



**HAL**  
open science

# Modélisation et commande de microrobots magnétiquement guidés dans le système cardiovasculaire

Laurent Arcese

► **To cite this version:**

Laurent Arcese. Modélisation et commande de microrobots magnétiquement guidés dans le système cardiovasculaire. Autre. Université d'Orléans, 2011. Français. NNT : 2011ORLE2045 . tel-00703241

**HAL Id: tel-00703241**

**<https://theses.hal.science/tel-00703241>**

Submitted on 1 Jun 2012

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



**UNIVERSITÉ D'ORLÉANS**



**ÉCOLE DOCTORALE SCIENCES ET TECHNOLOGIES**

**LABORATOIRE PRISME**

**THÈSE** présentée par :

**Laurent ARCESE**

soutenue le : **22 Novembre 2011**

pour obtenir le grade de : **Docteur en sciences de l'Université d'Orléans**

Discipline : **Automatique et Traitement du Signal**

**Modélisation et commande de microrobots  
magnétiquement guidés dans le système cardiovasculaire**

**THÈSE dirigée par :**

**Antoine FERREIRA**

Professeur, ENSI de Bourges

**RAPPORTEURS :**

**Yann LE GORREC**

Professeur, ENSMM de Besançon

**Alina VODA**

Maître de conférences HDR, Université Grenoble 1

---

**JURY :**

**Sylvain MARTEL**

Professeur, Ecole Polytechnique de Montréal, Président

**Yann LE GORREC**

Professeur, ENSMM de Besançon, Rapporteur

**Alina VODA**

Maître de conférences HDR, Université Grenoble 1, Rapporteur

**Nacim RAMDANI**

Professeur, Université d'Orléans, Examineur

**Antoine FERREIRA**

Professeur, ENSI de Bourges, Directeur de Thèse

**Matthieu FRUCHARD**

Maître de conférences, Université d'Orléans, Co-encadrant



# Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier Monsieur Youssoufi Touré et Madame Christine Rousselle pour m'avoir permis d'effectuer mon doctorat au sein du laboratoire PRISME. Merci également à Monsieur Gérard Poisson de m'avoir accueilli sur le site de l'IUT de Bourges me permettant ainsi de réaliser cette thèse dans d'excellentes conditions.

Je tiens à exprimer toute ma gratitude à Monsieur Sylvain Martel d'avoir accepté la présidence de mon jury de thèse. Je remercie tout spécialement Madame Alina Voda et Monsieur Yann Le Gorrec de m'avoir fait l'honneur de rapporter mon travail de thèse, ainsi qu'à Monsieur Nacim Ramdani pour avoir accepté d'en être l'examineur.

Mes remerciements vont naturellement à Antoine Ferreira, mon directeur de thèse, qui m'a encouragé et soutenu durant ces trois années de thèse. Je remercie tout particulièrement Matthieu Fruchard de m'avoir encadré tout au long de ces années, de son aide et de ces précieux conseils indispensables à la réalisation de ce travail. J'adresse également mes remerciements à l'ensemble des chercheurs du pôle IRAuS qui m'ont aidé à différents moments de ma thèse, ainsi qu'à Laure Spina pour son soutien logistique et administratif notamment lors des grands départs.

Je tiens à remercier Professeur Sylvain Martel, de l'Ecole Polytechnique de Montréal, et Professeur Bradley J. Nelson, de l'Ecole Polytechnique Fédérale de Zurich, de m'avoir accueilli durant plusieurs mois au sein de leur laboratoire, ainsi que leurs équipes respectives pour les nombreux échanges que nous avons pu avoir.

Merci à tous mes amis avec qui j'ai partagé de nombreux moments en ces lieux : Gwen, Nico, Titeuf, Sophie, Antoine, Alex, Nayelli, Emmanuelle, Christophe, Ahmid, Guigui, Géraldine, Francesca, Ana, Rafaël, Luigi et bien d'autres... Merci également à Philippe et Chrystelle, mes amis canadiens, ainsi qu'à leur famille, de m'avoir aussi gentiment accueilli et fait découvrir une partie de leur pays et mets traditionnels.

Enfin, un grand merci à mes parents, à mon grand frère Philippe, à Céline, ainsi qu'à l'ensemble de ma famille pour leur amour et leurs encouragements permanents.

*A mon père...*

# Table des matières

<b>Remerciements</b>	<b>i</b>
<b>Table des matières</b>	<b>iii</b>
<b>Liste des figures</b>	<b>ix</b>
<b>Liste des tableaux</b>	<b>xiii</b>
<b>Nomenclature</b>	<b>xv</b>
<b>Introduction Générale</b>	<b>1</b>
<b>1 Modélisation</b>	<b>13</b>
1.1 Introduction . . . . .	15
1.2 Conventions géométriques . . . . .	15
1.3 Système cardiovasculaire . . . . .	17
1.3.1 Vaisseaux sanguins et vitesse du sang . . . . .	18
1.3.2 Fluide newtonien et non newtonien : viscosité du sang . . . . .	19
1.4 Magnétisme . . . . .	22
1.4.1 Matériaux et Magnétisation . . . . .	22
1.4.2 Systèmes magnétiques . . . . .	24
1.4.2.1 Bobines de Helmholtz . . . . .	24
1.4.2.2 Bobines de Maxwell . . . . .	28
1.4.2.3 Imagerie par Résonance Magnétique . . . . .	29
1.4.2.4 Octomag - Minimag . . . . .	32
1.4.3 Forces et couples magnétiques . . . . .	34
1.5 Systèmes imageurs . . . . .	37

1.6	Hydrodynamique . . . . .	38
1.6.1	Navier-Stokes . . . . .	39
1.6.2	Equation de conservation . . . . .	40
1.6.3	Force de traînée . . . . .	42
1.6.3.1	Force de traînée en milieu infini . . . . .	42
1.6.3.2	Force de traînée en milieu fini . . . . .	44
1.6.3.3	Caractère pulsatile . . . . .	49
1.7	Bifurcations . . . . .	50
1.7.1	Bifurcations mineures . . . . .	51
1.7.1.1	Résultats de CFD . . . . .	52
1.7.1.2	Moyenne - Approximation d'ordre 0 . . . . .	52
1.7.1.3	Approximation d'ordre 1 . . . . .	53
1.7.2	Bifurcations majeures . . . . .	54
1.7.2.1	Conventions géométriques . . . . .	54
1.7.2.2	Résultats de CFD . . . . .	55
1.7.2.3	Profil de vitesse à $\psi$ donné . . . . .	57
1.7.2.4	Interpolation . . . . .	60
1.8	Forces surfaciques . . . . .	61
1.8.1	Force électrostatique . . . . .	61
1.8.2	Force de van der Waals . . . . .	62
1.8.3	Force stérique . . . . .	63
1.9	Forces de contact . . . . .	64
1.9.1	Modèle de Voigt . . . . .	65
1.9.2	Modèle de Hertz . . . . .	67
1.10	Poids apparent . . . . .	68
1.11	Conclusion . . . . .	69
<b>2</b>	<b>Exploitation du modèle</b> . . . . .	<b>71</b>
2.1	Introduction . . . . .	72
2.2	Designs de microrobots et optimisation . . . . .	72
2.2.1	Des robots atypiques . . . . .	73
2.2.1.1	Thérapie ciblée . . . . .	73
2.2.1.2	Thermothérapie . . . . .	74
2.2.1.3	Embolisation physique . . . . .	74
2.2.1.4	Capteurs embarqués . . . . .	74
2.2.2	Bead pulling . . . . .	74

---

---

2.2.3	Flagelle élastique . . . . .	76
2.2.4	Flagelle hélicoïdale . . . . .	80
2.2.5	Autres designs . . . . .	82
2.3	Optimisation pour la navigation . . . . .	84
2.3.1	$\vec{F}_m$ vs $\vec{F}_d + \vec{W}_a$ - Optimisation unidimensionnelle du ratio $C_{mt}(\lambda)$ . . . . .	85
2.3.2	$\vec{F}_m$ vs $\vec{F}_{tot}$ - Optimisation bidimensionnelle du ratio $C_{mt}(\lambda, \Delta)$ . . . . .	87
2.4	Trajectoire de référence . . . . .	95
2.4.1	Extraction de chemin . . . . .	95
2.4.2	Commandabilité et trajectoire . . . . .	96
2.4.3	Construction de la trajectoire . . . . .	97
2.5	Conclusion . . . . .	100
<b>3</b>	<b>Commandes et observateurs</b> . . . . .	<b>101</b>
3.1	Introduction . . . . .	103
3.2	Rappels et définitions d'automatique . . . . .	103
3.2.1	Représentations d'état . . . . .	104
3.2.2	Stabilité des systèmes linéaires et non-linéaires . . . . .	107
3.2.3	Fonctions de Lyapunov assignables . . . . .	109
3.3	Commande . . . . .	109
3.3.1	Commandabilité . . . . .	109
3.3.1.1	Commandabilité des systèmes linéaires . . . . .	109
3.3.1.2	Commandabilité des systèmes non-linéaires . . . . .	110
3.3.2	Commande non-linéaire . . . . .	111
3.3.3	Commande par backstepping . . . . .	113
3.3.4	Commande par backstepping adaptatif . . . . .	113
3.4	Observation et estimateur . . . . .	114
3.4.1	Observabilité des systèmes linéaires . . . . .	115
3.4.2	Observabilité des systèmes non-linéaires . . . . .	115
3.4.3	Observateur de systèmes linéaires . . . . .	116
3.4.3.1	Observateur de Luenberger . . . . .	116
3.4.3.2	Observateur de Kalman . . . . .	116
3.4.4	Observateur des systèmes non-linéaires . . . . .	117
3.4.4.1	Observateur de Kalman étendu . . . . .	117
3.4.4.2	Observateur de systèmes affines en la commande . . . . .	118
3.4.4.3	Observateur de Kazantzis-Kravaris . . . . .	119
3.5	Application au système . . . . .	121

---



3.5.1	Représentation d'état . . . . .	121
3.5.2	Commandes . . . . .	124
3.5.2.1	Backstepping . . . . .	125
3.5.2.2	Backstepping adaptatif . . . . .	128
3.5.3	Observabilité . . . . .	130
3.5.4	Estimateur grand gain . . . . .	131
3.5.5	Pistes pour un estimateur de Kazantzis Kravaris . . . . .	132
3.6	Conclusion . . . . .	135
<b>4</b>	<b>Résultats de simulation</b>	<b>137</b>
4.1	Introduction . . . . .	138
4.2	Contexte et cadre des simulations . . . . .	138
4.3	Etude de sensibilité . . . . .	140
4.4	Force motrice et suivi de trajectoire . . . . .	143
4.5	Robustesse aux bruits de mesure . . . . .	145
4.6	Robustesse aux erreurs paramétriques . . . . .	148
4.6.1	Commande par backstepping . . . . .	148
4.6.1.1	Erreur sur la viscosité dynamique $\eta$ . . . . .	148
4.6.1.2	Erreur sur l'estimation de la vitesse du sang $v_f$ et la force électrostatique . . . . .	151
4.6.1.3	Erreur sur l'estimation de la force électrostatique . . . . .	153
4.6.1.4	Erreur sur la magnétisation $M$ du microrobot . . . . .	157
4.6.2	Commande par backstepping adaptatif . . . . .	160
4.6.2.1	Erreur sur l'estimation de la force électrostatique . . . . .	160
4.6.2.2	Erreur sur la magnétisation $M$ du microrobot . . . . .	163
4.7	Conclusion . . . . .	164
	<b>Conclusion Générale</b>	<b>167</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>171</b>
<b>A</b>	<b>Rappels de mathématiques et notations</b>	<b>189</b>
A.1	Analyse et éléments de topologie . . . . .	189
A.2	Géométrie différentielle . . . . .	190
A.3	Algèbre linéaire . . . . .	191
A.4	Analyse vectorielle et opérateurs différentiels . . . . .	191

<b>B Profil de vitesse</b>	<b>193</b>
B.1 Profil de vitesse dans une bifurcation majeure . . . . .	193
<b>C Calculs des forces</b>	<b>197</b>
C.1 Force de traînée . . . . .	197
C.2 Force surfacique . . . . .	199



# Liste des figures

1.1	Forces s'exerçant sur le microrobot. . . . .	16
1.2	Projection des forces. . . . .	16
1.3	Définition des points $M_0$ , $M$ et $N$ sans contact (a) et avec contact (b). . . . .	17
1.4	Réseau de vaisseaux sanguins : angiographie de la bifurcation iliaque. . . . .	18
1.5	Constituants du sang et réseaux sanguins. . . . .	19
1.6	Evolution de la viscosité du sang. . . . .	21
1.7	Courbes d'aimantation de différents types de matériau. . . . .	23
1.8	Spire circulaire : loi de Biot et Savart. . . . .	25
1.9	Bobines de Helmholtz - Maxwell. . . . .	26
1.10	Champ magnétique axial induit par des bobines de Helmholtz. . . . .	27
1.11	Gradient de champ magnétique axial induit par des bobines de Maxwell. . . . .	28
1.12	IRM Siemens - Aimant principal. . . . .	31
1.13	Bobines de gradients de champ magnétique d'un IRM . . . . .	32
1.14	Gradients de champ magnétique produits par les bobines de Maxwell. . . . .	33
1.15	Gradients de champ magnétique produits par les bobines de Golay. . . . .	33
1.16	Octomag . . . . .	35
1.17	Conservation du débit dans des sections différentes. . . . .	40
1.18	Conservation du débit en présence de bifurcations. . . . .	41
1.19	Force de traînée sur un corps naviguant à contre courant. . . . .	42
1.20	Evolution des coefficients de traînée en fonction du nombre de Reynolds. . . . .	44
1.21	Evolution des paramètres $\alpha_0$ , $\lambda_0$ et $\beta$ en fonction du nombre de Reynolds. . . . .	45
1.22	Force de traînée dans différents vaisseaux sanguins. . . . .	46
1.23	Profil de vitesse dans un vaisseau sanguin dans les cas newtonien ( $\alpha = 0$ ) et non newtonien ( $\alpha \neq 0$ ). . . . .	48
1.24	Profil de vitesse pulsatile dans une artère. . . . .	50

1.25	Champ de vitesse dans un vaisseau en présence de bifurcations mineures. . . . .	52
1.26	Profil de vitesse dans une bifurcation mineure. . . . .	53
1.27	Bifurcation majeure. . . . .	55
1.28	Champ de vitesse dans une bifurcation majeure. . . . .	56
1.29	Six conditions pour le calcul des coefficients de l'équation (1.55). . . . .	58
1.30	Profils de vitesse dans une bifurcation majeure : comparaison de l'approximation rationnelle avec les résultats de CFD. . . . .	59
1.31	Profil de vitesse dans une bifurcation majeure pour $0 \leq \psi \leq 5$ . . . . .	60
1.32	Résultante des forces d'interactions. . . . .	61
1.33	Force électrostatique et de van der Waals dans différents vaisseaux sanguins. . . . .	63
1.34	Microrobot fonctionnalisé. . . . .	64
1.35	Force stérique dans une artère. . . . .	65
1.36	Force de contact : modèle de Voigt. . . . .	65
1.37	Force de contact : Modèle de Hertz. . . . .	67
2.1	Microrobot de type " <i>bead pulling</i> ", propulsé par la force magnétique induite par des gradients $\nabla \vec{B}$ . . . . .	75
2.2	Force motrice pour un microrobot de type " <i>bead pulling</i> ". . . . .	76
2.3	Mouvement d'un spermatozoïde. . . . .	77
2.4	Microrobot avec une flagelle élastique. . . . .	78
2.5	Force motrice pour un microrobot muni d'une flagelle élastique. . . . .	79
2.6	Flagelles d'une bactérie Escherichia Coli (E. Coli). . . . .	81
2.7	Microrobot avec une flagelle hélicoïdale. . . . .	81
2.8	Force motrice pour un microrobot muni d'une hélice. . . . .	82
2.9	Microrobots à flagelle actionnée grâce à des particules magnétiques. . . . .	83
2.10	Bactérie magnétotactique MC-1 et ses magnétosomes. . . . .	83
2.11	Accessibilité et commandabilité du microrobot. . . . .	84
2.12	Force motrice $\vec{F}_m$ vs force de traînée et poids apparent $\vec{F}_d + \vec{W}_a$ . . . . .	85
2.13	Evolution du ratio $C_{mt}$ en fonction de $\lambda$ . . . . .	86
2.14	Evolution du ratio $C_{mt}$ dans une artère en fonction de $\lambda$ et $\Delta$ . . . . .	90
2.15	Evolution du ratio $C_{mt}$ dans une petite artère en fonction de $\lambda$ et $\Delta$ . . . . .	91
2.16	Evolution du ratio $C_{mt}$ dans une artériole en fonction de $\lambda$ et $\Delta$ . . . . .	93
2.17	Evolution du ratio $C_{mt}$ dans un capillaire en fonction de $\lambda$ et $\Delta$ . . . . .	94
2.18	Commande $\vec{F}_m$ sans trajectoire optimale. . . . .	96
2.19	Commande $\vec{F}_m$ avec trajectoire optimale. . . . .	97
2.20	Trajectoires de référence. . . . .	98

---

---

2.21	Définition des points d'interpolations. . . . .	99
3.1	Vue d'ensemble du système en boucle fermée. . . . .	114
4.1	Erreur sur l'estimation des forces surfaciques et de traînée en présence d'erreurs paramétriques. . . . .	141
4.2	Erreur sur l'estimation des forces magnétique et de contact en présence d'erreurs paramétriques. . . . .	142
4.3	Suivi sans trajectoire de référence optimisée. . . . .	143
4.4	Suivi avec trajectoire de référence optimisée. . . . .	144
4.5	Commandes sans et avec trajectoire de référence optimisée. . . . .	144
4.6	Suivi de trajectoire en présence de bruits de mesure. . . . .	145
4.7	Position estimée en présence de bruits de mesure. . . . .	146
4.8	Vitesses estimées en présence de bruits de mesure. . . . .	146
4.9	Commande en présence de bruits de mesure. . . . .	147
4.10	Suivi de trajectoire : paramètre incertain $\eta$ . . . . .	149
4.11	Position estimée : paramètre incertain $\eta$ . . . . .	149
4.12	Vitesses estimées : paramètre incertain $\eta$ . . . . .	150
4.13	Commande : paramètre incertain $\eta$ . . . . .	150
4.14	Suivi de trajectoire : incertitudes sur $v_f$ et $\vec{F}_e$ . . . . .	151
4.15	Position estimée : incertitudes sur $v_f$ et $\vec{F}_e$ . . . . .	151
4.16	Vitesses estimées : incertitudes sur $v_f$ et $\vec{F}_e$ . . . . .	152
4.17	Commande : incertitudes sur $v_f$ et $\vec{F}_e$ . . . . .	152
4.18	Suivi de trajectoire : paramètre incertain $q^2/\varepsilon$ (Petite artère). . . . .	153
4.19	Position estimée : paramètre incertain $q^2/\varepsilon$ (Petite artère). . . . .	154
4.20	Vitesses estimées : paramètre incertain $q^2/\varepsilon$ (Petite artère). . . . .	154
4.21	Commande : paramètre incertain $q^2/\varepsilon$ (Petite artère). . . . .	155
4.22	Suivi de trajectoire : paramètre incertain $q^2/\varepsilon$ (Artériole). . . . .	155
4.23	Position estimée : paramètre incertain $q^2/\varepsilon$ (Artériole). . . . .	156
4.24	Vitesses estimées : paramètre incertain $q^2/\varepsilon$ (Artériole). . . . .	156
4.25	Commande : paramètre incertain $q^2/\varepsilon$ (Artériole). . . . .	157
4.26	Suivi de trajectoire : paramètre incertain $M$ . . . . .	158
4.27	Position estimée : paramètre incertain $M$ . . . . .	158
4.28	Vitesses estimées : paramètre incertain $M$ . . . . .	159
4.29	Commande : paramètre incertain $M$ . . . . .	159
4.30	Suivi de trajectoire : paramètre incertain $q^2/\varepsilon$ . . . . .	160
4.31	Position estimée : paramètre incertain $q^2/\varepsilon$ . . . . .	161

---

4.32 Vitesses estimées : paramètre incertain $q^2/\varepsilon$ .	161
4.33 Commande et paramètre $q^2/\varepsilon$ estimé.	162
4.34 Suivi de trajectoire : paramètre incertain $M$ .	162
4.35 Position estimée : paramètre incertain $M$ .	163
4.36 Vitesses estimées : paramètre incertain $M$ .	164
4.37 Commande et paramètre $M$ estimé.	164
B.1 Profil de vitesse dans une bifurcation majeure pour $0 \leq \psi \leq 10$ .	194
B.2 Profil de vitesse dans une bifurcation majeure pour $10 \leq \psi \leq 20$ .	195
B.3 Profil de vitesse dans une bifurcation majeure pour $20 \leq \psi \leq 30$ .	195
B.4 Profil de vitesse dans une bifurcation majeure pour $30 \leq \psi \leq 40$ .	196
B.5 Profil de vitesse dans une bifurcation majeure pour $40 \leq \psi \leq 45$ .	196

# Liste des tableaux

1.1	Caractéristiques des vaisseaux sanguins humains : de l'aorte aux veines caves. . . . .	20
1.2	Propriétés de quelques matériaux ferromagnétiques. . . . .	24
1.3	Résolution spatiale et temps d'acquisition à partir d'un imageur d'IRM. . . . .	37
1.4	Résolution spatiale de systèmes imageurs. . . . .	38
1.5	Paramètres utilisés pour l'estimation de la vitesse du sang dans une artère. . . . .	49
2.1	Incertitudes sur quelques paramètres physiologiques. . . . .	88
4.1	Données de simulations. . . . .	139





# Nomenclature

Notation	Dénomination	Unité
$\alpha_0, \lambda_0$	Paramètres fonctions du nombre de Reynolds	
$\beta$	Rapport sans dimension lié aux effets de bords	
$\vec{\Gamma}_m$	Couple magnétique	$N.m$
$\delta$	Distance entre la surface du microrobot et les parois du vaisseau sanguin (en l'absence de contact) ou déformation élastique de la paroi du vaisseau sanguin (en présence de contact)	$m$
$\delta_0$	Déformation résiduelle permanente des parois des vaisseaux sanguins	$m$
$\delta_m$	Déformation maximale des parois des vaisseaux sanguins	$m$
$\Delta$	Distance entre le centre de gravité du microrobot et l'axe du vaisseau sanguin	$m$
$\varepsilon$	Permittivité relative du sang	
$\varepsilon_0$	Permittivité du vide ( $8,854.10^{-12} F.m^{-1}$ )	$F.m^{-1}$
$\zeta$	Déplacement tangentiel	$m$
$\zeta_{\perp}$	Coefficient de traînée visqueux normal	$Pa.s$
$\zeta_{\parallel}$	Coefficient de traînée visqueux parallèle	$Pa.s$
$\eta$	Viscosité du sang	$Pa.s$
$\eta_{0.45}$	Viscosité apparente relative du sang pour un taux d'hématocrite de 0,45	$Pa.s$
$\eta_{pl}$	Viscosité du plasma	$Pa.s$
$\theta$	Paramètres du modèle inconnus	
$\theta_h$	Angle d'attaque entre le microrobot et l'hélice	
$\kappa$	Rayon de la flagelle élastique	$m$
$\lambda$	Ratio des diamètres du microrobot et du vaisseau sanguin	
$\mu_0$	Perméabilité du vide ( $4\pi.10^{-7} H.m^{-1}$ )	$H.m^{-1}$
$\rho$	Masse volumique du microrobot	$kg.m^{-3}$
$\rho_f$	Masse volumique du sang	$kg.m^{-3}$
$\rho_m$	Masse volumique de la partie ferromagnétique du microrobot	$kg.m^{-3}$
$\rho_c$	Masse volumique du polymère du microrobot	$kg.m^{-3}$
$\sigma_m$	Coefficient de Poisson des parois des vaisseaux sanguins	

NOMENCLATURE

Notation	Dénomination	Unité
$\sigma_r$	Coefficient de Poisson du microrobot	
$\tau$	Densité surfacique du polymère greffé	$m^{-2}$
$\tau_m$	Ratio de matériel ferromagnétique constituant le microrobot	
$\psi$	Angle entre le repère fixe $\mathcal{F}(0, \vec{i}, \vec{k})$ et le repère local $\mathcal{F}(M_0, \vec{i}_m, \vec{k}_m)$	
$A$	Surface du microrobot	$m^2$
$A_h$	Constante d'Hamaker	$J$
$B_0$	Amplitude du champ magnétique statique	$T$
$\vec{\nabla} \vec{B}$	Gradients de champ magnétique	$T.m^{-1}$
$b_n$	Coefficient d'amortissement normal	
$b_t$	Coefficient d'amortissement tangentiel	
$c$	Coefficient de viscosité dépendant du taux d'hématocrite	
$C_d$	Coefficient de traînée	
$d$	Diamètre des vaisseaux sanguins	$\mu m$
$D$	Diamètre des vaisseaux sanguins	$m$
$E_\kappa$	Module de Young du filament	$Pa$
$E_c$	Module de Young du microrobot	$Pa$
$E_w$	Module de Young de la paroi des vaisseaux sanguins	$Pa$
$\vec{F}_c$	Force de contact	$N$
$\vec{F}_d$	Force de traînée	$N$
$\vec{F}_e$	Force électrostatique	$N$
$\vec{F}_m$	Force motrice ou magnétique	$N$
$\vec{F}_s$	Force stérique	$N$
$\vec{F}_{vdw}$	Force de van der Waals	$N$
$G_p$	Module de cisaillement	$Pa$
$H$	Fonction d'Heaviside	
$\vec{H}$	Excitation magnétique	$A.m^{-1}$
$h_d$	Hématocrite	
$h_n$	Distance de séparation normalisée entre le microrobot et la paroi	
$J$	Moment d'inertie du microrobot	$kg.m^2$
$k_\kappa$	Coefficient de raideur de la flagelle	
$k_b$	Constante de Boltzmann ( $1,3806504.10^{-23} J.K^{-1}$ )	$J.K^{-1}$
$K_n$	Coefficient de raideur normal	
$K_{nu}$	Nombre de Knudsen	
$K_t$	Coefficient de raideur tangentiel	$N.m^{-1}$
$L$	Longueur de la flagelle élastique	$m$
$L_0$	Longueur au repos des polymères greffés	$m$
$m$	Masse du microrobot	$kg$
$\vec{M}$	Magnétisation	$A.m^{-1}$
$\vec{n}$	Vecteur unitaire normal	

Notation	Dénomination	Unité
$n_h$	Nombre de tours de l'hélice	
$P$	Pression artérielle	$Pa$
$q$	Charge du microrobot	$C$
$r$	Rayon du microrobot	$m$
$R$	Rayon des vaisseaux sanguins	$m$
$Re$	Nombre de Reynolds	
$R_g$	Rayon de giration	$m$
$S_p$	Nombre de sperme	
$T$	Température	$K$
$\vec{t}$	Vecteur unitaire tangentiel	
$\vec{v}$	Vitesse du microrobot	$m.s^{-1}$
$V$	Volume du microrobot	$m^3$
$\vec{v}_f$	Vitesse du fluide	$m.s^{-1}$
$\vec{V}_{vdw}$	Potentiel de van der Waals	$J$
$w$	Vitesse angulaire du champ magnétique	$rad.s^{-1}$
$\vec{W}_a$	Poids apparent	$N$



# Introduction Générale

## 1°) Contexte et positionnement du problème

La chirurgie minimalement invasive est aujourd'hui une thématique de recherche particulièrement active. Un traitement thérapeutique ciblé, améliorant la qualité de vie du patient pendant et après les phases de traitement, et la possibilité d'établir un diagnostic précis grâce à l'utilisation de systèmes miniaturisés, peuvent considérablement améliorer de nombreuses pratiques médicales. De récentes avancées technologiques autorisent l'accès à de nombreuses zones du corps humain sans intervention chirurgicale lourde.

C'est dans ce contexte que ce travail de thèse et ce manuscrit, résultat de ces recherches, s'inscrivent. L'objectif de cette thèse<sup>1</sup> est de proposer un socle théorique solide concernant *i*) la modélisation d'un microrobot magnétique thérapeutique naviguant dans le système cardiovasculaire, *ii*) l'élaboration de lois de commande et d'observateurs assurant un bon suivi de trajectoire depuis la zone d'injection jusqu'à une zone cible.

L'idée d'utiliser des systèmes miniaturisés n'est pas récente puisque des travaux datant des années 60 mentionnent déjà ce type d'application. [Alksne \[1968\]](#) utilisait par exemple un cathéter pour naviguer dans un corps humain par voie intravasculaire en le contrôlant magnétiquement à l'aide de champs magnétiques extérieurs. Ces derniers peuvent également être employés pour transmettre la puissance requise au déplacement d'un microsysteme à travers le système cardiovasculaire. Des champs magnétiques ou des gradients de champ magnétique induisent sur tout corps magnétique une force motrice ou un couple moteur pouvant être exploités pour guider un microsysteme, que l'on appelle par la suite « microrobot ». La faisabilité du concept a été étudiée dans le cas de particules magnétiques ([Gillies \*et al.\* \[1994\]](#), [Honda \*et al.\* \[1996\]](#)), et dans le cas de particules superparamagnétiques ([Quate \*et al.\* \[1991\]](#), et [Takeda \*et al.\* \[2006\]](#)). La manipula-

---

1. Thèse effectuée dans le cadre du projet européen NANOMA (European Union's 7th Framework Program and its research area ICT-2007.3.6 Micro/nanosystems under the project NANOMA (Nano-Actuators and Nano-Sensors for Medical Applications))

tion magnétique de micro et nanoparticules ferromagnétiques a alors reçu une attention toute particulière. Ces microsystèmes sont en effet pourvus d'une grande mobilité et sont capables de se déplacer au sein d'un environnement fluide. De récents travaux portant sur le développement de microsystèmes électromécaniques (ou en anglais MEMS pour *Microelectromechanical systems*) permettent de fabriquer des *micro-vecteurs* biomédicaux autonomes pouvant être injectés par voie intraveineuse. Ces microsystèmes sont aussi utilisés lors d'interventions médicales lorsque les zones à traiter sont accessibles à l'échelle millimétrique comme le tube digestif par exemple (Carpi et Pappone [2009]).

La complexité du système cardiovasculaire, possédant un nombre incalculable de bifurcations, requiert impérativement un contrôle du microrobot. Sans contrôle, celui-ci se retrouverait rapidement entraîné par le flux sanguin et serait alors perdu. Une connaissance de l'environnement dans lequel il navigue devient alors indispensable. L'ensemble des forces s'exerçant sur le microrobot peut être déduite d'une synthèse de phénomènes physiques propres à l'application. Cette étude et analyse aboutissent à une modélisation non-linéaire (Abbott *et al.* [2007a], Li *et al.* [2009], Pawashe *et al.* [2009]). Néanmoins, le formalisme physique est peu adapté à l'élaboration d'une loi de commande garantissant un comportement dynamique souhaité du microrobot. La synthèse de lois de commande nécessite une représentation du modèle physique sous forme d'état. Afin d'assurer la stabilité du système en boucle fermée, ces lois de commande requièrent de reconstruire les variables non mesurées du modèle. Or le champ de l'observation de tels microrobots est, à notre connaissance, encore peu exploré. Enfin, les capacités d'actionnement de tels systèmes sont fortement contraintes en raison des problèmes de dimensionnement induits par l'évolution des rapports d'amplitude des forces motrices volumiques par rapport aux forces surfaciques de perturbation dans le micromonde. De par l'aspect multidisciplinaire de ce travail de thèse, de nombreuses pistes de recherche sont envisageables. Nous proposons dans ce manuscrit une solution nous semblant prometteuse vis à vis des problèmes rencontrés par les différentes équipes de recherche travaillant sur cette thématique. L'objectif de cette thèse est de fournir un cadre théorique prenant en compte l'ensemble des phénomènes physiques, et de proposer le formalisme mathématique nécessaire à l'élaboration de lois de commande et d'observateurs.

## 2°) Etat de l'art

Dans les sections suivantes, nous présentons un état de l'art sur les différents dispositifs minimalement invasifs existants, une vue d'ensemble des phénomènes physiques à prendre en compte, ainsi que les contrôleurs développés actuellement. Cet état de l'art permet de situer précisément notre travail par rapport aux recherches actuelles, et ainsi de mettre nos contributions en exergue.

## 2.1) Chirurgie minimalement invasive

Cette première section est consacrée à la présentation de différents dispositifs entrant dans le cadre de la chirurgie minimalement invasive. Les systèmes miniaturisés peuvent être classés dans trois grandes catégories que sont : *i*) les systèmes non actionnés (ou systèmes passifs), *ii*) les systèmes à actionnement interne, et enfin *iii*) les systèmes à actionnement externe. Les paragraphes suivants dressent un état de l'art de ces dispositifs.

### *i*) Systèmes non actionnés

Les systèmes non actionnés représentent aujourd'hui les technologies les plus utilisées et les mieux maîtrisées dans le milieu médical. Les travaux de recherche qui leur sont dédiés sont également promis à une meilleure intégration à court terme en raison des problèmes de sécurité liés à l'utilisation de systèmes automatisés dans le milieu médical. Parmi les systèmes non actionnés, nous pouvons distinguer les systèmes passifs des systèmes manuels.

Les implants sous la peau font partie des systèmes dits passifs. Ces implants autorisent une diffusion continue et progressive d'un principe actif par exemple dans l'ensemble du corps. Des travaux portant sur la diffusion de drogue dans le corps humain à partir d'une modélisation basée sur des équations aux dérivées partielles sont également menés ([Iliadis et Barbolosi \[2000\]](#), [Siepmann et Peppas \[2001\]](#), [Chakrabarty et Hanson \[2005\]](#), [Schittkowski \[2008\]](#), ANR CoNum) pour mieux comprendre et maîtriser les différents phénomènes physiques.

Dans le traitement contre le cancer, la chimiothérapie, utilisant un principe actif de type doxorubicine, ou par l'action d'antigènes ([Sievers \*et al.\* \[1999\]](#)), est classiquement utilisée. Néanmoins, un principe actif se disperse dans l'ensemble du corps humain, attaquant tant les cellules saines que les cellules cancéreuses ; seul un faible pourcentage atteint la zone à traiter. De plus, en raison de la dose importante de produit à injecter, les effets secondaires liés au traitement sont nombreux et de nature souvent traumatisante pour le patient. Des chercheurs du *Massachusetts Institute of Technology* (MIT) suggèrent l'utilisation de lymphocytes comme vecteur thérapeutique ([Swiston \*et al.\* \[2008\]](#)). Lorsque certaines cellules du corps humain sont infectées, le système immunitaire réagit en envoyant dans la zone infectée des lymphocytes qui ont pour but de détruire les cellules infectées. L'équipe du MIT a alors eu l'idée de greffer des principes actifs sur ces lymphocytes qui achemineront directement le produit vers la zone infectée.

Parmi les systèmes manuels, l'utilisation de cathéters magnétiquement guidés ([McNeil \*et al.\* \[1995\]](#), [Creighton \[1996\]](#)) apporte une première amélioration aux cathéters conventionnels, qui, en raison de leur manque de manœuvrabilité, de leur encombrement, et de la friction du tube sur les parois des vaisseaux, peuvent entraîner des lésions vasculaires le long du chemin suivi par l'outil pour atteindre la zone cible. La compagnie Stéréotaxis ([Stéréotaxis](#)) propose ces nouveaux



cathéters et sont déjà utilisés dans les hôpitaux ([Grady et al. \[1990\]](#), [Meeker et al. \[1996\]](#)). Des interventions médicales pour des lésions coronariennes ([Atmakuri et al. \[2006\]](#)) ainsi que des ablations au niveau du cœur ([Faddis et al. \[2002\]](#)) ont été réalisées à l'aide de cette technologie.

La chirurgie endoscopique permet, elle aussi, des interventions à l'échelle millimétrique. En ingérant une pilule intestinale ([Iddan et al. \[2000\]](#)), une intervention ou un diagnostic sont réalisables par les médecins. Des microrobots ont été développés pour ce type d'application ([Rentschler et al. \[2007\]](#)). Un moteur dédié à l'actionnement de deux roues motrices nécessite une alimentation extérieure de nature filaire ce qui peut être une contrainte technique pour l'accès à certaines zones. D'autres prototypes de microrobots sont également proposés dans [Robinson et Davies \[1999\]](#), et de potentielles applications médicales sont présentés dans [Webster \[2007\]](#) et [Chen et al. \[2009\]](#).

## ii) Systèmes à actionnement interne

Nous entendons par systèmes à actionnement interne des systèmes où 1), il n'y a pas de contrôle sur l'élément moteur du système et 2), où la source d'énergie est embarquée. Parmi les systèmes où aucune action sur la force de propulsion n'est possible, des travaux récents sont menés sur l'utilisation de bactéries comme vecteurs thérapeutiques. [Martel et al. \[2009\]](#) utilise par exemple les propriétés intrinsèques des bactéries magnétotactiques pour les contrôler à l'aide d'un champ magnétique. Ces bactéries possèdent des chaînes de magnétosomes qui leur confèrent la particularité de s'orienter et de se déplacer le long d'un champ magnétique. D'autres travaux proposent d'exploiter l'environnement biologique dans lequel est plongé le microsystème. Ainsi, l'énergie de substances chimiques, telles que le peroxyde d'oxygène ( $H_2O_2$ ), est utilisée pour guider des bactéries dans leur environnement ([Sitti \[2009\]](#)).

Des microrobots sous forme de capsules contenant une partie mobile dédiée à la propulsion du microrobot sont également développés. Une batterie embarquée sert de source d'énergie à l'entraînement de flagelles propulsant le microrobot ([Dario et al. \[1998\]](#), [Kosa et al. \[2008\]](#)). Les dimensions de la batterie reste pour le moment le principal handicap de ce type de microrobot. Le diamètre et la longueur du microrobot sont de l'ordre de plusieurs millimètres, principalement en raison de l'encombrement de la batterie. Ces dispositifs sont donc fortement limités, mais appropriés pour naviguer dans le système digestif.

D'autres designs de microrobots ont également été proposés par [Rapaport \[2007\]](#). Ces travaux étudient le champ d'écoulement local engendré par le déplacement du microrobot, à très faible nombre de Reynolds, à partir de simulations numériques. Dans ce papier, l'auteur rapporte différents comportements lorsque le microrobot est muni de cils, de pattes ou utilise la reptation comme mode de locomotion.

### *iii*) Systèmes à actionnement externe

Déporter l'actionnement d'un microrobot présente l'avantage de ne pas avoir à embarquer une source d'énergie imposante au vu des dimensions imposées par ce type d'application. Associés à différents prototypes de microrobots, différents modes de propulsion peuvent être envisagés.

Des microrobots thérapeutiques biologiquement inspirés, à flagelle élastique simple (Wiggins et Goldstein [1998], Lagomarsino *et al.* [2003], Evans et Lauga [2010]), ou à flagelle hélicoïdale ou élastique à actionnement réparti (Dreyfus *et al.* [2005]) ont été développés. L'utilisation de tels microrobots peuvent être d'un grand intérêt pour l'élimination des calculs rénaux chez l'homme (Edd *et al.* [2003]), ou pour des opérations ophtalmologiques (Yelin *et al.* [2006], Zhang *et al.* [2009]). Ces microrobots, dont la taille peut atteindre la dizaine de micromètres, autorisent l'accès à l'ensemble du corps humain. Le déplacement de ces microrobots dans le corps humain est assuré par l'action d'un champ magnétique variable, où la fréquence définit le rythme de battement des flagelles, et le champ magnétique impose la direction.

Des microrobots possédant un design de vis existent également (Ishiyama *et al.* [2003]). Ces microrobots de quelques millimètre sont mis en mouvement par un champ magnétique tournant de manière identique aux microrobots hélicoïdaux. Néanmoins, leur taille, de l'ordre du millimètre, restreint leur domaine d'application à la coloscopie. Des microrobots à aimant permanent, également à échelle millimétrique, utilisent une méthode similaire pour être propulsés (Sendoh *et al.* [2003]). L'aimant permanent est inséré à l'intérieur d'une hélice. La mise en rotation de l'aimant par un champ magnétique entraîne alors l'hélice qui propulse le microrobot.

Une autre possibilité est l'étude du comportement dynamique d'un microrobot de type "*bead pulling*" soumis à des champs magnétiques et des gradients de champ magnétique. La magnétisation du microrobot et l'application d'un couple sur celui-ci sont rendues possible par la présence d'un champ magnétique. Quant aux gradients de champ magnétique, ils sont utilisés pour créer une force motrice magnétique contrôlant le microrobot dans son environnement. Deux approches pratiques distinctes assurent le déplacement du microrobot : soit à l'aide de montages expérimentaux (Edd *et al.* [2003]), dans lesquels la force magnétique et le couple appliqué au microrobot sont induits indépendamment par des bobines de Maxwell et de Helmholtz (Abbott *et al.* [2009], Choi *et al.* [2009], Floyd *et al.* [2009]); soit à l'aide d'un appareil à imagerie par résonance magnétique (IRM), et de l'exploitation des gradients de champ magnétique que ce type d'appareil induit (Mathieu *et al.* [2006], Tamaz *et al.* [2008]).

Ce dernier design de microrobot est particulièrement intéressant en considérant un agrégat. En effet, la navigation d'un microrobot à travers une artère puis une artériole, suppose une diminution de la taille du microrobot pour ne pas risquer une embolisation. Une réduction de taille d'un microrobot à flagelle hélicoïdale ou élastique nécessite une décomposition progressive de cette flagelle, ce qui en pratique semble difficile. A l'inverse, un microrobot de type "*bead*

*pulling*" peut être constitué d'un ensemble de nanoparticules liées à l'aide d'un polymère, qui pourrait se décomposer au fil de son trajet, par exemple sous l'action d'un champ magnétique variable (Mathieu et Martel [2009]).

## 2.2) Modélisation

La modélisation d'un microrobot naviguant dans le système cardiovasculaire, ou de manière générale, dans le corps humain, est un problème complexe. La prise en compte de l'ensemble des phénomènes physiques agissant sur le comportement dynamique du microrobot rend la modélisation difficile. La complexité est d'autant plus grande que se posent des problèmes d'échelle. Si les forces volumiques (force magnétique, poids apparent) sont prépondérantes à l'échelle macroscopique, comme dans une artère par exemple, ce sont les forces surfaciques (forces d'interactions magnétique) qui le deviennent dans un capillaire.

La navigation dans le système cardiovasculaire nécessite de modéliser les phénomènes hydrodynamiques. L'équation de Navier-Stokes décrit de manière précise le comportement du fluide à travers un modèle d'équations aux dérivées partielles non linéaires. Les champs et gradients de champ magnétique sont également modélisés à partir d'équations aux dérivées partielles. La détermination de solutions analytiques de telles équations étant dans le cas général complexe, voire impossible, la plupart des méthodes repose sur une résolution numérique (Chorin [1968], Goorjan et Taflove [1992]). Si ces méthodes offrent de bons résultats, ils sont néanmoins très gourmands en puissance et en temps de calcul. Ces contraintes techniques rendent alors difficiles une exploitation en temps réel.

Une modélisation du comportement dynamique du microrobot à partir d'équations différentielles ordinaires semble alors préférable. Dans le système cardiovasculaire, le sang s'écoule à des vitesses comprises de quelques  $\mu m.s^{-1}$  à plusieurs  $cm.s^{-1}$ . Le nombre de Reynolds, nombre adimensionnel définissant le rapport des forces inertielles sur les forces visqueuses, est alors compris entre  $10^{-5}$  et 100. Le comportement dynamique d'un microrobot à faible nombre de Reynolds, correspondant à un régime visqueux, a été étudié initialement par Taylor [1951] et Purcell [1977]. Les microrobots à flagelle montrent tout leur potentiel dans ces régimes. En effet, la viscosité du fluide contribue à augmenter la force de propulsion assurée par la mise en rotation ou par l'oscillation des flagelles s'appuyant sur ce fluide. En considérant un milieu fini, il est nécessaire de prendre en considération les effets de bord et les conditions limites. L'impact des effets de bord et de la forme de la flagelle sur le déplacement du microrobot sont étudiés dans Brenner [1962] et Evans et Lauga [2010]. Dans le cas d'un microrobot de type *bead pulling*, l'influence des effets de bord sur le comportement dynamique du microrobot est étudiée dans Kelessidis et Mpandelis [2004]. Dans un fluide, et quel que soit le design du microrobot, celui-ci rencontre une force s'op-

posant à son déplacement qui est caractérisée à partir de la force de traînée. A faible nombre de Reynolds, la force de traînée s'exprime par la loi de Stokes (Stokes [1851]). Cette modélisation de la force de traînée que subit le microrobot est appropriée lorsque celui-ci navigue dans un capillaire ou une petite artériole. Dans une artère ou une petite artère, la loi de Stokes n'est plus vérifiée. La force de traînée s'exprime alors de manière non linéaire (Clift et Gauvin [1970], White [1991]). Les effets de bord induisent aussi un profil de vitesse du sang dans un vaisseau. S'il est de forme parabolique dans un tube droit (Poiseuille [1844]), il n'en est rien en présence de bifurcations. De nombreux travaux proposent une approche numérique pour la détermination du profil de vitesse (Kang *et al.* [2005], Kim *et al.* [2006], Rao *et al.* [2008]). Néanmoins, il n'existe pas, à notre connaissance, d'expressions analytiques définissant complètement le profil de vitesse au sein d'une bifurcation.

Le microrobot est également soumis à des forces d'interactions. Parmi ces forces, nous pouvons distinguer les forces électrostatique (Hays [1991a]), de van der Waals (Iimura *et al.* [2009]) et stérique (Butt *et al.* [1999], Lower [2005]). Cette dernière apparaît lorsque le microrobot est fonctionnalisé par des composants actifs fixés sur des chaînes de polymères (Yoo *et al.* [1999], Yoo *et al.* [2002]). Ces forces interviennent également en considérant un microrobot formé d'un ensemble de nanoparticules en interaction. La modélisation de ces interactions est décrite par la théorie DLVO (Derjaguin, Landau, Verwey, Overbeek) (Derjaguin et Landau [1941], Verwey et Overbeek [1948]).

L'ensemble des forces s'exerçant sur un microrobot naviguant dans un milieu fluide, décrit ci-dessus, démontre la complexité du modèle final obtenu. La modélisation du comportement dynamique du microrobot fait en effet intervenir de nombreuses expressions non-linéaires. Se pose alors la question du contrôle et de l'observation d'un tel système. Un état de l'art sur ces deux thèmes est proposé dans la section suivante.

### 2.3) Observation et commande des microrobots

En dépit des non-linéarités des modèles proposés dans la littérature, il n'existe pas, à notre connaissance, de lois de commande non-linéaires dédiées au contrôle de microrobot magnétiquement guidé dans le sang. Si l'on exclut les contrôleurs P (Proportionnel) amplement utilisés pour pallier l'absence de modèle, la plupart des travaux sur le contrôle de microrobots en environnement magnétique et fluide reposent sur des modèles linéaires. Ainsi, Tamaz *et al.* [2008] développe un contrôleur de type Proportionnel-Intégral-Dérivé (PID) basé sur une linéarisation du modèle présenté dans Mathieu *et al.* [2006]. Ces travaux, de même que l'approche similaire de Choi *et al.* [2010], rapportent des problèmes d'instabilités et d'oscillations importantes autour des points d'équilibre, particulièrement lorsque le flux sanguin est modélisé comme un flux pul-

satite. Les expériences montrent également un manque de robustesse aux bruits de mesure et aux erreurs de modèle (Martel *et al.* [2007]). Un contrôleur prédictif est proposé dans Belharet *et al.* [2010], mais la linéarisation du modèle est faite en un point d'équilibre et non le long de la trajectoire. Dans le cadre de la lévitation magnétique, des approches de type LQG (Linear Quadratic Gaussian) de Khamesee (Mehrtash et Khamesee [2011]), ou LQI (Linear Quadratic Integral) (Mehrtash et Khamesee [2010]) sont également présentées.

Dans les modèles d'agrégation de particules superparamagnétiques, la contrôlabilité d'un modèle linéaire est étudiée dans Bhat *et al.* [2007], mais aucune loi de commande n'est proposée par la suite. Pour traiter les non-linéarités dues aux interactions magnétiques entre particules d'un agrégat, Probst *et al.* [2011] proposent un découplage et une paramétrisation linéaire dans le but de synthétiser un contrôleur optimal minimisant une fonction coût quadratique, sans considération de stabilité. Les deux approches précitées ne modélisent cependant que les contributions des forces magnétiques et hydrodynamiques (sous forme de flux de Stokes) ; or les forces d'interactions (force électrostatique, de van der Waals, de capillarité, etc...) interviennent de manière cruciale dans la cohésion de l'agrégat, et ce de manière fortement non-linéaire (Vartholomeos et Mavroidis [2010]).

Dans le domaine plus général de la microrobotique, si les méthodes de synthèse de lois de commande sont plus diversifiées, la plupart reposent néanmoins sur des outils linéaires. Une commande adaptative, couplée à une commande par mode glissant (Batur *et al.* [2005]) ou à une commande  $H_\infty$  (Li et Liu [2009]) permet d'estimer les paramètres incertains du modèle linéaire d'un MEMS. Une approche adaptative permet également d'estimer les paramètres d'un modèle linéaire avec saturation des commandes dans Jagannathan et Hameed [2004]. Dans Rakotondrabe *et al.* [2009], les auteurs utilisent l'approche adaptative afin d'estimer la pente incertaine d'une droite affine, laquelle modélise de manière linéaire le phénomène non-linéaire d'hystérésis d'un levier AFM piezo-électrique. Toutes ces approches reposent sur l'approximation d'un système non-linéaire par un système linéaire aux paramètres incertains pour appliquer les commandes adaptatives robustes du linéaire. En ce qui concerne les synthèses de commande non-linéaire, les approches classiques de type linéarisation exacte (Isidori [1995]) ne sont pas appropriées au contrôle de microrobots en raison de leur sensibilité à la sortie, fortement bruitée à de telles échelles. Parmi les rares travaux concernant la synthèse de lois de commande Lyapunov stabilisantes de MEMS modélisés sous forme non-linéaire, Lyshevski [2001] se distingue par l'utilisation de fonctions de Lyapunov non quadratiques pour améliorer la robustesse du contrôle (Lyshevski [1999]). La caractérisation de la platitude différentielle (Fliess *et al.* [1995], Rouchon [2001]) d'un actionneur électrostatique permet de résoudre le problème de planification de trajectoire dans Zhu *et al.* [2006].

Les lois de commande avancées requièrent l'estimation d'états non mesurés. Or peu de travaux

ont porté, à notre connaissance, sur la construction d'estimateurs pour les microsystèmes, excepté les reconstituteurs d'entrées incertaines (Liu et Peng [2002]). Dans le cas d'un levier AFM présentant un cycle d'hystérésis, on peut noter l'implémentation d'un observateur de Luenberger du système linéarisé incertain afin de pallier le manque de fiabilité des mesures (Rakotondrabe *et al.* [2010]). Dans le cas linéaire à une injection de sortie près, des observateurs de Kalman exacts<sup>2</sup> ont été développés dans Besançon *et al.* [2010] après transformation de Liénard au cas de l'oscillateur de van der Pol. Zhu *et al.* [2006] utilise la forme canonique d'observabilité d'un actionneur électrostatique non-linéaire pour synthétiser un observateur exponentiel de la vitesse de l'actionneur.

### 3°) Contenu des chapitres et contributions

Après cette introduction générale, nous présentons ci-dessous l'organisation du manuscrit, composé de quatre chapitres, en explicitant les contributions majeures de ce travail.

**Chapitre 1 :** Ce premier chapitre est consacré à présenter l'ensemble des forces agissant sur un microrobot magnétique navigant dans le système cardiovasculaire. La modélisation du système fait intervenir de nombreuses forces : forces magnétiques, forces hydrodynamiques, forces surfaciques (électrostatique, van der Waals, stériques), forces de contact et poids apparent du microrobot. L'intérêt de ce chapitre est double. Premièrement, il propose une synthèse complète des forces s'exerçant sur un microrobot navigant dans le système cardiovasculaire, synthèse trouvant peu d'équivalent dans la littérature. Deuxièmement, une contribution notable de ce chapitre est la détermination d'expressions analytiques du profil de vitesse du sang dans les vaisseaux sanguins, facilement implémentable et exploitable en temps réel.

**Chapitre 2 :** Ce second chapitre comporte deux parties. La première partie est consacrée à la présentation détaillée de différents prototypes de microrobots magnétiques déjà existants. Nous proposons d'optimiser leur conception afin de maximiser la force motrice résultante tout en minimisant les forces s'opposant à son déplacement. La seconde partie de ce chapitre est dédiée à l'exploitation du modèle. En considérant différents designs de microrobots navigant dans l'ensemble du réseau artériel, nous proposons une méthode d'optimisation de la trajectoire de référence qui minimise les efforts de contrôle. Au vu des limitations des actionneurs, cette étude démontre tout son intérêt afin de réduire les sollicitations et entrées en saturation des actionneurs. Il en résulte une moindre fatigue des actionneurs et un meilleur suivi de trajectoire.

---

2. c'est-à-dire dont la convergence est garantie, par opposition aux observateurs de Kalman étendus.

**Chapitre 3 :** Ce chapitre est dédié à l'élaboration de lois de commande et d'observateurs pour le contrôle du microrobot. La prise en compte de l'ensemble des forces aboutit à une représentation d'état sous la forme d'un système non-linéaire comportant de nombreux paramètres physiques et physiologiques incertains. Les travaux existants faisant mention de problèmes de robustesse aux bruits de mesure et aux incertitudes paramétriques, nous présentons dans ce chapitre une approche de commande palliant ce problème. L'approche de commande retenue pour notre application est établie à partir de critères de stabilité du système. Le système étant non-linéaire, une commande de type Lyapunov stabilisante est développée suivant une procédure de type backstepping. L'estimation de certains paramètres physiologiques et physiques est rendue possible par une commande de type backstepping adaptatif également présentée dans ce chapitre. Le calcul de la commande nécessite la connaissance de l'état complet du système et la commande est donc couplée à un observateur non-linéaire. Des premières pistes sur l'estimation de la vitesse du sang à partir d'observateurs de type Kazantzis-Kravaris sont également proposées.

**Chapitre 4 :** Ce dernier chapitre est consacré à la validation de l'approche développée dans ce manuscrit. Nous menons au préalable une étude de sensibilité afin d'évaluer les paramètres ayant la plus forte incidence sur le modèle. La stabilité et la robustesse de la paire contrôleur-observateur sont établies au travers de nombreuses simulations en présence de bruits de mesure et d'erreurs paramétriques.

Ces travaux ont fait l'objet de publications et de soumissions dans différentes conférences et journaux internationaux résumées ci-dessous :

#### **Chapitre de livre**

1. **Arcese L.**, Fruchard M. and Ferreira A., "*Propulsion and navigation control of MRI-guided drug delivery nanorobots*" dans *NanoRobotics : Current Approaches and Techniques*, Springer NanoRobotics Book 2011, (**à paraître**).

#### **Revue Internationale avec comité de lecture**

2. **Arcese L.**, Fruchard M. and Ferreira A., "*Endovascular magnetically-guided robots : navigation modeling and optimization*", IEEE Transactions on Biomedical Engineering (**accepté**).

#### **Conférences Internationales avec actes et comité de lecture**

3. **Arcese L.**, Fruchard M., Beyeler F., Ferreira A. and Nelson B.J., "*Adaptive backstepping and MEMS force sensor for an MRI-guided microrobot in the vasculature*", IEEE Interna-

- tional Conference on Robotics and Automation , Shanghai, Chine, pp 4121–4126, ICRA 2011.
4. **Arcese L.**, Cherry A., Fruchard M. and Ferreira A., "*Dynamic behavior investigation for trajectory control of a microrobot in blood vessels*", IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, Taipei, Taiwan, pp 5774–5779, IROS 2010.
  5. **Arcese L.**, Cherry A., Fruchard M. and Ferreira A., "*High gain observer for backstepping control of a MRI-guided therapeutic microrobot in blood vessels*", IEEE/RAS International Conference on Biomedical Robotics and Biomechatronics, Tokyo, Japon, pp 349–354, BIOROB 2010.
  6. **Arcese L.**, Cherry A., Fruchard M. and Ferreira A., "*Optimal trajectory for a microrobot navigating in blood vessels*", IEEE International Conference on Engineering in Medicine and Biology Society, Invited Session, Buenos Aires, Argentine, pp 1950–1953, EMBC 2010.
  7. **Arcese L.**, Fruchard M. and Ferreira A., "*Nonlinear modeling and robust controller-observer for a magnetic microrobot in a fluidic environment using MRI gradients*", IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, Saint Louis, USA, pp 534–539, IROS 2009.





# Modélisation

## Contenu du chapitre

---

<b>1.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>15</b>
<b>1.2</b>	<b>Conventions géométriques</b>	<b>15</b>
<b>1.3</b>	<b>Système cardiovasculaire</b>	<b>17</b>
1.3.1	Vaisseaux sanguins et vitesse du sang	18
1.3.2	Fluide newtonien et non newtonien : viscosité du sang	19
<b>1.4</b>	<b>Magnétisme</b>	<b>22</b>
1.4.1	Matériaux et Magnétisation	22
1.4.2	Systèmes magnétiques	24
1.4.2.1	Bobines de Helmholtz	24
1.4.2.2	Bobines de Maxwell	28
1.4.2.3	Imagerie par Résonance Magnétique	29
1.4.2.4	Octomag - Minimag	32
1.4.3	Forces et couples magnétiques	34
<b>1.5</b>	<b>Systèmes imageurs</b>	<b>37</b>
<b>1.6</b>	<b>Hydrodynamique</b>	<b>38</b>
1.6.1	Navier-Stokes	39
1.6.2	Equation de conservation	40
1.6.3	Force de traînée	42
1.6.3.1	Force de traînée en milieu infini	42
1.6.3.2	Force de traînée en milieu fini	44
1.6.3.3	Caractère pulsatile	49
<b>1.7</b>	<b>Bifurcations</b>	<b>50</b>
1.7.1	Bifurcations mineures	51

1.7.1.1	Résultats de CFD	52
1.7.1.2	Moyenne - Approximation d'ordre 0	52
1.7.1.3	Approximation d'ordre 1	53
1.7.2	Bifurcations majeures	54
1.7.2.1	Conventions géométriques	54
1.7.2.2	Résultats de CFD	55
1.7.2.3	Profil de vitesse à $\psi$ donné	57
1.7.2.4	Interpolation	60
<b>1.8</b>	<b>Forces surfaciques</b>	<b>61</b>
1.8.1	Force électrostatique	61
1.8.2	Force de van der Waals	62
1.8.3	Force stérique	63
<b>1.9</b>	<b>Forces de contact</b>	<b>64</b>
1.9.1	Modèle de Voigt	65
1.9.2	Modèle de Hertz	67
<b>1.10</b>	<b>Poids apparent</b>	<b>68</b>
<b>1.11</b>	<b>Conclusion</b>	<b>69</b>

---

## 1.1 Introduction

Ce premier chapitre présente l'ensemble des forces s'exerçant sur un microrobot naviguant dans le système cardiovasculaire. Le chapitre s'organise de la manière suivante. La Section 1.2 établit les conventions géométriques adoptées tout au long de ce manuscrit. Le microrobot se déplaçant dans le système cardiovasculaire, il est nécessaire d'étudier les spécificités de cet environnement, étude effectuée dans la Section 1.3. Des principes de magnétisme sont ensuite introduits dans la Section 1.4, ainsi que différents systèmes magnétiques utilisés pour la propulsion de microrobots. Des systèmes imageurs sont présentés en Section 1.5 permettant la localisation du microrobot à travers le système cardiovasculaire. La modélisation du système fait intervenir de nombreuses forces : forces hydrodynamiques (Section 1.6), forces surfaciques : électrostatique, van der Waals et stérique (Section 1.8), forces de contact (Section 1.9) et poids apparent du microrobot (Section 1.10). Une attention toute particulière a été portée sur le profil de vitesse adopté par le sang dans les vaisseaux sanguins. En effet, la présence de bifurcations mineures et majeures modifient fortement le profil de vitesse et la force de traînée s'exerçant sur le microrobot. Nous proposons dans ce chapitre, en Section 1.7, des expressions analytiques modélisant ces profils de vitesse. Cette étude est motivée par la difficulté à mesurer la vitesse du sang dans le corps humain.

## 1.2 Conventions géométriques

Cette section est consacrée à la définition du repère dans lequel toute l'étude se place. Le système considéré est un microrobot naviguant dans le système cardiovasculaire. Ce dernier est soumis à de nombreuses forces, comme l'illustre la Figure 1.1. En fonction du type de microrobot envisagé pour l'application, les actionneurs peuvent être soit directement implantés dans le microrobot, soit extérieurs à celui-ci. Pour définir correctement les différentes forces auxquelles le microrobot est soumis, quelques conventions géométriques sont nécessaires et le prochain paragraphe y est consacré.

Les parois supérieures et inférieures des vaisseaux sanguins  $\mathcal{C}_1$  et  $\mathcal{C}_2$  sont définies par deux courbes parallèles de classe  $\mathcal{C}^2$  (voir Figure 1.2). Soit  $M_0(x, z)$  la position du centre de gravité du microrobot dans le repère fixe  $\mathcal{F}(0, \vec{i}, \vec{k})$  où  $x$  est la coordonnée selon  $\vec{i}$ , et  $z$  selon  $\vec{k}$ . Nous définissons ensuite une troisième courbe  $\mathcal{C}_{M_0}$  parallèle aux deux autres courbes et passant par le point  $M_0$ . Soit  $\vec{i}_m$  le vecteur tangent unitaire à la courbe  $\mathcal{C}_{M_0}$  au point  $M_0$ . Le vecteur unitaire  $\vec{k}_m$  est défini de telle manière à obtenir un repère orienté  $\mathcal{F}(M_0, \vec{i}_m, \vec{k}_m)$ . Pour projeter correctement les forces, nous définissons  $\psi(x, z)$  comme l'orientation du repère attaché au microrobot  $\mathcal{F}(M_0, \vec{i}_m, \vec{k}_m)$  par rapport au repère fixe  $\mathcal{F}(0, \vec{i}, \vec{k})$ .  $\vec{n}_1$  et  $\vec{n}_2$  sont des vecteurs normaux aux

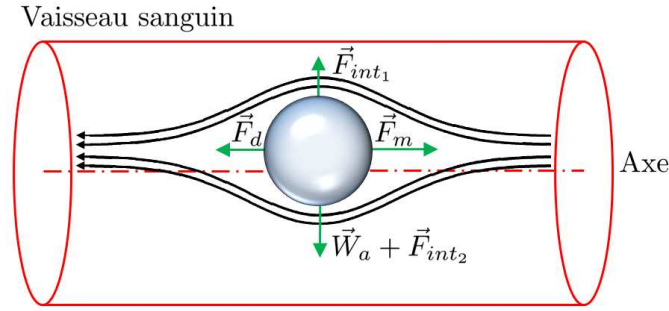


Figure 1.1 – Forces s'exerçant sur le microrobot.

$\vec{F}_d$  : force hydrodynamique

$\vec{F}_m$  : force motrice

$\vec{F}_{int_i}$  : forces d'interactions (électrostatique, van der Waals, stérique)

$\vec{W}_a$  : poids apparent

parois des vaisseaux sanguins comme indiqué sur la Figure 1.2.  $\Delta$  représente la distance entre le centre de gravité du microrobot et l'axe du vaisseau sanguin. On note  $M$  la projection du centre de gravité du microrobot selon  $\vec{n}$  sur la surface extérieure du microrobot la plus proche du vaisseau sanguin (voir Figure 1.3). De même, on note  $N$  la projection de  $M_0$  sur la paroi du vaisseau sanguin la plus proche (voir Figure 1.3 (a)). Dans le cas où le microrobot entre en collision et s'enfonce dans la paroi, le point  $N$  est situé comme indiqué sur la Figure 1.3 (b).

$\delta = \overline{NM} \cdot \vec{n}$  représente la distance algébrique entre la surface du microrobot et la paroi du vaisseau sanguin la plus proche ou encore la déformation élastique de la paroi si le microrobot

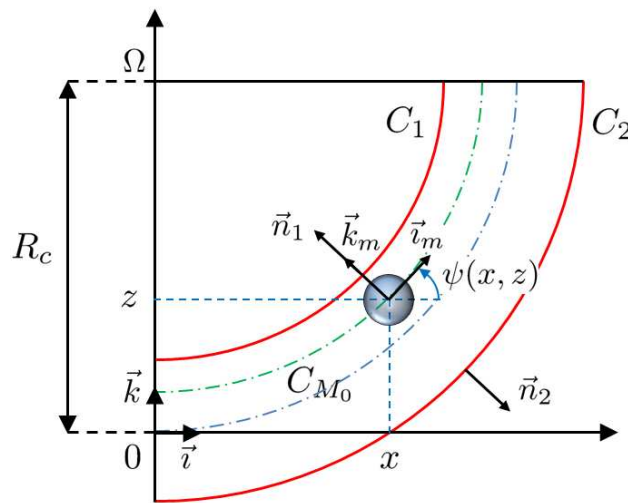


Figure 1.2 – Projection des forces.

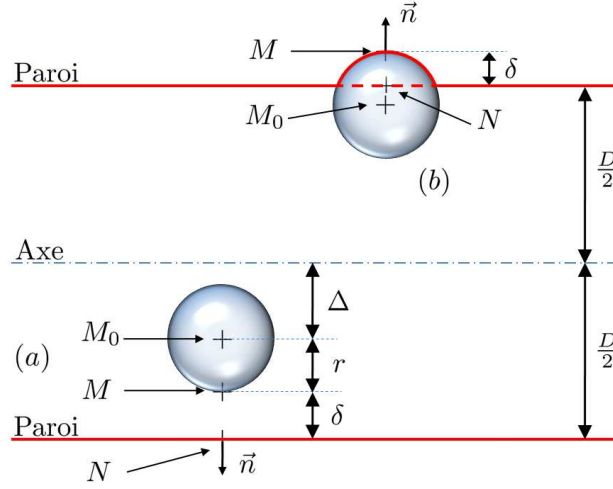


Figure 1.3 – Définition des points  $M_0$ ,  $M$  et  $N$  sans contact (a) et avec contact (b).

est entré en collision. En raison de la géométrie particulière de  $\mathcal{C}_1$  et  $\mathcal{C}_2$  dans notre étude, le rayon de courbure  $R_c$  est constant et nous pouvons en déduire immédiatement l'orientation  $\psi(x, z)$  du repère à partir des coordonnées du microrobot  $M_0(x, z)$  :

$$\tan(\psi(x, z)) = \frac{x}{R_c - z} \quad (1.1)$$

Il est possible de généraliser l'approche en considérant notamment des courbes  $\mathcal{C}_1$  et  $\mathcal{C}_2$  non parallèles.  $\mathcal{C}_{M_0}$  est alors la courbe de partage passant par  $M_0$ . Cette courbe représente la généralisation de la notion de courbe d'équidistance où les distances de  $\mathcal{C}_{M_0}$  à  $\mathcal{C}_1$  et à  $\mathcal{C}_2$  sont égales à un rapport donné. La différence majeure avec le cas précédent réside alors dans un rayon de courbure  $R_c(x, z)$  variable. L'Annexe A introduit des notions d'analyse, de topologie, de géométrie différentielle, d'algèbre linéaire ainsi que différents opérateurs différentiels utilisés dans ce manuscrit.

### 1.3 Système cardiovasculaire

Le microrobot est amené à naviguer dans le système cardiovasculaire d'un patient. Depuis le point d'injection jusqu'à la cible, il doit être localisé puis guidé dans ce labyrinthe. L'acheminement du microrobot repose sur une compréhension globale de l'environnement dans lequel il se trouve. La vitesse et la viscosité du sang dépendent du type de vaisseau sanguin et ces paramètres ont une incidence directe sur l'évaluation de la force dite de traînée qui s'exerce sur le microrobot, force étudiée en détail dans la Section 1.6. Cette section présente de manière générale les différents types de vaisseaux sanguins et leurs caractéristiques propres. L'évolution de la viscosité du sang est également présentée et étudiée.

### 1.3.1 Vaisseaux sanguins et vitesse du sang

Le corps humain est constitué d'un réseau de vaisseaux sanguins (Figure 1.4) d'une longueur totale moyenne dépassant les 100000 km. Le sang, composé de plasma, de globules rouges et blancs ainsi que de plaquettes (Figure 1.5 (a)), permet l'acheminement de tous les nutriments dont les cellules du corps humain ont besoin pour fonctionner correctement et l'élimination de déchets tels que le dioxyde de carbone. Le transport du sang du coeur vers les cellules est assuré par le réseau artériel et son retour par le réseau veineux (Figure 1.5 (b)).

Ces réseaux sont constitués de différents types de vaisseaux sanguins qu'il est possible de classer dans plusieurs grandes familles. Des travaux menés par Schmidt-Nielsen [1984] et Plowman et Smith [1997] présentent les caractéristiques de ces vaisseaux (rayons et vitesses atteintes par le sang). Les principales données sont résumées dans le Tableau 1.1. Si ce tableau donne les rayons moyens des vaisseaux sanguins et les vitesses axiales moyennes du sang, ces paramètres ne sont nullement des constantes. La variabilité des paramètres physiologiques selon les personnes peuvent modifier légèrement ces données. De plus, un vaisseau sanguin possède des propriétés viscoélastiques entraînant une évolution de son rayon notamment dans le réseau artériel. Ce dernier varie dans le temps en raison de la pulsation cardiaque et des contraintes appliquées aux parois. Le rayon d'un vaisseau sanguin a tendance à augmenter lors de la phase

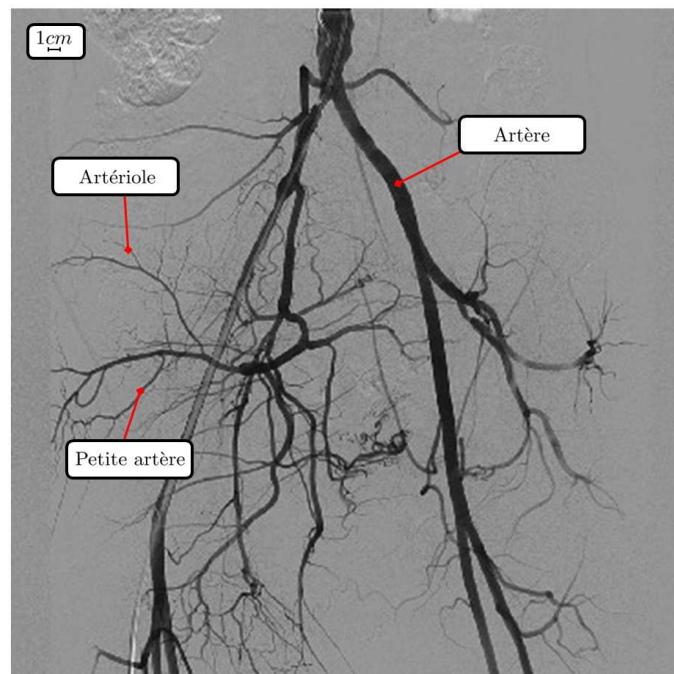


Figure 1.4 – Réseau de vaisseaux sanguins : angiographie de la bifurcation iliaque.

(Source : Système d'archive radiologique hospitalier du CHUV)

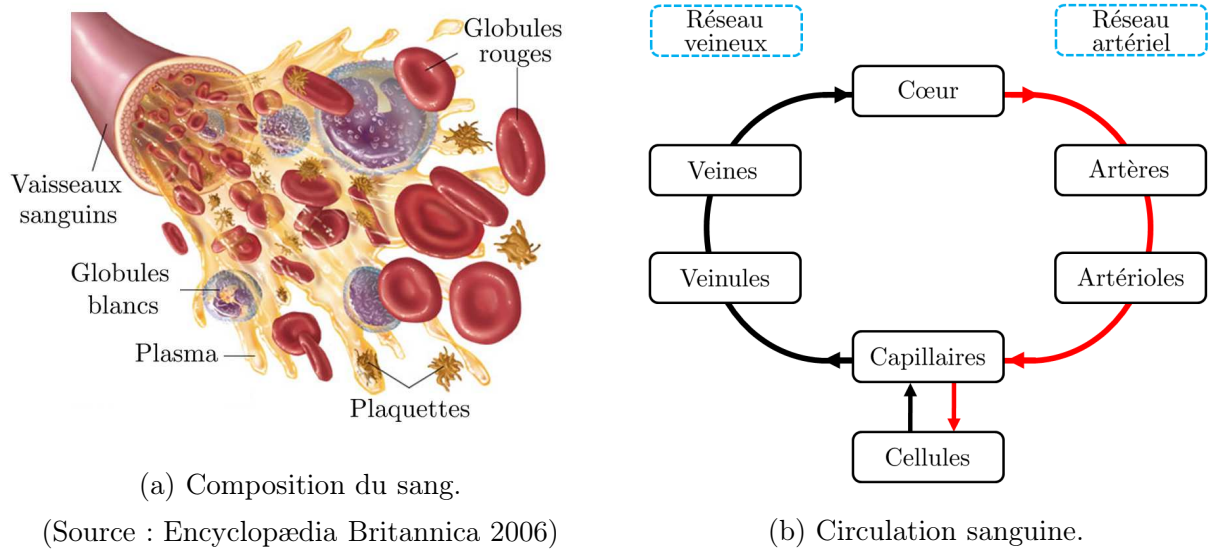


Figure 1.5 – Constituants du sang et réseaux sanguins.

systolique (contraction du cœur), alors qu’il aura tendance à diminuer lors de la phase diastolique (relâchement du cœur). Ce phénomène et sa modélisation seront expliqués dans la Section 1.6.

En plus d’avoir un effet pulsatile, la vitesse du sang dans un vaisseau sanguin n’adopte pas un profil droit mais un profil de forme parabolique. Le rayon d’un vaisseau sanguin n’étant pas constant comme nous venons de le préciser, une augmentation de section entraînera une diminution de la vitesse axiale et inversement, phénomène compréhensible en énonçant le principe de conservation de la masse (voir Section 1.6.2). De plus, le profil parabolique de la vitesse du sang n’est plus vérifié lorsqu’un vaisseau sanguin se scinde en plusieurs autres vaisseaux. Des nouveaux profils de vitesse dans des bifurcations mineures ou majeures doivent alors être définis. La détermination de ces profils de vitesse est réalisée dans la Section 1.7.

### 1.3.2 Fluide newtonien et non newtonien : viscosité du sang

En hydrodynamique, deux grandes classes de fluides peuvent être distinguées : les fluides dit newtoniens et non-newtoniens. Bien que les explications envisageables différenciant ces deux classes soient nombreuses, une des raisons principales pour laquelle un fluide est non-newtonien résulte du fait que sa viscosité est non constante et dépend de paramètres tels que le taux de cisaillement, les caractéristiques du milieu dans lequel il circule, de la température...

Le sang peut se comporter comme un fluide newtonien ou non newtonien en fonction du vaisseau sanguin dans lequel il circule. La viscosité du sang, notée  $\eta$ , dépend du diamètre du vaisseau sanguin  $d$  (en micromètre) ainsi que du taux d’hématocrite  $h_d$  correspondant au ratio du volume de globules rouges par rapport au volume total du sang. Des plages du taux d’hématocrite



Types de vaisseaux sanguins	Rayons moyens ( $mm$ )	Vitesses moyennes (min-max) ( $mm.s^{-1}$ )
Aorte	12,5	400 (-200 - 1200)
Artères	5	100 to 400 (-50 - 500)
Petites artères	0,5	1 - 100
Artérioles	0,05	< 50
Capillaires	0,005	< 1
Grandes veinules	0,5	< 3
Petites veinules	0,01	< 2
Veines	2,5	3 - 50
Veines caves	15	50 - 200

Tableau 1.1 – Caractéristiques des vaisseaux sanguins humains : de l’aorte aux veines caves. Les valeurs négatives traduisent le reflux sanguin.

pour les hommes ainsi que pour les femmes sont définies dans la littérature telles que celles rapportées dans [Chaplin \*et al.\* \[1953\]](#). Une loi empirique, proposée par [Pries \*et al.\* \[1996\]](#), permet d’estimer cette viscosité :

$$\eta = \frac{\eta_{pl} d^2}{(d-1,1)^2} \left[ 1 + \frac{(\eta_{0,45} - 1) d^2}{(d-1,1)^2} \frac{(1-h_d)^c - 1}{(1-0,45)^c - 1} \right] \quad (1.2)$$

$$\text{avec : } \begin{cases} \eta_{0,45} = 6 e^{-0,085d} + 3,2 - 2,44 e^{-0,06d^{0,645}} \\ c = \frac{10^{11}}{d^{12} + 10^{11}} - (0,8 + e^{-0,075d}) \left( \frac{d^{12}}{d^{12} + 10^{11}} \right) \end{cases} \quad (1.3)$$

$\eta_{pl}$  et  $\eta_{0,45}$  représentent respectivement la viscosité du plasma et la viscosité relative apparente du sang pour un taux d’hématocrite de 0,45. Le facteur de forme  $c$  modélise la dépendance de la viscosité au diamètre du vaisseau sanguin.

La Figure 1.6 (a) présente l’évolution de la viscosité du sang en fonction du diamètre des vaisseaux sanguins pour trois taux d’hématocrite différents. Deux zones apparaissent clairement sur ce graphe. Lorsque le diamètre du vaisseau sanguin est compris entre  $2 \mu m$  et  $48 \mu m$ , la viscosité du sang décroît avant d’augmenter de nouveau pour des diamètres allant jusqu’à  $1 mm$ , ce qui est caractéristique d’un comportement de fluide non-newtonien. Pour des diamètres supérieurs à  $1 mm$ , la viscosité du sang se stabilise alors autour d’une valeur moyenne et le sang pourra être considéré comme un fluide newtonien.

Le comportement non-newtonien du sang est particulièrement visible dans les capillaires. Pour un taux d’hématocrite de 0,45 et pour des diamètres de vaisseaux sanguins allant de

$2\ \mu\text{m}$  à  $10\ \mu\text{m}$ , la viscosité du sang décroît brutalement de  $640\ \text{mPa}\cdot\text{s}$  à  $29,4\ \text{mPa}\cdot\text{s}$ . Dans les artérioles, la viscosité du sang diminue de  $29,4\ \text{mPa}\cdot\text{s}$  à  $11,4\ \text{mPa}\cdot\text{s}$  entre  $10\ \mu\text{m}$  et  $48\ \mu\text{m}$ , avant d'augmenter jusqu'à  $12,7\ \text{mPa}\cdot\text{s}$  pour des diamètres allant jusqu'à  $0,1\ \text{mm}$ . La viscosité du sang croît avec le diamètre des vaisseaux sanguins dans les petites artères atteignant  $16\ \text{mPa}\cdot\text{s}$  pour un diamètre de  $1\ \text{mm}$ . Dans ces trois types de vaisseaux, le sang adopte donc un comportement non-newtonien caractérisé par des variations de sa viscosité. Au-delà de  $1\ \text{mm}$ , la viscosité du sang se stabilise autour de  $16\ \text{mPa}\cdot\text{s}$ , preuve que le sang adopte un comportement newtonien dans le cas de macrovasculature.

De plus, ces courbes illustrent le fait qu'un taux d'hématocrite élevé chez une personne conduit à une viscosité du sang plus importante, et ce, quel que soit le diamètre du vaisseau sanguin. Ce phénomène s'explique facilement. Le taux d'hématocrite correspond au ratio du volume de globules rouges par rapport au volume de sang total. Le plasma contenu dans le sang constitue la partie liquide alors qu'à l'inverse, les globules rouges, qui ont un diamètre moyen de l'ordre du micromètre, représentent une des parties solides du sang. Plus le volume de globules rouges dans le sang est grand et plus le sang est alors visqueux.

La Figure 1.6 (b) présente l'évolution de la viscosité du sang en fonction du taux d'hématocrite pour trois différents diamètres de vaisseaux sanguins. Le taux d'hématocrite d'une femme peut varier entre 35 et 45% tandis que pour un homme, il sera plutôt entre 40 et 55% (Chaplin *et al.* [1953]). La viscosité du sang augmente avec le taux d'hématocrite pour les mêmes raisons que celles expliquées précédemment, et est comprise entre  $21\ \text{mPa}\cdot\text{s}$  et  $41\ \text{mPa}\cdot\text{s}$  pour des vaisseaux de type capillaires, entre  $10\ \text{mPa}\cdot\text{s}$  et  $16\ \text{mPa}\cdot\text{s}$  pour des vaisseaux de type artérioles, et entre

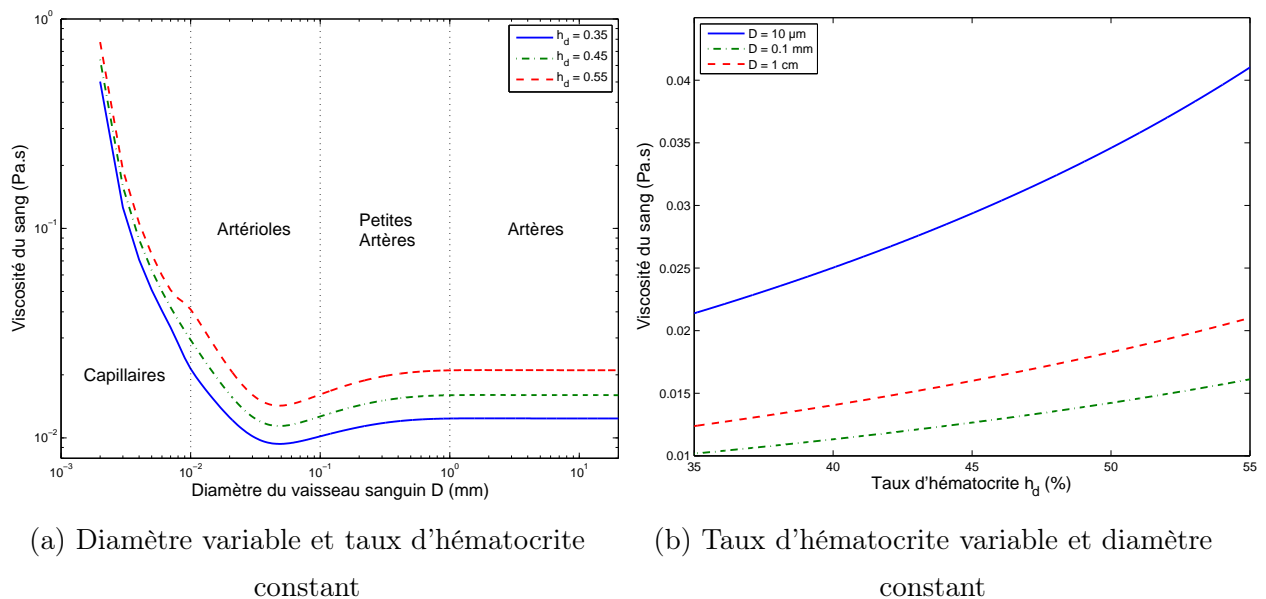


Figure 1.6 – Evolution de la viscosité du sang.

12,5 *mPa.s* et 21 *mPa.s* dans des petites artères.

L'évaluation de la viscosité du sang dans les différents types de vaisseaux sanguins est essentielle. En effet, une erreur importante sur ce paramètre entraîne une mauvaise estimation de la force de traînée que subit le microrobot. Or, comme nous le verrons dans les sections suivantes, parmi les nombreuses forces agissant sur le microrobot, la force de traînée se révèle être prépondérante.

## 1.4 Magnétisme

Pour naviguer dans le système cardiovasculaire, un microrobot doit disposer d'un moyen de propulsion qui génère une force motrice. Les différents moyens de propulsion proposés pour différents designs de microrobot seront présentés dans le Chapitre 2. Cette section s'intéresse aux phénomènes magnétiques, à leurs principes et à leurs fondements. Nous rappelons tout d'abord dans la Section 1.4.1 les propriétés intrinsèques de différents matériaux ainsi que les raisons de la magnétisation d'un matériau. Nous exposons ensuite dans la Section 1.4.2 différents systèmes magnétiques produisant des champs magnétiques ou des gradients de champ magnétique. Une bonne maîtrise de ces notions est requise pour la compréhension et la mise en place de dispositifs induisant une force motrice sur des microrobots qui sont présentés dans le Chapitre 2. Pour cela, la Section 1.4.3 expose l'origine et les caractéristiques de la force et du couple magnétique donnant naissance à des forces motrices agissant sur le microrobot pour le contrôler dans le système cardiovasculaire.

### 1.4.1 Matériaux et Magnétisation

Nous pouvons distinguer quatre classes de matériaux magnétiques : les matériaux ferromagnétiques, paramagnétiques, superparamagnétiques et diamagnétiques. A l'échelle microscopique, chaque matériau magnétique est composé dans le cas général de molécules possédant des moments magnétiques propres. En l'absence de champ magnétique, l'orientation de ces moments magnétiques est aléatoire, mais dès l'instant que le matériau est soumis à un champ magnétique, les moments magnétiques des molécules ont tendance à s'orienter dans la direction du champ magnétique. A l'échelle macroscopique, on peut alors considérer que le corps entier du matériau possède un moment magnétique, et on dit alors que le corps est aimanté. L'aimantation d'un matériau est directement liée au moment magnétique par l'équation :

$$\vec{m} = V\vec{M} \quad (1.4)$$

où  $\vec{m}$ ,  $\vec{M}$  et  $V$  sont respectivement le moment magnétique, l'aimantation et le volume du matériau magnétique. Si un corps est constitué d'une partie magnétique et d'une partie non-

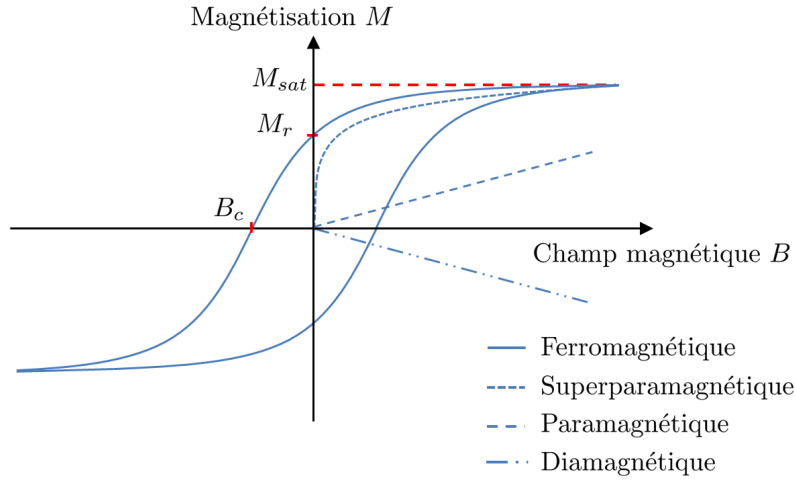


Figure 1.7 – Courbes d'aimantation de différents types de matériau.

magnétique, l'aimantation totale du corps s'exprime alors comme :

$$\vec{M}_t = \tau_m \vec{M} \quad (1.5)$$

où  $\tau_m = \frac{V_m}{V}$  est le ratio du volume magnétique du matériau sur son volume total. La Figure 1.7 montre les différentes courbes d'aimantation obtenues avec des matériaux ferromagnétiques, paramagnétiques, superparamagnétiques et diamagnétiques. Sur cette figure,  $M_{sat}$  représente la magnétisation de saturation et  $M_c$  la magnétisation de rémanence.  $B_c$  est appelé champ coercitif et représente le champ magnétique à appliquer à un matériau pour annuler son aimantation. En observant la courbe d'aimantation du matériau, il est possible de le classer dans l'une des quatre classes. L'aimantation  $\vec{M}$  du matériau est donnée sur cette courbe en fonction du champ magnétique  $\vec{B}$ , mais d'autres représentations graphiques le donnent en fonction de l'excitation magnétique  $\vec{H}$ .  $\vec{B}$ ,  $\vec{H}$  et  $\vec{M}$  sont liés par la relation :

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}) \quad (1.6)$$

où  $\mu_0$  est la perméabilité magnétique du vide. En introduisant la susceptibilité magnétique  $\chi_m$  d'un matériau, nombre adimensionnel, l'équation (1.6) devient :

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \chi_m \vec{H}) = \mu_0(1 + \chi_m)\vec{H} = \mu_0 \mu_r \vec{H} \quad (1.7)$$

où  $\mu_r$  est la perméabilité relative. En notant  $\mu = \mu_0 \mu_r$ , on obtient alors la relation entre l'aimantation  $\vec{M}$  et le champ magnétique  $\vec{B}$  :

$$\vec{M} = \frac{\chi_m}{\mu} \vec{B} \quad (1.8)$$

Matériau	Magnétisation de saturation ( $A.m^{-1}$ )	Densité ( $kg.m^{-3}$ )
Permendur	$1,95.10^6$	8200
Carbon Steel 1010/1020	$1,72.10^6$	7874
$NdFeB - 35$	$1,23.10^6$	7500
$Fe_3O_4$	$0,35.10^6$	5200

Tableau 1.2 – Propriétés de quelques matériaux ferromagnétiques.

Dans le cas d'un matériau diamagnétique, la susceptibilité magnétique est un coefficient négatif de l'ordre  $10^{-5}$ . Pour les matériaux diamagnétiques et ferromagnétiques, la susceptibilité magnétique est positive et de l'ordre respectivement de  $10^{-3}$  et  $10^5$ . Les matériaux superparamagnétiques ont des susceptibilités magnétiques de l'ordre de celles des matériaux ferromagnétiques mais ont une aimantation nulle dès que le champ magnétique s'annule. Seuls les matériaux ferromagnétiques possèdent une magnétisation résiduelle, dite magnétisation de rémanence, en l'absence de champ magnétique. En fonction de l'amplitude du champ coercitif à appliquer pour annuler l'aimantation du matériau, on distingue les matériaux ferromagnétiques doux des matériaux ferromagnétiques durs. Un matériau ferromagnétique est dit doux, si le champ coercitif  $H_c$  est inférieur à  $100 A.m^{-1}$ , et dur si il est supérieur à cette valeur. La magnétisation de saturation et la densité de différents matériaux, résumées dans le Tableau 1.2, sont issues de [McCurrie \[1994\]](#) et [Gray \[1972\]](#).

### 1.4.2 Systèmes magnétiques

Pour naviguer dans le système cardiovasculaire, le microrobot doit disposer d'un moyen de propulsion. Des batteries embarquées peuvent servir de source de puissance à un système micro-robotique. Néanmoins, en raison du diamètre des vaisseaux sanguins, la dimension des batteries devient rapidement un obstacle. Il est alors nécessaire de trouver un nouveau moyen de propulsion. Une solution consiste à utiliser des champs magnétiques permettant ainsi un actionnement à distance. L'utilisation d'un champ magnétique ou d'un gradient de champ magnétique comme actionneur extérieur peut donner naissance à une force motrice ou à un couple moteur. Cette section présente différents systèmes magnétiques produisant des champs et des gradients de champ magnétique.

#### 1.4.2.1 Bobines de Helmholtz

Un déplacement de charges électriques dans un conducteur produit en tout point de l'espace un champ magnétique  $\vec{B}$ . C'est ce phénomène physique bien connu que les bobines de Helmholtz

exploitent pour produire un champ magnétique. Il est possible de modéliser ce champ magnétique à partir de la loi de Biot et Savart. Pour calculer le champ magnétique obtenu dans le cas de bobines de Helmholtz, nous nous intéressons tout d'abord au champ magnétique que produit une spire circulaire le long d'un axe comme illustré sur la Figure 1.8. La loi de Biot et Savart s'exprime comme suit :

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint_C \frac{d\vec{l} \wedge \vec{r}_p}{r_p^2} \quad (1.9)$$

où  $\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$  est la perméabilité magnétique du vide,  $I$  le courant circulant dans la spire,  $d\vec{l}$  un vecteur tangent au contour  $C(0, r_b)$  en un point source considéré dans la direction de  $I$ , et  $\vec{r}_p$  un vecteur unitaire, normal à  $d\vec{l}$ , orienté du point source vers le point d'observateur  $P$ .  $r_p$  représente la distance entre le point source et le point d'observateur. En notant que  $\|d\vec{l} \wedge \vec{r}_p\| = dl$ ,  $B_x = \|\vec{B}\| \cos(\alpha_1)$  et en intégrant  $\vec{B}$  le long du contour  $C$  délimitant un cercle de rayon  $r_b$ , on obtient :

$$B_x = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{r_b}{r_p^2} \cos(\alpha_1) \quad (1.10)$$

Les relations suivantes peuvent être déterminées à partir de la Figure 1.8 par de simples considérations géométriques :

$$\cos(\alpha_1) = \sin(\alpha_2) \quad , \quad r_p = \frac{r_b}{\sin(\alpha_2)} \quad , \quad r_p = \sqrt{x^2 + r_b^2} \quad (1.11)$$

Finalement, en substituant les relations (1.11) dans l'équation (1.10), on obtient l'expression du champ magnétique  $B_x$  obtenu en tout point le long de l'axe  $Ox$  :

$$B_x = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{r_b^2}{(x^2 + r_b^2)^{3/2}} \quad (1.12)$$

La relation (1.12) exprime le champ magnétique induit par une seule spire. Pour augmenter l'amplitude du champ magnétique, il suffit de considérer une bobine composée de  $N$  spires. Les

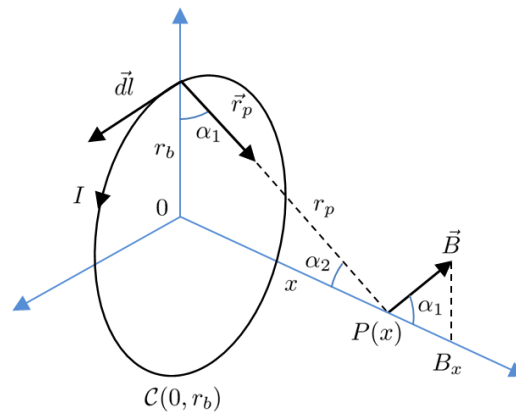


Figure 1.8 – Spire circulaire : loi de Biot et Savart.

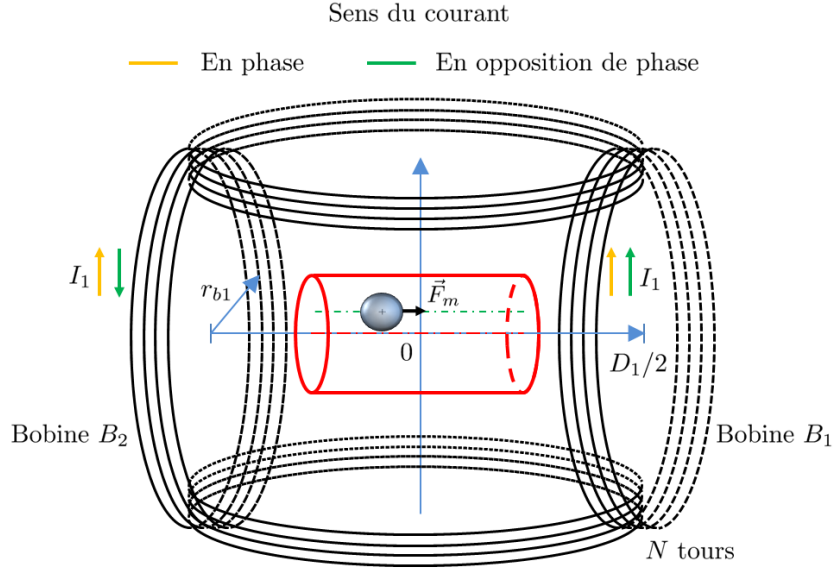
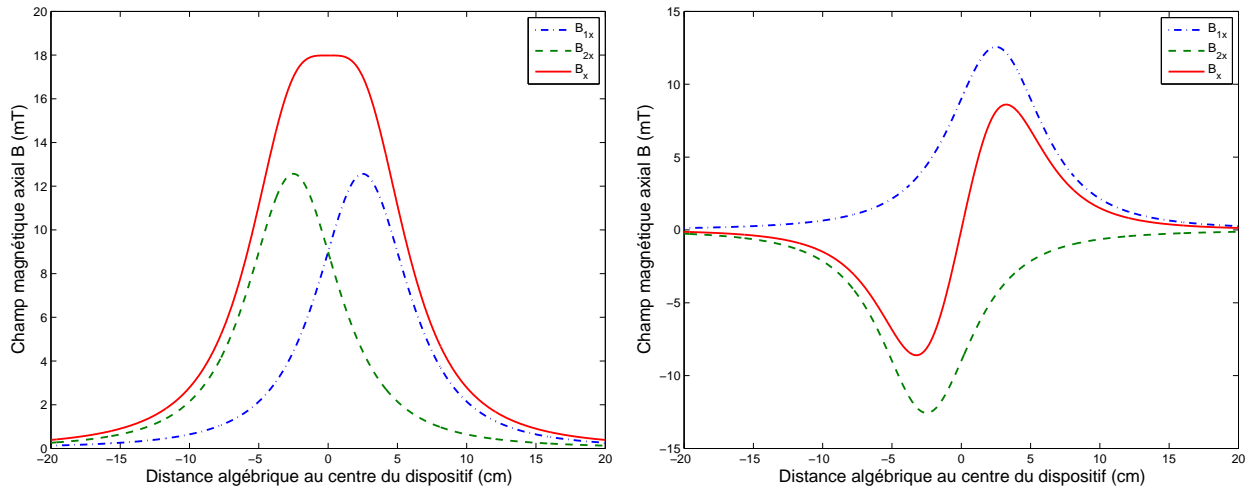


Figure 1.9 – Bobines de Helmholtz - Maxwell.

bobines de Helmholtz sont constituées de deux bobines identiques  $B_1$  et  $B_2$  parallèles entre elles, séparées d'une distance  $D_i$  comme illustré sur la 1.9. Le sens du courant  $I$  circulant dans les deux bobines peut être en phase ou en opposition de phase. Le champ magnétique axial résultant du champ magnétique produit par les deux bobines se calcule en faisant la somme des deux champs le long de l'axe  $Ox$ , c'est-à-dire  $\vec{B}_x = \vec{B}_{1x} + \vec{B}_{2x}$ . En effet, la linéarité des équations de Maxwell entraîne la vérification du théorème de superposition que l'on applique ici. Dans un repère orthonormé, on suppose qu'une bobine  $B_1$  est placée en  $x = D_1/2$  et qu'une bobine  $B_2$  en  $x = -D_1/2$  comme le montre la Figure 1.9. Il suffit alors de faire le changement de variable  $x \mapsto D_1/2 - x$  dans l'expression (1.12) pour déterminer l'amplitude du champ magnétique axial de la bobine  $B_1$ , et  $x \mapsto D_1/2 + x$  pour la bobine  $B_2$ . En négligeant les interactions entre les bobines et en considérant trois paires de bobines créant ainsi un champ magnétique selon les trois axes, on obtient le système suivant :

$$\begin{pmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{pmatrix} = \frac{\mu_0}{2} \begin{pmatrix} \frac{A_1}{\left(\left(\frac{D_1}{2} - x\right)^2 + r_{b1}^2\right)^{3/2}} - \frac{A_1}{\left(\left(\frac{D_1}{2} + x\right)^2 + r_{b1}^2\right)^{3/2}} \\ \frac{A_2}{\left(\left(\frac{D_2}{2} - y\right)^2 + r_{b2}^2\right)^{3/2}} - \frac{A_2}{\left(\left(\frac{D_2}{2} + y\right)^2 + r_{b2}^2\right)^{3/2}} \\ \frac{A_3}{\left(\left(\frac{D_3}{2} - z\right)^2 + r_{b3}^2\right)^{3/2}} - \frac{A_3}{\left(\left(\frac{D_3}{2} + z\right)^2 + r_{b3}^2\right)^{3/2}} \end{pmatrix} \quad (1.13)$$

où  $A_i = N_i r_{bi}^2 I_i$  avec  $N_i$ ,  $r_{bi}$  et  $I_i$  respectivement le nombre d'enroulement, le rayon et le courant parcourant chaque bobine, et enfin  $D_i$  est la distance séparant les bobines selon chaque


 (a)  $I_1$  en phase dans les bobines

 (b)  $I_1$  en opposition de phase dans les bobines

Figure 1.10 – Champ magnétique axial induit par des bobines de Helmholtz.

axe.

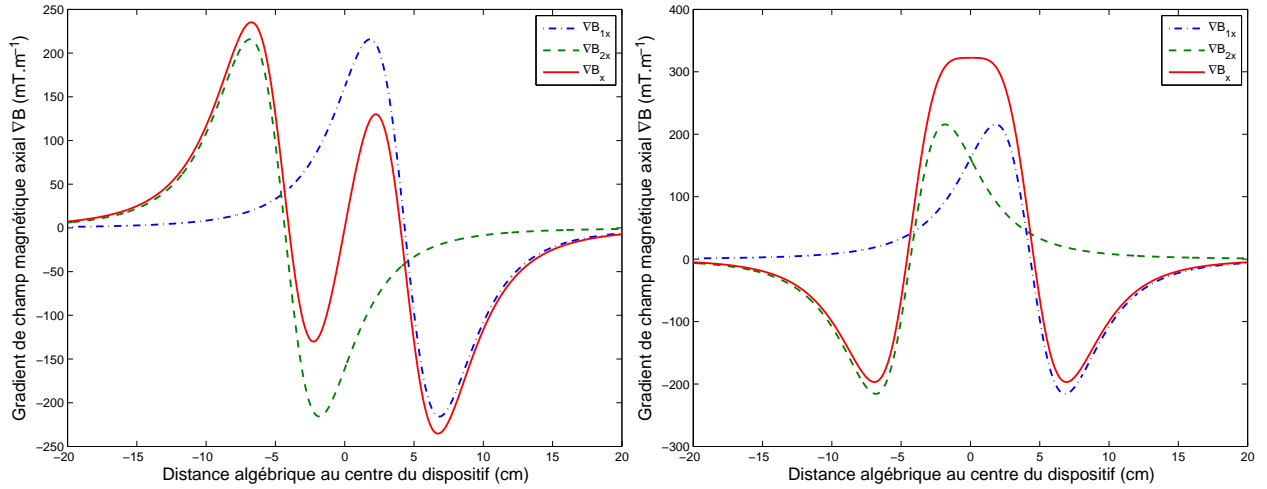
Nous étudions à présent le champ magnétique obtenu selon l'axe  $Ox$ , les résultats obtenus selon les deux autres axes étant similaires. Pour cela, nous supposons que la distance  $D_1$  séparant les deux bobines est égale au rayon  $r_{b1}$  des bobines. Deux cas sont étudiés, l'un en considérant que le courant  $I_1$  passant dans les deux bobines sont en phase, et l'autre en considérant un courant en opposition de phase.

Les courbes obtenues sont représentées sur la Figure 1.10. Sur ces deux représentations graphiques sont tracées le champ magnétique axial de la bobine  $B_{1x}$  en bleu, le champ magnétique axial de la bobine  $B_{2x}$  en vert et enfin le champ magnétique résultant  $B_x$  en rouge. La Figure 1.10 (a) montre les champs magnétiques obtenus lorsque le courant  $I$  dans les bobines sont en phase. L'allure des champs magnétiques des deux bobines est identique, au décalage spatial près. Les champs magnétiques atteignent leurs valeurs maximales en leurs centres.

Pour  $N_1 = 100$ ,  $r_{b1} = 5$  cm et un courant  $I_1$  de 10 A, la valeur maximale atteinte par les champs  $B_{1x}$  et  $B_{2x}$  est de l'ordre de  $12,6$  mT. En ayant placé les deux bobines à une distance égale à leurs rayons, le champ magnétique résultant adopte une forme particulière. En effet, on note une zone homogène où l'on peut considérer le champ magnétique comme constant. A partir de la configuration géométrique adoptée, cette zone est située précisément entre les deux bobines. Dans cette zone, le champ magnétique atteint  $18$  mT pour une variation inférieure à 6%.

La Figure 1.10 (b) montre les champs magnétiques axiaux obtenus lorsque le courant dans les bobines est en opposition de phase. Les champs magnétiques ont des allures opposées en raison du sens du courant dans chaque bobine. En raison du décalage spatial des bobines, on note une zone quasi-linéaire du champ magnétique axial résultant  $B_x$  entre les deux bobines. Le champ




 (a)  $I$  en phase dans les bobines

 (b)  $I$  en opposition de phase dans les bobines

Figure 1.11 – Gradient de champ magnétique axial induit par des bobines de Maxwell.

magnétique  $\vec{B}_x$  est orienté vers la bobine  $B_2$  pour des valeurs négatives de  $x$  tandis qu'il est orienté vers la bobine  $B_1$  pour des valeurs positives de  $x$ , changement d'orientation s'expliquant par la parité de la fonction exprimant le champ magnétique résultant. Le champ magnétique  $B_x$  peut être approché par une fonction linéaire de la forme  $B_x = \alpha_h x$  avec  $\alpha_h \approx 325 \text{ mT} \cdot \text{m}^{-1}$ .

En fonction du sens du courant  $I$  dans les enroulements, les bobines de Helmholtz permettent d'induire un champ magnétique soit constant, soit quasi-linéaire dans un intervalle donné. L'homogénéité du champ magnétique permet par exemple d'obtenir une magnétisation de la partie magnétique du microrobot constante dans cet intervalle.

### 1.4.2.2 Bobines de Maxwell

Les bobines de Maxwell utilisent le même type de configuration que les bobines de Helmholtz (voir Figure 1.9), mais cette fois-ci, ce sont les gradients de champ magnétique qui sont observés. Les équations modélisant ce phénomène magnétique sont également issues de la loi de Biot et Savart. Une fois le champ magnétique obtenu, il suffit d'établir les dérivées partielles selon chaque axe de ce champ. Les équations du système (1.13) montrent qu'il n'y a pas d'interactions magnétiques entre les différentes paires de bobines ce qui implique que :

$$\frac{\partial B_x}{\partial y} = \frac{\partial B_x}{\partial z} = \frac{\partial B_y}{\partial x} = \frac{\partial B_y}{\partial z} = \frac{\partial B_z}{\partial x} = \frac{\partial B_z}{\partial y} = 0 \quad (1.14)$$

Les gradients de champ magnétique se déduisent alors du système (1.13), et on obtient selon

chaque axe :

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial B_x}{\partial x} \\ \frac{\partial B_y}{\partial y} \\ \frac{\partial B_z}{\partial z} \end{pmatrix} = \frac{3\mu_0}{2} \begin{pmatrix} \frac{A_1 \left(\frac{D_1}{2} - x\right)}{\left(\left(\frac{D_1}{2} - x\right)^2 + r_{b1}^2\right)^{5/2}} + \frac{A_1 \left(\frac{D_1}{2} + x\right)}{\left(\left(\frac{D_1}{2} + x\right)^2 + r_{b1}^2\right)^{5/2}} \\ \frac{A_2 \left(\frac{D_2}{2} - y\right)}{\left(\left(\frac{D_2}{2} - y\right)^2 + r_{b2}^2\right)^{5/2}} + \frac{A_2 \left(\frac{D_2}{2} + y\right)}{\left(\left(\frac{D_2}{2} + y\right)^2 + r_{b2}^2\right)^{5/2}} \\ \frac{A_3 \left(\frac{D_3}{2} - z\right)}{\left(\left(\frac{D_3}{2} - z\right)^2 + r_{b3}^2\right)^{5/2}} + \frac{A_3 \left(\frac{D_3}{2} + z\right)}{\left(\left(\frac{D_3}{2} + z\right)^2 + r_{b3}^2\right)^{5/2}} \end{pmatrix} \quad (1.15)$$

La Figure 1.11 illustre le gradient de champ magnétique obtenu selon le long de l'axe  $x$ , les résultats étant similaires le long des axes  $y$  et  $z$ . Comme pour les bobines de Helmholtz, nous étudions le gradient de champ magnétique induit par les bobines en considérant un courant  $I_1$  en phase dans les deux bobines puis en opposition de phase. Les valeurs numériques pour le nombre de spires  $N_1$ , le rayon  $r_{b1}$  et le courant circulant dans les bobines sont identiques à l'étude réalisée avec les bobines de Helmholtz. Seule la distance entre les deux bobines change pour passer à une distance  $D_1$  égale à environ  $\sqrt{3}r_{b1}$ . Les gradients de champ magnétique  $\nabla B_{1x}$  et  $\nabla B_{2x}$  des bobines  $B_1$  et  $B_2$  sont représentés sur la Figure 1.11 respectivement en vert et en bleu, et le gradient de champ magnétique résultant en rouge.

La Figure 1.11 (a) montre le gradient de champ magnétique axial obtenu pour un courant  $I_1$  en phase dans les deux bobines. Les gradients de champ magnétique créés par les deux bobines sont identiques au décalage spatial près. C'est ce décalage qui permet de créer une zone linéaire de 4 cm centrée autour du 0 du dispositif. Dans cette zone, le gradient de champ magnétique peut être modélisé comme une approximation affine de la forme  $\nabla B_x = \alpha_m x$  avec  $\alpha_m \approx 5800 \text{ mT} \cdot \text{m}^{-2}$ .

La Figure 1.11 (b) révèle une zone constante entre les deux bobines. Ce phénomène est rendu possible en raison du courant  $I$  circulant en opposition de phase dans les deux bobines. Grâce aux caractéristiques du dispositif décrit précédemment, il est possible d'atteindre dans une zone de 4 cm centrée autour du 0 un gradient de champ magnétique d'amplitude maximale d'environ  $320 \text{ mT} \cdot \text{m}^{-1}$ , pour une variation de l'ordre de 6%.

Les bobines de Maxwell créent un gradient de champ magnétique quasi-linéaire ou constant en fonction du sens du courant  $I$  dans les enroulements. L'homogénéité du gradient de champ magnétique permet alors d'obtenir une force motrice constante dans cet intervalle. L'expression de cette force motrice est présentée en Section 1.4.3.

### 1.4.2.3 Imagerie par Résonance Magnétique

L'imagerie par résonance magnétique, ou IRM (voir Figure 1.12 (a)), est un système mis au point dans les années 1970 permettant l'acquisition de coupes du corps humain. Ce système,

aujourd'hui très répandu dans les hôpitaux, permet de diagnostiquer toutes sortes de lésions ou de tumeurs, ou bien encore d'étudier l'activité du cerveau de manière non-invasive et indolore pour les patients.

Reposant sur des phénomènes quantiques étudiés dans le cadre de la résonance magnétique nucléaire, un IRM construit une image en se basant sur l'activité du moment magnétique du spin du noyau de l'hydrogène, élément principal du corps humain. Non soumis à un champ magnétique, l'orientation du spin de chaque noyau d'hydrogène est aléatoire. Dès lors qu'il est soumis à un champ magnétique suffisamment élevé, le spin a tendance à s'orienter dans la direction du champ magnétique dans le même sens ou dans le sens opposé.

Chaque spin est caractérisé par son orientation mais également par sa vitesse de précession décrivant un cône autour de l'axe du champ magnétique. En envoyant une onde électromagnétique, onde de radiofréquence, à la fréquence de résonance dite fréquence de Larmor, l'orientation du moment magnétique du spin est modifiée. En fonction de l'intensité et de la durée d'émission de l'onde électromagnétique, le spin met un certain temps à revenir à sa position d'équilibre : c'est le phénomène de relaxation. Ce retour à l'équilibre est caractérisé à son tour par l'émission d'une onde de radiofréquence qui est mesurée par des antennes placées sur la zone que les médecins souhaitent examiner. En exploitant ce signal, il devient alors possible d'établir des vues en  $2D$  ou en  $3D$  de zones entières du corps humain. L'image résultante est d'autant plus fine et précise que le champ magnétique statique, noté  $\vec{B}_0$ , est important. En fonction de l'amplitude de ce champ magnétique, on classe les IRM selon trois classes :

- i.* IRM à bas champ :  $0,02\text{ mT} \leq \|\vec{B}_0\| \leq 0,25\text{ mT}$
- ii.* IRM à moyen champ :  $0,25\text{ mT} \leq \|\vec{B}_0\| \leq 1\text{ T}$
- iii.* IRM à haut champ :  $\|\vec{B}_0\| \geq 1\text{ T}$

Physiquement, pour créer ce champ magnétique, un IRM doit posséder un aimant principal de forte intensité. Un aimant résistif, ou électroaimant, peut produire des champs magnétiques de l'ordre du dixième de tesla. Néanmoins, ce type d'aimant devient difficile à mettre en place pour des champs magnétiques atteignant ou dépassant  $1\text{ T}$ . En effet, la quantité de matériel deviendrait importante, entraînant une masse totale imposante, des pertes par effet Joule nécessitant un lourd système de refroidissement, et donc un coût élevé à l'achat. Les aimants permanents ont l'avantage de ne pas nécessiter d'alimentation électrique et de système de refroidissement. A l'instar des aimants résistifs, il n'est pas non plus possible d'obtenir des champs magnétiques élevés sans faire appel à des quantités de matériel importantes. Pour créer des IRM à haut champ, un aimant principal de type supraconducteur est requis (voir Figure 1.12 (b)). Ce aimant permet de produire un champ magnétique de plusieurs teslas, classiquement  $1,5$  à  $3\text{ T}$ , mais pouvant atteindre  $11\text{ T}$  sur des IRM de recherche, orienté selon l'axe  $\vec{z}$  (voir Figure 1.13 pour la définition des axes). Pour



(a) Siemens MAGNETOM Avanto 1,5 T



(b) Aimant principal supraconducteur

Figure 1.12 – IRM Siemens - Aimant principal.

(Source : Banque de photos IRM Siemens)

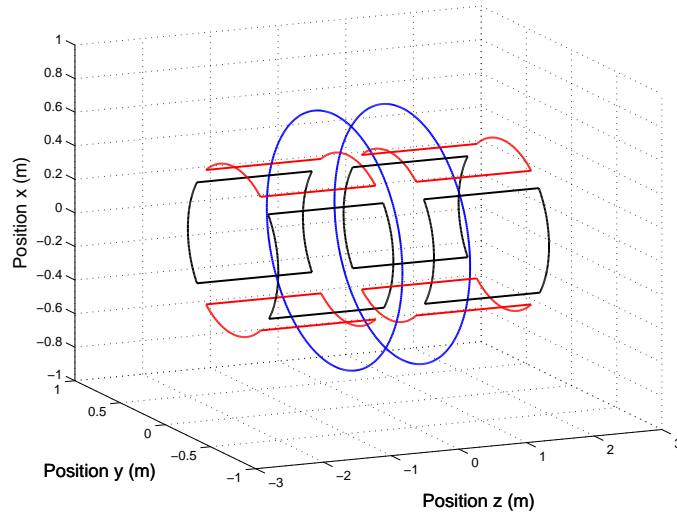
atteindre les propriétés supraconductrices du matériau, il est nécessaire d'intégrer un système de refroidissement à hélium permettant d'obtenir des températures de l'ordre de  $4 K$ , et une résistivité nulle du matériau. Le courant requis est donc moins important puisqu'il n'y aura plus de pertes par effet Joule. Pour des mesures précises et des résultats ensuite exploitables par les médecins, l'homogénéité du champ magnétique dans l'IRM est indispensable. Pour cela des bobines dites de *shim* sont ajoutées garantissant ainsi un champ magnétique statique homogène dans une zone appelée "sphère d'homogénéité" (ou en anglais DSV pour *Diameter of Spherical Volume*) d'un diamètre typique de  $0,4 m$  centrée en  $0$ .

A ce champ magnétique statique se rajoutent les champs magnétiques induits par les bobines de gradients. Ces paires de bobines sont au nombre de trois : une paire de bobines de Maxwell et deux paires de bobines de Golay positionnées comme indiqué sur la Figure 1.13. La paire de bobines de Maxwell, en bleu sur la figure, est utilisée selon l'axe  $\vec{z}$  et les paires de bobines de Golay, représentées en rouge et noir sur la même figure, sont utilisées respectivement selon les axes  $\vec{x}$  et  $\vec{y}$ . Ces bobines permettent d'effectuer un codage spatial de l'image et définissent également l'épaisseur de chacune des coupes nécessaires à la construction finale de l'image.

Le champ magnétique statique total, noté  $\vec{B}(\vec{r})$ , est modélisé à partir des équations de Maxwell comme :

$$\nabla \wedge \vec{B}(\vec{r}) = 0 \quad \text{et} \quad \nabla \cdot \vec{B}(\vec{r}) = 0 \quad \text{avec} \quad \vec{r} = (x, y, z)^T \quad (1.16)$$

Les équations de Maxwell montrent que le champ magnétique et le gradient de champ magnétique produits par chacune des bobines de gradients selon chaque axe entrent en interaction. En prenant en compte l'aimant principal et les bobines de gradients, l'expression du champ magné-



a) Bobines de Maxwell (bleu) - b) Bobines de Golay (rouge et noir)

Figure 1.13 – Bobines de gradients de champ magnétique d'un IRM

tique total  $\vec{B}(\vec{r})$  est donné par [Weisskoff et al. \[1993\]](#), [Volegov et al. \[2005\]](#) et [Han et al. \[2008\]](#) :

$$\vec{B}(\vec{r}) = (B_0 + g_r \cdot r)\vec{z} + G_r \vec{r} \quad (1.17)$$

$$\text{avec : } g_r = \begin{pmatrix} \frac{\partial B_z}{\partial x} \\ \frac{\partial B_z}{\partial y} \\ \frac{\partial B_z}{\partial z} \end{pmatrix} \text{ et } G_r = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \frac{\partial B_z}{\partial x} & 0 & \frac{\partial B_z}{\partial x} \\ 0 & -\frac{1}{2} \frac{\partial B_z}{\partial x} & \frac{\partial B_z}{\partial y} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (1.18)$$

La Figure 1.14 montre que le gradient  $\frac{\partial B_z}{\partial z}$  obtenu avec les bobines de Maxwell varie linéairement dans la direction du champ principal. La Figure 1.15 illustre le gradient obtenu avec les bobines de Golay dans la direction perpendiculaire au champ principal. De même, ces bobines permettent d'obtenir une variation linéaire du champ. C'est à partir de ces variations et de l'intensité du champ modifié localement par les bobines de gradients qu'il devient possible d'établir des coupes précises du corps humain. Les amplitudes maximales que peuvent atteindre les gradients de champ magnétique sont typiquement de l'ordre de  $40 \text{ mT} \cdot \text{m}^{-1}$  à  $80 \text{ mT} \cdot \text{m}^{-1}$ .

#### 1.4.2.4 Octomag - Minimag

Octomag ([Kummer et al. \[2010\]](#)) est un système magnétique développé à l'ETH de Zurich à l'*Institute of Robotics and Intelligent Systems* sous la direction du Professeur Bradley J. Nelson.

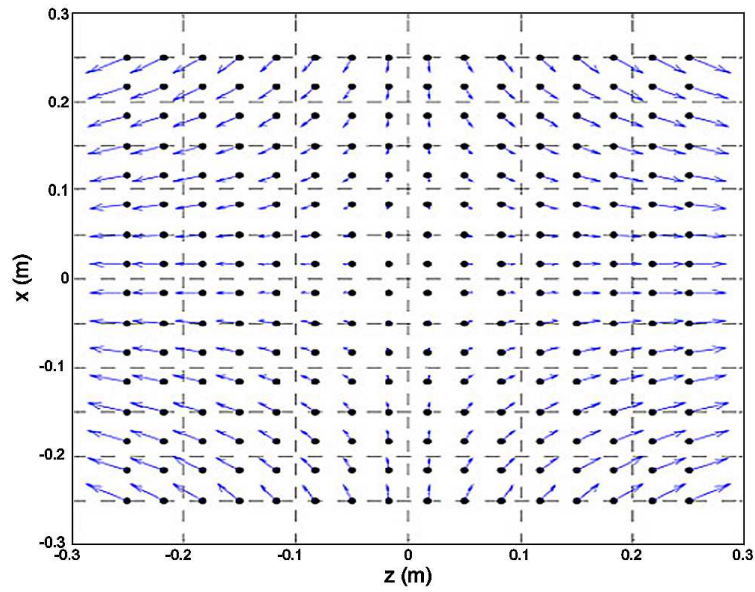


Figure 1.14 – Gradients de champ magnétique produits par les bobines de Maxwell.  
(Volegov *et al.* [2005])

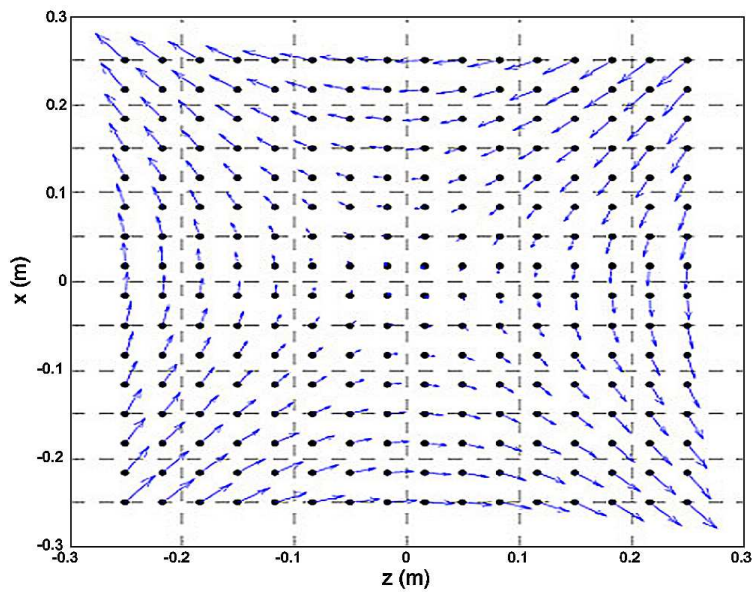


Figure 1.15 – Gradients de champ magnétique produits par les bobines de Golay.  
(Volegov *et al.* [2005])

A l'origine, ce système a été conçu pour répondre à une problématique liée aux applications thérapeutiques intraoculaires. Octomag autorise la manipulation de microrobots capables d'effectuer des opérations localisées et à distance grâce à l'action de champs et gradients de champ magnétique contrôlant le déplacement du microrobot. Ce système a la particularité d'avoir cinq degrés de liberté, trois en position et deux en rotation. Ces cinq degrés de liberté sont rendus possibles en raison de l'action combinée de huit bobines disposées comme indiquées sur la Figure 1.16. Chaque bobine est formée d'un solénoïde muni d'un cœur en matériau magnétique doux. En considérant que le phénomène d'hystérésis est négligeable et que l'étude est menée dans la zone linéaire de la magnétisation du matériau, le théorème de superposition des champs magnétiques est possible. Ces bobines créent un champ magnétique non-uniforme complexe qui, en chaque point  $P$  de l'espace, s'exprime alors comme :

$$\vec{B}(P) = \sum_{k=1}^n \vec{B}_k(P) = \sum_{k=1}^n \vec{B}_k(P) i_k \quad (1.19)$$

où  $\vec{B}(P)$  représente le champ magnétique résultant au point  $P$ .  $\vec{B}_k(P)$  et  $i_k$  sont respectivement le champ magnétique et le courant circulant dans la  $k$ -ième bobine.  $\vec{B}_k(P)$  est un vecteur normalisé par rapport au courant  $i_k$  dans la direction de ce champ magnétique. Le champ magnétique créé par chaque électroaimant dépend donc linéairement de l'amplitude du courant circulant dans la bobine. Le gradient de champ magnétique s'obtient en dérivant l'équation (1.19), ce qui dans la direction de  $\vec{x}$  donne :

$$\frac{\partial \vec{B}(P)}{\partial x} = \sum_{k=1}^n \frac{\partial \vec{B}_k(P)}{\partial x} \quad (1.20)$$

Le champ magnétique induit par l'ensemble des bobines d'Octomag peut atteindre les  $50 \text{ mT}$  et les gradients de champ magnétique peuvent monter jusqu'à  $2 \text{ T.m}^{-1}$ . Néanmoins, de par la fabrication et la complexité même du système, un problème de précision des actionneurs a été noté. Du point de vue automatique, cela signifie que les entrées de commande sont incertaines et spatialement inhomogènes. Ceci rend particulièrement délicate la modélisation du comportement des actionneurs. Cette précision semble être fortement améliorée par le système Minimag (Kratochvil *et al.* [2010b]), système magnétique développé par la même équipe, qui fonctionne sur les mêmes principes qu'Octomag, mais à une échelle beaucoup plus réduite ce qui le rend par là-même facilement transportable.

### 1.4.3 Forces et couples magnétiques

Différents systèmes générateurs de champs et de gradients de champ magnétique ont été présentés dans les pages précédentes. Nous allons voir à présent que ces champs et gradients peuvent être exploités pour produire une force ou un couple agissant sur un dipôle magnétique,

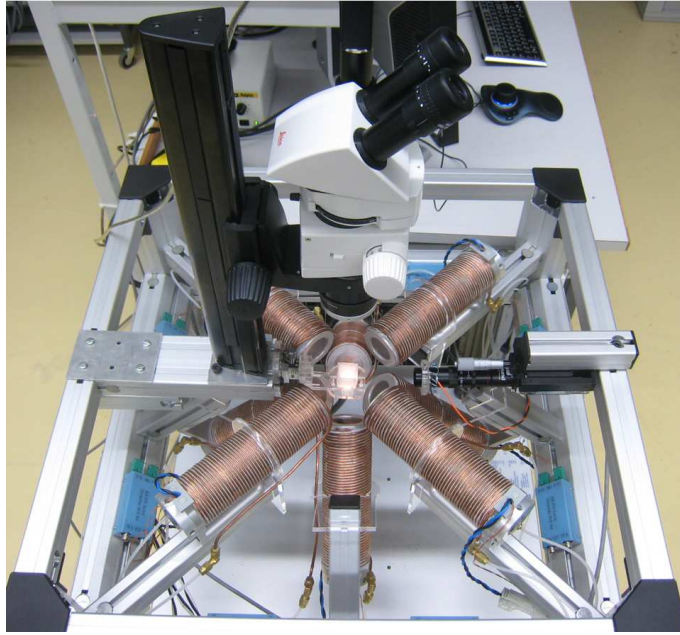


Figure 1.16 – Octomag

*Institute of Robotics and Intelligent Systems (IRIS - ETHZ)*

dipôle caractérisé par son moment magnétique noté  $\vec{m}$ . En traversant ce champ, une particule subit une force, appelée force de Lorentz, qui s'exprime, en considérant un champ électrique nul :

$$\vec{F}_m = q\vec{v} \wedge \vec{B} \quad (1.21)$$

où  $q$  est la charge de la particule,  $\vec{v}$  sa vitesse et  $\vec{B}$  le champ magnétique à laquelle la particule est soumise. En ne raisonnant plus sur une particule isolée, mais sur un corps magnétique entier, il est également possible d'exprimer la force et le couple que le corps subit lorsqu'il est plongé dans un champ magnétique. Le moment magnétique d'un corps s'exprime :

$$\vec{m} = V\vec{M} \quad (1.22)$$

où  $V$  représente le volume du corps magnétique et  $\vec{M}$  son aimantation (voir Section 1.4.1). La force magnétique  $\vec{F}$  exercée sur un corps magnétique est donnée par Boyer [1988] :

$$\vec{F}_m = \vec{\nabla}(\vec{m} \cdot \vec{B}(\vec{r})) \quad (1.23)$$

L'équation (1.23) peut être développée à partir de formules sur les opérations différentielles. En effet, en calculant le gradient d'un produit scalaire  $\vec{\nabla}(\vec{m} \cdot \vec{B})$ , on obtient :

$$\vec{\nabla}(\vec{m} \cdot \vec{B}) = (\vec{m} \cdot \vec{\nabla})\vec{B} + \vec{m} \wedge (\vec{\nabla} \wedge \vec{B}) + (\vec{B} \cdot \vec{\nabla})\vec{m} + \vec{B} \wedge (\vec{\nabla} \wedge \vec{m}) \quad (1.24)$$



En considérant que le moment magnétique  $\vec{m}$  ne dépend pas de la position  $\vec{r}$ , l'expression précédente devient :

$$\vec{\nabla}(\vec{m} \cdot \vec{B}) = (\vec{m} \cdot \vec{\nabla})\vec{B} + \vec{m} \wedge (\vec{\nabla} \wedge \vec{B}) \quad (1.25)$$

Pour obtenir  $\vec{\nabla}(\vec{m} \cdot \vec{B}) = (\vec{m} \cdot \vec{\nabla})\vec{B}$ , il est nécessaire que le terme  $\vec{m} \wedge (\vec{\nabla} \wedge \vec{B})$  soit nul. D'après l'équation de Maxwell-Ampère, on a :

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{B} = \mu_0 \left( \vec{J} + \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) \quad (1.26)$$

où  $\vec{J}$  et  $\vec{E}$  sont respectivement la densité de courant et le champ électrique.  $\varepsilon_0$  représente la permittivité diélectrique du vide. Pour annuler le terme  $\vec{\nabla} \wedge \vec{B}$ , la densité du courant  $\vec{J}$  doit être nulle, ce qui est vérifié si on considère un milieu non conducteur. En considérant également un champ électrique  $\vec{E}$  indépendant du temps, le terme  $\vec{m} \wedge (\vec{\nabla} \wedge \vec{B})$  est bien nul. En substituant l'expression (1.22) dans l'équation (1.23), et en prenant en compte les relations précédentes, on obtient alors finalement :

$$\vec{F}_m = V(\vec{M} \cdot \vec{\nabla})\vec{B}(\vec{r}) \quad (1.27)$$

La force motrice  $\vec{F}_m$  contrôlant le microrobot s'exprime composante par composante à partir des équations (A.17) et (1.27) :

$$\begin{pmatrix} F_{m_x} \\ F_{m_y} \\ F_{m_z} \end{pmatrix} = V \begin{pmatrix} M_x \frac{\partial B_x}{\partial x} + M_y \frac{\partial B_x}{\partial y} + M_z \frac{\partial B_x}{\partial z} \\ M_x \frac{\partial B_y}{\partial x} + M_y \frac{\partial B_y}{\partial y} + M_z \frac{\partial B_y}{\partial z} \\ M_x \frac{\partial B_z}{\partial x} + M_y \frac{\partial B_z}{\partial y} + M_z \frac{\partial B_z}{\partial z} \end{pmatrix} \quad (1.28)$$

où  $\vec{M} = [M_x \ M_y \ M_z]^T$  est la magnétisation du corps magnétique. Un cas particulier important apparaît si le corps magnétique est situé dans un IRM ou un système magnétique qui lui est similaire. Dans ce système, la magnétisation d'un microrobot est toujours colinéaire avec la direction du champ magnétique principal. Par conséquent, les termes  $M_x$  et  $M_y$  sont nuls et l'équation (1.28) se simplifie alors :

$$\begin{pmatrix} F_{m_x} \\ F_{m_y} \\ F_{m_z} \end{pmatrix} = VM_z \begin{pmatrix} \frac{\partial B_x}{\partial z} \\ \frac{\partial B_y}{\partial z} \\ \frac{\partial B_z}{\partial z} \end{pmatrix} \quad (1.29)$$

Soumis à un champ magnétique, un corps subit également le couple magnétique suivant :

$$\vec{T}_m = V\vec{M} \wedge \vec{B}(\vec{r}) \quad (1.30)$$

Cette relation induit que tout corps magnétique a tendance à être colinéaire avec la direction du champ magnétique.

## 1.5 Systèmes imageurs

La mesure de la position du microrobot à travers un circuit microfluidique transparent peut être réalisée à l'aide d'un système de caméras munies d'objectifs. Deux caméras suffisent à déterminer la position exacte du microrobot dans l'espace. Néanmoins, la navigation du microrobot dans un corps humain par exemple, rend impossible l'utilisation de tel système. La navigation du microrobot dans le système cardiovasculaire exige un système imageur approprié, qui fournit à la fois une carte locale détaillée de l'environnement, ainsi que la mesure de la position du microrobot. L'utilisation d'imageurs médicaux représente une voie prometteuse pour le développement d'application médicale automatisée. Parmi ces imageurs, nous pouvons citer les appareils produisant des rayons X, technique utilisée en tomodensitométrie (TDM) par exemple ([Achenbach \*et al.\* \[2006\]](#)), la tomographie par cohérence optique ou les IRM ([Uecker \*et al.\* \[2010\]](#), [Zhang \*et al.\* \[2011\]](#)).

Résolution spatiale en <i>mm</i>	Temps d'acquisition en <i>ms</i>	Source
2	40	<a href="#">Steeden <i>et al.</i> [2010]</a>
2	20 à 90	<a href="#">Nezafat <i>et al.</i> [2004]</a>
1,5	20	<a href="#">Uecker <i>et al.</i> [2010]</a>
1	52	<a href="#">Zhang <i>et al.</i> [2010b]</a>
1	100	<a href="#">Feng <i>et al.</i> [2005]</a>
0,75	330	<a href="#">Zhang <i>et al.</i> [2011]</a>

Tableau 1.3 – Résolution spatiale et temps d'acquisition à partir d'un imageur d'IRM.

Deux paramètres importants permettent de classifier les différents systèmes imageurs : la résolution spatiale et le temps d'acquisition pour la reconstruction d'une image, pour en déduire ensuite la position du microrobot. Le [Tableau 1.3](#) donne la résolution spatiale et le temps d'acquisition nécessaire pour obtenir une telle résolution dans le cas d'un imageur IRM. Globalement, on note qu'une diminution de la résolution spatiale entraîne une augmentation du temps d'acquisition.

Le [Tableau 1.4](#) résume les caractéristiques techniques d'autres systèmes imageurs. Ce tableau permet de définir le type de système qu'il est envisageable d'utiliser en fonction du type de vaisseau sanguin dans lequel le microrobot navigue. Si celui-ci navigue dans une artère ou dans une petite artère, la diamètre du microrobot (de l'ordre de la centaine de  $\mu m$ ) est suffisamment

Vaisseau sanguin	Résolution d'imageur en $\mu m$					
	IRM	$\mu$ -IRM	CT <sup>1</sup>	$\mu$ -CT <sup>2</sup>	OCT <sup>3 4</sup>	US <sup>5 4</sup>
	$< 10^3$	$< 10^2$	$< 10^3$	$< 50$	$< 1$	$< 10^3$
Artère	X	X	X	X	X	X
Petite artère	X	X	X	X	X	X
Artériole	-	X	-	X	X	-
Capillaire	-	-	-	-	X	-

Tableau 1.4 – Résolution spatiale de systèmes imageurs.  
(X représente un matériel compatible)

important pour que l'imageur d'un IRM puisse le localiser. Dans de plus petits vaisseaux sanguins, le système imageur doit atteindre des résolutions spatiales de l'ordre de la dizaine de  $\mu m$ . Néanmoins, peu de systèmes imageurs sont capables d'une telle résolution comme le montre le Tableau 1.4.

## 1.6 Hydrodynamique

Après s'être intéressé aux phénomènes magnétiques et aux systèmes imageurs, nous nous focalisons dans cette section sur les aspects hydrodynamiques. Le microrobot naviguant dans le système cardiovasculaire, il est indispensable de modéliser l'interaction existant entre le microrobot et l'environnement fluide. Pour cela, nous rappelons tout d'abord dans la Section 1.6.1 la célèbre équation de Navier-Stokes modélisant le comportement dynamique de tout fluide. La non-prédominance de phénomènes de mécanique statistique est justifiée à travers le nombre de Knudsen. Après avoir rappelé le principe de conservation de la masse dans la Section 1.6.2, nous étudions l'interaction du microbot avec le fluide à partir de l'expression de la force de traînée dans la Section 1.6.3. Deux cas sont exposés : la force de traînée en milieu infini et en milieu fini. La validité de l'expression de cette force est étudiée en fonction du nombre de Reynolds. Enfin, dans la Section 1.6.3.3, l'étude de l'aspect pulsatile du sang et de la déformation des parois est menée pour une prise en compte dans le modèle. Nous supposons tout au long du manuscrit que le microrobot est totalement immergé.

- 
1. CT : Computed Tomography (tomodensitométrie)
  2. Ne peut être utilisé sur des animaux vivants
  3. OCT : Optical Coherence Tomography (tomographie par cohérence optique)
  4. Profondeur de pénétration limitée
  5. US : Ultrasound (Appareil à ultrasons)
-

### 1.6.1 Navier-Stokes

A partir du point d'injection, le microrobot évolue dans les vaisseaux sanguins pour arriver au plus proche de la zone à traiter et est donc soumis aux forces hydrodynamiques. En mécanique des fluides, le mouvement des liquides et des gaz est décrit par l'équation aux dérivées partielles de Navier-Stokes :

$$\rho_f \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \rho_f (\vec{v} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}) \cdot \vec{v} = \rho_f \vec{f} - \overrightarrow{\text{grad}} p + \eta \Delta \vec{v} + \left( \zeta + \frac{\eta}{3} \right) \overrightarrow{\text{grad}}(\text{div} \vec{v}) \quad (1.31)$$

où  $\rho_f$  représente la masse volumique du fluide,  $\vec{v}$  sa vitesse,  $t$  le temps,  $\vec{f}$  la force en volume par unité de masse, et  $p$  la pression dans le fluide.  $\eta$  et  $\zeta$  sont respectivement la viscosité dynamique du fluide en cisaillement et en compression.  $\overrightarrow{\text{grad}}$ ,  $\text{div}$  et  $\Delta$  sont respectivement les opérateurs gradient, divergent et Laplacien. Le sens physique de chaque terme de l'équation de Navier-Stokes est résumé ci-après ([Guyon et al. \[2001\]](#)) :

- 1)  $\rho_f \frac{\partial \vec{v}}{\partial t}$  représente l'accélération d'une particule de fluide.
- 2)  $\rho_f (\vec{v} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}) \cdot \vec{v}$  est la variation de vitesse associée à l'exploration du champ de vitesse par la particule de fluide au cours de son mouvement.
- 3)  $\rho_f \vec{f}$  regroupe l'ensemble des forces volumiques appliquées au fluide.
- 4)  $-\overrightarrow{\text{grad}} p$  sont les forces de pression correspondant aux contraintes normales.
- 5)  $\eta \Delta \vec{v} + \left( \zeta + \frac{\eta}{3} \right) \overrightarrow{\text{grad}}(\text{div} \vec{v})$  sont les forces de viscosité dues à la déformation des éléments de fluide, dans le cas d'un fluide compressible.

La détermination d'une solution générale analytique de l'équation de Navier-Stokes est encore aujourd'hui un problème non résolu. Le *Clay Mathematical Institute* a répertorié ce problème parmi les sept grands défis mathématiques à résoudre au cours du XXI<sup>e</sup> siècle. Néanmoins l'équation de Navier Stokes n'est valable que si l'hypothèse de continuité du milieu est garantie. Si cette hypothèse s'avère fausse, d'autres lois issues de la mécanique statistique sont à prendre en compte pour modéliser, par exemple, des mouvements dits Browniens. Un moyen simple de vérifier la validité de l'hypothèse de continuité est de calculer la valeur du nombre de Knudsen. Ce nombre adimensionnel est défini dans [Knudsen \[1934\]](#) :

$$K_{nu} = \frac{k_B T}{4\sqrt{2}\pi r^2 P L_c} \quad (1.32)$$

où  $k_B$  est la constante de Boltzmann,  $T$  la température,  $P$  la pression,  $r$  le rayon de la particule et  $L_c$  la longueur caractéristique. L'hypothèse d'un fluide continu est vérifiée pour un nombre de Knudsen inférieur à  $10^{-2}$  alors qu'un nombre supérieur rend l'équation (1.31) non valide. Dans ce dernier cas, il faut faire appel aux équations de mécanique statistique pour

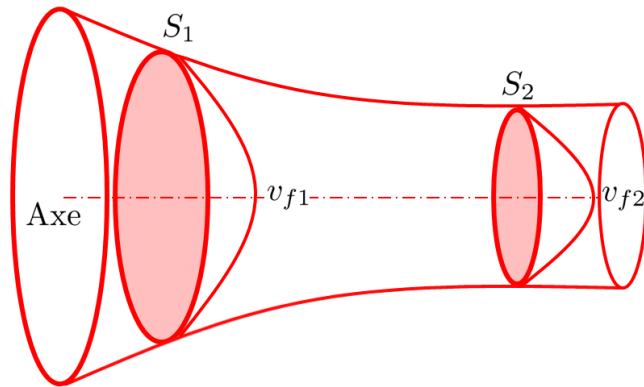


Figure 1.17 – Conservation du débit dans des sections différentes.

modéliser au mieux la dynamique du fluide. Dans le système cardiovasculaire, le nombre de Knudsen varie approximativement entre  $10^{-19}$  dans des artères, et  $10^{-10}$  dans des capillaires. L'équation de Navier-Stokes permet donc de modéliser correctement le comportement du sang dans les vaisseaux sanguins. Cependant, l'équation (1.31) n'ayant pas de solutions analytiques dans le cas général, une résolution numérique s'impose. Cette dernière requiert toutefois des temps de calcul trop longs pour une mise en oeuvre de l'application en temps réel avec une période d'échantillonnage ne dépassant pas les quelques dizaines de millisecondes. Dans la suite de ce manuscrit, nous calculerons donc les forces hydrodynamiques s'exerçant sur le microrobot directement à partir de l'expression de la force de traînée.

### 1.6.2 Equation de conservation

Avant de définir l'expression de la force de traînée, nous rappelons dans cette section le principe de conservation de la masse lors de deux phénomènes particuliers. Le premier phénomène est une modification de diamètre dans un même vaisseau sanguin, et le second une bifurcation d'un vaisseau sanguin mère en plusieurs vaisseaux filles. Ces deux phénomènes induisent notamment une modification de l'amplitude de la force de traînée qu'il est indispensable de prendre en compte dans le modèle.

Une modification du diamètre d'un même vaisseau sanguin entraîne un changement du profil de vitesse, et notamment l'amplitude maximale de la vitesse axiale comme l'illustre la Figure 1.17. Le profil de vitesse adopté par un fluide dans un vaisseau sanguin est étudié en détail dans les sections suivantes, et nous ne focalisons ici que sur la vitesse axiale. L'équation de continuité (conservation de la masse) permet d'adapter cette vitesse axiale maximale à partir

de l'expression suivante :

$$Q_{dm} = v_{f1} S_1 = v_{f2} S_2 \quad \implies \quad v_{f2} = \left( \frac{r_1}{r_2} \right)^2 v_{f1} \quad (1.33)$$

où  $Q_{dm}$  représente le débit massique dans le vaisseau sanguin en  $m^3.s^{-1}$  et  $(v_{f1}, S_1)$ ,  $(v_{f2}, S_2)$  sont respectivement la vitesse axiale maximale et la surface dans deux sections différentes (voir Figure 1.17). Une contraction du vaisseau sanguin entraîne donc une augmentation de la vitesse axiale et inversement, une dilatation du vaisseau implique une diminution de la vitesse axiale.

Un autre phénomène à prendre en compte est la présence de bifurcations. Sur la Figure 1.18, deux types de bifurcations sont présentes : une bifurcation mineure et une bifurcation majeure. L'étude détaillée du changement transitoire de profil de vitesse dans ces deux cas est menée dans la Section 1.7 . Le principe de conservation de la masse impose que :

$$\begin{cases} Q_{dm1} = Q_{dm2} + Q_{dm3} & \text{dans la bifurcation mineure} \\ Q_{dm3} = Q_{dm4} + Q_{dm5} & \text{dans la bifurcation majeure} \end{cases} \quad (1.34)$$

Ce système permet de déterminer la relation existant entre la vitesse axiale en entrée de bifurcation et dans chaque branche fille en régime établi. Dans le cas de la bifurcation majeure et en prenant en compte l'équation (1.33), la deuxième équation du système (1.34) permet d'obtenir les relations suivantes :

$$v_{f4} = \frac{1}{2} \left( \frac{r_3}{r_4} \right)^2 v_{f3} \quad \text{et} \quad v_{f5} = \frac{1}{2} \left( \frac{r_3}{r_5} \right)^2 v_{f3} \quad (1.35)$$

Si les deux branches filles ont un diamètre identique à celui de la branche mère, les équations (1.35) montrent que la vitesse axiale dans chacune des branches filles est identique, et deux fois inférieure à la vitesse axiale de la branche mère en régime établi.

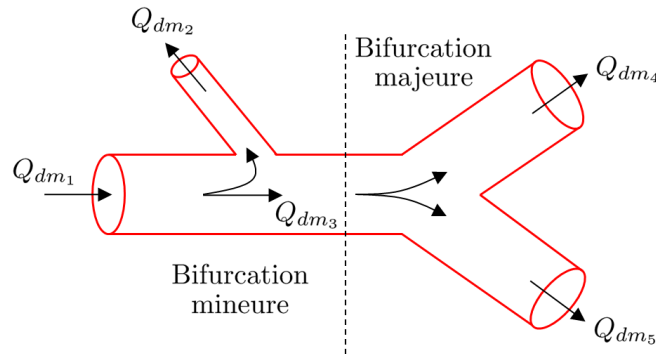


Figure 1.18 – Conservation du débit en présence de bifurcations.

### 1.6.3 Force de traînée

La force de traînée ne dérive pas de lois issues de l'hydrodynamique mais d'une analyse dimensionnelle. En effet, en multipliant une masse volumique par une surface, une vitesse élevée au carré et un coefficient, l'équation aux dimensions montre que ce produit exprime une force. Les nombreuses expériences, notamment issues du domaine automobile et aéronautique, ont montré que cette loi rend bien compte de la réalité. La force de traînée  $\vec{F}_d$  exprime le fait que, dans un milieu fluidique au repos, tout corps en mouvement dans un liquide ou un gaz subit une force s'opposant à son déplacement. Ce principe reste valable si le fluide est également en mouvement en prenant en compte la vitesse relative du corps, ainsi que sa direction, par rapport au fluide. La Figure 1.19 illustre le cas où un corps, dirigé grâce à une force motrice  $\vec{F}_m$ , navigue à contre-sens de l'écoulement du fluide. La force de traînée  $\vec{F}_d$  est alors une force résistive. Les sections suivantes présentent la force de traînée dans un milieu infini avant de prendre en compte les effets de bord inhérents à un milieu fini. Enfin les conséquences hydrodynamiques des aspects pulsatiles propres au système cardiovasculaire sont détaillées.

#### 1.6.3.1 Force de traînée en milieu infini

##### a) Nombre de Reynolds

Le nombre de Reynolds ([Reynolds \[1883\]](#)) est un nombre adimensionnel représentant le ratio entre les forces d'inerties et les forces visqueuses :

$$Re_\infty = \frac{\rho_f L_c \|v_\infty - v_{f_\infty}\|}{\eta} \quad (1.36)$$

où  $\rho_f$  et  $\eta$  sont respectivement la masse volumique et la viscosité dynamique du fluide. Lorsqu'un fluide est en mouvement, il est possible de caractériser la nature de son écoulement en fonction de la valeur du nombre de Reynolds :

- Si  $Re \ll 1$ , on parle d'écoulement de Stokes.

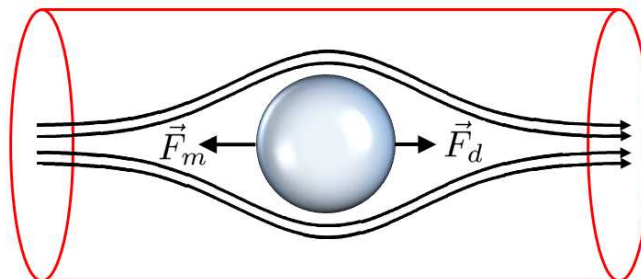


Figure 1.19 – Force de traînée sur un corps naviguant à contre courant.

- Si  $Re \leq 2000$ , le régime est de type laminaire.
- Si  $2000 \leq Re \leq 3000$ , le régime est de type transitoire.
- Si  $Re \geq 3000$ , le régime est de type turbulent.

Pour notre application, le nombre de Reynolds est environ compris entre  $10^{-5}$  et 100 pour des vaisseaux allant des capillaires aux artères. On sera donc en présence d'écoulement de type laminaire, vérifiant parfois la loi de Stokes. Néanmoins ces valeurs restent arbitraires car, localement, un fluide peut s'avérer turbulent (présence de tourbillons par exemple) en raison d'obstacles ou de configurations géométriques particulières, alors que, globalement, l'écoulement est laminaire.

### b) Coefficients de traînée pour une sphère

Le coefficient de traînée  $C_d$  est un nombre adimensionnel utilisé pour quantifier la résistance ou la traînée d'un objet dans un fluide. L'expression des coefficients de traînée dépend de la géométrie de l'objet. Nous présentons dans cette section des coefficients de traînée pour un corps sphérique. Différentes expressions du coefficient de traînée existent en fonction de la valeur du nombre de Reynolds. Lorsque le nombre de Reynolds est très inférieur à 1, le coefficient de traînée est alors donné par :

$$C_{d_{s\infty}} = \frac{24}{Re_\infty} \quad (1.37)$$

L'équation (1.37) n'étant plus valable pour des nombres de Reynolds supérieurs à 1, White propose une expression différente pour le coefficient de traînée, valable pour des nombres de Reynolds allant jusqu'à  $2,5 \cdot 10^5$  dans le cas d'une microparticule dans un milieu fluide (White [1991]) :

$$C_{d_{w\infty}} = \frac{24}{Re_\infty} + \frac{6}{1 + \sqrt{Re_\infty}} + 0,4 \quad (1.38)$$

Clift et Gauvin [1970] donnent une autre expression du coefficient de traînée pour des nombres de Reynolds allant également jusqu'à  $2,5 \cdot 10^5$  :

$$C_{d_{c\infty}} = \frac{24}{Re_\infty} (1 + 0,15Re_\infty^{0,687}) + \frac{0,42}{1 + \frac{42500}{Re_\infty^{1,16}}} \quad (1.39)$$

Dans Loth [2008], les équations (1.37), (1.38) et (1.39) sont comparées aux données expérimentales fournies par White [1991]. Si l'équation (1.37) devient rapidement fautive pour des nombres de Reynolds supérieurs à 1, les équations (1.38) et (1.39) sont de très bonnes approximations du coefficient de traînée. D'après la Figure 1.20, pour des nombres de Reynolds inférieurs à 100, les deux expressions donnent des valeurs similaires. Dans la suite de ce manuscrit, nous utiliserons l'équation donnée par White [1991] dans l'expression de la force de traînée.



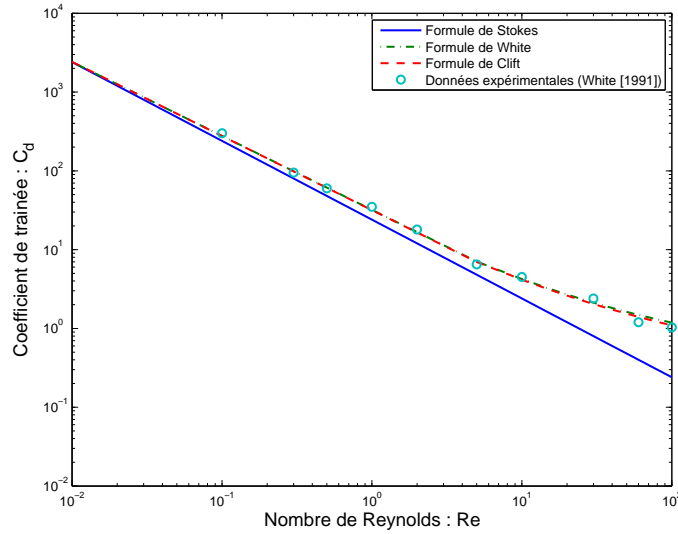


Figure 1.20 – Evolution des coefficients de traînée en fonction du nombre de Reynolds.

### c) Expression de la force

Par la suite et pour alléger les notations, nous notons la vitesse relative entre le microrobot et le fluide  $\vec{v}_r = \vec{v} - \vec{v}_f$ . Un microrobot naviguant dans le système cardiovasculaire subit une force de traînée  $\vec{F}_{d_\infty}$  qui s'exprime, dans un milieu fluidique infini, comme :

$$\vec{F}_{d_\infty} = -\frac{1}{2}\rho_f \|\vec{v}_{r_\infty}\|^2 AC_{d_\infty} \frac{\vec{v}_{r_\infty}}{\|\vec{v}_{r_\infty}\|} \quad (1.40)$$

où  $\vec{v}_{r_\infty}$  représente la vitesse relative du microrobot par rapport à la vitesse du fluide dans un milieu infini,  $A$  l'aire frontale du microrobot et  $C_{d_\infty}$  le coefficient de traînée qui est une fonction du nombre de Reynolds. En substituant l'équation du coefficient de traînée (1.37) dans (1.40), pour  $Re \ll 1$ , on obtient la loi de Stokes (Stokes [1851]) qui s'exprime :

$$\vec{F}_{d_s} = -6\pi\eta r \|\vec{v}_{r_\infty}\| \frac{\vec{v}_{r_\infty}}{\|\vec{v}_{r_\infty}\|} \quad (1.41)$$

#### 1.6.3.2 Force de traînée en milieu fini

Le cas académique du milieu infini n'est valable que dans certaines applications particulières. Dans le cas de la navigation endovasculaire étudiée dans ce travail, l'influence des parois des vaisseaux sanguins doit être prise en compte pour modéliser correctement la dynamique du fluide.

#### a) Lien entre milieu infini et fini

En général, l'effet des parois des vaisseaux sanguins est modélisé par le ratio entre la vitesse relative terminale du microrobot  $\vec{v} - \vec{v}_f$  et sa vitesse relative dans un milieu infini. Ce phénomène

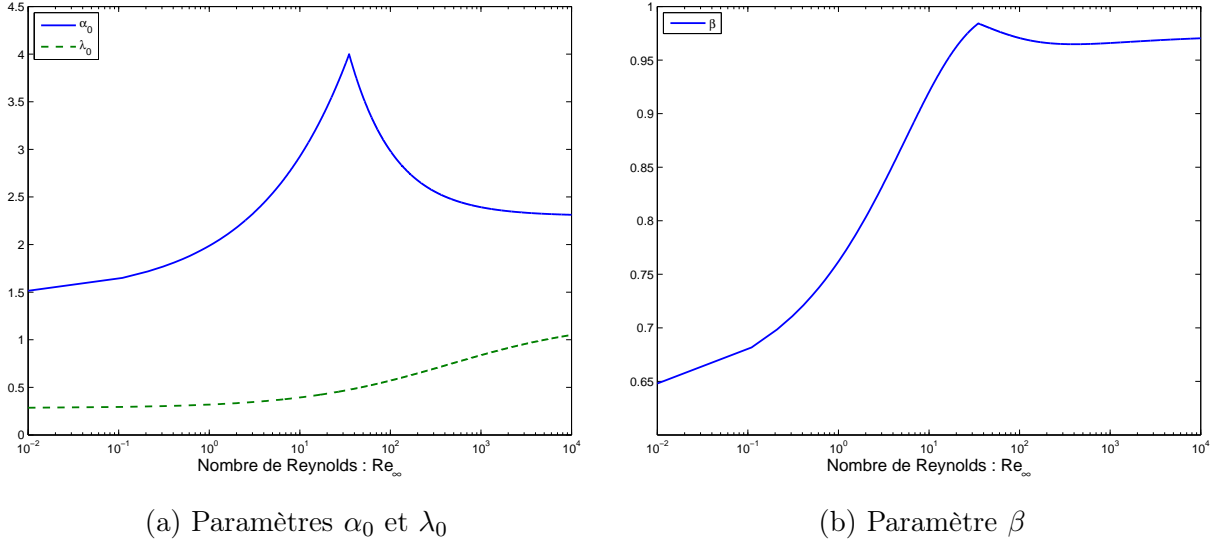


Figure 1.21 – Evolution des paramètres  $\alpha_0$ ,  $\lambda_0$  et  $\beta$  en fonction du nombre de Reynolds.

fut déjà étudié et modélisé à l'époque de Newton (Newton [1687]). Des travaux plus récents ont été menés dont ceux rapportés par exemple dans Munroe [1889], Francis [1933], Felice [1996] et Kehlenbeck et Felice [1999]. Dans ce dernier article, le ratio, noté  $\beta$ , est une fonction de deux paramètres adimensionnels  $\alpha_0$  et  $\lambda_0$  et s'exprime :

$$\beta = \frac{\|\vec{v}_r\|}{\|\vec{v}_{r_\infty}\|} = \frac{1 - \lambda^{\alpha_0}}{1 + \left(\frac{\lambda}{\lambda_0}\right)^{\alpha_0}} \quad (1.42)$$

avec  $\lambda = 2r/D$ , où  $r$  est le rayon du microrobot et  $D$  le diamètre du vaisseau sanguin. Les paramètres  $\alpha_0$  et  $\lambda_0$  sont des fonctions dépendantes du nombre de Reynolds qui sont données par (Kehlenbeck et Felice [1999]) :

$$\begin{cases} \alpha_0 = 1,44 + 0,5466 Re_\infty^{0,434} & \text{si } Re_\infty \leq 35 \\ \alpha_0 = 2,3 + 37,3 Re_\infty^{-0,8686} & \text{si } Re_\infty \geq 35 \\ \lambda_0 = \frac{49,2 Re_\infty^{0,524} + 283}{41 Re_\infty^{0,524} + 0,001} \end{cases} \quad (1.43)$$

La Figure 1.21 (a) montre l'évolution des paramètres  $\alpha_0$  et  $\lambda_0$  en fonction du nombre de Reynolds  $Re_\infty$ . Le terme  $\lambda_0$  croît avec le nombre de Reynolds en étant environ compris entre 0,3 et 1,05. Pour des nombres de Reynolds inférieurs à 35,  $\alpha_0$  augmente de 1,5 à 4, avant de décroître à partir de  $Re_\infty = 35$  pour atteindre 2,3 environ.

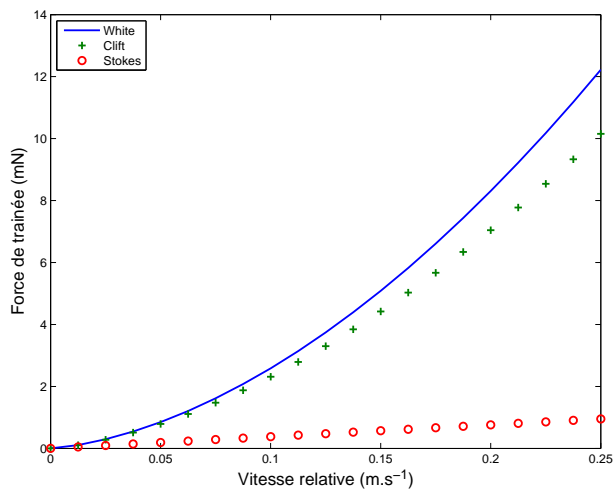
La Figure 1.21 (b) illustre l'évolution du ratio  $\beta$ . Le terme  $\lambda$  étant inférieur à 1,  $\beta$  est également inférieur à 1 pour tout  $\alpha_0$  et  $\lambda_0$ . Les valeurs de  $\beta$  démontrent toute l'importance de

prendre en compte ce phénomène dans la modélisation puisque l'évaluation de la force de traînée en milieu infini s'en trouve sensiblement modifiée.

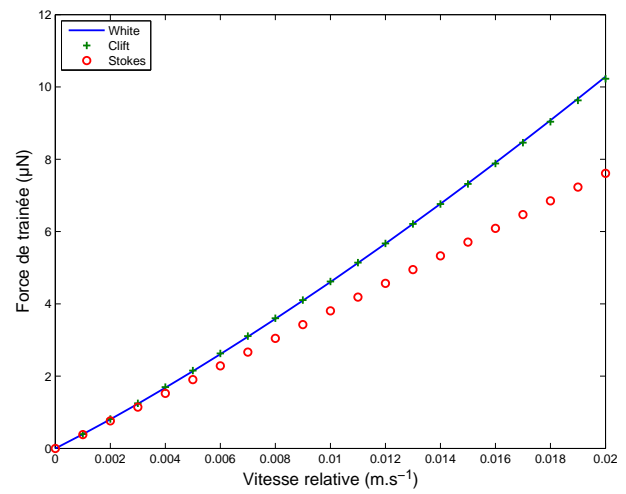
### b) Expression de la force

En considérant le système cardiovasculaire comme un milieu fini, l'expression de la force de traînée donnée par l'équation (1.40) devient alors :

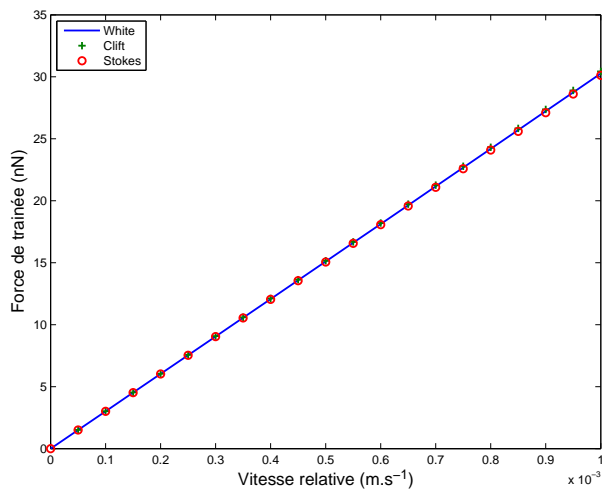
$$\vec{F}_d = -\frac{1}{2}\rho_f\pi r^2 C_d \left( \frac{\|\vec{v}_r\|}{\beta} \right)^2 \frac{\vec{v}_r}{\|\vec{v}_r\|} \quad (1.44)$$



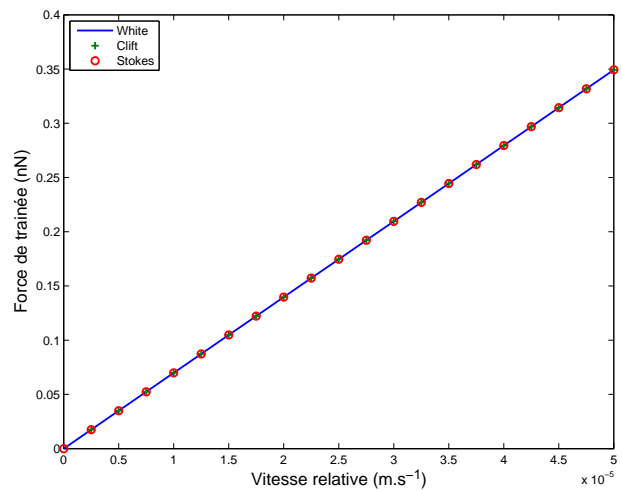
(a) Artère



(b) Petite artère



(c) Artériole



(d) Capillaire

Figure 1.22 – Force de traînée dans différents vaisseaux sanguins.

La Figure 1.22 illustre l'évaluation de la force de traînée en fonction des lois données précédemment, et ceci dans quatre types de vaisseaux sanguins. On suppose ici que le microrobot a

un diamètre deux fois plus petit que le diamètre du vaisseau sanguin dans lequel il navigue et que son centre de gravité est situé sur l'axe du vaisseau.

La Figure 1.22 (a) donne la force de traînée s'exerçant sur le microrobot dans une artère de 1 cm de diamètre. La vitesse relative entre le flux sanguin et le microrobot ne dépasse pas  $0,25 m.s^{-1}$ . Dans ce cas, le nombre de Reynolds oscille entre 0 et 80. La loi de Stokes n'est valide que pour des nombres de Reynolds très inférieurs à 1, soit une vitesse relative  $\vec{v}_r$  ne dépassant pas  $0,3 mm.s^{-1}$ , ce qui explique l'écart entre la loi de Stokes et les forces de traînée obtenues avec White et Clift. Malgré tout, pour des vitesses relatives élevées, la différence sur l'estimation de la force de traînée est notable puisque l'on peut noter un écart atteignant 20% entre les lois issues de White et Clift, pour une vitesse relative de  $0,25 m.s^{-1}$ .

La Figure 1.22 (b) donne la force de traînée s'exerçant sur le microrobot dans une petite artère de 1 mm de diamètre où la vitesse relative atteint  $0,02 m.s^{-1}$ . A cette vitesse, le nombre de Reynolds ne dépasse pas 0,7. Ce nombre de Reynolds est cependant trop élevé pour que la loi de Stokes soit encore valable. Dans une petite artère, l'estimation de la force de traînée à partir des lois de Clift et White donne des résultats équivalents.

Les Figures 1.22 (c) et (d) montrent la force de traînée s'exerçant sur le microrobot dans une artériole et un capillaire de diamètres respectifs  $100 \mu m$  et  $10 \mu m$ . A ces échelles, le nombre de Reynolds est respectivement de l'ordre de  $10^{-3}$  et  $10^{-4}$ . Dans ces deux types de vaisseaux, les trois estimations de la force de traînée donnent des résultats similaires.

### c) Loi de Poiseuille

Un vaisseau sanguin peut être modélisé par un cylindre de diamètre variable. Dans ce type de géométrie, le profil de vitesse n'est pas spatialement uniforme en raison des couches limites. Poiseuille [1844] explicite le profil de vitesse qu'adopte un fluide incompressible dans un cylindre. Dans le cas d'un fluide newtonien, la loi de Poiseuille est donnée par la parabole :

$$v_f(\Delta) = v_{max} \left[ 1 - \left( \frac{\Delta}{R} \right)^2 \right] \quad (1.45)$$

où  $v_{max}$  est la vitesse maximale du flux sanguin au milieu du vaisseau,  $\Delta$  la distance du centre du microrobot par rapport à l'axe du vaisseau sanguin et  $R$  le rayon du vaisseau sanguin (voir Figure 1.3). La vitesse moyenne du flux sanguin, notée  $v_{mn}$ , est alors donnée par :

$$v_{mn} = \frac{1}{2R} \int_{-R}^R v_{max} \left( 1 - \left( \frac{\Delta}{R} \right)^2 \right) d\Delta = \frac{2}{3} v_{max} \quad (1.46)$$

Ce profil s'applique aux vaisseaux sanguins ayant un diamètre supérieur à 1 mm puisque, dans ce cas, la viscosité du sang devient constante et le fluide peut alors être considéré comme newtonien (voir Figure 1.6).

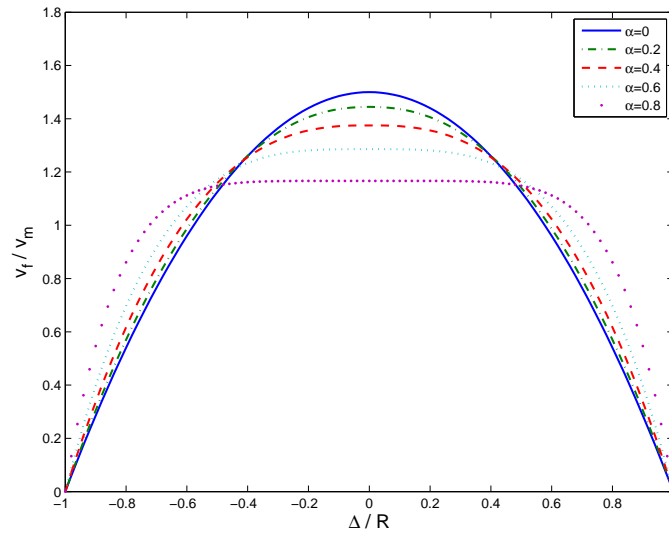


Figure 1.23 – Profil de vitesse dans un vaisseau sanguin dans les cas newtonien ( $\alpha = 0$ ) et non newtonien ( $\alpha \neq 0$ ).

#### d) Loi de Guyon

Lorsque le diamètre des vaisseaux sanguins diminue, le sang se comporte comme un fluide non newtonien (voir Figure 1.6) et plus précisément comme un fluide rhéo-fluidifiant (Thiriet *et al.* [1996]). Dans un tel fluide, le profil de vitesse est plus aplati que le profil parabolique obtenu pour un fluide newtonien. Dans un fluide rhéo-fluidifiant, le profil de vitesse est donné par (Guyon *et al.* [2001]) :

$$v_f(\Delta) = v_m \frac{2\alpha - 3}{\alpha - 2} \left[ 1 - \left( \frac{\Delta}{R} \right)^{\frac{\alpha-2}{\alpha-1}} \right] \quad (1.47)$$

où  $v_m$  est la vitesse moyenne du flux sanguin, et  $\alpha$  un paramètre positif dépendant des caractéristiques du fluide.

La Figure 1.23 présente différents profils de vitesse du flux sanguin. Sur ce graphe, le cas  $\alpha = 0$  correspond à un comportement de fluide newtonien. Lorsque  $\alpha$  augmente, on note que le profil de vitesse tend à s'aplatir. La vitesse du sang atteint sa vitesse maximale le long de l'axe du vaisseau sanguin et décroît pour atteindre une vitesse nulle le long de la paroi. Une des caractéristiques des fluides dits rhéo-fluidifiants est que la valeur maximale de la vitesse est inférieure à la vitesse maximale obtenue avec un profil parabolique, ce qui n'est pas le cas des fluides dits rhéo-épaississants, où  $\alpha$  devient alors négatif.

$v_{max} (m.s^{-1})$	0,25
$a_f$	1,15
$w_f (rad.s^{-1})$	$2\pi$
$\phi_f$	$\pi/2$

Tableau 1.5 – Paramètres utilisés pour l’estimation de la vitesse du sang dans une artère.

### 1.6.3.3 Caractère pulsatile

#### a) Rythme cardiaque et flux pulsatile

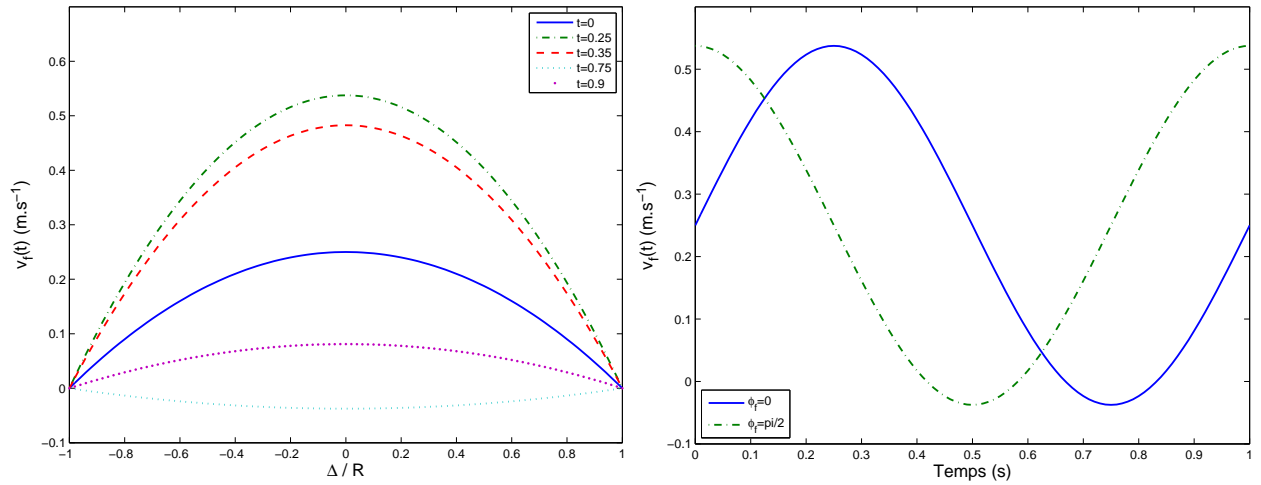
En plus du profil de vitesse, le flux sanguin possède également un aspect périodique pulsatile. Ce phénomène s’explique par la distensibilité du cœur et de la vasomotricité des vaisseaux sanguins. Durant les phases diastolique puis systolique, le cœur se remplit puis se contracte pour éjecter le sang dans le système cardiovasculaire. Ces phases de dilatation et de rétraction successives créent une onde de pression propagée aux artères et donnent naissance à cet aspect périodique pulsatile. Comme tout phénomène périodique, ce flux peut être décrit par une série de Fourier. Sans perte de généralité et pour simplifier l’expression, seuls les deux premiers termes seront considérés. Dans une artère, l’expression de la vitesse est alors donnée par :

$$v_f(t) = v_{max} (1 + a_f \sin(w_f t + \phi_f)) \times \left[ 1 - \left( \frac{\Delta(t)}{R} \right)^2 \right] \quad (1.48)$$

où  $a_f$ ,  $w_f$  et  $\phi_f$  sont des paramètres variables en fonction du type de vaisseau sanguin. Une valeur  $a_f$  supérieure à 1 permet par exemple de modéliser un reflux sanguin ( $v_f(t) < 0$ ), et ce dernier est d’autant plus important que la valeur  $a_f$  est grande. Le paramètre  $w_f$  est quant à lui directement lié à la pulsation cardiaque, et  $\phi_f$  définit une possible prise en compte d’un déphasage.

La Figure 1.24 illustre le profil de vitesse obtenu dans une artère. Le diamètre de ce type de vaisseau sanguin étant supérieur au millimètre, le sang se comportera comme un fluide newtonien et sa vitesse est donnée par l’équation (1.48). Ces estimations sont faites pour une période cardiaque de 1 s correspondant à 60 battements de cœur par minute. La Figure 1.24 (a) donne le profil de vitesse le long du diamètre d’une artère à différents instants. La Figure 1.24 (b) permet d’estimer l’allure du profil de vitesse axiale sur un battement de cœur. Les différentes valeurs des paramètres utilisés sont résumées dans le Tableau 1.5. On peut noter sur ces deux graphes que la vitesse du sang dans une artère varie entre  $-0,04 m.s^{-1}$  et  $0,55 m.s^{-1}$  respectivement à  $t = 0,5 s$  et  $t = 0 s$ . La vitesse maximale est importante mais est en accord avec les valeurs données dans le Tableau 1.1.

Au regard de ces courbes, comme la vitesse du flux sanguin décroît d’autant plus que le



(a) Profil de vitesse le long d'un diamètre d'une artère. (b) Profil de vitesse axiale pour un battement de cœur.

Figure 1.24 – Profil de vitesse pulsatile dans une artère.

microrobot s'éloigne du centre du vaisseau sanguin, la force de traînée devient moindre. Cette caractéristique du fluide est exploitée dans le Chapitre 2 pour minimiser la force de traînée lors de l'élaboration de la trajectoire de référence amenant le microrobot du point d'injection vers la zone cible.

### b) *Parois déformables des vaisseaux artériels*

L'aspect pulsatile du flux sanguin dans une artère s'accompagne également de contractions des parois des vaisseaux sanguins. Cette déformation est modélisée par une pulsation du diamètre du vaisseau, synchronisée avec le flux pulsatile. On considère une variation de  $\pm 10\%$  autour du diamètre nominal, i.e. :

$$D(t) = D(1 + 0,1 \sin(w_f t + \phi_f)) \quad (1.49)$$

La variation du diamètre des vaisseaux artériels entraîne une variation de la vitesse axiale du profil de vitesse. Ceci est une conséquence directe du principe de conservation du débit présenté en Section 1.6.2.

## 1.7 Bifurcations

L'étude hydrodynamique précédente a rappelé le profil de vitesse qu'adopte un fluide dans un vaisseau sanguin en l'absence de bifurcations. Le caractère newtonien ou non-newtonien d'un fluide modifie l'allure du profil de vitesse. Si le profil de vitesse est parabolique dans le cas

newtonien, il devient plus aplati dans le cas non-newtonien. De plus, le cycle cardiaque induit un effet pulsatile du sang et une pulsation du diamètre des vaisseaux artériels modifiant également le profil de vitesse. Toutes ces considérations permettent d'estimer correctement la force de traînée s'exerçant sur un microrobot, force prédominante dans les macrovasculatures.

En présence de bifurcations, le problème devient beaucoup plus complexe. L'allure du profil de vitesse se trouve complètement modifiée en fonction du type de bifurcations et de la géométrie des vaisseaux sanguins au niveau de la bifurcation. De nombreuses études déterminent les champs de vitesse en présence de bifurcations à l'aide de logiciels de mécanique des fluides (*Computational Fluid Dynamics* (CFD) en anglais) (Patil et Subbaraj [1988]), ou mesurent la vitesse à l'aide de laser Doppler (Walburn et Steina [1981]). La détermination du profil de vitesse peut également être réalisée en combinant les résultats issus de logiciels de CFD et d'un IRM (Long *et al.* [2000]). L'utilisation combinée d'un logiciel d'un IRM et d'un logiciel de CFD permet, par exemple, de diagnostiquer certaines maladies (Botnara *et al.* [2000], Marshall *et al.* [2004]). Néanmoins, la mesure de la vitesse est souvent compliquée, devient même impossible en profondeur, et ces mesures ne donnent qu'une vitesse moyenne, pas le profil.

Les résultats obtenus à l'aide de logiciels de CFD permettent d'avoir une estimation de l'allure du profil grâce à une intégration numérique des équations de Navier-Stokes. Le temps de calcul nécessaire à ces logiciels n'autorise pas son utilisation directe pour une application temps réel. Notre approche étant déterministe, la détermination d'expressions analytiques du profil de vitesse est nécessaire. A notre connaissance, il n'existe pas d'approximations numériques utilisables et implémentables en temps réel dans la littérature. Les résultats obtenus en CFD vont nous servir de support pour déterminer des expressions analytiques du profil de vitesse. Notre étude est menée en présence de deux types de bifurcations : les bifurcations mineures et les bifurcations majeures (voir Figure 1.18).

### 1.7.1 Bifurcations mineures

Par la dénomination de bifurcations mineures, nous nous plaçons dans le cas suivant :

- i. Le diamètre du vaisseau principal (appelé mère) reste inchangé avant et après une bifurcation.*
- ii. Les vaisseaux filles ont un diamètre très inférieur au diamètre du vaisseau mère.*
- iii. Les vaisseaux filles ont un angle d'incidence élevé avec le vaisseau mère.*

En conséquence, le débit et les vitesses de sortie ne sont que localement modifiés. En nous appuyant sur les résultats fournis par le logiciel de CFD Comsol<sup>©</sup> (*Comsol Multiphysics*), deux modélisations différentes du profil de vitesse sont envisagées à partir d'une approximation d'ordre 0 et d'une approximation d'ordre 1.



### 1.7.1.1 Résultats de CFD

La Figure 1.25 illustre le profil de vitesse obtenu en présence de trois bifurcations mineures. Cette simulation est faite en considérant une artère de  $3\text{ mm}$  de diamètre et un profil de vitesse d'entrée de forme parabolique d'amplitude  $3\text{ cm.s}^{-1}$ , en supposant un régime établi. La figure montre le champ de vitesse en présence d'un coude de courbure de  $90^\circ$  avec un rayon  $R_c = 1\text{ cm}$ . Les vaisseaux filles ont un diamètre de l'ordre de 30% du diamètre du vaisseau mère. On remarque que le profil de vitesse n'est modifié que légèrement au niveau de chaque bifurcation. Globalement, on peut considérer que le profil de vitesse dans la branche mère adopte une forme parabolique avec une amplitude maximale qui diminue en raison d'une perte de charge induite par l'irrigation des branches filles. Nous proposons deux approximations analytiques pour modéliser l'évolution du profil de vitesse dans la branche mère.

### 1.7.1.2 Moyenne - Approximation d'ordre 0

Pour une meilleure analyse du profil de vitesse obtenue avec Comsol, des coupes de profils de vitesse ont été effectuées pour différentes valeurs d'angles  $\psi$ . Les résultats obtenus sont donnés en Figure 1.26 (a). Les points correspondent au profil de vitesse pour différents angles et la courbe noire à l'approximation d'ordre 0.

Le léger décalage du profil de vitesse le long de la paroi extérieure ( $\Delta < 0$ ) s'explique par la

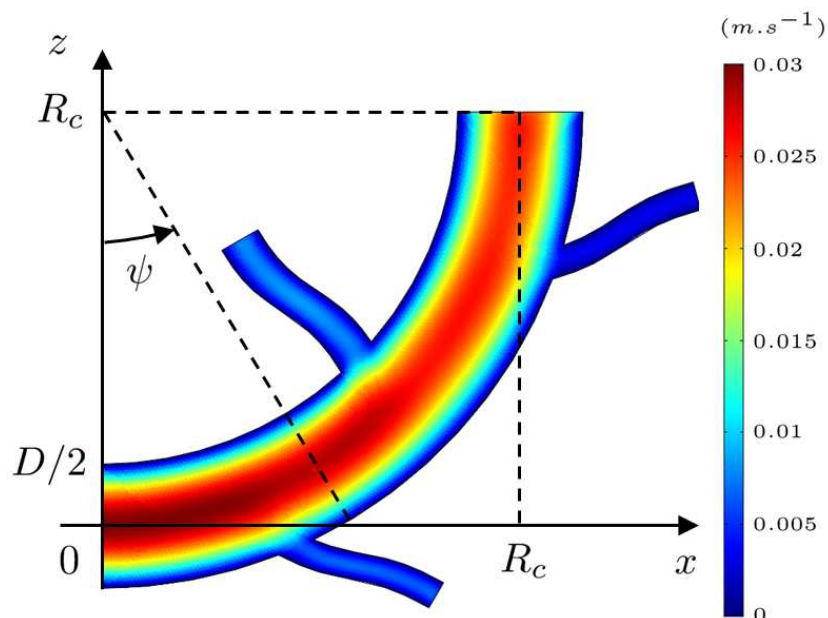


Figure 1.25 – Champ de vitesse dans un vaisseau en présence de bifurcations mineures.

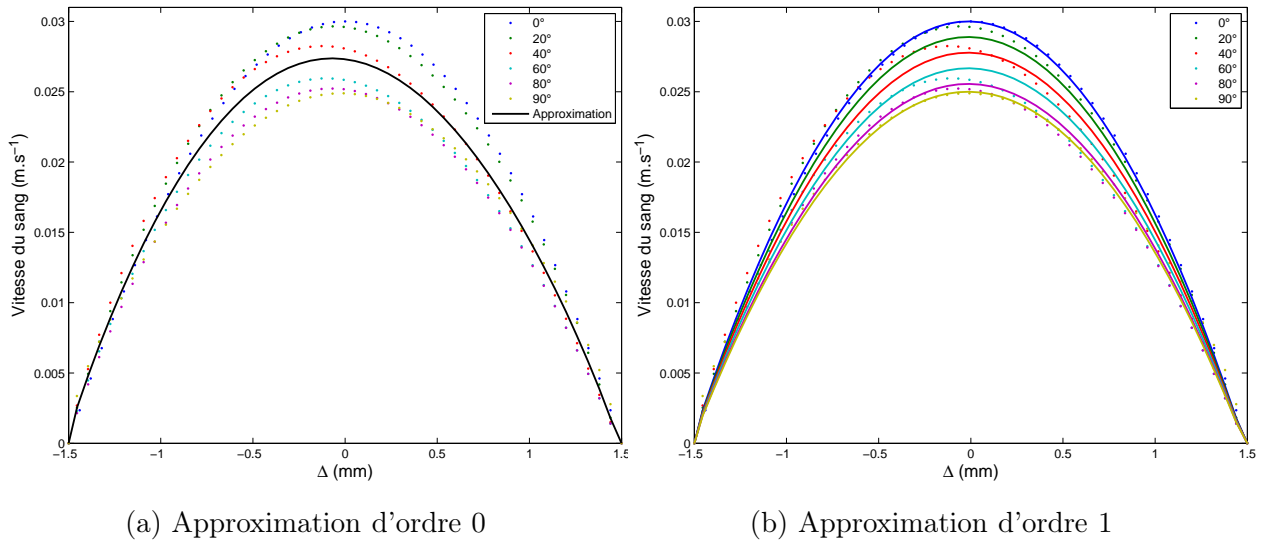


Figure 1.26 – Profil de vitesse dans une bifurcation mineure.

force centrifuge que subit le fluide (Thiriet *et al.* [1996]). Ce phénomène est d'autant plus accentué que le nombre de Reynolds est important, caractéristique d'une force inertielle élevée. Lorsque l'angle  $\psi$  augmente, le volume de sang qui part dans les bifurcations induit une diminution de la vitesse maximale. Une première approche consiste à moyenner les amplitudes :

$$v_{fap}(\Delta) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n v_{f_i}(\psi_i(\Delta)) \quad (1.50)$$

où  $n$  représente le nombre de coupes de profils de vitesse, et  $v_{f_i}(\psi_i)$  l'amplitude du profil de vitesse en un point et un angle  $\psi$  donnés. On note qu'une erreur de plus de 10% sur l'estimation de la vitesse du sang est commise avec ce type d'approximation. Une telle erreur induit une évaluation incorrecte de la force de traînée, laquelle est prépondérante dans le bilan des forces. Une approximation linéaire d'ordre 1 améliore les résultats.

### 1.7.1.3 Approximation d'ordre 1

Une modélisation repose sur une linéarisation par rapport à l'angle  $\psi$ . Le profil de vitesse demeure parabolique, ce que les simulations numériques confirment, mais la vitesse axiale diminue lorsque l'angle  $\psi$  augmente. Cette variation peut être modélisée par une approximation linéaire d'ordre 1. En notant respectivement  $\bar{V}$  et  $\underline{V}$  les vitesses maximale et minimale en entrée et en sortie du vaisseau mère, on obtient comme nouvelle expression analytique :

$$v_{fap_i} = \left[ -\left( \frac{\bar{V} - \underline{V}}{\pi/2} \right) \psi + \bar{V} \right] \left( 1 - \left( \frac{\Delta}{D/2} \right)^2 \right) \quad (1.51)$$

La Figure 1.26 (b) illustre les approximations de profils de vitesse obtenues pour quelques coupes particulières. On note que l'approximation d'ordre 1 donne de meilleurs résultats que l'approximation d'ordre 0. En effet, l'erreur est inférieure à 5% dans le cas de l'approximation d'ordre 1. Il serait toujours possible d'améliorer cette dernière approximation, par exemple en intégrant le décalage du profil induit par la force centrifuge. Ceci se ferait cependant au prix d'une complexification accrue des expressions analytiques.

### 1.7.2 Bifurcations majeures

Le réseau cardiovasculaire est particulièrement complexe avec un nombre de bifurcations important (voir Figure 1.4). Ces bifurcations adoptent un nombre infini de formes géométriques et une modélisation précise du profil de vitesse nécessiterait une analyse au cas par cas, tâche rédhibitoire<sup>1</sup>. De plus, des caractéristiques locales, comme par exemple la présence d'un obstacle (anévrisme ou inversement thrombose) le long d'un vaisseau sanguin, peut sensiblement modifier le profil de vitesse. En présence de bifurcations majeures, l'hypothèse d'un profil de vitesse parabolique n'est plus valable. Des profils de vitesse sont déduits de résolutions numériques des équations de Navier-Stokes ou mesurés à partir d'un banc expérimental (Fresconi *et al.* [2003]). Mais la détermination d'expressions analytiques définissant le profil de vitesse en tout point de la bifurcation est encore un problème largement ouvert. Dans cette section, une approche simple pour modéliser le profil de vitesse pour une classe de bifurcations est présentée.

#### 1.7.2.1 Conventions géométriques

Il est tout d'abord nécessaire de définir les différentes conventions géométriques adoptées pour déterminer le profil de vitesse en tout point de la bifurcation. La Figure 1.27 illustre le type de bifurcations étudié. Souvent, les bifurcations majeures sont représentées sous forme de bifurcations droites, en forme de  $Y$ , mais ce type de bifurcation présente deux inconvénients : il est moins proche de la réalité - qui présente de manière générale des formes courbes et non des formes droites - et la non régularité des parois peut induire des effets de recirculation, voire de turbulences, qui rendent les résultats de CFD moins sûrs. En effet, les approximations numériques sont particulièrement sensibles aux discontinuités, et les résultats peuvent rapidement devenir inexacts. De plus, la prise en compte de ces phénomènes locaux rend la détermination d'expressions analytiques très ardue.

Pour notre étude, nous considérons donc une bifurcation majeure formée par deux quarts de cercles, où le diamètre des deux branches filles est égal au diamètre de l'entrée. La Figure 1.27

---

1. Des travaux concernent la résolution numérique de ces profils de vitesse dans le cas de bifurcations précises (Kim *et al.* [2006]) sans toutefois avoir pour objectif de proposer un modèle analytique, ou étudient l'influence de l'angle d'une bifurcation droite, en forme de  $Y$ , sur le profil de vitesse (Kang *et al.* [2005], Rao *et al.* [2008])

illustre la présence de deux coudes de courbure  $90^\circ$ , que nous appellerons par la suite branche fille supérieure et inférieure. Le profil de vitesse en entrée de bifurcation est de forme parabolique. Sur la Figure 1.27, la longueur  $L_c$  est définie comme la distance séparant l'apex du début de l'évasement des parois correspondant à l'entrée dans la bifurcation.  $\psi_{apex}$  représente l'angle à partir duquel le microrobot aura passé l'apex. A partir de considérations géométriques simples, on obtient l'angle  $\psi_{apex}$  :

$$\tan \psi_{apex} = \frac{L_c}{R_c} = \frac{D}{2R_c} \sqrt{1 + \frac{4R_c}{D}} \quad (1.52)$$

Le profil de vitesse est calculé sur un support de longueur  $\Delta_{bm}(\psi)$ , comme indiqué sur la Figure 1.27, dont l'origine est situé le long du cercle  $C_1$ . La longueur de ce support est définie en fonction de l'angle  $\psi$  par :

$$\forall \psi \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right], \quad \Delta_{bm}(\psi) = \begin{cases} \frac{R_c}{\cos(\psi)} - R_{c1} & \text{si } 0 \leq \psi \leq \psi_{apex} \\ D & \text{si } \psi_{apex} \leq \psi \leq \frac{\pi}{2} \end{cases} \quad (1.53)$$

### 1.7.2.2 Résultats de CFD

Des résultats de CFD sont nécessaires pour avoir une idée du profil de vitesse qu'adopte le fluide dans la bifurcation. Pour cela, nous utilisons le logiciel de CFD dont les résultats sont donnés sur la Figure 1.28. Sur cette figure, les coupes de profils de vitesse sont présentées avec un pas de  $5^\circ$  sur l'angle  $\psi$ . En raison de la configuration particulière de la bifurcation, l'établissement du profil de vitesse dans la branche fille supérieure suffit à établir le profil de vitesse dans la

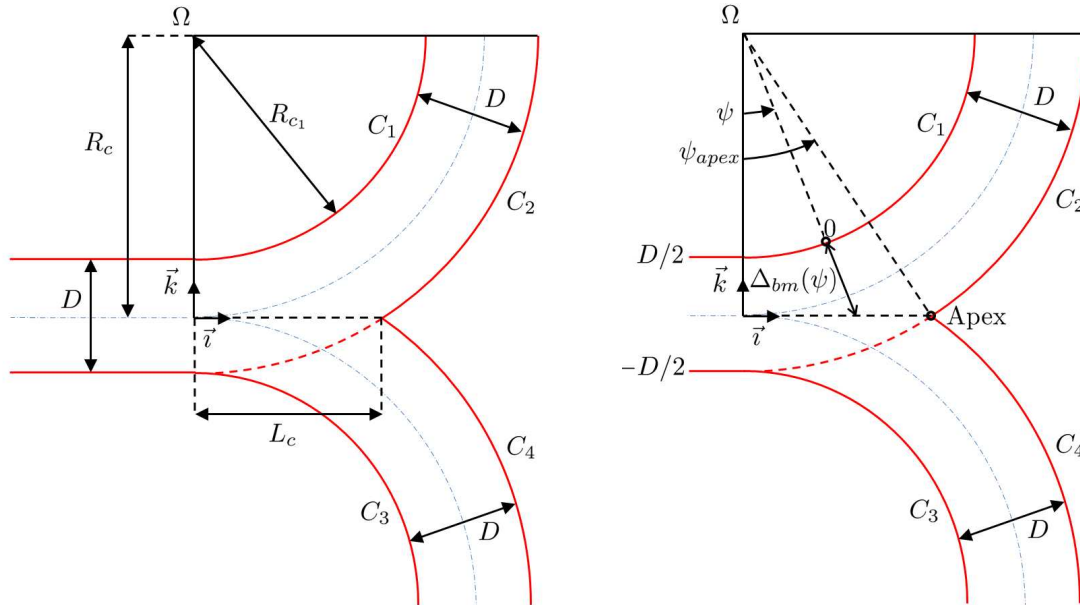


Figure 1.27 – Bifurcation majeure.

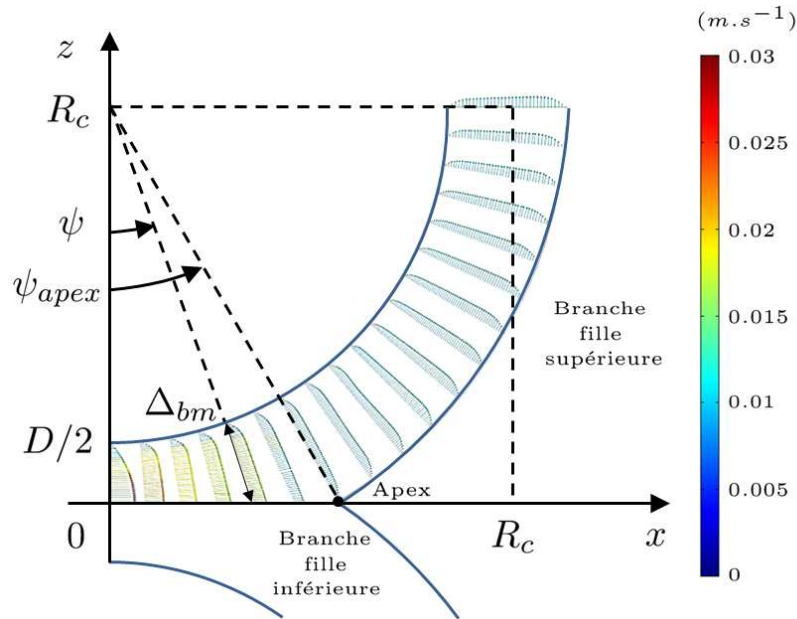


Figure 1.28 – Champ de vitesse dans une bifurcation majeure.

branche fille inférieure, par simple symétrie. Par souci de lisibilité et pour une exploitation plus aisée, seuls les profils de la branche fille supérieure sont tracés sur la Figure 1.28. L'étude et les remarques suivantes ne porteront donc que sur la branche fille supérieure. Cette simulation est réalisée en considérant en entrée un profil de vitesse parabolique de vitesse axiale maximale  $3\text{ cm}\cdot\text{s}^{-1}$ , avec un diamètre  $D = 3\text{ mm}$  et  $R_c = 1\text{ cm}$ . Pour ces valeurs, l'équation (1.52) nous donne un angle  $\psi_{apex} \approx 30^\circ$ .

En entrée de bifurcation, la vitesse maximale est atteinte au niveau de l'axe du vaisseau sanguin. Entre l'entrée et l'apex, ce maximum se décale progressivement vers la paroi intérieure du vaisseau sanguin, représentée par le quart de cercle  $\mathcal{C}_1$ . Ce phénomène est dû à la présence d'une surpression au voisinage de l'apex, et à une vitesse nulle du fluide à l'apex. Lorsque l'on étudie le profil de vitesse au-delà de l'apex, pour  $\psi > \psi_{apex}$ , le maximum du profil de vitesse se décale vers la paroi extérieure du vaisseau sanguin, représentée par le quart de cercle  $\mathcal{C}_2$ . Le nombre de Reynolds étant plus grand que 1, le fluide subit une force d'inertie plus importante ce qui explique le profil de vitesse obtenu. Le profil de vitesse reste sensiblement identique pour des angles  $\psi$  compris entre  $45^\circ$  et  $90^\circ$ . Si la branche fille supérieure est prolongée par un tube droit, le profil de vitesse redeviendrait alors progressivement parabolique.

Avant de définir le profil de vitesse pour tout angle  $\psi$ , nous définissons le type d'expressions analytiques utilisés et les conditions requises pour le calcul des paramètres de cette fonction pour un angle donné. Nous présentons ensuite une généralisation pour tout angle  $\psi$ .

### 1.7.2.3 Profil de vitesse à $\psi$ donné

En dehors d'une bifurcation, le profil de vitesse satisfait (grossièrement) à trois conditions : deux conditions de vitesses nulles aux frontières (le long de la paroi supérieure et de la paroi inférieure), et à une condition de vitesse maximale au centre du vaisseau. En première approximation, un trinôme est un modèle minimal qui satisfait à ces conditions. C'est précisément le cas avec la loi parabolique de Poiseuille (équation (1.45)) dans le cas d'un fluide newtonien. L'évolution du profil de vitesse dans une bifurcation majeure contraint à augmenter le nombre de conditions que doit respecter la fonction modélisant ce profil. Une première possibilité est alors d'augmenter l'ordre du polynôme pour prendre en compte ces contraintes.

Un polynôme d'ordre  $n$  autorise la prise en compte de  $n + 1$  conditions et il suffit alors de résoudre un système linéaire à  $n + 1$  équations. Cette solution n'est cependant pas satisfaisante pour deux raisons. Premièrement, les conditions imposées sont respectées par l'interpolation polynomiale mais, aucune contrainte n'étant imposée entre chaque point d'interpolation, le polynôme peut fortement osciller entre deux points, détériorant alors l'estimation du profil de vitesse. L'augmentation du nombre de conditions peut également contribuer à amplifier les oscillations, phénomène connu sous le nom de phénomène de Runge (Runge [1901]). Deuxièmement, en utilisant une approximation polynomiale, la détermination des coefficients de chaque monôme se ramène à la résolution d'un système linéaire  $Ax = B$ , où  $x$  est un vecteur formé des coefficients à déterminer. Or la résolution de ce système est souvent délicate en raison du mauvais conditionnement de la matrice  $A$ . S'il existe des techniques qui améliorent le conditionnement, les problèmes d'oscillations entre chaque point d'interpolation restent problématiques.

Si le profil de vitesse dans la bifurcation n'est pas parabolique, le profil de vitesse en entrée et en sortie de bifurcations l'est. Une solution élégante consiste alors à modéliser le profil comme la somme d'une parabole et d'une autre fonction continue et non polynomiale. Reste alors à déterminer cette fonction pour modifier l'allure du profil de vitesse dans la bifurcation, tout en étant nulle en dehors. Pour cela, nous devons tout d'abord définir le nombre de conditions que nous souhaitons prendre en compte, en nous basant sur l'allure du profil de vitesse obtenue par CFD. La Figure 1.29 définit le nombre et le type de conditions que nous souhaitons imposer. Sur cette figure, nous définissons six conditions : quatre conditions concernent la valeur de la vitesse du fluide en quatre points particuliers et deux autres conditions concernant la valeur de la dérivée en deux points. L'expression analytique doit alors vérifier le système suivant :

$$\begin{cases} C_{P_{s_i}} = v_f(P_i) & \forall i = 1, 2, 3, 4 \\ C_{T_{a_j}} = \dot{v}_f(P_j) & \forall j = 1, 2 \end{cases} \quad (1.54)$$

où  $C_{P_{s_i}}$  et  $C_{T_{a_j}}$  représentent respectivement les conditions en amplitude et en tangence au point  $P$  donné. Les six conditions imposées, bien qu'arbitraires, permettent néanmoins une

bonne approximation du profil de vitesse. L'expression analytique modélisant le profil de vitesse est déterminée à partir de la somme d'une fonction polynomiale d'ordre 2 et d'une fraction rationnelle de seconde espèce. Une fraction rationnelle de seconde espèce possède la propriété d'être définie pour tout réel et permet de ne modifier que localement une forme parabolique en fonction des paramètres choisis. L'expression analytique du profil de vitesse se met alors sous la forme :

$$v_f(\Delta_{bm}) = a\Delta_{bm}^2 + b\Delta_{bm} + c + \frac{d\Delta_{bm} + e}{(\Delta_{bm} - f)^2 + g} \quad (1.55)$$

où  $a, b, c, d, e, f$  et  $g$  sont des paramètres permettant d'ajuster l'allure du profil de vitesse aux résultats issus du logiciel de CFD. L'équation (1.55) possède sept coefficients à déterminer en fonction du profil de vitesse souhaité. Quatre coefficients sont calculés en fonction de l'amplitude du profil de vitesse du sang aux abscisses 0,  $\Delta_{bm1}$ ,  $\Delta_{bm2}$  et  $\Delta_{bm}$ . Deux autres coefficients sont déduits des valeurs des tangentes aux abscisses  $\Delta_{bm1}$  et  $\Delta_{bm2}$ , comme l'illustre la Figure 1.29. Ces six conditions permettent de déterminer six des sept coefficients de l'équation (1.55) grâce à la résolution analytique d'un système non-linéaire obtenu à partir de l'équation (1.55). Le coefficient  $a$  est calculé de sorte que la fonction  $v_f(\Delta_{bm})$  ait une tangence aux bords proches des courbes extraites du logiciel de CFD.

A partir des différentes coupes de profils de vitesse données par le logiciel de CFD, différents points particuliers sont notés pour établir les six conditions définies par le système (1.54). Pour chaque coupe, il est donc nécessaire de calculer les coefficients associés au profil de vitesse. Les calculs ont été effectués pour  $\psi \in \left[0; \frac{\pi}{4}\right]$ . En effet, au-delà de  $\pi/4$ , le profil de vitesse reste inchangé, et ce, jusqu'à la sortie de la bifurcation, c'est-à-dire lorsque  $\psi \geq \pi/2$ , avant de retrouver

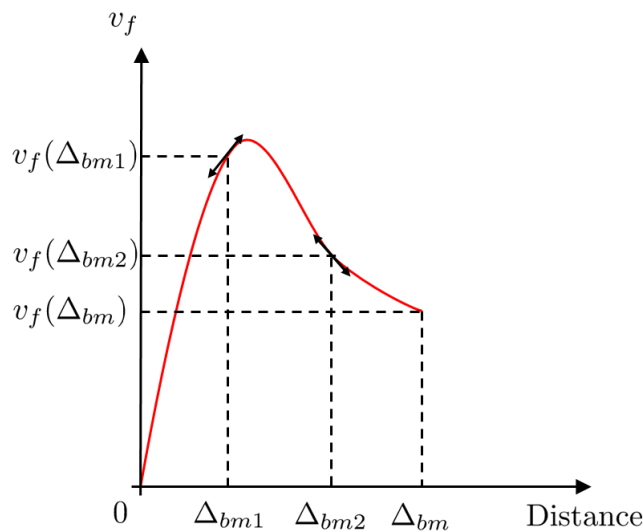


Figure 1.29 – Six conditions pour le calcul des coefficients de l'équation (1.55).

une forme parabolique régie par l'équation (1.45). L'amplitude de la vitesse axiale dépend des diamètres des branches filles supérieure et inférieure, et est déterminée à partir de l'équation de conservation de la masse (1.35). En supposant un diamètre des branches filles identique et égal au diamètre d'entrée, l'amplitude de la vitesse axiale en sortie de bifurcation est divisée par deux par rapport à la vitesse axiale d'entrée.

La Figure 1.30 illustre les résultats obtenus en les comparant aux données issues du logiciel de CFD. Les courbes de la Figure 1.30 (a) sont tracées tous les cinq degrés pour des angles compris entre  $0^\circ$  et  $30^\circ$ , c'est-à-dire jusqu'à l'apex de la bifurcation. Les courbes de la Figure 1.30 (b) sont tracées après l'apex de la bifurcation (i.e. pour des angles compris entre  $35^\circ$  et  $45^\circ$ ). Sur les deux figures, les points correspondent aux données issues du logiciel de CFD et les traits pleins aux représentations graphiques des courbes d'approximation données par l'équation (1.55). On note que les approximations sont excellentes pour des angles compris entre  $0^\circ$  et  $30^\circ$ . Entre  $35^\circ$  et  $45^\circ$ , un écart entre les données issues du logiciel de CFD et la représentation graphique des expressions analytiques est notable. En effet, si six conditions sont suffisantes pour obtenir une bonne approximation du profil de vitesse avant l'apex, huit conditions sont nécessaires après l'apex. Cependant, définir des conditions supplémentaires nécessite de changer l'approximation (1.55), par exemple en ajoutant une seconde fraction rationnelle au profil parabolique. Un tel modèle résulterait en une meilleure approximation après l'apex, mais au prix d'une complexité accrue de résolution du système non-linéaire.

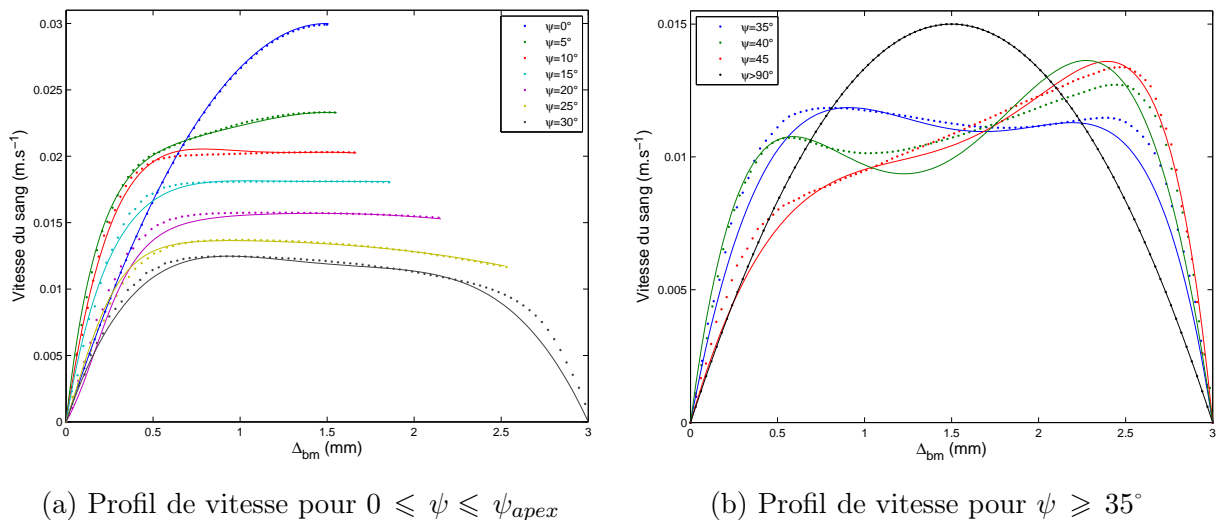
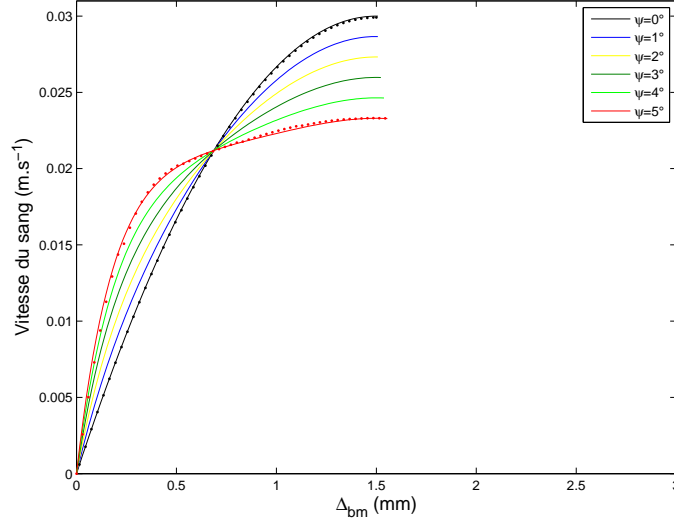


Figure 1.30 – Profils de vitesse dans une bifurcation majeure : comparaison de l'approximation rationnelle avec les résultats de CFD.




 Figure 1.31 – Profil de vitesse dans une bifurcation majeure pour  $0 \leq \psi \leq 5$ 

#### 1.7.2.4 Interpolation

Pour éviter un volume de données et un temps de calcul de prétraitement trop lourds, seules quelques coupes de profils de vitesse sont réalisées et une interpolation linéaire est établie pour estimer le profil de vitesse entre deux coupes. Après avoir déterminé les valeurs des différents coefficients de l'équation (1.55), cette interpolation linéaire permet également d'éviter des oscillations de nature à rendre inexacte l'estimation du profil de vitesse. Pour déterminer le profil de vitesse pour un angle  $\psi \in [\psi_k; \psi_{k+1}]$ , nous interpolons linéairement les profils de vitesse établis au pas  $\psi_k$  et  $\psi_{k+1}$  sur la base des résultats de CFD :

$$\forall k \in \mathbb{N}, \left\{ \begin{array}{l} \alpha_\psi = \frac{\psi - \psi_k}{\psi_{k+1} - \psi_k} \\ v_{f_{\psi_k}}(\Delta_{bm}) = a_{\psi_k} \Delta_{bm}^2 + b_{\psi_k} \Delta_{bm} + c_{\psi_k} + \frac{d_{\psi_k} \Delta_{bm} + e_{\psi_k}}{(\Delta_{bm} - f_{\psi_k})^2 + g_{\psi_k}} \\ v_{f_{\psi_{k+1}}}(\Delta_{bm}) = a_{\psi_{k+1}} \Delta_{bm}^2 + b_{\psi_{k+1}} \Delta_{bm} + c_{\psi_{k+1}} + \frac{d_{\psi_{k+1}} \Delta_{bm} + e_{\psi_{k+1}}}{(\Delta_{bm} - f_{\psi_{k+1}})^2 + g_{\psi_{k+1}}} \\ v_{f_\psi}(\Delta_{bm}) = (1 - \alpha_\psi)v_{f_{\psi_k}} + \alpha_\psi v_{f_{\psi_{k+1}}} \end{array} \right. \quad (1.56)$$

La Figure 1.31 illustre les résultats de l'interpolation linéaire obtenus pour  $\psi \in [0; 5^\circ]$ . Les pointillés représentent les coupes de profil de vitesse pour  $\psi = 0^\circ$  et  $\psi = 5^\circ$  extraites du logiciel de CFD, et les tracés noir et rouge, les allures des expressions analytiques correspondantes. Les autres tracés représentent les allures obtenues à partir des différentes interpolations linéaires. L'affectation des coefficients de pondération aux expressions analytiques des profils de vitesse

$v_{f_0}(\Delta_{bm})$  vers  $v_{f_5}(\Delta_{bm})$ , est illustrée par un glissement progressif du profil de vitesse  $v_{f_\psi}(\Delta_{bm})$  de  $v_{f_0}(\Delta_{bm})$  vers  $v_{f_5}(\Delta_{bm})$ . L'ensemble des résultats obtenus pour tout  $\psi$  appartenant à l'intervalle  $[0; 90]$  est donné en Annexe B.

## 1.8 Forces surfaciques

Lorsque le microrobot n'est pas en contact avec les parois des vaisseaux sanguins, ils interagissent entre eux à travers trois forces : la force électrostatique, la force de van der Waals et la force stérique. La résultante des forces d'interaction est obtenue en intégrant l'influence de chaque force avec les plus proches parois du vaisseau sanguin, comme le montre la Figure 1.32 dans le cas 2D. Bien qu'entre deux corps séparés d'une distance quelconque les forces d'interaction existent, elles sont tout particulièrement prépondérantes à petite échelle. Nous présentons dans les sections suivantes une modélisation des forces surfaciques classiquement utilisée par la communauté scientifique.

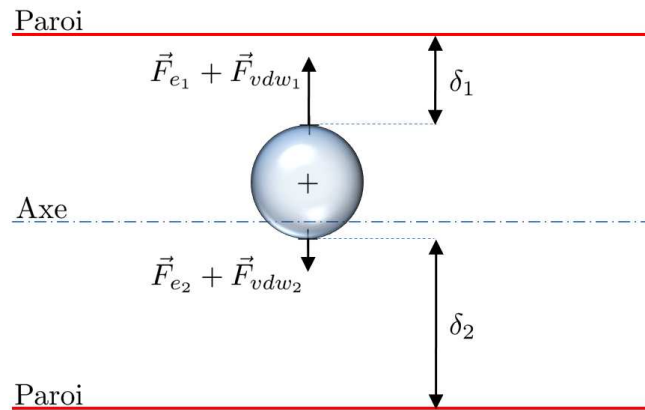


Figure 1.32 – Résultante des forces d'interactions.

### 1.8.1 Force électrostatique

L'estimation de la force électrostatique est importante dans le cadre de la manipulation d'objets à l'échelle micro et nanométrique. De nombreux travaux sont uniquement consacrés à déterminer des expressions analytiques modélisant l'évaluation de cette force d'interaction en fonction du type d'interaction entre les objets (plan/plan, sphère/plan, ...). Lhemould *et al.* [2007] résume différents cas et expressions rencontrés dans la littérature. Cette force électrostatique, notée  $\vec{F}_e$ , entre le microrobot et la paroi du vaisseau sanguin, considéré comme une surface non chargée,

est donnée par (Hays [1991a]) :

$$\vec{F}_e = \frac{q^2}{4\pi\epsilon\epsilon_0(r+|\delta|)^2} H(-\delta) \vec{n} \quad (1.57)$$

où  $q$  est la charge du microrobot,  $\epsilon$  la permittivité diélectrique relative du milieu dans lequel l'interaction se produit et  $\epsilon_0$  la permittivité diélectrique du vide. La fonction  $H$  représente la fonction de Heaviside et les termes  $\delta$  et  $\vec{n}$  sont définis dans la Section 1.2. Hays [1991b] donne l'expression de la valeur maximum de charge pour une sphère de rayon  $r$  :

$$q(\mu C) = 4\pi r^2 \times 30(100r)^{-0.3} \quad (1.58)$$

Néanmoins, rien ne garantit qu'un corps sphérique naviguant dans le système cardiovasculaire est chargé à sa valeur maximum. La force électrostatique doit donc être multipliée par un coefficient de taux de charge compris entre 0 et 1.

### 1.8.2 Force de van der Waals

Le microrobot interagit également avec la paroi des vaisseaux sanguins à travers la force de van der Waals. Le potentiel de cette force est donné par (Iimura *et al.* [2009]) :

$$\vec{V}_{vdw} = -\frac{A_h}{6} \left( \frac{1}{h_n} + \frac{1}{2+h_n} + \ln \frac{h_n}{2+h_n} \right) \vec{n} \quad (1.59)$$

où  $A_h$  est la constante d'Hamaker et  $h_n = |\delta|/r$  est la distance de séparation normalisée entre le microrobot et la paroi. La force de van der Waals est ensuite obtenue en différenciant (1.59) :

$$\vec{F}_{vdw} = -\overrightarrow{\text{grad}} \vec{V}_{vdw} H(-\delta) \quad (1.60)$$

La Figure 1.33 représente l'évolution de la force électrostatique et de la force de van der Waals dans une artère (a), une petite artère (b), une artériole (c) et un capillaire (d). Ces tracés ont été effectués en intégrant la contribution des deux parois du vaisseau sanguin, comme souligné précédemment. Ces courbes montrent que ces forces d'interaction perdent vite de leurs influences sur le microrobot quand celui-ci s'éloigne de la paroi du vaisseau sanguin. Ces forces s'annulent sur l'axe en raison de la symétrie adoptée. La force de van der Waals agit très faiblement sur le microrobot par rapport à la force électrostatique. On note malgré tout que, lorsque le microrobot navigue dans un capillaire et à proximité de la paroi, les deux forces ont les mêmes amplitudes, voire une amplitude supérieure pour la force de van der Waals. Néanmoins, cette dernière force n'est plus valide lorsque la distance entre la surface du microrobot et la paroi du vaisseau sanguin est inférieure à  $0,4 \text{ nm}$ .

---

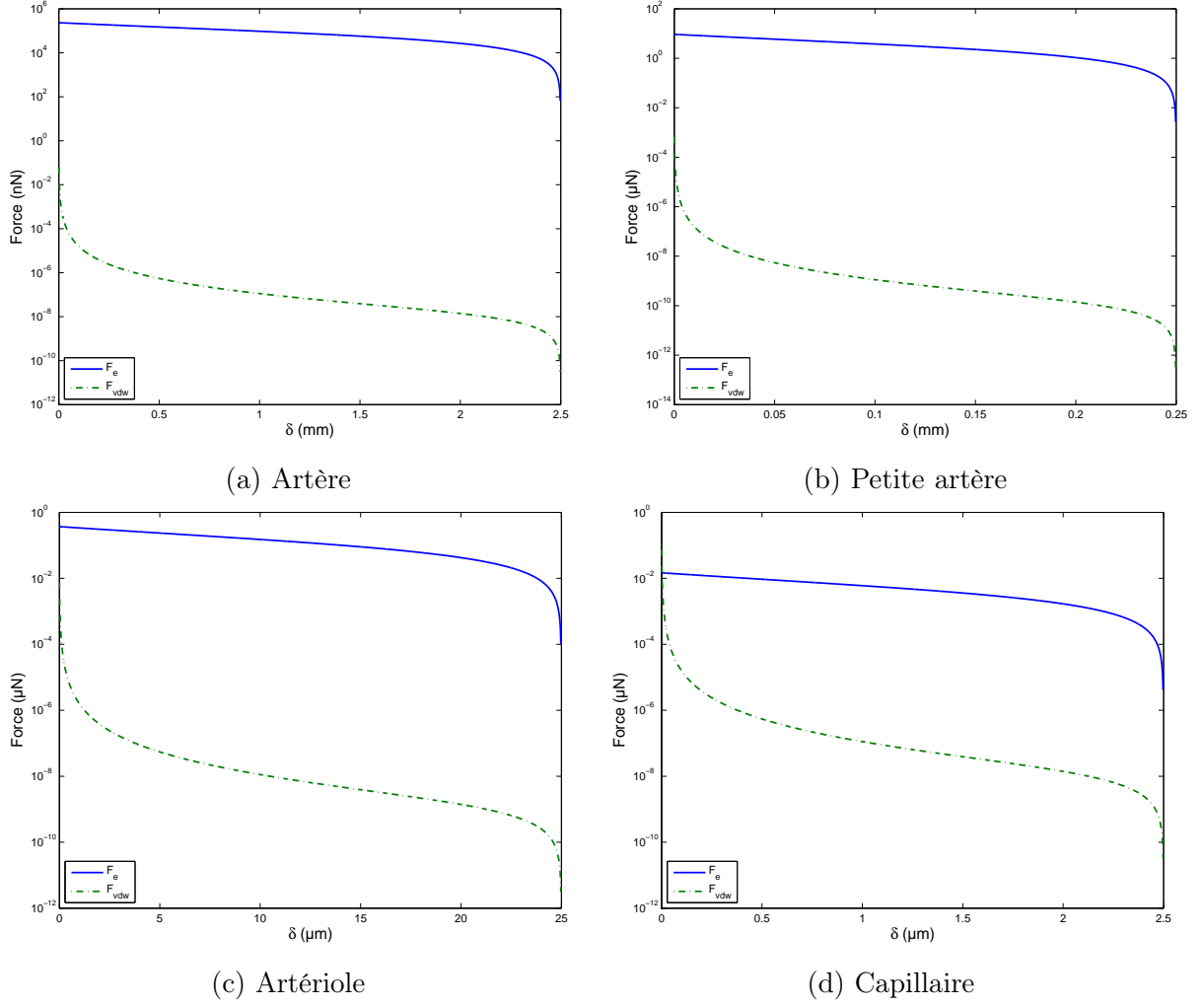


Figure 1.33 – Force électrostatique et de van der Waals dans différents vaisseaux sanguins.

### 1.8.3 Force stérique

Si la force de van der Waals est une force attractive, la force stérique est au contraire une force répulsive. Les vecteurs thérapeutiques sont généralement fonctionnalisés par le biais de greffons de chaînes de polymères, appelées micelles, auxquelles sont fixées des composants actifs (voir Figure 1.34). Ainsi, dans Yoo *et al.* [1999] et Yoo *et al.* [2002], des particules sont fonctionnalisées en utilisant des drogues comme la doxorubicine, un agent anticancéreux utilisé dans les traitements par chimiothérapie. La chaîne de polymères, caractérisée par une longueur au repos  $L_0$ , affecte l'interaction du microrobot avec l'endothélium vasculaire des parois des vaisseaux sanguins. Pour  $0.2L_0 < |\delta| < 0.9L_0$ , le potentiel d'interaction répulsif par unité de surface entre le microrobot fonctionnalisé et l'endothélium est donné par (Butt *et al.* [1999], Lower [2005]) :

$$\vec{V}_{s,p/p}(z) = -\frac{25}{\pi} k_b T L_0 \tau_{max}^{3/2} \exp\left(-\frac{2\pi z}{L_0}\right) \vec{n} \quad (1.61)$$

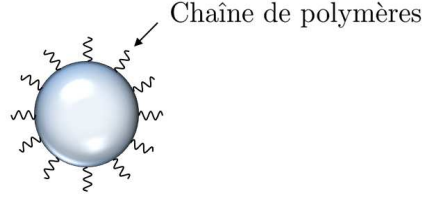


Figure 1.34 – Microrobot fonctionnalisé.

où  $k_b$  est la constante de Boltzmann,  $T$  la température absolue,  $\tau_{max}$  la densité de greffes des polymères et  $z$  la distance entre les deux surfaces planes. L'index  $p/p$  indique une interaction plan-plan. La densité maximale du polymère greffé  $\tau$  est définie à partir du rayon de giration  $R_g$  comme :

$$\begin{cases} R_g &= \frac{L_0}{3\sqrt{6}} \\ \tau_{max} &= \frac{0,1}{4 R_g^2} \end{cases} \quad (1.62)$$

La force stérique répulsive par unité d'aire entre les deux surfaces planes est ensuite déduite à partir de l'équation (1.61) :

$$\vec{f}_{s,p/p}(z) = -\overrightarrow{\text{grad}} \vec{V}_{s,p/p} = -50 k_b T \tau^{3/2} \exp\left(-\frac{2\pi z}{L_0}\right) \vec{n} \quad (1.63)$$

L'équation (1.63) est intégrée en utilisant l'approximation de Derjaguin (Derjaguin *et al.* [1975]) pour extrapoler l'interaction globale entre le microrobot sphérique à une distance  $|\delta|$  d'une surface plane modélisant la paroi du vaisseau sanguin :

$$\begin{aligned} \vec{F}_s(\delta) &= \vec{F}_{s,s/p}(\delta) = 2\pi r \int_{|\delta|}^{\infty} \vec{f}_{s,p/p}(z) dz \\ &= -50 r L_0 k_b T \tau^{3/2} \exp\left(-\frac{2\pi|\delta|}{L_0}\right) H(-\delta) \vec{n} \end{aligned} \quad (1.64)$$

La Figure 1.35 représente l'évolution de la force stérique dans une artère. Les courbes sont similaires dans le cas des petites artères, des artérioles ainsi que des capillaires. La force stérique est une force répulsive très faible. En effet, elle ne dépasse pas  $25 nN$  à très faible distance de la paroi du vaisseau sanguin, soit une force plus de 10000 inférieure à la force électrostatique, avant de décroître exponentiellement.

## 1.9 Forces de contact

La détermination de la force de contact est nécessaire lorsque le microrobot entre en collision avec la paroi des vaisseaux sanguins. Deux modèles principaux sont décrits dans la littérature

---

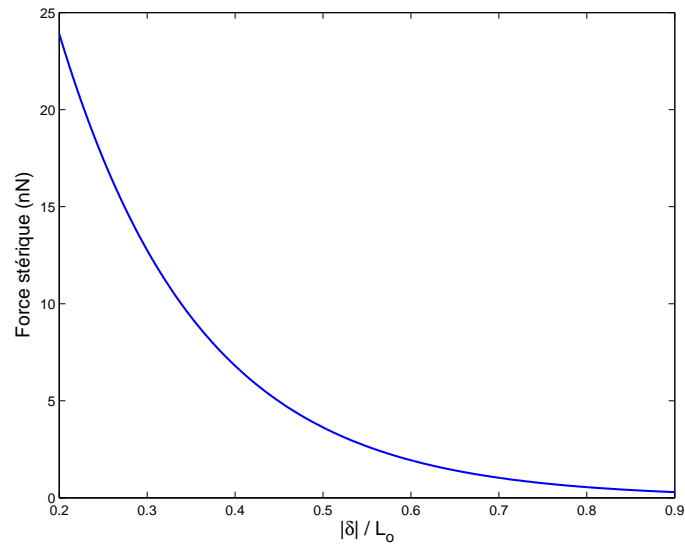


Figure 1.35 – Force stérique dans une artère.

et utilisés dans ce type d'application : le modèle de Voigt et le modèle de Hertz. Nous décrivons ci-après les propriétés et caractéristiques de chacun de ces modèles.

### 1.9.1 Modèle de Voigt

Le modèle de Voigt décrit le contact du microrobot avec la paroi du vaisseau sanguin sous forme implicite, et définit une composante normale et une composante tangentielle de la force de contact. Ce modèle prend en compte une constante de ressort notée  $K$  et un coefficient d'amortissement noté  $b$  (voir Figure 1.36), où les indices  $n$  et  $t$  indiquent respectivement la normale et la tangentielle.

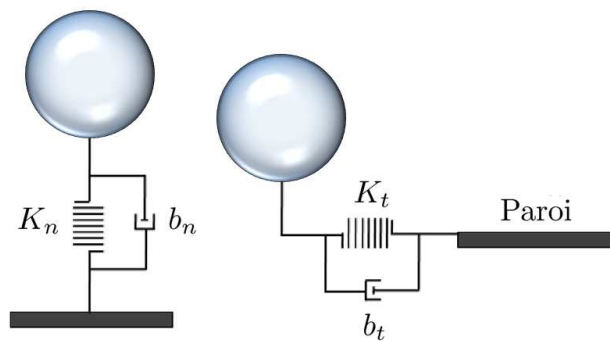


Figure 1.36 – Force de contact : modèle de Voigt.

**a) Composante normale**

La composante normale de la force de contact, notée  $\vec{F}_{cn}$ , est donnée par la somme d'une composante élastique non-linéaire et d'une composante d'amortissement (Tijskens *et al.* [2003]) :

$$\vec{F}_{cn} = -(K_n \delta^{3/2} + b_n \dot{\delta}) H(\delta) \vec{n} \quad (1.65)$$

où  $\delta = \overrightarrow{NM} \cdot \vec{n}$  représente la déformation élastique de la paroi du vaisseau sanguin au point de contact (voir Section 1.2), et  $\vec{n}$  est le vecteur normal unitaire pointant du microrobot vers la surface de contact.  $H$  représente la fonction de Heaviside. Le calcul du coefficient de raideur  $K_n$ , basé sur la théorie du contact Hertzien, est donné par (Tsuji *et Tanaka* [1992]) :

$$K_n = \frac{\frac{4\sqrt{r}}{3}}{\frac{1-\sigma_p^2}{E_p} + \frac{1-\sigma_w^2}{E_w}} \quad (1.66)$$

où  $(E_p, \sigma_p)$  et  $(E_w, \sigma_w)$  sont respectivement le module de Young et le coefficient de Poisson du microrobot et de la paroi du vaisseau sanguin. Le coefficient d'amortissement  $b_n$  se déduit de  $K_n$  par :

$$b_n = 2\sqrt{mK_n} \quad (1.67)$$

où  $m$  est la masse du microrobot.

**b) Composante tangentielle**

La composante tangentielle de la force de contact existe lorsque le microrobot est en rotation ou en cas de collision oblique avec la paroi du vaisseau sanguin et s'exprime :

$$\vec{F}_{ct} = -(K_t \zeta + b_t \dot{\zeta}) H(\delta) \vec{t} \quad (1.68)$$

où  $\zeta$  représente le déplacement dans la direction tangentielle, et  $\vec{t}$  est le vecteur tangentiel unitaire. Le coefficient de raideur  $K_t$  est donné par :

$$K_t = \frac{8\sqrt{r}G_p}{2 - \sigma_p} \delta^{1/2} \quad (1.69)$$

où  $G_p$  est le coefficient de cisaillement qui peut être calculé à partir du module de Young et du coefficient de Poisson du vaisseau sanguin par la formule suivante :

$$G_p = \frac{E_p}{2(1 + \sigma_p)} \quad (1.70)$$

Le coefficient d'amortissement  $b_t$  pour la composante tangentielle se calcule de manière analogue à la composante normale :

$$b_t = 2\sqrt{mK_t} \quad (1.71)$$


---

### 1.9.2 Modèle de Hertz

Puisque le microrobot navigue à des vitesses peu élevées, la durée d'impact est faible. La force de contact peut alors être modélisée par la loi de contact de Hertz modifiée par [Choi et Lim \[2004\]](#), sous l'hypothèse qu'il n'y a pas de frottement entre le microrobot et la paroi des vaisseaux sanguins durant le contact. Deux équations sont nécessaires à la modélisation de cette force, une durant la première phase de pénétration dans le vaisseau sanguin et une durant la seconde phase de rejet. Lors de la pénétration, la force de contact s'exprime comme suit :

$$\vec{F}_{cp} = -K|\delta|^{3/2} H(\delta) \vec{n} \quad (1.72)$$

où  $K$  est le coefficient de raideur équivalent à l'équation (1.66). Durant la seconde phase, la

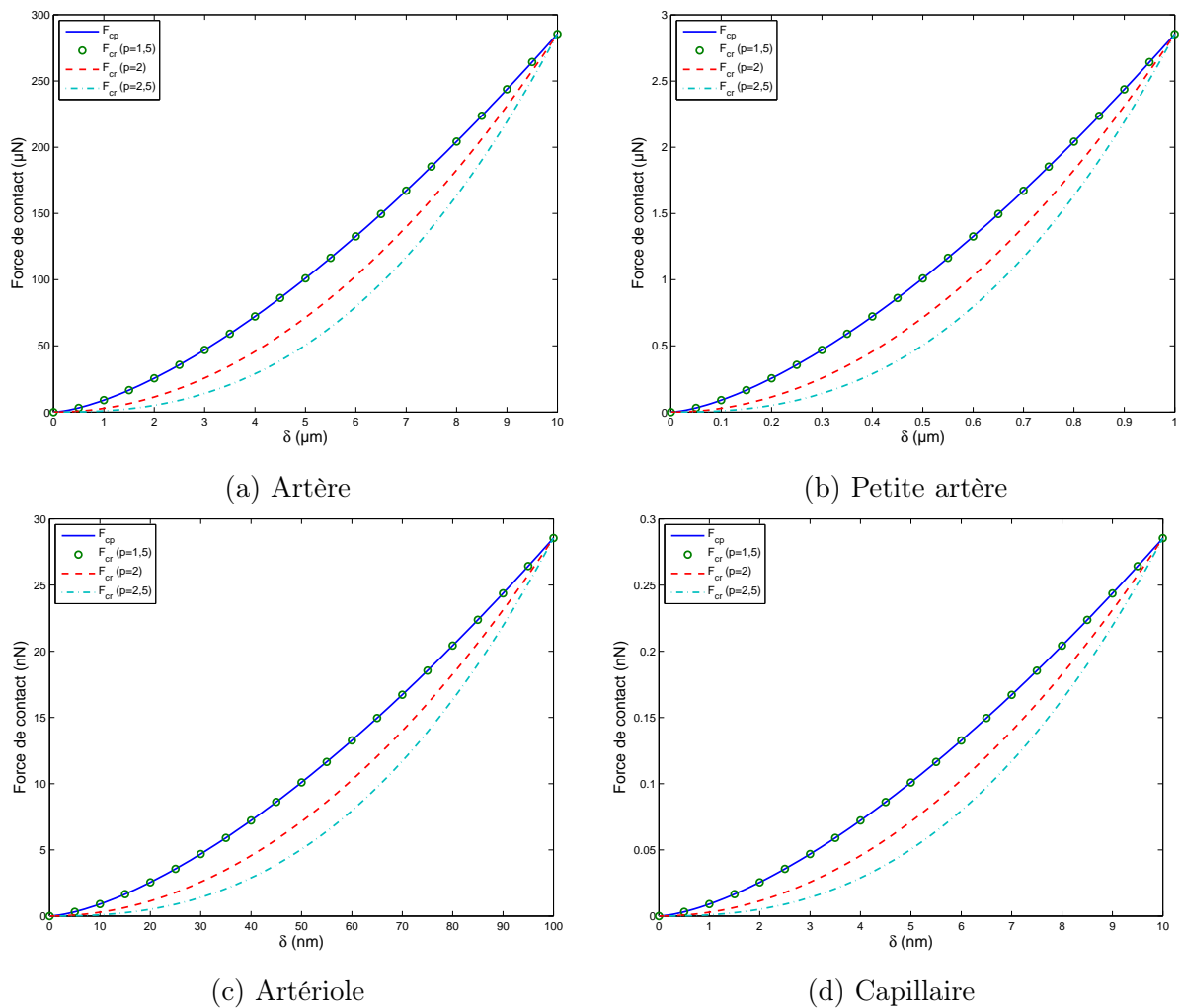


Figure 1.37 – Force de contact : Modèle de Hertz.



force de contact est donnée par :

$$\vec{F}_{cr} = -F_{\delta_m} \left| \frac{\delta - \delta_0}{\delta_m - \delta_0} \right|^p H(\delta) \vec{n} \quad (1.73)$$

où  $F_{\delta_m}$  et  $\delta_m$  sont respectivement la force de contact maximum atteinte et la déformation maximum de la paroi du vaisseau sanguin durant la phase de pénétration.  $\delta_0$  représente la déformation plastique de la paroi durant les cycles de pénétration et de rejet et  $p$  est un exposant variant entre 1,5 et 2,5.

La Figure 1.37 montre la force de contact obtenue pour différentes valeurs de  $p$  en considérant une déformation élastique  $\delta_0$  nulle. Le microrobot est soumis à une force de contact d'autant plus grande que l'enfoncement du microrobot dans la paroi augmente. Lorsque  $p = 1,5$ , les expressions de la force de contact lors de la pénétration et du rejet sont identiques. Si  $p$  est supérieur à 1,5, la force de contact lors de la phase de rejet est moins importante que lors de la pénétration. Cette différence s'explique par une dissipation d'énergie sous forme de chaleur dans les vaisseaux sanguins lors de la pénétration.

Dans le reste de ce manuscrit, nous utilisons le modèle de Hertz pour deux raisons principales. Premièrement, la durée de collision entre le microrobot et la paroi des vaisseaux sanguins est faible de manière générale, et la force de contact tangentielle peut alors être négligée. Deuxièmement, une fonction implicite est utilisée dans le modèle de Voigt. La présence d'une fonction implicite rend incertaine la convergence de certains observateurs, que nous détaillerons au Chapitre 3, notamment les observateurs dits grand gain qui reposent sur l'hypothèse que les fonctions d'états sont lipschitziennes.

## 1.10 Poids apparent

Le microrobot est également soumis à son poids apparent, qui est la contribution de la pesanteur et de la poussée d'Archimède et s'exprime :

$$\vec{W}_a = V(\rho - \rho_f)\vec{g} \quad (1.74)$$

$V$  représente le volume total du microrobot,  $\rho$  sa masse volumique et  $\vec{g}$  le vecteur orienté de l'accélération de la pesanteur.

En considérant que le microrobot est constitué d'une partie ferromagnétique et d'une charge (polymère liant, micelles, drogues...), sa masse volumique peut être décomposée comme suit :

$$\rho = \tau_m \rho_m + (1 - \tau_m) \rho_c \quad (1.75)$$

où  $\rho_m$  et  $\rho_c$  sont respectivement la masse volumique de la partie ferromagnétique et de la charge et  $\tau_m = \frac{V_m}{V}$  avec  $V_m$  le volume ferromagnétique.

## 1.11 Conclusion

Ce chapitre est une synthèse des travaux récents menés dans le champ des expressions analytiques des différentes forces qui agissent sur un microrobot évoluant dans les vaisseaux sanguins du système cardiovasculaire. L'originalité de ce chapitre ne réside pas dans les expressions analytiques des forces en elles-mêmes, mais dans la prise en compte de l'ensemble des forces s'exerçant sur le microrobot, synthèse trouvant peu d'équivalent dans la littérature.

L'évaluation de la force de traînée s'exerçant sur un microrobot en milieu infini et fini dépend entre autre de la vitesse du sang dans les vaisseaux sanguins. Le profil de vitesse du sang dans un vaisseau sanguin, modélisé par un tube droit, est de forme parabolique. Mais en présence de bifurcations mineures et majeures, ce profil change sensiblement. Différentes expressions analytiques ont été proposées dans ce chapitre pour modéliser l'évolution des profils de vitesse au sein des bifurcations en raison de la difficulté à mesurer la vitesse du sang dans le corps humain.

Les bases du magnétisme présentées dans ce chapitre ont montré comment il est possible de créer un champ ou des gradients de champ magnétique à partir de systèmes magnétiques. Ces phénomènes physiques sont exploités dans le chapitre suivant comme moyen de propulsion de nature différente selon le design du microrobot.



# Exploitation du modèle

## Contenu du chapitre

---

<b>2.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>72</b>
<b>2.2</b>	<b>Designs de microrobots et optimisation</b>	<b>72</b>
2.2.1	Des robots atypiques	73
2.2.1.1	Thérapie ciblée	73
2.2.1.2	Thermothérapie	74
2.2.1.3	Embolisation physique	74
2.2.1.4	Capteurs embarqués	74
2.2.2	Bead pulling	74
2.2.3	Flagelle élastique	76
2.2.4	Flagelle hélicoïdale	80
2.2.5	Autres designs	82
<b>2.3</b>	<b>Optimisation pour la navigation</b>	<b>84</b>
2.3.1	$\vec{F}_m$ vs $\vec{F}_d + \vec{W}_a$ - Optimisation unidimensionnelle du ratio $C_{mt}(\lambda)$	85
2.3.2	$\vec{F}_m$ vs $\vec{F}_{tot}$ - Optimisation bidimensionnelle du ratio $C_{mt}(\lambda, \Delta)$	87
<b>2.4</b>	<b>Trajectoire de référence</b>	<b>95</b>
2.4.1	Extraction de chemin	95
2.4.2	Commandabilité et trajectoire	96
2.4.3	Construction de la trajectoire	97
<b>2.5</b>	<b>Conclusion</b>	<b>100</b>

---

## 2.1 Introduction

Le Chapitre 1 a présenté l'environnement dans lequel un microrobot navigue et les nombreuses forces extérieures agissant sur sa dynamique de mouvement. L'étude du déplacement des spermatozoïdes ou de certaines bactéries dans le corps humain a inspiré, par biomimétisme, l'élaboration de microrobots tels que les microrobots à flagelle élastique ou hélicoïdale. Actuellement, la conception la plus avancée est les microrobots de type "*bead pulling*" (Mathieu *et al.* [2006]) puisque des expériences *in-vivo* ont été réalisées dans l'artère carotide d'un porc vivant (Martel *et al.* [2007]).

Ce chapitre apporte des réponses à deux questions : *i*) quel design de microrobot adopter en fonction du type de vaisseaux sanguins dans lesquels ils naviguent ?, et *ii*) comment définir une trajectoire de référence garantissant la commandabilité du microbot à travers le système cardiovasculaire ? Pour répondre à ces deux questions, une modélisation du déplacement des différents microrobots ainsi qu'une optimisation de leur design pour maximiser leur propulsion sont proposées dans ce chapitre. Deux approches d'optimisation sont présentées définissant le microrobot le mieux adapté en fonction du type de vaisseaux sanguins dans lequel il navigue. A partir de cette étude, des trajectoires de référence optimisées dans un souci de minimisation des efforts de contrôle sont définies.

## 2.2 Designs de microrobots et optimisation

La Section 1.4 a présenté différentes notions de physique sur les matériaux, le magnétisme et quelques systèmes magnétiques produisant des champs magnétiques ou des gradients de champ magnétique. Ces deux phénomènes sont exploités pour propulser un microrobot. L'actionnement à distance présente l'avantage de ne pas avoir à embarquer une source d'énergie imposante au vu des dimensions imposées par l'application. De plus, cet actionnement permet une intervention chirurgicale non invasive puisqu'à partir de la zone d'injection, le microrobot est contrôlé à l'aide de champs magnétiques, sans avoir recours à une liaison mécanique avec l'extérieur, à l'instar des cathéters par exemple. La présente section rappelle dans un premier temps que l'utilisation de microrobots dans le domaine médical peut sensiblement améliorer l'efficacité des traitements, la fiabilité des diagnostics ou encore l'accès à des zones du corps humain aujourd'hui inaccessibles. Des microrobots naviguant dans des fluides à faible nombre de Reynolds sont présentés dans Purcell [1977]. Différents designs de microrobots sont proposés dans la littérature dont une synthèse et de nombreuses applications sont résumées dans Nelson *et al.* [2010]. Certains de ces prototypes et leurs applications potentielles sont rappelés dans cette section. Nous proposons ensuite une optimisation de leur design suite à une étude paramétrique. Cette étude a pour objectif

de maximiser la force de propulsion des microrobots en optimisant leur conception.

### 2.2.1 Des robots atypiques

L'utilisation de microrobots dans le domaine médical possède un très fort potentiel. Jusqu'à présent, le guidage d'appareils à but médical à l'intérieur du corps humain était essentiellement réalisé par des cathéters. Bien que très efficace dans de nombreuses applications, l'usage de cathéters est de nature invasive pouvant abîmer les parois des vaisseaux sanguins le long de leur parcours. Ces lésions des vaisseaux peuvent entraîner des complications ou des infections. De plus, le manque de manœuvrabilité rend l'accès à certaines zones du corps difficile, voire impossible. L'usage de microrobots atypiques peut changer la donne. Ces microrobots ont la particularité d'être actionnés à distance, offrent une perception souvent déportée, et ne possèdent pas de partie mobile. Via le système cardiovasculaire, des microrobots peuvent accéder à de nombreuses zones difficiles d'accès du corps humain. Certaines zones telles que la prostate ou bien le cerveau sont également atteignables par les microrobots à travers le système urinaire (Kristo *et al.* [2003]), ou en naviguant dans le liquide céphalo-rachidien (Roy *et al.* [2001], Roy *et al.* [2006], Kosa *et al.* [2007]). De nombreuses techniques médicales peuvent bénéficier de la microrobotique (Nelson *et al.* [2010]). Les paragraphes suivants montrent l'intérêt des microrobots et quelques applications envisageables.

#### 2.2.1.1 Thérapie ciblée

Lors de la prise d'un médicament, le principe actif se disperse dans tout le corps et seul un pourcentage très faible arrive dans la zone à traiter. Pour que le traitement soit efficace, il est souvent nécessaire d'augmenter la prise d'un médicament, entraînant de fait de possibles effets secondaires non désirés et potentiellement dangereux. Un microrobot peut être conçu dans le but d'acheminer tout type de substances de manière ciblée. L'acheminement thérapeutique ciblé garantit une concentration élevée du produit tout en réduisant une diffusion généralisée de celui-ci dans l'organisme. En plus d'accroître l'efficacité du traitement, la dose reçue diminue sensiblement et les effets secondaires sont d'autant plus réduits. Dans le cas d'un traitement anti-cancéreux, l'utilisation du silvestrol (Gerard *et al.* [2007], Cencic *et al.* [2009]) permet de réduire la résistance à la chimiothérapie. Le silvestrol, composé naturel, peut être amené au plus près de la zone tumorale grâce à l'action de microrobots. Un microrobot thérapeutique peut également contenir un principe radioactif tuant, après un certain temps d'exposition, les cellules cancéreuses (Delvin [2007]).

### 2.2.1.2 Thermothérapie

La destruction de cellules malades est aussi possible en les exposant à une source de chaleur. Plus la température de la source de chaleur est importante, et moins le temps d'exposition à cette source nécessaire à la mort des cellules est grand. Si à  $46^{\circ}\text{C}$  un temps d'exposition d'une heure est requis, il n'est plus que de cinq minutes à  $50^{\circ}\text{C}$  (Pennes [1948]). L'utilisation d'une sonde laser dont la température est contrôlée à l'aide d'un IRM s'avère efficace dans le traitement des métastases cérébrales (Carpentier *et al.* [2008]). Néanmoins la taille de la sonde, de l'ordre du millimètre, ne permet pas l'accès à toute zone du corps humain. A l'aide d'un champ magnétique à haute fréquence (Andrä et Nowak [2007]), un microrobot peut être utilisé comme source ponctuelle de chaleur entraînant la nécrose de cellules.

### 2.2.1.3 Embolisation physique

Une embolisation d'un vaisseau sanguin peut aussi être réalisée par un microrobot. Cette embolisation se révèle très efficace pour tuer des cellules cancéreuses en bloquant leur alimentation en nutriments véhiculés par le sang. A l'inverse, un microrobot est capable de garantir le passage d'un flux sanguin là où un vaisseau sanguin a tendance à se refermer. Ce microrobot s'immobilise à l'endroit désiré et peut être vu comme un cylindre creux laissant circuler normalement le sang (Zhang *et al.* [2005]).

### 2.2.1.4 Capteurs embarqués

Un microrobot peut également naviguer à travers le corps humain à des fins de diagnostic, par exemple en utilisant des capteurs embarqués afin de mesurer des paramètres physiologiques dans une zone précise du corps. Ergeneman *et al.* [2008] développe par exemple un microrobot capable de mesurer le taux d'oxygène dans l'œil ainsi que de délivrer de manière ciblée un traitement thérapeutique.

Les exemples mentionnés ci-dessus ne sont qu'un bref aperçu du potentiel et des applications possibles des microrobots dans le domaine médical. Décrivons à présent quelques conceptions particulières de microrobot. Les sections suivantes sont consacrées à la présentation de trois designs différents de microrobots ainsi que de critères d'optimisation maximisant la propulsion.

## 2.2.2 Bead pulling

Considérons tout d'abord l'un des microrobots au design le plus simple. Ce microrobot est communément trouvé dans la littérature sous l'appellation de "*bead pulling*". Ce microrobot (voir Figure 2.1) est composé d'une partie magnétique et éventuellement d'une charge (médicament, capteur embarqué, source radioactive, etc...). Cette charge utile est quantifiée à travers le ratio

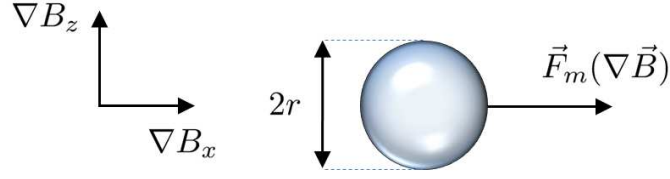


Figure 2.1 – Microrobot de type "bead pulling", propulsé par la force magnétique induite par des gradients  $\nabla \vec{B}$ .

$\tau_m = \frac{V_m}{V}$ , avec  $V_m$  le volume magnétique et  $V$  le volume total du microrobot. Ce microrobot peut être dédié à l'acheminement d'une substance vers une zone à traiter mais également posséder des capteurs mesurant des paramètres physiologiques, ou réaliser d'autres tâches mentionnées précédemment.

Le microrobot est propulsé à l'aide de gradients de champ magnétique (Quate *et al.* [1991], Honda *et al.* [1996]) générant une force motrice s'exprimant par l'équation (1.27). Les gradients de champ magnétique n'agissant que sur la partie magnétique du microrobot, cette équation s'écrit alors :

$$\vec{F}_m = \mu_0 \tau_m V (\vec{M} \cdot \nabla) \vec{H} \quad (2.1)$$

avec  $\mu_0$  la perméabilité magnétique du vide,  $\vec{M}$  la magnétisation du microrobot,  $\vec{H}$  l'excitation magnétique extérieure et  $\nabla$  l'opérateur gradient. La force motrice dépend linéairement de la valeur atteinte par la magnétisation du microrobot. D'après la Section 1.4.1, les matériaux ferromagnétiques possèdent de plus fortes valeurs de magnétisation de saturation par rapport aux matériaux paramagnétiques ou superparamagnétiques. De plus, lorsque le champ magnétique est faible, les matériaux ferromagnétiques ont l'avantage de posséder une magnétisation de rémanance élevée. Dans cette section, nous faisons l'hypothèse que la partie magnétique est de type ferromagnétique et que la charge utile occupe un volume représentant 20% du volume total.

La Figure 2.2 illustre l'évolution de la force motrice  $\vec{F}_m$  en fonction du rayon du microrobot. Les courbes sont tracées en supposant un gradient de champ magnétique de  $80 \text{ mT} \cdot \text{m}^{-1}$ , et l'existence d'un champ magnétique extérieur suffisamment élevé pour que la magnétisation du microrobot atteigne sa saturation, ce qui est par exemple le cas lorsque l'on se place dans un IRM (Mathieu *et al.* [2006], Mathieu et Martel [2007]). La force motrice dépendant linéairement de la magnétisation du microrobot et du cube de son rayon, il est nécessaire *i)* d'utiliser un matériau ferromagnétique possédant une magnétisation élevée et *ii)* de maximiser la taille du microrobot. Bien évidemment, plus le diamètre du microrobot est élevé et plus les forces agissant sur le microrobot, notamment la force de traînée et le poids, sont importants. De plus, un trop grand diamètre pourrait provoquer une embolie non désirée. Un compromis devra donc être effectué et



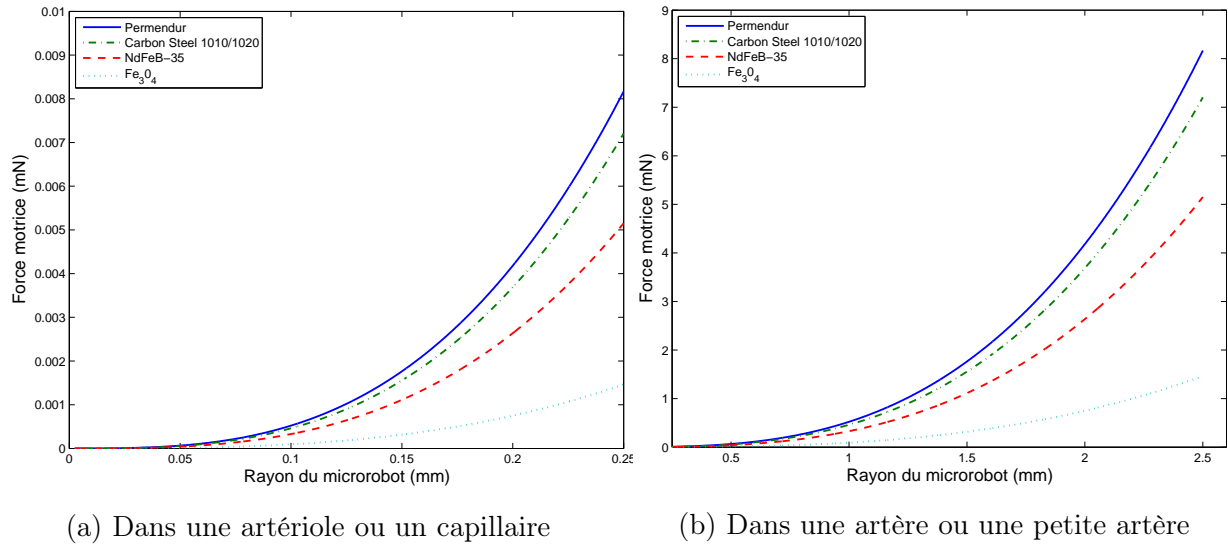


Figure 2.2 – Force motrice pour un microrobot de type "bead pulling".

une étude plus approfondie est menée dans la Section 2.3 pour maximiser la force motrice tout en minimisant les autres forces.

### 2.2.3 Flagelle élastique

Le design des microrobots à flagelle élastique tire son inspiration du milieu naturel. En étudiant le déplacement d'un spermatozoïde (voir Figure 2.3), on remarque que l'oscillation de sa flagelle lui permet d'avancer. Le comportement d'un spermatozoïde est loin d'être unique puisque des nombreuses bactéries utilisent également le battement d'une ou plusieurs flagelles comme moyen de propulsion. Deux conditions principales doivent être réunies pour donner naissance à une force de propulsion. Si un spermatozoïde ne possède pas de tête, son déplacement demeure impossible. En effet, une flagelle seule oscillant dans un fluide visqueux crée deux forces à chacune de ses extrémités de même amplitude mais de sens opposé. La résultante de la force de propulsion est donc nulle. Le fait que le spermatozoïde ait une tête induit une brisure de symétrie et donc une résultante de la force de propulsion non nulle. La viscosité de l'environnement est également indispensable au déplacement du spermatozoïde. Une viscosité faible rend négligeable la force de propulsion créée par l'oscillation de la flagelle. Intéressons-nous à présent à la modélisation d'une particule sphérique sur laquelle est greffée une flagelle, comme illustré sur la Figure 2.4. Le battement propulsif de la flagelle est causé par une rotation de la particule à laquelle elle est attachée. Cette rotation de la particule peut, par exemple<sup>1</sup>, être induite par

1. Tout mouvement contrôlé de la particule peut provoquer un battement de la flagelle élastique. Des actionnements de la particule en translation ou en rotation par exemple sont étudiés dans [Wiggins \*et al.\* \[1998\]](#) et [Evans et Lauga \[2010\]](#)

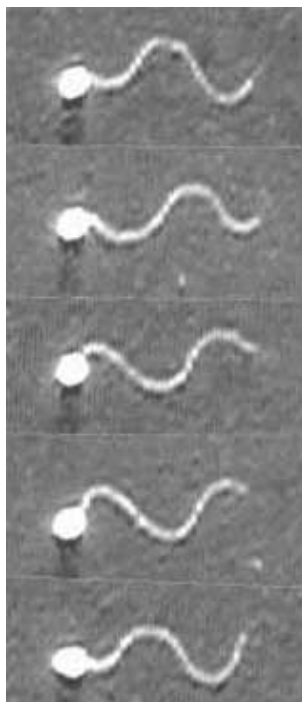


Figure 2.3 – Mouvement d’un spermatozoïde.  
(Pacey *et al.* [1994])

un couple magnétique  $\vec{\Gamma}_m$  :

$$\vec{\Gamma}_m = \tau_m V \vec{M} \times \vec{B} \quad (2.2)$$

En considérant une entrée magnétique oscillante  $\vec{B}(t)$  de norme  $B_0$ , l’amplitude du couple moteur résultant est alors :

$$\gamma_0 = \tau_m V \|\vec{M}\| B_0 \quad (2.3)$$

La modélisation de la force de propulsion à faible nombre de Reynolds (Purcell [1977]) produite par l’oscillation de la flagelle élastique est un problème complexe. Les premières études pour appréhender les phénomènes physiques donnant naissance à cette force de propulsion et en déduire une modélisation furent initiées par Taylor (Taylor [1951], Taylor [1952]). D’autres physiciens, contribuèrent également à déterminer un modèle du système en développant une théorie des corps allongés (Broersma [1960]), et en étudiant l’impact des effets de bord et de la forme de la flagelle (Brenner [1962]) sur son déplacement. De nombreuses recherches sont encore effectuées de nos jours pour en comprendre les mécanismes, que ce soit de manière analytique (Wiggins et Goldstein [1998], Wiggins *et al.* [1998], Lauga [2007], Evans et Lauga [2010]), ou numérique (Lagomarsino *et al.* [2003]). La modélisation présentée ci-dessous est issue des derniers travaux présentés par Evans et Lauga [2010]. Pour des mouvements de petites amplitudes (c’est-à-dire respectant l’hypothèse que  $\frac{\gamma_0 L}{k_\kappa} \ll 1$ ), l’élastohydrodynamique est décrite par l’équation

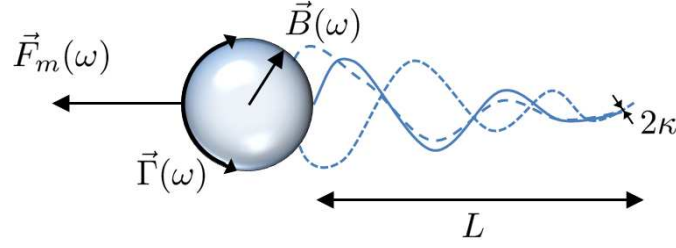


Figure 2.4 – Microrobot avec une flagelle élastique.

d'hyperdiffusion (Lauga [2007]) :

$$\zeta_{\perp} \frac{\partial y}{\partial t} = -k_{\kappa} \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} \quad (2.4)$$

où  $\zeta_{\perp}$  représente le coefficient de traînée visqueux normal et  $k_{\kappa}$  le coefficient de raideur de la flagelle.  $x$  représente la distance du point d'attache de la flagelle sur la tête du microrobot au point matériel considéré, et  $y$  l'amplitude de l'oscillation en ce point. L'avantage majeur de se restreindre à l'hypothèse de petites amplitudes est que la dynamique de la flagelle satisfait à l'équation linéaire (2.4). Il est alors possible de la résoudre analytiquement. Cette équation rend compte du comportement oscillatoire en tout point de la flagelle en prenant en compte la viscosité du milieu et la raideur de la flagelle. En supposant que l'oscillation de la tête du microrobot est régie par l'équation (2.2), la force motrice résultante est alors donnée par (Evans et Lauga [2010]) :

$$\vec{F}_m = \frac{\omega \zeta_{\perp} \gamma_0^2 L^4}{4k_{\kappa}^2} Z(S_p) \frac{\langle \vec{B}(t) \rangle}{\| \langle \vec{B}(t) \rangle \|} \quad (2.5)$$

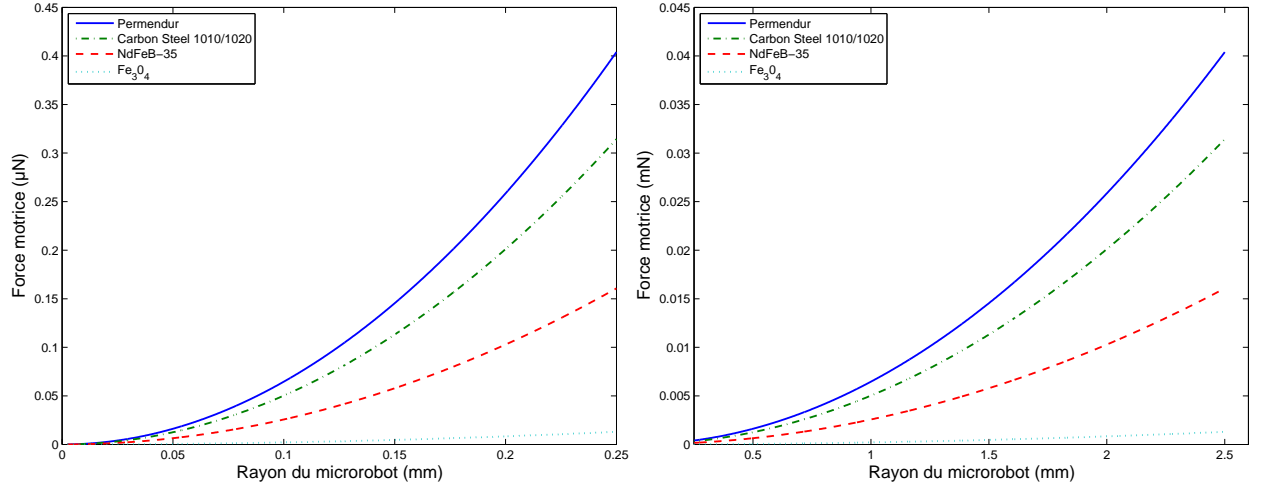
où  $L$ ,  $\kappa \ll r$  et  $\langle \cdot \rangle$  sont respectivement la longueur, le rayon de la flagelle élastique et la moyenne temporelle d'une fonction sur une période. Les expressions de la raideur de la flagelle  $k_{\kappa}$  et du coefficient de traînée visqueux normal à la flagelle  $\zeta_{\perp}$  sont données par (Vogel [2003]) :

$$\begin{cases} \zeta_{\perp} = \frac{4\pi\eta}{\ln\left(\frac{L}{2\kappa}\right) + 0.193} \\ k_{\kappa} = \frac{\pi E_{\kappa} \kappa^4}{4} \end{cases} \quad (2.6)$$

où  $E_{\kappa}$  est le module du Young de la flagelle.  $S_p$  représente le nombre de sperme ("Sperm number"), nombre adimensionnel quantifiant l'importance des forces visqueuses sur les forces élastiques. Ce nombre, défini par Lagomarsino *et al.* [2003], s'exprime comme suit :

$$S_p = \left( \frac{L^4 \omega \zeta_{\perp}}{k_{\kappa}} \right)^{1/4} \quad (2.7)$$

où  $\omega$  est, dans notre cas, la pulsation du champ magnétique oscillant  $\vec{B}(t)$ . Enfin,  $Z(S_p)$  est une fonction dépendante du nombre de sperme et des conditions limites imposées, dont les



(a) Dans une artériole ou un capillaire

(b) Dans une artère ou une petite artère

Figure 2.5 – Force motrice pour un microrobot muni d'une flagelle élastique.

différentes allures sont représentées dans [Evans et Lauga \[2010\]](#). Dans le cas de l'application d'un couple au niveau de la tête du microrobot, la fonction  $Z(S_p)$  est une fonction décroissante dont le maximum vaut 0,0014 pour  $S_p = 3, 4$ . Une optimisation a été effectuée afin de maximiser la force motrice  $\vec{F}_m$ , en respectant l'hypothèse des petites amplitudes définie précédemment et en gardant le nombre de sperme  $S_p$  constant. Pour cela, deux nouveaux paramètres  $\mu_f = \kappa/r$  et  $\lambda_f = L/r$  ont été introduits pour déterminer le rayon de la flagelle ainsi que sa longueur en fonction du rayon du microrobot. A partir des équations (2.5) et (2.6), une première relation liant  $\mu_f$  à  $\lambda_f$  permet d'assurer l'existence d'une solution physique ( $\omega \geq 0$ ) :

$$\omega = \frac{S_p^4 E_k}{16 \eta} \left[ \ln \left( \frac{\lambda_f}{2\mu_f} \right) + 0.193 \right] \left( \frac{\mu_f}{\lambda_f} \right)^4 \geq 0 \implies \lambda_f > 2\mu_f e^{-0.193} \quad (2.8)$$

En remplaçant les expressions de  $\zeta_{\perp}$ ,  $\gamma_0$ ,  $k_{\kappa}$  dans (2.5), l'équation devient :

$$\|\vec{F}_m\| = \frac{224\pi\eta}{5625} \left( \frac{\tau_m M B_0}{E_k} \right)^2 \underbrace{\left( \frac{\lambda_f}{\mu_f^2} \right)^4 \frac{1}{\ln \left( \frac{\lambda_f}{2\mu_f} \right) + 0.193}}_{\text{Expression à maximiser}} \omega r^2 \quad (2.9)$$

Dans cette dernière équation, l'expression à maximiser est uniquement fonction de  $\mu_f$  et  $\lambda_f$ . Or, ces deux paramètres ne sont pas indépendants. En effet, le nombre de sperme  $S_p$  devant être constant et en remplaçant les expressions de  $k_{\kappa}$  et  $\zeta_{\perp}$  dans l'équation (2.7), une nouvelle fonction  $f_{et}(\mu_f, \lambda_f)$  est obtenue :

$$f_{et}(\mu_f, \lambda_f) = 0 \iff \left( \frac{\mu_f}{\lambda_f} \right)^4 \left[ \ln \left( \frac{\lambda_f}{2\mu_f} \right) + 0.193 \right] - \frac{16 \eta \omega}{E_k S_p^4} = 0 \quad (2.10)$$

Cette fonction permet de déterminer tous les couples  $(\mu_f, \lambda_f)$  possibles de telle sorte que le nombre de sperme  $S_p$  soit constant. L'équation (2.10) étant une équation transcendante, seule une résolution numérique est possible. Le couple  $(\mu_f, \lambda_f)$  choisi doit alors vérifier l'hypothèse de petites amplitudes, c'est-à-dire respecter la contrainte algébrique :

$$\frac{\gamma_0 L}{k_\kappa} = \frac{16\tau_m M B_0}{3E_k^2} \frac{\lambda_f}{\mu_f^4} \ll 1 \quad (2.11)$$

La Figure 2.5 montre l'évolution de la force motrice pour des vaisseaux sanguins allant des capillaires aux artères pour une pulsation  $\omega = 60\pi \text{ rad.s}^{-1}$ . Pour un matériau de type 'Carbon steel 1010/1020',  $\lambda_f$  et  $\mu_f$  sont données respectivement par 72 et 0.06. Des valeurs similaires seront utilisées pour les autres matériaux présentés dans le Tableau 1.2. Les courbes obtenues sont paraboliques en raison de la dépendance au carré de la force motrice  $\vec{F}_m$  en fonction du rayon. De plus, cette force est d'autant plus grande que le matériau constituant la flagelle possède une magnétisation élevée. Le Permendur, ayant une magnétisation de  $1,92 \cdot 10^6 \text{ A.m}^{-1}$ , est donc logiquement le meilleur matériau pour obtenir une force motrice la plus grande possible.

D'autres concepts assez similaires à ce microrobot à flagelle élastique ont également été développés par Behkam et Sitti [2006], où cette fois-ci le microrobot est muni d'une flagelle plane. Ce dernier obtient une force motrice plus élevée que la flagelle élastique mais nécessite des actionneurs répartis le long de celle-ci. Ce problème d'actionnement distribué reste cependant un verrou technologique important (Bawa [2008]). Notons que, dans le cas des organismes biologiques dont est issu ce concept, l'actionnement distribué naturel permet aussi de meilleurs rendements que ceux obtenus avec la flagelle élastique artificielle.

#### 2.2.4 Flagelle hélicoïdale

Les microrobots à flagelle hélicoïdale sont également inspirés du milieu naturel. Les bactéries dites procaryotes se déplacent par exemple grâce à la rotation de leur flagelle (Berg [2003]). En tournant et en s'appuyant sur un fluide visqueux, la rotation de la flagelle donne naissance à une force de propulsion à la manière d'un tire-bouchon. La bactérie E. Coli (voir Figure 2.6) est munie de nombreuses flagelles qui, une fois en mouvement, s'associent pour ne former qu'un seul et unique faisceau (Bray [1992]). Ce phénomène d'interaction hydrodynamique entre les différentes flagelles est étudié précisément dans Kim *et al.* [2003]. Le couple magnétique (2.2), obtenu à présent grâce à un champ tournant, peut également être exploité pour mettre en rotation la flagelle d'un microrobot. Pour obtenir cet effet, le microrobot est associé à une hélice comme illustré sur la Figure 2.7. La force motrice est alors donnée par (Purcell [1977], Abbott *et al.* [2009]) :

$$\vec{F}_m = 2\pi n_h r \left[ r \cos \theta_h (\zeta_\perp - \zeta_\parallel) \omega \frac{\vec{\Gamma}_m}{\|\vec{\Gamma}_m\|} - \frac{\zeta_\perp \sin^2 \theta_h + \zeta_\parallel \cos^2 \theta_h}{\sin \theta_h} \vec{v}_r \right] \quad (2.12)$$

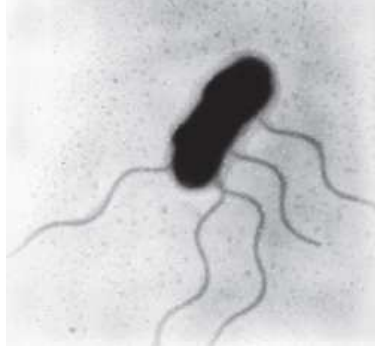


Figure 2.6 – Flagelles d’une bactérie Escherichia Coli (E. Coli).  
(Adler [1965])

où  $\theta_h$  représente l’angle d’attaque entre le microrobot et l’hélice et  $n_h$  le nombre de tours de l’hélice.  $\vec{v}_r$  représente la vitesse relative du microrobot par rapport à la vitesse du fluide.

Les coefficients de traînée visqueux normal  $\zeta_{\perp}$  et parallèle  $\zeta_{\parallel}$  à l’axe de l’hélice sont donnés par (Lighthill [1976]) :

$$\begin{cases} \zeta_{\perp} = \frac{4\pi\eta}{\ln\left(\frac{0.36\pi r}{\kappa \sin \theta_h}\right) + 0.5} \\ \zeta_{\parallel} = \frac{2\pi\eta}{\ln\left(\frac{0.36\pi r}{\kappa \sin \theta_h}\right)} \end{cases} \quad (2.13)$$

où  $\kappa$  est le rayon du filament. Dans l’équation (2.12), le premier terme est une force motrice pure assurant le déplacement du microrobot tandis que le second terme est une force s’opposant au mouvement, induite par la traînée s’exerçant sur l’hélice.

L’évolution de la force motrice  $\vec{F}_m$  en fonction du rayon du microrobot pour différents nombres de tours d’hélice est représentée sur la Figure 2.8. Dans cette simulation,  $\kappa = r/100$ ,  $\theta_h = 35^\circ$  et  $\omega = 60\pi \text{ rad.s}^{-1}$ . Ces valeurs sont issues d’une optimisation de  $\theta_h$  pour avoir un terme de poussée correspondant au premier terme de l’équation (2.12) le plus grand possible par rapport à la force résistive. Une vitesse relative de  $50 \mu\text{m.s}^{-1}$  a été imposée dans le cas de vaisseaux de

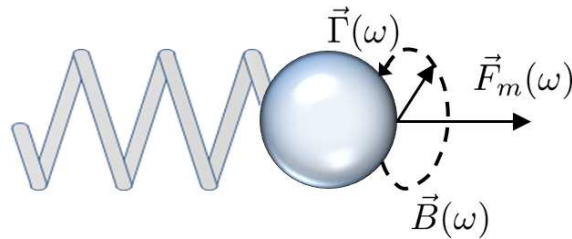


Figure 2.7 – Microrobot avec une flagelle hélicoïdale.

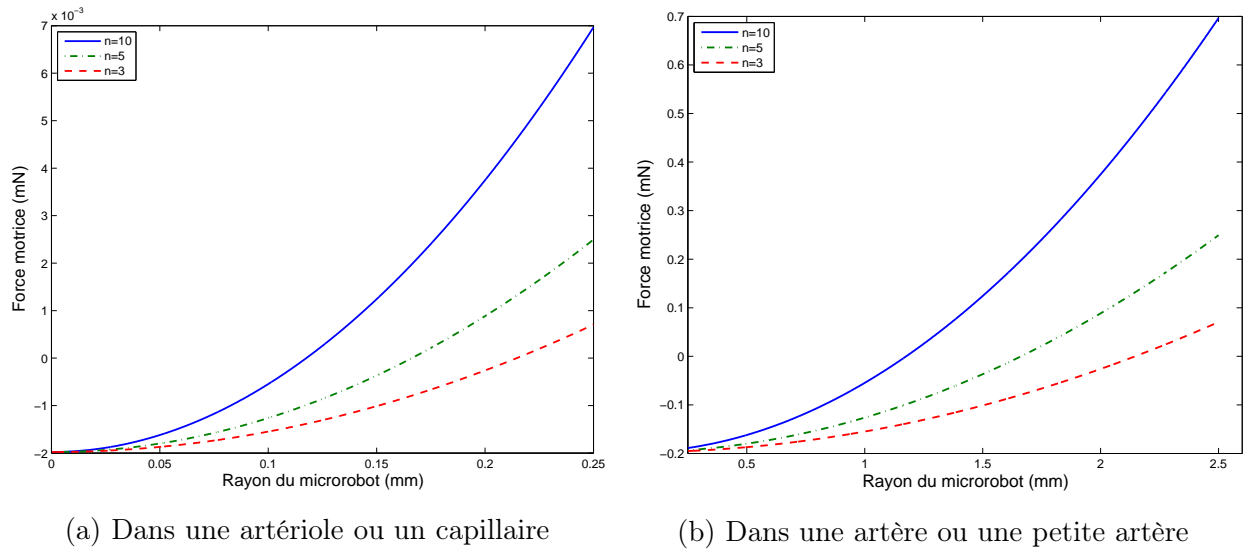


Figure 2.8 – Force motrice pour un microrobot muni d’une hélice.

type artérioles et capillaires (Figure 2.8 (a)) et de  $5 \text{ mm} \cdot \text{s}^{-1}$  dans le cas d’artères ou de petites artères (Figure 2.8 (b)).

Le terme moteur est proportionnel au carré du rayon du microrobot tandis que le terme résistif croît linéairement avec le rayon, ce qui explique l’allure des courbes. Dans les deux cas, on peut noter qu’une taille minimale du microrobot est nécessaire pour que la force motrice pure compense la force de traînée qui s’exerce sur l’hélice. Il est à noter que des phénomènes de cavitation hydrodynamique peuvent apparaître si  $\omega$  est trop grand, d’où la valeur maximale prise pour la fréquence de rotation du champ magnétique. Le fait que la modélisation de la traînée de l’hélice repose sur la loi de Stokes est une autre restriction à l’utilisation de fréquences élevées. Enfin, en pratique, on observe une fréquence seuil au-delà de laquelle le rendement de ce type de propulsion s’effondre (Zhang *et al.* [2010a]).

### 2.2.5 Autres designs

Dreyfus (Dreyfus *et al.* [2005]) propose un design de microrobot particulier basé sur le principe d’un microrobot à flagelle actionnée. Ce microrobot possède une géométrie semblable à celle d’un microrobot à flagelle élastique, à la différence que la flagelle est formée d’une chaîne de particules paramagnétiques attachées par l’intermédiaire de molécules d’ADN (voir Figure 2.9). L’actionnement du microrobot est alors assuré par un couple magnétique exercé sur ces éléments de flagelle.

Certaines bactéries possèdent des propriétés magnétiques qui utilisent le champ magnétique ambiant, notamment le champ magnétique terrestre, pour se déplacer dans leur environnement. Ces bactéries sont connues sous le nom de bactéries magnétotactiques, découvertes par Blake-

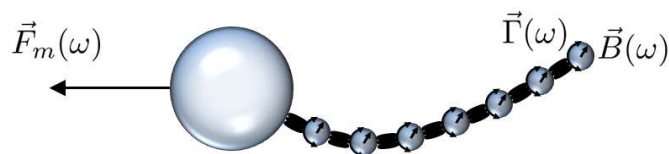


Figure 2.9 – Microrobots à flagelle actionnée grâce à des particules magnétiques.

more (Blakemore [1975]) dont les premières souches (*Magnetospirillum magnetotacticum*) furent obtenues par la même équipe (Blakemore *et al.* [1979]). Des chaînes de magnétosomes, cristaux de magnétites de quelques dizaines de nanomètres (DeLong *et al.* [1993]), sont présentes au sein des bactéries qui ont tendance à s’aligner le long d’un champ magnétique. Ces bactéries sont d’excellentes candidates au titre de microrobots naturels puisque la propulsion est assurée par les flagelles de la bactérie (voir Figure 2.10). Les magnétosomes qu’elles contiennent permettent de leur imposer une direction de déplacement en utilisant un champ magnétique. Les propriétés particulières de ces bactéries sont utilisées par l’équipe du Professeur Sylvain Martel (Martel *et al.* [2009]) pour se déplacer dans le système cardiovasculaire à des vitesses de l’ordre de  $200 \mu\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ , soit des vitesses cinq fois plus élevées que les bactéries à flagelles simples. Il est possible de les fonctionnaliser soit en insérant un produit directement à l’intérieur des cellules, soit en greffant à leur surface des microsystemes (Martel [2006]).

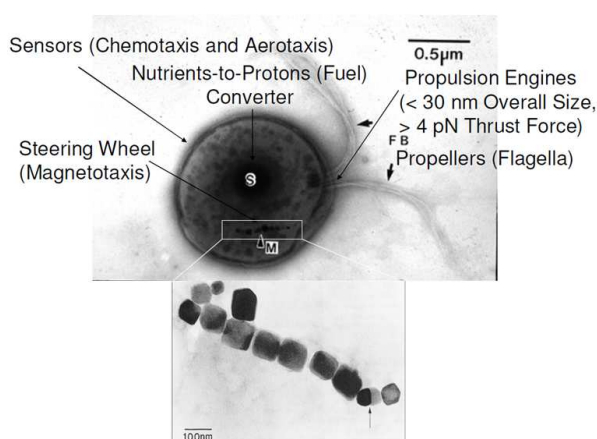


Figure 2.10 – Bactérie magnétotactique MC-1 et ses magnétosomes.

(Martel *et al.* [2009])



## 2.3 Optimisation pour la navigation

Les Sections 1.3 à 1.10 du Chapitre 1 ont présenté les différentes forces agissant sur un microrobot naviguant dans le système cardiovasculaire. L'objectif de cette section est d'exploiter l'ensemble du modèle en prenant également en compte les limitations des actionneurs des systèmes magnétiques. On trouve dans la littérature des analyses de faisabilité de la navigation basées sur l'étude du ratio  $C_{md} = F_m/F_d$  (Mathieu *et al.* [2006], Vartholomeos et Mavroidis [2010]). Ces travaux comparent la force de propulsion  $\vec{F}_m$  à la force de traînée  $\vec{F}_d$  en fonction du ratio d'obstruction du vaisseau par le microrobot  $\lambda = 2r/D$ , où  $r$  et  $D$  sont respectivement le rayon du microrobot et le diamètre du vaisseau sanguin. Cette étude résulte en une optimisation de la conception du microrobot, c'est-à-dire de son rayon idéal  $r$  en fonction du vaisseau dans lequel il navigue. Nous rappelons tout d'abord, en section 2.3.1, les résultats de cette analyse unidimensionnelle mais en fournissant une interprétation non en terme de faisabilité (terme assez imprécis), mais en termes d'accessibilité et de commandabilité. Cette étude préliminaire est cependant insuffisante puisque le microrobot n'est pas uniquement soumis à  $\vec{F}_m$  et  $\vec{F}_d$ . Dans la microvasculature et à proximité des parois du vaisseau sanguin, ce sont même les forces d'interaction surfaciques qui prédominent. Il est alors nécessaire d'étudier le ratio  $C_{mt} = F_m/F_{tot}$ , où  $F_{tot} = F_d + F_e + F_{vdw} + F_s + F_c + W_a$  est la somme des forces extérieures agissant sur le microrobot.  $\vec{F}_d$ ,  $\vec{F}_e$ ,  $\vec{F}_{vdw}$ ,  $\vec{F}_s$ ,  $\vec{F}_c$  et  $\vec{W}_a$  sont respectivement la force de traînée, la force électrostatique, la force de van der Waals, la force stérique, la force de contact et le poids apparent. Une étude bi-dimensionnelle, i.e. une optimisation de  $C_{mt}(\lambda, \Delta)$ , permet alors non seulement d'obtenir une optimisation de la conception du microrobot ( $\lambda^*$ ) plus pertinente, mais aussi une optimisation de la trajectoire ( $\Delta^*$ ) dans le sens où on obtient une trajectoire qui minimise les efforts de commande.

La Figure 2.11 montre deux zones distinctes dans le vaisseau sanguin. L'accessibilité du microrobot dans tout l'espace défini à l'intérieur du vaisseau sanguin est assurée, mais la commandabilité n'est garantie qu'à l'intérieur du domaine représenté en vert sur la figure. Néanmoins, à l'intérieur du domaine, la commandabilité du microrobot est perdue si la force de traînée est

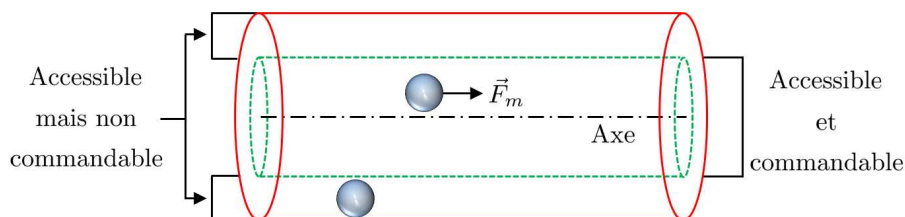


Figure 2.11 – Accessibilité et commandabilité du microrobot.

trop importante. Proche de l'axe, la force de traînée est prédominante par rapport aux autres forces. La valeur de cette force dépend directement de la vitesse relative  $\vec{v}_r$  entre le microrobot et le fluide. En synchronisant la vitesse du microrobot sur la vitesse du fluide, il est possible de minimiser la force de traînée, voire même de l'annuler. La commandabilité est alors assurée. Proche des parois, ce qui correspond au cas où le microrobot est à l'extérieur du domaine vert, l'accessibilité est toujours vérifiée, mais le microrobot n'est plus commandable, même en effectuant un changement d'échelle de temps. En effet, dans ce cas, les forces surfaciques sont prédominantes par rapport aux autres forces, et la force de propulsion ne peut plus les compenser pour assurer un suivi de trajectoire.

### 2.3.1 $\vec{F}_m$ vs $\vec{F}_d + \vec{W}_a$ - Optimisation unidimensionnelle du ratio $C_{mt}(\lambda)$

Dans cette partie, nous présentons les travaux existants ([Mathieu et al. \[2006\]](#), [Vartholomeos et Mavroidis \[2010\]](#)) sur une première exploitation du modèle. Ces travaux définissent la commandabilité d'un microrobot de type "bead pulling" en comparant la force motrice  $\vec{F}_m$  et la force de traînée  $\vec{F}_d$ . Nous menons ici une étude similaire mais en prenant également en compte le poids apparent  $\vec{W}_a$  du microrobot. La condition nécessaire et suffisante pour garantir la commandabilité du microrobot est un ratio  $C_{mt} = F_m / (F_d + W_a)$  supérieur à 1. Dans cette étude, la force motrice  $\vec{F}_m$  est la force nécessaire pour maintenir immobile le microrobot, i.e. la force de propulsion requise pour contrer son poids apparent  $\vec{W}_a$  ainsi que la force  $\vec{F}_d$  induite par le flux sanguin (voir Figure 2.12).

Le champ magnétique  $\vec{B}$  est suffisamment élevé pour considérer que la partie ferromagné-

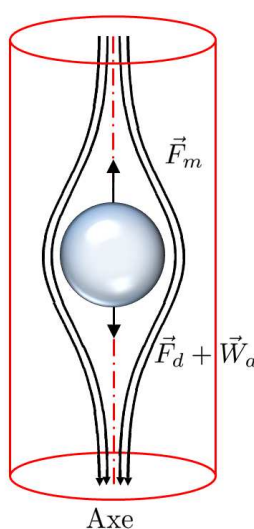


Figure 2.12 – Force motrice  $\vec{F}_m$  vs force de traînée et poids apparent  $\vec{F}_d + \vec{W}_a$

tique du microrobot atteint sa magnétisation de saturation. Dans [Vartholomeos et Mavroidis \[2010\]](#), les forces surfaciques sont négligées. Les résultats sont donc uniquement valables si le microrobot est situé sur l'axe du vaisseau sanguin où les forces électrostatique et de van der Waals s'annulent. Le poids apparent du microrobot est également négligé. [Vartholomeos et Mavroidis \[2010\]](#) effectuent le calcul du ratio  $C_{mt}$  en considérant que la force de traînée s'exprime à partir de la loi de Stokes. Dans la présente étude, la force de traînée est donnée par l'équation (1.44) en utilisant l'expression du coefficient de traînée donnée par l'équation (1.38). Pour être complet, le poids apparent du microrobot est également pris en compte, et l'on suppose ici un taux  $\tau_m$  de 0,8. Les diamètres des différents vaisseaux sanguins ainsi que la vitesse du sang sont issus du [Tableau 1.1](#).

La [Figure 2.13](#) montre l'évolution du ratio  $C_{mt}$  en fonction de  $\lambda = 2r/D$  où  $2r$  est le diamètre du microrobot et  $D$  le diamètre du vaisseau sanguin. Dans le cas d'un microrobot de type "bead

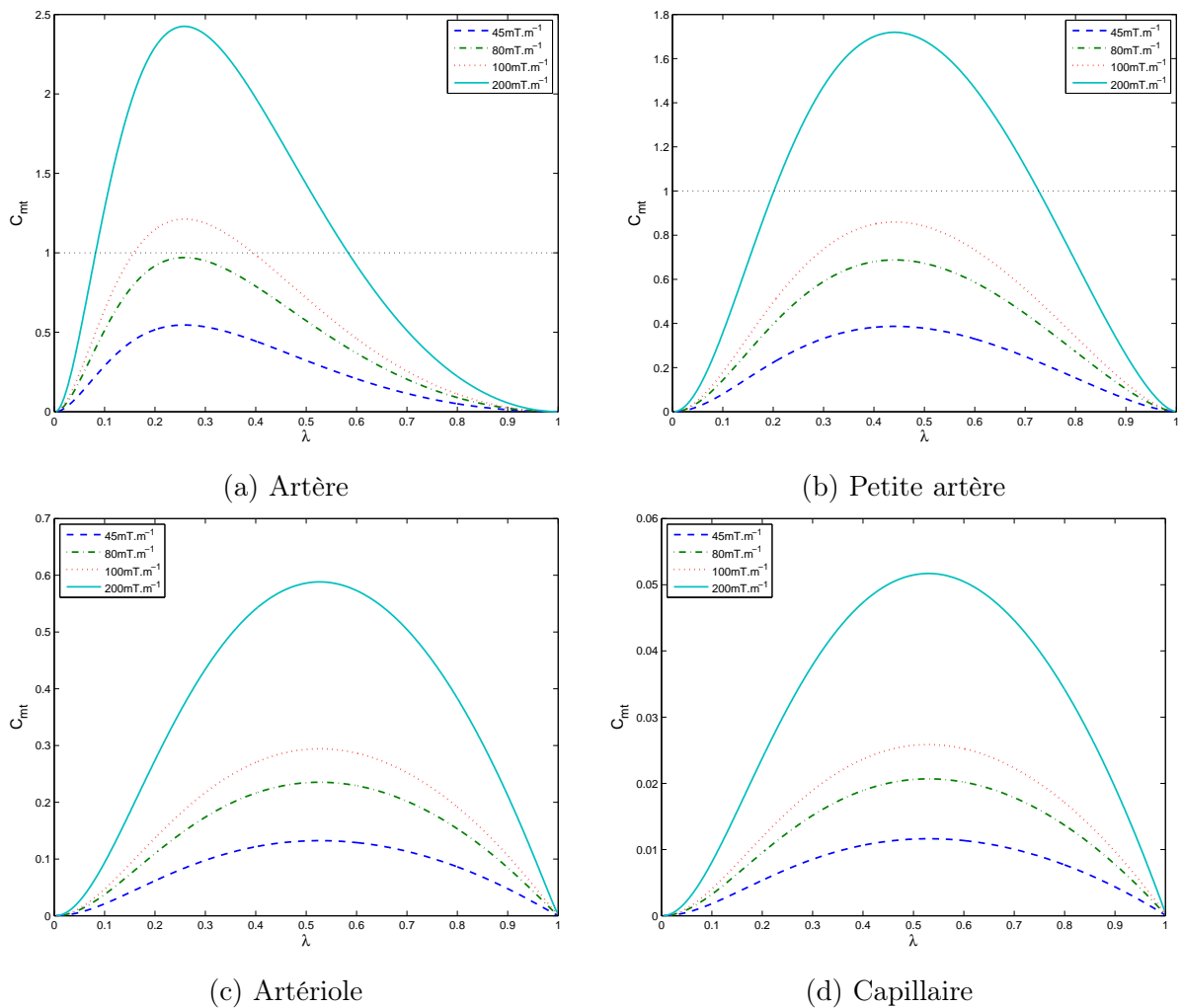


Figure 2.13 – Evolution du ratio  $C_{mt}$  en fonction de  $\lambda$ .

"pulling", la force motrice résulte de l'action de gradients de champ magnétique dont l'expression est donnée par l'équation (1.27). Pour chaque type de vaisseau sanguin, le ratio est étudié en considérant quatre amplitudes maximales différentes pour le gradient de champ magnétique  $\nabla \vec{B}$  :  $45 \text{ mT.m}^{-1}$ ,  $80 \text{ mT.m}^{-1}$ ,  $100 \text{ mT.m}^{-1}$  et  $200 \text{ mT.m}^{-1}$ .

La Figure 2.13 (a) montre qu'un ratio  $\lambda$  compris entre  $[0, 215; 0, 307]$ ,  $[0, 149; 0, 413]$  et  $[0, 081; 0, 588]$  pour des gradients de champ magnétique respectifs de  $80 \text{ mT.m}^{-1}$ ,  $100 \text{ mT.m}^{-1}$  et  $200 \text{ mT.m}^{-1}$  permet de guider le microrobot dans une artère. Un ratio  $\lambda^*$  optimal maximisant la force motrice est établi autour de 0,26. Pour des gradients de  $80 \text{ mT.m}^{-1}$ ,  $100 \text{ mT.m}^{-1}$  et  $200 \text{ mT.m}^{-1}$  et un ratio  $\lambda = \lambda^*$ , la force motrice est respectivement 1,03, 1,29 et 2,58 fois supérieure à la force de traînée. Pour un gradient de champ magnétique  $\nabla \vec{B}$  de seulement  $45 \text{ mT.m}^{-1}$ , la force motrice générée n'est pas suffisante puisque le ratio  $C_{mt}$  ne dépasse pas 0,58.

Dans le cas d'une petite artère (Figure 2.13 (b)), le gradient de champ magnétique doit atteindre  $200 \text{ mT.m}^{-1}$  pour que la force motrice soit suffisante.  $C_{mt}$  est supérieur à 1 pour un ratio  $\lambda$  compris entre  $[0, 198; 0, 732]$  avec une valeur optimale autour de 0,45. Le microrobot n'est plus commandable pour des gradients de champ magnétique plus faibles. Dans un vaisseau sanguin de type artériole ou capillaire ((Figure 2.13 (c) et (d)), la force motrice est insuffisante puisque même avec des gradients élevés, le ratio des forces ne dépasse pas 0,6 et 0,052 respectivement pour des  $\lambda^*$  de 0,53 et 0,55. Pour atteindre un ratio  $C_{mt}$  supérieur à 1, les gradients de champ magnétique doivent être respectivement supérieurs à  $340 \text{ mT.m}^{-1}$  et  $3,9 \text{ T.m}^{-1}$  dans une artériole et un capillaire.

Ce choix de trajectoire est cependant arbitraire et n'est pas le mieux adapté, comme nous allons le montrer maintenant. En tenant compte de l'ensemble des forces agissant sur le microrobot ainsi que sa position dans le vaisseau sanguin, nous verrons qu'il est possible d'affiner l'analyse de commandabilité, notamment grâce à une optimisation de la trajectoire de référence.

### 2.3.2 $\vec{F}_m$ vs $\vec{F}_{tot}$ - Optimisation bidimensionnelle du ratio $C_{mt}(\lambda, \Delta)$

La présente étude est menée en considérant l'ensemble des forces agissant sur le microrobot, en prenant également en compte les limitations des systèmes magnétiques. Trois types de microrobots sont considérés : *i*) un microrobot "bead pulling", *ii*) un microrobot à flagelle élastique, "elastic tail" et enfin *iii*) un microrobot à hélice, "helical propeller".

L'objectif de ces travaux est triple. Premièrement, cette optimisation permet de définir la commandabilité pratique du microrobot en fonction du ratio  $\lambda = 2r/D$  et de la distance séparant son centre de gravité de l'axe du vaisseau sanguin, représentée par  $\Delta$ . Deuxièmement, les actionneurs de chaque microrobot étant différents, la pertinence d'utilisation d'un microrobot par rapport à un autre est établie en fonction du type de vaisseau sanguin dans lequel il navigue. Enfin, on déduit de l'optimisation du ratio  $C_{mt} = F_m/F_{tot}$  une dimension optimale du

Paramètres	Plage de valeurs
$\varepsilon$	45 - 77 $C^2.N^{-1}.m^{-2}$
$\eta$	0,008 - 0,2 $Pa.s^{-1}s$
$\rho_f$	1050,6 - 1062,1 $kg.m^{-3}$
$E_w$	$1,25.10^5$ - $1,37.10^5$ $Pa$

Tableau 2.1 – Incertitudes sur quelques paramètres physiologiques.

microrobot ainsi qu'une zone optimale dans le vaisseau sanguin. De même que précédemment, la condition nécessaire et suffisante pour garantir la commandabilité du microrobot est un ratio  $C_{mt}$  supérieur à 1.

La force totale  $\vec{F}_{tot}$  à laquelle le microrobot est soumis est la somme de toutes les forces agissant sur le microrobot en dehors de la force motrice. Quel que soit le type de microrobot choisi, il est soumis aux mêmes forces extérieures puisque la seule différence se trouve dans la source de leurs forces de propulsion  $\vec{F}_m$  (voir Section 2.2). Dans tous les cas, les contraintes des actionneurs (voir Section 1.4.2) induisent de fortes restrictions sur la force motrice disponible.

Il est donc nécessaire d'optimiser à la fois le design de chaque microrobot ainsi que leur trajectoire de façon à maximiser le ratio  $C_{mt}$ . L'étude suivante est faite en supposant la présence d'un champ magnétique uniforme, et des gradients de champ magnétique pouvant atteindre  $80 mT.m^{-1}$ . Cette valeur est comparable à ce qu'un IRM peut induire. Ces gradients sont utilisés dans le cas où le microrobot est de type "bead pulling" tandis que le champ magnétique permet à la partie ferromagnétique du microrobot d'atteindre sa magnétisation de saturation  $M_{sat}$ .

Dans le cas où le microrobot est muni d'une flagelle élastique ou d'une hélice, on suppose que le système magnétique peut induire des champs magnétiques tournants d'amplitude  $2 mT$  et de fréquence maximale 30 Hz (Zhang *et al.* [2010a]) produisant ainsi un couple magnétique moteur. Les diamètres et vitesses dans les différents vaisseaux sont donnés dans le Tableau 1.1.

Pour chaque type de microrobot, le volume ferromagnétique représente 80 % du volume total. Les 20 % restant sont dédiés à une charge embarquée (e.g. médicaments, micro-outils, microcapteurs...). Le design des microrobots peut être optimisé en fonction de différents paramètres. Pour les microrobots "bead pulling", deux paramètres peuvent être ajustés pour maximiser la force motrice à savoir la magnétisation de saturation  $M_{sat}$  du matériau utilisé ainsi que le rayon  $r$  du microrobot. Comme nous l'avons souligné précédemment (voir Section 2.2.2), la magnétisation intervient linéairement dans l'expression de la force motrice (2.1), et il en résulte qu'une magnétisation  $M$  élevée entraîne une force motrice  $\vec{F}_m$  d'autant plus grande. Le choix d'un matériau possédant une magnétisation de saturation élevée, tel que le Permendur par exemple ( $M_{sat} = 1,92.10^6 A.m^{-1}$ ), permet alors d'obtenir une force de propulsion plus importante. Le

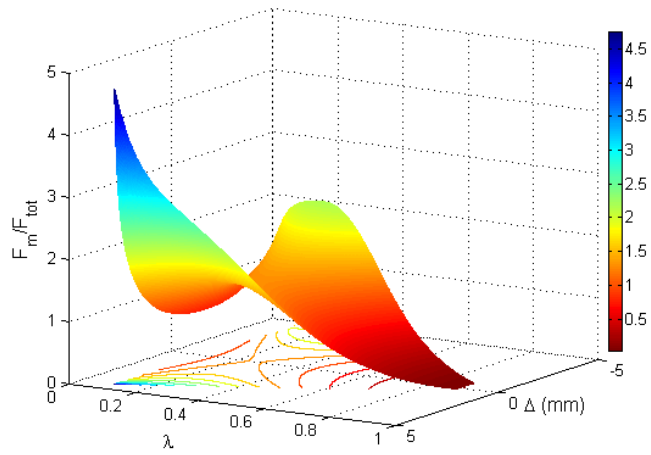
diamètre du microrobot est le paramètre prépondérant dans l'évaluation de la force motrice. En effet, pour un microrobot de type "*bead pulling*", la force motrice dépend du cube du rayon de celui-ci. Si une augmentation du diamètre du microrobot accroît la force motrice disponible, le poids de ce dernier s'en trouve également augmenté. Un compromis doit alors être effectué.

Les Sections 2.2.3 et 2.2.4 détaillent de manière précise la modélisation des microrobots à flagelle élastique ou à flagelle hélicoïdale. La modélisation d'un microrobot à flagelle élastique fait intervenir de nombreux paramètres dont certains peuvent être optimisés tels que : le rayon  $r$  de la tête du microrobot, la longueur  $L$ , le rayon  $\kappa$  de la flagelle ainsi que son coefficient de raideur  $k_\kappa$ , et enfin la valeur du nombre de sperme  $S_p$ . Les paramètres permettant de maximiser la force de propulsion dans le cas d'un microrobot à flagelle hélicoïdale sont : le rayon  $r$  de la tête du microrobot, le nombre  $n$  de tours de l'hélice, l'angle d'incidence  $\theta_h$  et le rayon  $\kappa$  de la flagelle. Dans la Section 2.2, nous avons optimisé tous ces paramètres à l'exception du rayon  $r$  de la tête du microrobot.

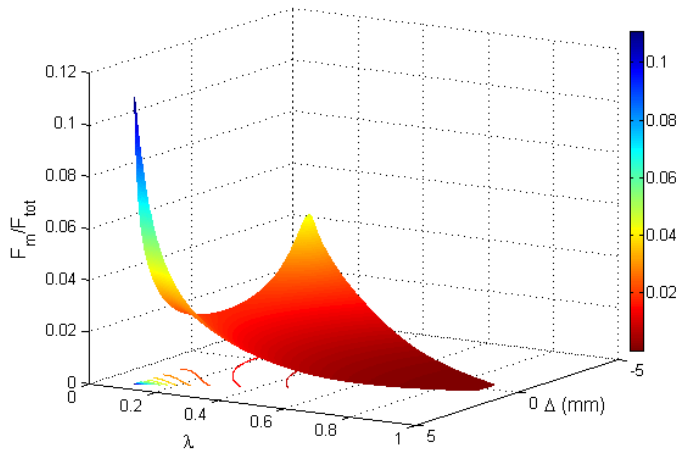
Pour ces trois types de microrobot, nous évaluons la force motrice par rapport à l'ensemble des forces extérieures en fonction de  $\lambda = 2r/D$  et de la position  $\Delta$  du microrobot dans le vaisseau sanguin comme illustré sur les Figures 2.14 à 2.17. Les plages d'incertitude de quelques paramètres physiologiques, mesurées ou estimées sur des patients, sont données dans le Tableau 2.1. Ces données sont issues des travaux de Jaspard *et al.* [2003], Thurston [1996], Trudnowsky et Rico [1974] et Zhang et Greenleaf [2005]. L'ensemble des graphes 3D peut donc légèrement évoluer en fonction des valeurs des paramètres choisis, sans toutefois modifier les conclusions générales de l'étude.

Les Figures 2.14 et 2.15 montrent l'évolution du ratio  $C_{mt}$  pour les trois types de microrobot lorsque ceux-ci naviguent respectivement dans une artère et une petite artère. Dans ce type de vaisseau sanguin, la force de traînée adopte un comportement qui tend à évoluer au carré du rayon du microrobot (Equation (1.44)). Lorsque le microrobot est de type "*bead pulling*", la force motrice  $\vec{F}_m$  dépend du cube du rayon du microrobot (Equation (2.1)) tandis que lorsque le microrobot est muni d'une flagelle élastique ou d'une hélice, la force motrice augmente au carré du rayon du microrobot (Equations (2.9) et (2.12)). Par conséquent, plus le rayon du microrobot est petit, moins il est soumis à l'influence de la force de traînée, mais au détriment de la force motrice.

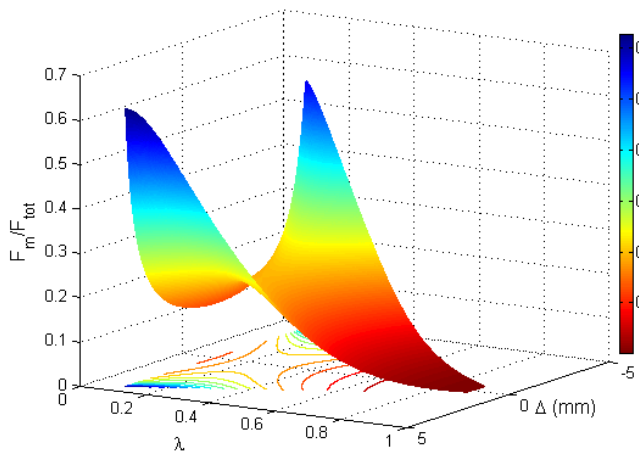
D'après les courbes, il ressort que la force motrice dans le cas d'un microrobot à flagelle élastique ou à hélice n'est pas suffisante, et ce, quelle que soit la position du microrobot dans le vaisseau sanguin. En effet, le ratio  $C_{mt}$  ne dépasse pas respectivement 0,11 et 0,62 dans le cas d'une artère, et 0,1 et 0,77 dans le cas d'une petite artère, pour  $\omega = 60\pi \text{ rad.s}^{-1}$  et  $B_0 = 2 \text{ mT}$ . Dans le cas d'un microrobot à flagelle élastique, augmenter le champ magnétique  $B_0$  à  $6,5 \text{ mT}$  permet d'obtenir un ratio  $C_{mt}$  supérieur à 1. Le contrôle d'un microrobot de type "*bead pulling*"



(a) Microrobot "bead pulling".

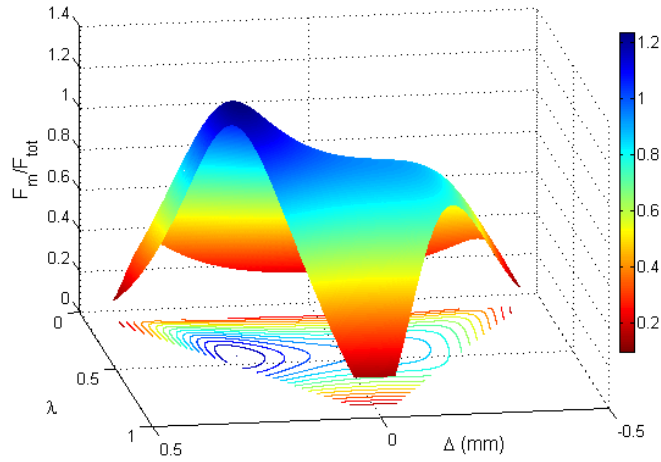


(b) Microrobot à flagelle élastique.

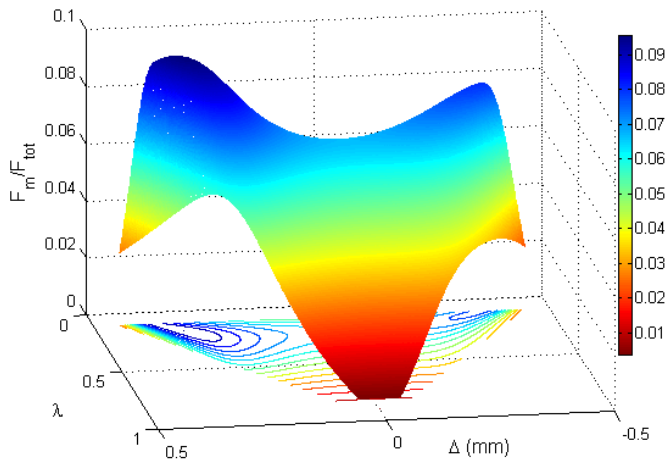


(c) Microrobot à flagelle hélicoïdale.

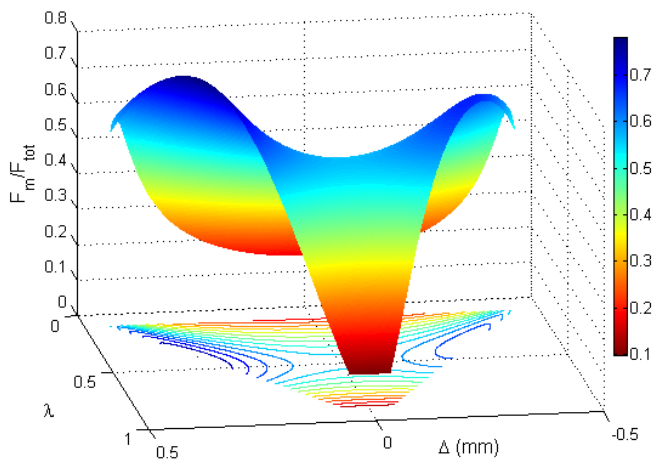
Figure 2.14 – Evolution du ratio  $C_{mt}$  dans une artère en fonction de  $\lambda$  et  $\Delta$ .



(a) Microrobot "bead pulling".



(b) Microrobot à flagelle élastique.



(c) Microrobot à flagelle hélicoïdale.

Figure 2.15 – Evolution du ratio  $C_{mt}$  dans une petite artère en fonction de  $\lambda$  et  $\Delta$ .



est envisageable puisque les plages  $\lambda \in [0.15; 0.55]$  dans une artère, et  $\lambda \in [0.3; 0.6]$  dans une petite artère, permettent d'obtenir des ratios  $C_{mt}$  supérieurs à 1. Ce ratio sera d'autant plus grand que le microrobot navigue le long de la paroi supérieure du vaisseau sanguin, correspondant à  $\Delta > 0$ . En effet, lorsque le microrobot se situe dans la partie supérieure, la force de traînée diminue en raison du profil parabolique de la vitesse du sang. De plus, l'action combinée de la force électrostatique et de la force de van der Waals compense le poids apparent du microrobot.

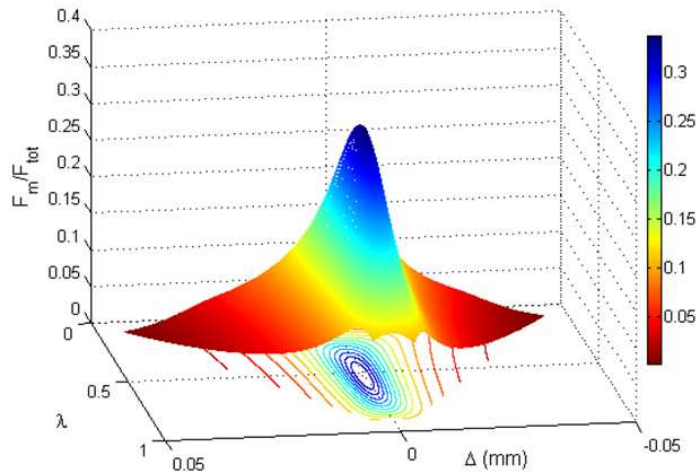
En comparant ces résultats aux travaux précédents établis par [Mathieu \*et al.\* \[2006\]](#) et [Vartholomeos et Mavroidis \[2010\]](#), et présentés dans la Section [2.3.1](#), il est intéressant de noter que cette fois-ci, même dans des petites artères, il est possible de guider un microrobot de type "*bead pulling*" avec un gradient de champ magnétique maximal de  $80 \text{ mT.m}^{-1}$ . En effet, sans la prise en compte de la position  $\Delta$  du microrobot dans le vaisseau sanguin, la commandabilité n'est pas garantie.

Dans les vaisseaux sanguins de plus petites tailles, c'est-à-dire dans les artérioles et les capillaires, le nombre de Reynolds devient petit devant 1. La force de traînée adopte alors un comportement linéaire par rapport au rayon du microrobot et tend vers la loi de Stokes (Equation [\(1.41\)](#)). De plus, le fluide adopte un comportement non newtonien en raison de la viscosité dynamique  $\eta$  du sang fortement variable dans les artérioles et capillaires. Dans ce type de vaisseau sanguin, la force motrice s'exerçant sur un microrobot de type "*bead pulling*", qui est une force volumique, devient insuffisante et le ratio  $C_{mt}$  ne dépasse pas 0,35 et 0,03 respectivement dans une artériole et un capillaire. De même, un microrobot à flagelle élastique ne peut être commandable dans ces vaisseaux sanguins même si  $C_{mt}$  augmente lorsque le diamètre diminue.

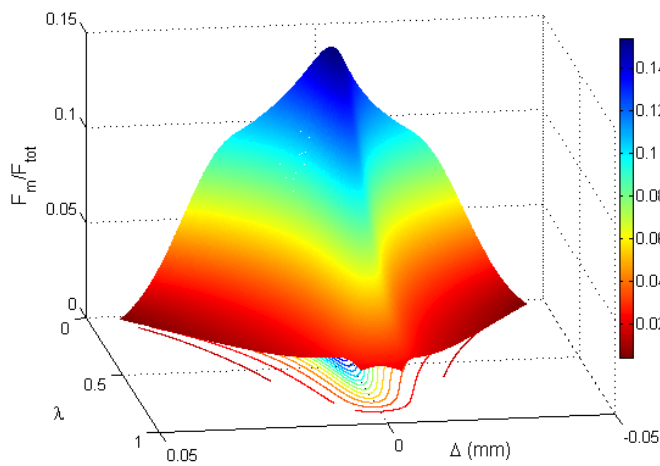
Cette performance médiocre d'un microrobot à flagelle élastique doit néanmoins être comparée à la vitesse maximum atteinte par d'autres designs de microrobots similaires avec les mêmes contraintes. Dans un capillaire où le fluide serait au repos, ce design de microrobot à flagelle élastique peut atteindre une vitesse de l'ordre de  $10. \mu\text{m.s}^{-1}$ , alors que, pour un même rayon  $r$ , les microrobots à flagelles paramagnétiques étudiés dans [Dreyfus \*et al.\* \[2005\]](#) atteignent  $4 \mu\text{m.s}^{-1}$ , et les bactéries magnétotactiques développées dans [Martel \*et al.\* \[2009\]](#) atteignent jusqu'à  $200 \mu\text{m.s}^{-1}$ . Comme la vitesse du sang dans un capillaire est de l'ordre de quelques centaines de  $\mu\text{m.s}^{-1}$ , lutter contre le courant reste un problème difficile.

Le microrobot à flagelle hélicoïdale semble être la solution idéale dans ces vaisseaux sanguins de petites tailles. En effet, pour  $\lambda \in [0.3; 0.8]$  et  $\lambda \in [0.15; 0.9]$  respectivement dans des artérioles et des capillaires, le ratio  $C_{mt}$  est supérieur à 1 lorsque le microrobot est situé proche de l'axe du vaisseau sanguin. Le contrôle du microrobot est possible, résultats confirmés d'après les expériences publiées par [Abbott \*et al.\* \[2007b\]](#). Le microrobot à flagelle hélicoïdale doit cependant naviguer au centre du vaisseau sanguin pour avoir un ratio  $C_{mt}$  le plus grand possible, bien que la vitesse du sang  $y$  soit maximale. Mais à ces échelles, la force de traînée n'est plus prépondérante

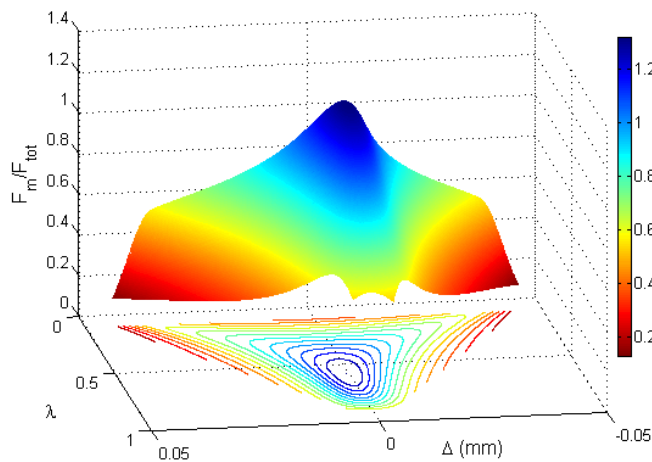
---



(a) Microrobot "*bead pulling*".

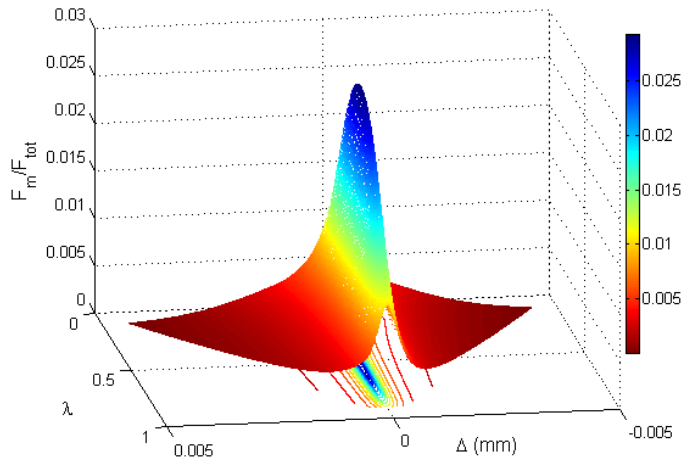


(b) Microrobot à flagelle élastique.

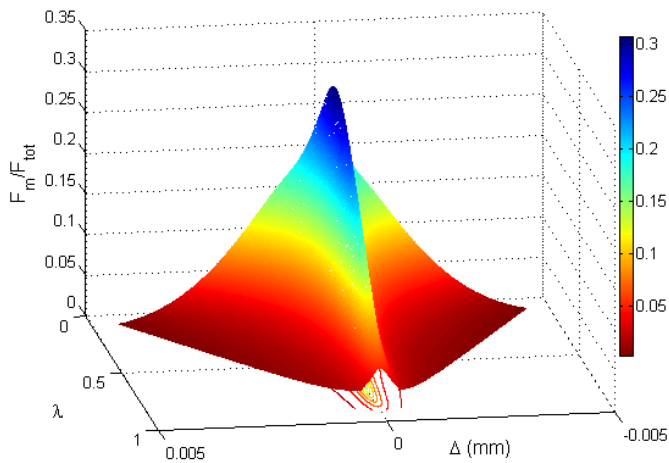


(c) Microrobot à flagelle hélicoïdale.

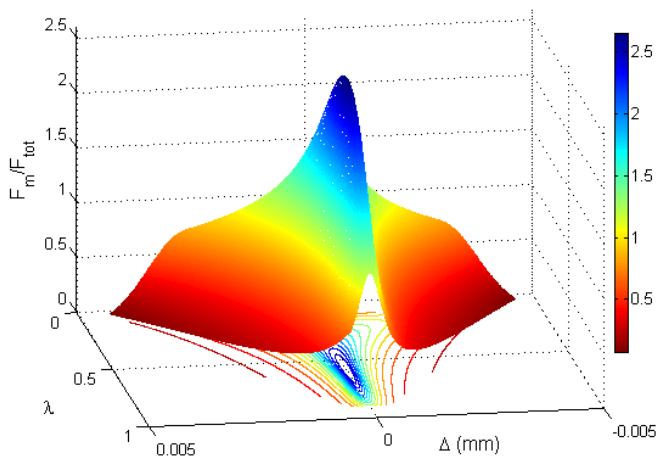
Figure 2.16 – Evolution du ratio  $C_{mt}$  dans une artériole en fonction de  $\lambda$  et  $\Delta$ .



(a) Microrobot "bead pulling".



(b) Microrobot à flagelle élastique.



(c) Microrobot à flagelle hélicoïdale.

Figure 2.17 – Evolution du ratio  $C_{mt}$  dans un capillaire en fonction de  $\lambda$  et  $\Delta$ .

et ce sont les forces surfaciques qui le deviennent, ce qui explique la position du microrobot. En effet, lorsqu'il est situé à équidistance des parois des vaisseaux sanguins, la résultante des forces surfaciques est nulle.

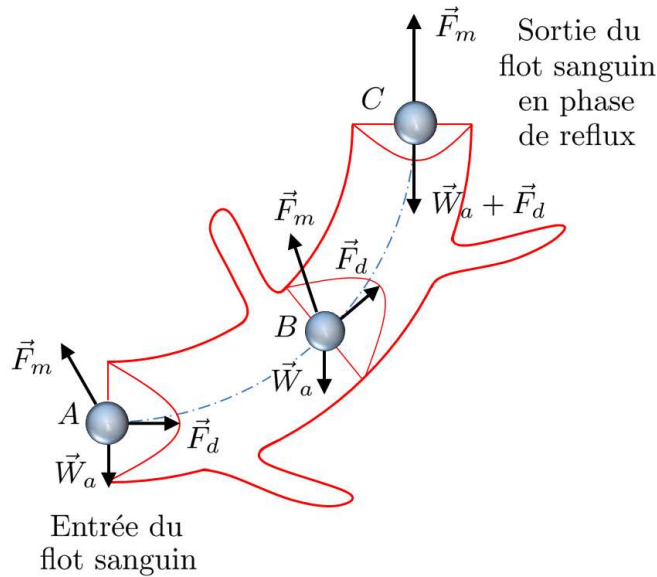
Cette étude a montré toute l'importance du design du microrobot en fonction du type de vaisseau sanguin dans lequel il navigue. Si dans une artère et une petite artère le microrobot de type "*bead pulling*" semble être la solution idéale, il n'est plus commandable dans des vaisseaux sanguins plus petits. Dans une artériole ou un capillaire, le microrobot possédant la meilleure force de propulsion s'avère être le microrobot à flagelle hélicoïdale. La prise en compte de la position du microrobot dans le vaisseau sanguin est également très importante. Lors de la première étude menée dans la Section 2.3.1, un microrobot de type "*bead pulling*" n'est pas commandable dans une petite artère pour un gradient de champ magnétique de  $80 \text{ mT} \cdot \text{m}^{-1}$ , le ratio  $C_{mt}$  ne dépassant pas 0,7. En exploitant l'ensemble du modèle, on remarque que les forces surfaciques permettent de compenser le poids apparent du microrobot s'il est situé dans la partie supérieure du vaisseau sanguin, rendant ainsi commandable le microrobot, notamment pour  $\lambda = \lambda^*$ . Pour se placer tout le temps dans les conditions optimales, il faut que le rayon de la tête du microrobot décroisse au fur et à mesure qu'il pénètre dans des vaisseaux plus fins. Une idée simple repose sur une biodégradabilité de la tête, e.g. composée de nanoparticules et d'un polymère dégradé. Cette solution est attrayante pour le cas du microrobot de type "*bead pulling*". En revanche, pour les designs à flagelle, il faudrait aussi que la taille des flagelles évolue, ce qui est un problème plus complexe. Voyons à présent comment utiliser cette étude pour définir une trajectoire de référence optimisée.

## 2.4 Trajectoire de référence

Avant de définir une loi de commande contrôlant le système, il est au préalable nécessaire d'établir une trajectoire de référence. En se basant sur une cartographie des vaisseaux sanguins, comme illustrée par la Figure 1.4, une extraction de chemin entre la zone d'injection et la zone cible est possible. Ensuite, il faut déterminer le plus court chemin entre ces deux points, de sorte à éviter une trop longue utilisation des actionneurs. En effet, les actionneurs pourraient chauffer et entraîner une dégradation du matériel. De plus, une trop longue exposition du patient au champ magnétique ou aux rayons X peut s'avérer dangereuse. Quelques algorithmes d'extractions de chemins sont rapidement présentés dans la section suivante.

### 2.4.1 Extraction de chemin

On trouve dans la littérature de nombreuses approches d'extraction de chemin : les algorithmes dits de Voronoï (Voronoi [1907]), les algorithmes issus des travaux de Dijkstra [1959]

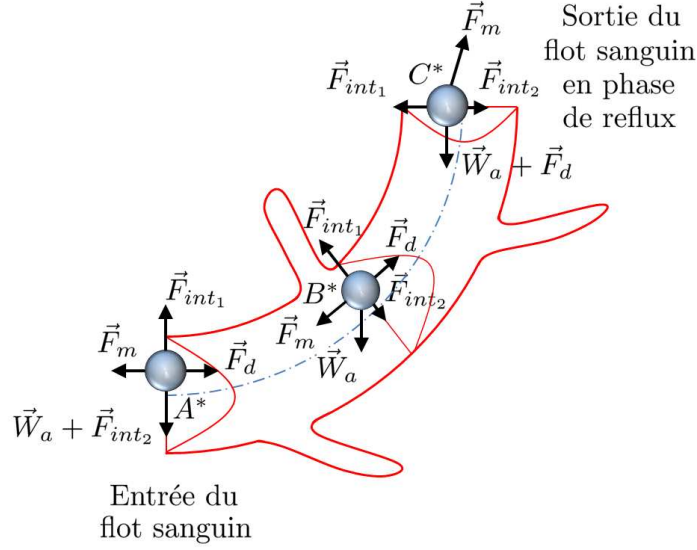
Figure 2.18 – Commande  $\vec{F}_m$  sans trajectoire optimale.

ou plus récemment des méthodes dites de "Fast Marching" (Sethian [1999]). Mais ces différents algorithmes, bien que très performants, ne prennent en compte ni le caractère dynamique ni les contraintes dues aux limitations des actionneurs. En d'autres termes, elles extraient des chemins alors que nous désirons une trajectoire, optimale qui plus est. Ces algorithmes fournissent le plus court chemin entre le point d'injection du microrobot et le point d'arrivée en la centrant sur l'axe du vaisseau sanguin. Or nous avons montré en Section 2.3.1, que le contrôle du microrobot peut ne pas être garantie si le microrobot se déplace sur l'axe du vaisseau sanguin, alors qu'elle peut l'être en modifiant sa position (voir Section 2.3.2).

Dans un premier temps, une utilisation des algorithmes de type *path planning* est nécessaire pour obtenir un chemin. Dans un second temps, nous définissons une trajectoire en exploitant l'ensemble du modèle pour garantir le contrôle du microrobot tout au long du parcours.

### 2.4.2 Commandabilité et trajectoire

Les Figures 2.18 et 2.19 illustrent la force motrice  $\vec{F}_m$  nécessaire lorsque le microrobot est situé le long de l'axe du vaisseau sanguin, et lorsque la trajectoire de référence est construite à partir de points optimaux. En effet, les algorithmes évoqués précédemment donneront une trajectoire de référence centrée sur l'axe du vaisseau sanguin. Les forces agissant sur le microrobot et la force motrice nécessaire pour contrôler le microrobot sont indiquées sur les figures aux différents points A, B et C concernant la figure où la trajectoire de référence n'est pas optimisée, et aux points A\*, B\* et C\*, là où la trajectoire est optimisée.


 Figure 2.19 – Commande  $\vec{F}_m$  avec trajectoire optimale.

On remarque sur la Figure 2.18 que, pour contrer le poids apparent  $\vec{W}_a$  ainsi que la force de traînée  $\vec{F}_d$ , l'amplitude de la force motrice  $\vec{F}_m$  est élevée et atteindra rapidement la saturation des actionneurs. Ce phénomène peut entraîner une perte de suivi de trajectoire, erreur de suivi d'autant plus grande que le temps de saturation des actionneurs est important. Une solution envisageable pour minimiser au possible le temps de saturation des actionneurs est alors d'exploiter le modèle défini dans le Chapitre 1. Il s'agit alors de déterminer des points optimaux où la résultante des forces agissant sur le microrobot est la plus faible, ce qui revient à maximiser le ratio  $C_{mt}$ . Au point  $A^*$  par exemple, la contribution des forces d'interactions de type électrostatique, et dans une moindre mesure de van der Waals, notée  $\vec{F}_{int_1}$ , permet de contrebalancer le poids apparent du microrobot. De plus, le microrobot s'éloignant de l'axe du vaisseau sanguin où la vitesse du sang est la plus élevée, la force de traînée  $\vec{F}_d$  diminuera en raison du profil parabolique de la vitesse du fluide.

Il nous faut déduire de ces points optimaux une trajectoire de référence de classe  $\mathcal{C}^2$ . Cette condition est requise pour l'élaboration de la loi de commande présentée dans le chapitre suivant. Définissons à présent la trajectoire de référence et les conditions en position, vitesse et accélération nécessaires à sa construction.

### 2.4.3 Construction de la trajectoire

Cette section présente l'algorithme que nous avons mis en place pour définir une trajectoire de référence optimisée. Les nombreux paramètres que comporte le modèle peuvent modifier

légèrement l'emplacement de ces zones optimales. En Section 2.3, nous avons défini la condition pour garantir la commandabilité du système. L'objectif est alors de définir une trajectoire de référence restant dans cette zone de commandabilité en assurant un ratio  $C_{mt}$  plus grand que 1.

Pour répondre à ce problème, nous définissons plusieurs points d'interpolation le long des vaisseaux sanguins. La Figure 2.20 illustre la prise en compte de quatre points optimaux à des angles  $\psi$  de  $0$ ,  $\pi/6$ ,  $\pi/3$  et  $\pi/2$  rad. Le tracé vert des Figures 2.20 (a), (b), (c) et (d) représente respectivement la trajectoire de référence dans une artère, dans une petite artère, dans une artériole et dans un capillaire. On note qu'une diminution du diamètre du vaisseau sanguin entraîne une trajectoire de référence glissant vers l'axe du vaisseau sanguin, comme la Section 2.3.2 l'a déjà montré.

Différentes solutions sont envisageables pour déterminer l'expression de la trajectoire de référence : une interpolation de Lagrange, une courbe de Bézier, des courbes de type splines... Or une contrainte supplémentaire est liée à la synthèse de commandes de type backstepping, qui seront présentées dans le chapitre suivant. En effet, ces commandes requièrent, pour le système considéré, des trajectoires de référence de classe  $\mathcal{C}^2$ . Notre choix s'est donc porté sur la construc-

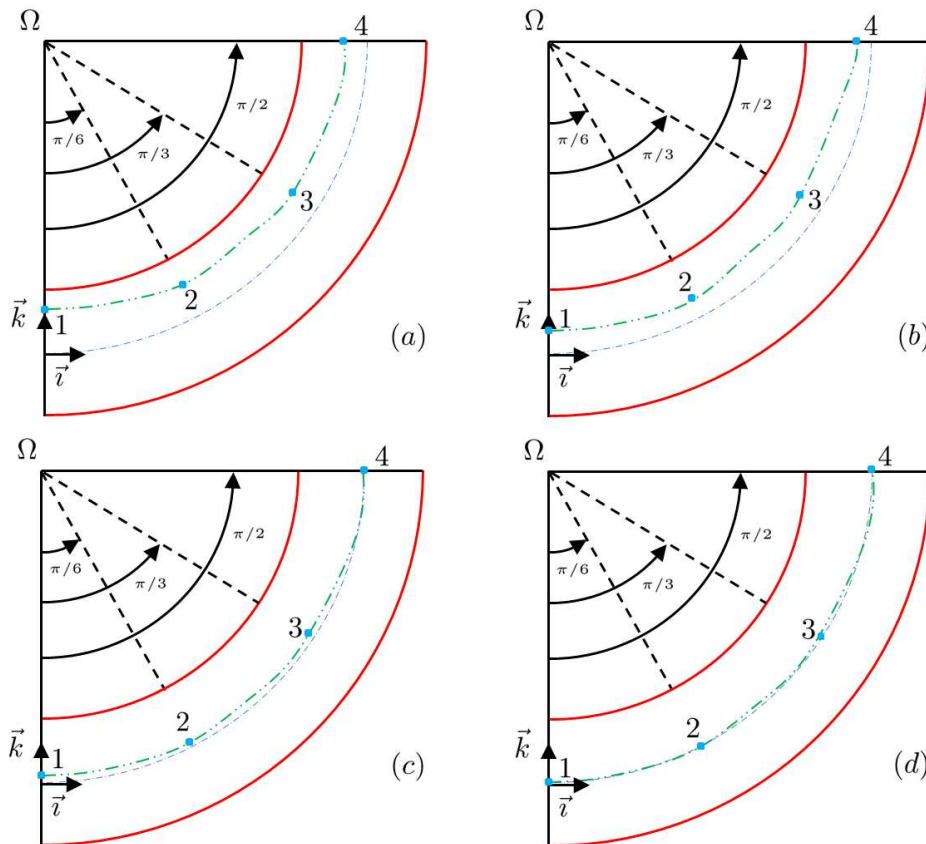


Figure 2.20 – Trajectoires de référence.

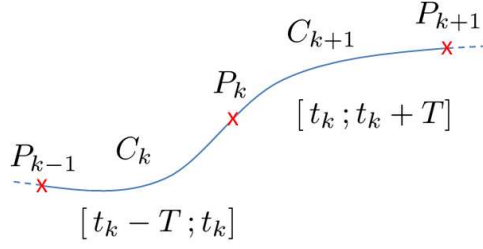


Figure 2.21 – Définition des points d'interpolations.

tion de trajectoires de référence inspirées de l'algorithme de type B-Splines. En plus du respect de la condition de continuité en position, vitesse et accélération en chaque point d'interpolation, une modification d'un point ne modifie que localement la trajectoire de référence. et la vitesse ainsi que l'accélération au point de passage peuvent être très facilement modifiées.

La Figure 2.21 illustre le tracé de deux courbes  $C_k$  et  $C_{k+1}$  entre trois points  $P_{k-1}$ ,  $P_k$  et  $P_{k+1}$ . Sur cette figure,  $T$  représente un temps que doit mettre le microrobot pour naviguer entre deux points de passage. Pour notre application, on considérera un temps  $T$  constant. Pour tout  $T \in \mathbb{R}_+^*$ , les courbes  $C_k$  et  $C_{k+1}$  sont définies respectivement sur les intervalles  $[t_k - T; t_k]$  et  $[t_k; t_k + T]$  par les courbes paramétrées suivantes :

$$C_k : \begin{cases} x_k(t) &= a_5^k(t - t_k)^5 + a_4^k(t - t_k)^4 + a_3^k(t - t_k)^3 + a_2^k(t - t_k)^2 + a_1^k(t - t_k) + a_0^k \\ y_k(t) &= b_5^k(t - t_k)^5 + b_4^k(t - t_k)^4 + b_3^k(t - t_k)^3 + b_2^k(t - t_k)^2 + b_1^k(t - t_k) + b_0^k \end{cases} \quad (2.14)$$

$$C_{k+1} : \begin{cases} x_{k+1}(t) &= a_5^{k+1}(t - (t_k + T))^5 + a_4^{k+1}(t - (t_k + T))^4 + a_3^{k+1}(t - (t_k + T))^3 \\ &+ a_2^{k+1}(t - (t_k + T))^2 + a_1^{k+1}(t - (t_k + T)) + a_0^{k+1} \\ y_{k+1}(t) &= b_5^{k+1}(t - (t_k + T))^5 + b_4^{k+1}(t - (t_k + T))^4 + b_3^{k+1}(t - (t_k + T))^3 \\ &+ b_2^{k+1}(t - (t_k + T))^2 + b_1^{k+1}(t - (t_k + T)) + b_0^{k+1} \end{cases} \quad (2.15)$$

où les  $a_i^k$  et  $b_i^k$  sont les coefficients des polynômes à calculer et  $k$  un indice (pas un exposant). Les courbes  $C_k$  et  $C_{k+1}$  doivent être continues au point  $P_k$  en terme de position, mais également en vitesse et en accélération pour respecter l'hypothèse de trajectoires de référence de classe  $\mathcal{C}^2$ . Pour cela, les coefficients des polynômes définis précédemment sont calculés en respectant les six conditions suivantes en tout point  $P_k$  :

$$\begin{cases} x_k(t_k) = x_{k+1}(t_k) = A_1 \\ \dot{x}_k(t_k) = \dot{x}_{k+1}(t_k) = B_1 \\ \ddot{x}_k(t_k) = \ddot{x}_{k+1}(t_k) = C_1 \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} y_k(t_k) = y_{k+1}(t_k) = A_2 \\ \dot{y}_k(t_k) = \dot{y}_{k+1}(t_k) = B_2 \\ \ddot{y}_k(t_k) = \ddot{y}_{k+1}(t_k) = C_2 \end{cases} \quad (2.16)$$



où les valeurs  $A_i$ ,  $B_i$  et  $C_i$  sont respectivement la position, la vitesse et l'accélération que doit avoir le microrobot au point de passage  $P_k$ .

Mathématiquement, il est possible de définir en tout point du vaisseau sanguin une zone optimale où le ratio  $C_{mt}$  est le plus grand, par exemple avec des techniques de puits de potentiel. Mais deux problèmes apparaissent. Premièrement, des ressources matérielles importantes seraient nécessaires pour obtenir un temps de calcul raisonnable. De plus, le nombre de points d'interpolations serait égal au nombre d'angle  $\psi$  donné. Pour garantir un passage par chaque point d'interpolation, il est alors nécessaire de définir une fonction d'interpolation, de type polynomiale par exemple, possédant un nombre de paramètres à calculer très important. Or, comme déjà mentionné en Section 1.7.2, l'augmentation du nombre de points d'interpolation peut engendrer des oscillations très importantes entre chaque point (phénomène de Runge). Il est également possible de poser le problème sous la forme d'une optimisation sous contrainte. Néanmoins, notre approche ne nécessite pas que la trajectoire de référence soit optimale en tout point, mais que le microrobot reste commandable.

## 2.5 Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre différents prototypes de microrobot ayant le potentiel de naviguer dans le corps humain. De nombreuses applications démontrant tout l'intérêt d'utiliser ce type de systèmes en médecine ont été proposées. Une optimisation sur le design des microrobots a été réalisée afin d'exploiter au mieux leurs caractéristiques spécifiques pour maximiser leur force de propulsion. Le comportement dynamique des microrobots dans leur environnement peut être modélisé à partir de l'ensemble des forces présenté au Chapitre 1. A partir de ratios unidimensionnel et bidimensionnel, nous avons mené une étude complète pour exploiter les forces s'exerçant sur le microrobot. La force électrostatique peut par exemple compenser le poids apparent du microrobot et ainsi soulager les sollicitations aux actionneurs. Pour chaque type de vaisseau sanguin, nous avons défini des ratios optimaux entre le diamètre du vaisseau sanguin et du microrobot, ainsi qu'une position optimale dans le vaisseau à partir de graphes 3D. Cette étude avait un double objectif. Premièrement, nous avons pu déterminer quel design de microrobot est le plus adapté à un type de vaisseau. Deuxièmement, l'étude proposée a abouti à l'élaboration d'une trajectoire de référence garantissant le contrôle du microrobot. Le chapitre suivant présente l'approche de commande développée pour le contrôle du microrobot. La connaissance de la vitesse non mesurée du microrobot nécessaire au calcul de la commande nous a amenés à coupler la commande à un observateur, également présenté dans le chapitre suivant.

# Commandes et observateurs

## Contenu du chapitre

---

<b>3.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>103</b>
<b>3.2</b>	<b>Rappels et définitions d'automatique</b>	<b>103</b>
3.2.1	Représentations d'état	104
3.2.2	Stabilité des systèmes linéaires et non-linéaires	107
3.2.3	Fonctions de Lyapunov assignables	109
<b>3.3</b>	<b>Commande</b>	<b>109</b>
3.3.1	Commandabilité	109
3.3.1.1	Commandabilité des systèmes linéaires	109
3.3.1.2	Commandabilité des systèmes non-linéaires	110
3.3.2	Commande non-linéaire	111
3.3.3	Commande par backstepping	113
3.3.4	Commande par backstepping adaptatif	113
<b>3.4</b>	<b>Observation et estimateur</b>	<b>114</b>
3.4.1	Observabilité des systèmes linéaires	115
3.4.2	Observabilité des systèmes non-linéaires	115
3.4.3	Observateur de systèmes linéaires	116
3.4.3.1	Observateur de Luenberger	116
3.4.3.2	Observateur de Kalman	116
3.4.4	Observateur des systèmes non-linéaires	117
3.4.4.1	Observateur de Kalman étendu	117
3.4.4.2	Observateur de systèmes affines en la commande	118
3.4.4.3	Observateur de Kazantzis-Kravaris	119
<b>3.5</b>	<b>Application au système</b>	<b>121</b>

---

3.5.1	Représentation d'état . . . . .	121
3.5.2	Commandes . . . . .	124
3.5.2.1	Backstepping . . . . .	125
3.5.2.2	Backstepping adaptatif . . . . .	128
3.5.3	Observabilité . . . . .	130
3.5.4	Estimateur grand gain . . . . .	131
3.5.5	Pistes pour un estimateur de Kazantzis Kravaris . . . . .	132
<b>3.6</b>	<b>Conclusion . . . . .</b>	<b>135</b>

---

### 3.1 Introduction

Un contrôle efficace des procédés requiert une compréhension globale du système et une analyse aboutissant à une modélisation souvent d'autant plus complexe qu'elle est précise. Dans les deux chapitres précédents, une étude complète des forces agissant sur un microrobot naviguant dans le système cardiovasculaire ainsi qu'une exploitation du modèle aboutissant à la construction d'une trajectoire de référence ont été réalisées.

Pour les systèmes complexes et notamment non-linéaires, l'élaboration de lois de commande robustes devient alors très vite un véritable défi. En automatique, la représentation d'état des systèmes est un outil puissant et particulièrement efficace qui permet de modéliser tout procédé à partir d'un formalisme mathématique rigoureux, facilitant ainsi son étude. En associant la représentation d'état de l'application à une classe de système, il devient alors possible de définir des lois de commande et des observateurs les plus appropriés.

Des notions importantes d'automatique sont tout d'abord rappelées dans la Section 3.2, définissant notamment la représentation d'état et la stabilité pour les systèmes linéaires et non-linéaires. Les fonctions de Lyapunov assignables nécessaires à l'élaboration de notre approche de commande sont également présentées. Les Sections 3.3 et 3.4 présentent de manière générale les commandes et les observateurs pour les systèmes linéaires et non-linéaires. L'approche de commande adoptée pour notre application est établie à partir de critères de stabilité du système. Le système étant non-linéaire, une commande de type Lyapunov stabilisante est développée suivant une approche de type backstepping. L'estimation de certains paramètres physiologiques est rendue possible par une commande de type backstepping adaptatif. Le calcul de la commande nécessite la connaissance de l'état complet du système, lequel n'est que partiellement mesuré, et la commande est donc couplée à un observateur non-linéaire. L'application de l'ensemble de ces principes ainsi que des premières pistes sur un observateur de la dynamique de la vitesse sont proposées en Section 3.5.

### 3.2 Rappels et définitions d'automatique

Différents concepts et notions d'automatique continue nécessaires à ce travail de thèse sont rappelés à présent. Cette section présente les différentes représentations d'état des systèmes linéaires et non-linéaires ainsi qu'un rappel sur la stabilité des systèmes et sur les fonctions de Lyapunov assignables.

### 3.2.1 Représentations d'état

On distingue deux grandes classes de systèmes : les systèmes linéaires et les systèmes non-linéaires. Parmi la diversité de représentations mathématiques possibles, celle utilisée usuellement en automatique est la représentation d'état. Ce formalisme mathématique permet de classifier le système et d'en déduire la méthodologie la plus adaptée à son étude. Nous rappelons ici les formes les plus classiques et utilisées en pratique pour décrire des systèmes aux équations différentielles ordinaires.

#### a) Systèmes linéaires :

Un système linéaire continu à temps invariant peut toujours être mis sous forme de représentation d'état matricielle :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) \end{cases} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} x \in \mathcal{X} \subset \mathbb{R}^n \\ u \in \mathcal{U} \subset \mathbb{R}^m \\ y \in \mathcal{Y} \subset \mathbb{R}^p \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} A \in \mathbb{R}^{n \times n} \\ B \in \mathbb{R}^{n \times m} \\ C \in \mathbb{R}^{p \times n} \\ D \in \mathbb{R}^{p \times m} \end{cases} \quad (3.1)$$

où  $x(t)$ ,  $y(t)$  et  $u(t)$  sont respectivement les vecteurs d'états, de sorties et la commande du procédé.  $A$ ,  $B$ ,  $C$  et  $D$  représentent respectivement les matrices de dynamique, de commande, d'observation et d'action directe. La réponse temporelle du système (3.1) à partir d'un instant quelconque  $t_0$  est alors donnée par intégration :

$$\begin{cases} x(t) = e^{A(t-t_0)} x(t_0) + e^{At} \int_{t_0}^t e^{-A\zeta} Bu(\zeta) d\zeta \\ y(t) = Ce^{A(t-t_0)} x(t_0) + Ce^{At} \int_{t_0}^t e^{-A\zeta} Bu(\zeta) d\zeta + Du(t) \end{cases} \quad (3.2)$$

où  $x(t_0)$  représente l'état initial du système.

#### b) Systèmes non-linéaires :

La forme générique des systèmes non-linéaires est :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t), u(t), p_1(t)) \\ y(t) = h(x(t), u(t), p_2(t)) \end{cases} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} x \in \mathcal{X} \subset \mathbb{R}^n \\ u \in \mathcal{U} \subset \mathbb{R}^m \\ y \in \mathcal{Y} \subset \mathbb{R}^p \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} f \in \mathbb{R}^n \\ h \in \mathbb{R}^p \end{cases} \quad (3.3)$$

où  $f$  et  $h$  sont des applications lisses pouvant dépendre de l'état du système ainsi que des commandes dont la dynamique globale peut également être influencée par des perturbations

notées  $p_i(t)$ , mesurables ou non. La plupart des systèmes sont décrits par ces équations différentielles non-linéaires. Malgré tout, un certain nombre de ces systèmes possède de faibles non-linéarités pouvant être considérées comme des perturbations affectant le procédé. En isolant ces non-linéarités, si le comportement dynamique du système est alors de type linéaire, l'utilisation des techniques de commandes de systèmes linéaires pour le contrôler et rejeter au mieux ces phénomènes non-linéaires devient envisageable. Il est également possible de prendre en compte ces non-linéarités sans les considérer comme une perturbation, mais en linéarisant le système autour d'un point de fonctionnement ou le long d'une trajectoire. Avant de définir ce linéarisé, nous rappelons la définition de points d'équilibre et de points de fonctionnement.

**Définition 1** Les points d'équilibre  $x_e \in \mathcal{X} \subset \mathbb{R}^n$  du système (3.3) sont les solutions de :

$$\exists x_e \in \mathbb{R}^n, \quad f(x_e, 0) = 0 \quad (3.4)$$

**Définition 2** Les points de fonctionnement  $(x_f, u_f) \in \mathcal{X} \times \mathcal{U} \subset \mathbb{R}^{n \times p}$  du système (3.3) sont les solutions de :

$$\exists x_f \in \mathbb{R}^n, \exists u_f \in \mathbb{R}^m, \quad f(x_f, u_f) = 0 \quad (3.5)$$

Au point de fonctionnement  $(x_f, u_f)$ , le linéarisé du système (3.3) est :

$$\begin{cases} \dot{x}_l(t) = A_l x_l(t) + B_l u_l(t) \\ y_l(t) = C_l x_l(t) + D_l u_l(t) \end{cases} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} A_l = \frac{\partial f_i}{\partial x_j} \Big|_{x_f, u_f} & ; \quad B_l = \frac{\partial f_i}{\partial u_k} \Big|_{x_f, u_f} \\ C_l = \frac{\partial h_w}{\partial x_j} \Big|_{x_f, u_f} & ; \quad D_l = \frac{\partial h_w}{\partial u_k} \Big|_{x_f, u_f} \end{cases} \quad (3.6)$$

où les matrices  $A_l, B_l, C_l, D_l$  sont des matrices jacobiennes évaluées au point de fonctionnement  $(x_f, u_f)$ . Le système linéarisé obtenu le long d'une trajectoire est similaire au système (3.6) à la différence que les matrices jacobiennes deviennent dépendantes du temps. Cette technique montre vite ses limites en présence de systèmes fortement non-linéaires, puisqu'un léger écart de l'état du système au point de fonctionnement ou le long d'une trajectoire, peut détériorer les performances globales du système, voire le rendre instable. Dans certains cas, la linéarisation du système peut même affecter des propriétés intrinsèques du système non-linéaire comme la commandabilité, par exemple dans le cas de systèmes non holonomes.

L'étude dans le cas général de systèmes sous la forme (3.3) peut s'avérer particulièrement complexe. La réponse temporelle d'un tel système n'est ni systématique ni généralisable puisque dépendante des expressions des fonctions. L'élaboration de lois de commande ou d'observateurs peut alors s'avérer difficiles à mettre en place. Pour pallier cette difficulté, nous allons présenter deux formes particulières de systèmes non-linéaires très étudiées et utilisées par la communauté automatique, à savoir les systèmes dits affines en l'état et les systèmes affines en la commande.

Les systèmes affines en l'état sont de la forme :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) &= f(u(t))x(t) + g(u(t)) \\ y(t) &= h(x(t)) \end{cases} \quad (3.7)$$

On note dans ce cas particulier que la fonction  $f$  est une matrice dépendante de l'entrée  $u$  mais non de l'état  $x$ . Une matrice additive  $g$  de même dimension que  $f$  regroupe uniquement les termes dépendant de la commande. La réponse temporelle du système (3.7) est alors donnée par :

$$x(t) = \Phi_u(t, t_0)x(t_0) + \Phi_u(t, t_0) \int_{t_0}^t \Phi_u^{-1}(\varsigma, t_0)g(u(\varsigma))d\varsigma \quad (3.8)$$

où  $\Phi_u(t, t_0)$  est la matrice de transition s'exprimant comme :

$$\Phi_u(t, t_0) = I + \int_{t_0}^t f(u(t_1))dt_1 + \dots + \int_{t_0}^t \int_{t_0}^{t_1} \int_{t_0}^{t_k} f(u(t_1)) \dots f(u(t_{k+1}))dt_{k+1} \dots dt_1 \quad (3.9)$$

avec  $I$  la matrice identité.

Un autre cas particulier que nous utiliserons tout au long de ce manuscrit sont les systèmes dits affines en la commande. Ces systèmes se mettent sous la forme :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) &= f(x(t)) + g(x(t))u(t) \\ y(t) &= h(x(t)) \end{cases} \quad (3.10)$$

où  $f$  et  $g$  sont respectivement le champ de vecteurs de la dynamique et le champ de vecteurs de commande. Pour ces systèmes, les fonctions  $f$  et  $g$  ne dépendent que de l'état et la commande  $u$  n'intervient qu'en produit de  $g$ . C'est à partir de cette dernière forme que les lois de commande ainsi que les observateurs développés dans cette thèse seront élaborés.

**Définition 3** Soit  $S$  une matrice symétrique définie positive. Notons  $\lambda_m$  et  $\lambda_M$  respectivement la plus petite et la plus grande valeur propre de  $S$ . Une entrée  $u \in \mathcal{U}$  est dite régulièrement persistante pour le système (3.7) où  $y = Cx$  si et seulement si :

$$\exists t_0 > 0, \exists T > 0, \exists (\lambda_m, \lambda_M) \in \mathbb{R}_+^{*2}, \quad \lambda_m I \leq \mathcal{G}(u, t, t+T) \leq \lambda_M I \quad \forall t \geq t_0 \quad (3.11)$$

où  $\mathcal{G}(u, t, t+T)$  représente le grammien d'observabilité donné par :

$$\mathcal{G}(u, t, t+T) = \int_t^{t+T} \Phi_u^T(\varsigma, t)C^T C \Phi_u(\varsigma, t)d\varsigma \quad (3.12)$$

**Définition 4** Un système non-linéaire de la forme (3.3) est dit uniformément observable si toute entrée  $u \in \mathcal{U}$  le rend observable.

**Définition 5** Le degré relatif du système (3.10) en  $x_0$  est l'entier naturel non nul  $r$  vérifiant les propriétés suivantes :

$$\begin{aligned} i. \quad & \exists r \in \mathbb{N}^*, 0 \leq k < r - 1, \quad L_g L_f^k h(x(t)) = 0 \\ ii. \quad & L_g L_f^{r-1} h(x_0) \neq 0 \end{aligned} \quad (3.13)$$

**Définition 6** Une fonction  $V : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}_+$  est localement une fonction candidate de Lyapunov si elle vérifie les hypothèses suivantes :

$$\begin{aligned} i. \quad & V(x) \text{ est de classe } \mathcal{C}^\infty \text{ par rapport à toutes ses variables} \\ ii. \quad & V(x) \text{ est définie positive} \end{aligned} \quad (3.14)$$

**Définition 7** La dérivée de la fonction de Lyapunov  $V$ , notée usuellement  $\dot{V}$ , s'exprime à partir de la dérivée de Lie comme la dérivée temporelle de  $V$  le long d'une fonction  $f$  :

$$\dot{V}(x) = L_f V(x) = \left( \frac{\partial V}{\partial x}(x) \right)^T \cdot f(x) \quad (3.15)$$

**Définition 8** Un système est sous forme feedback si et seulement si il existe un changement de coordonnées tel que sa dynamique puisse s'écrire :

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = f_1(x_1(t), x_2(t)) \\ \dot{x}_2(t) = f_2(x_1(t), x_2(t)) + g_1(x_1(t), x_2(t))x_3(t) \\ \vdots \\ \dot{x}_n(t) = f_n(x_1(t), \dots, x_n(t)) + g_n(x_1(t), \dots, x_n(t))u(t) \end{cases} \quad (3.16)$$

Sauf mention contraire et pour alléger les notations, la dépendance en temps des variables d'états et de sorties sera sous-entendue (e.g.  $h(x(t))$  deviendra tout simplement  $h(x)$ ).

### 3.2.2 Stabilité des systèmes linéaires et non-linéaires

La stabilité d'un système repose sur le principe qu'à une entrée bornée correspond une sortie bornée. Or cette définition nécessite de vérifier que chaque signal de la boucle de régulation est borné, ce qui s'avère vite fastidieux pour des systèmes complexes. Nous présentons ici un ensemble de définitions mathématiques pour l'étude de la stabilité des systèmes linéaires et non-linéaires.

La stabilité d'un système linéaire est garantie en tout point de l'espace en vérifiant l'une des deux définitions équivalentes suivantes.

**Définition 9** Soit le système linéaire décrit par les équations (3.1). Ce système est stable si et seulement si la matrice  $A$  est Hurwitz. On dit qu'il est marginalement stable si une ou plusieurs des valeurs propres est à partie réelle nulle.



**Définition 10** Soit le système linéaire décrit par les équations (3.1). Ce système est stable au sens de Lyapunov si et seulement si pour toute matrice symétrique définie positive  $Q$ , il existe une matrice symétrique définie positive  $P$  vérifiant la relation :

$$PA + A^T P = -Q \quad (3.17)$$

Pour les systèmes non-linéaires, la stabilité ne peut être définie qu'en un point d'équilibre.

**Définition 11** Le point d'équilibre  $x_e$  du système (3.3) est stable si et seulement si :

$$\forall \varepsilon_e > 0, \exists \alpha_e > 0, \quad \|x(0) - x_e\| < \alpha_e \implies \|x(t) - x_e\| < \varepsilon_e \quad \forall t \geq 0 \quad (3.18)$$

**Définition 12** Le point d'équilibre  $x_e$  du système (3.3) est asymptotiquement stable s'il est stable et si :

$$\exists \alpha_e > 0, \quad \|x(0) - x_e\| < \alpha_e \implies \lim_{t \rightarrow \infty} \|x(t) - x_e\| = 0 \quad (3.19)$$

**Définition 13** Le point d'équilibre  $x_e$  du système (3.3) est exponentiellement stable si :

$$\exists (\alpha_e, \lambda_e) \in \mathbb{R}_+^{*2} : \forall t \geq 0, \exists \mathcal{B}(x_e, r_e), \forall x_0 \in \mathcal{B}, \quad \|x(t) - x_e\| < \alpha_e \|x(0) - x_e\| e^{-\lambda_e t} \quad (3.20)$$

**Définition 14** Un point d'équilibre  $x_e$  du système (3.3) est stable au sens de Lyapunov si et seulement si il existe une fonction candidate de Lyapunov telle que :

$$\exists \mathcal{B}(x_e, r_e) : \forall x \in \mathcal{B}, \quad \dot{V}(x) \leq 0 \quad (3.21)$$

Si pour tout  $x \in \mathcal{B}(x_e, r_e)$ ,  $\dot{V}(x)$  est définie négative, le point d'équilibre est localement asymptotiquement stable.

**Définition 15** Un point d'équilibre  $x_e$  du système (3.3) est globalement asymptotiquement stable si et seulement si il existe une fonction candidate de Lyapunov  $V(x)$  telle que :

- i.  $\dot{V}(x)$  est définie négative sur  $\mathcal{X} \subset \mathbb{R}^n$
  - ii.  $V(x)$  est propre
- (3.22)

Dans certains cas, il est également possible de définir la stabilité d'un système non-linéaire en un point d'équilibre grâce à la méthode indirecte de Lyapunov, qui étudie le linéarisé du système.

a) Si le linéarisé est asymptotiquement stable, alors le point d'équilibre est localement asymptotiquement stable.

b) Si le linéarisé est instable, alors le point d'équilibre est instable.

c) Si le linéarisé est marginalement stable, on ne peut conclure sur la stabilité du point d'équilibre. Il est alors nécessaire de revenir aux définitions précédentes.

### 3.2.3 Fonctions de Lyapunov assignables

**Définition 16** Soit une fonction  $V : \mathcal{X} \subset \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}_+$  de classe  $\mathcal{C}^1$ , définie positive et propre. Une telle fonction est appelée fonction de Lyapunov strictement assignable au système (3.3), si et seulement si :

$$\forall x \in \mathcal{X} \setminus \{0\}, \exists u \in \mathcal{U}, \implies \dot{V}(x) = L_{f(x,u)}V(x) < 0 \quad (3.23)$$

## 3.3 Commande

Le besoin de maîtriser un procédé et d'optimiser ses performances globales a été rendu possible grâce à l'essor de méthodologies de synthèse de lois de commande. Les objectifs d'une loi de commande peuvent varier en fonction de la réponse souhaitée du système en boucle ouverte ou en boucle fermée, comme par exemple assurer un suivi de consigne ou garantir la stabilité du système. Deux approches de synthèse de lois de commande sont possibles à partir *i*) soit de modèle empirique, basé sur la réponse du procédé à une excitation extérieure, *ii*) soit d'un modèle de connaissance. Avant d'aborder les lois de commande développées, nous rappelons les notions d'accessibilité et de commandabilité des systèmes linéaires et non-linéaires.

### 3.3.1 Commandabilité

Pour contrôler un procédé, la commandabilité de ce dernier est nécessaire. Si la commandabilité d'un système ne permet pas de synthétiser une loi de commande, elle garantit néanmoins l'existence d'une loi de commande qui vérifie le théorème suivant :

**Théorème 1** Le système (3.3) est dit commandable en un temps  $T > 0$ , s'il existe une loi de commande  $u \in \mathcal{U} \subset \mathbb{R}^m$  qui amène le système de l'état initial  $x_i \in \mathcal{X} \subset \mathbb{R}^n$  à l'état final  $x_f \in \mathcal{X} \subset \mathbb{R}^n$  en un temps  $T$ , c'est-à-dire telle que la solution du problème de Cauchy :

$$\begin{cases} \dot{x} &= f(x, u) \quad \text{pour } t \in [0, T] \\ x(0) &= x_i \end{cases} \quad (3.24)$$

vérifie  $x(T) = x_f$ .

Les deux sections suivantes définissent des critères pour garantir la commandabilité des systèmes linéaires et non-linéaires.

#### 3.3.1.1 Commandabilité des systèmes linéaires

La commandabilité des systèmes linéaires est facilement vérifiable en appliquant et en vérifiant le critère de Kalman. Ce critère s'énonce comme suit :

**Théorème 2** *La paire  $(A, B)$  du système (3.1) est dit commandable si et seulement si la matrice de commandabilité  $\mathcal{C}$  définie comme :*

$$\mathcal{C} = (B, AB, \dots, A^{n-1}B) \quad (3.25)$$

*est de rang  $n$ .*

### 3.3.1.2 Commandabilité des systèmes non-linéaires

La commandabilité des systèmes non-linéaires est un sujet beaucoup plus délicat. Dans le cas général d'un système non-linéaire, la détermination de la commandabilité reste un problème ouvert. Il est néanmoins possible de définir la commandabilité locale du système. Un cas particulier est l'étude de la commandabilité locale du système (3.3) en un point de fonctionnement  $(x_f, u_f)$  qui s'exprime par le théorème suivant :

**Théorème 3** *Le système (3.3) est localement commandable au point de fonctionnement  $(x_f, u_f)$  si et seulement si le système linéarisé (3.6) est commandable au sens de Kalman.*

Dans la suite de ce chapitre, nous nous limiterons à deux cas particuliers importants que sont les systèmes non-linéaires affines en la commande sans et avec dérive.

#### a) Systèmes non-linéaires affines en la commande sans dérive

Les systèmes non-linéaires affines en la commande sans dérive se rencontrent classiquement lors de la modélisation d'un système mécanique. Ils traduisent le fait qu'à une entrée  $u$  nulle, l'état du système n'évolue pas. Ils se mettent sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{x} = \sum_{i=1}^m g_i(x)u_i \\ y = h(x) \end{cases} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} x \in \mathcal{X} \subset \mathbb{R}^n \\ u \in \mathcal{U} \subset \mathbb{R}^m \\ y \in \mathcal{Y} \subset \mathbb{R}^p \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} g \in \mathbb{R}^n \\ h \in \mathbb{R}^p \end{cases} \quad (3.26)$$

La commandabilité d'un tel système peut se ramener à la vérification du Théorème 1. Une approche plus systématique pour la détermination de la commandabilité du système est l'utilisation des crochets de Lie. Nous rappelons tout d'abord la définition d'un algèbre de Lie.

**Définition 17** *Soit  $x_e$  un point d'équilibre du système (3.26). On appelle algèbre de Lie, noté  $\mathcal{L}(g_1, \dots, g_m)(x_e)$ , l'espace vectoriel engendré par les vecteurs :*

$$g_i(x_e), [g_i, g_j](x_e), [g_i, [g_j, g_k]](x_e), \dots \quad \text{avec} \quad i, j, k, \dots \in \{1, \dots, m\} \quad (3.27)$$

On a alors le théorème suivant (Rashevski [1938], Chow [1940]) :

**Théorème 4** *Le système (3.26) est localement commandable en  $x_e$  si et seulement si :*

$$\dim \mathcal{L}(g_1, \dots, g_m)(x_e) = n \quad (3.28)$$

### b) Systèmes non-linéaires affines en la commande avec dérive

Les systèmes non-linéaires affines en la commande avec dérive se mettent sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + \sum_{i=1}^m g_i(x)u_i \\ y = h(x) \end{cases} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} x \in \mathcal{X} \subset \mathbb{R}^n \\ u \in \mathcal{U} \subset \mathbb{R}^m \\ y \in \mathcal{Y} \subset \mathbb{R}^p \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} f \in \mathbb{R}^n \\ g \in \mathbb{R}^n \\ h \in \mathbb{R}^p \end{cases} \quad (3.29)$$

La détermination de la commandabilité dans le cas général d'un tel système reste encore aujourd'hui un problème ouvert. Pour de tel système, on définit la notion d'accessibilité comme :

**Théorème 5** *Le système (3.29) est localement accessible en  $x_e$  si et seulement si :*

$$\dim \mathcal{L}(f, g_1, \dots, g_m)(x_e) = n \quad (3.30)$$

On remarque que l'accessibilité entraîne la commandabilité du système, de manière locale, si le vecteur  $f$  est nul. Le lien entre accessibilité et commandabilité dans le cas d'un système non-linéaire avec dérive n'est pas trivial et peu de résultats sont aujourd'hui disponibles. Les travaux menés par [Sussmann \[1987\]](#) sont actuellement les résultats les plus aboutis.

### 3.3.2 Commande non-linéaire

La commande des systèmes linéaires est aujourd'hui bien maîtrisée. Les commandes à base du classique correcteur Proportionnel-Intégral-Dérivée (PID) sont parmi les contrôleurs les plus répandus et se montrent très efficaces lorsqu'il s'agit de contrôler un procédé autour d'un point d'équilibre ou d'un point de fonctionnement. Ces commandes montrant très vite leurs limites, des lois de commande par retour d'état sont apparues, ou des commandes optimales de type Linéaire Quadratique (LQ) ([Athans et Falb \[1966\]](#), [Kwakernaak et Sivan \[1972\]](#)) ou Linéaire Quadratique Gaussien (LQG) ([Athans \[1971\]](#)) dans le cas de systèmes linéaires stochastique par exemple. Malgré l'efficacité de ces commandes sur nombre de systèmes, elles ne s'avèrent plus satisfaisantes lorsque le comportement du système est fortement non-linéaire : problèmes d'instabilité et détérioration des performances globales attendues du système. La nécessité de posséder des commandes adaptées aux systèmes non-linéaires se basant elles-mêmes sur la connaissance d'un modèle non-linéaire régissant la dynamique du procédé devient alors indispensable. La recherche actuelle consacrée aux commandes des systèmes non-linéaires est particulièrement active.

Parmi les techniques classiques, la linéarisation exacte est très utilisée puisqu'elle permet de compenser tous les termes non linéaires du système. Cette technique fait appel au degré relatif  $r$  d'un système. Sous l'hypothèse que le degré relatif du système est égal à la dimension de l'état,

Isidori [1995] démontre qu'il est possible de trouver un difféomorphisme  $\Phi(x)$  en  $x_e$  de la forme :

$$z = \Phi(x) = \begin{pmatrix} h(x) \\ L_f h(x) \\ \vdots \\ L_f^{n-1} h(x) \end{pmatrix} \quad (3.31)$$

qui transforme le système non-linéaire (3.10) sous la forme :

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2 \\ \dot{z}_2 = z_3 \\ \vdots \\ \dot{z}_{n-1} = z_n \\ \dot{z}_n = \overline{f(z)} + \overline{g(z)}u \\ y = z_1 \end{cases} \quad (3.32)$$

avec  $\overline{f(z)} = L_f^n h(\Phi^{-1}(z))$  et  $\overline{g(z)} = L_g L_f^{n-1} h(\Phi^{-1}(z))$ . On obtient alors la loi de commande linéarisante pour le système :

$$u(z) = \frac{1}{L_g L_f^{n-1} h(\Phi^{-1}(z))} [L_f^n h(\Phi^{-1}(z)) + v] \quad (3.33)$$

Bien qu'envisagé au départ, le choix d'élaboration d'une commande non-linéaire pour notre application ne s'est pas porté sur la linéarisation exacte pour des raisons que nous justifierons dans les paragraphes suivants. Les premiers résultats expérimentaux d'un microrobot naviguant dans un milieu fluide ont été prometteurs mais les auteurs ont noté des problèmes de stabilité (Tamaz *et al.* [2008], Choi *et al.* [2010]), conclusions auxquelles on pouvait s'attendre, puisque les contrôleurs développés sont de type linéaire. Or, les chapitres précédents ont montré que les forces agissant sur le microrobot sont modélisées par des expressions fortement non-linéaires. Parmi la grande diversité de commandes non-linéaires existantes, celles développées dans le cadre de la géométrie différentielle, et plus particulièrement celles se basant sur les fonctions de Lyapunov assignables, ont retenu toute notre attention. En basant notre approche sur des commandes construites à partir de fonctions de Lyapunov, la stabilité locale du système peut être garantie. Néanmoins, déterminer une fonction de Lyapunov pour des systèmes non-linéaires devient très rapidement un véritable défi. Pour pallier cette difficulté, nous faisons appel à une technique de construction récursive d'une fonction Lyapunov assignable, connue sous le nom de "backstepping". Dans les deux sections suivantes, nous présentons de manière générale l'élaboration d'une telle commande, avant d'exposer une variante de cette commande permettant d'estimer en temps réel des paramètres inconnus du modèle.

### 3.3.3 Commande par backstepping

Les premiers travaux sur l'élaboration d'une loi de commande à partir de fonctions de Lyapunov assignables furent présentés dans [Kokotović et Sussmann \[1989\]](#) avant d'être développés dans [Kanellakopoulos \*et al.\* \[1992\]](#), [Krstić \*et al.\* \[1995\]](#). Ces travaux mettent à disposition des automaticiens une procédure systématique à appliquer pour tout système non-linéaire se mettant sous forme feedback (3.16) afin de construire une fonction de Lyapunov stabilisante pour le procédé, et ce quelles que soient les non-linéarités présentes dans le modèle. La difficulté à trouver des fonctions de Lyapunov pour le système est alors simplifiée puisque ces fonctions se construisent de manière récursive. Bien que la forme puisse s'apparenter à une linéarisation exacte, elle se différencie principalement sur deux points. Premièrement, une linéarisation exacte ne garantit en rien la stabilité du système, puisque la commande est construite uniquement à partir des dérivées de Lie jusqu'à faire apparaître la sortie. Deuxièmement, la commande par backstepping permet de garder des non-linéarités utiles, c'est-à-dire les termes du modèle qui contribuent à la stabilité du système et qu'ils seraient dommage voire préjudiciable de compenser. La Section 3.5 présente le détail des calculs pour notre application.

### 3.3.4 Commande par backstepping adaptatif

Un modèle physique comporte la plupart du temps un nombre important de paramètres. Si la plupart d'entre eux sont connus, certains sont sujets à de grandes variations. Si un paramètre dont la mesure n'est pas fiable intervient dans une force prédominante dans la dynamique du système, une erreur importante peut apparaître lors du suivi d'une trajectoire de référence et dégrader les performances générales du système, voire le rendre instable. Pour remédier à ce problème, il est possible de mettre en place une commande dite adaptative. [Krstić \*et al.\* \[1992\]](#) a développé une commande non-linéaire appelée backstepping adaptatif permettant l'évaluation en ligne de paramètres inconnus. A l'instar de la commande backstepping, l'idée est également d'utiliser des fonctions de Lyapunov assignables tout en développant une loi de mise à jour qui estime un paramètre inconnu. En fonction du modèle, il est possible d'estimer plusieurs paramètres. Néanmoins, les paramètres estimés ne doivent intervenir dans l'expression de forces colinéaires, ce qui se ramène à une condition de rang.

Les nombreux paramètres physiologiques ou physiques présents dans le modèle peuvent fortement dégrader le suivi de trajectoire si ceux-ci sont mal évalués. L'objectif d'une loi de commande de type backstepping adaptatif est double. Comme toute loi de commande, elle doit assurer une stabilisation de l'erreur de suivi de trajectoire entre la position actuelle et la position de référence à zéro. De plus, elle doit pouvoir estimer en ligne des paramètres inconnus. Les contrôleurs de type backstepping adaptatif n'autorisent l'estimation de paramètres n'intervenant que linéaire-

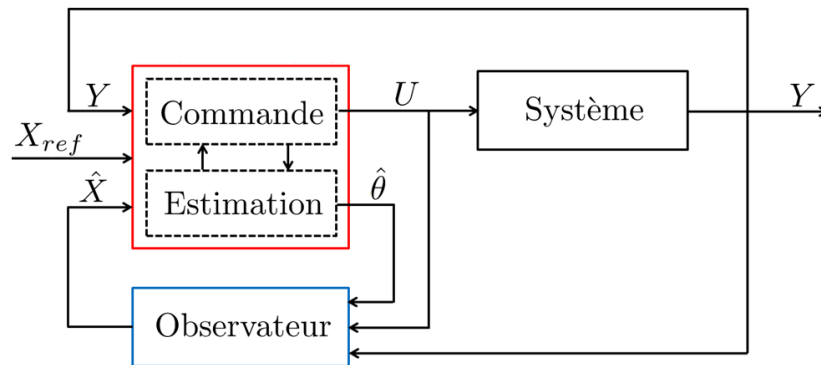


Figure 3.1 – Vue d'ensemble du système en boucle fermée.

ment dans le modèle ou se ramenant à partir d'un changement de variable à un cas également linéaire. L'estimation de paramètres variables non-linéaires est à ce jour un problème encore ouvert.

La Figure 3.1 montre la vue d'ensemble du système en boucle fermée. Ce schéma fonctionnel est composé de trois blocs principaux. Le bloc rouge correspond au contrôle du système constitué lui-même d'une partie consacrée au calcul de la commande  $U$  du procédé et d'une partie dédiée à l'estimation des paramètres inconnus  $\hat{\theta}$ . Cette dernière partie n'intervient bien évidemment que pour l'utilisation d'une commande de type backstepping adaptatif. Le bloc bleu correspond à l'observateur qui est détaillé dans la section suivante. En effet, que ce soit pour la commande par backstepping ou par backstepping adaptatif, il est nécessaire de connaître l'état complet du système, c'est-à-dire la position et la vitesse du microrobot, alors que seule la position est mesurée. Enfin, le dernier bloc noir correspond au système physique, à savoir le microrobot naviguant dans le système cardiovasculaire avec ses actionneurs extérieurs induisant un champ magnétique ou un gradient de champ magnétique selon le type de microrobot utilisé.

### 3.4 Observation et estimateur

La commande d'un procédé nécessite souvent la connaissance de variables non mesurées pour des raisons de coûts des capteurs ou en raison de l'impossibilité matérielle ou physique de mesurer cette grandeur. L'estimation ou la reconstruction de ces états non accessibles requièrent des algorithmes plus ou moins complexes en fonction de la modélisation - linéaire ou non-linéaire - du procédé. Cette section rappelle dans un premier temps les notions d'observabilité des systèmes linéaires, puis non-linéaires. Nous présentons ensuite différentes classes d'observateurs.

### 3.4.1 Observabilité des systèmes linéaires

L'observabilité des systèmes linéaires de la forme (3.1) ne dépend pas de l'entrée  $u(t)$  appliquée au système. Dans ses travaux, Kalman définit un critère permettant d'établir l'observabilité de tout système linéaire se mettant sous la forme (3.1) à partir d'une simple condition de rang. On a alors le théorème suivant :

**Théorème 6** *La paire  $(A, C)$  du système linéaire (3.1) est observable si et seulement si la matrice d'observabilité  $\mathcal{O}$  définie comme :*

$$\mathcal{O} = \begin{pmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{pmatrix} \quad (3.34)$$

*est de rang  $n$ .*

### 3.4.2 Observabilité des systèmes non-linéaires

Pour tout système non-linéaire de la forme (3.3), la matrice d'observabilité  $\mathcal{O}$  s'exprime à partir des dérivées de Lie successives de la sortie  $h(x)$  le long de  $f(x)$ . L'observabilité du système est alors définie à partir du théorème suivant :

**Théorème 7** *Le système non-linéaire (3.3) est observable si et seulement si la dimension de la matrice d'observabilité  $\mathcal{O}$  définie comme :*

$$\mathcal{O} = \begin{pmatrix} \frac{\partial h(x)}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial h(x)}{\partial x_n} \\ \frac{\partial L_f h(x)}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial L_f h(x)}{\partial x_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial L_f^{n-1} h(x)}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial L_f^{n-1} h(x)}{\partial x_n} \end{pmatrix} \quad (3.35)$$

*est égale à  $n$ .*

A la différence de l'observabilité des systèmes linéaires, on note que la matrice  $\mathcal{O}$  peut dépendre de l'entrée  $u$ . Un système non-linéaire peut donc être observable pour une certaine entrée et ne pas l'être pour une autre. Il est alors nécessaire de définir un ensemble de commande  $\mathcal{U}$  de telle sorte que le système reste uniformément observable.



### 3.4.3 Observateur de systèmes linéaires

L'observabilité du système établie, il est possible d'élaborer un observateur reconstruisant les états inaccessibles du système ou l'évaluation de certains paramètres inconnus du modèle. Les sections suivantes sont consacrées à présenter différentes classes d'observateurs.

#### 3.4.3.1 Observateur de Luenberger

L'observateur de Luenberger ([Luenberger \[1964\]](#)) permet de reconstruire l'état complet de systèmes linéaires se mettant sous la forme (3.1).

**Théorème 8** *Un observateur pour le système linéaire suivant est donné par :*

$$(\mathcal{S}_{l_1}) \left\{ \begin{array}{l} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{array} \right\} \text{Système physique} \quad (3.36)$$
$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + L(\hat{y} - y) \\ \hat{y} = C\hat{x} \end{array} \right\} \text{Observateur}$$

où  $L \in \mathbb{R}^n$  est une matrice de gain.

En posant l'erreur entre l'estimé et l'état du système comme  $e = \hat{x} - x$ , la dynamique de l'erreur est donnée par :

$$\dot{e} = (A + LC)e \quad (3.37)$$

Il suffit alors que la matrice  $A + LC$  soit une matrice de Hurwitz pour garantir une convergence asymptotique de l'erreur vers 0. Les gains de la matrice  $L$  peuvent être calculés à partir du théorème de placement de pôles de sorte à imposer la dynamique de convergence voulue.

#### 3.4.3.2 Observateur de Kalman

En présence de bruits de mesure, souvent de nature stochastique, il est possible de définir un gain optimal  $K$  en minimisant la variance de l'erreur d'estimation. Cet observateur, appelé filtre de Kalman, est présenté dans [Kalman \[1960\]](#) pour les systèmes à temps discret, et dans [Kalman et Bucy \[1961\]](#) pour les systèmes à temps continu. Cet observateur suppose néanmoins la connaissance a priori de statistiques sur le bruit.

**Théorème 9** Dans le cas continu, l'observateur de Kalman se met sous la forme :

$$(\mathcal{S}_{l_2}) \left\{ \begin{array}{l} \dot{x} = Ax + Bu + w_b \\ y = Cx + v_b \\ \dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu - K(\hat{y} - y) \\ K = SC^T R^{-1} \\ \dot{S} = Q + AS + SA^T - SC^T R^{-1} CS \\ \hat{y} = C\hat{x} \end{array} \right. \begin{array}{l} \left. \vphantom{\begin{array}{l} \dot{x} \\ y \\ \dot{\hat{x}} \\ K \\ \dot{S} \\ \hat{y} \end{array}} \right\} \begin{array}{l} \text{Système physique} \\ \text{Observateur} \end{array} \quad (3.38)$$

avec la condition initiale  $S(0) = S_0$ , où  $S_0$  est une matrice symétrique définie positive.  $w_b$  et  $v_b$  sont respectivement des bruits additifs sur l'état du système et sur la mesure, et  $Q$  et  $R$  des matrices de covariances associées à ces bruits.  $K$  représente le gain optimal du filtre de Kalman.

### 3.4.4 Observateur des systèmes non-linéaires

La construction d'un observateur pour les systèmes non-linéaires est plus délicate. Comme mentionné en Section 3.4.2, l'observabilité des systèmes non-linéaires dépend de l'entrée  $u$ . Les entrées  $u$  rendant un système inobservable sont directement liés aux équations d'état modélisant le système. Il devient alors impossible de définir une solution générale. Dans des cas particuliers, un observateur peut être associé à la classe à laquelle appartient un système, tel que les observateurs des systèmes affines en l'état (système (3.7)) ou les observateurs des systèmes affines en la commande (système (3.10)) que nous exposons dans les sections suivantes. Nous donnons tout d'abord une extension du filtre de Kalman des systèmes linéaires aux systèmes non-linéaires.

#### 3.4.4.1 Observateur de Kalman étendu

L'extension du filtre de Kalman au cas non-linéaire est appelée observateur de Kalman étendu.

**Théorème 10** Pour un système non-linéaire de la forme (3.3), l'observateur de Kalman étendu est donné par :

$$(\mathcal{S}_{nl_1}) \left\{ \begin{array}{l} \dot{x} = f(x, u) + w_b \\ y = h(x) + v_b \\ \dot{\hat{x}} = f(\hat{x}, u) - K(\hat{y} - y) \\ K = SH(\hat{x})^T R^{-1} \\ \dot{S} = Q + F(\hat{x}, u)S + SF(\hat{x}, u)^T - SH(\hat{x})^T R^{-1} H(\hat{x})S \\ \hat{y} = h(\hat{x}) \end{array} \right. \begin{array}{l} \left. \vphantom{\begin{array}{l} \dot{x} \\ y \\ \dot{\hat{x}} \\ K \\ \dot{S} \\ \hat{y} \end{array}} \right\} \begin{array}{l} \text{Système physique} \\ \text{Observateur} \end{array} \quad (3.39)$$

avec  $F(\hat{x}, u) = \left. \frac{\partial f(x, u)}{\partial x} \right|_{x=\hat{x}}$  et  $H(\hat{x}) = \left. \frac{\partial h(x)}{\partial x} \right|_{x=\hat{x}}$  respectivement les matrices jacobiennes de  $f$  et  $h$ .

De nombreuses applications ont recours à cet observateur pour reconstruire l'état d'un système non-linéaire (Wilson *et al.* [1998]). Néanmoins, la matrice  $S$  n'est qu'une approximation de la covariance de l'erreur d'estimation et l'observateur suppose une modélisation exacte du système. Dans le cas général, la convergence de cet observateur ne peut alors être garantie.

### 3.4.4.2 Observateur de systèmes affines en la commande

Pour les systèmes affines en la commande, il est possible de définir un observateur dont la convergence est garantie sous certaines hypothèses. Soit le système affine en la commande suivant :

$$\begin{cases} \dot{z} = f(z) + g(z)u \\ y = h(z) \end{cases} \quad (3.40)$$

En considérant le système (3.40) uniformément observable, le difféomorphisme  $\Phi(z)$  :

$$\Phi(z) = x = \begin{pmatrix} h(z) \\ L_f h(z) \\ \vdots \\ L_f^{n-1} h(z) \end{pmatrix} \quad (3.41)$$

transforme le système (3.40) sous la forme :

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + \varphi(x, u) \\ y = Cx \end{cases} \quad (3.42)$$

$$\text{avec : } \begin{cases} A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ & & 1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \ddots & 0 \\ & & & & 1 \\ 0 & \cdots & & & 0 \end{pmatrix} ; \varphi(x, u) = \begin{pmatrix} \varphi_1(x_1, u) \\ \vdots \\ \varphi_k(x_1, \dots, x_k, u) \\ \vdots \\ \varphi_n(x_1, \dots, x_n, u) \end{pmatrix} \\ C = (1, 0, \dots, 0) \end{cases} \quad (3.43)$$

Le système (3.42) est sous forme canonique avec  $\varphi_k$  dépendant au plus de  $x_1, \dots, x_k$ , ce qui est équivalent à dire que  $\frac{\partial \varphi_k}{\partial x_j} = 0$  pour tout  $j > k$ . Gauthier *et al.* [1992] ont alors montré qu'un observateur peut être défini pour cette classe de système à partir du théorème suivant :

**Théorème 11** *Le système (3.42) admet comme observateur :*

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = A\hat{x} + \varphi(\hat{x}, u) - S^{-1}C^T(\hat{y} - y) \\ \dot{S} = -L_\theta S - A^T S - SA + C^T C \\ \hat{y} = C\hat{x} \end{cases} \quad (3.44)$$

avec  $S(0) = S_0$  une matrice symétrique définie positive et  $L_\theta > 0$  un gain modifiant la dynamique de convergence de l'observateur.

En notant que  $\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{S} = 0$ , le calcul de la matrice  $S$  peut se déduire de l'équation algébrique de Lyapunov :

$$-L_\theta S - A^T S - SA + C^T C = 0 \quad (3.45)$$

Gauthier *et al.* [1992] ont démontré que cet observateur, appelé observateur grand gain, converge sous réserve que la fonction  $\varphi(x, u)$  soit lipschtzienne. L'observateur grand gain peut également se déduire du théorème suivant :

**Théorème 12** Si  $|\varphi_k(x_1, \dots, x_k, u) - \varphi_k(\hat{x}_1, \dots, \hat{x}_k, u)| \leq c\sqrt{(x_1 - \hat{x}_1)^2 + \dots + (x_k - \hat{x}_k)^2}$ , où  $c$  est une constante de Lipschitz est vérifiée, un observateur grand gain pour le système (3.42) est alors donné par :

$$\exists L_{\theta_0} > 0, \forall L_\theta > L_{\theta_0}, \quad \begin{cases} \hat{x}_1 &= \hat{x}_2 + \varphi_1(\hat{x}_1, u) + L_\theta k_1(\hat{y} - y) \\ &\vdots \\ \hat{x}_{n-1} &= \hat{x}_n + \varphi_{n-1}(\hat{x}_1, \dots, \hat{x}_{n-1}, u) + L_\theta^{n-1} k_{n-1}(\hat{y} - y) \\ \hat{x}_n &= \varphi_n(\hat{x}_1, \dots, \hat{x}_n, u) + L_\theta^n k_n(\hat{y} - y) \\ \hat{y} &= C\hat{x} \end{cases} \quad (3.46)$$

où  $L_\theta > 0$  est le grand gain. Cet observateur converge exponentiellement si la matrice :

$$H_u = \begin{pmatrix} k_1 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ & 0 & 1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ & \vdots & & \ddots & 1 \\ k_n & 0 & \cdots & \cdots & 0 \end{pmatrix} \quad (3.47)$$

est une matrice de Hurwitz.

La vérification de l'hypothèse de Lipschitz n'est pas toujours aisée en fonction de la complexité de la fonction  $\varphi(x, u)$ . Cependant, si l'état d'un système reste borné - ce qui est vrai pour la plupart des procédés physiques - l'hypothèse de fonction localement Lipschitz est toujours satisfaite. Une extension de cet observateur grand gain a été proposée par Andrieu *et al.* [2009] permettant une adaptation du grand gain  $L_\theta$ .

### 3.4.4.3 Observateur de Kazantzis-Kravaris

Les observateurs de Kazantzis-Kravaris (Kazantzis et Kravaris [1998]) sont une extension des observateurs de Luenberger au cas de systèmes non-linéaires. Des travaux récents présentés dans

Andrieu et Praly [2006] ont défini des conditions d'existence d'un observateur des systèmes non-linéaires affines en la commande de la forme (3.10). L'élaboration d'un tel observateur est donné par le théorème suivant :

**Théorème 13** *Soit le système non-linéaire affine en la commande (3.10) de dimension  $n$ . S'il existe  $q \geq n$  et une fonction continue  $T : \mathcal{X} \mapsto \mathbb{R}^q$  telle que :*

$$\begin{cases} L_f T(x) &= AT(x) + B(h(x)) \\ L_g T(x)u &= C(h(x))u \end{cases} \quad (3.48)$$

*Si  $T$  est Lipschitz injective sur tout compact de  $\mathcal{X}$  sur lequel le système est complet en temps infini, alors un observateur pour le système (3.10) est alors donné par :*

$$\begin{cases} \hat{x} &= T^*(w) \\ \dot{w} &= Aw + B(h(x)) + C(h(x))u \end{cases} \quad (3.49)$$

*où  $T^*$  est une inverse à gauche continue de  $T$  solution de (3.48) et  $A \in \mathbb{R}^{q \times q}$  une matrice de Hurwitz.*

Le principe fondamental de cet observateur est que si la dimension  $q \geq n$  de l'observateur est suffisamment élevée, alors on peut trouver une fonction  $T$  injective (et donc inversible à gauche) satisfaisant (3.48). Outre la résolution de l'équation aux dérivées partielles (3.48), la difficulté principale réside dans la construction de la fonction inverse à gauche de  $T$ , qui nécessite génériquement la résolution d'un système non-linéaire surdéterminé.

Dans le cas de l'oscillateur harmonique défini par :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 &= -x_2 \\ \dot{x}_2 &= x_1 x_3 \\ \dot{x}_3 &= 0 \end{cases} \quad (3.50)$$

Praly *et al.* [2006] démontre que  $q = n + 1 = 4$  suffit à rendre  $T$  injective. De plus, la forme simple du système (3.50) permet un calcul relativement aisé d'une inverse à gauche  $T^*$  continue, puisque sa construction découle de la résolution d'un système linéaire surdéterminé en utilisant une pseudo inverse.

### 3.5 Application au système

Après avoir présenté les deux types de commandes basés sur des fonctions de Lyapunov assignables, à savoir le backstepping et le backstepping adaptatif, le but de cette section est d'appliquer ces commandes au contrôle d'un microrobot dans le système cardiovasculaire. Le calcul de ces commandes nécessitant la connaissance de l'état complet, un observateur est couplé à la commande. L'étude présentée dans cette section est menée en considérant un microrobot de type "bead pulling", constitué d'une partie ferromagnétique occupant un volume  $\tau_m V$  du volume total  $V$  du microrobot, le reste étant la charge du microrobot. La force motrice  $\vec{F}_m$  contrôlant le microrobot s'exprime à partir de l'équation (1.27) :

$$\vec{F}_m = \tau_m V (\vec{M} \cdot \vec{\nabla}) \vec{B} \quad (3.51)$$

#### 3.5.1 Représentation d'état

Après avoir donné une liste exhaustive des forces agissant sur le microrobot dans le Chapitre 1, on s'intéresse à présent à la modélisation du comportement dynamique général du microrobot. Bien qu'une approche lagrangienne soit possible, il est plus simple dans notre cas d'établir les équations dynamiques de mouvement par une approche Newtonienne. Les mouvements de translation et de rotation du microrobot naviguant dans le système cardiovasculaire s'expriment comme suit :

$$\begin{cases} m \frac{d\vec{v}}{dt} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i = \vec{F}_d + \vec{F}_e + \vec{F}_{vdw} + \vec{F}_s + \vec{F}_c + \vec{W}_a + \vec{F}_m \\ J \frac{d\vec{w}}{dt} = \sum_{j=1}^m \vec{T}_j = \vec{T}_d + \vec{T}_c + \vec{T}_m \end{cases} \quad (3.52)$$

où  $\vec{v}$  et  $\vec{w}$  sont respectivement la vitesse de translation et de rotation du microrobot.  $m$  et  $J$  représentent le poids et le moment d'inertie du microrobot.  $\vec{F}_d$ ,  $\vec{F}_e$ ,  $\vec{F}_{vdw}$ ,  $\vec{F}_s$ ,  $\vec{F}_c$ ,  $\vec{W}_a$  et  $\vec{F}_m$  représentent les forces extérieures agissant sur le microrobot et sont respectivement la force de traînée, la force électrostatique, la force de van der Waals, la force stérique, la force de contact, le poids apparent et enfin la force motrice guidant le microrobot dans les vaisseaux sanguins. Enfin,  $\vec{T}_d$ ,  $\vec{T}_c$  et  $\vec{T}_m$  sont respectivement le couple hydrodynamique, le moment de contact du microrobot par rapport à la paroi du vaisseau sanguin et le moment magnétique.

En considérant un champ magnétique extérieur suffisamment élevé, l'orientation du microrobot est colinéaire aux lignes de champ magnétique et les couples  $\vec{T}_d$  et  $\vec{T}_c$  peuvent être considérés comme négligeables devant  $\vec{T}_m$ . Cette hypothèse est vérifiée lorsque le microrobot est situé dans un IRM, puisque ce type d'appareil est capable de générer des champs magnétiques de  $1,5T$  voire de  $3T$  pour les IRM les plus récents, ou dans tout autre système magnétique induisant un champ magnétique suffisamment élevé.

Avant de construire la loi de commande de type backstepping, il est nécessaire d'établir la représentation d'état du modèle. Pour cela, notons  $x$  et  $z$  la position du microrobot dans le vaisseau sanguin dans le repère  $\mathcal{F}(0, \vec{i}, \vec{k})$  défini dans la Section 1.2. Le modèle 2D est établi à partir de l'équation différentielle du mouvement en translation du système (3.52) définissant ainsi le comportement dynamique du microrobot, projeté sur les axes  $\vec{i}$  et  $\vec{k}$  :

$$\begin{cases} m\ddot{x} &= F_{d_x} + F_{e_x} + F_{vdw_x} + F_{s_x} + F_{c_x} + F_{m_x} \\ m\ddot{z} &= F_{d_z} + F_{e_z} + F_{vdw_z} + F_{s_z} + F_{c_z} + W_a + F_{m_z} \end{cases} \quad (3.53)$$

où les indices  $x$  et  $z$  représentent respectivement les projections sur  $\vec{i}$  et  $\vec{k}$ . Nous allons à présent en déduire la représentation d'état. Soient  $x_1$  et  $x_2$ ,  $(x_3, x_4)$  respectivement la position et la vitesse du microrobot le long de l'axe  $\vec{i}$  (respectivement le long de l'axe  $\vec{k}$ ). La position du microrobot, donnée par  $x_1$  et  $x_3$ , est mesurée par un imageur médical, par exemple par un IRM à l'aide de la signature magnétique du microrobot ferromagnétique (Felfoul *et al.* [2006]). L'état mesuré est noté  $y$ . En utilisant les expressions des forces données par (1.27), (1.44), (1.57), (1.60), (1.64), (1.72)-(1.73) et (1.74) et des projections adéquates du repère local  $\mathcal{F}(M_0, \vec{i}_m, \vec{k}_m)$  le long de la géométrie du vaisseau sanguin, le système (3.53) peut alors être écrit sous la forme :

$$(\mathcal{S}_1) \quad \begin{cases} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= f_2(x_1, x_2, x_3) + au_1 \\ \dot{x}_3 &= x_4 \\ \dot{x}_4 &= f_4(x_1, x_3, x_4) + au_2 \\ y &= (x_1, x_3)^T \end{cases} \quad (3.54)$$

avec  $a = \frac{\tau_m M}{\rho}$ . Le ratio  $\tau_m$  en facteur de la force motrice modélise le fait que seule la partie ferromagnétique du microrobot est soumise à l'action de la commande. Néanmoins, le système ci-dessous suppose la connaissance de la vitesse du sang. En considérant la vitesse du sang inconnue mais pouvant être modélisée par une fonction harmonique, on obtient le nouveau système :

$$(\mathcal{S}_2) \quad \begin{cases} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= f_2(x_1, x_2, x_3, \aleph_1) + au_1 \\ \dot{x}_3 &= x_4 \\ \dot{x}_4 &= f_4(x_1, x_3, x_4, \aleph_1) + au_2 \\ y &= (x_1, x_3)^T \end{cases} \quad (3.55)$$

où  $\aleph_1$  représente la vitesse du sang. La dynamique de la vitesse du sang peut alors se modéliser sous les formes :

$$(\mathcal{S}_{\aleph_1}) \quad \begin{cases} \dot{\aleph}_1 &= \aleph_2 \\ \dot{\aleph}_2 &= -w^2 \aleph_1 \end{cases} \quad \text{ou} \quad (\mathcal{S}_{\aleph_2}) \quad \begin{cases} \dot{\aleph}_1 &= \aleph_2 \\ \dot{\aleph}_2 &= \aleph_3 \aleph_1 \\ \dot{\aleph}_3 &= 0 \end{cases} \quad (3.56)$$

Le système  $\mathcal{S}_{\mathbb{N}_1}$  suppose la connaissance de la pulsation cardiaque alors qu'elle est considérée comme inconnue dans le système  $\mathcal{S}_{\mathbb{N}_2}$ . L'estimation de la vitesse du sang dans le cas général, c'est-à-dire en prenant en compte l'ensemble des forces s'exerçant sur le microrobot dans le cas  $2D$ , reste un problème ouvert. Deux méthodes sont envisageables pour reconstruire la vitesse du sang, selon la dynamique considérée. Pour la dynamique sous forme  $\mathcal{S}_{\mathbb{N}_1}$ , nous nous orientons vers la récente extension des observateurs grands gain au cas multi-sorties [Hammouri \*et al.\* \[2010\]](#). Si la dynamique est sous la forme  $\mathcal{S}_{\mathbb{N}_2}$ , la forme d'observabilité normale n'est plus satisfaite, et la reconstruction de la vitesse du sang à partir d'observateurs de type Krazantzis-Kravaris ([Kazantzis et Kravaris \[1998\]](#), [Andrieu et Praly \[2006\]](#)) nous semble la plus prometteuse. Cependant, contrairement au cas de l'oscillateur harmonique (3.50), la construction de l'inverse à gauche  $T^*$  requiert la résolution d'un système non-linéaire non trivial.

Le contrôle du système est assuré par les entrées  $u_i$  correspondant aux gradients de champs magnétiques donnés par :

$$\begin{cases} u_1 &= \nabla B_x \\ u_2 &= \nabla B_z \end{cases} \quad (3.57)$$

Les fonctions  $f_i$  sont des fonctions non-linéaires de l'état données par :

$$\begin{cases} f_2(\cdot) &= F_{dn_x} + F_{en_x} + F_{vdown_x} + F_{sn_x} + F_{cn_x} \\ f_4(\cdot) &= F_{dn_z} + F_{en_z} + F_{vdown_z} + F_{sn_z} + F_{cn_z} + W_{an} \end{cases} \quad (3.58)$$

L'indice  $n$  dans le système (3.58) indique que les forces sont normalisées par rapport à la masse

---



du microrobot  $m$ . Ces forces s'expriment comme (Voir Annexe C pour le détail des calculs) :

$$\left\{ \begin{array}{l}
 F_{dn_x} = \frac{9\eta \cos(\psi)}{2r^2 \beta \rho} \|v - v_f\| + \frac{3\rho_f \cos(\psi)}{20r \beta^2 \rho} \|v - v_f\|^2 \\
 \quad + \frac{9\rho_f \cos(\psi)}{4r \beta^2 \rho} \frac{\|v - v_f\|^2}{1 + \sqrt{\frac{2\rho_f r}{\beta\eta} \|v - v_f\|}} \\
 F_{en_x} = \frac{27 \cdot 10^{-10} (100r)^{-0,6} r}{\rho \varepsilon \varepsilon_0} \left[ \frac{H(-\delta_2)}{(r + |\delta_2|)^2} - \frac{H(-\delta_1)}{(r + |\delta_1|)^2} \right] \sin(\psi) \\
 F_{vdown_x} = \frac{A_h}{8\pi r^2 \rho} \left[ \left( \frac{1}{|\delta_2|^2} + \frac{1}{(2r + |\delta_2|)^2} - \frac{2}{|\delta_2|(2r + |\delta_2|)} \right) H(-\delta_2) \right. \\
 \quad \left. - \left( \frac{1}{|\delta_1|^2} + \frac{1}{(2r + |\delta_1|)^2} - \frac{2}{|\delta_1|(2r + |\delta_1|)} \right) H(-\delta_1) \right] \sin(\psi) \\
 F_{sn_x} = -\frac{75 L_0 k_b T \tau^{3/2}}{2\pi r^2 \rho} \left[ (H(-\delta_2 - 0.2L_0) - H(-\delta_2 - 0.9L_0)) \exp\left(-\frac{2\pi|\delta_2|}{L_0}\right) \right. \\
 \quad \left. - (H(-\delta_1 - 0.2L_0) - H(-\delta_1 - 0.9L_0)) \exp\left(-\frac{2\pi|\delta_1|}{L_0}\right) \right] \sin(\psi) \\
 F_{cn_x} = \frac{3K}{4\pi r^3 \rho} [|\delta_1|^{3/2} H(\delta_1) - |\delta_2|^{3/2} H(\delta_2)] \sin(\psi)
 \end{array} \right. \quad (3.59)$$

où  $\delta_1$  et  $\delta_2$  sont respectivement les distances entre la surface du microrobot et les parois supérieure et inférieure du vaisseau sanguin comme indiqué sur les Figures 1.3 et 1.32. Les expressions des forces normalisées et projetées selon  $\vec{k}$  sont similaires à celles données ci-dessus.

### 3.5.2 Commandes

Cette section est consacrée à l'élaboration de lois de commande de type backstepping pour le système ( $\mathcal{S}$ ). Nous définissons tout d'abord l'accessibilité du système (3.54). Nous présentons ensuite un backstepping simple puis deux backstepping adaptatifs.

Le système (3.54) est un système non-linéaire affine en la commande avec dérivé et peut se

mettre sous la forme :

$$\dot{x} = f(x) + \sum_{i=1}^2 g_i(x)u_i = \underbrace{\begin{pmatrix} x_2 \\ f_2(x_1, x_2, x_3) \\ x_4 \\ f_4(x_1, x_3, x_4) \end{pmatrix}}_f + \underbrace{\begin{pmatrix} 0 \\ a \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}}_{g_1} u_1 + \underbrace{\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ a \end{pmatrix}}_{g_2} u_2 \quad (3.60)$$

Soit la matrice  $\mathcal{C}$  définie par :

$$\mathcal{C} = \mathcal{L}(f, g_1, g_2) = [g_1, g_2, [f, g_1], [f, g_2]] \quad (3.61)$$

où  $[f, g_1]$  (respectivement  $[f, g_2]$ ) représente le crochet de Lie de  $f$  et  $g_1$  (respectivement de  $f$  et  $g_2$ ). Le système (3.60) est localement accessible en  $x_e$  si et seulement si :

$$\dim \mathcal{L}(f, g_1, g_2)(x_e) = 4 \quad (3.62)$$

Calculons tout d'abord l'expression des deux crochets de Lie  $[f, g_1]$  et  $[f, g_2]$  :

$$\begin{aligned} [f, g_1](x) &= \frac{\partial g_1}{\partial x} f(x) - \frac{\partial f}{\partial x} g_1(x) = \begin{pmatrix} -a & -a \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & 0 & 0 \end{pmatrix}^T \\ [f, g_2](x) &= \frac{\partial g_2}{\partial x} f(x) - \frac{\partial f}{\partial x} g_2(x) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -a & -a \frac{\partial f_4}{\partial x_4} \end{pmatrix}^T \end{aligned}$$

La matrice  $\mathcal{C}$  s'exprime alors comme :

$$\mathcal{C} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -a & 0 \\ a & 0 & -a \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -a \\ 0 & a & 0 & -a \frac{\partial f_4}{\partial x_4} \end{pmatrix} \quad (3.63)$$

La matrice  $\mathcal{C}$  étant de rang 4 ( $a \neq 0$ ), le système est donc localement accessible en  $x_e$ .

### 3.5.2.1 Backstepping

La commande backstepping requiert une forme triangulaire du système, et le changement de variables suivant est donc nécessaire :

$$\left\{ \begin{array}{l} X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_3 \end{pmatrix}; \quad Z = \begin{pmatrix} x_2 \\ x_4 \end{pmatrix}; \quad U = a \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} \end{array} \right. \quad (3.64)$$

Grâce à ce changement de variable, le système  $(\mathcal{S})$  peut alors se mettre sous forme triangulaire comme suit :

$$(\mathcal{S}_1) \quad \begin{cases} \dot{X} &= Z \\ \dot{Z} &= F(X, Z) + U \\ Y &= X \end{cases} \quad (3.65)$$

avec :

$$F(X, Z) = \begin{pmatrix} F_{dn_x} + F_{cn_x} + F_{vdown_x} + F_{sn_x} + F_{cn_x} \\ F_{dn_z} + F_{cn_z} + F_{vdown_z} + F_{sn_z} + F_{cn_z} + W_{an} \end{pmatrix} \quad (3.66)$$

Pour notre application, la loi de commande sera construite à partir de fonctions de Lyapunov assignables en deux étapes, que nous allons à présent détailler.

**Étape 1 :** Posons

$$\begin{cases} \tilde{X} &= X_r - X \\ \tilde{Z} &= Z_r - Z \end{cases} \quad (3.67)$$

représentant respectivement l'erreur en position et en vitesse.  $X_r$ ,  $\dot{X}_r = Z_r$  et  $\ddot{X}_r$  sont respectivement la trajectoire, la vitesse et l'accélération de référence.

Une première fonction de Lyapunov assignable est donnée par :

$$V_1(\tilde{X}) = \frac{1}{2} \tilde{X}^T \tilde{X} \geq 0 \quad (3.68)$$

La dérivée de Lie de  $V_1(\tilde{X})$  le long du système (3.65) s'exprime comme :

$$\dot{V}_1(\tilde{X}) = \frac{\partial V_1}{\partial \tilde{X}}(\tilde{X}) \cdot \dot{\tilde{X}} = \tilde{X}^T (\dot{X}_r - Z) \quad (3.69)$$

Pour garantir une fonction de Lyapunov  $\dot{V}_1(\tilde{X})$  définie négative, nous posons :

$$\dot{V}_1(\tilde{X}) = -k_1 \tilde{X}^T \tilde{X}, \quad k_1 \geq 0 \quad (3.70)$$

ce qui conduit au résultat suivant :

$$-k_1 \tilde{X} = \dot{X}_r - Z \iff Z = \dot{X}_r + k_1 \tilde{X} \quad (3.71)$$

L'équation (3.71) impose une forme particulière que doit prendre l'état  $Z$  garantissant ainsi la définie négativité de  $V_1(\tilde{X})$ . Or, de par la structure du système  $(\mathcal{S}_1)$ , la variable  $Z$  n'est pas accessible directement. Pour contourner cette difficulté, nous posons une variable intermédiaire notée  $Z_r$ , comme indiquée dans le système (3.67), et l'équation (3.71) s'écrit alors  $Z_r = \dot{X}_r + k_1 \tilde{X}$ .

A partir de l'erreur en vitesse, on obtient :

$$\tilde{Z} = Z_r - Z \implies \dot{\tilde{Z}} = \dot{Z}_r - \dot{Z} \iff \dot{\tilde{Z}} = \ddot{X}_r + k_1 \dot{\tilde{X}} - \dot{Z} \quad (3.72)$$

Or,  $\dot{\tilde{X}} = \dot{X}_r - Z = -k_1\tilde{X}$  et  $\dot{\tilde{Z}} = \dot{X}_r - Z + k_1\tilde{X}$ , ce qui entraîne :

$$\dot{\tilde{X}} = \tilde{Z} - k_1\tilde{X} \quad (3.73)$$

En remplaçant l'expression de  $\dot{\tilde{X}}$  donnée par (3.73) dans l'équation (3.72), on obtient alors :

$$\dot{\tilde{Z}} = \ddot{X}_r + k_1\tilde{Z} - k_1^2\tilde{X} - \dot{Z} \quad (3.74)$$

ce qui termine la première étape.

**Etape 2 :** Une seconde fonction de Lyapunov assignable est donnée par :

$$V_2(\tilde{X}, \tilde{Z}) = V_1(\tilde{X}) + \frac{1}{2}\tilde{Z}^T\tilde{Z} = V_1(\tilde{X}) + V_2(\tilde{Z}) \geq 0 \quad (3.75)$$

La dérivée de Lie de  $V_2(\tilde{X}, \tilde{Z})$  le long du système (3.65) s'exprime alors :

$$\dot{V}_2(\tilde{X}, \tilde{Z}) = \frac{\partial V_1}{\partial \tilde{X}}(\tilde{X}) \cdot \dot{\tilde{X}} + \frac{\partial V_2}{\partial \tilde{Z}}(\tilde{Z}) \cdot \dot{\tilde{Z}} = \tilde{X}^T \dot{\tilde{X}} + \tilde{Z}^T \dot{\tilde{Z}} \quad (3.76)$$

En substituant les expressions (3.73) et (3.74) dans l'équation (3.76), on obtient :

$$\dot{V}_2(\tilde{X}, \tilde{Z}) = -k_1\tilde{X}^T\tilde{X} + \tilde{X}^T\tilde{Z} + \tilde{Z}^T \left[ \ddot{X}_r + k_1\tilde{Z} - k_1^2\tilde{X} - \dot{Z} \right] \quad (3.77)$$

$\tilde{X}$  et  $\tilde{Z}$  étant des vecteurs, l'égalité  $\tilde{X}^T\tilde{Z} = \tilde{Z}^T\tilde{X}$  est toujours vérifiée et l'équation (3.77) devient alors :

$$\dot{V}_2(\tilde{X}, \tilde{Z}) = -k_1\tilde{X}^T\tilde{X} + \tilde{Z}^T \left[ \ddot{X}_r + k_1\tilde{Z} + (1 - k_1^2)\tilde{X} - \dot{Z} \right] \quad (3.78)$$

De même, pour assurer que  $\dot{V}_2(\tilde{X}, \tilde{Z})$  est définie négative, nous posons :

$$\dot{V}_2(\tilde{X}, \tilde{Z}) = -k_1\tilde{X}^T\tilde{X} - k_2\tilde{Z}^T\tilde{Z}, \quad k_2 \geq 0 \quad (3.79)$$

Pour vérifier l'équation (3.79), on en déduit que le second terme de l'équation (3.78) doit être identifié comme :

$$-k_2\tilde{Z} = \ddot{X}_r + k_1\tilde{Z} + (1 - k_1^2)\tilde{X} - \dot{Z} \quad (3.80)$$

A partir des équations (3.67) et (3.80), et du système (3.65), une loi de commande Lyapunov-stabilisante pour le système ( $S'$ ) est alors donnée par :

$$U = \ddot{X}_r - (k_1 + k_2)(Z - \dot{X}_r) - (1 + k_1k_2)(X - X_r) - F(X, Z) \quad (3.81)$$

### 3.5.2.2 Backstepping adaptatif

Pour illustrer la démarche d'élaboration d'une loi de commande de type backstepping adaptatif, la constante  $\varepsilon$  représentant la permittivité relative du milieu intervenant dans la force électrostatique est supposée inconnue. Cette constante intervient en inverse dans l'expression (3.59), donc de manière non-linéaire. Un simple changement de variable de la forme  $\theta = \frac{1}{\varepsilon}$  permet de se ramener à un cas linéaire et l'estimation devient alors possible. A partir du système (3.54) et du changement de variable (3.64), nous obtenons un nouveau système ( $\mathcal{S}_2$ ) sous forme triangulaire :

$$(\mathcal{S}_2) \quad \begin{cases} \dot{X} &= Z \\ \dot{Z} &= F_0(X, Z) + \varphi(X)\theta + U \\ Y &= X \end{cases} \quad (3.82)$$

où  $\varphi(X)$  représente la force électrostatique sans le paramètre  $\varepsilon$ ,  $\theta$  le vecteur de paramètres constants inconnus et avec :

$$F_0(X, Z) = \begin{pmatrix} F_{dn_x} + F_{vdown_x} + F_{sn_x} + F_{cn_x} \\ F_{dn_z} + F_{vdown_z} + F_{sn_z} + F_{cn_z} + W_{an} \end{pmatrix} \quad (3.83)$$

De même que pour la loi de commande de type backtepping, cette commande se construit en deux étapes.

**Étape 1 :** Posons

$$\begin{cases} \tilde{X} &= X - X_r \\ \tilde{Z} &= Z - Z_r - \alpha \end{cases} \quad (3.84)$$

où  $\alpha$  est une fonction stabilisante.

Une fonction de Lyapunov assignable est donnée par :

$$V_1(\tilde{X}, \hat{\theta} - \theta) = \frac{1}{2} \tilde{X}^T \tilde{X} + \frac{1}{2} (\hat{\theta} - \theta)^T \Gamma^{-1} (\hat{\theta} - \theta) \geq 0 \quad (3.85)$$

où  $\hat{\theta}$  est le paramètre estimé et  $\Gamma$  une matrice définie positive.

La dérivée de Lie de  $V_1(\tilde{X}, \hat{\theta} - \theta)$  le long du système (3.82) est donnée par :

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(\tilde{X}, \hat{\theta} - \theta) &= \frac{\partial V_1}{\partial \tilde{X}}(\tilde{X}, \hat{\theta} - \theta) \cdot \dot{\tilde{X}} + \frac{\partial V_1}{\partial (\hat{\theta} - \theta)}(\tilde{X}, \hat{\theta} - \theta) \cdot (\dot{\hat{\theta}} - \dot{\theta}) \\ &= \tilde{X}^T \dot{\tilde{X}} + (\hat{\theta} - \theta)^T \Gamma^{-1} (\dot{\hat{\theta}} - \dot{\theta}) \end{aligned} \quad (3.86)$$

D'après le système (3.84), on a  $\dot{\tilde{X}} = \dot{X} - \dot{X}_r = \tilde{Z} + \alpha$ . De plus,  $\theta$  étant un paramètre constant, on en déduit que  $\dot{\theta}$  est nulle. L'équation (3.86) devient alors :

$$\dot{V}_1(\tilde{X}, \hat{\theta} - \theta) = \tilde{X}^T (\tilde{Z} + \alpha) + (\hat{\theta} - \theta)^T \Gamma^{-1} \dot{\hat{\theta}} \quad (3.87)$$

En posant  $\alpha = -k_1\tilde{X}$  ( $k_1 \geq 0$ ), nous obtenons :

$$\dot{V}_1(\tilde{X}, \hat{\theta} - \theta) = -k_1\tilde{X}^T\tilde{X} + \tilde{X}^T\tilde{Z} + (\hat{\theta} - \theta)^T\Gamma^{-1}\dot{\hat{\theta}} \quad (3.88)$$

Le second terme  $\tilde{X}^T\tilde{Z}$  sera annulé à la prochaine étape. D'après les expressions précédentes, on a également :

$$\dot{\tilde{X}} = \dot{X} - \dot{X}_r = \tilde{Z} + \alpha = \tilde{Z} - k_1\tilde{X} \quad (3.89)$$

**Étape 2 :** A cette étape, une fonction de Lyapunov assignable possible est :

$$V_2(\tilde{X}, \tilde{Z}, \hat{\theta} - \theta) = V_1(\tilde{X}, \hat{\theta} - \theta) + V_2(\tilde{Z}) = V_1(\tilde{X}, \hat{\theta} - \theta) + \frac{1}{2}\tilde{Z}^T\tilde{Z} \geq 0 \quad (3.90)$$

La dérivée de Lie de la fonction  $V_2(\tilde{X}, \tilde{Z}, \hat{\theta} - \theta)$  le long du système (3.82) s'exprime par :

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(\tilde{X}, \tilde{Z}, \hat{\theta} - \theta) &= \dot{V}_1(\tilde{X}, \hat{\theta} - \theta) + \frac{\partial V_2}{\partial \tilde{Z}}(\tilde{Z}) \cdot \dot{\tilde{Z}} \\ &= -k_1\tilde{X}^T\tilde{X} + \tilde{X}^T\tilde{Z} + (\hat{\theta} - \theta)^T\Gamma^{-1}\dot{\hat{\theta}} + \tilde{Z}^T\dot{\tilde{Z}} \end{aligned} \quad (3.91)$$

A partir du système (3.84) et des équations (3.89), on a :

$$\dot{\tilde{Z}} = \underbrace{F_0(X, Z) + \varphi\theta + U}_{\dot{Z}} - \underbrace{\dot{Z}_r + k_1(\tilde{Z} - k_1\tilde{X})}_{-\dot{\alpha}} \quad (3.92)$$

En substituant l'expression (3.92) dans l'équation (3.91), on obtient alors :

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(\tilde{X}, \tilde{Z}, \hat{\theta} - \theta) &= -k_1\tilde{X}^T\tilde{X} + \tilde{Z}^T \left[ (1 - k_1^2)\tilde{X} + k_1\tilde{Z} - \dot{Z}_r + F_0(X, Z) + \varphi\theta + U \right] \\ &+ (\hat{\theta} - \theta)^T\Gamma^{-1}\dot{\hat{\theta}} \end{aligned} \quad (3.93)$$

En notant que  $\theta = \hat{\theta} + (\theta - \hat{\theta})$ , il s'en suit que :

$$\tilde{Z}^T\varphi\theta = \tilde{Z}^T\varphi\hat{\theta} + \tilde{Z}^T\varphi(\theta - \hat{\theta}) \quad (3.94)$$

En remplaçant l'équation (3.94) dans l'expression (3.93), la dérivée de Lie de  $V_2(\tilde{X}, \tilde{Z}, \hat{\theta} - \theta)$  s'exprime finalement comme suit :

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(\tilde{X}, \tilde{Z}, \hat{\theta} - \theta) &= -k_1\tilde{X}^T\tilde{X} + \tilde{Z}^T \left[ (1 - k_1^2)\tilde{X} + k_1\tilde{Z} - \dot{Z}_r + F_0(X, Z) + \varphi\hat{\theta} + U \right] \\ &+ (\hat{\theta} - \theta)^T\Gamma^{-1}(\dot{\hat{\theta}} - \Gamma\varphi^T\tilde{Z}) \end{aligned} \quad (3.95)$$

Pour annuler le dernier terme dans l'équation (3.95), il suffit de poser :

$$\dot{\hat{\theta}} = \Gamma\varphi^T\tilde{Z} \quad (3.96)$$

Pour assurer que la fonction  $V_2(\tilde{X}, \tilde{Z}, \hat{\theta} - \theta)$  est définie négative, nous posons :

$$\dot{V}_2(\tilde{X}, \tilde{Z}, \hat{\theta} - \theta) = -k_1\tilde{X}^T\tilde{X} - k_2\tilde{Z}^T\tilde{Z}, \quad k_2 \geq 0 \quad (3.97)$$

En regroupant les équations (3.95) (3.96) et (3.97), on en déduit que :

$$(1 - k_1^2)\tilde{X} + k_1\tilde{Z} - \dot{Z}_r + F_0(X, Z) + \varphi\hat{\theta} + U = -k_2\tilde{Z} \quad (3.98)$$

Finalement, à partir des relations (3.89), (3.96) et (3.98) obtenues, la commande par backstepping adaptatif  $U$  et la loi de mise à jour du paramètre inconnu  $\hat{\theta}$  peuvent être exprimées par :

$$\begin{cases} U &= \ddot{X}_r - (k_1 + k_2)(Z - \dot{X}_r) - (1 + k_1k_2)(X - X_r) - F_0(X, Z) - \varphi\hat{\theta} \\ \dot{\hat{\theta}} &= \Gamma\varphi^T \left[ (Z - \dot{X}_r) + k_1(X - X_r) \right] \end{cases} \quad (3.99)$$

Le calcul est strictement identique pour tous les paramètres intervenant linéairement dans le modèle (à un éventuel changement de variable près, comme mentionné précédemment). Une exception est faite pour la magnétisation  $M$  du microrobot. En effet, ce paramètre intervient également linéairement dans le modèle mais en produit de la commande. Bien évidemment, il est également possible de l'estimer à partir du backstepping adaptatif en posant  $\theta = \tau_m M$  où dans ce cas, on considère également  $\tau_m$  inconnu. A partir du système (3.54) et du changement de variable (3.64), on obtient un nouveau système se mettant sous la forme :

$$(\mathcal{S}_3) \quad \begin{cases} \dot{X} &= Z \\ \dot{Z} &= F(X, Z) + \varphi(X) u \theta \\ Y &= X \end{cases} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \varphi(X) &= \begin{pmatrix} 1/\rho & 0 \\ 0 & 1/\rho \end{pmatrix} \\ u &= (u_1 \quad u_2)^T \end{cases} \quad (3.100)$$

Les calculs sont similaires à ceux présentés ci-dessus, à la différence près que la loi de mise à jour  $\dot{\hat{\theta}}$  dépend maintenant de la commande  $u$ . Le système (3.99) devient alors :

$$\begin{cases} u &= \varphi^{-1} \left[ \ddot{X}_r - (k_1 + k_2)(Z - \dot{X}_r) - (1 + k_1k_2)(X - X_r) - F(X, Z) \right] \frac{1}{\hat{\theta}} \\ \dot{\hat{\theta}} &= \Gamma u^T \varphi^T \left[ (Z - \dot{X}_r) + k_1(X - X_r) \right] \end{cases} \quad (3.101)$$

### 3.5.3 Observabilité

Tant la commande par backstepping (3.81), que la commande par backstepping adaptatif (3.101), requièrent la connaissance de la vitesse du microrobot en plus de sa position qui est mesurée. Il est donc nécessaire de coupler la commande à un observateur. Pour cela, l'observabilité du système doit être établi. En notant  $h_1(x) = x_1$  et  $h_2(x) = x_3$ , les positions mesurées du

microrobot, la matrice d'observabilité  $\mathcal{O}$  du système (3.54) s'écrit :

$$\mathcal{O} = \begin{pmatrix} \frac{\partial h_1(x)}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial h_1(x)}{\partial x_4} \\ \frac{\partial h_2(x)}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial h_2(x)}{\partial x_4} \\ \frac{\partial L_f h_1(x)}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial L_f h_1(x)}{\partial x_4} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial L_f^3 h_2(x)}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial L_f^3 h_2(x)}{\partial x_4} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \dots & \dots & & \end{pmatrix} \quad (3.102)$$

La condition nécessaire et suffisante pour que le système (3.54) soit observable est que le rang de la matrice soit égal à 4. La détermination des quatre premières lignes de la matrice d'observabilité  $\mathcal{O}$  suffit à montrer que le système est uniformément observable pour toute entrée  $u \in \mathcal{U}$ .

### 3.5.4 Estimateur grand gain

La position du microrobot  $X$  est supposée mesurée et un observateur doit être couplé à la commande pour reconstruire l'état complet du système, notamment la vitesse du microrobot  $Z$  qui est non mesurée. L'observateur de Kalman étendu permet de reconstruire l'état complet du système, mais la convergence de cet observateur n'est pas garantie. La représentation d'état de l'application est donnée par le système (3.54). En effectuant le changement de variable (3.64), la représentation d'état adopte une forme triangulaire donnée par (3.65). Un observateur grand gain (Gauthier *et al.* [1992]) peut alors être développé pour l'application. L'état du système étant borné, l'hypothèse de Lipschitz est localement vérifiée, ce qui garantit alors la convergence de l'observateur.

L'observateur grand gain couplé à la commande par backstepping (3.81) s'exprime :

$$\begin{cases} \dot{\hat{X}} &= \hat{Z} + L_\theta G_x (\hat{X} - Y) \\ \dot{\hat{Z}} &= F(\hat{X}, \hat{Z}) + U + L_\theta^2 G_z (\hat{X} - Y) \\ \hat{Y} &= \hat{X} \end{cases} \quad (3.103)$$

où  $L_\theta > 0$  est le grand gain et les matrices  $G_x$  et  $G_z$  sont définies comme :

$$G_x = \begin{pmatrix} g_1 & 0 \\ 0 & g_3 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad G_z = \begin{pmatrix} g_2 & 0 \\ 0 & g_4 \end{pmatrix} \quad (3.104)$$



où les gains  $g_i$  sont calculés de sorte que la matrice  $H_u$  :

$$H_u = \begin{pmatrix} g_1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & g_3 & 0 & 1 \\ g_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & g_4 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.105)$$

soit une matrice de Hurwitz.

L'observateur grand gain couplé à la commande par backstepping adaptatif (3.81) est similaire au système (3.103). Dans le cas où le paramètre mis à jour est  $\theta = 1/\varepsilon$ , l'observateur grand gain est donné par :

$$\begin{cases} \dot{\hat{X}} &= \hat{Z} + L_\theta G_x (\hat{X} - Y) \\ \dot{\hat{Z}} &= F_0(\hat{X}, \hat{Z}) + \varphi(\hat{X})\theta + U + L_\theta^2 G_z (\hat{X} - Y) \\ \hat{Y} &= \hat{X} \end{cases} \quad (3.106)$$

### 3.5.5 Pistes pour un estimateur de Kazantzis Kravaris

Le système composé des sous-systèmes  $\mathcal{S}_2$  et  $\mathcal{S}_{\mathbb{N}_2}$  avec les expressions des fonctions données par (3.59) est fortement complexe, et nous nous proposons d'en étudier une version simplifiée. Nous considérons ici un tube droit, avec une force de traînée donnée par la loi Stokes et nous ne prenons en compte que la force électrostatique :

$$(\mathcal{S}_3) \quad \begin{cases} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= a_1(x_2 - x_3) + au_1 \\ \dot{x}_3 &= -x_4 \\ \dot{x}_4 &= x_3 x_5 \\ \dot{x}_5 &= 0 \\ \dot{x}_6 &= x_7 \\ \dot{x}_7 &= \frac{a_2}{(R - x_6)^2} + au_2 \\ y &= (x_1, x_6)^T \end{cases} \quad (3.107)$$

Afin de déterminer une solution  $T$ , de composantes  $T_i$ , à l'équation (3.48), nous prenons une matrice  $A$  diagonale avec  $a_{i,j} = \lambda_i$ . Au vu de la linéarité du système en toutes ses variables d'état hormis  $x_5$  et  $x_6$ , on cherche une fonction  $T_i$  de la forme :

$$T_i(x) = \alpha_i(x_5, x_6)x_1 + \beta_i(x_5, x_6)x_2 + \gamma_i(x_5, x_6)x_3 + \delta_i(x_5, x_6)x_4 + \epsilon_i(x_5, x_6)x_7 + \zeta_i(x_5, x_6) \quad (3.108)$$

telle que :

$$L_f T_i = A T_i + b_i(x_1, x_6) \quad (3.109)$$

Le calcul de la dérivée de Lie de  $T_i$  le long du vecteur  $f$  aboutit à :

$$\begin{aligned}
 L_f T_i &= \alpha_i(x_5, x_6)x_2 + \beta_i(x_5, x_6)a_1(x_2 - x_3) - \gamma_i(x_5, x_6)x_4 + \delta_i(x_5, x_6)x_3x_5 \\
 &+ \epsilon_i(x_5, x_6)\frac{a_2}{(R - x_6)^2} + \left( \frac{\partial\alpha_i(x_5, x_6)}{\partial x_6}x_1 + \frac{\partial\beta_i(x_5, x_6)}{\partial x_6}x_2 + \frac{\partial\gamma_i(x_5, x_6)}{\partial x_6}x_3 \right. \\
 &\left. + \frac{\partial\delta_i(x_5, x_6)}{\partial x_6}x_4 + \frac{\partial\zeta_i(x_5, x_6)}{\partial x_6} \right) x_7
 \end{aligned} \tag{3.110}$$

Le membre de droite de l'équation (3.109) peut se mettre sous la forme :

$$\begin{aligned}
 AT_i + b_i(x_1, x_6) &= \lambda_i\alpha_i(x_5, x_6)x_1 + \lambda_i\beta_i(x_5, x_6)x_2 + \lambda_i\gamma_i(x_5, x_6)x_3 \\
 &+ \lambda_i\delta_i(x_5, x_6)x_4 + \lambda_i\epsilon_i(x_5, x_6)x_7 + \lambda_i\zeta_i(x_5, x_6) + b_i(x_1, x_6)
 \end{aligned} \tag{3.111}$$

En posant  $b_i(x_1, x_6) = x_1 + b_{2i}(x_6)$ , on obtient le système suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l}
 \lambda_i\alpha_i(x_5, x_6) + 1 = 0 \\
 \lambda_i\beta_i(x_5, x_6) = \alpha_i(x_5, x_6) + a_1\beta_i(x_5, x_6) \\
 \lambda_i\gamma_i(x_5, x_6) = -a_1\beta_i(x_5, x_6) + \delta_i(x_5, x_6)x_5 \\
 \lambda_i\delta_i(x_5, x_6) = -\gamma_i(x_5, x_6) \\
 \lambda_i\epsilon_i(x_5, x_6) = \frac{\partial\alpha_i(x_5, x_6)}{\partial x_6}x_1 + \frac{\partial\beta_i(x_5, x_6)}{\partial x_6}x_2 + \frac{\partial\gamma_i(x_5, x_6)}{\partial x_6}x_3 \\
 \quad + \frac{\partial\delta_i(x_5, x_6)}{\partial x_6}x_4 + \frac{\partial\zeta_i(x_5, x_6)}{\partial x_6} \\
 \epsilon_i(x_5, x_6)\frac{a_2}{(R - x_6)^2} = \lambda_i\zeta_i(x_5, x_6) + b_{2i}(x_6)
 \end{array} \right. \tag{3.112}$$

Les premières équations du système précédent permettent de définir quatre termes de l'équation (3.108) :

$$\left\{ \begin{array}{l}
 \alpha_i(x_5, x_6) = -\frac{1}{\lambda_i} \quad ; \quad \beta_i(x_5, x_6) = -\frac{1}{\lambda_i(\lambda_i - a_1)} \\
 \delta_i(x_5, x_6) = -\frac{a_1}{\lambda_i(\lambda_i - a_1)(\lambda_i^2 + x_5)} \quad ; \quad \gamma_i(x_5, x_6) = \frac{a_1}{(\lambda_i - a_1)(\lambda_i^2 + x_5)}
 \end{array} \right. \tag{3.113}$$

En notant que les expressions précédentes ne dépendent pas de  $x_6$ , les deux dernières équations du système (3.112) s'écrivent alors :

$$\left\{ \begin{array}{l}
 \frac{\partial\zeta_i(x_5, x_6)}{\partial x_6} = \lambda_i\epsilon_i(x_5) \\
 \epsilon_i(x_5)\frac{a_2}{(R - x_6)^2} = \lambda_i\zeta_i(x_5, x_6) + b_{2i}(x_6)
 \end{array} \right. \tag{3.114}$$

L'intégration par rapport à  $x_6$  de la première équation du système (3.114) donne :

$$\zeta_i(x_5, x_6) = \lambda_i \epsilon_i(x_5) x_6 + c(x_5) \quad (3.115)$$

où  $c(x_5)$  est une fonction ne dépendant que de  $x_5$  à déterminer.

Sous l'hypothèse que  $b_{2i}(0) = 0$  et en substituant (3.115) dans la seconde équation du système (3.114), nous obtenons en identifiant les termes :

$$\begin{cases} a_2 \epsilon_i(x_5) &= \lambda_i c(x_5) R^2 \\ 0 &= \lambda_i^2 x_6 \epsilon_i(x_5) (R - x_6)^2 + \lambda_i c(x_5) (-2R x_6 + x_6^2) + b_{2i}(x_6) (R - x_6)^2 \end{cases} \quad (3.116)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} c(x_5) &= \frac{a_2}{\lambda_i R^2} \epsilon_i(x_5) \\ b_{2i}(x_6) &= \left[ -\lambda_i^2 x_6 - a_2 x_6 \frac{x_6 - 2R}{R^2 (R - x_6)^2} \right] \epsilon_i(x_5) \end{cases} \quad (3.117)$$

En notant d'après la deuxième équation du système (3.117) que  $\epsilon_i(x_5)$  est une constante quelconque, par exemple  $\epsilon_i(x_5) = 1$ , nous pouvons en déduire que  $c(x_5)$  est indépendant de  $x_5$ . Par conséquent, en posant :

$$b_{2i}(x_6) = -\lambda_i^2 x_6 - a_2 x_6 \frac{x_6 - 2R}{R^2 (R - x_6)^2} \quad (3.118)$$

nous pouvons en déduire l'expression de  $\zeta_i(x_6)$  :

$$\zeta_i(x_6) = \lambda_i x_6 + \frac{a_2}{\lambda_i R^2} \quad (3.119)$$

ce qui conclut le calcul des différents termes de l'équation (3.108). La fonction  $T_i$  s'écrit alors :

$$T_i(x) = -\frac{1}{\lambda_i} x_1 - \frac{1}{\lambda_i (\lambda_i - a_1)} x_2 + \frac{a_1}{(\lambda_i - a_1) (\lambda_i^2 + x_5)} x_3 - \frac{a_1}{\lambda_i (\lambda_i - a_1) (\lambda_i^2 + x_5)} x_4 + x_7 + \lambda_i x_6 + \frac{a_2}{\lambda_i R^2} \quad (3.120)$$

Le calcul de la dérivée de Lie de  $T_i$  le long de  $g$  amène immédiatement au résultat suivant :

$$L_g T_i(x) u = \frac{-a}{\lambda_i (\lambda_i - a_1)} u_1 + a u_2 \quad (3.121)$$

Avec des  $\lambda_i < 0$  distincts, la fonction  $T_i$  est Lipschitz injective pour  $q \geq 8$  sur tout compact de  $\mathcal{X}$  de la forme  $\mathcal{K} = \{x \in \mathcal{X} \subset \mathbb{R}^7 : x_3^2 + x_4^2 > 0, x_5 > 0; |x_6| < R\}$ . Cependant, le problème de son inversion à gauche est rendu délicat en raison des nonlinéarités de  $T$  et ce travail fait partie de nos perspectives à court terme.

## 3.6 Conclusion

Ce chapitre a été consacré à la commande et à l'observation d'un microrobot naviguant dans le système cardiovasculaire. A partir de l'ensemble des forces présenté au Chapitre 1, nous avons proposé une modélisation du comportement dynamique du microrobot sous la forme d'une représentation d'état appartenant à la classe des systèmes non-linéaires affine en la commande. Deux approches ont été proposées pour le contrôle du microrobot. La synthèse d'une première loi de commande de type backstepping simple a été développée construite à partir de fonctions de Lyapunov assignables, garantissant ainsi une stabilité locale du système. De nombreux paramètres physiologiques et physiques du modèle étant incertains, nous avons été amenés à mettre en place une commande adaptative. La synthèse d'une loi de commande de type backstepping adaptatif permet alors d'estimer en ligne certains paramètres. Ces lois de commande requièrent la connaissance de l'état complet du système, et les différentes commandes ont été couplées avec un observateur grand gain. Des premières pistes ont également été proposées pour déterminer un estimateur de la dynamique de la vitesse du sang. Le chapitre suivant présente les résultats de simulation obtenus, vérifiant et validant les approches présentées au cours de ce chapitre.



# Résultats de simulation

## Contenu du chapitre

---

<b>4.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>138</b>
<b>4.2</b>	<b>Contexte et cadre des simulations</b>	<b>138</b>
<b>4.3</b>	<b>Etude de sensibilité</b>	<b>140</b>
<b>4.4</b>	<b>Force motrice et suivi de trajectoire</b>	<b>143</b>
<b>4.5</b>	<b>Robustesse aux bruits de mesure</b>	<b>145</b>
<b>4.6</b>	<b>Robustesse aux erreurs paramétriques</b>	<b>148</b>
4.6.1	Commande par backstepping	148
4.6.1.1	Erreur sur la viscosité dynamique $\eta$	148
4.6.1.2	Erreur sur l'estimation de la vitesse du sang $v_f$ et la force électrostatique	151
4.6.1.3	Erreur sur l'estimation de la force électrostatique	153
4.6.1.4	Erreur sur la magnétisation $M$ du microrobot	157
4.6.2	Commande par backstepping adaptatif	160
4.6.2.1	Erreur sur l'estimation de la force électrostatique	160
4.6.2.2	Erreur sur la magnétisation $M$ du microrobot	163
<b>4.7</b>	<b>Conclusion</b>	<b>164</b>

---

## 4.1 Introduction

Nous présentons dans ce chapitre les résultats de simulation du système commandé décrit à partir de la modélisation proposée dans le Chapitre 3. Le contrôle du microrobot dans cet environnement est assuré par une commande de type backstepping, couplée à un observateur grand gain permettant l'estimation complète de l'état.

La Section 4.3 propose une étude paramétrique du modèle. Cette étude a pour but de déterminer les paramètres les plus sensibles du modèle et d'analyser la robustesse de la commande à ces incertitudes paramétriques. La Section 4.4 présente une comparaison des forces motrices  $\vec{F}_m$  nécessaires lorsque la trajectoire de référence est *i)* déduite d'un algorithme de type Voronoï et donc centrée sur l'axe du vaisseau sanguin ou *ii)* basée sur une exploitation du modèle pour minimiser les efforts de commande.

La robustesse aux bruits de mesure de la paire commande-observateur est vérifiée dans la Section 4.5. Le comportement dynamique du microrobot est largement affecté par l'incertitude d'estimation de nombreux paramètres physiologiques. La commande développée pour l'application doit donc être suffisamment robuste à ces erreurs paramétriques pour garantir un suivi de trajectoire correct.

La Section 4.6 illustre le comportement du système en présence d'erreurs paramétriques avec une commande de type backstepping (Section 4.6.1), ou de type backstepping adaptatif (Section 4.6.2) qui identifie en temps réel certains paramètres. Parmi les nombreux paramètres intervenant dans le modèle, une erreur sur  $\eta$ , la viscosité dynamique du sang, sur  $v_f$ , la vitesse du sang, sur  $\vec{F}_e$ , la force électrostatique ou encore sur  $M$ , la magnétisation du microrobot, peut fortement modifier le comportement dynamique du microrobot. Nous montrons dans les différentes sections de ce chapitre que la commande assure la stabilité du système en boucle fermée et l'observateur reconstruit l'état complet du système correctement malgré les incertitudes paramétriques.

## 4.2 Contexte et cadre des simulations

L'ensemble des simulations proposé dans cette section est réalisé en supposant un microrobot de type "bead pulling" constitué à hauteur de 50% de matériel ferromagnétique et de 50% de charge (médicament, polymère, micro-outils,...). Les simulations sont faites en prenant en compte les limitations d'un système magnétique qui induit des gradients de champ magnétique dont la saturation est donnée par  $U_{sat} = \nabla B_{sat}$ . Pour ne pas détériorer le système magnétique, la loi de commande appliquée au système est alors corrigée comme suit :

$$U_a(t) = \frac{U(t)}{k(t)} \quad \text{avec} \quad k(t) = \max \left[ 1, \frac{U(t)}{U_{sat}} \right] \quad (4.1)$$

Viscosité du plasma	$\eta_{pl}$	$5.10^{-3} [Pa.s]$
Densité du sang	$\rho_f$	$1060 [kg.m^{-3}]$
Densité du matériau magnétique	$\rho_m$	$7874 [kg.m^{-3}]$
Densité de la charge	$\rho_c$	$1500 [kg.m^{-3}]$
Ratio magnétique	$\tau_m$	0,5
Constante de Boltzmann	$k_b$	$1,38.10^{-23} [J.K^{-1}]$
Longueur au repos des polymères greffés	$L_0$	$100.10^{-9} [m]$
Magnétisation de saturation	$M$	$1,72.10^6 [A.m^{-1}]$
Module de Young du microrobot	$E_c$	$10^9 [Pa]$
Module de Young de la paroi des vaisseaux sanguins	$E_w$	$1,3.10^5 [Pa]$
Coefficient de Poisson du microrobot	$\sigma_c$	0,27
Coefficient de Poisson de la paroi des vaisseaux sanguins	$\sigma_w$	0,2
Taux d'hématocrite	$h_d$	0,45
Constante d'Hamaker	$A_h$	$4.10^{-19} [J]$
Permittivité diélectrique du sang	$\varepsilon$	$70 [C^2.N^{-1}.m^{-2}]$
Paramètres de la vitesse du sang	$a_f, w_f, \phi_f$	$1, 15, 2\pi, \frac{\pi}{2}$
Condition initiale du microrobot $X, Z$ (Petite artère)	$X_0, Z_0$	$(0, 0.00075)^T, (0, 0)^T$
Diamètre du vaisseau sanguin (Petite artère)	D	3 [mm]
Vitesse axiale du sang (Petite artère)	$v_f$	2,5 [cm.s <sup>-1</sup> ]
Ratio $\lambda$ (Petite artère)	$\lambda$	$\frac{1}{6}$
Condition initiale du microrobot $X, Z$ (Artériole)	$X_0, Z_0$	$(0, 0.000015)^T, (0, 0)^T$
Diamètre du vaisseau sanguin (Artériole)	D	200 [ $\mu m$ ]
Vitesse axiale du sang (Artériole)	$v_f$	465 [ $\mu m.s^{-1}$ ]
Ratio $\lambda$ (Artériole)	$\lambda$	$\frac{1}{2}$
Saturation de la commande (Petite artère)	$u_{i,max}$	80 [mT.m <sup>-1</sup> ]
Saturation de la commande (Artériole)	$u_{i,max}$	450 [mT.m <sup>-1</sup> ]
Gains de la commande (Petite artère)	$k_1, k_2$	7, 14
Gains de la commande (Artériole)	$k_1, k_2$	10, 20
Condition initiale de l'observateur $\hat{X}, \hat{Z}$	$\hat{X}_0, \hat{Z}_0$	$(0, 0)^T, (0, 0)^T$
Gains de l'observateur	$L_\theta$	5
	$g_1, g_2, g_3, g_4$	-6, -13, -12, -4

Tableau 4.1 – Données de simulations.



Le Tableau 4.1 résume les différentes valeurs des paramètres physiologiques et physiques liés au microrobot qui sont utilisées pour réaliser l'ensemble des simulations de cette section. Les mentions entre parenthèse "Artère" ou "Artéριοle" dans ce tableau indiquent les valeurs prises par les paramètres lors de simulations dans ces types de vaisseau sanguin. De plus, dans le reste de cette section, on suppose la présence d'un champ magnétique extérieur suffisamment élevé pour garantir une magnétisation de saturation de la partie magnétique du microrobot.

### 4.3 Etude de sensibilité

Le modèle (3.59) comporte un nombre important de paramètres tant physiologiques que physiques. Il est alors nécessaire et primordial de déterminer les paramètres prépondérants dans le modèle, c'est-à-dire ceux modifiant sensiblement l'estimation de la force résultante extérieure en cas d'incertitudes paramétriques. Pour cela, nous menons une étude de sensibilité quantitative pour identifier les paramètres pouvant mettre en défaut la robustesse de la commande et rendre le système instable en boucle fermée.

Deux types de courbes sont tracés sur les Figures 4.1 et 4.2. Une première courbe représente l'erreur commise en newton entre la force calculée sans et avec erreur paramétrique, et une deuxième courbe trace l'erreur relative. L'étude est réalisée en supposant un rayon de microrobot de  $250\mu m$ , ce qui permet au microrobot de naviguer dans des vaisseaux sanguins de type artère ou petite artère. L'incertitude sur les paramètres physiologiques est issue du Tableau 2.1 donné dans le Chapitre 2. Pour l'ensemble des courbes des Figures 4.1 et 4.2, l'erreur est considérée comme nulle pour la valeur nominale de l'évaluation de la force.

Les Figures 4.1 (a) et (b) présentent les résultats sur l'estimation des forces surfaciques (e.g. la forces électrostatique  $\vec{F}_e$  et de van der Waals  $\vec{F}_{vdw}$ ) en présence d'erreurs paramétriques. On suppose le centre de gravité du microrobot à une distance  $D/4$  de la paroi du vaisseau sanguin. L'estimation de la charge  $q$  du microrobot est donnée par l'équation (1.58), mais rien ne garantit que la charge soit maximale. La permittivité diélectrique du sang  $\varepsilon$  est également un paramètre variable. La charge  $q$  et la permittivité  $\varepsilon$  interviennent respectivement au carré et en inverse dans l'expression de la force électrostatique expliquant alors l'allure des courbes de la Figure 4.1 (a). Considérons à présent les paramètres  $q^2/\varepsilon$  et  $A_h$  comme incertains. Ces termes interviennent linéairement respectivement dans la force électrostatique et de van der Waals. L'erreur d'estimation de ces forces est donc linéaire par rapport à ces termes. On remarque qu'une erreur sur l'estimation de la constante d'Hamaker  $A_h$  n'a que peu de conséquence sur le comportement dynamique du microrobot. En effet, une erreur de 50% sur  $A_h$  entraîne une erreur inférieure à  $5.10^{-12}\mu N$  sur l'estimation de la force de van der Waals, ce qui est négligeable au regard de l'erreur de  $0,5\mu N$  engendrée par une erreur de 50 % sur la force électrostatique. Dans le

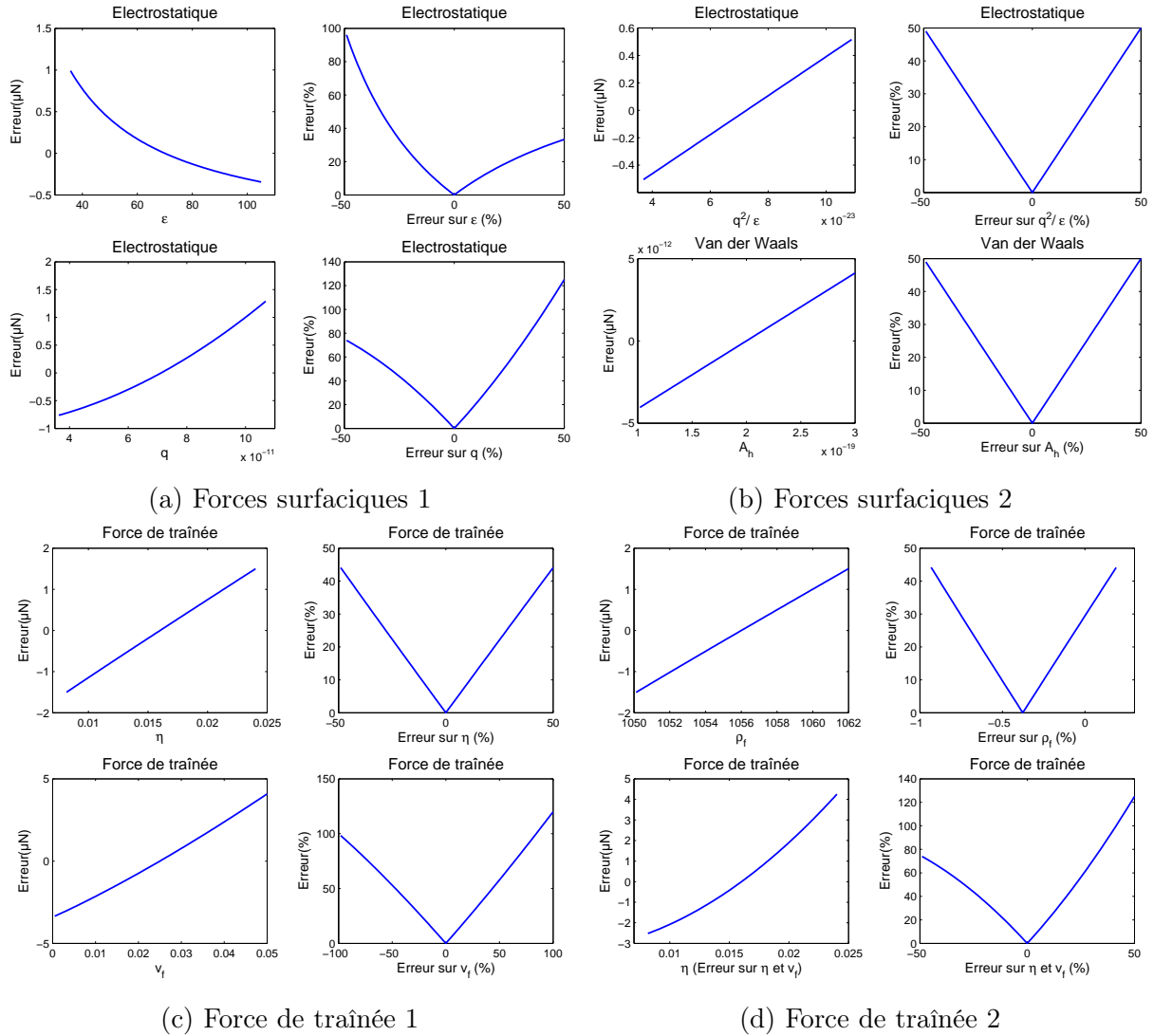


Figure 4.1 – Erreur sur l’estimation des forces surfaciques et de traînée en présence d’erreurs paramétriques.

cas d’une artériole, une erreur sur la force électrostatique est également largement prépondérante sur une erreur commise sur l’évaluation de la force de van der Waals.

Les Figures 4.1 (c) et (d) présentent l’influence d’une erreur paramétrique sur l’estimation de la force de traînée  $\vec{F}_d$ , lorsqu’une erreur est commise sur la viscosité du sang  $\eta$ , la vitesse du sang  $v_f$ , la masse volumique du sang  $\rho_f$ , et enfin une double erreur sur la viscosité et la vitesse du sang. On suppose ici que le microrobot est situé sur l’axe du vaisseau sanguin. Bien que les paramètres  $\eta$ ,  $v_f$  et  $\rho_f$  interviennent de manière non-linéaire dans l’expression de la force traînée, il est intéressant de noter qu’une erreur sur l’estimation de l’un de ces paramètres modifie l’évaluation de la force de traînée de manière quasi-linéaire. Une erreur sur l’un de

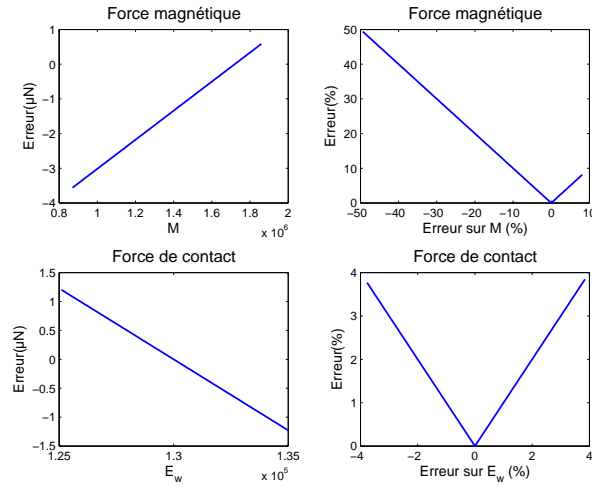


Figure 4.2 – Erreur sur l’estimation des forces magnétique et de contact en présence d’erreurs paramétriques.

ces paramètres entraîne une erreur de l’ordre du  $\mu\text{N}$ . Une erreur double sur l’estimation de la viscosité du sang et sur la vitesse du sang entraîne une erreur importante sur l’évaluation de la force. En effet, on note sur la Figure 4.1 (c), qu’une erreur de 50% de la viscosité et de la vitesse du sang induit une erreur de plus de 120%, correspondant à une erreur atteignant  $5\mu\text{N}$  sur l’estimation de la force de traînée.

Enfin, la Figure 4.2 montre l’erreur commise sur l’estimation de la force magnétique  $\vec{F}_m$  et de la force de contact  $\vec{F}_c$  en supposant une incertitude sur la mesure de la magnétisation  $M$  du microrobot et sur l’estimation du module de Young  $E_w$  de la paroi des vaisseaux sanguins. La magnétisation du microrobot intervenant linéairement dans l’expression de la force magnétique, l’erreur commise est alors linéaire par rapport à ce paramètre. La Figure 4.1 (d) montre qu’une erreur de 50% de la magnétisation du microrobot entraîne une erreur sur l’évaluation de la force magnétique de l’ordre de  $3,5\mu\text{N}$ . Une erreur du module de Young dans la plage d’incertitude donnée par le Tableau 2.1 entraîne une erreur maximale de l’ordre  $1,2\mu\text{N}$  sur l’estimation de la force de contact.

Il est possible de déduire de cette étude qu’une erreur sur l’estimation de la force électrostatique  $\vec{F}_e$ , la force de traînée  $\vec{F}_d$  et la force magnétique  $\vec{F}_m$  affecte particulièrement l’évaluation de la force résultante agissant sur le microrobot. Bien évidemment, une erreur sur le rayon  $r$  du microrobot, sur son module de Young ou son coefficient de Poisson peut également modifier le comportement dynamique de celui-ci. Néanmoins, on suppose ici qu’il est possible de mesurer ces paramètres avec une précision suffisamment élevée pour considérer comme négligeable ces erreurs par rapport aux autres incertitudes paramétriques présentées dans cette section.

## 4.4 Force motrice et suivi de trajectoire

Dans le système cardiovasculaire, le contrôle d'un microrobot s'avère difficile en raison des nombreuses forces extérieures agissant sur ce dernier (voir Chapitre 1). La limitation des actionneurs peut grandement compromettre son contrôle, détériorer le suivi de trajectoire, voire ne plus garantir l'acheminement du microrobot de la zone d'injection à la zone cible. Le chemin que doit suivre le microrobot peut être optimisé en exploitant le modèle (voir Chapitre 2).

Les forces surfaciques, telles que les forces électrostatique et de van der Waals, peuvent contribuer à l'équilibre des forces sur le microrobot et ainsi diminuer les efforts de commande. L'étude menée dans les Sections 2.3 et 2.4 a permis d'établir une trajectoire de référence optimisée. Cette section illustre la différence obtenue au niveau de la sollicitation des actionneurs, et donc de la commande, pour deux types de trajectoires de référence. La Figure 4.3 (a) illustre le suivi de trajectoire du microrobot lorsque le chemin est centré sur l'axe du vaisseau sanguin. L'erreur de suivi de trajectoire est tracée sur la Figure 4.3 (b). Les commandes  $u_x = \nabla B_x$  et  $u_z = \nabla B_z$  sont données sur la Figure 4.5 (a). Le microrobot étant situé initialement dans la partie supérieure du vaisseau sanguin, il doit rejoindre le centre du vaisseau sanguin, à savoir l'endroit où la vitesse du sang est la plus grande et entraîne donc une force de traînée maximale. La commande doit retenir le microrobot qui a tendance à être poussé par la force de traînée, ce qui se traduit par une commande  $u_x$  négative qui atteint la saturation. Ce phénomène se produit de nouveau entre les instants  $t = 0,8s$  et  $t = 1,2s$  pour les mêmes raisons. Cela entraîne une dégradation du suivi de trajectoire notable par l'augmentation de l'erreur de suivi sur la Figure 4.3 (b). Le microrobot a tendance à glisser vers la partie inférieure du vaisseau sanguin en raison du poids apparent

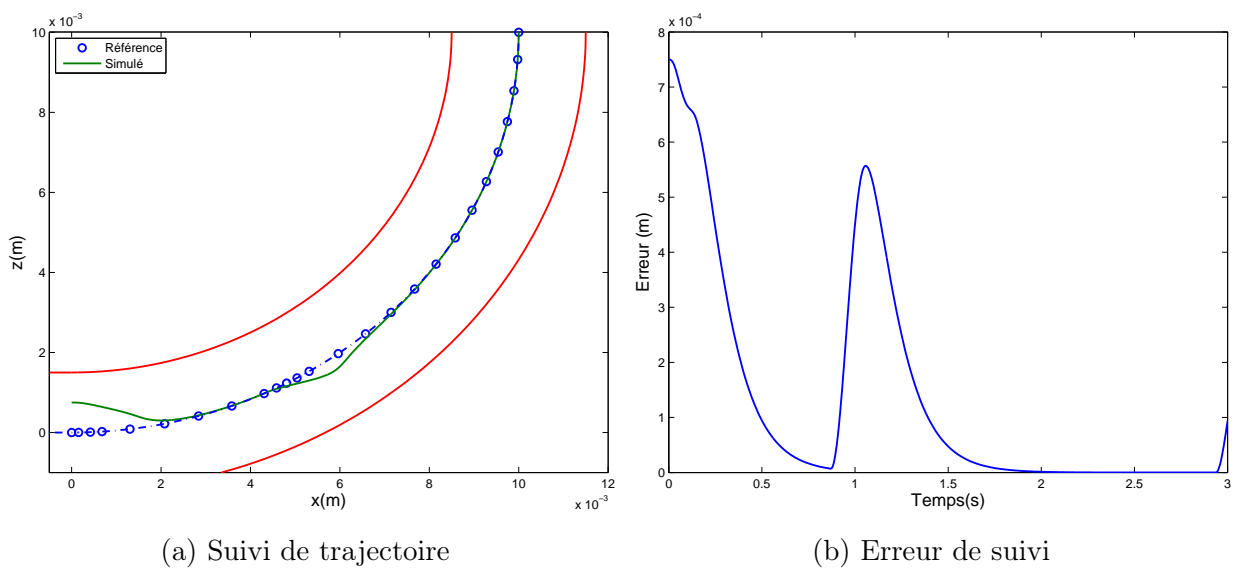


Figure 4.3 – Suivi sans trajectoire de référence optimisée.

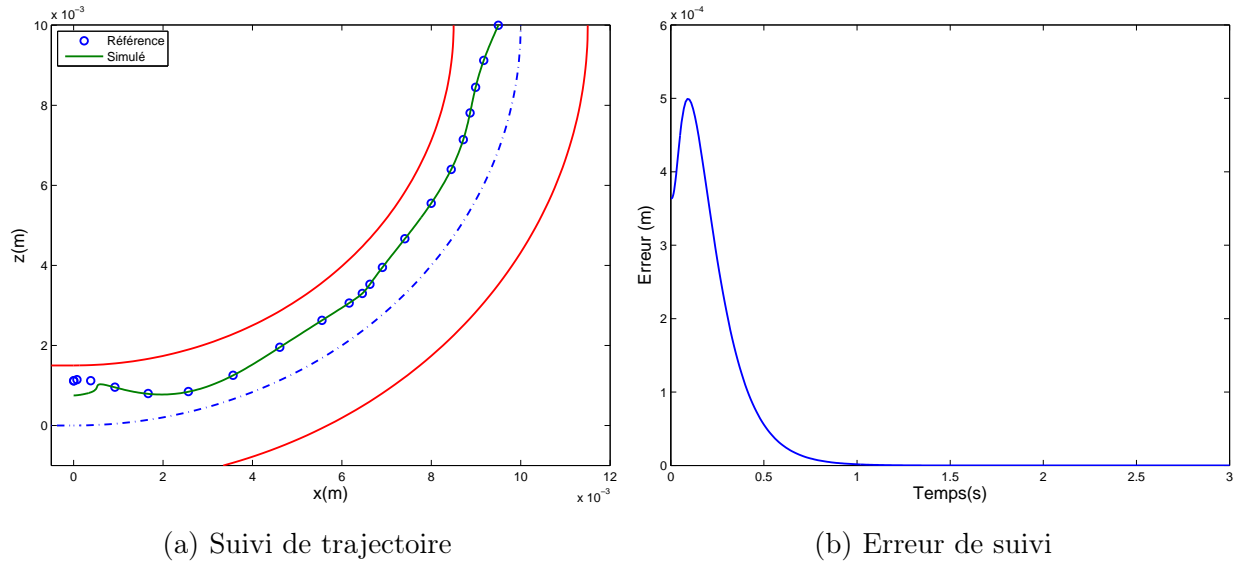


Figure 4.4 – Suivi avec trajectoire de référence optimisée.

et des forces électrostatiques et de van der Waals, qui sont toutes deux des forces attractives. Une fois la phase systolique passée, la force de traînée diminue et la commande sort de la zone de saturation. Le microrobot tend alors de nouveau vers la trajectoire de référence. On note de nouveau, en fin de simulation une détérioration du suivi de trajectoire en raison de la force de traînée qui est maximale à cet instant correspondant à une nouvelle phase systolique.

Les Figures 4.4 (a), 4.4 (b) et 4.5 (b) illustrent le suivi de trajectoire de référence du microrobot lorsque la trajectoire est optimisée. Le chemin de référence est situé dans la partie supérieure

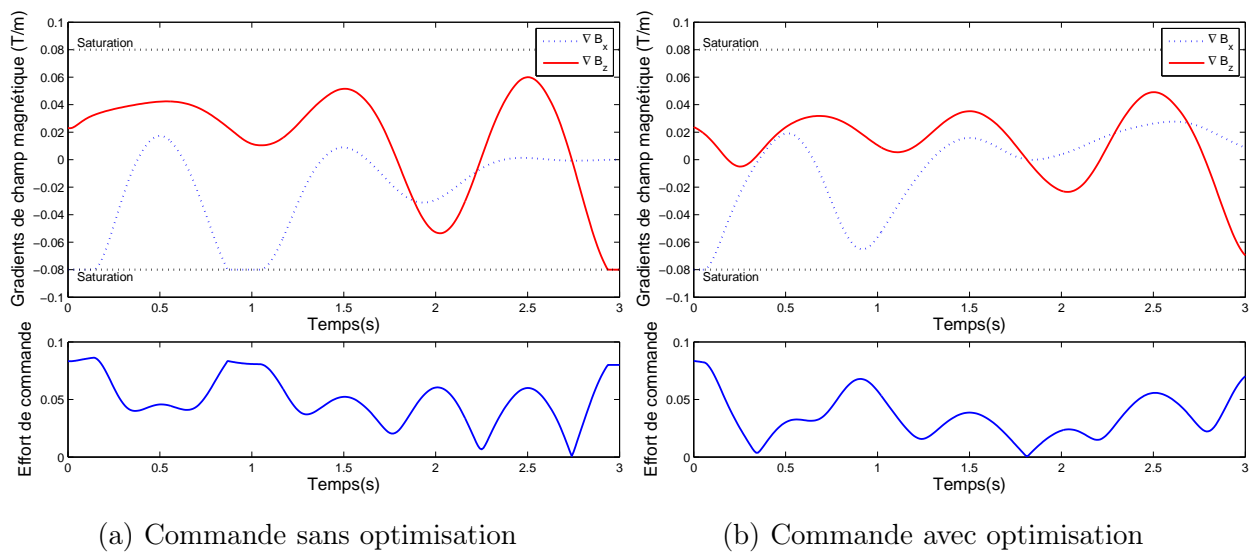


Figure 4.5 – Commandes sans et avec trajectoire de référence optimisée.

du vaisseau sanguin pour exploiter le fait que la force électrostatique et la force de van der Waals contrebalancent le poids apparent du microrobot. En début de simulation, la commande  $u_x$  atteint la saturation en raison de la force de traînée importante agissant sur le microrobot. Néanmoins, plus le microrobot s'éloigne de l'axe du vaisseau sanguin, et plus la force de traînée diminue en raison du profil de vitesse parabolique du fluide. Tout au long de la simulation, on note que les efforts de contrôle sont moins importants que dans la simulation précédente. La phase transitoire passée, la commande n'atteint plus la zone de saturation, et le suivi de trajectoire est alors assuré sans dégradation, et pour des sollicitations des actionneurs inférieures de 40% en moyenne.

Ces deux simulations montrent toute l'importance d'optimiser la trajectoire de référence pour *i)* diminuer les sollicitations trop importantes des actionneurs et *ii)* assurer un bon suivi de trajectoire du microrobot.

## 4.5 Robustesse aux bruits de mesure

Un système de localisation couplé à un logiciel de traitement d'image est nécessaire pour la mesure de la position du microrobot. Un ensemble de deux caméras munies d'objectifs permet de mesurer cette position dans l'espace dans des circuits microfluidiques transparents. Le système "Octomag" (voir Figure 1.16) montre la disposition possible du microscope et des caméras pour la mesure de la position (Kummer *et al.* [2010], Kratochvil *et al.* [2010a]). En plaçant une caméra sur l'axe  $\vec{k}$ , il est possible de mesurer la position du microrobot dans le plan horizontal. De même, une caméra située sur l'axe  $\vec{i}$  mesure la position du microrobot dans le plan vertical.

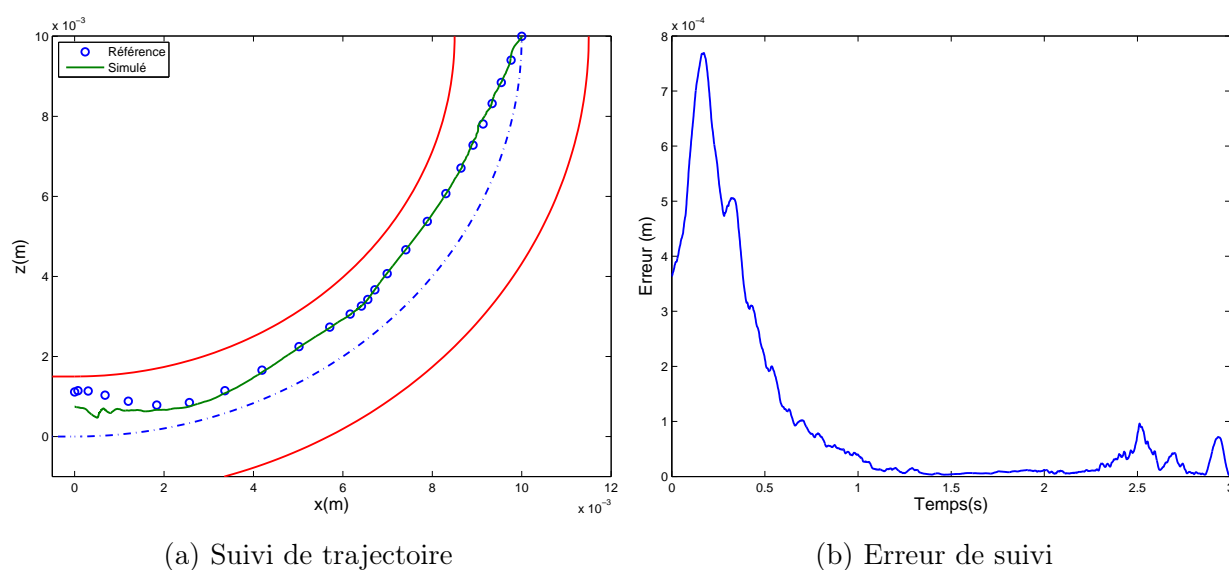


Figure 4.6 – Suivi de trajectoire en présence de bruits de mesure.

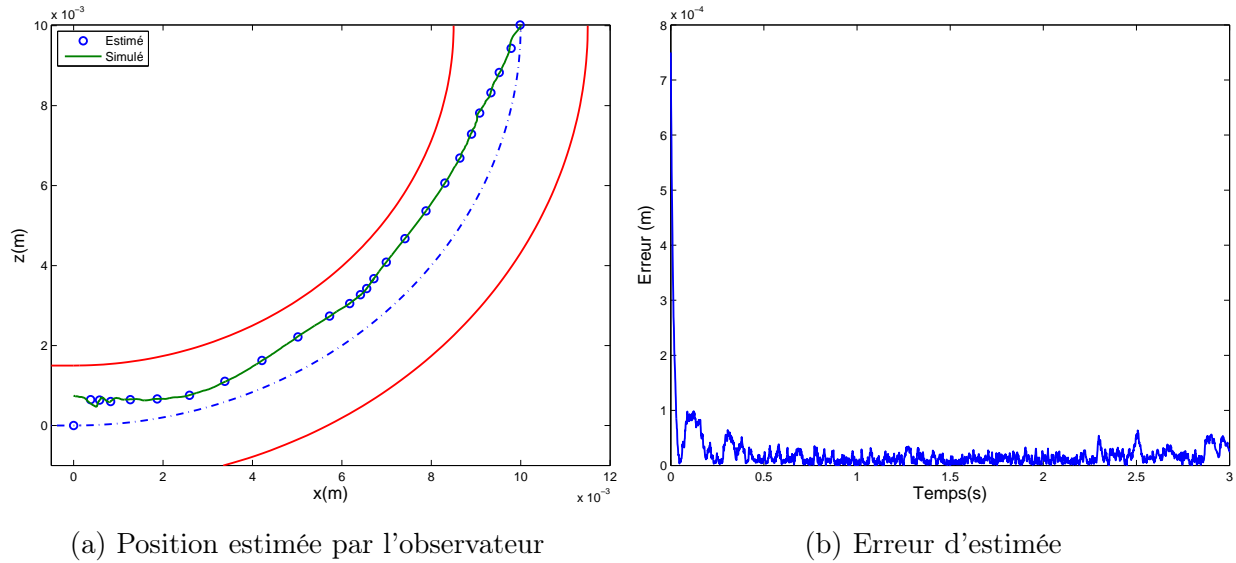


Figure 4.7 – Position estimée en présence de bruits de mesure.

Un logiciel de traitement d'image reconstruit alors le déplacement du microrobot dans l'espace. Néanmoins, cette solution n'est pas envisageable pour des tests *in-vivo*. Une approche différente de localisation de microrobot est proposée dans [der Weide et al. \[2001\]](#) et [Felfoul et al. \[2006\]](#). Placé au sein d'un IRM, un microrobot contenant une partie magnétique crée une perturbation locale du champ magnétique qui peut être exploitée pour déterminer la position du microrobot. [Shapiro et al. \[2004\]](#) ont montré qu'avec un IRM possédant une résolution de  $50 \mu m$ , il est possible de localiser des microparticules ferromagnétiques de  $1 \mu m$ . Cette technique utilise la variation du

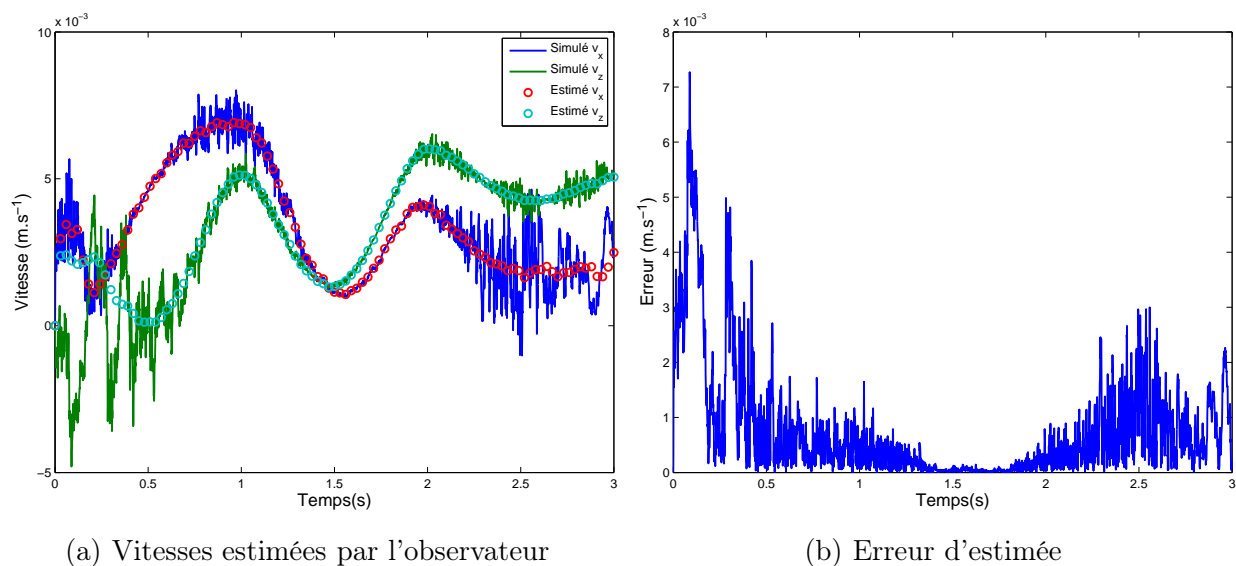


Figure 4.8 – Vitesses estimées en présence de bruits de mesure.

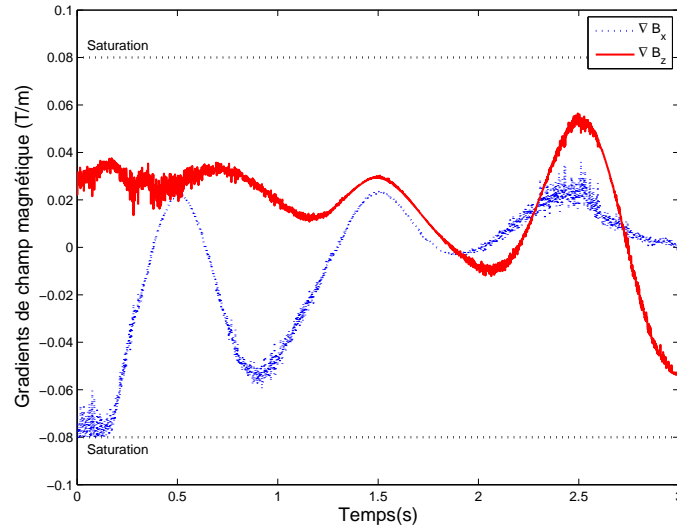


Figure 4.9 – Commande en présence de bruits de mesure.

moment magnétique du microrobot pour le localiser à partir de l'imageur de l'IRM. Néanmoins une localisation aussi précise n'est possible actuellement qu'avec des IRM possédant un champ magnétique de  $11T$ . De plus, le temps d'acquisition pour chaque image peut prendre de 5 min à plus de 14 h pour une résolution aussi fine, ce qui n'autorise donc pas une application en temps réel.

Que ce soit par un système de caméras ou à partir d'un imageur d'un IRM ou d'un CT, la mesure de la position du microrobot est affectée par une incertitude sur sa position réelle. La commande développée doit donc être suffisamment robuste pour garantir la stabilité de l'ensemble. Le contrôle par backstepping est couplé à un observateur grand gain pour reconstruire l'état complet du système nécessaire aux calculs de la commande. En plus d'estimer l'état du système, l'observateur possède un effet filtrant sur la mesure comme le montrent les simulations suivantes. L'incertitude de mesure de la position est modélisée par l'ajout sur la sortie d'un bruit blanc gaussien de l'ordre de 10% de la mesure (e.g.  $100 \mu m$  pour cette simulation), ordre de grandeur motivé par la résolution spatiale des systèmes actuels (voir Section 1.5).

Les Figures 4.6 à 4.9 illustrent le comportement du microrobot et de l'observateur en présence de bruit. De manière générale, on note que la paire contrôleur-observateur est stable et que le suivi de trajectoire est efficace. La mesure bruitée n'affecte pas la convergence de l'observateur qui est initialisé à une position différente de la position réelle du microrobot. Comme le montrent les Figures 4.7 (a) et (b), l'observateur filtre la sortie puisque l'erreur d'estimée, une fois la phase transitoire de convergence passée, est de l'ordre de  $30 \mu m$ . La Figure 4.9 montre que la commande est en revanche fortement affectée par le bruit de mesure notamment, autour des instants  $t = 0.5s$  et  $t = 2.5s$ , à savoir lors de la phase diastolique. A ces instants, la force de traînée  $\vec{F}_d$  n'est pas



prédominante, à l'inverse de la force électrostatique  $\vec{F}_e$ . Or cette dernière est particulièrement sensible aux bruits de mesure sur la position du microrobot, contrairement à la force de traînée qui dépend principalement de la vitesse du microrobot. La vitesse du microrobot est reconstruite grâce à l'observateur grand gain qui possède un effet filtrant sur l'estimation. Néanmoins, le choix du grand gain  $L_\theta$  ne doit pas être trop élevé en raison de son intervention au carré sur l'estimation de la vitesse du microrobot. La robustesse de l'observateur grand gain aux bruits de mesure pourrait être améliorée par des observateurs grand gain adaptatif (Andrieu *et al.* [2009]).

## 4.6 Robustesse aux erreurs paramétriques

Le Chapitre 1 a exposé les nombreuses forces s'exerçant sur le microrobot. La modélisation de ces forces comprend de nombreux paramètres physiologiques incertains qui peuvent sensiblement varier d'une personne à une autre (voir Table 2.1 et Section 4.3). De plus, le système à commander peut également être affecté par des perturbations extérieures. La commande développée doit donc assurer la stabilité de la boucle fermée avec suffisamment de robustesse vis-à-vis de ces erreurs paramétriques. Cette section présente le comportement du système en présence d'erreurs paramétriques lorsque la commande est de type backstepping (non adaptatif) et lorsque certains paramètres peuvent être estimés en ligne à partir du backstepping adaptatif.

### 4.6.1 Commande par backstepping

Les erreurs de modèle peuvent fortement dégrader les performances globales du système. En dépit du caractère local du domaine de convergence assuré par la loi de commande non-linéaire, cette dernière peut compenser (au moins partiellement) ces erreurs et assurer une robustesse de l'ensemble. De plus, la présence d'un observateur peut également compromettre la stabilité du système en boucle fermée (Kokotović [1992]). Nous présentons dans cette section les résultats obtenus en présence d'erreurs de modèle sur des paramètres influençant particulièrement le comportement dynamique du microrobot. La loi de commande appliquée est ici de type backstepping simple donnée par l'équation (3.81) (par opposition au backstepping adaptatif), et n'intègre donc pas de mise à jour des paramètres incertains.

#### 4.6.1.1 Erreur sur la viscosité dynamique $\eta$

La force de traînée  $\vec{F}_d$  dépend étroitement de la vitesse relative du microrobot par rapport à la vitesse du sang, mais également de la viscosité dynamique  $\eta$  du sang. Une erreur sur  $\eta$  modifie sensiblement l'estimation de la force de traînée. La viscosité du sang est calculée à partir de la loi empirique proposée par Pries *et al.* [1996], mais cette viscosité peut varier en raison de perturbations extérieures telles que la température ou le pH par exemple. Pour prendre en

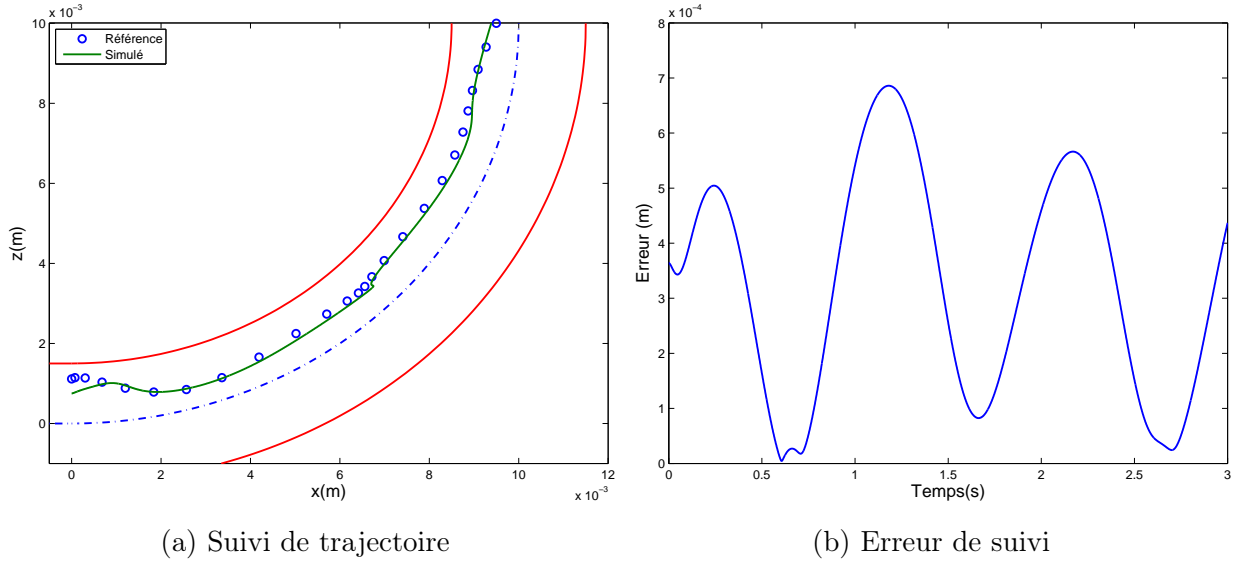


Figure 4.10 – Suivi de trajectoire : paramètre incertain  $\eta$ .

compte l'incertitude sur ce paramètre, la simulation suivante est réalisée en considérant une erreur de l'ordre de 10% sur la valeur nominale de la viscosité. Les Figures 4.10 à 4.13 montrent le comportement du système lorsqu'une erreur sur la viscosité est présente. Globalement, le système en boucle fermée reste stable. Néanmoins, une erreur de suivi de trajectoire est notable sur la Figure 4.10 particulièrement autour des instants  $t = 1s$ ,  $t = 2s$  et  $t = 3s$  où la force de traînée est prépondérante par rapport aux autres forces (phase systolique). Cela se traduit par une erreur sur l'estimation de la position du microrobot par l'observateur (voir Figure 4.11) et

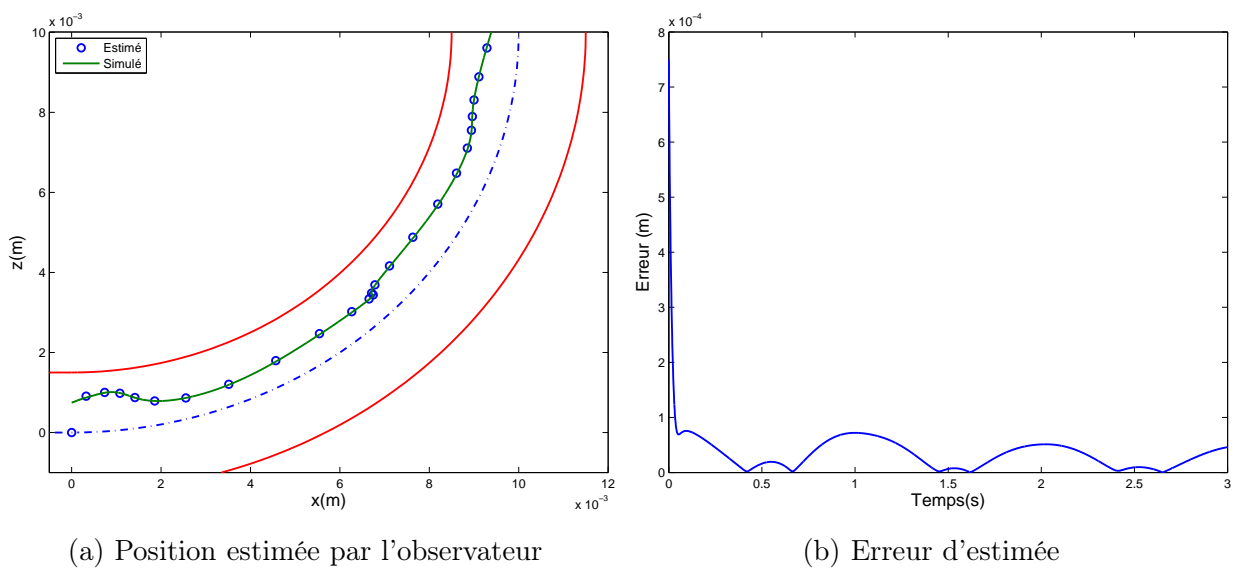


Figure 4.11 – Position estimée : paramètre incertain  $\eta$ .

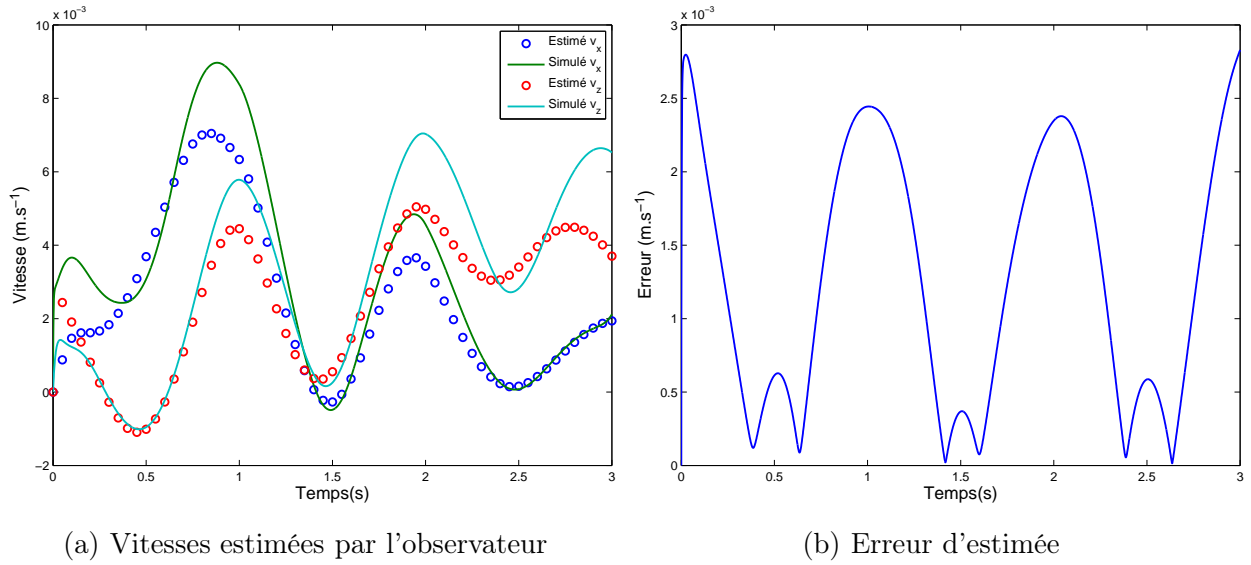


Figure 4.12 – Vitesses estimées : paramètre incertain  $\eta$ .

également une erreur importante sur l'estimation de la vitesse du microrobot (voir Figure 4.12), sans toutefois affecter la convergence de l'observateur durant la phase transitoire. Malgré tout, la commande assure un suivi de trajectoire correct sans entrer en saturation (voir Figure 4.13). Néanmoins, la stabilité du microrobot peut être perdue, notamment s'il entre dans une zone non commandable (voir Chapitre 2).

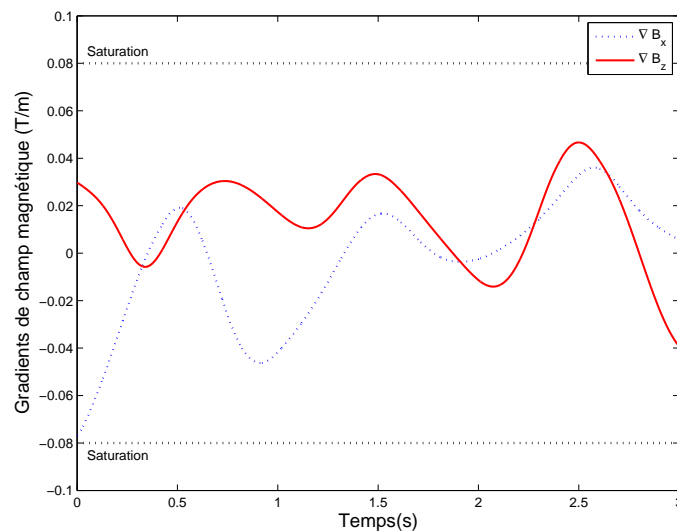


Figure 4.13 – Commande : paramètre incertain  $\eta$ .

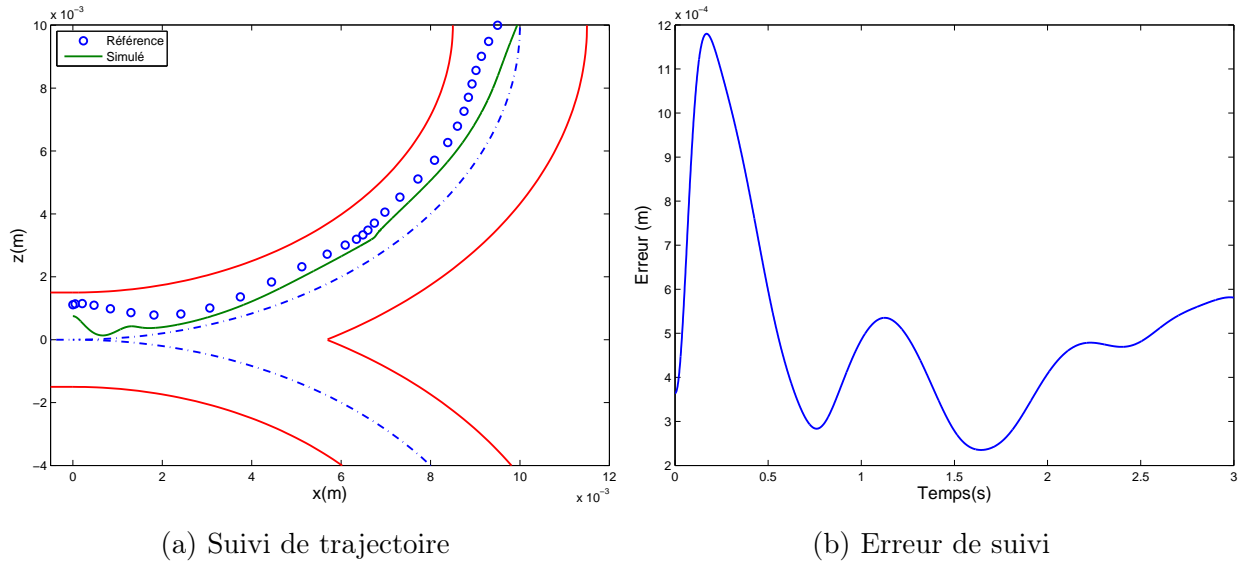


Figure 4.14 – Suivi de trajectoire : incertitudes sur  $v_f$  et  $\vec{F}_e$ .

#### 4.6.1.2 Erreur sur l'estimation de la vitesse du sang $v_f$ et la force électrostatique

L'estimation de la vitesse du sang dans les vaisseaux sanguins est un point crucial. En effet, la force de traînée  $\vec{F}_d$  est une force prépondérante dans le modèle, notamment lorsque le micro-robot navigue dans des vaisseaux sanguins de type artère ou petites artères. Une incertitude trop importante sur la valeur de la vitesse du sang induit des erreurs telles sur le calcul de  $\vec{F}_d$  que le système devient instable. Ce problème devient d'autant plus complexe en présence de bifurca-

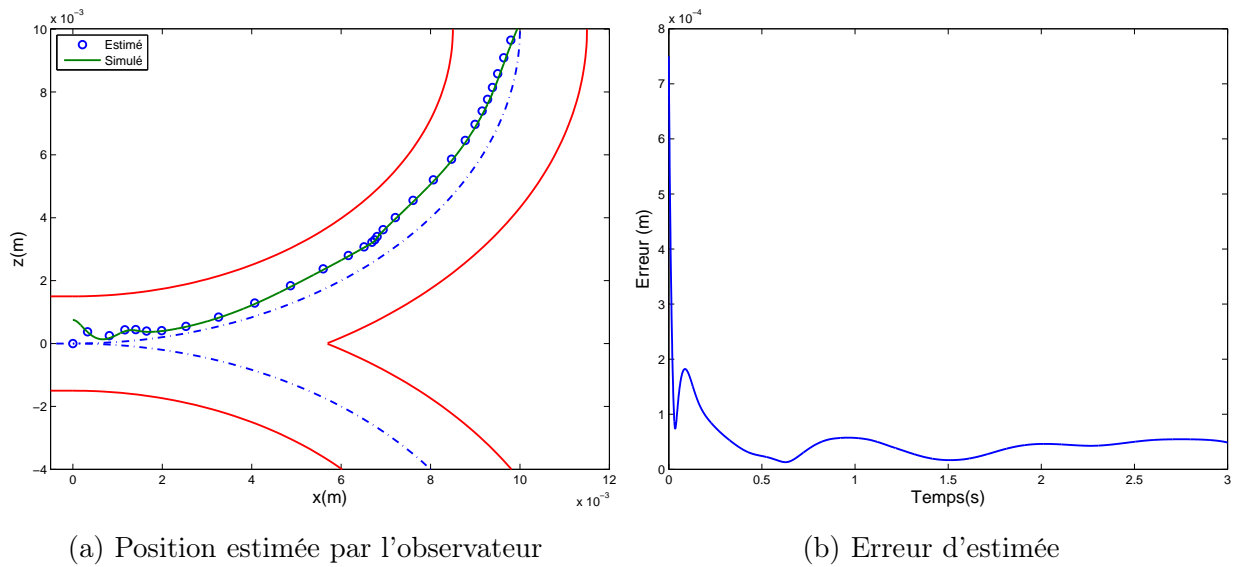


Figure 4.15 – Position estimée : incertitudes sur  $v_f$  et  $\vec{F}_e$ .

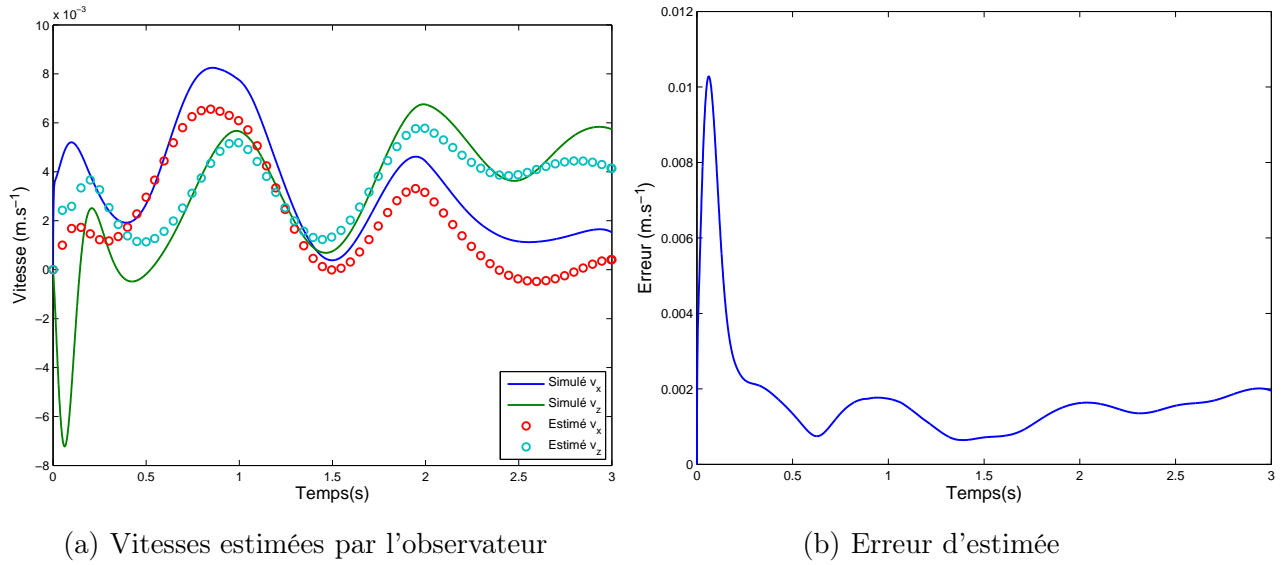


Figure 4.16 – Vitesses estimées : incertitudes sur  $v_f$  et  $\vec{F}_e$ .

tions mineures et majeures. Dans ce manuscrit, nous avons proposé des expressions analytiques permettant de modéliser le profil de vitesse du sang dans ces deux types de bifurcations en se basant sur les résultats fournis par des logiciels de CFD. Les expressions analytiques n'étant qu'une approximation du profil de vitesse, il est nécessaire que la commande tolère des erreurs sur la vitesse du sang. La bifurcation majeure étudiée dans le Chapitre 2 est modélisée comme une séparation de la branche mère en deux quarts de cercle. Or cette modélisation n'est qu'une approximation et l'évaluation de la force électrostatique devient également un problème délicat

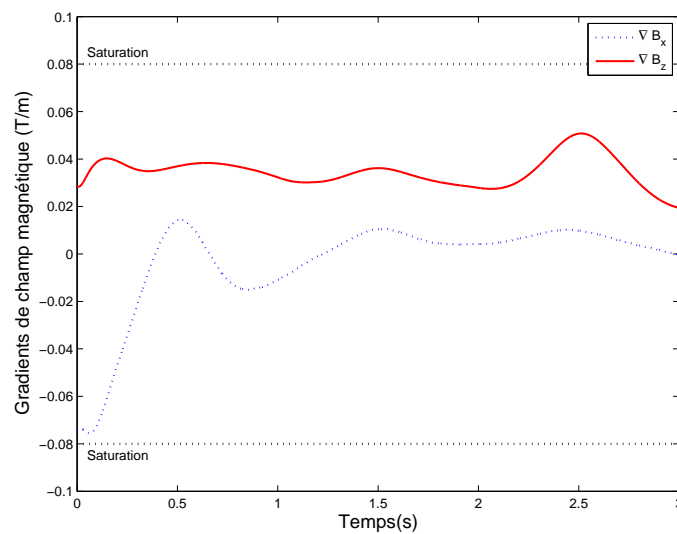


Figure 4.17 – Commande : incertitudes sur  $v_f$  et  $\vec{F}_e$ .

en raison de la distance  $\delta$  du microrobot aux parois des vaisseaux sanguins. La simulation suivante est réalisée en considérant une incertitude sur l'estimation de la vitesse  $v_f$  et de la force électrostatique.

Pour tester la robustesse de la paire contrôleur-observateur à cette incertitude, nous avons simulé une erreur de l'ordre de 10% sur l'estimation de la vitesse du sang  $v_f$  et de la force électrostatique  $\vec{F}_e$ . La force de traînée étant prédominante dans une artère, une nette dégradation du suivi de trajectoire est constatée (voir Figure 4.14). Cette dégradation serait d'autant plus importante si la trajectoire de référence était centrée sur l'axe du vaisseau sanguin, à savoir l'endroit où la vitesse du sang est la plus importante. Néanmoins, l'erreur de suivi de trajectoire est particulièrement importante lors de la phase systolique, autour des instants  $t = 1s$ ,  $t = 2s$  et  $t = 3s$ . Malgré une estimation biaisée de la vitesse du sang et une erreur sur l'évaluation de la force électrostatique, la convergence de l'observateur n'est pas compromise (voir Figures 4.15 et 4.16). La vitesse estimée du microrobot est naturellement affectée par cette incertitude sur la vitesse du sang, et l'erreur est également élevée notamment durant les phases systoliques. La stabilité du système en boucle fermée reste malgré tout assurée par la commande (voir Figure 4.17).

#### 4.6.1.3 Erreur sur l'estimation de la force électrostatique

**Dans une petite artère :**

Avec la force de traînée, la force électrostatique  $\vec{F}_e$  est une force prédominante dans le modèle. Comme nous l'avons mentionné au Chapitre 1, de nombreuses modélisations sont envisageables

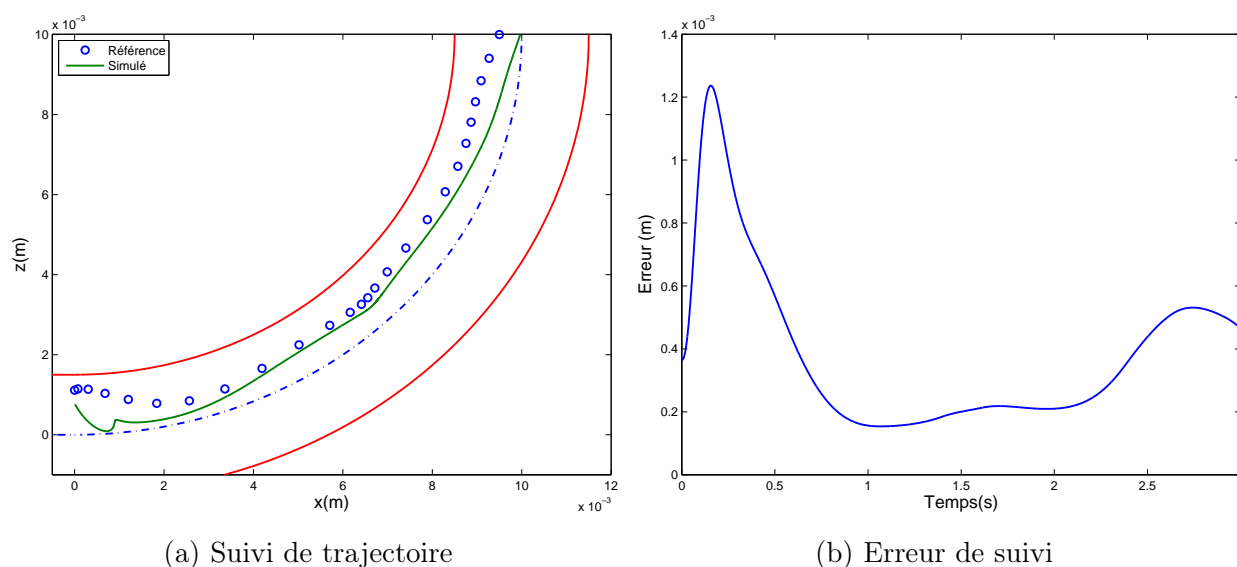
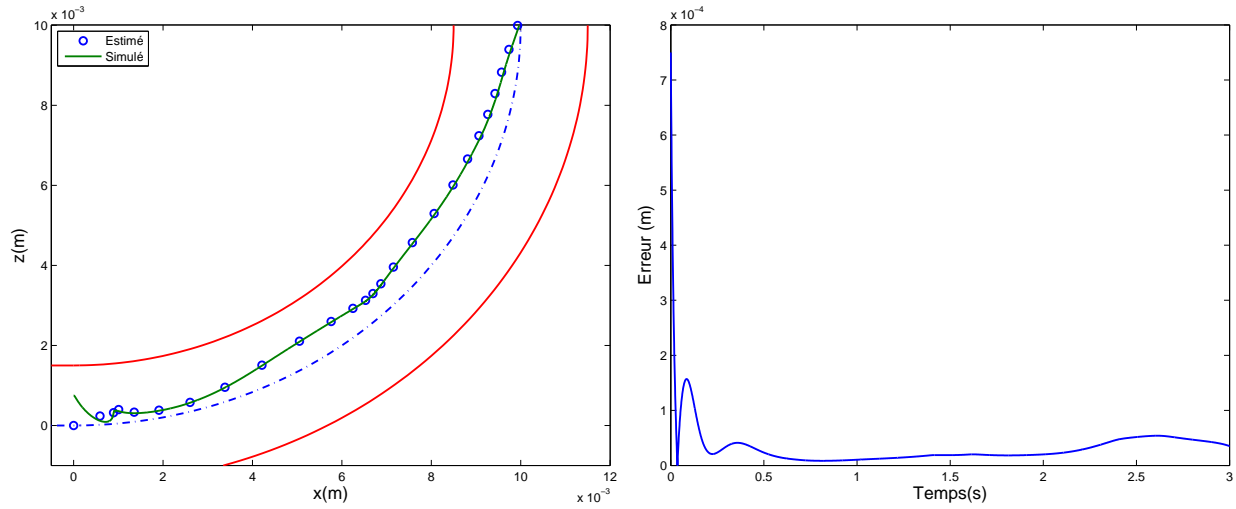


Figure 4.18 – Suivi de trajectoire : paramètre incertain  $q^2/\varepsilon$  (Petite artère).

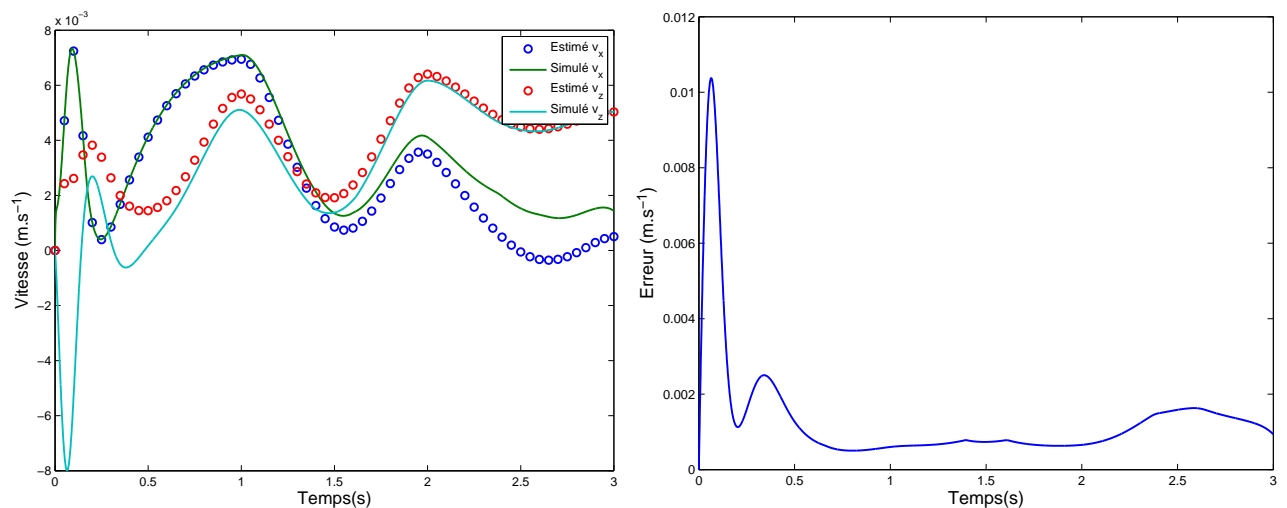


(a) Position estimée par l'observateur

(b) Erreur d'estimée

Figure 4.19 – Position estimée : paramètre incertain  $q^2/\varepsilon$  (Petite artère).

pour estimer la force électrostatique. Le modèle choisi fait intervenir deux paramètres : la charge maximale du microrobot  $q$  et la permittivité diélectrique relative du milieu  $\varepsilon$ . L'estimation de ces deux paramètres demeure un problème puisque premièrement, rien ne garantit que le microrobot atteigne sa valeur maximum de charge et deuxièmement, la permittivité relative du sang peut fortement varier d'une personne à une autre. Cette simulation est faite en supposant une erreur de 10% sur l'estimation de la force électrostatique puisque le ratio  $q^2/\varepsilon$  intervient linéairement dans l'expression de la force.



(a) Vitesses estimées par l'observateur

(b) Erreur d'estimée

Figure 4.20 – Vitesses estimées : paramètre incertain  $q^2/\varepsilon$  (Petite artère).

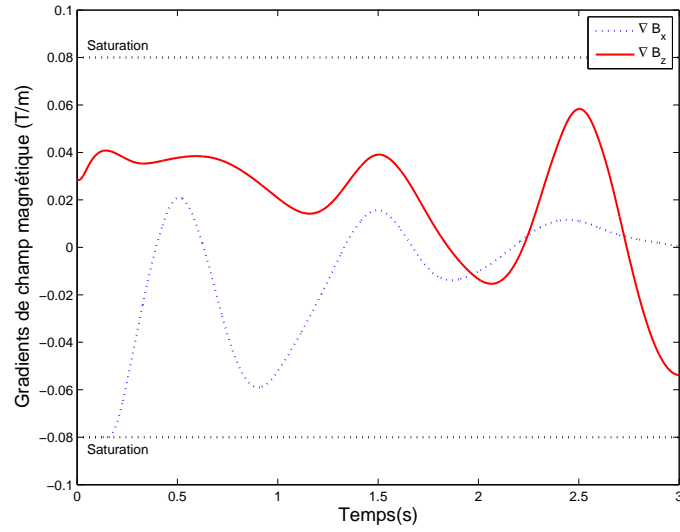
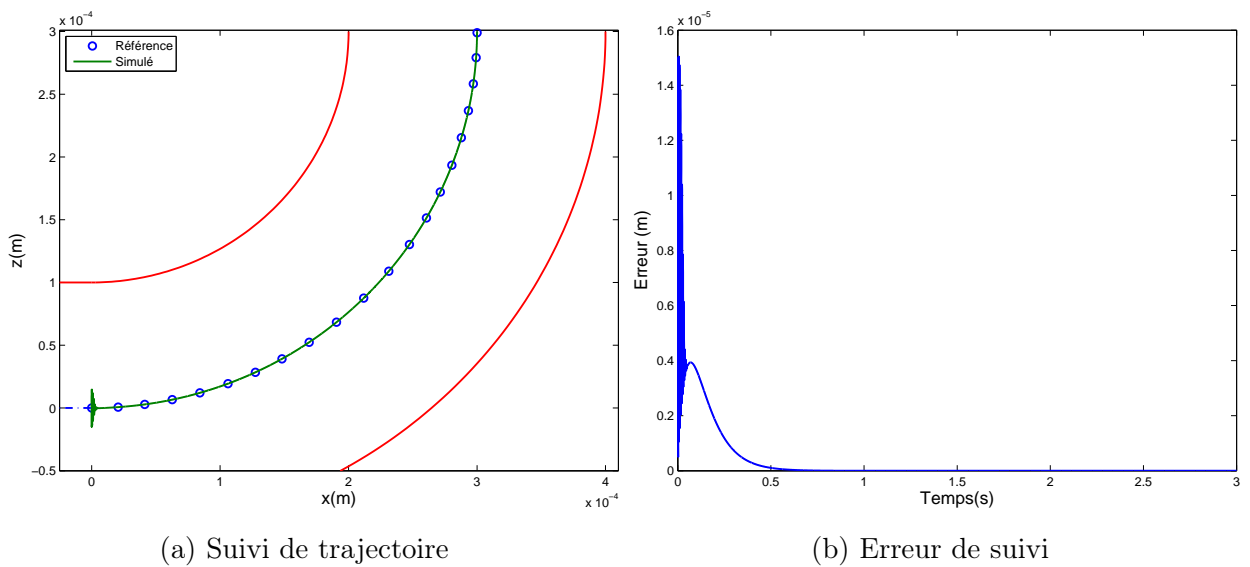


Figure 4.21 – Commande : paramètre incertain  $q^2/\varepsilon$  (Petite artère).

La Figure 4.18 montre une erreur de suivi de trajectoire en raison de la surestimation de la force électrostatique, ce qui explique un positionnement du microrobot en dessous de la trajectoire de référence. Bien que la convergence de l'observateur ne soit pas affectée par cette erreur de modélisation, on note sur les Figures 4.19 et 4.20 des erreurs d'estimées tant sur la position du microrobot que sur sa vitesse.



(a) Suivi de trajectoire

(b) Erreur de suivi

Figure 4.22 – Suivi de trajectoire : paramètre incertain  $q^2/\varepsilon$  (Artériole).



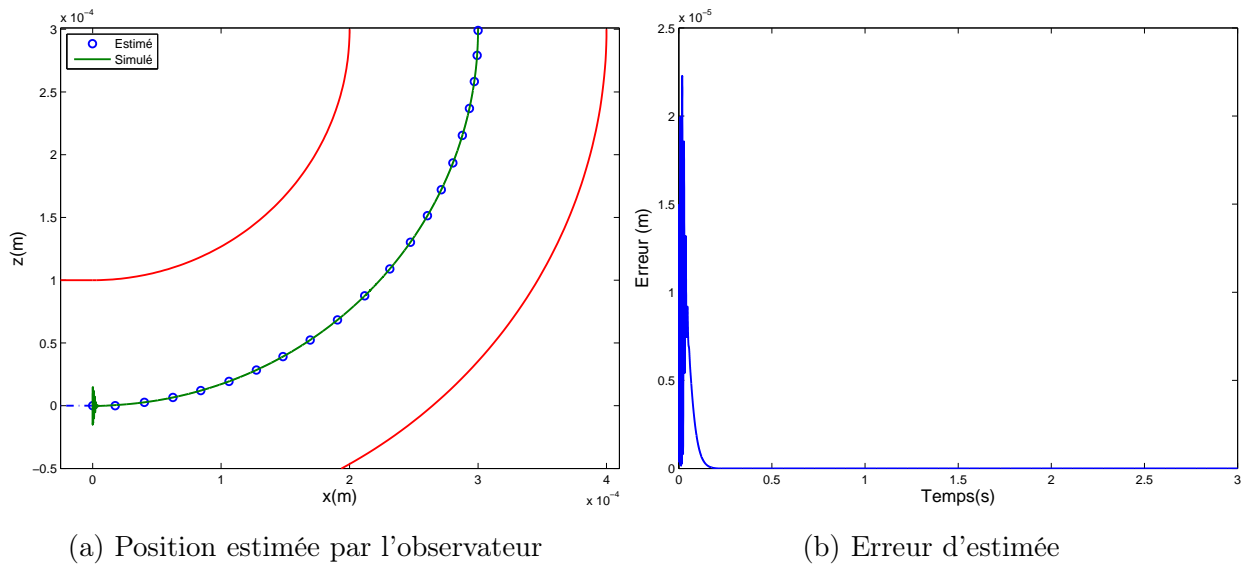


Figure 4.23 – Position estimée : paramètre incertain  $q^2/\varepsilon$  (Artériole).

**Dans une artériole :**

Dans une artériole ou un capillaire, les forces surfaciques deviennent prépondérantes sur les forces volumiques. L'optimisation de la trajectoire de référence au Chapitre 2 a montré que le ratio  $C_{mt}$  est le plus élevé lorsque le microrobot se déplace le long de l'axe du vaisseau sanguin avec un ratio  $\lambda$  de l'ordre de 0,5. Dans cette simulation, la trajectoire de référence est donc centrée sur l'axe, et le microrobot possède un diamètre deux fois inférieur au diamètre du vaisseau sanguin. De même que dans les simulations précédentes, on suppose une erreur de 10% sur la

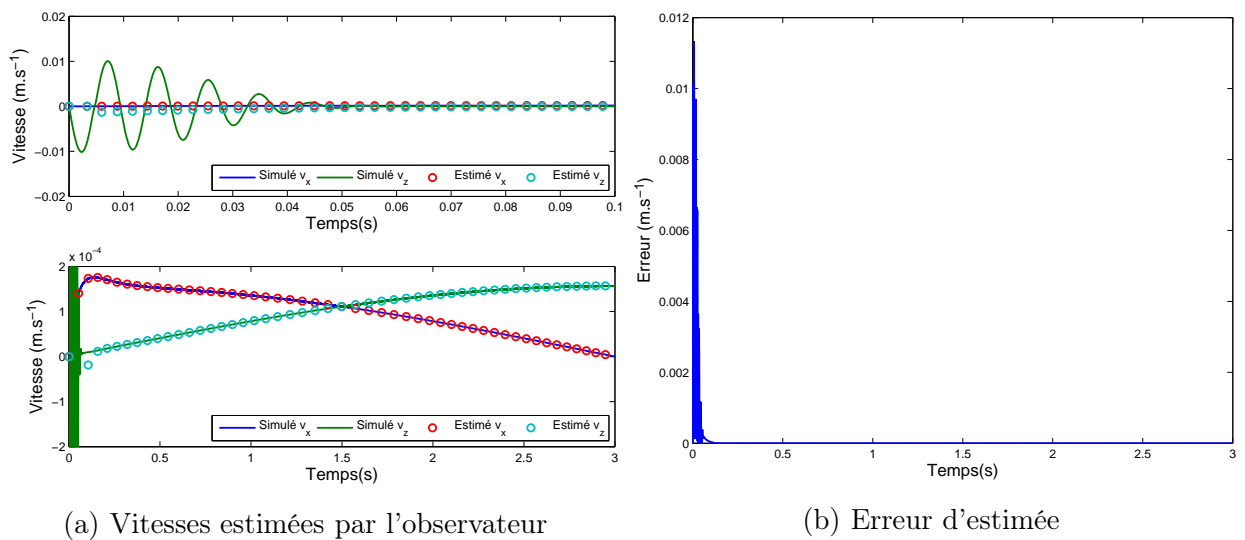


Figure 4.24 – Vitesses estimées : paramètre incertain  $q^2/\varepsilon$  (Artériole).

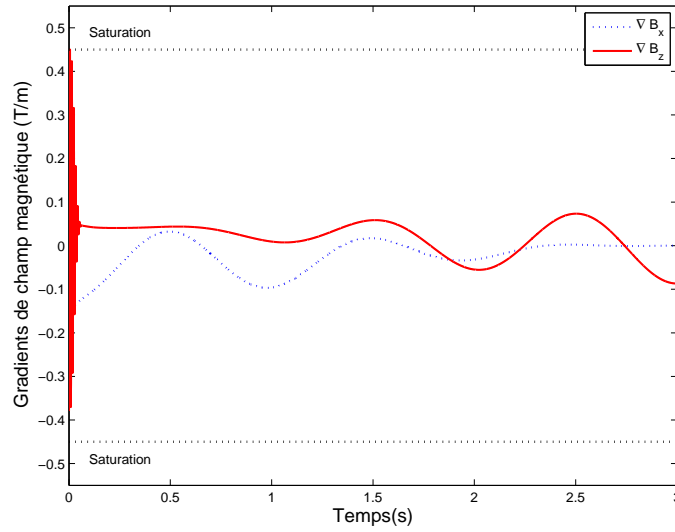


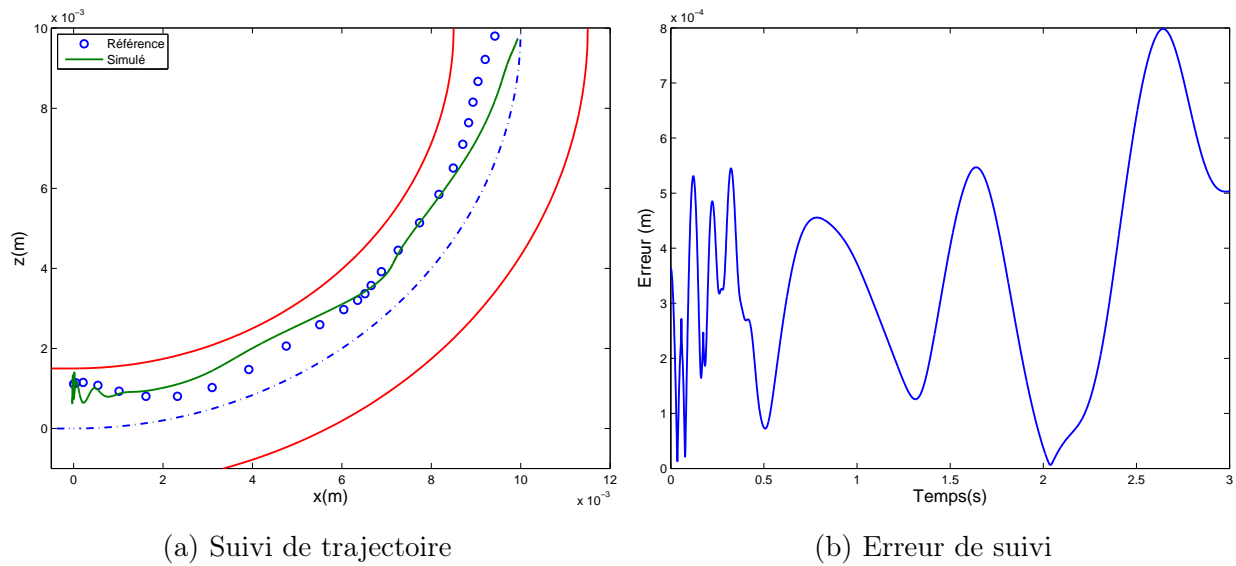
Figure 4.25 – Commande : paramètre incertain  $q^2/\varepsilon$  (Artériole).

force électrostatique. Les Figures 4.22 à 4.25 montrent les résultats obtenus. La phase transitoire est due à une initialisation incorrecte de l'estimateur, le microrobot étant initialement dans la partie supérieure du vaisseau sanguin. On note une erreur d'estimée de la position et de la vitesse sur les Figures 4.23 et 4.24 durant la phase transitoire avant convergence. De plus, on note que le suivi de trajectoire est parfait une fois que le microrobot se déplace le long de la trajectoire de référence, centrée sur l'axe du vaisseau sanguin. Ces résultats s'expliquent par le fait que lorsque le microbot atteint le centre du vaisseau sanguin, la résultante de la force électrostatique devient nulle et l'erreur paramétrique n'a alors que peu d'influence sur le déplacement du microrobot. La phase critique est donc durant la phase transitoire, et de nouveau, la commande montre une certaine robustesse à cette incertitude paramétrique.

#### 4.6.1.4 Erreur sur la magnétisation $M$ du microrobot

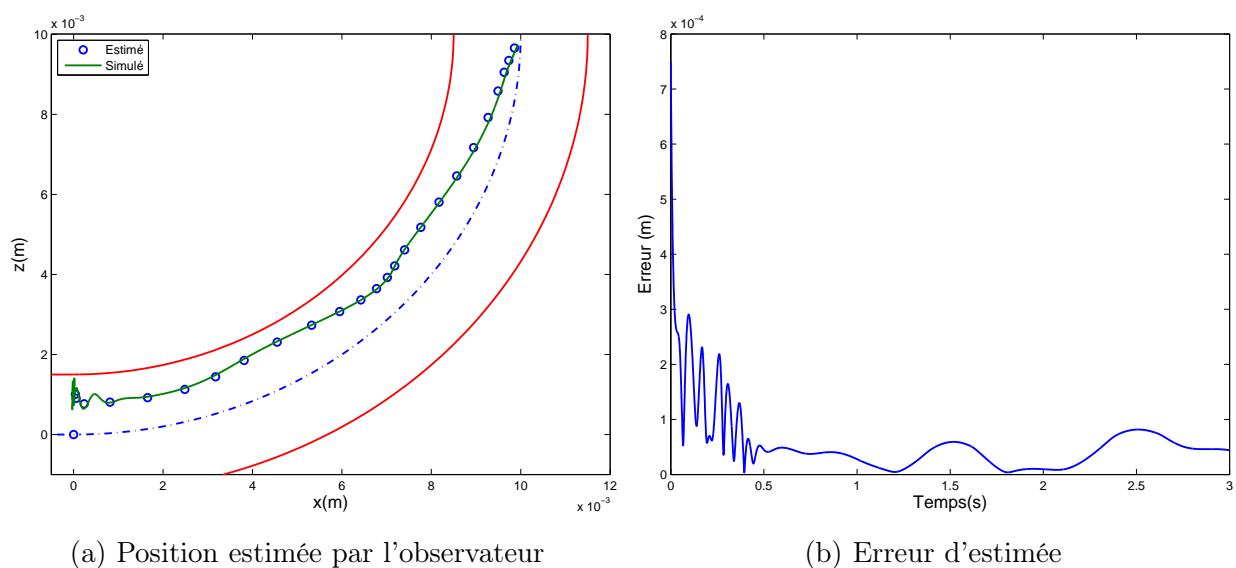
Une incertitude sur l'évaluation de la magnétisation du microrobot  $M$  est à présent introduite dans cette simulation. La robustesse de la commande à une erreur sur ce paramètre est essentielle car la magnétisation du microbot n'est pas une constante en raison de la dépendance de ce paramètre au champ magnétique  $\vec{B}$  extérieur. Une modification locale du champ magnétique peut sensiblement modifier la valeur de la magnétisation notamment si le champ magnétique n'est pas suffisamment élevé pour garantir une magnétisation de saturation. De plus, la magnétisation est un paramètre sensible du modèle puisqu'il intervient directement en produit de la commande  $\nabla B$ .

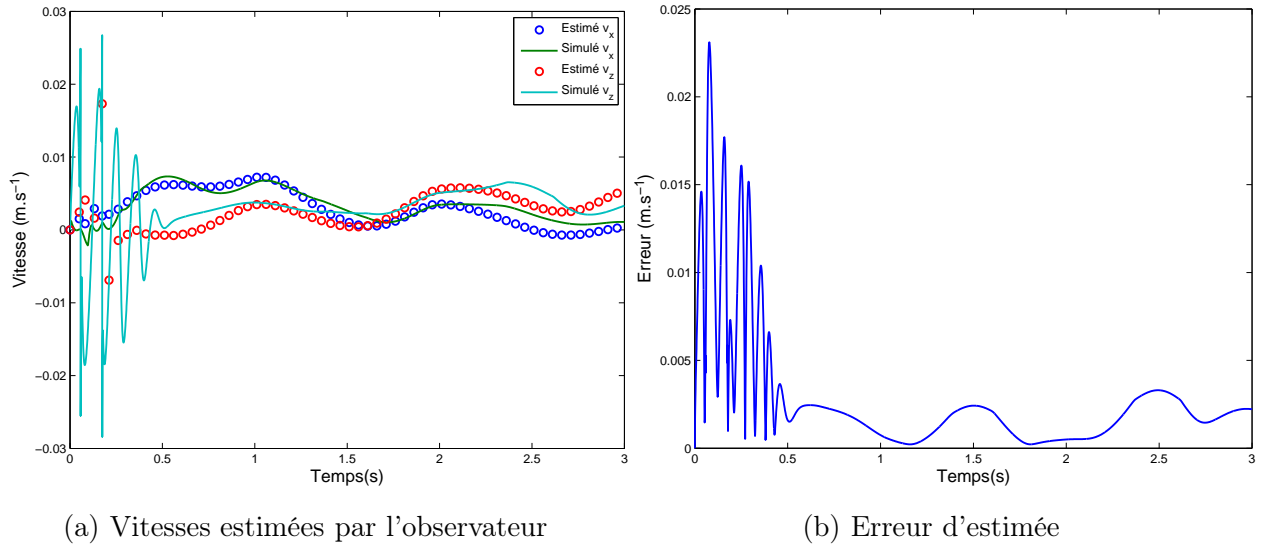
Cette simulation est réalisée en considérant une erreur de l'ordre de 10% sur la valeur nominale de la magnétisation. Les courbes des Figures 4.26 à 4.29 illustrent le comportement

Figure 4.26 – Suivi de trajectoire : paramètre incertain  $M$ .

dynamique du microrobot à cette incertitude paramétrique. Malgré un suivi de trajectoire fortement dégradé comme le montre la Figure 4.26, la commande assure la stabilité du système en boucle fermée. Le microrobot entre en collision avec la paroi du vaisseau sanguin entre les instants  $t = 0,1s$  et  $t = 0,3s$ , ce qui entraîne la saturation de la commande (voir Figure 4.29). De plus l'artère se contracte à ces instants (ce qui n'est pas représenté graphiquement sur la Figure 4.26), et accentue également le phénomène de rebond du microrobot contre la paroi.

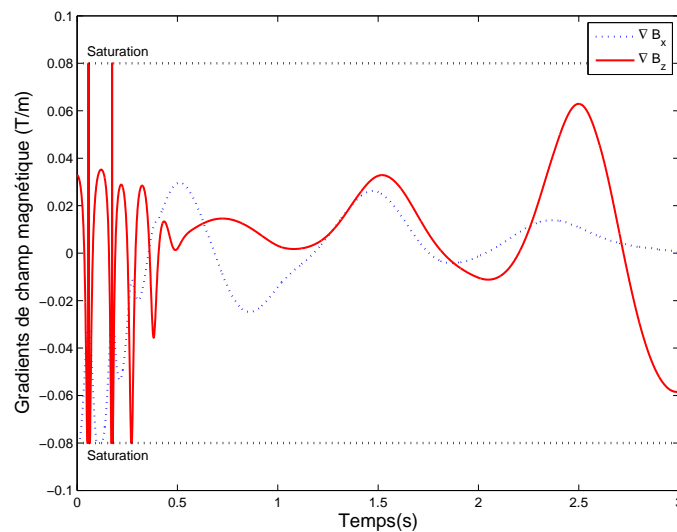
On note sur les Figures 4.27 et 4.28 que l'estimation de l'état du système par l'observateur

Figure 4.27 – Position estimée : paramètre incertain  $M$ .


 Figure 4.28 – Vitesses estimées : paramètre incertain  $M$ .

est particulièrement sensible à ces collisions qui apparaissent dans un moment critique puisque l'observateur n'a pas encore convergé. A partir de  $t = 0,5s$ , l'observateur a convergé et les erreurs d'estimées résiduelles sont uniquement les conséquences de l'incertitude paramétrique. Comme présenté dans l'article [Arcese et al. \[2011a\]](#), il est néanmoins possible d'identifier hors ligne ce paramètre à l'aide d'un capteur d'effort de type MEMs.

Dans la section suivante, nous montrons comment l'estimation de certains paramètres à partir d'une commande de type backstepping adaptatif peut grandement améliorer le suivi de trajectoire.


 Figure 4.29 – Commande : paramètre incertain  $M$ .

### 4.6.2 Commande par backstepping adaptatif

Les sections précédentes ont montré la stabilité et la sensibilité de la commande vis-à-vis de bruits de mesure et d'incertitude sur certains paramètres. Cette robustesse peut être sensiblement améliorée grâce à l'estimation en temps réel de certains paramètres. La commande de type backstepping adaptatif permet d'estimer des paramètres intervenant linéairement dans le modèle ou se ramenant à un cas linéaire en effectuant un changement de variable approprié. Grâce à cette estimation en ligne, la commande assure alors une stabilisation du microrobot le long de la trajectoire de référence. Nous illustrons le bénéfice d'utiliser ce type de commande à travers deux exemples représentatifs *i*) l'estimation de  $q^2/\varepsilon$  dans l'expression de la force électrostatique, et *ii*) l'estimation de la magnétisation du microrobot  $M$  intervenant en facteur de la commande  $\nabla B$ .

#### 4.6.2.1 Erreur sur l'estimation de la force électrostatique

Pour cette simulation, nous considérons une erreur de modélisation affectant la force électrostatique. Trois approches différentes sont possibles : *i*) on considère la charge maximale  $q$  du microrobot inconnue, et on effectue le changement de variable  $\vartheta = q^2$  pour se ramener à un cas linéaire, *ii*) on souhaite estimer la permittivité diélectrique du milieu  $\varepsilon$  et le changement de variable est donné par  $\vartheta = 1/\varepsilon$  et *iii*) on considère directement le ratio  $q^2/\varepsilon$  comme inconnu et le changement de variable est alors  $\vartheta = q^2/\varepsilon$ . Cette dernière approche est sans doute la plus intéressante. En effet, tant la charge  $q$  que la permittivité  $\varepsilon$  sont des paramètres incertains, et si l'estimation du ratio peut améliorer notablement le suivi de trajectoire, l'estimation précise de

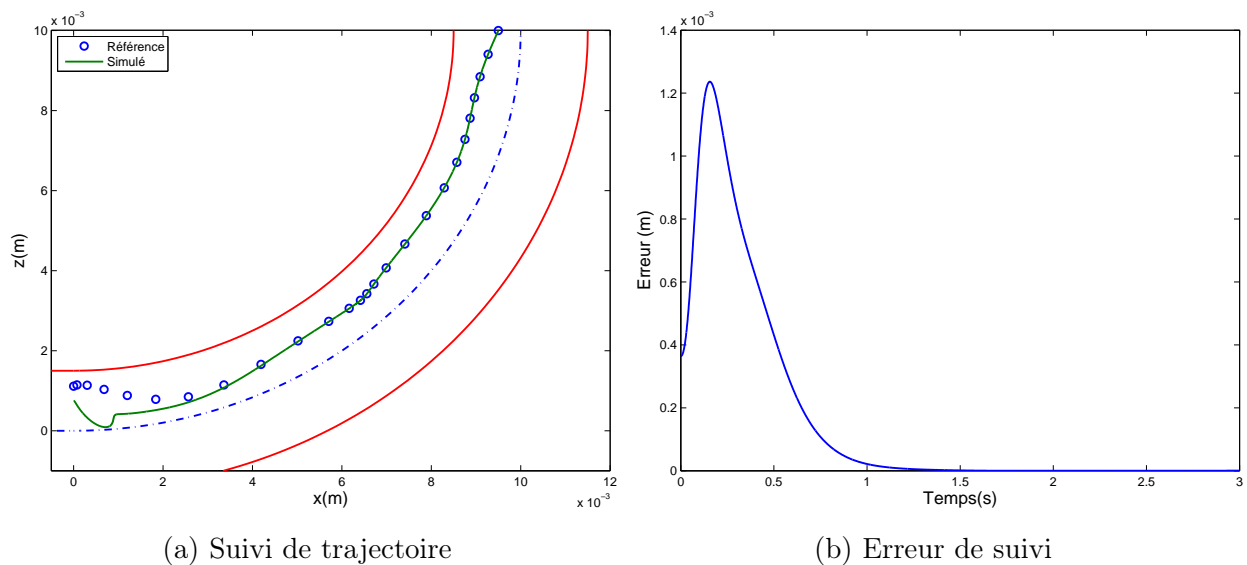


Figure 4.30 – Suivi de trajectoire : paramètre incertain  $q^2/\varepsilon$ .

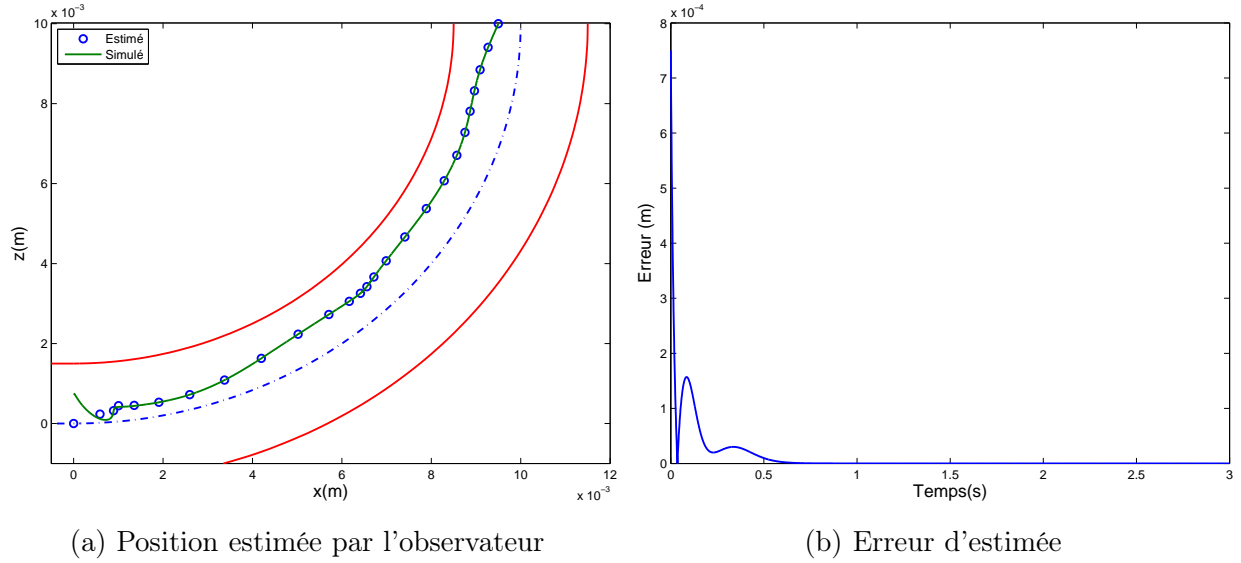


Figure 4.31 – Position estimée : paramètre incertain  $q^2/\varepsilon$ .

chacun des deux paramètres indépendamment ne présente pas, au niveau du contrôle, d'intérêt particulier.

Dans cette simulation, nous supposons une erreur de l'ordre de 10% du ratio  $q^2/\varepsilon$ , ce qui revient considérer une erreur sur l'estimation de la force électrostatique de 10%. Cette simulation montre la stabilité de la paire contrôleur-observateur et illustre la nette amélioration du suivi de trajectoire lorsque le ratio  $q^2/\varepsilon$  est estimé. Durant la phase transitoire, le paramètre n'est pas mise à jour en raison de la saturation de la commande (voir Figure 4.33 (a)). L'erreur de suivi

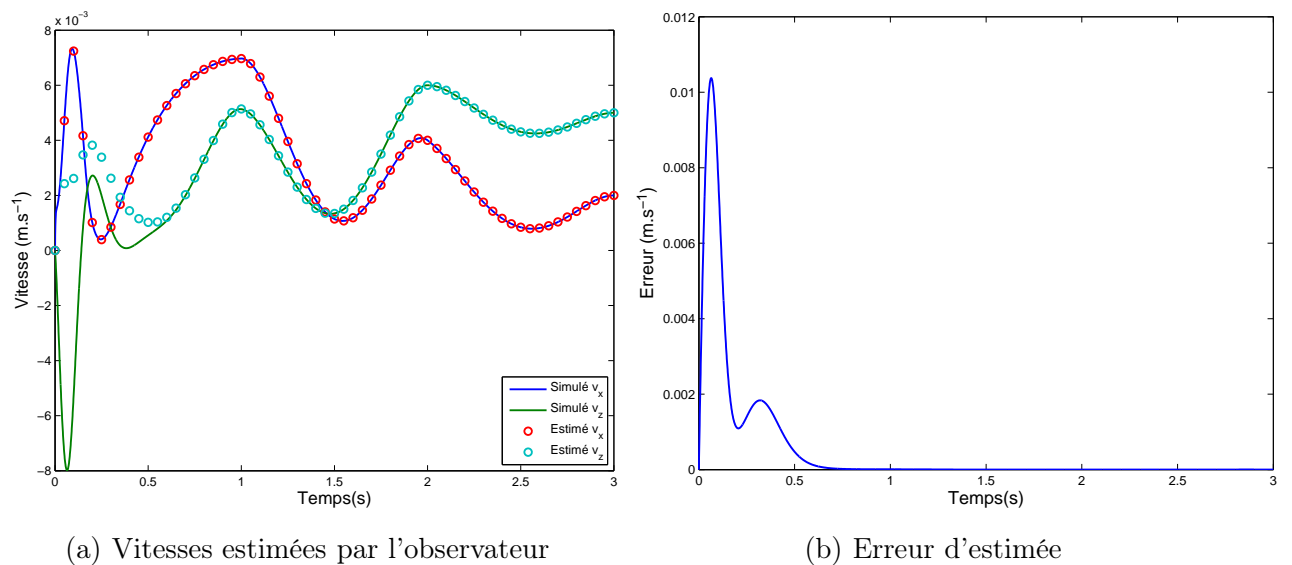
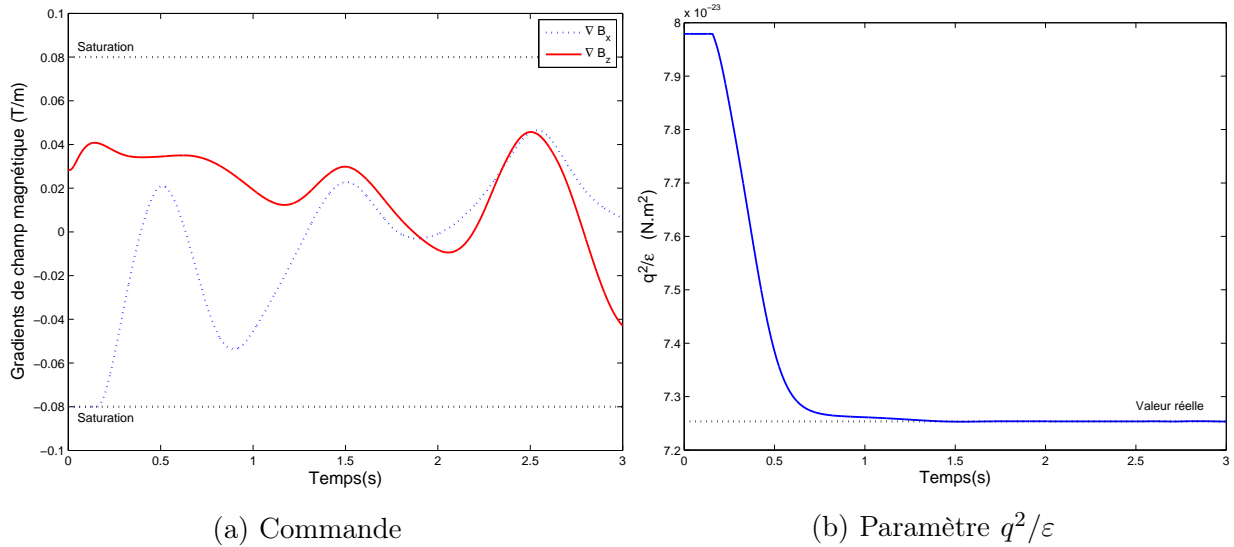
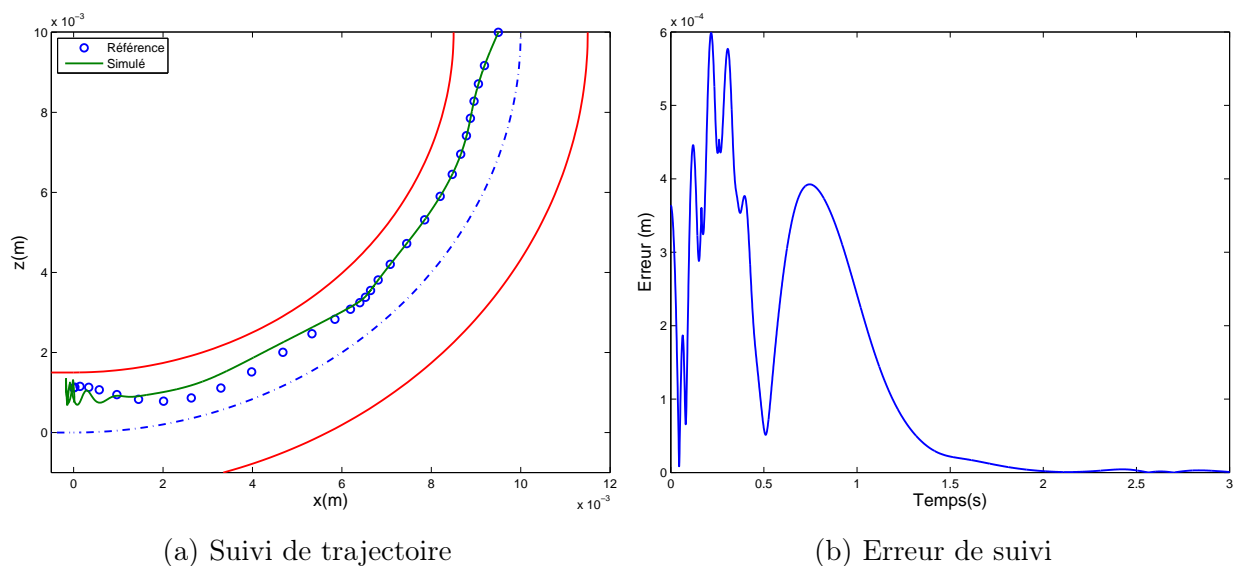


Figure 4.32 – Vitesses estimées : paramètre incertain  $q^2/\varepsilon$ .


 Figure 4.33 – Commande et paramètre  $q^2/\epsilon$  estimé.

de trajectoire est alors importante et atteint  $1.2\text{ mm}$  (voir Figure 4.30). A partir du moment où la commande n'est plus en saturation, le paramètre est mis à jour et converge en moins de  $0,5\text{ s}$  vers sa valeur réelle (voir Figure 4.33 (b)). On note sur cette figure que le ratio  $q^2/\epsilon$  est de l'ordre de  $10^{-23}$ . La très faible valeur numérique de ce ratio peut créer des instabilités en raison de problèmes numériques lors de l'intégration de la loi de mise à jour  $\dot{\hat{\theta}}$ . Pour pallier ce problème, une normalisation de ce ratio autour de 1 est effectuée pour l'intégration, puis ce ratio est de nouveau modifié pour le calcul de la force électrostatique. Les Figures 4.31 et 4.32 montrent que


 Figure 4.34 – Suivi de trajectoire : paramètre incertain  $M$ .

la convergence de l'observateur n'est pas affectée et que la reconstruction de l'état complet du système est efficace.

L'approche par backstepping adaptatif démontre ici tout son intérêt en comparaison des simulations de la Section 4.6.1.3. En effet, durant la phase transitoire, lorsque le ratio  $q^2/\varepsilon$  à estimer n'a pas encore convergé, la paire contrôleur-observateur garantit un suivi de trajectoire dégradé mais correct, démontrant ainsi la robustesse aux incertitudes de paramètres. A partir du moment où le ratio  $q^2/\varepsilon$  a convergé vers sa valeur réelle, la commande assure une stabilisation de la trajectoire du microrobot le long de la trajectoire de référence.

#### 4.6.2.2 Erreur sur la magnétisation $M$ du microrobot

La simulation suivante est réalisée en considérant une incertitude de 5% par rapport à la valeur nominale de la magnétisation. La Figure 4.34 montre l'efficacité et la robustesse du contrôleur. Durant la phase transitoire, le microrobot entre en collision par deux reprises avec la paroi du vaisseau sanguin. Ces collisions sont notables au niveau de la commande, qui atteint par deux fois la saturation à ces instants (voir Figure 4.37 (a)). Ces collisions ont pour conséquence de fortement détériorer l'estimation de la magnétisation du microrobot puisque l'erreur d'estimation atteint près de 14% (voir Figure 4.37 (b)).

Néanmoins, la commande est assez robuste pour garantir la stabilité du système en boucle fermée. L'observateur est sensible à ces erreurs paramétriques puisqu'on note de fortes oscillations des positions et vitesses estimées durant ces phases (voir Figures 4.35 et 4.36). Malgré tout, l'observateur reste stable et l'erreur d'estimation converge vers 0 une fois la magnétisation

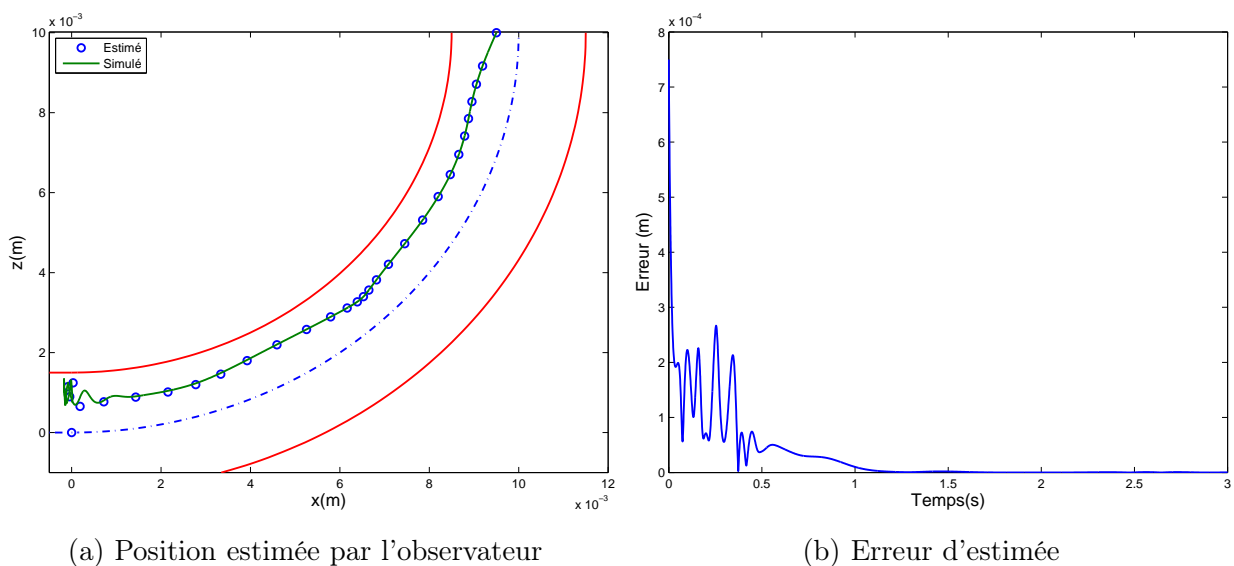


Figure 4.35 – Position estimée : paramètre incertain  $M$ .



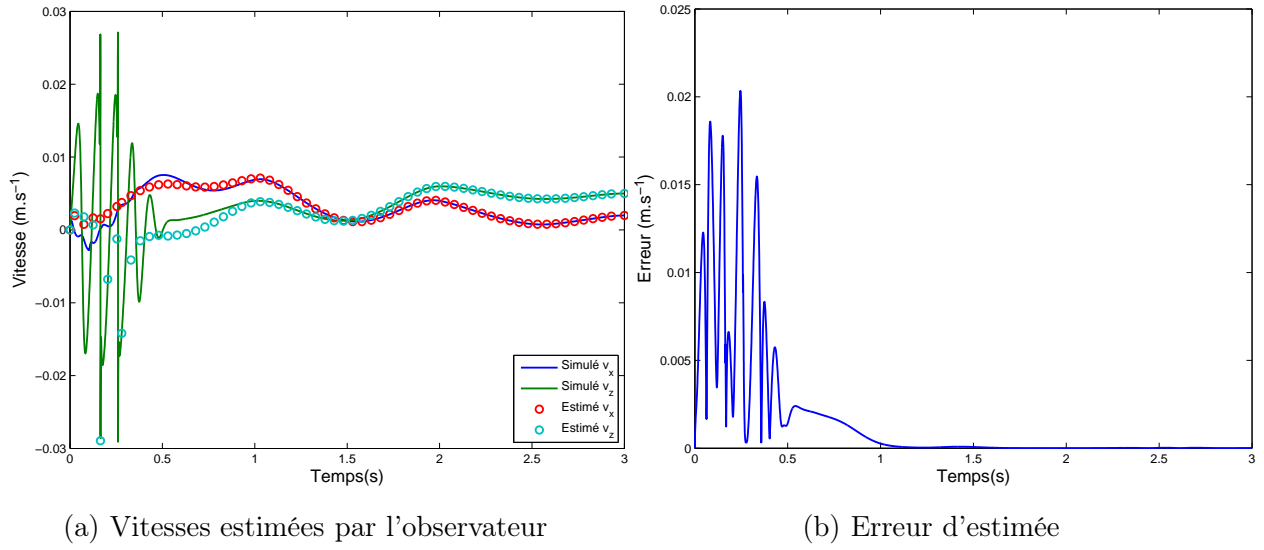


Figure 4.36 – Vitesses estimées : paramètre incertain  $M$ .

$M$  correctement évaluée. On note également dans cette simulation une nette amélioration des résultats obtenus par rapport aux simulations faites en Section 4.6.1.4.

## 4.7 Conclusion

Ce chapitre a été consacré à la validation par simulation de l'approche de commande et d'observation développées dans ce manuscrit. L'étude de sensibilité a tout d'abord permis de mettre en évidence les paramètres ayant la plus forte incidence sur le modèle. L'intérêt d'optimiser la

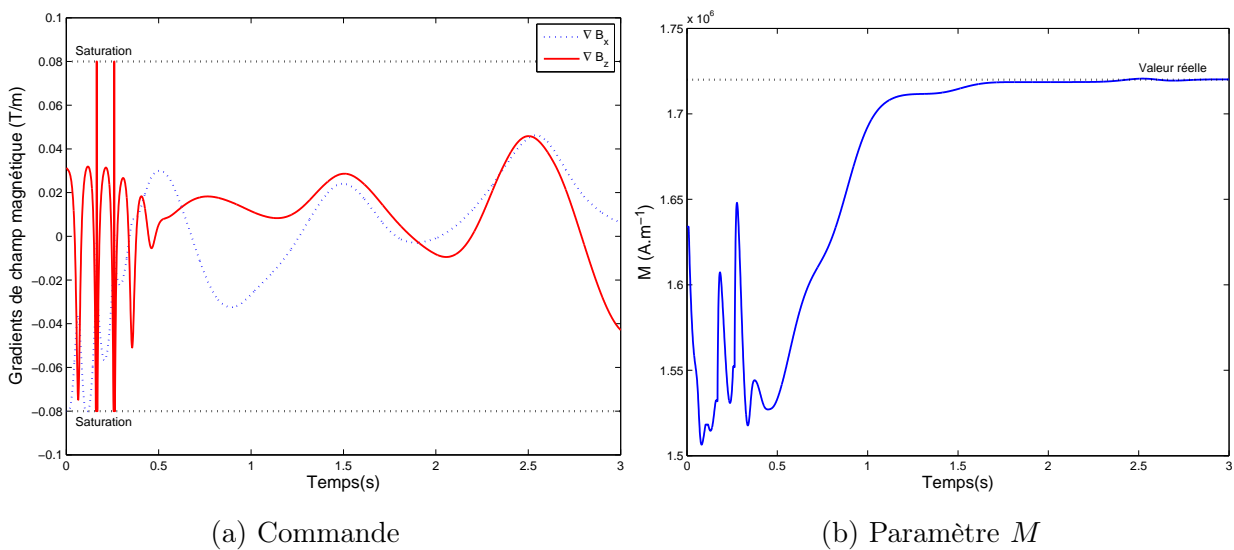


Figure 4.37 – Commande et paramètre  $M$  estimé.

trajectoire de référence a été montré à travers la comparaison des efforts de commande nécessaires au contrôle du microrobot. La stabilité et la robustesse de la paire contrôleur-observateur ont ensuite été illustrées par de nombreuses simulations, en présence de bruits de mesure puis d'erreurs paramétriques. Les bénéfices d'une commande de type backstepping adaptatif sur un backstepping simple pour le suivi d'une trajectoire de référence ont été montrés au travers de deux exemples. Premièrement, une erreur sur l'évaluation de la force électrostatique a entraîné une dégradation du suivi de trajectoire, sans compromettre toutefois la stabilité du système. L'évaluation du paramètre inconnu par le backstepping adaptatif a grandement amélioré le suivi de trajectoire, notamment lorsque le paramètre a convergé vers sa valeur nominale. Un deuxième cas important a été traité concernant une incertitude sur la valeur de la magnétisation de saturation du microrobot. Ce paramètre intervient en facteur de la commande et peut avoir une incidence directe sur la stabilité du système. Les simulations ont montré que les commandes sont suffisamment robustes pour garantir, même de manière dégradé, des critères de performances et de stabilité du système. Dans le cas de la commande adaptative, l'entrée en collision avec la paroi du vaisseau sanguin entraîne une valeur totalement erronée de la magnétisation. Malgré tout, la loi de mise à jour estime correctement ce paramètre une fois passée cette phase critique, qui intervient alors que l'observateur n'a pas encore convergé.



# Conclusion Générale

## Contributions

Les objectifs scientifiques de ce travail de thèse étaient multiples et abordaient de nombreux domaines. La thématique générale concernait la modélisation et le contrôle de microrobots magnétiquement guidés dans le système cardiovasculaire. Une première étape a consisté à appréhender puis étudier l'environnement dans lequel un microrobot navigue. La modélisation du système fait intervenir de nombreuses forces. L'étude hydrodynamique a mis en évidence deux comportements distincts du fluide : un comportement newtonien (artère) et non-newtonien (petite artère, artériole et capillaire), tous deux pris en compte à travers l'évolution de la viscosité du sang. Le profil de vitesse du sang en présence de bifurcations modifie fortement l'évaluation de la force hydrodynamique. Nous avons proposé dans ce manuscrit différentes expressions analytiques du profil de vitesse permettant une estimation correcte de la force de traînée s'exerçant sur le microrobot ([Arcese et al. \[2011c\]](#)). Le microrobot interagit également avec les parois des vaisseaux sanguins par l'intermédiaire des forces électrostatique, de van der Waals et stérique. La modélisation d'une collision du microrobot avec la paroi a été modélisée par la loi de contact de Hertz modifiée. En tenant compte du poids apparent du microrobot, et de la force magnétique nécessaire à son contrôle, nous avons proposé une modélisation précise de son comportement dynamique ([Arcese et al. \[2010a\]](#)).

Une seconde étape consistait à répertorier les différents microrobots ayant le potentiel de naviguer dans le système cardiovasculaire. Parmi les nombreux designs mentionnés dans ce manuscrit, trois prototypes ont retenu notre attention à savoir : les microrobots de type *bead pulling*, les microrobots à flagelle hélicoïdale et enfin les microrobots à flagelle élastique. Ces microrobots sont propulsés soit par l'action de gradients de champ magnétique pour le premier, soit à partir d'un champ magnétique variable pour les deux derniers. Une modélisation précise de leurs forces de propulsion respectives ainsi qu'une optimisation de leur conception a permis de maximiser cette

force motrice. Une première exploitation du modèle a permis d'identifier quel microrobot était le mieux adapté en fonction du vaisseau sanguin dans lequel il navigue (Arcese *et al.* [2011c]). Une seconde exploitation du modèle a abouti à la construction d'une trajectoire de référence optimisée permettant de minimiser les efforts de commande tout en garantissant le contrôle du microrobot (Arcese *et al.* [2010c]).

A partir de cette modélisation, nous avons proposé une représentation d'état du système permettant ainsi la synthèse d'un contrôleur non-linéaire. L'approche retenue pour la construction de la commande est établie à partir de critères de stabilité du système. Le système étant non-linéaire, une commande de type Lyapunov stabilisante a été développée. Notre choix s'est porté sur les commandes de type backstepping car elles ont l'avantage de définir les fonctions de Lyapunov de manière récurrentes et systématiques (Arcese *et al.* [2010b], Arcese *et al.* [2011b]). Une commande de type backstepping adaptatif a également été proposée permettant l'estimation de paramètres physiologiques et physiques inconnus. Ces commandes nécessitant la connaissance de l'état complet du système, un observateur grand gain a été associé reconstruisant notamment la vitesse du microrobot qui n'est pas mesurée (Arcese *et al.* [2011a]).

Enfin, de nombreuses simulations sont venues valider l'approche de commande utilisée dans ce manuscrit. La stabilité et la robustesse de la paire contrôleur-observateur ont été vérifiées en présence de bruits de mesure et d'incertitude paramétrique. L'intérêt d'une commande backstepping adaptatif par rapport à une commande backstepping simple a clairement été illustrée sur deux cas importants. Une première approche concernant l'estimation de la vitesse du sang a également été proposée. Des simulations prenant en compte en même temps des erreurs paramétriques, du bruit de mesure ainsi que la perte de localisation du microrobot durant un laps de temps ont également été réalisées et présentées dans Arcese *et al.* [2011c].

## Perspectives

D'un point de vue pratique, une validation expérimentale est nécessaire pour confirmer l'approche développée tout au long de ce manuscrit. L'aspect expérimental permettra également d'estimer certains paramètres mal connus, et de déterminer si des simplifications de modèle sont possibles. Des premières expériences ont été menées à l'École Polytechnique de Montréal ainsi qu'à l'École Polytechnique Fédérale de Zürich (ETHZ), mais des incertitudes sur les entrées (gradients de champ magnétique) n'ont pas permis pour le moment d'obtenir des résultats probants. De plus, l'influence de la discrétisation du modèle peut avoir des conséquences sur la convergence de l'observateur grand gain. Des simulations concernant un modèle discrétisé ont permis d'établir une stabilité de la paire contrôleur-observateur pour une fréquence d'échantillonnage de  $25Hz$ . Il serait également intéressant d'étudier le comportement du système lorsque l'observateur est à

grand gain variable ([Andrieu \*et al.\* \[2009\]](#)). Une robustesse plus importante aux bruits de mesure est notamment prévisible.

D'un point de vue théorique, la stabilité conjointe de la paire contrôleur-observateur reste à démontrer. Un autre futur challenge est le développement d'estimateur de la vitesse du sang en prenant en compte l'ensemble des forces agissant sur le microrobot à partir d'observateur grand gain de type Multiple Input Multiple Output ([Hammouri \*et al.\* \[2010\]](#)), ou d'observateur de Kazantzis-Kravaris-Luenberger (KKL) ([Kazantzis et Kravaris \[1998\]](#)). La difficulté de la détermination d'une fonction  $T$  solution d'une équation aux dérivées partielles et de son inverse dans le cas d'un observateur KKL, est pour le moment le principal obstacle à cette approche.



# Bibliographie

- Abbott, J. J., Ergeneman, O., Kummer, M. P., Hirt, A. M. et Nelson, B. J. 2007a, «Modeling magnetic torque and force for controlled manipulation of soft-magnetic bodies», *IEEE Transactions on Robotics*, vol. 23(6).
- Abbott, J. J., Nagy, Z., Beyeler, F. et Nelson, B. 2007b, «Robotics in the small : Part 1 micro-robotics», *IEEE Robotics and Automation Magazine*, vol. 14, n° 2, p. 92–103.
- Abbott, J. J., Peyer, K. E., Lagomarsino, M. C., Zhang, L., Dong, L. X., Kaliakatsos, I. K. et Nelson, B. J. 2009, «How should microrobots swim?», *International Journal of Robotics Research*, vol. 28, p. 1434–1447.
- Achenbach, S., Ropers, D., Kuettner, A., Flohr, T., Ohnesorge, B., Bruder, H., Theessen, H., Karakaya, M., Daniel, W. G., Bautz, W., Kalender, W. A. et Anders, K. 2006, «Contrast-enhanced coronary artery visualization by dual-source computed tomography - initial experience», *European Journal of Radiology*, vol. 57(3), p. 331–335.
- Adler, J. 1965, «Chemotaxis in escherichia coli», *Cold Spring Harbor Symposia on Quantitative Biology*, vol. 30, p. 289–92.
- Alksne, J. F. 1968, «Magnetically controlled intravascular catheter», *Surgery*, vol. 64(1), p. 339–345.
- Andrä, W. et Nowak, H. 2007, *Introduction, in magnetism in medicine : a handbook (second edition)*, Wiley-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, Weinheim, Germany.
- Andrieu, V. et Praly, L. 2006, «On the existence of a kazantis-kravaris / luenberger observer», *Society for Industrial and Applied Mathematics : Journal on Control and Optimization*, vol. 45(2), p. 432–456.



- Andrieu, V., Praly, L. et Astolfi, A. 2009, «High gain observers with updated gain and homogeneous correction terms», *Automatica*, vol. 45(2), p. 422–428.
- Arcese, L., Cherry, A., Fruchard, M. et Ferreira, A. 2010a, «Dynamic behavior investigation for trajectory control of a microrobot in blood vessels», *IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems*, p. 5774–5779.
- Arcese, L., Cherry, A., Fruchard, M. et Ferreira, A. 2010b, «High gain observer for backstepping control of a mri-guided therapeutic microrobot in blood vessels», *IEEE International Conference on Biomedical Robotics and Biomechatronics*, p. 349–354.
- Arcese, L., Cherry, A., Fruchard, M. et Ferreira, A. 2010c, «Optimal trajectory for a microrobot navigating in blood vessels», *IEEE International Conference on Engineering in Medicine and Biology Society*, p. 1950–1953.
- Arcese, L., Fruchard, M., Beyeler, F., Ferreira, A. et Nelson, B. J. 2011a, «Adaptive backstepping and mems force sensor for an mri-guided microrobot in the vasculature», *IEEE International Conference on Robotics and Automatics*, p. 4121–4126.
- Arcese, L., Fruchard, M. et Ferreira, A. 2011b, *Chapter 13 : Propulsion and Navigation Control of MRI-Guided Drug Delivery Nanorobots*, Springer - NanoRobotics : Current Approaches and Techniques. A paraître.
- Arcese, L., Fruchard, M. et Ferreira, A. 2011c, «Endovascular magnetically-guided robots : navigation modeling and optimization», *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*. Accepté.
- Athans, M. 1971, «The role and use of the stochastic linear-quadratic-gaussian problem in control system design», *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 6, p. 529–552.
- Athans, M. et Falb, P. L. 1966, *Optimal control : an introduction to the theory and its applications*, Mac Graw Hill, New York.
- Atmakuri, S. R., Lev, E., Alviar, C., Ibarra, E., Raizner, A. E., Solomon, S. L. et Kleiman, N. S. 2006, «Initial experience with a magnetic navigation system for percutaneous coronary intervention in complex coronary artery lesions», *Journal of the American College of Cardiology*, vol. 47(3), p. 512–521.
- Batur, C., Sreeramreddy, T. et Khasawneh, Q. 2005, «Sliding mode control of a simulated mems gyroscope», *American Control Conference*, p. 4160–4165.
- Bawa, R. 2008, «Nanoparticle-based therapeutics in humans : A survey», *Nanotechnology Law & Business*, vol. 5(2), p. 135–155.

- Behkam, B. et Sitti, M. 2006, «Design methodology for biomimetic propulsion of miniature swimming robots», *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, vol. 128, n° 1.
- Belharet, K., Folio, D. et Ferreira, A. 2010, «3d controlled motion of a microrobot using magnetic gradients», *Advanced Robotics*, vol. 25(8), p. 1069–1083.
- Berg, H. 2003, «The rotary motor of bacterial flagella», *Annual Review of Biochemistry*, vol. 72, p. 19–54.
- Besançon, G., Voda, A. et Jouffroy, G. 2010, «A note on state and parameter estimation in a van der pol oscillator», *Automatica*, vol. 46(3), p. 1735–1738.
- Bhat, S., J.Guez, Kurzweg, T. P., Guez, A. et Friedman, G. 2007, «Controllability of magnetic manipulation of a few microparticles in fluid», *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 43, p. 2427–2429.
- Blakemore, R. P. 1975, «Magnetotactic bacteria», *Science*, vol. 190, p. 377–379.
- Blakemore, R. P., Maratea, D. et Wolfe, R. S. 1979, «Isolation and pure culture of a freshwater magnetic spirillum in chemically defined medium», *Journal of Bacteriology*, vol. 140, p. 720–729.
- Botnara, R., Rappitsch, G., Scheidegger, M. B., Liepsch, D., Perktold, K. et Boesigera, P. 2000, «Hemodynamics in the carotid artery bifurcation : a comparison between numerical simulations and in vitro mri measurements», *Journal of Biomechanics*, vol. 33(2), p. 137–144.
- Boyer, T. H. 1988, «The force on a magnetic dipole», *American Journal of Physics*, vol. 56, p. 688–692.
- Bray, D. 1992, *Cell Movements*, Garland, New York.
- Brenner, H. 1962, «Effect of finite boundaries on the stokes resistance of an arbitrary particle», *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 12(1), p. 35–48.
- Broersma, S. 1960, «Viscous force constant for a closed cylinder», *Journal of Chemical Physics*, vol. 32, p. 1632–1635.
- Butt, H. J., Kappl, M., Mueller, H., Raiteri, R., Meyer, W. et Rühle, J. 1999, «Steric forces measured with the atomic force microscope at various temperatures», *Langmuir*, vol. 15, n° 7, p. 2559–2565.

- Carpentier, A., McNichols, R. J., Stafford, R. J., Itzcovitz, J., P. Guichard, J., Reizine, D., Delaloge, S., Vicaut, E., Payen, D., Gowda, A. et George., B. 2008, «Real-time magnetic resonance-guided laser thermal therapy for focal metastatic brain tumors», *Neurosurgery*, vol. 63, p. 21–29.
- Carpi, F. et Pappone, C. 2009, «Magnetic manoeuvring of endoscopic capsules by means of a robotic navigation system», *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol. 56(5), n° 5, p. 1482–1490.
- Cencic, R., Carrier, M., Vazquez, G. G., Bordeleau, M. E., Sukarieh, R., Bourdeau, A., Brem, B., Teodoro, J. G., Greger, H., Tremblay, M., Porco, J. et Pelletier, J. 2009, «Antitumor activity and mechanism of action of the cyclopenta[b]benzofuran, silvestrol», *Plos One*, vol. 4(4), p. 4 :e5223.
- Chakrabarty, S. P. et Hanson, F. B. 2005, «Optimal control of drug delivery to brain tumors for a distributed parameters model», *American Control Conference*, p. 973–978.
- Chaplin, H., Mollison, P. et Vetter, H. 1953, «The body/venous hematocrit ratio : Its constancy over a wide hematocrit range», *The Journal of Clinical Investigation*, vol. 32(12), p. 1309–1316.
- Chen, G., Pham, M. T. et Redarce, T. 2009, «Sensor-based guidance control of a continuum robot for a semi-autonomous colonoscopy», *Robotics and Autonomus Systems*, vol. 57(6-7), p. 712–722.
- Choi, H., Choi, J., Cha, K., Quin, L., Li, J., Park, J. O., Park, S. et Kim, B. 2010, «Position stabilization of microrobot using pressure signal in pulsating flow of blood vessel», *IEEE Sensors 2010 Conference*, vol. 18, p. 723–726.
- Choi, H., Choi, J., Jeong, S., Yu, C., Park, J. O. et Park, S. 2009, «Two-dimensional locomotion of a microrobot with a novel stationary electromagnetic actuation system», *Smart Material and Structures*, vol. 18, p. 115 017.
- Choi, I. et Lim, C. 2004, «Low-velocity impact analysis of composite laminates using linearized contact law», *Composite Structures*, vol. 66, p. 125–132.
- Chorin, A. J. 1968, «Numerical solution of the navier-stokes equations», *Mathematics of computation*, vol. 22, p. 745–762.
- Chow, W. L. 1940, «Uber systeme von linearen partiellen differentialgleichung ester ordnung», *Mathematische Annalen*, vol. 117, p. 227–232.

- Clift, R. et Gauvin, W. 1970, «The motion of particles in turbulent gas streams», *Proc. Chemeca*, vol. 70(1), p. 14–28.
- Creighton, F. 1996, *Control of magnetomotive actuators for an implanted object in brain and phantom materials*, University of Virginia.
- Dario, P., Carrozza, M. C., Stefanini, C. et d’Attanasio, S. 1998, «A mobile microrobot actuated by a new electromagnetic wobble micromotor», *IEEE Transactions on Mechatronics*, vol. 3(1), p. 9–16.
- Delong, E. F., Frankel, R. B. et Bazylinski, D. A. 1993, «Multiple evolutionary origins of magnetotaxis in bacteria», *Science*, vol. 259, p. 803–806.
- Delvin, P. M. 2007, *Brachytherapy : applications and techniques*, Lippincott Williams & Wilkins, Philadelphia.
- Derjaguin, B. et Landau, L. 1941, «Theory of the stability of strongly charged lyophobic sols and of the adhesion of strongly charged particles in solution of electrolytes», *Acta Physicochim*, vol. 14, p. 633–662.
- Derjaguin, B., Muller, V. et Toporov, Y. P. 1975, «Effect of contact deformations on the adhesion of particles», *Journal of Colloid and Interface Science*, vol. 53(2), p. 314–326.
- Dijkstra, E. W. 1959, «A note on two problems in connexion with graphs», *Numerische Mathematik*, vol. 1, p. 269–271.
- Dreyfus, R., Beaudry, J., Roper, M. L., Fermigier, M., Stone, H. A. et Bibette, J. 2005, «Microscopic artificial swimmers», *Nature*, vol. 437, p. 862–865.
- Edd, J., Payen, S., Rubinsky, B., Stoller, M. L. et Sitti, M. 2003, «Biomimetic propulsion for a swimming surgical microrobot», *IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems, Las Vegas*, p. 2583–2588.
- Ergeneman, O., Abbott, J. J., Dogangil, G. et Nelson, B. J. 2008, «Functionalizing intraocular microrobots with surface coatings», *IEEE RAS/EMBS International Conference on Biomedical Robotics and Biomechatronics*, p. 232–237.
- Evans, A. A. et Lauga, E. 2010, «Propulsion by passive filaments and active flagella near boundaries», *Physical Review E*, vol. 82, n° 4, p. 041 915.
- Faddis, M. N., Blume, W., Finney, J., Hall, A., Rauch, J., Sell, J., Bae, K. T., Talcott, M. et Lindsay, B. 2002, «Novel, magnetically guided catheter for endocardial mapping and radiofrequency catheter ablation», *Circulation*, vol. 106(23), p. 2980–2985.

- Felfoul, O., Raimbert, M. et Martel, S. 2006, «Magnetic field mapping by selective equipotential excitation», *IEEE-EMBS Annual International Conference of the Engineering in Medicine and Biology Society*, p. 1746–1749.
- Felice, R. D. 1996, «A relationship for the wall effect on the settling velocity of a sphere at any flow regime», *International Journal of Multiphase Flow*, vol. 22(3), p. 527–533.
- Feng, L., Dumoulin, C. L., Dashnaw, S., Darrow, R., Ghude, R., DeLaPaz, R. L., Bishop, P. L. et Pile-Spellman, J. 2005, «Transfemoral catheterization of carotid arteries with real-time mr imaging guidance in pigs», *Radiology*, vol. 234, p. 551–557.
- Fliess, M., Lévine, J., Martin, P. et Rouchon, P. 1995, «Flatness and defect of non-linear systems : introductory theory and examples», *International Journal of Control*, vol. 61, p. 1327–1361.
- Floyd, S., Pawashe, C. et Sitti, M. 2009, «Two-dimensional contact and noncontact micromanipulation in liquid using untethered mobile magnetic microrobot», *IEEE Transactions on Robotics*, vol. 25(6), p. 303–308.
- Francis, A. W. 1933, «Wall effect in falling ball method for viscosity», *Physics*, vol. 4, p. 403–406.
- Fresconi, F. E., Wexler, A. S. et Prasad, A. K. 2003, «Expiration flow in a symmetric bifurcation», *Experiments in Fluids*, vol. 35, p. 493–501.
- Gauthier, J., Hammouri, H. et Othman, S. 1992, «A simple observer for nonlinear systems. application to bioreactors.», *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 37, n° 6, p. 875–880.
- Gerard, B., Cencic, R., Pelletier, J. et Porco, J. 2007, «Enantioselective synthesis of the complex rocaglate (-)-silvestrol», *Angewandte Chemie International Edition (Eng)*, vol. 46(41), p. 7831–7834.
- Gillies, G. T., Ritter, R. C., Broaddus, W. C., Grady, M. S., Howard, M. A. et McNeil, R. G. 1994, «Magnetic manipulation instrumentation for medical physics research», *Review of Scientific Instruments*, vol. 65(3).
- Goorjan, M. P. et Tafflove, A. 1992, «Computational modeling of nonlinear electromagnetic phenomena», *AIAA 30th Aerospace Sciences Meeting*, p. 92–0457.
- Grady, M. S., Howard, M. A., Molloy, J. A., Ritter, R. C., EG, E. G. Q. et Gillies, G. T. 1990, «Nonlinear magnetic stereotaxis : three-dimensional, in vivo remote magnetic manipulation of a small object in canine brain», *Medical Physics*, vol. 17(3), p. 405–415.

- Gray, D. E. 1972, *American institute of physics handbook*, McGraw Hill, New York.
- Guyon, E., Hulin, J.-P. et Petit, L. 2001, *Hydrodynamique physique*, CNRS Edition.
- Hammouri, H., Bornard, G. et Busawon, K. 2010, «High gain observer for structured multi-output nonlinear systems», *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 55(4), p. 987–992.
- Han, B. H., Park, S. et Lee, S. Y. 2008, «Gradient waveform synthesis for magnetic propulsion using mri gradient coils», *Physics in Medicine and Biology*, vol. 53, p. 4639–4649.
- Hays, D. 1991a, «Electrostatic adhesion of non-uniformly charged dielectric spheres», *Institute of Physics Conference Series*, vol. 118, p. 223–228.
- Hays, D. 1991b, *Role of Electrostatics in Adhesion, in Fundamentals of Adhesion*, Plenum Press.
- Honda, T., Arai, K. I. et Ishiyama, K. 1996, «Micro swimming mechanisms propelled by external magnetic fields», *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 32(5).
- Iddan, G., Meron, G., Glukhovsky, A. et Swain, P. 2000, «Wireless capsule endoscopy», *Nature*, vol. 405, p. 417.
- Iimura, K., Watanabe, S., Suzuki, M., Hirota, M. et Higashitani, K. 2009, «Simulation of entrainment of agglomerates from plate surfaces by shear flows», *Chemical Engineering Science*, vol. 64, p. 1455–1461.
- Iliadis, A. et Barbolosi, D. 2000, «Optimizing drug regimens in cancer chemotherapy by an efficacy-toxicity mathematical model», *Computers and Biomedical Research*, vol. 33(3), p. 211–226.
- Ishiyama, K., Arai, K., Sendoh, M. et Yamazaki, A. 2003, «Spiral-type micro-machine for medical applications», *Journal of Micromechatronics*, vol. 2(1), p. 77–86.
- Isidori, A. 1995, *Nonlinear control systems*, Springer-Verlag, New-York,.
- Jagannathan, S. et Hameed, M. 2004, «Adaptive force-balancing control of mems gyroscope with actuator limits», *American Control Conference*, p. 1862–1867.
- Jaspard, F., Nadi, M. et Rouane, A. 2003, «Dielectric properties of blood : an investigation of haematocrit dependence», *Physiol. Meas.*, vol. 24, p. 137–147.
- Kalman, R. E. 1960, «A new approach to linear filtering and prediction problems», *Transactions of the American Society of Mechanical Engineers. Series D, Journal of Basic Engineering*, vol. 82, p. 35–45.

- Kalman, R. E. et Bucy, R. S. 1961, «New results in linear filtering and prediction theory», *Transactions of the American Society of Mechanical Engineers. Series D, Journal of Basic Engineering*, vol. 83, p. 95–108.
- Kanellakopoulos, I., Kokotović, P. et Morse, A. 1992, «A toolkit for nonlinear feedback design», *Systems and Control Letters*, vol. 18, p. 83–92.
- Kang, X. Y., Liu, D. H., Zhou, J. et Jin, Y. J. 2005, «Simulation of blood flow at vessel bifurcation by lattice boltzmann method», *Chinese Physics Letters*, vol. 22(11), p. 2873–2876.
- Kazantzis, N. et Kravaris, C. 1998, «Nonlinear observer design using lyapunov’s auxiliary theorem», *Systems and Control Letters*, vol. 34, p. 241–247.
- Kehlenbeck, R. et Felice, R. D. 1999, «Empirical relationships for the terminal settling velocity of spheres in cylindrical columns», *Chemical Engineering Technology*, vol. 21, p. 303–308.
- Kelessidis, V. C. et Mpandelis, G. 2004, «Measurements and prediction of terminal velocity of solid spheres falling through stagnant pseudoplastic liquids», *Powder Technology*, vol. 147, p. 117–125.
- Kim, C. S., Kiris, C., Kwak, D. et David, T. 2006, «Numerical simulation of local blood flow in the carotid and cerebral arteries under altered gravity», *Journal of Biomechanical Engineering*, vol. 128(2), p. 194–202.
- Kim, M., Bird, J. C., Parys, A. J. V., Breuer, K. S. et Powers, T. R. 2003, «A macroscopic scale model of bacterial flagellar bundling», *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, vol. 100(26), p. 15 481–15 485.
- Knudsen, M. 1934, *The Kinetic Theory of Gases - Some Modern Aspects*, Methuen, London.
- Kokotović, P. et Sussmann, H. 1989, «A positive real condition for global stabilization of nonlinear systems», *Systems and Control Letters*, vol. 13, p. 125–133.
- Kokotović, P. V. 1992, «The joy of feedback : nonlinear and adaptive», *IEEE Control Systems Magazine*, vol. 12(3), p. 7–17.
- Kosa, G., Jakab, P., Hata, N., Jólesz, F., Neubach, Z., Shoham, M., Zaaroor, M. et Székely, G. 2008, «Flagellar swimming for medical micro robots : Theory, experiments and application», *IEEE International Conference on Biomedical Robotics and Biomechatronics*, p. 258–263.
- Kosa, G., Shoham, M. et Zaaroor, M. 2007, «Propulsion method for swimming microrobots», *IEEE Transactions on Robotics*, vol. 23(1), p. 137–150.

- 
- Kratochvil, B. E., Kummer, M., Abbott, J. J., Borer, R., Ergeneman, O. et Nelson, B. J. 2010a, «Octomag : An electromagnetic system for 5-dof wireless manipulation - video submission», *IEEE International Conference on Robotics and Automation*.
- Kratochvil, B. E., Kummer, M., Erni, S., Borer, R., Frutiger, D. R., Schuerle, S. et Nelson, B. J. 2010b, «Minimag : A hemispherical electromagnetic system for 5-dof wireless micromanipulation», *Proceedings of the 12th International Symposium on Experimental Robotics*.
- Kristo, B., Liao, J. C., Neves, H. P., Churchill, B. M., Montemagno, C. D. et Schulman, P. G. 2003, «Microelectromechanical systems in urology», *Urology*, vol. 61(5), p. 883–887.
- Krstić, M., Kanellakopoulos, I. et Kokotović, P. 1992, «Adaptive nonlinear control without overparametrization», *Systems and Control Letters*, vol. 19, p. 177–185.
- Krstić, M., Kanellakopoulos, I. et Kokotović, P. 1995, *Nonlinear and Adaptive Control Design*, John Wiley & Sons, Inc., New York.
- Kummer, M. P., Abbott, J. J., Kratochvil, B. E., Borer, R., Sengul, A. et Nelson, B. J. 2010, «Octomag : An electromagnetic system for 5-dof wireless micromanipulation», *IEEE Transactions on Robotics*, vol. 6, p. 1006–1017.
- Kwakernaak, H. et Sivan, R. 1972, *Linear optimal control systems*, Wiley-Interscience, New York.
- Lagomarsino, M. C., Capuani, F. et Lowe, C. P. 2003, «A simulation study of the dynamics of a driven filament in an aristotelian fluid», *Journal of Theoretical Biology*, vol. 224(2), p. 215–224.
- Lauga, E. 2007, «Floppy swimming : Viscous locomotion of actuated elastica», *Physical Review E*, vol. 75(4), p. 041 916.
- Lhemould, M. S., Delchambre, A., Regnier, S. et Lambert, P. 2007, «Electrostatic forces in micromanipulations : Review of analytical models and simulations including roughness», *Applied surface science*, vol. 253(14), p. 6203–6210.
- Li, H., Tan, J. et Zhang, M. 2009, «Dynamics modeling and analysis of a swimming microrobot for controlled drug delivery», *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, vol. 6(2), p. 220–227.
- Li, W. et Liu, P. X. 2009, «Robust adaptive tracking control of uncertain electrostatic microactuators with h-infinity performance», *Mechatronics*, vol. 19(5), p. 591–597.
- Lighthill, J. 1976, «Flagellar hydrodynamics», *Society for Industrial and Applied Mathematics Review*, vol. 18(2), p. 161–230.
-



- Liu, C. S. et Peng, H. 2002, «Inverse-dynamics based state and disturbance observers for linear time-invariant systems», *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, vol. 124(3), p. 375–381.
- Long, Q., Xu, Y. X., Ariff, B., Thom, S. A., Hughes, A. D. et Stanton, A. V. 2000, «Reconstruction of blood flow patterns in a human carotid bifurcation : a combined cfd and mri study», *Journal of Magnetic Resonance Imaging*, vol. 11(3), p. 299–311.
- Loth, E. 2008, «Drag of non-spherical solid particles of regular and irregular shape», *Powder Technology*, vol. 182(3), p. 342–353.
- Lower, S. K. 2005, «Directed natural forces of affinity between a bacterium and mineral», *American Journal of Science*, vol. 305, p. 752–765.
- Luenberger, D. 1964, «Observing the state of a linear system», *IEEE Transactions on Military Electronics*, vol. 8, p. 74–80.
- Lyshevski, S. E. 1999, «Robust control of nonlinear continuous-time systems with parameter uncertainties and input bounds», *International Journal of Systems Science*, vol. 30(3), p. 247–259.
- Lyshevski, S. E. 2001, «Optimal structural synthesis, modeling, and control of micro-mechatronic systems», *Mechatronics*, vol. 11(7), p. 837–851.
- Marshall, I., Zhao, S., Papathanasopoulou, P., Hoskins, P. et Xu, X. Y. 2004, «Mri and cfd studies of pulsatile flow in healthy and stenosed carotid bifurcation models», *Journal of Biomechanics*, vol. 37(5), p. 679–687.
- Martel, S. 2006, «Targeted delivery of therapeutic agents with controlled bacterial carriers in the human blood vessels», *2nd ASM/IEEE EMBS Conference on Bio, Micro and Nanosystems*.
- Martel, S., Mathieu, J. B., Felfoul, O., Chanu, A., Aboussouan, E., Tamaz, S., Pouponneau, P., Yahia, H., Beaudoin, G., Soulez, G. et Mankiewicz, M. 2007, «Automatic navigation of an untethered device in the artery of a living animal using a conventional clinical magnetic resonance imaging system», *Applied Physics Letters*, vol. 90(11).
- Martel, S., Mohammadi, M., Felfoul, O., Lu, Z. et Pouponneau, P. 2009, «Flagellated magnetotactic bacteria as controlled mri-trackable propulsion and steering systems for medical nanorobots operating in the human microvasculature», *International Journal of Robotics Research*, vol. 28, p. 571–582.

- Mathieu, J. B., Beaudoin, G. et Martel, S. 2006, «Method of propulsion of a ferromagnetic core in the cardiovascular system through magnetic gradients generated by an mri system», *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol. 53(2), p. 292–299.
- Mathieu, J. B. et Martel, S. 2007, «Magnetic microparticle steering within the constraints of an mri system : proof of concept of a novel targeting approach», *Biomedical Microdevices*, vol. 9, n° 6, p. 801–808.
- Mathieu, J. B. et Martel, S. 2009, «Aggregation of magnetic microparticles in the context of targeted therapies actuated by a magnetic resonance imaging system», *Journal of applied physics*, vol. 106(4), p. 044 904–1–044 904–7.
- McCurrie, R. A. 1994, *Structures and properties of ferromagnetic materials*, Academic Press, London.
- McNeil, R. G., Ritter, R. C., Wang, B., Lawson, M. A., Gillies, G. T., Wika, K. G., Quate, E. G., Howard, M. A. et Grady, M. S. 1995, «Functional design features and initial performance characteristics of a magnetic-implant guidance system for stereotactic neurosurgery», *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol. 42(8), n° 8, p. 793–801.
- Meeker, D. C., Maslen, E. H., Ritter, R. C. et Creighton, F. M. 1996, «Optimal realization of arbitrary forces in a magnetic stereotaxis system», *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 32, n° 2, p. 320–328.
- Mehrtash, M. et Khamesee, M. B. 2010, «Optimal motion control of magnetically levitated microrobot», *IEEE Conference on Automation Science and Engineering*, p. 521–526.
- Mehrtash, M. et Khamesee, M. B. 2011, «Design and implementation of lqg/ltr controller for a magnetic telemanipulation system-performance evaluation and energy saving», *Microsystem Technology*, p. 1–9.
- Munroe, H. 1889, *The English versus the continental system of jigging : is close sizing advantageous ?*, American Institute of Mining Engineers.
- Nelson, B. J., Kaliakatsos, I. K. et Abbott, J. J. 2010, «Microrobots for minimally invasive medicine», *Annual Review of Biomedical Engineering*, vol. 12, p. 55–85.
- Newton, I. 1687, *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica*, Cambridge University Press, Cambridge.
- Nezafat, R., Kellman, P., Derbyshire, J. A. et McVeigh, E. R. 2004, «Real time high spatial-temporal resolution flow imaging with spiral mri using auto-calibrated sense», *IEEE-EMBS*

- Annual International Conference of the Engineering in Medicine and Biology Society*, vol. 1, p. 1914–1917.
- Pacey, A. A., Cosson, J. C. et Bentley, M. G. 1994, «The acquisition of forward motility in the spermatozoa of the polychaete arenicola marina», *The journal of experimental biology*, vol. 195, p. 259–280.
- Patil, M. K. et Subbaraj, K. 1988, «Finite element analysis of two dimensional steady flow in model arterial bifurcation», *Journal of Biomechanics*, vol. 21(3), p. 219–233.
- Pawashe, C., Floyd, S. et Sitti, M. 2009, «Modeling and experimental characterization of an untethered magnetic micro-robot», *International Journal of Robotics Research*, vol. 28(8), p. 1077–1094.
- Pennes, H. H. 1948, «Analysis of tissue and arterial blood temperatures in resting forearm», *Journal of applied physiology*, vol. 1(2), p. 93–122.
- Plowman, S. et Smith, D. 1997, *Exercise Physiology*, Needham Heights, MA Allyn and Bacon.
- Poiseuille, J.-L.-M. 1844, *Le mouvement des liquides dans les tubes de petits diamètres*.
- Praly, L., Marconi, L. et Isidori, A. 2006, «A new observer for an unknown harmonic oscillator», *Proceedings of the 17th International Symposium on Mathematical Theory of Networks and Systems*, p. 996–1001.
- Pries, A. R., Secomb, T. W. et Gaehtgens, P. 1996, «Biophysical aspects of blood flow in the microvasculature», *Cardiovascular Research*, vol. 32(4), p. 654–667.
- Probst, R., Lin, J., Komae, A., Nacev, A., Cummins, Z. et Shapiro, B. 2011, «Planar steering of a single ferrofluid drop by optimal minimum power dynamic feedback control of four electromagnets at a distance», *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 323, p. 885–896.
- Purcell, E. M. 1977, «Life at low reynolds number», *American Journal of Physics*, vol. 45, p. 3–11.
- Quate, E. G., Wika, K. G., Lawson, M. A., Gillies, G. T., Ritter, R. C., Grady, M. S. et Howard, M. A. 1991, «Goniometric motion controller for the superconducting coil in a magnetic stereoaxis system», *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol. 38(9), p. 899–905.
- Rakotondrabe, M., Clévy, C., Ivan, I. A. et Chaillet, N. 2010, «Observer techniques applied to the control of piezoelectric microactuators», *IEEE International Conference on Robotics and Automatics*.

- 
- Rakotondrabe, M., Haddab, Y. et Lutz, P. 2009, «Quadrilateral modelling and robust control of a nonlinear piezoelectric cantilever», *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 17(3), p. 528–539.
- Rao, Y., Ni, Y. S. et Liu, C. F. 2008, «Multi-bifurcation effect of blood flow by lattice boltzmann method», *Chinese Physics Letters*, vol. 25(11), p. 4038–4041.
- Rapaport, D. C. 2007, «Microscale swimming : The molecular dynamics approach», *Physical Review Letters*, vol. 99(23), p. 238 101–4.
- Rashevski, P. K. 1938, «About connecting two points of complete nonholonomic space by admissible curve», *Uch. Zapiski Ped. Inst. K. Liebknecht*, vol. 2, p. 83–94.
- Rentschler, M. E., Farritor, S. M. et Iagnemma, K. D. 2007, «Mechanical design of robotic in vivo wheeled mobility», *Transactions of the American Society of Mechanical Engineers. Journal of Mechanical Design*, vol. 129(10), p. 1037–1045.
- Reynolds, O. 1883, «An experimental investigation of the circumstances which determine whether the motion of water shall be direct or sinuous, and of the law of resistance in parallel channels», *Philosophical Transactions of the Royal Society*, vol. 174(0).
- Robinson, G. et Davies, J. B. C. 1999, «Continuum robots. a state of the art», *IEEE International Conference on Robotics and Automatics*, vol. 4, p. 2849–2854.
- Rouchon, P. 2001, «Motion planning, equivalence, infinite dimensional systems», *International Journal Applied Mathematics and Computer Science*, vol. 11(1), p. 165–188.
- Roy, S., Ferrara, L. A., Fleischman, A. J. et Benzel, E. C. 2001, «Microelectromechanical systems and neurosurgery : a new era in a new millennium», *Neurosurgery*, vol. 49(4), p. 779–797.
- Roy, S., Ferrara, L. A., Fleischman, A. J. et Benzel, E. C. 2006, *MEMS and neurosurgery*, New York, Springer.
- Runge, C. 1901, «Über empirische funktionen und die interpolation zwischen äquidistanten ordinaten», *Zeitschrift für Mathematik und Physik*, vol. 46, p. 224–243.
- Schittkowski, K. 2008, «Parameter identification and model verification in systems of partial differential equations applied to transdermal drug delivery», *Mathematics and Computers in Simulation*, vol. 79(3), p. 521–538.
- Schmidt-Nielsen, K. 1984, *Scaling : why is animal size so important ?*, Cambridge University Press, Cambridge.
-

- Sendoh, M., Ishiyama, K. et Arai, K. I. 2003, «Fabrication of magnetic actuator for use in a capsule endoscope», *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 39(5), p. 3232–3234.
- Sethian, J. A. 1999, *Level set methods and fast marching methods*, Cambridge University Press, Cambridge.
- Shapiro, E., Skrtic, S., Sharer, K., Hill, J. M., Dunbar, C. E. et Koretsky, A. P. 2004, «Mri detection of single particles for cellular imaging», *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, vol. 101(30), p. 10 901 – 10 906.
- Siepmann, J. et Peppas, N. A. 2001, «Modeling of drug release from delivery systems based on hydroxypropyl methylcellulose (hpmc)», *Advanced Drug Delivery Reviews*, vol. 48(2-3), p. 139–157.
- Sievers, E. L., Appelbaum, F. R., Spielberger, R. T., Forman, S. J., Flowers, D., Smith, F. O., Shannon-Dorcy, K., Berger, M. S. et Bernstein, I. D. 1999, «Selective ablation of acute myeloid leukemia using antibody-targeted chemotherapy : a phase 1 study of an anti-cd33 calicheamicin immunoconjugate», *Blood*, vol. 97(11), p. 3678–3684.
- Sitti, M. 2009, «Miniature devices : Voyage of the microrobots», *Nature*, vol. 458, p. 1121–1122.
- Steeden, J. A., Atkinson, D., Taylor, A. M. et Muthurangu, V. 2010, «Split-acquisition real-time cine phase-contrast mr flow measurements», *Magnetic Resonance in Medicine*, vol. 64, p. 1664–1670.
- Stokes, G. 1851, «On the effect of the inertial friction of fluids on the motion of pendulums», *Transactions of the Cambridge Philosophical Society*, vol. 8, p. 1–141.
- Stéréotaxis. URL <http://www.stereotaxis.com>.
- Sussmann, H. 1987, «A general theorem on local controllability», *SIAM Journal of control and optimization*, vol. 25, p. 158–194.
- Swiston, A. J., Cheng, C., Um, S., Irvine, D. J., Cohen, R. E. et Rubner, M. F. 2008, «Surface functionalization of living cells with multilayer patches», *Nano Letters*, vol. 8, p. 4446–4453.
- Takeda, S.-I., Mishima, F., Fujimoto, S., Izumi, Y. et Nishijima, S. 2006, «Development of magnetically targeted drug delivery system using superconducting magnet», *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 311(1), p. 367–371.
- Tamaz, S., Gourdeau, R., Chanu, A., Mathieu, J. B. et Martel, S. 2008, «Real-time mri-based control of a ferromagnetic core for endovascular navigation», *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol. 55(7).

- Taylor, G. 1951, «Analysis of the swimming of microscopic organisms», *Proceedings of the Royal Society of London Series A Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, vol. 209, p. 447–461.
- Taylor, G. 1952, «The action of waving cylindrical tails in propelling microscopic organisms», *Proceedings of the Royal Society of London Series A Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, vol. 211, p. 225–239.
- Thiriet, M., Martin-Borret, G. et Hecht, F. 1996, «Ecoulement rhéofluidifiant dans un coude et une bifurcation plane symétrique. application à l'écoulement sanguin dans la grande circulation», *Journal de physique*, vol. 6, p. 529–542.
- Thurston, G. 1996, *Viscoelastic properties of blood and blood analogs*, Advances in hemodynamics and hemorheology.
- Tijskens, E., Ramon, H. et Baerdemaeker, J.-D. 2003, «Discret element modelling for process simulation in agriculture», *Journal of Sound and Vibration*, vol. 266, p. 493–514.
- Trudnowsky, R. J. et Rico, R. C. 1974, «Specific gravity of blood and plasma at 4 and 37°C», *Clinical Chemistry*, vol. 20/5, p. 615–616.
- Tsuji, Y. et Tanaka, T., T. Ishida. 1992, «Lagrangian numerical simulation of plug flow of cohesionless particles in a horizontal pipe», *Powder Technology*, vol. 71, p. 239–250.
- Uecker, M., Zhang, S., Voit, D., Karaus, A., Merboldt, K. D. et Frahm, J. 2010, «Real-time mri at resolution of 20 ms», *NMR in Biomedicine*, vol. 23, p. 986–994.
- Vartholomeos, P. et Mavroidis, C. 2010, «Simulation platform for self-assembly structures in mri-based nanorobotic drug delivery systems», *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, p. 5594 – 5600.
- Verwey, E. J. W. et Overbeek, J. T. G. 1948, *Theory of the stability of lyophobic colloids*, Elsevier, New York.
- Vogel, S. 2003, *Comparative Biomechanics : Life's Physical World*, Princeton University Press, Princeton.
- Volegov, P. L., Mosher, J. C., Espy, M. A. et Kraus, R. H. 2005, «On concomitant gradients in low-field mri», *Journal of Magnetic Resonance*, vol. 175, p. 103–113.
- Voronoi, G. 1907, «Nouvelles applications des paramètres continus à la théorie des formes quadratiques», *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, vol. 133, p. 97–178.

- Walburn, F. J. et Steina, P. D. 1981, «Velocity profiles in symmetrically branched tubes simulating the aortic bifurcation», *Journal of Biomechanics*, vol. 14(9), p. 601–611.
- Webster, R. J. 2007, *Design and mechanics of continuum robots for surgery*, Thèse de doctorat, John Hopkins University, Baltimore.
- der Weide, R. V., Bakker, C. J. G. et Viergever, M. A. 2001, «Localization of intravascular devices with paramagnetic markers in mr images», *IEEE Transactions on Medical Imaging*, vol. 20(10), p. 1061–1071.
- Weisskoff, R. M., Cohen, M. S. et Rzedzian, R. R. 1993, «Nonaxial whole-body instant imaging», *Magnetic Resonance in Medicine*, vol. 29, p. 796–803.
- White, F. 1991, *Viscous Fluid Flow*, McGraw Hill New-York.
- Wiggins, C. H. et Goldstein, R. E. 1998, «Flexive and propulsive dynamics of elastica at low reynolds number», *Physical Review Letters*, vol. 80(17), p. 3879–3882.
- Wiggins, C. H., Riveline, D., Ott, A. et Goldstein, R. E. 1998, «Trapping and wiggling : Elasto-hydrodynamics of driven microfilaments», *Biophysical Journal*, vol. 74, p. 1043–1060.
- Wilson, D. I., Agarwal, M. et Rippin, D. W. T. 1998, «Experiences implementing the extended kalman filter on an industrial batch reactor», *Computers & Chemical Engineering*, vol. 22(11), p. 1653–1672.
- Yelin, K. B., Vollmers, K. et Nelson, B. J. 2006, «Modeling and control of untethered biomicro-robots in a fluidic environment using electromagnetic fields», *International Journal of Robotics Research*, vol. 25(5-6), p. 527–536.
- Yoo, H. S., Lee, E. A. et Park, T. G. 2002, «Doxorubicin-conjugated biodegradable polymeric micelles having acid-cleavable linkages», *Journal of Controlled Release*, vol. 82, p. 17–27.
- Yoo, H. S., Oh, J. E., Lee, K. H. et Park, T. G. 1999, «Biodegradable nanoparticles containing doxorubicin-plga conjugates for sustained release», *Pharmaceutical Research*, vol. 16, p. 1114–1118.
- Zhang, H., Hutmacher, D. W., Chollet, F., Poo, A. N. et Burdet, E. 2005, «Microrobotics and mems-based fabrication techniques for scaffold-based tissue engineering», *Macromolecular Bioscience*, vol. 5(6), p. 477–489.
- Zhang, L., Abbott, J. J., Dong, L. X., Kratochvil, B. E., Bell, D. J. et Nelson, B. J. 2009, «Artificial bacterial flagella : Fabrication and magnetic control», *Applied Physics Letters*, vol. 94(6).

- Zhang, L., Peyer, K. E. et Nelson, B. J. 2010a, «Artificial bacterial flagella for micromanipulation», *Lab on a Chip*, vol. 10(17), p. 2203–2215.
- Zhang, S., Gersdorff, N. et Frahm, J. 2011, «Real-time magnetic resonance imaging of temporomandibular joint dynamics», *The Open Medical Imaging Journal*, vol. 5, p. 1–7.
- Zhang, S., Uecker, M., Voit, D., Merboldt, K. D. et Frahm, J. 2010b, «Real-time cardiovascular magnetic resonance at high temporal resolution : radial flash with nonlinear inverse reconstruction», *Journal of cardiovascular magnetic resonance*, vol. 12(39), p. 1–7.
- Zhang, X. et Greenleaf, J. 2005, «Generation of ring resonant mode for measuring artery elastic modulus», *Medical Imaging 2005; Ultrasonic Imaging and Signal Processing. Proceedings of the SPIE*, vol. 5750, p. 236–243.
- Zhu, G., Lévine, J., Praly, L. et Peter, Y. A. 2006, «Flatness-based control of electrostatically actuated mems with application to adaptive optics : A simulation study», *Journal of Microelectromechanical Systems*, vol. 15(5), p. 1165–1174.





# Rappels de mathématiques et notations

## A.1 Analyse et éléments de topologie

**Définition 18** Soient un ensemble  $E$  et l'application  $d : E \times E \rightarrow \mathbb{R}_+$ , une distance sur  $E$ .

Une boule ouverte de centre  $x_c$  et de rayon  $r$  est définie par l'ensemble :

$$\forall x_c \in E, \forall r \in \mathbb{R}_+^*, \quad \mathcal{B}(x_c, r) = \{x \in E \mid d(x, x_c) < r\} \quad (\text{A.1})$$

De la même manière, il est possible de définir une boule fermée de centre  $x_c$  et de rayon  $r$  par :

$$\forall x_c \in E, \forall r \in \mathbb{R}_+^*, \quad \overline{\mathcal{B}}(x_c, r) = \{x \in E \mid d(x, x_c) \leq r\} \quad (\text{A.2})$$

**Définition 19** Une partie  $\mathcal{U}$  de  $E$  est un ouvert de  $E$  si et seulement si :

$$\forall x \in \mathcal{U}, \exists \varepsilon \in \mathbb{R}_+, \quad \mathcal{B}(x, \varepsilon) \subset \mathcal{U} \quad (\text{A.3})$$

**Définition 20** Un espace topologique  $E$  est dit séparé si, pour tout  $(x, y) \in E^2$ , il existe des ouverts  $\mathcal{U}_x$  et  $\mathcal{U}_y$  tels que :

$$\forall x \neq y \in E, \forall x \in \mathcal{U}_x, \forall y \in \mathcal{U}_y \quad \text{et} \quad \mathcal{U}_x \cap \mathcal{U}_y = \emptyset \quad (\text{A.4})$$

**Définition 21** Un espace topologique  $E$  est compact si et seulement si  $E$  est séparé et si tout recouvrement de  $E$  par des ouverts contient un recouvrement fini de  $E$ .

**Définition 22** Soit une application  $f : E \rightarrow F$ . L'application  $f$  est dite propre si et seulement si pour tout compact  $K_F$  inclus dans  $F$ ,  $f^{-1}(K_F)$  est un compact.

Remarque : si  $E = \mathcal{U} \subset \mathbb{R}^n$  et  $F = \mathbb{R}_+$ , l'application  $f$  est propre si et seulement si :

$$\forall (\alpha, \beta) \in \mathbb{R}_+^2, \alpha < \beta, I = [\alpha, \beta], \quad f^{-1}(I) \text{ est un compact de } \mathbb{R}^n \quad (\text{A.5})$$

**Définition 23** Soit  $f$  une application d'un ouvert de  $\mathcal{U}$  de  $\mathbb{R}^n$  dans  $\mathbb{R}$ .  $f$  est  $c$ -lipschitzienne si et seulement si :

$$\forall x \in \mathbb{R}^n, \forall y \in \mathbb{R}^n, \exists c \in \mathbb{R}_+^*, \quad \|f(x) - f(y)\| \leq c \|x - y\| \quad (\text{A.6})$$

## A.2 Géométrie différentielle

**Définition 24** Une fonction  $f$  est de classe  $\mathcal{C}^n$  si et seulement si elle admet des dérivées partielles continues jusqu'à l'ordre  $n$ .

**Définition 25** Soit  $\mathcal{U}$  un ouvert de  $\mathbb{R}^n$ . Une application  $f : \mathcal{U} \subset \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  est dite lisse si elle est de classe  $\mathcal{C}^\infty$ .

**Définition 26** Une application  $\Phi : \mathcal{U} \rightarrow \mathcal{V}$  avec  $\mathcal{U}$  et  $\mathcal{V}$  des ouverts de  $\mathbb{R}^n$  est un  $\mathcal{C}^k$ -difféomorphisme si  $\Phi$  est bijective de classe  $\mathcal{C}^k$  et sa réciproque  $\Phi^{-1}$  est également de classe  $\mathcal{C}^k$ .

**Définition 27** Soit  $f$  une application d'un ouvert de  $\mathcal{U}$  de  $\mathbb{R}^n$  dans  $\mathbb{R}$  et  $g$  un champ de vecteurs lisses. La dérivée de Lie de  $f$  le long de  $g$  est une fonction  $\mathbb{R}^n$  dans  $\mathbb{R}$  définie par :

$$L_g f(x) = \left\langle \frac{\partial f}{\partial x}(x), g(x) \right\rangle = \sum_{i=1}^n \frac{\partial f}{\partial x_i}(x) \cdot g_i(x) \quad (\text{A.7})$$

De manière récursive, la dérivée de Lie à l'ordre  $k$  de  $f$  le long de  $g$  est définie par :

$$\forall k \in \mathbb{N}^*, \quad L_g^k f(x) = \left\langle \frac{\partial L_g^{k-1} f(x)}{\partial x}, g(x) \right\rangle \quad \text{avec} \quad L_g^0 f(x) = f(x) \quad (\text{A.8})$$

Si  $h$  est un autre champ de vecteur, on a également de manière similaire :

$$L_h L_g f(x) = \left\langle \frac{\partial L_g f(x)}{\partial x}, h(x) \right\rangle \quad (\text{A.9})$$

**Définition 28** Soit  $f$  et  $g$  deux champs de vecteurs de  $\mathbb{R}^n$ . Le crochet de Lie de  $f$  et  $g$  est défini par :

$$[f, g](x) = \frac{\partial g}{\partial x} f(x) - \frac{\partial f}{\partial x} g(x) \quad (\text{A.10})$$

où  $\frac{\partial f}{\partial x}$  et  $\frac{\partial g}{\partial x}$  sont respectivement les matrices jacobiniennes de  $f$  et  $g$ .

**Définition 29** Une fonction scalaire  $V : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  est définie positive si et seulement si :

$$\begin{aligned} i. \quad & V(0) = 0 \\ ii. \quad & \forall x \in \mathbb{R}^n \setminus \{0\}, \quad V(x) > 0 \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

### A.3 Algèbre linéaire

**Définition 30** Soit une matrice carrée  $H \in \mathbb{R}^{n \times n}$  et son spectre  $\sigma(H) = \{\lambda_1, \dots, \lambda_n\}$  formé de l'ensemble de ses valeurs propres. La matrice  $H$  est appelée matrice de Hurwitz si et seulement si :

$$\forall i = \{1, \dots, n\}, \quad \sigma(H) = \{\lambda_i \in \mathbb{C} \mid \operatorname{Re}(\lambda_i) \in \mathbb{R}_-^*\} \quad (\text{A.12})$$

**Définition 31** Soit une matrice symétrique  $\Gamma \in \mathbb{R}^{n \times n}$  et son spectre  $\sigma(\Gamma)$ . Cette matrice est définie positive (resp. définie négative) si et seulement si :

$$\sigma(\Gamma) \subset \mathbb{R}_+^* \quad (\text{resp. } \sigma(\Gamma) \subset \mathbb{R}_-^*) \quad (\text{A.13})$$

### A.4 Analyse vectorielle et opérateurs différentiels

Pour simplifier les notations et comme notre approche est développée en coordonnées cartésiennes, les opérateurs différentiels suivants seront uniquement définis en coordonnées cartésiennes  $(x, y, z)$ .

**Définition 32** L'opérateur différentiel nabla  $\vec{\nabla}$  est défini par :

$$\vec{\nabla} = \left( \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right)^T \quad (\text{A.14})$$

**Définition 33** Soit  $f$  une application d'un ouvert de  $\mathcal{U}$  de  $\mathbb{R}^3$  dans  $\mathbb{R}$  de classe  $\mathcal{C}^1$ . Le gradient d'un champ scalaire  $f$  est défini comme un vecteur colonne par :

$$\overrightarrow{\operatorname{grad}}(f) = \vec{\nabla}(f) = \begin{pmatrix} \frac{\partial f(x, y, z)}{\partial x} \\ \frac{\partial f(x, y, z)}{\partial y} \\ \frac{\partial f(x, y, z)}{\partial z} \end{pmatrix} \quad (\text{A.15})$$

De manière similaire, le gradient d'un champ de vecteur  $\vec{f} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  est défini par :

$$\overrightarrow{\operatorname{grad}}(\vec{f}) = \vec{\nabla}(\vec{f}) = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_x(x, y, z)}{\partial x} & \frac{\partial f_x(x, y, z)}{\partial y} & \frac{\partial f_x(x, y, z)}{\partial z} \\ \frac{\partial f_y(x, y, z)}{\partial x} & \frac{\partial f_y(x, y, z)}{\partial y} & \frac{\partial f_y(x, y, z)}{\partial z} \\ \frac{\partial f_z(x, y, z)}{\partial x} & \frac{\partial f_z(x, y, z)}{\partial y} & \frac{\partial f_z(x, y, z)}{\partial z} \end{pmatrix} \quad (\text{A.16})$$

**Définition 34** Soit  $f$  et  $g$  deux applications d'un ouvert de  $\mathcal{U}$  de  $\mathbb{R}^3$  dans  $\mathbb{R}^3$ . On définit  $(\vec{g} \cdot \overrightarrow{\text{grad}})(\vec{f})$  comme :

$$(\vec{g} \cdot \overrightarrow{\text{grad}})(\vec{f}) = (\vec{g} \cdot \vec{\nabla})(\vec{f}) = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_x(x, y, z)}{\partial x} & \frac{\partial f_x(x, y, z)}{\partial y} & \frac{\partial f_x(x, y, z)}{\partial z} \\ \frac{\partial f_y(x, y, z)}{\partial x} & \frac{\partial f_y(x, y, z)}{\partial y} & \frac{\partial f_y(x, y, z)}{\partial z} \\ \frac{\partial f_z(x, y, z)}{\partial x} & \frac{\partial f_z(x, y, z)}{\partial y} & \frac{\partial f_z(x, y, z)}{\partial z} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} g_x(x, y, z) \\ g_y(x, y, z) \\ g_z(x, y, z) \end{pmatrix} \quad (\text{A.17})$$

**Définition 35** Soit  $f$  une application d'un ouvert de  $\mathcal{U}$  de  $\mathbb{R}^3$  dans  $\mathbb{R}^3$ , au moins de classe  $\mathcal{C}^1$ . Le divergent est alors défini par :

$$\text{div } \vec{f} = \vec{\nabla} \cdot \vec{f} = \frac{\partial f_x(x, y, z)}{\partial x} + \frac{\partial f_y(x, y, z)}{\partial y} + \frac{\partial f_z(x, y, z)}{\partial z} \quad (\text{A.18})$$

**Définition 36** Soit  $f$  une application d'un ouvert de  $\mathcal{U}$  de  $\mathbb{R}^3$  dans  $\mathbb{R}$ , de classe  $\mathcal{C}^2$ . Le laplacien d'une application  $f$  est donné par le divergent du gradient de  $f$  :

$$\text{div}(\overrightarrow{\text{grad}} f) = \Delta f = \frac{\partial^2 f(x, y, z)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f(x, y, z)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f(x, y, z)}{\partial z^2} \quad (\text{A.19})$$

De manière similaire, on définit le laplacien d'un champ de vecteur  $\vec{f} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  par :

$$\text{div}(\overrightarrow{\text{grad}} \vec{f}) = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 f_x(x, y, z)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f_x(x, y, z)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f_x(x, y, z)}{\partial z^2} \\ \frac{\partial^2 f_y(x, y, z)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f_y(x, y, z)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f_y(x, y, z)}{\partial z^2} \\ \frac{\partial^2 f_z(x, y, z)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f_z(x, y, z)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f_z(x, y, z)}{\partial z^2} \end{pmatrix} \quad (\text{A.20})$$

## Profil de vitesse

### B.1 Profil de vitesse dans une bifurcation majeure

Si le profil de vitesse dans un tube est de forme parabolique d'après la loi de Poiseuille (1.45), cette hypothèse devient fautive lorsque le fluide arrive à une bifurcation. Nous avons montré dans le Chapitre 1 le profil de vitesse qui est adopté en présence d'une bifurcation majeure. Les résultats issus du logiciel de CFD ont servi de support à notre travail afin de définir des fonctions analytiques modélisant l'évolution du profil de vitesse. Pour cela, nous avons considéré une bifurcation majeure se séparant en deux branches symétriques de même diamètre que le vaisseau initial. A partir de cette hypothèse et du principe de conservation de la masse, le débit dans chaque branche fille sera identique et égal à la moitié du débit entrant, et les profils de vitesse identiques. Il suffira alors de déterminer le profil de vitesse dans une des deux branches pour en déduire par symétrie le profil de vitesse dans l'autre branche fille. Nous rappelons que l'expression de la fonction analytique mise en place se met sous la forme :

$$\forall \psi \in [\psi_k; \psi_{k+1}], \left\{ \begin{array}{l} \alpha_\psi = \frac{\psi - \psi_k}{\psi_{k+1} - \psi_k} \\ v_{f_{\psi_k}}(\Delta_{bm}) = a_{\psi_k} \Delta_{bm}^2 + b_{\psi_k} \Delta_{bm} + c_{\psi_k} + \frac{d_{\psi_k} \Delta_{bm} + e_{\psi_k}}{(\Delta_{bm} - f_{\psi_k})^2 + g_{\psi_k}} \\ v_{f_{\psi_{k+1}}}(\Delta_{bm}) = a_{\psi_{k+1}} \Delta_{bm}^2 + b_{\psi_{k+1}} \Delta_{bm} + c_{\psi_{k+1}} + \frac{d_{\psi_{k+1}} \Delta_{bm} + e_{\psi_{k+1}}}{(\Delta_{bm} - f_{\psi_{k+1}})^2 + g_{\psi_{k+1}}} \\ v_{f_\psi}(\Delta_{bm}) = (1 - \alpha_\psi) v_{f_{\psi_k}} + \alpha_\psi v_{f_{\psi_{k+1}}} \end{array} \right. \quad (\text{B.1})$$

où  $\Delta_{bm}$  est le support sur lequel est calculée la fonction et  $\psi$  l'angle à laquelle on se situe dans la bifurcation. Les Figures B.1 à B.5 illustrent les résultats obtenus pour des profils de vitesse établis tous les 5°. Ces figures montrent les allures obtenues par interpolation pour chaque plage

de longueur  $5^\circ$ . Les représentations graphiques résultant de la combinaison linéaire de chaque fonction du système (B.1) entre deux profils issus du logiciel de CFD illustrent les bons résultats auxquels nous sommes parvenus. En effet, en plus d’obtenir de bonnes approximations, on note l’absence de changement brutal du profil de vitesse, qui pourrait apparaître si le problème était mal posé ou mal conditionné.

Les courbes sont données pour  $\psi$  variant de  $0$  à  $45^\circ$  avec un pas de  $1^\circ$ . Les Figures B.1 à B.3 montrent une quasi-parfaite approximation du profil de vitesse dans la bifurcation elle-même (i.e. avant l’apex). Ces résultats ont été rendus possibles grâce au choix de la fonction d’approximation dont le nombre de paramètres permet de poser un système surdéterminé.

Un léger écart est notable sur les Figures B.4 à B.5 par rapport aux courbes du logiciel de CFD, puisque cette fois-ci, le nombre de paramètres définissant la fonction d’approximation n’est pas suffisant. En effet, si six conditions sont nécessaires et suffisantes pour définir le profil de vitesse avant l’apex de la bifurcation, ce nombre passe à huit, après l’apex. Ajouter au système (B.1) un autre élément de second espèce résoudrait le problème comme nous l’évoquons déjà dans le Chapitre 1, mais au détriment d’une résolution par méthode inverse du système d’une grande complexité. Les résultats obtenus sont malgré tout satisfaisants et exploitables pour un profil de vitesse du sang sujet à des variations locales pour de multiples raisons physiologiques.

Pour  $\psi$  compris entre  $45$  et  $90^\circ$ , le profil reste constant jusqu’à la sortie complète de la branche fille avant de retrouver une forme parabolique identique au profil d’entrée, mais avec une vitesse maximale sur l’axe du vaisseau sanguin deux fois inférieure.

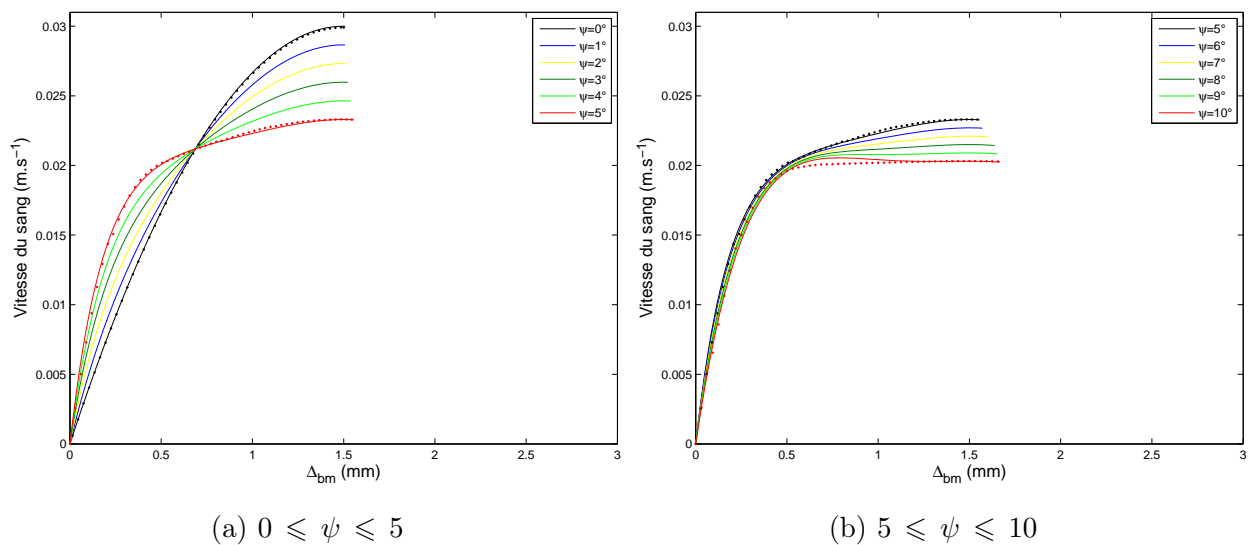
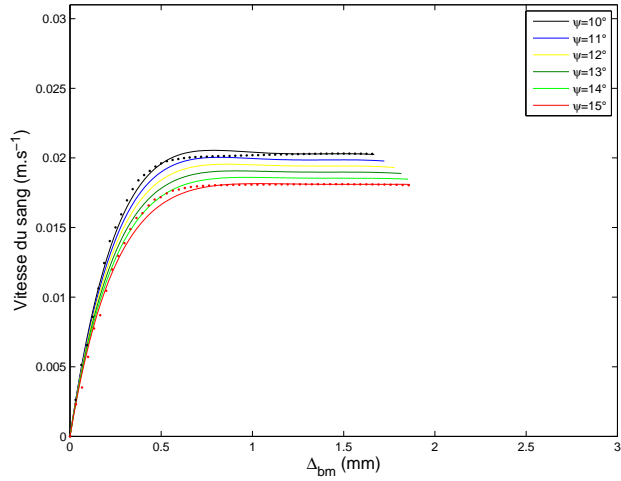
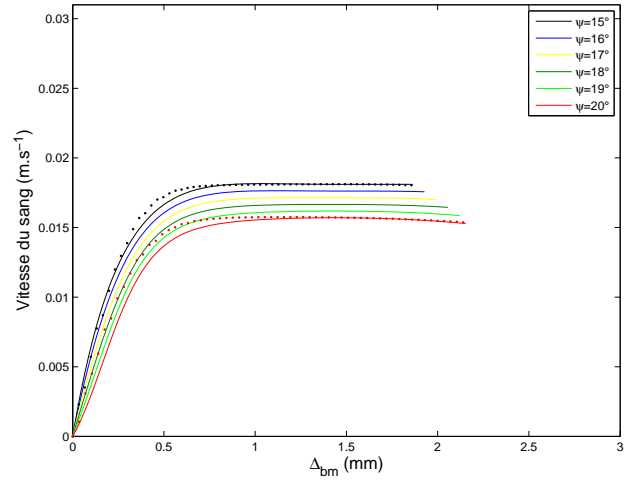
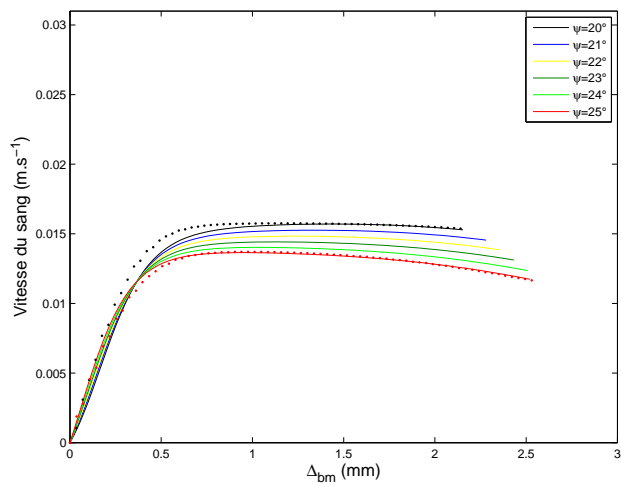
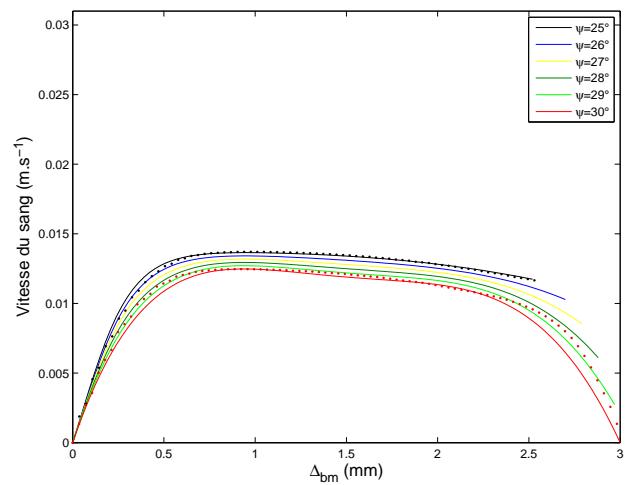


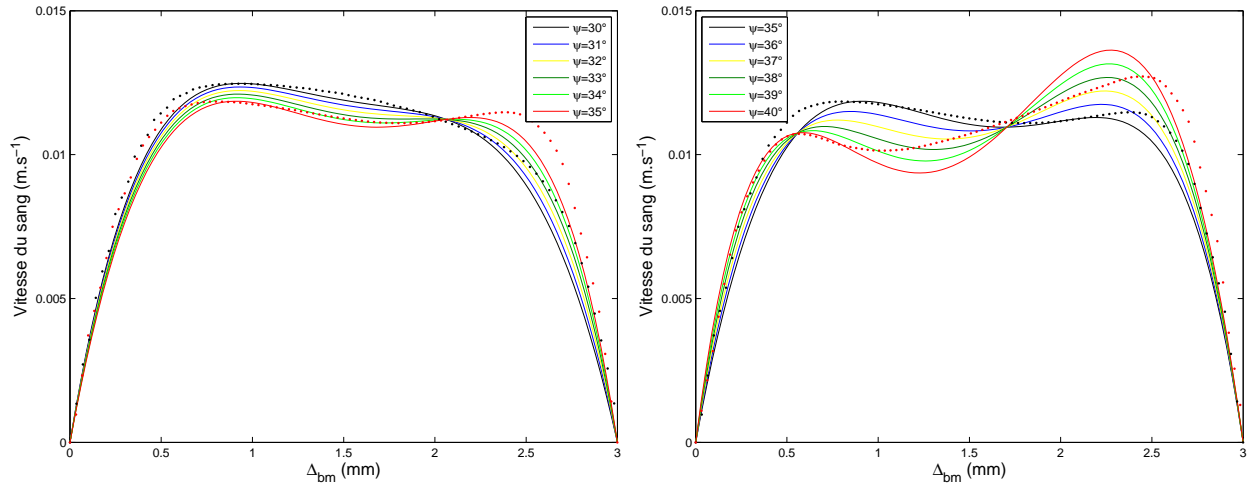
Figure B.1 – Profil de vitesse dans une bifurcation majeure pour  $0 \leq \psi \leq 10$ .

(a)  $10 \leq \psi \leq 15$ (b)  $15 \leq \psi \leq 20$ Figure B.2 – Profil de vitesse dans une bifurcation majeure pour  $10 \leq \psi \leq 20$ .(a)  $20 \leq \psi \leq 25$ (b)  $25 \leq \psi \leq 30$ Figure B.3 – Profil de vitesse dans une bifurcation majeure pour  $20 \leq \psi \leq 30$ .



## B.1. PROFIL DE VITESSE DANS UNE BIFURCATION MAJEURE

---



(a)  $30 \leq \psi \leq 35$

(b)  $35 \leq \psi \leq 40$

Figure B.4 – Profil de vitesse dans une bifurcation majeure pour  $30 \leq \psi \leq 40$ .

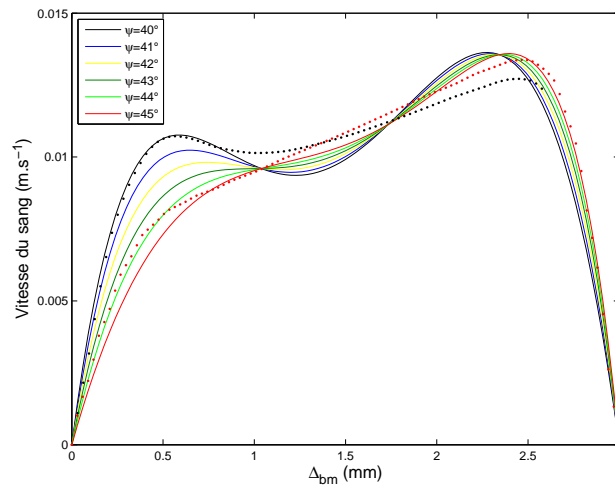


Figure B.5 – Profil de vitesse dans une bifurcation majeure pour  $40 \leq \psi \leq 45$

## Calculs des forces

Cette annexe est consacrée à présenter les principales étapes des calculs nécessaires pour obtenir les expressions des forces données par le système (3.59), notamment la force de traînée  $\vec{F}_d$  et les forces surfaciques à savoir la force électrostatique  $\vec{F}_e$  et la force de van der Waals  $\vec{F}_{vdw}$ . Nous rappelons tout d'abord la définition de la fonction de Heaviside  $H$ . La fonction de Heaviside est définie comme :

$$\forall \delta \in \mathbb{R}, \quad H(\delta) = \begin{cases} 0 & \text{si } \delta < 0 \\ 1 & \text{si } \delta \geq 0 \end{cases} \quad (\text{C.1})$$

A partir de cette fonction, il est possible de définir directement la force de contact  $\vec{F}_c$  à partir de la distance algébrique  $\delta$  définie dans la Section 1.2. La force stérique  $\vec{F}_s$  est également définie immédiatement en effectuant une combinaison linéaire de deux fonctions de Heaviside<sup>1</sup> permettant de définir un intervalle de validité et d'existence de la force stérique. Détaillons à présent les calculs aboutissant au modèle par le système (3.59).

### C.1 Force de traînée

Nous présentons dans cette première partie le calcul effectué pour aboutir à l'expression de la force de traînée évaluée sur chaque axe, donnée dans le système (3.59). La force de traînée  $\vec{F}_d$  s'exerçant sur un corps sphérique s'exprime :

$$\vec{F}_d = -\frac{1}{2}\rho_f A C_d \left( \frac{\|\vec{v}_r\|}{\beta} \right)^2 \frac{\vec{v}_r}{\|\vec{v}_r\|} \quad (\text{C.2})$$

Le nombre de Reynolds  $Re$  s'exprime dans notre cas par :

$$Re = \frac{2r\rho_f\|\vec{v}_r\|}{\beta\eta} \quad (\text{C.3})$$

---

1. Ce qui revient à définir une fonction porte  $\Pi$

avec le nombre adimensionnel  $\beta$  :

$$\beta = \frac{1 - \lambda^{\alpha_0}}{1 + \left(\frac{\lambda}{\lambda_0}\right)^{\alpha_0}} \quad (\text{C.4})$$

En utilisant l'expression de White, le coefficient de traînée  $C_d$  est donné par :

$$C_d = \frac{24}{Re} + \frac{6}{1 + \sqrt{Re}} + 0.4 \quad (\text{C.5})$$

En remplaçant le nombre de Reynolds donné par (C.3) dans l'équation précédente, on obtient alors :

$$C_d = \frac{12\eta\beta}{r\rho_f\|\vec{v}_r\|} + \frac{6}{1 + \sqrt{\frac{2r\rho_f}{\beta\eta}\sqrt{\|\vec{v}_r\|}}} + 0.4 \quad (\text{C.6})$$

L'aire frontale  $A$  d'un corps sphérique est  $A = \pi r^2$  ; en utilisant l'expression (C.6), la force de traînée est alors donnée par :

$$\vec{F}_d = - \left[ \frac{\rho_f \pi r^2 \|\vec{v}_r\|^2}{2} \frac{12\eta\beta}{r\rho_f\|\vec{v}_r\|} + \frac{\rho_f \pi r^2 \|\vec{v}_r\|^2}{2} \frac{6}{\beta^2} \frac{1}{1 + \sqrt{\frac{2r\rho_f}{\beta\eta}\sqrt{\|\vec{v}_r\|}}} + \frac{0.4\rho_f \pi r^2 \|\vec{v}_r\|^2}{2} \frac{1}{\beta^2} \right] \frac{\vec{v}_r}{\|\vec{v}_r\|} \quad (\text{C.7})$$

En simplifiant l'expression ci-dessus, on obtient finalement :

$$\vec{F}_d = - \left[ \frac{6\pi\eta r}{\beta} \|\vec{v}_r\| + \frac{0.2\rho_f \pi r^2}{\beta^2} \|\vec{v}_r\|^2 + \frac{3\rho_f \pi r^2}{\beta^2} \frac{\|\vec{v}_r\|^2}{1 + \sqrt{\frac{2r\rho_f}{\beta\eta}\sqrt{\|\vec{v}_r\|}}} \right] \frac{\vec{v}_r}{\|\vec{v}_r\|} \quad (\text{C.8})$$

Pour obtenir l'expression de  $F_{dn_x}$  donnée dans le système (3.59) et  $F_{dn_z}$ , il suffit de projeter (C.8) sur chaque axe et diviser par la masse du microrobot  $m = \rho V$ . La force de traînée  $\vec{F}_{dn}$ , qui est colinéaire à  $\vec{v}_m$ , s'exprime :

$$\begin{cases} F_{dn_x} = \frac{1}{m} \|\vec{F}_d\| \vec{v}_m \cdot \vec{i} = \frac{1}{m} \|\vec{F}_d\| \cos(\psi) \\ F_{dn_z} = \frac{1}{m} \|\vec{F}_d\| \vec{v}_m \cdot \vec{k} = \frac{1}{m} \|\vec{F}_d\| \sin(\psi) \end{cases} \quad (\text{C.9})$$

En développant et en ordonnant l'expression précédente, on obtient l'équation donnée dans le système (3.59) :

$$F_{dn_x} = \frac{9\eta \cos(\psi)}{2r^2 \beta \rho} \|v - v_f\| + \frac{3\rho_f \cos(\psi)}{20r \beta^2 \rho} \|v - v_f\|^2 + \frac{9\rho_f \cos(\psi)}{4r \beta^2 \rho} \frac{\|v - v_f\|^2}{1 + \sqrt{\frac{2\rho_f r}{\beta\eta} \|v - v_f\|}} \quad (\text{C.10})$$

## C.2 Force surfacique

Le calcul des forces électrostatique et de van der Waals projetées sur chaque axe est similaire. Nous présentons donc ici uniquement le calcul pour la force de van der Waals, le raisonnement pouvant être appliqué *mutatis mutandis* à la force électrostatique. Le potentiel de van der Waals  $\vec{V}_{vdw}$  entre un corps sphérique et la paroi des vaisseaux sanguins est donné par :

$$\vec{V}_{vdw} = -\frac{A_h}{6} \left( \frac{1}{h_n} + \frac{1}{2+h_n} + \ln \frac{h_n}{2+h_n} \right) \vec{n} \quad (\text{C.11})$$

En utilisant la distance normalisée entre le microrobot et la paroi  $h_n = |\delta|/r$ , l'expression du potentiel devient :

$$\vec{V}_{vdw} = -\frac{A_h}{6} \left( \frac{r}{|\delta|} + \frac{r}{2r+|\delta|} + \ln \frac{|\delta|}{2r+|\delta|} \right) \vec{n} \quad (\text{C.12})$$

La force de van der Waals est donnée en différenciant l'équation (C.12) comme  $\frac{\partial \vec{V}_{vdw}}{\partial |\delta|}(|\delta|) = F_{vdw}(|\delta|)\vec{n}$  avec :

$$F_{vdw}(|\delta|) = \frac{A_h r}{6} \left( \frac{1}{|\delta|^2} + \frac{1}{(2r+|\delta|)^2} - \frac{2}{|\delta|(2r+|\delta|)} \right) \quad (\text{C.13})$$

Dans un modèle  $2D$ , la force de van der Waals résultante est la somme des contributions de l'interaction avec les parois des vaisseaux sanguins supérieure et inférieure (voir Figure 1.32), à des distances normalisées respectives  $|\delta_1|$  et  $|\delta_2|$ , respectivement le long des vecteurs  $\vec{n}_1$  et  $\vec{n}_2$ , comme indiqué sur la Figure 1.2. On obtient alors l'expression de la force de van der Waals résultante :

$$\vec{F}_{vdw}(|\delta|) = F_{vdw}(|\delta_1|)\vec{n}_1 + F_{vdw}(|\delta_2|)\vec{n}_2 \quad (\text{C.14})$$

L'expression de  $F_{vdwn_x}$  donnée dans le système (3.59) est ensuite déduite des équations (C.13) et (C.14) après projection sur l'axe  $\vec{v}$  et division par la masse du microrobot  $m = \rho V$  :

$$\begin{aligned} F_{vdwn_x} &= \frac{1}{m} (F_{vdw}(|\delta_1|)\vec{n}_1 \cdot \vec{v} + F_{vdw}(|\delta_2|)\vec{n}_2 \cdot \vec{v}) \\ &= \frac{1}{m} (F_{vdw}(|\delta_2|) - F_{vdw}(|\delta_1|)) \sin(\psi) \end{aligned} \quad (\text{C.15})$$

Cette force d'interaction n'existant pas lorsque le microrobot est en contact avec la paroi du vaisseau sanguin, la fonction d'Heaviside est introduite et on obtient alors finalement l'expression de la force de van der Waals :

$$\begin{aligned} F_{vdwn_x} &= \frac{A_h}{8\pi r^2 \rho} \left[ \left( \frac{1}{|\delta_2|^2} + \frac{1}{(2r+|\delta_2|)^2} - \frac{2}{|\delta_2|(2r+|\delta_2|)} \right) H(-\delta_2) \right. \\ &\quad \left. - \left( \frac{1}{|\delta_1|^2} + \frac{1}{(2r+|\delta_1|)^2} - \frac{2}{|\delta_1|(2r+|\delta_1|)} \right) H(-\delta_1) \right] \sin(\psi) \end{aligned} \quad (\text{C.16})$$





# Laurent ARCESE

## Modélisation et commande de microrobots magnétiquement guidés dans le système cardiovasculaire

### Résumé :

La chirurgie minimalement invasive est aujourd'hui une thématique de recherche particulièrement active. Un traitement thérapeutique ciblé et la possibilité d'établir un diagnostic précis grâce à l'utilisation de systèmes miniaturisés peuvent considérablement améliorer de nombreuses pratiques médicales. Le recours à des microrobots actionnés à distance et naviguant dans le système cardiovasculaire ouvre de nouvelles perspectives. L'objectif de cette thèse est de proposer un socle théorique solide concernant *i*) la modélisation d'un microrobot navigant dans le système cardiovasculaire, *ii*) l'élaboration de lois de commande et d'observateurs assurant un bon suivi de trajectoire depuis la zone d'injection jusqu'à une zone cible. La modélisation du système fait intervenir de nombreuses forces : forces hydrodynamiques, forces surfaciques (électrostatique, van der Waals, stériques), forces de contact et poids apparent du microrobot. Ce microrobot est contrôlé dans le système cardiovasculaire par l'application de champs ou de gradients de champ magnétique selon le design du microrobot. La prise en compte de l'ensemble des forces aboutit à une représentation d'état sous la forme d'un système non-linéaire affine en la commande avec dérive comportant de nombreux paramètres physiologiques incertains. Une trajectoire de référence optimisée est déduite du modèle. L'approche de commande adoptée est établie à partir de critères de stabilité du système. Le système étant non-linéaire, une commande de type Lyapunov stabilisante est développée suivant une approche de type backstepping. L'estimation de certains paramètres physiologiques est rendue possible par une commande de type backstepping adaptatif. Un observateur grand gain reconstruit l'état complet du système nécessaire au calcul de la commande. La stabilité et la robustesse de l'ensemble sont établies au travers de nombreuses simulations en présence de bruits de mesure et d'erreurs paramétriques.

Mots clés : Microrobot magnétique, modélisation non linéaire, commande Lyapunov-stabilisante, observateur grand gain

### Modeling and control of a magnetically guided microrobot in cardiovascular system

### Abstract :

Minimally invasive medical procedures are currently an active research area. A drug targeted therapy and the possibility of establishing an accurate diagnosis through the use of miniaturized systems can greatly improve many medical practices. The use of untethered microrobots navigating in the cardiovascular system opens new perspectives. The objective of this PhD work is to provide a theoretical approach on *i*) the modeling of a microrobot navigating in the cardiovascular system, *ii*) the development of control laws and observers to ensure a fine tracking from the injection to a target area. Modeling such as system involves many forces : hydrodynamic forces, surface forces (electrostatic, van der Waals, steric), contact forces and apparent weight of the microrobot. This microrobot is controlled in the cardiovascular system by the application of magnetic fields or magnetic field gradients according to the design of the microrobot. The consideration of all the forces leads to a state representation in the form of a nonlinear system with many physiological uncertain parameters, but gives us sufficient informations to plan an optimal trajectory. The control approach is established based on stability consideration. A Lyapunov-stabilizing control is then developed using a backstepping approach. An adaptive backstepping control law estimates some physiological parameters. A high gain observer reconstructs the full state of the system required for implementing the control approach. Robustness and stability of the controller with respect to noise measurement, parameters variations and uncertainties are illustrated by simulations.

Keywords : Magnetic microrobot, nonlinear modeling, Lyapunov-stabilizing control law, high gain observer