



Modélisation de la mise en forme des tôles métalliques et du comportement des matériaux polymères.

Hervé Laurent

► To cite this version:

Hervé Laurent. Modélisation de la mise en forme des tôles métalliques et du comportement des matériaux polymères.. Mécanique des matériaux [physics.class-ph]. Université de Bretagne Sud, 2011. <tel-00760070>

HAL Id: tel-00760070

<https://theses.hal.science/tel-00760070v1>

Submitted on 3 Dec 2012

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



HAL Authorization



HABILITATION À DIRIGER DES RECHERCHES

UNIVERSITÉ DE BRETAGNE-SUD

sous le sceau de l'Université européenne de Bretagne

Ecole doctorale SICMA

présentée par

Hervé LAURENT

Préparée au sein du

Laboratoire d'Ingénierie des MATériaux de Bretagne

Université de Bretagne-Sud

HDR soutenue le 18 octobre 2011

devant le jury composé de :

Noëlle BILLON

Professeur ENSMP, Sophia Antipolis / rapporteur

Jean-Claude GELIN

Professeur Institut FEMTO-ST, Besançon / rapporteur

Laurent TABOUROT

Professeur SYMME, Université de Savoie / rapporteur

Christophe FOND

Professeur IMFS, Université de Strasbourg / examinateur

Pierre-Yves MANACH

Professeur LIMATB, Université de Bretagne-Sud / examinateur

Luis Filipe MENEZES

Professeur CEMUC, Université de Coimbra (Portugal) / examinateur

Gérard RIO

Professeur LIMATB, Université de Bretagne-Sud / examinateur

Modélisation de la mise en
forme des tôles métalliques
et
du comportement des
matériaux polymères

Table des matières

Activités de Recherche	8
Introduction Générale	8
I Formulation et écriture des lois de comportement élasto-visco-plastique en grandes transformations	19
Contexte	20
1 Formulation d'un problème de mécanique en grandes transformations	21
1.1 Description géométrique d'un solide déformable	21
1.1.1 Coordonnées matérielles entraînées	22
1.1.2 Opérateur gradient de transformation	23
1.1.3 Vitesse, décomposition polaire et tenseurs taux de rotation et taux de déformation	23
1.2 Dérivation et intégration temporelles objectives des tenseurs	24
1.2.1 Dérivées temporelles des tenseurs	24
1.2.2 Intégrations temporelles des tenseurs	25
1.2.3 Dérivées rotationnelles	25
1.3 Mesures de déformation	26
1.3.1 Mesures de déformation d'Almansi et de Seth	26
1.3.2 Mesure de déformation de Hencky et différentes formes de dérivées objectives	27
1.4 Déformations cumulées tensorielles et exemple numérique	28
1.5 Conclusion	31
2 Modélisation du comportement élasto-visco-plastique	32
2.1 Lois de comportement élasto-plastique en petites perturbations	33
2.1.1 Potentiel thermodynamique	33
2.1.2 Modèles standards généralisés	34
2.1.3 Elasto-visco-plasticité et élasto-plasticité	35
2.2 Élasto-plasticité en grandes transformations	35
2.2.1 Décomposition multiplicative du gradient de transformation	36
2.2.2 Décomposition additive de la mesure de déformation d'Almansi	38
2.2.3 Décomposition additive de la mesure de Hencky	39
Conclusion de la partie I	43
Références bibliographiques de la partie I	51

II Mise en forme et retour élastique des alliages d'aluminium : influence de la température 52

Contexte 53

3 Formalisme des lois élasto-visco-plastiques 55

3.1	Comportement élastique	56
3.2	Fonction de charge et écoulement plastique	56
3.3	Représentation de l'écrouissage	57
3.3.1	Écrouissage isotrope	57
3.3.2	Écrouissage cinématique	57
3.4	Critères de plasticité	58
3.4.1	Critère de vonMises	58
3.4.2	Critère de Hill48	58
3.4.3	Critère de Barlat91	58
3.5	Conclusion	59

4 Etude du retour élastique d'un alliage d'aluminium en fonction de la température. 60

4.1	Experimental part	61
4.1.1	Drawing cup	62
4.1.2	Split-ring test	62
4.2	Simulation of the split-ring test at room temperature	63
4.2.1	Influence of constitutive model in springback prediction	63
4.2.2	Influence of numerical parameters in springback prediction	68
4.3	Simulation of the split-ring test in function of temperature	74
4.3.1	Isotherm simulation in DD3IMP	74
4.3.2	Thermo-mechanical simulation in ABAQUS	75

Conclusion de la partie II 77

Références bibliographiques de la partie II 82

III Modèle de comportement Hyperélasto-Visco-Hystérésis : application aux matériaux polymères 83

Contexte 84

5 Le modèle de comportement d'Hyperélasto-Visco-Hystérésis 85

5.1	Présentation du modèle HVH	85
5.2	Comportement d'hystérésis	87
5.2.1	Modèle rhéologique unidimensionnel	87
5.2.2	Schéma thermomécanique tensoriel de l'hystérésis pure	89
5.3	Comportement visqueux	90
5.4	Comportement hyperélastique	92
5.5	Conclusion	93

6 Caractérisations expérimentale et numérique de matériaux polypropylènes 94

6.1	Modélisation du comportement du PP par le modèle HVH	95
6.2	Identification des paramètres matériaux du modèle HVH pour le PP	95
6.2.1	Résultats en statique	96
6.2.2	Influence de la vitesse déformation	97

6.3	Validation du modèle HVH	99
6.4	Conclusion	100
7	Influence de la température sur le comportement d'un élastomère	101
7.1	Les phénomènes hyperélastique, visqueux et hystérétique dans les élastomères	102
7.1.1	L'élastomère réticulé étudié	102
7.1.2	Le comportement hyperélastique	103
7.1.3	Les mécanismes dissipatifs visqueux	104
7.1.4	Les mécanismes dissipatifs non-visqueux de type hystérétique	104
7.2	Modélisation du comportement de l'élastomère par le modèle HVH	106
7.3	Nouvelle méthode d'identification des paramètres matériaux du modèle HVH.	107
7.3.1	Identification des contributions hyperélastique et hystérétique à température ambiante.	107
7.3.2	Identification de la contribution visqueuse à température ambiante.	109
7.4	Caractérisation expérimentale du comportement en température et simulation avec le modèle HVH	111
7.4.1	Essais en température	111
7.4.2	Identification des paramètres matériaux en température	113
7.4.3	Simulation du comportement de l'élastomère avec le modèle HVH	117
7.5	Conclusion	120
	Références bibliographiques de la partie III	124
	Conclusion générale et perspectives	126
	Annexe	136

Activités de Recherche

Introduction Générale

Les thématiques de recherche présentées dans ce document s'articulent principalement autour de deux domaines : **la modélisation des procédés de mise en forme des matériaux métalliques** et **la simulation du comportement de matériaux polymères**. Ces travaux de recherches, menés sur la période 1997-2011, s'insèrent dans les axes de recherche du LIMATB et plus particulièrement dans ceux de l'Equipe Génie Mécanique et Matériaux (EG2M). Ils sont « à cheval » sur deux activités de recherche de cette équipe : « la mise en forme et l'assemblage par déformation plastique » et « la dynamique des matériaux et des structures, les chocs et les impacts ». Bien qu'initialement intéressé et attaché par les aspects numériques, la volonté de ces travaux a été d'allier les aspects de la modélisation avec ceux de l'expérimentation. L'objectif étant de chercher des modèles éléments finis, des méthodes numériques ou/et des lois de comportement, les plus aptes à décrire les résultats d'essais mécaniques réalisés sur des matériaux métalliques mais aussi sur des matériaux polymères.

Tous ces travaux ont été menés sur des structures soumises à des rotations finies et/ou à des déformation finies. Les modélisations de ces problèmes ont été menées à travers plusieurs codes de calcul, formulés nécessairement en grandes transformations. Mais ces simulations sont la dernière étape d'une démarche qui commence par l'observation d'un *phénomène physique* et amène, dans les cas favorables, à sa compréhension. Comprendre est ici synonyme de modéliser, soit à l'aide de concepts déjà disponibles, soit en en créant de nouveaux. Or, dans chacune de ces étapes, nous avons été confronté à des difficultés qui ne manquent pas : contraintes expérimentales (mesures, interprétation des résultats), concepts théoriques (définition et formulation de concepts nécessaires à la compréhension, modélisation des phénomènes de contact/frottement, modélisation du comportement des matériaux), contraintes numériques (taille croissante des problèmes qui nécessite la parallélisation de leur résolution, forte non-linéarité des problèmes)... En parallèle, il a toujours fallu répondre à un besoin industriel et le soucis a toujours été d'apporter des outils efficaces et rapides pour pouvoir prédire le comportement de structures réelles dans des logiciels ou avec des codes utilisés par les industriels.

Mes activités de recherche se sont déroulées en plusieurs étapes synthétisées dans le tableau 1.

Période	Statut/Fonction	Resp. Administrative	Labo	Thème de recherche	Publications
Sept. 1991					La liste complète est détaillée à la fin de la notice individuelle
Sept. 1992	D.E.A.		LAMM St Nazaire	Analyse de l'endommagement par fatigue d'un alliage d'aluminium AL2024-T351 par CND, RX	[30]
Sept. 1993	Scientifique du Contingent		C.E. Gramat ETCA/DGA	Implantation d'un modèle numérique d'endommagement du béton dans le code Abaqus	
Sept. 1994	Thèse		LG2M Centre de	Modélisation numérique de l'emboutissage	[79]
Sept. 1995			Génie de	. Eléments finis de coque SFE	[42, 88]
Sept. 1996	Ingénieur de recherche		Industriel	. Maillage adaptatif par relocalisation	[45]
Sept. 1997	ATER UBS (Lorient)			Eléments finis de coque CCE Logiciel ARVAG	
Sept. 1998	MCF			Modélisation des matériaux métalliques	[23]
Sept. 1999	Institut Universitaire Professionalisé			. Etude des lois de comportement élastoplastique	
Sept. 2000			Laboratoire de	Thèse de doctorat de V. Mora	[46]
Sept. 2001	Filière Génie	Directeur des Etudes	Génie	. Déformations cumulées tensorielles	
Sept. 2002	Mécanique et Productique	de la Maîtrise Génie	Mécanique et	. Décomposition additive de la mesure de déformation eulérienne de Hencky	
Sept. 2003		Mécanique et Productique	Matériaux	Etude du modèle d'Hyperélasto-Visco-Hystérésis	[65]
Sept. 2004	UBS (Lorient)		(LG2M)	Matériaux élastomères Collaboration de recherche avec la Barre- Thomas Société des Polymères. Interface de calcul entre Herezh et Abaqus	[38, 62, 64]
Sept. 2005	MCF UFR SSI			Matériaux polypropylènes Thèse de doctorat de M. Zrida en cotutelle avec l'ENIS de Sfax	[47, 78]
Sept. 2006	Filière Génie			Modélisation des	
Sept. 2007	Mécanique et Matériaux			matériaux métalliques	[35, 48]
Sept. 2008	CRCT		CEMUC Portugal	Thèse de doctorat de R. Grèze	Matériaux élastomères Thèse de doctorat de A. Vandenbroucke avec le Joint-Français Hutchinson
Sept. 2009	Bourse IEF			. Alliages d'aluminium	[22, 72, 95]
Sept. 2010		DE	LIMATB Equipe EG2M	. Retour élastique avec le split-ring test	[36, 100]
Sept. 2011	UBS (Lorient)	L3 Génie Mécanique		. Influence de la température	[7, 33, 49]

FIGURE 1 – Déroulement de carrière

Ma première expérience de recherche (**stage de DEA, effectuée au Laboratoire d'Applications des Matériaux à la Mécanique de St Nazaire**), effectuée de mars 1992 à juillet 1992 a été de mettre en évidence l'évolution de l'endommagement par fatigue d'un alliage d'aluminium 2024-T351, utilisé par l'Aérospatiale, à l'aide de moyens de Contrôle Non Destructifs (CND) et notamment, la diffraction aux rayons X [30]. Elle m'a permis d'acquérir des connaissances expérimentales par la réalisation d'essais mécaniques et d'observations par microscopie optique et électronique. Cette étude a été réalisée sous la direction de A. Clériver, B. Bourniquel et du Professeur J.L. Féron, en collaboration avec le Professeur J. Royer de l'Ecole Centrale de Nantes et du Service Recherche de l'Aérospatiale.

En 1992-1993, j'ai effectué mon service national en tant que **Scientifique du Contingent** au sein du Service Souffle et Thermique du Centre d'Etudes de Gramat (CEG) de l'Etablissement Technique Central de l'armement (Lot-46). L'objectif de ce service était d'étudier les effets mécaniques et thermiques de l'explosion nucléaire (onde choc, souffle, flash thermique et effets combinés souffle/thermique). L'étude qui m'a été proposée consistait à la mise au point d'un modèle d'endommagement du béton. Ce fut ma première expérience d'utilisation du code de calcul par éléments finis ABAQUS et de développement et d'implantation de lois de comportement par l'intermédiaire d'interface utilisateur UMAT. L'objectif était de pouvoir simuler le comportement du béton en prenant en compte son endommagement sous cycle de traction-compression. Ce travail a été effectué sous la direction de A. Rouquand, Ingénieur de Recherche au CEG et de C. Pontiroli qui a réalisé sa thèse sous le titre : « Comportement au souffle des structures en béton armé. Analyse expérimentale et modélisation » en partenariat avec l'Ecole Normale Supérieure de Cachan.

Ensuite, au cours de mes **travaux de thèse** (1993-1996), menés dans le cadre de plusieurs contrats de recherche avec Renault, ce sont plutôt **les aspects numériques de la modélisation de la mise en forme des matériaux métalliques** qui ont été abordés [41, 43, 44]. Cette thèse a été menée au sein d'une entité de transfert de technologie (le « Centre de Génie Industriel ») dans une équipe qui portait déjà le nom de « Laboratoire de Génie Mécanique et Matériaux » (LG2M). L'objectif était d'apporter des solutions originales aux problèmes d'ordre cinématique rencontrés dans la modélisation numérique des procédés de mise en forme comme l'emboutissage. Ces travaux se sont déroulés avec les collaborations de F. Moussy et B. Tathi (Renault), du Pr. J.C. Gélén (LMA-Besançon), de Pr. M. Jean et F. Jourdan (LMGC-Montpellier) et de P. Chabrand et F. Dubois (LMA-Marseille).

Deux thématiques de recherche ont été abordées au cours de cette thèse :

1. **le développement d'un nouvel élément fini de coque mince**, appelé SFE (pour Semi-Finite-Element), [42, 46, 79, 88], basé sur les hypothèses de Love-Kirchhoff et présentant l'avantage d'utiliser seulement trois degrés de liberté en déplacement par noeud tout en conservant une continuité C^0 (figure 2).

Cette famille d'éléments est proche d'autres éléments rencontrés dans la littérature [5, 11, 15, 24, 83]. Mais la prise en compte des phénomènes de flexion est réalisée à l'aide d'une méthode originale. Ainsi, à partir d'une technique de type différence finie, la courbure de la coque est approchée par l'intermédiaire des éléments adjacents à l'élément considéré. Cette technique apporte des résultats intéressants en grandes transformations et sur des tests expérimentaux d'emboutissage. De plus, grâce au faible nombre de degrés de liberté par noeud, les gains de temps de calcul sont appréciables par rapport aux modèles de coques classiques (ex : modèle de coque DKT).

2. **l'étude d'une technique de maillage adaptatif par une méthode de relocalisation des noeuds** [45], s'appuyant sur des critères fonction de la courbure de la pièce emboutie et exprimés sous forme variationnelle (figure 3).

Elle consiste à partir d'un maillage initial dont le nombre de noeuds est fixe, à optimiser la position de ces noeuds au cours du processus d'emboutissage de façon à obtenir une déformée proche de la déformée théorique. Pour cela, les noeuds sont déplacés dans les zones de forts

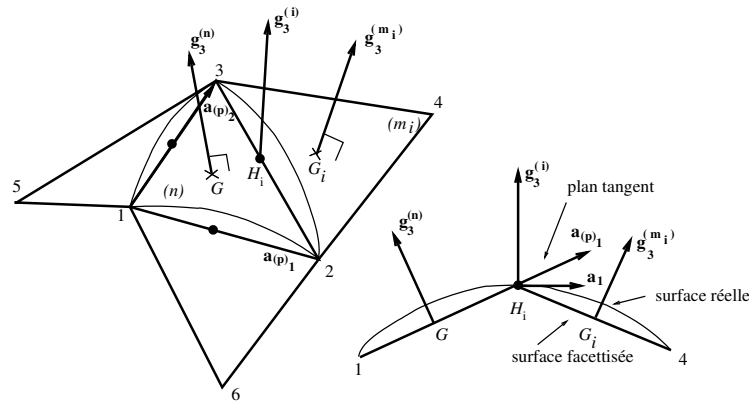


FIGURE 2 – Modèle SFE3 : prise en compte du couplage membrane/flexion et membrane/courbure

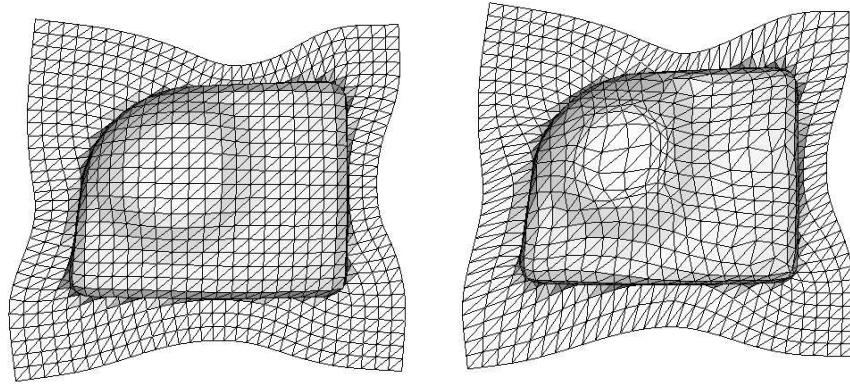


FIGURE 3 – Exemple de calcul sur une coupelle d'amortisseur Twingo avec ou sans maillage adaptatif.

rayons de courbure en utilisant des critères exprimés sous forme variationnelle. Les critères sont de type géométrique, liés à la courbure, grandeur pertinente en emboutissage. Pour éviter une distorsion des éléments, plusieurs techniques ont été introduites. Une méthode originale de transfert d'informations de l'ancien vers le nouveau maillage a également été mise au point.

Cette technique originale de maillage adaptatif s'avère particulièrement intéressante. Elle offre de plus des résultats très satisfaisants sur des cas d'emboutissage présentant des petits rayons d'entrée matrice.

Ces aspects numériques ont été intégrés dans deux codes de calcul par éléments finis en grandes transformations. Le premier, appelé SIMEM3, était un logiciel développé et utilisé par les ingénieurs de Renault, pour simuler dans les années 90, l'emboutissage des pièces de carrosserie [41, 43]. Le deuxième, que nous retrouverons tout au long de ce document, était le code HEREZH. Ce code, intégrant un formalisme en coordonnées matérielles entraînées, a beaucoup évolué au cours de ces années. Initialement écrit en *Fortran77*, j'ai participé à sa création et à son développement, sous la tutelle de G. Rio. A l'époque, tous les chercheurs du LG2M implantaient leur modèle dans ce code et j'ai participé à la gestion de ces différentes versions. Rapidement, nous avons été confrontés à la quantité grandissante et contradictoire de ces formulations et une version en langage objet, d'abord

en *Fortran90*, a été développée et maintenue pendant quelques années. Désormais, depuis 2005, tous les développements sont réalisés par G. Rio en *C++*, sous la dénomination HEREZH++ [47, 76, 78].

Plusieurs travaux de recherche ont été menés à l'aide de ce code de calculs. A la fois des demandes industrielles [31, 39] mais aussi des travaux de recherche. Ainsi, après une année d'ATER de 1996 à 1997, j'ai été recruté comme Maître de Conférence au LG2M en 1997. J'ai d'abord participé aux travaux de thèse de C. Lainé [29] qui a développé un modèle de coques épaisses dans ce code de calcul. Parallèlement, dans le cadre d'un contrat de recherche avec la DCN de Lorient (montant du contrat 120 kF [40]), j'ai développé un logiciel, appelé ARVAG interfacé avec HEREZH qui permettait le dimensionnement de plaques avec raidisseurs en matériaux composites multi-couches. L'objectif a été d'implanter un modèle élément fini de coque épaisse, multi-couches et de mettre au point une interface graphique à l'aide d'icône en Tcl-Tk-Tix pour la mise en donnée des informations nécessaires aux calculs : programmation des parties pré-processeur (dimension et orientation des plaques, nombre et disposition des couches et raidisseurs) et post-processeur.

Ces expériences de recherche, plutôt axées sur le numérique, ont ensuite bifurquées vers les aspects de **modélisation du comportement des matériaux**. Il est en effet apparu que les modélisations effectuées avec HEREZH était assez limitées car peu de lois de comportements, capable de modéliser les aspects non-linéaires du comportement, comme l'élasto-visco-plasticité, étaient présentes dans ce code. Ainsi, dans un premier temps, de octobre 2000 à juillet 2004, au LG2M, j'ai co-encadré avec G. Rio, le **travail de thèse de Vincent Mora** (allocation ministérielle de recherche) [61, 62].

L'objectif de cette thèse consistait en **l'étude des lois de comportement élastoplastiques en grandes transformations**. Dans un premier temps, un modèle de comportement élastoplastique dans une formulation en coordonnées matérielles entraînées a été implantée dans le logiciel HEREZH (figure 4) [65].

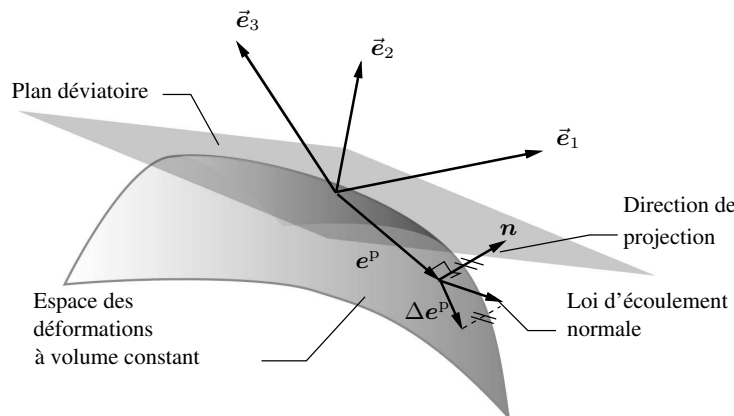


FIGURE 4 – Représentation, dans l'espace des déformations, de l'opération de projection de la loi d'écoulement sur l'espace des déformations à volume constant.

Mais rapidement, nous nous sommes intéressés à l'intégration temporelle du tenseur taux de déformation, grandeur incontestée pour la modélisation de la vitesse de déformation d'un point matériel [66]. Différentes déformations cumulées tensorielles, obtenues par intégration du taux de déformation dans plusieurs repères, ont été étudiées. Les déformations cumulées tensorielles assurent en effet un moyen d'aborder les problèmes relatifs à la formulation de lois de comportement sous un angle purement géométrique, c'est-à-dire indépendamment d'un modèle de comportement particulier [62, 63].

Tous ces développements ont été réalisés à travers un outil d'identification par analyse inverse, SiDoLo, développé par P. Pilvin [2, 6, 73]

Ce travail a débouché sur la proposition d'une formulation de loi de comportement élastoplastique basée sur une décomposition additive de la mesure de déformation eulérienne de Hencky. Cette formulation permet de conserver un lien étroit entre les invariants de la mesure de déformation et ceux du tenseur taux de déformation. Elle permet également d'obtenir une mesure de déformation élastique cohérente avec la notion de configuration relâchée [64]. Pour établir ces liens, un seul repère, pour assurer le transport, la dérivation ou l'intégration des grandeurs tensorielles n'est pas suffisant :

- le repère en rotation logarithmique est nécessaire pour lier le taux de déformation à la mesure de déformation de Hencky,
- le repère en rotation logarithmique élastique permet, quant à lui, de relier la partie élastique de la mesure de Hencky à la partie élastique du taux de déformation.

Les développements de cette thèse fourniront les bases théoriques de la première partie de ce document.

De plus en plus intéressé par ces aspects de lois de comportement, j'ai ensuite contribué au développement de la loi d'élasto-hystérésis introduite dans le code de calcul HEREZH. Cette loi, fondée sur la somme d'une contribution hyperélastique et d'une contribution irréversible d'hystérésis, indépendante de la vitesse de déformation, était utilisée initialement pour simuler le comportement des AMF. Avec G. Rio, en 2004, en s'appuyant sur les travaux de C. Moreau [67] et de S. Thuillier [90, 92], j'ai débuté une thématique de recherche sur **la modélisation du comportement des matériaux élastomères** avec ce modèle. Dans la suite de ce document, nous appellerons la loi d'élasto-hystérésis, modèle **d'Hyperélasto-Visco-Hystérétique (HVH)**, cette dénomination laissant apparaître tous les ingrédients en contributions en contraintes de ce modèle.

Cet axe de recherche a d'abord débuté en partenariat avec l'entreprise rennaise Société des Polymères - Barre Thomas (ex CF GOMMA). Dans un premier temps, j'ai collaboré avec G. Rio et G. Blès, MCF au Laboratoire Brestois de Mécanique et des Systèmes de l'ENSTA, sur l'implémentation d'une nouvelle approche de ce modèle de comportement, dans la version C++ du code de calcul HEREZH++, ainsi qu'à l'intégration de cette approche dans le code de calcul ABAQUS [77]. La réalisation de cette interface entre ABAQUS et HEREZH++ est effectuée (figure 5) :

- à l'aide d'un dialogue entre les processus de ces deux codes au travers de « tubes nommés » (« pipe » en anglais) qui permettent de synchroniser aisément les deux processus initialement asynchrones de lecture et d'écriture,
- au travers d'une procédure Umat dans le logiciel ABAQUS, qui permet de transférer les variables de passage (contrainte, déformations, matrice tangente) à une routine c/C++, uniquement sous forme de pointeurs. Le dialogue par tube est alors piloté par la routine c/C++.

De plus amples renseignements sur l'implémentation, les échanges d'informations entre les codes et quelques exemples d'utilisations ont été publiés dans la référence [78]. Cet outil d'interface permet aux ingénieurs de la Barre-Thomas d'utiliser les potentialités de la loi HVH dans leur code de calcul de travail ABAQUS. Depuis cette étude, plusieurs stagiaires de Master Recherche ou de l'ENSIBS, que j'ai encadrés (Anthony Ezanno en 2007, Axel Libat en 2010 et Erwan Guitten en 2011), ont poursuivi l'identification et la validation industrielle du modèle HVH sur différentes nuances d'élastomères à base de caoutchouc naturel renforcés par du noir de carbone (figure 6). Dans ce document, je ne présenterai pas les fonctionnalités de cette interface mais les résultats de plusieurs calculs effectués à l'aide de celle-ci seront décrits.

Dans un deuxième temps, une thématique de recherche, toujours sur les matériaux élastomères et avec le modèle HVH a été initiée avec la société Hutchinson-Le Joint Français (St Brieuc). Cette thématique, développée en collaboration avec N. Aït Hocine, MCF au Laboratoire de Rhéologie de

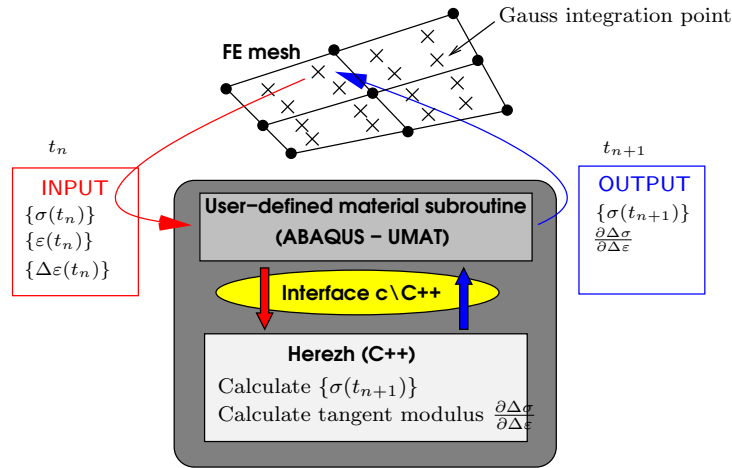


FIGURE 5 – Interface entre les codes ABAQUS et HEREZH++ via la subroutine utilisateur Umat.

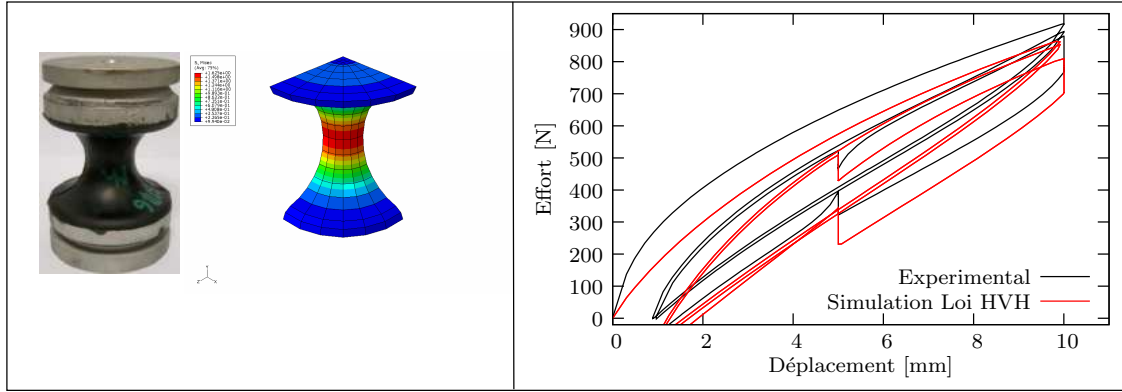


FIGURE 6 – Calcul sur un diabolo avec l'interface entre ABAQUS et HEREZH++ (stage Erwan Guitten - ENSIBS/Barre-Thomas (2011)).

Brest et qui est maintenant Pr. à l'ENI du Val de Loire et G. Rio, a débuté par plusieurs stages de Master Recherche (S. Couëdo, E. Djistera). Elle s'est poursuivie par la thèse de doctorat de Aude Vandenbroucke, financée par la région Bretagne, d'octobre 2006 à juillet 2010 (figure 7). L'objectif de cette thèse consistait, d'une part, en une large campagne expérimentale **d'un élastomère fluoré en température** et d'autre part, à la modélisation de ce comportement en fonction de la température à l'aide du modèle d'HVH [48, 94, 95].

En parallèle, a démarré en 2005, avec le stage de DEA de Montassar Zrida, une étude du comportement HVH sur des matériaux polymères plus classiques. **Trois nuances de copolymère polypropylène chocs**, ont ainsi été analysées et leurs comportements mécaniques en traction, relaxation et torsion, ainsi que sur des essais de traction à des vitesses intermédiaires, ont été identifiés et simulés par le modèle HVH (figure 8). Ce travail s'est poursuivi dans le cadre de la thèse de M. Zrida, que j'ai co-encadrée avec G. Rio ainsi que C. Bradai et N. Masmoudi de l'Ecole Nationale d'Ingénieurs de Sfax (ENIS) en Tunisie. Cette thématique de recherche a aussi permis une collaboration avec Sylvie Pimbert, MCF-HDR de l'équipe E2PIC du LIMATB, avec Vincent Grolleau de l'équipe EG2M ainsi que Dominique Guines de l'INSA de Rennes pour la réalisation des essais dynamiques [100, 101, 102, 103]. Ces deux dernières études seront décrites en détail dans ce mémoire.

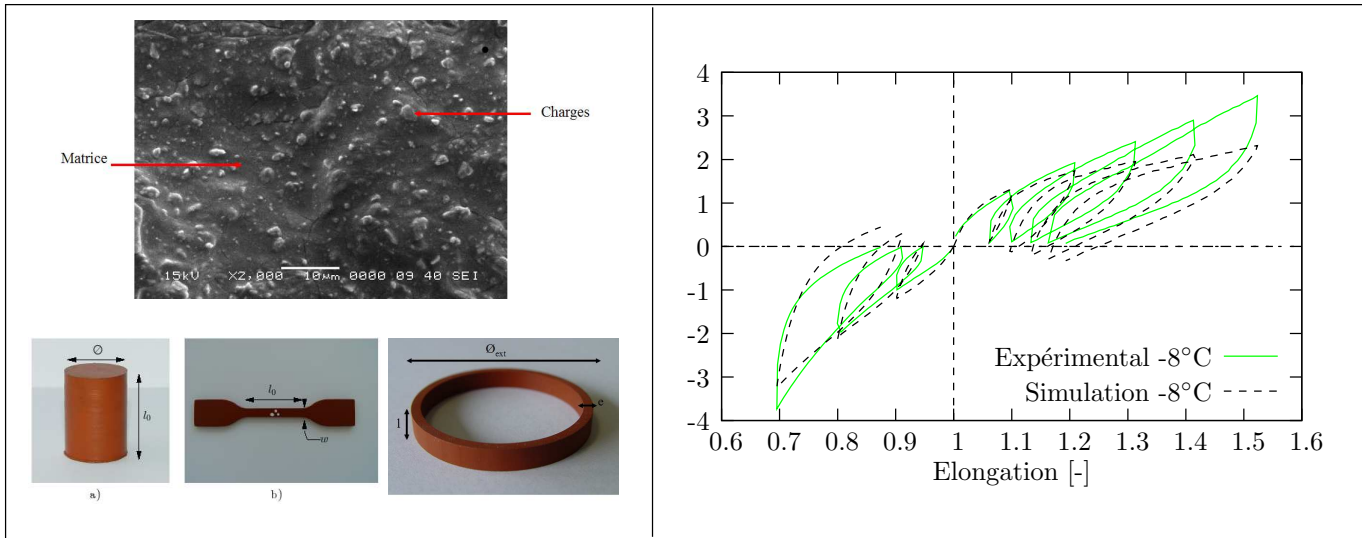


FIGURE 7 – Microstruture de l'élastomère fluoré. Échantillons et joints testés. Comportement mécanique en traction et compression cyclés en température.

Avec la volonté de retrouver les thèmes relatifs **aux aspects numériques de la modélisation des procédés de mise en forme**, tout en y intégrant également **les aspects expérimentaux**, j'ai souhaité continuer à participer aux activités de l'équipe « Mise en forme et l'assemblage par déformation plastique ». Ceci s'est d'abord concrétisé par la thèse de Renaud Grèze, financée par la région Bretagne, que j'ai co-encadrée avec P. Y. Manach de octobre 2005 à novembre 2009. Ce travail avait pour objectif l'étude de la mise en forme des alliages d'aluminium et la prédiction du retour élastique [20, 21, 35]. Après mise en forme d'un godet cylindrique grâce à un dispositif installé sur une machine de traction [91], la caractérisation du retour élastique est obtenue par ouverture d'un anneau découpé dans le mur vertical du godet (figure 9).

Ces travaux sur le comportement mécanique de tôles d'aluminium lors de leur mise en forme ainsi que leur retour élastique, ont pris de l'ampleur et j'ai réalisé en 2008 un séjour de 6 mois à l'université de Coimbra (Portugal), dans le cadre d'un **Congé pour Recherches ou Conversation Thématique (CRCT)**, dans l'équipe du CEMUC du Pr. L. F. Menezes. A la suite de ce CRCT, j'ai obtenu une **bourse Marie-Curie de mobilité « Intra-European Fellowships (FP7-IEF) »** d'une année, qui s'est concrétisée par une vingtaine de séjours de recherche à Coimbra de juillet 2008 à juillet 2009. Ces séjours m'ont permis de collaborer avec M. C. Oliveira du CEMUC et G. A. Andrade Campos, de l'Université d'Aveiro. Les aspects numériques de la prédiction du retour élastique ont été effectués à l'aide du code de calcul DD3IMP et d'une interface entre le code DD3TRIM et ABAQUS pour la simulation de la découpe d'anneau [36, 72]. Ces activités se sont enrichies d'une forte partie sur la caractérisation et l'identification des paramètres matériau de lois de comportement viscoplastique de l'aluminium étudié (AA5754-O) à l'aide des logiciels SiDoLo et DD3MAT [34]. Les codes DD3IMP, DD3TRIM et DD3MAT étant des logiciels développés au CEMUC.

Enfin, pour analyser les effets de la température sur la prédiction de ces phénomènes [22, 33], plusieurs essais d'emboutissage à différentes températures ont été réalisés. La caractérisation du comportement en traction et en cisaillement en température par différents moyens à la fois au LIMATB et à Aveiro au Portugal a été également effectuée. Plus récemment, ces différents travaux se sont concrétisés par le Master Recherche de J. Coër, puis le début de sa thèse de doctorat (octobre 2009) effectuée en co-tutelle avec le CEMUC. Cette thèse, financée par la région Bretagne et le gouvernement Portugais, doit permettre d'étudier l'influence du frottement sur le procédé d'emboutissage tout en

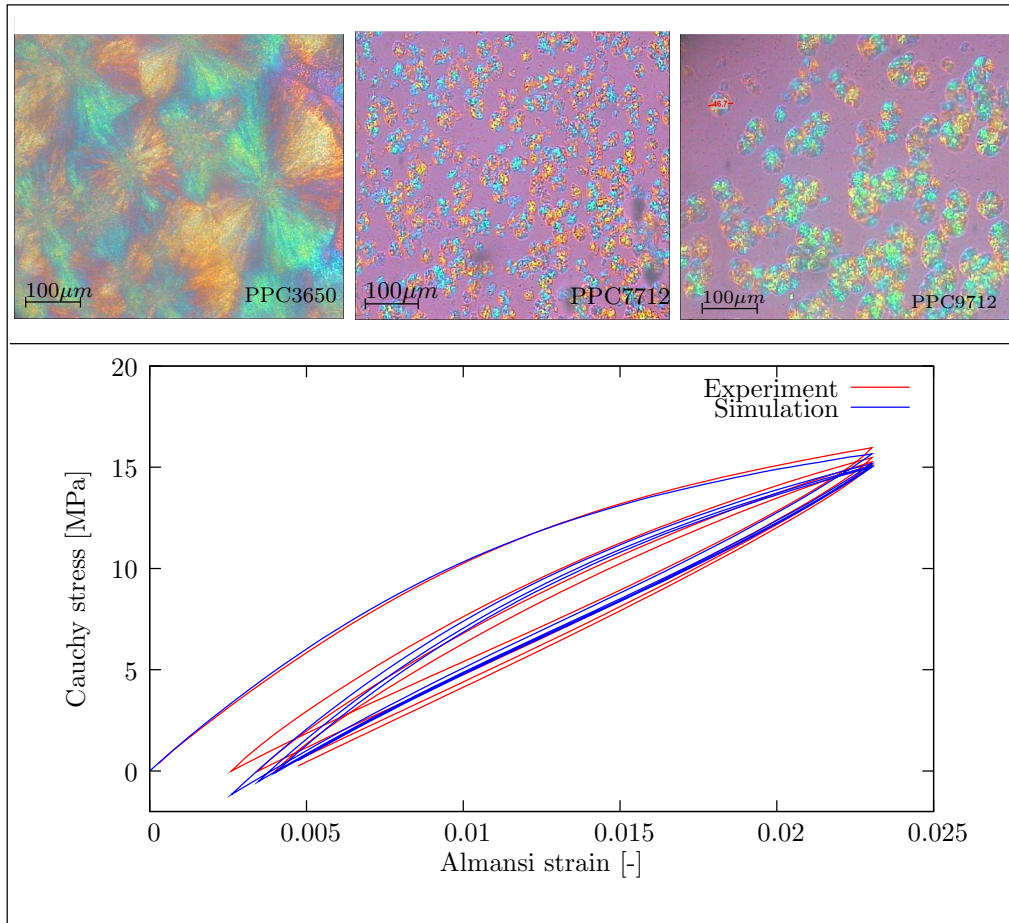


FIGURE 8 – Microscopie optique à lumière polarisée des sphérolites en fin de cristallisation. Comparaison expérimental/numérique sur l’essai de traction cyclique.

faisant évoluer la température [7, 8]. Le Prof. A. C. Carvalho, spécialiste au CEMUC des revêtements d’outils par films minces, participe également à ce projet.

Organisation du mémoire. Après ce bref rappel chronologique des différents travaux auxquels j’ai contribué, la présentation scientifique qui suit s’affranchit de cette chronologie. Elle se décompose en trois grandes parties : la partie I rappelle les formalismes en grandes transformations en coordonnées matérielles entraînées et dans des repères rigides. Le lien entre des mesures de déformation eulériennes et le tenseur taux de déformation est établi grâce aux opérations de dérivation et d’intégration temporelles dans plusieurs repères objectifs définis en chaque point matériel. Ces résultats seront appliqués à la formulation de lois de comportement élastoplastiques destinées principalement aux matériaux métalliques.

Ces modèles seront repris dans la partie II pour la modélisation de la mise en forme des matériaux métalliques et la prédiction du retour élastique après emboutissage. Les aspects expérimentaux du comportement des alliages aluminiums et l’intérêt de la mise en forme de ces matériaux à températures « tièdes » seront d’abord introduits. Une présentation des essais mécaniques réalisés est située en annexe. Les prédictions numériques, après identification des paramètres matériaux seront ensuite analysées. Finalement, les différents éléments numériques permettant une bonne prédiction du retour élastique seront décrits. Cette étude se poursuit actuellement avec la thèse de J. Coër avec la col-

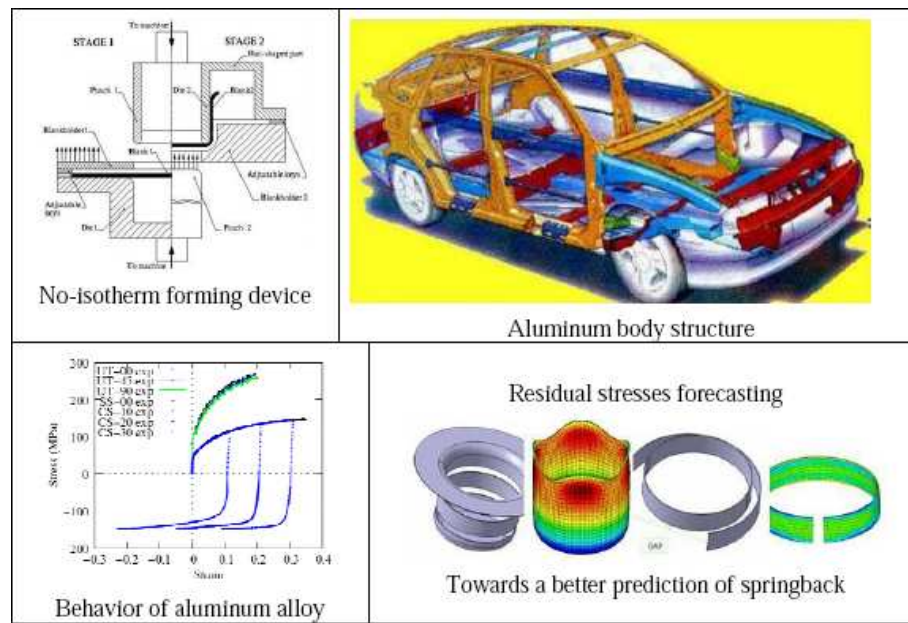


FIGURE 9 – Prédiction du retour élastique dans les structures en alliage d'aluminium (ex : automobile) par analyse des contraintes internes lors d'un emboutissage en fonction de la température.

laboration du CEMUC au Portugal et la prise en compte de la température et des conditions de frottement.

Finalement, la partie III est consacrée aux matériaux polymères et plus particulièrement à la représentation de certains aspects de leur comportement grâce au modèle de comportement HVH. Ce modèle, qui correspond à la superposition additive de trois contributions, est décrit. Les différentes méthodes d'identification des paramètres matériau seront présentées sur deux matériaux : un polypropylène choc pour une analyse de son comportement à température ambiante mais pour des vitesses de sollicitations allant de la statique à des vitesses intermédiaires, et enfin pour un élastomère, avec une analyse expérimentale mais aussi numérique où les aspects températures seront introduits.

Certaines sections sont extraites directement d'articles publiés dans des journaux, conférences ou rapports et sont rédigés en anglais.

Première partie

Formulation et écriture des lois de comportement élasto-visco-plastique en grandes transformations

Contexte

Au cours du travail de thèse de Vincent Mora [61], un certain nombre de définitions et d'explications sur un formalisme de description d'un solide déformable soumis à de grandes transformations ont été apportées. Le point de départ de ce travail était la définition et la formulation de lois de comportement élastoplastique « classique » dans un formalisme en coordonnées matérielles entraînées.

Les avantages théoriques et pratiques de ce formalisme sont nombreux, notamment sur le plan de la description des états de contrainte et de déformation, rendue simple. De plus, d'un point de vue purement applicatif, ce formalisme s'associe naturellement à l'utilisation des éléments finis. Ces notions sont d'ailleurs directement induites dans l'implantation et l'écriture de ces états dans le cas du logiciel par éléments finis HEREZH++ [32, 46]. Ce formalisme a, par le passé, permis d'obtenir des résultats intéressants dans le cadre du développement de lois de comportement d'élastohystérésis. D'autres applications de ce modèle de comportement, appelé dans ce cas Hyperélasto-Visco-Hystérésis (HVH), sur les matériaux polymères et des élastomères seront ainsi abordées dans la partie III.

Se limiter au formalisme en coordonnées matérielles entraînées n'a pas été le seul but de ce travail de thèse. Car, au delà des notations et du vocabulaire, l'objectif a été surtout de comprendre ce qui différencie les approches de l'élastoplasticité en grandes transformations. Plutôt que d'accentuer les différences, les liens entre ces approches ont été étudiés. Tout d'abord, au niveau de la description géométrique, entre la description eulérienne et la description lagrangienne, ensuite, entre les différentes théories de l'élastoplasticité en grandes transformations [37, 38, 62, 63, 64, 65, 66]. Les concepts liés aux coordonnées matérielles entraînées sont donc confrontés avec les formalismes classiques de type gradient de transformation, configuration relâchée, etc.

Chapitre 1

Formulation d'un problème de mécanique en grandes transformations

Les concepts de géométrie différentielle résumés dans ce premier chapitre sont classiques. Pourtant, ils ont été relativement peu appliqués sous la forme décrite dans ce document. De plus amples informations sur ces concepts peuvent être trouvées dans la thèse de V. Mora [61] ainsi que dans d'autres documents de référence sur le sujet [4, 12, 82].

1.1 Description géométrique d'un solide déformable

En mécanique classique, le temps est supposé absolu et découplé de l'espace. Il est modélisé par une variable réelle que nous notons τ . A un instant t donné, les points matériels M_i d'un solide déformable $\mathcal{B}$ occupent un ensemble Ω de points de l'espace. Cet ensemble de points, délimité par une frontière $\partial\Omega$, est appelé *configuration* du solide à t . A un instant initial $\mathring{t}$, le solide est dans une configuration particulière, qualifiée d'initiale et notée $\mathring{\Omega}$ (figure 1.1).

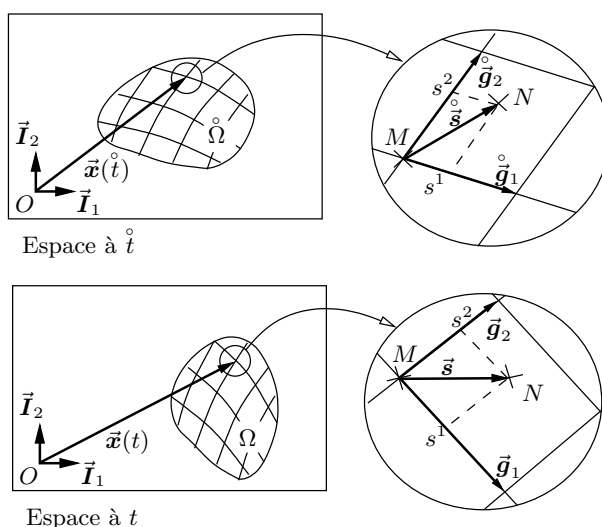


FIGURE 1.1 – Représentation de la base naturelle définie par les intersections des lignes de la grille au voisinage de M et d'un segment matériel $\vec{s}$.

Un solide rigide de référence $\mathcal{S}_T$ et une origine O_i sont choisis pour définir un référentiel de travail $(\mathcal{E}_T, E_T)$. A ce solide de référence est associé un repère de travail $\mathcal{R}_T = (O_i, \vec{I}_a)$ où $\vec{I}_a$ est classiquement une base orthonormée directe.

1.1.1 Coordonnées matérielles entraînées

Pour identifier la position d'un point matériel $M_i \in \mathcal{B}$, un paramétrage spécifique θ^i , lié au solide déformable, est utilisé. Ce paramétrage peut être matérialisé par une grille tracée sur le solide. Lorsque le solide se déforme, la grille se déforme avec lui (figure 1.1). Pour cette raison, les coordonnées θ^i sont appelées *coordonnées matérielles entraînées*. Le *placement* du solide dans le repère $(0, \vec{I}_a)$ correspond au champ de vecteur $\vec{x}(\tau, \theta^i) \in E_T$ qui donne, à tout instant, la position de l'ensemble des points matériel du solide :

$$\vec{x}(\tau, \theta^i) = x^a(\tau, \theta^i) \vec{I}_a \quad (1.1)$$

où les $x^a(\tau, \theta^i)$ sont les *coordonnées cartésiennes des points* de la courbe $M(\tau)$ dans le repère $\mathcal{R}_T$ entre l'instant initial $\dot{t}$ et l'instant présent t .

L'étude de la transformation locale consiste à analyser la transformation d'un *segment matériel* $\vec{s}$ reliant le point matériel M à un point N de son voisinage. Les segments matériels au voisinage de M , notés $\vec{g}_i$, sont obtenus en dérivant la position de M par rapport au paramétrage θ^i :

$$\vec{g}_i(\tau) = \frac{\partial \vec{x}}{\partial \theta^i} = \frac{\partial x^a}{\partial \theta^i} \vec{I}_a \quad (1.2)$$

Ces segments matériels, qui se comportent exactement comme des segments tracés sur le solide, définissent en M une base, $\vec{g}_i$, appelée *base naturelle*, qui se déforme comme le solide et est entraînée par la matière. Un segment matériel $\vec{s}$ peut être défini par la donnée de ses composantes s^i dans la base naturelle en M :

$$\vec{s}(\tau) = s^i \vec{g}_i(\tau) \quad (1.3)$$

Pour décrire la transformation d'un segment matériel, il suffit donc de connaître l'évolution de la base naturelle. La figure 1.1 propose également une représentation graphique de la base naturelle et d'un segment matériel dans la configuration initiale et dans la configuration actuelle. Cette base naturelle définit un repère $\mathcal{R}_s = (M, \vec{g}_i)$ lié aux segments matériels.

Remarque 1 Au lieu d'utiliser un seul paramétrage matériel pour l'ensemble du solide, il est également possible de scinder le solide en une union finie de solides élémentaires munis chacun d'un paramétrage particulier. C'est dans ce cadre que nous nous placerons lors de la modélisation numérique par éléments finis [32, 46] de la partie III de ce document et qui est utilisée dans le code de calcul HEREZH++. En effet, dans le cadre opératoire d'un calcul par éléments finis, les coordonnées des éléments de référence sont des candidates immédiates pour un système de coordonnées matérielles entraînées.

Le champ de déplacement est approximé sur un élément fini de référence par la fonction :

$$\vec{x}(\tau, \xi^i) = x^{ar}(\tau) \varphi_r(\xi^i) \vec{I}_a$$

où les x^{ar} sont les degrés de liberté et les φ_r , les fonctions d'interpolation de l'élément fini. En prenant les ξ^i comme paramétrage matériel, autrement dit en posant $\xi^i = \theta^i$, les vecteurs de la base naturelle sont aisément calculés. En chaque point d'intégration, on a en effet :

$$\vec{g}_i(\tau) = x^{ar}(\tau) \frac{d\varphi_r}{d\xi^i} \vec{I}_a$$

A l'aide du produit scalaire classique noté $\langle \cdot, \cdot \rangle$, une *base duale* de $\vec{g}_i(\tau)$, notée $\vec{g}^i(\tau)$, est définie par :

$$\langle \vec{g}^i(\tau), \vec{g}_j(\tau) \rangle = \delta_j^i \text{ où } \delta \text{ est le symbole de Kronecker} : \delta_a^b = \begin{cases} 1 & \text{si } a = b \\ 0 & \text{si } a \neq b \end{cases} \quad (1.4)$$

Une tranche matérielle $\vec{r}$ peut alors être définie par ses composantes r_i dans la base duale :

$$\vec{r}(\tau) = r_i \vec{g}^i(\tau) \quad (1.5)$$

Tout comme a été introduit un repère lié aux segments matériels, on définit le *repère* $\mathcal{R}_r = (M, \vec{g}^i)$ *lié aux tranches matérielles*.

Si l'on connaît les composantes d'un tenseur dans la base naturelle, il est souvent nécessaire de pouvoir obtenir ses composantes dans la base duale, et inversement. Pour cela, les matrices de changement de base suivantes sont utilisées : $g_{ij} = \langle \vec{g}_i, \vec{g}_j \rangle$ et $g^{ij} = \langle \vec{g}^i, \vec{g}^j \rangle$.

Les g_{ij} et les g^{ij} sont les *composantes du tenseur métrique* dans la base duale et dans la base naturelle respectivement, qui sont aussi appelées *composantes covariantes* et *contravariantes* du tenseur métrique, ou tenseur identité $\mathbf{1}$, défini par :

$$\mathbf{1} = g_{ij} \vec{g}^i \otimes \vec{g}^j = g^{ij} \vec{g}_i \otimes \vec{g}_j = \delta_j^i \vec{g}_i \otimes \vec{g}^j = \delta_b^a \vec{I}_a \otimes \vec{I}_b \quad (1.6)$$

1.1.2 Opérateur gradient de transformation

L'usage, en mécanique des grandes transformations, a consacré le *gradient de la transformation* $\mathbf{F}$, classiquement défini par la relation : $\vec{s} = \mathbf{F} \cdot \vec{\hat{s}}$. Le gradient de la transformation est donc défini comme l'opérateur qui transforme un segment matériel dans la configuration de référence en ce même segment dans la configuration actuelle. Les relations (1.3) et (1.4) permettent d'écrire $\mathbf{F}$ sous la forme :

$$\mathbf{F} = \delta_j^i \vec{g}_i \otimes \vec{\hat{g}}^j \quad (1.7)$$

où le premier vecteur $\vec{g}_i$ représente une grandeur définie à t et le second vecteur $\vec{\hat{g}}^j$ une grandeur définie à $\hat{t}$.

1.1.3 Vitesse, décomposition polaire et tenseurs taux de rotation et taux de déformation

L'ensemble des vitesses des points du solide est donné par le *champ de vitesse* $\vec{v}$ du solide. Ce champ de vitesse est obtenu en dérivant par rapport au temps le placement $\vec{x}(\tau, \theta^i) \in E_T$ dans le repère $\mathcal{R}_T$:

$$\vec{v}(\vec{X}, \tau) = \dot{x}^a(\vec{X}, \tau) \vec{I}_a = \left(\frac{d\vec{x}}{d\tau} \right)_{\mathcal{R}_T} \quad (1.8)$$

La notation originale $\left(\frac{d\vec{x}}{d\tau} \right)_{\mathcal{R}_T}$, introduite dans la thèse de V. Mora, représente la dérivée du vecteur $\vec{x}$ dans le repère de travail $\mathcal{R}_T = (0, \vec{I}_a)$.

Le gradient du champ de vitesse est un champ de tenseur du second ordre, défini sur le solide déformable par la relation :

$$\mathbf{L} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial \vec{x}} = \delta_j^i \frac{\partial \vec{v}}{\partial \theta^i} \otimes \frac{\partial \theta^j}{\partial x^a} \vec{I}^a \quad (1.9)$$

D'après le *théorème de la décomposition polaire*, on obtient classiquement :

$$\mathbf{F} = \mathbf{R}.\mathbf{U} = \mathbf{V}.\mathbf{R} \quad (1.10)$$

La rotation $\mathbf{R}$ est appelée *rotation propre*. Cette rotation permet de définir un repère local objectif rigide, que nous noterons $\mathcal{R}_R = (M, \vec{\mathbf{R}}_a)$ avec $\vec{\mathbf{R}}_a = \mathbf{R}.\vec{\mathbf{I}}_a$ où les tenseurs $\mathbf{U}$ et $\mathbf{V}$ sont appelés *tenseurs des dilatations pures* respectivement à droite et à gauche.

Sur le plan pratique, la décomposition polaire s'effectue en utilisant la propriété d'orthogonalité de $\mathbf{R}$ qui entraîne : $\mathbf{R}^t.\mathbf{R} = \mathbf{R}.\mathbf{R}^t = \mathbf{1}$. Ce qui permet d'écrire :

$$\mathbf{B} = \mathbf{V}^2 = \mathbf{F}.\mathbf{F}^t, \quad \mathbf{C} = \mathbf{U}^2 = \mathbf{F}^t.\mathbf{F} \quad (1.11)$$

où $\mathbf{B}$ et $\mathbf{C}$ sont les tenseurs de Cauchy-Green gauche et droit.

D'autre part, le gradient du champ de vitesse peut se décomposer en sa partie symétrique et sa partie antisymétrique :

$$\mathbf{L} = \mathbf{D} + \mathbf{W} \text{ avec : } \mathbf{D} = \frac{1}{2} (\mathbf{L} + \mathbf{L}^t) \text{ et : } \mathbf{W} = \frac{1}{2} (\mathbf{L} - \mathbf{L}^t) \quad (1.12)$$

où $\mathbf{W}$ est appelé le *tenseur des taux de rotation* (la partie symétrique du tenseur du gradient du champ de vitesse) et $\mathbf{D}$ le *tenseur des taux de déformation* (la partie anti-symétrique du tenseur du gradient du champ de vitesse).

1.2 Dérivation et intégration temporelles objectives des tenseurs

L'intégration temporelle d'un tenseur, tout comme sa dérivation, s'effectue toujours par rapport à un référentiel particulier. Le principe d'objectivité de la loi de comportement nécessite de faire appel à un référentiel d'intégration objectif.

Le choix de ce repère permet de définir sans ambiguïté les éléments constants dans l'opération de dérivation : *les vecteurs dont la dérivée temporelle est nulle sont les vecteurs de base du repère pris comme référence*. Dans la suite, les notations d'écriture des dérivées et intégrales temporelles sont introduites ainsi que l'objectivité de ces grandeurs. Plusieurs repères et donc plusieurs dérivées et intégrations ont été étudiés dans les publications suivantes [38, 62, 63, 64, 65, 66] et sont résumées dans ce document. Les dérivées convectives dans les repères liés aux segments et aux tranches matérielles $\mathcal{R}_s$ et $\mathcal{R}_r$ sont locales puisqu'elles dépendent du point où sont définis les repères $\mathcal{R}_s$ et $\mathcal{R}_r$. En ce sens, elles ne posent pas de problème de calcul particulier. Les dérivées temporelles d'un tenseur $\mathbf{A}$ dans $\mathcal{R}_s$ ou dans $\mathcal{R}_r$ sont en fait la dérivée de Lie deux fois contravariantes, souvent notées $\mathcal{L}^\cdot \mathbf{A}$ et la dérivée de Lie deux fois covariantes de ce tenseur, notée $\mathcal{L}_\cdot \mathbf{A}$ (cf. par exemple [3, 16]). Les dérivées rotationnelles sont aussi introduites. Elles seront utilisées dans la suite pour définir d'autres dérivées objectives classiques.

1.2.1 Dérivées temporelles des tenseurs

Soit un repère de référence fixe $\mathcal{R}_Y = (M, \vec{\mathbf{Y}}_a)$, définit par son origine M et trois vecteurs de base $\vec{\mathbf{Y}}_a$ ($a=1,2,3$). Pour un tenseur du premier ordre, c'est-à-dire un vecteur $\vec{\mathbf{b}} = b^a \vec{\mathbf{Y}}_a$, la dérivée temporelle dans la base $\vec{\mathbf{Y}}_a$ s'écrit :

$$\left(\frac{d\vec{\mathbf{b}}}{d\tau} \right)_{\mathcal{R}_Y} = \dot{b}^a \vec{\mathbf{Y}}_a \text{ car par définition : } \left(\frac{d\vec{\mathbf{Y}}_a}{d\tau} \right)_{\mathcal{R}_Y} \stackrel{\text{def}}{=} \vec{\mathbf{0}}$$

De la même façon, pour un tenseur de second ordre : $\mathbf{A} = A^{ab}\vec{\mathbf{Y}}_a \otimes \vec{\mathbf{Y}}_b$, la dérivée temporelle de $\mathbf{A}$ dans $\mathcal{R}_Y$ est définie par la relation :

$$\left(\frac{d\mathbf{A}}{d\tau}\right)_{\mathcal{R}_Y} = \dot{A}^{ab}\vec{\mathbf{Y}}_a \otimes \vec{\mathbf{Y}}_b$$

1.2.2 Intégrations temporelles des tenseurs

L'intégration temporelle des tenseurs est généralement abordée sur un plan purement numérique (voir par exemple [74, 80, 99]). Cette opération est indispensable pour définir la notion de déformation cumulée tensorielle à la section 1.4.

L'intégrale entre $\overset{\circ}{t}$ et t d'un vecteur $\vec{\mathbf{b}}(\tau)$ dans le repère de travail $\mathcal{R}_T$ est définie par la relation :

$$\int_{\overset{\circ}{t}/\mathcal{R}_T}^t \vec{\mathbf{b}}(\tau) d\tau \stackrel{\text{def}}{=} \int_{\overset{\circ}{t}}^t b^a(\tau) d\tau \vec{\mathbf{I}}_a$$

Comme pour l'opération de dérivation, cette intégration ne dépend pas du choix particulier de la base $\vec{\mathbf{I}}_a$, le résultat est identique dans toute base fixe par rapport à $\mathcal{R}_T$. Ainsi, l'intégration dans le repère des segments matériels $\mathcal{R}_s$ donne :

$$\int_{\overset{\circ}{t}/\mathcal{R}_s @ t}^t \vec{\mathbf{b}}(\tau) d\tau = \int_{\overset{\circ}{t}}^t b^i(\tau) d\tau \vec{\mathbf{g}}_i(t)$$

le temps situé après le signe @ est le temps auquel est pris le résultat. Ce sont les composantes $b^i(\tau)$ qui sont intégrées. Le repère $\vec{\mathbf{g}}_i$ est considéré constant pendant l'opération.

Pour un tenseur du second ordre : $\mathbf{A}(\tau) = A^{ij}(\tau)\vec{\mathbf{Y}}_i(\tau) \otimes \vec{\mathbf{Y}}_j(\tau)$, l'opération d'intégration est définie de manière analogue :

$$\int_{\overset{\circ}{t}/\mathcal{R}_Y @ t}^t \mathbf{A}(\tau) d\tau \stackrel{\text{def}}{=} \int_{\overset{\circ}{t}}^t A^{ij}(\tau) d\tau \vec{\mathbf{Y}}_i(t) \otimes \vec{\mathbf{Y}}_j(t) \quad (1.13)$$

Si $\mathcal{R}_Y$ est un repère objectif, la dérivation et l'intégration temporelle dans $\mathcal{R}_Y$ d'une grandeur objective est une grandeur objective, ce qui est ainsi vérifié pour les repères $\mathcal{R}_s$ et $\mathcal{R}_r$ [66].

1.2.3 Dérivées rotationnelles

Pour un repère de référence rigide $\mathcal{R}_Y$, les normes des vecteurs de base et les angles entre ces vecteurs sont constants. Le mouvement de ce repère de référence est toujours défini par sa translation et rotation par rapport au repère fixe de travail $\mathcal{R}_T$. Soit $\mathbf{Q}_{\mathcal{R}_Y/\mathcal{R}_T}$ l'opérateur rotation qui, appliqué à un vecteur $\vec{\mathbf{I}}_a$ donne le vecteur $\vec{\mathbf{Y}}_a$: $\vec{\mathbf{Y}}_a = \mathbf{Q}_{\mathcal{R}_Y/\mathcal{R}_T} \cdot \vec{\mathbf{I}}_a$

$\boldsymbol{\Omega}_{\mathcal{R}_Y/\mathcal{R}_T}$, la vitesse de rotation de $\mathcal{R}_Y$ par rapport à $\mathcal{R}_T$, est un tenseur antisymétrique du second ordre (appelé souvent « spin tensor » [97]) défini par la relation :

$$\boldsymbol{\Omega}_{\mathcal{R}_Y/\mathcal{R}_T} = \left(\frac{d\mathbf{Q}_{\mathcal{R}_Y/\mathcal{R}_T}}{d\tau}\right)_{\mathcal{R}_T} \cdot \mathbf{Q}_{\mathcal{R}_Y/\mathcal{R}_T}^t \quad (1.14)$$

Il est alors possible de montrer que pour un tenseur symétrique du second ordre $\mathbf{A}$:

$$\left(\frac{d\mathbf{A}}{d\tau}\right)_{\mathcal{R}_Y} = \left(\frac{d\mathbf{A}}{d\tau}\right)_{\mathcal{R}_T} + \mathbf{A} \cdot \boldsymbol{\Omega}_{\mathcal{R}_Y/\mathcal{R}_T} - \boldsymbol{\Omega}_{\mathcal{R}_Y/\mathcal{R}_T} \cdot \mathbf{A} \quad (1.15)$$

On reconnaît dans cette expression la forme classique des dérivées rotationnelles pour un tenseur du second ordre. Suivant les différentes formes de $\boldsymbol{\Omega}_{\mathcal{R}_Y/\mathcal{R}_T}$, il est possible de retrouver les différentes formes des dérivées corotationnelles rencontrées dans la littérature (cf section 1.3.2).

1.3 Mesures de déformation

Une mesure de déformation est un tenseur qui satisfait les conditions suivantes :

1. il doit être objectif,
2. lorsque les déformations sont infiniment petites, il doit être égal à la mesure de déformation de la théorie des petites perturbations,
3. il ne doit dépendre que de la forme initiale et de la forme finale du voisinage d'un point matériel et doit être indépendant du chemin de chargement qui a conduit de l'une à l'autre.

A partir du tenseur $\mathbf{V}$, il est possible de construire un infinité de mesures de déformation satisfaisant ces critères proposés. Une forme générale a été proposée par Seth [84] :

$$\begin{cases} \mathbf{e}_{(n)} = \frac{1}{n}(\mathbf{V}^n - \mathbf{1}) & \text{si } n \neq 0 \\ \mathbf{e}_{(n)} = \ln(\mathbf{V}) & \text{si } n = 0 \end{cases} \quad (1.16)$$

où n est un entier relatif. Cette expression permet d'obtenir notamment le tenseur *d'Almansi* $\mathbf{e}_{(-2)}$, de *Seth* $\mathbf{e}_{(2)}$, de *Biot* $\mathbf{e}_{(-1)}$ et de *déformations logarithmique* (ou *tenseur de Hencky*) $\mathbf{e}_{(0)} = \ln(\mathbf{V})$.

1.3.1 Mesures de déformation d'Almansi et de Seth

D'un point de vue pratique, $\mathbf{e}_{(-2)}$ et $\mathbf{e}_{(2)}$ sont les mesures les plus faciles à calculer car elles ne nécessitent pas nécessairement le calcul de $\mathbf{V}$. Dans le code de calcul HEREZH++, c'est cette mesure de déformation d'Almansi $\mathbf{e}_{(-2)}$ qui est la plus couramment utilisée.

La mesure de déformation d'Almansi $\mathbf{e}_{(-2)}$ peut aussi être définie comme un opérateur linéaire qui, appliqué à un tenseur défini par deux segments matériels $\vec{\mathbf{s}}_1$ et $\vec{\mathbf{s}}_2$, donne la demi-variation du produit scalaire de ces segments entre les instants $\overset{\circ}{t}$ et t :

$$2\langle \mathbf{e}_{(-2)}, \vec{\mathbf{s}}_1 \otimes \vec{\mathbf{s}}_2 \rangle = \langle \vec{\mathbf{s}}_1, \vec{\mathbf{s}}_2 \rangle - \langle \overset{\circ}{\vec{\mathbf{s}}}_1, \overset{\circ}{\vec{\mathbf{s}}}_2 \rangle$$

Du fait que les composantes s^i dans la base naturelle $\vec{\mathbf{g}}_i$ sont constantes (cf. relation (1.3)), il est facile de montrer que :

$$\mathbf{e}_{(-2)} = \frac{1}{2} (g_{ij} - \overset{\circ}{g}_{ij}) \vec{\mathbf{g}}^i \otimes \vec{\mathbf{g}}^j \quad (1.17)$$

La mesure de déformation de Green-Lagrange $\mathbf{E}_{(2)}$ peut-être définie de manière analogue :

$$2\langle \mathbf{E}_{(2)}, \overset{\circ}{\vec{\mathbf{s}}}_1 \otimes \overset{\circ}{\vec{\mathbf{s}}}_2 \rangle = \langle \vec{\mathbf{s}}_1, \vec{\mathbf{s}}_2 \rangle - \langle \overset{\circ}{\vec{\mathbf{s}}}_1, \overset{\circ}{\vec{\mathbf{s}}}_2 \rangle$$

Cette écriture permet de mettre en évidence la principale différence entre le tenseur de déformation d'Almansi et celui de Green-Lagrange : l'un opère dans la configuration actuelle, l'autre dans la configuration initiale. On peut aussi remarquer qu'ils ont les mêmes composantes dans la base duale $\vec{\mathbf{g}}^i$ ou $\overset{\circ}{\vec{\mathbf{g}}}^i$ dans laquelle on les construit naturellement.

Il est également aisé de montrer que la dérivée temporelle de la mesure de déformation d'Almansi $\mathbf{e}_{(-2)}$ par rapport au temps doit s'effectuer par rapport à $\mathcal{R}_r$ pour obtenir $\mathbf{D}$ [61] :

$$\left(\frac{d\mathbf{e}_{(-2)}}{d\tau} \right)_{\mathcal{R}_r} = \mathbf{D} \quad (1.18)$$

De la même façon, la mesure de Seth sur les tranches matérielles donne :

$$\mathbf{e}_{(2)} = \frac{1}{2} (\overset{\circ}{g}^{ij} - g^{ij}) \vec{\mathbf{g}}_i \otimes \vec{\mathbf{g}}_j \text{ et que : } \left(\frac{d\mathbf{e}_{(2)}}{d\tau} \right)_{\mathcal{R}_s} = \mathbf{D} \quad (1.19)$$

1.3.2 Mesure de déformation de Hencky et différentes formes de dérivées objectives

Après avoir vu les mesures de déformation dans les repères convectés, les mesures dans différents repères locaux objectifs fixes $\mathcal{R}_Y$ sont introduites en utilisant la fonction spin définie par la relation (1.14), qui donne une forme générale de la vitesse de rotation $\mathbf{\Omega}_{\mathcal{R}_Y/\mathcal{R}_T}$, de $\mathcal{R}_Y$ par rapport au repère fixe de travail $\mathcal{R}_T$:

$$\mathbf{\Omega}_{\mathcal{R}_Y/\mathcal{R}_T} = \mathbf{W} + \mathbf{\Upsilon}(\mathbf{B}, \mathbf{D}) \quad (1.20)$$

où $\mathbf{\Upsilon}$ est un tenseur antisymétrique, fonction isotrope du tenseur de Cauchy-Green gauche $\mathbf{B}$ et du tenseur du taux de déformation $\mathbf{D}$.

Pour des raisons de résolution numériques, Xiao *et al.* [97] introduisent une expression explicite de $\mathbf{\Upsilon}$ qui permet d'obtenir les dérivées objectives usuelles à partir du choix de la fonction réelle f :

$$\mathbf{\Upsilon}(\mathbf{B}, \mathbf{D}) = \sum_{\alpha=1, \beta=1, \alpha \neq \beta}^m f\left(\frac{B_\alpha}{B_\beta}\right) \mathbf{B}_\alpha \cdot \mathbf{D} \cdot \mathbf{B}_\beta \quad (1.21)$$

où les B_α sont les m valeurs propres distinctes de $\mathbf{B}$ et les $\mathbf{B}_\alpha$ sont les projecteurs associés de $\mathbf{B}$. Cette équation est valide quelque soit le nombre distinct de valeurs propres de $\mathbf{B}$.

Ainsi, en choisissant plusieurs formes particulières de la fonction f , les vitesses de rotation classiquement rencontrées dans la littérature apparaissent de façon naturelle :

- La vitesse de rotation du repère corotationnel, notée $\mathcal{R}_C$, est définie à partir du tenseur des taux de rotation : $\mathbf{\Omega}_{\mathcal{R}_C/\mathcal{R}_T} = \mathbf{W}$:

$$f(x) = 0$$

La dérivée temporelle d'un tenseur du second ordre dans le repère corotationnel $\mathcal{R}_C$ correspond à la dérivée objective rotationnelle très utilisée de Zaremba-Jaumann-Noll, connue également sous le nom simplifiée de dérivée de Jaumann (*e.g.* [28, 70, 98]).

- La vitesse de rotation du repère en rotation propre $\mathcal{R}_R$, définie par $\mathbf{Q}_{\mathcal{R}_R/\mathcal{R}_T} = \mathbf{R}$, est obtenue en prenant :

$$f(x) = \frac{1 - \sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}}$$

La dérivée temporelle d'un tenseur du second ordre dans le repère $\mathcal{R}_R$ correspond à la dérivée en rotation propre ou de Green-Nagdhi (*e.g.* [19, 25, 71]).

- La vitesse de rotation du repère en rotation logarithmique $\mathcal{R}_L$, notée $\mathbf{\Omega}_{\mathcal{R}_L/\mathcal{R}_T}$, est obtenue avec :

$$f(x) = \frac{1+x}{1-x} + \frac{2}{\ln x} \quad (1.22)$$

La dérivée temporelle d'un tenseur du second ordre dans $\mathcal{R}_L$ correspond à la dérivée dans le repère en rotation logarithmique (*e.g.* [51, 96, 97]).

On peut alors montrer (cf. [61, 97]) que **seule la dérivée temporelle de la mesure de déformation de Hencky $\mathbf{e}_{(0)}$ dans le repère de rotation logarithmique $\mathcal{R}_L$ permet d'obtenir le tenseur taux de déformation et de vérifier la relation essentielle :**

$$\left(\frac{d\mathbf{e}_{(0)}}{d\tau} \right)_{\mathcal{R}_L} \stackrel{\text{def}}{=} \mathbf{D} \quad (1.23)$$

Cette mesure de déformation logarithmique présente en effet de nombreux avantages. Elle assure un moyen direct de la décomposition additive de sa trace et son déviateur en sa partie volumique

et isochore, décomposition essentielle pour la définition de loi de comportement. Ceci n'étant pas le cas pour les mesures convectives de type Almansi $\mathbf{e}_{(-2)}$. C'est d'ailleurs la mesure de déformation de Hencky qui est utilisée dans le code de calcul ABAQUS pour simuler la plasticité des métaux [1] mais en utilisant la dérivée corotationnelle de Jaumann pour les éléments tridimensionnels et la dérivée de Green-Naghdi-Dienes pour les coques.

Depuis l'introduction de la dérivée de Zaremba-Jaumann-Noll [98], les différentes formes des dérivées objectives corotationnelles, dépendant de la forme de la fonction f (cf. équation (1.21)), ont été largement étudiées dans la littérature [10, 19, 26]. Ces dérivées objectives sont la plupart du temps utilisées pour écrire des lois de comportement hypoélastiques et sont généralement étudiées en fonction des réponses en contrainte.

Suivant les codes de calcul, le choix est donné entre telle ou telle dérivée. C'est le cas pour le code CASTEM2000 où l'on peut choisir la dérivée de Jaumann et celle de Truesdel, ou pour le code HEREZH++, où on a le choix entre la dérivée de Jaumann et de Lie (dérivée deux fois convectée dans le cas des repères convectés (cf section 1.2)). L'utilisation de la dérivée de Jaumann reste malgré tout la plus utilisée (comme dans ABAQUS et DD3IMP) bien qu'elle entraîne les fameuses oscillations en cisaillement simple en élasticité [10] et en plasticité [9]. Il est en effet bien connu que la différence entre les dérivées choisies n'est sensible que pour des déformations très importantes et dans des cas de chemins de chargement particulier comme montrés dans la suite en introduisant les déformations cumulées tensorielles sur un cas de chargement fermé rotationnel.

1.4 Déformations cumulées tensorielles et exemple numérique

La déformation cumulée tensorielle [18, 81] dans un repère local objectif $\mathcal{R}_y = (M, \vec{Y}_a)$, notée $\mathbf{e}_{[Y]}$, est l'intégrale du taux de déformation entre $\overset{\circ}{t}$ et t du taux de déformation lu à l'instant t :

$$\mathbf{e}_{[Y]} \stackrel{\text{def}}{=} \int_{\overset{\circ}{t}/\mathcal{R}_Y @ t}^t \mathbf{D} \, d\tau = \int_{\overset{\circ}{t}}^t D^{ab} d\tau \vec{Y}_a \otimes \vec{Y}_b \quad (1.24)$$

où les D^{ab} sont les composantes de $\mathbf{D}$ dans la base $\vec{Y}_a$. À l'instant initial, autrement dit dans la configuration de référence, les déformations cumulées tensorielles sont nulles.

La déformation cumulée dans le repère lié aux segments matériels $\mathcal{R}_r$ donne :

$$\mathbf{e}_{[r]} = \int_{\overset{\circ}{t}/\mathcal{R}_r @ t}^t \mathbf{D} d\tau = \int_{\overset{\circ}{t}}^t D_{ij} \, d\tau \vec{g}^i \otimes \vec{g}^i = \frac{1}{2} (g_{ij} - \overset{\circ}{g}_{ij}) \vec{g}^i \otimes \vec{g}^i = \mathbf{e}_{(-2)} \quad (1.25)$$

La mesure de déformation de Seth $\mathbf{e}_{(2)}$ peut elle aussi être considérée comme la déformation cumulée tensorielle dans le repère $\mathcal{R}_s$:

$$\mathbf{e}_{[s]} = \int_{\overset{\circ}{t}/\mathcal{R}_s @ t}^t \mathbf{D} d\tau = \int_{\overset{\circ}{t}}^t D^{ij} d\tau \vec{g}_i \otimes \vec{g}_i = \frac{1}{2} (\overset{\circ}{g}^{ij} - g^{ij}) \vec{g}_i \otimes \vec{g}_i = \mathbf{e}_{(2)}$$

Pour les déformations cumulées tensorielles dans les repères rigides, connaissant l'équation (1.23), l'intégrale du tenseur taux de déformation donne nécessairement la mesure de déformation de Hencky $\mathbf{e}_{(0)}$:

$$\mathbf{e}_{[L]} = \int_{\overset{\circ}{t}/\mathcal{R}_L @ t}^t \mathbf{D} \, dt = \mathbf{e}_{(0)}$$

Les autres déformations cumulées tensorielles dans les différents repères locaux objectifs (mesures dans le repère corotationnel et en rotation propre) introduits à la section 1.3.2, sont forcément **des approximations de la mesure de Hencky**. Ces déformations cumulées tensorielles dépendent du chemin de chargement suivi. Elles rendent plus difficile l'écriture de lois élastoplastique ou hyperélastique et plus généralement des lois conduisant à des déformations élastiques importantes. Ce résultat est illustré sur le cas numérique suivant où l'on considère un chemin de déformation fermé appliqué sur un solide plan.

L'objectif de ce test est de comparer les différentes déformations cumulées tensorielles indépendamment d'une loi de comportement. La notion de déformation cumulée tensorielle, cadre proposé par Gilormini et Rougée [17, 18], permet ainsi de se concentrer sur l'aspect géométrique des problèmes. Classiquement, les auteurs se restreignent en effet au loi de comportement hypoélastique et sont généralement étudiées en fonction des réponses en contrainte (voir par exemple [53, 75, 99]).

Le chargement appliqué (figure 1.2) consiste en quatre phases caractérisées par l'évolution temporelle du gradient de transformation suivant :

$$\mathbf{F} = \mathbf{1} + \gamma(\tau)\vec{\mathbf{I}}_1 \otimes \vec{\mathbf{I}}_2 + v(\tau)\vec{\mathbf{I}}_2 \otimes \vec{\mathbf{I}}_2 \quad (1.26)$$

où les fonctions $\gamma(\tau)$ et $v(\tau)$ suivent l'évolution de la figure 1.2. L'amplitude a du cycle est égale à 1. $\vec{\mathbf{I}}_1$ et $\vec{\mathbf{I}}_2$ sont les vecteurs de base à laquelle est rapportée le référentiel global fixe $\mathcal{R}_T$. Les résultats présentés ont été obtenus en utilisant le module de simulation du logiciel SiDoLo (Simulation et Identification Automatique de Lois de Comportement) [2, 13, 14, 73] qui utilise un algorithme d'intégration explicite de type Runge-Kutta d'ordre 2 avec pas adaptatif.

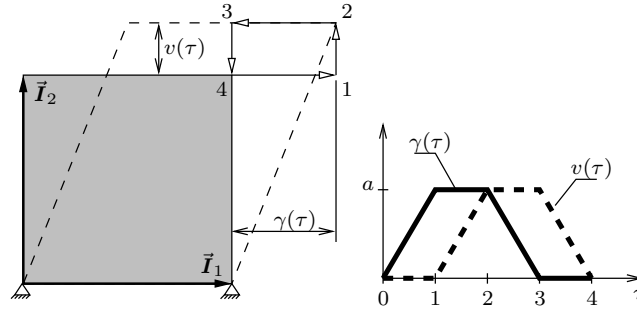


FIGURE 1.2 – Cycle fermé comprenant 4 phases : (1) allongement, (2) cisaillement, (3) compression et (4) cisaillement inverse.

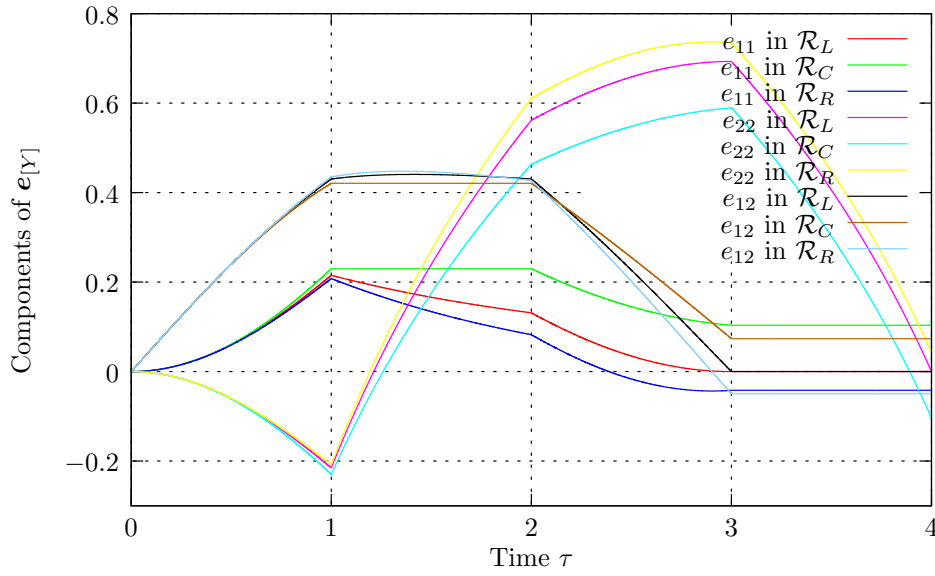


FIGURE 1.3 – Composantes 11, 22 et 12 des déformations cumulées tensorielles dans les repères $\mathcal{R}_L$, $\mathcal{R}_C$ et $\mathcal{R}_R$ pour le cycle fermé de la figure 1.2.

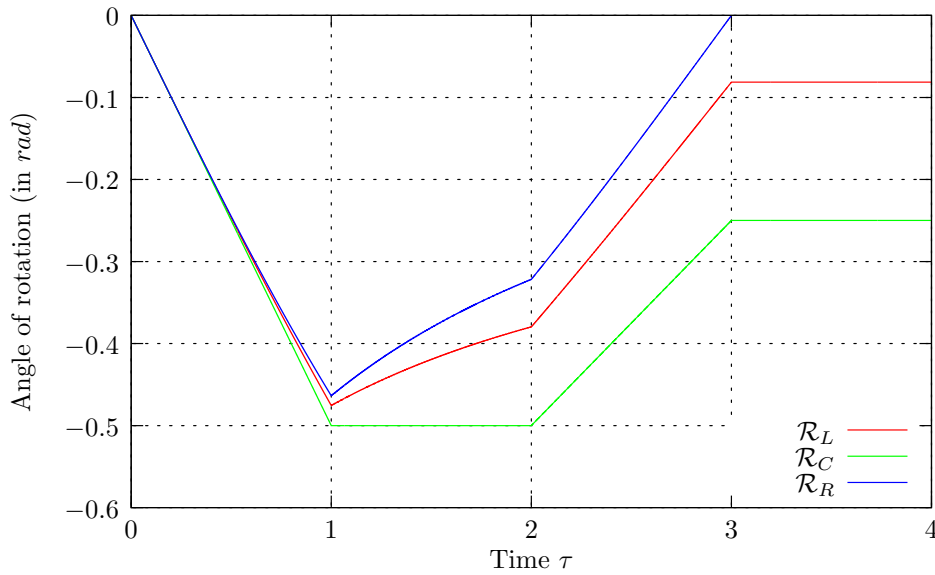


FIGURE 1.4 – Evolution des angles de rotation des repères $\mathcal{R}_L$, $\mathcal{R}_C$ et $\mathcal{R}_R$ pour le cycle fermé de la figure 1.2.

Les composantes 11, 22 et 12 des déformations cumulées tensorielles dans le repère en rotation logarithmique $\mathcal{R}_L$, dans le repère corotationnel $\mathcal{R}_C$ et dans le repère en rotation propre $\mathcal{R}_R$ sont présentées sur la figure 1.3. Comme prévu, les déformations $e_{[C]}$ et $e_{[R]}$ ne s'annulent pas à la fin du chargement fermé. Autrement dit, on obtient une déformation non nulle alors que la configuration finale est identique à la configuration initiale. Ce sont des approximations de la mesure de Hencky. La valeur de cette approximation est une fonction inverse de l'amplitude de cisaillement. Les composantes $e_{[L]}$ sont les seules, qui comme prévues, sont égales à zéro à la fin du chemin de déformation.

Néanmoins, l'intérêt de la vitesse de rotation logarithmique doit être nuancé par les résultats présentés sur la figure 1.4 qui donne les angles de rotation des repères $\mathcal{R}_L$, $\mathcal{R}_C$ and $\mathcal{R}_R$ au cours du cycle de chargement. On constate que seul le repère en rotation propre $\mathcal{R}_R$ retourne à sa position initiale, les repères $\mathcal{R}_C$ et $\mathcal{R}_L$ tournent respectivement d'un angle de -0,25 rad et -0.08 rad à la fin du cycle. Cela peut donc entraîner des problèmes pour une loi de comportement élastoplastique écrite dans le repère local objectif en rotation logarithmique. Au chapitre suivant, un exemple de comportement aberrant sera ainsi présenté au cours d'un calcul en élastoplasticité sur un cycle fermé.

1.5 Conclusion

Au cours de ce chapitre, les aspects relatifs à la cinématique du milieu continu déformable ont été présentés ainsi qu'un bref rappel sur les coordonnées matérielles entraînées. L'intérêt d'un système de coordonnées matérielles entraînées a été montré car il est directement disponible pour son intégration dans un code de calcul par éléments finis. Deux repères locaux objectifs déformables $\mathcal{R}_s$ et $\mathcal{R}_r$ associés respectivement aux segments matériels dans la base naturelle $\vec{g}_i$ et aux tranches matérielles, associés à la base duale $\vec{g}^i$, ont été également introduits.

Les déformations cumulées tensorielles dans différents repères ont été rappelées. La déformation cumulée tensorielle obtenue par intégration temporelle du taux de déformation $\mathbf{D}$ dans le repère en rotation logarithmique donne des résultats intéressants. Comme nous le verrons dans le chapitre suivant, c'est le seul repère où le cadre classique de l'élastoplasticité en petites perturbations se transpose aisément en grandes transformations [62]. Le repère en rotation logarithmique permet en effet d'obtenir une déformation cumulée tensorielle nulle à la fin du trajet de chargement fermé ce qui n'est pas le cas pour les référentiels en rotation propre et corotationnel. Par contre, la rotation du référentiel en rotation logarithmique par rapport au repère global à la fin d'un cycle de chargement fermé n'est pas nulle ce qui, dans certains cas, peut conduire à un comportement préjudiciable des modèles écrits dans ce référentiel. Dans tous les cas, les déformations et les rotations à la fin d'un cycle sont faibles pour des transformations de taille « raisonnable », si bien que les intégrations dans le repère corotationnel, par exemple, restent malgré tout bien adaptées aux calculs de structures.

Chapitre 2

Modélisation du comportement élasto-visco-plastique

La description d'un modèle de comportement élasto-plastique classique (ou élasto-visco-plastique si l'on prend en compte la viscosité) nécessite au minimum la définition de trois éléments constitutifs [52, 68] :

Une loi élastique qui, classiquement, donne l'état de contrainte du matériau en fonction de son état de déformation élastique.

Un seuil qui sépare un domaine élastique (à l'intérieur duquel le comportement est purement réversible) d'un domaine élasto(visco)plastique dans lequel se produisent des transformations irréversibles. Le seuil est aussi appelé *critère de plasticité*. Il est en général décrit par une fonction convexe à valeurs réelles f , appelée la *fonction de charge*, telle que pour $f \leq 0$ le matériau reste dans le domaine élastique.

Une loi d'écoulement qui, lorsque le seuil est dépassé, caractérise la direction de l'écoulement du matériau et son intensité dans le cas d'un modèle élasto-visco-plastique. En général, une partie de la déformation totale étant réversible, la loi d'écoulement ne décrit que l'évolution de la partie irréversible de la déformation (on parle alors de déformations inélastiques ou de déformations plastiques).

Les déformations inélastiques subies altèrent généralement la taille et la forme du seuil. Pour rendre compte de cette modification, la fonction de charge est écrite grâce à des variables supplémentaires : les variables d'écrouissage, qui peuvent être scalaires ou tensorielles. Certaines de ces lois d'écrouissage, représentant l'évolution de ces variables d'écrouissage ainsi que certaines fonctions de charges, adaptées aux matériaux métalliques, seront présentées dans le chapitre 3.

Remarque 2 *Un modèle de comportement sera qualifié d'élasto-plastique s'il existe un domaine de comportement purement réversible, autrement dit s'il correspond à un modèle à seuil. Soulignons en particulier que les modèles d'Hyperélasto-Visco-Hystérésis (cf. partie III) ou d'autres modèles sans seuil (cf. par exemple [93]) ne sont pas des modèles à seuil et ne sont donc pas, d'après cette terminologie, des modèles élastoplastiques au sens premier du terme.*

2.1 Lois de comportement élasto-plastique en petites perturbations

La méthode de l'état local proposée par [16] offre un cadre intéressant pour le développement de modèles de comportement. Elle s'appuie sur des principes physiques fondamentaux (ceux de la thermodynamique) qui définissent des conditions d'acceptabilité des modèles. Les grandes lignes sont rappelées ici dans le cas de comportements mécaniques isothermes.

L'utilisation de la méthode de l'état local repose sur un postulat énoncé par [52] de la façon suivante :

« ...l'état thermomécanique d'un milieu matériel en un point et à un instant donné est complètement défini par la connaissance des valeurs à cet instant d'un certain nombre de variables ne dépendant que du point considéré. Les dérivées temporelles de ces variables n'intervenant pas pour définir l'état... »

Ces variables se divisent en deux catégories : les *variables observables* et les *variables internes*.

Dans le cas de lois de comportements élasto-visco-plastiques, les variables observables sont la déformation totale ϵ et la température T . La formulation de modèle élasto-visco-plastique nécessite d'introduire une variable interne, qualifiée de *déformation (visco)plastique* ou de déformation inélastique, notée ϵ^p , qui correspond à la déformation totale obtenue après une décharge élastique du matériau. L'introduction de cette variable conduit à une partition de la déformation totale :

$$\epsilon = \epsilon^e + \epsilon^p \quad (2.1)$$

où ϵ^e est la partie élastique (réversible) de la déformation, que l'on qualifiera de *déformation élastique*. Les autres variables internes sont dans ce travail, relatives à l'écrouissage du matériau et seront notées X_i (où $i = 1, \dots, m$ pour un modèle à m variables d'écrouissage).

En petites perturbations, l'hypothèse de décomposition additive de la déformation (2.1) implique une décomposition additive de la vitesse de déformation :

$$\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}^e + \dot{\epsilon}^p \quad (2.2)$$

La fonction qui décrit l'état thermomécanique du point matériel est une fonction scalaire des variables d'états appelée *potentiel thermodynamique*.

2.1.1 Potentiel thermodynamique

La valeur du potentiel thermodynamique Ψ décrit l'énergie stockée localement par le matériau. Cette énergie est elle même une variable d'état thermodynamique, fonction de n variables d'état χ_i relatives à n modes de stockage différents : $\Psi = \Psi(\chi_1, \dots, \chi_n)$

En dérivant le potentiel thermodynamique Ψ par rapport au temps, il vient :

$$\dot{\Psi} = \sum_i^n \langle \eta_i, \dot{\chi}_i \rangle \quad \text{avec} \quad \eta_i = \frac{\partial \Psi}{\partial \chi_i} \quad (2.3)$$

Les η_i sont appelées *forces thermodynamiques* associées aux variables d'état χ_i .

Dans le cas des transformations mécaniques isothermes de type élastoplastique, le potentiel thermodynamique est uniquement fonction de la déformation élastique ϵ^e et des variables d'écrouissage X_i :

$$\Psi = \Psi(\epsilon^e, X_i) = \Psi(\epsilon - \epsilon^p, X_i) \quad \text{et donc} \quad : \dot{\Psi} = \left\langle \frac{\partial \Psi}{\partial \epsilon^e}, \dot{\epsilon}^e \right\rangle + \left\langle \frac{\partial \Psi}{\partial X_i}, \dot{X}_i \right\rangle \quad (2.4)$$

L'inégalité de Clausius-Duhem pour une transformation isotherme donne :

$$\langle \boldsymbol{\sigma}, \mathbf{D} \rangle - \rho \dot{\Psi} \geq 0 \quad (2.5)$$

où $\boldsymbol{\sigma}$ est le tenseur des contraintes de Cauchy, ρ la masse volumique du matériau. En introduisant (2.4) dans (2.5) et en se limitant au cas des petites perturbations ($\mathbf{D} = \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}$), il vient :

$$\langle \boldsymbol{\sigma}, \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \rangle - \rho \left\langle \frac{\partial \Psi}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}^e}, \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^e \right\rangle - \rho \left\langle \frac{\partial \Psi}{\partial X_i}, \dot{X}_i \right\rangle \geq 0 \quad (2.6)$$

- Pour un processus réversible, c'est-à-dire quand le critère de plasticité n'est pas satisfait ($f < 0$) et donc que les variables d'écrouissage sont fixes, l'inégalité (2.6) se transforme en une égalité :

$$\langle \boldsymbol{\sigma}, \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \rangle = \rho \left\langle \frac{\partial \Psi}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}^e}, \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^e \right\rangle \quad (2.7)$$

Dans ce cas $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^e$ ce qui permet de mettre en évidence que la contrainte de Kirchhoff $\boldsymbol{\tau} = \frac{1}{\rho} \boldsymbol{\sigma}$ est la force thermodynamique associée à la déformation élastique $\boldsymbol{\varepsilon}^e$:

$$\boldsymbol{\tau} = \frac{1}{\rho} \boldsymbol{\sigma} = \frac{\partial \Psi}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}^e} \quad (2.8)$$

La relation (2.7) permet, dans le cas d'un processus réversible, de calculer la contrainte $\boldsymbol{\sigma}$ en fonction seulement du potentiel Ψ .

- Pour un processus dissipatif, l'écriture du potentiel Ψ n'est pas suffisante pour caractériser un modèle de comportement : il faut en plus disposer de *lois complémentaires* décrivant l'évolution des variables internes $\boldsymbol{\varepsilon}^e$ et X_i . Dans la relation (2.6), les forces thermodynamiques associées aux variables internes X_i sont notées : $Y_i = \frac{\partial \Psi}{\partial X_i}$. Classiquement, on préfère également donner l'évolution de $\boldsymbol{\varepsilon}^p$ plutôt que celle de $\boldsymbol{\varepsilon}^e$, leur évolution étant liée par la relation :

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^e = \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p$$

En introduisant cette relation ainsi que (2.8) dans l'inégalité (2.6) et comme $\rho > 0$, la *dissipation intrinsèque* s'écrit :

$$\mathcal{D} = \langle \boldsymbol{\tau}, \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p \rangle - \langle Y_i, \dot{X}_i \rangle \geq 0 \quad (2.9)$$

2.1.2 Modèles standards généralisés

Un moyen couramment employé pour satisfaire (2.9) est de postuler l'existence d'un pseudo-potentiel de dissipation $\Phi(\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p, \dot{X}_i)$, fonction scalaire positive, convexe et nulle à l'origine, dont dérivent les forces thermodynamiques (voir par exemple Germain [16]) :

$$\boldsymbol{\tau} = \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p} \quad \text{et} \quad Y_i = - \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{X}_i}$$

De telles lois sont qualifiées de *lois normales*. Les modèles ainsi obtenus sont appelés *modèles standards généralisés*. La donnée d'un seul potentiel Φ en complément du potentiel thermodynamique Ψ suffit à définir complètement le modèle.

Il est souvent plus pratique d'écrire un potentiel fonction des forces thermodynamiques associées aux mécanismes de dissipation plutôt qu'en termes des variables flux $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p$ et $\dot{X}_i$. On utilise alors la transformée de Legendre-Fenchel qui permet d'associer au potentiel $\Phi(\dot{X}_i)$, un potentiel dual $\Omega(\boldsymbol{\tau}, Y_i)$ tel que :

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p = \frac{\partial \Omega}{\partial \boldsymbol{\tau}} \quad \text{et} \quad \dot{X}_i = - \frac{\partial \Omega}{\partial Y_i} \quad (2.10)$$

C'est sous cette forme que sont habituellement présentées les lois normales dans la littérature (voir par exemple [52]).

2.1.3 Elasto-visco-plasticité et élasto-plasticité

L'élasto-plasticité est abordée ici en la considérant comme un cas limite de l'élasto-visco-plasticité. Dans le cas des modèles élasto-visco-plastiques standards généralisés, il est classique de postuler une forme du pseudo-potentiel Ω qui ne dépend des forces thermodynamiques associées aux variables internes qu'au travers de la fonction de charge f , autrement dit :

$$\Omega(Y_1, \dots, Y_n) = \Omega(f(Y_1, \dots, Y_n)) \quad (2.11)$$

La vitesse d'évolution des variables internes est alors donnée par la relation : $\dot{X}_i = -\frac{d\Omega}{df} \frac{\partial f}{\partial Y_i}$ où $\frac{d\Omega}{df}$ est appelée *fonction de viscosité* et $\Omega(f)$ le potentiel viscoplastique.

L'approche, retenue dans la partie II pour la modélisation de la viscosité des matériaux métalliques, consiste à prendre un potentiel défini par une relation de type Norton selon :

$$\Omega(f) = \frac{K_v}{n_v + 1} \left(\frac{f^+}{K_v} \right)^{n_v + 1} \quad (2.12)$$

où n_v est un paramètre matériau qui caractérise la sensibilité à la vitesse de déformation, K_v un coefficient de pondération de la partie visqueuse de la contrainte et f^+ la partie positive de f .

Comme précédemment énoncé, le passage à la limite (viscosité tendant vers zéro) requiert une condition supplémentaire pour définir l'intensité de l'écoulement. La condition la plus utilisée est alors de faire l'hypothèse que la dissipation intrinsèque $\mathcal{D}$ est maximale (cf. par exemple [87]).

En conclusion, supposons que la vitesse de déformation plastique $\dot{\epsilon}^p$ et la vitesse d'évolution des variables internes $\dot{X}_i$ soient données, il faut alors satisfaire la condition : $f = 0$ et maximiser la dissipation intrinsèque : $\mathcal{D} = \langle \tau, \dot{\epsilon}^p \rangle - \langle Y_i, \dot{X}_i \rangle$. Pour satisfaire simultanément ces deux conditions, il est classique d'introduire un multiplicateur de Lagrange λ , qualifié dans ce contexte de *multiplicateur plastique* qui doit minimiser :

$$\mathcal{L}(\tau, Y_i, \lambda) = -\langle \tau, \dot{\epsilon}^p \rangle + \langle Y_i, \dot{X}_i \rangle + \dot{\lambda} f \quad (2.13)$$

Une condition nécessaire au minimum de $\mathcal{L}(\tau, Y_i, \lambda)$ (condition de Karush-Kuhn-Tucker) est l'annulation de toutes ses dérivées partielles. En annulant la dérivée par rapport à τ et Y_i , il vient :

$$\dot{\epsilon}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial f}{\partial \tau} \quad \text{et} \quad \dot{X}_i = -\dot{\lambda} \frac{\partial f}{\partial Y_i} \quad (2.14)$$

La normalité pour l'évolution des variables internes est donc conservée. Notons que l'annulation de la dérivée par rapport à λ conduit à $f = 0$. La seconde condition de Karush-Kuhn-Tucker, qui est suffisante pour le minimum, impose que le multiplicateur plastique soit positif.

2.2 Élasto-plasticité en grandes transformations

Dans la littérature [50, 54, 55, 56, 68, 86], de nombreuses solutions sont présentées pour substituer aux variables internes ϵ^e et ϵ^p de la théorie de l'élasto-plasticité en petites perturbations, des variables internes adaptées à la prise en compte des grandes transformations. Parmi ces solutions, deux décompositions seront abordées plus précisément dans la suite :

1. la décomposition multiplicative du gradient de transformation :

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}^e \cdot \mathbf{F}^p \quad (2.15)$$

et la notion associée de configuration relâchée proposée par [19, 50] qui constitue un cadre très général dans lequel s'inscrivent de nombreuses théories. La difficulté avec cette méthode est de choisir l'orientation de la configuration relâchée [27].

2. la décomposition additive du taux de déformation :

$$\mathbf{D} = \mathbf{D}^e + \mathbf{D}^p \quad (2.16)$$

proposée par [58]. Dans ce cadre, la formulation de la partie réversible du comportement est souvent hypoélastique et amène les problèmes classiques de ce type de formulation : choix de la dérivée objective de la contrainte et, surtout, incohérence avec la notion d'élasticité [53].

Remarque 3 *Il est à noter que lors de l'étude des procédés de mise en forme par emboutissage de la partie II, les simulations numériques ont été effectuées pour la plupart avec les codes de calcul DD3IMP et ABAQUS, et les identifications des paramètres matériaux des lois de comportement avec le logiciel SiDoLo. Dans le cas de SiDoLo et ABAQUS, la formulation utilise le référentiel corotationnel et la décomposition additive du taux de déformation de l'équation (2.16). Dans DD3IMP, la formulation utilise la décomposition multiplicative du gradient de transformation de l'équation (2.15) associée à la notion de configuration relâchée. Dans HERZ+++, la décomposition de la mesure de déformation d'Almansi de l'équation (2.16) a été implantée au cours de la thèse de V. Mora.*

2.2.1 Décomposition multiplicative du gradient de transformation

L'introduction de la configuration relâchée [50, 85] se traduit localement par une décomposition multiplicative du gradient de transformation :

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}^e \cdot \mathbf{F}^p \quad (2.17)$$

où :

- $\mathbf{F}^e$ représente la transformation locale de la configuration relâchée à la configuration actuelle (partie réversible de la transformation locale $\mathbf{F}$).
- $\mathbf{F}^p$ représente la transformation locale entre la configuration initiale et la configuration relâchée.

En notant $\hat{\mathbf{g}}_i$ les vecteurs de la base naturelle dans la pseudo-configuration relâchée et en utilisant la définition (1.7) du gradient de transformation, les opérateurs $\mathbf{F}^e$ et $\mathbf{F}^p$ sont alors définis par les relations :

$$\mathbf{F}^e = \hat{\mathbf{g}}_i \otimes \hat{\mathbf{g}}^j \quad \text{et} \quad \mathbf{F}^p = \hat{\mathbf{g}}_i \otimes \hat{\mathbf{g}}^j \quad (2.18)$$

La figure 2.1 illustre ces transformations successives du voisinage d'un point matériel.

Étant donné qu'il n'est en général pas possible de relâcher toutes les contraintes internes du solide, la configuration relâchée ne peut pas être une véritable configuration, elle est d'ailleurs souvent qualifiée de *pseudo-configuration relâchée*. C'est la définition de cette configuration relâchée qui pose le plus de problème si on utilise cette décomposition.

Dans DD3IMP, pour définir l'orientation de cette configuration relâchée, la définition cinématique proposée par Mandel [57] est adoptée, en choisissant un repère tel que l'orientation cristallographique moyenne reste la même pendant le mouvement. Ce repère peut être défini cinématiquement, en égalant sa vitesse de rotation avec la vitesse de rotation moyenne des grains [89].

Dans le cas des matériaux métalliques, la transformation élastique $\mathbf{F}^e$ génère des déformations qui sont petites devant l'unité, bien que des grandes rotations soient possibles. Ainsi, en première approximation, on peut adopter l'hypothèse des petites déformations élastiques. Sous cette hypothèse, on utilise la décomposition polaire de $\mathbf{F}^e$ sous la forme (1.10) :

$$\mathbf{F}^e = \mathbf{V} \cdot \mathbf{R} \quad (2.19)$$

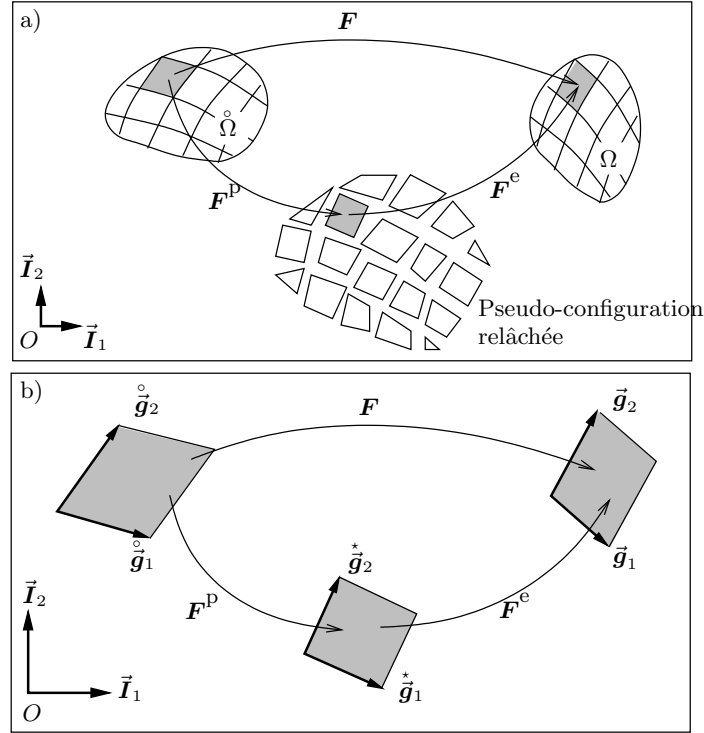


FIGURE 2.1 – a) Représentation de la configuration initiale, de la configuration finale et de la pseudo-configuration relâchée. b) Représentation des vecteurs de la base naturelle dans ces trois configurations.

où $\mathbf{R}$ est le tenseur orthogonal de rotation élastique.

D'autre part, en reprenant la décomposition du gradient de vitesse (1.12) et en supposant que l'on a une décomposition en parties élastique et plastique suivant :

$$\mathbf{D} = \mathbf{D}^e + \mathbf{D}^p \text{ et } \mathbf{W} = \mathbf{W}^e + \mathbf{W}^p \quad (2.20)$$

La vitesse de rotation plastique $\mathbf{W}^p$ peut alors être négligée devant la vitesse de déformation élastique[59]. Ainsi, l'équation (2.20) se réduit à :

$$\mathbf{W} = \mathbf{W}^e = \dot{\mathbf{R}} \cdot \mathbf{R}^t \text{ avec } \mathbf{W}^p = 0 \quad (2.21)$$

L'évolution de la rotation élastique $\mathbf{R}$ au cours du temps peut être déduite à partir de la relation (2.20). On aboutit à l'équation différentielle suivante :

$$\dot{\mathbf{R}} = (\mathbf{W} - \mathbf{W}^p) \mathbf{R} = \mathbf{W} \mathbf{R} \quad (2.22)$$

Cette évolution est similaire à l'évolution du repère corotationnel (voir paragraphe 1.2.3). On peut donc considérer que les deux approches sont similaires. Dans ce cas, on suppose que la vitesse de déformation correspond à la dérivée objective de Jaumann (notée avec $\overset{\circ}{\cdot}$), soit :

$$\overset{\circ}{e} = e + e \mathbf{W} - \mathbf{W} e \quad (2.23)$$

L'hypothèse de négliger la vitesse de rotation plastique est classique dans la modélisation des procédés de mise en forme. En se restreignant à des cisaillements pas trop importants, comme c'est le cas pour l'emboutissage des tôles minces, l'utilisation de la dérivée de Jaumann s'avère dans ce cas suffisante.

2.2.2 Décomposition additive de la mesure de déformation d'Almansi

D'après la définition (1.17) du tenseur d'Almansi, pour la définition de la partie élastique de la déformation, il est nécessaire de remplacer les composantes covariantes de la métrique dans la configuration initiale $\mathring{g}_{ij}$ par les composantes covariantes de la métrique dans une configuration où la déformation élastique est nulle. Cette configuration est qualifiée à nouveau de pseudo-configuration relâchée.

La déformation élastique est alors définie par la relation :

$$\mathbf{e}_{(-2)}^e = \frac{1}{2} (g_{ij} - \mathring{g}_{ij}) \mathring{\mathbf{g}}^i \otimes \mathring{\mathbf{g}}^j \quad (2.24)$$

où apparaît naturellement la *métrique plastique*, terme introduit par Miehe [60] :

$$\mathbf{B}^{e-1} = \mathring{g}_{ij} \mathring{\mathbf{g}}^i \otimes \mathring{\mathbf{g}}^j \quad (2.25)$$

La partie inélastique, ou plastique, de la déformation peut alors être définie par la relation :

$$\mathbf{e}_{(-2)}^p = \mathbf{e}_{(-2)} - \mathbf{e}_{(-2)}^e = \frac{1}{2} (\mathring{g}_{ij} - \mathring{g}_{ij}) \mathring{\mathbf{g}}^i \otimes \mathring{\mathbf{g}}^j \quad (2.26)$$

ce qui revient à postuler une décomposition additive de la mesure d'Almansi :

$$\mathbf{e}_{(-2)} = \mathbf{e}_{(-2)}^e + \mathbf{e}_{(-2)}^p \quad (2.27)$$

En dérivant (2.27) par rapport au temps dans $\mathcal{R}_r$, une décomposition additive du taux de déformation apparaît (cf. paragraphe 2.2.2) :

$$\mathbf{D} = \mathbf{D}^e + \mathbf{D}^p \quad \text{avec} \quad \mathbf{D}^e = \left(\frac{d\mathbf{e}_{(-2)}^e}{d\tau} \right)_{\mathcal{R}_r} \quad \text{et} \quad \mathbf{D}^p = \left(\frac{d\mathbf{e}_{(-2)}^p}{d\tau} \right)_{\mathcal{R}_r} \quad (2.28)$$

Un modèle élastoplastique isotrope à écrouissage isotrope, plus particulièrement adapté à la modélisation de matériaux métalliques, a été implanté dans HEREZH++ [61]. Les résultats de l'essai de validation, réalisés sur un cas de flexion d'une plaque, montrent un bon accord avec les résultats présentés dans la littérature. Cette approche présente l'intérêt d'être cohérente à la fois avec la notion de configuration relâchée et avec une décomposition additive du taux de déformation.

Cet intérêt doit cependant être nuancé par les résultats obtenus sur un cas de traction uniaxiale. Il a en effet été montré que le modèle initialement développé entraînait une variation du volume de la configuration relâchée (figure 2.2).

Cette variation de volume n'est pas classiquement observée expérimentalement sur les matériaux métalliques. Des solutions originales permettant d'assurer l'incompressibilité plastique du modèle ont donc été proposées. Deux voies ont été explorées : la première possibilité est de remettre en cause l'hypothèse d'un écoulement normal tout en conservant le même critère, la seconde est de modifier le critère en ne gardant pas une loi d'écoulement normale.

Il faut souligner qu'une loi d'écoulement normale avec un critère de plasticité indépendant de la pression hydrostatique prescrit une évolution déviatorique de la partie plastique du taux de déformation. Or, la trace du taux de déformation est égale à la vitesse relative de variation de volume. Le fait que $\mathbf{D}^p$ soit un déviateur signifie donc que l'écoulement plastique ne participe pas à la variation instantanée de volume. Par conséquent, la décomposition du tenseur d'Almansi proposée n'est pas cohérente avec la signification géométrique des invariants de $\mathbf{D}$. Cela n'est d'ailleurs pas surprenant, puisqu'en

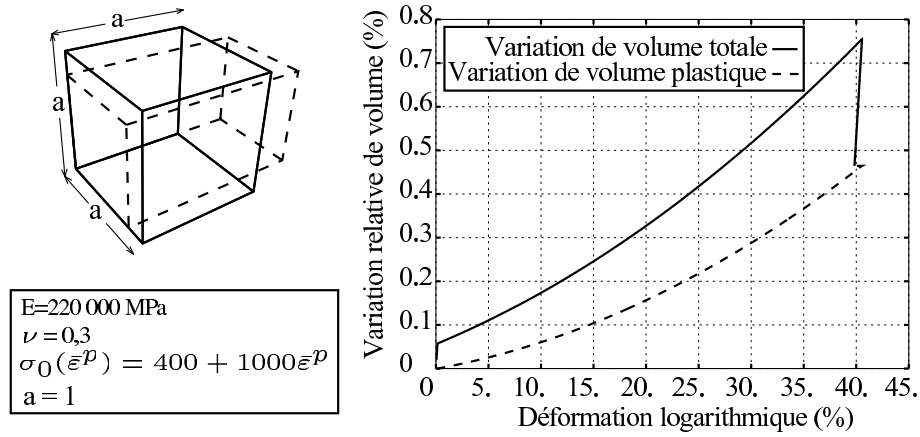


FIGURE 2.2 – Étude de la variation de volume totale V et de la variation de volume plastique V^p pour un essai de traction uniaxiale sur un cube. a) Cinématique de l'essai b) Coefficients de la loi de comportement utilisée c) Variations relatives de volume totale et plastique en fonction de la déformation logarithmique $\ln(l/a)$.

intégrant $\mathbf{D}$ dans le repère $\mathcal{R}_r$, la signification des composantes covariantes de $\mathbf{D}$ est privilégiée et pas la signification de ses invariants.

Ce sont ces réflexions qui ont conduit à chercher un repère qui permet, comme $\mathcal{R}_s$, de lier une décomposition additive d'une mesure de déformation à une décomposition additive du taux de déformation de manière cohérente avec la notion de configuration relâchée et qui, parallèlement, ne privilégie pas une des facettes de $\mathbf{D}$. Le repère en rotation logarithmique semble être, dans ce contexte, une bonne solution.

2.2.3 Décomposition additive de la mesure de Hencky

Il est possible de suivre encore une fois la même démarche qu'au paragraphe 2.2.2 et de définir une mesure de la déformation élastique de manière analogue à la mesure de Hencky $\mathbf{e}_{(0)}$ (cf. relation (1.16)), soit :

$$\mathbf{e}_{(0)}^e = \ln \mathbf{V}^e = \frac{1}{2} \ln \mathbf{B}^e \quad (2.29)$$

Nous pouvons alors proposer une décomposition additive de $\mathbf{e}_{(0)}$:

$$\mathbf{e}_{(0)} = \mathbf{e}_{(0)}^e + \mathbf{e}_{(0)}^p \quad (2.30)$$

En dérivant cette relation par rapport au temps dans $\mathcal{R}_L$, il vient :

$$\mathbf{D} = \mathbf{D}^e + \mathbf{D}^p \quad \text{avec} \quad \mathbf{D}^e = \left(\frac{d\mathbf{e}_{(0)}^e}{d\tau} \right)_{\mathcal{R}_L} \quad \text{et} \quad \mathbf{D}^p = \left(\frac{d\mathbf{e}_{(0)}^p}{d\tau} \right)_{\mathcal{R}_L} \quad (2.31)$$

La signification géométrique des invariants de la mesure de Hencky, et notamment la possibilité d'identifier dans la trace de $\mathbf{e}_{(0)}$, une mesure de la variation de volume, et, dans le déviateur de $\mathbf{e}_{(0)}$, une mesure du changement de forme sans variation de volume, constitue alors un atout majeur de cette approche. Elle est cohérente avec une loi de comportement élastoplastique dont le critère de plasticité serait indépendant de la pression hydrostatique, qui implique l'incompressibilité plastique et donc une loi d'écoulement normale, soit $\text{tr}(\mathbf{D}^p) = 0$. Cette condition garantit, en effet, que la partie plastique de la mesure de Hencky $\mathbf{e}_{(0)}^p$ qui est obtenue par intégration de $\mathbf{D}^p$ dans le repère rigide $\mathcal{R}_L$ donne $\text{tr}(\mathbf{e}_{(0)}^p) = 0$ si $\text{tr}(\mathbf{D}^p) = 0$.

Incohérence avec la notion de configuration relâchée

Cependant, cette décomposition (2.30) des parties élastique et plastique du taux de déformation n'est pas tout à fait cohérente avec la notion de configuration relâchée.

Pour illustrer cette difficulté, reprenons le cycle fermé rotationnel déjà présenté à la figure 1.2. On suppose qu'à l'instant t_0 (étape 0 du cycle) la partie plastique de la mesure de Hencky ne soit pas nulle et que sa partie élastique soit nulle :

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_{(0)}^e(t_0) &= \mathbf{0} \quad \text{et} \quad \mathbf{e}_{(0)}^p(t_0) \neq \mathbf{0} \\ &= e_{11} \vec{\mathbf{I}}_1 \otimes \vec{\mathbf{I}}_1 + e_{22} \vec{\mathbf{I}}_2 \otimes \vec{\mathbf{I}}_2 \\ &= e_{11} \vec{\mathbf{L}}_1(t_0) \otimes \vec{\mathbf{L}}_1(t_0) + e_{22} \vec{\mathbf{L}}_2(t_0) \otimes \vec{\mathbf{L}}_2(t_0) \end{aligned}$$

où $(\vec{\mathbf{L}}_1, \vec{\mathbf{L}}_2)$ sont les vecteurs de base du repère $\mathcal{R}_L$ qui coïncide à t_0 avec $(\vec{\mathbf{I}}_1, \vec{\mathbf{I}}_2)$.

En supposant maintenant, qu'entre t_0 et t_4 , c'est-à-dire du début à la fin du cycle fermé rotationnel, le critère de plasticité ne soit pas satisfait. Le cycle est dans ce cas purement élastique et, partant d'une déformation élastique $\mathbf{e}_{(0)}^e$ nulle, cette déformation élastique devrait également être nulle à la fin du cycle.

Puisque le cycle est purement élastique, à la fin du cycle, il vient :

$$\mathbf{e}_{(0)}^p(t_4) = e_{11} \vec{\mathbf{L}}_1(t_4) \otimes \vec{\mathbf{L}}_1(t_4) + e_{22} \vec{\mathbf{L}}_2(t_4) \otimes \vec{\mathbf{L}}_2(t_4)$$

La mesure de Hencky $\mathbf{e}_{(0)}$ est, quant à elle, égale à sa valeur initiale :

$$\mathbf{e}_{(0)}(t_4) = e_{11} \vec{\mathbf{I}}_1 \otimes \vec{\mathbf{I}}_1 + e_{22} \vec{\mathbf{I}}_2 \otimes \vec{\mathbf{I}}_2$$

Or, si l'on reprend les résultats de la figure 1.4, le repère en rotation logarithmique a tourné à la fin du cycle. Les vecteurs $\vec{\mathbf{L}}_1$ et $\vec{\mathbf{L}}_2$ ont donc tourné au cours du cycle par rapport au repère de travail d'un angle de -0,08 rad et ne sont plus confondus à l'instant t_4 avec les vecteurs $\vec{\mathbf{I}}_1$ et $\vec{\mathbf{I}}_2$. Par conséquent, la partie plastique de la mesure de Hencky n'est plus égale à la déformation totale $\mathbf{e}_{(0)}$:

$$\mathbf{e}_{(0)}(t_4) \neq \mathbf{e}_{(0)}^p(t_4)$$

La déformation élastique $\mathbf{e}_{(0)}^e(t_4) = \mathbf{e}_{(0)}(t_4) - \mathbf{e}_{(0)}^p(t_4)$ n'est donc plus nulle à la fin du cycle alors que celui-ci est purement élastique.

La rotation du repère $\mathcal{R}_L$ par rapport au repère de travail $\mathcal{R}_T$ au cours d'un cycle fermé rotationnel provoque donc un comportement néfaste du modèle si on ne se restreint pas à de faibles déformations élastiques ou si on étudie un chargement cyclique. Pour des matériaux métalliques avec des déformations élastiques de l'ordre de 0.2% sans chargement cyclique, ce comportement néfaste sera négligeable mais il pourra s'avérer inopportun, par exemple, pour des polymères qui peuvent subir des déformations élastiques importantes ou pour des matériaux subissant un grand nombre de cycles.

Intégration de la partie élastique du tenseur taux de déformation dans le repère en rotation logarithmique

Reprenons l'exemple précédent et essayons de déterminer la déformation élastique $\mathbf{e}_{(0)}^e$ par intégration de $\mathbf{D}^e$ indépendamment des autres grandeurs. Le taux de déformation élastique $\mathbf{D}^e$ est ici égal au taux de déformation $\mathbf{D}$ puisque l'on suppose que le cycle est élastique. Dans un cas de chargement plastique, afin d'obtenir $\mathbf{e}_{(0)}^e$ par intégration de $\mathbf{D}^e$, $\mathbf{D}^e$ devrait être intégré dans le même repère de référence que $\mathbf{D}$: le repère en rotation logarithmique $\mathcal{R}_L$.

Sachant que le cycle est élastique, on considère un autre repère local objectif rigide, noté $\mathcal{R}_{L^e}$, dont la vitesse de rotation par rapport au repère de travail est donnée par la relation :

$$\Omega_{\mathcal{R}_{L^e}/\mathcal{R}_T} = \mathbf{W} + \Upsilon(\mathbf{B}^e, \mathbf{D}^e)$$

où Υ est de la même forme que celle présentée dans le paragraphe 1.3.2 pour définir la rotation de repère logarithmique mais où est utilisé $\mathbf{B}^e$.

Puisque la partie élastique du taux de déformation élastique est maintenant intégrée dans le repère rigide $\mathcal{R}_{L^e}$, les définitions (2.31) sont remplacées par :

$$\mathbf{D} \stackrel{\text{def}}{=} \left(\frac{d\mathbf{e}_{(0)}}{d\tau} \right)_{\mathcal{R}_L} \quad \text{and} \quad \mathbf{D}^e \stackrel{\text{def}}{=} \left(\frac{d\mathbf{e}_{(0)}^e}{d\tau} \right)_{\mathcal{R}_{L^e}} \quad (2.32)$$

Pour montrer l'intérêt de cette approche, à partir de l'exemple numérique du paragraphe 1.4, on considère maintenant que le solide a été préalablement chargé (figure 2.3) et que la partie plastique de la mesure de Hencky est non-nulle et égale à la déformation totale :

$$\mathbf{e}_{(0)}(0) = \mathbf{e}_{(0)}^p(0) = \ln(2)\vec{\mathbf{I}}_2 \otimes \vec{\mathbf{I}}_2 + \ln\left(\frac{1}{2}\right)\vec{\mathbf{I}}_1 \otimes \vec{\mathbf{I}}_1$$

La partie élastique de la mesure de Hencky est donc nulle.

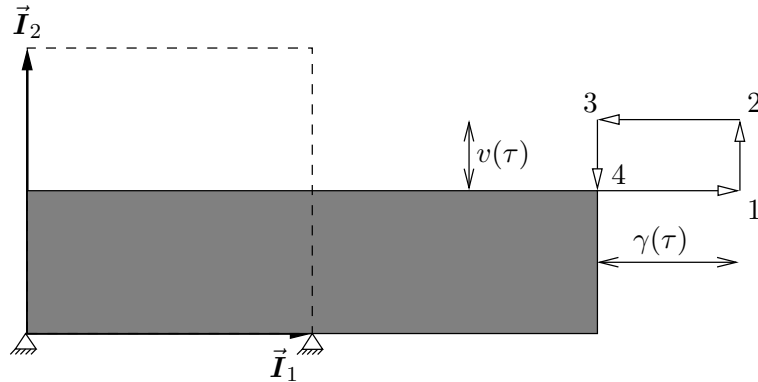


FIGURE 2.3 – Solide continu avec partie plastique non nulle et cycle fermé comprenant 4 phases : (1) allongement, (2) cisaillement, (3) compression et (4) cisaillement inverse.

Le solide est soumis à nouveau à 4 étapes, présentées sur la figure 2.3, avec le gradient de transformation initial défini par :

$$\mathbf{F} = 2\vec{\mathbf{I}}_2 \otimes \vec{\mathbf{I}}_2 - \frac{1}{2}\vec{\mathbf{I}}_1 \otimes \vec{\mathbf{I}}_1 + \gamma(\tau)\vec{\mathbf{I}}_1 \otimes \vec{\mathbf{I}}_2 + v(\tau)\vec{\mathbf{I}}_2 \otimes \vec{\mathbf{I}}_2 \quad (2.33)$$

$\mathbf{F}$ n'est donc pas initialement égal au tenseur identité. $\gamma(\tau)$ et $v(\tau)$ suivent les évolutions temporelles de la figure 1.2.

La figure 2.4(a) donne les composantes 12, 11 et 22 de la partie élastique du tenseur de Hencky dans le repère $\mathcal{R}_L$ et $\mathcal{R}_{L^e}$ de la partie élastique du taux de déformation. Ces différentes évolutions montrent que seules l'intégration des composantes de $\mathbf{D}^e$ dans le repère $\mathcal{R}_{L^e}$ donne des valeurs nulles à la fin du chargement contrairement à l'intégration dans le repère $\mathcal{R}_L$ (en particulier pour la composante e_{12}). Néanmoins, si on s'intéresse au rotation des repères, la figure 2.4(b) montre à nouveau que la rotation du repère $\mathcal{R}_{L^e}$ à la fin du cycle est toujours non-nulle.

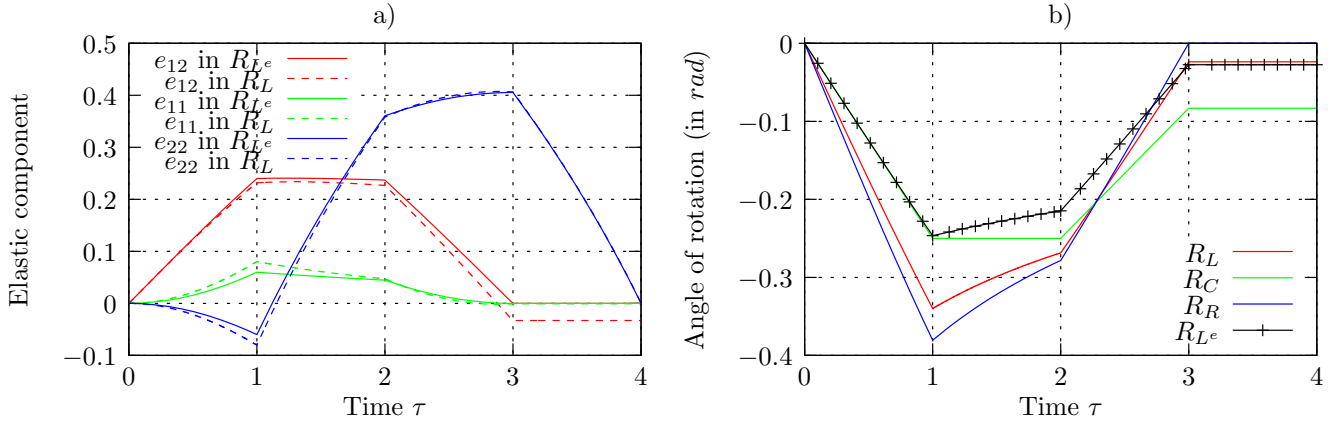


FIGURE 2.4 – Evolution au cours du cycle de déformation de la relation (2.33). a) Composantes 12, 11 et 22 des déformations cumulées tensorielles élastiques $\mathbf{e}_{[L]}$ dans les repères $\mathcal{R}_{L^e}$ et $\mathcal{R}_L$. b) Angles de rotation dans les repères $\mathcal{R}_L$, $\mathcal{R}_C$, $\mathcal{R}_R$ et $\mathcal{R}_{L^e}$.

La cohérence entre la mesure de déformation de Hencky et le taux de déformation est obtenue par l'intermédiaire du repère $\mathcal{R}_L$, alors que la cohérence entre la partie élastique de la mesure de Hencky et la partie élastique du taux de déformation est obtenue par l'intermédiaire du repère $\mathcal{R}_{L^e}$. Pour assurer la cohérence entre les grandeurs utilisées et les notions qu'elles représentent, un seul repère n'est donc pas suffisant. Ce dernier point est important car il illustre le fait que le repère en rotation logarithmique n'est pas un repère universel par rapport auquel il faudrait écrire l'évolution de toutes les grandeurs tensorielles d'un modèle de comportement. Il est donc nécessaire de construire pour chaque variable tensorielle un repère dans lequel les opérations de dérivation et d'intégrations pourront être satisfaites.

Conclusion de la partie I

L'objectif de cette première partie était de mettre en place un formalisme d'un problème de mécanique d'un solide déformable soumis à de grandes transformations. Une réflexion sur la formulation de modèles de comportements phénoménologiques élasto-visco-plastiques en grandes transformations a été menée. La définition des opérations de dérivation et d'intégration temporelle des variables tensorielles utilisées dans ces modèles a été identifiée comme un élément clef de la formulation.

Les opérations de dérivation et d'intégration temporelle de tenseurs ont été détaillées sous une forme simple et directement exploitable. Ces opérations n'ont de sens que relativement à un repère particulier. Les vecteurs de base de ces repères permettent de définir sans ambiguïté les éléments constants dans ces opérations. Une notation permettant de mettre en évidence le repère utilisé a été proposée. Deux repères locaux objectifs déformables $\mathcal{R}_s$ et $\mathcal{R}_r$ associés respectivement aux segments matériels et aux tranches matérielles ainsi que des repères locaux objectifs rigides ont ainsi été présentés.

Un lien entre une mesure de déformation et le taux de déformation $\mathbf{D}$ a aussi été établi. Cette méthode consiste à intégrer $\mathbf{D}$ par rapport au temps dans un repère local objectif particulier. La grandeur ainsi obtenue est qualifiée de déformation cumulée tensorielle car elle n'est pas, exceptée dans les cas d'une intégration dans les repères déformables $\mathcal{R}_r$ et $\mathcal{R}_s$ ou dans le repère rigide en rotation logarithmique $\mathcal{R}_L$, une mesure de déformation au sens où on l'entend habituellement. Les déformations cumulées tensorielles dans d'autres repères rigides, comme le repère corotationnel, peuvent cependant être considérées comme des approximations de la mesure de Hencky $\mathbf{e}_{(0)}$, dont la validité a été étudiée sur plusieurs cinématiques de chargement.

Les notions développées pour formuler des modèles phénoménologiques élasto-visco-plastiques dans le cadre d'une hypothèse de petites perturbations ont été rappelées. L'hypothèse fondamentale commune à ces modèles est l'existence d'un seuil en dessous duquel le comportement est purement réversible ce qui conduit à une déformation plastique constante. Dans le cas de grandes transformations, cette évolution, caractérisée par une dérivée temporelle nulle, est alors relative à un repère particulier.

Les problèmes que posent les différents référentiels locaux objectifs poussent à remettre en question la restriction de l'intégration dans des repères orthonormés. L'intégration de $\mathbf{D} = \mathbf{D}^e + \mathbf{D}^p$ dans des repères non-orthonormés peut conduire, par exemple, à une décomposition additive de la mesure de déformation d'Almansi. Cette hypothèse de travail a été proposée dans [65]. Il est alors possible de montrer que cette approche additive est un cas particulier de la décomposition multiplicative $\mathbf{F} = \mathbf{F}^e \cdot \mathbf{F}^p$. Néanmoins, il faut noter que l'utilisation de grandeur matérielle entraînée, associée à cette décomposition additive du tenseur de déformation d'Almansi, rend sensiblement plus complexe le développement des modèles du fait du manque de signification géométrique directe des invariants classiques de cette mesure de déformation.

Finalement, une proposition d'une formulation des modèles de comportements élastoplastiques basés sur une décomposition additive de la mesure de déformation de Hencky a été proposée [62]. Cette formulation permet d'avoir un lien étroit entre les invariants de la mesure de déformation et ceux du tenseur taux de déformation. Elle permet également d'avoir une mesure de déformation élastique cohérente avec la notion de configuration relâchée. Il faut souligner que pour établir ces liens, un seul

repère pour assurer le transport, la dérivation ou l'intégration des grandeurs tensorielles n'est pas suffisant :

- le repère en rotation logarithmique $\mathcal{R}_L$ est nécessaire pour lier le taux de déformation à la mesure de déformation de Hencky,
- le repère $\mathcal{R}_{L^e}$ permet, quant à lui, de relier la partie élastique de la mesure de Hencky à la partie élastique du taux de déformation.

Par conséquent, aucun des repères présentés n'est un repère universel apte à résoudre tous les problèmes de dérivation, d'intégration et de transport de grandeurs tensorielles que l'on peut rencontrer dans le cadre de la modélisation du comportement matériel.

Notons enfin, que pour des aspects numériques et pratiques, dans la grande majorité des cas [69], les modèles en décomposition additive du taux de déformation ou les modèles en décomposition multiplicative du gradient de transformation restent, de toute façon, très bien adaptés aux calculs de structure et en particulier à la simulation de la mise en forme des métaux, pour lesquels les déformations élastiques sont faibles. Ceci sera ainsi le cas pour les résultats numériques présentés dans la deuxième partie de ce travail. Mais, dès que les déformations élastiques deviennent importantes, par exemple pour les polymères comme étudié dans la troisième partie du travail, certaines précautions devraient s'imposer. C'est un des points d'amélioration qui reste à prendre en compte pour éviter tous problèmes d'interprétation des résultats de simulation.

Références bibliographiques de la Partie I

- [1] ABAQUS (2009). *Abaqus Theory Manual - version 6.8*. Hibbit and Karlson and Sorensen Inc.
- [2] ANDRADE-CAMPOS, A., THUILLIER, S., PILVIN, P. et TEIXEIRA-DIAS, F. (2007). On the determination of material parameters for internal variable thermoelastic-viscoplastic constitutive models. *International Journal of Plasticity*, 23(8):1349–1379.
- [3] BASAR, Y. et WEICHERT, D. (2000). *Nonlinear Continuum Mechanics of Solids*. Springer Verlag Berlin Heidelberg, New-York.
- [4] BRILLOUIN, L. (1938). *Les tenseurs en mécanique et en élasticité*. Edition Jacques Gabay, Paris.
- [5] BRUNET, M. et SABOURIN, F. (1995). A simplified triangular shell element with a necking criterion for 3-d sheet-forming analysis. *Journal of Materials Processing Technology*, 50(1-4):238 – 251. 2nd International Conference on Numerical Simulation of 3-D Sheet Metal Forming Processes.
- [6] CAILLETAUD, G. et PILVIN, P. (1997). Utilisation de modèles polycristallins pour le calcul par éléments finis. *Revue Européenne des Eléments finis*, 3-4:515–541.
- [7] COËR, J., BERNARD, C., LAURENT, H., ANDRADE-CAMPOS, A. et THUILLIER, S. (2011a). The effect of temperature on anisotropy properties of an aluminium alloy. *Experimental Mechanics*, 51(7):1185–1195.
- [8] COËR, J., BERNARD, C., LAURENT, H., CARIN, M., CHAUVELON, P. et MANACH, P. (2011b). Thermomechanical analysis of an Al-Mg alloy sheet by means of non-isothermal tensile tests up to 200°C. In *Photomechanics 2011*, Bruxelles.
- [9] DAFALIAS, Y. F. (1983). Corotational rates for kinematic hardening at large plastic deformations. *J. Appl. Mech.*, 50:561–565.
- [10] DIENES, J. K. (1979). On the analysis of rotation and stress rate in deforming bodies. *Acta Mechanica*, 32:217–232.
- [11] E. OÑATE, M. C. (1993). Derivation of thin plate bending elements with one degree of freedom per node : A simple three node triangle. *Engineering Computations*, 10(6):543–561.
- [12] FLUGGE, W. (1972). *Tensor analysis and Continuum mechanic*. Springer Verlag Berlin Heidelberg.
- [13] FOERCH, R., BESSON, J., CAILLETAUD, G. et PILVIN, P. (1997). Polymorphic constitutive equations in finite element codes. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 141(3-4):355–372.
- [14] FOREST, S. et PILVIN, P. (1999). Modelling finite deformation of polycrystals using local objective frames. *Z. angew. Math. Mech.*, 79.
- [15] GADSBACK, M. et TIBERT, G. (2007). A comparison of rotation-free triangular shell elements for unstructured meshes. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 196(49-52):5001–5015.
- [16] GERMAIN, P. (1986). *Mécanique*. Ecole Polytechnique, Edition Ellipses, Paris.
- [17] GILORMINI, P. (1994). Sur les référentiels locaux objectifs en mécanique des milieux continus. *C. R. AcaD. Sci. Paris*, 318(Série II):1153–1159.

- [18] GILORMINI, P., ROUDIER, P. et ROUGÉE, P. (1993). Les déformations cumulées tensorielles. *C. R. Acad. Sci. Paris*, 316:1499–1504.
- [19] GREEN, A. E. et NAGHDI, P. M. (1965). A general theory of elastic plastic continuum. *Arch. Rat. Mech. Anal.*, 18:251–281.
- [20] GRÈZE, R., LAURENT, H. et MANACH, P. Y. (2007). Springback study in aluminum alloys based on the Demeri Benchmark Test : influence of material model. In CUETO, E. et CHINESTA, F., éditeurs : *10TH ESAFORM CONFERENCE ON MATERIAL FORMING*, volume 907, pages 1512–1517, Zaragoza (Spain). AIP Conference Proceedings.
- [21] GRÈZE, R., LAURENT, H. et MANACH, P. Y. (2008). Experimental and numerical study of springback in aluminum alloys based on a split-ring test. In *7th International Conference and Workshop on Numerical Simulation of 3D Sheet Metal Forming Processes, Numisheet 2008*, pages 491–496, Interlaken (Switzerland).
- [22] GRÈZE, R., MANACH, P. Y., LAURENT, H., THUILLIER, S. et MENEZES, L. F. (2010). Influence of the temperature on residual stresses and springback effect in an aluminium alloy. *International Journal of Mechanical Sciences*, 52(9):1094–1100.
- [23] GROLLEAU, V., RIO, G., LAURENT, H., COUTY, N. et MERDY, Y. F. L. (2000). Experimental and numerical simulation of impact of thin plates with loss of contact between plates and impact. *Journal de Physique IV*, 10:497–502.
- [24] GUO, Y. Q., GATI, W., NACEUR, H. et BATOZ, J. L. (2002). An efficient dkt rotation free shell element for springback simulation in sheet metal forming. *Computers & Structures*, 80(27-30):2299–2312.
- [25] HILL, R. (1968). On constitutive inequalities for simple materials-i. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 16:229–242.
- [26] HILL, R. (1978). Aspects of invariance in solid mechanics. *Advances Appl. Mech.*, 18:1–75.
- [27] HUGHES, T. J. R. (1983). Numerical implementation of constitutive models : rate-independent deviatoric plasticity. *Workshop on the Theoretical Foundation for Large Scale Computation of Nonlinear Material Behaviour (Northwestern Univ.)*, pages 24–26.
- [28] JAUMANN, G. (1911). Geschlossenes system physikalischer und chemischer differenzialgesetze. *Sitzher Acad. Wiss. Wien (IIa)*, 120:385–530.
- [29] LAINÉ, C. (1998). *Etude numérique et expérimentale du comportement mécanique de plaques et coques sandwichs : développement d'un élément non-linéaires, grandes déformations et application au flambement de plaques raidies en construction navale*. Thèse de doctorat, Université de Bretagne Sud.
- [30] LAURENT, H. (1992). Etude de l'amorçage des fissures de fatigue dans un alliage d'aluminium 2024-T351 - Evaluation de l'endommagement par diffraction X. DEA de Mécanique Industrielle, Laboratoire d'Applications des Matériaux à la Mécanique, St Nazaire.
- [31] LAURENT, H. (1994). Etude de la résistance d'un enrouleur de foc en aluminium. Rapport technique ref.1994/1054, Rapport de contrat entre le LG2M et PLASTIMO.
- [32] LAURENT, H. (1996). *Etude en grandes transformation d'une nouvelle famille d'éléments finis coque triangulaire à trois degrés de liberté par noeud. Application à la simulation numérique de l'emboutissage*. Thèse de doctorat, Université du Maine.

- [33] LAURENT, H., COËR, J., GRÈZE, R., MANACH, P. Y., ANDRADE-CAMPOS, A., OLIVEIRA, M. C. et MENEZES, L. F. (2011a). Mechanical behaviour and springback study of an aluminium alloy in warm forming conditions. *ISRN Mechanical Engineering*.
- [34] LAURENT, H., GRÈZE, R., MANACH, P. Y., COER, J., ANDRADE-CAMPOS, A., OLIVEIRA, M. C. et MENEZES, L. F. (2009a). Springback of an aluminium alloy in warm forming conditions using the split-ring test. In *7th EUROMECH Solid Mechanics Conference*, Lisbon, Portugal.
- [35] LAURENT, H., GRÈZE, R., MANACH, P. Y. et THUILLIER, S. (2009b). Influence of constitutive model in springback prediction using the split-ring test. *International Journal of Mechanical Sciences*, 51:233–245.
- [36] LAURENT, H., GRÈZE, R., OLIVEIRA, M. C., MENEZES, L. F., MANACH, P. Y. et ALVES, J. L. (2010). Numerical study of springback using the split-ring test for an AA5754 aluminum alloy. *Finite Elements in Analysis and Design*, 46(9):751 – 759.
- [37] LAURENT, H., MORA, V. et RIO, G. (2002). Un modèle de comportement élastoplastique en grandes transformations en coordonnées matérielles entraînées. Etude pour un élément de coque mince. In *MATÉRIAUX2002*, éditeur : *Société de Chimie Industrielle*, pages CM–09–014.
- [38] LAURENT, H., MORA, V. et RIO, G. (2005). On the additive decomposition of strain measures in logarithmic frame for finite elastoplasticity. In *COMPLAS2005*, volume 2, pages 777–780, Barcelone. VIII International Conference on Computational Plasticity, D.R.J. Owen, E. Onate and B. Suarez.
- [39] LAURENT, H. et RAZA, H. (1997). Etude du comportement mécanique du flotteur SC40 sous sollicitations dynamiques. Rapport technique, Rapport final de contrat de recherche entre la SERPE et le Centre de Génie Industriel.
- [40] LAURENT, H. et RAZA, H. (1999). Logiciel arvag. Rapport technique, Rapport final de contrat de recherche entre la DCN et le LG2M.
- [41] LAURENT, H. et RIO, G. (1994). Résultats de la simulation numérique de l'emboutissage de la pièce VW. intégration d'un nouvel élément fini (SFE) dans SIMEM3. Rapport technique UBO/15-Affectation : H5.12.51, Rapport final de contrat de recherche entre Renault et l'UBO.
- [42] LAURENT, H. et RIO, G. (1995a). Etude en grandes transformations d'un élément fini de coque avec trois degrés de liberté par noeud. In *Giens1995*, volume 1, pages 251–256. Hermès. Actes du 2ème Colloque National en Calcul des Structures.
- [43] LAURENT, H. et RIO, G. (1995b). Intégration d'une loi de comportement anisotrope dans le logiciel SIMEM3. Rapport technique CGI/10-Affectation : H5.12.51, Rapport final de contrat de recherche entre Renault et le Centre de Génie Industriel.
- [44] LAURENT, H. et RIO, G. (1996a). Optimisation de maillage. Rapport technique CGI/11-Affectation : H5.12.51, Rapport final de contrat de recherche entre Renault et le Centre de Génie Industriel.
- [45] LAURENT, H. et RIO, G. (1996b). A r-version of adaptive mesh in sheet metal forming simulation. In *IDMME'96*, volume 2, pages 705–714, Nantes. Première Conférence Internationale sur la Conception et la Fabrication Intégrée en Mécanique.
- [46] LAURENT, H. et RIO, G. (2001). Formulation of a thin shell finite element with continuity C^0 and convected material frame notion. *Comp. Mech.*, 27:218–232.

- [47] LAURENT, H., RIO, G. et BLÈS, G. (2007a). Une interface entre un code de calcul de laboratoire Herezh++ et le logiciel Abaqus : Application à un calcul industriel de type élasto-viscohystérétique. *In Giens2007*, pages 661–666. Hermès. Actes du huitième colloque national en calcul de structures.
- [48] LAURENT, H., VANDENBROUCKE, A., COUEDO, S., RIO, G. et HOCINE, N. A. (2007b). An hyper-visco-hysteretic model for elastomeric behaviour under low and high temperatures : experimental and numerical investigations. *In BOUKAMEL, A., LAIARINANDRASANA, L., MEO, S. et VERRON, E., éditeurs : Constitutive Models for Rubber V*, pages 47–52. Taylor and Francis.
- [49] LAURENT, H., VANDENBROUCKE, A., RIO, G. et HOCINE, N. A. (2011b). A simplified methodology to identify material parameters of a Hyperelasto-Visco-Hysteresis model : application to a fluoro-elastomer. *Modelling and Simulation in Materials Science and Engineering*, En revision.
- [50] LEE, E. H. (1969). Elastic-plastic deformation at finite strain. *J. Appl. Mech.*, 36:1–6.
- [51] LEHMANN, T., GUO, Z. et LIANG, H. (1991). The conjugacy between cauchy stress and logarithm of the left stretch tensor. *Eur. J. Mech. A/Solids*, 10(4):395–4004.
- [52] LEMAITRE, J. et CHABOCHE, J.-L. (1996). *Mécanique des matériaux solides*. Dunod.
- [53] LIN, R. (2002). Numerical study of consistency of rate constitutive equations with elasticity at finite deformation. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 55:1053–1077.
- [54] LUBARDA, V. A. (2002). *Elastoplasticity theory*. CRC Press.
- [55] LUBARDA, V. A. et KRAJCIKOVIC, D. (1995). Some fundamental issues in rate theory of damage-elastoplasticity. *International Journal of Plasticity*, 11(7):763–797.
- [56] LUBARDA, V. A. et LEE, E. H. (1981). A correct definition of elastic and plastic deformation and its computational significance. *J. Appl. Mech.*, 48:35–40.
- [57] MANDEL, J. (1982). Définition d’un repère privilégié pour l’étude des transformations anélastiques du polycristal. *Journal de Mécanique Théorique et Appliquée*, 1:7–25.
- [58] MCMEEKING, R. M. et RICE, J. R. (1974). Finite-element formulations for problems of large elastic-plastic deformations. *International Journal of Solids and Structures*, 11:601–616.
- [59] MENEZES, L. F. et TEODOSIU, C. (2000). Three-dimensional numerical simulation of the deep-drawing process using solid finite elements. *Journal of Materials Processing Technology*, 97(1-3):100 – 106.
- [60] MIEHE, C. (1995). A theory of large-strain isotropic thermoplasticity based on metric transformation tensors. *Arch. Appl. Mechanics*, 66:45–64.
- [61] MORA, V. (2004). *Etude de l’intégration temporelle du tenseur taux de déformation. Application à la modélisation de l’élastoplasticité en grandes transformations*. Thèse de doctorat, Université de Bretagne-Sud.
- [62] MORA, V., LAURENT, H. et RIO, G. (2004a). Cumulated tensorial strain measure in the logarithmic rotating frame. *Compte Rendus Mécanique*, 332(11):921–926.
- [63] MORA, V., LAURENT, H. et RIO, G. (2004b). Eléments de réflexion conduisant au choix d’une déformation cumulée tensorielle dans un référentiel en rotation logarithmique. *In Colloque national MECAMAT, Janvier 2004 AUSSOIS*, pages 429–432.

- [64] MORA, V., LAURENT, H. et RIO, G. (2005a). Intégration numérique de la partie élastique du taux de déformation. *In Hermès*, pages 67–72. Hermès. Actes du septième colloque national en calcul de structures.
- [65] MORA, V., RIO, G. et LAURENT, H. (2003). Elastoplasticité en coordonnée matérielles entraînées. *In Hermès*, volume 3, pages 73–80. Hermès. Actes du sixième colloque national en calcul de structures.
- [66] MORA, V., RIO, G. et LAURENT, H. (2005b). Liens en grandes transformations entre le taux de déformation, les mesures de déformation eulériennes et les référentiels locaux objectifs pour les lois de comportement élastoplastiques. *In Actes du 17ème Congrès Français de Mécanique*, numéro 514 de -, Troyes.
- [67] MOREAU, C. (2000). *Etude expérimentale et numérique de l'Hyperélasticité avec prise en compte de l'incompressibilité*. Thèse de doctorat, Université de Bretagne-Sud.
- [68] NAGHDI, P. M. (1990). A critical review of the state of finite plasticity. *Journal of Applied Mathematics and Physics*, 41:314 – 394.
- [69] NEFUSSI, G. (1999). *Sur les lois de comportement en grandes transformations : Application au profilage*. Mémoire d'Habilitation à Diriger des Recherches. Université Paris 6.
- [70] NOLL, W. (1955). On the continuity of the solid and the fluid states. *J. Rat. Mech. Anal.*, 4:3–81.
- [71] OGDEN, R. (1984). *Non-linear Elastic Deformations*. Ellis Horwood, Chichester.
- [72] PADMANABHAN, R., OLIVEIRA, M., LAURENT, H., ALVES, J. L. et MENEZES, L. F. (2009). Study on springback in deep drawn tailor welded blanks. *International Journal of Material Forming*, 2:829–832.
- [73] PILVIN, P. (1996). *SiDoLo*. User's Manual in French. [http ://web.univ-ubs.fr/lg2m/~pilvin/](http://web.univ-ubs.fr/lg2m/~pilvin/).
- [74] PONTHOT, J. P. (2002). Unified stress update algorithms for the numerical simulation of large deformation elasto-plastic and elasto-viscoplastic processes. *International Journal of Plasticity*, 18:91–126.
- [75] REED, K. W. et ATLURI, S. N. (1985). Constitutive modeling and computational implementation for finite strain plasticity. *International Journal of Plasticity*, 1:63–87.
- [76] RIO, G. (2005). *Herezh++*. [http ://www-lg2m.univ-ubs.fr/~rio](http://www-lg2m.univ-ubs.fr/~rio). Certification IDDN-FR-010-0106078-000-R-P-2006-035-20600.
- [77] RIO, G., LAURENT, H. et BLÈS, G. (2005). Modélisation phénoménologique du comportement hyper-visco-hystérétique d'une nuance de caoutchouc naturel. Rapport CF-GOMMA, LG2M-UBS, Lorient.
- [78] RIO, G., LAURENT, H. et BLÈS, G. (2008). Asynchronous interface between a finite element commercial software ABAQUS and an academic research code HEREZH++. *Advances in Engineering Software*, 39(12):1010–1022.
- [79] RIO, G., TATHI, B. et LAURENT, H. (1994). A new efficient finite element model of shell with only three degrees of freedom per node. Application to industrial deep drawing test. *In MARQUÈS, M. B., éditeur : IDDRG'94*, pages 461–472, Lisbonne, Portugal. 18ème International Biennial Congress 1994 - Recent Developments in Sheet Metal Forming.

- [80] RODRIGUEZ, A., PEGON, P. et HUERTA, A. (1997). Two stress update algorithms for large strains : accuracy analysis and numerical implementation. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 40:4363–4404.
- [81] ROUGÉE, P. (1991). A new lagrangian intrinsic approach to large deformations in continuous media. *Eur. J. Mech. A/Solids*, 10(1):15–39.
- [82] ROUGÉE, P. (1997). *Mécanique des grandes transformations*. Springer.
- [83] SABOURIN, F. et BRUNET, M. (2006). Detailed formulation of the rotation-free triangular element s3 for general purpose shell analysis. *Engineering Computations*, 23(5):469–502.
- [84] SETH, B. R. (1964). Generalized strain measurement with application to physical problem. In REINER, M. et ABIR, D., éditeurs : *Second order effects in elasticity*, pages 162–172, Oxford. Pergamon Press.
- [85] SIDOROFF, F. (1976). *Variables internes en viscoélasticité et plasticité*. Thèse de doctorat es-sciences, Université Pierre et Marie Curie.
- [86] SIMO, J. C. et ORTIZ, M. (1985). A unified approach to finite deformation elastoplastic analysis based on the use of hyperelastic constitutive equations. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 49:221–245.
- [87] TABOUROT, L. (1992). *Loi de comportement elastoviscoplastique du monocristal en grandes transformations*. Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique, Grenoble.
- [88] TATHI, B. et LAURENT, H. (1995). A joint project for the numerical simulation of 3d sheet metal forming processes with quasi-static or dynamic approaches. In DAWSON, S. ., éditeur : *NUMIFORM'95*, pages 779–784, New-York. 5th International Conference on Numerical Methods in Industrial Forming processes, Cornell University.
- [89] TEODOSIU, C. (1989). The plastic spin : microstructural origin and computational significance. In D.R.J. OWEN, E. O. et SUAREZ, B., éditeurs : *2nd Conference on Computational Plasticity*, pages 163–171.
- [90] THUILLIER, S. (2008). *Caractérisation et prédiction du comportement mécanique des tôles métalliques et des élastomères*. Mémoire d'Habilitation à Diriger des Recherches. Université de Bretagne-Sud.
- [91] THUILLIER, S., MANACH, P. Y., MENEZES, L. F. et OLIVEIRA, M. C. (2002). Experimental and numerical study of reverse re-drawing of anisotropic sheet metals. *Journal of Materials Processing Technology*, 125-126:764–771.
- [92] THUILLIER, S., PILVIN, P. et RIO, G. (2004). Modélisation du comportement hyper-visco-hystérétique d'une nuance de caoutchouc naturel-point 2. Rapport de contrat Point 2, CF GOMMA/LG2M, Université de Bretagne Sud.
- [93] VALANIS, K. C. (1971). A theory of viscoplasticity without a yield surface. *Archives of Mechanics*, 23(4):517–533.
- [94] VANDENBROUCKE, A., LAURENT, H., HOCINE, N. A. et RIO, G. (2009). Caractérisation expérimentale d'un élastomère en fonction de la température. In *Actes du 19ème Congrès Français de Mécanique*, numéro Communication n° 403, Marseille.

- [95] VANDENBROUCKE, A., LAURENT, H., HOCINE, N. A. et RIO, G. (2010). A Hyperelasto-Visco-Hysteresis model for an elastomeric behaviour : experimental and numerical investigations. *Computational Materials Science*, 48(3):495–503.
- [96] XIAO, H. (1995). Unified explicit basis-free expressions for time rate and conjugate stress of an arbitrary hill's strain. *International Journal of Solids and Structures*, 32(22):3327–3340.
- [97] XIAO, H., BRUHNS, O. T. et MEYERS, A. (1998). On objective corotational rates and their defining spin tensors. *International Journal of Solids and Structures*, 35(30):4001–40134.
- [98] ZAREMBA, S. (1903). Sur une forme perfectionnée de la théorie de la relaxation. In *Bull. Intl. AcaD. Sci. Cracovie*, pages 594–614.
- [99] ZHOU, X. et TAMMA, K. K. (2003). On the applicability and stress update formulations for corotational stress rate hypoelasticity constitutive models. *Finite Elements in Analysis and Design*, 39:783–816.
- [100] ZRIDA, M., LAURENT, H., GROLLEAU, V., RIO, G., KHLIF, M., GUINES, D., MASMOUDI, N. et BRADAI, C. (2010). High-speed tensile tests on a polypropylene material. *Polymer Testing*, 29:685–692.
- [101] ZRIDA, M., LAURENT, H., MASMOUDI, N., BRADAI, C. et RIO, G. (2006a). Identification of a behavior model of elastohysteresis for a polypropylene materials. In *JIP2006*, pages 339–346, Paris. International Conference Residual Fatigue Life and Life extension of in-service structures.
- [102] ZRIDA, M., LAURENT, H., RIO, G., PIMBERT, S., GROLLEAU, V., MASMOUDI, N. et BRADAI, C. (2009). Experimental and numerical study of polypropylene behavior using an hyper-visco-hysteresis constitutive law. *Computational Materials Science*, 45(2):516–527.
- [103] ZRIDA, M., MASMOUDI, N., LAURENT, H., RIO, G., PIMBERT, S. et BRADAI, C. (2006b). Study of polypropylene structures behavior by elasto-visco-hysteresis models. In *ICAMEM2006*, volume mat14, Hammamet, Tunisia. Third International Conference on Advances in Mechanical Engineering and Mechanics.

Deuxième partie

Mise en forme et retour élastique des alliages d'aluminium : influence de la température

Contexte

En dépit d'une diversification des matériaux polymères, composites, nanomatériaux, etc. utilisés dans l'industrie, les matériaux métalliques sont toujours employés à large échelle dans les domaines de l'automobile, l'électroménager, la construction navale et l'aéronautique. Mais, depuis la prise de conscience des enjeux environnementaux, la conception, la fabrication et la mise au point de pièces ou structures utilisant des matériaux métalliques pour l'industrie technologique vivent une importante évolution. En effet, le marché, les nouvelles réglementations liées à la sécurité, aux économies d'énergie et la prise en compte du développement durable conduisent dorénavant à une diminution globale du poids des structures et à l'utilisation de nouvelles nuances, de plus en plus complexes, de matériaux métalliques.

Dans ce sens, la stratégie adoptée consiste à remplacer les aciers d'usages classiques par des aciers à haute limite d'élasticité ou des alliages d'aluminium ou de magnésium [47]. Il apparaît ainsi qu'avec une réduction de 10% du poids des véhicules, on peut réduire de 6-8% la consommation des véhicules automobiles. Le remplacement de l'acier par des alliages d'aluminium peut aussi conduire à un gain de masse de 40-60% et avec des alliages de magnésium à des gains de 60-75%. Dans ce contexte, en dépit de leur coût élevé, les alliages d'aluminium sont utilisés de plus en plus souvent dans les industries automobiles, aéronautiques et navales, spécialement pour les panneaux extérieurs, comme substitut à l'acier, du fait de leurs excellentes propriétés d'élongation, de poids et de leur possibilité de recyclage (figure 2.5 [45]). Ainsi, entre 1995 et 2000, l'utilisation de l'aluminium a augmenté de 80% dans les applications automobiles.

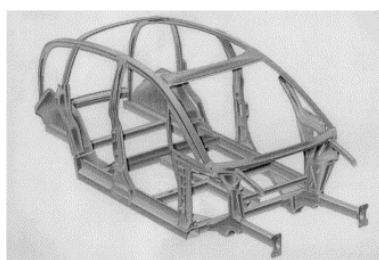


FIGURE 2.5 – Structure porteuse en aluminium d'une Audi AL2.

Bien que les alliages d'aluminium présentent de nombreux avantages par rapport aux matériaux métalliques classiques, la formabilité de ces alliages est plus faible et moins bien contrôlée que celle des aciers. Le challenge pour les industriels est donc de pouvoir produire des structures en aluminium avec les mêmes possibilités de design qu'avec les aciers.

Dans ce contexte, la mise en forme à haute température des alliages d'aluminium améliore la formabilité de ces matériaux et réduit de ce fait les coûts de production (figure 2.6[13]). Malheureusement, en dépit des nombreuses recherches menées sur le domaine de la mise en forme à chaud [3, 4, 13, 29, 46, 57], à l'heure actuelle, les industriels maîtrisent mal ces nouveaux moyens de production et ces nouveaux

matériaux d'aluminium car leur connaissance du comportement de ces matériaux à haute température et à des vitesses de mise en forme rapide est limitée.

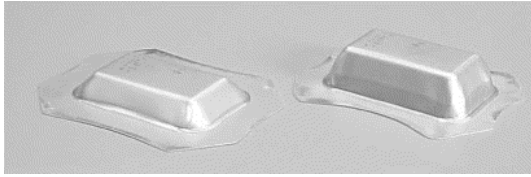


FIGURE 2.6 – Emboutissage profond en 5754-O à température ambiante (à gauche) et à 250°C (droite).



FIGURE 2.7 – Springback d'un « U-bending ».

Un autre challenge pour l'industrie automobile est une meilleure compréhension du phénomène de retour élastique. L'intensité du retour élastique correspond à la différence entre la forme finale de la pièce et la forme des outils d'emboutissage (figure 2.7 [29]). Un fort retour élastique entraîne souvent des structures hors-tolérance conduisant à des problèmes lors de l'assemblage ou de l'installation. Le retour élastique complexifie donc fortement la mise au point des structures embouties en rallongeant les délais de fabrication des pièces et en impactant inévitablement leur prix de revient.

De plus, dans le domaine de la mise en forme par déformation plastique des matériaux métalliques, il n'existe pas aujourd'hui de logiciel « métier » capable d'intégrer tous les aspects de la simulation numérique et notamment la simulation des opérations d'emboutissage à chaud. Les différents travaux menés sur ce sujet [21, 35, 37, 38, 39] avaient donc pour objectif de développer des outils numériques nécessaires à la prise en compte des effets thermiques et de la sensibilité à la vitesse afin de les intégrer dans des codes de calculs par éléments finis.

Les deux étapes majeures de ces projets ont été d'une part, d'étudier expérimentalement les comportements thermomécaniques complexes, spécifiques à ces alliages, lors de leur mise en oeuvre, puis de modéliser ces comportements. D'autre part, appliquer ces modèles lors de la mise en forme de structures tout d'abord à température ambiante puis en fonction de celle-ci. Les principaux objectifs étant :

- (i) de contribuer à une meilleure connaissance et aux développements d'outils numériques capable de simuler la mise en forme d'alliage d'aluminium à des températures intermédiaires ($< 300^\circ\text{C}$),
- (ii) d'analyser le comportement complexe de ces nouveaux matériaux métalliques durant le processus de mise en forme et lors de l'étape de retour élastique,
- (iii) de réaliser plusieurs types d'essais pour identifier les paramètres matériaux des modèles de comportement puis pour les valider lors des étapes de mise en forme,
- (iv) d'étudier expérimentalement mais aussi numériquement l'influence de la température sur les différents paramètres de l'opération mise en forme (frottement, viscosité du matériau, etc.) et sur le retour élastique.

En s'appuyant sur les résultats de la partie précédente, un rappel des principaux éléments constitutifs des modèles de comportement utilisés lors des simulations réalisés est d'abord apporté dans le chapitre 3. Les étapes de caractérisation d'un alliage d'aluminium AA5754-O sont présentées en annexe sous la forme d'une publication publiée dans « *Experimental Mechanics* » [16]. Enfin, les principaux résultats de prédiction du retour élastique en fonction de la température sont donnés dans le chapitre 4.

Chapitre 3

Formalisme des lois élasto-visco-plastiques

Ce chapitre reprend les principes de l'élasto-visco-plasticité du chapitre 2.1. Les lois de comportement présentées sont uniquement celles utilisées dans les différentes applications de mise en forme détaillées dans cette partie. Ces formalismes sont implantés soit dans le logiciel d'identification SiDoLo, soit dans les codes éléments finis DD3IMP ou ABAQUS. Le cadre général est d'abord introduit puis les critères anisotropes de plasticité pour décrire l'orthotropie initiale des tôles métalliques laminées et finalement les lois d'écrouissage.

Comme rappelé dans le chapitre 2.2, les lois de comportement doivent vérifier le principe d'objectivité pour que le comportement mécanique ne dépende que de l'état de déformation et pas du mouvement de corps rigide des solides. Dans ce cadre, avec les précautions préconisées dans le chapitre précédent, l'utilisation des repères locaux objectifs fournit une méthode systématique pour transporter des lois de comportement développées dans le cadre des petites déformations au cas des transformations finies. Dans la suite, ce formalisme est utilisé avec les hypothèses suivantes :

- les déformations élastiques sont faibles ce qui est largement admis pour la simulation de la mise en forme des métaux,
- les rotations restent raisonnables : l'intensité du cisaillement est peu importante (inférieure à l'unité) ce qui est aussi le cas pour l'emboutissage de tôles minces,
- le nombre de cycles de sollicitations reste également faible.

Le référentiel corotationnel et la dérivée de Jaumann sont utilisés pour effectuer les intégrations temporelles des grandeurs. C'est la solution utilisée dans ABAQUS et DD3IMP mais les dérivées dans le repère logarithmique restent encore confidentielles dans la majorité des codes de calcul. Dans ce référentiel corotationnel sont calculés les tenseurs de contrainte et de déformation, ainsi que les variables internes introduites pour décrire le comportement. En s'appuyant sur l'équation 2.2, on suppose une additivité des vitesses des composantes élastique $\dot{\epsilon}^e$ et viscoplastique $\dot{\epsilon}^p$ de la vitesse de déformation $\dot{\epsilon}$. On se place également dans le cadre proposé dans la section 2.1.3 où un modèle viscoplastique nécessite la définition d'une fonction de charge f , pour caractériser le domaine d'élasticité, d'une loi d'écoulement qui permet de décrire la vitesse de déformation irréversible quand on sort de ce domaine et des lois d'écrouissage. Le cadre de la théorie des modèles standards généralisés est donc utilisé en supposant que ces trois éléments dépendent du même potentiel thermodynamique Ω .

3.1 Comportement élastique

Conformément à ce qui a été présenté dans le chapitre 2, un modèle hypoélastique isotrope est choisi pour calculer la partie élastique des contraintes, écrite sous la forme différentielle suivante :

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{C} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^e \quad (3.1)$$

où $\mathbf{C}$ est le tenseur d'ordre 4 des coefficients d'élasticité (fonction de E et ν) et $\boldsymbol{\sigma}$ est le tenseur des contraintes de Cauchy $\boldsymbol{\sigma} = \rho \boldsymbol{\tau}$ (cf équation (2.8)).

Soit après intégration dans le repère local, en supposant que la partie élastique de la déformation suit un comportement isotrope :

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{E}{1+\nu} \left(\boldsymbol{\varepsilon}^e + \frac{\nu}{1-2\nu} \text{tr}(\boldsymbol{\varepsilon}^e) \mathbf{I} \right) \quad (3.2)$$

avec $\mathbf{I}$ le tenseur identité du second ordre.

3.2 Fonction de charge et écoulement plastique

Dans le cas d'un écoulement associé (ce qui est le cas lorsque la fonction de charge est quadratique et que l'écrouissage cinématique est linéaire), le potentiel Ω est identifié à partir de la fonction de charge f (cf équation (2.11)). La nécessité de sortir du cadre de la plasticité associée se présente lors de l'introduction d'une loi d'évolution non-linéaire de l'écrouissage cinématique en fonction de la déformation plastique [52]. Une des solutions consiste à modifier directement certaines lois d'évolutions des variables internes obtenus par une modélisation associée. Il devient alors indispensable de vérifier la positivité de la dissipation intrinsèque mécanique.

L'élasticité est définie avec la condition $f < 0$, et il y a en utilisant la contrainte de Cauchy $\boldsymbol{\sigma}$:

- écoulement plastique, quand $f = 0$ et $\frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}} : \dot{\boldsymbol{\sigma}} > 0$
- ou décharge élastique, si $f = 0$ et $\frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}} : \dot{\boldsymbol{\sigma}} \leq 0$.

On suppose que la déformation plastique suit l'hypothèse de normalité généralisée donnée par la relation (2.14) :

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \quad (3.3)$$

Cette relation caractérise le fait que la vitesse de déformation plastique est normale à la surface seuil au point de chargement $\boldsymbol{\sigma}$.

La loi d'écoulement plastique, écrite sous la forme d'une fonction puissance de la fonction de charge, conformément à la relation de Norton (2.12), permet de calculer la déformation viscoplastique. Le comportement est donc élastique si $f < 0$ et d'après la relation (2.10), la vitesse de déformation viscoplastique s'écrit :

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p = \frac{\partial \Omega}{\partial \boldsymbol{\sigma}} = \frac{d\Omega}{df} \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \quad (3.4)$$

En utilisant ce formalisme, les équations (3.3) et (3.4) montrent que, quelque soit le critère de plasticité (quadratique ou non), le multiplicateur plastique $\dot{\lambda}$ peut être obtenu par un calcul direct de la dérivée de la fonction de charge de l'équation (3.6) avec la relation :

$$\dot{\lambda} = \left(\frac{\bar{\sigma} - R}{K_v} \right)^{n_v} \quad (3.5)$$

où $\bar{\sigma}$ est la contrainte équivalente au sens du critère de plasticité, K_v et n_v sont les deux paramètres matériaux visqueux à identifier.

3.3 Représentation de l'écrouissage

L'écrouissage se caractérise par une augmentation de la résistance à la déformation du matériau avec la déformation plastique. Il se modélise par une évolution – en taille et en position – de la surface de charge dans l'espace des contraintes. Nous ne considérons ici que des écrouissages positifs. Nous supposons, dans ce cadre, que l'évolution du domaine d'élasticité de cette fonction de charge est gouvernée par deux variables internes Y_i : l'augmentation de la taille de la surface de charge est décrite par une variable scalaire R d'écrouissage isotrope et une variable tensorielle $\mathbf{X}$ qui définit le déplacement de la position du centre (écrouissage cinématique) de la surface de charge dans l'espace des contraintes :

$$f(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{X}, R) = f(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{X}) - R = \bar{\sigma}(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{X}) - R = 0 \quad (3.6)$$

D'une manière générale, l'état d'écrouissage du matériau peut être décrit par une formulation basée soit sur l'utilisation de la déformation plastique cumulée $p = \int \sqrt{\frac{3}{2} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^P : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^P} dt$, soit sur l'utilisation de la déformation plastique équivalente $\bar{\varepsilon}^P$ définie à partir du travail plastique [55]. Dans toute la suite, on choisit de manière arbitraire la déformation plastique équivalente.

3.3.1 Écrouissage isotrope

L'écrouissage isotrope est identifié à partir de la courbe contrainte-déformation plastique d'un essai de traction dans la direction de laminage. Dans beaucoup de codes, dont ABAQUS, cette évolution peut être décrite point par point, ce qui fournit généralement une description correcte du comportement mais dans une gamme de déformation limitée de l'ordre de 0.2 pour les alliages d'aluminium. Afin d'élargir la gamme de déformations et de permettre la convergence du calcul de la loi de comportement dans les codes de calcul, cette courbe est extrapolée par lissage par des fonctions analytiques de deux types :

- pour décrire des évolutions saturantes adaptées plutôt aux aluminiums, on supposera que l'évolution de R suit une loi de type Hockett-Sherby :

$$R = B_R - (B_R - A_R) \exp(-C_R (\bar{\varepsilon}^P)^{n_R}) \quad (3.7)$$

où $B_R - A_R$ représente l'amplitude de l'écrouissage isotrope, $A_R = \sigma_0$ correspond à la limite d'élasticité en traction simple et C_R est la vitesse de saturation. Cette équation correspond à la loi de Voce si $n_R = 1$.

- la loi de Swift sera plutôt utilisée pour des évolutions de type puissance :

$$R = K_s (\varepsilon_0 + \bar{\varepsilon}^P)^{n_s} \quad (3.8)$$

avec $\varepsilon_0 = (\sigma_0/K_s)^{1/n_s}$, K_s et n_s des paramètres matériaux.

3.3.2 Écrouissage cinématique

L'écrouissage isotrope n'est pas adapté à la description de l'effet Bauschinger [40]. Pour le prendre en compte, on est amené à introduire un écrouissage dit cinématique au travers de la variable $\mathbf{X}$, qui intervient dans la fonction de charge en se soustrayant à la contrainte. L'idée est d'opérer une translation de la surface seuil dans l'espace des contraintes. La loi d'évolution de l'écrouissage cinématique adoptée est de type Armstrong-Frederick [6, 31] à laquelle on ajoute une composante linéaire de type Prager [21] :

$$\dot{\mathbf{X}} = \frac{2}{3} (C_X \boldsymbol{\alpha} + H_X \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^P) \quad \text{avec} \quad \dot{\boldsymbol{\alpha}} = \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^P - \gamma_X \dot{p} \boldsymbol{\alpha} \quad (3.9)$$

où C_X détermine l'intensité de l'écrouissage, H_X est le module de l'écrouissage cinématique linéaire, γ_X caractérise la vitesse pour tendre vers la valeur de saturation et $\dot{p}$ est la vitesse de déformation associée à la déformation plastique cumulée.

3.4 Critères de plasticité

3.4.1 Critère de vonMises

Dans le cas du critère de plasticité isotrope de von Mises, la contrainte équivalente s'écrit en fonction de $\mathbf{S}$, la partie déviatorique du tenseur des contraintes $\boldsymbol{\sigma}$:

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{3}{2}(\mathbf{S} - \mathbf{X}) : (\mathbf{S} - \mathbf{X})} \quad (3.10)$$

3.4.2 Critère de Hill48

La forme quadratique du critère de plasticité Hill48 proposée par Hill [27] est une forme largement utilisée pour les matériaux anisotropes. Pour la mise en forme des tôles laminées, on suppose que la matériau présente une orthotropie plastique initiale. Ainsi, en considérant que les trois axes d'orthotropie plans $\vec{x}$, $\vec{y}$ et $\vec{z}$ coïncident initialement avec les axes du repère local cartésien, le critère de Hill'48 peut s'exprimer sous la forme indicelle suivante, en posant $\boldsymbol{\sigma}^X = \boldsymbol{\sigma} - \mathbf{X}$:

$$\begin{aligned} f = & H(\sigma_{xx}^X - \sigma_{yy}^X)^2 + G(\sigma_{xx}^X - \sigma_{zz}^X)^2 + F(\sigma_{zz}^X - \sigma_{yy}^X)^2 \\ & + 2yN\sigma_{xy}^X + 2yM\sigma_{xz}^X + 2yL\sigma_{yz}^X = \bar{\sigma}^2 \end{aligned} \quad (3.11)$$

où F, G, H, L, M, N sont les paramètres du critère quadratique de Hill. Ces six paramètres caractérisant l'état d'écrouissage anisotrope, peuvent être identifiés à partir de trois essais de traction simple et trois essais de cisaillement transverse dans trois orientations. On suppose, classiquement, que la partie déviatoire est découplée de la partie isotrope, ce qui revient à considérer que la pression hydrostatique n'a pas d'influence sur la partie viscoplastique.

Au cours des étapes d'identification des paramètres matériaux, on impose que la contrainte d'écoulement initiale dans la direction de laminage (DL) est égale à limite d'élasticité quels que soient les coefficients d'anisotropie. Ce qui conduit à l'hypothèse classiquement faite pour des matériaux sous forme de tôle mince : $G + H = 1$. De plus, les paramètres L et M sont fixés à 1.5, n'ayant pas accès aux données expérimentales sur le cisaillement transverse dans l'épaisseur de la tôle.

3.4.3 Critère de Barlat91

Dans le critère de Barlat91 [9], la fonction de charge f est définie par :

$$f = |\bar{S}_1 - \bar{S}_2|^{m_b} + |\bar{S}_2 - \bar{S}_3|^{m_b} + |\bar{S}_3 - \bar{S}_1|^{m_b} = 2\bar{\sigma}^{m_b} \quad (3.12)$$

Cette forme est dérivée de celle proposée par Hershey [26] et Hosford [28] pour un matériau isotrope. Elle donne une bonne approximation des surfaces d'écoulement calculées avec des modèles polycristallins quand $m_b = 6$ et 8 respectivement pour des matériaux de structure cristalline cubique centrée et cubique faces centrées. $\bar{S}_{i=1,2,3}$ sont les valeurs propres de la matrice symétrique $\bar{\mathbf{S}}$ définie dans le

repère $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$ des axes d'orthotropie, à partir des composantes du tenseur $\sigma^X = \sigma - X$ selon :

$$\begin{aligned}\bar{S}_{xx} &= \frac{x}{z} [c_b (\sigma_{xx}^X - \sigma_{yy}^X) - b_b (\sigma_{zz}^X - \sigma_{xx}^X)] \\ \bar{S}_{yy} &= \frac{x}{z} [a_b (\sigma_{yy}^X - \sigma_{zz}^X) - c_b (\sigma_{xx}^X - \sigma_{yy}^X)] \\ \bar{S}_{zz} &= \frac{x}{z} [b_b (\sigma_{zz}^X - \sigma_{xx}^X) - a_b (\sigma_{yy}^X - \sigma_{zz}^X)] \\ \bar{S}_{yz} &= f_b \sigma_{yz}^X ; \quad \bar{S}_{zx} = g_b \sigma_{zx}^X ; \quad \bar{S}_{xy} = h_b \sigma_{xy}^X\end{aligned}\tag{3.13}$$

où $a_b, b_b, c_b, f_b, g_b, h_b$ et m_b sont les paramètres matériaux caractéristiques de l'anisotropie. Dans le cas où l'on ne considère pas l'érouissage cinématique, l'équation (3.13) redonne l'expression classique du critère de Barlat. En utilisant les notations de Bishop-Hill [11, 12], on définit les quantités suivantes :

$$\begin{aligned}A &= \sigma_{yy}^X - \sigma_{zz}^X & B &= \sigma_{zz}^X - \sigma_{xx}^X & C &= \sigma_{xx}^X - \sigma_{yy}^X \\ F &= \sigma_{yz}^X & G &= \sigma_{xz}^X & H &= \sigma_{xy}^X\end{aligned}\tag{3.14}$$

Avec cette notation, la matrice symétrique $\bar{\mathbf{S}}$ s'écrit dans le repère d'anisotropie :

$$\bar{\mathbf{S}} = \begin{bmatrix} \frac{c_b C - b_b B}{3} & h_b H & g_b G \\ \frac{a_b A - c_b C}{3} & f_b F & \\ sym & \frac{b_b B - a_b A}{3} & \end{bmatrix}\tag{3.15}$$

En suivant la formulation proposée par Chung [15], les valeurs propres de $\bar{\mathbf{S}}$ sont exprimés en fonction des nombres complexes, obtenus par résolution de l'équation caractéristique de degré 3 :

$$\lambda^3 - 3I_2\lambda - 2I_3 = 0\tag{3.16}$$

où $-3I_2$ et $2I_3$ sont les deuxième et troisième invariants de $\bar{\mathbf{S}}$.

De façon similaire au critère de plasticité de Hill48, au cours de l'identification, on impose que la contrainte d'écoulement initiale dans la direction de laminage soit égale à la limite d'élasticité, quels que soit les paramètres d'anisotropie. Ainsi pour un état de contrainte uniaxiale, le critère de Barlat91 doit vérifier $f = 2\sigma_0^m$ avec σ_0 la limite élastique en traction dans la direction de laminage. Cette condition permet d'établir la relation entre les coefficients b_b et c_b :

$$f(c_b) = \left[\frac{1}{2 \cdot 3^{m_b}} (|2c_b + b_b|^{m_b} + |b_b - c_b|^{m_b} + |-2b_b - c_b|^{m_b}) \right] - 1 = 0\tag{3.17}$$

Pour une valeur donnée de b , cette équation non-linéaire est résolue par une méthode de Newton-Raphson [42]. Le manque de données expérimentales sur le cisaillement transverse conduit classiquement à fixer certains paramètres du modèle : $f_b = g_b = 1$. De plus, pour des alliages d'aluminium dont la structure cristalline est cubique faces centrées, on fixe le paramètre m_b à 8.

3.5 Conclusion

Dans ce chapitre, les éléments constitutifs des lois de comportement élasto-visco-plastique ont été décrits : la loi élastique, les fonctions de charge (critère de plasticité) ainsi que les lois d'écoulement des variables d'érouissages qui seront utilisés au cours des différentes simulations de mise en forme des alliages d'aluminium. Une large caractérisation du comportement d'un alliage d'aluminium AA5754-O en fonction de la température a été réalisée. Les paramètres matériaux de ces différentes équations constitutives seront identifiés sur cet alliage d'aluminium dans le chapitre suivant.

Chapitre 4

Etude du retour élastique d'un alliage d'aluminium en fonction de la température.

Le développement et l'industrialisation de nouvelles nuances de matériaux métalliques comme les alliages d'aluminium demandent la mise au point et la validation de lois de comportement et d'outils numériques capables de traduire correctement le comportement du matériau dans sa phase de mise en forme en fonction de la température. Durant la thèse de Renaud Grèze [21] ainsi qu'au cours de mes séjours au CEMUC [35], plusieurs alliages d'aluminium ont été étudiés comme un alliage d'aluminium-magnésium de la série 5000 : l'alliage AA5754-O ainsi qu'un alliage d'aluminium-silicium de la série 6000, l'alliage AA6016-DR130-T4. Le comportement de l'AA5754 présente des caractéristiques intéressantes : effet Portevin-Le Chatelier, vieillissement dynamique et sensibilité négative à la vitesse de sollicitation, et sachant que la grande majorité des simulations ont été effectuée principalement sur l'AA5754, seuls les résultats obtenus sur cet alliage seront présentés dans ce document.

Une large étude expérimentale a été menée pour caractériser le comportement thermomécanique de cette nuance à température ambiante, puis en fonction de la température (jusqu'à 250°). On a cherché à comprendre les mécanismes qui gouvernent son comportement en déformation et l'évolution de l'anisotropie du matériau en fonction de la température. Au cours de cette étape, les moyens expérimentaux du comportement thermomécanique des tôles métalliques qui existent au laboratoire LIMATB (traction, cisaillement, machine de traction Gleeble) mais aussi des moyens d'essais en cisaillement du Département de Mécanique d'Aveiro au Portugal ont été utilisés. Des moyens de mesure optique comme Aramis, pour mesurer les déformations locales mais aussi des mesures du champ de température, par caméra infrarouge ont permis de connaître de façon précise certaines particularités de cet alliage d'aluminium comme l'évolution de l'effet Portevin-Le Chatelier en traction et en cisaillement mais aussi en fonction de la température. Ces résultats ont été présentés dans plusieurs publications [36, 37, 38, 39, 43] mais une synthèse de la caractérisation du comportement en température de cet alliage a été publiée dans « Experimental Mechanics » [16] que l'on pourra trouver en annexe.

Le second objectif ce travail a été l'optimisation de forme de pièce embouties au cours de l'emboutissage. Actuellement, un des challenges pour la fabrication de pièces métalliques en alliage d'aluminium est en effet la compréhension des phénomènes de retour élastique de pièces embouties. De nombreuses études ont été menées depuis plusieurs années pour tenter de mieux appréhender ce phénomène en améliorant sa prédiction afin de le compenser. Mais pour l'instant, les simulations numériques donnent seulement une estimation de tendance de retour élastique : la direction du retour élastique est relativement bien prédite mais il est encore nécessaire de mieux le quantifier. Les raisons de cette mauvaise

prédiction du retour élastique proviennent d'une pauvre estimation de la distribution des contraintes à la fin de l'emboutissage, particulièrement à travers l'épaisseur de la tôle et/ou d'une inadéquate description du comportement du matériau pour des sollicitations multiaxiales et en température. Afin de mieux caractériser ce retour élastique et de valider numériquement sa prédiction, le test de découpe d'anneau dans un godet cylindrique (test de Demeri ou du « split-ring » test) a été utilisé. Dans la suite, les aspects expérimentaux et les différentes simulations effectuées sont présentées. Les sensibilités des paramètres numériques et des paramètres matériaux de différentes lois de comportement sont analysées et commentées.

4.1 Experimental part

From experimental point of view, we have studied the effect of temperature in the sensibility of forming and springback. There are several tests for springback characterisation, like draw/bend and flanging tests (e.g [59]). However, while those tests are preferred in understanding certain aspects of springback, they are not truly deep drawing operations usually seen industrial stamping operations.

A test that has received large attention, the split-ring test (Demeri test procedure [17, 18, 20, 59]), provides a simple yet effective benchmark for correlative forming and springback predictive capabilities with experimental measures [38, 39]. The experimental procedure consists of deep drawing a cylindrical cup (figure 4.1), cutting one ring from the mid-section of the cup, and then splitting the ring to let it open up. The splitting operation, which plastically deforms the metal and relieves the stress, creates large springback, which increases measurement and reduced experimental error. Residual stresses in the cup exist because difference locations in the cup have accumulated different magnitudes of plastic strain during draw-bend-unbend process. These stresses are keys for the modelling of the springback because integrated over the thickness; they create a bending moment in the split ring, and thus the shape change.



FIGURE 4.1 – From left to right, experimental drawn cup, cut rings and springback after splitting

With this original experimental test, the objective of our project has been to extend this experimental study to include the influence of temperature in springback (range of 23°C-200°C) [22, 36, 37, 38, 43]. This temperature parameter has not been yet studied in the literature. The cup drawing has been performed with a classical test machine of maximum load 100 kN. The forming device (figure 4.2) put in a temperature controlled chamber and stamping tools will be equipped with micro-thermocouples. Tools geometry is given in table 4.1.

Die opening diameter [mm]	104.5
Die radius [mm]	8
Punch diameter [mm]	100
Punch radius [mm]	5.5
Blank-holder opening diameter [mm]	104.5
Blank-holder force [kN]	24
Punch speed [mm/s]	0.5
Blank diameter [mm]	170
Blank thickness [mm]	1

TABLE 4.1 – Drawing tool geometry and process parameters.

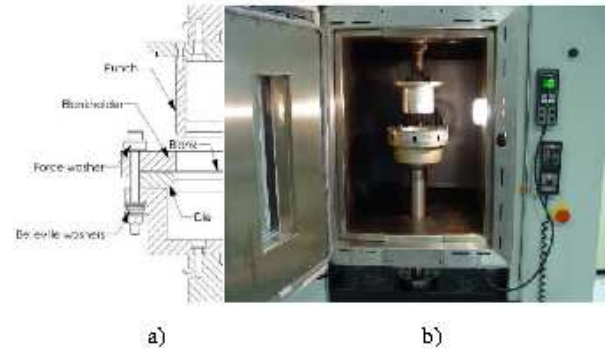


FIGURE 4.2 – a) Schematic drawing of the experimental device. b) Device in the furnace.

4.1.1 Drawing cup

The punch force-displacement curves as a function of the temperature are shown in figure 4.3(a). The maximum force reached at room temperature is 55 kN at a displacement of 24 mm. The test was stopped at 60 mm, when the blank was fully drawn. With the increase of the temperature, the maximum force reached during the drawing step drops down to 34 kN. The force decreases with the increase of the temperature. The maximum force is inversely proportional to the temperature.

Subsequent to this, thickness profiles were measured along the cup wall in the RD (figure 4.3(b)). A thinning of the sheet is noticed below a height of around 25 mm (between 5 mm and 25 mm) and a thickening above. Such an evolution is typical of a deformation process by extension.

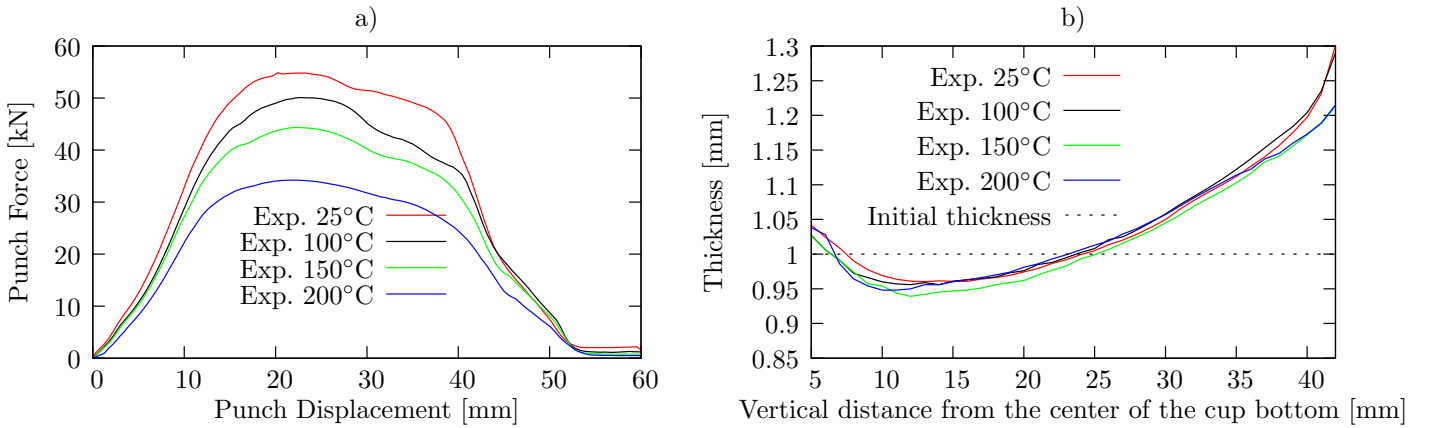


FIGURE 4.3 – a) Experimental punch force displacement curves as a function of temperature. b) Experimental thickness evolution as a function of the distance from the cup bottom as a function of temperature.

4.1.2 Split-ring test

Finally, experimental springback data consist of ring gap measurement along straight lines connecting the two ends of the split rings. For all tests, cutting and splitting operations were made at room temperature. Rings are cut at a height of 15 mm from the cup bottom by machining. They are 20 mm high and have an internal diameter of 100 mm before splitting.

Three springback tests have been performed at each temperature. The measured openings of rings as a function of temperature are given in table 4.2. Opening gap after splitting is about 64 mm-wide (± 3 mm) at room temperature. It is rather constant from room temperature up to about 100°C , but then decreases down to about 21 mm at 200°C . It has to be noticed that the shape of the ring after splitting is slightly conical along the height direction due to the variation of thickness and the non-symmetric stress distribution in ring's wall. The tendency of springback reduction at elevated temperatures can be observed from the shape change after springback for different temperatures shown in figure 4.4.

Temperature [$^\circ\text{C}$]	25	100	150	200
Exp. opening [mm]	64	51	37	21

TABLE 4.2 – Experimental opening of the ring as a function of temperature.



FIGURE 4.4 – Opening of the rings for several temperatures in the range $25 - 200^\circ\text{C}$.

4.2 Simulation of the split-ring test at room temperature

Numerical simulations of the Demeri test have been performed to predict material deformation during forming, ring trimming and springback after splitting. Several behaviour laws and numerical parameters have been compared to show the relevance of this factor on the prediction of springback first at room temperature.

4.2.1 Influence of constitutive model in springback prediction

The aim of this first work [21, 38] is to investigate the capability of different yield criteria, with both isotropic and mixed hardening, to represent the behavior of an aluminum alloy during a forming process and springback evolution using the split-ring test at room temperature. To test the accuracy of these constitutive models, finite element simulations, were carried out using ABAQUS [1] and compared with well-established experimental results. All simulations were performed with a fixed set of numerical parameters in order to mainly investigate the influence of the constitutive model on springback prediction.

Identification of material parameters

Inverse parameter identification is performed with the dedicated tool SiDoLo [5]. The experimental database is composed of tensile tests at 0° , 45° and 90° to the RD including both stress-strain curves and evolution of the plastic transverse strain versus the plastic width strain. It also includes shear tests at three different orientations to the RD including monotonic tests as well as Bauschinger test after a shear pre-strain of 0.1, 0.2 and 0.3 in the RD. During identification, Young's Modulus and Poisson's ratio are fixed to $E = 74620$ MPa and $\nu = 0.33$ respectively.

In the case of an isotropic evolution of the yield surface, a Hockett-Sherby form law has been chosen to describe the work hardening (cf equation (3.7)). The non-linear kinematic work hardening evolution

is simulated with the Armstrong-Frederick law and with a Prager type contribution given by equation (3.9). In the paper [38], different yield criteria (see section 3.4) are tested in order to check their influence on the prediction of deep drawing and springback :

1. vonMises yield criterion with isotropic strain-hardening referred to as *vonMises*,
2. vonMises yield criterion with combined isotropic hardening, kinematic hardening and viscous part, referred to as *vonMises+KH*,
3. Hill48 yield function with isotropic hardening or with combined isotropic and kinematic hardening and viscous part, referred to as *Hill48-evp* and *Hill48-evp+KH* respectively,
4. and finally, Barlat91 yield criterion with isotropic hardening or with combined isotropic and kinematic hardening and viscous part, referred to as *Barlat91* and *Barlat91+KH* respectively.

The *vonMises* yield function is directly used in Abaqus standard code with an elastoplastic approach. The *vonMises+KH*, *Hill48-evp* and *Barlat91* (with or without kinematic hardening (KH)) models are implemented via a user's material [53] Abaqus subroutine (*Umat*) within an elasto-viscoplastic framework.

Figure 4.5 shows the weak influence of the strain rate so that the viscous parameters are fixed to $K_v = 4 \text{ MPa.s}^{1/N}$ and $n_v = 5$, which leads to a viscous contribution lower than 1 MPa, which tends towards an elasto-plastic behavior (cf equation (2.12)).

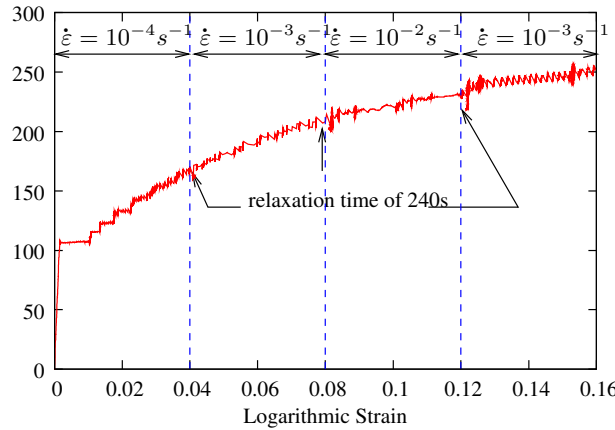


FIGURE 4.5 – Strain rate influence on uniaxial tensile test at 90° to RD.

Material parameters, obtained at the end of identification procedure, can be found in the PhD of R. Grèze [21]. The identification results for all criteria are very similar and only the results for the *Barlat91* criterion with or without kinematic hardening (figures 4.6(a) and 4.6(b) respectively) are presented. Identified curves show good agreement on anisotropy for tensile and shear test simulations. These figures show that the material exhibits only a weak kinematic contribution to the hardening. Taking into account this contribution mainly influences the behavior upon reloading. Whatever the yield criterion, the kinematic contribution, described with a saturation Voce type equation and a linear term, evolves very rapidly with equivalent plastic strain to the saturation value. This rapid evolution at the onset of plastic yielding influences significantly the initial yield stress.

Projection of the yield surfaces in the plane $\sigma_{yy} - \sigma_{xx}$ are plotted in figure 4.7 by using quantities normalized by the initial yield stress in the RD. The yield stress under balanced biaxial stress conditions was not determined experimentally, leading to the shape of the yield surface uncertain in this region of the stress space. The parameter identification results could be improved by means of experimental

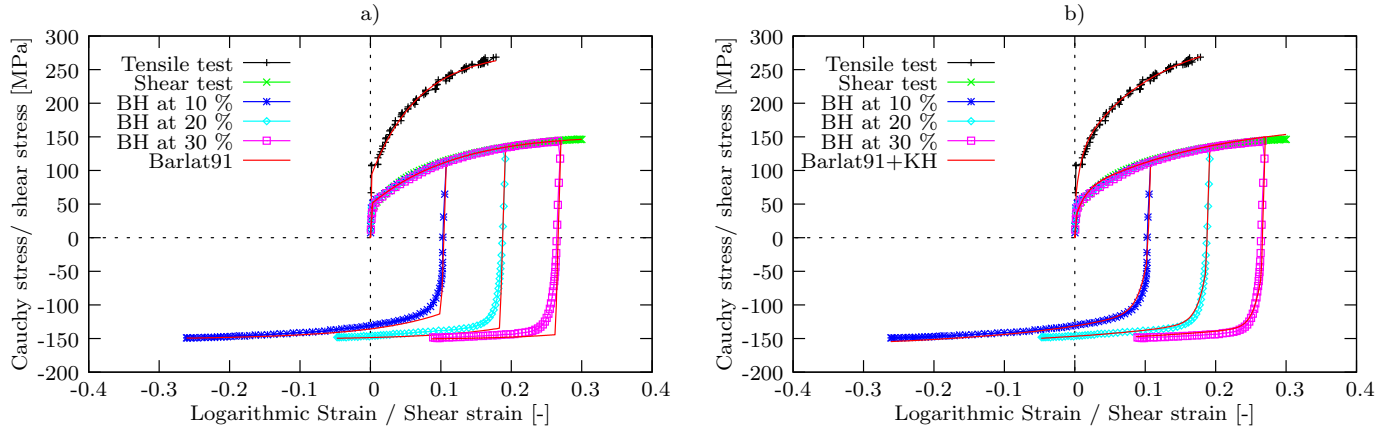


FIGURE 4.6 – Comparison between experimental and identification for the tensile test, monotonic and Bauschinger simple shear tests (BH) in the RD. a) Without kinematic hardening and *Barlat91* criteria. b) With kinematic hardening and *Barlat91* criteria.

data concerning this equibiaxial stress state [14, 23, 24, 30, 33]. The identification procedure is based on the minimization of a error function with a gradient type algorithm. This function is defined in the least square sense. Taking into account the kinematic hardening reduces the error function. The *Barlat91* criterion with or without kinematic hardening leads to the lowest values of the error function.

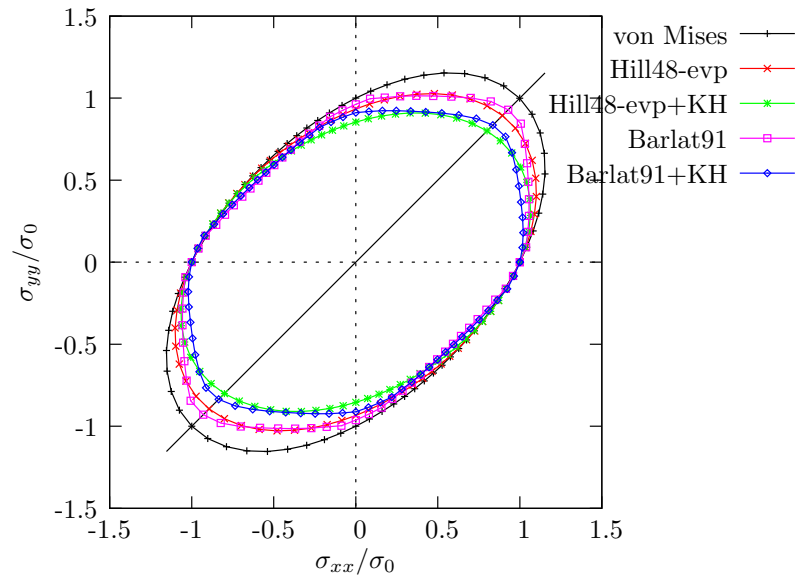


FIGURE 4.7 – Projections of the yield surface in the plane $(\sigma_{yy}/\sigma_0, \sigma_{xx}/\sigma_0)$ for all constitutive models used.

Numerical results

The geometry of the blank and the tools is axisymmetric. However, due to the operation of ring cutting, an axisymmetric 2D analysis cannot be performed. A 3D analysis, with 8-node finite elements with linear interpolation, modeling only the deep drawing of a half blank is achieved. The chosen

element is the C3D8I in which incompatible deformation modes are added as internal to the degrees of freedom in displacement (see section 4.2.2). This element is in the field of enhanced assumed strain formulation which showed its advantages in several applications (*i.e.* [2, 51, 54]). In all simulations of this section, the FE mesh is identical and composed of 6510 elements with three layers in the thickness and 2170 elements in the sheet plane (figure 4.8). The type and the number of elements and nodes were first optimized in a parametric study.

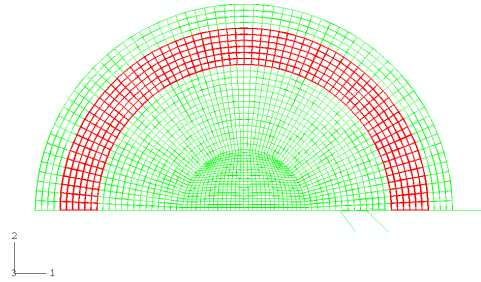


FIGURE 4.8 – Mesh used during the simulation and region in red corresponding to the ring.

The blank is subdivided into three parts at the beginning of the numerical simulation to allow for ring cutting. A symmetry boundary condition is defined along the global X axis; the global Z axis is parallel to the punch displacement direction. Analytical rigid tools are used. The blankholder force is kept constant at 12 kN during the drawing stage and the blank is drawn down to 60 mm. The friction coefficient used is 0.18.

Numerical results provide good correlation with experimental data during the forming analysis which demonstrates that simulations are able to predict certain aspects of the forming process fairly well, such as evolution of force during forming, thickness distributions and deformation profile. Numerical results, in this case, also show that the constitutive model has a minor influence on drawing operations (see figure 4.9).

At the end of deep drawing a first springback is predicted due to the removal of the drawing tools, by tools displacement. After this operation, ring cutting is performed by removing useless parts using the **Model change* option in ABAQUS. This option removes parts of the mesh which do not form the ring. Just prior to the removal step, ABAQUS stores the forces/fluxes that the region to be removed is exerting on the remaining part of the model at the nodes on their boundary. These forces are decreased to zero during the removal step; therefore, the effect of the removed region on the rest of the model is completely absent during the end of the computation. The forces are ramped down gradually to ensure that element removal has a smooth effect on the model. No further element calculations are performed for elements being removed, starting from the beginning of the step in which they are removed. The ring is finally split by removing a boundary condition of symmetry at one end of the ring and then springback is calculated by letting the part relax (figure 4.10).

Table 4.3 presents experimental and numerical results for the ring openings. Springback predictions are relatively different from experimental values which confirms that springback predictions in aluminum alloys hardly present good results *e.g.* [8, 17, 41]. However, simulation results show that material models and plastic yield criteria have a large influence on springback estimation. Generally speaking,

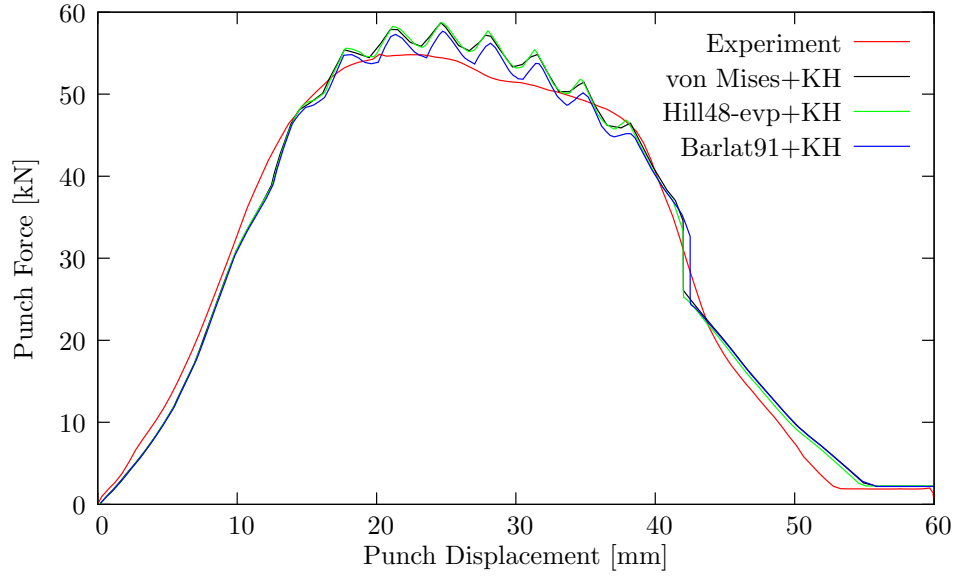


FIGURE 4.9 – Comparison between experimental and numerical results for the evolution of force during forming process for *vonMises+KH*, *Hill48-evp+KH* and *Barlat91+KH* criteria with kinematic hardening.

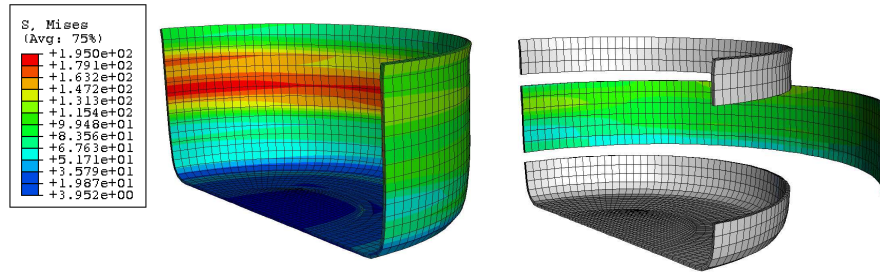


FIGURE 4.10 – Example of numerical drawn cup and springback after splitting in using *Barlat91* criterion.

using isotropic and kinematic hardening simultaneously tends to decrease the springback estimation whereas isotropic hardening leads to higher values.

Considering the yield functions, *vonMises* gives the best prediction for ring opening while the others are quite far from experimental data. It is interesting to note that simulations using the *Hill48-evp* yield function give the worst results. The low r -value of the anisotropy coefficients of the AA5754 can explain this bad result with this yield criterion. This finding, which is similar to those previously obtained by other authors [10, 25, 44, 58], shows that the Hill transverse anisotropic formulation, while suitable for steels, is questionable in its applicability towards low r material such as aluminum.

A detailed study of the stress distribution in the thickness of the blank (see [21]) shows that the yield criteria and hardening models are critical in determining the distribution of the stress in the cup. The numerical prediction of the tangential stress in the cup wall seems to explain some observations of the springback mechanism (see table 4.3), but it seems rather difficult to predict the complex strain path during the forming stage which induces residual stresses.

Yield criterion	Experimental 64. mm			
	Isotropic hardening		Isotropic hardening + KH	
	opening	$\Delta\sigma_{\theta\theta}$ max	opening	$\Delta\sigma_{\theta\theta}$ max
<i>vonMises</i>	54 mm	180 MPa	48 mm	117 MPa
<i>Hill48-evp</i>	30 mm	122 MPa	26 mm	74 MPa
<i>Barlat91</i>	31 mm	117 MPa	15 mm	18 MPa

TABLE 4.3 – Comparison between ring opening and the maximum gradient of the tangential stress in function of the behavior law.

4.2.2 Influence of numerical parameters in springback prediction

In the previous study, the split-ring test was used to evaluate the influence of the constitutive laws and of the yield criteria. The main goal of this second study, published in « Finite Elements in Analysis and Design » is to highlight the influence of mesh and finite element type used in springback numerical predictions [39]. Thus, the aim is to continue the investigation initiated in [38] and present a detailed study of numerical parameters influencing the springback prediction at room temperature. This work has been performed during my **CRCT and the Marie-Curie Intra-European Fellowships** [35].

Two codes are used in this paper : the finite element code ABAQUS [1] and the in-house code DD3IMP [48] (see chapter 2.2). Both codes involve an implicit formulation for the drawing stage as well as for the springback operation and, comparisons between experimental data and simulated results are provided, considering the same simulation conditions (contact conditions and friction coefficient, mesh used, behavior laws, etc). A similar analysis of the deformation processes for each step is presented, including cup drawing, tool release, ring cutting and splitting. With both codes, the numerical ring cutting and splitting operations are performed with an in-house code named DD3TRIM [7, 49].

Identification of material parameters

In this study, the constitutive behavior is described by an isotropic hardening law of the Swift type (see equation (3.8)). Three yield criteria are tested : the vonMises isotropic, Hill48 and Barlat91 anisotropic yield criterion. The Barlat91 model is implemented via a user's material Abaqus subroutine (*Umat*) within an elasto-viscoplastic framework presented in chapter 3. In DD3IMP, all these criteria are implemented directly.

Inverse parametric identification is performed with the dedicated tool DD3MAT (also of the DD3 family code [14]). The database identification is composed of stress-strain curves from tensile and shear tests in three directions α (for $\alpha = 0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$) to the RD. The plastic anisotropy coefficients are determined by fitting the results of the plastic strain in width versus the plastic strain in thickness up to 0.20 of longitudinal strain. The anisotropy coefficients are in this case : $r_0 = 0.707$, $r_{45} = 0.611$ and $r_{90} = 0.536$. The material parameters obtained from this identification are presented in table 4.4. In DD3MAT, the identification procedure is based on the minimization of a error function with a genetic evolutive scheme. The error function at the end of the identification procedure is also given in table 4.4 for the yield criteria. The material parameters that best fit the input data are obtained with the Barlat91 criterion.

DD3TRIM : trimming and splitting methods

To perform the trimming/splitting phases, the DD3TRIM program [7, 50] (part of the DD3 family code) is used both with ABAQUS and DD3IMP codes. During my training period in the CEMUC, I

Elastic properties	Isotropic hardening (Swift law)		
$E = 74600$ MPa	$\varepsilon_0 = 2.682 \times 10^{-6}$		
$\nu = 0.33$	$K_s = 444.7$ MPa		
	$n_s = 0.292$		
	vonMises	Hill48	Barlat91
	$F = 0.5$	$F = 0.748$	$a_b = 1.147$
	$G = 0.5$	$G = 0.572$	$b_b = 1.051$
	$H = 0.5$	$H = 0.403$	$c_b = 0.953$
	$N = 1.5$	$N = 1.467$	$h_b = 1.002$
error function	0.22	7.6×10^{-5}	6.8×10^{-6}

TABLE 4.4 – Material parameters of the Swift law and vonMises, Hill48 and Barlat91 yield criteria.

have performed, implemented and tested an interface between ABAQUS and DD3IMP. This interface use several Python scripts, fortran and internal user programs of ABAQUS.

DD3IMP allows the geometrical treatment of solid isoparametric hexahedral element meshes and to determine the material state with the remapping. For the geometrical treatment, the implemented strategy consists firstly, in evaluating the elements that are to be eliminated/kept with the trimming procedure, and then adjusting the boundary's remaining affected elements to the desired geometry. This adjustment is done by a node stretching technique, for two projection schemes, with optimization of the final element shape at the boundary [7, 50].

The material state variables are transfered from the original untrimmed mesh to the new one, through an interpolation scheme. This procedure can be described as followed : firstly, the state variables located at the integration points are extrapolated to the node positions of the original mesh. Then, for each node, the old element containing this node is determined, the data being interpolated to the new node, using the shape functions of the old element. Finally, the state variables are interpolated to the integration points of the new elements, using the shape function of the new element [34].

The trimming and splitting algorithms of DD3TRIM are directly interfaced with DD3IMP and presented in figure 4.11. In ABAQUS, several script procedures have been developed with the Python language. The first procedure, described in figure 4.12, allows the transformation of the mesh and stress and strain tensors as well as, the equivalent plastic strain, at the integration point, in a DD3TRIM compatible format. The second procedure, after cutting, defines the ring mesh with compatible file formats in ABAQUS. After splitting, trimming and remapping of the ring in using DD3TRIM, the post-cutting equilibrium step is performed, using two user subroutines in ABAQUS. The first one is the *Hardini.for* user subroutine, reading new equivalent plastic strain and initial backstress tensor. The second one *Sigini.for* user subroutine, defines the stress fields at particular integration points of the ring. In both ABAQUS and DD3IMP codes, the opening step is performed by removing the symmetry boundary condition at one end of the ring and then springback is calculated by letting the part relax.

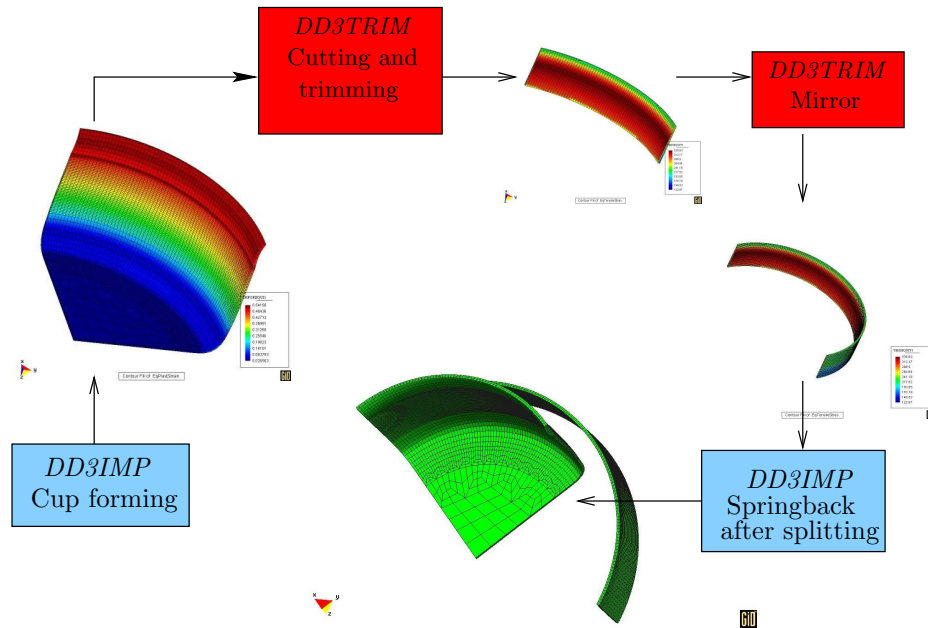


FIGURE 4.11 – Trimming and splitting procedure with DD3IMP and DD3TRIM softwares.

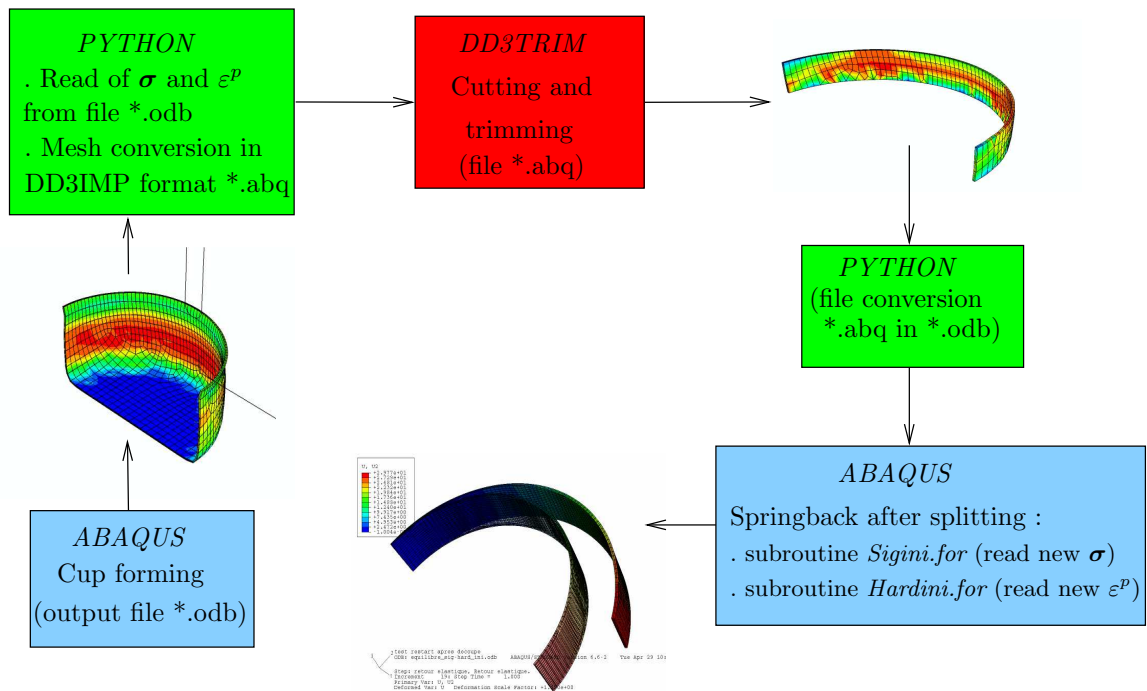


FIGURE 4.12 – Trimming and splitting procedure with ABAQUS and DD3TRIM using Python scripts.

Influence of the finite element type

Several meshes, using 3D hexahedral elements are tested to highlight the influence of mesh size in drawing operations and springback (figure 4.13).

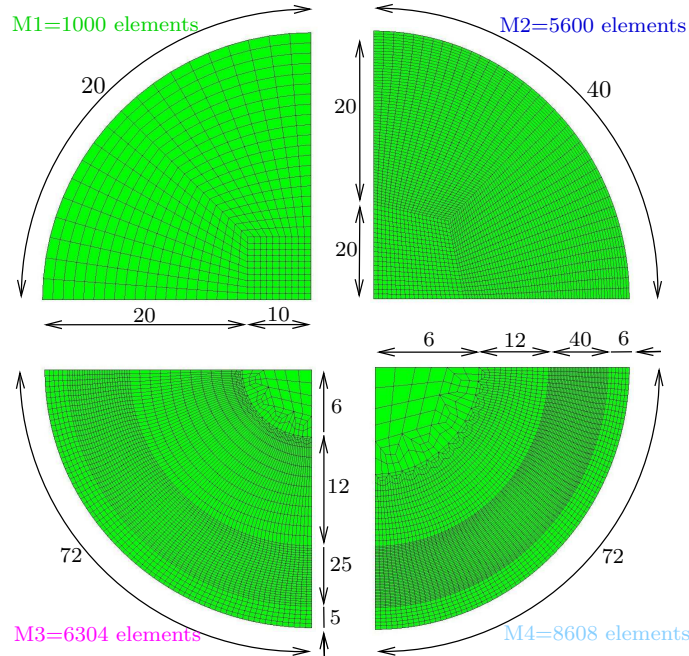


FIGURE 4.13 – Four meshes used in the mesh sensitivity analysis

The influence of FE type on deep drawing simulations is also investigated. FE type has an influence on the bending behavior of the simulated sheet and consequently on the opening of the ring. To test the influence of integration techniques with 3D elements, three 3D brick first-order isoparametric elements in ABAQUS/Standard [1] are tested :

- First, the C3D8 elements with full integration (8 integration points) : in this case, the Gauss scheme chosen will integrate exactly the stiffness matrix of an element with uniform material behavior, if the Jacobian of the mapping from the isoparametric coordinates to the physical coordinates is constant throughout the element ; this means that opposite element sides or faces must be parallel. With these fully integrated first-order isoparametric elements, the actual volume changes at the Gauss point are replaced by the average of the element's volume change. This is also known as the selectively reduced-integration technique, because the order of integration is reduced in selected terms.
- Secondly, the C3D8R elements with reduced integration and hourglass control (1 integration point), in which an integration scheme one order less than the full scheme, is used to integrate the element's internal force and stiffness. The integration scheme is based on the « Uniform strain formulation » [19] : the strains are not obtained at the first-order Gauss point but are obtained as the (analytically calculated) average strain over the element volume. This method ensures that the first-order elements pass the patch-test and attains accuracy when elements are skewed. In contrast, a method is used to control the hourglass modes which can often make the elements unusable.
- Finally, the C3D8I elements in which in addition to the displacement degrees of freedom, incompatible deformation modes are added internally to these elements. This element type is in the field of enhanced assumed strain formulation, which showed its advantages in several applica-

tions (*i.e.* [2, 51, 54]). The primary effect of the additional degrees of freedom is to eliminate the so-called parasitic shear stresses that are observed in regular displacement elements, if they are loaded in bending. In addition, these degrees of freedom eliminate artificial stiffening due to the Poisson's effect in bending. In regular displacement elements the linear variation of the axial stress due to bending is accompanied by a linear variation of the stress perpendicular to the bending direction, which leads to incorrect stresses and an overestimation of the stiffness. The incompatible modes prevent such a stress from occurring. The geometrically linear incompatible mode formulation used in ABAQUS is related to the work defined in [54]. C3D8I element types have thirteen additional variables relating to the incompatible modes.

The C3D8 element type is very closed with the SRI formulation hexahedral element implemented in DD3IMP and these two elements can therefore be compared. Figure 4.14 shows the punch force according to the element type used in ABAQUS and DD3IMP. The influence of the element type on the punch force is negligible. Moreover, results are similar between the two codes.

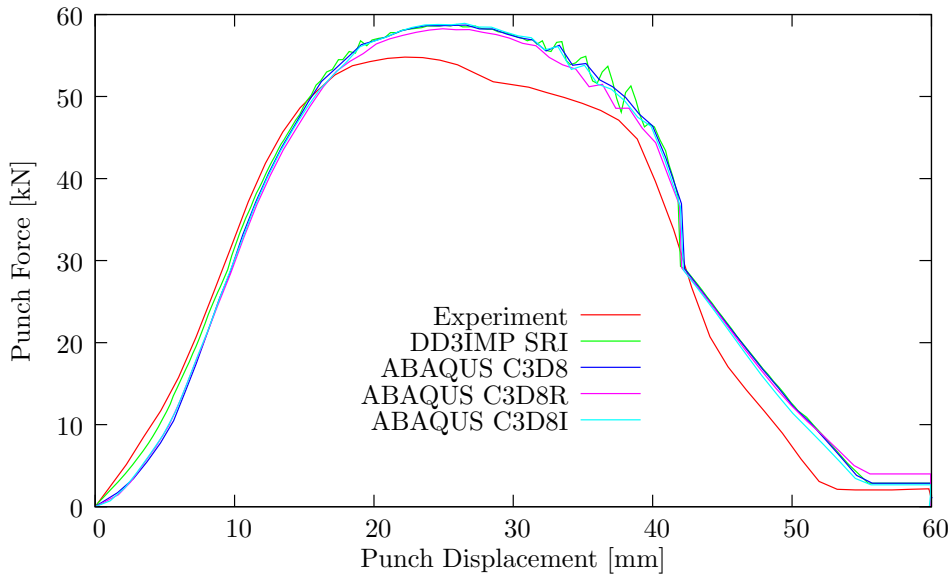


FIGURE 4.14 – Comparison of the punch force between experimental and numerical evolution according to the finite element type in ABAQUS and DD3TRIM using mesh M4, the Swift law and the vonMises yield criterion.

Finally, the numerical results for the springback after ring opening is studied. The experimentally retained opening is 64 mm. Table 4.5 presents numerically obtained opening, according to the mesh and the yield criterion used with DD3IMP and ABAQUS. The selective reduced integration element formulation is used (C3D8 in ABAQUS and SRI in DD3IMP), but a difference in opening is observed between the two codes. Springback predictions are well correlated with experimental results in the case of DD3IMP with mesh M4 and the vonMises yield criterion. But in the case of the Hill48 yield criterion, the results are twice lower. With ABAQUS, a ratio of 4 appears between the vonMises and Hill48 criteria. As mentioned before, the low r -value of the AA5754 anisotropy coefficients can explain this discrepancy with this yield criterion. But, opening results in the case of Barlat91 criterion with DD3IMP and ABAQUS are also disappointing.

Table 4.6 presents the results of the opening according to the mesh, interpolation type and plastic yield criterion using ABAQUS. The C3D8I formulation gives the best springback results. In this case, with a M1 coarse mesh and the vonMises yield criterion, the opening is close to the experimental ones.

Mesh size	vonMises		Hill48		Barlat91	
	DD3IMP	ABAQUS	DD3IMP	ABAQUS	DD3IMP	ABAQUS
M1	2.3	2.3	0.4	0.04	-	1.3
M2	28.2	19.6	13.2	1.7	9.9	3.9
M3	54.2	36.9	26.6	8.4	-	-
M4	59.5	39.4	30.5	7.9	22.7	4.3

TABLE 4.5 – Springback values (in mm) with DD3IMP and ABAQUS according to the mesh size and plastic yield criteria (SRI and C3D8 element type) - : not performed.

Mesh size	vonMises			Hill48		Barlat91	
	C3D8	C3D8I	C3D8R	C3D8	C3D8I	C3D8	C3D8I
M1	2.3	62.8	140.8	0.04	37.	1.3	31.6
M2	19.6	59.5	-	1.7	26.6	3.9	32.3
M3	36.9	60.6	-	8.4	32.8	-	-
M4	39.4	61.4	203.4	7.9	27.3	4.3	35.5

TABLE 4.6 – Springback values (in mm) with ABAQUS according to the element type, mesh size and plastic yield criteria - : not performed.

But, it is interesting to note that the simulations using the Hill48 criterion and all element types give the worst results.

The reduced integration elements C3D8R give the worst results. This formulation with only two integration points (two layers of elements) in the thickness seems too stiff and leads to ample springback, during the opening phase. For this reason, simulations with the Hill48 and Barlat91 criteria are not performed with this element in ABAQUS.

The numerical results of both codes are well correlated with the experimental results for the forming analysis, which demonstrates that simulations are fairly able to predict most aspects of the forming processes, such as the evolution of punch force during forming and the thickness distributions. The constitutive model has a minor influence on drawing operations. Reduced selective integration and enhanced assumed strain formulations give results very close to the experimental ones.

However, the analysis of residual stresses at the end of the forming stage and the study the ring's springback, shows that the evolution of tangential stresses are different as a function of the element type and plastic yield criteria. Element types but also yield criteria are then critical in determining the distribution of the stress in the cup. The reason lies in difficulty to predict the complex strain path during forming deformation which induces residual stresses. Different residual stress distributions produce different opening results.

The enhanced assumed strain formulation proposed in ABAQUS with C3D8I element, gives more attractive results for springback prediction. With the selective reduced integration finite element formulation used in DD3IMP, a very fine mesh is necessary to obtain opening results close to the experimental springback value. In this case, only the vonMises yield criterion gives satisfactory springback results. With this finite element type and the Hill48 and Barlat91 criteria, the particular anisotropic behavior of the AA5754 leads to a particular residual stress distribution that induces a low ring opening.

4.3 Simulation of the split-ring test in function of temperature

4.3.1 Isotherm simulation in DD3IMP

Numerical simulations of the cup drawing in function of temperature are performed in a first study, with the in-house DD3IMP code [36, 37]. The main goal of this study is to analyse the influence of the temperature on the springback phenomenon in quasi-static and isothermal conditions. In order to obtain preliminary numerical results to be compared to experimental results, this study is a first step to the numerical simulation of this complex forming process in coupled thermo-mechanical conditions. Thus, as for experimental tests, all numerical simulations are performed in isothermal conditions. The ring splitting is numerically performed in isothermal conditions without taking into account the cooling after forming. Even if viscous effect can be significant at elevated temperature, the influence of strain rate and coupled temperature-displacement formulation is not currently taken into account in this section. The analysis of these phenomena is actually in progress in the DD3IMP code.

The blank is meshed with 3D isoparametric hexahedral elements with selective reduced integration (SRI formulation). For symmetry reasons, only a quarter of the blank is considered. Mesh M3 with 6304 elements are used with two layers in the thickness direction (figure 4.13). In order to produce half-part of the ring, a mirror operation is performed at the end of the deep drawing simulation.

Material parameters are identified using uniaxial tensile and shear tests at different temperatures from tests presented in appendix, with the dedicated tool DD3MAT. Mechanical properties used for the numerical simulation are given in table 4.7. The Poisson's ratio is considered constant in this temperature range and fixed to $\nu = 0.33$. On the other hand, the Young's modulus is supposed not constant as a function of the temperature.

	Temperature [°C]			
	25	100	150	200
Young modulus [GPa]	70.4	70.4	67.2	67.2
Poisson's ratio	0.33			
ε_0	3.69×10^{-3}	1.80×10^{-3}	0.625×10^{-3}	2.39×10^{-13}
K [MPa]	449.2	395.2	300.	201.8
n	0.2797	0.2371	0.1733	0.1034

TABLE 4.7 – Material parameters used with simulations in DD3IMP.

The constitutive behaviour is described by an isotropic hardening law of the Swift type (equation (3.8)) and the vonMises yield isotropic criterion is adopted. This choice is due to several reasons. Firstly, this criterion leads to numerical simulations of the split-ring test which are in good agreement with experimental results at room temperature (see section 4.2.1). Secondly, the anisotropy of the yield stress is rather limited even if it is larger for the plastic anisotropy ratios. Finally, as mentioned in appendix, the material anisotropy observed at room temperature, is not affected by the temperature until 200°C [16]. The blank-holder force is kept constant during the drawing stage. The friction coefficient has been identified numerically by inverse method on the punch-force displacement curve. It is fit in the last step of the forming stage when the top of the cup slides along the wall of the drawing die, i.e. when the final force plateau is observed. The friction coefficient decreases in function of temperature : 0.15, 0.12, 0.1 and 0.09 for 25, 100, 150 and 200°C, respectively.

A correlation is obtained between experimental data and numerical simulation for the evolution of punch force after springback as a function of temperature (figure 4.15).

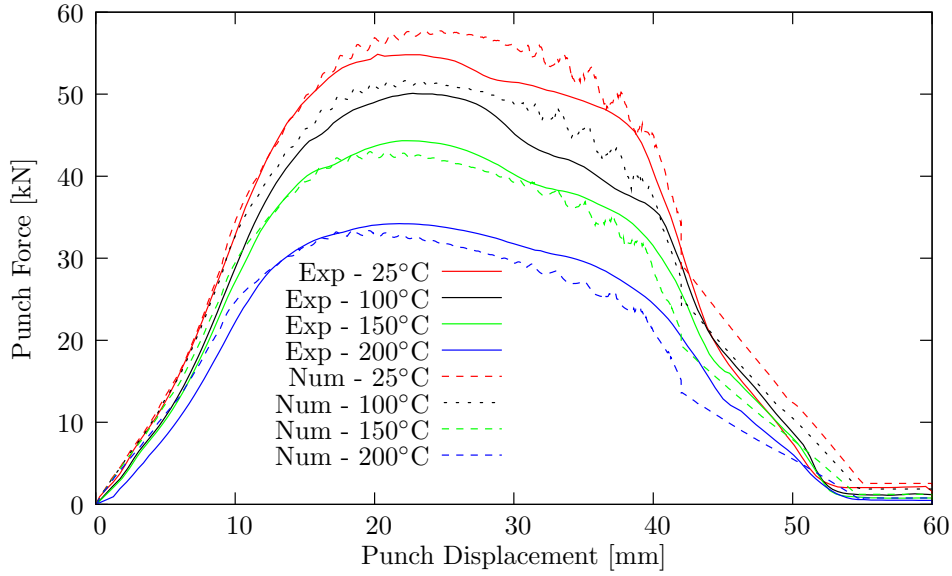


FIGURE 4.15 – Experimental and numerical punch force displacement curves as a function of temperature in using DD3IMP.

Temperature [°C]	25	100	150	200
Experimental opening [mm]	64	51	37	21
Numerical opening [mm]	65	56.2	46	27.6

TABLE 4.8 – Experimental and numerical opening of the ring as a function of temperature in using DD3IMP and DD3TRIM.

After removing the tools, the DD3TRIM program is used to perform the ring cutting phases. Table 4.8 presents the numerical results of the opening according to the temperature. Numerical value of opening is closed to the experimental ones at room temperature but the relative errors of the numerical results with respect to the experimental ones increases with the temperature to reach an error of 31.4% at 200°C.

4.3.2 Thermo-mechanical simulation in ABAQUS

Numerical simulations of the split-ring test in function of the temperature, are also performed with ABAQUS code to predict material deformation during forming, ring trimming and springback after splitting. In this case, in order to take into account both temperature and viscous effects, a total coupled thermo-mechanical behaviour has been used [22].

Mechanical and thermal material properties, used in this case for the numerical simulation, are given in table 4.9. Material parameters of hardening and anisotropy properties are obtained and identified from tensile tests in function of temperature (see [22]), the influence of strain rate is calculated from results given in [56] and all other thermal properties are taken from [32]. Tools are meshed using rigid solid elements. The blank is meshed with 3D hexaedral elements with reduced integration and hourglass control (C3D8RT) (see figure 4.8). The friction coefficient is fixed at 0.18. Isothermal calculations are made using an implicit coupled temperature-displacement formulation. The isotropic hardening is identified from the tensile curves at different temperatures and is made dependent on the strain rate

through a multiplicative approach using a power law. Due to the weak anisotropy of this material the yield criterion is the vonMises isotropic criterion. In this study, the kinematic hardening is not taken into account. As for experimental tests, all numerical simulations are performed using a constant punch speed of 0.5 mm.s^{-1} and the effect of strain rate is thus not analyzed.

Young modulus (GPa)	70 (25-200°C)
Density (kg/m^3)	2700
Poisson's ratio	0.3
Lankford coefficients (r_0, r_{45}, r_{90})	0.67, 0.70, 0.63
Specific heat ($\text{J/kg.}^\circ\text{C}$)	900
Thermal expansion coefficient	2.2×10^{-5} (25°C) to 2.5×10^{-5} (200°C)
Thermal conductivity (W/m.K)	220
Contact heat transfer coefficient ($\text{W/m.}^\circ\text{C}$)	15000
Tools and blank temperature ($^\circ\text{C}$)	25, 100, 150, 200

TABLE 4.9 – Mechanical and thermal properties with ABAQUS simulations.

Temperature [$^\circ\text{C}$]	25	100	150	200
Experimental opening [mm]	64	51	37	21
Numerical opening [mm]	85	71	51	35

TABLE 4.10 – Opening of the ring as a function of temperature in using ABAQUS.

After cooling and removal of the tools, ring cutting is performed by removing elements. Warm temperature condition reduces the maximum punch force needed for the forming of the cup. A correlation is obtained between experimental data and numerical simulation for the evolution of punch force and opening after springback as a function of temperature (figure 4.16(a) and table 4.10).

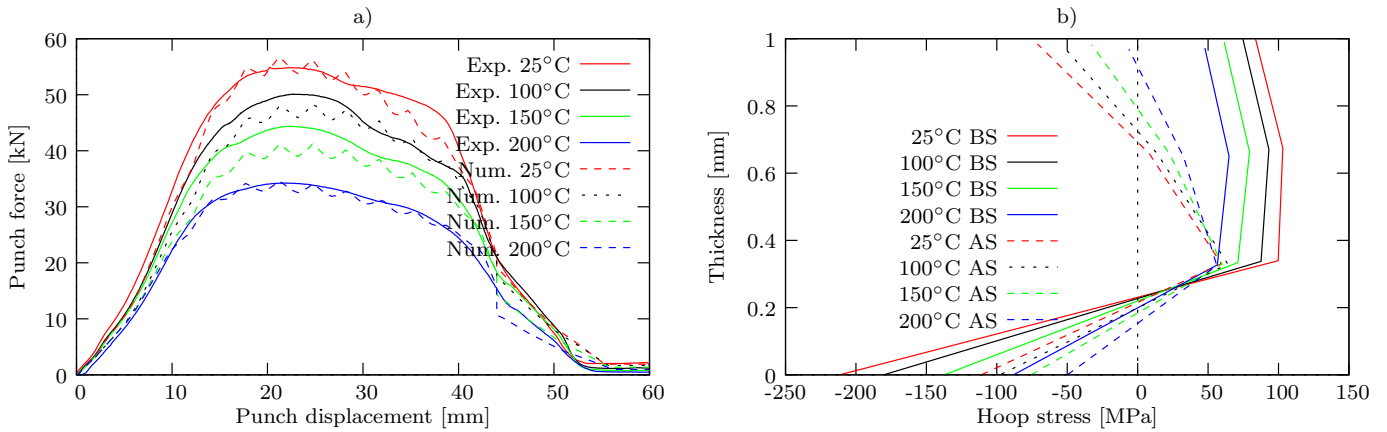


FIGURE 4.16 – Thermo-mechanical simulation with ABAQUS. a) Experimental and numerical punch force displacement curves. b) Hoop stress distribution in the thickness of a line located in the center zone of the ring (BS : before springback, AS : after springback).

A detailed study of the stress distribution in the thickness of the cup is proposed to analyse the springback mechanism (figure 4.16(b)). It is shown that the effect of temperature tends to decrease the stress gradient in the cup wall that is directly linked to the decrease of the springback opening of the ring. The distribution of the hoop stress in the cup wall is the main factor influencing the springback mechanism in warm forming condition.

Conclusion de la partie II

Des essais mécaniques ont été réalisés pour caractériser le comportement de tôles en alliage d'aluminium AA5754 à température ambiante mais aussi pour des températures allant jusqu'à 250°C (cf annexe) : des essais de traction à différentes orientations par rapport à la direction de laminage ainsi que des essais de cisaillement simple, également à différentes orientations. Une partie des essais de traction ont été réalisés, sur une machine Gleeble du LIMATB, avec une mesure de la déformation locale à l'aide d'un système de corrélation d'images numériques Aramis et une mesure du champ de température par une caméra infrarouge. Une faible évolution de l'anisotropie de ce matériau en fonction de la température a pu être observée. Les essais de cisaillement ont été réalisés sur un dispositif original développé à Aveiro, au Portugal, qui ont permis de caractériser le comportement de ce matériau en cisaillement et en température.

Ces essais de traction et de cisaillement ont été utilisés pour l'identification de lois de comportement élasto-visco-plastiques avec un logiciel d'optimisation qui utilise un algorithme de type gradient, SiDoLo ainsi qu'avec un logiciel par algorithme génétique, DD3MAT. Des résultats ont été présentés, qui illustrent les différentes méthodes utilisées pour prédire le comportement anisotrope, l'écrouissage et l'influence de la température sur cette nuance d'aluminium.

Ces lois de comportement sont des données d'entrée de calculs par éléments finis et l'emboutissage de godets cylindriques, la découpe d'anneaux et l'ouverture de cet anneau ont été simulés pour prédire l'intensité du retour élastique. Une méthode originale pour la modélisation de ce test, appelé split-ring test, a été développée grâce à une interface entre le logiciel DD3TRIM, développé au CEMUC et le logiciel ABAQUS. L'influence des lois de comportement et de divers paramètres numériques (frottement, type d'éléments finis, maillage, etc.) ont été analysés. Il apparaît que la modélisation du procédé de mise en forme est relativement bien maîtrisée, le retour élastique reste la difficulté principale dans la modélisation. Prédire une répartition correcte de l'état de contrainte au cours de la mise en forme demeure l'objectif principal alors que des grandeurs globales, comme l'effort d'emboutissage, la répartition des épaisseurs, etc. sont bien prises en compte dans les différentes modélisations effectuées. Les effets de la température ajoutent une difficulté à ces modélisations par la nécessité de prédire de façon correcte les effets de la viscosité et les couplages thermomécaniques induits.

Références bibliographiques de la Partie II

- [1] ABAQUS (2009). *Abaqus Theory Manual - version 6.8*. Hibbit and Karlson and Sorensen Inc.
- [2] ADAM, L. et PONTHOT, J.-P. (2005). Thermomechanical modeling of metals at finite strains : First and mixed order finite elements. *International Journal of Solids and Structures*, 18(1):5615–5655.
- [3] AMBROGIO, G., FILICE, L., PALUMBO, G. et PINTO, S. (2005). Prediction of formability extension in deep drawing when superimposing a thermal gradient. *Journal of Materials Processing Technology*, 162-163:454–460.
- [4] ANDRADE-CAMPOS, A., MENEZES, L. F. et TEIXEIRA-DIAS, F. (2006). Numerical analysis of large deformation processes at elevated temperatures. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 195(33-36):3947–3959.
- [5] ANDRADE-CAMPOS, A., THUILLIER, S., PILVIN, P. et TEIXEIRA-DIAS, F. (2007). On the determination of material parameters for internal variable thermoelastic-viscoplastic constitutive models. *International Journal of Plasticity*, 23(8):1349–1379.
- [6] ARMSTRONG, P. J. et FREDERICK, C. O. (1966). Cegb. report RD/B/N, page 731.
- [7] BAPTISTA, A. J., ALVES, J. L., RODRIGUES, D. M. et MENEZES, L. F. (2006). Trimming of 3D solid finite element meshes using parametric surfaces : Application to sheet metal forming. *Finite Elements in Analysis and Design*, 42(12):1053–1060.
- [8] BAPTISTA, A. J., OLIVEIRA, M. C., RODRIGUES, D. M. et MENEZES, L. F. (2004). Springback evaluation applying the splitting ring benchmark test in tailor welded blanks. In *IDDRG International Deep Drawing Research Group*, pages 307–317.
- [9] BARLAT, F., LEGER, D. J. et BREM, J. C. (1991). A six-component yield function for anisotropic materials. *International Journal of Plasticity*, 7(7):693–712.
- [10] BARLAT, F. et LIAN, J. L. (1989). Plastic behavior and stretchability of sheet metals. part I : A yield function for orthotropic sheets under plane stress conditions. *International Journal of Plasticity*, 5(1):51–66.
- [11] BISHOP, J. W. F. et HILL, R. (1951a). A theoretical derivation of the plastic properties of a polycrystalline face-centered metal. *Philosophical Magazine*, 42:1298.
- [12] BISHOP, J. W. F. et HILL, R. (1951b). A theory of the plastic distortion of a polycrystalline aggregate under combined stresses. *Philosophical Magazine*, 42:414.
- [13] BOLT, P. J., LAMBOO, N. A. P. M. et ROZIER, P. J. C. M. (2001). Feasibility of warm drawing of aluminium products. *Journal of Materials Processing Technology*, 115(1):118–121.
- [14] CHAPARRO, B. M., THUILLIER, S., MENEZES, L. F., MANACH, P. Y. et FERNANDES, J. V. (2008). Material parameters identification : Gradient-based, genetic and hybrid optimization algorithms. *Computational Materials Science*, 44(2):339–346.
- [15] CHUNG, K. et SHAH, K. (1992). Finite element simulation of sheet metal forming for planar anisotropic metals. *International Journal of Plasticity*, 8:453–476.
- [16] COËR, J., BERNARD, C., LAURENT, H., ANDRADE-CAMPOS, A. et THUILLIER, S. (2011). The effect of temperature on anisotropy properties of an aluminium alloy. *Experimental Mechanics*, 51:1185–1195.

- [17] DEMERI, M. Y., LOU, M. et SARAN, M. J. (2000). A benchmark test for springback simulation in sheet metal forming. *In Society of Automotive Engineers, Inc.*, volume 01-2657.
- [18] ECHEMPATI, R. et DEV, V. M. S. S. (2002). Spring back studies in aluminium alloys. *In Society of Automotive Engineers, Inc.*, volume 01-1057.
- [19] FLANAGAN, D. P. et BELYTSCHKO, T. (1981). A Uniform Strain Hexahedron and Quadrilateral with Orthogonal Hourglass Control. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 17:679–706.
- [20] FOECKE, T. et GNAEUPEL-HEROLD, T. (2006). Robustness of the sheet metal springback cup test. *Metallurgical and Material Transactions A*, 37A:3503–3510.
- [21] GRÈZE, R. (2009). *Etude expérimentale et numérique du retour élastique des alliages d'aluminium après emboutissage*. Thèse de doctorat, Université de Bretagne Sud.
- [22] GRÈZE, R., MANACH, P. Y., LAURENT, H., THUILLIER, S. et MENEZES, L. F. (2010). Influence of the temperature on residual stresses and springback effect in an aluminium alloy. *International Journal of Mechanical Sciences*, 52(9):1094–1100.
- [23] GRYTTE, F., HOLMEDAL, B. et BORVIK, O. S. H. T. (2008). Evaluation of identification methods for YLD2004-18p. *International Journal of Plasticity*, 24(12):2248–2277.
- [24] HADDAG, B., BALAN, T. et ABED-MERAIM, F. (2007). Investigation of advanced strain-path dependent material models for sheet metal forming simulations. *International Journal of Plasticity*, 23(6):951–979.
- [25] HARPELL, E. T., WORSWICK, M. J., FINN, M., JAIN, M. et MARTIN, P. (2000). Numerical prediction of the limiting draw ratio for aluminum alloy sheet. *Journal of Materials Processing Technology*, 100(1-3):131–141.
- [26] HERSHEY, A. V. (1954). The plasticity of an isotropic aggregate of anisotropic face centered cubic crystals. *J. Appl. Mech. Trans. ASME*, 21:241.
- [27] HILL, R. (1948). A theory of the yielding and plastic flow of anisotropic metals. *Proc. Royal Soc. London*, A193:281.
- [28] HOSFORD, W. F. (1972). A generalized isotropic yield criterion. *Journal of Applied Mechanics – Transactions of the ASME*, E39:607.
- [29] HSU, C. W., ULSOY, A. G. et DEMERI, M. Y. (2002). Development of process control in sheet metal forming. *Journal of Materials Processing Technology*, 127(3):361–368.
- [30] IADICOLA, M. A., FOECKE, T. et BANOVIC, S. W. (2008). Experimental observations of evolving yield loci in biaxially strained AA5754-O. *International Journal of Plasticity*, 24(11):2084–2101.
- [31] JIANG, Y. et KURATH, P. (1996). Characteristics of the Armstrong-Frederick type plasticity models. *International Journal of Plasticity*, 12(3):387 – 415.
- [32] KIM, H. S. et KOÇ, M. (2007). Numerical investigations on springback characteristics of aluminum sheet metal alloys in warm forming conditions. *Journal of Materials Processing Technology*, 204(1-3):370–383.

- [33] KIM, J. H., LEE, M.-G., BARLAT, F. et CHUNG, R. W. K. (2008). An elasto-plastic constitutive model with plastic strain rate potentials for anisotropic cubic metals. *International Journal of Plasticity*, 24(12):2298–2334.
- [34] KWAK, D.-Y., CHEON, J.-S. et IM, Y.-T. (2002). Remeshing for metal forming simulations - Part I : Two-dimensional quadrilateral remeshing. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 53(11):2463–2500.
- [35] LAURENT, H. (2009). FALET-HL-CEMUC - Forming of aluminum alloys at elevated temperature. Generic Final Report- FP7-Marie Curie Actions-Intra-European Fellowships (IEF), 220688, Faculdade Ciencias e Tecnologia da Universidade de Coimbra.
- [36] LAURENT, H., COËR, J., GRÈZE, R., MANACH, P. Y., ANDRADE-CAMPOS, A., OLIVEIRA, M. C. et MENEZES, L. F. (2011). Mechanical behaviour and springback study of an aluminium alloy in warm forming conditions. *ISRN Mechanical Engineering*.
- [37] LAURENT, H., GRÈZE, R., MANACH, P. Y., COER, J., ANDRADE-CAMPOS, A., OLIVEIRA, M. C. et MENEZES, L. F. (2009a). Springback of an aluminium alloy in warm forming conditions using the split-ring test. In *7th EUROMECH Solid Mechanics Conference*, Lisbon, Portugal.
- [38] LAURENT, H., GRÈZE, R., MANACH, P. Y. et THUILLIER, S. (2009b). Influence of constitutive model in springback prediction using the split-ring test. *International Journal of Mechanical Sciences*, 51:233–245.
- [39] LAURENT, H., GRÈZE, R., OLIVEIRA, M. C., MENEZES, L. F., MANACH, P. Y. et ALVES, J. L. (2010). Numerical study of springback using the split-ring test for an AA5754 aluminum alloy. *Finite Elements in Analysis and Design*, 46(9):751 – 759.
- [40] LEMAITRE, J. et CHABOCHE, J.-L. (1996). *Mécanique des matériaux solides*. Dunod.
- [41] LI, X., YANG, Y., WANG, Y. I., BAO, J. et LI, S. (2002). Effect of the material-hardening mode on the springback simulation accuracy of V-free bending. *Journal of Materials Processing Technology*, 123(2):209–211.
- [42] MANACH, P.-Y. (2004). Lois de comportement et mise en forme des matériaux métalliques. *Mémoire d'Habilitation à Diriger des Recherches*.
- [43] MANACH, P. Y., GRÈZE, R., LAURENT, H., THUILLIER, S. et MENEZES, L. F. (2008). Influence of the temperature on residual stresses and springback effect in an aluminium alloy. In *Advances in Materials and Processing Technologies (AMPT 2008) Conference*.
- [44] MATTIASSON, K. et SIGVANT, M. (2008). An evaluation of some recent yield criteria for industrial simulations of sheet forming processes. *International Journal of Mechanical Sciences*, 50(4):774–787.
- [45] MILLER, W. S., ZHUANG, L., BOTTEMA, J., WITTEBROOD, A. J., SMET, P. D., HASZLER, A. et VIEREGGE, A. (2000). Recent development in aluminium alloys for the automotive industry. *Materials Science and Engineering A*, 280(1):37–49.
- [46] NAKA, T., TORIKAI, G., HINO, R. et YOSHIDA, F. (2001). The effects of temperature and forming speed on the forming limit diagram for type 5083 aluminum-magnesium alloy sheet. *Journal of Materials Processing Technology*, 113(1-3):648–653.
- [47] NEUGEBAUER, R., ALTAN, T., GEIGER, M., KLEINER, M. et STERZING, A. (2006). Sheet metal forming at elevated temperatures. *CIRP Annals - Manufacturing Technology*, 55(2):793–816.

- [48] OLIVEIRA, M. C., ALVES, J. L., CHAPARRO, B. M. et MENEZES, L. F. (2007). Study on the influence of work-hardening modeling in springback prediction. *International Journal of Plasticity*, 23(3):516–543.
- [49] PADMANABHAN, R., OLIVEIRA, M., LAURENT, H., ALVES, J. L. et MENEZES, L. F. (2009). Study on springback in deep drawn tailor welded blanks. *International Journal of Material Forming*, 2:829–832.
- [50] PADMANABHAN, R., OLIVEIRA, M. C., BAPTISTA, A. J., ALVES, J. L. et MENEZES, L. F. (2008). Blank design for deep drawn parts using parametric NURBS surfaces. *Journal of Materials Processing Technology*, 209(5):2402–2411.
- [51] PARENTE, M. P. L., VALENTE, R. A. F., JORGE, R. M. N., CARDOSO, R. P. R. et de SOUSA, R. J. A. (2006). Sheet metal forming simulation using EAS solid-shell finite elements. *Finite Elements in Analysis and Design*, 42(13):1137–1149.
- [52] PILVIN, P. (1990). *Approches multiéchelles pour la prévision du comportement anélastique des métaux*. Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curies, Paris VI.
- [53] RIO, G., LAURENT, H. et BLÈS, G. (2008). Asynchronous interface between a finite element commercial software ABAQUS and an academic research code HEREZH++. *Advances in Engineering Software*, 39(12):1010–1022.
- [54] SIMO, J. C. et ARMERO, F. (1992). Geometrically non-linear enhanced strain mixed methods and the method of incompatible modes. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 33(7):1413–1449.
- [55] THUILLIER, S. (2008). *Caractérisation et prédiction du comportement mécanique des tôles métalliques et des élastomères*. Mémoire d’Habilitation à Diriger des Recherches. Université de Bretagne-Sud.
- [56] van den BOOGAARD, A. (2002). *Thermally enhanced forming of aluminum sheet - Modeling and experiments*. Thèse de doctorat, Twente University.
- [57] van den BOOGAARD, A. H. et HUÉTINK, J. (2006). Simulation of aluminium sheet forming at elevated temperatures. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 195:6691–6709.
- [58] WOODTHORPE, J. et PEARCE, R. (1970). The anomalous behaviour of aluminium sheet under balanced biaxial tension. *International Journal of Mechanical Sciences*, 12(4):341–347.
- [59] XIA, Z. C., MILLER, C. E. et REN, F. (2004). Springback behavior of AA6111-T4 with split-ring test. In S. GHOSH, J. C. C. et LEE, J., éditeurs : *NUMIFORM 2004*, pages 934–939.

Troisième partie

Modèle de comportement Hyperélasto-Visco-Hystérésis : application aux matériaux polymères

Contexte

Nous considérons maintenant une autre classe de matériaux : les matériaux polymères, en se focalisant sur deux types de ces matériaux : un *copolymère polypropylène choc* (PP) et un *élastomère synthétique fluoro-carboné* appelé commercialement *Viton®*. Les matériaux polymères sont intéressants car ils possèdent une variété de comportements mécaniques plus grandes que les autres matériaux, en particulier métalliques, liés à l'existence, dans une plage de température réduite, d'un fort caractère viscoélastique et d'une réponse hyperélastique. Les deux matériaux étudiés diffèrent de celui des polymères purs par suite de l'introduction de particules renforçantes, servant ainsi à accroître la résistance au choc des polymères rigides (cas du talc pour le copolypropylène étudié) ainsi qu'à améliorer les performances de l'élastomère réticulé étudié (charges de fluor et de noir de carbone pour le Viton). Ces matériaux présentent des températures de transition vitreuse très éloignées, $T_g = -44^\circ$ pour le PP et de $T_g = -19^\circ$ pour l'élastomère réticulé et donc des comportements mécaniques différents en fonction de la température.

La démarche de cette thématique de recherche s'inscrit d'abord dans une étude expérimentale puis ensuite de modélisation. L'objectif a été, dans un premier temps, de mieux connaître les comportements mécaniques de ces matériaux en fonction de plusieurs paramètres : le type de sollicitation effectuée (compression, traction, relaxation...) cyclée ou non, la vitesse de sollicitation, la température, etc. Ces bases de données expérimentales ont permis de détecter un certain nombre de phénomènes physiques de base, qui gouvernent le comportement macroscopique des matériaux étudiés.

Ces comportements macroscopiques connus, dans un deuxième temps, nous avons cherché à définir un modèle de comportement de type phénoménologique, appelé *modèle d'Hyperélasto-Visco-Hystérésis* (HVH), capable de reproduire des comportements mécaniques 3D, prenant également en compte la température, mais dont les ingrédients variaient en fonction du type de matériaux étudiés. Ce modèle est implanté dans le code de calcul de laboratoire HEREZH++, développé par G. Rio [48]. Il est fondé sur l'additivité des puissances associées aux phénomènes observés : une réversibilité instantanée au travers d'une contribution hyperélastique, une irréversibilité non visqueuse à l'aide d'un modèle particulier d'hystérésis et une irréversibilité visqueuse caractérisant la viscosité du matériau.

Dans cette partie, le modèle de comportement HVH, sa genèse et ses ingrédients sont décrits. La prise en compte des aspects mécaniques du polypropylène choc est ensuite étudiée avec ce modèle. Enfin, l'influence de la température sur le comportement mécanique de l'élastomère réticulé est d'abord étudié expérimentalement. Les conséquences de la prise en compte de la température sur la réponse de ce modèle sont finalement décrits sur cet élastomère.

Chapitre 5

Le modèle de comportement d'Hyperélasto-Visco-Hystérésis

Le point de départ de ce modèle est basé sur un formalisme particulier pour l'écriture des lois de comportement. Ce formalisme conceptuel général a été développé antérieurement dans le cadre du schéma d'élastohystérésis par Guélin, Pégon et Favier [23, 46]. Initialement, il était constitué de la superposition d'une contribution de contrainte hyperélastique [17] et d'une contribution d'hystérésis pure [17, 45]. Ce schéma a été ensuite développé pour décrire le comportement thermomécanique cyclique d'une large gamme de matériaux : d'abord les alliages à mémoire de forme [17, 19, 38, 50, 52], les alliages métalliques [13, 37, 45, 46] et les matériaux tissés et les polymères solides [6, 7, 8]. Mais les chapitres 6 et 7 montreront dans quelle mesure ce modèle étendu, d'Hyperélasto-Visco-Hystérésis noté *HVH*, est susceptible de décrire aussi les comportements de matériaux polymères plus conventionnels comme ceux d'un polypropylène et d'un élastomère en choisissant de façon adéquate les contributions hyperélastiques et visqueuses.

5.1 Présentation du modèle HVH

Le comportement macroscopique des matériaux solides résulte le plus souvent de l'intervention simultanée, au niveau des échelles pertinentes de phénomènes physiques réversibles et de phénomènes physiques irréversibles. Pour décrire les propriétés macroscopiques du comportement global lié à ces phénomènes physiques, une hypothèse fondamentale est faite qui distingue cette approche de celles issues de la théorie classique de la plasticité, comme décrite au chapitre 2.1. Cette hypothèse fondamentale stipule que la puissance interne du système résulte de la décomposition de cette puissance en plusieurs contributions. Chacune de ces contributions est liée à un phénomène physique particulier.

Si les processus d'hystérésis pure, de réversibilité et de viscosité sont simultanés, la puissance des efforts intérieurs $\mathcal{P}_{int}$ sur un domaine matériel $\mathcal{D}$, occupant un volume v à un instant t peut alors se scinder en trois contributions telle que :

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{int} &= \mathcal{P}_e + \mathcal{P}_v + \mathcal{P}_h \\ \int_{\mathcal{D}} (\boldsymbol{\sigma} : \mathbf{D}) dv &= \int_{\mathcal{D}} (\boldsymbol{\sigma}_e : \mathbf{D}) dv + \int_{\mathcal{D}} (\boldsymbol{\sigma}_v : \mathbf{D}) dv + \int_{\mathcal{D}} (\boldsymbol{\sigma}_h : \mathbf{D}) dv \\ &= \int_{\mathcal{D}} ((\boldsymbol{\sigma}_e + \boldsymbol{\sigma}_v + \boldsymbol{\sigma}_h) : \mathbf{D}) dv \end{aligned} \quad (5.1)$$

où $\boldsymbol{\sigma}$ est le tenseur des contraintes de Cauchy, $\boldsymbol{\sigma}_e$ et $\mathcal{P}_e$ sont la contrainte et la puissance interne associées au comportement élastique ou hyperélastique réversible, $\boldsymbol{\sigma}_v$ et $\mathcal{P}_v$ sont associées au comportement viscoélastique, $\boldsymbol{\sigma}_h$ et $\mathcal{P}_h$ sont associées au comportement non visqueux d'hystérésis pure, de type élastoplastique toujours irréversible.

Le taux de déformation $\mathbf{D}$ étant indépendant de ces processus, la combinaison de ces trois contributions conduit à la relation suivante :

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}_e + \boldsymbol{\sigma}_v + \boldsymbol{\sigma}_h \quad (5.2)$$

Cette hypothèse fondamentale est illustrée dans le cas unidimensionnel par la figure 5.1 où chacune des contributions $\boldsymbol{\sigma}_e$, $\boldsymbol{\sigma}_v$ et $\boldsymbol{\sigma}_h$ est représentée par un modèle rhéologique. Elle permet de donner à cette démarche macroscopique un lien fort avec les processus physiques mis en jeu. Néanmoins, elle conduit à une rupture conceptuelle, des points de vue constitutifs et thermodynamique, par rapport aux théories classiques, qui préconisent la décomposition de la déformation $\boldsymbol{\varepsilon}$, comme par exemple, en élasto-plasticité (cf. relation 2.1). Cette démarche intéresse, pourtant, de plus en plus d'auteurs, car la littérature montre que son utilisation devient de plus en plus courante, en particulier pour la modélisation du comportement des polymères [4, 5, 22, 26, 33, 40, 47].

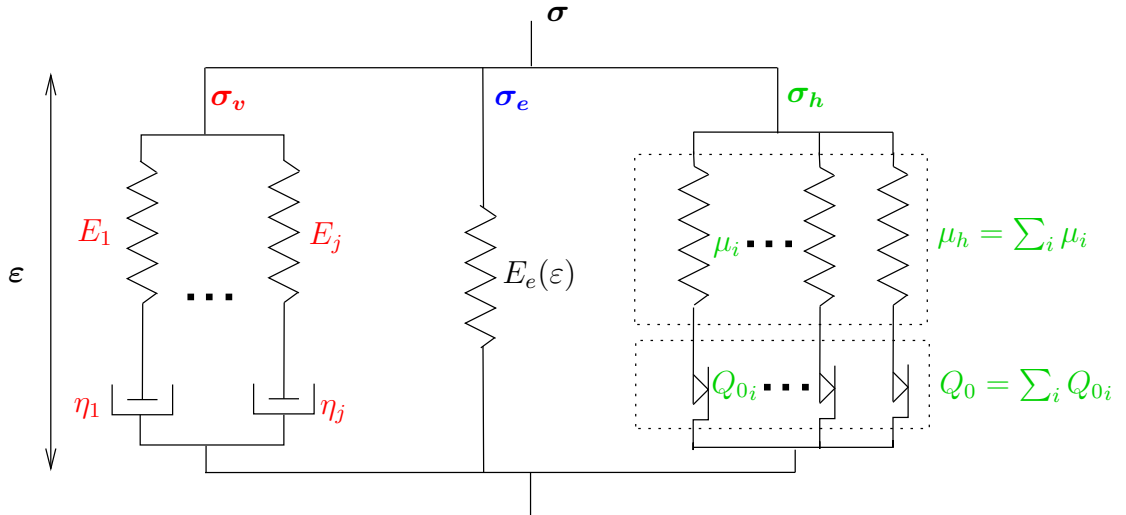


FIGURE 5.1 – Illustration de l'hypothèse fondamentale (5.2)

L'hypothèse fondamentale (5.2) qui fait intervenir les trois contributions élémentaires $\boldsymbol{\sigma}_e$, $\boldsymbol{\sigma}_v$ et $\boldsymbol{\sigma}_h$ fixe un cadre de modélisation phénoménologique de type *Hyperélasto-Visco-Hystérésis*. Selon la forme que l'on choisit pour chacune de ces contributions, le comportement global, qui en résulte, peut couvrir

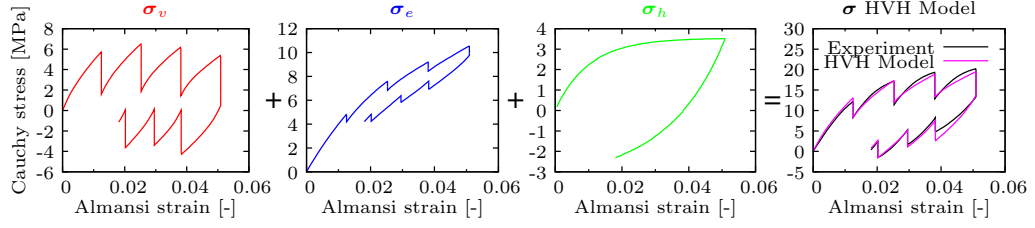


FIGURE 5.2 – Exemple de sommation des contributions σ_v , σ_e et σ_h pour donner la contrainte totale σ dans le cas du PP.

un large champ d'application. Pour notre part, nous nous sommes plus particulièrement intéressés aux matériaux polymères, en faisant le choix d'un copolymère polypropylène choc [59, 61, 62] (cf chapitre 6 et figure 5.2) et d'un élastomère de type synthétique fluoro-carboné (FKM), le Viton[®] [55, 56] (cf chapitre 7). Dans la suite, la partie hystérétique, qui fait l'originalité de ce modèle, sera plus particulièrement développée. Les contributions hyperélastique et visqueuse étant issues de modèles plus classiques.

Comme précisé dans le chapitre 1, le comportement des polymères rend nécessaire la mise en place d'un formalisme en grandes déformations pour l'écriture et l'implémentation des lois. Dans HEREZH++, le formalisme adopté correspond au formalisme eulérien en coordonnées matérielles entraînées dont l'intérêt a été présenté dans la remarque 1 du chapitre 1 et qui a été le support de tous les développements effectués au cours de ma thèse [31]. Le tenseur des contraintes de Cauchy σ a été également choisi. Suivant la contribution étudiée, nous choisirons le tenseur de déformation d'Almansi $e_{(-2)}$ (cf relation (1.17)), le tenseur de déformation de Cauchy-Green gauche B (relation (1.11)) et le tenseur de déformation de Hencky $e_{(0)}$ (relation (2.29)). La dérivation temporelle de la contrainte sera choisie dans la majorité des cas par la dérivée de Jaumann $\dot{\sigma}$ (relation (2.23) et section 1.3.2), bien qu'il soit possible d'utiliser, dans HEREZH++, la dérivée convective de Lie deux fois covariantes $\mathcal{L}_{\cdot}\sigma$ et deux fois contravariantes $\mathcal{L}^{\cdot}\sigma$ (section 1.2). Ainsi, pour éviter toute confusion, nous noterons $\dot{\sigma}$, une dérivée objective sans préciser laquelle, étant entendu qu'elle sera indiquée ultérieurement. Enfin, les différentes lois HVH envisagées (selon les formes du potentiel hyperélastique choisi), seront toujours isotropes.

5.2 Comportement d'hystérésis

La contribution d'hystérésis pure σ_h est toujours irréversible mais présente néanmoins certaines particularités qui la distinguent des modèles plastiques classiques. La plus évidente est qu'elle met en jeu deux termes énergétiques dont l'un est un terme de dissipation et l'autre un terme d'énergie interne. La présence de ce dernier la différencie fondamentalement d'un phénomène de friction classique qui lui n'implique que des termes de dissipation. L'autre particularité importante concerne encore ce terme d'énergie interne qui dépend de l'état actuel mais aussi de toute l'histoire thermodynamique précédente [36]. Cette caractéristique fait appel au concept de mémoire discrète introduite dans les travaux de Guélin [23].

5.2.1 Modèle rhéologique unidimensionnel

Le comportement irréversible d'hystérésis pure correspond à une association en parallèles d'un nombre n assez grand d'éléments de Saint Venant, formés chacun par un modèle élémentaire ressort-

frotteur. Les paramètres de Saint Venant sont définis par les couples (μ_i, Q_{0i}) , où μ_i et Q_{0i} sont respectivement la raideur du ressort et le seuil de glissement en déformation du frotteur, du modèle élémentaire i (figure 5.3 [6]). En prenant un nombre de modèle élémentaire tendant vers l'infini, nous obtenons le modèle de Saint Venant généralisé, caractérisé par la suite discrète des couples $(\mu_1, Q_{01}), \dots, (\mu_n, Q_{0n})$. Cette suite est rangée en ordre croissant des seuils de glissement en déformation : $Q_{01} < Q_{02} < \dots < Q_{0n}$. Pour obtenir un modèle irréversible, le premier seuil Q_{01} tend vers zéro.

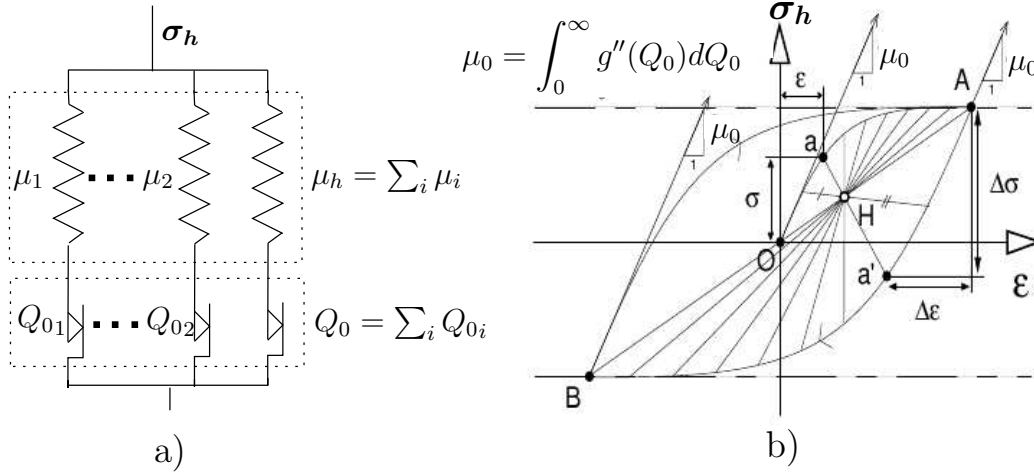


FIGURE 5.3 – Comportement d'hystérésis pure : a) Modèle discret de Saint Venant à n éléments ressort-frotteurs ; b) Comportement du modèle continu d'hystérésis pure.

Le modèle symbolique d'hystérésis pure présente quatre propriétés essentielles qui permettent de retrouver des observations expérimentales du comportement de certains matériaux [54] :

1. **Toutes les évolutions du modèle sont irréversibles.** Le comportement du modèle ne présente pas de domaine élastique fini. La déformation est irréversible dès le début des branches de charge et tous les trajets possibles sont irréversibles.
2. **Quasi-réversibilité au voisinage de l'état neutre et aux inversions.** Après une inversion de sollicitation tous les frotteurs se bloquent et le comportement du modèle devient quasi-réversible sur des trajets de longueur infiniment petite.
3. **Le comportement obéit à la règle de Masing.** Le modèle d'hystérésis pure est caractérisé par la présence du paramètre de Masing, noté ω , qui traduit une homothétie de 2, par rapport à la courbe de première charge (présente par exemple dans la formation de la boucle d'hystérésis de la figure 5.3 : $2.aH = Ha'$). Lors de la courbe de première charge OA , le paramètre de Masing ω vaut 1 ensuite, au cours d'une évolution cyclique quelconque, il devient égal à $\omega = 2$.
4. **Le modèle possède une mémoire discrète des instants d'inversions et de coïncidence.** La notion de mémoire discrète est bien mise en évidence par le tracé d'un petit cycle dans un grand cycle. Sur la figure 5.4, les points A, B, C et D sont des points d'inversions, F est un point de coïncidence où A et F coïncident (E et C également).

Sur la branche FG de la figure 5.4, après le point A , les frotteurs qui étaient restés immobiles lors du trajet OA commencent à glisser, la branche AG commencent à glisser, la branche AG est le prolongement de la courbe de première charge OA , et le modèle se comporte comme s'il avait effectué directement la branche OAG en ayant effacé la mémoire des autres cycles OAB et BCE .

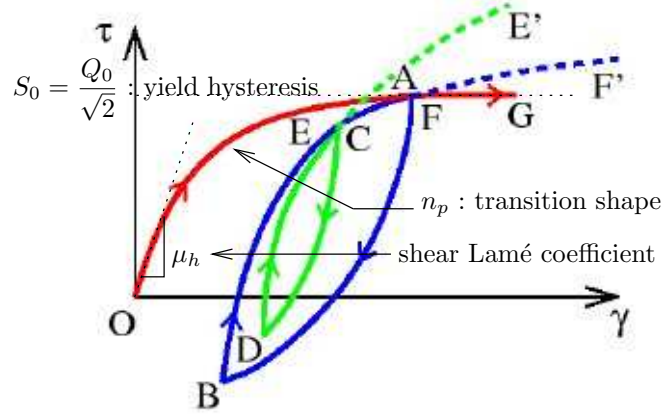


FIGURE 5.4 – Évolution cyclique complexe et paramètres matériau de l'hystérésis pure dans le cas d'une sollicitation de cisaillement simple.

Ce dernier mécanisme montre la capacité du modèle, à mémoriser et à effacer des états privilégiés au cours de l'histoire du chargement : *les états d'inversion et de coïncidence*. Des explications sur cette gestion et mémorisation de ces états peuvent être obtenues dans [18, 20].

On notera ${}^t_R\varepsilon$ et ${}^t_R\sigma$ la déformation et la contrainte mémorisées à l'instant $t = t_R$, qui représentent l'état de référence à l'instant $t > t_R$; telles que : $\frac{d^t_R\varepsilon}{dt} = \frac{d^t_R\sigma}{dt} = 0$ et les notations suivantes sont introduites :

$$\begin{aligned}\Delta^t_R\sigma(t) &= \sigma(t) - {}^t_R\sigma \\ \Delta^t_R\varepsilon(t) &= \varepsilon(t) - {}^t_R\varepsilon\end{aligned}\quad (5.3)$$

qui représentent respectivement une variation de contrainte et de déformation considérées à partir de l'état de référence à l'instant t .

Enfin, les propriétés thermodynamiques du modèle d'hystérésis pure peuvent être trouvées dans [6]. Elles satisfont au premier et second principe de la thermodynamique.

5.2.2 Schéma thermomécanique tensoriel de l'hystérésis pure

L'analyse unidimensionnelle du comportement d'hystérésis pure précédente indique que la relation constitutive contrainte-déformation est définie par la donnée d'une *fonction générique* $\mathcal{F}(x)$ (cf. [6]) et par la *mémorisation des états de références aux inversions et coïncidence*. Dans le cas tensoriel, le rôle de la fonction $\mathcal{F}(x)$ est assuré par une loi générique constitutive exprimée sous forme différentielle. Cette contribution d'hystérésis est entièrement déviatoire et s'exprime sous la forme incrémentale [56, 61, 62] :

$$\dot{\mathbf{S}}_h = 2\mu_h \bar{\mathbf{D}} + \beta \cdot \phi \cdot \Delta^t_R \mathbf{S}_h \quad (5.4)$$

Les termes $\dot{\mathbf{S}}_h$ et $\bar{\mathbf{D}}$ désignent respectivement le déviateur des contraintes de la contribution hystérique et le déviateur du taux de déformation. La partie sphérique (pression hydrostatique) sera prise en compte par la contribution hyperélastique.

Pour les autres termes :

- μ_h représente le module d'élasticité en cisaillement,

- $\beta = \frac{-2\mu_h}{(\omega'Q_0)^{n_p}(Q_{\Delta\mathbf{s}_h})^{2-n_p}}$ avec $Q_{\Delta\mathbf{s}_h} = \sqrt{\text{tr}(\Delta_R^t\mathbf{S}_h : \Delta_R^t\mathbf{S}_h)}$ est relatif à l'intensité de l'accroissement $\Delta_R^t\mathbf{S}_h$,
- $\phi = \phi(\Delta_R^t\mathbf{S}_h, \mathbf{D}) = \text{tr}(\Delta_R^t\mathbf{S}_h \cdot \mathbf{D}) - \frac{(Q_{\Delta\mathbf{s}_h})^2}{2\mu_h} \cdot \frac{\dot{\omega}'}{\omega'}$ est la fonction du taux de dissipation intrinsèque non-réversible,
- le paramètre ω' est tel que $\omega' = \omega \cos(\alpha)$. Il correspond à une généralisation du paramètre de Masing ω au cas tridimensionnel pour tenir compte de l'orientation du chargement. En première charge, $\omega' = \omega \cos(\alpha) = 1$. Ensuite, au cours d'une évolution cyclique quelconque, ω' est égal à $2 \cdot \cos(\alpha)$ où α correspond à l'angle de phase (appelé aussi angle de Lode) entre $\Delta_R^t\mathbf{S}_h$ et $\Delta_{0_i}^R\mathbf{S}_h$,
- $Q_0 = \sqrt{2}S_0$ est le rayon, dans le plan déviatoire des contraintes, du seuil de plasticité selon le critère de von Mises,
- n_p est le paramètre de Prager qui décrit la zone de transition entre le domaine de « l'élasticité » et le seuil de plasticité. Des explications sur ce paramètre peuvent être trouvées dans [52, 57] sachant que n_p est toujours positif et compris entre $0 \leq n_p \leq 2$.

L'identification des trois paramètres μ_h , Q_0 et n_p , de la loi constitutive (5.4), peut s'effectuer directement à partir d'un essai de cisaillement simple (figure 5.4). Dans ce cas, l'équation (5.4) se réduit à la forme scalaire suivante [54] :

$$\dot{\tau} = 2\mu_h \left(1 - \left(\frac{\Delta_R^t\tau}{\omega \cdot S_0} \right) \right) \cdot \dot{\gamma} \quad (5.5)$$

où $S_0 = \frac{Q_0}{\sqrt{2}}$ et τ , γ sont respectivement la contrainte et la déformation de cisaillement.

Pour compléter la définition du schéma tensoriel de l'hystérésis pure, on introduit un algorithme de la mémoire discrète des points d'inversion et de coïncidence [18, 20] qui s'appuie sur le taux de dissipation intrinsèque défini préalablement par : $\phi(\Delta_R^t\mathbf{S}_h, \mathbf{D})$. Cette valeur est relatif au volume d'un élément de matière et doit toujours être positif. L'état à un instant t correspond à un point d'inversion si la fonction ϕ devient négative. Des explications sur l'algorithme introduit sont données dans les thèses de G. Blès [6] et de M. Zrida [59].

L'intégration numérique de l'équation (5.4), sur un incrément, est effectuée à l'aide de la résolution de l'équation différentielle par une méthode de type Runge-Kutta-Fehlberg. Cette méthode explicite permet d'estimer l'erreur sur la loi de comportement. La valeur de la contrainte à la fin de l'incrément et la forme linéarisée de l'équation (5.4), sont utilisées pour construire la matrice raideur du comportement associée à la contribution hystérétique.

5.3 Comportement visqueux

Les polymères présentent des phénomènes dissipatifs associés à l'élasticité que l'on peut traduire par de la viscosité. La partie non-réversible de la viscosité se traduit, dans le modèle HVH, par de l'hystérésis non visqueuse. La théorie de la viscoélasticité classique permet de rendre compte de l'évolution réversible visqueuse fonction du temps.

Pour représenter cette partie réversible visqueuse σ_v dans le modèle HVH, le modèle de Maxwell généralisé [24] a été choisi. Ce type de modèle est constitué de j modèles élémentaires de Maxwell en parallèle (figure 5.1). Chaque modèle élémentaire est composé d'un ressort de raideur E_j et d'un amortisseur de viscosité η_j en série, conduisant à $\tau_j = \frac{\eta_j}{E_j}$ temps caractéristiques. Pour la modélisation du comportement visqueux du polypropylène et de l'élastomère, deux éléments de Maxwell ont été choisis. Ce nombre est apparu comme un bon compromis pour pouvoir modéliser les temps de chargement et de relaxation étudiés. Mais, l'introduction d'autres branches visqueuses de ce type ne pose aucun problème dans la formulation du modèle.

Par ailleurs, comme évoqué au chapitre 2.2, dans le cas des transformations finies, le type de dérivée matérielle retenu peut fortement influencer sur les résultats. Il a été choisit une dérivée de Jaumann qui conduit à une approximation de la déformation logarithmique mais qui reste suffisamment exacte pour les types de chargement analysés.

Sachant que la partie volumique sera représentée par la contribution hyperélastique et que la partie isotrope de la viscosité est souvent considérée comme négligeable [44], seule la partie déviatoire de la contribution visqueuse a été retenue. Cette partie déviatoire est écrite dans le cas d'un élément de Maxwell composé d'une raideur E et d'un coefficient de dissipation visqueux η suivant la forme habituelle suivante :

$$\frac{\dot{\mathbf{S}}_v}{2\mu_v} + \frac{\mathbf{S}_v}{\eta} = \bar{\mathbf{D}} \quad (5.6)$$

$\mu_v = \frac{E}{2(1+\nu)}$ avec ν le coefficient de Poisson. C'est la formulation 3D de cette contribution visqueuse qui nécessite donc l'introduction d'un coefficient de Poisson ν pour chaque branche de Maxwell.

Un essai de relaxation consiste à suivre l'évolution en fonction du temps de la contrainte à appliquer sur une éprouvette pour la maintenir à température fixée, à une déformation imposée ε_0 à partir d'un temps t_0 . D'après le principe de superposition de Boltzmann, le modèle généralisé de Maxwell, donne l'évolution de la contrainte dans la direction de l'essai en faisant la somme des j éléments élémentaires de Maxwell (figure 5.1) sous la forme exponentielle suivante :

$$\sigma_v(t) = \sum_{j=1}^n \sigma_{0j} \exp\left(-\frac{(t-t_0)}{\tau_j}\right) + \sigma_\infty \quad \forall t \geq t_0 \quad (5.7)$$

où les différents temps caractéristiques $\tau_j = \frac{\eta_j}{E_j}$ permettent de faire apparaître un *spectre des temps de relaxation* traduisant l'évolution possible à la fois aux temps courts et longs des phénomènes visqueux au sein du matériau. σ_{0j} est la contrainte de chaque élément de Maxwell au temps t_0 du début de la relaxation.

Dans cette équation (5.7), la contrainte σ_∞ correspond à la contrainte qualifiée souvent **d'overstress** dans la littérature [2, 5, 12, 30, 40] et qui correspond à la contrainte non-nulle obtenue à la fin de l'essai de relaxation (figure 5.5) pour le cas d'un matériau polymère [24, 58].

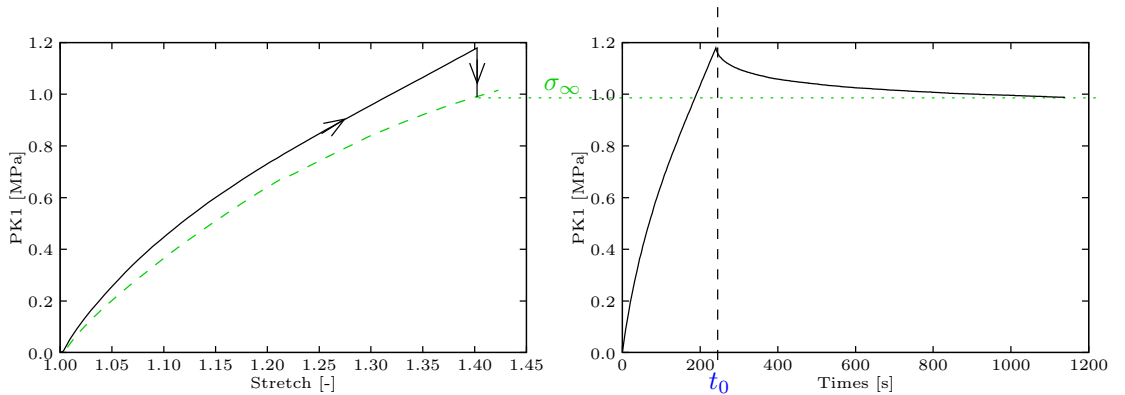


FIGURE 5.5 – Réponse en contrainte/déformation et en contrainte/temps d'un élastomère au cours d'un essai de relaxation en traction.

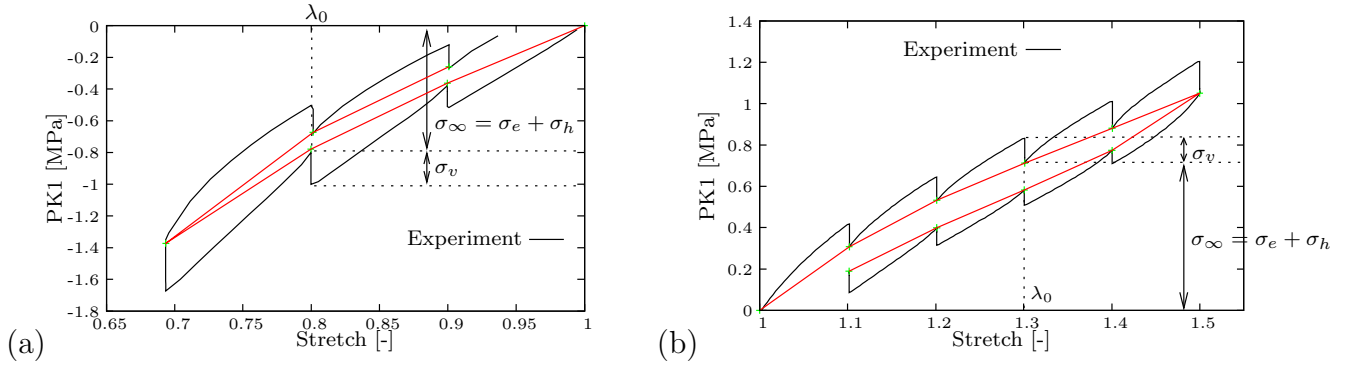


FIGURE 5.6 – Estimation des comportements visqueux, hyperélastique et hystérétique. (a) Test de compression. (b) Test de traction.

Dans le cas du modèle HVH, cette contrainte σ_∞ peut être directement évaluée car elle correspond aux parties hyperélastique et hystérétique des autres branches :

$$\sigma_\infty = \sigma_e + \sigma_h \quad (5.8)$$

Un essai, très intéressant, qui a servi pour l'identification des paramètres matériaux du modèle HVH dans le cas des matériaux élastomères (section 7), est l'essai de traction ou de compression interrompus par des étapes de relaxation. Sur la figure 5.6, cette décomposition pour un essai de compression et de traction est observée. La réponse de la contrainte, obtenue à la fin de chaque étape de relaxation, peut alors être considérée comme la réponse de la contrainte équilibrée ou « equilibrium stress response » si l'on suit la dénomination adoptée par Lion [34]. La partie visqueuse correspond donc à l'écart entre le début et la fin de chaque étape de relaxation. Les fins de relaxation situent les parties non-visqueuse hystérétique σ_h et hyperélastique σ_e du comportement.

5.4 Comportement hyperélastique

L'approche thermodynamique de la déformation [24] montre que deux forces motrices peuvent être à l'origine de la déformation élastique, l'une d'origine énergétique, l'autre d'origine entropique. Le moteur énergétique, responsable de l'élasticité vraie se traduit par la vérification de la loi de Hooke à très faibles déformations. Le moteur entropique est responsable de la réponse hyperélastique, particulière aux réseaux polymères déformés à des températures supérieures à leur température de transition vitreuse. Ainsi, l'hyperélasticité provient, dans ce cas, de la variation d'entropie des chaînes lors d'un étirage [24].

Dans le cas d'une transformation réversible et isotrope, l'étude du comportement hyperélastique non linéaire des matériaux nécessite la connaissance d'une densité d'énergie de déformation supposée proportionnelle à l'énergie libre par unité de volume. Dans HEREZH++, cette densité d'énergie est définie par unité de corps déformé ω , sachant que classiquement, elle est définie par unité de corps non-déformé $\mathcal{W}$ suivant la relation :

$$\mathcal{W} = \frac{\sqrt{g}}{\sqrt{g_0}} \cdot \omega = V \cdot \omega \quad (5.9)$$

avec $g = \det|g_{ij}|$, le déterminant du tenseur métrique du tenseur de déformation d'Almansi $\mathbf{e}_{(-2)}$ du corps déformé (cf. relation (1.17)) et g_0 , celui du corps non-déformé. $V = \frac{\sqrt{g}}{\sqrt{g_0}}$ représente la variation de volume.

On suppose que l'énergie interne n'est fonction que de l'état de déformation du solide, ce qui permet d'écrire en utilisant σ , le tenseur des contraintes de Cauchy :

$$\begin{aligned}\sigma : D &= \sigma^{ij} D_{ij} \\ &= \frac{1}{\sqrt{g}} \frac{d(\omega\sqrt{g})}{dt} = \frac{1}{\sqrt{g}} \frac{\partial(\omega\sqrt{g})}{\partial\varepsilon_{ij}} \frac{d\varepsilon_{ij}}{dt} = \frac{1}{\sqrt{g}} \frac{\partial(\omega\sqrt{g})}{\partial\varepsilon_{ij}} D_{ij}\end{aligned}\quad (5.10)$$

sachant que les composantes du tenseur de déformation d'Almansi satisfont la relation (1.18) dans le repère matériel $\mathcal{R}_r$.

Ainsi par identification, à une température donnée et pour le paramétrage des segments matériels, la formulation de base de la description du comportement hyperélastique se déduit des variations de la densité d'énergie élastique :

$$\frac{\partial(\omega\sqrt{g})}{\partial\varepsilon_{ij}} = \sqrt{g}\sigma^{ij} \quad \text{soit : } \sigma^{ij} = \frac{1}{\sqrt{g}} \frac{\partial(\omega\sqrt{g})}{\partial\varepsilon_{ij}} \quad (5.11)$$

Avec l'hypothèse d'un comportement mécanique isotrope, l'évolution géométrique d'un système est parfaitement déterminée par la donnée de trois invariants du tenseur des déformations, notés I_k avec ($k = 1, 2, 3$) dans la suite. Les équations peuvent être reformulées :

$$\sigma^{ij} = \frac{1}{\sqrt{g}} \frac{\partial(\omega\sqrt{g})}{\partial I_k} \frac{\partial I_k}{\partial\varepsilon_{ij}} \quad (5.12)$$

Plusieurs potentiels hyperélastiques ont été étudiés en fonction des matériaux polymères étudié. Ces différents potentiels seront décrits lorsque nous présenterons ces matériaux dans les deux chapitres suivants. Pour le polypropylène, la partie hyperélastique traduit le comportement non linéaire élastique et a donc moins de réalité « physique » que pour l'élastomère.

5.5 Conclusion

L'application de ce modèle de comportement HVH sera analysée dans la suite sur deux matériaux polymères, un polypropylène et un élastomère.

L'approche de décomposition en contrainte de plusieurs contributions devient de plus en plus classique et de nombreux auteurs l'ont déjà appliquée [4, 5, 22, 26, 33, 40, 47]. Mais il est classique de rencontrer seulement deux contributions une hyperélastique ou non-linéaire élastique et une contribution visqueuse (type overstress). L'originalité du modèle HVH provient de la contribution hystérésis qui assure la possibilité de simuler des cycles de chargement. Il permet de prendre en compte le comportement hyperélastique, la viscosité et enfin le comportement hystérétique non-visqueux que l'on peut faire apparaître par exemple à l'aide de l'essai de chargement alterné par des phases de relaxation.

Chapitre 6

Caractérisations expérimentale et numérique de matériaux polypropylènes

Au cours de la thèse de Montassar Zrida [59], plusieurs nuances de copolymère polypropylène choc, fournies par la société Total-Petrochemicals [53], ont été étudiées :

- une nuance de « base » : appelée *PPC3650* d'indice de fluidité à chaud (*MFI*, Melt Flow Index, en anglais) de $2g/10min$, sans agent nucléant,
- une nuance de masse molaire plus faible : le *PPC7712* obtenu par « dégradation » de la nuance de base et nucléée, d'indice de fluidité de $13g/10min$,
- une nuance de masse molaire encore plus faible et nucléée : le *PPC9712*, d'indice de fluidité de $25g/10min$.

La masse molaire et la présence d'un agent nucléant, le talc, sont les deux paramètres qui varient entre ces différentes nuances. Le taux d'éthylène restant lui constant entre ces nuances, le talc favorisant la cristallisation et la masse molaire, la fluidité et donc la viscosité du matériau [28]. Ces nuances de polypropylènes sont des copolymères qui combinent les propriétés des polymères purs (homopolymères) formés par une matrice en polypropylène et de phase dispersée d'éthylène-propylène copolymère. Elles possèdent d'excellentes propriétés aux conditions d'impact et sont facilement injectables.

L'un des objectifs de la thèse de M. Zrida était d'étudier l'influence de ces paramètres sur le comportement mécanique, principalement en traction, de ces nuances. Une campagne expérimentale conséquente en traction, en relaxation, en traction rapide, en torsion et sur des essais cycliques de traction a été menée au cours de sa thèse sur ces trois grades.

Peu de différences ont été remarquées entre le *PPC7712* et le *PPC9712*. Le *PPC3650* est le plus rigide et le moins visqueux. La nuance *PPC7712* est sans doute la plus classique d'utilisation pour des sollicitations d'impacts et pour des raisons de simplification, dans la suite de ce document, seuls les résultats expérimentaux et numériques sur cette nuance sont présentés.

Nous nous intéressons plus précisément dans ce document aux résultats obtenus du point de vue numérique avec le modèle HVH. Les techniques expérimentales et les procédures utilisées (éprouvettes, vitesses d'essais, etc) ne sont pas rappelées. Ces renseignements sont détaillés dans les publications suivantes [59, 62]. Cependant, il est important de noter que la nuance de polymère thermoplastique semi-cristallin *PPC7712* présente une température de transition vitreuse $T_g = -44^\circ\text{C}$, une température de fusion $T_f = 165.4^\circ\text{C}$ et un degré de cristallinité de 34.2% (données obtenues par calorimétrie différentielle à balayage (DSC)). Par ailleurs, les essais de traction à vitesse intermédiaire (de 8 s^{-1} à 200 s^{-1}), réalisés au Laboratoire de Génie Civil et Génie Mécanique (LGCGM) de l'INSA de Rennes,

ont nécessité le développement d'un dispositif de traction original ainsi que mesures de déformations et de contraintes par jauges d'extensométries. Ils ont été publiés dans [61] et présentés dans [60].

6.1 Modélisation du comportement du PP par le modèle HVH

Le comportement visqueux a été pris en compte avec deux branches de Maxwell comme décrit à la section 5.3. La contribution hystérétique correspond au modèle décrit à la section 5.2. Contrairement aux matériaux métalliques, il a fallu trouver un potentiel hyperélastique capable de représenter le comportement de ces matériaux polymères. Une contribution hyperélastique σ_e , proposée par Denis Favier [17, 49] et qui s'exprime par rapport au volume déformé a été choisi.

La construction de ce potentiel hyperélastique repose sur plusieurs idées : la première concerne un découplage du comportement volumique avec le comportement de changement de forme. Pour cela, le potentiel se décompose additivement en une partie dédiée uniquement à la variation de volume et une seconde partie dédiée principalement au changement de forme.

La première partie s'écrit ainsi en fonction de la variation relative de volume V sous la forme de $\frac{K}{6}(\ln(V))^2$. La seconde idée est de construire un potentiel qui dépend globalement du taux de cisaillement de la matière plutôt que des élongations principales comme dans le cas des potentiels classiques de type Mooney-Rivlin.

Ces deux idées directrices conduisent à écrire la seconde partie du potentiel en fonction de l'intensité du déviateur de déformation Q_ε qui s'écrit :

$$Q_\varepsilon = (2\bar{I}\bar{I}_\varepsilon)^{1/2} \quad \text{avec :} \quad \bar{I}\bar{I}_\varepsilon = \frac{1}{2}\text{trace}(\varepsilon.\varepsilon) - \frac{(\text{trace}(\varepsilon))^2}{6}$$

En fait, l'implantation de ce modèle étant réalisé dans HEREZH++, par simplicité la mesure de déformation d'Almansi a été retenue. Comme évoquée à la section 2.2.2, dans ce cas Q_ε dépend légèrement de la variation de volume dans le cas de grandes transformations.

La forme finale du potentiel est alors définie par la relation suivante :

$$\omega = \frac{K}{6} (\ln(V))^2 + \frac{Q_{0r}^2}{2\mu_0} \ln \left(\cosh \left(\frac{2\mu_0 Q_\varepsilon}{Q_{0r}} \right) \right) + \mu_\infty Q_\varepsilon^2 \quad (6.1)$$

où ω est l'énergie stockée par unité de volume déformée.

Ce potentiel fait ainsi apparaître quatre paramètres matériaux : Q_{0r} , μ_0 , μ_∞ et K . Ces paramètres correspondent dans le cas d'un essai classique de cisaillement pur :

- μ_∞ est la pente à l'infini de la courbe contrainte-déformation,
- $\mu_r = \mu_0 + \mu_\infty$ est la pente à l'origine de cette même courbe,
- Q_{0r} est le seuil (intersection de la tangente finale avec l'axe verticale des contraintes),
- la variation de volume est contrôlée par le coefficient de compressibilité K .

6.2 Identification des paramètres matériaux du modèle HVH pour le PP

Au cours de la thèse de M. Zrida, une première méthode d'identification des paramètres matériaux du modèle HVH a été effectuée [59]. Cette procédure d'identification, classique, est réalisée en utilisant

le logiciel d'identification SiDoLo combiné avec le code de calcul en élément fini HEREZH++. L'identification est effectuée sur un seul élément fini de type hexaèdre linéaire en reproduisant les conditions aux limites et les chargements des différents essais expérimentaux.

Les équations constitutives du modèle de comportement HVH, décrit au chapitre 5, comprennent trois contributions : hyperélastique, visqueuse et hystérétique qui font apparaître 10 paramètres. Trois paramètres sont nécessaires pour la contribution hyperélastique (Q_{0r} , μ_0 et μ_∞), quatre paramètres pour la contribution viscoélastique avec deux branches de Maxwell (E_1 , η_1 , E_2 et η_2) et trois paramètres pour la contribution d'hystérésis (n_p , μ_h et Q_0).

Les paramètres K , ν_1 et ν_2 sont fixés et ne sont donc pas identifiés puisqu'ils n'affectent pas le comportement mécanique dans les essais expérimentaux utilisés durant le processus d'identification. Le coefficient de compressibilité volumique K est calculé analytiquement, en fonction du module de Young et du coefficient de Poisson ($K = \frac{E}{3(1-2\nu)} = 2000$ MPa avec $E = 1200$ MPa et $\nu = 0.4$ issus des données fournisseurs pour le *PPC7712* [53]). Les coefficients de Poisson des branches de Maxwell $\nu_1 = \nu_2 = 0.4$, correspondent aux valeurs classiques de ces coefficients pour un PP.

La base de données expérimentale utilisée pour l'identification des paramètres du modèle HVH est composée des essais suivants :

- un essai de traction quasi-statique réalisé à une vitesse de déformation de 0.008 s^{-1} (figure 6.1(a)),
- un essai de charge-décharge avec deux cycles réalisés à une vitesse de déformation constante de 0.008 s^{-1} (figure 6.1(b)),
- un essai de relaxation à court terme (900 s de temps de relaxation) (figure 6.2).

Ces essais mettent en exergue des comportements mécaniques différents (traction, relaxation, cyclique). Mais l'identification à l'aide d'une base de données aussi complète conduit à une méthode d'identification très difficile. Le problème étant de savoir quel est le rôle de chaque paramètre dans le comportement global de la loi HVH. Tout le travail de thèse a donc été de trouver une démarche d'identification, prenant en compte de manière successive les différents essais, afin de déterminer l'influence de chaque paramètre matériau sur le comportement global.

Le processus d'identification obtenu inclut les étapes suivantes :

1. Dans une première étape, les paramètres caractérisant la contribution hyperélastique sont identifiés sur l'essai de traction simple. Les paramètres des contributions viscoélastique et hystérétique étant maintenus constants au cours de cette étape.
2. Ensuite, le nombre des branches de Maxwell nécessaire pour l'essai de relaxation est déterminé en imposant constant les paramètres de la contribution hyperélastique.
3. L'identification est ensuite relancée à la fois sur les essais de traction simple, de relaxation et de charge-décharge en utilisant le jeu de coefficients précédent et en laissant libre les paramètres visqueux et hystérétique.
4. Les temps de relaxation nécessaire pour une bonne identification des paramètres du modèle HVH sont ensuite optimisés.
5. Enfin, l'influence de la vitesse de déformation sur les essais de traction est étudiée en faisant varier les paramètres visqueux du modèle.

6.2.1 Résultats en statique

Les résultats obtenus pour une identification comprenant simultanément l'essai de traction simple, l'essai de charge-décharge et de relaxation sont présentés sur les figures 6.1(a), 6.1(b) et 6.2, respectivement. Les paramètres matériaux identifiés compte tenus de ces trois essais sont donnés dans le tableau 6.1. Les résultats de l'identification sont corrects mais il est à noter que ce résultat a été

obtenu avec un temps de relaxation relativement court (ici 900 s), correspondant à une durée d'essai très proche de l'essai de charge-décharge. L'identification obtenue avec un temps de relaxation de 12h étant beaucoup moins satisfaisante [62]. De plus, la figure 6.2 montre que le modèle viscoélastique linéaire (avec deux branches de Maxwell) présente certaines limites. Il faut également noter que le niveau de déformation atteint reste relativement limité (seulement 6% de déformation) correspondant au début de la striction du matériau. Cette limitation provenant du potentiel hyperélastique utilisé qui ne prend pas en compte l'adoucissement en contrainte de ces matériaux après la striction.

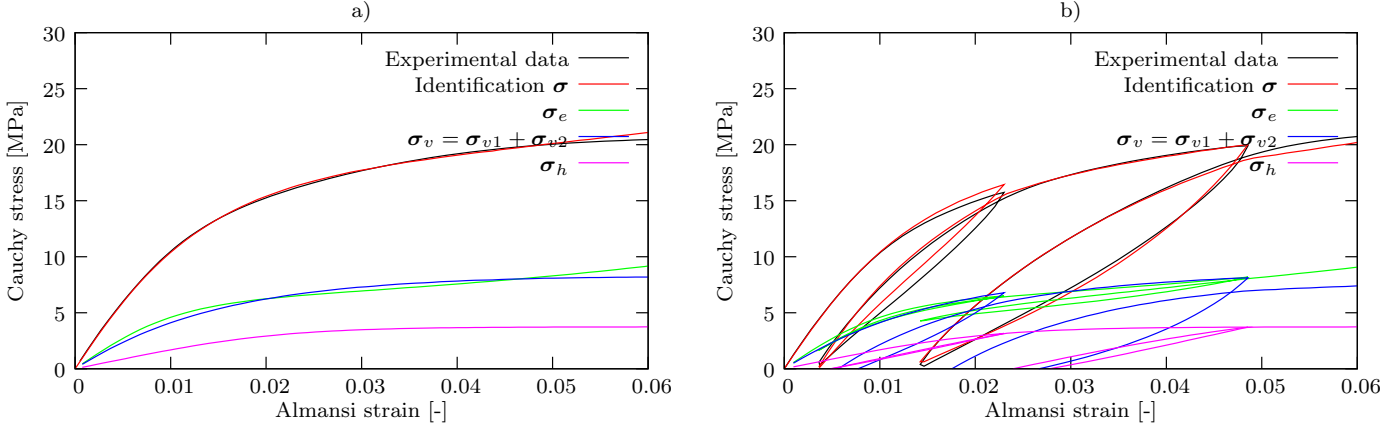


FIGURE 6.1 – Comparaison entre les données expérimentales et les résultats de l'identification en utilisant tous les essais expérimentaux pour une vitesse de 0.008 s^{-1} et une relaxation de 900 s (Toutes les contributions sont montrées) a) Pour l'essai de traction simple. b) Pour l'essai de charge-décharge.

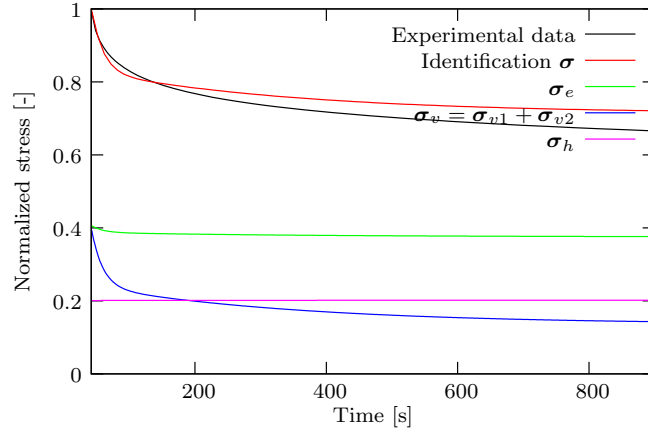


FIGURE 6.2 – Comparaison entre les données expérimentales et les résultats de l'identification pour l'essai de relaxation de 900 s en utilisant tous les essais expérimentaux.

6.2.2 Influence de la vitesse déformation

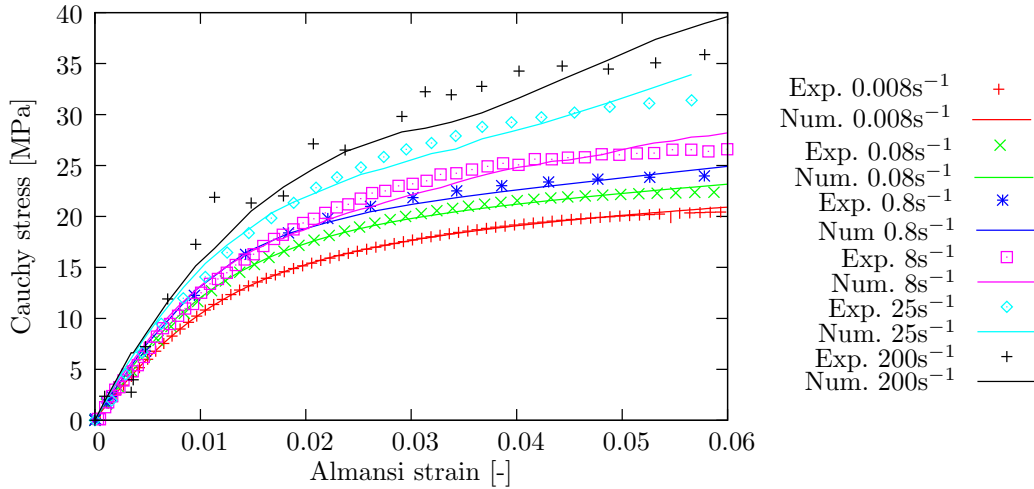
Des essais de traction, à des vitesses de déformations intermédiaires (entre 0.8 s^{-1} et 200 s^{-1}), ont été également effectués au cours de la thèse de M. Zrida [60, 61]. L'objectif de ces essais était d'étudier l'influence de la vitesse de déformation sur le comportement en traction du PP étudié. Ces essais ont

Hyperelastic	First viscosity	Second viscosity	Hysteretic
$Q_{0r} = 5.6 \text{ MPa}$	$E_1 = 140 \text{ MPa}$	$E_2 = 87 \text{ MPa}$	$n_p = 0.94$
$\mu_0 = 237 \text{ MPa}$	$\mu_1 = 2123 \text{ MPa.s}^{-1}$	$\mu_2 = 17536 \text{ MPa.s}^{-1}$	$\mu_h = 200 \text{ MPa}$
$\mu_\infty = 0.1 \text{ MPa}$			$Q_0 = 5.5 \text{ MPa}$

TABLE 6.1 – Paramètres identifiés avec tous les essais et un temps de relaxation de 900 s.

été réalisés en collaboration avec D. Guines, en utilisant une machine de traction servo-hydraulique DeltaLab de l'INSA de Rennes. Un montage original, permettant la mesure de la déformation locale de l'échantillon et la mesure de l'effort, à l'aide de jauges de déformations, a été développé. Des mors de préhension des éprouvettes ont été spécialement conçus, avec l'aide de V. Grolleau, pour réduire les vibrations néfastes qui apparaissent classiquement au cours de ces essais.

Des vitesses de déformation de 0.8 s^{-1} , 8 s^{-1} , 25 s^{-1} et 200 s^{-1} ont été testées. Pour prendre en compte l'influence de la vitesse de déformation dans le modèle HVH, nous avons supposé que seules les contributions visqueuses variaient lors d'un changement de vitesse de sollicitation. Ainsi, en conservant les paramètres hyperélastique et hystérétique, obtenus à une vitesse de déformation de 0.008 s^{-1} , seuls les paramètres matériaux des deux branches visqueuses de Maxwell sont supposés variables et ont été identifiés à ces quatre vitesses de déformations. Les résultats de cette identification sont présentés sur la figure 6.3.

FIGURE 6.3 – Comparaison entre données expérimentaux et identifiés pour des chargements en traction simple à des vitesses de déformation de 0.008 s^{-1} , 0.08 s^{-1} , 0.8 s^{-1} , 8 s^{-1} , 25 s^{-1} et 200 s^{-1} .

La figure 6.4(a) montre l'évolution des paramètres E_i et η_i en fonction de la vitesse de déformation. Plus la vitesse de déformation augmente, plus les modules visqueux (E_1 et E_2) augmentent et plus les paramètres de la viscosité (η_1 et η_2) diminuent. Les temps caractéristiques ($\tau_i = \eta_i/E_i$) des deux branches de Maxwell, évoluent de façon linéaire en fonction de la vitesse de déformation (figure 6.4(b)).

L'identification est donc valable pour une plage de vitesse de déformation donnée et des temps de relaxation correspondant au temps des cycles effectués. D'autres études seraient nécessaires pour prendre en compte une viscosité non-linéaire en tenant compte des différents temps de chargement et de la vitesse de déformation.

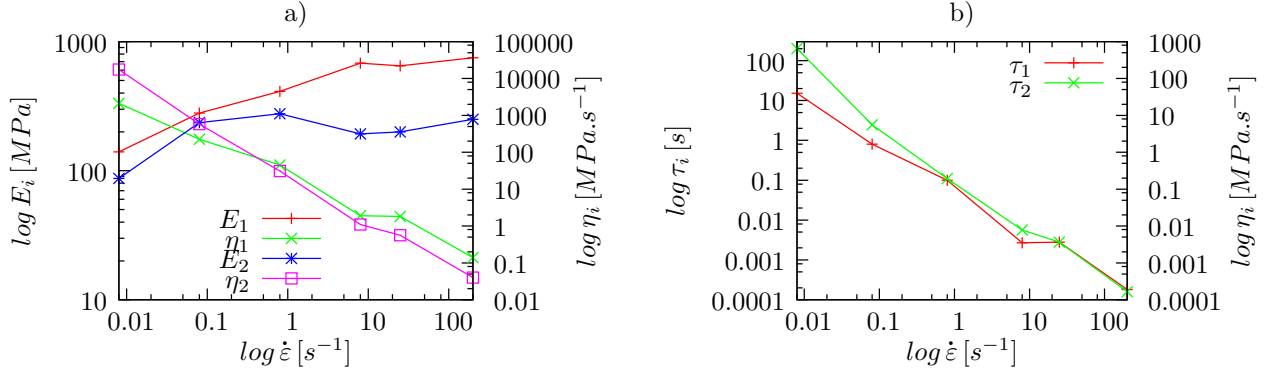


FIGURE 6.4 – (a) Évolution des paramètres visqueux en fonction de la vitesse de déformation (de 0.008 s⁻¹ à 200 s⁻¹). (b) Évolution des temps caractéristiques en fonction de la vitesse de déformation (de 0.008 s⁻¹ à 200 s⁻¹).

6.3 Validation du modèle HVH

Les paramètres matériaux du modèle HVH, identifiés pour des chargements de traction statique (tableau 6.1), ont été validés sur des cas de sollicitations différentes.

Le premier correspond à un essai de traction cyclique à la vitesse de déformation de 0.008 s⁻¹. L'évolution de la contrainte en fonction de la déformation est comparée avec le résultat expérimental sur la figure 6.5(a). Ce résultat montre que le modèle HVH reproduit relativement bien ce type de comportement. L'hystérésis est bien prise en compte mais l'évolution de la déformation rémanente et la reptation des cycles sont moins précis.

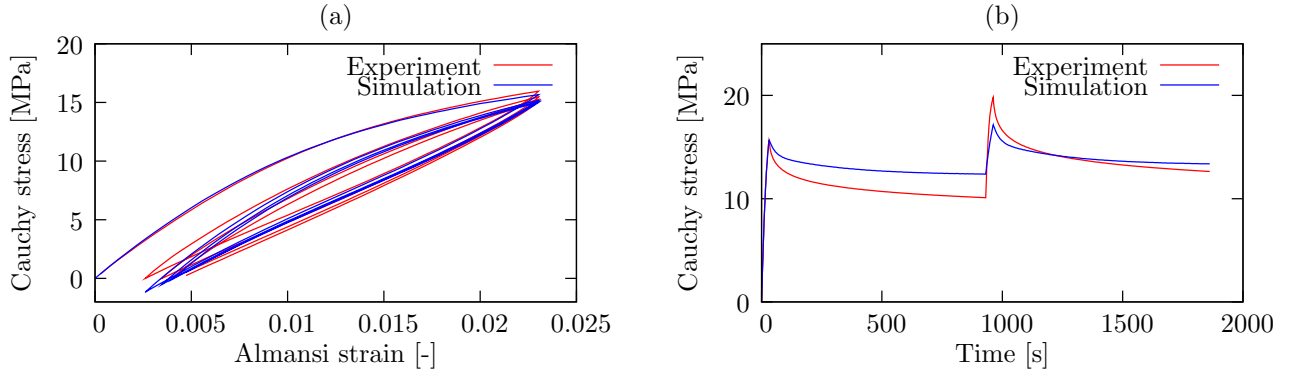


FIGURE 6.5 – (a) Comparaison entre les résultats expérimentaux et numériques pour un essai de traction cyclique. (b) Comparaison entre les résultats expérimentaux et numériques pour un essai de relaxation à deux niveaux de déformation.

Le modèle HVH a aussi été utilisé pour la simulation d'un essai de relaxation à deux niveaux de déformation. Pour se placer avant les phénomènes de striction, non pris en compte dans le modèle, seules les deux premières phases de relaxation sont simulées. L'évolution de la contrainte en fonction du temps est présentée sur la figure 6.5(a). On constate à nouveau, l'importance de la viscosité non linéaire, phénomène qu'il est difficile de prendre en compte du fait de la linéarité des branches de Maxwell utilisées à moins d'ajouter un très grand nombre de branches.

Enfin, un essai de torsion a été simulé afin de reproduire le comportement d'une éprouvette cylindrique soumise à une rotation d'une de ses extrémités [62]. Ce test est intéressant car le mode de sollicitation est complètement différent de celui réalisé pour l'identification des paramètres du modèle

HVH, à savoir seulement des essais de traction. Il permet d'étudier l'influence de la pression hydrostatique. En effet lors des essais de traction, la trace du tenseur de contrainte est non nulle ce qui induit des variations de volume. Dans le cas d'un essai de torsion, cet aspect est théoriquement inexistant (au premier ordre).

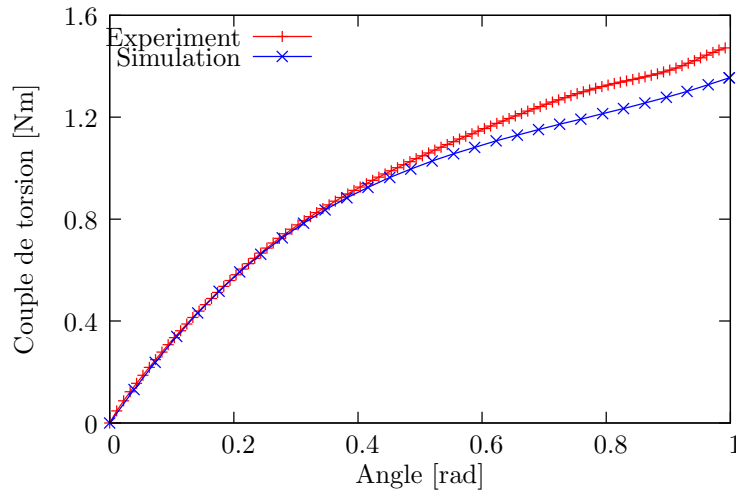


FIGURE 6.6 – Comparaison entre les résultats expérimentaux et numériques sur l'évolution du couple en fonction de l'angle appliquée dans le cas d'un essai de torsion.

La figure 6.6 donne la comparaison entre le couple obtenu en fonction de l'angle de torsion appliqué pour les résultats expérimentaux et numériques. Bien que l'identification ait été réalisée en traction, ces résultats numériques obtenus montrent en bonne adéquation avec les résultats expérimentaux dans le cas d'une sollicitation de torsion.

6.4 Conclusion

Les travaux présentés dans ce chapitre sont issus en partie de la thèse de M. Zrida, effectuée en cotutelle avec l'École d'Ingénieur de Sfax. Il apparaît que le modèle de comportement HVH réussit à reproduire correctement le comportement du PP étudié, en particulier les boucles d'hystérésis mais dans une gamme de déformation qui reste relativement faible. La méthode d'identification utilisée pour la détermination des paramètres matériaux est apparue longue, difficile et relativement mal maîtrisée. En introduisant successivement certains essais dans la base de donnée, le logiciel d'identification inverse SiDoLo a ainsi conduit à la détermination de paramètres matériau qui ne sont sans doute pas uniques. L'objectif du chapitre suivant sera de montrer que l'on peut utiliser une autre méthode d'identification plus appropriée à discriminer les paramètres matériaux de chaque contribution.

Enfin, il a été montré que l'influence de la vitesse de sollicitation sur le comportement en traction pouvait être prise en compte par l'évolution des paramètres visqueux des deux branches de Maxwell du modèle HVH. L'identification des paramètres obtenu en traction conduit également à un résultat assez encourageant sur la simulation d'un essai de torsion.

Chapitre 7

Influence de la température sur le comportement d'un élastomère

L'utilisation des matériaux élastomères est de plus en plus fréquente dans les milieux industriels tels que les secteurs aéronautique et automobile. Cette utilisation concerne souvent des pièces de sécurité soumises à des sollicitations extrêmes couplant généralement plusieurs phénomènes physiques. Pour répondre au mieux aux cahiers des charges de plus en plus exigeants, il est impératif de récolter un maximum d'informations relatives au comportement du matériau afin d'estimer avec une précision suffisante la résistance et la durée de vie de ces pièces.

Ce chapitre reprend les éléments clefs de la thèse de Aude Vandembroucke [32, 55, 56]. Cette étude trouve son origine dans une préoccupation majeure de la société « Le Joint Français » (LJF), filiale du groupe Hutchinson, implantée à Saint-Brieuc. En effet, cette société est confrontée, sur certains joints en élastomère, à des problèmes de fuite qui apparaissent en dessous d'un certain niveau de température négative. Cette défaillance est liée à une forte sensibilité de la structure des élastomères vis à vis de la variation de température.

Le premier objectif de cette thèse a été d'adapter le modèle de comportement HVH à la prise en compte de la température dans la réponse mécanique d'un élastomère. Mais ce travail a permis surtout la mise au point d'une procédure d'identification des paramètres matériau du modèle HVH beaucoup plus rigoureuse que celle utilisée au cours de la thèse de M. Zrida. Cette méthode a été développée dans le but de mieux prendre en compte chaque contribution du modèle. Les essais de chargement interrompus par des relaxations font apparaître un équilibre hystérétique démontrant la présence de l'hystérésis pour le matériau étudié. Ils permettent d'identifier les contributions hyperélastique et hystérétique. La contribution visqueuse est, elle, identifiée analytiquement, à l'aide des essais de relaxation, par la détermination de temps caractéristiques.

Dans ce chapitre, les caractéristiques mécaniques d'un élastomère sont décrites ainsi que leurs intégrations dans le modèle HVH, puis la méthode d'identification et enfin la prise de compte de la température. Finalement, afin de valider le modèle identifié, des essais n'ayant pas servis à l'identification sont testés ainsi qu'une application industrielle d'un joint d'étanchéité comprimé dans une gorge à température ambiante.

7.1 Les phénomènes hyperélastique, visqueux et hystérique dans les élastomères

Le travail expérimental conséquent de A. Vandenbroucke a permis de mettre en évidence les différents phénomènes mécaniques présents pour un élastomère avec l'évolution de la température. Les conditions de réalisation de ces essais sont données dans sa thèse [55]. Les courbes présentées dans ce manuscrit seront indiquées en termes de contrainte nominale de Piola-Kirchhoff ($PK1=F/S_0$) en fonction de l'élongation ($\lambda = l/l_0$).

7.1.1 L'élastomère réticulé étudié

Le matériau étudié est un élastomère synthétique fluoro-carboné (FKM), appelé commercialement Viton®. Il contient différentes charges comme le silice, le noir de carbone, etc. mais il a été difficile d'obtenir leur teneur pour des questions de confidentialité. Cet élastomère possède d'excellentes performances aux hautes températures et aux agressions chimiques. Ses propriétés dépendent de la teneur en fluorine, des composés élastomères fluorés et de la structure des réseaux des chaînes de copolymères [1, 41]. Sa température de transition vitreuse T_g se situe autour de -19°C .

La caractérisation mécanique du matériau a été réalisée à l'aide d'essais cycliques classiques de traction et compression ainsi que des essais de relaxation sur une plage de température allant de -35°C à 100°C . Au passage de la température de transition vitreuse le matériau passe d'un état caoutchoutique à un état vitreux [24]. D'un point de vue mécanique, le matériau change alors radicalement de comportement. Pour des températures inférieures à la T_g , le matériau présente un comportement rigide et fragile entraînant de ce fait une augmentation du module d'Young en traction de l'ordre de 1 GPa. Le comportement se rapproche alors d'un matériau polymère amorphe réticulé. Pour des températures supérieures à la T_g , le matériau présente le comportement classique caoutchoutique. D'un point de vue numérique, ce passage nécessiterait le développement de deux types de loi de comportement qu'il est difficile de combiner simultanément si l'on veut prendre en compte toutes les évolutions de température. Pour cette raison, dans cette étude, seule la plage de température de -8°C à 100°C , c'est-à-dire au-dessus de la T_g , a été considérée dans l'analyse numérique du comportement du matériau avec le modèle HVH.

Pour être plus précis sur cette évolution du comportement en fonction de la température, il est intéressant de regarder plus précisément la structure interne d'un caoutchouc. L'élastomère étudié est un polymère amorphe réticulé dans son état caoutchoutique¹. Il est donc constitué d'un ensemble désordonné de chaînes macromoléculaires, réticulées de façon irréversible entre elles, par des liaisons chimiques de type covalentes. Il s'oppose donc à un élastomère thermoplastique dont la réticulation physique, obtenue par ancrage des domaines rigides du polymère semi-cristallin avec les chaînes d'un polymère amorphe et flexible, possède des réticulations physiques réversibles.

La réticulation, obtenue par vulcanisation, c'est-à-dire par incorporation d'un agent vulcanisant (ici le soufre) dans un élastomère brut, permet, après cuisson, de former des ponts entre les macromolécules, formant un réseau tridimensionnel dont les segments de chaînes sont orientés de façon aléatoire, sans direction privilégiée. Ce réseau tridimensionnel présente un taux de pontage suffisamment bas pour ne pas gêner de manière significative le mouvement des chaînes, mais il passe d'un arrangement aléatoire à un arrangement orienté suivant la direction de sollicitation (figure 7.1).

1. Par abus de langage, nous appellerons souvent, dans la suite de ce document, un élastomère un matériau présentant ce type de structure et de comportement mécanique.

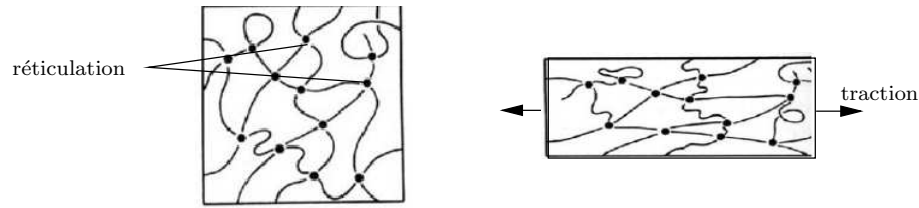


FIGURE 7.1 – Ponts de réticulation entre les chaînes macromoléculaires et comportement lors d'un essai de traction.

7.1.2 Le comportement hyperélastique

Ce faible nombre de pontages chimiques et le déploiement des longues chaînes confèrent aux élastomères une « élasticité » particulière. Ainsi sous l'action d'une sollicitation mécanique, les chaînes glissent entre elles sauf au niveau des pontages chimiques. Ces derniers donnent au matériau une « mémoire de forme » qui est à l'origine de la quasi-réversibilité de la déformation. Pour de faibles déformations, les élastomères se comportent donc comme un matériau élastique linéaire. Pour les grandes déformations, ils présentent un comportement élastique non linéaire [11]. La grande flexibilité des chaînes macromoléculaires permet donc de les allonger (ou de les raccourcir) de façon réversible (figure 7.2) de plusieurs fois leurs longueurs.

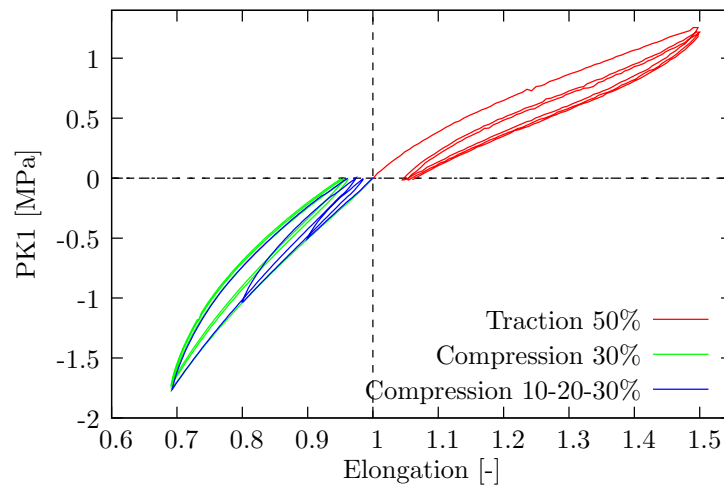


FIGURE 7.2 – Essais de traction et de compression cyclés à température ambiante sur un Viton $\dot{\varepsilon} = 3.3 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$.

Il faut aussi souligner que, du fait de la réticulation, le passage à l'état liquide est impossible et une augmentation de la température conduit à sa décomposition chimique. Cette caractéristique induit des difficultés de mise en forme et une très grande difficulté de recyclage pour ce type de matériau.

L'approche thermodynamique de la déformation d'un élastomère réticulé [24] montre que deux force motrices peuvent être à l'origine de la déformation élastique, l'une d'origine énergétique ou qualifiée d'enthalpique, l'autre d'origine entropique. Le moteur énergétique, responsable de l'élasticité vraie, se traduit par la vérification de la loi de Hooke à faible déformation (en particulier à basse température). Le moteur entropique est responsable de la réponse hyperélastique, correspondant à des changements conformationnels induits par l'étirage. Pour obtenir cette élasticité entropique, il est nécessaire d'avoir une mobilité moléculaire. Plus la température sera éloignée de la température de transition vitreuse,

plus l'élasticité entropique deviendra donc grande et inversement. Ces notions seront importantes lors de l'identification des paramètres matériau avec le modèle en fonction de la température (cf section 7.4.2).

7.1.3 Les mécanismes dissipatifs visqueux

Comme énoncé précédemment, les chaînes élastomères peuvent être assimilées à des pelotes statistiques dans l'état non-déformé qui, sous traction (figure 7.1), se déroulent pour donner lieu à des allongements importants grâce à leur grande facilité à changer de conformation. Pour que ces allongements importants soient réversibles, l'échantillon ne doit pas s'écouler, mais reprendre sa forme initiale lorsque la contrainte est supprimée. Pour cela, il doit posséder des points de réticulation qui jouent le rôle de points fixes dans l'échantillon.

Mais sous contrainte, le déploiement des chaînes macromoléculaires est freiné par le frottement visqueux au niveau de ces points de liaison à faible énergie et par l'enchevêtrement entre les différentes chaînes [9]. Ce mécanisme couplé à l'élasticité entropique de l'élastomère induit un caractère viscoélastique dans le comportement macroscopique des élastomères réticulés. Ce comportement est notamment caractérisé par la dépendance de la réponse à la vitesse de déformation (figure 7.3) et à la température (principe de l'équivalence temps/température [21]). Il est observé macroscopiquement, par des essais de fluage et/ou de relaxation et des essais de chargement cyclique interrompu par des phases de relaxation (figures 7.3 à 7.5).

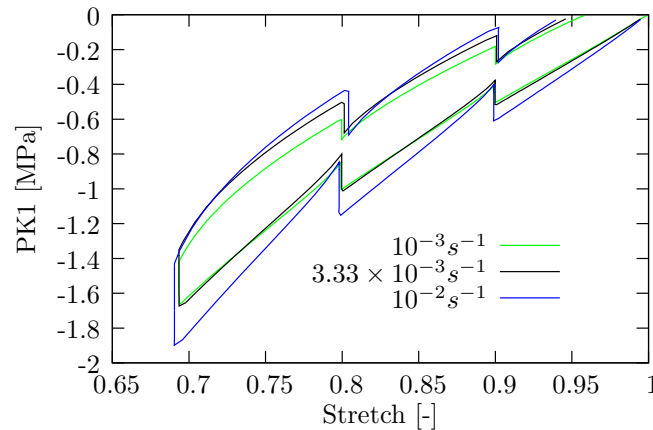


FIGURE 7.3 – Essai de compression interrompu par des relaxations pour différentes vitesses de déformations.

7.1.4 Les mécanismes dissipatifs non-visqueux de type hystérétique

Dans le cas de chargement cyclique, des boucles d'hystérésis se forment lors du déchargement (figure 7.2). Cet autre mécanisme dissipatif provient de plusieurs phénomènes simultanés. Il serait lié aux frottements secs, non-visqueux, générés par l'interaction entre éléments libres des chaînes macromoléculaires [9]. D'autres auteurs attribuent ce phénomène à un processus de glissement irréversible entre les charges dans la microstructure de l'élastomère qui résulte du phénomène de rupture des liaisons élastomères-charges [5, 10, 29]. L'augmentation de la taille des boucles d'hystérésis est de ce fait liée au taux de charges dans le matériau. Notons que cette hystérésis d'origine non visqueuse (analogue à de la plasticité pour les métaux) a la particularité de disparaître lors de l'élévation de la température.

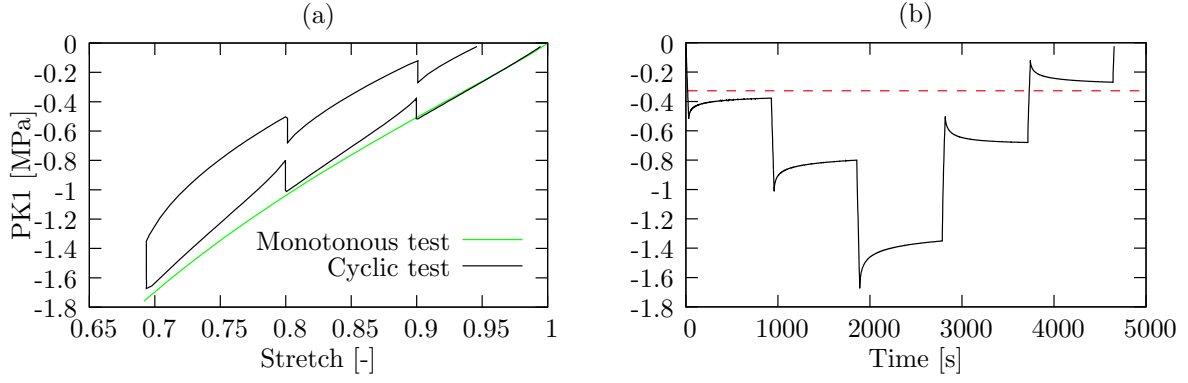


FIGURE 7.4 – Essai de compression interrompu par des relaxations $\varepsilon_{max} = 30\%$ - $\dot{\varepsilon} = 3.3 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$. (a) Courbe contrainte-élongation. (b) Courbe contrainte-temps.

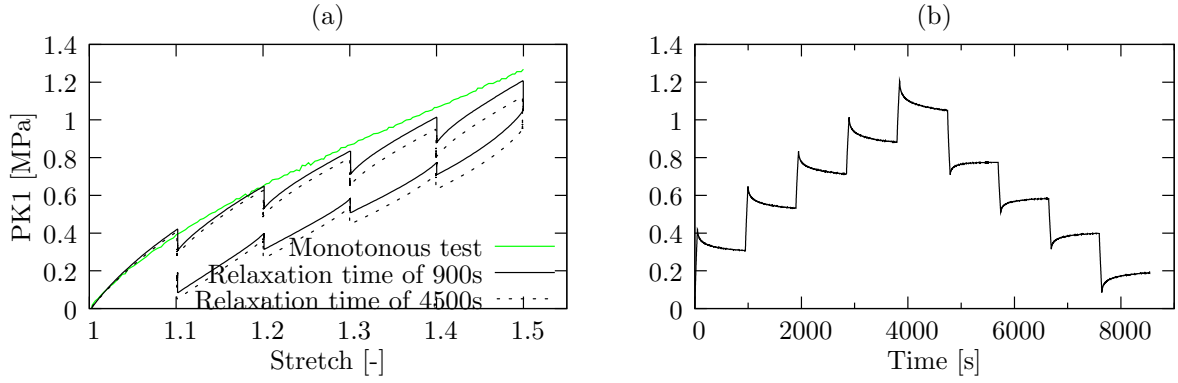


FIGURE 7.5 – Essai de traction interrompu par des relaxations $\varepsilon_{max} = 50\%$ - $\dot{\varepsilon} = 3.3 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$. (a) Courbe contrainte-élongation. (b) Courbe contrainte-temps.

Comme évoqué au paragraphe 5.3, un phénomène particulier a été aussi mis en évidence à l'aide d'essais de chargement interrompus par des périodes de relaxation (figures 7.4 et 7.5), faisant apparaître à la fin de chaque période de relaxation l'état d'équilibre hystérétique [34, 35]. Au cours de ces essais, la contrainte diminue lors de la relaxation en traction et augmente lors de la relaxation en compression. Le matériau tendant vers un état stable de relaxation lors des phénomènes de relaxation (ligne rouge sur la figure 7.4(b)). La différence entre la contrainte équilibrée et la contrainte totale représente l'*overstress* de la partie visqueuse [35]. Cette grandeur a été souvent utilisée dans la modélisation de ces phénomènes par de nombreux auteurs [12, 30]. Comme présenté sur la figure 5.6, cette décomposition permettra de séparer la partie visqueuse, des contributions hyperélastiques et hystérétiques, lors de l'étape d'identification des paramètres du modèle HVH.

De plus, comme le montre la figure 7.2, après une première traction (ou compression) jusqu'à une élongation λ_1 donnée et une décharge, l'élastomère chargé présente un adoucissement de la contrainte lors de la seconde charge pour $\lambda < \lambda_1$, appelé effet Mullins [11, 15, 16, 43]. D'autre part à la seconde charge, on observe une augmentation rapide de la contrainte lorsque λ devient proche de λ_1 . Puis, si l'on continuait la charge, on retrouve la courbe de première charge, caractéristique du matériau n'ayant pas subi de pré-étirage. Le renforcement présent initialement dans le réseau chargé a donc été partiellement détruit par l'étirage [24]. Après trois cycles de déformation, la courbe de traction ne varie plus : il s'agit de la courbe de traction stabilisée. L'effet Mullins est recouvrable à des temps très longs, qui vont de quelques jours à la température ambiante.

Beaucoup d'auteurs [24] s'accordent pour attribuer ce caractère spécifique des élastomères à un phénomène d'endommagement. Ainsi parmi les mécanismes micro-moléculaires qui ont été proposés pour expliquer ce phénomène, on peut citer pour les élastomères chargés (figure 7.6) :

- le modèle de Bueche qui attribue l'effet Mullins à la rupture ou au détachement des chaînes d'élastomères entre deux charges voisines [10],
- le modèle de Dannenberg qui propose un mécanisme de glissement de chaînes au niveau de la surface de charge [14] .

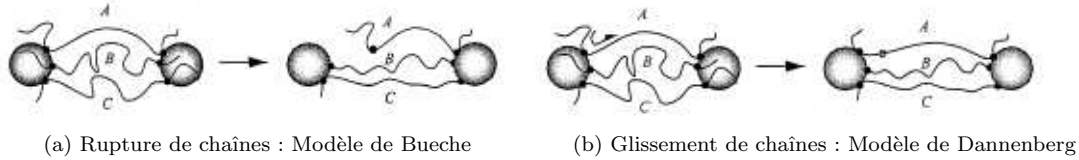


FIGURE 7.6 – Modèles de mécanisme d'adoucissement.

Durant la thèse de A. Vandenbroucke, le phénomène d'effet Mullins, bien qu'il soit en partie représenté par le modèle HVH, n'a pas vraiment été étudié. Seul le premier cycle de chargement a été considéré. En effet, le matériau étudié est destiné à des fonctions d'étanchéité, comme par exemple un joint comprimé dans sa gorge et qui ne subit pas, a posteriori, de cycle de charge mécanique.

7.2 Modélisation du comportement de l'élastomère par le modèle HVH

Comme pour le cas du polypropylène, pour modéliser le comportement de l'élastomère nous avons supposé que le comportement visqueux était décrit avec deux branches de Maxwell. Les deux temps caractéristiques sont supposés suffisants pour représenter le comportement visqueux ce qui n'est pas toujours le cas pour des élastomères très chargés, fortement visqueux. La contribution hystérétique correspond au modèle décrit à la section 5.2. Pour la partie hyperélastique, après une comparaison avec le modèle classique de Mooney-Rivlin, il a été choisi un potentiel de type Hart-Smith [25] qui offre une représentation pertinente du comportement hyperélastique des élastomères.

Hart-Smith [25] a cherché à déterminer les fonctions mathématiques les plus à même de décrire les dérivées de l'énergie de déformation par rapport aux invariants sur une large gamme de déformations (jusqu'à 500%), traduisant en particulier le phénomène de cristallisation sous contrainte [9]. Il a proposé des fonctions exponentielles et logarithmiques. Ce potentiel suppose que le matériau est isotrope et incompressible et s'écrit sur l'état non-déformé du solide (cf section 5.4) :

$$\mathcal{W}_d = C_1 \int_3^{J_1} \exp [C_3(J_1 - 3)^2] dJ_1 + C_2 \ln \left(\frac{J_2}{3} \right) \quad (7.1)$$

avec C_1 , C_2 et C_3 , les paramètres matériau de ce potentiel. Sachant que les invariants : J_1 et J_2 dépendent des invariants I_k ($k = 1, 2, 3$) du tenseur des déformations sous la forme : $J_1 = I_1.I_3^{-1/3}$ et $J_2 = I_2.I_3^{-2/3}$ et que I_1 et I_2 sont écrits en fonction du tenseur de Cauchy-Green gauche $\mathbf{B}$ (cf relations (1.11)) : $I_1(\mathbf{B}) = \text{tr}(\mathbf{B})$; $I_2(\mathbf{B}) = \frac{1}{2} [(\text{tr}(\mathbf{B}))^2 - \text{tr}(\mathbf{B}^2)]$.

Le premier terme de ce potentiel permet de décrire le comportement global du matériau avec notamment le phénomène de raidissement tandis que le second terme permet de reproduire la courbure à l'origine du matériau. Ce modèle fut le premier capable de décrire le raidissement observé sur une

courbe contrainte-déformation pour un élastomère, tout en gardant une formulation en invariant et un nombre de paramètres limité.

Ce potentiel a été implanté dans HEREZH++ [49] et modifié pour prendre en compte la compressibilité du matériau. En effet, classiquement, les élastomères sont souvent considérés comme des matériaux incompressibles en raison de leurs grandes capacités à se déformer sans subir de changement de volume. Toutefois, lorsque la pièce est utilisée dans un environnement confiné, cette hypothèse peut entraîner des erreurs de modélisation non négligeables. Il est alors préférable d'ajouter une contribution volumique au modèle.

L'énergie de densité de déformation est alors décomposée en deux parties [3], une associée à l'énergie de déformation incompressible et l'autre associée à l'énergie de déformation compressible ou au changement de volume spécifique. En s'appuyant sur les travaux de thèse C. Moreau [42], une décomposition additive du potentiel hyperélastique en deux parties est choisie, une déviatorique et l'autre volumique :

$$\mathcal{W} = \mathcal{W}_d(J_1, J_2) + \mathcal{W}_v(I_3) \quad (7.2)$$

où $\mathcal{W}_d(J_1, J_2)$ correspond à la partie incompressible du potentiel de Hart-Smith de l'équation (7.1). La partie volumique $\mathcal{W}_v(I_3)$ s'exprime par :

$$\mathcal{W}_v(I_3) = \frac{K}{2} (V - 1)^2 \quad (7.3)$$

où K est le module de compressibilité et $J_3 = I_3 = V^2$, et V le changement relatif de volume.

7.3 Nouvelle méthode d'identification des paramètres matériaux du modèle HVH.

La méthode développée au cours de la thèse de M. Zrida (voir paragraphe 6.2) vise à identifier tous les paramètres matériau à l'aide d'une identification automatique au travers d'une base de données expérimentales complètes. Elle est globale, compliquée et du fait des nombreux essais à entrer dans la base, lourde à utiliser pour des besoins industriels.

L'objectif de cette seconde méthode d'identification est de mieux prendre en compte les différentes contributions du modèle HVH. Cette identification est effectuée en deux étapes avec une utilisation minimale de la procédure numérique inverse utilisant SiDoLo. La première étape consiste à identifier les contributions hyperélastique et hystérétique grâce aux essais de chargement interrompu par des relaxations. On considère seulement les fins de période de relaxation qui correspondent à l'état d'équilibre hystérétique, autrement dit indépendant de la vitesse. Dans la seconde étape, les paramètres visqueux sont déterminés à partir des courbes de relaxation en traction et en compression. Une identification analytique est utilisée pour obtenir les temps caractéristiques des deux éléments de Maxwell.

7.3.1 Identification des contributions hyperélastique et hystérétique à température ambiante.

Cette identification a été d'abord réalisée à température ambiante et ensuite en fonction de la température. La base de données expérimentales pour l'identification des contributions hyperélastique et hystérétique inclut les tests présentés précédemment (figures 7.4 et 7.5), en considérant uniquement les points à la fin de chaque période de relaxation en traction et compression. Une première identification manuelle est effectuée afin d'obtenir un jeu de coefficients cohérent à partir de ces quelques points expérimentaux (figure 7.7). Une identification inverse est finalement réalisée avec SiDoLo pour

optimiser ces paramètres hyperélastique et hystérétique. Seules quelques itérations sont nécessaires pour améliorer la solution.

Le module de compressibilité de la partie volumique de la contribution hyperélastique, K , a été obtenu à l'aide d'un essai oedométrique [27, 42] à température ambiante. Une valeur de $K = 2700$ MPa a été retenue. Elle est restée identique pour toutes les identifications aux différentes isothermes qui vont suivre.

Hyperelastic	Hysteretic
$C_1 = 0.4$ MPa	$n_p = 0.38$
$C_2 = 0.09$ MPa	$\mu_h = 0.58$ MPa
$C_3 = 0.21$	$Q_0 = 0.09$ MPa
error = 0.0534	

TABLE 7.1 – Paramètres hyperélastique et hystérétique identifiés avec les essais de traction et de compression ($K=2700$ MPa).

Les paramètres matériau obtenus sont présentés dans le tableau 7.1. La figure 7.7 montre la comparaison entre la réponse expérimentale équilibrée et la modélisation. Les paramètres matériau identifiés à la fois avec les essais de traction et de compression montrent que la contribution hystérétique est non négligeable. Mais la principale contribution pour le comportement en contrainte-élongation reste contrôlée par la partie hyperélastique.

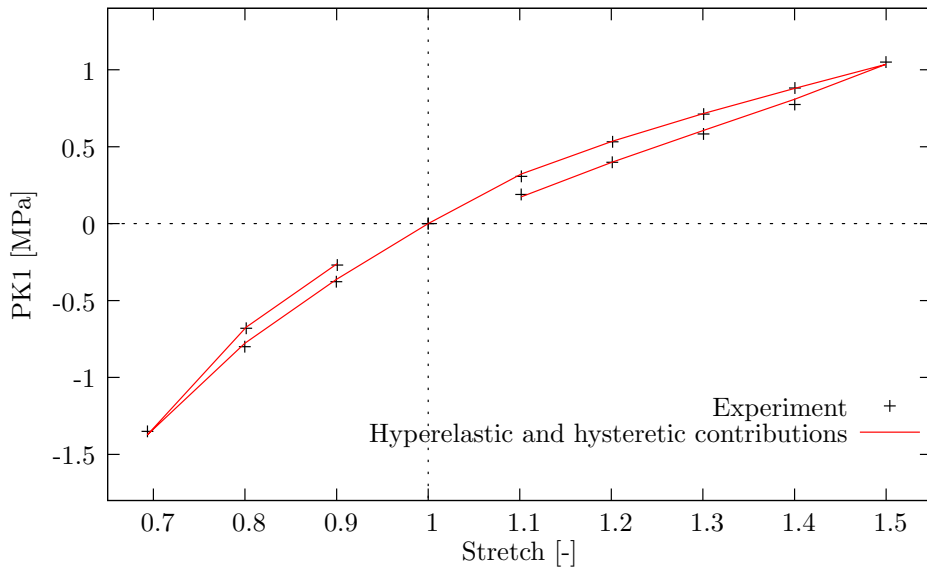


FIGURE 7.7 – Comparaison entre les résultats expérimentaux et la procédure d'identification pour les contributions hyperélastique et hystérétique pour les essais de traction et de compression suivis de phases de relaxation (seuls les point en fin de relaxation sont représentés).

7.3.2 Identification de la contribution visqueuse à température ambiante.

D'après l'équation (5.7), on suppose que la contribution visqueuse est la somme n des branches visqueuses (avec $n = 2$ dans la suite). Les temps caractéristiques de chaque branche τ_i sont déterminés graphiquement sur la courbe expérimentale de relaxation en enlevant successivement la phase de charge de chaque branche visqueuse (figure 7.8). Chaque temps t_k est pris de telle manière qu'il vérifie la relation $4\tau_k < t_{k+1}$ pour $k \in [1, i - 1]$ afin que chaque branche soient quasiment indépendante.

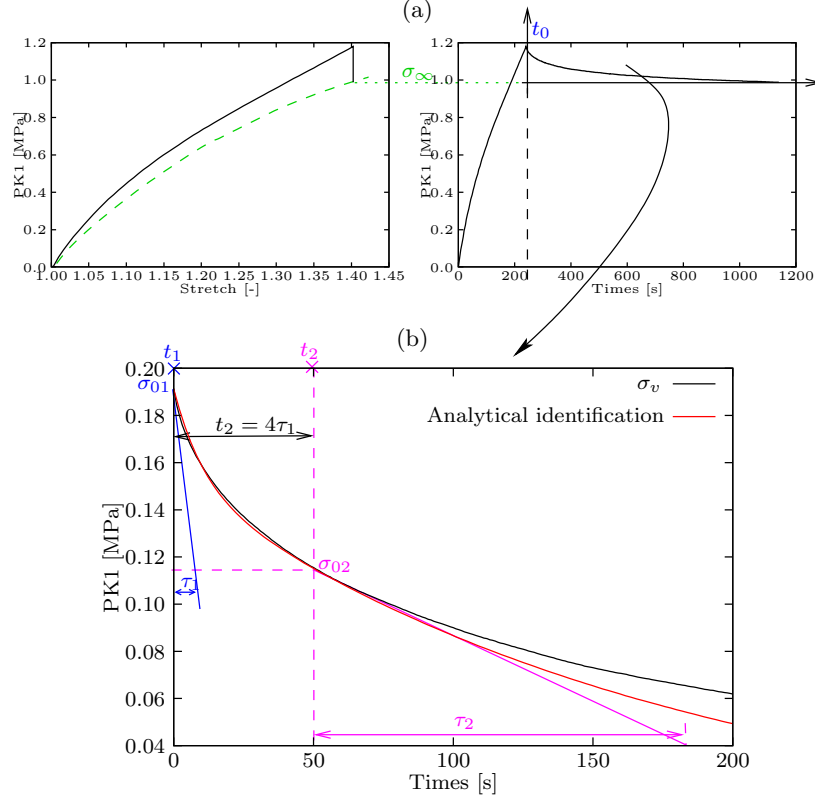


FIGURE 7.8 – (a) Courbe contrainte-élongation et contrainte temps pour les essais de relaxation en traction. (b) Détermination des temps caractéristiques τ_i sur la courbe contrainte-temps décalée.

En commençant par la dernière branche visqueuse, celle ayant le temps caractéristique le plus long (ici la deuxième branche) on obtient :

$$\sigma_2(t) = \sigma_2 \exp\left(\frac{-t}{\tau_2}\right) \text{ avec : } \sigma_2 = \sigma_{02} \exp\left(\frac{t_2}{\tau_2}\right)$$

Graphiquement, le temps caractéristique τ_2 est obtenu par l'intersection de la tangente à la courbe de relaxation avec l'axe des abscisses. On relève également la valeur de la contrainte σ_{02} . Cette courbe est ensuite retirée de la courbe totale $\sigma_v(t)$: $\sigma'_v(t) = \sigma_v(t) - \sigma_2(t)$.

Sur cette courbe, on réitère cette opération jusqu'à obtenir les autres branches de Maxwell. On obtient alors la décomposition complète :

$$\sigma_v(t) \approx \sum_{i=1}^{n=2} \sigma_i(t) \quad (7.4)$$

Sachant que chaque branche visqueuse satisfait : $\sigma_i(t) = \sigma_i \exp\left(\frac{-t}{\tau_i}\right)$ et que la valeur de σ_i est donnée par : $\sigma_i = \sigma_{0i} \exp\left(\frac{t_i}{\tau_i}\right)$.

Par intégration de l'équation (5.6), les raideurs E_i et les viscosités η_i de chaque branche de Maxwell sont ensuite obtenues à partir des équations suivantes :

$$E_i = \frac{\sigma_i}{\dot{\epsilon} \tau_i \left(1 - \exp\left(\frac{-t_{ch}}{\tau_i}\right)\right)} \text{ et } \eta_i = E_i \tau_i \quad (7.5)$$

où t_{ch} correspond au temps de chargement qu'il a fallu pour atteindre le début de relaxation et $\dot{\epsilon}$ la vitesse de déformation au cours de la phase de chargement.

Pour obtenir un seul jeu de paramètres, valide à la fois en traction et en compression, une moyenne $\bar{\tau}_i$ des temps de relaxation en traction et en compression est ensuite effectuée et ensuite on utilise $\eta_i = E_i \bar{\tau}_i$. Les paramètres matériau visqueux obtenus sont présentés dans le tableau 7.2. Dans les simulations présentées, les coefficients de Poisson, nécessaires à la formulation 3D, seront arbitrairement fixés à $\nu_1 = \nu_2 = 0.45$.

First Maxwell element	Second Maxwell element
$E_1 = 2.25 \text{ MPa}$	$E_2 = 0.88 \text{ MPa}$
$\eta_1 = 28.8 \text{ MPa.s}^{-1}$	$\eta_2 = 158. \text{ MPa.s}^{-1}$

TABLE 7.2 – Coefficients visqueux des 2 branches de Maxwell obtenus par une moyenne des temps de relaxation en traction et en compression.

Les résultats des identifications des paramètres visqueux sont présentés sur les figures 7.9(a) et 7.9(b), sur les essais de relaxation en traction et en compression. Comme sur la figure 7.8(b), les courbes présentées sont décalées en enlevant la phase de charge.

Finalement, en utilisant les paramètres hyperélastique et hystérétique du tableau 7.1 et les paramètres visqueux de la table 7.2, une comparaison entre l'expérimental et l'identification est donnée sur les figures 7.10 et 7.11. Une bonne description des étapes de relaxation lors des phases de charge et de décharge est obtenue. Sachant que l'identification de la viscosité est réalisée pour la première phase de relaxation à 10% de déformation, c'est cette étape qui est nécessairement la mieux représentée.

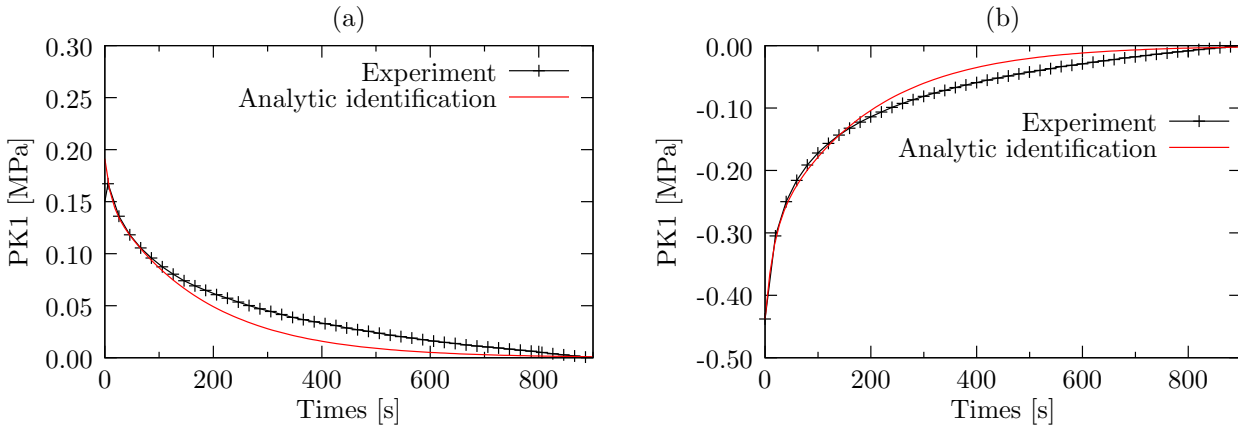


FIGURE 7.9 – Comparaison entre les résultats expérimentaux et les résultats issus de l'identification. (a) Essai de relaxation-traction. (b) Essai de relaxation-compression. (Courbes décalées).

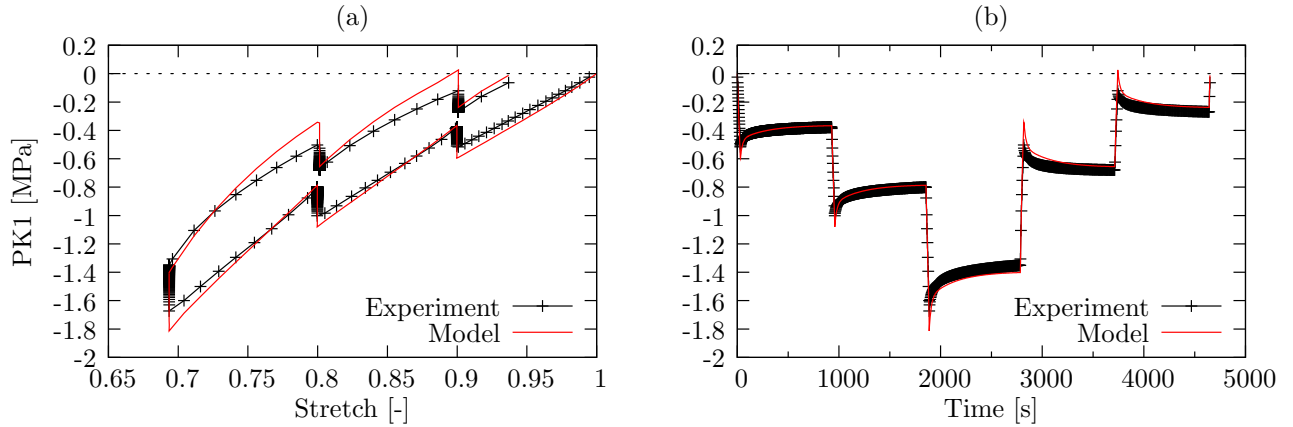


FIGURE 7.10 – Comparaison entre les résultats expérimentaux et les résultats issus de l'identification pour l'essai de compression alterné par des phases de relaxation. (a) Réponse contrainte-élongation (b) Réponse contrainte-temps.

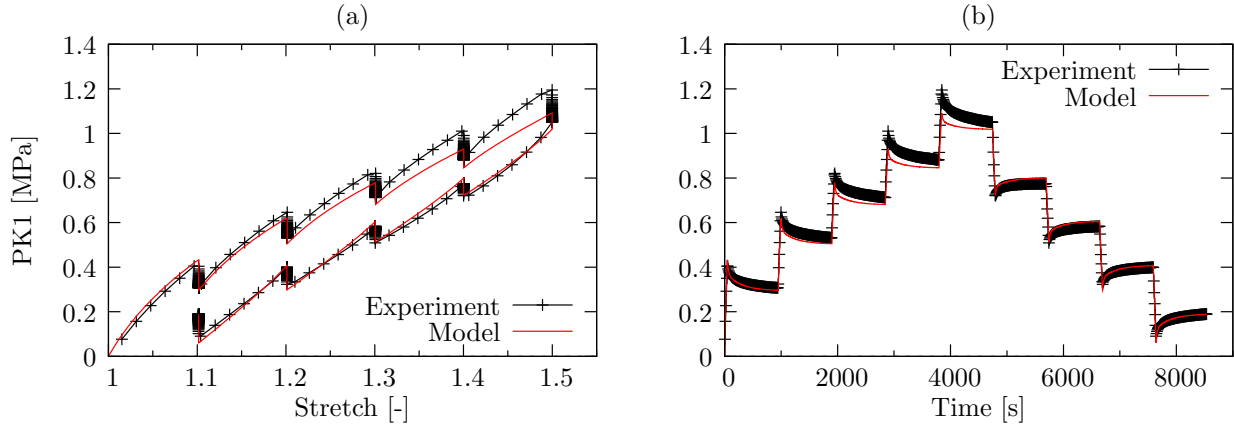


FIGURE 7.11 – Comparaison entre les résultats expérimentaux et les résultats issus de l'identification pour l'essai de traction alterné par des phases de relaxation. (a) Réponse contrainte-élongation (b) Réponse contrainte-temps.

7.4 Caractérisation expérimentale du comportement en température et simulation avec le modèle HVH

7.4.1 Essais en température

Des essais identiques à ceux réalisés à température ambiante ont été effectués dans une gamme de température allant de -25°C à 100°C . Tous ces essais ont été réalisés avec une vitesse de déformation de $3.3 \times 10^{-3} \text{s}^{-1}$.

A travers les essais cycliques en traction et compression (trois cycles de charge-décharge) (figure 7.12), il a été mis en évidence le rôle de la température sur le comportement global du matériau. Les hautes températures ont peu d'influence, sauf en compression où l'on remarque une diminution de la contrainte maximale et une réduction des boucles d'hystérésis (zoom de la figure 7.12(a)). Plus la température diminue, plus la déformation rémanente obtenue après la première charge augmente. Cette déformation rémanente devient très importante à partir de -15°C .

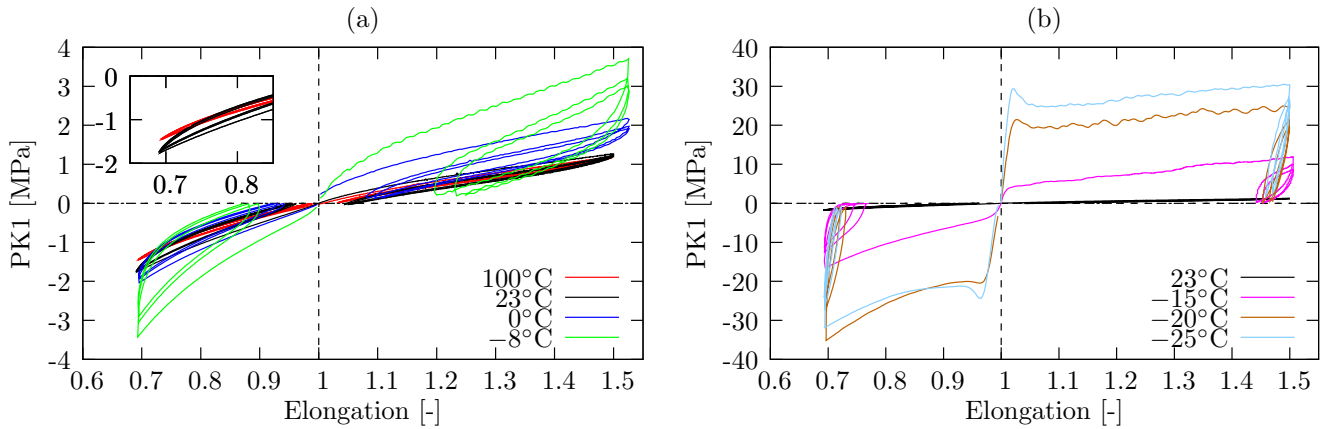


FIGURE 7.12 – Essais cycliques en traction et compression. (a) Températures comprises entre 100°C et -8°C (zoom sur la partie compression). (b) Températures comprises entre 23°C et -25°C.

Un changement radical de comportement est obtenu pour des températures inférieures à -15°C, montrant l'influence du passage de la température de transition vitreuse ($T_g \approx -19^\circ\text{C}$). L'élastomère passe donc, comme prévu, d'un état viscoélastique caoutchoutique, pour des températures supérieures à 0°C, à un comportement vitreux, en dessous de la T_g , où le matériau s'apparente à un polymère thermodurcissable avec un comportement élasto-visco-plastique (module d'Young très élevé, raidissement très important, apparition d'un seuil de plasticité) proche de celui observé sur le PP du chapitre précédent.

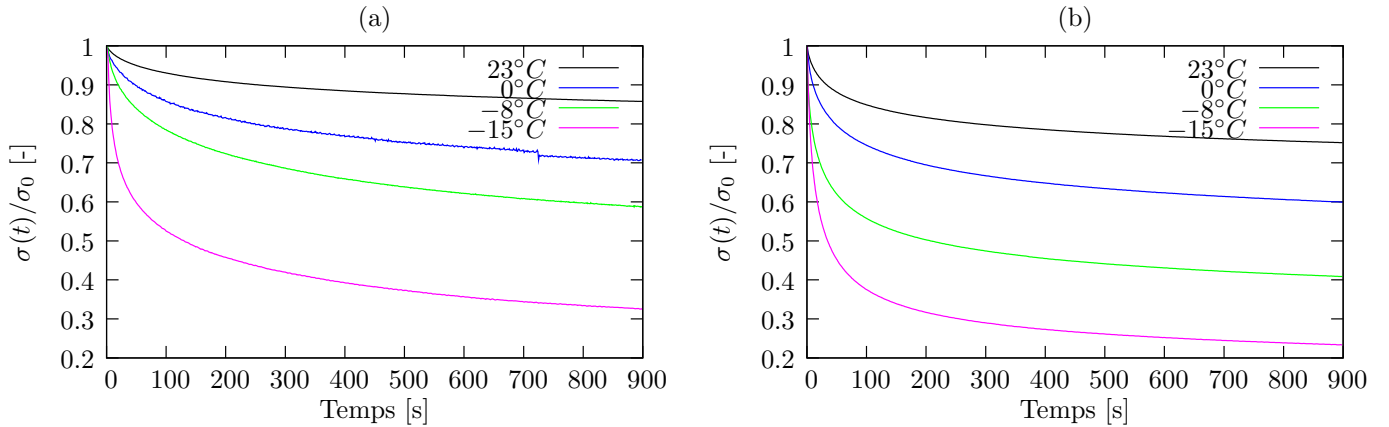


FIGURE 7.13 – Essais de relaxation de la contrainte normalisée en fonction du temps pour des températures comprises entre 23°C et -15°C. (a) En traction. (b) En compression.

La relaxation est peu influencée par les températures supérieures à la température ambiante mais elle est plus sensible pour les basses températures. Cette évolution de la relaxation à basse température pour la contrainte normalisée en fonction du temps est présentée sur la figure 7.13, pour les essais de relaxation en traction et en compression. La relaxation augmente avec la diminution de la température. Cette évolution pourrait s'expliquer par la rigidification du matériau pour les températures négatives qui entraînerait une augmentation des frottements entre les chaînes, d'où une relaxation plus importante pour ces températures. Au final, cela se traduit par l'augmentation de la viscosité du matériau avec la diminution de la température. Ces phénomènes ont aussi été observés sur les essais de chargement interrompu par des relaxations (figure 7.14).

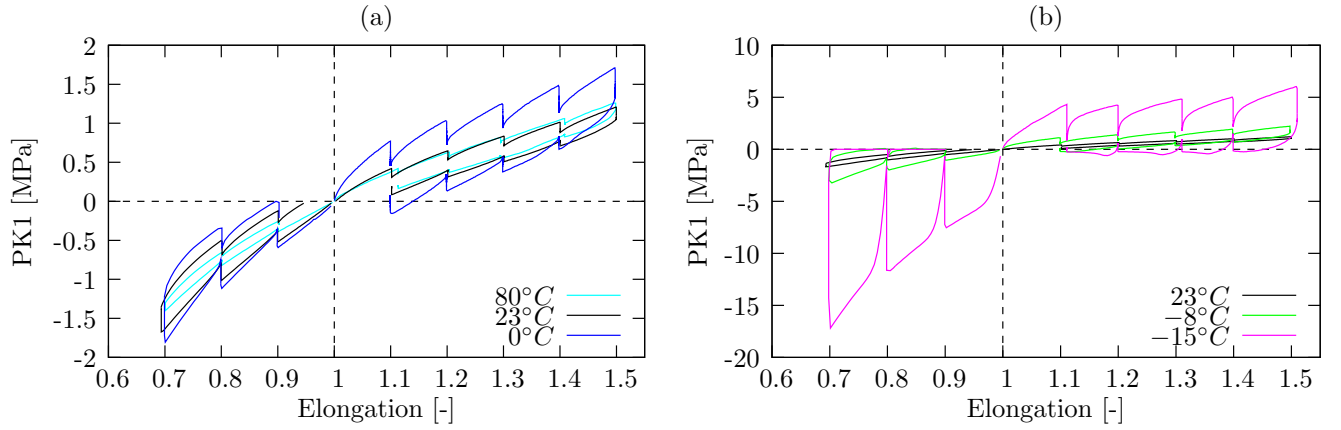


FIGURE 7.14 – Essais de chargement interrompus en traction et compression. (a) Températures comprises entre 80°C et 0°C. (b) Températures comprises entre 23°C et -15°C.

Du fait du changement radical de comportement pour des températures inférieures à -8°C, lors de l'identification, seules des températures supérieures à celles-ci seront utilisées et seul l'état caoutchoutique sera considéré. Il faudrait introduire un nouveau potentiel hyperélastique pour prendre en compte le passage au comportement vitreux.

De plus, il apparaît un comportement très différent en traction et en compression. Un comportement hydrostatique opposé pourrait expliquer cet écart. Mais il apparaît qu'un jeu de coefficient unique en traction et en compression sera forcément un compromis entre ces deux comportements. Pour cette raison, dans la suite, les paramètres seront identifiés séparément pour les essais de traction et de compression.

7.4.2 Identification des paramètres matériaux en température

Les paramètres matériau du modèle HVH ont été identifiés à partir d'essais isothermes sur une plage de température limitée au regard des conclusions précédentes. Les températures considérées sont : 100, 80, 40, 23, 0, -8°C, correspondant à l'état caoutchoutique du matériau étudié. L'identification pour ces différentes températures a été réalisée à l'aide des essais de chargement interrompu par des relaxations.

Contributions hyperélastique et hystérétique

Une identification des paramètres hyperélastique et hystérétique est réalisée à partir des essais de chargement en traction et en compression interrompu par des relaxations, en ne considérant que les points à la fin de chaque période de relaxation. Les courbes obtenues, pour les températures de 80°C et 0°C sont données, à titre d'exemple, sur la figure 7.15. Elles sont représentatives des résultats obtenus pour l'ensemble des températures considérées.

En compression, l'hyperélasticité devient plus importante avec l'augmentation de la température alors que l'hystérésis diminue. A priori ces différentes évolutions sont cohérentes avec l'analyse classique des élastomères (cf section 7.1.2). Plus on se rapproche de la température de transition vitreuse, moins l'élasticité entropique est importante et plus le comportement pseudo-plastique et donc la contribution hystérétique augmente. Ceci a été confirmé avec la figure 7.16, où est représentée les points de fin de relaxation pour les essais en compression interrompus et les contributions hyperélastique et hystérétique identifiées correspondantes.

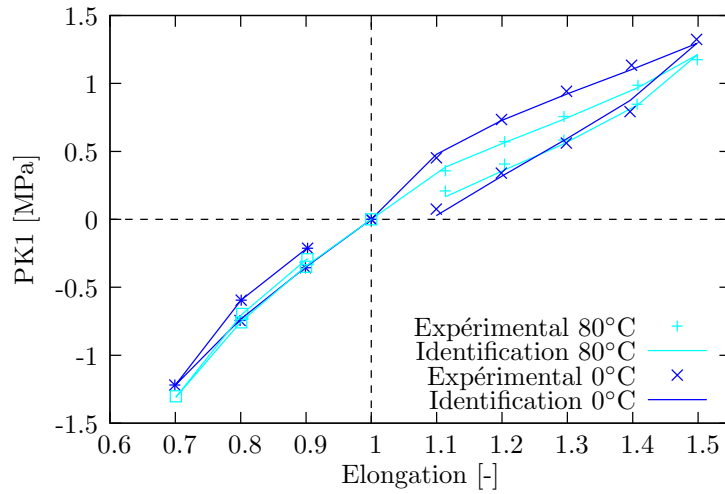


FIGURE 7.15 – Comparaison entre la courbe expérimentale et le résultat de l'identification en traction et en compression séparément à 80°C et 0°C pour les contributions hyperélastique et hystérétique.

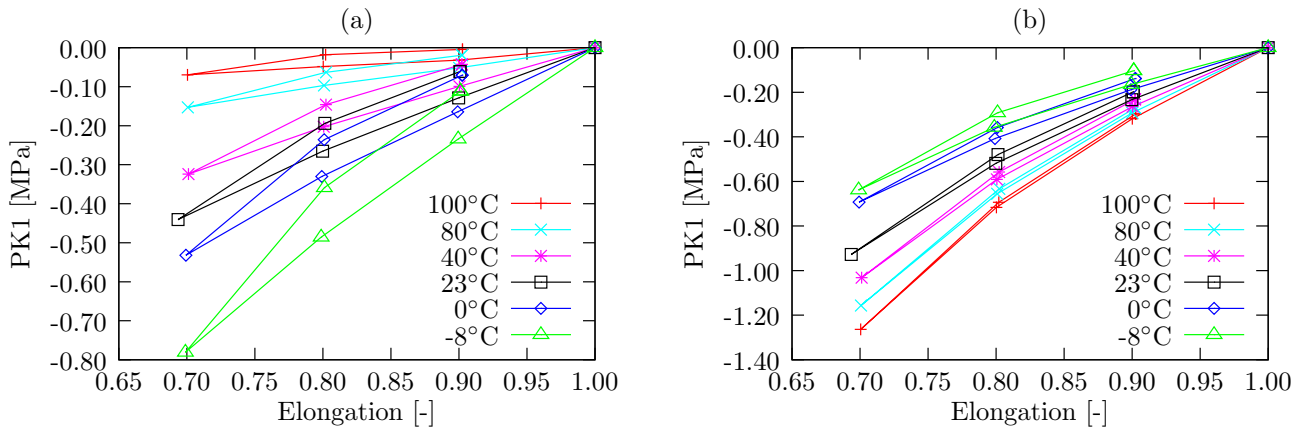


FIGURE 7.16 – Essais de chargement en compression interrompu par des relaxations en fonction de la température. (a) Contribution hystérétique (b) Contribution hyperélastique.

Remarque 4 Il est à remarquer que la représentation de la contribution hyperélastique, dans le modèle HVH conduit, contrairement au modèle classique uniquement hyperélastique, à une boucle lors d'un essai de charge-décharge (figure 7.16). Ce phénomène est dû à l'hypothèse d'additivité en contrainte de l'équation (5.2) et au fait que la composante déviatoire hystérétique décrit une boucle durant un chargement cyclique. Sachant que la contribution hystérétique est déviatoire et que sa trace est donc nulle, il apparaît une composante transversale de la partie hystérétique. Cela impose que la contrainte hyperélastique transversale soit non-nulle et effectue également un cycle d'intensité de sens contraire de manière à annuler la contrainte transversale globale. C'est cette évolution inélastique qui empêche un retour par un chemin identique pour la contribution hyperélastique.

Contributions visqueuses

Les paramètres des deux contributions de Maxwell ont été déterminés à l'aide de la méthode analytique déterminant les temps caractéristiques de relaxation, détaillée à la section 7.3.2. Cette méthode

s'applique sur les essais de relaxation en traction et en compression pour 10% de déformation sur 900 s. A ce niveau de déformation, il existe, en effet, un comportement du matériau très proche entre les essais de chargement interrompu par des relaxations et les essais cyclés en traction et en compression.

Ainsi, il apparaît au cours de cette identification une nette augmentation des paramètres visqueux à l'approche de la température de transition vitreuse. Cette évolution des paramètres visqueux peut s'expliquer par le fait que lorsqu'on diminue la température, on diminue la mobilité des chaînes et les liaisons faibles se rompent donc plus difficilement. Cette diminution de la mobilité des chaînes macromoléculaires entraîne l'augmentation de la viscosité dans le matériau.

Représentation globale des essais de chargement interrompu par des relaxations à l'aide du modèle HVH

Une comparaison entre les résultats d'essais expérimentaux et l'identification du modèle HVH est présentée, pour les essais de chargement en traction et en compression interrompus pour les températures de 80°C, 0°C et -8°C, sur la figure 7.18. Il apparaît globalement une bonne corrélation entre les identifications et les courbes expérimentales obtenues pour les températures jusqu'à -8°C. Toutefois, pour les déformations supérieures à 30%, une sous-estimation du modèle pour la partie relaxation par rapport à la courbe expérimentale aussi bien en traction qu'en compression est obtenue. Ceci est tout à fait normal puisque la relaxation a été identifiée pour un niveau plus faible de déformation ($\lambda = 0.1$). De plus, la simulation des relaxations pour le déchargement est similaire à celle du chargement. Expérimentalement, ce n'est pas le cas. Ce point serait à améliorer en prenant en compte le taux de déformation dans la modélisation.

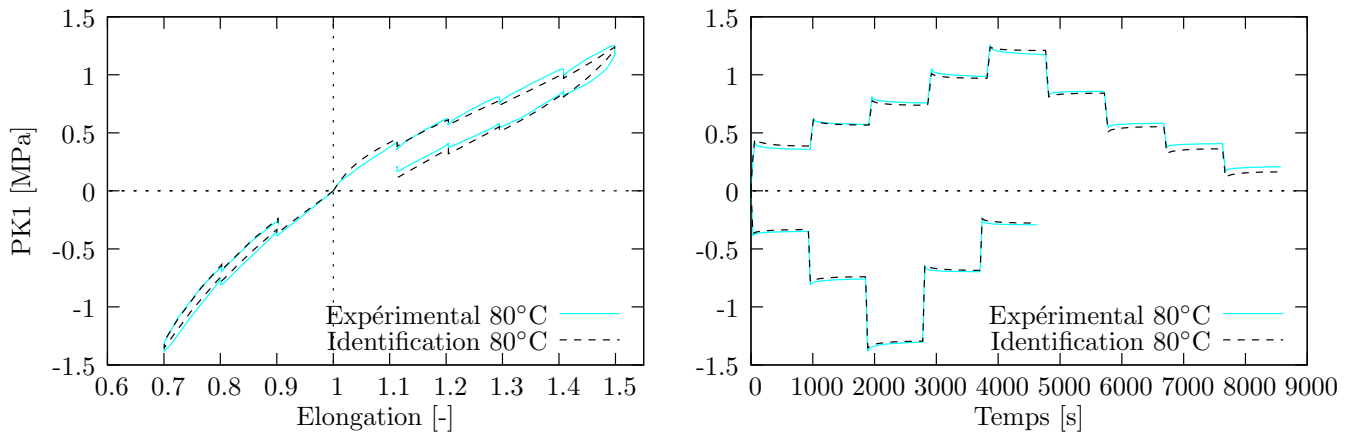


FIGURE 7.17 – Comparaison entre la courbe expérimentale et la réponse de l'identification pour l'essai de chargement interrompu en traction et compression à 80°C (à gauche évolution contrainte/élongation, à droite évolution contrainte/temps).

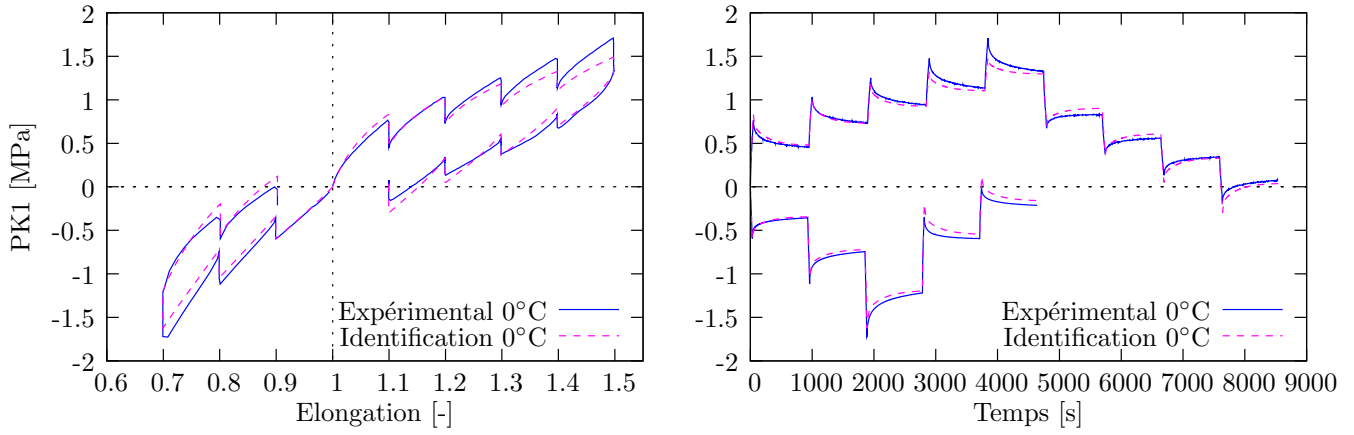


FIGURE 7.18 – Comparaison entre la courbe expérimentale et la réponse de l'identification pour l'essai de chargement interrompu en traction et compression à 0°C (à gauche évolution contrainte/élongation, à droite évolution contrainte/temps).

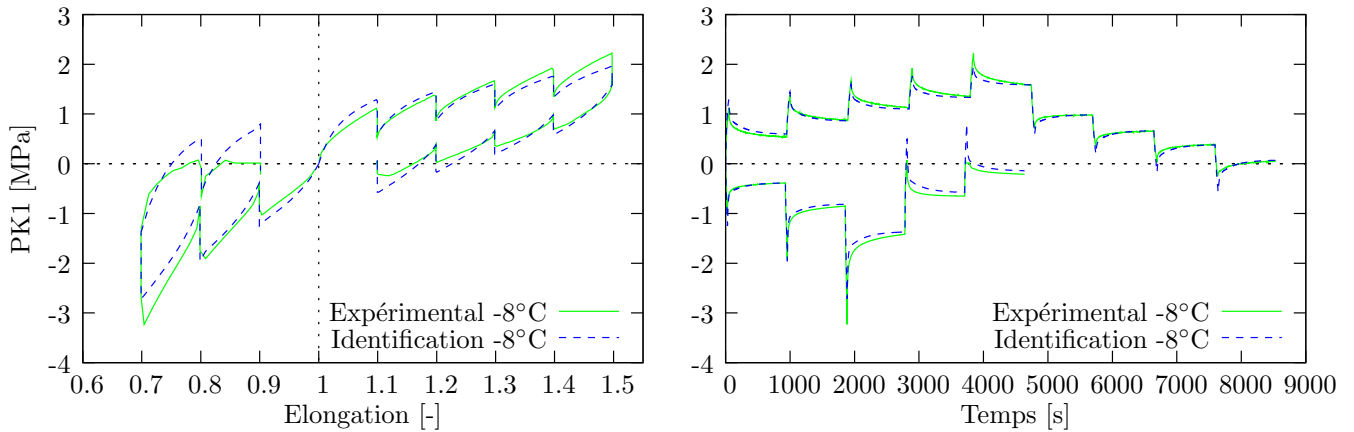


FIGURE 7.19 – Comparaison entre la courbe expérimentale et la réponse de l'identification pour l'essai de chargement interrompu en traction et compression à -8°C (à gauche évolution contrainte/élongation, à droite évolution contrainte/temps).

7.4.3 Simulation du comportement de l'élastomère avec le modèle HVH

Industrial o-ring seal under relaxation test at room temperature

To illustrate the response of the HVH model in the case of an industrial application, an experimental device has been developed to apply a relaxation test on an o-ring seal of Viton rubber [32]. This seal is used to prevent leaking in an oil filter. The square cross-section o-ring is put in a groove and squeezed by a piston of a universal testing machine Instron 4505. Experimental and numerical studies are based on the configuration shown in figure 7.20 where a cross-sectional view of the model is shown.

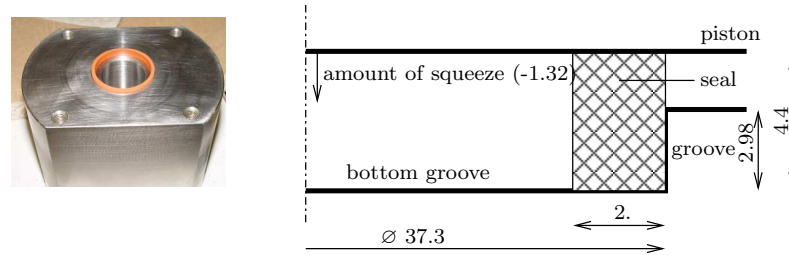


FIGURE 7.20 – Geometry of the relaxation test on a seal (in mm).

During the first step of this test, the piston squeezes the outside diameter of the seal with a strain rate similar to that of previous experimental tests to reproduce the as-installed configuration. Then, a relaxation loading is imposed during 900s and the evolution of the stress is recorded as a function of time. Experimental measurements of the force under the piston have been conducted and repeated three times to verify the reproducibility of the results.

Numerical simulations of this test have been carried out with the FE code ABAQUS, combined with in-house code, HEREZH++, according to the software interface presented in [51]. The HEREZH++ code computes the mechanical behaviour of material in each Gauss point of elements and the software interface ensures communication between ABAQUS and HEREZH++ via the user-defined mechanical material behaviour (Umat). A 3D numerical analysis, with 48 linear eight-node elements, modelling a sector of one degree is achieved with symmetric boundary conditions. The piston (top surface) and the groove are considered to be infinitely rigid. Friction between these surfaces and the seal is assumed to be negligible because an oil lubricant is used in actual conditions.

Hyperelastic	Hysteretic	First Maxwell element	Second Maxwell element
$C_1 = 0.4$ MPa	$n_p = 0.32$	$E_1 = 1.55$ MPa	$E_2 = 0.75$ MPa
$C_2 = 0.08$ MPa	$\mu_h = 0.55$ MPa	$\eta_1 = 23.85$ MPa.s ⁻¹	$\eta_2 = 139.$ MPa.s ⁻¹
$C_3 = 0.09$	$Q_0 = 0.1$ MPa	error = 0.0219	

TABLE 7.3 – Paramètres hyperélastique, hystérétique et visqueux identifiés avec seulement les essais de compression ($K=2700$ MPa).

Comparison between numerical results and experimental data is shown in figure 7.21 in terms of stress as a function of time. Numerical simulations are performed with two kinds of material parameters : firstly, with the parameters obtained from compression and tensile tests (tables 7.1 and 7.2) and then with the parameters obtained from compression tests (table 7.3). Good correlation can be observed between numerical predictions and the experiments. This correlation is better when considering material parameters extracted from only compression tests which suggests that compression loading is a predominant state of the simulated o-ring seal.

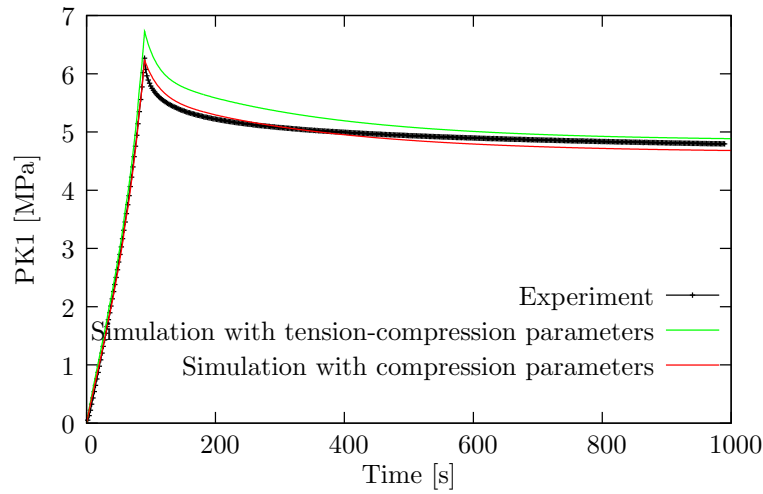


FIGURE 7.21 – Comparison between experimental data and numerical simulation of an o-ring seal under relaxation test.

Validation en isotherme

Des résultats d'essais isothermes ont été comparés avec la simulation numérique en utilisant le modèle HVH et les paramètres matériaux obtenus à ces températures. Certains résultats les plus significatifs sont présentés sur la figure 7.22. L'écart entre les courbes s'accroît principalement à la fin du chargement, pour les essais en traction. Pour les essais en compression, une bonne reproduction des résultats expérimentaux est obtenue même à basse température.

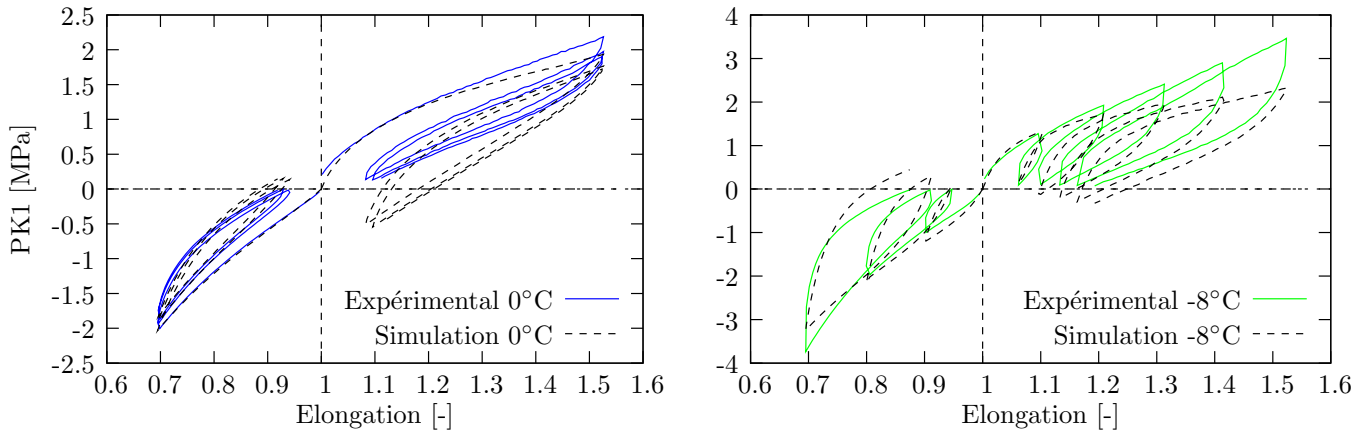


FIGURE 7.22 – Comparaison entre les courbes expérimentales et la simulation. (a) Trois cycles à 0°C. (b) Trois cycles à élongations croissantes à -8°C.

Validation avec cycle de température

Finalement, un essai de relaxation avec cycle thermique de 23°C à 0°C a également été modélisé avec HEREZH++. Ce test permet de caractériser la viscosité du matériau dans le cas où la température évolue au cours de l'essai. Il consiste à comprimer de 30% un plot grâce à un dispositif spécifique placé dans une enceinte thermique (figure 7.23). Les mesures d'effort et de déplacement sont réalisées à l'extérieur de cette enceinte à l'aide d'un système de renvoi d'effort afin de ne pas altérer les mesures

par la variation de température. Ce dispositif est équipé d'une cellule de force de 1kN et d'un capteur permettant de contrôler le niveau de déformation imposé. Pour tous les essais réalisés, les plateaux de compression sont lubrifiés au préalable, pour éviter les frottements importants pouvant créer un effet tonneau lors de l'essai.

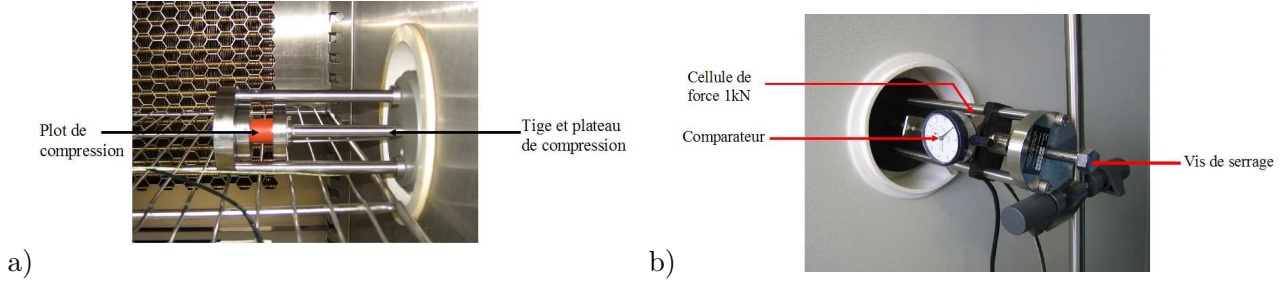


FIGURE 7.23 – Dispositif de relaxation pour la réalisation de cycles de température. a) Plateaux de compression situés dans l'enceinte thermique. b) Cellule de force et capteur de déplacement placés à l'extérieur de l'enceinte thermique.

Les conditions limites expérimentales, les conditions de chargement et les évolutions de température sont simulées avec le logiciel HEREZH++ sur un simple élément hexaédrique en considérant une simulation dépendant de la température. Seuls les paramètres matériau obtenus en compression sont utilisés. Une évolution linéaire des paramètres matériau entre chaque température identifiée est utilisée pour prendre en compte les variations de température. Sachant que le coefficient de dilatation thermique du matériau à 23°C est de l'ordre de $\alpha = 150.10^{-6}K^{-1}$, aucune variation n'a été observée sur la réponse numérique avec prise en compte de la dilatation thermique. En effet, la déformation thermique obtenue dans ce cas de $\varepsilon_{th} = -3.358.10^{-3}$ apparaît comme négligeable. Cette dilatation thermique n'est donc pas prise en compte dans la simulation.

Les cycles de température et de déformation imposés au cours de la modélisation, reproduisent les conditions expérimentales. L'essai consiste à imposer un taux de déformation de 30% en compression. Après 26h de relaxation à température ambiante, la descente en température s'effectue par palier de 10°C pendant 2h. La température finale de 0°C est maintenue constante pendant 12h. Le procédé inverse de remontée en température est ensuite appliqué.

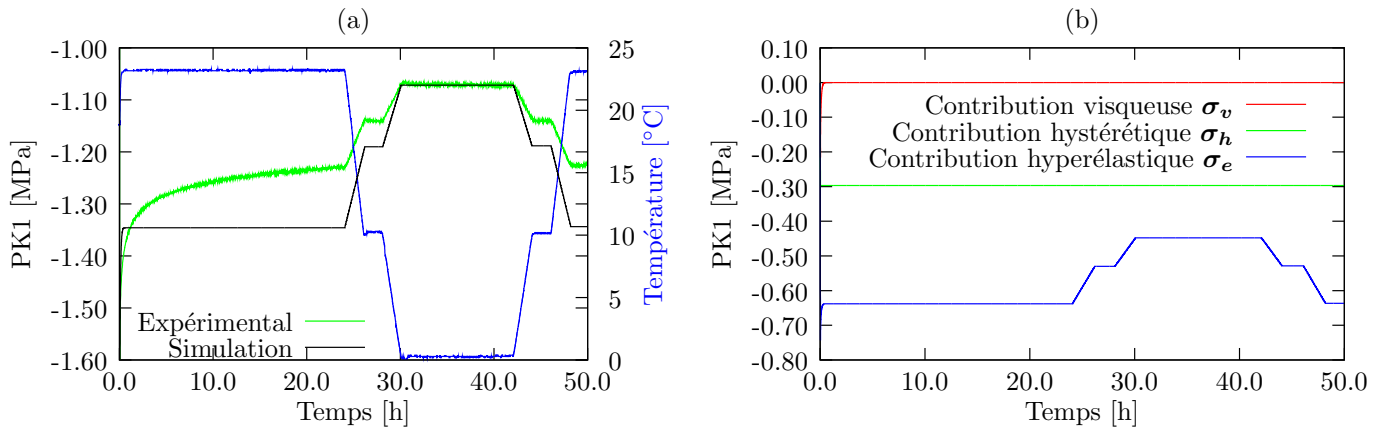


FIGURE 7.24 – (a) Comparaison entre la courbe expérimentale et la simulation pour l'essai de relaxation en compression. (b) Évolution des différentes contributions au cours de l'essai.

L'évolution globale du comportement du matériau pour ce cycle de température est reproduite de façon correcte (figure 7.24(a)). La diminution de la contrainte expérimentale est ainsi correctement

estimée lors de la diminution de la température. Par contre, avant la mise en place du cycle de température, la courbe de relaxation obtenue numériquement se stabilise trop rapidement. Pour expliquer ce phénomène, il faut rappeler que le modèle intègre deux branches visqueuses, optimisées pour reproduire un essai de relaxation pour 900 s. La saturation est ainsi obtenue à partir de 900 s. Afin de représenter correctement cet essai, pour des durées plus importantes, ici typiquement quelques dizaines d'heures, il serait nécessaire d'augmenter le nombre de branches de Maxwell. L'introduction d'une branche supplémentaire, identifiée sur des temps de relaxation de plusieurs dizaines d'heures pourrait ainsi s'avérer suffisante.

L'évolution des différentes contributions du modèle HVH durant le cycle de température imposé au cours de l'essai de relaxation en compression est présentée sur la figure 7.24(b). Seule la contribution hyperélastique intervient lors du changement de température en plus de la viscosité, au début de l'essai de relaxation. Rappelons que la contribution hystérétique évolue en fonction du gradient de déformation totale (cf relation (5.4)). Sur cet essai, le cycle de température intervient au cours de la relaxation ce qui implique une vitesse de déformation nulle. Cela a pour conséquence une contribution hystérétique constante au cours du cycle de température.

7.5 Conclusion

Un important travail expérimental a permis la caractérisation mécanique d'un élastomère fluoré en fonction de la température. Ces essais mécaniques ont permis de mettre en évidence différents comportements. A travers les essais de chargement cycliques en traction et en compression, il est apparu une prépondérance du comportement hyperélastique. La viscosité a été mise en évidence par les essais de relaxation. Grâce aux essais de chargement interrompu par des relaxations, un état d'équilibre après chaque relaxation, appelé équilibre hystérétique, démontre la présence de l'hystérésis pour notre matériau.

Expérimentalement, l'influence de la température a été étudiée sur les mêmes essais qu'à température ambiante, mais dans une gamme de température allant de -35 à 100°C . Comme observé classiquement dans la littérature, un changement radical de comportement apparaît à des températures proches de la T_g , caractérisé par une modification conséquente des propriétés mécaniques du matériau. A haute température et à température ambiante, l'élastomère étudié a un comportement viscoélastique caractéristique de l'état caoutchoutique. En dessous de la T_g , le matériau devient dur et ductile, proche d'un comportement plutôt de type élasto-visco-plastique.

L'objectif a été ensuite de définir, d'identifier et de valider le modèle HVH afin de reproduire le comportement mécanique de cet élastomère en fonction de la température. Une méthodologie d'identification qui s'appuie sur l'utilisation des essais isothermes de chargement interrompu par des relaxations en traction et en compression a été proposée. Elle conduit à une technique robuste et systématique d'identification, permettant la distinction des comportements présents pour l'élastomère fluoré en fonction de la température. A partir des résultats de l'identification, l'évolution de chacune des contributions en fonction de la température a pu être observée. Il apparaît un comportement élastique entropique pour les températures supérieures à la T_g qui peut être approximé par une évolution linéaire de la partie hyperélastique en fonction de la température. La viscosité se révèle fortement dépendante de la température. Enfin, le comportement hystérétique semble plus important à l'approche de la température de transition vitreuse, tout en restant relativement faible face au comportement visqueux.

Enfin, la validation des paramètres a été effectuée pour un joint en relaxation dans une gorge à température ambiante. Des essais de relaxation subissant des cycles de températures ont été réalisés expérimentalement et numériquement. Le modèle HVH permet de reproduire correctement les tendances pour un cycle de température allant de 23°C à 0°C .

Références bibliographiques de la Partie III

- [1] AMEDURI, B., BOUTEVIN, B. et KOSTOV, G. (2001). Fluoroelastomers : synthesis, properties and applications. *Progress in Polymer Science*, 26:105–187.
- [2] AMIN, A. F. M. S., LION, A., SEKITA, S. et OKUI, Y. (2006). Nonlinear dependence of viscosity in modeling the rate-dependent response of natural and high damping rubbers in compression and shear : Experimental identification and numerical verification. *International Journal of Plasticity*, 22:1610–1657.
- [3] ATTARD, M. M. et HUNT, G. V. (2004). Hyperelastic constitutive modeling under finite strain. *International Journal of Solids and Structures*, 41:5327–5350.
- [4] BESDO, D. et IHLEMANN, J. (2003). A phenomenological constitutive model fo rubberlike materials and its numerical applications. *International Journal of Plasticity*, 19:1019–1036.
- [5] BHUIYAN, A., OKUI, Y., MITAMURA, H. et IMAI, T. (2009). A rheology model of high damping rubber bearings for seismic analysis : Identification of nonlinear viscosity. *International Journal of Solids and Structures*, 46(7-8):1778–1792.
- [6] BLÈS, G. (2002). *Bases thermomécaniques de la modélisation du comportement des matériaux tissés et des polymères solides*. Thèse de doctorat, Thèse de Doctorat de l'Université Joseph Fourier - Grenoble I.
- [7] BLÈS, G., GADAJ, S. P., NOWACKI, W. K. et TOURABI, A. (2002). Experimental study of a PA66 solid polymer in the case of shear cyclic loading. *Archives of Mechanics*, 54(2):155–174.
- [8] BLÈS, G., NOWACKI, W. K. et TOURABI, A. (2009). Experimental study of the cyclic visco-elasto-plastic behaviour of a polyamide fibre strap. *International Journal of Solids and Structures*, 46(13):2693–2705.
- [9] BOUKAMEL, A. (2006). *Modélisation mécaniques et numériques des matériaux et structure en élastomère*. Mémoire d'Habilitation à Diriger des Recherches. Université de la Méditerranée.
- [10] BUECHE, F. (1960). Molecular basis for the Mullins effect. *Journal of Applied Polymer Science*, 4(10):107–114.
- [11] CANTOURNET, S., DESMORAT, R. et BESSON, J. (2009). Mullins effect and cyclic stress softening of filled elastomers by internal sliding and friction thermodynamics model. *International Journal of Solids and Structures*, 46(11-12):2255–2264.
- [12] COLAK, O. U. (2005). Modeling deformation behavior of polymers with viscoplasticity theory based on overstress. *International Journal of Plasticity*, 21:145–160.
- [13] COUTY, N. (1999). *Etude expérimentale de phénomènes de choc : modélisation en dynamique incluant un comportement d'élasto-visco-hystérésis volumique et coque. Application a l'impact de plaques*. Thèse de doctorat, Université de Bretagne Sud.
- [14] DANNENBERG, E. M. (1975). The effects of surface chemical interactions on the properties of filler-reinforced rubber. *Rubber Chem. Technol.*, 48:410–442.
- [15] DIANI, J., BRIEU, M. et VACHERAND, J. (2006). A damage directional constitutive model for mullins effect with permanent set and induced anisotropy. *European Journal of Mechanics - A/Solids*, 25(3):483–496.

- [16] DORFMANN, A. et OGDEN, R. (2004). A constitutive model for the mullins effect with permanent set in particle-reinforced rubber. *International Journal of Solids and Structures*, 41:1855–1878.
- [17] FAVIER, D. (1988). *Contribution à l'étude théorique de l'élastohystérésis à température variable : application aux propriétés de mémoire de forme*. Thèse de doctorat d'état, Université Joseph Fourier & Institut National Polytechnique de Grenoble.
- [18] FAVIER, D. et GUÉLIN, P. (1985). A discrete memory constitutive scheme for mild steel type material theory and experiment. *Archives of Mechanics*, 37(3):201–219.
- [19] FAVIER, D., GUÉLIN, P., NOWACKI, W. et PEGON, P. (1987). *Theoretical schemes of thermomechanical coupling*. Elsevier Science Publishers.
- [20] FAVIER, D., GUÉLIN, P. et PEGON, P. (1990). Thermomechanics of hysteresis effects in shape memory alloys. *Materials Science Forum*, 56-58:559–564.
- [21] FERRY, J. (1970). *Viscoelastic properties of polymers*. John Wiley & Sons.
- [22] GRACIA, L. A., LIARTE, E., PELEGAY, J. L. et CALVO, B. (2010). Finite element simulation of the hysteretic behaviour of an industrial rubber. Application to design of rubber components. *Finite Elements in Analysis and Design*, 46(4):357–368.
- [23] GUÉLIN, P. (1980). Remarques sur l'hystérésis mécanique. *Journal de Mécanique Théorique et Appliquée*, 19(2):217–245.
- [24] HALARY, J. L., LAUPRÊTRE, F. et MONNERIE, L. (2008). *Mécanique des matériaux polymères*. Belin.
- [25] HART-SMITH, L. (1966). Elasticity parameters for finite deformations of rubber-like materials. *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Physik*, 17:608–626.
- [26] HASANPOUR, K. et ZIAEI-RAD, S. (2008). Finite element simulation of polymer behaviour using a three-dimensional, finite deformation constitutive model. *Computers & Structures*, 86(15-16):1643–1655.
- [27] HOLOWNIA, B. (1974). Effect of carbon black on the elastic constants of elastomers. *Rubber Industry*, pages 157–160.
- [28] KAUSCH, H.-H., HEYMANS, N., PLUMMER, C.-J. et DECROLY, P. (2001). *Matériaux polymères : Propriétés mécaniques et physiques. Principes de mise en oeuvre*, volume 14 de *Traité des matériaux*. Presses Polytechniques et Universitaires Romandes.
- [29] KILIAN, H. G., STRAUSS, M. et HAMM, W. (1994). Universal properties in filler loaded rubbers. *Rubber Chem. Technol.*, (67):1–16.
- [30] KREMPL, E. et KHAN, F. (2003). Rate (time)-dependent deformation behavior : an overview of some properties of metals and solid polymers. *International Journal of Plasticity*, 19:1069–1095.
- [31] LAURENT, H. (1996). *Etude en grandes transformation d'une nouvelle famille d'éléments finis coque triangulaire à trois degrés de liberté par noeud. Application à la simulation numérique de l'emboutissage*. Thèse de doctorat, Université du Maine.
- [32] LAURENT, H., VANDENBROUCKE, A., RIO, G. et HOCINE, N. A. (2011). A simplified methodology to identify material parameters of a Hyperelasto-Visco-Hysteresis model : application to a fluoro-elastomer. *Modelling and Simulation in Materials Science and Engineering*, 19(8):085004.

- [33] LIN, R. C. et SCHOMBURG, U. (2003). A finite elastic-viscoelastic-elastoplastic material law with damage : theoretical and numerical aspects. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 192(13-14):1591–1627.
- [34] LION, A. (1996a). A constitutive model for carbon black filled rubber : Experimental investigations and mathematical representation. *Continuum of Mechanics and thermodynamics*, 8:153–169.
- [35] LION, A. (1996b). A physically based method to represent the thermo-mechanical behaviour of elastomers. *Acta Mechanica*, 123:1–25.
- [36] MANACH, P. Y. (2004). *Lois de comportement et mise en forme des matériaux métalliques*. Mémoire d'Habilitation à Diriger des Recherches. Université de Bretagne-Sud.
- [37] MANACH, P. Y. et COUTY, N. (2002). Elastoviscohysteresis constitutive law in convected coordinate frames : application to finite deformation shear tests. *Computational Mechanics*, 28:17–25.
- [38] MANACH, P. Y., FAVIER, D. et RIO, G. (1996). Finite element simulations of internal stresses generated during the pseudoelastic deformation of niti bodies. *J. de Physique*, C1(6):244–253.
- [39] MAZIÈRE, M., BESSON, J., FOREST, S., TANGUY, B., CHALONS, H. et VOGEL, F. (2010). Numerical aspects in the finite element simulation of the Portevin-Le Chatelier effect. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 199(9-12):734–754.
- [40] MIEHE, C. et KECK, J. (2000). Superimposed finite elastic-viscoelastic-plastoelastic stress response with damage in filled rubbery polymers. experiments, modelling and algorithmic implementation. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 48(2):323–365.
- [41] MITRA, S., GHANBARI-SIAHKALI, A., KINGSHOTT, P., ALMDAL, K., REHMEIER, H. et CHRISTENSEN, A. (2004). Chemical degradation of fluoroelastomer in alkaline environment. *Polymer Degradation and Stability*, 83:195–206.
- [42] MOREAU, C. (2000). *Etude expérimentale et numérique de l'hyperélasticité avec prise en compte de l'incompressibilité*. Thèse de doctorat, Université de Bretagne Sud.
- [43] MULLINS, L. (1947). Effect of stretching on the properties of rubber. *The Reaserch Association of British Rubber Manufacturers*, 16:275–289.
- [44] OMNES, B. (2007). *Modélisation micromécanique du comportement d'élastomère chargés*. Thèse de doctorat, Université de Bretagne Sud.
- [45] PEGON, P. (1988). *Contribution a l'étude de l'hystérésis élastoplastique*. Thèse d'état, Institut National Polytechnique, Université Joseph Fourier, Grenoble.
- [46] PEGON, P. et GUÉLIN, P. (1986). Finite strain plasticity in convected frames. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 22:521–545.
- [47] POURIAYEVALI, H., GUO, Y. et SHIM, V. (2011). A visco-hyperelastic constitutive description of elastomer behaviour at high strain rates. *Procedia Engineering*, 10:2280 – 2285. 11th International Conference on the Mechanical Behavior of Materials (ICM11).
- [48] RIO, G. (2005). *Herezh++*. [http ://www-lg2m.univ-ubs.fr/~rio](http://www-lg2m.univ-ubs.fr/~rio). Certification IDDN-FR-010-0106078-000-R-P-2006-035-20600.
- [49] RIO, G. (2009). Hyperélasticité. Rapport interne sur le développement de potentiel hyperélastique en formulation entraînée. Rapport technique, LIMATB-UBS.

- [50] RIO, G., FAVIER, D. et DESPLATS, H. (1995a). Finite elements simulation of mechanical behaviour of shape memory alloys coupled with a non-stationary thermal field. *J. de Physique III*, 5:215–220.
- [51] RIO, G., LAURENT, H. et BLÈS, G. (2008). Asynchronous interface between a finite element commercial software ABAQUS and an academic research code HEREZH++. *Advances in Engineering Software*, 39(12):1010–1022.
- [52] RIO, G., MANACH, P. Y. et FAVIER, D. (1995b). Finite element simulation of 3D mechanical behaviour of NiTi shape memory alloys. *Archives of Mechanics*, 47(3):537–556.
- [53] TOTAL-PETROCHEMICALS (2005). Polypropylene, technical data sheet. <http://www.totalpetrochemicals.com>.
- [54] TOURABI, A. (2005). *Comportement irréversible des matériaux solides en sollicitations cycliques multiaxiales*. Mémoire d'Habilitation à Diriger des Recherches. Université Joseph Fourier. Grenoble 1.
- [55] VANDENBROUCKE, A. (2010). *Etude du comportement mécanique pour différentes températures d'un élastomère : caractérisations expérimentale et modélisation numérique*. Thèse de doctorat, Université de Bretagne Sud.
- [56] VANDENBROUCKE, A., LAURENT, H., HOCINE, N. A. et RIO, G. (2010). A Hyperelasto-Visco-Hysteresis model for an elastomeric behaviour : experimental and numerical investigations. *Computational Materials Science*, 48(3):495–503.
- [57] WACK, B., TERRIEZ, J. M. et GUELIN, P. (1983). A hereditary type, discrete memory, constitutive equation with applications to some geometries. *Acta mechanica*, 30:9–37.
- [58] WARD, I. M. et HADLEY, D. W. (1993). *Mechanical properties of solid polymers*. Wiley, England.
- [59] ZRIDA, M. (2009). *Simulation du comportement d'un polymère par un modèle d'hyper-visco-hysteresis : Application à trois nuances de polypropylène*. Thèse de doctorat, Université de Bretagne Sud.
- [60] ZRIDA, M., LAURENT, H., GROLLEAU, V., RIO, G., KHLIF, M., GUINES, D., BRADAI, C. et MASMOUDI, N. (2010a). High strain rate tests on polypropylene materials. In *19th DYMAT Technical Meeting "Dynamic mechanical behaviour of Polymers and Composites*, pages 167–174, Strasbourg.
- [61] ZRIDA, M., LAURENT, H., GROLLEAU, V., RIO, G., KHLIF, M., GUINES, D., MASMOUDI, N. et BRADAI, C. (2010b). High-speed tensile tests on a polypropylene material. *Polymer Testing*, 29:685–692.
- [62] ZRIDA, M., LAURENT, H., RIO, G., PIMBERT, S., GROLLEAU, V., MASMOUDI, N. et BRADAI, C. (2009). Experimental and numerical study of polypropylene behavior using an hyper-visco-hysteresis constitutive law. *Computational Materials Science*, 45(2):516–527.

Conclusion générale et perspectives

Conclusion générale

Ce document synthétise mes activités de Recherche depuis ma thèse en 1997. Il présente les résultats obtenus sur la caractérisation expérimentale et la représentation numérique du comportement mécanique des alliages d'aluminium destinées à la mise en forme sous forme de tôles minces et de deux types de polymères : un polypropylène et un élastomère fluoro-carboné. Plutôt intéressé à l'origine, par les aspects numériques, la partie expérimentale est devenue de plus en plus importante dans ces activités de recherche car il s'est avéré nécessaire de fournir des ingrédients à la modélisation du comportement mécanique de ces matériaux.

La plupart des caractérisations ont été menées sous sollicitations quasi-statiques mais quelques essais ont été effectués pour des vitesses intermédiaires sur le polypropylène. La température était aussi un paramètre influent. Elle fut prise en compte dans toutes les modélisations du comportement de ces matériaux. L'objectif était la prédiction du comportement mécanique au cours d'opérations de mise en forme pour les métaux (emboutissage, retour élastique, etc) ou de tenue en service pour les polymères, ce qui implique nécessairement une prise en compte d'un formalisme en grandes transformations.

Formalisme en grandes transformations : La première partie de ce document est consacrée à la présentation et à une synthèse d'un formalisme original d'un problème mécanique en grandes transformations. Ce formalisme s'appuie sur la description du mouvement du solide par les coordonnées matérielles entraînées, marquage matériel qui évolue au cours du temps. Il s'associe directement dans le code de calcul par éléments finis HEREZH pour donner une mesure de déformation basée sur la déformation des coordonnées des éléments de référence.

Confronté au problème de la modélisation du comportement élasto-visco-plastique des tôles métalliques, il est apparu qu'aucune méthode n'est encore la « panacée » pour effectuer le transfert du cadre classique de l'élasto-visco-plasticité en petites perturbations à celui en grandes transformations. Dans ce cadre, il a d'abord fallu définir une nouvelle notation permettant de donner un sens « numérique » à la déformation cumulée obtenue par intégration temporelle du tenseur taux de déformation $\mathbf{D}$ au cours d'un calcul incrémental. Différentes déformations cumulées tensorielles dans différents repères curvilignes mais aussi rigides ont ainsi été rappelées. Seule l'intégration temporelle du taux de déformation $\mathbf{D}$ dans le repère rigide en rotation logarithmique donne une mesure de déformation, indépendante du chemin de chargement suivi. Les mesures dans le repère corotationnel et en rotation propre n'en sont que des approximations.

Il est apparu également que la décomposition additive en une partie élastique et plastique du tenseur de déformation d'Almansi associée à la notion de coordonnées matérielles entraînées devenait complexe du fait du manque de signification géométrique directe des invariants classiques de cette mesure de déformation.

Par ailleurs, à travers différents essais numériques où notre intention s'est portée sur la rotation des repères au cours de chargements cycliques, la mesure de déformation de Hencky présente aussi quelques restrictions. Un seul repère n'est en fait suffisant pour résoudre tous les problèmes de dérivation, d'intégration et de transport des différentes grandeurs tensorielles apparaissant lors de la formulation de lois de comportement en grandes transformations.

Connaissant ces restrictions, il est possible néanmoins de simuler le comportement de pièces en alliages métalliques et en polymères en prenant quelques précautions. Ainsi, le repère corotationnel et sa dérivée objective de Jaumann des grandeurs associées apparaissent comme un compromis entre la difficulté d'introduire le repère en rotation logarithmique et la restriction à des modélisations où les déformations élastiques restent faibles, les rotations raisonnables et le nombre de cycles de sollicitations limités.

Mise en forme des alliages d'aluminium et prise en compte de la température :

Afin de connaître et de maîtriser le retour élastique de pièces en alliage d'aluminium, l'essai de Demeri (emboutissage d'un godet cylindrique, découpe d'un anneau et ouverture de celui-ci) a été utilisé sur un alliage d'aluminium-magnésium de la série 5000, l'alliage AA5754-O. Cet alliage est utilisé classiquement dans les doublures des ouvrants d'automobiles du fait de sa sensibilité à l'effet Portevin-Le Chatelier (PLC) qui se traduit lors d'un essai de traction par la propagation de bandes de déformations plastiques localisées. Une large campagne expérimentale a été menée sur cette nuance pour caractériser son comportement en traction, en cisaillement et l'évolution de son anisotropie en fonction de la température. Ces essais ont nécessité des moyens de mesure désormais de plus en plus classiques, comme une mesure locale de la déformation par mesure optique et des mesures de champ de température par caméra infrarouge. Une partie de ces essais a nécessité l'utilisation d'une machine de traction Gleeble mais aussi des moyens d'essais de cisaillement situés à Aveiro au Portugal.

La prédiction du retour élastique, phénomène néfaste qui apparaît suite à la suppression des outils d'emboutissage, est encore difficilement simulée par la majorité des codes de calcul. L'objectif a donc été d'évaluer quels sont les paramètres les plus significatifs dans la prédiction du retour élastique. Les deux étapes majeures de ce projet ont donc été :

1. Étudier expérimentalement les comportements thermomécaniques complexes, spécifiques à cet alliage d'aluminium, lors de sa mise en oeuvre, puis de modéliser ces comportements.
2. Appliquer ces modèles lors de la mise en forme de structures tout d'abord à température ambiante puis en fonction de celle-ci.

Des modélisations complètes de la simulation d'emboutissage de godet, de découpe d'anneau et d'ouverture de celui-ci ont été réalisées. Elles ont été comparées avec des essais en essayant de se rapprocher des conditions expérimentales tout en faisant varier la température. Les températures comprises entre 100 et 200°C présentent l'intérêt de réduire le retour élastique et d'annihiler l'effet PLC. L'emboutissage de cet alliage d'aluminium à des températures qualifiées de tièdes montre alors tout son intérêt.

Plusieurs aspects influant sur l'emboutissage de ces tôles d'aluminium et la prédiction du retour élastique ont été analysés à travers le test de Demeri :

- (i) **les lois de comportement.** Plusieurs modèles s'appuyant sur les fondements théoriques de la première partie, incluant la prise en compte de l'écrouissage isotrope et/ou cinématique et/ou l'anisotropie à travers différents critères de plasticité ont été analysés. Plusieurs de ces modèles ont été implantés dans ABAQUS à travers des interfaces utilisateurs UMAT. La sensibilité de ces modèles sur l'évolution des grandeurs globales comme l'effort d'emboutissage, l'épaisseur est relativement faible. Par contre, sur la prédiction du retour élastique, ces différentes lois de comportement ont de plus grandes répercussions. Il apparaît que la difficulté majeure pour la prédiction du retour élastique est une bonne estimation des contraintes dans l'épaisseur de la tôle. Les critères de Hill48 et de Barlat91 s'avèrent ainsi insuffisants. Par contre, le critère isotrope de vonMises offre de meilleurs résultats. Peu de sensibilité a été notée concernant l'écrouissage cinématique par rapport à l'écrouissage isotrope.
- (ii) **les paramètres numériques.** Le maillage et le type d'éléments finis de type hexaèdre associés ont été également analysés. Un maillage suffisamment fin s'avère nécessaire surtout pour la prédiction du retour élastique. Les éléments à intégration sélective avec prise en compte des modes incompatibles sont ceux qui offrent un résultat les plus proches des ouvertures expérimentales.
- (iii) **le mode de découpe.** Une méthode de découpe des éléments a été développée entre les logiciels ABAQUS et DD3TRIM par l'intermédiaire de script PYTHON, d'interface utilisateur UMAT, SIGINI et HARDINI. Contrairement à la méthode classique d'ABAQUS, par inactivation des zones de maillage inutiles, qui nécessite la création du maillage de la zone de découpe avant

l'emboutissage numérique, cette méthode présente l'avantage de découper les anneaux aux dimensions exactes. Des résultats similaires ont été obtenus entre les deux méthodes, ce qui n'est pas forcément le cas dans le cas de découpe d'anneaux de faibles hauteurs.

- (iv) **le type de modélisation thermomécanique.** Plusieurs modélisations isothermes ou thermo-dépendantes en utilisant DD3IMP ou ABAQUS, ont été réalisées. Une modélisation prenant en compte les couplages thermomécaniques s'avère la plus intéressante car la plus proche des conditions expérimentales.

Modélisation du comportement de matériaux polymères à l'aide du modèle d'Hyperélasto-Visco-Hystérésis En s'appuyant sur les aspects théoriques de la première partie et de la formulation en coordonnées matérielles entraînées intégrée au logiciel HERZ+++, le modèle de comportement d'Hyperélasto-Visco-Hystérésis a été appliqué à deux matériaux polymères : un polypropylène et un élastomère-fluoré. Les aspects numériques et expérimentaux ont été étudiés sur ces deux matériaux. Il s'avère en effet nécessaire de fournir le maximum de renseignements sur le comportement mécanique de ces matériaux si l'on veut au mieux modéliser leur comportement macroscopique.

Le modèle d'Hyperélasto-Visco-Hystérésis, modèle phénoménologique 3D, discerne les phénomènes mécaniques observés grâce à plusieurs contributions en contrainte : une réversibilité instantanée au travers d'une contribution hyperélastique, une irréversibilité non visqueuse à l'aide d'un modèle particulier d'hystérésis et une irréversibilité visqueuse caractérisant la viscosité du matériau. Ces trois contributions en contrainte sont additionnées pour décrire le comportement global de ces matériaux.

En ce qui concerne la modélisation du comportement du polypropylène et de l'élastomère, le modèle HVH permet de simuler, en plus des phénomènes cycliques, quelques phénomènes liés à la vitesse de sollicitation. Un modèle hyperélastique s'appuyant sur l'intensité du déviateur de déformation a été utilisé dans le cas du PP. Il s'avère intéressant pour la description de ce type de matériaux pour des déformations relativement faible et avant la phase de striction qu'il n'est pas capable de reproduire. Dans le cas de l'élastomère, un potentiel hyperélastique de type Hart-Smith utilisant les invariants du tenseur de déformation mais prenant en compte les phénomènes d'incompressibilité a été utilisé. Il apporte le moyen de modéliser des comportements plus contraignants quand la température d'essai diminue et s'approche de la température de transition vitreuse. En ce qui concerne la viscosité, le modèle visqueux composé de deux branches de Maxwell étant relativement simple, il est clair que la prise en compte d'effets non-linéaires nécessiterait des modèles visqueux plus complexes. La partie hystérétique a été prise en compte par l'intermédiaire d'une contribution originale décrivant à la fois le domaine irréversible non-visqueux du comportement et la possibilité de représenter des cycles de sollicitations.

Enfin, une méthode d'identification simple, rapide et nécessitant un seul essai de chargement interrompu par des phases de relaxation a été mise en place. Elle a permis de montrer l'existence de cette partie hystérétique non-visqueuse qui reste malgré tout relativement faible par rapport aux effets visqueux et hyperélastique prépondérant dans le comportement global des polymères et surtout dans celui de l'élastomère.

Le cadre général de la modélisation avec la loi HVH existe et les résultats obtenus sont satisfaisants. La prise en compte des effets de la température dans le comportement de l'élastomère s'est également avérée concluante.

Perspectives

La synthèse des travaux présentés dans ce mémoire permet d'envisager un certain nombre de projets à plus ou moins longue échéance dans lesquels je compte m'impliquer. Les perspectives à ce travail ne manquent pas. Ma volonté est de poursuivre mon investissement dans des moyens d'essais afin d'enrichir les bases de données expérimentales. L'objectif est de pouvoir confronter ces données aux résultats numériques issus de différents modèles EF ou de lois de comportement. La recherche sur de nouveaux moyens d'investigations sur la mise en forme des alliages d'aluminium, leurs confrontations avec des résultats numériques ainsi que la caractérisation et la simulation du comportement des matériaux polymères font toujours partis de mes perspectives de recherche.

Quelques uns des projets en cours ou à venir sont présentés ci-après.

Commençons par la thématique **Modélisation des procédés de mise en forme des matériaux métalliques** :

Thèse sur le retour élastique des alliages d'aluminium et l'influence de la température

Depuis octobre 2009, la thèse de J. Coër a débuté en collaboration avec le CEMUC. Cette thèse est financée pour moitié par la région Bretagne et la FCT « Fundação para a Ciência e a Tecnologia » (l'équivalent Portugais du CNRS). Cette thèse co-encadrée avec P.Y. Manach et L.F. Menezes ainsi que M. C. Oliveira a déjà donné lieu à une publication dans « Experimental Mechanics » que l'on peut trouver en annexe.

Au cours de cette thèse, deux alliages d'aluminium sont envisagées : la nuance AA5754-O, dont une grande partie des résultats expérimentaux obtenus ont été présentés dans ce manuscrit, et la nuance AA2024-T3, principalement utilisée dans l'aéronautique. Cette nuance ne possède pas de bonnes propriétés d'emboutissabilité. En effet, au cours de sa mise en forme à température ambiante, les emboutis présentent souvent une rupture ductile. Cependant, l'utilisation de la température pourrait être une solution à ce problème car elle affecte la viscosité du matériau. La caractérisation des nuances AA2024-T3 et AA5754-O, en cisaillement et en température est actuellement en cours au CEMUC.

Des premiers emboutis ont été réalisés sur la machine d'emboutissage BUP 200 Zwick sur la nuance AA5754 (petits godets de 33 mm diamètre de dimensions réduites par rapport aux résultats antérieurs) (figure 7.25). A cause de l'épaisseur initiale de la tôle de 1 mm, un nouveau phénomène, dit d'étirage est apparu à la fin de l'opération d'emboutissage. Ce phénomène, classique pour la mise en forme de canette en aluminium, est mal maîtrisé actuellement et entraîne une contrainte supplémentaire de modélisation.

Un nouveau dispositif expérimental d'emboutissage de godet cylindrique, installé sur la machine d'emboutissage BUP 200 Zwick est également en cours de validation. Ce nouveau moyen d'essai permettra de faire varier, par conduction, la température des différents outils (poinçon, matrice, serre-flan) afin de créer un gradient thermique dans l'épaisseur de la tôle. D'après la littérature, c'est un des moyens le plus efficace pour augmenter l'emboutissabilité. Les efforts d'emboutissage devraient donc encore être réduits. L'objectif est de rester dans des températures qualifiées de tièdes, c'est-à-dire ne dépassant pas 250°C.

Toujours du côté expérimental, il est prévu du côté Portugais d'étudier l'influence du frottement sur le procédé d'emboutissage tout en faisant évoluer la température. Sur le nouveau dispositif d'emboutissage, avec la collaboration du Prof. A. C. Carvalho, spécialiste au CEMUC des revêtements d'outils par films minces, différents revêtements de surface seront déposés sur les outils par procédé CVD (Chemical Vapor Deposition). Dans un premier temps, il s'agira de déterminer expérimentalement la valeur du coefficient de frottement en fonction de l'état de surface de ces outils, des types de revêtements de surface déposés ainsi que de la lubrification et

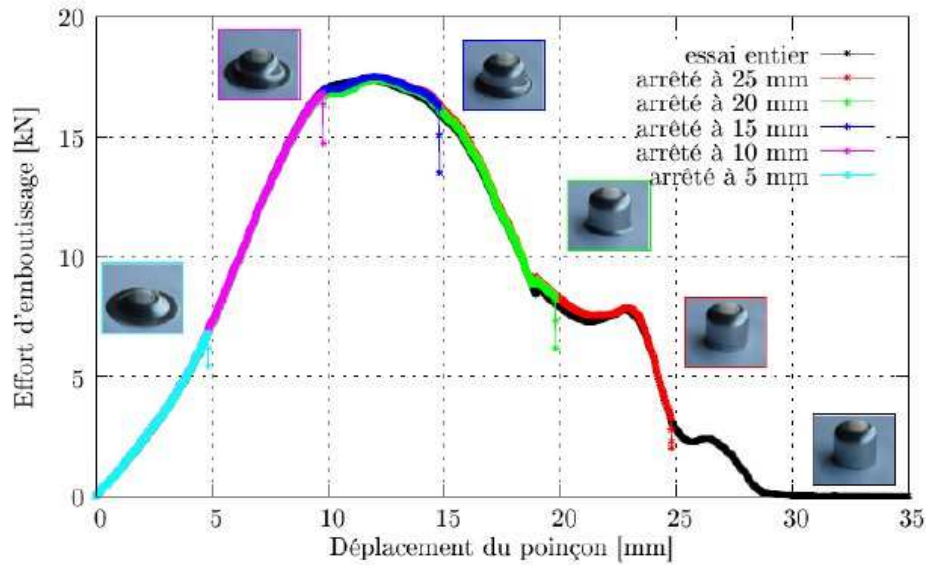


FIGURE 7.25 – Évolution de la forme du godet au cours du procédé d'emboutissage sur la machine BUP 200.

de la pression de contact. L'objectif, à terme, serait de supprimer tout lubrifiant, qui entraîne pour les emboutisseurs de gros soucis de retraitement de ces déchets liquides.

Du côté numérique, la majorité des calculs effectués pour l'instant ont été réalisés sur des éléments solides 3D classiques (C3D8, C3D8R et C3D8I). L'objectif de la thèse est de tester l'efficacité des éléments coques solides (SC8R). Ces derniers possèdent à la fois les avantages des coques simples pour la description de la flexion et les avantages des éléments solides classiques d'un point de vue compression. Ils doivent donc permettre de modéliser les phénomènes d'étirage et de cisaillement que ne permettent pas les éléments de coque classique. Un autre avantage de ces éléments coques solides est le gain non négligeable en terme de temps de calcul. Les premières simulations ont été effectuées en utilisant un comportement isotrope et des lois d'écrouissage de type Swift ou Voce.

Mais d'après les résultats présentés dans ce document, d'autres axes de recherche mériteraient être analysés dans des études ultérieures :

Influence du modèle de comportement sur le retour élastique Une analyse du retour élastique sur des anneaux découpés dans la hauteur du mur de ces nouveaux godets est bien entendu en cours. Je prévois une nouvelle démarche de comparaison d'ouverture à l'aide de la méthode de découpe entre ABAQUS et DD3TRIM. De plus, j'ai collaboré avec S. Kurukuri, qui a effectué un Post-Doc au LIMATB durant l'année 2010, sur l'implantation de nouvelles UMAT dans ABAQUS intégrant le calcul de la matrice tangente de la loi de comportement. Il nous est donc désormais possible de simuler des comportements thermomécanique couplés, prenant en compte des critères de plasticité anisotropes (critère de Vegter et de Barlat Yld2000) et de nouvelles lois d'écrouissage (modèle de Nadai ou de Bergström) qui prennent en compte la température. L'utilisation de nouveaux critères de plasticité ainsi que de nouvelles lois d'écrouissage sont donc possible désormais et ouvrent la voie à de nouvelles possibilités de simulation intégrant de nombreux paramètres : anisotropie du matériau, couplage thermomécanique fort, chauffage des outils, évolution de la température au cours du procédé de mise en forme, etc.

Influence de la base de données expérimentales sur l'identification Ces nouveaux critères de plasticité nécessitent souvent la définition de la limite pour un état de contrainte biaxial. Et comme il a été signalé à la section 4.2.1, la limite de plasticité pour un état de contrainte biaxial n'a pas été étudiée pour l'instant. Cette faiblesse entraîne certaine incertitude sur la forme de la surface de plasticité dans cette région des contraintes et peut avoir une implication non négligeable sur les critères de plasticité anisotrope. Des essais de bulge-test devront donc être menés sur l'AA5754 pour déterminer leur influence sur l'identification des paramètres matériau et leur conséquence sur l'état de contrainte à la fin de l'emboutissage.

De la mise en forme à la dynamique Pour l'instant, les différents essais ont montré que la température permet une réduction du retour élastique. Mais la résistance mécanique des pièces embouties en fonction de la température n'a pas été évaluée. Il serait ainsi intéressant de comparer le comportement mécanique obtenu aux différentes températures d'emboutissages testés afin d'étudier le comportement ultérieur en service sous sollicitations statiques ou dynamiques de ces pièces embouties. Cette thématique correspondrait parfaitement à la thématique de recherche de l'Equipe Génie Mécanique et Matériaux (EG2M) qui souhaite faire le « lien entre la mise en forme et la dynamique des structures ». Un premier test pour caractériser ce comportement mécanique à la fin de l'emboutissage serait de prévoir un essai de traction sur les anneaux ouverts. Le prélèvement d'éprouvettes dans cette partie emboutie pourrait être également envisagée afin de réaliser ensuite différents essais mécaniques.

Utilisation du modèle HVH pour la simulation de la mise en forme Malgré plusieurs tentatives d'identification du comportement de l'AA5754 en traction et en cisaillement qui ont été très satisfaisantes (ex : Master Recherche de Elen Hemon en 2009). A l'heure actuelle, il n'a pas été possible de simuler correctement la mise en forme de godet cylindrique par l'intermédiaire de l'interface entre HERZ et ABAQUS. L'utilisation d'un potentiel hyperélastique non-convexe entraînait en effet des problèmes de convergence. Le développement d'autres potentiels hyperélastiques s'impose. Mais les potentialités de la loi de comportement HVH semblent intéressantes du fait de sa possibilité de modéliser des cycles, cycles qui apparaissent nécessairement lors du retour élastique.

Enfin, suite au travail expérimental conséquent mené sur l'AA5754 et l'influence de la température sur l'effet PLC, une collaboration est en cours avec C. Bernard (MCF de l'équipe EG2M du LIMATB), P. Chauvelon et M. Carin de l'équipe ET2E du LIMATB. Plusieurs axes de recherche sont à prévoir :

- a) **Évolution du module d'Young avec la température** Au vu de l'importance que peut engendrer la valeur du module de Young sur des simulations numériques de retour élastique, des contacts sont menés à l'heure actuelle avec le GEMH de l'ENSCI de l'Université de Limoges pour la détermination de l'évolution de ce coefficient élastique en fonction de la température, par le biais d'un dispositif à propagations d'onde ultrasonores.
- b) **Évolution des bandes PLC** Les premières études ont montré qu'il était possible, au cours d'un essai de traction sur la machine de traction Gleeble, de corréler le champ de déformation mesuré par ARAMIS et le champ de température issu de la caméra thermique. Il serait maintenant intéressant d'effectuer une corrélation de ces champs avec la localisation et le mouvement des bandes de dislocations associées à l'effet PLC.
- c) **Modélisation du passage des bandes** Enfin, il serait intéressant de simuler par des lois de comportement adéquates l'apparition des bandes PLC au cours d'un essai de traction. Des modèles macroscopiques, type McCormik, pourraient être implantés en prenant en compte la température (*i.e.* [39]). L'objectif serait de pouvoir valider numériquement la suppression des effets PLC avec la température.

Finalement, toujours dans le cadre de la modélisation des procédés de mise en forme des matériaux métalliques, un projet d'envergure se profile :

Participation à un projet ANR Une demande ANR (XXS FORMING) a aussi été déposée par le SYMME, de l'Université de Savoie, le LIMATB et l'équipe « Mise en forme », le LEM3, Arts et Métiers Parit Tech de Metz ainsi que plusieurs partenaires industriels. Le projet XXS FORMING propose de mettre au point l'ensemble de la chaîne de connaissances et d'outils nécessaire à la conception virtuelle des procédés de micro-formage des tôles.

D'un point de vue expérimental, le projet vise à développer des moyens permettant de reproduire à l'échelle du laboratoire les principaux phénomènes observés au cours de la mise en forme des pièces industrielles de petites dimensions (formabilité, retour élastique, vrillage). Ainsi, l'objectif est de valider l'ensemble des développements théoriques et numériques sur la base d'essais expérimentaux discriminants sur mono- et multi-cristaux. Ces développements seront mis en oeuvre pour simuler des opérations industrielles, et optimiser les outillages d'opérations industrielles. Dans ce cadre, ma contribution consistera à mettre au point des logiciels et des procédures d'identification paramétrique des lois de comportement. Il nécessitera également mon intervention sur l'implantation et le développement de modèles macroscopiques dans ABAQUS.

Concernant la thématique **Simulation du comportement de matériaux polymères**, plusieurs thématiques de recherche sont prévues :

Deux nouveaux moyens d'essais sont en cours de validation actuellement dans l'équipe EG2M et devraient apporter de nouvelles possibilités d'investigations sur le comportement thermomécanique des polymères. Il s'agit :

- d'un équipement spécifique dédié à l'étude du comportement mécanique en situation multiaxiale. Il se compose d'une cellule de force à six axes et d'un montage spécifique pour des éprouvettes cylindriques permettant de réaliser des cycles de sollicitations successives comprenant des phases de traction, de torsion et de compression. Un moule d'injection de quatre empreintes (éprouvettes de traction, compression, traction dynamique et torsion) est également en cours de validation.
- d'un matériel pour la réalisation d'essais en température et en humidité contrôlées. Depuis novembre 2010, je suis porteur de ce projet dans le cadre d'un financement CPER d'une valeur de 50 k€. Ce moyen d'essais composé d'un générateur d'air relié par des gaines à un caisson climatique externe permet de réaliser des essais dans une gamme de température de -70 à $+180^{\circ}\text{C}$ avec humidité contrôlée. Le caisson peut être installé sur trois machines d'essais de traction du LIMATB et est adapté pour recevoir le dispositif d'essais multiaxiaux décrit précédemment.

Ces nouveaux moyens devraient apporter un champ d'expérimentation beaucoup plus large. Peu d'essais combinent simultanément des chargements multiaxiaux et les effets de la température. Dans ce cadre, plusieurs études sur de nouveaux matériaux sont prévus :

Matériau polypropylène Je continue à collaborer avec M. Zrida, désormais Maître-Assistant au Centre National des Recherches en Sciences des Matériaux (CNRSM) près de Tunis. Des études sur de nouveaux matériaux à base de polypropylène mais chargés de fibres naturelles (type *Posidonia Oceanica*) sont envisagées. Un projet de thèse dans le cadre d'une demande CMCU entre la Tunisie et la France est prévue pour 2012. Il est également envisagé de reprendre le protocole d'identification des paramètres matériau du modèle HVH pour l'appliquer à ces nouvelles nuances.

Thèse sur le comportement de matériau biocomposable type PHA Une nouvelle thèse, en collaboration avec G. Rio, obtenue sur un financement de la région Bretagne et avec l'appui d'une PME du Morbihan commence en octobre 2011. Cette thèse se situe dans le cadre d'un programme de recherche labellisé par le pôle de compétitivité « VALOrisation pour la Recherche et l'Innovation ALimentaire » (appelé BIOCOMBA2), porté par l'équipe E2PIC du LIMATB

et qui a pour ambition d'évaluer le potentiel de bactéries marines pour la production de PHA (PolyHydroxyAlcanoates) fortement barrières.

Parallèlement à ce programme de recherche, l'objectif de cette thèse est de mieux connaître les propriétés thermomécaniques de ces nouveaux matériaux à différentes températures et humidités contrôlées :

1. à partir du cahier des charges défini par le partenaire industriel, il s'agira de formuler des « mélanges maîtres » à base de PHA disponibles commercialement en y incluant d'autres additifs, afin d'obtenir des bioplastiques présentant les caractéristiques mécaniques et physico-chimiques nécessaires à la production d'objets plastiques. Le bioplastique PHA utilisé sera formulé à l'aide d'un biopolymère obtenu par synthèse bactérienne de substrats spécifiques composés à partir de produits dérivés de l'industrie agroalimentaire et dont les coûts de production devraient permettre de lever un des freins au développement des PHA.
2. une fois ces matériaux obtenus, il s'agira d'étudier les comportements complexes, spécifiques de ces matériaux en fonction de la température, à l'aide des nouveaux moyens à notre disposition. Cette réponse mécanique permettra de sélectionner la nuance la plus à même de répondre aux besoins des industriels de l'emballage.
3. enfin, les ingrédients du modèle HVH devront être améliorés pour prendre en compte le comportement particulier de ces matériaux.

Amélioration du modèle de comportement HVH Dans la poursuite des travaux menés avec G. Rio sur le modèle HVH, il s'avère que certaines améliorations de ce modèle sont à poursuivre :

1. la description de la viscosité par le modèle de Maxwell à n branches a montré ces limites. Un modèle visqueux non-linéaire en fonction de la déformation ou/et de la vitesse de déformation s'impose.
2. les comportements en traction et en compression de l'élastomère étudié se sont avérés très différents. Un premier modèle, implanté au cours de la thèse de A. Vandenbroucke, à partir d'une évolution multiplicative d'une loi des mélanges prenant en compte la pression a donné des premiers résultats. Il reste à le valider et à le confronter à d'autres essais. Mais un autre moyen pour prendre cette évolution de la pression différente en traction et en compression serait de l'intégrer sous la forme d'une équation d'état prenant en compte plusieurs paramètres, comme la pression, la température et l'évolution de la variation de volume. D'autres paramètres plus « physiques », comme le taux de cristallinité ou la taille des cristallites pourraient être aussi envisagés.
3. toujours sur les matériaux élastomères, des phénomènes comme l'effet Payne n'ont pas été suffisamment abordés avec le modèle HVH qui a l'avantage de pouvoir modéliser des cycles. L'effet Payne qui traduit la diminution du module de conservation quand l'amplitude augmente devrait être examiné et évalué avec ce modèle. De la même façon, la confrontation des résultats numériques obtenus avec le modèle HVH sur des pièces industrielles mériterait d'être étoffée. Le travail de collaboration entre le EG2M et la Barre-Thomas (maintenant fusionné avec Cooper-Standard) devrait ainsi déboucher sur ce type de validation avec le stage d'Ingénieur de E. Guitton encore en cours. Parallèlement, d'autres matériaux, type TPE, mériteraient d'être analysés avec le modèle HVH. Un début de collaboration a commencé sur ce point avec la société Cooper-Standard.
4. enfin, l'évolution de la température devrait être directement intégrée aux équations constitutives des branches hyperélastiques, hystérétiques et visqueuses et non pas à partir d'essais réalisés à des isothermes. Il serait intéressant finalement d'étudier l'endommagement et la rupture du matériau en y incluant l'influence de la température d'un point de vue expérimentale et numérique. C'est un objectif de collaboration que j'envisage avec N. Aït Hocine de l'Ecole Nationale d'Ingénieurs du Val de Loire.

Annexe

The Effect of Temperature on Anisotropy Properties of an Aluminium Alloy

J. Coër · C. Bernard · H. Laurent ·
A. Andrade-Campos · S. Thuillier

Received: 14 June 2010 / Accepted: 17 September 2010
© Society for Experimental Mechanics 2010

Abstract The temperature influence on the mechanical behaviour during plastic deformation of an AA5754-O aluminium alloy has been investigated by several experimental tests. First, monotonous tensile tests were carried out from room temperature up to 200°C with a classical tensile machine and with a less conventional testing apparatus involving the heating of the sample by Joule effect. With this second testing apparatus, the strain fields and tensile curves were obtained in function of temperature by means of a non-contacting optical 3D deformation measuring system. Moreover, shear tests were performed in the same temperature range. It is shown that the anisotropy coefficients are rather constant within this temperature range, with a relative variation less than 8%. For both tensile and shear tests, the stress levels are similar at the beginning of straining at room temperature and 150°C, except

that the Portevin–Le Chatelier (PLC) phenomenon disappears at elevated temperature, and then evolves differently. At 200°C, the stress level is clearly below whatever the deformation. In the framework of drawing process, the formability of this alloy at temperatures higher than 150°C seems to be improved.

Keywords Temperature · AA5754-O aluminium alloy · Material anisotropy · Portevin–Le Chatelier effect

Introduction

Forming technology in warm conditions, typically below $0.5 T_m$ where T_m is the absolute melting point, has received considerable attention over a period of many years [1–5]. Currently, increasing interest in non-isothermal forming for non-ferrous sheets, such as aluminium alloys, is being driven by weight-reduction trends as well as precision forming technology. However, non-isothermal sheet forming is so difficult, unsettled and complex that extensive trials are required, which involve substantial time and cost. Therefore, the need of a best knowledge of aluminium mechanical behaviour in function of temperature, for numerical analysis of warm forming processes, becomes more important for many industries.

Confidence in the numerical analysis of formability depends on the accuracy of the constitutive model describing the behaviour of the material [6, 7]. This is especially important when the material exhibits anisotropic characteristics, as do most cold rolled sheet metals (e.g. [8–11]). Because material hardening behaviour and material response to loading condi-

J. Coër · C. Bernard · H. Laurent (✉) · S. Thuillier
Laboratoire d'Ingénierie des MATériaux de Bretagne
(LIMATB—EG2M), Université Européenne de Bretagne,
Université de Bretagne-Sud, BP 92116, 56321
Lorient cedex, France
e-mail: herve.laurent@univ-ubs.fr

J. Coër · H. Laurent
CEMUC, Departamento de Engenharia Mecânica,
Universidade de Coimbra, Polo II, 3030-201 Coimbra,
Portugal

A. Andrade-Campos
Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade
de Aveiro, Campus Universitário de Santiago,
3810-193 Aveiro, Portugal



tions change at elevated temperatures, the anisotropy coefficients must be determined as a function of temperature so that the material model can account for these changes [4, 12–15].

Actually, the measurement of the temperature dependence of the anisotropy is a delicate task, owing to the difficulty to control temperature during experimental test. And the aim of this work is precisely to accurately characterise the plastic behaviour of an anisotropic automotive sheet aluminium alloy from room temperature up to 200°C by means of two specially developed experimental setups. First, with a tensile testing machine coupled with a non-contacting optical 3D deformation measuring system, the specimen being heated by Joule effect, and then, with a shear testing device, already described in previous works [16, 17], placed in a furnace. In order to validate the experimental results, comparative tensile tests at room temperature with a classical tensile testing machine were also carried out.

The Al-Mg alloy (AA5754-O) studied here is known to experience dynamic ageing during plastic deformation at room temperature leading to Portevin–Le Chatelier (PLC) phenomenon [18–24]. The PLC effect is characterised by plastic instabilities, i.e. repeated load drops due to rapid localised plasticity during tensile or shear deformation strained with a constant external strain rate, which generates non-aesthetic stretcher lines on the specimen surfaces. Given that several works showed that PLC effect vanished with increasing temperature in tensile tests, this investigation is also an opportunity to observe the influence of the temperature on the PLC phenomenon for two types of mechanical loadings: tensile and shear.

Material Characteristics

An automotive sheet was considered: AA5754-O (Al-Mg) aluminium alloy sheet of 1.0 mm thick. AA5754-O is mainly used for inner body panels in the automotive industry. The standard composition of the alloy used in this study is listed in Table 1. The material is initially in the 'O' condition, which means that it is fully annealed. Therefore, the time that a specimen is held at elevated temperatures before deformation starts does not influence the results. The average grain size of the alloy is 20–25 μm . With X-ray diffraction, Boogaard

[18] studied the texture of this material. A weak cube texture has been observed, with the density of the cube orientation about four times that of a random texture.

The rolling process introduces a deformation texture in the sheet. Even after recrystallisation, this texture does not totally vanish and a typical recrystallisation texture appears. This texture is symmetric along the rolling, transverse and normal directions. Usually, this texture leads to an anisotropic mechanical behaviour. The aim of the following tests is to characterize this anisotropic behavior.

Experimental Observations

Uniaxial tensile and simple shear tests at different temperatures, on AA5754-O aluminum alloy sheet, ranging between 25 and 200°C, are presented. These tests are performed along several loading directions. Three orthogonal axes can be defined for rolled material: the rolling direction (RD), the transverse direction (TD) and the normal direction to the sheet plane (ND). A specimen can be taken from the sheet in any orientation in the (RD,TD) plane. The angle α between loading direction and RD is used to define the specimen xyz -coordinate system (Fig. 1). Several angles α (0°, 45° and 90° to the RD) for tensile and simple shear tests have been used to evaluate the anisotropy of the material at room temperature and as a function of temperature.

Uniaxial Tensile Tests

In this section, the results of several types of uniaxial tensile tests are presented. First, classical tests at room temperature at several orientations to the RD are described in Section “[Homogeneous tensile tests at room temperature](#).” Finally, tests at constant temperature in several loading directions on a Gleeble machine with an optical strain measure are presented in Section “[Tensile tests with Gleeble equipment at elevated temperature](#).” Logarithmic strain components ε_{xx} as well as Cauchy stress σ_{xx} are calculated from raw data for all these tests. Note that two notations are used to describe the logarithmic strain in this article. Indeed, for a given strain level, ε_{xx} is a function of x referring to the local logarithmic strain component along $\mathbf{x}$, whereas $\bar{\varepsilon}_{xx}$ is a constant equal to the average of ε_{xx} on the central area of the specimen, i.e. the measurement area.

Table 1 Composition in weight % of aluminium AA5754-O

Cu	Mn	Mg	Si	Fe	Cr	Al
≤0.10	≤0.500	2.60–3.60	≤0.400	≤0.400	≤0.300	93.6–97.3



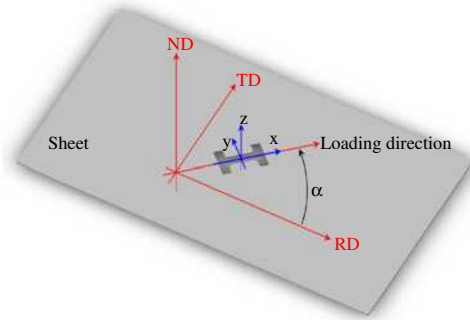


Fig. 1 A tensile test specimen inclined at an angle α to the RD

Homogeneous tensile tests at room temperature

First, standard tensile tests were performed at room temperature. Quasi-static tests were carried out on an Instron 4505 with a 5 kN load cell. Monotonous tensile tests were carried out at 0° , 45° and 90° to the RD of the sheet (see [25] for a complete characterisation of this material at room temperature). Samples were rectangular of dimensions $110 \times 20 \times 1 \text{ mm}^3$. The free edges were machined in order to eliminate the hardened area induced by the cutting and thus to increase the range of homogeneous deformation. Strain rate was of the order of $2 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$. Three tests were performed to check the reproducibility of the results and one was chosen as representative of the behaviour. The results obtained in the three orientations to the RD are very similar (Fig. 2). Cauchy stress σ_{xx} was calculated from the load, by assuming an isochoric transformation. Logarithmic strain component $\bar{\epsilon}_{xx}$ was calculated from an Instron extensometer (accuracy: $\pm 0.15\%$, gauge length: 12.5 mm) settled in the central area of the specimen called measurement area.

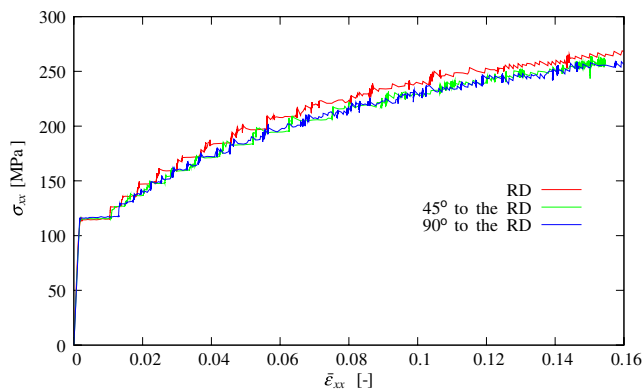


Fig. 2 Uniaxial tensile tests at 0° , 45° and 90° to the RD at room temperature

The serrated nature of the resulting curves, observed in Fig. 2, is related to a dynamic ageing of the alloy, due to interaction between mobile dislocations and magnesium atoms in solid solution in a given temperature/strain rate range [21]. Plasticity is localised in bands which propagate during straining (Portevin–Le Chatelier effect). In a forming process, this effect can generate stretcher lines which are detrimental for the visible parts of the product.

The same tests were performed with the same conditions but at different temperatures by using a furnace. The results will be presented and discussed in the following section.

Tensile tests with Gleeble equipment at elevated temperature

To investigate the effect of temperature on material anisotropy, additional tensile tests were conducted. With conventional mechanical testing systems, anisotropy measurement with respect to temperature is difficult to meet. Indeed, characterising anisotropy requires local and simultaneous measurements of both longitudinal and transverse strains in a small zone of the sample during the test. Moreover the temperature in this zone needs to be as homogeneous and constant as possible, which involved an accurate monitoring of the temperature.

In order to perform this particular test, a Gleeble 3,500 testing machine (Dynamics System Inc., USA) was used. The bone-shaped geometry of the specimens, presented in Fig. 3, was directly machined in the metal sheet in order to avoid possible work hardening near the free edges. The dimensions of the rectangular gauge area were $L_0 = 40 \text{ mm}$ and $b = 10 \text{ mm}$. The length L_c between grips was 80 mm.

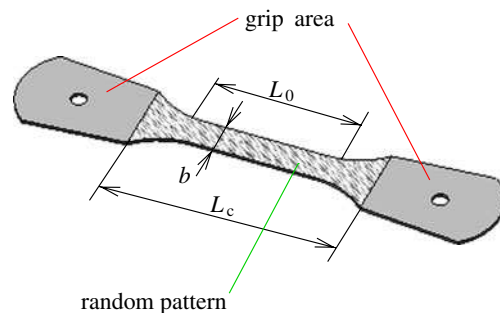
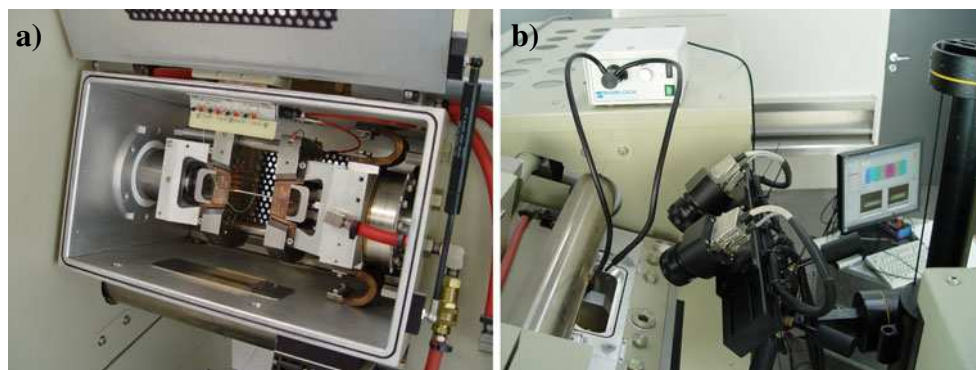


Fig. 3 Tensile specimen geometry for Gleeble test ($L_0 = 40$, $b = 10$ and $L_c = 80 \text{ mm}$)

Fig. 4 (a) Test chamber of the servo hydraulic Gleeble 3,500 mechanical system. (b) Deformation optical measurement system Aramis

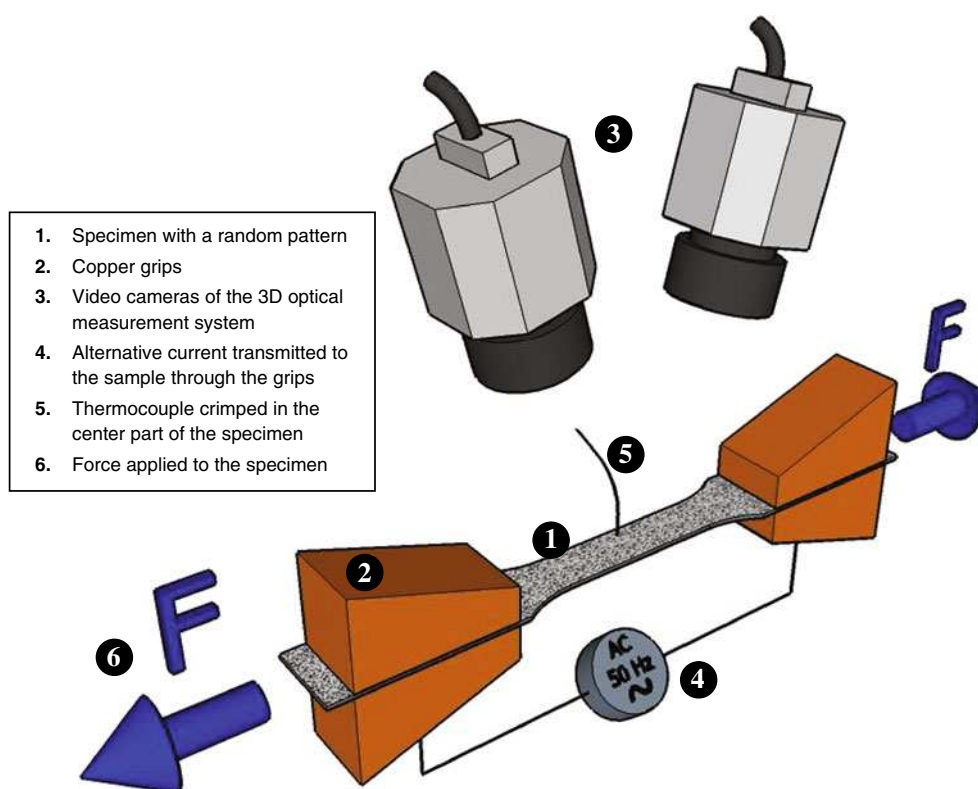


Besides being a tensile machine, the Gleeble 3,500 system also involves a closed loop system using direct resistance Joule heating via a 50 Hz AC current with a thermocouple-based high speed feedback system to achieve accurate temperature control (Figs. 4 and 5). This unusual heating technique by Joule effect is very rapid compared to classical furnaces and allows an easy and direct examination of the specimen surface by means of optical device. However, on account of the water cooling of the grips, the temperature is lower at the two ends of the specimen. Using several thermocouples placed along a specimen, the symmetric distribution of the temperature during the test has

been reasonably fitted by a 4th-order polynomial function [Fig. 6(a)]. Each thermocouple was inserted and crimped in a 0.4 mm diameter hole.

Such a temperature distribution has already been observed for specimens with other geometries [26]. Given this distribution, the center of the specimen, which is the area where the temperature is both the highest and the more homogeneous, has been chosen to study the deformation of the material. The area that will be studied in these tests, called “measurement area,” is a $6 \times 3 \text{ mm}^2$ rectangle in the central part of the specimen [Fig. 6(b)]—the reason why this area is not exactly centered on the center of the specimen but

Fig. 5 3D representation of the main parts of the setup



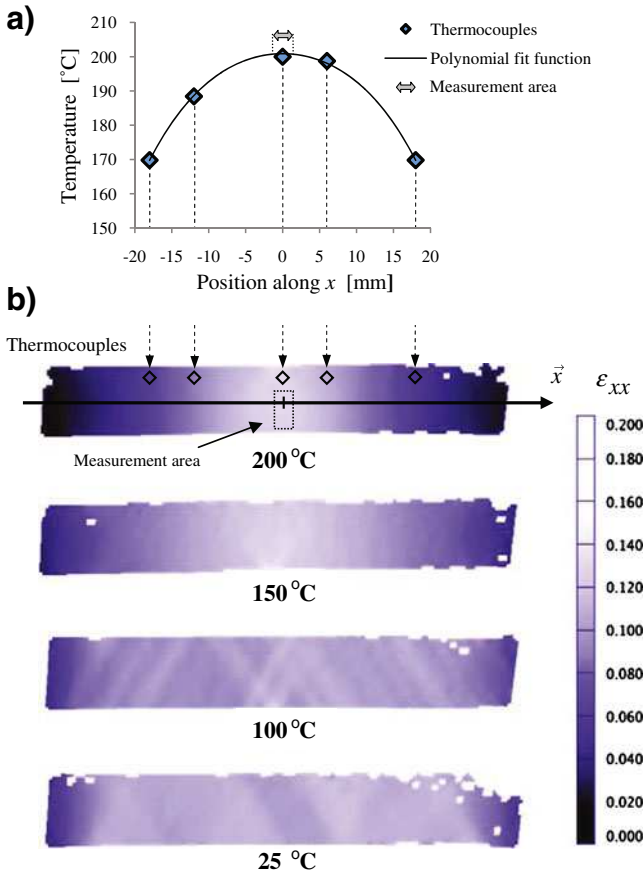


Fig. 6 (a) Temperature repartition along x for a test at 200°C and (b) ε_{xx} strain field for several temperatures. The position of the thermocouples are indicated by diamond-shaped symbols

shifted downwards is addressed further. According to the temperature distribution [Fig. 6(a)], the temperature change in this area does not exceed 0.4°C. Note that for all the following tests, a single thermocouple

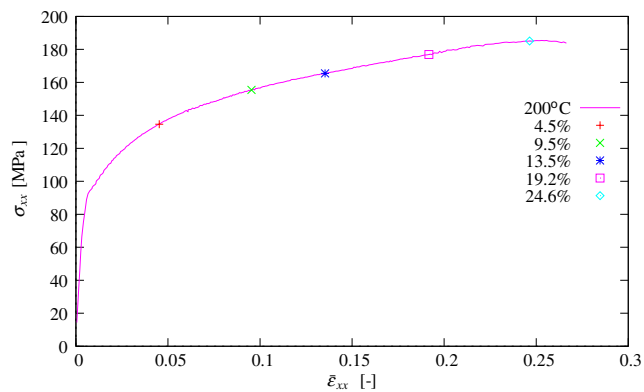


Fig. 7 Stress versus $\bar{\varepsilon}_{xx}$ curve for a test at 200°C with a sample oriented to 90° to the RD. The five strain levels studied are symbolised by five symbols

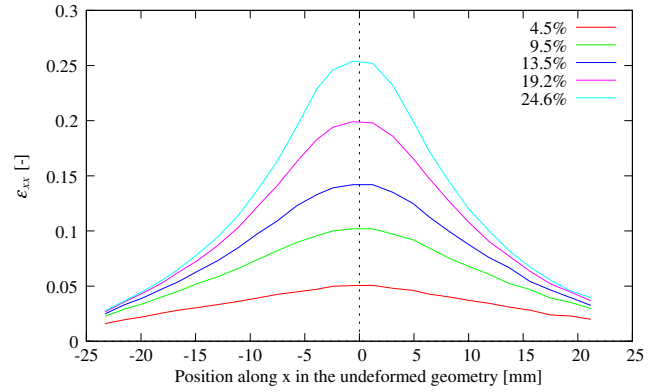


Fig. 8 ε_{xx} strain distribution for five strain levels for a test at 200°C with a sample oriented to 90° to the RD. For all the curves, the x position is expressed in the undeformed geometry

was used in the central part of the specimen in order to control the temperature in its middle.

The Gleeble 3,500 system features a dilatometer and an extensometer that allow measuring local strain in longitudinal and transverse directions. Unfortunately, these two signals can not be recorded simultaneously by the machine. Finally, the strain measurement was realized using a non-contacting optical 3D deformation measuring system, ARAMIS (GOM, Germany), which involves two video cameras recording the motion of a random pattern applied to the specimen surface (Fig. 4). The black and white random pattern was made with a commercial high temperature spray paint. This

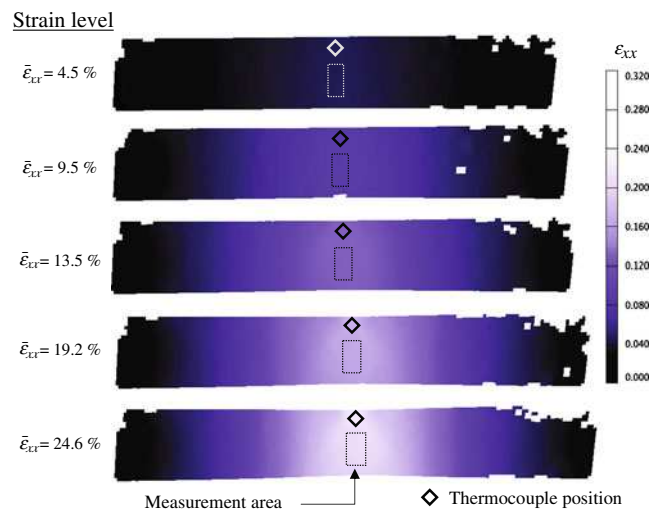


Fig. 9 Field of ε_{xx} in the working zone of the specimen for the five corresponding strain levels for a test at 200°C with a sample oriented to 90° to the RD. Thermocouple position and measurement area, in which the mean strain $\bar{\varepsilon}_{xx}$ is calculated, are also indicated. Note that the measurement area follows the deformation of the material

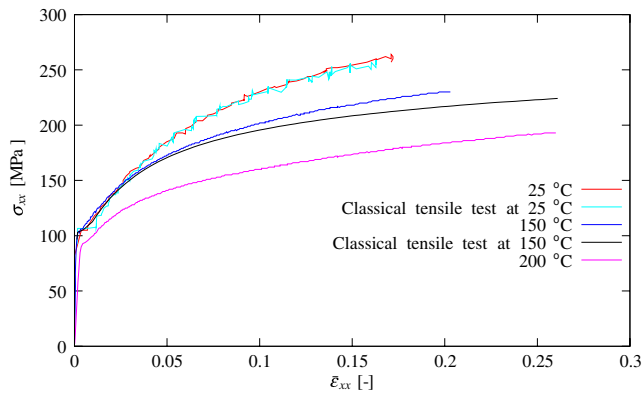


Fig. 10 Tensile stress-strain curves with Gleeble equipment in the RD as a function of temperature and comparison with classical tests using a heating furnace

technique gives, for a single test, the strain and displacement fields of the whole working zone of the sample. Then, the local strain in transverse and longitudinal direction could be calculated at the central point by averaging the data, by means of the dedicated GOM software, in the measuring area that surrounds this point. The strain accuracy is of the order of 10^{-4} .

It is noteworthy that, with this technique, not only the local strain in the middle of the sample—where the temperature is known and controlled—is available, but the strain at any point of the optical acquisition area could also be calculated. Consequently, even if this possibility was not explored in this study, this method potentially allows measuring the strain at different constant temperatures from a single test since the temperature changes along the specimen.

With this Gleeble 3,500 testing machine, monotonic uniaxial tensile tests have been carried out for three orientations to the RD: 0° , 45° and 90° at several temperatures: 25, 150 and 200°C with a longitudinal strain rate of approximately $2 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$. Each test was per-

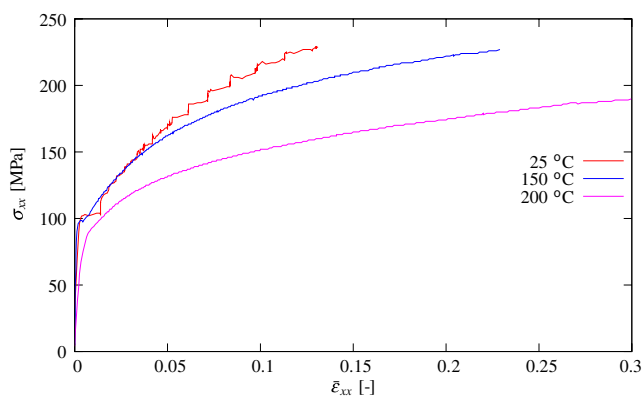


Fig. 11 Tensile stress-strain curves with Gleeble equipment at 45° to the RD as a function of temperature

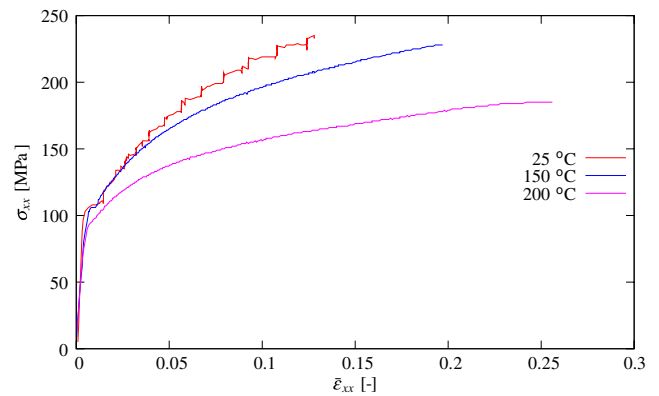


Fig. 12 Tensile stress-strain curves with Gleeble equipment at 90° to the RD as a function of temperature

formed three times in order to check reproducibility. The averaged logarithmic strains in the middle of the specimen in the longitudinal direction, i.e. $\bar{\epsilon}_{xx}$, and $\bar{\epsilon}_{yy}$ in the transverse direction, were calculated by averaging the strain field measured optically in the measurement area. The averaged logarithmic strains along the thickness, $\bar{\epsilon}_{zz}$, were deduced from these latter by supposing that plastic deformation occurs without volume change. Note that the measurement area [Fig. 6(b)] follows the deformation of the surface during the test.

Figure 7 shows the stress versus $\bar{\epsilon}_{xx}$ during a test at 200°C with a sample oriented to 90° to the RD. Five different strain levels are also symbolised by five symbols in this figure. The distributions of ϵ_{xx} along x for these five strain levels are presented in Fig. 8 and the five corresponding strain fields of the whole working zone are depicted in Fig. 9.

Figure 8 highlights the heterogeneity of ϵ_{xx} along x which is strongly focused in the central part and particularly high at the end of the test. However, the homogeneity of ϵ_{xx} remains reasonable in the measurement

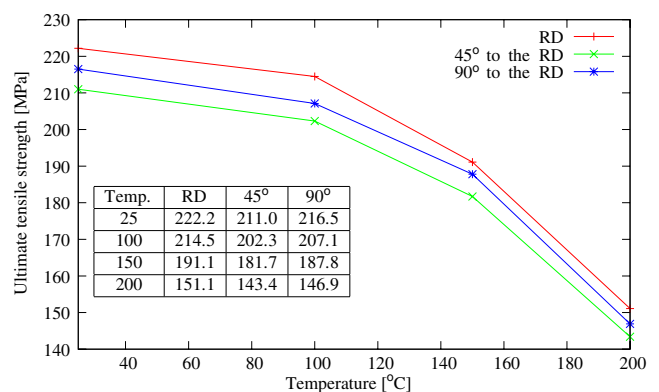


Fig. 13 Ultimate tensile strength versus temperature

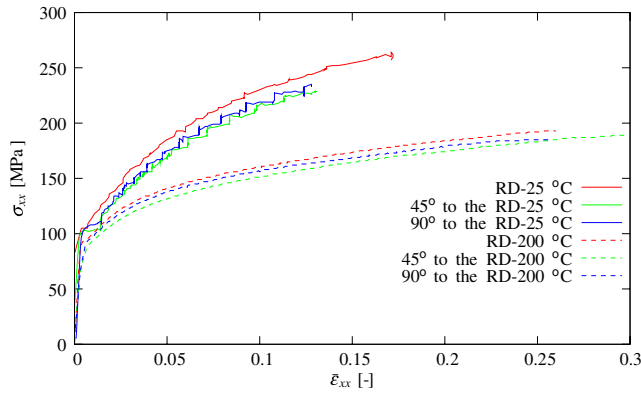


Fig. 14 Tensile stress-strain curves with Gleeble equipment at 0, 45 and 90° to the RD at room temperature and 200°C

area because, even for the highest curve of Fig. 8, the strain change in this area is less than 1%, i.e. only 4% in relative terms. For the higher strain levels, it is noteworthy that the hole in which the thermocouple is crimped, located near the upper edge in the central part of the specimen, induces a disturbance in the strain field (Fig. 9). That is why the measurement area was shifted away from the thermocouple, as shown in Figs. 6(b) and 9, where the field is less affected by this stress concentration phenomenon.

In Fig. 10, quasi-static tensile results performed on an Instron 4505, with the same conditions that presented in Section “Homogeneous tensile tests at room temperature” but equipped with a heating chamber, are compared with corresponding curves obtained with the Gleeble 3,500 system. This comparison is performed at room temperature and at 150°C in the RD. Temperature control during these tests, previously presented in [27], was made using a thermocouple fixed on the tensile grips. The results show a relatively good agreement which validates results obtained with Gleeble system.

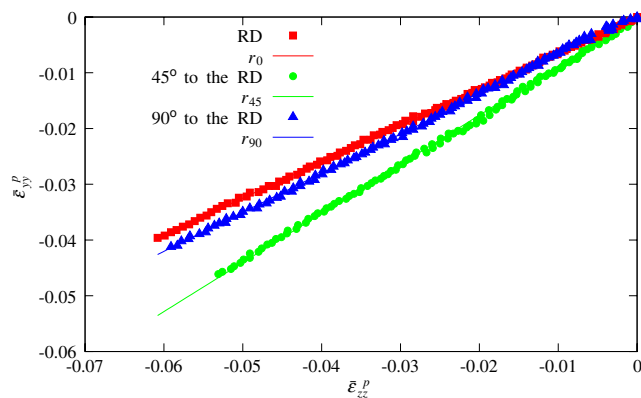


Fig. 15 Calculation of the plastic anisotropy coefficient by measuring the slope in the $\bar{\epsilon}_{yy}^p = f(\bar{\epsilon}_{zz}^p)$ diagram (example at 150°C)

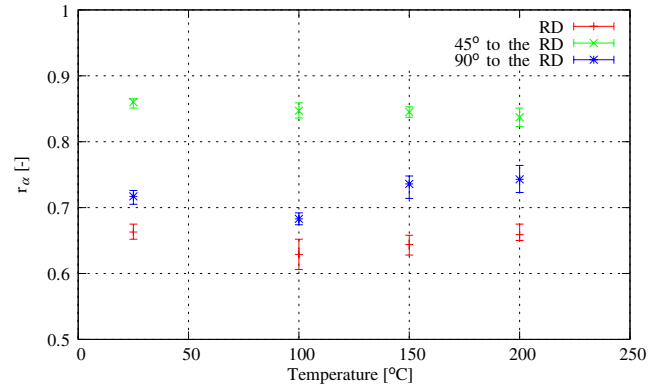


Fig. 16 Plastic anisotropy parameters r_α as a function of temperature

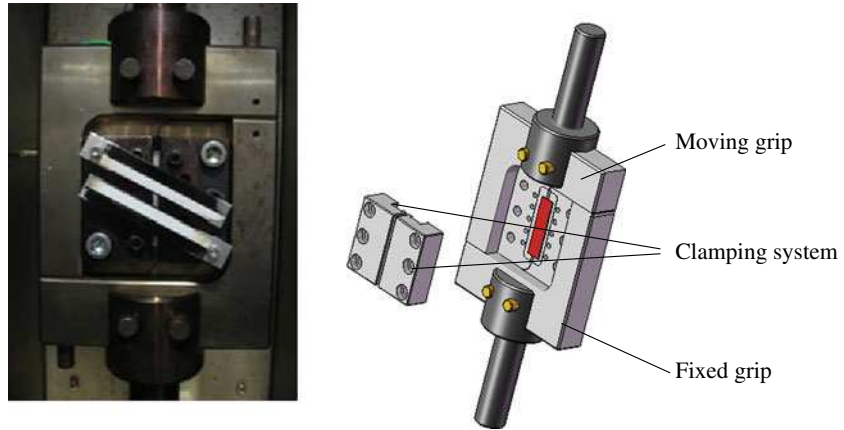
Figures 10, 11 and 12 show tensile stress-strain curves with respect to temperature by means of Gleeble 3,500 testing system in several orientations to the RD and for a strain rate of $2 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$. Whatever the direction, the ultimate tensile strength decreases with increasing temperature, as depicted in Fig. 13, whereas the ultimate strain increases. As already observed by Boogaard [13, 18], in the investigated temperature range, the initial yield stress changes much less than the ultimate tensile strength. This indicates that the observed temperature dependence should be mainly attributed to the effect of hardening.

Figures 10–12 exhibit serration phenomenon whatever the orientations to the RD, but only at 25°C. In other words, the PLC effect vanished above a temperature between 25° and 150°C. This observation is consistent with the strain fields presented in Fig. 6(b) which present no more localisation of plasticity in the sample at 150°C, strengthening the idea that the PLC effect vanishes before 150°C [18]. It has been reported in literature that PLC effect also depends on strain level and, in certain conditions, on strain rate [23].

For a given temperature (Fig. 14), a similar influence of the direction to the RD is observed, the 0° curve is higher than the 90° one which is higher than the 45° one, leading to the conclusion that the material keep an anisotropic behaviour up to 200°C.

Table 2 Anisotropy parameters r_α , $\bar{r}$ and Δr as a function of temperature

	25°C	100°C	150°C	200°C
r_0	0.663	0.629	0.644	0.659
r_{45}	0.860	0.847	0.845	0.837
r_{90}	0.717	0.683	0.736	0.743
$\bar{r}$	0.775	0.751	0.767	0.769
$ \Delta r $	0.17	0.19	0.155	0.136

Fig. 17 Shear test device

Plastic Anisotropy

Anisotropy in sheet metal can have a significant influence on the limiting drawing ratio.

The plastic strain ratio (r_α) is defined as the ratio of the width-to-thickness incremental plastic strains and gives information on the plastic flow of the material. The ratio is mathematically defined considering incompressibility ($\bar{\epsilon}_{xx}^p + \bar{\epsilon}_{yy}^p + \bar{\epsilon}_{zz}^p = 0$) and assuming proportional straining, as:

$$r_\alpha = \frac{d\bar{\epsilon}_{yy}^p}{d\bar{\epsilon}_{zz}^p} \quad (1)$$

where $\bar{\epsilon}_{yy}^p$ and $\bar{\epsilon}_{zz}^p$ are, respectively, the plastic components of the averaged strains in the transverse of the tensile direction and in the through-thickness direction (Fig. 1).

The plastic anisotropy coefficients are determined here by fitting the results of the plastic strain in width versus the plastic strain in thickness up to 0.15 of longitudinal strain. Although it is known to change with

respect to the temperature, a constant Young's modulus ($E = 70$ GPa) was chosen to compute plastic strain, because for large plastic deformations a high accuracy of this elastic parameter is not needed. Figure 15 shows these curves in the three directions to the RD at the temperature of 150°C.

Figure 16 and Table 2 show the variation of the plastic anisotropy parameters r_0 , r_{45} and r_{90} , measured at a strain rate of $2 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ with respect to temperature. r_α higher than 1.0 indicates good formability and resistance to thinning. Planar anisotropic materials are often characterised by an average anisotropy coefficient $\bar{r} = \frac{r_0 + r_{90} + 2r_{45}}{4}$. This weighted average takes into account the fact that the +45° and -45° directions are symmetric. The trend for a cylindrical cup drawn from a circular blank to be unequally high in the circumferential direction, owing to planar anisotropy, is called earing. The sensitivity to this phenomenon is usually represented by Δr , the planar anisotropy coefficient: $\Delta r = \frac{r_0 + r_{90} - 2r_{45}}{2}$.

As can be seen from Fig. 16 and Table 2, the values of r_0 , r_{45} and r_{90} are rather stable with temperature,

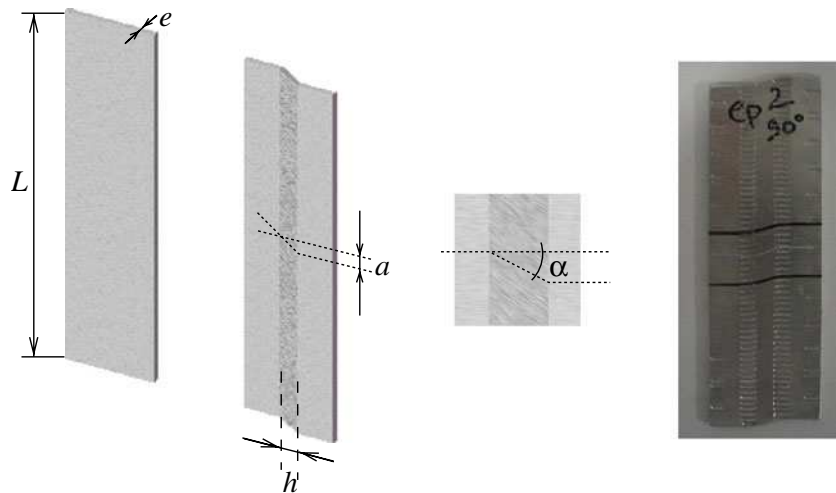
Fig. 18 Sketch of the specimen

Table 3 Evolution of shear strain correction coefficient as a function of temperature and measurement method

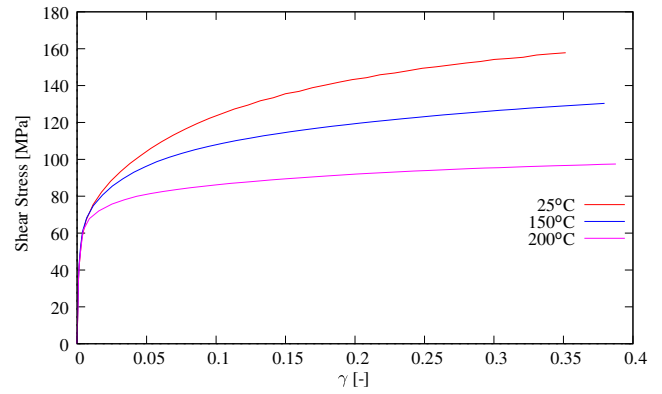
Temperature	γ_{exp}	γ_{Aramis}	$\gamma_{\text{binocular}}$	Coef.
25°C	0.25	0.18	0.18	0.72
25°C	0.5	0.37	0.34	0.75
150°C	0.5	0.41	0.36	0.82

which suggests that the formability of the aluminum sheet is also enhanced at elevated temperature. This idea is strengthened by the decrease of Δr for high temperatures, that means less earing during drawing process.

Simple Shear Tests at Room and Elevated Temperature

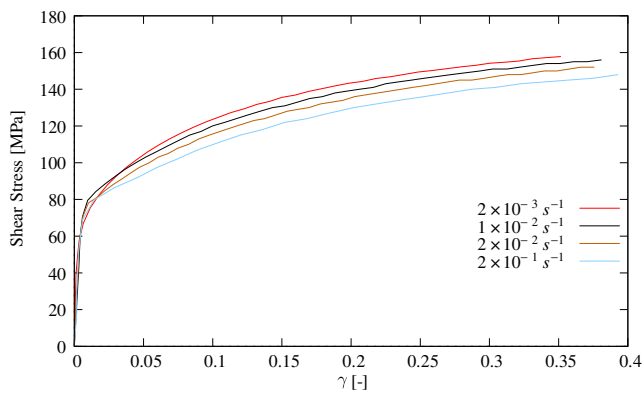
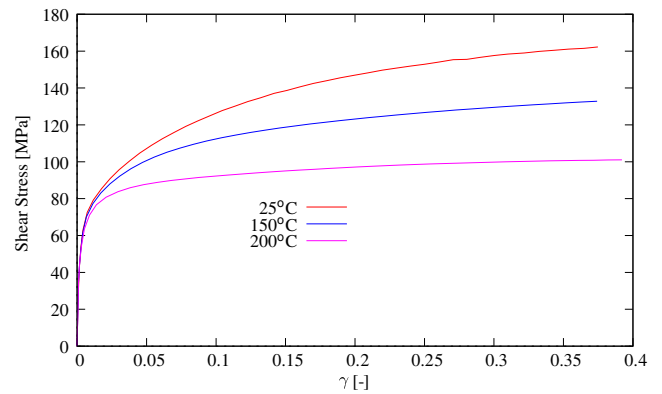
The test apparatus consisted of a Shimadzu AG-50kNG instrument adapted for shear testing based on the developments of [16, 17] (Fig. 17). This apparatus was put in a heating furnace. Samples were rectangular and the dimensions of the gauge area were $L = 60$ mm, $h = 3$ mm and $e = 1$ mm (Fig. 18). The specimen was positioned in the shear device and clamped at both sides in such a way that a planar load distribution along the grip length was ensured. When one grip moved downward and the other was fixed, a simple shear deformation was induced in the 3 mm wide zone (h) between the grips.

The shear stress is determined by: $\tau = \frac{F}{L \cdot e}$. To evaluate the shear strain, the relative displacements of two reflecting bands put on the grip system are recorded by a video camera (Fig. 17). By dividing this grip displacement by the width of the shear zone, the shear strain is obtained using: $\gamma = \tan \alpha = \frac{a}{h}$. This shear strain value is then corrected by a coefficient which takes into account the sliding of the sample under the

**Fig. 20** Shear stress vs. shear strain curves in the RD as a function of temperature

grips. The value of this coefficient has been identified in function of the temperature by measuring the final strain with two other methods (see Table 3). In the first method, a binocular is used to measure the angle α of a line plotted on the specimen surface before the test and thus the value of $\gamma_{\text{binocular}}$ is obtained. In the second, the shear strain measurement is realized using a non-contacting optical measuring system, ARAMIS, named γ_{aramis} . This coefficient has been estimated at room temperature (at γ level of 0.25 and 0.5) and at 150°C (at γ level of 0.5). A coefficient of 0.75 is chosen and taken constant as a function of temperature.

Figure 19 shows the stress-strain curves in the RD at different strain rates, at room temperature. As observed in tensile tests [18, 23, 25, 28], the analysis of this figure indicates that this material exhibits minor shear strain-rate sensitivity at room temperature. Classically, and due to the PLC effect, it is also interesting to notice that this material presents a negative strain rate sensitivity [3, 20, 29]. Moreover and unlike it was reported

**Fig. 19** Strain rate influence in shear stress vs. shear strain curves in the RD at room temperature**Fig. 21** Shear stress vs. shear strain curves at 45° to the RD as a function of temperature

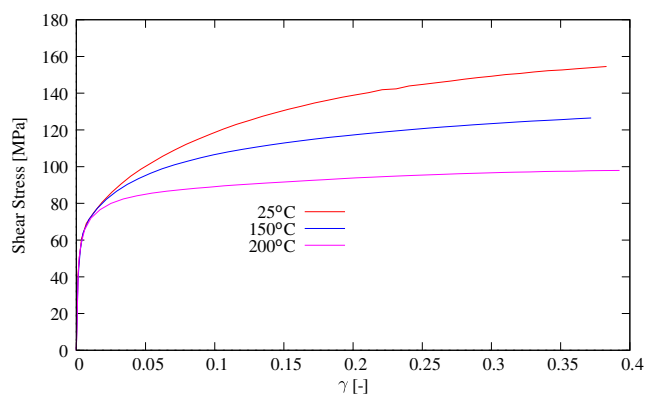


Fig. 22 Shear stress vs. shear strain curves at 90° to the RD as a function of temperature

for uniaxial tensile tests, no serration is observed at room temperature for any strain rate studied.

The specimen and the grips were put in a furnace with a controlled temperature by thermocouples fixed both on the specimen and the grips. Similarly to tensile tests, shear tests were performed for several temperatures in the range of 25–200°C, with the results of three tests averaged for each temperature. It should be mentioned that a good reproducibility in the stress-strain behaviour were noticed between the three tests for each temperature.

Monotonic simple shear tests have been carried out at several orientations to the RD (0°, 45° and 90°), at several temperatures, with a shear strain rate of $\dot{\gamma} = 2 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ and a maximum shear strain value of about $\gamma = 0.4$ (Figs. 20, 21 and 22). The curves clearly show that the ultimate shear stress decreases significantly with increasing temperature. As observed at room temperature, PLC effect does not appear at elevated temperature.

Discussion

It can be seen from Table 2 that anisotropy coefficients are rather constant within the temperature range investigated, the averaged values are $\bar{r}_0 = 0.65$, $\bar{r}_{45} = 0.85$ and $\bar{r}_{90} = 0.72$, with a relative variation that do not exceed 8%. The accuracy expected from this measure is of the order of ± 0.05 . At 0° and 90° to the RD, a slight decrease of the anisotropy coefficients is recorded at 100°C, which could be related to the PLC effect still taking place at this temperature. Moreover, these small variations give rise to a decrease of Δr (Table 2) of 10%, suggesting that the formability of the aluminum sheet is enhanced at elevated temperature.

Hardening is also significantly influenced by the testing temperature. For both tensile and shear tests, the stress levels are similar at the beginning of straining at room temperature and at 150°C, though no PLC effect is recorded at this last temperature. But upon straining, the curves then differ largely and the gap reaches approximately 40 MPa at a strain of 0.15. Whereas for 200°C, the stress level remains below over all the strain range. Ductility in tension increases with the temperature (0.17 at room temperature, 0.20 at 150°C and 0.26 at 200°C), extending then the area of homogeneous deformation. A hardening law of Voce type has been fitted to the results, showing that in order to obtain a good agreement over the entire strain range, a linear term should be added [equation (2)], especially at 150°C and 200°C, which is consistent with previous studies [30].

$$\sigma = \sigma_0 + Q(1 - \exp(-b \cdot \varepsilon_{eq}^p)) + H \cdot \varepsilon_{eq}^p \quad (2)$$

Where ε_{eq}^p is the equivalent stress, Q represents the maximum change of yield surface size, b characterizes the saturation rate and H represents the module of the linear part of the isotropic hardening.

The comparison of shear and tensile tests, in particular the temperature dependence, requires equivalent stress and plastic stress and therefore the choice and identification of a yield criterion. This point will be addressed in a future work.

Concerning the PLC effect, the only serrated curves observed in this work were obtained with the tensile tests at room temperature in the three directions to the RD. This suggests that, in tensile loading, the PLC effect is not affected by the material anisotropy and that it vanishes between 25 and 150°C at the imposed strain rate. This phenomenon was previously described in [3, 13] for instance. On the contrary, the shear tests performed in this study never generate plastic instabilities whatever the direction, the rate and the temperature investigated. This remark indicates that, in shear loading, all these test conditions do not favor the PLC phenomenon. Lastly, these results clearly show that the development of PLC effect in tensile loading does not imply the development of PLC effect in shear loading in the same test conditions.

Conclusion

The mechanical behaviour of the Al-Mg alloy AA5754-O has been investigated in function of temperature by

means of tensile and shear tests from room temperature to 200°C. A non conventional tensile test involving a 3D optical deformation measurement system and a heating of the specimen by Joule effect was developed and validated. Shear tests were performed with a specific shear device put in a heating furnace. A weak temperature dependence of the plastic anisotropy coefficients has been observed from room temperature up to 200°C. Moreover, tensile stress-strain curves and strain fields measured by the optical deformation measuring system showed that the Portevin–Le Chatelier (PLC) effect vanished over a temperature between 25 and 150°C when the ultimate tensile strength and the ductility respectively decreased and increased significantly in the 25–200°C range. All these observations strongly suggest that, in the framework of drawing process, the formability of this alloy could be improved for temperatures higher than 150°C.

References

1. Keum YT, Ghoo BY (2002) Anisotropy at high temperatures. *J Ceram Process Res* 3(3):178–181
2. Li D, Ghosh AK (2004) Biaxial warm forming behavior of aluminum sheet alloys. *J Mater Process Technol* 145(2):281–293
3. van den Boogaard AH, Huétink J (2006) Simulation of aluminium sheet forming at elevated temperatures. *Comput Methods Appl Mech Eng* 195:6691–6709
4. Abedrabbo N, Pourboghrat F, Carsley J (2006) Forming of aluminum alloys at elevated temperatures—Part 1: material characterization. *Int J Plast* 22(2):314–341
5. Kurukuri S, van den Boogaard AH, Miroux A, Holmedal B (2009) Warm forming simulation of Al-Mg sheet. *J Mater Process Technol* 209(15–16):5636–5645
6. Chung K, Shah K (1992) Finite element simulation of sheet metal forming for planar anisotropic metals. *Int J Plast* 8(4):453–476
7. Geng L, Wagoner RH (2002) Role of plastic anisotropy and its evolution on springback. *Int J Mech Sci* 44:123–148
8. Lademo O-G, Hopperstad OS, Langseth M (1999) An evaluation of yield criteria and flow rules for aluminium alloys. *Int J Plast* 15(2):191–208
9. Habraken AM (2004) Modelling the plastic anisotropy of metals. *Arch Comput Methods Eng* 11(1):3–96
10. Mattiasson K, Sigvant M (2008) An evaluation of some recent yield criteria for industrial simulations of sheet forming processes. *Int J Mech Sci* 50(4):774–787
11. Achani D, Hopperstad OS, Lademo O-G (2009) Behaviour of extruded aluminium alloys under proportional and non-proportional strain paths. *J Mater Process Technol* 209(10):4750–4764
12. Abedrabbo N, Pourboghrat F, Carsley J (2006) Forming of aluminum alloys at elevated temperatures—Part 2: numerical modeling and experimental verification. *Int J Plast* 22(2):342–373
13. Abedrabbo N, Pourboghrat F, Carsley J (2007) Forming of AA5182-O and AA5754-O at elevated temperatures using coupled thermo-mechanical finite element models. *Int J Plast* 23(5):841–875
14. Xin-yun W, Hu HE, Ju-chen X (2009) Effect of deformation condition on plastic anisotropy of as-rolled 7,050 aluminum alloy plate. *Mater Sci Eng A* 515(1–2):1–9
15. Ravindran R, Manonmani K, Narayanasamy R (2009) An analysis of void coalescence in AL 5052 alloy sheets annealed at different temperatures formed under different stress conditions. *Mater Sci Eng A* 507(1–2):252–267
16. Gracio JJ, Barlat F, Rauch EF, Jones PT, Neto VF, Lopes AB (2004) Artificial aging and shear deformation behaviour of 6,022 aluminium alloy. *Int J Plast* 20(3):427–445
17. Yoon JW, Barlat F, Gracio JJ, Rauch E (2005) Anisotropic strain hardening behavior in simple shear for cube textured aluminum alloy sheets. *Int J Plast* 21(12):2426–2447
18. van den Boogaard AH (2002) Thermally enhanced forming of aluminum sheet—modeling and experiments. PhD thesis, Twente University
19. Halim H, Wilkinson DS, Niewczas M (2007) The Portevin–Le Chatelier (PLC) effect and shear band formation in an AA5754 alloy. *Acta Mater* 55(12):4151–4160
20. Jiang H, Zhang Q, Chen X, Chen Z, Jiang Z, Wu X, Fan J (2007) Three types of Portevin–Le Chatelier effects: experiment and modelling. *Acta Mater* 55(7):2219–2228
21. Picu RC, Vincze G, Ozturk F, Gracio JJ, Barlat F, Maniatty AM (2005) Strain rate sensitivity of the commercial aluminum alloy AA5182. *Mater Sci Eng A* 390:334–343
22. Robinson JM, Shaw MP (1994) Serrated flow in aluminum base alloys. *Int Mater Rev* 39(6):217–227
23. Wowk D, Pilkey K (2009) Effect of prestrain with a path change on the strain rate sensitivity of AA5754 sheet. *Mater Sci Eng A* 520(1–2):174–178
24. Casarotto L, Dierke H, Tutsch R, Neuhäuser H (2009) On nucleation and propagation of PLC bands in an Al3Mg alloy. *Mater Sci Eng A* 527(1–2):132–140
25. Laurent H, Grèze R, Manach PY, Thuillier S (2009) Influence of constitutive model in springback prediction using the split-ring test. *Int J Mech Sci* 51:233–245
26. Norris SD, Wilson I (1999) Application of 3D numerical modelling for thermal profile optimization on the Gleeble thermomechanical simulator. *Model Simul Mater Sci Eng* 7:297–309
27. Grèze R, Manach PY, Laurent H, Thuillier S, Menezes LF (2010) Influence of the temperature on residual stresses and springback effect in an aluminium alloy. *Int J Mech Sci* 52(9):1094–1100
28. Kim HS, Koç M (2007) Numerical investigations on springback characteristics of aluminum sheet metal alloys in warm forming conditions. *J Mater Process Technol* 204(1–3):370–383
29. Benallal A, Berstad T, Borvik T, Hopperstad OS, Koutiri I, Nogueira de Codes R (2008) An experimental and numerical investigation of the behaviour of AA5083 aluminium alloy in presence of the Portevin–Le Chatelier effect. *Int J Plast* 24(10):1916–1945
30. Le Maoût N, Thuillier S, Manach PY (2009) Aluminum alloy damage evolution for different strain paths—application to hemming process. *Eng Fract Mech* 76(9):1202–1214