans ce plan, la longueur théorique de la ligne d'action active est définie par l'intersection de la droite tangente aux deux cercles de base et des cercles de tête de chaque roue. Cette longueur est notée  $L_{th}$  et est représentée sur la figure F.I.2. :

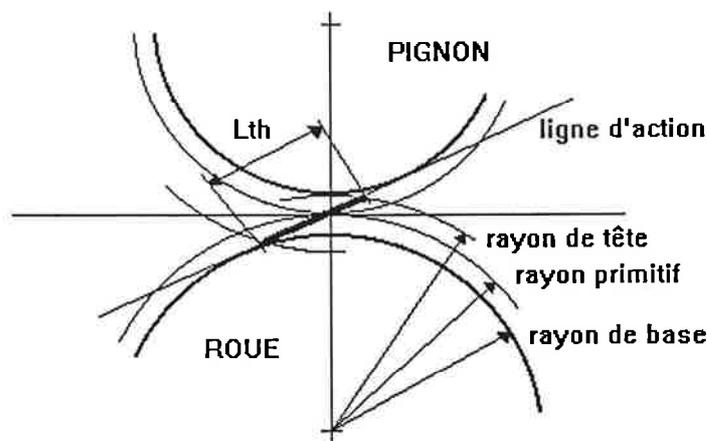


Fig. F.I.2. : Définition de la longueur théorique de la ligne d'action.

On définit un rapport de conduite théorique comme le rapport de cette longueur par le pas de base et il s'écrit :

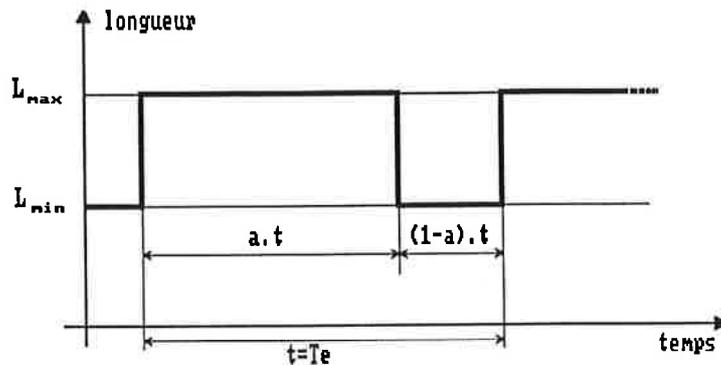
$$\varepsilon_{\alpha th} = L_{th} / P_b = A + a$$

A étant un nombre entier et  
a une fraction décimale.

Ce rapport de conduite représente le nombre moyen de dents "actives" ou présentes dans l'engrènement. Ce rapport peut se traduire au niveau global de l'engrènement par le fait que la zone de contact verra tantôt A paires de dents en prise, tantôt A+1 paires en prise. La condition de continuité d'engrènement se résume au fait que ce rapport doit être supérieur à l'unité.

... / La longueur active totale sera donc exprimée par le produit de la largeur de l'engrenage notée b par le nombre de paires de dents en prise. En

considérant que la charge transmise se répartit également sur cette longueur, on voit ainsi l'évolution au cours du temps de la raideur globale de l'engrènement. Sur la figure F.I.3. sont représentées toutes les caractéristiques de l'évolution au cours du temps de cette longueur active totale, ou de la raideur globale.



- A = nombre minimum théorique de dents "actives" simultanément
- b = largeur de la denture
- $L_{min} = A.b$
- $L_{max} = (A + 1).b$
- $A + a$  = nombre moyen théorique de dents "actives"

Fig. F.I.3. : Evolution de la longueur de la ligne d'action au cours du temps.

Cette étude simplifiée montre l'évolution en créneau de la raideur globale de l'engrènement au cours du temps. Cette raideur sera évidemment constante dans le cas où  $\varepsilon_{\alpha th}$  est entier et supérieur à 1, c'est-à-dire dans le cas où a est nul.

## 2.2. Cas des engrenages cylindriques hélicoïdaux.

Les équations écrites dans le plan transverse des engrenages droits restent valables dans le cas des engrenages hélicoïdaux, mais l'introduction d'un angle d'hélice implique la prise en compte de paramètres supplémentaires relatifs à la direction de l'axe de l'engrenage. En particulier, le facteur de recouvrement est défini comme le rapport de la largeur de denture  $b$  par le pas axial noté  $P_x$ . La zone de contact est définie dans le plan d'action par un rectangle ayant comme dimensions la largeur de la denture et la longueur de la ligne d'action active. Sur la figure F.I.4. les traces des lignes de contact sont

inclinées de l'angle d'hélice. Le nombre moyen de paires de dents en prise est donné par le produit des rapports de conduite et de recouvrement.

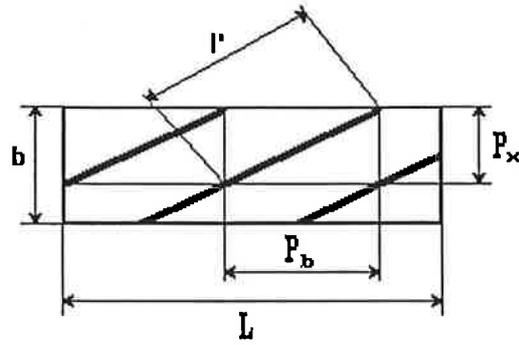


Fig. F.I.4. : Traces des lignes de contact dans le plan d'action.

La détermination de la variation de longueur active totale nécessite une petite simulation représentée sur la figure F.I.5. afin d'en faciliter la compréhension.

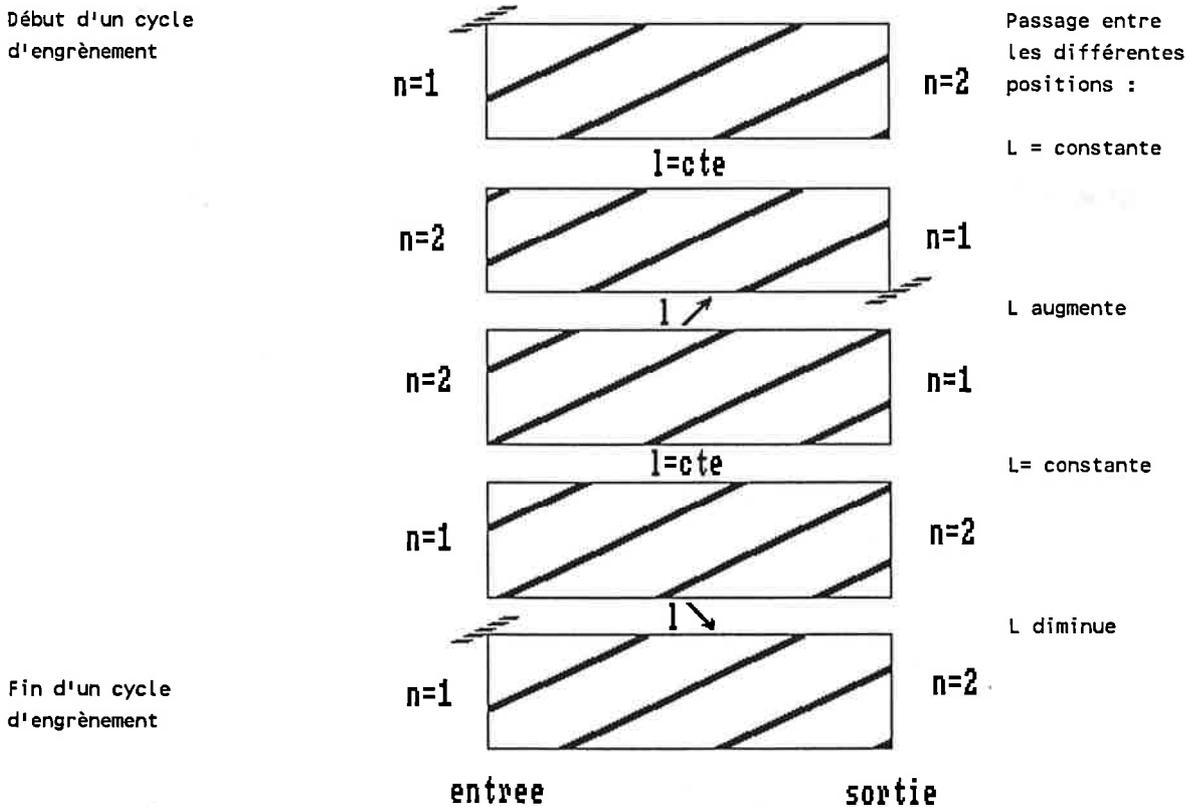
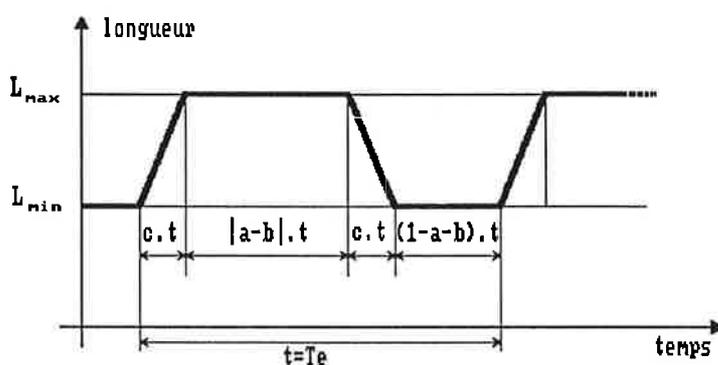


Fig. I.5. : Visualisation de l'évolution des lignes de contact (n = nombre de dents à l'entrée et à la sortie).

Cette figure représente l'évolution théorique des traces des lignes de contact au cours de l'engrènement, le côté gauche du rectangle figurant l'entrée dans le plan d'action (sortie à droite). La variation de longueur est définie par comparaison de deux états. A chaque situation, sont représentés le nombre de dents à l'entrée (correspondant à une augmentation linéaire de la longueur active totale), le nombre de dents à la sortie (diminution linéaire de cette longueur), ainsi que l'évolution de la longueur active entre chaque position. Cette évolution est reportée sur le graphe de la figure F.I.6. et les longueurs maximale et minimale sont définies par :



rapport de conduite :  $\varepsilon_{\alpha th} = L/P_b = A + a$

rapport de recouvrement :  $\varepsilon_{\beta th} = l/P_x = B + b$

longueur de base :  $l' = (P_b^2 + P_x^2)^{1/2}$

si  $(a+b) > 1$  :  $L_{max} = (A.B + A.b + a.B + c) * l'$

si  $(a+b) > 1$  :  $L_{min} = (A.B + A.b + a.B + (a+b-1)) * l'$

si  $(a+b) < 1$  :  $L_{min} = (A.B + A.b + a.B) * l'$

avec A et B entiers,  
a et b fractions décimales,  
et c plus petit de a et b.

Fig. F.I.6. : Evolution de la longueur de la ligne d'action pour un engrènement hélicoïdal.

Cette variation théorique de longueur active totale permet donc avec la modélisation retenue d'avoir une première appréciation de la variation de raideur au cours du temps. Pour un engrènement hélicoïdal, cette variation sera nulle si

$$L_{\max} = L_{\min}$$

soit, si  $(a + b) > 1$ ,  $a = 1$  ou  $b = 1$ ,  
si  $(a + b) < 1$ ,  $a = 0$  ou  $b = 0$ .

En résumé, il faut que l'un ou l'autre des rapports de conduite ou de recouvrement soit un nombre entier, ce qui laisse un degré de liberté de conception de plus que dans le cas des engrenages droits. D'autre part, les variations de la raideur globale permettront plus de possibilités de conception. En effet, la différence entre la longueur maximale et minimale est due uniquement à la plus petite valeur de  $a$  et  $b$ , cette différence peut être plus facilement minimisée que dans le cas des engrenages droits où elle est égale à l'unité si le rapport de conduite n'est pas entier.

### 2.3. Conclusion.

Cette première approche globale permet de cerner deux éléments importants dans le fonctionnement de l'engrènement :

- l'évolution de la longueur active totale, et donc de la raideur globale, entre deux valeurs limites (en quasi-statique),
- un aspect périodique correspondant au passage successif des dents dans la zone active.

Par ailleurs, cette approche montre clairement la différence entre les engrenages droits et hélicoïdaux. Elle introduit également l'évolution de la raideur au cours du temps, qui suggère l'existence de phénomènes dynamiques.

### 3. Modélisation du comportement des engrenages et des systèmes à engrenages.

De nombreux auteurs ont développé des modèles plus ou moins complexes de comportement dynamique d'engrenages, des trains épicycloïdaux ou de boîtes de transmission complètes. Ces modèles donnent un support mathématique et scientifique explicatif concordant avec les hypothèses avancées par les auteurs, mais ne traitent généralement que quelques paramètres influents, paramètres directement liés à la géométrie des engrenages. En essayant d'intégrer la modélisation de plusieurs influences, les

auteurs se retrouvent devant des modèles de plus en plus complexes qui mettent très difficilement en lumière les détails du comportement.

Rappelons ici les travaux de Mark [65] qui, dans un premier temps, a retrouvé les principales composantes du comportement vibratoire générées par un couple d'engrenages en modélisant l'erreur de transmission statique, en la décomposant en une valeur moyenne due à la déformation élastique des dents et à l'erreur de pas moyenne, et en une valeur aléatoire due aux erreurs géométriques de l'engrenage. Cet état vibratoire est décomposé sur une série de Fourier. Ceci permet de retrouver les fréquences classiques de rotation des arbres, d'engrènement et les effets de bandes latérales. L'effet de bandes latérales, généralement visible sur un spectre à raies fines et caractérisé par l'apparition de raies autour des raies harmoniques de l'engrènement, est généralement associé à une modulation d'amplitude. Dans une deuxième publication [66], le même auteur propose de regrouper les différentes erreurs sous la forme d'un produit de deux polynômes de Legendre dépendant de deux variables géométriques représentant les deux directions du plan d'action d'un engrenage hélicoïdal. Le degré de chaque polynôme est caractéristique d'une erreur de fabrication et le coefficient de ce polynôme représente l'amplitude de cette erreur. Ainsi, le terme de degré zéro suivant les deux variables géométriques représente l'écart de position entre deux dents, le terme de degré zéro suivant la largeur de denture et de degré 1 suivant le profil sera représentatif de l'écart d'inclinaison du profil. Il arrive à la conclusion que l'on peut définir un rapport de conduite généralisé, égal au produit du rapport de conduite et du rapport de recouvrement dans le cas des engrenages hélicoïdaux, ou simplement égal au rapport de conduite dans le cas des engrenages droits. Ce rapport généralisé est le facteur déterminant, en première approximation, sur les phénomènes de bruit et de vibrations des engrenages pour son modèle. Dans ces deux modèles, l'auteur arrive à la conclusion que les écarts de positionnement moyen des profils et les déformations dues au chargement sont générateurs de raies aux différents harmoniques de la raie d'engrènement. Par contre, les écarts caractéristiques de chaque dent provoquent l'apparition de raies latérales entourant les raies harmoniques.

Kholer et Regan [59] ont montré que ce modèle proposé par Mark n'était pas valable pour deux raisons distinctes. D'une part, la durée d'engrènement d'une dent varie avec l'erreur de pas individuelle. Ainsi, si une dent est en avance par rapport à sa position théorique (erreur de pas positive) elle sera

active plus tôt et donc plus longtemps. D'autre part, l'entrée dans la zone active peut se faire en dehors du profil théorique, ce qui modifiera l'erreur de transmission. Ces deux remarques vont donc conditionner l'allure de l'erreur de transmission statique. Les auteurs soulignent par ailleurs l'aspect non linéaire du procédé de composition de l'erreur de transmission statique à partir d'erreurs élémentaires. Ainsi, il apparaît que plusieurs ensembles d'erreurs élémentaires distinctes peuvent conduire à une seule et même erreur de transmission statique. Ils concluent que la combinaison d'erreurs élémentaires aboutissant à une erreur de transmission statique est non-linéaire et qu'il est donc illusoire de déterminer le spectre de cette erreur cinématique sous forme de spectres issus d'erreurs élémentaires. Selon eux, cet aspect non-linéaire est encore plus complexe pour des engrenages hélicoïdaux.

Welbourn [100] propose de modéliser les erreurs classiques (excentricité, erreur de pas, de profil, d'angle d'hélice,...) par leurs composantes périodiques théoriques, soit en termes déterministes pour l'excentricité, soit en termes aléatoires statistiques pour les erreurs. Le recalage de ces modèles est effectué en reprenant des résultats expérimentaux issus de la littérature. La comparaison de modèle proposé, en ne tenant compte que des erreurs de pas adjacent, avec des résultats expérimentaux sur un lot de six ensembles d'engrenages de turbines identiques, montre une bonne concordance sur la répartition spectrale. Ce modèle reste somme toute sommaire (analyse spectrale en octave) et n'a été validé que sur ce cas précis d'engrenages. Cette étude ne semble pas pouvoir devenir une généralisation de cette modélisation des défauts pris en compte. L'auteur remarque par ailleurs que l'attention portée sur les erreurs de profil est parfois démesurée par rapport à l'excentricité au diamètre de base.

Dans une autre publication [101], l'auteur fait un résumé de l'ensemble des contributions intéressantes se rapportant au bruit d'engrènement et à l'erreur cinématique, et définit l'ensemble des influences de paramètres divers. Cette liste exhaustive n'est qu'un recensement de constats qui n'aboutissent qu'à une compréhension partielle des phénomènes liés à la génération du bruit d'engrènement. Cet article ne présente que l'intérêt d'une indication des tendances principales, sans entrer dans des détails explicatifs.

Enfin, il faut signaler les travaux de Salzar [87] qui propose un modèle analogique d'une boîte de transmission de voiture automobile, prenant en compte principalement les erreurs classiques de profil, de pas, mais aussi les

erreurs de fabrication. Ce modèle prend en compte douze degrés de liberté, (8 latéraux et 4 en torsion) sur deux lignes d'arbre caractéristiques d'une boîte de vitesse, par l'intermédiaire d'amplificateurs électroniques. L'entrée du système est une erreur de transmission statique typique, simulée sous la forme d'un signal électrique qui, par l'intermédiaire du modèle analogique, permet d'obtenir une simulation du bruit rayonné. Les résultats obtenus mettent l'accent sur le fait que les erreurs de pas ont une influence non négligeable sur le bruit d'engrènement.

D'autres auteurs proposent des modèles dynamiques "simplifiés" (Kiyono [58] par exemple) permettant de tenir compte des arbres et de leurs effets sur le comportement dynamique des systèmes comprenant des trains d'engrenages. Ces simulations numériques tiennent compte de phénomènes liés à l'environnement global de l'engrenage qui est principalement considéré comme la source d'excitation du système. Ces modèles ne peuvent pas intégrer des paramètres à une échelle plus fine comme la plupart des erreurs liées à la fabrication.

Ces modèles théoriques permettent d'établir une relation d'implication entre des causes probables et le niveau vibro-acoustique des engrenages. Par contre, il est quasiment impossible de définir un modèle permettant, à partir des effets vibratoires ou acoustiques, de remonter aux causes réelles, vu la complexité du mécanisme et la non-linéarité des phénomènes. Il faut signaler qu'il y a un caractère d'implication évident dans toutes ces modélisations. Ainsi, partant d'un modèle et de conditions aux limites précises, on aboutit à une réponse vibro-acoustique, sur laquelle on démontre l'influence des paramètres du système. A l'opposé, le caractère de causalité est beaucoup moins évident; partant d'un spectre, il est très difficile d'isoler la cause d'un niveau acoustique anormalement élevé, ou l'influence d'un paramètre.

Néanmoins, on remarque deux niveaux d'études distincts:

- le premier, local, correspondant à la géométrie de la dent et de l'engrenage, où apparaissent les principaux défauts de fabrication,
- le second, plus global, correspondant à la dynamique du système support de l'engrenage, où intervient l'environnement proche de la mécanique engrenante.

Enfin, il faut préciser ici que l'erreur cinématique apparaît comme étant le paramètre nécessaire à la modélisation du bruit. Ce paramètre est intermédiaire entre la géométrie (locale ou globale) et le bruit d'engrènement.

#### 4. Etudes expérimentales sur le bruit d'engrènement.

De nombreuses contributions expérimentales montrent que depuis quelques temps, l'aspect vibro-acoustique devient important, à la fois pour le constructeur et pour l'utilisateur de mécanismes de transmission de puissance. Mais cela montre aussi qu'il est actuellement difficile d'avoir un aperçu cohérent sur l'ensemble des influences. Ce paragraphe se propose de détailler les grandes lignes des différentes études issues de la bibliographie [43, 75, 101 et bien d'autres].

Schématiquement, la source du bruit peut provenir de plusieurs causes :

- les chocs entre les dentures :
  - \* soit à l'entrée du contact à cause d'une interférence de matière. La déformation des dents conduit à une modification de la conjugaison des profils,
  - \* soit au cours de l'engrènement à cause des discontinuités de profil et du jeu. Cette cause se caractérise au niveau cinématique par des variations de rotation appelées erreur cinématique,
- les frottements entre les profils de dentures soit en lubrification complète, soit en lubrification mixte,
- la compression d'un fluide (liquide ou gaz) en fond de dent.

Le bruit est ensuite rayonné :

- directement dans l'air environnant à partir de la source (la denture) ou très près (la jante et le voile),
- indirectement par conduction dans les éléments de la machine avec toutes les interactions possibles avec des liaisons cinématiques qui génèrent aussi du bruit et toutes les excitations des éléments supports.

#### 4.1. Influence du profil de denture.

Le profil de denture le plus répandu est celui en développante de cercle. Néanmoins, il existe d'autres profils moins utilisés, par exemple les dentures Novikov ou en profil en double arc-de-cercle. L'intérêt de ces profils réside dans le fait que les dentures présentent ainsi un pied de dent plus large et donc qu'elles peuvent transmettre un effort plus important. Par contre, ces dentures deviennent de moins en moins intéressantes dès que la vitesse augmente, ceci étant dû à leur sensibilité aux variations d'entraxe et aux erreurs de fabrication. Attia [28, 30, 31, 32] a comparé ces profils en arc-de-cercle aux profils classiques en développante du point de vue acoustique. Il montre dans ses études que le profil en développante de cercle est le moins bruyant, suivi par le profil en arc-de-cercle alors que le profil en double arc-de-cercle est le plus bruyant. Cette influence peut être due à deux facteurs importants, caractéristiques de la différence des deux dentures, qui sont :

- une variation de la direction de la ligne d'action,
- des conditions différentes de frottement et de vitesse de glissement au cours de l'engrènement différentes.

L'auteur définit cette notion de "plus bruyant" par comparaison du niveau sonore total (contribution de toutes les fréquences) et ceci en faisant varier les conditions de charge et de vitesse. D'autre part, le profil en développante semble être moins sensible aux variations de charge et de vitesse vis-à-vis du bruit d'engrènement. L'auteur attribue cela au fait que le contact pour un profil en développante se fait sur une ligne alors que pour les dentures Novikov, il se fait suivant une petite zone de portée, à cause de la denture hélicoïdale.

Par ailleurs, Attia a montré que la cartographie du bruit rayonné par un couple d'engrenages ayant un profil en double arc-de-cercle était plus uniforme que pour les profils en développante de cercle. Les dentures à développante donnent une réponse présentant quatre lobes caractéristiques, symétriques, orientés suivant une direction représentée par le vecteur normal au plan de contact des dentures (orienté par l'angle d'hélice et l'angle de pression). Le plan d'action est imposé par la géométrie globale et fixe au cours du temps. Par contre, on peut expliquer une cartographie plus uniforme avec les engrenages à arc-de-cercle par le fait que la ligne d'action varie sans cesse avec l'engrènement.

#### 4.2. Influence du rapport de recouvrement.

L'un des facteurs les plus importants dans la réduction du bruit d'engrènement est certainement le rapport de recouvrement représenté par l'angle d'hélice. Cette influence a été montrée expérimentalement par plusieurs auteurs [27, 28, 43, 74, 98], faisant eux-même références à d'autres auteurs plus anciens. La figure F.I.7. montre que le rapport de recouvrement peut diminuer le niveau sonore jusqu'à 25 dB sur des boîtes de transmission automobiles.

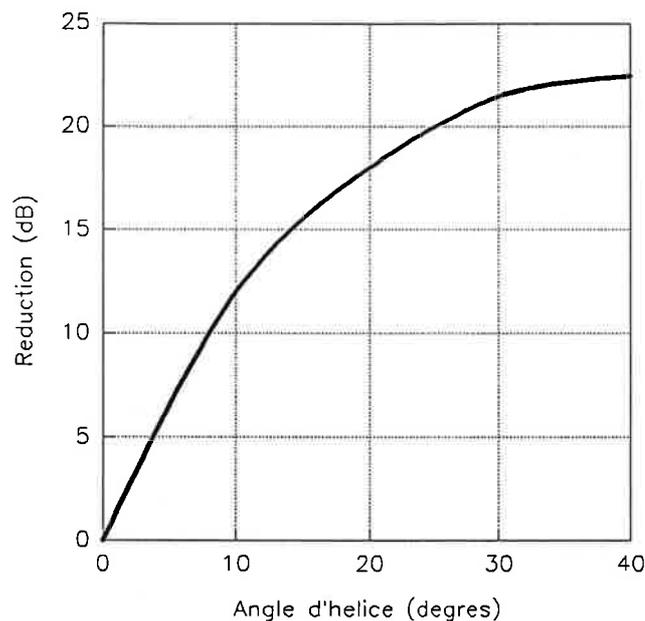


Fig. F.I.7. : Réduction du bruit d'engrènement avec l'angle d'hélice ou le rapport de recouvrement (boîtes de transmission automobiles).

Les valeurs maximales d'angle d'hélice sont généralement conditionnées par deux problèmes qui sont le taillage des engrenages (pour un angle d'hélice supérieur à 30°, tailler un engrenage est quasiment impossible) et les problèmes de fonctionnement liés au renvoi des efforts transversaux en efforts axiaux importants.

Rappelons ici l'étude de Umezawa [96] qui montre que les engrenages peuvent être regroupés suivant trois grandes catégories définies par les caractéristiques de rapport de conduite et de recouvrement dans le plan de représentation rapport de conduite-rapport de recouvrement. Toutes ces études

sont en bonne corrélation avec l'étude géométrique primaire développée précédemment.

#### 4.3. Influence du rapport de conduite.

Apparemment ce facteur est important, mais aucune description précise ne ressort de cette analyse bibliographique. Ce facteur ne fait pas l'unanimité dans l'ensemble de la littérature. Ainsi, Welbourn note dans [101] que le rapport de conduite n'a pas d'effet en tant que tel. Par contre, Mitchell dans [75] indique que les réductions de bruit apportées par une augmentation de ce rapport peuvent aller jusqu'à 7dB. Il indique par ailleurs, que si un rapport faible est nécessaire, il est préférable de choisir la valeur entière de 2,0.

Ces indications restent très vagues mais il semble que la première approche géométrique proposée dans le paragraphe précédent soit aussi en accord avec Mitchell [75].

#### 4.4. Influence des corrections de denture (géométrie globale).

Les corrections de dentures consistent généralement à effectuer des corrections de tête de profil et des corrections de bombé. Les corrections de tête ont pour but d'éviter l'apparition d'interférences de matière en cours de fonctionnement. Les corrections de bombé permettent une meilleure répartition de charge sur la largeur de la denture. Ces corrections sont aussi connues pour améliorer la qualité acoustique comme le montre la figure F.I.8. pour les corrections de tête. Mais Drago [43] montre que ces corrections de tête ne doivent pas dépasser une valeur limite sous peine de réduire le rapport de conduite de l'engrenage. Attia [30] a montré que les corrections de bombé apportaient une réduction du bruit pour les différents profils qu'il a étudié (développante de cercle, arc-de-cercle, double arc-de-cercle). Soutoul [91] a étudié l'influence de ces corrections sur l'erreur cinématique avec des engrenages à profil en développante de cercle. Il montre que ces corrections améliorent la continuité du mouvement, et que l'on peut trouver des corrections optimales à apporter sur un engrenage, pour un couple de fonctionnement défini.

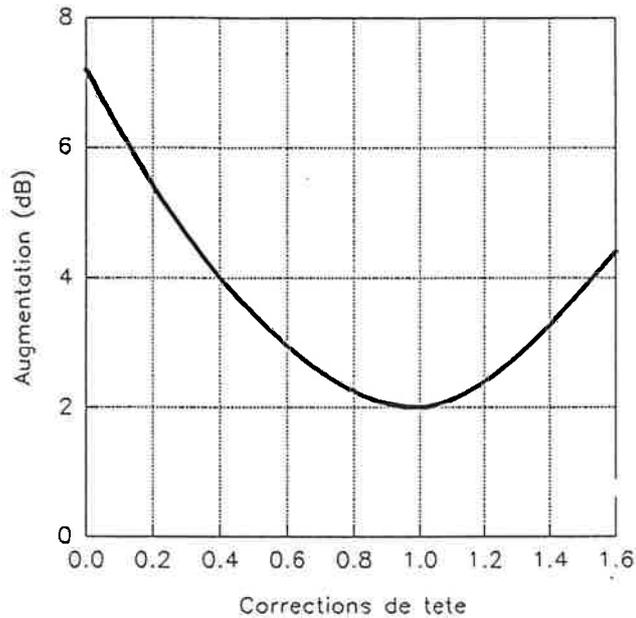


Fig. F.I.8. Réduction du bruit d'engrènement avec les corrections de denture (en  $\mu\text{m}$ ).

#### 4.5. Influence de la qualité de profil (géométrie locale).

La qualité de profil est définie par l'écart entre le profil réel et le profil théorique. Cette qualité aura pour effet de réduire le bruit d'engrènement mais aussi de réduire l'influence de la vitesse sur ce bruit. Cette qualité est définie à l'aide des paramètres spécifiques qui permettent de définir des classes normalisées de qualité d'engrenages (AGMA). Parmi ces paramètres, l'erreur de profil peut conduire à une augmentation du niveau sonore global de 10 dB selon [43] et [75], pour des précisions variant de  $5 \cdot 10^{-6}$  à  $20 \cdot 10^{-6}$  m (voir fig. F.I.9.).

- 1 : qualité AGMA 11
- 2 : qualité AGMA 13
- 3 : qualité AGMA  
non listée

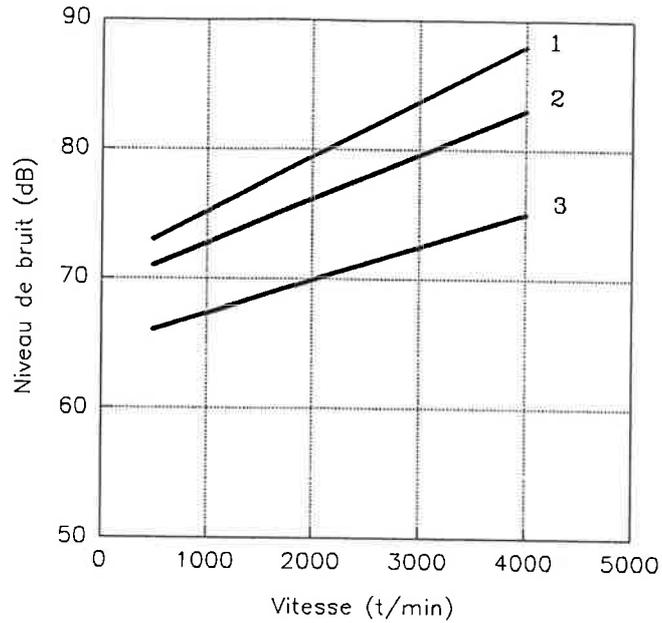


Fig. F.I.9. : Influence de la qualité du profil  
Evolution du bruit d'engrènement avec la vitesse.

Par ailleurs, la qualité de l'usinage ou l'état de surface permettent de réduire le bruit si un certain soin est apporté au taillage des dentures. Des améliorations de 5 dB sont réalisables en passant d'un taillage normal, grossier, à une rectification à l'aide de meules spéciales et précises (voir fig. F.I.10.).

- 1:rectifié finement
- 2:rectifié
- 4:poli
- 9:taille normale

charge par unité  
de largeur :

- a:1875 lb/in
- b:1325 lb/in
- c:662 lb/in

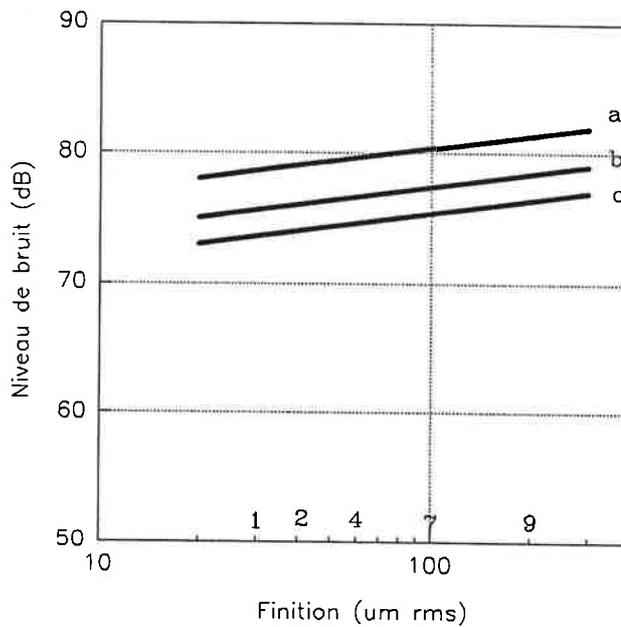


Fig. F.I.10. : Influence de l'état de surface  
pour différentes charges et une vitesse de 1500 t/min.

Généralement, le bruit généré est un bruit blanc large bande, mais sur des taillages non rectifiés, on peut retrouver des effets dûs aux caractéristiques cinématiques et fréquentielles de la machine à tailler (raie fantôme, voir Randall [85]).

L'amélioration des qualités de surface a exigé le développement des techniques de contrôle et a ainsi contribué au resserrement de toutes les tolérances sur les côtes caractérisant les engrenages. Cet effet indirect est peut-être la cause d'une réduction de bruit.

Enfin, une diminution de l'erreur de pas, caractérisée par la différence de position entre deux dents successives, permet de réduire sensiblement le niveau sonore global d'un couple d'engrenages (voir fig. F.I.11.). Il paraît raisonnable de penser que cette erreur de fabrication entraîne des répartitions de charges irrégulières au cours de l'engrènement qui agissent sur le niveau de bruit [20].

- a: qualité AGMA 6
- b: qualité AGMA 7
- c: qualité AGMA 12

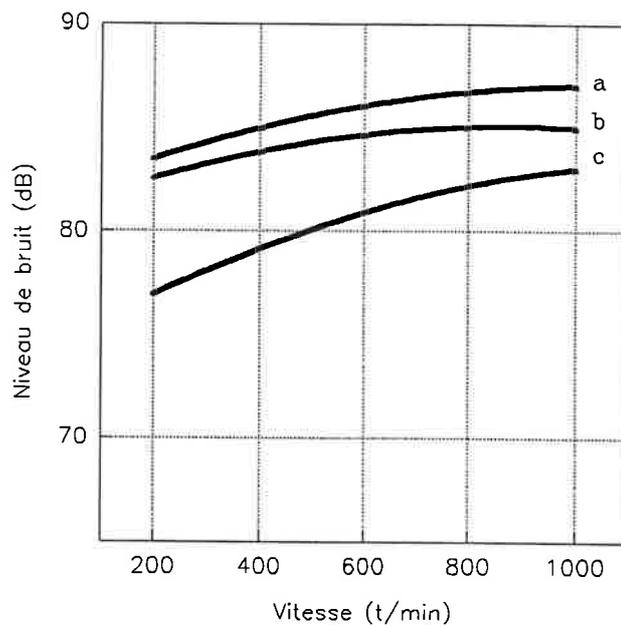


Fig. F.I.11. : Influence de l'erreur de pas sur le bruit d'engrènement en fonction de la vitesse.

#### 4.6. Influence du désalignement des axes de rotation.

Le désalignement est un paramètre géométrique qui conditionne le contact des dents. Les grandes valeurs du désalignement peuvent entraîner un dysfonctionnement ou la rupture du mécanisme ou des dentures. Par contre pour des valeurs raisonnables sur la figure F.I.12., on peut remarquer que le couplage entre le désalignement et la charge est important, ceci étant dû aux déformations par flexion des dents, dépendantes de la zone de contact et de la charge.

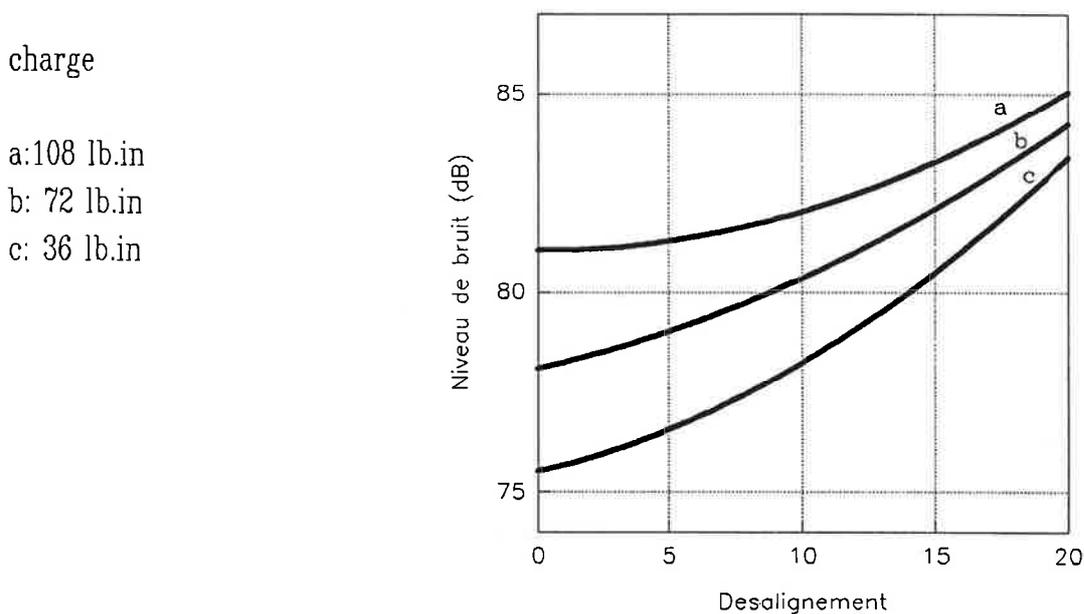


Fig. F.I.12. : Influence du désalignement pour trois charges.

Globalement, le désalignement peut introduire des augmentations de bruit de 5 dB pour des faibles charges, ces variations étant plus faibles pour des charges importantes.

Les travaux de Umezawa [96] ont montré l'importance du parallélisme sur le comportement vibratoire des dentures hélicoïdales. D'autre part, l'auteur montre qu'un défaut d'alignement dans le plan des deux arbres est moins pénalisant qu'un désalignement dans un plan perpendiculaire (par comparaison de spectres).

#### 4.7. Influence de la puissance transmise.

En considérant le bruit comme un rendement du mécanisme (couple d'engrenages, boîte de transmission), il est clair que la variation du niveau sonore global sera directement proportionnelle à la variation de puissance transmise. Ce fait est reconnu et établi par un grand nombre d'auteurs pour une approche au premier ordre. Cette approximation globale est classique. Par contre, lorsque la puissance est décomposée en un couple transmis et une vitesse de rotation, cette influence globale n'est retrouvée :

- pour la vitesse, qu'avec des engrenages de bonne qualité et pour une plage de vitesse allant de 500 à 2000 t/min (Attia [27], Mitchell [75]).
- pour le couple, qu'avec des vitesses linéaires supérieures à  $10 \text{ m.s}^{-1}$ .

Il apparait donc que le couplage couple transmis et vitesse de rotation est important sur l'évolution du bruit rayonné en fonction de la puissance transmise ( fig. F.I.13.).

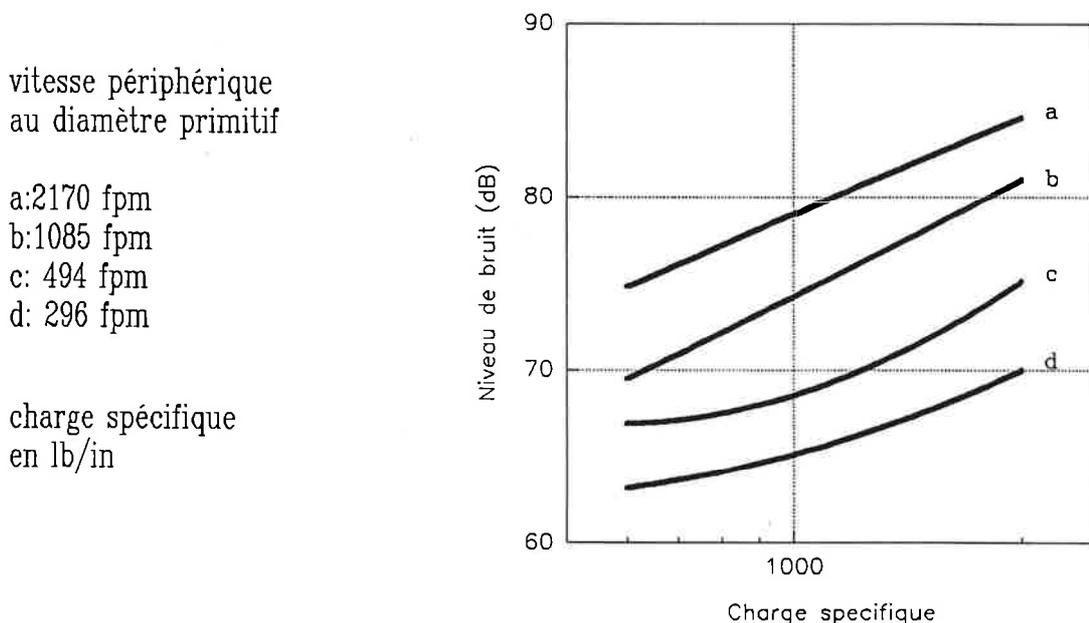


Fig. F.I.13. : Influence du couple sur le bruit d'engrènement pour différentes vitesses de rotation.

D'autre part, Attia [26] et d'autres auteurs cités en références dans [26] ont montré que la charge dynamique mesurée sur une dent d'engrenage droit

pouvait avoir des allures très différentes en fonction de la charge, de la vitesse et de la géométrie. Cette charge dynamique présente par ailleurs des pics très marqués qui remettent en question les principaux résultats obtenus en statique. Cette charge dynamique a été mesurée par Attia sur une dent et il apparaît qu'elle est très différente de la charge statique généralement utilisée dans les modèles de résistance. Cette remarque met par ailleurs en évidence le fait que les phénomènes dynamiques peuvent devenir prépondérants et modifier complètement le comportement de la dent et donc du mécanisme.

### **5. Conclusion.**

D'autres paramètres et d'autres phénomènes physiques peuvent intervenir de façon non négligeable sur le bruit rayonné par un couple d'engrenages ou par une boîte de transmission. Ces éléments dépendent généralement de l'environnement mécanique proche et on peut citer par exemple le jeu, qui s'il est excessif ou trop faible génère davantage de bruit, ou les effets d'éjections d'air lorsque les vitesses linéaires sont importantes. L'environnement de conception comme le carter, les arbres et les paliers ont eux aussi une importance non négligeable sur le comportement vibro-acoustiques des engrenages. Ces phénomènes ne doivent pas être perdus de vue, mais ils ne font pas a priori l'objet de cette étude, ils n'ont donc pas été présentés en détail.

Les paramètres répertoriés dans la littérature comme influents sur le bruit peuvent être classés en deux catégories : initiaux et de fonctionnement. Les paramètres initiaux sont principalement des caractéristiques géométriques et peuvent être listés sous la forme suivante :

conception	[ rapport de conduite rapport de recouvrement profil et épaisseur de denture jeu théorique d'engrènement corrections de denture (profil, bombé)
fabrication	[ macro-géométrie : - erreur d'excentricité - erreur de profil - erreur de pas micro-géométrie : -état de surface
montage	[ jeux de montage tolérances sur les entraxes alignement des axes excentricité

Ces différents paramètres géométriques peuvent en partie se résumer dans la connaissance de l'erreur cinématique ou erreur de transmission statique définie comme l'écart entre les positions réelles et théoriques de la roue menée.

Beaucoup d'études expérimentales ont été menées avec des moyens d'analyse classiques, et aboutissent pour la plupart à des conclusions à caractère global, sur des tendances générales. L'évolution des caractéristiques géométriques au cours du fonctionnement n'est jamais précisée.

Par ailleurs, les conditions de fonctionnement en couple et en vitesse sont généralement différentes des conditions d'utilisation réelles dans le cas d'études sur les couples d'engrenages (montage en boucle fermée, ou fonctionnement dans des plages de vitesse et de couple faibles).

Les paramètres de fonctionnement sont principalement le couple et la vitesse de rotation. En particulier, la vitesse a une influence indirecte sur des paramètres dynamiques tels que l'inertie, les balourds et tous les phénomènes liés au comportement dynamique de la structure. Il en est de même avec le couple qui va modifier la géométrie globale et locale initiale en cours de fonctionnement.

.. Ces deux paramètres vont donc avoir une importance non négligeable par la modification de la géométrie initiale. Enfin, il est absolument nécessaire de

distinguer les régimes transitoires et établis. La plupart des études d'influence sur le bruit d'engrènement sont effectuées en régime permanent.

L'objectif de cette étude est de définir de façon expérimentale l'ensemble des paramètres géométriques ou de fonctionnement qui vont gouverner l'émission acoustique d'un engrènement. Pour cela, des moyens d'essais, des outils de traitement du signal, et des outils statistiques de traitement des données ont été développés et mis en oeuvre tout au long de cette étude afin d'améliorer notre perception du bruit d'engrènement et des mécanismes qui le gouvernent. En particulier, la Transformée en Ondelettes Rapide répond à un souci de mise en évidence de comportements ou de phénomènes physiques masqués par l'analyse spectrale classique.

Le chapitre II sera consacré à la description des moyens d'essais, qu'ils soient mécaniques avec un banc d'engrènement en boucle ouverte, ou de mesures avec la mise en place d'une chaîne de conditionnement et d'acquisition dans un environnement micro-informatique. Ces moyens d'essais sont nécessaires à l'approche que nous voulons développer, puisque la modélisation du bruit d'engrènement en fonction des paramètres géométriques ou de fonctionnement est trop complexe pour pouvoir prendre en compte la majeure partie des influences significatives.

Le chapitre suivant développera les techniques de traitement du signal utilisées. Après un rappel des techniques classiques, basés sur la Transformée de Fourier, une nouvelle technique de représentation temps-fréquence sera exposée de manière didactique. Les compléments plus mathématiques sur cette Transformée en Ondelettes Rapide sont présentés en annexe N°1. Le développement de ce nouvel outil a nécessité des travaux importants sur le plan mathématique et théorique, ainsi qu'une mise en oeuvre informatique importante. Enfin, les techniques de traitement statistique des données sont exposées à la fin de ce chapitre.

Le chapitre IV contient les différents résultats obtenus en utilisant les techniques classiques de traitement du signal et les analyses statistiques des données. Les résultats seront présentés sous forme de courbes de comparaison entre deux conditions différentes, et cela en fonction des conditions de fonctionnement et d'un paramètre géométrique.

Le dernier chapitre développera les résultats obtenus grâce à la Transformée en Ondelettes Rapide, et les perspectives de cette nouvelle technique, appliquée à l'étude du bruit d'engrènement, et plus généralement comme outil de traitement du signal.

## CHAPITRE II : LES MOYENS D'ESSAIS

Ce chapitre présente l'ensemble du dispositif expérimental conçu et mis au point au cours de cette étude. Il comprend le banc d'essais ainsi que la chaîne d'acquisition de données. Globalement, ce dispositif est capable de reproduire et de simuler des conditions de fonctionnement d'un couple d'engrenages, proches de la réalité d'utilisation (en puissance en particulier). Par ailleurs, il doit limiter, autant que faire se peut, les interactions avec les éprouvettes d'essais afin d'isoler le mieux possible les seuls effets dus à l'engrènement et permettre une bonne reproductibilité des essais.

### 1. Descriptif du banc d'essais.

#### 1.1. Environnement et fonctionnement.

Schématiquement, ce banc d'essais est constitué de deux lignes d'arbres rigides reliées cinématiquement entre elles par les engrenages d'essais. Ceci constitue une boucle cinématique ouverte. Ces deux lignes d'arbre sont entraînées en rotation par un moteur électrique asservi en vitesse, et freinées par un moteur électrique frein asservi en couple. Ce choix délibéré pour un montage en boucle ouverte a été dicté par un souci de possibilités de mesures de positions angulaires, de précision dans ces mesures et d'élimination de systèmes de reports ou de renvois générateurs de perturbations, surtout vibratoires. En effet, dans les systèmes d'engrènement en boucle fermée, il existe toujours des perturbations introduites par le mécanisme de transmission en retour. Les perturbations sont transmises par voie "solidienne" au système testé. A défaut de constituer un système économique en puissance (monté en boucle fermée), le montage réalisé permet de mieux isoler la source vibro-acoustique que représente un couple d'engrenages, sans introduire de vibrations supplémentaires interagissant sur le système étudié.

Ces deux lignes d'arbre sont montées sur un châssis composite métal-béton par l'intermédiaire de quatre paliers rigides (deux à billes montés près des engrenages et deux à rouleaux montés à l'autre extrémité). Ce châssis est constitué d'une matrice en béton armé et d'une structure métallique. Ce montage composite réalisé permet d'avoir une structure à la fois rigide et amortissante. Elle est isolée du sol par des plots amortisseurs, lui assurant un mode de vibration du type du corps solide à basse fréquence (10 Hz). Cette structure, d'une masse totale de sept tonnes, assure une référence géométrique pour les différents réglages et mesures, mais aussi vibratoire, permettant en particulier de s'affranchir des modes de vibration d'une structure de type treillis.

La figure F.II.1. permet de visualiser l'ensemble schématique du banc d'essais décrit précédemment et les fonctionnalités du banc.

- (M):microphone
- (A1) et (A2):accéléromètres
- (C1) et (C2):codeurs optiques
- (E1) et (E2):engrenages
- (1) et (2):lignes d'arbre
- (3):châssis
- (4):boîtier à huile
- (5):plaque de désalignement
- (6):caisson isolant

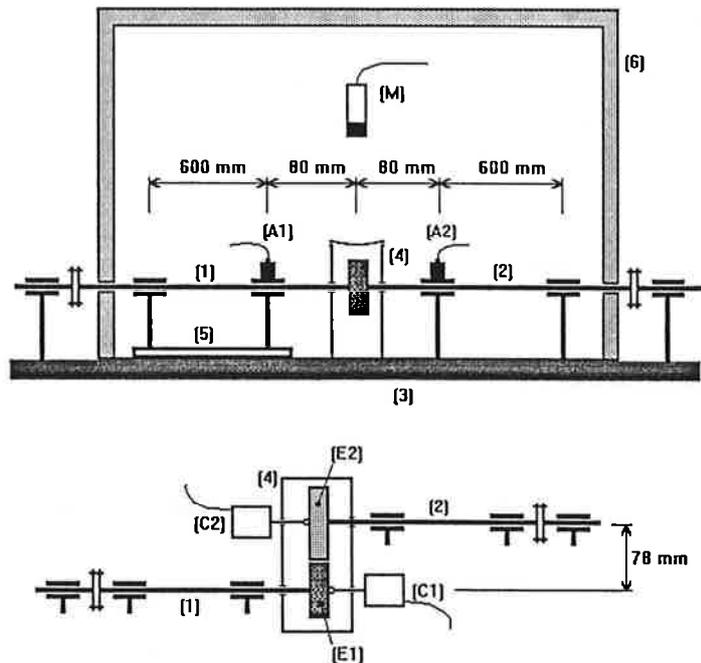


Fig. F.II.1. : Représentation schématique du banc d'essais.

Chaque arbre plein (1) et (2) d'un diamètre moyen de 60 mm et d'une longueur de 680 mm repose sur des paliers à roulement de rigidité moyenne de  $3.10^7$  daN/m. La variation statique d'entraxe au niveau des engrenages d'essais due à la déformation sous charge maximale a été calculée à partir d'une modélisation par éléments finis. Cette variation n'exède pas  $20 \mu\text{m}$ . Les variations de position angulaire des dentures sont très inférieures aux conditions imposées sur la machine. La mesure du faux-rond sur le nez de broche, compte

tenu du jeu dans les roulements et du montage des différents éléments était de 1/100 mm au maximum. Par ailleurs, une première étude dynamique des arbres en torsion-flexion montre que la première fréquence de résonance en flexion est proche d'une vitesse de 4750 t/min. Cette vitesse a été retrouvée lors des essais, et elle est caractérisée par un niveau acoustique et vibratoire légèrement supérieur (pas de mesure faite dans cette zone de vitesse).

Un montage intermédiaire, constitué d'une plaque montée entre les paliers et le socle sur l'un des arbres, permet d'effectuer des désalignements dans deux plans perpendiculaires (vertical perpendiculaire à l'axe de rotation et horizontal). Le montage des paliers sur la seconde ligne d'arbre permet de modifier l'entraxe de fonctionnement des engrenages. Rappelons que chaque ligne d'arbre d'essais est liée cinématiquement à un arbre intermédiaire par un accouplement élastique en flexion et rigide en torsion. D'autre part, la liaison entre ces arbres intermédiaires et les moteurs électriques est assurée par un système de transmission par courroies striées (entraxe de 650 mm), assurant à la fois une multiplication de la vitesse des moteurs électriques et un certain découplage vibratoire entre le moteur et la ligne d'arbre. Les vitesses de rotation des arbres peuvent ainsi atteindre des valeurs de 6000 t/min. La puissance délivrée par les moteurs électriques est de 120 kW, ce qui permet d'obtenir des couples de fonctionnement de 150 Nm.

L'organisation générale et la disposition des différents éléments constitutifs du banc sont présentées sur les photographies de la figure F.II.2. Sur ces figures, on peut noter l'existence de deux armoires électriques de contrôle et d'asservissement des moteurs asynchrones.

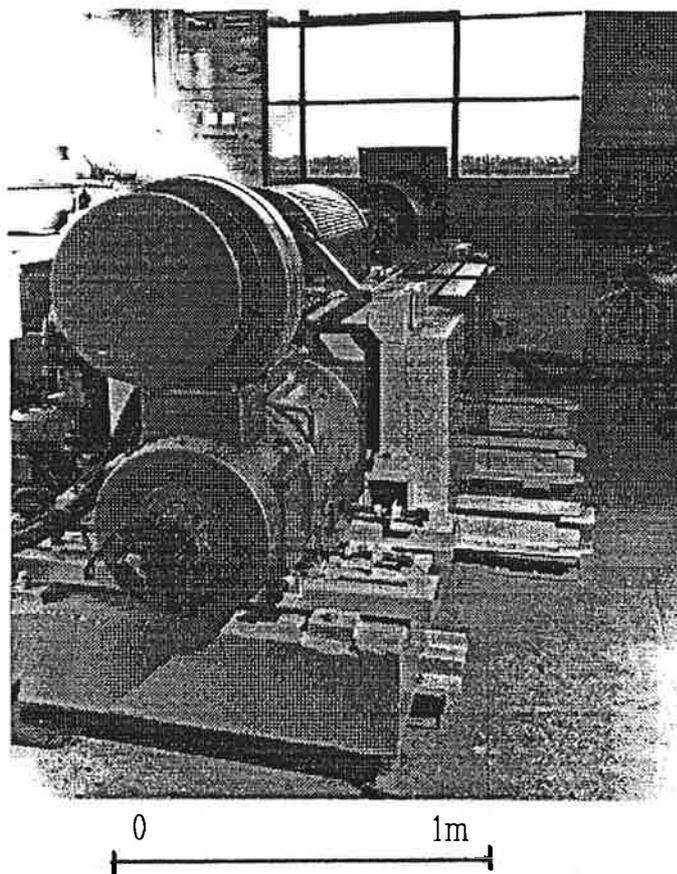


Fig. F.II.2. : Photographie du banc d'essais.  
(caisson isolant enlevé)

L'environnement proche des engrenages est plus complexe. En effet, la position des paliers devait être la plus proche possible des engrenages afin de limiter les déformations des arbres par flexion, ce qui restreint l'encombrement de cette zone active. Cette zone est d'ailleurs délimitée par le boîtier à huile qui confine la lubrification par jet d'huile sur les engrenages. La réponse vibratoire du boîtier a été comparée aux différentes mesures accélérométriques faites sur les différents paliers. Il s'avère que cette structure composée de plaques assemblées avec des joints en caoutchouc présente un amortissement important dans les domaines fréquentiels qui nous intéressent. Globalement, cette structure ne vient pas perturber l'émission acoustique de la mécanique engrenante. Les étanchéités arbre-boîtier sont assurées par des joints plats en caoutchouc, aussi bien pour les arbres de transmission que pour les axes de montage des codeurs optiques.

La partie supérieure du boîtier à huile est constituée d'une membrane plastique non tendue, évitant les projections d'huile tout en altérant le moins possible le signal sonore des engrenages. Cette membrane ne perturbe la transmission du bruit que pour les très basses fréquences ( $< 100$  Hz), cette

perturbation est considérée comme relativement faible vis-à-vis des fréquences mesurées dans l'étude. Dans un souci de sécurité en fonctionnement de la machine et de contrôle, un ensemble de mesures est effectué sur les points sensibles de la machine. Ainsi, deux capteurs accélérométriques positionnés sur chacun des paliers proches des engrenages permettent de surveiller l'état vibratoire des deux arbres, et de prévenir d'un fonctionnement anormal. Ces informations seront utilisées par ailleurs dans une étude ultérieure sur la réponse des paliers à roulement.

Des mesures de températures permettent également de surveiller le fonctionnement des roulements de chaque palier. Ces paliers sont également équipés d'un dispositif de régulation de température assuré par un refroidisseur équipé d'un serpentin d'eau courante. Une mesure sur le circuit de lubrification permet par ailleurs de suivre la température du lubrifiant à son entrée dans la boîte à huile.

La photographie de la figure F.II.3. montre le détail du boîtier à huile et de la zone délimitée par les paliers. L'ensemble des capteurs présentés précédemment, ne fournissent que des indications permettant de surveiller le fonctionnement du banc, afin de détecter d'éventuelles défaillances ou anomalies.

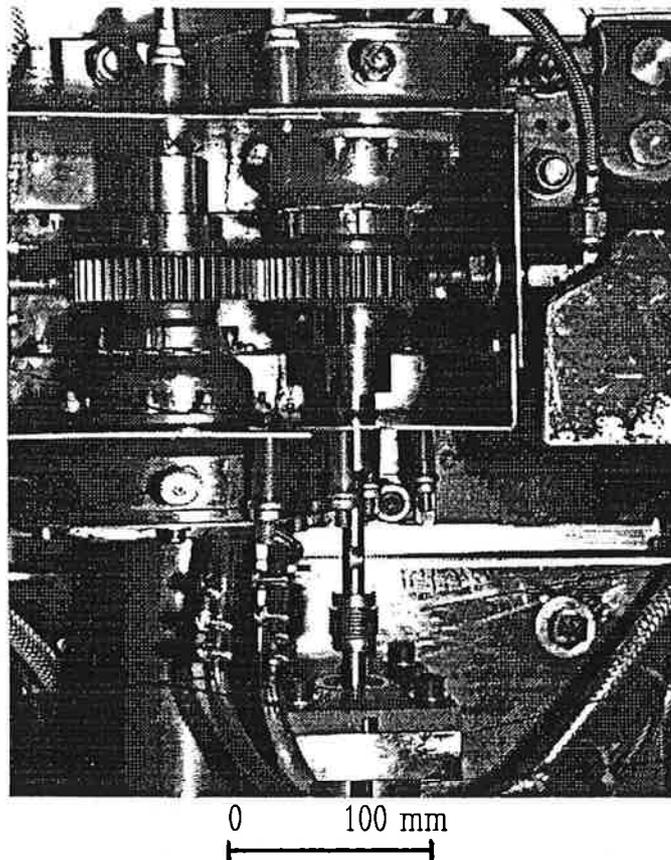


Fig. F.II.3. : Photographie du détail du montage des engrenages et du boîtier.

Enfin, la zone acoustique des engrenages est limitée par un caisson isolant en vue d'améliorer la dynamique du signal. Ce caisson est constitué d'une armature métallique intégrée entre deux couches d'isolant phonique séparées de laine de verre. Les caractéristiques dimensionnelles et acoustiques de ce caisson correspondent à celles d'une chambre sourde ayant une longueur caractéristique d'un mètre. Cette dimension a été imposée par des contraintes pratique d'environnement. Le caisson devait englober la zone active de la mécanique engrenante et l'isoler des moteurs électriques et de la mécanique passive (accouplements, courroies, etc...). Bien que ce caisson isolant ne soit pas parfait au niveau acoustique, il permet d'améliorer le découplage acoustique des engrenages par rapport au reste de la machine. La dimension caractéristique permet de situer l'ordre de grandeur de la fréquence caractéristique de ce caisson. De plus, les parois intérieures de cette structure sont recouvertes de différentes formes en polystyrène afin d'éviter au mieux les phénomènes de réverbération acoustique. Cette chambre sourde est montée sur un treillis métallique indépendant du banc d'essais, directement fixé au sol. L'isolement entre le banc d'essais et ce caisson est assuré par une couche épaisse de laine de verre légèrement comprimée entre les deux structures. Le comportement global de ce montage a été testé et a donné une atténuation des bruits extérieurs (moteurs électriques, paliers des arbres intermédiaires, etc...) d'au moins 20 dB. Par ailleurs, les transmissions par voie "solidienne" de vibrations parasites sont très limitées du fait de la séparation des différentes structures.

### 1.2. Dispositif de mesure et capteurs.

Sur ce dispositif d'essais, d'autres capteurs de mesure permettent d'étudier le comportement des engrenages, et en particulier le bruit d'engrènement.

Un microphone, de type champ libre (Brüel & Kjaer 4165), est placé sur la ligne d'action des engrenages à une distance de 750 mm du point d'engrènement. Il est maintenu par une structure isolée indépendante du banc et du caisson, évitant ainsi tout phénomène de transmission de vibrations. La relative simplicité de la méthode de mesure du bruit par pression acoustique est un choix délibéré de façon à obtenir des indications globales concernant le bruit rayonné par les engrenages d'essais. En effet, le but de notre travail n'était pas de localiser précisément une zone émettrice (on sait ici qu'il s'agit globalement de l'engrenage) mais plutôt de connaître l'évolution d'un signal sonore en fonction de différents paramètres géométriques ou de fonctionnement. Il était

donc raisonnable d'acquérir une information, simple aux yeux de l'acousticien, mais suffisamment informative pour le mécanicien, sans pour cela négliger les précautions classiques relatives aux mesures de bruit.

Les deux signaux issus des capteurs accélérométriques (type ENDEVCO 224C série NB83) ont été également pris en considération pour une analyse plus fine des comportements. Les directions d'accélération retenues sont, d'une part, une direction axiale horizontale, et d'autre part, une direction radiale verticale. Un contrôle sur la forme et la dynamique des signaux a permis de retenir ces deux positions dans un but de diminuer le nombre de signaux retenus. Les critères de sélection de ces deux signaux accélérométriques étaient d'une part d'être représentatifs d'une direction privilégiée de la mécanique engrenante, qu'elle soit droite ou hélicoïdale, et d'autre part, de conserver une information en localisation fréquentielle et un rapport signal sur bruit qui soient les meilleurs possibles. Dans le cadre de ce travail, ces signaux ne servent que de compléments d'information pour vérifier le comportement global du dispositif et de qualifier ainsi les mesures de bruit d'engrènement. Ces signaux accélérométriques seront exploités plus en détail dans une étude ultérieure.

Enfin, deux codeurs optiques (type HEIDENHAIN ROD 420) sont montés en bout de chaque arbre, directement sur les engrenages. Ils permettent de connaître la position et les variations de position angulaire de chaque engrenage en fonction du temps et cela en cours de fonctionnement. Ces codeurs sont de type incrémental, ils sont reliés aux engrenages par un joint homocinétique à soufflet. Ces codeurs optiques permettent d'avoir une bonne précision, une bonne fiabilité et des caractéristiques géométriques permettant d'être facilement intégrés sur le banc. D'autre part, les signaux délivrés par ce type de capteur, sous forme de créneaux, sont particulièrement bien adaptés à la méthode de mesure de l'erreur cinématique mise au point sur ce banc. La roue codeuse de chaque capteur comporte 2048 raies par tour, ce qui représente une discrétisation de 40 et 50 points par dents avec les engrenages testés. La vitesse de rotation maximale est supérieure à 6 000 t/min. Le signal délivré par le codeur monté sur le pignon (le plus petit des deux engrenages) est utilisé dans un premier temps à la fois comme compte-tour et comme signal de synchronisation.

En résumé, le dispositif expérimental permet de contrôler et d'imposer cinq paramètres de fonctionnement, différents des paramètres géométriques des engrenages, qui sont :

- l'entraxe de fonctionnement des engrenages (autour de 78 mm),
- les désalignements horizontal et vertical, limités en amplitude par les possibilités des engrenages, (valeur maximale = 10')
- le couple appliqué variant de 0 à 120 Nm contrôlé par une mesure d'intensité électrique,
- la vitesse de rotation variant de 1000 à 6000 t/min mesurée par l'intermédiaire du codeur optique de l'arbre le plus rapide.

D'autre part, les mesures portent dans un premier temps sur quatre signaux qui sont le top tour, le bruit d'engrènement, et deux signaux accélérométriques issus des deux paliers les plus proches des engrenages.

Un essai est donc défini comme l'enregistrement des quatre signaux énoncés ci-avant pour un fonctionnement du banc d'essais à couple et vitesse constants.

## **2. Acquisition et stockage des données.**

L'ensemble des informations recueillies sur le banc d'essais peut se résumer en deux groupes de signaux :

- des signaux très basse fréquence, qui ne seront digitalisés qu'une seule fois sous la forme d'un nombre, et seront considérés comme des paramètres fixés. On peut citer par exemple la vitesse, le couple, les différentes températures qui n'évoluent pratiquement pas lors d'un essai en régime établi.

- des signaux haute fréquence, qui seront échantillonnés à partir d'une carte d'acquisition, et feront l'objet d'une analyse plus détaillée, présentée par la suite.

Toutes ces informations sont visualisées au cours de l'essai, soit sous une forme numérique (compte-tour, température), soit sous forme analogique par l'intermédiaire d'un oscilloscope quatre voies. Les signaux visualisés sur cet oscilloscope sont les quatre signaux échantillonnés.

Les signaux analogiques sont tous filtrés à l'aide de filtres anti-repliement afin de satisfaire la condition de Shannon sur l'échantillonnage. La fréquence de coupure de ces filtres est fixée à 20 kHz, permettant ainsi d'utiliser la carte

d'acquisition au maximum de ses possibilités. Cette fréquence est par ailleurs la limite supérieure de la bande de fréquence audible. Bien que les accéléromètres présentent une bande passante inférieure à ces 20 kHz, nous admettrons que leur fréquence de résonance, supérieure à 32 kHz, est suffisamment éloignée des 20 kHz choisis.

L'ensemble de ces informations constitutives de l'essai, est stocké de manière à ce que toutes les données relatives à un essai soient regroupées sous une même structure informatique. Nous verrons dans le paragraphe suivant la mise en oeuvre pratique de cette structure de gestion de données. Rappelons ici que cette structure doit perturber le moins possible l'ensemble de l'information et conserver cette information sous sa forme la plus primaire possible. En effet, les traitements effectués sur les données doivent autant que possible être tous reportés dans une étape ultérieure à la sauvegarde des informations. Les éventuelles modifications ainsi apportées au traitement ne conditionnent pas les signaux enregistrés.

### 2.1. Rappels sur les conditions et les hypothèses appliquées aux signaux échantillonnés.

La première hypothèse importante en théorie du signal est que le signal doit être stationnaire, c'est-à-dire qu'il ne doit pas dépendre de l'instant du début de l'acquisition. Cette hypothèse peut être exprimée aussi par le fait que les propriétés statistiques du signal ne sont pas modifiées par un changement d'origine temporelle. Dans le cas de signaux instationnaires, il est nécessaire de prendre des précautions quant au déclenchement de l'acquisition, il faut repérer le "début" du signal par rapport à un événement typique du phénomène physique. Dans la plupart des cas, et en particulier au cours de cette étude, les signaux analysés seront considérés comme stationnaires. En effet, l'ensemble des phénomènes physiques étudiés seront mémorisés dans des conditions de fonctionnement établi, hors des plages de fonctionnement transitoire (montée en vitesse ou changement de couple).

La seconde hypothèse formulée est celle d'ergodicité ou de quasi-ergodicité. L'ergodicité est une propriété qui peut se résumer par le fait que les résultats obtenus à partir de moyennes temporelles ont la même signification que ceux obtenus à partir de moyennes d'ensemble, c'est-à-dire de moyennes réalisées sur un grand nombre valeurs obtenues sur des réalisations différentes d'un processus. Cette hypothèse peut être exprimée plus simplement : en ayant

un historique suffisamment grand du processus, on est à peu près certain d'avoir eu toutes les valeurs possibles du processus. On peut dire aussi qu'un système est ergodique si, abandonné à lui même, il passera tôt ou tard par tout point possible de la réalisation de son processus.

L'importance de cette hypothèse réside dans le fait que, dans tout problème de mesure, on est obligé de considérer les moyennes temporelles, l'accès aux moyennes d'ensemble étant quasiment impossible à réaliser pour des raisons matérielles.

Enfin, une condition primordiale à tout échantillonnage est imposée par le théorème de Shannon qui stipule que le signal ne doit pas contenir, avant échantillonnage, des composantes fréquentielles dont la fréquence est supérieure à la moitié de la fréquence utilisée pour échantillonner le signal. Si cette condition n'est pas remplie, un phénomène de repliement vient perturber toute analyse fréquentielle postérieure à l'échantillonnage. Ce phénomène est caractérisé par un repliement des fréquences supérieures à cette limite qui opère comme un miroir sur la représentation fréquentielle des signaux.

En pratique, la limite généralement utilisée en traitement du signal peut s'écrire sous la forme suivante :

$$f_e = 2,54 \cdot f_{\max} \quad \text{où } f_e \text{ est la fréquence d'échantillonnage} \\ \text{et } f_{\max} \text{ la fréquence maximale d'analyse.}$$

Généralement, tous les signaux sont filtrés par des filtres analogiques passe-bas ou filtres anti-repliement. Ces filtres présentent des caractéristiques particulières comme une fréquence de coupure précise et une pente d'atténuation très forte, au détriment d'autres caractéristiques comme la constance du déphasage en fonction de la fréquence.

## 2.2. Mise en place d'un système d'acquisition sur micro-ordinateur.

### a. Pourquoi un tel système ?

Les motivations d'un système d'acquisition sur micro-ordinateur sont de trois ordres :

- premièrement, sur le plan technique, ce choix permet de conserver un stockage sous une forme la plus originelle possible des signaux. Ceux-ci n'auront subi avant ce stockage qu'un traitement analogique d'amplification et

de filtrage anti-repliement, conditionnement classique et qui ne peut plus être réduit avant toute digitalisation,

- par ailleurs, cette acquisition se faisant sur un support informatique courant (de type micro-informatique), permet une gestion pratique des essais, mais aussi une sauvegarde très fiable et de grande capacité,

- d'autre part, ce type de matériel laisse la possibilité d'adapter les outils classiques de traitement du signal, mais aussi le développement de nouvelles techniques. Cet aspect permet d'augmenter considérablement la durée de vie des différentes acquisitions. Les traitements peuvent même être effectués en des lieux différents.

En résumé, cette solution sépare et découple complètement les actions d'acquisition et de traitement des signaux, sans multiplier le matériel utilisé.

Cette alternative présente l'intérêt d'être peu onéreuse et beaucoup moins spécialisée que les autres structures classiques du type analyseur spectral multi-canaux. Les enregistrements peuvent être réutilisés en un autre lieu, par une autre personne suivant des méthodes différentes.

#### b. Les caractéristiques de la carte d'acquisition.

Cette carte se présente sous la forme d'une carte électronique au format PC et n'occupe qu'une borne d'extension dans le coffret du micro-ordinateur utilisé. Elle présente quatre échantillonneurs bloqueurs qui peuvent être commandés simultanément ou séparément. Ils sont immédiatement suivis par quatre convertisseurs analogique-numériques (CAN), dont le rôle est de digitaliser la tension en sortie des échantillonneurs. Ensuite, le transfert des valeurs numériques peut se faire soit dans la mémoire de la carte (256 K-octets) soit en mémoire vive du micro-ordinateur par l'intermédiaire du bus de données.

Les fréquences d'échantillonnage qui peuvent être atteintes avec cette carte sont globalement de 250 kHz, cette fréquence d'échantillonnage pouvant ensuite être répartie sur l'ensemble des voies. En acquisition simultanée sur quatre voies, la fréquence effective sur chaque voie ne peut dépasser les 50 kHz. Cette fréquence d'échantillonnage est suffisante pour respecter la condition de Shannon dans les limites de fréquence qui nous intéressent.

Ce mode d'acquisition sur quatre voies en simultané peut être effectué parmi seize voies physiques organisées en quatre groupes de quatre voies.

L'implantation sur micro-ordinateur s'est faite sans aucun problème puisqu'une bibliothèque logicielle était livrée avec la carte, de façon à accéder à

l'ensemble des fonctionnalités à partir de la plupart des langages de programmation évolués (Basic, Fortran, Pascal, C). Le détail de la programmation et de l'utilisation de cette carte est résumée en annexe N° 3. D'autre part, cette carte présente également des possibilités un peu plus spécifiques comme le cadencement par une horloge externe, le déclenchement externe sur dépassement de niveau positif ou négatif (trigger), de préchargement, etc...

### c. Les caractéristiques du micro-ordinateur

Le micro-ordinateur, de type PC-286, est en fait l'outil permettant d'organiser l'ensemble des ressources d'acquisition et d'assister l'opérateur au cours des opérations d'acquisition. Il présente quelques particularités spécifiques à cette application qui sont :

- une mémoire de masse importante (disque de 120 méga-octets),
- une sauvegarde sur cassette de 80 méga-octets.

Ainsi, il est possible, dans l'organisation de l'acquisition de regrouper une série d'essais, de la sauvegarder sur une cassette et de reporter le traitement des données en une tâche automatisée, en dehors des périodes d'acquisition et d'essais.

### 2.3. Protocole d'essais.

Ce protocole d'essais, nécessaire pour la répétabilité des essais et la reproductibilité des conditions de fonctionnement, est imposé par la prise en compte des variations de pression atmosphérique en vue d'une mesure du bruit d'engrènement la plus fine possible. Ce protocole est partiellement intégré au logiciel d'acquisition et de traitement des données, puisque certaines fonctions sont irréalisables si certaines actions n'ont pas été validées.

Ainsi, la première opération à effectuer avant chaque série d'essais est une calibration de la chaîne de mesure du bruit. Cette calibration est effectuée grâce à un pistonphone qui délivre un signal calibré à une puissance de 94,3 dB pour une fréquence de 1000 Hz. Cette calibration permet de tenir compte des fluctuations de pression atmosphérique et de déterminer le coefficient multiplicateur qui permettra d'assurer une analyse exacte de chaque série d'essais.

Après cette première étape, il sera nécessaire de mémoriser les valeurs numériques caractéristiques des amplificateurs de charges sur chaque voie de mesure d'accélération. Il faudra aussi mémoriser toutes les caractéristiques descriptives des engrenages testés, les conditions de température. Ensuite, pour chaque valeur de couple, un balayage sur les vitesses de rotation est effectué dans le sens croissant sur cinq valeurs comprises entre 1000 et 6000 t/min par pas de 1250 t/min. Les valeurs du couple sont comprises entre 0 et 12 daN.m, elles sont balayées par pas de 3 daN.m de manière croissante. Tous les changements de couple sont effectués exclusivement à la vitesse de 1000 t/min de façon à conserver des conditions d'essais identiques. Ainsi chaque série d'essais comportera 25 enregistrements des quatre voies d'acquisition, avec une partie descriptive de l'essai.

Même si une nouvelle série d'essais est effectuée dans la même journée, la procédure entière sera reproduite de façon à conserver la structure et la démarche pour chaque série d'essais, incluant la calibration de la voie de mesure du bruit d'engrènement.

#### 2.4. Conclusion.

Cette configuration décrite permet donc de digitaliser et de stocker quatre signaux en simultané. Les quatre signaux retenus sont le top-tour, le bruit d'engrènement, les deux signaux d'accélération.

Cette solution d'acquisition sur matériel informatique est intéressante pour plusieurs raisons :

- facilité et souplesse d'utilisation,
- performances honnêtes pour un matériel économique,
- facilité de gestion des données et l'organisation des séries d'essais,
- capacité de stockage et fiabilité de sauvegarde.

#### 3. Essais de répétitivité sur trois engrenages de conception identique.

L'ensemble des pièces d'essais disponibles tout au long de cette étude a permis de prévoir une étude de répétitivité sur trois engrenages. Ces engrenages présentent les mêmes caractéristiques de conception, parmi lesquels on retrouve l'ensemble des paramètres d'étude, mais sont des pièces différentes, au niveau de la fabrication, mais aussi au niveau du montage sur le banc d'essais. Ces engrenages sont hélicoïdaux, du type 36/38 dents, ayant un

rapport de conduite de 1,3 et un rapport de recouvrement de 1,0. Ils n'ont pas été corrigés mais présentent tout de même une qualité de type AGMA 12. Les essais réalisés suivent le même protocole que pour tous les engrenages, et les traitements réalisés sur les différents signaux sont identiques à tous les essais effectués. Enfin, ces essais de répétitivité seront réalisés à chaque nouvelle condition de fonctionnement du banc, en particulier pour chaque valeur de désalignement des arbres.

Au vu des résultats obtenus après traitement, il apparaît clairement que les pièces définies par les paramètres géométriques pris en compte dans cette étude sont identiques au niveau de la mesure du bruit d'engrènement. Ce qui implique que toutes les évolutions sensibles du bruit d'engrènement avec les paramètres des engrenages sont significatives. Par contre, l'influence du montage de l'engrenage sur l'arbre du banc d'essais peut introduire des fluctuations dans le bruit rayonné. Les deux paragraphes suivants vont tenter de montrer et d'expliquer les problèmes liés à ce montage.

### 3.1. Cas où le montage n'est pas significatif.

Ce cas d'étude s'est produit lors des essais effectués avec un désalignement vertical de 4' et un désalignement horizontal nul. Les trois engrenages ont été testés dans cette configuration, et l'ensemble des résultats analysés par la technique des plans d'expériences (exposée dans le chapitre suivant) ne montre qu'une influence assez faible du facteur pièce (dans lequel on peut regrouper les erreurs de fabrication spécifiques à chaque engrenage, mais aussi les éventuels défauts de montage sur le banc d'essais). Cette influence est au maximum de l'ordre de 10% et ceci sur le niveau sonore total. Pour les différents harmoniques d'un spectre de bruit ( $H_1$ ,  $H_2$ ,  $H_3$ ,  $H_4$ ,  $H_5$ ) et pour la somme des cinq premiers harmoniques ( $S_5$ ), elle reste inférieure à 1 % et n'apparaît que sous la forme d'un terme croisé, soit avec la vitesse, soit avec le couple. On peut donc affirmer que la reproductibilité des essais est bonne et permet donc l'étude de paramètres dont la part d'explication ou d'influence du phénomène est supérieure à 10 % dans le pire des cas.

L'ensemble des valeurs numériques est répertorié dans la table T.II.1. où l'on peut remarquer par ailleurs l'influence du couple sur les harmoniques, et de la vitesse sur le niveau sonore global. Ces résultats comprennent également le prédicteur mathématique associé à l'analyse de variance, qui permet de connaître le sens de variation ainsi que l'évolution en fonction du paramètre

considéré (couple : effet linéaire; vitesse : effet quadratique; pièce : effet quadratique; couplage pièce-vitesse).

Source	H 1	H 2	S 5	Somme
Couple (lin.)	42%	18%	45%	7%
Vitesse (quad)	25%	51%	13%	72%
Pièce (quad)	3%	4%	-	10%
Pièce + vitesse	-	-	1%	-

Désalignement horizontal = 0'

Désalignement vertical = 4'

Table T.II.1. : Influence des divers paramètres dans le cas où le montage n'est pas influent.

### 3.2. Cas où le montage devient significatif.

#### a. Mise en évidence de ce phénomène.

Dans les deux autres configurations de désalignement, c'est-à-dire, sans désalignement, et avec un désalignement horizontal, il apparaît qu'un engrenage est nettement plus bruyant que les deux autres. Cette différence est en moyenne égale à 5 dB. Cet écart constant fait par ailleurs ressortir de façon explicite l'influence du paramètre pièce sur le phénomène du bruit d'engrènement. Ce paramètre devient explicatif à plus de 15 % quel que soit l'harmonique observé, et arrive même à être la cause majeure dans l'étude sur le niveau sonore global, voir tables T.II.2.

Source	H 1	H 2	S 5	Somme
Couple	18%	11%	26%	4%
Vitesse	60%	52%	42%	46%
Pièce	15%	18%	22%	49%
Pièce + vitesse	2%	3%	-	1%

Désalignement horizontal = 4'

Désalignement vertical = 0'

Source	H 1	H 2	S 5	Somme
Couple	19%	25%	31%	1%
Vitesse	60%	39%	45%	61%
Pièce	8%	27%	17	36%
Pièce + vitesse	-	-	-	-

Désalignement horizontal = 0'

Désalignement vertical = 0'

Table T.II.2. : Influence des divers paramètres pour deux conditions de désalignement où le montage s'est avéré influent.

b. Etude spécifique du montage de l'engrenage sur l'arbre.

Rappelons que le pignon et la roue sont montés sur un nez de broche composé de cannelures à développante de cercle et d'une face d'appui. Malgré les tolérances de fabrication, il existe toujours un jeu de montage entre le pignon ou la roue et le nez de broche.

Afin de montrer l'influence éventuelle de la position angulaire de la roue sur son arbre, une série d'essais particuliers a été menée. Ces essais consistent à monter la roue en repérant sa position et en l'alignant suivant quatre directions radiales. Le bruit d'engrènement est analysé suivant les mêmes procédés pour trois niveaux de couple et trois niveaux de vitesse. Le schéma de la figure suivante F.II.4. montre les quatre directions de montage.

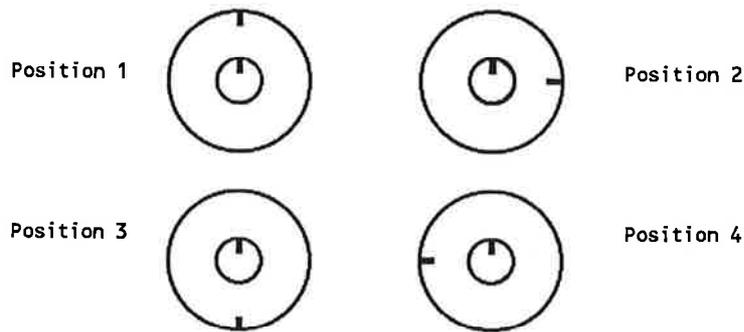


Fig. F.II.4. : Schéma des différentes positions de montage testées.

Les tables T.II.3. et T.II.4. donne les valeurs numériques relevées lors de l'exploitation, répertoriées par niveaux de vitesse et de couple et pour différentes caractéristiques qui sont le premier et le deuxième harmonique (H<sub>1</sub> et H<sub>2</sub>), la somme des cinq premiers harmoniques (S<sub>5</sub>) et le niveau sonore global (Somme).

Vitesse	Position 1	Position 2	Position 3	Position 4
1000 t/min				
H1	75,25	76,12	74,93	73,23
S5	81,91	79,40	80,10	79,05
Somme	100,07	95,26	96,33	96,21
3500 t/min				
H1	87,16	82,76	90,45	82,18
S5	87,96	84,11	91,12	84,10
Somme	103,16	102,25	102,46	101,97
6000 t/min				
H1	84,16	79,61	77,55	76,02
S5	89,70	84,87	84,18	85,69
Somme	108,04	103,46	103,44	103,20

Table T.II.3. : Niveau sonore (en dB) pour quatre positions de montage.

Couple		Position 1	Position 2	Position 3	Position 4
0 daNm	H1	72,89	73,89	74,91	72,46
	S5	77,41	77,46	78,72	77,60
	Somme	99,27	99,76	99,13	100,14
6 daNm	H1	87,57	81,95	83,33	78,51
	S5	92,46	85,50	87,76	84,45
	Somme	106,87	100,15	101,25	99,98
12 daNm	H1	86,11	82,65	84,69	80,47
	S5	89,69	85,41	88,92	86,79
	Somme	105,12	101,09	101,85	101,27

Table T.II.4. : Niveau sonore (en dB)  
pour quatre positions de montage.

De ces deux tables, il ressort que la position 1 est nettement plus bruyante que les autres positions qui restent pratiquement au même niveau. Cette élévation du niveau sonore pour cette position peut être liée à l'excentricité de l'arbre et au faux rond de la roue. Ces deux excentricités peuvent se conjuguer de différentes façons de manière à donner une excentricité globale plus ou moins importante. Sur ces deux excentricités dues à la géométrie, vient se superposer une excentricité "tournante" liée à l'application de la charge et à la déformation en flexion des arbres.

L'effet de la conjugaison des différentes excentricités, modifiée avec les différentes positions de montage, est donc importante. La cinématique globale du système composé des arbres et des engrenages a une influence sur le bruit d'engrènement

Ces résultats tendent à montrer qu'il est nécessaire de préciser un point relativement important à nos yeux : la cinématique précise de l'engrènement. Cette cinématique est fortement conditionnée par l'excentricité des portées des arbres, par le défaut de faux-rond (qui est similaire à une excentricité) sur chaque engrenage, mais aussi et surtout par le montage des engrenages sur ces arbres. En effet, les effets des deux défauts peuvent être soit cumulatifs soit soustractifs en fonction du montage réalisé, en particulier en fonction de l'angle formé par les deux excentricités. Il sera donc nécessaire lors des essais de repérer le montage des engrenages sur les arbres.

## **CHAPITRE III : LES TECHNIQUES DE TRAITEMENT DU SIGNAL ET DE TRAITEMENT DES DONNEES.**

Dans tout ce chapitre, les conditions d'échantillonnage et de filtrage des signaux sont supposées respecter le théorème de Shannon. Par ailleurs, rappelons l'hypothèse faite sur les signaux qui sont supposés stationnaires et qui vérifient la condition de quasi-ergodicité énoncée auparavant (paragraphe II.2.1). Les signaux enregistrés varient en fonction du temps et ils nécessitent par conséquent des traitements spécifiques dont la plupart sont bien connus. Néanmoins, la spécificité des signaux de bruit d'engrènement et l'objectif fixé au départ nous ont conduit à développer une nouvelle technique de traitement qui conservent une information temporelle pour une bande de fréquence donnée.

La présentation qui suit ne traite que des outils de traitement du signal en tant que tels, et fait abstraction des particularités du signal. Le signal est considéré comme une fonction  $s(t)$  de la variable temporelle  $t$ .

D'autre part, les techniques classiques décrites dans le texte ont fait l'objet de développements théoriques largement abordés dans la bibliographie [18]. Elles ne feront l'objet que de rappels, de définitions en début de ce chapitre. Une présentation plus détaillée sera faite pour l'analyse par ondelettes, que nous avons développée au cours de ce travail, et présentée par ailleurs en annexe N° 1. Les développements mathématiques et les travaux qui concernent plus particulièrement l'analyse par ondelettes ont été effectués en étroite collaboration avec Pierre Bonnet.

### **1. Les techniques classiques de traitement du signal. Rappels.**

L'ensemble des techniques de traitement du signal tombe dans la rubrique générale des méthodes de transformation intégrale de Fourier. Les fondements mathématiques de cette méthode seront rappelés brièvement, de même que les conditions d'application au traitement du signal. Ensuite, les principaux techniques et outils utilisés en traitement du signal seront présentés.

### 1.1. Rappels théoriques et conditions d'application.

Utilisée dans de nombreux domaines allant des méthodes spectrales à l'analyse numérique, la transformation de Fourier permet le passage entre deux domaines de représentations complémentaires. Dans le cas d'une fonction  $f$  d'une variable  $x$ , la transformation de Fourier relie la représentation  $f(x)$  de  $f$  dans le domaine  $x$  à la représentation  $F(X)$  de  $f$  dans le domaine associé, caractérisé par la variable  $X$ , inverse de  $x$ . On passe d'une représentation à l'autre par l'intermédiaire des équations de la transformée de Fourier directe et inverse qui s'écrivent :

$$F(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)e^{-2\pi i x X} dx$$

$$f(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} F(X)e^{2\pi i x X} dX$$

Ces définitions générales appliquées au traitement du signal prennent une signification plus physique. Les domaines de représentation associés aux deux variables sont le domaine temporel et le domaine fréquentiel. Les fonctions analysées sont appelées signaux et les notations employées sont les suivantes :

$t$	: variable temporelle
$f$	: variable fréquentielle
$s(t)$	: représentation temporelle du signal
$S(f)$	: représentation fréquentielle du signal
$S(f) = TF\{s(t)\}$	: transformée de Fourier la fonction $s(t)$

Cette transformation de Fourier est linéaire, c'est-à-dire que :

$$TF\{f+g\} = TF\{f\} + TF\{g\} = F + G.$$

D'autre part, le produit de convolution, noté  $f*g$ , et qui peut s'écrire sous la forme suivante :

$$f*g = \int_{-\infty}^{+\infty} f(\tau).g(t-\tau).d\tau$$

donne par transformée de Fourier une simple multiplication. Ceci peut s'écrire sous la forme :

$$TF\{f \cdot g\} = TF\{f\} \cdot TF\{g\} = F \cdot G$$

Il existe d'autres propriétés de la transformée de Fourier, rappelons simplement ici la dualité des deux représentations qui s'exprime sous la forme du théorème de Parseval :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |h(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{+\infty} |H(f)|^2 df$$

Ce théorème peut être résumé au fait que toute l'information contenue dans le signal est contenue dans les deux représentations, mais sous une forme différente, présentée de manière à ne faire ressortir que certains points particuliers. Toutes ces propriétés mathématiques sont valables dans le cas où le signal est connu sur un domaine infini.

Or dans le cas d'un signal physique, celui-ci est connu sur un temps de longueur finie et de façon discrète. La première condition impose de faire une hypothèse supplémentaire sur la périodicité du signal, c'est-à-dire de considérer que la plus grande période de ce signal est au plus le temps pendant lequel le signal est connu. Autrement dit, la plus petite fréquence d'analyse sera égale à l'inverse de cette période et le signal sera "périodisé" à l'infini pour conserver la propriété de transformée inverse. La deuxième condition impose de ne pas calculer des coefficients de la transformée pour des fréquences supérieures à la moitié de la fréquence d'échantillonnage (théorème de Shannon). Sous ces deux hypothèses, la transformée de Fourier peut s'écrire sous sa forme discrète, beaucoup plus adaptée au cas pratique du traitement du signal. Connaissant le signal  $s(t)$  sur  $N$  points discrets, il vient :

$$S(f_n) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} s_k \cdot e^{-2\pi i f_n t_k \cdot \Delta} = \frac{\Delta}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} s_k \cdot e^{-2\pi i k n / N}$$

avec  $f_n = \frac{n}{N\Delta}$  ,  $t_k = k \cdot \Delta$  et  $s_k = s(t_k)$

On définit le terme  $S_n$  sous la forme suivante :

$$S(f_n) = \Delta \cdot S_n$$

De la même façon, on peut montrer que la transformée de Fourier discrète inverse s'écrit :

$$s_k = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=0}^{N-1} S_n \cdot e^{2\pi i k n / N \cdot \Delta}$$

Dans le cas où  $N$  est une puissance entière de deux, on montre que le calcul des coefficients de la transformée de Fourier peut se réduire en une succession de transformées de Fourier d'ordre deux. Cet algorithme, dénommé Fast Fourier Transform (F.F.T ou T.F.R) a été introduit par J. COOLEY en 1965, et c'est la simplicité et la performance de cet algorithme qui sont à l'origine de l'utilisation massive de la transformée de Fourier dans de nombreux domaines, en particulier en analyse spectrale.

### 1.2. Analyse spectrale et analyse spectrale moyennée.

L'analyse spectrale consiste à représenter la transformée de Fourier, qui est une fonction complexe de la variable fréquentielle, sous la forme d'un module et d'une phase. Partant d'un signal réel, cette représentation permet de connaître la répartition de puissance du signal dans le domaine fréquentiel. Cette première analyse donne une information générale intéressante, en particulier dans le cas du bruit d'engrènement, de façon à obtenir les contributions spectrales les plus nuisibles. La transformée de Fourier est généralement réalisée sur un échantillon de 512 ou de 1024 points et permet de tracer un spectre à raies fines.

Un problème très fréquemment rencontré en analyse spectrale est l'amélioration du rapport signal sur bruit. En effet, les signaux recueillis en vue d'une analyse spectrale sont plus ou moins fortement entachés d'un bruit de mesure large bande (présent sur toute la gamme de fréquence) dû principalement à l'environnement et à l'électronique. Généralement, ce bruit est considéré comme aléatoire, sans relation directe avec le phénomène étudié. Afin

d'éliminer ces composantes aléatoires du signal, on procède à un moyennage des spectres, c'est-à-dire à la construction d'un spectre moyen où les composantes déterministes seront amplifiées par rapport aux composantes aléatoires, qui auront tendance à s'annuler entre elles.

Le nombre de spectres nécessaires à la construction du spectre moyenné dépend essentiellement du temps de calcul admissible, il est généralement compris entre 8 et 128. Il dépend également de la qualité recherchée pour le rapport signal sur bruit.

La présentation de ces techniques est loin d'être exhaustive, mais elle apparaît comme un préalable nécessaire à toute discussion sur le traitement du signal utilisé dans cette étude.

D'autres fonctions sont généralement utilisées en traitement du signal afin de mettre en évidence des particularités entre deux signaux différents. Il s'agit des fonctions d'autocorrélation et d'intercorrélation qui sont plus souvent utilisées sous forme spectrale, c'est-à-dire les fonctions d'autospectre et d'interspectre. Enfin, la fonction de transfert et la fonction de cohérence, issues des fonctions d'autospectre et d'interspectre, permettent de définir le degré de relation entre deux signaux et la cohérence de la mesure. Ces fonctions et leurs définitions sont largement commentées dans la bibliographie [8, 18] et ne seront pas reprises dans ce texte.

L'ensemble de ces techniques et de ces outils ont été développés dans différentes applications et ne sont utilisés que comme outils potentiels pour l'analyse des caractéristiques acoustiques des engrenages dans ce travail. Dans la suite du chapitre, de nouveaux outils, développés dans le cadre de cette étude, vont être exposés. En particulier, une technique de décomposition du signal dans le plan temps-fréquence, et par ailleurs, une technique de traitement statistique des données.

## 2. Les nouvelles techniques du traitement du signal, les représentations temps-fréquence.

Comme on l'a vu dans le paragraphe précédent, les deux représentations temporelles et fréquentielles caractérisent de façon différente certains aspects du signal. L'inconvénient majeur de la transformée de Fourier réside dans le fait qu'elle ne permet qu'un passage global d'une représentation à l'autre, sans conserver une information de la représentation origine. Ceci est particulièrement gênant dans les études expérimentales dont l'objet est de suivre les événements au cours du temps. Il était donc nécessaire, tant dans le domaine du bruit d'engrènement que plus généralement en traitement du signal, d'utiliser une technique d'analyse et de représentation nouvelle, basée sur la méthode des ondelettes. Cette technique a été introduite dans les années 1980 par J. Morlet dans le domaine particulier de la sismique réflexion [77]. Elle permet la localisation dans le plan temps-fréquence de phénomènes évoluant plus ou moins rapidement au cours du temps.

Il existe d'autres techniques d'analyse et de représentation temps-fréquence plus anciennes comme la transformée de Fourier à fenêtre glissante, ou plus récemment la transformation de Wigner-Ville et toutes ses dérivées. Ces techniques sont complémentaires de l'analyse de Fourier et apportent de nouveaux avantages. Elles restent plus ou moins directement liées à la transformée de Fourier, mais présentent néanmoins quelques différences. Tout d'abord, la transformation de Wigner-Ville, qui est en fait une transformée de Fourier (par rapport à la variable de retard) du produit du signal retardé par son conjugué avancé, présente un inconvénient énorme vis-à-vis de son application au traitement du signal qui est sa non-linéarité. Cet inconvénient n'autorise pas certaines souplesses dans la manipulation des signaux (comme le filtrage adapté, ou la soustraction de deux signaux). Pour cette raison fondamentale, la transformation de Wigner-Ville ne nous semble pas être une solution adaptée aux objectifs que nous nous sommes fixés. Les analyses par ondelettes ou la transformée de Fourier à fenêtre glissante quant à elles modifient cette base de décomposition.

L'analyse par ondelettes, contrairement à l'analyse à fenêtre glissante, utilise une "base" de fonctions ayant une concentration différente en temps et en fréquence suivant la gamme de fréquence analysée. Cette différence, importante puisque tout phénomène caractérisé par une fréquence élevée pourra être d'autant mieux localisé en temps que sa fréquence est élevée, montre

l'incapacité de l'analyse à fenêtre glissante de localiser avec la même précision deux phénomènes éloignés dans le plan temps-fréquence. Dans le cas des ondelettes, l'analyse se fait de moins en moins précise en fréquence et de plus en plus précise en temps lorsque l'on passe dans les hautes fréquences. L'analyse par ondelettes semble donc être l'outil le mieux adapté à l'analyse de signaux dont on ne connaît pas a priori les caractéristiques en temps et en fréquence.

### 2.1. L'analyse multi-échelles par ondelettes.

Après avoir replacé l'analyse par ondelettes dans un contexte de représentation temps-fréquence, nous allons présenter cette méthode de façon générale et didactique (présentation détaillée en Annexe I). L'analyse par ondelettes correspond donc à une décomposition sur une base de fonctions, toutes déduites d'une même fonction appelée ondelette analysante ou ondelette mère. La construction des ondelettes formant la base s'effectue par translations et par dilatations temporelles. Une dilatation temporelle correspond en fait à un changement de gamme d'analyse. De nombreux travaux théoriques ont été menés par Y. Meyer [70, 71, 72, 73] et ont permis d'établir les fondements mathématiques de ces méthodes.

Notons de suite que la forme de l'ondelette mère va conditionner les propriétés d'orthogonalité de la base d'ondelettes construites. Ces fonctions seront donc caractérisées par l'ondelette analysante et par deux variables représentant les dilatations et les translations; selon la forme de l'ondelette mère, ces transformations définissant la base de décomposition formeront ou non une base orthogonale. Dans le cas continu (variables de translation et de dilatation continues), l'orthogonalité de la base d'ondelettes peut être introduite comme une contrainte dépendant de la forme de l'ondelette. Cette condition d'orthogonalité permet d'obtenir des formulations d'inversion ou plutôt de reconstruction du signal à partir de sa transformée.

En conservant cette contrainte et en discrétisant les variables de translation et de dilatation, I. Daubechies et S. Mallat ont montré que l'on obtenait une analyse multi-échelles ou multi-résolutions, intéressante et appliquée au traitement de l'image. Cela permet, par exemple, de décomposer ou de reconstruire une image de façon progressive, introduisant à chaque étape la contribution à une échelle donnée. La mise en oeuvre pratique consiste essentiellement dans ce cas en une succession de convolutions. Dans le cas du

traitement du signal, ces résultats d'analyse peuvent être interprétés comme une analyse temps-fréquence.

L'ensemble des travaux bibliographiques sur les ondelettes sont restés très mathématiques et notre souci a été de développer une technique de décomposition sur une base d'ondelettes qui soit à la fois rapide, fiable et souple d'utilisation, chose qui n'était pas proposée dans toute la bibliographie ou inadaptée à notre travail. Des rapprochements entre ces analyses par ondelettes et l'analyse de Fourier sous sa forme discrète et rapide nous ont conduits à nous demander s'il n'était pas possible de discrétiser directement les bases d'ondelettes à partir de telles analyses multi-échelles, et de construire un algorithme de calcul de la décomposition en ondelettes aussi rapide que l'algorithme de F.F.T.

## 2.2. Ondelettes discrètes et Transformée en Ondelettes Rapide (T.O.R ou F.W.T).

L'ensemble des développements théoriques que nous avons réalisés concernant la mise en place des ondelettes discrètes et surtout de l'algorithme de Transformée en Ondelettes Rapide (T.O.R. ou F.W.T.) a fait l'objet de plusieurs publications. Toutes les définitions, les démonstrations, ainsi que les notations utilisées dans ce paragraphe sont présentées en annexe N° 1 où les travaux mathématiques sont développés en détail. De même, les rappels concernant l'architecture de l'algorithme de T.F.R. (F.F.T.) sont donnés au début de cette annexe (papillon de F.F.T. en particulier).

Rappelons simplement que la transformée en ondelettes est la décomposition d'un signal sur une base de fonctions orthogonales notées  $\Psi_{jk}$ . Notre travail consiste essentiellement à construire des bases d'ondelettes orthogonales discrètes permettant l'écriture d'un algorithme de calcul rapide.

### a. La Transformée en Ondelettes Rapide (T.O.R.) et son algorithme.

A partir des raisonnements et des constructions des analyses par dichotomies décrites en annexe, nous avons décrit un algorithme de transformée en ondelettes rapide ou T.O.R. de même type que l'algorithme de T.F.R. (Transformée de Fourier Rapide).

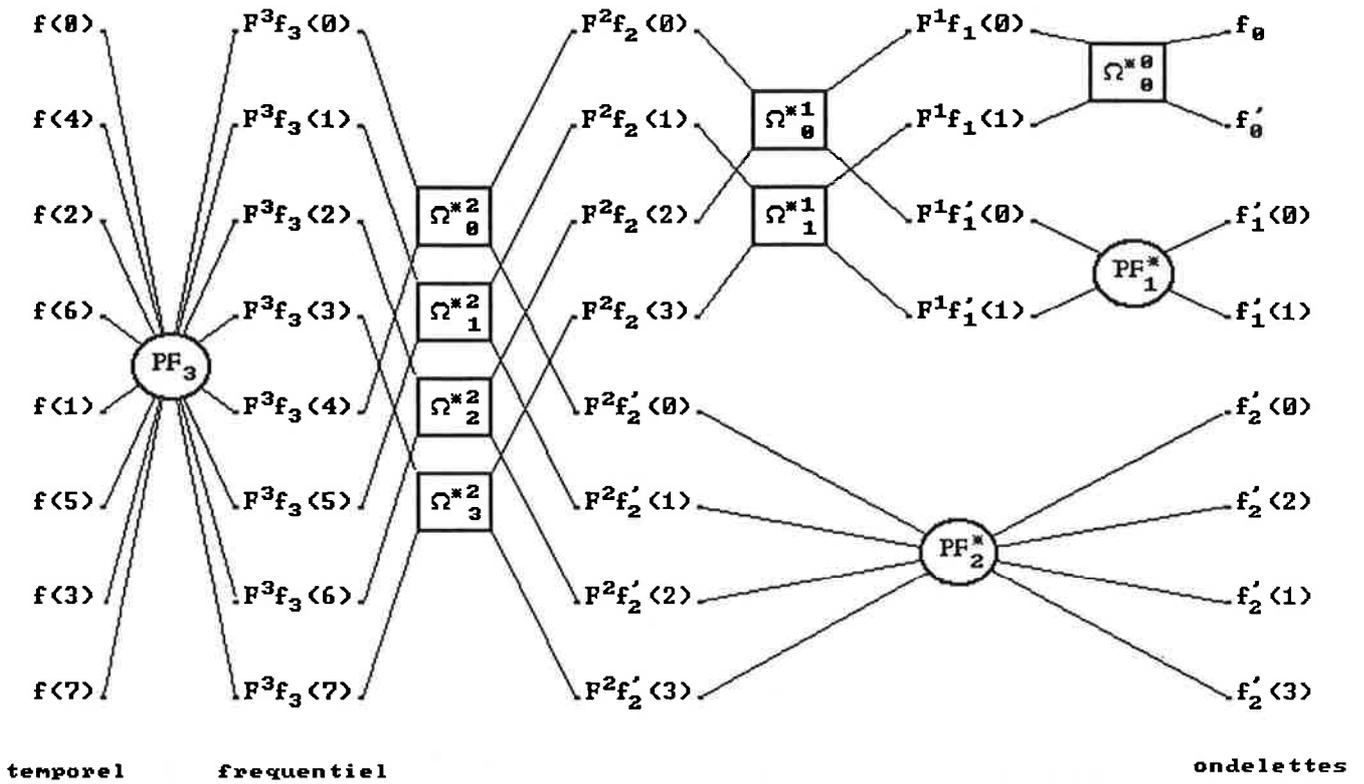


Fig. F.III.1. : Papillon de T.O.R.

Cet algorithme est décrit au moyen d'un papillon de T.O.R. Cet algorithme est basé essentiellement sur une structure de dichotomie qui permet, comme dans le cas de la transformée rapide de Fourier, de réduire la décomposition en une succession d'étapes, constituées de multiplications par des matrices deux-deux; il inclut d'ailleurs des T.F.R. directes et inverses d'ordre inférieur sous forme de papillons similaires.

La base d'ondelettes est introduite par l'intermédiaire des coefficients de ces matrices qui doivent respecter certaines contraintes décrites en annexe. Il faut souligner ici que ces contraintes sont essentiellement présentes pour assurer l'orthonormalité de la base et permettent également de simplifier l'algorithme de décomposition. Bien entendu, il existe également un algorithme de T.O.R. inverse, dont le papillon s'obtient en lisant le papillon de T.O.R. de droite à gauche, en remplaçant les matrices par leurs adjointes, et en échangeant T.F.R. et T.F.R. inverse.

b. Choix de la base d'ondelettes.

L'algorithme décrit précédemment permet de déterminer la T.O.R. d'un signal échantillonné sur  $2^j$  valeurs, respectant les conditions de Shannon, et ceci dans n'importe quelle base d'ondelettes. Il faut donc définir la base d'ondelettes dans laquelle on désire travailler, autrement dit, définir les coefficients  $a_m^j$  et  $b_m^j$  des matrices  $\Omega_m^j$ , représentatifs de la base de décomposition.

Nous nous sommes d'abord limités au cas d'ondelettes réelles, ce qui revient à imposer les conditions supplémentaires suivantes :

$$a_{-m}^j = a_m^j, \quad b_{-m}^j = b_m^j.$$

Etant donné par ailleurs la périodicité de ces fonctions, il suffit donc d'en fixer les valeurs pour  $m$  compris entre 0 et  $2^j$ . On peut donc écrire :

$$|a_m^j| = \cos(\theta_m^j)$$

et

$$|b_m^j| = \sin(\theta_m^j),$$

où  $\theta_m^j$  est un angle variant de 0 à  $\pi/2$  lorsque  $m$  varie de 0 à  $2^j$ . En fait, pour avoir une concentration en fréquence des ondelettes la plus satisfaisante possible, la fonction  $\theta_m^j$  est supposée croissante entre  $m = 0$  et  $2^j$ .

Il faut cependant noter que les ondelettes réelles présentent le grave désavantage de donner des transformées en ondelettes dont l'allure peut totalement changer lorsqu'un déphasage est introduit sur le signal analysé. Pour palier cet inconvénient, le début de l'algorithme est modifié de manière à introduire une décomposition dite complexe. Cette modification est détaillée en annexe.

La comparaison en temps et en fréquence de cinq bases d'ondelettes différentes a été effectuée afin de visualiser les différents changements observés et pour se familiariser avec ce nouvel outil. Cette comparaison s'est faite sur des signaux académiques et elle est détaillée en annexe.

Il faut noter que ces bases, dans lesquelles on ne reconnaît pas, a priori, des bases classiques d'ondelettes, ont été choisies essentiellement pour la simplicité de leur description vis-à-vis de l'algorithme construit ici. Une sixième base a été présentée par ailleurs. Elle constitue une discrétisation des ondelettes de Franklin décrites par Y. Meyer dans [72], et elles sont des ondelettes périodiques affines par morceaux. Celles-ci ne sont pas décrites à l'aide de l'angle  $\theta$ , mais par la donnée directe des coefficients  $a_m^j$  et  $b_m^j$ . Il est à remarquer que les ondelettes de Franklin ne semblent pas, d'après les essais que nous avons effectués, présenter un grand avantage (compromis entre la localisation temporelle et fréquentielle) par rapport aux cinq autres familles décrites ici. Dans cette optique, il serait sans doute intéressant de tester également des ondelettes splines périodiques d'ordres supérieurs, afin de comparer notre algorithme aux autres méthodes de décomposition.

### c. Mise en oeuvre pratique.

La complexité de l'algorithme que nous avons proposé, peut être estimée en majorant le nombre d'opérations effectuées. Etant en  $2 \times N \times \log_2(N)$ , elle est du même ordre de grandeur que la complexité de la T.F.R. qui est elle en  $N \times \log_2(N)$ .

La complexité de la décomposition de S. Mallat est moins évidente à calculer puisque, étant  $2 \times N \times r$  pour une ondelette à support d'ordre  $r$ , elle fait intervenir un deuxième paramètre qui n'existe pas dans notre algorithme.

Les algorithmes de T.O.R. et de T.O.R. inverse ont été programmés en langage Pascal sur micro-ordinateur. Le programme est composé de trois modules de calcul :

- un premier module de construction de la base d'ondelettes (calcul des coefficients  $a_m^j$  et  $b_m^j$  des matrices de passage  $\Omega_m^j$ ), n'intervenant pas directement dans le calcul de la transformée en ondelettes,
- un second module de T.F.R. directe et inverse,
- enfin, un troisième module de T.O.R. directe et inverse.

Les temps de calcul pour une décomposition en ondelettes réelles sont de 16,77 secondes, alors qu'ils diminuent à 11,86 secondes (30%) pour une décomposition en ondelettes complexes, ceci pour un maillage de 1024 points. Ces temps peuvent être également comparés au temps nécessaire à une T.F.R.

classique, programmée suivant les mêmes caractéristiques que la T.O.R., qui est de l'ordre de 7,69 secondes avec le matériel utilisé.

Ces temps de calcul dépendent évidemment du matériel utilisé qui ne permettait pas d'améliorer les performances. D'autre part, le langage de programmation utilisé était un langage de haut niveau. Il faut simplement retenir que les temps de calculs en T.O.R. (mode réel) sont de l'ordre de deux fois supérieurs à ceux d'une T.F.R.

Un autre avantage de l'algorithme proposé réside dans le fait que sa structure est identique à celle d'un algorithme de T.F.R. Son intégration est donc relativement aisée (soit en programmation classique, soit en logique câblée) de façon à obtenir un processeur de T.O.R. en temps réel.

La validité de l'algorithme et de sa programmation a été testé sur des signaux périodiques, échantillonnés en temps sur 1024 valeurs (nous avons donc travaillé avec  $J=10$ ). Les fonctions du temps, de la forme  $f(l)$ , et leurs transformées de Fourier ont été représentées de façon classique, avec  $l$  (respectivement  $m$ ) en abscisse et  $f(l)$  (respectivement  $F_j f(m)$ ) en ordonnée.

Quant aux transformées en ondelettes, elles sont représentées de la manière suivante :

- on ne représente pas la "moyenne"  $f_0$ ,
- le schéma comporte dix bandes horizontales correspondant de bas en haut aux valeurs de  $j$  comprises entre 0 et  $J-1$ ; la valeur de  $j$  correspond à une bande centrée autour de la fréquence  $2^{-j}$ ,
- sur la bande d'indice  $j$ , on a représenté les coefficients d'ondelettes  $f'_j(k)$  (en ordonnée), avec en abscisse les  $2^j$  valeurs de  $2^{J-j}k$  correspondant à une période, le pas étant de  $2^{J-j}$  unités. Ainsi,  $f(l)$  et les  $f'_j(k)$  sont représentés avec la même unité de temps ; chaque coefficient  $f'_j(k)$  est représenté par un parallélogramme noirci dont la largeur est de  $2^{J-j}$  et la hauteur algébrique représente l'amplitude du coefficient.

La figure F.III.2. illustre ce mode de représentation dans le cas  $J=4$ .

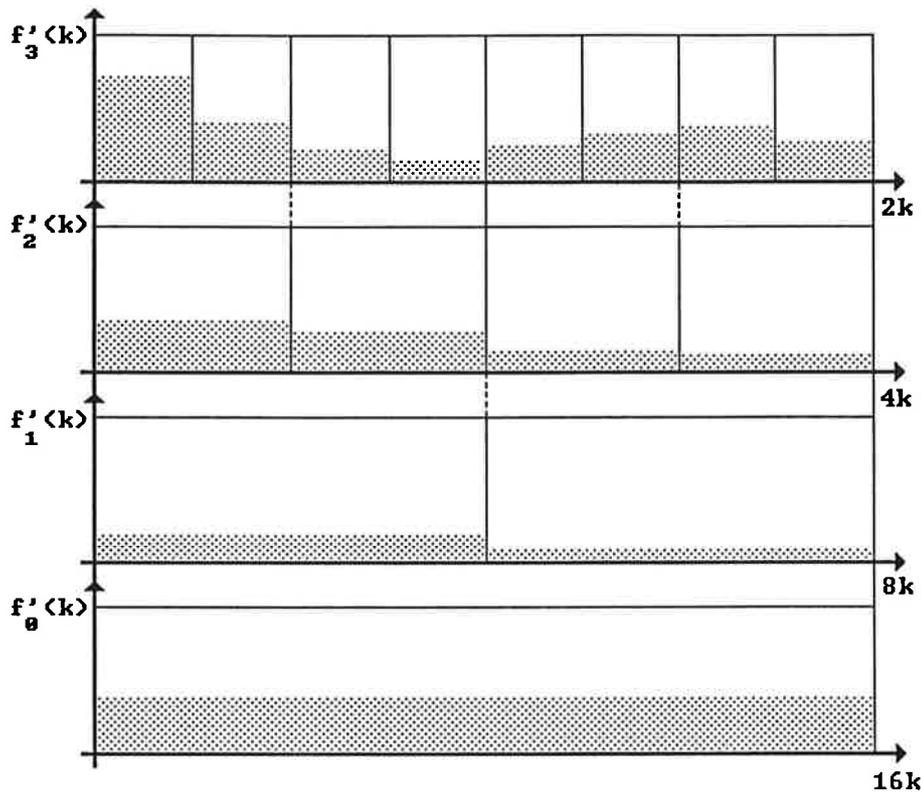


Fig. F.III.2. : Mode de représentation de la décomposition en ondelettes.

Nous avons pu ainsi vérifier que la composition des transformées directe et inverse était bien équivalente à la transformation identité. Nous avons par ailleurs testé la validité de cette décomposition sur des signaux échantillonnés académiques ( tels que des sinusoïdes, des modulations de phase, de fréquence, etc ..). Ces signaux tests sont tous reportés en annexe et montrent que cette décomposition dans le plan temps fréquence est efficace et rapide.

En conclusion, l'exemple suivant (figure F.III.3.) de traitement effectué sur un signal réel montre les possibilités offertes par cette nouvelle méthode. L'intérêt de cette méthode ne peut être perçu que comme outil complémentaire aux techniques classiques de traitement du signal, dans le contexte de travail.

L'utilisation de ce nouvel outil se fait désormais de façon systématique et les conclusions auxquelles il nous a permis d'accéder seront présentées dans le chapitre V.

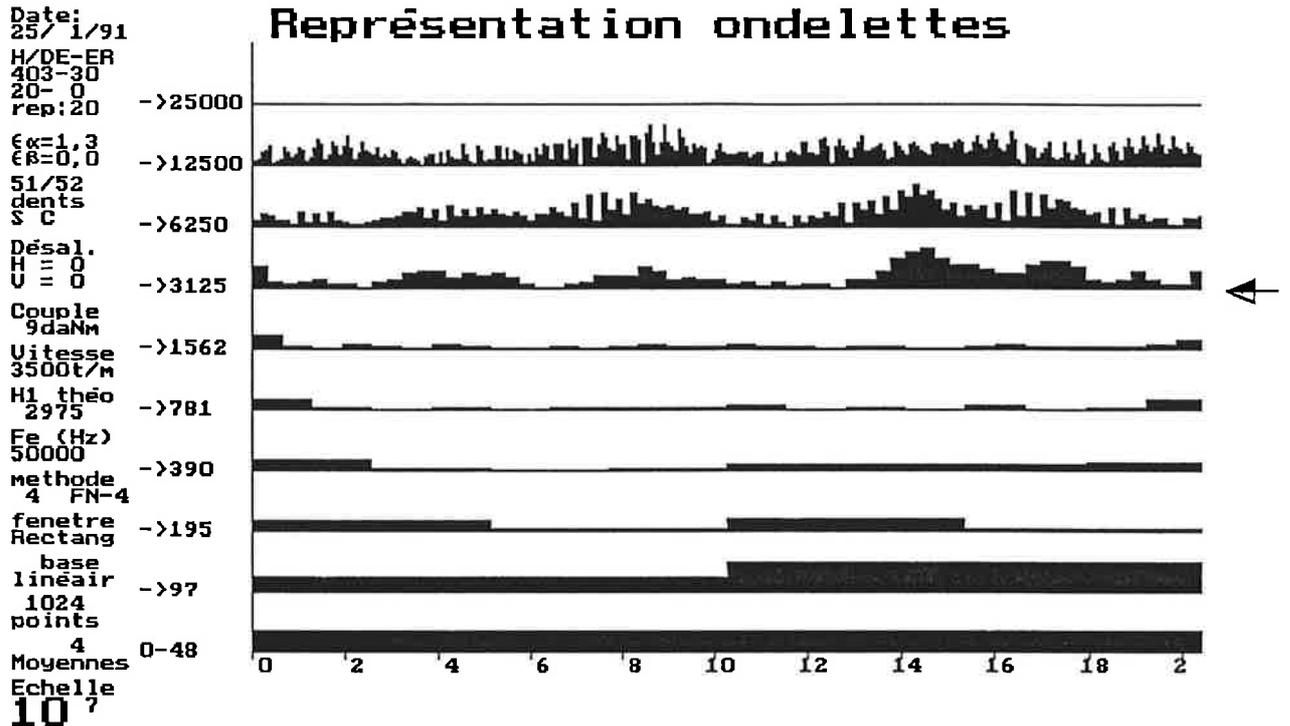


Fig. F.III.3. : Exemple d'une analyse en ondelettes appliquée au bruit d'engrènement.

### 3. Les techniques de traitement des données.

Ces techniques sont essentiellement basées sur l'analyse de variance et les plans d'expériences. Ces deux domaines sont très liés de par leur application généralement simultanée. L'objectif de ces techniques de traitement des données est de définir l'influence de paramètres sur un phénomène physique quantifiable, et cela en ayant la plus grande efficacité possible sur la campagne d'essais. Cette efficacité est obtenue par une précision et la gestion des essais en fonction de l'objectif à atteindre et des techniques statistiques employées. D'autre part, elles permettent de connaître la courbe de réponse du phénomène étudié en fonction des différents paramètres pris en compte.

#### 3.1. Les plans d'expériences .

Un plan d'expériences est une planification des essais à effectuer, de façon à obtenir un résultat, avec un objectif, soit de précision, soit de connaissance. Il existe beaucoup de plans, et tout expérimentateur sait, avant de commencer ses essais, ce qu'il recherche et comment il va pouvoir arriver à

son objectif. Mais la façon d'effectuer ce travail n'est peut-être pas optimum pour l'objectif recherché. Le plan d'expériences est une méthodologie qui permet de fixer à l'avance l'objectif à réaliser et d'établir la meilleure manière d'aboutir à cet objectif.

La méthode d'élaboration d'un plan d'expériences peut être décrite en trois parties. La première partie consiste à fixer l'objectif, à déterminer les aboutissants de l'expérimentation, à connaître et définir précisément ce que l'on cherche. Elle consiste également à rassembler les connaissances déjà acquises sur le sujet traité, et en fonction de ces connaissances, d'affiner l'objectif et de recenser dans un premier temps les paramètres potentiels, directement ou indirectement influents sur le phénomène étudié. Enfin, la connaissance opératoire peut conduire à l'établissement de certaines hypothèses qui définissent le contexte de l'étude. Cette étape peut affiner ou au contraire redéfinir l'objectif fixé au départ, mais elle va conditionner l'étendue des essais à effectuer. La définition de l'objectif tient compte éventuellement du nombre d'essais inclus dans la campagne qui va être menée.

Dans la seconde partie, le choix du plan d'expériences définit les conditions théoriques des essais à faire en fonction des choix faits dans la première partie. Il est bien entendu nécessaire de tenir compte des éventuels impératifs matériels qui sont susceptibles de réduire le domaine d'investigation, et donc de limiter les performances de la campagne d'essais. C'est ici que l'aide des plans d'expériences est la plus intéressante puisqu'elle permet de connaître et de choisir les réalisations des essais possibles et leurs résultats potentiels en précision et en influence de paramètres. C'est une aide à la décision qui conduit à la définition de la campagne d'essais et qui aboutit à la mise en oeuvre des expériences.

Enfin dans la troisième partie, le traitement statistique des résultats permet d'obtenir l'influence des paramètres, l'importance relative de chacun d'eux, les éventuelles interactions entre paramètres, et une modélisation des résultats sous forme de courbe de réponse. Ce traitement statistique sera développé plus précisément dans le paragraphe suivant. Notons qu'il est par ailleurs possible d'isoler les points expérimentaux anormalement éloignés.

La différence avec une méthode classique d'expérimentation tient dans le fait que tous les facteurs varient en même temps, d'une expérience à l'autre,

cela de façon programmée et contrôlée. Ceci offre des avantages parmi lesquels on peut citer :

- la détection des interactions de paramètres,
- la détection des optimaux,
- une meilleure précision sur les résultats,
- enfin une modélisation des résultats sous la forme d'un prédicteur mathématique.

Mais le plus important est la connaissance a priori des performances de mesure et des résultats futurs, le nombre et éventuellement l'interaction des paramètres. L'expérimentateur connaît, préalablement à toute expérience, l'ossature de sa campagne d'essais, la durée et le coût de son expérimentation, mais aussi une définition claire et précise de son objectif.

### 3.2. Analyse de variance.

L'analyse de variance consiste à décomposer la variabilité totale (notée  $S_T$ ), selon les différents facteurs contrôlés pris en compte dans le modèle, mais aussi selon les différentes interactions susceptibles d'être explicitées.

Si, par exemple, le plan d'expériences permet d'étudier l'effet des facteurs principaux A et B, et notant  $Y_{..}$  la moyenne générale, la variabilité totale  $S_T = \sum_{ij} (Y_{ij} - Y_{..})^2$  se décompose en :

$$S_T = \sum_i (Y_{i.} - Y_{..})^2 + \sum_j (Y_{.j} - Y_{..})^2 + \sum_{ij} (Y_{ij} - Y_{i.} - Y_{.j} + Y_{..})^2$$

On observe que :

$$S_A = \sum_i (Y_{i.} - Y_{..})^2 \text{ est la variabilité entre les modalités de A}$$

$$S_B = \sum_j (Y_{.j} - Y_{..})^2 \text{ est la variabilité entre les modalités de B}$$

La première quantité traduit donc la variabilité due à A et la seconde celle due à B. On comprend bien, en effet, que si A (par exemple) n'est pas influent, la quantité  $\sum_i (Y_{i.} - Y_{..})^2$  sera négligeable.

Il en résulte la formule dite de décomposition d'analyse de variance :  
 $S_T = S_A + S_B + S_R$ .

$S_A$  et  $S_B$  traduisant les variabilités de A et B. Quant à  $S_R$ , dite variabilité résiduelle, elle contient tous les effets non pris en compte dans le modèle et à même d'influencer le phénomène.

Le protocole consiste ensuite à tester si les quantités  $S_A$  et  $S_B$  (plus généralement  $S_X$ , X désignant l'effet concerné), sont significativement importants.

Pour cela,  $d_{lx}$  désignant le degré de liberté de l'effet X, on calcule les variances par  $V_x = \frac{S_X}{d_{lx}}$ , puis on formule l'hypothèse  $H_0^X$  : "le facteur X n'est pas influent". Sous cette hypothèse on démontre (théorème de Cochran) que la quantité  $F_x = \frac{V_x}{V_r}$  (où  $V_r$  est la variance du résiduel), est la réalisation d'une variable de Fisher-Snedecor à  $d_{lx}$  et  $d_{lr}$  degrés de liberté, variable notée FS ( $\nu_1 ; \nu_2$ ), avec donc,  $\nu_1 = d_{lx}$  et  $\nu_2 = d_{lr}$

D'où le principe du test :

"On recherche l'intervalle d'acceptation I de l'hypothèse  $H_0^X$ , à un niveau de confiance  $(1 - \alpha)$ "

Cela consiste, connaissant  $\nu_1$  et  $\nu_2$ , à lire dans la table de Fisher-Snedecor, la série  $f_{\alpha}$ , au delà de laquelle il y a seulement la probabilité  $\alpha$  de trouver des réalisations de la dite variable aléatoire.

Concrètement :

1- Si la réalisation  $F_x$  est inférieure à  $f_{\alpha}$ , on conclut que x n'est pas significativement influent. Est associé à cette décision le risque  $\beta$  de conclure que x n'est pas influent, alors qu'en fait, il l'est. Pour les plans complets simples, ce risque est calculable, mais il ne l'est pas pour les plans incomplets.

2- Si la réalisation  $F_x$  est supérieure à  $f_\alpha$ , on conclut que  $x$  est significativement influent. Est associé à cette décision le risque  $\alpha$  de conclure que  $x$  est influent alors qu'en fait, il ne l'est pas. Ce risque  $\alpha$  toujours connu, puisque c'est l'utilisateur qui le choisit) est donc le risque de retenir influent un facteur qui ne l'est pas.

Il est clair que le choix de  $\alpha$  ( $\alpha = 0,10 ; 0,05 ; 0,01 ; 0,001$ ) résulte de considérations pratiques, ainsi que parfois, du type de plan d'expériences traité.

### 3.3. Prédicteur mathématique.

Dans la méthode des plans d'expériences et d'analyse de variance, les différents calculs conduisent à la mise en place du prédicteur mathématique associé à cette analyse de variance. Ce prédicteur donne les coefficients de la régression multiple de la réponse en fonction des paramètres pris en compte.

Le nombre de paramètres va conditionner le nombre de variables, ce qui va fixer la dimension de la décomposition. Le nombre de niveaux de chaque paramètres va conditionner, quant à lui, le degré maximum de la régression. Ces coefficients de la régression permettent en particulier de connaître les pentes et les orientations des concavités, mais aussi et surtout, les coefficients associés aux termes croisés qui vont caractériser des couplages de paramètres.

L'obtention de ce prédicteur permet de connaître la valeur numérique prédite par le modèle. Ce modèle est calculé à partir des différents niveaux des différentes variables prises en compte dans l'équation du prédicteur mathématique. Les coefficients de ce prédicteur sont les coefficients de la régression dans un repère différent de celui des valeurs nominales de départ. Cette base est obtenue depuis une transformation par des polynômes orthogonaux de Tchebycheff, comme indiqué ci-dessous, dans le cas d'un plan en  $3^n$  (à trois facteurs contrôlés):

degré 0 : 1

degré 1 :  $z-2$

degré 2 :  $3(z-2)^2-2$

où  $z$  représente un facteur contrôlé, dont les niveaux sont numérisés par les valeurs 1, 2, et 3.

Ce qui se résume par la table T.III.1., où apparaissent les différentes valeurs prises par les polynômes :

Niveau	Polynôme		
	degré 0	degré 1	degré 2
bas	1	-1	1
moyen	1	0	-2
haut	1	1	1

Table T.III.1. : Valeurs des polynômes pour les différents niveaux.

Pour appliquer la formule du prédicteur mathématique, il est donc nécessaire de connaître le site sur lequel cette formule est appliquée, c'est-à-dire les différents niveaux de chaque facteur contrôlé. Il faut ensuite déterminer le facteur qui sera multiplié par le coefficient de la régression en prenant chaque niveau correspondant au terme du prédicteur (avec la variable  $z$ ). Ce calcul est détaillé sur l'exemple du paragraphe suivant.

#### 3.4. Exemple de traitement sur un cas réel.

Un exemple de traitement est présenté dans la table T.III.2. sur lequel l'ensemble des caractéristiques issues de l'analyse de variance est exposé.

Facteurs contrôlés et niveaux des modalités :

A : Vitesse { 1000,0 3500,0 6000,0}  
B : Couple { 0,0 6,0 12,0}  
C : Rapport de conduite { 1,3 2,0 3,0}

Type d'engrenage = 51/52

Conditions particulières :

Désalignement vertical = 4'

Désalignement horizontal = 0

Entraxe de fonctionnement = 51/52

Corrections de denture = Non

Colonne étudiée = 1 (premier harmonique)

Niveau de confiance = 0,95 ( $\alpha = 0.05$ )

Source	Somme absolu	carrés %	ddl	Varian.	F <sub>exp</sub>	F <sub>α</sub>		
						0,99	0,95	0,90
b	1326,5	60	1	1326,5	1824,0	11,3	5,3	3,5
c	366,4	16	1	366,4	503,8			
a c	87,9	4	1	87,9	120,9			
bC	75,8	3	1	75,8	104,3			
ab	72,3	3	1	72,3	99,4			
a C	51,6	2	1	51,6	71,0			
bc	42,6	2	1	42,6	58,6			
Bc	39,4	2	1	39,4	54,1			
B	33,6	2	1	33,6	46,2			
Abc	29,5	1	1	29,5	40,6			
AB	17,7	1	1	17,7	24,3			
AbC	16,7	1	1	16,7	22,9			
A c	15,9	1	1	15,9	21,9			
Ab	14,8	1	1	14,8	20,4			
C	11,5	1	1	11,5	15,8			
A	9,6	0	1	9,6	13,1			
A C	5,4	0	1	5,4	7,4			
ABc	4,3	0	1	4,3	6,0			
R	5,8	0	8	0,73				
T	2227,4	100	26					

Table T.III.2. : Exemple de traitement d'un plan en 3<sup>n</sup>.

Prédicteur mathématique associé :

$$Y = 89,35 + 8,58.b - 4,51.c - 2,71.ac + 1,45.bC - 2,45.ab - 1,20.aC + 1,88.bc + 1,05.Bc - 0,79.B - 1,11.Abc - 0,4.AB - 0,48.AbC - 0,67.Ac - 0,64.Ab - 0,46.C - 0,42.A - 0,22.AC + 0,25.ABc$$

Dans le tableau précédent, les variables ne sont retenues que si la valeur du F<sub>exp</sub> est supérieure à la valeur de la variable de Fisher-Snedecor au niveau de confiance imposé. Dans cet exemple, le couple est un facteur explicatif des variations de bruit d'engrènement sur le premier harmonique à 60%, sous une forme linéaire (b). Les autres variables importantes sont, dans l'ordre décroissant, le rapport de conduite en linéaire (c avec 16%), ensuite

différents couplages dont l'influence ne dépasse pas 4%. Il faut remarquer que la vitesse n'est pas directement influente sur le niveau du premier harmonique.

Par ailleurs, le prédicteur mathématique nous donne les coefficients de la régression, avec le signe de cette régression. Le calcul de la valeur du prédicteur se fera en remplaçant les lettres majuscules ou minuscules ou l'absence de lettre à sa place par les valeurs numériques en z correspondantes. Dans notre exemple, le début du prédicteur s'écrira donc, au point bas pour tous les facteurs :

$$Y = 89,35 + 8,58(1x(-1)x1) - 4,51(1x1x(-1)) - 2,71((-1)x1x(-1)) + \dots$$

On obtient ainsi le niveau approximé du paramètre mesuré pour le site défini par les différents niveaux de chaque variable.



## **CHAPITRE IV : PRESENTATION DES RESULTATS D'EXPLOITATION**

### 1. Définition des essais réalisables.

Ce paragraphe regroupe la description des éprouvettes d'essais ainsi que les différentes configurations du banc d'essais. Cette description va permettre de situer l'ensemble des informations directement et indirectement exploitables au niveau de la réduction du bruit d'engrènement. Une partie des résultats pourra être traitée à l'aide des analyses par plans d'expériences, alors que pour certains facteurs, cette analyse ne pourra pas être utilisée, car ces paramètres ne présentent pas un nombre de niveaux suffisant. Ces paramètres seront donc étudiés principalement par comparaison de deux niveaux.

#### 1.1 Description des engrenages.

Les engrenages d'essais sont taillés dans la masse et ne présentent donc pas de caractéristiques de jante et de voile comme une grande partie des engrenages courants. Leur diamètre primitif caractéristique est de 80 mm et la largeur de denture de 17,5 mm. L'ensemble des autres dimensions principales est consigné dans un rapport interne au laboratoire [1].

Les engrenages d'essais se classent en trois groupes selon leur module et la géométrie :

- le premier groupe rassemble des engrenages à module "élevé" et dont la principale caractéristique géométrique étudiée sera le rapport de recouvrement,

- le deuxième groupe d'éprouvettes est constitué d'engrenages dont le module est plus petit, utilisé pour étudier le rapport de conduite ainsi que les corrections de dentures,
- le troisième groupe d'engrenages a des caractéristiques géométriques qui permettront de connaître l'influence de paramètres comme le rapport de réduction, le nombre de dents de chaque roue et l'influence d'un rapport de recouvrement non entier (dans une étude ultérieure).

La liste de ces engrenages et les principales caractéristiques utilisées par la suite dans le texte sont résumées dans le tableau T.IV.1. :

		$\varepsilon_\beta = 0.0$	$\varepsilon_\beta = 0.0$	$\varepsilon_\beta = 1.0$	$\varepsilon_\beta = 1.0$	$\varepsilon_\beta = 2.0$	$\varepsilon_\beta = 2.0$
		module	module	module	module	module	module
		1.515	2.10	1.515	2.10	1.515	2.10
		(51/52)	(36/38)	(51/52)	(36/38)	(51/52)	(36/38)
$\varepsilon_\alpha = 1.3$	S.C	1 couple	1 couple <sup>1</sup>	-	3 couples	-	2 couples
$\varepsilon_\alpha = 1.3$	A.C	1 couple <sup>2</sup>	1 couple	-	1 couple	-	-
$\varepsilon_\alpha = 2.0$	S.C	1 couple	-	-	-	-	1 couple
$\varepsilon_\alpha = 2.0$	A.C	1 couple	-	-	-	-	1 couple
$\varepsilon_\alpha = 3.0$	S.C	1 couple	-	-	-	-	-
$\varepsilon_\alpha = 3.0$	A.C	1 couple	-	-	-	-	-

<sup>1</sup> : pièce sur laquelle une rayure simulant un défaut a été réalisée.

<sup>2</sup> : pièce détériorée après une série d'essais de validation du banc d'essais, ayant été sollicitée beaucoup plus souvent que les autres engrenages,

S.C : Sans Correction de denture,

A.C : Avec Correction de denture.

Tableau T.IV.1. : Ensemble des caractéristiques des engrenages d'essais.

L'ensemble de ces engrenages présentent une finition de qualité élevée (AGMA 12). Cette qualité de fabrication est requise au niveau de la construction

aéronautique, en particulier dans le cas des hélicoptères. Avec cette qualité de finition de la géométrie des dentures, l'influence de paramètres issus du taillage des engrenages n'a pas pu être envisagé.

Les géométries définies pour les éprouvettes d'essais sont généralement caractérisées par des paramètres géométriques comme la largeur de denture, le profil, le module, etc ... Cette géométrie fixe le comportement global de l'engrenage sans charge. Afin d'améliorer les caractéristiques dynamiques de l'engrenage, certaines corrections de la géométrie de denture sont apportées le long du profil et sur la largeur de la denture. L'objectif de ces corrections est d'apporter une meilleure répartition des charges sur la denture et tout au long de l'engrènement. Les corrections de bombé, effectives sur la largeur de la dent, permettent d'éviter une répartition de charge sur un côté de la dent, de centrer la charge sur la largeur de la denture. Les corrections de profil permettent une meilleure répartition de la charge au cours de l'engrènement, donc une amélioration de la raideur d'engrènement, de l'erreur cinématique due aux déformations des dents engendrées par le chargement. Ces corrections sont définies de manière à améliorer sensiblement les conditions de fonctionnement cinématiques (risque d'interférences) et dynamiques (répartition de la charge).

### 1.2 Définition des conditions de fonctionnement.

Les conditions de fonctionnement différentes sont obtenues en modifiant légèrement les positions relatives des deux arbres du banc d'essais par rapport aux positions nominales de fonctionnement parfait. Il est ainsi possible de modifier l'entraxe de fonctionnement, le désalignement vertical et le désalignement horizontal. Par exemple :

- l'entraxe théorique des engrenages 51/52 dents est de 78,0225 mm,
- l'entraxe théorique des engrenages 36/38 dents est de 77,885 mm.

Les conditions de désalignement imposées lors des essais étaient les suivantes :

- les deux désalignements nuls,
- désalignement vertical de 4 minutes et désalignement horizontal nul,
- désalignement horizontal de 4 minutes et désalignement vertical nul.

Les deux dernières conditions de désalignement entraînent des réductions de largeur de portée de denture avant l'application de la charge qui, elle, entraînera des déformations en cours de fonctionnement.

Les sens des désalignements choisis conduisent à faire porter les engrenages du même côté sur la largeur de denture. Les dentures d'engrenages sont par conséquent sollicitées du même côté.

Les conditions de fonctionnement sont rappelées ici . Relative à la vitesse, elles s'étendent de 1000 à 6000 t/min, alors que pour le couple, il varie de 0 à 120 Nm. Par ailleurs, la lubrification est assurée par un jet d'huile du type Mobil Jet Oil II.

L'organisation des essais suivant un plan d'expériences complet n'a pu être réalisée par manque d'prouvettes d'essais. Cette organisation sera donc scindée en plusieurs plans de taille moins importante, et certains couplages de paramètres seront négligés. La description du traitement des données décrites dans le chapitre III reste de toute façon valable.

Les mesures effectuées sont principalement celles du bruit d'engrènement dans le cadre de cette étude. Elles sont accompagnées de mesures d'accélération sur les paliers les plus proches.

Deux types d'approches ont été utilisées, liées aux méthodes de traitement du signal présentées dans le chapitre III. Ainsi, l'analyse spectrale classique sera utilisée afin de déterminer, grâce aux plans d'expériences, l'influence des paramètres définis précédemment sur le bruit d'engrènement. Cette première approche a pour objectif de fournir des résultats, même globaux et peu précis, de manière à réduire le bruit émis par les engrenages. Cette approche permettra d'obtenir une connaissance globale sur les paramètres principaux et sera exposée dans ce chapitre.

Par ailleurs, l'approche induite par la méthode de transformation par ondelettes permettra une analyse plus descriptive et plus exploratoire sur les phénomènes physiques "générateurs" de bruit au cours de l'engrènement. L'idée principale est de suivre le plus précisément possible l'évolution du bruit au cours de l'engrènement, et cela sans perdre la notion fréquentielle. L'ensemble de cette étude est présentée dans le chapitre suivant sous le terme générique de morphologies de signaux.

### 1.3. Descriptif des figures et de la présentation choisie.

L'ensemble des figures qui sont présentées dans ce chapitre, les résultats d'exploitation sont fournis sous la forme globale décrite ci-après sur la figure F.IV.2. Dans tous les cas, la figure présentera quatre graphes définis comme des indicateurs, qui sont le niveau du premier harmonique  $H_1$ , le niveau du second harmonique  $H_2$ , la somme des cinq premiers harmoniques et enfin le niveau du spectre global (c'est-à-dire, la contribution de toutes les fréquences du spectre).

Ces indicateurs sont issus de points expérimentaux relevés sur chaque spectre construit à partir de l'enregistrement du bruit d'engrènement. Ces relevés sont présentés sur la figure F.IV.1.

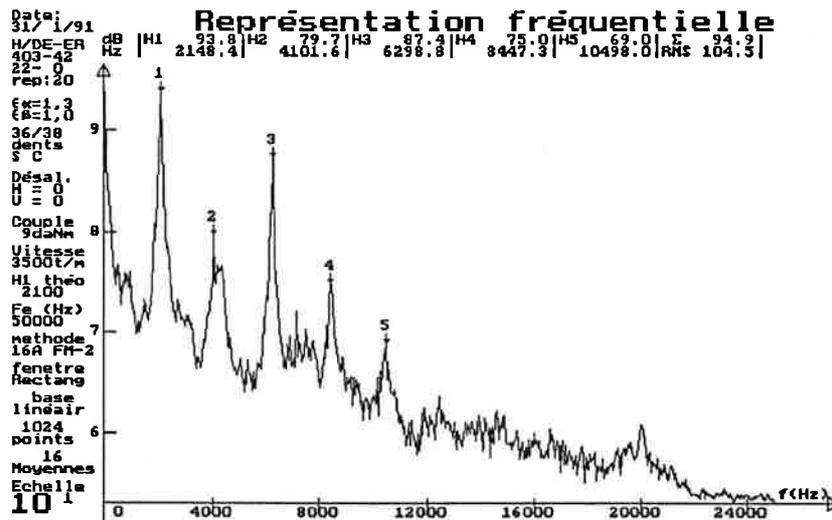


Fig. F.IV.1. : Spectre caractéristique du signal de bruit d'engrènement.

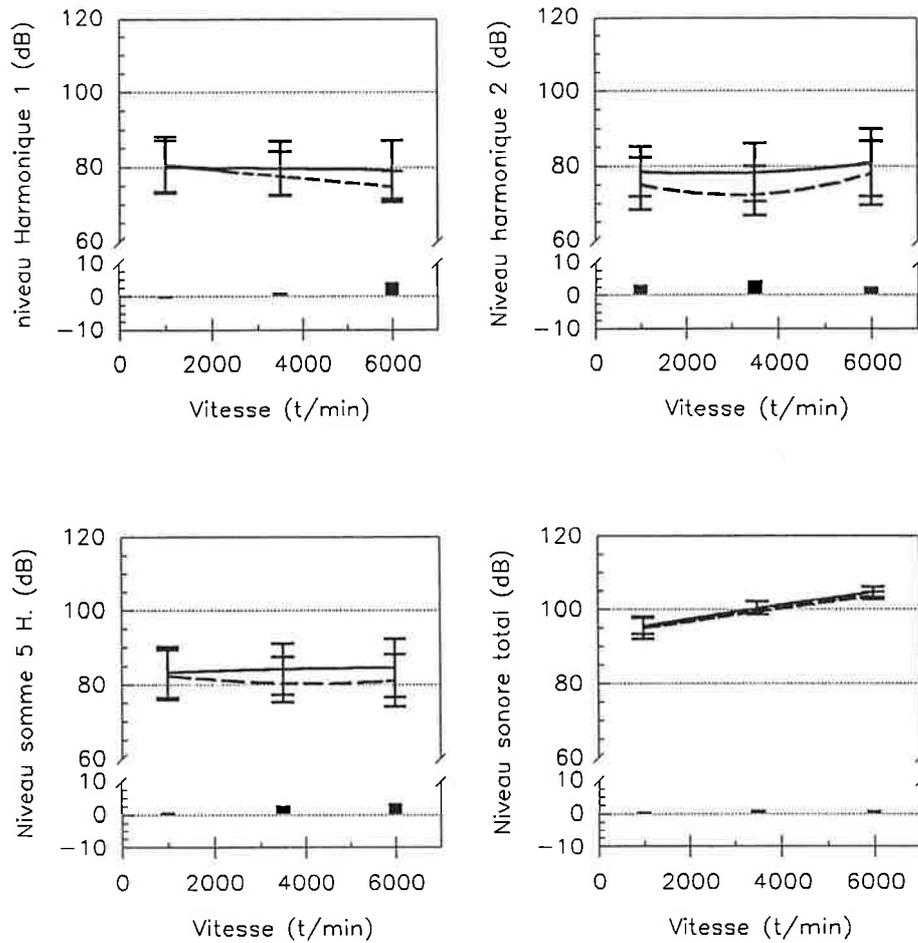


Fig. F.IV.2. : Courbes d'analyses caractéristiques issues du traitement statistique.

La construction et la lecture de ces courbes présentées sur la figure précédente F.IV.2. doivent être quelque peu détaillées. Sur un graphe de comparaison, il apparaît deux courbes munies de barres de fluctuation. Ces barres de fluctuation ne sont pas des barres d'erreur, elles représentent le domaine de fluctuation dû aux autres paramètres issus du plan d'expériences. Par exemple sur la figure F.IV.2., les courbes montrent l'évolution en fonction de la vitesse alors que les barres représentent la fluctuation due au couple et au rapport de conduite. Chaque courbe est représentative d'un cas de fonctionnement particulier qui est comparé sur le graphe. Ces courbes sont tracées à l'aide d'une régression d'ordre deux passant au mieux par le nuage de points expérimentaux. Ces points sont issus de l'ensemble des sites

expérimentaux étudiés. Il y a donc deux types de paramètres :

- premièrement, un paramètre unique, dit de comparaison, qui est à l'origine des différences entre les deux courbes,
- deuxièmement, des paramètres dit de fonctionnement, issus généralement d'un plan d'expériences, qui permettront de garder en mémoire l'évolution de la courbe suivant ces paramètres. Ils sont représentés par les abscisses des différents graphes, et sont généralement le couple, la vitesse, et le rapport de conduite ou le rapport de recouvrement.

Ces graphes permettent par ailleurs de représenter la moyenne des différences enregistrées entre les deux courbes comparées, tracée sous forme d'histogramme dans la partie basse du graphe. La convention choisie ici pour représenter cette différence est la suivante :

- la courbe tracée en trait plein est représentative de la configuration la plus bruyante a priori, celle en trait pointillé est représentative de la configuration la plus silencieuse a priori,
- la différence est exprimée par la moyenne de la soustraction des valeurs attachées à la courbe en trait pointillé aux valeurs attachées à la courbe en trait plein. Cette moyenne se fait bien entendu sur la différence entre les deux valeurs enregistrés tous paramètres figés, c'est-à-dire pour une configuration de fonctionnement fixée.

Ces quatre indicateurs ont été retenus pour tenter d'isoler la part de contribution sélective des paramètres, par exemple sur les pics et la part globale sur l'ensemble du spectre.

## 2. Présentation de résultats d'essais pour l'étude de l'influence des paramètres.

Cette partie présente l'ensemble des résultats issus de cette étude expérimentale et de l'approche statistique sur le bruit d'engrènement sous son aspect spectral. Chaque courbe est tirée de l'analyse de variance effectuée pour les différents plans d'expériences, elle synthétise les différentes conclusions apportées par cette étude.

### 2.1 Premières Influences. Etude du Couple et de la Vitesse. (engrenages droits).

L'étude des influences par la méthode des plans d'expériences montre que le couple est le facteur le plus influent sur le bruit d'engrènement, ceci pour les différents harmoniques 1 et 2, et pour la somme des cinq premiers harmoniques. Par contre, l'évolution du niveau sonore global obtenu avec la somme des contributions sur tout le spectre en fonction du couple n'est pas très importante. Ainsi, une augmentation du couple introduit une augmentation d'énergie acoustique émise qui est essentiellement localisée aux différentes fréquences correspondant aux harmoniques. Cette évolution est présentée sur la figure F.IV.3. , représentative de toutes les configurations testées sur le banc d'essais. Cette évolution sera de toute façon reprise dans les figures suivantes puisque le couple est un des paramètres de fonctionnement.

Par contre, avec l'évolution du bruit d'engrènement en fonction de la vitesse, l'influence est beaucoup moins marquée sur les différents harmoniques mais le niveau sonore global est très influencé. Cette évolution est d'autant plus marquée que la dispersion des points de mesures est nettement plus faible.

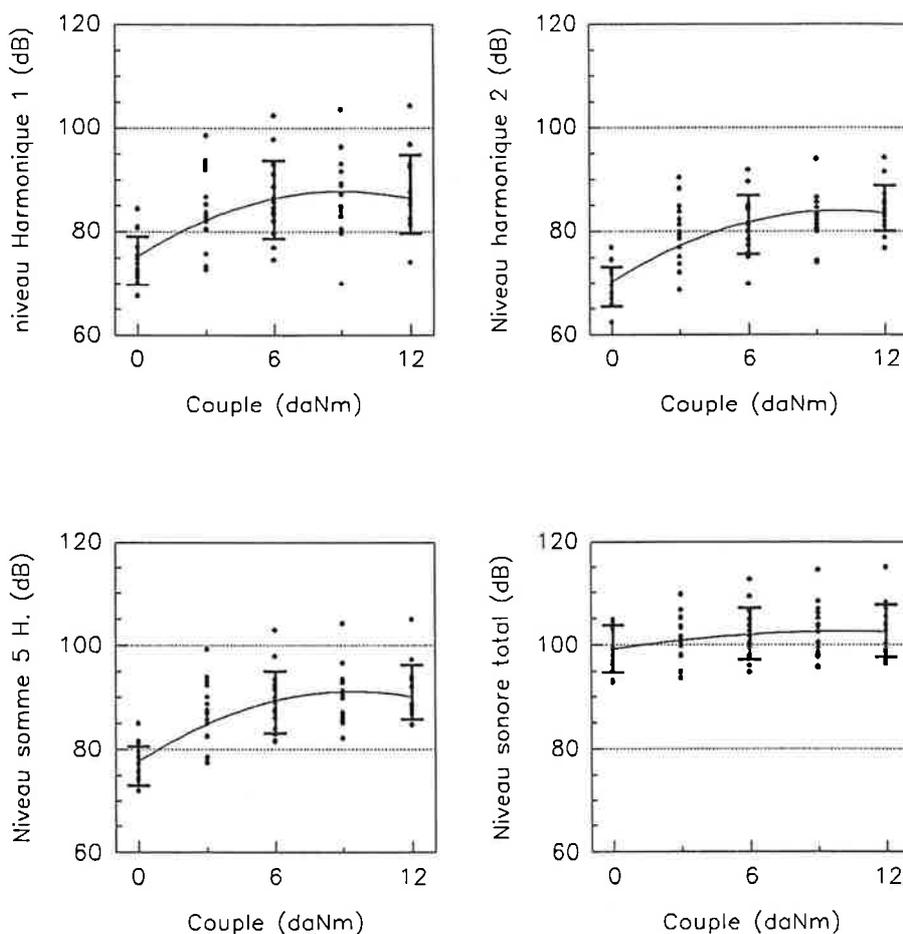


Fig. F.IV.3. : Courbes et points de mesures  
issus d'un essai (évolution en fonction du couple).

On peut donc affirmer, dans le cas de la vitesse par opposition au couple, que l'influence de la vitesse va surtout se traduire par une augmentation du niveau sonore global, sans modifier sensiblement le niveau caractéristique des pics localisés aux différents harmoniques. Ceci se traduira par une répartition sur le spectre des différentes composantes fréquentielles (due à une augmentation de la vitesse) , mais aussi par l'élargissement des harmoniques (contribution plus sensible des raies latérales). La représentation de l'évolution du niveau sonore en fonction de la vitesse est représentée de manière identique au couple sur la figure F.IV.4. Elle est globalement représentative de l'évolution en fonction de la vitesse quelque soient les conditions de fonctionnement.

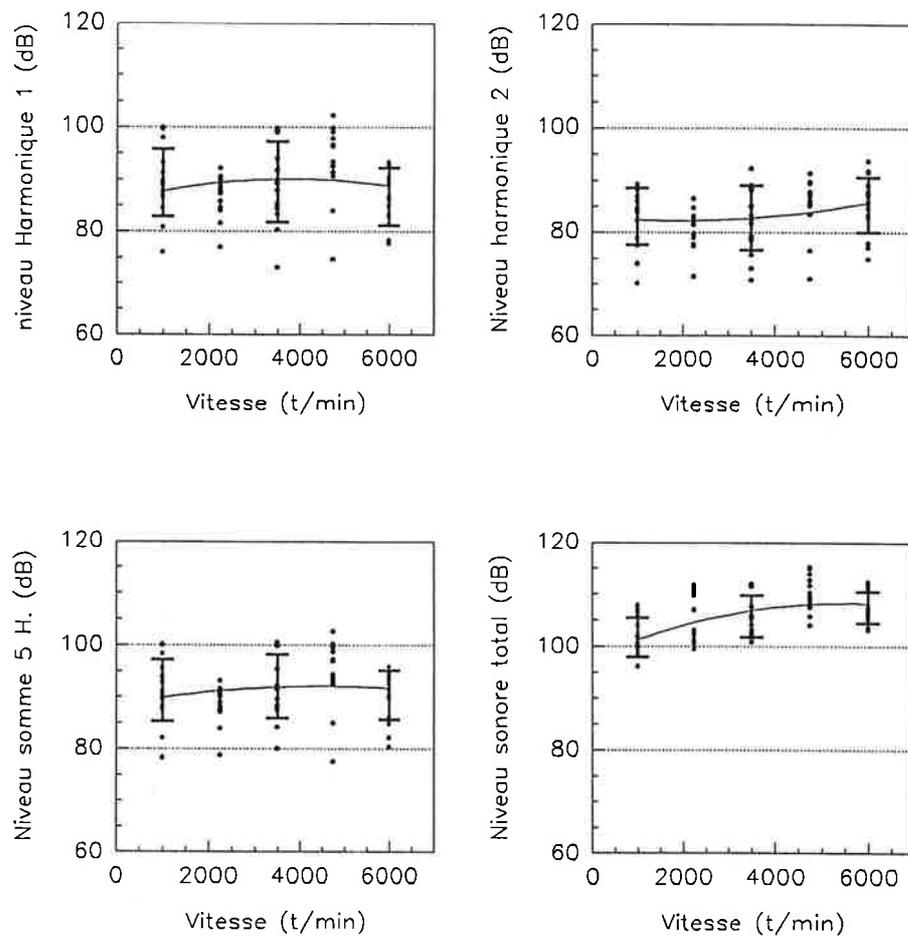


Fig. F.IV.4 : Courbes et points de mesure  
issus d'un essai (évolution en fonction de la vitesse).

Signalons par ailleurs que ces courbes font apparaître une vitesse où le fonctionnement du banc présente une réponse et un mode de vibration particulier. Des calculs faits par ailleurs avec des modélisations simples par éléments finis ont défini un mode de flexion pour une vitesse de rotation de l'ordre de 4 800 t/min. Cette caractéristique vibratoire du banc se retrouve bien dans les essais où la vitesse de 4 750 t/min présente effectivement un niveau acoustique anormalement supérieur et une dispersion des points plus importante.

## 2.2 Etude de l'influence des corrections de denture. (engrenages droits).

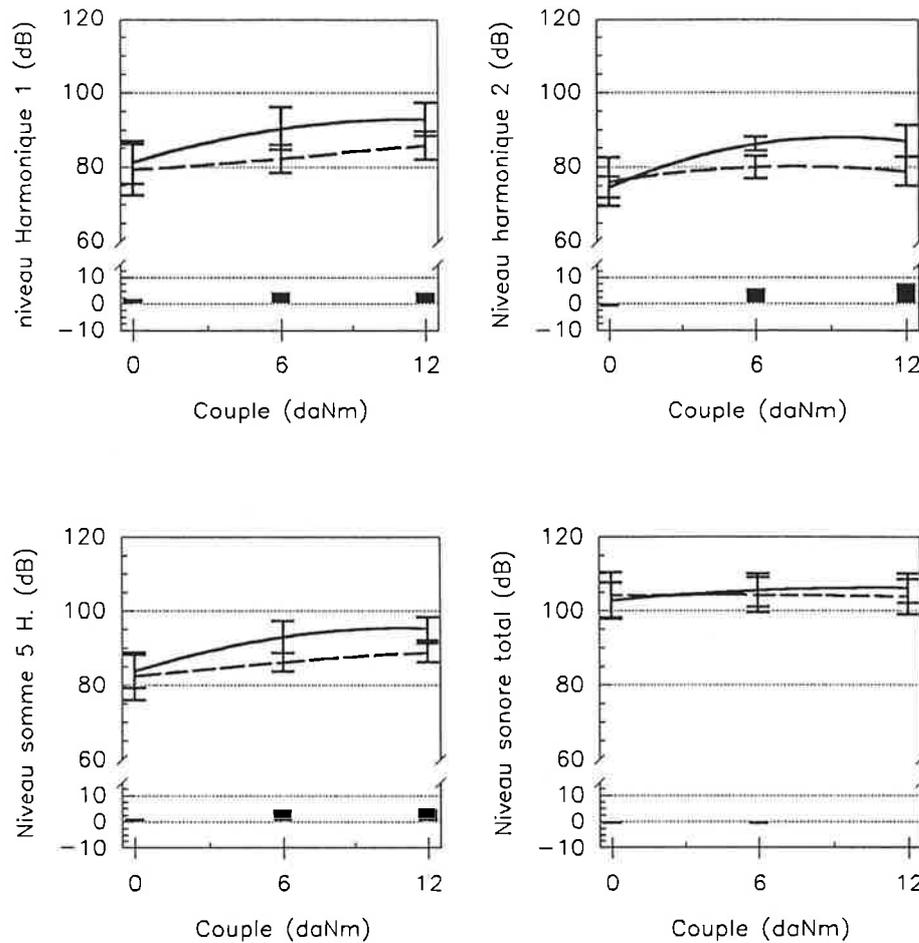
Dans la littérature, l'apport des corrections de denture sur le bruit d'engrènement est implicitement reconnu pour améliorer certaines caractéristiques comme l'erreur cinématique et le bruit, mais il s'agit de tendances générales. Nous allons présenter ici l'ensemble des résultats expérimentaux concernant les corrections de denture et cela pour plusieurs conditions de fonctionnement différentes.

### a) Conditions de désalignement vertical et horizontal nulles.

Dans des conditions normales d'alignement, les courbes des pages suivantes présentent les différences relevées entre une denture non corrigée (traits pleins) et une denture corrigée (traits pointillés).

La première évolution (fig F.IV.5.), en fonction du couple appliqué, montre que ces corrections sont relativement efficaces lorsque le couple augmente. Par contre, à couple faible, ces corrections n'apportent aucune amélioration sur le bruit émis. Ces résultats suggèrent que les corrections de denture interviennent ici principalement sous la forme de corrections de profil.

Ces corrections, étant définies pour une charge de fonctionnement, permettent d'obtenir un profil sous charge équivalent à un profil en développante de cercle. Par ailleurs, ces corrections permettent d'éviter d'éventuelles interférences de matière dans l'engrènement lorsque la denture se déforme.

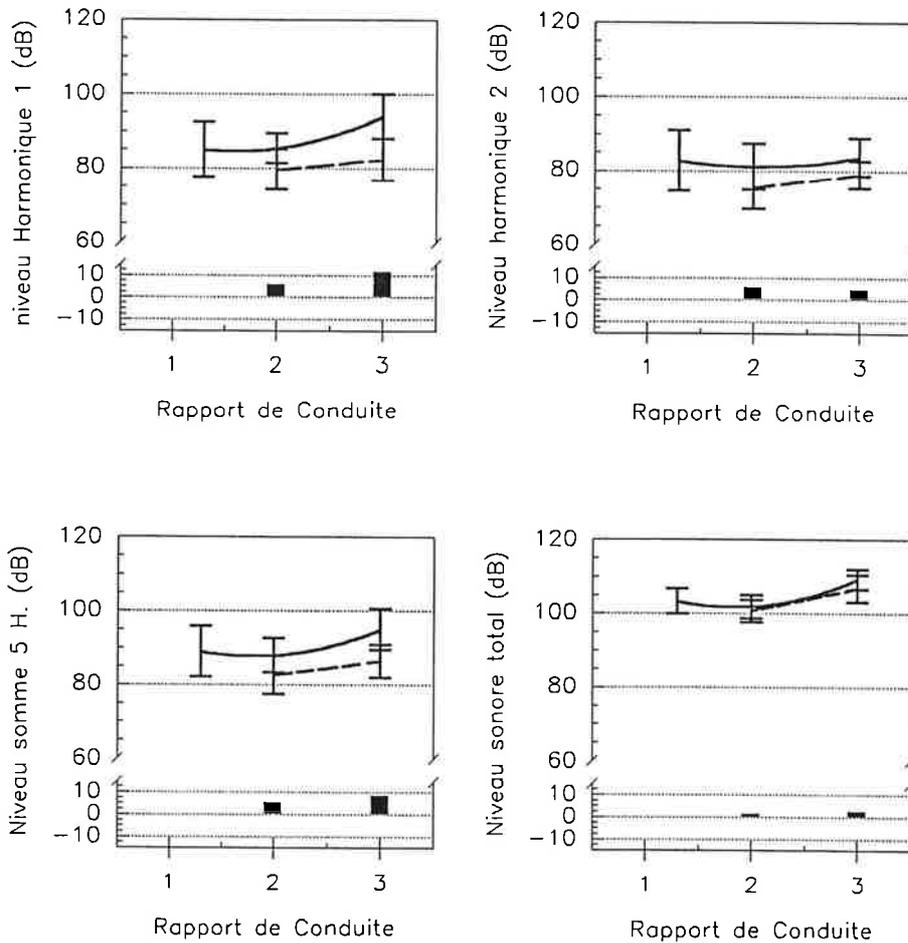


trait plein : engrenage non corrigé  
trait pointillé : engrenage corrigé

Fig. F.IV.5. : Influence des corrections de denture en fonction du couple .

Les courbes de la figure F.IV.6. représentent l'amélioration des corrections de denture en fonction du rapport de conduite. Le calcul de la différence entre dentures non corrigées et dentures corrigées pour  $\epsilon_{\alpha}=1,3$  est entaché d'une erreur due à deux phénomènes liés. Le premier réside dans le fait que l'engrenage corrigé a subi des détériorations prématurées d'états de surface (a priori par défaut de lubrification et par une utilisation importante lors de la mise au point des mesures sur le banc) qui ont introduit des niveaux anormalement élevés de bruit. Ainsi, certaines conditions de fonctionnement n'ont pas été testées car l'engrenage concerné n'était plus significatif.

D'autre part, l'absence de valeurs numériques correspondantes introduit des déviations significatives dont il ne faut pas tenir compte pour  $\varepsilon_\alpha = 1,3$ .

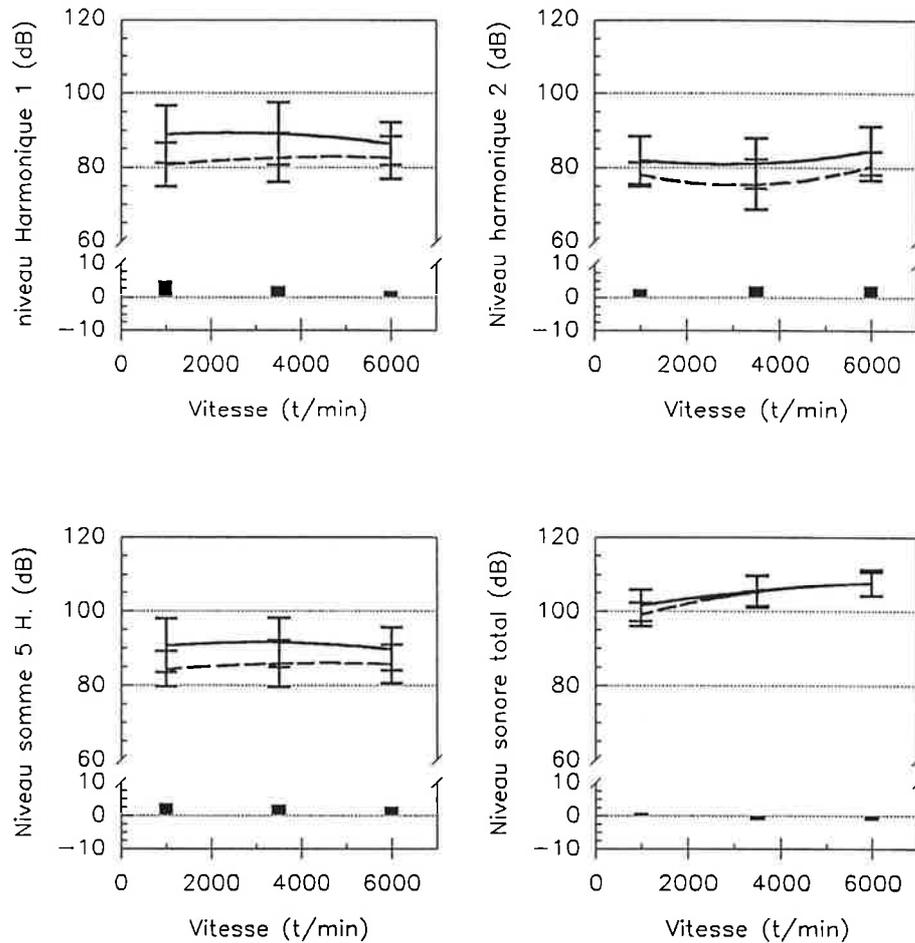


trait plein : engrenage non corrigé  
trait pointillé : engrenage corrigé

Fig. F.IV.6. : Influence des corrections de denture en fonction du rapport de conduite .

Il faut remarquer ici que plus le rapport de conduite augmente, plus les corrections diminuent le niveau sonore. Par ailleurs, une denture à fort rapport de conduite ( $\varepsilon_\alpha > 2$ ) doit être corrigée, sans quoi le comportement acoustique de cette géométrie sera pénalisant. Ceci peut être rapproché du fait que les interférences sont plus importantes pour une denture à fort rapport de conduite, et ceci malgré un profil plus affiné, donc une denture plus souple.

Les évolutions des différences en fonction de la vitesse (fig F.IV.7.) ne sont pas significatives sur le niveau sonore total. Comme pour le couple, les corrections de denture ne semblent intervenir que sur les valeurs aux différents harmoniques. Dans ce cas particulier, on peut noter que les différences entre une denture non corrigée et corrigée est plus importante aux faibles vitesses.



trait plein : engrenage non corrigé

trait pointillé : engrenage corrigé

Fig. F.IV.7. : Influence des corrections de denture en fonction de la vitesse.

b) Conditions de désalignement horizontal non nulles (4' d'angle).

Rappelons que l'introduction d'un désalignement horizontal se fait par rotation d'un arbre autour d'un axe passant par le point de tangence des deux diamètres primitifs et perpendiculaire à ces diamètres. Cet axe est centré sur la largeur de la denture. La géométrie du contact sera donc modifiée essentiellement suivant la largeur de la denture. Le schéma de la figure F.IV.8. présente les conditions de portée théoriques, ainsi que la géométrie de l'engrènement suivant la largeur de la denture.

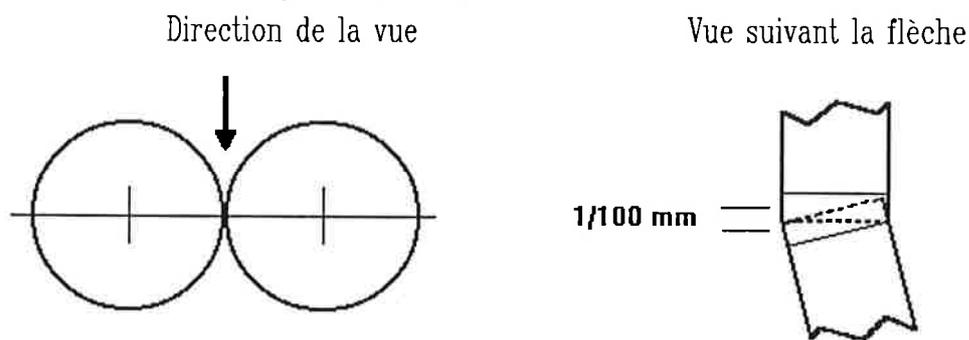


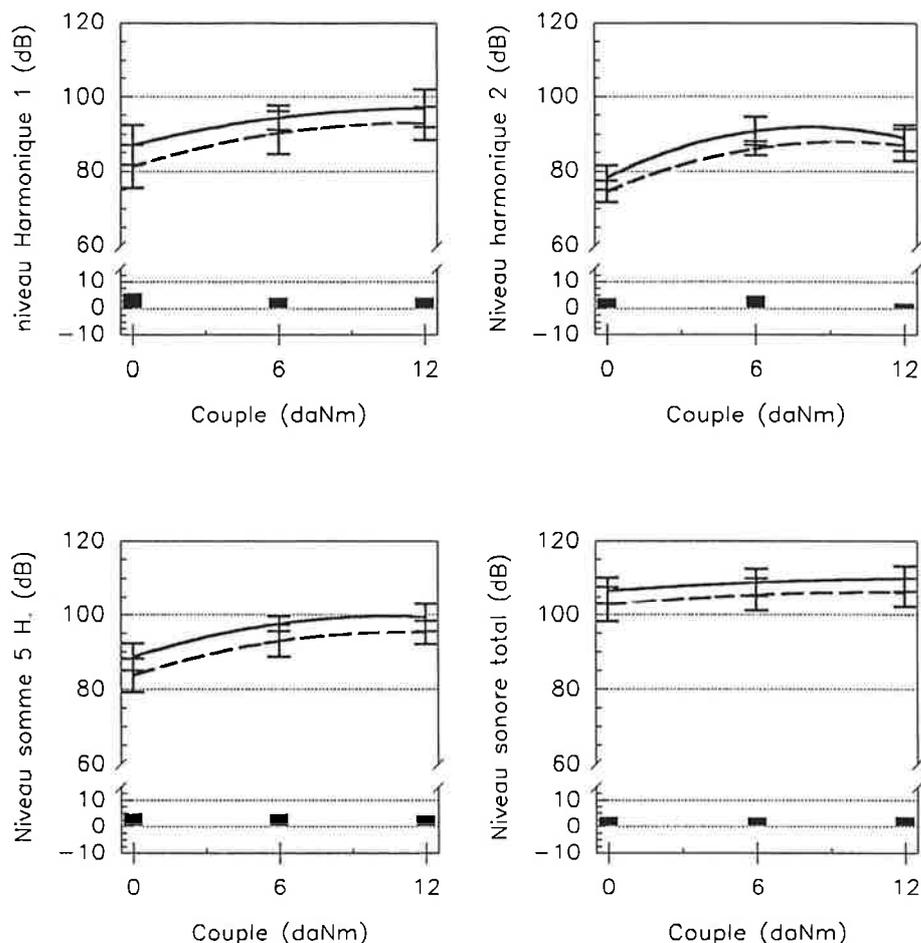
Fig. F.IV.8. : Visualisation du désalignement horizontal.

Ce positionnement de la denture va entraîner deux effets a priori néfastes sur le bruit d'engrènement qui sont :

- la localisation de la zone de portée sur un côté et par ailleurs la modification de la ligne de portée théorique en un point (les développantes de cercle théoriques ne sont tangentes qu'en un point, et non plus sur une ligne),
- l'augmentation des risques d'interférences due à la pénétration des dentures des deux roues sur un côté de la denture.

b.1) cas d'une denture non corrigée.

Dans le cas d'une denture non corrigée, ces deux perturbations dues au désalignement horizontal vont introduire une élévation du niveau sonore tant sur les harmoniques de la raie d'engrènement que sur le spectre total en fonction du couple (figure F.IV.9.).

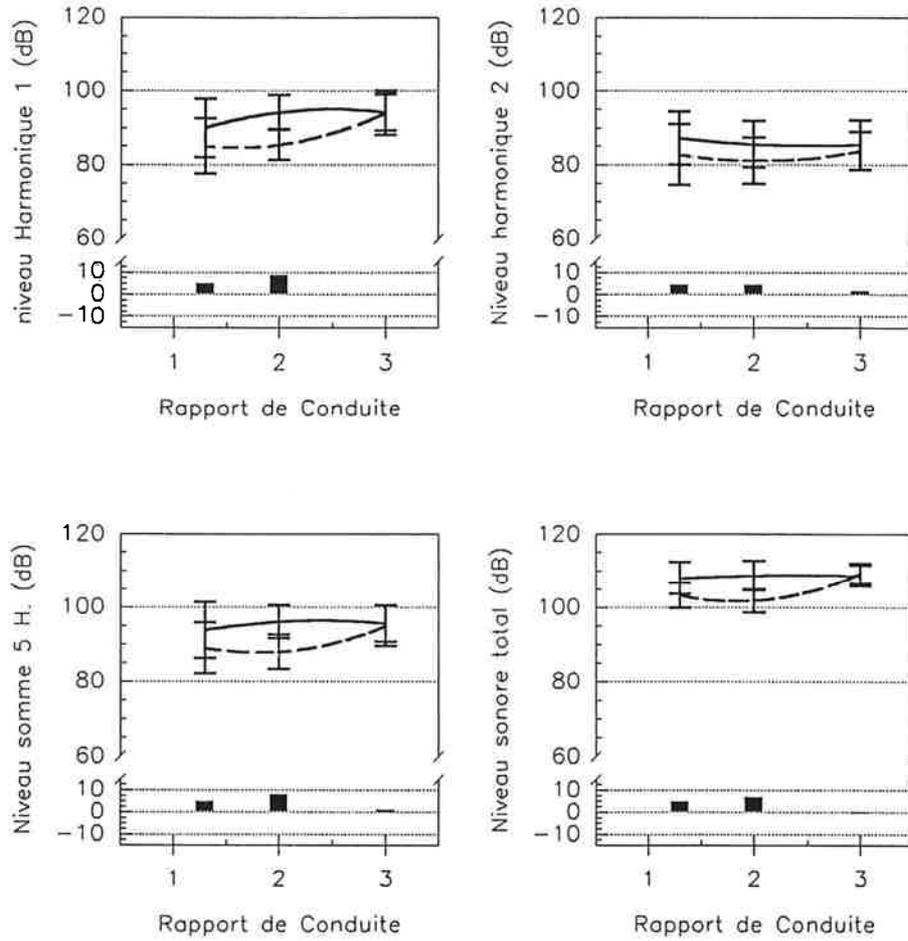


trait plein : désalignement horizontal = 4'  
trait pointillé : désalignement horizontal = 0'

Fig. F.IV.9. : Influence du désalignement horizontal en fonction du couple .

Cette augmentation est sensiblement la même quelque soit le couple appliqué sur la denture. On peut donc penser que la déformation des dents ne joue plus un rôle important au niveau du bruit rayonné par l'engrenage.

Par contre, si l'on représente les niveaux relevés pour les deux conditions de désalignement en fonction du rapport de conduite (figure F.IV.10.), on remarque que la différence s'atténue sensiblement pour un rapport de conduite élevé. Ainsi pour  $\varepsilon_{\alpha} = 3,0$ , les dentures non corrigées sont quasiment insensibles à un désalignement horizontal conséquent.



trait plein : désalignement horizontal = 4'  
trait pointillé : désalignement horizontal = 0'

Fig. F.IV.10. : Influence du désalignement horizontal en fonction du rapport de conduite.

Ce constat s'explique aisément en comparant les trois profils des dentures sur la figure F.IV.11:

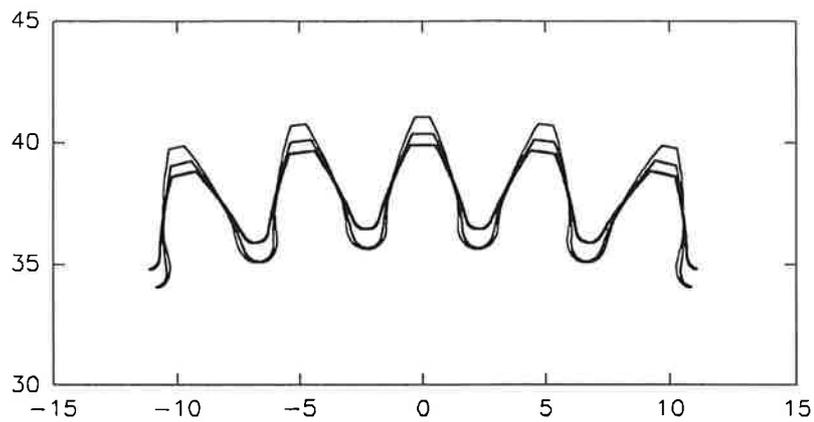
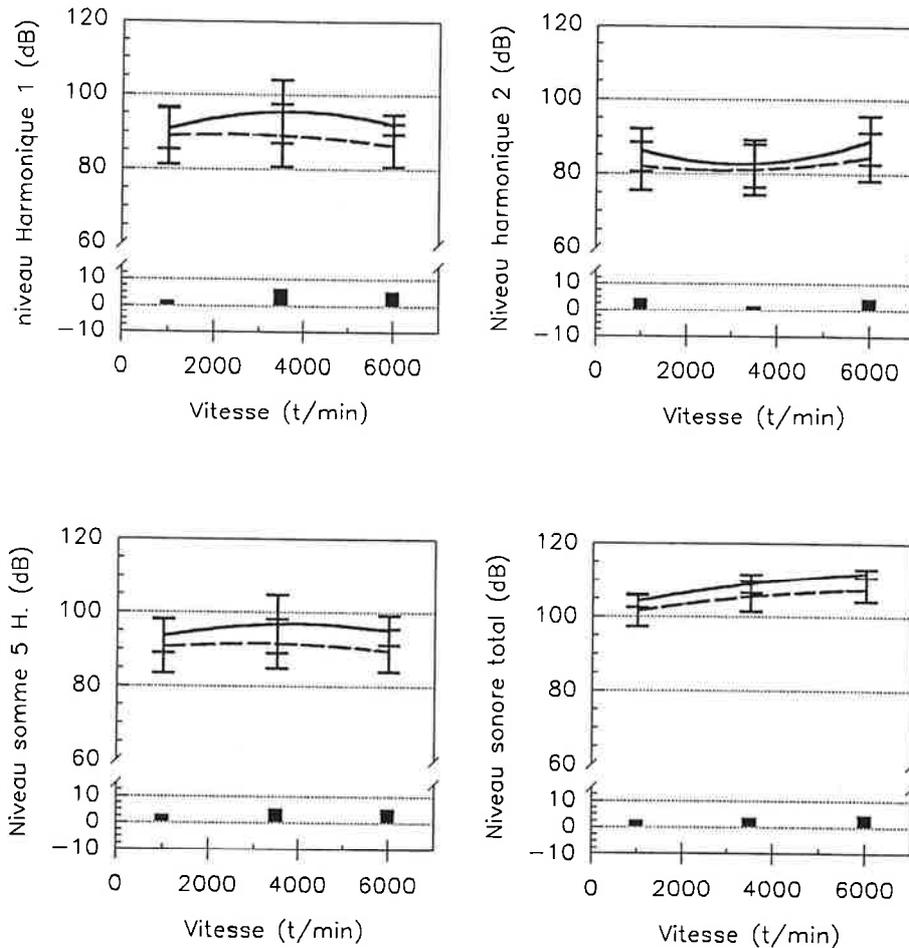


Fig. F.IV.11. : Profils des dents  
pour les trois rapports de conduite.

En effet, le profil de denture défini pour  $\varepsilon_\alpha = 3,0$  est nettement plus souple, et donc le comportement de la denture sera moins sensible au défaut de répartition de charge. Les déformations induites par la localisation de la charge vont répartir la charge sur la largeur de la denture et donc compenser l'effet du désalignement.

Il faut donc remarquer que les grands rapports de conduite sont pénalisants pour le bruit du fait de la présence de trois dents en contact et de leur grande déformabilité lorsque les conditions d'alignement sont respectées, mais ils deviennent intéressants lorsque les dentures sont désalignées horizontalement, du fait même de leur souplesse et de la localisation de la charge.

L'évolution de la différence due à un désalignement en fonction de la vitesse, présentée sur la figure F.IV.12. reste constante pour les différents indicateurs, ce qui montre que la vitesse n'est pas influente sur un désalignement. On peut remarquer tout de même une légère évolution sur le deuxième harmonique, qui montre que le désalignement horizontal est moins sensible pour une vitesse voisine de 3000 t/min.



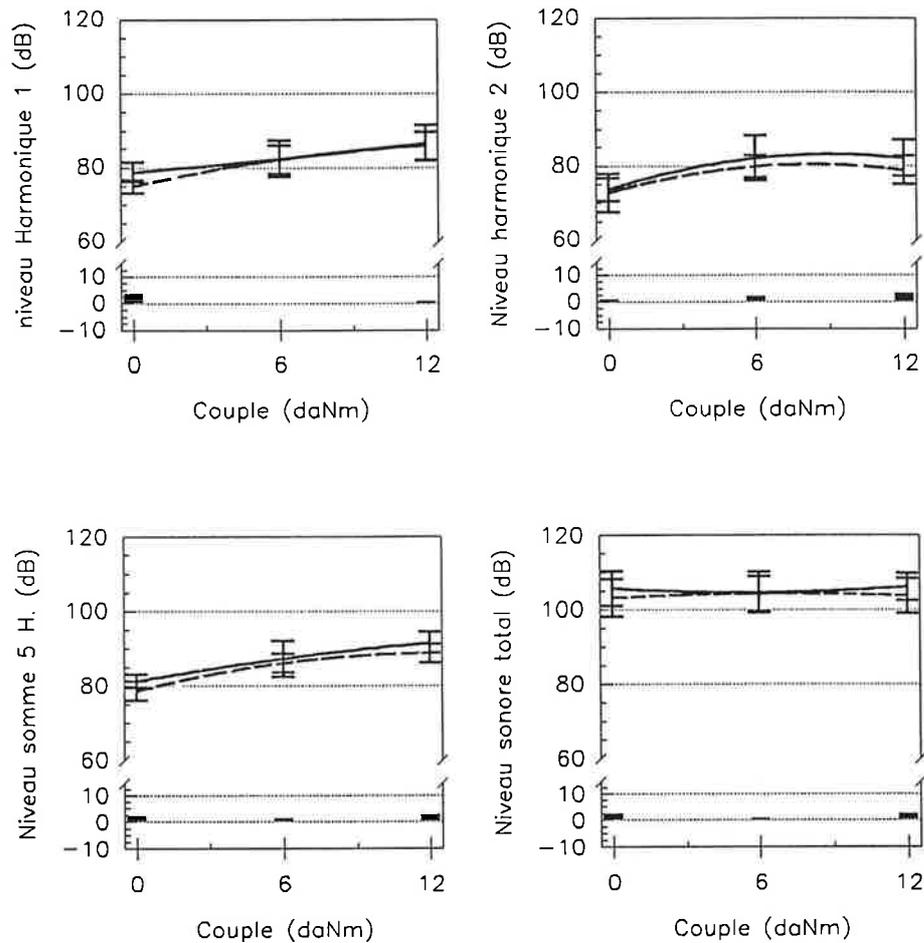
trait plein : désalignement horizontal = 4'  
trait pointillé : désalignement horizontal = 0'

Fig. F.IV.12. : Influence du désalignement horizontal en fonction de la vitesse.

### b.2) Cas d'une denture corrigée.

Sur une denture corrigée, la différence de niveau sonore due à un désalignement horizontal est beaucoup moins marquée. Une correction de denture (bombé et profil) permet donc d'avoir une réponse acoustique indépendante du désalignement horizontal. Ceci peut être dû à la limitation des risques d'interférences qu'apporte une correction de profil. Cette faible différence de niveau sonore entre un engrenage désaligné et un engrenage

monté parfaitement montre que les corrections de denture sont surtout efficaces le long du profil pour ce paramètre de désalignement. L'évolution, quasi identique, en fonction du couple sur la figure F.IV.13. montre que les corrections de bombé n'apportent pas de changement significatif sur le niveau acoustique émis. La répartition de la charge sur la denture, représentée sur la figure F.IV.14., n'a pas suffisamment évolué.



trait plein : désalignement horizontal = 4'  
trait pointillé : désalignement horizontal = 0'

Fig. F.IV.13. : Influence du désalignement horizontal en fonction du couple .

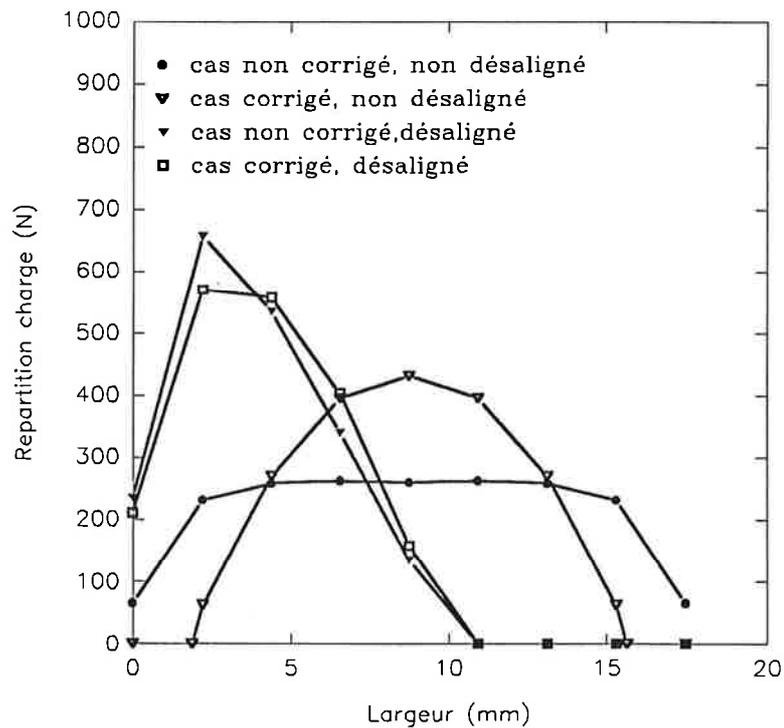


Fig. F.IV.14. : Simulation de la répartition de charge suivant la largeur de la denture (PRINCE).

Le désalignement imposé ici à la denture est trop important, les corrections de bombé ne sont plus efficaces. Dans ce cas de désalignement, il serait nécessaire d'augmenter les valeurs des corrections de bombé de manière à recentrer la charge sur la largeur de la denture.

De la même manière, on peut remarquer que l'intérêt des corrections de denture reste limité pour les engrenages à grand rapport de conduite, dans une configuration désalignée. Ainsi, sur la figure F.IV.15., on remarque que la différence entre une denture désalignée horizontalement et une denture alignée est faible.

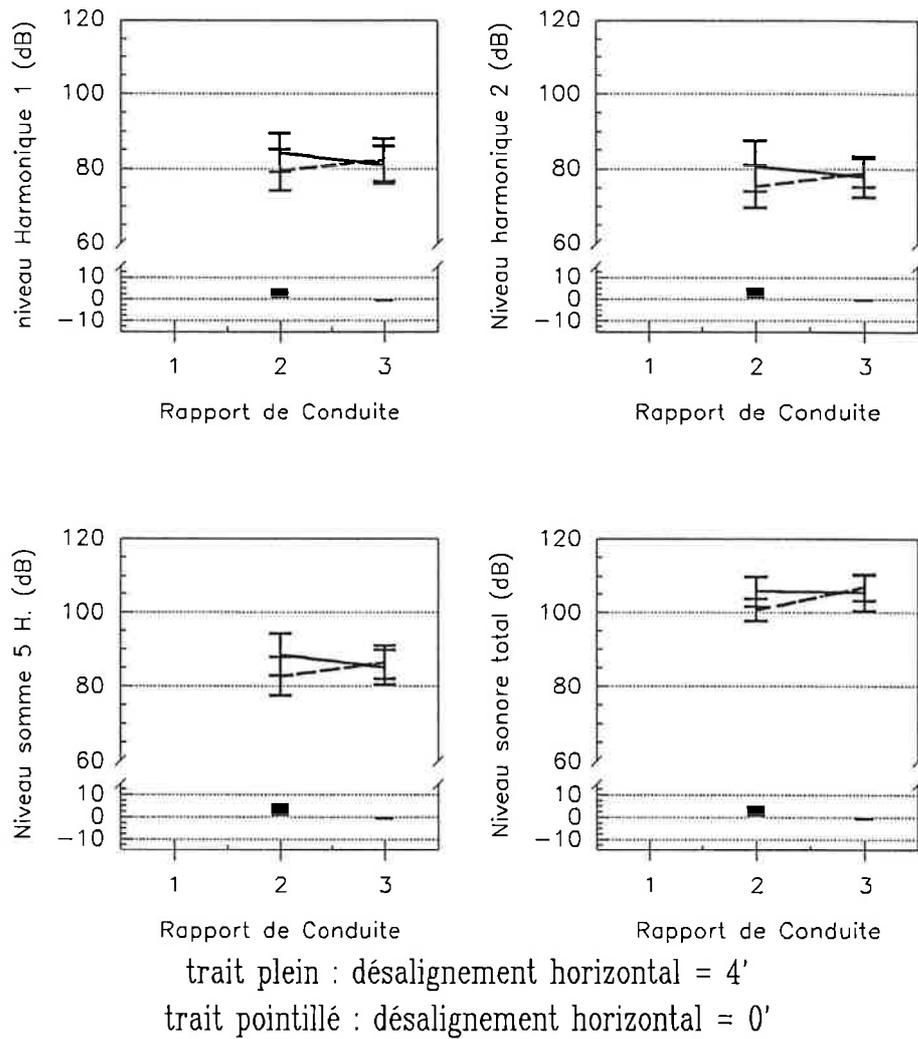
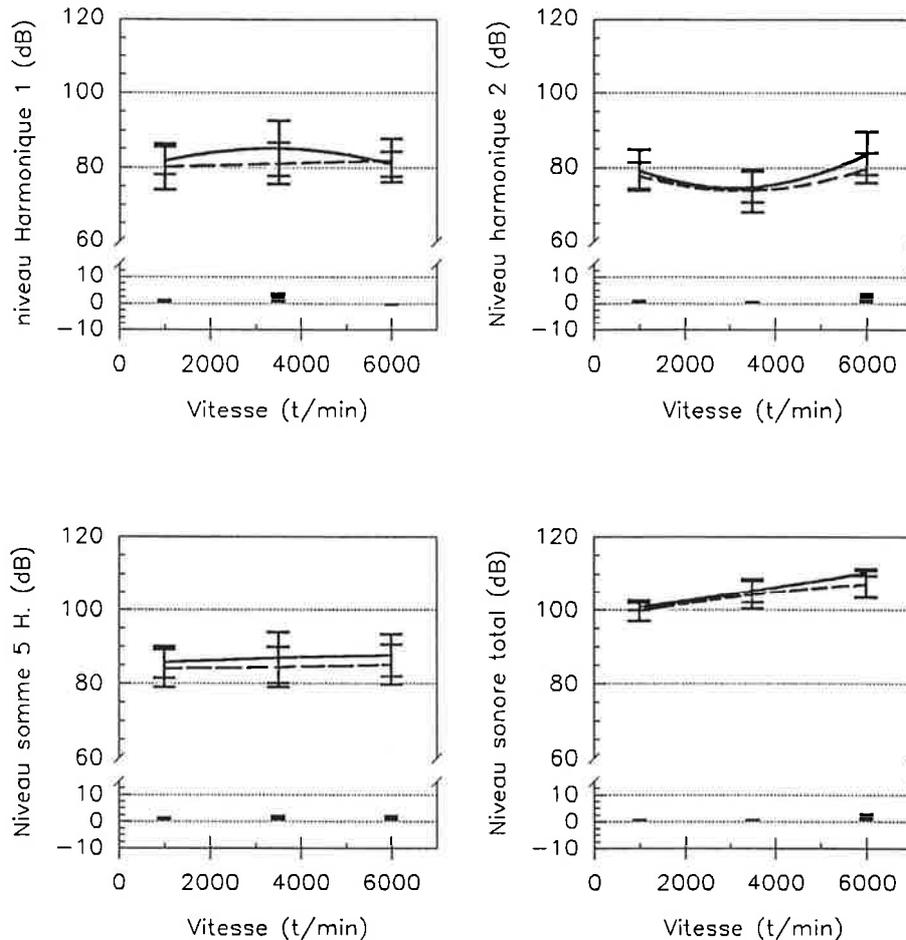


Fig. F.IV.15. : Influence du désalignement horizontal en fonction du rapport de conduite.

Enfin, en fonction de la vitesse sur la figure F.IV.16., la différence entre les deux conditions de désalignement sont moins importante dans le cas d'une denture corrigée. Cette différence semble légèrement plus faible sur le premier harmonique.



trait plein : désalignement horizontal = 4'  
trait pointillé : désalignement horizontal = 0'

Fig. F.IV.16. : Influence du désalignement horizontal en fonction de la vitesse.

b.3) conclusion sur l'intérêt des corrections de denture pour une configuration désalignée horizontalement.

En résumé, présentant les niveaux sonores relevés pour deux engrenages désalignés horizontalement, non corrigés et corrigés, sur les figures des pages suivantes (F.IV.17., F.IV.18., et F.IV.19.), on remarque que les corrections de denture sont très intéressantes dans le cas d'une denture désalignée horizontalement, puisque globalement la réduction du bruit d'engrènement est importante sur toute la plage de couple.

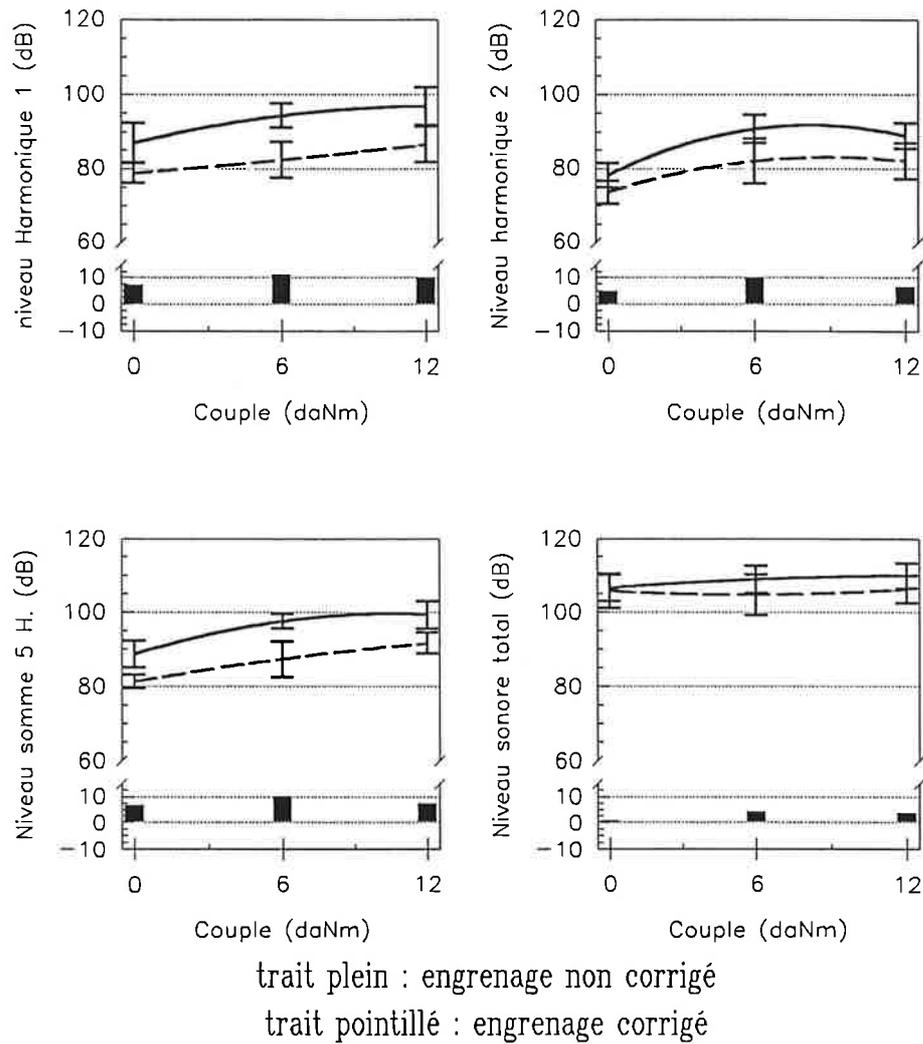
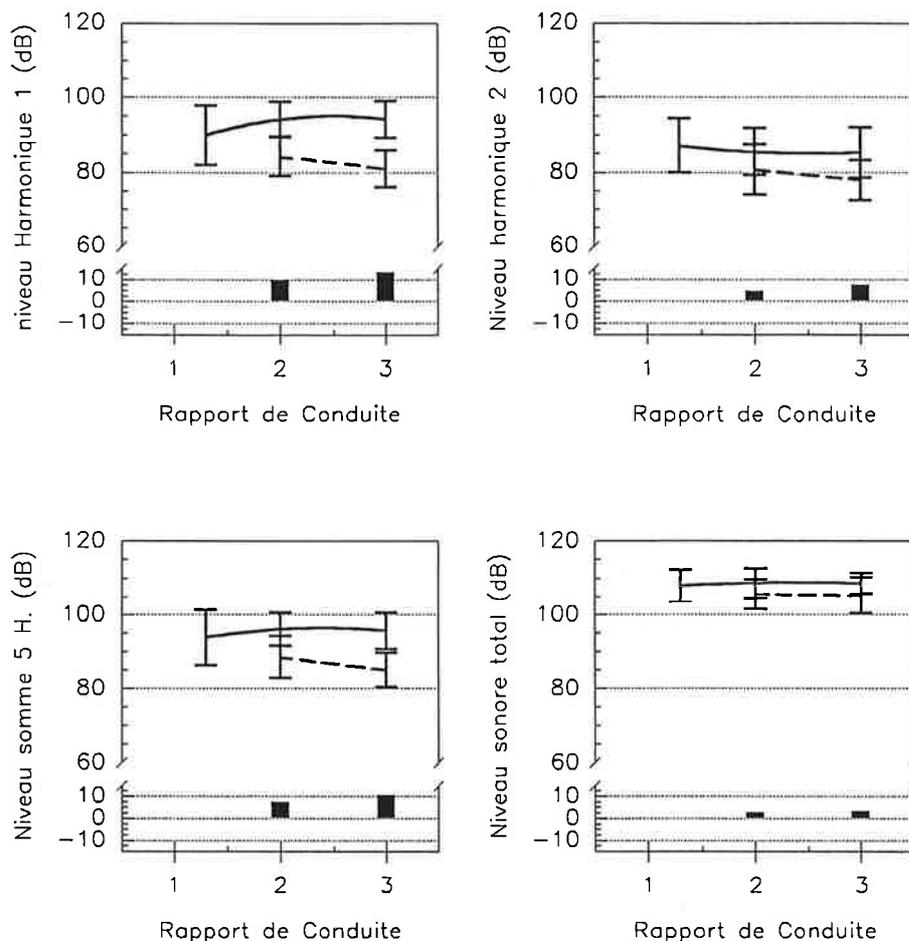


Fig. F.IV.17. : Influence du désalignement horizontal en fonction du couple.

L'influence en fonction du rapport de conduite permet de montrer que ces corrections de denture sont intéressantes lorsque ce rapport devient important ( $\epsilon_\alpha = 3.0$ ), et cela dans le cas d'un engrenage désaligné.

La figure F.IV.18. montre en effet que les diminutions du rayonnement acoustique sont importantes, particulièrement sur les harmoniques de la fréquence d'engrènement.



trait plein : engrenage non corrigé  
trait pointillé : engrenage corrigé

Fig. F.IV.18. : Influence du désalignement horizontal en fonction du rapport de conduite.

L'évolution des améliorations apportées par les corrections de denture en fonction de la vitesse est pratiquement nulle pour une configuration désalignée (Figure F.IV.19.). Ce qui signifie que les corrections agissent globalement (pour les quatre indicateurs) en diminuant les amplitudes de toutes les composantes. Par comparaison avec une denture alignée (voir figure F.IV.5), cette différence est plus importante, donc les corrections apparaissent être intéressantes dans le cas d'un désalignement horizontal.

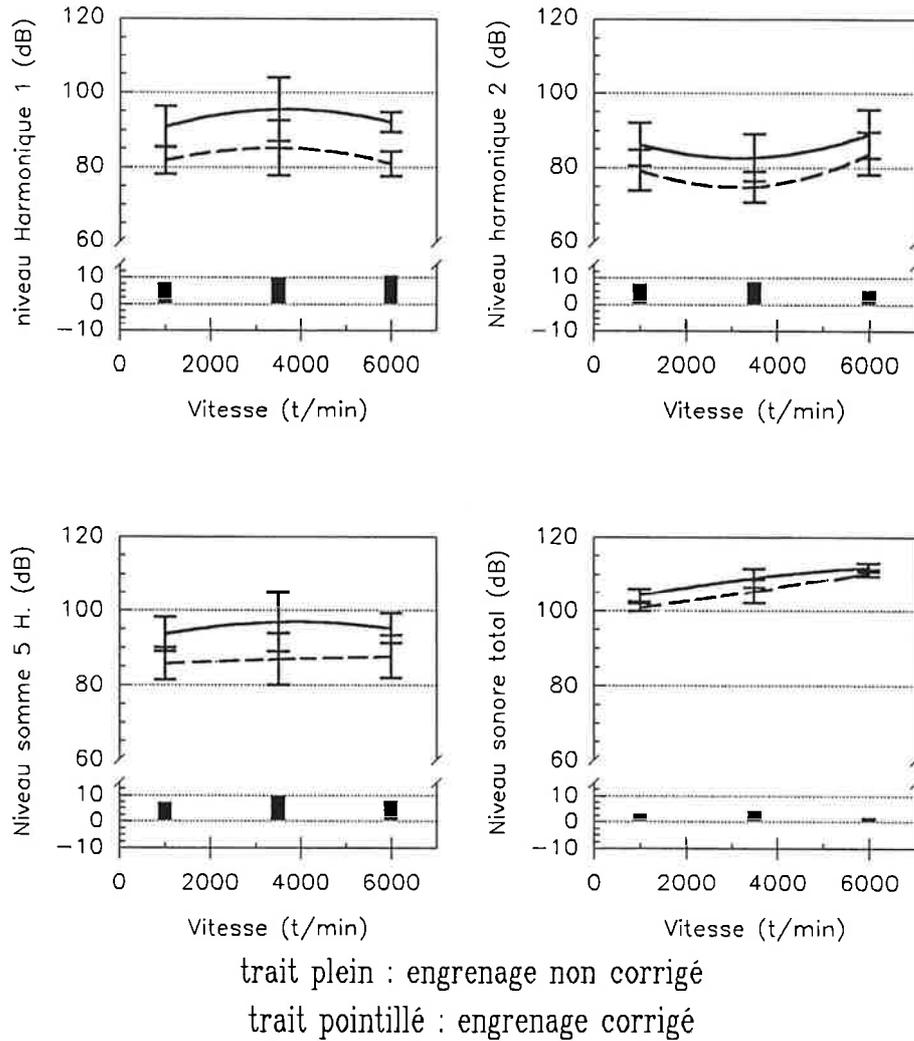


Fig. F.IV.19. : Influence du désalignement horizontal en fonction de la vitesse.

Dans le cas d'une denture alignée, les corrections de profil et de bombé présentaient des effets allant en sens opposé (la correction de bombé augmente légèrement la déformation de la dent, donc les interférences, alors que la correction de profil atténue sensiblement ces interférences). Par contre, dans le cas d'un engrènement désaligné horizontalement, les deux corrections améliorent les conditions d'engrènement.

Ces améliorations sont de l'ordre de 8 à 10 dB quelque soient le couple, la vitesse ou le rapport de conduite s'il est supérieur à 2. Rappelons que pour une denture alignée, les corrections réduisent le bruit de 4 à 5 dB. Enfin, il faut

souligner que pour une denture corrigée, l'effet du désalignement horizontal est négligeable pour des grands rapports de conduite.

c) Conditions de désalignement vertical non nulles.

Le désalignement vertical est introduit par rotation d'un arbre autour d'un axe passant par le point de tangence des deux diamètres primitifs et tangent à ces diamètres, toujours centré sur la largeur de la denture. Ce désalignement va lui aussi intervenir essentiellement le long de la largeur de dent mais d'une façon différente. Ainsi, la zone d'engrènement peut être représentée par la figure F.IV.20. où l'on peut remarquer de la même façon une diminution du jeu d'engrènement.

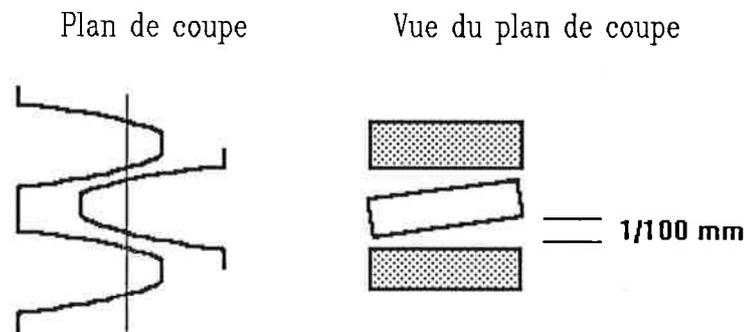


Fig. F.IV.20. : Visualisation du désalignement vertical.

Ce désalignement a trois conséquences principales du point de vue géométrique :

- la localisation de la charge sur un bord de la denture,
- l'augmentation du risque d'interférence et des problèmes lors de l'entrée de la dent dans la zone active,
- enfin l'introduction d'un "pseudo angle" d'hélice qui aura pour effet d'augmenter le rapport de conduite théorique et d'améliorer la continuité d'engrènement.

Deux aspects contradictoires se dégagent donc a priori de ce désalignement vertical :

- d'une part, une diminution du jeu de fonctionnement et une localisation

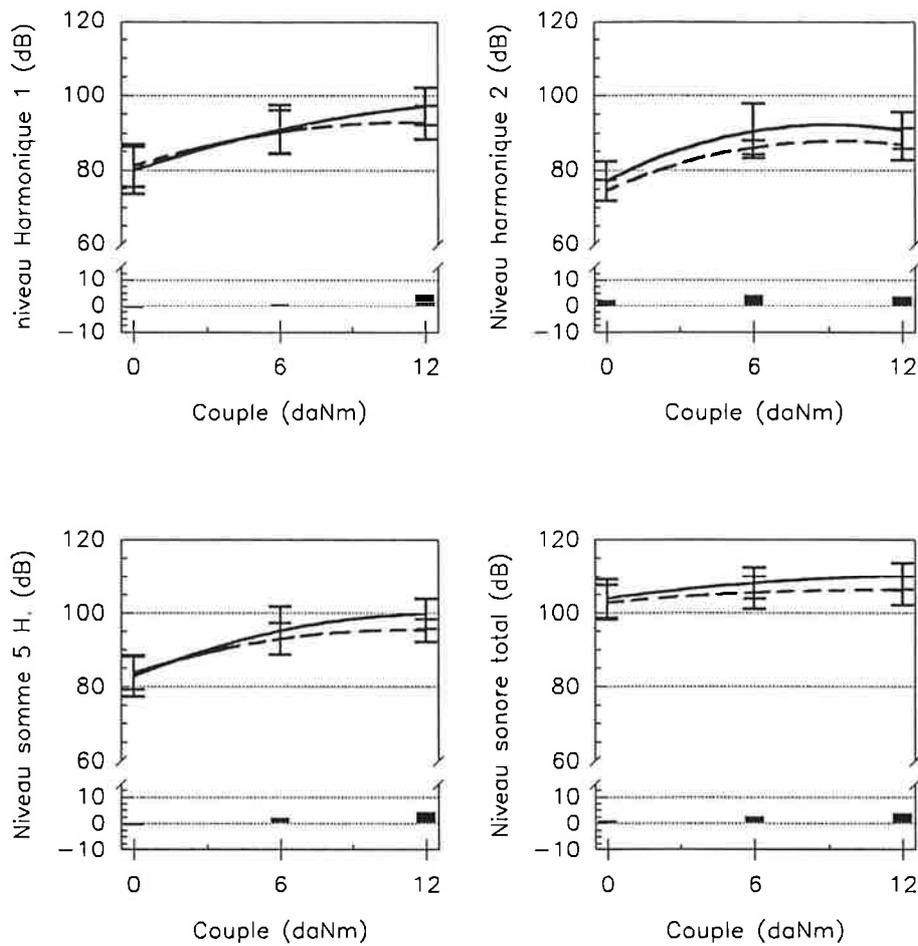
de la charge sur la denture,

- d'autre part, une amélioration de la continuité d'engrènement et de l'entrée des dents dans la zone active de l'engrènement.

c.1) cas d'une denture non corrigée.

La première comparaison entre une denture non désalignée et une denture désalignée verticalement, représentée en fonction du couple sur la figure F.IV.21., montre que la différence à faible charge n'est pas significative sur les quatre indicateurs.

Par contre, lorsque la charge augmente, des deux aspects contradictoires énoncés plus haut, il apparaît que les déformations induites par la localisation de la charge deviennent plus importantes que les améliorations apportées. La diminution du niveau sonore global émis, due aux corrections de denture, est de l'ordre de 5 dB à couple élevé. Cette différence, comparée à celle induite par un désalignement horizontal, est plus sensible au couple. Alors que pour un désalignement horizontal la différence entre deux dentures alignée et désalignée était quasiment constante en fonction du couple, on voit ici que les effets du désalignement vertical s'annulent à faible couple. Par contre, lorsque le couple augmente, les déformations augmentent probablement les problèmes d'interférences qui deviennent néfastes et prépondérants pour le bruit rayonné.



trait plein : désalignement vertical = 4'  
trait pointillé : désalignement vertical = 0'

Fig. F.IV.21. : Influence du désalignement vertical en fonction du couple.

La figure F.IV.22. représente la différence due à un désalignement vertical sur une denture non corrigée en fonction du rapport de conduite.

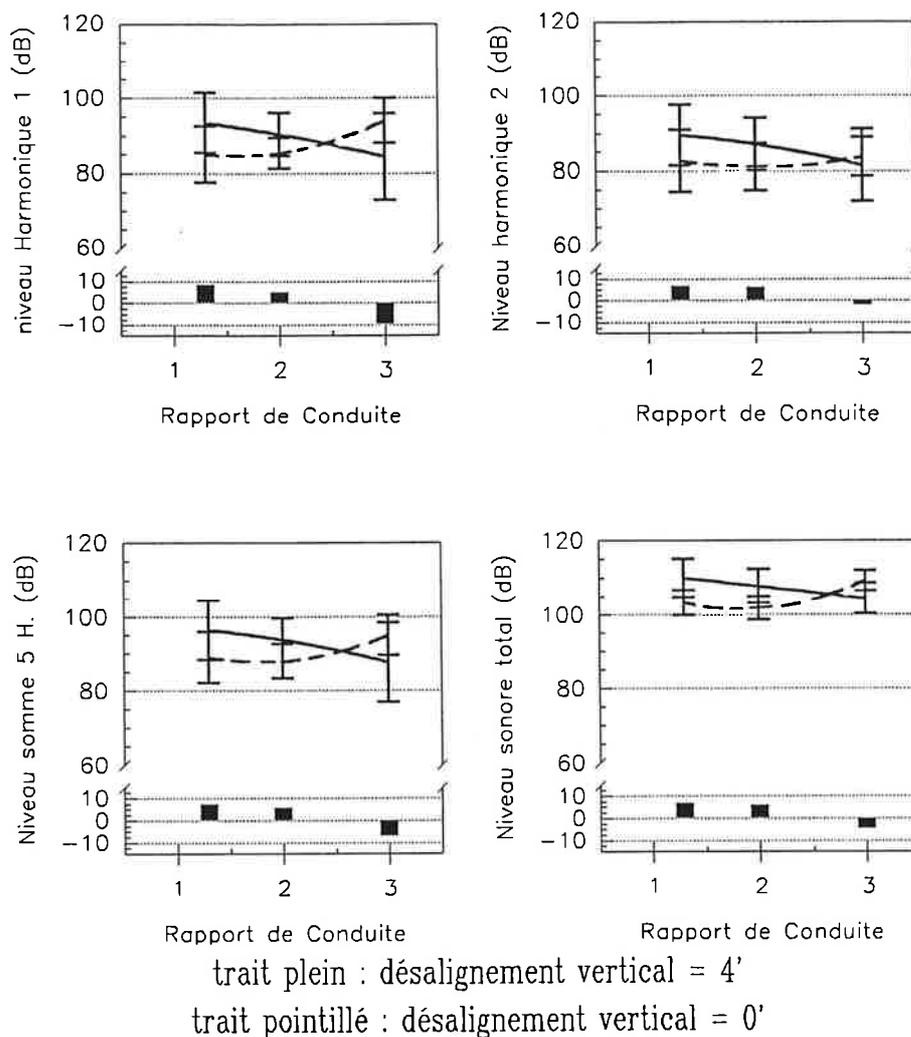


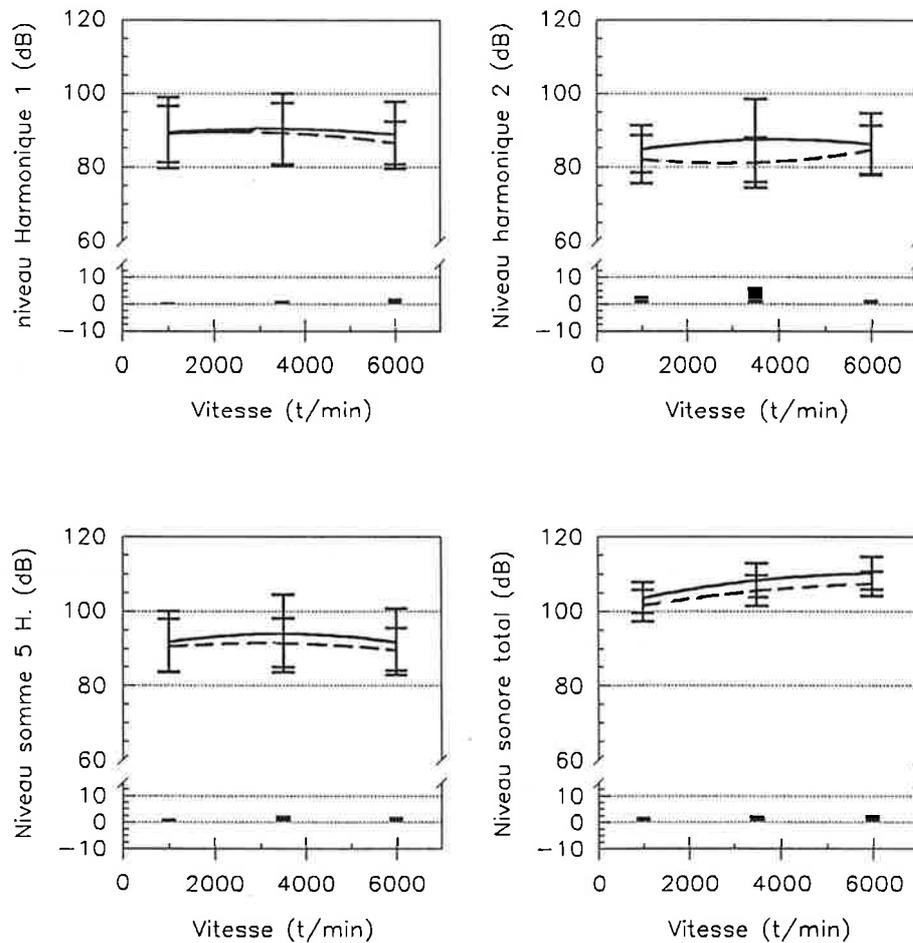
Fig. F.IV.22. : Influence du désalignement vertical en fonction du rapport de conduite.

Lorsque l'on compare les niveaux de bruit rayonné en fonction du rapport de conduite, l'effet du désalignement vertical est néfaste pour de faible rapport de conduite, alors qu'il devient intéressant pour des rapports de conduite supérieurs à deux .

Cette inversion de tendance peut être expliquée par la différence de profil des dentures. Apparemment la souplesse ou la flexibilité de la dent intervient beaucoup dans le comportement acoustique de l'engrenage. Ainsi, pour une denture non corrigée, la flexibilité de la dent devient active lorsque la denture est désalignée, c'est-à-dire lorsque l'entrée dans la zone active de l'engrènement se fait progressivement par rapport à la largeur de la denture. Il

faut aussi remarquer sur ces graphes que les points sont répartis plus largement, c'est-à-dire que le niveau sonore dépend d'un autre paramètre. Rappelons ici que chaque graphe est une moyenne incluant les variations dues à d'autres paramètres présentés dans les plans d'expériences. Ici, le couple semble intervenir de façon beaucoup plus importante à fort rapport de conduite, ce qui montre que la souplesse de la denture est bien importante.

L'évolution en fonction de la vitesse sur la figure F.IV.23. démontre que l'influence du désalignement vertical n'est pas sensible aux changements de vitesse.



trait plein : désalignement vertical = 4'  
trait pointillé : désalignement vertical = 0'

Fig. F.IV.23. : Influence du désalignement vertical en fonction de la vitesse.

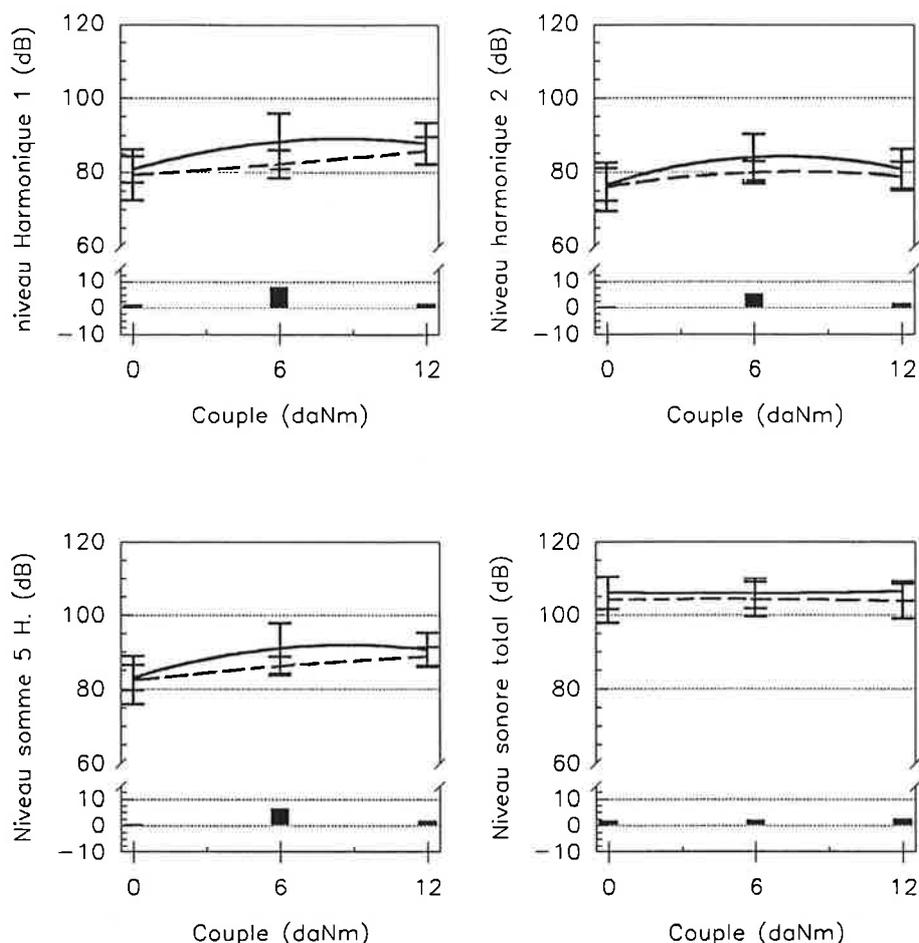
Il faut tout de même noter que le deuxième harmonique présente une légère différence sur les fluctuations de niveaux en fonction de la vitesse.

En conservant cette hypothèse d'influence du couple, à couple élevé, le niveau sonore est quasiment identique entre deux dentures alignée et désalignée, alors qu'il est nettement plus faible lorsque le couple diminue. Ceci a pour conséquence directe que les variations observées en fonction du couple sont essentiellement dues aux variations de couple pour les faibles rapports de conduite. En conclusion, il est donc intéressant d'avoir une denture souple qui aura tendance à rayonner beaucoup moins dans le cas où elle est désalignée. Il faut aussi remarquer que cette dernière précision est importante, puisque si la denture est parfaitement alignée, elle présentera un rayonnement acoustique plus important malgré la souplesse de ces dents. Cela est vraisemblablement dû à des chocs "frontaux" lors de l'entrée de la dent dans le contact.

#### c.2.) cas d'une denture corrigée.

Dans le cas d'une denture corrigée, l'effet du désalignement vertical en fonction du couple est beaucoup moins marqué, comme on peut le remarquer sur la figure F.IV.24.

On s'aperçoit que la différence est surtout marquée pour un couple moyen, et cela pour tous les indicateurs. Ici encore, les problèmes d'interférences induits soit par le désalignement, soit par les déformations, sont primordiaux. A couple faible, le désalignement introduit certainement un phénomène de coincement qui, à mesure que le couple augmente, va diminuer avec les déformations.



trait plein : désalignement vertical = 4'  
trait pointillé : désalignement vertical = 0'

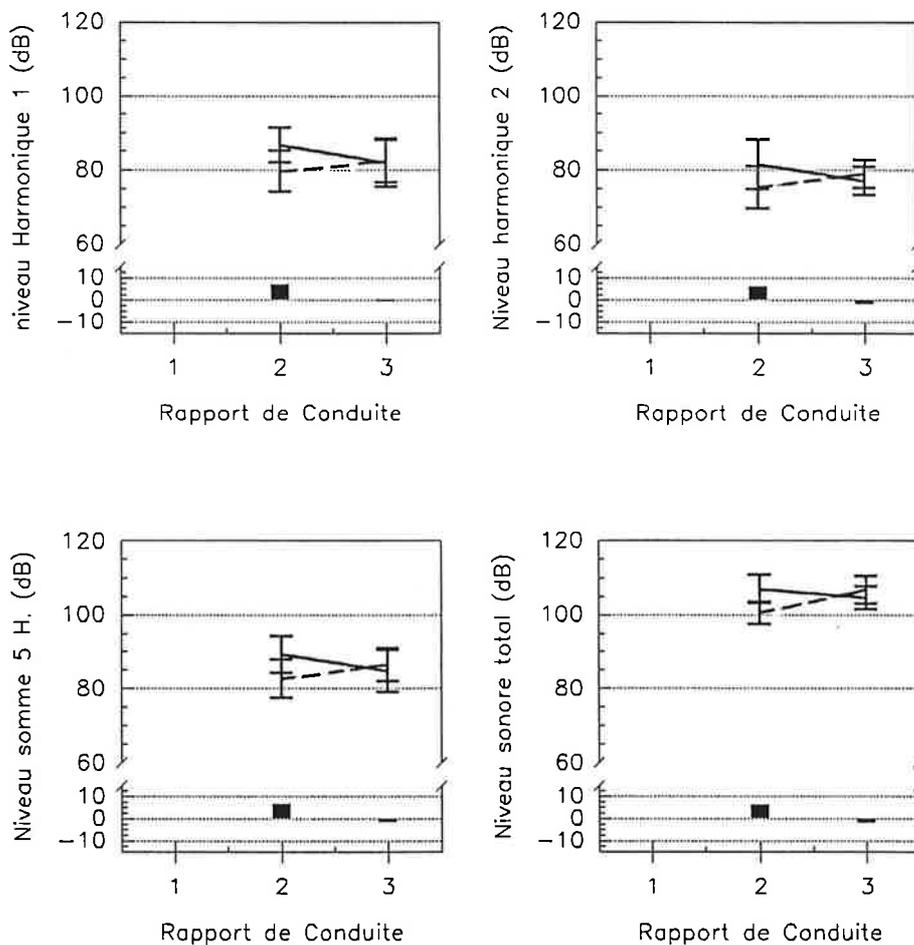
Fig. F.IV.24. : Influence du désalignement vertical en fonction du couple.

Mais, lorsque les déformations augmentent, le positionnement des dents n'est plus assuré, et les phénomènes de choc à l'entrée de la zone active induisent une augmentation du niveau acoustique. Ces deux phénomènes évoluent en sens inverse et le niveau acoustique passe par un minimum lorsque la charge évolue.

En comparaison avec une denture non corrigée, il est nécessaire apparemment d'avoir des déformations plus importantes pour compenser les problèmes liés au coincement des dents avec l'introduction d'un désalignement vertical. Ce qui se traduit par une différence marquée vers les couples élevés, et ce qui est en

accord avec les corrections de profil qui modifient les dentures en tête et en pied, diminuant l'épaisseur du profil.

La représentation de ces différences en fonction du rapport de conduite sur la figure F.IV.25. montre que les dentures corrigées sont sensibles au désalignement vertical, uniquement dans le cas de rapports de conduite inférieur ou égal à deux. On peut remarquer sur ces courbes, que le rapport de conduite joue le même rôle que dans le cas de dentures non corrigées. Sur une denture corrigée, le rapport de conduite réel est inférieur au rapport de conduite théorique.



trait plein : désalignement vertical = 4'

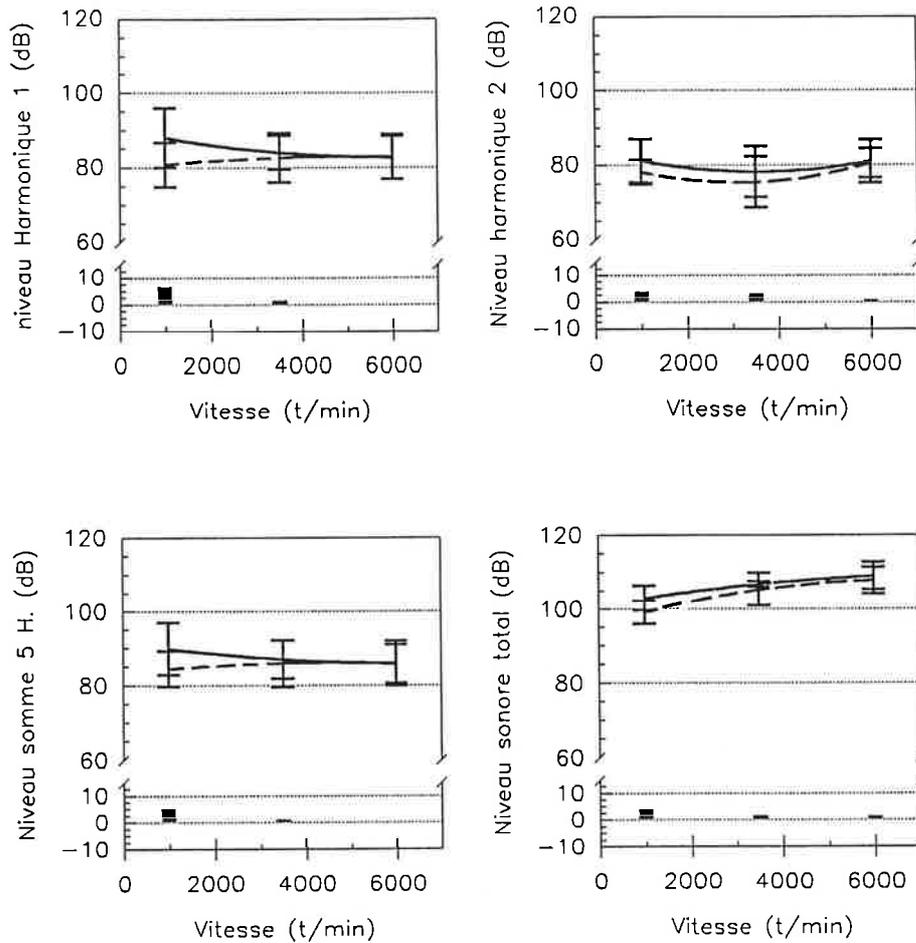
trait pointillé : désalignement vertical = 0'

Fig. F.IV.25. : Influence du désalignement vertical en fonction du rapport de conduite.

On retrouve le comportement d'une denture non corrigée en décalant la courbe de réponse obtenue dans le cas d'une denture corrigée vers la droite (c'est-à-dire en reportant le rapport de conduite réel à la place du rapport de conduite théorique).

On peut donc faire les mêmes remarques que celles effectuées dans le cas d'une denture non corrigée. Il est donc clair que le comportement acoustique d'une denture corrigée en fonction du rapport de conduite peut être déduit de la même géométrie corrigée, ceci dans le cas d'un désalignement vertical. La comparaison peut aussi être conduite dans le cas d'un désalignement horizontal, mais cet effet est beaucoup moins marqué. L'influence des corrections de denture sur le comportement acoustique d'une géométrie définie peut donc être assimilé à une réduction du rapport de conduite, ce qui, géométriquement et sans charge, est tout à fait intuitif.

Dans le cas d'une représentation en fonction de la vitesse (figure F.IV.26.), le désalignement vertical d'une denture influe beaucoup plus le niveau acoustique à faible vitesse, alors que pour des vitesses élevées, on ne remarque pas de différences sensibles (sur les harmoniques de la fréquence d'engrènement).



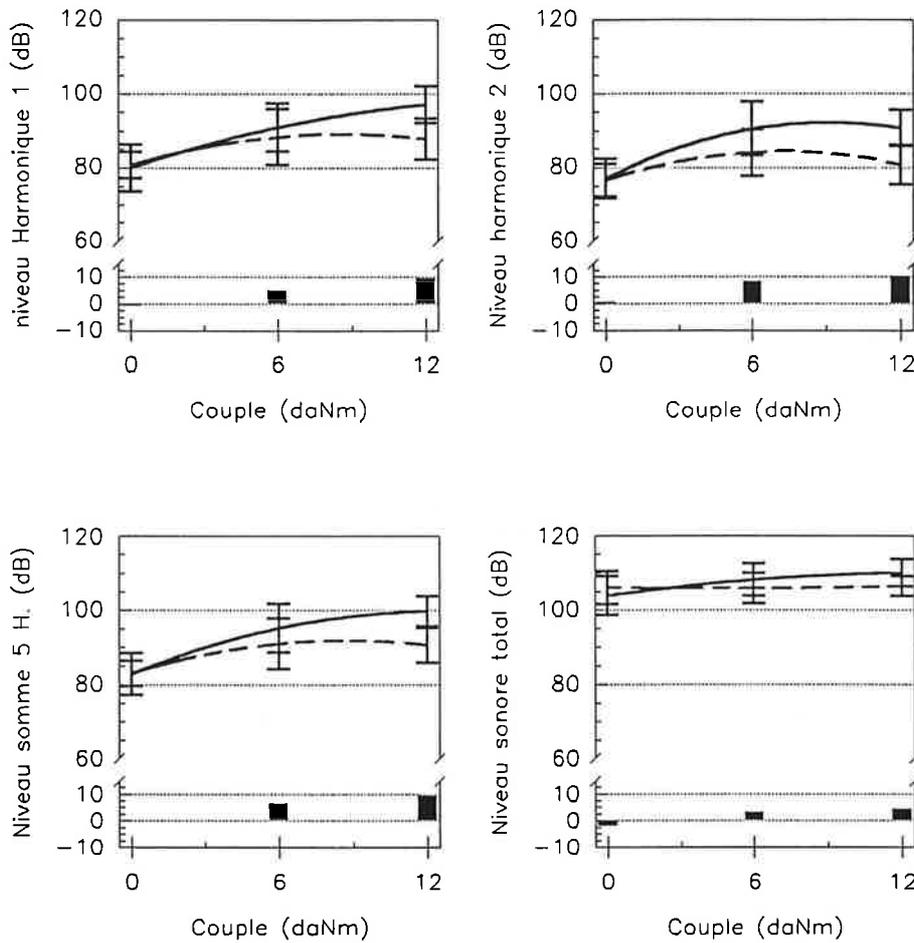
trait plein : désalignement vertical = 4'  
trait pointillé : désalignement vertical = 0'

Fig. F.IV.26. : Influence du désalignement vertical en fonction de la vitesse.

c.3.) Conclusion sur l'intérêt des corrections de denture pour une denture désalignée verticalement.

La comparaison des améliorations apportées par la correction des dentures en fonction du couple (figure F.IV.27.), met en évidence l'intérêt de connaître la charge de fonctionnement qui conditionne directement l'intérêt et la définition des corrections dans le cas d'un désalignement vertical. En effet, plus le couple est élevé, plus les corrections apportent une réduction du niveau sonore émis. Par contre, il est inutile d'apporter une correction de denture sur

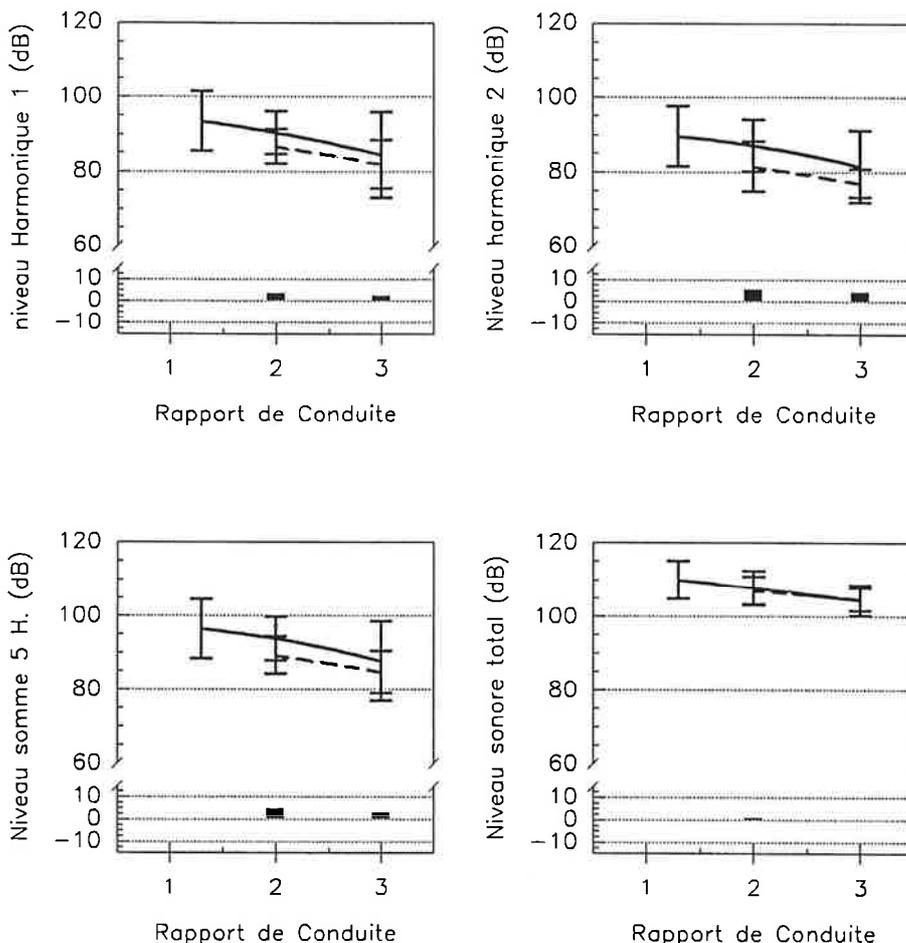
une géométrie désalignée verticalement ne transmettant pas de charge (situation rare dans le domaine de transmission de puissance !!).



trait plein : engrenage non corrigé  
trait pointillé : engrenage corrigé

Fig. F.IV.27 : Influence des corrections de denture en fonction du couple.

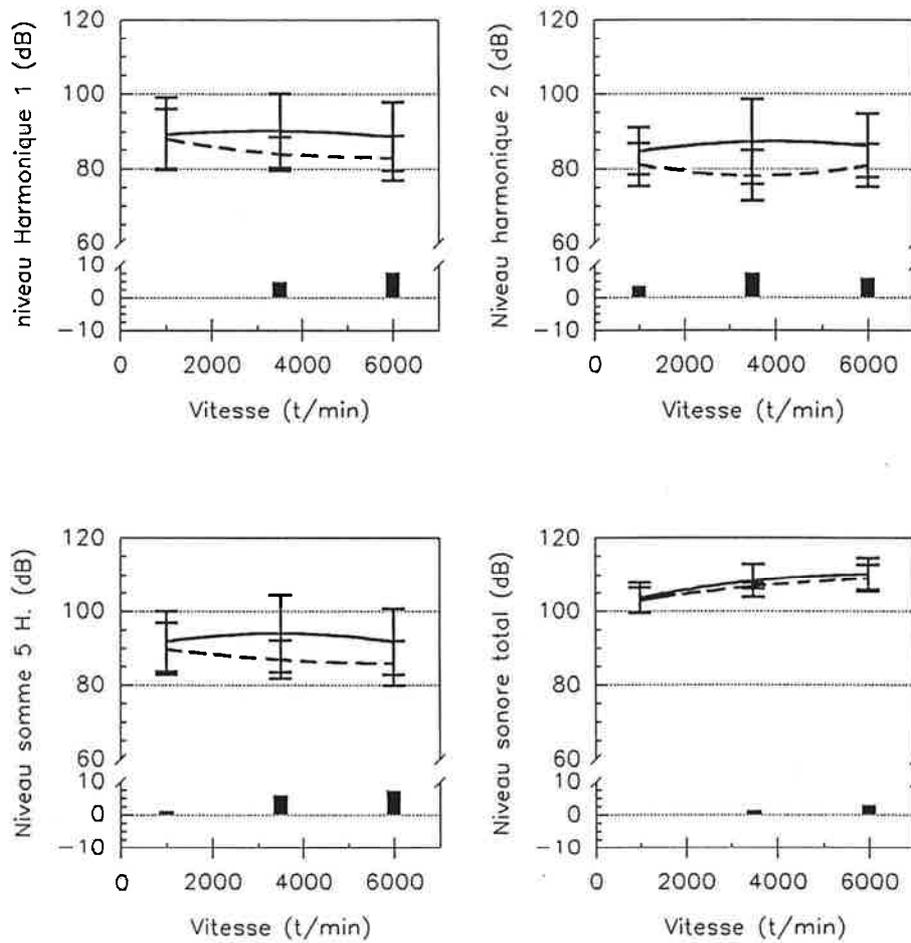
De la même façon, les corrections de denture deviennent sensiblement moins intéressantes lorsque le rapport de conduite augmente sur une denture désalignée verticalement. Sur la figure F.IV.28., on voit que cette différence n'est pas très importante.



trait plein : engrenage non corrigé  
trait pointillé : engrenage corrigé

Fig. F.IV.28. : Influence des corrections de denture en fonction du rapport de conduite.

Enfin, la comparaison entre une denture non corrigée et une denture corrigée pour un désalignement vertical en fonction de la vitesse (figure F.IV.29.) montre que les corrections sont surtout efficaces pour des vitesses élevées. Cette remarque n'est valable que pour les niveaux des harmoniques de la fréquence d'engrènement, alors que la différence est beaucoup plus faible pour le niveau global. Les corrections sont donc influentes sur le niveau des harmoniques.



trait plein : engrenage non corrigé  
trait pointillé : engrenage corrigé

Fig. F.IV.29 : Influence des corrections de denture en fonction de la vitesse.

### 2.3 Etude de l'influence d'une modification d'entraxe (engrenages droits).

Cette modification de l'entraxe de fonctionnement est introduite par les valeurs différentes des entraxes nominaux des engrenages de type 36/38 dents et de type 51/52 dents. Les essais concernant ces variations d'entraxe n'ont été effectués que sur les engrenages 51/52 dents, qui ont donc été testés pour leur entraxe nominal et pour un entraxe réduit correspondant à l'entraxe des engrenages 36/38 dents.

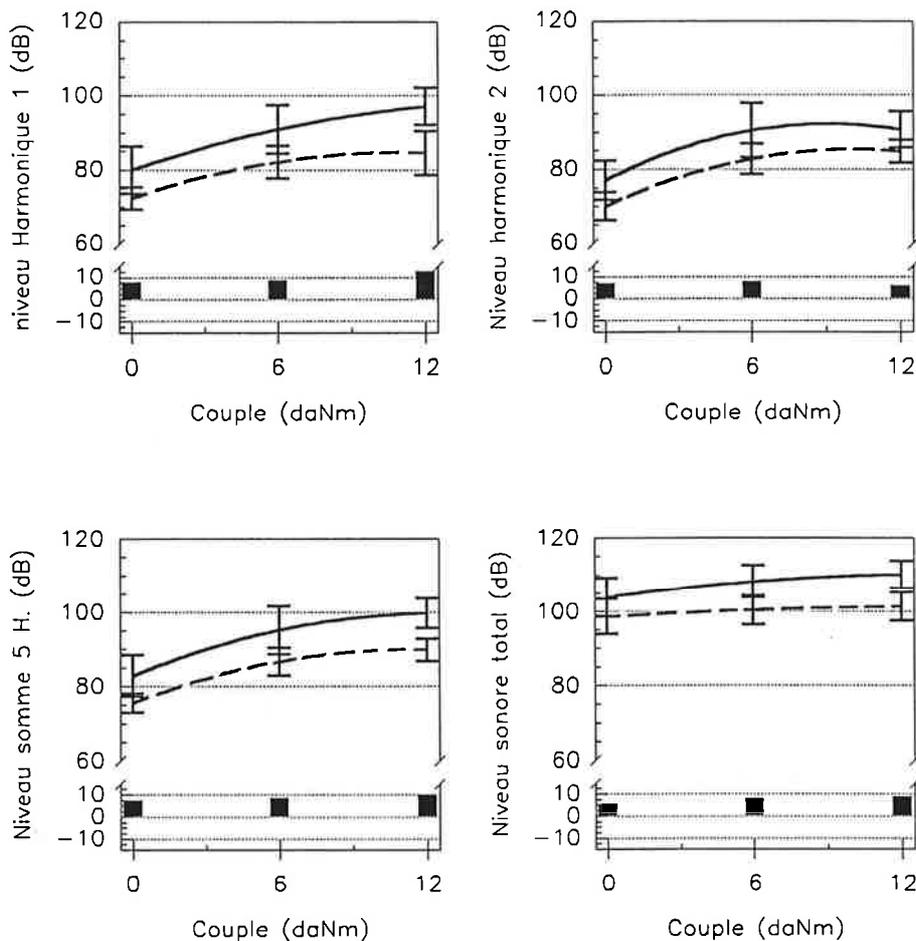
Cette étude a été effectuée pour des conditions de désalignement de 4' d'angle en vertical et de 0' d'angle en horizontal.

#### a) cas d'une denture non corrigée.

Ces deux conditions de fonctionnement sont comparées sur les figures suivantes pour des engrenages non corrigés et montrent clairement que le fonctionnement à entraxe réduit est nettement moins bruyant.

Cette réduction du bruit d'engrènement est sensible sur les deux premiers harmoniques, ainsi que sur la somme des cinq premiers harmoniques. Sur le spectre total, cette réduction est sensiblement constante, ce qui permet de dire que les conditions d'engrènement sont améliorées avec la réduction de l'entraxe de fonctionnement.

En fonction du couple sur la figure F.IV.30., ces améliorations sont sensiblement constantes quelque soit l'indicateur. Il faut remarquer tout de même que ces améliorations sont légèrement plus importantes lorsque le couple augmente. Cette réduction d'entraxe correspond à une réduction du jeu de fonctionnement, mais aussi à une modification du contact. En effet, les profils ne sont plus conjugués lorsque l'entraxe est réduit. Cette réduction a apparemment un effet bénéfique qui peut être attribué à une amélioration de la continuité d'engrènement sous toutes ses formes. La cause de cette amélioration à forte charge peut être due à une réduction du jeu qui limitera l'effet de la déformation des arbres en fonctionnement.

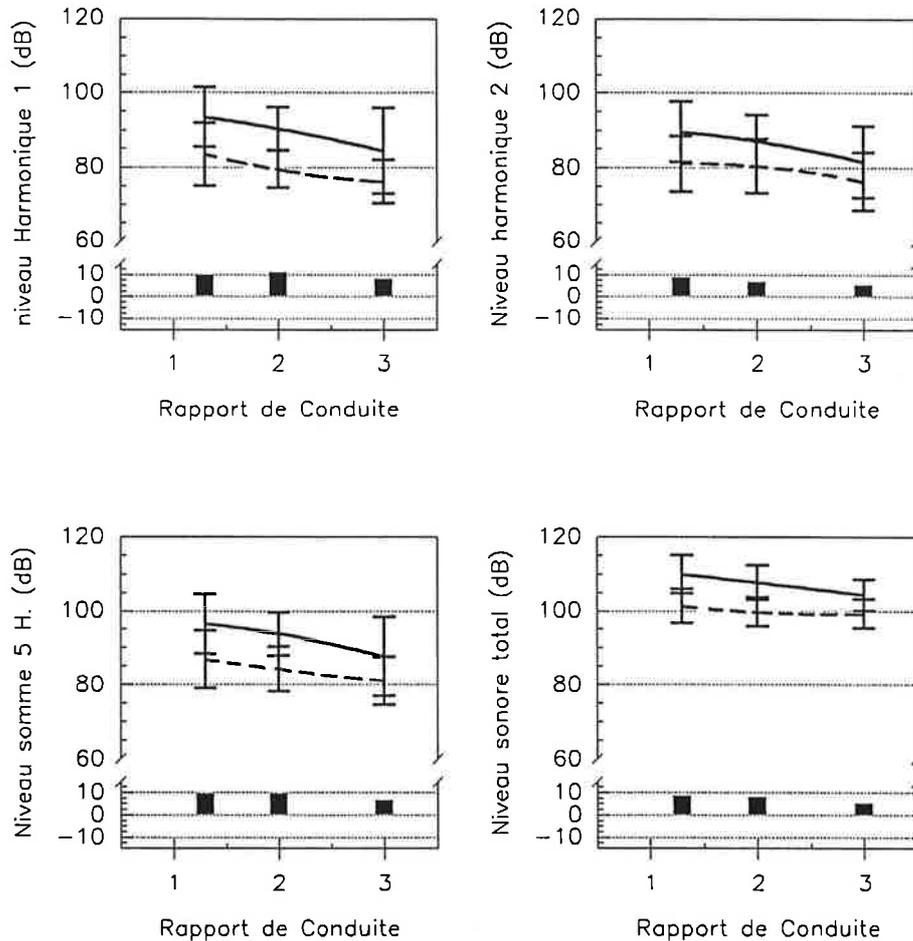


trait plein : entraxe nominal de fonctionnement  
trait pointillé : entraxe réduit de fonctionnement

Fig. F.IV.30. : Influence de l'entraxe de fonctionnement en fonction du couple.

D'une part, cette amélioration se fera par une augmentation du rapport de conduite, qui à notre sens n'est pas significative. Elle se fera certainement aussi lors de l'entrée de la dent dans la zone active d'engrènement. La faible variabilité de cette réduction de bruit avec le couple prouve que les déformations induites par la charge ne modifient guère les différences de niveau sonore induite par la variation d'entraxe. Ceci implique donc une réelle amélioration des conditions globales d'engrènement, indépendante du couple appliqué.

Par ailleurs, la même remarque peut être faite sur ces mêmes variations exprimées en fonction du rapport de conduite sur la figure F.IV.31. Ces améliorations sont globalement indépendantes du rapport de conduite, bien que pour des grands rapports de conduite, ces améliorations soient moins importantes.

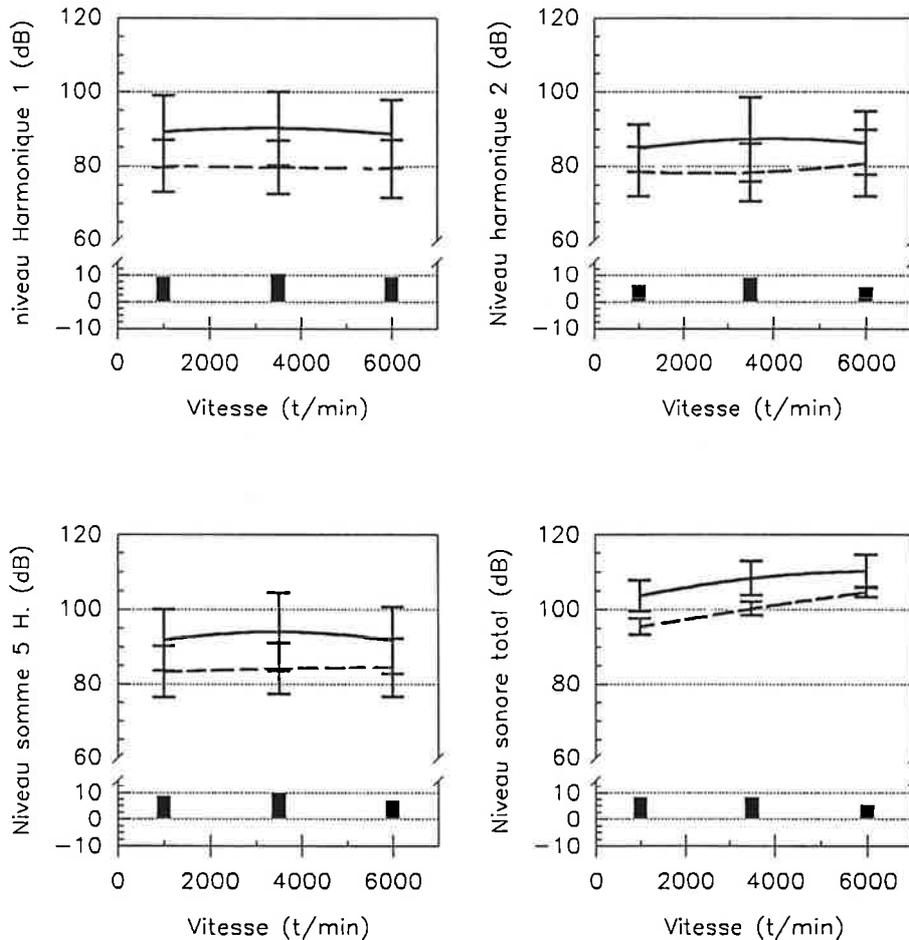


trait plein : entraxe nominal de fonctionnement  
trait pointillé : entraxe réduit de fonctionnement

Fig. F.IV.31 : Influence de l'entraxe de fonctionnement en fonction du rapport de conduite.

Enfin, en fonction de la vitesse de rotation sur la figure F.IV.32., la réduction du niveau sonore est la même pour tous les niveaux de vitesse. On peut donc dire que cette influence de l'entraxe de fonctionnement est remarquable, tant sur la réduction de bruit qu'elle apporte, que sur son

invariabilité en fonction d'autres paramètres comme le couple, la vitesse et le rapport de conduite. Il faut tout de même noter que cette réduction d'entraxe est relativement peu importante, qu'elle reste dans des limites acceptables pour la géométrie des engrenages testés. Dépasser ces limites, on le sait bien, aurait tendance à introduire des phénomènes de rupture de film d'huile, et ensuite des problèmes de portée en tête et en fond de dentures qui peuvent être catastrophiques pour le fonctionnement du mécanisme.



trait plein : entraxe nominal de fonctionnement  
trait pointillé : entraxe réduit de fonctionnement

Fig. F.IV.32. : Influence de l'entraxe de fonctionnement en fonction de la vitesse.

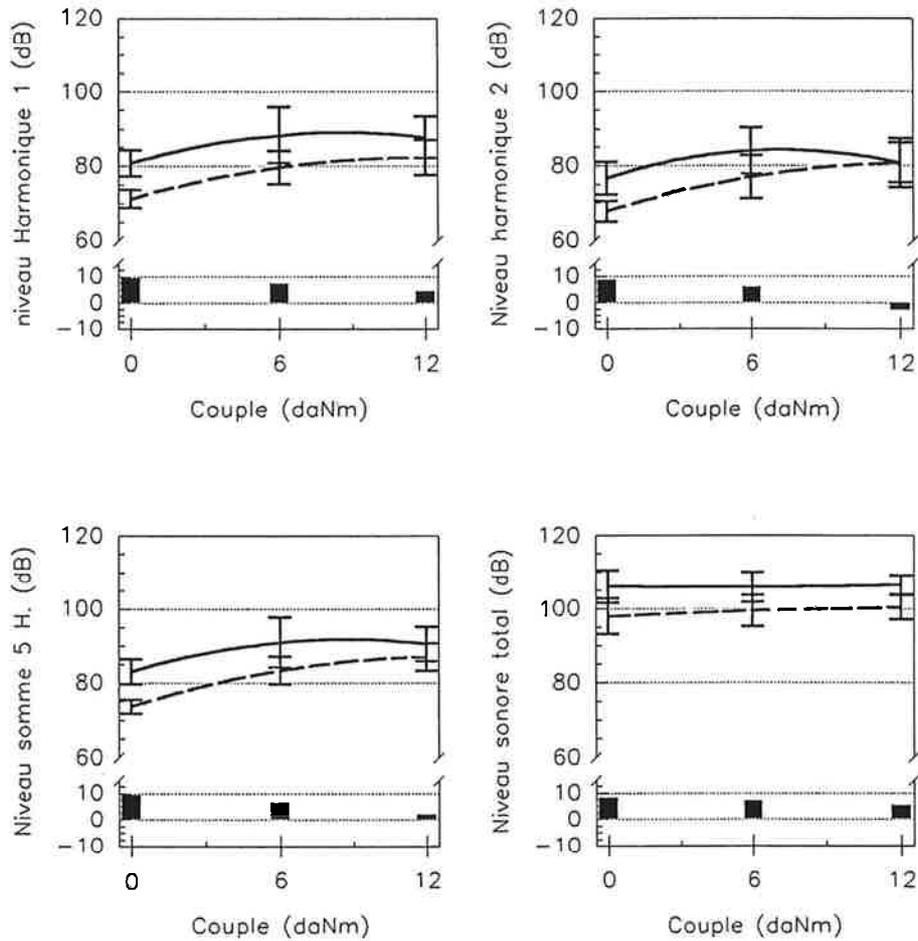
Le jeu de fonctionnement apparaît donc comme un paramètre important qui permet, s'il est maîtrisé de réduire le bruit d'engrènement d'au moins 10 dB.

Cette réduction importante est effective quelques soient les conditions de fonctionnement en charge et en vitesse, et cela pour des valeurs du rapport de conduite comprise dans une grande plage. Ce paramètre de fonctionnement et de conception doit donc être maîtrisé. Il intervient au niveau de l'engrenage lui-même, mais aussi et plus particulièrement, au niveau de l'environnement de celui-ci, surtout en ce qui concerne le montage de l'engrenage. Il est clair que la rigidité des arbres, la position des paliers et des paramètres liés à ce positionnement des engrenages en fonctionnement vont donc largement conditionner cette influence sur le bruit des engrenages.

b.) cas d'une denture corrigée.

Sur les figures suivantes, les mêmes essais ont été effectués sur des engrenages corrigés et on peut remarquer à première vue, que les corrections de dentures ont un effet qui ne devient sensible que lorsque le couple est important (voir figure F.IV.33.).

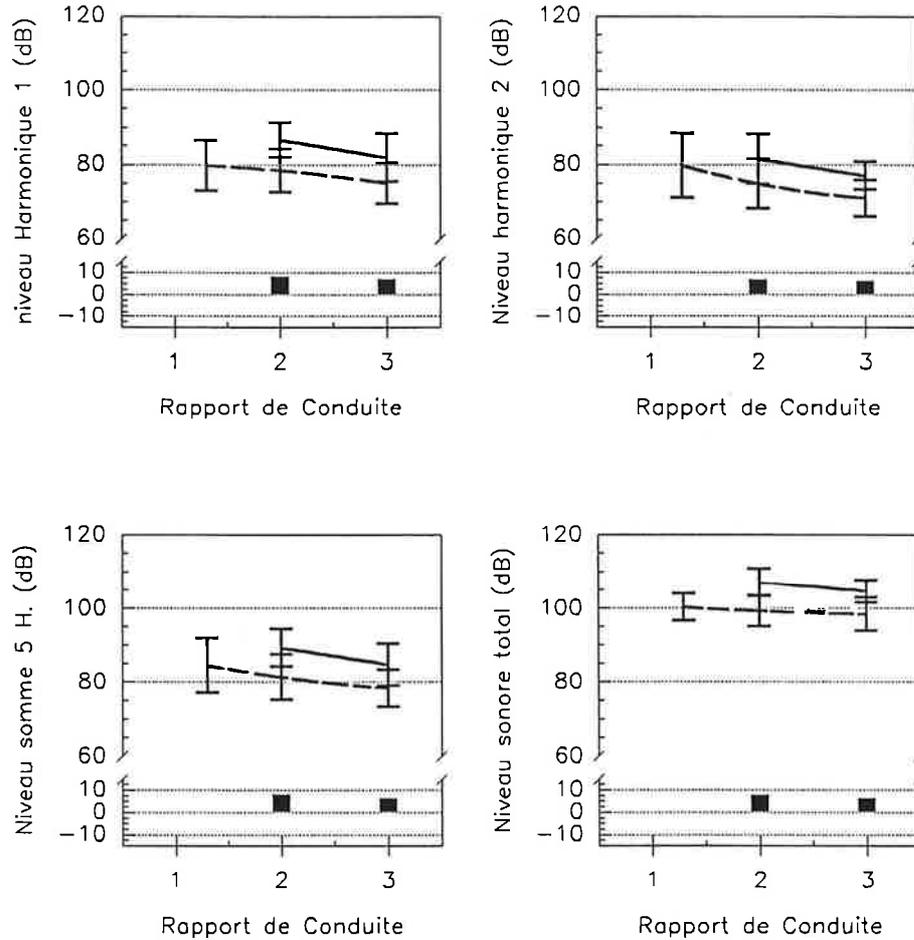
La différence apportée pour les corrections de dentures sont d'un ordre inférieur à l'amélioration apportée par la réduction de l'entraxe de fonctionnement. Cette différence est surtout sensible sur le deuxième harmonique où les corrections de denture arrivent pratiquement à compenser l'effet de la variation d'entraxe, à couple élevé. Il faut remarquer par ailleurs que la différence due à une variation d'entraxe est plus importante lorsque le couple est faible.



trait plein : entraxe nominal de fonctionnement  
trait pointillé : entraxe réduit de fonctionnement

Fig. F.IV.33. : Influence de l'entraxe de fonctionnement en fonction du couple.

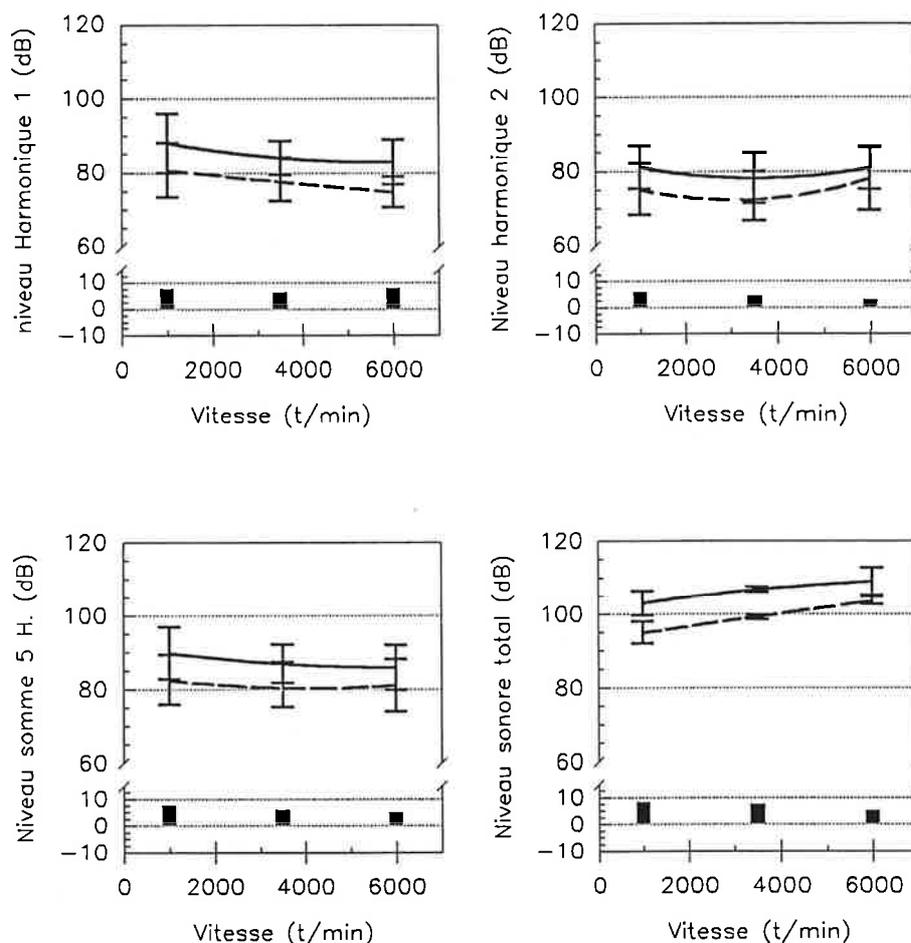
Lorsque cette influence est représentée en fonction du rapport de conduite (figure F.IV.34.), on remarque que la différence entre les deux entraxes reste constante quelque soit le rapport de conduite.



trait plein : entraxe nominal de fonctionnement  
trait pointillé : entraxe réduit de fonctionnement

Fig. F.IV.34. : Influence de l'entraxe de fonctionnement en fonction du rapport de conduite.

Le graphique représentant les différences en fonction de la vitesse (figure F.IV.35.) montre que celle-ci n'intervient pas sur le changement d'entraxe, dans le cas des dentures corrigées. Les variations en fonction de ce paramètre sont donc négligeables. On retiendra donc simplement que la variation d'entraxe est un facteur important, mais non influencé par les conditions de vitesse.



trait plein : entraxe nominal de fonctionnement  
trait pointillé : entraxe réduit de fonctionnement

Fig. F.IV.35. : Influence de l'entraxe de fonctionnement en fonction de la vitesse.

Le comportement dû à une réduction de l'entraxe de fonctionnement, est pratiquement le même que la denture considérée soit corrigée ou non. L'importance de l'entraxe est donc bien mis en valeur par l'ensemble de ces expériences. Il apparait comme étant un paramètre qui permet de réduire sensiblement le rayonnement sonore d'un engrenage (environ 8 dB en moyenne), et ceci de façon indépendante à plusieurs autres paramètres de fonctionnement (couple, vitesse) et de conception (rapport de conduite, corrections de dentures). De plus, cette étude fait ressortir un aspect essentiel de la difficulté à mettre en évidence les comportement acoustique réel des

engrenages puisqu'il fait intervenir l'environnement proche de ceux-ci et les éventuels phénomènes d'interactions. A ce point de l'étude, il est donc nécessaire de maîtriser parfaitement l'entraxe de fonctionnement qui, pour des variations faibles, introduit des variations de niveaux acoustiques importantes. Par ailleurs, il serait intéressant de connaître ses variations en fonctionnement.

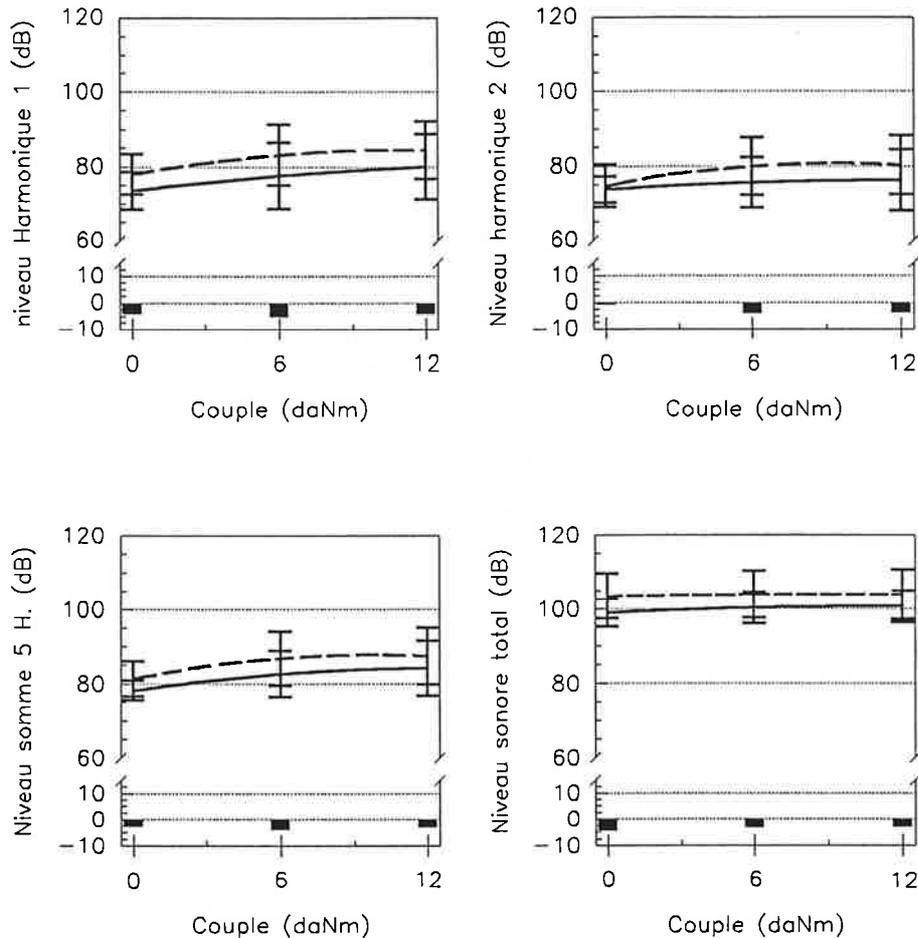
#### 2.4 Etude de l'influence du désalignement dans le cas d'une denture hélicoïdale.

L'étude du désalignement présentée pour les engrenages droits avait montré l'influence de ce paramètre sur le bruit d'engrènement, ainsi que la distinction entre un désalignement horizontal et un désalignement vertical.

Cette étude a été reprise dans le cas d'engrenages hélicoïdaux présentant des rapports de recouvrement de 1,0 et de 2,0, leur denture n'étant pas corrigée.

##### a) Etude du désalignement horizontal.

Les conditions de désalignement horizontal sont identiques à celles effectuées pour les engrenages droits, aussi bien en valeur qu'en direction. Sur les figures suivantes, les deux configurations d'essais sont comparées et on remarque que la denture désalignée est moins bruyante que la configuration alignée, en fonction du couple par exemple, sur la figure F.IV.36. L'effet est inverse de ce que l'on pourrait attendre a priori, surtout en se souvenant des résultats obtenus avec une denture droite dans les paragraphes précédents.



trait plein : désalignement horizontal = 4'  
trait pointillé : désalignement horizontal = 0'

Fig. F.IV.36. : Influence du désalignement horizontal en fonction du couple.

Il faut, afin de comprendre ce phénomène, expliciter quelque peu la géométrie d'un engrenage hélicoïdal. Pour ce genre d'engrenage, le contact se déplace à la fois le long du profil et le long de la largeur de denture, en plus, le sens de déplacement d'un côté à l'autre de la largeur de denture dépend du sens de rotation des engrenages. Donc, le sens du désalignement aura lui aussi une importance non négligeable, puisqu'il augmentera ou diminuera le jeu du côté de l'entrée des dents.

Sur le schéma de la figure F.IV.37., les deux cas de rotations différentes sont envisagés de façon à mettre en évidence ces différences de

fonctionnement.

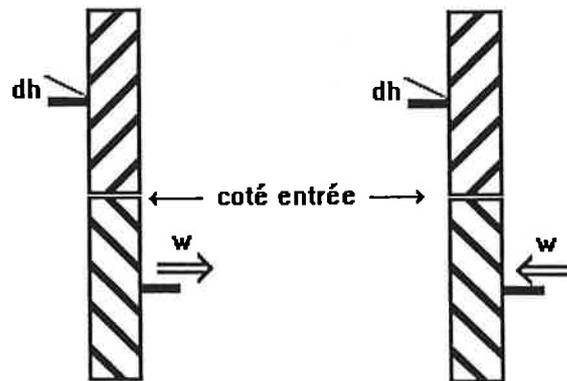
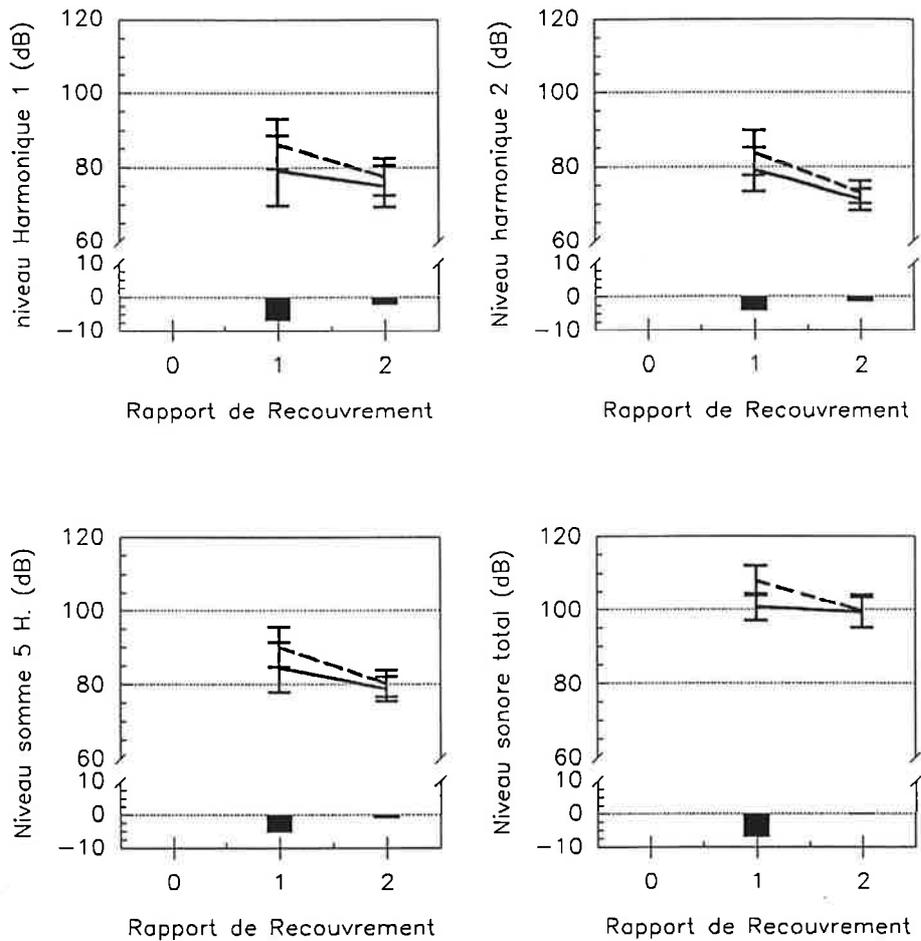


Fig. F.IV.37. : Orientation de la géométrie sur un engrenage hélicoïdal.

Il faut par ailleurs remarquer que dans ces deux cas, la variation d'alignement introduite reste négligeable par rapport à l'angle d'hélice ( $\Delta h \ll \varepsilon_\beta$ ).

Les essais se sont déroulés dans notre cas avec un désalignement et un sens de rotation correspondant à une réduction du jeu à l'entrée du contact qui peut donc se traduire par une diminution de 3 à 5 dB du niveau sonore. Par contre, ces changements n'ont pas introduit de modification sensible de la répartition de chargement, à l'opposé de ce que l'on pouvait remarquer pour une denture droite, où là, la répartition de charge était l'élément prépondérant.

Par ailleurs, si l'on regarde les fluctuations en fonction du rapport de recouvrement (figure F.IV.38.), on s'aperçoit que plus ce rapport est grand, plus cette différence s'affaiblit, c'est-à-dire que la denture est de moins en moins sensible au désalignement horizontal. Ceci se traduit par le fait qu'un désalignement horizontal, ramené dans le plan d'action d'un engrenage hélicoïdal est décomposé en deux rotations correspondant à deux désalignements horizontal et vertical d'amplitude plus faible que dans le cas d'un engrenage droit.



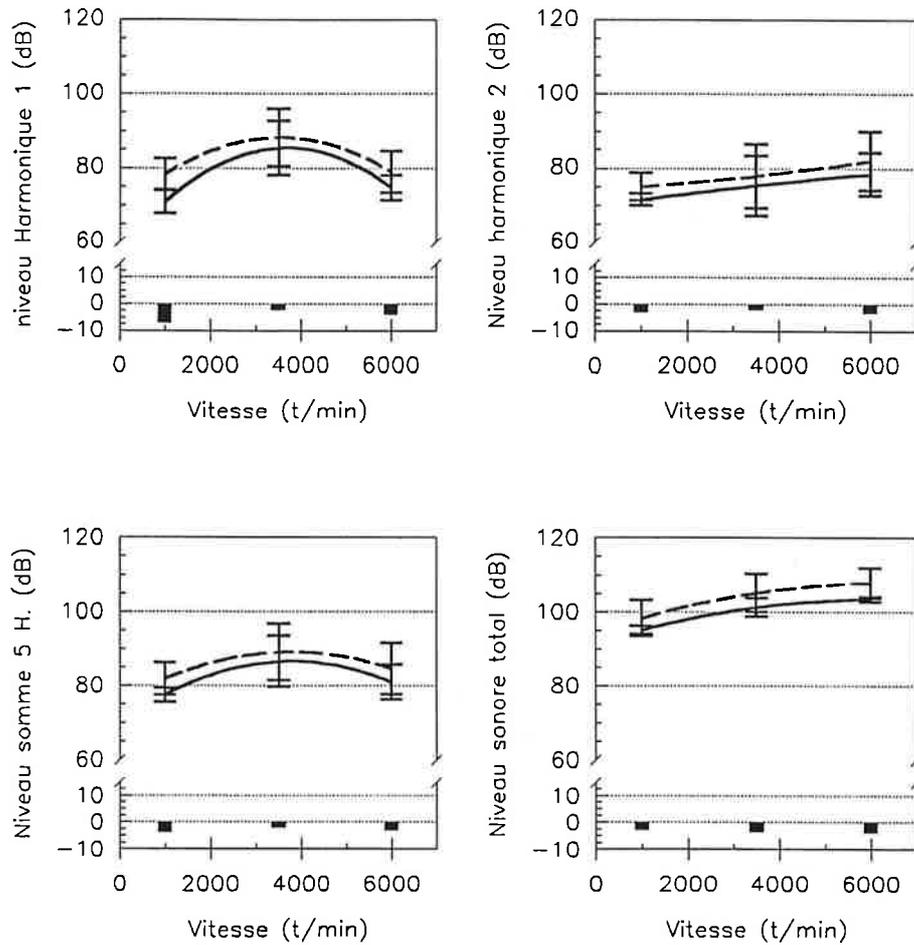
trait plein : désalignement horizontal = 4'  
trait pointillé : désalignement horizontal = 0'

Fig. F.IV.38. : Influence du désalignement horizontal en fonction du rapport de recouvrement.

On s'aperçoit donc ici que cette géométrie hélicoïdale présente un avantage non négligeable par rapport à une géométrie droite. Le principal intérêt de ces géométries est de présenter une surface de contact qui soit inclinée par rapport au mouvement relatif d'approche des deux dents. Cette inclinaison a un effet secondaire qui est donc de répartir un défaut d'alignement horizontal.

L'évolution en vitesse sur la figure F.IV.39. montre une différence quasiment constante quelque soit le niveau de vitesse et l'indicateur observé. Le niveau du premier harmonique présente une petite différence aux basses vitesses. On peut donc penser que l'effet du désalignement horizontal est, et

reste donc purement géométrique.



trait plein : désalignement horizontal = 4'  
trait pointillé : désalignement horizontal = 0'

Fig. F.IV.36. : Influence du désalignement horizontal en fonction de la vitesse.

**b) Etude du désalignement vertical.**

Les conditions de désalignement vertical sont, elles aussi, identiques à celles pratiquées dans le cas d'étude des engrenages droits. De la même façon, les deux configurations sont comparées sur les figures suivantes en fonction du couple, du rapport de recouvrement et de la vitesse.

Ici, les fluctuations en fonction du couple représentées sur la figure

F.IV.40. sont assez faibles et présentent un maximum pour un couple moyen sur les différents harmoniques de la fréquence d'engrènement. Par contre pour le niveau sonore global, les différences entre les deux conditions d'alignement vertical sont plus importantes pour les faibles couples.

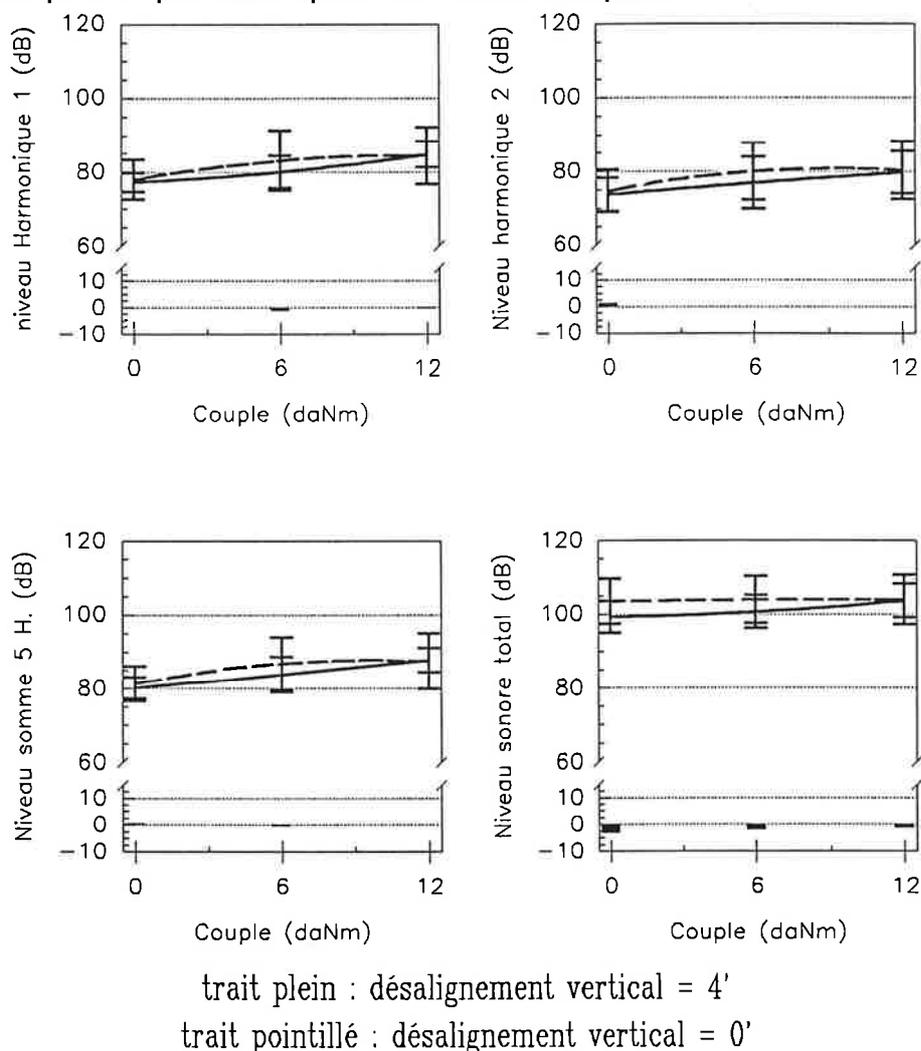
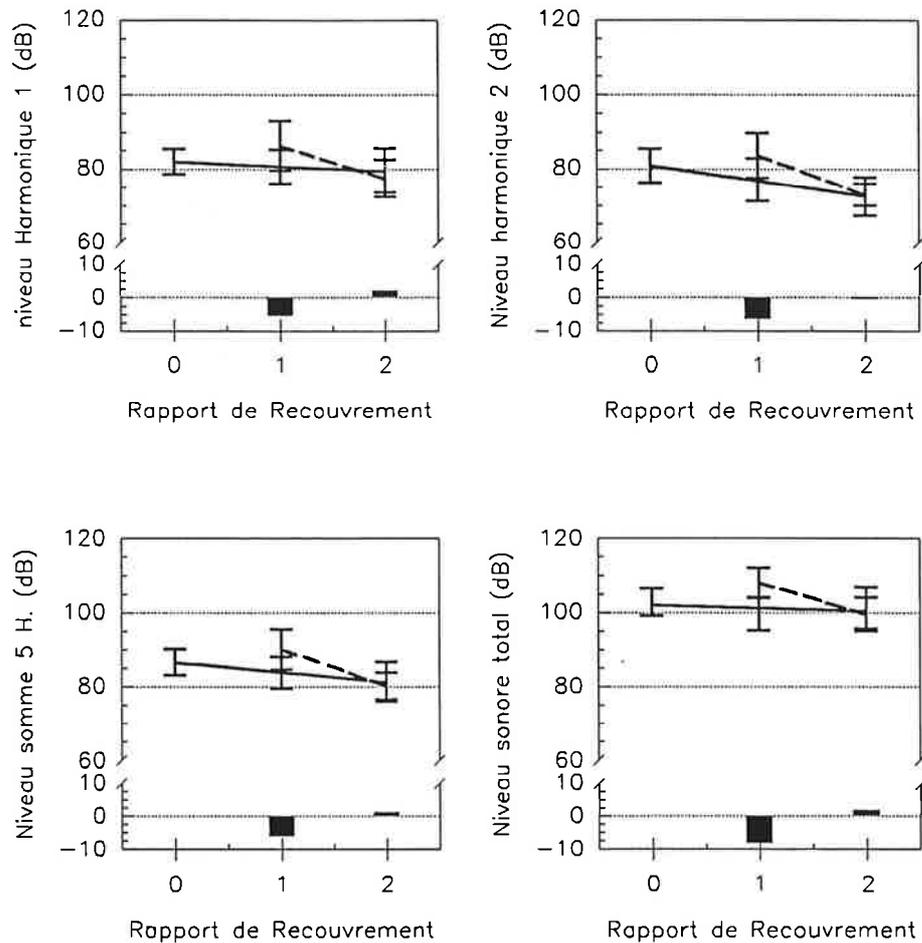


Fig. F.IV.40. : Influence du désalignement vertical en fonction du couple.

Les variations en fonctions du rapport de recouvrement sont nettement plus importantes que dans le cas d'un désalignement horizontal, et on remarque sur la figure F.IV.41. que pour un rapport de recouvrement important, les conditions de désalignement ne sont plus influentes sur le bruit rayonné par l'engrenage. Ceci tend à prouver que ces variations d'alignement dans la

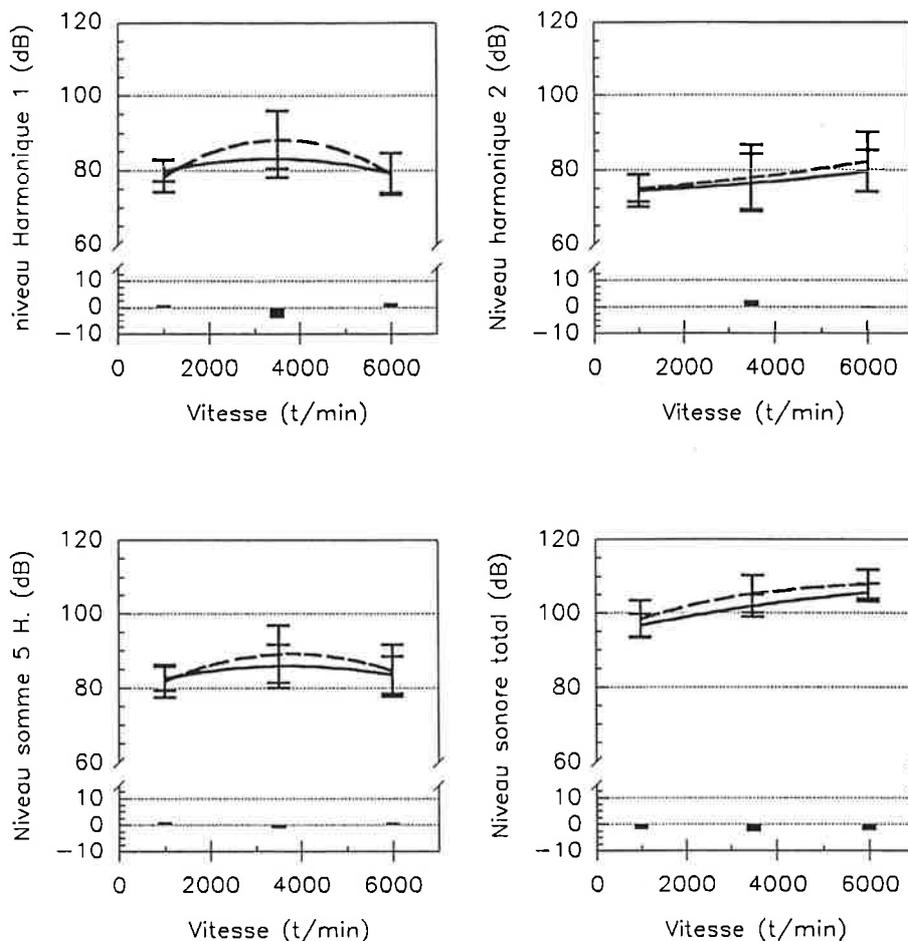
direction de l'angle d'hélice sont d'autant moins importantes sur le bruit que l'angle d'hélice est important.



trait plein : désalignement vertical = 4'  
trait pointillé : désalignement vertical = 0'

Fig. F.IV.41. : Influence du désalignement vertical en fonction du rapport de recouvrement.

En fonction de la vitesse (figure F.IV.42.), les variations sont là aussi assez faibles, et présentent un maximum pour les vitesses moyennes, en particulier sur le premier harmonique. Sur les autres indicateurs, la différence est beaucoup plus constante et reste de l'ordre 2 à 3 dB.



trait plein : désalignement vertical = 4'  
trait pointillé : désalignement vertical = 0'

Fig. F.IV.42. : Influence du désalignement vertical en fonction de la vitesse.

Cette différence peut être attribuée au fait que cette variation de positionnement ne se traduit plus par une localisation de la portée comme dans le cas des engrenages droits, ni par une modification du jeu d'engrènement, mais simplement par une modification de l'angle d'hélice. En effet, dans cette configuration de désalignement la réduction du jeu est nettement moins importante que dans le cas d'un désalignement horizontal de même valeur pour un engrenage droit. On peut faire les mêmes remarques que celles faites pour le désalignement horizontal en ce qui concerne l'influence du rapport de recouvrement et de la vitesse.

### c) Conclusion.

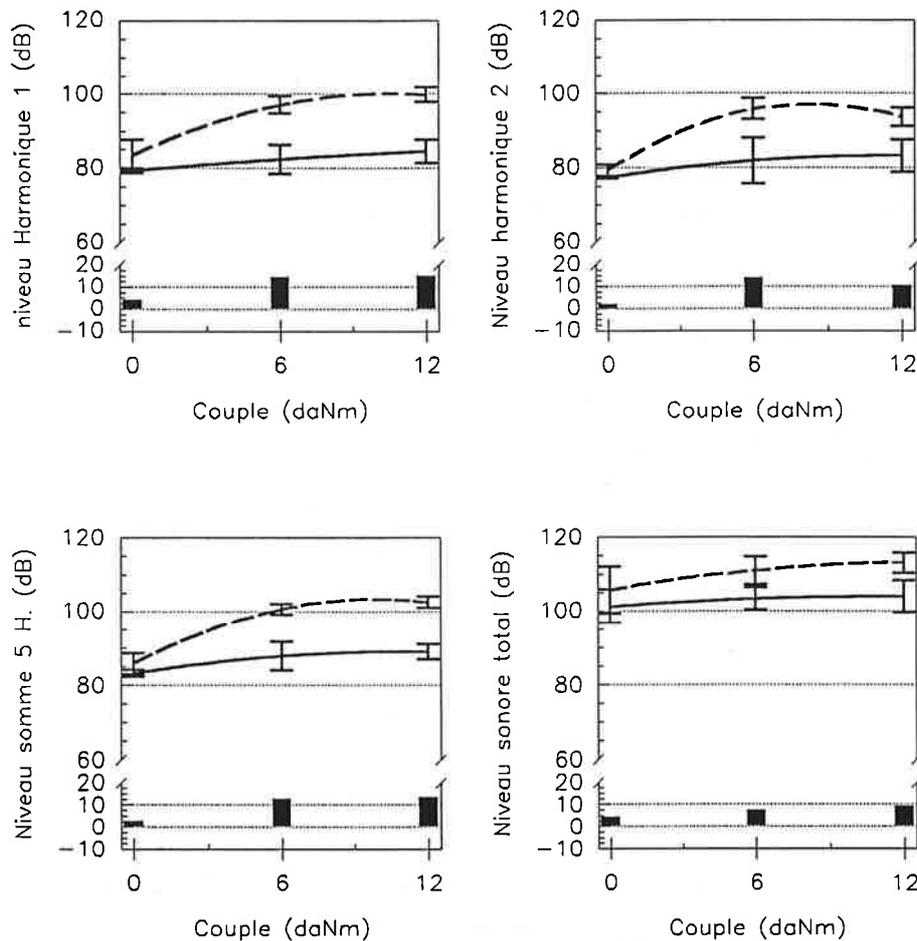
L'étude du désalignement vertical et horizontal sur le comportement acoustique des dentures hélicoïdales montre que ces dentures sont moins sensibles à ces modifications de positionnement que les dentures droites du fait de la non localisation de la zone de portée sur un côté de la denture. La répartition de la charge, ainsi que l'amélioration de la continuité d'engrènement semble être la cause de cette amélioration du comportement acoustique des engrenages face à ces modifications d'alignement.

### 2.5. Influence du module.

Le dernier paramètre géométrique étudié est le module apparent de fonctionnement. La comparaison a été effectuée entre deux dentures droites non corrigées ayant l'une un module de 2,10 et l'autre un module de 1,515 mm.

Les diamètres primitifs des roues et pignons de ces deux types d'engrenages sont pratiquement identiques, de l'ordre de 78 mm. Sur la figure F.IV.43., la comparaison du niveau sonore en fonction du couple pour les deux modules montre que ces deux dentures sont différentes. A couple faible, cette différence est nettement moins marquée ce qui s'explique par le fait que l'épaisseur de la dent, donc le module, n'intervienne pas sur le bruit d'engrènement lorsque le couple est nul. Par contre, dès que le couple augmente, les différences entre les deux dentures deviennent vite importantes pour se stabiliser vers une valeur limite. Ici encore, on remarque que la flexibilité des dents, liée à leur largeur, devient importante quant au niveau sonore émis. Lorsque le module est élevé, le niveau sonore augmente rapidement avec la charge de fonctionnement vers une valeur pratiquement constante. Par contre, pour un module plus faible, l'augmentation du rayonnement acoustique avec le couple est nettement plus régulière, et nettement moins importante aussi. On remarque donc qu'il y a bien un module qui sera optimum, tant sur le niveau acoustique, que sur les variations avec le couple de fonctionnement. Cette tendance peut être vue comme le passage vers une limite : en effet, si le module tend vers zéro, le système tend vers les roues de friction, où les phénomènes liés au passage des dents, à la transmission du mouvement par

obstacles, disparaissent. Bien entendu, cette vue de l'esprit ne tient pas compte des problèmes liés à la résistance des matériaux. En effet, la charge transmissible sera d'autant plus faible que la dent sera fine, ou que le module sera petit.

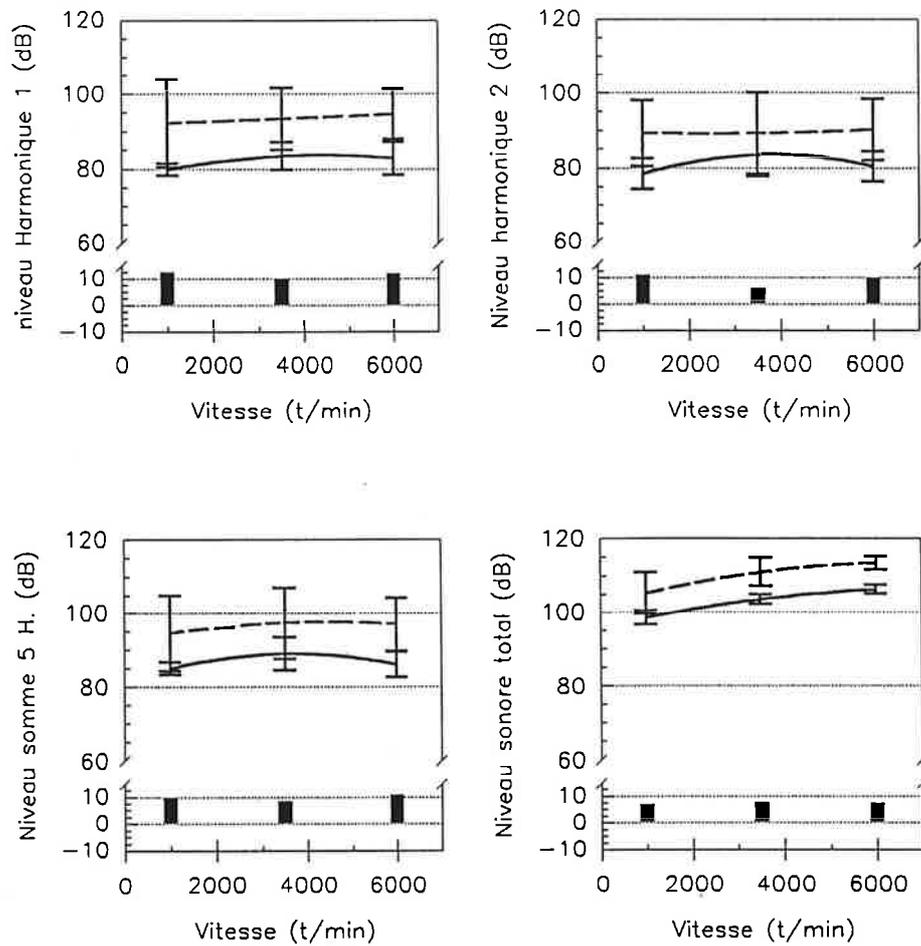


trait plein : module = 1.515  
trait pointillé : module = 2.10

Fig. F.IV.43. : Influence du module en fonction du couple.

L'évolution en fonction de la vitesse, sur la figure F.IV.44., montre que la différence de comportement due au module n'évolue pratiquement pas avec la vitesse. Quelque soit le régime, l'émission acoustique est diminuée si le module diminue. Une diminution du module, à diamètre primitif constant, correspond à

une augmentation du nombre de dents. Pour une vitesse de rotation donnée, cette augmentation du nombre de dents correspond à une diminution du rayonnement acoustique. En fait, cette augmentation du nombre de dents revient à une augmentation de la valeur de la fréquence d'engrènement, mais en aucun cas à une augmentation du niveau sonore. Cette constatation est en opposition avec une position bibliographique assez courante qui avance que l'augmentation du niveau sonore en fonction de la vitesse est due à une augmentation du nombre de contacts par unité de temps. Cette différence est certainement due à une influence prépondérante de la flexibilité des dents par rapport à l'influence de l'augmentation du nombre de dents, moins importante.



trait plein : module = 1.515  
trait pointillé : module = 2.10

Fig. F.IV.44. : Influence du module en fonction de la vitesse.

### 3. Conclusion.

Comme on l'a vu à travers l'ensemble des résultats présentés, la réduction du bruit d'engrènement peut se résumer à trois priorités de conception.

Le premier point, par ordre d'importance vis-à-vis du bruit d'engrènement est une augmentation de la souplesse ou de la flexibilité des dents. Cette augmentation peut être obtenue de différentes manières, qui vont toutes modifier certaines caractéristiques de l'engrènement, et de façon différente. La première solution est la diminution du module, qui va bien sûr entraîner une augmentation du nombre de dents sur les roues, ce qui aura pour conséquence directe une élévation de la fréquence fondamentale d'engrènement. La deuxième consiste à augmenter le rapport de conduite ou à réduire l'angle de pression. Cette solution comporte des difficultés de réalisation et demande une précision accrue sur la géométrie globale (erreur de pas en particulier). Elle doit être accompagnée d'une procédure de correction de denture. Elle comporte également l'inconvénient d'augmenter les vitesses de glissement spécifique et se trouve donc être limitée. Une dernière solution consiste à changer le matériau utilisé, mais cela suggère de reprendre l'ensemble des problèmes de résistance et d'endurance à la rupture, de fabrication, etc... Dans tous les cas, cette augmentation de souplesse se traduira, à charge constante, par une répartition des efforts sur les dents, donc à l'introduction de déformations plus importantes dans un modèle géométrique, cinématique ou dynamique. Par ailleurs, elle apparaît globalement comme un compromis entre le bruit et la résistance des engrenages au sens large.

Le second point important est l'amélioration de la continuité d'engrènement par modification des caractéristiques géométriques. En particulier, l'introduction ou l'augmentation de l'angle d'hélice permet d'obtenir une diminution sensible du bruit d'engrènement. Cette solution efficace introduit des problèmes de renvoi d'efforts dans la direction axiale au niveau du mécanisme. Elle est rapidement limitée par des problèmes de fabrication. Les engrenages hélicoïdaux semblent néanmoins présenter de gros avantages pour diminuer le niveau acoustique des engrenages, tout en restant une solution technologique intéressante suivant d'autres critères de résistance ou de cinématique. L'amélioration de la continuité d'engrènement peut s'effectuer

aussi par l'application de corrections de denture sur la géométrie initiale. Ces corrections sont d'autant plus nécessaires que le rapport de conduite augmente, mais ne sont efficaces (et calculées) que pour un couple donné. Ces deux améliorations de la continuité d'engrènement sont appréciables car elles présentent l'avantage de fournir des engrenages beaucoup moins sensibles aux conditions de fonctionnement, relatives à l'alignement en particulier.

Enfin, la réduction du jeu de fonctionnement permet de limiter les effets dynamiques liés à l'excitation du mécanisme par l'entrée d'une dent dans la zone active de l'engrènement. Cet événement est cyclique et son effet sera d'autant plus important que la continuité d'engrènement sera négligée. Cette diminution du jeu de fonctionnement entraîne certainement des problèmes d'interférences sur des engrenages de qualité médiocre, mais aussi de lubrification. Ce paramètre semble tout-même être relativement important, auparavant sous-estimé.

## **CHAPITRE V: ANALYSE PAR ONDELETTES RESULTATS ET PERSPECTIVES**

Ce chapitre rassemble les résultats obtenus après traitement par la méthode des ondelettes des enregistrements des différents engrenages testés. L'objectif de ces traitements est de mettre à jour des indications plus sensibles qu'une caractérisation acoustique globale des engrenages ; ces deux types d'informations sont bien sûr complémentaires et permettent de montrer d'autres aspects sur le bruit d'engrènement.

### **1. Description générale d'une analyse par ondelettes.**

Les ondelettes que nous avons utilisées pour l'ensemble des traitements, sont des ondelettes dites "linéaires" (voir annexe N° 1). Cette base d'ondelettes présente l'avantage d'avoir une localisation fréquentielle et temporelle bien équilibrée. Ces deux localisations doivent être optimales dans un premier temps, de façon à ne mettre en valeur que l'aspect décomposition dans le plan temps-fréquence, sans privilégier l'un des deux domaines.

D'autre part, l'analyse est faite à l'aide de l'algorithme de transformation complexe, qui permet de s'affranchir de problèmes de déphasage, problème beaucoup plus détaillé dans l'annexe N° 1. Ce choix implique la disparition des coefficients de la décomposition sur la bande d'octave la plus élevée (de 12,5 à 25 kHz). Rappelons ici que l'ensemble des rectangles de différentes tailles indique à la fois la localisation et l'étendue du coefficient de la décomposition, mais aussi l'amplitude (donc l'importance) de ces coefficients.

Cette représentation permet de visualiser la répartition d'énergie acoustique dans le plan temps-fréquence, mais également de mieux suivre

l'évolution des composantes fréquentielles au cours du temps, et donc au cours de l'engrènement. Cette approche du problème, essentiellement qualitative, montre qu'il est nécessaire d'avoir des outils mieux adaptés afin de mieux comprendre la phénoménologie du bruit d'engrènement. L'analyse qui va suivre va permettre de souligner les tendances déjà évoquées dans le chapitre précédent, mais aussi, montrera comment il est possible de visualiser l'influence de certains paramètres, comment chaque défaut ou amélioration agit sur le bruit d'engrènement.

Sur les figures, rappelons que chaque bande horizontale représente une octave, reportée sur l'axe vertical où sont indiquées les valeurs numériques des fréquences frontières de cette octave. L'axe horizontal est représentatif du temps et il est gradué en millisecondes. Sur chaque graphique, certaines indications générales relatives à l'essai sont reportées sur la marge gauche. L'échelle de représentation est identique d'un graphique à l'autre, ce qui permet la comparaison des divers coefficients de la décomposition en ondelettes.

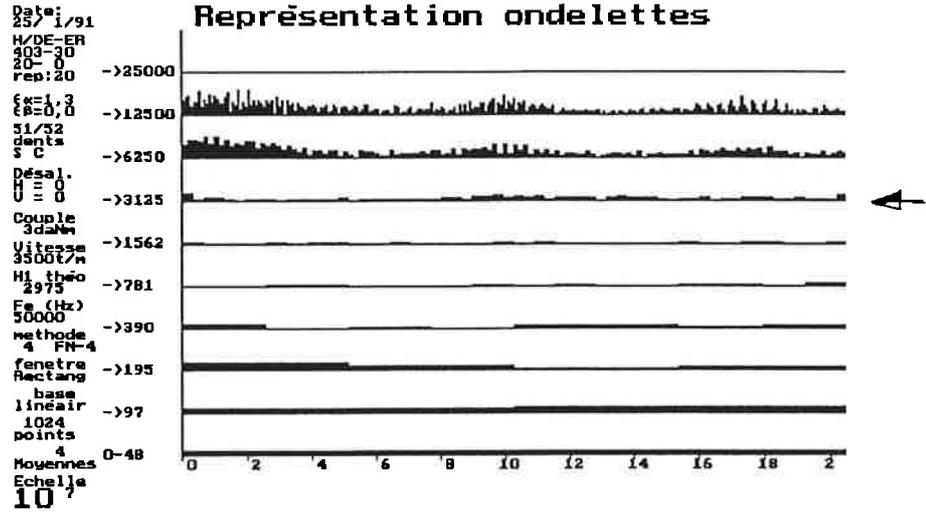
Partant d'un cas représentatif d'engrenage testé, nous allons comparer chaque nouvelle configuration d'essais comme nous l'avons fait dans le cas de l'analyse fréquentielle. Comme ici, la notion de recalage temporel est extrêmement importante, il est nécessaire de présenter soit plusieurs portions de signal analysées si elles sont différentes, soit une portion de signal représentative d'une morphologie du signal. Cette deuxième option est généralement la plus courante dans l'ensemble des essais analysés et sera donc adoptée dans la première partie de ce chapitre. Nous avons en effet vérifié que pour cette première analyse, la morphologie du signal est significativement identique, et qu'une portion de ce signal est représentatif dans les diverses comparaisons qui seront menées.

## 2. Résultats sur l'influence des différents paramètres.

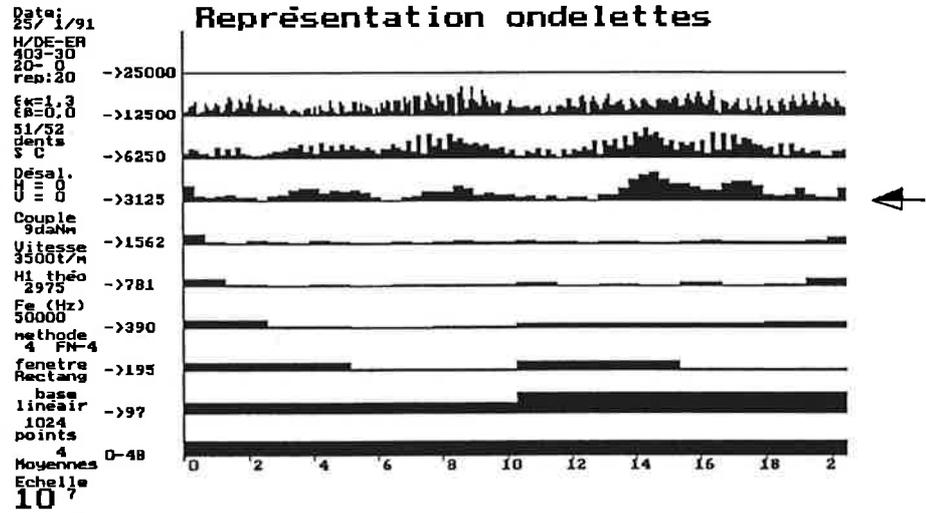
### 2.1 Etude du couple.

Sur la figure F.V.1 sont représentées les trois décompositions en ondelettes effectuées sur un même engrenage droit non corrigé, de rapport de conduite faible, pour trois couples différents et dans des conditions identiques.

couple  
=  
3daNm



couple  
=  
9daNm



couple  
=  
12daNm

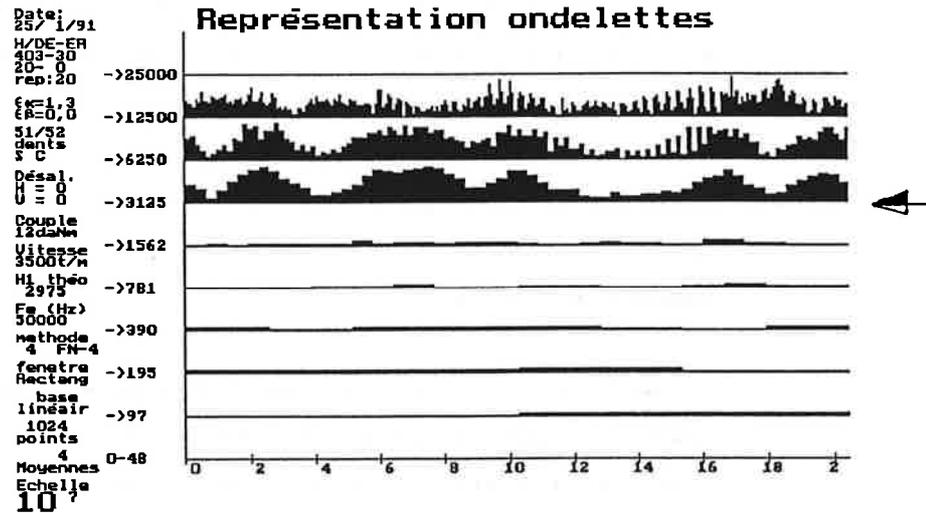


Fig. F.V.1. : Influence du couple.

Les conditions de vitesse de 3500 t/min imposent une fréquence d'engrènement se situant théoriquement à 2975 Hz pour une fréquence de rotation des arbres proche de 58 Hz. Un tour représente une durée caractéristique de 17 millisecondes ; ces valeurs numériques sont pratiquement identiques pour l'ensemble des résultats présentés sauf dans le cas où la vitesse évolue.

La comparaison de ces trois graphes fait ressortir trois points essentiels :

- l'évolution des différents coefficients sur une octave au cours d'un tour complet de la roue ou du pignon, montre que des phénomènes viennent perturber la répartition pour les fréquences supérieures à la raie d'engrènement. Ces phénomènes peuvent être attribués à une modulation induite par les excentricités globales des deux pignons. Ces fluctuations peuvent être aussi les conséquences de défauts comme des erreurs de pas sur les dentures qui induisent des fluctuations de position du profil.
- une bande importante entre la fréquence de rotation des arbres et la raie d'engrènement qui reste une zone où le niveau acoustique est faible, et qui n'évolue pas à mesure que le couple augmente.
- une augmentation des amplitudes des coefficients avec le couple sans changement de morphologie globale. Cette augmentation du niveau acoustique traduit bien un phénomène de rendement entre la puissance acoustique et la puissance transmise. Cette augmentation est accompagnée par une accentuation de certains phénomènes à haute fréquence, remarquable par une alternance de pics élevés et de pics bas. Ces différences existent aussi pour des couples faibles mais sont beaucoup moins marquées. Il apparaît donc que des phénomènes apparaissent sur des fréquences hautes mais traduisant des évolutions périodiques, à la période d'engrènement. Il s'agit donc de discontinuités importantes, répétitives au cours des passages des différentes dents. Ces phénomènes sont atténués par des fluctuations à plus basses fréquences qui viennent perturber ce phénomène.

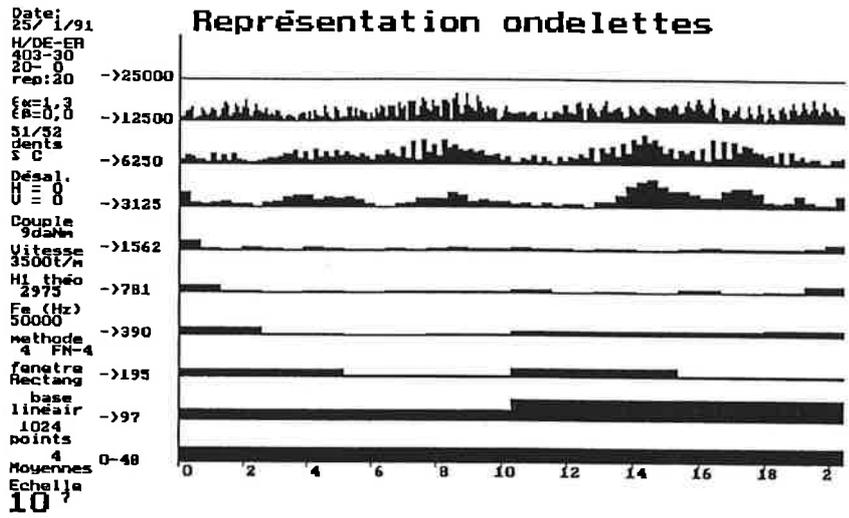
En résumé, l'augmentation du niveau sonore avec le couple est tout autant perceptible sur une analyse par ondelettes que grâce à la méthode fréquentielle développée dans le chapitre précédent. Cette analyse, bien que qualitative, permet par ailleurs de visualiser des phénomènes d'évolution au cours du temps. Un aspect quantitatif pourrait être développé, basé sur les valeurs des coefficients d'ondelettes, mais il serait incompatible avec une analyse temps-fréquence, puisque ne traduisant soit qu'une comparaison à un instant donné, soit le résumé sur un intervalle de temps, notion en opposition avec une résolution temporelle liée à l'analyse.

## 2.2 Etude du rapport de conduite.

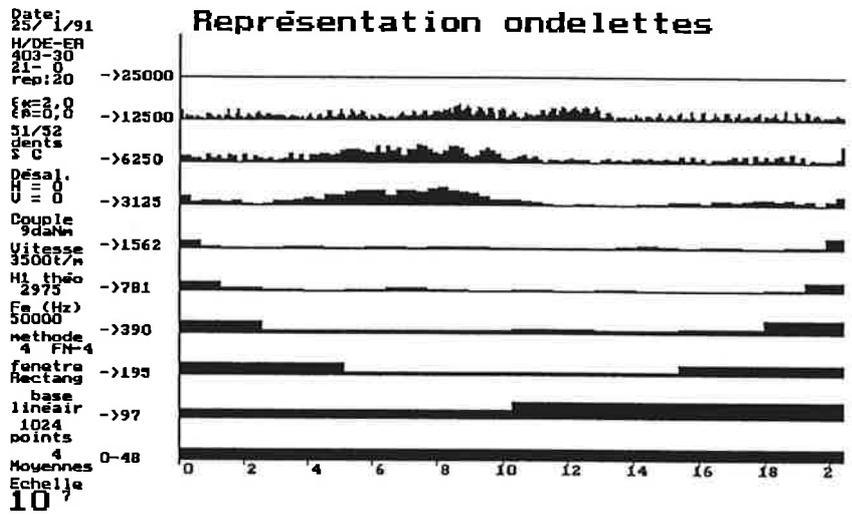
De la même façon, la comparaison entre trois configurations, identiques, mis à part la valeur du rapport de conduite, permet de voir l'évolution du niveau acoustique en fonction de ce rapport de conduite (figure F.V.2). On remarque que, sur un engrenage non corrigé, le niveau acoustique présente un "minimum" pour la valeur de  $\varepsilon_\alpha = 2,0$ . La répartition, tant sur le fondamental que sur les harmoniques supérieurs, est nettement plus faible que pour un rapport de conduite soit plus faible, soit plus important. Cette constatation est évidemment en accord avec les conclusions du chapitre précédent.

La répartition de l'énergie acoustique sur le plan temps-fréquence est également modifiée par le changement du rapport de conduite. En effet, pour le rapport de conduite "optimal", une diminution globale au niveau des coefficients est très nette, quelque soit l'octave considérée. Cette répartition est aussi très différente lorsque le rapport de conduite augmente. Elle devient beaucoup plus dense et moins perturbée que dans le cas d'un rapport de conduite faible. Cette première constatation peut être expliquée par le fait que le nombre de dents en contact est plus important pour un laps de temps donné. Ce qui implique une densité plus grande, surtout au niveau du fondamental. Sur cette figure, la démonstration de l'élévation du niveau acoustique en fonction du rapport de conduite est suffisamment explicite, elle permet, relativement facilement, de détecter la configuration silencieuse de la configuration bruyante, sans calculs préliminaires.

$\epsilon_\alpha = 1.3$



$\epsilon_\alpha = 2.0$



$\epsilon_\alpha = 3.0$

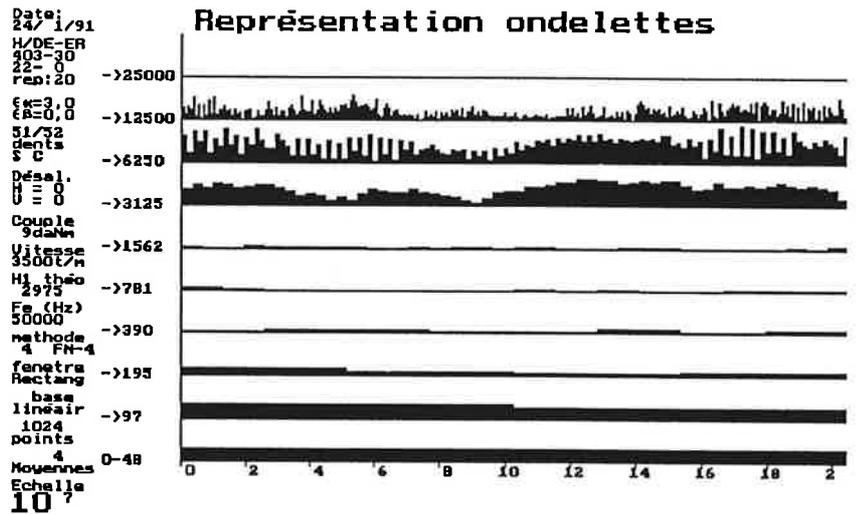
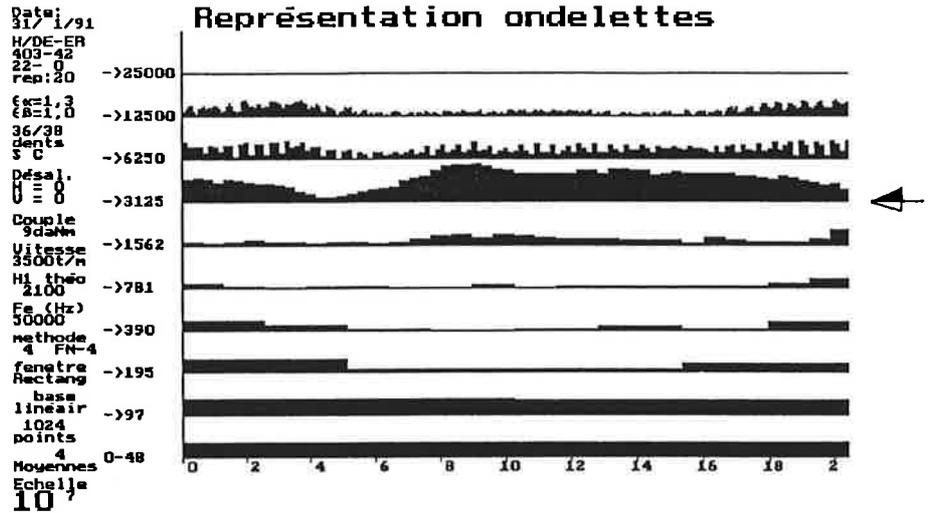


Fig. F.V.2. : Influence du rapport de conduite.

### 2.3 Etude du rapport de recouvrement.

La figure F.V.3. présente la comparaison de deux engrenages différents par leur rapport de recouvrement. Les différences très marquées pour un engrenage présentant un fort rapport de recouvrement, comparé à un engrenage dont le rapport de recouvrement est moyen, montrent clairement la réduction de bruit rayonné dans ce cas. L'ensemble des niveaux des coefficients est largement diminué, et ceci sur les trois plus hautes octaves. Ce constat prouve, d'une part, que l'engrènement se fait de façon plus continue, sans entrée brutale dans la zone active de l'engrènement. Cette affirmation est d'autant plus vérifiée que les composantes hautes fréquences, caractéristiques de phénomènes rapides, sont très atténuées.

$\varepsilon\beta = 1.0$



$\varepsilon\beta = 2.0$

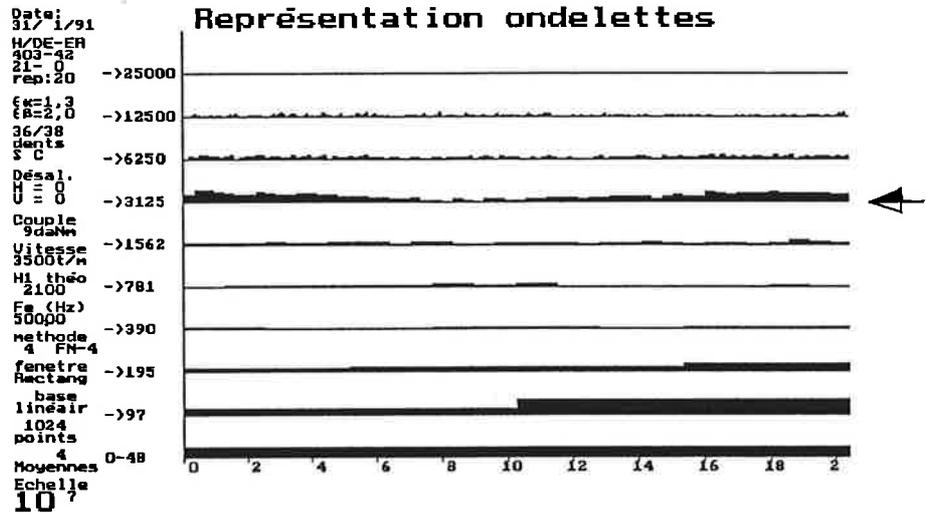


Fig. F.V.3. : Influence du rapport de recouvrement.

D'autre part, les phénomènes qui restent encore visibles, sont situés à l'octave d'engrènement où l'aspect de discrétisation de l'engrenage générera toujours une composante à la fréquence d'engrènement.

### 2.4. Etude de l'entraxe de fonctionnement.

La figure F.V.4. montre deux analyses en ondelettes effectuées pour un entraxe de fonctionnement nominal, et pour un entraxe réduit. Le cas de l'entraxe nominal est similaire aux cas traités auparavant ; on retrouve une morphologie de signal dont les caractéristiques sont maintenant connues. Par contre, lorsque l'entraxe est réduit (de l'ordre de 1/10 mm), cette morphologie de signal est pratiquement identique avec des coefficients nettement plus faibles. En comparant les deux signaux, on retrouve des aspects identiques (certainement liés au fonctionnement de la machine) mais largement atténués.

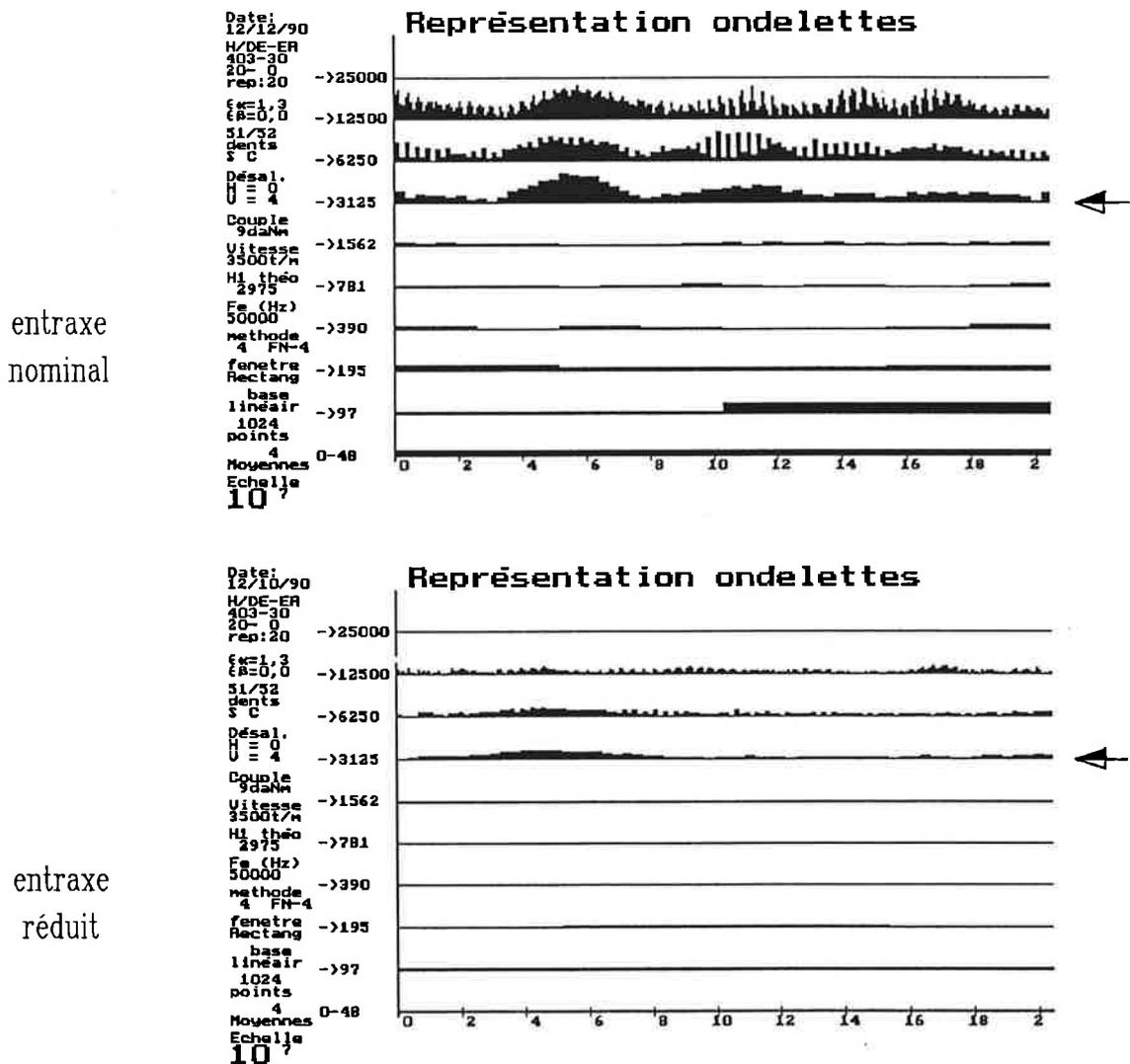


Fig. F.V.4. : Influence de l'entraxe de fonctionnement.

Cette différence est certainement introduite par une légère augmentation du rapport de conduite mais surtout par une modification des zones de portée sur le profil de la denture, ce qui modifiera le comportement dynamique de l'engrènement tout entier. Cette modification est vraisemblablement due, comme nous l'avons remarqué dans le chapitre précédent, à une limitation du jeu de fonctionnement qui conditionne le fonctionnement vibratoire du couple d'engrenages. L'analyse par ondelettes montre de façon explicite cette modification, puisque la morphologie de l'analyse n'est affectée que dans l'amplitude des coefficients lors de ce changement d'entraxe.

### 2.5. Etude des corrections de dentures.

En comparant à nouveau deux configurations analysées par la méthodes des ondelettes, différents par les corrections de denture (sur la figure F.V.5.), on retrouve le fait que les corrections de denture améliorent la qualité acoustique d'un engrenage. Cette amélioration reste tout de même assez faible et ici encore, l'analyse par ondelettes est à l'égal d'une analyse de Fourier classique. Les différences notables entre les deux spectres sont encore essentiellement dues à une diminution d'amplitude des coefficients de la décomposition en ondelettes.

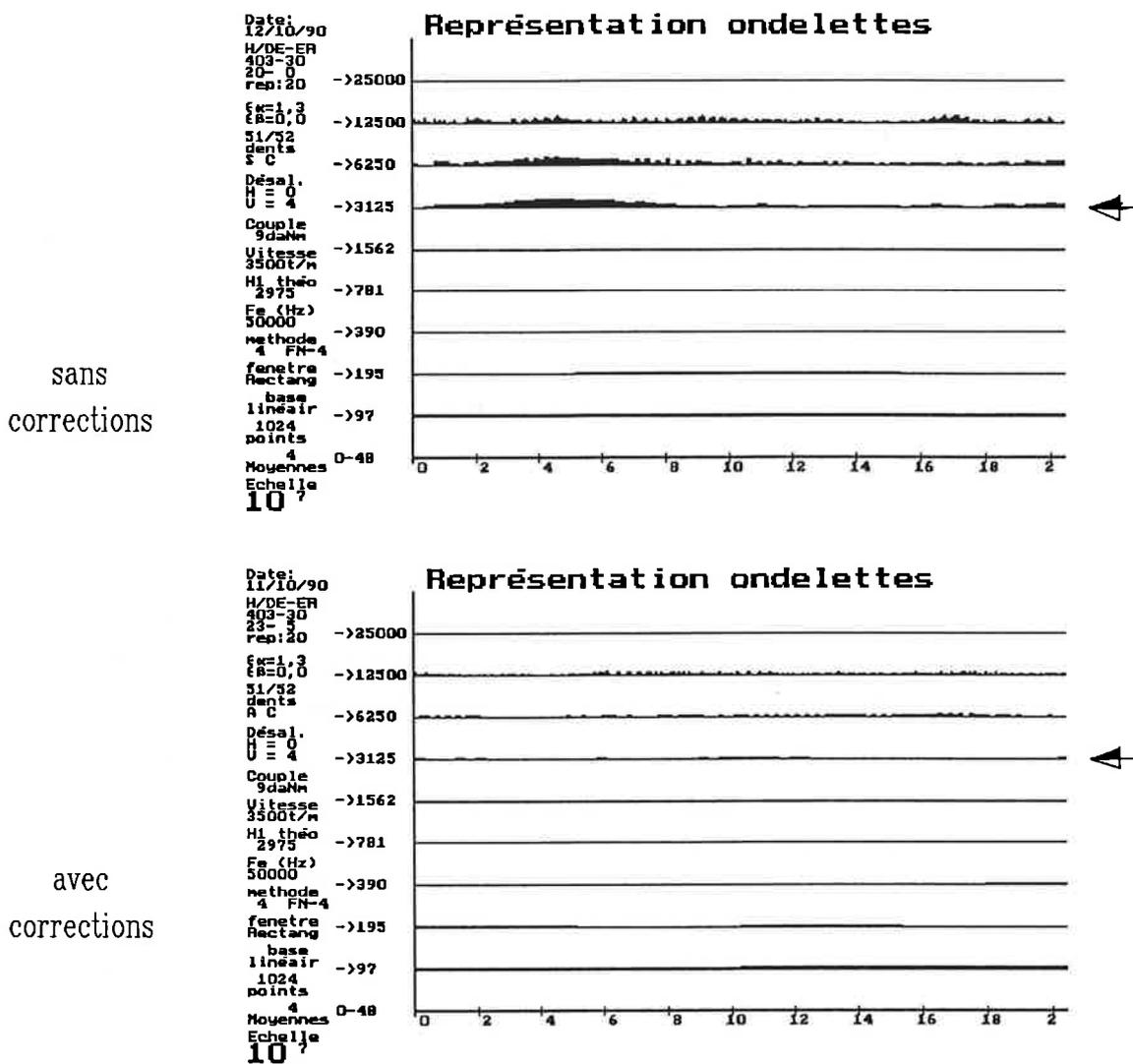
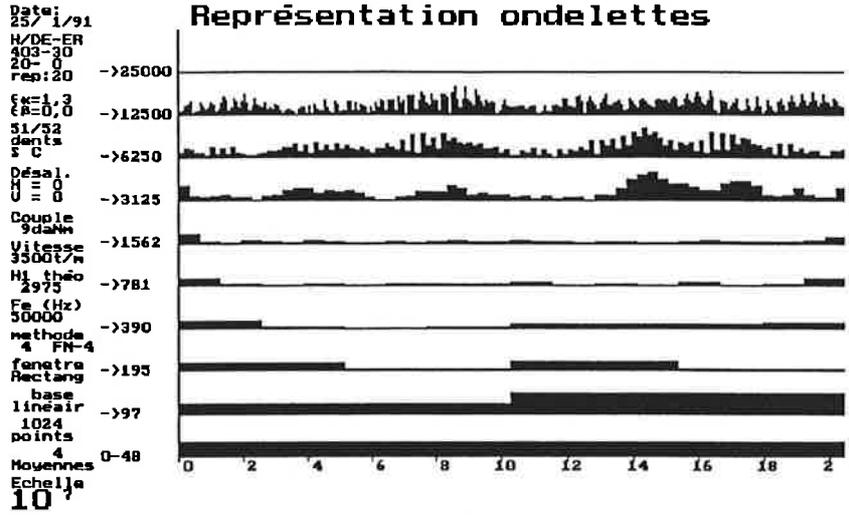


Fig. F.V.5. : Influence des corrections de denture.  
Rapport de conduite = 1.3.

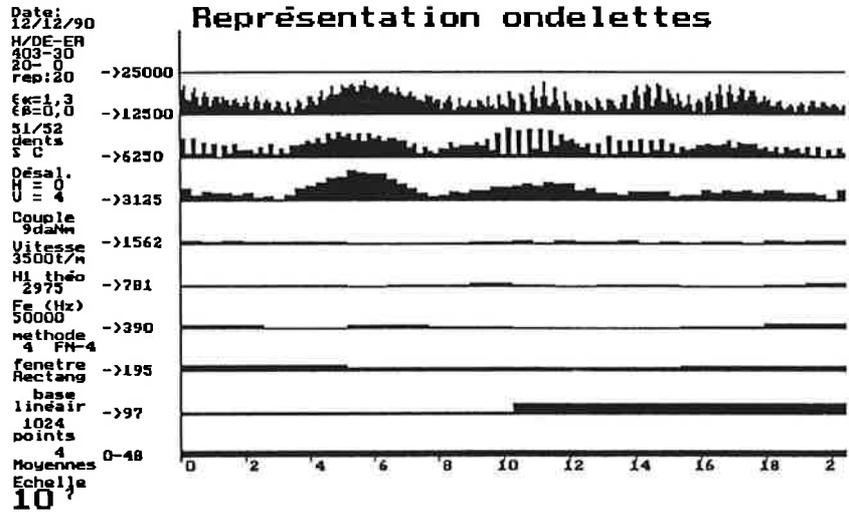
2.6. Etude des différents désalignements.

La dernière présentation de comparaison entre des analyses par ondelettes sera utilisée pour visualiser les différences enregistrées pour les cas de désalignement horizontal ou vertical, pour des engrenages droits non corrigés. Sur la figure F.V.6., on peut remarquer que ces différences sont moins nettes. Ainsi, les conditions d'alignement respectées présentent le niveau sonore le plus faible. Vient ensuite la condition de désalignement vertical, qui présente une élévation des diverses composantes haute fréquence de l'analyse.

désalign<sup>t</sup>  
vertic = 0'  
horiz = 0'



désalign<sup>t</sup>  
vertic = 4'  
horiz = 0'



désalign<sup>t</sup>  
vertic = 0'  
horiz = 4'

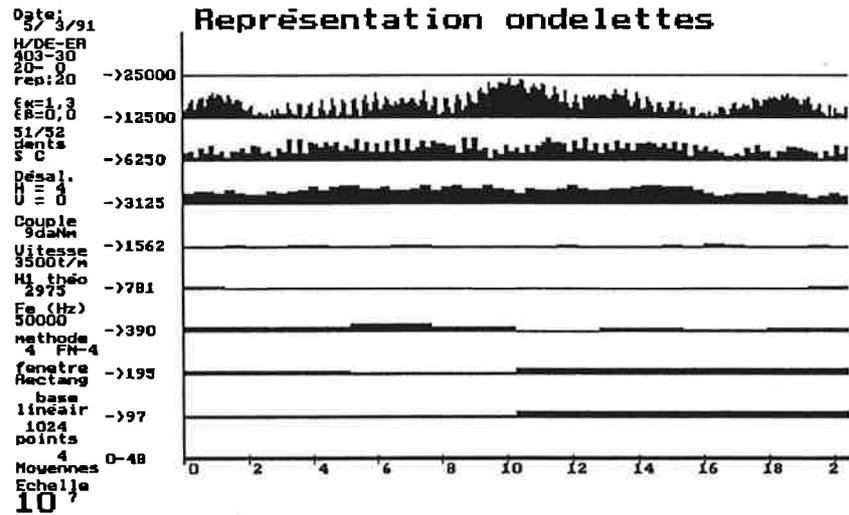


Fig. F.V.6. : influence du désalignement.

Globalement, les répartitions des deux analyses diffèrent peu, sauf pour la dernière octave qui est plus dense et plus marquée. Enfin, la condition de désalignement horizontal semble la plus bruyante, et sa morphologie est relativement différente. En effet, l'apparition de coefficients prépondérants à l'octave supérieure est accompagnée d'une octave à la fréquence d'engrènement relativement répartie suivant l'axe du temps. Auparavant, ces fluctuations étaient caractéristiques d'un laps de temps, et se retrouvaient également sur toutes les octaves supérieures à la fréquence d'engrènement. Il apparaît donc que, là encore, l'aspect discrétisé de la géométrie de l'engrenage devient plus important et marque d'autres phénomènes plus "locaux" dans le domaine temporel. Cette évolution de morphologie peut être expliquée par la localisation de la portée sur une partie de la largeur de la denture, impliquant des déformations plus importantes, donc un fonctionnement plus perturbé, toujours synchronisé par l'apparition d'une nouvelle dent dans la zone active. Cet effet n'est pas visible sur le cas d'un désalignement vertical, qui correspond à la fois à une augmentation de la charge spécifique (localisation de la portée) et à l'introduction d'un "petit angle d'hélice". Ces deux effets ont tendance à s'annuler, donc à ne pas provoquer une répartition plus établie sur l'octave fondamentale.

## 2.7 Conclusion.

Bien que qualitative (puisque localisée en temps et donc sujette à des évolutions), l'information fournie par une analyse en ondelettes correspond à celle fournie par une étude basée sur une analyse spectrale. La bonne correspondance des indications fournies par les deux méthodes montrent l'intérêt du procédé. L'aspect temporel restant présent dans cette représentation, il apporte des éléments nouveaux sur l'analyse du bruit d'engrènement. Ces éléments vont être présentés dans le paragraphe suivant. Cette nouvelle méthode a néanmoins déjà permis de montrer l'évolution et la répartition des coefficients d'ondelettes au cours du temps, et par ailleurs la présentation de différentes morphologies du bruit d'engrènement, en fonction de divers paramètres géométriques et de fonctionnement.

### 3. Apports et perspectives de la Transformée en Ondelettes Rapide.

L'introduction de ce nouvel outil permet de mettre en évidence des phénomènes dont on sait qu'ils évoluent au cours du temps, mais dont les caractéristiques sont difficiles à quantifier, surtout dans le domaine fréquentiel du rayonnement acoustique (0-20 kHz).

#### 3.1. Visualisation de l'effet de l'excentricité.

La figure F.V.7. représente la transformée en Ondelettes d'un enregistrement du bruit d'engrènement pour un engrenage 51/52 dents, sans correction, aligné. Cette transformée comporte une zone localisée en temps où le signal est plus riche, en particulier sur l'octave d'engrènement, et une composante basse fréquence assez importante.

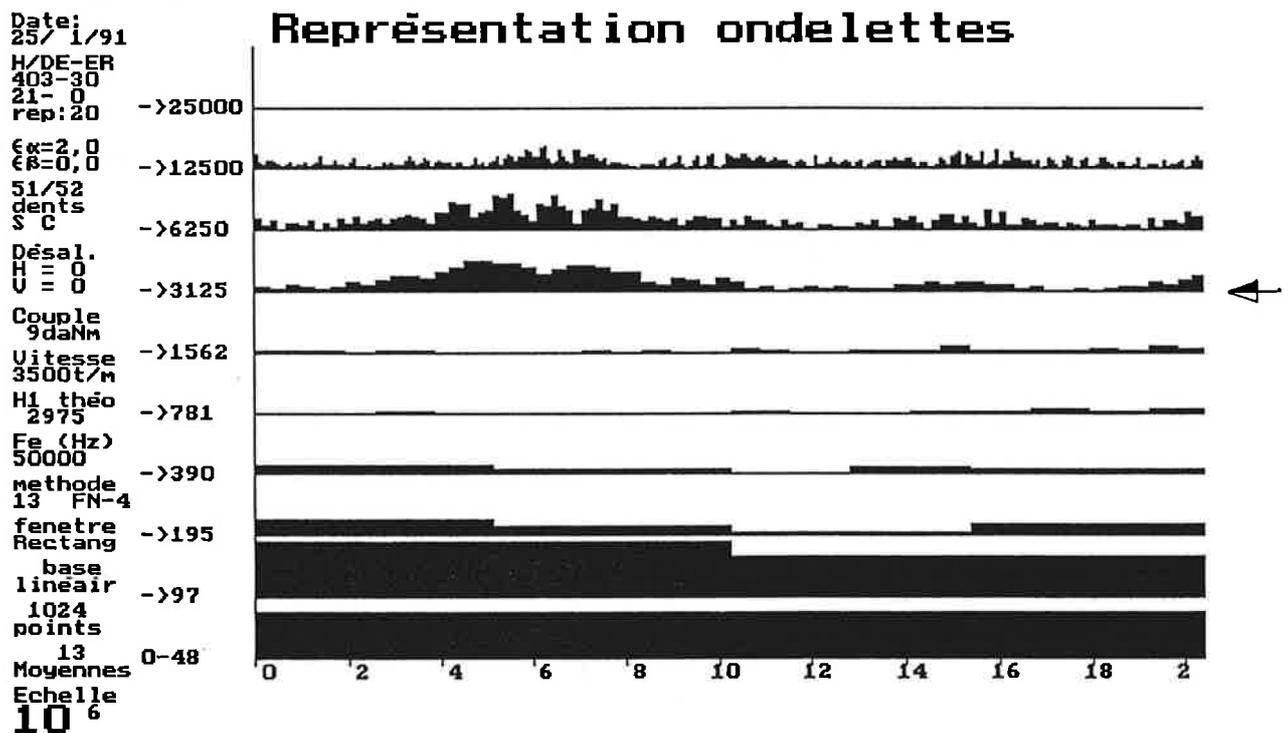


Fig. F.V.7. : Visualisation de l'effet de l'excentricité.

Cet effet de localisation est dû à une excentricité sur l'un des deux arbres. Après avoir enregistré ces signaux, la mesure de faux-rond faite sur les

deux portées des engrenages de chaque arbre donnait une valeur caractéristique de 0,01 mm. Cette valeur peut évoluer en cours de fonctionnement, notamment avec les déformations sur l'ensemble du montage, mais elle reste tout de même significative. L'étude des portions de signal suivant celle-ci donne une morphologie semblable et n'évoluant pratiquement pas. Cette "bouffée" se retrouve tous les tours, dont la période pour une vitesse de rotation de 3500 t/min est ici de 17,14 ms pour l'arbre le plus rapide ou 17,48 ms sur le plus lent. La localisation précise de cette période, afin de déterminer sur quelle roue est le défaut, n'est pas facilement réalisable.

### 3.2. Visualisation de l'effet d'un autre type de défaut

La figure F.V.8. représente, cette fois, la transformée en Ondelettes d'un enregistrement du bruit d'engrènement pour un engrenage 36/38 dents, sans correction, désaligné verticalement. Cette transformée comporte deux zones sous forme de "bouffée" qui sont caractéristiques d'un phénomène dont la période est environ la moitié de la période de rotation des arbres. Toujours pour une vitesse de 3500 t/min, la période de rotation de l'arbre le plus rapide est de 17,14 ms, celle de l'arbre le plus lent est de 18,10 ms. Cet enregistrement montre donc une évolution de la répartition de l'énergie acoustique tout au long d'un tour du pignon.

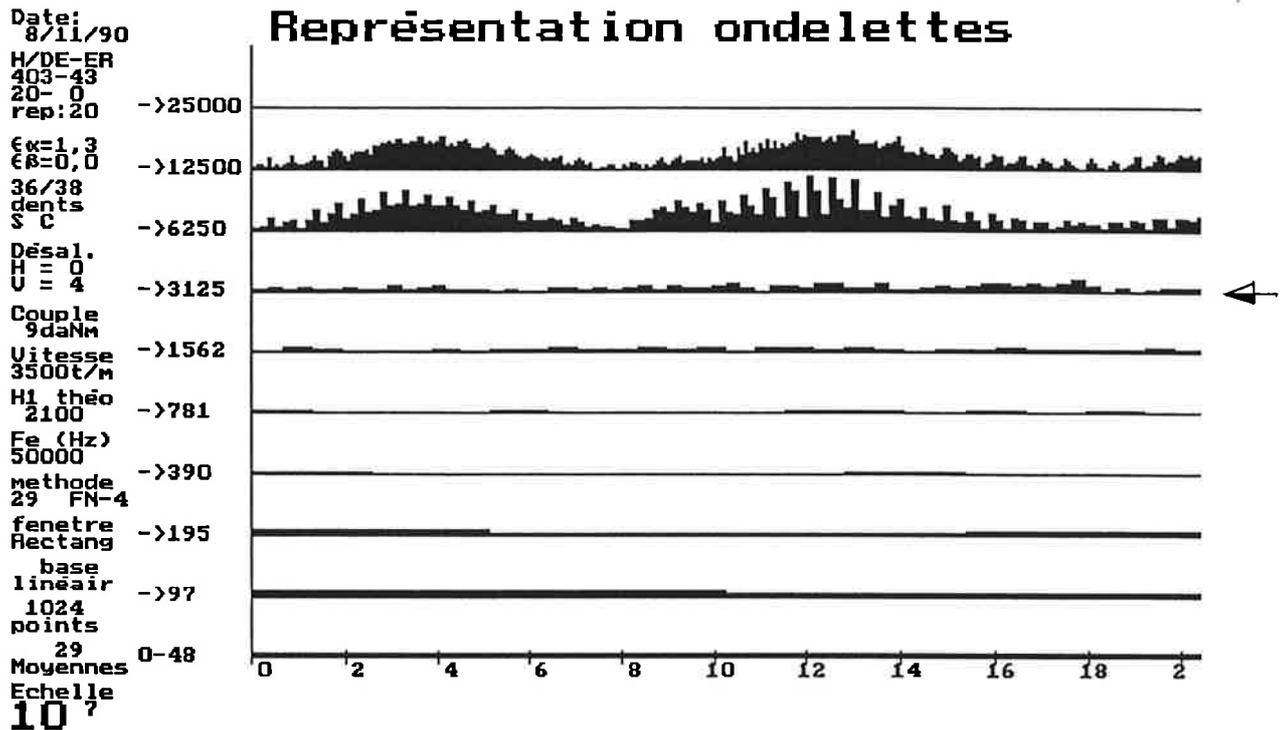


Fig. F.V.8. : Visualisation de l'effet d'un autre type de défaut.

Cet effet peut être induit par un défaut sur l'un des engrenages. L'étude de cette répartition sur la suite des enregistrements montre une nouvelle évolution au cours du temps, visible sur la figure F.V.9., qui traduit bien du changement de ce défaut à plus long terme. En effet, pour que la roue et le pignon se retrouvent dans la même position relative, il faut que le pignon ait accompli  $N_r/2$  révolutions complètes (la roue et le pignon possèdent un nombre paire de dents).

Après avoir remarqué cette évolution à court terme (demi période de rotation) et à plus long terme (une dizaine de périodes de rotation), on peut conclure sur un effet autre qu'une excentricité sur l'un des arbres. En effet, si chaque arbre présentait une excentricité non négligeable, l'évolution à court terme serait égale à la période de rotation d'un des deux arbres. Ici, il s'agit certainement d'un phénomène dont la symétrie est d'ordre deux par rapport à l'axe de rotation, puisqu'il apparait deux fois au cours d'une période, combiné à une faible excentricité sur l'autre arbre.

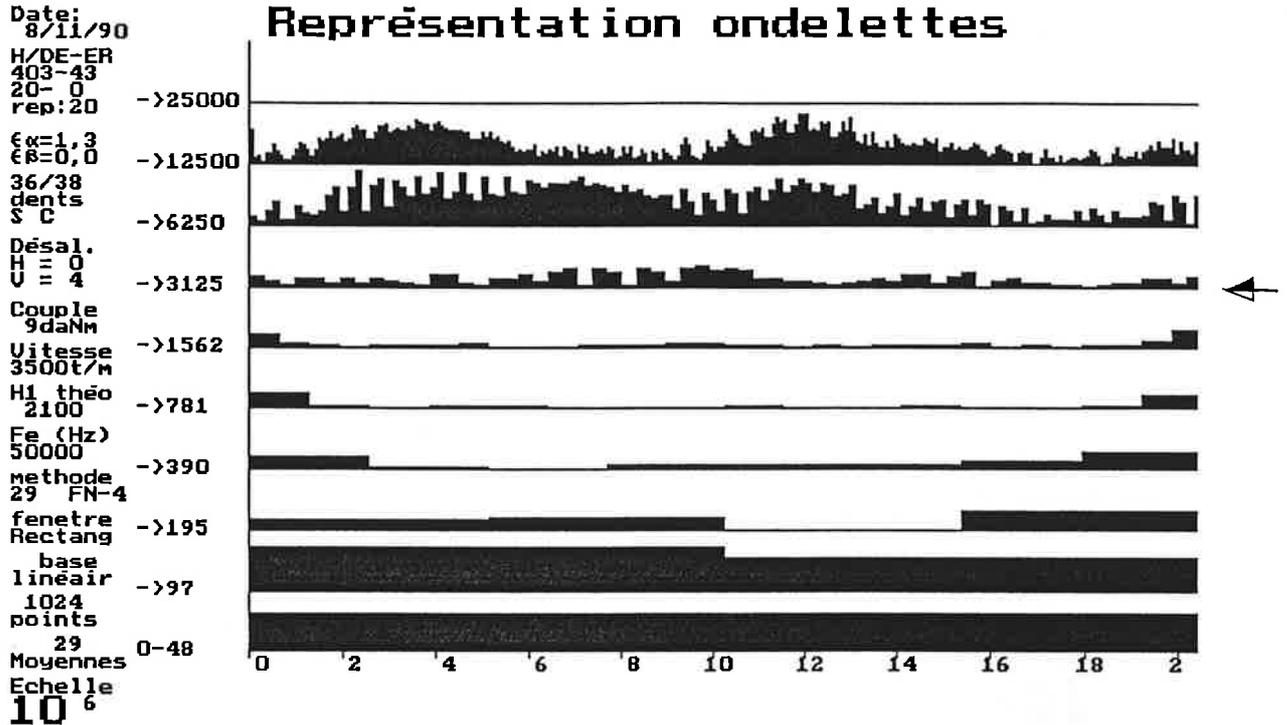


Fig. F.V.9. Evolution de la morphologie du signal.

Pour argumenter cette hypothèse, déterminons le temps séparant deux morphologies successives identiques. La portion de signal suivante qui sera retenue est présentée sur la figure F.V.10. et présente des caractéristiques similaires à la figure précédente.

Le temps séparant deux éléments caractéristiques de cet événement peut être mesuré assez précisément, il est de 163,84 ms. Cette période caractéristique, d'une longueur de huit portions de signal, correspond à 9,55 rotations de l'arbre rapide (pignon) et à 9,05 rotations de l'arbre lent (roue). Il s'agit donc bien d'un défaut caractéristique de l'arbre lent, donc de la roue.

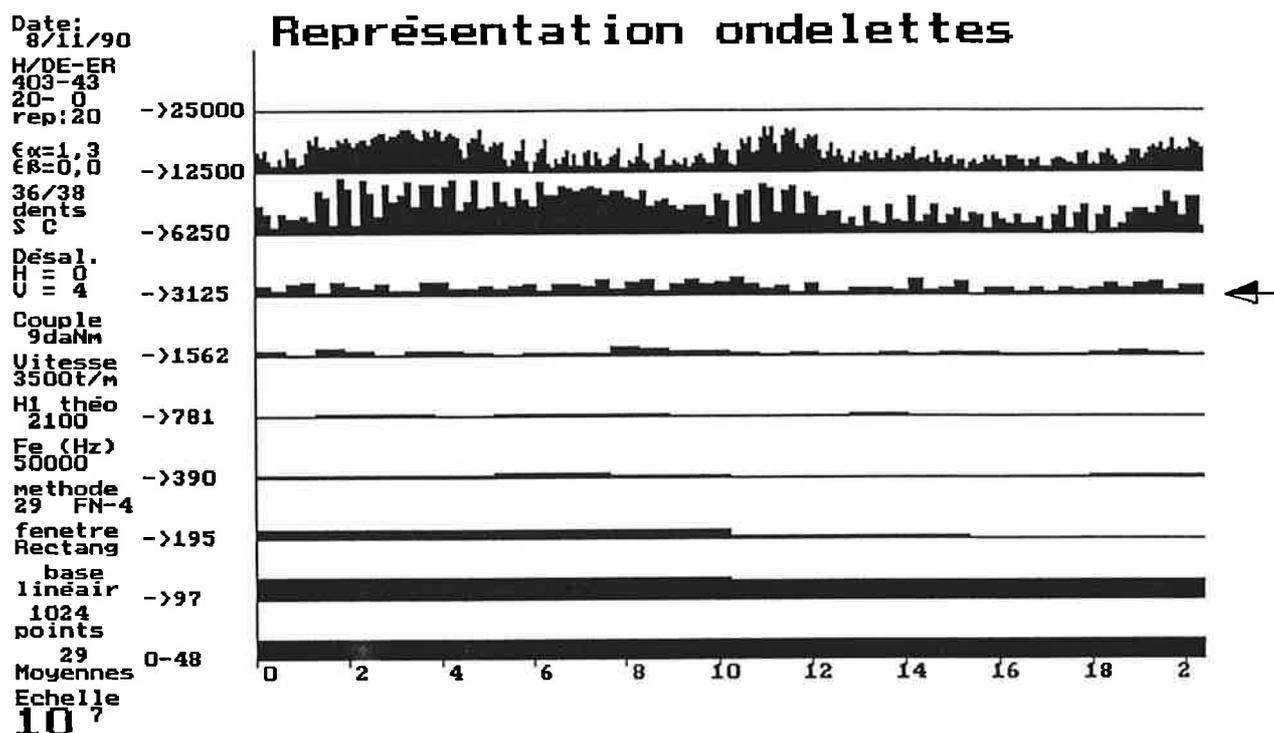


Fig. F.V.10. Morphologie de signal identique à celle de la figure F.V.9.

### 3.3. Etude d'un défaut particulier.

Sur l'un des engrenages droits, une rayure sur toute la largeur de la dent, au niveau du diamètre primitif, et d'une profondeur de 0,1 mm, a été taillée pour tester l'efficacité de la décomposition en ondelettes, à détecter des irrégularités de ce type. Le signal présenté sur la figure F.V.11. est l'analyse par Ondelettes effectuée sur le bruit d'engrènement de cet engrenage. Le défaut est parfaitement localisé sur cette analyse, et on remarque même qu'il introduit une perturbation assez durable sur le bruit d'engrènement, dans le domaine des fréquences supérieures à la fréquence d'engrènement, qui peut être attribuée à une excitation dynamique haute fréquence.

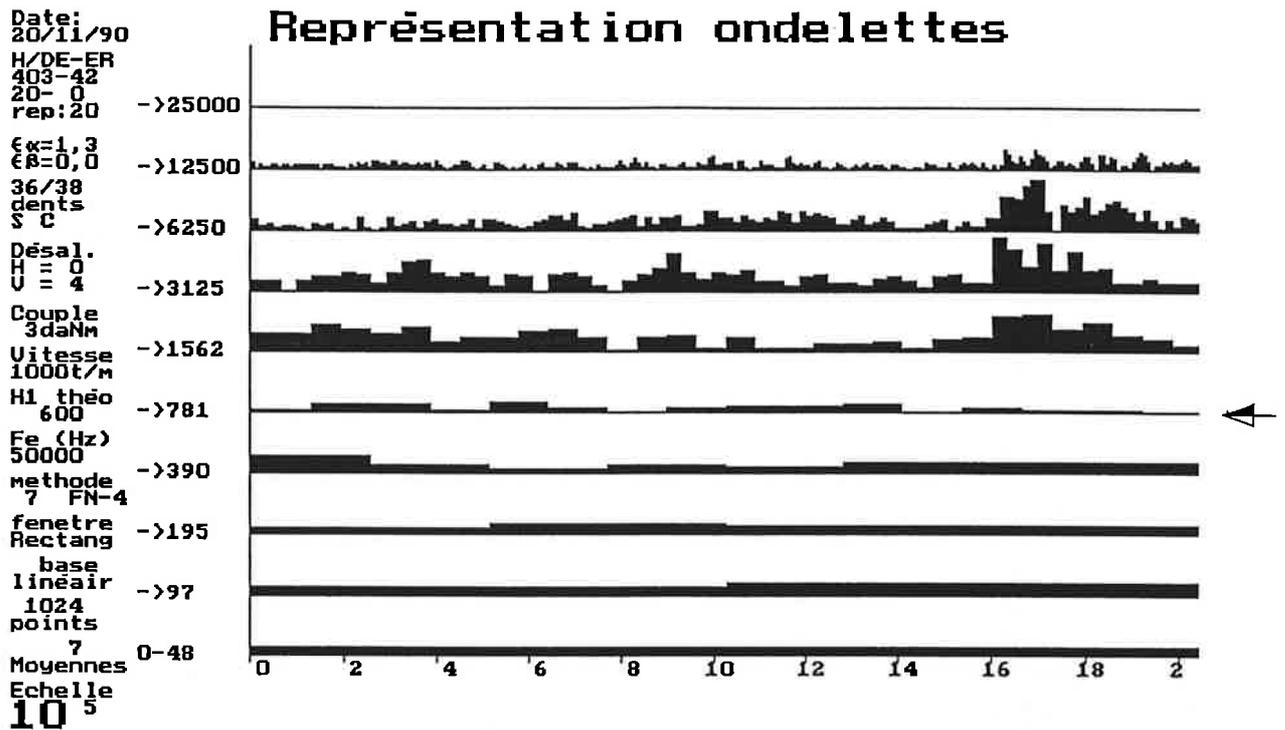


Fig. F.V.11. T.O.R. du signal acoustique pour un engrenage comportant une entaille sur une dent.

Sur le signal vibratoire enregistré sur le palier proche du boîtier, côté moteur, dans la direction vertical, une analyse identique a été conduite afin de mieux localiser le moment d'apparition de ce défaut (pas de perturbation par transmission aérienne). La figure F.V.12. montre que cette localisation est d'autant plus efficace que le phénomène est court. En effet, l'apparition de coefficients importants, situés dans les hautes fréquences sur cette représentation, indique de façon évidente quand apparait le défaut sur ce signal accélérométrique du palier.

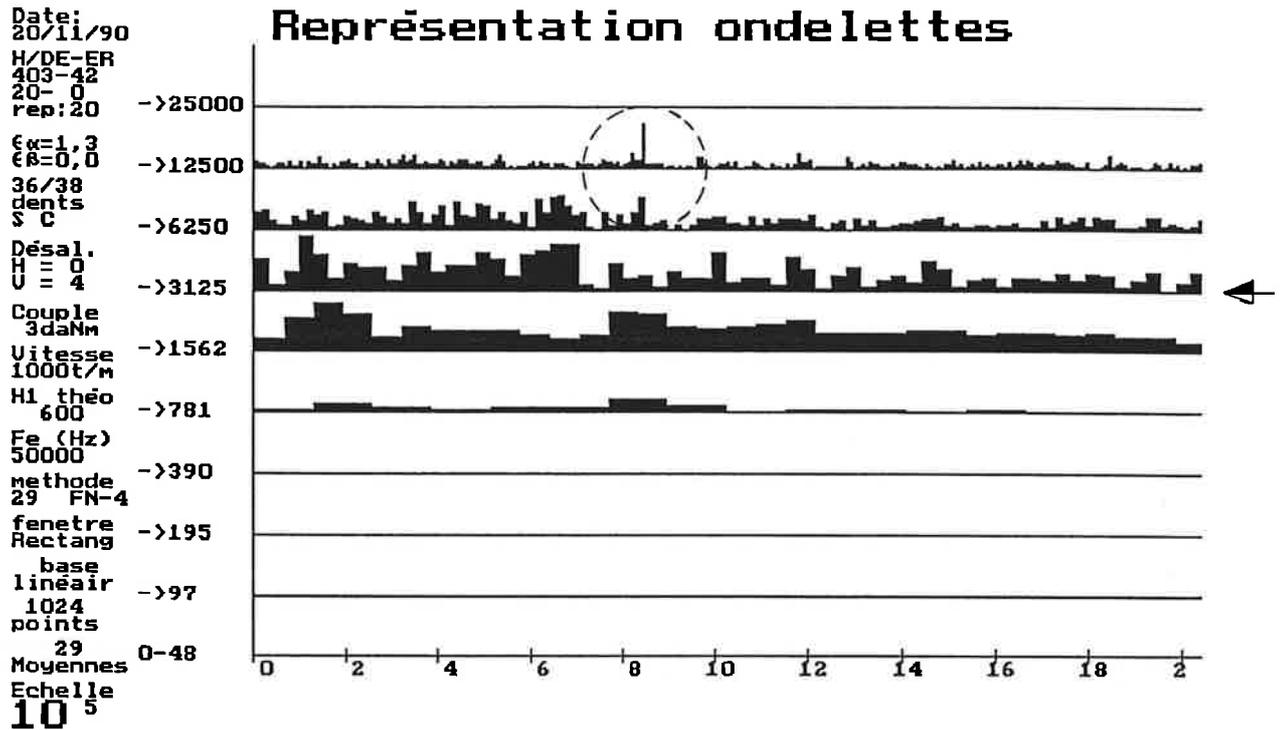


Fig. F.V.12. T.O.R. du signal accélérométrique de l'engrenage comportant une entaille sur une dent.

Cette localisation est d'autant plus intéressante qu'en regardant le signal temporel dont est issue cette transformée en Ondelettes (figure F.V.13.), on remarque que cette localisation temporelle n'est pas simple à déterminer par des techniques classiques de dépassement de seuil, par exemple. En effet, la décomposition en Ondelettes permet d'analyser le signal non seulement en amplitude mais aussi en localisation temporelle et fréquentielle. Ceci permet donc de faire ressortir des "discontinuités" ou des irrégularités dont l'amplitude ne dépasse pas l'amplitude d'une contribution à une fréquence plus basse. La différence ne porte plus sur un seul critère, l'amplitude, mais sur l'importance de la discontinuité.

Sur la figure F.V.13., l'apparition de l'entaille sur le signal d'accélération, relevé sur le palier, est nette; mais elle ne se distingue pas en amplitude d'un niveau tout à fait normal du signal d'accélération à sa proximité. Sur la représentation en Ondelettes, cette discontinuité apparaît clairement dans le domaine des hautes fréquences. Sur un spectre de Fourier moyenné, ce type de défaut aurait donné une contribution très basse fréquence due à la répétition du phénomène à chaque tour, et une contribution haute fréquence large bande

due à l'instantanéité du phénomène. Ces deux contributions sont de plus noyées dans l'ensemble des autres fréquences normales, et ne sont donc pas discernables aussi facilement.

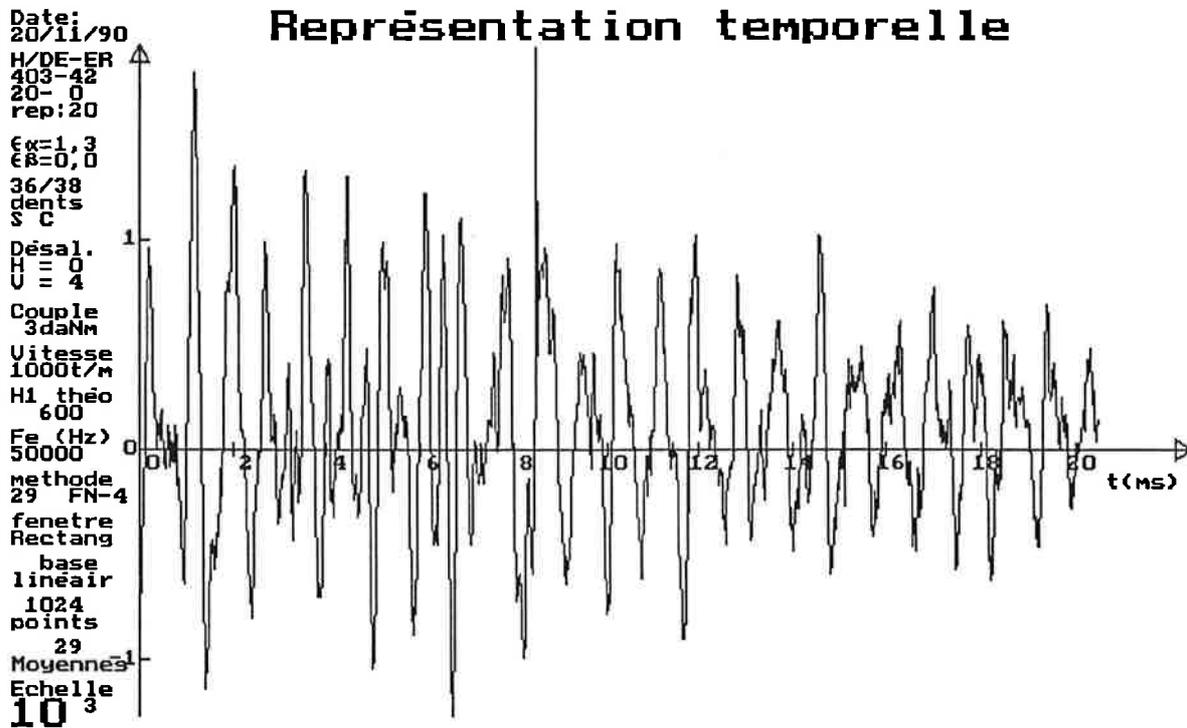


Fig. F.V.13. Signal accélérométrique de l'engrenage comportant une entaille sur une dent.

#### 4. Conclusion.

Les différents aspects présentés dans ce chapitre montrent que cette analyse par Transformée en Ondelettes Rapide permet d'obtenir des informations du même type qu'une analyse spectrale sur le bruit d'engrènement. Mais, elle permet également de mettre en évidence des phénomènes beaucoup plus "instantanés" qui sont les signatures de détériorations sur les transmissions par engrenages. Cette approche nous a permis également de montrer des phénomènes particuliers où la localisation temporelle permet de remonter à des explications plus fines des phénomènes. Cette décomposition montre également que l'étude des phénomènes de bruit d'engrènement et plus généralement de dynamique des engrenages s'étend sur une plage fréquentielle et temporelle très

importante. C'est cette étendue qui conditionne à la fois les études et les modèles proposés jusqu'à présent, en les limitant à un domaine précis. La transformée en Ondelettes Rapide ne permet pas de lever ces frontières, mais elle semble beaucoup plus adaptée pour faire apparaître les liaisons temps-fréquence qui peuvent exister dans les manifestations de divers phénomènes physiques.

## CONCLUSION GENERALE

Le problème du bruit d'engrènement est présent dans la plupart des domaines de conception où les critères de confort de l'utilisateur deviennent de plus en plus importants. L'objectif de cette étude était de développer de nouveaux moyens et méthodes d'analyse expérimentale afin de déterminer les influences de divers paramètres de conception (rapport de recouvrement, de conduite, module,...) des engrenages cylindriques sur le bruit d'engrènement.

La difficulté d'élaborer des modèles prédictifs prenant en compte l'aspect mécanique et acoustique des engrenages, et le manque de connaissances sur le bruit d'engrènement en fonctionnement réel ont motivé cette étude expérimentale. En effet, de nombreuses études bibliographiques présentent des résultats sur quelques paramètres, sans tenir compte des éventuels couplages entre eux. Ces couplages, de même que les causes de source de bruit n'ont jamais été mises en évidence de façon précise. Ce travail a permis, en outre, de mettre en place de bases solides au laboratoire pour mener des études expérimentales ou analytiques à long terme.

Afin d'obtenir des moyens d'essais et d'études performants, et significatifs d'un fonctionnement industriel, un banc et son environnement de mesure ont été développés et sont maintenant opérationnels. La mécanique de ce banc de 100 kW est cependant suffisamment précise pour maîtriser les paramètres de fonctionnement (entraxe (78 mm), couple (0-120 Nm), vitesse (1000-6000 t/min), désalignements vertical et horizontal). Les engrenages cylindriques droits et hélicoïdaux testés présentent diverses géométries (en particulier avec des corrections de denture). Par ailleurs, des précautions opératoires (isolations phonique et vibratoire) ont permis d'obtenir des signaux exploitables. Des techniques de traitement statistique des résultats permettent une étude globale des paramètres de conception, et la quantification d'éventuels couplages. Dans le souci d'améliorer les analyses des signaux mesurés et de privilégier l'information temporelle tout en gardant une information fréquentielle, un algorithme de Transformée en Ondelettes Rapide

(T.O.R.) a été développé pour compléter les analyses spectrales classiques. Il a été validé sur des signaux caractéristiques simulés et, ensuite, utilisé sur l'ensemble des mesures effectuées.

L'approche statistique utilisée a permis l'étude simultanée de l'influence de plusieurs variables sur un phénomène, ici le bruit d'engrènement. Des essais systématiques ont été réalisés afin de garantir les résultats et conclusions et l'étude confirme l'existence de facteurs prépondérants sur le bruit d'engrènement, en particulier le couple qui est la source principale, en particulier sur les différents harmoniques. Par contre, la vitesse est beaucoup moins influente et n'intervient que sur l'ensemble des composantes spectrales. Les résultats obtenus sont globalement en accord avec ceux mentionnés dans la littérature. La diminution du bruit peut atteindre 10 dB en augmentant le rapport de recouvrement ou le rapport de conduite, ou en diminuant le module des engrenages. Néanmoins, cette réduction est généralement en opposition avec les critères de conception classiques. Il s'agit donc de résoudre un problème d'optimisation entre le bruit d'engrènement et les conditions globales de résistance. Une première tentative d'explication a été menée en liaison avec une modélisation de la répartition de la charge sur la largeur de la denture pour des conditions de désalignement simulées.

L'influence d'autres paramètres, négligés jusqu'à présent, comme l'entraxe de fonctionnement, l'excentricité ou le montage des engrenages, a été étudiée; une diminution de l'entraxe de fonctionnement nominal de 0,13 mm peut induire une réduction de 10 dB sur le bruit d'un même engrenage. L'influence de certains autres paramètres mentionnés précédemment, n'a pas pu être quantifiée précisément, le montage actuel du banc d'essais ne le permet pas. Il n'en demeure pas moins que cette influence a été mise en évidence par l'analyse en Ondelettes. Il ressort également de cette étude que l'analyse par Ondelettes permet de suivre l'évolution fréquentielle des signaux au cours du temps et de localiser l'apparition de phénomènes instantanés.

L'importance de ces "autres" paramètres sur le bruit d'engrènement va donc imposer une modification du banc d'essais, de manière à connaître plus précisément leur évolution et à mieux définir la cinématique des engrenages. Ces évolutions vont permettre de poursuivre d'autres études, notamment sur l'erreur cinématique et sur la surveillance vibratoire.

L'algorithme de T.O.R. a été développé à partir d'une analogie avec l'algorithme de Transformée de Fourier Rapide; il est donc envisageable dans l'avenir d'étendre cette analogie à des relations de traitement du signal telles que la fonction de transfert, l'interspectre,... . D'autre part, l'analyse par Ondelettes permet de suivre les signaux acoustiques ou vibratoires au cours de l'engrènement d'un couple de dents. Le développement des travaux avec cet outil pourra fournir de nouvelles indications sur l'entrée des dents dans la zone active. Enfin, elle fournit un outil efficace dans l'optique de la surveillance vibratoire et permet de définir les morphologies des signaux. Cet aspect novateur peut être étendu à d'autres mécanismes plus élaborés, qui comporte des évolutions temporelles et fréquentielles dans leurs manifestations.



## BIBLIOGRAPHIE

### 1 - RAPPORTS INTERNES AU LABORATOIRE.

- [1] **BARD, C. REMOND, D. et PLAY, D.** *Rapport de Synthèse Année 1989.*  
Lyon : Laboratoire Conception et Analyse de Systèmes Mécaniques,  
Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, Mars 1990, 24 p.  
Rapport interne.
- [2] **REMOND, D.** *Documentation sur la Carte d'Acquisition et la Structure  
des Fichiers de Données.* Lyon : Laboratoire Conception et Analyse de  
Systèmes Mécaniques, Institut National des Sciences Appliquées de  
Lyon, Sept. 1990, 42 p. Rapport interne.
- [3] **REMOND, D. FAUCHON, J. et PLAY, D.** *PLans d'Expériences . Premiers  
Résultats sur le Bruit des Engrenages Droits.* Lyon : Laboratoire  
Conception et Analyse de Systèmes Mécaniques, Institut National des  
Sciences Appliquées de Lyon Oct. 1990, 95 p. Rapport interne.
- [4] **REMOND, D. et PLAY, D.** *Etude préparatoire de Définition des Priorités  
de Recherche sur le Bruit des Réducteurs à l'AEROSPATIALE.*  
Laboratoire Conception et Analyse de Systèmes Mécaniques,  
Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, Janv. 1989,  
95 p. Rapport interne.

### 2 - PUBLICATIONS PERSONNELLES.

- [5] **BONNET, P. et REMOND, D.** *A Fast Wavelet Transform.* Analysis of  
Controlled Dynamical Systems. Bonnard B., Bride B., Gauthier J.P.,  
Kunka I. Basel : Birkhauser . A paraître (1991 ?).
- [6] **BONNET, P. et REMOND, D.** *Une Transformée en Ondelettes  
Rapide.* Traitement du Signal, 1991, Vol. 8, N° 3, p.195-207.
- [7] **REMOND, D. BONNET, P. et PLAY, D.** *Simulation et Analyse du Bruit  
d'Engrenement.* Présentation au 8° Colloque Vibrations, Chocs et  
Bruit. Lyon, Juin 1989. Laboratoire Conception et Analyse de  
Systèmes Mécaniques, Institut National des Sciences Appliquées de  
Lyon. 18 p.

**3 - OUVRAGES ET THESES.**

- [8] **BELLANGER, M.** *Traitement Numérique du Signal - Théorie et Pratique.* 3ème Edition. Paris : Masson, 1987. 133 p.
- [9] **CHAPOUILLE, P.** *Planification et Analyse des Expériences.* Paris : Masson, 1973. 190 p.
- [10] **CHIRONIS, N.P.** *Gear Design and Application.* New-York : Mc Graw-Hill Book Company, 1967. 371 p.
- [11] **COMBES, J.M. GROSSMANN, A. and TCHAMITCHIAN, Ph.** *Wavelets, Time-Frequency Methods and Phase Space.* Berlin : Springer-Verlag, 1987. 315 p.
- [12] **DALY, K.J.** *Gear Drive Transmission Errors.* Ph. D : Cambridge University, 1979. 205 p.
- [13] **DRAGO, R.J.** *Fundamentals of Gear Design.* Boston : Butterworths, 1988. 560 p.
- [14] **GOUPY, J.** *La Méthode des Plans d'Expériences.* Paris : Dunod, 1988. 303 p.
- [15] **HENRIOT, G.** *Manuel Pratique des Engrenages.* Paris : Dunod, 1965. 232 p.
- [16] **KONG, X.** *Gear Train Monitoring by Transmission Error Method.* Ph. D : Wisconsin-Madison University, 1987. 149 p.
- [17] **LESUEUR, C. et Col.** *Rayonnement Acoustique des Structures.* Paris : Eyrolles, 1988. 584 p.
- [18] **MAX, J. et Col.** *Méthodes et Techniques de Traitement du Signal et Applications aux mesures Physiques - Tome I et II..* 4ème Edition. Paris : Masson, 1989. 808 p.
- [19] **MEYER, Y.** *Ondelettes et opérateurs I.* Paris : Hermann, 1989. 215 p.
- [20] **OLAKOREDE, A.A.** *Répartition de Charges et Résistance en Conception d'Engrenages Cylindriques..* Thèse : Mécanique, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 1990. 157 p.
- [21] **SMITH, J.D.** *Gears and their Vibration : A Basic Approach to understanding gear noise.* New-York : Dekker, 1983, 180 p.
- [22] **TAGUCHI, G.** *Introduction to quality Engineering.* New-York : Krauss International Publications, 1986. 191 p.
- [23] **VIGIER, M.G.** *Pratique des Plans d'Expériences Méthodologie TAGUCHI.* Paris : Les Editions d'Organisation, 1988. 157 p.

- [24] ZHU, Y.M. *Transformation de Wigner-Ville des Signaux et des Images*. Thèse : Génie Biologique et Médical, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 1988. 286 p.

**4 - PUBLICATIONS, ARTICLES DE PERIODIQUE, CONGRES, RAPPORTS.**

- [25] ALFREDSON, R.J. *The Direct Measurement of Acoustic Energy in Transient Sound Fields*. Journal Sound and Vibrations, 1980, Vol. 70, N° 2, p. 181-186.
- [26] ATTIA, A.Y. *Deflection of Spur Gear Teeth cut in Thin Rim*. Journal of Engineering for Industry, 1964, Nov., p. 333-342.
- [27] ATTIA, A.Y. *Noise of Involute Helical Gears*. Journal of Engineering for Industry, 1969, Feb., p. 165-171.
- [28] ATTIA, A.Y. *Noise of Gears of Circular-Arc Tooth Profile*. Journal Sound and Vibrations, 1970, Vol. 2, N° 4, p. 383-397.
- [29] ATTIA, A.Y. *Effect of Change of Pitch on Gear Noise*. Journal Sound and Vibrations, 1971, Vol. 18, N° 1, p. 129-137.
- [30] ATTIA, A.Y. *Effect of Crowning on Noise of Involute and Circular-Arc Gears*. ASME 84-DET-166, 15 p.
- [31] ATTIA, A.Y. *Noise of Gear of Double Circular-Arc Tooth Profile*. Proc. 2<sup>nd</sup> World Congress on Gearing. Paris, Mars 1986, p. 627-634.
- [32] ATTIA, A.Y. *Noise of Gears : A Comparative Study*. Proc. 1989 International Power Transmission and Gearing Conference. Chicago, 1989, p. 773-779.
- [33] ATTIA, A.Y. HAMAKI, A. *Accuracy of Motion Transmission of Gears of Circular-Arc Tooth Profile*. ASME 80-C2/DET-126, 8 p.
- [34] AZIZ, S.M.A. GADALLAH, N.A. *Effect of Enclosure on Noise of Gears of Circular - Arc Tooth Profile*. Proc. 1989 - International Power Transmission and Gearing Conference. Chicago, 1989, p. 781-788.
- [35] BADGLEY, R.H. HARTMAN, R.M. *Gear box Noise Reduction : Prediction and Measurement of Meshing Frequency Vibration Within an Operating Helicopter Rotor-Drive Gear box..* Journal of Engineering for Industry, 1974, Vol. 96, N° 2, p. 567-577.

- [36] BIREMBAUT, Y. ROMANI, J.C. METAIL, J.P. SMADJA, P. *Etude Statistique du Bruit Emis par les Réducteurs et Multiplicateurs à Engrenages.* Proc. 2<sup>nd</sup> World Congress on Gearing. Paris, Mars 1986, p. 635-643.
- [37] BOCKHOFF, M. TOURET, J. *Caractérisation du Bruit émis par les Réducteurs à Engrenages.* CETIM Informations, 1986, N° 94, Fév., p. 74-82.
- [38] BOWES, M.A. *Development and Evaluation of a Method for Predicting the Vibration and Noise Characteristics of Helicopter Transmissions.* 33<sup>rd</sup> Annual National Forum of the American Helicopter Society. Washington, May 1977, Prepint N° 77.33.76. 11 p.
- [39] COOLEY, J.W. LEWIS, P.A.W. WELCH, P.D. *The Application of the Fast Fourier Transform Algorithm to the Estimation of Spectra and Cross-Spectra.* Journal Sound and Vibrations, 1970, Vol. 12, N° 3, p. 339-352.
- [40] COOLEY, J.W. LEWIS, P.A.W. WELCH, P.D. *The Fast Fourier Transform Algorithm : Programming Considerations in the Calculation of Sine, Cosine and Laplace Transform.* Journal Sound and Vibrations, 1970, Vol. 12, N° 3, p. 315-317.
- [41] CUNLIFFE, F. SMITH, J.D. WELBOURN, D.B. *Dynamic Tooth Loads in Epicyclic Gears.* Journal of Engineering for Industry, 1974, May, p. 578-584.
- [42] DRAGO, R.J. *Minimizing Noise in Transmissions .* Machine Design, Jan. 1981, p. 143-148.
- [43] DRAGO, R.J. *How to Design Quiet Transmissions.* Machine Design, Dec. 1980, p. 175-181.
- [44] DROSJACK, M.J. HOUSER, D.R. *An Experimental and Theoretical Study of the Effects of Simulated Pitch Line Pitting on the Vibration of a Geared System.* ASME 77-DET-123. 11 p.
- [45] ESCUDIE, B. *Imagerie spatiofréquentielle acoustique des Bruiteurs Mobiles. Possibilités de Déconvolution positive.* Traitement du Signal, 1988, Vol. 5, N° 5, p. 173-187.
- [46] FARGE, M. RABREAU, G. *Transformée en Ondelettes pour Détecter et Analyser les Structures Cohérentes dans les Ecoulements Turbulents Bidimensionnels.* Comptes Rendus de l'Académie des Sciences, Paris, 1988, Tome 307, série II, p. 1479-1486.

- [47] FAVRE, B. HERRMANN, M. BAUDET, B. AOUICHI, A. *Application de l'Analyse de Wigner-Ville à la Connaissance du Bruit d'un Moteur à Explosion*. Journées d'Etudes Cetim-Greco, Senlis, 1990, p. 139-156.
- [48] FLANDRIN, P. ESCUDIE, B. *Principe et Mise en oeuvre de l'Analyse Temps - Fréquence par Transformation de Wigner-Ville*. Traitement du Signal, 1985, Vol. 2, N° 2, p. 143-151.
- [49] GADE, S. *Sound Intensity Theory*. Technical Review of Brüel & Kjaer, 1982, N° 3, p. 3-39.
- [50] GENEVEY, R. *Etude en Temps Réel de la qualité Acoustique des Boîtes de Vitesses Automobiles*. Mécanique-Matériaux-Electricité, N° 352, Avril 1979, p.170-177.
- [51] GROSSMANN, A. HOLSCHNEIDER, M. KRONLAND-MARTINET, R. MORLET, J. *Detection of Abrupt Changes in Sound Singals with the help of Wavelet Transform*. Preprint, Centre de Physique Théorique, Centre National de Recherches Scientifiques, Marseille : 1987.
- [52] GROSSMANN, A. KRONLAND-MARTINET, R. *Time-and-Scale Representations obtained Through Continuous Wanelet Transforms*. Signal Processing IV : Theories and Applications, Amsterdam : Elsevier, 1988, p. 475-482.
- [53] HOUSER, D.R. *Gear Noise - State of the Art*. Proc. Inter Noise 88. Avignon, Aug. 1988. 516 p.
- [54] HUGUES, J.G. GUERITEX, P. FAURE, L. *Mesure de Déphasage Angulaires à l'Aide de Codeurs Optiques - Application à l'Etude des Lignes d'Arbres à Engrenages et à la Mesure de l'Erreur Cinématique* 4ème Journées d'Etude Transmission Mécaniques, Lyon-Ecully, Juin 1990, p. 198-205.
- [55] JAFFARD, S. *Algorithmes de Transformation en Ondelettes*. Annales des Ponts et Chaussées, 1989, N°51, p. 10-30.
- [56] JANSSEN, L. DE WACHTER, L. *Acoustic Intensity Measurements in Aid of The Design of Gear Casings for Minimal Noise Radiation*. Proc. 2<sup>nd</sup> World Congress on Gearing. Paris, Mars 1986. p. 599-604.
- [57] KATO, M. TAKATSU, N. TOBE, T. *Sound Power Measurement of Gear Box by Intensity Method*. Proc. 2<sup>nd</sup> Word Congress on Gearing. Paris, Mars 1986. p. 653-662.

- [58] KIYONO, S. AIDA, T. FUJII, Y. *Vibration of Helical Gears. Part I and II.* Bulletin of the J. S.M.E. , 1978, Vol. 21, N° 155, p.915-930.
- [59] KOHLER, H. REGAN, R. *The Derivation of Gear Transmission Error from Pitch Error Records.* Proc. Inst. Mech. Eng., Part C : Mechanical Engineering Sciences, 1985, Vol. 199, N° 3, p. 195-201.
- [60] LANG, G.F. PERDRIAT, J. *La Transformation de Fourier (I) et (II).* Toute l'Electronique, N° 409, Avril 1976, p. 55-58 et N° 411, Juin 1976, p. 65-68.
- [61] LITVIN, F.L. GOLDRICH, R.N. COY, J.J. ZARETSKY, E.V. *Kinematic Precision of Gear Trains.* NASA Report. Technical Memorandum 82887, 82-C-10. 9 p.
- [62] MALLAT, S.G. *Review of Multifrequency Channel Decomposition of Images and Wavelets Models.* To Appear in I.E.E.E. Transaction on Acoustics Speech and Signal Processing, Dec. 1989, Vol. 37, N° 12, p. 2091-2110.
- [63] MALLAT, S.G. *A Theory for Multiresolution Signal Decomposition : The Wavelet Representation.* I.E.E.E. Transactions on pattern Analysis and Machine Intelligence. 1989, Vol. 11, N° 7, p. 674-693.
- [64] MALLAT, S.G. *Multiresolution Approximation and Wavelet Orthonormal Bases of  $L^2(\mathbb{R})$ .* Transactions of the American Mathematical Society, Sept. 1989, Vol. 3-15, p. 69-87.
- [65] MARK, W.D. *Analysis of the Vibratory excitation of Gear Systems : Basic Theory.* Journal of Acoustical Society in America, 1978, Vol. 63, N° 5, p. 1409-1430.
- [66] MARK, W.D. *Gear Noise Origins.* AGARD Conference. Preprint N° 369. Lisbon, Oct. 1984. 13 p.
- [67] MARUYAMA, N. INOUE, K. and All. *Optimum modification of Gear Tooth Surface to Achieve Silent, Tough Automobile Transmission.* Proc. 1989 International Power Transmission and Gearing Conference. Chicago, 1989. p. 899-905.
- [68] Mc FADDEN, P.D. *Detecting Fatigue Cracks in Gears by Amplitude and Phase Demodulation of the Meshing Vibration.* Journal of Vibration, Acoustics, Stress and Reliability in Design, 1986, Vol. 108, Apr., p. 165-170.

- [69] **Mc FADDEN, P.D. SMITH, J.D.** *An Explanation for the Asymetry of The modulation Sidebands about the Tooth Meshing Frequency in Epicyclic Gear Vibration.* Proc. Instr. Mech. Engrs., 1985, Vol. 199, N° C1, p. 65-70.
- [70] **MEYER, Y.** *Les Ondelettes.* Ceremade Université Paris-Dauphine. 1988. 10 p.
- [71] **MEYER, Y.** *Principe d'Incertitude, Bases Hilbertiennes et Algèbres d'Opérateurs.* Séminaire Bourbaki. 1985-1986, N° 662, Fév. 1986, 15 p.
- [72] **MEYER, Y.** *Ondelettes et Fonctions Splines.* Séminaire Equations aux Dérivés Partielles. 1986-1987. Polycopié Ecole Polytechnique, Exposé du 16 Décembre 1986. 18 p.
- [73] **MEYER, Y. JAFFARD, S. RIOUL, O.** *L'Analyse par Ondelettes.* Pour la Science, Septembre 1987, p. 28-37.
- [74] **MIDDLETON, A.H. STEWART, R.M.** *Machinery Vibration, Noise and Condition Monitoring..* Third European Rotorcraft and PoweredLift Aircraft Forum. Aix-en-Provence, France, 1977. p. 52.1-52.10.
- [75] **MITCHELL, L.D.** *Gear Noise : the Purchaser's and The Manufacturer's views.* Proc. Purdue Noise Control Conference. Lafayette-Indiana : Jul. 1971, p. 95-106.
- [76] **MITCHELL, L.D. LYNCH, G.A.** *Origins of Noise.* Machine Design, May 1969, p. 174-178.
- [77] **MORLET, J. SAGNER, M. ARNAUDIN, J.J.GUESDON, M.** *Analyse des Chocs par la méthode des Ondelettes.* Matériaux-Mécanique-Electricité, Juin 1988, N° 426, p. 49-52.
- [78] **MUNRO, R.G.** *The D.C. Component of Gear Transmission Error.* Proc. 1989 International Power Transmission and Gearing Conference. Chicago, 1989. p. 467-470.
- [79] **MUNRO, R.G.** *Effect of Geometrical Errors on the Transmission of Motion Between Gears.* Proc. Inst. Mech. Eng., 1969-70, Vol. 184, Part 30, Paper 10, p. 79-84.
- [80] **MYERS, E.J.** *The Significance of Gear and Gear Generating Machine Errors.* Proc. Int. Conf. Metrol. in Eng. Glasgow : National Engineering Laboratory, Glasgow, Oct. 1980. 12 p.

- [81] PEARCE, W.J. NIELSEN, M.A ROUVEROL, W.S. *Reducing Gear Noise Excitation*. Proc. 2<sup>nd</sup> World Congress on Gearing. Paris, Mars 1986. p. 587-598.
- [82] PERRIER, V. BASDEVANT, C. *La Décomposition en Ondelettes Périodiques, un Outil pour l'Analyse de Champs Inhomogènes. Théorie et Algorithmes*. La Recherche Aérospatiale, 1989, N° 3, p. 53-67.
- [83] POLLARD, J.S. *Helicopter Gear Noise and its Transmission to the Cabin*. Third European Rotorcraft and PoweredLift Aircraft Forum. Aix-en-Provence, France, 1977. p. 52.1-52.10.
- [84] POPE, J. *The Two Microphone Sound Intensity Probe*. Journal of Vibration, Acoustics, Stress and Reliability in Design, 1988, Vol. 110, Jan., p. 97-103.
- [85] RANDALL, R.B. *A New Method of Modeling Gear Faults*. Journal of Mechanical Design, 1982 , Vol. 104, April, p. 259-267.
- [86] RANDALL, R.B. *Cepstrum Analysis* . Technical Review of Brüel & Kjaer 1981, N° 3, p. 3-40.
- [87] SALZAR, M.W. SMITH, J.D. WELBOURN, D.B. *Simulation of Noise from Gears when Varying Design and Manufacturing Parameters*. Proc. 2<sup>nd</sup> World Congress on Gearing. Paris-France, 1977, Vol. 1, p. 297-308.
- [88] SCHLEGEL, R. *Une Application de la Méthode des Ondelettes*. L'Aéronautique et l'Astronomie, 1990, N° 140, Janvier, p. 34-40.
- [89] SMITH, J.D. *Some Trends in Gear Metrology*. Proc. Int. Conf. Metrol. in Eng. Glasgow : National Engineering Laboratory, Paper 3.6, 1980, 6 p.
- [90] SMITH, J.D. *Transmission Error Measurements in Gear box Development*. AGARD Conference. Nato, LISBON, Oct. 1984, p. 331-334.
- [91] SOUTOUL, G. *Influence des Bombés de profils et longitudinaux sur les Bruits d'Engrènements*. Proc. 2<sup>nd</sup> World Congress on Gearing. Paris, Mars 1986. p. 605-614.
- [92] THOMPSON, A.M. *Fourier Analysis of Gear Errors*. Proc. Intl. Conf. Metrol. in Eng. Glasgow : National Engineering Laboratory. Oct. 1980. 21 p.

- [93] THOMPSON, A.M. *Origin of Gear Noise*. Proc. 2<sup>nd</sup> World Congress on Gearing. Paris, 1977, Vol. 2, p. 1809-1817.
- [94] UMEZAWA, K. *The Performance Diagrams for the Vibrations of Helical Gears*. Proc. 1989 International Power Transmission and Gearing Conference. Chicago, 1989. p. 399-408.
- [95] UMEZAWA, K. HOUJOH, H. *On the Study of the Sound of Gear and Gearbox Using Acoustical Holography*. ASME 80-C2/DET-44. p.1-6.
- [96] UMEZAWA, K. SUZUKI, T. HOUJOH, H. BAGIASNA, K. *Influence of Misalignment on Vibration of Helical Gear*. Proc. 2<sup>nd</sup> World Congress on Gearing. Paris, Mars 1986. p. 615-626.
- [97] WARD, H.C. LI, N. *The Application of Microprocessors to Gear Measuring Machines*. Proc. International Conference on Metrology in Gearing. Glasgow : National Engineering Laboratory. Oct. 1980. 20 p.
- [98] WELBOURN, D.B. *Gear Noise Spectra - A Rational Explanation*. ASME 77-DET-38. p. 1-8.
- [99] WELBOURN, D.B. *Forcing Frequency Due to Gears*. Proc. Vibrations in Rotating Systems Conference. Institution of Mechanical Engineering. Londres, Feb. 1972. p. 25-36.
- [100] WELBOURN, D.B. *Gear Errors and their Resultant Noise Spectra*. Proc. Inst. Mech. Eng., 1969-70, Vol. 184, paper 16, part 30, p. 131-139.
- [101] WELBOURN, D.B. *Fundamental Knowledge of Gear Noise - A Survey*. Conf. on Noise and Vibrations of Engines and Transmissions. Cranfield : 1979, Paper C 117/79. p. 9-29.
- [102] WINTER, H. GERBER, H. and MULLER, R. *Investigations on the Excitation of Vibrations and Noise at Spur and Helical Gears*. Proc. 1989 International Power Transmission and Gearing Conference. Chicago : 1989. p. 765-772.



## **ANNEXE N°1: UNE TRANSFORMÉE EN ONDELETTES RAPIDE**

Cette annexe est la reprise du texte de la publication parue dans la revue *Traitement du Signal*, à la suite des travaux réalisés spécifiques à la Transformée en Ondelettes. Tous les aspects mathématiques sous-jacents à ces travaux sont rassemblés et synthétisés dans cette annexe.

## UNE TRANSFORMEE EN ONDELETTES RAPIDE

par Pierre BONNET et Didier REMOND

Le présent travail est fondé sur le rapprochement de deux méthodes :

- la transformée de Fourier rapide ou T.F.R. ( F.F.T. en anglais ),
- la construction de bases d'ondelettes à partir d'analyses multi-échelles.

Rappelons brièvement le principe de ces deux méthodes :

la transformée de Fourier rapide est utilisée pour l'analyse en fréquence d'un signal lorsque ce signal et sa transformée de Fourier peuvent tous deux être raisonnablement approchés par des fonctions d'une variable discrète. Dans ces conditions, la transformée de Fourier continue ( i.e. la transformée de Fourier sur le groupe  $\mathbb{R}$  ) peut être remplacée par la transformée de Fourier sur le groupe  $\mathbb{Z}/N\mathbb{Z}$ . Lorsque  $N$  est une puissance de 2, il existe un algorithme extrêmement rapide de calcul de cette transformée de Fourier par dichotomies successives. Le calcul de la transformée de Fourier se réduit finalement à une suite de multiplications par des matrices  $2 \times 2$ .

L'analyse multi-échelles ou analyse multi-résolutions (  $\{2\}$ ,  $\{4\}$ ,  $\{8\}$ ,  $\{9\}$ ,  $\{10\}$  ) consiste, dans le cas de signaux continus, à se donner une suite croissante  $(H_j)_{j \in \mathbb{Z}}$  de sous-espaces vectoriels fermés de  $L_2(\mathbb{R})$ ; cette suite est telle qu'on passe de  $H_j$  à  $H_{j+1}$  au moyen d'une dilatation de rapport égal à deux. Chaque espace  $H_j$  est stable par les translations d'amplitude  $2^{-j}$ , et il existe une fonction  $\phi$  dans  $H_0$  telle que,

pour chaque  $j$ , les fonctions  $\phi_{jk}$  déduites de  $\phi$  par les dilatations de rapport  $2^j$  et par les translations d'amplitude  $k \times 2^{-j}$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ) forment une base hilbertienne de  $H_j$ . On sait alors, à partir d'une telle analyse multi-échelles, construire une fonction  $\psi$  de  $H_1$  orthogonale à  $H_0$  telle que les fonctions  $\psi_{jk}$  déduites de  $\psi$  par les dilatations de rapport  $2^j$  et par les translations d'amplitude  $k \times 2^{-j}$  forment une base hilbertienne de  $L_2(\mathbb{R})$  appelée base d'ondelettes. La fonction  $\psi$ , quant à elle, est l'ondelette analysante. La décomposition d'un signal sur la base  $\psi_{jk}$  s'interprète comme une analyse en temps-échelle :

- pour chaque  $j$ , la projection sur  $H_j$  correspond à une partie du signal concentrée autour d'une gamme de fréquences ( les fréquences doublant quand on passe de  $j$  à  $j+1$ , on parle d'analyse en octave );
- pour chaque  $j$ , la décomposition sur les  $\psi_{jk}$  correspondants décrit une analyse en temps de pas  $2^{-j}$ .

Des rapprochements sont à effectuer entre les deux méthodes :

- d'une part, toutes deux font intervenir un processus de dichotomie,
- d'autre part, lorsqu'on construit des ondelettes à l'aide d'une analyse multi-échelles, ce ne sont, en général, pas ces ondelettes elles-mêmes mais leurs transformées de Fourier qui sont données explicitement. Ainsi, tout calcul effectif des "coefficients d'ondelettes" d'un signal fait intervenir, à un moment ou à un autre, une transformée de Fourier que, numériquement, on détermine par transformée de Fourier Rapide.

Ces rapprochements nous ont conduit à nous poser la question suivante :

ne pourrait-on pas construire directement des familles d'ondelettes discrétisées à partir d'analyses multi-échelles sur le groupe  $\mathbb{Z}/N\mathbb{Z}$ , et associer à de telles familles une méthode rapide de calcul des coefficients d'ondelettes ?

On montre ici que la réponse à cette question est positive : on donne une définition des analyses multi-échelles et des ondelettes discrètes, on obtient un procédé de construction de toutes les familles d'ondelettes possibles, ainsi qu'un algorithme de calcul des coefficients d'ondelettes calqué sur l'algorithme de T.F.R., algorithme qui n'est pas sans lien avec les algorithmes d'analyse par ondelettes construits par S. MALLAT {12} à partir des travaux de I. DAUBECHIES {1}.

Bien entendu, l'algorithme que nous allons décrire n'est, comme l'algorithme de T.F.R., applicable qu'à des signaux pour lesquels la contribution des fréquences supérieures à  $N/2$  est négligeable (signaux vérifiant la condition de Shannon).

La section I donne les principaux rappels sur la T.F.R. nécessaires à la compréhension de la suite de l'article. La partie II définit la version périodique discrète des analyses multi-échelles et des ondelettes. La partie III introduit la transformée en ondelettes rapide directe et inverse. Elle décrit l'algorithme de calcul directement déduit des démonstrations de II. Dans la partie IV, nous présentons des exemples qui nous ont permis de vérifier la validité de l'algorithme et qui, contenant des aspects simples d'un signal, peuvent servir à obtenir un "dictionnaire".

## I- Rappels sur la T.F.R.

Nous présentons ici les aspects de la T.F.R. qui motivent notre démarche et peuvent aider à sa compréhension.

Pour une approche plus approfondie, on pourra se référer à {2}. Concernant l'analyse harmonique commutative et les représentations de groupes commutatifs, le lecteur pourra se référer à {6}.

### I-1. Transformée de Fourier Discrète.

Etant donné un entier  $N$  strictement supérieur à 1, considérons le groupe fini  $\mathbb{Z}/N\mathbb{Z}$  muni comme mesure de Haar de sa mesure dénombrement. L'espace hermitien  $L_2(\mathbb{Z}/N\mathbb{Z})$  n'est autre que  $\mathbb{C}^n$  muni de son produit scalaire hermitien canonique défini par :

$$(1) \quad \langle f | g \rangle = \sum_{\ell \in \mathbb{Z}/N\mathbb{Z}} \overline{f(\ell)} \cdot g(\ell)$$

Un élément de  $\mathbb{Z}/N\mathbb{Z}$  sera noté

$\ell$  ( ou  $k$  ) lorsqu'il représente un temps discrétisé,  
 $m$  ( ou  $\rho$  ) lorsqu'il représente une fréquence discrétisée.

Dans la suite de l'exposé, les variables  $\ell$  ou  $m$  seront représentées par un entier compris entre 0 et  $N-1$  ( bien qu'il soit physiquement plus satisfaisant de centrer la variable fréquentielle  $m$  en 0 ).

On notera  $\delta = (\delta_\ell)_{0 \leq \ell \leq N-1}$  la base de  $L_2(\mathbb{Z}/N\mathbb{Z})$  définie par :

$$(2) \quad \delta_\ell(\ell') = \delta_{\ell\ell'} \quad (\text{symbole de Kronecker}),$$

et  $\varepsilon = (\varepsilon_m)_{0 \leq m \leq N-1}$  la base orthonormale de  $L_2(\mathbb{Z}/N\mathbb{Z})$  définie par :

$$(3) \quad \varepsilon_m(\ell) = N^{-\frac{1}{2}} \cdot e^{2\pi i \ell m / N}$$

La transformée de Fourier ( discrète ) d'une fonction  $f(\ell)$  de  $L_2(\mathbb{Z}/N\mathbb{Z})$  est la fonction  $Ff(m)$  définie par :

$$(4) \quad Ff(m) = N^{-\frac{1}{2}} \cdot \sum_{\ell=0}^{N-1} f(\ell) \cdot e^{-2\pi i \ell m / N}$$

tandis que  $f$  se déduit de  $Ff$  au moyen de la transformée de Fourier inverse par :

$$(5) \quad f(\ell) = N^{-\frac{1}{2}} \cdot \sum_{m=0}^{N-1} Ff(m) \cdot e^{2\pi i \ell m / N}$$

Le facteur de normalisation  $N^{-\frac{1}{2}}$  est tel que la transformation de Fourier et la transformation de Fourier inverse sont des isométries de l'espace  $L_2(\mathbb{Z}/N\mathbb{Z})$  sur lui-même.

Notons  $T(k)$  l'opérateur de translation d'amplitude  $k$  dans  $L_2(\mathbb{Z}/N\mathbb{Z})$ , de sorte que  $T$  est une représentation du groupe  $\mathbb{Z}$  (ou du groupe  $\mathbb{Z}/N\mathbb{Z}$  si l'on considère  $k$  comme un entier modulo  $N$ ) dans  $L_2(\mathbb{Z}/N\mathbb{Z})$ . Alors  $\epsilon_m$  est une fonction propre de  $T(k)$  pour la valeur propre  $e^{-2\pi i k m / N}$ , tandis que la transformée de Fourier de  $T(k)f$  est donnée par :

$$(6) \quad FT(k)f(m) = e^{-2\pi i k m / N} \cdot Ff(m)$$

### I-2. Principe de dichotomie.

Supposons  $N$  pair, et posons  $N=2N'$ ; posons également, pour  $r=0$  ou  $1$  :

$$(7) \quad F'f(m', r) = \sum_{\ell'=0}^{N'-1} f(2\ell'+r) \cdot e^{-2\pi i \ell' m' / N'}$$

ainsi, au facteur de normalisation près,  $F'f(., r)$  est la transformée de Fourier discrète sur  $\mathbb{Z}/N'\mathbb{Z}$  de la fonction  $f(2.+r)$ . En omettant les facteurs de normalisation, il vient alors, pour  $0 \leq m' \leq N'-1$  et  $s=0$  ou  $1$  :

$$(8) \quad Ff(m'+sN') = \sum_{r=0}^1 (-1)^{rs} e^{-\pi i r / N'} F'f(m', r),$$

ce qui matriciellement s'écrit :

$$(9) \quad \begin{pmatrix} Ff(m') \\ Ff(m'+N') \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & , & \omega^{m'} \\ 1 & , & \omega^{m'} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F'f(m',0) \\ F'f(m',1) \end{pmatrix}$$

avec

$$(10) \quad \omega = e^{-\pi i/N'},$$

et se symbolise au moyen du "papillon élémentaire" de la figure 1 :

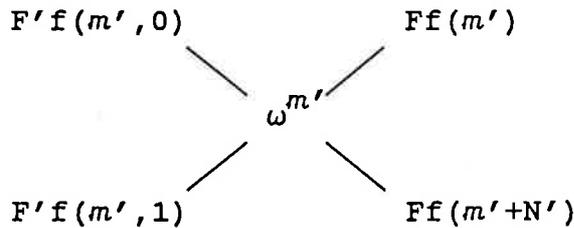


Figure 1.

On a de même, toujours au facteur de normalisation près :

$$(11) \quad \begin{pmatrix} F'f(m',0) \\ F'f(m'+1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & , & 1 \\ \omega^{m'} & , & -\omega^{m'} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Ff(m') \\ Ff(m'+N') \end{pmatrix}.$$

### I-3. Transformée de Fourier rapide.

On suppose désormais  $N=2^J$  ( $J \in \mathbb{N}^*$ ).

On peut alors réitérer le procédé de dichotomie et remonter ainsi jusqu'à  $f(l)$ . La transformée de Fourier discrète se ramène ainsi à une suite de "papillons élémentaires" qu'on représente par le papillon de T.F.R.

Dans ce papillon, on pose :

$$\omega_j = e^{-2\pi i/2^j}.$$

La figure 2 illustre le "papillon" de T.F.R. dans le cas  $J=3$ .

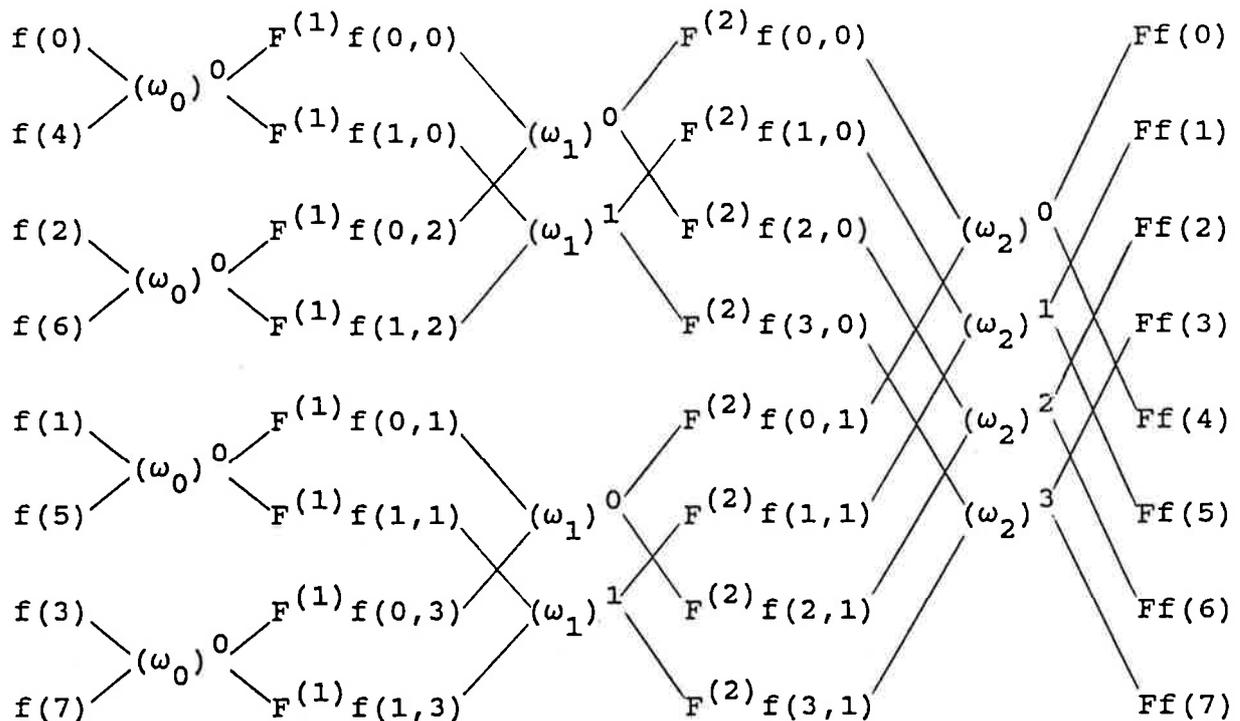


Figure 2.

Bien entendu, on peut former un papillon analogue pour la transformée de Fourier inverse; il se déduit de celui de la figure 2 en remplaçant partout  $\omega_j$  par son conjugué.

## II- Analyses multi-échelles discrètes.

Le passage du cas continu au cas discret introduit une difficulté dans la définition des analyses multi-échelles et des bases d'ondelettes. En effet, comme il n'existe pas d'opérateurs inversibles de dilatation, on ne peut imposer une forme *a priori* aux changements d'échelles, ni par conséquent déduire toutes les ondelettes  $\psi_{jk}$  d'une même ondelette analysante. Nous définirons donc, dans un premier temps, des "analyses multi-échelles sans dilatation" que nous appellerons analyses par dichotomies et des "ondelettes sans dilatation" que nous appellerons pré-ondelettes. Ce n'est qu'après avoir défini ces objets et après les avoir construits explicitement, que nous leur imposerons une forme particulière pour obtenir les analyses multi-échelles et les ondelettes proprement dites, paliant ainsi l'absence de dilatations.

II-1. Définitions.

Un entier  $J$  strictement supérieur à 1 étant choisi, nous appellerons analyse par dichotomies toute suite  $(H_j)_{0 \leq j \leq J}$  de sous-espaces vectoriels de  $L_2(\mathbb{Z}/2^J\mathbb{Z})$  satisfaisant les conditions suivantes :

$$(E_1) \quad \left| \dim\{H_j\} = 2^j \text{ (en particulier } H_J = L_2(\mathbb{Z}/2^J\mathbb{Z}) \right),$$

$$(E_2) \quad \left| \text{la suite } (H_j) \text{ est (strictement) croissante,} \right.$$

et

$$(E_3) \quad \left| \begin{array}{l} \text{il existe pour chaque } j < J \text{ une fonction } \phi_j \text{ dans} \\ H_j \text{ telle que les fonctions } \phi_{jk} \text{ (} 0 \leq k \leq 2^j - 1 \text{)} \\ \text{déduites de } \phi \text{ par les translations d'amplitude} \\ k \times 2^{J-j} \text{ forment une famille orthonormale.} \end{array} \right.$$

Il résulte des conditions  $(E_1)$  et  $(E_3)$  que pour chaque  $j$ ,  $(\phi_{jk})_{0 \leq k \leq 2^j - 1}$  est une base orthonormale de  $H_j$ , et que  $H_J$  est stable par les translations d'amplitude  $k \times 2^{J-j}$ .

Notons  $K_j$  le supplémentaire orthogonal de  $H_j$  dans  $H_{j+1}$ . Nous verrons que, moyennant  $(E_1)$  et  $(E_2)$ , la condition  $(E_3)$  est équivalente à :

$$(E'_3) \quad \left| \begin{array}{l} \text{il existe pour chaque } j < J \text{ une fonction } \psi_j \text{ dans} \\ K_j \text{ telle que les fonctions } \psi_{jk} \text{ (} 0 \leq k \leq 2^j - 1 \text{)} \\ \text{déduites de } \psi \text{ par les translations d'amplitude} \\ k \times 2^{J-j} \text{ forment une famille orthonormale.} \end{array} \right.$$

Remarque : Il est naturel de se demander si la condition  $(E_3)$  imposée à  $H_j$  pour  $j < J$  est vérifiée par  $H_J$  lui-même. Déjà, la réponse est positive, puisqu'il suffit de choisir  $\phi_J = \delta_J$ . Il est par ailleurs intéressant pour la suite de l'exposé de rechercher toutes les fonctions  $\phi_J$  possibles. Pour cela, on remarque tout d'abord que, le produit scalaire (1) étant invariant par translation, la condition d'orthonormalité  $(E_3)$  est équivalente au système de  $2^J$  équations :

$$(12) \quad \langle \phi_{Jk} | \phi_J \rangle = \delta_{k0} \quad 0 \leq k \leq J-1,$$

ce qui par transformée de Fourier devient, compte-tenu de (6)

$$(13) \quad \sum_{m=0}^{2^J-1} e^{2\pi i k m / N} |F\phi_J(m)|^2 = \delta_{k0} \quad 0 \leq k \leq J-1.$$

Le système (13) signifie que les nombres positifs  $|F\phi_J(m)|^2$  sont les valeurs en  $m$  de la transformée de Fourier discrète de  $\delta_0$ , l'équation conduit à :

$$(14) \quad |F\phi_J(m)| = 2^{-J/2}.$$

### II-2. Détermination de $H_{J-1}$ , $K_{J-1}$ , $\phi_{J-1}$ et $\psi_{J-1}$ .

Nous noterons désormais  $F^J$  au lieu de  $F$  la transformation de Fourier discrète d'ordre  $2^J$ ,  $\varepsilon^J$  au lieu de  $\varepsilon$  la base de  $H_J$  définie par (3),  $T^J$  au lieu de  $T$  la représentation de  $\mathbb{Z}$  dans  $L_2(\mathbb{Z}/2^J\mathbb{Z})$ .

Pour déterminer  $H_{J-1}$  et  $K_{J-1}$ , rappelons tout d'abord que, d'après  $(E_2)$ , ces deux sous-espaces sont stables par la translation  $T(2)$ . En tant qu'opérateur de  $H_J$ , cette translation admet les  $2^{J-1}$  valeurs propres doubles :

$$\lambda_\rho = e^{-2\pi i \rho / 2^{J-1}} \quad 0 \leq \rho \leq 2^{J-1}-1,$$

le sous-espace propre  $U_\rho$  associé à  $\lambda_\rho$  admettant  $(\varepsilon_\rho^J, \varepsilon_{\rho+2^{J-1}}^J)$  comme base orthonormale.

Notons  $V_\rho$  (respectivement  $W_\rho$ ) l'intersection de  $H_{J-1}$  (respectivement  $K_{J-1}$ ) avec  $U_\rho$ . La stabilité par  $T(2)$  entraîne alors :

$$(15) \quad H_{J-1} = \sum_{\rho=0}^{2^{J-1}-1} V_\rho,$$

et

$$(15') \quad K_{J-1} = \sum_{\rho=0}^{2^{J-1}-1} W_\rho.$$

Par ailleurs, il résulte de  $(E_1)$  que la somme des dimensions des  $V_\rho$  (respectivement des  $W_\rho$ ) est  $2^{J-1}$ . Bien entendu, pour chaque  $\rho$ , on est dans l'une des trois situations suivantes :

- $\dim\{U_\rho\} = 2$  et  $\dim\{V_\rho\} = 0$ ,
- $\dim\{U_\rho\} = 1$  et  $\dim\{V_\rho\} = 1$ ,
- $\dim\{U_\rho\} = 0$  et  $\dim\{V_\rho\} = 2$ .

Nous allons voir que, de ces trois possibilités, seule la deuxième est compatible avec  $(E_3)$ .

Supposons qu'il existe dans  $H_{J-1}$  une fonction  $\phi_{J-1}$  telle que les  $\phi_{J-1,k} = T(2k)\phi_{J-1}$  ( $0 \leq k \leq 2^{J-1}-1$ ) forment une base orthonormale de  $H_J$ . On définit une application unitaire  $\theta$  de  $H_{J-1}$  dans  $L_2(\mathbb{Z}/2^J\mathbb{Z})$  en associant à la fonction

$$f = \sum_{k=0}^{2^{J-1}-1} g(k) \phi_{J-1,k}$$

la fonction  $g$ . Cet opérateur est une équivalence des représentations de  $\mathbb{Z}$  (ou  $\mathbb{Z}/2^{J-1}\mathbb{Z}$ ) dans  $H_{J-1}$  et  $L_2(\mathbb{Z}/2^{J-1}\mathbb{Z})$  qui à  $k$  associent respectivement  $T^J(2k)$  et  $T^{J-1}(k)$ . Si nous posons alors :

$$(16) \quad \varepsilon_\rho^{J-1} = 2^{-(J-1)/2} \sum_{k=0}^{2^{J-1}-1} e^{2\pi i k \rho / 2^{J-1}} \phi_{J-1,k}$$

nous obtenons une base orthonormale  $\varepsilon_\rho^{J-1} = (\varepsilon_\rho^{J-1})$  de  $H_{J-1}$ , telle que chaque  $\varepsilon_\rho^{J-1}$  appartient à  $V_\rho$ . De ceci, il résulte que chaque espace  $V_\rho$  est de dimension 1.

Réciproquement, supposons que  $\dim\{V_\rho\} = 1$  pour tout  $\rho$ , et soit  $\varepsilon_\rho^{J-1}$  un vecteur unitaire de  $V_\rho$ . Ces vecteurs forment une base orthonormale  $\varepsilon_\rho^{J-1}$  de  $H_{J-1}$ .

Nous cherchons à déterminer  $\phi_{J-1,\rho}$  par ses composantes  $h_\rho$  dans la base  $\varepsilon_\rho^{J-1}$ . Raisonnant comme pour  $\phi_J$ , on caractérise les  $h_\rho$  comme solutions d'un système analogue à (13) et que l'on traite de la même façon. On aboutit ainsi à la solution :

$$(17) \quad |h_\rho| = 2^{-(J-1)/2}.$$

Quitte à modifier  $\varepsilon_\rho^{J-1}$ , on peut toujours supposer  $h_\rho$  positif.

On obtient donc :

$$(18) \quad \phi_{J-1} = 2^{-(J-1)/2} \cdot \sum_{\rho=0}^{2^{J-1}-1} \varepsilon_{\rho}^{J-1}.$$

Un raisonnement analogue peut être appliqué à  $K_{J-1}$ , prouvant que :

- $(E'_3)$  n'est possible que si  $\dim\{W_{\rho}\}=1$ ,
- $\psi_{J-1}$  est alors de la forme :

$$(18') \quad \psi_{J-1} = 2^{-(J-1)/2} \cdot \sum_{\rho=0}^{2^{J-1}-1} \varepsilon'_{\rho}{}^{J-1}.$$

où  $\varepsilon'_{\rho}{}^{J-1}$  est un vecteur de  $W_{\rho}$ .

Nous sommes désormais en présence de deux bases orthonormales de  $U_{\rho}$  : la base  $(\varepsilon_{\rho}^J, \varepsilon_{\rho+2}^J)$  et la base  $(\varepsilon_{\rho}^{J-1}, \varepsilon'_{\rho}{}^{J-1})$ . Nous noterons  $\Omega_{\rho}^{J-1}$  la matrice de passage. Cette matrice, étant unitaire, peut s'écrire :

$$(19) \quad \Omega_{\rho}^{J-1} = \begin{pmatrix} a_{\rho}^{J-1} & b_{\rho}^{J-1} \\ a_{\rho+2}^{J-1} & b_{\rho+2}^{J-1} \end{pmatrix}.$$

Remarque : Bien sûr, c'est la même condition d'unitarité des transformations effectuées qui apparaît dans les relations similaires obtenues par I. DAUBECHIES et S. MALLAT {12} dans le cas continu et aperiodique.

Dans cette écriture,  $a^{J-1}$  et  $b^{J-1}$  sont des fonctions de période  $2^J$  de la variable discrète  $\rho$  vérifiant les relations :

$$(20) \quad \left| a_{\rho}^{J-1} \right|^2 + \left| a_{\rho+2}^{J-1} \right|^2 = 1,$$

$$(20') \quad \left| b_{\rho}^{J-1} \right|^2 + \left| b_{\rho+2}^{J-1} \right|^2 = 1$$

et

$$(21) \quad \overline{a_{\rho}^{J-1}} \cdot b_{\rho}^{J-1} + \overline{a_{\rho+2}^{J-1}} \cdot b_{\rho+2}^{J-1} = 0.$$

Il vient ainsi :

$$(22) \quad \phi_{J-1} = 2^{-(J-1)/2} \cdot \sum_{\rho=0}^{2^J-1} a_{\rho}^{J-1} \cdot \varepsilon_{\rho}^J,$$

et

$$(22') \quad \psi_{J-1} = 2^{-(J-1)/2} \cdot \sum_{\rho=0}^{2^J-1} b_{\rho}^{J-1} \cdot \varepsilon_{\rho}^J.$$

II-3. Construction de  $H_j$ ,  $K_j$ ,  $\phi_j$  et  $\psi_j$ .

On réitère les raisonnements et les constructions qui précèdent pour passer de l'ordre  $j+1$  à l'ordre  $j$ . Ainsi, ayant défini l'espace  $H_{j+1}$  par une base orthonormale  $\varepsilon_m^{j+1} = (\varepsilon_m^{j+1})_{0 \leq m \leq 2^{j+1}-1}$  où  $\varepsilon_m^{j+1}$  est un vecteur propre de  $T(2^{J-(j+1)})$  pour la valeur propre  $e^{-2\pi i m / 2^j}$ , on se donne des fonctions  $2^{j+1}$ -périodiques  $a^j = (a_{\rho}^j)$  et  $b^j = (b_{\rho}^j)$  de la variable discrète  $\rho$  satisfaisant aux conditions :

$$(23) \quad \left| a_{\rho}^j \right|^2 + \left| a_{\rho+2^j}^j \right|^2 = 1,$$

$$(23') \quad \left| b_{\rho}^j \right|^2 + \left| b_{\rho+2^j}^j \right|^2 = 1,$$

$$(24) \quad \overline{a_{\rho}^j} \cdot b_{\rho}^j + \overline{a_{\rho+2^j}^j} \cdot b_{\rho+2^j}^j = 0.$$

On pose alors, pour  $0 \leq \rho \leq 2^j - 1$  :

$$(25) \quad \Omega_{\rho}^j = \begin{pmatrix} a_{\rho}^j & b_{\rho}^j \\ a_{\rho+2^j}^j & b_{\rho+2^j}^j \end{pmatrix},$$

$$(26) \quad \varepsilon_{\rho}^j = a_{\rho}^j \cdot \varepsilon_{\rho}^{j+1} + a_{\rho+2^j}^j \cdot \varepsilon_{\rho+2^j}^{j+1},$$

$$(26') \quad \varepsilon'_{\rho}^j = b_{\rho}^j \cdot \varepsilon_{\rho}^{j+1} + b_{\rho+2^j}^j \cdot \varepsilon_{\rho+2^j}^{j+1},$$

puis on définit un espace  $H_j$  (respectivement  $K_j$ ) par sa base orthonormale  $\varepsilon^j = (\varepsilon_{\rho}^j)_{0 \leq \rho \leq 2^j-1}$  (respectivement  $\varepsilon'^j = (\varepsilon'_{\rho}^j)_{0 \leq \rho \leq 2^j-1}$ ), et une fonction  $\phi_j$  (respectivement  $\psi_j$ )

par :

$$(27) \quad \phi_j = 2^{-j/2} \cdot \sum_{\rho=0}^{2^j-1} \varepsilon_{\rho}^j,$$

et

$$(27') \quad \psi_j = 2^{-j/2} \cdot \sum_{\rho=0}^{2^j-1} \varepsilon'_{\rho}^j.$$

On en déduit :

$$(28) \quad \phi_{jk} = 2^{-j/2} \cdot \sum_{\rho=0}^{2^j-1} e^{-2\pi i k \rho / 2^j} \varepsilon_{\rho}^j,$$

et

$$(28') \quad \psi_{jk} = 2^{-j/2} \cdot \sum_{\rho=0}^{2^j-1} e^{-2\pi i k \rho / 2^j} \varepsilon'_{\rho}^j.$$

Finalement, les fonctions  $\phi_j$ ,  $\psi_j$ ,  $\phi_{jk}$  et  $\psi_{jk}$  sont déterminées biunivoquement par les fonctions  $2^{j+1}$ -périodiques  $a^j$  et  $b^j$  vérifiant (23), (23'), et (24), au moyen des relations :

$$(29) \quad F^J \phi_j(m) = 2^{-j/2} \cdot a_m^{J-1} \cdot a_m^{J-2} \dots a_m^{j+1} \cdot a_m^j,$$

$$(29') \quad F^J \psi_j(m) = 2^{-j/2} \cdot a_m^{J-1} \cdot a_m^{J-2} \dots a_m^{j+1} \cdot b_m^j,$$

$$(30) \quad F^J \phi_{jk}(m) = 2^{-j/2} \cdot a_m^{J-1} \cdot a_m^{J-2} \dots a_m^{j+1} \cdot a_m^j \cdot e^{-2\pi i k m / 2^j},$$

$$(30') \quad F^J \psi_{jk}(m) = 2^{-j/2} \cdot a_m^{J-1} \cdot a_m^{J-2} \dots a_m^{j+1} \cdot b_m^j \cdot e^{-2\pi i k m / 2^j}.$$

#### II-4. Un substitut aux dilatations.

Les objets que nous venons de construire ne sont pas, nous l'avons vu, de vraies analyses multi-échelles, ni de vraies ondelettes (nous les avons qualifiés respectivement d'analyses par dichotomies et de pré-ondelettes) : il leur manque l'aspect "effet de zoom" que les ondelettes continues ont grâce au rôle joué par les dilatations (c.f. rappel page 2 et début de la section II page 7). Cependant, la construction que nous venons de décrire nous laisse la possibilité d'introduire a posteriori une notion approchée de dilatation.

Supposons que les coefficients  $a_m^j$  et  $b_m^j$  vérifient la condition supplémentaire :

(E<sub>4</sub>)

il existe des fonctions A et B de période 1, dont les modules tendent respectivement vers 0 et 1 quand x tend vers 0, et telles que, pour  $j \in \mathbb{N}$  et  $m \in \mathbb{N}^*$ , on ait :

$$(31) \quad a_m^j = A(2^{-j}m) \text{ et}$$

$$(31') \quad b_m^j = B(2^{-j}m).$$

Remarque : la variable x des fonctions A et B pourra suivant les besoins, être un réel, un rationnel ayant une puissance de deux comme dénominateur, ou simplement (tant qu'on ne fait pas varier J) le produit de  $2^{-J}$  par un entier relatif.

La condition (E) implique :

$$(32) \quad a_{2m}^{j+1} = a_m^j \quad \text{et}$$

pour  $j \in \mathbb{N}$  et  $m \in \mathbb{N}^*$

$$(32') \quad b_{2m}^{j+1} = b_m^j .$$

Il vient alors, compte-tenu de (29) et (29'),

$$(33) \quad F^J \phi_{j+1}(2m) = 2^{-\frac{1}{2}} (a_m^{J-1})^{-1} \phi_j(m) \text{ et}$$

$$(33') \quad F^J \psi_{j+1}(2m) = 2^{-\frac{1}{2}} (a_m^{J-1})^{-1} \psi_j(m),$$

relations qui peuvent être interprétées comme l'effet d'une "dilatation approchée" lorsque  $2^j$  devient grand par rapport à m.

Nous appellerons analyses multi-échelles les analyses par dichotomies vérifiant la condition (E<sub>4</sub>).

Remarque : on remarquera la similitude entre la construction d'ondelettes discrètes que nous donnons ici et la construction des ondelettes continues qu'obtient S. MALLAT dans [12].

Remarque : Concernant notre point de vue, on peut se poser la question du passage à la limite quand J tend vers l'infini, ce qui revient à se demander si certaines de nos ondelettes sont la discrétisation d'ondelettes continues périodiques. Nous donnons en fin d'exposé un exemple qui va dans ce sens avec une discrétisation des ondelettes de Franklin.

III- La transformée en ondelettes rapide et son algorithme.

III-1. L'analyse en ondelettes.

Il résulte des propriétés (E<sub>1</sub>), (E<sub>2</sub>) et (E<sub>3</sub>) (et éventuellement (E<sub>4</sub>)) des objets H<sub>j</sub>, K<sub>j</sub>, φ<sub>j</sub> et ψ<sub>j</sub> que les ψ<sub>jk</sub> (0 ≤ j ≤ J-1 et 0 ≤ k ≤ 2<sup>j</sup>-1) forment avec φ<sub>0</sub> une base orthonormale de H<sub>J</sub> = L<sub>2</sub>(Z/2<sup>J</sup>Z), base que nous noterons donc (φ<sub>0</sub>, ψ) et que nous appellerons base d'ondelettes (ou de pré-ondelettes). Nous noterons

$$(34) \quad f = f_0 \phi_0 + \sum_{\substack{0 \leq j \leq J-1 \\ 0 \leq k \leq 2^j-1}} f'_j(k) \psi_{jk}$$

la décomposition de f sur cette base, et Of la famille des coefficients f<sub>0</sub> et f'<sub>j</sub>(k). Of sera appelée la transformée en ondelettes de f.

Le coefficient f<sub>0</sub> joue bien entendu un rôle particulier et sera d'ailleurs la plupart du temps omis dans les représentations de Of. Dans cette optique, on a avantage à ce que (à un facteur de normalisation près) f<sub>0</sub> représente la moyenne de la fonction f, ce qui équivaut à :

$$(35) \quad F^J \phi_0(m) = \delta_{0m}.$$

Il résulte de (29) que ceci a lieu si et seulement si on a, pour tout j :

$$(36) \quad \left[ \begin{array}{ll} |a_0^j| = 1, & b_0^j = 0, \\ a_{2^j}^j = 0, & |b_{2^j}^j| = 1. \end{array} \right.$$

(il résulte évidemment de (23), (23') et (24) que chacune de ces quatre conditions implique les trois autres).

III-2. L'algorithme de T.O.R.

En nous appuyant sur les raisonnements et les constructions des paragraphes II-2 et II-3, nous allons pouvoir décrire un algorithme de transformée en ondelettes rapide ou T.O.R. de même type que l'algorithme de T.F.R..

Cet algorithme est décrit au moyen d'un papillon de T.O.R. que nous présentons sur la figure 3 dans le cas  $J=3$  et que nous allons commenter.

Les notations  $PF_j$  (respectivement  $PF_j^*$ ) symbolisent un papillon de T.F.R. (respectivement un papillon de T.F.R. inverse) d'ordre  $2^j$ .

On effectue d'abord une T.F.R. d'ordre  $2^J$ , ce qui revient à passer de la base  $\delta$  à la base  $\epsilon^J$  de  $H_J$ .

L'étape suivante consiste à décomposer  $f$  entre les espaces  $H_{J-1}$  et  $K_{J-1}$ , ce qui s'effectue en passant de la base  $\epsilon^J$  à la base  $(\epsilon^{J-1}, \epsilon'^{J-1})$  au moyen des différentes matrices  $\Omega_m^{*J-1}$ , adjointes et inverses des  $\Omega_m^{J-1}$ .

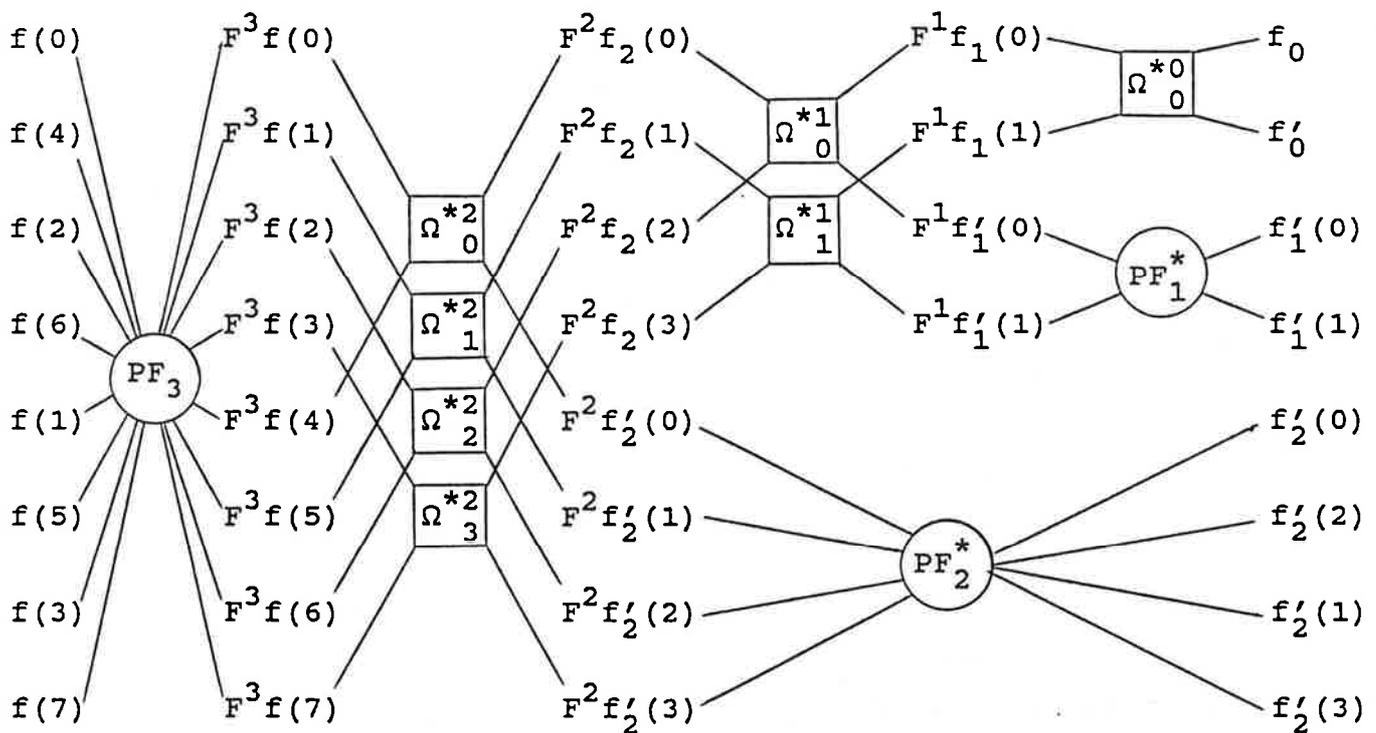


Figure 3.

A partir de là, le papillon de T.O.R. se scinde en deux :

- la partie inférieure correspond à la projection  $f'_{J-1}$  sur le sous-espace  $K_{J-1}$ , projection dont on vient d'obtenir les coordonnées dans la base  $\varepsilon'^{J-1}$ . Il résulte de (30') que ces coordonnées sont fournies par la T.F.R. d'ordre  $2^{J-1}$  des coefficients d'ondelettes  $f'_{J-1}(k)$ . Il suffit donc d'effectuer une T.F.R. inverse d'ordre  $2^{J-1}$  pour obtenir ces coefficients;
- la partie supérieure correspond à la projection  $f_{J-1}$  sur le sous-espace  $H_{J-1}$ , projection dont on vient d'obtenir les composantes dans la base  $\varepsilon^{J-1}$ . Ces coordonnées constituent d'après (30) la T.F.R. d'ordre  $2^{J-1}$  des coordonnées dans la base  $(\phi_{J-1,k})$ , que, par analogie avec les coefficients d'ondelettes, nous noterons  $f_{J-1}(k)$ .

Réitérant l'étape précédente, on décompose  $f_{J-1}$  entre les sous-espaces  $H_{J-2}$  et  $K_{J-2}$  en passant de la base  $\varepsilon^{J-1}$  de  $H_{J-1}$  à la base  $(\varepsilon^{J-2}, \varepsilon'^{J-2})$ .

On réitère ensuite en faisant décroître les valeurs de  $j$ . A chaque étape, le papillon se scinde en deux :

- la partie inférieure correspond à la projection  $f'_j$  de  $f_{j+1}$  sur  $K_j$ , exprimée dans la base  $\varepsilon'^j$ , projection dont on déduit les coefficients d'ondelettes  $f'_j(k)$  par T.F.R. d'ordre  $2^j$ ;
- la partie supérieure correspond à la projection  $f_j$  sur  $H_j$ , exprimée dans la base  $\varepsilon^j$ , projection à partir de laquelle on réitère.

Arrivé à  $f_1$ , une dernière décomposition permet de séparer les coefficients  $f'_0$  et  $f_0$ .

Bien entendu, il existe également un algorithme de T.O.R. inverse, dont le papillon s'obtient en lisant le papillon de T.O.R. de droite à gauche, en remplaçant les matrices  $\Omega_m^{*j}$  par leurs adjointes  $\Omega_m^j$ , et en échangeant T.F.R. et T.F.R. inverse.

III-3. Choix de la base d'ondelettes.

L'algorithme que nous venons de décrire permet de déterminer la T.O.R. d'un signal échantillonné sur  $2^J$  valeurs, respectant les conditions de Shannon, et ceci dans n'importe quelle base d'ondelettes. Il faut donc, en plus du signal, entrer la base d'ondelettes dans laquelle on veut travailler, autrement dit entrer les coefficients  $a_m^j$  et  $b_m^j$ .

Nous nous sommes d'abord limités au cas d'ondelettes réelles ce qui, d'après (30) et (30'), et les propriétés de la transformée de Fourier revient à imposer les conditions supplémentaires suivantes :

$$(37) \quad a_{-m}^j = \overline{a_m^j}, \quad b_{-m}^j = \overline{b_m^j}.$$

Etant donné par ailleurs la périodicité des fonctions  $a_m^j$  et  $b_m^j$ , il suffit donc d'en fixer les valeurs pour  $0 \leq m \leq 2^j$ . Il résulte de (23), (23') et (24) qu'on peut écrire :

$$(38) \quad \left[ \begin{array}{l} |a_m^j| = \cos(\theta_m^j) \quad \text{et} \\ |b_m^j| = \sin(\theta_m^j) \end{array} \right.,$$

où  $\theta_m^j$  est un angle variant de 0 à  $\pi/2$  lorsque  $m$  varie de 0 à  $2^j$ . En fait, pour avoir une concentration en fréquence des ondelettes la plus satisfaisante possible, nous supposerons en général  $\theta_m^j$  croissante entre  $m = 0$  et  $2^j$ .

Nous noterons par ailleurs  $\alpha_m^j$  et  $\beta_m^j$  les arguments de  $a_m^j$  et  $b_m^j$ . La condition (24) implique alors, compte-tenu de (37) et des périodicités :

$$(39) \quad \alpha_m^j - \beta_m^j + \alpha_{2^j-m}^j - \beta_{2^j-m}^j = (2K+1)\pi.$$

Cependant, les ondelettes réelles présentent le grave désavantage de donner des transformées en ondelettes dont

l'allure peut totalement changer lorsqu'on déphase le signal analysé. Pour palier cet inconvénient, nous modifions les ondelettes et le début de l'algorithme de la manière suivante :

- on décompose tout d'abord  $H_J$  en deux sous-espaces  $H_J^+$  et  $H_J^-$  correspondant respectivement à des fréquences "positives" et "négatives". Pour cela, on modifie les  $\Omega_\rho^J$  en posant :

$$\Omega_0^J = 2^{-\frac{1}{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\Omega_\rho^J = I \text{ (matrice identité), pour } 0 < \rho < 2^{J-1}.$$

- on applique un papillon de T.O.R. d'ordre  $J-1$  indépendamment à chacune des deux parties "fréquences positives" et "fréquences négatives".

Remarque 1 : la modification revient à remplacer les ondelettes réelles  $\psi_{jk}$  ( $0 \leq j \leq J$ ) par une double famille  $(\psi_{jk}^+, \psi_{jk}^-)$  ( $0 \leq j \leq J-1$ ) telle que  $\psi_{jk}^+$  et  $\psi_{jk}^-$  soient conjuguées l'une de l'autre avec  $2^{-\frac{1}{2}} \psi_{jk}$  comme partie réelle commune.

Remarque 2 : Bien entendu, les termes "fréquences positives", et "négatives" doivent être manipulés avec précaution étant donné la périodisation en fréquence résultant de la discrétisation en temps. Une garantie est que la contribution au signal des fréquences supérieures à  $2^{J-2}$  soit négligeable. Pour un signal donné, cela revient à diviser par deux la période d'acquisition, ou encore à discrétiser suivant un maillage deux fois plus fin, de façon à obtenir la même résolution temporelle sur l'analyse en ondelettes. Dans tous les cas, les conditions d'échantillonnage de Shannon sont respectées.

Remarque 3 : Pour un signal réel, les composantes de fréquences positives et de fréquences négatives sont conjuguées l'une de l'autre. Il suffit donc de calculer la moitié des coefficients d'ondelettes, ce qui divise pratiquement par deux le nombre des opérations effectuées et compense la nécessité d'utiliser un maillage deux fois plus fin.

Nous présentons ici la comparaison en temps et en fréquence de cinq bases d'ondelettes vérifiant  $(E_4)$ . Pour chacune de ces bases, nous avons choisi :

$$\alpha_m^j = 0, \quad \beta_m^j = m\pi/2^j.$$

Les cinq bases diffèrent donc par les valeurs de  $\theta_m^j$  :

$$(I) \quad \left[ \theta_m^j = \begin{cases} 0 & \text{pour } 0 \leq m \leq 2^{j-1}-1, \\ 1 & \text{pour } 2^{j-1}+1 \leq m \leq 2^j. \end{cases} \right.$$

$$(II) \quad \left[ \theta_m^j \text{ croît linéairement de } 0 \text{ à } \pi/2 \text{ pour } 0 \leq m \leq 2^j. \right.$$

$$(III) \quad \left[ \begin{array}{l} \theta_m^j = \begin{cases} 0 & \text{pour } 0 \leq m \leq 2^{j-2}, \\ 1 & \text{pour } 3 \times 2^{j-2} \leq m \leq 2^j, \end{cases} \\ \theta_m^j \text{ croît linéairement de } 0 \text{ à } \pi/2 \\ \text{pour } 2^{j-2} \leq m \leq 3 \times 2^{j-2}. \end{array} \right.$$

$$(IV) \quad \left[ \begin{array}{l} \theta_m^j \text{ est une fonction du } 3^{\text{ème}} \text{ degré croissant de } 0 \\ \text{à } \pi/2 \text{ pour } 0 \leq m \leq 2^j, \text{ avec tangente horizontale en} \\ m = 0 \text{ et en } m = 2^j \text{ et point d'inflexion en} \\ m = 2^{j-1}. \end{array} \right.$$

et enfin

$$(V) \quad \left[ \begin{array}{l} \theta_m^j = \begin{cases} 0 & \text{pour } 0 \leq m \leq 2^{j-2}, \\ 1 & \text{pour } 3 \times 2^{j-2} \leq m \leq 2^j, \end{cases} \\ \theta_m^j \text{ est une fonction du } 3^{\text{ème}} \text{ degré croissant de } 0 \\ \text{à } \pi/2 \text{ lorsque } m \text{ croît de } 2^{j-2} \text{ à } 3 \times 2^{j-2}, \text{ avec} \\ \text{tangente horizontale en } m = 2^{j-2} \text{ et } m = 3 \times 2^{j-2} \\ \text{et point d'inflexion en } m = 2^{j-1}. \end{array} \right.$$

Il faut noter que ces bases, dans lesquelles on ne reconnaît pas a priori des bases classiques d'ondelettes ont été choisies essentiellement pour la simplicité de leur description vis-à-vis de l'algorithme choisi.

Nous présentons par ailleurs une sixième base qui constitue une discrétisation des ondelettes de Franklin décrites par Y. MEYER dans {15}, et qui sont des ondelettes périodiques affines par morceaux. Celles-ci ne sont pas décrites à l'aide de l'angle  $\theta$ , mais par la donnée directe des coefficients  $a_m^j$  et  $b_m^j$ . Il est à remarquer que les ondelettes de Franklin ne semblent pas, d'après les essais que nous avons effectués, présenter un grand avantage par rapport aux cinq autres familles décrites ici. Dans cette optique, il serait sans doute intéressant de tester également des ondelettes splines périodiques d'ordres supérieurs.

#### IV- Mise en oeuvre pratique.

La complexité de notre algorithme peut être estimé en majorant le nombre d'opérations effectuées. Etant en  $2 \times N \times \log_2(N)$ , elle est du même ordre de grandeur que celle de la T.F.R. ( $N \times \log_2(N)$ ), mais l'objectif est différent.

La comparaison avec l'algorithme de S. MALLAT est moins évidente puisque la complexité de ce dernier, étant  $2 \times N \times r$  pour une ondelette à support compact d'ordre  $r$ , fait intervenir un deuxième paramètre qui n'existe pas chez nous.

Les algorithmes de T.O.R. et de T.O.R. inverse ont été programmés en langage Pascal sur micro-ordinateur compatible PC. Le programme est composé de trois modules de calcul :

- un premier module de construction de la base d'ondelettes (calcul des coefficients  $a_m^j$  et  $b_m^j$  des matrices de passage  $\Omega_m^j$ ), n'intervenant pas directement dans le calcul de la transformée en ondelettes,
- un second module de T.F.R. directe et inverse,
- enfin, un troisième module de T.O.R. directe et inverse.

Les temps de calcul pour une décomposition en ondelettes réelles sont de 16,77 secondes, alors qu'ils tombent à 11,86 secondes pour une décomposition en ondelettes complexes, ceci pour un maillage de 1024 points. Ces temps peuvent être également comparés au temps nécessaire à une T.F.R. classique, programmée suivant les mêmes caractéristiques que la T.O.R., qui est de l'ordre de 7,69 secondes avec le matériel utilisé.

Un autre avantage de notre algorithme réside dans le fait que sa structure est identique à celle d'un algorithme de T.F.R., et donc que son intégration est relativement aisée (soit en programmation classique, soit en logique câblée) de façon à obtenir un processeur de T.O.R. en temps réel.

Nous avons testé la validité de l'algorithme et de sa programmation sur des signaux périodiques, échantillonnés en temps sur 1024 valeurs (nous avons donc travaillé avec  $J=10$ ). Les fonctions du temps, de la forme  $f(\ell)$ , et leurs transformées de Fourier ont été représentées de façon classique, avec  $\ell$  (respectivement  $m$ ) en abscisse et  $f(\ell)$  (respectivement  $F_J f(m)$ ) en ordonnée.

Quant aux transformées en ondelettes  $O_f$ , elles sont représentées de la manière suivante :

- on ne représente pas la "moyenne"  $f_0$ ,
- le schéma comporte dix bandes horizontales correspondant de bas en haut aux valeurs de  $j$  comprises entre 0 et  $J-1$ ; la valeur de  $j$  correspond à une bande centrée autour de la fréquence  $2^{-j}$ ;
- sur la bande d'indice  $j$ , on a représenté les coefficients d'ondelettes  $f'_j(k)$  (en ordonnée), avec en abscisse les  $2^j$  valeurs de  $2^{J-j}k$  correspondant à une période, le pas étant de  $2^{J-j}$  unités. Ainsi,  $f(\ell)$  et les  $f'_j(k)$  sont représentés avec la même unité de temps; chaque coefficient  $f'_j(k)$  est représenté par un parallélogramme noirci dont la largeur est de  $2^{J-j}$  et la hauteur algébrique représente l'amplitude du coefficient.

La figure 4 illustre ce mode de représentation dans le cas  $J=4$ .

Nous avons pu ainsi vérifier que la composition des transformées directe et inverse était bien équivalente à la transformation identité. Puis, nous avons procédé à la comparaison des six bases d'ondelettes sur les points suivants :

- allure de la courbe  $\psi_{jk}(\ell)$  dans les cas  $j=2, k=2$  (figure 5) et  $j=7, k=32$  (figure 6); les courbes sont obtenues par T.O.R. inverse, sachant que :

$$(40) \quad O\psi_{jk}(j', k') = \delta_{jj'} \delta_{kk'}$$

(bien entendu,  $O$  désigne ici la transformation en ondelettes dans la base considérée);

- allure de la courbe  $|F\psi_{jk}(m)|$  dans le cas  $j=7, k=32$ , (figure 7), en utilisant une partie de l'algorithme de T.O.R. inverse (arrêt avant le dernier papillon de T.F.R. inverse);

Pour la présentation des exemples d'analyse, nous avons retenu les bases (III) et (IV), qui représentent deux compromis différents entre la précision en temps et la précision en fréquence. Les autres bases ne présentent pas d'avantages majeurs par rapport à ces deux dernières.

Les figures 8 et 9 comparent, sur les bases (III) et (IV), l'analyse en ondelettes réelles et l'analyse en ondelettes complexes (représentation du module uniquement) de sinusoïdes :

- en figure 8, la sinusoïde définie par :

$$f(\ell) = \sin(2\pi\ell/64)$$

- en figure 9, la même sinusoïde déphasée d'un quart de période.

Ces figures mettent en évidence l'intérêt de la version complexe pour laquelle le déphasage ne modifie pas l'allure générale de la transformée.

Puis, nous présentons la T.O.R., toujours dans les bases (III) et (IV) et en version complexe uniquement, d'autres signaux :

- T.O.R. d'une sinusoïde de période 27, (cette période n'est pas un multiple en puissance de deux de la période d'échantillonnage);
- T.O.R. d'une sinusoïde modulée en amplitude avec un parasite basse fréquence localisé sur un intervalle de temps (figure 11);
- T.O.R. d'une sinusoïde dont la fréquence évolue au cours du temps (figure 12).

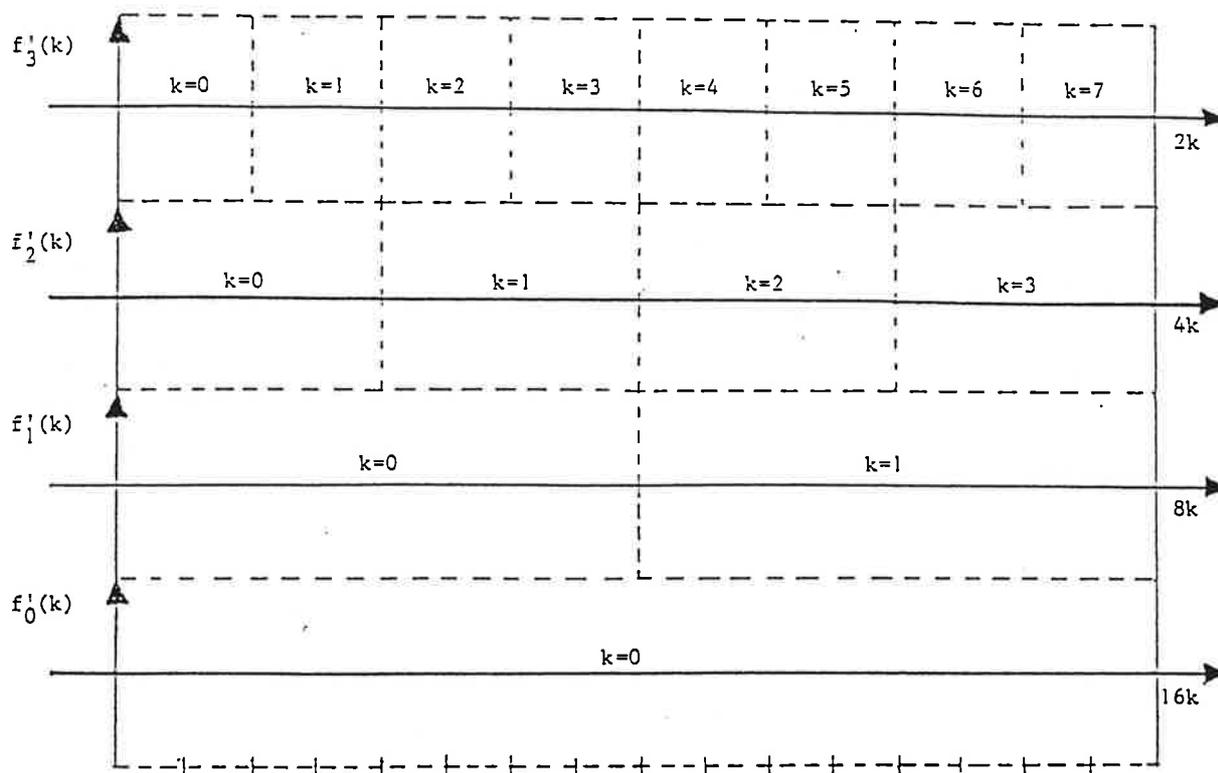


Figure 4.

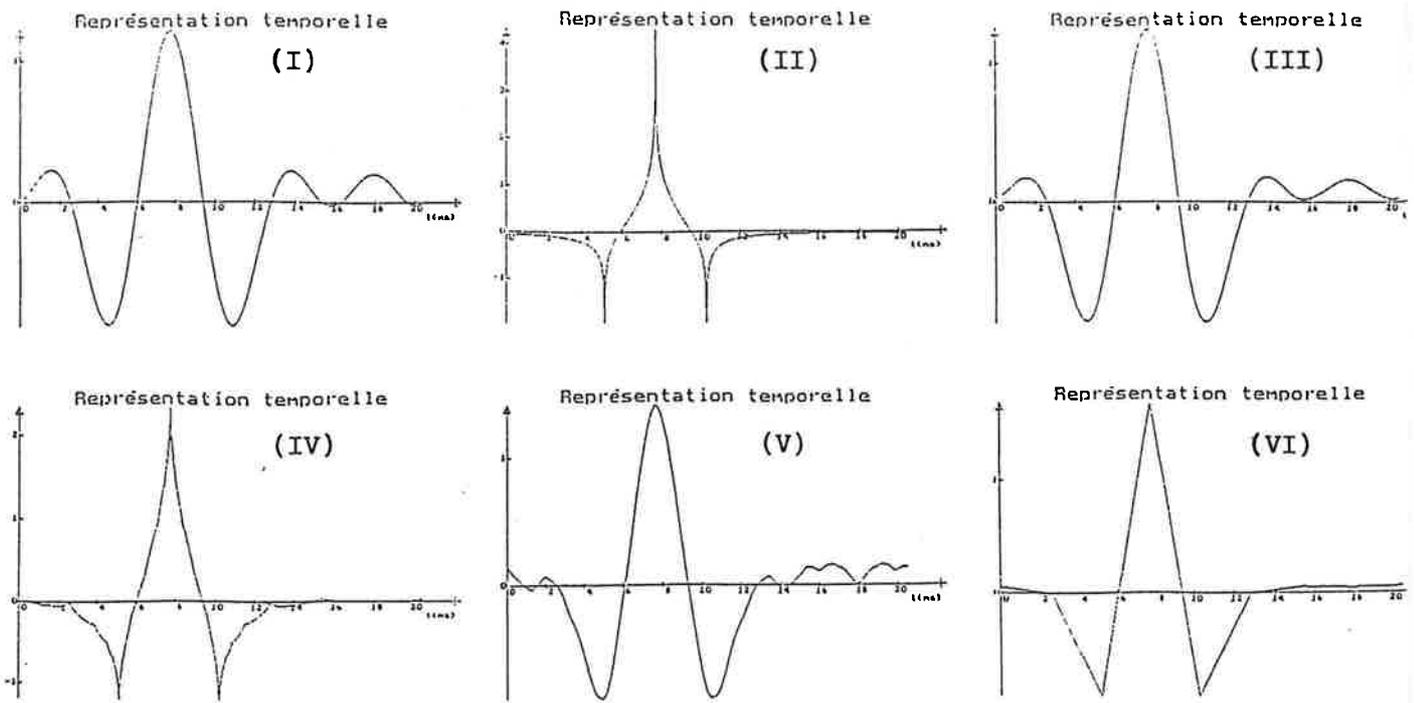
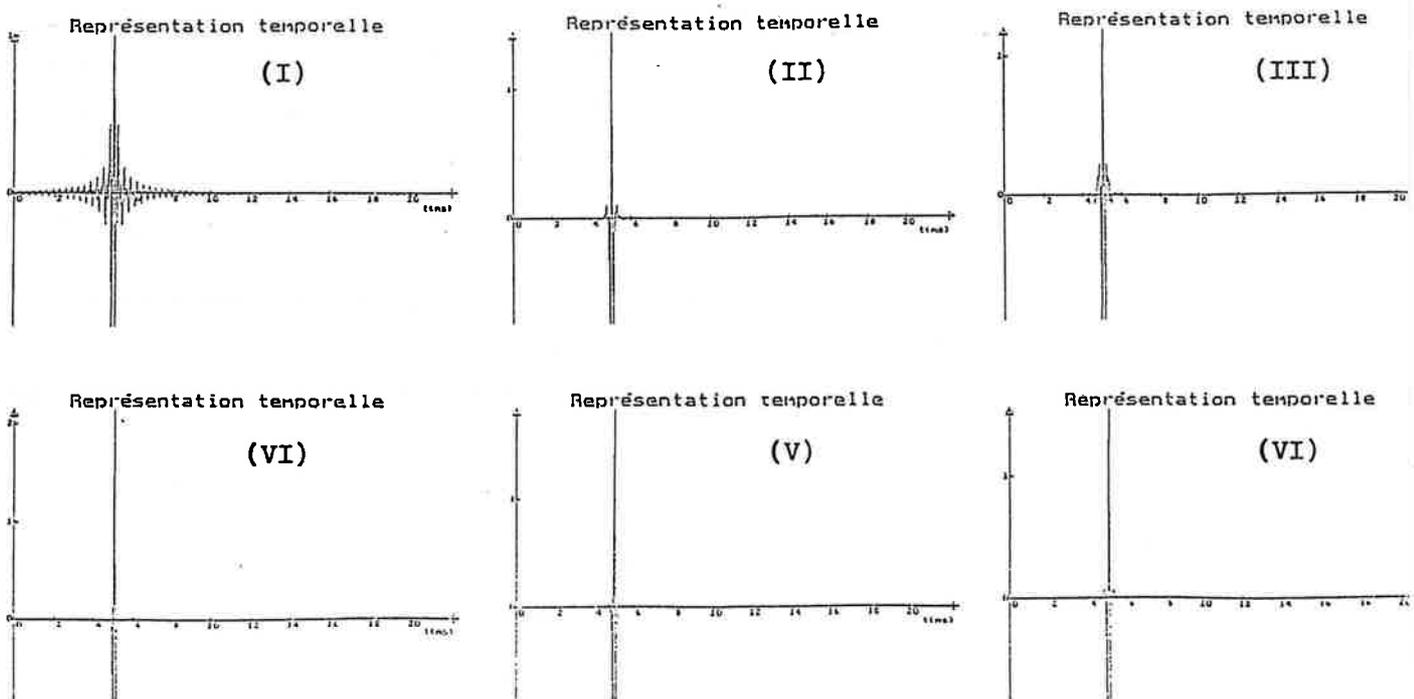


Figure 5.

Figure 6.



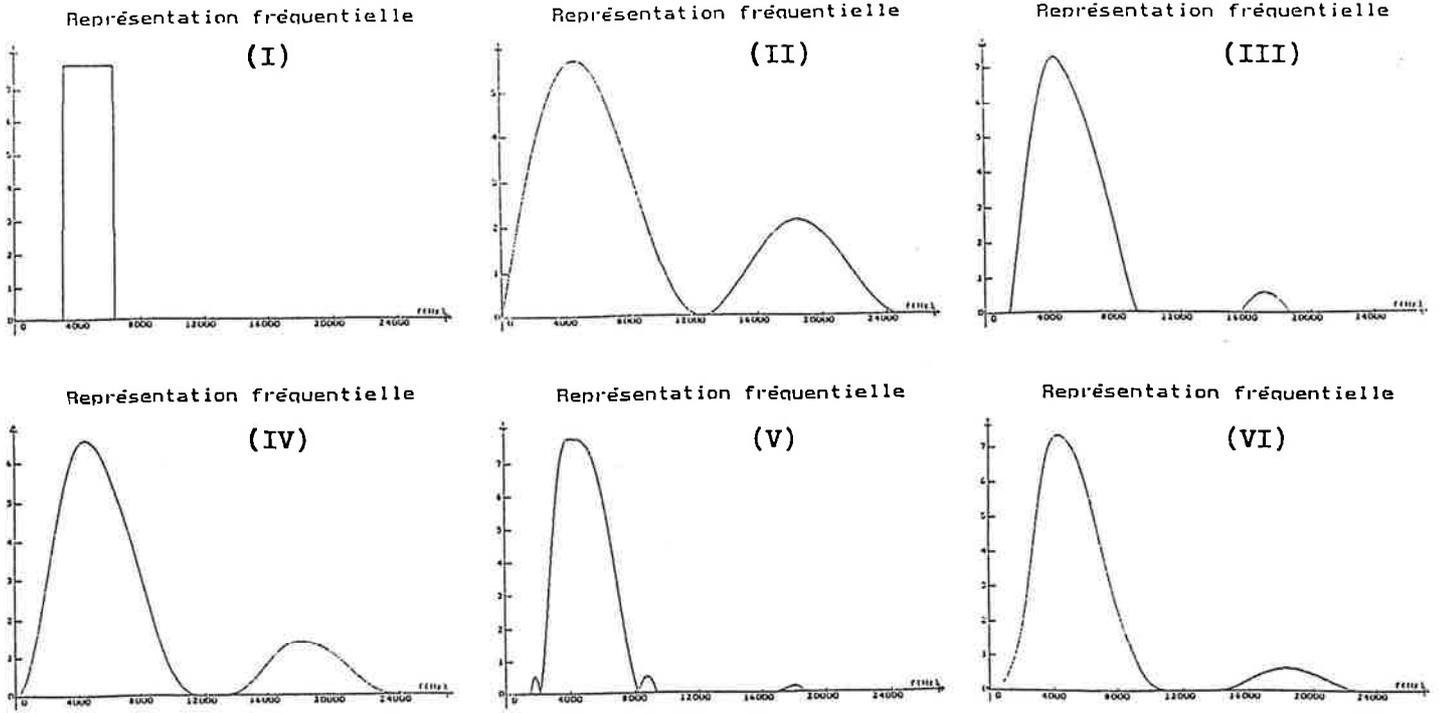
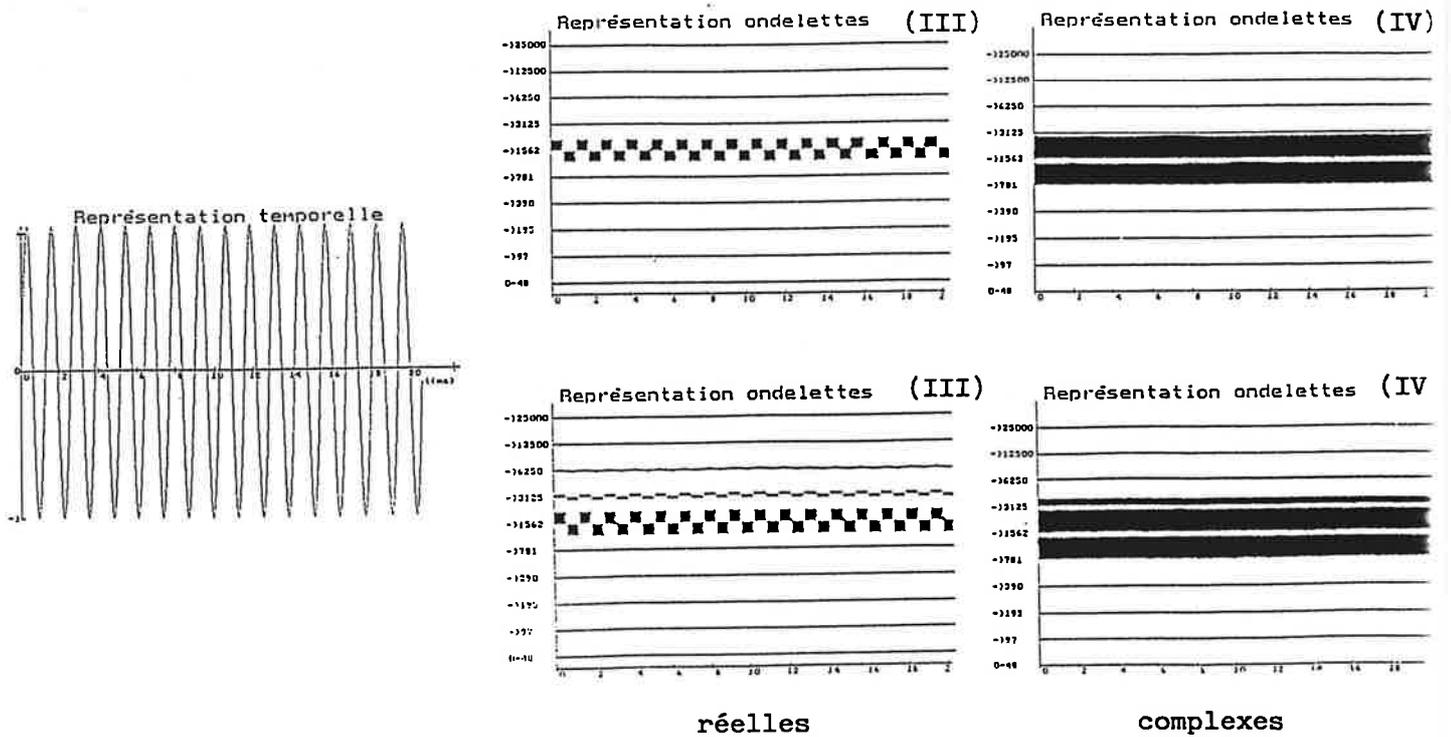


Figure 7.

Figure 8.



réelles

complexes

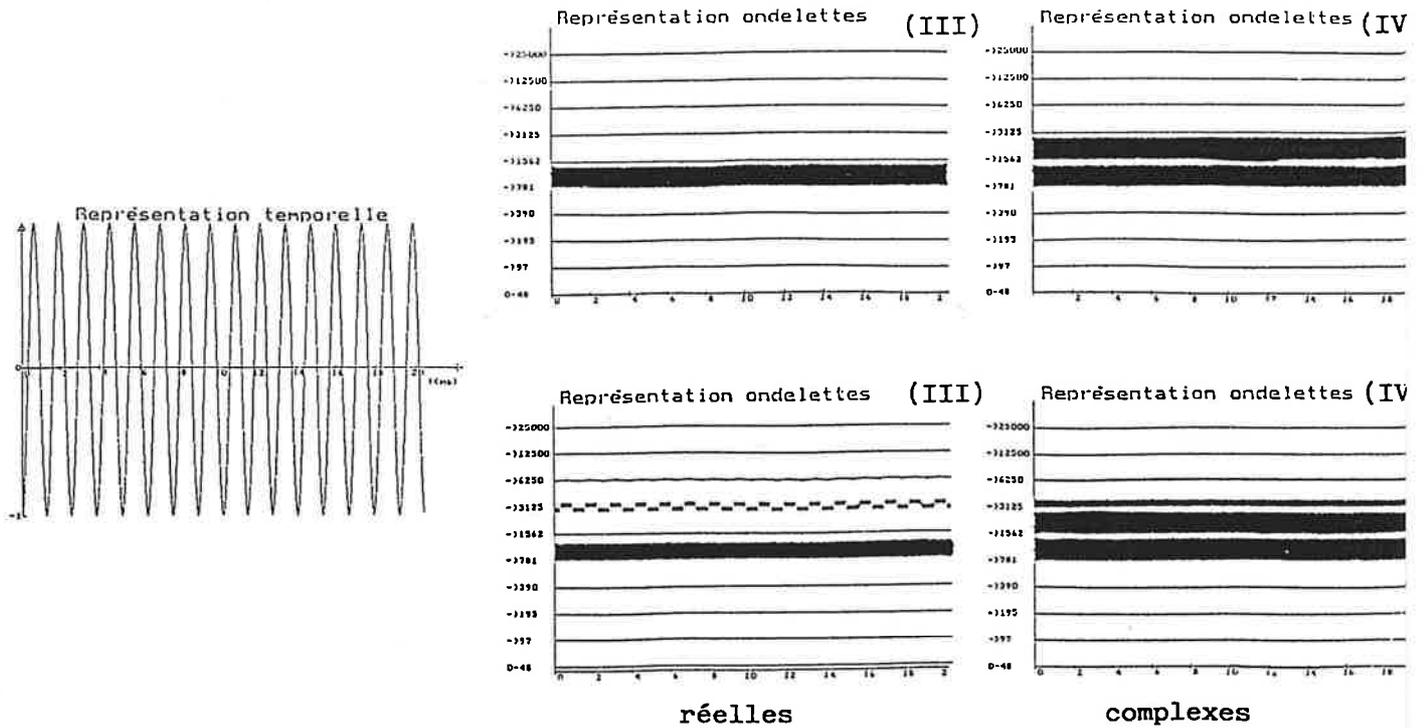
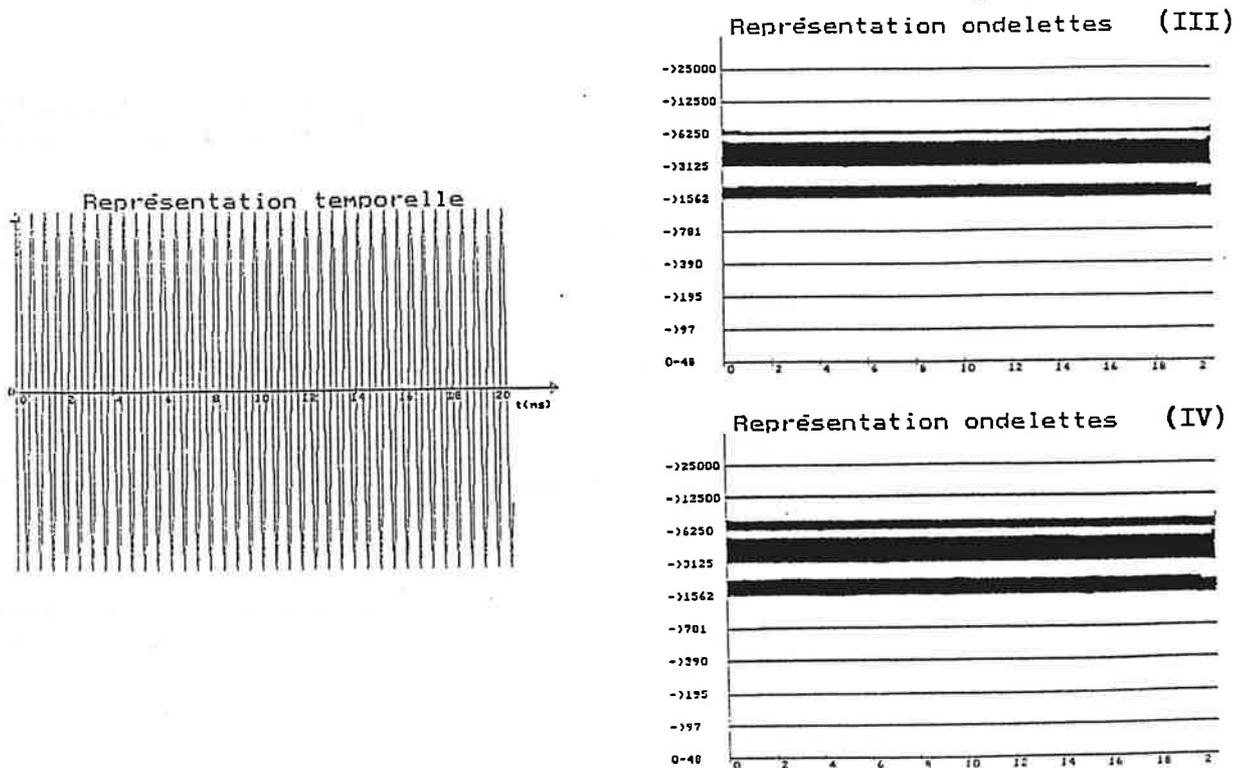


Figure 9.

Figure 10.



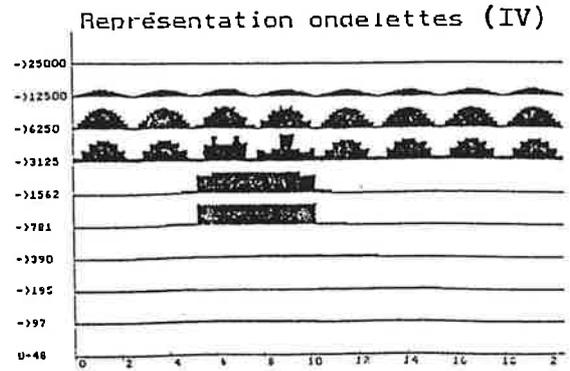
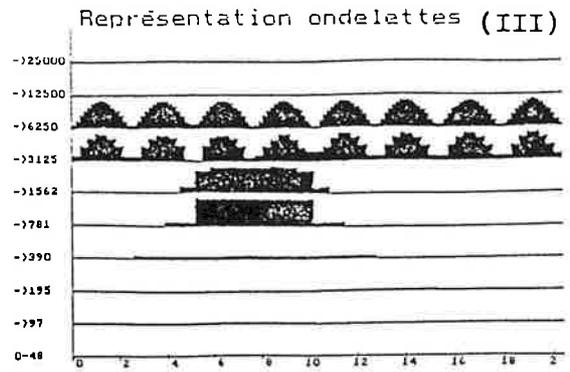
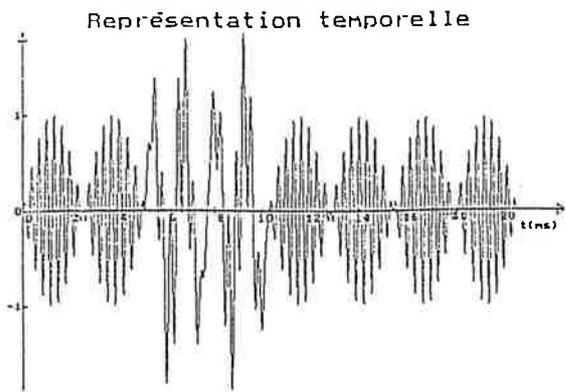
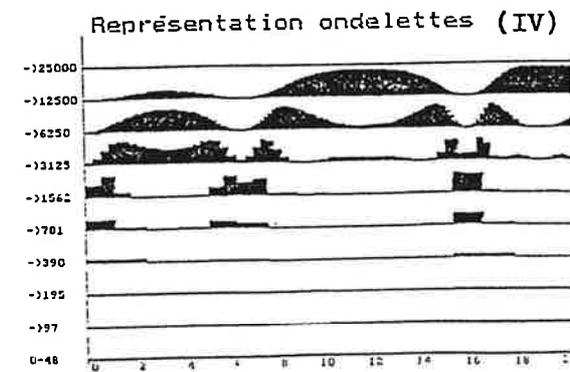
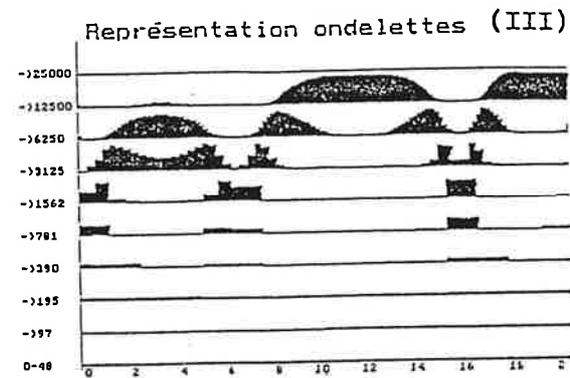
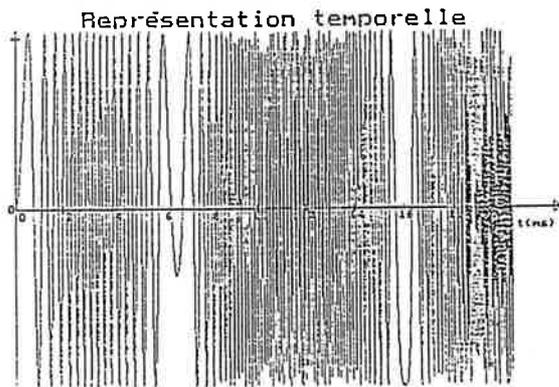


Figure 11.

Figure 12.





## **ANNEXE N°2: ANALYSE DE VARIANCE DES PRINCIPAUX TRAITEMENTS**

Cette annexe rassemble la plus grande partie des traitements statistiques basés sur l'analyse de variance. En particulier, les études de répétitivité, du rapport de conduite, et des désalignements sont données entièrement.

1	0	1000	79.45	74.24	71.96	64.14	65.60	81.35	93.42
1	0	3500	78.39	72.88	72.28	60.11	63.79	80.37	98.97
1	0	6000	73.88	77.77	66.53	60.38	57.89	79.57	103.47
1	6	1000	78.08	70.04	70.76	68.82	67.45	79.98	93.28
1	6	3500	86.36	80.00	78.94	71.71	71.02	88.05	100.96
1	6	6000	78.64	84.20	73.34	69.37	60.90	85.66	104.30
1	12	1000	78.64	70.21	70.22	66.19	66.36	80.11	95.73
1	12	3500	88.96	77.45	83.85	74.58	73.50	90.55	101.33
1	12	6000	82.50	86.62	75.12	64.34	69.81	88.34	104.64
2	0	1000	76.87	73.62	70.06	64.47	65.15	79.44	96.51
2	0	3500	79.86	70.62	64.66	59.98	63.41	80.58	100.94
2	0	6000	75.98	72.76	71.35	59.25	57.45	78.67	103.51
2	6	1000	79.90	74.88	75.35	67.02	64.82	82.33	100.89
2	6	3500	86.57	78.08	77.12	66.21	70.92	87.68	103.29
2	6	6000	83.37	82.54	72.32	68.05	62.91	86.25	104.58
2	12	1000	80.17	74.87	72.94	67.96	65.32	82.15	101.88
2	12	3500	88.30	76.88	75.75	70.16	74.75	89.05	103.33
2	12	6000	85.54	83.46	74.77	65.66	64.34	87.90	105.05
3	0	1000	79.50	70.48	68.57	63.19	65.72	80.55	94.55
3	0	3500	74.29	71.95	70.07	59.68	62.26	77.43	98.45
3	0	6000	74.30	75.91	66.41	59.47	58.08	78.56	103.56
3	6	1000	77.92	73.44	72.57	70.48	64.90	80.66	94.45
3	6	3500	83.48	80.31	78.76	69.75	68.68	86.26	100.69
3	6	6000	81.54	85.16	72.22	63.68	62.59	86.91	103.91
3	12	1000	78.89	73.85	70.06	66.74	64.10	80.76	95.90
3	12	3500	87.92	77.73	79.40	69.20	71.63	88.97	102.38
3	12	6000	82.17	85.49	76.33	64.13	62.12	87.53	104.60

type engrenage = 36/38

étude des trois facteurs suivants :  
 1 -> répétitivité  
 2 -> couple  
 3 -> vitesse

conditions particulières :  
 d.v. = 4'  
 d.h. = 0'  
 entr = 36/38  
 corr = non

commentaires particuliers :

Nom du Fichier azzabbaa

Phénomène étudié BRUIT

Facteurs Contrôlés et niveaux des Modalités

A : Vitesse ( 1000.0 3500.0 6000.0 )  
 B : Couple ( 0.0 6.0 12.0 )  
 C : ( 1.0 2.0 3.0 )

Variables bloquées et leurs Valeurs

Rapport de Conduite Niveau BAS  
 Rapport de Recouvrement Niveau MOYEN  
 Désalignement Niveau MOYEN  
 Correction de Denture Niveau BAS

Colonne Etudiée 1

Niveau de confiance du test 0.95

Tableau FINAL d'Analyse de Variance

Source	Σ des Carrés		ddl	Variance	Fexp.	Fα (τ1, τ2)		
	absolu	%				0.99	0.95	0.90
b	203.82	42	1	203.82	169.20	8.53	4.49	3.05
A	121.26	25	1	121.26	100.67			
ab	48.68	10	1	48.68	40.41			
Ab	38.75	8	1	38.75	32.17			
C	14.74	3	1	14.74	12.23			
B	12.62	3	1	12.62	10.48			
A c	10.21	2	1	10.21	8.47			
AbC	8.88	2	1	8.88	7.37			
a C	6.55	1	1	6.55	5.43			
aB	5.80	1	1	5.80	4.82			
R	19.27	4	16	1.20				
T	490.58	100	26					

Prédicteur Mathématique associé à l'analyse de Variance

$$Y = 80.80 + 3.36 * b + -1.50 * A + 2.01 * ab + -1.04 * Ab + -0.52 * C + -0.48 * B + 0.53 * A c + -0.35 * AbC + -0.43 * a C + -0.40 * aB$$

Site et Valeur observée la plus FAIBLE : bC 77.92  
 Site et Valeur observée la plus FORTE : AB 82.50

Sites et Valeurs extérieures à  $\pm 2\sigma$  (  $\sigma = 0.84$  )  
 bC 77.92

Nom du Fichier azzabbaa

Phénomène étudié BRUIT

Facteurs Contrôlés et niveaux des Modalités

A : Vitesse ( 1000.0 3500.0 6000.0 )  
 B : Couple ( 0.0 8.0 12.0 )  
 C : ( 1.0 2.0 3.0 )

Variables bloquées et leurs Valeurs

Rapport de Conduite Niveau BAS  
 Rapport de Recouvrement Niveau MOYEN  
 Désalignement Niveau MOYEN  
 Correction de Denture Niveau BAS

Colonne Etudiée 2

Niveau de confiance du test 0.99

Tableau FINAL d'Analyse de Variance

Source	Σ des Carrés		ddl	Variance	Fexp.	Fα (τ1, τ2)				
	absolu	%				0.99	0.95	0.90		
a	340.43	51	1	340.43	111.53	8.02		4.33		2.96
b	119.25	18	1	119.25	39.07					
ab	67.88	10	1	67.88	22.24					
B	47.25	7	1	47.25	15.48					
a C	28.64	4	1	28.64	9.38					
R	64.10	10	21	3.05						
T	667.54	100	26							

Prédicteur Mathématique associé à l'analyse de Variance

$$Y = 76.87 + 0.89 * a C + 4.35 * a + 2.57 * b + 2.38 * ab - 0.94 * B$$

Site et Valeur observée la plus FAIBLE : b 70.04  
 Site et Valeur observée la plus FORTE : 1 74.24

Sites et Valeurs extérieures à  $\pm 2\sigma$  (  $\sigma = 1.54$  )

b 70.04  
 1 74.24

Nom du Fichier azzabbaa

Phénomène étudié BRUIT

Facteurs Contrôlés et niveaux des Modalités

A : Vitesse ( 1000.0 3500.0 6000.0 )  
 B : Couple ( 0.0 6.0 12.0 )  
 C : ( 1.0 2.0 3.0 )

Variables bloquées et leurs Valeurs

Rapport de Conduite Niveau BAS  
 Rapport de Recouvrement Niveau MOYEN  
 Désalignement Niveau MOYEN  
 Correction de Denture Niveau BAS

Colonne Etudiée 6

Niveau de confiance du test 0.95

Tableau FINAL d'Analyse de Variance

Source	Σ des Carrés		ddl	Variance	Fexp.	Fα (τ1, τ2)		
	absolu	%				0.99	0.95	0.90
b	192.34	45	1	192.34	269.11	8.40   4.45   3.03		
a	57.10	13	1	57.10	79.89			
ab	53.30	12	1	53.30	74.57			
A	48.47	11	1	48.47	67.81			
Ab	27.97	7	1	27.97	39.13			
B	23.58	5	1	23.58	32.98			
aB	6.67	2	1	6.67	9.33			
A c	4.40	1	1	4.40	6.15			
AbC	3.89	1	1	3.89	5.44			
R	12.15	3	17	0.71				
T	429.85	100	26					

Prédicteur Mathématique associé à l'analyse de Variance

$$Y = 83.54 + 3.27 * b + 1.78 * a + 2.11 * ab + -0.95 * A + -0.88 * Ab + -0.66 * B + -0.43 * aB + 0.35 * A c + -0.23 * AbC$$

Site et Valeur observée la plus FAIBLE : a C 77.43  
 Site et Valeur observée la plus FORTE : 1 81.35

Sites et Valeurs extérieures à  $\pm 2\sigma$  (  $\sigma = 0.67$  )

Aucune valeur extérieure à  $\pm 2\sigma$



Nom du Fichier azzabbaa

Phénomène étudié BRUIT

Facteurs Contrôlés et niveaux des Modalités

A : Vitesse ( 1000.0 3500.0 6000.0 )  
 B : Couple ( 0.0 6.0 12.0 )  
 C : ( 1.0 2.0 3.0 )

Variables bloquées et leurs Valeurs

Rapport de Conduite Niveau BAS  
 Rapport de Recouvrement Niveau MOYEN  
 Désalignement Niveau MOYEN  
 Correction de Denture Niveau BAS

Colonne Etudiée 7

Niveau de confiance du test 0.95

Tableau FINAL d'Analyse de Variance

Source	Σ des Carrés		ddl	Variance	Fexp.	Fα (τ1, τ2)				
	absolu	%				0.99	0.95	0.90		
a	280.13	72	1	280.13	397.22	8.02		4.33		2.96
C	38.12	10	1	38.12	54.05					
b	25.59	7	1	25.59	36.28					
a C	24.06	6	1	24.06	34.11					
A	5.01	1	1	5.01	7.11					
R	14.81	4	21	0.71						
T	387.72	100	26							

Prédicteur Mathématique associé à l'analyse de Variance

$$Y = 100.54 + 3.95 * a - 0.30 * A - 0.84 * C + 1.19 * b + 0.82 * a$$

Site et Valeur observée la plus FAIBLE : c 96.51  
 Site et Valeur observée la plus FORTE : bc 100.89

Sites et Valeurs extérieures à  $\pm 2 * \sigma$  (  $\sigma = 0.74$  )  
 c 96.51

1.3	0	1000	78.81	79.14	72.07	71.17	67.62	82.86	98.81
1.3	0	3500	84.49	77.69	77.76	70.45	64.85	86.17	106.68
1.3	0	6000	87.05	80.79	70.54	78.32	60.52	88.50	111.39
1.3	6	1000	96.87	93.89	80.50	83.63	79.20	98.89	106.81
1.3	6	3500	94.74	99.08	93.33	90.58	79.20	101.60	112.01
1.3	6	6000	99.41	94.36	86.77	90.05	74.11	101.13	114.06
1.3	12	1000	100.95	94.78	85.77	85.84	82.06	102.14	109.96
1.3	12	3500	100.85	90.83	101.05	81.36	83.00	104.22	114.25
1.3	12	6000	97.46	95.42	90.45	94.57	78.84	101.17	114.93
2.0	0	1000	78.39	80.93	72.76	72.09	64.95	83.64	99.59
2.0	0	3500	85.52	78.97	71.39	71.39	63.82	86.68	105.87
2.0	0	6000	87.31	82.02	71.12	77.35	61.63	88.85	111.31
2.0	6	1000	91.52	87.08	81.36	82.87	82.91	93.90	103.48
2.0	6	3500	89.56	99.77	88.74	87.12	73.53	100.67	110.50
2.0	6	6000	94.88	89.93	79.90	86.99	70.51	96.69	112.85
2.0	12	1000	94.69	82.33	80.49	84.54	85.25	95.85	104.63
2.0	12	3500	95.60	87.37	87.90	80.17	79.79	96.99	108.08
2.0	12	6000	95.02	95.24	80.00	93.70	71.82	99.53	113.24
3.0	0	1000	75.38	76.44	71.86	67.71	65.73	80.15	98.51
3.0	0	3500	71.03	65.44	62.96	62.09	61.00	73.23	98.65
3.0	0	6000	71.84	71.41	61.58	65.86	54.22	75.40	103.75
3.0	6	1000	87.11	81.49	75.00	75.11	79.58	89.08	102.14
3.0	6	3500	86.16	89.84	75.62	75.16	73.63	91.67	107.10
3.0	6	6000	78.13	78.43	66.48	73.93	53.86	82.15	103.99
3.0	12	1000	99.32	86.66	87.63	85.67	80.88	100.04	108.10
3.0	12	3500	103.80	95.89	87.95	83.14	78.96	104.59	111.07
3.0	12	6000	86.65	87.86	77.83	87.09	54.87	92.17	105.77

type engrenage = 51/52

étude des trois facteurs suivants :

- 1 ->  $\epsilon\alpha$
- 2 -> couple
- 3 -> vitesse

conditions particulières :

- d.v. = 4'
- d.h. = 0'
- entr = 51/52
- corr = non

commentaires particuliers :

Nom du Fichier bzzzabab

Phénomène étudié BRUIT

Facteurs Contrôlés et niveaux des Modalités

A : Vitesse ( 1000.0 3500.0 6000.0 )  
 B : Couple ( 0.0 6.0 12.0 )  
 C : Rapport de Conduite ( 1.3 2.0 3.0 )

Variables bloquées et leurs Valeurs

Rapport de Recouvrement Niveau BAS  
 Désalignement Niveau MOYEN  
 Correction de Denture Niveau BAS  
 Entraxe fonctionnement Niveau MOYEN

Colonne Etudiée 1

Niveau de confiance du test 0.95

Tableau FINAL d'Analyse de Variance

Source	Σ des Carrés		ddl	Variance	Fexp.	Fα (τ1, τ2)			
	absolu	%				0.99	0.95	0.90	
b	1326.47	60	1	1326.47	1824.06	11.26   5.32   3.46			
c	366.39	16	1	366.39	503.84				
a c	87.91	4	1	87.91	120.89				
bC	75.84	3	1	75.84	104.28				
ab	72.28	3	1	72.28	99.39				
a C	51.65	2	1	51.65	71.02				
bc	42.60	2	1	42.60	58.58				
Bc	39.38	2	1	39.38	54.15				
B	33.61	2	1	33.61	46.21				
Abc	29.53	1	1	29.53	40.60				
AB	17.69	1	1	17.69	24.33				
AbC	16.68	1	1	16.68	22.94				
A c	15.92	1	1	15.92	21.89				
Ab	14.84	1	1	14.84	20.40				
C	11.51	1	1	11.51	15.83				
A	9.55	0	1	9.55	13.13				
A C	5.36	0	1	5.36	7.37				
ABc	4.35	0	1	4.35	5.98				
R	5.82	0	8	0.73					
T	2227.36	100	26						

Prédicteur Mathématique associé à l'analyse de Variance

$$Y = 89.35 + 8.58 * b + -4.51 * c + -2.71 * a c + 1.45 * bC + -2.45 * ab + -1.20 * a C + 1.88 * bc + 1.05 * Bc + -0.79 * B + -1.11 * Abc + -0.40 * AB + -0.48 * AbC + -0.67 * A c + -0.64 * Ab + -0.46 * C + -0.42 * A + -0.22 * A C + 0.25 * ABc$$

Site et Valeur observée la plus FAIBLE :AbC 78.13  
 Site et Valeur observée la plus FORTE : bc 91.52

Sites et Valeurs extérieures à  $\pm 2 * \sigma$  (  $\sigma = 0.46$  )

bc 91.52

Nom du Fichier bzzzabab

Phénomène étudié BRUIT

Facteurs Contrôlés et niveaux des Modalités

A : Vitesse ( 1000.0 3500.0 6000.0 )  
 B : Couple ( 0.0 6.0 12.0 )  
 C : Rapport de Conduite ( 1.3 2.0 3.0 )

Variables bloquées et leurs Valeurs

Rapport de Recouvrement Niveau BAS  
 Désalignement Niveau MOYEN  
 Correction de Denture Niveau BAS  
 Entraxe fonctionnement Niveau MOYEN

Colonne Etudiée 2

Niveau de confiance du test 0.95

Tableau FINAL d'Analyse de Variance

Source	Σ des Carrés		ddl	Variance	Fexp.	Fα (τ1, τ2)		
	absolu	%				0.99	0.95	0.90
b	848.03	43	1	848.03	63.74	8.10   4.35   2.97		
c	292.18	15	1	292.18	21.96			
B	260.17	13	1	260.17	19.56			
AB	144.77	7	1	144.77	10.88			
bC	82.48	4	1	82.48	6.20			
Abc	60.87	3	1	60.87	4.57			
R	266.09	14	20	13.30				
T	1954.59	100	26					

Prédicteur Mathématique associé à l'analyse de Variance

$$Y = 86.04 + 6.86 * b - 4.03 * c - 2.19 * B + 1.16 * AB + 1.51 * bC - 1.59 * Abc$$

Site et Valeur observée la plus FAIBLE : Bc 82.33  
 Site et Valeur observée la plus FORTE : aBC 95.89

Sites et Valeurs extérieures à  $\pm 2\sigma$  (  $\sigma = 3.14$  )

Bc 82.33  
 ABC 95.24  
 aBC 95.89

Nom du Fichier bzzzabab

Phénomène étudié BRUIT

Facteurs Contrôlés et niveaux des Modalités

A : Vitesse ( 1000.0 3500.0 6000.0 )  
 B : Couple ( 0.0 6.0 12.0 )  
 C : Rapport de Conduite ( 1.3 2.0 3.0 )

Variables bloquées et leurs Valeurs

Rapport de Recouvrement Niveau BAS  
 Désalignement Niveau MOYEN  
 Correction de Denture Niveau BAS  
 Entraxe fonctionnement Niveau MOYEN

Colonne Etudiée 6

Niveau de confiance du test 0.95

Tableau FINAL d'Analyse de Variance

Source	Σ des Carrés		ddl	Variance	Fexp.	Fα (τ1, τ2)		
	absolu	%				0.99	0.95	0.90
b	1270.42	61	1	1270.42	678.24	9.65   4.84   3.23		
c	339.74	16	1	339.74	181.38			
B	89.14	4	1	89.14	47.59			
bC	74.02	4	1	74.02	39.52			
a c	58.34	3	1	58.34	31.15			
Bc	40.03	2	1	40.03	21.37			
a C	36.00	2	1	36.00	19.22			
A	28.89	1	1	28.89	15.43			
bc	27.06	1	1	27.06	14.45			
Ab	21.68	1	1	21.68	11.58			
Abc	20.00	1	1	20.00	10.68			
C	17.16	1	1	17.16	9.16			
AbC	16.77	1	1	16.77	8.95			
AB	13.81	1	1	13.81	7.37			
ab	10.57	1	1	10.57	5.64			
R	20.60	1	11	1.87				
T	2084.23	100	26					

Prédicteur Mathématique associé à l'analyse de Variance

$$Y = 92.52 + 8.40 * b + -4.34 * c + -1.28 * B + 1.43 * b + -2.21 * a c + 1.05 * Bc + -1.00 * a C + -0.73 * A + 1.5 * bc + -0.78 * Ab + -0.91 * Abc + -0.56 * C + -0.48 * AbC + 0.36 * AB + -0.94 * ab$$

Site et Valeur observée la plus FAIBLE :ab 101.60  
 Site et Valeur observée la plus FORTE :abc 100.67

Sites et Valeurs extérieures à +- 2\*σ ( σ = 0.87 )

ab 101.60

Nom du Fichier bzzzabab

Phénomène étudié BRUIT

Facteurs Contrôlés et niveaux des Modalités

A	:	Vitesse	(	1000.0	3500.0	6000.0	)
B	:	Couple	(	0.0	6.0	12.0	)
C	:	Rapport de Conduite	(	1.3	2.0	3.0	)

Variables bloquées et leurs Valeurs

Rapport de Recouvrement	Niveau	BAS
Désalignement	Niveau	MOYEN
Correction de Denture	Niveau	BAS
Entraxe fonctionnement	Niveau	MOYEN

Colonne Etudiée 7

Niveau de confiance du test 0.99

Tableau FINAL d'Analyse de Variance

Source	Σ des Carrés		ddl	Variance	Fexp.	Fα (τ1, τ2)				
	absolu	%				0.99	0.95	0.90		
a	195.10	29	1	195.10	27.58	7.88		4.28		2.94
b	170.94	26	1	170.94	24.16					
c	137.89	21	1	137.89	19.49					
R	162.70	24	23	7.07						
T	666.63	100	26							

Prédicteur Mathématique associé à l'analyse de Variance

$$Y = 107.32 + 3.29 * a + 3.08 * b + -2.77 * c$$

Site et Valeur observée la plus FAIBLE : ABC 105.77  
 Site et Valeur observée la plus FORTE : A c 111.31

Sites et Valeurs extérieures à  $\pm 2 * \sigma$  (  $\sigma = 2.45$  )

ABC 105.77



Nom du Fichier bzazazab

Phénomène étudié BRUIT

Facteurs Contrôlés et niveaux des Modalités

A : Vitesse ( 1000.0 3500.0 6000.0 )  
 B : Rapport de Conduite ( 1.3 2.0 3.0 )  
 C : Désalignement ( 1.0 2.0 3.0 )

Variables bloquées et leurs Valeurs

Couple Niveau BAS  
 Rapport de Recouvrement Niveau BAS  
 Correction de Denture Niveau BAS  
 Entraxe fonctionnement Niveau MOYEN

Colonne Etudiée 1

Niveau de confiance du test 0.95

Tableau FINAL d'Analyse de Variance

Source	Σ des Carrés		ddl	Variance	Fexp.	Fα (τ1, τ2)		
	absolu	%				0.99	0.95	0.90
bC	430.77	40	1	430.77	453.39	11.26   5.32   3.46		
c	150.05	14	1	150.05	157.93			
C	103.47	10	1	103.47	108.91			
B	77.35	7	1	77.35	81.41			
ab	59.94	6	1	59.94	63.09			
b	44.27	4	1	44.27	46.60			
Bc	42.36	4	1	42.36	44.58			
aBC	23.37	2	1	23.37	24.60			
a c	19.84	2	1	19.84	20.88			
a C	18.82	2	1	18.82	19.81			
AbC	14.26	1	1	14.26	15.01			
A c	12.90	1	1	12.90	13.58			
BC	12.60	1	1	12.60	13.26			
AB	12.50	1	1	12.50	13.15			
a	12.22	1	1	12.22	12.86			
bc	9.59	1	1	9.59	10.10			
aBc	8.62	1	1	8.62	9.07			
Abc	8.54	1	1	8.54	8.99			
R	7.60	1	8	0.95				
T	1069.08	100	26					

Prédicteur Mathématique associé à l'analyse de Variance

$$Y = 82.75 + 3.46 * bC + 2.89 * c + 1.38 * C - 1.20 * B - 2.24 * ab + 1.57 * b - 1.08 * Bc + 0.57 * aBC + 1.29 * a c - 0.72 * a C - 0.44 * AbC + 0.60 * A c + 0.34 * BC + 0.34 * AB + 0.82 * a - 0.89 * bc + 0.60 * aBc + 0.60 * Abc$$

Site et Valeur observée la plus FAIBLE :ABc 71.84  
 Site et Valeur observée la plus FORTE :A c 87.05

Sites et Valeurs extérieures à  $\pm 2*\sigma$  (  $\sigma = 0.53$  )

Aucune valeur extérieure à  $\pm 2*\sigma$

Nom du Fichier bzazazab

Phénomène étudié BRUIT

Facteurs Contrôlés et niveaux des Modalités

A : Vitesse ( 1000.0 3500.0 6000.0 )  
 B : Rapport de Conduite ( 1.3 2.0 3.0 )  
 C : Désalignement ( 1.0 2.0 3.0 )

Variables bloquées et leurs Valeurs

Couple Niveau BAS  
 Rapport de Recouvrement Niveau BAS  
 Correction de Denture Niveau BAS  
 Entraxe fonctionnement Niveau MOYEN

Colonne Etudiée 2

Niveau de confiance du test 0.99

Tableau FINAL d'Analyse de Variance

Source	Σ des Carrés		ddl	Variance	Fexp.	Fα (τ1, τ2)				
	absolu	%				0.99	0.95	0.90		
bc	98.54	23	1	98.54	9.60	7.82		4.26		2.93
A	91.86	21	1	91.86	8.95					
R	246.43	56	24	10.27						
T	436.83	100	26							

Prédicteur Mathématique associé à l'analyse de Variance

$$Y = 76.57 + 1.65 * bc + 1.30 * A$$

Site et Valeur observée la plus FAIBLE : 1 70.19  
 Site et Valeur observée la plus FORTE : abc 78.97

Sites et Valeurs extérieures à  $\pm 2*\sigma$  (  $\sigma = 3.02$  )

Aucune valeur extérieure à  $\pm 2*\sigma$

Nom du Fichier bzazazab

Phénomène étudié BRUIT

Facteurs Contrôlés et niveaux des Modalités

A : Vitesse ( 1000.0 3500.0 6000.0 )  
 B : Rapport de Conduite ( 1.3 2.0 3.0 )  
 C : Désalignement ( 1.0 2.0 3.0 )

Variables bloquées et leurs Valeurs

Couple Niveau BAS  
 Rapport de Recouvrement Niveau BAS  
 Correction de Denture Niveau BAS  
 Entraxe fonctionnement Niveau MOYEN

Colonne Etudiée 6

Niveau de confiance du test 0.95

Tableau FINAL d'Analyse de Variance

Source	Σ des Carrés		ddl	Variance	Fexp.	Fα (τ1, τ2)				
	absolu	%				0.99	0.95	0.90		
bC	273.24	40	1	273.24	65.54	8.29		4.41		3.01
c	110.81	16	1	110.81	26.58					
C	65.25	9	1	65.25	15.65					
Bc	41.95	6	1	41.95	10.06					
ab	40.63	6	1	40.63	9.74					
B	36.23	5	1	36.23	8.69					
BC	24.90	4	1	24.90	5.97					
A c	21.24	3	1	21.24	5.09					
R	75.05	11	18	4.17						
T	689.29	100	26							

Prédicteur Mathématique associé à l'analyse de Variance

$$Y = 85.03 + 2.76 * bC + 2.48 * c + 1.10 * C + -1.08 * Bc + -1.84 * ab + -0.82 * B + 0.48 * BC + 0.77 * A c$$

Site et Valeur observée la plus FAIBLE : a 79.95  
 Site et Valeur observée la plus FORTE : ABC 91.67

Sites et Valeurs extérieures à  $\pm 2\sigma$  (  $\sigma = 1.67$  )

Aucune valeur extérieure à  $\pm 2\sigma$

Nom du Fichier bzazazab

Phénomène étudié BRUIT

Facteurs Contrôlés et niveaux des Modalités

A : Vitesse ( 1000.0 3500.0 6000.0 )  
 B : Rapport de Conduite ( 1.3 2.0 3.0 )  
 C : Désalignement ( 1.0 2.0 3.0 )

Variabiles bloquées et leurs Valeurs

Couple Niveau BAS  
 Rapport de Recouvrement Niveau BAS  
 Correction de Denture Niveau BAS  
 Entraxe fonctionnement Niveau MOYEN

Colonne Etudiée 7

Niveau de confiance du test 0.95

Tableau FINAL d'Analyse de Variance

Source	Σ des Carrés		ddl	Variance	Fexp.	Fα (r1, r2)				
	absolu	%				0.99	0.95	0.90		
a	306.94	53	1	306.94	579.53	9.07	4.67	3.14		
bC	96.86	17	1	96.86	182.88					
c	62.35	11	1	62.35	117.72					
Bc	23.54	4	1	23.54	44.44					
BC	23.27	4	1	23.27	43.93					
bc	16.22	3	1	16.22	30.62					
ab	9.40	2	1	9.40	17.75					
Ab	7.99	1	1	7.99	15.09					
b	6.89	1	1	6.89	13.02					
a C	5.67	1	1	5.67	10.71					
abC	5.42	1	1	5.42	10.22					
A c	3.80	1	1	3.80	7.17					
C	3.71	1	1	3.71	7.01					
R	6.89	1	13	0.53						
T	578.94	100	26							

Prédicteur Mathématique associé à l'analyse de Variance

$$Y = 104.36 + 4.13 * a + 1.64 * bc + 1.86 * c + -0.81 * Bc + 0.46 * BC + -1.16 * bc + -0.89 * ab + 0.47 * Ab + 0.62 * b + -0.40 * a C + 0.48 * abc + 0.32 * A c + 0.26 * C$$

Site et Valeur observée la plus FAIBLE : bc 99.59  
 Site et Valeur observée la plus FORTE : Bc 98.51

Sites et Valeurs extérieures à  $\pm 2 * \sigma$  (  $\sigma = 0.50$  )

bc 99.59

1	1.3	0	75.96	70.19	69.34	66.99	63.35	78.17	96.17
1	1.3	6	87.72	85.93	73.64	83.41	69.06	90.91	100.50
1	1.3	12	91.18	83.22	79.35	83.80	79.90	93.80	102.01
1	2.0	0	80.73	73.94	68.49	69.71	60.71	82.06	96.12
1	2.0	6	86.71	84.41	79.14	77.13	74.19	89.56	99.44
1	2.0	12	88.89	84.65	78.64	79.48	73.21	90.97	100.08
1	3.0	0	89.41	77.40	74.62	73.21	65.27	89.91	104.02
1	3.0	6	99.78	86.79	77.50	78.69	77.68	100.07	107.04
1	3.0	12	99.53	85.94	80.66	82.13	80.66	99.90	107.83
2	1.3	0	78.81	79.14	72.07	71.17	67.62	82.86	98.81
2	1.3	6	96.87	93.89	80.50	83.63	79.20	98.89	106.81
2	1.3	12	100.95	94.78	85.77	85.84	82.06	102.14	109.96
2	2.0	0	78.39	80.93	72.76	72.09	64.95	83.64	99.59
2	2.0	6	91.52	87.08	81.36	82.87	82.91	93.90	103.48
2	2.0	12	94.69	82.33	80.49	84.54	85.25	95.85	104.63
2	3.0	0	75.38	76.44	71.86	67.71	65.73	80.15	98.51
2	3.0	6	87.11	81.49	75.00	75.11	79.58	89.08	102.14
2	3.0	12	99.32	86.66	87.63	85.67	80.88	100.04	108.10
3	1.3	0	77.71	77.11	72.94	78.66	69.03	83.25	100.35
3	1.3	6	89.28	91.01	80.85	82.65	80.91	94.04	103.99
3	1.3	12	93.81	93.56	80.45	87.14	85.10	97.50	105.04
3	2.0	0	92.28	81.57	73.48	80.34	69.15	92.96	103.27
3	2.0	6	90.27	89.86	84.62	86.17	85.24	94.87	104.18
3	2.0	12	92.80	86.97	82.30	85.18	82.00	94.86	104.01
3	3.0	0	89.31	78.33	73.36	74.05	66.68	89.88	104.65
3	3.0	6	95.12	88.21	79.21	86.27	75.67	96.49	104.91
3	3.0	12	96.10	89.06	82.28	89.94	80.69	97.89	107.30

type engrenage = 51/52

étude des trois facteurs suivants :  
 1 -> désalignement  
 2 ->  $\epsilon\alpha$   
 3 -> couple

conditions particulières :  
 vitesse = 1000 t/min  
 entr = 51/52  
 corr = non

commentaires particuliers :  
 condition 1 ==> sans désalignement  
 condition 2 ==> désalignement vertical 4'  
 condition 3 ==> désalignement horizontal 4'

Nom du Fichier bazzazab

Phénomène étudié BRUIT

Facteurs Contrôlés et niveaux des Modalités

A : Couple ( 0.0 6.0 12.0 )  
 B : Rapport de Conduite ( 1.3 2.0 3.0 )  
 C : Désalignement ( 1.0 2.0 3.0 )

Variables bloquées et leurs Valeurs

Vitesse Niveau BAS  
 Rapport de Recouvrement Niveau BAS  
 Correction de Denture Niveau BAS  
 Entraxe fonctionnement Niveau MOYEN

Colonne Etudiée 1

Niveau de confiance du test 0.95

Tableau FINAL d'Analyse de Variance

Source	Σ des Carrés		ddl	Variance	Fexp.	Fα (τ1, τ2)				
	absolu	%				0.99	0.95	0.90		
a	790.56	53	1	790.56	106.62	8.18		4.38		2.99
bC	192.42	13	1	192.42	25.95					
a C	127.88	9	1	127.88	17.25					
b	83.51	6	1	83.51	11.26					
aB	54.64	4	1	54.64	7.37					
A	53.02	4	1	53.02	7.15					
Bc	45.09	3	1	45.09	6.08					
R	140.88	9	19	7.41						
T	1488.00	100	26							

Prédicteur Mathématique associé à l'analyse de Variance

$$Y = 89.62 + 6.63 * a + 2.31 * bC + -1.88 * a C + 2.15 * b + 1.23 * aB + -0.99 * A + -1.12 * Bc$$

Site et Valeur observée la plus FAIBLE : abC 90.27  
 Site et Valeur observée la plus FORTE : A C 93.81

Sites et Valeurs extérieures à  $\pm 2\sigma$  (  $\sigma = 2.28$  )

A C 93.81

Nom du Fichier bazzazab

Phénomène étudié BRUIT

Facteurs Contrôlés et niveaux des Modalités

A	: Couple	(	0.0	6.0	12.0	)
B	: Rapport de Conduite	(	1.3	2.0	3.0	)
C	: Désalignement	(	1.0	2.0	3.0	)

Variables bloquées et leurs Valeurs

Vitesse	Niveau BAS
Rapport de Recouvrement	Niveau BAS
Correction de Denture	Niveau BAS
Entraxe fonctionnement	Niveau MOYEN

Colonne Etudiée 2

Niveau de confiance du test 0.95

Tableau FINAL d'Analyse de Variance

Source	Σ des Carrés		ddl	Variance	Fexp.	Fα (τ1, τ2)		
	absolu	%				0.99	0.95	0.90
a	524.02	52	1	524.02	136.07	8.18   4.38   2.99		
A	150.40	15	1	150.40	39.05			
c	81.11	8	1	81.11	21.06			
bC	59.16	6	1	59.16	15.36			
aB	55.23	5	1	55.23	14.34			
ab	35.47	4	1	35.47	9.21			
ab	30.71	3	1	30.71	7.97			
b								
R	73.17	7	19	3.85				
T	1009.26	100	26					

Prédicteur Mathématique associé à l'analyse de Variance

$$Y = 84.29 + 5.40 * a + -1.67 * A + 2.12 * c + 1.28 * bC + 1.24 * aB + -1.72 * ab + -1.31 * b$$

Site et Valeur observée la plus FAIBLE : b 73.94  
 Site et Valeur observée la plus FORTE : ABc 86.66

Sites et Valeurs extérieures à  $\pm 2*\sigma$  (  $\sigma = 1.65$  )

b 73.94

Nom du Fichier bazzazab

Phénomène étudié BRUIT

Facteurs Contrôlés et niveaux des Modalités

A : Couple ( 0.0 6.0 12.0 )  
 B : Rapport de Conduite ( 1.3 2.0 3.0 )  
 C : Désalignement ( 1.0 2.0 3.0 )

Variables bloquées et leurs Valeurs

Vitesse Niveau BAS  
 Rapport de Recouvrement Niveau BAS  
 Correction de Denture Niveau BAS  
 Entraxe fonctionnement Niveau MOYEN

Colonne Etudiée 6

Niveau de confiance du test 0.95

Tableau FINAL d'Analyse de Variance

Source	Σ des Carrés		ddl	Variance-	Fexp.	Fα (τ1, τ2)		
	absolu	%				0.99	0.95	0.90
a	673.08	58	1	673.08	2078.55	11.26   5.32   3.46		
bC	119.94	10	1	119.94	370.39			
A	66.20	6	1	66.20	204.44			
a C	53.95	5	1	53.95	166.60			
aB	46.72	4	1	46.72	144.27			
c	38.69	3	1	38.69	119.48			
Bc	31.94	3	1	31.94	98.64			
b	26.52	2	1	26.52	81.91			
bc	25.61	2	1	25.61	79.08			
B	14.14	1	1	14.14	43.66			
AbC	10.87	1	1	10.87	33.58			
ab	10.58	1	1	10.58	32.69			
a c	8.96	1	1	8.96	27.67			
Ab	7.52	1	1	7.52	23.21			
abC	7.15	1	1	7.15	22.08			
aBc	4.73	0	1	4.73	14.62			
A c	3.87	0	1	3.87	11.96			
ABC	3.74	0	1	3.74	11.56			
R	2.59	0	8	0.32				
T	1156.82	100	26					

Prédicteur Mathématique associé à l'analyse de Variance

$$Y = 91.99 + 6.12 * a + 1.83 * bC + -1.11 * A + -1.22 * a + 1.14 * aB + 1.47 * c + -0.94 * Bc + 1.21 * b + -1.4 * bc + 0.51 * B + -0.39 * AbC + -0.94 * ab + -0.86 * a c + 0.46 * Ab + -0.55 * abC + 0.44 * aBc + 0.33 * A c + -0.13 * AB$$

Site et Valeur observée la plus FAIBLE : abC 94.87  
 Site et Valeur observée la plus FORTE : a C 94.04

Sites et Valeurs extérieures à  $\pm 2\sigma$  (  $\sigma = 0.31$  )

a C 94.04

Nom du Fichier bazzazab

Phénomène étudié BRUIT

Facteurs Contrôlés et niveaux des Modalités

A : Couple ( 0.0 6.0 12.0 )  
 B : Rapport de Conduite ( 1.3 2.0 3.0 )  
 C : Désalignement ( 1.0 2.0 3.0 )

Variables bloquées et leurs Valeurs

Vitesse Niveau BAS  
 Rapport de Recouvrement Niveau BAS  
 Correction de Denture Niveau BAS  
 Entraxe fonctionnement Niveau MOYEN

Colonne Etudiée 7

Niveau de confiance du test 0.95

Tableau FINAL d'Analyse de Variance

Source	Σ des Carrés		ddl	Variance	Fexp.	Fα (r1, r2)									
	absolu	%				0.99	0.95	0.90							
a	125.19	36	1	125.19	260.81	9.65		4.84		3.23					
bC	47.50	14	1	47.50	98.95										
c	33.32	10	1	33.32	69.42										
B	27.51	8	1	27.51	57.30										
a C	24.78	7	1	24.78	51.63										
b	24.17	7	1	24.17	50.36										
Bc	14.66	4	1	14.66	30.53										
bc	13.50	4	1	13.50	28.13										
aB	9.25	3	1	9.25	19.27										
Ab	4.33	1	1	4.33	9.03										
A	3.91	1	1	3.91	8.14										
A C	3.20	1	1	3.20	6.67										
ab	2.64	1	1	2.64	5.50										
aBC	2.62	1	1	2.62	5.45										
a c	2.55	1	1	2.55	5.31										
R	5.28	2	11	0.48											
T	344.41	100	26												

Prédicteur Mathématique associé à l'analyse de Variance

$$Y = 103.07 + 2.64 * a + 1.15 * bC + 1.36 * c + 0.71 * B + (-0.83 * aC) + 1.16 * b + (-0.64 * Bc) + (-1.06 * bc) + 0.51 * aB + 0.35 * Ab + (-0.27 * A) + (-0.24 * C) + (-0.47 * ab) + (-0.19 * aBC) + (-0.46 * a c)$$

Site et Valeur observée la plus FAIBLE :aBc 102.14  
 Site et Valeur observée la plus FORTE :aB 107.04

Sites et Valeurs extérieures à  $\pm 2*\sigma$  (  $\sigma = 0.44$  )  
 aB 107.04



## **ANNEXE N°3: DOCUMENTATION SUR L'ACQUISITION DES DONNEES**

Cette annexe est la description précise du déroulement d'une acquisition et de la structure de stockage des données sur fichiers. Elle est tirée d'une documentation interne au laboratoire.

### I. Introduction.

Cette documentation se veut en premier lieu de renseigner le lecteur sur les différents choix et options qui nous ont conduits aux réalisations actuelles, ainsi que sur la mise en oeuvre informatique d'un système d'acquisition de données sur micro-ordinateur.

## II. QUELQUES PRECISIONS SUR L'ACQUISITION DE DONNEES.

### II.1. définitions.

*acquisition* : action de rassembler dans un ordre chronologique un ensemble de données codées sous forme de nombres entiers.

*digitalisation* : action de convertir un signal analogique (tension) en une succession de nombres représentatifs de l'amplitude de ce signal au cours du temps. Cette action est conditionnée par deux paramètres physiques liés entre eux qui sont la résolution et la rapidité. D'autre part, cette action conditionne complètement l'ensemble des traitements susceptibles d'être effectués par la suite sur les signaux digitalisés.

*résolution* : c'est l'amplitude en tension minimale qui sépare deux niveaux successifs de l'échantillonneur ou la différence de tension minimale qui pourra être caractérisée par deux nombres successifs après digitalisation.

*rapidité ou vitesse* : c'est le temps séparant deux échantillons successifs. Ce paramètre est généralement exprimé en fréquence et conditionne, par le théorème de SHANNON, les traitements ultérieurs qu'il sera possible d'effectuer.

### II.2. Fonctionnement classique d'une acquisition.

Ce fonctionnement sera expliqué dans le cas d'une seule voie d'acquisition et étendu ensuite au cas de plusieurs voies en acquisition synchrone ou non.

#### a. Cas d'une voie.

Dans le cas d'une voie, un signal d'horloge permet de synchroniser l'acquisition qui se déroule en trois temps pendant la période de ce signal. Dans un premier temps, un circuit se bloque sur l'amplitude de la tension du signal, puis l'opération de conversion s'effectue sur cette tension bloquée. Cette opération de digitalisation va nécessiter un temps d'autant plus important que la résolution sera grande. En dernier lieu, le stockage de la valeur numérique en mémoire est effectué. Il existe plusieurs modes de stockage qui présentent des temps de réalisation différents, dépendant généralement de la masse d'information à stocker. Ces différents mode seront développés plus tard.

Il est donc nécessaire que la période du signal d'acquisition soit au moins supérieure au temps nécessaire pour effectuer ces trois opérations.

#### b. Cas de plusieurs voies.

Pour plusieurs voies d'acquisition, il est nécessaire de replacer dans le temps toutes les opérations d'acquisition pour pouvoir déterminer la vitesse maximale d'acquisition.

Dans le cas d'une acquisition non synchrone sur plusieurs voies, ce temps est généralement égal au nombre de voies que multiplie le temps nécessaire à une acquisition. Par contre, pour réaliser une acquisition synchrone, il est nécessaire de posséder plusieurs circuits d'échantillonnage en parallèle, pilotés par un même signal. Dans ce cas, il faut prendre en compte le temps d'une conversion auquel vient s'ajouter

le temps de stockage que multiplie le nombre de voies (les conversions pouvant être réalisées en parallèle, alors que le stockage se fait généralement en série).

Toutes ces remarques sont bien entendu en relation directe avec l'architecture électronique de la carte et dépendent des options choisies par le constructeur.

### II.3. Les critères d'une acquisition.

Ces critères sont un compromis entre le nombre de voies, la vitesse de digitalisation, le mode de stockage et la résolution choisie.

Mais il ne faut pas oublier que le critère essentiel reste l'utilisation ultérieure des données recueillies.

## III. LE MATERIEL ET LES IMPERATIFS TECHNIQUES.

### III.1. Le matériel.

Il est constitué d'une carte d'acquisition de données fabriquée par la société ANALOG DEVICES implantée sur un micro-ordinateur de type PC. Cette carte permet de digitaliser des signaux électriques analogiques sur 16 voies différentes.

Cette carte peut être configurée de plusieurs façons de manière à adapter l'amplitude des signaux et la résolution choisie. Ainsi, l'utilisateur peut choisir entre deux gammes de mesures (-10/+10 V ou -5/+5 V) et deux sensibilités (8 et 12 bits). D'autre part, cette carte permet de digitaliser quatre voies en simultanément, parmi les seize disponibles, et elle possède une capacité mémoire de 256 Ko.

L'ordinateur hôte est un compatible PC de la société COPAM doté d'un microprocesseur 80386 et d'un bus 32 bits, cadencé à 25 MHz. Il possède par ailleurs deux disques durs de 72 Mo et 40 Mo, un lecteur 1.2 Mo, un lecteur 1.44 Mo ainsi qu'une unité de sauvegarde sur bandes magnétiques. Cette configuration permet la gestion complète de toute l'acquisition et le stockage des données sur différents supports.

Le transfert des données entre la carte et le micro-ordinateur peut se faire de plusieurs façons différentes, soit pendant l'acquisition (intéressant à faible fréquence d'échantillonnage) ou après une acquisition.

### III.2. Les impératifs techniques.

Ces impératifs sont d'abord de pouvoir réaliser une acquisition en mode synchrone sur quatre signaux et pendant une durée maximale. Il faut par ailleurs pouvoir organiser ces signaux de façon à les traiter par la suite sans perdre une information relative à l'essai effectué. Enfin, chaque signal doit être enregistré en ayant subi le moins de traitements possibles de manière à conserver une information aussi originelle que possible.

Le paragraphe suivant va présenter l'organisation générale de l'acquisition, de la sauvegarde et des fichiers de données. On verra ensuite la réalisation technique des différentes phases de cette organisation.

#### IV. L'ORGANISATION DES DONNEES.

##### IV.1. L'organisation des essais.

L'organisation des données est liée à la réalisation des essais sur le banc bruit, elle reflétera donc le protocole d'essais mis en place sur ce banc.

Chaque série d'essais est relative à une configuration du banc et à un engrenage. La configuration du banc est définie par la position relative des deux arbres supportant les engrenages, elle se résume donc par deux paramètres qui sont le désalignement horizontal et le désalignement vertical.

Une série d'essais est constituée de 55 essais comportant la variation de deux paramètres de fonctionnement du banc qui sont la vitesse et le couple. La vitesse présente 11 niveaux compris entre 1000 et 6000 t/min par pas de 500 t/min, alors que le couple varie entre 0 et 12 daN.m par pas de 3 daN.m. Chaque essai sera stocké dans un fichier de données et une série d'essais sera sauvegardé comme la session d'une journée d'essais. Cette structure est dictée par les impératifs de changement de couples d'engrenages ou par les modifications de configuration du banc d'essais.

Chaque fichier (donc chaque essai) est répertorié par un nom particulier qui rassemble les informations principales, nécessaires à son identification. Ce nom se décompose de la façon suivante, chaque lettre ayant un code particulier :

B	1	0	A	C	F	1	5	.	1	2	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

- 1<sup>ere</sup> lettre : détermine le type de l'engrenage
  - A : 36/38 dents
  - B : 51/52 dents
- 2<sup>eme</sup> lettre : valeur approchée de  $\epsilon_a$
- 3<sup>eme</sup> lettre : valeur approchée de  $\epsilon_\beta$
- 4<sup>eme</sup> lettre : correction de denture
  - A : avec
  - S : sans
- 5<sup>eme</sup> lettre : niveau de couple
  - 0 daN.m : A
  - 12 daN.m : E
- 6<sup>eme</sup> lettre : niveau de vitesse
  - 1000 t/min : A
  - 6000 t/min : K
- 7<sup>eme</sup> lettre : jour (dizaine)
- 8<sup>eme</sup> lettre : jour (unité)
- 9<sup>eme</sup> lettre : séparateur entre nom de fichier et extension de fichier
- 10<sup>eme</sup> lettre : mois (dizaine)
- 11<sup>eme</sup> lettre : mois (unité)
- 12<sup>eme</sup> lettre : année dans la décade (unité de l'année).

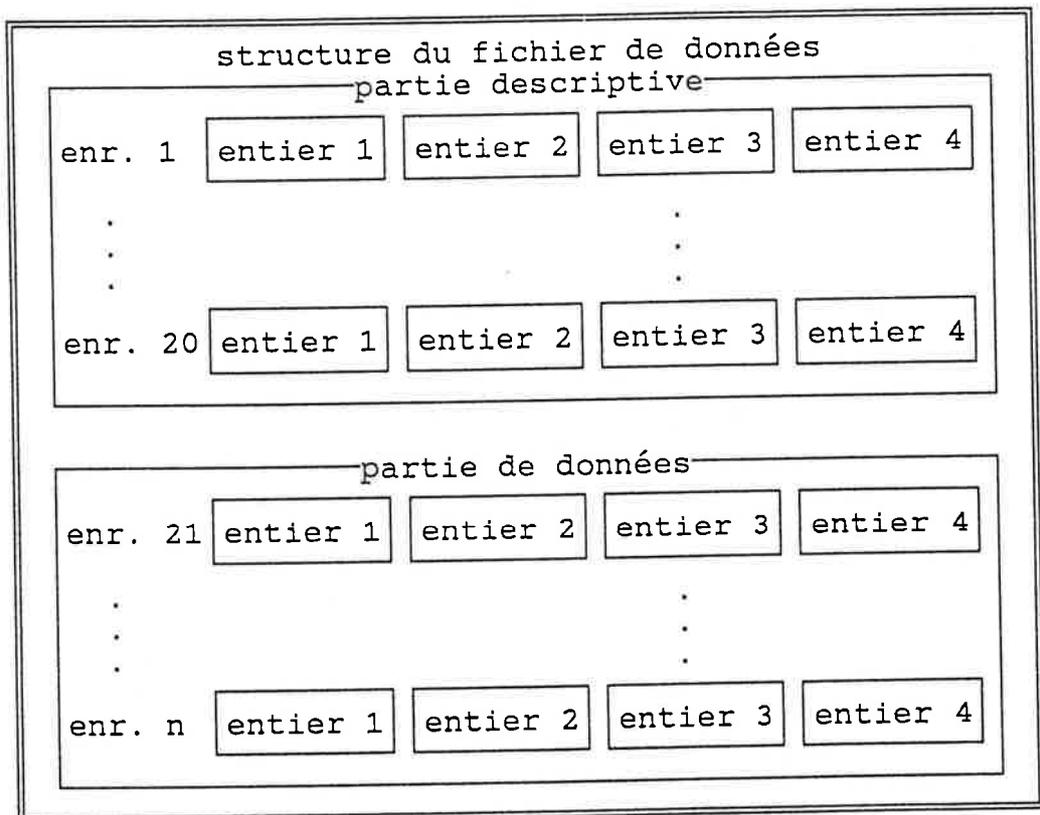
L'exemple présenté ici permet de savoir que l'essai relatif à ce nom de fichier portait sur un couple d'engrenages 51/52 dents ayant un  $\epsilon_a$  de 1,3 et un  $\epsilon_\beta$  de 0 avec corrections de denture, à un couple de 6 daN.m et une vitesse de 3500 t/min. Cet essai a été effectué le 15 décembre 1989.

IV.2. La structure des fichiers de données.

Cette structure est liée à l'ensemble des signaux enregistrés, elle se décompose en enregistrements correspondant à l'acquisition de quatre échantillons sur les quatre signaux. Chaque enregistrement contiendra donc quatre valeurs numériques entières correspondant à un instant donné.

D'autre part, les fichiers de données comportent deux parties distinctes. La première partie est une partie descriptive de l'essai enregistré qui permet de retrouver toutes les valeurs numériques relatives à l'ensemble des paramètres de l'essai. Ces paramètres sont codés sur les vingt premiers enregistrements des fichiers, suivant une logique décrite dans le programme lui-même. On y retrouve par exemple les températures des paliers, la vitesse de rotation des arbres, les caractéristiques des engrenages, etc ...

La deuxième partie du fichier est la zone de données proprement dite regroupant l'ensemble des échantillons dans leur ordre chronologique. Les fichiers de données peuvent donc être représentés par le schéma suivant :



La zone descriptive suit une codification qui est donnée en annexes, de façon à pouvoir coder tous les renseignements relatifs à l'essai sur les 20 premiers enregistrements.

### IV.3. Le déroulement de l'acquisition.

L'acquisition se déroule en trois temps successifs :

- une préparation des paramètres d'acquisition de la carte, une acquisition des valeurs des paramètres de mesures telles que la température des paliers, etc... Cette phase de préparation, si elle n'est pas complètement terminée, ne permet pas le lancement de l'acquisition,
- l'acquisition proprement dite qui permet de stocker l'ensemble des valeurs dans la mémoire de la carte,
- enfin, le transfert de la mémoire de la carte dans une structure de type tableau d'entiers, et finalement le stockage sur le disque dans un fichier, avec les deux parties décrites précédemment.

Le détail des opérations réalisées lors de cette acquisition sera détaillé dans le chapitre suivant.

## V. DETAILS DU DEROULEMENT D'UNE ACQUISITION.

Toute la syntaxe des instructions est donnée en TURBO PASCAL, les listings du programme sont donnés en annexes.

La carte d'acquisition est dirigée par une couche logicielle intégrée dans le code de l'application créée par l'utilisateur. Cette couche logicielle se présente sous la forme d'une bibliothèque de procédures adaptées à la plupart des langages évolués. Une documentation permet de connaître la syntaxe et les actions des diverses procédures. Cette documentation est très complète et suffisamment explicite. (Réf : RTI 850/860 SOFTWARE MANUAL ).

D'autre part, avant toute intervention par programme sur la carte, il est nécessaire de charger en mémoire un programme résident qui réserve une interruption logicielle et charge en mémoire certains paramètres spécifiques à la configuration de la carte. Toute tentative d'utilisation des routines des drivers (pilotes) de la carte débouchera sur une erreur si ce programme n'a pas été chargé. Ce programme s'appelle PASLOADB.EXE et, s'il est lancé, doit avoir dans le même répertoire le fichier de configuration CONFIGB.DAT.

Il existe, comme dans tout langage de programmation, une série d'erreurs à l'exécution, détectées par ces drivers. Ces erreurs peuvent être de deux types :

- soit une transmission de paramètres hors des limites admissibles (fréquence d'échantillonnage trop rapide),
  - soit un problème dans la partie hardware,
- et elles sont répertoriées dans la documentation RTI 850/860 SOFTWARE MANUAL en annexe page B-1.

### V.1. Initialisation.

Cette première action sur la carte doit être préalable à toute autre. Elle permet de faire un reset général de la carte (effacement des vecteurs d'interruption, des flags, etc...) et initialise toutes les variables globales. La syntaxe de cette procédure est la suivante :

```
INITIALIZE(staterr);
```

*staterr* : (entier) code d'erreur renvoyé, s'il est égal à zéro, tout s'est bien passé, sinon se reporter au code.

Cette procédure lit la configuration complète de la carte dans le fichier CONFIGB.DAT qui doit être dans le répertoire local. (Ref : SOFTWARE MANUAL page 4-63)

### V.2. Définition de l'acquisition.

Cette étape détermine le mode d'acquisition dans lequel l'utilisateur veut réaliser son acquisition. Elle permet par ailleurs de spécifier certains paramètres de l'acquisition.

Plusieurs modes sont disponibles et sont relatifs au choix du stockage et du transfert des données vers la mémoire du micro-ordinateur, ainsi qu'au nombre d'échantillons et de voies définissant l'acquisition. On ne verra en détails que les procédures utilisées dans l'application. La syntaxe de la procédure est la suivante :

```
BSCAN860(lchan,board,chanarr(n),range,mult,  
compt,simul,staterr);
```

*lchan* : (entier) détermine le numéro du canal logique pour l'opération BSCAN. La valeur doit être comprise entre 0 et 255.

*board* : (entier) numéro attribué à la carte d'acquisition lors de l'installation et de la configuration. Nécessaire dans le cas où il y aurait plusieurs cartes sur le même ordinateur hôte.

*chanarr(n)* : (tableau d'entiers) permet de définir le nombre de voies (ou de groupes de voies dans le cas d'une acquisition simultanée) et les numéros des voies. Lors d'une acquisition simultanée, les voies sont organisées en groupes de la manière suivante :

groupe	voies
0	0,1,2,3
1	4,5,6,7
2	8,9,10,11
3	12,13,14,15

Dans le mode simultané, l'acquisition se fait donc sur un ou plusieurs groupes de voies et non plus sur une ou plusieurs voies.

*range* : (entier) détermine l'échelle de temps qui va séparer deux acquisitions successives, elle est exprimée en micro-secondes et peut prendre les valeurs 1,10,100,1000 ou 10000.

*mult* : (entier) détermine la valeur de temps dans l'échelle fixée par *range*. Le temps séparant deux conversions successives peut être exprimé en micro-secondes par la valeur numérique *mult\*range*.

*compt* : (réel) spécifie le nombre d'échantillons qui doivent être stockés sur la carte. Ce nombre peut aller de 3 à 26214 échantillons (limite de la capacité mémoire de la carte).

*simul* : (entier) est un commutateur du mode d'acquisition simultané. S'il est égal à 0, le mode d'acquisition est normal, s'il est égal à 1, la carte est programmée en mode d'acquisition simultané.

*staterr* : (entier) indique s'il s'est produit une erreur.

### V.3. Lancement de l'acquisition.

Ce lancement se fait par l'intermédiaire d'une procédure rappelant la procédure de définition dont la syntaxe, dans notre cas, est

la suivante :

```
BSCAN(lchan,adress,staterr);
```

*lchan* : (entier) rappelle la voie logique définie par la routine de définition.

*adress* : (réel) définit l'adresse de départ de la mémoire pour le stockage des échantillons. Attention cette adresse doit être compatible avec le nombre d'échantillons demandé de façon à ne pas dépasser la valeur limite de la mémoire de la carte.

*staterr* : (entier) indique s'il s'est produit une erreur.

#### V.4. Vérification de l'acquisition.

Cette vérification doit se faire de façon à déterminer la fin de l'acquisition et renvoyer l'adresse du début de l'ensemble des échantillons. Cette routine est sous la forme d'une fonction, et la syntaxe de cette commande est la suivante :

```
valeur := BCHECK(lchan,staterr);
```

*valeur* : (réel) valeur de l'adresse du début du stockage.

*lchan* : (entier) spécifie la voie logique attachée à l'acquisition qui vient d'être exécutée.

*staterr* : (entier) renvoie le code de l'erreur éventuellement survenue. Si tout s'est bien passé, la valeur renvoyée dans *staterr* est 117, elle reste à 0 tant que la vérification (et donc l'acquisition) n'est pas terminée.

#### V.5. Lecture et transfert des échantillons.

Cette ultime étape permet de transférer l'ensemble des données en mémoire vive de l'ordinateur, dans une structure de tableau. L'organisation de ce transfert peut présenter des aspects informatiques relativement pointus si la masse d'informations à récupérer est importante. En effet, TURBO PASCAL, ne gère des structures mémoire qui ne peuvent dépasser la taille de 64 Ko directement. Si cette structure dépasse cette limite, il faut impérativement travailler avec une structure de type pointeur. Pour plus de détails, il est conseillé de lire la documentation de TURBO PASCAL, mais de façon simple, on peut dire que l'utilisateur travaille avec un type nouveau (pointeur) qui est un intermédiaire de gestion entre la structure et le programme.

Au niveau de l'organisation de la carte, ce transfert se fait simplement par l'appel d'une procédure spéciale, appel qui peut être simple ou répété. La syntaxe est la suivante :

```
RBUF860(lchan,board,adress,compt,staterr).
```

Cette procédure redéfinit le canal logique pour un transfert de données.

```
RBUF(lchan,chanar(n),staterr).
```

Cette procédure effectue le transfert sur le canal logique d'un certain nombre d'échantillons.

*lchan* : (entier) toujours pareil ...

*board* : (entier) idem ...

*adress* : (réel) spécifie le début du transfert dans la mémoire de la carte, cette valeur peut être différente de l'adresse du commencement de l'acquisition.

*compt* : (réel) spécifie le nombre d'échantillons à transférer.

*staterr* : (entier) toujours là en cas d'erreur !

*chanarr(n)* : (tableau) structure d'accueil en mémoire de l'ordinateur des échantillons transférés.

Pour plus de détails, le lecteur peut se reporter au listings fournis en annexes.

#### V.6. Remarques.

1. Lorsque l'on a travaillé avec la définition de BSCAN860 et que l'on veut effectuer un transfert en une seule fois, il n'est pas nécessaire de lancer la routine RBUF860 pour définir la voie logique *lchan* puisqu'elle est déjà définie. Dans le cas d'un transfert en plusieurs jets, il est nécessaire par contre de redéfinir avant chaque jet la partie de la mémoire que l'on veut transférer, par l'intermédiaire de cette procédure.

2. L'organisation des données dans la mémoire de la carte suit une logique chronologique dans le cas d'une acquisition sur une voie (les échantillons sont stockés les uns à la suite des autres dans l'ordre d'acquisition). Dans le cas d'une acquisition sur plusieurs voies (non simultanée), les échantillons sont stockés suivant une organisation chronologique pour l'ensemble des voies à l'intérieur de laquelle on trouve une organisation par numéro de voies croissant. Par exemple, pour une acquisition sur les voies 0 et 2 en non simultané, on trouvera les échantillons dans l'ordre suivant :

- 1° échantillon voie 0
- 1° échantillon voie 2
- 2° échantillon voie 0
- 2° échantillon voie 2    etc ...

Dans le cas d'une acquisition simultanée, on ne parle plus de voies mais de groupes et l'organisation d'une acquisition sur les groupes 0 et 2 peut être de la forme :

- 1° échantillon voie 0
- 1° échantillon voie 1
- 1° échantillon voie 2
- 1° échantillon voie 3 premier groupe
- 1° échantillon voie 8
- 1° échantillon voie 9
- 1° échantillon voie 10
- 1° échantillon voie 11 deuxième groupe
- 2° échantillon voie 0
- 2° échantillon voie 1
- 2° échantillon voie 2
- 2° échantillon voie 3 premier groupe
- 2° échantillon voie 8
- 2° échantillon voie 9
- 2° échantillon voie 10
- 2° échantillon voie 11 deuxième groupe

etc ...

3. Une particularité du langage de programmation TURBO PASCAL est de transmettre tous les paramètres des procédures par valeur, il est donc nécessaire de faire référence toujours à la structure (attention dans le cas d'un travail avec les pointeurs).

## VI. LES OPERATIONS DE SAUVEGARDE.

Le micro-ordinateur hôte possède une unité spéciale de sauvegarde sur bandes magnétiques ou streamer. Cette sauvegarde permet de stocker une masse importante de données (ici de l'ordre de 80 Mo) et cela avec une fiabilité à toute épreuve. Ce système est piloté par un logiciel spécifique (EZTAPE) qui permet d'effectuer une série d'opérations de sauvegarde ou de restitution des données. Ce logiciel peut être utilisé de façon pratiquement automatique (mise en place de fichiers batch nommés RECUPCAS.BAT ET SAUVCAS.BAT) ou sous sa forme normale.

Dans sa forme normale, ce logiciel présente un menu qui laisse libre choix à l'utilisateur d'effectuer toutes une série d'actions sur la bande (formatage, écriture, lecture, etc ...). Ces actions peuvent être lourdes de conséquences, et il est vivement conseillé de se rapporter au manuel d'utilisation EZTAPE.

Sous sa forme automatique, il faut lancer la sauvegarde en spécifiant un nom de sauvegarde sur la bande. Ce nom doit correspondre à l'engrenage testé. Il est en effet recommandé d'effectuer une sauvegarde sur bande chaque fois qu'un engrenage vient d'être testé. La syntaxe peut se résumer ainsi :

SAUVCAS B30SAA141290 ou RECUPCAS B30SAA141290

où l'on retrouve le principe de codification des noms de fichiers.

Pour plus de détails, le lecteur peut se reporter aux listings fournis en annexes et au manuel d'utilisation de EZTAPE.

## TABLE DES MATIERES

AVANT PROPOS .....	5
INTRODUCTION GENERALE .....	6
CHAPITRE 1 : ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE .....	8
1. Généralités. ....	8
1.1 Définition du bruit d'engrènement .....	8
1.2 Introduction aux engrenages .....	9
2. Approche globale de l'engrènement .....	11
2.1 Cas des engrenages cylindriques droits.....	12
2.2 Cas des engrenages cylindriques hélicoïdaux .....	13
2.3 Conclusion .....	16
3. Modélisation du comportement des engrenages et des systèmes à engrenages .....	16
4. Etudes expérimentales sur le bruit d'engrènement .....	20
4.1 Influence du profil de denture.....	21
4.2 Influence du rapport de recouvrement .....	22
4.3 Influence du rapport de conduite .....	23
4.4 Influence des corrections de denture (géométrie globale) ...	23
4.5 Influence de la qualité de profil (géométrie locale) .....	24
4.6 Influence du désalignement des axes de rotation.....	27
4.7 Influence de la puissance transmise .....	28
5. Conclusion. ....	29
CHAPITRE 2 : LES MOYENS D'ESSAIS .....	32
1. Descriptif du banc d'essais .....	32
1.1 Environnement et fonctionnement.....	32
1.2 Dispositif de mesure et capteurs.....	37
2. Acquisition et stockage des données.....	39

2.1 Rappels sur les conditions et les hypothèses appliquées aux signaux échantillonnés .....	40
2.2 Mise en place d'un système d'acquisition sur micro-ordinateur .....	41
a. Pourquoi un tel système .....	41
b. Les caractéristiques de la carte d'acquisition .....	42
c. Les caractéristiques du micro-ordinateur .....	43
2.3 Protocole d'essais .....	43
2.4 Conclusion .....	44
3. Essais de la répétitivité sur trois engrenages de conception identique ... ..	44
3.1 Cas où le montage n'est pas significatif.....	45
3.2 Cas où le montage devient significatif .....	46
a. Mise en évidence de ce phénomène .....	46
b. Etude spécifique du montage de l'engrènement sur l'arbre .....	47
<b>CHAPITRE 3 : LES TECHNIQUES DE TRAITEMENT DU SIGNAL ET DE TRAITEMENT DES DONNEES .....</b>	<b>50</b>
1. Les techniques classiques de traitement du signal (rappel ).....	50
1.1 Rappels théoriques et conditions d'applications.....	51
1.2 Analyse spectrale et analyse moyennée .....	53
2. Les nouvelles techniques de traitement du signal, les représentations temps-fréquence .....	55
2.1 L'analyse multi-échelles par ondelettes .....	56
2.2 Ondelettes discrètes et transformée en ondelettes rapides (TOR ou FWT) .....	57
a. La transformée en ondelette rapide et son algorithme ..	57
b. Choix de la base d'ondelettes .....	59
c. Mise en oeuvre pratique .....	60
3. Les techniques de traitement des données .....	63
3.1 Les plans d'expérience .....	63
3.2 Analyse de variance .....	65
3.3 Prédicteur mathématique .....	67
3.4 Exemple de traitement sur un cas réel .....	68

<b>CHAPITRE 4 : PRESENTATION DES RESULTATS D'EXPLOTATION .....</b>	<b>71</b>
1. Définition des essais réalisables.....	71
1.1 Description des engrenages .....	71
1.2 Définition des conditions de fonctionnement.....	73
1.3 Descriptif des figures et de la présentation choisie .....	75
2. Présentation de résultats d'essais pour l'étude de l'influence des paramètres.. .....	78
2.1 Première influence, etude du couple et de la vitesse (engrenages droits) .....	78
2.2 Etude de l'influence des corrections de denture (engrenages droits) .....	71
a. Conditions de désalignement vertical et horizontal nulles .....	71
b. Conditions de désalignement horizontal non nulles (4' d'angle) .....	85
b.1 Cas d'une denture non corrigée .....	85
b.2 Cas d'une denture corrigée .....	89
b.3 Conclusion sur l'interêt des corrections de denture pour une configuration désalignée horizontalement... ..	93
c. Conditions de désalignement vertical non nulles (4'd'angle) .....	97
c.1 Cas d'une denture non corrigée .....	98
c.2 Cas d'une denture corrigée .....	102
c.3 Conclusion sur l'interêt des corrections de denture pour une configuration désalignée verticalement ....	106
2.3 Etude de l'influence d'une modification d'entraxe.....	110
a. Cas d'une denture non corrigée .....	110
b. Cas d'une denture corrigée .....	114
2.4 Etude de l'influence du désalignement dans le cas d'une denture hélicoïdale .....	118
a. Etude du désalignement horizontal .....	118
b. Etude du désalignement vertical .....	122
c. Conclusion .....	126
2.5 Influence du module .....	126
3. Conclusion . ... ..	129

<b>CHAPITRE 5 : ANALYSE PAR ONDELETTE</b>	
<b>RESULTATS ET PERSPECTIVES .....</b>	<b>131</b>
1. Description générale d'une analyse par ondelettes .....	131
2. Résultats sur l'influence des différents paramètres .....	132
2.1 Etude du couple .....	132
2.2 Etude du rapport de conduite .....	135
2.3 Etude du rapport de recouvrement .....	137
2.4 Etude de l'entraxe de fonctionnement .....	139
2.5 Etude de corrections de dentures.....	140
2.6 Etude des différents désalignements .....	141
2.7 Conclusion .....	143
3. Apports et perspectives de la transformée en ondelettes rapide	144
3.1 Visualisation de l'effet de l'excentricité.....	144
3.2 Visualisation de l'effet d'un autre type de défaut .....	145
3.3 Etude d'un défaut particulier .....	148
4. Conclusion. ... ..	151
<b>CONCLUSION GENERALE ..</b>	<b>153</b>
<b>BIBLIOGRAPHIE.....</b>	<b>156</b>
<b>ANNEXES.....</b>	<b>165</b>
Annexe 1 : Une transformée en Ondelettes Rapide.....	165
Annexe 2 : Analyse de variance des principaux traitements.....	194
Annexe 3 : Documentation sur l'acquisition des données .....	215
<b>TABLE DES MATIERES ..</b>	<b>225</b>

**FIGURES :**

**CHAPITRE I :**

F.I.1. : Evolution de la raideur au cours de l'engrènement d'une paire de dents .....	11
F.I.2. : Définition de la longueur théorique de la ligne d'action .....	12
F.I.3. : Evolution de la longueur de la ligne d'action .....	13
F.I.4. : Traces des lignes de contact dans le plan d'action.....	14
F.I.5. : Visualisation de l'évolution des lignes de contact .....	14

F.I.6. : Evolution de la longueur de la ligne d'action pour un engrenage hélicoïdal.....	15
F.I.7. : Réduction du bruit d'engrènement avec l'angle d'hélice.....	22
F.I.8. : Réduction du bruit d'engrènement avec les corrections de denture .....	24
F.I.9. : Influence de la qualité du profil. Evolution du bruit d'engrènement avec la vitesse .....	25
F.I.10. : Influence de l'état de surface pour différentes charges et une vitesse de 1500 t/min .....	25
F.I.11. : Influence de l'erreur de pas sur le bruit d'engrènement en fonction de la vitesse .....	26
F.I.12. : Influence du désalignement pour trois charges .....	27
F.I.13. : Influence du couple sur le bruit d'engrènement pour différentes vitesses de rotation .....	28

CHAPITRE II :

F.II.1. : Représentation schématique du banc d'essais .....	33
F.II.2. : Photographie du banc d'essais (caisson isolant enlevé).....	35
F.II.3. : Photographie du détail du montage des engrenages et du boîtier . .....	36
F.II.4. : Schéma des différentes positions de montage testées .....	48

CHAPITRE III :

F.III.1. : Papillon de T.O.R. ....	58
F.III.2. : Mode de représentation de la décomposition en ondelettes	62
F.III.3. : Exemple d'une analyse en ondelettes appliquée au bruit d'engrènement .....	63

CHAPITRE IV :

F.IV.1. : Spectre caractéristique du signal de bruit d'engrènement ..	75
F.IV.2. : Courbes d'analyses caractéristiques issues du traitement statistique.....	76
F.IV.3. : Courbes et points de mesure issus d'un essai (couple) .....	79
F.IV.4. : Courbes et points de mesure issus d'un essai (vitesse).....	80
F.IV.5. : Influence des corrections de denture en fonction du couple	82
F.IV.6. : Influence des corrections de denture en fonction du rapport de conduite.....	83
F.IV.7. : Influence des corrections de denture en fonction de la vitesse .....	84
F.IV.8. : Visualisation du désalignement horizontal.....	85
F.IV.9. : Influence du désalignement horizontal en fonction du couple . .....	86

F.IV.10. : Influence du désalignement horizontal en fonction du rapport de conduite .....	87
F.IV.11. : Profils des dents pour les trois rapports de conduite .....	88
F.IV.12. : Influence du désalignement horizontal en fonction de la vitesse .....	89
F.IV.13. : Influence du désalignement horizontal en fonction du couple. ....	90
F.IV.14. : Simulation de la répartition de charge suivant la largeur de denture (PRINCE).....	91
F.IV.15. : Influence du désalignement horizontal en fonction du rapport de conduite.....	92
F.IV.16. : Influence du désalignement horizontal en fonction de la vitesse .....	93
F.IV.17. : Influence du désalignement horizontal en fonction du couple. ....	94
F.IV.18. : Influence du désalignement horizontal en fonction du rapport de conduite.....	95
F.IV.19. : Influence du désalignement horizontal en fonction de la vitesse .....	96
F.IV.20. : Visualisation du désalignement vertical .....	97
F.IV.21. : Influence du désalignement vertical en fonction du couple. ....	99
F.IV.22. : Influence du désalignement vertical en fonction du rapport de conduite.....	100
F.IV.23. : Influence du désalignement vertical en fonction de la vitesse .....	101
F.IV.24. : Influence du désalignement vertical en fonction du couple. ....	103
F.IV.25. : Influence du désalignement vertical en fonction du rapport de conduite.....	104
F.IV.26. : Influence du désalignement vertical en fonction de la vitesse .....	106
F.IV.27. : Influence des corrections de denture en fonction du couple. ....	107
F.IV.28. : Influence des corrections de denture en fonction du rapport de conduite.....	108
F.IV.29. : Influence des correction de denture en fonction de la vitesse .....	109
F.IV.30. : Influence de l'entraxe de fonctionnement en fonction du couple. ....	111
F.IV.31. : Influence de l'entraxe de fonctionnement en fonction du rapport de conduite.....	112
F.IV.32. : Influence de l'entraxe de fonctionnement en fonction de la vitesse.....	113

F.IV.33. : Influence de l'entraxe de fonctionnement en fonction du couple. ....	115
F.IV.34. : Influence de l'entraxe de fonctionnement en fonction du rapport de conduite.....	116
F.IV.35. : Influence de l'entraxe de fonctionnement en fonction de la vitesse.....	117
F.IV.36. : Influence du désalignement horizontal en fonction du couple. ....	119
F.IV.37. : Orientation de la géométrie sur un engrenage hélicoïdal.	120
F.IV.38. : Influence du désalignement horizontal en fonction du rapport de recouvrement.....	121
F.IV.39. : Influence du désalignement horizontal en fonction de la vitesse .....	122
F.IV.40. : Influence du désalignement vertical en fonction du couple. ....	123
F.IV.41. : Influence du désalignement vertical en fonction du rapport de recouvrement.....	124
F.IV.42. : Influence du désalignement vertical en fonction de la vitesse .....	125
F.IV.43. : Influence du module en fonction du couple.....	127
F.IV.44. : Influence du module en fonction de la vitesse .....	128

#### CHAPITRE V :

F.V.1. : Influence du couple .....	133
F.V.2. : Influence du rapport de conduite .....	136
F.V.3. : Influence du rapport de recouvrement .....	138
F.V.4. : Influence de l'entraxe de fonctionnement.....	139
F.V.5. : Influence des correction de denture (rapport de conduite 1.3) .....	141
F.V.6. : Influence du désalignement.....	142
F.V.7. : Visualisation de l'effet de l'excentricité.....	144
F.V.8. : Visualisation de l'effet d'un autre type de défaut .....	146
F.V.9. : Evolution de la morphologie du signal.....	147
F.V.10. : Morphologie du signal identique à celle de la figure F.V.9 .....	148
F.V.11. : T.O.R du signal acoustique pour un engrenage comportant une entaille sur une dent .....	149
F.V.12. : T.O.R du signal accélérométrique de l'engrenage comportant une entaille sur une dent .....	150
F.V.13. : Signal accélérométrique de l'engrenage comportant une entaille sur une dent.....	151

**TABLEAUX :**

**CHAPITRE II :**

T.II.1. : Influence des divers paramètres dans le cas où le montage n'est pas influent	traxe de fonctionnement .....	46
T.II.2. : Influence des divers paramètres pour deux conditions de désalignement où le montage s'est avéré influent	.....	47
T.II.3. : Niveau sonore (en dB) pour quatre positions de montage	....	48
T.II.4. : Niveau sonore (en dB) pour quatre positions de montage	....	49

**CHAPITRE III :**

T.III.1. : Valeurs des polynômes pour les différents niveaux	.....	68
T.III.2. : Exemple de traitement d'un plan factoriel en $3^n$	.....	69

23 MAR 1992

N° d'inventaire

THESE CORRIGEE  
A LA SUITE DES  
REMARQUES DU JURY

# THESE

*présentée devant*

L'INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUEES DE LYON

*pour obtenir*

LE GRADE DE DOCTEUR

*Spécialité : MECANIQUE*

*par*

Didier REMOND

(Ingénieur I.N.S.A)

---

## CONTRIBUTION A L'ETUDE ET L'ANALYSE EXPERIMENTALE DU BRUIT D'ENGRENEMENT

Développement et application  
de la Transformée en Ondelettes Rapide

---

*Soutenue le 21 Octobre 1991*

*devant la Commission d'Examen :*

*Jury* MM. D. PLAY  
J. FRENE  
M. LALANNE  
P. BONNET  
P. DUROUCHOUX  
M. DUSSAC  
J. FAUCHON  
J.P. GAUTHIER

*Président*  
*Rapporteur*  
*Rapporteur*

*Examineurs*

