



Modélisation et simulation des composants et des systèmes électroniques de puissance

Hervé Morel

► To cite this version:

Hervé Morel. Modélisation et simulation des composants et des systèmes électroniques de puissance. Energie électrique. INSA de Lyon, 1994. tel-00731059

HAL Id: tel-00731059

<https://theses.hal.science/tel-00731059>

Submitted on 11 Sep 2012

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Habilitation à diriger les recherches

présentée devant

L'INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUEES DE LYON

par

Hervé Morel

Ingénieur ECL,
Docteur Ingénieur

MODELISATION ET SIMULATION DES COMPOSANTS ET DES SYSTEMES ELECTRONIQUES DE PUISSANCE

A soutenir le 10 Février 1994 devant la Commission d'Examen

JURY: MM O. BONNAUD
P. LETURCQ
R. PERRET
J.P. CHANTE,
Y. CHERON,
J.A. ROGER

rapporteur,
rapporteur,
rapporteur,

Avant - propos

Je tiens à remercier Messieurs. O. Bonnaud, Professeur à l'Université Rennes I, P. Leturcq, Professeur à l'INSA de Toulouse, et R. Perret, Professeur à l'ENSIEG, qui ont accepté d'être rapporteurs pour ce jury.

Je remercie aussi Messieurs. Y. Chéron; Directeur de Recherches à l'ENSEEIHRT et J.A. Roger, Professeur à l'UCB Lyon I, pour leur participation au jury.

Et tout particulièrement, je remercie J. P. Chante, Professeur à l'INSA de Lyon, directeur du ECPA pour les discussions fructueuses et les conseils survenus au cours de ce travail.

J'adresse aussi mes remerciements à "l'équipe simulation" et plus généralement au CEGELY tout entier, qui ont largement contribué à la réussite de ce travail.

Je remercie aussi l'équipe du LEG, et en particulier, Messieurs M. Bensoam, J.P. Ferrieux, J.L. Schanen et J. Roudet pour la collaboration fructueuse qui s'est établie. De même de remercie le Professeur J.M. Dorkel du LAAS pour notre collaboration en matière de simulation électrothermique.

Enfin je remercie vivement Messieurs F. Garajedagui et F. Tonnerieux de la société Renault pour leur soutien au démarrage du travail, et Monsieur A. Coustre de la société PSA, pour avoir avec la société Renault, régulièrement renouvelé leur confiance à notre travail dans le cadre du projet PROMETHEUS/PROCHIP.

SOMMAIRE

1. Modélisation des composants à semiconducteur.....	2
1.1. Situation	2
1.2. Difficultés spécifiques à la modélisation des composants de puissance.....	3
1.3. Les différents modèles de la diode de puissance.....	4
1.3.1. Les modèles d'ordre 0	4
1.3.2. Les modèles d'ordre 1	4
1.3.3. Les modèles d'ordre 2	4
1.3.4. Les modèles d'ordre 3	5
1.4. Modélisation Modulaire des Composants (de puissance) à semiconducteur.....	5
1.4.1. Le cadre de la modélisation.....	5
1.4.2. Les variables internes	6
1.4.3. Changements de causalité et de comportement.....	7
1.4.3.1. Changement de causalité.....	7
1.4.3.2. Changement de comportement.....	8
2. Graphe de liens et Réseau de Petri.....	11
2.1. Mise en équation des systèmes	11
2.2. Situation	12
2.3. Les composants de base des graphes de liens.....	13
2.3.1. les composants à (au moins) un port	13
2.3.2. Les composants à (au moins) deux ports.....	14
2.3.3. Les composants à (au moins) trois ports	14
2.3.4. Les macro-composants	15
2.4. L'analyse de causalité	15
2.5. Notre adaptation du formalisme des graphes de liens.....	17
2.6. Réseau de Petri d'un Graphe de liens.....	18
2.6.1. L'idée générale.....	18
2.6.2. Le cas des interrupteurs parfaits.....	19
2.7. Conclusion.....	23
3. Modèles de régions semiconductrices élémentaires	24
3.1. Généralités.....	24
3.2. Les zones neutres.....	26
3.2.1. zones neutres en faible injection	27
3.2.1.1. zone neutre à dopage non uniforme	27
3.2.1.2. zone neutre à dopage uniforme.....	29
3.2.2. zone neutre en forte injection.....	29
3.2.2.1. conditions aux limites et causalité.....	30
3.2.2.2. Approximation Interne de l'équation de diffusion ambipolaire	31
3.3. La zone de charge d'espace	37
3.3.1. Les conditions aux limites.....	38
3.3.2. Normalisation du problème.....	38
4. Premières Applications.....	41
4.1. Un outil de simulation PACTE.....	41
4.1.1. Historique.....	41
4.1.2. Un langage de description.....	42

4.2. Bancs d'identification et de test.....	42
4.2.1. Objectif.....	42
4.2.2. Le banc de test.....	43
4.2.3. Méthode d'identification.....	44
4.3. Modélisation et simulation de la diode PIN de puissance	45
4.4. Modélisation et simulation du transistor bipolaire de puissance.....	49
5. Bilans et prospectives.....	56
5.1. Bilan de la modélisation des composants de puissance.....	56
5.2. Bilan de la modélisation des systèmes.....	57
5.3. Bilan en matière de CAO en électronique de puissance.....	58
5.4. Perspectives.....	58

ANNEXE 1

Description technique du logiciel PACTE dans sa version 0.8

ANNEXE 2

Fichiers d'exemple du mémoire

ANNEXE 2.a: Exemple de simulation d'un hacheur avec des interrupteurs idéaux et une régulation.

ANNEXE 2.b: Sources PACTE des modèles de région semiconductrice élémentaire.

ANNEXE 3

Textes des publications importantes

ANNEXE 4

ANNEXE 4.a: Liste de publications

ANNEXE 4.b: Encadrement

ANNEXE 4.c: Curriculum Vitae

ANNEXE 5

PACTE 0.8 - PRESS BOOK

De nos jours de nombreux outils de CAO sont disponibles pour la conception des systèmes électroniques et micro-électroniques. Il n'est même pas rare de concevoir par des outils de CAO un circuit intégré, un ASIC, qui soit bon du premier coup! Et la plupart des erreurs de conception auraient pu être détectées par des simulations au cours des phases de test. Enfin, si ces outils demeurent très lourds à utiliser, ils deviennent de plus en plus indispensables à la conception des systèmes (micro-) électroniques.

Malheureusement le domaine de l'électronique de puissance a un grand retard. Il est même bien rare de pouvoir concevoir un système électronique de puissance sans procéder à des mises aux points sur des maquettes. Notons aussi que dans bien des domaines de technologie de pointe comme les stations de travail par exemple, les alimentations sont souvent le point faibles. La concurrence économique demande de ne pas trop surdimensionner les alimentations et il arrive trop souvent d'en détruire. En revanche il est beaucoup plus rare de constater un problème de fiabilité sur une carte de calculateur!

Si les outils de conception de systèmes électroniques de puissance manquent c'est que la simulation de ces systèmes n'est pas satisfaisante. Nous devons faire le constat que l'électronique de puissance constitue probablement le pire cas en matière de simulation de systèmes. La description d'un système électronique de puissance demande une large gamme temporelle, depuis quelques nano-secondes pendant les commutations de composants, jusqu'à quelques milli-secondes dans le cas des convertisseurs utilisant le secteur à 50 Hz. Par ailleurs, les composants de puissance introduisent de très fortes non-linéarités. Enfin les fortes puissances que nous rencontrons en électronique de puissance induisent des couplages considérables entre les différents phénomènes, et en particulier entre les caractéristiques électriques et thermiques. Nous pouvons aussi classer parmi ces couplages forts tous les problèmes dus à l'émission, à la réception et à la transmission des perturbations électriques: la CEM.

Actuellement la principale faiblesse des simulations de systèmes électroniques de puissance provient de la difficulté à pouvoir estimer la **fiabilité des systèmes** simulés. Or la principale source de défaillance de ces systèmes provient de la destruction des composants de puissance. Notons toutefois que les défaillances dues aux perturbations électriques (CEM) sont de plus en plus fréquentes. Dans ces deux cas il est nécessaire de simuler avec précision les phases de commutation des composants de puissance.

Aussi, notre principal effort scientifique a été la modélisation des composants de puissance et de la diode de puissance en particulier. Historiquement, nous avons comme d'autres, simulé la commutation de la diode de puissance par la résolution numérique des équations des semiconducteurs. Ce problème étant résolu, nous nous sommes heurté à l'impossibilité de représenter les résultats de simulation par un modèle comportemental sous forme de tables de valeurs. Puis nous nous sommes progressivement orienté vers la définition de modèles analytiques pour des simulateurs de circuits. Rapidement nous avons considéré **les graphes de liens (bond graphs)** comme un outil précieux de modélisation des composants et des systèmes de puissance.

Dans ce mémoire nous allons tout d'abord commencer par situer les différents travaux de modélisation des composants à semiconducteur. Nous décrirons ensuite au chapitre 2 les techniques d'assemblage de modèle: graphes de liens et réseaux de Petri. Puis au chapitre 3, nous développerons les modèles des régions semiconductrices élémentaires. Le chapitre 4 montrera les premières applications et en particulier les graphe de liens de la diode PIN et du transistor bipolaire de puissance.

1. Modélisation des composants à semiconducteur

1.1. Situation

Les travaux de modélisation des dispositifs à semiconducteur ont été largement influencés par le développement par l'université de Berkeley du simulateur de circuit SPICE [1]. Le succès de ce logiciel universitaire par rapport à des investissements industriels considérables (programme Spectre, ...) s'explique par la grande qualité et l'efficacité de ses modèles. En effet SPICE regroupe de nombreux modèles bien adaptés à la simulation des circuits analogiques et des circuits intégrés en particulier. La principale ligne directrice des modèles utilisés dans SPICE est la définition d'un schéma électrique équivalent pour représenter le comportement du dispositif. En effet il existe des modèles physiques qui décrivent les caractéristiques statiques des principaux dispositifs: - pour la jonction PN le modèle de Shockley, - pour le transistor bipolaire le modèle de Gummel-Poon, - et pour le transistor MOS les modèles sont nombreux. Pour représenter le comportement transitoire, l'idée généralement utilisée est de superposer les capacités non linéaires qui représentent les variations de charges électrostatiques. Cette méthode est relativement convenable lorsque le stockage de porteurs est purement capacitif. En revanche cette méthode n'a aucune raison d'être juste dans le cas général. Toutefois pour la plupart des applications en électronique analogique les modèles SPICE sont suffisamment précis. Et dans ces conditions le principal inconvénient du logiciel SPICE est que sa conception est assez ancienne (fin des années 1960), et surtout il ne permet pas à l'utilisateur de définir son propre modèle (si ce n'est par un assemblage de modèles existants: un macro-modèle). Plus récemment la société Analogy a supprimé ces deux inconvénients en proposant SABER, logiciel convivial, efficace et ouvert (l'utilisateur peut définir ses propres modèles avec le langage de description de modèle MAST). Toutefois les modèles de composant proposés dans SABER sont pratiquement les mêmes que dans SPICE.

Malheureusement dans le cas de l'électronique de puissance les modèles de SPICE ne sont pas satisfaisants. En particulier, le modèle de la diode et plus généralement les modèles de composants bipolaires fournissent un très mauvais comportement des composants de puissance au blocage. Et il est bien rare d'étudier un circuit électronique de puissance qui n'utilise pas de diode de puissance! Toutefois dans le cas du transistor MOS de puissance de nombreux travaux ont abouti à des macro-modèles satisfaisants.

Pour palier en partie à ce problème de nombreux travaux ont permis le développement de simulateurs (plus ou moins dédié à l'électronique de puissance) reposant sur l'utilisation d'interrupteurs idéaux. Par exemple en France, les logiciels SCRIPT et CIRCUIT permettent la simulation fonctionnelle des circuits de puissance. De même assez récemment certaines versions de SPICE (par exemple PSPICE) et SABER ont proposé eux aussi l'utilisation de l'interrupteur parfait pour simuler les circuits de puissance.

Par ailleurs le problème de la modélisation des composants de puissance a suscité un grand nombre de travaux. Cette fois l'idée de base a été de résoudre directement les équations des semiconducteurs, sous une forme plus ou moins simplifiée, par des techniques numériques. Evidemment par une telle démarche les résultats de simulation sont bien plus conformes à l'expérience (PISCES, GIGA, BIPOLE ...). Le principal inconvénient de cette approche est que de cette façon il est très difficile de simuler la commutation de plus d'un composant à la

fois. Or il est bien connu que les commutations dans les circuits de puissance font intervenir la plupart du temps deux composants à la fois. Notons enfin que le simulateur GIGA (société Silvaco) qui a été commercialisé en 1992 réalise très bien la simulation d'un composant bipolaire de puissance en commutation, et, en particulier, il permet la simulation de la diode de puissance en commutation de façon très conviviale. Il nous a donc servi comme outil de référence.

Voilà donc situé le contexte général de notre travail. Nous allons maintenant étudier les difficultés spécifiques à la modélisation des dispositifs de puissance. Dans le reste de ce mémoire nous entendrons désormais la modélisation des composants à semiconducteur au sens de la modélisation comportementale pour simulateurs de circuit. La finalité de la modélisation comportementale est la simulation des circuits de puissance en vue de leur conception et du dimensionnement des composants en particulier. Des outils de simulation comme PISCES et GIGA pourraient théoriquement convenir mais les temps de simulation obtenus (de l'ordre de la centaine d'heures sur station de travail pour une commutation et un seul composant) rendent ces outils inutilisables pour des phases de conception de circuits. L'objectif de la modélisation comportementale est donc de fournir une description suffisamment précise des contraintes (électriques) subies par un composant pendant les phases de commutation et pendant les états stationnaires avec un coût de simulation "raisonnable". En fait nous verrons que nous n'avons pas trouvé d'autres solutions pour atteindre cet objectif, que de mieux prendre en compte les mécanismes physiques fondamentaux qui gouvernent le comportement du composant, à savoir les équations des semiconducteurs.

1.2. Difficultés spécifiques à la modélisation des composants de puissance

La principale difficulté est bien connue depuis fort longtemps, c'est la présence de la zone en forte injection dans les composants bipolaires à l'état passant. Cette zone est en fait une zone neutre où la concentration des minoritaires est très supérieure à la concentration du dopage. Dans ces conditions le mécanisme de transport par diffusion joue un rôle important et la chute de tension aux bornes de cette zone en forte injection est très faible. Cela explique la faible chute de tension des composants bipolaires à l'état passant. La contrepartie est qu'à l'ouverture (turn-off) il faut évacuer tous les porteurs accumulés dans cette zone de 'plasma'. Notons que cette région de plasma est une zone neutre et qu'il n'y a pas de stockage de charge électrostatique. De plus comme le temps de transit des porteurs dans cette zone est grand par rapport à la durée d'une commutation, la zone de plasma est le siège de **phénomènes répartis**! Et la modélisation de cette zone est donc fort complexe.

Nous pouvons maintenant prendre le cas précis de la diode de puissance pour illustrer la hiérarchie de représentation des modèles.

1.3. Les différents modèles de la diode de puissance

En nous inspirant de la classification des modèles de la diode PIN de puissance, fournie par le Pr. P. Letrucq dans son exposé du Club Crin, "électronique de puissance", du 30 juin 1993, nous pensons qu'il est particulièrement utile de classer les modèles de diode de puissance en fonction des mécanismes physiques pris en compte.

1.3.1. Les modèles d'ordre 0

Nous classons dans cette catégorie le modèle standard de SPICE. Le stockage des porteurs est représenté par une capacité et nous ne pouvons pas nous étonner qu'un tel modèle ne puisse pas du tout représenter la commutation de la diode de puissance avec ses phénomènes répartis. Notons cependant que les commutations douces (ouverture de la diode depuis un état quasi stationnaire à très faible courant) sont plutôt bien représentées: cela est fort logique puisque dans ces conditions il n'y a plus de phénomène réparti. Rappelons toutefois qu'une commutation à zéro de courant à haute fréquence n'est pas une commutation douce. Nous devons aussi classer parmi les modèles d'ordre 0, tous les modèles qui représentent le recouvrement inverse par une inductance "interne". Car cela introduit un stockage d'énergie dans l'inductance "interne", qui physiquement n'existe pas, et qui sera restituée plus tard au cours de la simulation du système!

1.3.2. Les modèles d'ordre 1

Nous classons dans cette catégorie tous les modèles qui représentent le stockage des porteurs minoritaires dans la zone en forte injection par une équation de bilan de charge du type:

$$(1) \quad \frac{\partial Q_D}{\partial t} = -\frac{Q_D}{\tau} + i$$

où Q_D est la charge totale stockée, τ est la durée de vie moyenne et i le courant total. L'utilisation de cette équation avec le modèle classique à contrôle de charge de la zone de charge d'espace définit un modèle qui donne une représentation globale satisfaisante des caractéristiques de commutation ($i(t)$ et $u(t)$) [2,3,4]. C'est aussi le modèle que nous avons présenté en 1988 [C2]. En revanche de tels modèles ne fournissent pas les surtensions et les dissipations de puissance correctes sur une large gamme de conditions expérimentales. La principale limite de cette approche est la non prise en compte des effets de phénomènes répartis dans la zone en forte injection.

1.3.3. Les modèles d'ordre 2

De notre point de vue les modèles d'ordre 2 correspondent aux modèles qui d'une façon où d'une autre prennent en compte les effets des phénomènes répartis dans la zone en forte injection. Cette fois, à notre connaissance il existe 3 principaux modèles: celui de l'équipe du Pr. Leturcq [5] qui utilise une représentation par transformée de Laplace de l'équation de diffusion, - celui de l'équipe du Pr. Schroder [3] qui utilise une représentation polynomiale de la concentration de porteurs dans la zone en forte injection, - et notre approche qui utilise une approximation variationnelle avec une décomposition spectrale de la concentration de porteurs dans la zone en forte injection. Ce modèle a été le premier à être utilisé en 1989 dans PACTE pour simuler les cellules de commutation MOS-diode et sa publication a été retardée en raison de contraintes industrielles [R5]. Pour ce modèle et ses différentes évolutions (PIN4 à PIN9) nous avons développé des techniques d'identification et de test systématiques. De notre expérience il apparaît qu'il est difficile avec ce type de modèle d'obtenir une correspondance avec l'expérience meilleure que 20% voire de 30% dans les plus mauvais cas [C19] (l'écart le plus grand est toujours obtenu sur la surtension V_{RM}). Cela provient très probablement de la prise en compte dans ces modèles des effets de frontières mobiles (le mouvement de la zone de charge d'espace déplace la frontière de la zone en forte injection) de façon empirique.

1.3.4. Les modèles d'ordre 3

Les modèles d'ordre 3 doivent prendre en compte de façon plus correcte le mouvement des frontières de la zone en forte injection. C'est ce que fait notre dernier modèle de diode, le modèle graphe de liens de la diode de puissance. Il a été présenté à EPE'93 et les premiers essais semblent fournir une correspondance entre simulation et expérience de l'ordre de quelques pourcents! Nous allons maintenant exposer les idées directrices qui permettent d'obtenir un tel modèle.

1.4. Modélisation Modulaire des Composants (de puissance) à semiconducteur

1.4.1. Le cadre de la modélisation

Les principales idées de cette méthode ont été développées au cours de la thèse de M. B. Allard. Tout d'abord, d'une façon générale nous cherchons une méthode modulaire. Cela a bien évidemment de très nombreux avantages comme par exemple la réutilisation de modèles élémentaires. Malheureusement la tâche est loin d'être simple! Notre principal guide a été l'utilisation du cadre formel (et particulièrement élégant) des **graphes de liens (bond graph)**. Nous exposerons plus loin quels en sont les grands principes, mais pour notre exposé, nous retiendrons à ce stade que l'idée de base est de représenter le système (un composant ou un circuit) par les transferts d'énergie qui le gouvernent. Et nous ajoutons, que de façon duale, le comportement dynamique et les effets mémoires en particulier sont représentables par des stockages d'énergie.

L'autre idée fondamentale que nous utilisons est la **régionalisation**, c'est à dire la décomposition du dispositif à semiconducteur en **régions semiconductrices élémentaires**: - zone de charge d'espace de jonction, - zone de déplétion d'une interface Si/SiO₂, - zone neutre à dopage uniforme ou non uniforme, - zone neutre en forte injection... En fait le comportement du dispositif à semiconducteur est parfaitement décrit par les équations des semiconducteurs (sauf peut-être les effets de porteurs chauds ...). Généralement quand nous utilisons une méthode numérique pour résoudre ce système d'équations aux dérivées partielles nous utilisons par exemple un schéma numérique qui suppose une certaine approximation locale des inconnues. Et ce schéma numérique est utilisé partout dans le dispositif aussi bien dans les zones neutres en conduction ohmique (où il ne se passe pas grand chose) que dans les zones de charge d'espace et que dans les zones en forte injection. L'idée de l'hypothèse de régionalisation est de classer, pour chaque région semiconductrice élémentaire les équations par ordre d'importance, pour mieux mettre en évidence les phénomènes dominants. Cette idée de régionalisation est en fait très classique, elle est en particulier développée dans l'ouvrage du Pr. D. J. Roulston [6]. La table 1 essaye de résumer la situation.

Nous allons donc essayer d'utiliser au mieux cette table quand nous écrirons les modèles de régions semiconductrices élémentaires. Puis nous construirons les modèles de composants à semiconducteurs par un assemblage des modèles des régions semiconductrices élémentaires.

type de région semi- conductrice	équation de Poisson	conservation des Majoritaires	conservation des minoritaires	transport des majoritaires	transport des minoritaires
zone de charge d'espace	principale	courant presque constant	courant presque constant	conduction	conduction
zone neutre ohmique	non significative	M=dopage	recombi- naison	conduction	diffusion
zone neutre à dopage non homogène	non significative	M=dopage	recombi- naison	équilibre diffusion / conduction	diffusion et conduction
zone neutre en forte injection	non significative	M=m diffusion ambipolaire	M=m diffusion ambipolaire	diffusion et conduction	diffusion et conduction

*Table 1: principaux types de comportement
dans les composants bipolaires de puissance*

1.4.2. Les variables internes

Pour que la méthode de modélisation soit modulaire, elle doit permettre des assemblages simples. Pour cela nous devons à l'image des jeux de "lego" normaliser les liaisons possibles. Ces liaisons doivent être des variables, **les variables internes**, qui ont une signification universelle, comme par exemple un courant ou une tension. Notons que dans la description d'un modèle de région élémentaire, ces variables internes représentent le reste du système.

Cependant le rôle et la signification de ces variables internes dépendent de la méthode de représentation du système. Il existe trois principales méthodes de représentation des systèmes: le **réseau de Kirchhoff**, le **schéma-block** et le **graphe de liens**. Le réseau de Kirchhoff décrit les connexions (électriques) entre les composants du réseau. Le schéma-block représente les transferts d'information entre les différents composants du système. Le réseau de Kirchhoff représente graphiquement le circuit (électrique) correspondant au système, mais il ne prend pas en compte dans sa formulation (la **méthode nodale** par exemple) le sens de transfert des informations, c'est à dire la **causalité** du système. En effet la méthode nodale formule les équations du système (lois de Kirchhoff et équations des composants) sous la forme implicite d'un système d'équations algébriques et différentielles. Bien qu'initialement dédié aux circuits électriques, la méthode nodale, est généralisable à tous les type de systèmes physiques, mais leurs représentations graphiques ne correspondent plus à la réalité matérielle (thermique, mécanique, hydraulique ...).

En revanche, les schémas-block, largement utilisés en Automatique, décrivent parfaitement la causalité des systèmes. Mais en dehors du cadre des systèmes purement déterministes ou "faiblement bouclés", la définition du schéma block à partir de la description géométrique du système est loin d'être triviale. Par exemple un circuit électrique fortement couplé demande beaucoup d'efforts pour le représenter par un schéma-block!

Nous avons choisi les graphes de liens car ils allient les avantages - des réseaux de Kirchhoff, puisque leurs représentations graphiques sont proches de la description géométrique des systèmes, - et des schémas-block puisqu'ils décrivent la causalité du système.

1.4.3. Changements de causalité et de comportement.

Malheureusement, les composants de puissance à semiconducteur se caractérisent aussi par des changements brusques de comportement ou de causalité. Comme exemple typique de changement de comportement nous pouvons donner le changement de comportement des composants bipolaires qui à l'état passant ont un comportement de type résistif et qui ont à l'état bloqué un comportement de type capacitif. Un exemple de changement de causalité est bien connu de tous ceux qui ont fait des simulations numériques des équations des semiconducteurs: en effet il vaut mieux utiliser des conditions aux limites sur les potentiels à l'état bloqué et des conditions sur les courants à l'état passant. Cependant pour l'état passant on peut tolérer des conditions sur les tensions. Bien évidemment un changement de causalité provoque un changement de comportement mais la réciproque est fausse!

1.4.3.1. Changement de causalité

Le changement de causalité se rencontre aussi au niveau des régions semiconductrices élémentaires. Etudions la connexion entre la zone de charge d'espace et la zone neutre en forte injection: par exemple pour une structure PIN en polarisation directe, dans des conditions normales d'utilisation, il y a forte injection et les trous diffusent depuis la couche latérale vers la zone en forte injection (Fig. 1).

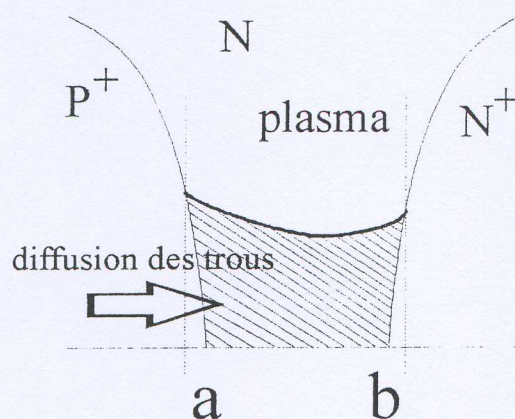


Fig. 1: Diffusion des trous entre la couche P^+ et la zone en forte injection dans une structure PIN en polarisation directe

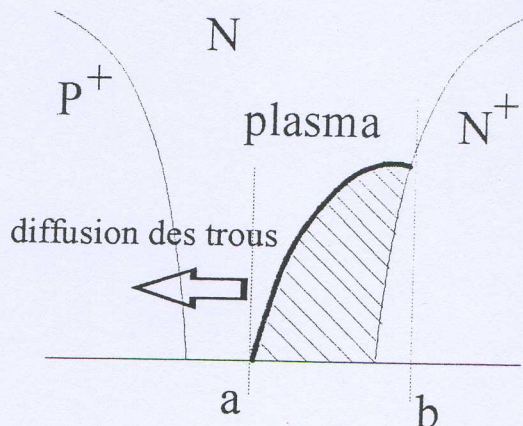


Fig. 2: Diffusion des trous entre la couche P⁺ et la zone en forte injection dans une structure PIN en polarisation inverse.

En revanche en polarisation inverse, la zone de charge d'espace interdit cette diffusion mais autorise la diffusion des trous depuis la zone en forte injection vers la couche latérale (Fig. 2). Il y a donc changement de causalité. Il est donc souhaitable de prendre en compte ce changement de causalité dans le modèle du dispositif. Mieux encore nous verrons qu'il est possible de tirer profit de ce changement de causalité.

1.4.3.2. Changement de comportement

La zone de charge d'espace est la région semiconductrice qui présente le changement de comportement le plus significatif. Dans les conditions normales de désertion, la zone de charge d'espace a un comportement de type capacitif (Fig. 3). En revanche, en polarisation directe, la présence de la zone en forte injection crée un très grand couplage dans la zone de charge d'espace entre l'équation de Poisson et les équations de transport. Le comportement n'est plus du tout capacitif. Heureusement dans ces conditions la zone de charge d'espace demeure suffisamment petite et elle ne joue plus qu'un rôle mineur sur le comportement global du dispositif. Nous pouvons alors considérer que cette zone a dans ces conditions un comportement purement passif, assurant la continuité des variables externes (Fig. 4).

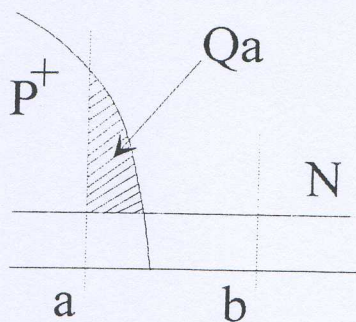


Fig. 3: Représentation schématique de la zone de charge d'espace dans les conditions de désertion.

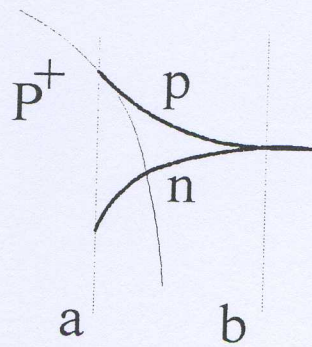


Fig. 4: Représentation schématique de la zone de charge d'espace avec une forte injection du côté $-b$.

Pour conclure ce chapitre, nous venons de voir le cadre général de la modélisation des composants de puissance à semiconducteur. Nous avons esquissé la méthodologie de la modélisation. En particulier, notre principal objectif est d'obtenir une représentation modulaire des modèles des composants. La modularité repose sur la définition des modèles des régions semiconductrices élémentaires. Nous verrons au chapitre 3 comment nous devons écrire les modèles de ces régions élémentaires. Mais pour le moment nous allons aborder les techniques d'assemblage des modèles. Ces techniques nous guideront dans la description des modèles de région élémentaire. Comme nous l'avons déjà dit nous avons choisi la méthode des Graphes de Liens, à laquelle nous devons ajouter la technique des Réseaux de Petri.

2. Graphe de liens et Réseau de Petri

2.1. Mise en équation des systèmes

Evidemment un système physique représenté par un réseau de Kirchhoff, un schéma-block ou un graphe de lien sera toujours le même système physique, puisque les équations constitutives sont équivalentes sur le plan mathématique. La différence arrive lorsqu'on veut simuler ce système. Nous devons alors utiliser une technique de mise en équation pour permettre l'utilisation d'une méthode d'intégration numérique.

Dans le cas d'un réseau de Kirchhoff, nous avons les équations des modèles de chaque composant, et bien sûr les équations des mailles et des noeuds. Mais ce système d'équations est redondant et il est inutilisable pour un traitement numérique. Heureusement il est facile d'obtenir un système d'équations indépendantes par la méthode des mailles ou la méthodes des noeuds. Pourtant le système qui en résulte n'est toujours pas optimal, c'est à dire que le nombre d'équations de ce système est supérieur, en général, au nombre de variables d'état du système.

Dans le cas d'un système linéaire nous pouvons toujours obtenir un système optimal par des techniques d'élimination, puisque par nature un système d'équations linéaire et régulier est toujours inversible. Dans ce cas nous obtenons un système sous la forme suivante:

$$(i) \quad \begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx + Du \end{aligned}$$

où x est le vecteur d'état, u le vecteur de commande (les variables externes en entrée), et y le vecteur de sortie (les variables externes en sortie) et A , B , C et D des matrices.

Malheureusement pour un système non linéaire une telle élimination n'est plus possible en général. Prenons par exemple un système d'équations qui contient une équation non linéaire reliant les variables x et y :

$$(ii) \quad f(x,y) = 0$$

où f est une fonction de deux variables, assez régulière. Nous pouvons en général, (si $\frac{\partial f}{\partial x} \neq 0$) écrire cette relation sous forme résolue $x=g(y)$. Par contre une telle résolution n'est pas toujours possible de façon analytique. Aussi n'est-il pas toujours possible de substituer x à $g(y)$ pour éliminer la variable x dans le système d'équation.

Pour contourner ce problème la méthode nodale propose de recourir à une formulation implicite pour les équations des modèles des composants non linéaires.

Malheureusement le système d'équation obtenu par la méthode nodale n'est pas optimal, y compris dans le cas d'un système linéaire. En revanche nous allons voir que la méthode des graphes de liens permet d'obtenir une mise en équation optimale, même dans le cas des systèmes non linéaires.

2.2. Situation

Le formalisme des **graphes de liens (bond graph)** a été introduit assez récemment par Paynter [7] en 1961. Notre travail c'est très largement inspiré du livre "system dynamics an unified approach" de Karnopp et Rosenberg [8]. Le titre de cet ouvrage résume bien l'objectif: il s'agit de définir de façon unifiée le comportement des systèmes. Il faut bien noter que la principale contribution à la théorie des graphes de liens a été fournie par des mécaniciens et des automaticiens (Théorie des Systèmes). L'objectif des graphes de liens est de fournir une méthode pour construire "un bon modèle à variables d'état" d'un système. Le point de départ est que tout effet mémoire est la conséquence d'un stockage d'énergie. Il est donc nécessaire de représenter les transferts d'énergie à travers le système. Basé sur l'évolution de l'entropie et sur le Théorème d'Onsager en particulier, c'est à dire la traduction de l'irréversibilité des phénomènes (le temps s'écoule ...), Paynter en conclue que toute puissance caractérisant un transfert d'énergie entre deux parties d'un système, doit s'écrire comme le produit de deux variables l'une s'identifiant au flux des particules responsables de ce transfert et l'autre étant identifiable à un effort (il s'agit bien d'une terminologie de mécanicien). La table 2 montre les variables flux et les variables efforts correspondant aux principaux types de transfert d'énergie.

domaine physique	variable d'état	flux	effort
mécanique des translations	position, x	vitesse, v	force, F
électrique	charge, Q	courant, i	potentiel, v
magnétique	flux magnétique, ϕ	tension, u	courant, i
thermique	entropie, S	flux d'entropie, f_s	température, T

Table 2: principaux transferts d'énergie d'après [9]

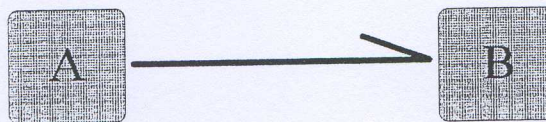


Fig. 5: représentation graphique d'un transfert d'énergie entre deux composants d'un graphe de liens.

Graphiquement, le transfert d'énergie est représenté par une demie flèche (Fig. 5).

Mais le principal apport du graphe de liens par rapport à une représentation par réseau de Kirchhoff, est la prise en compte de la causalité. Notons tout d'abord que les schémas blocks sont des graphes qui représentent les systèmes par les transferts d'information. Ce sont donc des graphes de "causalité". Dans les graphes de liens les transferts d'information privilégiés sont les transferts d'énergie. Chaque transfert d'énergie représente donc deux informations, la variable flux et la variable effort. Si l'on ne souhaite privilégier aucun composant du graphe de liens il est donc nécessaire de concevoir le transfert d'informations de façon duale: dans un lien du composant A vers le composant B, par exemple, A impose la variable flux et B impose la variable effort (ou réciproquement!). Il y a donc équivalence, du point de vue du transfert d'informations entre un lien causal et un schéma block dual (Fig. 6).

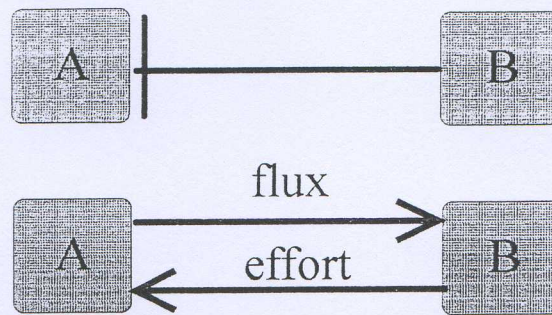


Fig. 6: correspondance entre causalité dans un graphe de liens et schéma block

La recherche de la causalité de chaque lien du graphe est l'analyse de causalité. La technique de recherche de la causalité de chaque lien est largement expliqué dans le Karnopp [8]. Nous illustrerons l'analyse de causalité au chapitre 2.4.

Notre dernière remarque concernera **les réseaux de Kirchhoff**. En effet il existe des techniques pour traduire de façon automatique un réseau de Kirchhoff en un graphe de liens. Cela est relativement important puisque dans le cas des transferts d'énergie résultant de la circulation d'un flux (de particules) comme par exemple pour les circuits électriques ou magnétiques la représentation graphique par un réseau de Kirchhoff est plus proche de l'implantation matérielle (circuit imprimé, ...) que celle du graphe de liens. En revanche dans les autres cas la représentation graphique du graphe de liens est plus proche de l'implantation matérielle, c'est le cas de la thermique, de la mécanique, de l'hydraulique, et de la pneumatique ...

2.3. Les composants de base des graphes de liens

Puisque les liens représentent les transferts d'énergie, les composants du graphe de liens doivent représenter comment l'énergie se stocke dans un composant. Il existe une classification élégante des composants de base [8], en fonction du nombre de ports. Le port est l'élément de connexion d'un lien à un composant.

2.3.1. les composants à (au moins) un port

Nous pouvons tout d'abord distinguer les sources d'énergie et en fonction de leur causalité nous avons les sources de flux **S_f** (source de courant, ...) et les sources d'effort **S_e** (source de tension, ...).

Nous pouvons distinguer les composants à effet mémoire, ceux qui stocke de l'énergie, et ceux qui n'ont pas d'effet mémoire. Il existe deux types de composant à stockage d'énergie: l'élément capacitif **C** (capacité électrique, ...) et l'élément inertiel **I** (inductance électrique, ...). En fait il n'existe pas d'élément inertiel de type thermique ou magnétique. Pour résoudre ce problème certains auteurs utilisent des graphes de liens généralisés qui n'autorisent que les éléments de stockage capacitif [9].

Un autre composant classique est l'élément résistif **R** (résistance électrique, ...). Cet élément ne stocke pas d'énergie, il la dissipe! En fait cet élément suppose que l'on ne représente pas les transferts d'énergie thermique. C'est pourquoi dans les graphes de liens généralisés on préfère

utiliser l'élément entropique RS qui transforme de l'énergie en chaleur (c'est un élément à deux ports).

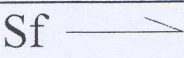
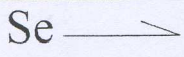
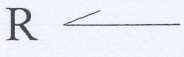
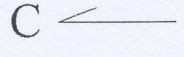
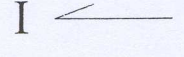
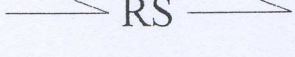
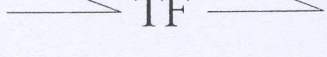
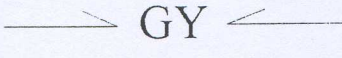
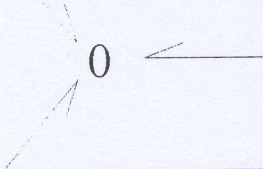
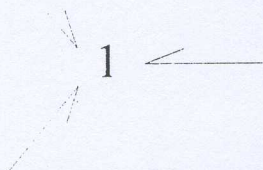
symbole	nom	paramètre	variable d'état	équation(s)
	source de flux	F	-	$f = F$
	source d'effort	E	-	$e = E$
	résistance	R	-	$e = Rf \quad f = e / R$
	capacité	C	Q	$\frac{dQ}{dt} = f \quad e = Q / C$
	inertie	I	ϕ	$\frac{d\phi}{dt} = e \quad f = \phi / I$
	élément entropique	R	-	$e f = T f_s$ $e = Rf \quad f = e / R$
	transformateur	m	-	$f_1 = m f_2 \quad e_2 = m e_1$
	gyrateur	m	-	$e_1 = m f_2 \quad e_2 = -m f_1$
	jonction 0		-	$e_1 = e_2 = e_3$ $f_1 + f_2 + f_3 = 0$
	jonction 1		-	$e_1 + e_2 + e_3 = 0$ $f_1 = f_2 = f_3$

Table 3: Les composants de base des graphes de liens

2.3.2. Les composants à (au moins) deux ports

Ces composants sont des éléments de transformation de l'énergie.

L'élément entropique **RS** traduit l'irréversibilité. Il remplace l'élément résistif quand l'on veut tenir compte des transferts de chaleur.

Le transformateur **TF** (transformateur électrique idéal, ...) et le gyrateur **GY** transforment l'énergie.

2.3.3. Les composants à (au moins) trois ports

Ce sont les jonctions c'est à dire des éléments d'assemblage des autres composants. Il y a deux types de jonction, la jonction 0 qui vérifie l'identité des variables efforts, et la jonction 1 qui vérifie l'identité des variables flux. Par exemple les noeuds de tension sont des jonctions 0 et les boucles de maille sont des jonctions 1.

2.3.4. Les macro-composants

Tout graphe de liens peut être considéré comme un composant d'un autre graphe de liens. Aussi, nous appellerons macro-composant un assemblage de plusieurs composants représenté par un graphe de liens. Cela permet de définir une structure hiérarchique d'un système.

2.4. L'analyse de causalité

La causalité traduit l'aspect déterministe du système. En fait, tout système physique est fondamentalement déterministe. Car hormis peut être les systèmes relevant de la mécanique quantique, toutes les lois physiques fondamentales sont déterministes. L'avantage important d'un système d'équations représentant un système déterministe réside dans son bon comportement face aux méthodes d'intégration numérique.

En revanche bien souvent des représentations simplifiées suppriment l'aspect déterministe du système.

Concernant la causalité, nous rencontrons trois cas. Les systèmes causaux sont des systèmes complètement déterministes, dont seuls les équations d'état sont à résoudre. Pour les systèmes à causalité non complètement déterminée, nous devons ajouter aux équations d'état des équations implicites reliant des variables du système. C'est ce que l'on appelle des boucles algébriques. Un tel système n'est pas déterministe. C'est par exemple le cas des circuits électroniques avec des amplificateurs opérationnels que l'on suppose idéaux. Enfin il se peut qu'il y ait des contradictions de causalité. De tels systèmes ne sont pas physiques. C'est par exemple le cas d'un circuit avec deux sources de tension en parallèle.

La table 4 montre la causalité des principaux composants de base. Nous allons maintenant illustrer sur un cas concret l'intérêt de l'analyse de causalité. Prenons donc le circuit hacheur de tension représenté à la Fig. 7. Celui-ci comporte un transistor MOS T et une diode D. La causalité associée à un modèle de dispositif à semiconducteur est souvent celle de la capacité. Cela résulte de la présence des jonctions semiconductrices, qui sont souvent représentées par un modèle de type capacitif. A partir du réseau de Kirchhoff nous construisons un graphe de liens qui lui correspond (Fig. 7). Puis en consultant la table 4 et en tenant compte de notre remarque sur la causalité de la diode et du MOS nous obtenons, de façon unique dans ce cas, les chemins de causalité de ce système. En fait dans ce cas nous ne pouvons pas respecter la causalité pour les jonctions n1 ou m1. Compte tenu de nos remarques précédentes sur la causalité nous en concluons que le système n'est pas déterministe. Certes nous pourrions définir un modèle non déterministe de la diode ou du MOS en ajoutant une équation implicite dans le modèle. Cela permettrait de compléter la causalité du circuit. C'est en fait ce qui est fait lorsque nous utilisons la méthode nodale pour assembler les équations de ce circuit. Une autre possibilité est d'ajouter un élément "parasite" pour permettre de compléter la causalité du circuit par exemple nous pouvons introduire l'inductance de maille L_m comme le montre la Fig. 8. Cette fois nous pouvons compléter la causalité du circuit hacheur. Or cet élément parasite n'est pas du tout un artifice: la valeur de l'inductance L_m de la maille définie par la source E, le MOS T et la diode D influe au premier ordre sur la surtension observée à l'ouverture de la diode D et sur les pertes par commutation à l'ouverture. L'introduction de l'inductance de

maille L_m a rendu le circuit hacheur déterministe. Nous en concluons donc qu'une représentation non déterministe d'un système peut masquer un élément parasite fondamental pour la description transitoire du système.

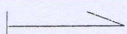
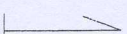
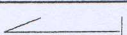
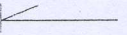
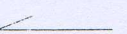
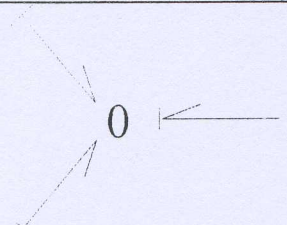
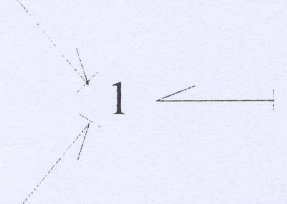
causalité(s)	nom	état	déterminisme	commentaire
S_f 	source de flux	normal	oui	
S_e 	source d'effort	normal	oui	
R  R 	résistance	normal	oui	- limitation de l'effort - limitation du flux
C  C  C 	capacité	transitoire dégénéré statique	oui non oui	- causalité intégrale - causalité dérivée - $f=0$
I  I  I 	inertie	transitoire dégénéré statique	oui non oui	- causalité intégrale - causalité dérivée - $e=0$
	jonction 0	normal	oui	
	jonction 1	normal	oui	

Table 4: Causalités des principaux éléments de base

L'analyse de causalité permet donc de fournir une alarme quand la description du système est incomplète. Notons toutefois qu'il est toujours possible de passer outre le déterminisme lorsque par exemple l'utilisateur est sûr de sa description ou plus concrètement qu'il considère que les détails apportés par une description plus complète ne sont pas intéressants par rapport à l'objectif de la simulation qu'il met en oeuvre.

Un autre intérêt de l'analyse de causalité se situe au niveau numérique. Si l'analyse de causalité est contraignante la meilleure mise en équation qui en résulte fournit souvent des gains spectaculaires en temps de simulation, car elle permet de réduire l'ordre du système simulé.

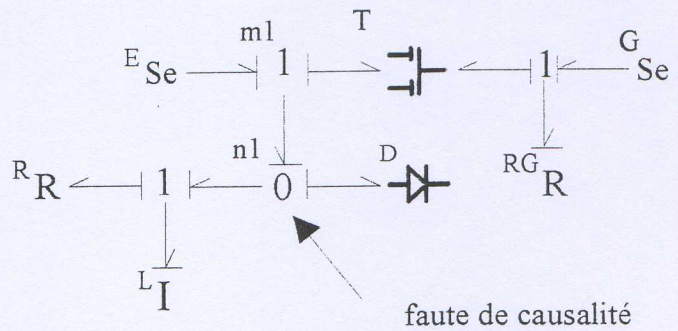
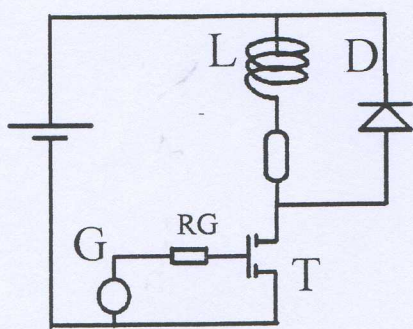


Fig. 7: Circuit hacheur et graphe de liens associé à causalité incomplète.

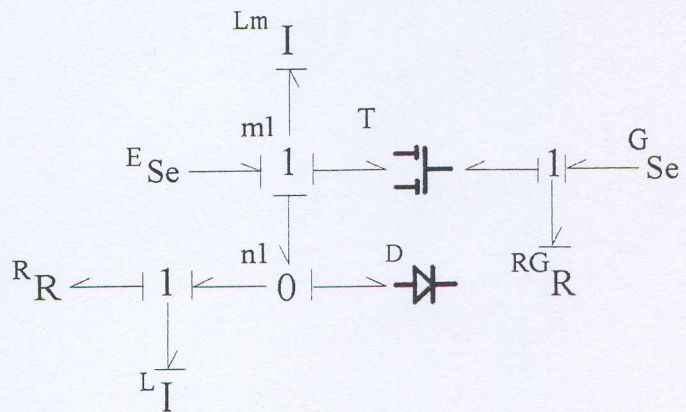
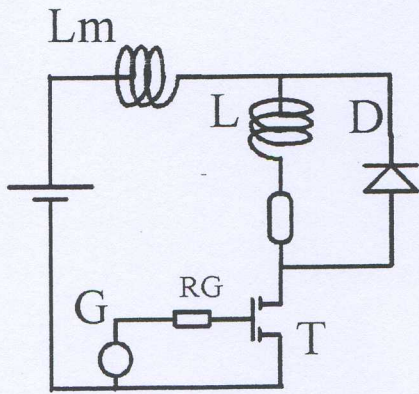


Fig. 8: Circuit hacheur et graphe de liens associé à causalité complète.

2.5. Notre adaptation du formalisme des graphes de liens

La première modification importante que nous faisons par rapport au formalisme classique est que nous autorisons la définition d'autres composants élémentaires que les composants de base. Pour nous un composant élémentaire est défini par un modèle à variables d'état. Cela généralise la notion de composants de base (Sf, Se, R, C, I, RS, TF, GY, 0 et 1) des graphes de liens. Il y a deux principales raisons pour justifier cela. D'une part il n'est pas certain qu'il soit toujours possible de décomposer un composant (considéré comme un système) en éléments de base, à cause notamment des très forts couplages entre les mécanismes physiques qui existent dans les composants à semiconducteur et qui n'existent pas souvent en mécanique. Et d'autre part il existe une grande quantité de modèles pour l'électronique analogique, les modèles SPICE, que nous avons voulu utiliser tels quels. Notons cependant que cela ne vient contredire aucune des hypothèses fondamentales des graphes de liens. Mais nous sommes bien conscient que de tels modèles électriques (le transistor MOS ou la jonction PN ...) ne sont bien évidemment pas réutilisables dans d'autres domaines physiques comme la mécanique ou l'hydraulique ... L'électronique fait sans doute intervenir des composants ayant des effets de couplage important entre les domaines physiques que l'on ne rencontre pas dans d'autres disciplines plus traditionnelles pour les graphes de liens.

D'autre part, pour prendre en compte les problèmes que nous avons rencontrés dans notre expérience de modélisation des dispositifs et des systèmes de puissance, à savoir, le

changement de causalité et les changements considérables de comportement d'un même composant, nous avons proposé [C17] l'utilisation d'un **réseau de Petri** (en fait un graphe d'état [10]) pour représenter un composant élémentaire. Cela demande au niveau du simulateur de pouvoir réaliser le **changement dynamique de modèle**, mais cela a l'avantage de fournir des systèmes bien mieux conditionnés sur le plan numérique. Notons cependant que cela ne heurte aucune hypothèse fondamentale des graphes de liens. En particulier si le changement de causalité est assez rare en mécanique (au sens large), il est très fréquent en électronique. Mais pour autant rien n'interdit le changement dynamique de causalité dans un graphe de liens.

Enfin pour conclure ce sujet, ces phénomènes de changements de comportement et de causalité mettent en évidence des "discontinuités". Il est bien évident qu'il existe toujours un meilleur degré de représentation des phénomènes qui lève la ou les discontinuités. Mais cette représentation plus fine (par exemple interrupteur idéal ou composant à semiconducteur) dépend de l'objectif recherché: comportement global ou contrainte dans les composants. Il nous semble indispensable de laisser le libre choix à l'utilisateur de définir ses objectifs. Il est donc bien clair qu'il est indispensable de permettre la simulation de systèmes comportant des discontinuités. Nous pensons qu'un très bon choix est l'utilisation de graphes de liens associés à des réseaux de Petri.

2.6. Réseau de Petri d'un Graphe de liens

2.6.1. L'idée générale

Nous venons de voir que dans les composants et les systèmes de puissance nous rencontrons fréquemment des phénomènes de changements considérables du comportement (dynamique) d'un composant. Notre idée, qui a été présentée pour la première fois à PESC'93, est de considérer que finalement tout composant d'un système peut avoir plusieurs états (avec des comportements différents). Le réseau de Petri, ou plus précisément le graphe d'état est un outil formel bien adapté à cette description. Nous l'avons donc retenu pour décrire a priori tout modèle de base. Les transitions du réseau de Petri sont naturellement les conditions à remplir pour changer d'état. Dans la pratique, ces conditions sont des inégalités entre les variables décrivant le comportement du composant. Notons que ce formalisme intègre complètement la notion classique de modèle à variables d'état: un modèle à variables d'état est un modèle de base décrit par un réseau de Petri à une seule place! De même nous pouvons considérer qu'un modèle défini par un réseau de Petri, possède autant de modèles à variables d'état que de places du réseau de Petri. Mais pour chaque place du réseau de Petri les variables d'état doivent respecter les inégalités définissant les conditions de transition. Lorsqu'à un instant donné, un composant précis change d'état (transition) il change de modèle à variables d'état. Ce **changement dynamique de modèles** exige un traitement particulier de la méthode d'intégration numérique. En fait chaque transition est considérée comme une phase de démarrage de la méthode d'intégration numérique (Gear). Ainsi seules les variables d'état des composants qui ne changent pas d'état pendant la transition doivent être continues. Il est ainsi possible qu'une transition corresponde d'un point de vue globale, au niveau du système, à une discontinuité du comportement. L'intérêt considérable du changement dynamique de modèles est d'éviter les problèmes numériques insurmontables autrement (sans tricher sur la précision d'intégration).

Mais puisque nous souhaitons représenter les assemblages par des graphes de liens, il est souhaitable de pouvoir aussi représenter un graphe de liens par un réseau de Petri. Nous avons

montrer à PESC'93 que cela était possible grâce à l'analyse de causalité des graphes de liens. L'idée générale est de considérer que seul les états causaux sont physiques. Nous choisissons donc d'éliminer tous les autres états. Les transitions sont simplement les combinaisons des transitions élémentaires.

Heureusement la réalité est bien là au moins en ce qui concerne les systèmes utilisant des interrupteurs parfaits. Dans le cas des graphes de liens des composants de puissance nous avons parfois abouti à des réseaux de Petri de graphes de liens qui comportaient des états, ne correspondant pas à des cas pratiques, ou inaccessibles. Notons premièrement que cela n'empêche en rien le bon fonctionnement du système. Notons aussi que dans chacun de ces cas une reformulation de la causalité des modèles des régions semiconductrices élémentaires les a éliminés.

2.6.2. Le cas des interrupteurs parfaits

L'article d'Asher [11] nous a révélé l'existence du problème du changement de causalité dans les circuits de puissance utilisant l'interrupteur parfait.

La Fig. 8 montre en particulier les réseaux de Petri correspondant à la diode idéale et à l'interrupteur idéal. La Fig. 9 montre le réseau de Kirchhoff du circuit hacheur et son graphe de liens. Alors nous pouvons analyser la causalité de ce graphe de liens pour toutes les combinaisons d'état de ses composants. Ce graphe de liens a trois composants à effet mémoire l'inductance L , le transistor T et la diode D . Il est alors facile de construire la table de tous les cas possibles. Comme chaque composant a deux états possibles il y a au total $2^3=8$ macro-états. Nous trouvons en fait seulement trois états causaux (Fig. 10). L'état de repos qui correspond à l'équilibre thermodynamique, l'état de roue libre et l'état de charge directe bien connus des électroniciens de puissance. En fait, l'analyse de causalité des graphes de liens permet dans le cas des circuits d'électronique de puissance de retrouver les règles de base de l'électronique de puissance comme par exemple de ne pas court-circuiter une source de tension ou ouvrir une source de courant.

Nous notons que les trois états causaux correspondent à des "chemins de causalité" différents. Or il est bien connu [8] que les chemins causaux sont directement liés aux valeurs propres du jacobien du système. Aussi cette technique de changement des chemins causaux permet d'adapter les valeurs propres du système au comportement réel du système. Ainsi, nous obtenons des vitesses de simulation dix fois supérieures à celles obtenues par le simulateur SABER dans le cas d'un circuit hacheur avec une régulation simple sur environ 300 commutations [C17]. Pourtant SABER est un logiciel commercialisé et fortement optimisé, ce qui n'est pas le cas de PACTE que nous avons développé et que nous présenterons ultérieurement. Notre comparaison porte sur la simulation d'un circuit hacheur (Fig. 12) avec une régulation qui a été publié en Janvier 1993 [13]. La table 5 montre les temps de simulation obtenus avec différents simulateurs sur station de travail SPARC STATION 1. Les sources des fichiers PACTE sont fournies en Annexe 2.a.

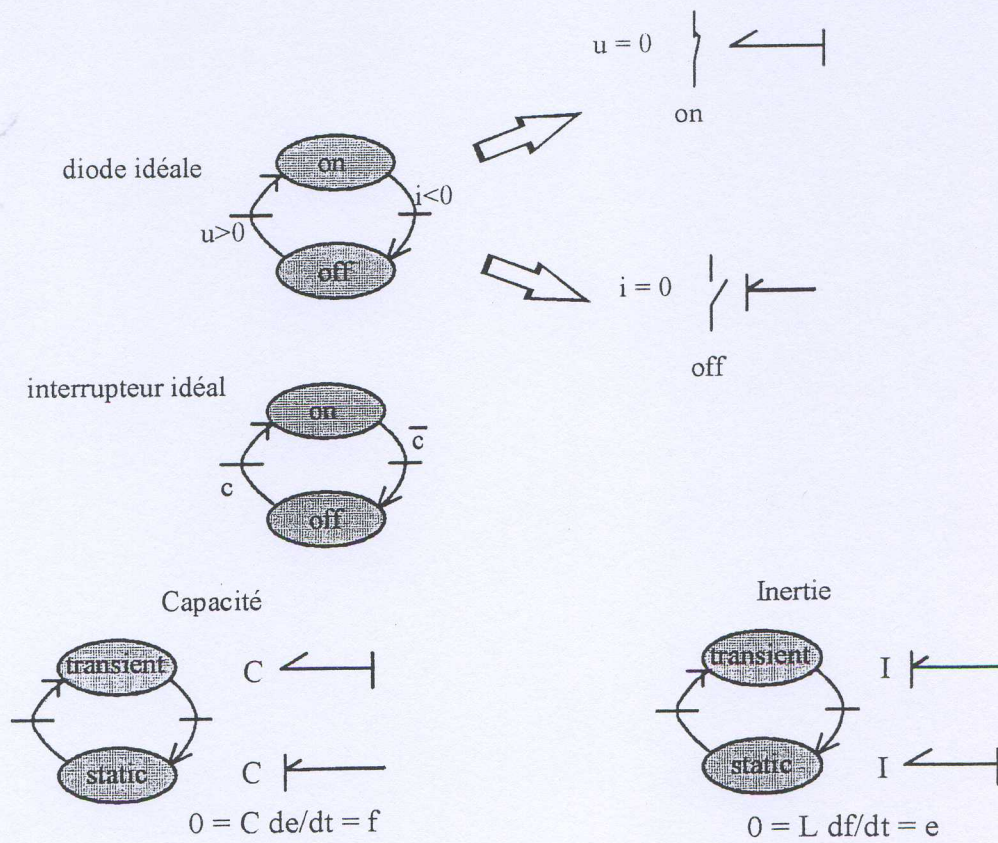


Fig. 8: exemples de réseaux de Petri élémentaires.
Chaque état correspond à une causalité différente

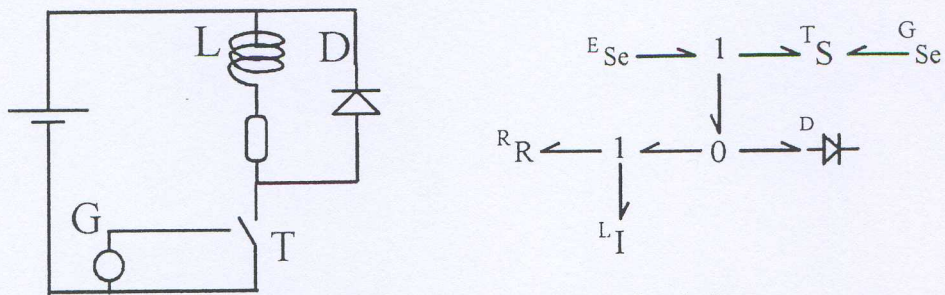


Fig. 9: circuit hacheur et son graphe de liens

L	static	transient	transient	transient
D	off	on	off	on
T	off	off	on	on
macro-état	Repos	Roue-libre	Charge dir.	#4

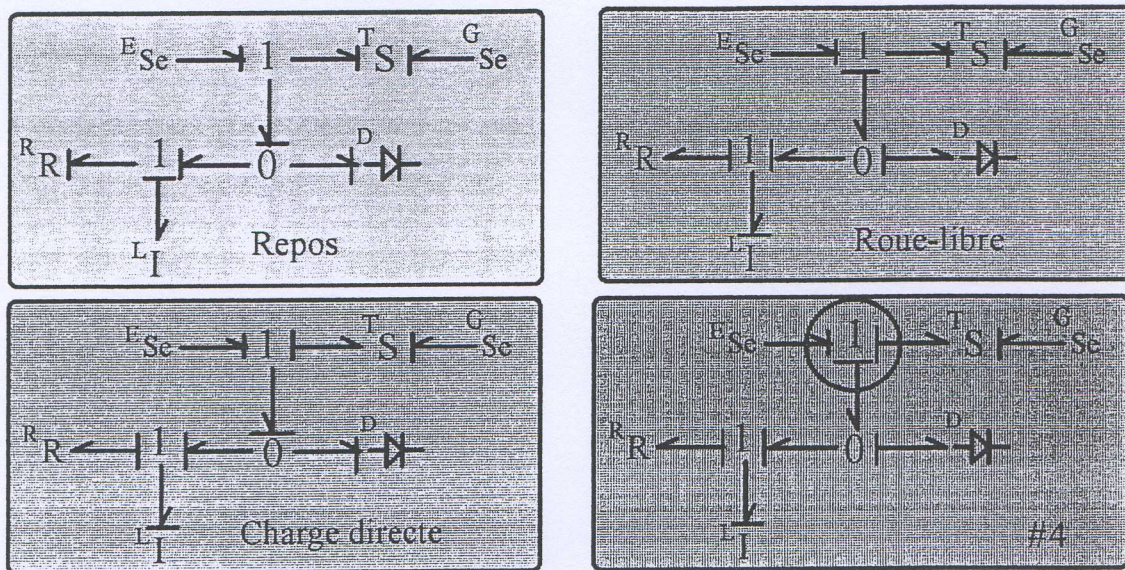


Fig. 10: Analyse combinatoire de la causalité du circuit hacheur avec des interrupteurs idéaux.

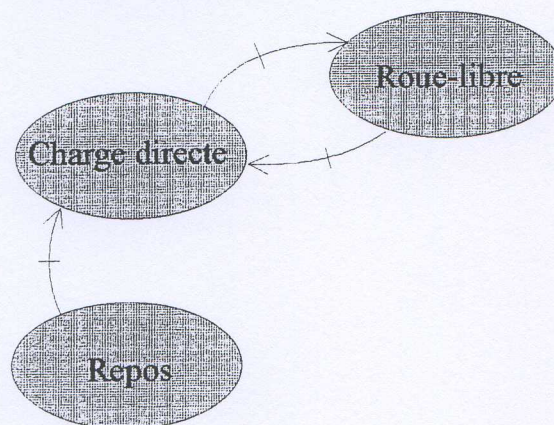


Fig. 11: Réseau de Petri obtenu pour le graphe de liens du circuit hacheur de la Fig. 9.

SPICE	SABER	CAP	PACTE
589s	196s	32s	22s

Table 5: comparaison des temps de simulation du circuit de la Fig. 12

CAP est un logiciel développé par l'université de Washington (Seattle) qui adapte l'algorithme d'intégration aux valeurs propres du jacobien du système. Cette comparaison montre que le changement de causalité est un bon moyen pour adapter la technique d'intégration numérique au changement de comportement du système. C'est un avantage qui pourra devenir décisif.

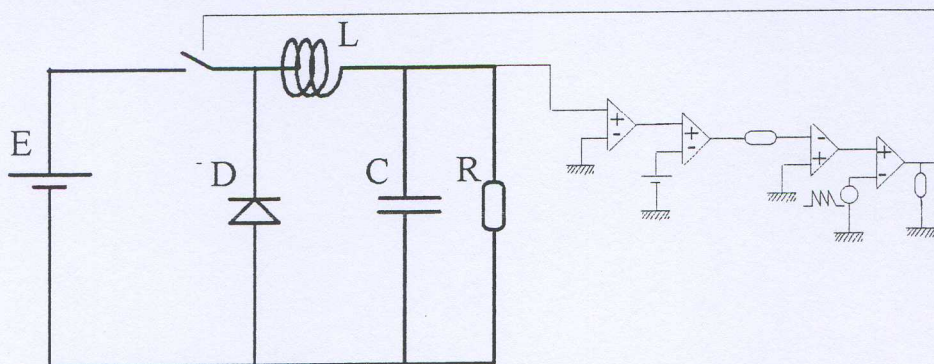


Fig. 12: Schéma du circuit hacheur utilisé pour la comparaison.

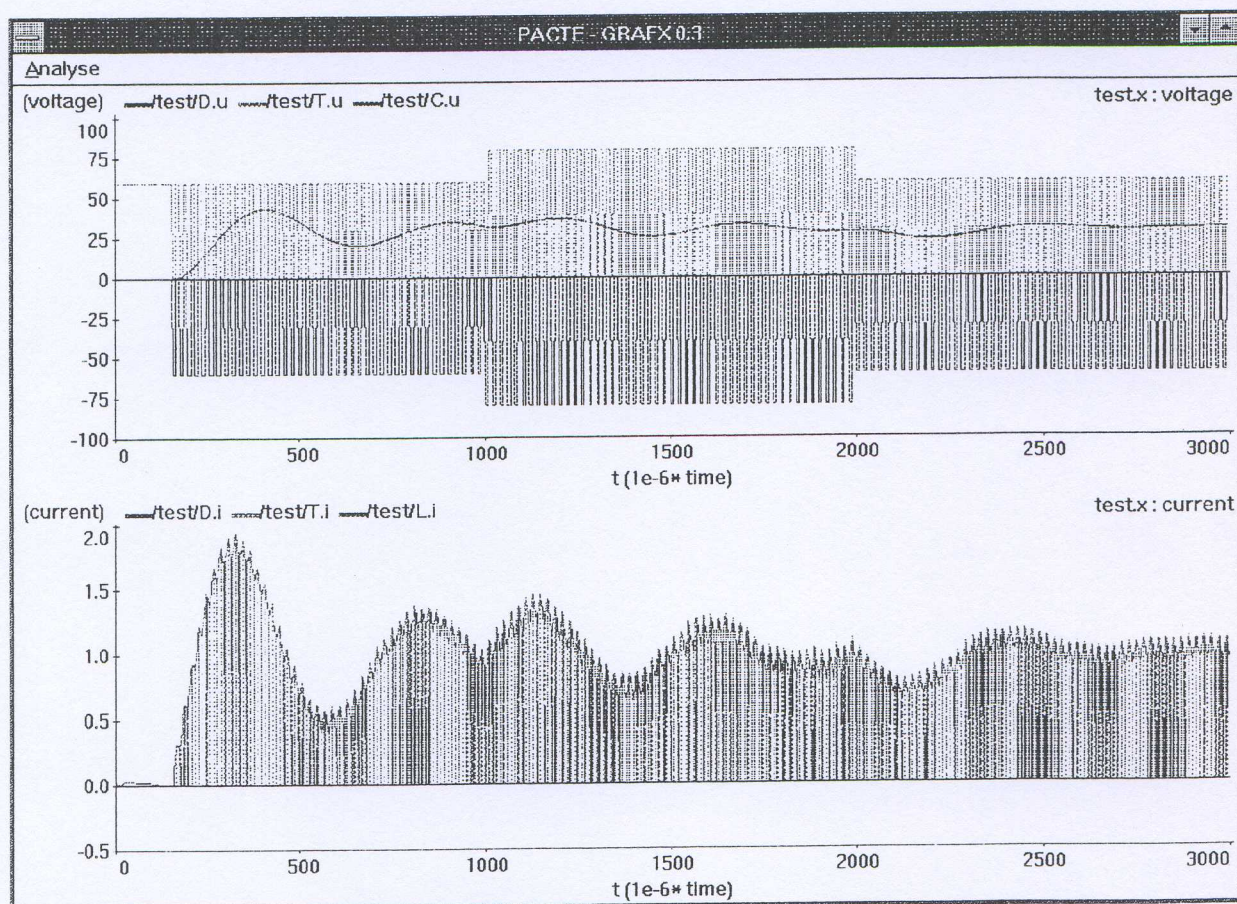


Fig. 13: Simulation du hacheur de la Fig. 12

2.7. Conclusion

Pour simuler un système de puissance nous devons employer une technique d'assemblage des équations. Evidemment, compte tenu du coût élevé de la simulation des systèmes de puissance, tout gain substantiel en temps de simulation est intéressant. Face à la méthode nodale, l'analyse de causalité des graphes de liens fournit une méthode pratique de mise en équation optimale. La contrepartie est que l'utilisateur doit se familiariser avec l'analyse de causalité.

De plus l'analyse de causalité permet de détecter les éléments parasites (de câblage) qui manquent dans une représentation d'un circuit électrique.

Le réseau de Petri est un formalisme qui permet de représenter les changements de modèles en cours de simulation. Pour prendre en compte les changements importants de comportement des systèmes de puissance, le changement dynamique de modèles simplifie la description du système: pour chaque phase ou état, nous écrivons un modèle continu à variables d'état. Et des conditions de transition définissent implicitement l'instant de transition et explicitement la nouvelle phase à simuler. A l'instant de transition, pendant le changement de modèle, il nous suffit d'assurer la continuité des variables d'états. Du point de vue de l'intégration numérique, l'instant de transition est une phase de démarrage. Le changement dynamique de modèle permet aussi d'utiliser un modèle plus fin (et plus complexe) lorsque cela est nécessaire, comme par exemple pendant les phases de commutation et d'utiliser un modèle beaucoup plus simple dans les phases quasi-statiques.

A titre d'exemple, le cas des circuits à interrupteurs parfaits illustre parfaitement le changement de modèle et de causalité, et dans ce cas précis nous obtenons des gains de temps spectaculaires par rapport à des simulateurs comme SABER qui utilisent la méthode nodale.

Un autre avantage de la méthode des graphes de liens réside dans la représentation graphique de l'assemblage qui souvent est plus proche de la description géométrique du système. C'est en particulier le cas dans la modélisation des dispositifs à semiconducteur. C'est aussi un avantage car cette représentation graphique est aussi employée dans de nombreux autres domaines des sciences pour l'ingénieur (mécanique, hydraulique, pneumatique, automatique, ...)

Nous utilisons donc les graphes de liens couplés aux réseaux de Petri pour la représentation des systèmes en général (circuits et systèmes de l'électronique de puissance) mais aussi pour la représentation des composants. Nous allons maintenant aborder la description des modèles des régions semiconductrices élémentaires, qui sont rappelons-le les "briques élémentaires" de notre méthode de représentation des composants à semiconducteur.

3. Modèles de régions semiconductrices élémentaires

3.1. Généralités

Avec l'hypothèse de régionalisation un composant quelconque peut être considéré comme l'assemblage de régions semiconductrices élémentaires. Chacune de ces régions peut être retrouvée une ou plusieurs fois dans chaque composant. L'objectif de ce chapitre est de définir des modèles de régions semiconductrices élémentaires, (ré-)utilisables dans les modèles de composants différents. Comme cet objectif est difficile à atteindre nous avons dû nous limiter parfois à une représentation trop simple. L'affinement des modèles des régions élémentaires ré-utilisables demandera encore quelques efforts.

La réutilisation la plus simple consiste à permuter les types de dopage. Par exemple les jonctions P⁺N et N⁺P doivent avoir des équations constitutives identiques avec des coefficients dépendant du type de dopage. Pour atteindre cet objectif, un moyen simple consiste à utiliser comme variables indépendantes les concentrations en porteurs minoritaires m et en porteurs majoritaires M et d'une façon plus générale de substituer les indices m et M aux indices n et p pour les grandeurs physiques associées.

Nous devons alors définir l'indice de zone χ qui est le signe de la charge des porteurs majoritaires de cette zone. Ainsi:

$$\begin{aligned}\chi &= 1 \text{ pour une zone de type P,} \\ \chi &= -1 \text{ pour une zone de type N.}\end{aligned}$$

En notant Γ le dopage effectif net, $\mathbf{E}$ le champ électrique, Ψ le potentiel électrique, q la charge électrique élémentaire, ε la constante diélectrique de la zone, μ_m et μ_M les mobilités des minoritaires et des majoritaires, J_m et J_M les densités de courant des minoritaires et des majoritaires, $u_T = kT/q$ le potentiel thermique, les équations des semiconducteurs s'écrivent:

$$(2-a) \quad \text{grad } \Psi = -\mathbf{E}$$

$$(2-b) \quad \text{div } \mathbf{E} = \frac{q}{\varepsilon} (\Gamma + \chi(M - m))$$

$$(2-c) \quad \chi q \frac{\partial M}{\partial t} + \text{div } \mathbf{J}_M = -\chi q U$$

$$(2-d) \quad -\chi q \frac{\partial m}{\partial t} + \text{div } \mathbf{J}_m = \chi q U$$

$$(2-e) \quad \mathbf{J}_M = q\mu_M (M \mathbf{E} - \chi u_T \text{grad} M)$$

$$(2-f) \quad \mathbf{J}_m = q\mu_m (m \mathbf{E} + \chi u_T \mathbf{grad} m)$$

Pour simplifier l'étude nous ne prenons en compte que les recombinaisons de type Shockley-Read-Hall. Le taux de génération-recombinaison U s'exprime donc par la relation classique (2-h):

$$(2-h) \quad U = \frac{M m - n_i^2}{\tau_M (M + M_1) + \tau_p (m + m_1)}$$

Comme dans toutes méthodes de modélisation nous devons dans un modèle élémentaire représenter le reste du système par des variables externes. Dans le cas particulier des graphes de liens les transferts d'énergie doivent être privilégiés. Les variables externes doivent être soit les variables flux soit les variables efforts des transferts d'énergie.

A l'intérieur d'un semiconducteur, l'énergie qui traverse une surface est principalement due au transfert de chaleur et à l'énergie transportée par le mouvement des porteurs de charge. Chaque porteur de charge a une énergie potentielle (due au potentiel électrostatique) et une énergie cinétique. Le transport de l'énergie potentielle électrostatique est évidemment la puissance électrique qui est le produit du courant par le potentiel électrique. Le transport de l'énergie cinétique des porteurs de charge se décompose en plusieurs termes. Le plus important est le transport de l'énergie interne que l'on peut appeler, transfert par convection. L'expression de la puissance de ce transfert d'énergie par convection va dépendre du modèle (hydrodynamique) utilisé pour représenter les gaz de porteurs de charge. En fait d'un point de vue pratique nous avons besoin de la concentration de porteurs et de la vitesse (moyenne) des porteurs (ou du courant correspondant à ces porteurs) pour mettre en équation les régions semiconductrices élémentaires. Comme nous n'utilisons pas de capacité pour représenter le stockage d'énergie interne par les gaz de porteurs, la décomposition et la définition des variables flux et effort correspondant au transport de l'énergie interne par les porteurs de charge est purement formelle. Nous avons donc choisi la décomposition présentée dans la table 5.

type de transfert d'énergie	variable flux	variable effort	puissance
électrique	courant: i	potentiel électrique: v	$p = i \cdot v$
convection des électrons	$f_n = v_n \cdot A$	densité d'énergie Interne: $U_n = 1.5 n kT$	$p = f_n \cdot U_n = 1.5 u_T \cdot i_n$
convection des trous	$f_p = v_p \cdot A$	densité d'énergie Interne: $U_p = 1.5 p kT$	$p = f_p \cdot U_p = 1.5 u_T \cdot i_p$

Table 4: Principaux transferts d'énergie à travers une surface dans un semiconducteur. v_n et v_p sont les vitesses des électrons et des trous, n et p les concentrations en électrons et en trous, i_n et i_p sont les courants d'électrons et de trous à travers la surface, T est la température du réseau cristallin, A est la surface considérée et k est la constante de Boltzmann.

¹cette relation suppose que le gaz de porteurs est un gaz parfait à la température T du réseau

Pour modéliser une région semiconductrice il faut définir de façon précise les limites de cette région. Pour certaines frontières de la région nous pouvons considérer que le transfert d'énergie est négligeable (en trait pointillé sur la figure 11) D'autres frontières correspondent à des surfaces d'effort constant (frontières Σ_1 et Σ_2 sur la figure 11). Cela est notamment le cas pour les structures où le transport est unidimensionnel.

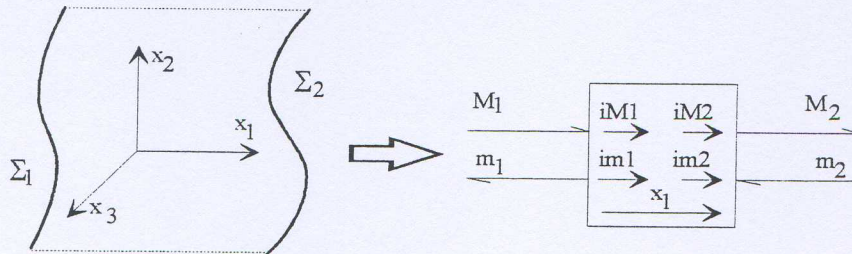


Fig. 14: représentation schématique des transferts d'énergie par convection dans une région semiconductrice.

Nous devons alors écrire des relations entre les variables de port (U_M, f_M, U_m, f_m) et les courants de majoritaires et de minoritaires dans la région semiconductrice considérée, en fonction du repère local. Notons que nous représentons les transferts d'énergie des minoritaires et des majoritaires, et non ceux des électrons et des trous, afin de faciliter la réutilisation du modèle.

Nous devons donc tenir compte de la convention de transfert d'énergie de chaque port par rapport à l'orientation locale du modèle (l'axe x_1):

$$\begin{aligned} \kappa &= 1 && \text{pour un récepteur,} \\ \kappa &= -1 && \text{pour un générateur.} \end{aligned}$$

Finalement pour un port de convention κ d'une région semiconductrice de type χ nous avons:

$$(3-M) \quad 1.5 i_M u_T = \kappa \chi U_M f_M$$

$$(3-m) \quad 1.5 i_m u_T = - \kappa \chi U_m f_m$$

Enfin nous avons systématiquement introduit un port géométrique pour définir les limites de chaque région semiconductrice. Toutefois celui-ci ne traduit pas un transfert d'énergie. Il s'agit donc d'un simple signal (transfert d'information).

3.2. Les zones neutres

Toutes les zones neutres sont caractérisées par une relation de quasi-neutralité déduite de (2.b) de la condition de non divergence du champ électrique:

$$(4) \quad \sigma = q (\Gamma + \chi(M-m))$$

la condition de neutralité peut s'écrire:

$$(5) \quad |\sigma| \ll q \max(M, m, \chi \Gamma)$$

et la neutralité s'écrit:

$$(6) \quad M = m + \chi \Gamma$$

Notons que m , M et $\chi\Gamma$ sont toujours positifs. Deux cas se présentent: ou bien les majoritaires sont effectivement majoritaires, alors:

$$(7) \quad M \gg m$$

sinon m et M sont du même ordre de grandeur et nous sommes dans des conditions proches de la forte injection.

3.2.1. zones neutres en faible injection

Nous considérons donc ici le cas où la condition (7) est remplie. Alors, nous avons:

$$(8) \quad M = \chi\Gamma > 0$$

La condition de neutralité étant respectée, l'équation de Poisson (2.b) est dégénérée, c'est à dire qu'elle ne permet pas de calculer la valeur du champ électrique. Celle-ci sera obtenue à partir de l'équation de transport des majoritaires. Considérons la densité de courant de diffusion des majoritaires:

$$(9) \quad \mathbf{J}_{MD} = -\chi q \mu_M u_T \mathbf{grad} M$$

soit, compte tenu de (8) et de $\chi^2 = 1$,

$$(10) \quad \mathbf{J}_{MD} = -q \mu_M u_T \mathbf{grad} \Gamma$$

Le courant de diffusion des majoritaires dans une zone neutre en faible injection va nous servir à distinguer deux types de zone: les zone neutre à dopage non uniforme et les zones neutres en conduction ohmique.

3.2.1.1. zone neutre à dopage non uniforme

Dès que le dopage n'est pas uniforme, la densité de courant $\mathbf{J}_{MD}$ est loin d'être négligeable. Par exemple dans le cas d'un dopage à variation exponentielle, $\Gamma(x) = N \exp(-\frac{x}{x_D})$, pour

$N = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, et $x_D \approx 0.3 \mu\text{m}$ nous obtenons $J_{MD} \approx 825 \text{ A} / \text{cm}^2$.

En fait si le dopage n'est pas uniforme, l'hypothèse,

$$(11) \quad |\mathbf{J}_M| \ll |\mathbf{J}_{MD}|$$

est souvent vérifiée. Cela implique avec (2.e) que:

$$(12) \quad M \mathbf{E} = \chi u_T \mathbf{grad} M$$

soit, compte tenu de (8),

$$(13) \quad \mathbf{E} = \chi u_T \mathbf{grad} \ln(M) = \chi u_T \mathbf{grad} \ln(|\Gamma|)$$

De plus en intégrant le champ électrique avec l'équation (2.a), nous obtenons $M = M_0 \exp\left(-\frac{\chi\Psi}{u_T}\right)$, où M_0 est la constante d'intégration. Cela veut dire que les profils de champ et de potentiel sont complètement indépendants du courant des majoritaires $\mathbf{J}_M$, tant

que la condition (11) est satisfaite. Les profils sont donc ceux de l'équilibre thermodynamique ($J_M=0$), c'est à dire $M_0=n_i$.

L'équation de conservation du nombre de majoritaires ne peut donc pas apporter d'information supplémentaire.

Cependant, le transport des minoritaires n'a pas encore été étudié. Souvent les effets transitoires peuvent être négligés, puisqu'ils ont peu de conséquences à l'extérieur de cette zone. En revanche il est utile de considérer au moins, le transport des minoritaires comme stationnaire. Cela permet de fournir dans les conditions stationnaires, les bonnes valeurs des courants de recombinaison. Pour bien prendre en compte l'avancée du plasma dans les zones latérales (zones neutres à dopage non uniforme) nous avons choisi un profil de dopage gaussien $\Gamma(x) = N \exp(-\frac{(x-x_0)^2}{2a^2})$. Et dans ce cas l'équation (13) fournit un champ électrique dépendant de la position. Nous avons donc choisi de négliger le courant de conduction des minoritaires, qui permet d'obtenir une solution analytique simple à l'équation de diffusion des minoritaires.

$$(14) \quad J_m = \chi q \mu_m u_T \text{ grad } m$$

et en définissant la longueur de diffusion des minoritaires dans cette zone:

$$(15) \quad L_{Dm} = \sqrt{\mu_m u_T \tau_m}$$

il vient de (2.e) l'équation différentielle classique,

$$(16) \quad \frac{\partial^2 m}{\partial x^2} - \frac{m - m_0}{L_{Dm}^2} = 0$$

où $m_0 = n_i^2/(\chi \Gamma)$ est la concentration de minoritaires à l'équilibre. En ne considérant qu'une seule source d'injection, et en supposant la région suffisamment grande devant la longueur de diffusion des minoritaires, la solution s'écrit:

$$(17) \quad m - m_0 = (m_s - m_0) \exp\left(-\frac{x}{L_{Dm}}\right)$$

En fait, ces hypothèses sont souvent grossières, mais ce type de région n'intervient pas au premier ordre dans le comportement dynamique des dispositifs. Cependant comme c'est une région de ce type qui définit les conditions aux limites de la région de plasma, nous avons besoin d'un modèle, même grossier, qui fournit la concentration m à la limite de la région en faible injection. En reportant (17) dans (14), il vient,

$$(18) \quad J_m = \chi q \mu_m u_T \left(\frac{m_s - m_0}{L_{Dm}} \right)$$

Enfin en tenant compte de (3-m) nous obtenons la relation de causalité d'une région neutre, non homogène:

$$(19) \quad \kappa f_m U_m = \chi f_{m0} (U_m - U_{m0})$$

où le flux de référence est défini par:

$$(20) \quad f_{m0} = q\mu_m u_T A$$

Les équations (19) et (20) permettent de définir le modèle DeN de région neutre correspondant à un profil de dopage non uniforme. La Fig. 15 montre le symbole de ce modèle. En fait un tel modèle n'a qu'un seul état et son réseau de Pétri n'a qu'une seule place.

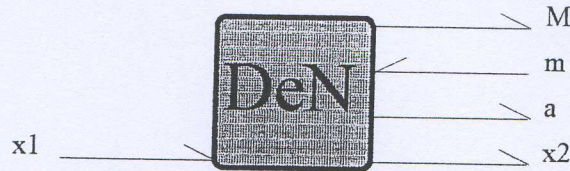


Fig. 15 symbole du modèle de région Neutre

La description du modèle DeN, qui utilise le langage de description de modèle de PACTE est fournie en Annexe 2.b.

3.2.1.2. zone neutre à dopage uniforme

Lorsque le dopage est uniforme, il n'existe plus de courant de diffusion des majoritaires dû au gradient de dopage. Le mécanisme de transport prépondérant est alors la conduction des majoritaires: il s'agit d'une région ohmique. La densité de courant des majoritaires est donc:

$$(21) \quad J_M = q\mu_M M E$$

Nous pouvons maintenant définir le modèle de région neutre en conduction ohmique Ω . La Fig. 16 montre le symbole et les conventions de ce modèle. Il est évident que ce modèle n'a qu'un état.

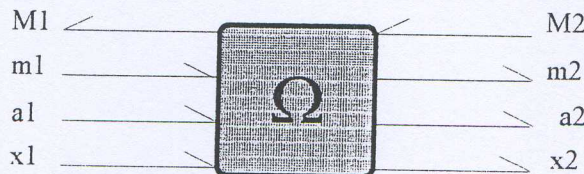


Fig. 16 symbole et conventions du modèle de région ohmique.

La description du modèle de la région ohmique tel qu'il est implanté dans PACTE est fourni à l'annexe 2.b.

3.2.2. zone neutre en forte injection

Si dans une zone neutre la condition (7) n'est pas remplie, en fait très souvent la condition de forte injection l'est:

$$(22) \quad m \gg |\Gamma|$$

Alors la condition de neutralité implique:

$$(23) \quad m = M$$

Cela a pour conséquence une dégénérescence des équations des semiconducteurs: en remplaçant M par m dans (2.e) et (2.f) nous obtenons:

$$(24) \quad \mathbf{J} = q(\mu_m + \mu_M) [m\mathbf{E} - \gamma u_T \mathbf{grad} m] \quad \text{où,}$$

$$(25) \quad \gamma = \frac{\mu_n - \mu_p}{\mu_n + \mu_p} = \chi \frac{\mu_m - \mu_M}{\mu_m + \mu_M}$$

Nous notons que cette équation est indépendante de l'indice de zone χ ! Cette relation permet d'éliminer le champ électrique $\mathbf{E}$ dans (2.e) et (2.f), ce qui donne fort classiquement:

$$(26) \quad \mathbf{J}_M = C_M \mathbf{J} - q\chi D \mathbf{grad} m$$

$$(27) \quad \mathbf{J}_m = C_m \mathbf{J} + q\chi D \mathbf{grad} m$$

où nous avons défini:

$$(28) \quad C_M = \frac{\mu_M}{\mu_M + \mu_m} \quad \text{et,} \quad C_m = \frac{\mu_m}{\mu_M + \mu_m}$$

Et le coefficient de diffusion ambipolaire D , est défini par:

$$(29) \quad D = 2 \frac{\mu_n \mu_p}{\mu_n + \mu_p} u_T = 2 \frac{\mu_m \mu_M}{\mu_m + \mu_M} u_T$$

La condition de neutralité implique que $\frac{\partial}{\partial t}(m + M) = 0$, ce qui avec (2-c) et (2-d) permet d'écrire la conservation totale de la charge par: $\text{div}(\mathbf{J}_m + \mathbf{J}_M) = \text{div} \mathbf{J} = 0$. Alors en supposant classiquement μ_n et μ_p constantes (2.c) et (2.d) aboutissent à la même équation de diffusion ambipolaire:

$$(30) \quad \frac{\partial m}{\partial t} = D \text{div} \mathbf{grad} m - \frac{m}{\tau}$$

où la durée de vie ambipolaire τ est définie d'après la formule générale (2.h) quand m et M sont très supérieurs à la concentration de dopage $\chi\Gamma$:

$$(31) \quad \tau = \tau_m^0 + \tau_M^0$$

3.2.2.1. conditions aux limites et causalité

La première remarque que nous devons faire est que les frontières de la région de plasma sont complètement mobiles. Aussi pour simplifier la description nous allons désormais supposer un comportement unidimensionnel. Alors nous pouvons nommer $a(t)$ et $b(t)$ les deux limites de la zone de plasma (Fig. 14).

Dans tous les cas les conditions de contact (fin de la région en forte injection), s'écrivent:

$$(32) \quad m(t, a) = |\Gamma(a)| \quad \text{et,} \quad m(t, b) = |\Gamma(b)|$$

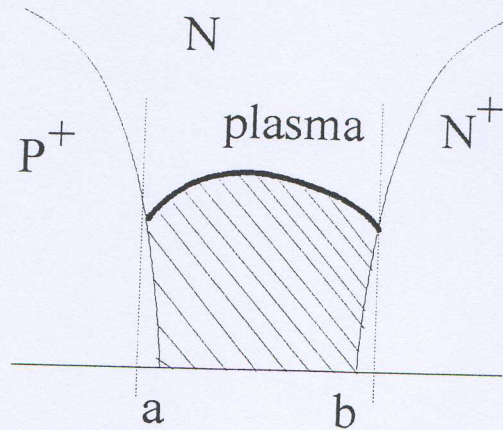


Fig. 17: Un exemple de zone de plasma 1D dans une structure P^+NN^+

Nous considérons toujours, par convention que la jonction métallurgique (P^+N dans le cas de la Fig. 17) est du côté a. Comme nous utilisons un profil de dopage gaussien avec des gradients de dopage assez faibles, le champ électrique induit par la structure NN^+ (ou PP^+) est faible. Aussi supposons nous toujours la neutralité électrique du côté b. Nous avons vu au chapitre 1, que la région de plasma était le siège d'un changement de causalité du côté a, en fonction de la présence ou non de la zone de charge d'espace. Pour résoudre ce problème et profiter du changement de causalité nous avons choisi de définir deux états pour le modèle de la région de plasma. L'état de saturation correspond au comportement de la région de plasma lorsque la zone de charge d'espace (du côté a) est "écrasée" par la pression du plasma. L'état de recouvrement correspond lui au cas où la zone de charge d'espace est désertée. Dans l'état de saturation, l'équilibre entre la valeur du dopage et la valeur de la concentration en limite de la zone en forte injection fixe la valeur de a (32). Et le courant de minoritaires à la limite (du côté a) de la zone de plasma est la conséquence des recombinaisons dans la couche latérale. Cela se traduit par la condition aux limites (33-a) où la valeur du courant $i_m(t,a)$ est imposé par le modèle de la couche latérale (DeN). En revanche, dans l'état de recouvrement, la zone de charge d'espace impose par son extension la valeur de a. Puisque la valeur de a est connue, il y a une équation redondante. En fait, le mécanisme de diffusion, dans la zone de plasma, impose le courant des minoritaires à la limite gauche. Aussi l'équation (33-a) est l'équation redondante. Nous l'utilisons donc sous la forme (33-b), non pas comme une condition à satisfaire (système d'équations simultanées), mais comme une relation qui permet de déduire la valeur du courant $i_m(a,t)$ à partir de la connaissance de l'état du système défini par $m(t,x)$. L'équation (33-b) est donc une relation de causalité.

$$(33-a) \quad q\chi DA \frac{\partial m}{\partial x}(t,a) = i_m(t,a) - C_m i(t)$$

$$(33-b) \quad i_m(t,a) = C_m i(t) - q\chi DA \frac{\partial m}{\partial x}(t,a)$$

et du côté b, nous choisissons de même la condition sur le courant de minoritaires:

$$(33-c) \quad q\chi DA \frac{\partial m}{\partial x}(t,b) = i_m(t,b) - C_m i(t)$$

3.2.2.2. Approximation Interne de l'équation de diffusion ambipolaire

La première étape pour construire une approximation variationnelle est de définir l'équation variationnelle. Celle-ci correspond à l'équation différentielle (30) associée aux conditions aux limites (32) et (33). De façon pratique cela correspond à multiplier (30) par une fonction test $s(t,x)$ définie pour $a(t) < x < b(t)$, et à intégrer le tout de $a(t)$ à $b(t)$. Il convient alors d'imposer les conditions aux limites en utilisant la formule de Green. Finalement nous obtenons:

$$(34) \quad \int_a^b \frac{\partial m}{\partial t} s dx + D \int_a^b \frac{\partial m}{\partial x} \frac{\partial s}{\partial x} dx + \frac{1}{\tau} \int_a^b m s dx = \frac{i_m(b)s(b) - i_m(a)s(a) + C_m i(s(a) - s(b))}{q\chi A}$$

La solution $m(t,x)$ doit vérifier l'équation variationnelle (34) quelle que soit la fonction test $s(t,x)$ appartenant à un espace de fonctions tests S (Espace de Sobolev). L'**Approximation Interne** consiste à restreindre l'espace de fonctions tests à un espace $S_p \subset S$ de dimension finie p . Cela explique le nom de la méthode! L'approximation de la solution $\tilde{m}$ est donc aussi choisie dans l'espace de décomposition, un espace fonctionnel M_p de même dimension finie p . L'interprétation géométrique de la méthode d'Approximation interne est que l'approximation $\tilde{m}$ est la projection de la solution m sur l'espace M_p dans la direction duale de S_p (Fig. 15).

L'Approximation Interne est à la base des méthodes d'éléments finis, mais contrairement à ces méthodes nous ne construisons pas les fonctions de décomposition et de test par discrétisation de l'espace $[a,b]$. Nous préférons utiliser des fonctions qui prennent des valeurs non nulles sur tout le domaine $[a,b]$. Notre choix s'est porté sur l'utilisation d'une décomposition spectrale. En quelques sortes, nous utilisons une décomposition en modes propres comme pour la Dynamique des Structures. Malheureusement, dans notre cas la situation est bien plus difficile car - d'une part le spectre est continu et nous ne savons pas très bien quelles valeurs propres choisir, - et d'autre part les frontières du problème aux limites (34) sont tantôt libres tantôt mobiles.

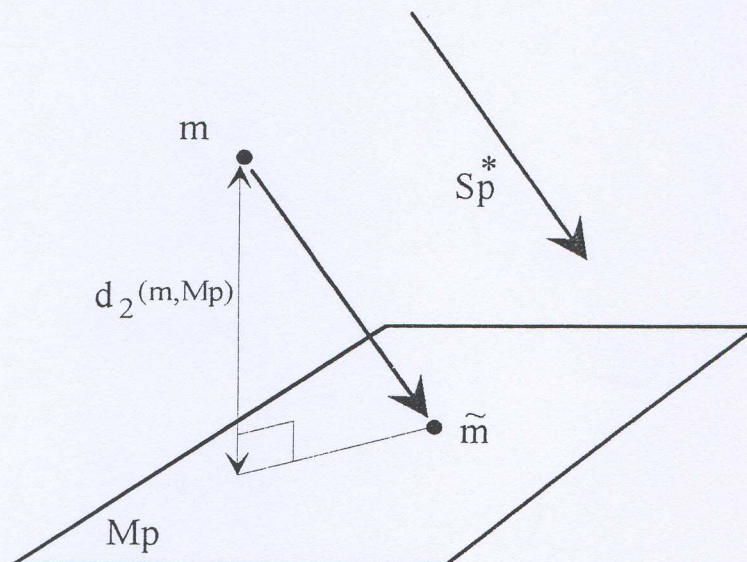


Fig. 18: Représentation géométrique de l'Approximation Interne. M_p est l'espace dans lequel nous recherchons l'approximation $\tilde{m}$ de la solution m du problème. Sp^* représente la direction de projection définie par l'espace des fonctions test Sp . $d_2(m, M_p)$ est la distance entre le point m et l'espace M_p . C'est plus concrètement l'erreur (moindre carré continu) entre l'approximation et la solution.

Nous avons déjà utilisé cette technique d'Approximation Interne dans notre second modèle (PIN4) de diode de puissance [R5]. Mais dans ce modèle nous avons supposé que les frontières de la zone de plasma étaient fixes. Dans la thèse de B. Allard [12], nous avons obtenu une formulation qui prenait en compte le mouvement des frontières mobiles par un changement de variables dans la formulation variationnelle. Malheureusement cette technique ne permettait pas de s'étendre aux cas multidimensionnels. Notre dernier modèle de diode, celui présenté à EPE'93, utilise la formule suivante de dérivation sous le signe somme:

$$(35) \quad \frac{d}{dt} \int_{a(t)}^{b(t)} f(t, x) dx = \int_{a(t)}^{b(t)} \frac{\partial f}{\partial t}(t, x) dx + \frac{db}{dt} f(t, b) - \frac{da}{dt} f(t, a)$$

De façon générale, nous recherchons l'approximation de la concentration de minoritaires comme une combinaison linéaire de fonctions de base:

$$(36) \quad \tilde{m}(t, x) = N_0 \sum_{k=1}^{k=p} \xi_k(t) \omega_k \left(\frac{x - a(t)}{b(t) - a(t)} \right)$$

Et les fonctions test sont définies par:

$$(37) \quad s_1(t, x) = \sigma_1 \left(\frac{x - a(t)}{b(t) - a(t)} \right)$$

Dans ces définitions, $\omega_k(r)$, et $\sigma_1(r)$ pour $0 < r < 1$, sont les fonctions de décomposition et de test de la méthode d'Approximation Interne, et N_0 est une concentration qui sert de valeur de normalisation. Cette méthode est relativement bien détaillée dans [R5].

L'intérêt considérable de cette méthode est que l'on peut estimer l'erreur commise avec le théorème de Riesz:

$$(38) \quad \|\tilde{m} - m\| \leq K d_2(m, V_p)$$

où $d_2(f, V)$ est la distance L_2 d'une fonction f à un espace fonctionnel V , et K est une constante indépendante de l'espace V_p (Fig. 17). Aussi pour obtenir une bonne approximation, il suffit que l'espace de décomposition V_p représente suffisamment bien la solution du problème. Or nous connaissons une très bonne approximation de la solution du problème avec les simulateurs comme PISCES ou GIGA. Nous recherchons les fonctions de décomposition comme des fonctions propres de l'opérateur de diffusion, qui est défini par:

$$(39) \quad y \rightarrow y'' - y/\tau$$

En particulier nous choisissons parmi les fonctions de décomposition deux fonctions indépendantes correspondant à l'état statique ($\lambda=0$). Cela a l'avantage de fournir un modèle qui vérifie de façon exacte la solution stationnaire. Pour obtenir une précision suffisante nous pensons qu'il faut au moins 2 fonctions propres non stationnaires pour bien représenter le comportement dynamique de la zone en forte injection, c'est à dire que $d_2(m, M_4)$ est suffisamment petit. En définissant la longueur de diffusion ambipolaire D ,

$$(40) \quad L_D = \sqrt{D\tau}$$

Nous normalisons alors les autres longueurs par L_D , ainsi nous définissons:

$$(41) \quad \alpha = \frac{a}{L_D}, \quad \beta = \frac{b}{L_D}, \quad \eta = \beta - \alpha$$

Et nous normalisons les concentrations par N_0 :

$$(42) \quad \rho_a = \frac{|\Gamma(a)|}{N_0}, \quad \rho_b = \frac{|\Gamma(b)|}{N_0}$$

Et nous définissons la référence de quantité de charge par:

$$(43) \quad Q_{D0} = q\chi AN_0 L_D$$

Pour simplifier les expressions des matrices nous posons:

$$(44) \quad \kappa = \exp(-\eta) \quad \text{et,} \quad s_k = \eta^2 + (k\pi)^2$$

nous pouvons définir la table 6 des fonctions propres que nous avons utilisées dans notre modèle de la région de plasma. C'est un modèle à quatre variables d'état. Celui-ci est probablement le modèle le plus simple que l'on puisse construire sur ce principe. Il fournit toutefois des résultats très satisfaisants, mais il est tout à fait possible d'augmenter la qualité de la représentation de l'équation de diffusion ambipolaire en augmentant le nombre de variables d'état, c'est à dire la dimension des espaces de décomposition et de test. Notons en particulier que si la couche faiblement dopée est trop longue par rapport à la longueur de diffusion notre approximation risque d'être mauvaise.

fonctions propres	valeurs propres
$\omega_1(r) = \exp(-\eta r)$	$\lambda = 0$
$\omega_2(r) = \exp(-\eta(1-r))$	$\lambda = 0$
$\omega_3(r) = \sin(\pi r)$	$\lambda = -s_1$
$\omega_4(r) = \sin(2\pi r)$	$\lambda = -s_2$
$\sigma_1(r) = 1$	$\lambda = -s_0$
$\sigma_2(r) = \cos(\pi r)$	$\lambda = -s_1$
$\sigma_3(r) = \cos(2\pi r)$	$\lambda = -s_2$
$\sigma_3(r) = \cos(3\pi r)$	$\lambda = -s_3$

Table 6: fonctions propres utilisées pour la décomposition et la projection

Si k et l désignent respectivement les indices des fonctions de test et de décomposition, nous définissons,

$$(45) \quad m_{kl} = \int_0^1 \omega_l(r) \sigma_k(r) dr, \quad \text{la matrice de masse,}$$

$$(46) \quad r_{kl} = \int_0^1 \omega_l'(r) \sigma_k'(r) dr \quad , \text{ la matrice de rigidité,}$$

$$(47) \quad \Gamma_{kl}^a = \int_0^1 (1-r) \omega_l(r) \sigma_k'(r) dr \quad , \text{ la matrice de couplage du bord a,}$$

$$(48) \quad \Gamma_{kl}^b = \int_0^1 r \omega_l(r) \sigma_k'(r) dr \quad , \text{ la matrice de couplage du bord b,}$$

$$(49) \quad f_k = \left[\frac{i_m^b - C_m i}{Q_{D0}} + \beta \rho_b \right] \sigma_k(1) - \left[\frac{i_m^a - C_m i}{Q_{D0}} + \alpha \rho_a \right] \sigma_k(0) \quad \text{le vecteur de source}$$

$$(50) \quad x_k = \eta \sum_1 m_{kl} \xi_l \quad , \text{ soit } \mathbf{x} = \eta \mathbf{m} \boldsymbol{\xi}, \text{ le vecteur d'état.}$$

Et en définissant la matrice de structure $\mathbf{D}$ à partir des matrices $\mathbf{r}$ et $\mathbf{m}$ par,

$$(51) \quad \eta \mathbf{D} \cdot \mathbf{m} = \frac{1}{\eta} \mathbf{r} + \eta \mathbf{m}$$

l'équation d'état de cette région s'écrit:

$$(52-a) \quad \frac{d\mathbf{x}}{dt} = -\frac{1}{\tau} \mathbf{D} \cdot \mathbf{x} + \mathbf{f} - [\dot{\alpha} \Gamma^a + \dot{\beta} \Gamma^b] \cdot \boldsymbol{\xi}$$

$$(52-b) \quad \rho_a = \sum_{k=1}^4 \xi_k \omega_k(0) = \xi_1 + \kappa \xi_2 \quad \text{et} \quad \rho_b = \sum_{k=1}^4 \xi_k \omega_k(1) = \kappa \xi_1 + \xi_2$$

La matrice $\mathbf{m}$ joue le rôle de la matrice de masse en mécanique. Elle est toujours inversible. D'un point de vue géométrique, c'est la matrice de passage entre la base des fonctions de décomposition et la base des fonctions de test. Le vecteur $\mathbf{x}$ représente donc les coordonnées de la solution dans la base des fonctions test. Comme la première fonction test est la fonction unité, nous avons imposé le respect exact de la conservation de charge des minoritaires dans la région de plasma. Aussi n'est-il pas surprenant de vérifier que la première équation du système (52) correspond au bilan du nombre des minoritaires. Par exemple lorsque les effets de frontières mobiles sont négligables, elle s'écrit:

$$(54) \quad \frac{dQ_1}{dt} = -\frac{Q_1}{\tau} + i_m^a - i_m^b \quad \text{où,}$$

$$(55) \quad Q_1 = q \chi A N_0 L_D x_1 \quad \text{est la charge des minoritaires dans la zone de plasma.}$$

Par ailleurs, puisque les fonctions ω_k et σ_1 sont des fonctions propres d'un même opérateur il est naturel de trouver une relation simple entre les matrices $\mathbf{r}$ et $\mathbf{m}$. Plus précisément nous pouvons vérifier que la matrice $\mathbf{D}$ est diagonale:

$$(56) \quad \mathbf{D} = \frac{1}{s_0} \begin{bmatrix} s_0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & s_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & s_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s_3 \end{bmatrix}$$

Après calculs, nous obtenons:

$$(57) \quad \mathbf{m} = \frac{1}{\eta} \begin{bmatrix} \frac{(1-\kappa)s_0}{s_0} & \frac{(1-\kappa)s_0}{s_0} & \frac{2\eta}{\pi} & 0 \\ \frac{(1+\kappa)s_0}{s_1} & -\frac{(1+\kappa)s_0}{s_1} & 0 & \frac{4\eta}{3\pi} \\ \frac{s_2}{(1-\kappa)s_0} & \frac{s_2}{(1-\kappa)s_0} & -\frac{2\eta}{3\pi} & 0 \\ \frac{s_2}{(1+\kappa)s_0} & -\frac{s_2}{(1+\kappa)s_0} & 0 & -\frac{4\eta}{5\pi} \end{bmatrix}$$

De même, en posant:

$$(58) \quad g_1 = \frac{s_2}{8s_1(1-\kappa)}, \quad g_2 = \frac{s_1s_3}{16s_0s_2(1+\kappa)}, \quad g_3 = \frac{3\pi\eta}{8s_1}, \quad g_4 = \frac{15\pi}{32\eta s_2}$$

$$(59) \quad \mathbf{m}^{-1} = \eta \begin{bmatrix} g_1 & 3g_2 & 3g_1 & 5g_2 \\ g_1 & -3g_2 & 3g_1 & -5g_2 \\ g_3 & 0 & -\frac{s_2}{s_0}g_3 & 0 \\ 0 & s_1g_4 & 0 & -s_3g_4 \end{bmatrix}$$

$$(60) \quad \Gamma^a = - \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\pi^2(s_1 - 2\eta(1+\kappa))}{s_1^2} & \frac{\pi^2(\kappa s_1 + 2\eta(1+\kappa))}{s_1^2} & \frac{\pi}{4} & \frac{8}{9\pi} \\ \frac{4\pi^2(s_2 - 2\eta(1-\kappa))}{s_2^2} & \frac{4\pi^2(\kappa s_2 - 2\eta(1-\kappa))}{s_2^2} & \frac{16}{9\pi} & \frac{\pi}{2} \\ \frac{9\pi^2(s_3 - 2\eta(1+\kappa))}{s_3^2} & \frac{9\pi^2(\kappa s_3 + 2\eta(1+\kappa))}{s_3^2} & 0 & \frac{72}{25\pi} \end{bmatrix}$$

$$(61) \quad \Gamma^b = - \begin{bmatrix} \frac{0}{\pi^2(\kappa s_1 + 2\eta(1+\kappa))} & \frac{0}{\pi^2(s_1 - 2\eta(1+\kappa))} & 0 & 0 \\ \frac{s_1^2}{4\pi^2(-\kappa s_2 + 2\eta(1-\kappa))} & \frac{s_1^2}{4\pi^2(-s_2 + 2\eta(1-\kappa))} & \frac{\pi}{4} & -\frac{8}{9\pi} \\ \frac{s_2^2}{9\pi^2(\kappa s_3 + 2\eta(1+\kappa))} & \frac{s_2^2}{9\pi^2(s_3 - 2\eta(1+\kappa))} & -\frac{16}{9\pi} & \frac{\pi}{2} \\ \frac{s_3^2}{0} & \frac{s_3^2}{-\frac{72}{25\pi}} & 0 & \end{bmatrix}$$

$$(62) \quad f = \frac{1}{Q_{D0}} \begin{bmatrix} i_m^b - i_m^a \\ 2C_m i - i_m^b - i_m^a \\ i_m^b - i_m^a \\ 2C_m i - i_m^b - i_m^a \end{bmatrix} + (\beta \rho_b - \alpha \rho_a) \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Finalement ces équations définissent un modèle de la zone de plasma. La Fig. 18 montre le symbole, les conventions et le réseau de Petri de ce modèle.

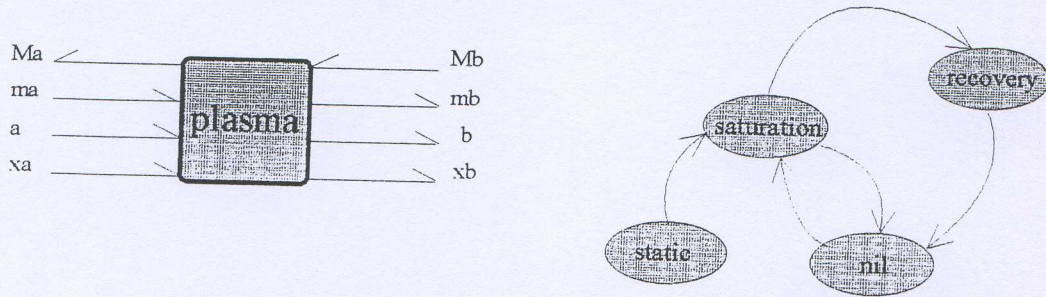


Fig. 18: Symbole, conventions et réseau de Petri du modèle de la région de plasma

Comme nous l'avons vu, l'état 'recovery' se distingue de l'état 'saturation' par le traitement de la relation entre le courant de minoritaires et le gradient des minoritaires au point a. Dans l'état 'recovery' la valeur du courant de minoritaires au point a, peut être calculée à partir de l'équation (33-b), qui peut s'écrire:

$$(63) \quad i_m^a = C_m i + \frac{Q_{D0}}{\tau} \left[\kappa \xi_2 - \xi_1 + \frac{\pi}{\eta} (\xi_3 + 2\xi_4) \right]$$

L'état 'nil' correspond à l'inexistence de la forte injection, c'est à dire à l'équilibre thermodynamique, et l'état 'static' facilite la recherche d'un état de saturation stationnaire. L'implantation dans PACTE du modèle de région de plasma est fournie en Annexe 2.

3.3. La zone de charge d'espace

Dans la grande majorité des cas l'hypothèse de désertion est acceptable dans une zone de charge d'espace. Celle-ci se traduit par:

$$(64) \quad M_{,m} \ll |\Gamma|$$

Cela permet de découpler l'équation de Poisson (2.b) des équations de transport (2.c) et (2.d).

Nous choisissons de modéliser la zone de charge d'espace s'étendant entre a_D et a_e , correspondant à des jonctions réalisées par diffusion d'impuretés sur une couche épitaxiée. Cela couvre de très nombreux cas pour les dispositifs de puissance.

Le profil exponentiel proposé par Gummel à l'avantage de permettre une résolution analytique:

$$(65) \quad \Gamma(x) = \chi_D N (1 - \exp(-x/x_D))$$

Ce profil décrit assez bien au voisinage de la jonction métallurgique, les jonctions obtenues par diffusion sur une couche épitaxiée. χ_D est l'indice de la zone diffusée, N est la concentration de la zone épitaxiée et x_D définit la pente du dopage du côté de la zone diffusée.

3.3.1. Les conditions aux limites

La zone neutre du côté de la couche diffusée est bien évidemment non uniforme. Donc si la condition (11) est satisfaite (c'est presque toujours le cas), le champ électrique à la limite gauche vaut:

$$(66) \quad E_D = \chi_D u_T \text{grad} \ln(|\Gamma(a_D)|)$$

En revanche, du côté de la couche épitaxiée, nous pouvons considérer que le champ à la limite est négligeable.

3.3.2. Normalisation du problème

Nous choisissons de normaliser les longueurs par la longueur x_D qui est caractéristique de la variation du dopage au voisinage de la jonction. Naturellement nous normalisons le potentiel par le potentiel thermique u_T , le champ électrique par u_T/x_D , et la concentration de dopants par N . Nous appelons y l'abscisse normalisée, $e(y)$ le champ électrique normalisé et $\gamma(y) = \frac{\Gamma(x)}{\chi_D N}$ le dopage normalisé. Alors en définissant le nombre sans dimension r , par:

$$(67) \quad r = \frac{\epsilon u_T}{q N x_D^2}$$

L'équation de Poisson normalisée s'écrit:

$$(68) \quad \frac{de}{dy} = \frac{\chi_D}{r} \gamma(y)$$

Alors, si les primitives successives de la fonction γ sont:

$$(69) \quad H(y) = \int_0^y \gamma(z) dz \quad \text{et,} \quad I(y) = \int_0^y H(z) dz$$

et si les conditions aux limites sur le champ sont définies par:

$$(70) \quad e(y_D) = \chi_D G_D \quad \text{et,} \quad e(y_e) = \chi_D G_e$$

Alors le Théorème de Gauss appliqué à la zone de charge d'espace s'écrit:

$$(71) \quad r(G_e - G_D) = H(y_e) - H(y_D)$$

Et la hauteur normalisée de la barrière de potentiel aux bornes de la zone de charge d'espace vaut:

$$(72) \quad u_B = \frac{I(y_D) - I(y_e) + H(y_D)(y_e - y_D)}{r} + G_D(y_e - y_D)$$

Il nous reste maintenant à fournir l'équation d'état de cette région. C'est simplement le bilan des charges de la moitié de la zone de charge d'espace. Si nous désignons par Q_D la charge électrostatique du coté de la couche diffusée entre l'abscisse a_D et 0 (Fig. 19):

$$(73) \quad Q_D = qA \int_{a_D}^0 \Gamma(x) dx = -Q_{D0} H(y_D) \quad , \text{ où}$$

$$(74) \quad Q_{D0} = \chi_D qNA x_D$$

Le bilan de charge s'écrit alors:

$$(75) \quad \frac{dQ_D}{dt} = i_{me} - i_{MD}$$

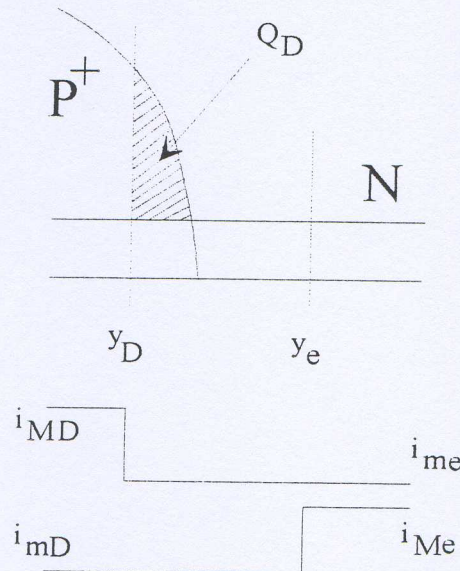


Fig. 19: Représentation schématique de la charge électrostatique et des courants de minoritaires et de majoritaires dans la zone de charge d'espace.

La représentation graphique, les conventions de port et le réseau de Petri de notre modèle de la zone de charge d'espace sont représentés à la Fig. 20. Comme nous l'avons vu au chapitre 1, nous devons prendre en compte le cas où il y a forte injection du côté de la couche épitaxiée. La représentation la plus simple de cet état, l'état 'nil', correspond à un modèle complètement passif qui assure la continuité des variables de port

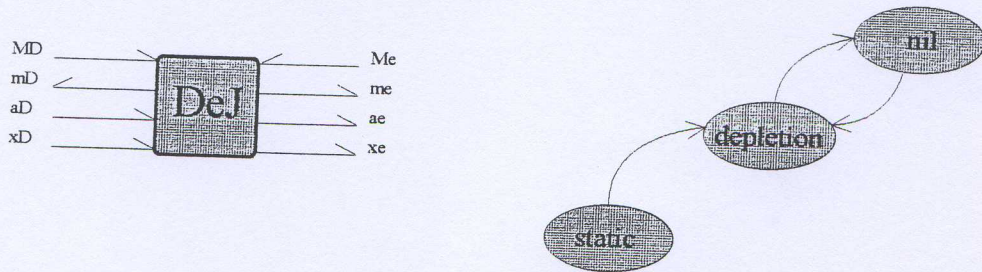


Fig. 20 Symbole, conventions et réseau de Petri du modèle de la zone de charge d'espace

Finalement, pour construire un modèle analytique représentatif de la zone de charge d'espace en régime de désertion, il suffit de connaître les expressions analytiques des fonctions $\gamma(y)$, $H(y)$ et $I(y)$. Si le profil de dopage est défini comme la somme d'exponentielles ou de gaussiennes, de telles formules analytiques existent. L'Annexe 2.b donne l'implantation dans PACTE du modèle de la zone de charge d'espace. Ce modèle considère un profil à deux exponentielles, qui permet de représenter les structures du type PIN.

4. Premières Applications

4.1. Un outil de simulation PACTE

4.1.1. Historique

PACTE a été développé depuis 1986. Au début c'était un simple solveur d'équations. Ecrit en TURBO-PASCAL, il permettait l'intégration d'un système algébrique et différentiel par la méthode des prédicteurs-correcteurs (PACTE 0.1). C'est avec cette version que nous avons développé notre premier modèle de diode PIN. Compte tenu des fortes non-linéarités, il fallait utiliser une méthode de Newton avec l'utilisation de jacobiens analytiques (PACTE 0.2, 1987). Rapidement nous avons développé un module de calcul formel en langage TURBO-PROLOG qui permettait le calcul automatique du jacobien (PACTE 0.3). En revanche cette version ne permettait pas la description d'un système par assemblage, par exemple avec des réseaux de Kirchhoff. La version PACTE 0.4 en 1988 correspond à la réécriture du logiciel en C et à l'introduction de l'algorithme de GEAR. En effet les systèmes simulés en électronique (de puissance) sont trop raides et ils demandent un algorithme de différences rétrogrades, beaucoup plus stable. C'est avec cette version que nous avons simulé les premières cellules de commutation MOS-diode [CN5]. Mais nous ne disposions toujours pas de techniques de modélisation par assemblage. Nous avons alors proposé d'utiliser les techniques de graphes de liens à notre entrée dans le projet PROMETHEUS-PROCHIP. La version PACTE 0.5 (Décembre 1988) intégrait la technique des graphes de liens. Les versions PACTE 0.6, puis PACTE 0.7 ont permis l'analyse automatique de causalité et la transcription automatique des réseaux de Kirchhoff en graphe de liens. Ces versions correspondent aussi à l'apparition du langage de description des graphes de liens.

La version PACTE 0.7 marque une étape importante puisque de très nombreuses simulations et publications ont été faites avec cette version. Elle a toutefois montré des lacunes. Avec cette version les modèles étaient intégrés à l'exécutable, mais un générateur simplifiait toutefois le développement de nouveaux modèles. Pourtant le développement d'un nouveau modèle était une tâche extrêmement pénible et longue. Par ailleurs, la description de l'état de départ d'une simulation était toujours une étape bien trop délicate et incertaine.

Une réflexion a alors porté sur les bases d'une nouvelle version. La solution qui nous est venue est l'utilisation de réseaux de Petri pour faciliter la description de l'état de départ. En effet cette méthode avait l'avantage de fournir simplement un moyen de description de l'état des composants à semiconducteur: diode 'on' ou 'off', MOS 'off', 'saturation' ou 'linear', tout en vérifiant les équations des noeuds et des mailles. De plus il nous a tout de suite paru intéressant d'utiliser cette même méthode pour un changement dynamique des modèles dans le cadre de la modélisation des composants de puissance.

Nous avons donc décidé début 1990 de développer la version PACTE 0.8. Celle-ci reposait sur l'utilisation conjointe des réseaux de Petri et des graphes de liens. Nous avons profité de cette occasion pour réécrire complètement le logiciel en langage C++. En particulier, nous avons réécrit l'analyseur de graphes de liens et le générateur de modèle de Prolog en C++. Initialement nous espérions pouvoir réaliser cette opération en 6 à 12 mois. Il nous a fallu 2 ans

pour avoir enfin une version qui tourne de nouveau! Pourtant le choix stratégique du C++ n'est absolument pas regrettable. En effet les techniques de **Programmation Orienté Objet** fournissent un logiciel, moins rapide, plus gourmand, mais nettement plus fiable que dans les versions précédentes.

Donc en Janvier 1992 la version PACTE 0.8 permettait la simulation du modèle graphe de liens du transistor bipolaire. En Septembre 1992 le compilateur de modèle MC donnait ses premiers résultats encourageants et tous les modèles SPICE ont été développés dans les premiers mois du travail de Thèse de H. Helali. Fort récemment nous nous sommes rendu compte de l'intérêt de la prise en compte du changement de causalité par un changement dynamique de modèles. Cela a permis d'annoncer à PESC'93 que PACTE "battait" SABER d'un facteur 10 dans le cas d'un circuit hacheur avec régulation. Evidemment, puisque SABER ne dispose pas (encore) de modèles de composants bipolaires de puissance, cette simulation utilisait des modèles d'interrupteurs parfaits.

La dernière version PACTE 0.8.3 tourne sous UNIX (OPENLOOK) et avec encore quelques problèmes mineurs sous WINDOWS 3.1. Cette version comprend environs 50 000 lignes de C++. (Annexe 1). Le "press book" regroupe en annexe un grand nombre d'exemples simulés avec cette version.

4.1.2. Un langage de description

Notre effort de développement du simulateur a dû être complété par un effort de développement d'un langage de description de modèles. Le contexte de développement de PACTE en P.O.O., a largement contribué à la définition du langage de description.

En effet la P.O.O. définit des objets comme des instances de classe. Si l'on veut construire un langage orienté objet de description des systèmes, il est intéressant de suivre le même schéma. La notion de modèle peut tout à fait correspondre à la notion de classe et la notion de composant correspond à la notion d'objet, puisque l'instantiation (terminologie Orientée Objet) est l'opération d'affectation de valeurs aux différentes données du modèle.

En fait, - si l'on cherche à utiliser la syntaxe largement répandue du C++, où l'on remplace le mot 'class' par le mot 'model', - si l'on cherche à introduire les concepts des graphes de liens, comme la notion de port, de liens, - si l'on cherche à introduire la notion de graphe d'état (réseau de Petri) où chaque état est considéré comme une fonction membre du modèle, - et si l'on cherche à respecter le cahier des charges du futur AHDL (extension de la norme IEEE, VHDL), on obtient le langage de description de PACTE!

Les exemples des modèles des régions semiconductrices élémentaires sont fournis en Annexe 2. Ils permettront de se familiariser avec la syntaxe de notre langage.

4.2. Bases d'identification et de test

4.2.1. Objectif

Tout travail de modélisation demande une confrontation expérimentale et la création d'une bibliothèque de composants. Progressivement nous nous sommes fixés comme objectif le test

et l'identification automatique. Cette démarche est courante en électronique analogique et par exemple le banc d'identification IC-CAP est commercialisé par Hewlett Packard. Ce banc permet l'identification (automatique) des paramètres des modèles SPICE de la plupart des composants électroniques. Il est constitué d'une station de travail, qui pilote un 4142 et éventuellement un impédance-mètre. Le 4142 permet le relevé des caractéristiques statiques d'un composant. Il est constitué de sources de courant et de tension (pilotables) et d'instruments de mesures de courant et de tension associés. L'impédance-mètre sert au relevé de caractéristiques transitoires. Le logiciel IC-CAP pilote les instruments et permet l'obtention d'un certain nombre de caractéristiques électriques préétablies pour chaque composant. Puis par comparaison avec des simulations SPICE il permet l'identification des paramètres des modèles SPICE.

Malheureusement, comme les modèles SPICE ne sont pas satisfaisants pour les composants de puissance ce banc n'est pas utilisable pour ceux-ci, et nous avons voulu développer un banc équivalent pour les composants de puissance.

Cependant il est bien clair que dans le cas des composants de puissance il n'est pas judicieux de procéder de la même manière. Par exemple la mesure des caractéristiques statiques pose très rapidement le délicat problème de l'échauffement du composant pendant la mesure. De plus pour un composant de puissance seuls quatre cas sont intéressants dans la pratique: l'état passant, l'état bloqué, l'ouverture et la fermeture. Nous avons donc choisi bien naturellement de caractériser les composants de puissance par des mesures de commutation. Notons d'ailleurs que les signaux obtenus sont bien plus riches d'informations que le réseau de caractéristiques statiques.

En fait si la démarche est générale, nous nous sommes limités au cas de la diode de puissance. Plus précisément nous n'avons étudié que le cas de l'ouverture de la diode de puissance.

4.2.2. Le banc de test

Comme notre objectif est la mesure automatique des caractéristiques de la diode de puissance à l'ouverture, nous avons choisi le circuit de la Fig. 21 qui permet de régler indépendamment la tension à l'état bloqué par la valeur de la source V_r , et le courant à l'état passant par la valeur de la source I_F . Dans la pratique l'interrupteur K est un MOS rapide, qui est "soulagé" par un autre MOS moins rapide mais qui assure la plus grande partie de la dissipation d'énergie. En effet pour éviter l'échauffement du dispositif de test, la diode D , l'interrupteur K doit être conducteur la plupart du temps.

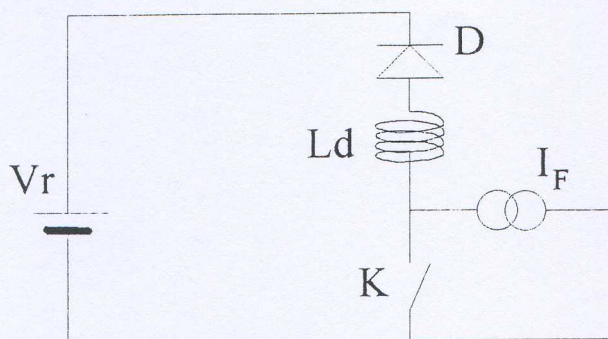


Fig. 21: circuit pour la mesure de la commutation de la diode PIN de puissance

Les sources d'alimentation sont pilotées soit par un bus GPIB soit par une sortie analogique pilotée directement par le calculateur. Le ou les oscilloscopes utilisés pour la mesure des signaux électriques sont eux aussi pilotés par le bus GPIB. La mesure des tensions se fait avec des sondes de tension et ne pose pas trop de problème. En revanche la mesure du courant n'est pas simple puisque dans le cas des diodes rapides nous avons des courants de quelques dizaines d'ampères pendant parfois moins de 100 ns! Après de nombreux essais nous avons choisi la sonde passive CT2 de Tektronix. Elle a l'inconvénient de saturer assez vite (50A μ s), mais compte tenu de notre utilisation en impulsion nous considérons que c'est un bon compromis. Ce banc de mesure permet actuellement la mesure de commutation pour un courant direct allant jusqu'à 6A et des tensions inverses allant jusqu'à 400V.

Compte tenu de l'évolution indispensable de la partie logicielle vers WINDOWS, nous avons dû développer le logiciel de pilotage du banc. Celui-ci a été développé en langage C++, ce qui a permis une large réutilisation des classes de PACTE. L'intérêt considérable du C++ pour l'instrumentation est qu'il est particulièrement facile de banaliser l'utilisation des instruments de mesures: par exemple nous pouvons interchanger un oscilloscope Tektronix ou HP, ou une alimentation pilotée par le bus GPIB ou par une commande analogique!

4.2.3. Méthode d'identification.

Bien naturellement l'idée de base est l'emploi d'une méthode d'optimisation pour réaliser l'identification. Compte tenu de la forte non linéarité des comportements, il faut en fait fournir à la méthode d'identification une bonne valeur initiale. Cette valeur initiale est fournie par une estimation de la valeur des paramètres. Actuellement nous n'avons pas encore automatisé cette phase. Nous avons donc choisi de fournir en entrée de la méthode d'identification les limites de recherche de chaque paramètre.

Malheureusement les modèles de composants (PIN4 [R5] ou le modèle à graphe de liens) ne sont pas assez précis, notamment en fin de commutation, pour permettre une comparaison directe des signaux mesurés et simulés, par exemple avec un critère de moindre carré continu. En effet une comparaison sur un tel critère pourrait aboutir à une grande erreur alors que l'expérience et la simulation auraient des valeurs proches pour le premier pic de tension, et pour le premier pic de courant. Nous avons donc choisi de comparer plus pragmatiquement des paramètres de description de l'ouverture.

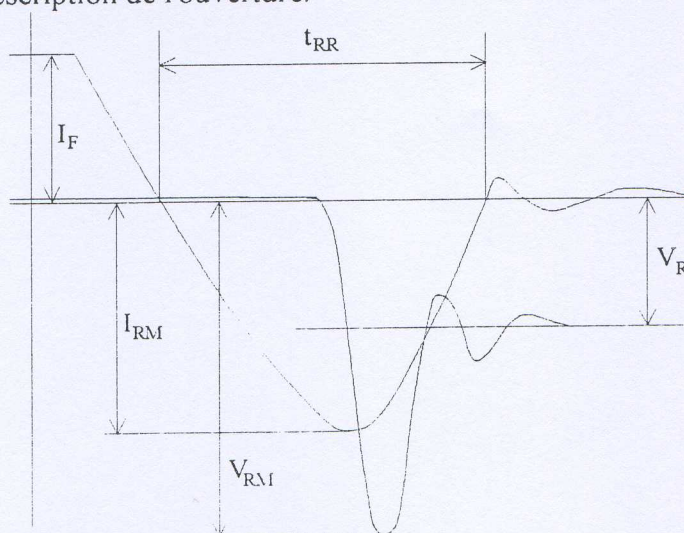


Fig. 22 Principales caractéristiques transitoires de l'ouverture de la diode de puissance

La Fig. 22 montre les principales caractéristiques électriques décrivant l'ouverture de la diode de puissance. Nous avons utilisé une comparaison sur les paramètres I_{RM} , V_{RM} et t_{RR} [C19]. Comme les valeurs obtenues par simulation de ces paramètres ne sont pas assez lisses (à cause du bruit de simulation), il n'a pas été possible d'utiliser des méthodes d'optimisation reposant sur le calcul du gradient. Nous avons donc testé la méthode du simplexe et la méthode de recherche dichotomique. Globalement la méthode de recherche dichotomique est la plus efficace, surtout vis à vis du respect des contraintes sur les limites de variation des paramètres.

Les résultats obtenus avec l'ancien modèle de diode (PIN4) [C19] montrent que nous obtenons, pour un composant identifié, une erreur maximale de l'ordre de 20% pour des conditions expérimentales très étendues (fort courant et faible tension, faible courant et forte tension, fort courant et forte tension). Le temps de calcul nécessaire à l'identification est de l'ordre de l'heure sur station de travail SPARC 2. Ces résultats obtenus avec le modèle PIN4 montrent aussi une grande fluctuation possible sur la valeur du paramètre W , la largeur de la zone la moins dopée. Cela est très probablement dû à la prise en compte empirique des effets de frontières libres dans cet ancien modèle.

Si ces premiers résultats sont très encourageants, il nous reste à mieux définir la phase d'estimation des paramètres. Actuellement nous nous servons de la valeur du calibre en courant et en tension, et de la rapidité de la diode pour définir, par notre expérience, la plage de recherche des paramètres du modèle. En fait nous devons définir des conditions opératoires qui permettent l'estimation de chaque paramètre. Par exemple il est tout à fait possible d'envisager des mesures à faible niveau de courant (sans forte injection) pour estimer les paramètres de description du profil de dopage.

4.3. Modélisation et simulation de la diode PIN de puissance

La structure de la diode PIN de puissance est donnée à la Fig. 23. Sur cette figure nous avons tracé les différentes régions semiconductrices élémentaires. Le graphe de liens correspondant à cette structure de diode PIN se définit immédiatement à partir de la figure 23. Il est dessiné à la Fig. 24.

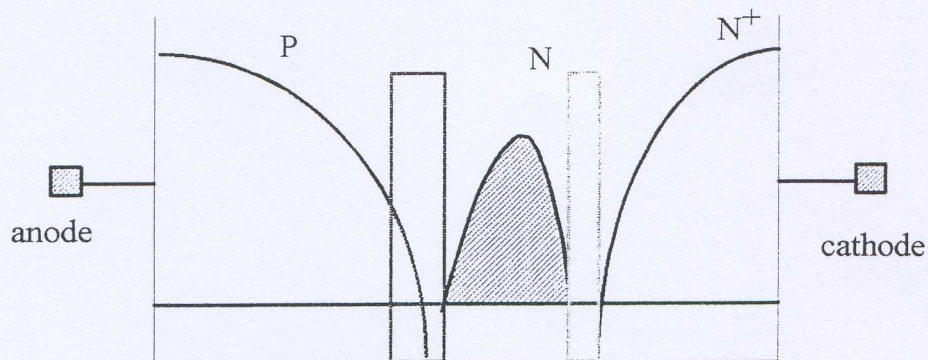


Fig. 23: profil de dopage typique d'une diode PIN de puissance

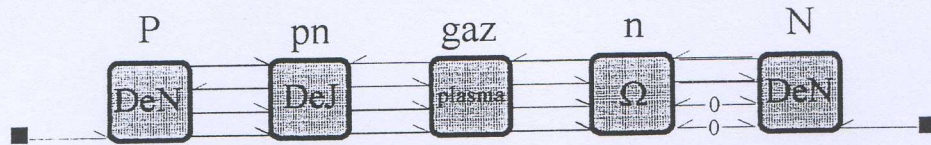


Fig. 24: graphe de liens de la diode PIN de puissance.

C'est en effet le simple assemblage des modèles des régions semiconductrices élémentaires que nous avons décrits au chapitre 3. Notons que quatre liens sont nécessaires pour représenter les transferts d'information entre régions semiconductrices élémentaires: - la convection des porteurs majoritaires, - la convection des porteurs minoritaires, le transfert d'énergie électrique et le lien géométrique qui n'est pas associé à un transfert d'énergie. Le graphe de liens de la diode PIN comprend 5 éléments: - une région neutre (DeN), que l'on nomme P, qui correspond au contact P, - une zone de charge d'espace (DeJ), que l'on nomme pn, qui correspond à la jonction P⁺N, - une région de plasma (plasma), que l'on nomme gaz, qui correspond à la zone en forte injection lorsqu'elle existe, - une région ohmique (Ω), que l'on nomme n, qui correspond à la fin de la couche faiblement dopée quand elle n'est pas en forte injection, - et enfin une autre région neutre (DeN), que l'on nomme N, qui correspond au contact N. Notons aussi que, compte tenu des conventions des ports, nous devons utiliser deux jonctions 0 pour inverser le sens de transfert de l'énergie électrique entre la zone n et la zone N. Cela est dû au fait que nous avons choisi une convention de type récepteur pour le contact ohmique du modèle DeN. Enfin dans la pratique nous devons connecter la cathode à une source de tension nulle puisque classiquement nous considérons la cathode comme la référence locale du potentiel électrique.

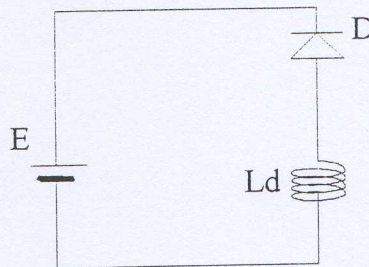


Fig. 25: Circuit de recouvrement de la diode PIN.

Nous avons utilisé le circuit de la Fig. 25 pour tester ce modèle de diode. Nous avons comparé les résultats de simulation avec deux cas expérimentaux. Nous avons bien évidemment utilisé le banc de mesure qui a été présenté ci-dessus (Fig. 25). Le dispositif de test utilisé pour ces mesures est une diode BYT12 PI 600. La table 7 récapitule les paramètres expérimentaux correspondants à ces deux cas de mesure.

cas	I_F (A)	V_R (V)	I_{RM} (A)	V_{RM} (V)	t_{RR} (ns)	di/dt (A/ μ s)
1	3.82	59.0	7.93	175.8	55	212
2	3.57	148	12.94	343.8	44	478

Table 7: Paramètres expérimentaux obtenus avec une diode BYT12 PI 600.

Sur les mesures nous devons remarquer que le transistor MOS utilisé pour l'interrupteur agit légèrement sur di/dt . Nous avons donc choisi d'ajuster au mieux la valeur de L_D pour bien retrouver le cas numéro 2. Les Fig. 26 - 37 montrent les résultats obtenus. D'une façon générale nous avons relevé une grande sensibilité des paramètres décrivant le profil de dopage de la fin de la zone faiblement dopée, sur la surtension observée. Notons que c'est assez

rassurant puisque qu'il est bien connu que ce sont les paramètres qui agissent effectivement sur la surtension. Malheureusement il semble que notre description du profil par une somme de gaussienne ne soit pas assez précise. En effet nous avons constaté qu'il fallait donner des valeurs plus grandes au dopage pour mieux correspondre avec le premier dv/dt négatif et qu'il fallait des valeurs plus petites pour mieux correspondre avec la fin du blocage. La table 8 montre les paramètres technologiques que nous avons utilisé dans les simulations. Nous n'avons pu obtenir les valeurs réelles utilisées pour réaliser cette diode, mais nous pouvons cependant constater que les valeurs sont néanmoins réalistes.

La Fig. 26 compare dans le premier cas les courants et les tensions simulés et mesurés. L'erreur la plus importante correspond à la surtension V_{RM} . Le second défaut provient du mauvais amortissement. La cause de ce défaut est probablement due à la mauvaise prise en compte des différentes chutes de tension dans le dispositif.

La Fig. 27 montre l'évolution des limites de la zone en forte injection, et de la charge totale $X1$. L'évolution de A montre clairement un changement de comportement, entre l'état de saturation pour $t < 58\text{ns}$ (la zone de charge d'espace est dans l'état nil) et l'état de recouvrement (la zone de charge d'espace est dans l'état déplétion). Le courant de minoritaires i_{ma} montre aussi une discontinuité à l'instant de la transition. En effet dans l'état de saturation i_{ma} est calculé dans la zone P en tenant compte des recombinaisons, alors que dans l'état de recouvrement il résulte du mécanisme de diffusion et donc de la pente du profil de porteurs dans la zone de plasma. Notons toutefois que cette discontinuité n'a pas de conséquence visible sur le comportement globale. La Fig. 28 montre l'évolution des composantes du profil de porteurs, ξ_k et les variables d'état X_k . Les Fig. 29 à 31 montrent l'évolution du profil de porteurs calculé à partir de la formule (36) issue de l'approximation interne. Cette évolution semble tout à fait physique. Elle explique probablement le bon comportement global du modèle de la diode PIN présenté.

Paramètre technologique	valeur
Section	0.12 cm^2
Dopage de la zone épitaxiée	$7.0 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$
Largeur de la zone épitaxiée	$33 \text{ }\mu\text{m}$
durée de vie ambipolaire	230 ns
Profondeur de la jonction P^+N	$15 \text{ }\mu\text{m}$
$\frac{dx}{d \ln(\Gamma)}$ dans le P^+	$1.1 \text{ }\mu\text{m}$
Longueur de diffusion des minoritaires dans le P^+	$85 \text{ }\mu\text{m}$
$\frac{dx}{d \ln(\Gamma)}$ dans le N^+	$2.3 \text{ }\mu\text{m}$
Profondeur de la jonction NN^+	$22 \text{ }\mu\text{m}$
Longueur de diffusion des minoritaires dans le N^+	$85 \text{ }\mu\text{m}$

Table 8: Valeurs des paramètres technologiques utilisées pour les simulations

de la diode BYT12 PI 600

Les Fig. 32 à 37 montrent la série de mesures équivalentes au cas précédent mais dans le cas de mesure n°2. Les mêmes remarques que pour le cas n°1 peuvent être faites. Notons cependant que contrairement au modèle PIN4, nous avons pu constater que lorsque nous modifions la valeur d'un paramètre pour diminuer l'écart entre la simulation et l'expérience dans un des deux cas, alors, l'écart diminue aussi dans l'autre cas. Cela nous conforte donc sur le bon comportement physique du modèle.

Toutefois, ce modèle pose encore des problèmes notamment dans les cas de remise en conduction de la diode au cours du recouvrement inverse. Aussi nous n'avons pas encore pu utiliser le banc et le logiciel d'identification automatique. De plus il est bien clair que nous ne présentons ici que les premiers résultats concernant ce modèle. En particulier nous devons comparer systématiquement les résultats de ce modèle avec des résolutions numériques des équations des semiconducteurs en utilisant GIGA par exemple.

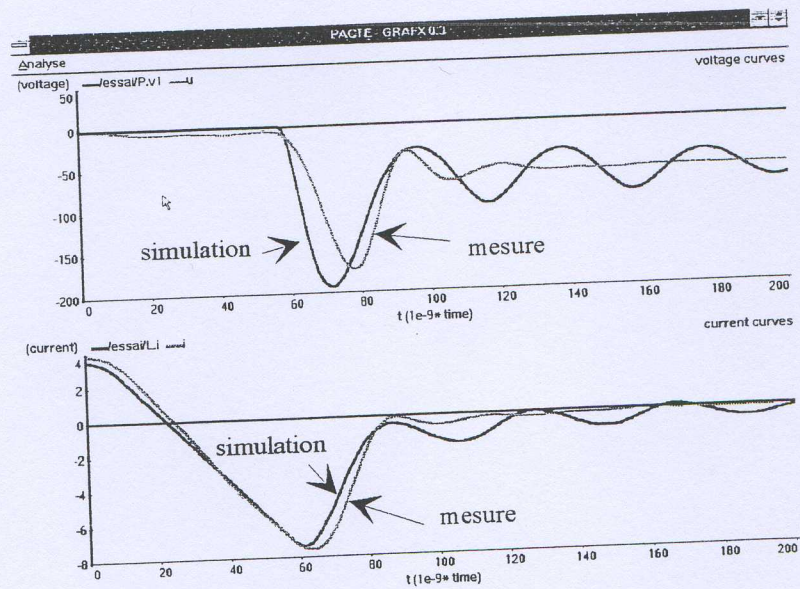


Fig. 26: comparaison des courants et des tensions simulés et mesurés (cas n° 1)

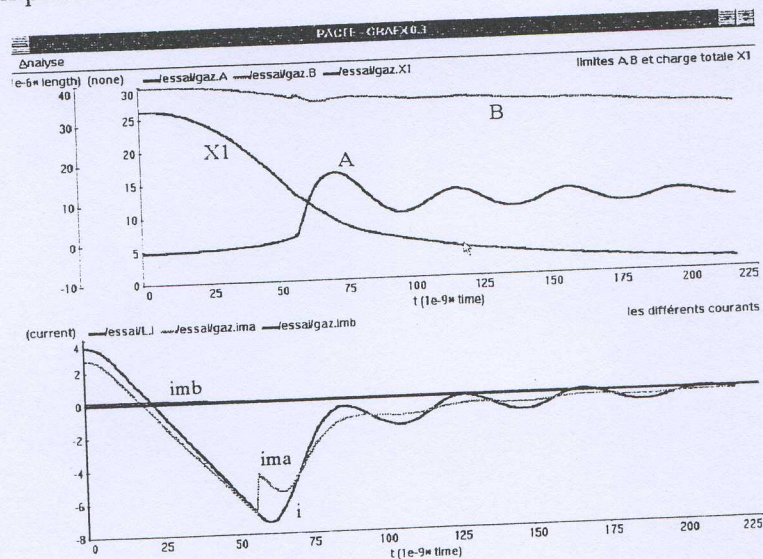


Fig. 27: Limites de la zone de plasma et principaux courants (cas n° 1)

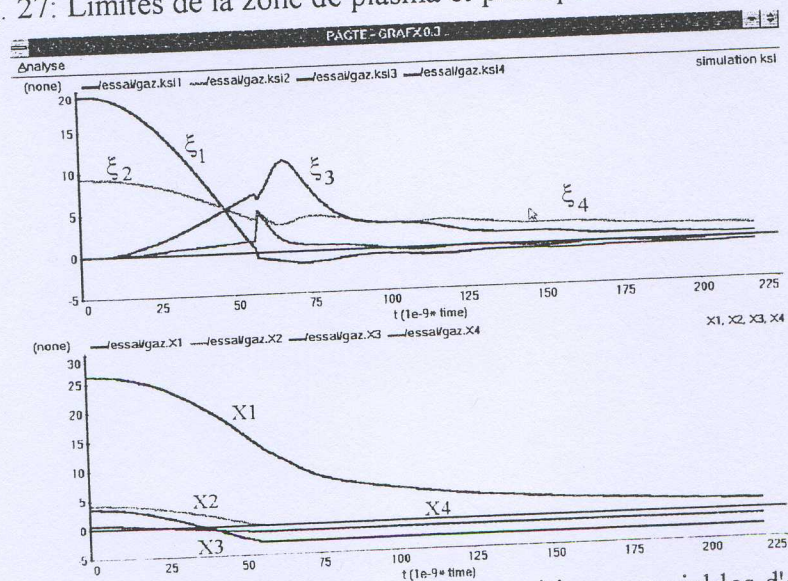


Fig. 28: Composantes des fonctions de décomposition et variables d'état (cas n° 1)

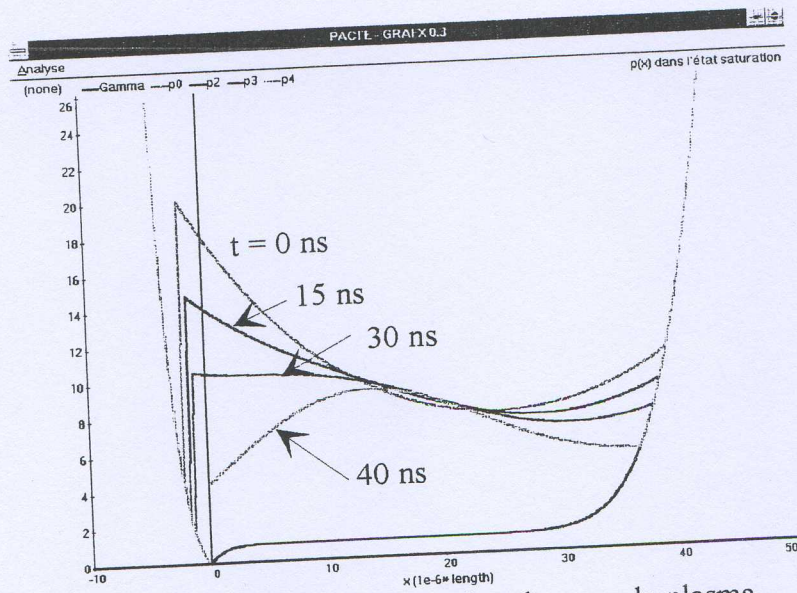


Fig. 29: Profil des porteurs dans la zone de plasma, pendant le recouvrement, dans l'état "saturation" (cas n° 1)

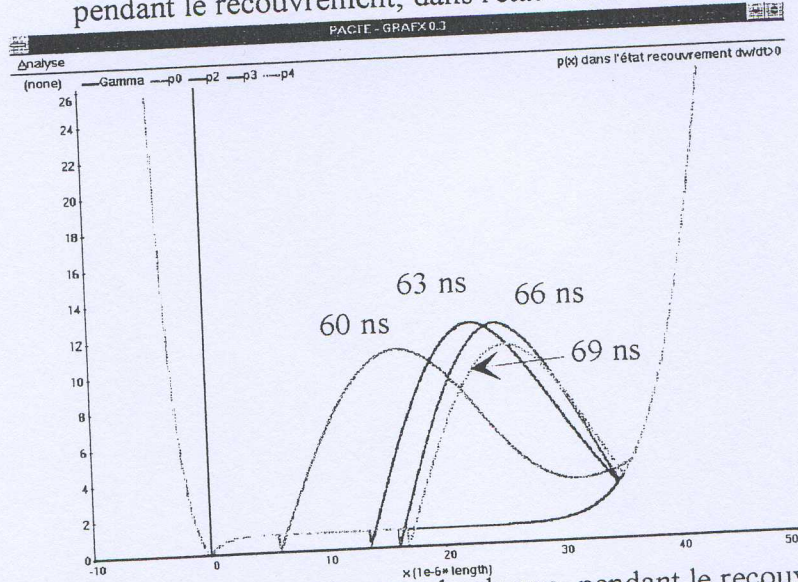


Fig. 30: Profil des porteurs dans la zone de plasma, pendant le recouvrement, dans l'état "recouvrement" avec $dw/dt > 0$. (cas n° 1)

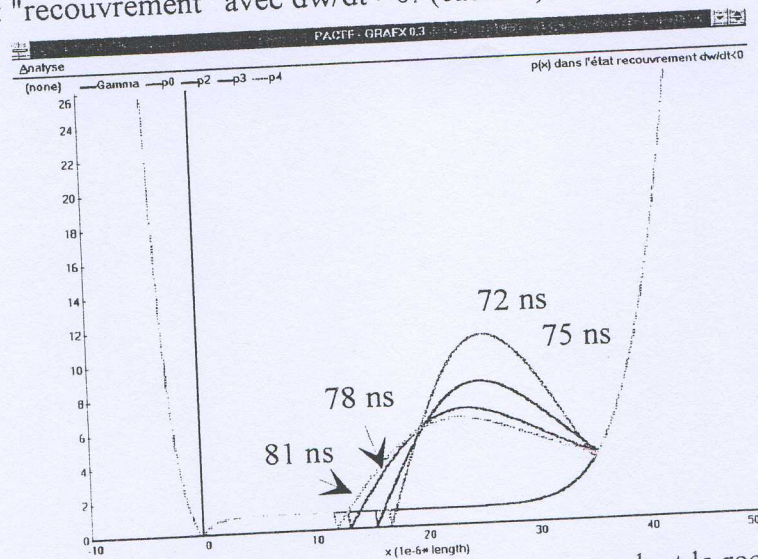


Fig. 31: Profil des porteurs dans la zone de plasma, pendant le recouvrement, dans l'état "recouvrement" avec $dw/dt < 0$. (cas n° 1)

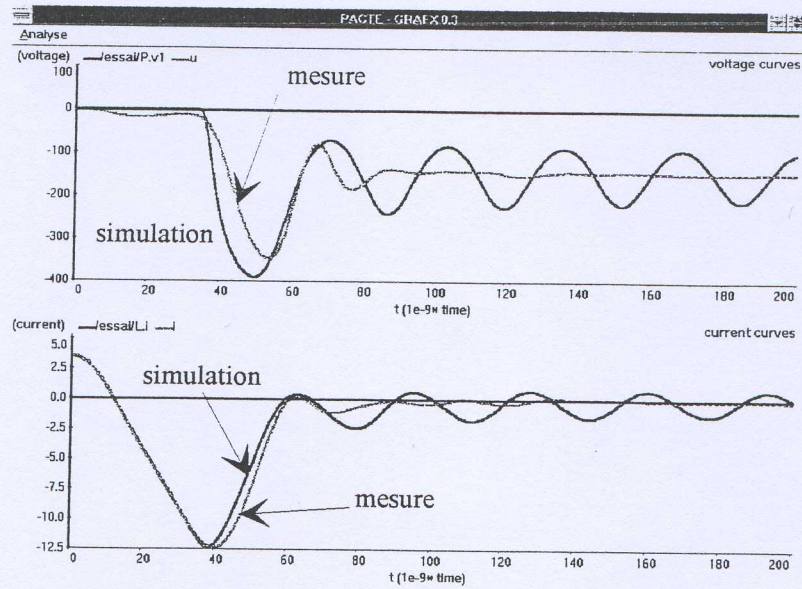


Fig. 32: Comparaison des courants et tensions simulés et mesurés au blocage (cas n°2)

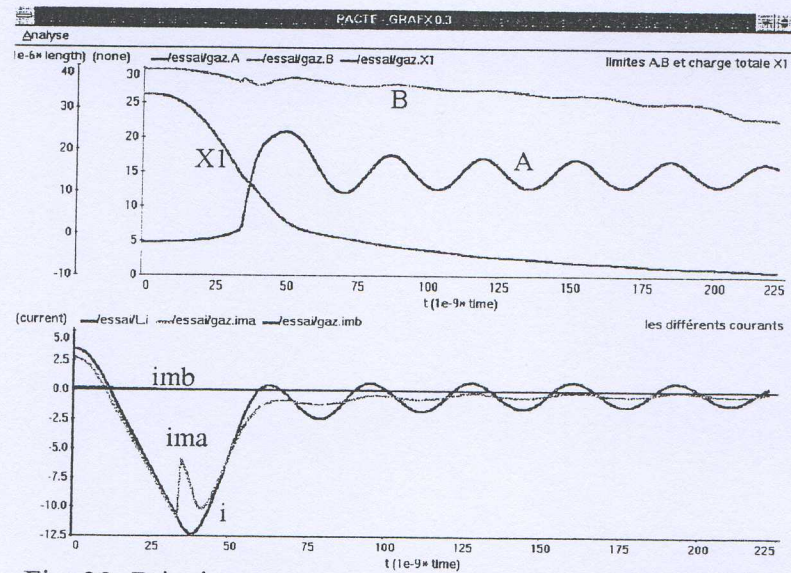


Fig. 33: Principaux courants au recouvrement (cas n° 2)

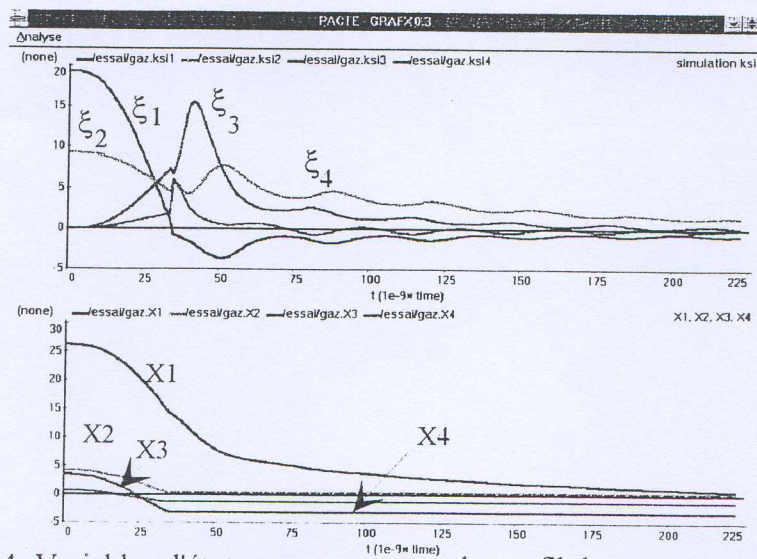


Fig. 34: Variables d'état et composantes du profil de porteurs (cas n°2)

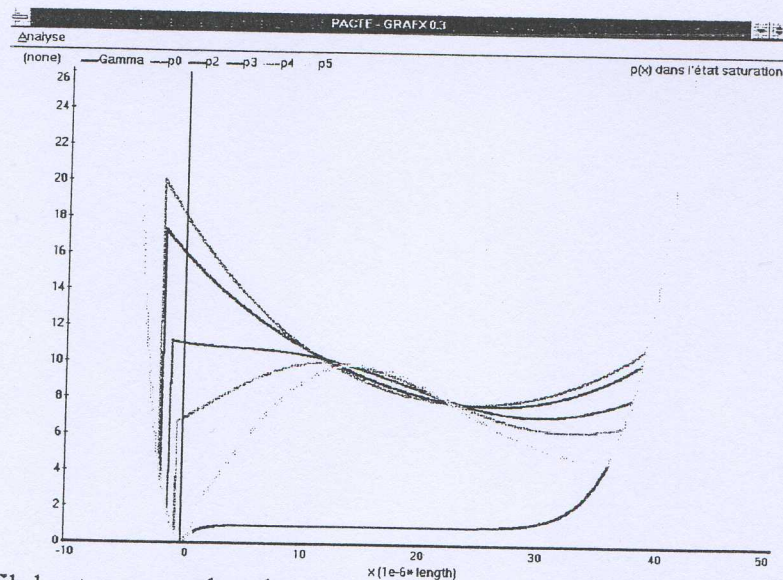


Fig. 35: Profil des trous pendant le recouvrement dans l'état de saturation (cas n° 2)

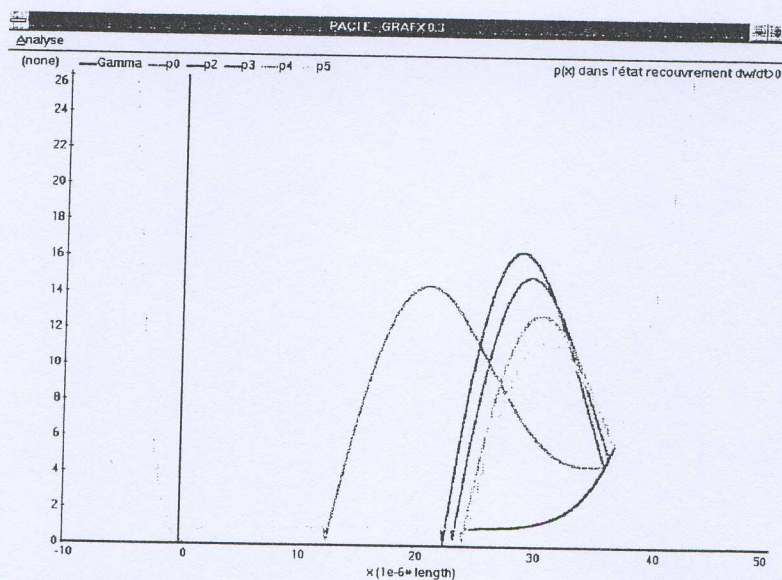


Fig. 36: Profil des porteurs pendant le recouvrement, dans l'état "recouvrement" avec un $dw/dt > 0$ (cas n° 2)

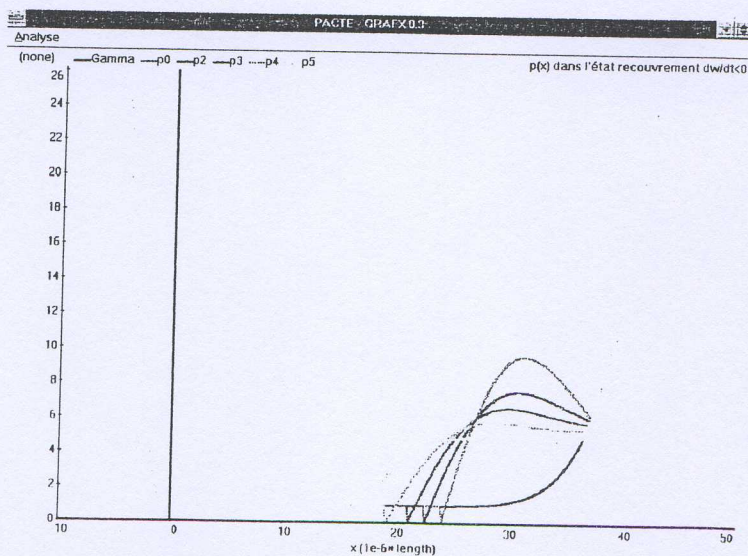


Fig. 37: Profil des porteurs pendant le recouvrement, dans l'état "recouvrement" avec un $dw/dt < 0$ (cas n° 2)

4.4. Modélisation et simulation du transistor bipolaire de puissance

La structure du transistor bipolaire est donnée à la Fig. 38 et le graphe de liens associé (Fig. 39) est obtenu tout aussi simplement que dans le cas de la diode de puissance.

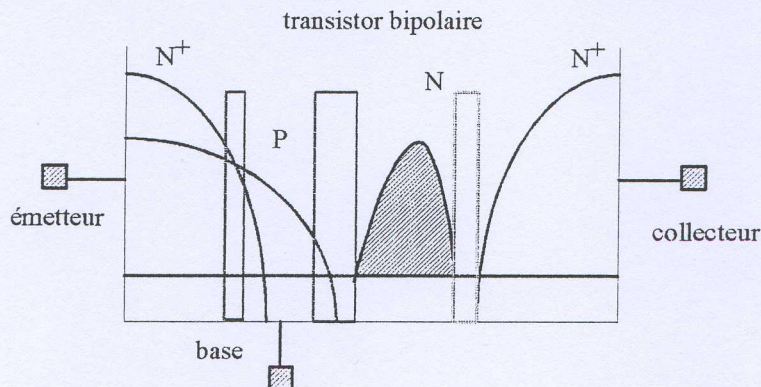


Fig. 38: profil de dopage typique d'un transistor bipolaire de puissance.

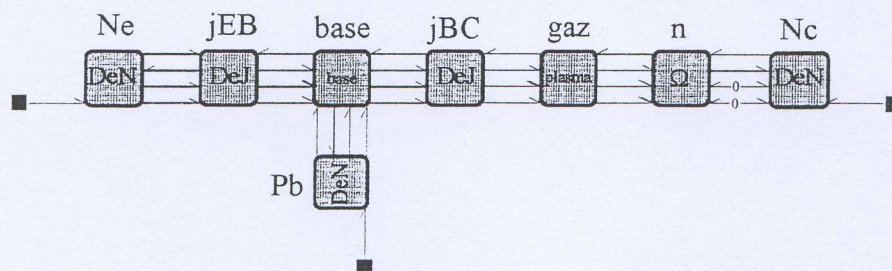


Fig. 39: graphe de liens du transistor bipolaire de puissance.

Nous avons fait les simulations avec ce modèle pour le dispositif MJE 18004 qui avait déjà été utilisé dans la thèse de B. Allard [12]. Les paramètres utilisés et le circuit de test sont identiques. Dans ce travail nous avons écrit les modèles des régions semiconductrices élémentaires directement en langage C, ce qui était particulièrement fastidieux. Les résultats ne semblent pas avoir été sensiblement affectés par les modifications faites sur les modèles depuis ce travail. L'intérêt de ce modèle réside dans la réutilisation des mêmes modèles que pour le graphe de liens de la diode PIN. Notons par exemple qu'entre ces deux modèles, compte tenu de nos conventions de transfert d'énergie, le courant direct est positif dans la zone de plasma pour la diode PIN et négatif pour le bipolaire. Ce même modèle de la zone de plasma est donc capable de bien représenter son comportement dans la diode et dans le transistor bipolaire. La seule différence réside dans les éléments qui lui sont connectés.

Les Fig. 40 et 41 montrent les courants et les tensions aux bornes du transistor bipolaire pendant la phase de blocage. La Fig. 42 montre l'évolution des limites de la zone en forte injection et les composantes du profil de porteurs. Enfin la Fig. 43 montre l'évolution du profil de porteurs. Ces premiers résultats sont d'autant plus satisfaisants qu'ils sont obtenus par réutilisation des mêmes modèles de régions semiconductrices élémentaires et qu'ils sont en bon accord avec l'expérience. Des problèmes demeurent pourtant sur la définition du critère de transition et en particulier pour le passage à l'état de recouvrement de la zone de plasma.

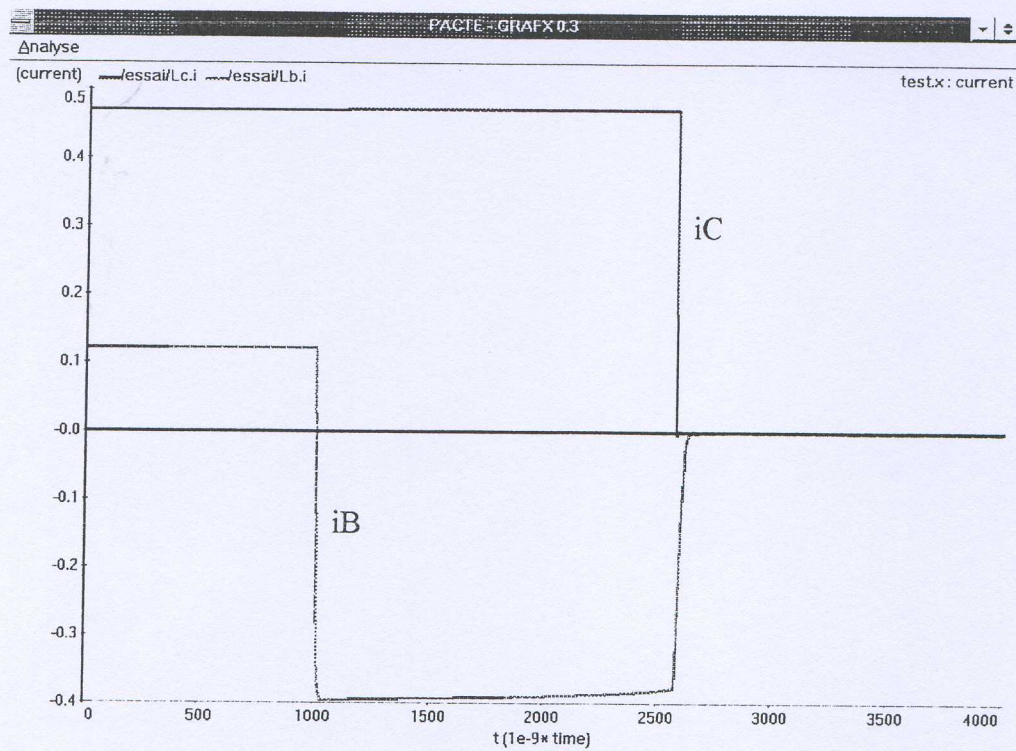


Fig. 40: Courants base et collecteur à l'ouverture du transistor bipolaire

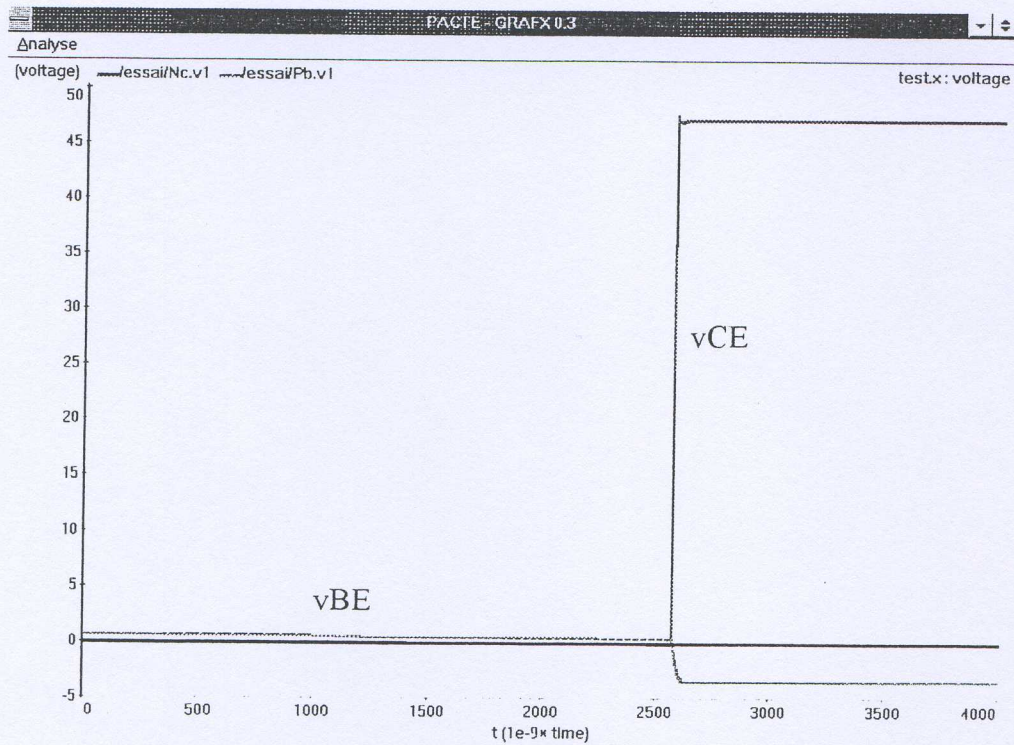


Fig. 41: Tensions aux bornes du transistor bipolaire pendant le blocage

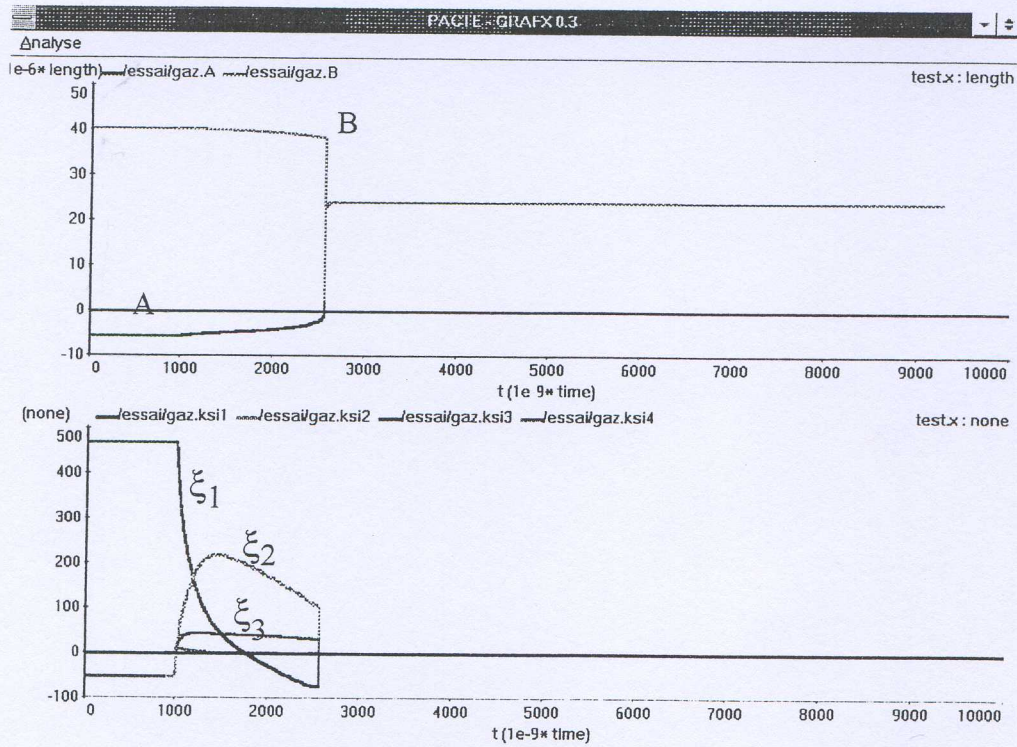


Fig. 42: Limites de la zone de plasma et composantes du profil de porteurs pendant le recouvrement du transistor bipolaire

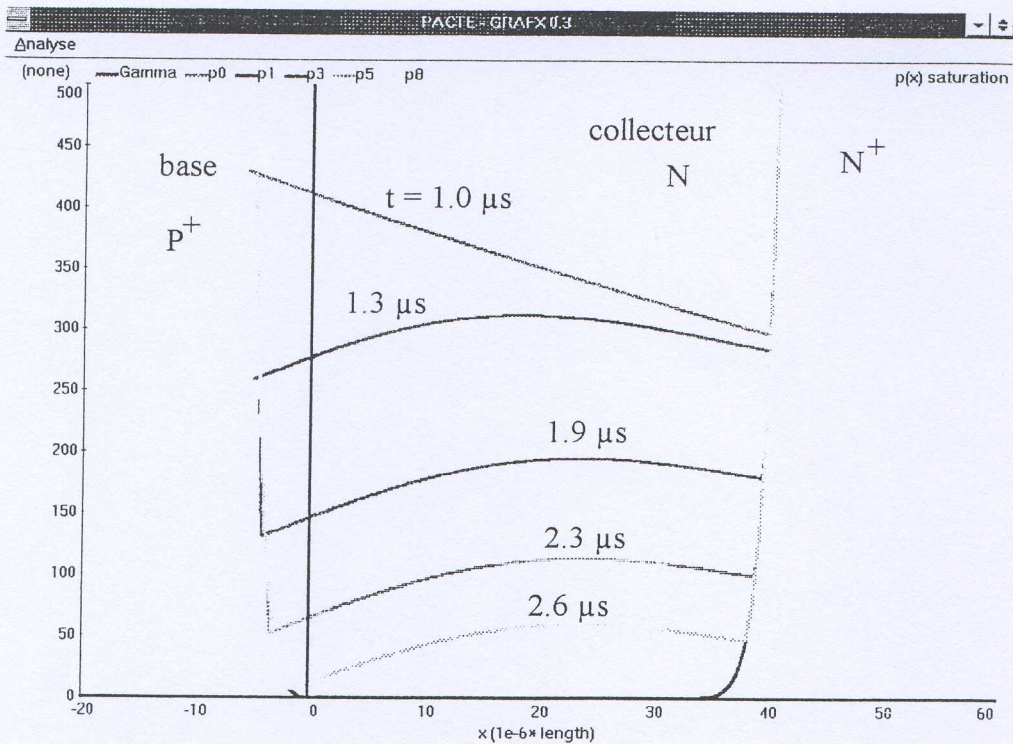


Fig. 43: Profil de porteurs dans la zone de plasma pendant le blocage du transistor bipolaire

5. Bilans et perspectives

5.1. Bilan de la modélisation des composants de puissance

Il est clair que nous avons développé un certain nombre de techniques originales par rapport à la littérature scientifique pour aborder le sujet. Nous devons maintenant rappeler l'apport de chacune d'entre elles.

Concernant la **modélisation modulaire** des composants nous pensons que l'idée n'est pas vraiment originale. L'utilisation de l'**hypothèse de régionalisation** est d'autant plus courante qu'elle est tous les jours vérifiée par des simulations numériques. En revanche notre définition précise des **régions semiconductrices élémentaires** et des modèles associés est plus intéressante. Cela permet par exemple de définir la liste des modèles à développer. De plus comme à chaque région semiconductrice élémentaire correspondent des hypothèses simplificatrices (désertion, neutralité, etc ...), il est possible de comparer directement les résultats d'un modèle de dispositif qui utilise ces modèles de régions semiconductrices élémentaires, avec la résolution numérique des équations des semiconducteurs. Cela permettra (le travail reste à faire) d'étudier le rôle de chaque hypothèse et de permettre l'amélioration de ces modèles.

Mais il est sûr que l'utilisation des **graphes de liens** est la technique la plus originale que nous ayons employée. C'est un cadre formel élégant qui simplifie l'assemblage des modèles de régions semiconductrices élémentaires. En effet de tels modèles demandent l'utilisation d'un nombre important de variables externes pour chaque modèle. De notre expérience nous pouvons conclure que ces variables sont, pour chaque interface entre deux régions semiconductrices élémentaires: la concentration de majoritaires et de minoritaires, la vitesse (ou le courant) des majoritaires et des minoritaires, le potentiel électrique, et la position de la zone. La méthode des graphes de liens fournit ces variables en utilisant 4 ports correspondant à la convection des minoritaires et des majoritaires, au transfert d'énergie électrique et au port géométrique. Notons toutefois que cette approche a deux incohérences: - le port électrique définit le courant total, qui est toujours la somme des courants de majoritaires et de minoritaires, - le port géométrique ne correspond pas (toujours) à un transfert d'énergie.

En revanche, si nous souhaitons définir ces modèles de régions semiconductrices élémentaires avec le formalisme des réseaux de Kirchhoff (méthode nodale), il faudrait utiliser 4 sous réseaux de Kirchhoff, mais le changement dynamique de modèles ne pourrait se faire simplement puisque les conditions de transition d'une zone dépendent souvent de variables internes à une autre zone. Par exemple le passage de l'état bloqué à l'état de saturation se fait quand la zone de charge d'espace devient trop petite, et alors la forte injection apparaît. Cela se fait naturellement avec le formalisme des graphes de liens puisque cela correspond à un changement de causalité! La seule possibilité que nous apercevons avec le formalisme des réseaux de Kirchhoff serait de définir des variables externes "logiques" qui correspondraient à l'état du composant voisin. Mais cela demanderait 4 à 5 variables externes supplémentaires et compromettrait nettement la lisibilité de l'assemblage.

Enfin la dernière technique originale que nous employons est le changement dynamique de modèles. Cela consiste à changer, lorsqu'une condition de transition est remplie, les équations

du modèle voire le nombre de variables d'état. Cette technique permet l'utilisation de réseaux de Petri pour représenter les composants et les systèmes. Son principal intérêt est le gain de temps considérable qui en résulte. En effet, lorsque le changement dynamique de modèles est utilisé pour éliminer des effets parasites cela a pour conséquence de supprimer des petites valeurs propres du jacobien du système et donc de rendre le système moins raide et plus facile à résoudre. L'exemple typique pour illustrer cela est le cas de la zone de charge d'espace quand le composant est dans l'état de saturation. L'utilisation de l'état 'nil' nous a permis de réduire le nombre de pas de temps nécessaire à une commutation de plusieurs centaines (500-800) dans le cas du modèle PIN4 à une centaine (80-120) dans le cas du modèle PIN9 qui utilise la technique de changement dynamique de modèles.

Au niveau de la vérification expérimentale systématique beaucoup reste à faire. Mais les techniques de test automatique et d'identification pourront s'appliquer au nouveau modèle à graphe de liens. Cependant il restera à définir des techniques d'estimation des paramètres technologiques. Ces techniques d'estimation pourront reposer sur une analyse physique du rôle des paramètres, mais aussi sur des études systématiques de sensibilité des paramètres technologiques.

Finalement nous avons obtenu des modèles des cinq principales régions semiconductrices élémentaires, la zone de charge d'espace (DeJ), la zone neutre ohmique (ohmic), la zone neutre en équilibre thermodynamique (DeN), la zone neutre en forte injection (plasma) et le modèle de la base du transistor bipolaire (base) qui est en fait très proche du modèle de zone neutre à l'équilibre thermodynamique. Les graphes de liens de la diode PIN et du transistor bipolaire rassemblent ces cinq modèles de régions semiconductrices élémentaires. Les résultats de simulation obtenus sont très bons et ont surtout un comportement très proche de la physique: lorsque l'on modifie un paramètre du modèle l'évolution du comportement est très physique. Malheureusement nous devons constater que la tâche est loin d'être simple, et que du chemin reste à parcourir. Heureusement les résultats déjà obtenus sont très encourageants. Ce travail devra donc être poursuivi.

5.2. Bilan de la modélisation des systèmes

Bien évidemment notre originalité en matière de modélisation des systèmes repose sur l'utilisation des graphes de liens. Initialement nous avons choisi cette méthode car nous y percevions un intérêt important pour la simulation électro-thermique des systèmes. En fait, si l'intérêt existe nous n'avons pas encore pu le mettre en pratique. Mais il est bien clair que nous allons le faire très prochainement. C'est notamment l'un des objectifs de notre collaboration avec le LAAS dans le cadre du programme PROCHIP.

De plus, l'utilisation des graphes de liens apporte bien d'autres avantages. Par exemple **l'analyse de causalité** est trop souvent perçue comme une contrainte dans la description des systèmes. Mais il doit être clair que l'analyse de causalité exige une **description physique** fine de la nature déterministe des systèmes. C'est ce qui permet de bien ordonner les équations du système et d'obtenir des temps de simulation souvent bien meilleurs que ceux obtenus par la méthode nodale (SPICE, SABER).

La meilleure illustration de ce gain de performances est le cas des circuits utilisant l'interrupteur parfait. L'analyse de causalité permet la construction du réseau de Petri. Chaque état correspond à un système bien conditionné, sans élément parasite inopportun. Nous obtenons ainsi des vitesses de simulation 10 fois plus grandes qu'avec le simulateur commercial SABER.

Evidemment toutes ces simulations n'ont été possibles que par le développement du simulateur PACTE. Malheureusement l'effort de développement a été considérable. Mais compte tenu des résultats obtenus nous pensons que l'effort a été judicieux.

Nous pensons que l'optimisation du simulateur PACTE va permettre d'accentuer progressivement l'écart avec les simulateurs classiques basés sur la méthode nodale. Mieux encore il est probable d'obtenir des coûts de simulation proportionnels au nombre de commutations, de façon peu dépendante du nombre de noeuds du système. En effet il est bien connu que ce coût de simulation d'un système d'équations algébriques et différentielles croît à peu près comme le carré de l'ordre du système (le nombre d'équations simultanées). En simplifiant, dans le cas de la méthode nodale, l'ordre du système est égal au nombre de noeuds du réseau. Et donc le coût croît comme le carré du nombre de noeuds. Mais dans le cas du graphe de liens l'ordre du système est égal au nombre de variables d'état. Par exemple si nous prenons le cas d'un circuit onduleur triphasé avec des interrupteurs idéaux, chargeant un système inductif en triangle, le nombre de noeuds est 11 et le nombre de variables d'état est 3 soit un rapport théorique de $121/9$ en faveur de la méthode des graphes de liens. Aussi, plus le système est complexe plus la méthode des graphes de liens pourra être performante.

5.3. Bilan en matière de CAO en électronique de puissance

De façon plus concrète, actuellement PACTE est probablement le meilleur outil de développement de modèles. Cela est dû à la facilité de description du langage de modélisation de PACTE, mais cela résulte aussi des outils de développement, comme le "debugger" et l'interpréteur de modèles qui lui sont associés.

Ainsi avec les modèles de composants que nous avons développés et le simulateur PACTE, il est très facile de simuler des circuits simples comme un hacheur de tension ou plus généralement une **cellule de commutation**. Mieux encore, nous pensons qu'actuellement aucun autre simulateur de circuit ne permet aussi facilement la simulation de la commutation d'une cellule de commutation depuis un état de départ arbitraire. PACTE offre cette facilité grâce à l'emploi des réseaux de Petri en général, et de la description des états stationnaires dans les modèles de composants en particulier.

Cependant, si pour les systèmes réels qui sont plus complexes, la simulation avec PACTE demeure tout à fait possible, le coût de calcul et les problèmes liés à la description causale des systèmes complexes, rendent cette simulation nettement plus difficile.

Partant de ce constat nous allons maintenant proposer des objectifs pour permettre l'utilisation des techniques que nous avons développées, pour la conception des systèmes (réels).

5.4. Prospectives

Le premier objectif sera d'obtenir des modèles pour les autres composants de puissance. Par exemple la modélisation des dispositifs à effet de champ (MOS, IGBT ...) nous obligera à définir des régions non neutres sous effet de champ.

Le second objectif sera d'étendre la validité des modèles existants. Si la description "simpliste" de l'état 'nil' du modèle de la zone de charge d'espace est suffisant dans de nombreux cas, nous avons détecté des limites dans le cas du transistor bipolaire de puissance à fort niveaux de courant. Nous pourrions aussi envisager le développement de modèles de la région de plasma utilisant plus de quatre fonctions de décomposition, pour améliorer la qualité de

l'approximation. Nous devons aussi étudier la validité des modèles en fonction de la température, pour permettre des simulations électro-thermiques précises, voire la simulation de la phase de destruction d'un composant. Ces deux derniers aspects étant fondamentaux pour l'estimation de la fiabilité des composants dans un système. Enfin notre collaboration avec le LEG sur le rôle et la prédétermination des éléments parasites de câblage, montre que nous devons améliorer la représentation des non-linéarités dans les effets capacitifs et de la résistivité à l'état bloqué. Ce dernier aspect est quant à lui essentiel pour pouvoir estimer les perturbations créées par les composants.

Il y a donc un certain nombre d'études de modélisation à poursuivre.

Notre troisième objectif sera de permettre une plus grande souplesse dans la simulation des systèmes (complexes). Pour cela nous devons faire intervenir la notion d'**héritage de modèles** qui est, sans doute, une solution pour la **description fonctionnelle**. Illustrons cela par un exemple. Nous pouvons définir la notion d'interrupteur simplement en définissant le modèle interrupteur par un port électrique, et deux états 'on' et 'off' avec leurs causalités respectives. Nous pouvons alors déclarer que le modèle diode est un interrupteur (héritant d'interrupteur), car tout modèle de diode possède bien ces mêmes caractéristiques. Nous pouvons aussi déclarer plusieurs modèles comme étant des modèles diode, c'est à dire héritant des propriétés du modèle de diode. L'intérêt de cette démarche est de simplifier la description des tâches de simulation, en réutilisant des procédures déjà définies. On pourrait par exemple définir une fois pour toute comment calculer la caractéristique statique de la diode ou la caractéristique à l'ouverture. Par la suite, ces caractéristiques pourraient être calculées pour des diodes avec les modèles PIN4, PIN9 ou notre macro-modèle de diode (le graphe de liens), en utilisant simplement la procédure "virtuelle" déjà définie pour le modèle diode. Nous pourrions aussi déclarer que le transistor MOS ou le transistor bipolaire sont des interrupteurs et même que l'ensemble MOS avec diode en série et diode en anti parallèle est aussi un interrupteur. Enfin au niveau d'un système plus complexe la notion de circuit_hacheur peut s'appliquer à de nombreux convertisseurs. Pourtant tous ces convertisseurs auront en commun un état de roue-libre et un état de charge directe.

L'héritage de modèles est donc probablement une évolution indispensable de la modélisation des systèmes et plus sûrement une évolution à moyen terme du simulateur PACTE.

Bibliographie

- [1] R. A. Rohrer, "Circuit Simulation - the Early Years" IEEE Circuit and Devices, Vol. 8, No. 3, May 1992.
- [2] P. O. Lauritzen and C. L. Ma, "A Simple Power Diode Model with reverse Recovery", IEEE Trans. on Power Electronics. Vol. 6, No. 2, pp. 188-191, April, 1991.
- [3] C.H. Xu and D. Schroder, "A Power Bipolar Junction Transistor Model Describing Static and Dynamic Behaviour," IEEE Trans. on Power Electronics, Vol. 7, No. 4, pp. 734-740, 1992.
- [4] A. R. Hefner, "Analytical Modeling of Device-Circuit Interactions for the Power Insulated Gate Bipolar Transistor (IGBT)", IEEE Trans. on Industry Applications. Vol. 26. No. 6, Nov./Dec. 1990.
- [5] J.L. Massol, mémoire de thèse, "Représentation des phénomènes de diffusion dans la modélisation des composants bipolaires de puissance. Application à la simulation du recouvrement inverse de la diode". INSA de Toulouse, 23 Septembre 1993.
- [6] D. J. Roulston, "Bipolar Semiconductor Devices", Mc GRAW-HILL, New York, 1990.
- [7] M. M. Paynter, "Analysis and Design of Engineering Systems" M.I.T. Press, Cambridge (Mass.). 1961.
- [8] D. Karnopp and R. Rosenberg, "System dynamics: A Unified Approach", Wiley, New York, 1975.
- [9] B. Maschke, "Approche systemique des systèmes continus - graphes de liaison," Journées EEA - Electrotechnique 92, 26 et 27 mars 1992.
- [10] R. David et H. Alla. "Du Grafcet aux réseaux de Petri", Hermès, Paris, 1989.
- [11] G. M. Asher and V. Eslamboost, "Power electronic circuit simulation using bond-graph techniques". Proc. EPE, 1989, pp. 807-812.
- [12] B. Allard, "Graphe de liens du transistor bipolaire de puissance en vue de la simulation de circuits", Thèse de Doctorat, INSA de Lyon, le 7 Février 1992.
- [13] Liu, Hsieh, Chang, Bocek and Hsiao IEEE Trans. Pow. Electr., vol. 8, n°1, Jan. 1993

- [R5] H. Morel, S.H. Gamal and J.P. Chante. - State Variable Modeling Of The Power PIN Diode Using An Explicit Approximation Of Semiconductor Device Equations: A Novel Approach - Accepté à IEEE Transaction on Power Electronics.
- [C2] O. Hamel, H. Morel, K. Besbes, J.P. Chante - Behavioral simulation of diode devices in power systems. Presented in the International Congress IMACS 1988, "12th Congress on Scientific Computation" - Paris, july 18-22 1988, vol. 3 p. 219-223.
- [C15] B. Allard, H. Morel and J.P. Chante - State Variable modeling og high level injection regions in power devices. Application to power system simulation. IEEE PESC'92, Toledo, June 29 - July 3, 1992.
- [C17] B. Allard, H. Morel and J.P. Chante - Power Electronic Circuit Simulation Using Bond Graph and Petri Network Techniques. IEEE PESC'93, Seattle USA, June 21-25, 1993.
- [C18] B. Allard, H. Morel and J.P. Chante - Reusing basic semiconductor region models in power device bond graph definition - EPE'93
- [C19] C. C Lin, B. Allard, H. Morel and J.P. Chante - Technological parameter identification of PIN-diode using transient signal parameter fits - EPE'93

- [CN5] H. Morel, K.Besbes, J.P. Chante, J.P. Ferrieux, J. Perard -Simulations comportementales en électronique de puissance - Congrès national SEE "CAO et simulation en électronique de puissance: du composant au système" - Marseille 1-2 Juin 1989.

ANNEXE 2.b

Sources PACTE des modèles de régions semiconductrices élémentaires

Modèle de la zone neutre à dopage non homogène: DeN.m

Modèle de la zone neutre en conduction ohmique: ohmic.m

Modèle de la zone neutre en forte injection: plasma.m

Modèle de la zone de charge d'espace: DeJ.m


```

////////////////////////////////////
//////  CEGELY - Insa de Lyon
//////  H. MOREL
////////////////////////////////////  Hacheur avec interrupteurs ideaux et régulation

```

```

#include <physics.u>
#include <standard.h>

```

```

//////////////////////////////////// definition du circuit à simuler //////////////////////////////////
model BuckChopper

```

```

{
box PulseSu E;   /// la source

box Rx R;        /// la charge
box Cx C;
box L L;

box PulseSu G,G1;      /// la commande;
box Ampli a1,a2,comparateur;
box Integrator i3;
box Su consigne;
box Rx Rc,Rg;

box electricIdealDiode D;

box insulatedIdealSwitch T;

Kirchhoff
[  node voltage mass,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10;

    E[mass,1];
    R[mass,3]; C[mass,3]; L[3,2];
    D[2,mass];
    T[2,1,mass,10];
    G[2,4]; Rg[2,4];
    a1[mass,3,mass,5];
    a2[6,5,mass,7];
    consigne[mass,6];
    i3[mass,7,mass,8];
    G1[mass,9];
    comparateur[9,8,mass,10];
    Rc[mass,10];
];

```

```

BuckChopper(time periodeDeRecurrence,
             time periodeDeConduction
             );

```

```

state basic(voltage u)
{ L:static(); D:off(); T:off(); i3:normal(u); C:static();}
state load(current i, voltage V, voltage u)
{ L:transient(i); C:transient(V); D:off(); T:on(); i3:normal(u);}
state freeWheel(current i, voltage V, voltage u)
{ L:transient(i); C:transient(V); D:on(); T:off(); i3:normal(u);}
state *();
};

```

```

////////////////////////////////////
BuckChopper::BuckChopper(
    time periodeDeRecurrence,
    time periodeDeConduction
)

```



```

{
E(60V,80V,2 ms, 10ns,1ms, 10ns, 0s);          /// l'alimentation
R(30 Ohm); L(1.5mH); C(3uF);    /// la charge
G(5 V, 0V, periodeDeRecurrence, 10ns, periodeDeConduction, 10ns, 0ns);
                                   /// la commande
Rg(100Ohm);
G1(6 V, 0V, periodeDeRecurrence, periodeDeRecurrence- 20ns, 10ns, 10ns, 0ns);

a1(0.1,15V);
a2(1,15V);
consigne(3V);
Rc(1000Ohm);
i3(1 KOhm, 200 nF);
comparateur(1000,15V);
}

////////////////////////////////////

///// description de la simulation

system BuckChopper test(20us, 10us);
                                   /// construction du système à simuler

time t = 0 us;                      /// déclaration de l'instant initial

file output("test.x");              /// déclaration du fichier de sortie

test:freeWheel(0.01A,0V,0V);         /// état de départ

test.transientAnalysis(t,0.1us,3ms,5000,0.001,0.0001):
                                   /// analyse transitoire
    output << D.i << D.u << T.i << T.u << L.i << C.u
    << i3.uIn << i3.uOut << comparateur.uOut << G1.u
    << a1.uOut << a2.uIn << a2.uOut;

```



```

////////////////////////////////////
// CEGELY - Insa de Lyon -
// basic semiconductor regions
// B. Allard, H. Morel
// modèle DeN

#include <physics.u>

model neutralRegion
{
    port electric      input x1(i,v1),
                        output x2(i,v2);
    port carrierEnergyFlow
                        input m(fm, Um),
                        output M(fM, UM);
    port geometric      output a(fa,a);

    state normal();

    neutralRegion(
        none diffusedRegionType,
        none epitaxyRegionType,
        area A,
        resistance Rx,
        length LDmin,
        concentration junctionConcentration,
        length junctionGradient,
        temperature T);

    const voltage uT,uKhi;
    const none khiD,khiE;
    const resistance R;
    const length xD,xJ;
    const carrierFlow fm0;
    const energyDensity UN, Uni;

    current im, iM;
};

```

```

//////////////////////////////////// constructor //////////////////////////////////
neutralRegion::neutralRegion(
    none diffusedRegionType,
    none epitaxyRegionType,
    area A,
    resistance Rx,
    length LDmin,
    concentration junctionConcentration,
    length junctionGradient,
    temperature T)
{
    charge q= 1.602e-19 C;
    entropy k= 1.38e-23 J/Kelvin;
    uT= k*T/q;
    R = contactResistance;
    xD = junctionGradient;
    xJ = junctionDepth;

    concentration ni = 1.45e10 cm-3;
    Uni = 1.5*k*T*ni;
    UN = 1.5*k*T*junctionConcentration;
    khiD = diffusedRegionType;
    khiE = epitaxyRegionType;

    uKhi = khiD*1.5*uT;

    mobility mu_p = 450 cm2/V/s;
    mobility mu_n = 1450 cm2/V/s;
    mobility
    muMinority = H(khiD)*mu_n + H(-khiD)*mu_p;
    fm0 = muMinority*uT*A/LDm;
}

////////////////////////////////////
state neutralRegion::normal()
{
    fa = 0 J/cm/s;

    none r = a/xJ;
    none y = a*(2*xJ-a)/(2*xJ*xD)*H(1-r) +
            xJ/2/xD*H(r-1);

    none gamma = exp(y)+khiE*khiD;
    UM = gamma*UN;

    voltage u= R*i + khiD* uT *ln(UM/Uni);
    (v1 = u+ v2 | v2 = v1 - u);

    fm = minorityFlow*(1-Uni*Uni/UM/Um);

    im = fm*Um/uKhi;
    iM = fM*UM/uKhi;
}

```



```

/// Zone de plasma

include <physics.u>

////////// déclaration //////////
model plasma
{
port carrierEnergyFlow      output Ma(fMa,UMa),
                             input ma(fma,Uma),
                             input Mb(fMb,UMb),
                             output mb(fmb,Umb);

port geometric      input a(fa,A),
                             output b(fb,B);

port electric      input xa(i,va),
                             output xb(i,vb);

state saturation(none x1, none x2, none x3,
                 none x4)[none a, none b];
state recovery(none x1, none x2, none x3)[none a, none b];
state nil();
slow state static()[none a, none b];

plasma(          none dopingType,
              area deviceArea,
              time ambipolarLifeTime,
              temperature T,
              concentration baseConcentration,
              length baseWidth,
              length junctionGradient);

const none khi,pi,pi2;
const voltage uT,uKhi;
const area Area;
const time tau;
const energyDensity UNj;
const current iDs;
const none Cm, CM, gamma;
const length LD,W,xD;
const resistance Rd0;

none pA,pB;
none ksi1, ksi2, ksi3, ksi4;
current iMa,ima,iMb,imb;
voltage u;
};

////////// constructeur //////////
plasma::plasma(none dopingType,
               area deviceArea,
               time ambipolarLifeTime,
               temperature T,
               concentration baseConcentration,
               length baseWidth,
               length junctionGradient)
{
khi = dopingType;
pi= 3.1415927;
pi2= pi*pi;

charge q= 1.602e-19 C;
entropy k= 1.38e-23 J/Kelvin;
uT= k*T/q;
uKhi = -khi*1.5*uT;
    /// uKhi*iMa = UMa*fMa;
    /// uKhi*ima = Uma*fma;
    /// uKhi*iMb = UMb*fMb;

```

```

    /// uKhi*imb = Umb*fmb;

Area= deviceArea;

tau = ambipolarLifeTime;
W = baseWidth;
xD = junctionGradient;

mobility mu_p= 320 cm2/V/s;
mobility mu_n= 880 cm2/V/s;
gamma= (mu_n - mu_p)/(mu_n+mu_p);
none Cp = mu_p/(mu_n+mu_p);
none Cn = mu_n/(mu_n+mu_p);
Cm = H(-khi)*Cp + H(khi)*Cn;
CM = H(khi)*Cp + H(-khi)*Cn;

diffusionFactor D= 2*uT*mu_n*mu_p/(mu_n+mu_p);

length Wb = baseWidth;
length w1 = 1um;
none ro1 = sqrt(w1*w1/(D*tau));
LD= w1/ro1;

UNj= 1.5*k*T*baseConcentration;

iDs = q*D*baseConcentration*Area/LD;

Rd0 = LD/(q*(mu_n+mu_p)*Area*baseConcentration);
}

////////// state plasma::saturation(none x1, none x2,
                                   none x3, none x4) [none a, none b]

{
A = a*LD;
B = b*LD;
u=0V;
(va = vb-u | vb = va+u );
UMa = Uma;
Umb = UMb;

none eta= b-a;
none eta2= eta*eta;
none kappa= exp(-eta);

if (x1<eta) nil();    /// end of high level injection !

none s1 = eta2 + pi2;
none s2 = eta2 + 4*pi2;
none s3 = eta2 + 9*pi2;

    //      matrix G = 1/M
none g1 = s2/(8*s1*(1-kappa));
none g2 = s1*s3/(16*eta2*s2*(1+kappa));
none g3 = 3*pi*eta/8/s1;
none g4 = 15*pi/32/eta/s2;

none x13 =x1+3*x3;
none x24 = 3*x2+5*x4;
ksi1 = g1*x13+g2*x24;
ksi2 = g1*x13-g2*x24;
ksi3 = g3*(x1-s2/eta2*x3);
ksi4 = g4*(s1*x2-s3*x4);

pA =      ksi1 + kappa*ksi2;

```



```

////////////////////////////////////
// CEGELY - Insa de Lyon
// B. Allard, H. Morel
// Région Ohmique

#include <physics.u>

//////////////////////////////// description //////////////////////////////////
model ohmicRegion
{
    port carrierEnergyFlow output M1(fm1,UM1),
                                input m1(fm1,Um1),
                                input M2(fm2,UM2),
                                output m2(fm2,Um2);

    port geometric      input a1(fa1,a1),
                                output a2(fa2,a2);
    port electric      input x1(i,v1),
                                output x2(i,v2);

    state normal();
    state nil();

    ohmicRegion(
        none index, // region index
        area A,      // device area
        concentration N, // doping concentration
        length L,    // region maximal length
        temperature T);

    const resistance Rmax;
    const length L;
    const energyDensity Um,UM;
    const carrierFlow fm;
    const voltage uT;
};

//////////////////////////////// constructor //////////////////////////////////
ohmicRegion::ohmicRegion(    none khi,
                            area A,
                            concentration N,
                            length maximalLength,
                            temperature T)
{
    charge q= 1.602e-19 C;
    entropy k= 1.38e-23 J/Kelvin;
    uT= k*T/q;

    mobility muN = 1500 cm2/V/s;
    mobility muP = 450 cm2/V/s;

    mobility mu_M = muP*H(khi) + muN*H(-khi);
    mobility mu_m = muP*H(-khi) + muN*H(khi);
    concentration ni = 1.45e10 cm-3;
    L = maximalLength;

```

```

time tau_m = 1us;
none ro = mu_m*uT*tau_m/L/L;
length LDm = L*sqrt(ro);

```

```

fm = LDm/tau_m*A;
Um = 1.5*k*T*ni*ni/N;
UM = 1.5*k*T*N;
Rmax= L/(A*q*mu_M*N);
}

```

```

//////////////////////////////// the normal state //////////////////////////////////
state ohmicRegion::normal()
{
    fa1= 0.0 J/cm/s;

```

```

    none ro = 1-a1/L;
    if (nil) nil();

```

```

    a2= 0cm;

```

```

    fm1 = 1.5*uT*i/UM1;
    Um1 = Um;
    Um2 = Um;
    fm2 = fm1;

```

```

    resistance r= Rmax*H(ro)*ro;
    voltage u = r*i;

```

```

    (v1 = u+v2 | v2 = v1-u);
}

```



```

/// Zone de charge d'espace

#include <physics.u>

////////// déclaration //////////
model DeJ
{
port carrierEnergyFlow      input MD(fMD,UMD);

port carrierEnergyFlow      output mD(fmD,UmD);
port geometric              input aD(faD,aD);
port electric               input xD(i,vD);

port carrierEnergyFlow      output me(fme,Ume);
port carrierEnergyFlow      input Me(fMe,UMe);
port geometric              output ae(fae,ae);
port electric               output xe(i,ve);

state depletion(none Q1) [none y1, none y2];
slow state static() [none y1, none y2];
state nil();

DeJ( none khiD,
     area deviceArea,
     length dopingGradient,
     length junctionDepth,
     length baseWidth,
     length dopingGradient2,
     concentration Nj,
     temperature T);

const voltage uT, uB0, uKhiD;
const energyDensity Uj;
const energy Ud;
const length xD, xJ;
const area A;
const none r, khiD;
const none w01, y1_02, y2_02;
const carrierFlow fs;
const charge Qd0;
const none ro0;
const none yB,aB;

none G1,G2,H1,H2,I1,I2;
current ime,iMD;
none uB;
};

////////// constructor //////////
DeJ::DeJ(
    none index,
    area deviceArea,
    length dopingGradient,
    length junctionDepth,
    length baseWidth,
    length dopingGradient2,
    concentration Nj,
    temperature T)

{
    /// physical constants
    charge q= 1.602e-19 C;
    entropy k= 1.38e-23 J/Kelvin;
    /// silicon constants
    dielectricConstant eps= 1.045e-10 F/m;
    speed vs= 1.0e7 cm/s;
    concentration ni = 1.45e10 cm-3;

    khiD = index;
    uT= k*T/q;          /// thermal voltage
    uKhiD = khiD*1.5*uT;
    /// current convention
    /// uKhiD*iMD = UMD*fMD;
    /// uKhiD*imD = UmD*fMD;
    /// uKhiD*iMe = UMe*fMe;
    /// uKhiD*ime = Ume*fme;

    Uj= 1.5*k*T*Nj; /// normalization energy
    area Ld2= eps*uT/q/Nj;

    xD = dopingGradient;
    xJ = junctionDepth;
    A = deviceArea;
    r= Ld2/xD/xD;

    none r24 = 24*r;
    none phiJ = ln(Nj/ni);
    none u00 = r24*(phiJ-ln(2));
    none w00 = pow(u00,1/3);
    w01 = pow(u00+r24*ln(w00),1/3);
    none w02 = 1+sqrt(1+4*phiJ*r);
    none ro02 = exp(-w02);
    none z1_02 = w02/(1-ro02);
    none z2_02 = ro02*z1_02;
    y1_02 = -ln(z1_02);
    y2_02 = -ln(z2_02);

    uB0 = khiD*uT/r;
    fs = -A*vs;
    Ud = Uj*A*xD;
    Qd0 = khiD*q*A*Nj*x1D;

    ro0 = 1.5;
    yB = baseWidth/xD;
    aB = dopingGradient/dopingGradient2;
}

//////////
state DeJ::depletion(none Q1)[none y1, none y2]
{
    none z1 = exp(-y1);
    none z2 = exp(-y2);
    none gB = exp(aB*(y2-yB))/aB;
    G1 = z1/(1-z1);
    G2 = (z2+gB)/(1-z2+gB);
    H1 = y1+z1-1;
    H2 = y2+z2-1+gB;
    I1 = y1*y1/2-y1+1-z1;
    I2 = y2*y2/2-y2+1-z2+gB/aB;

    uB = (I1-I2+H1*(y2-y1))/r - G1*(y2-y1);

    if (uB < 1) nil();

    (ve = vD)+uB*khiD*uT | vD = ve-uB*khiD*uT);

    aD = -xD*y1; ae = xD*y2;

    UMe = Uj * (1-z2);

    /// minority carrier
    UmD = UMe * exp(-uB);
    fme = fs;
}

```



```

ime = Ume*fme/uKhiD;
current imD = UmD*fmD/uKhiD;
iMD = i-imD;

fMD = (iMD*uKhiD)/UMD;

r*(G1+G2) == H1-H2;
II1 == Q1;
Q1' == (ime-iMD)/Qd0;
}

////////////////////////////////////
state DeJ::static() [ none y1, none y2]
{
y1:= y1_02;
none z1 = exp(-y1);
H1 = y1+z1-1;

if (dynamic) depletion(H1)[y1,y2];

y2:= y2_02;
none z2 = exp(-y2);
none gB = exp(aB*(y2-yB))/aB;

G1 = 0;
G2 = 0;
H2 = y2+z2-1+gB;
I1 = y1*y1/2-y1+1-z1;
I2 = y2*y2/2-y2+1-z2+gB/aB;

uB = (I1-I2+H1*(y2-y1))/r - G1*(y2-y1);

if (uB < 1) nil();

(ve = vD+uB*khiD*uT | vD = ve-uB*khiD*uT);

aD = -xD*y1;    ae = xD*y2;

UMe = Uj * (1-z2);

    /// minority carrier
UmD = UMe * exp(-uB);
fme = fs;

ime = UmD*fme/uKhiD;
current imD = UmD*fmD/uKhiD;
iMD = i-imD;

fMD = (iMD*uKhiD)/UMD;

0 == H1-H2;
ime == iMD;
}

////////////////////////////////////
state DeJ::nil()
{
aD = 0.3 um -ae

fae = 0 J/s/m;

uB = 1;
(ve = vD+uB*khiD*uT | vD = ve-uB*khiD*uT);

Ume = UMD/ro0; // P(aD) -> p(ae)
UmI = UMe/ro0;

```

```

fMe = fmD/ro0;
fMD = (i*uKhiD - UmD*fmD)/UMD;

ime = Ume*fme/uKhiD;
iMD = UMD*fMD/uKhiD;

none y1 = y1_02*1.5;
none z1 = exp(-y1);
H1 = y1+z1-1;

none y2_0 = 1+H1;
H2 = H1;
none y2_1 = 1+H2-exp(-y2_0);
none y2=1+H2-exp(-y2_1);
if (depletion) depletion(H1)[y1,y2];
}

```



```

pB = kappa*ksi1 + ksi2;

if (pA<1) recovery(x1,x2,x3)[a,b];

      /// moving boundary matrices
none c1 = s1*s1/pi2;
none c2 = s2*s2/4/pi2;
none c3 = s3*s3/9/pi2;
none ns2 = 2*eta*(1+kappa);
none nd2 = 2*eta*(1-kappa);

none Ga21 = (ns2-s1)/c1;
none Ga22 = -(ns2+kappa*s1)/c1;
none Ga31 = -(ns2+s2)/c2;
none Ga32 = -(nd2+kappa*s2)/c2;
none Ga41 = (ns2-s3)/c3;
none Ga42 = -(ns2+kappa*s3)/c3;

frequency mb2 = Ga21*(a'*ksi1+b'*ksi2)
+Ga22*(a'*ksi2+b'*ksi1)
      -pi/4*(a'+b')*ksi3 +8/9/pi*(b'-
a')*ksi4;

frequency mb3 = Ga31*(a'*ksi1-b'*ksi2) +
Ga32*(a'*ksi2-b'*ksi1)
      +16/9/pi*(b'-a')*ksi3 -
pi/2*(a'+b')*ksi4;

frequency mb4 = Ga41*(a'*ksi1+b'*ksi2)
+Ga42*(a'*ksi2+b'*ksi1)
      +72/25/pi*(b'-a')*ksi4;

iMa = UMa*iMa/uKhi;
iMa;
fma = ima*uKhi/UMa;

imb = Umb*fmb/uKhi;
imb;
fMb = iMb*uKhi/UMb;

none I1 = ( i - iMa - imb)/iDs;
none I2 = (gamma*i - iMa + imb)/iDs;

frequency abD = a'*pA - b'*pB;
frequency abS = a'*pA + b'*pB;

x1' == (I1 - x1)/tau + abD;
x2' == (I2 - s1/eta2*x2)/tau + abS - mb2;
x3' == (I1 - s2/eta2*x3)/tau + abD - mb3;
x4' == (I2 - s3/eta2*x4)/tau + abS - mb3;

pA*UNj == UMa;
pB*UNj == UMb;
}

////////////////////////////////////
state plasma::recovery(none x1, none x2,
      none x3)[none a, none b]

{
fa = 0 W/cm;
B = b*I.D;
Umb = UMb;

u = 0V;
(va = vb-u | vb = va+u );

```

```

pA = UMa/UNj;

none eta= b-a;

if (x1<eta) nil(); /// end of high level injection !
none eta2= eta*eta;
none kappa= exp(-eta);

none s1 = eta2 + pi2;
none s2 = eta2 + 4*pi2;
none s3 = eta2 + 9*pi2;

      // matrix G = 1/M
none g1 = s2/(8*s1*(1-kappa));
none g2 = s1*s3/(16*eta2*s2*(1+kappa));
none g3 = 3*pi*eta/8/s1;
none g4 = 15*pi/32/eta/s2;

none x13 =x1+3*x3;

      /// eliminating pA = ksi1 + kappa*ksi2;
none
x4 = ((pA-g1*x13*(1+kappa))/g2/(1-kappa)-3*x2)/5;

none x24 = 3*x2+5*x4;
ksi1 = g1*x13+g2*x24;
ksi2 = g1*x13-g2*x24;
ksi3 = g3*(x1-s2/eta2*x3);
ksi4 = g4*(s1*x2-s3*x4);

none pA1 = ksi1 + kappa*ksi2;
pB = kappa*ksi1 + ksi2;

      //// moving boundary matrices
none c1 = s1*s1/pi2;
none c2 = s2*s2/4/pi2;
none c3 = s3*s3/9/pi2;
none ns2 = 2*eta*(1+kappa);
none nd2 = 2*eta*(1-kappa);

none Ga21 = (ns2-s1)/c1;
none Ga22 = -(ns2+kappa*s1)/c1;
none Ga31 = -(ns2+s2)/c2;
none Ga32 = -(nd2+kappa*s2)/c2;
none Ga41 = (ns2-s3)/c3;
none Ga42 = -(ns2+kappa*s3)/c3;

frequency mb2 = Ga21*(a'*ksi1+b'*ksi2)
+Ga22*(a'*ksi2+b'*ksi1)
      -pi/4*(a'+b')*ksi3 +8/9/pi*(b'-
a')*ksi4;

frequency mb3 = Ga31*(a'*ksi1-b'*ksi2) +
Ga32*(a'*ksi2-b'*ksi1)
      +16/9/pi*(b'-a')*ksi3 -
pi/2*(a'+b')*ksi4;

frequency mb4 = Ga41*(a'*ksi1+b'*ksi2)
+Ga42*(a'*ksi2+b'*ksi1)
      +72/25/pi*(b'-a')*ksi4;

ima = Cm*i - iDs*(eta*(kappa*ksi2-
ksi1)+pi*(ksi3+2*ksi4)/eta);
iMa = i-ima;

```



```

Uma = ima*uKhi/fma;
fMa = iMa*uKhi/UMa;

imb = Umb*fmb/uKhi;
fMb = iMb*uKhi/UMb;

iMb = i-imb;

none I1 = ( i - iMa - imb)/iDs;
none I2 = (gamma*i - iMa + imb)/iDs;

frequency abD = a*pA - b*pB;
frequency abS = a*pA + b*pB;

x1' == (I1 - x1)/tau + abD;
x2' == (I2 - s1/eta2*x2)/tau + abS - mb2;
x3' == (I1 - s2/eta2*x3)/tau + abD - mb3;
// x4' == (I2 - s3/eta2*x4)/tau + abS - mb4;

a*LD == A;
pB*UNj == UMb;
}

//////////
state plasma::nil()
{
fa = 0 W/cm;
B = A;
(va = vb | vb = va );
fMa = fMb;
Uma = Umb;

UMb = UMa;
fmb = fma;

pA = Uma/UNj;
pB = Umb/UNj;
ksi1=0; ksi2=0; ksi3=0; ksi4=0;

iMa = UMa*fMa/uKhi;
ima = i-iMa;
imb = Umb*fmb/uKhi;
iMb = i-imb;

none p0 = 2;
none eta= ln(p0);
none kappa= exp(-eta);
none cD = pi2/eta/eta;

ksi1 = p0;
ksi2 = 0;
ksi3 = 0;
ksi4 = 0;

    /// x = m*ksi
none x1 = (1-kappa)*ksi1;
none x2 = (1+kappa)/(1+cD)*ksi1;
none x3 = x1/(1+4*cD);
none x4 = x2*(1+cD)/(1+9*cD);

none a = 0.5;
none b = a+eta;
if (saturation) saturation(x1, x2, x3, x4)[a,b];
u = 0V;
}

//////////
state plasma::static()(none a, none b)
{
a:= -xD/LD*ln(100);
b:= W/LD-a;

A = a*LD;
B = b*LD;
(va = vb | vb = va);

UMa = Uma;
Umb = UMb;

pA = UMa/UNj;
pB = UMb/UNj;

none eta= b-a;
none kappa= exp(-eta);
none cD = pi2/eta/eta;

none D = 1-kappa*kappa;
ksi1 = (pA-kappa*pB)/D;
ksi2 = (pB-kappa*pA)/D;
ksi3 = 0;
ksi4 = 0;

    /// x = m*ksi
none x1 = (1-kappa)*(ksi1+ksi2);
none x2 = (1+kappa)/(1+cD)*(ksi1-ksi2);
none x3 = x1/(1+4*cD);
none x4 = x2*(1+cD)/(1+9*cD);

if (dynamic) saturation(x1,x2,x3,x4)[a,b];

iMa = UMa*fMa/uKhi;    /// the majority carrier is
enforces by a-side
ima = i-iMa;
fma = ima*uKhi/UMa;
imb = Umb*fmb/uKhi;    /// the minority carrier is
enforces by b-side
iMb = i-imb;
fMb = iMb*uKhi/UMb;

none I1 = (i-iMa-imb)/iDs;
none I2 = (gamma*i-iMa+imb)/iDs;

x1 == I1;
x2*(1+cD) == I2;
}

```