

Analyse globale de poutres mixtes acier béton : approche analytique et modélisation non-linéaire

Jan Bujnak

▶ **To cite this version:**

Jan Bujnak. Analyse globale de poutres mixtes acier béton : approche analytique et modélisation non-linéaire. Génie des procédés. Université Blaise Pascal - Clermont-Ferrand II, 2007. Français. NNT : 2007CLF21762 . tel-00718174

HAL Id: tel-00718174

https://theses.hal.science/tel-00718174

Submitted on 16 Jul 2012

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

N°DU : 1762 Année 2007 N°ED : 378

UNIVERSITÉ BLAISE PASCAL – CLERMONT II

ECOLE DOCTORALE
SCIENCES POUR L'INGÉNIEUR DE CLERMONT-FERRAND

Thèse
Présentée par

Jan Bujnak
Ingénieur Génie Civil – Université de Zilina – Slovaquie
Formation Doctorale « Génie Mécanique – Génie Civil»

Pour obtenir le grade de :

DOCTEUR D'UNIVERSITÉ

SPÉCIALITÉ : GÉNIE CIVIL

Analyse globale de poutres mixtes acier béton- Approche analytique et modélisation non linéaire

Soutenue publiquement le 12/07/2007, devant le jury composé de :

Messieurs	A. Lachal	Rapporteur
	L. Nad	Rapporteur
	A. Bouchaïr	Examinateur
	M. Mimoune	Examinateur
	J.P. Muzeau	Directeur de thèse (F)
	J. Vican	Directeur de thèse (Sk)

Thèse en co-tutelle préparée au **Laboratoire Génie Civil** (Université Blaise Pascal) et à la **Faculté de Génie Civil** (Université de Zilina)

Avant propos

Le travail de thèse présenté dans ce mémoire a été mené en cotutelle entre le Laboratoire Génie Civil de l'Université Blaise Pascal (Clermont-Ferrand) et la Faculté de Génie Civil de l'Université de Zilina (Slovaquie). Comme tout travail de recherche, il fut instructif et passionnant, tout en étant constitué de tâches souvent ardues et décourageantes. Je tiens donc à remercier les personnes qui m'ont apporté leur soutien et permis ainsi de mener à terme ce travail.

Tout d'abord, je tiens à exprimer ma profonde reconnaissance à M. Abdelhamid BOUCHAÏR, Maître de Conférences et Habilité à Diriger des Recherches, qui m'a fait l'honneur de diriger ce travail. Il a été la personne qui m'a initié au travail de recherche. A travers nos discussions, souvent longues mais toujours fructueuses, il m'a emmené à réfléchir et avoir un regard critique sur un nombre de phénomènes, qui paraissaient souvent être des évidences. Ce n'est qu'avec le recul qu'à présent je comprends que c'est justement ce travail de réflexion qui est la base de tout savoir. Je tiens à l'assurer de mon profond respect et sympathie.

Je tiens à remercier M. Josef VICAN, Professeur à l'Université de Zilina en Slovaquie, et M. Jean Pierre MUZEAU, Professeur à Polytech'Clermont-Ferrand, de m'avoir accueilli au sein de leurs départements respectifs. J'ai ainsi pu évoluer dans un environnement me permettant de réaliser ma thèse dans les meilleures conditions.

M. Alain LACHAL, Maître de Conférences et Habilité à Diriger des Recherches à l'INSA de Rennes, et M. Ludovit NAD, Professeur à l'Université de Kosice (Slovaquie), ont accepté d'examiner et de rapporter ce travail. Je tiens à les remercier pour le temps qu'ils ont consacré à cette tâche ainsi que pour les fructueuses remarques qui ont permis d'améliorer ce mémoire.

J'exprime aussi ma sincère reconnaissance à M. Mostefa MIMOUNE, Professeur à l'Université de Constantine (Algérie), pour avoir accepté d'examiner ce travail.

Je souhaite exprimer ma sympathie à toutes les personnes que j'ai côtoyées au LGC ainsi qu'à l'Université de Zilina, pour avoir, très agréablement rythmé ces années de thèse.

Enfin, je remercie mes parents, ma famille et mes proches pour le soutien et leurs encouragements, sans lesquels je n'aurais jamais pu arriver au bout de mes projets.

Résumé

Les principes d'analyse et de dimensionnement des poutres mixtes acier-béton définis dans l'Eurocode 4 s'appuient sur le concept d'analyse globale de la structure. L'EC4 définit les principes de l'analyse globale linéaire élastique (non fissurée ou fissurée), applicable au calcul des actions et à la vérification des flèches. Dans cette analyse, la section mixte est considérée homogène (sans glissement à l'interface entre le profilé en acier et la dalle en béton) et le comportement des matériaux (acier, béton) est considéré linéaire. Cette méthode est applicable, sans limitation, à tous les types de poutres. Dans un certain nombre de cas, l'Eurocode 4 permet aussi l'application d'analyses, qui intègrent les effets de la connexion et du comportement non linéaire des matériaux, sans donner de manière précise les méthodes et principes d'une telle analyse. Pour trouver des formulations et modèles de calcul, l'utilisateur de ce règlement doit donc se tourner vers d'autres références, ce qui laisse une grande place à la recherche et développement.

Deux types de modèles applicables à l'analyse globale de poutres mixtes acier béton sont présentés et analysés dans ce mémoire de thèse. Le modèle analytique, basé sur la théorie élastique des poutres, permet le calcul du glissement et de son influence sur les flèches de poutres mixtes simples et continues. Ce modèle est limité à l'analyse de la poutre en phase élastique de comportement. Le comportement non linéaire de la poutre mixte est étudié à l'aide d'une modélisation basée sur la méthode des éléments finis. Pour mener cette étude non linéaire, un élément de connexion est formulé à travers un élément de poutre équivalent adapté pour représenter le comportement non linéaire de connecteurs acier béton tels que les goujons. Ce modèle de connexion est intégré dans un modèle tridimensionnel développé en utilisant le code de calcul Cast3m. Des éléments de coque sont utilisés pour représenter la poutre métallique. Une formulation en coques multicouches permet de représenter le phénomène de fissuration à travers l'épaisseur de la dalle en béton.

Le modèle tridimensionnel est validé par la confrontation à des résultats expérimentaux de différentes sources. Il s'avère être efficace pour représenter l'influence des phénomènes non linéaires, tels que le glissement et la fissuration du béton, sur la raideur de la poutre mixte. Les deux modèles (analytique et MEF) sont appliqués à des exemples numériques en considérant différentes géométries de poutres. Ces exemples numériques ont permis d'identifier les limites de chacun de ces deux modèles, mais aussi les limites des approches de l'Eurocode 4 notamment en ce qui concerne l'influence du glissement à l'interface acier-béton sur la perte de raideur des poutres mixtes à travées simples ou continues. Une autre application du modèle MEF 3D a été réalisée pour l'analyse d'un plancher mixte constitué de plusieurs poutres mixtes afin d'analyser l'effet d'interaction entre les poutres et en particulier la notion de largeur efficace.

Mots clés : Analyse non-linéaire, modélisation, éléments finis, poutre mixte, Eurocode 4.

Zhrnutie

Navrhovanie spriahnutých konštrukcii v zmysle pravidiel Eurocode 4 vychádza z princípov globálnej analýzy konštrukcie. Eurocude 4 definuje princípy lineárnej globálnej analýzy (so vznikom a bez vzniku trhlín), ktorá môže byť použitá na stanovenie vnútorných síl a deformácii konštrukcie. V rámci tejto analýzy sa uvažuje s dokonalým spolupôsobením oceľovej a betónovej časti spriahnutého prierezu (zanedbáva sa vplyv preklzu medzi doskou a nosníkom) a uvažuje sa lineárne pôsobenie ocele a betónu. Táto metóda je použiteľná pre všetky typy konštrukcii. Vo viacerých prípadoch Eurocode 4 taktiež umožňuje použiť nelineárnu analýzu bez toho aby presnejšie definoval princípy tejto metódy. V tomto prípade sa teda používateľ normy musí obrátiť na externé zdroje, čo necháva značný priestor pre výskum a vývoj.

V rámci tohto dokumentu predkladáme princípy dvoch výpočtových postupov použiteľných na globálnu nelineárnu analýzu spriahnutých konštrukcii. Analytický výpočtový model, vychádzajúci z princípov teórie prútov, umožňuje stanoviť preklz a vplyv tohto preklzu na priehyby jednoduchých a spojitých nosníkov. Použitie tohto modelu je obmedzené na pružné štádium pôsobenia nosníka. Nelineárne pôsobenie nosníka môže byť analyzované pomocou metódy konečných prvkov. V rámci dizertačnej práce bol vyvinutý prútový model, ktorý umožňuje zobraziť pôsobenie spriahovacých prvkov, ako napr. spriahovacých tŕňov. Tento finitný model je zakomponovaný do programového prostredia Cast3m. Oceľový nosník je modelovaný pomocou tenkostenných škrupinových prvkov. Viacvrstvová formulácia pomocou škrupinových prvkov umožňuje modelovať vznik trhlín po šírke betónovej dosky.

Trojrozmerný numerický model je overený porovnaním s experimentálnymi výsledkami. Preukázali sme, že umožňuje nelineárne pôsobenie nosníka, vrátane vplyvov preklzu a vzniku trhlín v betóne na ohybovú tuhosť nosníka. Použitie oboch numerických modelov (analytický a MKP) je ilustrované na niekoľkých numerických príkladoch. Tieto príklady umožnili stanoviť obmedzenia oboch výpočtových modelov, ako aj normových prístupov podľa Eurocode 4. Ďalším príkladom použitia je analýza spolupôsobenia nosníkov v rámci trojrozmernej roštovej konštrukcie.

Kľúčové slová : Nelineárna analýza, numerické modely, metóda konečných prvkov, spriahnutý nosník, Eurocode 4.

Abstract

The EC4 defines the principles of the linear elastic analysis (un-cracked or cracked), applicable to the evaluation of action and deflections of composite beams. In this analysis, the composite section is considered to be homogenous (there is no slip at the steel concrete interface) and the behavior of the materials (steel and concrete) is linear. This method is applicable, without any limitation, to all kind of composite beams. In a number of cases, the Eurocode 4 allows to apply methods of analysis that do take account of the behavior of the shear connection and of the steel and concrete non linearity. However, the principles of such methods are not precisely defined. Hence, to find formulations and computational models applicable to this type of analysis, the engineer has to use references other than the Eurocode 4. This relatively wide space left to research and development is the primary motivation of the doctoral thesis.

Two types of models applicable to the global analysis of steel concrete composite beams are presented. The analytical model, formulated according to the elastic theory of beams, allows representing the slip between steel and concrete and its influence on the deformations and deflections of simple or continuous composite beams. However, the application of the model is limited by the hypothesis of elastic behavior. The non linear behavior of the composite beam is studied with a computational model based on the finite element method. A short beam connection element is defined to represent the non linear behavior of shear connectors such as welded studs. The connection model is implemented within a three dimensional model developed using the finite element code Cast3m. Shell elements are used to represent the steel beam. The concrete slab is represented using multilayer shells.

The three dimensional model is validated by comparison to experimental results. It is proved to be efficient to represent the influence of non linear phenomenon such as slip and cracking of concrete on the stiffness of the composite beam. The application of the two models (analytical and FE) is shown on numerical examples considering various geometries of composite beams. These examples allow identifying the limits of both models, but also the limitations of the analytical methods proposed in the Eurocode 4, especially regarding the influence of slip on the bending stiffness of simple and continuous composite beams. A complementary study on the bending of composite floors allows evaluating the analytical concept of effective width of the concrete slab.

Keywords: Non linear analysis, modelling, finite elements, composite beam, steel concrete interaction, Eurocode 4.

Sommaire

Avant propos 1
Résumé 3
Zhrnutie 4
Abstract 5
Sommaire 7
Nomenclature 11
Introduction générale 15
1. Généralités sur la construction mixte 19
2. Comportement mécanique des composantes de la poutre mixte 27
2.1 L'acier 29
2.2 Le béton 30
2.2.1 Comportement du béton en compression uniaxiale 31
2.2.2 Comportement du béton en traction uniaxiale 32
2.2.3 Modélisation du béton applicable pour un calcul MEF [59] 36
2.3 Comportement de la connexion acier béton 37
2.3.1 Évaluation expérimentale du comportement des connecteurs 40
2.3.2 Goujons soudés à tête 41
2.3.2.1 Modèle mécanique du goujon 42
2.3.2.2 Résistance du goujon 43
2.3.2.3 Lois de comportement des goujons 45
2.3.2.4 Modèle de l'Eurocode 4 47
2.3.2.5 Validation des modèles analytiques par l'expérience 47
2.3.2.6 Bilan 49
2.3.3 Autres types de connecteurs 49
2.3.3.1 Connexion par boulons HR précontraints 49
2.3.3.2 Connexion linéaire (plaque perforée) 50
2.4 Conclusion 52
3. Méthodes d'analyse et de dimensionnement de l'Eurocode 4 53
3.1 Analyse globale de la structure 56
3.1.1 Largeur efficace 56
3.1.2 Classification des sections 57
3.1.3 Analyse élastique 59
3.1.3.1 Analyse non-fissurée 60
3.1.3.2 Analyse fissurée 60
3.1.3.3 Redistribution des sollicitations 60
3.2 Vérification de la structure à l'ELU 61
3.2.1 Définition du moment de résistance élastique 61
3.2.2 Définition du moment de résistance plastique 62
3.3 Vérification de la structure à l'ELS 65
3.3.1 Calcul des flèches aux états limites de service 65
3.3.1.1 Fissuration du béton 66
3.3.1.2 Glissement et soulèvement à l'interface 67
3.4 Conclusion 68
4. Modélisation analytique de poutre mixte avec interaction partielle 69
4.1 Modèle analytique linéaire 71
4.1.1 Hypothèses de calcul 71
4.1.1.1 Soulèvement de la dalle 72
4.1.1.2 Espacement des connecteurs 72
4.1.1.3 Raideur de la connexion 72
4.1.2 Formulation analytique du glissement 72

4.1.3 Déformation de la section mixte 74
4.1.4 Flèche additionnelle de la poutre 76
4.1.5 Solution pour quelques cas typiques de poutres mixtes 77
4.1.6 Glissement dans une poutre avec section variable 79
4.2 Analyse rigide plastique 83
4.3 Analyse élasto-plastique 84
4.4 Conclusion 87
5. Modélisation de poutres mixtes par les éléments finis 89
5.1 Modèles numériques de poutres mixtes disponibles 91
5.1.1 Modèles de type poutre 91
5.1.2 Modèles 3D 92
5.1.3 Bilan de la recherche bibliographique 96
5.2 Développement du modèle MEF 3D 96
5.2.1 Poutre métallique 97
5.2.2 Dalle béton 99
5.2.3 Modèle de la connexion 102
5.3 Conclusion 106
6. Validation des modèles de calcul 107
6.1 Modélisation du glissement 109
6.1.1 Mesures effectuées 110
6.1.2 Comportement de la poutre lors de l'essai 110
6.1.3 Modélisation numérique 110
6.1.4 Comparaison des valeurs du glissement entre calcul et mesure 111
6.2 Validation du modèle en flexion 113
6.2.1 Modèle MEF 115
6.2.2 Flexion positive 115
6.2.3 Flexion négative 119
6.3 Bilan 121
7. Application des modèles de calcul 123
7.1 Application à l'analyse globale des poutres simples 125
7.1.1 Comportement non linéaire de la connexion à l'ELS 125
7.1.1.1 Description des poutres 125
7.1.1.2 Modèles de calcul utilisés dans l'analyse 126
7.1.1.3 Résultats de l'analyse numérique 127
7.1.2 Vérification des flèches à l'ELS 135
7.1.2.1 Poutre soumise à une charge uniforme 136
7.1.2.2 Influence du diamètre du connecteur 136
7.1.2.3 Poutre soumise à un chargement ponctuel 137
7.1.2.4 Synthèse des résultats 137
7.1.2.5 Flèches de poutres avec connexion partielle 138
7.1.3 Calcul du glissement à l'ELU 139
7.1.4 Bilan 140
7.2 Application à l'analyse de poutres continues 141
7.2.1 Analyse des flèches 144
7.2.2 Bilan 146
7.3 Application à l'analyse des planchers mixtes 147
7.3.1 Calcul de la largeur efficace 147
7.3.1.1 Modèles de calcul du plancher mixte 148
7.3.1.2 Analyse des résultats 149
7.3.1.3 Bilan 151
7.3.2 Flexion latérale 151

7.3.2.1 Chargement sur la poutre intérieure 151
7.3.2.2 Plancher appuyé sur les bords 152
7.3.2.3 Bilan 154
Conclusion générale 155
Références 159
Annexe A – Résolution numérique du modèle élasto-plastique 175
Annexe B – Caractéristiques des matériaux (Essais Cracovie) 177
Annexe C – Dimensions des poutres analysées 178
Annexe D – Flèche additionnelle sous chargement ponctuel 180
Annexe E – Flexion des poutres continues 181

Nomenclature

Lettres latines majuscules

$(EI)_a$	Raideur de la poutre métallique
$(EI)_{a,b}$	Raideur d'une poutre mixte non connectée
$(EI)_b$	Raideur de la dalle en béton
A_d	Diamètre du goujon
C_b	Effort de compression dans la dalle en béton
E_a	Module d'élasticité de l'acier
EA	Raideur normale de la section
E_cm	Module d'élasticité du béton
EI	Raideur en flexion de la section
EI_1	Raideur d'une poutre mixte avec interaction complète (non fissurée)
EI_2	Raideur d'une poutre mixte avec interaction complète (fissurée)
ES	Moment statique de la section
I	Inertie de la section
I_1	Inertie d'une poutre mixte avec interaction complète (non fissurée)
I_2	Inertie d'une poutre mixte avec interaction complète (fissurée)
L_i	Longueur de la travée
M_a	Moment repris par la poutre métallique
M_b	Moment repris par la dalle béton
M_Ed	Moment sollicitant la section
$M_\mathrm{el,Rd}$	Moment résistant élastique
$M_\mathrm{pl,Rd}$	Moment résistant plastique
N/N_f	Degré de connexion
P_i	Effort rasant dans le goujon
P_max	Force maximale dans le goujon lors d'essais push out
P_Rd	Résistance de calcul du goujon
P_Rk	Résistance caractéristique du goujon
P_T	Résistance du goujon réduite par l'effet de la traction directe
S	Moment statique de la section
T_a	Effort de traction dans la poutre métallique
T_u	Effort de traction dans le goujon
V_a	Effort tranchant repris par la poutre métallique
V_b	Effort tranchant repris par la dalle en béton
V_{Ed}	Valeur de calcul de l'effort tranchant
$W_\mathrm{el,eff,y}$	Module élastique de la section efficace

Lettres latines minuscules

$b_{e,i}$	Largeur efficace de chaque côté de la poutre métallique
b_{eff}	Largeur efficace de la dalle
b_i	Espacement des poutres métalliques
d	Diamètre du goujon
f_l	Coefficient minorateur pour le calcul des flèches de poutres mixtes continues
f_{lctm}	Valeur moyenne de la résistance en traction du béton allégé
f_{ck}	Résistance caractéristique du béton en compression
f_{ctm}	Valeur moyenne de la résistance en traction du béton
f_u	Limite ultime de l'acier
f_y	Limite élastique de l'acier
h_d	Épaisseur de la dalle en béton
l_0	Travée équivalente pour le calcul de la largeur efficace
p	Espacement des goujons
q_{fl}	Charge uniforme verticale
s_i	Glissement du connecteur
s_u	Capacité de glissement du connecteur mesurée par essais expérimentaux
s_{uk}	Valeur caractéristique de la capacité de glissement du connecteur
y_0	Distance entre l'axe neutre de la poutre métallique et l'axe neutre de la dalle béton
y_a	Distance entre l'axe neutre de la poutre métallique et l'interface acier béton
y_a^F	Distance entre le point focal dans l'acier et l'interface acier béton
y_b	Distance entre l'axe neutre de la dalle en béton et l'interface acier béton
y_b^F	Distance entre le point focal dans le béton et l'interface acier béton
y_t	Distance entre l'axe neutre de la section mixte homogène et l'interface acier béton

Lettres grecques

$\Delta\delta$	Flèche additionnelle due à l'interaction partielle
Φ	Courbure de la poutre
α,β	Coefficients de section pour le calcul du glissement
δ_0	Flèche d'une poutre mixte sans interaction
δ_c	Flèche d'une poutre mixte avec interaction complète
δ_p	Flèche d'une poutre mixte avec interaction partielle
ε_{c1}	Déformation correspondant à la contrainte de compression maximale dans le béton
ε_{cr}	Déformation correspondant à la contrainte de traction maximale dans le béton
ε_{cu1}	Déformation correspondant à la ruine en compression du béton
ε_{st}	Déformation d'écrouissage de l'acier
ε_y	Déformation correspondant à la limite élastique de l'acier
ϕ	Diamètre du goujon
γ	Coefficient partiel de sécurité
θ	Rotation de la poutre
σ	Contrainte normale
τ	Contrainte de cisaillement
τ_y	Contrainte plastique de cisaillement

Introduction générale

Introduction générale

La spécificité d'un élément mixte est due à l'association mécanique de deux matériaux de natures et de propriétés différentes, l'acier et le béton, par l'intermédiaire d'une connexion située à l'interface des matériaux et qui permet d'accroître à la fois la rigidité et la résistance de l'élément. Les nombreux avantages structuraux et économiques qui peuvent être tirés de cette association ont été parmi les principaux facteurs qui ont permis le développement de ce type de structures aussi bien dans le bâtiment que dans les ouvrages d'art. Ainsi, on retrouve actuellement de nombreuses applications dans les ponts routiers et ferroviaires avec des portées allant de 30 à 80m et dans différentes sortes de planchers utilisés dans les constructions (parking, buildings ….).

En France, jusqu'à l'apparition des Eurocodes, on ne disposait pas de documentation spécifique relative à l'analyse et au dimensionnement des structures mixtes dans le bâtiment. La version de l'Eurocode actuellement applicable est l'Eurocode 4 - Partie 1-1, paru en mars 1992 en tant que norme expérimentale (ENV). Sa traduction en français et son adaptation en tant que Document d'application nationale (DAN) ont été effectuées en 1994. La version finale, en tant que norme européenne (EN), a été disponible pratiquement à partir de septembre 2002 en langue anglaise. En France, c'est la version française associée à l'annexe nationale qui sera utilisée.

D'une manière générale, l'EN 1994-1-1 apparaît plus simple que l'ENV puisque tout en faisant référence aux EN des Eurocodes 2 et 3, il n'introduit que des propriétés de matériaux et de concepts de calcul réellement spécifiques à la construction mixte acier béton. Dans cette logique, un chapitre entier est consacré à l'analyse globale de la structure (analyse linéaire ou non linéaire).

Selon l'Eurocode 4, le calcul des efforts dans la structure mixte peut être effectué par les méthodes de l'analyse globale élastique même si la résistance des sections est déterminée par des méthodes d'analyse rigide plastique ou non-linéaire. L'analyse élastique est aussi utilisée pour la vérification de la structure aux états limites de service, où toutefois, des corrections doivent être faites pour tenir compte des phénomènes non-linéaires tels que la fissuration du béton. Lorsque la connexion acier béton remplit les critères de résistance et de ductilité définis par le code, les effets du glissement entre la partie acier et la partie béton peuvent être négligés lors de l'analyse élastique globale ainsi que lors de la vérification de la structure aux ELS. L'analyse globale s'appuie donc sur le concept d'une section mixte parfaitement homogène avec une interaction complète entre l'acier et le béton.

Tout en spécifiant le domaine d'application pour l'analyse élastique globale de la structure mixte, l'Eurocode 4 permet dans la plupart des cas d'utiliser l'analyse non-linéaire de la structure sans en préciser les principes et méthodes. Les seules spécifications sont les références aux principes définis dans les versions EN des Eurocodes 2 et 3 et la nécessité de tenir compte du comportement de la connexion. Pour trouver des formulations et modèles plus précis, l'utilisateur du code doit donc se tourner vers des références autres que l'Eurocode 4, ce qui laisse une grande place à la recherche et développement.

La principale motivation du travail présenté dans ce mémoire de thèse est de développer un modèle d'éléments finis qui sera utilisé pour l'analyse non linéaire des poutres mixtes. Nous souhaitons ainsi contribuer à combler cet espace qui, à notre avis, n'est que relativement peu couvert par l'Eurocode 4.

Afin de nous familiariser avec les phénomènes non linéaires qui interviennent dans une poutre mixte, nous avons consacré une partie du travail à l'étude bibliographique sur le comportement global de la poutre mixte ainsi que sur le comportement local de ses composants. Les conclusions de l'analyse bibliographique ont aussi guidé notre choix quant au type de structure à analyser. D'une façon générale, les structures mixtes peuvent être divisées en éléments verticaux (poteaux), sollicités en majeure partie en compression, et horizontaux (plancher, poutre), sollicités en flexion. Les concepts liés à l'analyse globale de la structure définis par l'Eurocode 4, sont valables pour chacun de ces deux types de structures. Toutefois, dans le cadre de cette thèse de doctorat, nous nous limitons à l'étude des structures mixtes sollicitées en flexion. Plus précisément, la structure mixte à laquelle on fait référence dans ce document est une poutre mixte constituée d'un profilé métallique relié à une dalle pleine en béton au moyen de goujons à tête soudés. Le choix du type de connecteur est motivé par le fait que les goujons à tête, avec leurs nombreux avantages tant structuraux que technologiques, sont les plus utilisés dans la construction mixte. De plus, le fait d'utiliser ces connecteurs flexibles permet d'étudier le phénomène d'interaction partielle dans la poutre mixte.

La recherche bibliographique montre qu'un certain nombre de modèles de calcul existe déjà et que ces modèles s'avèrent être efficaces pour des analyses globales et/ou locales de poutres mixtes. Nous sommes partis de ce constat pour enrichir les modèles existants et démontrer sur des exemples d'application leurs points forts ainsi que leurs limites.

Il est nécessaire que les modèles, utilisés pour l'analyse globale des poutres mixtes, représentent de façon suffisamment précise la raideur de la structure. En effet, la raideur est le paramètre qui détermine les flèches des poutres simples ainsi que la redistribution des efforts dans les poutres continues. Lors du développement et de la validation des modèles, nous avons pris un soin particulier à vérifier leur capacité à représenter ce paramètre. Plus particulièrement, nous nous sommes intéressés aux deux aspects qui peuvent influencer la raideur de la poutre : le glissement à l'interface et la fissuration du béton.

La raideur d'une poutre mixte dépend aussi bien des propriétés de l'acier et du béton que du comportement de la connexion. La plupart des connecteurs, et en particulier les goujons, sont plus ou moins flexibles et dans ce cas, l'hypothèse d'une interaction complète entre l'acier et le béton n'est pas totalement vérifiée en réalité. Des études numériques et expérimentales ont montré l'effet de la flexibilité de la connexion sur la raideur en flexion de la poutre mixte [30] [42][46] (en la comparant avec la raideur d'une section où la connexion est considérée parfaitement rigide) ainsi que sur les déformations de la section mixte [66-[67].

La fissuration du béton intervient typiquement au niveau des appuis intermédiaires de poutres continues, où la section mixte est sollicitée par des moments négatifs. La fissuration du béton diminue la raideur de la section, ce qui mène à une redistribution des efforts des appuis vers la travée. Au niveau réglementaire, la fissuration dans la poutre mixte est prise en compte dans le calcul en considérant deux types de sections (non fissurée ou fissurée). La raideur d'une section fissurée est déterminée en considérant les seules contributions du profilé métallique et du ferraillage. Ainsi, toute contribution du béton tendu est négligée aussi bien lors d'analyses linéaires que non-linéaires [2]. Toutefois, des analyses sur des éléments en béton armé sollicités en traction directe montrent que le béton continue à contribuer à la raideur de l'élément même après fissuration [14][15][25]. On peut donc s'attendre à ce que la contribution du béton tendu soit encore plus conséquente dans des éléments sollicités en flexion.

Pour le choix des modèles et en se basant sur l'analyse bibliographique, nous nous sommes orientés vers deux types de modélisations : modèles analytiques (plutôt linéaires) et modèles

éléments finis (MEF) (non linéaires). Il s'avère que chacun de ces modèles a ses avantages et ses inconvénients. Les modèles analytiques, formulés sur les principes de la théorie élastique des poutres sont simples et facilement applicables dans le travail d'ingénieur. Toutefois, le domaine d'application de ces modèles est limité à la phase élastique de comportement de la poutre. De plus, même en phase élastique, leur application à l'analyse des poutres mixtes peut être discutable dans certains cas. L'analyse par la MEF qui est mieux adaptée pour représenter le comportement non linéaire de la poutre mixte, nécessite un temps de préparation et des moyens de calcul importants.

La définition du modèle MEF passe tout d'abord par le choix d'éléments finis et des modes de comportement des matériaux. Elle se base sur les outils disponibles ainsi que sur les capacités de calcul qui leur sont associées. Notre choix s'est fixé sur le code de calcul CAST3M qui est un outil général avec de larges possibilités de calcul non linéaire (plasticité, grands déplacements, contact). Ainsi, nous nous limitons à la famille (large) d'éléments et de modèles de matériaux disponibles dans ce code de calcul tout en testant et validant leur application à l'analyse des poutres mixtes.

La comparaison avec des résultats expérimentaux montre que le modèle MEF permet de représenter d'une façon relativement fidèle le comportement global de poutres mixtes à travées simples en intégrant les phénomènes de glissement et de fissuration du béton (pour le moment négatif). Les études comparatives entre modélisation MEF et calcul analytique permettent d'illustrer l'importance du comportement non linéaire de la connexion à l'ELS et à l'ELU. Des applications au calcul de poutres mixtes continues montrent l'influence de la fissuration du béton sur la raideur et les flèches de poutres. L'analyse du cas des planchers mixtes constitués de trois poutres parallèles montre l'intérêt d'une modélisation tri dimensionnelle par rapport à une analyse dont les principes reposent sur la théorie des poutres.

Les validations et applications du modèle MEF présentées dans ce document permettent de déterminer les limites des méthodes analytiques et des approches réglementaires et ainsi montrer l'intérêt d'une analyse non linéaire.

Le document est organisé en 7 chapitres :

- le **chapitre 1** est une présentation générale de la construction mixte qui permet de spécifier le type de structure ainsi que les phénomènes (tels que l'interaction acier béton) qui sont étudiés dans le cadre de cette thèse ;

- le **chapitre 2** introduit le comportement fondamental des composantes de la poutre mixte. Cette partie comporte aussi le développement de modèles de calcul pour l'acier, le béton (en compression et en traction) et différents types de connecteurs souples et rigides ;

- le **chapitre 3** est consacré aux principes d'analyse de l'Eurocode 4 ;

- le **chapitre 4** est dédié à l'analyse du phénomène d'interaction partielle dans la poutre mixte. Il comprend le développement d'un modèle de calcul linéaire élastique ainsi qu'un modèle de calcul élasto-plastique qui permettent d'évaluer l'influence du glissement à l'interface acier béton sur le comportement de la poutre mixte ;

- le **chapitre 5** est consacré au développement d'outils MEF pour l'analyse non-linéaire des poutres mixtes. Les formulations d'un modèle de calcul tri dimensionnel, qui combine des éléments de coque pour la poutre métallique et la dalle et des éléments de poutre pour la connexion, sont présentées.

- le **chapitre 6** présente la validation des modèles de calcul développés, notamment par comparaison à l'expérience. Il s'intéresse à la flèche globale, au glissement à l'interface acier-béton et à la distribution des déformations sur la hauteur de la section mixte. Il présente aussi la discussion sur l'influence des phénomènes non-linéaires présents dans les poutres mixtes sur son comportement structural et l'évaluation des méthodes d'analyse de l'Eurocode 4.

- le **chapitre 7** présente l'application du modèle MEF à l'analyse des poutres mixtes en travées simples ou continues ainsi qu'aux planchers constituées de plus de deux poutres. Les résultats concernent la flèche globale, la distribution de l'effort rasant sur les connecteurs le long de la poutre mixte aussi bien à l'ELS qu'à l'ELU.

Chapitre 1

Généralités sur la construction mixte

1. Généralités sur la construction mixte

Dans la plupart des structures (bâtiment, pont …), l'un des principaux besoins de l'ingénieur est de créer des surfaces horizontales qui permettent de supporter les charges verticales imposées à la structure avec un minimum d'appuis intermédiaires. Dans beaucoup de cas, ces surfaces horizontales sont créées par des dalles en béton armé, pour les faibles portées, ou en béton précontraint. Dans la pratique, la dalle est appuyée sur des poutres. Pour les faibles portées où les poutres sont le plus souvent en béton armé, une partie de la dalle fonctionne en tant que semelle supérieure de la poutre, ce qui augmente considérablement sa raideur et sa résistance. Les planchers en béton armé peuvent trouver leur justification lorsque la longueur de travée est de l'ordre de 6-8m. Avec des longueurs plus importantes, la volonté d'alléger la structure mène à remplacer les poutres en béton armé par des poutres métalliques [24] (Figure 1.1).

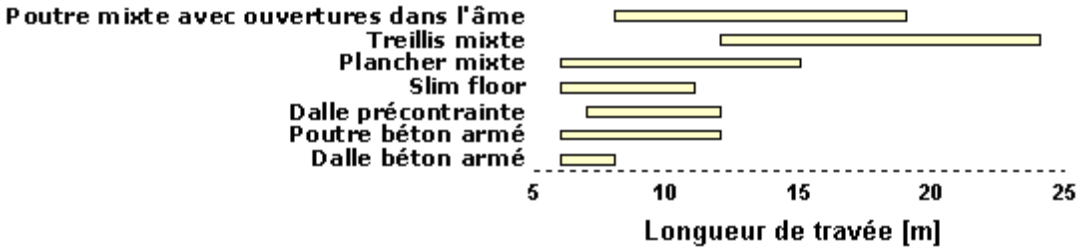


Figure 1.1 Travées économiques dans le bâtiment [24]

Dans le cas des poutres mixtes, les dalles en béton sont appuyées sur les profilés métalliques avec une liaison plus ou moins forte. Si la dalle et la poutre sont librement superposées, les deux éléments fléchissent de manière autonome avec un glissement libre à leur interface. Par contre, le fait de créer des liaisons à l'interface acier béton permet d'augmenter la résistance et la raideur de la poutre.

L'interaction entre les parties acier et béton d'une structure mixte est le plus souvent créée par des connecteurs qui sont chargés de transférer les efforts internes entre la dalle et la poutre métallique. La section mixte typique est alors constituée de la poutre métallique, de la dalle en béton armé avec des barres de ferraillage placées dans le sens longitudinal et transversal et de connecteurs (Figure 1.2).

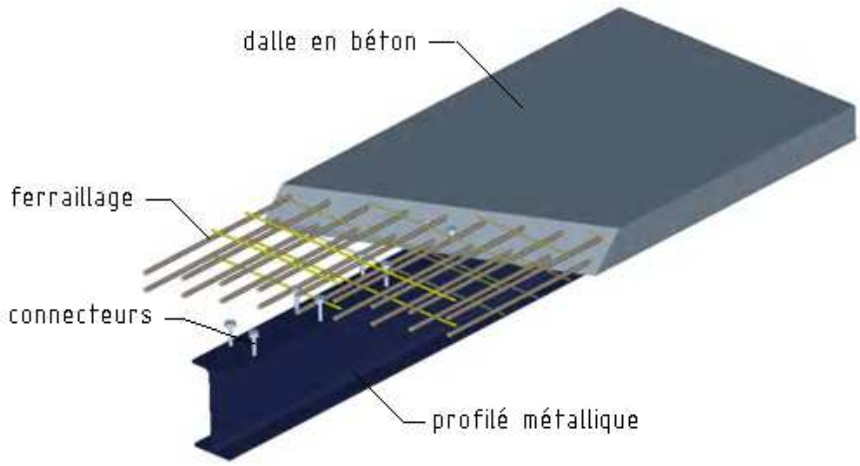


Figure 1.2 Poutre mixte typique

Afin d'illustrer l'importance de l'interaction de deux membres sollicités en flexion, analysons tout d'abord un exemple théorique, dont le schéma est présenté sur la Figure 1.3. Considérons

deux poutres, de même section rectangulaire et d'un même matériau, dont l'une est supportée par l'autre ; dans un cas on suppose qu'il n'y a pas de liaison à l'interface des poutres, dans l'autre que la solidarisation est parfaite (Figure 1.3).

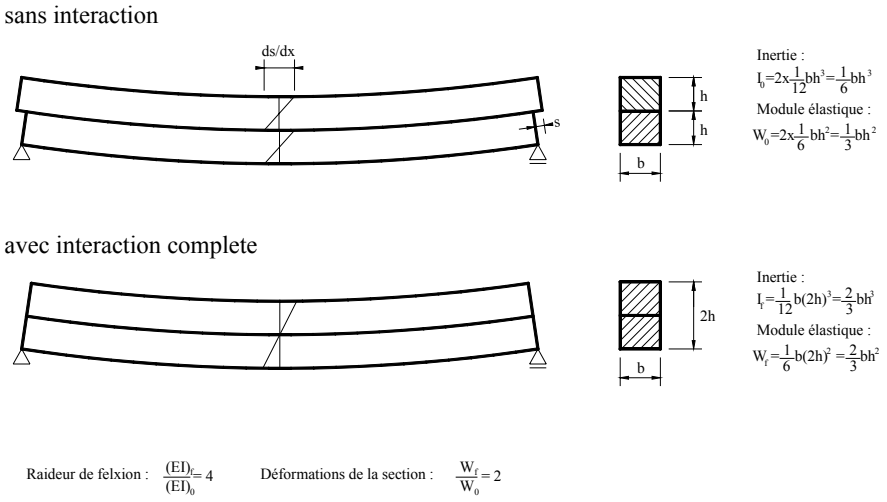


Figure 1.3 Principes du fonctionnement du mécanisme mixte [37]

Dans le cas où aucune liaison n'existe entre les deux éléments, chacun d'entre eux reprend la moitié de l'effort appliqué. Dans ce cas, la flèche et les déformations du système sont 2 fois moins grandes que dans le cas, où la totalité du chargement serait reprise par une seule de ces poutres. Dans le cas où la liaison entre les deux éléments est parfaitement rigide, on obtient une section homogène d'une hauteur 2h, dont l'inertie est 4 fois plus importante que celle d'une seule poutre. Les flèches de cette poutre avec une connexion rigide sont alors 4 fois moins grandes que les flèches de la poutre de base agissant seule et deux fois moins grandes que les flèches de deux poutres superposées et non connectées.

L'exemple que nous venons de développer et qui permet de montrer l'importance de l'interaction entre deux éléments superposés sollicités en flexion est illustratif, mais théorique. Afin d'illustrer l'importance de l'interaction dans les poutres mixtes réelles, nous proposons d'étudier le comportement d'une poutre mixte, dont la section est illustrée sur la Figure 1.4.

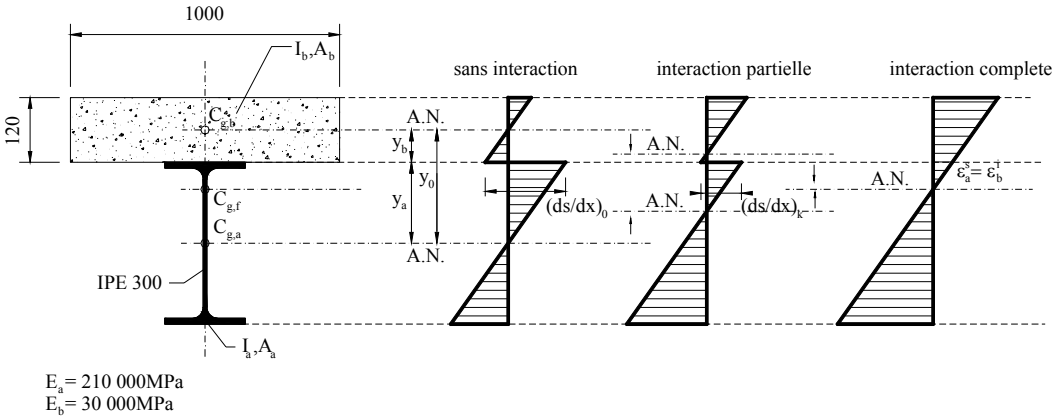


Figure 1.4 Axes neutres dans la section mixte selon le type d'interaction acier béton

Dans le cas, où il n'y a pas d'interaction entre le profilé métallique et la dalle en béton, chacune des deux composantes de la poutre mixte reprend une partie équivalente du moment sollicitant. Si on part de l'hypothèse qu'il n'y a pas de séparation verticale entre les deux

éléments (courbure identiques), le moment repris par le profilé métallique (M_a) et le moment repris par la dalle (M_b), ainsi que le moment sollicitant (M_{Ed}) peuvent être mis en relation sous la forme suivante :

$$\Phi = \frac{M_a}{(EI)_a} = \frac{M_b}{(EI)_b} = \frac{M_{Ed}}{(EI)_{a,b}} \tag{1.1}$$

où Φ est la courbure des poutres et $(EI)_a$, $(EI)_b$ sont les raideurs en flexion de la poutre métallique et de la dalle en béton prises séparément. Les moments repris par chacun des deux composants de la poutre mixte sont ensuite exprimés en tant que :

$$M_a = M_{Ed} \frac{(EI)_a}{(EI)_{a,b}} \tag{1.2}$$

$$M_b = M_{Ed} \frac{(EI)_b}{(EI)_{a,b}} \tag{1.3}$$

L'inertie de la section mixte est alors obtenue par simple superposition des inerties des deux composants :

$$(EI)_{a,b} = (EI)_a + (EI)_b \tag{1.4}$$

Ensuite, considérons la même poutre où la connexion entre la partie métallique et béton est infiniment rigide. Dans ce cas, il n'y a aucun glissement entre la dalle et la poutre métallique et les déformations des deux éléments à leur interface sont égales. La structure peut alors être assimilée à une poutre homogène qui a un seul axe neutre situé, sur la hauteur de la section, entre les deux axes neutres présents dans une section sans interaction. Dans ce cas, on peut parler d'**interaction complète** entre l'acier et le béton. La totalité de la dalle est sollicitée en compression, une partie des efforts de compression et la totalité de la traction est reprise par la poutre métallique. L'inertie d'une telle section homogène est donc plus grande que celle d'une poutre sans interaction.

En réalité, l'interaction complète entre l'acier et le béton est difficile à réaliser. La plupart des connecteurs utilisés dans la construction mixte, tels que les goujons, sont des éléments discrets et donc plus ou moins déformables. Ainsi, lorsque la connexion acier béton est créée avec ce type d'éléments, un glissement non nul mais inférieur au glissement de la poutre sans interaction se produit à l'interface acier béton. Cet état est souvent interprété comme **interaction partielle**. La raideur d'une telle poutre est donc moins grande que la raideur d'une poutre avec interaction complète, mais plus grande que la raideur d'une poutre sans interaction. Une comparaison des raideurs de la poutre mixte illustrée à la Figure 1.4 calculées pour les différents cas d'interaction est donnée au Tableau 1.1.

Tableau 1.1Raideur de la poutre mixte (Figure 1.4) avec différents niveaux d'interaction

Interaction complète (EI_1) [Nmm^2]	Sans interaction $(EI)_{a,b}$ [Nmm^2]	Rapport $EI_1/(EI)_{a,b}$
$5{,}8.10^{13}$	$2{,}11.10^{13}$	2,74

Nous avons montré comment le fait de créer des liaisons entre l'acier et le béton contribue à la raideur de la poutre mixte. Dans les poutres sur appuis simples, cette raideur est déterminée par la raideur de la poutre métallique et la raideur de la dalle, ainsi que par le type de connexion entre ces deux éléments. Dans les poutres continues, la fissuration du béton vient s'ajouter à ces trois facteurs. Au niveau des appuis intermédiaires, la poutre continue est

sollicitée par des moments de flexion négatifs et la dalle est soumise à des efforts de traction. La résistance du béton en traction étant relativement faible, on s'attend à ce qu'il commence à fissurer sous des charges bien inférieures aux charges limites à l'ELS. Lorsque la dalle fissure, la raideur de la section diminue jusqu'à une valeur EI_2, qui correspond à la raideur d'une section composée seulement du profilé métallique et des barres d'armature. Dans cette « section fissurée », toute influence du béton sollicité en traction est négligée.

Toutefois, l'impact négatif de la fissuration (diminution de la raideur et de la résistance de la poutre au niveau des appuis intermédiaires) peut être réduit par le rééquilibrage des efforts dans la poutre mixte. Sous certaines conditions, liées à la capacité de rotation de la poutre au niveau de l'appui intermédiaire, on peut envisager que les efforts (moments) se redistribuent des appuis vers la travée. Dans ce cas, on diminue la partie du moment reprise par la section au niveau des appuis pour la localiser dans la travée où la résistance de la section est plus grande (Figure 1.5).

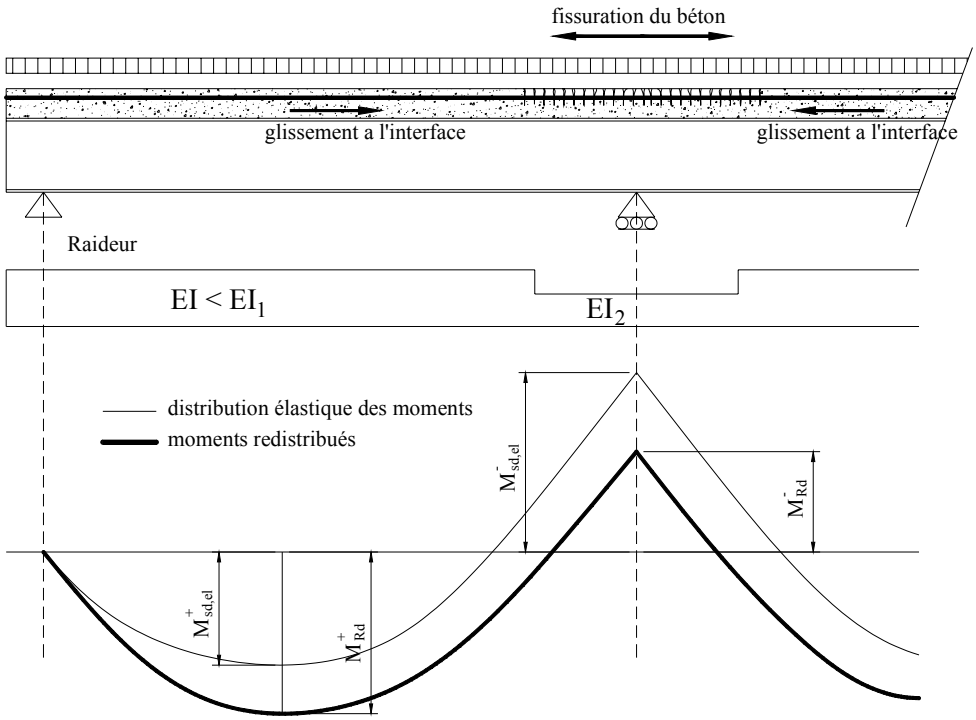


Figure 1.5 Redistribution des moments dans la poutre mixte continue

Dans tous les cas, la collaboration d'une dalle en béton avec les poutres et solives métalliques offre plusieurs avantages, parmi lesquels on peut citer :

- La réduction du poids de la structure métallique à chargement égal.
- L'augmentation de la rigidité en flexion du plancher, d'où une réduction des flèches en service et la possibilité de passer de plus grandes portées à chargement égal.
- La réduction de la hauteur des planchers, associée à la facilité de réaliser des poutres métalliques à âmes ajourées permettant le passage des gaines techniques, d'où la réduction de la hauteur totale du bâtiment à nombre fixé d'étages.
- L'amélioration appréciable de la résistance à l'incendie, des poutres et solives métalliques, qui augmente encore davantage lorsque l'âme de ces éléments est elle-même enrobée de béton.

Les avantages mentionnés en combinaison avec un avancement dans la maîtrise de la technologie de connexion acier béton par les constructeurs, ainsi que quelques autres facteurs économiques, tels que la variation des prix de l'acier et du béton, ont mené à un développement notable de la construction mixte dans le bâtiment et les ouvrages d'art.

A titre d'illustration, en 1975, seulement moins de 2,5% des nouveaux ponts construits étaient des ponts en acier ou mixtes. Le nombre de nouveaux ponts mixtes augmentait pendant les 15 années suivantes pour atteindre 25% en 1995 [17]. Des tendances similaires peuvent être observées dans d'autres pays comme les Etats Unis ou la Grande Bretagne, où 50 à 60% des nouveaux ponts routiers construits entre 1986 et 1993 sont mixtes. Les domaines d'application pour ce type de structures se sont révélés être la construction de ponts routiers et ferroviaires avec des portées allant de 30 à 80m et toutes sortes de planchers utilisés dans les bâtiments (parking, buildings ….).

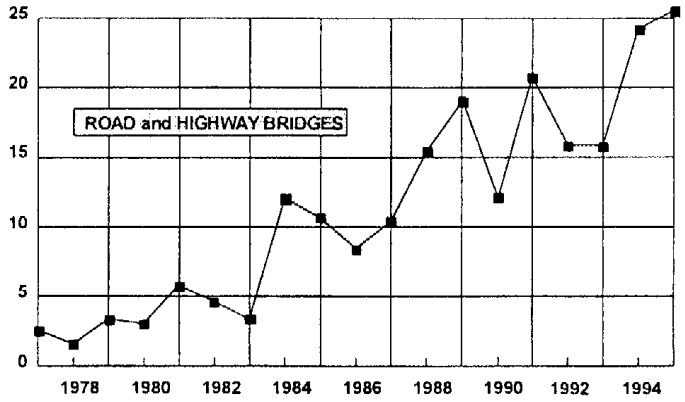


Figure 1.6 Pourcentage de ponts mixtes par rapport à tous les nouveaux ponts construits en France entre 1975 et 1995 [17]

La même tendance est aussi observée dans le bâtiment. Pour illustration, en 1987 l'industrie du béton occupait 70% du marché britannique du bâtiment. Pendant les 20 dernières années, cette tendance s'est renversée en faveur de l'acier (80% des parts de marché à présent), en partie grâce à l'application de la technologie mixte dans les bâtiments multi étages [80].

Dans ce chapitre, nous avons montré les principaux avantages qui résultent de l'interaction entre l'acier et le béton. Ces avantages sont une des principales raisons du développement de la construction mixte partout dans le monde. Nous avons aussi montré l'influence éventuelle du comportement des composants (acier, béton et connexion) sur le comportement global de la poutre mixte.

La connaissance du comportement des ces composants est nécessaire pour développer des modèles de calcul efficaces. La description du comportement fondamental de l'acier, du béton et de plusieurs formes de connexion est présentée dans le chapitre suivant. Pour chacun de ces composants de la poutre mixte, nous proposons aussi des formulations analytiques qui pourront être appliquées dans les modèles MEF.

Chapitre 2

Comportement mécanique des composantes de la poutre mixte

2. Comportement mécanique des composantes de la poutre mixte

L'analyse fondamentale du comportement de la poutre mixte passe tout d'abord par la connaissance des propriétés de chacune de ses composantes. Dans le cadre de ce chapitre nous développons les principes de comportement de l'acier, du béton ainsi que différents types de connecteurs, avec un intérêt particulier pour les connecteurs de type goujons soudés à tête. Nous nous intéressons en particuliers aux techniques de modélisation disponibles en bibliographie. En effet, notre objectif est de déterminer les modèles les plus « efficaces » pour la modélisation numérique que nous développons dans le cadre de la présente thèse.

2.1 L'acier

Le comportement typique d'un acier structural utilisé dans la construction mixte correspond au diagramme sur la Figure 2.1. La pente initiale du diagramme contrainte déformation est linéaire avec un module d'élasticité généralement pris autour de 210000MPa. Si on procède à un déchargement de la structure dans la zone élastique, l'acier retrouve son état de déformation initial (ε_s=0). Le comportement élastique continue jusqu'à ce que la valeur de la limite élastique de l'acier soit atteinte pour une déformation $\varepsilon_y=f_y/E_a$. Un accroissement de déformations au-delà de cette limite mène à un écoulement plastique sans ou avec une augmentation négligeable des contraintes jusqu'à ce que la déformation d'écrouissage ε_{st} soit atteinte. Ensuite, la contrainte augmente jusqu'à ce que la limite ultime du matériau f_u, suivie de la rupture de l'acier, soit atteinte.

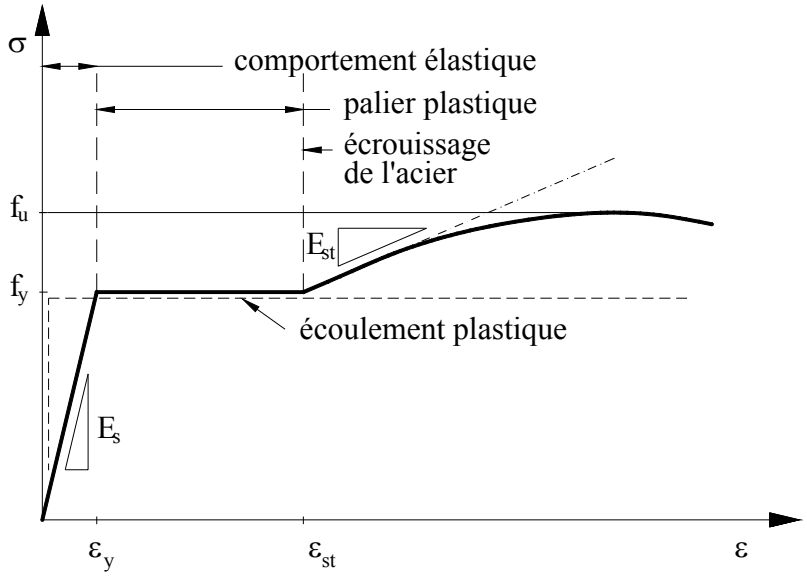


Figure 2.1 Loi de comportement de l'acier doux

Ainsi c'est la limite élastique f_y qui est la caractéristique déterminante pour l'acier dans la construction mixte. Dans la plupart des applications, ce sont des aciers de classe S235 à S355 qui sont utilisés. La valeur de la limite élastique dépend de la composition chimique de l'acier, notamment du pourcentage de carbone, mais aussi du type de laminage de l'acier. En général, on peut dire que l'augmentation de la limite élastique a pour conséquence la réduction de la longueur du palier plastique, ce qui réduit la ductilité de l'acier. Ceci est un des facteurs qui limite l'application des aciers à haute résistance notamment dans la construction mixte, puisqu'un tel acier ne permet pas d'envisager le développement de la résistance plastique de la section mixte à l'ELU [53].

Sous sollicitations uniaxiales en phase élastique, le comportement de l'acier est le plus souvent identique en compression et en traction. En effet, la limite élastique f_y ainsi que le module de Young E_s, déterminés par des essais en traction, sont généralement considérés identiques en compression.

Sous des sollicitations biaxiales, le critère de Von Mises permet de décrire le seuil d'élasticité pour un état de contraintes dans le plan sous la forme suivante:

$$\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x \sigma_y + 3\tau_{xy}^2 = f_y^2 \tag{2.1}$$

Dans le repère des contraintes principales, le critère s'écrit sous la forme suivante :

$$\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 \sigma_2 = f_y^2 \tag{2.2}$$

Représenté par une courbe limite dans le plan des contraintes de forme elliptique illustrée à la Figure 2.2. Dans le cas du cisaillement pur ($\sigma_1 = -\sigma_2 = \tau_{xy}$), la contrainte limite plastique de cisaillement τ_y vaut :

$$\tau_y = \tau_{xy} = \frac{f_y}{\sqrt{3}} \ , \tag{2.3}$$

En pratique, l'approximation τ_y=0,6.f_y est parfois utilisée.

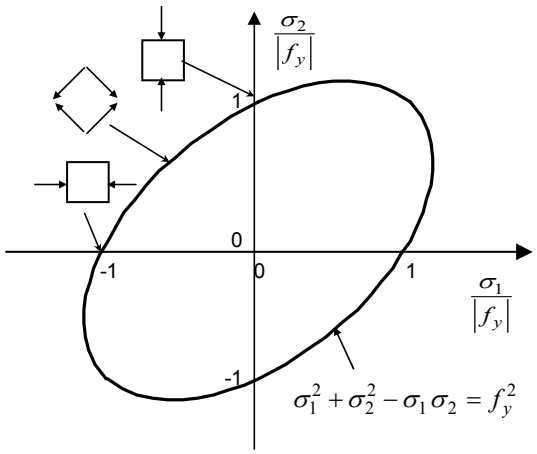


Figure 2.2 Critère de Von Mises dans le plan (2D) [53]

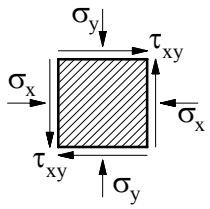


Figure2.3 Etat biaxial de contraintes

2.2 Le béton

Le béton est un matériau granulaire particulier à cohésion non nulle et à frottement interne élevé, qui fait partie des matériaux dits quasi fragiles présentant une résistance en traction beaucoup plus faible qu'en compression. En fait, il faudrait plutôt parler de *bétons* au pluriel, puisque leurs caractéristiques dépendent fortement de leur composition. De plus, les propriétés du béton sont évolutives dans le temps.

En compression simple, le comportement du béton est quasi linéaire dans un domaine de contrainte limité, puis il devient non linéaire en raison du développement des microfissures dont la propagation aboutit à la rupture du béton. En traction simple, le comportement reste quasi linéaire jusqu'à la rupture qui correspond à l'apparition d'une fissure, donc d'une

discontinuité. Celle-ci se produit pour une valeur faible de contrainte de l'ordre de 3 à 5 MPa. Au delà, le béton ne contribue plus à la résistance, c'est pourquoi il doit être armé. Les déformations sont alors régies par des lois spécifiques tenant compte de l'ouverture des fissures et de l'adhérence du béton sur l'armature. Les résistances en compression et en traction évoluent avec l'âge du béton. Elles dépendent aussi de la vitesse de chargement, de la durée d'application des contraintes et de leur répétition.

Dans la suite de ce document, nous proposons une analyse du comportement différé du béton en compression et en traction. Dans les deux cas, des modèles de calcul qui permettent de représenter le comportement uniaxial d'éléments en béton (compression) et béton armé (traction) sont présentés. Ensuite, nous développons un modèle qui permet de représenter le comportement du béton sous sollicitations biaxiales, applicable pour des analyses tridimensionnelles par la MEF.

2.2.1 Comportement du béton en compression uniaxiale

La résistance en compression f_{cu} est le paramètre de base pour la classification du béton. La valeur de référence prise pour la classification est celle mesurée à l'âge de 28 jours à l'issue de tests standardisés sur des cubes ou des cylindres de diamètre 160mm et de 320mm de hauteur. La courbe déformation contrainte obtenue à l'issue de ces essais illustre les différentes phases du comportement du béton (Figure 2.4):

1) une phase de comportement analogue à celle d'un matériau homogène élastique, se traduisant par une relation quasi linéaire entre la contrainte et la déformation. La pente à l'origine de la courbe est le module d'élasticité du béton E_{cm} ;
2) une phase de développement de la microfissuration qui entraîne une baisse progressive de la rigidité jusqu'à l'atteinte du maximum de contrainte f_{cu} pour une valeur de déformation ε_{c1} ;
3) en continuant à imposer un accroissement de déformations, on peut obtenir une courbe décroissante correspondant à la propagation progressive de la « rupture », c'est-à-dire au développement des surfaces de rupture et d'une fissuration plus ou moins généralisée.

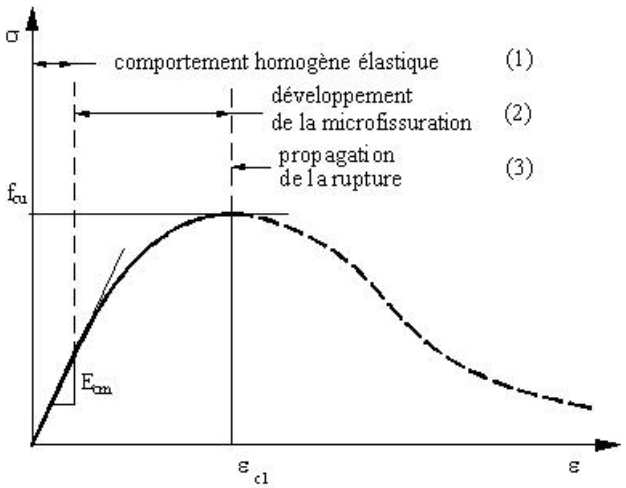


Figure 2.4 Loi de comportement du béton en compression uni axiale

Ainsi, un modèle réaliste de la courbe de comportement du béton en compression uni axiale nécessite au minimum quatre paramètres :

- la résistance f_{cu};

- le module E_{cm};
- la déformation ε_{c1} correspondant à f_{cu} ;
- un paramètre caractérisant la branche décroissante (écrouissage négatif).

Un modèle de comportement de ce type est proposé dans l'Eurocode 2 [2]. Le béton a une phase de comportement linéaire avec un module élastique E_{cm} constant jusqu'à une valeur de contrainte égale à $0{,}4.f_{cu}$. La branche non linéaire de la loi de comportement du béton en compression est définie pour l'intervalle $[0{,}4.f_{cu} ; f_{cu}]$ à l'aide de la relation suivante :

$$\frac{\sigma_c}{f_{cm}} = \frac{k\eta - \eta^2}{1 + (k-2)\eta} \tag{2.4}$$

Où :

$$\eta = \varepsilon_c / \varepsilon_{c1} \text{ et}$$
$$k = 1.1 E_{cm} \times |\varepsilon_{c1}| / f_{cm} . \tag{2.5}$$

La déformation ε_{c1} qui correspond à la contrainte maximale en compression est prise égale à 0,2%. Au delà de ε_{c1}, un écrouissage négatif du béton est considéré jusqu'à la rupture, qui intervient pour une déformation ultime à la ruine du béton ε_{cu1} prise égale à 0,35 % avec une contrainte qui correspond à $0{,}85.f_{cu}$ (Figure 2.5).

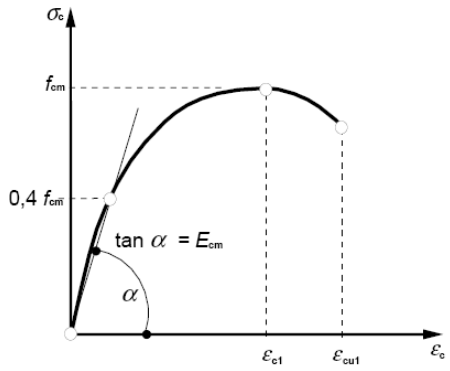


Figure 2.5 Modèle de comportement du béton en compression selon l'EC2 [2]

2.2.2 Comportement du béton en traction uniaxiale

La résistance en traction f_{ct} est le deuxième paramètre de base qui définit les propriétés mécaniques du béton. On admet couramment que cette résistance est de l'ordre d'un dixième de la résistance en compression. Dans le béton armé, la contribution du béton tendu à la résistance est négligée, du moins dans le calcul en flexion et en flexion composée. Cependant, le béton tendu entre les fissures apporte une contribution non négligeable à la rigidité des éléments de structure.

Pour l'illustration, dans le cas des poutres mixtes continues, la fissuration du béton intervient pour des valeurs bien inférieures à celles de l'état limite de service ou même sans chargement externe (effet du poids propre). La structure étant hyperstatique, la fissuration entraîne d'abord une baisse de résistance et de rigidité qui génère, par la suite, une redistribution des efforts de l'appui intermédiaire vers la travée. Cependant, une certaine influence de la raideur du béton est présente lors de la phase initiale du chargement avant et après la fissuration du béton, car la fissuration n'intervient pas de façon brutale, mais de manière progressive (Figure

2.6). La phase I sur le diagramme illustre le comportement de l'élément jusqu'à la formation des premières fissures. Lorsque la première fissure apparaît, il y a au droit de la fissure une perte de rigidité de la section, qui n'est plus assurée que par l'armature. On a alors une pointe maximale de contrainte dans l'armature. Au voisinage de la fissure, on a une diminution de la contrainte dans l'armature en raison de l'adhérence avec le béton. Lors de la formation des premières fissures, les déformations dans l'armature ε_a et dans le béton ε_b entre les fissures restent égales. En augmentant le chargement, de nouvelles fissures apparaissent sans qu'il y ait d'accroissement significatif de contraintes dans le béton ou dans les barres. Ce phénomène engendre une perte progressive de rigidité de la section jusqu'à ce que la fissuration se stabilise (phase II).

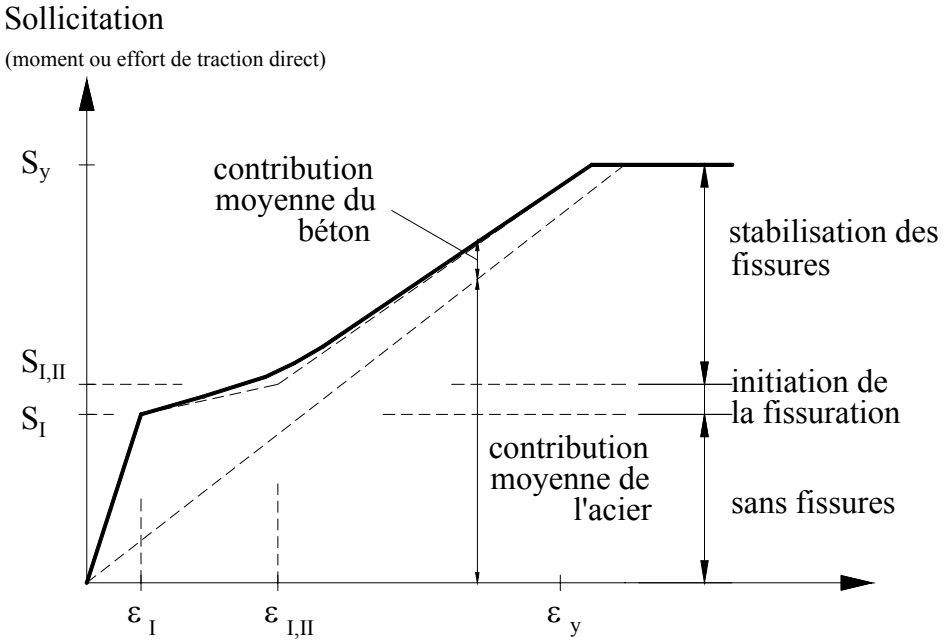


Figure 2.6 Évolution des déformations dans un élément en béton armé sollicité en traction [25]

Dans cette deuxième phase de comportement, les déformations dans les armatures sont supérieures à celles dans le béton qui les enrobe ($\varepsilon_a > \varepsilon_b$). L'interaction entre l'acier et le béton diminue avec la charge croissante et se rapproche de l'état théorique II où on néglige la résistance du béton en traction. Lorsque l'armature est complètement plastifiée, l'augmentation de rigidité apportée par le béton fissuré disparaît totalement.

Il est généralement admis que le comportement du béton reste linéaire jusqu'à l'apparition de la première fissure lorsque la contrainte maximale en traction atteint la valeur f_{ct} de résistance en traction du béton. La spécificité d'une modélisation du comportement d'éléments en béton armé sollicités au delà de cette limite en traction repose sur la considération de l'armature au niveau de la fissure et en association avec le béton entre deux fissures successives. Ainsi, il est nécessaire de calculer correctement d'une part l'équilibre en section de fissure, assuré presque exclusivement par les armatures, à partir d'une ouverture de fissure dont l'ordre de grandeur est celui admis à l'ELS, et d'autre part l'allongement moyen qui résulte de l'ouverture des fissures et de la contribution du béton intact entre elles, en tenant compte des contraintes de traction qui lui sont transmises par adhérence.

La loi de comportement, proposée par Bazant et Oh [15], traduit le déchargement du béton après fissuration en tant que fonction bilinéaire. Cette loi de comportement a été établie sur une base d'essais expérimentaux où des éprouvettes ont été testées en traction uniaxiale pour déterminer l'énergie de fissuration et la longueur d'endommagement au droit des fissures.

Toutefois, afin d'illustrer le phénomène de fissuration, nous allons nous appuyer sur le modèle de comportement de Massicotte [45] qui semble plus explicite. Le modèle est établi à partir d'une analyse, où le phénomène de fissuration est localisé pour chaque fissure. L'élément fissuré est défini par une longueur s_m et la fissure est considérée au milieu de l'élément. Dans cet élément, on distingue deux parties dont une est non fissurée (région I) et l'autre fissurée (région II). La fissuration est aussi divisée en deux stades : fissuration initiale et fissuration finale (Figure 2.7).

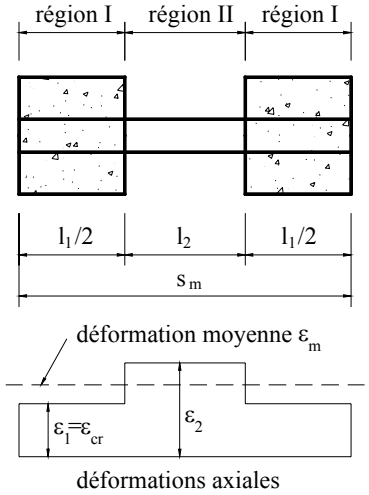


Figure 2.7 Élément soumis à un effort de traction uniaxiale

Le stade de fissuration initiale est l'étape où la fissuration reste stable. Ceci est le cas lorsque $\varepsilon_m=\varepsilon_{cr,}$ où ε_{cr} est la déformation qui correspond à la contrainte f_{ct}. Pour cela, le rapport entre la section des armatures et la section du béton doit être supérieur ou égal à $\rho=\frac{1}{6n}$, où $n=E_a/E_b$ est le cœfficient d'équivalence. Dans ce cas, la déformation sur tout l'élément est constante avec une valeur de $\varepsilon_1=\varepsilon_2=\varepsilon_{cr}$. Lorsque $\rho<\frac{1}{6n}$, la fissuration n'est pas stable pour $\varepsilon_2=\varepsilon_{cr}$, mais il peut y avoir stabilisation de la fissuration pour $\varepsilon_2>\varepsilon_{cr}$ lorsque $\rho\geq\frac{1}{15n}$. Les déformations ε_1 et ε_2 pour ce stade de fissuration stabilisé sont données par les expressions suivantes :

$$\varepsilon_1=\varepsilon_{cr} \tag{2.6}$$

$$\varepsilon_2=\varepsilon_{cr}\frac{17+33n\rho}{33n\rho-1} \tag{2.7}$$

Si $\rho<\frac{1}{15n}$, le béton n'intervient plus en traction lors de l'apparition de la fissuration et on a :

$$\varepsilon_2=\varepsilon_{cr}\left(1+\frac{1}{n\rho}\right) \tag{2.8}$$

Les valeurs de la déformation moyenne de l'élément et de la contrainte résistante moyenne apportée par le béton au début de la fissuration stable ou stabilisée sont données par les expressions suivantes :

$$\varepsilon_{ma}=\left(1-\xi_{cr}\right)\varepsilon_1+\xi_{cr}\varepsilon_1 \tag{2.9}$$

$$\sigma_a^{(b)} = (1-\xi_{cr})\, f_t + \xi_{cr} f_{s0} \tag{2.10}$$

où f_{s0} est la contrainte dans les barres de ferraillage pour $\varepsilon=\varepsilon_2$. La valeur de ξ_{cr} est donnée par:

$$\xi_{cr} = 1-\beta_1\beta_2 \tag{2.11}$$

Au stade de la fissuration finale, l'armature commence à se plastifier au niveau de la fissure. Les valeurs correspondantes de la déformation moyenne de l'élément et de la contrainte résistante moyenne apportée par le béton sont les suivantes :

$$\varepsilon_{mb} = \varepsilon_{ys}\frac{n\rho+\xi_y}{1+n\rho} \tag{2.12}$$

$$\sigma_b^{(b)} = n\rho E^{(b)}\left(\varepsilon_{ys}-\varepsilon_{mb}\right) \tag{2.13}$$

où f_{ys} et ε_{ys} sont respectivement la limite d'élasticité et la déformation associée des armatures et ξ_y est donné par la relation suivante :

$$\xi_y = 1-\beta_1\beta_2\left(\frac{\sigma_{sc}}{f_{ys}}\right)^2 \tag{2.14}$$

où σ_{sc} est la contrainte dans l'armature solidaire avec le béton correspondant au début de la fissuration.

Entre ces deux stades de fissuration ($\varepsilon_{cr}<\varepsilon_{ma}<\varepsilon_{mb}$), la loi de comportement du béton est décrite par la fonction parabolique suivante :

$$\sigma^{(b)} = \sigma_b^{(b)} + \left(\sigma_a^{(b)}-\sigma_b^{(b)}\right)\left(1-\frac{\varepsilon_m-\varepsilon_{ma}}{\varepsilon_{mb}-\varepsilon_{ma}}\right)^2 \tag{2.15}$$

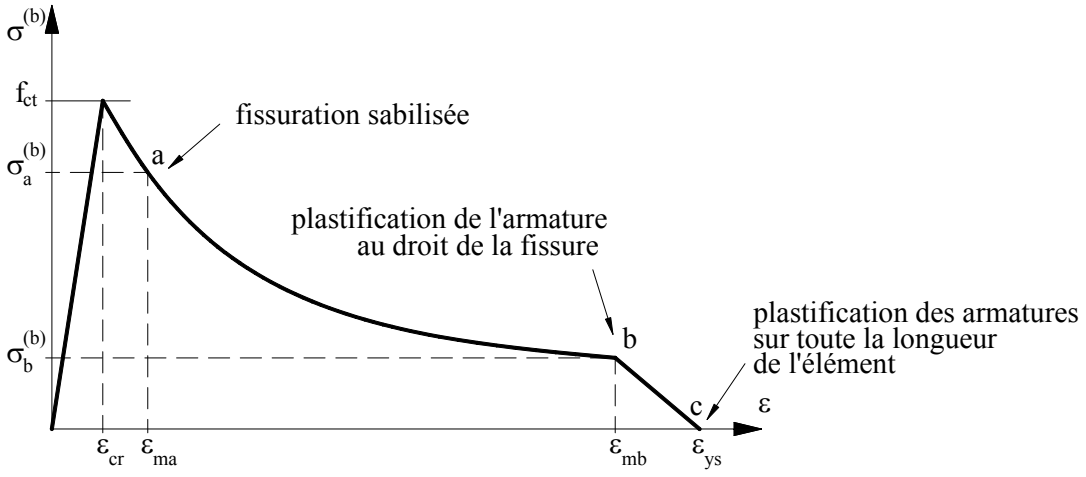


Figure 2.8 Loi de comportement du béton armé en traction uni axiale (Massicotte [45])

Les deux types de modèle du béton (en compression et en traction) sont des modèles de comportement sous sollicitations uniaxiales. En réalité, une structure telle que la dalle en béton est souvent soumise à des sollicitations biaxiales. Dans le paragraphe qui suit, nous développons les principes d'un modèle de comportement qui permet de tenir compte de ces effets et que nous allons utiliser dans la modélisation par la MEF.

2.2.3 Modélisation du béton applicable pour un calcul MEF [59]

La construction d'un modèle de comportement s'appuie sur le souhait de décrire efficacement un ou plusieurs mécanismes physiques sur la base d'hypothèses simplificatrices. L'évolution du comportement du béton se caractérise par une phase élastique, où le matériau retrouve sa configuration initiale lorsqu'il est déchargé. Ensuite, au fur et à mesure que le chargement augmente, des microfissures apparaissent de façon homogène jusqu'à former une macro fissure (visible à l'œil nu). Cette macro fissure va s'accroître et se propager jusqu'à la rupture. L'apparition et le développement de ces fissures jouent un rôle important dans le comportement à la rupture de la structure. A l'état actuel, deux approches principales permettent de décrire ce comportement :

- *l'approche discrète*, qui représente directement l'apparition de la macro fissure comme une discontinuité géométrique. La fissure dans le béton est modélisée comme une séparation entre les éléments du modèle original et la méthode nécessite donc, lors de la modélisation, un changement continu de la topologie du modèle. L'application de cette méthode pour des structures de grande taille est remise en cause par un coût de calcul numérique excessif, puisque celui-ci nécessite à chaque pas la reconstruction du maillage et de la matrice de rigidité ;
- *l'approche continue*, où le matériau fissuré est considéré comme un milieu continu et homogène. L'approche continue repose sur deux théories : la théorie de l'endommagement et la théorie de la plasticité. Dans une modélisation, où l'objectif est de représenter le comportement d'une structure en béton armé, en l'occurrence la dalle en béton d'une poutre mixte, l'aspect macroscopique prédomine sur le comportement microscopique ce qui mène à s'orienter vers les approches continues.

La théorie de l'endommagement traduit au niveau macroscopique l'influence de la dégradation par la formation et la progression de défauts au sein du matériau par l'introduction d'une variable interne représentative de cet état de détérioration. La fissure est alors schématisée par une zone du matériau complètement endommagée. Les redistributions de contraintes qui suivent la concentration des déformations et l'évolution de l'endommagement ont lieu dans une région partiellement endommagée. L'évolution de l'endommagement dans cette zone de macro fissuration détermine la direction de propagation de la fissure. Cette approche est destinée à l'étude de structures dont la taille est largement supérieure à celle des hétérogénéités. Les lois de comportement sont établies sur le volume endommagé et sont attribuées à chaque point de celui-ci.

La théorie de la plasticité était à l'origine utilisée pour décrire le comportement des métaux soumis à des déformations irréversibles. Les critères initiaux de Tresca et de Von Mises valables pour les matériaux métalliques conduisent au critère de Drucker-Prager, valable pour le béton :

$$\sqrt{3\boldsymbol{J}_2} + \alpha \boldsymbol{I}_1 - \boldsymbol{R} = 0 \tag{2.16}$$

avec :

$$\alpha = \frac{2\sin(\phi)}{3-\sin(\phi)} \text{ et } \boldsymbol{R} = \frac{6c\cos(\phi)}{3-\sin(\phi)} \tag{2.17}$$

ϕ et c représentant respectivement l'angle de frottement interne et la cohésion du matériau. Dans le cas du béton, les paramètres du critère sont déterminés en fonction de la résistance en compression uniaxiale f_{cu} et biaxiale βf_{cu} :

$$\alpha = \frac{1-\beta}{2\beta-1} \text{ et } \boldsymbol{R} = \frac{\beta}{2\beta-1} f_{cu} \tag{2.18}$$

Les symboles $\boldsymbol{I_1}$ et $\boldsymbol{J_2}$ représentent respectivement le premier invariant du tenseur de contrainte et le deuxième invariant du déviateur, qui définissent dans l'espace des contraintes principales un domaine au-delà duquel le matériau est considéré comme rompu. La formulation mathématique de ces critères est représentée dans l'espace de contraintes par la surface de charge. Cette surface ne représente alors non plus une limite mais un seuil, définissant l'espace de comportement élastique, évoluant jusqu'à un seuil maximum caractérisant la rupture du matériau.

Le comportement du béton est dissymétrique entre la traction et la compression. Pour décrire ce type de comportement, Feenstra [31] a défini la surface de charge sur la base du couplage de deux surfaces de plasticité. La surface de Drucker-Prager est choisie pour décrire le comportement en compression et la surface de Rankine ($\max(\sigma_1,\sigma_2) - f_{ct} = 0$) pour le comportement en traction (Figure 2.9).

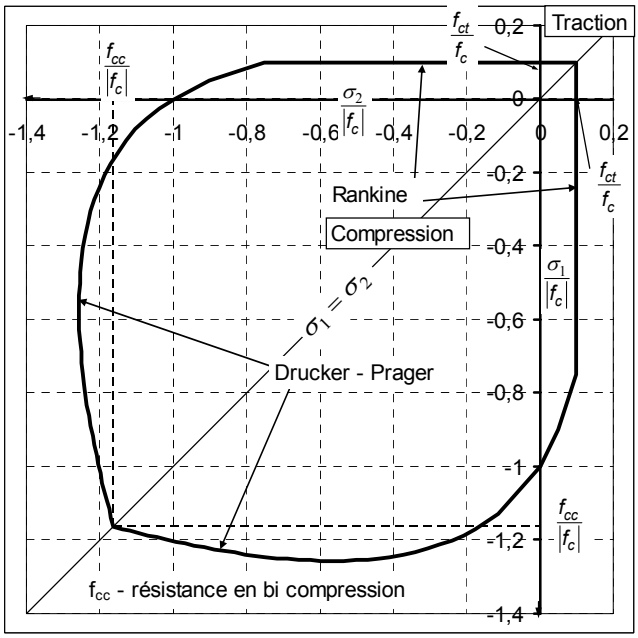


Figure 2.9 Critère de plasticité du béton dans le plan de contraintes principales (σ_3=0)

2.3 Comportement de la connexion acier béton

A l'état actuel, on connaît plusieurs types de connecteurs acier béton qui peuvent être utilisés dans la construction mixte. Chaque type de connecteurs a des caractéristiques spécifiques mais a, avec les autres, les deux points communs suivants :

- les connecteurs sont faits d'acier, fixés sur la poutre métallique et enrobés de béton ;
- les connecteurs sont sollicités par un effort rasant et un effort de traction dû au soulèvement de la dalle.

Les premiers types utilisés avaient des formes simples et étaient soudés à l'arc. Les connecteurs les plus courants au début étaient en forme de cerceau, en forme de T ou en forme de cornière (Figure 2.10).

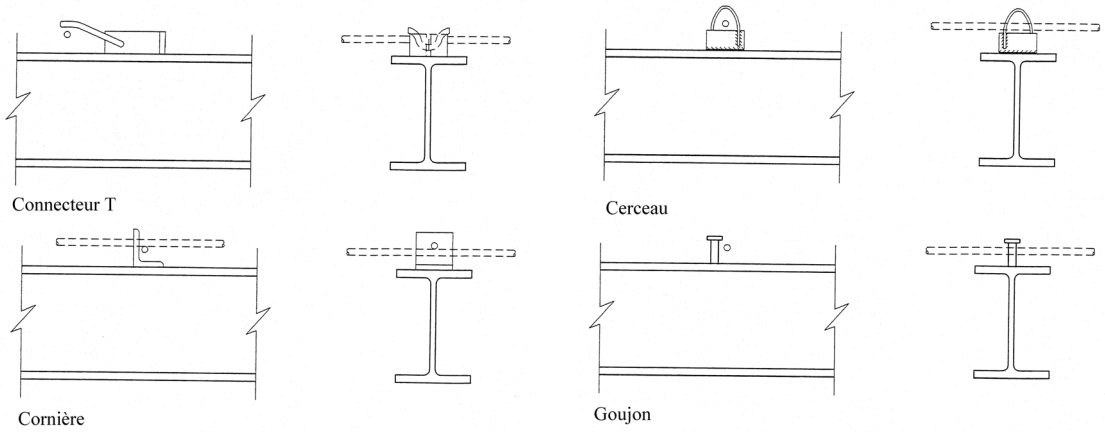


Figure 2.10 Exemples de connecteurs utilisés dans la construction mixte

L'inconvénient majeur de ces connecteurs repose dans la complexité de leur forme et dans le volume de travail lié au soudage sur le chantier. Tous ces inconvénients ont été surmontés avec le développement de connecteurs de type goujons. Leur avantage consiste dans une mise en place rapide et facile, ce qui permet une exploitation beaucoup plus économique des poutres mixtes.

La fonction primaire des connecteurs est d'assurer le transfert des efforts de cisaillement longitudinal entre la dalle et le profilé métallique, d'empêcher le soulèvement de la dalle et de réduire le glissement entre les deux éléments. En effet, les connecteurs mécaniques ne sont pas complètement rigides et un glissement intervient toujours même si des connecteurs sont présents à l'interface acier béton. Le béton qui enrobe le connecteur est sollicité par des efforts liés à l'action locale autour du connecteur et se déforme, permettant la déformation du goujon. Ainsi, la résistance de la connexion est limitée soit par la résistance mécanique du connecteur lui même, soit par la résistance du béton qui l'enrobe. Le connecteur est aussi sollicité par un effort de traction direct. Celui-ci est dû à la tendance au soulèvement de la dalle par rapport à la poutre métallique, combiné avec la déformation horizontale du connecteur. Dans la poutre mixte, les connecteurs mécaniques sont isolés et transfèrent un effort de cisaillement ponctuel dans le béton. Cet effort ponctuel doit alors être distribué dans la dalle au moyen de barres d'armatures perpendiculaires à l'axe de la poutre. Les barres sont placées au dessous de la tête du connecteur et traversent la dalle d'un côté à l'autre. D'autres types de connecteurs, tels que les plaques perforées, permettent de créer une interaction complète entre l'acier et le béton. Toutefois, l'inconvénient majeur de ce type de connecteurs repose dans leur incapacité de développer un comportement ductile.

Ainsi, les trois caractéristiques qui décrivent le comportement de connecteurs mécaniques sont la résistance, la raideur et la capacité de déformation. Même si à première vue on peut supposer que la résistance d'une connexion acier béton dépend principalement de la résistance des connecteurs, en réalité, elle dépend de chacune des ces trois caractéristiques. Prenons l'exemple proposé par Oehlers et Bradford [53] illustré à la Figure 2.11.

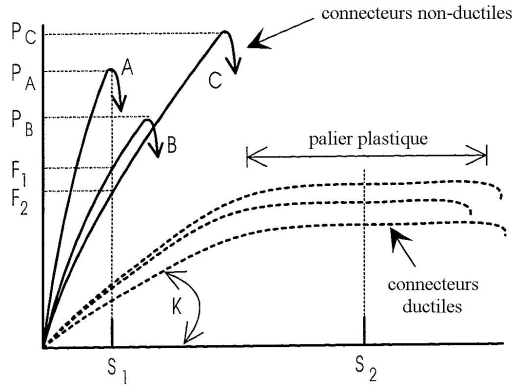


Figure 2.11 Comportement des connecteurs dans la poutre mixte [53]

Considérons un groupe de 3 connecteurs qui ont chacun une résistance P_i et une raideur k_i de valeurs du même ordre, mais pas nécessairement égales. L'approche la plus simpliste pour déterminer la résistance ainsi que la raideur d'une connexion créée par ces trois connecteurs serait de dire que c'est la somme de leurs caractéristiques individuelles. Ceci revient donc à définir une résistance moyenne P_m= (P_A+P_B+P_C)/3 et une raideur moyenne k_m=(k_1+k_2+k_3)/3 qui sera identique pour chacun des trois connecteurs.

Lorsqu'un chargement est appliqué à la poutre, la connexion se déforme et un glissement s_1 se développe dans les connecteurs. Considérons un chargement tel que la résistance du connecteur le plus faible (P_A) soit atteinte. Dans ce cas, on peut encore toujours considérer que l'effort moyen repris par chacun des connecteurs est (P_A+F_1+F_2)/3. En augmentant davantage le chargement, le comportement de la connexion va dépendre de la ductilité des connecteurs. Si le premier connecteur n'est pas capable de développer une déformation plastique au delà du glissement s_1, la résistance de toute la connexion sera limitée par la résistance de ce seul connecteur (P_A). Si le connecteur est suffisamment ductile, les efforts se redistribuent entre goujons et on pourra considérer une résistance moyenne P_m pour chacun des connecteurs.

Un autre phénomène spécifique aux poutres mixtes est la distribution élastique des efforts entre connecteurs le long de la poutre. Les études numériques de Bode et Schanzenbach [16], Sebastian [64] et Szabo [72] montrent, que la distribution de l'effort tranchant à l'état élastique de la poutre dépend de la raideur des connecteurs (Figure 2.12).

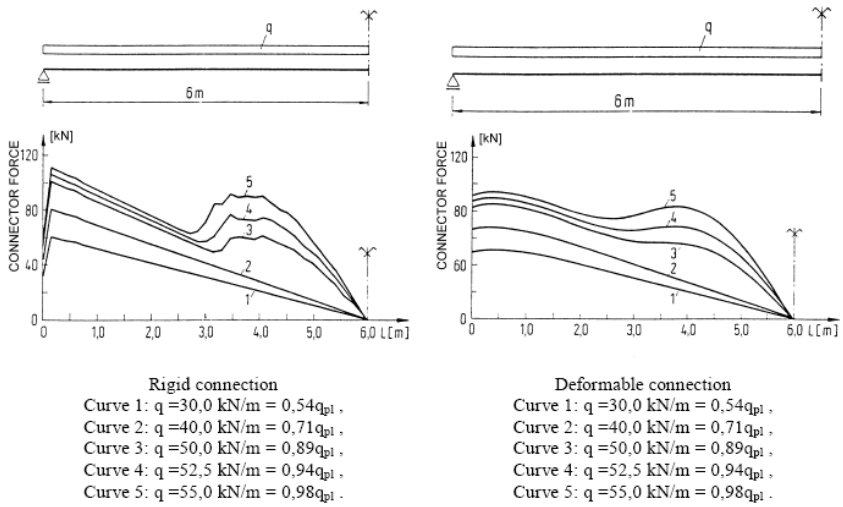


Figure 2.12 Efforts de cisaillement dans des connecteurs rigides et flexibles [16]

Ainsi, pour pouvoir développer des modèles de calcul réalistes, il est nécessaire de connaître la résistance, mais aussi la raideur et la ductilité de chaque connecteur. Chacun de ces trois paramètres peut être établi à partir d'essais expérimentaux normalisés de type push-out dont nous résumons les principes dans le paragraphe suivant. Les principales différences entre les différents types de connecteurs reposent dans le mode de transfert d'efforts (effort concentré pour les goujons et effort distribué pour les connecteurs linéaires) et dans la forme physique du connecteur. Dans les paragraphes qui suivent, nous développons tout d'abord les principes généraux du comportement des connecteurs. Ensuite, nous proposons, de façon détaillée, une analyse du comportement des goujons à tête soudés ainsi que plusieurs types de connecteurs alternatifs.

2.3.1 Évaluation expérimentale du comportement des connecteurs

Les caractéristiques mécaniques des connecteurs sont le plus souvent déterminées par essais expérimentaux. Ces essais, appelés aussi essais push-out, permettent de caractériser le comportement du connecteur vis-à-vis d'un effort rasant au moyen d'une courbe de type force-déplacement (glissement). Le schéma de l'essai push-out normalisé (Eurocode 4) est illustré sur la Figure 2.13.

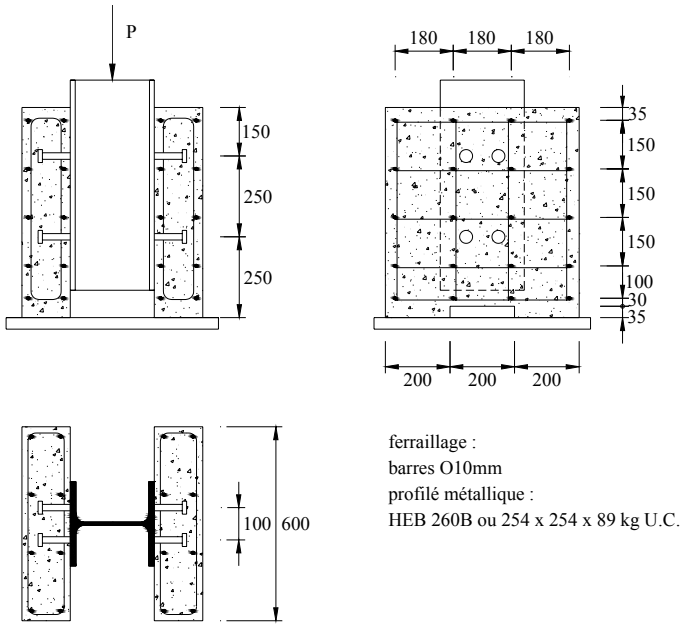


Figure 2.13 Schéma normalisé pour l'essai push-out (Eurocode 4 [1])

L'éprouvette expérimentale est composée d'un morceau de profilé métallique connecté à deux dalles en béton au moyen de 4 connecteurs fixés sur les semelles de chaque côté du profilé métallique. Les dalles sont appuyées sur un support rigide et le chargement est introduit à l'extrémité supérieure du profilé métallique. Le glissement entre la poutre et les deux dalles est mesuré par des capteurs de déplacement. Cette configuration permet de tester deux zones de connexion mais elle a l'avantage d'offrir une symétrie qui facilite la mise en œuvre de l'essai.

Pour évaluer la résistance du goujon, il est nécessaire de réaliser le même essai sur au moins trois éprouvettes identiques. Lorsqu'aucun des trois essais n'a un écart de résistance de plus de 10% de la moyenne calculée, la valeur caractéristique de résistance est prise égale à la plus petite des trois valeurs de charge à la ruine ramenée à un connecteur et réduite de 10%.

La valeur de calcul de la résistance du connecteur est :

$$P_{Rd} = \frac{f_u}{f_{ut}} \frac{P_{Rk}}{\gamma_V} \leq \frac{P_{Rk}}{\gamma_V} \tag{2.19}$$

où

f_u est la limite ultime nominale pour l'acier du goujon ;

f_{ut} est la limite ultime réelle de l'acier du goujon ;

γ_V est le coefficient partiel de sécurité pris égal à 1,25.

La capacité de glissement du goujon s_u doit être prise en tant que la valeur maximale de glissement mesurée. La valeur caractéristique de la capacité de glissement s_{uk} est prise comme la plus petite des valeurs s_u mesurées réduite de 10%. L'Eurocode 4 [1] définit le glissement de 6mm comme critère pour la classification des connecteurs. Ainsi, les connecteurs pour lesquels la valeur de s_{uk} est inférieure sont considérés non ductiles.

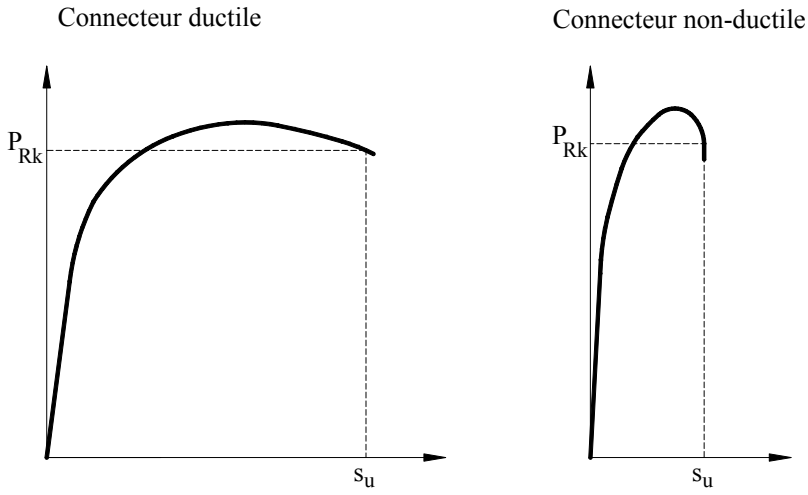


Figure 2.14 Courbes force glissement typiques

Les essais push-out, tels qu'ils sont décrits dans l'Eurocode 4, sont applicables pour n'importe quel type de connecteurs. Dans la partie suivante de ce chapitre, nous allons développer les grands principes de comportement de quelques types de connecteurs. Parmi ces connecteurs, les goujons soudés à tête représentent un groupe spécifique, puisqu'ils sont le type de connecteurs le plus utilisé dans la construction mixte. C'est la raison pour laquelle nous lui portons un intérêt particulier dans notre travail.

2.3.2 Goujons soudés à tête

Les goujons soudés à tête représentent le type de connecteurs le plus couramment utilisé dans la construction mixte. Le principal avantage de ce type de connecteurs repose dans la simplicité et la rapidité de mise en œuvre, qui peut s'effectuer sur le chantier en une opération pour chaque connecteur. De plus, les goujons ne gênent pas la disposition du ferraillage transversal dans la dalle. Le diamètre typique des connecteurs utilisés dans la construction mixte se situe entre 13 et 25mm. Les deux paramètres qui influencent le choix du diamètre du goujon sont le soudage, qui devient difficile et peu économique pour des goujons avec des diamètres supérieurs à 19mm, et l'épaisseur de la semelle sur laquelle le goujon est soudé.

Le comportement mécanique des goujons utilisés en tant que connecteurs acier béton a fait l'objet de plusieurs travaux de recherche depuis les années 1960 et est donc, au moins en ce qui concerne des goujons de forme et dimensions typiques, un sujet relativement bien documenté. On trouve, dans la littérature des travaux sur la résistance, ainsi que sur le comportement général de ce type de connecteurs. Nous allons tout d'abord, à l'aide d'un modèle mécanique simple, déterminer les principaux paramètres qui influencent le comportement d'un goujon. Ensuite, nous développons des modèles de comportement analytiques, dans le but de les utiliser dans la modélisation MEF que nous développons.

2.3.2.1 Modèle mécanique du goujon

Le goujon est un élément métallique enrobé de béton et sollicité par un effort rasant. Son comportement est donc influencé aussi bien par les propriétés de l'acier, que par les propriétés du béton. L'influence des propriétés de ces deux matériaux peut être illustrée par le modèle mécanique (Figure 2.15) développé par Oehlers [54].

Lorsqu'une sollicitation en flexion est appliquée à une poutre mixte, des efforts de cisaillement longitudinal à l'interface acier béton provoquent le glissement entre la dalle et le profilé métallique. Les connecteurs fixés sur la semelle supérieure du profilé métallique agissent donc contre la direction du glissement en s'appuyant sur la dalle en béton. Ainsi, le goujon commence à se déformer et développer sa rigidité et sa résistance.

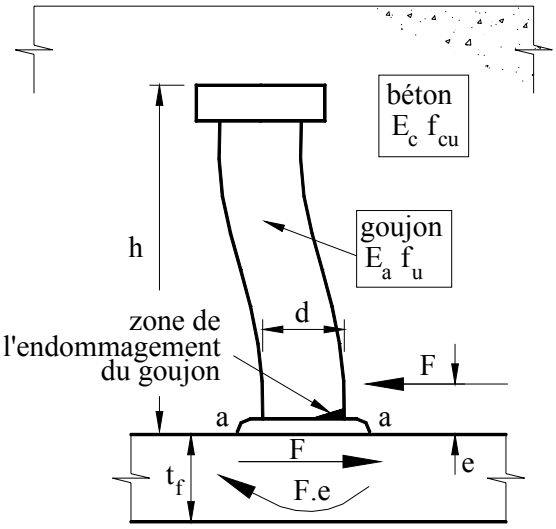


Figure 2.15 Efforts repris par le goujon [54]

Lorsque le goujon vient s'appuyer sur le béton qui l'entoure, celui-ci subit des contraintes qui peuvent dépasser 7 fois sa résistance ultime en compression f_{cu}. La résultante des efforts appliqués par le connecteur sur le béton, notée F, a une excentricité e par rapport à l'interface acier béton. Le goujon ainsi que le béton sont donc soumis à une sollicitation qui peut se résumer pour le connecteur en un effort de flexion et un effort rasant, en plus de l'effort de traction dû au soulèvement de la dalle.

Selon Oehlers et Bradford [54], l'excentricité e dépend du rapport $n=E_{cm}/E_a$ entre les modules d'élasticité de l'acier et du béton. On peut considérer le module d'élasticité de l'acier comme une constante. Le module du béton n'est pas constant, puisqu'il diminue avec la contrainte croissante qui lui est appliquée ce qui augmente l'excentricité e. Ainsi, la part de la sollicitation due à la flexion locale du goujon augmente jusqu'à la ruine. La ruine (et la résistance) du goujon n'est donc pas un phénomène isolé (cisaillement du goujon, écrasement

du béton), mais dépend d'une combinaison de facteurs. La résistance d'un connecteur peut dont s'écrire de la manière suivante :

$$P_{\max} = f\left(A_d;\quad f_u;\quad f_{cu};\quad E_{cm}/E_a\right) \tag{2.20}$$

où f_u est la limite ultime de l'acier du goujon et A_d est l'aire de sa section.

En pratique, on peut distinguer quatre modes de ruine courants pour les goujons (Figure 2.16):

a) ruine par le cisaillement du goujon ;

b) ruine par l'endommagement du béton qui enrobe le goujon ;

c) fissuration du béton : fissuration longitudinale et latérale du béton, les fissures latérales sont appelées Harrengbone (os de Hareng) dans la littérature anglophone;

d) cisaillement longitudinal du béton.

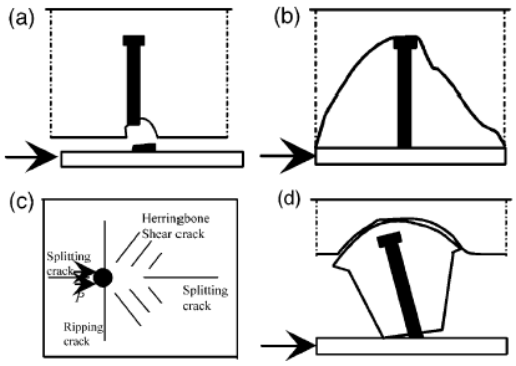


Figure 2.16 Modes de ruine du goujon connecteur [71]

Le premier mode de ruine peut être associé à la résistance de l'acier, les trois restants à la résistance du béton.

Le modèle mécanique que nous venons de décrire résume les phénomènes qui influencent le comportement du goujon. Dans les paragraphes qui suivent, nous allons chercher à quantifier l'influence de ces phénomènes sur la résistance et la loi de comportement du goujon.

2.3.2.2 Résistance du goujon

Lorsque le connecteur est sollicité au sein d'une poutre mixte, sa première fonction est de développer une résistance suffisante pour reprendre l'effort rasant entre la dalle et la poutre métallique. Les premiers travaux sur les goujons datant des années 60 et 70 avaient pour but de caractériser la résistance du connecteur vis-à-vis d'un effort rasant. Il s'agit en somme d'analyses paramétriques qui ont permis de trouver des formules analytiques qui donnent la résistance du goujon sous la forme la plus générale possible [23],[33],[58],[70].

Tableau 2.1 Résistance des goujons lors d'essais push out [*]

Chinn [23]	$P_{\max} = 0,8.d^2 f_{ck} \sqrt{\frac{4000}{f_{ck}}}$
Slutter [70]	$P_{\max} = 52,1.d^2.\sqrt{f_{ck}}$
Goble [33]	$P_{\max} = 49,4.d^2.\sqrt{f_{ck}}$
Ollgaard [58]	$P_{\max} = 0,336 A_d \sqrt{f_{ck} E_{cm}}$

[*] les unités sont mm pour les longueurs et MPa pour les contraintes

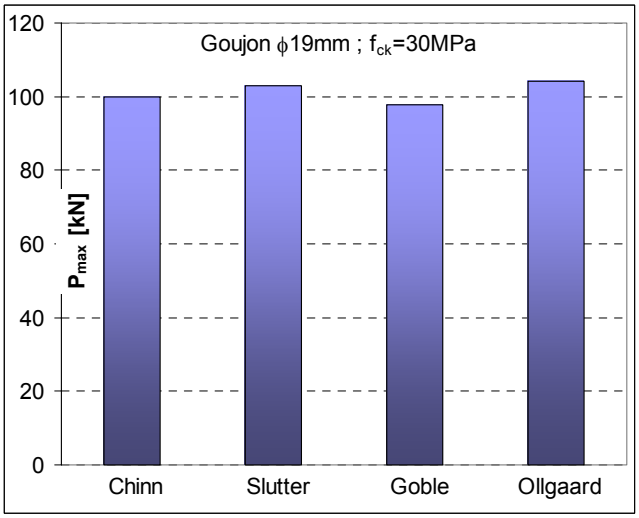


Figure 2.17 Comparaison des formules analytiques pour l'évaluation de P_{max}

La comparaison entre ces formulations faite sur un goujon de diamètre ϕ19mm montre que malgré de légères variations (l'effort rasant $P_{\max}$ donné par les quatre équations est de 97 à 104 kN, Figure 2.17), les formules indiquent des tendances communes pour tous les connecteurs. En effet, hormis quelques cas atypiques (arrachement du goujon lorsque la semelle de la poutre est très fine), ces études recensent deux modes de ruine courants: le cisaillement du goujon et l'éclatement du béton. Dans pratiquement toutes les analyses datant de cette époque, la résistance du goujon est déterminée comme une fonction de la résistance du béton, de l'acier et du diamètre du goujon. Il est à noter que ces trois paramètres ainsi que les deux modes de ruine cités ont été retenus dans les formules de calcul de résistance des goujons proposées dans L'Eurocode 4.

Toutes les analyses décrites jusqu'ici sont basées sur des résultats d'essais push-out « standard », où le goujon est sollicité par un effort rasant direct. Lors de ces essais conventionnels, l'effort rasant dans les connecteurs est transmis dans la dalle en tant qu'effort concentré au niveau des goujons et la dalle n'est donc sollicitée qu'en compression. Toutefois, dans une poutre mixte continue, on s'attend à ce que la dalle soit fissurée au niveau des appuis intermédiaires, où elle est soumise à des moments de flexion négatifs. Le comportement des connecteurs dans une telle dalle fissurée est étudié par Johnson [39] au moyen d'essais push-out modifiés, où un effort de traction direct est appliqué à la dalle (Figure 2.18 a). Toutefois, une conséquence directe de cette fissuration sur la résistance des connecteurs n'a pas pu être démontrée, puisque la résistance des goujons mesurée lors de ces essais représente de $0,64.P_{\max}$ à $1,06.P_{\max}$, où $P_{\max}$ est la résistance du goujon donnée par des essais conventionnels. Toutefois, la fissuration de la dalle a plus d'influence en ce qui concerne la raideur des goujons. En effet dans la plupart des cas, le glissement du connecteur correspondant à un effort $0,8.P_{\max}$, est près de deux fois plus grand que le glissement mesuré lors de tests conventionnels.

Une partie de l'analyse expérimentale de Johnson [39] a permis de mettre en évidence l'effet du soulèvement de la dalle sur la résistance du goujon. Les essais ont été réalisés sur des éprouvettes avec des connecteurs de diamètre ϕ égal à 8mm. Les barres de ferraillage sont fixées en dehors de la dalle dans des appuis articulés (Figure 2.18 b). Ainsi, lorsqu'un

déplacement vertical est imposé au profilé métallique, la dalle se soulève par rapport au profilé métallique sollicitant le connecteur par une combinaison d'effort rasant et de traction directe. Toutefois, les effets de l'effort rasant restent prédominants puisque dans la plupart des cas, le mode de ruine observé est le cisaillement du goujon.

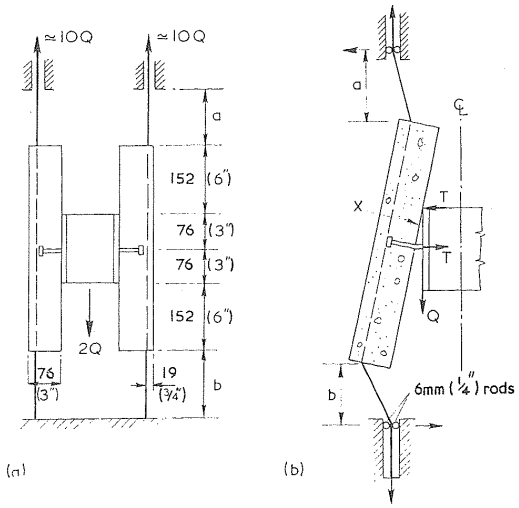


Figure 2.18 Schéma de l'essai push-out avec soulèvement de la dalle [39]

Cependant, la valeur de la résistance au cisaillement du goujon est plus faible avec la présence de l'effort de traction. Pour tenir compte des effets de soulèvement, la formule suivante est proposée:

$$P_T = P_{\max} - T_u / \sqrt{3} \tag{2.21}$$

où T_u est la traction dans le connecteur qui correspond à une sollicitation $P_{\max}$. D'une façon plus générale et sans plus de justifications, Johnson [39] propose, à l'issue de cette analyse, de réduire la résistance des connecteurs de 20% lorsqu'ils se trouvent dans une dalle fissurée. Cette hypothèse serait valable pour des goujons dont le diamètre est inférieur à 22mm.

Dans tous les travaux précédemment cités, l'intérêt est porté seulement à la valeur de la résistance du goujon qui est prise comme la force maximale atteinte durant l'essai. Par contre, l'allure de la loi de comportement qui traduit la partie de la courbe force-glissement avant et après la charge maximale n'a pas été considérée. Dans le paragraphe qui suit, nous nous intéressons aux modèles analytiques qui décrivent le comportement du goujon dans toute la phase qui précède la ruine.

2.3.2.3 Lois de comportement des goujons

L'étude paramétrique expérimentale effectuée par Ollgaard [58] sur 48 éprouvettes a permis de décrire le comportement des goujons du début de chargement jusqu'à la ruine. Les essais ont aussi mené à une nouvelle formulation de la résistance du connecteur (Tableau 2.1), qui d'après les auteurs est mieux adaptée pour tenir compte du caractère du béton (la résistance des goujons dans le béton allégé est environ 15% à 25% inférieure à celle de goujons dans une dalle en béton normal). Toutefois, le principal apport du travail de recherche effectué par Ollgaard [58] reste la formulation analytique de la courbe force-glissement, applicable aux connecteurs de dimensions typiques :

$$P_i = P_{\max}\left(1 - e^{-0.709 s_i}\right)^{0.4} \tag{2.22}$$

Une loi de comportement de même type a été proposée par Aribert [9] :

$$P_i = P_{\max}\left(1 - e^{-c_1|s_i|}\right)^{c_2} \tag{2.23}$$

où c_1 et c_2 sont deux constantes qui dépendent de la géométrie du goujon (hauteur, diamètre), de l'espacement des goujons, des caractéristiques du béton d'enrobage, etc.

Dans le même esprit, Oehlers et Coughlan [50] ont effectué 116 essais push-out sur des goujons de diamètre 13, 19 et 22mm pour démontrer le caractère flexible de ce type de connecteurs et formuler leur raideur en cisaillement. La relation force-glissement est proposée sous la forme suivante :

$$s = A + Bf_{cu} \tag{2.24}$$

où f_{cu} est la résistance cubique du béton et A, B sont des coefficients définis dans le Tableau 2.2.

Tableau 2.2 Courbe force-glissement proposée par Oehlers et Coughlan [50]

P/P_{max}	$A\ (10^{-3})$	$B\ (-10^{-5})$	*Nombre d'éprouvettes analysées*	*Ecart type*
0,1	22	20	42	0,013
0,2	40	37	42	0,018
0,3	52	48	42	0,021
0,4	63	55	41	0,023
0,5	80	73	40	0,026
0,6	102	96	37	0,027
0,7	120	102	31	0,030
0,8	143	108	25	0,025
0,85	138	72	22	0,021
0,9	156	70	18	0,025
0,95	223	119	11	0,030
0,99	319	170	10	0,033
1	371	208	10	0,029
1	406	251	10	0,030
0,99	475	356	9	0,035
0,95	453	178	5	0,048

Dans des travaux postérieurs, Oehlers [53] a utilisé les résultats de cette série d'analyses expérimentales pour formuler la raideur sécante du goujon en tant que :

$$k_{sc} = \frac{P_{\max}}{d\left(0,16 - 0,0017 f_{ck}\right)} \tag{2.25}$$

Les résultats de l'analyse de Oehlers et Coughlan [50] montrent aussi une relation entre les dimensions du goujon et le glissement à la ruine. Celui-ci s'est avéré être égal à environ un tiers du diamètre du goujon. En utilisant la résistance du goujon, la capacité de glissement du goujon a été exprimée par la formule suivante :

$$s_u = d\left(0,48 - 0,0042 f_{ck}\right) \tag{2.26}$$

Les analyses expérimentales citées ci-dessus ont permis d'identifier les modes de ruine des goujons ainsi que l'influence des caractéristiques des matériaux sur leur comportement. On retrouve des tendances similaires dans les approches analytiques de l'Eurocode 4.

2.3.2.4 Modèle de l'Eurocode 4

L'Eurocode 4 détermine la valeur de calcul de la résistance du goujon en considérant les deux modes de ruine les plus observées expérimentalement (cisaillement du goujon et éclatement du boulon). Les valeurs de résistance relatives à ces modes de ruine sont données par les formules 2.27 (cisaillement du goujon) et 2.28 (éclatement du béton).

$$P_{Rd} = \frac{0,8.f_u.\pi.d^2}{\gamma_v} \tag{2.27}$$

$$P_{Rd} = \frac{0,29.\alpha^2.d^2\sqrt{f_{ck}.E_{cm}}}{\gamma_v} \tag{2.28}$$

Le paramètre α est défini en fonction de la géométrie des goujons par les formules suivantes :

$$\alpha = 0,2\left(\frac{h_{sc}}{d}+1\right) \qquad \text{pour } 3 \le h_{sc}/d < 4 \tag{2.29}$$

$$\alpha = 1 \qquad \text{pour } h_{sc}/d \ge 4 \tag{2.30}$$

Pour la classification de la ductilité des goujons, le critère de la capacité de déformation égale à 6mm est adopté. Cependant, les résultats d'essais push-out montrent que cette exigence est satisfaite pur les goujons soudés à tête d'une longueur hors tout après soudage d'au moins 4 fois le diamètre et d'un diamètre de fût se situant dans la gamme de 16 à 22mm. Ceci couvre la majorité des cas pratiques où les connecteurs de type goujons sont utilisés.

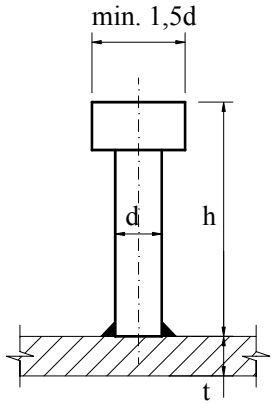


Figure 2.19 Dimensions du goujon connecteur [1]

La raideur de la connexion peut être déterminée en tant que $0,7.P_{Rk}/s$, où s est le glissement qui correspond à un chargement égal à $0,7.P_{Rk}$. Alternativement, la valeur k_{sc}=100kNmm^{-1} peut être prise pour des goujons de diamètre ϕ19mm.

2.3.2.5 Validation des modèles analytiques par l'expérience

L'application de certains des modèles analytiques présentés dans les paragraphes précédents est étudiée par comparaison à des résultats d'essais expérimentaux push-out, qui ont étés mis à notre disposition par Lachal [79]. L'essai Push-out est réalisé selon les principes normalisés sur quatre éprouvettes (POM1 à POM4) constituées chacune de deux dalles, de dimensions 600x150 et de résistance cylindrique f_c=40MPa, reliées à un profilé HEB 260-S355 par 4

goujons NELSON ϕ19mm avec une hauteur de 100mm. Un chargement monotone conforme à l'Eurocode 4 était appliqué.

Dans tous les cas observés, la ruine de la connexion s'est produite par le cisaillement du goujon. Avant d'atteindre le cisaillement des goujons, il s'est produit un décollage à l'interface acier béton suivi du glissement des dalles due à la flexion des goujons. Une fois l'essai terminé, un écartement de la dalle par rapport au profilé est remarqué. La résistance retenue pour le goujon est égale à la moyenne des 4 essais (P_{max}=158,67kN avec un écart type de 2,88kN). La capacité de glissement moyenne était de 7,77mm. Les valeurs de résistance mesurées expérimentalement et calculées par les formules analytiques citées précédemment sont données dans le Tableau 2.3. Les calculs analytiques sont effectués en utilisant les caractéristiques réelles des matériaux (goujon et béton).

Tableau 2.3 Caractéristiques expérimentales et analytiques du goujon

Essai			**Analytique**		
Force maximale	Résistance caractéristique	Capacité de glissement	Force maximale [58]	Résistance caractéristique Eurocode 4	Capacité de glissement [53]
P_{max} [kN]	$P_{rk,exp}$ [kN]	s_{ult} [mm]	P_{max} [kN]	$P_{rk,EC4}$ [kN]	s_{ult} [mm]
158,6kN	137,95	7,77	148,34	122,42	6,41

La Figure 2.20 montre la comparaison entre les quatre courbes expérimentales force-glissement et celles données par les formules analytiques proposées par Ollgaard [58] et Oehlers [50]. Dans ces deux formules analytiques, la valeur de résistance considérée est prise égale à P_{max}=158,6kN (Tableau 2.3).

La loi de comportement proposée par Ollgaard [58] semble être mieux adaptée pour ce type de goujons et en particulier en phase initiale de comportement. C'est la raison pour laquelle nous allons retenir cette loi de comportement pour l'utiliser dans la modélisation MEF. En ce qui concerne la raideur du goujon, les deux valeurs proposées par l'Eurocode 4 sont très proches. La raideur donnée par les quatre essais est égale à k_{sc}=95kNmm^{-1} alors que la valeur proposée pour les goujons ϕ19mm est égale à k_{sc}=100kNmm^{-1}.

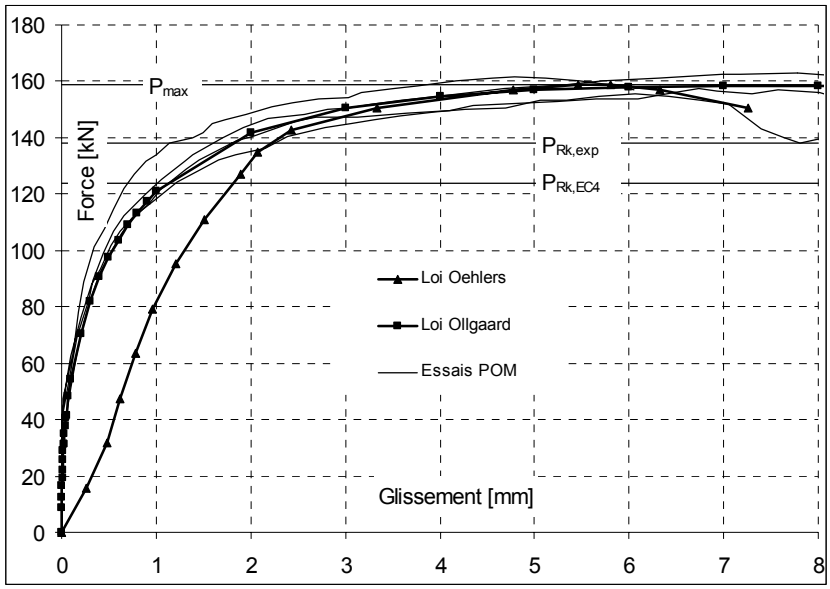


Figure 2.20 Comparaison de courbes force-glissement analytiques et expérimentales

2.3.2.6 Bilan

En somme, tous les goujons de forme et dimensions typiques remplissent les critères de ductilité, ce qui leur donne un avantage net par rapport à d'autres types de connexion. Toutefois, afin d'illustrer d'autres modes de transfert de cisaillement, et ce notamment par des connecteurs rigides, nous développons dans la partie suivante les principes de comportement de quelques autres types de connecteurs alternatifs.

2.3.3 Autres types de connecteurs

Même si les goujons soudés à tête se sont imposés comme étant les éléments de connexion les plus efficaces, d'autres types de connecteurs peuvent, sous certaines conditions, présenter quelques avantages comparatifs. Parmi ces connecteurs, nous avons choisi 2 types qui se distinguent des goujons non seulement par la géométrie, mais aussi par les principes de fonctionnement :

- connexion par boulons HR précontraints;
- connexion linéaire (plaque perforée).

2.3.3.1 Connexion par boulons HR précontraints

Le principe de ce type de connexion développé dans les années 1970 [44] est d'attacher la dalle en béton à la poutre métallique en utilisant des boulons précontraints. Ainsi, de manière analogue aux assemblages utilisés dans la construction métallique, l'effort rasant entre les éléments connectés est transmis par frottement à l'interface. En phase élastique, la résistance de la connexion ne devrait donc dépendre que de l'effort de précontrainte appliqué dans les boulons. La résistance en cisaillement des boulons n'entre en jeu que lorsqu'un glissement se produit entre les deux éléments connectés et les boulons commencent à se déformer sous l'effet de ce glissement.

Le comportement mécanique de ce type de connexion a été analysé par Marshall [44] en utilisant une série d'essais push-out sur des éprouvettes avec des dalles en béton coulées sur

place ou préfabriquées. Les essais expérimentaux montrent que le comportement initial de la connexion est parfaitement rigide sans aucun glissement entre la dalle et la poutre métallique. Toutefois, après avoir atteint un seuil de chargement, dont la valeur n'est pas spécifiée de manière plus précise, un glissement *s* commence à apparaître à l'interface entre les deux éléments. Ce glissement irréversible, comme on peut s'en apercevoir sur les branches de déchargement (Figure 2.21), est dû non pas à la déformation des boulons, mais à la perte de précontrainte. Les boulons viennent s'encastrer dans le béton, mais restent droit. A ce stade, la résistance est donc encore toujours entièrement assurée par le frottement à l'interface acier béton, qui toutefois diminue en raison de la perte de précontrainte.

Lorsque le chargement atteint 50% environ de la charge de ruine de la connexion, les boulons commencent à se déformer et ainsi développer le mécanisme de transfert d'efforts décrit pour les goujons. Ainsi, la connexion devient plus rigide et le diagramme force glissement change de pente. A l'état ultime, la ruine se produit dans chacun des cas analysés par le cisaillement des boulons, ce qui laisserait à penser qu'à ce stade, la résistance de la connexion n'est plus assurée que par le résistance des boulons vis-à-vis d'un effort rasant, comme c'est le cas de la connexion par goujons. Toutefois, une certaine influence de la précontrainte appliquée dans les boulons sur la résistance de la connexion est aussi démontrée (Figure 2.22).

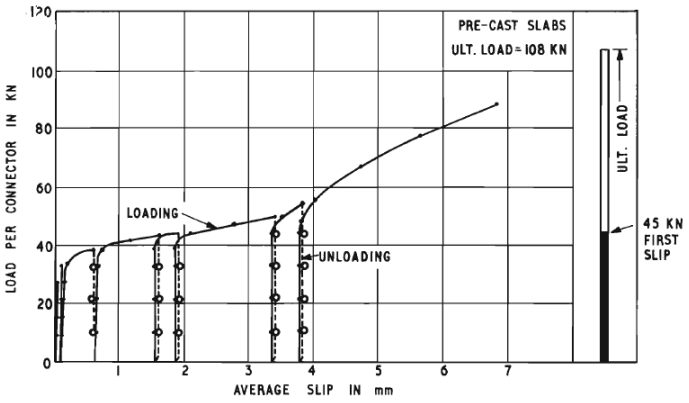


Figure 2.21 Diagramme force – glissement (essai push-out sur boulon précontraint) [44]

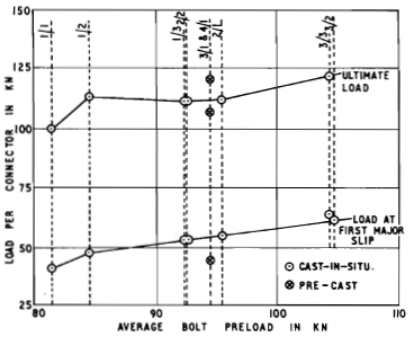


Figure 2.22 Influence de la précontrainte sur la résistance de la connexion [44]

L'avantage majeur de ce type de connexion est le fait, qu'il permet l'utilisation de dalles préfabriquées dans la construction mixte [44]. Plusieurs ouvrages avec une connexion acier béton de ce type ont par ailleurs été réalisés dans plusieurs pays, sans qu'aucune méthode de calcul pour ce type de connexion ne soit publiée ou normalisée. Toutefois, dans les pays développés, cette méthode de connexion n'a pas trouvé une application plus large, puisque d'autres types de connexion pour dalles préfabriquées (regroupement de connecteurs par poches) se sont avérés plus efficaces. Par ailleurs, l'utilisation de ce type de connexion est envisageable dans les pays où la main d'œuvre coûte moins cher et où l'accès à la technologie des goujons n'est pas aisé (coût, contrôle, maintenance matériel).

2.3.3.2 Connexion linéaire (plaque perforée)

Ce type de connecteurs a été pour la première fois développé par l'entreprise allemande Leonhardt, Andra, and Partners de Stuttgart pour la construction du pont sur la rivière Caroni au Venezuela. La connexion est réalisée par une plaque en acier avec une série d'ouvertures soudée sur la semelle supérieure du profilé métallique et enrobée de béton. Pendant le bétonnage de la dalle, les ouvertures dans la plaque sont remplies de béton, formant ainsi des cylindres qui fournissent la résistance au cisaillement longitudinal et préviennent la séparation verticale entre la dalle et le profilé métallique.

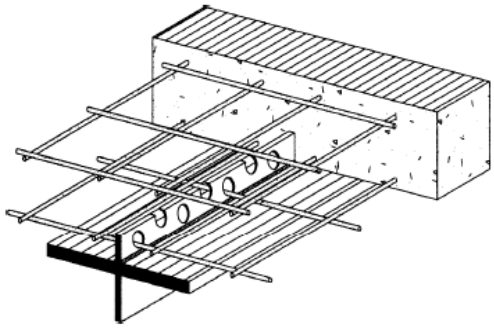


Figure 2.23 Schéma type d'une plaque perforée [43]

Plusieurs séries d'analyses expérimentales [56][57][43][75] montrent un nombre de paramètres caractéristiques qui influencent le comportement de ce type de connecteurs, notamment les modes de ruine. Celle-ci se produit par une fissuration longitudinale de la dalle sur toute la longueur de la poutre, par l'écrasement du béton autour du connecteur ou par un glissement non contrôlable de la dalle par rapport au profilé métallique. Dans tous les cas répertoriés dans ces analyses, la plaque métallique reste intacte même après la ruine de la connexion. La seule exception a été observée pour la dalle renforcée par un ferraillage excessif. Dans ce cas, la ruine a été localisée dans la dernière ouverture de la plaque à l'extrémité de la poutre [43] qui supporte la contrainte de cisaillement la plus élevée sans avoir de ductilité suffisante.

De façon générale, le comportement mécanique de ce type de connecteurs dépend du matériau et des dimensions de la dalle béton, de la section de ferraillage et du diamètre des ouvertures dans la plaque. En partant de ces trois paramètres, Oguejiofor et Hosain [56] proposent une formulation analytique de la résistance d'une plaque perforée sous la forme suivante :

$$P_{\max} = 4,5htf_{cu} + 0,91A_{tr}f_y + 3,31nd^2\sqrt{f_c} \tag{2.31}$$

où f_c est la résistance du béton en compression, f_y est la limite élastique de l'acier, A_c est la section en cisaillement de la dalle en béton, A_{tr} est la section des barres transversales passant à travers les ouvertures dans la plaque perforée, d est le diamètre des ouvertures dans la plaque, n est le nombre d'ouvertures dans la plaque, h est la hauteur du connecteur plaque et t son épaisseur.

Cependant, les analyses expérimentales menées par Valente et Cruz [75] ont remis en question une application générale de la formule (2.31), notamment pour des bétons légers. La résistance calculée était toujours inférieure à celle mesurée à l'issue des tests expérimentaux. L'autre information essentielle tirée du travail de Valente [75] est le caractère fragile du comportement de ce type de connecteurs. Pour tous les essais effectués dans le cadre de cette analyse, la ruine de la connexion intervient immédiatement après l'atteinte de la résistance du connecteur. Le glissement mesuré à la ruine des connecteurs est dans tous les cas très inférieur à 6mm, critère minimal donné par l'Eurocode 4 pour classifier un connecteur en tant que ductile (Tableau 2.4).

Tableau 2.4 Résistance et ductilité des connecteurs obtenus par Valente [75]

Numéro d'essai	f_{cu} [MPa]	P_{max} (kN)	s_u (mm)
CP 1.1	60.30	317.7	1.68
CP 2.1	59.24	390.6	1.39
CP 3.1	60.46	237.7	2.20
CP 4.1	64.24	502.1	1.58

L'analyse expérimentale menée par et Machacek et Studnicka [43] a montré l'influence du ferraillage latéral de la dalle et du diamètre des trous dans la plaque sur la résistance et la capacité de glissement du connecteur. Les modes de ruine des connecteurs sont toujours les mêmes que ceux décrits précédemment dans le texte, toutefois, une certaine influence du ferraillage sur la ductilité de la connexion est observée. A l'issue de ces essais, une formulation est proposée pour la résistance caractéristique d'une plaque perforée. Elle est donnée sous la forme suivante :

$$P_{Rk} = -68 + 12,4 f_{ck} + 797 A_{st} \text{ en } [\text{Nmm}^{-1}] \tag{2.32}$$

où f_{ck} est la valeur caractéristique de la résistance du béton. La valeur de calcul est :

$$P_{Rd} = -49 + 8,8 f_{ck} + 568 A_{st} \text{ en } [\text{Nmm}^{-1}] \tag{2.33}$$

Le cœfficient partiel de sécurité est :

$$\gamma_v = P_{Rd} / P_{Rk} = 1,40 \text{ en } [\text{Nmm}^{-1}] \tag{2.34}$$

Le développement de ces connecteurs est prometteur surtout dans la construction de ponts, où il peut représenter une alternative réelle par rapport aux goujons. Dans ce cas, la faible capacité de déformation ne pose pas problème puisque la résistance de la structure ne peut être établie que par des méthodes d'analyse élastique. Au contraire, la grande raideur de ce type de connecteurs représente plutôt un atout puisqu'il permet d'avoir des structures avec une grande raideur en flexion, ce qui peut être recherché dans certaines situations.

Toutefois, la ductilité limitée de ce type de connecteur représente un sérieux handicap pour une application plus large dans le bâtiment. En effet, ce paramètre peut s'avérer pénalisant surtout par rapport à l'analyse de la structure, où il pourrait limiter le développement de mécanismes plastiques dans la structure mixte et ce notamment dans le cas de poutres avec une connexion partielle.

2.4 Conclusion

Dans ce chapitre, essentiellement bibliographique, nous avons exposé les lois de comportement de l'acier, du béton ainsi que de plusieurs types de connecteurs. Nous avons montré que l'acier et le béton sollicité en compression peuvent être assimilés, jusqu'à une certaine valeur de chargement, à des matériaux élastiques. Le phénomène de fissuration du béton sollicité en traction a été illustré par un modèle de comportement analytique. Enfin, nous avons sélectionné un modèle de comportement du béton sous un état de contraintes bi axial, qui va être utilisé dans la modélisation par éléments finis.

L'analyse du comportement des connecteurs a permis d'identifier l'importance de la résistance, de la raideur et de la ductilité des connecteurs vis-à-vis de la résistance de la connexion. Elle a aussi permis de montrer les avantages structuraux et technologiques des connecteurs de type goujons. La comparaison à l'expérience a permis de valider le modèle analytique du goujon, qui sera par la suite utilisé dans la modélisation MEF.

Les informations sur le comportement des composants de la poutre mixte présentées dans ce chapitre vont nous servir de référence lors du développement des modèles de calcul analytiques et MEF. Toutefois, avant de développer ces modèles, il nous semble utile de rappeler les principes de l'analyse globale des structures selon l'Eurocode 4 en considérant que celui-ci sera le cadre du dimensionnement des structures mixtes en Europe et au delà.

Chapitre 3
Méthodes d'analyse et de dimensionnement de l'Eurocode 4

3. Méthodes d'analyse et de dimensionnement de l'Eurocode 4

Pour satisfaire aux exigences de résistance et d'utilisation d'une structure, l'Eurocode 4 s'appuie sur les vérifications aux états limites. Les états limites ultimes (ELU) sont associés à la ruine de la structure tandis que les états limites de service (ELS) correspondent à des états au-delà desquels les critères d'exploitation normale ne sont plus satisfaits.

Tout en faisant référence, dans beaucoup de cas, aux codes de calcul pour l'acier et le béton, l'Eurocode 4 introduit des concepts spécifiques à la construction mixte. Les principes pour le calcul des actions sur la structure mixte sont définis dans le chapitre consacré à l'analyse globale (chapitre 5). De façon analogue à l'Eurocode 3, le choix de la méthode pour l'analyse globale dépend de la capacité de la structure à justifier un comportement ductile à l'ELU et donc de la classification des sections de la poutre mixte. Ainsi, on a le choix entre l'analyse rigide plastique, basée sur le concept de rotule plastique, permettant de déterminer le mécanisme de ruine de la poutre et son chargement ultime associé et l'analyse élastique basée sur la théorie élastique classique des poutres. Le domaine d'application de l'analyse rigide plastique est limité au calcul des actions à l'ELU dans les poutres capables de développer une rotule plastique avec une capacité de rotation suffisante. L'analyse élastique peut être utilisée pour tous types de poutres quelle que soit la classe de leur section. La troisième option, quand à l'analyse globale de la structure, est l'analyse non-linéaire. Sans donner plus de précisions sur les méthodes et les principes de ce type d'analyse, à part la référence aux lois de comportement du béton et de l'acier définis dans l'Eurocode 2 et l'Eurocode 3 et la nécessité de tenir compte du comportement de la connexion, l'Eurocode 4 ne définit pas de limitations à l'utilisation de ce type d'analyse. Ceci laisse le champ ouvert au développement et à l'utilisation de modèles de calcul avancés.

En ce qui concerne les vérifications aux ELU, l'Eurocode 4 fait une large place au calcul plastique. La résistance de la structure mixte peut être déterminée par un calcul plastique pour les sections soumises à la traction, à la compression ou à la flexion chaque fois que ces sections sont de classe 1 ou 2. Le calcul plastique est également utilisé pour déterminer la résistance à l'effort tranchant. Toutefois, la résistance élastique peut être utilisée dans tous les cas sans restriction.

La vérification aux ELS vise à contrôler en particulier :

- les déformations ou flèches affectant l'aspect ou l'exploitation efficace de la construction ou provoquant des dommages aux finitions ou aux éléments non structuraux ;
- les vibrations incommodant les occupants, endommageant le bâtiment ou limitant son efficacité fonctionnelle ;
- la fissuration du béton tendu, susceptible d'altérer l'aspect, la durabilité ou l'étanchéité des éléments ;
- le glissement au niveau des interfaces acier-béton de manière à ne pas remettre en cause certains calculs de vérification où les effets du glissement sont négligés.

Dans ce chapitre, nous nous limitons aux méthodes d'analyse élastique, qui ont une application générale à tous les types de structures. Nous développons plus en détail les grands principes de la vérification des structures mixtes à l'ELU et à l'ELS.

3.1 Analyse globale de la structure

L'analyse globale a pour objet de déterminer les effets des différentes combinaisons d'actions appliquées à la structure. Ceci concerne le moment fléchissant et l'effort pour les vérifications aux ELU et les flèches pour la vérification aux ELS. Trois types d'analyse globale sont envisageables en pratique :

- l'analyse **rigide-plastique**, basée sur le concept de rotule plastique, permettant de déterminer le mécanisme de ruine de la poutre et son chargement ultime associé. Cette méthode n'est toutefois applicable que pour des vérifications à l'ELU pour des poutres dont le comportement est suffisamment ductile pour considérer qu'elles peuvent développer un mécanisme plastique ;
- l'analyse **élastique**, basée sur la théorie élastique classique des poutres. En réalité, compte tenu de l'importance de l'effet de perte de rigidité due à la fissuration du béton en zones de moments négatifs, il convient de distinguer deux types d'analyse élastique, l'une dite « non fissurée » et l'autre dite « fissurée ». Ce type d'analyse est applicable pour le calcul des actions et flèche et ce même pour les poutres, donc la résistance est déterminé par l'analyse plastique ou non-linéaire ;
- l'analyse **non-linéaire**. Celle-ci peut intégrer le comportement non linéaire des matériaux et de la connexion. Elle peut aussi intégrer tous les phénomènes non linéaires associés aux poutres mixtes (contact, grands déplacements, instabilité locale ou globale).

3.1.1 Largeur efficace

Un concept commun à tous les types d'analyses, et ce aussi bien à l'ELU qu'à l'ELS, est la notion de largeur efficace. Dans un plancher constitué d'une dalle horizontale et d'un système de poutres métalliques, la largeur efficace est la largeur de la dalle qui contribue à la flexion générale d'une poutre de plancher.

La valeur de la largeur efficace dépend de plusieurs facteurs (chargement, conditions d'appui). Cependant, l'Eurocode 4 permet de calculer cette valeur à partir de formules simplifiées avec une application généralisée. La largeur efficace de chaque côté du profilé métallique b_e est ainsi calculée comme $l_0/8$, où l_0 est la distance entre les points de moments fléchissant nuls. Cependant, cette valeur doit rester inférieure à la demi-distance entre deux poutres métalliques. La largeur efficace de la dalle qui participe à la section mixte est alors obtenue en additionnant les deux demi largeurs de chaque côté :

$$b_{eff} = b_{e1} + b_{e2} \tag{3.1}$$

où

$$b_{ei} = \min\left(b_i; l_0/8\right) \tag{3.2}$$

Dans le cas des poutres continues, la longueur l_0 est définie pour la zone des moments positifs de la façon suivante :

- pour une travée d'extrémité : l_0=0,8L_i ;
- pour une travée intérieure : l_0=0,7L_i;
- où L_i est la longueur de la travée (Figure 3.1).

Dans la zone des moments négatifs, au niveau des appuis intermédiaires pour les poutres continues, la valeur de l_0 peut être prise en tant que :

$$l_0 = 0,25\left(L_1 + L_2\right) \ ; \tag{3.3}$$

où L_1 et L_2 sont les longueurs des travées adjacentes à l'appui intermédiaire.

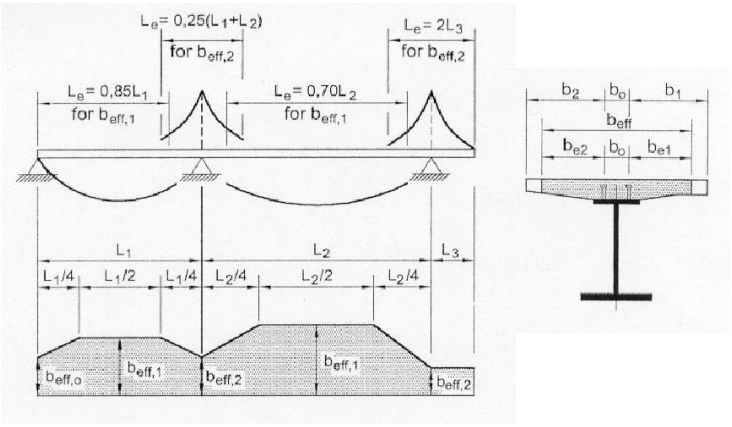


Figure 3.1 Longueurs de travées à utiliser pour le calcul de l_0

3.1.2 Classification des sections

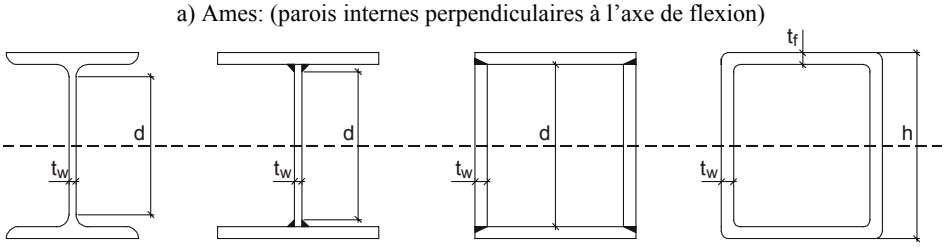
Le choix des méthodes d'analyse dépend de la capacité de la structure à justifier un comportement ductile à l'ELU. Comme la section mixte est constituée d'un profilé métallique et d'une dalle en béton, les zones les plus sensibles à la ruine par voilement sont les parois comprimées du profilé métallique. C'est sans doute la raison pour laquelle la classification de la section mixte se fait à l'aide de critères analogues à ceux de l'Eurocode 3 à partir des élancements critiques de l'âme et de la semelle comprimée (Tableau 3.1 et Tableau 3.2). Comme pour les sections en acier seul, quatre classes de sections sont définies dans L'Eurocode 4 :

- **Classe 1** – section plastique, pouvant former une rotule plastique avec la capacité de rotation requise pour une analyse plastique;
- **Classe 2** – section pouvant développer le moment de résistance plastique avec une capacité de rotation limitée;
- **Classe 3** – section dont la contrainte maximale dans les fibres extrêmes peut atteindre la limite d'élasticité, mais dont le voilement local est successible d'empêcher le développement du moment résistent plastique;
- **Classe 4 –** section dont la résistance est déterminée avec prise en compte des effets de voilement local.

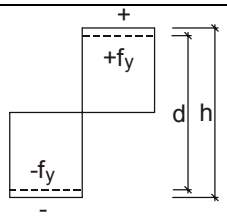
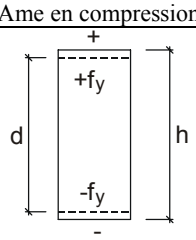
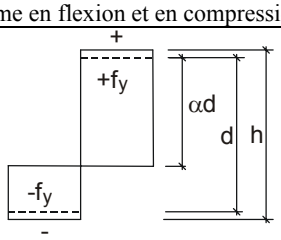
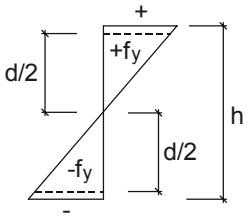
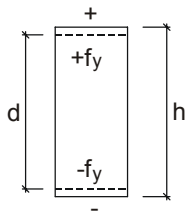
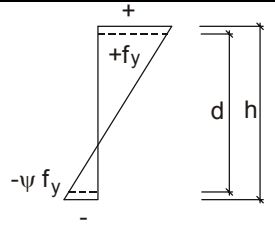
Pour la classification de l'âme, on définit d'abord la position de l'axe neutre plastique pour définir la partie en compression. Si après vérification, l'âme est en dehors des classes 1 et 2, elle doit être considérée en classe 3 ou 4 et justifier donc un calcul élastique sur la section brute ou efficace (réduite par le voilement local).

Tableau 3.1 Critères pour la classification de l'âme d'un profilé métallique [1]

a) Ames: (parois internes perpendiculaires à l'axe de flexion)



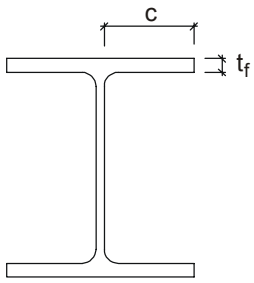
$d = h - 3t \quad (t = t_f = t_w)$

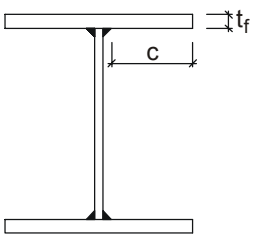
Classe	Ame en flexion	Ame en compression	Ame en flexion et en compression
Distribution des contraintes (compression comptée positive)			
1	$d / t_w \leq 72\varepsilon$	$d / t_w \leq 33\varepsilon$	lorsque $\alpha \geq 0{,}5$: $d / t_w \leq 396\varepsilon / (13\alpha - 1)$ lorsque $\alpha < 0{,}5$: $d / t_w \leq 36\varepsilon / \alpha$
2	$d / t_w \leq 83\varepsilon$	$d / t_w \leq 38\varepsilon$	lorsque $\alpha \geq 0{,}5$: $d / t_w \leq 456\varepsilon / (13\alpha - 1)$ lorsque $\alpha < 0{,}5$: $d / t_w \leq 41{,}5\varepsilon / \alpha$
Distribution des contraintes (compression comptée positive)			
3	$d / t_w \leq 124\varepsilon$	$d / t_w \leq 42\varepsilon$	lorsque $\psi \geq -1$: $d / t_w \leq 42\varepsilon / (0{,}67+0{,}33\psi)$ lorsque $\psi \leq -1$: $d / t_w \leq 62\varepsilon(1-\psi)\sqrt{(-\psi)}$

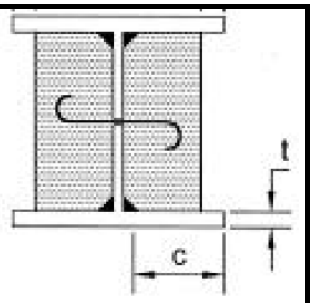
$\varepsilon = \sqrt{235 / f_y}$	f_y	235	275	355
	ε	1	0,92	0,81

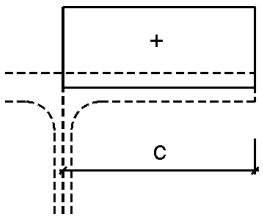
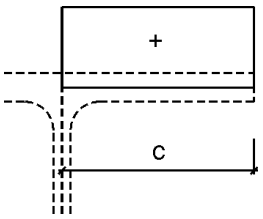
Lorsque la semelle en compression est directement attachée à la dalle en béton et la connexion correspond aux critères décrits dans l'Eurocode 4, elle est automatiquement considérée en classe 1. Autrement la classification des sections se fait selon les critères décrits dans le Tableau 3.2.

Tableau 3.2 Critères pour la classification des semelles [1]

<table>
<tr><td colspan="2">

Laminé</td><td>

Soudé</td><td colspan="2">

Ame enrobée</td></tr>
<tr><td>Classe</td><td>Type de profilé</td><td colspan="2">Ame non enrobée</td><td>Ame enrobée</td></tr>
<tr><td colspan="2">Distribution des contraintes (compression comptée positive)</td><td colspan="2">
</td><td>
</td></tr>
<tr><td rowspan="2">1</td><td>Laminé</td><td colspan="2">$c / t_f \leq 10\varepsilon$</td><td>$c / t_f \leq 9\varepsilon$</td></tr>
<tr><td>Soudé</td><td colspan="2">$c / t_f \leq 9\varepsilon$</td><td>$c / t_f \leq 9\varepsilon$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">2</td><td>Laminé</td><td colspan="2">$c / t_f \leq 11\varepsilon$</td><td>$c / t_f \leq 14\varepsilon$</td></tr>
<tr><td>Soudé</td><td colspan="2">$c / t_f \leq 10\varepsilon$</td><td>$c / t_f \leq 14\varepsilon$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">3</td><td>Laminé</td><td colspan="2">$c / t_f \leq 15\varepsilon$</td><td>$c / t_f \leq 20\varepsilon$</td></tr>
<tr><td>Soudé</td><td colspan="2">$c / t_f \leq 14\varepsilon$</td><td>$c / t_f \leq 20\varepsilon$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">$\varepsilon = \sqrt{235 / f_y}$</td><td>$f_y$</td><td>235</td><td>275</td><td>355</td></tr>
<tr><td>ε</td><td>1</td><td>0,92</td><td>0,81</td></tr>
</table>

La classe de la section est prise comme la classe la moins favorable de l'âme et de la semelle. Elle détermine ensuite le choix des méthodes d'analyse globale. Nous consacrons le paragraphe suivant aux méthodes d'analyse linéaire élastique, qui sont applicables pour toutes les poutres de façon indifférente quelle que soit leur section.

3.1.3 Analyse élastique

Un des avantages de l'analyse globale élastique est qu'elle est applicable à toutes les poutres quelle que soit la classe des sections et ce tant bien pour des vérifications aux ELU qu'aux ELS.

En ce qui concerne les poutres mixtes continues, il est essentiel de prendre en compte le phénomène de fissuration qui intervient principalement avant l'atteinte des ELS et qui se traduit par une perte non négligeable de rigidité en flexion dans les zones de moments négatifs. Les zones fissurées, qui se déforment dans une certaine mesure comme des rotules plastiques, vont permettre une redistribution du moment fléchissant dans la poutre, soumise à un chargement croissant de manière monotone jusqu'au stade ultime.

Pour les applications dans le bâtiment et les vérifications aux ELU, l'Eurocode 4 permet d'utiliser deux types d'analyse élastique : l'analyse non-fissurée et l'analyse fissurée.

3.1.3.1 Analyse non-fissurée

L'analyse dite non-fissurée s'applique à toutes les poutres, quelle que soit la classe de la section. Les propriétés de la section non fissurée (EI_1) sont utilisées sur toute la longueur de la poutre. La section mixte est considérée avec une liaison parfaite entre l'acier et le béton et les deux matériaux sont considérés contribuer à la rigidité de la section avec leurs modules d'élasticité respectifs. Ainsi, la rigidité du béton est considéré aussi bien en compression qu'en traction.

3.1.3.2 Analyse fissurée

L'analyse dite fissurée permet de tenir compte des effets de la fissuration, qui sont considérés en définissant une section fissurée (EI_2) sur une partie de la travée de chaque côté de l'appui intermédiaire. La longueur de la travée sur laquelle on considère la section comme étant fissurée peut être déterminée par deux méthodes.

La première méthode consiste à calculer la valeur de la contrainte de traction dans la fibre supérieure de la dalle en béton par l'analyse non-fissurée. La section fissurée E_aI_2 est ensuite définie sur toutes les parties de la poutre mixte, où cette contrainte de traction dépasse le double de la limite en traction du béton f_{ctm}. Ce calcul est par nature itératif mais il est permis de se limiter à une seule itération. Ceci revient à utiliser les caractéristiques de la section non fissurée pour calculer la zone de section fissurée et refaire un autre calcul pour la distribution des sollicitations à considérer pour vérifier la résistance.

La deuxième méthode, qui se veut aussi plus simple, consiste à adopter une inertie de flexion fissurée E_aI_2 sur une longueur égale à 15 % de la travée de part et d'autre de chaque appui intermédiaire. Toutefois, cette méthode n'est applicable que pour les poutres continues avec un rapport entre travées adjacentes supérieur à 0,6.

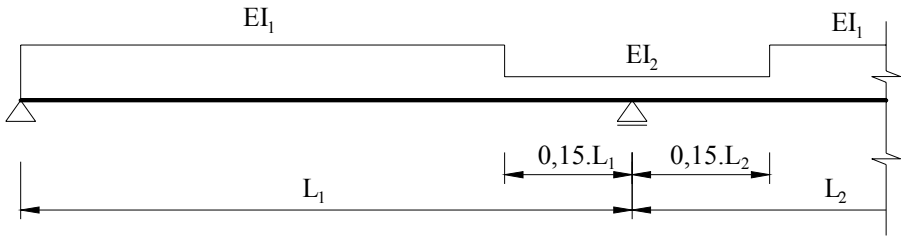


Figure 3.2 Analyse élastique fissurée

3.1.3.3 Redistribution des sollicitations

Le phénomène de redistribution d'efforts n'est pas achevé au stade où la fissuration est stabilisée. Entre l'état limite de service et l'état limite ultime de la poutre, la plastification et le voilement local dans le profilé métallique viennent ajouter leur contribution propre à la redistribution des moments.

Pour tenir compte de ces effets à l'ELU, l'Eurocode 4 permet de redistribuer les moments dans les sections où le rapport entre moment sollicitant et moment résistant est le plus élevé (en général, aux appuis intermédiaires). Par conséquent, les moments de signes opposés augmentent tout en maintenant l'équilibre entre les actions appliquées et les moments fléchissant. Il est donc possible de réduire le moment négatif élastique de pointe à la valeur du

moment résistant, tout en évitant de dépasser la résistance en zones de moments positifs, une fois la redistribution effectuée.

Tableau 3.3 Pourcentage maximal de redistribution du moment sur appui

Classe de section (sous moment négatif)	**1**	**2**	**3**	**4**
Analyse élastique « non fissurée »	40	30	20	10
Analyse élastique « fissurée »	25	15	10	0

Les valeurs maximales du pourcentage de redistribution, prescrites dans l'Eurocode 4, dépendent aussi bien de la méthode d'analyse utilisée pour le calcul des sollicitations (fissurée et non-fissurée) que de la classe de section. La différence de valeurs entre les deux méthodes d'analyse (Tableau 3.3), soit 15 % en classes 1 et 2 et 10 % en classe 3, correspond à la part qui revient à la fissuration.

3.2 Vérification de la structure à l'ELU

La résistance de la structure à l'ELU peut être déterminée par calcul élastique ou par calcul plastique. Dans un élément sollicité en flexion, tel que la poutre mixte, c'est la résistance en flexion de la section mixte qui est le paramètre prédominant lors du dimensionnement de la structure. Dans ce paragraphe, nous nous limitons donc à développer les méthodes d'analyse de la résistance en flexion de la poutre mixte, ainsi que les principes du dimensionnement de la connexion.

3.2.1 Définition du moment de résistance élastique

Le moment de résistance élastique de la section mixte est calculé à partir de l'équation (3.4) pour toutes les poutres de manière indépendante de leur classe de section :

$$M_{el,Rd} = W_{el,eff} f_{yd} \tag{3.4}$$

où $W_{\text{el,eff ,y}}$ est le module élastique de la section efficace réduite par les effets du voilement des parois comprimées pour les sections de classe 4. Dans tous les autres cas, $W_{\text{el,eff ,y}}$ est égal au module élastique de la section non réduite.

En ce qui concerne la connexion acier béton, son dimensionnement s'effectue de manière à équilibrer un flux de cisaillement élastique à l'interface entre l'acier et le béton, dont la valeur peut être déterminée par la relation suivante :

$$\tau(x) = V_{Ed}(x).S \tag{3.5}$$

où

V_{Ed} est l'effort tranchant ;

S est le moment statique de la section mixte par rapport à l'interface entre l'acier et le béton.

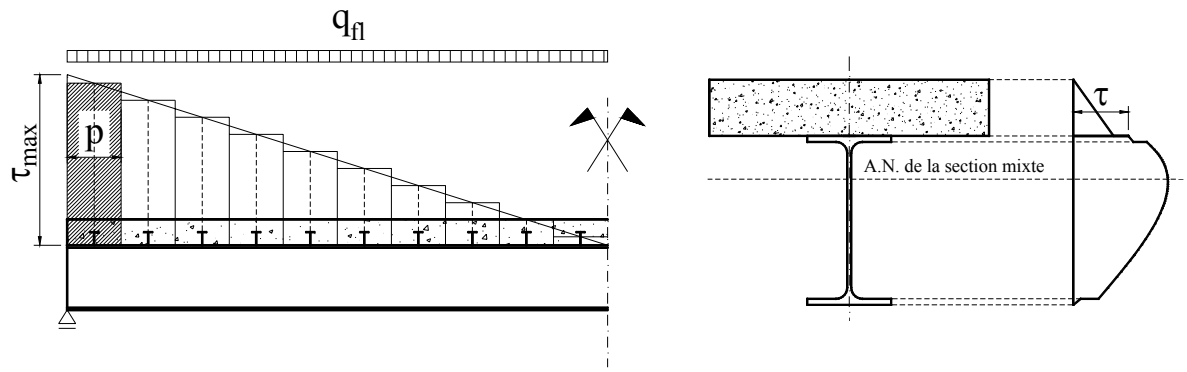


Figure 3.3 Distribution élastique de l'effort rasant à l'interface entre l'acier et le béton

Le flux de cisaillement est proportionnel à l'effort tranchant appliqué à la poutre mixte (Figure 3.3). Chaque connecteur reprend alors un effort rasant, dont la valeur est égale à :

$$P_i = \tau(x_i) / p \tag{3.6}$$

où

p est l'espacement des connecteurs.

Sous un chargement uniforme, les connecteurs les plus sollicités se trouvent à l'extrémité de la poutre. Le calcul élastique mène donc à augmenter le nombre de connecteurs dans la partie de la poutre proche des appuis et diminuer ce nombre dans la partie à mi travée.

3.2.2 Définition du moment de résistance plastique

Les méthodes de l'analyse plastique peuvent être appliquées pour le dimensionnement de sections de classes 1 et 2, vu que celles-ci justifient un comportement plastique à l'état ultime. Le moment de résistance plastique $M_{pl,Rd}$ est calculé en tenant compte d'une distribution rectangulaire des contraintes dans la section mixte (Figure 3.4).

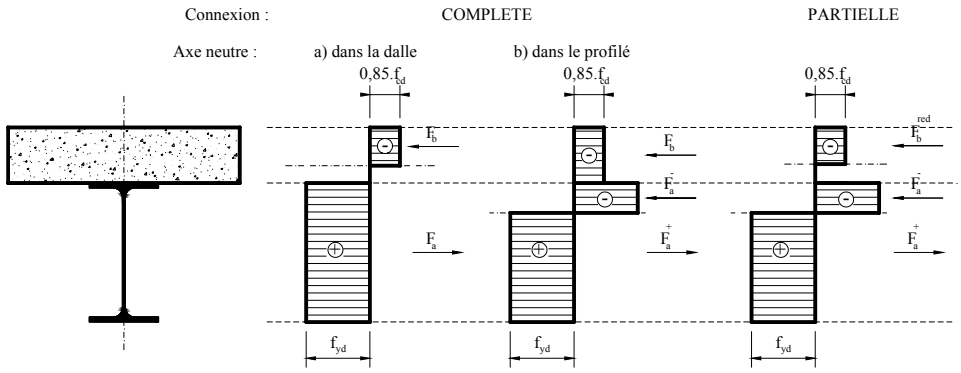


Figure 3.4 Distribution plastique des contraintes dans la section mixte

Le dimensionnement de la connexion se fait, selon les principes de l'analyse plastique, pour une longueur de l'interface délimitée par deux sections critiques, dite « longueur critique ». Les sections critiques de la poutre mixte sont les sections du moment fléchissant maximum et les sections sur les appuis. En supposant que le moment de résistance plastique $M_{Pl,Rd}$ est atteint dans une section à l'intérieur de la longueur critique, la valeur maximale de l'effort de cisaillement à l'interface acier béton est égale à la plus petite des résistances en traction du profilé ou la résistance en compression de la dalle :

$$P_{lf} = \min\left(A_a f_{yd}; b_{eff} h_d f_{cd}\right) \tag{3.7}$$

Ainsi, la distribution du cisaillement longitudinal est considérée uniforme sur la longueur de la poutre (Figure 3.5).

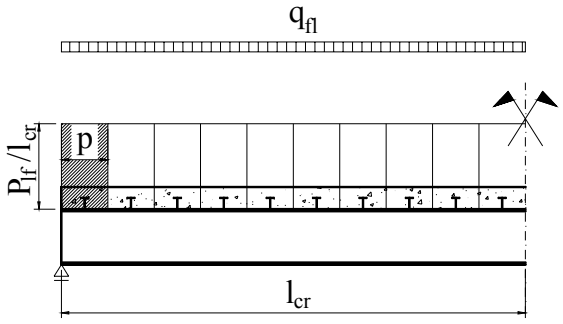


Figure 3.5 Distribution plastique de l'effort rasant à l'interface entre l'acier et le béton

Si les connecteurs sont ductiles, chaque connecteur est capable de reprendre un cisaillement égal à sa résistance si bien, que le nombre de connecteurs nécessaire pour créer une connexion dite « complète » est :

$$N_f = P_{lf} / P_{Rd} \tag{3.8}$$

Si le nombre de connecteurs N est inférieur au nombre N_f, la poutre est sur la longueur critique dite en connexion partielle avec un degré de connexion défini par le rapport N/N_f. Dans ce cas, le moment résistant plastique de la section mixte se trouve réduit suite au fait que la résistance de la section est limitée par la résistance de la connexion. Celle-ci n'est donc pas pleinement exploitée et l'effort de compression maximum réduit est :

$$F_c^{red} = NP_{Rd} \tag{3.9}$$

Pour respecter l'équilibre des contraintes dans la section, la position de l'axe neutre se trouve modifiée et le moment résistant réduit. Si celui-ci est calculé pour plusieurs valeurs de degré de connexion, on retrouve une relation moment - degré de connexion sous forme de la courbe d'interaction ABC (Figure 3.6). Cependant, l'Eurocode 4 permet d'évaluer ce moment par une approximation linéaire entre le moment correspondant à un degré de connexion $N/N_f=1,0$ et $M_{pl,a,Rd}$, le moment de résistance plastique de profilé en acier seul:

$$M_{pl,Rd}^{red} = M_{pl,a,Rd} + \frac{N}{N_f}\left(M_{pl,Rd} - M_{pl,a,Rd}\right) \tag{3.10}$$

où $M_{Pl,a,Rd}$ est le moment de résistance plastique de la poutre acier seule.

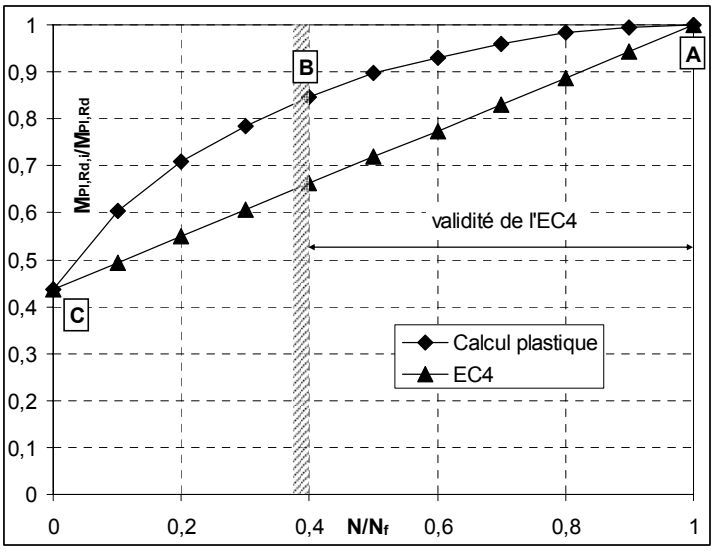


Figure 3.6 Relation entre $M_{Pl,Rd}$ et N/N_f pour une poutre avec des connecteurs ductiles

La courbe ABC est valable à partir d'un certain degré de connexion. Pour des degrés plus faibles et en raison de la capacité de déformation limitée des connecteurs, la ruine des connecteurs (vers les extrémités de la poutre) peut se produire avant que le moment de résistance de la poutre ne soit atteint. C'est pour cette raison que l'Eurocode 4 définit des conditions pour le dimensionnement de la poutre en connexion partielle. L'espacement uniforme des connecteurs sur une longueur critique est permis seulement si le degré de connexion est supérieur à une valeur minimale, fonction de la longueur de la poutre et du type de profilé métallique utilisé :

- pour les profilés en acier à semelles symétriques:

$L_e \le 25$m: $\quad N/N_f \ge 1 - \left(\frac{355}{f_y}\right)(0,75 - 0,03L_e) \qquad N/N_f \ge 0,4$

$L_e > 25$m: $\quad N/N_f \ge 1$

- pour les profilés en acier dont l'aire de la semelle inférieure n'excède pas 3 fois l'aire de la semelle supérieure:

$L_e \le 20$m: $\quad N/N_f \ge 1 - \left(\frac{355}{f_y}\right)(0,30 - 0,015L_e) \qquad N/N_f \ge 0,4$

$L_e > 20$m: $\quad N/N_f \ge 1$

La représentation graphique de ces critères est donnée sur la Figure 3.7.

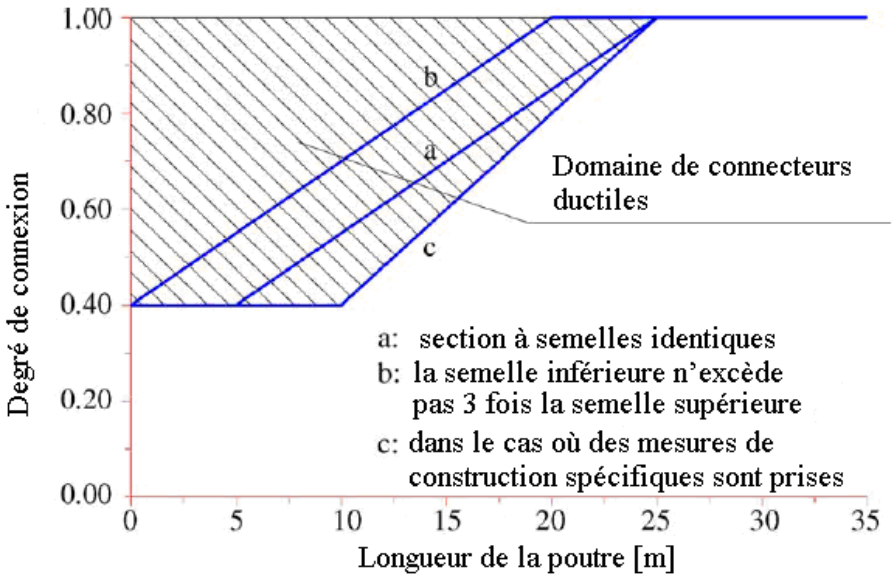


Figure 3.7 Restrictions imposées pour garantir le comportement ductile des goujons

3.3 Vérification de la structure à l'ELS

Pour les bâtiments traditionnels, les contrôles des flèches, de la fissuration du béton et éventuellement des vibrations des planchers constituent des vérifications suffisantes. Nous nous limitons dans le cadre de cette thèse à l'analyse des flèches des poutres mixtes. En effet, les vibrations et le contrôle de la fissuration représentent des problèmes spécifiques qui nécessitants un travail de recherche plus approfondi.

3.3.1 Calcul des flèches aux états limites de service

Les flèches de la poutre mixte ne doivent pas altérer l'utilisation, l'efficacité ni l'aspect de la structure. Ainsi, les éléments structuraux doivent être dimensionnés de sorte que les flèches ne dépassent pas les limites acceptables. Les flèches verticales d'une poutre sont ainsi définies comme sur la Figure 3.8.

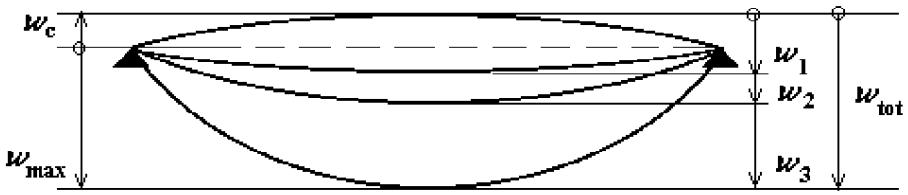


Figure 3.8 Définition des flèches verticales

w_c est la contre flèche de la poutre non chargée ;

w_{max} est la flèche à l'état final ;

w_1 est la partie initiale de flèche due aux charges permanentes ;

w_2 est la variation de la flèche due aux charges permanentes dans le temps ;

w_3 est la variation de la flèche due aux charges variables ;

w_{tot} est la flèche totale de la poutre.

La spécificité des poutres mixtes repose dans la définition de la ligne de référence pour le calcul des flèches. Pour les poutres métalliques, la ligne de référence est celle reliant les deux appuis. Pour les poutres mixtes, la ligne de référence peut être prise soit comme la face supérieure ou la face inférieure de la poutre. En effet ce choix peut s'avérer important, car dans les phases de construction lors du coulage du béton, la poutrelle métallique fléchit d'une valeur initiale. En prenant comme ligne de référence la face supérieure de la poutre mixte, on néglige l'effet de cette flèche initiale $\delta_{1,1}$. Cependant, lorsque la flèche peut altérer l'aspect du bâtiment, la ligne de référence à considérer est la surface inférieure de la poutre. Dans ce cas, la composante $\delta_{1,1}$ est à inclure dans le calcul de w_{max}.

Le calcul des flèches dans les poutres sur deux appuis est relativement simple, une raideur non-fissurée E_aI_1 est considérée sur toute la longueur de la poutre. En revanche, dans le cas des poutres continues, il est nécessaire de tenir compte de la fissuration du béton au niveau des appuis intermédiaires. Deux méthodes analytiques pour l'évaluation des flèches de poutres mixtes continues sont développées dans le paragraphe 3.3.1.1.

Le comportement de la connexion représente un problème spécifique. Malgré le fait que la plupart des connecteurs, tels les goujons, sont des connecteurs flexibles, l'Eurocode 4 dans sa version EN permet de négliger l'influence éventuelle du comportement de la connexion sur les flèches de la poutre mixte. Cependant, nous développons dans le paragraphe 3.3.1.2 les principes de deux méthodes analytiques qui permettent d'évaluer les effets du glissement et qui sont proposées dans les versions ENV de l'Eurocode 4.

3.3.1.1 Fissuration du béton

La prise en compte des effets de la fissuration du béton au niveau des appuis intermédiaires sur les flèches de poutres mixtes continues peut s'envisager de deux façons :

- les flèches sont déterminées par l'analyse fissurée,
- pour les poutres avec une section de classe 1, 2 ou 3, les sollicitations peuvent être déterminées par l'analyse non-fissurée et ensuite corrigées pour tenir compte de la fissuration. Si la contrainte de traction dans la fibre supérieure de la dalle σ_{ct} au droit de chaque appui, déterminée par l'analyse non-fissurée, dépasse la valeur 1,5 f_{ctm} ou 1,5 f_{1ctm}, le moment au droit de l'appui est multiplié par un coefficient minorateur f_1, que l'on peut calculer à partir du graphique sur la Figure 3.9, et on applique les majorations correspondantes aux moments de flexion sur les travées adjacentes. La courbe A (Figure 3.9) est valable pour les poutres continues pour lesquelles la différence de longueur entre deux travées adjacentes est inférieure à 25%. Dans les autres cas, c'est la courbe B qui est utilisée.

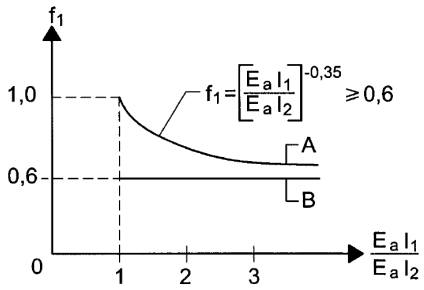


Figure 3.9 Coefficient minorateur pour le calcul des flèches

3.3.1.2 Glissement et soulèvement à l'interface

Un autre paramètre qui influence les flèches des poutres mixtes est le glissement à l'interface acier-béton, aussi bien pour la connexion complète que partielle. L'Eurocode 4, dans sa version finale, permet de négliger l'influence d'une interaction partielle sur la flèche si le degré de connexion est supérieur à 0,5 ou encore si les efforts sur les connecteurs, déterminés par un calcul élastique de la connexion à l'ELS ne dépassent pas leur résistance de calcul P_{Rd}. Toutefois, aucune méthode n'est proposée pour évaluer les effets du glissement lorsque ces conditions ne sont pas remplies.

Le document d'application national (DAN) français de l'Eurocode 4 [3] propose des expressions, formulées précédemment par Aribert et Bitar [8], pour le calcul de l'augmentation de la flèche dans le cas d'une poutre mixte dimensionnée avec une connexion partielle :

- pour une construction étayée :

$$\frac{\delta}{\delta_c} = \frac{5}{3\left[\frac{\delta_c}{\delta_a} + \left(\frac{N}{N_f}\right)^{\alpha}\left(1 - \frac{\delta_c}{\delta_a}\right)\right]} - \frac{2}{3}; \tag{3.11}$$

- pour une construction non étayée :

$$\frac{\delta}{\delta_c} = \frac{1}{\left[\frac{\delta_c}{\delta_a} + \left(\frac{N}{N_f}\right)^{\alpha}\left(1 - \frac{\delta_c}{\delta_a}\right)\right]}. \tag{3.12}$$

où α est défini en fonction de la portée L de la poutre :

$L = 5m \quad \alpha = 1,5;$

$L = 10m \quad \alpha = 1,0;$

$L = 15m \quad \alpha = 0,8.$

où

δ	est la flèche de la poutre avec connexion partielle ;
δ_a	est la flèche de la poutre métallique ;
δ_c	est la flèche de la poutre avec connexion complète ;
$\frac{N}{N_f}$	est le degré de connexion entre 0,4 et 1,0.

Une autre formulation, reprise des normes britanniques BSI, était proposée dans la version préliminaire (draft for development) de l'Eurocode 4 en Grande Bretagne [4]. Elle procède par interpolation entre les valeurs de flèche d'une poutre mixte avec interaction complète et d'une poutre métallique seule :

$$\frac{\delta}{\delta_c} = 1 + \alpha\left(1 - \frac{N}{N_f}\right)\left(\frac{\delta_a}{\delta_c} - 1\right). \tag{3.13}$$

où α=0,3 pour les poutres non étayées et α=0,5 pour les poutres étayées.

3.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté les principes de l'analyse globale de poutres mixtes retenus par l'Eurocode 4. Il est possible d'envisager trois types d'analyse : analyse élastique, analyse rigide plastique et analyse non-linéaire.

Le choix de l'analyse globale dépend du type de vérification ainsi que des propriétés de la section mixte. Ainsi, l'analyse rigide plastique n'est applicable que pour les poutres mixtes qui peuvent justifier un comportement ductile à l'ELU. L'analyse linéaire élastique est applicable à toutes les poutres sans exceptions, et ce aussi bien pour des vérifications à l'ELS qu'à l'ELU.

En ce qui concerne l'analyse non-linéaire, les seules spécifications de l'Eurocode 4 consistent à définir la nécessité de tenir compte du comportement non linéaire des matériaux et du comportement de la connexion. Dans le chapitre suivant, nous développons des approches analytiques qui permettent de caractériser l'influence de la connexion sur le comportement global de la poutre mixte.

Chapitre 4
Modélisation analytique de poutre mixte avec interaction partielle

4. Modélisation analytique de poutre mixte avec interaction partielle

Les méthodes de l'analyse linéaire élastique de l'Eurocode 4 développées dans le chapitre précédent et qui sont applicables sans aucune limitation pour tous les types de structures mixtes, reposent sur les deux principes suivants :

- l'acier et lu béton ont des comportements linéaires ;
- la poutre est homogène sans glissement entre le profilé métallique et la dalle.

Toutefois, l'analyse des composants de la poutre mixte laisse à penser que ces deux hypothèses ne sont pas toujours vérifiées, et ce aussi bien à l'ELU qu'à l'ELS. En effet, si l'on peut considérer que l'acier est un matériau élastique, on ne peut pas en dire autant du béton, qui a un comportement non-linéaire aussi bien en traction qu'en compression. Le comportement flexible de certains types de connecteurs (goujons) a lui aussi été démontré dans le Chapitre 2.

L'analyse non-linéaire, telle que définie dans l'Eurocode 4, permet de prendre en compte les non-linéarités des matériaux ainsi que le comportement de la connexion. Dans le cadre de ce chapitre, nous développons des modèles analytiques applicables pour l'analyse globale non-linéaire des poutres mixtes.

Le premier type de modélisation est un ensemble de formulations analytiques qui décrivent le glissement, la flèche et les déformations d'une poutre mixte avec interaction partielle. Ce modèle analytique simple permet de représenter les effets du glissement sur le comportement de la poutre mixte en phase élastique de comportement.

Les principes fondamentaux de l'analyse non-linéaire de la poutre mixte avec interaction partielle sont développés dans la deuxième partie de ce chapitre. Toutefois, la prise en compte des lois de comportement non-linéaire de l'acier, du béton et de la connexion rend le modèle complexe à tel point qu'il devient difficilement applicable en pratique. En effet, ce modèle ne peut être résolu que par des méthodes numériques, ce qui le rend peu compétitif vis-à-vis des modèles basés sur la méthode des éléments finis.

4.1 Modèle analytique linéaire

Plusieurs modèles analytiques linéaires pour le calcul de glissement [22] [37] [46] [62] de la flèche [32] [39] [46] [47] [76] et des déformations [66] [67] dans une poutre mixte avec interaction partielle existent dans la littérature. Ce sont en somme des modèles mécaniques basés sur les principes de la théorie élastique des poutres et reprennent les hypothèses de comportement définies par Newmark [48] données ci-après.

4.1.1 Hypothèses de calcul

Selon Newmark [48], les hypothèses à adopter pour formuler un modèle analytique qui représente le comportement d'une poutre mixte avec interaction partielle sont les suivantes :

- l'effet de soulèvement de la dalle par rapport au profilé est négligé ;
- l'espacement p des connecteurs est constant;
- le comportement du connecteur est linéaire avec une raideur k_{sc} constante;
- l'effort de cisaillement longitudinal par connecteur V_{fl} est traduit en flux de cisaillement τ, distribué de façon continue sur la longueur de la poutre.

4.1.1.1 Soulèvement de la dalle

Le principe du soulèvement est illustré sur un exemple de poutre simple non connectée dont le schéma est illustré sur la Figure 4.1. Selon Johnson [37], lorsque la raideur de l'élément AB est supérieure à au moins un dixième de la raideur du membre CD, la totalité du chargement sur AB est transférée à l'élément CD aux points A et B. Les courbures des deux membres étant différentes, on observe une séparation verticale entre les deux éléments.

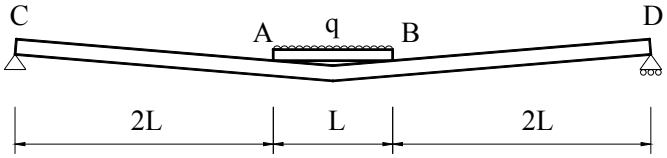


Figure 4.1 Schéma représentant l'effet du soulèvement de la dalle

La plupart des connecteurs utilisés dans la construction mixte sont développés et dimensionnés pour empêcher le soulèvement de la dalle. Cependant, les efforts de traction liés au soulèvement sont généralement faibles par rapport aux efforts de cisaillement et peuvent être négligés dans le calcul des connecteurs.

4.1.1.2 Espacement des connecteurs

Dans le cas de poutres mixtes de classe 1 ou 2 dimensionnées avec une connexion complète, les connecteurs peuvent être disposés avec un espacement constant sur toute la longueur de la poutre. Pour des poutres avec un degré de connexion plus faible (N/N_f<1,0), il est nécessaire de tenir compte des conditions décrites dans le paragraphe 3.2.2. Dans le cas où ces conditions ne sont pas remplies, mais aussi dans le cas de poutres de classe 3 ou 4, la connexion est dimensionnée de façon à équilibrer localement le cisaillement à l'interface acier béton. Les connecteurs ont un espacement plus dense dans les parties de la poutre où le cisaillement est plus grand que dans les zones où le cisaillement est faible.

4.1.1.3 Raideur de la connexion

De la même manière que pour l'espacement, la raideur de la connexion doit être constante pour chaque connecteur. Nous avons précédemment montré, que les connecteurs tels que les goujons ont une loi de comportement non linéaire. En même temps, la valeur de l'effort rasant varie sur la longueur de la poutre. Ainsi, même si tous les connecteurs sur la longueur de la poutre sont identiques, leur raideur est différente, puisqu'elle dépend de cet effort rasant.

La définition d'une raideur constante et indépendante de la valeur de glissement pour tous les connecteurs sur la longueur de la poutre est donc une approximation du comportement réel du connecteur. Ceci permet le développement d'un modèle de calcul simple. Les conséquences de cette approximation seront discutées au Chapitre 5.

4.1.2 Formulation analytique du glissement

La formulation linéaire élastique du glissement part de l'analyse de l'équilibre des efforts internes sur un tronçon de poutre d'une longueur finie *dx* (Figure 4.2). Si on considère que les connecteurs ont une raideur et un espacement constant, on peut définir à l'interface acier béton une connexion répartie caractérisée par une raideur par unité de longueur ($kNmm^{-1}/mm$).

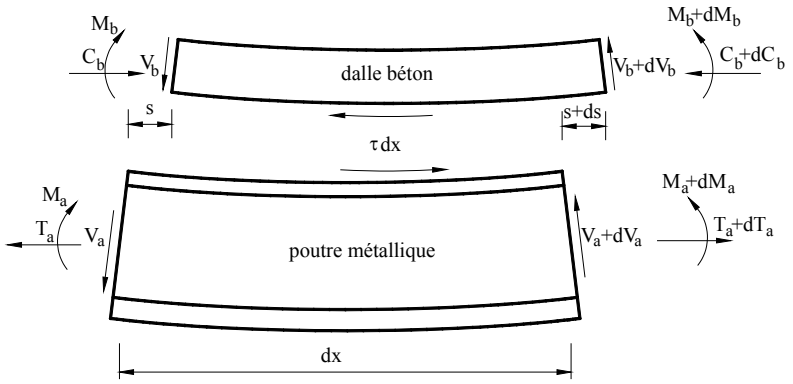


Figure 4.2 Efforts internes sur un élément de longueur finie de la poutre mixte [46]

Le transfert d'effort qui en réalité s'effectue localement au niveau des connecteurs se transforme ici en un flux de cisaillement τ, lui aussi réparti sur la longueur de la travée et dont la valeur est proportionnelle au glissement selon la relation linéaire suivante :

$$\tau . p = k_{sc} s \tag{4.1}$$

L'équilibre des efforts normaux dans la section mixte fait que l'effort de compression dans la dalle C_b est égal à l'effort de traction dans la poutre T_a. Le flux de cisaillement correspond alors à l'augmentation de l'effort normal sur une unité de longueur dx :

$$\frac{dC_b}{dx} = \frac{dT_a}{dx} = -\tau \tag{4.2}$$

Prenons M_a comme la partie du moment reprise par la poutre métallique et M_b comme la partie du moment reprise par la dalle. Lorsqu'on considère que les déplacements verticaux de la dalle et da la poutre métallique sont compatibles dans tout point de la poutre mixte (l'effet du soulèvement est nul), la courbure des deux éléments est identique. Ceci s'exprime par la relation suivante :

$$\Phi = \frac{M_{Ed}}{(EI)_{a,b}} = \frac{M_a}{(EI)_a} = \frac{M_b}{(EI)_b} \tag{4.3}$$

où $(EI)_{a,b} = (EI)_a + (EI)_b$. Sous un chargement vertical, la variation du moment sur une longueur dx est équilibrée par l'effort tranchant (ce qui correspond à la théorie élémentaire des poutres où $dM=Vdx$) combiné avec l'action de la connexion :

$$\begin{aligned} dM_a &= V_a dx - \tau y_a \\ dM_b &= V_b dx - \tau y_b \end{aligned} \tag{4.4}$$

La première dérivée de la courbure obtenue à partir des équations (4.2), (4.3) et (4.4) correspond aux formulations utilisées par Johnson [36] et Seracino [66]:

$$\frac{d\Phi}{dx} = \frac{-V_{Ed}(x) + \tau y_0}{(EI)_{a,b}} . \tag{4.5}$$

Les deux parties (dalle et poutre) du tronçon de poutre représentées sur la Figure 4.2 sont sollicitées par une combinaison de moment et d'effort normal. Les déformations de la poutre métallique et de la dalle à l'interface acier béton peuvent alors être exprimées en tant que :

$$\varepsilon_{as} = -\frac{M_{Ed}}{(EI)_{a,b}} y_a + \frac{T_a}{(EA)_a} \tag{4.6}$$

$$\varepsilon_{bi} = \frac{M_{Ed}}{(EI)_{a,b}} y_b - \frac{C_b}{(EA)_b} \tag{4.7}$$

La différence des déformations à l'interface acier béton, aussi appelée déformation de glissement représente la première dérivée du déplacement relatif entre la dalle et la poutre métallique :

$$\frac{ds}{dx} = \varepsilon_{bi} - \varepsilon_{as} = \phi y_0 - \frac{T_a}{(EA)_a} - \frac{C_b}{(EA)_b} \tag{4.8}$$

où $\frac{1}{(EA)_{a,b}} = \frac{1}{(EA)_a} + \frac{1}{(EA)_b}$. La première dérivée de la déformation de glissement (4.8) donne une équation différentielle de deuxième ordre (Équation 4.9) qui après définition des constantes α^2 et β par les relations données par l'équation 4.10 peut être résolue sous la forme de l'équation 4.11.

$$\frac{d^2 s}{dx^2} = \frac{-V_{Ed}(x) + \tau y_0}{(EI)_{a,b}} y_0 - \frac{\tau}{(EA)_{a,b}}. \tag{4.9}$$

$$\alpha^2 = \left[\frac{EI_1}{(EI)_{a,b}(EA)_{a,b}}\right]\frac{k_{sc}}{p} \text{ et } \beta = \frac{y_0}{EI_1}\frac{p}{k_{sc}}; \tag{4.10}$$

$$s = C_1 e^{\alpha x} + C_2 e^{-\alpha x} + \beta V_{Ed}(x) \tag{4.11}$$

où C_1 et C_2 sont des constantes d'intégration qui sont définies en tenant compte des conditions limites de la poutre. D'autres solutions, telles que l'expression du glissement à l'aide de fonctions trigonométriques peuvent aussi être trouvées dans la littérature :

- Johnson [37] :

$$s = C_1 \sinh \alpha x + C_2 \cosh \alpha x + \beta V_{Ed}(x) \tag{4.12}$$

- Ranzi [62] :

$$s = \beta V_{Ed}\left[\cosh(\alpha L) - \coth(\alpha L)\sinh(\alpha L)\right]\cosh(\alpha x) - \beta V_{Ed} \tag{4.13}$$

Toutefois, d'un point de vue strictement mathématique, les équations (4.11), (4.12) et (4.13) sont identiques. Le glissement entre la dalle et la poutre métallique crée une discontinuité de déformations à l'interface entre ces deux éléments. Cette discontinuité *ds*/*dx* détermine la distribution des déformations dans toute la section de la poutre mixte.

4.1.3 Déformation de la section mixte

Selon les principes élémentaires de la théorie élastique des poutres (hypothèse de Navier Bernouilli), la distribution des déformations dans la section d'une poutre sollicitée en flexion

est linéaire autour de l'axe neutre de la section. Toutefois, nous nous trouvons ici dans un cas de flexion de deux poutres superposées avec une discontinuité des déformations à l'interface acier-béton. La valeur de cette discontinuité représente le déplacement relatif entre la dalle et la poutre métallique sur une longueur finie *dx*. Elle peut donc être déterminée en tant que *ds*/*dx,* qui représente d'un point de vue mathématique la première dérivée du glissement (4.11).

Dans la dalle de béton, ainsi que dans la poutre métallique, l'évolution de la déformation est linéaire autour d'un axe neutre, dont la position dépend des caractéristiques de la connexion. La définition de la position de cet axe neutre s'appuie sur le concept des points focaux, formulé par Seracino [66], [67]. Le calcul part de l'hypothèse qu'il existe, aussi bien dans la poutre métallique ($PIFP_a$) que dans la dalle en béton ($PIFP_b$), un point, où la valeur de la déformation est indépendante des propriétés de la connexion (Figure 4.3). En d'autres termes, la déformation en ce point est la même quelle que soit l'interaction entre l'acier et le béton.

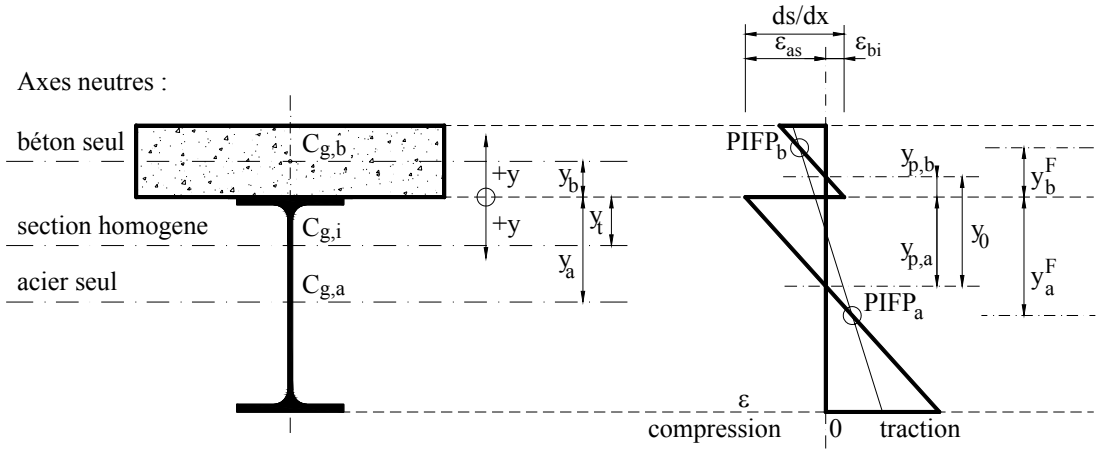


Figure 4.3 Symboles utilisés dans le calcul des déformations

On commence par la définition de la position du point focal dans la partie métallique de la section mixte. On part de l'hypothèse que la déformation reste la même pour une connexion rigide (4.14) ou nulle (4.15):

$$\varepsilon_{a,f}^{F} = \frac{M_{Ed}}{EI_1}\left(y_a^F - y_t\right) \tag{4.14}$$

$$\varepsilon_{a,0}^{F} = \frac{M_a}{(EI)_a}\left(y_a^F - y_a\right) \tag{4.15}$$

où y_t et y_a sont respectivement les distances entre les axes neutres de la section homogène et du profilé métallique et l'interface acier-béton (Figure 4.3). Lorsqu'on met en relation les deux équations (4.14) et (4.15), on peut déterminer la position du point focal dans la poutre métallique comme suit:

$$y_a^F = \frac{y_a EI_1 - y_t\left(EI\right)_{a,b}}{EI_1 - \left(EI\right)_{a,b}} \tag{4.16}$$

La même démarche est effectuée pour obtenir la position du point focal dans la dalle béton, qui s'écrit comme suit :

$$y_b^F = \frac{y_b EI_1 + y_t\left(EI\right)_{a,b}}{EI_1 - \left(EI\right)_{a,b}} \tag{4.17}$$

Connaissant le différentiel de glissement à l'interface acier béton (*ds*/*dx*), ainsi que la position des deux points focaux (y_a^F et y_b^F), les positions de l'axe neutre dans la poutre métallique et la dalle béton ($y_{p,a}$ et $y_{p,b}$ sur la Figure 4.3) sont données par les relations suivantes :

$$y_{p,a} = \frac{(ds/dx)\, y_a^F - \varepsilon_b^F y_a^F - \varepsilon_a^F y_b^F}{(ds/dx) + \varepsilon_a^F - \varepsilon_b^F} \tag{4.18}$$

$$y_{p,b} = \frac{(ds/dx)\, y_b^F + \varepsilon_b^F y_a^F + \varepsilon_a^F y_b^F}{(ds/dx) + \varepsilon_a^F - \varepsilon_b^F} \tag{4.19}$$

La déformation d'un point quelconque sur la hauteur, d'ordonnée *y*, de la section peut maintenant être obtenue par l'extrapolation de *ds*/*dx* à travers les deux axes neutres :

$$\varepsilon_a = (ds/dx)\frac{y - y_{p,a}}{y_p} \tag{4.20}$$

$$\varepsilon_b = (ds/dx)\frac{y_{p,b} - y}{y_p} \tag{4.21}$$

où $y_p = y_{p,a} + y_{p,b}$. Il faut toutefois signaler que cette interprétation est valable seulement dans le repère local représenté sur la Figure 4.3 où $y=0$ à l'interface acier béton.

4.1.4 Flèche additionnelle de la poutre

Une connexion flexible donne à la poutre une souplesse plus grande que si la connexion est rigide. La courbure d'une poutre avec une connexion acier béton rigide étant :

$$\Phi = \frac{M_{Ed}}{EI_1} \tag{4.22}$$

la courbure d'une poutre avec un glissement à l'interface acier béton sera plus grande que cette valeur ϕ. La théorie élémentaire des poutres définit la courbure en tant que

$$\Phi = \varepsilon / y \tag{4.23}$$

où ε est la déformation de la section à une distance *y* de l'axe neutre. Considérons la section mixte avec un différentiel de déformations à l'interface acier béton tel qu'il l'est sur la Figure 4.3. Le but est d'exprimer la courbure de la poutre de façon à tenir compte de ce différentiel de glissement. Cette courbure est naturellement supérieure à celle donnée par l'équation (4.22), la différence entre les deux valeurs est exprimée par :

$$\Delta\Phi = \frac{\varepsilon_{as}}{y_a} = \frac{\varepsilon_{bi}}{y_b} = \frac{ds/dx}{y_0} \tag{4.24}$$

La flèche totale d'une poutre avec glissement à l'interface acier béton peut alors s'écrire sous la forme suivante :

$$\delta_p = \delta_c + \Delta\delta \tag{4.25}$$

Où : Δδ est la flèche additionnelle due au glissement obtenue par une double intégration de (4.22).

Les formules qui donnent le glissement (4.11), la déformation (4.21) et la flèche (4.25) comportent un certain nombre de constantes d'intégration, dont la valeur dépend des conditions aux limites de la poutre ainsi que du type de chargement qui lui est appliqué. Dans ce qui suit, nous définissons ces formules pour quelques types de poutres courantes.

4.1.5 Solution pour quelques cas typiques de poutres mixtes

Considérons une poutre sur appuis simples de section constante chargée dans son plan et dont le repère local est illustré sur la Figure 4.4. Les conditions aux limites pour le glissement et la déformation de glissement sont les suivants:

- *s(0)=0* – le glissement est égal à 0 au niveau de l'effort tranchant 0 ;
- *ds/dx(a)=0* – le moment étant égal à 0 au niveau des appuis, la déformation de glissement y est elle aussi égale à 0.

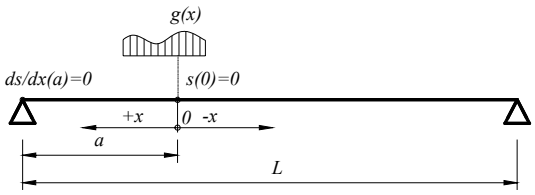


Figure 4.4 Conditions aux limites pour une poutre simple

Sur la Figure 4.4, *a* représente la distance entre l'effort tranchant nul et l'appui. En utilisant ces conditions aux limites, les constantes d'intégration C_1 et C_2 de l'équation (4.11) peuvent être exprimées par les formules suivantes :

$$C_1 = \frac{\beta}{\alpha}\frac{-\frac{dV_{Ed}(a)}{dx} - \alpha V_{Ed}(0)e^{-\alpha a}}{e^{-\alpha a} + e^{\alpha a}} \tag{4.26}$$

$$C_2 = \frac{\beta}{\alpha}\frac{\frac{dV_{Ed}(a)}{dx} - \alpha V_{Ed}(0)e^{\alpha a}}{e^{-\alpha a} + e^{\alpha a}} \tag{4.27}$$

L'expression générale du glissement (4.11) peut donc être réécrite sous la forme suivante :

$$s(x) = \frac{\beta}{\alpha}\frac{\frac{dV_{Ed}(a)}{dx}\left(e^{-\alpha x} - e^{\alpha x}\right) - \alpha V_{Ed}(0)\left(e^{\alpha(x-a)} + e^{\alpha(a-x)}\right) + \alpha V_{Ed}(x)\left(e^{-\alpha a} + e^{\alpha a}\right)}{e^{-\alpha a} + e^{\alpha a}} \tag{4.28}$$

De la même manière, la déformation de glissement est calculée par l'expression suivante :

$$ds/dx(x) = \beta\frac{-\frac{dV_{Ed}(a)}{dx}\left(e^{-\alpha x} + e^{\alpha x}\right) - \alpha V_{Ed}(0)\left(e^{\alpha(x-a)} - e^{\alpha(a-x)}\right) + \alpha\frac{dV_{Ed}(x)}{dx}\left(e^{-\alpha a} + e^{\alpha a}\right)}{e^{-\alpha a} + e^{\alpha a}} \tag{4.29}$$

La flèche additionnelle est obtenue en intégrant la courbure additionnelle de la poutre le long de la travée. Pour le cas présent de la poutre sur appuis simples, on la retrouve sous la forme suivante:

$$\Delta\delta = \frac{y_0(EA)_{a,b}}{EI_1}\frac{\beta}{\alpha^2}\left[\frac{-\left(e^{-\alpha x} + e^{\alpha x} + e^{-\alpha a} + e^{\alpha a}\right)\frac{dV_{Ed}(a)}{dx} - \alpha\left(e^{\alpha(x-a)} - e^{\alpha(a-x)}\right)V_{Ed}(0)}{e^{-\alpha a} + e^{\alpha a}} - \alpha\int_x^a V_{Ed}(x)dx\right] \tag{4.30}$$

Dans le cas d'une console, la poutre mixte est sollicitée par un moment négatif et la dalle se trouve sollicitée en traction. Par souci de simplicité, on se contente ici de représenter toute section sollicitée par un moment négatif par une section fissurée. Les raideurs axiales $(EA)_b$ et de flexion $(EI)_b$ de la dalle sont alors celles des barres d'armature. De plus, tenant compte du fait que les barres peuvent avoir un glissement par rapport à la partie béton de la dalle, il nous semble utile d'évaluer l'influence des efforts liés à l'ancrage des barres de ferraillage dans le

béton. La raideur des barres de ferraillage par rapport au glissement vis-à-vis du béton peut être exprimée par les relations suivantes :

$$k_{bon} = 5,2\, p d_r N_r \sqrt{f_{ck}} \quad \text{- armatures à haute adhérence} \tag{4.31}$$

$$k_{bon} = 4,7\, p d_r N_r \sqrt{f_{ck}} \quad \text{- armatures lisses} \tag{4.32}$$

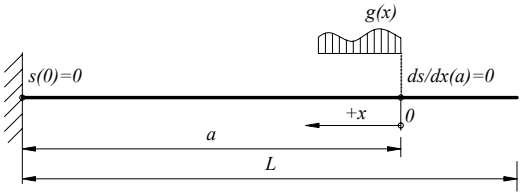
où d_r est le diamètre des barres, N_r est le nombre de barres et f_{ck} est la résistance du béton en compression [47]. La raideur totale de l'interface acier-béton est alors composée de la raideur de la connexion acier béton et de la raideur de l'interface barres d'armature-dalle béton vis à vis du glissement et peut être calculée en utilisant la formule suivante :

$$k_{sc,i} = k_{sc} k_{bon} / \left(k_{sc} + k_{bon} \right). \tag{4.33}$$

Les constantes α^2 et β peuvent alors être calculées comme suit:

$$\alpha^2 = \left[\frac{EI_1}{(EI)_{a,b}(EA)_{a,b}} \right] \frac{k_{sc,i}}{p}\ ;\ \beta = \frac{y_0}{EI_1} \frac{p}{k_{sc,i}}. \tag{4.34}$$

Après avoir défini les constantes α^2 et β pour la section fissurée, la procédure analytique est identique à celle utilisée pour la poutre sur appuis simples avec une section non fissurée. Les conditions aux limites pour le glissement et la déformation de glissement sont, selon le repère local de la Figure 4.5, les suivantes:



- *s(0)=0* - le glissement à l'encastrement est égal à 0;
- *ds/dx(a)=0* - la déformation de glissement est égale à 0 au niveau de la charge appliquée.

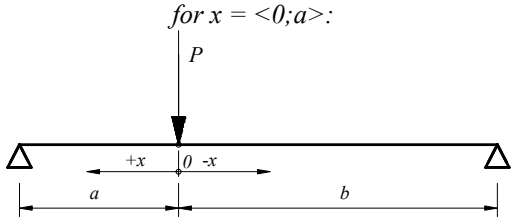
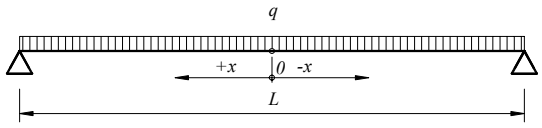
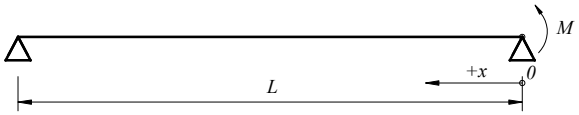
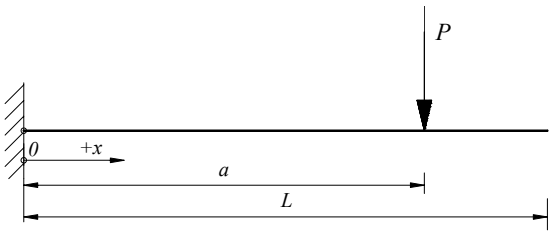
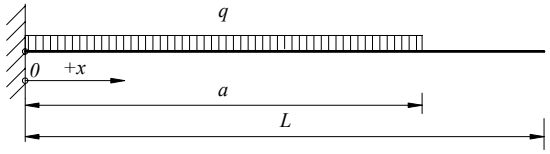
Figure 4.5 Conditions aux limites pour la console

Dans le cas de la console définie ci-dessus, on obtient les mêmes expressions de glissement et de déformation de glissement que dans le cas de la poutre sur appuis simples. Par contre, l'expression de la flèche additionnelle est différente. Elle s'écrit comme suit:

$$\Delta\delta = \frac{y_0 (EA)_{a,b}}{EI_1} \frac{\beta}{\alpha^2} \left[\frac{\left(-e^{-\alpha x} - e^{\alpha x} + 2e^{-\alpha a} + 2e^{\alpha a} \right) \frac{dV_{Ed}(a)}{dx} + \alpha \left(e^{\alpha(x-a)} - e^{\alpha(a-x)} + e^{-\alpha 2a} - e^{\alpha 2a} \right) V_{Ed}(0)}{e^{-\alpha a} + e^{\alpha a}} - \alpha \int_0^x V_{Ed}(x) dx \right] \tag{4.35}$$

En plus de ces deux cas (poutre sur 2 appuis et console), d'autres cas de poutres ont été traités. Les résultats pour le glissement, la déformation de glissement et la flèche sont donnés dans le Tableau 4.1.

Tableau 4.1 Solutions pour des cas types de poutres

$s = \frac{P(L-a)}{L}\beta\left[1-\frac{\left(e^{-\alpha a+\alpha x}+e^{\alpha a-\alpha x}\right)}{\left(e^{\alpha a}+e^{-\alpha a}\right)}\right]$ $\frac{ds}{dx} = \frac{P(L-a)}{L}\alpha\beta\frac{\left(e^{2\alpha a-\alpha x}-e^{-2\alpha a+\alpha x}\right)}{\left(e^{\alpha a}+e^{-\alpha a}\right)^2}$ $\Delta\delta = \frac{y_0(EA)_{a,b}}{(EI)_f}\frac{\beta P(L-a)}{L}\left[x-a-\frac{e^{-\alpha a+\alpha x}-e^{\alpha a-\alpha x}}{\alpha\left(e^{\alpha a}+e^{-\alpha a}\right)}\right]$	*for x = <0;a>:* 
$s = \frac{\beta q}{\alpha}\left[\frac{-e^{\alpha x}+e^{-\alpha x}}{e^{\alpha L/2}+e^{-\alpha L/2}}+\alpha x\right]$ $\frac{ds}{dx} = \beta q\left[1-\frac{e^{\alpha x}+e^{-\alpha x}}{e^{\alpha L/2}+e^{-\alpha L/2}}\right]$ $\Delta\delta = \frac{y_0(EA)_{a,b}}{(EI)_f}\frac{\beta q}{\alpha^2}\left[\frac{\alpha^2\left(4x^2-L^2\right)}{8}+1-\frac{e^{-\alpha x}+e^{\alpha x}}{\left(e^{\alpha L/2}+e^{-\alpha L/2}\right)}\right]$	
$s = \frac{\beta M}{L}\left[\frac{-e^{\alpha(x-L)}-e^{\alpha(L-x)}+e^{-\alpha L}+e^{\alpha L}}{e^{\alpha L}+e^{-\alpha L}}\right]$ $\frac{ds}{dx} = \frac{\beta M\alpha}{L}\left[\frac{-e^{\alpha(x-L)}+e^{\alpha(L-x)}}{e^{\alpha L}+e^{-\alpha L}}\right]$ $\Delta\delta = \frac{y_0(EA)_{a,b}}{(EI)_f}\frac{\beta M}{\alpha L}\left[\frac{e^{\alpha(L-x)}+e^{\alpha(x-L)}}{\left(e^{\alpha L}+e^{-\alpha L}\right)}+x-a\right]$	
$s = \beta P\left[1-\frac{\left(e^{\alpha(a-x)}+e^{\alpha(x-a)}\right)}{\left(e^{\alpha a}+e^{-\alpha a}\right)}\right]$ $\frac{ds}{dx} = \alpha\beta P\frac{\left(e^{\alpha(a-x)}-e^{\alpha(x-a)}\right)}{\left(e^{\alpha a}+e^{-\alpha a}\right)}$ $\Delta\delta = \frac{y_0(EA)_{a,b}}{(EI)_f}\frac{\beta P}{\alpha}\left[\frac{e^{\alpha(x-a)}-e^{\alpha(a-x)}+e^{-\alpha 2a}-e^{\alpha 2a}}{\alpha\left(e^{\alpha a}+e^{-\alpha a}\right)}-1\right]$	
$s = \frac{\beta q}{\alpha}\left[\frac{e^{-\alpha x}-e^{\alpha x}}{e^{\alpha a}+e^{-\alpha a}}+\alpha x\right]$ $\frac{ds}{dx} = \beta q\left[1-\frac{e^{\alpha x}+e^{-\alpha x}}{e^{\alpha a}+e^{-\alpha a}}\right]$ $\Delta\delta = \frac{y_0(EA)_{a,b}}{(EI)_f}\frac{\beta q}{\alpha^2}\left[2-\alpha\frac{x^2}{2}-\frac{e^{-\alpha x}+e^{\alpha x}}{\left(e^{\alpha a}+e^{-\alpha a}\right)}\right]$	

4.1.6 Glissement dans une poutre avec section variable

Les formulations analytiques proposées dans le paragraphe 4.1.5 ne sont valables que pour des poutres avec une section constante. Toutefois, une des spécificités de la construction mixte est le fait que la section peut varier sur la longueur de la poutre. Cette variation de la section peut être liée à différents phénomènes, comme par exemple la fissuration du béton dans les poutres mixtes continues.

Le terme poutre avec une section variable utilisé dans ce paragraphe fait référence à une poutre dont les caractéristiques géométriques de la section évoluent suivant l'abscisse x. Pour

simplifier le problème et rester dans des cas réalistes, nous considérons le cas d'une poutre avec deux sections différentes (Figure 4.6).

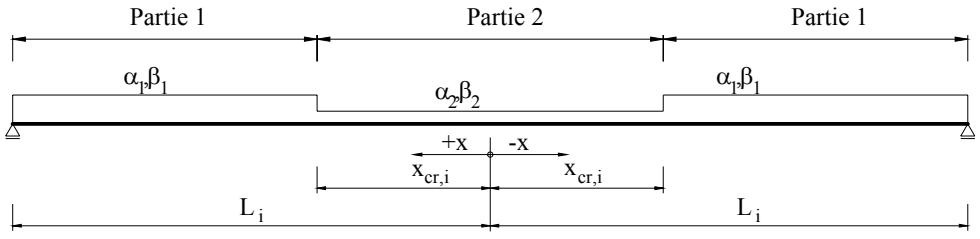


Figure 4.6 Schéma de la poutre avec section variable

La poutre a une raideur EI_2 et une section A_2 dans la partie proche des appuis et une raideur EI_1 et une section A_1 au milieu de la travée. Nous allons considérer que la transition entre ces deux sections s'opère par saut à une abscisse $x_{\mathrm{cr,i}}$, l'indice i représentant le numéro de la travée. Les coefficients α et β utilisés pour exprimer le glissement (4.11) auront des valeurs différentes dans les parties 1 et 2. L'équation (4.11) doit alors être découplée dans chacune de ces parties de façon à tenir compte de cette différence :

$$s^{(1)}(x) = C_1^{(1)} e^{\alpha_1 x} + C_2^{(1)} e^{-\alpha_1 x} + \beta_1 V_{sd}(x) \tag{4.36}$$

$$s^{(2)}(x) = C_1^{(2)} e^{\alpha_2 x} + C_2^{(2)} e^{-\alpha_2 x} + \beta_2 V_{sd}(x) \tag{4.37}$$

où l'indice $^{(1)}$ fait référence à la partie 1 et l'indice $^{(2)}$ à la partie 2 de la poutre. Les deux équations comprennent 4 constantes d'intégration, qui doivent être établies en tenant compte des conditions aux limites. Deux des conditions aux limites sont identiques à celles utilisées dans la poutre sur appuis simples avec une section constante (Figure 4.4), les deux autres sont définies de façon à représenter la compatibilité des déformations et du glissement entre les parties 1 et 2 au niveau de l'abscisse $x_{\mathrm{cr,i}}$:

$$\begin{aligned} s^{(1)}(x_{cr,i}) &= s^{(2)}(x_{cr,i}) \\ ds/dx^{(1)}(x_{cr,i}) &= ds/dx^{(2)}(x_{cr,i}) \end{aligned} \tag{4.38}$$

L'analyse fondamentale de la poutre mixte donne ces constantes d'intégration sous la forme suivante :

$$C_2^{(2)} = \frac{\left[\begin{array}{l} 2\beta_1 \frac{dV_{Ed}(L_i)}{dx}\left(e^{-\alpha_1 L_i}\right) + \beta_2 V_{Ed}(0)\left(\left(\alpha_1-\alpha_2\right)e^{x_{cr,i}(\alpha_2+\alpha_1)-2\alpha_1 L_i} - \left(\alpha_1+\alpha_2\right)e^{x_{cr,i}(\alpha_2-\alpha_1)}\right) + \\ + \frac{dV_{Ed}(x_{cr,i})}{dx}\left(\left(\beta_2-\beta_1\right)\left(e^{-\alpha_1 x_{cr,i}} + e^{\alpha_1(x_{cr,i}-2L_i)}\right)\right) + \alpha_1(\beta_2-\beta_1)V_{Ed}(x_{cr,i})\left(e^{-\alpha_1 x_{cr,i}} - e^{-\alpha_1(x_{cr,i}-2L_i)}\right) \end{array}\right]}{\left[\left(\alpha_1+\alpha_2\right)\left(e^{-x_{cr,i}(\alpha_1-\alpha_2)-2\alpha_1 L_i} + e^{x_{cr,i}(\alpha_2-\alpha_1)}\right) + \left(\alpha_1-\alpha_2\right)\left(e^{x_{cr,i}(\alpha_1+\alpha_2)-2\alpha_1 L_i} + e^{-x_{cr,i}(\alpha_2+\alpha_1)}\right)\right]} \tag{4.39}$$

$$C_2^{(1)} = \frac{\left[C_2^{(2)}\left(e^{-\alpha_2 x_{cr,i}} - e^{\alpha_2 x_{cr,i}}\right) + \beta_2\left(V_{Ed}(x_{cr,i}) - e^{\alpha_2 x_{cr,i}} V_{Ed}(0)\right) + \beta_1\left(\frac{dV_{Ed}(a)}{dx}\frac{e^{\alpha_1(x_{cr,i}-2L_i)}}{\alpha_1} - V_{Ed}(x_{cr,i})\right)\right]}{\left[\left(e^{\alpha_1(x_{cr,i}-2L_i)} + e^{-\alpha_1 x_{cr,i}}\right)\right]} \tag{4.40}$$

$$C_1^{(2)} = -C_2^{(2)} - \beta_2 V_{Ed}(0) \tag{4.41}$$

$$C_1^{(1)} = C_2^{(1)} e^{-2\alpha_1 L_i} - \frac{\beta_1}{\alpha_1 e^{\alpha_1 L_i}} \frac{dV_{Ed}(L_i)}{dx} \tag{4.42}$$

Les principes de calcul du glissement dans une poutre à section variable peuvent être appliqués pour le calcul du glissement dans des poutres continues. Prenons l'exemple d'une poutre à deux travées de longueurs L_1=9m et L_2=15m. La section de cette poutre mixte est représentée sur la Figure 4.7. La connexion dans la poutre est assurée par des goujons dont chacun a une raideur k_{sc}=100kNmm^{-1} avec un espacement constant égal à p=250mm. La poutre est soumise à une charge uniformément répartie d'une valeur q_{fl}=10kNm^{-1}.

Dans un but de comparaison, nous calculons le glissement en utilisant deux types d'analyse :

- analyse fissurée : repose sur les principes de l'analyse linéaire élastique fissurée de l'Eurocode 4. La section « fissurée » est considérée sur 15% de la travée de chaque côté de l'appui intermédiaire;
- analyse non fissurée : l'influence de la fissuration du béton est négligée et on considère que la section est non fissurée sur toute la longueur de la poutre.

Dans le premier cas, le glissement est exprimé par les deux équations (4.36) et (4.37) et dans le deuxième cas, le glissement est exprimé par une seule équation (4.11). Cependant, dans chacune des analyses, on doit exprimer l'effort tranchant dans la poutre mixte en tant que fonction continue. Or, la présence d'un effort concentré au niveau de l'appui intermédiaire ne le permet pas. Pour pouvoir résoudre ce problème, nous allons découpler les effets du chargement externe et de la réaction dans l'appui intermédiaire (Figure 4.7). Le glissement dans la poutre continue sera obtenu par la superposition du glissement provoqué par la charge externe et du glissement provoqué par la réaction dans l'appui intermédiaire.

Tableau 4.2 Réactions d'appuis utilisées dans le calcul du glissement (Figure 4.7)

Réactions [kN]	R_0	R_1	R_2	R_1^{0*}	R_2^{0*}
Analyse fissurée	149,02	26,86	64,12	93,14	55,88
Analyse non fissurée	158	21,25	60,75	98,75	59,25

- les réactions R_1^0 et R_2^0 sont des réactions d'appui dans la poutre simple chargée par R_0.

Les réactions d'appuis de la poutre continue sont calculées par une analyse linéaire, où la section de la poutre est considérée homogène (dans l'analyse fissurée, on représente la section fissurée sur 15% des travées de chaque côté de l'appui intermédiaire). Ensuite, on libère l'appui intermédiaire pour calculer le glissement dans une poutre sur deux appuis chargée par q_{fl} et la réaction R_0. Dans les deux cas, le glissement est calculé dans un repère local dont l'origine est placée dans le repère global au niveau de l'abscisse où l'effort tranchant est égal à 0.

La distribution de glissement calculée par les deux types d'analyse (fissurée et non fissurée) est présentée sur la Figure 4.8. Cette comparaison montre que le glissement à l'extrémité de la poutre obtenu par l'analyse fissurée est supérieur à celui calculé par l'analyse non fissurée. Toutefois, la différence est relativement faible (0,41mm et 0,39mm). La différence entre les deux méthodes est plus conséquente au niveau de l'appui intermédiaire où elle représente près de 50% (Figure 4.8).

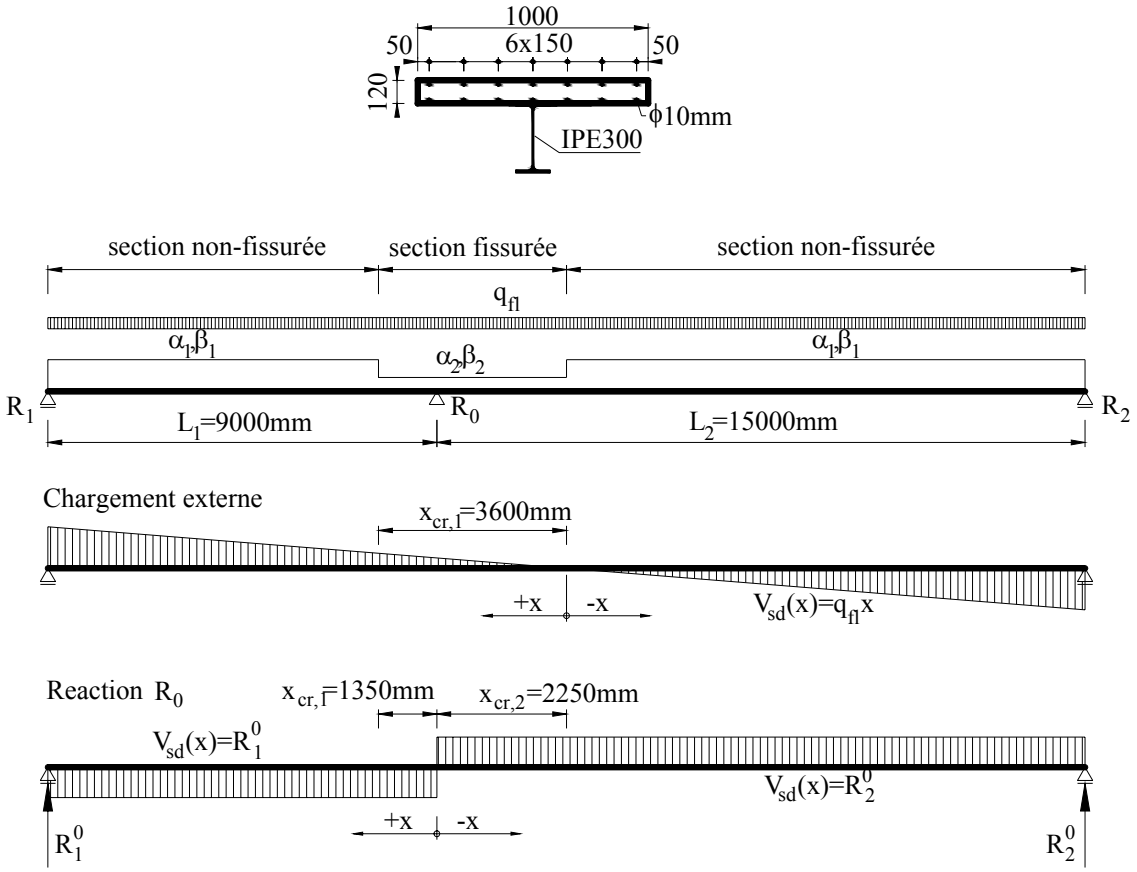


Figure 4.7 Découplage des efforts pour le calcul du glissement dans une poutre continue

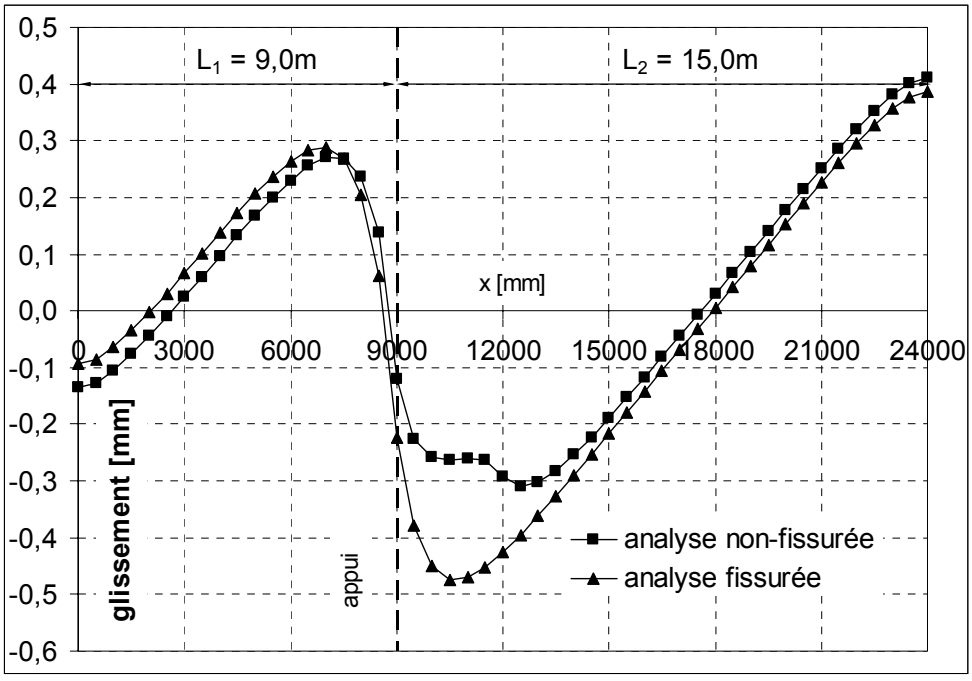


Figure 4.8 Distribution de glissement dans la poutre continue

Le modèle analytique formulé dans ce paragraphe peut donc représenter le comportement de poutres mixtes à une ou plusieurs travées, mais son application est limitée à la phase de comportement linéaire.

Pour pouvoir représenter le comportement de la poutre au-delà de cette phase, le modèle doit intégrer les lois de comportement non linéaires de l'acier, du béton et de la connexion. Nous développons les principes de l'analyse élasto-plastique dans le paragraphe 4.3.

Avant de passer à l'analyse élasto-plastique, nous décrivons les principes d'une méthode de calcul permettant l'évaluation du glissement à l'état ultime de la poutre mixte, dite aussi analyse « rigide plastique ». Ce modèle décrit le comportement de la poutre au stade final, où la totalité des connecteurs dans la poutre sont plastifiés.

4.2 Analyse rigide plastique

Le modèle de calcul proposé par Oehlers [55] permet l'évaluation du glissement à l'état ultime de la poutre par un calcul rigide plastique. Une des hypothèses de ce modèle est que tous les connecteurs sur la longueur de la poutre sont plastifiés et donc sollicités par un effort de cisaillement égal à leur résistance P_{Rk}. En même temps, le comportement de l'acier et du béton reste linéaire.

Le flux de cisaillement qui est proportionnel au glissement en phase élastique est ici constant sur la longueur de la poutre :

$$\tau . p = P_{Rk} \tag{4.43}$$

La distribution du cisaillement entre les connecteurs étant régulière, l'effort de cisaillement est discrétisé dans chacun des connecteurs et la déformation de glissement devient :

$$\frac{ds}{dx} = \varepsilon_{bi} - \varepsilon_{as} = \frac{M_{Ed}}{(EI)_{a,b}} y_0 - \frac{1}{p}\frac{P_{Rk}}{(EA)_{a,b}} dx \tag{4.44}$$

Ainsi, le glissement peut s'écrire sous la forme suivante :

$$s = \frac{y_0}{(EI)_{a,b}} \int_0^{L/2} M_{Ed} - \frac{NP_{Rk}}{(EA)_{a,b}} \frac{L}{2} \tag{4.45}$$

Où N est le nombre de connecteurs dans la demi travée. L'équation (4.45) peut être réécrite en tant que :

$$s = k_m A_m - k_{sh} A_{sh} \tag{4.46}$$

où $k_{sh} = \frac{1}{(EA)_{a,b}}$ et $k_{sh} = NP_{Rk}\frac{L}{2}$. Le terme A_{m} représente l'aire du diagramme des moments et A_{sh} représente l'aire du diagramme de cisaillement longitudinal dans les connecteurs (Figure 4.9). La première partie de l'équation (4.46) représente le glissement dans une poutre sans connexion et la deuxième partie est la réduction du glissement par l'action des connecteurs.

Le principal défaut du modèle proposé repose dans les simplifications utilisées, puisqu'il considère que la totalité des connecteurs est plastifiée et qu'en même temps, le comportement de l'acier et du béton reste linéaire. Il ne permet donc pas d'envisager un comportement différencié de l'acier, du béton et des connecteurs le long de la poutre.

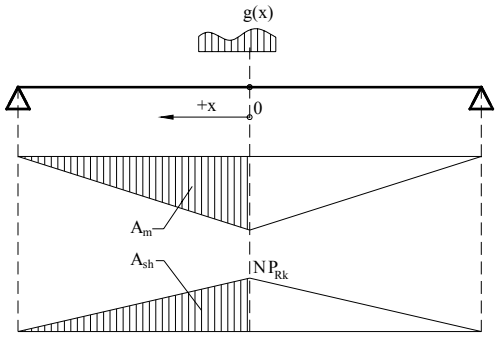


Figure 4.9 Evaluation du glissement à l'état ultime de la poutre [55]

4.3 Analyse élasto-plastique

Le modèle de calcul rigide plastique [55] développé dans le paragraphe précédent a été enrichi par les travaux de Bullo et DiMarco [22] pour tenir compte de la plastification locale des connecteurs ainsi que de la poutre métallique. En effet, aussi bien dans le calcul élastique que dans le calcul rigide plastique, on considère que le comportement de la totalité des connecteurs est soit parfaitement plastique, soit parfaitement élastique et, en même temps, que le comportement de l'acier structural et du béton reste élastique.

L'analyse élasto-plastique dont les principes sont développés dans ce paragraphe permet de représenter le comportement différencié des matériaux et de la connexion le long de la poutre. Le comportement non linéaire des matériaux est dans le cadre de cette analyse approché par des lois élasto-plastiques, illustrées sur la Figure 4.10. L'acier est considéré élastique parfaitement plastique avec une limite $\varepsilon_{ya} = f_y / E_a$.

Le béton, représenté par la loi de comportement proposée dans l'EC2, est caractérisé par deux paramètres : le module élastique initial et le module sécant (Figure 4.10). Le module initial est égal à la pente initiale du diagramme contrainte déformation du béton et le module sécant est calculé par la relation suivante :

$$E_{b,i} = \frac{\sigma_{cu}}{\varepsilon_{cu}} \tag{4.47}$$

où σ_{cu} est la contrainte de compression maximale dans le béton et ε_{cu} est la déformation qui lui est associée.

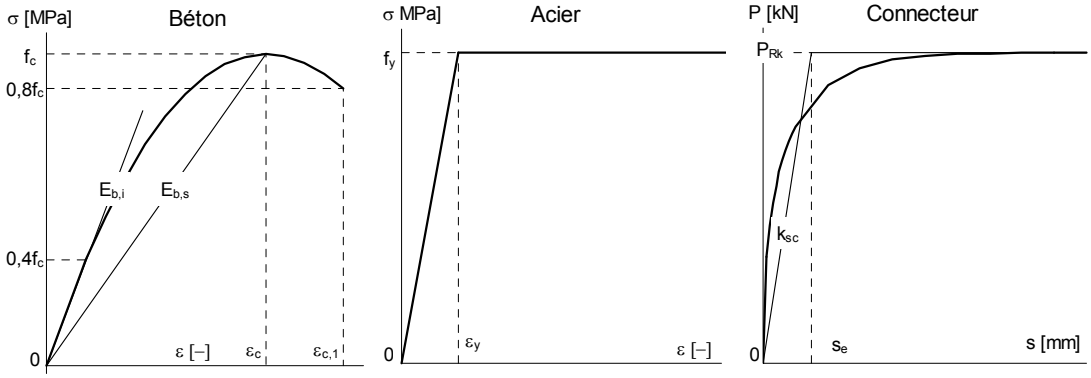


Figure 4.10 Comportement mécanique des matériaux et du connecteur dans le modèle élasto-plastique

La courbe force-glissement du connecteur est représentée par une loi de comportement élastique parfaitement plastique (Figure 4.10). Le critère utilisé pour séparer les deux phases de comportement est appelé la limite de glissement élastique s_e et sa valeur est la suivante :

$$s_e = P_i / k_{sc} \tag{4.48}$$

Dans le cas où le glissement dans la tête du connecteur est inférieur à s_e, son comportement est élastique. Dans le cas contraire, le comportement du connecteur est parfaitement plastique.

Nous avons déjà identifié trois sources de comportement non-linéaire dans la poutre mixte. Deux d'entre elles sont liées au comportement des matériaux (acier, béton), la troisième vient du comportement de la connexion. Selon ces trois critères, la poutre peut être divisée selon les trois zones suivantes (Figure 4.11) :

- zone où le comportement de la poutre mixte ainsi que de la connexion est linéaire;
- zone de plastification locale de l'acier et du béton : cette zone est sollicitée par un moment $M_a(x) \geq M_{el}$ ($M_{el}=W_y.f_y$) et la structure subit des déformations élasto-plastiques;
- zone de plastification locale des connecteurs : dans cette zone, le glissement dépasse la valeur s_e (4.48). Ainsi, tous les connecteurs situés dans cette zone sont plastifiés et reprennent un effort égal à P_{Rk}.

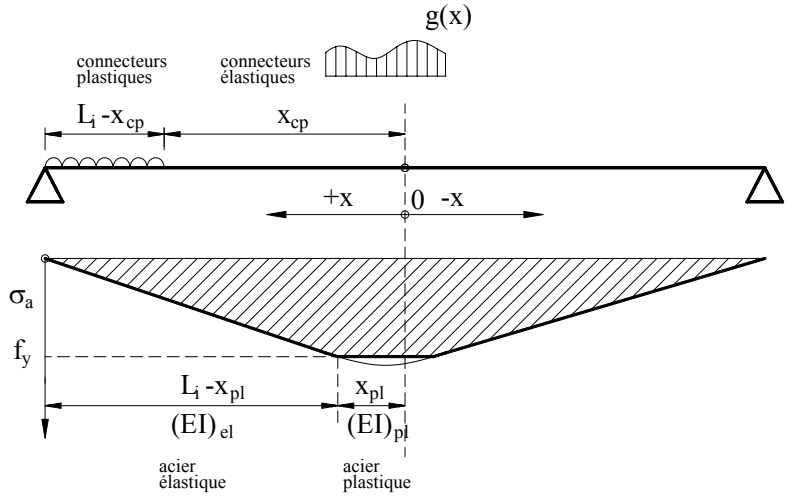


Figure 4.11 Plastification locale des connecteurs et du profilé métallique

Le point défini par l'abscisse x_{cp} représente la transition entre les zones des connecteurs en phases élastique et plastique. L'abscisse x_{pl} définit l'abscisse où se produit la plastification de l'acier et du béton. Entre les abscisses x_{cp} et x_{pl}, le comportement de la poutre mixte est élastique.

Dans la zone $x \leq x_{cp}$, le glissement est décrit par l'expression suivante :

$$s = C_1 e^{\alpha x} + C_2 e^{-\alpha x} + \beta V_{Ed}(x) \tag{4.49}$$

Dans la partie où les connecteurs sont plastifiés $x > x_{cp}$, l'équation (4.49) devient :

$$s = \left[C_1 e^{\alpha x_{cp}} + C_2 e^{-\alpha x_{cp}} + \beta V_{Ed}(x_{cp}) \right] + \left[\left(\frac{y_0}{(EI)_{a,b}} \right) \int_{x_{cp}}^{x} M_{Ed} dx - \frac{(x - x_{cp})}{p} P_{Rk} \left(\frac{y_0^2}{(EI)_{a,b}} - \frac{1}{(EA)_{a,b}} \right) \right] \tag{4.50}$$

Les expressions de glissement dans les équations (4.49) et (4.50) intègrent les caractéristiques *(EI)* et *(EA)* de la partie acier et béton soit directement, soit à travers les cœfficients α et β. Lorsque le comportement de la poutre est élastique, les caractéristiques des sections peuvent être calculées en utilisant les modules d'élasticité de l'acier et du béton. Dans tous les autres cas, la plastification de l'acier et le comportement non-linéaire du béton sont représentés en réduisant le module d'élasticité du matériau respectif.

La méthode proposée par Bullo et DiMarco [22] passe tout d'abord par le calcul des déformations dans la section mixte. La partie métallique commence à se plastifier lorsque la déformation dans la fibre extrême de la poutre métallique dépasse ε_{ya}. La plastification de l'acier dans cette partie du profilé métallique est représentée en réduisant le module d'élasticité de l'acier. Dans les parties de la poutre métallique où la déformation $\varepsilon_i < \varepsilon_{ya}$ le comportement de l'acier reste élastique avec un module d'élasticité égal au module initial E_a (Figure 4.12).

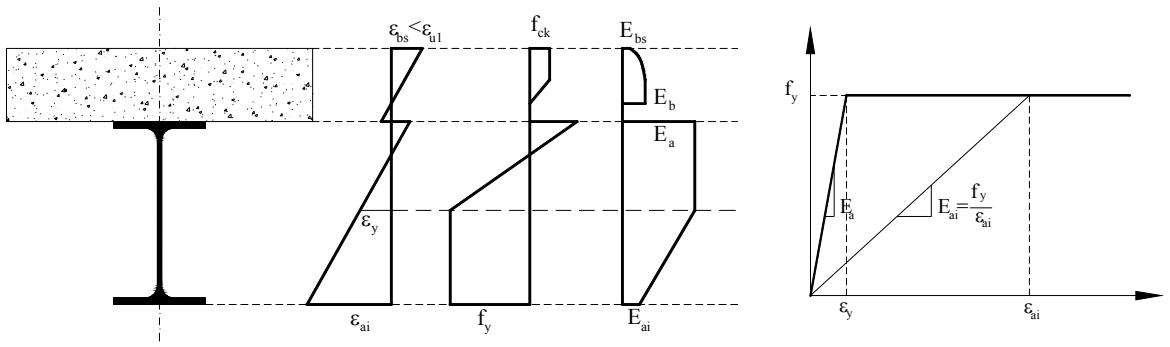


Figure 4.12 Approximation du comportement élasto-plastique des matériaux dans la poutre mixte

En raison de la plastification de l'acier, la nouvelle position de l'axe neutre dans la poutre métallique est :

$$y_{a,pl} = \frac{(ES)_{a,pl}}{(EA)_{a,pl}} \tag{4.51}$$

où la raideur normale de la poutre métallique est calculée en tant que :

$$(EA)_{a,pl} = E_a \int_0^{h_a} \frac{b_i(y)}{E_{a,i}(y)} dy \tag{4.52}$$

et le moment statique de la section est donné par la relation suivante :

$$(ES)_{a,pl} = E_a \int \int_0^{h_a} \frac{b_i(y)}{E_{a,i}(y)} dy \tag{4.53}$$

Dans les équations précédentes, b_i est la largeur de l'élément (semelle où âme), h_a est la hauteur du profilé métallique et $E_{a,i}$ est la valeur du module sécant de l'acier, qui varie sur la hauteur de la poutre. La raideur en flexion du profilé métallique partiellement plastifié est exprimée en tant que :

$$(EI)_{a,pl} = \int_{-y_{a,pl}}^{h_a - y_{a,pl}} (EA)_{a,pl} dy \tag{4.54}$$

Une procédure analogue est utilisée dans la partie béton. Toutefois, le comportement du béton devient non linéaire dès que la contrainte en compression dépasse $0{,}4.f_{cu}$. Dans ce cas, le module d'élasticité du béton est transformé en module sécant, dont la valeur peut être calculée à partir de :

$$E_{b,i} = \frac{\sigma_c}{\varepsilon_i} \tag{4.55}$$

La nouvelle position de l'axe neutre dans la dalle est :

$$y_{b,pl} = \frac{(ES)_{b,pl}}{(EA)_{b,pl}} \tag{4.56}$$

où la raideur normale de la section du béton est calculée en tant que :

$$(EA)_{b,pl} = E_b \int_0^{h_b} \frac{b_i(y)}{E_{b,i}(y)} dy + \sum E_{ar,i} A_{ar} \tag{4.57}$$

et le moment statique de la section est :

$$(ES)_{b,pl} = E_b \int \int_0^{h_b} \frac{b_i(y)}{E_{b,i}(y)} dy + \sum E_{ar,i} A_{ar,i} y_i \tag{4.58}$$

Dans les équations (4.57) et (4.58), h_b est l'épaisseur de la dalle. La raideur en flexion de la dalle peut être exprimée par :

$$(EI)_{b,pl} = \int_{-y_{b,pl}}^{h_b - y_{b,pl}} (EA)_{b,pl} dy \tag{4.59}$$

Les équations (4.49) à (4.59) représentent les fondements théoriques pour le développement d'un modèle de calcul élasto-plastique. La résolution de ce modèle est cependant assez complexe. Au regard du nombre de variables et de conditions aux limites définies dans ce modèle, une solution sous forme de fonction mathématique continue, comme cela a été le cas dans le modèle linéaire, n'est que difficilement envisageable.

La résolution numérique proposée par Bullo et DiMarco [22] consiste à discrétiser la plastification de l'acier dans les semelles ou dans l'âme du profilé métallique. De même, la dalle est discrétisée en couches et un module est calculé pour chacune de ces couches. Les principes de cette résolution numérique sont développés dans l'ANNEXE A.

4.4 Conclusion

Dans une poutre mixte, l'évaluation de l'effet du glissement à l'interface acier-béton peut se faire de différentes façons. Le principal avantage des méthodes analytiques est leur relative simplicité. Le modèle linéaire élastique, qui permet de décrire le comportement de la poutre mixte par des fonctions mathématiques, remplit bien cette condition, tout en étant, il faut le rappeler, approximatif. Le modèle élasto-plastique, développé ci-dessus, a permis d'illustrer et de comprendre les différents phénomènes non linéaires qui interviennent dans la poutre mixte. Toutefois sa résolution numérique est assez complexe, ce qui pénalise son application pour une analyse globale de la structure.

En effet, d'autres types d'analyses numériques tels que la méthode des éléments finis (MEF) offrent des possibilités beaucoup plus larges quand à la discrétisation et donnent un modèle de calcul plus précis. Notre choix en ce qui concerne les modèles de calcul élasto-plastiques pour l'analyse non linéaire de la poutre mixte s'oriente donc vers les modèles basés sur la MEF.

Chapitre 5
Modélisation de poutres mixtes par les éléments finis

5. Modélisation de poutres mixtes par les éléments finis

Un grand nombre de modèles basés sur la MEF traitant de différents aspects du comportement des poutres mixtes existe dans la littérature. Les plus anciens sont des modèles où la poutre métallique et la dalle sont représentées par des éléments de poutre reliés par des éléments avec différentes hypothèses d'interaction pour représenter la connexion. Les modèles bi et tri dimensionnels sont plus récents et surtout moins nombreux.

Nous présentons tout d'abord les modèles disponibles dans la littérature et nous faisons le bilan des différentes techniques de modélisation. Ensuite, nous présentons la démarche que nous avons retenue pour le développement de notre propre modèle.

5.1 Modèles numériques de poutres mixtes disponibles

5.1.1 Modèles de type poutre

Les premiers modèles de ce type datent des années 80. Arizumi et Hamada [10] ont développé un modèle utilisant des éléments de type poutre à 2 nœuds avec 3 degrés de liberté par nœud. Cependant, cet élément ne permet de modéliser qu'une connexion répartie de façon uniforme entre l'acier et le béton. En France, Xu [77] a décrit un modèle de poutre mixte, qui utilise deux poutres de type Bernouilli, connectées par des éléments de connexion avec une loi de comportement de type force-glissement non-linéaire. Le comportement du connecteur y est donc caractérisé par une raideur sécante, qui est une fonction du glissement. Ainsi, le calcul itératif permet de suivre le comportement du glissement même avec une branche descendante après le pic de résistance. D'un point de vue formulation du modèle, on reconnaît les modèles basés sur des formulations en déplacements et les modèles basés sur des formulations en forces. Un état de l'art sur la modélisation numérique de poutres mixtes a été fait par Spacone et El-Tawil [69]. Dans les modèles basés sur les déplacements, des champs de déplacements séparés sont considérés pour les parties acier et béton. Le glissement à l'interface acier béton est alors automatiquement dérivé de la compatibilité des déplacements entre l'acier et le béton. Des fonctions d'interpolation cubiques sont utilisées pour la formulation des déplacements de flexion (verticaux) et des fonctions quadratiques sont utilisées pour les déplacements dans la direction de l'axe de la poutre mixte. Ces hypothèses mènent à une distribution quadratique du glissement sur la longueur de la poutre. Ce type de modèle a été appliqué pour des analyses visant la réponse de la poutre à des sollicitations monotones (Daniels et Crisinel [26]) mais aussi sur le retrait et le fluage dans la dalle de poutres mixtes (Salari et Spacone [63]). Dans les modèles basés sur la formulation des forces, le flux de cisaillement à l'interface acier béton est défini en tant qu'une force répartie sur toute la longueur de l'interface. Cette force à l'interface est interpolée avec une fonction cubique, ce qui mène à une distribution du moment et de l'effort axial de quatrième ordre. Plus récemment, Ayoub et Fillipou [11] ont développé un modèle mixte, où les déplacements et les forces sont associés sur la longueur de la poutre.

De manière générale, la connexion acier béton est représentée soit par des éléments discrets, soit en tant que liaison continue (Figure 5.1).

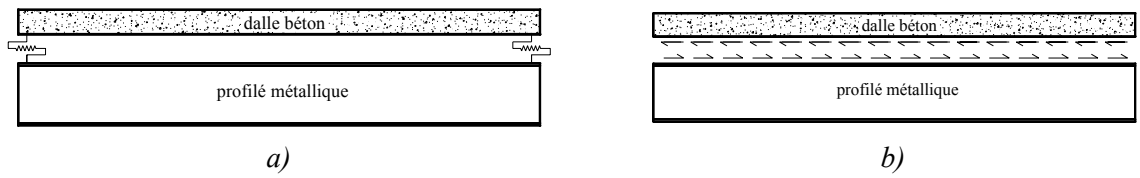


Figure 5.1 Modèles avec formulation de la connexion : a) discrète b) continue

Les éléments discrets, qui servent à représenter les goujons, sont des ressorts longitudinaux et verticaux, des barres ou des treillis. Un ou plusieurs éléments sont le plus souvent utilisés pour représenter chaque connecteur, ce qui augmente considérablement le nombre de degrés de liberté du modèle. Cependant, le fait de définir des éléments discrets permet de représenter la variation des caractéristiques de la connexion sur la longueur de la poutre (raideur sécante et espacement non uniforme). Ceci n'est pas possible lorsque la connexion acier béton est continue. Une formulation discrète s'avère donc être plus coûteuse, mais aussi plus précise qu'une formulation continue. C'est la raison pour laquelle nous avons orienté notre choix sur des modèles de connexion discrets dans la modélisation que nous développons.

5.1.2 Modèles 3D

Une modélisation 3D permet le plus souvent de représenter la géométrie exacte de la structure. Le modèle ainsi créé est assez exigeant en coût de calcul et nécessite un support informatique suffisamment performant. Ainsi, ces méthodes ne se sont développées que récemment.

En 2000, Sebastian et McConnell [65] ont publié un modèle qui sert de référence jusqu'à présent et dont les principes sont cités ou repris par d'autres travaux plus récents. Le modèle permet de représenter une poutre composée d'une dalle en béton armé et d'un profilé métallique, qui peut être alternativement remplacé par un treillis. Le modèle MEF comporte les éléments finis suivants :

- éléments de coque mince à 4 nœuds utilisés pour la modélisation de la dalle en béton.
- éléments de coque utilisés pour modéliser les parois de la poutre métallique.
- des éléments de connexion, qui relient les nœuds en vis-à-vis dans la dalle et la poutre métallique.

Alternativement, le profilé métallique peut être remplacé par un treillis modélisé par un système de barres. Une formulation de la dalle en multicouches est adoptée pour tenir compte de la variation des caractéristiques matérielles à travers son épaisseur. Les barres d'armature sont représentées par une couche d'acier répartie à travers l'épaisseur de la dalle. Ainsi, un bac métallique collaborant peut être représenté en tant qu'une couche particulière dans la dalle (Figure 5.2).

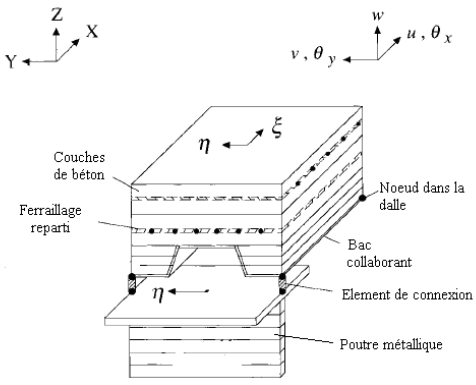


Figure 5.2 Schéma du modèle MEF [65]

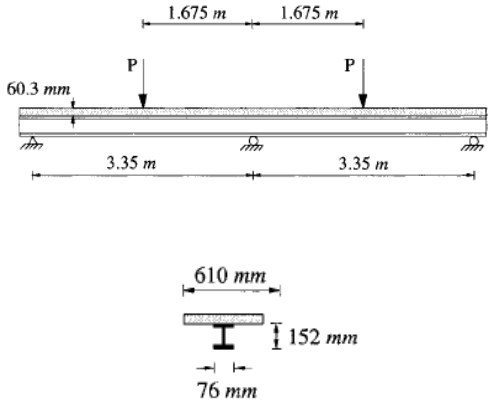


Figure 5.3 Schéma de l'essai de validation du modèle [65]

Les éléments de connexion peuvent être définis de façon à représenter un seul connecteur individuel ou plusieurs connecteurs à la fois. L'élément de connexion est défini en tant que système de ressorts qui comporte :

- un ressort avec une raideur axiale dans la direction des déplacements u et v (Figure 5.2), qui s'oppose au glissement relatif entre la dalle et le profilé métallique.
- un ressort orienté dans la direction verticale, avec une raideur $k \to \infty$ pour assurer la compatibilité des déplacements verticaux entre la dalle et le profilé métallique,
- deux ressorts de rotation avec une raideur $k \to \infty$ pour assurer la compatibilité des rotations entre la dalle et le profilé métallique.

Le modèle validé sur quelques applications (Figure 5.3) montre qu'il est capable de représenter la flèche et le glissement des poutres testées expérimentalement (Figure 5.4). Dans les deux cas, les résultats numériques représentent bien le comportement de la structure tant du point de vue phénoménologique que du point de vue des valeurs (quantitatif).

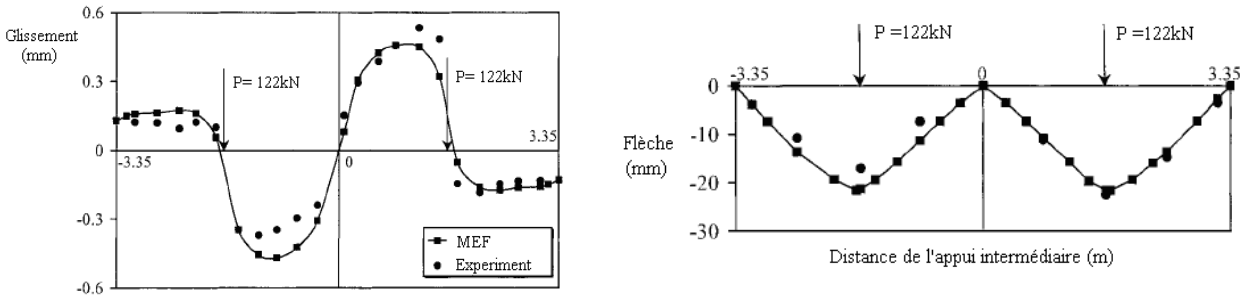


Figure 5.4 Comparaison entre résultats MEF et expérimentaux [65]

Plus récemment, des modèles qui utilisent des éléments solides ont été présentés par Baertschi [12] et Zhou [78]. Le modèle développé par Baertschi [12] est utilisé pour des études paramétriques de poutres mixtes avec un faible degré de connexion (Figure 5.5). Les éléments volumiques sont utilisés pour modéliser la dalle, mais aussi la poutre métallique. Les armatures sont introduites par une couche répartie dans la dalle. La connexion acier béton est elle aussi modélisée par des éléments volumiques qui sont enrobés par la dalle.

Le modèle, certes très détaillé, a un coût de calcul excessif (même pour des calculs élastiques), ce qui pénalise son application pratique. En effet, même en profitant de la symétrie qui réduit le maillage de moitié (Figure 5.5), les analyses élasto-plastiques durent des dizaines d'heures même avec un support informatique performant.

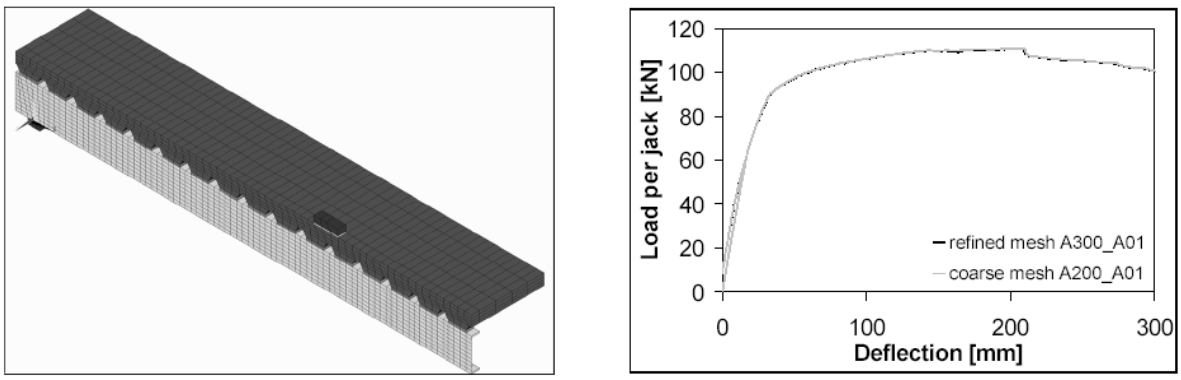


Figure 5.5 Schéma du modèle numérique (Baertschi [12])

Une autre approche numérique, adaptée pour des analyses locales, a été développée par Laane [41]. Le modèle présenté sur la Figure 5.6 a été utilisé pour représenter la région autour des appuis intermédiaires de poutres mixtes continues. Il est appliqué à l'étude postcritique de ponts mixtes dans la zone de moments négatifs. Le modèle se résume comme suit :

- les semelles et l'âme du profilé métallique sont modélisées par des éléments de coque.
- une extrémité du modèle (au niveau de l'appui intermédiaire) est encastrée,
- un élément rigide est placé à l'autre extrémité du modèle. Cet élément rigide permet d'assurer que la section reste plane, élimine les effets du déversement et sert à appliquer le chargement. Le modèle représente seulement une partie de la poutre mixte, le chargement est introduit en tant qu'une combinaison d'un effort tranchant V_{ABQ} et un couple d'efforts normaux H_{ABQ}, qui représentent le moment de flexion.

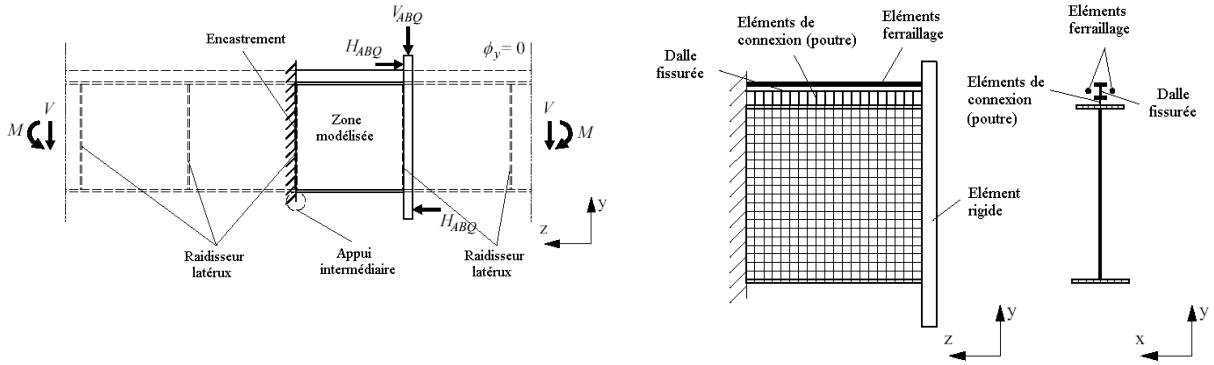


Figure 5.6 Schéma du modèle numérique (Laane [41])

Comme le modèle est utilisé pour étudier la poutre mixte sous moment négatif, la partie qui représente la dalle est réduite à un système de treillis représentant les barres d'armature. Ces barres sont combinées à un élément de poutre à 3 nœuds, paramétré de façon à représenter la contribution de la dalle à la résistance à l'effort tranchant de la section mixte après fissuration. La connexion entre la poutre métallique et la poutre représentant la dalle fissurée est assurée par des éléments de poutre courts. Pour représenter des imperfections géométriques, l'âme du profilé métallique est modélisée avec une forme courbée dans le sens horizontal et vertical.

Le fait de représenter la dalle par un modèle simple qui exclut toute contribution du béton tendu à la flexion négative de la poutre mixte permet au modèle d'être efficace pour des analyses locales. Toutefois, ce modèle ne peut être utilisé que pour des analyses locales, puisqu'il ne permet pas de représenter le comportement de la poutre en flexion positive.

Ainsi, la modélisation de la dalle doit être faite de façon à représenter le comportement différencié du béton en traction et en compression pour pouvoir être applicable à des analyses globales. Dans ce domaine, la modélisation par des éléments volumiques et la modélisation par des éléments surfaciques présentent chacune des avantages et des inconvénients. Les deux techniques ont été testées et comparées par Baskar [13]. L'analyse numérique [13] montre que la modélisation par des éléments de plaque ou coque permet de représenter globalement la fissuration de la dalle, mais la fissuration ne peut pas être localisée à travers l'épaisseur de la dalle. La modélisation de la dalle par des éléments volumiques (Figure 5.8) permet un meilleur traitement de la fissuration du béton à travers l'épaisseur de la dalle, tout en étant nettement plus exigeante en terme de coût de calcul. Toutefois, la comparaison entre résultats numériques et expérimentaux (flèche d'une poutre sur appuis simples testée en flexion négative) montre que les deux modélisations sont relativement fidèles au comportement réel de la poutre (Figure 5.7).

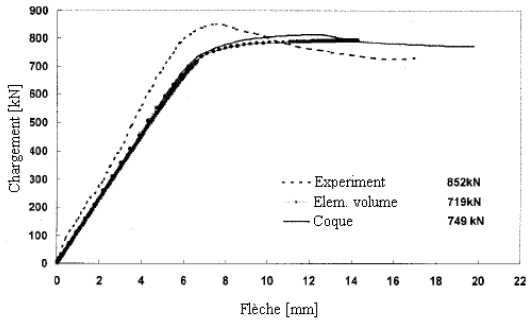


Figure 5.7 Comparaison des flèches entre MEF et essai [13]

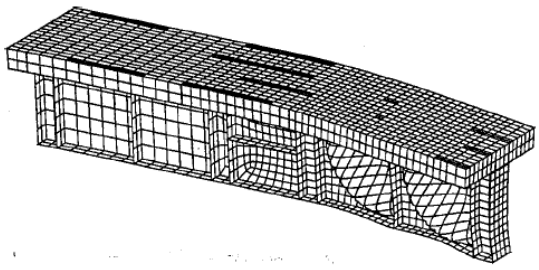


Figure 5.8 Maillage déformé [13]

Les inconvénients de la modélisation avec des éléments de coque liés à la maîtrise de la fissuration du béton à travers l'épaisseur de la plaque peuvent être éliminés en utilisant une formulation de l'élément avec une division en plusieurs couches (Figure 5.9). Cette technique est couramment utilisée pour la modélisation des structures en béton armé à caractère surfacique [49].

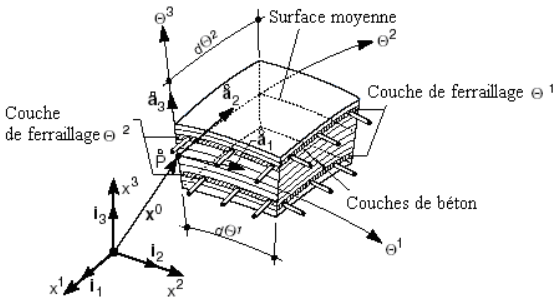


Figure 5.9 Dalle en béton armé représentée par une coque multicouche [49]

Le modèle développé par Donneux [28] nous semble le mieux adapté pour l'analyse globale des poutres ou planchers mixtes, puisqu'il combine des éléments finis qui se sont avérés être les plus efficaces pour ce type de modélisations :

- coque multicouche pour la dalle en béton.
- coque pour les parois du profilé métallique.
- éléments de poutre courts pour les connecteurs.

Un maillage type est illustré sur la Figure 5.10. Des lois élasto-plastiques sont définies pour l'acier et pour le béton. Les connecteurs sont représentés par une loi de comportement bilinéaire élastique parfaitement plastique.

Le modèle a été validé par des essais (Figure 5.11) et a été appliqué pour un nombre d'études allant de l'analyse sismique de portiques jusqu'à la définition des largeurs efficaces des dalles.

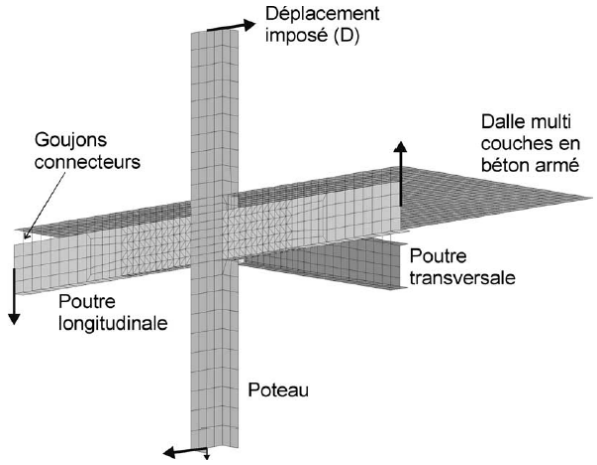


Figure 5.10 Maillage du modèle MEF (Donneux [28])

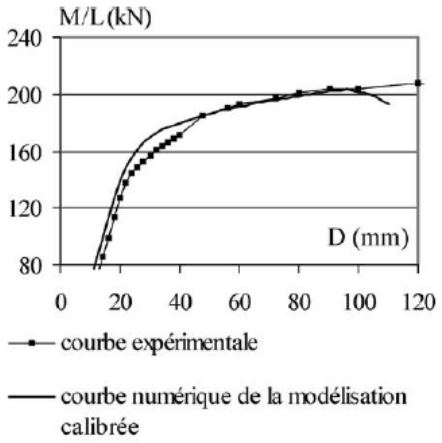


Figure 5.11 Validation du modèle MEF par essais [28]

5.1.3 Bilan de la recherche bibliographique

Les études disponibles dans la littérature scientifique montrent les tendances actuelles relatives à la modélisation des poutres mixtes acier béton. Si les modèles 2D de type poutre se veulent plus simples, ils n'offrent qu'un nombre limité de possibilités pour l'analyse de la structure. Ils peuvent être efficaces pour représenter le comportement de la poutre en flexion positive, toutefois, une modélisation 3D semble être mieux adaptée pour représenter les phénomènes non-linéaires dans la poutre (maîtrise de la fissuration du béton à travers l'épaisseur de la dalle).

En se basant sur les conclusions de l'étude bibliographique, nous allons dans ce qui suit formuler les principes d'un modèle numérique MEF 3D, qui sera appliqué à l'analyse globale des poutres mixtes.

Le choix des éléments finis et des modèles de comportement des matériaux utilisés dans la modélisation MEF est guidé par les conclusions de la recherche bibliographique, mais aussi par les moyens de calcul associés au code éléments finis dont nous disposons (CAST3M). Ainsi, les éléments utilisés pour modéliser les parois des poutres métalliques sont les éléments de coques à 4 nœuds appelés COQ4. La dalle est modélisée par les mêmes éléments mais avec la formulation multicouches. Pour représenter le comportement du béton, nous avons choisi d'utiliser une loi déjà implémentée dans le code, de la tester et de délimiter son domaine d'application. La connexion acier béton est représentée par des éléments de type poutre à 2 nœuds et 6 degrés de liberté par nœud.

5.2 Développement du modèle MEF 3D

Dans cette partie, nous proposons les formulations et les validations des éléments choisis pour représenter la poutre métallique, la dalle en béton et la connexion. Avant de procéder à la validation du modèle de poutre mixte, nous testons chacun des composants séparément. Le modèle de la poutre métallique est testé en flexion. En ce qui concerne la dalle en béton, nous effectuons une série d'essais numériques avec pour but de démontrer l'influence du type d'éléments et de la densité du maillage sur le comportement du modèle. Pour les éléments de connexion, nous décrivons d'abord les principes utilisés pour le développement des lois de

comportement des poutres courtes qui représentent les goujons connecteurs. Ensuite, nous validons ce modèle par des essais en cisaillement.

5.2.1 Poutre métallique

Dans le cadre de ce travail, le profilé métallique est constitué d'une poutre en I (profilé laminé ou PRS). Toutefois, les possibilités offertes par la modélisation tridimensionnelle sont beaucoup plus larges et d'autres types de sections moins courantes peuvent être représentées.

Deux types de modélisation sont envisagés pour représenter la géométrie de la poutre métallique. La première approche consiste à définir le maillage de la coque dans le plan moyen des semelles. Pour l'exemple, une section IPE 300 est représentée par un modèle dont la hauteur est $h^* = h\text{-}t_f$ =289,7mm. La deuxième approche consiste à conserver la hauteur réelle de la poutre métallique. Pour une poutre IPE 300 ceci revient à lui donner une hauteur h=300mm.

Nous avons comparé le comportement des deux modèles par une série d'essais numériques linéaires, dont le schéma est illustré sur la Figure 5.12. Pour le premier type d'essais (CON1), la poutre est soumise à une charge uniforme appliquée sur la semelle supérieure du modèle. La poutre est dans ce cas sollicitée par un moment ainsi que par un effort de cisaillement. Pour le deuxième type d'essais (CON2), la poutre est sollicitée en flexion pure par deux moments M appliqués à chacune des extrémités. Les moments sont introduits par un couple d'efforts horizontaux appliqués dans les semelles de la poutre au niveau des appuis.

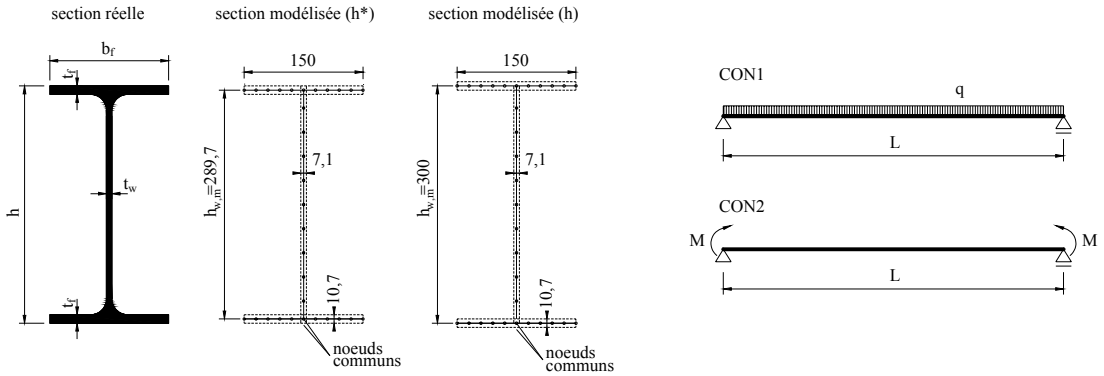


Figure 5.12 Schéma de la poutre modélisée

Les valeurs de déplacement δ et de contrainte normale σ sont calculées dans la semelle inférieure au milieu de la travée. En partant des ces valeurs de déplacement et de contrainte, nous estimons pour chaque essai deux inerties équivalentes :

- pour les essais CON1 :

$$I_y^{\delta} = \frac{5}{384}\frac{qL^4}{E}\frac{1}{\delta} \tag{5.1}$$

$$I_y^{\sigma} = \frac{qL^2}{8}\frac{1}{\sigma}\frac{h}{2} \tag{5.2}$$

- pour les essais CON2 :

$$I_y^{\delta} = \frac{ML^2}{4E}\frac{1}{\delta} \tag{5.3}$$

$$I_y^{\sigma} = \frac{M}{\sigma}\frac{h}{2} \tag{5.4}$$

Les expressions (5.1) à (5.4) utilisées pour déterminer les inerties équivalentes sont basées sur les principes de la théorie des poutres sans tenir compte des effets de l'effort tranchant. Le modèle MEF quand a lui intègre ces effets. Les poutres testées sont des IPE 300 et IPE 500 de cinq longueurs différentes. Chaque essai est caractérisé par un rapport *L*/*h*, où *h* est la hauteur du profilé métallique et *L* la longueur de la poutre. Les inerties équivalentes I_y^{σ} et I_y^{δ} sont lors de chaque essai comparées à l'inertie du profilé calculé par les méthodes de la théorie des poutres. La comparaison sur la Figure 5.13 montre la différence entre les valeurs des inerties calculées numériquement ou par la théorie des poutres en fonction du rapport *L*/*h*.

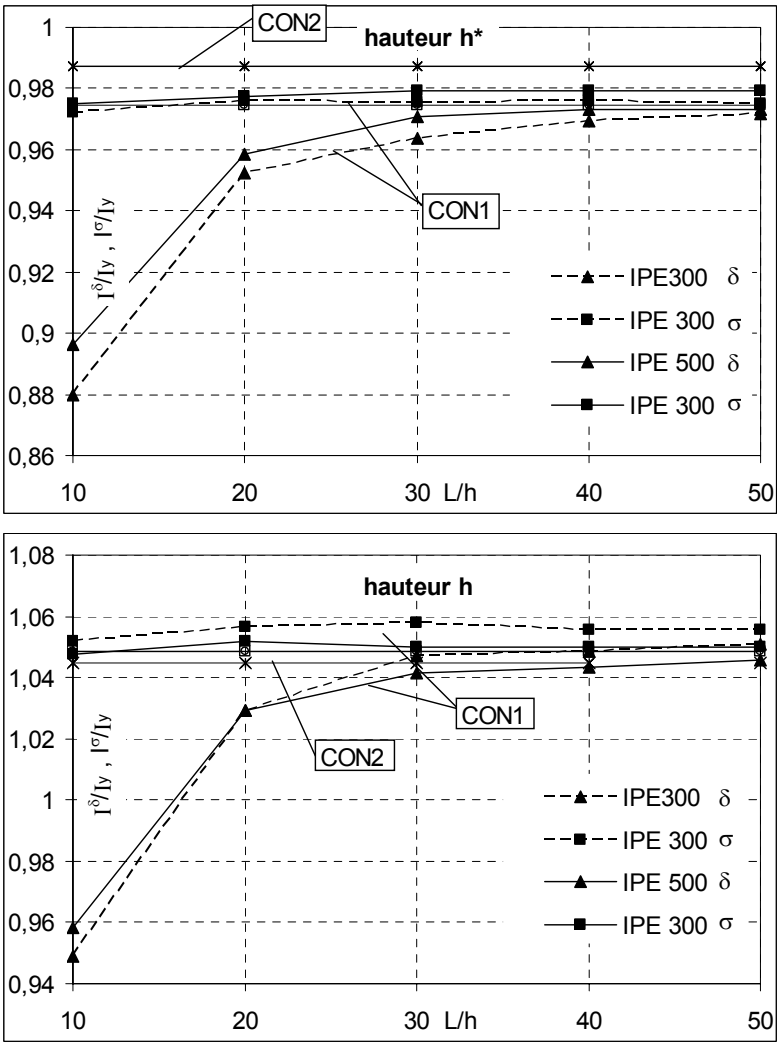


Figure 5.13 Précision du modèle numérique

Lorsque la poutre est sollicitée en flexion pure sans effort tranchant (CON2), le rapport entre les inerties calculées par la MEF et par la théorie des poutres est indépendant de la longueur de la poutre et ce aussi bien pour I_y^{σ} que pour I_y^{δ}. En revanche, en présence de l'effort tranchant (CON1), le rapport entre l'inertie I_y^{δ} et l'inertie théorique, calculée selon les hypothèses de la théorie des poutres sans prise en compte des effets du cisaillement, dépend de la longueur de la poutre. L'inertie déterminée à partir des flèches du modèle MEF est la moins grande lorsque le rapport L/h=10 (poutre IPE 300 d'une longueur de 3m ou bien poutre

IPE 500 de longueur L=5m). L'inertie I_y^σ, déterminée à partir des contraintes à mi-travée où l'effort tranchant est nul, a une valeur indépendante de la longueur de la poutre. Avec un rapport L/h=50 (poutre IPE 300 d'une longueur de 15m ou bien poutre IPE 500 de longueur L=25m), l'inertie I_y^δ est pratiquement égale à l'inertie I_y^σ. Dans ce cas, l'influence de l'effort tranchant sur les flèches de la poutre métallique est négligeable.

En ce qui concerne la hauteur du modèle, la valeur h^* convient mieux pour ce type de poutre. L'utilisation de la hauteur réelle h dans le modèle numérique mène à une surestimation de la raideur de la poutre tant du point de vue des contraintes que du point de due des déplacements.

5.2.2 Dalle béton

La recherche bibliographique sur la modélisation de dalles en béton oriente notre choix vers une formulation par coques multicouches. En effet, cette méthode présente plusieurs avantages en comparaison notamment avec une modélisation par des éléments volumiques. Le modèle de la dalle sera réalisé par des éléments COQ4 (coque mince multicouche) du code de calcul CAST3M.

Un des avantages de ce type de modélisation est qu'il suffit de créer un seul maillage de la dalle pour ensuite définir plusieurs couches. Ce type de définition permet de simuler la variation des contraintes à travers la hauteur de la section ainsi qu'une éventuelle différence des caractéristiques matérielles dans différentes couches de la dalle. En l'occurrence, dans le cas d'une dalle en béton armé, elle permet de définir le ferraillage de la dalle en tant qu'une couche d'une épaisseur équivalente avec une loi de comportement autre que celle du béton.

Le caractère et la formulation du modèle MEF global influencent aussi le choix du modèle de comportement du béton. Dans un modèle qui représente la flexion d'une poutre mixte isolée, il serait suffisant de définir des lois de comportement uni axiales (différentes en compression et en traction). Toutefois, pour pouvoir donner au modèle un domaine d'application plus large, plus précisément pour pouvoir l'appliquer à des analyses tridimensionnelles, notre choix s'est tourné vers des modèles utilisant des formulations qui considèrent un état biaxial de contraintes. Pour représenter le comportement du béton, nous utilisons la loi de matériau non linéaire et bidimensionnelle BETON de Cast3M. C'est une loi combinant un modèle de fissuration fixe de Rankine pour représenter la traction et un modèle plastique de Drucker-Prager pour représenter la compression. En traction, il y a fissuration lorsqu'une des 2 contraintes principales atteint la résistance limite de traction du béton (Figure 5.14). La fissuration entraîne une diminution de la résistance au cisaillement prise en compte par une réduction du module de cisaillement. La traction est écrouissable de manière indépendante pour les 2 directions de fissuration (écrouissage négatif). La loi du béton tient compte de la fermeture des fissures. La compression n'est pas possible tant que les fissures sont ouvertes. En compression, on peut aller au-delà de la résistance à la compression car la loi est aussi écrouissable (isotrope, négatif).

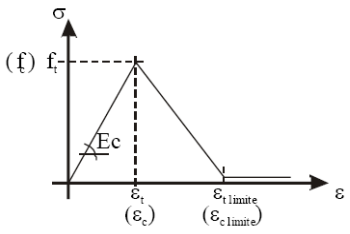


Figure 5.14 Écrouissage du béton en traction et en compression [28]

Le comportement en traction et en compression uniaxiales est donc défini par la loi de comportement illustrée sur la Figure 5.14. Pour valider l'application de ce type de loi de comportement à des modèles sollicités en flexion, nous avons effectué une série d'essais numériques où on représente la flexion négative d'une dalle mixte dont le schéma est présenté sur la Figure 5.15.

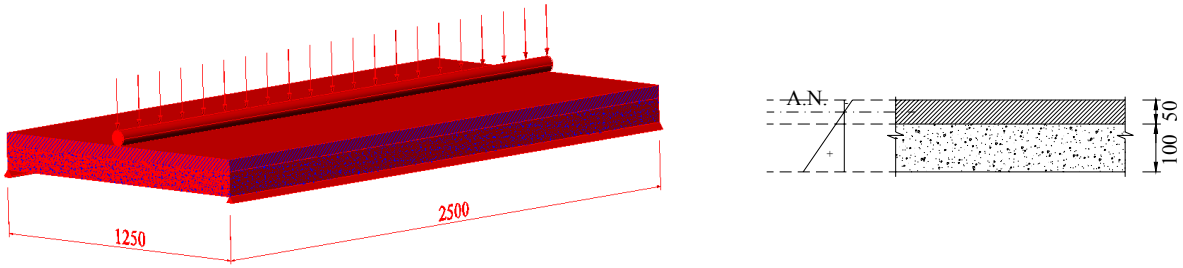


Figure 5.15 Schéma utilisé pour les essais numériques du modèle BETON

La structure étudiée est constituée d'une dalle en béton d'épaisseur égale à 100mm et d'une plaque métallique d'épaisseur égale à 50mm solidaires entre elles de façon continue. La dalle est appuyée sur deux côtés et une charge verticale est appliquée au milieu de la travée. L'axe neutre de la section non fissurée se trouve dans la partie métallique, la totalité du béton est donc soumise à des efforts de traction. Le béton est défini avec une limite en traction f_{ct}=3MPa. La loi de comportement en traction est celle du modèle BETON de CAST3M (Figure 5.16).

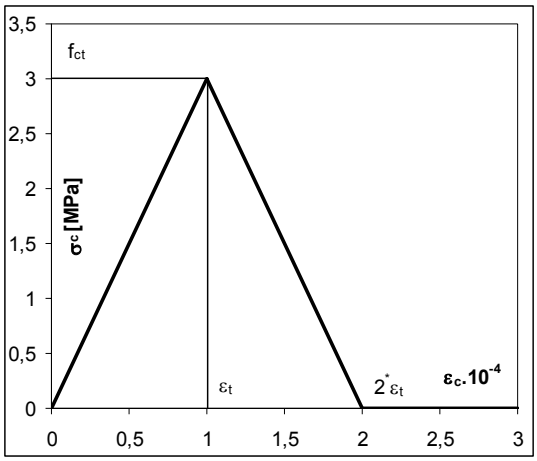


Figure 5.16 Loi de comportement du béton en traction

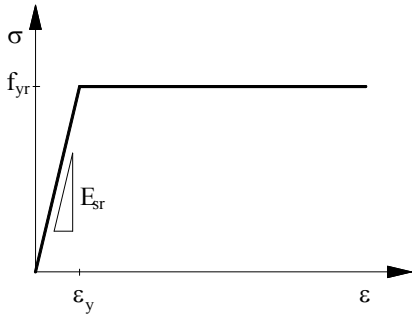


Figure 5.17 Loi de comportement élasto-plastique de l'acier

La valeur maximale du chargement est choisie de façon à ce que la déformation à l'interface acier béton dépasse la valeur $2^*\varepsilon_t=10^{-4}$ (Figure 5.16). Sous ce chargement, le béton ne contribue plus à la raideur de la section et la raideur n'est plus assurée que par la plaque métallique. L'acier est défini en tant que matériau élastique parfaitement plastique (Figure 5.17). Toutefois, le chargement du modèle est choisi de façon à ce que le comportement de l'acier reste élastique tout au long de l'essai.

La dalle est modélisée en utilisant les six approches suivantes :

- modèle COQ4 multicouches avec une couche acier et une couche béton,
- modèle COQ4 multicouches avec une couche acier et deux couches béton,
- modèle COQ4 multicouches avec une couche acier et quatre couches béton,

- modèle COQ4 multicouches avec une couche acier et cinq couches béton,
- modèle CUB8 où la plaque métallique et la dalle béton sont modélisées par des éléments cubiques à 8 nœuds,
- modèle COQ4 sans béton où seule la plaque métallique est modélisée.

La comparaison des flèches calculées pour ces six modèles MEF est présentée sur la Figure 5.18. Dans toutes les modélisations (sauf celle qui ne représente que la poutre métallique seule), le modèle a une raideur initiale qui commence à diminuer à la première fissuration du béton. Cette première fissuration correspond à un moment M=10kNm. Lorsqu'on augmente le moment au-delà de M=10kNm, la fissuration progresse à travers l'épaisseur de la dalle. Toutefois, le caractère écrouissable du béton fait qu'il continue de contribuer à la raideur de la dalle même après fissuration. La contribution du béton devient nulle lorsque la déformation dans la dalle dépasse $2^*\varepsilon_t=10^{-4}$.

La raideur « actuelle » qui correspond à un moment M quelconque peut être déterminée en procédant à un déchargement du modèle. Cette raideur représente alors la pente de la branche de déchargement (trait plein sur la Figure 5.18). Pour une valeur du moment égale à M=75kNm, les raideurs des modèles multicouches avec 4 et 5 couches, la raideur du modèle volumique et celle de la plaque seule sont pratiquement identiques. En même temps, les raideurs des modèles avec 1 et 2 couches sont près de deux fois plus grandes (Figure 5.19). Dans ce cas, la dalle n'est pas complètement fissurée et le béton continue de contribuer à la raideur du modèle.

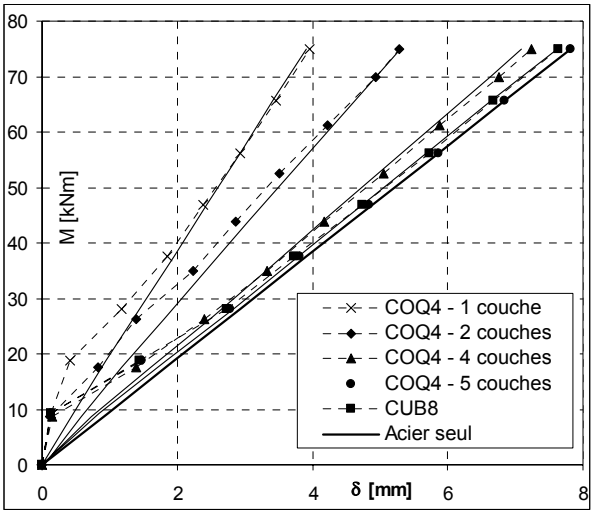


Figure 5.18 Évolution de la flèche pour différents maillages

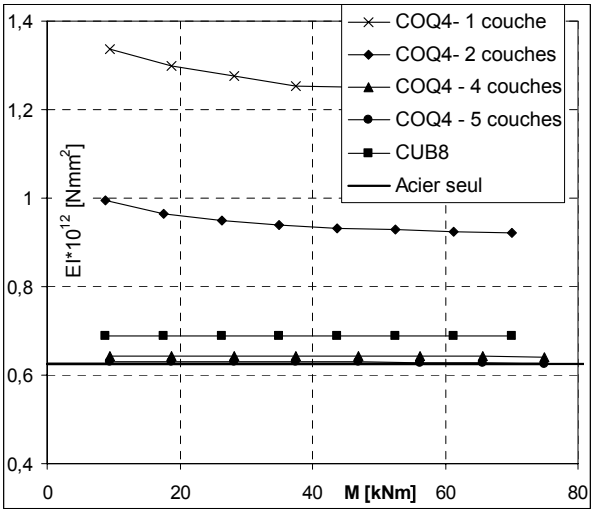


Figure 5.19 Raideur du modèle pour différents maillages

Une vérification analytique confirme que sous un moment égal à M=75kNm, la déformation à l'interface entre l'acier et le béton est supérieure à $2^*\varepsilon_t=10^{-4}$ et le béton ne contribue plus à la raideur de la dalle. Le modèle avec une ou deux couches ne permet donc pas de traduire de façon suffisamment précise les effets de cette fissuration.

Dans les modélisations des poutres mixtes que nous effectuons par la suite, nous allons utiliser des coques avec quatre couches. Ce choix est justifié par le fait que la précision de ce modèle est proche du modèle qui comptait cinq couches. En même temps, le modèle avec quatre couches est beaucoup moins exigeant en coût de calcul.

5.2.3 Modèle de la connexion

La connexion est discrétisée au niveau de chaque couple de nœuds adjacents appartenant à la dalle et à la semelle supérieure de la poutre. Elle est représentée par un élément de poutre sollicité en flexion. La loi de comportement de cet élément de connexion doit donc être définie de façon à reproduire le comportement réel du connecteur, qui lui est défini par une loi force glissement.

En référence à l'analyse fondamentale du comportement d'une poutre mixte avec des connecteurs flexibles, la formulation de l'élément de connexion se base sur les hypothèses suivantes:

- l'effet du soulèvement est négligé,
- la section de la poutre reste plane après déformation. Ceci est assuré par la compatibilité des rotations dans les nœuds adjacents du profilé et de la dalle,
- le déplacement relatif, dans la direction du glissement à l'interface, entre deux nœuds de l'élément de connexion est formulé de la façon suivante (Figure 5.20).

$$u_{ab}(x) = (u_a - u_b) + \theta l_c \tag{5.5}$$

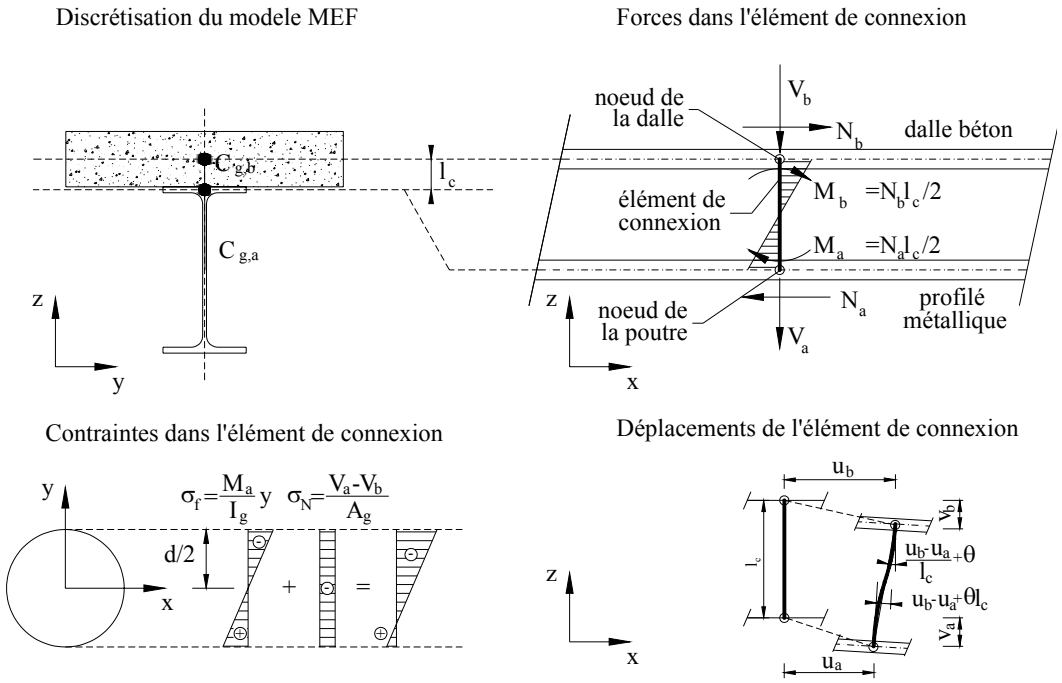


Figure 5.20 Élément de connexion de type poutre

Dans le repère local de la poutre, le champ de déplacement est défini par trois degrés de liberté dans chaque nœud. Le champ de déplacement complet de l'élément est alors décrit par la relation matricielle suivante:

$$\begin{Bmatrix} v(x) \\ u(x) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-\dfrac{x}{l_c} & 0 & 0 & \dfrac{x}{l_c} & 0 & 0 \\ 0 & \left(\dfrac{2x^3}{l_c^3}-\dfrac{3x^2}{l_c^2}+1\right) & \left(\dfrac{x^3}{l_c^2}-\dfrac{2x^2}{l_c}+x\right) & 0 & \left(-\dfrac{2x^3}{l_c^3}+\dfrac{3x^2}{l_c^2}\right) & \left(\dfrac{x^3}{l_c^2}-\dfrac{x^2}{l_c}\right) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_a \\ u_a \\ \theta_a \\ v_b \\ u_b \\ \theta_b \end{Bmatrix} \tag{5.6}$$

$$\{u\} = [N]\{q\} \tag{5.7}$$

Le vecteur des forces sur l'élément fini peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\{Q\} = \{V_a \; N_a \; M_a \; V_b \; N_b \; M_b\}^T \tag{5.8}$$

La matrice de rigidité de l'élément aura la forme suivante :

$$[K] = \begin{bmatrix} \frac{EA}{l_c} & 0 & 0 & -\frac{EA}{l_c} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{l_c^3} & \frac{6EI}{l_c^2} & 0 & -\frac{12EI}{l_c^3} & \frac{6EI}{l_c^2} \\ 0 & \frac{6EI}{l_c^2} & \frac{4EI}{l_c} & 0 & -\frac{6EI}{l_c^2} & \frac{2EI}{l_c} \\ -\frac{EA}{l_c} & 0 & 0 & \frac{EA}{l_c} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{l_c^3} & -\frac{6EI}{l_c^2} & 0 & \frac{12EI}{l_c^3} & -\frac{6EI}{l_c^2} \\ 0 & \frac{6EI}{l_c^2} & \frac{2EI}{l_c} & 0 & -\frac{6EI}{l_c^2} & \frac{4EI}{l_c} \end{bmatrix} \tag{5.9}$$

On peut alors formuler les efforts internes dans l'élément en tant que :

$$\{Q\} = [K]\{q\} \tag{5.10}$$

L'équilibre des efforts internes dans la section mixte donne :

$$N_a = -N_b \tag{5.11}$$

En tenant compte de la compatibilité des rotations dans la section mixte exprimée en tant que :

$$\phi_a = \phi_b = \phi \tag{5.12}$$

On obtient :

$$N_a = -N_b = \frac{12EI}{l_c^{\,3}}\left(u_a - u_b + \phi L\right) \tag{5.13}$$

En sachant que le terme $u_{ab}(x) = (u_a - u_b) + \theta l_c$ de l'équation (5.13) représente le glissement relatif entre la dalle et la poutre et que l'effort normal dans la poutre et la dalle est égal à l'effort rasant P_i dans l'élément de connexion, on obtient l'expression de celui-ci sous la forme suivante :

$$P_i = \frac{12EI}{l_c^{\,3}} s_i \tag{5.14}$$

La déformation axiale est définie selon la théorie des poutres par l'expression suivante:

$$\varepsilon_x = \frac{dv}{dx} - y\frac{d^2u(x)}{dx^2} \tag{5.15}$$

Ce qui mène à l'expression de la contrainte normale sous la forme suivante :

$$\sigma_{x,i} = \frac{V_a - V_b}{A_d} - y\frac{P_i}{2I} \tag{5.16}$$

Pour empêcher le soulèvement entre la dalle et le profilé métallique, nous limitons l'allongement axial de l'élément de connexion en lui donnant une section suffisamment grande ($A_d \to \infty$). La valeur de la composante axiale $\frac{V_a - V_b}{A_d}$ est alors négligeable devant $y\frac{P_i}{2I}$.

Dans le connecteur avec une section circulaire de diamètre *d*, la contrainte normale maximale n'a alors qu'une seule composante de flexion exprimée par la relation suivante :

$$\sigma_{x,i} = \pm\frac{P_i}{2I}\frac{d}{2} \tag{5.17}$$

Cette simplification permet d'exprimer la contrainte normale dans le goujon comme une fonction de l'effort rasant P_i. Le module d'élasticité de l'élément de connexion est exprimé par le rapport entre l'effort rasant P_i et le glissement s_i à partir de l'équation (5.14) en tant que :

$$E_i = \frac{l_c^3}{12I}\frac{P_i}{s_i} \tag{5.18}$$

Ainsi, pour chaque couple P_i/s_i, on peut déterminer la déformation normale de l'élément de connexion :

$$\varepsilon_{x,i} = \frac{\sigma_{x,i}}{E_i} \tag{5.19}$$

Cette procédure permet de déterminer une loi de comportement σ-ε du matériau fictif à partir d'une loi de comportement de type force glissement.

Le rapport P_i/s_i représente d'un point de vue mécanique la raideur sécante du connecteur. La loi de comportement de type force glissement déterminée par des essais push-out n'est pas une fonction mathématique continue mais représente un ensemble de valeurs de P_i et s_i correspondantes :

$$\{P_i/s_i\} = \{P_1/s_1 \quad P_2/s_2 \quad .... \quad P_j/s_j \quad .... \quad P_m/s_m\} = \{k_1 \quad k_2 \quad .... \quad k_j \quad .... \quad k_m\} \tag{5.20}$$

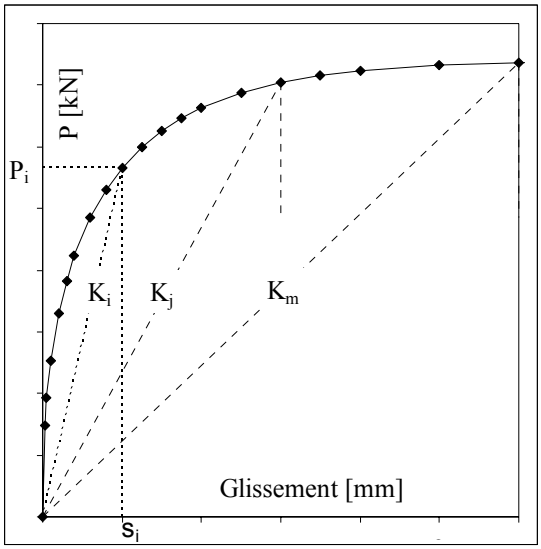
où la raideur sécante du connecteur est donnée par la relation suivante :

$$k_i = P_i/s_i \tag{5.21}$$

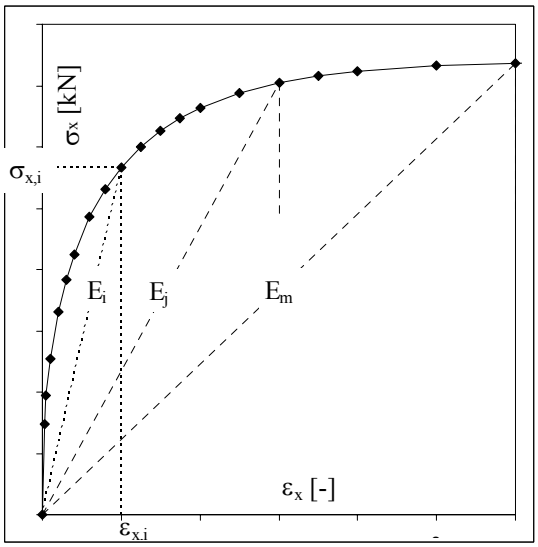
Une loi de comportement de matériau fictif σ-ε est appliquée pour décrire la flexion de l'élément de connexion et qui doit représenter la loi de comportement (5.20) de type force-glissement issue d'un essai push-out. Elle est donnée sous la forme suivante :

$$\{\sigma_{x,i}/\varepsilon_{x,i}\} = \{\sigma_{x,1}/\varepsilon_{x,1} \quad \sigma_{x,2}/\varepsilon_{x,2} \quad .... \quad \sigma_{x,j}/\varepsilon_{x,j} \quad .... \quad \sigma_{x,m}/\varepsilon_{x,m}\} = \{E_1 \quad E_2 \quad .... \quad E_j \quad .... \quad E_m\} \tag{5.22}$$

Un exemple de la transformation des lois de comportement est illustré sur la Figure 5.21. Sur la Figure 5.21 a), nous présentons une loi de comportement de type force glissement formulée analytiquement par l'équation d'Ollgaard [58]. Cette loi de comportement est définie comme une série de valeurs P_i-s_i correspondantes. La Figure 5.21 b) illustre la loi de comportement σ_i-ε_i d'un élément de connexion équivalent.



a) Loi de comportement de type force glissement



b) Loi de comportement de type σ-ε

Figure 5.21 Transformation des lois de comportement pour le connecteur

L'équivalence entre la flexion du modèle de connexion et la déformation de goujons sollicités par un effort rasant est vérifiée sur un modèle MEF constitué de deux barres parallèles reliées par les éléments de connexion (Figure 5.22). La barre située en bas est fixée sur toute sa longueur et ne subit aucun déplacement. Un chargement horizontal est réparti sur toute la barre supérieure. Aucune condition limite n'est appliquée à cette barre, son déplacement horizontal ne dépend donc que de l'effort appliqué et de la raideur de la connexion.

Les deux barres ont une longueur de 10m et sont reliées par 100 connecteurs disposés dans le sens longitudinal avec un espacement p=100mm. Le chargement appliqué à la poutre supérieure est égal à q_{sh}=1000kNm^{-1}. La raideur du connecteur est égale à k_{sc}=100kNmm^{-1}, ce qui fait que chaque connecteur reprend un effort égal à 100kN pour un glissement de 1mm.

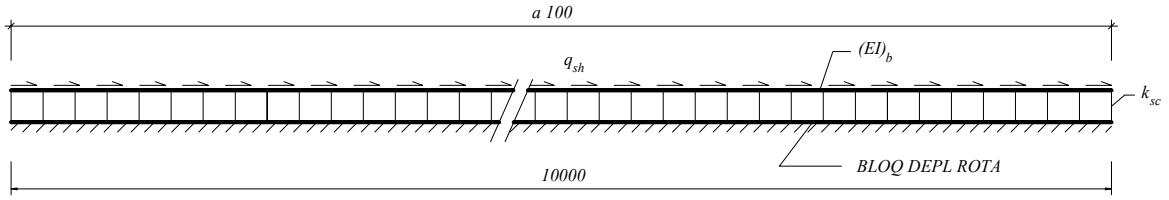


Figure 5.22 Validation du modèle de connexion en cisaillement

Les essais numériques sont effectués avec différentes densités de maillage. Ainsi, le nombre d'éléments de connexion n_{mod} utilisés dans le modèle MEF est à chaque fois différent du nombre de connecteurs dans la structure modélisée (n_{reel}=100). Le rapport $n_{\text{mod}}/n_{\text{reel}}$ qui caractérise chacun des essais numériques va de 1 à 10. Lorsque le rapport $n_{\text{mod}}/n_{\text{reel}}$ est différent de 1, il est nécessaire d'en tenir compte dans la définition de la loi de comportement du connecteur sous la forme suivante :

$$E_i = \frac{n_{\text{mod}}}{n_{reel}} \frac{l_c^{\,3}}{12I} \frac{P_i}{s_i} \tag{5.23}$$

$$\sigma_{x,i} = \frac{n_{\text{mod}}}{n_{reel}} \frac{P_i}{2I} \frac{d}{2} \tag{5.24}$$

Nous avons aussi envisagé plusieurs valeurs pour l'aire de la section A_v entre 10 et 10^6 mm^2 (Figure 5.23). La précision du modèle dépend de chacun de ces deux paramètres (n_{mod}/n_{reel} et A_v). Plus la section de l'élément est grande, plus le glissement calculé se rapproche de la valeur théorique de 1mm. L'erreur semble venir d'un allongement axial de la barre provoqué par un effort normal dans celle-ci. Toutefois, il est à constater qu'au delà d'une certaine valeur (en l'occurrence $A_v>10^6 mm^2$) on rencontre des problèmes de convergence.

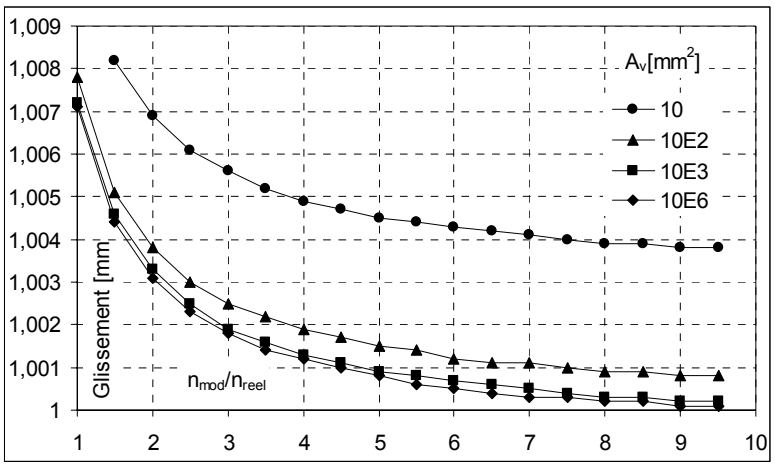


Figure 5.23 Précision du modèle sollicité en cisaillement

5.3 Conclusion

Les modèles éléments finis que nous venons d'appliquer à des cas simples (acier seul, béton) montrent des résultats cohérents du point de vue phénoménologique ainsi que du point de vue de valeurs calculées. Le modèle de connexion formulé avec des poutres courtes permet de représenter le comportement d'une connexion sollicitée par des efforts de cisaillement. Ce modèle permet de respecter les hypothèses habituelles relatives aux poutres mixtes telles que la compatibilité des déplacements verticaux et des rotations entre l'acier et le béton. Le glissement relatif à l'interface est représenté par un matériau fictif à comportement élasto-plastique pour représenter l'essai push-out de chaque connecteur.

Dans le chapitre qui suit, nous allons assembler les modèles partiels décrits dans ce chapitre pour développer le modèle MEF 3D de la poutre mixte. Pour nous assurer du bon fonctionnement de ce modèle, nous l'appliquons à des cas de poutres mixtes testées expérimentalement ou numériquement. Après validation, des applications sont menées en vue de l'analyse globale de poutres sur appuis simples, poutres continues et planchers mixtes.

Chapitre 6
Validation des modèles de calcul

6. Validation des modèles de calcul

Les modèles de calcul présentés dans le chapitre précédent sont développés dans le but de les utiliser dans l'analyse globale de la poutre mixte. Avant de présenter les applications des modèles développés dans le chapitre précédent, il nous semble utile de les valider en les confrontant à des résultats expérimentaux. Les modèles numériques sont développés pour être appliqués à l'analyse globale des poutres mixtes (calcul des efforts et des déplacements). Ils doivent donc être capables de reproduire la raideur de la structure qui est le paramètre qui détermine la flèche, ainsi que la redistribution des efforts dans les poutres hyperstatiques.

Dans la théorie élémentaire des poutres, la raideur (EI) est une caractéristique de la section et elle est souvent constante. La raideur d'une poutre mixte réelle n'est pas nécessairement conforme à cette hypothèse. On pense notamment aux effets du comportement de la connexion et à l'influence de la fissuration du béton qui font que la raideur varie le long de la poutre.

Dans les différentes validations, nous allons tester la capacité des modèles à reproduire la raideur d'une poutre mixte en intégrant des phénomènes non linéaires tels que le glissement entre l'acier et le béton ainsi que la fissuration du béton.

Des exemples de calcul permettent de voir comment deux modèles (linéaire élastique et MEF 3D) représentent le glissement à différentes phases de comportement de la poutre (élastique, élasto-plastique et plastique). Ensuite, nous procédons à la validation du modèle MEF 3D en flexion positive et en flexion négative. Dans le premier cas, l'intérêt se porte sur la capacité du modèle à représenter l'influence du glissement sur la raideur de la poutre mixte. Dans le deuxième cas, le modèle est testé en flexion négative afin de valider sa capacité à représenter les effets de la fissuration du béton sur le comportement de la poutre mixte.

6.1 Modélisation du glissement

Pour valider le modèle MEF vis-à-vis du glissement, nous nous appuyons sur des résultats expérimentaux mis à notre disposition par Jurkiewiez [40]. Le schéma de l'essai expérimental est illustré sur la Figure 6.1. La poutre mixte est constituée d'un profilé métallique IPE 360 dont l'acier est de nuance S235 (f_y=235Mpa) et d'une dalle de béton dont la résistance en compression cylindrique est de 40MPa. La connexion acier béton est réalisée à partir de goujons de type Nelson avec un diamètre ϕ16mm, une hauteur de 75mm et une limite ultime f_u=400MPa. L'espacement des goujons est de 130mm aux extrémités de la poutre et de 300mm au milieu de la travée. Les barres d'armatures ont une section correspondant à 0,3% de la section de la dalle.

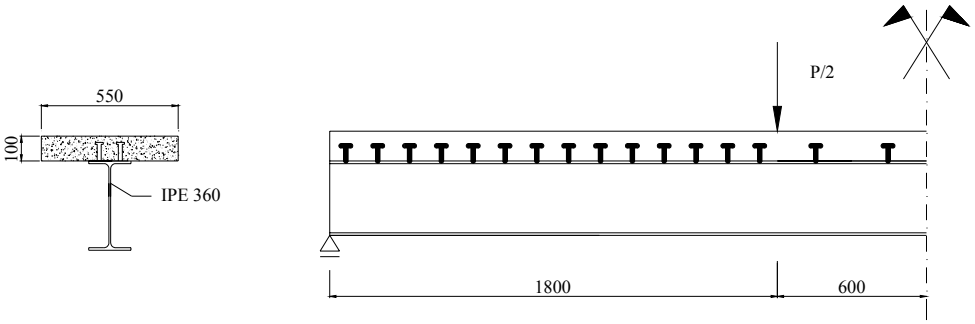


Figure 6.1 Schéma de la poutre analysée

La poutre sur 2 appuis est soumise à une flexion 4 points. Le chargement est contrôlé en déplacements et appliqué, avec quelques cycles de déchargement successifs, jusqu'à la ruine de la poutre.

6.1.1 Mesures effectuées

La poutre est instrumentée de façon à pouvoir effectuer les mesures suivantes :

- déplacement vertical du vérin,
- chargement appliqué,
- flèche dans 5 points de la poutre,
- glissement dans 13 points sur la longueur de la poutre.

6.1.2 Comportement de la poutre lors de l'essai

Lors de l'essai, on distingue 3 phases de comportement de la poutre mixte :

- la phase élastique, limitée par un chargement P=300kN où le comportement de la poutre est élastique et réversible. Les déformations dans le profilé métallique ne dépassent pas les limites élastiques de l'acier. La distribution des déformations dans la section mixte est linéaire, une discontinuité de déformations est présente à l'interface acier béton.
- la phase élasto-plastique qui commence au-delà d'un chargement P=300kN. Lors de cette phase, les déformations du profilé métallique augmentent à tel point, qu'elles dépassent la limite élastique de l'acier dans la semelle inférieure du profilé métallique.
- la phase plastique, où la plastification de l'acier se propage à travers le profilé et où la raideur de la poutre diminue de façon considérable. Toutefois, la poutre est suffisamment ductile et l'essai est arrêté à cause de la déformation excessive du profilé métallique.

La valeur du glissement augmente avec le chargement lors de chacune de ces trois phases, mais reste relativement petite du fait du nombre assez important de connecteurs. Dans le domaine élastique, le glissement est inférieur à 0,2mm, à l'état ultime de la poutre on mesure un glissement maximal égal à 0,8mm.

Des discontinuités de glissement sont observées sur la longueur de la poutre, ce qui peut être expliqué par la disposition non-uniforme des goujons, mais aussi par la présence de fissures dans la dalle.

6.1.3 Modélisation numérique

Les résultats expérimentaux nous servent à l'étude et à la validation de deux types de modélisations :

- modèle linéaire élastique (analytique) où les goujons sont définis avec une raideur k_{sc} constante est un espacement p=130mm uniforme.
- modèle MEF 3D où l'acier, le béton ainsi que les connecteurs ont des lois de comportement non-linéaires. Le modèle MEF permet aussi de tenir compte de l'espacement non-uniforme des connecteurs le long de la travée (la Figure 6.2 montre le maillage du modèle MEF avec les connecteurs sans la dalle).

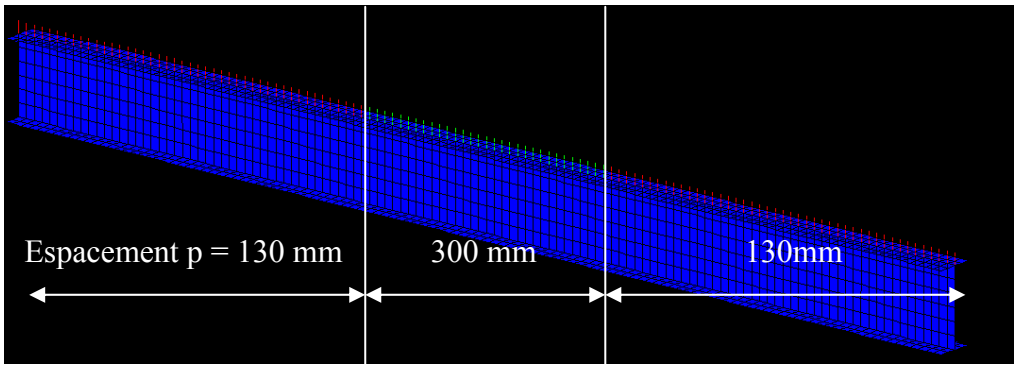


Figure 6.2 Maillage de la poutre métallique avec les connecteurs

Les dimensions ainsi que les caractéristiques des matériaux de la poutre sont connues. Toutefois, on ne dispose pas de résultats d'essais push-out pour les connecteurs. La résistance du goujon est donc prise à partir des formules de calcul de l'Eurocode 4. Le modèle analytique d'Ollgaard [58] est utilisé pour représenter la loi force glissement du connecteur. La raideur linéaire du connecteur est estimée selon l'Eurocode 4 (k_{sc}=0,7.P_{Rk}/s, où s est le glissement qui correspond à un effort 0,7.P_{Rk}). La loi de comportement du connecteur est représentée sur la Figure 6.3.

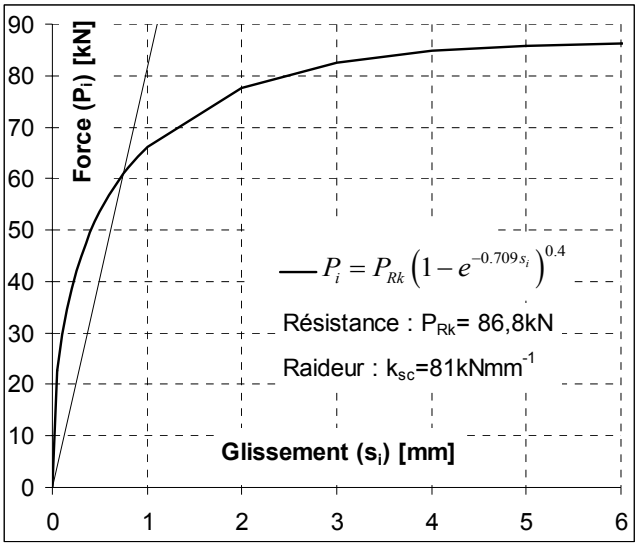


Figure 6.3 Loi de comportement du goujon ϕ16mm

6.1.4 Comparaison des valeurs du glissement entre calcul et mesure

Le glissement mesuré sur les poutres est comparé aux résultats des simulations sur la Figure 6.4. Nous présentons les comparaisons pour trois niveaux de chargement. Le chargement P=225kN se situe dans la phase élastique de la poutre, le chargement P=337kN représente la phase élasto-plastique et le chargement P=390kN est le chargement final.

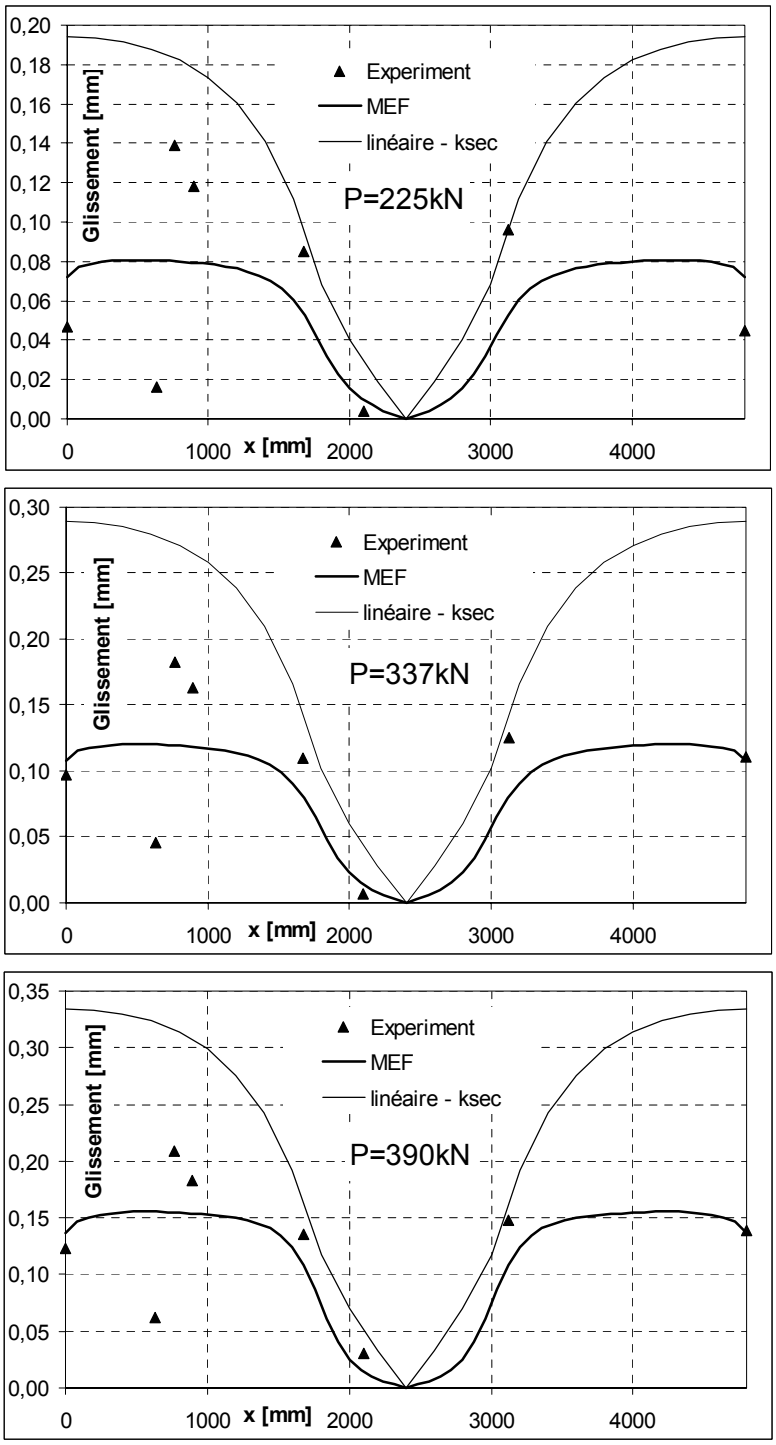


Figure 6.4 Distribution du glissement sur la longueur de la poutre (MEF, essais)

Dans les trois cas, l'analyse non-linéaire (MEF) donne des résultats plus précis que ceux calculés par l'analyse linéaire. Celle-ci surestime assez largement le glissement tant bien en phase élastique qu'à la ruine de la poutre.

La différence entre les résultats de l'analyse linéaire et de l'analyse MEF peut être expliquée par une mauvaise interprétation du comportement de la connexion dans la méthode analytique. Plus précisément, la raideur réelle de la connexion semble être supérieure à la raideur k_{sc} calculée selon l'Eurocode 4. En effet, le modèle analytique où les connecteurs sont définis avec une seule raideur unique s'avère être pénalisant pour la structure. En réalité, les

connecteurs sont sur la longueur de la travée soumis à des déformations différentes et donc ont un comportement différent. Le connecteur situé à l'extrémité de la poutre, qui est plus sollicité que le connecteur à mi-travée est en même temps beaucoup plus souple. La modélisation non linéaire par la MEF permet de tenir compte de cette variation des raideurs le long de la poutre.

La différence entre ces deux types de modélisations et les conséquences d'une modélisation linéaire approximative sur le comportement global de la poutre mixte sont illustrées sur des exemples numériques dans le paragraphe 0.

6.2 Validation du modèle en flexion

La deuxième série de comparaisons est utilisée pour valider le modèle MEF 3D en flexion positive et négative. Pour effectuer ces validations, nous nous appuyons sur des résultats expérimentaux, mis à notre disposition par le laboratoire de Génie Civil de l'Université de Cracovie [35].

Le programme expérimental est constitué de cinq essais avec trois poutres testées en flexion positive et deux poutres testées en flexion négative. Les cinq poutres ont une section identique constituée d'un profilé PRS et d'une dalle en béton de section 100x500mm (Figure 6.5). La longueur des poutres est de 3,5m. Deux lits de cinq barres de diamètre ϕ8mm sont placés en parties inférieure et supérieure de la dalle.

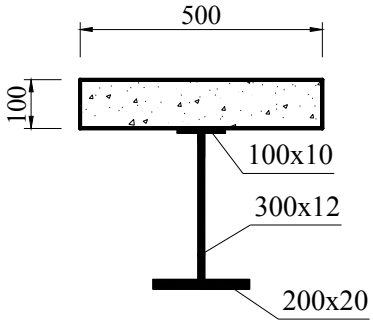
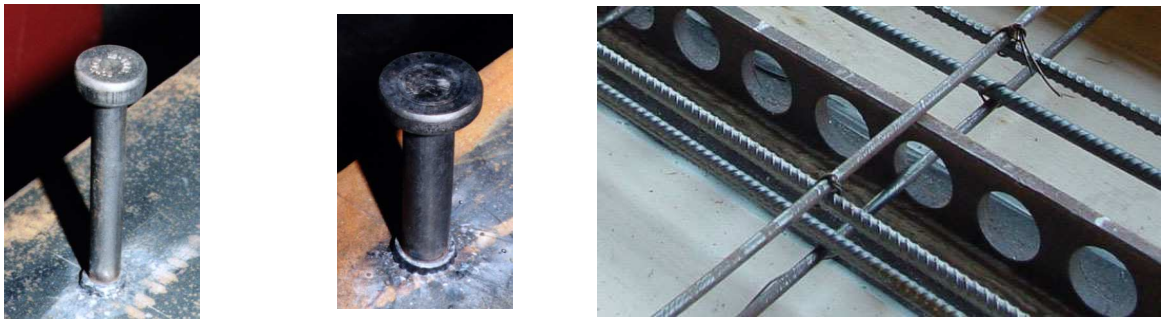


Figure 6.5 Section des poutres testées à Cracovie

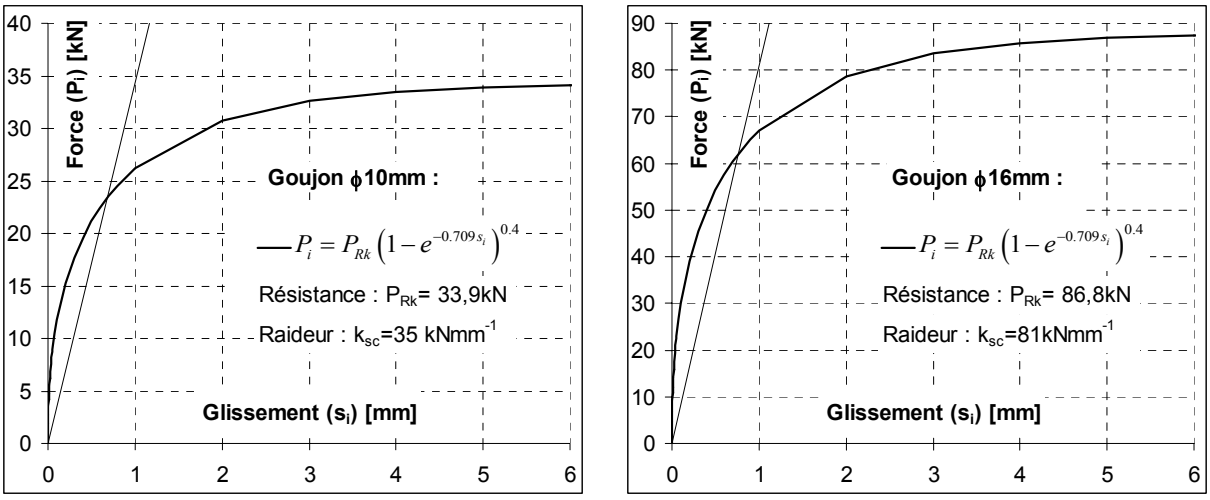
Les caractéristiques de l'acier et du béton ont été définies par des essais de compression simple et sont présentées à l'ANNEXE B. Deux types de connecteurs acier béton sont utilisés dans le cadre de cette analyse : goujons de diamètre ϕ10 et ϕ16mm et plaque perforée (Figure 6.6).



a) goujon ϕ10mm *b) goujon ϕ16mm* *c) tôle perforée*

Figure 6.6 Connecteurs utilisés dans l'analyse expérimentale

Les essais push-out sur les connecteurs n'ont pas été réalisés. La définition des lois de comportement est faite analytiquement par la même méthode que celle utilisée lors de la validation en glissement. Le comportement des goujons est défini par la résistance caractéristique de l'Eurocode 4 et par la loi de comportement de type force glissement de Ollgaard [58] (Figure 6.7). La connexion par tôle est, comme le montrent les résultats expérimentaux, parfaitement rigide.



a) *b)*

Figure 6.7 Loi de comportement du goujon : a) ϕ10mm, b) ϕ16mm

L'espacement des goujons est égal à *p*=200mm aux extrémités et à *p*=300mm au milieu de la poutre (Figure 6.8).

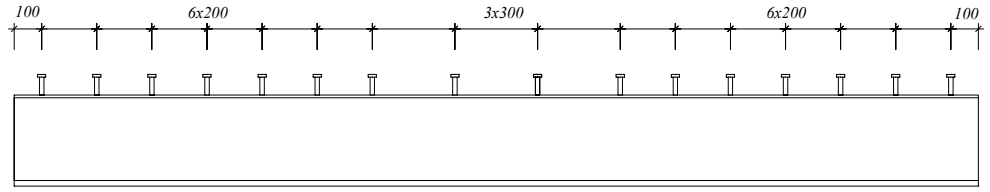


Figure 6.8 Espacement des goujons dans les poutres courtes

Dans toutes les poutres testées, la section située au milieu de la poutre est instrumentée par une série de jauges de déformations (Figure 6.9).

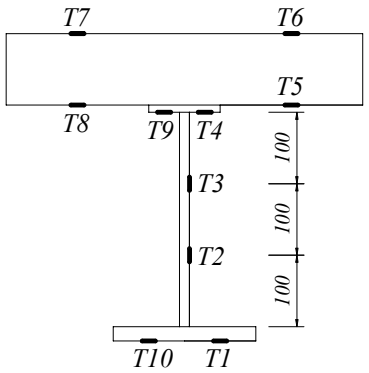


Figure 6.9 Jauges de déformations dans la section mixte

Les caractéristiques des cinq poutres utilisées pour la validation du modèle MEF sont résumées dans le Tableau 6.1.

Tableau 6.1 Caractéristiques des poutres utilisées pour la validation du modèle MEF

Type de sollicitation	Connexion
Flexion positive	*Goujon ϕ10mm*
Flexion positive	*Goujon ϕ16mm*
Flexion positive	*Tôle*
Flexion négative	*Goujon ϕ10mm*
Flexion négative	*Goujon ϕ16mm*

6.2.1 Modèle MEF

Le maillage du modèle MEF utilisé pour représenter les poutres est présenté sur la Figure 6.10.

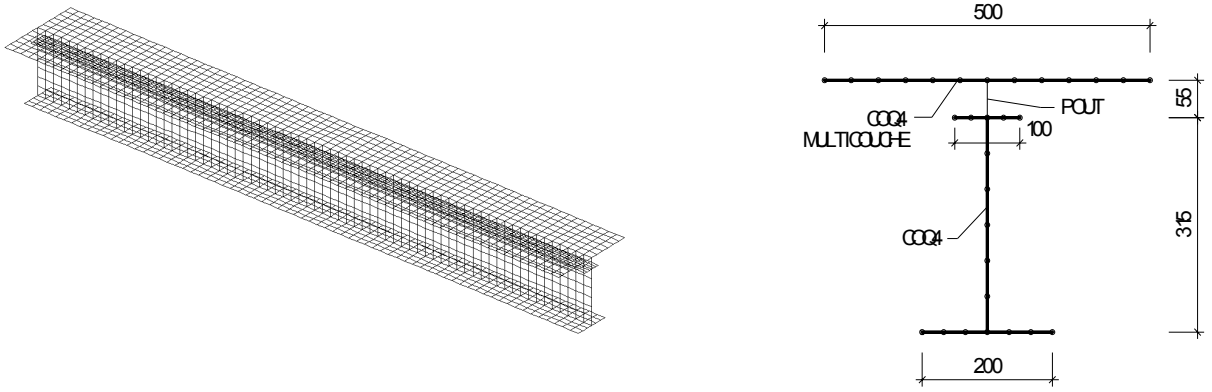


Figure 6.10 Maillage et schéma de la section du modèle numérique utilisé

Le maillage des coques est réalisé dans le plan moyen du profilé métallique et de la dalle. La dalle est divisée en quatre couches de béton et deux couches qui représentent les barres d'armature.

Les éléments de connexion sont définis entre les nœuds adjacents de la dalle et de la poutre métallique. Une condition de compatibilité supplémentaire est introduite pour représenter la connexion par tôle perforée. La condition définie par $(u_a - u_b) + \theta l_c = 0$ fait que la connexion entre la dalle et le profilé métallique reste rigide tout au long de l'essai.

Les appuis sont représentés par des conditions aux limites sur toute la largeur de la semelle. L'écrasement de la poutre au droit des appuis est considéré lors du calcul des flèches.

Les efforts ponctuels sont introduits dans les nœuds de la structure et le chargement du modèle est contrôlé en déplacement. Le calcul élasto-plastique s'effectue par la procédure incrémentale PASAPAS de Cast3M.

6.2.2 Flexion positive

Le schéma des essais en flexion positive est présenté à la Figure 6.11. Les poutres reposent sur deux appuis simples et le chargement est appliqué en deux points situés chacun à 500mm du centre de la poutre. Toute la poutre est donc sollicitée par un moment positif, dans la partie centrale de la poutre le moment est constant *M=P/2* [kN]. La flèche est mesurée par des capteurs de déplacements placés au milieu de la poutre. Le glissement est mesuré aux deux extrémités de la poutre.

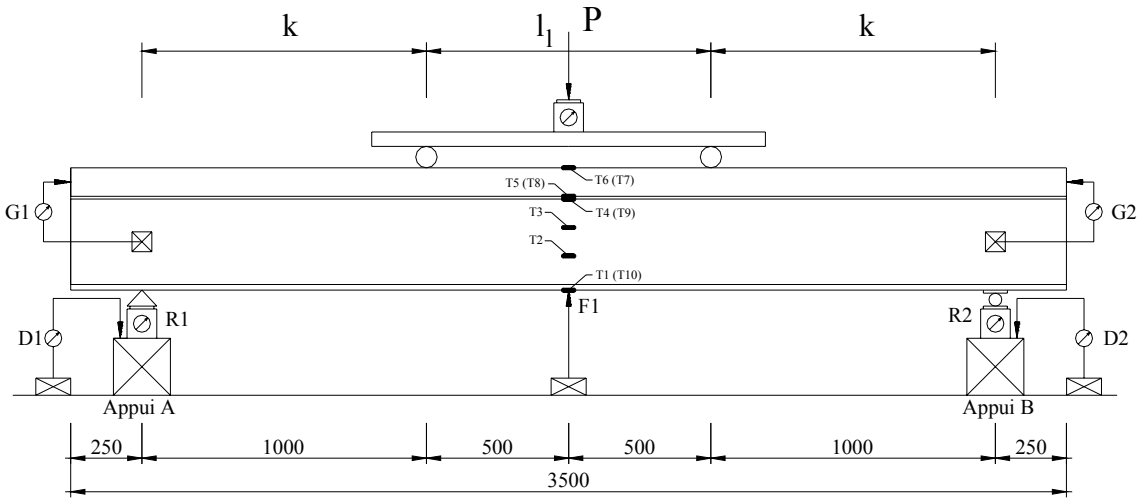


Figure 6.11 Schéma de l'essai en flexion positive

La Figure 6.12 illustre l'évolution des déformations dans la semelle inférieure du profilé métallique à mi-travée. Les mesures de déformations permettent d'identifier la phase de comportement élastique (lorsque la déformation $\varepsilon<\varepsilon_y$) et la phase élasto-plastique (lorsque la déformation $\varepsilon>\varepsilon_y$). On peut aussi identifier le moment qui correspond à la transition entre ces deux phases ($M_{el,Rd}$). Ce moment est plus grand dans la poutre connectée avec la tôle ($M_{el,Rd}$=450kN) que dans la poutre connectée avec des goujons ϕ10mm ($M_{el,Rd}$=320kN).

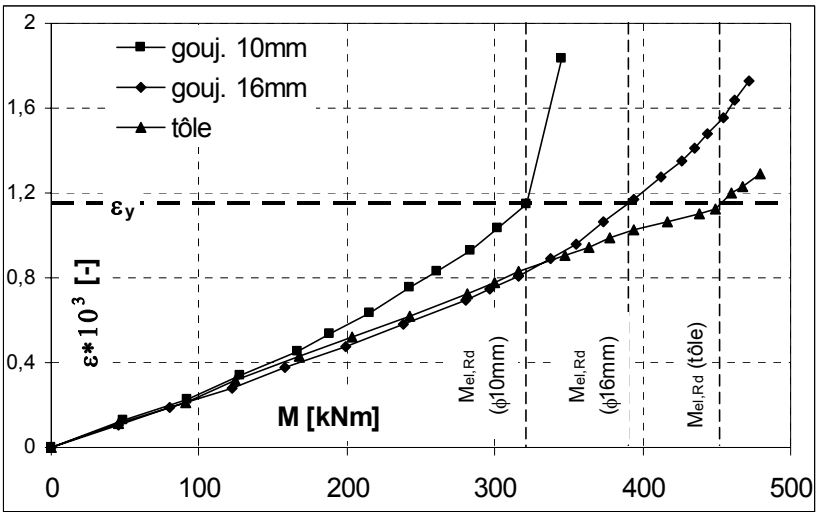


Figure 6.12 Évolution des déformations dans la semelle inférieure de la poutre métallique

Il est à noter que l'évolution des déformations dans les deux poutres avec les goujons est non linéaire bien avant le moment $M_{el,Rd}$. Cette évolution non linéaire des déformations en phase élastique n'est pas due à la non linéarité de l'acier mais au comportement non linéaire de la connexion.

L'analyse des principes d'interaction partielle (4.1.3) montre l'influence de la raideur de la connexion sur la position de l'axe neutre et ainsi sur les déformations de la section mixte. Or, lorsqu'on analyse l'évolution du glissement à l'extrémité des poutres avec goujons, on s'aperçoit que la raideur de la connexion diminue continuellement sous un chargement croissant même pour $M<M_{el,Rd}$ (Figure 6.13).

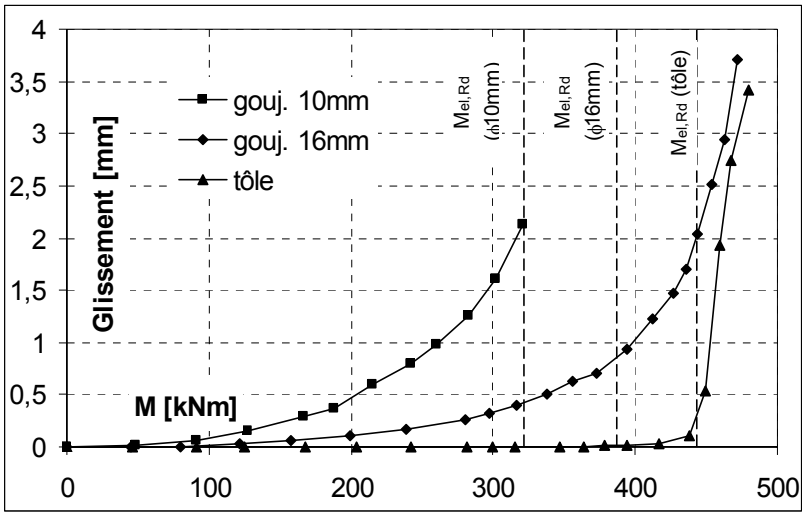


Figure 6.13 Évolution du glissement à l'extrémité de la poutre mixte

Lorsque la raideur de la connexion diminue, le rééquilibrage des efforts dans la section fait que l'axe neutre de la section mixte se déplace. Lorsqu'on revient aux mesures expérimentales de déformations dans la section mixte, on voit que la position de l'axe neutre dans la section mixte évolue à chaque pas du chargement, et ce même lorsque les déformations dans la poutre sont inférieures à la limite élastique ε_y (Figure 6.14). La seule raison de ce rééquilibrage de la section est la diminution de la raideur de la connexion. Cette hypothèse est confirmée par les mesures des déformations dans la poutre avec une connexion rigide, où la position de l'axe neutre n'évolue pas sous un chargement élastique (Figure 6.15).

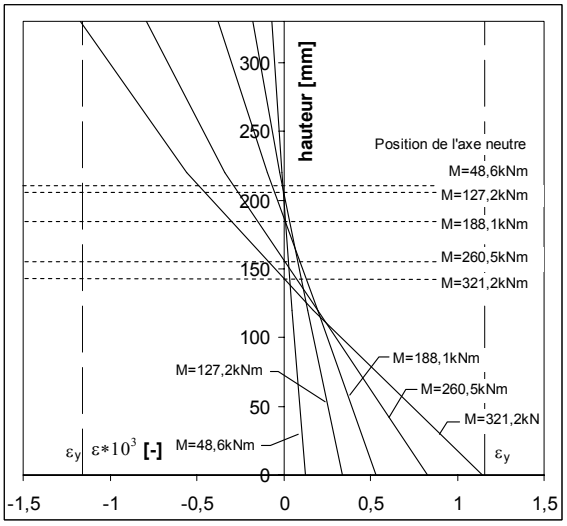


Figure 6.14 Déformations du profilé métallique (poutre avec goujons ϕ10mm)

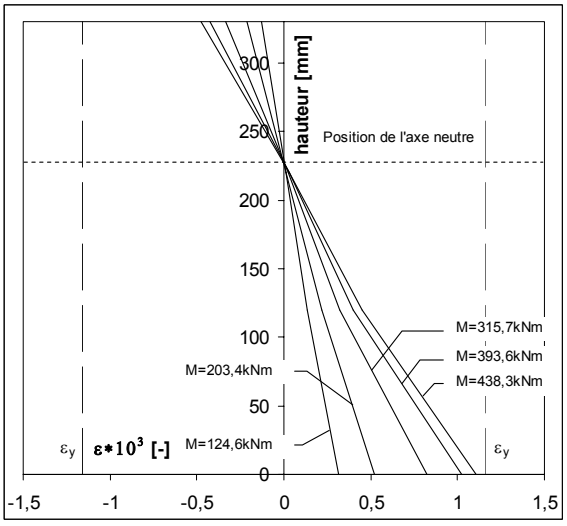


Figure 6.15 Déformations du profilé métallique (tôle)

L'intérêt de l'étude menée dans ce chapitre est de voir comment le modèle MEF traduit l'influence de la raideur de la connexion sur la raideur de la poutre mixte. La Figure 6.16 montre que les flèches de la poutre dépendent bien du type de connexion utilisé dans la poutre mixte.

En terme de flèche, le modèle MEF représente bien le comportement réel des poutres. Sous un chargement équivalent, les flèches de la poutre avec des goujons ϕ10mm sont plus grandes que les flèches des deux autres poutres.

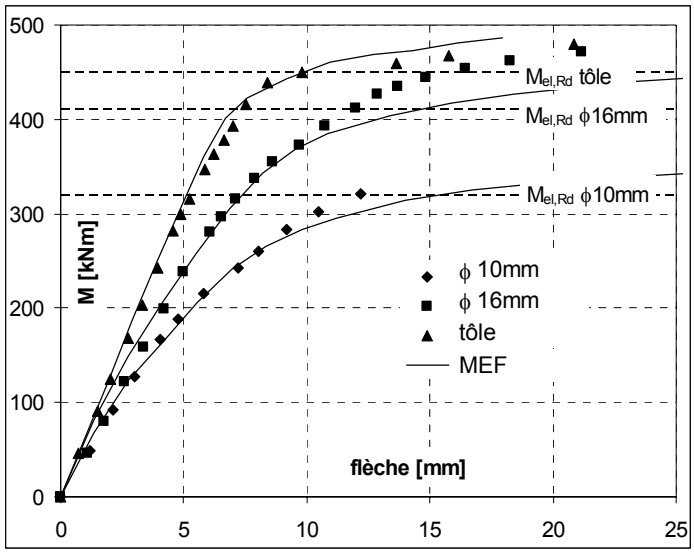


Figure 6.16 Comparaison de flèches MEF et expérimentales pour différents types de connexion

Toutefois, du point de vue de l'analyse globale, il nous semble plus intéressant d'étudier le comportement du modèle en terme de raideur. La raideur équivalente de la poutre mixte est exprimée en tant que :

$$EI = \frac{P/2.k}{6\delta}\left[2k^2 + 3kl_1 + 3l_1^2/4\right] \tag{6.1}$$

où δ est la flèche à mi-travée et les distances k et l_1 définissent la position des charges appliquée (Figure 6.11). La mise en relation de la raideur avec le moment M (Figure 6.17) montre que dans les poutres avec goujons, la raideur de la poutre mixte diminue de façon quasi linéaire sous un chargement croissant. Cependant, la raideur de la poutre avec une connexion rigide reste quasiment constante avec une valeur proche de la raideur théorique EI_1.

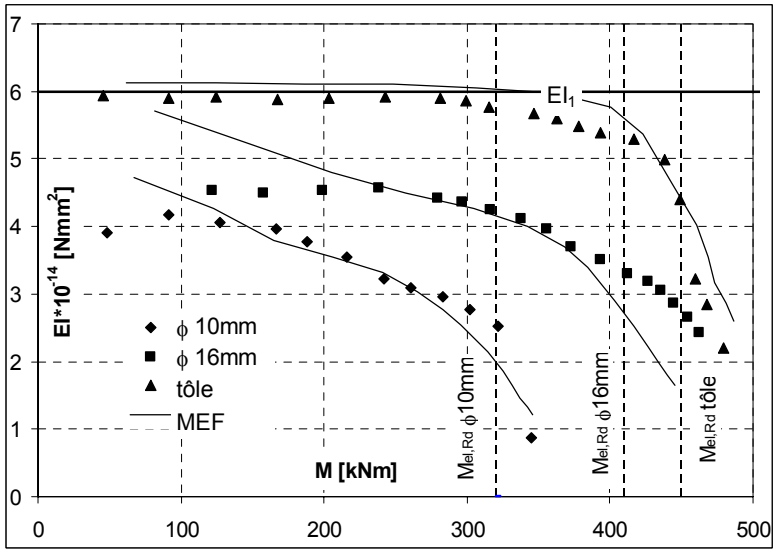


Figure 6.17 Raideur équivalente de la poutre mixte

La Figure 6.17 met en évidence une bonne corrélation entre résultats expérimentaux et numériques. Seule la simulation de la poutre avec les goujons de diamètre ϕ16mm fait apparaître quelques divergences entre la modélisation et l'expérience. Les imprécisions du modèle peuvent être attribuées aux incertitudes concernant les connecteurs dont on ne connaît pas le comportement réel et dont la loi de comportement est formulée analytiquement.

L'analyse expérimentale et numérique présentée dans ce paragraphe a permis de mettre en évidence la diminution de la raideur d'une poutre mixte, associée à la baisse de raideur dans la connexion sous un chargement croissant. On a aussi démontré que le modèle MEF 3D permet de représenter ce phénomène avec une bonne précision. L'influence de cette perte de raideur sur le comportement global de la poutre mixte sera discutée sur des exemples numériques du Paragraphe 7.1.1.3.

6.2.3 Flexion négative

Les dimensions des deux poutres (connexion par goujons ϕ10mm et ϕ16mm) testées en flexion négative sont identiques à celles des poutres décrites pour les essais en flexion positive. La poutre repose sur deux appuis simples situés à 1,10m de chaque extrémité. Un chargement (effort P/2) est appliqué sur les deux parties débordantes de la poutre. Les déplacements de la poutre sont mesurés à mi-travée ainsi qu'au droit du chargement (Figure 6.18).

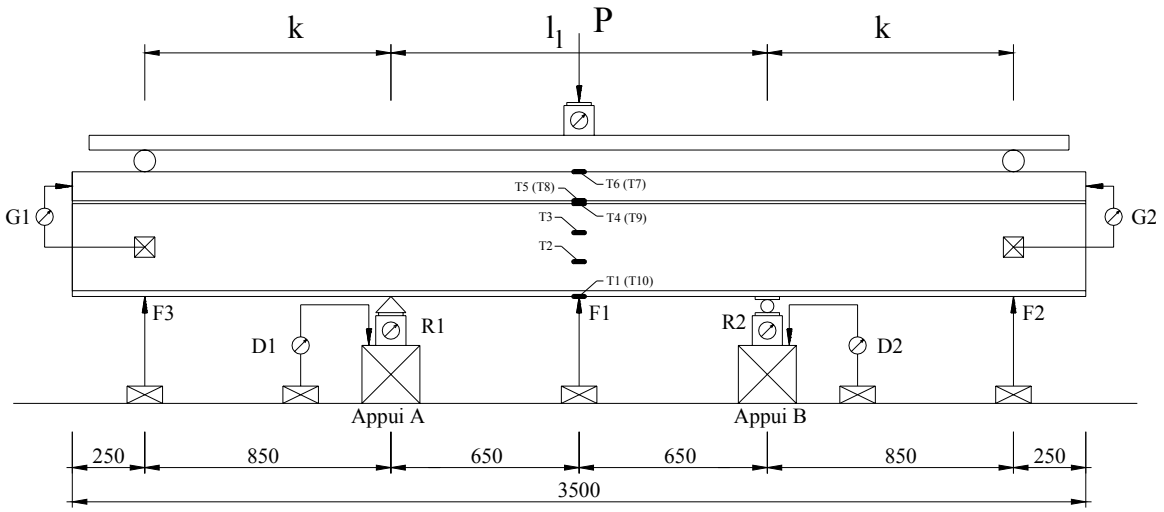


Figure 6.18 Schéma de l'essai sous moment négatif

La partie centrale de la poutre est sollicitée par un moment négatif M=(P/2).0,85 (kN.m). Prenons M_{crac} comme le moment sous lequel la contrainte dans la fibre supérieure de la dalle béton est égale à f_{ct}. Lorsque le moment M>M_{crac}, le béton va commencer à se fissurer et ne pourra plus contribuer à la raideur de la section mixte.

Entre les deux appuis, où le moment M est constant, l'inertie fissurée peut être déterminée à partir de la flèche à mi travée à partir de l'expression :

$$I_i = \frac{P/2.k.l^2}{8E\delta} \tag{6.2}$$

En revanche, sur les parties débordantes, le moment varie de 0 à M. Au niveau de l'appui, on retrouve la même section fissurée que dans la zone entre appuis tandis que la section située au droit du chargement est non-fissurée et donc plus rigide. L'inertie variable dans cette partie de la poutre est exprimée par l'expression suivante :

$$I(x) = \frac{P/2.k}{6E\delta}\left[3k\left(l_1 + k\right) - k^2\right] \tag{6.3}$$

La Figure 6.19 montre l'évolution de la raideur de la section mixte entre appuis sous un chargement croissant. La raideur initiale ($M<M_{crac}$) est proche de l'inertie théorique d'une section non-fissurée I_1. Lorsque le moment M dépasse M_{crac}, la raideur de la section diminue pour atteindre une valeur qui correspond à I_2, l'inertie théorique d'une section fissurée. La raideur reste pratiquement constante jusqu'à $M_{el,rd}$. Au delà de $M_{el,Rd}$, la raideur commence à diminuer suite à la plastification de l'acier. Il faut aussi signaler que les valeurs M_{crac} et $M_{el,Rd}$ ont été déterminées analytiquement en considérant les caractéristiques réelles des matériaux (ANNEXE B).

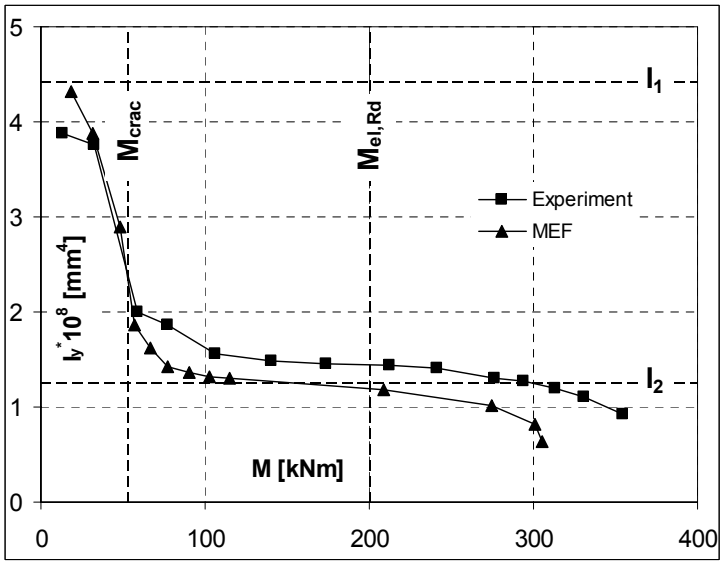


Figure 6.19 Raideur de la poutre entre appuis (MEF, essais)

L'évolution des raideurs sur les parties débordantes est du point de vue phénoménologique identique à l'évolution entre appuis (Figure 6.20). Le béton non-fissuré présent au droit du chargement ne contribue que très peu à la raideur de la poutre dont la valeur est proche de I_2.

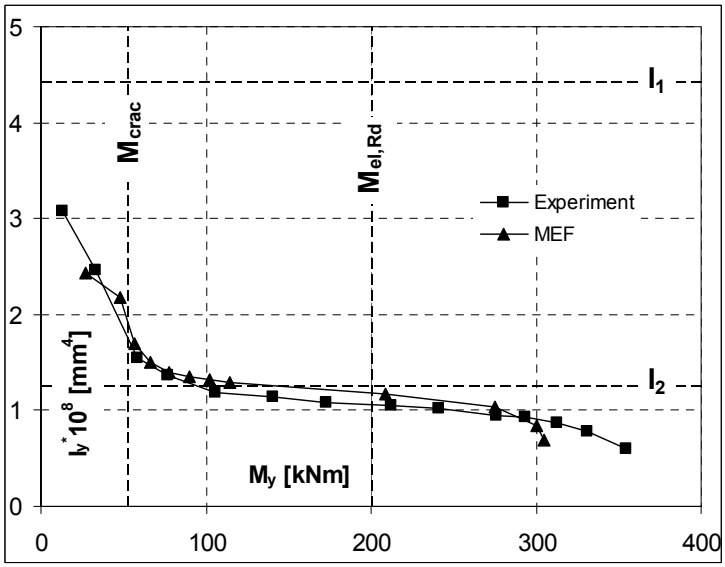


Figure 6.20 Raideur de la poutre dans la partie en console (MEF, essais)

La Figure 6.19 et la Figure 6.20 montrent que le modèle 3D permet de représenter l'influence de la fissuration dans le béton sur la raideur de la poutre mixte. L'étude montre aussi que même en traitant le béton comme un matériau continu avec écrouissage négatif, il contribue peu à la raideur de la section mixte lorsque la dalle est tendue et fissurée. Toutefois, il est nécessaire de dire que l'écrouissage négatif du béton dépend du pourcentage d'armatures dans la dalle qui dans le cas ci-présent est relativement faible.

6.3 Bilan

Les essais numériques et expérimentaux présentés dans ce chapitre ont mis en évidence deux phénomènes qui peuvent influencer la raideur d'une poutre mixte : la raideur de la connexion et la fissuration du béton. La capacité du modèle MEF à intégrer l'influence de ces phénomènes lors d'une analyse globale non-linéaire a aussi été démontrée.

En flexion positive, le modèle permet de représenter le comportement flexible et non-linéaire de la connexion, ainsi que son influence sur la raideur de la poutre. En flexion négative, le modèle représente la diminution de la raideur qui est associée à la fissuration du béton. Le modèle peut donc être appliqué aussi bien à l'analyse de poutres simples, qu'à l'analyse de structures hyperstatiques (poutres continues). Des exemples d'application du modèle MEF à l'analyse globale de poutres simples, continues et planchers mixtes sont présentés dans le chapitre suivant.

Chapitre 7
Application des modèles de calcul

7. Application des modèles de calcul

La première partie de ce chapitre est consacrée aux applications du modèle MEF à l'analyse de poutres mixtes. L'intérêt principal est porté au calcul des déplacements, ainsi qu'à la distribution de l'effort rasant entre connecteurs le long de la travée, et ce aussi bien à l'ELS qu'à l'ELU. Ensuite, nous présentons des applications à l'analyse de poutres continues et planchers mixtes.

7.1 Application à l'analyse globale des poutres simples

Même si la première fonction de l'analyse globale est le calcul des sollicitations dans la structure, l'analyse globale sert aussi à déterminer les flèches de la poutre mixte. Dans l'esprit de l'Eurocode 4, l'analyse linéaire peut être appliquée pour le calcul des efforts, mais doit être utilisée pour le calcul des déformations de la structure. Ainsi, les flèches de la poutre mixte sont toujours déterminées par les méthodes d'analyse linéaire élastique. Lors de ces analyses, il est permis de considérer que la section mixte est parfaitement homogène et il n'y a aucun glissement entre l'acier et le béton.

Les essais expérimentaux utilisés pour la validation du modèle MEF en flexion positive (Chapitre 6) montrent l'influence d'un comportement flexible de la connexion, qui joue sur la diminution de la raideur en flexion de la poutre. Les essais ont aussi montré que la raideur d'une poutre avec ce type de connexion diminue de façon continue sous un chargement croissant.

Dans une poutre isostatique, la distribution des efforts (moment, effort tranchant) est indépendante de la raideur de la poutre. Toutefois, la raideur est le paramètre qui définit les flèches de cette poutre. L'intérêt d'une analyse non linéaire dans les poutres sur appuis simples se porte donc sur l'analyse des flèches à l'ELS. A l'ELU, l'analyse non linéaire reste utile pour vérifier le comportement ductile de la connexion.

7.1.1 Comportement non linéaire de la connexion à l'ELS

Dans ce paragraphe, nous allons montrer l'intérêt d'une évaluation non linéaire des flèches dans une poutre mixte sur appuis simples. Les simulations numériques permettent de voir l'influence du comportement non linéaire de la connexion sur les flèches de la poutre.

7.1.1.1 Description des poutres

Les poutres analysées ont toutes une section identique composée d'un profilé IPE 300 et d'une dalle 120x1000mm. La longueur des poutres est 10m. Les dimensions de la poutre sont choisies afin de lui donner une résistance suffisante pour reprendre un chargement composée du poids propre (q_{pp}=5kN.m^{-1}) et d'une charge d'exploitation (q_{ser}=20kN.m^{-1}) à l'ELU. Ainsi, le chargement maximal appliqué à la poutre est $q_{fl}= q_{pp} + q_{ser}$ =25kN.m^{-1}. En fonction du chargement et de la configuration de la connexion, nous présentons les résultats des essais suivants :

1) poutre avec un degré de connexion N/N_f=1,0 et chargement $q_{fl}= q_{pp}$ =5kN.m^{-1}
2) poutre avec un degré de connexion N/N_f=1,0 et chargement $q_{fl}= q_{pp} + q_{ser}$ =25kN.m^{-1}
3) poutre avec un degré de connexion N/N_f=0,5 et chargement $q_{fl}= q_{pp} + q_{ser}$ =25kN.m^{-1}

Les simulations sont faites alternativement avec un espacement régulier ou/et avec un espacement non-uniforme des connecteurs.

La connexion entre l'acier et le béton est créée par des goujons de diamètre ϕ19mm, dont les caractéristiques matérielles ont été déterminées par essais push-out [79]. La résistance du goujon déterminée expérimentalement (P_{Rk}=137,9kN) sert à définir la loi de comportement force-glissement d'Ollgaard [58] (Figure 7.1).

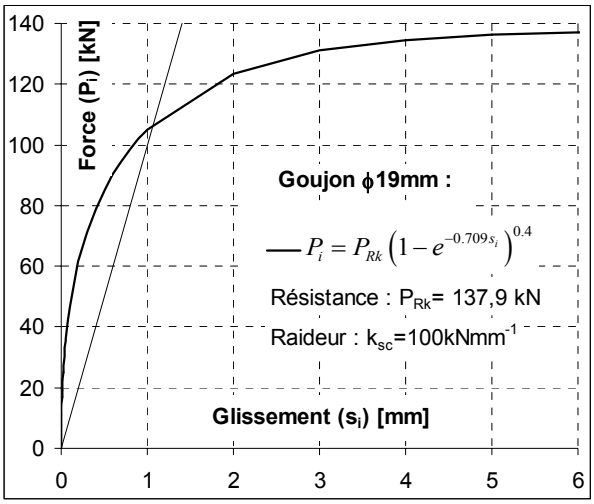


Figure 7.1 Loi de comportement du goujon ϕ19mm

7.1.1.2 Modèles de calcul utilisés dans l'analyse

Trois types d'analyse sont appliqués :

- analyse « Eurocode 4 », où on néglige les effets du glissement,
- analyse linéaire élastique (modèle analytique de poutre avec interaction partielle),
- analyse non-linéaire.

Dans la première analyse, on considère que la poutre mixte a une section homogène. La différence entre les deux dernières analyses repose principalement dans la définition de la connexion.

En ce qui concerne le modèle MEF, la loi de comportement du matériau est représentée par une fonction mathématique continue. La loi de comportement doit être définie comme une série de valeurs discrètes. Ce type de formulation exige qu'on attribue au connecteur une raideur initiale. Une interprétation rigoureuse de la loi de comportement d'Ollgaard [58] laisserait à penser que la raideur du connecteur tend vers l'infini lorsque le glissement est proche de 0 :

$$\lim_{s \to 0} k_{sc}\left(s\right) = \infty \tag{7.1}$$

Dans la modélisation MEF, nous définissons la raideur initiale du goujon k_{ini} en tant que la raideur qui correspond à un glissement 0,01mm (Figure 7.2). La comparaison aux essais push-out de Lachal [79] montre, que le glissement 0,01mm est atteint avec un chargement de l'ordre de 40kN. Pour des valeurs inférieures à 40kN, le glissement dans le goujon est très faible et le connecteur est très rigide. La valeur k_{ini} représente donc la raideur lors de la phase initiale de chargement du goujon.

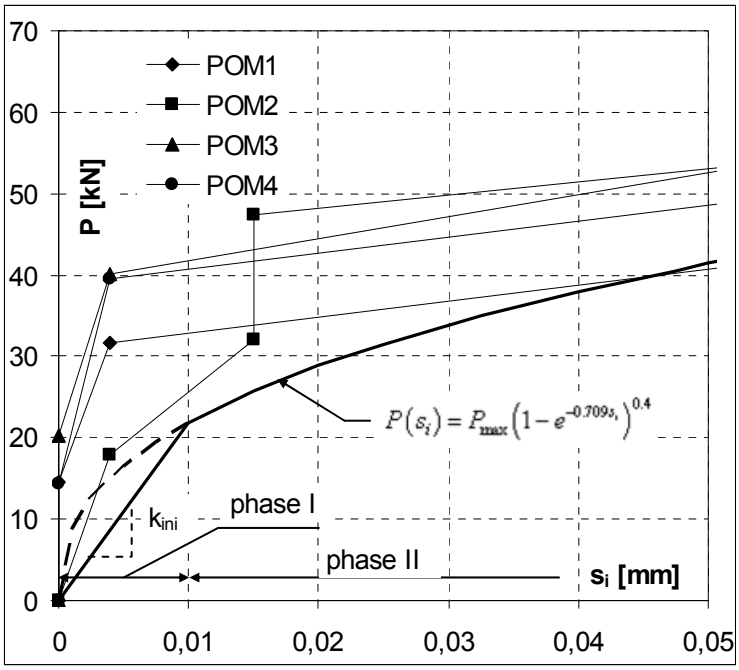


Figure 7.2 Définition de la phase initiale de comportement pour la modélisation du goujon

Cette formulation divise la loi de comportement du goujon en deux phases :

- phase initiale (**phase I**) lorsque s < 0,01mm où le comportement de l'élément de connexion est linéaire caractérisé par une raideur k_{ini} constante :

$$k_{ini} = \frac{P\left(s_{0,01}\right)}{0,01} = 13,796.P_{max}\left[kN.mm^{-1}\right] \tag{7.2}$$

  Pour un connecteur ϕ19mm utilisé dans le cadre de cette analyse, ceci donne une raideur k_{ini}=2045kN.mm^{-1}.

- phase non linéaire (**phase II**) lorsque s ≥ 0,01mm.

Dans l'analyse linéaire élastique de la poutre avec interaction partielle, nous effectuons deux types de modélisations :

- K_sécante, où les connecteurs sont définis avec une raideur k_{sec}=100kNmm^{-1}.
- K_initiale, où les connecteurs sont définis avec la raideur initiale k_{ini}=2045kN.mm^{-1}.

7.1.1.3 Résultats de l'analyse numérique

Même si la première motivation des simulations numériques décrites dans ce paragraphe est l'étude des flèches de la poutre mixte, il nous semble utile de présenter aussi les résultats de glissement pour illustrer la relation entre la raideur de la connexion et la raideur en flexion de la poutre mixte.

Il est évident que l'amplification de la flèche est proportionnelle à la valeur du chargement. Pour cette raison, nous présentons la flèche sous la forme suivante :

$$\frac{\delta_p - \delta_c}{\delta_c} \tag{7.3}$$

Le paramètre (7.3) donne alors l'écart relatif entre la flèche numérique et la flèche analytique d'une poutre avec section homogène.

La première série de simulations numériques est réalisée sur la poutre dont le schéma est représenté sur la Figure 7.3.

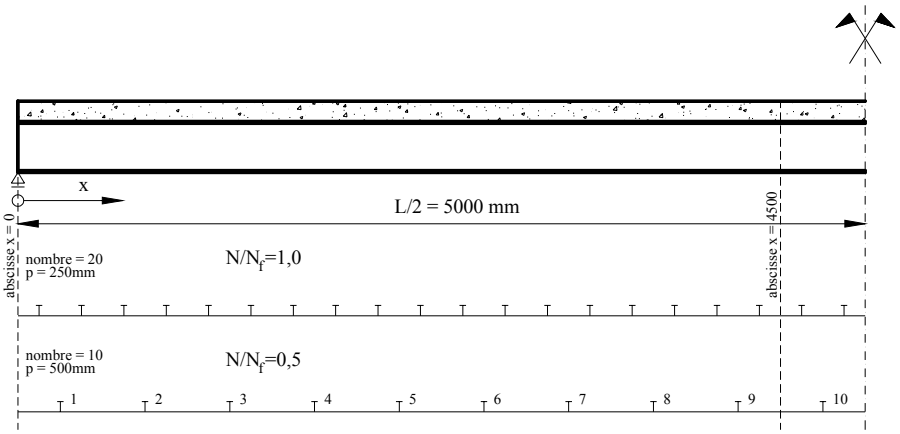


Figure 7.3 Schéma de la poutre utilisée dans l'étude numérique

Les Figure 7.4 et Figure 7.5 illustrent la réponse de la poutre à un chargement q_{fl}=5kNm^{-1} à l'ELS. Le glissement obtenu par le calcul non linéaire ne dépasse dans aucun des connecteurs la valeur de 0,01mm. La raideur de tous les connecteurs est donc égale à k_{ini} et le résultat en termes de glissement ainsi que de flèche est identique à celui obtenu par la modélisation K_initiale.

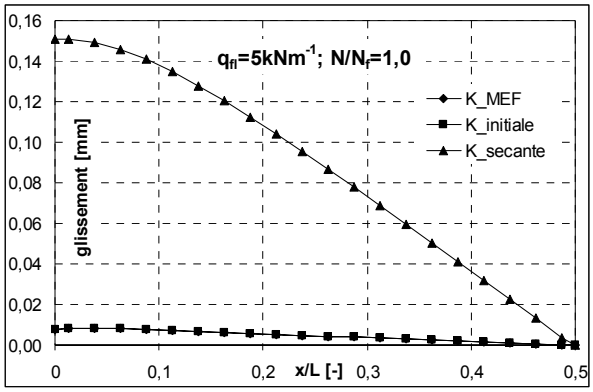


Figure 7.4 Glissement sur la demi-travée sous le chargement par le poids propre

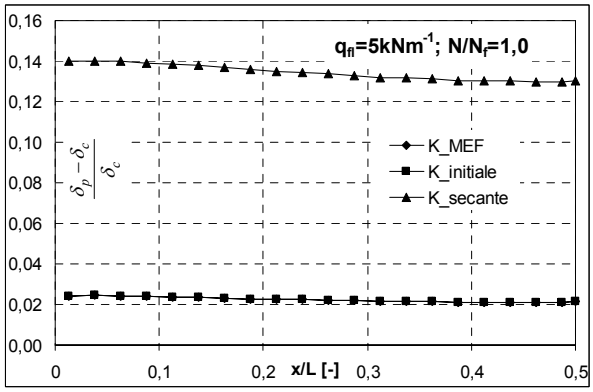


Figure 7.5 Augmentation de la flèche sur la demi-travée sous le chargement par le poids propre

La deuxième série de courbes (Figure 7.6 et Figure 7.7) représente le glissement et l'augmentation de la flèche dans la même poutre soumise à un chargement q_{fl}=25kNm^{-1}. Sur une grande partie de la travée, le glissement dépasse 0,01mm ce qui situe les connecteurs en phase de comportement élasto-plastique (phase II). La raideur de ces connecteurs est donc inférieure à k_{ini} et le glissement dans cette partie de la poutre est plus grand que le glissement calculé par l'analyse K_initiale.

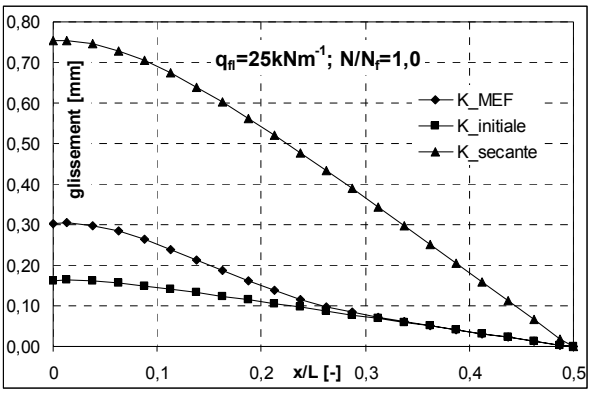


Figure 7.6 Glissement sur la demi-travée sous charge d'exploitation

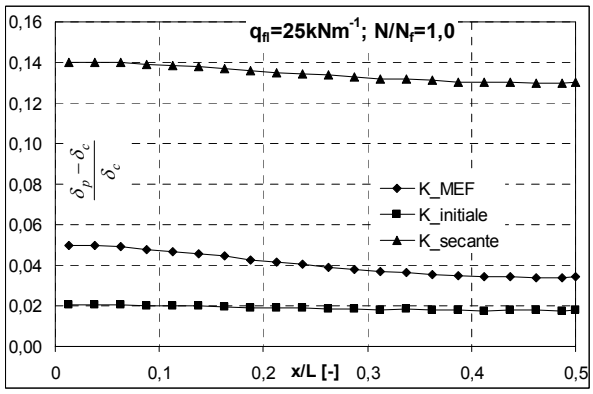


Figure 7.7 Augmentation de la flèche sur la demi-travée sous charge d'exploitation

En appliquant le même chargement à une poutre avec un degré de connexion N/N$_f$=0,5, le même effort de cisaillement longitudinal est repris par seulement la moitié du nombre de connecteurs utilisé dans l'analyse précédente. En raison de cela, le glissement ainsi que les flèches additionnelles sont près de quatre fois plus grandes que les valeurs calculées dans la même poutre avec une connexion complète. Une plus grande partie des connecteurs a une raideur proche ou inférieure à 100kNmm^{-1} (Figure 7.10), les résultats non linéaires sont alors proches de ceux obtenus par le modèle K_initiale (Figure 7.8 et Figure 7.9).

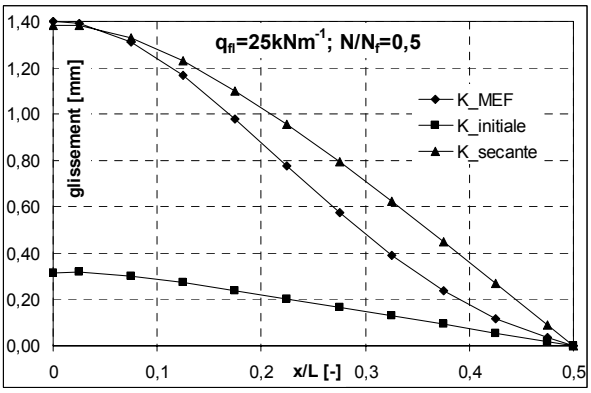


Figure 7.8 Glissement sur la demi-travée sous charge d'exploitation

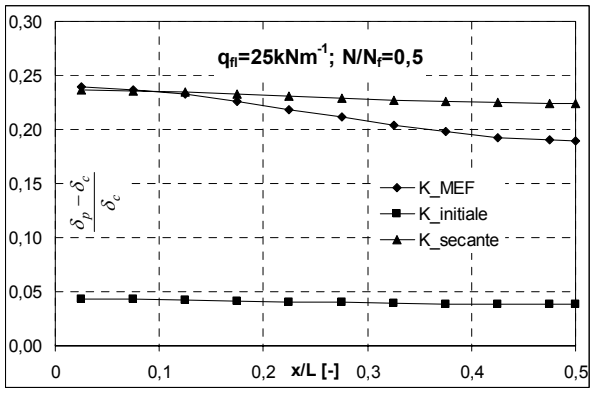


Figure 7.9 Augmentation de la flèche sur la demi-travée sous charge d'exploitation

Analysons maintenant la distribution de l'effort rasant sur la longueur de la travée. Lorsqu'on considère la poutre comme un élément parfaitement homogène, l'effort rasant dans chaque connecteur peut être déterminé par la formule suivante :

$$P = \frac{V_{sd} S_y}{I_1} . p \tag{7.4}$$

Ainsi, l'effort rasant est directement proportionnel à l'effort tranchant. Sous un chargement uniforme, l'effort repris par un connecteur situé dans le quart de travée (connecteur n°5 sur la Figure 7.11) doit être égal à la moitié de l'effort rasant repris par le connecteur situé à l'extrémité de la poutre (connecteur n°1 sur la Figure 7.11).

En réalité, lorsque les connecteurs sont flexibles, la distribution de l'effort rasant n'est pas linéaire. La connexion se déforme et la distribution de l'effort rasant suit la forme du glissement. L'effort rasant élastique se redistribue entre les connecteurs de l'extrémité de la poutre vers la travée. Ainsi, l'effort rasant dans le connecteur n°5 (Figure 7.3) représente alors

un peu moins de 90% de l'effort repris par le connecteur n°1 (Figure 7.10). Dans la Figure 7.10, la distribution élastique des efforts est représentée par un trait plein.

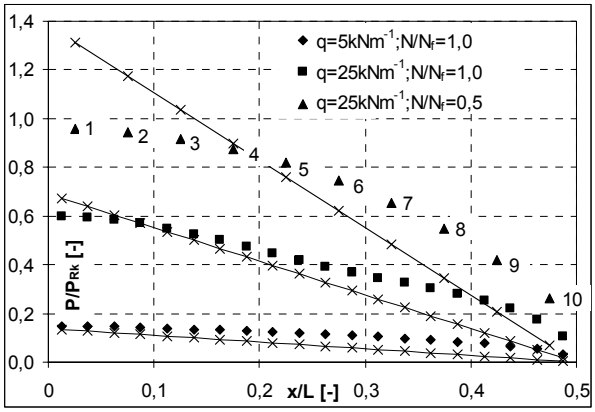


Figure 7.10 Efforts de cisaillement repris par les connecteurs

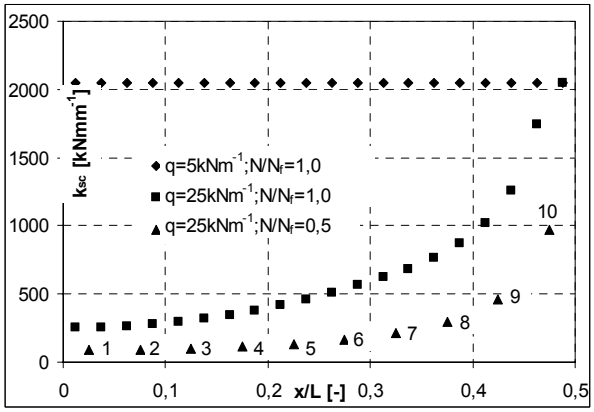


Figure 7.11 Raideur des connecteurs dans la demi-travée (la distribution de cisaillement calculée en tenant compte d'une connexion rigide est en trait plein)

La redistribution des efforts entre connecteurs joue en faveur de la raideur de la connexion (Figure 7.11). Les connecteurs les plus sollicités reprennent un effort moins grand et ont donc une raideur sécante qui est moins grande que la raideur considérée lors de l'analyse linéaire élastique. L'analyse linéaire élastique du glissement, qui ne peut pas tenir compte des ces phénomènes de redistribution, s'avère être pénalisante tant bien lorsque la connexion est complète que lorsque le degré de connexion de la poutre est relativement faible.

Hormis l'aspect raideur, il nous paraît intéressant de présenter l'importance du comportement flexible de la connexion vis-à-vis de la résistance de la section. Prenons l'exemple de la poutre avec une connexion partielle N/N_f=0,5. A l'ELS, l'effort rasant calculé par la méthode rigide élastique (7.4) dans le connecteur n°1 est près de 180kN. Il est donc supérieur à la résistance caractéristique du goujon, qui est P_{Rk}=137kN. On devrait donc modifier la configuration de la connexion et augmenter la densité des connecteurs à l'extrémité de la poutre. Ceci va dans la logique des recommandations de l'Eurocode 4, qui pour une poutre de 10m permettent un espacement régulier des connecteurs qu'à partir d'un degré de connexion N/N_f>0,68. En réalité, l'effort rasant dans le connecteur n°1 déterminé par l'analyse non-linéaire est égal à 123kN et donc inférieur à P_{Rk}=137kN. Ainsi, on peut supposer que la disposition uniforme des goujons peut être préservée.

Aussi bien dans la poutre avec la connexion complète que dans la poutre avec la connexion partielle, une partie sinon la totalité des connecteurs subit des déformations non-linéaires irréversibles. La déformation permanente de la connexion apparaît sous forme d'un glissement et d'une flèche résiduelle, lorsqu'on décharge le modèle. Prenons l'exemple de la poutre avec la connexion complète, où 18 des 20 connecteurs dans la demi travée étaient en phase élasto-plastique sous un chargement q_{fl}=25kNm^{-1}. En revenant à un chargement q_{fl}=0kNm^{-1}, le glissement dans deux connecteurs proches de la mi-travée revient à zéro tandis que les 18 autres connecteurs restent déformés (Figure 7.19). La déformation permanente à l'interface entre l'acier et le béton fait que la poutre a une rotation permanente égale à :

$$\theta = \frac{s - u_b + u_a}{l_c} \tag{7.5}$$

et une flèche permanente (Figure 7.13) égale à:

$$\delta = \int_0^x \theta dx \tag{7.6}$$

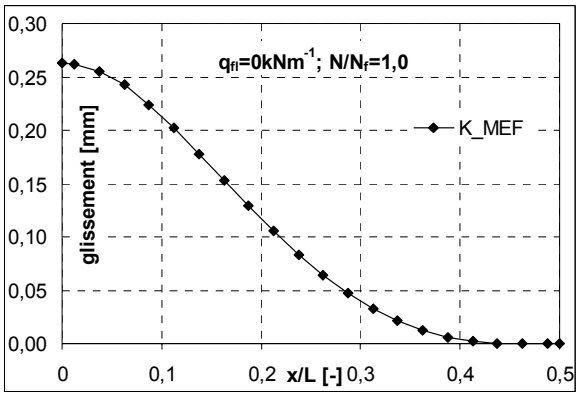


Figure 7.12 Glissement résiduel sur la demi-travée

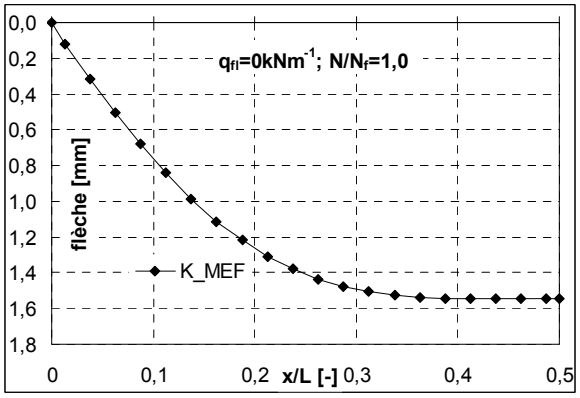


Figure 7.13 Flèche résiduelle sur la demi-travée

Cependant, le chargement q_{fl}=0kNm^{-1} n'est que théorique. Nous avons néanmoins utilisé les résultats de cette simulation numérique pour justifier l'existence de la flèche permanente. En réalité, la poutre reprend toujours au moins son poids propre.

Toutefois, lorsqu'on applique une deuxième fois le chargement q_{fl}=5kNm^{-1} qui correspond au poids propre de la poutre (Figure 7.21 et Figure 7.22), les valeurs de glissement et de flèches sont supérieures à celle obtenues lors du premier chargement (Figure 7.4 et Figure 7.5).

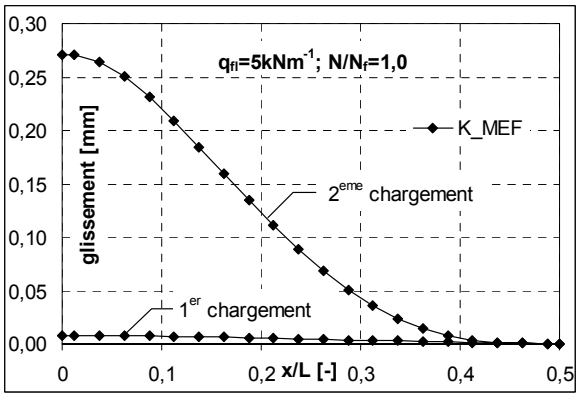


Figure 7.14 Comparaison des glissements sur la demi-travée lors du premier et du deuxième chargement

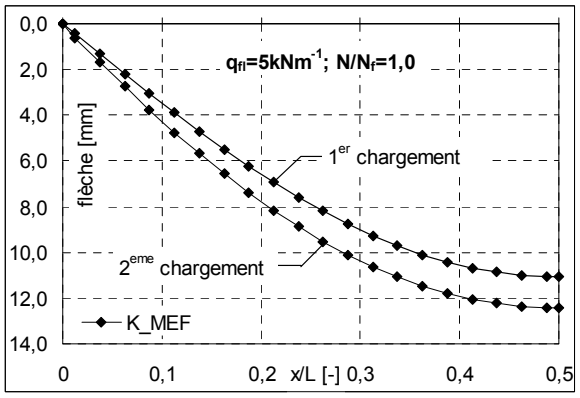


Figure 7.15 Comparaison des flèches de la demi-travée lors du premier et du deuxième chargement

L'espacement uniforme des connecteurs tel qu'il a été utilisé dans les exemples précédents n'est permis que sous certaines conditions, qui sont décrites dans le Paragraphe 3.2.2 de ce document. Lorsque ces conditions ne sont pas remplies, l'espacement des connecteurs doit être adapté au flux de cisaillement dans la poutre. Dans une poutre sur appuis simples, ceci revient à augmenter le nombre de connecteurs près des appuis et diminuer leur densité à la mi-travée.

Pour analyser l'influence d'une distribution non-uniforme de goujons sur le glissement et la flèche de la poutre mixte, nous reprenons la poutre avec 20 connecteurs dans chaque demi-travée. Nous analysons les trois configurations suivantes de la connexion (Figure 7.16):

- **CONG** : connecteurs avec un espacement uniforme p=250mm (configuration identique à celle testée dans le paragraphe précédent) ;

- **CONG1** : 15 goujons (3/4 du nombre total sur la travée de cisaillement) placés sur le quart de travée proche de l'appui (ZONE1) avec un espacement p = 165mm; le reste des connecteurs (5 goujons) placés dans la partie proche de milieu de la travée (ZONE 2) avec un espacement p = 500mm;
- **CONG2** : la totalité des connecteurs (20 goujons) sont placés dans la ZONE1, aucune liaison de cisaillement n'est assurée dans la ZONE2. Cette configuration n'est certes que théorique mais permet d'illustrer un cas extrême de la redistribution des efforts.

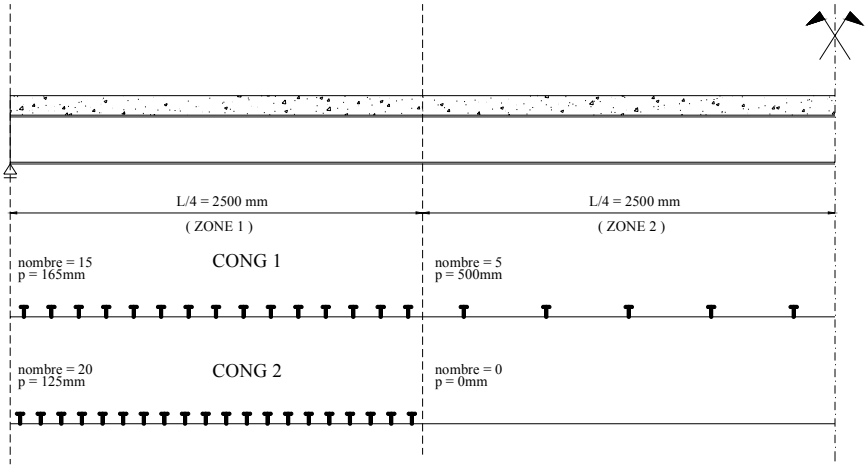


Figure 7.16 Disposition non uniforme des connecteurs

Dans les deux cas où l'espacement des connecteurs est non-uniforme, le glissement a deux valeurs extrêmes sur la longueur de la demi-travée (Figure 7.17). Avec une configuration CONG1, un extrême local de glissement est mesuré dans le connecteur qui sert de transition entre la ZONE 1 et la ZONE2, la valeur maximale de glissement restant celle mesurée à l'extrémité de la poutre. Dans la poutre avec la configuration CONG2, la valeur maximale est mesurée dans la partie non-connectée de la poutre.

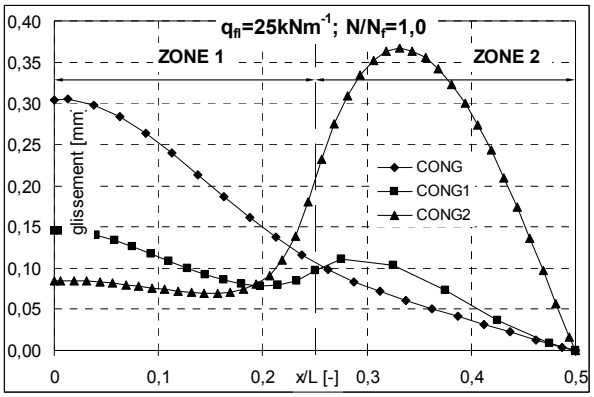


Figure 7.17 Glissement sur la demi-travée

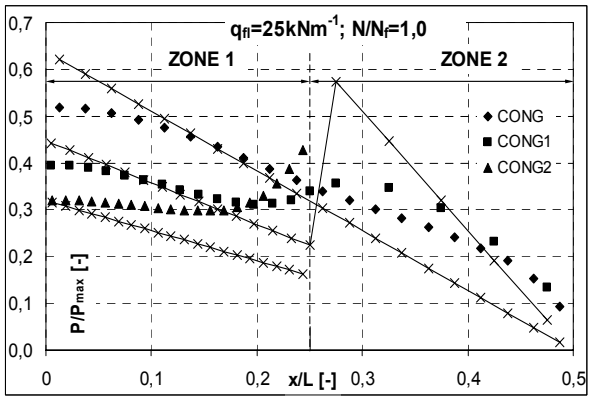


Figure 7.18 Efforts de cisaillement repris par les connecteurs (la distribution du cisaillement calculée en tenant compte d'une connexion rigide est en trait plein)

Dans les deux cas, le glissement à l'extrémité de la poutre représente moins de la moitié du glissement calculé dans la poutre avec un espacement régulier de connecteurs. Dans la poutre CONG1, l'effort de cisaillement est réparti d'une façon pratiquement régulière entre tous les connecteurs dans la demi-travée (Figure 7.18).

La présence d'une valeur extrême globale de glissement dans la travée peut toutefois susciter quelques interrogations. Le glissement étant obtenu par l'intégration du différentiel de déformations sur la poutre, on pourrait s'attendre à ce qu'il ait une tendance croissante en allant de la mi-travée vers les appuis. Toutefois, le glissement étant dans le repère global défini en tant que :

$$s = u_b - u_a - \theta l_c \tag{7.7}$$

C'est donc une courbure non régulière de la poutre qui explique ces extrêmes locaux de glissement (Figure 7.19).

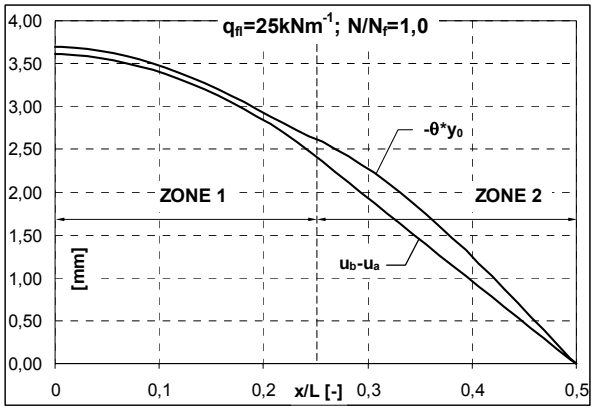


Figure 7.19 Décomposition du glissement (effets du déplacement et de la rotation)

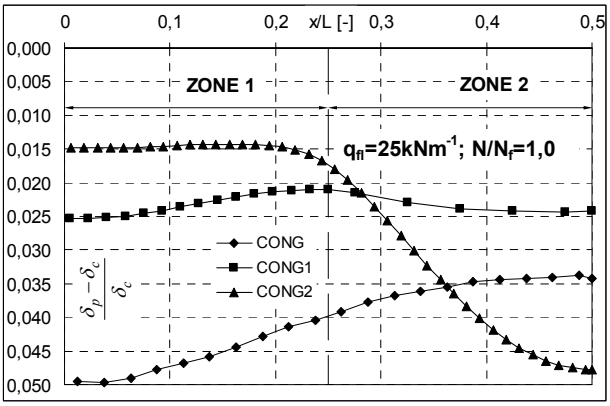


Figure 7.20 Augmentation de la flèche sur la demi-travée

Le troisième type de connexion envisagé dans cette analyse est une connexion constituée par des connecteurs regroupés dans des empochements. Lorsque les connecteurs sont groupés, il n'est plus possible d'envisager une liaison continue entre l'acier et le béton. L'effort transmis dans la dalle est donc localisé au niveau des poches, ce qui modifie les propriétés mécaniques de la connexion. Selon Lachal [79], la résistance des connecteurs groupés par poches représente environ 90% de leur résistance « standard ».

Lors de la modélisation de ce type de poutres, on ne peut compter sur la compatibilité des déplacements verticaux entre la dalle et la poutre qu'au droit des poches de connecteurs. Dans les parties entre les poches de goujons, le soulèvement de la dalle reste libre. Toutefois, il est nécessaire d'imposer au modèle des conditions de compatibilité telles qu'on évite la pénétration de la dalle dans la poutre. En ce qui concerne les déplacements horizontaux, on ne peut parler de glissement tel qu'il est formulé dans le cas de poutres avec une connexion régulière qu'au droit de l'emplacement de la connexion. En effet, la formulation du glissement (7.7) est basée sur l'hypothèse de compatibilité des rotations entre les deux nœuds de la dalle et de la poutre. Toutefois, cette condition ne peut être remplie dans la partie non connectée de la poutre.

En partant de la poutre utilisée dans les cas analyses du paragraphe précédent, nous avons regroupé les connecteurs au nombre de quatre par empochement selon le schéma sur la Figure 7.21. La distance entre les empochements est de 1m.

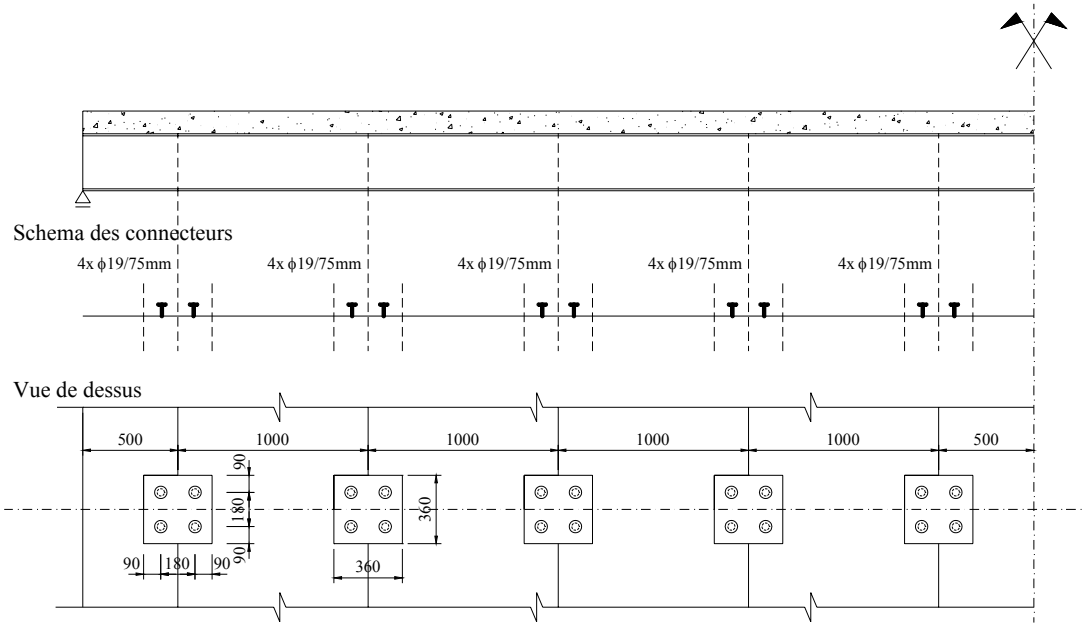


Figure 7.21 Disposition des groupes de connecteurs

Dans la modélisation MEF, chaque groupe de connecteurs est représenté par un seul élément de connexion. Pour déterminer la loi de comportement de ces connecteurs, nous avons envisagé deux cas de figure :

- la force de cisaillement maximale qui peut être développée par le groupe de connecteurs est $4^{*}P_{max}$,
- la force de cisaillement maximale qui peut être développée par le groupe de connecteurs est $0{,}9^{*}4^{*}P_{max}$.

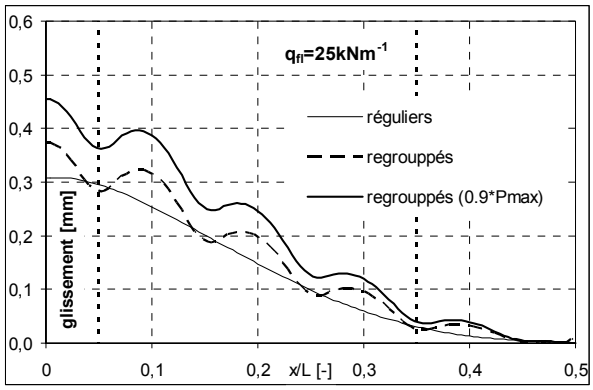


Figure 7.22 Glissement sur la demi-travée

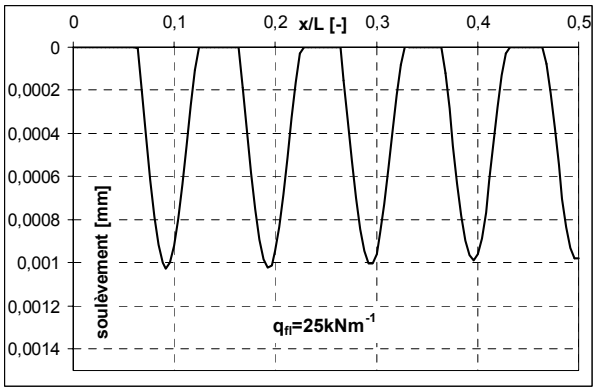


Figure 7.23 Soulèvement entre les poches de connecteurs

La Figure 7.22 montre la comparaison entre l'évolution du glissement calculé dans une poutre avec des connecteurs groupés et dans une poutre où les connecteurs ont un espacement régulier. Les valeurs de glissement au droit des groupes de connecteurs obtenues par les deux modélisations sont pratiquement identiques lorsque la résistance du groupe de connecteurs est prise égale à $4^{*}P_{max}$. Avec une valeur de résistance réduite ($0{,}9^{*}4^{*}P_{max}$), le glissement augmente.

Une différence entre les déplacements verticaux de la dalle et de la poutre, qui peut aussi être interprété en tant que soulèvement de la dalle, a pu être mesurée entre les poches de connecteurs. Toutefois, la valeur de ce soulèvement est négligeable (Figure 7.23).

Nous avons montré sur quelques exemples numériques l'application de deux méthodes de calcul (linéaire et non-linéaire) à l'analyse de poutres mixtes à l'ELS. Il a été montré que la raideur de la connexion dépend non seulement des propriétés des connecteurs, mais aussi du type et de la valeur de l'effort qu'elle reprend.

Même si le modèle analytique, où le connecteur est défini avec une raideur k_{sc} constante, permet de représenter les phénomènes de glissement ainsi que l'amplification de la flèche associée, la modélisation non-linéaire par la MEF s'avère être plus précise.

Les exemples numériques ont permis de démontrer la relation entre la raideur de la connexion et la raideur en flexion d'une poutre mixte. Nous poursuivons l'étude du comportement de la poutre mixte à l'ELS par une analyse paramétrique qui aura pour but de quantifier la relation entre la raideur de la connexion et la flèche de la poutre mixte.

7.1.2 Vérification des flèches à l'ELS

L'analyse paramétrique décrite dans ce paragraphe permet d'identifier les paramètres qui peuvent avoir une influence sur l'augmentation de la flèche en présence de glissement à l'interface acier-béton. Nous allons modéliser le comportement en flexion de poutres sur appuis simples en faisant varier les paramètres suivants :

- longueur de la travée, qui va de 5 à 30m,
- épaisseur de la dalle (100, 150 et 200mm),
- nuance de l'acier (S235, S355, S640).

La dalle est constituée d'un béton avec un module élastique E_b=30000MPa. Chacune des poutres est dimensionnée à l'ELU sous une combinaison de poids propre et d'une charge d'exploitation égale à q_{fl}=10kNm^{-1}. Pour les poutres métalliques, on considère trois valeurs de limite élastique (f_y=235, 355 et 640 MPa), et ainsi, pour la même longueur de poutre, on obtient trois sections différentes de profilés métalliques. Les poutres sont soit des profilés IPE ou des PRS. Les dimensions de toutes les poutres utilisées dans cette analyse sont dans l'ANNEXE C.

Pour la vérification des flèches et du glissement à l'ELS, nous considérons trois types de chargement : charge linéique uniformément répartie sur la longueur de la poutre, force ponctuelle au milieu de la travée et chargement dans deux points. Pour chaque poutre, le calcul est fait en considérant une connexion complète et plusieurs degrés de connexion inférieurs à 1,0. Le nombre total de poutres analysées est donc égal à 450.

Le choix des méthodes de calcul utilisées pour cette analyse paramétrique est guidé par la nécessité de trouver une méthode d'analyse qui permet de représenter le comportement réel de la poutre et qui en même temps ne nécessite pas des moyens de calcul excessifs, de façon à ce que les calculs puissent être effectués pour la totalité des 450 poutres.

Les exemples numériques du paragraphe 7.1.1 montrent que la modélisation analytique permet de représenter les phénomènes de glissement et d'amplification de flèche dans une poutre avec interaction partielle. En même temps, l'analyse non-linéaire s'avère être plus précise. L'avantage de la méthode analytique repose sur le fait, que les formules utilisées pour le calcul du glissement et de la flèche peuvent être intégrées au sein d'un programme de calcul ce qui automatise le travail répétitif que représente une analyse paramétrique de ce type.

La flèche et le glissement dans les 450 poutres sont donc d'abord déterminés par l'analyse linéaire. Les résultats obtenus par cette analyse permettent d'identifier les paramètres qui

influencent la valeur d'amplification de flèche ainsi que les poutres, où cette amplification est extrême. L'amplification des flèches dans ces poutres est ensuite vérifiée par un calcul MEF.

7.1.2.1 Poutre soumise à une charge uniforme

La première série d'essais concerne les poutres avec une connexion complète créée par des goujons de diamètre ϕ19mm. La section de chaque poutre est caractérisée par le rapport $(EI)_a/(EI)_b$. La Figure 7.24 montre que le glissement calculé à l'extrémité des poutres augmente de manière quasi linéaire en fonction de ce rapport et de la longueur L de la poutre.

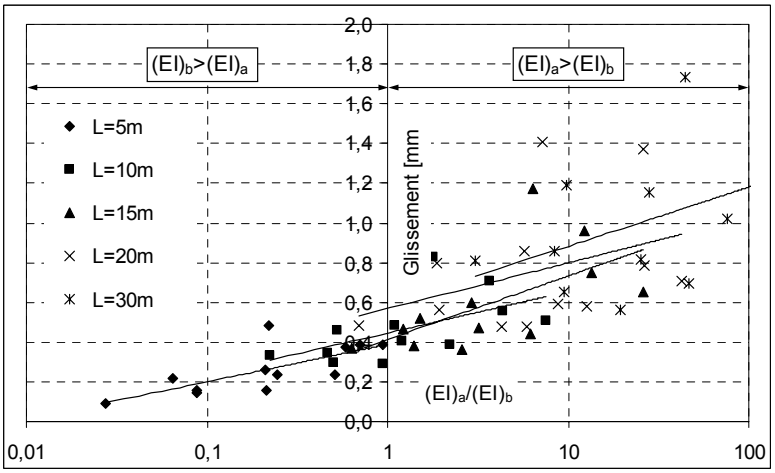


Figure 7.24 Glissement à l'extrémité de la poutre

L'augmentation relative de la flèche, représentée par le paramètre $\frac{\delta_p - \delta_c}{\delta_c}$, est la plus grande dans les poutres courtes. Son importance diminue avec la longueur de la poutre. En effet elle représente jusqu'à 23% dans les poutres de 5m, mais moins de 10% dans les poutres longues (Figure 7.25).

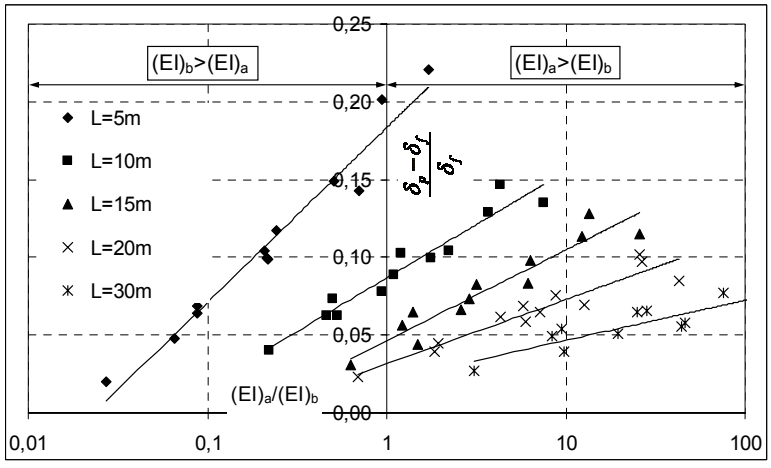


Figure 7.25 Augmentation de la flèche (N/N_f=1,0)

7.1.2.2 Influence du diamètre du connecteur

L'analyse précédente montre que l'amplification de la flèche est la plus importante dans les poutres courtes (L=5m). Nous allons maintenant analyser l'influence du diamètre des connecteurs sur les flèches de ces poutres. Les quatre goujons retenus pour cette analyse ont

des diamètres ϕ22, ϕ19, ϕ16 et ϕ10mm (Tableau 7.1). La résistance et la raideur de chaque goujon sont calculées selon les méthodes de l'Eurocode 4.

Tableau 7.1 Caractéristiques mécaniques des goujons utilisés [1]

ϕ	**10**	**16**	**19**	**22**
P_{rd} [kN]	27,1	69,5	97,9	131,3
k_{sc} [kNmm^{-1}]	35	81	100	115

Paradoxalement, les effets du glissement sont les moins grands lorsque le diamètre du goujon est le plus petit (Figure 7.26). Ceci s'explique par le fait que le nombre de connecteurs nécessaire pour créer une connexion complète augmente, lorsqu'on diminue le diamètre et par conséquent la résistance du connecteur. La raideur d'une telle connexion est plus grande que la raideur d'une connexion qui a une résistance équivalente, mais qui est faite de goujons avec un diamètre plus grand.

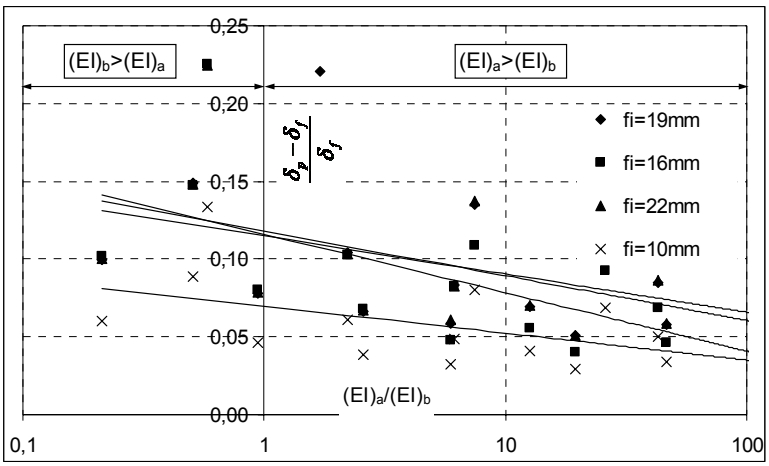


Figure 7.26 Augmentation de la flèche en fonction du diamètre du goujon (N/N_f=1,0)

7.1.2.3 Poutre soumise à un chargement ponctuel

Les valeurs de glissement calculées sous un chargement ponctuel appliqué au milieu de la travée ne sont que très peu différentes de celles obtenues dans les mêmes poutres sous un chargement linéique. En ce qui concerne les flèches, elles sont bien sûr différentes en valeurs absolues, mais pratiquement identiques en valeur relatives.

Les résultats des analyses de glissement dans les poutres avec un chargement ponctuel et un chargement dans deux points sont présentés dans l'ANNEXE D.

7.1.2.4 Synthèse des résultats

Des valeurs limite de l'augmentation de la flèche en fonction de $(EI)_a/(EI)_b$ et de la longueur L sont présentées dans le Tableau7.2.

Tableau7.2 Valeurs limites de l'augmentation de flèche (analyse linéaire) pour différentes portées de poutres mixtes

	5m		10m		15m	
$(EI)_a/(EI)_b$	<0,5	≥ 0,5	<1,0	≥ 1,0	<5,0	≥ 5,0
$\frac{\delta_p - \delta_c}{\delta_c}$	**0,15**	**0,23**	**0,10**	**0,20**	**0,10**	**0,15**

Nous reprenons maintenant les six poutres dont la géométrie correspond aux valeurs du Tableau7.2 pour calculer leurs flèches en utilisant le modèle MEF non-linéaire. L'augmentation de la flèche obtenue par le calcul non-linéaire (Tableau7.3) est moins importante que celle obtenue par l'analyse linéaire (Tableau7.2) dans toutes les poutres analysées.

Tableau7.3 Valeurs limites de l'augmentation de flèche (analyse non linéaire)……

	5m		10m		15m	
$(EI)_a/(EI)_b$	<0,5	≥ 0,5	<1,0	≥ 1,0	<5,0	≥ 5,0
$\frac{\delta_p - \delta_c}{\delta_c}$	**0,04**	**0,05**	**0,01**	**0,03**	**0,01**	**0,03**

La différence entre les flèches obtenues par les deux modélisations est sans doute due aux phénomènes non-linéaires présentés dans le paragraphe 7.1.1 et qui ne sont pas pris en compte dans l'analyse linéaire.

L'analyse linéaire élastique mène donc à une surestimation assez conséquente de l'influence de l'interaction partielle sur les flèches de la poutre mixte. Les travaux de recherche qui s'appuient sur ce type d'analyse [46] et [30] et qui situent l'augmentation de la flèche dans une poutre mixte avec connexion complète autour de 20% (valeur conforme aux résultats présentés dans le Tableau7.2) semblent donc surévaluer l'influence du glissement sur le comportement de la poutre mixte.

7.1.2.5 Flèches de poutres avec connexion partielle

Les analyses numériques présentées dans le paragraphe précédent ont été faites sur des poutres avec une connexion complète (N/N_f=1,0). L'influence de l'interaction partielle sur le comportement de la poutre mixte augmente davantage lorsque le degré de connexion est N/N_f<1,0. Le nombre de connecteurs, et ainsi la raideur de la connexion, diminuent, ce qui joue dans le sens de l'amplification du glissement et des flèches de la poutre mixte. La Figure 7.27 illustre l'évolution de la flèche en fonction d'un degré de connexion décroissant. Les résultats présentés sur la Figure 7.27 sont les flèches de la poutre (L=5m et $(EI)_a/(EI)_b$=0,5) du Tableau7.3.

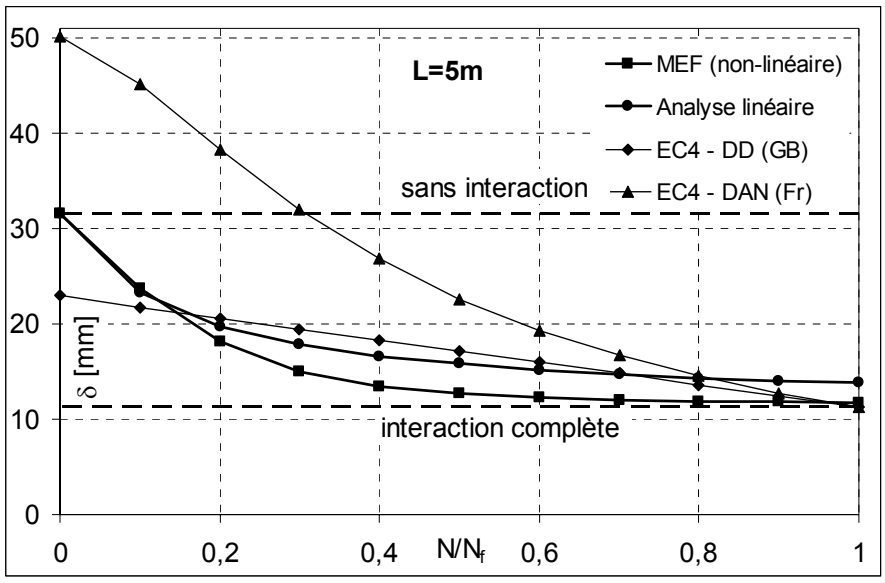


Figure 7.27 Évolution de la flèche en fonction du degré de connexion

L'augmentation de la flèche calculée par l'analyse MEF non linéaire est relativement faible (moins de 10%) lorsque le degré de connexion est supérieur à la valeur limite permise par l'Eurocode 4 (N/N_f>0,4). En même temps, l'augmentation de la flèche dans la même poutre avec un degré de connexion N/N_f=0,4 calculée par le modèle analytique linéaire représente plus de 30%. Les modèles analytiques des versions ENV de l'Eurocode 4 [3][4] s'avèrent être encore plus pénalisants que le modèle analytique linéaire.

Avec des degrés de connexion inférieurs à 0,4, l'augmentation de la flèche due à l'interaction partielle est déjà plus conséquente. En effet, la valeur de la flèche calculée par la modélisation MEF tend vers la valeur de flèche d'une poutre non connectée.

7.1.3 Calcul du glissement à l'ELU

La vérification de la résistance de la connexion représente une des applications de l'analyse globale non linéaire à l'ELU. L'intérêt d'une telle analyse est de vérifier si la connexion remplit les conditions de ductilité à l'état ultime.

L'application de l'analyse non linéaire est illustrée sur deux poutres, qui ont été précédemment analysées à l'ELS et dont le schéma est sur la Figure 7.3. Il s'agit des deux poutres avec un espacement uniforme des connecteurs et avec des degrés de connexion N/N_f=1,0 et N/N_f=0,5.

Pour représenter le comportement de la poutre à l'état ultime, nous définissons la poutre ainsi que le chargement avec des valeurs de calcul. Ainsi, le chargement total à l'état ultime est q_{fl}= 1,1*q_{pp} + 1,5*q_{ser} = 35,5kN.m^{-1}. La résistance des connecteurs ainsi que les lois de comportement de l'acier et du béton sont aussi définies avec des valeurs de calcul. Le glissement de la connexion à l'ELU est présenté sur la Figure 7.28.

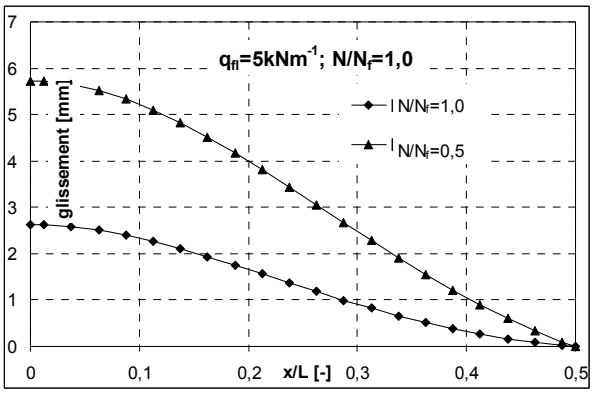


Figure 7.28 Glissement à l'ELU

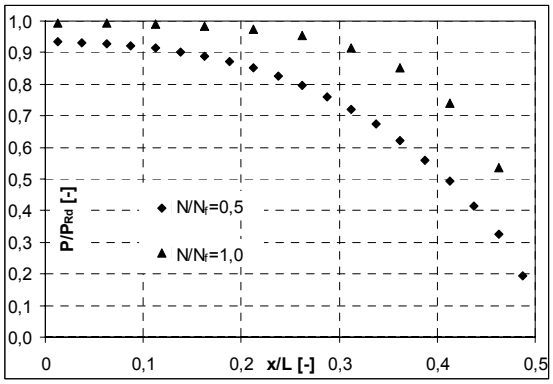


Figure 7.29 Effort rasant dans les connecteurs à l'ELU

Le glissement le plus élevé est mesuré à l'extrémité de la poutre avec le degré de connexion N/N_f=0,5. Toutefois, même si ce glissement est relativement important (s=5,7mm), il est inférieur à la capacité de glissement du connecteur déterminée par essais push-out (s_{ult}=6,41mm). L'analyse non linéaire permet donc, dans ce cas précis, de valider l'utilisation d'une connexion partielle avec un espacement uniforme, qui selon les conditions définies dans l'Eurocode 4 ne pourrait pas être admise (le degré de connexion minimale pour cette poutre est N/N_f=0,63).

En réalité, la connexion possède une réserve ductile qui est spécifique à chaque type de connecteurs et qui ne peut être prise en compte par les méthodes analytiques de l'Eurocode 4 (Figure 7.29). Pour plus d'informations sur l'application de l'analyse non linéaire à la définition d'un degré de connexion minimum, nous orientons le lecteur vers les travaux de Baertschi [12]. Les analyses paramétriques présentées dans cette thèse montrent qu'avec des connecteurs qui ont une capacité suffisamment grande, on peut créer des degrés de connexion bien inférieurs aux valeurs définies dans l'Eurocode 4.

7.1.4 Bilan

Les applications du modèle MEF présentées dans ce paragraphe concernent principalement l'étude du comportement non linéaire de la connexion, ainsi que l'étude de l'influence de la connexion sur le comportement global de la poutre mixte.

Les exemples numériques présentés dans la partie 7.1.1.3 montrent la distribution de l'effort rasant entre les connecteurs dans une poutre mixte sollicitée en flexion avec différentes configurations de la connexion (espacement uniforme et non uniforme des connecteurs, connecteurs regroupés). L'étude numérique montre, que le fait de regrouper les connecteurs dans les zones où l'effort rasant est le plus grand permet d'envisager une distribution plus régulière de l'effort rasant entre les connecteurs. On montre aussi que le comportement flexible des connecteurs joue dans le sens de la redistribution des efforts entre connecteurs et permet d'envisager une répartition plus régulière de cet effort.

L'influence du comportement de la connexion sur les flèches de poutres mixtes varie en fonction de la longueur et de la section de la poutre, du diamètre des connecteurs et du degré de connexion. Ainsi, dans des poutres de 5m avec une connexion complète, la différence entre la flèche calculée par l'analyse non linéaire et une flèche calculée avec l'hypothèse d'une section homogène peut représenter jusqu'à 5%. Dans les poutres avec une connexion partielle, cette différence peut aller jusqu'à 10% (N/N_f=0,4).

La modélisation non linéaire permet aussi d'évaluer le glissement à l'ELU et ainsi vérifier le comportement ductile de la connexion. Cette vérification peut être utile notamment dans des poutres avec des degrés de connexion faibles.

7.2 Application à l'analyse de poutres continues

Contrairement aux poutres mixtes à une travée, qui sous un chargement vertical ne sont sollicitées qu'en flexion positive, les poutres mixtes continues sont soumises à deux types de flexion. Dans la travée, la poutre est sollicitée par des moments positifs. Au droit des appuis intermédiaires, la flexion change de sens générant des efforts de traction dans la dalle. Le béton commence à fissurer et la raideur de la section diminue. La perte de raideur a un double effet. D'une part elle mène à la redistribution des moments des appuis vers la travée et d'autre part elle diminue la raideur globale de la poutre, ce qui mène à l'augmentation des flèches dans les travées.

Pour représenter l'effet de la fissuration du béton lors de l'analyse globale de la poutre mixte, l'Eurocode 4 s'appuie sur le concept de section fissurée. En réalité, le concept de section fissurée n'est qu'une approximation du comportement réel de la poutre au niveau des appuis. Bien que la résistance du béton en traction soit faible, le béton continue de contribuer à la raideur de la section même après l'apparition des premières fissures. La section fissurée telle qu'elle est définie dans l'Eurocode 4 ne représente que le stade final, lorsque cette contribution du béton tendu est nulle. En réalité, le passage entre une section fissurée et non fissurée ne se fait pas par saut, comme cela est envisagé dans les modèles analytiques, mais cette transition se fait continuellement. Prenons le cas d'une poutre à deux travées égales (L_1=L_2=10m) soumise à un chargement uniforme (Figure 7.30).

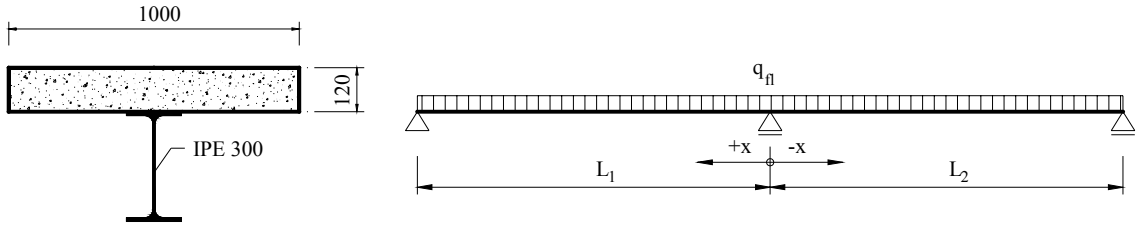


Figure 7.30 Schéma de la poutre continue analysée

Lorsqu'un chargement égal à q_{fl}=5kN.m^{-1}, qui correspond au poids propre de la poutre, est appliqué à la poutre, la section au niveau de l'appui intermédiaire est sollicitée par un moment M_{crac} (Figure 7.31), qui crée des contraintes de traction $\sigma_t > f_{ct}$ dans la surface supérieure de la dalle.

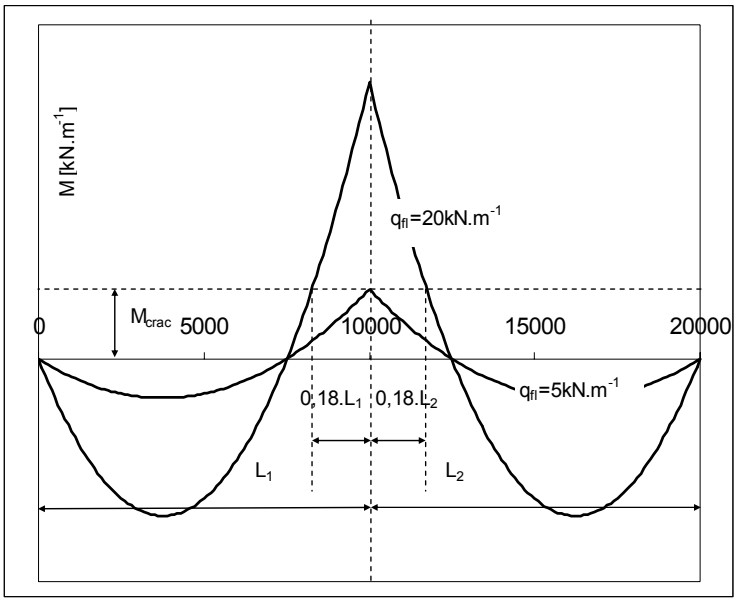


Figure 7.31 Distribution de moments de flexion dans la poutre mixte continue

Dans la logique de l'Eurocode 4 on pourrait alors considérer cette section en tant que fissurée et négliger toute l'action du béton tendu. En réalité, la fissuration est localisée sur une certaine longueur de la dalle. Si le moment reste constant et égal à M_{crac}, la fissuration de la dalle se stabilise grâce à la présence des armatures et le reste du béton continue à contribuer à la raideur de la poutre. Toutefois, la fissuration du béton va initier un changement de la position de l'axe neutre de la section mixte, ce qui modifie son inertie I_i. Cette raideur est inférieure à la raideur de la section non-fissurée ($I_i<I_1$), mais plus grande que la raideur I_2 de la section fissurée au sens de l'Eurocode 4.

Le changement de la raideur lors de la fissuration du béton peut être illustré sur un exemple analytique, où nous étudions l'évolution des déformations de la section mixte sous un chargement croissant. Prenons pour l'exemple la section mixte présentée sur la Figure 7.30 et considérons que cette section est sollicitée par un moment négatif. Le comportement de l'acier et du béton en compression est considéré élastique, la liaison entre la dalle et la poutre est parfaitement rigide. En traction, le comportement du béton est divisé en trois phases (Figure 7.32) :

- lorsque la déformation dans la fibre supérieure d'une couche i est $\varepsilon_{c,i}<\varepsilon_{ct}$, le comportement du béton dans cette couche est considéré élastique et dans le calcul, il est introduit avec un module de Young $E_i=E_{cm}$,
- lorsque la déformation dans la fibre supérieure d'une couche i est $\varepsilon_{ct}\leq \varepsilon_{c,i}<5.\varepsilon_{ct}$, le béton commence à fissurer, l'action du béton tendu autour des armatures permet toujours de considérer celui-ci comme un matériau avec un module de Young sécant, dont la valeur est déterminée comme $E_i=E_{cm}/15$,
- lorsque la déformation dans la fibre supérieure d'une couche i est $\varepsilon_{c,i}\geq 5.\varepsilon_{ct}$, l'action du béton dans cette couche est négligée et le module de Young du matériau est $E_i=0$.

Ces trois phases représentent une simplification da la loi de comportement du béton en traction proposée par Bazant et Oh [15].

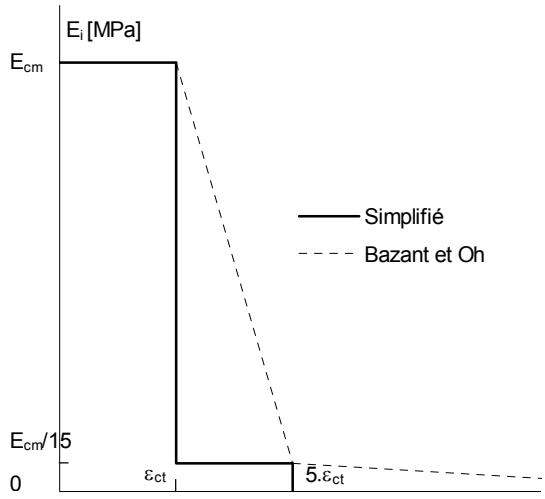


Figure 7.32 Simplification du modèle de comportement pour l'analyse élasto-plastique

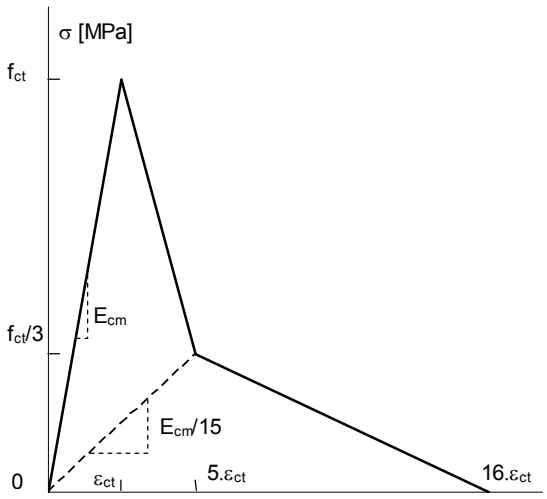


Figure 7.33 Loi de comportement uniaxial du béton en traction (Bazant et Oh [15])

La dalle est divisée en 10 couches et les déformations du béton sont vérifiées dans chacune de ces couches. Lorsque la section est sollicitée par un moment $M=M_{crac}$, la déformation dans le béton ne dépasse la valeur ε_{ct} que dans une couche de la dalle. Le reste du béton reste élastique et participe à l'action mixte de la section (Figure 7.34).

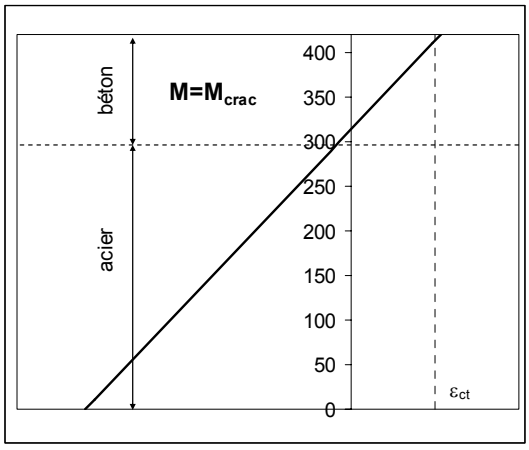


Figure 7.34 Déformations de la section sollicitée par $M=M_{crac}$

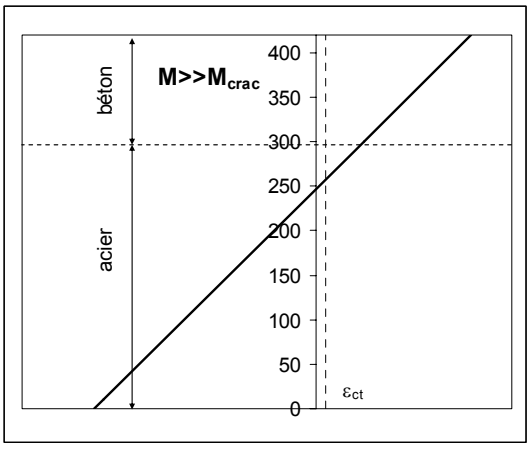


Figure 7.35 Déformations de la section sollicitée par $M>>M_{crac}$

Revenons maintenant à l'analyse de la poutre continue, pour augmenter le chargement à la valeur $q_{fl}=20\text{kNm}^{-1}$ (Figure 7.31). La contrainte de traction dans la fibre supérieure de la dalle dépasse la valeur f_{ct} sur 18% de la longueur de chacune des travées adjacentes. Au niveau des appuis, le moment de flexion sollicitant la section mixte est tel que la déformation du béton sur toute la hauteur de la dalle dépasse la valeur $5.\varepsilon_{ct}$. Ainsi, on peut considérer que la section est fissurée au sens du terme défini par l'Eurocode 4. La section située à $0{,}18.L_1$ de l'appui intermédiaire, est elle sollicitée par un moment égal à M_{crac}. Elle a donc une raideur I(x) dont la valeur est proche de la raideur d'une section non fissurée. Dans toutes les autres sections situées dans la partie de la poutre entre $x=0{,}18.L_1$ et x=0, la raideur de la poutre I(x) est $I_2<I(x)<I_1$ (Figure 7.36).

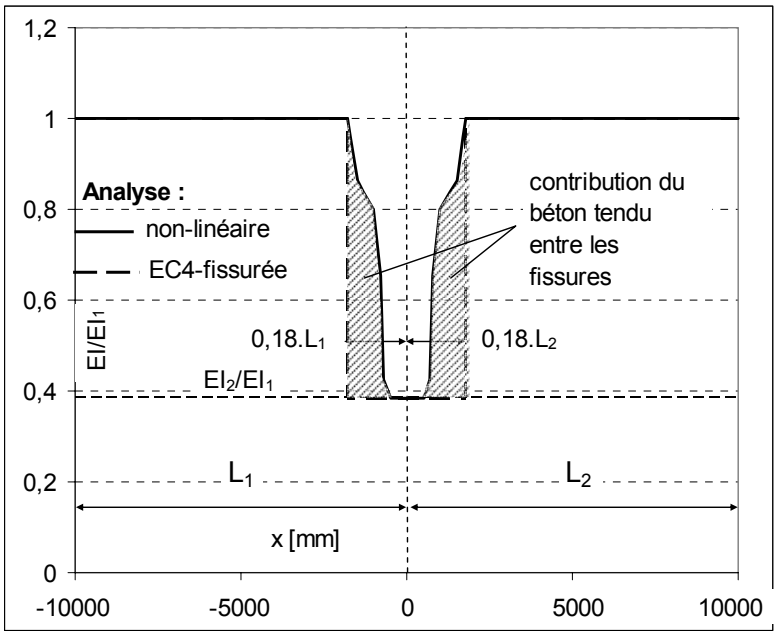


Figure 7.36 Raideur de flexion le long de la poutre mixte continue

Cette illustration analytique permet de montrer la façon dont évolue la fissuration entre les appuis intermédiaires et la travée de la poutre mixte (Figure 7.36). Cette évolution de la raideur n'est pas prise en compte dans les modèles de calcul de l'Eurocode 4. En revanche, le modèle MEF 3D permet de représenter la fissuration du béton ainsi que l'évolution de la fissuration à travers l'épaisseur de la dalle.

Dans le paragraphe suivant, nous allons confronter ces deux méthodes et montrer leur application à l'analyse des flèches de la poutre.

7.2.1 Analyse des flèches

Nous analysons les flèches de quelques poutres à deux travées dont une travée (L_2) a toujours une longueur de 10m et la travée L_1 a des valeurs allant de 2 à 10m. Ainsi, on crée des poutres avec les rapports L_1/L_2 suivants : {0,2 ; 0,4 ; 0,6 ; 0,8 ; 1,0}. Le schéma des poutres mixtes est identique à celui présenté sur la Figure 7.30. La connexion acier béton est créée par des goujons ϕ19mm dont le nombre est déterminé de façon à obtenir un degré de connexion N/N_f=1,0.

Les flèches des poutres sont calculées par les quatre méthodes suivantes :

- modélisation MEF 3D (interaction partielle) ($\delta_{MEF,partielle}$)
- modélisation MEF 3D modifiée avec une connexion parfaitement rigide (interaction complète) ($\delta_{MEF,complète}$)
- analyse linéaire élastique fissurée (δ_{fiss})
- méthode du coefficient minorateur de l'Eurocode 4 (δ_{fl})

L'évolution des flèches calculées dans la poutre avec deux travées de 10m (L_1/L_2=1,0) est sur la Figure 7.37. Les flèches des autres poutres analysées sont présentées dans l'ANNEXE E.

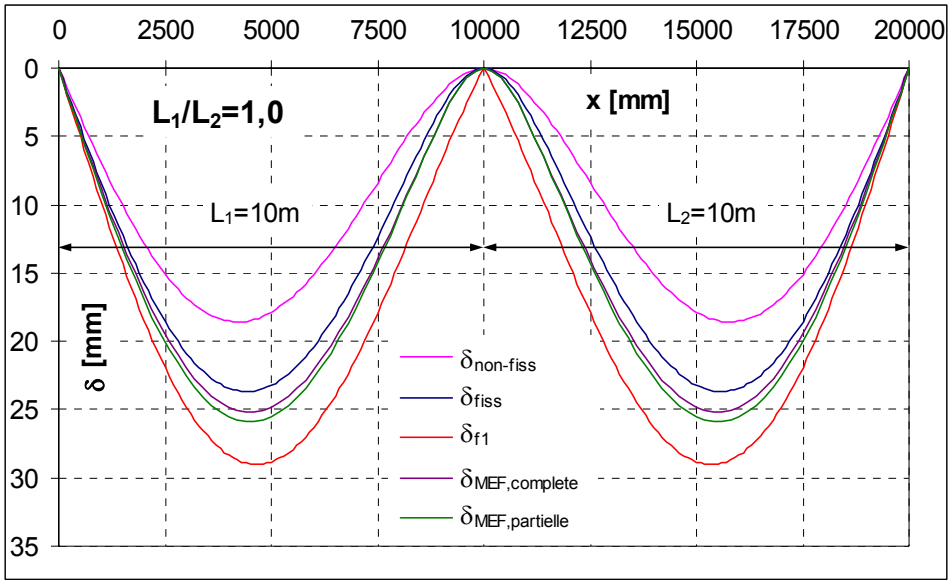


Figure 7.37 Comparaison des flèches de la poutre mixte données par différentes méthodes d'analyse (L_1/L_2=1,0)

La comparaison des flèches au centre de la travée L_2=10m calculée par ces quatre méthodes est présentée sur la Figure 7.38 et la Figure 7.39.

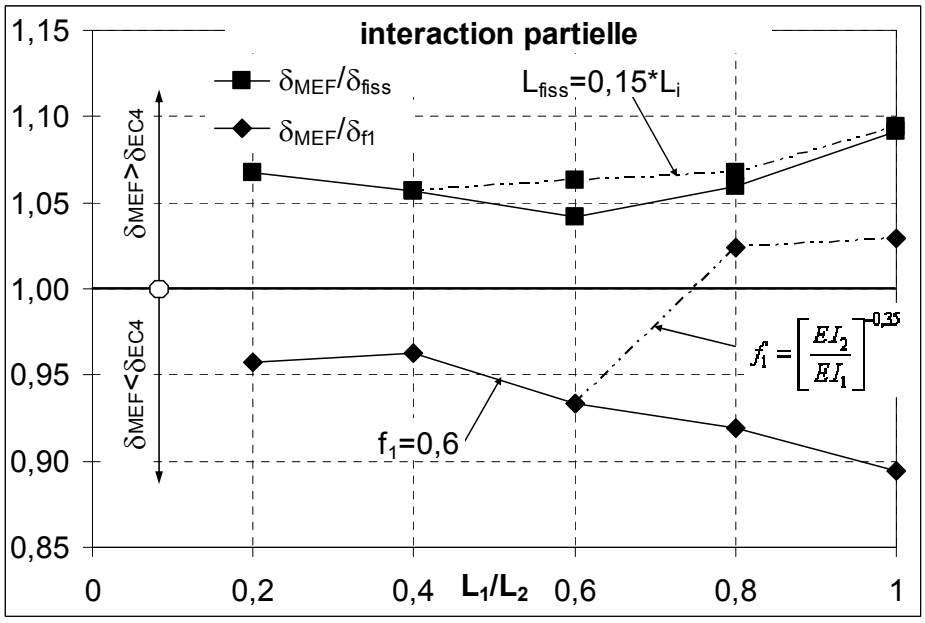


Figure 7.38 Flèche FEM/analytique (interaction partielle)

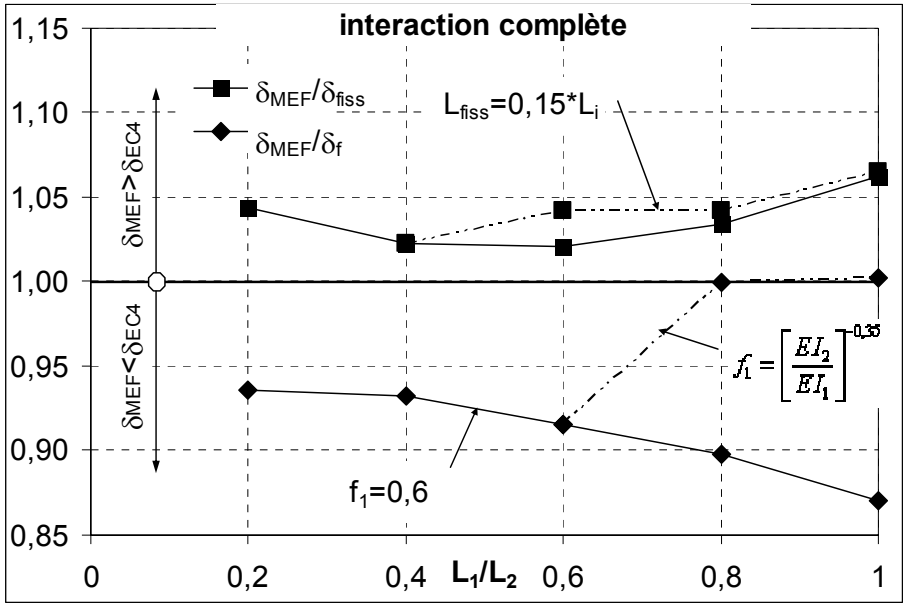


Figure 7.39 Flèche FEM/analytique (interaction complète)

Les deux méthodes analytiques de l'Eurocode 4 jouent sur l'amplification des flèches dans la travée et répondent donc, d'un point de vue phénoménologique, au comportement réel de la poutre mixte continue. En ce qui concerne les valeurs, la méthode du coefficient minorateur f_1 s'avère être plus pénalisante que l'analyse élastique fissurée. Dans certains cas, la prise en compte d'un coefficient minorateur réduit (f_1) permet d'obtenir des flèches dont la valeur est pratiquement identique aux flèches calculées par la MEF. L'amplification des flèches dans la travée L_2 en raison de l'interaction partielle est de l'ordre de 5%. Ce coefficient minorateur peut être calculé comme suit :

$$f_1 = \left[\frac{EI_2}{EI_1}\right]^{-0,35} \tag{7.8}$$

7.2.2 Bilan

Les méthodes d'analyse élastique de l'Eurocode 4 permettent de représenter l'influence de la fissuration en amplifiant les flèches de la poutre mixte. Toutefois, la différence entre valeurs obtenues par ces deux méthodes nous semble être assez importante. La modélisation par la MEF, qui situe, dans tous les cas, la flèche de la poutre mixte entre les deux valeurs calculées par les méthodes de l'Eurocode 4, semble donc être la méthode la mieux adaptée pour l'évaluation des flèches dans les poutres mixtes continues.

Les études comparatives décrites dans les chapitres précédents ont permis de valider l'application du modèle MEF 3D pour des analyses des poutres mixtes en flexion positive et en flexion négative. Toutefois, lors de ces applications, nous nous sommes contentés d'étudier le comportement de poutres isolées. En réalité, la poutre fait toujours partie d'un système structural au sens plus large, tel que par exemple un plancher mixte. Dans ce qui suit, nous allons montrer l'application de la modélisation tridimensionnelle à l'étude système de planchers mixtes.

7.3 Application à l'analyse des planchers mixtes

Dans ce chapitre, nous présentons les résultats d'études comparatives sur plusieurs exemples numériques permettent d'identifier les différences entre une modélisation 3D et un calcul analytique selon l'Eurocode 4 ainsi que d'autres applications du modèle MEF 3D, tel que l'analyse d'un plancher mixte sollicité en flexion latérale.

7.3.1 Calcul de la largeur efficace

La poutre mixte est le plus souvent modélisée comme un élément avec une seule dimension : la longueur. La poutre est définie de façon à représenter le comportement d'un système global tel qu'un plancher mixte. La définition de la poutre mixte se fait en isolant une poutre métallique et une partie adjacente de la dalle, qui va collaborer avec cette poutre. La largeur sur laquelle la dalle collabore avec la poutre doit être considérée de façon à ce que le comportement de la poutre mixte soit représentatif de tout le système global.

Dans la théorie élémentaire des poutres, on considère que la distribution des déformations normales associées à la flexion de la poutre est uniforme sur sa largeur. Cette hypothèse est justifiée lorsque les dimensions de la section sont petites devant la longueur de la poutre. Toutefois, lorsque la largeur de la dalle atteint une certaine valeur, la variation des déformations normales dans la dalle dans le sens perpendiculaire au sens de la flexion devient non négligeable. Cette variation des déformations normales est due au phénomène de traînage de cisaillement. Les effets du traînage de cisaillement doivent donc être pris en compte lors de la définition de la largeur efficace.

Des études numériques et expérimentales [6] montrent, que la valeur de la largeur efficace dépend principalement du rapport entre l'espacement et la longueur des poutres (b/L) dans le plancher mixte. D'autres facteurs, tels que le type de chargement ou le type de connexion acier béton [5] s'avèrent être négligeables par rapport au facteur b/L. La méthode analytique de l'Eurocode 4, présentée dans le Paragraphe 3.1.1 est elle aussi basée sur ce paramètre b/L.

Le but de l'étude numérique décrite dans ce paragraphe est de confronter deux types de modélisation MEF 3D : modélisation de la poutre mixte avec une largeur efficace déterminé selon l'Eurocode 4 et modélisation d'un système constitué de plusieurs poutres. La modélisation concerne un plancher mixte dont le schéma est présenté sur la Figure 7.40.

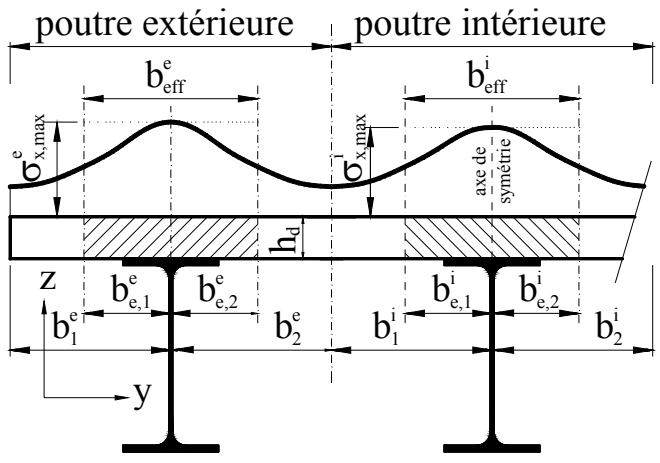


Figure 7.40 Schéma du plancher modélisé

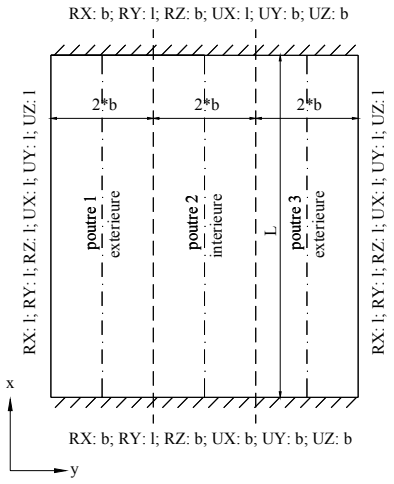


Figure 7.41 Vue de dessus et conditions aux limites

Le plancher est constitué de trois profilés métalliques IPE 300 de longueur L= 10m reliés à une dalle en béton par des goujons de diamètre ϕ19mm, dont le nombre est défini de façon à créer une connexion complète. La largeur totale de la dalle est 6^*b, où 2^*b est l'espacement des profilés métalliques (Figure 7.41). La dalle est étudiée en considérant trois épaisseurs différentes h_d = {100mm ; 150mm ; 200mm}. Aussi, trois valeurs d'espacement sont considérées : 2^*b = {1500mm ; 3000mm ; 6000mm}. Si 2^*b=1500mm et 3000mm sont des valeurs appropriés pour ce type de plancher, l'espacement 2^*b=6000mm peut sembler excessif et peu réaliste. Nous présentons toutefois les résultats de cette modélisation pour déterminer les limites théoriques des méthodes analytiques de l'Eurocode 4.

Le plancher est appuyé sur deux bords (Figure 7.41) et soumis à une charge surfacique égale à q_{fl}=5kNm^{-2}.

7.3.1.1 Modèles de calcul du plancher mixte

Le modèle MEF utilisé pour représenter le comportement de la poutre seule est identique aux modèles utilisés dans les analyses décrites dans les paragraphes précédents.

Le maillage utilisé pour le deuxième type de modélisation est présenté sur la Figure 7.42.

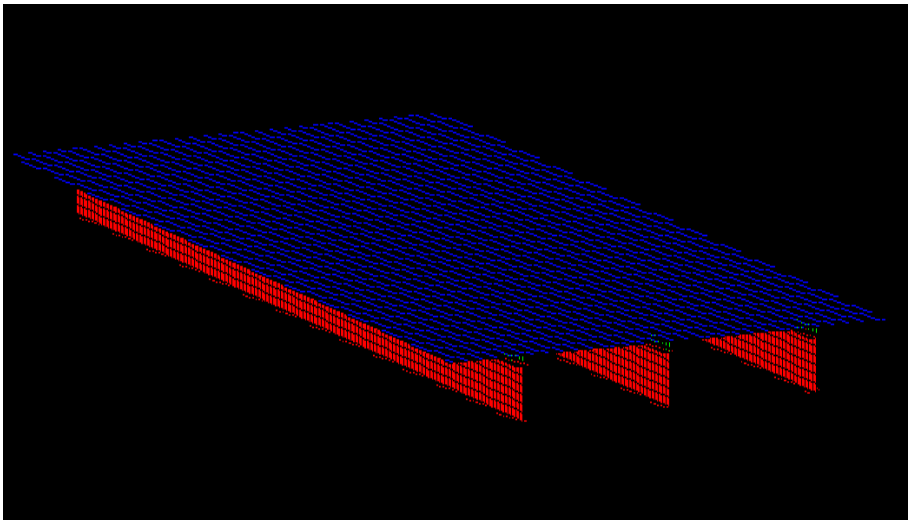


Figure 7.42 Maillage du modèle MEF pour le plancher

Les appuis sont définis en tant que conditions aux limites sur les semelles inférieures des poutres métalliques. La charge surfacique q_{fl} est introduite en tant que chargement linéique sur la dalle au droit des trois poutres métalliques.

A l'issue de chaque essai, nous cherchons à évaluer les deux paramètres suivants :

1) *la largeur efficace* de la poutre intérieure et extérieure, qui est évaluée à partir de la variation des contraintes normales sur la largeur de la dalle (Figure 7.43). Les contraintes sont calculées dans la peau supérieure de la coque. La largeur efficace de la dalle sur une largeur réelle *b* est calculée en tant que :

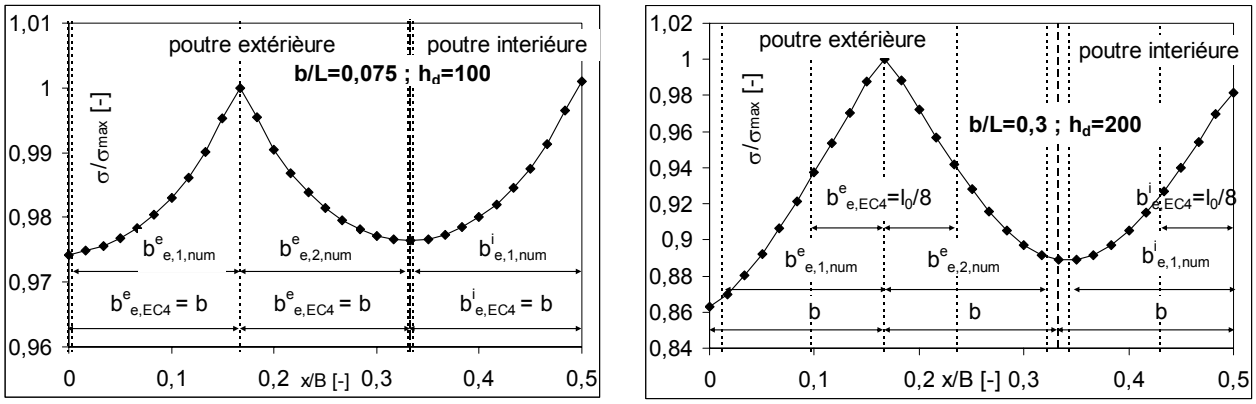
$$b_{e,MEF} = \frac{\sum_{i=1}^{n_{elem}} (\sigma_i + \sigma_{i+1}) * (b/n_{elem})}{\sigma_{\max}}. \qquad (7.9)$$

où σ_i est la contrainte dans la peau supérieure de la dalle au nœud i, σ_{max} est valeur maximale des contraintes σ_i et n_{elem} est le nombre d'éléments finis sur une largeur b de la dalle.

2) *flèche* du plancher au milieu de la travée. La flèche calculée avec le modèle de plancher est notée δ_{MEF}, la flèche calculée avec le modèle de poutre est δ_{EC4}.

7.3.1.2 Analyse des résultats

La Figure 7.43 montre l'évolution des contraintes normales dans la peau supérieure de la dalle sur la largeur d'une moitié du plancher dans deux cas extrêmes (b/L minimal avec une dalle mince et b/L maximal avec une dalle épaisse).



a) *b)*

Figure 7.43 Distribution des contraintes normales dans la dalle

Après avoir calculé les contraintes dans les nœuds de la dalle, on détermine la largeur efficace de la dalle de chaque côté de la poutre métallique ($b_{e,1,MEF}$ et $b_{e,2,MEF}$). La largeur efficace totale est pour chaque poutre obtenue par l'assemblage de ces deux valeurs :

$$b_{eff,n} = b_{e,1,MEF} + b_{e,2,MEF} \tag{7.10}$$

Avec un rapport b/L minimal (Figure 7.43 a), la variation de la contrainte sur la largeur de la dalle est relativement faible (la différence entre la contrainte maximale et minimale représente moins de 3%). La largeur efficace de la dalle déterminée à partir de ces valeurs n'est donc que très légèrement inférieure à l'espacement des poutres ($b_{eff,n}$=1495mm). Avec un espacement 2**b*=3000mm (rapport b/L=0,15), la variation des contraintes devient plus conséquente. Dans ce cas, les largeurs efficaces calculées sont $b_{eff,n}$=2850 à 2880 selon l'épaisseur de la dalle. Avec un espacement 2**b*=6000mm, $b_{eff,n}$ représente environ 90% de la largeur b (Figure 7.44).

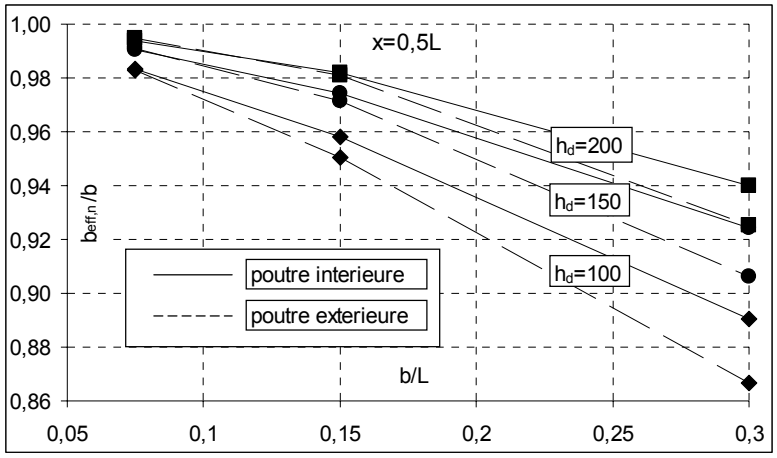


Figure 7.44 Rapport entre la largeur efficace numérique et la largeur réelle de la dalle

Les principes de l'Eurocode 4 pour estimer la largeur efficace d'une dalle sont relativement simples : on peut négliger les effets du traînage de cisaillement lorsque l'espacement des poutres est faible, autrement, on considère que la largeur efficace est proportionnelle à la longueur de la poutre métallique.

Avec un espacement 2**b*=1500mm, la largeur efficace calculée selon l'Eurocode 4 ($b_{eff,EC4}$) est égale à l'espacement des poutres. Dans les deux autres cas (2**b*=3000 et 6000mm), elle est prise en tant que 2**b*=2*L/8 = 2500mm. Cette valeur est acceptable dans le plancher avec un espacement 2**b*=3000mm, où la différence entre la largeur analytique et la largeur calculée par la MEF est inférieure à 15%. Cependant, la largeur $b_{eff,n}$ calculée dans le plancher avec un espacement 2**b*=6000mm est plus de deux fois plus grande que $b_{eff,EC4}$ (Figure 7.45).

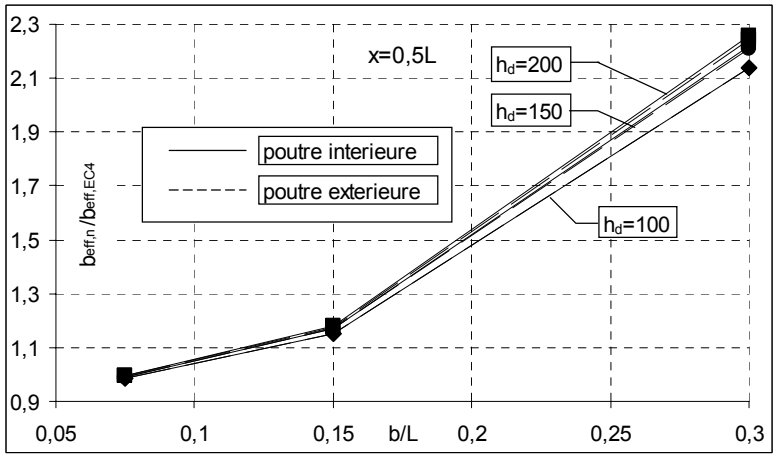


Figure 7.45 Rapport entre les largeurs efficaces issues du calcul numérique et des expressions de l'EC4

La comparaison des flèches à mi-travée calculées avec le modèle de plancher et le modèle de poutre montre l'incidence de la prise en compte d'une valeur conservatrice de largeur efficace (Figure 7.46).

Avec un espacement 2*b=1500mm (b/L=0,075), où les raideurs $b_{eff,n}$ et $b_{eff,EC4}$ sont pratiquement identiques, les flèches obtenues par la modélisation du plancher et par la modélisation de la poutre sont très proches (la différence maximale est de l'ordre de 1%). Avec un espacement plus important, la différence entre les deux modélisations devient plus conséquente. La différence entre les flèches du modèle de plancher et les flèches du modèle de poutre est de 2 à 8% lorsque l'espacement est 2*b=3000mm (b/L=0,15). Cette différence

est de l'ordre de 15% à 35% (lorsque l'épaisseur de la dalle est h_d=200mm) avec un espacement 2*b=3000mm (b/L=0,3)

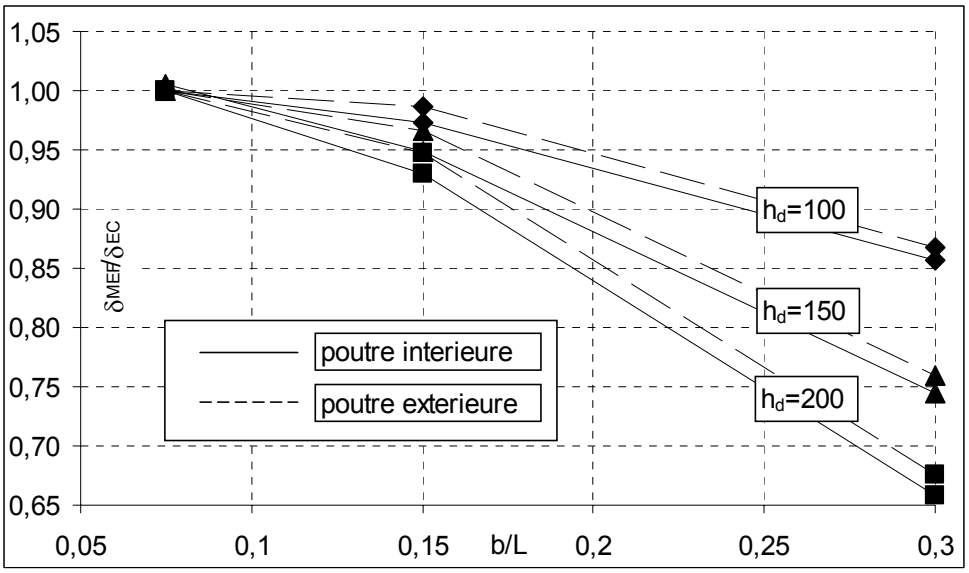


Figure 7.46 Rapport entre les flèches du modèle MEF et du modèle analytique de poutre (largeur efficace selon l'EC4)

7.3.1.3 Bilan

L'analyse numérique présentée dans ce paragraphe montre l'application possible du modèle MEF 3D à l'analyse des planchers mixtes. Ce type de modélisation s'avère être favorable surtout lorsque l'espacement des poutres métalliques est relativement important (plus de 3000mm). Dans ce cas, la largeur efficace déterminée par la méthode analytique de l'Eurocode 4 semble avoir une valeur assez conservatrice. En revanche, lorsque l'espacement des poutres est faible (moins de 3000mm), ce type de modélisation perd son intérêt, puisque la modélisation par un modèle de poutre, nettement moins exigeante en terme de coût de calcul, s'avère être suffisamment précise. Tout cela, bien sûr, à condition que le plancher soit sollicité en flexion uniaxiale orientée dans la direction de l'axe des poutres métalliques (lorsque le chargement est appliqué sur toute la largeur du plancher).

Lorsque le plancher se trouve dans un schéma de flexion biaxiale, l'utilisation de modèles de type poutre devient peu représentative et on retrouve l'intérêt des modélisations de type 3D. Des applications du modèle MEF 3D à ce type d'analyse sont présentées dans le paragraphe suivant.

7.3.2 Flexion latérale

Nous reprenons le plancher analysé ci dessus pour envisager les deux cas de figures suivants :

- tout le chargement, qui était réparti sur la surface de la dalle, est regroupé au niveau de la poutre intérieure ;
- la dalle est latéralement appuyée sur un ou deux bords.

7.3.2.1 Chargement sur la poutre intérieure

Lorsque le chargement est uniformément réparti sur tout le plancher, on peut considérer que chacune des poutres reprend une partie équivalente de ce chargement. Dans ce cas, la courbure de chacune de ces poutres métalliques est identique.

Prenons maintenant un cas, où tout le chargement est localisé sur la poutre intérieure du plancher. La redistribution des efforts entre poutres métalliques du plancher dépend dans ce cas de la raideur latérale du plancher. On peut donc arriver aux deux cas extrêmes suivants :

1) la raideur du système dans le sens latéral est faible à tel point que tout le chargement est repris par la poutre intérieure. Dans ce cas, la poutre intérieure fléchit et les deux poutres extérieures ne se déforment pas.
2) la raideur du système dans le sens latéral est grande à tel point que le système est dans le sens transversal infiniment rigide et la courbure des trois poutres métalliques est identique. Le chargement est donc uniformément réparti entre les trois poutres.

En réalité, la raideur latérale a une valeur finie et on va se situer entre ces deux cas extrêmes. La comparaison entre flèches obtenues par les deux modélisations MEF (poutre et plancher) est illustrée sur la Figure 7.47.

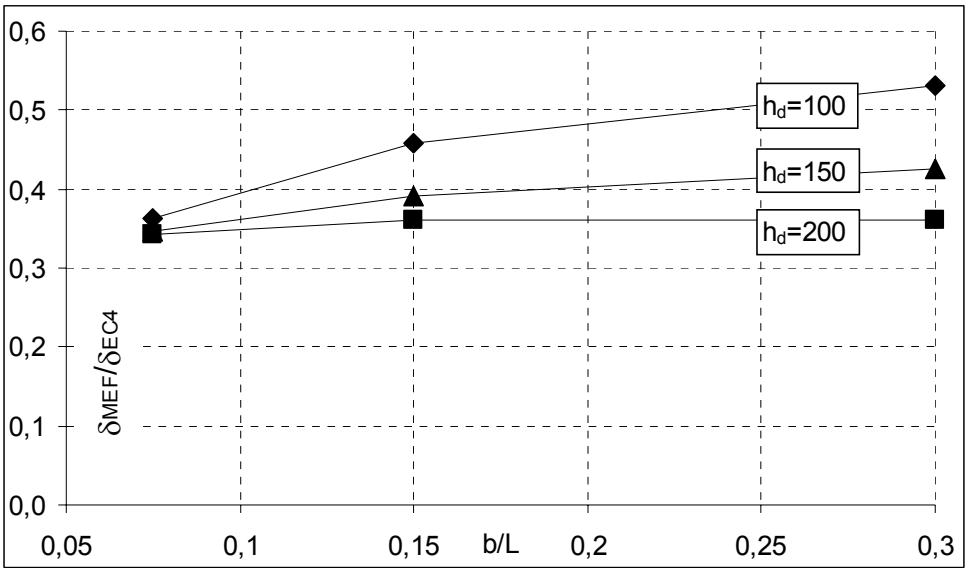


Figure 7.47 Rapport entre les flèches du modèle de plancher et du modèle de poutre

Lorsque l'espacement des poutres est faible, (b/L=0,075) le système est rigide à tel point que les flèches de la poutre intérieure et des poutres extérieures sont pratiquement identiques. La flèche du plancher ne représente alors qu'un tiers de la flèche calculée avec un modèle de poutre (Figure 7.47).

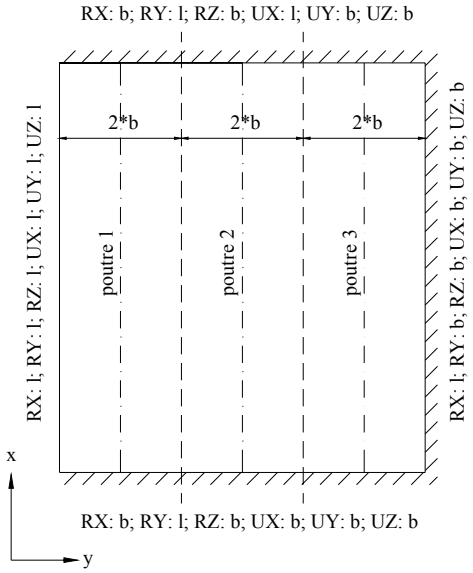
Avec un espacement plus grand (b/L=0,15 et b/L=0,3), on observe que la flèche de la poutre intérieure augmente par rapport aux flèches des poutres extérieures. En fonction de l'épaisseur de la dalle, elle peut représenter jusqu'à 50% de la flèche calculée avec le modèle poutre.

7.3.2.2 Plancher appuyé sur les bords

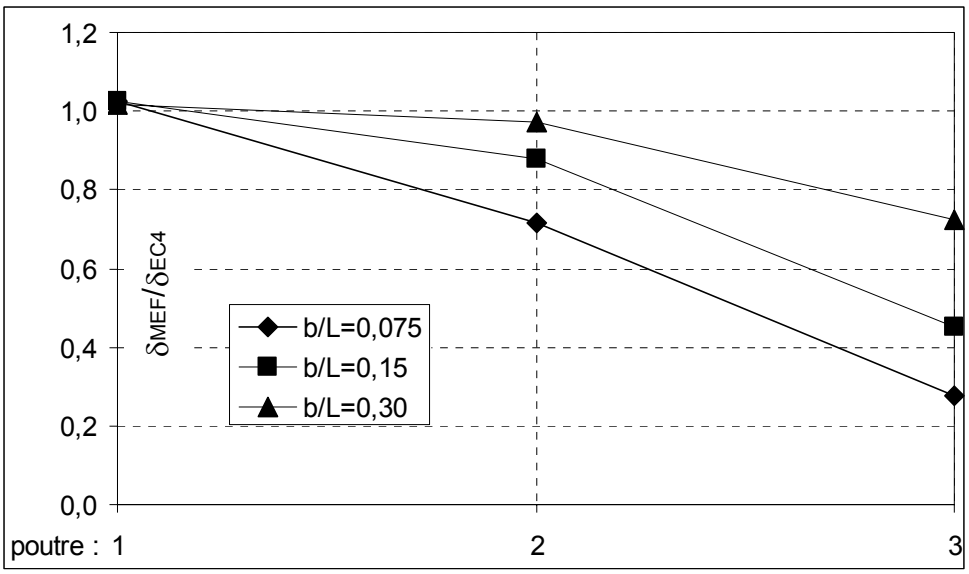
Le fait d'appuyer la dalle sur un ou deux bords latéraux augmente la raideur du plancher. Nous présentons les résultats de deux séries d'essais numériques qui montrent comment une modélisation de type poutre permet de représenter la raideur d'un tel plancher.

Dans le premier cas, la dalle est appuyée sur un seul bord latéral, l'autre bord reste libre (Figure 7.48 a). Dans ce cas, la flèche des poutres dépend de leur position vis-à-vis de ce bord appuyé. La flèche du plancher dans la poutre 1 (Figure 7.48 a) située sur le bord libre est proche de la valeur calculée par une modélisation de type poutre, et ce de façon indépendante

de l'espacement entre les poutres (Figure 7.48 b). La flèche de la poutre située sur le bord appuyé (poutre 3) est quand à elle beaucoup moins grande.



a)



b)

Figure 7.48 a) Schéma du plancher avec la dalle appuyée sur trois bords ; b) rapport entre les flèches issues du calcul numérique et du modèle analytique de poutre formulé en flexion uni axiale

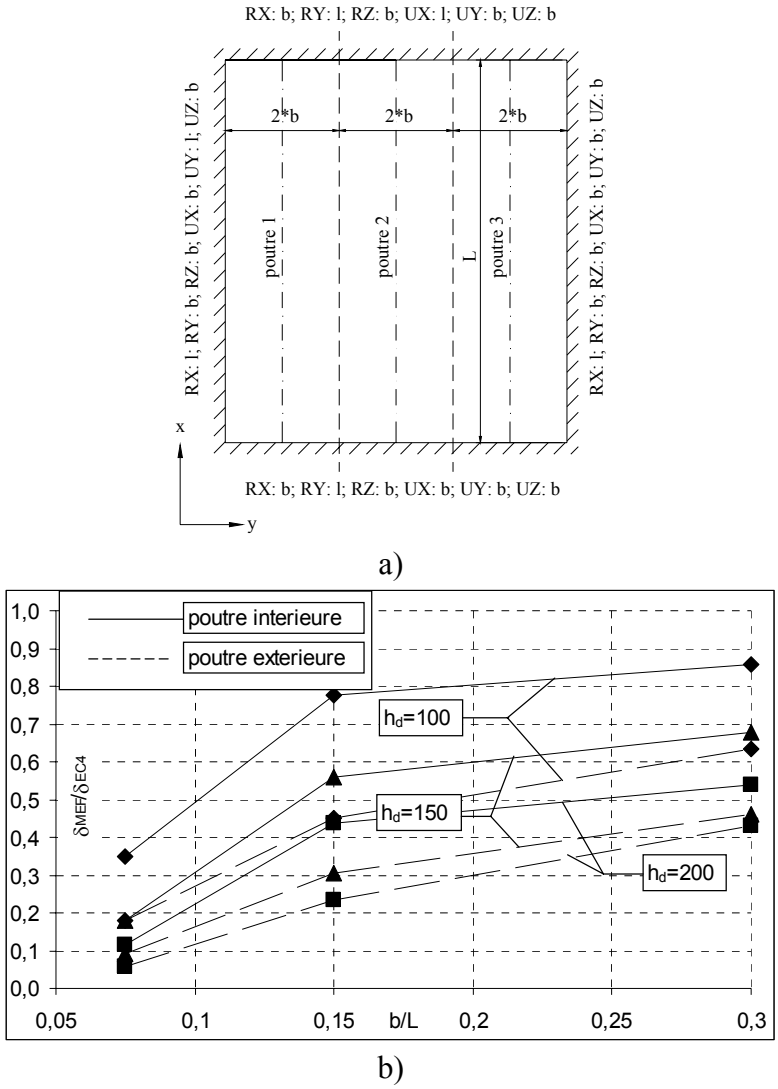


Figure 7.49 a) Schéma du plancher avec la dalle appuyée sur quatre bords ; b) rapport entre les flèches issues du calcul numérique et du modèle analytique de poutre formulé en flexion uni axiale

Lorsque la dalle du plancher est appuyée sur les quatre bords (Figure 7.49a), le comportement de celui-ci s'apparente plus au comportement d'une dalle que celui d'un système de poutres. Le calcul analytique surévalue la flèche du système de manière assez conséquente dans tous les cas envisagés dans cette analyse (Figure 7.49b).

7.3.2.3 Bilan

La poutre mixte peut représenter le comportement d'un plancher lorsque la flexion du plancher est orientée dans la direction de l'axe longitudinal des poutres métalliques. Dans les autres cas, la flexion latérale du plancher doit être interprétée soit de façon analytique, en redistribuant les efforts entre poutres métalliques, soit par une modélisation tri dimensionnelle.

Conclusion générale

Conclusion générale

La construction mixte, dont les nombreux avantages résultent d'un couplage efficace entre l'acier et le béton, s'impose comme une solution très compétitive dans plusieurs domaines de la construction (bâtiment, ouvrages d'art). Il est fort probable que la démocratisation de ce type de structures va continuer après la publication de la version EN de l'Eurocode 4. En effet, la mise en application de ce document va fournir un cadre réglementaire précis et offrir aux ingénieurs des outils concrets et ouverts pour l'analyse et le dimensionnement de ce type de structures.

Parmi les concepts spécifiques aux structures mixtes, l'Eurocode 4 fait une large place aux méthodes d'analyse globale de la structure. L'analyse globale élastique et basée sur la théorie élastique classique des poutres. Ce type d'analyse peut être appliqué pour le calcul des sollicitations, la vérification des flèches et la justification de la résistance de la structure mixte. Dans un certain nombre de cas, l'analyse globale non-linéaire peut être utilisée. Celle-ci fait appel aux lois de comportement non linéaires des matériaux (acier et béton) et de la connexion.

Dans le cadre de ce travail de thèse, et en s'inscrivant dans l'esprit des règlements concernant l'analyse globale des poutres mixtes, deux modèles sont proposés et discutés. Le premier, est un modèle analytique, valable essentiellement dans le domaine élastique, mais tient compte de la raideur de la connexion à l'interface acier-béton. Le deuxième, est un modèle numérique basé sur la méthode des éléments finis dans lequel la poutre mixte est représentée par des éléments de coques mono et multicouches et la connexion par un élément de poutre avec matériau fictif élasto-plastique.

Le premier paramètre observé dans les modèles est leur capacité à représenter la raideur de la poutre mixte en tenant compte de la flexibilité de la connexion acier-béton. En effet, dans l'analyse globale des poutres mixtes, la raideur est le paramètre qui détermine aussi bien les déplacements que la distribution des efforts dans les structures hyperstatiques. Selon la théorie élémentaire des poutres, la raideur est une caractéristique constante de la section. Ceci n'est pas nécessairement le cas en construction mixte notamment lorsque la connexion est créée par des connecteurs flexibles tels que les goujons. Des essais expérimentaux sur des poutres soumises à la flexion positive ont permis d'éclairer la relation entre la raideur de la connexion en glissement et celle de la poutre mixte en flexion. Ces mêmes essais ont montré que la raideur d'une connexion par goujons n'est pas constante mais dépend du chargement qui lui est appliqué. En d'autres termes, la raideur de la poutre mixte diminue sous un chargement croissant même en phase élastique à cause de la distribution non uniforme des efforts sur les connecteurs et de la non-linéarité de leur comportement.

En ce qui concerne les approches analytiques, les principes de deux types de modèles sont développés : élastique et élasto-plastique. Les deux modèles permettent de représenter le glissement ainsi que son influence sur la raideur de la poutre mixte. Le modèle élastique repose sur des hypothèses de comportement linéaire de l'acier, du béton et de la connexion. Le modèle élasto-plastique permet de représenter la plastification locale des connecteurs et de la poutre mixte. Toutefois, ce modèle devient relativement complexe pour être appliqué en pratique. Si l'analyse linéaire permet de représenter le glissement et la flèche de la poutre mixte par des formulations mathématiques relativement simples, le modèle élasto-plastique doit être résolu par un calcul numérique itératif.

Les modèles éléments finis semblent être mieux adaptés pour l'analyse non-linéaire de la poutre mixte. La comparaison aux résultats expérimentaux montre, que le modèle MEF 3D

permet d'interpréter le comportement non linéaire des poutres mixtes en flexion positive ainsi qu'en flexion négative. Les études comparatives, numériques et expérimentales, ont aussi permis de montrer les limites du modèle analytique linéaire. Même si le modèle est capable de représenter le comportement flexible de la connexion ainsi que son influence sur les flèches de la poutre mixte, il ne permet pas de représenter le caractère non linéaire de son comportement qui se développe au moins dans certains connecteurs le long de la poutre, et ce même à l'ELS. La représentation de la connexion avec une raideur unique mène généralement à une surestimation de l'influence du glissement dans la poutre mixte. Il est à noter que cette conclusion concerne aussi la valeur de la raideur proposée dans l'EC4 pour les goujons de diamètre ϕ19mm.

L'analyse non-linéaire s'avère donc être la méthode la plus précise, et ce aussi bien pour des analyses à l'ELS qu'à l'ELU. Dans les poutres à travées simples, nous avons présenté l'application de l'analyse non-linéaire pour l'évaluation des flèches de la poutre mixte avec une connexion créée par des connecteurs flexibles (goujons). Les simulations numériques montrent que la différence entre la flèche calculée par l'analyse non linéaire et la flèche analytique calculée en négligeant l'effet du glissement est de l'ordre de 5% lorsque la poutre a une connexion complète et atteint 10% lorsque la connexion est partielle. A l'ELU, le modèle MEF permet de vérifier le glissement ultime des connecteurs et ainsi, sous certaines conditions, justifier des degrés de connexion qui normalement ne sont pas admis au niveau réglementaire.

Nous avons aussi montré l'application du modèle MEF au calcul des flèches des poutres continues. Conformément aux modèles analytiques admis dans l'approche réglementaire, le modèle MEF joue dans le sens de l'augmentation des flèches après la fissuration du béton au niveau des appuis intermédiaires. Toutefois, l'application du modèle pour l'analyse des poutres continues nécessiterait d'avantage de validations, ce que nous n'avons pu faire à défaut de résultats expérimentaux. Finalement, nous avons illustré l'intérêt d'une modélisation tri dimensionnelle de planchers mixtes. Celle-ci permet de prendre en compte l'effet plaque ainsi que la flexion bidirectionnelle du plancher.

Le travail présenté dans ce document laisse un certain nombre de champs ouverts pour la recherche future. On pense notamment à l'extension du modèle MEF présenté dans ce document à des analyses des structures de type poteau poutre, où le modèle pourrait intégrer l'influence de la semi-rigidité des assemblages dans l'analyse globale de la structure. Après validation, une des applications possibles pourrait être l'analyse de la capacité de rotation de la poutre au niveau des appuis intermédiaires de poutres continues. La modélisation tridimensionnelle des parois de la poutre métallique pourrait être exploitée, en intégrant les effets du deuxième ordre, aux analyses de voilement de l'âme. Enfin, la modélisation de type plancher permet l'analyse des connecteurs sollicités par un effort rasant bi directionnel.

Références bibliographiques

Références

[1] Eurocode 4: Design of composite steel and concrete structures Part1.1: General rules and rules for buildings, version prEN 1994-1-1: 2002.

[2] Eurocode 2: Design of Concrete Structures. Part 1.1: General Rules: General Rules and Rules for Buildings, version prEN 1992-1-1: 2003.

[3] EC4-DAN, Norme expérimentale française P 22-391. Eurocode 4 – Conception et dimensionnement des structures mixtes acier béton : Règles générales et règles pour les bâtiments. Partie 1.1 et Document d'application nationale, septembre 1994.

[4] "Design of composite steel and concrete structures. Part 1.1: General rules and rules for buildings." (1992) British Standard DD ENV 1994-1-1, Eurocode No. 4, British Standards Institute, London, UK.

[5] Amadio C., Fragiacomo M., Effective width evaluation for steel–concrete composite beams. Journal of Constructional Steel Research, Vol. 58, n°3, 2002, pp. 373-388.

[6] Ansourian P., An application of the method of finite elements to the analysis of composite floor systems. Proceeding of the Institution of civil Engineers, 1975, London, vol. 59, pp. 699-726.

[7] Aribert J. M., Abdel-Aziz K., Calcul des poutres mixtes jusqu'à l'état ultime avec un effet de soulèvement à l'interface acier béton, Construction métallique, 1985, n°4.

[8] Aribert J.M., Bitar D., Optimisation du dimensionnement en connexion partielle de poutres de planchers mixtes réalisés avec un bac en tôle mince nervurée. Revue construction métallique, 1989, n°4, pp.3-33.

[9] Aribert J.M., Slip and uplift measurements along the steel and concrete interface of various types of composite beams. Proceedings of the international workshop RILEM "Testing of materials for structures" Chapman and Hall, Naples, May 1990.

[10] Arizumi Y., Hamada S. Elastic-plastic analysis of composite beams with incomplete interaction by finite element method. Computers and Structures, 1981, vol.4, n°5-6, pp.453-462.

[11] Ayoub A., Filippou F. C. Mixed formulation of nonlinear steel-concrete beam element. J. Struct. Eng., 2000, vol.126, n°3, pp.371-381.

[12] Baertschi R., Load-Bearing Behaviour of composite beams in Low Degrees of Partial Shear Connection. Thèse de Doctorat, 2005, ETH, Zurich, Suisse.

[13] Baskar K., Shanmugam N.E., Thevendran V., Finite-element analysis of steel- concrete composite plate girder. J. Struct. Eng., 2000, vol.128, n°9, pp.1158-1168.

[14] Bazant Z. P., Oh B. H. Crack band theory for fracture of concrete. Mat. And Structures, 1983, vol.16, n°93, pp. 155-177.

[15] Bazant Z.P., Oh, B.H., Microplane model for progressive fracture of concrete and rock. J. of Engrg. Mechanics, ASCE, 1985, vol. 111, pp.559-582.

[16] Bode H., Schanzenbach J., Das Tragverhalten von Verbundträgern bei Berücksichtigung die Dübelnachgiebigkeit (Load-carrying capacity of composite girders by considering the elasticity of connectors). Der Stahlbau 58,1989, vol.3, pp. 65-74.

[17] Brozzetti J., Design development of steel-concrete composite bridges in France, 2000, Journal of Const. Steel Res., vol. 55, pp. 229–243.

[18] Bujnak J., Bouchair A., Vican J., Baniotopoulos C.C., Linear elastic model for the assessment of partial interaction between steel and concrete in composite beam, 2nd International Conference "From Scientific Computing to Computational Engineering", juillet 2006, Théssalonique, Grèce, 8 p.

[19] Bujnak J., Bouchair A., Modèle analytique de poutre mixte acier-béton avec interaction partielle, 1er congrès international de mécanique avancée, 2-4 mai 2006, Alep, Syrie, 8 p.

[20] Bujnak J., Bouchair A., Numerical model for steel concrete composite beam with partial shear connection, 4th Eurosteel Conference, juin 2005, Maastricht. Vol. B, part 4.3, pp. 17-24.

[21] Bujnak J., Bouchair A., Furtak K., Finite element modelling of steel-concrete composite beams, Proceeding of the 6th European Conference of Young research and science workers in transport and telecommunications (Transcom 2005), 27-29 juin 2005, Zilina, Slovaquie, pp. 19-22.

[22] Bullo S., Di Marco R., A simplified method for assessing the ductile behavior of stud connectors in composite beams with high strength concrete, J. of Const. Steel Res., 2004, vol.60, pp.1387-1408.

[23] Chinn J., Pushout Tests on Lightweight Composite Slabs, Engineering Journal, AISC, 1965, vol.2, n°4, pp.129-134.

[24] Chung K. F., Composite beams and floor systems fully integrated with building services, 2002, Prog. Struct. Engng Mater., vol. 4, pp.169–178.

[25] Comité International du Béton (1978) – Bulletin d'information n°124/125F. Code modèle C.E.B.-FIP pour les structures béton.

[26] Daniels B. J., Crisinel M., Composite slab behavior and strength analysis. Part I: Calculation procedure, J. Struct. Eng., 1993, vol.119, n°1, pp.16-35.

[27] Demoulin M.S., Modélisation élasto-plastique endommageable d'éléments de poutres en béton armé : application sur Castem 2000, Mémoire de DEA CUST, Clermont-Ferrand, Université Blaise Pascal, 1994, 79 p.

[28] Donneux C., Étude du mécanisme de transfert des flexions à la jonction poutre poteau dans les structures en portiques mixtes soumises à une action sismique, Thèse de doctorat, 2001, Université de Liège.

[29] El-Tawil S., Deirlein G. G., Nonlinear analyses of mixed steel concrete moment frames. Part I.: Beam column element formulation, J. Struct. Eng., 1999, vol.127, n°6, pp.647-655.

[30] Faella C., Martinelli E., Nigro E., Shear Connection Nonlinearity and Deflections of Steel–Concrete Composite Beams: A Simplified Method, Journal of Struct. Engng., 2003, vol. 129, n°1, pp. 12-20.

[31] Feenstra P.-H., De Borst R., A composite plasticity model for concrete, Int. J. of Solids and Struct., 1996, vol.33, n°5, pp.707-730.

[32] Girhamar U.A., Gopu V.K.A., Composite beam-columns with interlayer slip-exact analysis, J. Struct. Engrg., ASCE, 1993, vol.119, n°4, pp.1265-1282.

[33] Goble G. G., Shear Strength of Thin Flange Composite Specimens, Engineering Journal, AISC, 1968, vol.5, n°2, pp.62-65.

[34] Jalloul K., Modélisation élasto-plastique d'une structure béton armé en flexion composée, Thèse UFR CUST n°201, Clermont-Ferrand : Université Blaise Pascal, 1990, 203 p.

[35] Jarek B., Fissuration de la dalle dans les poutres mixtes acier béton, Thèse de doctorat, Université de Cracovie, 2004, 180 p. (en polonais).

[36] Johnson R. P., Molestra N., Partial shear connection in composite buildings, Proc. Inst. Civ. Engrs., 1991, vol.2, pp.679-704.

[37] Johnson R. P., Composite Structures of Steel and Concrete, Beams, Columns, Frames and Applications in Building. Vol. 1 2nd ed., London : Crosby Lockwood Staples, 1975.

[38] Johnson R. P., Oehlers D. J., Analysis and design for longitudinal shear in composite T-beams, Proceedings of the institution of civil engineers, London, 1981, vol.71, n°2, pp.989-1021.

[39] Johnson R.P., Greenwood R.D., van Dalen K., Stud shear-connectors in hogging moment regions of composite beams, The Struct. Eng., 1969, vol. 47, n°9, pp.345–350

[40] Jurkiewiez B., Braymand S., Experimental study of a pre-cracked steel–concrete composite beam, Journal of Constructional Steel Research, 2007, Vol. 63, n°1, pp.135-144.

[41] Laane A., Post-Critical Behaviour of Composite Bridges Under Negative Moment and Shear, Thèse N° 2889, 2003, EPFL Lausanne, Suisse.

[42] Lebet J. P., Comportement des ponts mixtes acier béton avec interaction partielle de la connexion et fissuration du béton, Thèse ICOM n° 661. Lausanne : EPFL, 1987.

[43] Machacek J., Studnicka J., Perforated shear connectors, Steel Comp. Struct., 2002, vol.2, n°1, pp.51–66.

[44] Marshall W.T., Nelson H.M., Banerjee H.K., An Experimental Study of the use of High-Strength Friction-Grip Bolts as Shear Connectors in Composite Beams, The Structural Engineer, 1971, vol. 49, n°4, pp. 171-178.

[45] Masscicotte B., Elwi A.E., MacGregor J.G., Tension stiffening model for planar reinforced concrete members, J. Struct. Engrg., ASCE, 1990, vol.116, n°9, pp.3039-3058.

[46] Nie J., Cai C. S., Steel-concrete composite beams considering shear slip effect, J. of Struct. Eng., 2003, vol.129, n°4, pp.495-506.

[47] Nie J., Fan J., Cai C. S., Stiffness and deflection of steel-concrete composite beams under negative bending, J. of Struct. Eng., 2004, vol.130, n°11, pp.1842-1851.

[48] Newmark N.M., Siess C.P., Viest I.M., Tests and analysis of composite beams with incomplete interaction, Proceedings of the Society of Experimental Stress Analysis, 1951, vol.9, n°1, pp.75-92.

[49] Noh S. Y., Krätzig W.B., Meskouris K., Numerical simulation of serviceability, damage evolution and failure of reinforced concrete shells, Computers & Structures, 2003, Vol. 81, n°8-11, pp.843-857.

[50] Oehlers D. J., Coughan C.G., The shear stiffness of stud shear connections in composite beams, J. of Const. Steel Res., 1986, vol.6, n°4, pp.273-284.

[51] Oehlers D. J., Johnson, R. P., The Strength of Stud Shear Connections in Composite Beams, The Structural Engineer, 1987, vol.65, n°2, pp.44-48.

[52] Oehlers D. J., Splitting Induced by Shear Connectors in Composite Beams, J. Struct. Eng., ASCE, 1989, vol.115, n°2, pp.341-362.

[53] Oehlers D.J., Bradford M.A., Composite steel and concrete structural members, 1st ed., London : Pergamon, Elsevier Science Ltd., 1995.

[54] Oehlers, D.J., Bradford M.A., Elementary Behaviour of Composite steel and concrete structural members, 1st ed., Oxford : Butterworth-Heinemann, Elsevier Science Ltd., 1999.

[55] Oehlers D.J., Sved G., Composite beams with limited slip capacity shear connectors, J. of Struct. Eng., 1995, vol.121, n°6, pp.932-938.

[56] Oguejiofor E.C., Hosain M.U., Numerical analysis of Push-Out specimens with Perfobond rib connectors, Comp Struct, 1996, vol.62, n°4, pp. 617–24.

[57] Oguejiofor E.C., Hosain M.U., A parametric study of perfobond rib shear connectors, Can J Civil Eng, 1994, vol. 21, pp. 614–25.

[58] Ollgaard J.G., Slutter R.G., Fisher J.W., Shear strength of stud connectors in lightweight and normal-density concrete, AISC Engineering Journal, 1971, vol. 8, n°2, pp. 55-64.

[59] Reynouard J. M., Pijaudier-Cabot G., Comportement mécanique du béton, Paris : Hermès, 2005.

[60] Rambo-Roddenberry M.D., Behavior and strength of welded stud shear connectors, Thèse Virginia Polytechnic Institute, Blacksburg, Virginia, 2002, 251p.

[61] Ranković S., Drenić D., Static strength of the shear connectors in steel-concrete composite beams – regulations and research analysis, Facta Universitatis, Series: Architecture and Civil Engineering, 2002, vol.2, n°4, pp.251 – 259.

[62] Ranzi G., Bradford M.A., Uy B., A general method of analysis of composite beams with partial interaction, Steel and Composite Structures, 2003, vol.3, n°3, pp.169-184.

[63] Salari M. R., Spacone E., Finite element formulation of one-dimensional elements with bond-slip, Eng. Struct., 2001, vol.23, n°7, pp.815-826.

[64] Sebastian W. M., Ductility requirements in connections of composite flexural structures, International Journal of Mechanical Sciences, Vol. 45, n° 2, 2003, pp. 235-251.

[65] Sebastian W.M., McConnel R.E., Nonlinear FE analysis of steel-concrete composite structures, J. Struct. Eng., 2000, vol.126, n°6, pp.662-674.

[66] Seracino R., Lee T.Ch., Lim C.T., Lim Y.L., Partial interaction stresses in continuous composite beams under serviceability loads, J. of Const. Steel Res., 2004, vol.60, n°10, pp.1525-1543.

[67] Seracino R., Oehlers D.J., Yeo M.F., Partial-interaction flexural stresses in composite steel and concrete bridge beams, Engineering Structures, 2001, vol.23, pp.1186-1193.

[68] Sieffert Y., L'entretoisement des ponts mixtes multi poutres ferroviaires, Thèse de doctorat, 2004, INSA Lyon.

[69] Spacone E., El-Tawil S., State-of-the-Art in Nonlinear Analysis of Composite Systems, Journal of Structural Engineering, ASCE, 2004, Vol. 130, n° 2, pp. 159-168.

[70] Slutter R. G., Driscoll G. C., Flexural Strength of Steel-Concrete Composite Beams, *J. Struct. Div*., 1965, vol.91, n°2, pp.71-99.

[71] Shim C.S., Lee P.G., Yoon T.Y., Static behavior of large stud shear connectors, Engineering Structures, 2004, vol.26, 1853–1860.

[72] Szabo B., Influence of shear connectors on the elastic behaviour of composite girders, Thèse de doctorat, 2006, Helsinki University of Technology, Espoo, Finlande.

[73] Tedesco J.W., Stallings J.M., Tow D.R., Finite element method analysis of bridge girder-diaphragm interaction, Computers & Structures, 1995,vol. 56, n°2, pp. 461-473.

[74] Thomann M., Connexions par adhérence pour les ponts mixtes acier-béton, Thèse ICOM n° 3381, Lausanne : EPFL, 2005, 211p.

[75] Valente I., Cruz P.J.S., Experimental analysis of Perfobond shear connection between steel and lightweight concrete, Journal of Const. Steel Res., vol.60, pp. 465–479.

[76] Wang Y.C., Deflection of steel-concrete composite beams with partial shear interaction, J. of Struct. Eng., 1998, vol.124, n°10, pp.1159-1165.

[77] Xu H., Modélisation numérique et étude de comportement de poutres mixtes continues avec phénomènes de semi-continuité et glissement, Thèse de doctorat, 1995, INSA Rennes.

[78] Zhou S., Rizos D.C., Petrou, M.F., Effects of Superstructure Flexibility on Strength of Concrete Bridge Decks, 2003, Computers & Structures, vol. 8, n°1, pp. 13-23.

[79] Lachal A., Fiche d'Essai : Essai push-out monotone, Laboratoire d'essai, INSA Rennes, 18 mars 2004.

[80] The Structural Steel Threat to the Cement and Concrete Industry. Aggregate Research Industries [**en ligne**]. Morrison, Colorado, USA. Disponible sur :

<http://www.aggregateresearch.com/caf/file/The%20Structural%20Steel%20Threat%20to%20the%20Concrete%20Industry4.doc> (consulté le 08/10/2006).

[81] Aribert J.M., Construction mixte acier béton - Généralités. Caractéristiques des matériaux, Editions TI, Sciences&Techniques [**en ligne**]. Disponible sur : <http://www.techniques-

ingenieur.fr/dossier/construction_mixte_acier_beton_generalites_caracteristiques_des_materiaux/C2560> (consulté le 08/10/2006).

[82] Aribert J.M., Construction mixte acier béton – Calcul des poutres mixtes, Editions TI, Sciences&Techniques [**en ligne**]. Disponible sur :

<http://www.techniques-ingenieur.fr/dossier/construction_mixte_acier_beton_calcul_des_poutres_mixtes/C2561>(consulté le 08/10/2006).

[83] CTICM : Avancement des Eurocodes, programme de publication des Eurocodes et des annexes nationales des principaux documents pour la construction métallique [**en ligne**]. St. Rémy-les-Chévreuse, Mai 2006. Disponible sur :

<http://www.cticm.com/docs/cm/Normalisation/AvancementEC_mai05.pdf> (consulté le 08/10/2006).

Liste des figures et tableaux

Liste des figures

Figure 1.1 Travées économiques dans le bâtiment [24] 21
Figure 1.2 Poutre mixte typique 21
Figure 1.3 Principes du fonctionnement du mécanisme mixte [37] 22
Figure 1.4 Axes neutres dans la section mixte selon le type d'interaction acier béton 22
Figure 1.5 Redistribution des moments dans la poutre mixte continue 24
Figure 1.6 Pourcentage de ponts mixtes par rapport à tous les nouveaux ponts construits en France entre 1975 et 1995 [17] 25
Figure 2.1 Loi de comportement de l'acier doux 29
Figure 2.2 Critère de Von Mises dans le plan (2D) [53] 30
Figure2.3 Etat biaxial de contraintes 30
Figure 2.4 Loi de comportement du béton en compression uni axiale 31
Figure 2.5 Modèle de comportement du béton en compression selon l'EC2 [2] 32
Figure 2.6 Évolution des déformations dans un élément en béton armé sollicité en traction [25] 33
Figure 2.7 Élément soumis à un effort de traction uniaxiale 34
Figure 2.8 Loi de comportement du béton armé en traction uni axiale (Massicotte [45]) 35
Figure 2.9 Critère de plasticité du béton dans le plan de contraintes principales (σ_3=0) 37
Figure 2.10 Exemples de connecteurs utilisés dans la construction mixte 38
Figure 2.11 Comportement des connecteurs dans la poutre mixte [53] 39
Figure 2.12 Efforts de cisaillement dans des connecteurs rigides et flexibles [16] 39
Figure 2.13 Schéma normalisé pour l'essai push-out (Eurocode 4 [1]) 40
Figure 2.14 Courbes force glissement typiques 41
Figure 2.15 Efforts repris par le goujon [54] 42
Figure 2.16 Modes de ruine du goujon connecteur [71] 43
Figure 2.17 Comparaison des formules analytiques pour l'évaluation de P_{max} 44
Figure 2.18 Schéma de l'essai push-out avec soulèvement de la dalle [39] 45
Figure 2.19 Dimensions du goujon connecteur [1] 47
Figure 2.20 Comparaison de courbes force-glissement analytiques et expérimentales 49
Figure 2.21 Diagramme force – glissement (essai push-out sur boulon précontraint) [44] 50
Figure 2.22 Influence de la précontrainte sur la résistance de la connexion [44] 50
Figure 2.23 Schéma type d'une plaque perforée [43] 51
Figure 3.1 Longueurs de travées à utiliser pour le calcul de l_0 57
Figure 3.2 Analyse élastique fissurée 60
Figure 3.3 Distribution élastique de l'effort rasant à l'interface entre l'acier et le béton 62
Figure 3.4 Distribution plastique des contraintes dans la section mixte 62
Figure 3.5 Distribution plastique de l'effort rasant à l'interface entre l'acier et le béton 63
Figure 3.6 Relation entre $M_{Pl,Rd}$ et N/N_f pour une poutre avec des connecteurs ductiles 64
Figure 3.7 Restrictions imposées pour garantir le comportement ductile des goujons 65
Figure 3.8 Définition des flèches verticales 65
Figure 3.9 Coefficient minorateur pour le calcul des flèches 66
Figure 4.1 Schéma représentant l'effet du soulèvement de la dalle 72
Figure 4.2 Efforts internes sur un élément de longueur finie de la poutre mixte [46] 73
Figure 4.3 Symboles utilisés dans le calcul des déformations 75
Figure 4.4 Conditions aux limites pour une poutre simple 77
Figure 4.5 Conditions aux limites pour la console 78
Figure 4.6 Schéma de la poutre avec section variable 80
Figure 4.7 Découplage des efforts pour le calcul du glissement dans une poutre continue 82
Figure 4.8 Distribution de glissement dans la poutre continue 82
Figure 4.9 Evaluation du glissement à l'état ultime de la poutre [55] 84

Figure 4.10 Comportement mécanique des matériaux et du connecteur dans le modèle élasto-plastique 84
Figure 4.11 Plastification locale des connecteurs et du profilé métallique 85
Figure 4.12 Approximation du comportement élasto-plastique des matériaux dans la poutre mixte 86
Figure 5.1 Modèles avec formulation de la connexion : a) discrète b) continue 91
Figure 5.2 Schéma du modèle MEF [65] 92
Figure 5.3 Schéma de l'essai de validation du modèle [65] 92
Figure 5.4 Comparaison entre résultats MEF et expérimentaux [65] 93
Figure 5.5 Schéma du modèle numérique (Baertschi [12]) 93
Figure 5.6 Schéma du modèle numérique (Laane [41]) 94
Figure 5.7 Comparaison des flèches entre MEF et essai [13] 95
Figure 5.8 Maillage déformé [13] 95
Figure 5.9 Dalle en béton armé représentée par une coque multicouche [49] 95
Figure 5.10 Maillage du modèle MEF (Donneux [28]) 96
Figure 5.11 Validation du modèle MEF par essais [28] 96
Figure 5.12 Schéma de la poutre modélisée 97
Figure 5.13 Précision du modèle numérique 98
Figure 5.14 Écrouissage du béton en traction et en compression [28] 99
Figure 5.15 Schéma utilisé pour les essais numériques du modèle BETON 100
Figure 5.16 Loi de comportement du béton en traction 100
Figure 5.17 Loi de comportement élasto-plastique de l'acier 100
Figure 5.18 Évolution de la flèche pour différents maillages 101
Figure 5.19 Raideur du modèle pour différents maillages 101
Figure 5.20 Élément de connexion de type poutre 102
Figure 5.21 Transformation des lois de comportement pour le connecteur 105
Figure 5.22 Validation du modèle de connexion en cisaillement 105
Figure 5.23 Précision du modèle sollicité en cisaillement 106
Figure 6.1 Schéma de la poutre analysée 109
Figure 6.2 Maillage de la poutre métallique avec les connecteurs 111
Figure 6.3 Loi de comportement du goujon ϕ16mm 111
Figure 6.4 Distribution du glissement sur la longueur de la poutre (MEF, essais) 112
Figure 6.5 Section des poutres testées à Cracovie 113
Figure 6.6 Connecteurs utilisés dans l'analyse expérimentale 113
Figure 6.7 Loi de comportement du goujon : a) ϕ10mm, b) ϕ16mm 114
Figure 6.8 Espacement des goujons dans les poutres courtes 114
Figure 6.9 Jauges de déformations dans la section mixte 114
Figure 6.10 Maillage et schéma de la section du modèle numérique utilisé 115
Figure 6.11 Schéma de l'essai en flexion positive 116
Figure 6.12 Évolution des déformations dans la semelle inférieure de la poutre métallique 116
Figure 6.13 Évolution du glissement à l'extrémité de la poutre mixte 117
Figure 6.14 Déformations du profilé métallique (poutre avec goujons ϕ10mm) 117
Figure 6.15 Déformations du profilé métallique (tôle) 117
Figure 6.16 Comparaison de flèches MEF et expérimentales pour différents types de connexion 118
Figure 6.17 Raideur équivalente de la poutre mixte 118
Figure 6.18 Schéma de l'essai sous moment négatif 119
Figure 6.19 Raideur de la poutre entre appuis (MEF, essais) 120
Figure 6.20 Raideur de la poutre dans la partie en console (MEF, essais) 120
Figure 7.1 Loi de comportement du goujon ϕ19mm 126

Figure 7.2 Définition de la phase initiale de comportement pour la modélisation du goujon 127
Figure 7.3 Schéma de la poutre utilisée dans l'étude numérique 128
Figure 7.4 Glissement sur la demi-travée sous le chargement par le poids propre 128
Figure 7.5 Augmentation de la flèche sur la demi-travée sous le chargement par le poids propre 128
Figure 7.6 Glissement sur la demi-travée sous charge d'exploitation 129
Figure 7.7 Augmentation de la flèche sur la demi-travée sous charge d'exploitation 129
Figure 7.8 Glissement sur la demi-travée sous charge d'exploitation 129
Figure 7.9 Augmentation de la flèche sur la demi-travée sous charge d'exploitation 129
Figure 7.10 Efforts de cisaillement repris par les connecteurs 130
Figure 7.11 Raideur des connecteurs dans la demi-travée (la distribution de cisaillement calculée en tenant compte d'une connexion rigide est en trait plein) 130
Figure 7.12 Glissement résiduel sur la demi-travée 131
Figure 7.13 Flèche résiduelle sur la demi-travée 131
Figure 7.14 Comparaison des glissements sur la demi-travée lors du premier et du deuxième chargement 131
Figure 7.15 Comparaison des flèches de la demi-travée lors du premier et du deuxième chargement 131
Figure 7.16 Disposition non uniforme des connecteurs 132
Figure 7.17 Glissement sur la demi-travée 132
Figure 7.18 Efforts de cisaillement repris par les connecteurs (la distribution du cisaillement calculée en tenant compte d'une connexion rigide est en trait plein) 132
Figure 7.19 Décomposition du glissement (effets du déplacement et de la rotation) 133
Figure 7.20 Augmentation de la flèche sur la demi-travée 133
Figure 7.21 Disposition des groupes de connecteurs 134
Figure 7.22 Glissement sur la demi-travée 134
Figure 7.23 Soulèvement entre les poches de connecteurs 134
Figure 7.24 Glissement à l'extrémité de la poutre 136
Figure 7.25 Augmentation de la flèche (N/N_f=1,0) 136
Figure 7.26 Augmentation de la flèche en fonction du diamètre du goujon (N/N_f=1,0) 137
Figure 7.27 Évolution de la flèche en fonction du degré de connexion 139
Figure 7.28 Glissement à l'ELU 140
Figure 7.29 Effort rasant dans les connecteurs à l'ELU 140
Figure 7.30 Schéma de la poutre continue analysée 141
Figure 7.31 Distribution de moments de flexion dans la poutre mixte continue 142
Figure 7.32 Simplification du modèle de comportement pour l'analyse élasto-plastique 143
Figure 7.33 Loi de comportement uniaxial du béton en traction (Bazant et Oh [15]) 143
Figure 7.34 Déformations de la section sollicitée par $M=M_{crac}$ 143
Figure 7.35 Déformations de la section sollicitée par $M>>M_{crac}$ 143
Figure 7.36 Raideur de flexion le long de la poutre mixte continue 144
Figure 7.37 Comparaison des flèches de la poutre mixte données par différentes méthodes d'analyse (L_1/L_2=1,0) 145
Figure 7.38 Flèche FEM/analytique (interaction partielle) 145
Figure 7.39 Flèche FEM/analytique (interaction complète) 146
Figure 7.40 Schéma du plancher modélisé 147
Figure 7.41 Vue de dessus et conditions aux limites 147
Figure 7.42 Maillage du modèle MEF pour le plancher 148
Figure 7.43 Distribution des contraintes normales dans la dalle 149
Figure 7.44 Rapport entre la largeur efficace numérique et la largeur réelle de la dalle 150

Figure 7.45 Rapport entre les largeurs efficaces issues du calcul numérique et des expressions de l'EC4 150
Figure 7.46 Rapport entre les flèches du modèle MEF et du modèle analytique de poutre (largeur efficace selon l'EC4) 151
Figure 7.47 Rapport entre les flèches du modèle de plancher et du modèle de poutre 152
Figure 7.48 a) Schéma du plancher avec la dalle appuyée sur trois bords ; b) rapport entre les flèches issues du calcul numérique et du modèle analytique de poutre formulé en flexion uni axiale 153
Figure 7.49 a) Schéma du plancher avec la dalle appuyée sur quatre bords ; b) rapport entre les flèches issues du calcul numérique et du modèle analytique de poutre formulé en flexion uni axiale 154

Liste des tableaux

Tableau 1.1Raideur de la poutre mixte (Figure 1.4) avec différents niveaux d'interaction 23
Tableau 2.1 Résistance des goujons lors d'essais push out * 44
Tableau 2.2 Courbe force-glissement proposée par Oehlers et Coughlan [49] 46
Tableau 2.3 Caractéristiques expérimentales et théorétiques du goujon 48
Tableau 2.4 Résultats des essais expérimentaux [72] 51
Tableau 3.1 Critères pour la classification de l'âme d'un profilé métallique [1] 58
Tableau 3.2 Critères pour la classification des semelles [1] 59
Tableau 3.3 Pourcentage maximal de redistribution du moment sur appui 61
Tableau 4.1 Solutions pour des cas types de poutre 79
Tableau 4.2 Réactions d'appuis utilisées dans le calcul du glissement (Figure 4.7) 81
Tableau 6.1 Caractéristiques des poutres utilisées pour la validation du modèle MEF 115
Tableau 6.2 Caractéristiques mécaniques des goujons utilisés [1] 137
Tableau 6.3 Valeurs limites de l'augmentation de flèche (analyse linéaire) 138
Tableau 6.4 Valeurs limites de l'augmentation de flèche (analyse non linéaire) 138

Annexes

Annexe A – Résolution numérique du modèle élasto-plastique

La résolution numérique du modèle de calcul analytique présenté dans le paragraphe 4.3 consiste dans la discrétisation de la plastification dans la semelle où/et dans l'âme du profilé métallique. La section mixte est décomposée en un nombre fini de parties plastifiées et élastiques.

Lorsque la section est sollicitée par un moment $M_a(x)>M_{el}$, la déformation moyenne dans la semelle inférieure, qui est le premier élément à plastifier, est égale à :

$$\varepsilon_{ym} = \frac{\varepsilon_{y,\max} - \varepsilon_{y,a}}{2} \tag{A.1}$$

où $\varepsilon_{y,max}$ est la déformation maximale dans la semelle inférieure. Le module de comportement de la semelle est :

$$E_{a,si} = f_y / \varepsilon_{ym} \tag{A.2}$$

En ce qui concerne l'âme, on va considérer deux cas de figure probables :

- l'axe neutre de la section mixte se situe dans la partie supérieure de l'âme ou dans la semelle supérieure : dans ce cas là, toute l'âme du profilé métallique est plastifiée. Le module de comportement moyen dans l'âme est égal à :

$$E_{am} = \left(E_{a,si} + E_a\right)\big/2 \tag{A.3}$$

- l'axe neutre de la section mixte se situe dans la partie centrale de l'âme : la partie inférieure de l'âme est plastifiée, la partie supérieure reste élastique. Le module de comportement moyen dans l'âme est égal à :

$$E_{am} = \left(E_{a,si} + 3E_a\right)\big/4 \tag{A.4}$$

Le fait d'avoir discrétisé la plastification dans la semelle et l'âme permet de faire un assemblage mécanique des différentes caractéristiques de la section. La position de l'axe neutre est déterminée par l'équation (4.56), où la raideur normale de la section est :

$$\left(EA\right)_{a,pl} = E_{a,si}b_{si}t_{si} + E_{am}t_w h_w + E_a b_{ss}t_{ss} \tag{A.5}$$

et le moment statique est:

$$\left(ES\right)_{a,pl} = E_{a,si}b_{si}t_{si}\left(h - \frac{t_{si}}{2}\right) + E_{am}t_w h_w\left(\frac{h_w}{2} + t_{ss}\right) + E_a b_{ss}\frac{t_{ss}^2}{2} \tag{A.6}$$

La raideur en flexion du profilé métallique peut ensuite être calculée en tant que :

$$\begin{aligned}\left(EI\right)_{a,pl} = {} & E_{a,si}\left(I_{si} + A_{si}\left(h_a - y_{a,pl} - \frac{t_{si}}{2}\right)^2\right) + E_{am}\left(I_w + A_w\left(\frac{h_w}{2} + t_{ss} - y_{a,pl}\right)^2\right) \\ & + E_a\left(I_{ss} + A_{ss}\left(y_{a,pl} - \frac{t_{ss}}{2}\right)^2\right)\end{aligned} \tag{A.7}$$

La discrétisation du comportement non-linéaire dans la dalle peut se faire de la même manière. Le béton est considéré en tant que matériau élastique jusqu'à ce que la valeur de la résistance en compression ne f_{cu} soit atteinte. Au-delà de cette limite, le module du béton est égal à :

$$E_{bs} = \frac{\varepsilon_c}{f_{ck}} \tag{A.8}$$

Ainsi, la raideur normale de la dalle est :

$$\left(EA\right)_{a,pl} = b_{eff}\left[E_b\left(y_{b,pl} - y_b\right) + E_{bs}\left(h_d - y_{b,pl}\right)\right] + \sum E_{ar,i}A_{ar,i} \tag{A.9}$$

De la même manière, le moment statique est exprimé en tant que :

$$\left(ES\right)_{a,pl} = b_{eff}\left[E_b\frac{y_{b,pl} + y_b}{2} + E_{bs}\frac{h_d + y_{b,pl}}{2}\right] + \sum E_{ar,i}A_{ar,i}y_i \tag{A.10}$$

Après avoir construit la distribution des contraintes dans la dalle, la position de l'axe neutre est calculée à l'aide de l'équation (4.55). La raideur en flexion de la dalle est alors :

$$\left(EI\right)_{b,pl} = b_{eff}\left[E_b\frac{\left(y_{b,pl} - y_b\right)^2}{2} + E_{bs}\frac{\left(h_d - y_{b,pl}\right)^2}{2}\right] + \sum E_{ar,i}A_{ar,i}\left(y_{b,pl} - y_i\right)^2 \tag{A.11}$$

Pour le calcul de glissement, on revient ici à un problème de poutre avec section variable, qui a déjà été formulé pour les poutres continues. Une résolution détaillée de ce problème est dans le paragraphe 4.1.6.

Annexe B – Caractéristiques des matériaux (Essais Cracovie)

Les caractéristiques mécaniques de l'acier sont définies par des essais en traction sur des éprouvettes prélevées dans les poutres après la ruine. Les éprouvettes prélevées dans l'âme de la poutre étaient prises à l'extrémité de la poutre, où le comportement de l'acier est resté élastique, ainsi qu'au milieu de la poutre où l'acier était partiellement plastifié (Tableau B.).

Tableau B.1 Caractéristiques mécaniques de l'acier

Epaisseur de l'éprouvette	limite élastique f_y [MPa]	limite ultime f_u [MPa]	ductilité [%]
10 mm	238	404	35,5
12 mm	246	415	35,0
	243 [1)]	388 [1)]	36,7 [1)]
	257 [2)]	394 [2)]	31,4 [2)]
20 mm	262	422	31,2

[1)] éprouvettes récupérées à l'extrémité de la poutre

[2)] éprouvettes récupérées dans la partie centrale de la poutre

De la même manière, les caractéristiques mécaniques des armatures étaient évaluées à l'issue d'essais en traction sur des barres de diamètre ϕ8mm avec une longueur de 80mm (Tab B.2).

Tableau B.2 Caractéristiques mécaniques des barres de ferraillage

	limite élastique f_y [MPa]	limite ultime f_u [MPa]	ductilité [%]
moyenne	478,5	773,3	23,3%
déviation standard	2,2	2,7	1,4%

Les caractéristiques du béton sont définies par des essais sur des éprouvettes en forme de cube avec des dimensions de 150x150x150mm. Des éprouvettes ont été testées 1, 3, 7, 14 et 28 jours après le bétonnage. La valeur de la résistance en compression réelle du béton a été prise comme celle obtenue pour les éprouvettes testées 28 jours après le bétonnage. En raison de la capacité insuffisante des mécanismes de bétonnage, celui-ci a dû se faire en deux séries. Cependant, les valeurs mesurées lors des deux séries sont proches (Tableau B.).

Tableau B.3 Caractéristiques mécaniques du béton

valeur	nombre de jours	Nombre d'éprouvettes	série 1		série 2	
			moyenne	Ecart type	moyenne	Ecart type
densité du béton [kg/m^3]	28	6	-	-	2,19	0,013
résistance en compression [MPa]	1	3	18,30	0,46	12,67	0,22
résistance en compression [MPa]	3	3	28,37	1,05	26,15	0,56
résistance en compression [MPa]	7	3	36,44	2,91	33,19	3,57
résistance en compression [MPa]	14	3	42,67	3,53	43,41	5,66
résistance en compression [MPa]	28	6	58,67	3,58	58,58	2,61
résistance en traction [MPa]	28	5	3,32	0,33	2,93	0,33

Annexe C – Dimensions des poutres analysées

Tableau C.1 Configuration de poutres symétriques (acier S235)

			âme		semelle		dalle	
	Poutre		h_w [mm]	t_w [mm]	b_f [mm]	t_f [mm]	h_d [mm]	b_{eff} [mm]
L=5m	235P5m100	IPE 180	164	5,3	91	8	100	625
	235P5m150		164	5,3	91	8	150	625
	235P5m200		164	5,3	91	8	200	625
L=10m	235P10m100	IPE 330	307	7,5	160	11,5	100	1250
	235P10m150		307	7,5	160	11,5	150	1250
	235P10m200		307	7,5	160	11,5	200	1250
L=15m	235P15m100	IPE 500	468	10,2	200	16	100	1500
	235P15m150		468	10,2	200	16	150	1875
	235P15m200		468	10,2	200	16	200	1875
L=20m	235P20m100	PRS	620	10,7	220	18	100	2000
	235P20m150		620	10,7	220	18	150	2000
	235P20m200		650	10,7	220	18	200	2000
L=30m	235P30m100	PRS	900	12	300	25	100	2500
	235P30m150		1000	13,5	280	24	150	2500
	235P30m200		1000	13,5	280	24	200	2500

Tableau C.2 Configuration de poutres dissymétriques (acier S235)

			âme		semelle - infer		dalle	
	Poutre		h_w [mm]	t_w [mm]	b_f [mm]	t_f [mm]	h_d [mm]	b_{eff} [mm]
L=5m	235P5m100	PRS	165	5	85	8	100	625
	235P5m150		155	5	85	8	150	625
	235P5m200		145	5	85	8	200	625
L=10m	235P10m100	PRS	290	7	150	15	100	1250
	235P10m150		280	7	150	15	150	1250
	235P10m200		280	7	150	15	200	1250
L=15m	235P15m100	PRS	420	7	200	22	100	1500
	235P15m150		420	7	200	22	150	1875
	235P15m200		420	8	200	22	200	1875
L=20m	235P20m100	PRS	610	10,5	200	22	100	2000
	235P20m150		640	10,5	200	22	150	2000
	235P20m200		680	10,5	200	22	200	2000
L=30m	235P30m100	PRS	850	10	330	28	100	2500
	235P30m150		870	12	330	28	150	2500
	235P30m200		830	12	330	28	200	2500

Tableau C.3 Configuration de poutres symétriques (acier S355)

			âme		semelle		dalle	
	Poutre		h_w [mm]	t_w [mm]	b_f [mm]	t_f [mm]	h_d [mm]	b_{eff} [mm]
L=5m	235P5m100	IPE 140	126,2	4,7	73	6,9	100	625
	235P5m150		126,2	4,7	73	6,9	150	625
	235P5m200		126,2	4,7	73	6,9	200	625
L=10m	235P10m100	IPE 270	249,6	6,6	135	10,2	100	1250
	235P10m150		249,6	6,6	135	10,2	150	1250
	235P10m200		249,6	6,6	135	10,2	200	1250
L=15m	235P15m100	IPE 400	373	8,6	180	13,5	100	1500
	235P15m150		373	8,6	180	13,5	150	1875
	235P15m200		373	8,6	180	13,5	200	1875
L=20m	235P20m100	PRS	468	10,2	200	16	100	1500
	235P20m150		468	10,2	200	16	150	2000
	235P20m200		468	10,2	200	16	200	2500
L=30m	235P30m100	PRS	640	10	300	25	100	1500
	235P30m150		700	10	300	25	150	2000
	235P30m200		660	10	300	25	200	2500

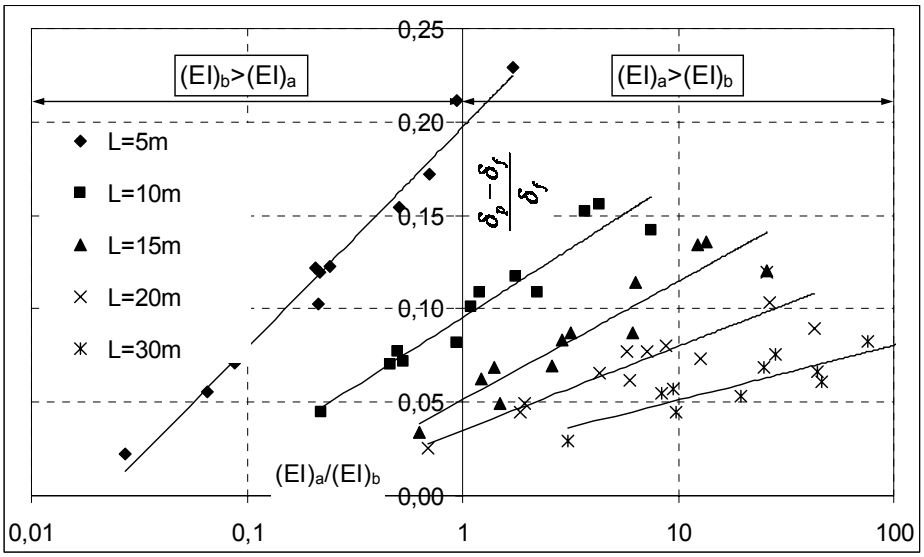
Tableau C.4 Configuration de poutres symétriques (acier S640)

			âme		semelle		dalle	
	Poutre		h_w [mm]	t_w [mm]	b_f [mm]	t_f [mm]	h_d [mm]	b_{eff} [mm]
L=5m	235P5m100	IPE 100	88,6	4,1	55	5,7	100	625
	235P5m150		88,6	4,1	55	5,7	150	625
	235P5m200		88,6	4,1	55	5,7	200	625
L=10m	235P10m100	IPE 220	201,6	5,9	110	9,2	100	1250
	235P10m150		201,6	5,9	110	9,2	150	1250
	235P10m200		201,6	5,9	110	9,2	200	1250
L=15m	235P15m100	IPE 330	307	8,2	160	11,5	100	1500
	235P15m150		307	8,2	160	11,5	150	1875
	235P15m200		307	8,2	160	11,5	200	1875
L=20m	235P20m100	PRS	300	10,5	180	12	100	1500
	235P20m150		315	10,5	150	15	150	2000
	235P20m200		330	10,5	150	15	200	2500
L=30m	235P30m100	PRS	550	10	200	20	100	1500
	235P30m150		550	10	200	20	150	2000
	235P30m200		530	10	200	20	200	2500

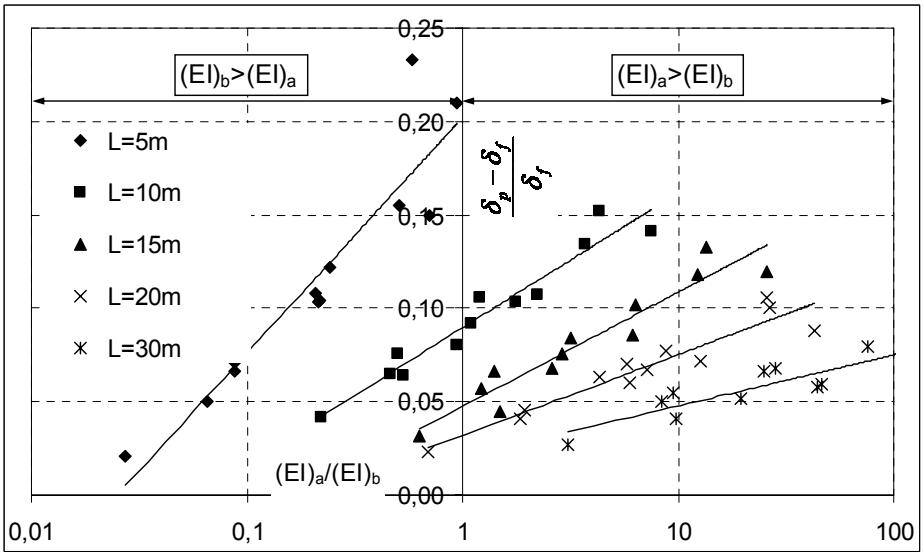
Annexe D – Flèche additionnelle sous chargement ponctuel

Evaluation des flèches sous deux types de chargement alternatifs :

1. Force au milieu de la travée

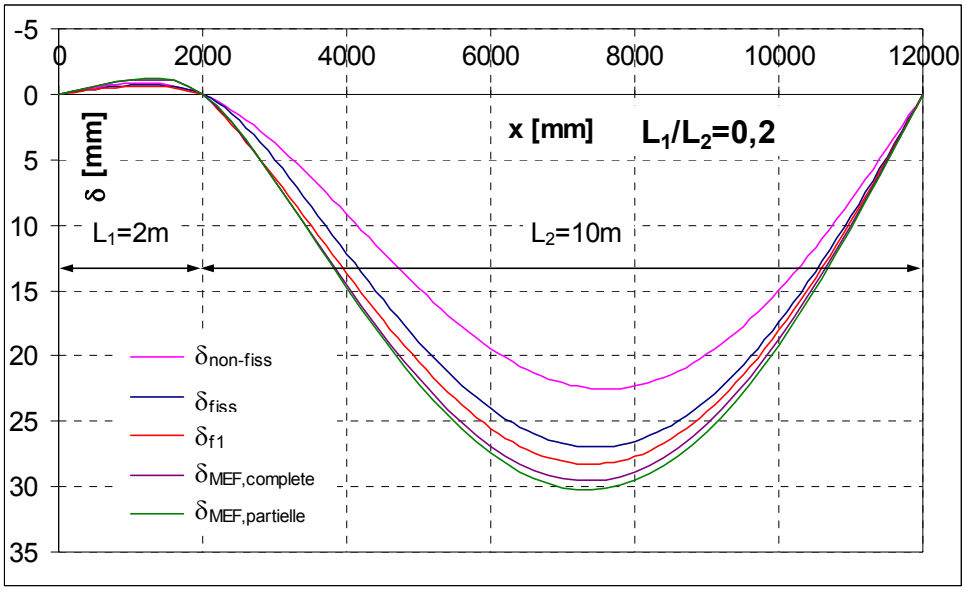


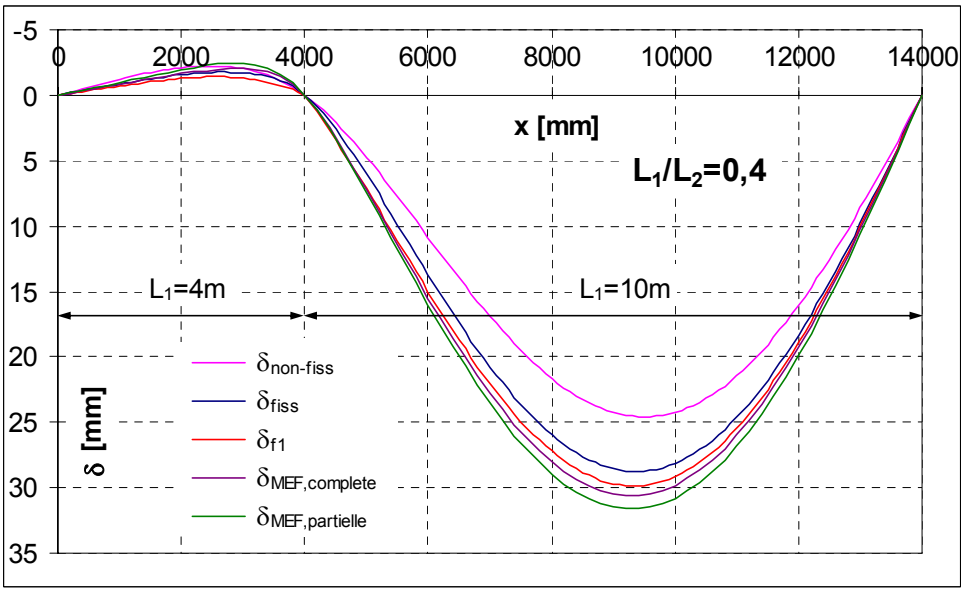
2. Force 2 points à L/3

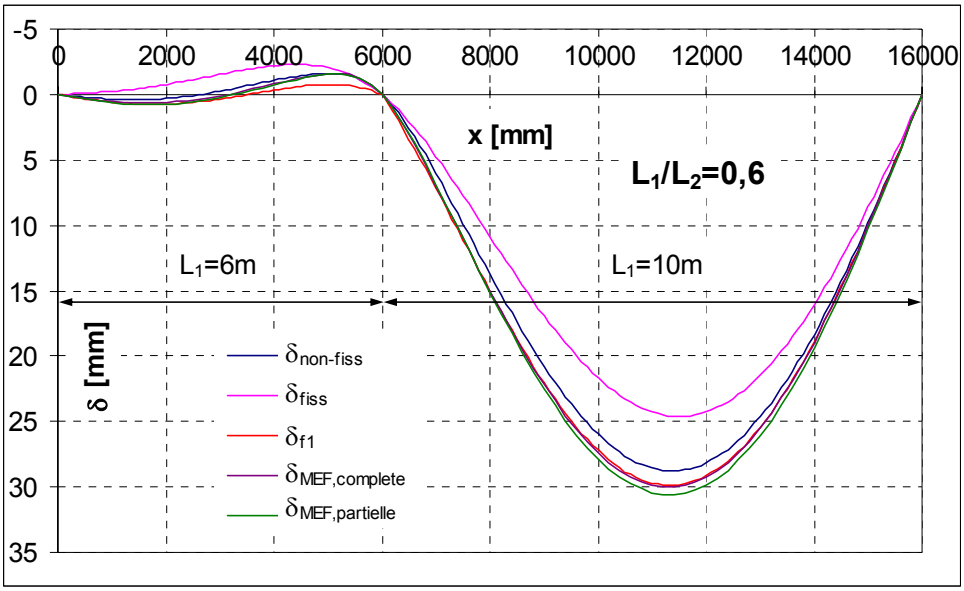


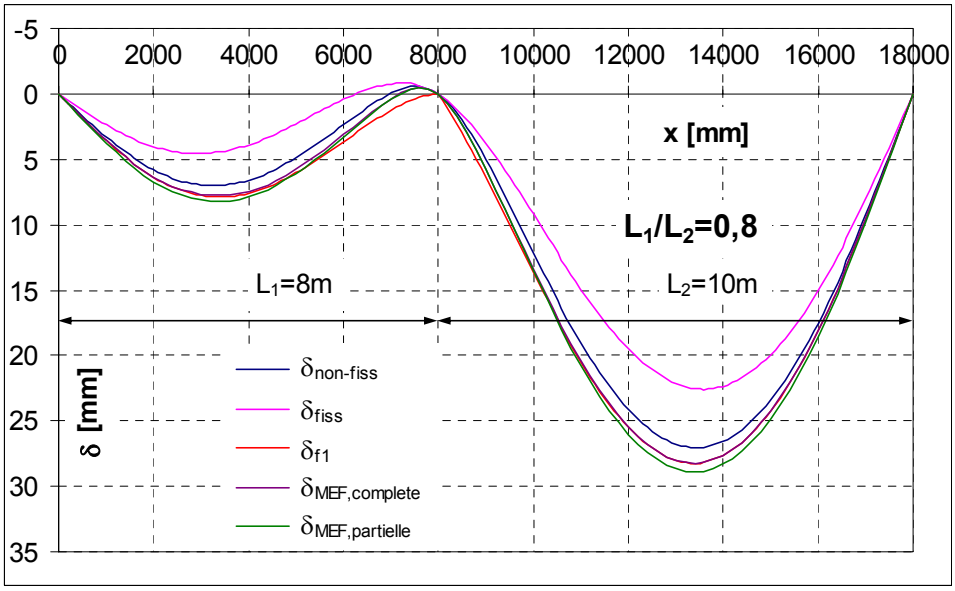
Annexe E – Flexion des poutres continues

Dans cette annexe, nous présentons les comparaisons de flèches de poutres continues calculées analytiquement (méthodes de l'Eurocode 4) et par la modélisation MEF. Une description plus détaillée l'analyse est dans le paragraphe 7.2.






-5
0
5
10
15
20
25
30
35
0
2000
4000
6000
8000
10000
12000
14000
16000
x [mm]
L1/L2=0,6
L1=6m
L1=10m
δ [mm]
δnon-fiss
δfiss
δf1
δMEF,complete
δMEF,partielle


-5
0
5
10
15
20
25
30
35
0
2000
4000
6000
8000
10000
12000
14000
16000
18000
x [mm]
L1/L2=0,8
L1=8m
L2=10m
δ [mm]
δnon-fiss
δfiss
δf1
δMEF,complete
δMEF,partielle