



Hygromécanique des panneaux en bois et conservation du patrimoine culturel. Des pathologies... aux outils pour la conservation

Bertrand Marcon

► To cite this version:

Bertrand Marcon. Hygromécanique des panneaux en bois et conservation du patrimoine culturel. Des pathologies... aux outils pour la conservation. Génie mécanique [physics.class-ph]. Université Montpellier II - Sciences et Techniques du Languedoc, 2009. Français. NNT: . tel-00704301

HAL Id: tel-00704301

<https://theses.hal.science/tel-00704301>

Submitted on 5 Jun 2012

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITE MONTPELLIER 2 - UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI FIRENZE

THESE — TESI

pour obtenir les grades de
DOCTEUR DE L'UNIVERSITE MONTPELLIER 2
DOTTORE DELLA UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI FIRENZE

Spécialité : Mécanique et Génie Civil.
Specialità : Economia, Pianificazione Forestale e Scienze del Legno.
Ecole doctorale : Informations, Structures, Systèmes.
Scuola di dottorato : Gestione Sostenibile delle Risorse Agrarie e Forestali.

Hygromécanique des panneaux en bois et conservation du patrimoine culturel

des pathologies... aux outils pour la conservation

par

Bertrand MARCON

Soutenue publiquement le 30/11/09 devant le jury composé de :

Ario Ceccotti	Pr. (Università di Architettura di Venezia, IT)	Rapporteur
Frédéric Dubois	Pr. (Université de Limoges, Egleton, FR)	Rapporteur
David Dureisseix	Pr. (Université de Montpellier, FR)	Directeur de thèse
Luca Uzielli	Pr. (Università di Firenze, IT)	Direttore della tesi
Delphine Jullien-Pierre	M.d.C. (Université de Montpellier, FR)	Co-Directrice de thèse
Alberto Corigliano	Pr. (Politecnico di Milano, IT)	Examinateur
Joseph Gril	D.R. (CNRS, Montpellier, FR)	Invité
Emmanuel Maurin	Ingénieur (LRMH, Paris, FR)	Invité

Remerciement

Tout d'abord je remercie les membres de mon jury d'avoir accepté de rapporter et d'évaluer mon travail de ces trois dernières années. Travail n'ayant pu être réalisé sans l'implication de nombreuses personnes dont évidemment mes encadrants immédiats à qui je dois beaucoup et plus, David Dureisseix, Luca Uzielli, Delphine Jullien-Pierre et Joseph Gril. Tout au long de ma thèse de doctorat ces personnes ont su être disponible à chaque instant et ouvert à toutes les discussions et à tous les avis. Il me semble avec le recul, qui est le mien aujourd'hui, que les conditions dans lesquelles j'ai pu réaliser ma thèse étaient optimales. Non seulement grâce à tous les chercheurs et chercheuses que j'ai pu côtoyer qui ont toujours étaient dans l'émulation scientifique et l'intérêt d'avancer en partenariat, je citerai donc :

- **Pour la partie numérique de mon travail** : Frédéric Dubois, du LMGC de Montpellier qui m'a aidé, et souvent, pour tous les problèmes de développement lié au numérique et à la navigation dans le code LMGC90. Laurent Stainier, initialement LTAS de Liège puis Ecole Centrale de Nantes, qui m'a épaulé dans le développement de loi de comportement dans sa bibliothèque MatLib. Mais aussi par son accueil et sa sympathie lors de mes voyages à Liège pour travailler avec lui. Patrick Péré et Romain Rémond, de ENGREF-INRA de Nancy, pour leur collaboration et la transmission de leur code de calcul TransPore.

- **Pour la partie patrimoine de mon travail** : L'équipe du DISTAF de Florence à savoir Giacomo Goli et Paola Mazzanti, deux collègues italiens qui m'ont aidé lors de mon arrivé à Florence dans le cadre de ma cotutelle. Ils ont pris des mesures pour moi en mon absence quand j'étais en France. Mais surtout ils m'ont largement épaulé pour que je me sente bien en Italie. Un merci vraiment spécial à Giacomo Goli et sa compagne pour m'avoir accueilli chez eux pendant quelques semaines le temps que je trouve un appartement. Merci aussi à Marco Togni pour avoir partagé son bureau avec moi à Florence et aussi aux étudiants en Master au DISTAF qui sont intervenus sur

mes expériences en cours à Florence (Linda et Damiano).

Les acteurs de la conservation et de la restauration sans qui j'aurai réalisé un travail complètement différent et personnellement que j'aurai estimé beaucoup moins intéressant. Je citerai donc Daniel Jaunard et Patrick Mandron, les deux compères de la restauration en charge à titre d'exemple de la *Monna Lisa* et qui avec Emmanuel Maurin (LRMH, Paris) m'ont permis de considérer un point de vue métier et aussi de trouver mes sujets d'études. Le restaurateur florentin, Daniele Piacenti, avec qui on a beaucoup discuté autour de son métier et de ses attentes de la part de ma thématique de recherche. Un peu moins directement, je remercie les personnels du C2RMF et du musée du Louvre qui ont permis l'étude sur la *Monna Lisa* réalisable.

- **Pour la partie "vie au labo" de mon travail** : Et ces personnes sont à remercier tout autant que les précédentes pour la réalisation de ce travail dans de bonnes conditions au jour le jour :

Chantal Romano, la secrétaire de l'équipe bois, qui m'a permis de faire un nombre incalculable de missions n'importe où en France et à l'étranger. Rien que pour ça elle a une place dans mon cœur évidente. Mais aussi car elle est d'une générosité sans limite dans sa relation avec les thésards et ce qui est vraiment très précieux tant. Mais il y a aussi le travail d'une qualité irréprochable de la part de Gilbert Gobbo, l'administrateur du LMGC, qui m'a permis de faire un certain nombre de choses loin d'être évidentes mais qui sont devenues simple avec lui.

Et comme dans un laboratoire on est rarement le seul doctorant il y a une toute une tribu de jeunes chercheurs comme moi qui ont participé à leur manière au bien être tout au long de ma thèse à savoir : Karl Bytebier ("Schtroumpf grognon" et pas parce qu'il est bleu ou "Mister Bailleteubire"), Julien Colmars ("Le relou du Jazz" ou "Fahrenheit" mais il n'y a que lui qui sait pourquoi), Jana Dlouhá ("l'Etrangère" et pas en hommage à Camus ou "Celle qui crie ou qui rigole de l'autre côté du mur"), Cédric Montero ("Mister Perfect", aucun cahier, tableau blanc ou port de chemise n'a été aussi bien été maîtrisé), Charles Voivret ("La catapulte" c'était mon binôme d'escalade et je peux dire qu'avec lui je me suis souvent retrouver plus haut que prévu, ou "la Trapiste" en clin d'œil à notre penchant pour les bonnes bières), Nicolas Angelier ("PES" il sait pourquoi), Emilien Azéma ("Monsieur Bon" rien à voir avec ses capacités mais juste parce qu'il fait tout rimer avec bon comme le saucisson ou le Picon, ou alors "Monsieur Caillou", en référence à sa thématique de recherche), Bruno Berthel (dit "Nono" ou "Ouech gros"), Rémi

Mozul ("Goban" mon adversaire et mentor de Go, un jour l'élève dépassera le maître), Alexandre Martin (dit "Chevalier"), ...

Et bien d'autres évidemment mais c'est trop compliqué de trouver des surnoms à chacun.

Une pensée pour l'équipe MAB pour la bonne ambiance et les nombreuses discussions et débats menés autour des barquettes microondables dans dans la cafet' du troisième étage, et aussi pendant les poses café-thé-coockies-jus-compote-yaourt-nourritureétrangère.

Un grand merci à mes divers directeurs de stages qui m'ont donné envie de faire de la recherche et surtout Catherine Coutand (PIAF Clermont-Ferrand) mon encadrante de stage de maîtrise pour m'avoir tuyauté pour ce sujet de thèse. Une pensée particulière pour ces personnes n'ayant pas réussi à me faire passer l'envie de faire de la recherche, soit parce qu'ils n'ont fait que me motiver d'avantage avec leur passion pour la recherche et leur capacité à la communiquer, soit parce que quelque part j'ai toujours voulu faire de la recherche. Avec dans l'ordre chronologique et seulement chronologique :

D. Oulahna et T. O. Vu	(stage IUT), ENSTIMAC Albi
P. Saturnini	(stage Licence), LPC-IN2P3 Clermont-Ferrand
C. Coutand et S. Ploquin	(stage Maîtrise), PIAF Clermont-Ferrand
S. Coulon	(stage Master2 INSA de Lyon), SNR Annecy
J. P. Carret	(stage Master2 UCBL), CHU Lyon
J. F. Destrebecq	(stage Master2 UBP), LaMI Clermont-Ferrand

Je souhaite remercier également la Région Languedoc-Roussillon, le CNRS et l'Université Franco-Italienne (via le programme VINCI) ainsi que le CIRAD pour avoir permis un financement sans faille de ma thèse m'ayant permis de travailler dans les meilleures conditions possibles tant matériellement que concernant ma mobilité internationale. Au passage également mes remerciements au COST qui est organisme dont il convient de souligner l'importance dans une Europe de la recherche. Grâce à leur programmes de soutien de mission scientifique dans des laboratoires européens et le financement de conférences indispensables au dialogue entre laboratoire de toute l'Europe. Spécifiquement pour le COST IE 0601 pour les problématiques de conservation du patrimoine dans lequel je suis beaucoup intervenu mais aussi le COST E50 et le E53 pour deux missions qu'ils m'ont permis de financer à Liège et à Florence.

Table des matières

Sommaire	5
Nomenclature	7
Introduction générale	9
1 État des lieux et de l'art	15
1.1 La conservation et la restauration de tableaux en bois peints du patrimoine	16
1.1.1 Les pathologies caractéristiques	18
1.1.2 Solutions de conservation préventives	27
1.1.3 Le recours à la restauration	29
1.2 Approche rhéologie du matériau bois	34
1.2.1 Le bois, un matériau biologique	34
1.2.2 Un modèle de comportement hiérarchique adapté . . .	35
1.2.3 Données de la littérature pour un GKV adapté	37
2 Études de cas et conservation des œuvres	45
2.1 Expertise de la <i>Monna Lisa</i> : estimation des risques	47
2.1.1 Descriptif de l'œuvre	47
2.1.2 Interaction du panneau avec les éléments extérieurs . .	49
2.1.3 Modèle Joconde 3D	54
2.1.4 Propagation de fissure	56
2.2 Expertise sur une œuvre conservée en ambiance variable . . .	60
2.2.1 Suivi in-situ des variations de l'ambiance	60
2.2.2 Rôle régulateur du bâtiment vis à vis des conditions extérieures	61
2.2.3 Prédiction numérique du comportement	65
2.2.4 Intérêt d'une étude globale de l'œuvre et de son envi- ronnement	67

2.3	Expertise sur un acte de restauration	67
2.3.1	Description du modèle numérique	68
2.3.2	Dispositifs de validation expérimentale	72
2.3.3	Résultats expérimentaux / Post-traitement	79
2.4	Conclusion : étude de cas	87
3	Modélisation du comportement matériau et couplage multiphysique	89
3.1	Comportement couplé	91
3.2	Couplage faible : hydrique $\rightarrow$ élastique	94
3.3	Exemple de couplage fort en isotherme : hydrique $\leftrightarrow$ élastique	97
3.3.1	Partitionnement du problème 3D	98
3.3.2	Modélisation de la partie structure	105
3.3.3	Modèle d'évolution de l'humidité interne	106
3.3.4	Prise en compte de la couche picturale	107
3.3.5	Application au tableau de la <i>Monna Lisa</i>	110
3.4	Conclusion : couplage	114
	Conclusion générale	117
	Propositions à la poursuite du projet	121
	Bibliographie	124
	Dépendances du modèle proposé en w et T	133
	Résumé	137
	Riassunto	139
	Abstract	141

Nomenclature

L, l, h, e	longueur, largeur, hauteur et épaisseur de diverses géométries (m)
f	flèche au centre d'une planche (m)
R et C	rayon de courbure et courbure (m et m^{-1})
w et w_{ref}	humidité interne et humidité interne de référence (10%) (%)
Δw	variation de l'humidité interne par rapport à l'état de référence (%)
HR	humidité relative (% HR)
α_α	coefficient de retrait/gonflement (%/%HR)
μ	potentiel chimique massique de l'eau ($J.kg^{-1}$)
$\Delta\mu$	variation du potentiel chimique massique de l'eau par rapport à l'état de référence ($J.kg^{-1}$)
$\underline{J}$	flux massique en eau ($kg.m^{-2}.s^{-1}$)
$\underline{F}$	gradient d'humidité interne (m^{-1})
$\underline{Z}$	gradient de potentiel chimique massique ($J.kg^{-1}.K^{-1}.m^{-1}$)
σ	champ de contrainte (Pa)
ε	champ de déformation (sans dimension)
$\underline{U}$	champ de déplacement par rapport à l'état de référence (m)
$\underline{D}$	tenseur ou matrice de diffusivité ($m^2.s^{-1}$)
ρ_o et ρ	densité spécifique et densité spécifique du bois séché en étuve ($kg.m^{-3}$)
$\underline{C}$	tenseur d'élasticité ou matrice de rigidité (Pa)
$\underline{C}^e, \underline{C}^v$ et $\underline{C}^{ms}$	tenseur de Hooke des parties élastiques, visqueuses et mécanosorptives d'un modèle rhéologique (Pa)
$\underline{I}$	tenseur identité (sans dimension)
$E_{\alpha\beta}$	module de Young (Pa)
$\nu_{\alpha\beta}$	coefficient de Poisson (sans dimension)
$G_{\alpha\beta}$	module de cisaillement (Pa)
ψ	potentiel d'état thermodynamique
ϕ	pseudo-potentiel de dissipation thermodynamique
d	dissipation intrinsèque thermodynamique
G	coefficient de restitution ($kJ.m^{-2}$)
E_{ref}	énergie de référence contenue dans une structure (J)
E_f	énergie incrémentale de propagation (J)
L_f	longueur de l'incrément de propagation de fissure (m)

*"Hier est l'histoire,
demain est un mystère,
aujourd'hui est un cadeau,
c'est pourquoi ça s'appelle le présent"
Kung Fu Panda (2008)*

Introduction générale

Jusqu'à la fin de la renaissance le bois est resté le principal support pour la peinture, grâce à ses caractéristiques de relative légèreté, sa facilité de mise en œuvre, sa résistance mécanique (résistance spécifique du peuplier comparable à celle de l'acier), et sa durabilité dans le temps.

En Italie, on recense une utilisation majoritaire de panneaux en bois entre le 13^e et le 16^e siècle environ : à travers, par exemple, les œuvres de Cimabue, Giotto, Leonardo, Botticelli, Raffaello (pour ne citer qu'eux) qui sont des tableaux peints sur support en bois, comme par exemple les panneaux montrés sur la figure 2. L'essence utilisée principalement comme support des œuvres peintes étant principalement le peuplier comme le montre la figure 1.

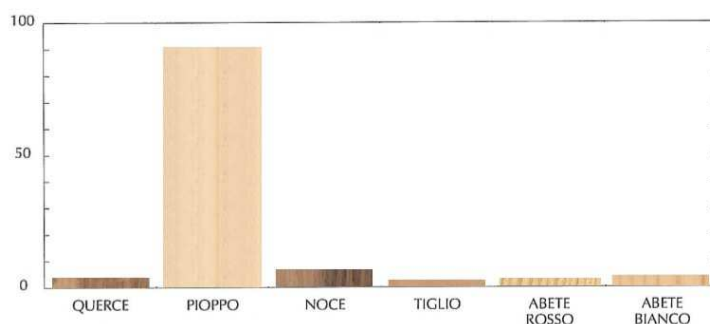


FIG. 1 – *Étude comparative de l'utilisation de différentes essences de bois dans les écoles de peintures italiennes du XII^e au XVI^e siècle [47] (de gauche à droite : chêne, peuplier, noyer, tilleul, épicéa, sapin).*

Outre les aspects historico-artistiques des diverses œuvres, les problèmes techniques liés à la conservation et à la restauration des peintures sur bois sont restés —jusqu'à des temps récents— quasi secrets par les ateliers de restauration. Depuis peu, ces derniers ont reconnu la nécessité d'une meilleure compréhension des phénomènes mis en jeu et travaillent donc maintenant



(a)



(b)



(c)



(d)



(e)

FIG. 2 – Exemples de tableaux peints sur bois. (a) Maestà (1270), Cenni di Pepo dit Cimabue, Musée du Louvre. (b) Madonna d'Ognissanti (1310), Giotto di Bondone, Galleria degli Uffizi. (c) Annunciazione (1472-1475), Leonardo da Vinci. (d) Primavera (1477-1478), Sandro Botticelli. (e) Trasfigurazione (1520), Raffaello Sanzio.

d'avantage en relation avec les scientifiques. Cette étude s'inscrit parfaitement dans ce mouvement puisqu'elle vise à interpréter les problématiques réelles des restaurateurs et des conservateurs, à les traduire de façon scientifique — en l'occurrence mécanique— afin d'aider au choix des solutions applicables dans les pratiques de restauration.

Dans le cadre de cette thèse deux approches ont été envisagées. D'une part se trouve le dialogue avec les artisans de la restauration et de la conservation et la formulation de leurs attentes dans le but de leur proposer des solutions en adéquation avec leur besoin. Pour cela une approche "simpliste", mais non pas pour autant simple, s'avère la plus judicieuse car elle permet un transfert de compétence à des non spécialistes plus aisé. D'autre part, les phénomènes à appréhender sont très complexes ce qui justifie en parallèle le développement d'outils spécifiques prenant en compte la mécanique des structures, l'humidité et les caractéristiques spécifiques du matériau bois.

D'un point de vue historique au sein du LMGC, un code de calcul (LMGC90 [20]) axé sur les interactions de type contact frottant entre corps rigides a été développé. Il est tout de même pourvu d'un module de calcul sur les corps déformables basé sur une formulation par éléments finis. Dans un but de flexibilité pour les développements et de valorisation de ce code il a été préféré à des codes de calculs plus génériques. On tentera notamment de formuler les interactions multiphysiques fortes dans une démarche similaire à celle utilisée pour les interactions entre corps lors des résolutions par partitionnement.

Pour gérer les transferts de fluide dans la matière ligneuse, une collaboration avec un laboratoire de Nancy, l'INRA-ENGREF, a permis l'utilisation de leur code : TransPore [66].

Une troisième collaboration scientifique avec une équipe de l'Université de Liège a permis pendant ces travaux de thèse de mettre en place dans une bibliothèque de comportement (MatLib [79]) de lois de comportement relatives au bois (élasticité, visco-élasticité, retrait/gonflement et mécano-sorption 3D avec orthotropie) compatible avec la formulation variationnelle générique utilisée dans cette bibliothèque.

Le LMGC a développé une précédente expérience dans le domaine du couplage de code à travers, par exemple, la collaboration avec l'Institut de Radioprotection et de la Sécurité Nucléaire, IRSN. L'étude menée par Pérales [61, 62] s'intéresse à la problématique de la fissuration de matériaux hétérogènes et à gradients de propriétés sous chargement dynamique rapide. Pour cela, le couplage entre trois codes avait été choisi, LMGC90 pour le traitement du comportement surfacique des zones cohésives, PELICANS comme librairie d'éléments finis et MatLib pour les comportements volumiques.

Chaque cas étant particulier, et l'historique du chargement mécanique en général n'étant pas connu, il faut considérer l'état actuel comme l'état de

référence et l'identifier (forme, auto-contraintes, caractéristiques élastiques...) en général à partir de mesures très parcellaires, et non destructives, parfois même sans aucun contact autorisé (comme lors de l'étude de la *Monna Lisa* [del Giocondo] di Gioconda).

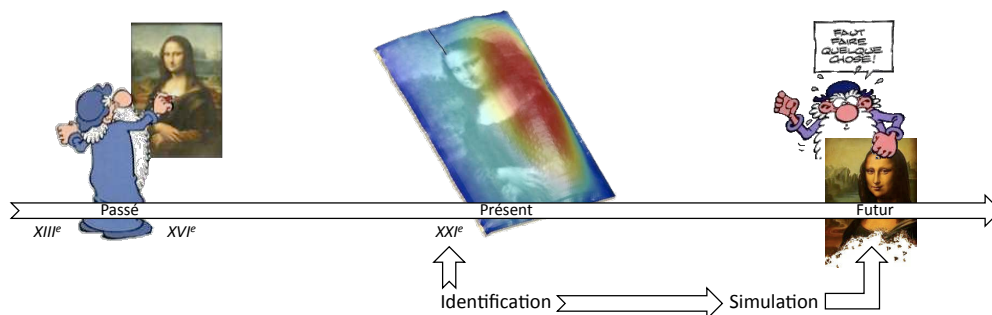


FIG. 3 – Mise en image de la problématique du sujet

Les supports en bois peints du patrimoine subissent l'influence des sollicitations hygromécaniques et thermiques, ainsi que des interactions mécaniques avec les supports et cadres éventuels. C'est l'application de telles sollicitations durant de nombreuses années qui peuvent conduire à l'endommagement des œuvres. Certaines techniques de restauration visent à en réduire les effets et seront traitées dans le cadre de cette thèse en apportant une expertise de mécanicien aux problèmes du restaurateur.

On précise qu'on se consacre ici uniquement aux actes de restauration mécanique et non aux procédures de restauration en rapport avec la couche picturale, les attaques d'insectes ou de champignons, *etc.*

D'autres scientifiques se sont intéressés à cette problématique de conservation et de restauration des œuvres par la simulation de panneaux en bois peints pour l'industrie ou pour la conservation du patrimoine culturel comme M. F. Mecklenburg [52] ou Bratasz [8].

Les simulations ayant toujours besoin d'une validation expérimentale, des chercheurs se sont intéressés au développement de techniques de mesures sur œuvres du patrimoine comme le suivi *in-situ* des déformations des panneaux, la mesure des efforts induits par le contact entre le tableau et le cadre, voire même la réalisation de maquettes. Il s'agit à titre d'exemple des travaux menés récemment par L. Uzielli et P. Dionisi Vici à l'Université de Florence en Italie [82, 18].

C'est d'ailleurs de cette expertise dont nous avons besoin pour mener à bien le projet de cette thèse. Une cotutelle de thèse a donc été mise en place

entre l'Université de Montpellier 2 et l'*Università di Firenze* au travers d'une collaboration entre deux laboratoires, le LMGC (Laboratoire de Mécanique et Génie Civil) à Montpellier et le DISTAF (Dipartimento di Scienze e Tecnologia Ambientali Forestali) à Florence. Des travaux ont donc pu être menés en lien avec les techniques expérimentales dans le domaine de la culture à Florence et de l'expertise dans le domaine de la résolution numérique de Montpellier.

La cotutelle a également été soutenue par l'Université Franco-Italienne par l'attribution d'une bourse Vinci en 2007 pour favoriser les déplacements et la communication scientifique entre les deux universités.

Cette cotutelle m'a permis de passer plusieurs mois à Florence pour développer une maquette servant à l'étude d'un acte de restauration consistant à appliquer un châssis à ressorts au revers des tableaux. J'ai également pu apprécier de nombreuses discussions avec les restaurateurs florentins de l'*Opificio delle Pietre Dure*, école et laboratoire de restauration de renommée internationale, ou des indépendants comme Daniele Piacenti.

La thèse s'est également inscrite dans la thématique de l'action européenne COST IE0601 sur le thème "Wood science for conservation of Cultural Heritage" regroupant les scientifiques européens autour de la question de la préservation du patrimoine en bois qu'il soit peint, sculpté, bâti ou archéologique. Ce programme a permis de réaliser de nombreuses missions scientifiques (STSM : short term scientific mission) dans des laboratoires européens comme au LTAS (Laboratoire des Techniques AéroSpatiales) de Liège ou le DISTAF de Florence.

Chapitre 1

État des lieux et de l'art

Sommaire

1.1	La conservation et la restauration de tableaux en bois peints du patrimoine	16
1.1.1	Les pathologies caractéristiques	18
1.1.2	Solutions de conservation préventives	27
1.1.3	Le recours à la restauration	29
1.2	Approche rhéologie du matériau bois	34
1.2.1	Le bois, un matériau biologique	34
1.2.2	Un modèle de comportement hiérarchique adapté .	35
1.2.3	Données de la littérature pour un GKV adapté . .	37

Il ne s'agit pas ici d'une présentation exhaustive des activités de conservation-restauration, ni des pathologies des œuvres sur bois peint du patrimoine. On souhaite présenter les principales caractéristiques relevant de la mécanique (au sens large) de ces objets afin de cerner les apports et le degré de précision requis pour une modélisation mécanique, ceci dans en vue d'appréhender de la façon la plus réaliste possible la contribution que peut apporter la mécanique au problème de la conservation du patrimoine culturel.

1.1 La conservation et la restauration de tableaux en bois peints du patrimoine

Avant toute chose, il est intéressant de bien différencier les différents acteurs de la conservation et de la restauration du patrimoine car il y a souvent confusion. Plusieurs organismes et personnes se sont attachés à donner un cadre à chaque fonction exercée par les différents acteurs. On citera par exemple la norme italienne UNI 11161.2005, l'ECCO (European Confederation of conservator-restorer's) ¹ qui tente de faire reconnaître ces métiers au niveau européen et R. Dinkel dans *l'Encyclopédie du patrimoine* [17].

La restauration : Intervention sur l'œuvre dans le but d'en maintenir l'intégrité matérielle et d'en assurer la conservation et la protection de sa valeur culturelle (UNI 11161.2005).

Le restaurateur examine l'objet d'art et diagnostique les travaux de restauration. Il procède à l'expertise technique de l'œuvre. Il peut reconstituer les différentes étapes de sa fabrication et de son histoire, puis identifier les altérations et prédire leur évolution.

Dans le domaine des musées, cette appellation a été remplacée par "conservateur - restaurateur". Ceci implique qu'il y a eut une évolution depuis une trentaine d'année d'une part de la fonction et d'autre part de la philosophie l'intervention sur l'objet. Un restaurateur intervient sur un objet pour lui rendre son usage ou son esthétique initiale. Il procède à un diagnostic purement empirique. L'intervention du restaurateur peut consister par exemple à racler un meuble pour que celui ci retrouve sa couleur originale. Il peut être amené à refaire à l'identique des éléments du meuble (éléments qui ne pourront être distingués des pièces originales de l'œuvre). Le geste du restaurateur traditionnel tend à se rapprocher au maximum du geste du fabriquant de l'objet. Ainsi, pour parler de conservation, avec restaurateur traditionnel on peut considérer que l'on est dans la conservation des métiers.

Actuellement, l'ECCO tente de faire reconnaître la profession au niveau européen. Cela demeure relativement complexe car la notion de conservateur-restaurateur ne recouvre pas exactement les même champs selon les pays d'Europe [48].

L'ECCO explique que le rôle fondamental du restaurateur-conservateur est la conservation de biens culturels pour les générations présentes et futures. Ceci implique que l'intervention du conservateur doit être réversible, sans danger pour l'œuvre et esthétique. Le restaurateur-conservateur planifie la stratégie d'intervention, effectue le diagnostic. Il fait des propositions de

¹http://www.wipo.int/export/sites/www/tk/en/folklore/creative_heritage/docs/ecco_guidelines.pdf

traitement de conservation-restauration ou de conservation préventive. Pour ce faire il documente l'œuvre (observations visuelles, examen scientifique, recherches historiques).

L'examen diagnostique consiste à identifier les constituants de l'œuvre, à évaluer leur taux d'altération, à déterminer les causes d'altération, pour enfin préconiser des traitements appropriés. En accord avec le conservateur, le conservateur restaurateur procède à ces traitements. La conservation préventive consiste en action indirecte pour retarder la détérioration et empêcher des dégâts en créant des conditions optimales pour la conservation de l'objet. La conservation préventive englobe aussi le transport, l'utilisation, le stockage et la présentation. Elle peut aussi impliquer les publications et la production de fac-similés dans le but de préserver l'original si dans le musée les conditions de présentation au public l'exigent.

Ainsi, pour parler de conservation, le conservateur restaurateur a pour but de conserver l'objet pour transmettre le maximum d'informations (même celles qui ne peuvent être exploitées aujourd'hui) aux générations futures. En général, le conservateur-restaurateur a un statut de société privé.

La différence majeure avec le conservateur est que ce dernier est le seul habilité à toucher l'œuvre et à en modifier éventuellement des éléments (tant picturaux que structuraux).

La conservation : La conservation décrit l'ensemble des opérations garantissant la pérennité du bien culturel en vue de sa transmission au futur. La conservation du patrimoine culturel est assurée au moyen d'une activité cohérente, coordonnée et programmée d'actes de prévention, de restauration et d'entretien (UNI 11161.2005).

Le conservateur est chargé de créer autour des œuvres l'environnement idéal à leur conservation en donnant des directives sur les conditions de présentation au public (ou non) dans le but de préserver l'œuvre. Pour cela, il doit décider des conditions de lumière, de température et de taux d'humidité d'exposition, de stockage ou de transport de l'œuvre. C'est lui qui doit faire appel au restaurateur lorsque le besoin s'en fait sentir pour préserver l'intégrité de l'œuvre le plus longtemps possible.

[17] Au sein du ministère de la culture et de la communication, il existe différentes classes de conservateurs selon d'une part qu'ils dépendent de l'état ou de collectivité territoriale et d'autre part qu'ils exercent pour la direction des musées de France ou pour la direction du patrimoine (monuments historiques, architecture). Les conservateurs exercent des responsabilités scientifiques et techniques visant à étudier, classer, conserver, entretenir et mettre en valeur le patrimoine. Ils concourent à l'application de l'ensemble des textes législatifs et réglementaires relatifs au patrimoine. Ils représentent l'état pro-

priétaires dont ils dépendent. Ils sont en général responsables sur les décisions de financement des travaux de restauration.

Le restaurateur ou le conservateur est toujours spécialisé, que ce soit en mobilier ancien, peinture, livres, céramiques, sculptures, tapisseries, textiles, photos, etc.

Du point de vue du mécanicien, toutes ces activités ont un dénominateur commun : l'identification de l'état mécanique actuel, de la structure (avec les actes de restauration sur le support de la couche picturale), du matériau, de l'environnement et de ses sollicitations sur l'œuvre.

1.1.1 Les pathologies caractéristiques

Certains tableaux sont maintenant endommagés car stockés dans de mauvaises conditions. A l'inverse, certains ont résisté malgré les agressions extérieures et les attaques d'insectes, d'autres ont été remisés dans des conditions favorables et peuvent aujourd'hui être exposés. Néanmoins la plupart passent par une étape de restauration que ce soit de la couche picturale ou du support. D'un grand nombre de cas d'étude, il ressort un certain nombre de pathologies des panneaux peints, en mettant de côté les attaques d'insectes qui font partie d'une catégorie spécifique de détériorations (réduction de la masse et dégradation de la structure des panneaux) que nous ne traitons pas. Une liste des grandes pathologies, non exhaustive, est présentée ici et constitue un panel des grands défis actuels pour la conservation du patrimoine culturel peint.

1.1.1.1 Tuilage des planches temporaire ou permanent

Les panneaux en bois se comportent comme des éponges du point de vue de l'absorption et de la désorption de l'humidité environnante. En science du bois ce comportement est caractérisé par une courbe dite courbe de sorption liant l'humidité relative extérieure à l'humidité interne du bois.

L'eau dans le bois peut se trouver sous différentes formes :

- l'eau de constitution qui entre en jeu au niveau moléculaire et fait partie intégrante de la composition chimique constitutive du bois. Elle ne peut pas être extraite sans détériorer les constituants du bois.
- l'eau liée chimiquement au matériau mais ne participant pas à la composition chimique du bois
- l'eau libre remplissant les lumens (cavités entre les parois des cellules)
- l'eau sous forme de vapeur en équilibre avec l'eau libre dans les lumens (PSF)

L'humidité interne w correspond à la masse d'eau étant dans les trois dernières formes citées précédemment. Elle est définie comme étant le pourcentage de la masse d'eau dans le bois sur la masse de matière sèche :

$$w = \frac{m - m_0}{m_0} \quad (1.1)$$

avec m_0 la masse de bois humide et m la masse de bois anhydre (séché à 103°C jusqu'à équilibre massique).

L'humidité relative de l'air est elle définie comme :

$$H = \frac{p}{p_s} \quad (1.2)$$

où p est la pression de vapeur dans l'air et p_s est la pression de vapeur saturante.

La figure 1.1 montre quelques courbes de sorption pour le peuplier.

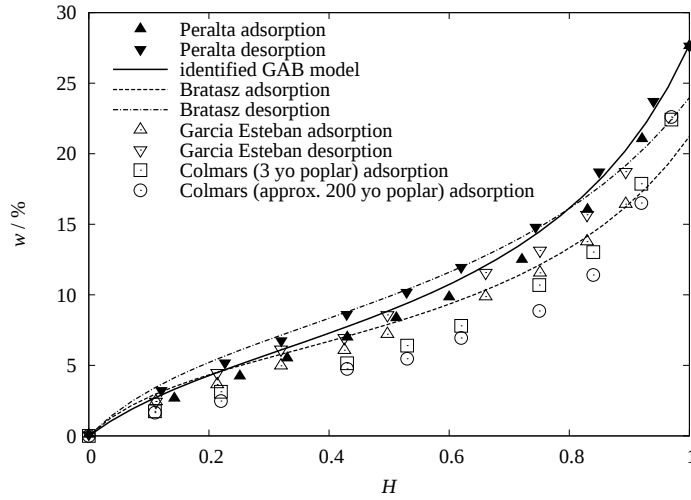


FIG. 1.1 – *Courbes de sorption pour le peuplier selon différents auteurs [63, 9, 28, 14] en isotherme à 25°C*

Cette figure 1.1 met en évidence deux aspects, d'une part que le vieillissement du bois peut entraîner des modifications de ses caractéristiques de sorption comme le montre la courbe sur le bois âgé de 200 ans plus basse que les autres, et d'autre part que pour une même essence (le peuplier) il y a une forte variabilité correspondant à l'hétérogénéité biologique (différences génétiques, différences de croissances, *etc.*).

La notion d'eau interne dans le bois présente une dilatation appelée retrait-gonflement qui est souvent considérée de façon analogue à une dilatation thermique, elle est d'ailleurs prépondérante par rapport à la dilatation thermique dans le bois, qui est souvent négligée. Dans ce formalisme, la déformation ϵ^{rg} due au retrait gonflement est souvent modélisée de manière proportionnelle à la variation d'humidité interne Δw . Par exemple, pour la direction tangentielle dans le bois, elle s'écrit :

$$\epsilon_{TT}^{rg} = \alpha_T \cdot \Delta w \quad (1.3)$$

Le coefficient de proportionnalité α_T est appelé coefficient de retrait ou de gonflement tangentiel selon que l'on se réfère à l'adsorption ou la désorption. Sa valeur pour le bois est comprise entre 0,20 et 0,40 %/%HR, plus particulièrement pour le peuplier celle-ci se situe plus autour de 0,4%/ %HR. On a ici illustré le comportement dans la direction tangentielle ; l'aspect anisotrope du comportement sera apporté dans le chapitre 1.2.

Ainsi, un changement d'humidité de l'ambiance extérieure conduit à un changement d'humidité interne et donc un retrait/gonflement du bois qui évolue jusqu'à ce que l'équilibre hygroscopique soit atteint.

De nombreux panneaux peints ont la particularité de présenter une dissymétrie de perméabilité entre une face et l'autre due à la présence de la couche picturale (tempera, peinture, verni...) comme schématisé sur la figure 1.2.

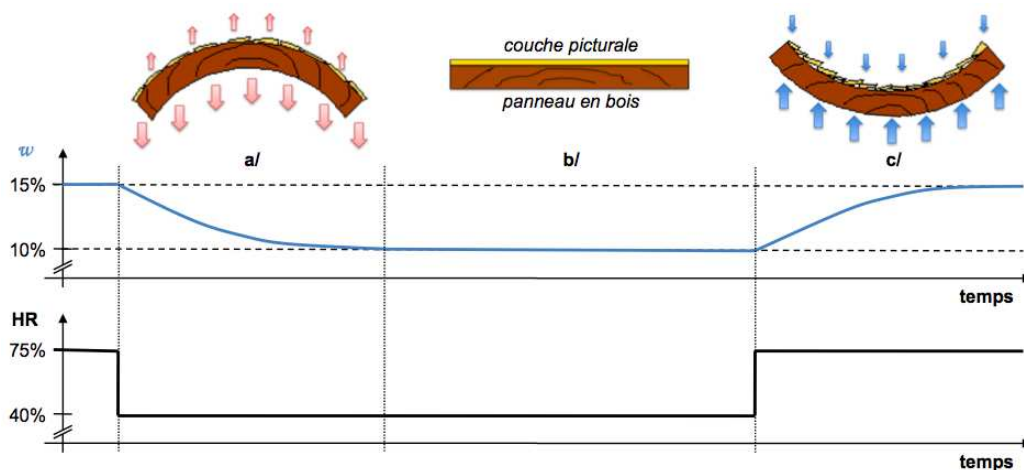


FIG. 1.2 – Explication du tuilage des tableaux, dans le cas (a) d'un séchage, (b) d'un équilibre hygroscopique et (c) d'une humidification de l'ambiance

Cela se traduit par une prise en humidité plus rapide au revers du pan-

neau, cette face subit donc un gonflement plus important conséquence du gradient d'humidité dans l'épaisseur. C'est pourquoi le panneau, idéalement plan à l'équilibre hydrique se tuile du côté de la couche picturale. Une fois l'humidité uniforme dans l'épaisseur, le panneau redevient plan. A l'inverse si l'on diminue l'humidité ambiante, la panneau se tuile dans le sens inverse, et ainsi de suite avec les fluctuations que peut montrer l'ambiance extérieure, suivant les conditions de conservation et d'exposition de l'œuvre.



FIG. 1.3 – *Exemple de tuilage permanent d'un panneau composé de plusieurs planches verticales. Adoration des bergers, Simon de Chalon, église St Pierre en Avignon (FR)*

Sous les sollicitations mécaniques subies à cause d'un cadre et des fluctuations environnementales, une déformation permanente peut s'installer (phénomène de mécanosorption ou de compression-set [41, 51]) : même avec une humidité uniforme dans l'épaisseur nous observons sur la totalité des panneaux d'époque que ceux-ci présentent un tuilage permanent du côté du revers, figure 1.3.

En plus du tuilage transitoire, expliqué précédemment, causé par l'asymétrie hygroscopique, il coexiste un tuilage (constitutif) conséquence de l'orientation des cernes de croissance (résultant du débit de la planche).

A titre informatif, une solution connue, mais peu mise en pratique, consis-

taient à peindre simultanément les deux faces du panneau pour limiter ces effets. C'est par exemple le cas des triptyques destinés à être pliés sur eux-mêmes dévoilant alors la face qui était tournée vers le mur. Cette face devenant alors visible était traitée comme un nouveau support méritant d'être ornementé. On peut donc observer que ces panneaux n'ont pas subi de tuilage permanent. De même, certains peintres de l'époque savaient que les panneaux tuilaient et qu'il était possible de pallier à ce phénomène en peignant ou en badigeonnant de la cire au revers.

Du point de vue de la conservation, il serait possible d'envisager de peindre ou de badigeonner de la cire au revers des tableaux —ce qui a été fait à une époque. Cependant, dans la conservation moderne la règle est de ne pas dénaturer les tableaux et tout acte de restauration sur un objet historique doit être intégralement réversible.

1.1.1.2 Perte de couche picturale

La perte d'une partie de la couche picturale est un des risques majeurs en terme de conservation. Son origine provient des cycles de variation d'humidité que subit le support de la peinture. Si on observe de plus près ce qu'il se passe lors d'un séchage (figure 1.2a), la couche picturale est mise en traction. De plus, il y a généralement une grande différence de coefficients de retrait/gonflement de la couche picturale et du bois ainsi qu'une grande différence de caractéristiques mécaniques (module de Young, limite élastique et de rupture). La figure 1.4 montre des mesures réalisées par Mecklenburg [52] sur les différents éléments composant une couche picturale de la Renaissance.

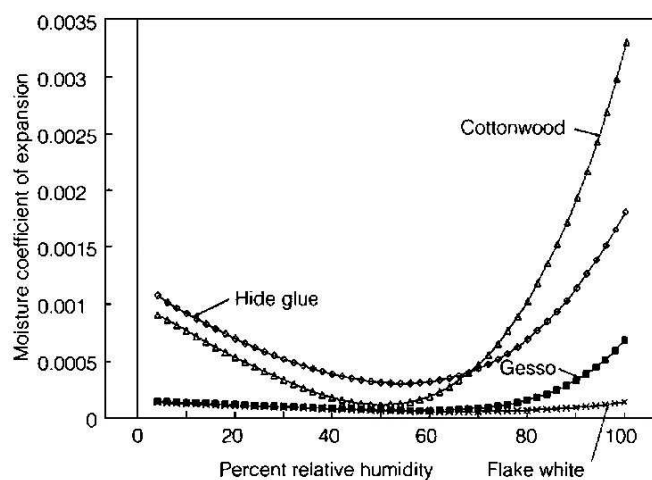


FIG. 1.4 – *Différence de comportement de retrait/gonflement entre les différents éléments composant une couche picturale classique de la peinture de la Renaissance sur support bois [52]*

Tant que la peinture est récente —encore suffisamment élastique— celle-ci est capable de suivre les mouvements du support. Cependant avec le temps la peinture devient plus rigide et cassante (vieillissement, exposition aux rayonnements UV), c'est alors que des craquelures se créent. Mecklenburg [52] s'est intéressé à la détermination des conditions de la création des craquelures sur des couches picturales réalisées selon la technique utilisée à la Renaissance (gesso). La figure 1.5 montre les résultats de ses travaux sur une couche de gesso appliquée sur du bois de peuplier.

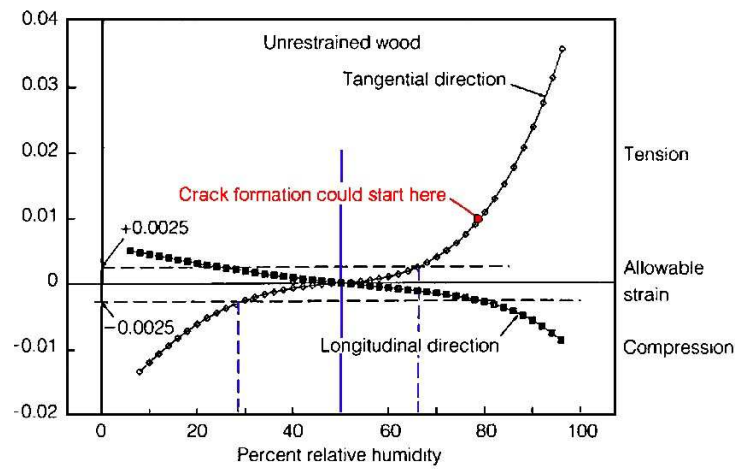


FIG. 1.5 – Courbes de réponse dimensionnelle d'une couche de gesso sur un substrat de bois de peuplier pour des variations d'humidité relative autour de 50 %RH [52]

Lors d'une prise d'humidité (figure 1.2b/) le support se courbe de l'autre côté, la peinture est alors mise en compression. Si les bords des craquelures se referment, des éclats de peintures peuvent alors se désolidariser du support, ce qu'il est primordial d'éviter.



FIG. 1.6 – *Exemple de craquelure et de perte de couche picturale* . Madonna con Bambino, inconnu siennois du XIV siècle (lumière rasante à 80°) [13]

Tous ces phénomènes tendent de plus à délaminer la couche picturale car les cycles de séchage et d'humidification cisailent et fatiguent l'interface entre cette couche et le support. Au fur et à mesure que les cycles se poursuivent, les craquelures sont de moins en moins attachées au support et finissent par se désolidariser.

1.1.1.3 Fissuration du support

Une fissuration du support peut apparaître lorsque le niveau de contrainte devient trop important dans celui-ci. Ces conditions apparaissent rarement lorsque le panneau simple est soumis à des cycles d'humidité ou de fatigue. En général on observe des fissures lorsque le tableau est restreint soit par un cadre soit par un système de traverses. On peut d'ailleurs constater de nos jours les dégâts causés par la modification du support ou l'application de châssis trop contraignants lors de restaurations passées. Les anciennes techniques de restaurations augmentent les niveaux de contraintes dans la structure soumise à des chargements hydriques et peuvent conduire à une fissuration du support qui relaxe les contraintes internes.

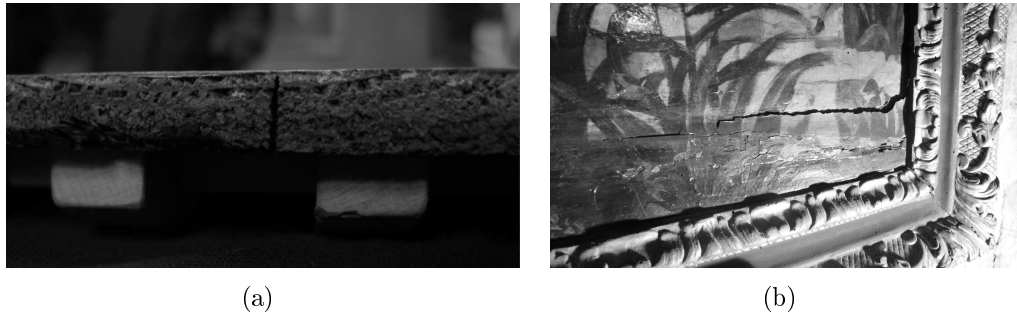


FIG. 1.7 – *Exemples de fissuration du support : (a) Baptême du Christ, Palais du Roure, Avignon, France ; (b) Couronnement d'épine, Église Saint-Didier, Avignon, France*

La modélisation mécanique des phénomènes mis en jeu dans l'apparition de fissures peut faire intervenir deux sources :

- dépassement du taux de propagation critique de fissure dans le matériau comme dans l'approche de Griffith [33] ;
- phénomène de compression-set, conséquence du comportement mécanosorptif du bois conformément aux travaux de Hoadley [41].

L'approche énergétique de Griffith est rappelée au chapitre 2.1.4. L'approche de Hoadley fut aussi l'objet de travaux complémentaires menés par Mazzanti [51] visant à vérifier la théorie de façon expérimentale. Un montage de trois éprouvettes est disposé dans une enceinte climatique où les conditions en humidité passent alternativement de 40 à 60 % d'humidité relative. Une éprouvette est laissée libre en retrait/gonflement, une autre est bloquée en gonflement et la dernière en retrait et en gonflement. L'idée d'Hoadley est que l'éprouvette bloquée (entièrement en retrait et en gonflement) va finir par rompre à cause du compression-set comme le montre la figure 1.8.

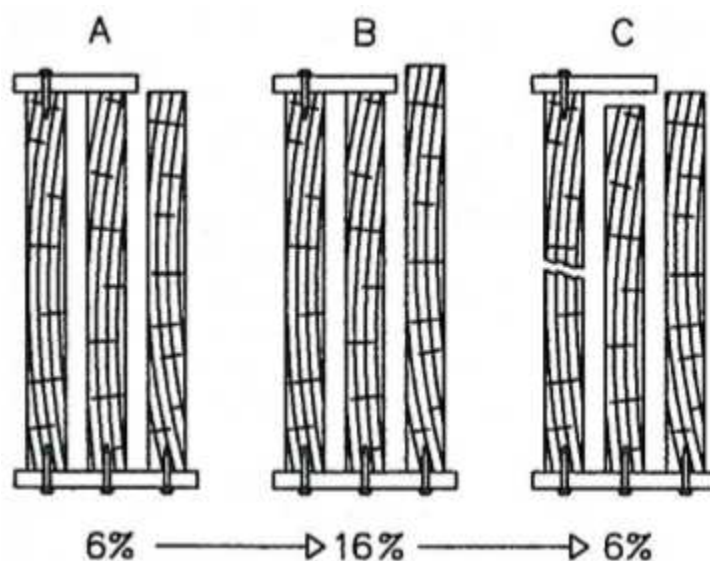


FIG. 1.8 – Schéma de la théorie d'endommagement selon Hoadley [41] par compression-set. (a) les éprouvettes sont stabilisées à une humidité interne de 6%, (b) stabilisation des éprouvettes à 16% avec activation du compression-set, (c) retour à une humidité interne de 6% avec rupture de l'éprouvette bloquée

Les travaux récents de P. Mazzanti [51] tendent à montrer que le compression-set bien qu'existant n'est pas suffisant pour expliquer une rupture de l'éprouvette bloquée. Néanmoins il est bien constaté un raccourcissement de l'éprouvette dont le gonflement est bloqué mais pas le retrait, preuve de l'existence d'un compression-set. Les niveaux de contraintes observés ne peuvent expliquer la rupture qu'en admettant la présence de défauts internes dans la structure des éprouvettes.

1.1.2 Solutions de conservation préventives

Le paramètre majeur favorisant le vieillissement prématuré des supports bois est la variation de l'hygrométrie ambiante. Il est donc logique de jouer sur ce paramètre dans une optique de conservation. C'est dans ce but que des systèmes de régulation de l'humidité dans les musées et lieux d'exposition et de stockage des œuvres se sont développés. Dans le cas exceptionnel de la *Monna Lisa*, il a été choisi de maîtriser complètement son environnement par l'intermédiaire d'un caisson hermétique dont l'hygrométrie et la température sont stabilisées de façon très précise. Cela pose évidemment le problème de

la panne de la régulation. Une défaillance du système de climatisation ferait subir des efforts importants et immédiats au tableau qu'il pourrait ne pas supporter.

D'autres décisions de conservation moins drastiques peuvent être prises comme la régulation ou la réduction du nombre de visiteurs qui sont une grande source de variation du taux d'humidité dans une pièce.

Une technique de conservation consiste à capter l'humidité aux abords des panneaux à l'aide de sels. Les sels servent à maintenir quasi-constante l'humidité relative du volume d'air confiné à l'arrière du panneau (tout du moins ils en amortissent les variations). On trouve d'ailleurs des panneaux dont le cadre a été modifié afin d'accueillir des sels qui absorbent l'humidité avant que celle-ci ne soit adsorbée par le support du tableau comme le montre la figure 1.9.

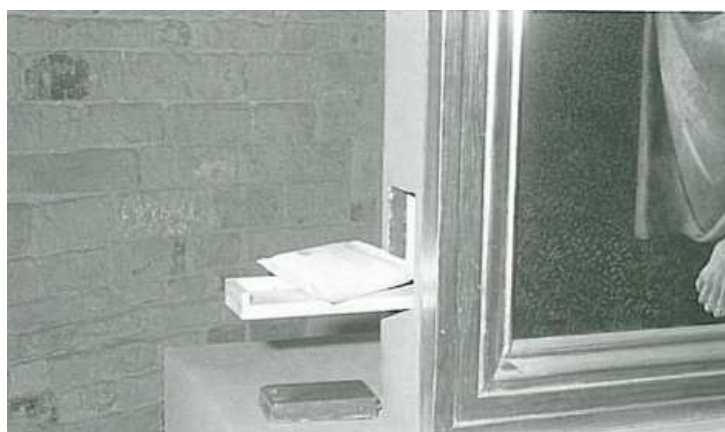


FIG. 1.9 – *Modification du cadre pour la disposition de sels absorbants [13]*

De plus, les conservateurs de nombreux musées se sont mis d'accord pour effectuer le relevé de l'humidité et de la température dans les salles d'exposition grâce à des capteurs-enregistreurs. Ceci est d'une grande utilité pour le conservateur car il peut les utiliser dans sa prise de décision sur une rénovation de la salle par exemple, ou sur la fréquentation de ses différentes salles. Ces mesures peuvent servir de système d'alerte indiquant par exemple un environnement trop sec ou trop humide mais également indiquer que les conditions environnementales varient de façon trop rapide indiquant un problème avant que ce dernier n'entraîne un endommagement des panneaux.

Du point de vue du mécanicien, ces relevés permettent de connaître les sollicitations du panneau et ainsi alimenter des modèles prédictifs.

1.1.3 Le recours à la restauration

1.1.3.1 Maîtrise des mouvements hors plan

Comme il a été mentionné au chapitre 1.1, la principale source de problèmes de conservation des panneaux peints en bois du patrimoine reste leur grande sensibilité aux changements d'ambiance hydrique et thermique dans une moindre mesure (peu d'influence directe si ce n'est sur les couplages avec l'hydrique).

On précise que les mouvements dans le plans peuvent également être dangereux et provoquer des états de tension et des fissures (i.e. le retrait empêché de la présence de traverses clouées). Le principal effet dommageable étant le tuilage induit et les cycles de déformation que subit la couche picturale. Diverses solutions de conservation ont été proposées avec plus ou moins de succès par le passé.

Traverses au revers

Une solution adoptée par les restaurateurs pendant de nombreuses années était de contrecarrer le tuilage en l'empêchant par une rigidification du support ou du cadre. Pour cela, divers moyens étaient mis en œuvre comme la fixation de traverses au revers du panneau. Les modes de fixation et la géométrie des traverses peuvent être réellement différents, on trouve les traverses clouées, celles en queue d'aronde (très pratiquée au XV siècle) ou en forme de T... La figure 1.10 présente les principaux modes opératoires.

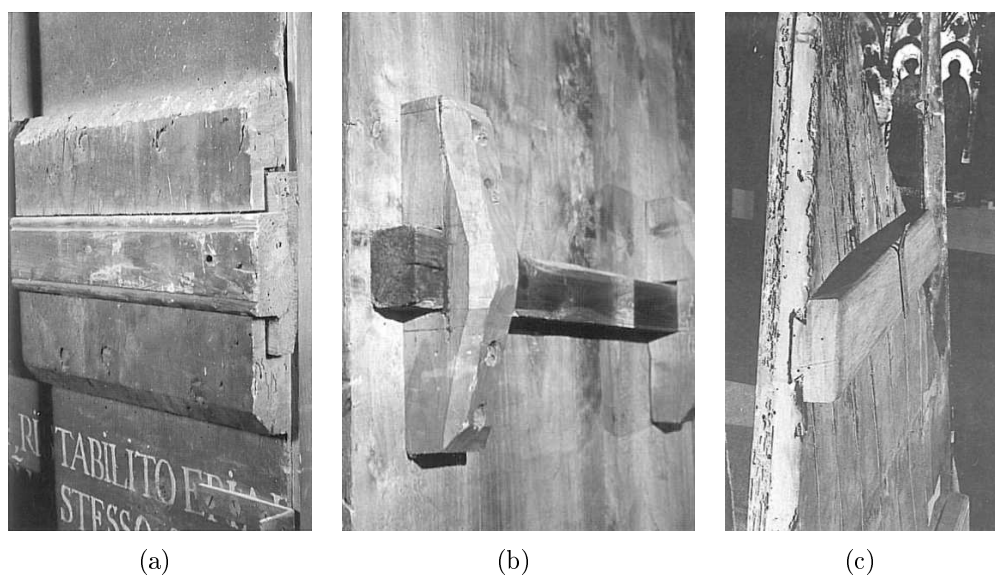


FIG. 1.10 – *Divers systèmes de traverses au revers des panneaux [13] : (a) traverses coulissantes en T, (b) traverses coulissantes à section carrée et (c) traverses coulissantes en queue d'aronde*

L'application de traverses était une technique très répandue car elle empêche effectivement les mouvements hors-plan mais permet également de consolider la structure de l'œuvre qui peut parfois atteindre des dimensions impressionnantes comme pour les triptyques ou les madones. Cependant en se référant aux notions du chapitre 1.1.1.3 on a vu que trop contraindre un panneau augmente le risque de fissuration du support. C'est d'ailleurs ce que l'on constate sur la totalité des tableaux ayant été traités de cette façon, ces derniers sont fissurés en plusieurs endroits (avec évidemment une perte de la couche picturale avoisinante).

Un tableau ne peut par ailleurs pas être laissé complètement libre, car il va prendre une courbure permanente modifiant l'aspect visuel mais également être très exposé aux pertes de couche picturale. Il était donc nécessaire de modifier cette pratique systématique en proposant un compromis entre tableau libre et tableau avec traverses rigidement fixées.

Dans de nombreux cas cependant (la majorité) les traverses ne sont pas le résultat d'un acte de restauration, mais font partie intégrante de la structure initiale du montage du support. Lors des actes de restaurations les traverses peuvent être enlevées, modifiées ou alors substituées.

Châssis-cadre à ressorts

La proposition de la restauration moderne est d'appliquer au revers des panneaux un châssis à ressort selon la technique issue de l'école florentine de restauration. Il s'agit d'un châssis réduisant les mouvements hors plan des panneaux pour que celui-ci se déforme moins en tuilage. Ainsi, on réduit les risques d'endommagement de la couche picturale, on diminue une éventuelle augmentation du tuilage permanent des planches et on reste dans un domaine de déformation suffisamment important pour ne pas atteindre les limites de fissuration du support. La conception de ce châssis est représentée sur la figure 1.11.

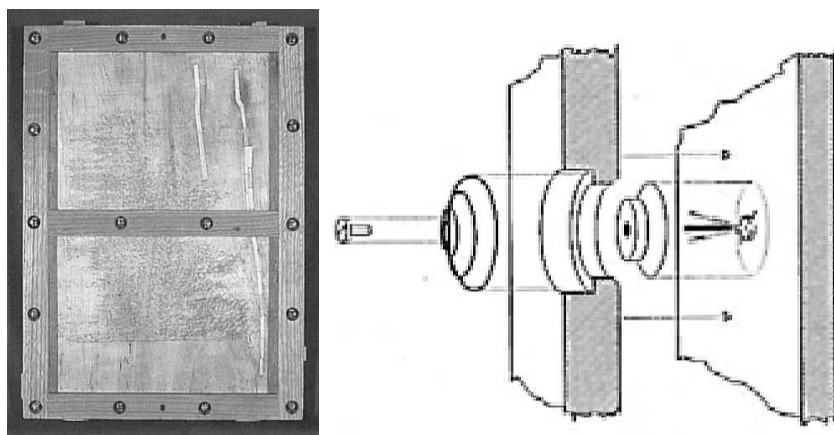


FIG. 1.11 – *Description de la conception du châssis à ressort [13]*

Ce type de technique est adopté par la majorité des laboratoires de restauration ; cependant, le problème principal restant à résoudre est de trouver les bonnes caractéristiques des ressorts. C'est-à-dire leur rigidité et la précharge qui leur est appliquée lors de l'installation du châssis.

Ces paramètres ne peuvent pas être déterminés de façon systématique. Il est indispensable de les adapter au cas par cas selon les caractéristiques individuelles des tableaux. Dans le cadre de cette thèse on propose donc de concevoir un modèle numérique permettant le dimensionnement du châssis ainsi que des ressorts, au chapitre 2.3.

Techniques impliquant une modification du support

A titre d'exemple, d'autres techniques étaient pratiquées par le passé. On trouve ainsi des actes assez critiquables comme le fait de pratiquer des

saignées verticales de haut en bas du revers sur la totalité de la largeur du panneau et sur une profondeur proche de la couche picturale. De cette façon, l'inertie en tuilage du panneau est quasiment nulle puisqu'il n'y a pas assez de matière pour que l'effet de retrait/gonflement soit suffisant.



FIG. 1.12 – *Saignées verticales et raffinement de l'épaisseur du tableau [13]*

Dans le même esprit on trouve également certains panneaux qui ont été affinés réduisant l'épaisseur du support à quelques millimètres. La quantité de matière ainsi réduite ne subit presque plus d'effet de tuilage décrit au chapitre 1.1.1.1 car l'équilibre en humidité est quasi instantané dans l'épaisseur.

Le principal défaut de ces techniques est qu'elles ne sont pas réversibles et ne sont donc plus du tout envisageables dans la restauration moderne. Elles retirent également au support la première de ses fonctions qui est d'assurer le maintien mécanique, les supports ne sont plus suffisamment rigides, il est alors nécessaire de fixer des châssis pour redonner une rigidité structurelle à l'œuvre.

1.1.3.2 Réparations du support

Les opérations de consolidation sont nécessaires dès lors que le matériau n'assure pas de façon suffisante son rôle structurel. Dans ces conditions, l'affaiblissement du support conditionne la stabilité des couches de préparation et de la couche picturale ainsi que l'intégrité de l'œuvre. La réparation du support sert à recréer les conditions minimales de résistance afin que le panneau puisse assumer sa fonction de support.

Étant donné le caractère invasif de telles procédures, leurs recours n'est à envisager qu'en dernier lieu pour des cas extrêmes, et en respectant la volonté de créer un minimum d'altération mécanique. Deux types de solutions peuvent être envisagées :

- l'application de résines (type époxy) consolidantes,
- l'intégration d'inserts en bois.

La première solution n'est pas étudiée ici. Cette technique est assez décrite à cause de son caractère irréversible et de ses performances structurelles limitées. De plus, si une portion du panneau est traitée, on crée une hétérogénéité mécanique du support pouvant se répercuter sur la couche picturale.

Utilisation de coins et de papillons

La technique de restauration par l'intermédiaire d'inserts en bois triangulaires, nommés coins, est employée lorsque l'assemblage de planches d'un tableau n'est plus continu, c'est-à-dire lorsque les planches ne sont plus jointives ou qu'une fissure importante est apparue.

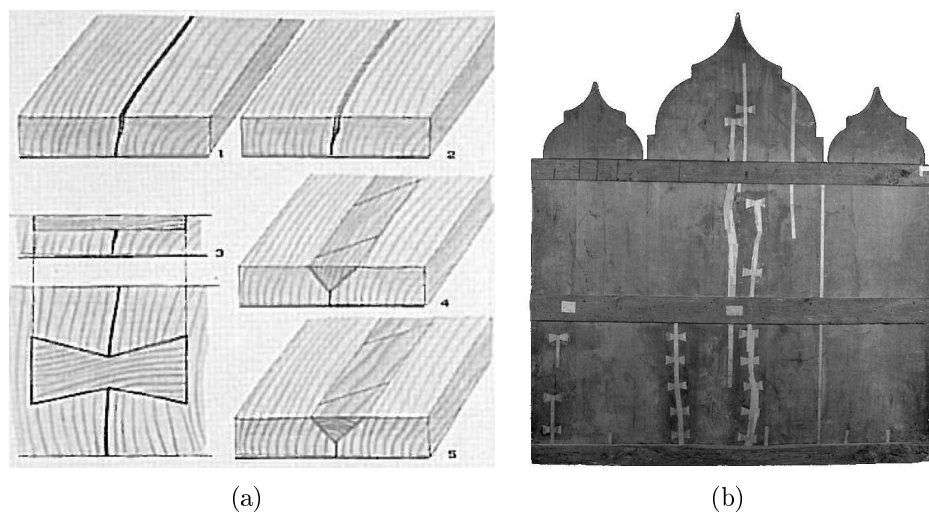


FIG. 1.13 – Technique de restauration pour la stabilisation des fissures (a) par coins ou (b) par papillons [82, 13]

L'opération débute en dégagant la fissure par une saignée de section triangulaire. La profondeur de cette saignée doit porter la pointe de cette dernière au plus près de la préparation picturale afin de rétablir la continuité matérielle et ne pas laisser de zone libre pouvant engendrer de nouvelles

dégradations (ce n'est pas le cas dans la figure 1.13). L'état de surface de la saignée doit être impeccable et correspondre exactement à la géométrie du coin à insérer afin de réduire au maximum la quantité de colle à apposer et donc réduire les problèmes d'hétérogénéité mécanique. Le coin à insérer doit respecter le débit de la planche et doit être taillé dans la même essence que le bois de la planche traitée toujours dans un souci de respecter la continuité mécanique ; il est aussi conseillé de le réaliser dans un bois datant de la même époque que l'œuvre. Les coins peuvent également servir à aplanir un tableau en les insérant entre les planches constitutives.

Les papillons peuvent faire partie de la constitution originelle du support pour solidariser des planches par exemple. Cependant, dans le cadre de la restauration, ces derniers sont utilisés pour stabiliser une fissure en empêchant sa propagation ou son ouverture. Cette technique peut être utilisée en complément de la précédente comme le montre l'exemple de la figure 1.13.

1.2 Approche rhéologie du matériau bois

1.2.1 Le bois, un matériau biologique

Le bois possède une structure macroscopique cellulaire orientée principalement selon la direction de l'axe de l'arbre. La croissance de l'arbre, périphérique, lui confère des caractéristiques fortement anisotropes. Néanmoins, on distingue trois directions privilégiées, la longitudinale (L) dans l'axe de l'arbre, la radiale (R) perpendiculairement aux cernes de croissance et la tangentielle (T) perpendiculairement aux deux autres directions (tangente aux cernes). Notons qu'il s'agit d'un matériau biologique ce qui implique une grande variabilité de caractéristiques que ce soit entre les espèces évidemment mais également intra-essence et même intra-individu.

Si l'on descend à l'échelle microscopique, le bois est un enchevêtrement de fibres. Chez les résineux, les fibres trachéides (jusqu'à 90% de la matière) et chez certaines essences, des fibres de parenchyme sont disposées dans la direction longitudinale. Dans la direction radiale, les rayons ligneux sont constitués de fibres de parenchyme.

Chez certaines essences, on observe aussi des fibres de trachéide dans les rayons ligneux. Certains résineux comportent en plus des canaux résinifères dans les directions longitudinale et radiale.

Chez les feuillus, les éléments de vaisseaux et les fibres de soutien sont disposés dans la direction longitudinale. Les rayons ligneux sont constitués par des fibres de parenchyme.

L'arrangement et la dimension des différentes cellules confèrent au matériau une assez grande porosité (très variable d'une essence à l'autre) expliquant en partie la variabilité de densité selon les essences. Notons au passage que les caractéristiques élastiques du bois sont étroitement liées à sa densité, les travaux de Guitard [36] ou de Kollmann [45], pour ne citer qu'eux, donnent des relations empiriques permettant de déduire les caractéristiques mécaniques principales depuis une mesure de leur densité.

En descendant encore d'une échelle, celle du micron, une paroi de cellule de bois s'avère composée de plusieurs couches. La paroi cellulaire est composée d'une paroi primaire d'une paroi secondaire. Les cellules sont liées par la lamelle mitoyenne. Les principales composantes chimiques du bois sont la cellulose (environ 45%), les hémicelluloses (environ 25%) et la lignine (environ 30%). Ces différentes molécules portent de nombreuses fonctions hydroxyles qui confèrent au bois une grande hygrophilie. La cellulose comporte des régions fortement cristallines ce qui explique la grande rigidité axiale du matériau. Les hémicelluloses sont des polymères amorphes. La lignine est un polymère fortement hétérogène et amorphe, elle a le rôle de matrice dans laquelle sont incluses les fibres.

Dans le cadre de cette étude, nous restons à l'échelle macroscopique car elle constitue notre échelle de travail. Il faut tout de même garder à l'esprit que les phénomènes étudiés sont d'origine micro voire nanoscopiques ; la plupart du temps les parois des cellules sont le lieu de ces phénomènes.

1.2.2 Un modèle de comportement hiérarchique adapté

La littérature fait état de nombreuses recherches menées de par le monde pour aboutir à un modèle rhéologique du comportement du bois permettant de simuler les différentes physiques et mécanismes que ce dernier met en jeu. De façon classique, des modèles rhéologiques de type Kelvin-Voigt (KV) et Maxwell (MX) permettent de bien prendre en compte l'élasticité et la visco-élasticité, à partir du moment où l'on considère plusieurs étages afin de caractériser les différents temps caractéristiques de fluage comme vu dans les travaux de R. Rémond [73]. On aboutit alors à des modèles rhéologiques KV Généralisés (GKV), ou Maxwell Généralisés (GMX). On précise que les caractéristiques sont dépendantes de la température. Le retrait/gonflement pour sa part est facilement pris en compte à l'aide d'un élément rhéologique de type similaire à celui d'une dilatation thermique, mais piloté par la variation de teneur en eau.

En restant dans le cadre visco-élastique de nombreux travaux ont été

réalisés. On peut citer par exemple les modèles avancés par Liu et Schaffer [46], ceux de Mauguet-Passard [50] pour les grandes déformations en séchage, ceux de Hanhijärvi [38] pour le séchage qui donnent de bons résultats en une dimension mais qui deviennent rapidement coûteux dès lors que l'on passe en trois dimensions en raison du grand nombre de paramètres qu'ils nécessitent. Il y a aussi les modèles de type Bou-Saïd [6, 7] concernant le bois de construction et les modèles développés pendant la thèse de Chassagne [11, 12, 86].

La mécanosorption reste relativement difficile à mettre en place dans un modèle rhéologique. Elle n'est d'ailleurs étudiée et prise en compte que depuis une trentaine d'années. Les travaux de recherche de Salin [76], Ranta-Maunnus [70] et Bazant [5] se basent sur une analogie entre mécanosorption et viscoélasticité. A ceci près que le temps caractéristique n'est pas constant mais influencé par le taux de variation d'humidité interne du bois sous contrainte. Une définition donnée par Hanhijarvi est de considérer le fluage mécanosorptif comme un fluage dépendant principalement du gradient de taux d'humidité interne, sachant qu'il dépend également dans une moindre mesure de l'état de contrainte, de l'histoire des chargements en contrainte et humidité et de la température, mais pas du taux d'humidité interne. La mécanosorption est l'un des phénomènes non couverts par les modèles précédemment cités.

Quelques auteurs se sont posés la question de l'indépendance entre comportement visco-élastique et mécanosorptif qui était considérée comme acceptable par Armstrong et Kingston en 1962 [3] et Grossman en 1976 [35]. Les travaux expérimentaux de Hanhijarvi en 1998 [39] montrent une interaction significative, au sens statistique, entre les deux mécanismes de fluage ne pouvant pas être considérés comme des phénomènes indépendants; Ce qui rejoint les travaux additionnels de Hunt et Hanhijarvi [42, 37].

Il est ici nécessaire d'opter pour un modèle rhéologique de type GKV permettant de prendre en compte l'élasticité, le retrait/gonflement, deux temps caractéristiques (dans la gamme du comportement des œuvres du patrimoine) pour la viscoélasticité et enfin la mécanosorption. La séparation des mécanismes physiques découple les contributions individuelles mais permet aussi une additivité des déformations issues de chacun d'eux.

Avec l'orthotropie et la dépendance en température, un tel modèle implique un nombre assez important de paramètres. En gardant le modèle tel qu'il est il faudrait avoir pas moins de 66 paramètres : 9 pour l'élasticité orthotrope, 3 pour le retrait/gonflement, 18 par étage visqueux et enfin 18

pour la mécanosorption. Les données bibliographiques ne permettent pas d'obtenir des valeurs pour chacun de ces paramètres pour le peuplier ou plus généralement pour les feuillus. Des hypothèses supplémentaires doivent être formulées ; c'est l'objet de la section suivante.

1.2.3 Données de la littérature pour un GKV adapté

On va présenter ici un certain nombre d'hypothèses permettant de réduire le nombre de paramètres de 66 comme expliqué précédemment à 32, ce qui correspond plus aux attentes pour ce type d'approche. La séparation des mécanismes physiques conduit ici à une additivité des déformations issues de chacun d'eux.

1.2.3.1 Le comportement élastique

Concernant la partie élastique, le champs de contrainte σ et le champ de déformation de la partie élastique ε^e sont liés via le tenseur de Hooke $\mathbf{C}$.

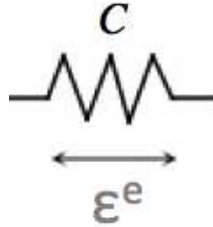


FIG. 1.14 – Schéma de l'élément rhéologique élastique en 1D

$$\sigma = \mathbf{C}\varepsilon^e \quad (1.4)$$

Comme il a été décrit précédemment les stratégies de croissance du bois dans l'arbre imposent un comportement anisotrope et plus précisément un comportement élastique orthotrope. Les trois directions établies sont notée R, T et L respectivement pour la direction radiale, tangentielle et longitudinale. Le tenseur des souplesses $\mathbf{S} = \mathbf{C}^{-1}$ est généralement exprimé dans la base d'orthotropie (R,T,L) avec les notations de Cowin :

$E_R = 1.19 \text{ GPa}$	$E_T = 0.58 \text{ GPa}$	$E_L = 10.06 \text{ GPa}$
$G_{TL} = 0.64 \text{ GPa}$	$G_{LR} = 0.86 \text{ GPa}$	$G_{RT} = 0.20 \text{ GPa}$
$\nu_{LT} = 0.47$	$\nu_{LR} = 0.36$	$\nu_{RT} = 0.70$

TAB. 1.1 – Paramètres élastiques à l'état de référence pour un bois de peuplier (après calcul d'après [36, 22, 69])

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_R} & -\frac{\nu_{RT}}{E_R} & -\frac{\nu_{RL}}{E_R} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{TR}}{E_T} & \frac{1}{E_T} & -\frac{\nu_{TL}}{E_T} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{LR}}{E_L} & -\frac{\nu_{LT}}{E_L} & \frac{1}{E_L} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2G_{TL}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2G_{LR}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2G_{RT}} \end{bmatrix} \quad (1.5)$$

avec des conditions de symétrie et de positivité. E_α sont les modules de Young dans les direction $\alpha = R, T, L$, $\nu_{\alpha\beta}$ sont les coefficients de Poisson, $G_{\alpha\beta}$ sont les modules de cisaillement.

Concernant les panneaux en bois du patrimoine il n'est pas possible d'extraire des échantillons de bois pour réaliser des tests de traction ; des mesures non-destructives et sans contact sont à envisager. C'est pourquoi on recourt souvent à une estimation des caractéristiques matériaux. Dans le cas particulier du peuplier (*Populus sp.*), qui est le sujet ici, Guitard [36] donne des estimations des paramètres élastiques à l'état de référence, comme une fonction de la densité. La densité étant une quantité pouvant être obtenue de façon non destructive.

Nous considérons ici une densité spécifique $\rho = 0.45 \pm 0.025 \text{ g/cm}^3$ [83], à un état de référence en humidité interne de $w_{\text{ref}} = 10 \%$, ce qui conduit aux estimations données dans le tableau 1.1. Ces dernières coïncident avec des observations expérimentales [22] et les travaux de Préziosa [69].

1.2.3.2 Le comportement dilatant

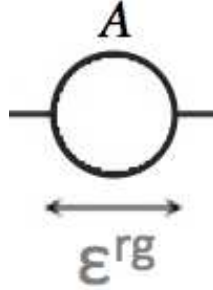


FIG. 1.15 – Schéma de l'élément rhéologique dilatant en 1D

Ce comportement est également anisotrope. De façon générale un modèle linéaire est satisfaisant :

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{C}\boldsymbol{\epsilon}^{rg} \quad \text{avec} \quad \boldsymbol{\epsilon}^{rg} = \mathbf{A}\Delta w \quad (1.6)$$

w est pris par rapport à un état de référence w_{ref} par rapport auquel on mesure la déformation, et pour lequel on suppose la contrainte nulle. w_{ref} est l'humidité interne du bois au point de saturation des fibres qui est généralement pris égal à $w_{ref} = 10\%$ pour une température de $25^\circ C$. On définit donc $\Delta w = (w - w_{ref})$.

L'équation (1.6) s'exprime dans la base d'orthotropie matérielle (R,T,L) comme :

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_R & 0 & 0 \\ 0 & a_T & 0 \\ 0 & 0 & a_L \end{bmatrix}_{(R,T,L)} \quad (1.7)$$

avec les a_α des coefficients sans dimension et constants.

L'approche de Préziosa [69] permet une estimation de ces paramètres. Pour une grande gamme d'essence de bois, $\mathbf{A} = \mathbf{S}\beta\mathbf{1}$ où $\mathbf{1}$ est le tenseur identité et $\beta = K_\beta\rho^2$ avec $K_\beta \approx 2.15 \text{ GPa}/(\text{g}/\text{cm}^3)^2$.

Cela conduit aux valeurs reportées dans le tableau 1.2 (par exemple, avec $\Delta w = 10\%$ la déformation tangentielle libre est $a_T\Delta w = 4.8\%$).

$a_R = 9.5\%$	$a_T = 48\%$	$a_L = 0.8\%$
---------------	--------------	---------------

TAB. 1.2 – Paramètres de retrait/gonflement

Le tenseur de retrait/gonflement est donc une combinaison entre le comportement mécanique (puisque lié au tenseur de Hooke) et l'hygrométrie.

1.2.3.3 Le comportement viscoélastique

Le formalisme de la rhéologie nous donne comme expression pour deux étages de Kelvin-Voigt en série :

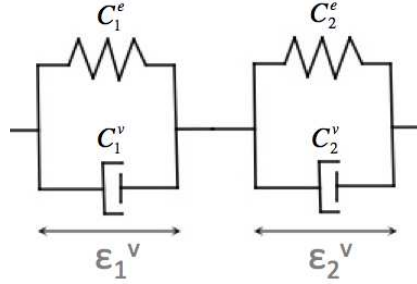


FIG. 1.16 – Schéma d'éléments rhéologiques viscoélastiques de type Kelvin-Voigt en 1D

$$\sigma = C_1^e \epsilon_1^v + C_1^v \dot{\epsilon}_1^v = C_2^e \epsilon_2^v + C_2^v \dot{\epsilon}_2^v \quad (1.8)$$

Le comportement viscoélastique est relié au comportement élastique, conformément aux approches de P. Perré et R. Rémond [65]. Ainsi on a :

$$C_i^e = A_i \bullet C \quad \text{et} \quad C_i^v = C_i^e \bullet \tau_i \quad (1.9)$$

avec A_i et τ_i des matrices de coefficients qui, multipliées terme à terme (noté $\bullet$) aux matrices de rigidité, donnent les caractéristiques des étages i viscoélastiques. Ces matrices ont autant de paramètres que la matrice orthotrope C ce qui ne diminue pas le nombre de paramètres matériaux. Certaines hypothèses supplémentaires sont donc indispensables :

- les comportements transverses sont considérés comme équivalents, on ne fait pas de différence entre les comportements en radial et tangentiel :

$$A_{RR} = A_{RT} = A_{TR} \quad \text{et} \quad \tau_{RR} = \tau_{RT} = \tau_{TR} \quad (1.10)$$

- le comportement transverse longitudinal est lui spécifique et calculé comme suit :

$$A_{RL} = A_{LR} = \frac{1}{2} \cdot (A_{RR} + A_{RT}) \quad (1.11)$$

et

$$\tau_{RL} = \tau_{LR} = \sqrt{\tau_{RR} \cdot \tau_{RT}} \quad (1.12)$$

Avec ces différentes hypothèses sur le comportement viscoélastique le nombre de paramètres correspondant à un étage visqueux passe de 18 à 4 comme le montre l'expression de la matrice $\mathbf{A}$ sachant qu'il en va de même pour la matrice $\boldsymbol{\tau}$:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} A_{RR} & A_{RR} & A_{RL} & 0 & 0 & 0 \\ A_{RR} & A_{RR} & A_{RL} & 0 & 0 & 0 \\ A_{RL} & A_{RL} & A_{LL} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A_{RL} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & A_{RL} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A_{RR} \end{bmatrix} \quad (1.13)$$

Dans les travaux de Perré [65] et après recalage sur des données expérimentales obtenues par D. Hunt dans [44] il en ressort le tableau suivant concernant un modèle à deux étages viscoélastiques :

Paramètres	KV1	KV2	Sources
A_{RR}	2.10	6.10	Perré [65]
A_{LL}	0.34	0.37	Hunt [44]
$\log(\tau_{RR})$ réf. 1s	3.80	6.40	Perré [65]
$\log(\tau_{LL})$ réf. 1s	4.30	6.60	Hunt [44]

TAB. 1.3 – Paramètres du modèle rhéologique visco-élastique de type KV à deux étages

Certains auteurs comme Perré [65] donnent des valeurs pour quatre étages viscoélastiques. Cependant, il est difficile de trouver les valeurs à la fois dans les directions de la fibre et dans les directions transverses étant donné que les laboratoires travaillent généralement particulièrement dans une direction donnée.

Pour notre application on se limite à une description du modèle avec des temps caractéristiques qui vont de quelques mois ($\log(\tau) = 6.60$ réf. 1s, soit $\tau = 46$ jours) pour les effets à long terme à quelques heures ($\log(\tau) = 3.80$ réf. 1s, soit $\tau = 1.75$ h) pour les effets à court terme ce qui couvre l'étendue des phénomènes que l'on souhaite prendre en compte.

1.2.3.4 Le comportement mécanosorptif

Une analyse de la littérature sur la mécanosorption permet de modéliser ce phénomène comme une viscosité dont le temps caractéristique ne serait pas une constante mais serait dépendant des variations d'humidité. C'est un phénomène largement observé, les déformations à humidité constante lors d'essais mécanique (traction, flexion, *etc.*) sont largement inférieures à celles observées avec une humidité variable voire cyclique.

Aussi des modèles rhéologiques ont été proposés comme la loi d'Arrhenius qui prend en compte l'énergie d'activation comme moteur de la mécanosorption ainsi que la variation du taux d'humidité interne. Cette approche est celle adoptée dans les travaux de Bazant (1.14). L'expression du paramètre de viscosité correspondant est alors :

$$\frac{1}{\eta_{ms}} = \frac{1}{\eta_{\infty}} \cdot e^{-\frac{E_a - a \cdot \Delta w - b \cdot |\Delta \dot{w}|}{RT}} \quad (1.14)$$

L'approche de Ranta-Maunus (voir équation (1.16)) rend compte de l'effet de la variation du taux d'humidité sur le temps caractéristique d'un élément rhéologique de type Kelvin-Voigt.

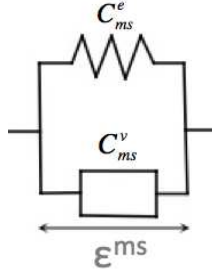


FIG. 1.17 – Schéma d'un élément rhéologique mécanosorptif de type Kelvin-Voigt en 1D

$$\sigma = C_{ms}^e \epsilon^{ms} + C_{ms}^v \dot{\epsilon}^{ms} \quad (1.15)$$

$$= C_{ms}^e \epsilon^{ms} + \frac{1}{\eta_{ms} |\Delta \dot{w}|} \dot{\epsilon}^{ms} \quad (1.16)$$

Le modèle adopté lors de cette étude est celui de Ranta-Maunus car il tient compte d'un modèle physique (comme celui de Bazant) et nécessite peu de paramètres. Plusieurs auteurs donnent une estimation de ces paramètres comme Ormarsson [58], Rémond [74] et Hunt [43]. Cependant, peu de

données existent concernant la partie élastique d'un élément de Kelvin-Voigt mécanosorptif.

$$\boldsymbol{\eta}_{ms} = \begin{bmatrix} \eta_{RR} & -\mu_{RT}\eta_{TT} & -\mu_{RL}\eta_{LL} & 0 & 0 & 0 \\ -\mu_{TR}\eta_{RR} & \eta_{TT} & -\mu_{TL}\eta_{LL} & 0 & 0 & 0 \\ -\mu_{LR}\eta_{RR} & -\mu_{LR}\eta_{TT} & \eta_{LL} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \eta_{RT} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \eta_{RL} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \eta_{TL} \end{bmatrix} \quad (1.17)$$

Ormarsson [58] donne des coefficients mécanosorptifs relatifs pour le peuplier mais ne donne pas de valeurs concernant la partie élastique. Rémond [74] quant à lui donne en plus des coefficients mécanosorptifs des coefficients de la matrice de rigidité élastique mécanosorptive.

/ MPa	E_{RR}	E_{TT}	E_{LL}	E_{RT}	E_{RL}	E_{TL}	Sources
	9.3	5.0	140.0	/	/	/	Rémond [74]
/ MPa ⁻¹	η_{RR}	η_{TT}	η_{LL}	η_{RT}	η_{RL}	η_{TL}	Sources
	0.0330	0.0526	0.0002	0.0025	0.0021	0.0541	Ormarsson [58]
	0.1500	0.0800	2.3000	/	/	/	Rémond [74]

TAB. 1.4 – Coefficients mécanosorptifs expérimentaux

Aucun auteur n'a réalisé de mesure permettant d'obtenir les valeurs des coefficients des matrices élastique et "visqueuse" mécanosorptives hors diagonale ; on se limitera donc ici à des matrices diagonales ($\mu_{\alpha\beta} = 0$).

Chapitre 2

Études de cas et conservation des œuvres

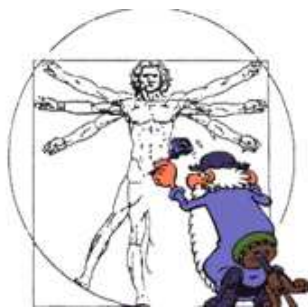
Sommaire

2.1	Expertise de la <i>Monna Lisa</i> : estimation des risques	47
2.1.1	Descriptif de l'œuvre	47
2.1.2	Interaction du panneau avec les éléments extérieurs	49
2.1.3	Modèle Joconde 3D	54
2.1.4	Propagation de fissure	56
2.2	Expertise sur une œuvre conservée en ambiance variable	60
2.2.1	Suivi in-situ des variations de l'ambiance	60
2.2.2	Rôle régulateur du bâtiment vis à vis des conditions extérieures	61
2.2.3	Prédiction numérique du comportement	65
2.2.4	Intérêt d'une étude globale de l'œuvre et de son environnement	67
2.3	Expertise sur un acte de restauration	67
2.3.1	Description du modèle numérique	68
2.3.2	Dispositifs de validation expérimentale	72
2.3.3	Résultats expérimentaux / Post-traitement	79
2.4	Conclusion : étude de cas	87

Nous présentons ici un panel de ce que peut proposer un mécanicien comme réponse aux problématiques de conservation et de restauration des

œuvres du patrimoine (spécifiquement pour les tableaux sur support bois). Cela peut aller d'une analyse spécifique à une œuvre, comme ici la Monna Lisa en exposition dans un musée avec régulation de l'ambiance, qui a fait l'objet d'une analyse poussée et d'un suivi durant quasiment 5 années, à une analyse de l'environnement d'une œuvre en situation d'exposition dans une église, mais également une expertise sur des techniques de restauration. Ici nous présentons donc trois approches différentes selon la problématique posée :

- l'analyse de la Monna Lisa [del Giocondo] (au Louvre), par une analyse du châssis-cadre (zones de contact, efforts appliqués), mais également par une analyse sur le risque de propagation de la fissure du support,*
- l'analyse du Couronnement d'épines de l'église St Didier (en Avignon), suivi in-situ des mouvements du panneaux, mesures optiques par stéréoscopie (non présentés ici), modélisation de son comportement via un code de transport de masse fluide, et une analyse à différentes échelles des conditions climatiques depuis l'extérieur du bâtiment jusqu'à l'œuvre elle même,*
- une expertise sur un acte de restauration, appelé châssis à ressorts, pour proposer un outil supplémentaire au restaurateur dans le dimensionnement de ce dernier en fonction du besoin de régulation du tuilage et de minimisation des risques de détérioration de l'œuvre.*



2.1 Expertise de la *Monna Lisa* : estimation des risques

Comme en fait mention le titre de ce travail, un des objectifs est de comprendre les phénomènes relatifs à la vie d'une œuvre dans sa globalité. Ceci en terme de dépendance aux variations de l'ambiance dans laquelle le panneau est entreposé mais aussi en tenant compte des contraintes qu'il subit de par sa structure et son interaction avec les éléments composant l'intégralité de l'œuvre (cadre, actes de restaurations, *etc.*).

2.1.1 Descriptif de l'œuvre

A titre d'exemple, le tableau de Leonardo da Vinci, la *Monna Lisa* [*del Giocondo*], illustre très bien cette problématique. Il s'agit d'un panneau de peuplier maintenu dans un châssis-cadre, lui même enchâssé dans un cadre extérieur. Son étude demande donc de prendre en compte l'interaction entre le panneau et les cadres. Ce panneau (peint entre 1503 et 1506) possède une histoire de 400 ans, lors de laquelle les sollicitations auxquelles il a été soumis ne sont pas connues exactement ; l'état actuel de ce panneau doit donc être identifié et non déduit de l'histoire passée. Durant cette période, le tableau a enregistré de nombreuses variations de condition de stockage, tantôt remisé, exposé tel quel et, de nos jours, mis dans une enceinte régulée en hygrométrie et température. Une particularité de cette œuvre est l'utilisation d'une planche unique de peuplier comme support, et non un assemblage de plusieurs plaques.

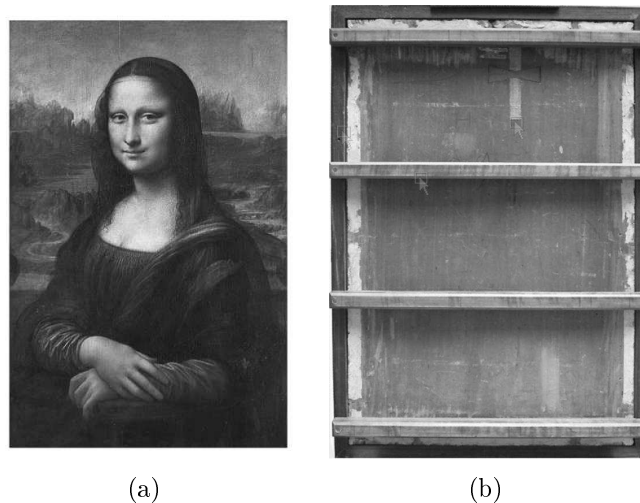


FIG. 2.1 – Monna Lisa [del Giocondo], *Leonardo da Vinci* (1503-1506), (a) envers sans châssis-cadre, (b) revers avec châssis-cadre ($533 \times 792 \text{ mm}^2$)

Il présente également une assez longue fissure de 120 mm sur la partie supérieure à 211 mm du bord dextre qui aujourd’hui semble stable et qui d’ailleurs a fait l’objet d’un acte de restauration en 1825 [23] à l’aide de «papillons» au revers afin d’éviter l’ouverture de cette dernière.

Tous ces points font que le tableau de la Joconde est un sujet d’étude qui balaye un large spectre des spécificités des panneaux peints sur bois du patrimoine. Pour simplifier cette étude, nous ne prendrons cependant pas en compte le papillon dans la suite (approche sécuritaire vis à vis du risque de propagation de la fissure).

Néanmoins, il s’agit d’une œuvre difficilement accessible : elle n’est sortie du système de régulation qu’une journée par an, tout contact sur la face peinte est proscrit, ainsi que toute analyse intrusive. Les mesures sont donc parcellaires et doivent être utilisées au maximum pour identifier l’état actuel (densité, débit, mesure optique de forme, suivi de la flèche au centre du revers, mesures des efforts exercés par le châssis-cadre sur le panneau) ainsi que le seul essai mécanique disponible : la mise hors et dans le châssis-cadre.

Cette étude, initialement présentée dans [23, 34], a été complétée ici par la modélisation du châssis-cadre, des informations complémentaires sur l’interaction entre le panneau et le châssis-cadre et la réalisation d’un modèle 3D, ainsi que la comparaison des résultats avec le modèle antérieur.

Un tel modèle numérique a pour intérêt de pouvoir estimer (en simulant la réponse à un changement extérieur de façon prédictive) le risque de propagation de la fissure existante.

2.1.2 Interaction du panneau avec les éléments extérieurs

Analyse du châssis-cadre

Un essai de flexion quatre points a été réalisé sur les éléments profilés (poutre en L) dextre et sénestre du châssis-cadre de la *Monna Lisa* [del Giocondo] comme décrit sur le schéma de la figure 2.2. Pour cela, des cales en aluminium ont été spécialement réalisées afin d’avoir de bonnes conditions aux limites. Des masses marquées ont été disposées aux quart et aux trois quart de la longueur de l’élément de façon symétrique. Les mesures dextres et sénestres ont été réalisées simultanément afin d’éviter une influence des traverses hautes et basses ainsi que des assemblages sur la mesure.

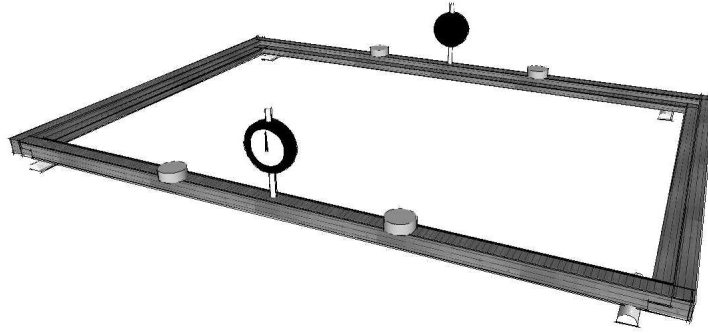


FIG. 2.2 – *Dispositif de flexion 4 points du châssis-cadre de la Monna Lisa* [del Giocondo]

Au regard des différentes valeurs obtenues pour le module d'élasticité des deux poutres dextre et sénestre du châssis-cadre, il apparaît une grosse dispersion des résultats pour les mesures réalisées avec 2 x 200 grammes. On ne conserve donc que les mesures à 2 x 400 grammes.

Le module d'élasticité longitudinal des poutres constituant le châssis-cadre sont :

$$E_{dextre} = 18,60 \pm 0,63 \text{ GPa} \quad E_{senestre} = 15,03 \pm 0,93 \text{ GPa}$$

Un autre montage est ensuite réalisé afin de solliciter le plus possible les liaisons entre les montants du cadre : trois des cales utilisées pour la flexion 4 points des profilés sont disposées sous les liaisons à 45°. Une charge de 800g est

disposée à un angle au même niveau qu'un comparateur. Ce dernier permet d'obtenir la flèche résultant du chargement. Cette opération est répétée au niveau de deux angles afin de vérifier s'il y a symétrie structurale du châssis-cadre et, si ce n'est pas le cas, de connaître la différence de rigidité des liaisons mises en jeu.

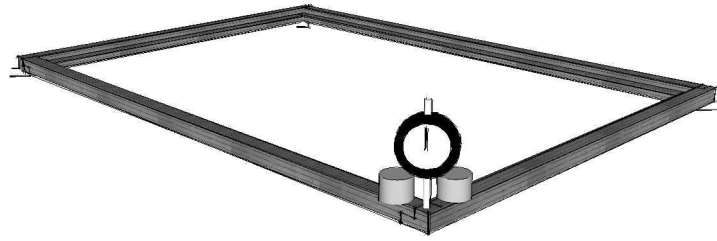


FIG. 2.3 – Dispositif de mesure de la rigidité des liaisons du châssis-cadre de la Monna Lisa [del Giocondo]

Les rigidités des liaisons aux coins du châssis-cadre sont obtenues en recalant un modèle éléments finis poutre de celui-ci. Pour ce modèle, les caractéristiques précédemment obtenues pour les modules de Young des poutres dextre et senestre sont utilisées. Concernant les poutres supérieures et inférieures, la rigidité moyenne entre les dextre et senestre est utilisée. Ensuite, des rigidités globales à identifier sont associées aux liaisons entre poutres.

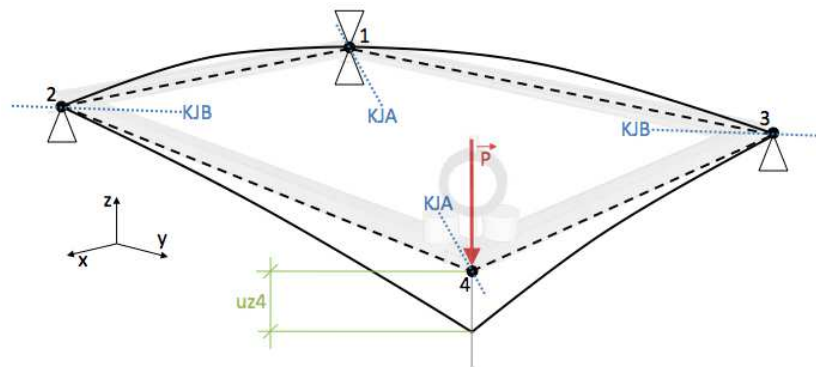


FIG. 2.4 – Modèle éléments finis poutre du châssis-cadre, les KJA et KJB étant les rigidités de liaison en rotation.

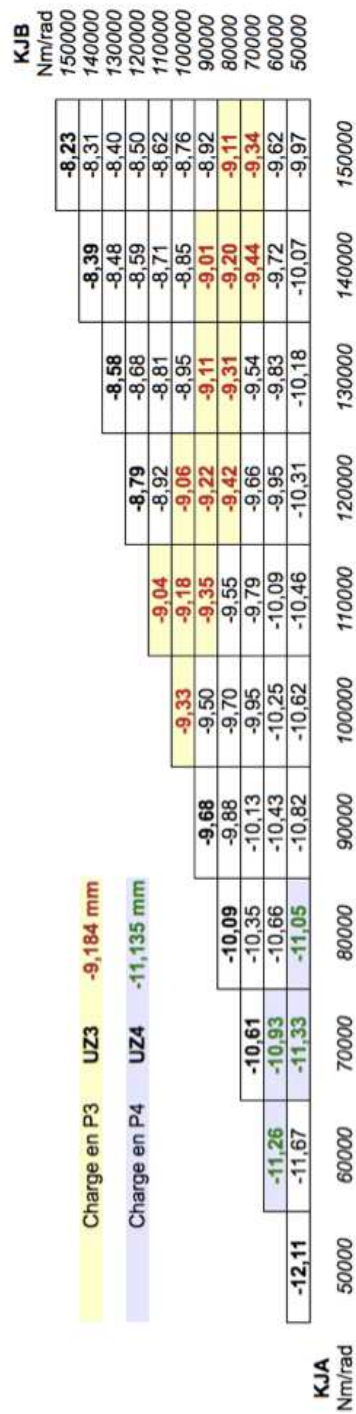


FIG. 2.5 – Déplacements des points 3 et 4 selon l'axe Oz en millimètres pour différents couples de rigidités de liaison $[KJA, KJB]$

Au vu des résultats récapitulés dans le tableau de la figure 2.4 des liaisons, on peut conclure qu'il n'y a pas symétrie des raideurs. Néanmoins ces dernières ne sont pas suffisamment différentes pour considérer que cela joue sur le comportement global du châssis-cadre. C'est pourquoi il a été choisi d'utiliser une rigidité moyenne dans toutes les liaisons donnant une flèche sous 800g correspondant à la moyenne entre U_{Z3} et U_{Z4} . On obtient alors pour le châssis-cadre de la Joconde $K_J = 78000 Nm/rad$.

Les rigidités de type liaisons entre poutres sont définies dans le code Cast3M comme dans le schéma suivant :

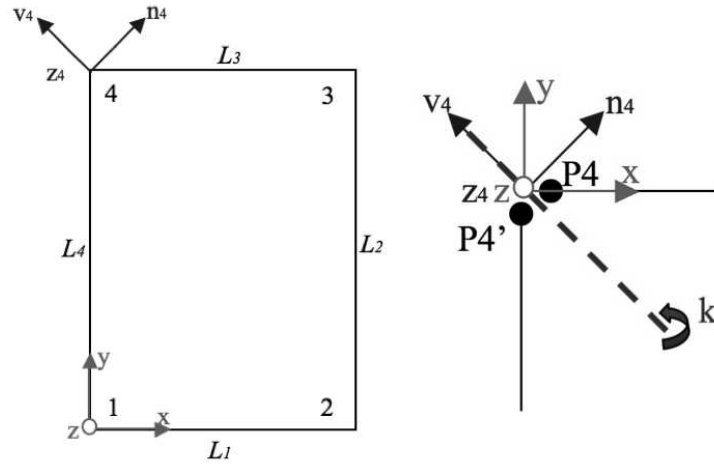


FIG. 2.6 – Définition des repères des liaisons joints dans Cast3M

Les degrés de liberté d'un nœud sont au nombre de 6 sous la dénomination UX, UY et UZ, pour les translations, et RX, RY et RZ pour les rotations autour des axes x, y et z respectivement.

Les points 4a et 4b ont les mêmes coordonnées : le point 4a appartient à L3 et le point 4b appartient à L4. Il en va de même pour les points (1a et 1b), (2a et 2b) et (3a et 3b). On considère que la rigidité la plus basse est celle du mode de rotation, autour d'un axe incliné de 45° , conformément au type d'assemblage entre les poutres du châssis-cadre. Une rigidité spécifique pour les quatre liaisons est prise en compte pour cette rotation, les autres mouvements relatifs étant supposés nuls.

Pour l'exemple, on ne décrira que la liaison au point 4a, pour laquelle on définit le vecteur :

$$v = \frac{\sqrt{2}}{2} \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

L'énergie de déformation E_d associée au mouvement autorisé dans l'assemblage est $E_d = \frac{1}{2}U^T KU$, où le vecteur colonne U contient les deux rotations associées aux deux noeuds constituant l'assemblage.

$$U = \begin{bmatrix} R_{X4a} \\ R_{Y4a} \\ R_{X4b} \\ R_{Y4b} \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

on obtient la raideur additionnelle modélisant la liaison :

$$K = K_J \cdot \begin{bmatrix} \mathbb{k} & -\mathbb{k} \\ -\mathbb{k} & \mathbb{k} \end{bmatrix} \quad \text{avec} \quad \mathbb{k} = \begin{bmatrix} (x.v)^2 & (x.v).(y.v) \\ (x.v).(y.v) & (y.v)^2 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

Zones de contact tableau/châssis-cadre

Une étude antérieure [23] à ces travaux de thèse avait utilisé une modélisation 2D (plaque) du panneau. Il était aussi nécessaire de connaître les interactions entre le panneau et son châssis-cadre. Lors de cette étude, il avait été constaté une forte influence de la position des points d'appuis de la face peinte du panneau contre le châssis, en particulier sur l'intensité des efforts inconnus de contact entre le panneau et le cadre. Un mauvais positionnement de ceux-ci implique une déformée simulée fausse lors d'une mise à plat virtuelle (réalisée numériquement) du panneau dans le châssis-cadre.

Depuis 2004 (lors de la première étude), plusieurs techniques ont été testées afin de déterminer les zones de contact. Un éclairage rasant à l'aide d'une lampe torche et l'observation des zones où la lumière passait. Suite à l'expertise des collègues italiens, un dispositif sensible à la pression de contact (de type papier carbone entre panneau et châssis-cadre, préalablement disposé dans du Melinex pour protéger la couche picturale des traces de carbone sur la couche picturale) a ensuite été utilisé. La procédure de mise en place du panneau, du bas vers le haut, implique une impression du papier carbone sur la quasi-totalité de la longueur de ce dernier, rendant la mesure inexploitable. Puis il a été proposé de disposer des bandes fines de Melinex tout le

long du châssis-cadre. On détecte les contact en tentant de retirer ces bandes progressivement, si celles-ci résistent, c'est qu'il y a contact.

En combinant les différentes observations, avec une dernière en 2008 qui a permis de constater sur le châssis des traces de *fretting* caractéristiques des mouvements répétés sur de petites zones (dus aux changements des conditions ambiantes), les zones de contact probable ont été réduites. Ces dernières confirment les positions préalablement déterminées dans le modèle numérique.

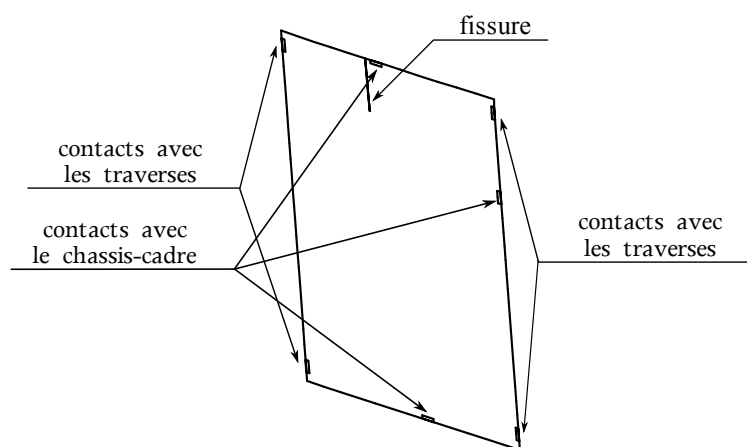


FIG. 2.7 – Description des points de contact entre panneau et châssis-cadre de la Monna Lisa [del Giocondo] une fois le panneau mis en place et les traverses fixées.

L'emplacement des points de contact ont servi à des simulations de la mise en place du panneau dans son châssis-cadre. Les déformations obtenues ont été comparées à celles mesurées sur le panneau lors de cette procédure comme le montre Dureisseix [23]. Il apparaît que les déformations obtenues par simulation sont bien corrélées à celle mesurées. On peut en conclure que les positions des points de contact sont correctes.

2.1.3 Modèle Joconde 3D

Afin de réaliser les essais nécessaires à la compréhension du comportement du tableau de la *Monna Lisa* [del Giocondo] nous avons besoin d'un modèle numérique. L'analyse est réalisée en élasticité pure. Les caractéristiques élastiques sont déduites par interpolation à partir de la densité obtenue

par pesées du panneau. Pour tenir compte du comportement orthotrope du bois dans la simulation numérique, il faut connaître les orientations des cernes de la planche sur laquelle est peinte la *Monna Lisa* [del Giocondo].

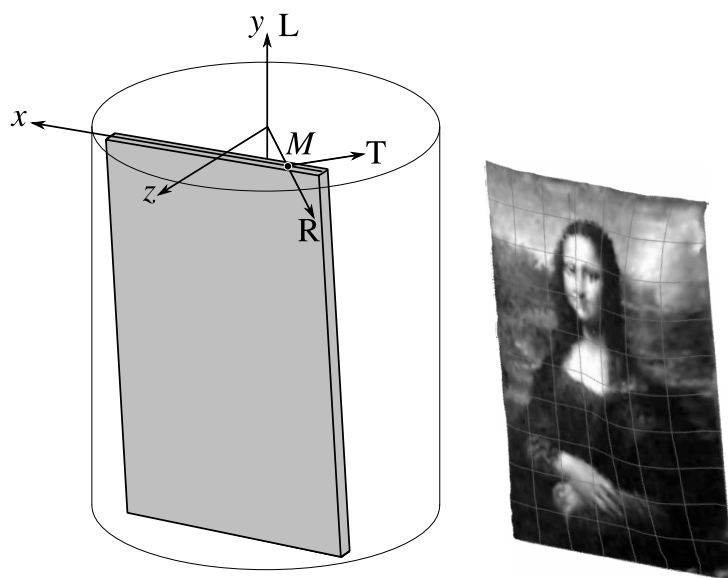


FIG. 2.8 – Débit de la planche support de la Monna Lisa [del Giocondo] dans la grume de peuplier

La position de la planche dans la grume est déduite à partir de l'observation radiographique menée par E. Ravaud du C2RMF [72] des rayons médullaires qui montrent que les cernes s'incurvent vers le verso du panneau. Elle est aussi déduite de l'observation à la loupe des rayons médullaires en plusieurs emplacements sur les deux tranches de la planche. On conclut ainsi que la planche a un débit tangentiel proche du cœur et légèrement incliné de 2% environ. Ainsi, la planche se situe à 61 mm du cœur dans sa partie supérieure et à 46 mm dans sa partie inférieure.

Le modèle numérique proposé ici prend en compte toutes ces spécificités dans une approche éléments finis sous Cast3M. La forme du panneau mesurée par moiré d'ombre par une équipe du LMS de Poitiers est prise en compte pour ce modèle. La fissure est une caractéristique du panneau que nous ne pouvons négliger de par son importance sur le comportement mécanique du tableau. Sa position et son orientation sont déterminées aisément par observation directe. Nous proposons de plus une étude sur son risque de propagation.

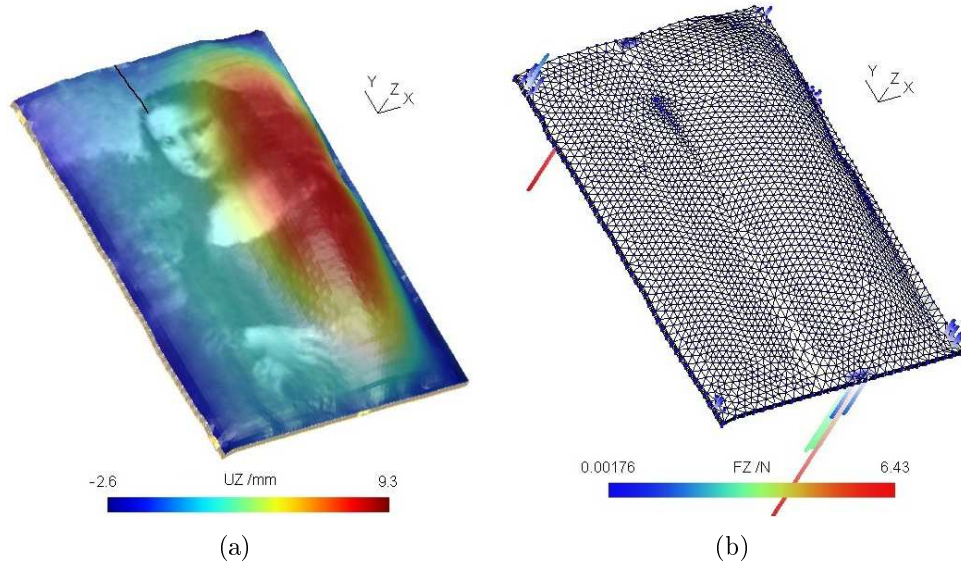


FIG. 2.9 – *Modèle éléments finis de la Monna Lisa [del Giocondo]. (a) Forme du panneau mesurée par moiré d'ombre, (b) maillage et application des efforts châssis-cadre/tableau et poids propre du panneau (z amplifié 10×)*

Les conditions limites appliquées sur le panneau correspondent à la mise à plat de ce dernier dans le châssis-cadre. Pour cela, sept emplacements (patches) sur la périphérie du tableau sont considérés :

- 4 patches correspondant aux appuis entre le tableau et les traverses du châssis-cadre. Les efforts à ces quatre points sont déterminés expérimentalement lors du contrôle annuel de la *Monna Lisa [del Giocondo]*, ils sont donc connus.
- 3 patches correspondant aux zones de contact entre le tableau et le châssis-cadre. Les efforts de contact ne sont pas facilement déterminables, ils sont donc déterminés pour respecter l'équilibre statique avec les 4 autres efforts.

2.1.4 Propagation de fissure

Cette analyse est menée conformément à l'approche énergétique de Griffith [33]. Elle repose sur le fait que lorsque l'on exerce des actions mécaniques sur une structure, celle-ci se déforme et emmagasine de l'énergie de déformation E_d . Une propagation de fissure consomme une partie de cette énergie disponible E_f et a pour conséquence la création d'une surface de décohésion da .

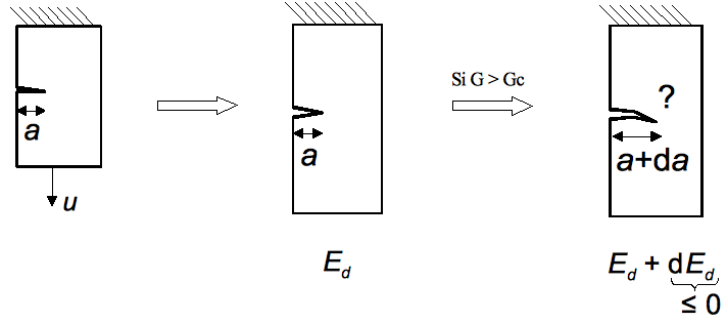


FIG. 2.10 – *Théorie de Griffith : (a) application d'un chargement u , (b) la fissure s'ouvre mais ne se propage pas, (c) le seuil est dépassé et la fissure se propage*

Une propagation de fissure de surface da consomme une énergie proportionnelle à da : $E_f = Gda$ où G est appelé coefficient de restitution d'énergie. Si G atteint une valeur suffisante G_c , dite critique, alors le scénario de propagation se produit. On observe généralement pour le peuplier : $0,1kJ/m^2 < G_c < 1,0kJ/m^2$.

Tout le problème réside dans l'obtention de la valeur de G car de façon générale il est impossible de réaliser des essais mécaniques sur les panneaux peints du patrimoine. C'est pourquoi il est nécessaire de passer par des essais virtuels, sur un modèle numérique, comme la mise à plat du panneau de la Joconde dans le châssis-cadre.

Le calcul du paramètre G passe d'abord par l'obtention de la valeur de l'énergie de référence E_{ref} en appliquant le chargement de dépose du panneau dans le châssis-cadre, soumis à son poids propre.

Puis une série de calculs sont réalisés en incrémentant la longueur de la fissure (initialement $L_f = 116mm$). A chaque incrément de propagation de fissure on obtient l'énergie contenue dans la structure modifiée. Les résultats des simulations numériques de propagation de fissure sont montrés sur la figure 2.11.

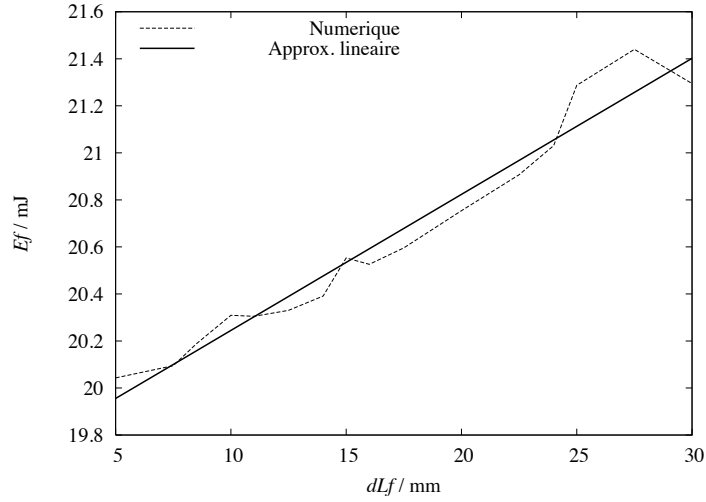


FIG. 2.11 – Évolution de l'énergie E_f lors d'une propagation de la fissure pour le modèle Joconde3D.

La courbe 2.11 donnant les valeurs obtenues lors des essais numériques montre un motif irrégulier. Ces fluctuations doivent être éliminées car elles ne sont que la conséquence d'erreurs numériques dues aux faibles écarts d'énergie calculés. Si l'on observe l'évolution de l'énergie au cours de la propagation elle se comporte de façon quasi linéaire. On peut donc réaliser une régression linéaire et ainsi en déduire la véritable loi d'évolution de l'énergie E_f permettant le calcul du coefficient de restitution d'énergie G selon la formule :

$$G = \lim_{da \rightarrow 0} \frac{dE_f}{da} \quad (2.4)$$

avec G : coefficient de restitution d'énergie
 E_{ref} : énergie de référence
 $E_f = E_{ref} + dE_f$: énergie après incrément de propagation
 da : surface de décohésion $da = dL_f \cdot e$
 dL_f : longueur de l'incrément de propagation
 e : épaisseur du panneau

La figure 2.12 donne l'évolution du coefficient de restitution G en fonction de l'allongement dL_f de la fissure résultant directement des valeurs des énergies obtenues par simulation et une fois corrigées via la linéarisation de l'évolution de E_f .

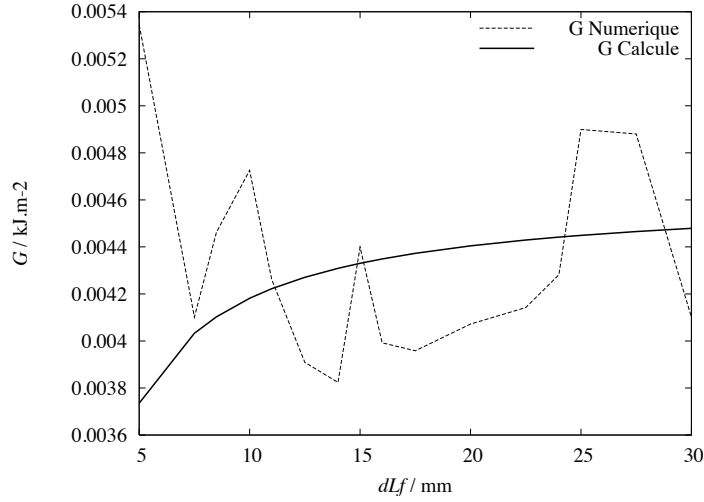


FIG. 2.12 – Évolution de la valeur de G lors de la propagation de la fissure pour le modèle Joconde3D. Mesures issues du modèle —et une fois corrigées— (cf. figure 2.11)

Les résultats obtenus sur le modèle Joconde 3D ont été comparés à ceux précédemment obtenus sur le modèle Joconde 2D.

Modèle 2D	Modèle 3D
$E_{ref} = 22.26mJ$	$E_{ref} = 19.70mJ$
$G_{2D} = 0.0070kJ/m^2 \ll G_c$	$G_{3D} = 0,0045kJ/m^2 \ll G_c$

TAB. 2.1 – Comparaison de l'estimation du critère de Griffith obtenu à partir du modèle 2D et du 3D par propagation de la longueur L_f de la fissure

Les valeurs données pour G_{2D} et G_{3D} sont les plus défavorables, elles correspondent à la limite asymptotique de la courbe d'évolution de G . Le résultat 2D correspond au modèle de l'analyse datant de 2004 [23]. A l'époque il avait été déterminé qu'un changement d'ambiance brutal de 10% d'humidité relative ne mettrait pas en danger l'oeuvre dans le sens où cela n'induirait pas de propagation de la fissure.

Les nouvelles simulations avec le modèle 3D, plus précis, sont encore plus encourageantes car elles donnent une estimation de G environ deux fois plus petites que celles du modèle 2D. Du point de vue de l'oeuvre, la fissure peut être considérée comme stable car les conditions de sa propagation sont quasiment impossibles à atteindre dans les conditions normales d'exposition et de stockage d'une oeuvre du patrimoine.

2.2 Expertise sur une œuvre conservée en ambiance variable

2.2.1 Suivi in-situ des variations de l'ambiance

Une œuvre placée dans le chœur de l'église St Didier d'Avignon a fait l'objet d'un suivi durant de nombreux mois. Ce tableau représentant la dépose de la couronne d'épines sur la tête du Christ, peint en 1563, est composé de quatre planches horizontales pour donner un panneau haut de 143 cm et large de 178 cm. Après analyse au microscope de petits échantillons de bois prélevés au revers à l'aide d'un scalpel il s'avère que l'essence composant le tableau est le peuplier. On peut également déterminer le débit des planches. Les planches sont maintenues solidaires à l'aide de traverses verticales (cerisier ou merisier) montées en queue d'aronde.



FIG. 2.13 – *Couronnement d'épines (1563), église Saint-Didier, Avignon*

Nous disposons de plus d'une année de relevés en hygrométrie et en température dans l'église, au niveau du tableau, mais également d'un relevé de la flèche au milieu de la planche supérieure composant le tableau. Un dispositif au revers de la planche supérieure permet de connaître l'évolution de la déformation de la planche en fonction des fluctuations climatiques dans l'église. Ci dessous sont représentées les diverses évolutions sur une période de 8 mois à partir de décembre 2007.

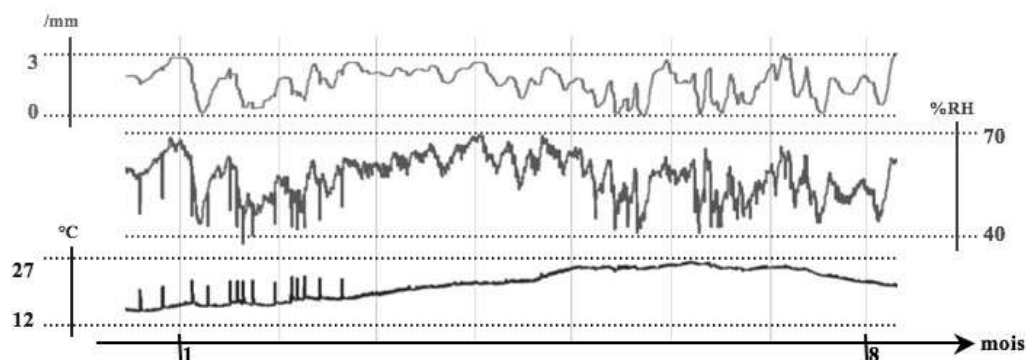


FIG. 2.14 – Évolutions des flèche (/ mm), humidité relative (/ %) et température (/ °C) sur 8 mois

Le relevé durant une année montre que le panneau suit très nettement les fluctuations climatiques de l'environnement dans lequel il est exposé. Lors des premiers mois on remarque des pics prononcés sur la courbe de température. Ces élévations brutales correspondent au chauffage à l'intérieur de l'église pour les offices. Il est intéressant de remarquer que ce chauffage n'affecte pas le comportement du panneau, la cinétique de chauffage étant plus rapide que le temps caractéristique de réponse du panneau. On constate donc l'importance d'une bonne connaissance des effets du climat sur la problématique de conservation d'une œuvre.

2.2.2 Rôle régulateur du bâtiment vis à vis des conditions extérieures

Une deuxième partie de l'étude sur ce panneau concerne l'influence des variations météorologiques à l'extérieur du bâtiment sur l'ambiance à l'intérieur de ce dernier. Pour cela, un enregistreur conçu pour les mesures en extérieur collecte, en parallèle des enregistrements de l'ambiance intérieure, la température ainsi que l'humidité relative extérieure. L'enregistreur extérieur était initialement disposé derrière un vitrail du côté Sud-Est du chœur, de l'autre côté du mur où le tableau est exposé, et à environ huit mètres d'altitude (accessible en rappel depuis le clocher). Ce dernier, à l'abri derrière le vitrail, était soumis à de grosses fluctuations de température et d'humidité, conséquences d'un effet de serre, c'est ce qui a expliqué son déplacement dans une zone à l'abri du soleil, du vent et accessible facilement. Il fut donc déplacé sur le mur extérieur Nord de l'église.

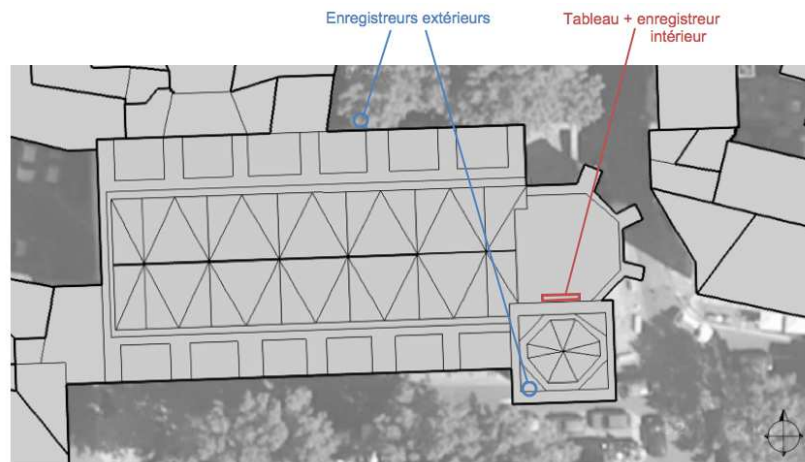


FIG. 2.15 – Église Saint-Didier en Avignon vue de satellite. Emplacement des capteurs T , RH et de mouvements du panneau en exposition dans l'église

Comme le montre la figure 2.14, les périodes de chauffages lors des offices sont très importantes et très rapides (quelques heures). Du point de vue numérique, ces périodes de chauffages interviennent sur des temps caractéristiques beaucoup plus faibles que l'influence de l'extérieur sur l'intérieur. Si l'on souhaite traiter ces informations nous pouvons considérer le bâtiment comme un volume à une température et une humidité données pouvant être modifiées par un terme de source en température (le chauffage de l'église), plongé dans un espace extérieur à une température et une humidité données. Le schéma de la figure 2.16 illustre cette représentation.

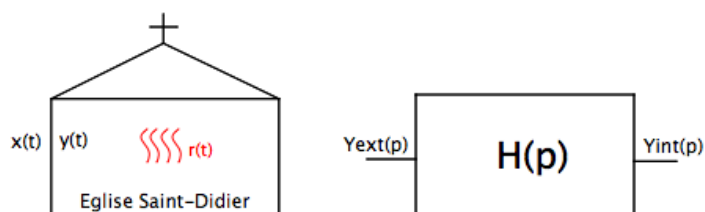


FIG. 2.16 – Schématisation du problème thermique ou hydrique de l'Église Saint-Didier

On souhaite identifier ici les propriétés du bâtiment à un système du premier ordre comme :

$$\dot{y} = C.(y - x) + r \quad (2.5)$$

Il convient de s'affranchir des termes sources afin de pouvoir connaître la relation entre l'extérieur et l'intérieur. Pour cela, on utilise le fait que les cinétiques des phénomènes sont très différentes. Ainsi, en travaillant dans le domaine fréquentiel et non temporel il est possible de séparer les effets. On calcule les transformées de Fourier des signaux $x(t)$ et $y(t)$, respectivement notées $Y_{ext}(p)$ et $Y_{int}(p)$. Sans terme source, le rapport entre $Y_{int}(p)$ et $Y_{ext}(p)$ donne la fonction de transfert $H(p)$ entre les deux définie comme dans la formule (2.6) que l'on souhaite identifier à un système du premier ordre correspond à un modèle de type inertie du bâtiment.

$$Y(p) = H(p).X(p) = \frac{1}{1 + \tau.p}.X(p) \quad (2.6)$$

La figure 2.17 montre les rapports des transformées de Fourier des signaux de sortie à ceux de l'entrée, en humidité et en température.

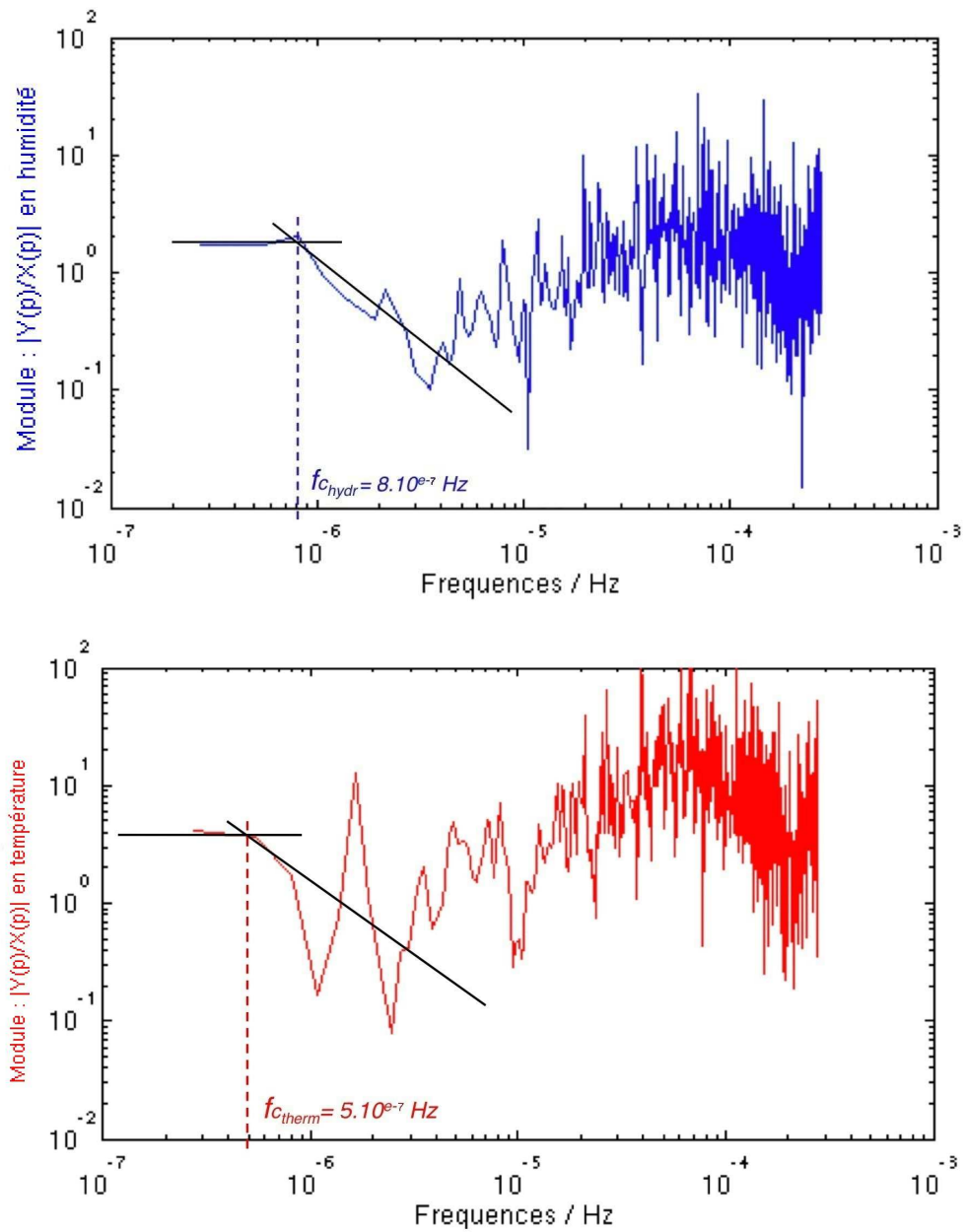


FIG. 2.17 – Représentation des rapports des transformée de Fourier des fonctions de transfert des évolutions extérieures et intérieures, en humidité et en température, pour l'identification de la fonction de transfert entre les deux

La figure 2.17 montre qu'il y a bien superposition de phénomènes agissant sur l'ambiance du bâtiment qui ont des cinétiques différentes. On dégage deux

zones principales :

- la première étant celle à haute fréquence, supérieure à $10^{-6}Hz$ (environ dix jours), correspondant au terme source interne du chauffage intérieur du bâtiment lors des offices par exemple ou le passage des visiteurs (quoique ce dernier semble négligeable) ;
- la deuxième étant due à l'influence de l'extérieur sur l'intérieur pour des fréquences inférieures à $10^{-6}Hz$ (environ dix jours).

On remarque que les temps caractéristiques sont équivalents que ce soit en hydrique ou en thermique et sont de l'ordre d'une quinzaine de journées, soit une fréquence d'environ $10^{-6}Hz$. De plus on note que les courbes ne débutent pas pour un gain unitaire mais légèrement plus, ce qui n'est pas normal étant donné le modèle que l'on souhaite identifier et n'a pas de sens physique. Le décalage est cependant assez faible pour le négliger.

En traçant, à la main, les asymptotes sur les courbes de la figure 2.17 on peut identifier une fréquence de coupure caractéristique de $f_{Chydr} = 8.10^{-7}Hz$ (soit environ 14 jours) concernant les échanges d'humidité et $f_{Ctherm} = 5.10^{-7}Hz$ (soit environ 23 jours) concernant les échanges de température entre l'extérieur et l'intérieur du bâtiment. Ces dernières étant proches, la valeur de $f_C = 6.10^{-7}Hz$ est retenue pour les échanges d'humidité comme de température soit un temps caractéristique d'environ 20 jours.

En retraçant sur la figure 2.17 la courbe résultant d'un modèle du premier ordre on s'est aperçu que la pente d'atténuation après la fréquence de coupure est plus proche d'un système du deuxième ordre, de type Butterworth $H(p) = 1/(1 + \tau.p^2)$, (pente -40 dB/dec) que d'un système du premier ordre (pente à -20 dB/dec) ce qui ne change rien au niveau de la fréquence de coupure et donc du temps caractéristique. Néanmoins cela pose le problème de l'identification de la physique des phénomènes mis en jeu, un premier ordre correspondant très bien aux phénomènes d'inertie thermique ou hydrique, mais pas un système du second ordre. On précise que la campagne de mesure (de 3 semaines, ayant eu plusieurs problèmes avec l'enregistreur extérieur) ne suffit pas pour caractériser correctement les phénomènes du même ordre de grandeur.

2.2.3 Prédiction numérique du comportement

Ces travaux ont en partie été menés avec J. Colmars [15], doctorant au LMGC, pour le principal lors de son stage de master 2. Il s'agissait de réaliser un dispositif permettant la mesure *in-situ* des mouvements d'une des planches d'un tableau exposé dans le chœur de l'église Saint-Didier en Avignon. Ces mesures serviront à imposer les conditions de chargement d'un modèle de transfert hydrique afin de tester la pertinence d'une simulation

prédictive des mouvements d'un tableau.

Pour ces raisons on propose un modèle permettant à partir des données hydriques de trouver les variations de flèche de la planche. Pour cela on se sert d'une simulation 1D, avec le code TransPore, prenant en compte la mécanique ainsi que les transferts hydriques dans le sens radial d'une planche. La modélisation 1D se prête très bien au problème traité ici car les transferts hydriques se font quasiment uniquement dans le sens transverse aux fibres du bois. On s'intéresse de plus à une planche dont les mouvements sont libres, sans cadre ni traverse. Il n'est donc pas utile d'utiliser un modèle 3D pour cette étude.

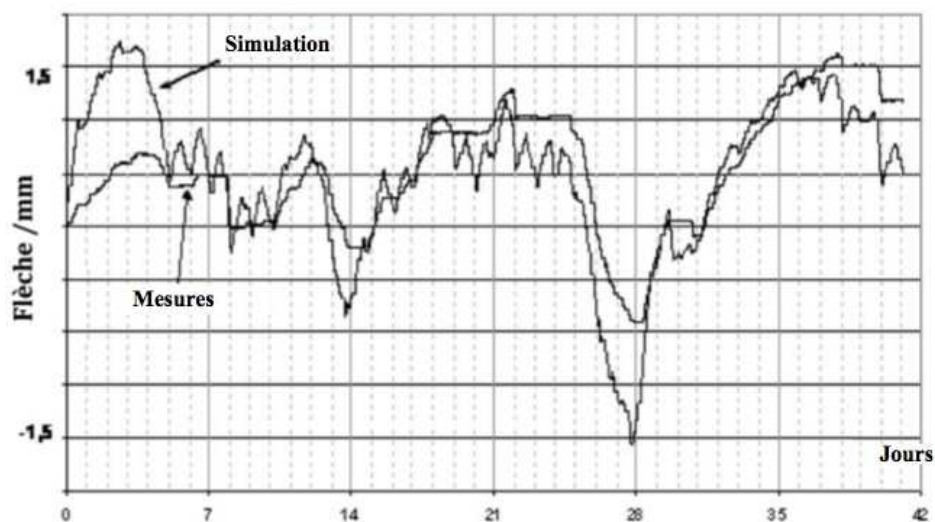


FIG. 2.18 – Évolution de la flèche (en mm) d'une planche composant le tableau de Saint Didier en Avignon et résultat des simulations de cette dernière à partir des relevés hygrométriques réalisés *in-situ* [15].

Avec des ajustements et certaines hypothèses sur le débit des planches (dosse ou quartier) et la perméabilité à l'humidité de la couche picturale (rapport 100 de perméabilité entre la face avant et la face arrière) on arrive à bien approcher le comportement de la planche par simulation.

La simulation est également plus proche des mesures *in-situ* si l'on ajoute à ces hypothèses celle d'un vieillissement du bois se traduisant par un gradient de propriété dans l'épaisseur. En effet, le bois proche de la face arrière subit beaucoup plus de cycles de variations environnementales que le bois sous la couche picturale ou au cœur de la planche. Cette notion de vieillissement et de modification des propriétés du bois subissant des cycles est abordée par

Garcia Esteban [29], ces travaux donnent quelques ordres de grandeur des modifications à prendre en compte.

Une étude de l'effet d'une histoire hydrique sur le comportement a également été appréhendée. Il s'avère que la simulation n'est pas la même si l'on considère le chargement hydrique relevé *in-situ* que si on le précède d'une histoire de 3 semaines. Ces 3 semaines constituent plus ou moins la période nécessaire à l'établissement d'un régime "d'acclimatation numérique" de la planche simulée la mettant à priori dans le même état que la planche réelle.

2.2.4 Intérêt d'une étude globale de l'œuvre et de son environnement

Une étude sur l'ensemble d'une œuvre et de son environnement, comme celle réalisée ici, vise à aider les conservateurs dans leur décision d'accorder ou non un prêt d'œuvre pour une exposition dans un autre lieu. On pourrait en effet prévoir le comportement du tableau de façon numérique pour anticiper un éventuel danger dû au changement de ses conditions de stockage ou d'exposition.

Il s'agit là d'une véritable question d'actualité car les œuvres sont de plus en plus destinées à être montrées au maximum de personnes ce qui implique de nombreux changements de conditions externes. Il est de plus intéressant de pouvoir justifier de manière quantitative et non plus empirique d'un refus de mobilité pour une œuvre considérée comme fragile.

Des travaux italiens menés par P. Dionisi Vici visent à caractériser les ambiances de lieux caractéristiques. En envisageant que tout lieu susceptible d'accueillir des œuvres soit caractérisé de manière suffisamment précise, il est possible de minimiser le risque de détérioration des tableaux.

2.3 Expertise sur un acte de restauration

Cette partie propose l'étude d'un acte de restauration mené dans un atelier indépendant de Florence par Daniele Piacenti. Il s'agit d'un triptyque réalisé par Andrea di Giusto, nommé *Madonna in trono col bambino e santi*, dans la première moitié du quinzième siècle et qui est normalement conservé au *Museo Civico di Prato*. Après la restauration de 2009, ce triptyque a pris place au *Museo delle Pitture Murali*, toujours à Prato.

Ce triptyque a subi de grosses altérations picturales et structurelles. Il a déjà été traité par l'intermédiaire de coins empêchant l'ouverture des fissures et de traverses qui ont été clouées puis enlevées.



FIG. 2.19 – Triptyque "Madonna in trono col bambino e santi" en restauration de face et de dos. (reconstitution numérique)

2.3.1 Description du modèle numérique

Toujours en perspective de répondre à l'attente des restaurateurs et à leurs besoins, nous avons choisi de réaliser un modèle numérique simple qui rende compte de la physique réelle. En optant pour un modèle à peu de paramètres nous espérons pouvoir leur fournir un modèle utilisable dans le cadre de leur pratique professionnelle. Un modèle numérique de type 1D remplit a priori parfaitement ce rôle. Néanmoins, nous n'excluons pas d'enrichir la description numérique si le besoin s'en fait sentir.

Le modèle numérique est donc basé sur une formulation éléments finis de poutres et de barres. Les mouvements du panneau sont prédits avec comme hypothèse que la face du tableau (peinte) est parfaitement imperméable à la vapeur d'eau, ce qui correspond à une situation idéale, différente de la réalité. Cette situation doit simuler les déformations transitoires dues à la présence et à l'évolution d'un gradient d'humidité interne dans le bois.

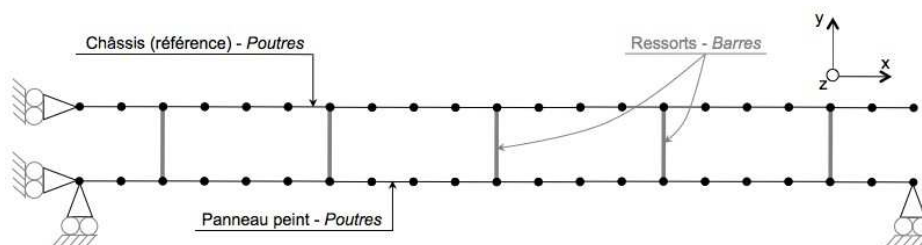


FIG. 2.20 – Modèle éléments finis simple d'un panneau relié à un châssis par des ressorts

Le modèle prend en compte les conditions de contact unilatérales entre panneau et châssis, la rigidité des ressorts ainsi que leur précharge. Lorsque le contact entre le châssis et le panneau est réalisé, la force de contact est égale à la précharge. A l'opposé, la force exercée par les ressorts est plus importante que la précharge initiale et tend à reformer le contact entre les deux structures.

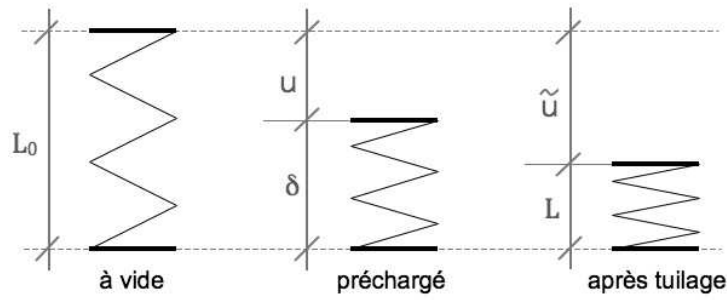


FIG. 2.21 – Définition de la force dans les ressorts

avec L_0 la longueur à vide du ressort, δ la distance de précharge en compression du ressort, $v = (\delta - L)$ la distance de compression induite par le tuilage du panneau et k la rigidité linéaire du ressort en $N.mm^{-1}$

Nous faisons l'hypothèse d'une réponse élastique linéaire des ressorts ce qui donne :

$$F = (L_0 - L) \cdot k \quad \text{ou} \quad F = (u + v) \cdot k \quad (2.7)$$

Le profil de la distribution de l'humidité interne est supposé linéaire dans l'épaisseur ; cependant un profil issu des travaux de Kollmann [45] peut être considéré comme une alternative, comme le montre la figure 2.22 (ce profil est montré à titre d'exemple mais correspond à une situation différente).

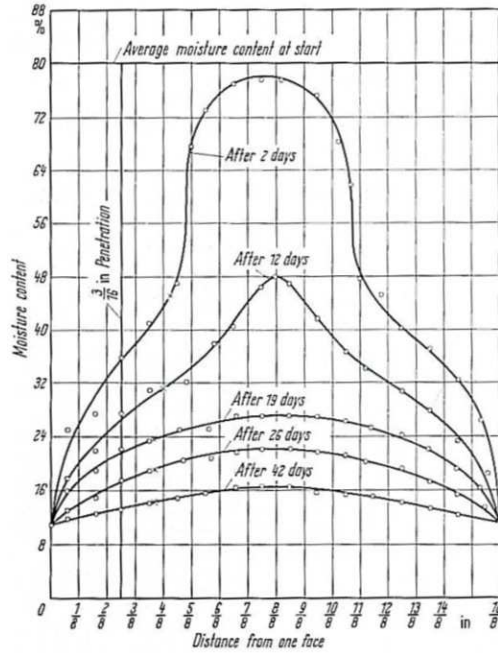


FIG. 2.22 – Distribution de l'humidité interne à différents temps durant le séchage d'une éprouvette de feuillu de 51 mm d'épaisseur depuis une humidité interne d'équilibre de 80% à une humidité interne de 8%

Cette hypothèse sur la variation d'humidité en fonction de l'épaisseur peut conduire à une surestimation des déformations. Le modèle de comportement en retrait / gonflement est choisi linéaire.

Le moment intérieur M_z (dans le modèle de poutre) engendré par le gradient d'humidité dans l'épaisseur peut s'exprimer comme :

$$M_Z = b \cdot \int_0^h \sigma_{TT} \cdot \left(\frac{h}{2} - y\right) \cdot dy = \frac{1}{12} \cdot b \cdot h^2 \cdot E_{TT} \cdot \alpha_T \cdot \Delta w \quad (2.8)$$

avec b la largeur du panneau, h l'épaisseur du panneau, σ_{TT} la contrainte duale de la déformation par retrait gonflement dans la direction tangentielle et E_{TT} le module de Young dans la direction tangentielle.

Les paramètres du modèle sont choisis afin d'être facilement manipulables par les restaurateurs (distance de compression des ressorts, nombre de ressorts, dimensions du panneau, caractéristiques élastiques des matériaux composant le panneau et le châssis et paramètres de retrait/gonflement).

Remarque

Dans le modèle présenté ici, la colle (gesso) n'est considérée que comme condition limite en humidité. Elle peut également avoir un rôle structural important. Une petite étude numérique permet de se rendre compte de l'importance de ce rôle. On se plaçant dans le cas d'un substrat en peuplier d'épaisseur h_1 et d'une couche picturale en condition de parfaite adhérence d'épaisseur h_2 . Les deux couches ont comme module d'Young respectivement les modules E_1 et E_2 , pour le bois et la colle. En posant G_i les centre de section des couches et G le centre de section dans l'épaisseur de l'assemblage. La figure 2.23 représente la géométrie décrite précédemment.

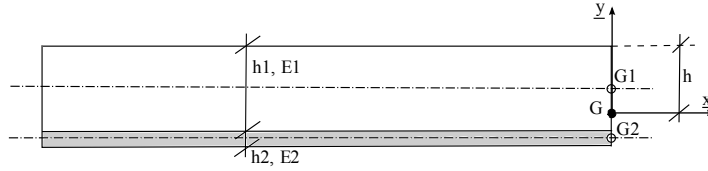


FIG. 2.23 – Représentation d'un panneau avec couche de colle pour la détermination de l'effet structural en flexion d'une couche de colle sur le comportement global.

Dans le cadre de deux poutres de Euler-Bernoulli collées et chargées en flexion on a les moments de flexion $M_i = E_i I_i \frac{d\theta_i}{dt}$ et les efforts normaux $N_i = E_i S_i \frac{du_i}{dt}$ ainsi que la continuité de rotation de section suivante entre les couches : $\theta_1 = \theta_2 = \theta$ et pour les déplacements : $u_1 = u - (h - h_1/2) \cdot \theta_1$ et $u_2 = u + (-h + h_1 + h_2/2) \cdot \theta_2$.

En posant l'équilibre statique on a : $N = N_1 + N_2$ et $M = M_1 - (h - h_1/2) \cdot N_1 + M_2 + (-h + h_1 + h_2/2) \cdot N_2$ et après résolution du problème on obtient la relation :

$$\frac{(EI)^*}{E_1 I_1} = 1 + \frac{\mu^2}{\lambda} + 3 \cdot \frac{(1 + \mu)^2}{1 + \lambda} \quad (2.9)$$

avec $(EI)^*$ l'équivalent de EI dans l'expression du moment fléchissant pour une poutre équivalente d'épaisseur $(h_1 + h_2)$ et en posant les variables $\lambda = \frac{E_1 h_1}{E_2 h_2}$ et $\mu = \frac{h_2}{h_1}$.

Une application numérique montre que pour une rigidité de la colle (colle d'os, ou de peau par exemple) trois fois supérieure à celle du peuplier (dédit

de [52] p.474-475 où après calcul, $E_{\text{colle}} \approx 2 \text{ GPa}$) en transverse et un rapport d'épaisseur correspondant à notre problème à savoir $\mu = \frac{0,5}{38}$ on obtient $\frac{(EI)^*}{E_1 I_1} = 1,13$ prouvant que l'effet de la colle ne peut pas être sous-estimé. Néanmoins, dans l'étude montrée ici on a fait l'hypothèse que la couche picturale était considérée comme négligeable de ce point de vue. Il est alors important de préciser qu'il s'agit d'un résultat obtenu pour une couche picturale parfaite, c'est-à-dire non craquelée, ce qui n'est pas le cas dans les peintures étudiées (ce qui réduit de façon très importante la rigidité de la couche de colle).

2.3.2 Dispositifs de validation expérimentale

Toute modélisation numérique nécessite d'être validée par rapport à des données issues de la bibliographie ou par des mesures expérimentales. C'est pourquoi il a été choisi ici de concevoir un dispositif expérimental reprenant les caractéristiques de la technique de restauration par châssis à ressorts.

2.3.2.1 Géométrie des répliques

Une réplique d'une portion de tableau a été réalisée en peuplier (même bois que le tableau réel), sur laquelle est fixé un châssis à ressorts en chêne (comme le châssis conçu par D. Piacenti) ayant les caractéristiques dimensionnelles du châssis prévu. Cette réplique a l'avantage d'être parfaitement connue en terme de dimensions ainsi que du point de vue du matériau la constituant.

Une réplique aux mêmes dimensions et faite dans le même bois de peuplier sert de témoin. Cette dernière n'est pas équipée de châssis et subit les mêmes chargements hydriques et thermiques que la réplique à châssis.

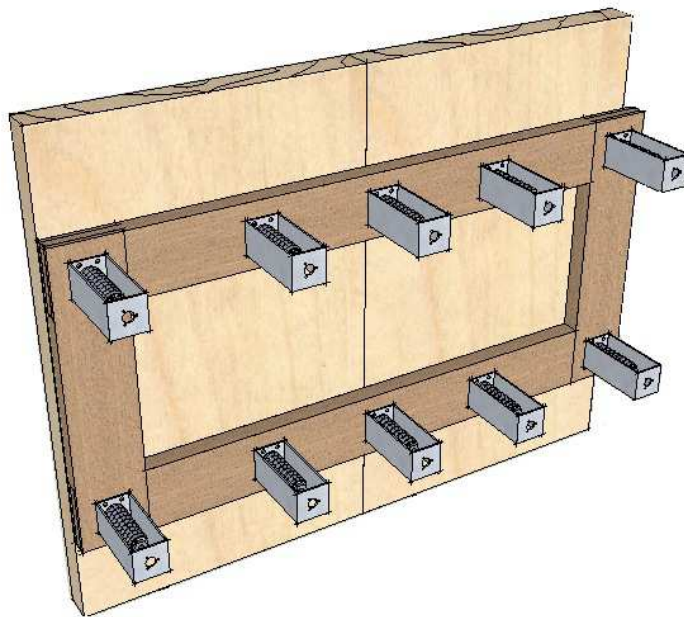


FIG. 2.24 – Réplique de validation du modèle numérique. Panneau de peuplier avec châssis à ressorts et système de référence pour la mesure des efforts dans les différents ressorts (reconstitution numérique)

Les planches constituant le panneau des répliques ont été prélevées dans deux planches issues du même arbre stockées en scierie depuis une dizaine d'années en extérieur mais à l'abri. Ces planches ont donc subi de nombreux cycles de chargement. Le schéma 2.25 donne les zones de prélèvement dans les planches brutes de scierie.

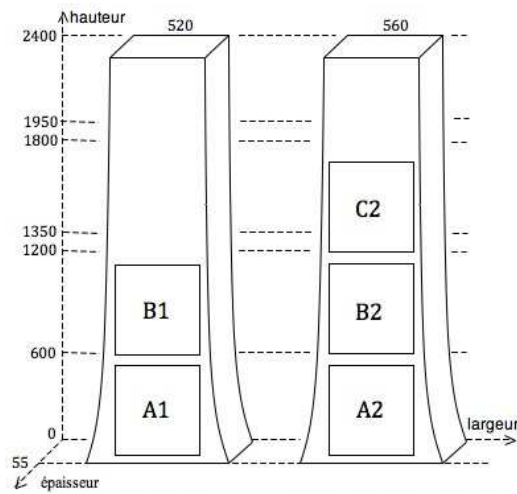


FIG. 2.25 – *Détail de prélèvement des planches ayant servi à la construction des répliques, mesures notées en millimètres*

Une réplique est constituée de deux planches collées sur une tranche. La réplique supportant le châssis à ressort notée *A* est réalisée à partir des prélèvements *A1* et *A2*, la réplique témoin, notée *B*, est elle réalisée à partir des prélèvements *B1* et *C2* (*B2* ayant présenté un peu trop de défauts). Les autres prélèvements sont mis de côté pour d'éventuels tests. Il a été choisi de prendre une partie dans chacune des planches de scierie afin d'avoir des répliques les plus identiques possibles en diminuant les effets de variabilité dans l'arbre, les répliques sont donc plus comparables (bien que moins symétriques) que si $A = A1 + B1$ et $B = A2 + B2$). Les dimensions des répliques sont données dans la figure 2.26.

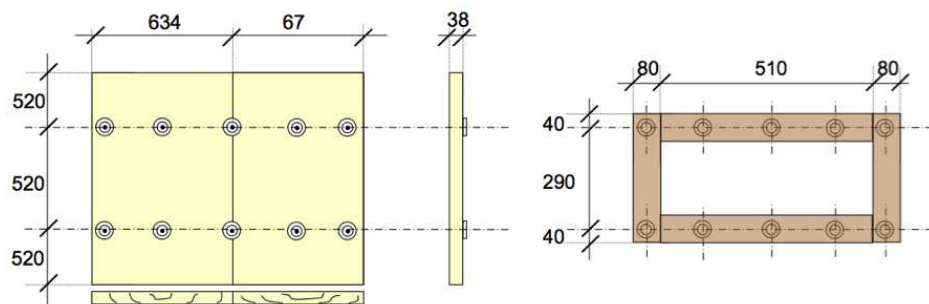


FIG. 2.26 – *Dimensions des répliques A et B et du châssis à ressort, mesures notées en millimètres*

Un latex spécifique utilisé dans le domaine de la restauration, (par exemple pour prendre des empreintes sur des sculptures avant restauration) est enduit en plusieurs fois sur cinq des faces de la réplique (2 à 3 mm d'épaisseur de latex). Ce latex a pour but de réaliser une barrière imperméable aux échanges hydriques entre la réplique et son environnement. On simule ainsi une couche picturale parfaite et des conditions limites continues dans les directions du plan de la planche. Les échanges ne se font que par la face arrière de la réplique.

2.3.2.2 Instrumentation des répliques

Au DISTAF, là où les tests sur les répliques sont réalisées, il y a deux chambres climatiques. La première (*CellaA*) présente une ambiance moyenne au alentours de 65% d'humidité relative et à 30 °C, la seconde (*CellaB*) fournit un climat à 45% d'humidité relative et à 30 °C. Le but de cette expérience est de placer alternativement les répliques dans l'une et l'autre des chambres climatiques, permettant ainsi de simuler des changements de conditions environnementales pour un tableau en situation d'exposition. Il s'agit de gradients de changement d'humidité importants qui ne sont pas très représentatifs des événements climatiques réels si ce n'est par exemple en cas de panne d'un système de climatisation ou dans le cas de la *Monna Lisa* [del *Giocondo*] une panne de la régulation du caisson climatique.

Chacune des répliques est instrumentée afin de connaître son comportement au changement d'ambiance. Ainsi l'on a disposé sur ces dernières des capteurs de déplacement de type potentiométriques et non inductifs (LVDT) même si ces derniers sont plus précis car ils nécessitent une alimentation spécifique. Le choix des capteurs potentiométriques permet l'utilisation d'enregistreurs de type *Hobo* permettant d'enregistrer au choix l'humidité, la température ou des signaux extérieurs comme la résistance d'un capteur potentiométrique. Les capteurs sont au nombre de 16 pour la réplique *A* et de 6 pour la réplique *B*, le détail de leur utilisation est donné dans les paragraphes suivants. Nous donnons dans un premier temps les emplacements de chacun des capteurs, voir la figure 2.27.

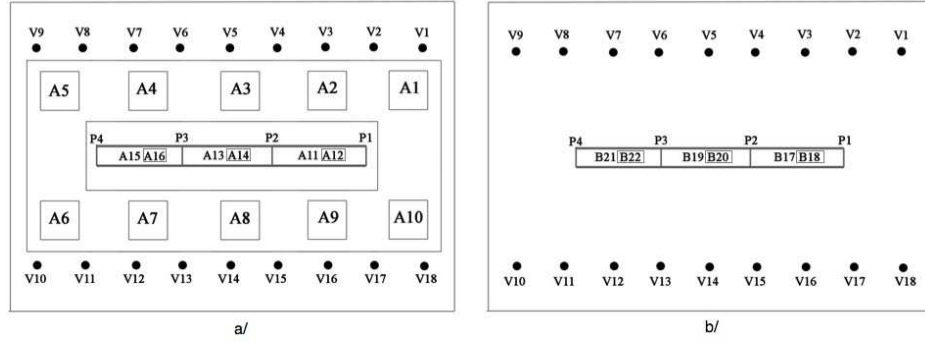


FIG. 2.27 – Emplacement et désignation de chacun des capteurs. (a) réplique A avec châssis, (b) réplique B témoin. Notations : v_i : vis de mesure de retrait-gonflement ; A_i et B_i : capteurs potentiométriques ; P_i : colonnes support des capteurs de courbure. Les désignations encadrées sont les capteurs de courbure supérieurs

Mesures de courbure

La mesure de courbure du panneau se fait en trois zones conformément à la technique développée par P. Dionisi Vici au DISTAF en 2006 [18, 83]. Elle consiste à placer deux capteurs résistifs en parallèle à deux hauteurs différentes au dos du panneau. On obtient par relations géométriques la courbure du panneau entre les points d'ancrage des capteurs. Trois de ces dispositifs sont fixés sur les répliques du côté sans latex permettant d'obtenir trois courbures, comme le montre la figure 2.28.

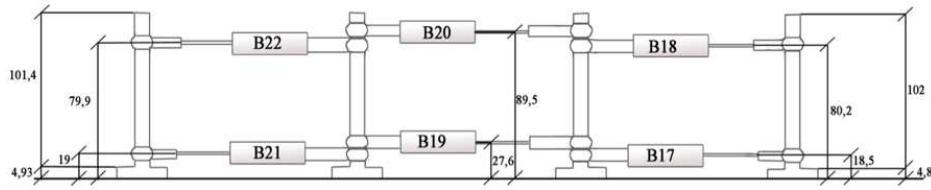


FIG. 2.28 – Positions et caractéristiques du montage des capteurs de courbure pour la réplique B, mesures notées en millimètres

Afin d'obtenir la courbure moyenne entre les deux colonnes d'une paire de capteurs il est nécessaire de poser quelques grandeurs :

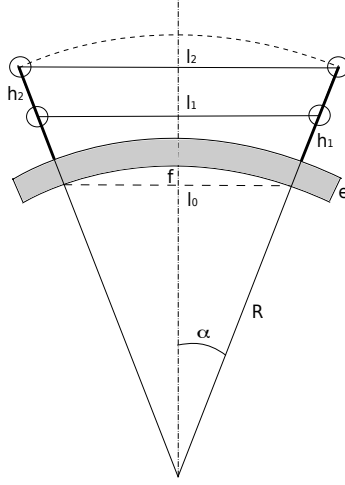


FIG. 2.29 – Définition de grandeurs permettant le calcul de la flèche et de la courbure d'une planche. e : épaisseur, l_0 : longueur de la corde, l_1 et l_2 : longueurs mesurées par les capteurs, h_1 et h_2 : hauteurs des capteurs, R : rayon de courbure, α : angle, f : flèche au centre ($l_0/2$)

$$f = R \cdot (1 - \cos(\alpha)) \quad (2.10)$$

$$\sin(\alpha) = \frac{1}{2} \cdot \frac{l_1 - l_2}{h_2 - h_1} \quad (2.11)$$

Le rayon de courbure $R = l_0 \cdot \frac{h_2 - h_1}{l_1 - l_2}$ et la courbure $C = \frac{1}{R}$ (2.12)

Mesures des efforts dans les ressorts

Le châssis à ressort comporte 10 ressorts qui sont surmontés d'un bloc en aluminium servant de référence à la mesure de la distance de compression de ce dernier. C'est sur cette référence qu'est fixé le capteur, la touche du capteur est en contact avec l'extrémité de la tige filetée (usiné pour correspondre au déplacement en rotation de la tige). Si le châssis vient à ne plus être en contact avec le panneau, le ressort est mis en compression et l'effort de rappel augmente proportionnellement à la distance de décollement.

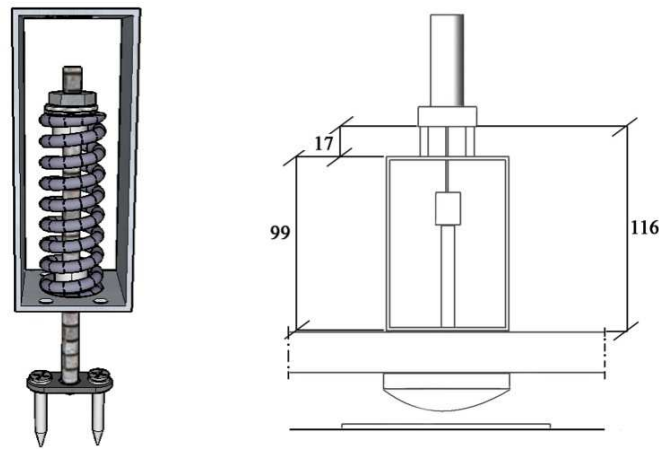


FIG. 2.30 – *Caractéristiques du montage des capteurs d'effort dans les ressorts, mesures notées en millimètres*

Points de détail de conception

On précise que certaines précautions ont été prises lors de la conception des différents équipements :

- les mesures étaient réalisées au départ manuellement avec un pied à coulisse, mais tout avait été prévu d'avance pour l'instrumentation avec des capteurs pour une mesure automatique. Ainsi nous avons constaté qu'une mesure manuelle n'est pas satisfaisante pour la détermination des courbures étant donné qu'une erreur même minime sur la mesure des longueurs entre les colonnes conduisait à une grande erreur au niveau du calcul de la courbure.
- la tête de la tige filetée support du ressort et permettant le réglage de la précharge a été usinée pour correspondre à une éventuelle rotation de cette dernière sans engendrer d'erreurs.
- des éléments en aluminium ont été fixés sous le châssis afin de garantir le point de contact entre ce dernier et le panneau. De plus, pour que les mouvements dans le plan soient le moins contraints possible, les patins en aluminium reposent sur des plaquettes de Bakélite.

Les ressorts utilisés dans le montage (d'autres sont disponibles) ont une rigidité de $2,4 \text{ N.mm}^{-1}$. Initialement les répliques sont considérées comme à l'état d'équilibre et plates ; c'est dans ces conditions que le réglage de rigidité est effectué, il correspond à une compression des ressorts de 10 mm soit un effort de 24 N.

2.3.3 Résultats expérimentaux / Post-traitement

2.3.3.1 Perméabilité d'une couche de latex

Il est nécessaire de vérifier l'hypothèse de flux gazeux nul à travers le latex. Pour cela, un morceau de bois est soumis à un cycle de désorption et d'adsorption dans une chambre climatique, un relevé en masse est effectué à intervalles réguliers. Puis il est immergé dans le latex à plusieurs reprises pour l'enduire intégralement. Le même cycle de désorption/adsorption est réalisé dans ces nouvelles conditions.

On modélise le morceau de bois comme un volume à une humidité w_1 donnée immergé dans un grand volume d'humidité w_2 l'équivalent en humidité interne du bois à l'équilibre pour l'humidité relative du milieu ambiant.

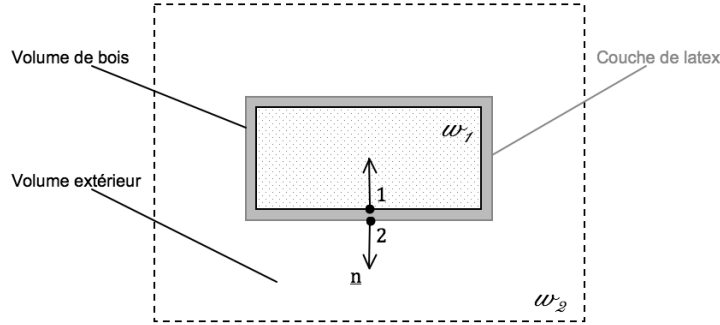


FIG. 2.31 – Schéma de calcul de la perméabilité de la couche de latex, les humidités internes sont données à l'instant $t = 0s$

On peut alors définir le flux massique d'échange gazeux J en $\text{kg.m}^{-2}.\text{s}^{-1}$ à travers une paroi de perméabilité k comme :

$$J.n = k.(w_1 - w_2) \quad (2.13)$$

on en déduit l'expression du flux massique comme étant :

$$\frac{\partial}{\partial t}(m_0 w(t)) = -S.k.(w(t) - w_{2(H)}) \quad (2.14)$$

$$w(t) = A.e^{-\frac{S.k}{m_0}.t} + w_2 \quad (2.15)$$

avec les conditions initiales :

$$w(t=0) = A + w_2 \quad (2.16)$$

$$m_{(t=0)} = m_0.(1 + A + w_2) \quad (2.17)$$

Un échantillon de bois de dimension $80 \times 55 \times 53 \text{ mm}^3$ est stabilisé dans une enceinte climatique à 65% d'humidité relative et 30 °C. Puis il est séché dans une autre enceinte à 45% d'humidité relative et 30 °C. Il va donc perdre une certaine masse. On s'intéresse à la cinétique de cette perte en mesurant régulièrement, au moins une fois par jour, la masse de l'échantillon. On obtient ainsi la cinétique de perte de masse de l'échantillon "nu".

Ce même échantillon est enduit avec du latex de restauration sur une épaisseur d'un millimètre, négligeable devant les autres dimensions. Il subit le même protocole que décrit précédemment (stabilisation à 65% puis séchage à 45% d'humidité relative). Une nouvelle cinétique est alors mise en évidence.

Les courbes de la figure 2.32 sont normalisées en terme de perte de masse par rapport à la masse de l'échantillon à l'état stabilisé de 65% d'humidité relative afin de faciliter leur comparaison.

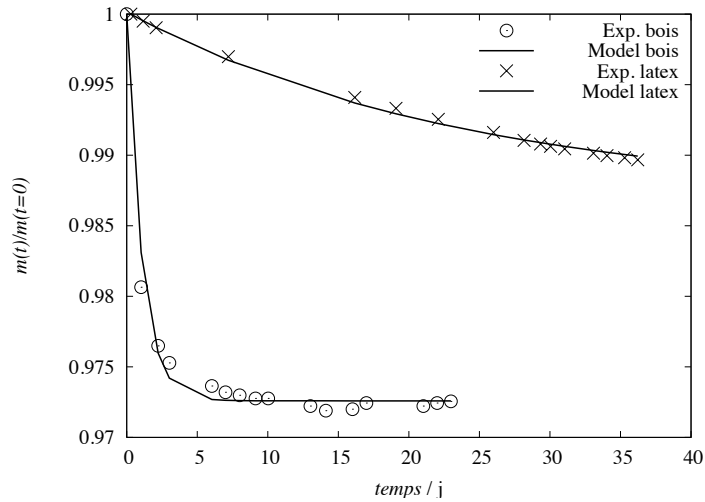


FIG. 2.32 – Relevés de perte de masse lors d'un essai de séchage d'un parallélépipède de bois de 65%HR à 45%HR. Légende : relevés expérimentaux $\odot$ sans latex ; $\times$ avec latex ; résultat du modèle de perméabilité

En minimisant les écarts entre cette expression et la courbe de désorption/adsorption obtenue expérimentalement on peut trouver la valeur de $k_{bois+latex} = 2,0 \cdot 10^{-6} \text{ kg.m}^{-2}.\text{s}^{-1}$. En comparant cette valeur à celle obtenue sans latex $k_{bois} = 4,0 \cdot 10^{-5} \text{ kg.m}^{-2}.\text{s}^{-1}$ on peut considérer la couche de latex comme imperméable aux échanges d'humidité par rapport à la face non traitée car il y a un rapport de 20 entre les deux perméabilités.

A titre informatif on donne des valeurs issues de la littérature pour des peintures industrielles et sur des tests de perméabilité de couche picturales préparées de façon traditionnelle :

- bois sans couche de peinture [56, 57] : $2,0.10^{-4}kg.m^{-2}.s^{-1}$
- peinture acrylique à l'eau [25] : $8,8.10^{-6}kg.m^{-2}.s^{-1}$
- verni à l'acétate de cellulose [30] : $1,7.10^{-7}kg.m^{-2}.s^{-1}$
- réplique de couche picturale [1, 2] : entre $1,6.10^{-6}$ et $8,0.10^{-5}kg.m^{-2}.s^{-1}$

La réplique peut donc être utilisée pour valider le modèle numérique en l'exposant à différents environnements et en relevant ses mouvements via un système de capteurs nous pourrions évaluer les performances du modèle numérique. Il faudra éventuellement améliorer ce modèle en enrichissant les caractéristiques matériaux par exemple.

2.3.3.2 Exposition des répliques à diverses conditions climatiques

Les deux répliques ainsi que les planches non-instrumentées faites dans le même bois sont disposées ensemble dans l'une ou l'autre des chambres climatiques du DISTAF jusqu'à équilibre hydrique. Les deux chambres climatiques ont les caractéristiques quasi-stables suivantes :

- Chambre A : 65% d'humidité relative et une température de 30 °C, considérée comme l'ambiance humide,
- Chambre B : 45% d'humidité relative et une température de 30 °C, considérée comme l'ambiance sèche.

A intervalles réguliers le poids des répliques et des autres planches sont relevés afin d'évaluer les équilibres respectifs de chacune d'elles avant de les changer de chambre et donc de conditions climatiques. En passant alternativement d'une ambiance humide à une ambiance sèche on simule ainsi de façon contrôlée et réalistes les variations climatiques que subit un tableau dans ses conditions d'exposition.

Par comparaison de l'ensemble des données recueillies par les différents capteurs sur la réplique avec châssis-cadre et sans châssis-cadre on peut appréhender l'effet réducteur du tuilage de ce dernier. Ces mesures servent à la validation du modèle numérique développé au chapitre 2.3.1. Les données expérimentales n'étant pas encore recueillies et analysées, la validation ne sera pas encore traitée ici.

2.3.3.3 Résultats du modèle numérique et transfert aux restaurateurs

On souhaite réaliser un abaque de dimensionnement du châssis à ressort afin de venir en aide au restaurateur lors de la conception et du réglage du

dispositif. Après dialogue avec ces derniers il est apparu qu'il est intéressant de prendre en compte par exemple la limite de rupture de la liaison entre le châssis et le panneau (pastille collée sur le panneau), un niveau de contrainte cumulée induite par les ressorts sur le panneau à ne pas dépasser, mais également la diminution du tuilage que l'on peut espérer avec l'appareil et les réglages effectués.

Les deux grandes variables sur lesquelles on peut agir sont d'une part le réglage des ressorts par le choix de leur rigidité et de leur précharge, et la raideur globale de la structure du châssis (E , épaisseur, hauteur).

D'après les hypothèses et le modèle choisi pour répondre à cette question on peut constater que :

- le module de Young du châssis a un effet d'ordre 1 sur la rigidité de la structure,
- l'épaisseur contribue d'un ordre 2 dans le calcul du moment et d'un ordre 3 pour le moment d'inertie,
- la hauteur cumulée du châssis par rapport à la hauteur du panneau participe avec un ordre 1.
- augmenter le nombre de ressorts par rangée revient, dans une certaine mesure, au même que d'augmenter la rigidité des ressorts (dans le modèle),
- augmenter le nombre de rangées de ressorts revient au même que d'augmenter d'autant la raideur des ressorts.

Cette analyse permet de constater que les grandeurs pilotant le comportement global du châssis à ressort sont :

- le couple de paramètres des ressorts (k, v), respectivement la raideur des ressorts (N.m^{-1}) et la distance de précharge (mm),
- l'épaisseur des poutres constituant le châssis à ressorts (mm).

Maintenant que les variables principales de notre problème de dimensionnement ont été choisies on propose de réaliser une étude d'influence de ces dernières en balayant une gamme admissible de variation (existence des ressorts dans le commerce et distance de précharge). Ainsi on fait varier la raideur k des ressorts de quasi-zéro à 80 N.mm^{-1} et une précharge v de 0 à 10 mm. Le tableau 2.2 récapitule l'ensemble des paramètres de la simulation :

Panneau		Châssis		Ressorts	
Ep /Mpa	576	Ec /Mpa	1024	k /N.m-1	0 – 80
Alpha %/%	0,3	Alpha %/%	0	v /mm	0 – 10
Largeur /mm	768	Largeur /mm	768	Nbr ressort / rang	5
Hauteur /mm	600	Hauteur /mm	160	Nbr rang	2
Épaisseur /mm	38	Épaisseur /mm	22 – 38		

TAB. 2.2 – Paramètres des simulations récapitulées sur la figure 2.33 pour l'étude de l'effet de l'épaisseur du châssis. Les valeurs en gras correspondent aux dimensions prévues par le restaurateur.

La figure 2.33 montre l'évolution de la flèche maximale au centre du panneau en fonction de l'effort appliqué par les ressorts pour un séchage de 3% en humidité interne soit environ une baisse de l'humidité relative ambiante de 10%RH et pour différents couples (k,v).

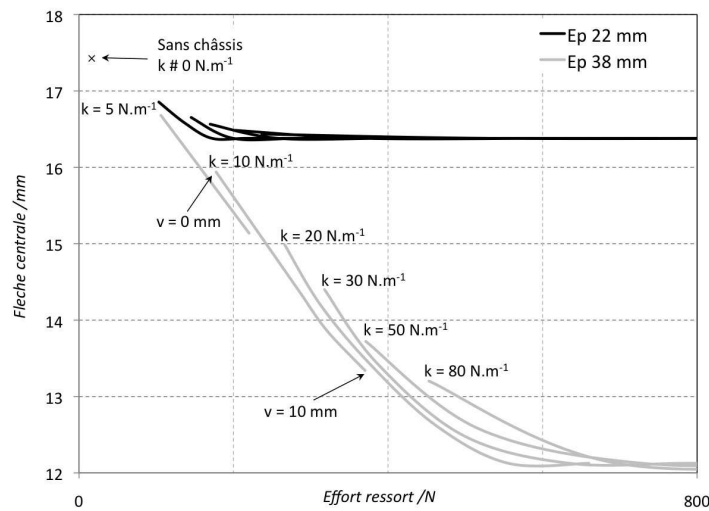


FIG. 2.33 – Abaque de dimensionnement de châssis à ressort. F_{max} : force maximale exercée par un des ressorts (N), f_{max} : flèche maximale (m), k : rigidité linéaire des ressorts ($N.m^{-1}$), v : distance de précharge dans les ressorts (mm). Pour un séchage de 3% de l'humidité interne.

La figure 2.33 montre clairement que le châssis tel qu'il est prévu par le restaurateur actuellement est sous-dimensionné. Car quelque soit le couple de raideur précharge (k,v) choisi on ne peut espérer réduire, la flèche au centre

du panneau que de 6%, soit environ 1 mm sur les 17,5 mm de flèche sans application d'un châssis. C'est plus le panneau qui impose le comportement que le châssis à ressort.

La valeur donnée avec l'appellation "Sans châssis" est le résultat de la simulation pour une raideur dans les ressorts proche de 0 N.mm^{-1} à savoir pour $k = 10^{-3} \text{ N.mm}^{-1}$, car une raideur nulle conduit à une indétermination numérique. Cette valeur n'étant pas tout à fait nulle, elle conduit à un léger effort dans les ressorts expliquant que le point "Sans châssis" n'est pas sur l'axe des ordonnées (à savoir pour un effort nul dans les ressorts).

Le châssis initialement prévu par le restaurateur étant sous-dimensionné on reporte, sur la figure 2.33, l'effet d'un dimensionnement plus judicieux en choisissant par exemple de réaliser le châssis avec une épaisseur identique à celle du tableau, à savoir 38 mm. Avec cette épaisseur, correspondant à une raideur du châssis, on peut balayer un spectre plus large. Le restaurateur peut alors choisir le compromis qui lui semble le plus adéquat entre un châssis réduisant suffisamment le tuilage du tableau et les efforts appliqués par ce dernier sur le panneau.

La figure 2.33 ne montre que deux configurations possibles d'épaisseur du châssis sachant que l'on peut facilement obtenir des courbes pour des épaisseurs intermédiaires (les courbes seraient alors entre les deux données ici).

Le modèle peut également permettre d'appréhender une idée originale. Il a été évoqué précédemment que le problème de tuilage pouvait être résolu par le simple fait de peindre le revers des panneaux. Cependant cette pratique ne respecte pas les recommandations modernes en terme de restauration, à savoir que tout acte doit être entièrement réversible.

Donc à défaut de peindre le revers on peut imaginer fixer un châssis à ressort qui serait la réplique exacte du tableau en terme d'épaisseur, d'essence de bois, *etc.* mais avec la face opposée peinte comme le montre la figure 2.34.

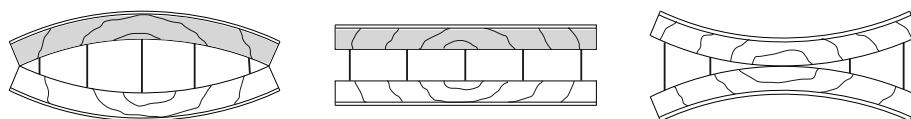


FIG. 2.34 – Principe d'un châssis à ressort avec une face peinte dans une configuration de séchage, à l'équilibre hydrique et d'humidification (la distance entre le panneau et le châssis à l'équilibre hydrique (figure du centre) est fictive).

Un tel châssis jouerait le rôle d'une face peinte au revers du tableau si les ressorts étaient très raides. C'est donc le choix des caractéristiques des ressorts et de la précharge qui va déterminer le comportement du montage. Le tableau 2.3 récapitule l'ensemble des paramètres de la simulation correspondante :

Panneau		Châssis		Ressorts	
E_p /Mpa	576	E_c /Mpa	576	k /N.m-1	0 – 80
Alpha %/%	0,3	Alpha %/%	0,3	v /mm	0 – 10
Largeur /mm	768	Largeur /mm	768	Nbr ressort / rang	5
Hauteur /mm	600	Hauteur /mm	600	Nbr rang	2
Épaisseur /mm	38	Épaisseur /mm	38		

TAB. 2.3 – Paramètres des simulations d'évaluation de l'effet d'un châssis à ressort peint sur une seule face comme sur la figure 2.34.

La figure 2.35 montre comment un châssis identique au panneau (géométrie et caractéristiques mécaniques) permet d'agir sur le tuilage.

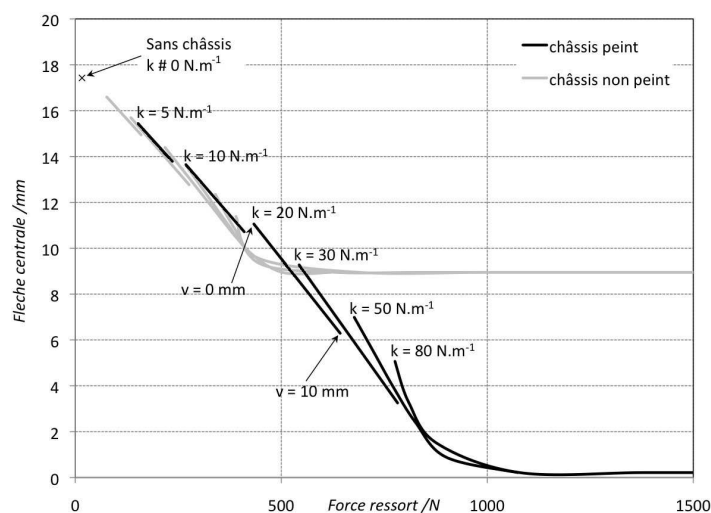


FIG. 2.35 – Réponse du panneau en terme de flèche et d'effort en fonction du couple de configuration du châssis à ressort (k, v) pour un châssis peint sur une face (couche parfaitement imperméable). Pour un séchage de 3% d'humidité interne.

Grâce à un tel montage on remarque que l'on peut atteindre une dimi-

nution beaucoup plus importante du tuilage, pour une même épaisseur de 38 mm, que dans le cas traité pour la figure 2.33. En effet, le montage avec un châssis non peint de 38 mm d'épaisseur permet de réduire le tuilage de 7 mm au maximum alors que ce dernier montage avec une face peinte peut permettre l'annulation du tuilage pour des ressorts identiques.

Il est évident que cela se fait au détriment d'efforts très importants au niveau des ressorts. En appliquant cette technique d'un côté nous obtenons effectivement une réduction du tuilage, mais d'un autre côté, d'un point de vue mécanique, on engendre des valeurs très élevées d'efforts et donc de contraintes, pouvant entraîner probablement une ou des ruptures du support (fissuration).

Remarques sur le modèle présenté

Le modèle réalisé ici surestime la flèche de part l'implantation d'un profil d'humidité linéaire dans l'épaisseur et donc du moment fléchissant induit par un changement d'humidité. Néanmoins, cela ne remet pas en question les études sur l'influence de certains paramètres sur le comportement du montage panneau/châssis.

Une fois les tests réalisés en Italie dépouillés il sera possible de réajuster certains paramètres du modèle pour que ce dernier soit plus réaliste et utilisable pour l'étude de potentielles prochaines restaurations.

Pour le moment les discussions avec les divers restaurateurs n'ont pas permis d'aboutir réellement à une détermination des limites de conception. Par exemple, on ne sait pas encore quelle est la limite en effort que peut exercer un ressort sur le panneau sans risquer de l'endommager. On précise d'ailleurs qu'il s'agit d'un travail prévu au DISTAF dans le cadre d'un stage, initialement prévu pour se dérouler en 2009, mais qui se fera finalement en 2010. Le sujet de ce stage était de caractériser la liaison ressort/panneau par l'intermédiaire de pastilles en bois collées sur le panneau à l'aide d'une colle animale (généralement). Ce stage a pour but de déterminer l'effort de rupture de la liaison et de son mode de rupture en fonction des différentes colles utilisées classiquement dans ce genre d'application. Les données issues de cette étude pourront être ajoutées sur les diagrammes, de type abaque, donnés précédemment et compléteront les informations données par ceux-ci.

Le dispositif proposé d'un châssis avec une face peinte implique de fixer au revers du tableau en restauration une structure identique à ce dernier ce qui est évidemment très imposant du point de vue esthétique et peut poser des problèmes dans une logique de présentation au public.

2.4 Conclusion : étude de cas

Les différentes études réalisées montrent un large spectre des contributions possibles de la mécanique à la conservation du patrimoine par une meilleure compréhension des phénomènes mis en jeu, cela pouvant impliquer l'utilisation de modèles prédictifs qu'il est nécessaire de valider. Afin d'accroître l'indice de confiance des modèles il est indispensable d'étudier des œuvres très différentes permettant d'explorer le spectre des spécificités du patrimoine culturel. En effet, chaque œuvre est unique de part sa construction, ses conditions de stockage et son histoire depuis sa création.

Aussi deux aspects ont été explorés pour répondre à cette problématique aux enjeux primordiaux pour la conservation du patrimoine :

- le premier dans le but d'accroître les conditions de conservation par la prédiction du devenir de l'œuvre en testant des scénarii de chargements extérieurs et l'estimation des risques en l'état de changement d'ambiance ;
- le deuxième dans le but de tester de façon virtuelle l'impact sur la conservation d'un acte de restauration, en tentant d'optimiser les paramètres de l'intervention) ainsi qu'en proposant un outil d'aide à la décision pour l'artisan restaurateur en amont de son intervention.

Il est envisagé de réaliser un transfert de compétence de l'expertise sur cet acte de restauration aux ateliers de restauration. Pour cela il est indispensable de bien cibler le besoin des restaurateurs ainsi que de leur fournir un outil facilement utilisable pour dimensionner les châssis, les ressorts et les précharges de ces derniers. C'est pourquoi il est nécessaire de travailler avec les conservateurs-restaurateurs, notamment pour une identification de l'état actuel.

Le prêt d'une œuvre représente une prise de risque importante pour le conservateur. Ce dernier ne peut pas savoir réellement comment va se comporter un tableau lors de son transport par rapport aux changements climatiques qu'il va subir, voire même sous les nouvelles conditions d'exposition. Des telles études peuvent apporter des éléments de réponse au conservateur lors de sa prise de décision.

Chapitre 3

Modélisation du comportement matériau et couplage multiphysique

Sommaire

3.1	Comportement couplé	91
3.2	Couplage faible : hydrique $\rightarrow$ élastique	94
3.3	Exemple de couplage fort en isotherme : hydrique $\leftrightarrow$ élastique	97
3.3.1	Partitionnement du problème 3D	98
3.3.2	Modélisation de la partie structure	105
3.3.3	Modèle d'évolution de l'humidité interne	106
3.3.4	Prise en compte de la couche picturale	107
3.3.5	Application au tableau de la <i>Monna Lisa</i>	110
3.4	Conclusion : couplage	114

Dans le cadre de la simulation et de la prédiction des comportements de panneaux soumis à des fluctuations de l'ambiance dans laquelle ils se situent, il est nécessaire de prendre en compte les effets de plusieurs variables. Les mouvements des panneaux sont la conséquence de chargements mécaniques, hydriques ou thermiques variables. Les effets de chaque physique ne sont pas indépendants. Un changement d'humidité interne du bois peut par exemple modifier la rigidité du bois. On parle donc de couplage entre les différentes variables du problème qui peuvent être de différentes natures.

Dans un premier temps, seule une partie des couplages multiphysiques sera prise en compte dans la modélisation (l'influence de l'humidité et de la température sur le comportement mécanique). Il s'agit de la partie du couplage habituellement prépondérante. Ce modèle correspond à la dénomination " couplage faible ". Le retrait-gonflement, la visco-élasticité dépendant du taux d'humidité et température, la mécano-sorption couplant déformation et humidité sont dépendants de la température.

Contrairement à d'autres applications multiphysiques comme le séchage du bois [66, 67, 73], la température n'intervient ici que comme paramètre externe. En effet, dans les cas concernant la conservation des panneaux peints du patrimoine, les effets directs de la température sur le panneau (dilatation thermique par exemple) sont négligés. L'influence de l'hygrométrie sur la mécanique est par contre dépendante de cette température.

Le "couplage fort" consiste à prendre en compte des effets croisés (dépendance de la diffusion hydrique vis-à-vis de l'état de contrainte, dépendance de la résistance hydrique de la couche peinte en fonction de la déformation de la couche picturale, etc.). Afin de tester les méthodes développées dans ces travaux, nous nous contenterons de montrer la faisabilité de celles-ci en prenant en compte un couplage fort entre mécanique et humidité seulement.



Des souris et des hommes ... et des problèmes de couplage ...

0 1 2 3 5 8 13 21 34 55 89 144 233 377 610 987 1597 2584 4181 6765 10946 17711 28657 46368 75025 ...

3.1 Comportement couplé

On se place dans le cadre d'un couplage hygro-élastique isotherme, la température n'intervient pas directement mais uniquement en tant que paramètre donné.

Avec le postulat de l'état local, en choisissant comme variables décrivant l'état du matériau :

- une déformation ϵ ,
- une ou plusieurs déformations des étages visco-élastiques ϵ_i^{ve} ,
- une déformation mécanosorptive ϵ^{ms} ,
- un taux d'humidité Δw (la masse d'eau extractible contenue par volume élémentaire de milieu poreux est alors $\rho_o \Delta w$, avec ρ_o la masse volumique à l'état anhydre)

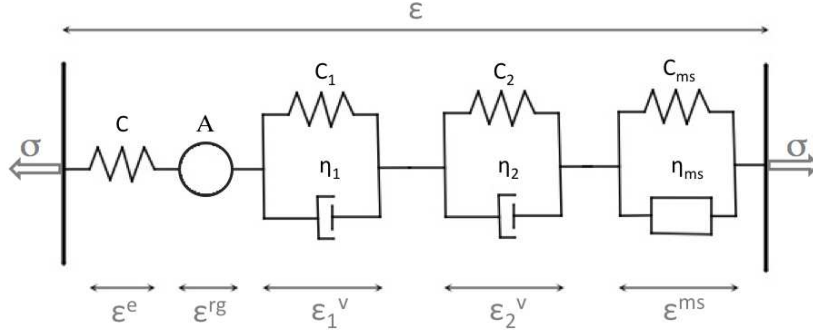


FIG. 3.1 – *Modèle rhéologique hiérarchique de type Kelvin-Voigt 1D*

La première hypothèse utilisée est celle de la partition des déformations :

$$\epsilon = \epsilon^e + \epsilon^{\text{rg}} + \epsilon_i^{\text{ve}} + \epsilon^{\text{ms}} \quad (3.1)$$

Le potentiel d'état (énergie libre) est alors $\psi(\epsilon, \epsilon_i^{\text{ve}}, \epsilon^{\text{ms}}, \rho_o \Delta w; T)$.

La variable duale de la déformation est la contrainte réversible σ^r correspondant à la force thermodynamique associée à ϵ , la variable duale de $\rho_o \Delta w$ est notée χ_w , et ainsi de suite :

$$\boldsymbol{\sigma}^r = \frac{\partial \psi}{\partial \boldsymbol{\epsilon}} \quad (3.2)$$

$$\chi_i = \frac{\partial \psi}{\partial \boldsymbol{\epsilon}_i^{\text{ve}}} \quad (3.3)$$

$$\chi_{\text{ms}} = \frac{\partial \psi}{\partial \boldsymbol{\epsilon}^{\text{ms}}} \quad (3.4)$$

$$\chi_w = \frac{\partial \psi}{\partial \rho_o \Delta w} \quad (3.5)$$

La modélisation adoptée ici correspond au choix suivant de l'expression du potentiel d'état :

$$\begin{aligned} \psi(\boldsymbol{\epsilon}, \boldsymbol{\epsilon}_i^{\text{ve}}, \boldsymbol{\epsilon}^{\text{ms}}, \rho_o \Delta w; T) = & \frac{1}{2}(\boldsymbol{\epsilon} - \boldsymbol{\epsilon}_i^{\text{ve}} - \boldsymbol{\epsilon}^{\text{ms}}) : \mathbf{C}(\Delta w)(\boldsymbol{\epsilon} - \boldsymbol{\epsilon}_i^{\text{ve}} - \boldsymbol{\epsilon}^{\text{ms}}) + \\ & - (\boldsymbol{\epsilon} - \boldsymbol{\epsilon}_i^{\text{ve}} - \boldsymbol{\epsilon}^{\text{ms}}) : \mathbf{C}(\Delta w) \mathbf{A} \rho_o \Delta w + \\ & + \frac{1}{2} \boldsymbol{\epsilon}_i^{\text{ve}} : \mathbf{C}_i(\Delta w, T) \boldsymbol{\epsilon}_i^{\text{ve}} + \frac{1}{2} \boldsymbol{\epsilon}^{\text{ms}} : \mathbf{C}_{\text{ms}}(\Delta w, T) \boldsymbol{\epsilon}^{\text{ms}} + \psi_0(\Delta w, T) \end{aligned} \quad (3.6)$$

où $\mathbf{C}$ est le tenseur de Hooke, $\mathbf{A}$ est la matrice des coefficients de retrait/gonflement, $\mathbf{C}_i$ sont les tenseurs de Hooke concernant les deux étages visco-élastiques, et il en va de même pour les tenseurs $\mathbf{C}_{\text{ms}}$ et enfin $\psi_0(\Delta w, T)$ la partie d'énergie libre spécifique à l'eau adsorbée.

La dissipation intrinsèque, issue de l'expression du second principe de la thermodynamique, et plus précisément de l'équation de Clausius-Duhem [16], s'écrit :

$$d = \boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\epsilon}} + \mu \rho_o \Delta \dot{w} - \dot{\psi} - \underline{J} \cdot \underline{Z} \geq 0 \quad (3.7)$$

$$= (\boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{\sigma}^r) : \dot{\boldsymbol{\epsilon}} + (\mu - \chi_w) \rho_o \Delta \dot{w} - \chi_i : \dot{\boldsymbol{\epsilon}}_i^{\text{ve}} - \chi_{\text{ms}} : \dot{\boldsymbol{\epsilon}}^{\text{ms}} - \underline{J} \cdot \underline{Z} \quad (3.8)$$

où $\underline{Z} = \text{grad} \mu$. μ est l'enthalpie libre du fluide par unité de masse qui selon les disciplines peut prendre le nom de potentiel chimique, d'enthalpie libre de l'eau ou d'affinité [77, 78] et J le flux massique en eau. Le potentiel chimique peut être lié à l'humidité relative à travers l'hypothèse des gaz parfaits (équilibre entre l'eau liée et la vapeur d'eau) :

$$\mu = \mu_0 + \frac{RT}{M} \ln H \quad (3.9)$$

μ_0 correspond à la valeur du potentiel chimique de la vapeur saturée, $R = 8.31 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$ est la constante des gaz parfaits, T est la température absolue (en K), ici $T = T_{\text{ref}} = 298 \text{ K}$, et $M = 18 \text{ g/mol}$ est la masse molaire de l'eau. La valeur correspondante à l'état de référence est μ_{ref} , et :

$$\Delta\mu = \mu - \mu_{\text{ref}} = \frac{RT}{M} \ln \frac{H}{H_{\text{ref}}} \quad (3.10)$$

Le potentiel chimique est donné dans l'équation 3.10 en fonction de $\frac{H}{H_{\text{ref}}}$ et non en fonction de la variable d'état Δw . Le passage entre l'humidité relative H et l'humidité interne w se fait par l'intermédiaire de la courbe de sorption, $\Delta w = f(H/H_{\text{ref}})$, qui est donnée à la figure 1.1 (on néglige donc ici la différence de comportement en sorption et désorption). On obtient ainsi l'évolution du potentiel chimique en fonction de l'humidité interne du bois donnée à la figure 3.2.

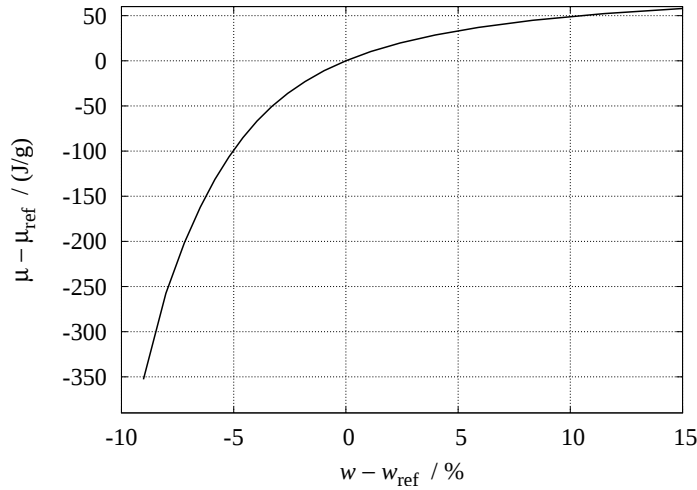


FIG. 3.2 – Évolution du potentiel chimique en fonction de l'humidité interne

Cette dissipation doit rester positive le long de tout trajet admissible. Une forme particulière de la dissipation, choisie ici, est celle issue d'un pseudo-potentiel de dissipation $\phi(\dot{\epsilon}, \dot{\epsilon}_i^{\text{ve}}, \dot{\epsilon}^{\text{ms}}, \rho_o \Delta \dot{w}, \underline{Z}; \rho_o \Delta w, T)$:

$$d_1 = \frac{\partial \phi}{\partial \dot{\epsilon}} : \dot{\epsilon} + \frac{\partial \phi}{\partial \dot{\epsilon}_i^{\text{ve}}} : \dot{\epsilon}_i^{\text{ve}} + \frac{\partial \phi}{\partial \dot{\epsilon}^{\text{ms}}} : \dot{\epsilon}^{\text{ms}} + \frac{\partial \phi}{\partial \rho_o \Delta \dot{w}} \rho_o \Delta \dot{w} + \frac{\partial \phi}{\partial \underline{Z}} \cdot \underline{Z} \quad (3.11)$$

Avec le pseudo-potentiel de dissipation choisi ici :

$$\phi = \frac{1}{2} \dot{\epsilon}_i^{\text{ve}} : \boldsymbol{\eta}_i(\Delta w, T) \dot{\epsilon}_i^{\text{ve}} + \frac{1}{2} \dot{\epsilon}^{\text{ms}} : \boldsymbol{\eta}_{\text{ms}}(|\Delta \dot{w}|, T) \dot{\epsilon}^{\text{ms}} + \frac{1}{2} \underline{Z} \cdot \mathbf{L}(\Delta w, T) \underline{Z} \quad (3.12)$$

où les $\boldsymbol{\eta}_i$ sont les équivalents des tenseurs de Hooke mais concernant la visco-élasticité et il en va de même pour le tenseur $\boldsymbol{\eta}_{\text{ms}}$ pour l'élément mécano-sorptif et enfin $\mathbf{L}$ le tenseur de diffusion en $kg.m^{-3}.s^2$.

Alors par identification de (3.8) et de (3.11) :

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}^r = \mathbf{C}(\boldsymbol{\epsilon} - \mathbf{A}\Delta w - \boldsymbol{\epsilon}_i^{\text{ve}} - \boldsymbol{\epsilon}^{\text{ms}}) \quad (3.13)$$

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{C}_i \boldsymbol{\epsilon}_i^{\text{ve}} + \boldsymbol{\eta}_i \dot{\boldsymbol{\epsilon}}_i^{\text{ve}} \quad (3.14)$$

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{C}_{\text{ms}} \boldsymbol{\epsilon}^{\text{ms}} + \boldsymbol{\eta}_{\text{ms}} \dot{\boldsymbol{\epsilon}}^{\text{ms}} \quad (3.15)$$

$$\mu = \chi_w + \frac{\partial \phi}{\partial \rho_o \Delta \dot{w}} \quad (3.16)$$

$$\underline{J} = -\frac{\partial \phi}{\partial \underline{Z}} = -\mathbf{L} \underline{Z} \quad (3.17)$$

On retrouve bien les définitions rhéologiques caractérisant les éléments d'un Kelvin-Voigt classique, le couplage hygro-élastique et la loi de Fick [27] caractérisant la diffusion (équivalent de la loi de Fourier en thermique). Le modèle de comportement est donc correctement posé au sens de la thermodynamique.

3.2 Couplage faible : hydrique $\rightarrow$ élastique

Le problème de simulation mettant en jeu des phénomènes de structure et de fluide, c'est tout naturellement que la thèse s'est penché sur le problème du couplage de ces deux physiques.

Le couplage de code a été choisi car différents laboratoires ont développé une expertise dans les domaines nécessaires au traitement du problème multiphysique envisagé lors de ces travaux. Il est donc logique de ne pas refaire des travaux déjà validés par les différentes communautés. De plus, chacun de ces codes prend en charge une physique spécifique.

Dans cette partie nous ne faisons que proposer une stratégie de couplage de codes. L'implantation bien qu'étant relativement avancée ne permet pas encore de réaliser ni les tests sur la loi de comportement, ni sur un exemple comme sur le tableau de la *Monna Lisa [del Giocondo]* puisque l'ensemble des données spécifiques au panneau sont connues ainsi que son comportement face aux variations d'humidité et de température sur de longues périodes.

Nous avons donc souhaité tirer parti du travail de fond réalisé au LERMAB de Nancy sur le code TransPore [66, 64, 67, 73] développé pour résoudre des problèmes de séchage de planche à l'air ou dans des fours. Le bois étant un matériau hygroscopique les échanges massiques en eau sont primordiaux. Le code de calcul TransPore permet de prendre en compte les aspects de diffusion d'eau et de chargement thermique.

Pour compléter notre approche, nous avons fait le choix d'utiliser un code "maison" développé et maintenu par le LMGC de Montpellier, le code LMGC90¹ [19, 75, 20] pour traiter le problème de structure. Ce logiciel à l'origine développé pour les solides granulaires comporte un module gérant les éléments finis. Il est utilisé par différents laboratoires (ENSTIMAC, INSA de Lyon, *etc.*) et bureaux de recherche et développement de nombreuses entreprises (SNCF, EDF, *etc.*) ce qui permet de le considérer en remplacement des codes éléments finis classiques (AbaqusTM, Cast3M², *etc.*).

Le code LMGC90 contient déjà un certain nombre de lois de comportement classiques mais ne qui ne permettent pas de prendre en compte les spécificités d'un matériau biologique comme le bois. Il a donc fallu développer nos propres lois de comportement permettant de prendre en compte l'orthotropie 3D, la viscoélasticité et la mécanosorption. Pour cela, et comme cela est prévu par LMGC90, nous avons eu recours à la bibliothèque de comportement MatLib [79, 59] développée par L. Stainier initialement au LTAS de Liège, maintenant à l'EC de Nantes.

Une loi de comportement spécifique au matériau bois permet ainsi de prendre en compte les différentes échelles de temps mais également la réponse complexe du matériau biologique qu'est le bois face à des sollicitations hydriques additionnées de chargement mécaniques. Cette loi étant basée sur un modèle rhéologique de type Kevin-Voigt généralisé avec une adaptation pour la modélisation de la mécanosorption.

Le plus sensible lorsque l'on parle de couplage de code réside dans les échanges de données entre les différents codes. Il faut prendre garde à ce que les maillages utilisés pour l'élasticité (éléments finis) et pour le transport/diffusion (volumes finis) soient identiques, et dans le cas contraire il est nécessaire de prévoir des stratégies de projection et d'interpolation de maillage.

Un autre point délicat est de savoir comment gérer les paramètres de convergence de chacun des codes. Afin d'éviter ces problèmes, il a été choisi d'encapsuler LMGC90 et TransPore 3D et de les faire fonctionner en boîte noire. Aussi la gestion des deux codes est réalisée sous interface en Python. Il

¹<http://www.lmgc.univ-montp2.fr/~dubois/LMGC90/index.html>

²<http://www-cast3m.cea.fr/cast3m/index.jsp>

ne reste alors plus que le problème de l'échange de données qui est expliqué dans le graphe de la figure 3.3.

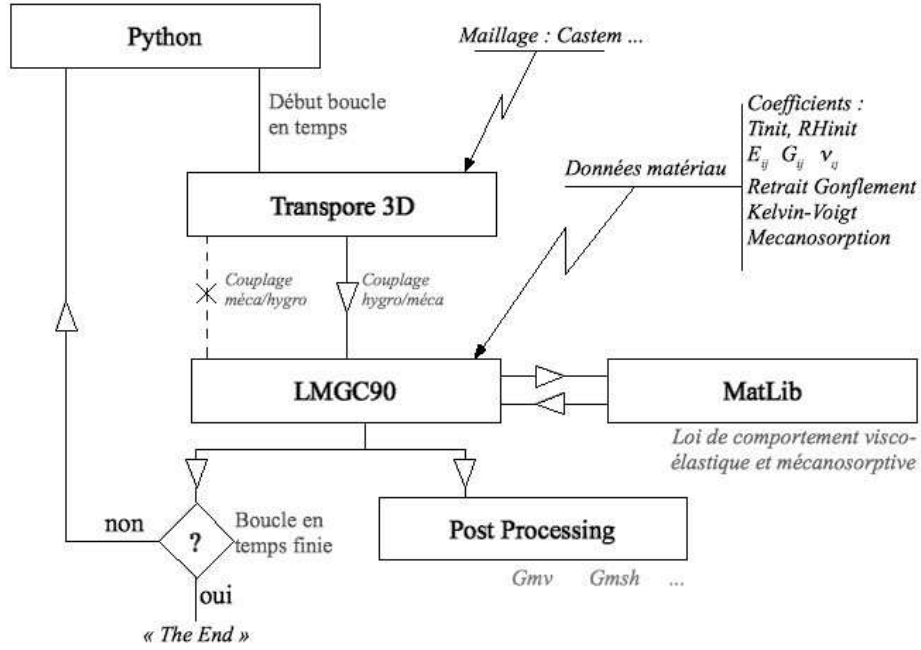


FIG. 3.3 – Couplage de codes et stratégies pour l'échange de données

Le schéma de résolution suit le schéma donné par la figure 3.4 montrant qu'il s'agit bien ici d'un couplage faible puisqu'à chaque pas de temps on prend en compte uniquement l'effet de l'état hydrique courant sur la mécanique et non l'inverse.

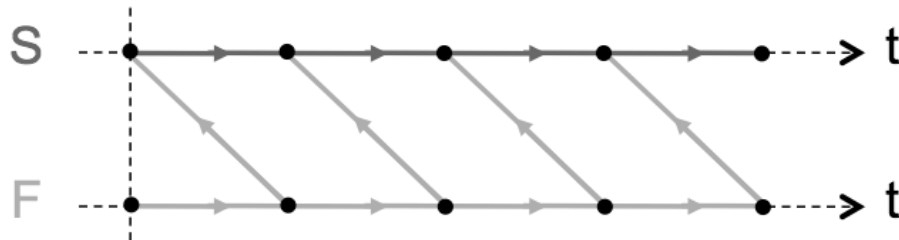


FIG. 3.4 – Schéma implicite semi-couplé entre le modèle Structure (noté ici S) et le modèle Fluide (noté ici F)

La logique de la résolution du problème complet, conformément aux schématisations 3.3 et 3.4 suit l'algorithme général donné dans le tableau 3.1.

Initialization of T3D
Set geometry : height, width, thickness
Set intial state (temperature, humidity, ...)
Set number of elements
Compute meshing or update from a file *.avs, *.msh, ...
Initialization of LMGC90
Compute meshing by interpolation if different
Set dimension at 3D, othotropy, behaviour
Set bodies, external model (Matlib)
Init model by reading behaviour file *.mat
Compute mapping
Set loading, boundaries conditions
Init propoessing and display
Set initial time and time step
Set external field $wanted = (T, H)$
Loop on time steps $i=1, \dots$, final time
Entering T3D
$T, H = \text{Get T3D } (T, H)$
Entering LMGC90
Put LMGC90 $(T, H, \dots)$
Compute Projection nodes to PGV (project or interpolate)
Compute Outputs and Display
End of time loop

TAB. 3.1 – Algorithme principal de calcul par couplage de LMGC90 et T3D

3.3 Exemple de couplage fort en isotherme : hydrique $\leftrightarrow$ élastique

On souhaite montrer la faisabilité des outils numériques développés pour le problème de l'interaction entre le panneau et la couche picturale, en considérant dans un premier temps une évolution isotherme. Un panneau peint sur une seule face est souvent considéré perméable à l'humidité sur la face libre de couche picturale, conduisant à une évolution spécifique dans l'épaisseur du panneau.

Dans cette partie du travail, on considèrera une stratégie de simulation numérique par partitionnement entre la mécanique et le transfert hydrique, qui

permet de particulariser le modèle de panneau comme un modèle de plaque, et le modèle de diffusion comme une évolution unidimensionnelle transverse. Cette approche sera appliquée et validée sur le modèle de la *Monna Lisa* [del Giocondo].

3.3.1 Partitionnement du problème 3D

Une discussion sur les avantages et inconvénients d’une stratégie de partitionnement par rapport au traitement monolithique du problème peut être trouvée dans [26], pour le problème qui nous intéresse ici. Il permet d’avoir un code pour chaque physique et facilite l’ajout d’une nouvelle physique au problème si nécessaire (voir aussi [60, 81, 68, 49, 24]). Il est également possible d’utiliser des méthodes différentes et bien adaptées à chaque système de façon isolée.

Le partitionnement permet également une réutilisation du (ou des) modèle(s) facilitée car les optimisations indépendantes de chaque physique et les algorithmes de résolution peuvent être facilement associés à de nouveaux outils de pré- ou de post-traitement par exemple ou d’autres outils de simulation.

Le choix du partitionnement peut cependant impliquer des difficultés dans la gestion des itérations respectives ou le passage entre les différents modèles ou maillages. La robustesse peut s’avérer plus difficile à obtenir et n’est pas assurée, il y a donc un risque de non convergence.

En conclusion la logique de partitionnement est particulièrement adaptée au développement dans le cadre de recherche pouvant impliquer de fortes collaborations avec d’autres équipes (en logique commerciale le développement monolithique peut être plus adapté).

Dans la stratégie proposée ici, un partitionnement des équations régissant le comportement, en vue de procéder à une résolution découplée, est utilisé. Le problème est ensuite exprimé sur les quantités matérielles (déformations, contraintes...) qui sont mises en avant dans la formulation adoptée. Enfin, un partitionnement de type Jacobi va être utilisé. Les sections suivantes détaillent ces différentes étapes.

3.3.1.1 Partitionnement des relations constitutives

Dans un premier temps on définit le tenseur d’élasticité, ce tenseur est lié à l’humidité interne de façon non linéaire (il décroît lorsque l’humidité interne croît). On utilise ici le développement suivant :

$$\mathbf{C}(\Delta w) = \mathbf{C}_{\text{ref}} - \tilde{\mathbf{C}}(\Delta w) \quad (3.18)$$

où le tenseur $\mathbf{C}_{\text{ref}} = \mathbf{C}(\Delta w = 0)$ et le tenseur $\tilde{\mathbf{C}}$ la partie symétrique définie positive pour $\Delta w > 0$.

On sépare ici les effets linéaires et découplés des autres termes intervenant dans les relations de comportement. Pour la partie structure, on obtient :

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{C}_{\text{ref}}\boldsymbol{\varepsilon} + \tilde{\boldsymbol{\sigma}} \quad (3.19)$$

où les variables $(\tilde{\boldsymbol{\sigma}}, \boldsymbol{\varepsilon}, \Delta w)$ sont liées par :

$$\tilde{\boldsymbol{\sigma}} = -\tilde{\mathbf{C}}(\Delta w)\boldsymbol{\varepsilon} - \mathbf{C}(\Delta w)\mathbf{A}\Delta w \quad (3.20)$$

On a également pour la partie fluide :

$$\Delta\mu = c\Delta w + \tilde{\mu} \quad (3.21)$$

avec $c = \mathbf{A} : \mathbf{C}_{\text{ref}}\mathbf{A}$ et les variables $(\tilde{\mu}, \Delta w, \boldsymbol{\varepsilon})$ qui sont liées par :

$$\tilde{\mu} = \mu_1(\boldsymbol{\varepsilon}, \Delta w) + \mu_2(\Delta w) \quad (3.22)$$

où $\mu_1(\boldsymbol{\varepsilon}, \Delta w)$ regroupe les termes de couplage, et $\mu_2(\Delta w)$, les termes non linéaires :

$$\begin{aligned} \mu_1(\boldsymbol{\varepsilon}, \Delta w) &= -\frac{1}{2}\boldsymbol{\varepsilon} : \tilde{\mathbf{C}}'\boldsymbol{\varepsilon} - \mathbf{A} : \mathbf{C}\boldsymbol{\varepsilon} + \mathbf{A} : \tilde{\mathbf{C}}'\boldsymbol{\varepsilon}\Delta w \\ \mu_2(\Delta w) &= \frac{RT}{M}\ln[f^{-1}(\Delta w)] - (\mathbf{A} : \tilde{\mathbf{C}}\mathbf{A})\Delta w - \frac{1}{2}(\mathbf{A} : \tilde{\mathbf{C}}'\mathbf{A})(\Delta w)^2 \end{aligned}$$

Enfin, pour la diffusion, on utilise un paramètre supplémentaire, $\mathbf{D}_0$, qui sera précisé par la suite :

$$\underline{J} = -\rho_o\mathbf{D}_0\underline{F} + \underline{\tilde{J}} \quad (3.23)$$

où $\underline{F} = \underline{\text{grad}} \Delta w$. Les variables $(\underline{\tilde{J}}, \underline{F})$ sont enfin liées à $\boldsymbol{\sigma}$ et Δw de la façon suivante :

$$\underline{\tilde{J}} = -\rho_o[\mathbf{D}(\boldsymbol{\sigma}, \Delta w) - \mathbf{D}_0]\underline{F} \quad (3.24)$$

3.3.1.2 Équations de compatibilité

Les conditions d'admissibilité traduisent les principes de conservation. Elles sont linéaires lorsque les variables sont choisies correctement, et sont utilisées ici pour fermer le problème en reliant le couple d'inconnues $(\tilde{\boldsymbol{\sigma}}, \boldsymbol{\varepsilon})$ d'une part pour la partie structure, indépendamment des couples $(\tilde{\mu}, \Delta w)$ et $(\underline{\tilde{J}}, \underline{F})$ pour la partie fluide d'autre part.

Pour la partie solide

Ce problème est similaire à un problème élastique, se traduisant par une équation aux dérivées partielles elliptique. Une discrétisation par éléments finis est bien adaptée à ce type de problème. Les déplacements sont alors définis aux nœuds des éléments finis, les déformations et les contraintes sont, quant à elles, évaluées aux points d'intégration (de Gauss, par exemple).

La conservation de la quantité de mouvement s'écrit sous forme discrétisée :

$$\mathbf{B}_\sigma^T \sigma = f_d \quad (3.25)$$

avec σ le vecteur colonne des valeurs du tenseur des contraintes, aux points d'intégration, et f_d le vecteur des forces extérieures généralisées. Le vecteur colonne des valeurs du tenseur des déformations correspondant est :

$$\varepsilon = \mathbf{B}_\varepsilon u \quad (3.26)$$

où u est le vecteur colonne des inconnues nodales de déplacement.

En combinant avec la relation constitutive (3.19) :

$$\underbrace{[\mathbf{B}_\sigma^T \mathbf{C}_{\text{ref}} \mathbf{B}_\varepsilon]}_{\mathbf{K}} u + \mathbf{B}_\sigma^T \tilde{\sigma} = f_d \quad (3.27)$$

où $\mathbf{K}$ la matrice de rigidité. Avec les conditions limites en déplacement appropriées on obtient la déformation ε :

$$\varepsilon = \mathbf{B}_\varepsilon \mathbf{K}^{-1} f_d - \mathbf{X}_S \tilde{\sigma} \quad (3.28)$$

avec $\mathbf{X}_S = \mathbf{B}_\varepsilon \mathbf{K}^{-1} \mathbf{B}_\sigma^T$.

On précise que du point de vue de la programmation l'opérateur $\mathbf{X}_S$ n'est pas assemblé explicitement car ce serait trop coûteux en temps d'inverser la matrice de rigidité. Le produit de $\mathbf{X}_S$ par un vecteur de contrainte est par contre réalisé en résolvant un problème global élastique.

Pour la partie fluide

Le problème fluide consiste en un problème de diffusion, traduit par des équations aux dérivées partielles paraboliques. Une formulation par éléments finis est moins bien adaptée à ce genre de problème (on pourrait lui préférer une discrétisation par volumes finis, ou par différences finis). On utilisera néanmoins ici ce type d'approche, en satisfaisant des critères adaptés sur le choix du pas de temps.

Dans le problème traité ici, le champ d'humidité interne est considéré comme un degré de liberté supplémentaire porté par les nœuds du maillage élément fini. Les points d'intégration sont le support de plusieurs champs duaux : le gradient d'humidité associé au flux massique d'eau, et le potentiel chimique associé à l'humidité interne.

La conservation massique de la phase liquide est discrétisée comme :

$$- \mathbf{B}_q^T \rho_o \mathbf{B}_w \Delta \dot{w} + \mathbf{B}_J^T J = g_d \quad (3.29)$$

où Δw est le vecteur colonne des humidités nodales, et $F = \mathbf{B}_F \Delta w$ le vecteur des gradients d'humidité. Cette grandeur est exprimée aux points d'intégration du maillage fluide, comme pour J , le vecteur flux massique en eau. Par simple extrapolation en se servant des fonctions de forme des éléments finis, l'humidité interne peut s'exprimer aux points d'intégration comme $W = \mathbf{B}_w \Delta w$.

En se basant sur l'équation (3.24) on en arrive à l'expression suivante :

$$\underbrace{[\mathbf{B}_q^T \rho_o \mathbf{B}_w]}_{\mathbf{M}} \Delta \dot{w} + \underbrace{[\mathbf{B}_J^T \rho_o \mathbf{D}_0 \mathbf{B}_F]}_{\mathbf{D}} \Delta w - \mathbf{B}_J^T \tilde{J} = -g_d \quad (3.30)$$

avec $\mathbf{M}$ une matrice identifiable à une matrice de capacité, et $\mathbf{D}$ la matrice de diffusivité. Un schéma d'intégration en temps est alors nécessaire basé ici sur une θ -méthode : $\Delta \dot{w} = \frac{1}{\theta \delta t} (\Delta w - \Delta w_i) - \frac{1-\theta}{\theta} \Delta \dot{w}_i$, dans lequel δt est le pas de temps et $\theta \in [0, 1]$ le paramètre du schéma ($\theta = 0$ pour Euler explicite, $\theta = 1$ pour Euler implicite, utilisé ici), Δw_i et $\Delta \dot{w}_i$ sont les valeurs respectives au pas de temps précédent.

Le problème se ramène alors à :

$$\underbrace{\left(\frac{1}{\theta \delta t} \mathbf{M} + \mathbf{D} \right)}_{\tilde{\mathbf{M}}} \Delta w = - \underbrace{\left(g_d - \frac{1}{\theta \delta t} \mathbf{M} [\Delta w_i + (1 - \theta) \delta t \Delta \dot{w}_i] \right)}_{\tilde{g}_d} + \mathbf{B}_J^T \tilde{J} \quad (3.31)$$

De plus,

$$F = -\mathbf{B}_F \tilde{\mathbf{M}}^{-1} \tilde{g}_d + \mathbf{X}_F \tilde{J} \quad (3.32)$$

avec $\mathbf{X}_F = \mathbf{B}_F \tilde{\mathbf{M}}^{-1} \mathbf{B}_J^T$. Ainsi comme précédemment dans le modèle de la partie solide, $\mathbf{X}_F$ n'est pas assemblée explicitement ; le produit de $\mathbf{X}_F$ par un vecteur de contrainte est par contre réalisé en résolvant un problème global.

3.3.1.3 Schéma de partitionnement de type Jacobi non linéaire

Pour chaque pas de temps du schéma incrémental, le problème consiste à trouver les différents champs $(\tilde{\sigma}, \tilde{\mu}, \tilde{J}; \varepsilon, \Delta w, \underline{F})$ qui vérifient :

- le comportement linéaire solide global (3.28),
- le comportement linéaire fluide global (3.32) et (3.21),
- le comportement non linéaire couplé local (3.20), (3.22), (3.24).

Nous proposons de découper les opérateurs $\mathbf{X}_S$ et $\mathbf{X}_F$ de la façon suivante : $\mathbf{X}_S = \mathbf{X}_S^D + (\mathbf{X}_S - \mathbf{X}_S^D)$, et $\mathbf{X}_F = \mathbf{X}_F^D + (\mathbf{X}_F - \mathbf{X}_F^D)$.

Les opérateurs $\mathbf{X}_S^D$ et $\mathbf{X}_F^D$ sont découplés d'un point d'intégration à l'autre et peuvent être considérés comme étant les parties diagonales des opérateurs dont ils sont issus. On choisit ici de prendre $\mathbf{X}_S^D = \mathbf{C}_{\text{ref}}^{-1}$ et $\mathbf{X}_F^D = \frac{1}{\rho_o} \mathbf{D}_0^{-1}$ avec $\mathbf{D}_0$ la diffusivité à contrainte nulle et pour $\Delta w = 0$.

Le schéma itératif se base alors sur (3.32) et (3.28) pour donner :

$$\begin{aligned} \varepsilon^{(k)} + \mathbf{X}_S^D \tilde{\sigma}^{(k)} &= \mathbf{B}_\varepsilon \mathbf{K}^{-1} f_d - (\mathbf{X}_S - \mathbf{X}_S^D) \tilde{\sigma}^{(k-1)} \\ F^{(k)} - \mathbf{X}_F^D \tilde{J}^{(k)} &= -\mathbf{B}_F \tilde{\mathbf{M}}^{-1} \tilde{g}_d + (\mathbf{X}_F - \mathbf{X}_F^D) \tilde{J}^{(k-1)} \end{aligned}$$

où k est le numéro de l'itéré courant.

On obtient ainsi le système (couplé mais local aux points d'intégration) suivant :

$$[(\mathbf{X}_S^D)^{-1} - \tilde{\mathbf{C}}(W^{(k)})] \varepsilon^{(k)} = \sigma_d + \mathbf{C}(W^{(k)}) \mathbf{A} W^{(k)} \quad (3.33)$$

$$[(\mathbf{X}_F^D)^{-1} + \rho_o(\mathbf{D}(\sigma^{(k)}, W^{(k)}) - \mathbf{D}_0)] F^{(k)} = J_d \quad (3.34)$$

$$\sigma^{(k)} = \mathbf{C}(W^{(k)}) (\varepsilon^{(k)} + \mathbf{A} W^{(k)}) \quad (3.35)$$

$$\tilde{\mu}^{(k)} = \mu_1(\varepsilon^{(k)}, W^{(k)}) + \mu_2(W^{(k)}) \quad (3.36)$$

où

$$W^{(k)} = \mathbf{B}_w \Delta w^{(k-1)} \quad (3.37)$$

et où les seconds membres sont obtenus par :

$$\sigma_d = (\mathbf{X}_S^D)^{-1} [\mathbf{B}_\varepsilon \mathbf{K}^{-1} f_d - (\mathbf{X}_S - \mathbf{X}_S^D) \tilde{\sigma}^{(k-1)}] \quad (3.38)$$

$$J_d = (\mathbf{X}_F^D)^{-1} [-\mathbf{B}_F \tilde{\mathbf{M}}^{-1} \tilde{g}_d + (\mathbf{X}_F - \mathbf{X}_F^D) \tilde{J}^{(k-1)}] \quad (3.39)$$

Leur évaluation se fait en résolvant deux équations linéaires globales et découplées : une avec le problème élastique et la seconde avec le problème de diffusion linéaire.

Ce problème est facilement résolu à partir de $(\tilde{\sigma}, \tilde{J}, \Delta w)^{(k-1)}$:

- premièrement, $(\sigma_d, J_d, W^{(k)})$ sont obtenus à partir de (3.38), (3.39), (3.37) ;

- deuxièmement, (3.33) est calculée pour avoir $\epsilon^{(k)}$;
- troisièmement, les équations (3.34) et (3.35) sont utilisées afin d'obtenir la valeur $F^{(k)}$;
- finalement, $\tilde{\mu}^{(k)}$ est obtenu à partir de l'équation (3.36).

La figure 3.5 et le tableau 3.2 résument l'algorithme général de résolution du problème. Cet algorithme fait intervenir des schémas de résolution indépendant pour chaque physique : le problème élastique classique ainsi que le problème de diffusion ; et des résolutions locales concernant les couplages.

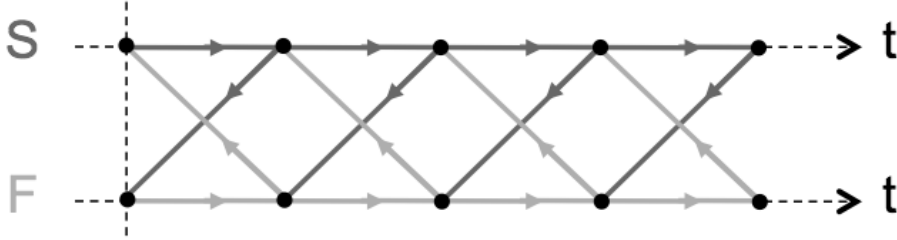


FIG. 3.5 – *Schéma implicite couplé entre le modèle Structure (noté ici S) et le modèle Fluide (noté ici F)*

Comme pour toute résolution, il est nécessaire de décider d'un critère d'arrêt à partir duquel on peut passer à l'itération suivante. Le critère d'arrêt est ici défini à partir des normes suivantes :

$$\|\bullet\|_S = \left(\frac{1}{2} \int_{\Omega} \bullet \mathbf{C}_{\text{ref}} \bullet d\Omega \right)^{1/2} \quad \text{et} \quad \|\bullet\|_F = \left(\frac{1}{2} \int_{\Omega} \bullet \rho_o \mathbf{D}_0 \bullet d\Omega \right)^{1/2} \quad (3.40)$$

Les indicateurs d'erreur sont η_S et η_F respectivement pour la partie élastique (structure) et pour la partie diffusion (fluide) du problème et sont définis comme :

$$\eta_F = \frac{\|F^{(k)} - \tilde{F}^{(k)}\|_F}{\|F^{(k)} + \tilde{F}^{(k)}\|_F} \quad \text{et} \quad \eta_S = \frac{\|\epsilon^{(k)} - \tilde{\epsilon}^{(k)}\|_S}{\|\epsilon^{(k)} + \tilde{\epsilon}^{(k)}\|_S} \quad (3.41)$$

La convergence est considérée comme effective dès lors que :

$$\eta_S < \epsilon_S \quad \text{et} \quad \eta_F < \epsilon_F \quad (3.42)$$

avec des seuils donnés par l'utilisateur des constantes ϵ_S et ϵ_F .

Initialization (first time step, $i = 1$, initial conditions)
Set $\Delta w_i = 0$, $\Delta \dot{w}_i = 0$
Set $\tilde{\sigma}_i = 0$
Set $\tilde{J}_i = 0$
Loop on time steps $i = 2, \dots, n$
Compute right-hand sides f_{d_i} and $\tilde{g}_{d_i} = g_{d_i} - \frac{1}{\theta \delta t} \mathbf{M} \Delta \tilde{w}_{i-1}$
with $\Delta \tilde{w}_{i-1} = \Delta w_{i-1} + (1 - \theta) \delta t \Delta \dot{w}_{i-1}$
Initial guess ($k = 1$)
Initiate $\tilde{\sigma}^{(k)} = \tilde{\sigma}_{i-1}$
Initiate $\tilde{J}^{(k)} = \tilde{J}_{i-1}$
Loop on inner iterations $k = 2, \dots$
Global solid problem
Solve $\mathbf{K} u^{(k)} = f_{d_i} - \mathbf{B}_\sigma^T \tilde{\sigma}^{(k-1)}$ to get $u^{(k)}$
Compute $\tilde{\varepsilon}^{(k)} = \mathbf{B}_\varepsilon u^{(k)}$
Compute $\sigma_d = (\mathbf{X}_S^D)^{-1} \tilde{\varepsilon}^{(k)} + \tilde{\sigma}^{(k-1)}$
Global fluid problem
Solve $\mathbf{M} \Delta w^{(k)} = -\tilde{g}_{d_i} + \mathbf{B}_J^T \tilde{J}^{(k-1)}$ to get $\Delta w^{(k)}$
Compute $W^{(k)} = \mathbf{B}_w \Delta w^{(k)}$
Compute $\tilde{F}^{(k)} = \mathbf{B}_F \Delta w^{(k)}$
Compute $J_d = (\mathbf{X}_F^D)^{-1} \tilde{F}^{(k)} - \tilde{J}^{(k-1)}$
Local coupled problem (at each integration point)
Set $\tilde{\sigma}_d = \sigma_d + \mathbf{C}(W^{(k)}) \mathbf{A} W^{(k)}$, and
Solve $[(\mathbf{X}_S^D)^{-1} - \tilde{\mathbf{C}}(W^{(k)})] \varepsilon^{(k)} = \tilde{\sigma}_d$ to get $\varepsilon^{(k)}$
Update $\tilde{\sigma}^{(k)} = -(\mathbf{X}_S^D)^{-1} (\varepsilon^{(k)} - \tilde{\varepsilon}^{(k)}) + \tilde{\sigma}^{(k-1)}$
Set $\hat{\sigma} = \mathbf{C}_{\text{ref}} \varepsilon^{(k)} + \tilde{\sigma}^{(k)}$ and $\tilde{\mathbf{D}} = \mathbf{D}(\hat{\sigma}, W^{(k)})$ and
Solve $[\rho_o(\tilde{\mathbf{D}} - \mathbf{D}_0) + (\mathbf{X}_F^D)^{-1}] F^{(k)} = J_d$ to get $F^{(k)}$
Update $\tilde{J}^{(k)} = (\mathbf{X}_F^D)^{-1} (F^{(k)} - \tilde{F}^{(k)}) + \tilde{J}^{(k-1)}$
Termination criteria : In case of convergence,
Set $\Delta w_i = \Delta w^{(k)}$, $\Delta \dot{w}_i = \frac{1}{\theta \delta t} (\Delta w_i - \Delta \tilde{w}_{i-1})$
Set $\tilde{\sigma}_i = \tilde{\sigma}^{(k)}$
Set $\tilde{J}_i = \tilde{J}^{(k)}$
End of inner iteration Loop
End of time loop

TAB. 3.2 – Algorithme de base pour un calcul 3D

3.3.2 Modélisation de la partie structure

Les panneaux peints du patrimoine présentent tous un rapport d'épaisseur aux autres dimensions très faible. Par exemple, on rappelle que le tableau de la *Monna Lisa [del Giocondo]* présente une épaisseur entre 12,4 et 13,8 mm, une largeur de 533 mm, et une hauteur de 792 mm [22]. Pour de telles géométries, et en négligeant l'effet de courbure, une modélisation plaque est optimale ; elle satisfait les hypothèses de Kirchhoff-Love [80].

Le champ de déplacement correspond au déplacement de la surface moyenne composé du déplacement dans le plan $\underline{u}$ et du déplacement transverse $\underline{v}$:

$$\underline{U} = \underline{u} + v\underline{e}_3 - z \text{grad } v \quad (3.43)$$

$\underline{e}_3$ étant la normale au plan suivant l'épaisseur, et z la coordonnée correspondante. Les déformations généralisées associées à ces déplacements sont $(\underline{e}, \underline{\chi})$:

$$\begin{aligned} \underline{e} &= (\text{Grad } \underline{u})_{\text{sym}} \\ \underline{\chi} &= -\text{Grad}(\text{grad } v) \end{aligned} \quad (3.44)$$

ce qui permet d'obtenir la partie plane de la déformation ε :

$$[\varepsilon] = \underline{e} + z\underline{\chi} \quad (3.45)$$

Avec l'hypothèse des contraintes planes, la formulation variationnelle de Hellinger-Reisner permet d'obtenir :

- les contraintes généralisées $(\underline{N}, \underline{M})$:

$$\begin{aligned} \underline{N} &= \langle [\underline{\sigma}] \rangle \\ \underline{M} &= \langle z[\underline{\sigma}] \rangle \end{aligned} \quad (3.46)$$

où $[\bullet]$ et $\langle \bullet \rangle$ sont respectivement la composante plane et la moyenne dans l'épaisseur.

- les relations constitutives généralisées d'après l'équation (3.19) :

$$\begin{aligned} \underline{N} &= \langle \underline{C}_{\text{ref}}^{\text{cp}} \rangle \underline{e} + \langle z \underline{C}_{\text{ref}}^{\text{cp}} \rangle \underline{\chi} + \tilde{\underline{N}} \\ \underline{M} &= \langle z \underline{C}_{\text{ref}}^{\text{cp}} \rangle \underline{e} + \langle z^2 \underline{C}_{\text{ref}}^{\text{cp}} \rangle \underline{\chi} + \tilde{\underline{M}} \end{aligned} \quad (3.47)$$

où $\underline{C}_{\text{ref}}^{\text{cp}}$ est le tenseur élastique qui relie la partie plane de la contrainte ainsi que le tenseur des déformations avec les hypothèses de contraintes planes :

$$(\underline{C}_{\text{ref}}^{\text{cp}})^{-1} = [\underline{C}_{\text{ref}}^{-1}] \quad (3.48)$$

$$\tilde{\underline{N}} = \langle [\tilde{\underline{\sigma}}] \rangle \quad \text{et} \quad \tilde{\underline{M}} = \langle z[\tilde{\underline{\sigma}}] \rangle . \quad (3.49)$$

Afin d'adapter l'algorithme présenté précédemment on utilise les opérateurs discrets $\mathbf{K}$, $\mathbf{B}_\sigma$ et $\mathbf{B}_\varepsilon$ correspondant au modèle de plaque, ici avec des éléments plaques DKT avec :

- u , le vecteur colonne des degrés de liberté de l'élément,
- $\boldsymbol{\sigma}$, le champ de contrainte 3D,
- $f = \bar{\mathbf{B}}_\sigma^T \boldsymbol{\sigma}$, le vecteur force généralisé d'après (3.46),
- $\boldsymbol{\varepsilon} = \bar{\mathbf{B}}_\varepsilon u$, le champ de déformation dans le plan à partir de (3.45), (3.44).

On obtient ainsi l'opérateur $\mathbf{X}_S = \bar{\mathbf{B}}_\varepsilon \mathbf{K}^{-1} \bar{\mathbf{B}}_\sigma^T$.

Si on ne tient pas compte des composantes hors-plan des contraintes et des déformations dans le modèle de résolution de plaque, la matrice $\mathbf{X}_S$ n'est pas inversible. La partition $\mathbf{X}_S^D = \mathbf{C}_{\text{ref}}^{-1}$ est quant à elle inversible. L'algorithme présenté dans le tableau 3.2 est alors toujours applicable grâce à l'utilisation des opérateurs généralisés $\bar{\mathbf{B}}_\varepsilon$ et $\bar{\mathbf{B}}_\sigma$. On se sert alors de $\mathbf{C}_{\text{ref}}^{\text{cp}}$ dans l'expression du critère d'arrêt (3.40) de l'algorithme de résolution.

3.3.3 Modèle d'évolution de l'humidité interne

L'évolution de l'humidité interne, dans notre contexte de panneaux peints du patrimoine, est particulière puisqu'elle se fait de façon asymétrique. Une des faces, la face peinte, est moins perméable à l'humidité que l'autre. C'est pourquoi, si on néglige les effets de bord sur les parois latérales, le gradient principal d'humidité se produit selon l'épaisseur. On peut donc considérer le problème de diffusion comme étant unidirectionnel dans l'épaisseur, et réduire le maillage pour ce problème à des éléments 1D verticaux.

On peut alors définir une diffusion scalaire comme étant $D = \underline{e}_3^T \mathbf{D} \underline{e}_3$, où $\underline{e}_3$ est la normale à la planche. On précise que tous les développements expliqués précédemment sont applicables pour la partie fluide.

Il existe deux approches pour la détermination du tenseur de diffusivité $\mathbf{D}$, soit par une estimation théorique depuis un modèle de micro-mécanismes, soit par une identification à l'échelle macroscopique basée sur les travaux de [4, 53]. Cette dernière approche est utilisée ici, bien qu'il soit difficile de séparer dans ce les phénomènes mécanosorptifs par rapport aux phénomènes qu'il nous intéresse de caractériser. Les deux effets coexistent dès lors qu'une chargement est réalisé sous contrainte et à humidité variable. Exprimé dans la base orthotrope,

$$\mathbf{D}_{\text{ref}} = \begin{bmatrix} D_R & 0 & 0 \\ 0 & D_T & 0 \\ 0 & 0 & D_L \end{bmatrix}_{(R,T,L)}$$

Afin d'identifier sous chargement nul, on choisi d'utiliser les valeurs établies

$D_R = 2.5 \cdot 10^{-10} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$	$D_T = 0.54 \cdot 10^{-10} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$	$D_L = 30 \cdot 10^{-10} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$
$c_R = -0.66$	$c_T = -0.16$	$c_L = -1.74$

TAB. 3.3 – Paramètres de diffusion (d’après [56])

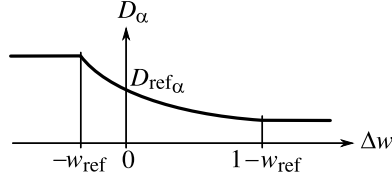


FIG. 3.6 – Évolution de la diffusion dans la direction α ($= R, T$ ou L) en fonction du saut d’humidité interne Δw

pour du hêtre européen de [56, 57], pour lesquels on a $D_\alpha = D_{\text{ref}\alpha} \exp(c_\alpha \Delta w)$, $\alpha = L, R, T$, les valeurs de diffusion sont rappelées dans le tableau 3.3.

La dépendance à la contrainte a été choisie de la forme suivante :

$$D_\alpha = \frac{\exp(c_\alpha \Delta w)}{1 + \left| \frac{1}{\sigma_0} \mathbf{A} : \boldsymbol{\sigma} \right|} D_{\text{ref}\alpha} \quad (3.50)$$

la valeur de σ_0 peut être identifiée à partir de travaux expérimentaux comme ceux de [53] (en adsorption, pour l’essence de Douglas Fir) ; ici nous prenons comme valeur $\sigma_0 = 20 \text{ MPa}$. On remarque que la valeur de la diffusion pourrait être évaluée pour des valeurs d’humidité interne non réalistes (*i.e.* avant la convergence complète du schéma, en cours d’itérations). On remplace alors dans l’exponentielle la valeur de Δw par $\min[\max(\Delta w, -w_{\text{ref}}), 1 - w_{\text{ref}}]$, $(-w_{\text{ref}})$ et $(1 - w_{\text{ref}})$ étant les valeurs limites admissibles de l’humidité interne Δw . Ce qui conduit à une dépendance à l’humidité interne dont la forme est décrite sur la figure 3.6.

3.3.4 Prise en compte de la couche picturale

La composition de la couche est complexe ; elle est décrite par exemple dans [71]. Pour résumer elle est composée d’une sous couche permettant d’homogénéiser le support tant en planéité, qu’en couleur ou qu’en texture. C’est sur cette préparation à base de colle animale et de poudre calcaire, le gesso, que sont apposés les différents aplats composant la couche picturale proprement dite. Ensuite, une couche de vernis recouvrait la couche picturale une fois la peinture terminée.

Cette couche possède des propriétés de diffusion bien particulières. D’autant plus qu’avec le vieillissement et les mouvements répétés du panneau

support, cette dernière est dans tous les cas craquelée. Nous supposons ici que la couche picturale est homogène sur l'ensemble du panneau d'un point de vue macroscopique, ainsi que son épaisseur négligeable en comparaison à l'épaisseur du support (son influence sur la rigidité mécanique du support est négligée).

Il existe plusieurs moyens pour modéliser la diffusion volumique à travers une couche mince. Le flux normal de diffusion $j = \underline{J} \cdot \underline{n}$ est lié au saut entre la variable d'état du côté bois non peint et le côté peint exposé à l'humidité ambiante [32]. On pose que les quantités notées entre $\llbracket - \rrbracket$ seront les sauts de ces quantités c'est-à-dire la différence entre la valeur au point M_2 et la valeur au point M_1 c.f. figure 3.7.

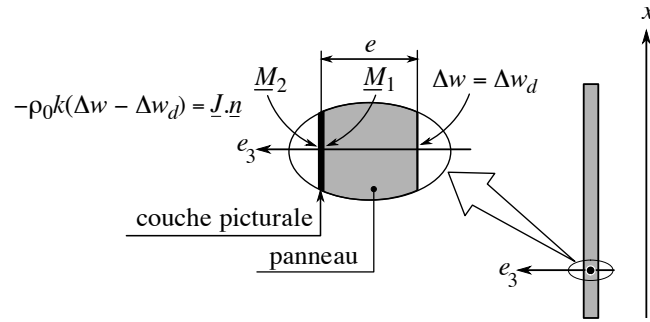


FIG. 3.7 – Description du problème de diffusion

On peut alors modéliser le flux comme étant : $j = -l\llbracket\Delta\mu\rrbracket$ ou $j = -m\llbracket H/H_{\text{ref}}\rrbracket$ ou, en utilisant la courbe de sorption pour le côté en bois, et un volume fictif en bois de l'autre côté, $j = -\rho_o k\llbracket\Delta w\rrbracket$. Cela revient à considérer l'eau dans le même état (au sens thermodynamique) d'un côté ou de l'autre de la couche picturale comme lors de l'étude de la perméabilité d'une couche de latex, figure 2.24. Ce qui différencie ces modèles est la dépendance des paramètres matériau l , m et k à l'état courant de la couche.

Donc le flux peut être séparé en une partie imposée, en une partie qui dépend de l'état au point $\underline{M}_1$: $j = -j_d + mH_1/H_{\text{ref}}$, où $j_d(t) = mH_d(t)/H_{\text{ref}}$, ou $j = -j_d + l\Delta\mu_1$ ou $j = -j_d + \rho_o k\Delta w_1$. Ce dernier avec un paramètre constant k est le plus simple puisqu'il dépend directement de l'inconnue de base $\Delta w_1 = \Delta w(z = e/2)$; on ajoute alors le flux j_d au membre de droite, la matrice de diffusion est, quant à elle, ajoutée au membre de gauche $\rho_o k$ pour le degré de liberté correspondant à $z = e/2$.

Le moyen le plus pratique et le plus facile pour implémenter l'effet de la couche picturale est d'ajouter un élément spécifique au maillage de diffusion

1D, un élément sans épaisseur (équivalent à un élément joint comme pour l'étude du châssis-cadre de la *Monna Lisa [del Giocondo]*), qui permet donc d'ajouter des degrés de liberté correspondant à l'humidité interne (Δw_d) pour lequel le gradient F est le saut en humidité interne $[\Delta w_d - \Delta w_1]$. Il y a donc un unique point d'intégration correspondant à cet élément en plus. Le schéma quand à lui reste inchangé. On peut noter aussi qu'une telle couche supplémentaire pourrait être ajoutée aussi au modèle élastique pour prendre en compte la rigidité du gesso, ce qui n'a cependant pas été réalisé ici.

Nous utilisons ici le modèle de saut d'humidité interne, faisant intervenir un paramètre k dépendant de la déformation à la surface $\epsilon_s = \text{Tr}[\boldsymbol{\epsilon}(z = \frac{e}{2})] = \text{Tr}(\mathbf{e} + \frac{e}{2}\boldsymbol{\chi})$. Dans ce cas précis, nous procédons à un découpage identique à celui proposé précédemment :

$$j = -\rho_o k(\epsilon_s)[\Delta w_d(t) - \Delta w_1] = -\rho_o k_0[\Delta w_d - \Delta w_1] + \tilde{j} \quad (3.51)$$

où $\Delta w_d(t) = f(H_d(t)/H_{\text{ref}})$ et

$$\tilde{j} = -\rho_o[k(\epsilon_s) - k_0][\Delta w_d - \Delta w_1] \quad (3.52)$$

ce dernier étant obtenu dans la résolution du problème couplé local, $\tilde{j}^{(k)}$, et ajouté ensuite au membre de droite pendant le traitement du problème fluide global, alors que le membre de gauche est ajouté à $\rho_o k_0$.

Un point délicat est la détermination de la perméabilité de la surface $\rho_o k$. D'une part, chaque œuvre du patrimoine est unique et d'autre part, il est quasiment impossible de procéder à des tests sur ces dernières pour ne pas risquer de les détériorer. Il peut être alors nécessaire de concevoir des répliques de panneaux dont les caractéristiques sont les plus proches possibles des originaux. Dans ce chapitre on se contente d'appliquer des valeurs obtenues dans la littérature (c.f. chapitre 1, d'après [36]).

Nous avons besoin d'un modèle liant la perméabilité k et la déformation de surface sur la face peinte. Nous considérons une fine couche de peinture et une couche de vernis comprenant un réseau de craquelures. Sous l'hypothèse d'une diffusion normale à la surface (1D) dans le panneau, on fait intervenir une loi de mélange donnant la répartition de la perméabilité entre le panneau et la couche picturale suivante :

$$k = (1 - \eta_s)k_1 + \eta_s k_2 \quad (3.53)$$

où k_1 et k_2 sont respectivement les perméabilités de la couche picturale et du vernis craquelé. On note S_1 et S_2 les surfaces correspondantes et η_s le rapport des surfaces défini comme $\eta_s = S_2/(S_1 + S_2)$.

La déformation de surface est notée ϵ_s et si l'on considère une continuité mécanique parfaite entre les couches picturales et le panneau, on obtient

$S_i = S_i^0(1 + \epsilon_s)$, avec S_i^0 la surface à l'état de référence et $i = 1, 2$. A l'état de référence le rapport de surface et la perméabilité sont constantes, et $\eta_s = \eta_s^0$ et $k = k^0$.

Un cas extrême serait de considérer que la déformation se situe uniquement dans la couche de vernis; on aurait alors $S_1 = S_1^0$ quand $S_1 + S_2 = (S_1^0 + S_2^0)(1 + \epsilon_s)$. Dans ce cas, on a $\eta_s = \eta_s^0 + \epsilon_s$ et $k = k^0(1 + \kappa\epsilon_s)$, avec $\kappa = (k_2 - k_1)/k_0$.

Le modèle de dépendance à la déformation retenu est alors :

$$k = k^0(1 + \omega_s \kappa \epsilon_s) \quad (3.54)$$

avec $0 < \omega_s < 1$. Par la suite, les paramètres ω_s , κ sont choisis comme valant respectivement : $\omega_s = 0.5$, $\kappa = 0.2$.

Cette dépendance de la perméabilité de surface constitue un nouveau type de couplage entre le taux d'humidité et la mécanique. Il s'agit d'un couplage structurel par l'intermédiaire des conditions limites de surface, qu'il convient d'ajouter au niveau de la relation constitutive.

3.3.5 Application au tableau de la *Monna Lisa*

Le panneau de la *Monna Lisa [del Giocondo]* sert d'illustration de la stratégie de résolution réalisée. Les paramètres matériaux sont ceux décrits précédemment.

3.3.5.1 Mise en place du problème

Concernant les paramètres géométriques, nous avons choisi une épaisseur constante de 13 mm. La fissure est également prise en compte dans la partie supérieure senestre du panneau mais pas le papillon de restauration destiné à stabiliser la fissure. On précise que le modèle de diffusion 1D ne peut pas prendre en compte les effets 3D notamment au niveau de la fissure, mais il ne s'agit pas ici du but de l'application. La figure 3.7 décrit le problème de diffusion ainsi que les conditions limites en diffusion. La figure 2.7 décrit le problème élastique et montre les zones d'application des efforts extérieurs correspondant à la mise en place du panneau dans le châssis-cadre. Les zones de contacts ayant été déterminées comme décrit dans le précédent chapitre 2.1.2. La norme de chacun des efforts est identifiée à partir de mesures d'effort in-situ et par équilibre global du panneau.

La simulation correspond à 24 heures d'étude ; 120 pas de discrétisation en temps sont utilisés et le schéma d'intégration est un schéma de type Euler implicite ($\theta = 1$). Deux paramètres de chargement sont modélisés :

- le premier correspond aux déplacements imposés au tableau par la mise en place de ce dernier dans le châssis-cadre et en vissant les traverses horizontales.
- le second chargement est une évolution dans le temps de l'humidité relative externe $H(t)$ comme le montre la figure 3.8.

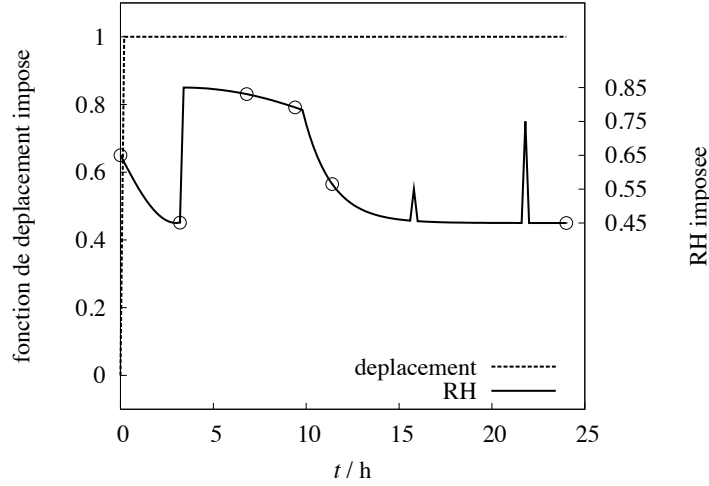


FIG. 3.8 – Évolutions des paramètres de chargement en déplacement et en humidité relative. Les $\odot$ représentent les points caractéristiques servant aux représentations suivantes.

La première étape du chargement hydrique consiste en une période de séchage pouvant provenir d'une mise en marche du système de régulation climatique. Cette période se finit par une variation rapide du taux d'humidité correspondant à une défaillance du système de régulation. Lorsque le système fonctionne à nouveau, le séchage recommence jusqu'à arriver à la valeur d'humidité relative souhaitée. Dans la période suivante ont été ajoutés deux changements brutaux de taux d'humidité extérieur afin de simuler deux inspections du panneau (par l'ouverture de la vitrine dans le cas de *Monna Lisa [del Giocondo]*). On ne considère pas d'efforts surfaciques répartis, $\underline{F}_d = 0$, et les forces volumiques sont uniquement celles dues à la gravité.

Le maillage aux éléments finis de la partie solide du problème est réalisé avec 1697 éléments DKT et des points d'intégration de type Hammer. La forme initiale du panneau s'appuie sur des mesures par Moiré d'ombre [10].

Concernant la partie fluide, la discrétisation 1D met en œuvre six éléments linéaires dans l'épaisseur du panneau. Il y a autant de segments 1D que de

points d'intégration pour le problème de structure (*i.e.* 4821). Un maillage identique est réalisé dans le sens transverse pour déterminer des moyennes dans l'épaisseur (pour le comportement de plaque déduit du comportement 3D du tenseur de Hooke). Bien qu'il s'agisse d'un système parabolique, on résout le problème par l'intermédiaire des éléments finis ; on a alors besoin de satisfaire les conditions de précision [40, 84] suivantes :

$$\frac{\Delta t}{(\Delta l)^2} \geq \frac{1}{6\theta D} \quad (3.55)$$

où Δl est la taille caractéristique d'un élément et Δt le pas de temps. Avec $\theta = 1$ et la valeur initiale $D \approx D_R = 30.10^{-10} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$, cela conduit à la condition $\Delta t/\Delta l^2 > 5.55 \cdot 10^7 \text{ s.m}^{-2}$.

Le pre-processing est réalisé avec le code éléments finis Cast3M [85], le processing utilise deux codes implémentés sous MatlabTM, et le post-processing est réalisé avec gmsh [31].

3.3.5.2 Résultats numériques

On représente sur la figure 3.9 l'évolution de la flèche au point central du panneau, mesurée à partir de sa position à l'état de référence.

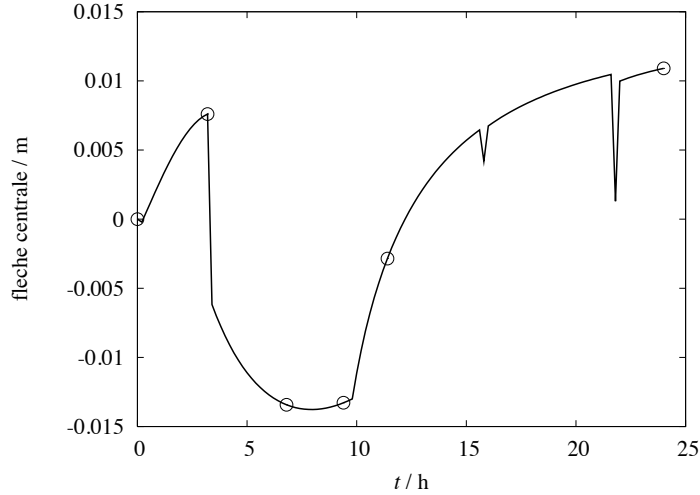


FIG. 3.9 – Évolutions de la flèche au centre du panneau en fonction du temps par rapport à l'état de référence. Les $\odot$ représentent les points caractéristiques servant aux représentations suivantes.

Le lien avec le chargement et les effets des variations d'humidité est clairement visible. Le profil de distribution de l'humidité interne Δw dans l'épaisseur est donné dans les graphes de la figure 3.10 à différents pas de temps. On précise que chaque point d'intégration à sa propre évolution, par conséquent on ne représente sur les graphes que les valeurs maximales et minimales.

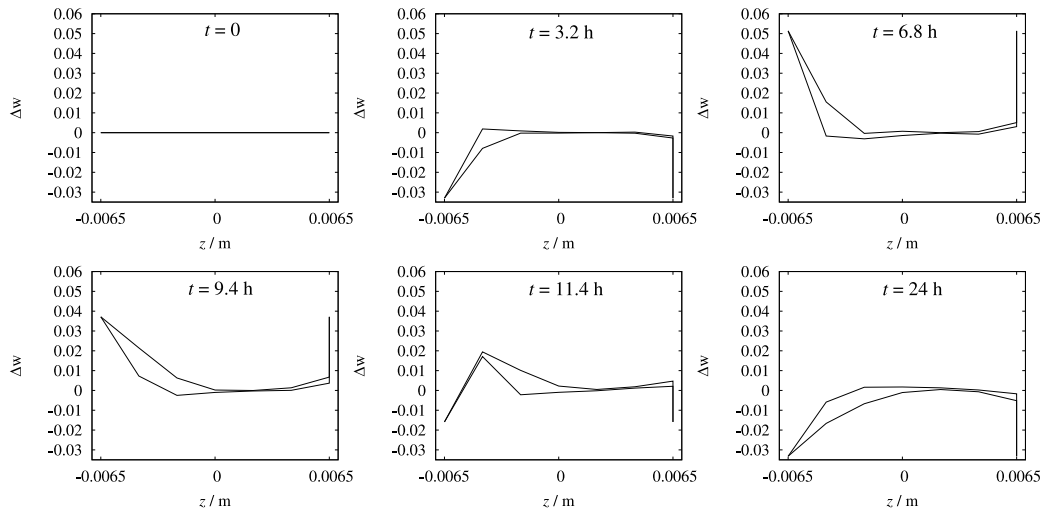


FIG. 3.10 – Évolution du profil d'humidité dans l'épaisseur du panneau à différents pas de temps.

Le "saut" à droite sur les courbes est dû à la présence de la couche picturale qui a sa propre perméabilité, modélisée comme une couche dont l'épaisseur est nulle.

Une autre analyse sur les déformations permet de mettre en évidence les modes les plus dommageables pour la couche picturale. *i.e.* lorsque les déformations de surface sont négatives (les craquelures risquent de se décoller). La figure 3.11 met en évidence, à différents pas de temps, l'état de déformation principale au niveau de la surface peinte.

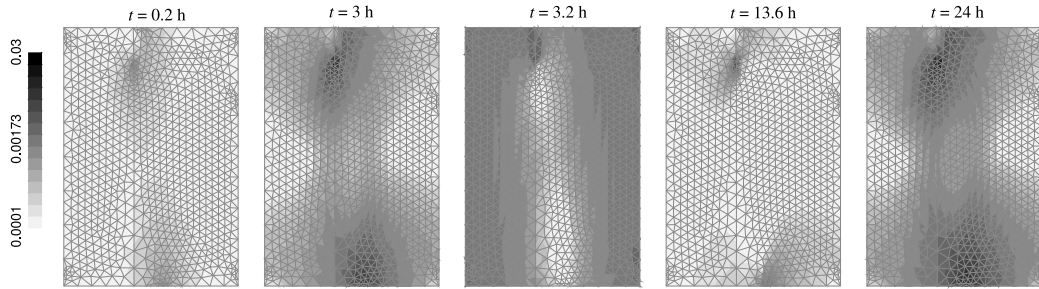


FIG. 3.11 – *Norme du minimum de la déformation principale négative au niveau de la surface peinte à différents pas de temps*

On montre ainsi que les conditions où le risque pour la couche picturale est le plus élevé est lorsque l'humidité interne dans l'épaisseur du panneau est inférieur à l'humidité de référence.

On retrouve également, dans les zones les plus sollicitées, le même ordre de grandeur de la formation des craquelures donné sur la figure 1.5, à savoir des déformations de l'ordre de 0,01. On peut ainsi bien expliquer la formation des craquelures, travail déjà initié dans [23].

3.4 Conclusion : couplage

Couplage faible

Comme il a été précisé dans ce chapitre, le couplage de codes pose des difficultés : la gestion du passage de données, les interpolations entre les maillages et la gestion des paramètres de convergence de chacune des physiques prises en charge par un des logiciels.

Pris indépendamment, chacun de ces codes fonctionne bien mais nous ne sommes pas parvenus dans le temps de la thèse à résoudre l'ensemble des problèmes. Cependant, toutes les bases sont prêtes pour aboutir au résultat escompté de simulation de comportement de panneaux peints par l'utilisation d'une formulation faible.

Couplage fort

La stratégie de partitionnement proposée est bien adaptée aux problèmes multiphysiques, en particulier concernant les interactions entre différentes physiques. La modularité de telles approches permet le couplage de diffé-

rents modèles avec différentes physiques et éventuellement avec différentes discrétisations [21].

Dans la simulation présentée ici les points de contact avec le châssis-cadre ont été déterminés dans une seule configuration et n'évoluent pas durant le calcul. Cependant avec les mouvements du panneau ces zones de contact se déplacent le long du bord du panneau. C'est pourquoi il serait intéressant de proposer un modèle d'interaction à travers des conditions de contact potentiel sur le bord. Cette interaction unilatérale pourrait être intégrée au schéma de résolution proposé.

Pour la suite

Concernant plus précisément les tests virtuels sur des objets du patrimoine culturel en bois, le comportement matériau implique de forts couplages entre l'élasticité et l'hygroscopie. On trouve dans la littérature d'autres types de couplage qu'il serait intéressant de considérer et d'éventuellement prendre en compte.

Afin de tenir compte des spécificités des tels objets, par exemple la présence de fissures, il est nécessaire d'affiner la discrétisation 3D. Il faut alors envisager de coupler les approches décrites précédemment avec des techniques multi-échelles ou de zoom structurel comme dans [54].

Conclusion générale

L'objectif de ce travail était de proposer un éventail d'études mécaniques servant soit la compréhension des phénomènes mis en jeu dans la vie d'un tableau du patrimoine qui conduisent à son éventuelle détérioration, soit pour venir en appui à la pratique d'actes de restauration avec un (ou des) outil(s) supplémentaire(s) originaux pouvant aider en particulier à la prise de décision. Les questions traitées tout au long de cette thèse sont motivées à la base par des problématiques posées par les conservateurs et les restaurateurs ; Elles peuvent être regroupées dans trois grandes thématiques.

Étude de risque sur une œuvre : une étude du tableau de la *Monna Lisa [del Giocondo] di Gioconda* a été conduite dans sa quasi intégralité, au sens de ses interactions entre le panneau et son châssis-cadre, avec la mesure des caractéristiques mécaniques de ce dernier (poutres le constituant et rigidité des liaisons entre elles) mais aussi avec la mesure *in-situ* des efforts que ce dernier impose au panneau, couplés à la mesure de la flèche du tableau et des conditions environnementales. Le tableau présente une fissure de dimension relativement importante qui peut être considérée comme stable et ce même si le système de régulation environnemental tombait en panne.

On précise ici l'intérêt d'intégrer l'étude de l'environnement dans lequel sont les œuvres, afin de connaître leur comportement face à ces sollicitations thermo-hydrriques ceci dans le but d'obtenir des modèles prédictifs à long terme, mais également si on considère le fait que les œuvres sont de plus en plus destinées à être déplacées d'un lieu d'exposition à un autre pour être montrées au plus grand nombre. Les changements de conditions peuvent être très importants durant le transport mais aussi dans la nouvelle pièce d'exposition, peuvent s'avérer très stressants pour le tableau et en perturber l'équilibre, donc accélérer son altération.

▷ Cette étude répond donc à une question concrète de conservateur, à savoir chiffrer dans une certaine mesure le risque d'endommagement dans le temps d'une œuvre dont il a la responsabilité (ici sur le risque de propagation d'une fissure).

Étude d'un acte de restauration : Cette thèse a également apporté des éléments de réponse à une autre question de premier plan, mais du point de vue du restaurateur cette fois, en fournissant une expertise mécanique sur leurs actes. S'ajoute également à cela les questions de choix de type de restauration et parfois des questions de dimensionnement de structures additionnelles à l'œuvre pour en garantir la bonne conservation. A titre d'exemple, dans la thèse présente, le suivi d'une restauration ayant pour but une réduction de la flèche des planches d'un panneau induite par les variations hydriques de l'environnement de l'œuvre a été mené. Un châssis lié à la structure du panneau par l'intermédiaire de ressorts permet d'appliquer des efforts dans le but de réduire d'une part les mouvement hors-plan mais aussi de prévenir une éventuelle augmentation du tuilage permanent des planches composant le tableau. Pour cela, des informations sur les paramètres de conception du châssis ont été apportées : le nombre de ressorts à utiliser, la raideur et la précharge qu'il faut imposer mais aussi les dimensions et le matériau du châssis lui même.

▷ Cette étude répond à une question précise du restaurateur par la création d'une modèle numérique simple utilisable par le restaurateur afin de fournir un abaque de dimensionnement en fonction des caractéristiques géométriques du tableau en cours de restauration. Cet abaque servant à choisir le couple le plus pertinent (k,v) de raideur et de précharge dans les ressorts résultat d'un compromis entre la réduction du tuilage et le niveau d'efforts appliqués sur le panneau. On a part exemple pu déterminer qu'un châssis conçu, sans analyse mécanique préalable, est à priori sous dimensionné par rapport à la fonction qu'il est sensé réaliser.

▷ Lors de cette thèse nous avons mis en place une expérimentation sur la base de répliques d'un tableau réel mais dont les caractéristiques ne seraient plus des évaluations mais des données maîtrisées. Un soin particulier a été porté dans le conception et dans l'instrumentation de ces répliques afin d'obtenir le maximum d'information pour notre étude et qu'elles puissent également servir pour d'autres travaux éventuellement. Ces répliques servent à la compréhension des phénomènes mis en jeu dans la problématique, mais elles servent aussi de validation au modèle numérique présenté concernant la technique de restauration par châssis) ressorts. Le mémoire à l'heure actuelle ne fait pas état de cette validation mais ce sera le cas dans la version finale.

Modélisation réaliste de panneaux : Deux approches ont été abordées dans le cadre de ces travaux. D'une part un schéma de couplage dit "faible", ne prenant pas en compte l'effet de l'état mécanique sur les transports de masse et plus précisément sur les échanges hydriques (diffusion). Cette stratégie n'a pas abouti dans le temps de la thèse bien que tous les ingrédients soient (a priori) disponibles. Il reste à vérifier tous les modes de passage des données entre les différents codes et à réaliser les tests de validation. Tout ceci dans le but d'arriver à simuler le comportement complexe d'une structure de type panneau peint avec un chargement obtenu par les mesures *in-situ*. Une deuxième stratégie s'est penchée sur le problème de l'implantation d'un couplage "fort" en tenant compte de l'effet mécanique sur le comportement hydrique. Un des couplages proposés est de tenir compte de la déformation de la couche picturale lors des mouvements du panneaux sur sa capacité à diffuser l'humidité. La faisabilité d'une stratégie de résolution par partitionnement, toujours dans un futur objectif de couplage de codes, a été montrée sur un exemple simple de couplage hydrique/mécanique sans température ni effet mécanosorptif.

L'ensemble des travaux présentés dans cette thèse montrent un panel de ce qu'il est possible de proposer au domaine de la conservation du patrimoine culturel à l'échelle du mécanicien. Outre les aspects modélisation, simulation et expérimentation, classiques ou sciences de l'ingénieur, l'étude d'objets du patrimoine a nécessité aussi l'acquisition d'expertise et discussions sur les attentes et les pratiques des conservateurs-restaurateurs. Il est évident que tout n'est pas traité ici, et qu'il est important de continuer dans ce sens. Deux autres thèses sont en cours au LMGC sur cette thématique. L'une, menée par C. Montero, traitant du comportement asymptotique (à long terme) du bois, ce qui peut servir à enrichir le modèle de comportement par des données expérimentales d'une part et dans la compréhension des phénomènes. L'autre, menée par J. Colmars, traitant du fluage mécanosorptif dans les diverses directions matérielles et à la simulation à long terme (éventuellement prédictif) de tuilage de planches de panneaux peints avec le code TransPore 1D par comparaison avec la mesure unique *in-situ* de la flèche du tableau de l'église de Saint-Didier en Avignon mais aussi par la mesure de champ du panneau obtenue par stéréo-corrélation (partenariat LaMCOS de Lyon).

D'autres laboratoires s'intéressent également à cette problématique, comme à l'Institute of Catalysis and Surface Chemistry de Krakovi (Pologne) par les travaux menés par les professeurs Lukasz Bratasz et Roman Kozlowski. Mais aussi tout récemment avec le début d'une thèse sur cette thématique à l'Université des sciences appliquées de Bern (Suisse) avec le professeur Navi Parviz.

Cette thématique est, comme il a déjà été précisé, couverte par l'action européenne COST IE0601 "Wood science for conservation of cultural heritage" et permet le dialogue avec les autres laboratoires présentés ci-dessus s'intéressant aux problèmes de conservation du patrimoine culturel en bois.

Nous tenons à remercier les financements, ayant permis l'accomplissement de ces travaux de doctorat, à savoir la région Languedoc-Roussillon et le CNRS (Centre National de la Recherche Scientifique) avec une bourse cofinancée de thèse de type BDI (Bourse Docteur Ingénieur) ainsi que l'Université Franco-Italienne avec une bourse du programme Vinci 2007.

Nous remercions également le programme européen COST, spécialement les COST E50, E53 et IE0601, pour le financement de missions scientifiques STSM (Short Term Scientific Mission) dans des laboratoires étrangers (Liège en Belgique et Florence en Italie).

Propositions à la poursuite du projet

Propositions pour le couplage : Le couplage faible présenté dans ce mémoire n'est pas achevé il est donc évident qu'il est nécessaire d'achever ce travail. Puis quelques améliorations pourront alors être apportées. L'orthotropie radiale n'est pour le moment pas gérée car le passage des vecteurs propriétés matérielles n'est pas encore implémenté. Cela impose de réaliser une projection des propriétés, pour cela on peut faire passer les repères d'anisotropie aux nœuds pour effectuer le calcul dans la MatLib puis à interpoler aux points d'intégration (point de Gauss). Il faut prendre garde à ce que les vecteurs normaux le restent et si ce n'est pas le cas il faut songer à les renormaliser (une fois projeté un vecteur normal peut ne plus l'être).

Toute modélisation à besoin d'un certain nombre de paramètres, ici nous en avons utilisés quelque uns mais les données bibliographiques sont peu nombreuses et rarement dans toutes les directions, surtout pour ce qui est de la mécanosorption. Les thèses en cours au laboratoire devraient donner un certain nombre de réponse à cette problématique (thèse à finir dans un an de Colmars et Montéro).

Tous les jalons ont été implémentés dans la MatLib afin de faire évoluer les lois de comportement voire pour en proposer de nouvelles, qui pourraient être basées sur des éléments de Maxwell à la place des Kelvin-Voigt par exemple.

Propositions concernant l'expertise sur des œuvres : Il est évident qu'il ne faut pas rompre le dialogue avec les restaurateurs et les conservateurs. Chacune des deux disciplines a quelque chose à gagner à faire prospérer les choses car de nombreux gestes de restauration sont sujets à interrogation.

On citera par exemple la technique expliquée dans le premier chapitre consistant à apposer des papillons en lieu d'une fissure ou même le fait de poser des coins. Bien qu'un certain nombre de précautions sont prises (la pièce de bois ajoutée doit être dans avoir les mêmes orientations que le panneau traité) l'effet de telles modifications n'est pas évalué. Remplacement de perte

de matière

Un autre type de restauration peut également être analysée, il s'agit du remplacement de matière qui a subi de trop importantes altérations suite à une attaque fongique ou par des insectes xylophages. La figure 3.12 montre l'exécution de cet acte sur un panneau.

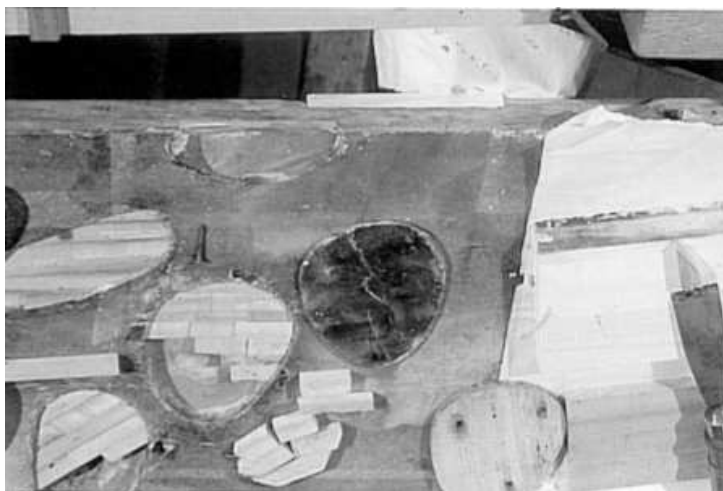


FIG. 3.12 – *Exemple de remplacement de la perte de matière [82]*

Les études menées dans le cadre de cette thèse peuvent être également être généralisées à d'autres types d'objets du patrimoine comme les instruments de musique (en partenariat avec le le Musée de la musique par exemple) ou bien des pièces de mobilier du patrimoine.

Plus précisément concernant le montage d'un châssis à ressort il serait intéressant de réaliser une étude sur la force d'arrachage des attache ressort/panneau. Ce sont des travaux en cours au DISTAF (initialement par Claudia Neri) menés par Jacopo Remedio dans le cadre de son stage. Le but étant d'étudier différentes colles utilisées par les restaurateurs et spécifiquement dans le collage de pastilles d'ancrage des ressorts. On aura ainsi la limite en effort admissible, pour l'abaque proposé, que le montage ou le panneau peut subir avant détérioration. Il faut garder à l'esprit que le niveau dangereux peut être plus faible si l'on considère les dégâts sur le tableau qui peuvent se manifester pour des efforts encore inférieurs.

On peut également proposer d'enrichir du point de vue comportement matériel le modèle proposé en y ajoutant une description orthotrope radiale. Cela demandant de réaliser les projections matérielles dans le repère de l'élément fini. Étant donné que l'intention de ce modèle est d'être un outil pour

le restaurateur, il n'est pas forcément très judicieux de le mettre en place étant donné qu'il ne fournirait peut être pas beaucoup plus d'information pour autant. On propose également de réaliser une interface rendant plus pratique et conviviale son utilisation pour l'artisan.

Du point de vue du conservateur un certain nombre de problèmes sont récurrent, comme le choix d'effectuer ou non une restauration, nous avons déjà traité de cette problématique en ajoutant une expertise mécanique dans la prise de décision, mais il reste le problème des conditions climatiques. Souvent, les conservateurs prennent le parti de contrôler le climat de façon plus ou moins drastique. Mais le problème reste entier, en cas de panne du système de régulation ou encore en cas de transport des œuvres vers de nouvelles salles ou un prêt à un autre musée. Il faut alors se pencher sur la caractérisation des climats afin de tester, par exemple de façon numérique, comment va se comporter l'œuvre à long terme dans ce nouveau climat.

"ALL WORK AND NO PLAY MAKES JACK A DULL BOY"
- *trop de travail et pas de loisir font de Jack un triste sire* -
Shining (1980), Stanley Kubrick

Bibliographie

- [1] O. Allegretti and R. Francesca. External resistance to water vapour transfer of varnishes on wood. Personal communication.
- [2] O. Allegretti and F. Raffaelli. Barrier effect to water vapour of early European painting materials on wood panels. *Studies in Conservation*, 53(3) :187–197, 2008.
- [3] L. Armstrong and R. Kingston. The effect of moisture-content changes on the deformation of wood under stress. *Australian Journal of Applied Science*, 13 :257–276, 1962.
- [4] W. W. Barkas. *The swelling of wood under stress*. The Pulp and Paper Fundamental Research Society, London, 1990. Reprint from 1949.
- [5] Z. P. Bazant. Constitutive equation of wood at variable humidity and temperature. *Wood science and technology*, 19 :159–177, 1985.
- [6] E. Bou Said. *Contribution à la modélisation des effets différés du bois et du béton sous conditions climatiques variables. Application aux structures mixtes bois-béton*. PhD thesis, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon (INSA), 2003.
- [7] E. Bou-Said and J. F. Jullien. Numerical analysis of timber structures under variable humidity. In *2nd International conference of the european society for wood mechanics*, 2003.
- [8] L. Bratasz and R. Kozlowski. Laser sensors for continuous monitoring of dimensionnal response of wooden objects in situ. *Studies in Conservation*, 50 :307–315, 2005.
- [9] L. Bratasz, R. Kuzlowski, and B. Rachwa. Sorption of moisture and dimensional change of wood species used in historic objects. In *Joint meeting of COST Action IE0601 Wood Science for Conservation of Cultural Heritage and European Society for Wood Mechanics*, page 6, Braga, Portugal, november 2008.
- [10] F. Brémand, P. Doumalin, J.-C. Dupré, F. Hesser, and V. Valle. *Measuring the relief of the panel support without contact*, chapter II.3. In Mohen et al. [55], 2006.

- [11] P. Chassagne. *Contribution à la prédiction des conséquences mécaniques des phénomènes thermo-hydriques couplés : Application au bois*. PhD thesis, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 2006.
- [12] P. Chassagne, E. Bou-Said, J. F. Jullien¹, and P. Galimard. Three dimensional creep model for wood under variable humidity-numerical analyses at different material scales. *Mechanics of Time-Dependent Materials*, 9 :203–223, 2006.
- [13] M. Ciatti, C. Castelli, and A. Santacesaria. *Dipinti su tavola, la tecnica e la conservazione dei supporti*. Edifir, 1999.
- [14] J. Colmars. Personnel communication. 2009.
- [15] J. Colmars, J. Gril, B. Marcon, and D. Jullien. Compte rendu au lrmh des activités sur les panneaux peints du patrimoine du lmgc.
- [16] O. Coussy. *Mechanics of porous continua*. John Wiley & Sons, 1995.
- [17] R. Dinkel. *Encyclopédie du patrimoine, ISBN 2-911200-00-4*, pages 605–615. 1997.
- [18] P. Dionisi Vici, P. Mazzanti, and L. Uzielli. Mechanical response of wooden boards subjected to humidity step variations : Climatic chamber measurements and fitted mathematical models. *Journal of Cultural Heritage*, 7 :37–48, 2006.
- [19] F. Dubois and M. Jean. Lmgc90 une plateforme de développement dédiée a la modélisation des problèmes d’interaction. In *6eme colloque national en calcul des structures, Giens (Var)*, 2003.
- [20] F. Dubois and M. Renouf. Numerical strategies and software architecture dedicated to the modelling of dynamical systems in interaction. application to multibody dynamics. In *Multibody 2007 proceedings*, 2007.
- [21] D. Dureisseix and H. Bavestrello. Information transfer between incompatible finite element meshes : Application to coupled thermo-viscoelasticity. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 195(44-47) :6523–6541, 2006.
- [22] D. Dureisseix, J. Gril, and O. Arnould. *Mechanical modeling of the activity of the flexible frame*, chapter II.6. In Mohen et al. [55], 2006.
- [23] D. Dureisseix, J. Gril, and O. Arnould. *Un panneau de peuplier : une modélisation mécanique de l’action du châssis-cadre*, chapitre II.6. Galimard, 2007. with English and German translations (Mona Lisa. Das große Buch zum berühmtesten Gemälde der Welt).
- [24] D. Dureisseix, P. Ladevèze, and B. A. Schrefler. A LATIN computational strategy for multiphysics problems : Application to poroelasticity. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 56(10) :1489–1510, 2003.

- [25] E. T. Engelund, L. Ulriksen, K. K. Hansen, T. Astrup, and P. Hoffmeyer. The influence of moisture content on the water vapour resistance of surface coated spruce. In *Proceedings of the 7th Symposium on Building Physics in the Nordic Countries*, volume 1, pages 188–194, Reykjavik, Iceland, 2005.
- [26] C. A. Felippa, K. C. Park, and C. Farhat. Partitioned analysis of coupled mechanical systems. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 190 :3247–3270, 2001.
- [27] A. Fick. On liquid diffusion (abstracted from the german original : Uber diffusion, poggendorff’s annalen der physik und chemie, 94 (1855) 59-86). *Journal of membrane science*, 100 :33–38, 1995.
- [28] L. García Esteban, F. García Fernandez, A. Guindeo Casasús, P. De Palacios De Palacios, and J. Gril. Comparison of the hygroscopic behaviour of 205-year-old and recently cut juvenile wood from *Pinus sylvestris* L. *Annals of Forest Sciences*, 63 :309–317, 2006.
- [29] L. García Esteban, J. Gril, P. de Palacios de Palacios, and A. Guindeo Casasús. Reduction of wood hygroscopicity and associated dimensional response by repeated humidity cycles. *Annals of Forest Sciences*, 62 :275–284, 2005.
- [30] R. J. Gettens and G. L. Stout. *Painting materials, a short encyclopedia*. Dover Publications, New York, second edition, 1966.
- [31] C. Geuzaine and J.-F. Remacle. Gmsh : A 3-D finite element mesh generator with built-in pre- and post-processing facilities. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2009. To appear.
- [32] E. L. J. Goossens, A. J. J. van der Zanden, and W. H. van der Spoel. The measurement of the moisture transfer properties of paint films using the cup method. *Progress in Organic Coatings*, 49 :270–274, 2004.
- [33] A. Griffith. The theory of rupture, selcted papers on foundations of linear elastic fracture mechanics. *Society for experimental mechanics, Society of photo-optical instrumentation engineers*, 1 :96–104, 1837.
- [34] J. Gril, E. Ravaut, L. Uzielli, J.-C. Dupré, P. Perré, D. Dureisseix, O. Arnould, P. Dionisi Vici, D. Jaunard, and P. Mandron. Mona Lisa saved by the Griffith theory : Assessing the crack propagation risk in the wooden support of a panel painting. In *International Conference on Integrated Approach to Wood Structure, Behavior and Applications, ESWM and COST Action E35*, Florence (Italy), May 2006. 6 p.
- [35] P. Grossman. Requirements for the model that exhibits mechano-sorptive behaviour. *Wood Science and Technology*, 10 :163–168, 1976.

- [36] D. Guitard. *Mécanique du matériau bois et composites*. Cepadues Editions, 1987.
- [37] A. Hanhijarvi. Modelling of creep deformation mechanisms in wood. In *Espoo : Technical Research Centre of Finland, VTT publication*, volume 231, page 143, 1995.
- [38] A. Hanhijarvi, P. Helnwein, and A. Ranta-Maunus. Two-dimensional material model for structural analysis of drying wood as viscoelastic-mechanosorptive-plastic material. In *3rd european COST E15 workshop on wood drying soft wood drying to wood specific end-uses*, page 10, Helsinki, 2001.
- [39] A. Hanhijarvi and D. Hunt. Experimental indication of interaction between viscoelastic and mechano-sorptive creep. *Wood Science and Technology*, 32 :57–70, 1998.
- [40] Hibbitt, Karlson, and Sorensen. *Abaqus/Standard — User’s Manual*, volume I, pages 6.4.2–2 and 6.6.1–4. 1996.
- [41] B. R. Hoadley. Perpendicular-to-grain compression set induced by restrained swelling. *Wood Science*, 1 :159–166, 1969.
- [42] D. Hunt and J. Gril. Evidence of a physical ageing phenomenon in wood. *Journal of Materials Science*, 15 :80–82, 1996.
- [43] D. G. Hunt. Linearity and non-linearity in mechano-sorptive creep of softwood in compression and bending. *Wood science and technology*, 23 :323–333, 1989.
- [44] D. G. Hunt. *A unified approach to creep of wood*. The Royal Society, 1999.
- [45] F. Kollmann and W. Cotté. Principles of wood science and technology. *Springer Verlag*, pages 185–186, 1968.
- [46] J. Y. Liu and E. L. Schaffer. Duration of constant and ramp loading on strength of wood. *Journal of Engineering mechanics*, pages 489–494, 1997.
- [47] J. Marette. *Connaissance des primitifs par l’étude du bois, du XIII^e au XVI^e siècle*. A. & J. Picard, 1961.
- [48] M. Martelli-Castaldi and V. Negri. 15th triennial conference, new delhi. In *L’engagement de l’European Confederation of conservator-restorer’s pour une reconnaissance politique, institutionnelle et juridique de la conservation-restauration*, 22-26 Septembre 2008.
- [49] H. G. Matthies and J. Steindorf. Partitioned strong coupling algorithms for fluid-structure interaction. *Computers and Structures*, 81 :805–812, 2003.

- [50] B. Mauget and P. Perré. A large displacement formulation for anisotropic constitutive laws. *European Journal of Mechanics. A/Solids*, 18 :859–877, 1999.
- [51] P. Mazzanti. *Studio del comportamento reologica del legno di Pioppo bianco in direzione trasversale alla fibra*. Tesi di dottorato, Università degli studi di Firenze, Firenze, Italia, 2007.
- [52] M. F. Mecklenburg, C. S. Tumosa, and D. Erhardt. Structural response of painted wood surfaces to changes in ambient relative humidity. *Getty conservation institute*, pages 464–483, 1998.
- [53] S. Merakeb. *Modélisation des structures en bois en environnement variable*. thèse de doctorat, Université de Limoges, 2006.
- [54] A. Mobasher Amini, D. Dureisseix, and P. Cartraud. Multi-scale domain decomposition method for large scale structural analysis with a zooming technique : Application to plate assembly. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2009. In press.
- [55] J.-P. Mohen, M. Menu, and B. Mottin, editors. *Mona Lisa, inside the painting*. Abrams, New York, 2006.
- [56] W. Olek, P. Perré, and J. Weres. Inverse analysis of the transient bound water diffusion in wood. *Holzforschung*, 59 :38–45, 2005.
- [57] W. Olek and J. Weres. Effects of the method of identification of the diffusion coefficient on accuracy of modeling bound water transfer in wood. *Transport in Porous Media*, 66 :135–144, 2007.
- [58] S. Ormarsson. *Numerical analysis of moisture-related distortions in sawn timber*. PhD thesis, Chalmers University of Technology, Göteborg, Sweden, 1999. Department of Structural Mechanics.
- [59] M. Ortiz and L. Stainier. The variational formulation of viscoplastic constitutive updates. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 171 :419–444, 1999.
- [60] K. C. Park. Stabilization of partitioned solution procedure for pore fluid-soil interaction analysis. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 19 :1669–1673, 1983.
- [61] F. Perales. *Fissuration des matériaux a gradient de propriétés. Application au Zircaloyhydrure*. PhD thesis, Informations, Structures et Systemes, 2005.
- [62] F. Perales, Y. Monerie, and A. Chrysochoos. Nonsmooth fracture dynamics of functionally graded materials. *Journal de Physique IV*, 134 :367–371, 2006.

- [63] P. N. Peralta. Sorption of moisture by wood within a limited range of relative humidities. *Wood and Fiber Science*, 27(1) :13–21, 1995.
- [64] P. Perré and B. K. May. A numerical drying model that accounts for the coupling between transfers and solid mechanics. Case of highly deformable products. *Drying Technology*, 19(8) :1929–1643, 2001.
- [65] P. Perré, R. Rémond, and J. Gril. *Simulation of the effects of ambient variations*, chapter II.5. In Mohen et al. [55], 2006.
- [66] P. Perré and I. W. Turner. A 3-D version of TransPore : a comprehensive heat and mass transfer computational model for simulating the drying of porous media. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 42 :4501–4521, 1999.
- [67] P. Perré and I. W. Turner. A heterogeneous wood drying computational model that accounts for material property variation across growth rings. *Chemical Engineering Journal*, 86 :117–131, 2002.
- [68] S. Piperno and C. Farhat. Partitioned procedures for the transient solution of coupled aeroelastic problems. Part II : Energy transfer analysis and three-dimensional applications. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 190 :3147–3170, 2001.
- [69] C. Préziosa, D. Guitard, and C. Sales. Contraintes internes de séchage dans le matériau bois : le tenseur des coefficients de contrainte de séchage comme caractéristique isotrope de la matière ligneuse. *Cahiers Scientifiques. Bois et Forêts des Tropiques*, 8 :93–110, 1986.
- [70] A. Ranta-Maunus. The viscoelasticity of wood at varying moisture content. *Wood Science and Technology*, 9 :189–205, 1975.
- [71] E. Ravaut. *The complex system of fine cracks*, chapter II.2. In Mohen et al. [55], 2006.
- [72] E. Ravaut. *The Mona Lisa’s wooden support*, chapter II.1. In Mohen et al. [55], 2006.
- [73] R. Rémond. *Approche déterministe du séchage des avivés de résineux de fortes épaisseurs pour proposer des conduites industrielles adaptées*. PhD thesis, École Nationale du Génie Rural, des Eaux et des Forêts (ENGREF), 2004.
- [74] R. Rémond. *Approche déterministe du séchage des avivés de résineux de fortes épaisseurs pour proposer des conduites industrielles adaptées*. PhD thesis, INRA de Nancy, 2005.
- [75] M. Renouf and P. Alart. Conjugate gradient type algorithms for frictional multi-contact problems : Applications to granular materials. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 194 :2019–2041, 2004.

- [76] Salin. Numerical prediction of checking during timber drying and a new mechano-sorptive creep model. *Holz als Roh-und Werkstoff*, 50, 1992.
- [77] J. F. Siau. *Transport processes in wood*. Springer series in Wood Science. Springer-Verlag, 1984.
- [78] J. F. Siau. Nonisothermal diffusion model based on irreversible thermodynamics. *Wood Science and Technology*, 26(5) :325–328, 1992.
- [79] L. Stainier, F. Dubois, and R. Peyroux. Matlib, une bibliothèque portable de modèles constitutifs pour la mécanique non-linéaire des solides : concepts et implémentation. In *6ème Colloque National en Calcul des Structures*, 2003.
- [80] S. P. Timoshenko and S. Woinowsky-Krieger. *Theory of Plates and Shells*. McGraw-Hill, New York, second edition, 1987.
- [81] E. Turska and B. A. Schrefler. On convergence conditions of partitioned solution procedures for consolidation problems. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 106 :51–63, 1993.
- [82] L. Uzielli and O. Casazza. *Conservazione dei dipinti su tavola*. Nardini Editore, 1992.
- [83] L. Uzielli, P. Dionisi Vici, and J. Gril. *Physical and mechanical characterization of the support*, chapter II.4. In Mohen et al. [55], 2006.
- [84] P. A. Vermeer and A. Veruijt. An accuracy condition for consolidation by finite elements. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 5(1) :1–14, 1981.
- [85] P. Verpeaux, T. Charras, and A. Millard. CASTEM 2000 : une approche moderne du calcul des structures. In J.-M. Fouet, P. Ladevèze, and R. Ohayon, editors, *Calcul des Structures et Intelligence Artificielle*, volume 2, pages 261–271. Pluralis, Paris, France, 1988.
- [86] E. Vidal-Sallé and P. Chassagne. Constitutive equations for orthotropic nonlinear viscoelastic behaviour using a generalized Maxwell model. Application to wood material. *Mechanics of Time-Dependent Materials*, 11 :127–142, 2007.

Dépendances du modèle proposé en w et T

Dépendance sur les modules d'élasticité :

D'après les travaux expérimentaux de Guitard [36] les composantes du tenseur de rigidité sont fonctions d'un certain nombre de caractéristiques à savoir la densité d , l'humidité interne w et la température T du matériau ligneux considéré. Aussi pour les feuillus :

$$\begin{aligned} C_{ij} = C_{ij}^0 & \times \left(\frac{d}{d_{ref}}\right)^{Af_d} \\ & \times (1 - Af_w \cdot (w - w_{ref})) \\ & \times (1 - Af_T \cdot (T - T_{ref})) \end{aligned} \quad (3.56)$$

où C_{ij}^0 est la composante du tenseur de rigidité dans les conditions d'humidité interne de référence $w_{ref} = 12 \%$ et de température de référence $T_{ref} = 20^\circ\text{C}$ pour un bois de densité de référence $d_{ref} = 0,65$ pour les feuillus. Les Af_i étant les coefficients des corrections appliquées à cette composante et prenant différentes valeurs données dans le tableau 3.4 selon les orientations.

C_{ij}	C_{ij}^0	Af_d	Af_w	Af_T
E_{RR} /MPa	1810	1,30	0,030	0,00018
E_{TT} /MPa	1030	1,74	0,030	0,00018
E_{LL} /MPa	14400	1,03	0,015	0,00009
G_{TL} /MPa	971	1,26	0,020	0,00013
G_{RL} /MPa	1260	1,14	0,020	0,00013
G_{RT} /MPa	366	1,74	0,027	0,00018

TAB. 3.4 – Dépendance des modules de rigidités par rapport à la densité, l'humidité interne et la température selon Guitard [36] pour les feuillus.

On remarque que dans le cadre de notre étude, l'effet direct de la variation de la température (de l'ordre de $\pm 30^\circ\text{C}$ autour de la température de référence) sur les rigidités peut être négligé face à l'effet direct de la variation d'humidité (de l'ordre de $\pm 5\%$ autour l'humidité de référence).

L'étude étant principalement centrée sur les panneaux de la Renaissance italienne, on considère exclusivement le peuplier (un feuillu) dans la loi de comportement dans un premier temps. A titre informatif on donne également les dépendances pour les résineux :

$$\begin{aligned} C_{ij} = C_{ij}^0 &+ Ar_d \cdot (d - d_{ref}) \\ &\times (1 - Ar_w \cdot (w - w_{ref})) \\ &\times (1 - Ar_T \cdot (T - T_{ref})) \end{aligned} \quad (3.57)$$

ici, la densité de référence est $d_{ref} = 0,45$ pour les résineux. Les Ar_i étant les coefficients des corrections appliquées sont récapitulés dans le tableau 3.5.

C_{ij}	C_{ij}^0	Ar_d	Ar_w	Ar_T
E_{RR} /MPa	1000	2370	0,03	0,00018
E_{TT} /MPa	636	1910	0,03	0,00018
E_{LL} /MPa	13100	41700	0,01	0,00009
G_{TL} /MPa	745	989	0,02	0,00013
G_{RL} /MPa	861	2080	0,02	0,00013
G_{RT} /MPa	83,6	228	0,027	0,00018

TAB. 3.5 – *Dépendance des modules de rigidités par rapport à la densité, l'humidité interne et la température selon Guitard [36] pour les résineux.*

Dépendance sur les temps caractéristiques :

L'expression rhéologique d'un étage de type Kelvin-Voigt viscoélastique soumis à un essai de fluage à contrainte constante σ et isotherme à la forme suivante :

$$\epsilon_i^v = (1 - e^{-\frac{t}{\tau_i}}) \frac{\sigma}{E_i \cdot \tau_i} \quad (3.58)$$

où ϵ_i^v est la déformation de l'étage i du modèle de Kelvin-Voigt généralisé, τ_i le temps caractéristique de l'étage considéré et E_i la rigidité de la partie élastique de l'étage correspondant.

La prise en compte de la dépendance en température des temps caractéristiques peut se faire en utilisant un modèle pseudo-équivalent. Il s'agit d'une

loi d'Arrhénius où l'on suppose que le logarithme népérien du temps caractéristique d'un processus est proportionnel au ratio E_a/RT avec E_a l'énergie d'activation apparente (parfois notée W_i).

$$\tau_i = \tau_i^0 \cdot \exp\left[\frac{E_a}{R} \cdot \left(\frac{1}{T_{app}} - \frac{1}{T_{ref}}\right)\right] \quad (3.59)$$

où $T_{ref} = 293$ K, la constante des gaz parfaits $R = 8,314472$ J.mol⁻¹.K⁻¹ et où la dépendance en humidité est obtenue par l'intermédiaire de la température apparente T_{app} définie comme suit :

$$T_{app} = T - \Delta T \cdot \left(1 - \frac{w}{w_c}\right)^n \quad (3.60)$$

on prend dans notre application $n=1,6$ et $T = 115$ K.

Pour une accélération hydrique en plus de thermique, on peut faire intervenir l'équation 1.14 :

$$E_a = E_a^0 - a \cdot \Delta w - b \cdot |\Delta \dot{w}| \quad (3.61)$$

où a et b sont des constantes (a pour l'effet de l'humidité sur la vitesse de fluage, b pour le rôle accélérateur de la mécanosorption). De plus, Rémond [74] donne les énergies d'activations E_a^0 dans la direction radiale de l'épicéa pour quatre étages viscoélastiques :

E_{a1}^0	E_{a2}^0	E_{a3}^0	E_{a4}^0
44,2 kJ.mol ⁻¹	120,8 kJ.mol ⁻¹	270,9 kJ.mol ⁻¹	111,1 kJ.mol ⁻¹

TAB. 3.6 – Valeurs des énergies d'activations E_a^0 pour quatre étages viscoélastiques d'après [74].

Résumé

Jusqu'à la fin de la Renaissance le bois est resté le principal support pour la peinture, grâce à ses caractéristiques de relative légèreté, sa facilité de mise en œuvre, sa résistance mécanique (résistance spécifique du peuplier comparable à celle de l'acier), et sa durabilité dans le temps.

Outre les aspects historico-artistiques des diverses œuvres, les problèmes techniques liés à la conservation et à la restauration des peintures sur bois sont restées - jusqu'à des temps récents - quasi secrets, par les ateliers de restauration. Depuis peu, ces derniers ont reconnu la nécessité d'une meilleure compréhension des phénomènes mis en jeu et travaillent maintenant en relation avec les scientifiques.

Dans le cadre de cette thèse deux approches ont été envisagées. D'une part se trouve le dialogue avec les artisans de la restauration et de la conservation et la formulation de leurs attentes dans le but de leur proposer des solutions en adéquation avec leur besoin. D'autre part, les phénomènes à appréhender sont très complexes ce qui justifie en parallèle le développement d'outils spécifiques prenant en compte la mécanique des structures, l'humidité et les caractéristiques spécifiques du matériau bois.

Un des objectifs est la prédiction du comportement des tableaux à long terme de par l'étude de leur état par le suivi de comportement *in-situ* par l'appareillage (mesures non destructives, éventuellement sans contact : mesures optiques) des tableaux en exposition ou de répliques. Pour cela, il a été nécessaire de développer des essais de caractérisation, des modèles de comportement matériau spécifiques au bois et de technique de couplage de codes ou de méthodes numériques dédiées pour simuler les couplages de structure et de matériau dans ce type de problématique. Les applications de cette étude ont porté sur l'analyse et la prédiction du comportement de la *Monna Lisa* [del Giocondo], le *Couronnement d'épines* de l'église saint-Didier en Avignon et de diverses techniques récentes de restauration (châssis à ressorts, par exemple).

Mots clefs : *éléments finis, couplage multi-physique de code, rhéologie du bois, restauration et conservation, peinture, Joconde*

Riassunto

Fino alla fine del rinascimento il legno è stato il principale supporto per l'esecuzione di dipinti, grazie alle sue caratteristiche di leggerezza, facilità di messa in opera, resistenza meccanica (in proporzione alla sua densità il legno di pioppo ha una resistenza paragonabile a quella dell'acciaio), durabilità.

A parte gli aspetti storico-artistici delle diverse opere, le problematiche tecniche legate alla conservazione ed al restauro dei dipinti su tavola sono rimasti – fino a tempi recenti – segreti delle singole botteghe di restauro. La necessità di sviluppare studi su basi scientifiche e di motivare su queste basi gli interventi di restauro ha portato in tempi recenti allo sviluppo di specifici studi in questo campo.

Nell'ambito di questa tesi si sono utilizzati due differenti approcci. Da un lato si è operato sul piano del dialogo assieme agli artigiani del restauro e della conservazione, cercando di proporre soluzioni tecniche specifiche adatte alle loro necessità. Dall'altro, vista la complessità dei fenomeni da analizzare, sono stati sviluppati studi approfonditi sulla meccanica delle strutture, del comportamento igrotermico del legno, e sulle caratteristiche specifiche del materiale legno. Uno degli obiettivi di questa tesi è la previsione del comportamento a lungo termine dei dipinti su tavola tramite l'impiego di sistemi di monitoraggio in-situ. Tali misure non distruttive sono state eseguite tramite sistemi funzionanti per contatto e senza contatto, sia direttamente sui supporti lignei di dipinti originali che su simulacri appositamente realizzati.

A fianco di questo è stato fondamentale sviluppare specifiche prove di caratterizzazione del materiale, dei modelli di comportamento del materiale legno così come dei codici informatici dedicati alla simulazione del comportamento di queste strutture considerandone la complessità ed altre variabili le condizioni igrotermiche (modellazione multifisica). Le applicazioni di questo studio hanno condotto all'analisi ed a tentativi di previsione del comportamento di opere come la Gioconda, l'Incarnazione di spine della chiesa saint-Didier di Avignon oltre che allo sviluppo ed alla comprensione dell'efficacia di tecniche di restauro recenti come ad esempio i telai di supporto con molle.

Parole chiave : calcolo ad elementi finiti, modellazione multi fisica, reologia del legno, restauro e conservazione, dipinti, Monna Lisa

Abstract

Up to the end of the Renaissance, wood was the main support for the art painting, mainly because of its softness, easy way to work with and its mechanical resistance (the specific resistance of the poplar can be compared with the one of the steel) and its good durability.

Since a long time, restoration ateliers have preferred to keep secret the problems of conservation and restoration of these wood paintings. Some of them have open their minds now, and there is need for an understanding of phenomenons ; this is why they work in an open relationship with scientists.

Two approaches have been considered in this work. On the one hand, discussions restoration and conservation people, in order to find solution suited to their needs. On the other hand, the involved phenomenon involved are really complex, consequently, there is also the need for the development of specifics tools. These tools have to take into account the mechanical structure, humidity and specific characteristics of wood. One of the goal is to predict the painting behaviour along time, first with the study of their actual state, by the *in-situ* monitoring of the shape (preferably non-destructive, without contact, optical measuring).

It was also necessary to develop some experiments, as characterisation test, wood material behaviour modelling, in order to to predict wooden painting evolution.

Applications of these study were mainly concerning the analysis of the painting *Mona Lisa*, the *Couronnement d'épines* and of recent curative techniques (frame with springs for example).

Key words : finite elements, multiphysics code coupling, wood rheology, curative procedure and conservation, paintings. Mona Lisa

