



# CONTRIBUTION À LA SYNTHÈSE DES MÉCANISMES PLANS ET SPATIAUX ET DE ROBOTS PARALLÈLES PAR UNE MÉTHODE ÉVOLUTIONNAIRE

Med Amine Laribi

## ► To cite this version:

Med Amine Laribi. CONTRIBUTION À LA SYNTHÈSE DES MÉCANISMES PLANS ET SPATIAUX ET DE ROBOTS PARALLÈLES PAR UNE MÉTHODE ÉVOLUTIONNAIRE. Génie mécanique [physics.class-ph]. Université de Poitiers, 2005. Français. ⟨NNT : ⟩. ⟨tel-00706309⟩

**HAL Id: tel-00706309**

**<https://theses.hal.science/tel-00706309v1>**

Submitted on 9 Jun 2012

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



HAL Authorization

# THÈSE<sup>1</sup>

Pour l'obtention du grade de  
Docteur de l'Université de Poitiers

(Faculté de Sciences Fondamentales et appliquées)  
(Diplôme national - Arrêté du 25 Avril 2002)

ÉCOLE DOCTORALE SCIENCES POUR L'INGENIEUR

Secteur de Recherche :  
GENIE MECANIQUE, PRODUCTIQUE, TRANSPORT

Présentée par :  
Mohamed Amine LARIBI

---

## CONTRIBUTION A LA SYNTHÈSE DES MECANISMES PLANS ET SPATIAUX ET DE ROBOTS PARALLELES PAR UNE METHODE EVOLUTIONNAIRE

---

Directeurs de thèse : Saïd ZEGHLOUL  
Lotfi ROMDHANE

---

Soutenue le 14 Décembre 2005

devant la Commission d'Examen

---

### JURY

|                      |                                                      |            |
|----------------------|------------------------------------------------------|------------|
| M. M. DAHAN          | Professeur des Universités – U. Besançon             | Rapporteur |
| M. J.C. GUINOT       | Professeur des Universités – U. Paris VI             | Rapporteur |
| M. H. BEL HADJ SALAH | Professeur des Universités – L.G.M. -E.N.I. Monastir | Examineur  |
| M. A. DOGUI          | Professeur des Universités – L.G.M. -E.N.I. Monastir | Examineur  |
| M. L. ROMDHANE       | Professeur des Universités – L.G.M. -E.N.I. Monastir | Examineur  |
| M. S. ZEGHLOUL       | Professeur des Universités – L.M.S. -U. Poitiers     | Examineur  |
| M. J.P. LALLEMAND    | Professeur des Universités – L.M.S. -U. Poitiers     | Invité     |

---

<sup>1</sup> Cette thèse s'est déroulée dans le cadre d'une cotutelle entre l'Université de Poitiers - UP (FRANCE) et l'École Nationale d'Ingénieurs de Monastir - ENIM (TUNISIE)

# Avant-propos

---

Ce travail a été effectué en collaboration entre le Laboratoire de Génie Mécanique (LGM - LabMA-05) de l'École Nationale d'Ingénieurs de Monastir et le Laboratoire de Mécanique des Solides (LMS - UMR 6610 CNRS) de l'Université de Poitiers. Ce travail a pu être mené grâce à un financement assuré par le ministère de l'enseignement supérieur tunisien, par le Laboratoire de Mécanique des Solides et en grande partie par le Service de Coopération et d'Action Culturelle de l'Ambassade de France en Tunisie (SCAC). Je remercie l'ensemble du personnel de ces organismes.

Je remercie les directeurs des deux laboratoires d'accueil, LMS et LGM, de m'avoir permis de terminer cette étude dans de bonnes conditions, respectivement, Monsieur le Professeur Olivier Bonneau et doublement Monsieur le Professeur Abdelwaheb DOGUI pour l'intérêt qu'il porte à ce travail en acceptant de présider le jury de cette thèse.

Mes remerciements vont également à Monsieur Jean-Paul Lallemand, précédent directeur du Laboratoire de Mécanique des Solides, pour m'avoir accueilli en 2002 et ainsi me permettre de mener cette recherche, mais également pour l'intérêt qu'il porte à ce travail en acceptant d'être membre de mon jury.

L'ensemble des travaux présentés n'aurait pu aboutir sans Monsieur Lotfi ROMDHANE et Monsieur Saïd ZEGHLOUL qui m'ont proposé le sujet et qui ont dirigé cette thèse. La rédaction et la qualité de ce mémoire n'auraient sans doute pas été les mêmes sans eux. Les conseils, les encouragements et la confiance qu'ils m'ont accordé durant ces années de recherche m'ont été très précieux. Qu'ils trouvent à travers ces lignes, l'expression de ma plus vive gratitude.

Je suis très sensible à l'honneur que me font Monsieur J.C. GUINOT, Professeur à l'Université de Paris VI, et Monsieur M. DAHAN, Professeur à l'Université de Besançon, d'avoir bien voulu s'intéresser à cette étude en acceptant la charge de rapporteur et de participer au jury. Qu'ils en soient sincèrement remerciés.

Je remercie également Monsieur Hédi BEL HADJ SALAH pour l'intérêt qu'il porte à mon travail en acceptant de faire partie de mon jury

Je tiens à remercier l'ensemble des membres du personnel du Laboratoire de Mécanique des Solides et du Laboratoire de Génie Mécanique pour l'aide et l'amitié qu'ils m'ont apportées.

Je n'oublie pas tous les doctorants pour leur soutien, leur joie et leur bonne humeur qui ont rendu ce travail plus agréable. J'adresse une pensée spéciale à toutes les personnes avec qui j'ai partagé, durant toutes ces années, un bureau, un café, un repas, bref, de bons moments de détente et de travail.

Je ne saurais terminer sans remercier mes parents pour leur soutien et leurs encouragements permanents. Ce travail n'aurait pas été possible sans eux ; cette thèse est aussi la leur.

*à mes parents*  
*à mon frère et ma soeur*

« La recherche procède par des moments distincts et durables, intuition, aveuglement, exaltation et fièvre. Elle aboutit un jour à cette joie, et connaît cette joie celui qui a vécu des moments singuliers »

*Albert Einstein*

# Introduction générale

---

La conception d'une machine, pour accomplir une certaine tâche dans un procédé industriel, se fait selon plusieurs étapes. Parmi ces étapes, on peut noter l'identification du besoin (tâche), l'avancement d'une idée d'un mécanisme et par la suite l'analyse de la solution proposée. Par conséquent, les deux grands volets de la conception des systèmes mécaniques sont la synthèse et l'analyse.

Durant la phase de synthèse, l'ingénieur décrit une méthode pour exécuter une tâche. La phase d'analyse permet au concepteur d'examiner un mécanisme déjà existant pour juger ses performances par rapport à la tâche voulue.

Dans ce travail, de nouvelles méthodes de synthèse de mécanismes seront présentées.

L'intérêt du concepteur se porte en général sur trois types de tâches : génération de trajectoire, génération de fonction et génération de mouvement.

La Figure i montre l'exemple de génération de trajectoire dans lequel l'objectif est de mener un point, d'un élément mobile du mécanisme, le long d'une trajectoire donnée. La Figure i présente, aussi, le cas de la génération de fonction dans lequel on vise à avoir une loi d'entrée-sortie donnée par le mécanisme. Finalement, le cas de génération de mouvement d'un solide est décrit par la position d'un point ainsi que son orientation, et ceci en fonction du temps.

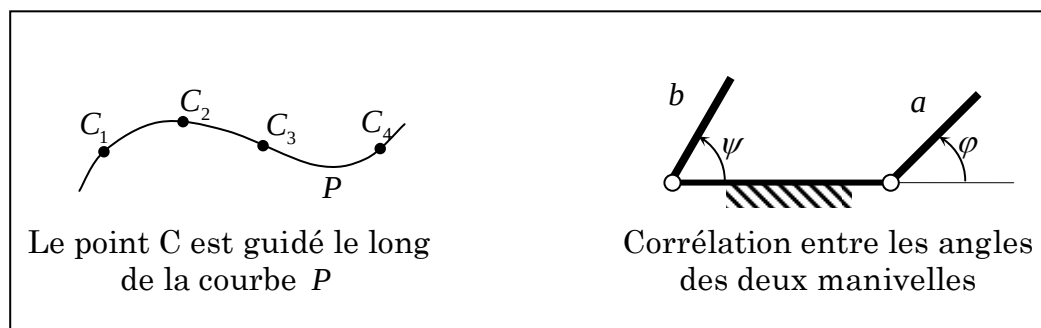


*Figure i : Les tâches exécutées par un mécanisme.*

Une fois la tâche précisée, le concepteur essaye d'avancer une proposition de mécanisme dans laquelle l'architecture est présentée et critiquée. Cette phase

s'appelle la synthèse topologique. Elle repose sur le savoir-faire et l'expérience du concepteur, plus que sur des formalismes mathématiques. Une fois l'architecture choisie, le concepteur cherche à déterminer la géométrie fonctionnelle du mécanisme. Ce travail s'insère dans ce cadre. Pour une architecture donnée et une tâche donnée à exécuter, on essayera de présenter des nouvelles méthodes permettant de déterminer les paramètres géométriques du mécanisme. Cette phase s'appelle la synthèse dimensionnelle.

Les méthodes de synthèse, présentées dans ce travail, reposent sur les méthodes intelligentes qui sont de plus en plus utilisées dans la résolution des problèmes d'ingénierie.

La méthode fondée sur l'algorithme génétique est parmi les plus populaires des méthodes intelligentes. Cette méthode est introduite et son utilisation s'avère très utile dans la résolution des problèmes de synthèse dimensionnelle.

Parmi les architectures des mécanismes, on peut noter les mécanismes plans qui sont très répandus dans les applications industrielles. Ces mécanismes ont l'avantage d'être simples à analyser vu la simplicité de leurs modèles mathématiques qui sont basés sur la géométrie plane. Dans ce travail, on présentera des exemples de ces mécanismes, ainsi que leurs méthodes de synthèse.

Les mécanismes spatiaux quant à eux sont très utiles vu la diversité des tâches qu'ils peuvent exécuter. Cependant, les modèles de ce type de mécanismes sont relativement complexes et leurs manipulations peuvent s'avérer difficiles.

Dans ce travail, on présente une méthode, basée sur le paramétrage de Denavit-Hartenberg, pour décrire la géométrie de ces mécanismes. Ce paramétrage est courant pour les chaînes cinématiques ouvertes et dans ce rapport on présente son application dans le cas des chaînes cinématiques fermées. L'avantage de ce paramétrage est la simplicité du modèle obtenu.

Nous nous intéresserons à la synthèse des mécanismes articulés spatiaux à une chaîne cinématique fermée à une seule mobilité. Dans une deuxième partie de ce travail, on s'intéresse à la synthèse des robots parallèles pour un espace de travail prescrit.

Le chapitre 1 de ce mémoire présente les définitions de base et les notions de synthèse, ainsi qu'une revue de la littérature sur la synthèse de mécanismes, et plus spécifiquement sur la synthèse dimensionnelle des mécanismes spatiaux.

Le chapitre 2 présente les modèles géométriques des mécanismes spatiaux qui seront formulés en un problème d'optimisation, pour le cas de génération de trajectoire et le cas de génération de fonction. La nouvelle modélisation proposée

utilise le paramétrage de Denavit-Hartenberg (DH). Ce paramétrage permet facilement d'étudier, les quatre familles de mécanismes que nous avons identifiées.

Le chapitre 3 étudie les problèmes d'optimisation énoncés dans la section précédente. Ils sont résolus par une technique d'optimisation basée sur un couplage entre un algorithme génétique et un contrôleur de logique floue. Ce chapitre développe également une application d'un mécanisme spatial, que nous avons proposé, comme dispositif anti-escarres pour équiper un siège pour personnes handicapées.

Le chapitre 4 est dédié à l'analyse et à la synthèse dimensionnelle du robot DELTA pour un espace de travail prescrit. Ce chapitre introduit la notion de puissance d'un point par rapport à une surface, utilisée dans la formulation du problème de synthèse. En fait, cette approche repose sur un processus d'optimisation génétique s'adaptant aux différents critères de synthèse.

Finalement, une conclusion ainsi qu'une discussion des perspectives des travaux futurs viennent clore cette présentation.

# ***Chapitre 1***

## ***Analyse Bibliographique : état de l'art***

---

### **I. Introduction**

### **II. Synthèse des mécanismes**

*II-1. Définitions*

*II-2. Différents types de problèmes de synthèse dimensionnelle*

*II-3. Exemples d'applications de mécanismes*

### **III. La synthèse des mécanismes plans**

*III-1. Mécanisme à quatre barres*

*III-2. Mécanisme à six barres :*

### **IV. La synthèse des mécanismes spatiaux**

*IV-1. Formulation cartésienne du problème de synthèse des mécanismes spatiaux (RSCR)*

*IV-2. Formulation cinématique du problème de synthèse des mécanismes spatiaux (RRSC)*

*IV-3. Formulation géométrique du problème de synthèse des mécanismes spatiaux (RSCR)*

### **V. Fonction objectif du problème de synthèse**

### **VI. Conclusion**

## I. INTRODUCTION

Une grande partie des tâches cinématiques spatiales est réalisée par des robots manipulateurs ou des machines à mécanismes plans multiples. Les robots manipulateurs, dont les liaisons sont toutes asservies, offrent une bonne flexibilité et bien souvent un degré de liberté supérieur à celui nécessaire à l'exécution de la tâche. Dans ce cas, il est plus raisonnable de remplacer le manipulateur par un mécanisme spatial avec un nombre de degrés de liberté limités.

La dynamique et la cinématique des systèmes polyarticulés ont fait l'intérêt des logiciels de CAO (Conception Assistée par Ordinateur). Le nom polyarticulé reste un terme général groupant l'ensemble des systèmes mécaniques tels que la direction d'automobile et le système de suspension, les robots, les machines industrielles, les satellites et les antennes paraboliques...etc.

Ils sont en général des systèmes composés par des corps rigides et flexibles liés entre eux par des liaisons cinématiques permettant de nombreux degrés de liberté nécessaires pour la réalisation de la tâche visée.

Le mécanisme spatial a plusieurs avantages par rapport aux robots manipulateurs et les mécanismes plans combinés dans les situations d'automatisation. Le meilleur exemple, d'après Doyle [Doyle 97], est celui de la tâche « de prise et de dépose » d'objets. Les avantages des mécanismes spatiaux sont la simplicité, le faible coût, la bonne fiabilité et la consommation modérée d'énergie et un coût économique raisonnable. Pour ces raisons, les mécanismes à un seul degré de liberté dépassent les manipulateurs à plusieurs degrés de liberté dans les tâches répétitives par la réduction de la maintenance et du prix de l'opération et par l'augmentation de la productivité au détriment néanmoins de la flexibilité.

On propose dans ce qui suit de présenter l'état de l'art relatif à la synthèse des mécanismes spatiaux. Un nombre représentatif de méthodes de synthèse, extrait de la littérature, est également présenté. Chaque méthode est adaptée à un type de mécanisme particulier. Elles utilisent des approches différentes basées sur une formulation cartésienne ou une formulation cinématique ou une formulation qui repose sur la géométrie. Les contraintes se répètent mais c'est la façon de les écrire qui change. Ce qui fait qu'on ne trouve pas de modélisation générale pour tous les mécanismes spatiaux.

Le point commun entre ces méthodes est qu'elles aboutissent toutes à un problème d'optimisation d'une fonction objective sujette à des contraintes.

## **II. SYNTHESE DES MECANISMES**

### **II-1. Définitions**

Avant de parler de synthèse de mécanismes, nous allons préciser la notion de mécanisme. Un mécanisme est un ensemble de pièces, déformables ou non, assemblées entre elles par des liaisons mécaniques. Dans la suite de ce manuscrit, nous considérons que chacune des pièces constituant un mécanisme est indéformable. La synthèse de mécanismes consiste à trouver un mécanisme, le meilleur au sens d'un ou de plusieurs critères prédéfinis, pour accomplir une tâche donnée.

Les problèmes considérés par la synthèse des mécanismes sont classés en deux catégories. La première catégorie inclut toutes les considérations concernant la sélection du type du mécanisme qui convient le plus à la tâche demandée. On parle alors de la synthèse topologique et c'est la première étape à réaliser par le concepteur. La deuxième catégorie, dite synthèse dimensionnelle, a pour but de choisir les valeurs de tous les paramètres géométriques et dimensionnels du mécanisme pour satisfaire le besoin exigé par la tâche.

Sandor et Erdman [Sandor 84] définissent trois types de synthèse dimensionnelle. La synthèse pour la génération de mouvement, la synthèse pour la génération de fonction et la synthèse pour la génération de trajectoire. Dans ce travail, on considère les deux derniers types de synthèses de mécanismes, à savoir la génération de fonction et la génération de trajectoire, bien que, la méthode puisse être appliquée à chacune des trois.

En ce qui concerne les tâches, il s'agit de génération de trajectoire quand seule, la trajectoire d'un point du solide, non lié au bâti, présente de l'intérêt [Sardain 93]. Le solide considéré est dit traceur. Si un mouvement est exigé au solide, on parle dans ce cas de génération de mouvement. Dans le cas où le solide serait lié au bâti, on parle de générateur de fonction. Le paramètre de «sortie» est une fonction du paramètre d'«entrée».

La synthèse topologique est un problème qui dépend de l'expérience du concepteur et il est difficile de la décrire d'une manière algorithmique. Par contre, la synthèse dimensionnelle est plus facile à résoudre par des approches graphiques ou algébriques ([Ullah 97], [Alba 00], [Chocron00], [Dalio 00], [Balli 01], [Kalnas 01],[Laribi 04], ...).

La nature du mécanisme traité, qu'il soit plan ou spatial, évoque la difficulté de résolution du problème de synthèse. Une grande partie des travaux de recherche se sont intéressés aux mécanismes plans, plus simples à traiter. Mais

on trouve aussi, des auteurs qui ont traité des mécanismes spatiaux ([Permkumar 88], [Jimènz 97], [Ananthasuresh 94], [Russell 01], ...).

Les difficultés rencontrées lors de la résolution des problèmes de synthèse des mécanismes spatiaux sont essentiellement :

- Le choix du paramétrage (stricte, redondant, ...).
- La définition du problème d'optimisation (la fonction objective, les contraintes, ...).
- Le choix de la méthode d'optimisation (gradient généralisé réduit, Newton-Raphson, ...).

En ce qui concerne les méthodes d'optimisation, une nouvelle famille de méthodes d'ordre zéro, dites heuristiques a fait son apparition dans le traitement des problèmes de synthèse des mécanismes plans. Ces méthodes sont basées sur les algorithmes génétiques. Parmi ces travaux, on peut citer les travaux de Kunjur et *al.* [Kunjur 95], Cabrera et *al.* [Cabrera 02].

Il est important de noter que, jusqu'à présent, il n'existe pas de formulation traitant un ensemble ou une famille de mécanismes spatiaux.

## II-2. Différents types de problèmes de synthèse dimensionnelle

En général, les problèmes traités par la synthèse dimensionnelle sont groupés dans trois familles différentes : génération de trajectoire, génération de fonction et génération de mouvement. Quand le mouvement du solide n'est pas lié au bâti, on parle soit de générateur de mouvement lorsque tout le solide participe à la tâche, soit de génération de trajectoire lorsque seule la trajectoire d'un point du solide a de l'intérêt. Dans les deux cas, le solide considéré est dit traceur. Quand on considère le mouvement d'un solide lié au bâti, on parle de génération de fonction. Le mécanisme à quatre barres suivant illustre (figure 1, 2, 3) chaque type de problème.

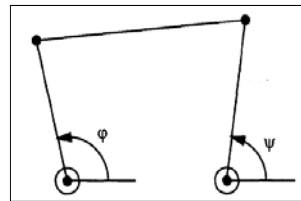


Figure I. 1 : Génération de fonction.

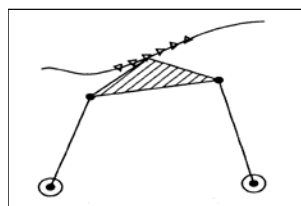


Figure I. 2 : Génération de trajectoire.

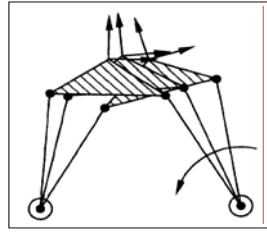


Figure I. 3 : Génération de mouvement.

### II-3. Exemples d'applications de mécanismes

Les mécanismes plans ont connus une vaste application dans plusieurs domaines. Parmi les mécanismes qui ont trouvé un succès, on peut citer le mécanisme à quatre barres, le mécanisme bielle-manivelle, .... Le mécanisme à quatre barres est construit par quatre corps rigides : le bâti, ou l'élément fixe, auquel est lié la manivelle et le suiveur ; entre ces deux derniers, on trouve la bielle. Ces éléments sont connectés par quatre liaisons rotoïdes, permettant des rotations relatives entre les membres adjacents. Les axes des différentes liaisons sont parallèles.

Le point sur la bielle du mécanisme à quatre barres est appelé traceur ; et il génère une trajectoire au moment de la rotation de la manivelle. Un exemple de trajectoire est présenté sur la Figure I. 4.

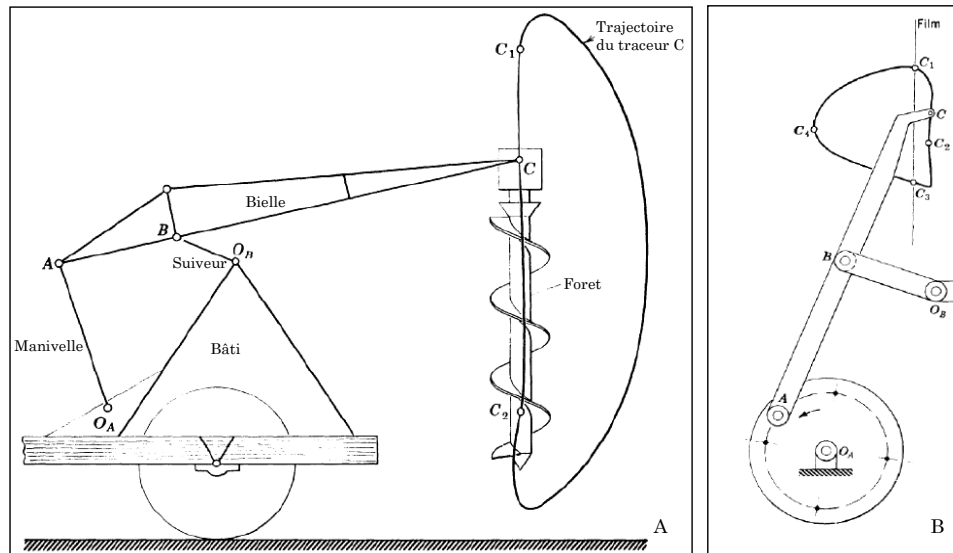


Figure I. 4 : A-Un foreur portatif [DH 64] et B- Mécanisme d'avance de film d'un appareil-photo[Sandor 84].

La cinématique des mécanismes spatiaux contrairement aux mécanismes plans présente plus de complexité. Par contre, les mécanismes spatiaux trouvent une large application quand le mouvement des mécanismes plans est limité. Avec le progrès technologique et la puissance de calcul, le problème de synthèse est surmonté.

Les quelques modifications pratiques de ce mécanisme à quatre barres spatial se sont avérées très utiles. Le mécanisme agitateur ([Chironis 66], [Fisher 03]) et certaines machines agricoles ([Chen 73], [Yu 88]) sont seulement quelques unes des nombreuses applications des mécanismes spatiaux documentés dans la littérature.

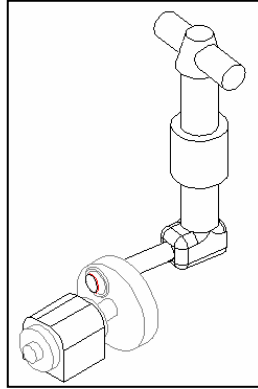


*Figure I. 5: Mécanisme agitateur*

### III. LA SYNTHÈSE DES MÉCANISMES PLANS

Dans ce paragraphe, nous allons présenter la synthèse des mécanismes plans ([Laribi 02], [Laribi 04-1], [Laribi 04-2]), le mécanisme à quatre barres et le mécanisme à six barres. Les deux mécanismes sont traités en un problème d'optimisation pour le cas de génération de trajectoire. Une formulation est présentée pour chaque type de mécanisme. La résolution que nous proposons pour ces deux problèmes est basée sur l'utilisation des Algorithmes génétiques. Cette approche consiste à faire évoluer, par des opérateurs génétiques, une population d'individus jusqu'à l'obtention d'une solution. Un individu est un mécanisme caractérisé par ces paramètres de conception présenté dans X. Pour mesurer, au sein d'une population, l'aptitude d'un individu, on utilise la fonction objective, appelée dans la terminologie des algorithmes génétiques fonction fitness. Dans ce cas, cette fonction mesure l'aptitude d'un mécanisme à décrire une trajectoire visée, c'est l'erreur structurale qu'on détaille par la suite.

#### III-1. Mécanisme à quatre barres

##### III.1.1. L'erreur structurale orientée de l'élément fixe $E_s$

Quand la manivelle AB fait un tour complet (Figure I. 6) le point M de la bielle décrit une courbe fermée K. Pour que le point M de la dyade ABM génère cette courbe K, les longueurs des éléments doivent satisfaire les conditions suivantes :

$$\begin{aligned} L_1 + L_2 &= R_{\max} \\ |L_1 - L_2| &= R_{\min} \end{aligned} \quad (I.1)$$

Où ,  $R_{\max}$  et  $R_{\min}$  sont respectivement la plus courte et la plus longue distance de A jusqu'à la courbe.

Les longueurs  $L_2$ ,  $L_3$  et  $L_4$  ainsi que l'angle de la bielle  $\beta$  sont des paramètres indépendants du mécanisme. En tout, on compte six paramètres, en ajoutant les coordonnées du point A ( $x_A$  et  $y_A$ ).

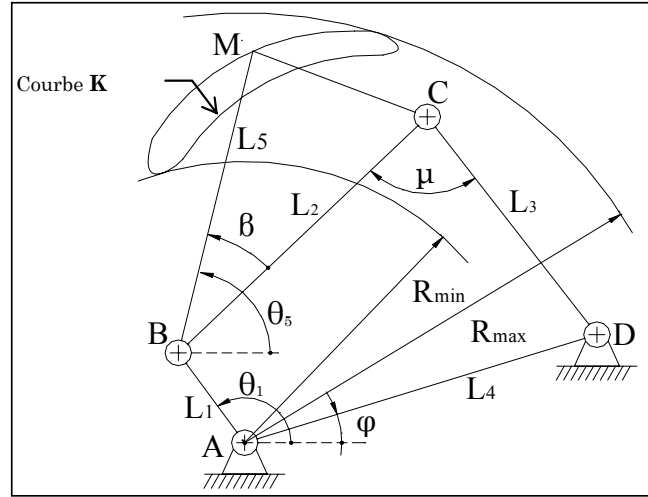


Figure I. 6 : Mécanisme à quatre barres.

Dans une phase de vérification d'une configuration donnée, le point D est supposé en mouvement. Normalement, ce point ne doit pas décrire un arc de cercle (Figure I. 7) sinon cet arc représente l'erreur structurale de la configuration évaluée. Dans ce cas, cette erreur est définie par :

$$E_s = \varphi_{\max} - \varphi_{\min} \quad (I.2)$$

Avec,

$\varphi_{\max}$  et  $\varphi_{\min}$  les orientations maximale et minimale de l'élément AD.

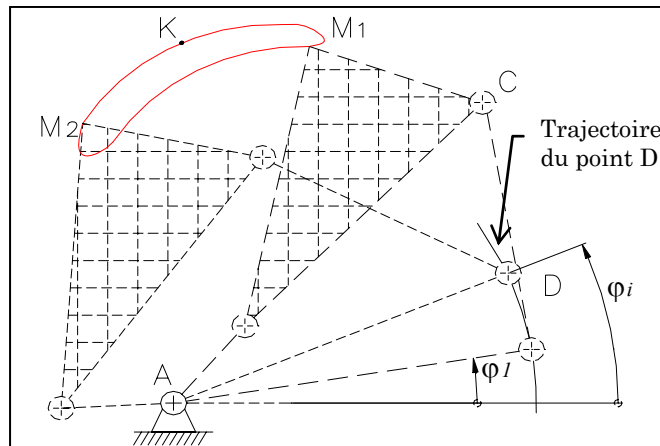


Figure I. 7 : Trajectoire du point D en arc de cercle entre la position 1 ( $\varphi_1$ ) et une position quelconque  $i$  ( $\varphi_i$ ).

Les valeurs des angles  $\theta_1$  et  $\theta_5$  (Figure I. 6) peuvent être déterminées en fonction des coordonnées du point M :

$$\theta_1 = \tan^{-1}\left(\frac{y_M - y_A}{x_M - x_A}\right) \pm \cos^{-1}\left(\frac{L_1^2 + (x_M - x_A)^2 + (y_M - y_A)^2 - L_5^2}{2L_1\sqrt{(x_M - x_A)^2 + (y_M - y_A)^2}}\right) \quad (I.3)$$

Le  $(\pm)$  correspond aux deux sens de rotation de la manivelle AB.

$$\theta_5 = \tan^{-1}\left(\frac{y_M - y_A - L_1 \sin \theta_1}{x_M - x_A - L_1 \cos \theta_1}\right) \quad (I.4)$$

Les coordonnées du point C sont :

$$x_C = x_A + L_1 \cos \theta_1 + L_2 \cos \theta_2 \quad (I.5)$$

$$y_C = y_A + L_1 \sin \theta_1 + L_2 \sin \theta_2 \quad (I.6)$$

Avec,

$$\theta_2 = \theta_5 - \beta \quad (I.7)$$

Donc, l'angle d'orientation de l'élément AD est obtenu par :

$$\varphi = \tan^{-1}\left(\frac{y_C - y_A}{x_C - x_A}\right) - \cos^{-1}\left(\frac{L_4^2 + (x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2 - L_3^2}{2L_4\sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2}}\right) \quad (I.8)$$

### III.1.2. Le modèle mathématique du problème

La population initiale est générée en fonction de la taille de la population et de l'intervalle d'existence des éléments d'un individu X. Cet intervalle est décrit comme suit :

$$I = [x_{i,\inf}, x_{i,\sup}]_{i=1,\dots,6} \quad (I.9)$$

Les six paramètres du problème constituent les éléments d'un individu X d'une population. L'individu est représenté par un vecteur de dimension six :  $X = [x_A, y_A, L_2, L_3, L_4, \beta]$ .

La fonction objective à minimiser est l'erreur structurale orientée  $E_s$  de l'élément AD. D'autre part, trois contraintes géométriques sont à satisfaire par la configuration définie par l'individu X. Ces contraintes sont prises en compte pour limiter l'espace de recherche des solutions.

La première contrainte est la rotation continue de la manivelle AB. L'angle  $\theta_1$  doit varier dans le même sens de rotation. Ce qui peut être défini par :

$$g_1(i) = \theta_{1,i} - \theta_{1,i+1} \leq 0 \quad i=1,\dots,(q-1), \text{ le cas du sens trigonométrique.} \quad (I.10)$$

$$g_2(i) = \theta_{1,i+1} - \theta_{1,i} \leq 0 \quad i=1,\dots,(q-1), \text{ le cas du sens horaire.} \quad (I.11)$$

Avec,

$q$  le nombre de points sur la trajectoire désirée.

Les deux autres contraintes traduisent le non-coincement du mécanisme lorsque la manivelle passe par les deux positions extrêmes où elle s'aligne avec l'élément AC. Ces deux contraintes sont définies par :

$$g_3 = L_2^2 + L_3^2 - (L_4 - L_1)^2 - 2L_2L_3 \cos \mu_1 \leq 0 \quad (\text{I.12})$$

$$g_4 = -L_2^2 - L_3^2 + (L_4 + L_1)^2 + 2L_2L_3 \cos \mu_2 \leq 0 \quad (\text{I.13})$$

Avec,

$\mu_1$  et  $\mu_2$  sont des dépassements virtuels fixés de part et d'autre des deux valeurs extrêmes  $\mu_{min}$  et  $\mu_{max}$  de l'angle de transmission  $\mu$  (Figure I. 6 ).

### III-2. Mécanisme à six barres :

Le mécanisme à six barres plan considéré (Figure I. 8) est constitué par deux mécanismes à quatre barres en série. Pour le cas de  $n$  points définis par les positions du point M et l'angle d'entrée correspondant de la manivelle, on écrit les équations analytiques de fermeture de cycles en respectant le paramétrage de la Figure I. 8.

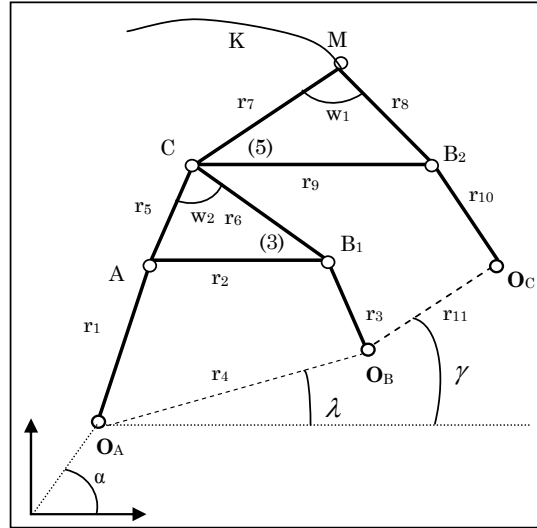


Figure I. 8 : Mécanisme à six barres (Stephenson-III)

$$\text{Cycle 1, } OO_A CMO : ae^{i\alpha} + r_1 e^{i\theta_{1j}} + r_5 e^{i\theta_{5j}} + r_7 e^{i\theta_{7j}} = d_j e^{i\delta_j} \quad (\text{I.14})$$

$$\text{Cycle 2, } OO_B B_1 CMO : be^{i\lambda} + r_3 e^{i\theta_{3j}} + r_6 e^{i\theta_{6j}} + r_7 e^{i\theta_{7j}} = d_j e^{i\delta_j} \quad (\text{I.15})$$

$$\text{Cycle 3, } OO_C B_2 MO : ee^{i\gamma} + r_{10} e^{i\theta_{10j}} + r_8 e^{i\theta_{8j}} = d_j e^{i\delta_j} \quad (\text{I.16})$$

Chaque cycle conduit à deux équations :

Le Cycle 1 :

$$\begin{cases} a \cos(\alpha) + r_1 \cos(\theta_{1j}) + r_5 \cos(\theta_{5j}) + r_7 \cos(\theta_{7j}) = d_j \cos \delta_j \\ a \sin(\alpha) + r_1 \sin(\theta_{1j}) + r_5 \sin(\theta_{5j}) + r_7 \sin(\theta_{7j}) = d_j \sin \delta_j \end{cases} \quad (\text{I.17})$$

Le Cycle 2 :

$$\begin{cases} b \cos(\lambda) + r_3 \cos(\theta_{3j}) + r_6 \cos(\theta_{6j}) + r_7 \cos(\theta_{7j}) = d_j \cos \delta_j \\ b \sin(\lambda) + r_3 \sin(\theta_{3j}) + r_6 \sin(\theta_{6j}) + r_7 \sin(\theta_{7j}) = d_j \sin \delta_j \end{cases} \quad (\text{I.18})$$

Le Cycle 3 :

$$\begin{cases} e \cos(\gamma) + r_{10} \cos(\theta_{10j}) + r_8 \cos(\theta_{8j}) = d_j \cos \delta_j \\ e \sin(\gamma) + r_{10} \sin(\theta_{10j}) + r_8 \sin(\theta_{8j}) = d_j \sin \delta_j \end{cases} \quad (\text{I.19})$$

Avec,

$$OM = d_j \exp(i\delta_j), \quad OO_A = a \exp(i\alpha_j), \quad OO_B = b \exp(i\lambda_j) \quad \text{et} \quad OO_C = e \exp(i\gamma_j).$$

$\theta_i$  l'angle entre l'horizontale et l'élément  $i$ .

On peut écrire deux autres équations qui lient les angles  $(\theta_5, \theta_6)$  et  $(\theta_7, \theta_8)$  respectivement sur les éléments rigides 3 et 5 :

$$\theta_8 = \theta_7 + w_1 \quad (\text{I.20})$$

$$\theta_6 = \theta_5 + w_2 \quad (\text{I.21})$$

Les dix-sept paramètres du problème constituent les éléments d'un individu  $X$  d'une population dans l'approche génétique. L'individu est représenté par le vecteur suivant :

$$X = [a, e, r_1, r_2, r_3, r_4, r_5, r_7, r_8, r_{10}, w_1, x_A, y_A, r_2, r_3, r_4, \beta] \quad (\text{I.22})$$

### III.2.1. Algorithme global de recherche :

Nous traitons le problème de synthèse dimensionnelle du mécanisme à six barres d'une manière analogue à celle de quatre barres. La démarche adoptée est constituée de deux phases (Figure I. 9).

La 1<sup>ière</sup> phase consiste à optimiser l'erreur structurale orientée  $E_{s1} = \varphi_{1\max} - \varphi_{1\min}$ , en fonction de la trajectoire K du point M (voir Figure I. 6).

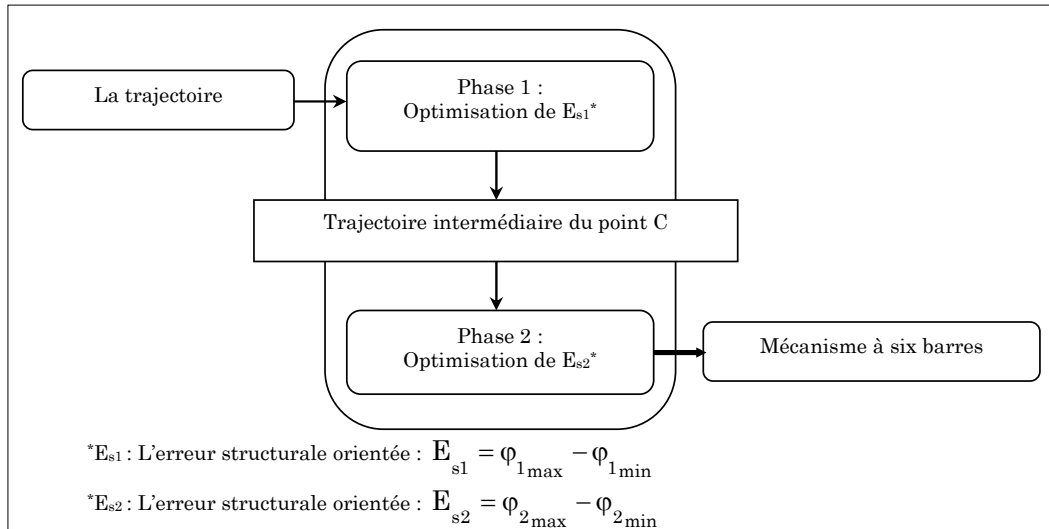


Figure I. 9 : Démarche globale de synthèse dimensionnelle.

La connaissance des positions du point C, déjà déterminées dans l'étape précédente, permet de lancer la 2<sup>ème</sup> phase qui traitera l'optimisation de l'erreur structurale orientée  $E_{s2} = \varphi_{2\max} - \varphi_{2\min}$ , pour aboutir enfin au mécanisme à six barres final.

### III.2.2. Phase 1 : OPTIMISATION de l'erreur $E_{s1}$ :

Pour que le point M décrive la courbe K, il faut que l'élément  $O_A A$  effectue un tour complet. Ce qui impose la condition de rotation continue de la manivelle  $O_A A$  :

$$\theta_{1,i} - \theta_{1,i+1} < 0 \quad ; \text{ sens de rotation trigonométrique.}$$

Dans la première phase, nous considérons uniquement le cycle ( $O_A A C B_2 O_C O_A$ ) représenté sur la Figure I. 10. Dans ce cas, nous avons les huit paramètres indépendants pour la synthèse dimensionnelle du mécanisme à six barres dans sa première phase. Ces variables sont représentées par le vecteur :

$$X_1 = [a \ e \ r_1 \ r_5 \ r_7 \ r_8 \ r_{10} \ w_1] \quad (I.23)$$

Pour un choix de ce groupe de variables, on détermine le mouvement de la dyade  $O_A O_C B_2$ . On mène la boucle  $O_A A C B_2 O_C$  avec  $O_C$  non fixe et on fait parcourir M le long de la trajectoire désirée. La variation de l'angle d'orientation de l'élément  $O_A O_C$  est définie comme l'erreur structurale  $E_{s1}$  de l'élément fixe quand M se déplace le long de la courbe K. Si le mécanisme génère exactement la trajectoire désirée alors l'erreur sera nulle. Elle reflète la différence entre la courbe désirée et celle obtenue.

$$E_{s1} = \varphi_{1\max} - \varphi_{1\min} \quad \text{Avec, } \varphi_1 = \tan^{-1} \left[ \frac{y_{O_C} - y_{O_A}}{x_{O_C} - x_{O_A}} \right]$$

Avec,

$E_{s1}$  est l'erreur structurale orientée de l'élément fixe.

$\varphi_{1\max}$  et  $\varphi_{1\min}$  représentent respectivement la valeur maximale et minimale de l'angle d'orientation de l'élément  $O_A O_C$ .

A partir des coordonnées du point M et la valeur de l'angle d'entrée de la manivelle, on peut en déduire les positions des points A, C,  $B_2$ , et  $O_C$ .

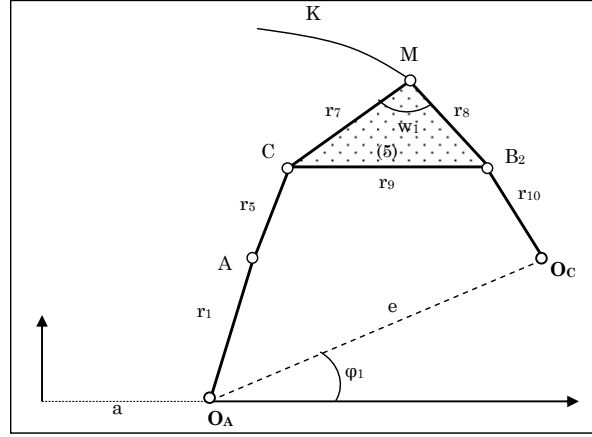


Figure I. 10: Optimisation à la phase 1

Pour minimiser l'erreur structurale orientée de l'élément fixe  $O_A O_C$ , les coordonnées du point C doivent permettre au point M de parcourir la courbe désirée quand la manivelle  $O_A A$  tourne uniformément.

On écrit alors le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} (x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2 = r_5^2 \\ (x_C - x_M)^2 + (y_C - y_M)^2 = r_7^2 \end{cases} \quad (I.24)$$

Avec,

$$\begin{cases} x_A = x_{O_A} + r_1 \cos(\theta_1) \\ y_A = y_{O_A} + r_1 \sin(\theta_1) \end{cases} \quad (I.25)$$

Les conditions géométriques sur l'élément rigide 5 permettent de déterminer les positions correspondantes du point  $B_2$ . On a le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} (x_M - x_{B_2})^2 + (y_M - y_{B_2})^2 = r_8^2 \\ (x_C - x_{B_2})^2 + (y_C - y_{B_2})^2 = r_9^2 \end{cases} \quad (I.26)$$

Enfin, l'équation de la dyade  $O_A O_C B_2$  permet de déduire la position de  $O_C$ .

$$\begin{cases} (x_{O_C} - x_{O_A})^2 + (y_{O_C} - y_{O_A})^2 = e^2 \\ (x_{O_C} - x_{O_A})^2 + (y_{O_C} - y_{O_A})^2 = r_{10}^2 \end{cases} \quad (I.27)$$

A la fin de la première phase, on aura comme résultats les dimensions :  $a$ ,  $c$ ,  $r_1$ ,  $r_5$ ,  $r_7$ ,  $r_8$  et  $r_{10}$  et l'angle  $w_1$ . Ainsi, on peut déduire la trajectoire intermédiaire parcourue par le point C lors du mouvement de M. Cette trajectoire correspond à la donnée du problème de synthèse du mécanisme à quatre barres du cycle 2 ( $O_A A C B_1 O_B O_A$ ) ou ce qu'on a appelé la phase 2 dans la partie qui suit (Figure I. 11).

### III.2.3. Phase 2 : OPTIMISATION de l'erreur $E_{s2}$ :

Dans cette phase, nous cherchons à optimiser les paramètres indépendants du mécanisme qui minimise l'erreur structurale  $E_{s2}$  de l'élément fixe  $O_A O_B$ . La

fonction objective à minimiser dans cette partie est l'erreur structurale orientée de l'élément  $O_A O_B$ .

$$E_{s2} = \varphi_{2\max} - \varphi_{2\min} \quad (I.28)$$

Les conditions géométriques sur l'élément 3 permettent de déterminer les positions correspondantes du point  $B_1$ . Sachant que la courbe générée par C est un résultat de la phase 1. On a le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} (y_A - y_{B_1})^2 + (x_A - x_{B_1})^2 = r_2^2 \\ (y_C - y_{B_1})^2 + (x_C - x_{B_1})^2 = r_6^2 \end{cases} \quad (I.29)$$

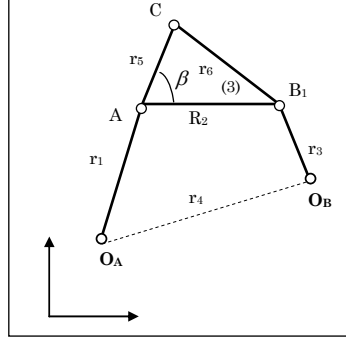


Figure I. 11 : Optimisation à la phase 2.

L'équation de la dyade  $O_A O_B B_1$  permet de déduire la position de  $O_B$  :

$$\begin{cases} (y_{O_B} - y_{O_A})^2 + (x_{O_B} - x_{O_A})^2 = r_4^2 \\ (y_{B_1} - y_{O_B})^2 + (x_{B_1} - x_{O_B})^2 = r_3^2 \end{cases} \quad (I.30)$$

A la fin de la deuxième phase, on aura comme résultats les dimensions  $r_2$ ,  $r_3$ , et  $r_4$  et l'angle  $\beta$ . La phase 2 est traitée comme le cas du mécanisme à quatre barres présenté au premier exemple.

#### IV. LA SYNTHÈSE DES MÉCANISMES SPATIAUX

On présente dans ce paragraphe trois méthodes de synthèse de mécanismes spatiaux. Chaque méthode utilise une formulation différente des autres, cartésienne, géométrique et cinématique. Par contre, elles traduisent les mêmes contraintes, souvent le fait que les longueurs des barres soient constantes ...etc.

Les méthodes sont présentées à travers l'étude de mécanismes spatiaux, RSCR et RRSC. Le choix des mécanismes est effectué par les auteurs, Jiménez *et al.* [Jiménez 97], Premkumar [Premkumar 88] et Ananthasuresh *et al.* [Ananthasuresh 94]. On détaille dans la suite ces méthodes.

## IV-1. Formulation cartésienne du problème de synthèse des mécanismes spatiaux (RSCR)

### IV.1.1. Introduction

La formulation proposée par Jimènez *et al.* [Jimènez 97] pour la synthèse cinématique des mécanismes spatiaux utilise un système de coordonnées cartésiennes. Le mécanisme est modélisé par un système d'équations algébriques appelé « *restrictions géométriques* ». Tandis que, les conditions de mouvements imposées sont exprimées sous forme d'un système appelé « *restrictions fonctionnelles* ». La méthode appartient à la catégorie qui traite les problèmes de synthèse dimensionnelle. Elle optimise le comportement du mécanisme, exprimé sous forme de restrictions, en modifiant les paramètres géométriques comme les dimensions et les angles. Dans ce but, une fonction objectif à minimiser est définie en fonction de ces paramètres pour en synthétiser les valeurs.

La donnée des restrictions fonctionnelles et géométriques constitue un système d'équations non linéaires représentant l'ensemble des contraintes imposées au mécanisme.

Le type de coordonnées le plus utilisé dans l'analyse des mécanismes polyarticulés est les coordonnées relatives et les coordonnées cartésiennes. Les coordonnées relatives décrivent la position de chaque corps en relation avec celles de son précédent dans la chaîne cinématique. D'autre part, les coordonnées cartésiennes définissent la position absolue de chaque corps dans un repère de référence.

Le point clé de cette formulation, d'après Jimènez *et al.* [Jimènez 97], est l'utilisation des coordonnées cartésiennes. Les variables apparaissent explicitement dans les équations sans avoir recours à des transformations.

On présente dans ce qui suit la formulation proposée par Jimènez *et al.* [Jimènez 97] pour le cas d'un mécanisme à quatre barres plan et pour le cas d'un mécanisme spatial à chaîne fermée RSCR (Rotoïde – Sphérique – Cylindrique - Rotoïde).

### IV.1.2. Méthode proposée

#### IV.1.2.a Cas d'un mécanisme plan

Le premier exemple est le mécanisme à quatre barres, Figure I. 12, avec trois liaisons pivots et une liaison prismatique. Il a trois corps mobiles localisés respectivement entre les points A et 1, 1 et 2, 3 et B. Les points A et B sont fixes.

Ce mécanisme a un seul degré de liberté et six paramètres dépendants :  $d_{A1}, d_{12}, d_{3B}, \alpha_{34}, x_4, y_4$ .

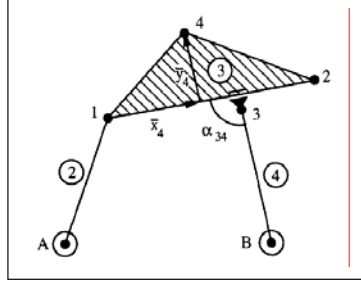


Figure I. 12 : Mécanisme à quatre barres.

Où,  $d_{A1}, d_{12}, d_{3B}$  : sont les longueurs entre les points A et 1, 1 et 2, 3 et B respectivement.

Les cinq équations représentant les restrictions géométriques sont :

$$(x_A - x_2)^2 + (y_A - y_2)^2 - d_{A1}^2 = 0 \quad (\text{I.31})$$

$$(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 - d_{12}^2 = 0 \quad (\text{I.32})$$

$$(x_3 - x_B)^2 + (y_3 - y_B)^2 - d_{3B}^2 = 0 \quad (\text{I.33})$$

$$(x_3 - x_1)(y_2 - y_1) - (y_3 - y_1)(x_2 - x_1) = 0 \quad (\text{I.34})$$

$$(x_2 - x_1)(x_3 - x_B) + (y_2 - y_1)(y_3 - y_B) - d_{12}d_{3B} \cos(\alpha_{34}) = 0 \quad (\text{I.35})$$

Où,  $x_i$  et  $y_i$  sont les coordonnées du point  $i$  et  $d_{ij}$  est la distance entre les points repérés par  $i$  et  $j$ .

Les conditions (I.31), (I.32) et (I.33) représentent les contraintes sur les longueurs. La relation (I.34) traduit le fait que le point, repéré par 3, doit rester sur la droite passant par les points 1 et 2. La condition de l'angle constant entre les éléments 3 et 4 est traduite par (I.35).

Les coordonnées du point 4, le traceur, de la bielle sont données par :

$$x_4 - x_1 - \frac{(x_2 - x_1)}{d_{12}}x_4 + \frac{(y_2 - y_1)}{d_{12}}y_4 = 0 \quad (\text{I.36})$$

$$y_4 - y_1 - \frac{(y_2 - y_1)}{d_{12}}x_4 + \frac{(x_2 - x_1)}{d_{12}}y_4 = 0 \quad (\text{I.37})$$

Dans le système d'équation formé par (I.31)-(I.37) on a :

- Des équations quadratiques.
- Des inconnues :  $\mathbf{q}^T = \{x_1, y_1, x_2, y_2, x_3, y_3, x_4, y_4\}$
- Des paramètres géométriques :  $\mathbf{b}^T = \{d_{A1}, d_{12}, d_{3B}, \alpha_{34}, x_4, y_4\}$

L'ensemble des ces équations sera utilisé par la suite pour la formulation du problème.

#### IV.1.2.b Cas d'un mécanisme spatial

L'utilisation des coordonnées cartésiennes pour la synthèse des mécanismes spatiaux est illustrée à travers l'exemple du mécanisme spatial représenté par la Figure I. 13.

C'est le mécanisme RSCR formé par trois corps mobiles reliés par deux liaisons rotoïde (R), une liaison sphérique (S) et une liaison cylindrique (C).

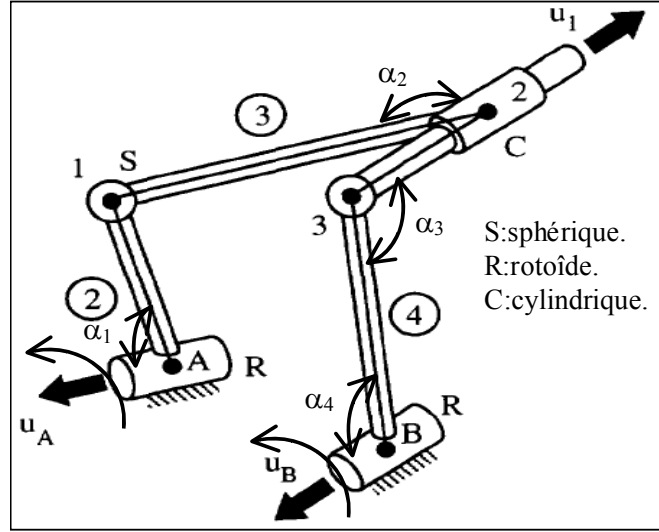


Figure I. 13 : mécanisme spatial RSCR.

La position du corps (②) est définie par les points A, 1 et le vecteur unitaire  $\mathbf{u}_A$ ; le corps (③) est repéré par les points 1, 2 et le vecteur unitaire  $\mathbf{u}_1$ ; le corps (④) est localisé par les points 3, B et les deux vecteurs  $\mathbf{u}_1$  et  $\mathbf{u}_B$ .

Sachant que, les points A et B ( $r_A$  et  $r_B$ ) et les vecteurs unitaires  $\mathbf{u}_A$  et  $\mathbf{u}_B$  sont fixes, un total de 12 variables à 11 équations contraintes est considéré. Elles sont définies comme suit :

$$(\mathbf{r}_A - \mathbf{r}_1)^T (\mathbf{r}_A - \mathbf{r}_1) - d_{A1}^2 = 0 \quad (\text{I.38})$$

$$\mathbf{u}_A^T (\mathbf{r}_A - \mathbf{r}_1) - d_{A1} \cos(\alpha_1) = 0 \quad (\text{I.39})$$

$$(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)^T (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) - d_{12}^2 = 0 \quad (\text{I.40})$$

$$\mathbf{u}_1^T (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) - d_{12} \cos(\alpha_2) = 0 \quad (\text{I.41})$$

$$\mathbf{u}_1^T \mathbf{u}_1 - 1 = 0 \quad (\text{I.42})$$

$$(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_3) \mathbf{u}_1 = 0 \quad (\text{I.43})$$

$$(\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_B)^T (\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_B) - d_{3B}^2 = 0 \quad (\text{I.44})$$

$$\mathbf{u}_1^T (\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_B) - d_{3B} \cos(\alpha_3) = 0 \quad (\text{I.45})$$

$$\mathbf{u}_B^T (\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_B) - d_{3B} \cos(\alpha_4) = 0 \quad (\text{I.46})$$

$$\mathbf{u}_1^T \mathbf{u}_B - \cos(\alpha_5) = 0 \quad (\text{I.47})$$

Les conditions sur le corps rigide (②) sont données par les équations (I.38) et (I.39). La condition (8) impose une longueur constante entre les points 1 et 2. Tandis que (9) impose la condition sur l'angle entre le vecteur  $(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)$  et  $\mathbf{u}_A$ . Il en est de même pour les corps rigides (③) [(I.40)-(I.42)] et 4 [(I.44)-(I.47)]. L'expression vectorielle (I.43) est déduite de la condition d'alignement entre les points 2, 3 et le vecteur unitaire  $\mathbf{u}_1$ , imposé par la liaison cylindrique.

Les équations obtenues pour le mécanisme spatial considéré montrent les mêmes caractéristiques que celles impliquées par le cas du mécanisme plan. Elles sont quadratiques en fonction des paramètres géométriques.

#### IV.1.3. Les contraintes du problème de synthèse

Les équations de restrictions géométriques décrivent le modèle cinématique du mécanisme. Ce système d'équations est exprimé sous la forme :

$$\Phi(\mathbf{q}, \mathbf{b}) = 0 \quad (\text{I.48})$$

Avec,

$\Phi$  : La fonction vectorielle définissant les contraintes géométriques du mécanisme.

$\mathbf{b}$  : Le vecteur des variables géométriques.

$\mathbf{q}$  : Le vecteur des coordonnées dépendantes.

La résolution du problème de synthèse cinématique nécessite l'ajout, au système (I.48), d'équations dites restrictions fonctionnelles afin de déterminer le vecteur des variables géométriques  $\mathbf{b}$ .

L'objectif de ces restrictions fonctionnelles est d'imposer des exigences de fonctionnement à respecter par le système polyarticulé. Une étude de synthèse en génération de fonction exige l'addition de deux variables au vecteur des coordonnées dépendantes, l'angle d'entrée  $\varphi$  et l'angle de sortie  $\psi$ . Ainsi, la contrainte fonctionnelle reliant les deux angles est définie comme suit :

$$\psi^i - f(\varphi^i) = 0; i = 1, \dots, N \quad (\text{I.49})$$

Le cas de génération de trajectoire et le cas de génération de mouvement sont étudiés de la même manière. La génération de trajectoire impose des restrictions fonctionnelles sur les positions décrites par le traceur (le point décrivant la trajectoire), tandis que la génération de mouvement fait appel à des restrictions appliquées simultanément sur les positions et les orientations du traceur.

Jiménez *et al.* expriment les restrictions fonctionnelles comme un ensemble de relations impliquant les différentes coordonnées dépendantes  $\mathbf{q}$ , comme c'est présenté dans le tableau suivant :

Tableau I. 1: Les restrictions fonctionnelles

| Synthèse                                                                         | Restrictions fonctionnelles                                     |
|----------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------|
| Génération de fonction<br>Génération de trajectoire<br>Guidage des corps rigides | $F(q^i) = 0; i = 1, \dots, N$<br>$N$ : nombre de configurations |

En conclusion, le système polyarticulé doit satisfaire l'ensemble des équations définies par (I.50), les restrictions géométriques et les restrictions fonctionnelles, à chaque configuration  $i$ .

$$\mathbf{S}^i(\mathbf{q}^i, \mathbf{b}) = \begin{Bmatrix} \Phi^i(\mathbf{q}^i, \mathbf{b}) \\ F(\mathbf{q}^i) \end{Bmatrix} = 0 \quad (\text{I.50})$$

Où,

$\Phi^i$  : Les restrictions géométriques.

$F$  : Les restrictions fonctionnelles.

## IV-2. Formulation cinématique du problème de synthèse des mécanismes spatiaux (RRSC)

### IV.2.1. Introduction

Le mécanisme à quatre barres spatial peut être construit comme un mécanisme de type RRSC, RSSP ou RSCP (R : rotoïde, S : sphérique, P : prismatique). Premkumar [Premkumar 88] présente une technique basée sur la description cinématique pour la synthèse du mécanisme RRSC.

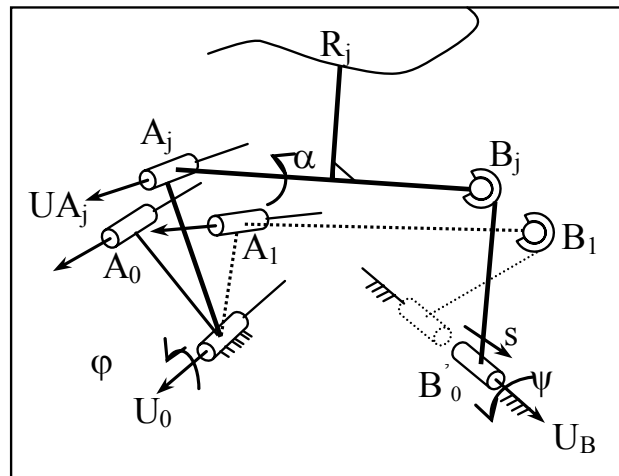


Figure I. 14: Mécanisme RRSC.

Cette chaîne cinématique admet un élément d'entrée à deux liaisons rotoïde et un élément de sortie à une liaison sphérique et une liaison cylindrique (Figure I. 14).

L'entrée du mécanisme est la rotation ( $\varphi$ ) de la manivelle. La sortie admet deux mouvement indépendant, soit un seul degrés de liberté, le déplacement (s) du coulisseau et la rotation ( $\psi$ ) de la liaison cylindrique (Figure I. 14). Ce mécanisme permet de faire deux types de génération de fonction : une génération de fonction de déplacement angulaire et une génération de fonction de déplacement linéaire.

#### IV.2.2. Méthode proposée

La procédure d'optimisation proposée par Premkumar, pour la synthèse des mécanismes, fait appel à une routine d'analyse pour déterminer le déplacement (s) réel du coulisseau et la position du point R de la bielle. Cette étape est effectuée pour chaque point de recherche le long du processus de synthèse.

L'utilisation des procédures itératives existantes pour l'analyse cinématique des mécanismes augmente considérablement le temps de calcul et réduit les chances de trouver une solution. Il est important donc de développer une méthode d'analyse, dans laquelle les paramètres de sortie sont directement déterminés en fonction des paramètres d'entrée.

Par exemple, pour le cas du mécanisme RRSC, la position du point traceur ou l'angle et la position de l'élément de sortie (S-C) sont déterminées en fonction des paramètres du mécanisme et de l'angle d'entrée.

Les paramètres du mécanisme sont exprimés sous forme de vecteurs colonnes comprenant chacun trois éléments, les composantes respectives suivant  $x$ ,  $y$  et  $z$  :

$\mathbf{A}_0 = [x_1, x_2, x_3]^T$  : Le centre de la liaison rotoïde d'entrée (fixe).

$\mathbf{A}_1 = [x_4, x_5, x_6]^T$  : La position du point Aj à la position initiale (Figure I. 14).

$\mathbf{B}_0 = [x_7, x_8, x_9]^T$  : Le centre de la liaison cylindrique de sortie (fixe).

$\mathbf{B}_1 = [x_{10}, x_{11}, x_{12}]^T$  : La position du point Bj à la position initiale (Figure I. 14).

$\mathbf{U}_0 = [x_{13}, x_{14}, x_{15}]^T$  : L'axe unitaire de la liaison rotoïde d'entrée.

$\mathbf{U}_{A_1} = [x_{16}, x_{17}, x_{18}]^T$  : L'axe unitaire de la liaison rotoïde en Aj à la position initiale.

$\mathbf{U}_B = [x_{19}, x_{20}, x_{21}]^T$  : L'axe unitaire de la liaison cylindrique de sortie à la position initiale.

Les quantités scalaires de  $x_1$  à  $x_{21}$  sont les paramètres du mécanisme et constituent les 21 variables d'optimisation dans le problème.

La contrainte de rigidité imposée à l'élément S-C dans son mouvement, traduisant sa longueur constante, est exprimée par :

$$(\mathbf{B}_j - \mathbf{B}_0')^T (\mathbf{B}_j - \mathbf{B}_0') = (\mathbf{B}_1 - \mathbf{B}_0)^T (\mathbf{B}_1 - \mathbf{B}_0) \quad (\text{I.51})$$

Avec :

$$\mathbf{B}_0' = \mathbf{B}_0 + s(\mathbf{U}_B) \quad (\text{I.52})$$

On a :

$$(\mathbf{U}_B)^T (\mathbf{B}_j - \mathbf{B}_0') = 0 \quad (\text{I.53})$$

Le point  $B_j$  est restreint à rester dans le plan de normale  $\mathbf{U}_B$ . La matrice de rotation,  $\mathbf{R}(\varphi, \mathbf{U}_0)$ , est utilisée pour le localiser.

$$\mathbf{B}' = [\mathbf{R}(\varphi, \mathbf{U}_0)](\mathbf{B}_1 - \mathbf{A}_0) + (\mathbf{A}_0) \quad (\text{I.54})$$

Par la suite, l'élément d'entrée étant supposé fixe, c'est la rotation  $\alpha$  de la bielle au tour de l'axe  $\mathbf{U}_{A_j}$  qui intervient. La position de  $B_j$  est obtenue comme suit:

L'axe  $\mathbf{U}_{A_j}$  :

$$\mathbf{U}_{A_j} = [\mathbf{R}(\varphi, \mathbf{U}_0)]\mathbf{U}_{A_i} \quad (\text{I.55})$$

Par la suite :

$$\mathbf{B}_j = [\mathbf{R}(\varphi, \mathbf{U}_{A_j})](\mathbf{B}' - \mathbf{A}_j) + \mathbf{A}_j \quad (\text{I.56})$$

D'où :

$$\mathbf{A}_j = [\mathbf{R}(\varphi, \mathbf{U}_0)](\mathbf{A}_1 - \mathbf{A}_0) + \mathbf{A}_0 \quad (\text{I.57})$$

La substitution de (I.53) à (I.57) dans (I.52) conduit à une équation scalaire du type :

$$w_0 t^4 + w_1 t^3 + w_2 t^2 + w_3 t + w_4 = 0 \quad (\text{I.58})$$

Avec,

$$t = \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$

Cette équation bi-quadratique est résolue par une technique algébrique détaillée dans [Premkumar 88].

Une fois la valeur de l'angle  $\alpha$  obtenue, la position du point traceur  $R_j$  est déterminée comme suit :

$$\mathbf{R}_j = [\mathbf{R}(\alpha, \mathbf{U}_{A_j})](\mathbf{R}' - \mathbf{A}_j) + \mathbf{A}_j \quad (\text{I.59})$$

Avec,

$$\mathbf{R}' = [\mathbf{R}(\varphi, \mathbf{U}_0)](\mathbf{R}_1 - \mathbf{A}_0) + \mathbf{A}_0 \quad (\text{I.60})$$

#### IV.2.3. Les contraintes du problème de synthèse

La synthèse est réalisée à l'aide de la méthode de "précision sélective" développée par P. Premkumar et *al.* [Premkumar 88]. Cette méthode permet d'identifier le «meilleur» mécanisme capable d'accomplir la tâche désirée. La meilleure solution est un mécanisme spatial qui génère au mieux la trajectoire ou la fonction.

A cet effet, des contraintes sont définies sous forme d'égalité et d'inégalité traduisant les limites à respecter par le mécanisme.

##### IV.2.3.a Les équations de mouvement dans le plan

Le point  $A_j$  doit se déplacer, au cours de son mouvement, dans le plan de normale  $\mathbf{U}_0$ .

La première équation contrainte est :

$$\mathbf{U}_0^T (\mathbf{A}_j - \mathbf{A}_0) = 0 ; \text{ pour } i = 1, \dots, n \quad (\text{I.61})$$

Pour  $j=1$ , l'expression (I.61) en termes de variables devient :

$$x_{13}(x_4 - x_1) + x_{14}(x_5 - x_2) + x_{15}(x_6 - x_3) = 0 \quad (\text{I.62})$$

Une contrainte similaire, pour le mouvement du point  $B_j$  relatif à  $\mathbf{U}_B$  :

$$\mathbf{U}_B^T (\mathbf{B}_j - \mathbf{B}_0) = 0 ; \text{ pour } j = 1, 2, \dots, n \quad (\text{I.63})$$

Avec,

$$\mathbf{B}_0' = \mathbf{B}_0 + s\mathbf{U}_B \quad (\text{I.64})$$

Pour  $j=1$ , l'équation (I.64) devient :

$$x_{19}(x_{10} - x_7) + x_{20}(x_4 - x_8) + x_{21}(x_{12} - x_9) = 0 \quad (\text{I.65})$$

##### IV.2.3.b Contraintes sur les normes des vecteurs

Les vecteurs de direction,  $\mathbf{U}_0$ ,  $\mathbf{U}_{A_i}$  et  $\mathbf{U}_B$ , sont unitaires. On a :

$$\mathbf{U}_i^T \mathbf{U}_i = 1 \quad (\text{I.66})$$

En fonction des variables :

$$(x_{13})^2 + (x_{14})^2 + (x_{15})^2 - 1 = 0 \quad (\text{I.67})$$

$$(x_{16})^2 + (x_{17})^2 + (x_{18})^2 - 1 = 0 \quad (\text{I.68})$$

$$(x_{19})^2 + (x_{20})^2 + (x_{21})^2 - 1 = 0 \quad (\text{I.69})$$

*IV.2.3.c Contraintes sur l'angle de torsion*

L'élément R-R tourne au tour de l'axe fixe  $\mathbf{U}_0$ . Il doit maintenir un angle de torsion constant entre  $\mathbf{U}_{A_j}$  et  $\mathbf{U}_0$  défini par :

$$\mathbf{U}_{A_j}^T \mathbf{U}_0 = \mathbf{U}_{A_1}^T \mathbf{U}_0 \quad ; \quad \text{pour } j = 2, 3, \dots, n \quad (\text{I.70})$$

*IV.2.3.d Les équations du moment constant*

Le moment constant du vecteur unitaire  $\mathbf{U}_{A_j}$  par rapport à  $\mathbf{U}_0$  est assuré par les contraintes suivantes :

$$\mathbf{U}_0^T \left( (\mathbf{A}_j - \mathbf{A}_0) \times \mathbf{U}_{A_j} \right) = \mathbf{U}_0^T \left( (\mathbf{A}_1 - \mathbf{A}_0) \times \mathbf{U}_{A_1} \right) \quad (\text{I.71})$$

pour  $j = 2, 3, \dots, n$

*IV.2.3.e L'équation de rigidité de l'élément S-C*

Une longueur constante est assurée pour l'élément de sortie lors de son mouvement :

$$\left( \mathbf{B}_j - \mathbf{B}_0' \right)^T \left( \mathbf{B}_j - \mathbf{B}_0' \right) = \left( \mathbf{B}_1 - \mathbf{B}_0 \right)^T \left( \mathbf{B}_1 - \mathbf{B}_0 \right) \quad (\text{I.72})$$

pour  $j = 2, 3, \dots, n$

*IV.2.3.f Les contraintes d'égalité de trajectoires*

La position réelle du premier point sur la trajectoire est restreinte à coïncider avec la position du point spécifié par le problème, ainsi on a :

$$\mathbf{P}_1 - \mathbf{R}_1 = 0 \quad (\text{I.73})$$

Ou, en termes de composantes :

$$(P_{1x} - R_{1x}) = (P_{1y} - R_{1y}) = (P_{1z} - R_{1z}) = 0 \quad (\text{I.74})$$

Avec,  $\mathbf{P}_1 = [P_{1x}, P_{1y}, P_{1z}]^T$  et  $\mathbf{R}_1 = [R_{1x}, R_{1y}, R_{1z}]^T$

*IV.2.3.g Les contraintes d'inégalité sur les trajectoires*

L'amplitude de l'erreur, en tout point de la trajectoire sauf le premier, entre le point généré et celui désiré est contraint à ne pas dépasser une déviation maximale  $\mathbf{H}_j$ .

$$\left( \mathbf{P}_j - \mathbf{R}_j \right)^T \left( \mathbf{P}_j - \mathbf{R}_j \right) \leq H_j^2 ; \text{ pour } j = 2, 3, \dots, n \quad (\text{I.75})$$

Où,

$$H_j - \left[ \left( P_{jx} - R_{jx} \right)^2 + \left( P_{jy} - R_{jy} \right)^2 + \left( P_{jz} - R_{jz} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \geq 0 \quad (\text{I.76})$$

pour  $j = 2, 3, \dots, n$

#### IV.2.3.h Les contraintes d'inégalité sur les fonctions

Le déplacement réel  $S_j$  du point  $B_0$  et désiré  $S_j^d$  est contraint par une erreur maximale permise. Elle est nulle sauf pour la première position.

$$\begin{aligned} |S_j^d - S_j| &\leq H_j \\ \text{pour } j &= 2, 3, \dots, n \end{aligned} \quad (I.77)$$

#### IV.2.3.i La méthode d'optimisation

La méthode d'optimisation du gradient généralisé réduit est utilisée pour résoudre le problème non linéaire avec contraintes, traduisant la synthèse.

Le problème d'optimisation est énoncé comme suit : ([Premkumar 88])

$$\begin{aligned} \text{Minimiser } f(\mathbf{x}) \quad : \quad & \mathbf{x} = [\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n]^T \\ \text{Sous les contraintes :} \quad & \mathbf{I}_j(\mathbf{x}) \geq 0 \quad \text{pour } j = 1, 2, \dots, J \\ & \mathbf{E}_j(\mathbf{x}) = 0 \quad \text{pour } j = 1, 2, \dots, K \\ & x_{\min} \leq x_i \leq x_{\max} \quad \text{pour } i = 1, 2, \dots, N \end{aligned}$$

Avec,

$\mathbf{x}$  : Le vecteur colonne des variables de conception.

$N$  : Le nombre des variables de conception.

$f(\mathbf{x})$  : La fonction objective.

$\mathbf{I}_j(\mathbf{x})$  : La fonction contrainte sous forme d'inégalité.

$\mathbf{E}_k(\mathbf{x})$  : Les fonctions contraintes sous forme d'égalité.

### IV-3. Formulation géométrique du problème de synthèse des mécanismes spatiaux (RSCR)

#### IV.3.1. Introduction

Ce travail est basé sur la caractéristique géométrique du mécanisme RSCR (Rotoïde-Sphérique-Cylindrique-Rotoïde) introduit par G. K. Ananthasuresh *et al.* [Ananthasuresh 94]. Suivant la disposition géométrique des axes des liaisons du mécanisme, trois configurations sont distinguées et discutées : le cas conique, le cas cylindrique et le cas hyperbolique. Chaque cas est traité séparément. Il développe une technique d'analyse basée sur la géométrie. Chaque cas est étudié séparément pour la synthèse optimale du mécanisme en générateur de fonction, de trajectoire et de mouvement tout en respectant les conditions décrites.

Le problème de synthèse est traduit en un problème d'optimisation. Il est résolu à l'aide de méthodes basées sur le calcul du gradient, telle que la méthode du gradient généralisé réduit utilisée par G. K. Ananthasuresh *et al.*

### IV.3.2. Méthode proposée

Au cours du mouvement du mécanisme RSCR (Figure I. 15), seules les positions des points B et C et du vecteur unitaire  $\mathbf{U}_C$  varient. Les points  $A_0$  et  $F_0$  sont fixes. La trajectoire du point B est un cercle dans le plan de normale  $\mathbf{U}_{A_0}$ . D'autre part, la trajectoire du point C, vu à partir du suiveur, appartient à la surface décrite par l'axe de la liaison cylindrique  $\mathbf{U}_{C_1}$  et l'axe de la liaison rotoïde  $\mathbf{U}_{F_0}$  en  $F_0$ . Trois cas peuvent être identifiés (Figure I. 16 a, b, c), ils sont commentés par le Tableau I. 2.

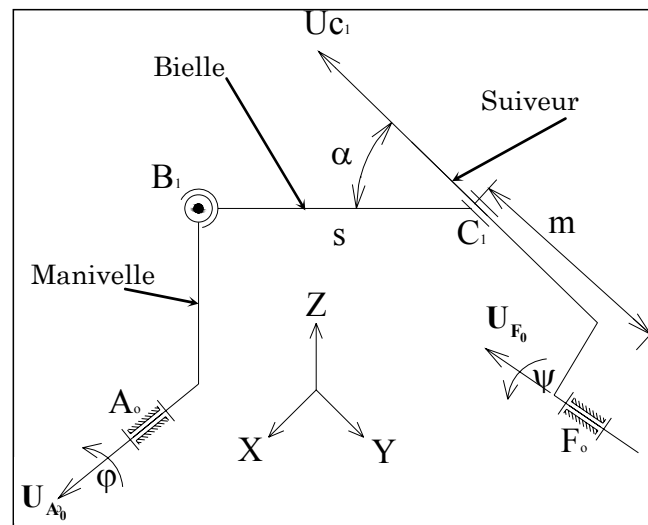


Figure I. 15 : Notation du mécanisme RSCR.

La position du point B est déterminée par la donnée de la rotation  $\varphi$  de la manivelle. Le point C est situé sur une sphère de centre B est de rayon  $s$ . La détermination de sa position revient à rechercher l'intersection de cette sphère avec l'une des trois surfaces : cylindrique, conique ou hyperbolique. La donnée du problème est l'angle d'entrée  $\varphi$  et les inconnues sont la position angulaire  $\psi$  et la longueur  $m$ .

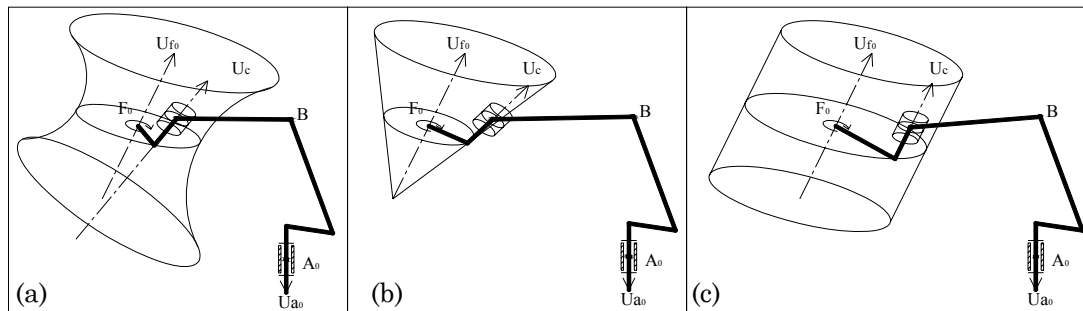


Figure I. 16 : Les trois configurations du mécanisme RSCR.

Tableau I. 2 : Les trois configurations du mécanisme RSCR.

|                                                                 |                       |
|-----------------------------------------------------------------|-----------------------|
| Les axes portés par $\mathbf{U}_{F_0}$ et $\mathbf{U}_C$ sont : | Position du point C : |
| (a) Non Concourants                                             | Surface hyperbolique  |

|                |                     |
|----------------|---------------------|
| (b) Sécants    | Surface conique     |
| (c) Parallèles | Surface cylindrique |

#### IV.3.2.a Matrice de rotation spatiale

La recherche des coordonnées du point B est la première étape commune, aux trois cas, dans cette approche de synthèse. Chaque position est calculée à l'aide de la matrice de rotation spatiale pour chaque valeur de l'angle d'entrée,  $\varphi$ . Elle est donnée par la relation suivante :

$$\mathbf{B} = \left[ R(\mathbf{U}_{A_0}, \varphi) \right] (\mathbf{B}_1 - \mathbf{A}_0) + \mathbf{A}_0 \quad (\text{I.78})$$

$$\left[ R(\mathbf{U}_{A_0}, \varphi) \right] = \begin{bmatrix} u_x^2 v \varphi + c \varphi & u_x u_y v \varphi - u_z s \varphi & u_x u_z v \varphi + u_y s \varphi \\ u_x u_y v \varphi + u_z s \varphi & u_y^2 v \varphi + c \varphi & u_y u_z v \varphi - u_x s \varphi \\ u_x u_y v \varphi - u_y s \varphi & u_y u_z v \varphi + u_x s \varphi & u_z^2 v \varphi + c \varphi \end{bmatrix} \quad (\text{I.79})$$

Avec,

$\left[ R(\mathbf{U}_{A_0}, \varphi) \right]$  : La matrice de rotation d'axe  $\mathbf{U}_{A_0}$  et d'angle  $\varphi$ .

$u_x, u_y$  et  $u_z$  : Les composantes respectives de  $\mathbf{U}_{A_0}$  suivant les axes  $\mathbf{x}$ ,  $\mathbf{y}$  et  $\mathbf{z}$ .

$s \varphi = \sin \varphi$ ,  $c \varphi = \cos \varphi$ ,  $v \varphi = 1 - \cos \varphi$

#### IV.3.3. Le calcul de la position du point C

Une fois la position du point B obtenue, on distingue trois cas, suivant la disposition des vecteurs  $\mathbf{U}_C$  et  $\mathbf{U}_{F_0}$ .

##### IV.3.3.a Cas cylindrique

Le mécanisme RSCR doit satisfaire les contraintes de rigidité de la bielle de longueur  $s$  et repérée par l'angle  $\alpha$  qu'elle fait avec la surface cylindrique (Figure I. 17).

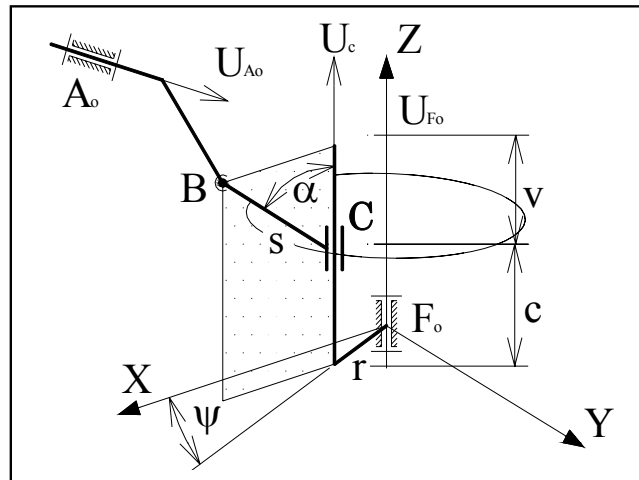


Figure I. 17 : Cas cylindrique.

Les coordonnées du centre B de la liaison sphérique,  $(X_B, Y_B, Z_B)$ , sont calculées en fonction de l'angle d'entrée  $\varphi$ . Le point C a les coordonnées cartésiennes suivantes :

$$\begin{cases} X_C = r \cos(\psi) \\ Y_C = r \sin(\psi) \\ Z_C = c \end{cases} \quad (\text{I.80})$$

Avec,

$$c = Z_B - v = Z_B - s \cos(\alpha) \quad (\text{I.81})$$

Le cercle décrit par le point C appartient à un plan parallèle à  $(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ , à une hauteur  $c$  suivant l'axe  $\mathbf{z}$  (Figure I. 17). L'intersection entre la sphère de centre B et le cercle est exprimée par l'équation suivante :

$$(X_B - r \cos \psi)^2 + (Y_B - r \sin \psi)^2 + (Z_B - c)^2 = s^2 \quad (\text{I.82})$$

Cette équation peut être écrite dans la forme réduite suivante :

$$X_B \cos \psi + Y_B \sin \psi = K \quad (\text{I.83})$$

Avec,

$$K = \frac{v^2 + X_B^2 + Y_B^2 + r^2 - s^2}{2r} \quad (\text{I.84})$$

Un changement de variable  $t = \tan\left(\frac{\psi}{2}\right)$  permet d'obtenir une équation quadratique en  $t$  de solutions:

$$t = \frac{Y_B \pm \sqrt{X_B^2 + Y_B^2 - K^2}}{K + X_B} \quad (\text{I.85})$$

Les deux solutions indiquent l'existence de deux modes d'assemblage pour le mécanisme RSCR pour ce cas.

#### IV.3.3.b Cas conique

Le cas conique fait intervenir deux nouveaux paramètres ;  $\delta$  le demi angle au sommet du cône et  $r_0$  son rayon dans le plan  $(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ .

La première étape a pour objectif de déterminer le rayon  $r$  et la composante du centre du cercle, décrit par le point C, sur l'axe  $\mathbf{z}$ . En utilisant le paramétrage de la Figure I. 18, la valeur du rayon  $r$  est :

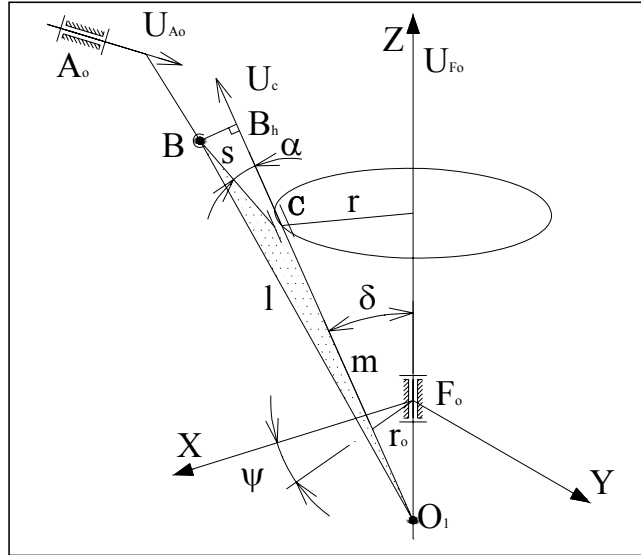


Figure I. 18 : Cas conique.

$$r = m \sin(\delta) \quad (\text{I.86})$$

Avec,

$$m = O_1 C$$

La solution positive de l'équation suivante :

$$m^2 + 2ms \cos(\alpha) + s^2 - l^2 = 0 \quad (\text{I.87})$$

Avec,

$$l = \left[ X_B^2 + Y_B^2 + \left( Z_B + \frac{r_0}{\tan \delta} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (\text{I.88})$$

La valeur de la composante du point C suivant  $z$  est :

$$c = m \cos \delta - \frac{r_0}{\tan \delta} \quad (\text{I.89})$$

La recherche de l'intersection de la sphère avec le cercle décrit par le point C est identique au cas cylindrique.

#### IV.3.3.c Cas hyperbolique

Si les axes respectifs de la liaison cylindrique et de la liaison rotoïde de sortie ne sont ni parallèles ni sécantes, alors le point C décrit un hyperboloïde (Figure I. 19).

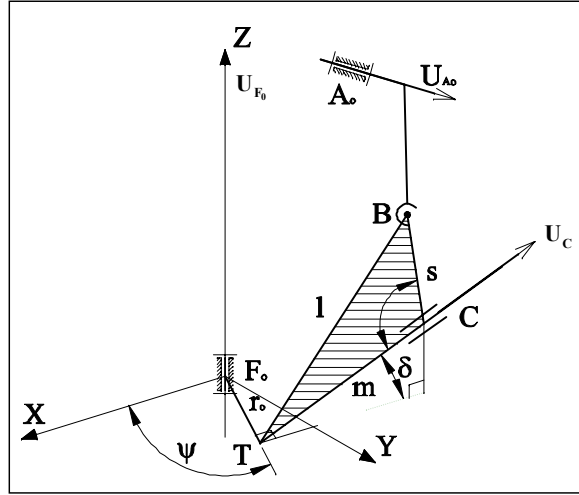


Figure I. 19 : Cas hyperbolique.

La condition de rigidité du mécanisme impose que l'angle  $T\hat{C}B$  garde une valeur constante dans toutes les positions, Figure I. 19. Ce qui implique un produit scalaire constant entre les vecteurs  $(B - C)$  et  $U_c$ , exprimé par :

$$(B - C) \cdot U_c = s \cos \alpha \quad (\text{I.90})$$

Le vecteur  $(B - C)$  est donné par :

$$(B - C) = \{X_B - r_0 \cos(\psi) + m \cos(\delta) \sin(\psi), \\ Y_B - r_0 \sin(\psi) - m \cos(\delta) \cos(\psi), Z_B - m \sin(\delta)\}^T \quad (\text{I.91})$$

Et,

$$U_c = \{-\cos(\delta) \sin(\psi), \cos(\delta) \cos(\psi), \sin(\delta)\}^T \quad (\text{I.92})$$

A l'aide de l'équation (I.91),  $m$  est exprimé par :

$$m = A_1 \cos(\psi) + A_2 \sin(\psi) + A_3 \quad (\text{I.93})$$

Avec,

$$A_1 = Y_B \cos(\delta), \quad A_2 = -X_B \cos(\delta) \quad \text{et} \quad A_3 = Z_B \sin(\delta) - s \cos(\alpha) \quad (\text{I.94})$$

Par la suite, la contrainte de rigidité de la longueur de la bielle est exprimée :

$$(X_B - r_0 \cos(\psi) + m \cos(\delta) \sin(\psi))^2 + (Y_B - r_0 \sin(\psi) - m \cos(\delta) \cos(\psi))^2 \\ + (Z_B - m \sin(\delta))^2 = s^2 \quad (\text{I.95})$$

L'équation en  $\psi$  est obtenue en éliminant le paramètre  $m$  dans les équations (I.93) et (I.95). Un changement de variable,  $t = \tan\left(\frac{\psi}{2}\right)$ , conduit à une équation quadratique en  $t$  [Ananthasuresh 94].

#### IV.3.3.d La position du traceur sur la bielle

Après la détermination des coordonnées du centre  $C$  de la liaison cylindrique. On cherche les coordonnées du point  $P$ . Ce point appartient à la



fonction objective est définie à cet effet par la somme quadratique de l'erreur. Elle traduit l'écart entre le résultat cible et celui calculé. Une erreur nulle correspond à une solution optimale qui génère exactement la tâche ciblée. Elle est définie comme suit ;

Pour la génération de trajectoire :

$$f(x) = \sum_{i=1}^n \left[ (P_{jx} - R_{jx})^2 + (P_{jy} - R_{jy})^2 + (P_{jz} - R_{jz})^2 \right] \quad (\text{I.99})$$

Pour la génération de fonction, on parle de génération de fonction de déplacement angulaire :

$$f(x) = \sum_{i=1}^n \left[ (\psi_j - \Psi_j)^2 \right] \quad (\text{I.100})$$

Et la génération de fonction de déplacement linéaire :

$$f(x) = \sum_{i=1}^n \left[ (S_j - S_{dj})^2 \right] \quad (\text{I.101})$$

Avec,

$\mathbf{P}_j$  et  $\mathbf{R}_j$  : Les vecteurs respectifs de la position désirée et générée.

$\Psi_j$  et  $\psi_j$  : Les angles respectifs de la rotation désirée et générée.

$S_j$  et  $S_{dj}$  : Les déplacements respectifs désirés et obtenus.

## VI. CONCLUSION

Nous avons, au cours de ce premier chapitre, défini la synthèse des mécanismes ainsi que les tâches qu'ils réalisent. Ces tâches sont la génération de trajectoire et la génération de fonction. Nous avons détaillé aussi quelques approches de modélisation du problème de synthèse. D'une approche à l'autre on constate la présence des mêmes contraintes. C'est la façon de les écrire qui diffère. Le choix du paramétrage et la façon d'aborder le problème représentent les piliers de base de chaque méthode.

Le problème de synthèse se résume en un problème d'optimisation d'une fonction objective. Dans l'absence d'une solution explicite, on est amené à résoudre un système non linéaire. Vu la complexité du problème, les méthodes déterministes souffrent des difficultés au niveau de la convergence (calcul du gradient, la discontinuité des fonctions, la solution initiale,...).

On propose dans la suite de ce travail, d'adopter le paramétrage de Denavit-Hartenberg et d'utiliser les algorithmes génétiques.

## ***Chapitre 2***

# ***Formulation du Problème de Synthèse des Mécanismes Spatiaux***

---

### **I. Introduction**

### **II. Mécanismes spatiaux**

### **III. Paramétrage de DH**

### **IV. Modélisation des mécanismes spatiaux**

*IV-1. La famille RXXR*

*IV-2. La famille RXXC*

*IV-3. La famille RXXP*

*IV-4. La famille RXXS*

### **V. Formulation du problème de synthèse**

*V-1. Modèle cinématique du mécanisme spatial RSCR*

*V-2. Modèle cinématique du mécanisme spatial RSPC*

*V-3. Synthèse optimale*

*V-4. Résolution du problème*

### **VI. Conclusion**

## I. INTRODUCTION

Ce chapitre traite la synthèse optimale des mécanismes spatiaux à chaîne fermée pour le cas de génération de trajectoire et de fonction. Une nouvelle formulation utilisant le paramétrage de Denavit Hartenberg (DH) est présentée. La procédure de recherche utilise la technique d'optimisation, fondée sur un algorithme génétique exploitant la théorie de l'évolution associée à une fonction d'évaluation, dite fonction coût qui qualifie l'aptitude du mécanisme à réaliser la tâche. Dans l'analyse géométrique et analytique, on utilise les matrices de passage pour écrire l'équation d'entrée-sortie du mécanisme. Cette équation exprime les contraintes de mouvement et fait appel aux différents paramètres du mécanisme. Deux mécanismes particuliers sont choisis pour développer l'approche proposée. Ils ont fait l'objet de travaux antérieurs ([Ananthasuresh 94], [Fischer 03]).

Les principaux avantages de la méthode proposée sont la simplicité de mise en œuvre, la réduction du nombre de paramètres et la convergence vers une solution optimale sans le besoin d'une connaissance approfondie de l'espace de recherche. La possibilité d'étendre la méthode à l'ensemble des familles de mécanismes est aussi évoquée.

## II. MECANISMES SPATIAUX

En raison de la complexité des mécanismes spatiaux, leur conception s'avère difficile pour les ingénieurs. De ce fait, beaucoup de tâches spatiales sont faites par les robots manipulateurs ou par des machines à actionneurs planaires multiples, ou elles sont tout simplement ignorées et accomplies par des opérateurs humains.

Il convient de noter que les robots manipulateurs exigent des axes commandés et travaillent avec un grand nombre de degrés de liberté, qui a comme conséquence d'augmenter le coût de ces machines. Cette flexibilité n'est pas toujours nécessaire pour une tâche donnée ; dans ce cas, le manipulateur pourrait être remplacé par un mécanisme spatial à un seul degré de liberté. Si des mécanismes spatiaux pouvaient être synthétisés rapidement et facilement alors il pourrait y avoir de plus en plus d'applications utilisant ces mécanismes. Certains exemples incluent l'industrie aérospatiale, l'équipement d'exercice sportif, et la réadaptation dans le champ médical.

Les ingénieurs de l'industrie spatiale essayent constamment de trouver des dispositifs, légers et capables d'exécuter des tâches spécifiques en 3D. Par exemple, les mécanismes spatiaux sont particulièrement utiles dans la

conception et le déploiement des satellites. L'industrie d'équipement d'exercices sportifs pourrait également employer ces mécanismes pour concevoir des équipements adaptés au corps humain. De ce fait, les mécanismes spatiaux ont trouvé une grande variété d'applications où leurs mouvements se sont avérés particulièrement utiles. La plupart des mécanismes spatiaux sont à manivelle.

On peut distinguer plusieurs topologies de mécanismes, telles que celles du: RRSC, RSSP, RSCP ou RRSC ... etc.

Avec, R : liaison Rotoïde, P : Prismatique, S : Sphérique, C : Cyndrique.

Le mécanisme RSPC est utilisé comme un exemple cinématique d'illustration par Sandor et Erdman (1984) [Sandor 84] dans leur livre, et par Premkumar [Premkumar 88]. Récemment, il a fait aussi surface dans le travail de Fischer [Fischer 03] lors d'une analyse dynamique. Le mécanisme agitateur présent dans certaines machines à laver, illustré par la Figure II- 1, est un exemple d'utilisation du mécanisme RSPC. Un moteur pilote le rotor relié au bâti par une liaison rotoïde permettant la rotation de l'arbre (voir le schéma cinématique Figure II- 2). La palette de l'agitateur a un bras relié à la rotule, de la bielle, par une liaison prismatique. C'est une application industrielle de mécanisme qui met en jeu les quatre liaisons : rotoïde, sphérique, prismatique et cylindrique.

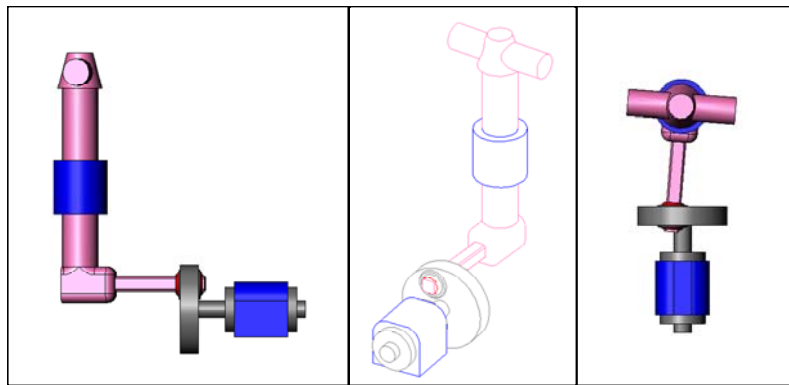


Figure II- 1: Mécanisme agitateur.

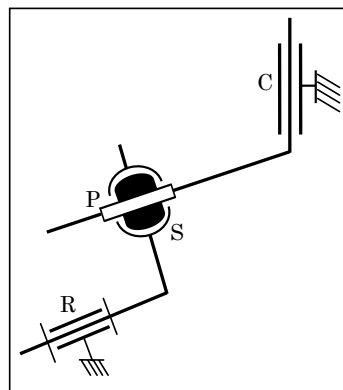


Figure II- 2 : Schéma cinématique du mécanisme RSPC.

Le travail présenté ici ; est fondé sur les caractéristiques géométriques et cinématiques des mécanismes spatiaux tel que le mécanisme RSCR (Rotoïde - Sphérique - Cylindrique - Rotoïde) introduit par G. K. Ananthasuresh et al. [Ananthasuresh 94] et le mécanisme RSPC (Rotoïde - Sphérique - Prismatique - Cylindrique). Ces mécanismes sont étudiés en synthèse optimale par une approche génétique pour le problème de génération de fonction et de génération de trajectoire.

### III. PARAMETRAGE DE DH

Un système mécanique articulé est une chaîne cinématique constituée d'éléments rigides reliés les uns aux autres par des liaisons mécaniques. En associant, conformément au formalisme des transformations homogènes, un référentiel à chacun des membres d'un système polyarticulé, il est possible de décrire leurs postures relatives ou absolues dans l'espace 3D.

Denavit et Hartenberg ont proposé en 1955 [Denavit 55] une notation systématique d'attribution de référentiels aux membres d'une chaîne cinématique (voir Figure II- 3), permettant d'établir les transformations de passage entre articulations adjacentes (ou successives) dans un mécanisme. Cette notation, communément appelée convention de Denavit et Hartenberg ou convention DH, concerne essentiellement les chaînes cinématiques ouvertes, dont chaque articulation possède un degré de liberté en rotation ou en translation.

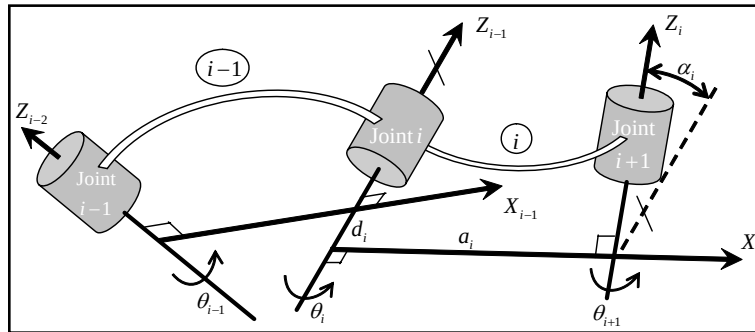


Figure II- 3 : Référentiels et paramètres associés aux membres selon la convention de Denavit-Hartenberg.

Notre environnement comportant des chaînes cinématiques fermées, nous adoptons, dans ce qui suit, cette convention en vue de la modélisation analytique.

Une chaîne cinématique fermée est composée de  $n$  membres indexés de  $0$  à  $n$  et  $n+1$  articulations. Le bâti constitue les membres d'indices  $0$  et  $n$  à la fois, tandis que l'effecteur se place en général au milieu de la chaîne.

Un membre d'indice  $i$  ( $i=0,...,n$ ) est rendu mobile, relativement au membre d'indice  $i-1$ , par une articulation d'indice  $i$  qui induit un mouvement de

translation (articulation prismatique) ou de rotation (articulation rotoïde). La notation DH est détaillée dans l'annexe A.

#### IV. MODELISATION DES MECANISMES SPATIAUX

Le but de ce paragraphe est d'établir la forme la plus générale du système d'équation reliant l'entrée à la sortie d'un mécanisme spatial à chaîne cinématique fermée (voir Figure II- 4). La description géométrique adoptée utilise le paramétrage de Denavit-Hartenberg. Cette description permet d'avoir une approche générale pour une étude de synthèse dimensionnelle ultérieure pour la génération de fonctions ou de trajectoires.

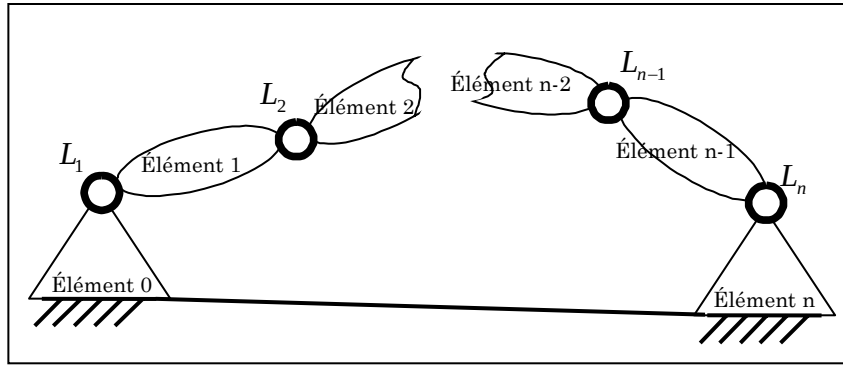


Figure II- 4 : La représentation schématique de la chaîne cinématique fermée du mécanisme spatial.

Concernant le mécanisme proprement dit, sa cinématique est totalement caractérisée par la donnée de sa topologie, ses dimensions et son emplacement par rapport à un référentiel.

Pour une chaîne cinématique fermée à un seul degré de liberté et  $n$  liaisons, les relations entre les coordonnées de la  $i$ ème et la  $(i-1)$ ème liaison peuvent être décrites par la matrice de transformation homogène de D-H donnée par :

$${}^{i-1}T_i = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\cos \alpha_i \sin \theta_i & \sin \alpha_i \sin \theta_i & a_i \cos \theta_i \\ \sin \theta_i & \cos \alpha_i \cos \theta_i & -\sin \alpha_i \cos \theta_i & a_i \sin \theta_i \\ 0 & \cos \alpha_i & \sin \alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Avec,  $\alpha_i$ ,  $\theta_i$ ,  $a_i$  et  $d_i$  : les paramètres de la  $i$ ème liaison (voir Figure II- 3).

L'équation de fermeture de la chaîne fermée peut être écrite comme suit :

$${}^0T_1 T_2 \dots T_{n-1} T_n = {}^0T_n = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}; I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Pour  $n=4$ , on parle de mécanisme à quatre barres spatial (Figure II- 5). Ces familles de mécanismes spatiaux à chaîne fermée sont décrites topologiquement

par quatre liaisons ; à un seul degré de liberté (**R** : Roitoïde ou **P** : Prismatique), à deux degré de liberté (**C** : Cylindrique), à trois degré de liberté (**S** : Sphérique) ; et comportent quatre éléments y compris le bâti.

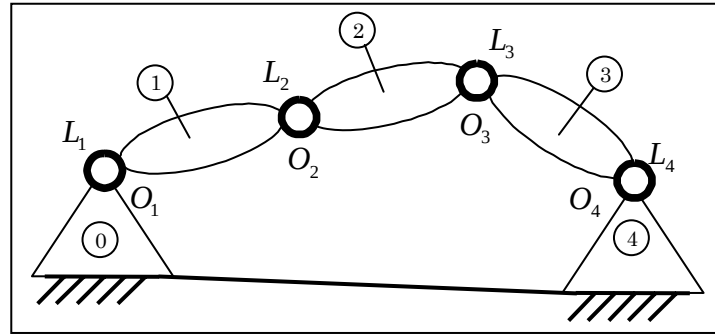


Figure II- 5 : Mécanisme à quatre barres spatial.

Le graphe des liaisons sur la Figure II- 5 illustre un mécanisme à quatre barres spatial. La forme la plus générale de ce mécanisme est modélisée géométriquement par un maximum de 16 paramètres.

Tableau II- 1: Les paramètres de DH.

| Élément | $a_i$ | $\alpha_i$ | $d_i$ | $\theta_i$ |
|---------|-------|------------|-------|------------|
| 0       | $a_0$ | $\alpha_0$ | $d_0$ | $\theta_0$ |
| 1       | $a_1$ | $\alpha_1$ | $d_1$ | $\theta_1$ |
| 2       | $a_2$ | $\alpha_2$ | $d_2$ | $\theta_2$ |
| 3       | $a_3$ | $\alpha_3$ | $d_3$ | $\theta_3$ |

Le paramètre angulaire d'entrée, dans le cas du mécanisme présenté sur la Figure II- 5, est l'angle  $\theta_0$ . Le paramètre angulaire de sortie est l'angle  $\theta_1$ .

L'équation de fermeture de cycle est donnée par le système suivant :

$${}^0T_1T_2T_3T_4 = {}^0T_4 = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Leftrightarrow {}^0T_1T_2 = {}^4T_3T_2$$

Or,  ${}^0T_3 = {}^4T_3$

$${}^0T_1T_2 = {}^0T_3T_2 \quad (II.1)$$

Avec,

$${}^iT_{i-1} = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & \sin \theta_i & 0 & -a_i \\ -\cos \alpha_i \sin \theta_i & \cos \alpha_i \cos \theta_i & \sin \alpha_i & -d_i \sin \alpha_i \\ \sin \theta_i \sin \alpha_i & -\sin \alpha_i \cos \theta_i & \cos \alpha_i & -d_i \cos \alpha_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

L'équation de fermeture de cycle (II.1) est obtenue par multiplication des matrices de transformation homogènes. A partir de cette équation, on déduit les

expressions, dans la forme la plus générale, des coordonnées du point  $O_2$  origine de repère  $R_2$  lié à la liaison  $L_2$  (voir Figure II- 5), comme suit :

$${}^0T_1T_2 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = {}^0T_3T_2 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (\text{II.2})$$

Cette égalité conduit aux trois équations scalaires suivantes :

$$a_2 \cos \theta_1 \cos \theta_2 - a_2 \sin \theta_1 \cos \alpha_1 \sin \theta_2 + d_2 \sin \theta_1 \sin \alpha_1 + a_1 \cos \theta_1 + a_3 \cos \theta_0 + d_3 \sin \theta_0 \sin \alpha_3 + a_0 = 0 \quad (\text{II.3})$$

$$a_2 \sin \theta_1 \cos \theta_2 + a_2 \cos \theta_1 \cos \alpha_1 \sin \theta_2 - d_2 \cos \theta_1 \sin \alpha_1 + a_1 \sin \theta_1 - a_3 \cos \alpha_0 \sin \theta_0 + d_3 \cos \theta_0 \cos \alpha_0 \sin \alpha_3 + d_3 \sin \alpha_0 \cos \alpha_3 + d_0 \sin \alpha_0 = 0 \quad (\text{II.4})$$

$$a_2 \sin \alpha_1 \sin \theta_2 + d_2 \cos \alpha_1 + d_1 + a_3 \sin \alpha_0 \sin \theta_0 - d_3 \sin \alpha_0 \cos \theta_0 \sin \alpha_3 + d_3 \cos \alpha_0 \cos \alpha_3 + d_0 \cos \alpha_0 = 0 \quad (\text{II.5})$$

A ce niveau de développement, on ignore encore l'ordre et le type de liaisons utilisées dans la construction du mécanisme spatial. Grâce à l'utilisation du paramétrage DH, on manipule toujours les mêmes équations.

L'objectif est de déterminer la fonction d'entrée sortie  $f(\theta_0, \theta_1)$  ou  $f(\theta_0, d_1)$ , suivant la nature de la liaison de sortie, pour la génération de fonction ou de trajectoire, sachant qu'on a toujours un mouvement de rotation en entrée paramétré par  $\theta_0$ .

Dans ce travail, on s'intéresse aux familles ayant une seule liaison sphérique et ayant une liaison rotoïde d'entrée (un mouvement de rotation d'entrée). Le fait d'avoir une seule liaison sphérique est imposé par le paramétrage DH. Sachant qu'une liaison sphérique présente trois rotations. Le paramétrage de Denavit-Hartenberg ne permet, par construction, de modéliser que deux rotations,  $\alpha_i$  et  $\theta_i$ , au maximum.

On propose de faire une description exhaustive des familles des mécanismes spatiaux à chaîne fermée. Ces familles sont décrites topologiquement par quatre liaisons ; à un seul degré de liberté (R : Rotoïde et P : prismatique), à deux degrés de liberté (C : cylindrique) et à trois degrés de liberté (S : sphérique). On peut identifier quatre familles (Tableau II- 2).

Les inconnues dans les équations ((II.3)-(II.4)-(II.5)) varient en fonction de la topologie du mécanisme traité. Sachant que, notre objectif est d'exprimer les paramètres de sortie en fonction des paramètres d'entrée, respectivement ( $\theta_1$  ou  $d_1$ ) et  $\theta_0$ . Alors, on adopte la démarche suivante :

On identifie les paramètres de Denavit-Hartenberg,

On écrit le système d'équations relatif à l'équation de fermeture de cycle,  
 On identifie les variables de mouvement,  
 On écrit l'équation résultante, de la sortie en fonction de l'entrée.

*Tableau II- 2 : Les quatre familles des mécanismes spatiaux.*

| Notation | Description                                                                                     |
|----------|-------------------------------------------------------------------------------------------------|
| RXXR     | La famille des mécanismes à une liaison de <b>R</b> d'entrée et une liaison <b>R</b> de sortie. |
| RXXC     | La famille des mécanismes à une liaison de <b>R</b> d'entrée et une liaison <b>C</b> de sortie. |
| RXXP     | La famille des mécanismes à une liaison de <b>R</b> d'entrée et une liaison <b>P</b> de sortie. |
| RXXS     | La famille des mécanismes à une liaison de <b>R</b> d'entrée et une liaison <b>S</b> de sortie. |

Dans la suite, on étudie les familles du Tableau II- 2. Les inconnues du mouvement sont énumérées pour tous les mécanismes. On note que ces inconnues sont à éliminer du système final (II.2), afin d'écrire l'équation d'entrée-sortie.

Parmi l'ensemble de chaque famille, seuls les mécanismes qui ont une mobilité cinématique  $m_c$  égale à 1 présente un intérêt. Dans la mesure où il y a une seule boucle cinématique on a :

$$m_c = I_c - E_c$$

Avec,  $E_c=6$  : Les équations cinématiques.

$$I_c = \sum_{i=1}^4 m_l : \text{Les inconnues cinématiques.}$$

$m_l$  : La mobilité de la liaison.

#### IV-1. La famille RXXR

La première famille étudiée est construite par des mécanismes ayant en entrée et en sortie les liaisons de type R. Cette famille est notée RXXR, avec R : Rotoïde et  $X \in \{R, C, S, P\}$  C : cylindrique, S : sphérique et P : prismatique.

Le graphe des liaisons sur la Figure II- 6 illustre une chaîne cinématique fermée de type RXXR. Cette chaîne est composée par quatre éléments réunis par quatre liaisons.

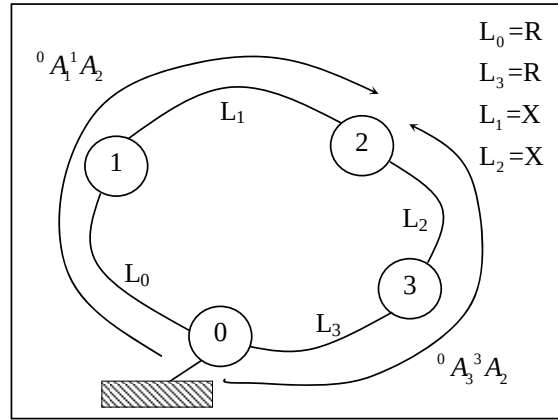


Figure II- 6 : Graphe des liaisons d'un mécanisme de type RXXR.

Les différents mécanismes de la famille RXXR sont identifiés par le tableau suivant :

Tableau II- 3 : Identification des mécanismes de type RXXR.

|   | X |   |   |   | X |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
|   | R | S | P | C | R | P | C |   |
| R | × |   |   |   | × |   |   | R |
|   | × |   |   |   |   | × |   |   |
|   | × |   |   |   |   |   | × |   |
|   |   | × |   |   | × |   |   |   |
|   |   | × |   |   |   | × |   |   |
|   |   | × |   |   |   |   | × |   |
|   |   |   | × |   |   | × |   |   |
|   |   |   | × |   |   |   | × |   |
|   |   |   |   | × |   |   | × |   |

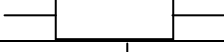
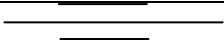
Un ensemble de neuf mécanismes à manivelle est identifié. Pour chaque mécanisme, on note les inconnues du mouvement dans le Tableau II- 4, seuls les éléments qui ont une mobilité cinématique,  $m_c=1$ , présente un intérêt.

Tableau II- 4 : Les différents mécanismes de la famille RXXR.

| Mécanisme | Variables                 | $m_c$ | Mécanisme | Variables                      | $m_c$ |
|-----------|---------------------------|-------|-----------|--------------------------------|-------|
| RSPR      | $d_2, \theta_3$           | 0     | RPCR      | $d_2, d_3, \theta_3$           | -1    |
| RSCR      | $d_2, \theta_2, \theta_3$ | 1     | RCRR      | $d_2, \theta_2, \theta_3$      | -1    |
| RSRR      | $\theta_2, \theta_3$      | 0     | RCCR      | $d_2, \theta_2, d_3, \theta_3$ | 0     |
| RRPR      | $d_2, \theta_3$           | -2    | RRRR      | $\theta_2, \theta_3$           | -2    |
| RPPR      | $d_2, d_3$                | -2    |           |                                |       |

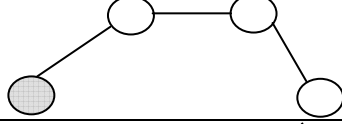
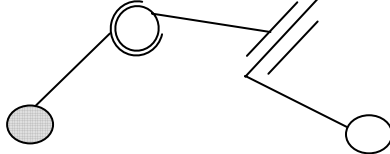
Pour permettre la compréhension des différents mécanismes, on donne quelques exemples. Ainsi, on adopte la convention de représentation suivante :

*Tableau II- 5 : convention de représentation des liaisons cinématiques.*

| Nom         | Schéma de l'articulation                                                          |                           |
|-------------|-----------------------------------------------------------------------------------|---------------------------|
| Rotoïde     |  | Motorisée <b><u>R</u></b> |
|             |  | Non motorisée <b>R</b>    |
| Prismatique |  | Non motorisée <b>P</b>    |
| Sphérique   |  | Non motorisée <b>S</b>    |
| Cylindrique |  | Non motorisée <b>C</b>    |

On représente deux mécanismes de la famille RXXR.

*Tableau II- 6 : Schématisation de mécanismes de la famille RXXR.*

| Type               | Schématisation                                                                       |
|--------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|
| <b><u>RRRR</u></b> |   |
| <b><u>RSCR</u></b> |  |

## IV-2. La famille RXXC

La deuxième famille du mécanisme étudiée dans ce document est la famille notée RXXC, comme l'indique le graphe de liaison à la Figure II- 7.

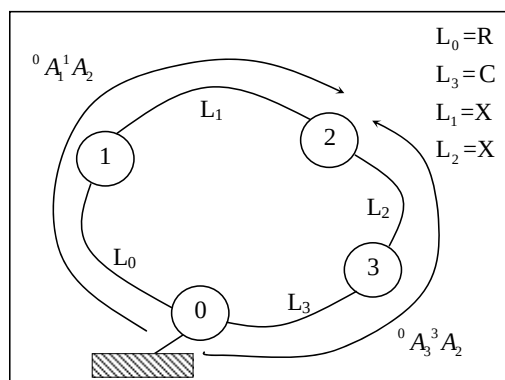


*Figure II- 7: Graphe des liaisons d'un mécanisme de type RXXC.*

On procède de la même manière que la famille précédente pour analyser les différents mécanismes (voir Tableau II- 5). On remarque que pour ce type de mécanisme, la liaison de sortie C est cylindrique et possède 2 d.d.l, une

translation et une rotation. Ainsi, pour le cas de génération de fonction, on a à choisir entre deux fonctions d'entrée-sortie respectivement une rotation de sortie ou une translation de sortie.

Tableau II- 7 : Identification des mécanismes de type RXXC.

|   | X |   |   |   | X |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
|   | R | S | P | C | R | P | C | S |   |
| R | x |   |   |   | x |   |   |   | C |
|   | x |   |   |   |   | x |   |   |   |
|   | x |   |   |   |   |   | x |   |   |
|   | x |   |   |   |   |   |   | x |   |
|   |   | x |   |   | x |   |   |   |   |
|   |   | x |   |   |   | x |   |   |   |
|   |   | x |   |   |   |   | x |   |   |
|   |   |   | x |   | x |   |   |   |   |
|   |   |   | x |   |   | x |   |   |   |
|   |   |   | x |   |   |   | x |   |   |
|   |   |   | x |   |   |   |   | x |   |
|   |   |   |   | x | x |   |   |   |   |
|   |   |   |   | x |   | x |   |   |   |
|   |   |   |   | x |   |   | x |   |   |
|   |   |   |   | x |   |   |   | x |   |

Au sein de la famille RXXC, on énumère 15 mécanismes différents que nous présentons dans le Tableau II- 7. Pour décrire les inconnues du mouvement, on présente dans le Tableau II- 8, le cas où le paramètre de sortie est  $\theta_1$ . Donc l'équation de mouvement sera de la forme  $f(\theta_0, \theta_1)=0$ . Ce qui conduit à considérer  $d_1$  comme un paramètre du mécanisme. Dans le cas, d'un mécanisme destiné à générer un déplacement, la fonction d'entrée sortie serait  $f(\theta_0, d_1)=0$  et le paramètre  $\theta_1$  remplacera  $d_1$  dans le Tableau II- 8.

Tableau II- 8 : les différentes classes de la famille RXXC.

| Mécanisme | Variables                      | $m_c$ | Mécanisme | Variables                           | $m_c$ |
|-----------|--------------------------------|-------|-----------|-------------------------------------|-------|
| RSPC      | $d_2, \theta_3, d_1$           | 1     | RRCC      | $d_2, \theta_2, \theta_3, d_1$      | 0     |
| RSRC      | $\theta_2, \theta_3, d_1$      | 1     | RRPC      | $d_2, \theta_3, d_1$                | -1    |
| RSCC      | $d_2, \theta_2, \theta_3, d_1$ | 2     | RRSC      | $\theta_2, \theta_3, d_1$           | 1     |
| RPCC      | $d_2, \theta_2, d_3, d_1$      | 0     | RCCC      | $d_2, \theta_2, d_3, \theta_3, d_1$ | 1     |
| RPSC      | $\theta_2, d_3, d_1$           | 1     | RCPC      | $d_2, \theta_3, d_3, d_1$           | 0     |
| RPRC      | $d_3, \theta_2, d_1$           | -1    | RCRC      | $\theta_2, d_3, \theta_3, d_1$      | 0     |
| RPPC      | $d_2, d_3, d_1$                | -1    | RCSC      | $\theta_2, d_3, \theta_3, d_1$      | 2     |
| RRRC      | $\theta_2, \theta_3, d_1$      | -1    |           |                                     |       |

Parmi les mécanismes étudiés, seuls ceux ayant une mobilité cinématique égale à 1,  $m_c=1$ , présente un intérêt. On représente dans ce qui suit deux mécanismes de la famille RXXC choisis à partir du Tableau II- 7.

Tableau II- 9 : Schématisation de mécanismes de la famille RXXC.

| Type | Schématisation |
|------|----------------|
| RSPC |                |
| RPSC |                |

### IV-3. La famille RXXP

La troisième famille de mécanisme étudié est le RXXP. La chaîne cinématique fermée correspondante est présentée dans la Figure II- 8.

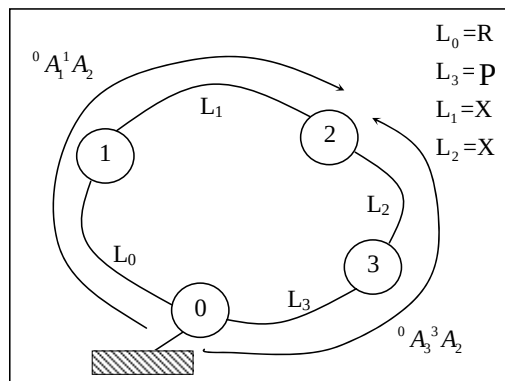


Figure II- 8 : Graphe des liaisons d'un mécanisme de type RXXP.

Pour ce type de mécanisme, la liaison de sortie P est une liaison prismatique possédant 1 ddl, une translation. Ainsi, pour la génération de fonction, l'équation d'entrée-sortie est  $f(\theta_0, d_1) = 0$ . Les semblables de cette famille sont détaillés dans le tableau suivant :

Tableau II- 10 : Identification des mécanismes de type RXXP.

|   | X |   |   |   | X |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
|   | R | S | P | C | R | P | C | S |   |
| R | x |   |   |   | x |   |   |   | P |
|   | x |   |   |   |   | x |   |   |   |
|   | x |   |   |   |   |   | x |   |   |
|   | x |   |   |   |   |   |   | x |   |
|   |   | x |   |   | x |   |   |   |   |
|   |   | x |   |   |   | x |   |   |   |
|   |   | x |   |   |   |   | x |   |   |
|   |   |   | x |   | x |   |   |   |   |
|   |   |   | x |   |   | x |   |   |   |
|   |   |   | x |   |   |   | x |   |   |
|   |   |   | x |   |   |   |   | x |   |
|   |   |   |   | x | x |   |   |   |   |
|   |   |   |   | x |   | x |   |   |   |
|   |   |   |   | x |   |   | x |   |   |
|   |   |   |   | x |   |   |   | x |   |

Un ensemble de 15 mécanismes est identifié. Pour chaque mécanisme de la famille RXXP, on écrit les variables articulaires, seuls les éléments qui ont une mobilité cinématique égale à 1 présente un intérêt. Ils sont donnés par le tableau suivant :

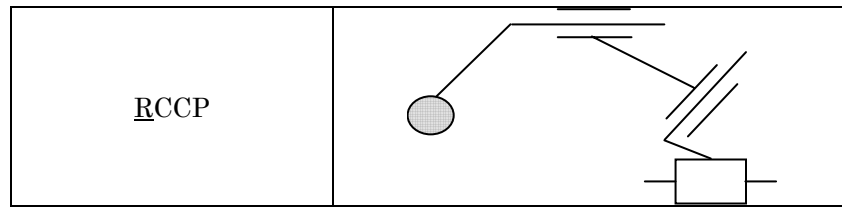
Tableau II- 11 : Les différents classes de la famille RXXP.

| Mécanisme | Variables                 | $m_c$ | Mécanisme | Variables                      | $m_c$ |
|-----------|---------------------------|-------|-----------|--------------------------------|-------|
| RRRP      | $\theta_2, \theta_3$      | -2    | RPPP      | $d_2, d_3$                     | -2    |
| RRPP      | $\theta_2, d_3$           | -2    | RPCP      | $d_2, \theta_3, d_3$           | -1    |
| RRCP      | $\theta_2, \theta_3, d_3$ | -1    | RPSP      | $d_2, \theta_3, d_3$           | 0     |
| RRSP      | $\theta_2, \theta_3$      | 0     | RCRP      | $d_2, \theta_2, \theta_3$      | -1    |
| RSRP      | $\theta_2, \theta_3$      | 0     | RCPP      | $d_2, \theta_2, d_3$           | -1    |
| RSPP      | $\theta_2, d_3$           | 0     | RCCP      | $d_2, \theta_2, d_3, \theta_3$ | 0     |
| RSCP      | $\theta_2, \theta_3, d_3$ | 1     | RCSP      | $d_2, \theta_2, \theta_3$      | 1     |
| RPRP      | $d_2, \theta_3$           | -2    |           |                                |       |

On présente dans ce qui suit deux mécanismes de la famille RXXP choisis aléatoirement du Tableau II- 10.

Tableau II- 12 : schématisation de mécanismes de la famille RXXP

| Type        | Schématisation |
|-------------|----------------|
| <u>RCSP</u> |                |



#### IV-4. La famille RXXS

La quatrième famille de cette étude est constituée par des mécanismes de type RXXS. Le graphe des liaisons est présenté par la Figure II- 9.

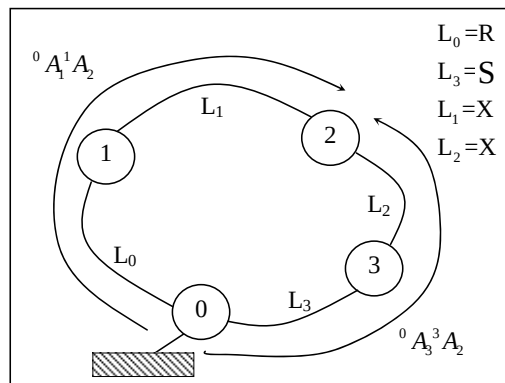


Figure II- 9 : Graphe des liaisons d'un mécanisme de type RXXS.

La liaison de sortie, pour ce type de mécanisme, est une liaison sphérique S possédant trois rotations, soit 3 ddl. Ainsi, pour le cas de génération de fonction ou de trajectoire, on a besoin de la fonction d'entrée-sortie suivante  $f(\theta_0, \theta_1) = 0$ .

Les différents mécanismes possibles de cette famille sont présentés dans le tableau suivant :

Tableau II- 13 : Identification des mécanismes de type RXXS.

|   | X |   |   | X |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
|   | R | P | C | R | P | C |   |
| R | x |   |   | x |   |   | S |
|   | x |   |   |   | x |   |   |
|   | x |   |   |   |   | x |   |
|   |   | x |   | x |   |   |   |
|   |   | x |   |   | x |   |   |
|   |   | x |   |   |   | x |   |
|   |   |   | x | x |   |   |   |
|   |   |   | x |   | x |   |   |
|   |   |   | x |   |   | x |   |

La famille RXXS étudiée est composée de 9 mécanismes spatiaux. Chaque mécanisme admet entre deux et quatre variables articulaires en fonction de sa topologie. Les mécanismes ayant une mobilité cinématique égale à 1 présente un intérêt. Les différentes variables sont énumérées dans le tableau suivant :

Tableau II- 14 : les différentes classes de la famille RXXS.

| Mécanisme | Variables                      | $m_c$ |
|-----------|--------------------------------|-------|
| RRRS      | $\theta_2, \theta_3$           | 0     |
| RRPS      | $\theta_2, d_3$                | 0     |
| RRCS      | $\theta_2, \theta_3, d_3$      | 1     |
| RPPS      | $d_2, d_3$                     | 0     |
| RPCS      | $d_2, \theta_3, d_3$           | 1     |
| RCRS      | $d_2, \theta_2, \theta_3$      | 1     |
| RCPS      | $d_2, \theta_2, d_3$           | 1     |
| RCCS      | $d_2, \theta_2, d_3, \theta_3$ | 2     |
| RPRS      | $d_2, \theta_3$                | 1     |

On présente dans ce qui suit deux mécanismes de la famille RXXS choisis du Tableau II- 13.

Tableau II- 15 : schématisation de mécanismes de la famille RXXS

| Type        | Schématisation |
|-------------|----------------|
| <u>RRCS</u> |                |
| <u>RPRS</u> |                |

## V. FORMULATION DU PROBLEME DE SYNTHÈSE

Dans ce qui suit, on présente la nouvelle approche proposée utilisant le paramétrage de Denavit-Hartenberg (DH). Deux mécanismes spatiaux sont choisis pour la formulation du problème de synthèse illustrant cette approche, le mécanisme RSCR et le mécanisme RSPC. Ces mécanismes portent l'intérêt des recherches précédentes dans la littérature. Une critique est menée par rapport aux méthodes de synthèse antérieures, présentées dans le chapitre précédent, afin de mettre en évidence l'apport de notre approche.

### V-1. Modèle cinématique du mécanisme spatial RSCR

Ce mécanisme appartient à la famille RXXR. Il admet une liaison rotoïde de sortie et une liaison rotoïde d'entrée. Il est étudié en synthèse avec deux approches différentes par Ananthasuresh *et al.* [Ananthasuresh 94] et Jiménez *et al.* [Jiménez 97]. Il est modélisé respectivement par une formulation géométrique

et une formulation cartésienne. Dans les deux cas, une redondance est distinguée. On propose de le prendre comme exemple d'illustration de notre approche.

La définition des paramètres de Denavit-Hartenberg se fait de la même manière qu'une chaîne cinématique ouverte. La différence réside dans le fait que le premier et le dernier élément sont liés au bâti. L'orientation du dernier système de coordonnées,  $R_0$ , est défini par rapport à  $R_1$ , le premier système de coordonnées de la chaîne. Le paramétrage et les systèmes de coordonnées du mécanisme RSCR sont représentés dans la Figure II- 10. Comme indiqué dans l'étude de cette famille réalisée dans le dernier paragraphe, ce mécanisme fait appel à trois inconnues cinématiques.

Les paramètres  $\alpha_0$ ,  $a_0$  et  $d_0$  sont les paramètres fixes de la base. Le Tableau II- 16 indique les paramètres de Denavit-Hartenberg pour le mécanisme RSCR, où les variables sont en gras.

Tableau II- 16: Paramétrage de DH pour le mécanisme RSCR.

| I | $a_i$ | $d_i$ | $\alpha_i$ | $\theta_i$ |
|---|-------|-------|------------|------------|
| 0 | $a_0$ | $d_0$ | $\alpha_0$ | $\theta_0$ |
| 1 | $a_1$ | $d_1$ | $\alpha_1$ | $\theta_1$ |
| 2 | $a_2$ | $d_2$ | 0          | $\theta_2$ |
| 3 | $a_3$ | 0     | $\alpha_3$ | $\theta_3$ |

L'équation de fermeture de cycle pour le mécanisme RSCR est définie comme suit :

$${}^0T_1T_2 = {}^0T_3T_2 \quad (\text{II.6})$$

La dernière colonne de ce système d'équations représente les coordonnées homogènes de l'origine  $O_2$ .

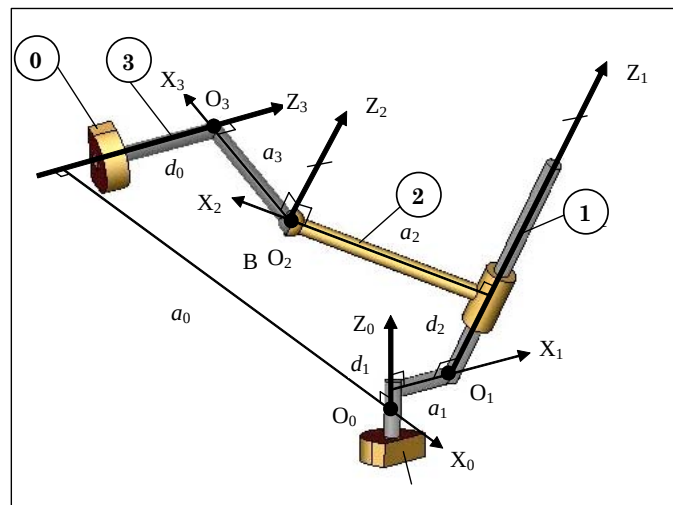


Figure II- 10 : Le mécanisme RSCR et son paramétrage de DH correspondant.

Les matrices de passage utilisées sont données par :

$${}^0T_1 = \begin{pmatrix} \cos \theta_1 & -\sin \theta_1 \cos \alpha_1 & \sin \theta_1 \sin \alpha_1 & a_1 \cos \theta_1 \\ \sin \theta_1 & \cos \theta_1 \cos \alpha_1 & -\cos \theta_1 \sin \alpha_1 & a_1 \sin \theta_1 \\ 0 & \sin \alpha_1 & \cos \alpha_1 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{II.7})$$

$${}^1T_2 = \begin{pmatrix} \cos \theta_2 & -\sin \theta_2 & 0 & a_2 \cos \theta_2 \\ \sin \theta_2 & \cos \theta_2 & 0 & a_2 \sin \theta_2 \\ 0 & 0 & 1 & d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{II.8})$$

$${}^3T_2 = \begin{pmatrix} \cos \theta_3 & \sin \theta_3 & 0 & -a_3 \\ -\sin \theta_3 \cos \alpha_3 & \cos \theta_3 \cos \alpha_3 & \sin \alpha_3 & -d_3 \sin \alpha_3 \\ \sin \theta_3 \sin \alpha_3 & -\cos \theta_3 \sin \alpha_3 & \cos \alpha_3 & -d_3 \cos \alpha_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{II.9})$$

$${}^0T_3 = \begin{pmatrix} \cos \theta_0 & \sin \theta_0 & 0 & -a_0 \\ -\sin \theta_0 \cos \alpha_0 & \cos \theta_0 \cos \alpha_0 & \sin \alpha_0 & -d_0 \sin \alpha_0 \\ \sin \theta_0 \sin \alpha_0 & -\cos \theta_0 \sin \alpha_0 & \cos \alpha_0 & -d_0 \cos \alpha_0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{II.10})$$

L'équation de fermeture de cycle est écrite en utilisant les matrices homogènes aux coordonnées du point B (ou  $O_2$  sur Figure II- 10).

$${}^0T_1 {}^1T_2 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = {}^0T_3 {}^3T_2 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Ce qui conduit aux trois équations suivantes :

$$\begin{aligned} & \cos \theta_1 \cos \theta_2 a_2 - \sin \theta_1 \cos \alpha_1 \sin \theta_2 a_2 + \sin \theta_1 \sin \alpha_1 d_2 + \cos \theta_1 a_1 \\ & = -\cos \theta_0 a_3 - a_0 \\ & \sin \theta_1 \cos \theta_2 a_2 + \cos \theta_1 \cos \alpha_1 \sin \theta_2 a_2 - \cos \theta_1 \sin \alpha_1 d_2 + \sin \theta_1 a_1 \\ & = \sin \theta_0 \cos \alpha_0 a_3 - \sin \alpha_0 d_0 \\ & \sin \alpha_1 \sin \theta_2 a_2 + \cos \alpha_1 d_2 + d_1 = -\sin \theta_0 \sin \alpha_0 a_3 - \cos \alpha_0 d_0 \end{aligned} \quad (\text{II.11})$$

Les inconnues dans ces équations sont  $\theta_1$ ,  $d_2$  et  $\theta_2$ . Dans le cas général, il est difficile de déterminer explicitement  $\theta_1$  en fonction de  $\theta_0$ .

Selon la disposition des axes respectivement portés par  $Z_1$  et  $Z_0$ , on distingue trois cas de configuration du mécanisme RSCR ; le cas cylindrique, le cas conique et le cas hyperbolique (voir chapitre I), ce qui se traduit par des valeurs particulières de certains paramètres de Denavit-Hartenberg.

Le modèle géométrique simplifié donnant  $\theta_1$  en fonction de  $\theta_0$  pour le cas cylindrique, où  $\alpha_1 = 0$ , est donné par l'équation suivante :

$$\begin{aligned}
& (2a_1a_4 + 2a_1a_3 \cos \theta_0) \cos \theta_1 + 2a_1d_4 \sin \alpha_4 + (2a_1a_3 \cos \alpha_4 \sin \theta_0) \sin \theta_1 \\
& + d_4^2 \cos^2 \alpha_4 - 2a_3d_4 \cos \alpha_4 \sin \theta_0 \sin \alpha_4 - a_1^2 - a_4^2 - d_4^2 - a_3^2 \cos^2 \theta_0 - \\
& a_3^2 \cos^2 \alpha_4 - 2a_3a_4 \cos \theta_0 + a_3^2 \cos^2 \theta_0 \cos^2 \alpha_4 = 0
\end{aligned} \tag{II.12}$$

L'équation (II.12) est utilisée pour la résolution des problèmes de génération de fonction et de trajectoire du mécanisme RSCR quand les axes  $Z_1$  et  $Z_0$  sont parallèles. Le cas de génération de fonction est traité par G.K. Ananthasuresh et al. [Ananthasuresh 94].

Le cas conique, correspondant à  $a_1=0$  où les deux axes  $Z_1$  et  $Z_0$  se coupent, est étudié en génération de trajectoire par Ananthasuresh et al. [Ananthasuresh 94]. Vu que, le problème de génération de trajectoire est formulé comme suit : un point donné sur l'élément 2 (le point traceur) doit générer une trajectoire qui se rapproche au plus d'une trajectoire cible. On a besoin de déterminer l'orientation de l'élément bielle (2) pour pouvoir définir les coordonnées du point traceur, P, par rapport à la base. En effet, pour les coordonnées locales données du point traceur, on peut retrouver les coordonnées globales en utilisant l'équation suivante:

$$\begin{bmatrix} X_P \\ Y_P \\ Z_P \\ 1 \end{bmatrix} = {}^0T_2 \begin{bmatrix} x_p \\ y_p \\ z_p \\ 1 \end{bmatrix} \tag{II.13}$$

$[X_P, Y_P, Z_P, 1]^T$  : Le vecteur coordonnées homogènes du point P dans le référentiel fixe  $R_0(O_0, X_0, Y_0, Z_0)$ .

$[x_p, y_p, z_p, 1]^T$  : Le vecteur coordonnées homogènes du point P dans le référentiel  $R_2(O_2, X_2, Y_2, Z_2)$ .

${}^0T_2$  : La matrice de passage représentant la position et l'orientation de l'élément (2) par rapport au système de coordonnées fixe,  $R_0$ .

Dans ce chapitre, nous ne nous sommes pas restreints au cas spatial conique. Le cas général du mécanisme RSCR est, par ailleurs, étudié. Nous montrons la façon de le résoudre dans la suite. Le modèle géométrique complet donnant l'angle  $\theta_1$  en fonction de l'angle  $\theta_0$  est donné par l'équation suivante :

$$\begin{aligned}
 & \left( \begin{aligned} & a_3^2 \cos^2 \alpha_0 + a_3^2 \cos^2 \alpha_1 \cos^2 \theta_0 \cos^2 \alpha_0 + \\ & a_0^2 \cos^2 \alpha_1 - d_0^2 \cos^2 \alpha_1 - 2a_3 d_0 \sin \theta_0 \cos \alpha_0 \sin \alpha_0 \\ & -a_0^2 - a_3^2 \cos^2 \alpha_0 \cos^2 \theta_0 \\ & -a_3^2 \cos^2 \alpha_1 \cos^2 \alpha_0 + 2a_3 d_0 \cos^2 \alpha_1 \sin \theta_0 \sin \alpha_0 \cos \alpha_0 \\ & -2a_3 a_0 \cos \theta_0 + d_0^2 - a_3^2 \cos^2 \alpha_0 + 2a_2 a_3 \cos \theta_0 \cos^2 \alpha_1 \\ & +d_0^2 \cos^2 \alpha_1 \cos^2 \alpha_0 + a_3^2 \cos^2 \theta_0 \cos^2 \alpha_1 - d_0^2 \cos^2 \alpha_0 \end{aligned} \right) \cos^2 \theta_1 \\
 & + \left( \begin{aligned} & -2a_3^2 \cos \theta_0 \sin \alpha_0 \cos^2 \alpha_1 - 2a_3 d_0 \cos \theta_0 \sin \alpha_0 \\ & -2a_0 d_0 \sin \alpha_0 + 2a_0 d_0 \sin \alpha_0 \cos^2 \alpha_1 \\ & +2a_3 d_0 \cos \theta_0 \sin \alpha_0 \cos^2 \alpha_1 + 2a_3^2 \cos \alpha_0 \cos \theta_0 \sin \theta_0 \\ & +2a_0 a_3 \sin \theta_0 \cos \alpha_0 - 2a_0 a_3 \cos^2 \alpha_1 \sin \theta_0 \cos \alpha_0 \end{aligned} \right) \cos \theta_1 \sin \theta_1 \\
 & + \left( \begin{aligned} & 2a_3^2 \sin \alpha_1 \cos \theta_0 \cos \alpha_1 \sin \theta_0 \sin \alpha_0 + \\ & 2a_3 d_0 \sin \alpha_1 \cos \theta_0 \cos \alpha_1 \cos \alpha_0 \\ & +2a_3 d_1 \sin \alpha_1 \cos \theta_0 \cos \alpha_1 + 2a_0 d_1 \sin \alpha_1 \cos \alpha_1 \\ & +2a_0 a_3 \sin \alpha_1 \cos \alpha_1 \sin \theta_0 \sin \alpha_0 \end{aligned} \right) \sin \theta_1 \\
 & + \left( \begin{aligned} & 2a_3^2 \sin \alpha_1 \cos \alpha_0 \cos \alpha_1 \sin \alpha_0 - 2a_3 d_0 \sin \alpha_1 \cos \alpha_1 \sin \theta_0 \\ & +4a_3 d_0 \sin \alpha_1 \sin \theta_0 \cos^2 \alpha_0 \cos \alpha_1 + \\ & 2a_3 d_1 \sin \alpha_1 \sin \theta_0 \cos \alpha_0 \cos \alpha_1 \\ & -2d_0^2 \sin \alpha_1 \sin \alpha_0 \cos \alpha_1 \cos \alpha_0 \end{aligned} \right) \cos \theta_1 \\
 & + a_0^2 \cos^2 \alpha_1 - 2a_3 a_2 \cos \theta_0 \cos^2 \alpha_1 + a_3^2 \cos^2 \alpha_1 \cos^2 \theta_0 \cos^2 \alpha_0 \\
 & -d_1^2 + 2d_1 d_0 \cos^2 \alpha_1 \cos \alpha_0 + a_3^2 \cos^2 \theta_0 + \\
 & 2a_3 d_0 \cos^2 \alpha_1 \sin \theta_0 \sin \alpha_0 \cos \alpha_0 - 2a_3^2 \cos^2 \theta_0 \cos^2 \alpha_1 \\
 & -d_0^2 + d_0^2 \cos^2 \alpha_1 \cos^2 \alpha_0 + d_1^2 \cos^2 \alpha_1 \\
 & +a_3^2 \cos^2 \alpha_1 + a_2 + 2d_1 a_3 \cos^2 \alpha_1 \sin \theta_0 \sin \alpha_0 \\
 & -2d_1 a_3 \sin \theta_0 \sin \alpha_0 - a_3^2 \cos^2 \alpha_1 \cos^2 \alpha_0 - 2d_1 d_0 \cos \alpha_0 - a_3^2 = 0
 \end{aligned} \tag{II.14}$$

Cette équation peut s'écrire de la forme :

$$A(\cos \theta_1)^2 + B \cos \theta_1 + C \sin \theta_1 + D \cos \theta_1 \sin \theta_1 + E = 0 \tag{II.15}$$

Cette équation peut être présentée par un polynôme d'ordre quatre en faisant la transformation suivante :

$$t_1 = \tan\left(\frac{\theta_1}{2}\right), \text{ on obtient :}$$

$$A_1 t^4 + A_2 t^3 + A_3 t^2 + A_4 t + A_5 = 0$$

## V-2. Modèle cinématique du mécanisme spatial RSPC

Le second mécanisme que nous avons traité est le mécanisme RSPC dont une représentation 3D est donnée par la Figure II- 11. Ce mécanisme appartient

à la famille RXXP. Il comporte une liaison rotoïde d'entrée et une liaison prismatique de sortie.

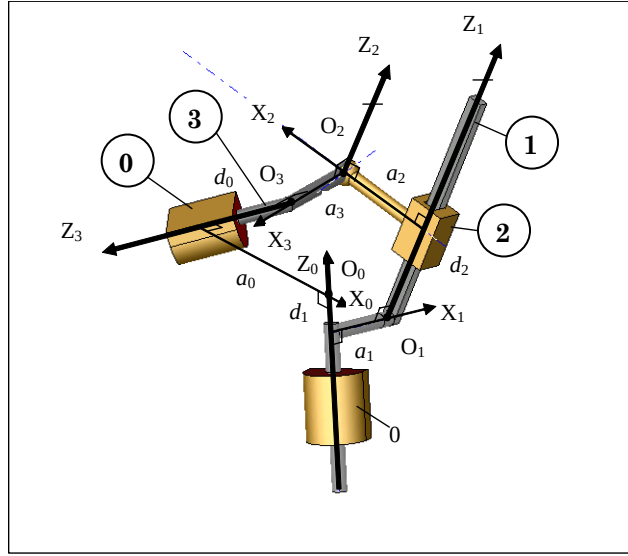


Figure II- 11 : Le mécanisme RSPC et son paramétrage de DH correspondant.

Le paramétrage correspondant de Denavit-Hartenberg du mécanisme est illustré par la Figure II- 11. Le mouvement de rotation d'entrée, repéré par  $\theta_0$ , est effectué autour de l'axe  $Z_3$  de la liaison de révolution.

Les paramètres de Denavitt-Hartenberg pour le mécanisme RSPC sont donnés par le Tableau II- 17, où les variables sont en caractère gras.

Tableau II- 17 : Paramétrage de DH pour le mécanisme RSPC.

| i | $a_i$ | $d_i$          | $\alpha_i$ | $\theta_i$ |
|---|-------|----------------|------------|------------|
| 0 | $a_0$ | $d_0$          | $\alpha_0$ | $\theta_0$ |
| 1 | $a_1$ | $\mathbf{d_1}$ | $\alpha_1$ | $\theta_1$ |
| 2 | $a_2$ | $\mathbf{d_2}$ | 0          | $\theta_2$ |
| 3 | $a_3$ | 0              | $\alpha_3$ | $\theta_3$ |

L'équation de fermeture de cycle pour le mécanisme RSCR est définie comme suit :

$${}^0T_1T_2 = {}^0T_3T_2 \quad (\text{II.16})$$

La dernière colonne de ce système d'équation représente les coordonnées homogènes de l'origine  $O_2$  du repère locale de l'élément 2.

$${}^0T_1 = \begin{pmatrix} \cos \theta_1 & -\sin \theta_1 \cos \alpha_1 & \sin \theta_1 \sin \alpha_1 & a_1 \cos \theta_1 \\ \sin \theta_1 & \cos \theta_1 \cos \alpha_1 & -\cos \theta_1 \sin \alpha_1 & a_1 \sin \theta_1 \\ 0 & \sin \alpha_1 & \cos \alpha_1 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{II.17})$$

$${}^1T_2 = \begin{pmatrix} \cos \theta_2 & -\sin \theta_2 & 0 & a_2 \cos \theta_2 \\ \sin \theta_2 & \cos \theta_2 & 0 & a_2 \sin \theta_2 \\ 0 & 0 & 1 & d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{II.18})$$

$${}^3T_2 = \begin{pmatrix} \cos \theta_3 & \sin \theta_3 & 0 & -a_3 \\ -\sin \theta_3 \cos \alpha_3 & \cos \theta_3 \cos \alpha_3 & \sin \alpha_3 & -d_3 \sin \alpha_3 \\ \sin \theta_3 \sin \alpha_3 & -\cos \theta_3 \sin \alpha_3 & \cos \alpha_3 & -d_3 \cos \alpha_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{II.19})$$

$${}^0T_3 = \begin{pmatrix} \cos \theta_0 & \sin \theta_0 & 0 & -a_0 \\ -\sin \theta_0 \cos \alpha_0 & \cos \theta_0 \cos \alpha_0 & \sin \alpha_0 & -d_0 \sin \alpha_0 \\ \sin \theta_0 \sin \alpha_0 & -\cos \theta_0 \sin \alpha_0 & \cos \alpha_0 & -d_0 \cos \alpha_0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{II.20})$$

L'équation de fermeture de cycle pour ce mécanisme est donnée par l'expression (II.16). On obtient les équations suivantes :

$$\begin{aligned} & \cos \theta_1 \cos \theta_2 a_2 - \sin \theta_1 \cos \alpha_1 \sin \theta_2 a_2 + \sin \theta_1 \sin \alpha_1 d_2 + \cos \theta_1 a_1 \\ & = -\cos \theta_0 a_3 - a_0 \\ & \sin \theta_1 \cos \theta_2 a_2 + \cos \theta_1 \cos \alpha_1 \sin \theta_2 a_2 - \cos \theta_1 \sin \alpha_1 d_2 + \sin \theta_1 a_1 \\ & = \sin \theta_0 \cos \alpha_0 a_3 - \sin \alpha_0 d_0 \\ & \sin \alpha_1 \sin \theta_2 a_2 + \cos \alpha_1 d_2 + d_1 = -\sin \theta_0 \sin \alpha_0 a_3 - \cos \alpha_0 d_0 \end{aligned} \quad (\text{II.21})$$

En éliminant  $d_1$  et  $d_2$ , l'équation d'entrée sortie du mécanisme RSPC,  $g(\theta_0, \theta_1) = 0$ , est donnée par :

$$\begin{aligned} & ((\cos \theta_0) \ a_3 + a_0) \cos \theta_1 - \sin \theta_1 (\sin \theta_0 \cos \alpha_0 a_3 + \sin \alpha_0 d_0) \\ & + ((\cos \theta_2) \ a_2 + a_1) = 0 \end{aligned} \quad (\text{II.22})$$

C'est une équation du type  $A \cos \theta_1 + B \sin \theta_1 = C$

Soit l'angle  $\gamma$ , défini comme suit :

$$\gamma = \text{ATAN2}[-(a_3 \sin \theta_0 \cos \alpha_0 + d_0 \sin \alpha_0), a_0 + a_3 \cos \theta_0]$$

La solution de l'équation est alors :

$$\theta_1 = \gamma \pm \cos^{-1} \left( -\frac{((\cos \theta_2) \ a_2 + a_1)}{H} \right)$$

Avec, H est donné par :

$$H = \sqrt{((\cos \theta_0) \ a_3 + a_0)^2 + (\sin \theta_0 \cos \alpha_0 a_3 + \sin \alpha_0 d_0)^2}$$

On note ici que les paramètres du mécanisme solution doivent vérifier les conditions d'existence sur l'argument de l'arcos. Ces conditions sont utilisées dans l'algorithme de résolution.

L'équation (II.22) est utilisée dans la formulation du problème de génération de fonction et de trajectoire.

Pour le cas de génération de trajectoire, les coordonnées du point traceur, sont définies de la même manière que le cas du mécanisme RSCR, à l'aide de l'équation (II.13) .

La présente méthode a l'avantage d'être applicable à tout mécanisme à une seule chaîne cinématique fermée. Puisqu'elle est basée uniquement sur l'équation de fermeture de cycle et sur le paramétrage classique de Denavit-Hartenberg.

### V-3. Synthèse optimale

Les variables de conception sont certains paramètres de Denavit-Hartenberg du mécanisme qu'il s'agit de déterminer par optimisation pour la synthèse. Dans le cas de génération de fonction, les vecteurs de conception pour les deux mécanismes sont donnés par les vecteurs suivants :

$$X_f^{RSCR} = [a_0, d_0, \alpha_0, d_1, a_1, \alpha_1, a_2, a_3] \quad (\text{II.23})$$

$$X_f^{RSPC} = [a_0, d_0, \alpha_0, a_1, \alpha_1, a_2, \theta_2, a_3] \quad (\text{II.24})$$

Pour le problème de génération de trajectoire, on ajoute les coordonnées locales du point traceur, P, et la position de l'origine du repère de base O dans un repère fixe. Il faut donc, rajouter aux vecteurs précédents ((II.23),(II.24)) les composantes suivantes pour le cas de génération de trajectoire :

$$[x_P, y_P, z_P, X_0, Y_0, Z_0] \quad (\text{II.25})$$

Il est important de mentionner que le nombre des variables de conception est fortement réduit par rapport aux autres descriptions géométriques existantes dans la littérature. En effet, pour le cas du mécanisme RSCR, on utilise seulement 8 paramètres pour la formulation du problème de génération de fonction, alors que dans [Ananthasuresh 94] 12 paramètres redondants sont utilisés pour modéliser le même problème. En plus, cette description nous permet de résoudre le cas général du mécanisme RSCR, tandis que des cas particuliers de configuration de ce mécanisme sont traités dans la littérature.

La fonction objective à optimiser, dans le cas de génération de fonction, est donnée par :

$$E = f(X) = \sum_{j=1}^{N_{pt}} [(\theta_1^j - \theta_1^{jd})^2] \quad (\text{II.26})$$

$N_{pt}$  étant le nombre de points de synthèse,  $\theta_1^j$  et  $\theta_1^{jd}$  représentant respectivement la position angulaire générée et désirée.

Dans le cas de génération de trajectoire, la fonction à minimiser est donnée par :

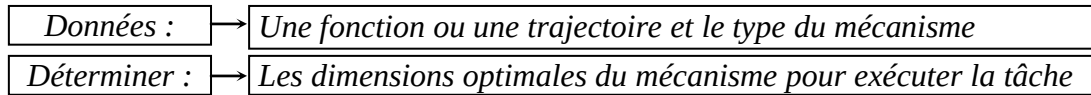
$$E = f(X) = \sum_{j=1}^{N_{pt}} \left[ \left( X_{P_j} - X_{P_j^d} \right)^2 + \left( Y_{P_j} - Y_{P_j^d} \right)^2 + \left( Z_{P_j} - Z_{P_j^d} \right)^2 \right] \quad (\text{II.27})$$

$N_{pt}$  étant le nombre de points de synthèse,  $P_j$  et  $P_j^d$  représentant respectivement la position générée et désirée du traceur.

Par conséquent, l'erreur  $E$  est une quantité qui reflète la précision de la trajectoire obtenue.

#### V-4. Résolution du problème

Le problème de synthèse d'un mécanisme peut être résumé schématiquement comme suit :



Le problème de synthèse de mécanisme est traduit en un problème d'optimisation d'une fonction objective. Il fait appel à un ensemble d'équations non linéaires à satisfaire. On peut le définir comme suit :

$$\begin{aligned}
 \text{Minimiser :} \quad & f(\mathbf{X}); \mathbf{X} = [x_1, \dots, x_{N_{\text{var}}}]^T \\
 \text{Sujet à :} \quad & I_j(\mathbf{X}) \geq 0; j = 1, \dots, J. \\
 & Q_k(\mathbf{X}) = 0; k = 1, \dots, K. \\
 & x_{i_{\min}} \leq x_i \leq x_{i_{\max}}; i = 1, \dots, N_{\text{var}}
 \end{aligned}$$

Avec,

$\mathbf{X}$  = Le vecteur des variables indépendantes ou vecteur de conception.

$N_{\text{var}}$  = La dimension du vecteur  $\mathbf{X}$ .

$J$  = Le nombre de contraintes d'inégalités.

$K$  = Le nombre de contraintes d'égalités.

$f(\mathbf{X})$  = La fonction objective. ( cf § IV-3)

$I_i(\mathbf{X})$  = Les contraintes d'inégalité.

$Q_k(\mathbf{X})$  = Les contraintes d'égalité.

Les méthodes déterministes et stochastiques ont vu une large utilisation dans la résolution des problèmes d'optimisation, notamment les problèmes de synthèse de mécanismes. La complexité élevée du système a introduit des difficultés dans l'utilisation des méthodes déterministes ([Kunjur 95],[Cabrera 02],[Laribi 04-2],...). C'est pour cela qu'on propose dans ce travail l'utilisation des méthodes stochastiques, particulièrement les algorithmes génétiques couplés avec un régulateur flou, s'adaptant mieux à genre ce type de problèmes.

## VI. CONCLUSION

Dans ce chapitre, on a présenté une nouvelle formulation du problème de synthèse des mécanismes spatiaux utilisant le paramétrage de Denavit-Hartenberg. On a pu écrire la forme la plus générale du système d'équations reliant l'entrée à la sortie de la chaîne cinématique fermée.

On a identifié quatre familles de mécanismes spatiaux, (RXXR, RXXC, RXXP et RXXS). Chaque famille est étudiée et modélisée séparément. Ces études apportent, pour leur part, une connaissance approfondie de la nature du mécanisme traité et de la complexité du problème abordé.

Les mécanismes spatiaux RSCR, (Rotoïde - Sphérique - Cylindrique - Rotoïde), et RSPC, (Rotoïde - Sphérique - Prismatique - Cylindrique), sont formulés dans un problème de synthèse. Ils sont étudiés pour le problème de génération de fonction et le problème de génération de trajectoire. Une critique est menée vis-à-vis d'autres travaux ultérieurs.

Pour la résolution, on présente dans le chapitre suivant un algorithme d'optimisation basé sur l'algorithme génétique et un régulateur flou.

## ***Chapitre 3***

# ***Optimisation Génétique du Problème de Synthèse des Mécanismes Spatiaux***

---

### **I. Introduction**

### **II. Technique D’Optimisation**

*II-1. Fonction objective*

*II-2. Recherche locale et recherche globale*

*II-3. Méthodes de résolution*

### **III. Methode combinée AG-LF**

*III-1. Sélection*

*III-2. Croisement*

*III-3. Mutation*

*III-4. Réinsertion*

*III-5. Méthode combinée algorithme génétique – logique floue (AG-LF)*

### **IV. Resultats et discussion**

*IV-1. Résultats de simulation du mécanisme RSCR*

*IV-2. Résultats de simulation du mécanisme RSPC*

### **V. application : Mécanisme d’anti-Escarre**

*V-1. Introduction*

*V-2. Présentation*

*V-3. Solution technologique d’actionnement de la plaque mobile*

### **VI. Conclusion**

## I. INTRODUCTION

Dans la vie courante, nous sommes fréquemment confrontés à des problèmes de recherche de choix d'une solution parmi un ensemble possible. Ces solutions sont le résultat direct d'un problème d'optimisation d'une fonction objectif (fonction coût ou fonction profit), que l'on cherche à minimiser ou à maximiser. En pratique, le but n'est pas d'obtenir un optimum absolu, mais une solution au-delà d'un seuil prédéfini vu la complexité du problème. Pour atteindre cet objectif, il existe des méthodes appelées "heuristiques" bien adaptées. Un grand nombre d'heuristiques, qui produisent des solutions proches de l'optimum, ont été développées. La plupart d'entre elles sont conçues spécifiquement pour un type de problème donné.

Maintenant que le problème de synthèse est posé, il s'agit de choisir la méthode de résolution pour obtenir sa solution, c'est ce qu'on présente dans ce chapitre. Dans une première partie, on développe les techniques d'optimisation. Deux familles sont identifiées, l'une globale, l'autre locale, ensuite nous donnons l'approche de résolution. Un intérêt particulier est porté à la méthode heuristique et en particulier aux algorithmes génétiques. Nous abordons également le couplage entre l'algorithme génétique et un contrôleur de logique floue, que nous avons proposé pour améliorer les performances de l'approche.

Enfin, pour notre approche, on présente les résultats obtenus pour la résolution des problèmes de synthèse de mécanismes spatiaux mentionnés dans le chapitre précédent.

## II. TECHNIQUE D'OPTIMISATION

### II-1. Fonction objective

Soit  $\mathbf{X}$  un vecteur de dimension finie  $n$  dont les composantes  $x_i$  vérifient les conditions suivantes, qu'on appelle contraintes explicites :

$$a_i \leq x_i \leq b_i ; \text{ avec } i = 1, \dots, n,$$

Où,  $a_i$  et  $b_i$ , sont les composantes données de deux vecteurs  $\mathbf{A}$  et  $\mathbf{B}$ , de dimension  $n$ .

Les vecteurs  $\mathbf{A}$  et  $\mathbf{B}$  décrivent l'espace d'évolution des variables  $x_i$ . C'est un espace de recherche de la solution définie par :

$$\mathbf{A} = [a_1, \dots, a_i, \dots, a_n]$$

$$\mathbf{B} = [b_1, \dots, b_i, \dots, b_n]$$

$$\mathbf{X} = [x_1, \dots, x_i, \dots, x_n]$$

Soit la fonction  $f$  à valeurs réelles définie comme suit :

$$\begin{aligned} f : \mathbf{X} \in R^n &\rightarrow R \\ x &\longrightarrow f(x) \end{aligned}$$

Dans la suite de notre travail, nous nous intéressons uniquement à la recherche des minima d'une fonction, puisqu'un problème de maximisation peut toujours se ramener à un problème de minimisation.

Le problème considéré est celui de trouver le minimum global de  $f$ , et d'éviter d'être piégé dans un minimum local.

$$x^* \text{ est un minimum local } \Leftrightarrow \left[ \exists \varepsilon > 0 / \forall x \in \mathbf{X} : \|x - x^*\| < \varepsilon \Rightarrow f(x) \geq f(x^*) \right] \text{ et } x^* \in \mathbf{X}$$

$$x^* \text{ est un minimum global } \Leftrightarrow \forall x \in \mathbf{X} : f(x) \geq f(x^*) \text{ et } x^* \in \mathbf{X}$$

Pour un minimum global  $x_{MG}$ ,

$$f(x_{MG}) = y_{MG} = \min_{x \in \mathbf{X}} \{ f(x) \}$$

Cette fonction est appelée fonction objectif, fonction d'évaluation ou fitness.

## II-2. Recherche locale et recherche globale

Dans tout ce manuscrit, le terme d'«optimisation globale» fait référence à la recherche des optima globaux de la fonction objectif, au sens défini dans le paragraphe §II-1. De ce point de vue, la méthode d'optimisation globale vise la détermination de l'optimum global du problème, en évitant la convergence vers l'un de ses optimums locaux.

Néanmoins, nous pouvons classer les méthodes en deux catégories. Celles ayant un mécanisme de recherche n'exploitant pas tout le domaine de recherche, ces méthodes sont appelées *méthodes locales*, et celles qui disposent d'un mécanisme de recherche sur tout le domaine qui s'efforcent à obtenir un optimum global, ces méthodes sont appelées *méthodes globales*.

Les deux méthodes ne sont pas antagonistes. Afin d'améliorer les performances de recherche, plusieurs auteurs [Glover 86] combinent les deux types d'algorithmes. Une recherche globale permet de bien explorer l'espace de recherche ; cette phase est appelée "diversification"; et une recherche locale permet de bien exploiter une "zone prometteuse" (susceptible de contenir un minimum global), localisée lors de l'exploration du domaine de recherche ; cette phase est appelée "intensification".

Nous présentons dans ce qui suit quelques méthodes de résolution, locales et globales, du problème d'optimisation. Le choix est motivé par le fait que ces méthodes sont utilisées dans la littérature pour la résolution des problèmes de synthèse des mécanismes.

### II-3. Méthodes de résolution

Les différentes méthodes utilisées pour la résolution des problèmes d'optimisation peuvent être classées en deux grandes catégories :

- Méthodes d'optimisation locales (box complexe, gradient, quasi Newton) dont certaines nécessitent le calcul du gradient de la fonction objectif.
- Méthodes d'optimisation globales (algorithmes génétiques,...) basées sur un mécanisme de perturbation, un critère d'évaluation et un critère d'arrêt.

#### II.3.1 Méthodes d'optimisation locale

Le principe d'une méthode d'optimisation locale [Fox 71] est le suivant : à partir d'une solution  $x_0$ , considérée temporairement comme étant la valeur minimale  $x_{\min}$ , on engendre par transformations élémentaires une suite finie de voisins jusqu'à obtention de la solution.

La convergence locale est dictée par la capacité et la célérité de l'algorithme à achever la convergence lorsque les itérations  $x_i$  se rapprochent arbitrairement près de la solution  $x^*$ .

Dans ce contexte, deux méthodes locales sont présentées : la méthode de la descente et la méthode du gradient (Annexe B).

#### II.3.2 Méthodes d'optimisation globale

Dans la littérature, les méthodes développées pour résoudre des problèmes d'optimisation globale sont réparties, selon les auteurs, en différentes classes. Pour Goldberg, elles sont classées selon les critères de robustesse [Goldberg 89].

La convergence globale concerne la capacité de l'algorithme à amorcer la convergence quand l'estimation de départ  $x_0$  est située arbitrairement loin de la solution  $x^*$ .

Les méthodes d'optimisation globale peuvent être classées en trois catégories, comme suit :

##### a. Les méthodes déterministes,

Elles n'utilisent aucun concept stochastique et requièrent des hypothèses sur la fonction  $f$  à optimiser, telles que :  $f$  est continue et dérivable en tout point du domaine  $S$  des solutions. C'est-à-dire :

$$\forall (x_1, x_2) \in X^2, |f(x_1) - f(x_2)| \leq L \|x_1 - x_2\| \quad (\text{III.1})$$

Les méthodes déterministes se divisent en deux classes principales : les méthodes d'exploration directe et les méthodes d'exploration indirecte.

Les méthodes indirectes cherchent à atteindre les optimums en résolvant les systèmes d'équations, souvent non linéaires, obtenus en annulant le vecteur gradient de la fonction étudiée.

Les méthodes d'exploration directes recherchent les optimums en se déplaçant dans une direction qui dépend du gradient de la fonction.

Ces méthodes présentent deux inconvénients majeurs :

- En pratique, certaines de ces méthodes nécessitent le calcul du gradient, ce qui n'est pas toujours aisé.
- Ces méthodes ne convergent vers l'optimum global que lorsque le point de départ de l'algorithme est proche de cet optimum.
- La solution obtenue dépend de la solution initiale ; en plus la convergence même de l'algorithme est conditionnée par la solution initiale

b. Les méthodes énumératives,

Elles sont de principe simple ; dans un espace de recherche fini, un algorithme énumératif évalue la valeur de la fonction à optimiser en chaque point de l'espace solution. L'utilisation d'un tel algorithme est intéressante lorsque le nombre de points n'est pas très important. Mais en pratique, beaucoup d'espaces de recherche sont trop vastes pour que l'on puisse explorer toutes les solutions une par une et tirer une information utilisable.

Ce type de méthodes présente deux inconvénients majeurs :

- Elles sont inadaptées aux problèmes de grande dimension ;
- Elles ne sont pas guidées par un raisonnement ou un processus intelligent, qui conduit la recherche vers des sous-espaces, susceptible de contenir une bonne solution, sans balayer tout l'espace des solutions.

c. Les méthodes stochastiques,

Elles sont des méthodes où l'approche de l'optimum est en partie ou entièrement guidée par un processus stochastique. Elles utilisent des procédures purement aléatoires, qui explorent et mémorisent les meilleurs éléments trouvés. Ces méthodes utilisent un choix aléatoire comme outil pour guider une exploration de l'espace des solutions.

Ces méthodes présentent un inconvénient majeur :

- On ne peut garantir leur convergence que d'une manière asymptotique (ou pas du tout...).

Le principe d'un algorithme stochastique d'optimisation est détaillé dans l'annexe C.

### II.3.3 Le principe d'un algorithme génétique

Les algorithmes génétiques (AGs) font partie des méthodes d'optimisation globale. Ils sont adoptés pour la résolution du problème de synthèse des mécanismes dans ce travail.

Les problèmes traités par les algorithmes génétiques sont ceux qui n'ont pas pu être résolus par les méthodes classiques, ou ceux dont la résolution nécessite un temps de calcul considérable. Ils trouvent leur application surtout lorsque plusieurs contraintes, parfois contradictoires, sont à satisfaire en même temps ([Golberg 87], [Oates 99], [Powell 93], [Kane 97]...). Les principes fondamentaux de ces algorithmes ont été exposés par Holland [Holland 75]. Ces algorithmes s'inspirent du fonctionnement de l'évolution naturelle, notamment la sélection de Darwin, et la procréation selon les règles de Mendel.

La sélection naturelle, que Darwin appelle l'élément "propulseur" de l'évolution, favorise les individus d'une population les mieux adaptés à un environnement. La sélection est suivie de la procréation, réalisée à l'aide de croisements et de mutations au niveau du patrimoine génétique des individus (ou "génotype"), constitué d'un ensemble de gènes. Ainsi deux individus "parents", qui se croisent, transmettent tout ou partie de leur patrimoine génétique à leurs descendants. Le génotype de l'enfant fait que celui-ci est plus au moins bien adapté à l'environnement. S'il est bien adapté, il a une plus grande chance de figurer et de procréer dans la génération future. Au fur et à mesure des générations, on sélectionne les individus les mieux adaptés, et l'augmentation du nombre d'individus bien adaptés fait évoluer la population entière.

Le principe de base des algorithmes génétiques, les différents types de codages, ainsi qu'une description des opérateurs génétiques sont présentés dans l'annexe D.

La qualité de la convergence est liée à l'espace de recherche de la solution. On présente dans ce qui suit, un algorithme d'optimisation que nous avons conçu sur une combinaison entre l'algorithme génétique et la logique floue. Cet algorithme surmonte ce genre de problème.

## III. METHODE COMBINEE AG-LF

On utilise ici un algorithme génétique à codage réel. On présente dans cette section l'expression des opérateurs utilisés dans cet algorithme. Un régulateur flou est utilisé pour améliorer la qualité de la solution finale et éviter les problèmes de convergence prématurée.

### III-1. Sélection

La sélection prend des individus de la population en accord avec leurs aptitudes, pour former des nouvelles générations. Le prélèvement des échantillons est réalisé sur le principe de la roulette russe ([Golberg 94] et [Schmitt 01]).

La probabilité de sélection est donnée par :

$$P(x_i) = \frac{F(x_i)}{\sum_{i=1}^{N_{ind}} F(x_i)}$$

Avec,

$F(x_i)$  est l'aptitude de l'individu  $x_i$ .

$N_{ind}$  est la taille de la population.

### III-2. Croisement

L'opérateur de croisement fonctionne en une recombinaison linéaire entre un couple d'individus de la population en cours. C'est une caractéristique de l'opérateur de croisement de l'algorithme génétique de Breeder ([Mühlenbein 94],[Golberg 94]).

L'opérateur génère des descendants dans la direction définie par les parents. Les nouveaux descendants de la paire de parents sont calculés comme suit :

$$\begin{aligned} offspring_1 &= parent_1 + RecM \times range \times Opt_1 \times \Delta \times Diff \\ offspring_2 &= parent_2 + RecM \times range \times Opt_2 \times \Delta \times (-Diff) \end{aligned}$$

Avec,

$Opt_1$  : Le taux de recombinaison, variant dans l'intervalle  $[0,1]$ .

$Opt_2$  : Le taux de rétrécissement de croisement, variant dans l'intervalle  $[0,1]$ .

$RecM = \pm 1$ , avec une probabilité de  $Opt_1$ .

$range = 0.5 \times I$ , avec  $I$  est l'intervalle d'existence des variables.

$\Delta = \sum_{i=0}^{m-1} \alpha_i 2^i$ ,  $\alpha_i = 1$  avec une probabilité de  $\frac{1}{m}$ , si non 0, et  $m = 20$

$$Diff = \frac{parent_1 - parent_2}{\|parent_1 - parent_2\|}$$

### III-3. Mutation

L'opérateur de mutation permet l'apparition de nouveaux blocs et la réapparition d'autres disparus. Cet opérateur va faire muter des valeurs aux

variables réelles, et ce par une adaptation à la probabilité de mutation et l'aptitude de l'individu.

La mutation réelle s'adapte aussi à l'évolution par la modification de la déviation standard en accord avec l'aptitude de chaque individu.

La mutation des variables est calculée comme suit :

$$\text{mutated variable} = \text{variable} + \text{MutMx} \times \text{Range} \times F_2 \times \Delta$$

Avec,

$\text{MutMx} = \pm 1$  avec une probabilité de  $F_1$

$F_1$  : Le taux de mutation dans l'intervalle  $[0,1]$ .

$\text{Range} = 0.5 \times I$ , avec  $I$  est l'intervalle d'existence des variables.

$F_2$  : Le taux de rétrécissement de mutation, il varie dans l'intervalle  $[0,1]$ .

$\Delta = \sum \alpha_i 2^{-i}$ ,  $\alpha_i = 1$  avec une probabilité de  $\frac{1}{m}$ , si non 0,  $m = 20$ .

Avec  $m=20$ , l'opérateur de mutation est capable de localiser l'optimum avec une précision de  $\bar{\varepsilon} = \text{Range} \times F_2 \times 2^{-19}$  [Lot01].

#### III-4. Réinsertion

Toute en maintenant la même taille initiale de la population, les meilleurs parents sont réinsérés dans la nouvelle population d'enfants. De la même façon, si on n'utilise pas tous les individus à chaque génération et si on produit plus de progénitures que demandées alors un arrangement de réinsertion doit être utilisé pour déterminer quels individus doivent exister dans la nouvelle population.

Forgaty ([Schmitt 01],[Chipperfield 94]) a prouvé que le remplacement des meilleurs individus met en application une stratégie d'élitisme car les plus aptes survivront probablement sur des générations successives. Ainsi, pour qu'un individu survive pendant des générations successives, il doit être suffisamment apte pour assurer la propagation dans ces progénitures.

Nous employons un espace de génération,  $G_{gap}$ , et une réinsertion basées sur l'aptitude pour mettre en application la stratégie d'élitisme. Les individus les plus aptes survivent toujours à travers les générations successives. Ainsi,  $(N_{ind} \times G_{gap})$  de nouveaux individus sont produits à chaque génération. Un arrangement de réinsertion doit être employé pour déterminer quels individus doivent exister dans la nouvelle population.

### **III-5. Méthode combinée algorithme génétique – logique floue (AG-LF)**

#### **III.5.1 Introduction**

L'algorithme génétique, au cours de sa recherche, se base sur une population d'individus pour repérer la solution optimale. Si elle existe, alors elle sera présentée comme résultat. Ainsi, la population initiale générée au départ, en fonction du nombre d'individus et de l'espace de recherche, donné par les limites sur les composantes du vecteur de conception, a une grande influence sur la nature du résultat obtenu. Cependant, on ne peut pas prédire le domaine d'existence de la solution optimale. On fait appel à des tests successifs dans lesquels on modifie les bornes de chaque variable, donc l'espace de conception.

Afin, d'automatiser ce processus nous proposons l'utilisation de la régulation par logique floue. Cette approche a montré son efficacité lors de son application dans la synthèse des mécanismes plans ([Laribi 02], [Laribi 04-2]). Les différentes caractéristiques de régulateur sont présentées dans l'annexe E.

#### **III.5.2 Apport du régulateur flou**

Au cours d'un essai d'algorithme génétique, nous notons une différence entre la population initiale et la dernière population. Au départ, les individus décrivent par leurs éléments tout l'espace de recherche défini ( $[I_{\min}, I_{\max}]$ ). A la fin de l'optimisation, on marque l'apparition de l'un des deux phénomènes suivants :

- Une concentration autour du même individu : il s'agit d'une convergence.
- Une dispersion qui persiste : on n'atteint pas la convergence.

Dans le cas de la convergence, le taux de variation  $V$ , du meilleur individu entre une population et ses parents dans les dernières générations reste très faible, sinon nul. Par contre, si la convergence n'est pas atteinte, ce taux reste considérable.

Le taux de variation  $V$  est ainsi un indicateur de l'état de convergence de l'algorithme génétique. Mais, nous pouvons enregistrer une convergence vers une mauvaise solution où l'erreur  $E$  n'est pas admissible. C'est pour cela que nous ne pouvons qualifier une solution de bonne que si  $E$  et  $V$  sont faibles. Dans ce cas, l'espace de conception défini par les intervalles d'existence  $[I_{x\min}, I_{x\max}]$  choisis au départ est bon. Dans le cas contraire, où  $V$  ou/et  $E$  sont importants, l'espace de conception est à modifier.

Ce coefficient sera déterminé par le régulateur de la logique floue. Les entrées du régulateur seront l'erreur  $E$  et le taux de variation  $V$  obtenus après un premier essai de l'algorithme génétique.

A partir de ces données, le régulateur doit déterminer un coefficient multiplicateur, noté  $c$  (voir Annexe E), qui permettra de corriger l'intervalle min-max initial.

Soit  $[I_{x\min}^*, I_{x\max}^*]$  les bornes du nouvel intervalle, on aura :

$$\begin{aligned} I_{x\max}^* &= moy + \frac{c}{2}(I_{x\max} - I_{x\min}) \\ I_{x\min}^* &= moy - \frac{c}{2}(I_{x\max} - I_{x\min}) \end{aligned} \quad (III.2)$$

Avec,

$moy = moyenne(population)_{MaxGen}$  : La moyenne de la population à la dernière génération.

Le problème de synthèse des mécanismes spatiaux par algorithme génétique nécessite la donnée des paramètres suivants, avant de lancer la recherche de solution :

- La Taille de la population ( $N_{ind}$ ).
- Le nombre de générations maximal ( $MaxGen$ ).
- L'intervalle d'existence min-max des variables ( $I_x D$ ).
- Les paramètres des opérateurs génétiques ( $F_1, F_2, Opt_1, Opt_2, G_{gap}$ ).

Tous ces paramètres sont identifiés à l'aide de l'expérience de l'opérateur et sa richesse de raisonnement. C'est ce qu'on appelle le réglage génétique. L'organigramme, présenté dans cette partie, résume le fonctionnement de l'algorithme global d'optimisation qui introduit le régulateur par logique floue pour adapter l'intervalle d'existence des variables, en fonction de l'évolution de la recherche lors du premier passage de l'algorithme génétique.

L'algorithme fonctionne en deux étapes :

- Un premier passage de l'AG pour définir la solution et les variables nécessaires au régulateur flou, à savoir les valeurs d'entrée  $E$  (erreur) et  $V$  (variation). Ceci a pour conséquence de définir l'espace de recherche susceptible de contenir la solution du problème.
- Un deuxième passage de l'AG avec le nouvel espace de recherche adapté, issu du régulateur flou.

La Figure III- 1 illustre l'organigramme global d'optimisation. Les deux cycles respectifs, génétique et flou, sont appliqués séquentiellement.

L'apport de cette nouvelle approche est sur deux niveaux. Elle permet d'automatiser le processus de synthèse puisque le programme décide seul de son évolution et réduit l'erreur et le temps de calcul en évitant la convergence

prématurée. Ceci est dû à la bonne adaptation de l'intervalle d'existence des variables.

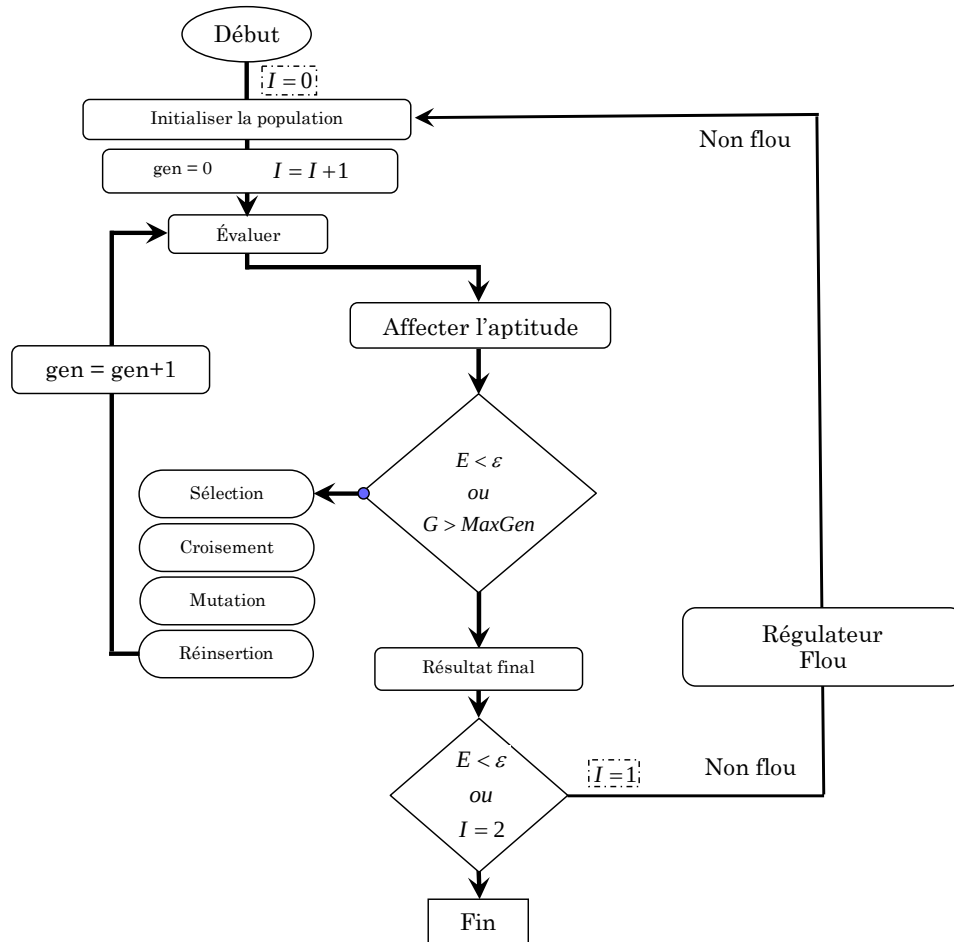


Figure III- 1 : Organigramme d'algorithme global d'optimisation.

#### IV. RESULTATS ET DISCUSSION

L'approche proposée est implémentée sous MATLAB® et l'ensemble des résultats a été obtenu sur un PC équipé d'un processeur Athlon 1800 Mhz.

Pour tester notre méthode, nous avons conduit la synthèse de deux mécanismes spatiaux ; le mécanisme RSCR et le mécanisme RSPC. Nous avons, pour ces deux mécanismes, traité les problèmes de génération de trajectoire et de fonction. Le temps de calcul nécessaire pour l'obtention d'une solution, avec les deux passages de l'algorithme génétique, varie en fonction de la complexité du problème entre 30s et 60s.

Les angles sont exprimés en degrés. Les dimensions du mécanisme solution, générant une trajectoire, sont exprimées dans la même unité que celle utilisée pour définir la trajectoire. Pour la génération de fonction, il n'est nul besoin de spécifier les unités utilisées pour les longueurs.

Pour chaque cas traité, nous avons résolu le problème en utilisant successivement, afin de comparer les résultats obtenus, l'algorithme génétique

seul, l'algorithme génétique couplé à la logique floue et aussi la méthode du gradient. La méthode du gradient n'est utilisée ici qu'à des fins de comparaison, car cette méthode est classiquement exploitée pour la résolution des problèmes de synthèse de mécanismes. Nous avons donc programmé l'algorithme du gradient.

Rappelons que dans cette méthode, le choix de la solution initiale est très important, puisqu'il conditionne la qualité du résultat final. Ainsi dans notre travail, la solution initiale est choisie parmi les solutions intermédiaires de l'algorithme génétique. Ce problème est traité par les auteurs Ananthasuresh et Kramer dans [Ananthasuresh 94].

#### IV-1. Résultats de simulation du mécanisme RSCR

Comme nous l'avons présenté dans le premier chapitre, ce mécanisme présente quelques particularités selon la disposition des axes des liaisons cylindrique et rotoïde de sortie, portés respectivement par les vecteurs  $\mathbf{U}_{C_1}$  et  $\mathbf{U}_{F_0}$  (Figure III- 2). Ceci se traduit directement sur les paramètres de Denavit-Hartenberg, pour le cas cylindrique :  $d_1 = 0$  et  $\alpha_1 = 0$  et pour le cas conique  $a_1 = 0$ .

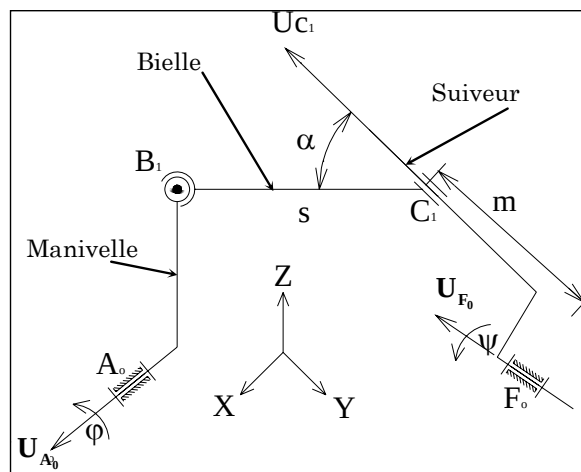


Figure III- 2 : Le mécanisme RSCR.

##### IV.1.1 Génération de fonction:

Ce problème est traité par l'auteur de [Ananthasuresh 94] en utilisant la méthode du gradient. Ces résultats sont repris ici et comparés aux résultats trouvés par AGs.

L'espace de recherche de solution des différentes variables est donné par le tableau suivant :

Tableau III- 1: L'intervalle d'existence des variables.

| $I$        | $d_1$ | $\alpha_1$ | $a_1$ | $a_2$ | $a_3$ | $d_0$ | $a_0$ | $\alpha_0$ |
|------------|-------|------------|-------|-------|-------|-------|-------|------------|
| $x_{\min}$ | 0     | 0          | -4    | -4    | -4    | 0     | -4    | 0          |
| $x_{\max}$ | 0     | 0          | 8     | 10    | 8     | 7     | 10    | 360        |

Pour étudier le premier cas spatial traité par [Ananthasuresh 94], les deux variables  $d_1$  et  $\alpha_1$  sont choisies égales à zéro. Ce cas est dit cylindrique parce que les axes des liaisons de révolution et cylindrique sont parallèles.

Le Tableau III- 2 contient les données de la fonction désirée définie par l'utilisateur  $\theta_1^d$ . La fonction générée par le mécanisme optimal, obtenu par la méthode du gradient, est représentée par  $\theta_1^{grad}$ . La fonction générée par le mécanisme optimal trouvé par algorithme génétique est repérée par  $\theta_1^{GA}$ .  $E$  est l'erreur quadratique entre la fonction obtenue et celle désirée. La méthode basée sur l'algorithme génétique permet de trouver une solution plus précise que la méthode du gradient. Le temps de calcul nécessaire pour l'obtention d'une solution par l'AG, à un seul passage, est estimé à 35 s.

Tableau III- 2 : La fonction désirée et les fonctions obtenues par la methode du gradient et la methode de l'AG.

| $\theta_0$            | 0 | 10    | 20    | 40    | 60    | 85    | 110   | 125    | 140    | 150    | E    |
|-----------------------|---|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|------|
| $\theta_1^d$          | 0 | 15    | 25    | 45    | 57    | 70    | 90    | 105    | 120    | 130    |      |
| $\theta_1^{grad}$ [7] | 0 | 13.96 | 24.25 | 38.42 | 50.39 | 68.42 | 91.48 | 106.43 | 120.5  | 128.69 | 2.13 |
| $\theta_1^{GA}$       | 0 | 14.22 | 25.37 | 42.98 | 57.42 | 73.82 | 90.69 | 102.37 | 117.28 | 131.9  | 1.95 |

Le Tableau III- 3 présente les dimensions du mécanisme RSCR ainsi que l'erreur obtenues respectivement par algorithme génétique et la méthode du gradient. Dans la Figure III- 3 on trace la fonction d'entrée sortie.

Tableau III- 3 : Les dimensions optimales du mécanisme RSCR par la methode du gradient et la methode de l'AG pour la génération de fonction.

|            | Gradient<br>[Ana94] | AG     |
|------------|---------------------|--------|
| $a_0$      | 2.62                | 0.5    |
| $d_0$      | 4.89                | 6.97   |
| $\alpha_0$ | 42.18               | 137.40 |
| $d_1$      | 0                   | 0      |
| $a_1$      | 5.02                | 5.01   |

|            |      |      |
|------------|------|------|
| $\alpha_1$ | 0    | 0    |
| $a_2$      | 6.97 | 7.99 |
| $a_3$      | 8.2  | 0.55 |
| E          | 2.13 | 1.95 |

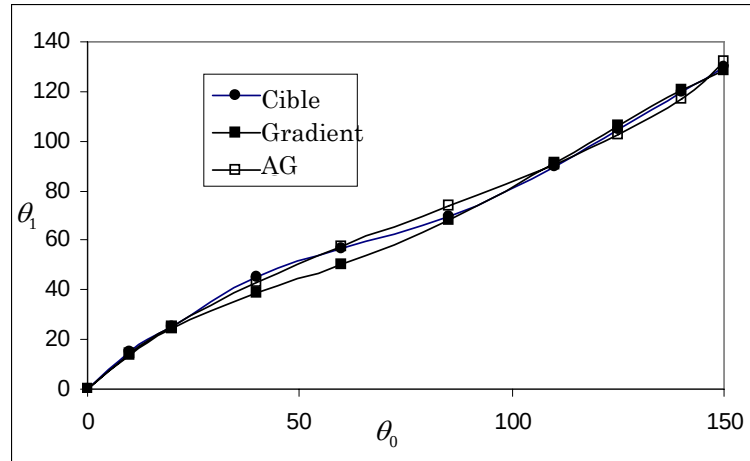


Figure III- 3: La fonction désirée et les fonction obtenues par la methode du gradient et la methode de l'AG

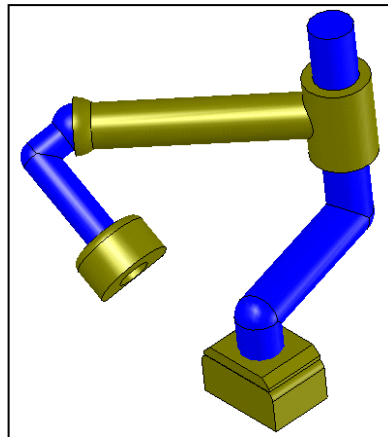


Figure III- 4: Le mécanisme optimal obtenu par la méthode de l'AG.

La solution proposée par algorithme génétique est construite dans la Figure III- 4. Il est important de noter que la fonction d'entrée sortie est assez simple, dans ce cas, c'est pourquoi on utilise l'algorithme génétique seul sans couplage.

#### IV.1.2 Génération de trajectoire :

Cet exemple est aussi présenté par [Ananthasuresh 94]. Dû à la complexité du problème, le cas spatial où  $a_1 = 0$  est considéré dans la référence citée. Cette configuration est dite conique à cause de l'intersection entre les deux axes  $Z_0$  et  $Z_1$ . Dans notre travail et grâce à la description présentée du mécanisme, basée sur le paramétrage de DH, on est capable de résoudre le cas général du problème.

Les variables de conception sont identiques au cas précédent, seules les coordonnées dans le repère local du point traceur P et l'origine du repère sont ajoutées. Le problème est traité en premier par la méthode couplée AG-LF, dont la solution optimale est présentée par le Tableau III- 4. De même, on illustre l'intervalle d'existence des variables.

*Tableau III- 4 : Les intervalles d'existence et la solution optimale du mécanisme RSCR pour la génération de trajectoire.*

|            | $I$        |            | GA     | $I^*$        |              | GA-FL  |
|------------|------------|------------|--------|--------------|--------------|--------|
|            | $x_{\min}$ | $x_{\max}$ | X      | $x_{\min}^*$ | $x_{\max}^*$ | X      |
| $d_1$      | 0          | 10         | 4.10   | -1.94        | 21.93        | 5.68   |
| $\alpha_1$ | 0          | 360        | 103.80 | 0            | 360          | 105.98 |
| $a_1$      | 0          | 10         | 9.08   | -5.44        | 17.92        | 6.68   |
| $a_2$      | 1          | 10         | 8.81   | -0.74        | 20.28        | 9.08   |
| $a_3$      | 1          | 10         | 1.56   | -9.72        | 11.76        | 1.21   |
| $d_0$      | 0          | 10         | 7.05   | -2.15        | 21.44        | 3.99   |
| $a_0$      | 0          | 10         | 9.07   | -3.21        | 20.27        | 9.96   |
| $\alpha_0$ | 0          | 360        | 264.68 | 0            | 360          | 229.17 |
| $x_P$      | 0          | 10         | 2.18   | -8.10        | 15.26        | 5.04   |
| $y_P$      | 0          | 10         | 6.27   | -7.19        | 16.17        | 2.74   |
| $z_P$      | 0          | 10         | 2.28   | -1.55        | 21.47        | 3.47   |
| $X_0$      | 0          | 10         | 5.20   | -7.24        | 16.12        | 1.83   |
| $Y_0$      | 0          | 10         | 7.54   | -9.67        | 13.82        | 3.98   |
| $Z_0$      | 0          | 10         | 3.22   | -1.97        | 21.63        | 9.79   |
| E          |            |            | 1.01   |              |              | 0.24   |

Au premier passage de l'algorithme génétique, en utilisant l'intervalle d'existence  $I$ , on obtient une première solution à une erreur de 1.01. À la suite de ce passage, l'algorithme se crée un historique définissant les paramètres V et E nécessaire pour la régulation floue. Une nouvelle recherche génétique s'entame après la régulation pour la détermination de la solution optimale. Une nette amélioration est remarquée sur l'erreur, de 1.01 à 0.24, comme c'est illustré dans le Tableau III- 4.

Par la suite, le problème est résolu par la méthode du gradient qu'on a implémenté. Elle est lancée deux fois avec deux points de départ,  $X_0$ , différents qu'on présente dans le Tableau III- 5. Ces points sont choisis, parmi les premières populations de l'algorithme génétique.

L'algorithme diverge avec le premier point de départ (la 2<sup>ème</sup> colonne du Tableau III- 5). Par contre, il aboutit à une solution ayant une erreur de  $E=0.82$ , avec le deuxième point de départ (la 3<sup>ème</sup> colonne). On remarque ici, l'influence du point initial sur la nature de la solution finale pour le cas de la méthode du gradient.

Les trajectoires générées par les solutions optimales, obtenues respectivement par la méthode couplée AG - LF et la méthode du gradient, sont représentées dans la Figure III- 5.

*Tableau III- 5: Le mécanisme optimal obtenu par la méthode du gradient et la méthode de l'AG-FL.*

|            | Gradient              |        |        | AG-LF  |
|------------|-----------------------|--------|--------|--------|
|            | $X_0$<br>(divergence) | $X_0$  | X      | X      |
| $d_1$      | 0                     | 9.51   | -1.39  | 5.68   |
| $\alpha_1$ | 263.97                | 74.84  | 108.50 | 105.98 |
| $a_1$      | 3.53                  | 4.62   | 1.68   | 6.68   |
| $a_2$      | 6.91                  | 7.88   | 13.97  | 9.08   |
| $a_3$      | 1.31                  | 1      | -1.58  | 1.21   |
| $d_0$      | 7.30                  | 7.62   | 12.74  | 3.99   |
| $a_0$      | 7.33                  | 7.43   | 7.40   | 9.96   |
| $\alpha_0$ | 109.22                | 132.01 | 79.84  | 229.17 |
| $x_p$      | 5.51                  | 7.04   | 4.15   | 5.04   |
| $y_p$      | 6.56                  | 6.40   | -6.33  | 2.74   |
| $z_p$      | 7.30                  | 9.83   | 21.47  | 3.47   |
| $X_0$      | 9.94                  | 6.64   | 6.64   | 1.83   |
| $Y_0$      | 2.57                  | 3.01   | 3.01   | 3.98   |
| $Z_0$      | 0                     | 3.21   | 3.21   | 9.79   |
| E          | 7.66                  | 6.67   | 0.82   | 0.24   |

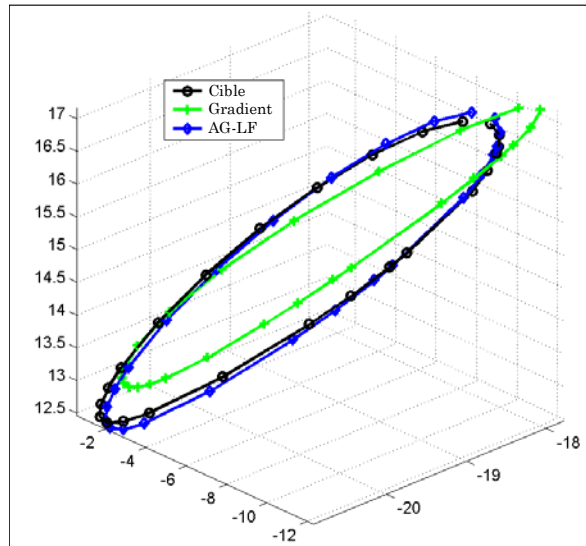


Figure III- 5 : La trajectoire cible et celles obtenues par la méthode du gradient et la méthode de l'AG-LF (RSCR).

Ces deux exemples montrent clairement l'efficacité de la méthode de l'AG avec le couplage flou dans la résolution des problèmes de synthèse de mécanisme spatiaux dans le cas de génération de trajectoire et de génération de fonction. La méthode génétique-flou prouve sa précision devant la méthode du gradient. Il faut noter que la méthode du gradient présente un problème dans le choix de solution de départ qui conditionne l'évolution de la recherche incitant l'algorithme à diverger dans certains cas.

Le paramétrage réduit utilisé pour la description géométrique du mécanisme offre un modèle simple aidant le processus d'optimisation.

## IV-2. Résultats de simulation du mécanisme RSPC

Le deuxième exemple de mécanisme étudié est le mécanisme spatial RSPC. Ce mécanisme est synthétisé en génération de fonction et en génération de trajectoire.

### IV.2.1 Génération de fonction :

La méthode combinée AG-FL est utilisée pour la résolution des problèmes d'optimisation. Les résultats obtenus sont comparés à ceux trouvés par la méthode du gradient.

Les huit variables de conception ainsi que leurs espaces de recherche sont présentés dans le Tableau III- 6 .

Il présente les dimensions optimales,  $X$ , du mécanisme RSPC. L'erreur trouvée par AG est  $E=4.58$ , cette erreur est non acceptable. L'erreur obtenue pour ce mécanisme, par AG-LF est  $E=0.76$ , elle est améliorée par un facteur 6 par rapport à l'AG simple, par le changement de l'espace de recherche.

*Tableau III- 6 : Les intervalles d'existence et la solution optimale du mécanisme RSPC pour la génération de fonction.*

|       |              | $a_0$ | $d_0$  | $\alpha_0$ | $a_1$  | $\alpha_1$ | $a_2$ | $\theta_2$ | $a_3$  | E    |
|-------|--------------|-------|--------|------------|--------|------------|-------|------------|--------|------|
| I     | $X_{\min}$   | 0     | 0      | 0          | -4     | 0          | 0     | 0          | 0      |      |
|       | $X_{\max}$   | 10    | 10     | 360        | 10     | 360        | 7     | 360        | 10     |      |
| GA    | X            | 7.89  | 0.3    | 265.11     | -2.73  | 179.2      | 4.67  | 222.7      | 1.38   | 4.58 |
| I*    | $X_{\min}^*$ | -4.78 | -10.09 | 0          | -19.89 | 0          | -6.82 | 0          | -10.20 |      |
|       | $X_{\max}^*$ | 17.97 | 12.67  | 360        | 11.98  | 360        | 9.11  | 360        | 12.56  |      |
| AG-LF | X*           | 8.66  | 0.55   | 283.85     | 10.60  | 288.50     | -5.39 | 333.08     | -1.92  | 0.76 |

Le même problème est résolu par la méthode du gradient qu'on a implémentée. Le mécanisme obtenu, Tableau III- 6, génère une erreur plus importante que celui obtenu par la méthode combinée. De plus, la méthode du gradient souffre ici encore du choix du point de départ.

En effet, le Tableau III- 7 montre deux choix de la valeur initiale, respectivement la colonne 2 illustre le premier choix et la colonne 3 illustre le deuxième choix. Le mécanisme optimal est présenté dans la colonne 4.

Le mécanisme obtenu par AG-LF, modélisé sur la Figure III- 6, et celui obtenu par la méthode du gradient génère une erreur similaire, malgré la différence des paramètres (voir Tableau III- 7). Ce résultat vient valider l'existence d'une multitude de solutions.

*Tableau III- 7 : Le mécanisme RSPC optimal obtenu par la méthode du gradient et la méthode de l'AG-FL pour la génération de fonction.*

|            | Gradient              |       |       | AG-LF  |
|------------|-----------------------|-------|-------|--------|
|            | $X_0$<br>(divergence) | $X_0$ | X     | X      |
| $a_0$      | 7.40                  | 6.27  | 13.12 | 8.66   |
| $d_0$      | 4.34                  | 0.66  | -0.52 | 0.55   |
| $\alpha_0$ | 342.28                | 178.9 | 178.9 | 283.85 |
| $a_1$      | -1.02                 | 0.48  | 6.21  | 10.60  |
| $\alpha_1$ | 346.28                | 85.65 | 85.65 | 288.50 |
| $a_2$      | 0.37                  | 0.58  | 4.11  | -5.39  |
| $\theta_2$ | 340.76                | 51.81 | 51.48 | 333.08 |
| $a_3$      | 1.13                  | 0.5   | -2.91 | -1.92  |
| E          | 25.6                  | 19.5  | 0.76  | 0.76   |

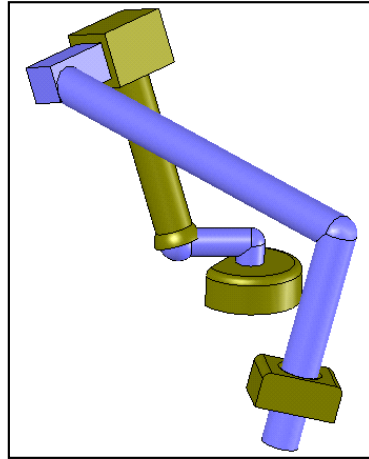


Figure III- 6 : Le mécanisme optimal pour la synthèse en génération de fonction.

La Figure III- 7 présente la fonction désirée ainsi que celle générée par le mécanisme optimal obtenu.

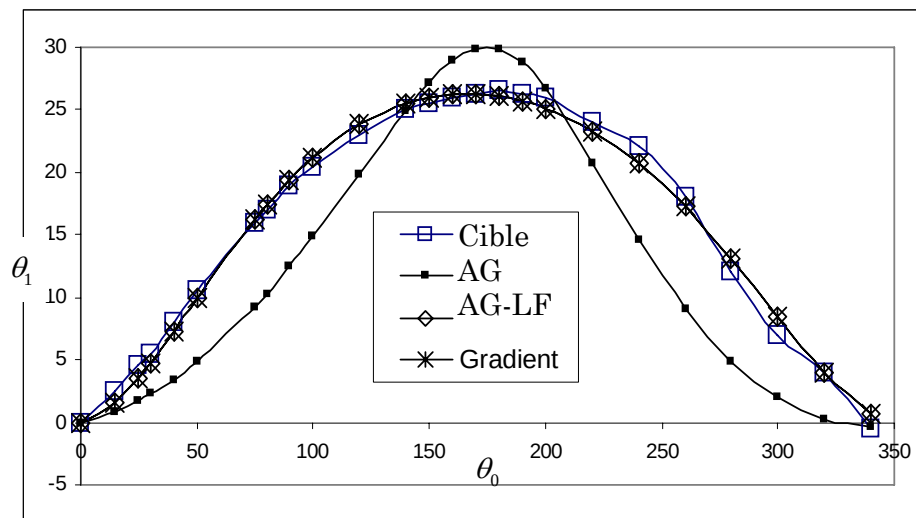


Figure III- 7 : La fonction cible et les fonctions générées par les mécanismes obtenus par les différentes méthodes.

#### IV.2.2 Génération de trajectoire:

Les variables de conception sont identiques à l'exemple de génération de fonction précédent. On ajoute les coordonnées locales du point traceur et les coordonnées du point d'origine du repère. Les solutions optimales et les intervalles d'existences, obtenus par la méthode couplée AG-LF, sont présentés dans le Tableau III- 8.

Un nouvel intervalle,  $I^*$ , est produit par régulation. La qualité de la solution est améliorée. L'erreur sur la trajectoire passe de  $E=10.08$  par AG simple à  $E=0.68$  après la prise en compte de la régulation floue.

Tableau III- 8 : Le mécanisme RSPC optimal obtenu par la méthode de l'AG-LF pour la génération de trajectoire.

|            | $I$        |            | AG     | $I^*$        |              | AG-LF  |
|------------|------------|------------|--------|--------------|--------------|--------|
|            | $X_{\min}$ | $X_{\max}$ | X      | $X_{\min}^*$ | $X_{\max}^*$ | $X^*$  |
| $a_0$      | 0          | 10         | 10.00  | -0.97        | 20.94        | 11.6   |
| $d_0$      | 0          | 10         | 0.90   | -8.87        | 13.04        | 0.60   |
| $\alpha_0$ | 0          | 360        | 122.35 | 0            | 360          | 121.55 |
| $a_1$      | -4         | 10         | -1.44  | -10.94       | 19.74        | 0.68   |
| $\alpha_1$ | 1          | 360        | 40.79  | 0            | 360          | 64.33  |
| $a_2$      | 0          | 10         | 2.28   | -4.70        | 10.63        | 0.52   |
| $\theta_2$ | 0          | 360        | 241.82 | 0            | 360          | 334.09 |
| $a_3$      | 0          | 10         | 0      | -10.94       | 10.97        | -6.26  |
| $x_P$      | 0          | 10         | 9.89   | -5.04        | 16.88        | 4.79   |
| $y_P$      | 0          | 10         | 3.04   | -0.97        | 20.94        | 0.73   |
| $z_P$      | 0          | 10         | 9.99   | -0.97        | 20.94        | 17.16  |
| $X_0$      | 0          | 10         | 8.03   | -9.33        | 12.58        | 10.06  |
| $Y_0$      | 0          | 10         | 9.82   | -9.75        | 12.16        | 4.81   |
| $Z_0$      | 0          | 10         | 9.39   | -5.43        | 16.48        | -5.29  |
| E          |            |            | 10.08  |              |              | 0.68   |

La trajectoire à générer est définie par la donnée de 16 points. La Figure III- 8 montre la trajectoire désirée et celle obtenue par la méthode combinée AG-LF.

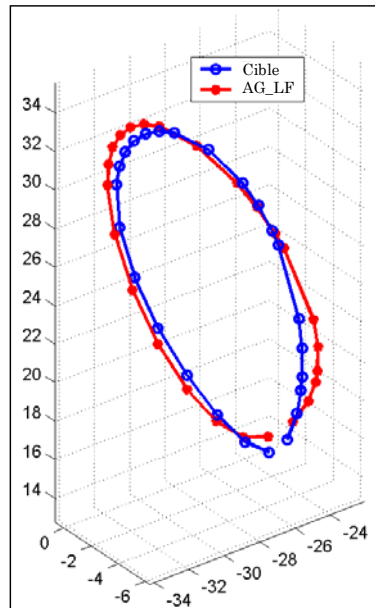


Figure III- 8: La trajectoire cible et celles obtenues par la méthode du gradient et la méthode de l'AG-LF (RSPC).

Identiquement au problème précédent, le mécanisme optimisé est calculé, en premier, par la méthode du gradient (Tableau III- 9). Deux points de départ utilisés, le premier, figurant sur la 2ème colonne, ne conduit pas à une solution tandis que le deuxième donne une solution avec une erreur de  $E=3.43$ . La méthode AG-LF conduit à la solution présentée dans la 5ème colonne. Il apparaît clairement que, pour cet exemple, notre méthode conduit à de meilleurs résultats.

*Tableau III- 9 : Le mécanisme RSPC optimal obtenu par la méthode du gradient et la méthode de l'AG-FL pour la génération de trajectoire.*

|            | Gradient              |        |        | AG-LF  |
|------------|-----------------------|--------|--------|--------|
|            | $X_0$<br>(divergence) | $X_0$  | X      | X      |
| $a_0$      | 10                    | 10     | 13.75  | 11.6   |
| $d_0$      | 8.94                  | 1.14   | 1.58   | 0.60   |
| $\alpha_0$ | 178.39                | 191.74 | 89.72  | 121.55 |
| $a_1$      | 5.10                  | 1.92   | 3      | 0.68   |
| $\alpha_1$ | 320.45                | 78.54  | 78.51  | 64.33  |
| $a_2$      | 3.53                  | 4.04   | 4.84   | 0.52   |
| $\theta_2$ | 232.46                | 356.93 | 339.28 | 334.09 |
| $a_3$      | 0                     | 0      | -4.18  | -6.26  |
| $x_p$      | 10                    | 9.95   | 6.55   | 4.79   |
| $y_p$      | 10                    | 8.95   | 11.96  | 0.73   |
| $z_p$      | 0.47                  | 9.98   | 12.34  | 17.16  |
| $X_0$      | 0.47                  | 0      | 0      | 10.06  |
| $Y_0$      | 9.24                  | 0.34   | 0.34   | 4.81   |
| $Z_0$      | 9.07                  | 0.34   | 0.34   | -5.29  |
| E          | 13.93                 | 11.5   | 3.43   | 0.68   |

## V. APPLICATION : MECANISME D'ANTI-ESCARRE

Le but de cette étude est d'appliquer cette méthode à la synthèse d'un mécanisme pour une application concrète. Il s'agit de proposer et de synthétiser un mécanisme d'anti-escarre destiné à équiper un siège pour personnes handicapées. Ce système consiste à installer sur le siège, un élément mobile afin de soulager les zones de forte pression au niveau de l'assise. A l'inverse de la solution proposée à l'origine à deux actionneurs, nous présentons un système mono-actionneur utilisant un mécanisme spatial de type RUCS.

### V-1. Introduction

On présente dans cette application une nouvelle conception pour un dispositif d'anti-escarre. Cette solution est proposée à la place d'une solution déjà étudiée au LMS. Le système de prévention de l'escarre nécessite deux degrés de liberté en rotation de la plaque mobile à une assise sur une articulation à rotule. Le mécanisme spatial apte à générer les mouvements souhaités est un mécanisme du type RUCS, il est synthétisé pour deux conditions principales. Une condition sur la vitesse et une autre sur l'amplitude de l'angle d'inclinaison. La modélisation du mécanisme est basée sur l'utilisation du paramétrage de Denavit-Hartenberg (DH).

### V-2. Présentation

Les études expérimentales, de mesure de pressions et de déplacements réalisées par Thibault J. [Thibault 87] ont montré la diversité des caractéristiques morphologiques des sujets étudiés et l'importance des rythmes dynamiques chez les personnes valides. Ces conclusions montrent qu'une approche statique était sans doute insuffisante. Le développement d'un système de prévention, est opportun et doit répondre à deux principaux critères :

- Création de micro mouvement dans une zone comprenant :
  - Le sacrum, les ischions, les trochanters.
- Répartition des pressions en statique en créant une assise ayant une forme morphologique moyenne.

Ces dernières conclusions montrent tout l'intérêt d'un élément mobile, au sein d'un siège. On cherche à obtenir le maximum de mobilité avec un mécanisme assez simple. Il faut créer dans un environnement réduit, un appareil capable de générer localement des mouvements. Nous devons pouvoir effectuer un basculement latéral, ou mettre le bassin de la personne en position d'antéversion ou de rétroversion et pouvoir faire tous les mouvements résultant de la combinaison des deux. La plaque mobile (Figure III- 9) est réalisée à partir de l'empreinte prise sur le siège afin d'assurer la continuité de la forme ([Peyrat 86], [Thibault 87]). Son contour est défini par deux cercles de rayon 65 cm centrés sur les pointes des ischions (entre axe moyen de 130 mm), qui correspondent aux points les plus bas du siège. Il faut noter aussi que cette plaque mobile est reliée à l'ensemble par une liaison sphérique placée en son centre (point médian des ischions). De cette façon, on laisse deux mobilités qui permettent d'obtenir des oscillations autour du centre. La rotation autour de l'axe vertical est supprimée par ailleurs.

La Figure III- 9 illustre le siège avec la plaque mobile. Une première rotation  $\Omega_x$  autour de l'axe  $\bar{x}$  et une deuxième rotation  $\Omega_y$  autour de l'axe  $\bar{y}$ .

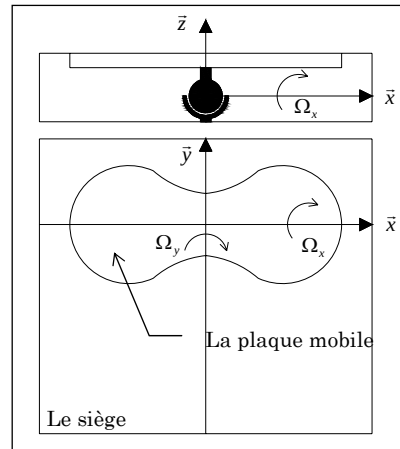


Figure III- 9 : Le siège et sa plaque mobile.

La rotation du bassin est obtenue par le déplacement du centre de gravité de la personne assise. On espère avec cette solution soulager alternativement l'un ou l'autre des ischions comme le fait une personne valide de façon instinctive. En ce qui concerne l'amplitude du mouvement, les travaux de J. Thibault et P. Peyrat ([Peyrat 86], [Thibault 87]) ont conduit à une amplitude de mouvement de l'ordre de 10 mm.

Au niveau pratique, un déplacement maximum des ischions de plus ou moins de 10 mm autour de la position horizontale est traduit par une rotation du bassin d'environ de  $8^\circ$  (voir Figure III- 10).

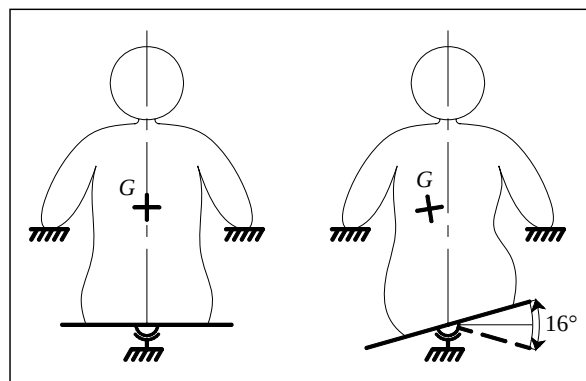


Figure III- 10 : Mouvement de plaque mobile.

### V-3. Solution technologique d'actionnement de la plaque mobile

#### V.3.1 Conditions à satisfaire et solution existante

Une solution du problème doit respecter les limites d'encombrement. Il n'est pas possible de placer un mécanisme volumineux sous la plaque mobile. De plus, il faut éliminer la consommation électrique pendant les temps morts, on

n'applique pas de couple de maintien aux moteurs. Les actionneurs doivent être irréversibles.

Une solution a été établie par J. Thibault et P. Peyrat. Il s'agit d'un mécanisme à deux motorisations donnant deux degrés de liberté en rotation à une assise sur une articulation sphérique. Un schéma descriptif est représenté dans la Figure III- 11.

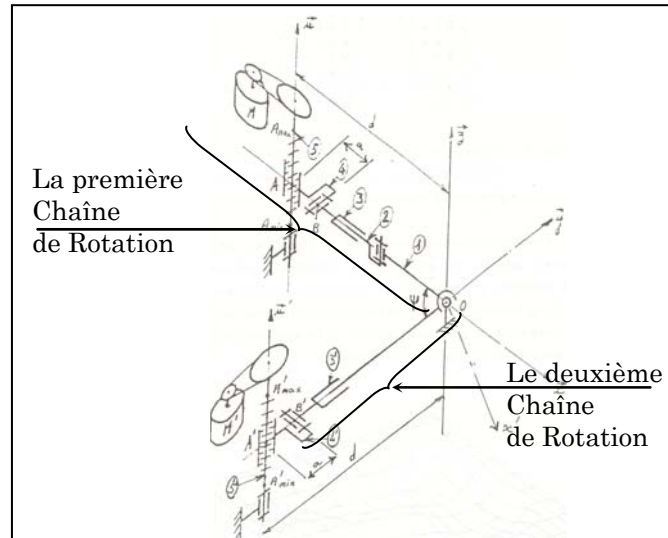


Figure III- 11 : Schéma de principe de la solution existante à deux motorisations (Thibault 1987).

On considère l'axe central de la rotule (Figure III- 12), perpendiculaire à la plaque mobile. Il génère un mouvement proche de celui souhaité. Cet axe décrit un cône de révolution de sommet le centre de la liaison sphérique. L'objectif est d'obtenir deux mouvements de rotation respectivement autour de  $x$  et  $y$  par une seule motorisation.

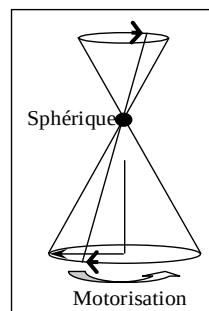


Figure III- 12 : Une seule motorisation.

### V.3.2 Principe de la solution proposée

Le schéma de principe de la solution proposée est présenté sur la Figure III- 13. Les mouvements de rotations notés  $\Omega_x$  et  $\Omega_y$  autour des axes  $x$  et  $y$  sont assurés par une seule motorisation. Nous nous proposons d'étudier un mécanisme spatial capable de générer ce type de mouvement. Le mécanisme

spatial RUCS (Rotoïde-Universel-Cylindrique-Sphérique) permet d'obtenir un mouvement similaire à celui proposé dans la solution existante. Ce mécanisme couple les deux mouvements de rotation de la plaque mobile.

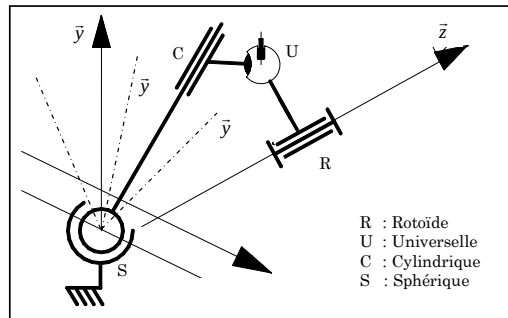


Figure III- 13 : Schéma de principe.

Un tel mécanisme satisfait aux conditions énoncées :

- L'axe  $\bar{y}$  de rotation étant quelconque dans le plan de normale  $\bar{z}$  et passant par le centre de la liaison rotule.
- Le mécanisme étant animé par un mouvement de rotation d'entrée.

### V.3.3 Modèle cinématique du mécanisme spatial RUCS

On utilise les paramètres de Denavit Hartenberg [Denavit 55] pour écrire l'équation de fermeture du mécanisme spatial RUCS. Le mouvement de rotation d'entrée est assurée par la liaison de révolution de l'élément 3 autour de l'axe  $z_0$ . Cette rotation est donnée par l'angle  $\theta_1$ . On indique sur la Figure III- 14 l'orientation des différents axes ainsi que les différents paramètres de DH.

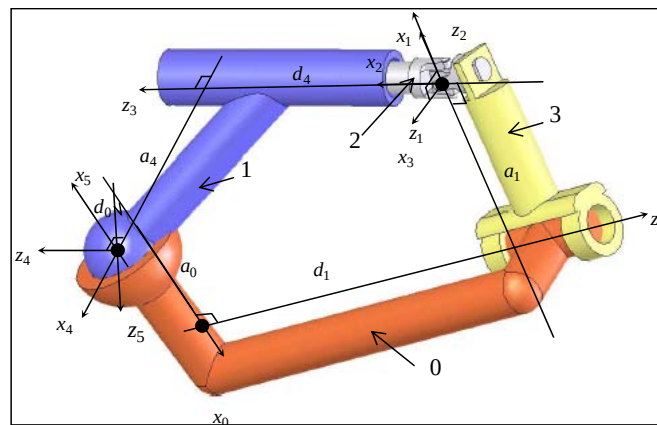


Figure III- 14 : Le mécanisme RUCS et son paramétrage de DH correspondant

Le Tableau III- 10 illustre les paramètres de Denavit-Hartenberg pour le mécanisme de RUCS.

Tableau III- 10 : Paramétrage de Denavit-Hartenberg pour le mécanisme RUCS

| I | $a_i$ | $d_i$ | $\alpha_i$       | $\theta_i$ |
|---|-------|-------|------------------|------------|
| 0 | $a_0$ | $d_0$ | $\frac{\pi}{2}$  | $\theta_0$ |
| 1 | $a_1$ | $d_1$ | $-\frac{\pi}{2}$ | $\theta_1$ |
| 2 | 0     | 0     | $\frac{\pi}{2}$  | $\theta_2$ |
| 3 | 0     | 0     | $\frac{\pi}{2}$  | $\theta_3$ |
| 4 | $a_4$ | $d_4$ | 0                | $\theta_4$ |
| 5 | 0     | 0     | $\frac{\pi}{2}$  | $\theta_5$ |

L'équation de fermeture de cycle pour le mécanisme RUCS est définie comme suit :

$${}^0T_1T_2T_3T_4T_5 = {}^0T_5 \quad (III.3)$$

Or,  ${}^0T_5 = I_{4 \times 4}$

L'équation précédente peut être écrite comme suit :

$${}^0T_1T_2 = {}^0T_5T_4T_3T_2 \quad (III.4)$$

La dernière colonne de ce système d'équation représente les coordonnées de l'origine  $O_2$  du repère lié au solide 2, centre de la liaison universelle.

$${}^0T_1T_2 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = {}^0T_5T_4T_3T_2 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (III.5)$$

L'écriture des matrices homogènes du système d'équation (III.5) permet d'identifier le système d'équation suivant:

$$\begin{cases} a_1 \cos \theta_1 + \cos \theta_0 \cos \theta_5 a_4 + \sin \theta_0 d_4 + a_0 = 0 \\ a_1 \sin \theta_1 + \sin \theta_5 a_4 + d_0 = 0 \\ d_1 + \sin \theta_0 \cos \theta_5 a_4 - \cos \theta_0 d_4 = 0 \end{cases} \quad (III.6)$$

En développant ce système, on exprime les relations entre l'angle d'entrée  $\theta_1$  et les angles de sortie  $\theta_5$  et  $\theta_0$  comme suit :

$$\theta_5 = \arcsin \left( -\frac{a_1 \sin \theta_1 + d_0}{a_4} \right) \quad (III.7)$$

$$a_1 \cos \theta_0 \cos \theta_1 + a_0 \cos \theta_0 + d_1 \sin \theta_0 + a_4 \cos \theta_5 = 0 \quad (III.8)$$

L'équation (III.8) est de la forme :

$$A \cos^2 \theta_1 + B \sin^2 \theta_1 + C \cos \theta_1 \sin \theta_1 + D \cos \theta_1 + E \sin \theta_1 + F = 0.$$

Elle est transformée en polynôme après un changement de variable  $t = \tan \frac{\theta_1}{2}$ .

L'angle  $\theta_5$  est construit par définition au tour de l'axe  $z_4$ . Cet axe varie au cours du mouvement du mécanisme (Figure III- 15). Ce qui ne permet pas une mesure absolue de rotation de la plaque. Il offre une mesure relative. Sachant que la première rotation est décrite par  $\theta_0$ , la deuxième rotation sera décrite par l'angle  $\alpha_0$  qu'on introduit dans ce qui suit.

Cet angle peut être identifié par la donnée de la matrice de rotation  ${}^0A_4$  comme suit :

$${}^0A_4 = {}^0A_5 {}^5A_4 \Leftrightarrow {}^0A_1 {}^1A_2 {}^2A_3 {}^3A_4 = {}^0A_5 {}^5A_4$$

$${}^0A_4 = \begin{bmatrix} \cos \theta_0 \sqrt{1 - \frac{(a_1 \sin \theta_1 + d_0)^2}{a_4^2}} & -\frac{\cos \theta_0 (a_1 \sin \theta_1 + d_0)}{a_4} & \sin \theta_0 \\ -\frac{a_1 \sin \theta_1 + d_0}{a_4} & -\sqrt{1 - \frac{(a_1 \sin \theta_1 + d_0)^2}{a_4^2}} & 0 \\ \sin \theta_0 \sqrt{1 - \frac{(a_1 \sin \theta_1 + d_0)^2}{a_4^2}} & -\frac{\sin \theta_0 (a_1 \sin \theta_1 + d_0)}{a_4} & -\cos \theta_0 \end{bmatrix}$$

D'autre part,  ${}^0A_4$  peut être exprimé par la relation suivante :

$${}^0A_4 = \text{Rot}(z_0, \theta_1) \times \text{Rot}(x_0, \alpha_0)$$

$${}^0A_4 = \begin{bmatrix} \cos \theta_1 \cos \theta_1 & -\sin \theta_1 \cos \theta_1 & \sin \theta_1 \sin \alpha_0 \\ \cos \theta_1 & \sin \theta_1 \cos \alpha_0 & -\sin \theta_1 \sin \alpha_0 \\ 0 & \cos \alpha_0 & \sin \alpha_0 \end{bmatrix}$$

Par identification, on a :

$$\cos \alpha_0 = -\frac{\sin \theta_0 (a_1 \sin \theta_1 + d_0)}{a_4}$$

$$\sin \alpha_0 = -\cos \theta_0$$

De cette façon, on identifie l'angle de sortie absolu  $\alpha_0$

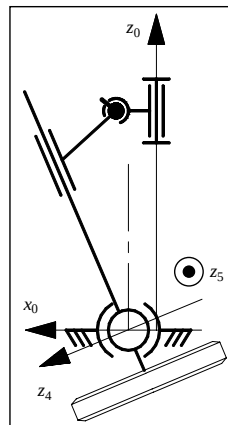


Figure III- 15 : Axes relatifs et absolus de rotation.

On considère dans la suite, que l'axe de rotation principale de la plaque passe par  $x_4$ . Donc, les conditions de synthèse suggérées seront réalisées sur l'angle de rotation  $\theta_5$ .

En termes de vitesse, un déplacement sans accélération brutale est exigé. La vitesse maximale des ischions (Figure III- 16) ne doit pas dépasser 2mm/s. cette vitesse est calculée au point de contact entre la plaque mobile et les ischions.

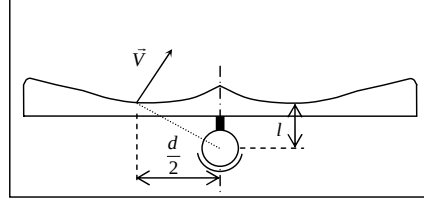


Figure III- 16 : Les rotations de la plaque mobile

Pour l'étude du comportement en vitesse du mécanisme spatial RUCS, on dérive, par rapport au temps, l'expression (III.7), afin d'obtenir la vitesse angulaire de la plaque mobile par :

$$w_5 = - \frac{a_1 \cos(\theta_1)}{a_4 \sqrt{1 - \frac{(a_1 \sin \theta_1 + d_0)^2}{a_4^2}}} w_1 \quad (\text{III.9})$$

Avec,  $w_5 = \dot{\theta}_5$  et  $w_1 = \dot{\theta}_1$  les vitesses angulaires.

La vitesse linéaire  $v$  est exprimée, en fonction de la distance  $l$  (Figure III- 16) et la vitesse angulaire  $w_5$ , comme suit :

$$V = l w_5$$

Soit,

$$V = l \left( - \frac{a_1 \cos \theta_1}{a_4 \sqrt{1 - \frac{(a_1 \sin \theta_1 + d_0)^2}{a_4^2}}} \right) w_1 \quad (\text{III.10})$$

L'évolution des angles de rotation de sortie est présentée sur la Figure III- 17. On obtient une variation sinusoïdale. Pour tracer les courbes nous avons utilisé les valeurs suivantes  $a_0 = 15.8$  ,  $a_1 = 2.0$  ,  $a_4 = 18.7$  ,  $d_0 = 10.3$  ,  $d_1 = 8.58$  et  $w_1 = 19 \text{ rd / s}$ .

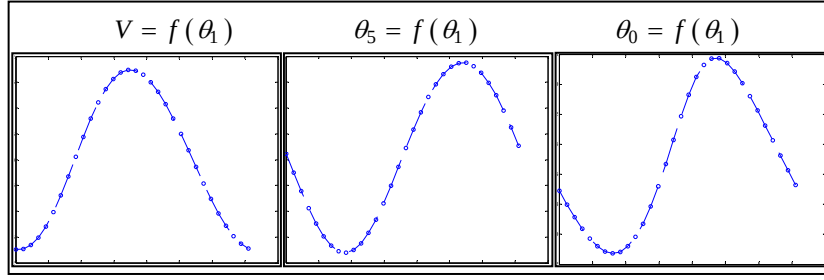


Figure III- 17 : L'évolution des angles de rotation de sortie  $\theta_5$  et  $\theta_0$  et la vitesse linéaire.

#### V.3.4 Résolution par AGs

L'algorithme génétique est utilisé pour la résolution du problème de synthèse. Il admet la même architecture que celle utilisée dans la section précédente.

Le problème de synthèse est énoncée comme suit :

$$\begin{aligned}
 & \text{Min } f(X) \\
 & \text{Sujet à} \\
 & \left| \frac{a_1 \cos \theta_1 + d_0}{a_4} \right| < 1 \\
 & 1 - \frac{(a_1 \cos \theta_1 + d_0)^2}{a_4^2} > 0
 \end{aligned} \tag{III.11}$$

Avec,

$X = [a_0, a_1, a_4, d_0, d_1, d_4, w_1, l]$  : Le vecteur de conception.

On rappelle qu'on cherche à déterminer les dimensions du mécanisme capable d'assurer un débattement de la plaque mobile de  $\pm 8^\circ$  à une vitesse de déplacement optimale de  $2 \text{ mm/s}$ .

Dans notre cas, on tient compte de deux fonctions objectif, relatives au débattement et à la vitesse. On n'utilise pas la fonction de Pareto mais on construit une fonction objectif commune. Elle couple les deux critères, le critère sur le débattement et le critère sur la vitesse.

La fonction objectif est :

$$f(X) = \lambda_1 f_a + \lambda_2 f_v \tag{III.12}$$

Avec,

$$f_a = 16^\circ - (\text{Max}(\theta_0) - \text{Min}(\theta_0))$$

$$f_v = 2 - (\text{Max}(V) - \text{Min}(V))$$

$$\lambda_1 + \lambda_2 = 1, (\lambda_1, \lambda_2) > 0$$

En se référant aux travaux dans la littérature ([Goldberg 87], [Goldberg 89], [Goldberg 91], [Chipperfield 94]) et après un certain nombre d'essais, on aboutit aux paramètres de contrôle suivants de l'AG, indiqués dans le Tableau III-11.

Ces valeurs permettent à l'algorithme génétique de converger vers la solution optimale. Au niveau de la fonction objectif, on choisit la valeur  $\lambda_1 = 0.6$ , de cette façon, on privilégie le débattement, donc la minimisation de  $f_a$ . C'est le caractère principal du mouvement.

Tableau III- 11 : Les paramètres de contrôle de l'algorithme génétique

| Paramètres   | Valeurs |
|--------------|---------|
| $N_{ind}$    | 100     |
| $MaxGen$     | 150     |
| $P_{exp}$    | 0.9     |
| $MutOpt_1$   | 0.642   |
| $MutOpt_2$   | 0.315   |
| $CroisOpt_1$ | 0.898   |
| $CroisOpt_2$ | 0.225   |

La solution génétique obtenue est présentée dans la suite (Tableau III- 12) pour illustrer le bon choix des valeurs des paramètres qui conduisent à une erreur réduite de l'ordre de 2.28E-2. Cette erreur exprime la qualité de la solution optimale trouvée vis-à-vis des contraintes exigées, de débattement et de vitesse, donnée par l'équation (III.12).

Tableau III- 12. La solution optimale par AGs

| Individus | $a_0$ | $a_1$ | $a_4$ | $d_0$ | $d_4$ | $w_1$ (rd / s) | $l$ (mm) | Erreur  |
|-----------|-------|-------|-------|-------|-------|----------------|----------|---------|
|           | 26.69 | 4.41  | 15.49 | 7.81  | 3.91  | 0.22           | 17.8     | 2.28E-2 |

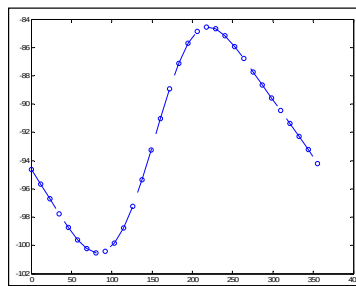


Figure III- 18 : Évolution de l'angle de sortie en fonction de l'angle d'entrée.

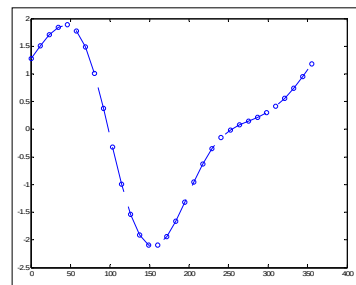


Figure III- 19 : Évolution de la vitesse linéaire  $v$  en fonction de l'angle d'entrée  $\theta_0$

La solution optimale est donnée par le Tableau III- 12. Elle admet une erreur de  $2.28E-2$ . L'évolution de l'angle de sortie et de la vitesse linéaire est tracée dans les Figure III- 18et Figure III- 19. La solution technologique du mécanisme d'anti-escarre est montrée sur la Figure III- 20.

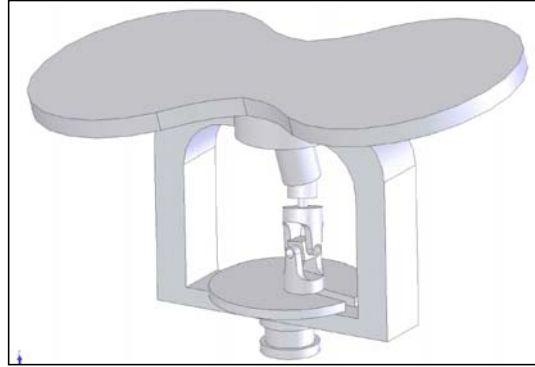


*Figure III- 20 : Modèle solide du mécanisme d'anti-escarre*

## **VI. CONCLUSION**

Dans ce chapitre nous avons présenté les méthodes de résolution que nous proposons pour le problème de synthèse de mécanismes spatiaux. Deux méthodes sont proposées et testées. Une première basée sur les algorithmes génétiques, mais qui ne donne pas toujours des résultats satisfaisants particulièrement pour certains problèmes complexes qui conduisent la méthode vers des minima locaux. Dans ce cas, nous proposons une seconde méthode qui permet d'explorer mieux l'espace de recherche pour obtenir de bonnes solutions. Cette dernière est basée sur un régulateur flou qui adapte l'intervalle de recherche des variables.

Pour tester nos approches, nous les avons appliquées à la synthèse de plusieurs mécanismes. Les résultats obtenus montrent l'efficacité de notre méthode de résolution par rapport à la méthode du gradient classiquement utilisée dans la synthèse des mécanismes.

Une application concrète de la méthode est présentée. On a proposé et synthétisé un mécanisme d'anti-escarre destiné à équiper un siège pour les personnes handicapées. La solution à mono-actionneur, remplaçant la solution existante, anime en rotation un élément mobile qui permet de soulager les zones de forte pression au niveau de l'assise.

## ***Chapitre 4***

# ***Analyse et synthèse dimensionnelle du robot DELTA pour un espace de travail prescrit***

---

### **I. Introduction**

### **II. Généralités**

*II-1. Espace de travail*

*II-2. Synthèse pour un espace de travail prescrit*

### **III. Analyse cinématique et espace de travail du robot DELTA**

*III-1. Analyse géométrique directe et inverse*

*III-2. Espace de travail du robot DELTA*

### **IV. Synthèse dimensionnelle pour un espace de travail prescrit du robot DELTA**

*IV-1. Formulation du problème*

*IV-2. Procédure d'optimisation*

### **V. Résultats**

*V-1. Exemple 1*

*V-2. Exemple 2*

### **VI. Conclusion**

## I. INTRODUCTION

Il existe trois types de manipulateurs robotiques : sériel, parallèle et mixte (sériel et parallèle). Ces manipulateurs diffèrent par la complexité de leur chaîne cinématique, ensemble de corps rigides unis par des couples cinématiques inférieurs (hélicoïdal, prismatique, rotoïde, cylindrique, planaire, sphérique). La topologie d'un manipulateur est la description de la structure de sa chaîne cinématique à l'aide d'un graphe en faisant abstraction de la géométrie. Les paramètres géométriques d'un manipulateur décrivent ses dimensions, sa position et son orientation relative à différents couples cinématiques. Dans un corps rigide, Ils sont constants s'ils sont exprimés dans un référentiel lié à ce corps. Dans de multiples applications, la tâche de l'organe terminal d'un robot est décrite par un ensemble de poses de l'effecteur (orientations et positions). Ainsi, le problème de synthèse, dans ce cas, revient à identifier le robot et l'endroit de placement de sa base, pour qu'il puisse mener son terminal le long de la tâche.

De plus, vu la difficulté de modélisation des mécanismes parallèles, on cherche toujours à avoir un découplage, même partiel, entre les mouvements de translation et les mouvements de rotation. C'est pour cela que dans plusieurs applications, les mécanismes à 6 degrés de liberté (ddl) ne sont pas nécessaires et on peut utiliser des mécanismes plus simples (moins de ddl). Pour ces raisons, on trouve des études sur les manipulateurs parallèles à 3 degrés de liberté (ddl) de translation et l'apparition de nouvelles architectures ([Clavel 86], [Herve 91], [Herve 95], [Romdhane 99], [Tremblain 99], [Romdhane 02], [Affi 04]).

Peu de chercheurs ont étudié le problème de synthèse des manipulateurs parallèles pour un espace de travail prescrit préalable. Merlet [Merlet 90] présente une méthode numérique pour déterminer toutes les géométries possibles de manipulateurs de type Gough-Stewart à six degrés de liberté (6 ddl) dont l'espace de travail contient un espace prescrit. Boudreau et Gosselin ([Boudreau 99], [Boudreau 01]) présentent une approche utilisant un algorithme génétique pour la synthèse de manipulateur à 3 ddl et à 6 ddl. Ils déterminent les paramètres architecturaux qui produisent l'espace de travail le plus proche de celui prescrit. Kosinska et *al.*, [Kosinska 03] ont étudié la synthèse du manipulateur DELTA-4 en utilisant un algorithme génétique, pour un espace de travail prescrit donné par un ensemble de points. Snyman et *al.*, [Snyman 05] présentent une méthode d'optimisation numérique pour la synthèse des manipulateurs parallèles plans à 3 ddl pour un espace prescrit.

Dans ce chapitre, on se propose de développer une méthode de synthèse de robot parallèle de translation pour une espace de travail prescrit. L'algorithme génétique est utilisé pour la résolution du problème d'optimisation. C'est une méthode robuste présentant des bonnes propriétés de convergence et qui est employée avec succès dans plusieurs travaux de robotique ([Boudreau 99], [Boudreau 01], [Gallant 02], [Laine 02]). Nous allons rappeler et introduire, dans ce qui suit, quelques définitions permettant de se familiariser avec les manipulateurs parallèles et la synthèse pour un espace de travail prescrit.

## **II. GENERALITES**

### **II-1. Espace de travail**

L'espace de travail ( $W$ ) d'un manipulateur parallèle est l'ensemble des points atteints par l'effecteur placé sur l'organe terminal. Puisqu'on s'intéresse uniquement aux robots parallèles de translation (translateur), le problème de détermination de l'espace de travail consiste à déterminer les différentes positions accessibles par un point de la plate-forme dont l'orientation est conservée.

Pour concevoir un robot parallèle, on doit passer obligatoirement par la phase de détermination de son espace de travail. C'est une étape très importante et relativement délicate. Elle dépend étroitement de l'architecture du manipulateur généralement complexe.

L'espace de travail  $W$  des manipulateurs parallèles est limité essentiellement par les facteurs suivants :

- La géométrie.
- Les limites de débattements des articulations.
- Les intersections des segments.
- Les limites des courses des actionneurs.

Les relations entre les paramètres géométriques du robot et son espace de travail sont utilisées pour déterminer ses dimensions optimales afin qu'il puisse décrire un espace de travail prédéfini.

### **II-2. Synthèse pour un espace de travail prescrit**

Pour un espace de travail prescrit, la synthèse est le choix des valeurs des paramètres géométriques d'un manipulateur afin qu'il accède au dit espace. L'espace de travail du manipulateur recherché englobe un espace prescrit. C'est un problème de conception dans lequel il s'agit de déterminer les dimensions et les principales caractéristiques du robot. Les paramètres géométriques décrivent

un manipulateur à sa position initiale ainsi que la position et l'orientation de ses couples cinématiques. Malgré l'importance de ce problème, et vu sa complexité, on trouve peu de travaux de recherche qui le traitent pour le cas des robots parallèles ([Merlet 90], [Boudreau 99], [Boudreau 01]).

Dans ce chapitre, on s'intéresse à la conception des translateurs parallèles. L'approche présentée utilise un algorithme de « conception optimale » dans lequel une procédure numérique est employée pour déterminer la géométrie du mécanisme qui optimise des critères donnés.

### **III. ANALYSE CINEMATIQUE ET ESPACE DE TRAVAIL DU ROBOT DELTA**

Ces dernières années, on remarque un intérêt considérable accordé aux manipulateurs parallèles à 3 ddl de translation. Cependant, la majorité des mécanismes proposés sont dédiés à des applications spécifiques. En plus, la limitation de l'espace de travail des manipulateurs parallèles, reste généralement ce handicap majeur de ces mécanismes et méritent des études plus approfondies. En effet, une connaissance plus précise de cet espace est nécessaire pour l'industriel.

A cet effet, on propose de développer une méthode de synthèse dimensionnelle pour un espace de travail prescrit. On prend l'exemple du robot parallèle de translation DELTA, qui possède un large champ d'applications.

#### **III-1. Analyse géométrique directe et inverse**

La structure DELTA conçue par Clavel [Clavel 89] a été une véritable innovation technologique. C'est un robot qui possède trois degrés de liberté (3 d.d.l.) en translation. La structure est composée de trois chaînes cinématiques identiques reliant la base à la nacelle. Chaque chaîne est constituée d'un bras, relié à une extrémité à la base par une liaison pivot (motorisée) et à l'autre extrémité à deux biellettes parallèles par deux liaisons sphériques. Ces deux biellettes sont également reliées à la nacelle par deux liaisons sphériques. Le robot DELTA est illustré par la Figure IV- 1, sur cette même figure nous avons aussi le détail d'une chaîne cinématique reliant la base à la nacelle.

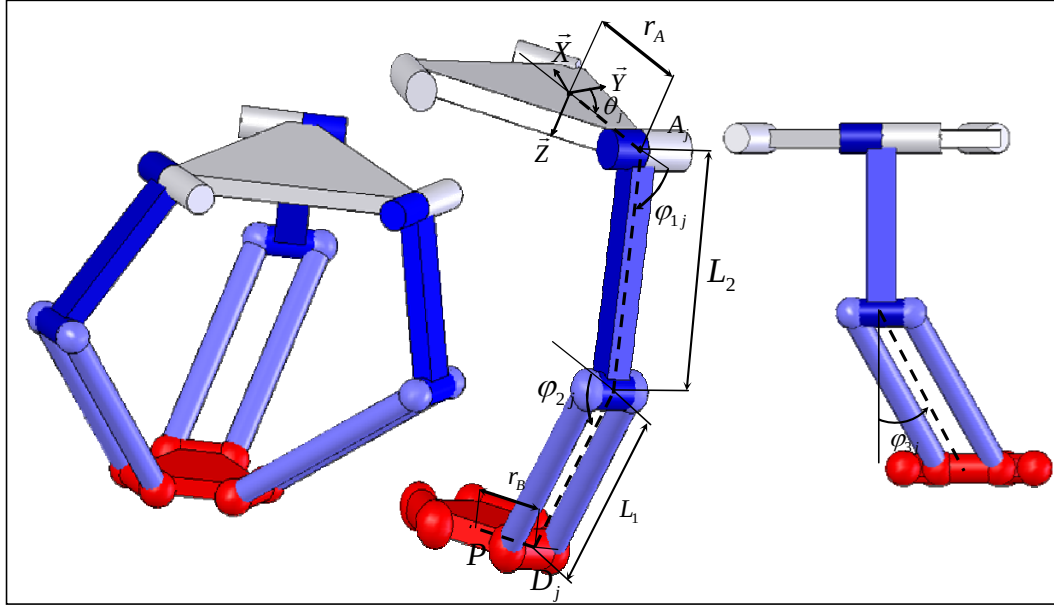


Figure IV- 1 : Les paramètres du robot DELTA.

Dans la modélisation du manipulateur, on utilise les paramètres suivants :  $L_1, L_2, r_A, r_B, \varphi_{1j}, \varphi_{2j}, \varphi_{3j}$  ( $j=1, \dots, 3$ ) définis dans la Figure IV- 1. Ainsi que, les décalages angulaires de configuration  $(\theta_1, \theta_2, \theta_3)$ .

$L_1$  : La longueur de la bielle, identique pour les trois chaînes.

$L_2$  : La longueur du bras de commande, identique pour les trois chaînes.

$r_A$  : Le rayon de la base fixe.

$r_B$  : Le rayon de la plate-forme mobile en translation.

$\varphi_{i,j}$  : Les angles de configuration du manipulateur,  $i=1,2,3$  et  $j=1,2,3$ .

$\theta_{i,j}$  : Les angles représentant les décalages angulaires entre les différentes chaînes cinématiques,  $i=1,2,3$  et  $j=1,2,3$ .

Soit P, un point sur la plate-forme mobile. Ses coordonnées décrivent le modèle géométrique. Elles sont données par les équations suivantes :

$$X_P = X_A + \cos \theta_j \left( L_2 \cos \varphi_{1j} + L_1 \cos \varphi_{3j} \cos(\varphi_{1j} + \varphi_{2j}) - r_A \right) - L_1 \sin \theta_j \sin \varphi_{3j} \quad (\text{IV.1})$$

$$Y_P = Y_A + \sin \theta_j \left( L_2 \cos \varphi_{1j} + L_1 \cos \varphi_{3j} \cos(\varphi_{1j} + \varphi_{2j}) - r_A \right) + L_1 \cos \theta_j \sin \varphi_{3j} \quad (\text{IV.2})$$

$$Z_P = L_2 \sin \varphi_{1j} + L_1 \cos \varphi_{3j} \sin(\varphi_{1j} + \varphi_{2j}) \quad (\text{IV.3})$$

Avec,  $j=1, \dots, 3$ .

Les coordonnées du point P  $(X_P, Y_P, Z_P)$  sont exprimées dans la base fixe  $(\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z})$

En développant les équations ((IV.1)-(IV.2)-(IV.3)), on élimine les variables passives des liaisons. On obtient l'équation suivante :

$$\begin{aligned} & \left[ (r + L_2 \cos \varphi_{1j}) \cos \theta_j - X_p \right]^2 + \left[ (r + L_2 \cos \varphi_{1j}) \sin \theta_j - Y_p \right]^2 \\ & + \left[ -L_2 \cos \theta_j - Z_p \right]^2 - L_1^2 = 0 \end{aligned} \quad (\text{IV.4})$$

Avec,  $j=1, \dots, 3$  et  $r = r_A - r_B$ .

**Modèle géométrique direct :**

Le modèle géométrique direct peut être obtenu à partir de l'équation (IV.4). On cherche à déterminer les coordonnées du point P ( $X_P$ ,  $Y_P$ ,  $Z_P$ ) pour des positions angulaires données de  $\varphi_{1j}$ ,  $\varphi_{2j}$  et  $\varphi_{3j}$  ( $j=1, \dots, 3$ ).

Cette équation peut être écrite sous la forme suivante :

$$\left[ A_j - X_p \right]^2 + \left[ B_j - Y_p \right]^2 + \left[ C_j - Z_p \right]^2 = L_1^2 \quad (\text{IV.5})$$

Avec,

$$A_j = (r + L_2 \cos \varphi_{1j}) \cos \theta_j$$

$$B_j = (r + L_2 \cos \varphi_{1j}) \sin \theta_j$$

$$C_j = -L_2 \cos \theta_j$$

C'est l'équation d'une sphère centrée au point  $S_j(A_j, B_j, C_j)$  et de rayon  $L_1$ .

La solution de ce système d'équations est l'ensemble des points définis par l'intersection des trois sphères. Dans le cas général, il existe deux solutions possibles [Pierrot 90].

**Modèle géométrique inverse :**

Le modèle géométrique inverse peut être déduit à partir de l'équation (IV.4). On cherche à déterminer les positions angulaires respectivement des trois chaînes,  $\varphi_{1j}$ ,  $\varphi_{2j}$  et  $\varphi_{3j}$  ( $j=1, \dots, 3$ ). Pour une position donnée de la plate-forme mobile définie par le point P ( $X_P$ ,  $Y_P$ ,  $Z_P$ ).

L'équation (IV.4) relative à la chaîne  $j$  peut être exprimée en fonction de  $\cos \varphi_{1j}$  et  $\sin \varphi_{2j}$  comme suit :

$$\begin{aligned} & (2rL_2 - 2L_2X_p \cos \theta_j - 2L_2Y_p \sin \theta_j) \cos \varphi_{1j} - 2rX_p \cos \theta_j \\ & + 2L_2Z_p \sin \varphi_{1j} - 2rY_p \sin \theta_j + X_p^2 + r^2 + L_2^2 + Z_p^2 + Y_p^2 - L_1^2 = 0 \end{aligned} \quad (\text{IV.6})$$

L'équation (IV.6) est de la forme,

$$l_j \cos \varphi_{1j} + m_j \sin \varphi_{1j} - n_j = 0 \quad (\text{IV.7})$$

Avec,

$$\begin{cases} l_j = 2rL_2 - 2L_2X_p \cos \theta_j - 2L_2Y_p \sin \theta_j \\ m_j = 2L_2Z_p \\ n_j = -2rY_p \sin \theta_j + X_p^2 + r^2 + L_2^2 + Z_p^2 + Y_p^2 - L_1^2 - 2rX_p \cos \theta_j \end{cases} \quad (\text{IV.8})$$

L'équation (IV.7) n'admet une solution que si les conditions suivantes sont satisfaites pour  $j=1, 2, 3$ :

$$\left| \frac{n_j}{\sqrt{l_j^2 + m_j^2}} \right| \leq 1 \Leftrightarrow n_j^2 - (l_j^2 + m_j^2) \leq 0 \quad (\text{IV.9})$$

Le problème de résolution du modèle géométrique inverse est étudié dans la littérature, ([Pierrot 90], [Goudali 95], [Lallemand 97]).

### III-2. Espace de travail du robot DELTA

L'espace de travail du robot DELTA est désigné comme un espace cartésien à trois dimensions. C'est l'ensemble de points accessibles par la plate-forme mobile. Il est déterminé par l'ensemble des contraintes, mises en jeu par les chaines cinématiques, décrites par l'équation (IV.9).

$$h_j(X_p, Y_p, Z_p) = \left( (X_p \cos \theta_j + Y_p \sin \theta_j - r)^2 + (X_p \cos \theta_j + Y_p \sin \theta_j)^2 + Z_p^2 + L_2^2 - L_1^2 \right)^2 - 4L_2^2 \left( (X_p \cos \theta_j + Y_p \sin \theta_j - r)^2 + Z_p^2 \right) \leq 0 \quad (\text{IV.10})$$

L'équation (IV.10) représente un volume dans l'espace. Les limites de ce volume sont données par  $h_j=0$ . Cette équation est écrite dans le système de coordonnées  $R(\vec{X}, \vec{Y}, \vec{Z})$ . Soit,  $R_j(\vec{x}_j, \vec{y}_j, \vec{z}_j)$  un système de coordonnées obtenu par rotation autour de l'axe des Z. on a :

$$\begin{cases} \vec{x}_j = \cos \theta_j \vec{X} + \sin \theta_j \vec{Y} \\ \vec{y}_j = -\sin \theta_j \vec{X} + \cos \theta_j \vec{Y} \\ \vec{z}_j = \vec{Z} \end{cases}$$

Avec,  $\theta_j$  est l'angle de rotation.

Les coordonnées locales du point P sont données par :

$$\begin{cases} x_p^j = \cos \theta_j X_p + \sin \theta_j Y_p \\ y_p^j = -\sin \theta_j X_p + \cos \theta_j Y_p \\ z_p^j = Z_p \end{cases}$$

L'équation  $h_j=0$  peut être exprimée dans le système de coordonnées locales, comme suit :

$$\left( (x_p^j - r)^2 + (y_p^j)^2 + (z_p^j)^2 + a^2 + b^2 \right)^2 = 4a^2 \left( (x_p^j - r)^2 + (z_p^j)^2 \right)$$

Cette équation est une équation canonique d'un tore, ayant les caractéristiques suivantes :

- Centre :  $O_j(r, 0, 0)_{R_j} = (r \cos \theta_j, r \sin \theta_j, 0)_R$ .
- L'axe de révolution :  $\vec{y}_j = -\sin \theta_j \vec{X} + \cos \theta_j \vec{Y}$ .
- Rayon mineur :  $a=L_2$ .
- Rayon majeur :  $b=L_1$ .

La Figure IV- 2 montre la partie supérieure des trois tores. Dans le reste du travail on s'intéresse uniquement à la partie supérieure de l'espace de travail.

Par la suite, pour un point P donné on a :

Si un point P est à l'intérieur de l'espace de travail alors  $h_j(P) < 0$  pour  $j=1,2,3$ .

Si un point P est sur les limites de l'espace de travail alors  $h_j(P) \leq 0$  pour  $j=1,2,3$  et il  $\exists j$  pour lequel  $h_j(P)=0$ .

Si un point P est à l'extérieur de l'espace de travail alors  $h_j(P) > 0$  pour  $j=1$  ou  $j=2$  ou  $j=3$ .

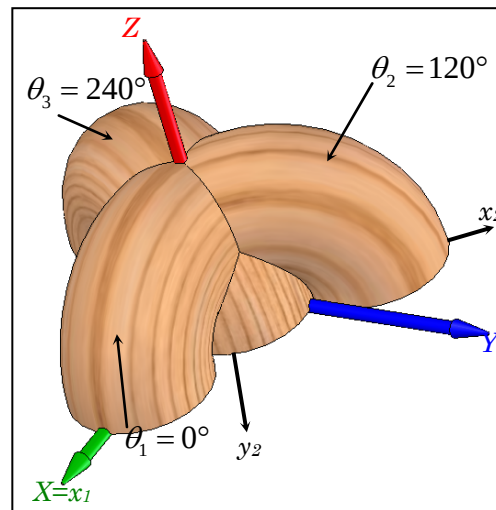


Figure IV- 2 : La moitié supérieure des trois tores de l'espace de travail du robot DELTA.

#### IV. SYNTHÈSE DIMENSIONNELLE POUR UN ESPACE DE TRAVAIL PRESCRIT DU ROBOT DELTA

##### IV-1. Formulation du problème

L'objectif de cette partie est de résoudre le problème de synthèse dimensionnelle du robot DELTA. Il s'agit de choisir les valeurs adéquates des variables de conception du manipulateur capable d'opérer dans l'espace de travail prescrit. La forme de l'espace considéré dans cette étude est présentée dans la Figure IV- 3. L'approche que nous proposons est basée sur un processus d'optimisation de fonction par algorithme génétique.

Le problème de synthèse dimensionnelle du robot DELTA pour un espace de travail prescrit est défini comme suit :

**Déterminer** : Les dimensions du robot DELTA apte à accéder à l'espace de travail prescrit.

Le problème peut donc être énoncé par :

$$\text{Minimiser } F(I) \quad (\text{IV.11})$$

Sous les contraintes,

$$\begin{aligned} h_j(I) &\leq 0 \\ x_i &\in I \\ x_{i\min} &\leq x_i \leq x_{i\max} \end{aligned} \quad (\text{IV.12})$$

Avec,

$h_j$  : Les contraintes appliquées au système.

$I$  : Le vecteur de conception des variables indépendantes.

$x_i$  : Les variables de l'individu dans la terminologie des algorithmes génétiques.

$x_{\min}$  et  $x_{\max}$  : Les bornes inf et sup des variables de l'individu.

Un robot DELTA admet le vecteur des variables de conception indépendantes suivant :

$$I = [L_1, L_2, r, H] \quad (\text{IV.13})$$

Avec,

$L_1$  : La longueur de la biellette (Figure IV- 1).

$L_2$  : La longueur de la manivelle (Figure IV- 1).

$r = r_A - r_B$  : La différence de rayon entre le rayon de la base et celui de la plateforme.

$H$  : La hauteur de la face inférieure du cube (Figure IV- 3).

Les coordonnées du point  $P_k$  doivent appartenir à l'espace de travail du manipulateur parallèle de translation de vecteur de conception,  $I$ . Donc, le point  $P_k$  admet une puissance négative (voir Annexe F). Cette condition est satisfaite par la contrainte suivante :

$$h_j(I, P_k) \leq 0, j = 1, \dots, 3; k = 1, \dots, Npt$$

Avec,  $Npt$  est le nombre de sommets dont l'enveloppe convexe est sur l'espace de travail prescrit.

L'objectif de cette approche, comme c'est mentionné au début de ce paragraphe, est d'identifier les paramètres de conception du robot DELTA pour un espace de travail prescrit. Cet espace prescrit est un volume convexe défini par un ensemble de  $Npt$  points. Les coordonnées de ces points sont :  $P_k(X_k, Y_k, Z_k)$ , avec  $k = 1, \dots, Npt$ . Dans le cas d'un cube, on a  $Npt = 8$  (voir Figure IV- 3).

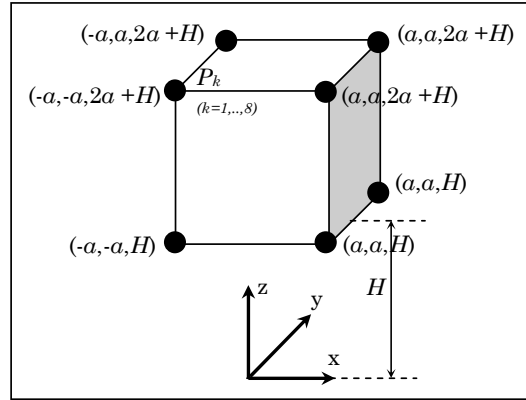


Figure IV- 3 : La description de l'espace de travail prescrit.

La minimisation de la fonction  $|h_j(I, P_k)|$  est équivalente à la recherche des paramètres de la chaîne  $j$  du robot DELTA ayant l'espace de travail le plus proche de l'espace de travail prescrit. Sachant que, le translateur comporte trois chaînes cinématiques, la fonction à minimiser sera :

$$f(I, P) = |h_1(I, P)| + |h_2(I, P)| + |h_3(I, P)| \quad (IV.14)$$

La fonction puissance,  $f(I, P)$ , est tracée dans la Figure IV- 4 à une hauteur  $H, Z_0=1$ , et pour un robot DELTA de vecteur de conception  $I=[1.9, 1.2, 0.9, 1]$ .

Plus la puissance est élevée, plus le point est loin de la surface en question. Les contours d'iso-valeurs sont tracés au niveau d'une section de l'espace de travail parallèlement au plan x-y. Ils montrent l'évolution de la puissance vis-à-vis de l'espace de travail. Les minimums se localisent sur les intersections des trois tores.

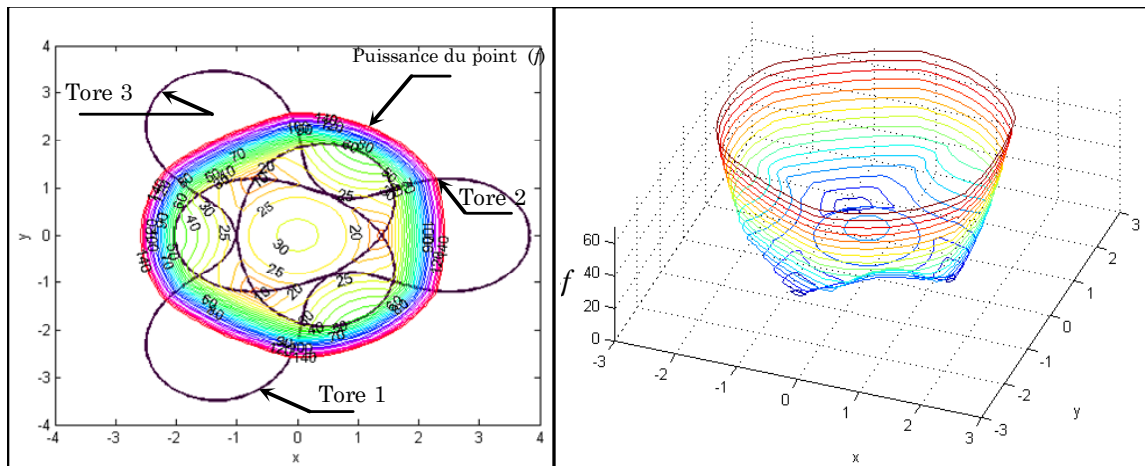


Figure IV- 4 : L'interprétation graphique de la fonction puissance du point.

## IV-2.Procédure d'optimisation

On utilise une architecture de l'algorithme génétique similaire à celle utilisée dans le chapitre II de ce mémoire. On rappelle dans ce qui suit l'organigramme correspondant :

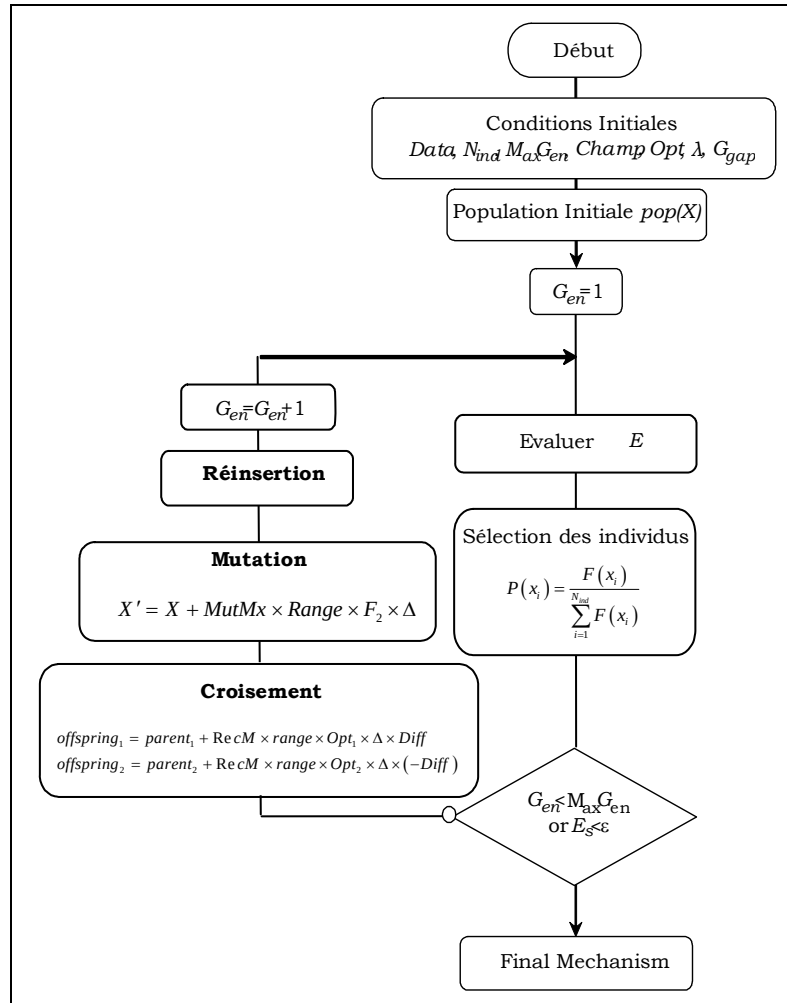


Figure IV- 5 : l'organigramme de l'algorithme génétique.

Les valeurs des paramètres de l'algorithme génétique utilisés sont indiquées par le Tableau IV- 1.

Tableau IV- 1 : Les paramètres de l'algorithme génétique.

|                                  |           |       |
|----------------------------------|-----------|-------|
| La taille de la population       | $N_{ind}$ | 100   |
| Le nombre de générations maximal | $MaxGen$  | 100   |
| Le nombre de variable            | $N_{var}$ | 4     |
| Paramètre d'exploration          | $G_{gap}$ | 0.85  |
| Taux de mutation                 | $F_1$     | 0.64  |
| Facteur de mutation              | $F_2$     | 0.615 |
| Taux de croisement               | $Opt_1$   | 0.623 |
| Facteur de croisement            | $Opt_2$   | 0.553 |

L'algorithme génétique tel qu'il est défini ne peut pas s'appliquer directement au problème de synthèse du robot DELTA. Quelques modifications sont nécessaires pour prendre en charge les contraintes et assurer la convergence. La méthode de la fonction de pénalité est utilisée pour manipuler les contraintes et assurer que les solutions aptes et fiables se classent devant les

mauvaises. Elle pénalise la mauvaise conception par une note faible, ce qui minimise la probabilité de sélection de ces membres.

La fonction d'aptitude est construite comme suit :

$$F = -(F_1 + F_2) \quad (\text{IV.15})$$

Avec,

La fonction de pénalité  $F_1$  est donné par reflète la contrainte  $h_j; j=1,..,3$ .

$$F_1 = \sum_{k=1}^{Npt} \sum_{j=1}^3 \wp_j(I, P_k) \quad (\text{IV.16})$$

Avec,

$$\wp_j(I, P_k) = \begin{cases} 0 & \text{if } h_j(I, P_k) \leq 0 \\ cf & \text{if } h_j(I, P_k) > 0 \end{cases}; j=1,..,3 \quad (\text{IV.17})$$

Avec,  $cf$  une constante élevée définie positive.

Au moment où,  $F_1=0$ , alors tous les sommets de l'espace prescrit sont inclus dans l'espace de travail du robot DELTA. Dans ce cas, on calcule l'aptitude  $F_2$  donnée par :

$$F_2 = \sum_{k=1}^{Npt} \sum_{j=1}^3 |h_j(I, P_k)| = \sum_{k=1}^{Npt} f(I, P_k) \quad (\text{IV.18})$$

Quand  $F_1 \neq 0$ , i.e un ou plusieurs sommets sont en dehors de l'espace de travail,  $F_2$  est considérée nulle.

## V. RESULTATS

Les résultats présentés dans cette partie sont obtenus sur une machine équipée d'un processeur Pentium® M à une fréquence de 1.5 Mhz et les codes sont développés sous MATLAB®. Le temps de calcul, pour la résolution du problème, est compris entre 3,5 et 4.5s en fonction de la complexité du problème traité.

### V-1. Exemple 1

Dans ce premier exemple, on se propose de déterminer les paramètres géométriques du robot DELTA dont l'espace de travail englobe un cube d'arête,  $a=1$  (Figure IV- 3). L'intervalle d'existence des paramètres utilisés par l'algorithme génétique est donné par le tableau suivant :

Tableau IV- 2 : Contraintes explicites.

| Int        | $L_1$ | $L_2$ | $r$ | $H$ |
|------------|-------|-------|-----|-----|
| $x_{\min}$ | 0.5   | 0.5   | 0   | 1   |
| $x_{\max}$ | 5     | 5     | 5   | 5   |

La Figure IV- 6 illustre la fonction puissance,  $f$ , à une hauteur de 1.01 en fonction de  $x$  et  $y$  pour la solution optimale.

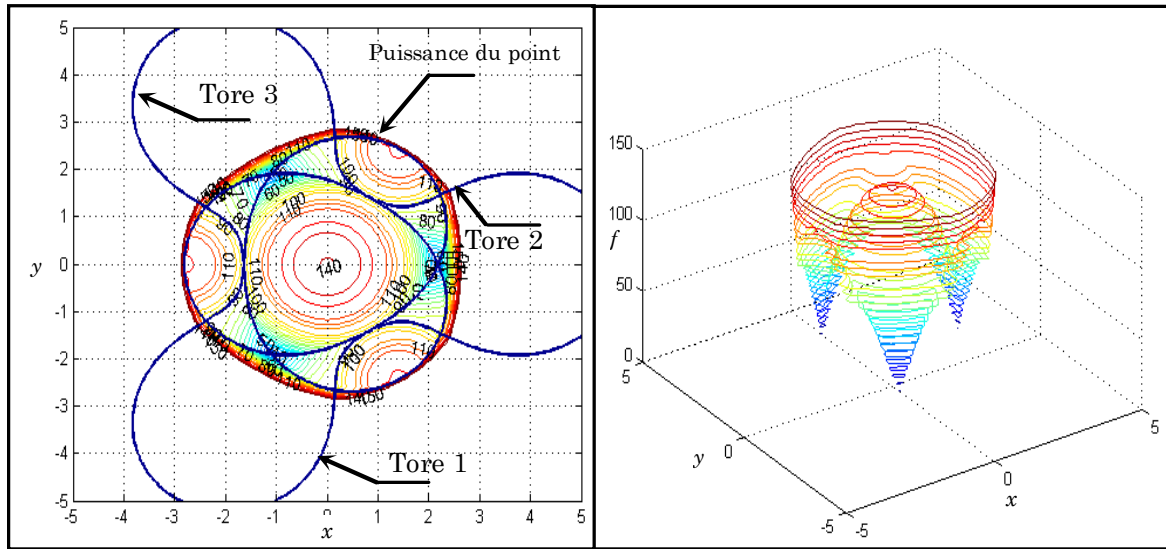


Figure IV- 6 : L'interprétation graphique de la fonction puissance du point (exemple 1).

La solution optimale est obtenue par algorithme génétique (AG) après 100 générations de recherche. Elle est présentée dans le tableau suivant :

Tableau IV- 3 : Les dimensions de la solution optimale du robot DELTA (exemple1)

|   | $L_1$ | $L_2$ | $r$  | $H$  |
|---|-------|-------|------|------|
| X | 2.66  | 1.73  | 1.74 | 1.01 |

L'espace de travail du robot DELTA, dont les paramètres sont décrits dans le Tableau IV- 3, doit contenir un cube d'arête de longueur  $2a$ . Une section suivant la face supérieure du cube est présentée sur la Figure IV- 7, ainsi qu'au niveau de la face inférieure. On remarque sur cette figure que les sommets du cube se placent sur les limites de l'espace de travail.

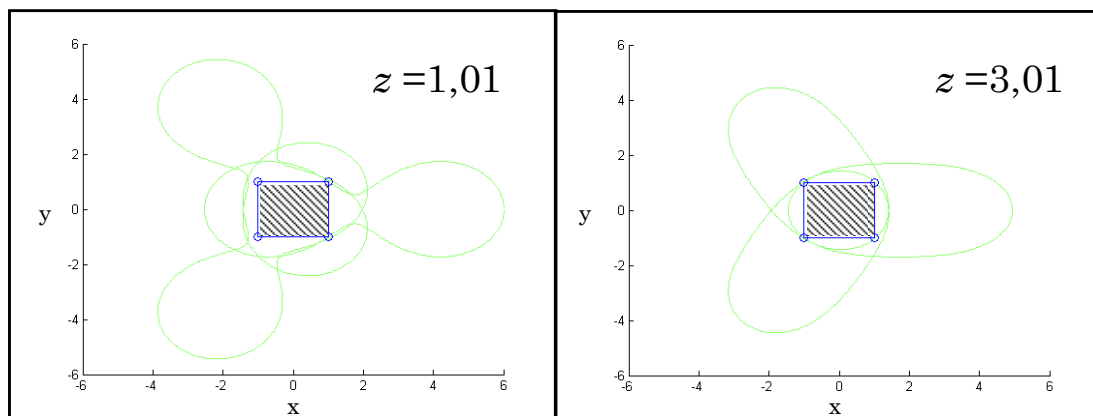


Figure IV- 7 : Les coupes aux plans inférieur et supérieur du cube.

On peut observer que les sommets de l'espace prescrit sont sur la limite de l'espace de travail. De plus, le robot est dans des situations quasi-extrêmes (singularités). Ce fonctionnement est en général à éviter.

Ce phénomène peut cependant être évité par l'utilisation d'une distance de sécurité au niveau de l'espace prescrit. On impose ainsi au robot d'accéder à un espace légèrement plus grand que l'espace prescrit. L'exemple 2 montre les résultats obtenus quand on impose au robot d'accéder à l'espace prescrit avec une distance de sécurité.

## V-2. Exemple 2

Dans ce deuxième exemple, comme on a mentionné, une distance de sécurité est gardée entre l'espace de travail du robot DELTA et l'espace prescrit.

Cette distance peut être traduite en termes de puissance du point, pendant l'optimisation, par une limite inférieure placée sur toutes les puissances des points (sommets). Cette limite inférieure assure qu'aucun point de la solution finale n'est pas sur la surface définissant la frontière de la zone de travail, c.-à-d., la puissance sera nulle sur une surface parallèle à la frontière de l'espace de travail.

L'espace de travail restreint, avec lequel l'espace de travail prescrit sera tangent (Figure IV- 9), est défini par trois tores un rayon majeur,  $L_1$ , et un rayon mineur,  $L_2$ -e.

Les nouveaux paramètres optimaux trouvés du robot DELTA sont donnés par le Tableau IV- 4. On remarque que les valeurs des longueurs  $L_1$  et  $r$  ont augmenté, par contre la valeur de  $L_2$  à diminuer vis-à-vis de la solution précédente.

*Tableau IV- 4 : les dimensions de la solution optimale du robot DELTA avec zone de sécurité (exemple 2)*

|   | $L_1$ | $L_2$ | $r$  | $H$  |
|---|-------|-------|------|------|
| I | 2.5   | 1.91  | 1.48 | 1.02 |

Les sections selon les faces inférieure et supérieure du cube sont représentées la Figure IV- 8. Elles montrent les limites de l'espace de travail avec et sans zone de sécurité. Une marge est bien gardée sur l'ensemble du cube, qu'on perçoit mieux sur la coupe en trois dimensions de l'espace de travail (Figure IV- 9).

La courbe intérieure correspond à la zone de sécurité alors que la courbe extérieure représente les limites de l'espace de travail. On remarque alors que le cube est atteignable par le robot sans que ce dernier ne soit contraint à se mettre dans des configurations extrêmes.

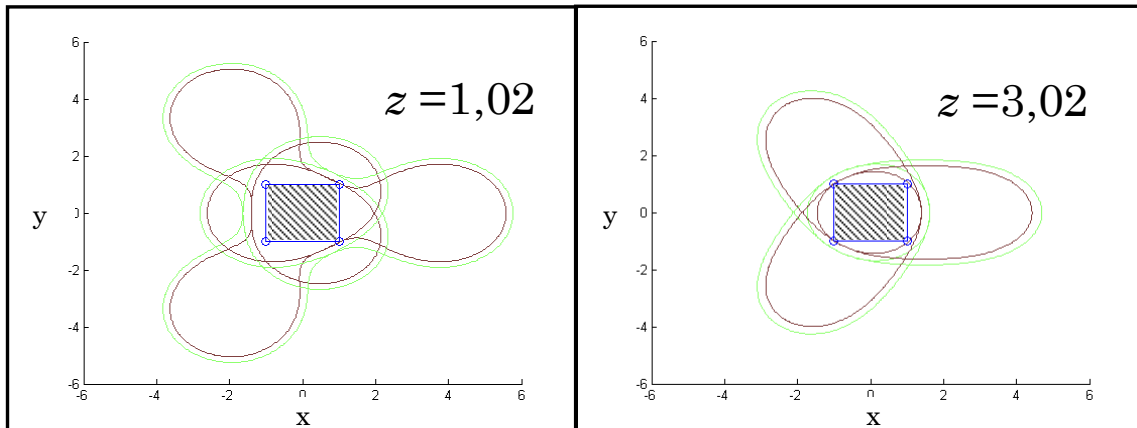


Figure IV- 8 : Les coupes aux plans inférieur et supérieur du cube avec et sans sécurité.

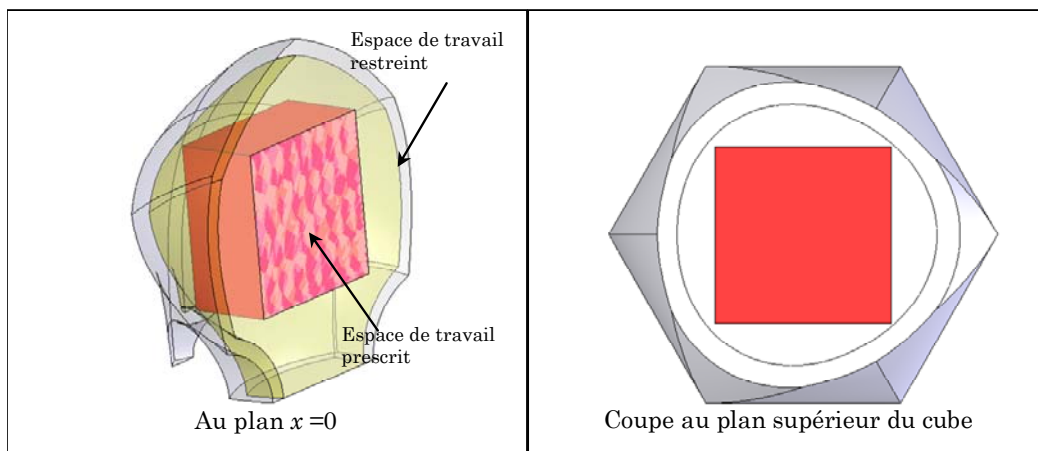


Figure IV- 9 : Coupe de l'espace de travail en 3D avec zone de sécurité.

La solution optimale obtenue est construite en modèle solide, ainsi que son espace de travail. Elle est représentée sur la Figure IV- 10.

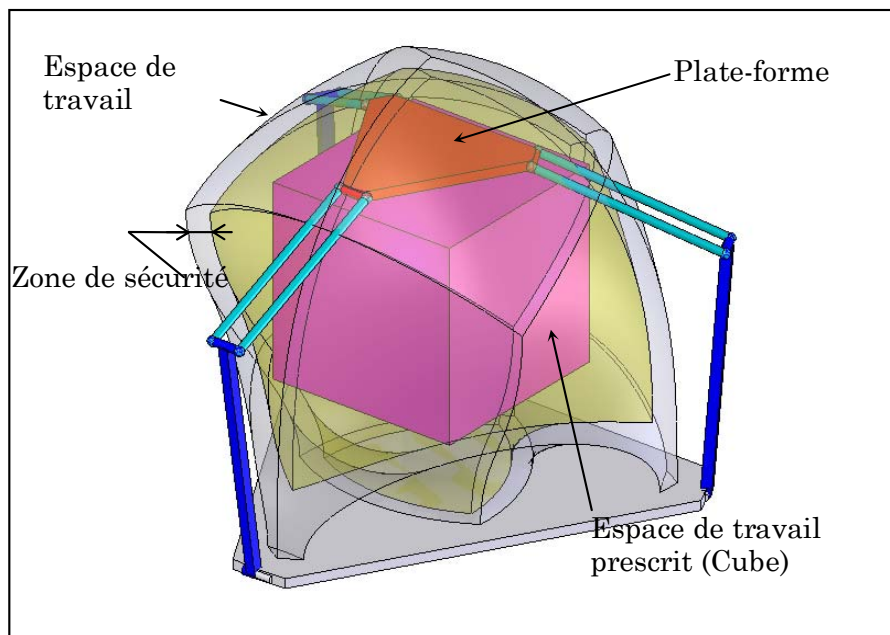


Figure IV- 10 : Solution optimale du robot DELTA.

## VI. CONCLUSION

Dans ce travail, une méthode de synthèse dimensionnelle adaptée au robot DELTA pour qu'il puisse accéder à un espace de travail prescrit est développée. Elle est formulée en un problème d'optimisation. La notion de puissance d'un point est utilisée dans l'écriture de la fonction objectif. Cette notion permet d'indiquer la position des différents points de l'espace prescrit dans l'espace de travail. L'algorithme génétique est utilisé pour trouver tous les candidats éventuels, robot DELTA, dans l'espace des paramètres de dimension quatre. Il est facilement adapté aux critères du problème de conception, grâce à l'utilisation d'une fonction de pénalité. Pour le bon fonctionnement du robot DELTA, une distance de sécurité est imposée. Le translateur travaille ainsi dans un espace légèrement plus grand que l'espace prescrit.

L'approche présentée peut être employée comme un outil de conception intégrant le critère de l'espace de travail. Elle peut être adaptée à d'autres types de manipulateurs parallèles à quatre degrés de liberté ou plus.

## Conclusions générales

---

Le travail présenté dans ce mémoire se situe dans le domaine de la synthèse des mécanismes spatiaux. Plus particulièrement, les mécanismes spatiaux à une chaîne cinématique fermée à un seul degré de liberté et les robots parallèles de translation, le robot DELTA.

L'objectif de ce travail était de développer des outils de synthèse de mécanismes plans et spatiaux et de robots parallèles par les méthodes les plus récentes qui relèvent de l'intelligence artificielle.

Dans un premier volet, une nouvelle formulation du problème de synthèse des mécanismes spatiaux utilisant le paramétrage de Denavit-Hartenberg est présentée. Habituellement utilisé pour l'étude des chaînes cinématiques ouvertes, ce paramétrage a montré son efficacité pour les chaînes cinématiques fermées.

Une étude topologique apporte, pour sa part, une connaissance approfondie de la nature des mécanismes spatiaux. Ce qui nous a permis d'identifier quatre familles différentes de mécanismes, (RXXR, RXXP, RXXC et RXXS). Chaque famille est caractérisée par la donnée de l'équation d'entrée sortie et des variables de mouvement de ses mécanismes.

Afin de valider notre approche, deux mécanismes spatiaux sont choisis. A savoir, le mécanisme RSCR (Rotoïde - Sphérique - Cylindrique - Rotoïde) et le mécanisme RSPC (Rotoïde - Sphérique - Prismatique - Cylindrique). L'utilisation du paramétrage de Denavit-Hartenberg, pour la modélisation de ces deux mécanismes, est détaillée.

Le nombre de variables de conception est réduit considérablement, vis-à-vis des descriptions géométriques existantes dans la littérature.

Le problème de synthèse est formulé en un problème d'optimisation. Une fonction objectif est définie par l'erreur quadratique entre la position cible et la position calculée.

Les algorithmes génétiques (AGs) sont adoptés pour la résolution du problème de synthèse. Deux méthodes sont proposées et testées. Une première qui est basée sur les algorithmes génétiques, mais qui présente des problèmes de

convergence pour certains problèmes complexes. Dans ce cas, nous proposons une seconde méthode qui permet d'explorer mieux l'espace de recherche pour obtenir de bonnes solutions. Cette dernière est basée sur un régulateur flou qui adapte l'intervalle de recherche des variables.

Pour chaque cas traité, nous avons résolu le problème en utilisant successivement, afin de comparer les résultats obtenus, l'algorithme génétique seul, l'algorithme génétique couplé à la logique floue ainsi que la méthode du gradient. La méthode du gradient n'est utilisée ici qu'à des fins de comparaison, car cette méthode est classiquement exploitée pour la résolution des problèmes de synthèse de mécanismes. Les résultats obtenus montrent l'efficacité des méthodes proposées par rapport à la méthode déterministe basée sur le calcul du gradient.

Une application concrète de l'approche proposée est présentée. Il s'agit de synthétiser un mécanisme anti-escarres destiné à équiper un siège pour personnes handicapées. Ce système consiste à installer sur le siège, un élément mobile afin de soulager les zones de fortes pressions au niveau de l'assise. A l'inverse de la solution proposée à l'origine à deux actionneurs, une nouvelle conception d'un mécanisme mono-actionneur est présentée. C'est le mécanisme spatial, RUCS (Rotoïde - Universelle - Cylindrique - Sphérique).

Comme perspectives, on se propose dans un travail futur de traiter de façon générale la résolution du problème de synthèse quel que soit le type de famille.

Dans un deuxième volet de ce travail, on s'est intéressé à la synthèse des robots parallèles pour un espace de travail prescrit, plus particulièrement au robot de translation DELTA. On a analysé l'espace de travail de ce translateur.

L'approche proposée est formulée en un problème d'optimisation. La notion de puissance d'un point, qui s'est avérée très efficace, est utilisée dans l'écriture de la fonction objectif. Cette notion permet de donner l'information précise sur la position d'un point dans l'espace. Elle permet de le localiser par rapport à l'espace de travail du robot parallèle, à l'intérieur ou à l'extérieur ou même sur la frontière.

L'algorithme génétique est utilisé pour trouver tous les candidats éventuels dans l'espace des solutions. Il est facilement adapté aux critères du problème de conception, grâce à l'utilisation d'une fonction de pénalité. De plus, il gère la possibilité d'avoir des contraintes discontinues, comme c'est le cas dans notre étude.

Afin d'éviter les situations de configurations extrêmes, dans lesquelles le robot peut se mettre, on a introduit la notion de « région de sécurité ».

La méthode proposée, intégrant le critère de l'espace de travail, peut être utilisée comme un outil de conception. Elle mérite d'être étendue aux mécanismes à quatre degrés ou plus, vu les résultats obtenus pour les translateurs.

# Annexe A

## Le paramétrage de Denavit-Hartenberg

A chaque membre d'indice  $i$  ( $i=1,...,n$ ) est associé un référentiel  $R_i$  (Figure A-1) vérifiant les contraintes suivantes :

L'origine  $O_i$  du référentiel  $R_i$  est située à l'intersection de la normale commune aux axes  $(O_{i-1}Z_{i-1})$  et  $(O_iZ_i)$ . Dans le cas où les axes  $(O_{i-1}Z_{i-1})$  et  $(O_iZ_i)$  sont sécants, l'origine est le point d'intersection.

L'axe  $(O_{i-1}Z_{i-1})$  matérialise le déplacement du membre  $i$  relativement au membre  $i-1$ . Dans le cas d'une articulation angulaire,  $(O_{i-1}Z_{i-1})$  définit l'axe de rotation du membre  $i$ . Dans le cas d'une articulation prismatique,  $(O_{i-1}Z_{i-1})$  définit l'axe de translation du membre  $i$ .

L'axe  $(O_iX_i)$  est aligné avec la normale commune aux axes  $(O_{i-1}Z_{i-1})$  et  $(O_iZ_i)$  lorsqu'elle existe, et dirigé de l'articulation  $i$  vers l'articulation  $i+1$ .

L'axe  $(O_iY_i)$ , non représenté sur la Figure A-1 pour des raisons de clarté, est choisi de façon à obtenir un trièdre  $(O_i, X_i, Y_i, Z_i)$  direct.

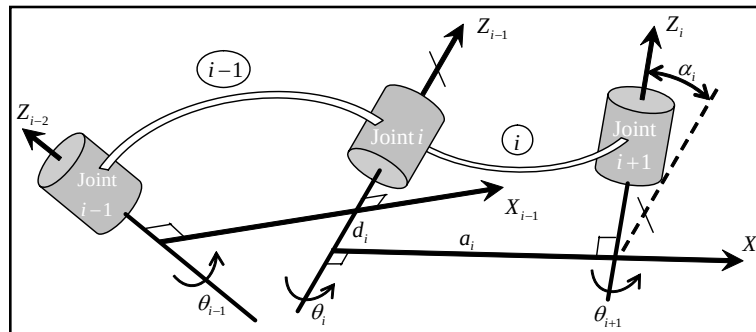


Figure A-1 : Référentiels et paramètres associés aux membres selon la convention de Denavit-Hartenberg.

La position et l'orientation d'un membre d'indice  $i$ , relativement au membre d'indice  $i-1$  qui précède dans la chaîne articulée, sont assimilables à la posture du référentiel  $R_i$  référencée dans  $R_{i-1}$ . Elles sont définies par l'intermédiaire de quatre paramètres caractéristiques  $d_i$ ,  $\theta_i$ ,  $a_i$  et  $\alpha_i$  (Figure A-1) où :

- $\theta_i$  est l'angle  $(X_{i-1}\hat{O}_iX_i)$  que l'on obtient par vissage de l'axe  $(O_{i-1}X_{i-1})$  vers l'axe  $(O_{i-1}X_i)$  autour de l'axe  $(O_{i-1}Z_{i-1})$ . Pour une articulation rotoïde angulaire,  $\theta_i$  représente une variable d'état tandis que pour une articulation prismatique,  $\theta_i$  est une constante.
- $d_i$  est la coordonnée à l'origine du référentiel  $R_i$  le long de l'axe  $(O_{i-1}Z_{i-1})$ . Pour une articulation prismatique,  $d_i$  représente une variable d'état tandis que pour une articulation angulaire,  $d_i$  est un paramètre constant.
- $a_i$  est la distance entre les axes  $(O_{i-1}Z_{i-1})$  et  $(O_iZ_i)$  mesurée le long de l'axe  $(O_iX_i)$  en direction de l'articulation  $i+1$  (paramètre constant).
- $\alpha_i$  est l'angle  $(Z_{i-1}\hat{O}_iZ_i)$  que l'on obtient par vissage de l'axe  $(O_iZ_{i-1})$  vers l'axe  $(O_iZ_i)$  autour de l'axe  $(O_iX_i)$  (paramètre constant).

Les paramètres  $\theta_i$ ,  $d_i$ ,  $a_i$  et  $\alpha_i$  relatifs à chaque membre d'indice  $i$  caractérisent le déplacement  ${}^{i-1}\mathbf{T}_i$  permettant le passage de l'articulation  $i$  à l'articulation  $i-1$ .

La matrice homogène  ${}^{i-1}\mathbf{T}_i \in \mathbf{R}^{4 \times 4}$  s'obtient en appliquant des rotations et des translations successives au référentiel  $R_i$ . Cela nécessite les transformations suivantes :

- Une rotation d'axe  $(O_{i-1}Z_{i-1})$  et d'angle  $\theta_i$ .
- Une translation le long de l'axe  $(O_{i-1}Z_{i-1})$  d'une distance  $d_i$ .
- Une translation le long de  $(O_iX_{i-1})$  transformé, soit  $(O_iX_i)$ , d'une distance  $a_i$ .
- Une rotation d'axe  $(O_iX_i)$  et d'angle  $\alpha_i$ .

La décomposition de ces quatre transformations conduit à l'expression de la matrice homogène  ${}^{i-1}\mathbf{T}_i$  suivante :

$${}^{i-1}\mathbf{T}_i = \mathbf{Rot}((O_{i-1}, Z_{i-1}); \theta_i) \cdot \mathbf{Trans}(0, 0, d_i) \cdot \mathbf{Trans}(0, 0, a_i) \cdot \mathbf{Rot}((O_i X_i); \alpha_i) \quad (\text{A-1})$$

La relation (A-1) s'écrit analytiquement suivant ces considérations :

$${}^{i-1}\mathbf{T}_i = \begin{pmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i & 0 & 0 \\ \sin \theta_i & \cos \theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & a_i \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha_i & -\sin \alpha_i & 0 \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{Soit } {}^{i-1}\mathbf{T}_i = \begin{pmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i \cos \alpha_i & \sin \theta_i \sin \alpha_i & a_i \cos \theta_i \\ \sin \theta_i & \cos \theta_i \cos \alpha_i & -\cos \theta_i \sin \alpha_i & a_i \sin \theta_i \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{A-2})$$

Dans le cas d'une articulation angulaire, la donnée des paramètres  $d_i$ ,  $a_i$  et  $\alpha_i$  caractérise complètement la posture  ${}^{i-1}\mathbf{T}_i$  d'un membre d'indice  $i$  relativement au membre d'indice  $i-1$  en fonction de la variable  $\theta_i$ . Dans le cas d'une articulation prismatique, la donnée des paramètres  $\theta_i$ ,  $a_i$  et  $\alpha_i$  détermine la posture du membre  $i$  relativement au membres  $i-1$ , en fonction de la variable  $d_i$ .

La matrice homogène  ${}^{i-1}\mathbf{T}_i$  exprimée par la relation (A-2) représente la matrice de passage d'un membre d'indice  $i$  au membre d'indice  $i-1$  adjacent précédent.

# Annexe B

## Principe d'algorithmes d'optimisations locales

---

### I. LA METHODE DE LA DESCENTE

La méthode de la descente vise à déterminer une solution  $s(x)$  dans le voisinage de la solution courante  $x$ , telle que  $f(s(x)) < f_{\min}$  ( $f_{\min}$  désigne la valeur minimale courante de  $f$ ). La méthode consiste à engendrer  $N$  échantillons, à chaque itération, suivant un procédé aléatoire, cyclique ou suivant une loi de distribution uniforme, dans le voisinage de la solution courante  $x$ .

La fonction objectif  $f$  est évaluée en chaque point de l'échantillon. La solution  $x'$  correspond à la plus petite valeur de  $f$  obtenue.

$$f(x') = f(s(x)) = \min_{1 \leq i \leq N} [f(s_i(x))] \quad (\text{B-1})$$

Cette nouvelle valeur  $f(x')$  est comparée à la valeur minimale courante,  $f_{\min}$ . Si elle est meilleure alors cette valeur est enregistrée, ainsi que la solution correspondante, et le processus continue. Sinon l'algorithme prend fin ; on a atteint un minimum local. Cet algorithme est présenté dans la figure B-1.

```

x      := solution aléatoire
fmin := f(x)
xmin := x

REPETER
  Engendrer un N-échantillon si(x) ∈ voisinage s(x)
  et calculer f(s(x)) = min1 ≤ i ≤ N [f(si(x))]
  SI      f(s(x)) < fmin
          fmin := f(s(x))
          xmin := s(x)
  SI NON
    Sortir et REPETER
  FIN SI
FIN REPETER

```

Figure B-1 : Algorithme de la méthode de descente.

Après avoir atteint un minimum local, cette procédure peut repartir d'un autre point pris au hasard.

## II. LA METHODE DU GRADIENT

Les méthodes du gradient utilisent la direction de descente de la plus grande pente c'est-à-dire la direction dans laquelle la fonction décroît le plus vite. La méthode de descente est construite avec  $d_k = -\nabla f(x_k)$ .

Il existe plusieurs méthodes de gradient à pas fixe  $\{t_k = cste\}$ , à pas variable  $\{t_k\}$  ajusté en cours de l'itération et à pas optimal  $\{t_k\}$  tel que  $\forall t > 0 \quad (f(x_k + t_k d_k) \leq f(x_k - t_k d_k))$ .

Pour la méthode de gradient à pas fixe, on obtient l'algorithme présenté par la figure suivante :

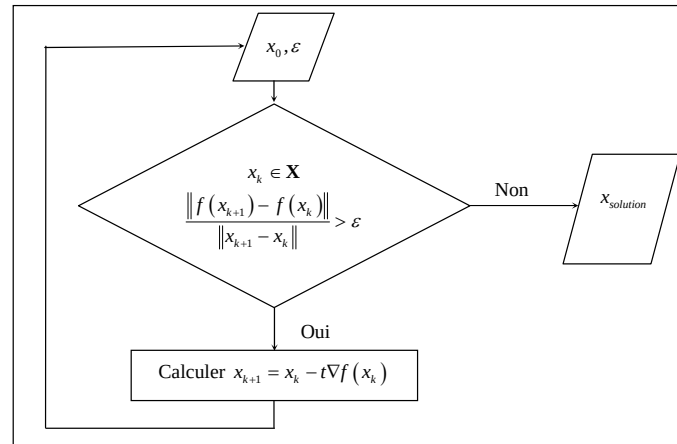


Figure B-2 : Algorithme de la méthode du gradient.

---

## *Annexe C*

# *Principe d'un algorithme stochastique d'optimisation globale*

---

La plupart des algorithmes stochastiques sont itératifs et comportent trois éléments principaux : un mécanisme de perturbation, un critère d'évaluation et un critère d'arrêt. Ils sont appliqués à partir d'un ou plusieurs points de la fonction objectif, choisis aléatoirement.

◆ **La perturbation aléatoire**

- Toutes les coordonnées du vecteur solution courant, à la fois ou une par une, sont perturbées.
- La transformation suit une loi de distribution particulière dans un voisinage du point courant, par exemple une loi de distribution uniforme,
- Le ou les nouveaux points sont générés selon une loi qui dépend des points précédents et/ou des valeurs précédentes de la fonction objectif, ou ne dépend que du point courant,
- etc.

◆ **Les critères d'évaluation**

- Le ou les nouveaux points sont acceptés selon une certaine loi de probabilité,
- Le ou les nouveaux points sont acceptés selon certaines conditions,
- Le ou les meilleurs points sont conservés pour l'étape suivante,
- Une recherche locale est effectuée à partir du ou des nouveaux points,
- etc.

◆ **Les critères d'arrêt**

Ils peuvent être liés à la qualité du minimum obtenu

- La procédure est arrêtée lorsque il n'y a plus d'amélioration de la solution après un certain nombre d'itérations.
- Elle s'arrête quand les perturbations ne dépassent plus un certain seuil.

Ils peuvent être liées à des coûts calcul ; le calcul s'arrête alors après :

- Un nombre maximal d'évaluations de fonction objectif.
- Un nombre d'itérations fixé.
- Un certain temps de calcul.
- etc.

## Annexe D

### L'algorithme génétique

---

#### I. PRINCIPE DE BASE D'UN AG SIMPLE

Dans les algorithmes génétiques, on essaie de simuler le processus d'évolution d'une population. On part d'une population de  $N$  solutions du problème représentées par des individus. Cette population choisie aléatoirement est appelée population parent. Le degré d'adaptation d'un individu à l'environnement est exprimé par la valeur de la fonction coût,  $f(X)$ , où  $X$  est l'individu.

On dit qu'un individu est d'autant mieux adapté à son environnement, que le coût de la solution qu'il représente est plus faible. Au sein de cette population, intervient alors la sélection au hasard d'un ou deux parents, qui produisent une nouvelle solution, à travers les opérateurs génétiques, tels que le croisement et la mutation. La nouvelle population, obtenue par le choix de  $N$  individus parmi les populations parent et enfant, est appelée génération suivante. En itérant ce processus, on produit une population plus riche en individus mieux adaptés. La Figure D-1 présente le principe d'un algorithme génétique de base.

```
POP := initialiser population
fmin := f(X)
Xmin := X
REPETER
    QUALITE (évaluer la population POP)
    REPETER (phase de reproduction génétique)
        Sélection
        Croisement
        Mutation
    JUSQU'A POP' remplie
    POP := sélectionner nouvelle population (POP, POP')
    f(X) := min1 ≤ i ≤ N [f(Xi)]
    SI f(X) < fmin
        fmin := f(X)
        Xmin := X
    FIN SI
JUSQU'A condition d'arrêt satisfaites
```

Figure D-1 : Principe de fonctionnement d'un algorithme génétique simple.

Cet algorithme comporte trois phases distinctes :

- La production de la population d'individus la mieux adaptée pour contribuer à la reproduction de la génération suivante (version artificielle de la sélection naturelle).
- La phase de reproduction, qui exploite essentiellement les opérateurs de croisement et de mutation.
- La stratégie de remplacement des populations parent et enfant par la génération suivante. Elle pourra être mise en œuvre sous plusieurs formes.

## II. CODAGE

Plusieurs codes d'informations sont utilisés. Les plus fréquemment utilisés sont le code binaire naturel et le code binaire de Gray. Plus récemment le codage "réel" a fait son apparition.

### Codage binaire

Ce codage consiste, pour un individu donné, à concaténer toutes ses variables codées en binaire. La chaîne binaire, Figure D-2 par exemple, correspond à un individu défini par 3 variables (8, 6, 13) en codage binaire naturel sur 4 bits chacune. Ce codage binaire présente plusieurs avantages : alphabet minimum, facilité de mise en place d'opérateurs génétiques [Goldberg 89].

1000|0110|1101

*Figure D-2 : Exemple de chaîne binaire.*

Néanmoins, ce codage présente trois inconvénients majeurs :

- Les performances de l'algorithme sont diminuées lorsque la longueur de la chaîne augmente.
- Deux nombres décimaux voisins (exemple : 7 et 8) peuvent être très éloignés dans le codage binaire naturel (1000 et 0111) : falaise de Hamming. Ce problème peut être réglé en remplaçant le code binaire naturel par le code binaire de Gray (réfléchi).
- La dissymétrie entre le 0 (plus fréquent) et le 1.

### Codage réel

Ce codage consiste simplement à la concaténation des variables  $x_i$  d'un individu  $X$ . Exemple un individu  $X$  (25, 31, 8) est codé 25| 31| 8. Ce codage présente des avantages majeurs. Il est plus précis que le codage binaire et l'espace de recherche est le même que l'espace du problème. Il a le mérite d'être simple à utiliser, l'évaluation de la fonction coût est plus rapide. Le codage réel évite de faire le transcoding du binaire naturel ou de Gray vers les réels à chaque

évaluation. Néanmoins, il possède deux inconvénients, son alphabet est infini, et il a besoin d'opérateurs appropriés.

Le choix d'un codage adéquat est un élément critique dans l'efficacité d'un algorithme génétique. Un codage doit pouvoir être adapté au problème de façon à limiter au mieux la taille de l'espace de recherche, et aussi de façon que les nouveaux individus engendrés par les opérateurs de recherche soient significatifs le plus souvent possible [Michalewicz 96][Holland 75][Goldberg 89].

Les algorithmes génétiques ont relativement peu de fondements théoriques. Il n'existe aucune garantie que la méthode trouve la solution optimale, bien que des travaux récents donnent des preuves de convergence [Goldberg 91]. Ces travaux tiennent peu compte de l'influence de l'opérateur de croisement, qui est réduit parfois à sa plus simple forme, afin de simplifier l'analyse de l'algorithme uniquement en fonction de la mutation et de la sélection. Il est difficile de faire l'analyse d'un algorithme génétique dans sa globalité, mais en revanche on peut s'intéresser à l'un de ses opérateurs séparément.

### III. OPERATEURS DE REPRODUCTION

La phase de reproduction exploite principalement deux opérateurs : le croisement et la mutation. Elle comporte aussi l'opération de sélection et l'opération de production de la génération suivante, à partir des populations parent et enfant.

Sélection : La sélection consiste à choisir les individus qui vont participer à la reproduction de la population future. La fonction de sélection calcule une probabilité de sélection pour chaque individu, en fonction de sa qualité et de la qualité de tous les autres individus dans la population.

Croisement : Le principal opérateur agissant sur la population de parents est le croisement, qui est appliqué avec une certaine probabilité, appelée taux de croisement  $P_c$  (typiquement proche de l'unité). Le croisement consiste à choisir deux individus représentés par leurs chaînes de gènes, tirés au hasard dans la population courante, et à définir aléatoirement un ou plusieurs points de croisement (voir Figure D-3).

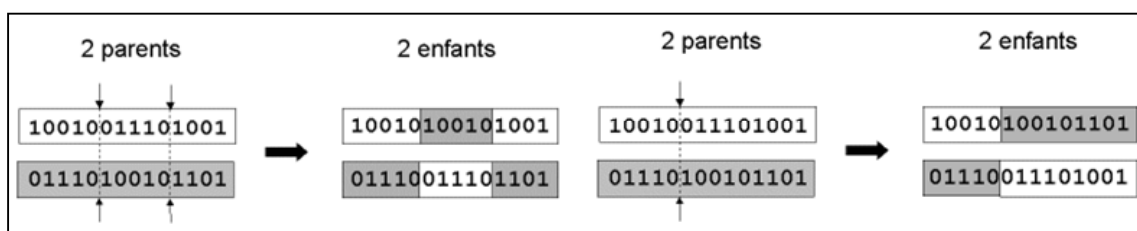


Figure D-3 : exemples de croisement en codage binaire.

Cet opérateur permet de bien explorer le domaine de variation des individus, et de diriger la recherche vers des régions intéressantes de l'espace d'étude en utilisant la connaissance déjà présente dans la population courante.

*Mutation* : L'opération de mutation protège les algorithmes génétiques des pertes prématurées d'informations pertinentes. Elle permet d'introduire une certaine information dans la population, qui a pu être perdue lors de l'opération de croisement. Ainsi, elle participe au maintien de la diversité, utile à une bonne exploration du domaine de recherche (voir Figure D-4). L'opérateur de mutation s'applique avec une certaine probabilité, appelée taux de mutation,  $P_m$ , typiquement compris entre 0.05 et 0.10. Ce faible taux de mutation permet de dire que la mutation est considérée comme un mécanisme d'adaptation secondaire pour les algorithmes génétiques.

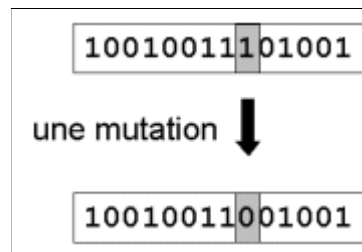


*Figure D-4: exemple de mutation en codage binaire.*

La sélection réduit la diversité de la population, tandis que les opérateurs génétiques, croisement et mutation, augmentent cette diversité.

# ***Annexe E***

## ***Le régulateur flou***

---

### **I. INTRODUCTION**

La logique floue a été formulée par L. Zadeh dans le milieu des années 60 [Tong-Tong 95]. L'idée de la logique floue est de transmettre la richesse du raisonnement humain à un ordinateur.

Au cours des dernières années, la logique floue a connu un très grand essor dans de multiples domaines mais demeure encore sous utilisée en génie mécanique.

L'un de ses principaux avantages est la possibilité d'étudier des problèmes incomplets et/ou imprécis, par contre un des désavantages des systèmes d'aide à la décision utilisant la logique floue est le besoin d'un expert qui utilise son expertise du problème pour construire manuellement la base de connaissances.

Une base de connaissances est composée d'entrées, de sorties et règles floues, la construire c'est définir la répartition des sous ensembles flous sur les entrées et les sorties ainsi que la détermination des règles floues

Cette tâche est d'autant plus ardue que les données dont il dispose sont incomplètes ou pas assez nombreuses pour en déduire une base de connaissances représentative. Des travaux ont été faits pour automatiser la création de base de connaissances.

Nous allons exploiter ce type de raisonnement pour améliorer les performances de l'algorithme génétique développé pour la synthèse des mécanismes spatiaux et mieux définir ses paramètres de fonctionnement.

Nous n'avons pas besoin d'établir de modèle mathématique. Cela évite des années de travail sur des modèles, qui au bout du compte n'existent pas forcément ou sont d'une grande complexité.

Ensuite, la logique floue permet de prendre en compte les typologies linguistiques et donc toutes les nuances que l'on a créées dans le but d'imiter au mieux le réel. Nous avons pu traiter des systèmes à comportement complexe en restant accessible à tout. Ce qui souligne des avantages de la logique floue.

C'est la régulation, l'application la plus courante de la logique floue, que nous allons coupler à l'algorithme génétique. Le régulateur utilisé est détaillé dans [Laribi 02].

## II. GENERALITES SUR LES APPLICATIONS DE LA LOGIQUE FLOUE:

L'utilisation de la logique floue dans le développement d'applications passe par un certain nombre d'étapes. Ces étapes sont le choix des fonctions d'appartenance, l'écriture des règles d'inférence, la fuzzyfication, l'inférence floue et la défuzzyfication (voir Figure E-1).

Dans ce que suit nous présentons particulièrement la régulation qui constitue l'application la plus courante de la logique floue. C'est cette régulation que nous allons accoupler à l'algorithme génétique enfin d'améliorer les résultats.

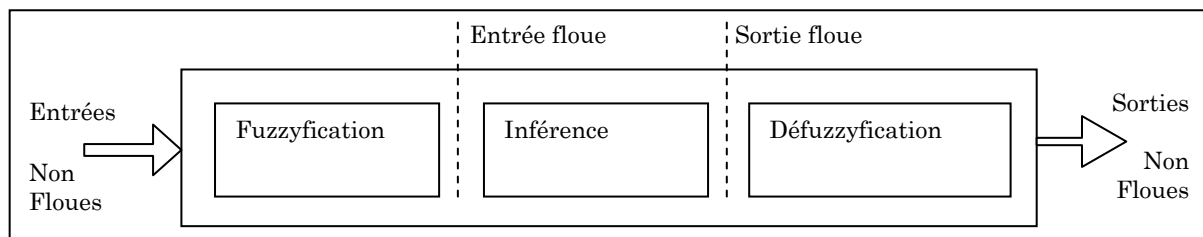


*Figure E-1 : Illustration du traitement flou.*

## III. APPORT DE LA LOGIQUE FLOUE :

Un contrôle des variables ou réglage par logique floue présente les avantages suivants pour le traitement de notre problème :

Il est simple à réaliser et fiable.

La connaissance mathématique du fonctionnement du processus n'est pas nécessaire pour créer son modèle. Ce sont l'expérience et le savoir-faire de l'opérateur qui sont utilisés pour décrire le processus. La logique floue permet donc de s'affranchir de toute étude théorique.

Le réglage flou peut être vu comme un système de décision simple fonctionnant à partir d'une représentation des connaissances basées sur la théorie des ensembles flous. Ce régulateur flou est représenté par la Figure E-2.

Les différents modules qui composent ce réglage sont les suivants :

La base de connaissances du processus : elle est composée de l'ensemble des renseignements que nous possédons sur le processus. Elle permet de définir les fonctions d'appartenance et les règles floues du régulateur.

Fuzzyfication : ce module traduit les données numériques caractérisant l'état du système en données symboliques. Il fournit une caractérisation floue des variables du système sous forme symbolique.

Défuzzification : ce module traduit l'action floue en une action non floue directement applicable au processus à réguler.

Processus : ce module présente l'implantation de l'algorithme génétique.

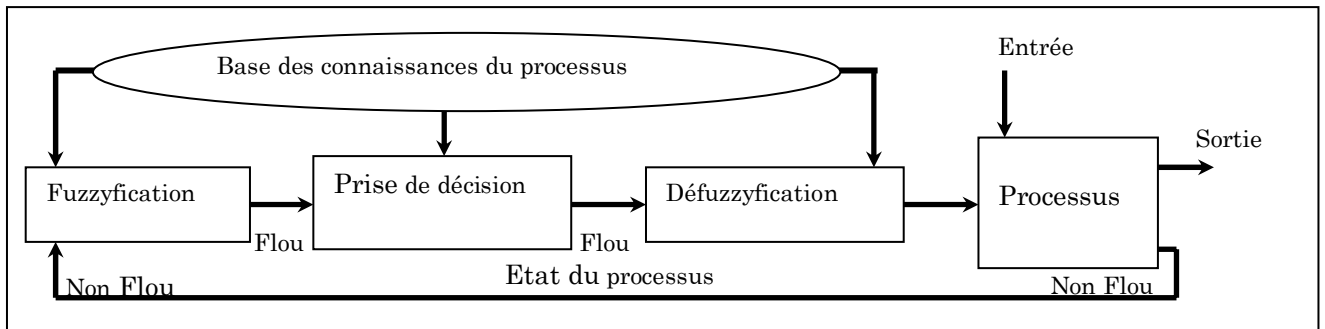


Figure E-2 : Configuration d'un régulateur flou.

#### IV. LES ETAPES DE FONCTIONNEMENT DU REGULATEUR :

Les étapes du calcul du coefficient multiplicateur  $c$  sont :

1. Faire un pré-essai du processus.
2. Actualiser la variation «V» et l'erreur «E».
3. Fuzzification des règles d'appartenance de V et E aux différents sous-ensembles.
4. Inférences floues.
5. Défuzzification de la valeur du coefficient de centrage  $c$ .

##### IV-1.Fuzzification :

Cette étape consiste à définir les différentes fonctions d'appartenance nécessaires pour traiter le problème. Nous devons établir une partition du domaine de définition des variables V, E et C en sous-ensembles flous. Nous définissons cinq sous-ensembles flous, pour les entrées, et quatre sous-ensembles flous pour la sortie.

Les fonctions d'appartenance que nous avons choisies sont représentées sur la figure E-3.

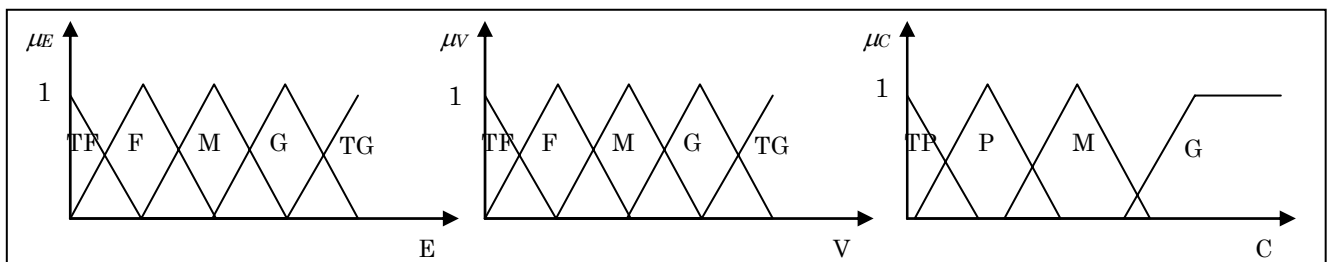


Figure E-3 : Fonctions d'appartenance.

Les fonctions d'appartenance pour chacune des variables d'entrées et de sorties sont des fonctions triangulaires et trapézoïdales. La somme de leur degré d'appartenance aux différents sous-ensembles flous est égale à l'unité.

Les sous-ensembles flous inférés portent les étiquettes «TF», «TP», «F», «P», «M», «G» et «TG», soient respectivement «très faible», «très petit», «faible», «petit», «moyen», «grand» et «très grand».

Le nombre et la forme de ces différents sous-ensembles flous ne résultent pas d'une optimisation théorique pour résoudre ce genre de problème, mais d'une détermination heuristique. Après, plusieurs essais et modifications, ces configurations à cinq ensembles flous ont été retenues.

#### IV-2. Inférence floue :

Les règles floues utilisées, pour déterminer l'état de  $c$  en fonction de  $V$  et  $E$ , sont de la forme «**SI**  $V$  est TF **ET**  $E$  est TF **ALORS**  $C$  est TP». L'ensemble de ces règles est résumé dans le tableau E-1 suivant.

Tableau E-1 : Tableau d'inférence floue de  $E$  et  $V$ .

| $c$ |    | $V$ |   |   |   |    |
|-----|----|-----|---|---|---|----|
|     |    | TF  | F | M | G | TG |
| $E$ | TF | TP  | P | P | M | \  |
|     | F  | TP  | P | M | G | \  |
|     | M  | P   | P | G | M | G  |
|     | G  | M   | M | M | G | G  |
|     | TG | G   | G | M | M | M  |

#### IV-3. Défuzzification :

L'étape de défuzzification des règles floues inférées se font grâce à la méthode du centre de gravité. La figure E-4 présente la surface engendrée par la loi de contrôle de ce régulateur pour déterminer le coefficient de centrage  $c$  sur les variables de l'intervalle Min-Max.

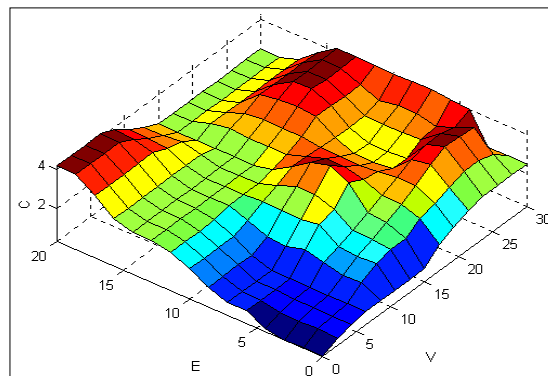


Figure E-4: Surface engendrée par la régulation floue.

## Annexe F

### La puissance d'un point

---

La puissance d'un point fixe A (voir Figure F-1) par rapport à un cercle de rayon  $r$  et de centre  $O$  est défini par le produit suivant :

$$p \equiv AP \cdot AQ \quad (\text{F-1})$$

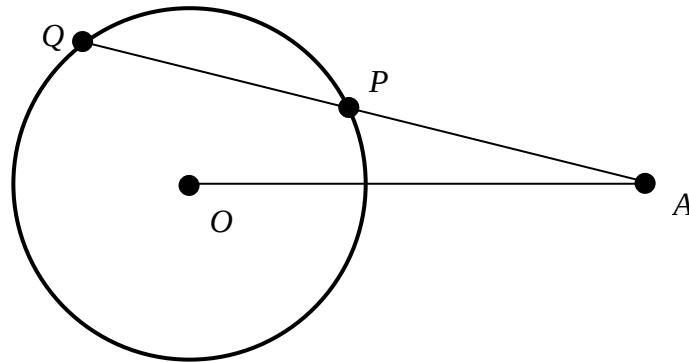


Figure F-1 : la puissance d'un point A.

Avec,  $P$  et  $Q$  sont les intersections entre la droite passant par la point A et le cercle.

Le terme "puissance" est utilisé pour la première fois par Jacob Steiner ([Steiner 26], [Coxeter 69]). Le produit  $p$  est indépendant du choix de la droite  $APQ$ .

On considère un point A (voir Figure F-2) pas forcément sur la circonférence du cercle. Si  $d=OA$  est la distance entre le point A et le centre du cercle  $O$  d'équation  $f(x, y) = x^2 + y^2 - r^2 = 0$ , alors la puissance du point A relative au cercle est :

$$p = f(x_p, y_p) = x_p^2 + y_p^2 - r^2 = d^2 - r^2 \quad (\text{F-2})$$

Si A est à l'extérieur du cercle, alors sa puissance est positive ( $p > 0$ ) et elle est égale au carré de la distance du segment  $AQ$ .

$$p = AQ^2 = d^2 - r^2$$

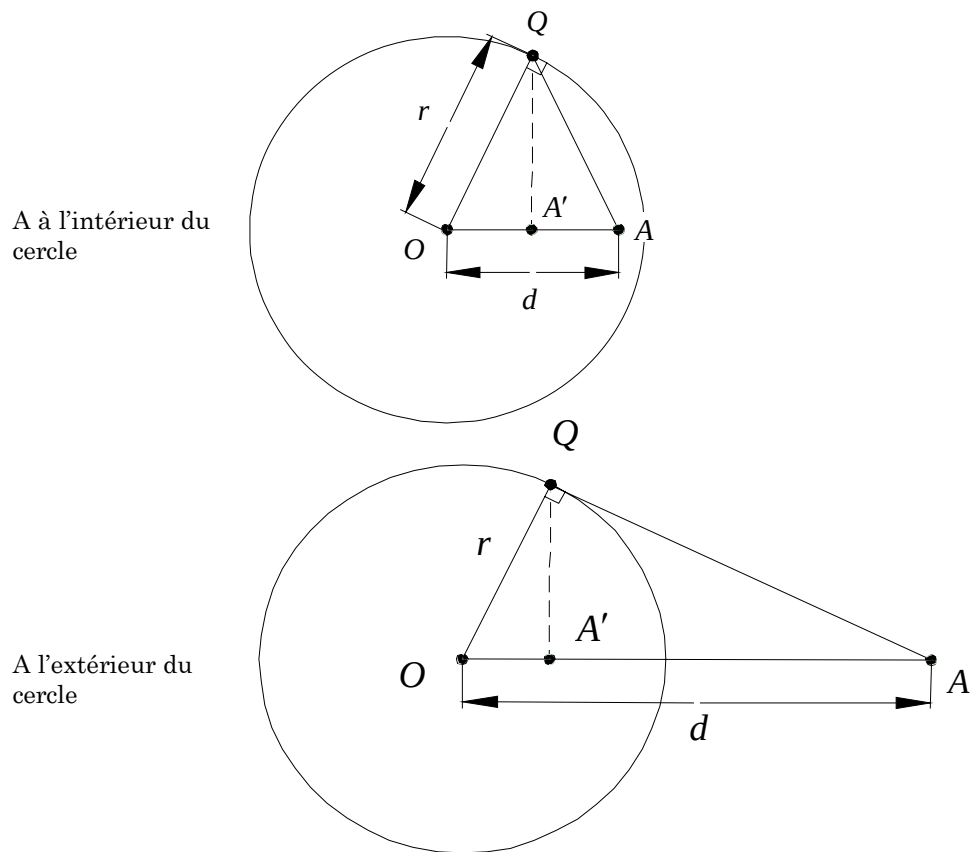


*Figure F-2 : la position du point A.*

Si  $A$  est à l'intérieur du cercle, alors sa puissance est négative ( $p < 0$ ).

# Productions scientifiques

---

## Articles

- M.A. Laribi, L. Romdhane and S. Zegloul, "Genetic Algorithm for the Synthesis of Spatial Mechanism", soumit à European Journal of Mechanics A/solids.
- M.A. Laribi, L. Romdhane and S. Zegloul, "Analysis and Synthesis of the DELTA Synthesis for a Prescribed Workspace", soumit à Mechanism Machine Theory.

## Communication

- M.A. Laribi, L. Romdhane and S. Zegloul, "Une Nouvelle Conception d'un Dispositif d'Anti-escarre : Synthèse du Mécanisme (RUCS)", Premier Congrès International Conception et Modélisation des Systèmes Mécaniques, CMSM'2005, 21-23 Mars, Hammamet, Tunisie.

# Références bibliographiques

---

- [Affi 04] : Affi Z., Romdhane L. and Maalej A., 2004. Dimensional synthesis of a 3-translational-DOF in-parallel manipulator for a desired workspace. European Journal of Mechanics - A/Solids, Vol 23, Issue 2, pp 311-324.
- [Ananthasuresh 94] : G. K. Ananthasuresh et al. , 1994, "Analysis and optimal synthesis of the RSCR spatial mechanism", Journal of Mechanical design, Vol. 116 p174.
- [Boudreau 01] : R. Boudreau and C. M. Gosselin 2001, "La synthèse d'une plate forme de Gough-Stewart pour un espace de travail atteignable prescrit", Mech. Mach. Theory 36, pp 327-342.
- [Boudreau 99] : R. Boudreau and C. M. Gosselin 1999, "The synthesis of planar parallel manipulators with a genetic algorithm", ASME Journal of Mechanical Design, Vol 121, pp 533-537.
- [Cabrera 02] : J.A. Cabrera, A.A Simon, M. Prado, 2002, Optimal Synthesis of mechanisms with genetic algorithms, Mech. Mach. Theory 37, pp 1165-1177.
- [Chelouah 00] : R. Chelouah, P. Siarry 2000, A continuous genetic algorithm designed for the global opti-mization of multimodal functions, Journal of Heuristics 6, pp 191-213.
- [Chipperfield 94]: Andrew Chipperfield et al., 1994, "Genetic Algorithm TOOLBOX user's Guide" Departement of automatic control and sytems engineering university of Sheffiels version (v 1.2).
- [Chocron00]: Chocron O., 2000, "Conception Evolutionnaire de Systèmes Robotiques", PhD Thesis, University of Paris 6, France.
- [Clavel 86] : Clavel, R. 1986. Une nouvelle structure de manipulation parallèle pour la robotique légère. R.A.I.R.O. APII, Vol 23, N° 6.
- [Coxeter 69] : Coxeter, H. S. M.1969, "Introduction to Geometry", 2nd ed. New York: Wiley.
- [Denavit 55]: Denavit, Hartenberg, 1955, "A kinematics notation for lower pair mechanism based on matrices", Transaction of ASME, J. Applied Mechanics, vol 22, pp 215-221
- [Devanathan 84] : B. T. Devanathan and M. N. Siddhanty, 1984, " higher-order synthesis of an RSSR mechanism with application", Mech. Mach. Theory 19,pp 85-96.
- [Dhall 90] : S. Dhall et al., 1990, "Design and analysis of the HCCC, RCCC, and PCCC spatial mechanisms for function generation" Journal of Mechanical design, Vol. 112 p 74.

- [Donald 69]: Donald A. Pierre., 1969, "Optimization theory with application", New York Wiley.
- [Doyle 97] : M.E. Doyle, 1997, "Foundation of CADSPAM : Computer Aided Design of SPAtial Mechanisms", Thesis Faculty of the Virginia Polytechnic Institute and State University in partial fulfilment of the requirements for the degree of Master of Science in Mechanical Engineering December.
- [Fischer 03]: Ian S. Fischer, 2003, "Velocity analysis of mechanisms with ball joints", Mechanics Research communication, Vol. 30, pp 69-78.
- [Fox 71]: Fox Richard L. "Optimization method for engineering design", Addison Wesley Longman, 1971.
- [Gallant 02] : M. Gallant and R. Boudreau 2002, "The synthesis of planar parallel manipulators with prismatic joints for an optimal, singularity-free workspace", Journal of Robotic Systems 19 (1), pp 13-24.
- [Goldberg 87]: Goldberg, D. E. and Richardson, J., 1987, "Genetic algorithms with sharing for multimodal function optimization". Proceedings of the Second International conference on Genetic Algorithms, pp.41-49.
- [Goldberg 89]: D.E Goldberg, Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning, Addison-Wesley, 1989.
- [Goldberg 91]: D.E Goldberg & K. Deb, 1991, "A Comparative Analysis of Selection Schemes Used in Genetic Algorithms, Foundation of Genetic Algorithms", pp 69-93, San Mateo, California, USA.
- [Goldberg 94]: Goldberg, D.E., 1994, "Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning", Addison-Wesley Publishing, Reading, MA.
- [Golver 86]: F. Golver., 1986, "Future path for integer programming and links to artificial intelligence", Computer and operation research, Vol (13), no 5, pp 533-549.
- [Goudali 95] : Goudali, A., 1995, "Contribution à l'étude d'un nouveau robot Parallèle 2-Delta à six degrés de liberté avec découplage". Thèse de doctorat Génie Mécanique L.M.S. Poitiers, France
- [Hervé 91] : Hervé, J. M., Sparacino F. 1991. "Structural synthesis of parallel robots generating spatial translation". 5th Int.Conf. On Adv. Robotics, IEEE n°91TH0367-4, Vol. 1, pp 808-813.
- [Hervé 95] : Hervé J. M. 1995, "Design of Parallel Manipulators via Displacement Group", Proceedings of the 9th World Congress on the Theory of Machines and Mechanisms. pp. 2079-2082.
- [Hollan75]: J.H. Holland, 1975, "Adaptation in Natural and Artificial Systems", University of Michigan Press, Ann Arbor, MI, Internal report.
- [Jimènz 97] : J. M. Jimènz et al., 1997, "A simple and general method for kinematic synthesis of spatial mechanisms", Mech. Mach. Theory Vol. 32 No. 3 pp 323-341.
- [Jong 75]: K.A. De Jong, 1975, "An Analysis of the Behavior of a Class of Genetic Adaptive Systems", University of Michigan, Ann Arbor, MI, Ph.D Thesis.

- [Kosinska 03] : Kosinska, A, Galicki, M. and Kedzior, K. 2003, "Design and optimization of parameters of Delta-4 Parallel Manipulator for a Given Workspace", Journal of Robotic Systems 20 (9), pp 539-548.
- [Kunjur 95] : A. Kunjur and S. Krishnnamuty, 1995, "Genetic algorithm in mechanism synthesis", ASME fourth applied mechanisms and robotics conference, Dec 1995-p AMR 95-068-01-07.
- [Laine 02] : Laine, R., Zeghloul, S., Ramirez, G., 2002, A Method based on a Genetic Algorithm for the Optimal Design of Serial Manipulators, Int. Symp. Rob. and Aut., pp. 15-20, Toluca, Mexique.
- [Laribi 02] : M. A. Laribi, 2002, "Les méthodes intelligentes dans le synthèse des mécanismes " mastère de génie mécanique, LGM-ENIM, Tunisie.
- [Laribi 04-1] : M. A. Laribi, A. Mlika, L. Romdhane et S. Zeghloul, 2004, "A Combined Genetic Algorithm-Fuzzy Logic Method (GA-FL) to Design 6 Bar Planar Mechanisms", ASME - Proceedings of ESDA04 7TH Biennial Conference on Engineering Systems Design and Analysis-ASME July 19-22, 2004, Manchester, United Kingdom (ESDA 2004-58193).
- [Laribi 04-2] : M.A. Laribi, A. Mlika, L. Romdhane and S. Zeghloul, 2004, "A Combined Genetic Algorithm-Fuzzy Logic Method (GA-FL) in Mechanisms Synthesis", Mech. Mach. Theory 39, pp 717-735.
- [Lallemand 97] : J.P. Lallemand, A. Goudali, S. Zeghloul, 1997, "The 6 - D.o.f. 2 - Delta parallel robot", Robotica Journal, Vol. 15, pp 407-416.
- [Lothar 01]: Lothar M. Schmitt, 2001, "Fundamantal Study Theory of genetic algorithms" Theoretical Computer science 259 pp 1-61.
- [Lozano 99] : J.A. Lozano , P. Larranaga, M. Grana, F.X. Albizuri, 1999, "Genetic algorithms: bridging the convergence gap", Theoretical Computer Science 229, pp 11-22.
- [MathWork 03]: MathWorks, "Optimization Toolbox User's Guide", September 2003 Online only Revised for Version 2.3 (Release 13SP1) by The MathWorks, Inc.
- [Merlet 90] : Merlet, J. P., 1990, "Les Robot Parallèles". Edition HERMES, Paris.
- [Michalewicz 96]: Z. Michalewicz, 1996, "Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs", Springer-Verlag Heidelberg.
- [Mühlenbein 94]: H. Mühlenbein, 1994, "the Breeder Genetic Algorithm – a provable optimal search algorithm and its application", IEEE Colloquium, Applications of Genetic Algorithms, Digest No. 94/067, London, 15th March 1994.
- [Oates 99]: Oates, M., Corne, D. and Loader, R., 1999, "Variation in EA performance characteristics on the adaptive distributed database management problems". In Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference (GECCO-1999), pp. 480-487.
- [Permkumar 88] : P. Permkumar et al., 1988, "Selective Precision Synthesis of the spatial slider crank mechanism for path and function generation" Journal of Mechanical design, Vol. 110 p295, September 1988.
- [Permkumar 90] : P. Permkumar et al., 1990, "Synthesis of multi-loop spatial mechanisms by iterative analysis: the RSSR-SS path generator" Journal of Mechanical design, Vol. 112 p 69, March 1990.

- [Pierrot 90] : F. Pierrot, C. Reynau and A. Fourier, 1990, "DELTA : a simple and efficient parallel robot", *Robotica* Vol 8, pp 105-109.
- [Powell 93]: Powell, D. and Skolnick M. M., 1993. "Using genetic algorithms in engineering design optimization with nonlinear constraints". In S. Forrest (Ed.) *Proceedings of the Fifth International Conference on Genetic Algorithms*, San Mateo, CA: Morgan Kaufmann pp. 424-430.
- [Romdhane 02] : Romdhane, L., Affi Z., Fayet M., 2002. Design and singularity analysis of a 3 translational-DOF in-parallel manipulator. *ASME Journal of Mechanical Design*, Vol 124, pp 419--426.
- [Romdhane 99] : Romdhane, L. 1999, Design and analysis of a hybrid serial-parallel manipulator. *Mechanism and Machine Theory*, Vol 34, Issue 7, pp 1037-1055.
- [Russell 01] : K. Russell et al., 2001, "Kinematic synthesis of adjustable RRSS mechanism for multi phase motion generation ", *Mech. Mach. Theory* Vol. 36 pp 939-952.
- [Sandor 84] : G.N. Sandor and A.G. Erdman, 1994, "Advanced mechanism design Analysis and synthesis", Prentice-Hall, 1984.
- [Sardain 93] : Philippe Sardain, 1993, "Contribution à la synthèse des mécanismes. Un environnement CAO pour la synthèse topologique et dimensionnelle de générateur de mouvement" Thèse, Ecole Nationale Supérieure de Mécanique et Aérotechnique, juin 1993.
- [Schmit 01] : Schmitt L. M. 2001, Fundamantal Study Theory of genetic algorithms, *Theoretical Computer science* n°259 pp 1-61.
- [Schmitt 01]: Lothar M. Schmitt, 2001, "Fundamantal Study Theory of genetic algorithms" *Theoretical Computer science* 259, pp 1-61.
- [Snyman 05] : J. A. Snyman and A. M. Hay, 2005, "Optimal synthesis for a continous prescribed dexterity interval of 3-DOF parallel planar manipulator for different prescribed output workspaces", *Proceeding of CK2005, 12th International Workshop on Computational Kinematics* Cassino May 4-6.
- [Steiner 26]: Steiner J., 1826 "Einige geometrische Betrachtungen." *J. reine angew. Math.* 1, 161-184.
- [Stock 03] : M. Stock and K. Miller, 2003, "Optimal Design of Spatial Parallel Manipulators: Application to linear Delta Robot", *ASME Journal of Mechanical Design*, Vol 125, pp 292--301.
- [Tremblain 99] : A. Tremblain and L. Baron, 1999, "Geometrical synthesis of parallel manipulators of star-like topology with a geometric algorithm", *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Detroit, MI.
- [Tsai 96] : Tsai L-W, 1996, "Kinematics of three-dof platform with three extensible limbs" In J. Lenarcic V. Parenti-Castelli, editor, *Recent Advances in Robot Kinematics*, pp 401-410, Kluwer.
- [Vischer 98] : Vischer P. and Clavel R., 1998, "Kinematic Calibration of the Parallel Delta Robot", *Robotica*, 16, pp. 207-218.

# TABLE DES ILLUSTRATIONS

## Chapitre 1

|                                                                                                                                        |    |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figure I. 1 : Génération de fonction. ....                                                                                             | 4  |
| Figure I. 2 : Génération de trajectoire. ....                                                                                          | 5  |
| Figure I. 3 : Génération de mouvement. ....                                                                                            | 5  |
| Figure I. 4 : A-Un foreur portatif [DH 64] et B- Mécanisme d'avance de film d'un appareil-photo[Sandor 84]. ....                       | 5  |
| Figure I. 5: Mécanisme agitateur. ....                                                                                                 | 6  |
| Figure I. 6 : Mécanisme à quatre barres. ....                                                                                          | 7  |
| Figure I. 7 : Trajectoire du point D en arc de cercle entre la position 1 ( $\phi_1$ ) et une position quelconque i ( $\phi_i$ ). .... | 8  |
| Figure I. 8 : Mécanisme à six barres (Stephenson-III) ....                                                                             | 9  |
| Figure I. 9 : Démarche globale de synthèse dimensionnelle. ....                                                                        | 10 |
| Figure I. 10: Optimisation à la phase 1 ....                                                                                           | 12 |
| Figure I. 11 : Optimisation à la phase 2. ....                                                                                         | 13 |
| Figure I. 12 : Mécanisme à quatre barres. ....                                                                                         | 15 |
| Figure I. 13 : mécanisme spatial RSCR. ....                                                                                            | 16 |
| Figure I. 14: Mécanisme RRSC. ....                                                                                                     | 18 |
| Figure I. 15 : Notation du mécanisme RSCR. ....                                                                                        | 24 |
| Figure I. 16 : Les trois configurations du mécanismes RSCR. ....                                                                       | 24 |
| Figure I. 17 : Cas cylindrique. ....                                                                                                   | 25 |
| Figure I. 18 : Cas conique. ....                                                                                                       | 27 |
| Figure I. 19 : Cas hyperbolique. ....                                                                                                  | 28 |
| Figure I. 20 : La position du traceur. ....                                                                                            | 29 |

## Chapitre 2

|                                                                                                                |    |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figure II- 1: Mécanisme agitateur. ....                                                                        | 33 |
| Figure II- 2 : Schéma cinématique du mécanisme RSPC. ....                                                      | 33 |
| Figure II- 3 : Référentiels et paramètres associés aux membres selon la convention de Denavit-Hartenberg. .... | 34 |
| Figure II- 4 : La représentation schématique de la chaîne cinématique fermé du mécanisme spatial. ....         | 35 |
| Figure II- 5 : Mécanisme à quatre barres spatial. ....                                                         | 36 |
| Figure II- 6 : Graphe des liaisons d'un mécanisme de type RXXR. ....                                           | 39 |
| Figure II- 7: Graphe des liaisons d'un mécanisme de type RXXC. ....                                            | 40 |
| Figure II- 8 : Graphe des liaisons d'un mécanisme de type RXXP. ....                                           | 42 |
| Figure II- 9 : Graphe des liaisons d'un mécanisme de type RXXS. ....                                           | 44 |
| Figure II- 10 : Le mécanisme RSCR et son paramétrage de DH correspondant. ....                                 | 46 |
| Figure II- 11 : Le mécanisme RSPC et son paramétrage de DH correspondant. ....                                 | 50 |

## Chapitre 3

|                                                                                                                   |    |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figure III- 1 : Organigramme d'algorithme global d'optimisation. ....                                             | 65 |
| Figure III- 2 : Le mécanisme RSCR. ....                                                                           | 66 |
| Figure III- 3: La fonction désirée et les fonction obtenues par la methode du gradient et la methode de l'AG .... | 68 |
| Figure III- 4: Le mécanisme optimal obtenu par la méthode de l'AG. ....                                           | 68 |

|                                                                                                                      |    |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figure III- 5 : La trajectoire cible et celles obtenues par la méthode du gradient et la méthode de l'AG-LF (RSCR).  | 71 |
| Figure III- 6 : Le mécanisme optimal pour la synthèse en génération de fonction.                                     | 73 |
| Figure III- 7 : La fonction cible et les fonctions générées par les mécanismes obtenus par les différentes méthodes. | 73 |
| Figure III- 8 : La trajectoire cible et celles obtenues par la méthode du gradient et la méthode de l'AG-LF (RSPC).  | 74 |
| Figure III- 9 : Le siège et sa plaque mobile.                                                                        | 77 |
| Figure III- 10 : Mouvement de plaque mobile.                                                                         | 77 |
| Figure III- 11 : Schéma de principe de la solution existante à deux motorisations (Thibault 1987).                   | 78 |
| Figure III- 12 : Une seule motorisation.                                                                             | 78 |
| Figure III- 13 : Schéma de principe.                                                                                 | 79 |
| Figure III- 14 : Le mécanisme RUCS et son paramétrage de DH correspondant                                            | 79 |
| Figure III- 15 : Axes relatifs et absolus de rotation.                                                               | 81 |
| Figure III- 16 : Les rotations de la plaque mobile                                                                   | 82 |
| Figure III- 17 : L'évolution des angles de rotation de sortie $\theta_3$ et $\theta_0$ et la vitesse linéaire.       | 83 |
| Figure III- 18 : Évolution de l'angle de sortie en fonction de l'angle d'entrée.                                     | 84 |
| Figure III- 19 : Évolution de la vitesse linéaire $V$ en fonction de l'angle d'entrée $\theta_0$                     | 84 |
| Figure III- 20 : Modèle solide du mécanisme d'anti-escarre                                                           | 85 |

## Chapitre 4

|                                                                                            |     |
|--------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Figure IV- 1 : Les paramètres du robot DELTA.                                              | 90  |
| Figure IV- 2 : La moitié supérieure des trois tores de l'espace de travail du robot DELTA. | 93  |
| Figure IV- 3 : La description de l'espace de travail prescrit.                             | 95  |
| Figure IV- 4 : L'interprétation graphique de la fonction puissance du point.               | 95  |
| Figure IV- 5 : l'organigramme de l'algorithme génétique.                                   | 96  |
| Figure IV- 6 : L'interprétation graphique de la fonction puissance du point (exemple 1).   | 98  |
| Figure IV- 7 : Les coupes aux plans inférieur et supérieur du cube.                        | 98  |
| Figure IV- 8 : Les coupes aux plans inférieur et supérieur du cube avec et sans sécurité.  | 100 |
| Figure IV- 9 : Coupe de l'espace de travail en 3D avec zone de sécurité.                   | 100 |
| Figure IV- 10 : Solution optimale du robot DELTA.                                          | 100 |

# TABLE DES MATIERES

---

---

|                            |   |
|----------------------------|---|
| INTRODUCTION GÉNÉRALE..... | i |
|----------------------------|---|

## CHAPITRE 1

|                                                                                        |    |
|----------------------------------------------------------------------------------------|----|
| I. Introduction.....                                                                   | 2  |
| II. Synthèse des mécanismes.....                                                       | 3  |
| II-1. Définitions .....                                                                | 3  |
| II-2. Différents types de problèmes de synthèse dimensionnelle .....                   | 4  |
| II-3. Exemples d'applications de mécanismes.....                                       | 5  |
| III. La synthèse des mécanismes plans.....                                             | 6  |
| III-1. Mécanisme à quatre barres.....                                                  | 6  |
| III.1.1. L'erreur structurale orientée de l'élément fixe $E_s$ .....                   | 6  |
| III.1.2. Le modèle mathématique du problème.....                                       | 8  |
| III-2. Mécanisme à six barres :.....                                                   | 9  |
| III.2.1. Algorithme global de recherche :.....                                         | 10 |
| III.2.2. Phase 1 : OPTIMISATION de l'erreur $E_{s1}$ :.....                            | 11 |
| III.2.3. Phase 2 : OPTIMISATION de l'erreur $E_{s2}$ :.....                            | 12 |
| IV. La synthèse des mécanismes spatiaux .....                                          | 13 |
| IV-1. Formulation cartésienne du problème de synthèse des mécanismes spatiaux (RSCR).. | 14 |
| IV.1.1. Introduction .....                                                             | 14 |
| IV.1.2. Méthode proposée .....                                                         | 14 |
| IV.1.3. Les contraintes du problème de synthèse .....                                  | 17 |
| IV-2. Formulation cinématique du problème de synthèse des mécanismes spatiaux (RRSC)   | 18 |
| IV.2.1. Introduction .....                                                             | 18 |
| IV.2.2. Méthode proposée .....                                                         | 19 |
| IV.2.3. Les contraintes du problème de synthèse .....                                  | 21 |
| IV-3. Formulation géométrique du problème de synthèse des mécanismes spatiaux (RSCR).  | 23 |
| IV.3.1. Introduction .....                                                             | 23 |
| IV.3.2. Méthode proposée .....                                                         | 24 |
| IV.3.3. Le calcul de la position du point C.....                                       | 25 |
| V. Fonction objectif du problème de synthèse .....                                     | 29 |
| VI. Conclusion.....                                                                    | 30 |

## CHAPITRE 2

|                      |    |
|----------------------|----|
| I. Introduction..... | 32 |
|----------------------|----|

|                                                        |           |
|--------------------------------------------------------|-----------|
| <b>II. Mécanismes spatiaux.....</b>                    | <b>32</b> |
| <b>III. Paramétrage de DH.....</b>                     | <b>34</b> |
| <b>IV. Modélisation des mécanismes spatiaux.....</b>   | <b>35</b> |
| IV-1. La famille RXXR.....                             | 38        |
| IV-2. La famille RXXC.....                             | 40        |
| IV-3. La famille RXXP.....                             | 42        |
| IV-4. La famille RXXS.....                             | 44        |
| <b>V. Formulation du problème de synthèse .....</b>    | <b>45</b> |
| V-1. Modèle cinématique du mécanisme spatial RSCR..... | 45        |
| V-2. Modèle cinématique du mécanisme spatial RSPC..... | 49        |
| V-3. Synthèse optimale .....                           | 52        |
| V-4. Résolution du problème .....                      | 53        |
| <b>VI. Conclusion.....</b>                             | <b>54</b> |

## CHAPITRE 3

|                                                                           |           |
|---------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>I. Introduction.....</b>                                               | <b>56</b> |
| <b>II. Technique D'Optimisation .....</b>                                 | <b>56</b> |
| II-1. Fonction objective.....                                             | 56        |
| II-2. Recherche locale et recherche globale.....                          | 57        |
| II-3. Méthodes de résolution.....                                         | 58        |
| II.3.1 Méthodes d'optimisation locale .....                               | 58        |
| II.3.2 Méthodes d'optimisation globale .....                              | 58        |
| II.3.3 Le principe d'un algorithme génétique .....                        | 60        |
| <b>III. Methode combinée AG-LF.....</b>                                   | <b>60</b> |
| III-1. Sélection.....                                                     | 61        |
| III-2. Croisement.....                                                    | 61        |
| III-3. Mutation .....                                                     | 61        |
| III-4. Réinsertion.....                                                   | 62        |
| III-5. Méthode combinée algorithme génétique – logique floue (AG-LF)..... | 63        |
| III.5.1 Introduction .....                                                | 63        |
| III.5.2 Apport du régulateur flou .....                                   | 63        |
| <b>IV. Resultats et discussion.....</b>                                   | <b>65</b> |
| IV-1. Résultats de simulation du mécanisme RSCR.....                      | 66        |
| IV.1.1 Génération de fonction:.....                                       | 66        |
| IV.1.2 Génération de trajectoire :.....                                   | 68        |

|            |                                                                        |           |
|------------|------------------------------------------------------------------------|-----------|
| IV-2.      | <i>Résultats de simulation du mécanisme RSPC</i> .....                 | 71        |
| IV.2.1     | Génération de fonction : .....                                         | 71        |
| IV.2.2     | Génération de trajectoire: .....                                       | 73        |
| <b>V.</b>  | <b>application : Mécanisme d'anti-Escarre</b> .....                    | <b>75</b> |
| V-1.       | <i>Introduction</i> .....                                              | 76        |
| V-2.       | <i>Présentation</i> .....                                              | 76        |
| V-3.       | <i>Solution technologique d'actionnement de la plaque mobile</i> ..... | 77        |
| V.3.1      | Conditions à satisfaire et solution existante .....                    | 77        |
| V.3.2      | Principe de la solution proposée .....                                 | 78        |
| V.3.3      | Modèle cinématique du mécanisme spatial RUCS .....                     | 79        |
| V.3.4      | Résolution par AGs .....                                               | 83        |
| <b>VI.</b> | <b>Conclusion</b> .....                                                | <b>85</b> |

## CHAPITRE 4

|             |                                                                                      |            |
|-------------|--------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>I.</b>   | <b>Introduction</b> .....                                                            | <b>87</b>  |
| <b>II.</b>  | <b>Généralités</b> .....                                                             | <b>88</b>  |
| II-1.       | <i>Espace de travail</i> .....                                                       | 88         |
| II-2.       | <i>Synthèse pour un espace de travail prescrit</i> .....                             | 88         |
| <b>III.</b> | <b>Analyse cinématique et espace de travail du robot DELTA</b> .....                 | <b>89</b>  |
| III-1.      | <i>Analyse géométrique directe et inverse</i> .....                                  | 89         |
| III-2.      | <i>Espace de travail du robot DELTA</i> .....                                        | 92         |
| <b>IV.</b>  | <b>Synthèse dimensionnelle pour un espace de travail prescrit du robot DELTA....</b> | <b>93</b>  |
| IV-1.       | <i>Formulation du problème</i> .....                                                 | 93         |
| IV-2.       | <i>Procédure d'optimisation</i> .....                                                | 95         |
| <b>V.</b>   | <b>Résultats</b> .....                                                               | <b>97</b>  |
| V-1.        | <i>Exemple 1</i> .....                                                               | 97         |
| V-2.        | <i>Exemple 2</i> .....                                                               | 99         |
| <b>VI.</b>  | <b>Conclusion</b> .....                                                              | <b>101</b> |

|                          |     |
|--------------------------|-----|
| CONCLUSION GÉNÉRALE..... | 102 |
|--------------------------|-----|

|               |     |
|---------------|-----|
| ANNEXE A..... | 105 |
|---------------|-----|

|               |     |
|---------------|-----|
| ANNEXE B..... | 108 |
|---------------|-----|

|                                  |     |
|----------------------------------|-----|
| ANNEXE C.....                    | 110 |
| ANNEXE D.....                    | 111 |
| ANNEXE E.....                    | 115 |
| ANNEXE F.....                    | 119 |
| PRODUCTIONS SCIENTIFIQUES.....   | 121 |
| REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES..... | 122 |
| TABLE DES ILLUSTRATIONS.....     | 126 |
| TABLE DES MATIÈRES.....          | 128 |

❧ FIN ❧