



HAL
open science

Effondrement et fragmentation des cœurs denses préstellaires : Étude de la formation des disques protostellaires

Marc Joos

► **To cite this version:**

Marc Joos. Effondrement et fragmentation des cœurs denses préstellaires: Étude de la formation des disques protostellaires. Astrophysique stellaire et solaire [astro-ph.SR]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2012. Français. NNT: . tel-00766166v2

HAL Id: tel-00766166

<https://theses.hal.science/tel-00766166v2>

Submitted on 30 May 2013

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



**THÈSE DE DOCTORAT
DE L'UNIVERSITÉ PIERRE ET MARIE CURIE**

Spécialité
Astronomie & Astrophysique

Présentée par
Marc JOOS

Pour obtenir le grade de
DOCTEUR de l'UNIVERSITÉ PIERRE ET MARIE CURIE

Sujet de la thèse :

**EFFONDREMENT ET FRAGMENTATION DES CŒURS
DENSES PRÉSTELLAIRES : ÉTUDE DE LA FORMATION DES
DISQUES PROTOSTELLAIRES**

soutenue publiquement le 17 septembre 2012
devant le jury composé de :

M. Frédéric DAIGNE	Président du jury
M ^{me} Katia FERRIÈRE	Rapporteur
M. Sylvain BONTEMPS	Rapporteur
M. Jonathan FERREIRA	Examineur
M. Patrick HENNEBELLE	Directeur de thèse
M. Andrea CIARDI	Directeur de thèse

À mes parents.

REMERCIEMENTS

Trois ans viennent de s'écouler, trois ans qui se résument à ces (quelques) pages. Mais les pages de ce manuscrit ne sont que la partie émergée de l'iceberg, la production scientifique de trois années de labeur. Derrière ce travail, de nombreux acteurs ont joué un rôle, plus ou moins dans l'ombre, qui ont permis de le voir naître.

Tout d'abord, Patrick. Merci de m'avoir accompagné durant ces trois années, avec ta rigueur scientifique, ton intransigeance, tes milliers d'idées qui fusent en permanence... Si j'ai pu acquérir un peu de ta rigueur et de ton « instinct » physique au terme de cette thèse, j'aurais déjà beaucoup appris !

Ensuite, Andrea. Merci d'avoir toujours eu un peu de temps à consacrer à un doctorant plein de questions et d'appréhensions, avec ta chaleur et ta gentillesse. Merci de m'avoir sauvé d'IDL et initié aux joies du Python, même si tu n'auras pas réussi à me sauver d'Emacs (*Emacs is a way of life!*).

Merci à Katia Ferrière et Sylvain Bontemps d'avoir eu la patience de relire ce manuscrit, avec une rigueur qui m'a vraiment permis d'améliorer considérablement la qualité de cette thèse. Merci à Jonathan Ferreira d'avoir accepté de participer à mon jury de soutenance, et pour la grande pertinence de ses remarques et questions. Merci à Frédéric Daigne d'avoir présidé mon jury.

Merci à Sébastien et Anaëlle, avec qui j'ai eu la chance de collaborer, et qui ont pris le temps de m'accompagner dans la découverte des joies de la turbulence et des observations.

Un grand merci à Benoît qui m'a aidé de si nombreuses fois à comprendre RAMSES, sans qui je n'aurais également jamais pu utiliser RADMC-3D, et qui a enfin eu la patience de relire ce manuscrit.

Merci à Ludo, Viviana, Martin, Marco, Massimo, Giorgos, Benjamin (& Benjamin!), Henrik, Christophe, Antoine, Wietze... Vous tous, thésards, anciens thésards, post-doc et non-permanents, avec qui j'ai pu partager café (en décalitres), bières (en quantités plus raisonnables), questionnements (plus ou moins) scientifiques, et qui êtes la force vive de ce laboratoire. Merci aussi à Olivier (et même doublement merci, pour toute l'aide informatique apportée), Raphaël, Quentin, Vincent, Giovanni, Maxime, Sylvère (et j'en oublie sûrement!), vous les stagiaires qui venez égayer la vie du labo pour quelques mois. Valeska je ne t'oublie pas, mais c'est « bon courage » qu'il faut te souhaiter, plutôt que de te remercier !

Merci aux « chefs », Maryvonne et Michel, qui m'ont accueilli dans leur(s) laboratoire(s), et qui ont toujours été disponibles et à l'écoute.

Merci à Marie-Françoise, Valérie, Annick et Laurent, les indispensables secrétaires et gestionnaires du LRA et du LERMA, vous grâce à qui on peut partir en conférence l'esprit tranquille, et déjouer les pièges de l'administration sans efforts surhumains...

Merci bien évidemment à tous les permanents du laboratoire, Emmanuel, Pierre, François, Édith, Jean-François (& Jean-François!), Steve, vous tous avec qui j'ai pu partager tant de questions scientifiques et de déjeuners.

Une thèse ne se résume pas seulement à un travail de recherche, mais également à une « mission doctorale ». Dans ce cadre, merci à Nadège, Pierre, Anne, Delphine, pour la passionnante aventure de la médiation scientifique.

Ce travail n'aurait pu aboutir sans le soutien de tous mes proches. À commencer par mes amis, ceux du Grand Nord (Thomas, Jérôme & Marion), ceux des années passées à Paris VII (en particulier Chloé, sans oublier Godefroy et Sylvain), ceux du master de l'Observatoire (Anna, Sophie, Laurent, Pierre & Jen, Mélanie, Amandine, Raphaël, les Romains et tous les autres), les compagnons de galère des années de thèse et ceux rencontrés pendant ces années-là (Cecilia, Rossella, Loïc, Matthieu), et bien sûr les anciens coloc' (Jérôme & Audrey).

Merci à Sylvain et Isabelle, vous qui avez non seulement eu la gentillesse de venir assister à ma soutenance, mais qui m'avez aussi permis d'immortaliser ce moment.

Merci à ma famille, en particulier à mes parents qui m'ont toujours soutenu dans les projets que j'ai pu entreprendre. Si j'ai un peu de ténacité et d'amour du travail bien fait, c'est grâce à vous. Merci à Jérémie (et toute la petite famille), Mathilde, mes chers grand-parents, mes chimistes préférés, Charles et Christine, Oncle Charles et Tante Pamela en leur lointain Canada, vous tous qui avez toujours suivi avec intérêt mon parcours et m'avez toujours encouragé à garder la tête dans les étoiles tout en ayant les pieds sur Terre. Merci à Georges et Marie-Pierre, pour votre soutien et pour votre aide précieuse lors de la préparation de ma soutenance.

Je ne peux clôturer ces quelques remerciements sans évoquer celle qui est constamment à mes côtés aujourd'hui, et encore pour longtemps. Merci à toi, Lauriane, pour tous ces moments passés ensemble et tous ceux à venir, merci pour ton soutien indéfectible et la force que tu me procures jour après jour.

ABSTRACT

Stars play a central role in modern astrophysics. To understand how stars form is therefore fundamental for the field. Stars form in gas clouds in the interstellar medium. This medium is magnetized and turbulent; star formation is therefore a complex, highly non-linear and multiscale problem. In this context, star formation processes are still not well-known, and particularly protostellar disk and multiple stars – which means stars that are gravitationally bound – formation. Numerical simulations are crucial to have a better insight of these processes.

This work is divided in two main parts, dedicated to the study of the first phases of star formation. The first part presents the numerical simulations I performed during my thesis to investigate protostellar disks and multiple star system formation. When the magnetic intensity is strong enough, it could prevent both protostellar disks formation and fragmentation through an efficient angular momentum transport process. I first develop an analytical and numerical study to show the key role played by the geometry of the collapse on the angular momentum transport processes. When the rotation axis of the prestellar core and the magnetic field are misaligned, magnetic braking is less efficient and massive disks formation is restored. The influence of turbulence on magnetic diffusion, disk formation, fragmentation and outflows – one of the most important tracers of star formation – is then discussed. Turbulence is responsible for an efficient magnetic diffusion in the central regions of the collapsing core as well as for a misalignment between the rotation axis and the magnetic field. Magnetic braking is thus efficiently reduced, and both massive disks formation and fragmentation may happen. The second part is dedicated to synthetic observations performed from our numerical simulations. Three different types of synthetic observations were performed: column-density maps, spectral energy distributions and visibilities. Following a classic analysis performed in observational studies, these observations will be compared to analytical models to try to deduce disk properties.

RÉSUMÉ

De par le rôle central que jouent les étoiles dans l'astrophysique moderne, la compréhension de leur formation est un des principaux enjeux actuels de la discipline. Les étoiles se forment dans les nuages de gaz du milieu interstellaire. Ce milieu est magnétisé et turbulent ; la formation des étoiles est ainsi un phénomène complexe, non-linéaire et multi-échelle. Dans ce contexte, les processus de formation stellaire, et en particulier la formation des disques protostellaires et des systèmes multiples — c'est à dire d'étoiles liées gravitationnellement — sont encore mal compris. Les simulations numériques sont donc essentielles pour permettre de faire progresser notre connaissance de ces phénomènes.

Ce travail de thèse se divise en deux parties, dédiées à l'étude des phases précoces de la formation des étoiles. La première partie sera centrée sur les simulations numériques que j'ai réalisées durant ma thèse, pour étudier la formation des disques protostellaires et des systèmes multiples. Le champ magnétique, lorsqu'il est suffisamment intense, est à l'origine d'un transport efficace du moment cinétique, qui peut empêcher la formation des disques protostellaires et inhiber la fragmentation du cœur. Sera d'abord présentée une étude analytique et numérique montrant l'importance de la géométrie de l'effondrement sur le transport du moment cinétique. En effet, lorsque le champ magnétique et l'axe de rotation du cœur préstellaire ne sont pas alignés, le freinage magnétique se révèle moins efficace, pouvant permettre la formation des disques. L'influence de la turbulence sur la diffusion du champ magnétique, la formation des disques, la fragmentation et les flots bipolaires — traceurs importants de la formation stellaire — sera ensuite étudiée. La turbulence permet de diffuser efficacement le champ magnétique des régions internes du cœur en effondrement et provoque également un basculement de l'axe de rotation du cœur, ce qui réduit le freinage magnétique. Des disques massifs peuvent alors se former et fragmenter. La deuxième partie de ce manuscrit se concentrera sur des observations synthétiques réalisées à partir de nos simulations. Trois types d'observations synthétiques ont été réalisées : des cartes en densité de colonne, des distributions spectrales d'énergie ainsi que des amplitudes de visibilité. Ces observations seront comparées à des modèles analytiques, suivant une procédure habituellement utilisée dans les études observationnelles, afin de tenter d'en déduire les propriétés des disques.

TABLE DES MATIÈRES

Remerciements	iii
Abstract	v
Résumé	vii
1 Formation stellaire : observations, théories et simulations	1
1.1 Introduction	1
1.2 Observations	3
1.2.1 Les principales étapes de la formation stellaire	3
1.2.2 Propriétés physiques	6
1.3 La turbulence : théorie	12
1.3.1 La théorie de Kolmogorov	13
1.3.2 Propriétés statistiques	14
1.3.3 Les turbulences	16
1.4 Équilibre et effondrement : la physique de la formation stellaire	19
1.4.1 Longueur et masse de Jeans	19
1.4.2 Distribution de densité dans une sphère à l'équilibre hydrosta- tique	20
1.4.3 Temps de chute libre	21
1.4.4 Le théorème du Viriel	22
1.4.5 Forme générale de l'équation du Viriel	24
1.4.6 Équilibre et champ magnétique	25
1.4.7 Équilibre et turbulence	25
1.5 Théories de la formation stellaire	26
1.5.1 La théorie dynamique classique	27
1.5.2 La formation stellaire régulée par le champ magnétique	28
1.5.3 Les grands défis de la formation stellaire	32
1.6 Les disques protostellaires	35
1.6.1 Un point de vue observationnel...	36
1.6.2 ... et théorique	38
1.7 Simulations numériques de formation stellaire	41

1.7.1	Développements historiques	42
1.7.2	Tendances actuelles	43
1.7.3	Méthodes numériques : le code RAMSES	44
1.7.4	Simulations numériques de formation d'étoiles de faible masse	56
1.8	Plan de ce manuscrit	58

I Simulations numériques pour l'étude de la formation des disques protostellaires 59

2 Formation des disques : Influence de l'orientation de l'axe de rotation 61

2.1	Introduction	62
2.2	Le freinage magnétique : une étude analytique	64
2.2.1	Temps caractéristiques de freinage	65
2.2.2	Comparaison des temps caractéristiques de freinage	67
2.3	Transport de moment cinétique	69
2.3.1	Simulations	69
2.3.2	Évolution temporelle du moment cinétique	69
2.3.3	Les processus de transport du moment cinétique	71
2.4	Formation des disques	74
2.4.1	Disque : définition	75
2.4.2	Propriétés physiques des disques	76
2.4.3	Discussion	79
2.5	Conclusions et perspectives	79

3 Formation des disques : influence de la turbulence 81

3.1	Introduction	82
3.2	Simulations	85
3.3	Diffusion du champ magnétique et résistivité turbulente	85
3.3.1	Diffusion du champ magnétique	86
3.3.2	Résistivité turbulente	87
3.4	Transport de moment, orientation et formation des disques	89
3.4.1	Transport de moment cinétique	89
3.4.2	Orientation et freinage magnétique	90
3.4.3	Formation des disques	93
3.5	Fragmentation	95
3.6	Flots bipolaires	98
3.7	Autres réalisations	99
3.7.1	Diffusion du champ magnétique	100

3.7.2	Orientation de l'axe de rotation	100
3.7.3	Formation des disques	101
3.8	Conclusions et perspectives	102
II	Observations synthétiques de disques protostellaires	105
4	Observations synthétiques de disques protostellaires	107
4.1	Distribution spectrale d'énergie et visibilité	108
4.1.1	Distribution spectrale d'énergie	108
4.1.2	Visibilité	109
4.2	Modèles	111
4.2.1	Modèles analytiques	111
4.2.2	Le code RADMC-3D	113
4.3	Cartes en densité de colonne	114
4.3.1	Comparaison	115
4.3.2	Interprétation	115
4.4	Distributions spectrales d'énergie et visibilités	116
4.4.1	Modèles et méthode	116
4.4.2	Observations synthétiques	119
4.4.3	Comparaisons	123
4.4.4	Discussion	125
4.5	Conclusions et perspectives	127
	Conclusions et perspectives	129
	Annexes	135
A	Protostellar disk formation and transport of angular momentum during magnetized core collapse	135
B	The influence of turbulence during magnetized core collapse and its consequences on low-mass star formation	159
	Bibliographie	175

CHAPITRE 1

FORMATION STELLAIRE : OBSERVATIONS, THÉORIES ET SIMULATIONS

SOMMAIRE

1.1	Introduction	1
1.2	Observations	3
1.3	La turbulence : théorie	12
1.4	Équilibre et effondrement : la physique de la formation stellaire .	19
1.5	Théories de la formation stellaire	26
1.6	Les disques protostellaires	35
1.7	Simulations numériques de formation stellaire	41
1.8	Plan de ce manuscrit	58

1.1 Introduction

Les étoiles jouent un rôle central en astronomie et astrophysique, et ce depuis les toutes premières observations astronomiques. Étant l'un des acteurs majeurs du cosmos, elles sont probablement l'un des sujets d'étude les plus importants de l'astrophysique moderne.

Les étoiles produisent de formidables quantités d'énergie en leur sein. Ainsi chauffées, elles émettent naturellement des photons dans l'espace intersidéral. En leur cœur se déroulent donc des réactions nucléaires, dégageant d'importantes quantités d'énergie et synthétisant la plupart des éléments présents dans l'Univers. Les éléments les plus légers (l'hydrogène (H), l'hélium (He) et le lithium (Li)) ont principalement été produits lors de la nucléosynthèse primordiale, lors des premiers âges de l'Univers ; les éléments plus lourds que le lithium, jusqu'au fer (Fe), sont produits au centre des étoiles. Les éléments les plus lourds, au-delà du fer, ne peuvent quant à eux qu'être produits par l'explosion de supernovæ, qui correspondent à la fin de vie de certaines étoiles.

Les étoiles sont la principale source de radiation dans l'Univers. Elles émettent dans de nombreux domaines du spectre électromagnétique, des rayons- γ de hautes énergies, jusqu'au domaine radio, et sont ainsi une source majeure d'informations

astronomiques. Leur luminosité permet de déduire certaines de leurs propriétés physiques (telles que leur masse) et peut même fournir des indications par rapport à leur statut évolutif. Leur spectre est particulièrement riche en information, et donne accès à une multitude de propriétés, physiques comme chimiques. Les photons qu'elles émettent peuvent être diffusés et dispersés, donnant une image de leur environnement. À de plus grandes échelles, si les astronomes peuvent étudier les galaxies, c'est grâce à la lumière émise par les étoiles qu'elles contiennent. Ainsi, toutes les informations accessibles pour l'étude des galaxies proviennent de l'émission des étoiles.

Les étoiles sont un des acteurs majeurs du milieu interstellaire (MIS). Les photons qu'elles émettent — en particulier dans l'ultraviolet (UV), lorsqu'elles sont jeunes et massives — peuvent ioniser et perturber leur environnement. Cet effet, combiné aux vents stellaires, aux supernovæ et aux flots bipolaires lancés par les étoiles en formation, est responsable du maintien de la turbulence dans le MIS.

Les planètes ne peuvent se former sans étoiles. Elles sont en orbite autour de ces dernières, et se forment à partir de disques protoplanétaires, qui eux-mêmes trouvent leurs origines dans les processus de formation stellaire. Les planètes telluriques, en outre, ne pourraient exister sans les générations précédentes d'étoiles ayant brûlé leurs éléments légers et finissant leur vie en supernovæ, enrichissant l'Univers en éléments lourds.

Ainsi, la formation stellaire est une question centrale dans le cadre générale de l'astrophysique moderne : si on ne peut ignorer l'influence et le rôle des étoiles dans de si nombreuses problématiques astrophysiques, on ne peut se passer de la compréhension profonde de leur formation.

Enfin, un des ingrédients clefs de l'évolution stellaire est la masse de l'étoile elle-même. Sa masse déterminera sa durée de vie, et la plupart de ses propriétés physiques (son rayon et sa luminosité, les réactions nucléaires qui pourront se dérouler en son cœur etc.). En particulier, les étoiles de faible masse sont les plus communes : la compréhension de leur formation est donc particulièrement importante dans le contexte plus large de la formation stellaire.

Les étoiles se forment essentiellement au sein des galaxies. La nôtre, la Voie Lactée, est visible dans le ciel nocturne sous la forme d'une traînée blanche qui barre le firmament de part en part. En particulier, elles se forment dans le milieu interstellaire, qui désigne la matière (le gaz et les poussières) se situant entre elles, et qui contient $\sim 10\%$ de la masse contenue dans toutes les étoiles de la galaxie. Le MIS a la particularité d'être très peu dense : là où la densité de l'atmosphère terrestre est de l'ordre de 10^{20} particules par centimètre cube, la densité de ce milieu est de l'ordre d'une particule par centimètre cube. Le MIS contient lui-même des zones plus denses, les

nuages atomiques et moléculaires, qui sont probablement formés par la rencontre de flots de matière interstellaire. Ces nuages ont une densité plus élevée, de quelques milliers à quelques millions de particules par centimètre cube. Ce sont ces nuages moléculaires qui pourront, sous l'effet d'instabilités gravitationnelles, s'effondrer et former des étoiles.

Ce travail se concentrera sur la formation des étoiles de faible masse, c'est-à-dire ayant une masse comprise entre $\sim 0,2$ et $2 M_{\odot}$ (on distingue également les étoiles de masse intermédiaire, entre ~ 2 et $10 M_{\odot}$, et les étoiles massives, au-delà de $10 M_{\odot}$). J'aborderai tout d'abord la formation stellaire d'un point de vue observationnel : quelles sont les principales étapes de la formation des étoiles ? Quelles sont les propriétés observées ? La turbulence joue un rôle non-négligeable dans les processus de formation stellaire ; les fondements de la théorie de la turbulence seront alors évoqués. Je présenterai ensuite les principaux processus physiques nécessaires à la compréhension des théories de la formation stellaire, avant de discuter les grandes lignes de ces théories. Un point sera également fait sur les disques protostellaires. Les simulations numériques sont essentielles aujourd'hui pour explorer la complexité de la formation des étoiles ; je les présenterai, et en particulier les méthodes numériques utilisées pour réaliser les travaux présentés dans cette thèse. Enfin, je conclurai par le plan de ce manuscrit.

1.2 Observations

L'astrophysique est naturellement liée à l'astronomie. Comme toute branche de l'astrophysique, la compréhension des processus physiques observés à l'échelle du milieu interstellaire ne peut se passer de données observationnelles. Depuis les premières observations de précurseurs d'étoiles (Bok et Reilly, 1947), la connaissance observationnelle du MIS et des diverses étapes de formation des étoiles a considérablement progressé.

Les différentes étapes de la formation stellaire vont d'abord être présentées, puis quelques propriétés physiques : les profils de densité, le champ magnétique et la turbulence du MIS.

1.2.1 Les principales étapes de la formation stellaire

Un outil observationnel particulièrement puissant pour discriminer les différentes étapes de la formation stellaire est leur distribution spectrale d'énergie (*spectral energy distribution*, SED). Elle peut s'exprimer sous la forme λF_{λ} , avec λ la longueur d'onde et

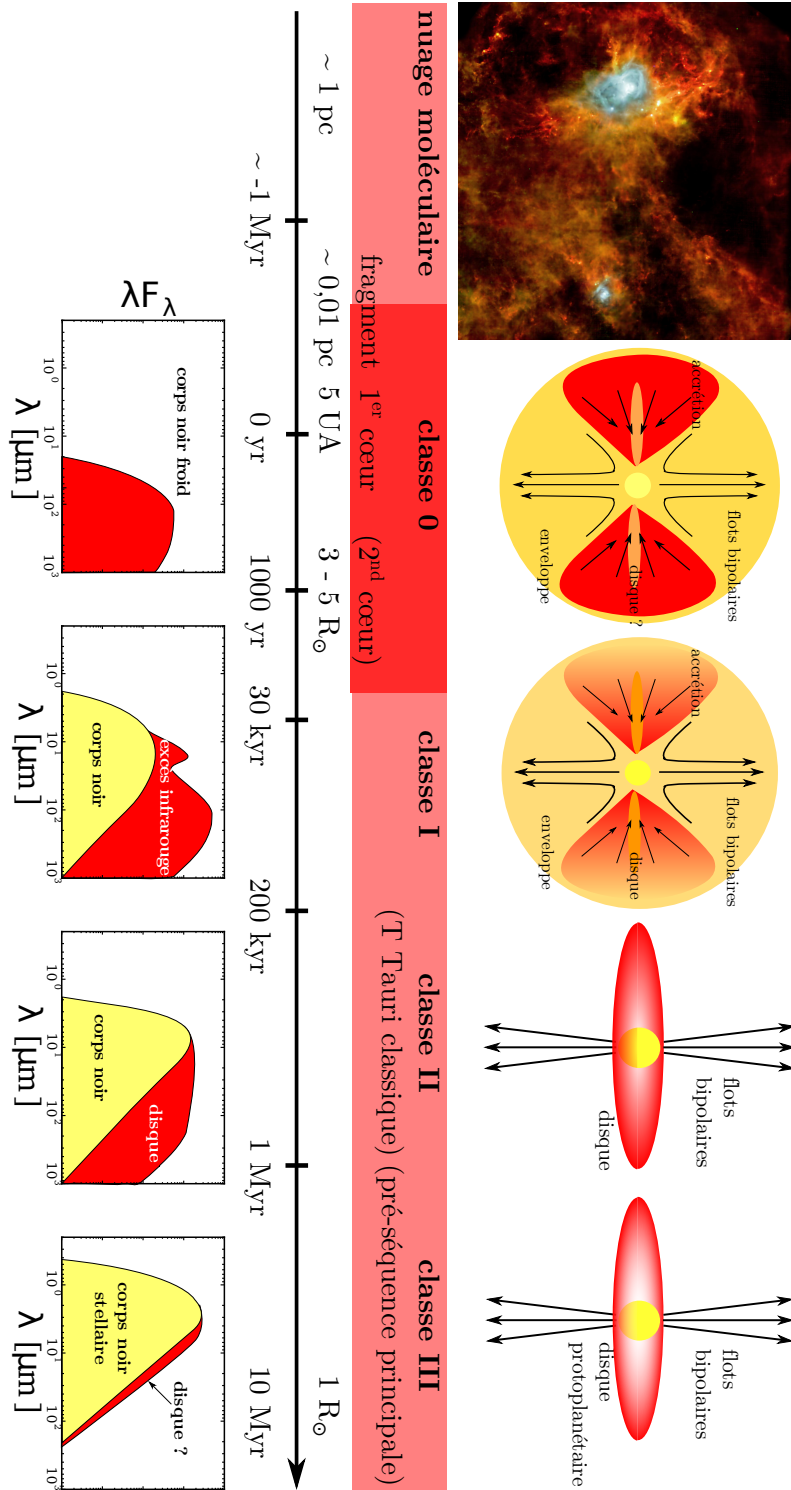


FIGURE 1.1 – Principales étapes de la formation stellaire (André, 2002) ; à gauche sont données les SEDs correspondantes aux objets observés, à droite sont données quelques indications physiques (température, âge de l’objet, masses de l’objet et du disque ou de l’enveloppe).

F_λ le flux. La pente de la SED dans l'infrarouge proche et moyen, $\alpha_{\text{IR}} = d \log(\lambda F_\lambda) / d \log \lambda$, en particulier, est un indicateur du stade évolutif de l'étoile en formation.

La formation stellaire implique trois principales phases, commençant par la fragmentation d'un nuage moléculaire (André *et al.*, 2000). Des grumeaux vont se former, liés gravitationnellement, qui peuvent être supportés par la turbulence et le champ magnétique. Lorsqu'ils deviennent gravitationnellement instables, un effondrement se produit et la phase préstellaire commence.

La phase préstellaire correspond aux premières étapes d'effondrement et de contraction du cœur préstellaire, qui mènent à la formation de la proto-étoile. Elle commence par un premier effondrement gravitationnel, isotherme : le cœur est optiquement mince et l'énergie peut être rayonnée librement. La densité augmente rapidement au centre, avec un profil suivant une distribution $\rho \propto r^{-2}$. Quand le gaz atteint une densité de l'ordre de $\sim 10^{-13} \text{ g}\cdot\text{cm}^{-3}$, il devient optiquement épais et atteint l'équilibre hydrostatique (la force de gravitation est balancée par la pression thermique). Le premier effondrement conduit à la formation du *premier cœur de Larson*, qui correspond au cœur préstellaire adiabatique, d'une taille de ~ 10 unités astronomiques (UA). Le cœur commence alors à se contracter adiabatiquement, jusqu'à atteindre une température $\sim 2000 \text{ K}$, température à laquelle le dihydrogène (H_2) commence à se dissocier. L'énergie de liaison de la molécule de H_2 est d'environ 4,5 eV, ce qui est plus d'un ordre de grandeur supérieur à l'énergie thermique des molécules d'hydrogène à cette température : la dissociation du dihydrogène est donc hautement endothermique. Elle provoque ainsi le *second effondrement* et, lorsque la densité centrale atteint $\sim 1 \text{ g}\cdot\text{cm}^{-3}$, la formation du *second cœur de Larson*. Le second cœur correspond à la proto-étoile.

La phase protostellaire est la phase principale d'accrétion : c'est durant cette phase que la proto-étoile accrète la majeure partie de sa masse à partir de son enveloppe et de son disque d'accrétion. Les jets et flots bipolaires sont lancés durant cette phase de la formation de l'étoile ; ces processus d'éjection, en plus du disque d'accrétion, jouent un rôle capital dans le transport de moment cinétique.

Les jeunes proto-étoiles sont dites de *classe 0*, tandis que les proto-étoiles plus évoluées sont dites de *classe I*. D'un point de vue observationnel, les classes 0 ne sont détectées qu'indirectement. Elles peuvent être caractérisées par une source d'émission compacte dans le continuum radio, ou par des flots moléculaires tracés par la molécule CO ; ce sont des signatures indirectes d'une proto-étoile. Elles peuvent également être caractérisées par une source d'émission sub-millimétrique signalant la présence d'une enveloppe de gaz et d'un disque. Enfin, un dernier indicateur de classes 0 est un rapport des luminosités sub-millimétrique et bolométrique élevé (ce qui peut se traduire par une SED « froide »). Les classes I, quant à elles, sont caractérisées par une

penne α_{IR} positive ; c'est la signature d'un disque et d'une enveloppe de faible masse, composée de poussières.

Lorsque l'objet central a accréte l'essentiel de sa masse finale (soit environ 90 %), il entre dans la phase pré-séquence principale (*pre-main sequence*, PMS). Au début de cette phase, l'étoile PMS brûle son deutérium par des réactions de fusion nucléaires lorsque la température centrale atteint 10^6 K. L'étoile PMS continue de se contracter, suivant un mécanisme de Kelvin-Helmholtz qui lui permet d'évacuer sous forme radiative son énergie gravitationnelle. Cette contraction mène à une augmentation de sa température interne. Lorsqu'elle atteint 10^7 K, les réactions de fusion de l'hydrogène commencent à leur tour et l'objet entre dans la Séquence Principale du diagramme de Hertzsprung-Russell : une étoile est née.

Les étoiles PMS sont séparées en deux catégories : les étoiles dites de *classe II* et celles dites de *classe III*. Les classes II sont caractérisées par une pente $-1.5 < \alpha_{\text{IR}} < 0$ et les classes III par $\alpha_{\text{IR}} < -1.5$. Ces pentes caractéristiques de leur émission infrarouge correspondent à la signature d'un disque circumstellaire plus ou moins massif : les classes II sont accompagnées d'un disque massif moléculaire optiquement épais, tandis que les classes III le sont d'un disque de débris, optiquement mince (*cf.* section 1.6.1). Dans le cas des étoiles de faible masse, les classes II sont également appelées *étoiles de type T Tauri*. L'étoile T Tauri est la première étoile de ce type qui a été observée ; elle a été découverte par l'astronome britannique John Russell Hind en 1852.

1.2.2 Propriétés physiques

Quelques propriétés physiques fondamentales associées à la formation stellaire méritent d'être passées en revue : tout d'abord les profils de densité observés des cœurs denses, puis le champ magnétique et la turbulence observés dans le milieu interstellaire.

Densité du cœur préstellaire

Deux méthodes sont utilisées afin de déduire les profils de densité des cœurs préstellaires : la cartographie de l'émission dans le continuum (sub)millimétrique des poussières froides du cœur, et la cartographie de ces mêmes poussières en absorption infrarouge (ce rayonnement provenant d'un nuage chaud ou d'étoiles en arrière-plan).

En suivant la première méthode, Ward-Thompson *et al.* (1994); André *et al.* (1996); Ward-Thompson *et al.* (1999) ont montré que la partie interne des cœurs préstellaires avait un profil de densité plat. Au delà d'un rayon de l'ordre de 2000 à 5000 UA, le profil approche une distribution en $\rho \propto r^{-2}$.

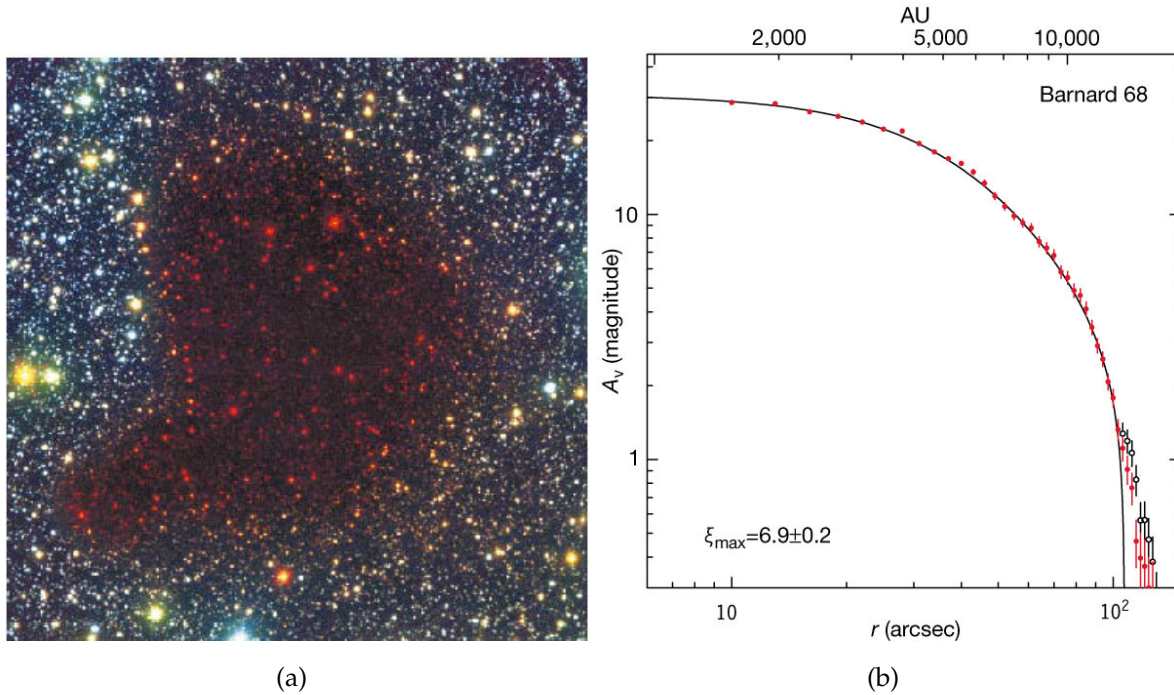


FIGURE 1.2 – (1.2(a)) images dans le domaine visible et l’infrarouge proche de Barnard 68. (1.2(b)) densité de colonne de Barnard 68 moyennée azimutalement (points rouges) comparée à une sphère de Bonnor-Ebert (en trait plein); tirés de Alves *et al.* (2001).

La cartographie de l’absorption infrarouge des poussières a donné des résultats similaires (Alves *et al.*, 2001), montrant que les profils de densité des cœurs préstellaires sont bien approximés par des sphères de Bonnor-Ebert, c’est-à-dire par des sphères de gaz de température uniforme en équilibre, la force gravitationnelle balançant les forces de pression.

Champ magnétique

Le champ magnétique est présent dans le milieu interstellaire, à toutes les échelles. Il joue un rôle important, quoique discuté, en fournissant un support qui contrebalance l’attraction gravitationnelle.

Un paramètre clef pour mesurer et comprendre l’importance du champ magnétique dans le MIS est le rapport de la masse de la région considérée par le flux magnétique qui la traverse. Le rapport masse-sur-flux (M/Φ) est directement lié au rapport de l’énergie gravitationnelle sur l’énergie magnétique; ainsi, il possède une valeur critique ($(M/\Phi)_{\text{cr}} \sim 1/(2\pi G^{1/2})$) pour laquelle l’énergie gravitationnelle est com-

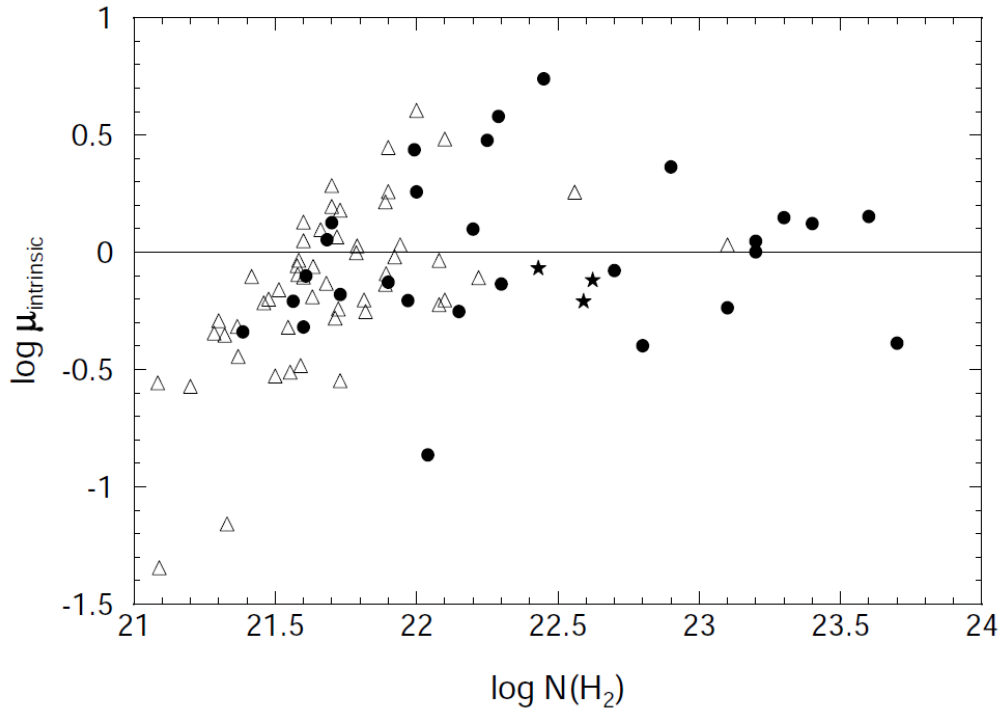


FIGURE 1.3 – Rapport masse sur flux en fonction de la densité de colonne du nuage ou du cœur observé, divisé par 3 pour corriger les biais de projection. Les points correspondent à la mesure de B_{\parallel} par effet Zeeman (au-dessus de 3σ), les étoiles à l'estimation de B_{\perp} par mesure de polarisation linéaire, et les triangles donnent des limites inférieures (à partir de limites supérieures estimées pour l'intensité du champ magnétique mesuré). Figure tirée de Heiles et Crutcher (2005).

pensée par l'énergie magnétique. Le paramètre de magnétisation μ est donné par :

$$\mu = \frac{(M/\Phi)}{(M/\Phi)_{\text{cr}}} ; \quad (1.1)$$

ce rapport doit être supérieur à l'unité pour qu'un effondrement gravitationnel puisse se produire. Dans la suite, nous exprimerons généralement le champ magnétique grâce au paramètre μ . Notons que le paramètre de magnétisation μ évolue comme l'inverse de la magnétisation : plus l'objet est magnétisé, plus μ est faible.

Deux types d'observations du champ magnétique sont réalisées : des mesures de polarisation linéaire de la lumière, et des observations par effet Zeeman.

On distingue deux types d'observations polarimétriques, qui fournissent des informations sur B_{\perp} (c'est-à-dire dans le plan du ciel). D'une part, la lumière visible émise par les étoiles peut être polarisée par les poussières du MIS ; ces observations révèlent la structure du champ magnétique à grande échelle. D'autre part, les grains de poussières émettent dans l'infrarouge. Le degré de polarisation mesuré ne permet

pas d'obtenir directement l'intensité de B_{\perp} , trop faible. Cependant, la méthode de Chandrasekhar et Fermi (1953a) permet d'estimer l'intensité du champ magnétique par l'étude de la distribution des lignes de champ à petite échelle.

Les observations Zeeman donnent quant à elles une indication directe de l'intensité du champ magnétique le long de la ligne de visée, B_{\parallel} . Observé en spectroscopie, par exemple sur la raie de OH à 18 cm, l'effet Zeeman correspond à une levée de dégénérescence d'un niveau de moment cinétique total d'un atome ou d'une molécule, sous l'effet d'un champ magnétique. Cela provoque un élargissement de la raie observée, élargissement proportionnel au champ appliqué.

Les observations Zeeman du MIS diffus (dont la densité n est inférieure à 3.10^2 cm^{-3}) montrent que le champ magnétique n'augmente pas avec la densité, ce qui semble indiquer que la matière s'effondre le long des lignes de champ pour former les nuages moléculaires (Crutcher *et al.*, 2010). Les observations de nuages moléculaires (la densité n étant supérieure à 3.10^2 cm^{-3}) tendent à montrer qu'il existe une loi d'échelle entre le champ magnétique et la densité ($|B_{\max}| \propto n^{\kappa}$ avec $\kappa \sim 2/3$). Cette loi d'échelle n'est pas consistante avec des modèles d'effondrement gravitationnel en présence d'un champ fort, mais il existe néanmoins un nombre significatif d'observations de nuages caractérisés par une magnétisation μ proche de la valeur critique (voir la figure 1.3 ainsi que Crutcher, 1999). Notons que Crutcher (1999), à partir d'une méthode différente et d'un échantillon plus restreint, parvenait à un résultat différent pour la loi d'échelle entre le champ magnétique et la densité : $|B| \propto n^{1/2}$.

Le rôle du champ magnétique dans le MIS est donc complexe et varié, et une étude détaillée des processus de formation stellaire ne peut se résumer qu'à l'étude d'un des cas extrêmes (champ magnétique très faible ou très intense).

Turbulence

Les observations suggèrent que le milieu interstellaire est fragmenté et présente des structures auto-similaires, depuis les grandes échelles du MIS (de l'ordre de quelques dizaines de parsecs (pc)) jusqu'aux échelles auxquelles se forment les étoiles. La turbulence est par nature un phénomène multi-échelle, couplant dynamiquement les différentes échelles ; elle est donc considérée comme une des causes les plus probables de la structuration observée du MIS. Ces dernières années, la turbulence est ainsi devenue un des éléments fondamentaux de la physique du MIS (Elmegreen et Scalo, 2004; Ballesteros-Paredes *et al.*, 2007). Elle permet essentiellement de distribuer l'énergie cinétique depuis les grandes échelles jusqu'aux plus petites échelles (inférieures à celles auxquelles les étoiles se forment) ; cette redistribution d'énergie est connue sous le nom de *cascade de Kolmogorov*.

Les premières observations mettant en lumière la nature turbulente du MIS ont déjà plus d'un demi-siècle : les travaux de von Hoerner (1951) ont montré pour la première fois qu'une loi de puissance pouvait lier les dispersions de vitesse et la distance projetée les séparant. Ces résultats suggéraient que le gaz observé était turbulent, avec une cascade d'énergie de Kolmogorov. Quelques années plus tard, Wilson *et al.* (1959) parvenait à une conclusion similaire avec de meilleures données, en arguant cependant que le gaz turbulent devait être compressible, alors que la théorie de Kolmogorov s'applique à un gaz incompressible.

Suite à ces premières études, des observations de spectroscopie millimétrique ont montré que les largeurs de raies observées ne pouvaient être de nature purement thermique. En effet, en observant des raies de CO et de OH, il est possible de déterminer la température du MIS, qui est de l'ordre de 10 K. La vitesse thermique peut aisément se calculer : pour une molécule de ^{12}CO , elle est de $v_{th} = \sqrt{2kT/\mu m_H} \sim 0,07 \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}$, μ étant le poids moléculaire moyen ; or, les dispersions de vitesse mesurées sont de l'ordre de 1 à 10 $\text{km}\cdot\text{s}^{-1}$. Une explication plausible de la nature non-thermique des largeurs de raies observées est la présence de turbulence dans le MIS.

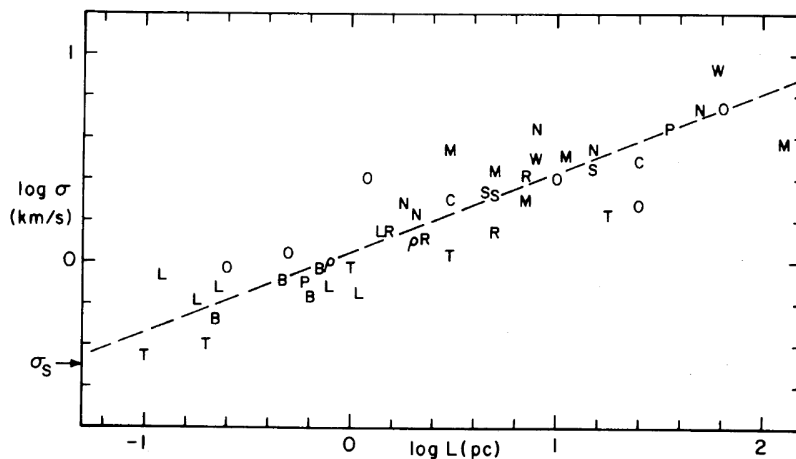


FIGURE 1.4 – Dispersion de vitesse σ en fonction de la taille L des nuages moléculaires ; tirée de Larson (1981). Les symboles représentent des objets dans différents complexes (tels que la nébuleuse d'Orion (O), ρ -Ophiuchus (ρ) ou encore le Taureau (T)).

Il a fallu ensuite attendre les travaux de Larson (1981) montrant qu'il existait des lois d'échelle entre la dispersion de vitesse Δv et la taille L des structures observées d'une part (voir la figure 1.4), et les densité et taille de ces structures d'autre part. Si la relation densité-taille s'est finalement révélée être un artefact observationnel, la relation $\Delta v - L$ est un autre indice fort de la dynamique turbulente du MIS. Notons que les dispersions de vitesse mesurées pour les nuages moléculaires sont supérieures

à $0,2 \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}$, la vitesse du son aux températures considérées. Cela implique que la turbulence y est supersonique.

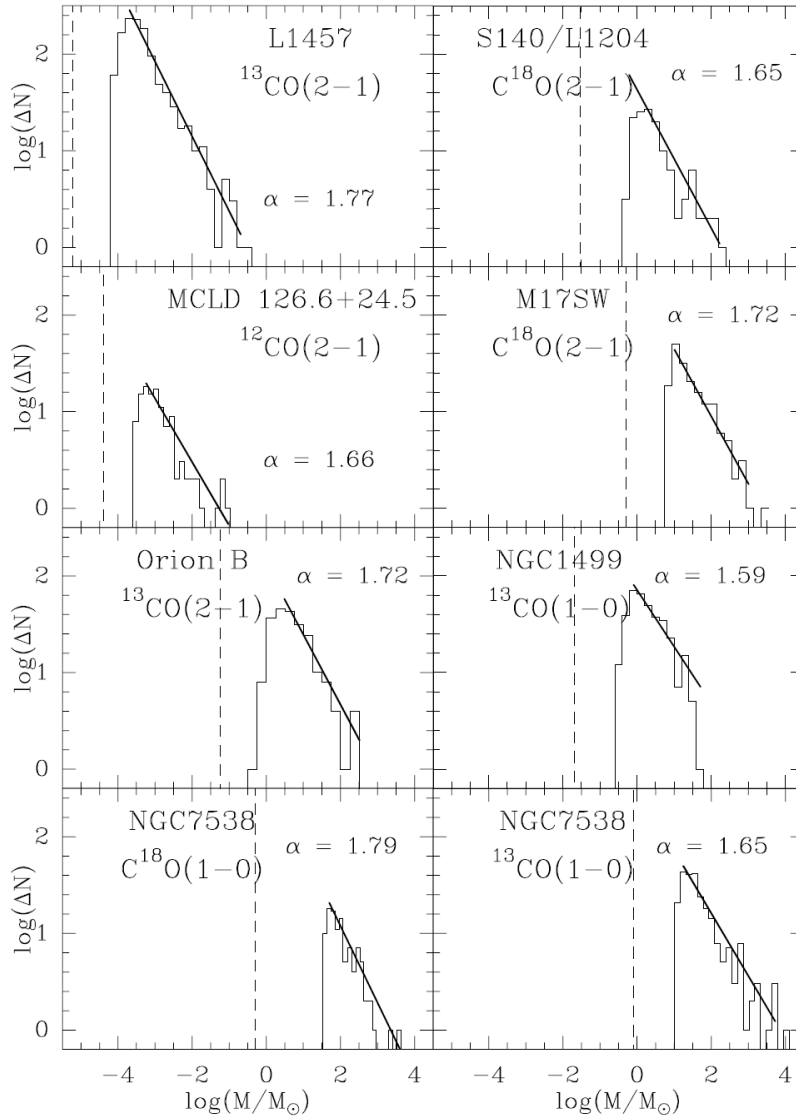


FIGURE 1.5 – Spectre de masse de nuages CO pour huit régions de formation stellaire observées, tous ajustés par une loi de puissance de la forme $dN/dM \propto M^{-\alpha}$; la droite en trait plein représente le meilleur ajustement linéaire pour α . α est toujours compris entre 1,59 et 1,79. Figure tirée de Kramer *et al.* (1998).

D'autres preuves observationnelles mettent aujourd'hui en évidence la turbulence du MIS. Le premier indice est le spectre de masse des nuages CO, qui peut s'exprimer sous la forme d'une loi de puissance $dN/dM \propto M^{-\alpha}$, qui semble invariante dans différents environnements (voir figure 1.5). Les fluctuations de densité observées dans le MIS, mesurées sous forme de densités de probabilité (*probability distribution function*, PDF), sont par ailleurs compatibles avec une turbulence supersonique. Les in-

créments de vitesse (la différence de vitesse entre deux points) mesurés sur les raies de ^{12}CO exhibent des non-gaussianités caractéristiques de l'intermittence. Enfin, on peut noter que le MIS présente une structure fractale et très fortement auto-similaire (sur plusieurs ordres de grandeur en échelle, Falgarone *et al.*, 2004), caractéristique d'un milieu turbulent.

La turbulence observée dans le MIS pourrait avoir plusieurs origines : les jets et flots bipolaires d'étoiles en formation, aux plus petites échelles, mais aussi l'expansion des régions d'ionisation. À de plus grandes échelles, les explosions de supernovæ produisent d'importantes quantités d'énergie cinétique qui peuvent être injectées sur plusieurs centaines de parsecs. À l'échelle galactique, la rotation différentielle de la galaxie cisaille le gaz et peut également être une source de turbulence.

1.3 La turbulence : théorie

Après cette rapide revue des propriétés observées de la turbulence dans le milieu interstellaire, il est utile d'évoquer les grandes lignes des théories décrivant les écoulements turbulents. Les fondements de la théorie de la turbulence ont été posés par Kolmogorov (1941). La turbulence n'est rien d'autre que la description de l'écoulement d'un fluide découlant de mouvements aléatoires sur une large gamme d'échelles. La simplicité de cet énoncé n'est qu'apparente : s'il est possible de décrire analytiquement les fluides laminaires et magnétisés, il n'existe actuellement aucune théorie exacte de la turbulence.

Rappelons que l'équation exprimant l'évolution d'un fluide, l'équation de Navier-Stokes, est donnée par :

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} = -\frac{1}{\rho} \nabla P + \nu \Delta \vec{v}, \quad (1.2)$$

où \vec{v} est la vitesse du fluide, ρ sa densité, P la pression exercée sur le fluide et ν la viscosité cinématique. Δ est l'opérateur laplacien, $\Delta = \nabla^2$.

Tout d'abord, il est utile de définir le nombre de Reynolds : il permet d'exprimer la compétition entre l'advection $(\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v}$ et la diffusion $\nu \Delta \vec{v}$ au sein d'un fluide. La diffusion est un processus qui tend essentiellement à homogénéiser — et donc stabiliser — le fluide, quand l'advection, non-linéaire, est associée à l'augmentation des inhomogénéités. Le nombre de Reynolds peut ainsi s'écrire :

$$\text{Re} = \frac{UL}{\nu}, \quad (1.3)$$

avec L et U les longueur et vitesse caractéristiques du fluide. Lorsque $\text{Re} \ll 1$, la diffusion domine largement l'advection et l'écoulement est laminaire. Au contraire,

lorsque $Re \gg 1$, les effets non-linéaires dominant et l'écoulement est, en général, turbulent.

1.3.1 La théorie de Kolmogorov

L'idée principale de la théorie de Kolmogorov est que la turbulence peut se caractériser phénoménologiquement comme une hiérarchie de « tourbillons » (plus que de véritables tourbillons il s'agit en fait surtout d'écoulements à peu près cohérents sur une échelle donnée), l'énergie des tourbillons aux grandes échelles se transmettant aux petites échelles, où elle peut se dissiper par viscosité. Plusieurs approximations importantes sont faites dans la théorie de Kolmogorov. Tout d'abord, elle s'applique à une turbulence homogène (c'est-à-dire statistiquement identique en tout point de l'espace) et isotrope (c'est-à-dire sans direction privilégiée). De plus, le taux de transfert de l'énergie entre les différentes échelles est considéré constant.

Les tourbillons sont caractérisés par une échelle ℓ , une vitesse v et un temps de retournement $\tau = \ell/v$. À grande échelle, L et U étant grands, l'écoulement est instable et les tourbillons peuvent former des tourbillons de plus petites échelles en y transférant une partie de leur énergie. C'est de cette manière que l'énergie *cascade*, de tourbillons instables en tourbillons instables d'échelle moindre, jusqu'aux plus petites échelles où la viscosité la dissipe. Le taux de dissipation de l'énergie, noté ϵ , se déduit par analyse dimensionnelle :

$$\epsilon \sim \frac{v^2}{\tau} \sim \frac{v^3}{\ell}. \quad (1.4)$$

À une échelle ℓ , l'énergie cinétique s'écrit $E(\ell) \sim v^2$, soit $E(\ell) \sim (\epsilon\ell)^{2/3}$ d'après ce qui précède.

Cette décomposition en échelles spatiales se décrit bien dans l'espace spectral (ou espace de Fourier), où l'on associe à chaque échelle ℓ un nombre d'onde $k = 2\pi/\ell$. Dans l'espace spectral, l'énergie s'exprime :

$$E(k) \sim \epsilon^{2/3} k^{-5/3}, \quad (1.5)$$

loi d'échelle fondamentale de la théorie de Kolmogorov. La viscosité détermine uniquement le comportement de la distribution d'énergie aux petites échelles (k grand), tandis que l'injection d'énergie n'a d'influence qu'aux grandes échelles (k petit). La région entre ces deux échelles limites est appelée *domaine inertiel*, domaine dans lequel l'énergie cascade d'une échelle à l'autre sans dépendre ni de l'injection d'énergie, ni de la viscosité, et essentiellement sans dissipation d'énergie.

1.3.2 Propriétés statistiques

Afin de développer des arguments quantitatifs et de pouvoir mesurer physiquement les effets de la turbulence, il est utile d'introduire quelques outils statistiques ; en effet, les variables physiques se comportent comme des variables aléatoires dans le cas d'écoulements turbulents (Pope, 2000). La densité de probabilité caractérise complètement une variable aléatoire ; la fonction de corrélation de vitesse permet de donner des informations sur la structure spatiale de la turbulence ou de donner des indications sur sa dynamique ; enfin, les fonctions de structure fournissent des informations sur la répartition spatiale de l'énergie cinétique dans le fluide.

Fonction de répartition et densité de probabilité

La fonction de répartition d'une variable aléatoire V est définie par :

$$F(x) = P \{V < x\}, \quad (1.6)$$

avec $P \{V < x\}$ la probabilité que V soit inférieure à la valeur x . La densité de probabilité est alors définie comme étant la dérivée de la fonction de répartition :

$$f_p(V) = \frac{dF(V)}{dV}. \quad (1.7)$$

Il en résulte que la probabilité que la variable aléatoire V soit comprise dans un intervalle est l'intégrale de la densité de probabilité entre ces deux valeurs :

$$P \{x_a < V < x_b\} = \int_{x_a}^{x_b} f_p(V) dV. \quad (1.8)$$

Fonction de corrélation

La fonction de corrélation de vitesses est définie par :

$$Q_{ij}(\vec{r}, \vec{x}, t) = \left\langle v'_i(\vec{x}, t) v'_j(\vec{x} + \vec{r}, t) \right\rangle, \quad (1.9)$$

avec $i, j \in \{x, y, z\}$, v'_i les fluctuations turbulentes de la vitesse v_i , \vec{x} la position et \vec{r} la distance entre les deux points dont on calcule la corrélation. Les symboles \langle, \rangle désignent une moyenne d'ensemble (qui se réduit à une moyenne volumique dans le cas d'une turbulence homogène).

Q_{ij} représente la corrélation des fluctuations de vitesse entre deux points : si les fluctuations en ces deux points sont statistiquement indépendantes, alors $Q_{ij} = 0$. Si Q_{ij} ne dépend pas de t , alors la turbulence est statistiquement à l'équilibre ; si Q_{ij} ne dépend pas de \vec{x} , alors elle est statistiquement homogène.

Dans le cas d'une turbulence isotrope (dont les fluctuations statistiques sont indépendantes de la direction, ce qui implique que $\langle v_x^2 \rangle = \langle v_y^2 \rangle = \langle v_z^2 \rangle = v^2/3$), on peut définir simplement les composantes de Q_{ij} , en les exprimant sous la forme :

$$Q_{xx}(r\vec{e}_x) = v^2 f(r), \quad (1.10)$$

f étant sans dimension et satisfaisant $f(0) = 1/3$ et $f \xrightarrow[r \rightarrow \infty]{} 0$.

On peut alors définir l'échelle intégrale de la turbulence ℓ_{int} :

$$\ell_{\text{int}} = \int_0^\infty f(r) dr, \quad (1.11)$$

qui fournit une mesure utile de l'étendue du domaine sur lequel les vitesses sont bien corrélées (c'est-à-dire la taille des grands tourbillons).

Si deux points sont bien séparés spatialement, alors ce qui se passe en \vec{x} n'a pas d'influence sur ce qui se passe en $\vec{x} + \vec{r}$; $Q_{ij} = 0$. Au contraire, si les points étudiés sont proches (relativement à l'échelle intégrale ℓ_{int}), alors une corrélation significative apparaît entre \vec{x} et $\vec{x} + \vec{r}$, ce qui signifie qu'un tourbillon passe par ces deux points, qui appartiennent à la même structure.

On peut également estimer la fonction de corrélation *temporelle* de vitesses, non plus définie en deux points distincts à un instant donné t , mais en un même point à un intervalle de temps τ . Elle s'écrit :

$$Q_{ij}(\vec{r}, \vec{x}, \tau) = \langle v'_i(\vec{x}, t) v'_j(\vec{x}, t + \tau) \rangle, \quad (1.12)$$

qui donne ainsi une information temporelle sur l'évolution de la turbulence et sur la dynamique du système.

Fonctions de structure

Les fonctions de structures d'ordre 2 permettent d'appréhender la distribution spatiale d'énergie cinétique dans le fluide turbulent étudié. De manière générale, elles sont définies de la manière suivante :

$$\langle [\Delta v]^p \rangle = \langle [v_x(\vec{x} + r\vec{e}_x) - v_x(\vec{x})]^p \rangle, \quad (1.13)$$

avec $\Delta v = v_x(\vec{x} + r\vec{e}_x) - v_x(\vec{x})$ l'incrément longitudinal de vitesse, et p l'ordre de la fonction de structure. On considère que seuls les tourbillons d'une taille supérieure ou égale à r contribuent à la fonction de structure définie ci-dessus.

Spectres de puissance et d'énergie

À partir de la fonction de corrélation de vitesses, on peut exprimer le spectre en vitesse de l'écoulement, qui est la transformée de Fourier de la fonction de corrélation :

$$\mathcal{P}_{ij}(\vec{k}) = \int Q_{ij}(\vec{r}) e^{-2i\vec{k}\cdot\vec{r}} d\vec{r}, \quad (1.14)$$

avec $i, j \in \{x, y, z\}$, \vec{k} le vecteur d'onde, et en intégrant sur l'ensemble des échelles inertielles \vec{r} . Le spectre de la fonction d'autocorrélation de vitesses est appelé spectre de puissance :

$$\mathcal{P}(\vec{k}) \equiv \mathcal{P}_{ii}(\vec{k}) = \int Q_{ii}(\vec{r}) e^{-2i\vec{k}\cdot\vec{r}} d\vec{r}. \quad (1.15)$$

En intégrant ce spectre dans toutes les directions, on obtient le spectre d'énergie de l'écoulement :

$$E(k) = \int \mathcal{P}(\vec{k}) \delta(|\vec{k}| - k) d\vec{k}, \quad (1.16)$$

avec k la norme du vecteur d'onde \vec{k} . Comme nous l'avons vu, la théorie de Kolmogorov prédit un spectre d'énergie $E(k) \propto k^{-5/3}$; il en découle que le spectre de puissance est donné par $\mathcal{P}(\vec{k}) \propto |\vec{k}|^{1-D-5/3}$ dans un espace à D dimensions.

Intermittence

Une autre propriété fondamentale de la turbulence, en particulier dans le contexte astrophysique, est l'intermittence. L'intermittence correspond à l'apparition éphémère de régions caractérisées par de forts gradients de vortacité (notée ω , avec $\omega = \nabla \times \vec{v}$) et de vitesse. Elle est associée à des processus rares mais de grande amplitude.

Une conséquence essentielle de l'intermittence est que les distributions de vitesse et de vortacité (et de toutes les quantités physiques qui y sont directement reliées) sont non-gaussiennes. En particulier, les incréments de vitesse (qui correspondent à la différence de vitesse mesurée entre deux points) présentent des écarts caractéristiques à une distribution gaussienne.

L'intermittence pourrait être comprise par l'amplification non-linéaire de la vortacité aux petites échelles, du fait du cisaillement provoqué par les plus grandes échelles.

1.3.3 Les turbulences

La théorie de Kolmogorov modélise bien une turbulence incompressible, c'est-à-dire un écoulement dont la densité reste constante. Ce n'est en général pas le cas des gaz, qui sont compressibles ; on peut cependant se placer dans la limite où le fluide

est faiblement compressible, lorsque le nombre de Mach $\mathcal{M} \ll 1$. Le nombre de Mach est défini par :

$$\mathcal{M} = \frac{U}{c_s}, \quad (1.17)$$

avec U la vitesse caractéristique de l'écoulement et c_s la vitesse du son.

Le milieu interstellaire est compressible (la turbulence peut y être supersonique, caractérisée par un nombre de Mach supérieur à l'unité) et magnétisé, il est donc nécessaire d'étudier la turbulence compressible et la turbulence magnétohydrodynamique (MHD).

Turbulence compressible

Les mesures de dispersion de vitesse des nuages moléculaires mettent en évidence une turbulence supersonique, et donc un milieu hautement compressible (voir section 1.2.2).

Étant donnée la complexité du problème, il est très difficile d'obtenir des résultats théoriques permettant de l'étudier. L'analyse de la turbulence dite de Burgers (Frisch et Bec, 2001) permet d'obtenir des résultats apportant un éclairage sur le comportement de la turbulence compressible. La turbulence de Burgers repose sur l'étude de l'équation de Burgers à une dimension :

$$\frac{\partial v_x}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} = \nu \frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2}, \quad (1.18)$$

énoncée par J.M. Burgers dans l'espoir d'avancer vers la résolution de l'équation de Navier-Stokes. L'équation de Burgers correspond en effet à celle de Navier-Stokes sans le terme de pression. Elle possède toutes les caractéristiques nécessaires à un comportement non-linéaire (en particulier les termes d'advection et de diffusion), et possède une solution exacte.

Le spectre de puissance déduit de l'équation de Burgers est $\mathcal{P}(k) \propto k^{-4}$, avec une pente plus raide que le spectre de Kolmogorov en $k^{-11/3}$.

Comme il n'existe pas de théorie exacte de la turbulence compressible, les simulations numériques sont d'un grand secours pour permettre une compréhension plus profonde de cette turbulence. En particulier, les simulations de Kritsuk *et al.* (2007) ont mis en évidence un spectre de puissance avec un indice -3,8, se situant entre les indices de Burgers et Kolmogorov. La turbulence compressible a un comportement qui se situe donc entre ces deux cas extrêmes, purement compressible (Burgers) ou purement solénoïdal (Kolmogorov).

Dans le contexte de l'étude du milieu interstellaire et de la formation stellaire, la connaissance de la distribution de densité est cruciale — connaître la distribution de

densité, c'est connaître la distribution de matière, et donc pouvoir identifier les zones de formation d'étoiles, par exemple. Les simulations menées par Vazquez-Semadeni (1994) ou Padoan *et al.* (1997) ont montré que la distribution du logarithme de la densité suit une loi normale — on parle alors de distribution log-normale. Cette distribution log-normale est centrale pour les théories de formation stellaire ; c'est par exemple cette distribution qui a été adoptée par Hennebelle et Chabrier (2008) pour étudier la distribution de masse initiale (voir section 1.5.3).

Les résultats précédents ont été établis dans le cadre d'une turbulence compressible isotherme. Notons que des travaux similaires ont été menés pour étudier la turbulence compressible dans un fluide multi-phases, c'est-à-dire comportant des états thermodynamiques différents. Typiquement, le gaz peut être dans deux états, l'un chaud et peu dense, et l'autre froid et dense (Wolfire *et al.*, 1995). Des mouvements compressibles peuvent, dans un flot turbulent, provoquer une transition de phase dynamique conduisant à la formation de structures froides et denses au sein de gaz chaud (Hennebelle et Pérault, 1999). Les simulations multidimensionnelles révèlent un flot turbulent classique, combiné à des structures froides enfouies dans le gaz chaud (Audit et Hennebelle, 2005). L'étude statistique de ces simulations a révélé une distribution de masse des cœurs similaire à celle déduite des simulations isothermes, ainsi qu'un spectre de puissance proche du cas isotherme.

Turbulence MHD

Étant donnée l'importance du champ magnétique dans le milieu interstellaire (voir section 1.2.2), il est nécessaire d'étudier également la turbulence dans un milieu magnétisé. Les premières tentatives pour résoudre le problème de la turbulence magnétisée ont été menées par Iroshnikov (1963) et Kraichnan (1965). L'idée directrice de leur travail est que tout $\vec{v} \pm \vec{B}(\vec{r} \pm \vec{v}_A t) / \sqrt{4\pi\rho}$ (avec \vec{v} la vitesse, \vec{B} le champ magnétique, v_A la vitesse d'Alfvén, $v_A = \sqrt{B^2/4\pi\rho}$ et t le temps) est solution des équations de la MHD dans le cas d'une turbulence MHD incompressible. Il en découle un spectre d'énergie $E(k) \propto k^{-3/2}$, plus plat que le spectre de Kolmogorov. Cependant, une hypothèse essentielle de ces travaux est de supposer que les tourbillons sont isotropes, avec des étendues spatiales comparables selon les directions parallèle et perpendiculaire au champ magnétique. Les travaux plus récents de Goldreich et Sridhar (1995) ont permis de considérer des tourbillons non-isotropes, plus réalistes, qui s'allongent suivant le champ magnétique à grande échelle au cours de la cascade turbulente. Ces travaux aboutissent à un spectre d'énergie (dans la direction perpendiculaire au champ magnétique) $E(k_\perp) \propto k_\perp^{-5/3}$.

1.4 Équilibre et effondrement : la physique de la formation stellaire

L'effondrement gravitationnel qui mène à la formation des étoiles est lié à la stabilité du milieu interstellaire. Sans instabilité gravitationnelle, le gaz du MIS ne se fragmenterait pas, et les étoiles ne pourraient se former. Il est donc fondamental d'appréhender les principes physiques de base qui régissent l'équilibre — et surtout l'instabilité — du MIS, à travers le théorème de Viriel et les grandeurs de Jeans.

1.4.1 Longueur et masse de Jeans

On peut considérer le problème de la stabilité d'une structure auto-gravitante à l'aide d'une analyse linéaire de la stabilité gravitationnelle d'un milieu infini uniforme (Jeans, 1902).

Les trois équations gouvernant la dynamique du gaz nécessaires à la résolution de ce problème sont l'équation de conservation de la masse, l'équation de conservation de la quantité de mouvement et l'équation de Poisson :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \vec{v} = 0, \quad (1.19)$$

$$\frac{\partial \rho \vec{v}}{\partial t} + \nabla (\rho \vec{v} \otimes \vec{v} + P) = -\rho \nabla \Phi, \quad (1.20)$$

$$\Delta \Phi = 4\pi G \rho. \quad (1.21)$$

Le milieu étant homogène et à l'équilibre, on peut procéder à un développement perturbatif :

$$\begin{cases} \vec{v} = \vec{v}_1, \\ \rho = \rho_0 + \rho_1, \\ \Phi = \Phi_0 + \Phi_1, \end{cases} \quad (1.22)$$

les variables indicées par 0 étant les quantités à l'équilibre et les variables indicées par 1 représentant les perturbations. On peut alors linéariser les équations précédentes, qui deviennent :

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} = -\rho_0 \nabla \cdot \vec{v}_1, \quad (1.23)$$

$$\frac{\partial \vec{v}_1}{\partial t} = -\frac{c_s^2}{\rho_0} \nabla \rho_1 - \nabla \Phi_1, \quad (1.24)$$

$$\Delta \Phi_1 = 4\pi G \rho_1, \quad (1.25)$$

en ayant fait l'hypothèse que le milieu est isotherme, la vitesse du son se réduit alors

à :

$$c_s = \sqrt{\frac{P}{\rho}} = \sqrt{\frac{kT}{\mu m_H}}, \quad (1.26)$$

k étant la constante de Boltzmann, μ la masse moléculaire moyenne des particules du milieu, et m_H la masse du proton.

Prenons la divergence de l'équation 1.24, il vient :

$$\frac{\partial(\nabla \cdot \vec{v}_1)}{\partial t} = -\frac{c_s^2}{\rho_0} \nabla^2 \rho_1 - \nabla^2 \Phi_1, \quad (1.27)$$

$$\frac{\partial^2 \rho_1}{\partial t^2} = c_s^2 \nabla^2 \rho_1 + 4\pi G \rho_0 \rho_1. \quad (1.28)$$

Si la perturbation est périodique et de la forme $\rho_1 = K e^{i(kx + \omega t)}$, la relation de dispersion entre la fréquence ω et le nombre d'onde $k = 2\pi/\lambda$ se déduit aisément :

$$\omega^2 = k^2 c_s^2 - 4\pi G \rho_0. \quad (1.29)$$

Les modes instables (tels que $\omega^2 < 0$) sont alors définis par :

$$k < k_J = \left(\frac{4\pi G \rho_0}{c_s^2} \right)^{1/2}. \quad (1.30)$$

La *longueur de Jeans* s'exprime $\lambda_J = 2\pi/k_J$. La *masse de Jeans*, qui est la masse gravitationnellement stable la plus élevée pour une densité et une température données, s'exprime :

$$M_J = \frac{4\pi \rho_0 \lambda_J^3}{24} = \frac{1}{6} \left(\frac{T}{\mu G m_H} \right)^{3/2} \left(\frac{\pi^5}{\rho_0} \right)^{1/2}, \quad (1.31)$$

soit la masse contenue dans une sphère de rayon $\lambda_J/2$.

1.4.2 Distribution de densité dans une sphère à l'équilibre hydrostatique

Les conditions initiales de l'effondrement gravitationnel d'un cœur peuvent être approchées en considérant une sphère isotherme auto-gravitante. Celle-ci peut être décrite par l'équation d'équilibre hydrostatique et par l'équation d'état du gaz :

$$-\nabla P - \rho \nabla \Phi = 0, \quad (1.32)$$

$$\frac{P}{\rho} = \frac{kT}{\mu m_H} = c_s^2. \quad (1.33)$$

En différentiant l'équation 1.32 et grâce à l'équation de Poisson, on peut écrire :

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(\frac{r^2}{\rho} \frac{dP}{dr} \right) = -4\pi G \rho. \quad (1.34)$$

Avec l'équation d'état du gaz, il vient :

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(\frac{r^2}{\rho} \frac{d\rho}{dr} \right) = -\frac{4\pi G\rho}{c_s^2}. \quad (1.35)$$

En substituant $\ln(\rho/\rho_c)$ (avec ρ_c la densité centrale) par ζ , on peut établir une équation de Lane-Emden :

$$\begin{aligned} \frac{1}{\zeta^2} \frac{d}{d\zeta} \left(\zeta^2 \frac{d\zeta}{d\zeta} \right) &= e^{-\zeta}, \\ \frac{d^2\zeta}{d\zeta^2} + \frac{2}{\zeta} \frac{d\zeta}{d\zeta} &= e^{-\zeta}, \end{aligned} \quad (1.36)$$

avec $\zeta = r/\sqrt{c_s^2/4\pi G\rho_c}$ le rayon adimensionné. Les conditions aux limites sont $\rho(0) = \rho_c$ et $d\rho/dr|_0 = 0$, ce qui revient à écrire $\zeta(0) = 0$ et $d\zeta/d\zeta|_0 = 0$. Les solutions de cette équation sont connues sous le nom de *sphères de Bonnor-Ebert* (Bonnor, 1956; Ebert, 1955) ; il s'agit d'un ensemble de solutions définies par leur rayon extérieur ζ_{ext} . Ces solutions sont de la forme $\rho \propto r^{-2}$, avec un aplatissement du profil de densité dans les régions internes. Ces profils sont en adéquation avec les observations de cœurs préstellaires (voir Alves *et al.*, 2001, par exemple).

Lorsque $\zeta_{\text{ext}} \rightarrow \infty$, la solution est une *sphère singulière isotherme* (Shu, 1977) :

$$\rho = \frac{c_s^2}{2\pi G} r^{-2}. \quad (1.37)$$

1.4.3 Temps de chute libre

Le modèle le plus simple pouvant représenter un nuage de gaz du milieu interstellaire est une sphère de densité uniforme ρ_0 (Spitzer, 1978). L'équation de conservation de l'impulsion d'une coquille de rayon r et de rayon initial r_0 peut s'écrire :

$$\frac{d^2r}{dt^2} = -\frac{GM(r_0)}{r^2}, \quad (1.38)$$

avec r_0 le rayon initial de la sphère et $M(r_0) = 4\pi\rho_0 r_0^3/3$ sa masse. En multipliant l'équation précédente par dr/dt , et en l'intégrant temporellement, on obtient :

$$\frac{1}{2} \left(\frac{dr}{dt} \right)^2 = \frac{4\pi G\rho_0 r_0^3}{3} \left(\frac{1}{r} - C \right), \quad (1.39)$$

avec C une constante d'intégration. En procédant au changement de variable $r/r_0 = \cos^2 \beta$, on obtient :

$$\beta + \frac{1}{2} \sin 2\beta = \left(\frac{8\pi G\rho_0}{3} \right)^{1/2} t, \quad (1.40)$$

où t correspond au temps écoulé depuis le début de l'effondrement, lorsque r était égal à r_0 . β est indépendant du rayon r et ne dépend que du temps : toutes les couches du nuage s'effondrent en même temps, sans qu'aucune ne dépasse les autres. Elles atteignent toutes le centre au même instant, défini par :

$$\tau_{\text{ff}} = \left(\frac{3\pi}{32G\rho_0} \right)^{1/2}, \quad (1.41)$$

appelé *temps de chute libre*.

1.4.4 Le théorème du Viriel

Le théorème du Viriel a été introduit par Clausius (1870), et s'applique à un système de particules en interaction, donnant une relation qui régit le comportement dynamique de ce système. S'il a été dans un premier temps formalisé dans le cadre de la thermodynamique pour tenter de donner une relation entre la température et le mouvement de particules de gaz, il se généralise à toute sorte de systèmes à N-corps. Il peut également prendre en compte d'autres forces physiques fondamentales, telles que la force de Lorentz due au champ magnétique. Ainsi, il s'applique particulièrement bien aux systèmes astrophysiques, permettant de rendre compte de l'équilibre de structures auto-gravitantes.

Le Viriel, dans sa formulation la plus simple, se dérive à partir de principes fondamentaux de la physique. Tout d'abord, on peut appliquer la deuxième loi de Newton (le Principe Fondamental de la Dynamique) à une particule de masse m soumise à une force \vec{F} :

$$m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = \vec{F}, \quad (1.42)$$

avec \vec{r} la position de la particule. En prenant le produit scalaire par \vec{r} de cette équation, on obtient :

$$\begin{aligned} m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} \cdot \vec{r} &= \vec{F} \cdot \vec{r}, \\ m \frac{d}{dt} \left(\vec{r} \cdot \frac{d\vec{r}}{dt} \right) &= m \left(\frac{dr}{dt} \right)^2 + \vec{F} \cdot \vec{r}. \end{aligned} \quad (1.43)$$

On peut remarquer que l'équation 1.43 a la dimension d'une énergie, et que cette équation n'est autre qu'une expression de la conservation du moment cinétique de la particule de masse m considérée, avec $m\vec{r} \cdot d_t \vec{r} = m\vec{r} \cdot \vec{v} = I_0$ le moment cinétique. C'est la quantité $\vec{F} \cdot r$ que Clausius appela *Viriel*, du latin *vis*, force.

On peut désormais écrire le moment d'inertie I d'un système composé de masses

m , puis en prendre la dérivée seconde par rapport au temps :

$$\begin{aligned} I &= \sum m \vec{r}^2, \\ \frac{d^2 I}{dt^2} &= 2 \sum m \left(\frac{dr}{dt} \right)^2 + 2 \sum m \vec{r} \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2}, \\ \frac{1}{2} \frac{d^2 I}{dt^2} &= \sum m \left(\frac{dr}{dt} \right)^2 + \sum \vec{F} \cdot \vec{r}, \end{aligned} \quad (1.44)$$

en ayant sommé sur toutes les particules de masse m — ce qui revient à intégrer sur le volume V du système.

L'énergie cinétique \mathcal{T} du système s'écrit simplement :

$$\mathcal{T} = \frac{1}{2} \sum m \left(\frac{dr}{dt} \right)^2. \quad (1.45)$$

Lorsque les forces dérivent d'un potentiel, le terme $\sum \vec{F} \cdot \vec{r}$ de l'équation 1.44 n'est rien d'autre que l'énergie potentielle Ω du système. On peut alors écrire :

$$\frac{1}{2} \frac{d^2 I}{dt^2} = 2\mathcal{T} + \Omega. \quad (1.46)$$

Dans le cas d'un équilibre dynamique, $\frac{d^2 I}{dt^2} = 0$, et on a :

$$2\mathcal{T} + \Omega = 0, \quad (1.47)$$

qui est l'expression la plus simple du théorème du Viriel. Il traduit l'équilibre entre l'attraction gravitationnelle, qui tend à faire effondrer le système, et l'énergie cinétique des particules, qui résiste à cet effondrement.

Pour un nuage sphérique uniforme de gaz parfait de rayon R , isolé et sans mouvements macroscopiques, on peut écrire :

$$\mathcal{T} = \frac{3}{2} \frac{MkT}{\mu m_H}, \quad (1.48)$$

$$\Omega = -\frac{3}{5} \frac{GM^2}{R}. \quad (1.49)$$

Notons qu'en présence de mouvements macroscopiques au sein du gaz, l'énergie cinétique est la somme de l'énergie cinétique thermique (qui a la forme donnée ci-dessus) et de l'énergie cinétique de ces mouvements de grande échelle. La rotation a également été négligée, ainsi que toutes autres forces physiques pouvant s'appliquer au système.

On peut ainsi déduire une première condition de stabilité pour une sphère de masse M :

$$M < M_{\text{critique}} = \left(\frac{5kT}{\mu G m_H} \right)^{3/2} \left(\frac{3}{4\pi\rho} \right)^{1/2} \propto \frac{c_s^3}{\rho^{1/2}}, \quad (1.50)$$

avec ρ la densité de la sphère, et en supposant que la sphère soit uniforme (soit $M = 4\pi R^3 \rho / 3$). On peut remarquer que ce résultat est similaire à un coefficient numérique près à celui déduit de l'analyse de Jeans, où on pouvait écrire $M_J \propto c_s^3 / \rho_0^{1/2}$ (cf. section 1.4.1).

1.4.5 Forme générale de l'équation du Viriel

L'étude de la forme simplifiée du théorème du Viriel présentée ci-dessus permet d'appréhender au premier ordre la physique liée à la formation des étoiles, et de comprendre le rôle fondamental de l'effondrement gravitationnel dans ce processus. Cependant, le milieu interstellaire est loin de l'image idéalisée suggérée par l'étude précédente. Comme les observations le montrent (cf. section 1.2), le champ magnétique et la turbulence ne sont pas négligeables. On va donc chercher à étudier une forme plus générale du théorème du Viriel.

Le théorème du Viriel peut s'obtenir à partir de l'équation de conservation de la quantité de mouvement pour un fluide magnétisé :

$$\rho \frac{D\vec{v}}{Dt} = \rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \rho (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} = -\nabla \left(P + \frac{B^2}{8\pi} \right) + \rho \vec{g} + \left(\frac{\vec{B}}{4\pi} \cdot \nabla \right) \vec{B}, \quad (1.51)$$

où D_t est la dérivée lagrangienne, \vec{v} est la vitesse du fluide, P la pression, \vec{B} le champ magnétique et \vec{g} l'accélération gravitationnelle telle que $\vec{g} = -\nabla \Phi$, avec Φ le potentiel gravitationnel.

Comme précédemment, en prenant le produit scalaire de l'équation 1.51 par \vec{r} , en l'intégrant sur le volume V , on peut exprimer l'équation du Viriel :

$$\frac{1}{2} \frac{D^2 I}{Dt^2} = 2\mathcal{T} + \Omega + 3\Pi + \mathcal{M} - \int_S \left(P + \frac{B^2}{8\pi} \right) \vec{r} \cdot d\vec{S} + \frac{1}{4\pi} \int_S (\vec{r} \cdot \vec{B}) \vec{B} \cdot d\vec{S}, \quad (1.52)$$

avec I le moment d'inertie du système, \mathcal{T} l'énergie cinétique, Ω l'énergie potentielle, Π la pression moyenne du système, \mathcal{M} la pression magnétique moyenne et S la surface délimitant le volume V . Ainsi, l'intégrale impliquant la tension magnétique exprime la tension magnétique sur la surface S , et l'intégrale des pressions donne la pression extérieure s'appliquant sur le volume V . Les quantités I , \mathcal{T} , Ω , Π et \mathcal{M} sont données par :

$$\begin{aligned} I &= \int \rho r^2 dV, & \mathcal{T} &= \frac{1}{2} \int \rho v^2 dV, \\ \Omega &= \int \rho \vec{r} \cdot \nabla \phi dV, & \Pi &= \int P dV, \\ \mathcal{M} &= \frac{1}{8\pi} \int \vec{B}^2 dV. \end{aligned}$$

1.4.6 Équilibre et champ magnétique

Le champ magnétique peut également soutenir le gaz et prévenir l'effondrement gravitationnel, ce qui peut être illustré par le théorème du Viriel (Spitzer, 1978). On considère un champ magnétique uniforme à l'intérieur du nuage, et qui décroît comme $B(R/r)^3$ à l'extérieur, R étant le rayon du nuage. La surface S d'intégration, placée à un rayon R_S , est prise loin de la surface du nuage. Les termes magnétiques de surface (la tension magnétique et la pression magnétique appliquée sur la surface S) peuvent ainsi être négligés. On peut montrer que les contributions des pressions magnétiques interne et externe au nuage sont égales à $R^3 B^2 / 6$ (ce qui est évident pour la pression interne, et qui se montre aisément pour la pression externe, étant donné que $R_S \gg R$). Enfin, la pression peut s'écrire comme la somme de la pression interne du nuage et de la pression à l'extérieur de celui-ci, qui se compense avec le terme de pression appliquée sur la surface S . L'équation 1.52 se réécrit :

$$4\pi R^3 P_0 = 2\mathcal{T} - \frac{1}{R} \left[\frac{3}{5} GM^2 - \frac{1}{3} R^4 B^2 \right], \quad (1.53)$$

où $4\pi R^3 P_0$ exprime la contribution des forces de pression, P_0 étant la pression à la surface du nuage, $2\mathcal{T}$ est l'énergie cinétique, et où l'énergie potentielle gravitationnelle a été approximée par celle d'une sphère uniforme. À travers cette équation, il est clair que le champ magnétique apporte un support résistant à l'effondrement gravitationnel.

Si la diffusion du champ magnétique est négligée, le champ est dit « gelé » dans la matière et le flux total $\Phi_B = \pi R^2 B$ s'appliquant au nuage doit rester constant lors de la contraction du nuage. Il en découle que le rapport des énergies gravitationnelle et magnétique doit rester constant au cours de l'effondrement gravitationnel. On peut donc estimer une masse critique pour laquelle un champ magnétique donné ne peut empêcher la contraction du système et son effondrement :

$$M = \frac{1}{3\pi} \left(\frac{5}{G} \right)^{1/2} \Phi_B, \quad (1.54)$$

d'où vient l'expression du rapport masse-sur-flux critique, qui permet de définir le paramètre de magnétisation μ (voir la section 1.2.2).

1.4.7 Équilibre et turbulence

L'effet de la turbulence sur le milieu interstellaire et la formation stellaire est dual : d'une part, la turbulence fournit un support supplémentaire, diluant le gaz et empêchant partiellement l'effondrement gravitationnel ; d'autre part, les mouvements turbulents peuvent faire apparaître des surdensités et favoriser l'effondrement.

Les effets de la turbulence constituent également un défi analytique : il n'existe pas de modélisation exacte de ces effets. On peut cependant tenter de les approximer raisonnablement dans le cas d'une turbulence isotrope (c'est-à-dire dont les propriétés ne dépendent pas de la position) en supposant que la turbulence fournit un support qui peut s'exprimer sous la forme d'une vitesse du son. On estime une vitesse du son *effective*, somme de la vitesse du son isotherme et de la dispersion de vitesse due à la turbulence. Dans un premier temps, les études se sont concentrées sur le cas de la microturbulence (Chandrasekhar, 1951a,b), faisant l'hypothèse que l'échelle turbulente la plus grande est inférieure à la taille d'un nuage turbulent. Cette hypothèse est contredite par les observations qui suggèrent que l'échelle turbulente maximale des nuages moléculaires est au moins du même ordre que la taille des nuages eux-mêmes ; Bonazzola *et al.* (1987) ont alors suggéré d'introduire une dépendance en nombre d'onde de la vitesse du son effective :

$$c_{s,\text{eff}}^2(k) = c_s^2 + \frac{1}{3} \langle v^2(k) \rangle. \quad (1.55)$$

On peut modifier la relation de dispersion 1.29 en conséquence, en tenant compte de la dispersion de vitesse turbulente. Elle devient :

$$\omega^2 - \left(c_s^2 + \frac{1}{3} \langle v^2(k) \rangle \right) k^2 + 4\pi G \rho_0 = 0, \quad (1.56)$$

ce qui conduit à la condition de stabilité :

$$4\pi G \rho_0 k^{-2} < c_s^2 + \frac{A}{3(\alpha - 1)} k^{1-\alpha}, \quad (1.57)$$

α et A sont définis par le spectre de puissance de la turbulence $E(k) = Ak^{-\alpha}$ (cf. section 1.3.1). Une étude analytique détaillée de la stabilité de gaz turbulent et auto-gravitant a été menée par Bonazzola *et al.* (1992). Elle suggère que, dans un système où la turbulence caractérisée par un spectre de puissance plus raide que $E(k) \propto k^{-3}$, la stabilité est assurée aux grandes échelles et aux échelles inférieures à la longueur de Jeans, mais que le système est instable entre ces deux échelles.

1.5 Théories de la formation stellaire

La formation stellaire a connu de nombreux développements, depuis les premières idées de Descartes ou Newton jusqu'à aujourd'hui. L'idée fondamentale est restée inchangée depuis Descartes (1664), qui conjecturait déjà que le Soleil et les planètes avaient une même origine, une nébuleuse unique qui se serait contractée¹. Fort de

1. Après avoir postulé que planètes et Soleil sont issus de la même « Matière », Descartes écrit dans son *Traité du monde et de la lumière* datant de 1630 (alors que la théorie newtonienne de la gravitation

sa théorie de la gravitation, Newton aboutit aux mêmes conclusions en 1692². Ces hypothèses de base ont ensuite été reprises par Laplace (1796), qui conjectura que le système solaire s'était formé à partir de la condensation d'une nébuleuse, laquelle, se refroidissant et se contractant, forma des anneaux qui eux-mêmes donnèrent naissance aux planètes et à leurs satellites. Les travaux de Jeans (1902) se trouvèrent dans la continuité de ces pionniers, montrant l'importance des instabilités gravitationnelles pour la formation stellaire.

Cependant, il a fallu attendre le milieu du XX^e siècle pour voir une véritable théorie moderne de la formation des étoiles, basée sur l'idée que les étoiles se forment continuellement dans le milieu interstellaire. Elle a d'abord été évoquée par Spitzer (1941) avant d'être développée par Whipple (1946), qui crédita Spitzer pour l'idée de la condensation de matière du MIS menant à la formation d'un objet préstellaire. Les observations de Bok et Reilly (1947) de nuages sombres dans la Voie Lactée finirent de poser les bases de la théorie moderne de formation stellaire, présentant ces grumeaux comme de possibles objets préstellaires.

1.5.1 La théorie dynamique classique

C'est donc sur ces bases que s'est fondée la théorie classique de la formation stellaire. Elle repose essentiellement sur l'équilibre entre les forces auto-gravitantes et les forces de pressions, qui conduit éventuellement à un effondrement gravitationnel.

Suite aux travaux pionniers de Jeans (1902), de nombreuses études ont tenté de ré-

n'existait pas encore), et publié en 1664 : « [...] à cause qu'il n'y a point du tout de vide dans le nouveau Monde, il est impossible que toutes les parties de la Matière se soient mues en ligne droite : mais étant égales à peu près, & pouvant presque aussi facilement être détournées les unes que les autres, elles ont dû s'accorder toutes ensemble à quelques mouvements circulaires. Et toutefois, à cause que nous supposons que Dieu les a mues d'abord diversement, nous ne devons pas penser qu'elles se soient toutes accordées à tourner autour d'un seul centre, mais autour de plusieurs différents, et que nous pouvons imaginer diversement situés à l'égard les uns des autres. Ensuite de quoi on peut conclure qu'elles ont dû naturellement être moins agitées ou plus petites, ou l'un et l'autre ensemble, vers les lieux les plus proches de ces centres [...]. ».

2. Dans sa lettre à Bentley (Larson, 2003), Newton dit « It seems to me, that if the matter of our sun and planets, and all the matter of the universe, were evenly scattered throughout all the heavens, and every particle had an innate gravity towards all the rest, and the whole space throughout which this matter was scattered, was finite, the matter on the outside of this space would by its gravity tend towards all the matter on the inside, and by consequence fall down into the middle of the whole space, and there compose one great spherical mass. But if the matter were evenly disposed throughout an infinite space, it could never convene into one mass ; but some of it would convene into one mass and some into another, so as to make an infinite number of great masses, scattered great distances from one to another throughout all that infinite space. And thus might the sun and fixed stars be formed, supposing the matter were of a lucid nature. »

soudre le problème de l'effondrement gravitationnel, telles que celles d'Ebert (1955) et Bonnor (1956) (l'ensemble de ces travaux ont été discutés précédemment, à la section 1.4). Ainsi, une sphère de Bonnor-Ebert possédant une masse de l'ordre de une à quelques masses de Jeans va être instable gravitationnellement et s'effondrer. Sans force de pression pour résister à l'effondrement, il se produit en chute libre. Le temps caractéristique de chute libre τ_{ff} variant comme l'inverse de la racine carrée de la densité, l'effondrement s'accélère en direction du centre du cœur. Un profil de densité de la forme $\rho \propto r^{-2}$ apparaît, très piqué dans les régions centrales, ce qui correspond à la formation d'une proto-étoile. La masse de cette dernière va alors augmenter en accréant la matière contenue dans l'enveloppe initiale.

1.5.2 La formation stellaire régulée par le champ magnétique

Le champ magnétique a rapidement été reconnu comme jouant un rôle non négligeable dans le processus de formation stellaire (Chandrasekhar et Fermi, 1953b); ce rôle est d'autant plus important qu'il permettrait d'expliquer le faible taux de formation stellaire dans la galaxie. Si le champ est assez intense, il peut même prévenir l'effondrement gravitationnel et empêcher la formation de l'étoile.

La diffusion ambipolaire

Ce problème a été résolu par Mestel et Spitzer (1956), proposant que le gaz, essentiellement neutre, puisse se découpler en partie du champ magnétique. Le couplage des neutres et des ions se fait alors uniquement *via* leurs collisions. Ce processus est connu sous le nom de *diffusion ambipolaire*. Le temps caractéristique de la diffusion ambipolaire peut être déduit de l'influence du champ magnétique sur les ions et les neutres, et leur vitesse relative de dérive (Spitzer, 1978). Tant que l'ionisation du gaz est faible, on peut négliger les forces d'inertie et de pression des ions. L'équation de la quantité de mouvement des ions exprime l'équilibre entre la force de Lorentz et la force de friction entre les neutres et les ions :

$$\frac{1}{4\pi} (\nabla \times \vec{B}) \times \vec{B} = \frac{\langle \sigma v \rangle \rho_i \rho_n}{m_i + m_n} (\vec{v}_i - \vec{v}_n), \quad (1.58)$$

avec \vec{B} le champ magnétique, $v_D = \vec{v}_i - \vec{v}_n$ la vitesse de dérive, $\rho_{i,n}$ les densités des ions et des neutres, $m_{i,n}$ les masses des ions et des neutres, et σ la section efficace de collision entre ions et neutres. Le temps caractéristique de la diffusion ambipolaire τ_{AD} est de l'ordre de R/v_D .

Ces considérations ont mené à des modèles reposant principalement sur les effets du champ magnétique plus que sur la dynamique de l'effondrement gravitationnel ;

c'est le cas en particulier du modèle de Li (1998a,b). Ce modèle de sphère isotherme singulière et magnétiquement sous-critique conduit à la formation d'une structure avec un profil de densité en $\rho \propto r^{-2}$ sur une échelle de temps de l'ordre de τ_{AD} , avec $\tau_{AD} \gg \tau_{ff}$. Lorsque la masse centrale qui se forme atteint une masse critique, le gaz se découple du champ et s'effondre gravitationnellement, formant une proto-étoile.

Pseudo-disques

Les *pseudo-disques* sont des structures discoïdales magnétisées qui ne sont pas supportées rotationnellement (Galli et Shu, 1993a,b; Li et Shu, 1996). Ils se forment typiquement lors de l'effondrement de cœurs magnétisés. Les lignes de champ magnétique se courbent sous l'effet de l'effondrement gravitationnel (donnant naissance à une structure en sablier). Ce rapprochement des lignes de champ est responsable d'une force de pression magnétique s'exerçant sur le gaz dans le plan perpendiculaire à la direction principale du champ magnétique ; c'est cette pression magnétique qui donne naissance aux pseudo-disques. Contrairement aux disques, ils n'ont pas d'échelle caractéristique et présentent une forme d'autosimilarité. Comme nous le verrons dans la suite de ce travail, les pseudo-disques jouent un rôle important dans le transport de moment cinétique par le champ magnétique.

Flots bipolaires

Les flots bipolaires sont également caractéristiques de l'effondrement de cœurs protostellaires en présence de champ magnétique. En effet, un des mécanismes pouvant éjecter ces flots bipolaires est l'accélération magnéto-centrifuge (voir par exemple Blandford et Payne, 1982). Les flots bipolaires sont le produit d'une interaction entre un disque képlerien et le champ magnétique. En considérant un disque képlerien autour d'une proto-étoile de masse M , et donc ayant une vitesse $v_\phi(r) = \sqrt{GM/r}$ au rayon r , on peut écrire le potentiel effectif d'une particule de gaz située initialement en $(r_0, z = 0)$ et ayant une vitesse de rotation initiale $\omega_0 = v_\phi(r_0)/r_0$:

$$\phi(r, z) = -\frac{GM}{(r^2 + z^2)^{1/2}} - \frac{1}{2}r^2\omega_0^2 = -\frac{GM}{r_0} \left[\frac{r_0}{(r^2 + z^2)^{1/2}} + \frac{1}{2} \left(\frac{r}{r_0} \right)^2 \right]. \quad (1.59)$$

Remarquons que ce potentiel effectif est purement poloïdal. Il est possible de représenter les isopotentiels de ce potentiel effectif pour illustrer ce problème (voir figure 1.6). On peut également étudier simplement la stabilité de cette équation en considérant un déplacement ds le long d'une ligne de champ, tel que $ds^2 = dr^2 + dz^2$. À la base du flot, le point $(r = r_0, z = 0)$ est un point d'équilibre car $d\phi/ds = 0$.

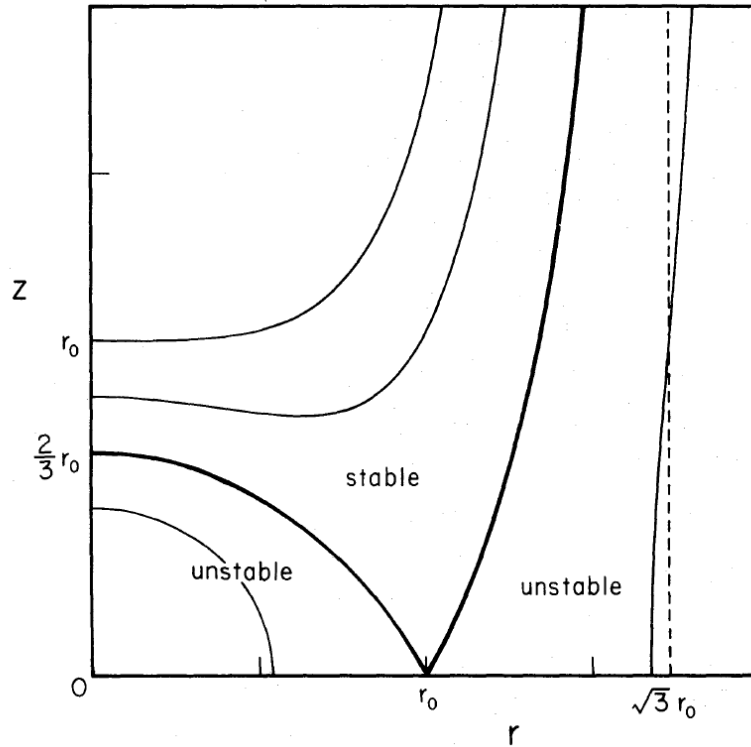


FIGURE 1.6 – Isopotentiels du potentiel effectif $\phi(r, z)$ (équation 1.59); la zone stable est délimitée par les angles $\pm 60^\circ$.

L'équilibre est cependant instable si $d^2\phi/ds^2$ est négatif; la condition de stabilité marginale est donc $d^2\phi/ds^2 = 0$, ce qui s'exprime, en terme d'angle θ (angle formé par la ligne de champ à la surface du disque), par $\tan^2\theta_c = 3$, soit $\theta_c = 60^\circ$. Ainsi, si l'angle entre le champ magnétique et l'axe radial est supérieur à 60° , la particule de gaz est piégée. Au contraire, si cet angle est inférieur à 60° , la particule de gaz se déplace dans le potentiel et se trouve éjectée du disque : le flot bipolaire est lancé.

On distingue deux types de processus d'éjection : les flots et les jets. D'une part, les flots bipolaires sont aussi appelés flots moléculaires, étant observés par des traceurs moléculaires tels que le CO. Ils sont caractérisés par des vitesses observées de l'ordre de 10 à 100 km.s^{-1} . Les jets protostellaires sont également appelés jets atomiques, étant observés par des traceurs atomiques ionisés tels que NII ou SII; notons également qu'ils sont généralement observés grâce aux raies de H_2 résultant de l'interaction des jets avec le milieu ambiant, et formant des chocs en étrave caractéristiques. Ils sont caractérisés par des vitesses importantes, supérieures à 100 km.s^{-1} . Ces processus d'éjection sont bien observés depuis plus de trente ans : on compte par exemple plus de 600 flots bipolaires actuellement répertoriés (Arce *et al.*, 2007, voir la figure 1.7).

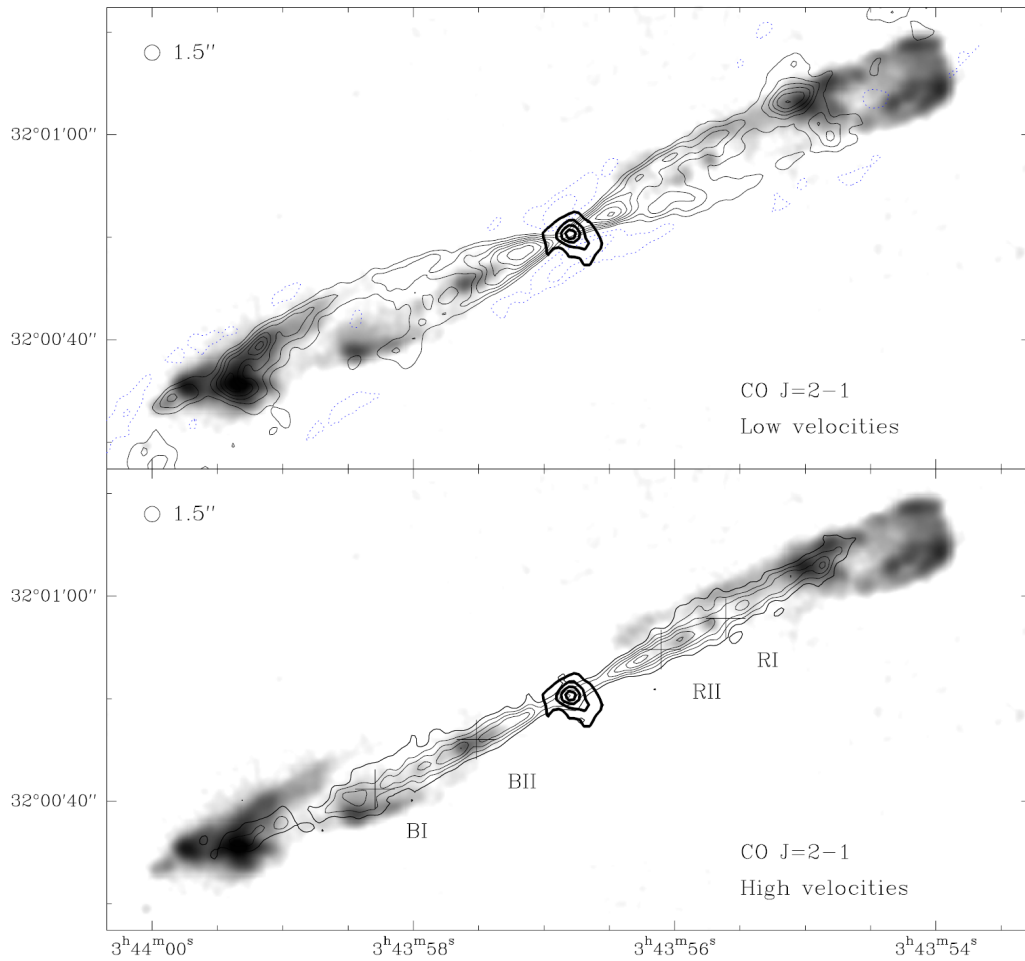


FIGURE 1.7 – Flots bipolaires (haut) et jet (bas) issus de l’objet HH211, observés à l’interféromètre du Plateau de Bure en émission CO (contours) et H₂ (image). Les flots bipolaires correspondent à la matière éjectée à faible vitesse ($v < 20 \text{ km.s}^{-1}$), tandis que les jets correspondent à un faisceau de matière très collimaté et éjecté de la protoétoile à grande vitesse ($v > 100 \text{ km.s}^{-1}$). Figure tirée de Gueth et Guilloteau (1999).

Freinage magnétique

Un autre effet capital du champ magnétique sur la formation stellaire est le freinage magnétique, discuté extensivement par Mouschovias et Paleologou (1979, 1980) et Mouschovias (1991). Le freinage magnétique se produit lorsque les lignes de champ magnétiques sont enroulées et résistent à la rotation ; des ondes d’Alfvén de torsion se propagent alors pour redistribuer efficacement le moment cinétique depuis l’intérieur vers l’extérieur du cœur protostellaire. Le moment cinétique à l’intérieur du cœur s’écrit :

$$I = MR_c^2 \Omega, \quad (1.60)$$

avec M la masse du cœur, R_c son rayon et Ω sa vitesse angulaire. Si le cœur est cylindrique, on peut réécrire sa masse sous la forme $M = 2\rho_c\pi R_c^2 H$, avec ρ_c la densité du cœur et H sa demi-hauteur. L'équation 1.60 se réécrit alors :

$$I = \rho_c \pi R_c^4 \Omega H, \quad (1.61)$$

Il faut un temps τ_{br} — le temps caractéristique de freinage magnétique (*br* étant pour *braking*, freinage) — aux ondes d'Alfvén pour transférer le moment cinétique initial depuis le cœur vers le milieu extérieur. Ainsi, par conservation du moment cinétique, on peut écrire :

$$\rho_{\text{ext}} v_A \tau_{\text{br}} \sim \rho_c H, \quad (1.62)$$

avec $v_A = B_z / \sqrt{4\pi\rho_{\text{ext}}}$ la vitesse d'Alfvén, avec B_z la composante verticale du champ magnétique, et où ρ_{ext} est la densité caractéristique du milieu extérieur. Le temps caractéristique du freinage magnétique peut alors s'exprimer simplement sous la forme :

$$\tau_{\text{br}} \sim \frac{\rho_c}{\rho_{\text{ext}}} \frac{H}{v_A}. \quad (1.63)$$

Le rapport H/v_A exprime le temps requis par les ondes d'Alfvén pour se propager dans le milieu extérieur et parcourir une distance égale à l'échelle H . Le rapport ρ_c/ρ_{ext} exprime quant à lui le contraste de densité entre le cœur et le milieu extérieur. Le produit de ces rapports correspond ainsi au temps nécessaire à la propagation des ondes d'Alfvén dans le milieu extérieur pour transmettre à la matière du milieu extérieur une quantité de moment d'inertie égale à celle du cœur.

Lorsque τ_{br} est inférieur à τ_{ff} , le freinage magnétique est efficace et peut réduire considérablement le moment cinétique du système.

Enfin, en rappelant que la masse du cœur est donnée par $M \sim 2\pi\rho_c R_c^2 H$ et le flux magnétique par $\Phi_B \sim \pi R_c^2 B_z$, avec R_c le rayon du cœur, on peut réécrire le temps de freinage magnétique en fonction du rapport masse sur flux :

$$\tau_{\text{br}} \sim \left(\frac{\pi}{\rho_{\text{ext}}} \right)^{1/2} \frac{M}{\Phi_B}. \quad (1.64)$$

Il en résulte que plus le cœur sera magnétisé — et donc le rapport masse sur flux petit —, plus le temps de freinage magnétique sera court.

1.5.3 Les grands défis de la formation stellaire

La complexité de l'étude de la formation stellaire relève en partie du fait qu'aucun processus physique fondamental ne puisse être négligé, chacun y jouant un rôle significatif.

De plus, les théories de formation stellaire doivent encore aujourd'hui relever cinq autres grands défis : comprendre l'efficacité, faible, de la formation stellaire, comprendre l'évolution du flux magnétique et du moment cinétique lors des épisodes de formation stellaire, expliquer la multiplicité observée ainsi que l'origine de la distribution initiale de masse des étoiles.

L'équipartition de l'énergie

Dans le milieu interstellaire, les énergies turbulente, radiative, magnétique, thermique et celle associée aux rayons cosmiques sont du même ordre de grandeur. Cette quasi-équipartition de l'énergie peut s'expliquer partiellement par l'action de la turbulence. Elle est aussi responsable de la grande complexité de l'étude du MIS en général, et de la formation des étoiles en particulier : aucun processus physique ne peut être négligé pour mener une étude complète de la formation stellaire.

L'efficacité de la formation stellaire

On peut estimer simplement un taux de formation stellaire, en considérant la masse susceptible de s'effondrer gravitationnellement à l'échelle de la galaxie. Il y a environ $10^9 M_{\odot}$ ayant une densité supérieure à 10^3 cm^{-3} (soit $\sim 4 \cdot 10^{-22} \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$); à cette densité, le temps de chute libre (*cf.* section 1.4.3), temps caractéristique d'un effondrement gravitationnel, est de l'ordre de $3 \cdot 10^6$ ans. Le taux de formation stellaire attendu dans la galaxie est donc de l'ordre de $300 M_{\odot} \cdot \text{an}^{-1}$, alors que celui observé est de l'ordre de $3 M_{\odot} \cdot \text{an}^{-1}$.

Cette différence de deux ordres de grandeur peut s'expliquer soit par le support magnétique, soit par le support turbulent.

Le problème de conservation du flux magnétique

Le milieu interstellaire et les nuages moléculaires sont soumis à des champs magnétiques intenses, comme le montrent les observations (*cf.* section 1.2.2). Si le champ magnétique est gelé dans la matière, au cours de l'effondrement, l'intensité du champ devrait augmenter considérablement et on devrait observer des champs magnétiques intenses dans les étoiles. On peut estimer le champ magnétique critique auquel peut être soumise une étoile d'une masse solaire et d'un rayon solaire, à l'aide du rapport masse-sur-flux critique : le flux magnétique critique Φ_B est de l'ordre de $2 \cdot 10^{19} \text{ G} \cdot \text{cm}^{-2}$, soit un champ magnétique de l'ordre de 10^7 G . Les champs magnétiques stellaires observés sont plutôt de l'ordre du millier de Gauss.

Cela implique des processus de diffusion du champ magnétique (tels que la diffusion ambipolaire ou la diffusion ohmique) ou de reconnection, afin de réduire de près de quatre ordres de grandeur le champ magnétique au cours de la formation stellaire.

Le problème de conservation du moment cinétique

Plusieurs ordres de grandeur séparent les vitesses de rotation des structures de grande échelle du milieu interstellaire et des étoiles jeunes, lorsqu'elles apparaissent dans le diagramme de Hertzsprung-Russell (Bodenheimer, 1995). Par exemple, le moment cinétique spécifique (moyenné par la masse) d'un nuage moléculaire est de l'ordre de $10^{23} \text{ cm}^2 \cdot \text{s}^{-1}$, celui d'un cœur dense préstellaire est de l'ordre de $10^{21} \text{ cm}^2 \cdot \text{s}^{-1}$, alors que le moment cinétique d'une étoile T Tauri rapide est seulement de l'ordre de $10^{18} \text{ cm}^2 \cdot \text{s}^{-1}$. Un processus physique permettant de transporter efficacement du moment cinétique à l'extérieur du système est ainsi nécessaire.

Plusieurs processus physiques sont envisageables. L'un d'eux est la fragmentation des nuages moléculaires et des cœurs denses préstellaires, permettant la formation des systèmes multiples (possédant ainsi un moment cinétique orbital important), un autre est le freinage magnétique (Mouschovias, 1991) qui permet, le long des lignes de champ magnétique, de transporter du moment cinétique par la propagation d'ondes d'Alfvén.

Le problème de la multiplicité

Les observations suggèrent que la plupart (environ 70 %, Duquennoy et Mayor, 1991) des étoiles sont multiples — c'est-à-dire qu'elles sont composées de plusieurs étoiles liées gravitationnellement — et qu'elles sont au moins binaires. Deux scénarii possibles sont envisageables, les systèmes multiples pouvant se former soit par fragmentation ou par capture.

La fonction de masse initiale

La fonction de masse initiale (*initial mass function*, IMF) décrit la distribution de masse des étoiles pour une population d'étoiles jeunes. Une première formulation simple en a été faite par Salpeter (1955), exprimée comme une loi de puissance :

$$\xi(m)dm \propto m^{-\alpha} dm, \quad (1.65)$$

avec $\xi(m)dm$ le nombre d'étoiles dans l'intervalle de masse $[m, m + dm]$, α étant de l'ordre de 2,35 dans l'intervalle de masses $0,4 M_{\odot} \leq m \leq 10 M_{\odot}$. Miller et Scalo (1979)

ont ensuite introduit une IMF sous forme de fonction log-normale :

$$\log \xi(\log m) \propto \log(m)^2. \quad (1.66)$$

Enfin, plus récemment, Chabrier (2003, 2005) a proposé une IMF ayant une forme log-normale pour $m \leq 1 M_{\odot}$ et s'exprimant comme une loi de puissance pour $m \geq 1 M_{\odot}$.

Une question centrale est de comprendre l'origine de la fonction de masse initiale, cette dernière semblant être universelle. Plusieurs théories ont été envisagées, invoquant divers processus physiques. Larson (1973) a d'abord proposé qu'elle soit le produit d'une fragmentation gravitationnelle successive des nuages du milieu interstellaire. Certaines théories se basent uniquement sur des propriétés statistiques du MIS, telles que la nature fractale des nuages qui le composent et évoquent ainsi une fragmentation hiérarchique (Zinnecker, 1984; Elmegreen, 1997). D'autres encore évoquent une « accréation compétitive », l'idée principale étant que l'accréation sur les étoiles en formation dépend directement de leur masse : ainsi, les étoiles les plus massives auront tendance à être d'autant plus massives qu'elles accréteront efficacement et laisseront moins de masse à accréter aux autres étoiles (Zinnecker, 1982; Bonnell *et al.*, 2001). Enfin, les théories dites « gravo-turbulentes » font intervenir directement la turbulence, et introduisent une correspondance entre les cœurs, progéniteurs d'étoiles, et les étoiles, étant donnée la similitude de leur distribution de masse (pour les cœurs on parle de *core mass function*, CMF). Ces théories se basent sur l'équilibre entre la gravité et les autres supports. Padoan *et al.* (1997) prennent en compte l'équilibre entre la gravité et le support thermique, là où Hennebelle et Chabrier (2008) et Hennebelle et Chabrier (2009) tiennent compte de l'ensemble des supports (thermique, turbulent et magnétique), en prenant également en considération la nature duale de la turbulence, qui favorise à la fois la formation stellaire en compressant le milieu, et qui l'empêche en dispersant le fluide.

1.6 Les disques protostellaires

Les disques protostellaires sont un élément clef de la formation stellaire : ils se forment naturellement par conservation du moment cinétique (et sont ainsi liés à la question de sa conservation), et sont les progéniteurs naturels des planètes (et éventuellement des naines brunes).

Si leur existence ne fait aucun doute à des stades avancés de la formation stellaire (90 % des étoiles formées sont accompagnées par un disque circumstellaire, Duchêne, 2011), les questions de leur formation et de leur fragmentation sont encore ouvertes.

Je présenterai tout d'abord les observations actuelles de disques, avant de mentionner les éléments théoriques principaux pour comprendre leur existence, structure et formation.

1.6.1 Un point de vue observationnel...

Ces quinze dernières années, les progrès des télescopes spatiaux (en particulier le télescope Hubble) et de l'optique adaptative (pour les observations au sol) ont permis d'observer directement, en optique et en infrarouge proche, les disques en rotation autour d'étoiles jeunes et en formation (Watson *et al.*, 2007). Ces images, présentant des disques bien résolus spatialement, fournissent des informations uniques sur leur structure et leur composition.

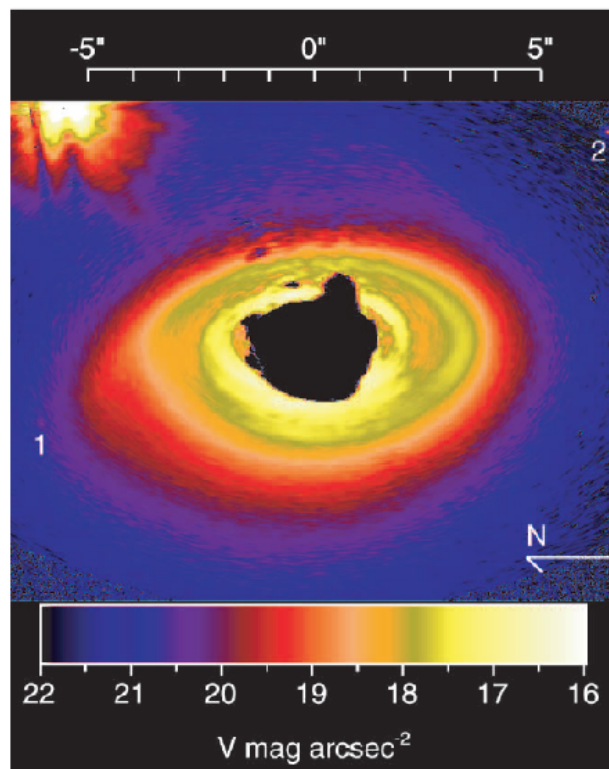
La plupart des disques observés autour des étoiles de faible masse ou de masse intermédiaire se divisent en deux catégories :

- les disques moléculaires, optiquement épais, observables dans le visible et le proche infrarouge, riches en gaz moléculaire. Ils se trouvent en orbite autour des étoiles de classe I et classe II.
- les disques de débris, optiquement minces, observés dans le proche infrarouge. Ils se trouvent autour d'objets plus évolués, tels que les étoiles de classe III et les étoiles T Tauri.

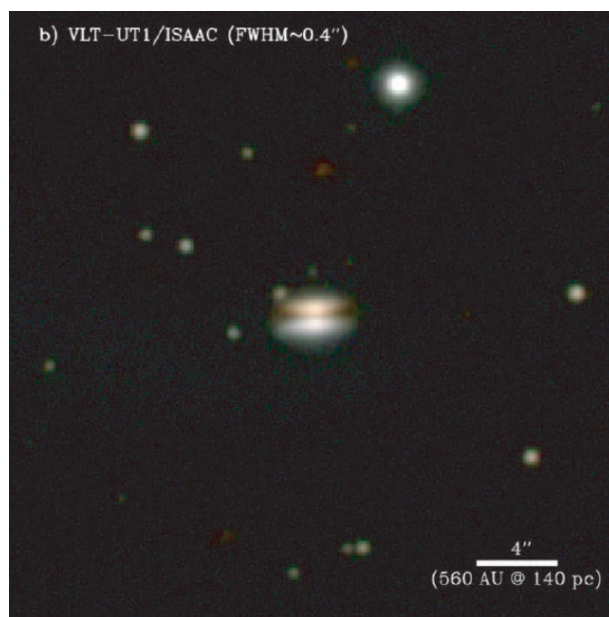
Ces deux types de disques correspondent donc à des étapes évolutives différentes. Les disques moléculaires sont des réservoirs de matière pour les processus d'accrétion permettant la croissance en masse de l'étoile, et pour les flots bipolaires observés. Ils sont composés de poussières dont on pense que la taille croît progressivement, pour donner naissance aux planétésimaux, qui sont eux-mêmes les précurseurs des planètes telluriques et du cœur des planètes gazeuses.

Les poussières observées dans les disques de débris sont supposées provenir de collisions entre les planétésimaux ; ils correspondent à un stade évolutif plus avancé des disques circumstellaires.

Les observations de ces disques permettent de déterminer plusieurs de leur caractéristiques physiques. Leur rayon est estimé entre quelques centaines et un millier d'unités astronomiques. Leur masse est de l'ordre du centième de masse solaire. Leur structure, lorsqu'ils sont observés de face, présente des bras spiraux (voir la figure 1.8(a), Clampin *et al.*, 2003). Les observations par la tranche (voir par exemple la figure 1.8(b), Grosso *et al.*, 2003) permettent d'estimer leur hauteur caractéristique — de l'ordre de quelques à quelques dizaines d'UA — ainsi que leur évasement. Ces observations par la tranche révèlent également leur composition chimique. Enfin, leur vitesse de rotation, révélée par des observations de la molécule CO, est képlérienne



(a)



(b)

FIGURE 1.8 - Disques observés de face (haut) et de profil (bas). Images tirées de Clam-pin *et al.* (2003) et Grosso *et al.* (2003).

(Weintraub *et al.*, 1989).

1.6.2 ... et théorique

Quelques ingrédients physiques de base (support rotationnel et instabilité gravitationnelle par exemple) permettent d'appréhender la formation, la croissance et la fragmentation des disques.

Support rotationnel

L'énergie rotationnelle d'un système est de la forme $Mr^2\Omega^2$, avec M la masse du système, r son rayon et Ω sa vitesse angulaire. Le rapport des énergies rotationnelle et gravitationnelle s'écrit alors :

$$\frac{E_{\text{rot}}}{E_{\text{grav}}} \propto \frac{Mr^2\Omega^2}{GM^2/r'} \quad (1.67)$$

qu'on peut réécrire

$$\frac{E_{\text{rot}}}{E_{\text{grav}}} \propto \frac{j^2}{GMr'} \quad (1.68)$$

avec $j = r^2\Omega$ le moment cinétique spécifique (par unité de masse) du système. La conservation du moment cinétique implique que le support rotationnel doit augmenter fortement au cours de l'effondrement gravitationnel d'un cœur dense, le rapport des énergies rotationnelle et gravitationnelle étant proportionnel à $1/r$.

Le support rotationnel devrait alors dominer, et arrêter l'effondrement. Cependant, les divers mécanismes de transport de moment cinétique comme la formation des disques, les flots bipolaires ou le freinage magnétique, permettent de rétablir l'effondrement gravitationnel.

Croissance des disques

Le rayon centrifuge r_d correspond au rayon pour lequel les énergies gravitationnelle et rotationnelle se compensent, soit :

$$r_d \sim \frac{j^2}{GM'} \quad (1.69)$$

obtenu à partir de l'équation 1.68. L'exemple des sphères singulières isothermes développé précédemment (*cf.* section 1.4.2) permet d'illustrer ce problème. On rappelle que dans ce cas, le profil de densité du nuage est défini par l'équation 1.37, ce qui permet d'exprimer la masse $M(r)$ contenue dans une sphère de rayon r :

$$M(r) = \int_0^r \rho(r') 4\pi r'^2 dr' = \frac{2c_s^2 r}{G}. \quad (1.70)$$

On a donc $M(r) \propto r$, et par définition $j(r) \propto r^2$ ce qui implique que $j(r) \propto M(r)^2$. La masse constituant à la fin de l'effondrement l'étoile et le disque se trouvait initialement dans une sphère de rayon r_0 , et si le moment cinétique est conservé, alors $j \propto M(r_0)^2$. Le rayon centrifuge devient alors $r_d \propto j^2 / M(r_0) \propto M(r_0)^3$; la masse contenue dans une sphère de rayon r croissant linéairement avec le temps ($M(r) \propto c_s^3 t / G$), on obtient $r_d \propto t^3$. Le disque croît ainsi au cours du temps, simplement par conservation du moment cinétique (Terebey *et al.*, 1984).

Instabilité gravitationnelle : transport de moment cinétique et fragmentation

Une instabilité gravitationnelle peut apparaître au sein des disques protostellaires, pouvant évacuer du moment cinétique du disque. L'instabilité gravitationnelle est capable de générer et de maintenir, contre les effets de marée et de viscosité, un excès de masse sous forme de bras spiraux. Les forces gravitationnelles dominent alors, les parties internes des bras spiraux entraînant les parties externes et les accélérant. Un couple gravitationnel est alors engendré, qui permet d'expulser efficacement du moment cinétique par l'accélération des parties externes des bras spiraux. Cette expulsion de moment cinétique est à l'origine de l'accrétion de la masse du disque sur la proto-étoile.

La relation de dispersion des modes axisymétriques d'un disque autogravitant, de forme similaire à celle d'un système sans rotation, est donnée par (Binney et Tremaine, 1987) :

$$\omega^2 = \kappa^2 + c_s^2 k^2 - 2\pi G \Sigma |k|, \quad (1.71)$$

avec Σ la densité de surface et κ la fréquence épicyclique, qui correspond à la fréquence à laquelle un élément de fluide oscille radialement dans le disque. Dans le cas d'un disque képlerien, $\kappa = \Omega$. Lorsque ω^2 est négatif, les perturbations croissent exponentiellement et le disque est instable : il peut alors se fragmenter. La condition de stabilité correspond au cas $\omega = 0$; elle est donnée par le critère de Toomre (Toomre, 1964) :

$$Q = \frac{c_s \kappa}{\pi G \Sigma} \gtrsim 1. \quad (1.72)$$

Une façon d'appréhender simplement le critère de Toomre est de considérer un élément de fluide du disque : s'il est comprimé, sa force auto-gravitante va augmenter, et il aura également tendance à tourner plus rapidement, produisant une force centrifuge s'opposant à la force auto-gravitante. L'équilibre entre ces deux effets permet d'établir le critère de stabilité (Hartmann, 2001).

La force de gravité d'un élément du disque (de rayon initial Δr et étant initiale-

ment à l'équilibre) que l'on compresse de δr , s'exprime :

$$\frac{GM}{(\Delta r - \delta r)^2} \sim \frac{GM}{\Delta r^2} \left(1 + 2\frac{\delta r}{\Delta r}\right). \quad (1.73)$$

De plus, le moment cinétique spécifique initial étant donné par $j = \Omega_0 \Delta r^2$ avec Ω_0 la vitesse angulaire initiale, on peut écrire :

$$\Omega (\Delta r - \delta r)^2 = \Omega_0 \Delta r^2; \quad \Omega \sim \Omega_0 \left(1 + 2\frac{\delta r}{\Delta r}\right). \quad (1.74)$$

On peut en déduire l'accélération centrifuge subie par l'élément de fluide :

$$\frac{v^2}{\Delta r - \delta r} \sim \Omega^2 (\Delta r - \delta r), \quad (1.75)$$

$$\sim \Omega_0^2 \Delta r \left(1 + 3\frac{\delta r}{\Delta r}\right). \quad (1.76)$$

Si on veut que le disque reste à l'équilibre, il faut que l'augmentation de l'accélération centrifuge contre-balance l'augmentation des forces de gravitation, ce qui revient à écrire :

$$3\Omega_0^2 \delta r > 2\pi G \Sigma \frac{\delta r}{\Delta r}, \quad (1.77)$$

$$\Delta r > \frac{2\pi G \Sigma}{3\Omega_0^2}, \quad (1.78)$$

avec $M = \pi \Delta r^2 \Sigma$. De la même manière, on peut écrire la pression qui s'applique à l'élément de fluide :

$$P \sim P_0 \left(1 + \frac{\delta r}{\Delta r}\right). \quad (1.79)$$

La perturbation de la force de pression est de l'ordre de $2c_s^2 \Sigma \delta r / \Delta r^2$. Cette dernière doit excéder la perturbation gravitationnelle pour que le disque soit à l'équilibre, d'où :

$$\Delta r < \frac{c_s^2}{\pi G \Sigma}. \quad (1.80)$$

Ainsi, si l'échelle caractéristique à laquelle la pression stabilise l'instabilité gravitationnelle est plus grande que l'échelle caractéristique à laquelle la rotation stabilise le disque, on peut écrire :

$$\frac{2\pi G \Sigma}{3\Omega_0^2} < \Delta r < \frac{c_s^2}{\pi G \Sigma}, \quad (1.81)$$

soit :

$$\frac{3\Omega_0^2 c_s^2}{2(\pi G \Sigma)^2} > 1. \quad (1.82)$$

On retrouve ainsi le critère de Toomre, si $\kappa \sim \Omega$.

Effet du champ magnétique

Comme nous l'avons montré précédemment (cf. section 1.5.2), le freinage magnétique est proportionnel à une échelle caractéristique du système (ici Z , la hauteur du disque) et inversement proportionnel à la vitesse d'Alfvén :

$$\tau_{\text{br}} \sim \frac{Z}{v_A}. \quad (1.83)$$

Pour étudier l'effet du freinage magnétique sur les disques, il est alors utile de comparer ce temps de freinage magnétique τ_{br} à un temps caractéristique de rotation, défini par :

$$\tau_{\text{rot}} \sim \frac{2\pi r_d}{v_\phi}, \quad (1.84)$$

avec r_d le rayon du disque, $v_\phi = \sqrt{GM/r_d}$ la vitesse de rotation képlérienne et $M = 2\pi r_d^2 Z \rho$ la masse, ρ étant la densité caractéristique. Le rapport de ces deux temps caractéristiques s'exprime :

$$\begin{aligned} \frac{\tau_{\text{br}}}{\tau_{\text{rot}}} &\sim \sqrt{2} \left(\frac{Z}{r_d} \right)^{1/2} \left(\frac{Z\rho}{B_z} G^{1/2} \right) \\ &\sim \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{Z}{r_d} \right)^{1/2} \frac{\mu_{\text{eff}}}{2\pi}. \end{aligned} \quad (1.85)$$

où μ_{eff} est un μ « effectif » pour la structure en effondrement. Généralement ce μ_{eff} est plus petit que le μ initial : seule une fraction de la masse du nuage se contracte et se condense centralement.

La hauteur du disque est inférieure à (voire négligeable devant) son rayon ; ainsi, le rapport exprimé plus haut peut s'écrire :

$$\frac{\tau_{\text{br}}}{\tau_{\text{rot}}} \lesssim \frac{\mu_{\text{eff}}}{10}. \quad (1.86)$$

Cette estimation montre que pour un $\mu_{\text{eff}} \lesssim 10$ le freinage magnétique peut être suffisamment efficace pour extraire une fraction significative du moment cinétique des parties internes du nuage, ce qui peut avoir des conséquences importantes sur la formation des disques.

1.7 Simulations numériques de formation stellaire

La formation stellaire est un phénomène complexe (impliquant de nombreux processus physiques) et multi-échelle (depuis l'échelle galactique jusqu'à l'échelle d'une étoile). Il est difficile à appréhender d'un point de vue théorique, et les observations

se révèlent difficiles à interpréter sans modèle physique consistant. C'est pourquoi les simulations numériques, permettant de résoudre de manière approchée les équations fondamentales gouvernant la formation des étoiles, ont été massivement utilisées depuis plusieurs décennies.

1.7.1 Développements historiques

Les premières simulations numériques concernant la formation des étoiles ont été menées en 1969 par Larson (Larson, 1969). Ces travaux pionniers montrèrent que le nuage de gaz initial se condensait en son centre, et qu'une très faible fraction de sa masse atteignait une densité telle qu'elle puisse être considérée comme une proto-étoile ; l'importance des processus d'accrétion dans la formation stellaire était ainsi démontrée.

Le champ magnétique a été pris en compte dans les simulations numériques dans les travaux de Mouschovias (Mouschovias, 1976a,b) ; ils ont montré l'importance du champ magnétique dans les processus de formation stellaire, depuis la géométrie du cœur, oblate du fait du champ, jusqu'au support magnétique. Ces travaux posèrent les bases du paradigme du champ magnétique, discuté précédemment.

L'étape suivante fut de prendre en compte la rotation du nuage (Norman *et al.*, 1980), montrant qu'un disque circumstellaire se formait lors de l'effondrement gravitationnel. D'autres travaux incluant la rotation avaient été menés dans les années précédant l'étude de Norman *et al.* (1980) (voir par exemple les travaux de Larson, 1972; Black et Bodenheimer, 1976) mais une résolution insuffisante au centre de leurs simulations conduisait à la formation d'un anneau plutôt qu'un disque.

La puissance de calcul augmentant, un peu moins d'une décennie après ses premières simulations de cœur en effondrement, Larson a pu effectuer les premières simulations à trois dimensions (Larson, 1978), rapidement suivi par Boss et Bodenheimer (1979) ou encore Gingold et Monaghan (1981). Ces simulations ont permis d'étudier, entre autres, la fragmentation du nuage en effondrement. Suite à ces travaux, Dorfi (1982) effectua les premières simulations de MHD à trois dimensions ; le freinage magnétique, la géométrie du cœur se formant et la topologie du champ magnétique ont pu être explorés.

Faute d'une théorie consistante de la turbulence compressible, les effets de la turbulence ont longtemps représenté un défi à modéliser. Les premières simulations réalisées (voir par exemple Deissler, 1976; Regev et Shaviv, 1981) faisaient l'hypothèse de la microturbulence, ce qui revient à considérer que les plus grandes échelles de la turbulence sont inférieures à l'échelle de l'analyse réalisée. Cette hypothèse n'est cependant pas valide en ce qui concerne le milieu interstellaire. Il a fallu attendre les

travaux de Léorat *et al.* (1990) pour voir apparaître une première étude à deux dimensions prenant en compte la turbulence de manière plus réaliste en considérant une turbulence supersonique, et montrant qu'elle pouvait fournir un support s'opposant à l'effondrement gravitationnel. L'analyse de Klessen *et al.* (2000), avec des simulations à trois dimensions, montra l'ubiquité de la turbulence. Elle fournit à la fois un support résistant à l'effondrement et provoque également des chocs qui permettent d'augmenter localement la densité. Elle peut potentiellement atteindre une valeur critique provoquant des épisodes de formation stellaire sur des temps caractéristiques courts (comparés au temps de chute libre). Les études de Bate *et al.* (2002a,b) s'intéressèrent quant à elles à la formation des systèmes binaires et des naines brunes, avec les mêmes hypothèses concernant la turbulence.

1.7.2 Tendances actuelles

Il existe aujourd'hui une grande variété de codes, de méthodes numériques et d'ingrédients physiques disponibles dans ces codes numériques.

Aujourd'hui, la grande majorité des codes utilisés est multidimensionnelle. Les codes à trois dimensions spatiales sont les plus courants, il existe cependant un certain nombre d'algorithmes à deux dimensions spatiales (faisant la supposition que le problème est raisonnablement axisymétrique). Ces algorithmes permettent essentiellement de traiter des modèles physiques plus complexes, prenant en compte les effets de MHD non-idéale tout en limitant le temps de calcul (par exemple Mellon et Li, 2009) ou à la fois la MHD non-idéale, le transfert radiatif, la physique des poussières et un réseau chimique (par exemple Kunz et Mouschovias, 2009).

Les codes sur grille à trois dimensions se divisent eux-mêmes en plusieurs catégories : on distingue d'une part les grilles imbriquées, et d'autre part les grilles à maillage adaptatif. Les grilles imbriquées correspondent à une hiérarchie de grilles incluses les unes dans les autres, la résolution augmentant vers le centre de la simulation. Elles permettent de traiter la MHD (idéale ou non) ainsi que le transfert radiatif (voir Tomida *et al.*, 2010; Machida *et al.*, 2011, pour de récentes références). Les algorithmes à maillage adaptatif permettent d'obtenir, à partir d'une grille grossière et peu résolue, une résolution élevée là où se produisent les processus physiques d'intérêt. Plusieurs codes sont actuellement utilisés, tels que RAMSES (voir par exemple Hennebelle et Fromang, 2008; Commerçon *et al.*, 2010; Masson *et al.*, 2012, incluant la MHD idéale et non-idéale, le transfert radiatif), FLASH (voir par exemple Banerjee *et al.*, 2006, incluant la MHD idéale) ou encore ORION (voir par exemple Hansen *et al.*, 2012, incluant le transfert radiatif et un traitement *ad hoc* des flots bipolaires).

Outre les codes sur grilles, des codes SPH sont également utilisés (*Smoothed Par-*

ticle Hydrodynamics, Monaghan, 1992). Les codes SPH reposent sur une méthode lagrangienne, c'est-à-dire où l'on suit des particules de fluide plutôt que de faire évoluer les quantités physiques sur une grille fixe. Les codes SPH permettent d'étudier la formation stellaire en incluant également le transfert radiatif (par exemple Stamatellos *et al.*, 2007) et le champ magnétique (Price et Bate, 2007; Price *et al.*, 2012). La MHD pose cependant de nombreux problèmes pour les codes SPH (Price, 2011a); le premier problème étant que, sous forme conservative, les équations de la MHD en SPH présentent une instabilité numérique où les particules se retrouvent attirées entre elles et tendent à former des grumeaux, pour des raisons numériques. Le deuxième problème est de respecter la contrainte solénoïdale. Price (2011b) résume les solutions possibles par « ignore, nettoie ou évite ». Ignorer le problème peut fonctionner à condition que le fluide étudié ne soit pas trop complexe. La stratégie revenant à éviter le problème passe par une formulation des équations de la MHD qui satisfasse la contrainte solénoïdale tout en permettant d'éviter l'instabilité évoquée précédemment. On peut écrire le champ magnétique sous forme de potentiels d'Euler, qui se révèlent cependant incapables de suivre l'évolution de lignes de champ non-triviales (c'est pour cette raison que les simulations de Price et Bate (2007) sont incapables de reproduire les flots bipolaires observés dans les codes MHD sur grilles, ceux-ci étant générés par la torsion des lignes de champ à proximité du cœur protostellaire). Enfin, la dernière possibilité est de recourir à une méthode de « nettoyage de la divergence » : les écarts à la condition solénoïdale sont diffusés, transportés, voire les deux simultanément (voir par exemple Price et Monaghan 2005 pour une discussion des différentes méthodes de nettoyage de la divergence, ainsi que Price *et al.*, 2012, qui parviennent à réduire de deux ordres de grandeur les écarts à la divergence tout en modélisant suffisamment correctement les lignes de champ pour obtenir le lancement de flots bipolaires).

1.7.3 Méthodes numériques : le code RAMSES

L'ensemble des simulations réalisées pour ce travail ont été menées avec le code RAMSES (Teyssier, 2002; Fromang *et al.*, 2006). RAMSES est un code sur grille, dit eulérien : il permet de suivre l'évolution de quantités physiques dans des cellules placées sur une grille, en calculant les échanges de flux physiques à l'interface entre ces cellules. Il s'agit également d'un code de magnétohydrodynamique, capable de prendre en compte l'évolution du champ magnétique, grâce à une méthode dite de *transport contraint*. Enfin, RAMSES est un code à raffinement adaptatif de maille : il permet, grâce à un critère physique, de « zoomer » sur les régions d'intérêt (c'est-à-dire là où se déroulent les processus physiques nous intéressant) en augmentant progressivement la résolution spatiale au cours de la simulation. Cette méthode permet de suivre

particulièrement bien les processus de formation stellaire, qui sont multi-échelle par nature.

Les méthodes d'Euler & le schéma de Godunov

L'évolution d'un fluide est déterminée par un jeu d'équations appelées *équations d'Euler* ; ces équations sont l'expression de deux principes fondamentaux : le principe de conservation, et le deuxième principe de la thermodynamique (Laney, 1999).

Il est nécessaire de conserver trois quantités fondamentales : la masse, la quantité de mouvement, et l'énergie. Leur conservation implique qu'elles ne sont ni créées, ni détruites au cours de l'étude menée. On peut également noter que la quantité de mouvement peut se convertir sous forme d'énergie, et inversement.

Le deuxième principe de la thermodynamique assure l'irréversibilité des phénomènes physiques : un système physique évoluant ne peut se retrouver dans un état antérieur. Le deuxième principe fait appel à une quatrième quantité fondamentale, l'entropie, qui ne peut décroître au cours du temps.

Enfin, ces deux grands principes (sous forme de trois équations de conservation et du deuxième principe de la thermodynamique) sont complétés par des équations d'état, qui renseignent sur la nature et le type de gaz considéré.

Dans le cas d'un gaz parfait non-magnétisé où l'entropie est constante (le fluide est non-visqueux), le problème peut se ramener uniquement aux trois équations de conservations et une équation d'état. On écrit alors :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \vec{v} = 0, \quad (1.87)$$

$$\frac{\partial \rho \vec{v}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v} \otimes \vec{v}) + \nabla P = 0, \quad (1.88)$$

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \nabla \cdot [(E + P)\vec{v}] = 0, \quad (1.89)$$

E étant l'énergie du gaz. L'énergie peut être décomposée en deux parties : l'énergie cinétique du système $\rho \vec{v}^2/2$ et son énergie interne ϵ ; l'énergie s'écrit alors $E = \rho \vec{v}^2/2 + \epsilon$, avec $\epsilon = kT/(\gamma - 1)\mu m_H$.

Ces trois équations de conservation sont appelées *équations d'Euler sous forme conservative*, et sont fondamentales dans l'étude de la dynamique des fluides.

L'équation d'état d'un gaz parfait, fermant ce système d'équations, s'écrit :

$$\frac{P}{\rho} = (\gamma - 1)\epsilon, \quad (1.90)$$

avec γ le rapport des capacités massiques à pression constante et à volume constant ; $\gamma = C_p/C_V$.

On peut alors définir un *vecteur des quantités conservées*, \vec{u} , et un *vecteur flux* \vec{F} :

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho\vec{v} \\ E \end{pmatrix}, \quad \vec{F} = \begin{pmatrix} \rho\vec{v} \\ \rho\vec{v}^2 + P \\ (E + P)\vec{v} \end{pmatrix}. \quad (1.91)$$

La masse volumique ρ , l'impulsion volumique $\rho\vec{v}$ et l'énergie E sont les quantités conservées. $\rho\vec{v}$ correspond également à un flux de masse, $\rho\vec{v}^2 + P$ est la somme d'un flux d'impulsion et d'une pression, et $(E + P)\vec{v}$ est la somme d'un flux d'énergie et du travail des forces de pression ; ces quantités forment le vecteur flux. Il est par ailleurs fonction de \vec{u} .

On peut réécrire les équations d'Euler sous forme conservative en fonction de ces vecteurs :

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{F}(\vec{u}) = 0. \quad (1.92)$$

Dans la suite de cette section, on se restreindra à un cas à une unique dimension spatiale par soucis de simplicité ; les résultats suivants se généralisent cependant à trois dimensions spatiales. On peut discrétiser la dimension temporelle — évaluant l'évolution des vecteurs \vec{u} et \vec{F} entre les instants t^n et t^{n+1} — ainsi que la dimension spatiale, considérant des cellules de centre x_i et de bords $x_{i\pm 1/2}$. Les quantités physiques étudiées sont alors moyennées sur les cellules considérées.

Une fois l'équation 1.92 établie et la discrétisation effectuée, on peut procéder à une intégration spatiale et temporelle :

$$\begin{aligned} \int_{t^n}^{t^{n+1}} dt \int_{x_{i-1/2}}^{x_{i+1/2}} dx \left(\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{F}(\vec{u}) \right) &= 0, \\ \int_{x_{i-1/2}}^{x_{i+1/2}} dx \left[\vec{u}(x, t^{n+1}) - \vec{u}(x, t^n) \right] + \int_{t^n}^{t^{n+1}} dt \left[\vec{F}(x_{i+1/2}, t) - \vec{F}(x_{i-1/2}, t) \right] &= 0, \\ \int_{x_{i-1/2}}^{x_{i+1/2}} dx \vec{u}(x, t^{n+1}) &= \int_{x_{i-1/2}}^{x_{i+1/2}} dx \vec{u}(x, t^n) - \int_{t^n}^{t^{n+1}} dt \vec{F}(x_{i+1/2}, t) + \int_{t^n}^{t^{n+1}} dt \vec{F}(x_{i-1/2}, t) \end{aligned} \quad (1.93)$$

Les variables physiques, contenues dans le vecteur \vec{u} , sont moyennées spatialement au centre des cellules et les flux sont moyennés temporellement et exprimés à l'interface entre les cellules. On peut donc écrire :

$$\vec{u}_i^{n+1} = \frac{1}{\Delta x} \int_{x_{i-1/2}}^{x_{i+1/2}} dx \vec{u}(x, t^{n+1}), \quad (1.94)$$

$$\vec{F}_{i+1/2}^{n+1/2} = \frac{1}{\Delta t} \int_{t^n}^{t^{n+1}} dt \vec{F}(x_{i+1/2}, t), \quad (1.95)$$

l'équation 1.93 devient alors :

$$\vec{u}_i^{n+1} = \vec{u}_i^n - \frac{\vec{F}_{i+1/2}^{n+1/2} - \vec{F}_{i-1/2}^{n+1/2}}{\Delta x} \Delta t, \quad (1.96)$$

qui exprime de manière exacte l'ensemble des variables physiques de la cellule centrée en x_i à l'instant t^{n+1} en fonction de ces dernières à l'instant t^n et des flux à l'interface de la cellule. Cette équation permet d'étudier l'évolution physique du fluide considéré. Notons également que, bien qu'en pratique les flux soient estimés de manière approchée, cette relation conserve par construction la masse, la quantité de mouvement et l'énergie. Notons enfin que le fait d'exprimer l'évolution du fluide en fonction de différences de flux et non de dérivées assure une très bonne résolution des discontinuités.

Le problème de Riemann

Dans ce contexte, le *problème de Riemann* désigne la détermination des flux, et donc l'échange de quantités physiques, à l'interface entre deux cellules (Toro, 1999). Pour appréhender la résolution de ce problème, étudions d'abord l'équation d'advection (qui correspond au cas où le vecteur flux \vec{F} se réduit à $a\vec{u}$, avec a la vitesse de propagation des ondes du problème, a étant constante) :

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + a \frac{\partial \vec{u}}{\partial x} = 0. \quad (1.97)$$

Les conditions initiales sont données par :

$$\vec{u}(x, 0) = \vec{u}_0(x) = \begin{cases} \vec{u}_L & \text{si } x < 0, \\ \vec{u}_R & \text{si } x > 0, \end{cases} \quad (1.98)$$

où \vec{u}_L et \vec{u}_R sont constantes ; les conditions initiales sont ainsi caractérisées par une discontinuité en $x = 0$. Les fonctions de la forme $f(-at)$ sont solutions de cette équation.

Les courbes caractéristiques peuvent être définies comme les courbes $x = x(t)$ du plan $x - t$ le long desquelles les équations aux dérivées partielles (telles que l'équation 1.97) deviennent des équations différentielles ordinaires. Le taux de variation de \vec{u} le long de $x = x(t)$ est donné par :

$$\frac{d\vec{u}}{dt} = \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \frac{dx}{dt} \frac{\partial \vec{u}}{\partial x}. \quad (1.99)$$

Si la courbe caractéristique $x = x(t)$ satisfait à l'équation :

$$\frac{dx}{dt} = a, \quad (1.100)$$

alors l'équation 1.97 devient :

$$\frac{d\vec{u}}{dt} = \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + a \frac{\partial \vec{u}}{\partial x} = 0. \quad (1.101)$$

Ainsi, le taux de variation de \vec{u} le long d'une courbe caractéristique $x = x(t)$ satisfaisant à l'équation 1.100 est nul. La vitesse a est appelée *vitesse caractéristique*, et elle correspond à la pente de $x = x(t)$ dans le plan $x - t$.

Revenons à l'équation 1.97 ; un point du profil initial va se propager à une distance $d = at$ au temps t . La courbe caractéristique $x = at$ séparera alors les courbes caractéristiques à gauche, où la solution sera \vec{u}_L , des courbes caractéristiques à droite, où la solution sera \vec{u}_R . Les solutions du problème de Riemann sont alors simplement :

- si $x - at < 0$, $\vec{u} = \vec{u}_L$,
- si $x - at > 0$, $\vec{u} = \vec{u}_R$.

Dans le cas d'un système de n équations à n inconnues, on a :

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + A \frac{\partial \vec{u}}{\partial x} = 0, \quad (1.102)$$

avec A une matrice constante. Si A est diagonalisable, on peut écrire $A = K\Lambda K^{-1}$ avec Λ la matrice diagonale composée des vecteurs propres λ_i de A , qui sont les vitesses caractéristiques des ondes du problème. En définissant $\vec{\tilde{u}} = K^{-1}\vec{u}$, l'équation 1.102 se met sous la forme :

$$\frac{\partial \vec{\tilde{u}}}{\partial t} + \Lambda \frac{\partial \vec{\tilde{u}}}{\partial x} = 0. \quad (1.103)$$

Nous avons réduit le problème à une collection d'équations d'advection, et il est possible d'appliquer la méthode précédente.

Revenons aux équations d'Euler : le système possèdera une solution si sa matrice Jacobienne — dont les valeurs propres sont les vitesses des ondes du problème — est constante. Ce n'est généralement pas le cas, mais on peut se rapporter à une forme quasi-linéaire des équations d'Euler qui permet d'approcher cette solution. À une dimension, cela revient à écrire :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{F}}{\partial \vec{u}} \frac{\partial \vec{u}}{\partial x} &= 0, \\ \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + J \frac{\partial \vec{u}}{\partial x} &= 0, \end{aligned} \quad (1.104)$$

avec J la matrice jacobienne du système.

Trois types d'ondes vont se propager : les ondes de raréfaction, de discontinuité de contact, et de choc. Les ondes de raréfaction correspondent à la détente du fluide situé en amont de la discontinuité, les ondes de discontinuité de contact marquent l'interface qui se trouvait initialement entre les cellules, et l'onde de choc correspond au fluide situé en aval, comprimé. On note traditionnellement \vec{U}_L et \vec{U}_R les états de gauche et de droite se situant en amont de l'onde de raréfaction et en aval de l'onde

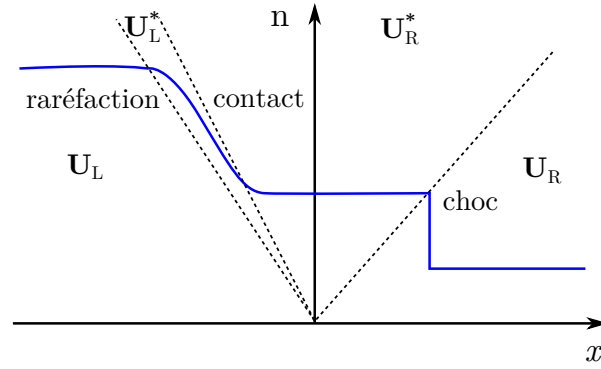


FIGURE 1.9 – Le problème de Riemann, caractérisé par trois ondes se propageant (raréfaction, de discontinuité de contact et de choc) et avec les états de gauche, de droite, et intermédiaires (respectivement \vec{U}_L , \vec{U}_R , \vec{U}_L^* , et \vec{U}_R^*). L'évolution de la densité n est également représentée.

de choc, et $\vec{U}_{L,R}^*$ les états intermédiaires situés de part et d'autre de l'onde de discontinuité de contact. La figure 1.9 illustre le problème.

La méthode numérique utilisée pour résoudre un problème de Riemann est appelée *solveur de Riemann* ; il existe des solveurs exacts, qui permettent de résoudre itérativement le problème. Ils sont cependant très coûteux en temps de calcul et on leur préfère des solveurs approchés, moins coûteux.

Conditions de Rankine-Hugoniot

Comme nous l'avons dit précédemment, les méthodes numériques détaillées ici permettent particulièrement bien de capturer les chocs. Les ondes de choc correspondent à des zones de transition où les quantités physiques (densité, température, pression) évoluent très rapidement. La taille caractéristique de ces zones de transition est de l'ordre du libre parcours moyen d'une molécule, c'est à dire de l'ordre de 10^{-7} m, ce qui peut être raisonnablement approximé par une discontinuité.

L'équation d'Euler sous forme conservative (équation 1.92) peut se réécrire sous forme intégrale, sur le volume de contrôle défini par $[x_L, x_R]$:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{x_L}^{x_R} \vec{u}(x, t) dx = \vec{F}(x_L, t) - \vec{F}(x_R, t),$$

$$\text{soit } \frac{\partial}{\partial t} \int_{x_L}^{x_R} \vec{u}(x, t) dx = \vec{F}_L - \vec{F}_R, \quad (1.105)$$

$$(1.106)$$

en suivant les conventions définies précédemment. Considérons maintenant une solution \vec{u} telle que \vec{u} et \vec{F} et leurs dérivées soient continus partout sauf en un point

$x = x(t)$, où $\vec{u}(x, t)$ a une discontinuité de contact. Le volume de contrôle $[x_L, x_R]$ est tel que $x_L < x(t) < x_R$. Il vient alors :

$$\vec{F}_L - \vec{F}_R = \frac{\partial}{\partial t} \left(\int_{x_L}^{x(t)} \vec{u}(x, t) dx + \int_{x(t)}^{x_R} \vec{u}(x, t) dx \right), \quad (1.107)$$

soit

$$\vec{F}_L - \vec{F}_R = [\vec{u}_L - \vec{u}_R] \frac{dx}{dt} + \int_{x_L}^{x(t)} \frac{\partial \vec{u}}{\partial t}(x, t) dx + \int_{x(t)}^{x_R} \frac{\partial \vec{u}}{\partial t}(x, t) dx, \quad (1.108)$$

où \vec{u}_L est la limite de $\vec{u}(x(t), t)$ quand $x \rightarrow x(t)^-$ et \vec{u}_R la limite de $\vec{u}(x(t), t)$ quand $x \rightarrow x(t)^+$. On peut poser $\lambda = dx/dt$, la vitesse caractéristique de la discontinuité. Enfin, \vec{u} étant défini partout, les intégrales tendent vers zéro lorsque $x \rightarrow x(t)$:

$$\vec{F}_L - \vec{F}_R = [\vec{u}_L - \vec{u}_R] \lambda; \quad (1.109)$$

cette équation est la condition de Rankine-Hugoniot de la discontinuité.

Magnétohydrodynamique

Inclure les effets du champ magnétique entraîne une modification des équations d'Euler (à part l'équation de conservation de la masse, qui reste inchangée), qui deviennent :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \vec{v} = 0, \quad (1.110)$$

$$\frac{\partial \rho \vec{v}}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\rho \vec{v} \otimes \vec{v} - \frac{1}{4\pi} \vec{B} \otimes \vec{B} \right) + \nabla P = 0, \quad (1.111)$$

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \nabla \cdot \left((E + P) \vec{v} - \frac{1}{4\pi} (\vec{B} \cdot \vec{v}) \vec{B} \right) = 0, \quad (1.112)$$

auxquelles il faut ajouter l'équation d'induction :

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \nabla \times (\vec{v} \times \vec{B}), \quad (1.113)$$

ainsi que la contrainte solénoïdale, qui traduit l'absence de monopole magnétique :

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0. \quad (1.114)$$

L'énergie totale et la pression totale s'expriment alors :

$$E_{\text{tot}} = \frac{1}{2} \rho \vec{v}^2 + \frac{1}{8\pi} \vec{B}^2 + \epsilon, \quad P_{\text{tot}} = P + \frac{1}{8\pi} \vec{B}^2. \quad (1.115)$$

La matrice jacobienne de ce système possède sept valeurs propres λ , correspondant à sept ondes différentes :

- deux ondes magnéto-soniques rapides : $\lambda = v \pm c_{\text{msr}}$,
- deux ondes d'Alfvén : $\lambda = v \pm c_a$,
- deux ondes magnéto-soniques lentes : $\lambda = v \pm c_{\text{msl}}$,
- une onde d'entropie : $\lambda = v$,

avec c_{msl} , c_{msr} et c_a les vitesses magnéto-soniques lente et rapide, et la vitesse d'Alfvén. Les ondes magnéto-soniques sont longitudinales, et entraînent des variations en densité et pression. Les ondes d'Alfvén sont transverses et se propagent sans modifier la densité et la pression. Enfin, l'onde d'entropie correspond à la discontinuité de contact, se propageant en modifiant la densité uniquement.

Ces vitesses sont définies à partir de la vitesse du son $c_s = \sqrt{\gamma P / \rho}$ et de la vitesse d'Alfvén $c_a = \sqrt{B^2 / 4\pi\rho}$:

$$c_{\text{msr}} = \sqrt{\frac{1}{2}(c_s^2 + c_a^2) + \frac{1}{2}\sqrt{(c_s^2 + c_a^2)^2 - 4c_s^2c_{a,x}^2}} \quad (1.116)$$

$$c_{\text{msl}} = \sqrt{\frac{1}{2}(c_s^2 + c_a^2) - \frac{1}{2}\sqrt{(c_s^2 + c_a^2)^2 - 4c_s^2c_{a,x}^2}} \quad (1.117)$$

avec $c_{a,x}$ la composante selon x de la vitesse d'Alfvén, x étant la direction de propagation.

Il n'existe pas de solveur exact pour le problème de Riemann MHD. On peut recenser plusieurs solveurs, tous approchés, et plus ou moins diffusifs. Ces solveurs diffusent numériquement les variables physiques. Les solveurs les plus courants sont :

- le solveur de Roe, solveur linéaire tenant compte des sept ondes MHD,
- le solveur HLL, solveur approché ne calculant que les ondes magnéto-soniques rapides,
- le solveur HLLC, solveur du même type que HLL, mais tenant également compte de l'onde de discontinuité de contact,
- le solveur HLLD, qui considère non seulement les ondes magnéto-soniques rapides et l'onde de discontinuité de contact, mais également les ondes d'Alfvén.

Un exemple de solveur : le solveur HLL

Le solveur HLL (d'après les noms de Harten, Lax et van Leer, Harten *et al.*, 1983) est le plus simple des solveurs MHD, tenant compte uniquement des ondes rapides du problème. Si on se place à une dimension, on peut considérer que les ondes vont se propager à gauche et à droite. L'état intermédiaire \vec{U}^* du fluide est supposé uniforme. On peut alors calculer \vec{U}^* en intégrant \vec{u} sur un volume de contrôle défini par $x = \pm L$:

$$\int \vec{u} dx = \int (L + \lambda_L t) \vec{U}_L + (\lambda_R - \lambda_L) t \vec{U}^* + (L - \lambda_R t) \vec{U}_R, \quad (1.118)$$

ce qui s'écrit aussi, par conservation (section 1.7.3) :

$$\int v dx = L\vec{U}_L + \vec{F}_L t + L\vec{U}_R - \vec{F}_R t, \quad (1.119)$$

et ce qui permet donc de déduire \vec{U}^* :

$$\vec{U}^* = \frac{\vec{F}_L - \vec{F}_R + \lambda_R \vec{U}_R - \lambda_L \vec{U}_L}{\lambda_R - \lambda_L}. \quad (1.120)$$

Le flux \vec{F}^* de l'état intermédiaire peut se déduire en travaillant sur un volume de contrôle défini par $[-L, 0]$:

$$(L + \lambda_L t)\vec{U}_L - \lambda_L t \vec{U}^* = L\vec{U}_L + \vec{F}_L t - \vec{F}^* t; \quad (1.121)$$

il vient alors :

$$\vec{F}^* = \vec{F}_L - \lambda_L \vec{U}_L + \lambda_L \vec{U}^* = \frac{\lambda_L \vec{F}_R - \lambda_R \vec{F}_L + \lambda_L \lambda_R (\vec{U}_R - \vec{U}_L)}{\lambda_R - \lambda_L}. \quad (1.122)$$

Si $\lambda_L \geq 0$, cela signifie que l'état de gauche se propage plus rapidement que l'onde la plus rapide se propageant vers la droite, ce qui implique que \vec{F}^* est alors égal à \vec{F}_L . Et inversement, si $\lambda_R \leq 0$, alors $\vec{F}^* = \vec{F}_R$.

Il faut enfin estimer la vitesse des ondes du problème (Davis, 1988) :

$$\lambda_L = \min \left[\lambda_l(\vec{U}_L), \lambda_l(\vec{U}_R) \right], \quad (1.123)$$

$$\lambda_R = \max \left[\lambda_r(\vec{U}_L), \lambda_r(\vec{U}_R) \right], \quad (1.124)$$

avec $\lambda_{l,r}$ les ondes les plus lentes et rapides du problème.

Le principal défaut de ce solveur est de ne pas résoudre la discontinuité de contact, et donc d'être particulièrement diffusif, quoique très robuste.

Comparaison entre les solveurs de Roe, HLL et HLLD : le test du tube à choc

Le solveur de Roe, linéaire et tenant compte de toutes les ondes MHD, donne des résultats très satisfaisants (Brio et Wu, 1988); c'est pourquoi il est d'usage de comparer les autres solveurs à celui-ci pour estimer leur précision. Le solveur HLLD (Miyoshi et Kusano, 2005) est celui qui a été le plus utilisé pour réaliser les simulations qui sont présentées dans la suite de ce travail.

Un cas classique pour comparer la précision de différents solveurs est le tube à choc de Brio et Wu (1988). Les états initiaux sont caractérisés par $(\rho, p, u, v, w, B_y, B_z) = (1, 1, 0, 0, 0, 1, 0)$ pour $x < 0$, et $(0, 125, 0, 1, 0, 0, 0, -1, 0)$ pour $x > 0$. La comparaison de ces trois solveurs grâce à ce test (voir figure 1.10) montre que le solveur HLLD donne des résultats proches de ceux obtenus avec le solveur de Roe, et que le solveur HLL classique résout mal la discontinuité de contact.

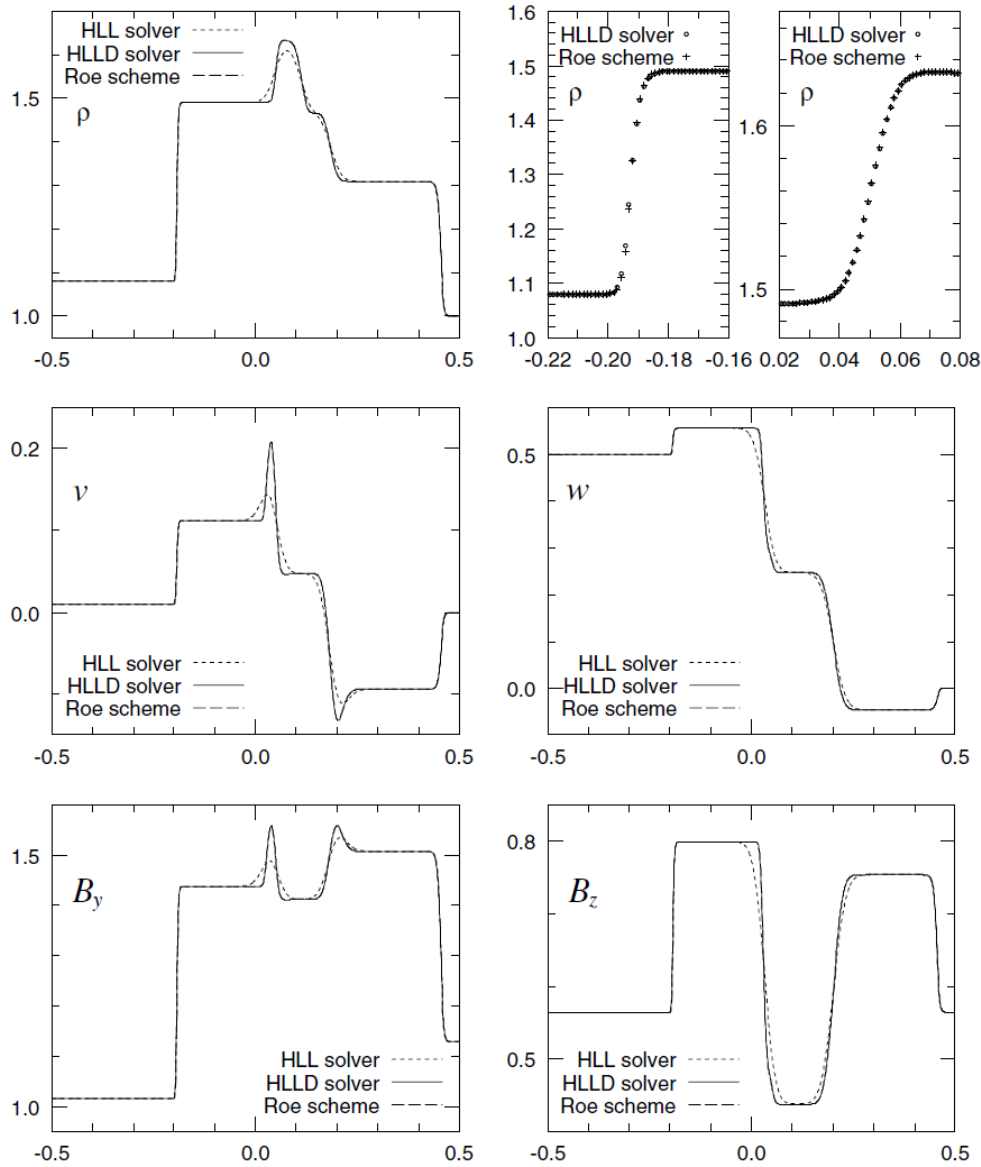


FIGURE 1.10 – Résultat du test du tube à choc réalisé avec les solveurs de Roe, HLL et HLLD. Les résultats sont présentés au temps $t = 0,2$, pour ρ , ρ autour du choc rapide et du choc lent, v , w , B_y et B_z (respectivement figure en haut à gauche, en haut au milieu, en haut à droite, au milieu à gauche, au milieu à droite, en bas à gauche et en bas à droite).

Le transport contraint

L'un des défis des simulations de magnétohydrodynamique est de calculer correctement l'évolution du champ magnétique, et en particulier de conserver la nullité de $\nabla \cdot \vec{B}$ au cours de la simulation. Plusieurs méthodes co-existent ; celle qui est utilisée dans le code RAMSES est la méthode de transport contraint. Elle consiste à évaluer

la force électromotrice sur les arrêtes des cellules et ainsi estimer la valeur du champ magnétique sur les faces des cellules de la grille.

En utilisant le théorème de Stokes, on peut réécrire l'équation d'induction sous forme intégrale :

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} + \int_L (\vec{B} \times \vec{v}) \cdot d\vec{l} = 0. \quad (1.125)$$

La connaissance des forces électromotrices $\int_L (\vec{B} \times \vec{v}) \cdot d\vec{l}$ permet de calculer la valeur du champ magnétique, et si on intègre cette équation sur l'ensemble de la simulation, les forces électromotrices s'annulent deux à deux, conservant la nullité de la divergence de \vec{B} au cours de la simulation.

Pas de temps : condition CFL

L'utilisation d'une méthode explicite pour la discrétisation des équations de la magnétohydrodynamique dans le code RAMSES impose une contrainte sur le pas de temps, afin de prévenir l'apparition d'instabilités. Cette condition, dite de Courant ou CFL (pour Courant, Friedrichs, Lewy, Courant *et al.*, 1928), empêche les informations de se déplacer de plus d'une cellule sur un pas de temps Δt . L'équation d'advection permet d'appréhender simplement cette condition. En faisant un développement des composantes du vecteurs des quantités conservées, on obtient :

$$\vec{u}_i^{n+1} = \vec{u}_i^n + \Delta t \left. \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} \right|_n + \frac{1}{2} (\Delta t)^2 \left. \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2} \right|_n, \quad (1.126)$$

$$\vec{u}_{i-1}^n = \vec{u}_i^n - \Delta x \left. \frac{\partial \vec{u}}{\partial x} \right|_i + \frac{1}{2} (\Delta x)^2 \left. \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial x^2} \right|_i, \quad (1.127)$$

ce qui permet de réécrire l'équation d'advection :

$$\frac{\vec{u}_i^{n+1} - \vec{u}_i^n}{\Delta t} + a \frac{\vec{u}_i^n - \vec{u}_{i-1}^n}{\Delta x} = 0, \quad (1.128)$$

$$\left. \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} \right|_n + \frac{1}{2} a^2 \Delta t \left. \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial x^2} \right|_i + a \left. \frac{\partial \vec{u}}{\partial x} \right|_i - \frac{1}{2} a \Delta x \left. \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial x^2} \right|_i = 0, \quad (1.129)$$

en utilisant le fait que :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + a \frac{\partial \vec{u}}{\partial x} = 0 &\Rightarrow \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2} = -a \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial \vec{u}}{\partial t}, \\ &\Rightarrow \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial x^2}. \end{aligned} \quad (1.130)$$

Il vient alors :

$$\left. \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} \right|_n + a \left. \frac{\partial \vec{u}}{\partial x} \right|_i = \frac{1}{2} a \Delta x \left(1 - \frac{a \Delta t}{\Delta x} \right) \left. \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial x^2} \right|_i. \quad (1.131)$$

Pour que le schéma soit stable, il faut que $1 - a\Delta t/\Delta x$ soit positif, ce qui implique :

$$\Delta t < \frac{1}{a}\Delta x, \quad (1.132)$$

où a est la vitesse caractéristique du problème.

Ainsi de manière plus générale pour les équations d'Euler, la condition de stabilité s'écrit :

$$\Delta t \leq c_{\text{CFL}} \frac{\Delta x}{v + c}, \quad (1.133)$$

avec Δx la taille de la cellule, v la vitesse de l'écoulement, c la vitesse maximale des ondes pouvant se propager (soit $c \in \{c_s, c_a, c_{\text{msl}}, c_{\text{msr}}\}$), et c_{CFL} étant le facteur de Courant. On définit c_{CFL} tel que $c_{\text{CFL}} < 1$, ce qui assure la stabilité du schéma numérique.

Le raffinement adaptatif de maille

Le raffinement adaptatif de maille (*Adaptive Mesh Refinement*, AMR), permet d'obtenir une résolution fine des régions d'intérêt, et grossière ailleurs. Cette méthode est très bien adaptée à l'étude numérique de problèmes astrophysiques, multi-échelle par nature. L'idée générale est d'utiliser un critère de raffinement (qui peut être un gradient d'une variable hydrodynamique, la masse ou la longueur de Jeans etc.) qui va permettre de déterminer si une cellule de la grille doit être raffinée — c'est-à-dire qu'on y inclut des cellules de taille plus petite pour augmenter la résolution — ou non.

La grille cartésienne initiale est raffinée cellule par cellule. Si une cellule est raffinée au niveau de raffinement ℓ , alors elle va contenir 2^n cellules filles, pour une simulation de dimension n . Un ensemble de 2^n cellules forme ainsi l'unité de base de la grille AMR, appelé *oct*, chaque oct appartenant à un niveau de raffinement donné. Le niveau de raffinement le plus grossier, $\ell = 0$, correspond à la grille « grossière », qui est la base de la structure.

Une cellule qui n'est pas raffinée est une cellule feuille. Les cellules qui contiennent des filles seront quant à elles ignorées lors du calcul de l'évolution des quantités hydrodynamiques, qui n'est effectué que sur les cellules filles.

Le pas de temps dépend de la taille de la cellule, il n'est cependant pas nécessaire d'appliquer à toute la grille le pas de temps du niveau le plus fin (qui sera le plus petit). On peut effectivement adopter un pas de temps adaptatif, dépendant du niveau de raffinement de la cellule. Étant donnée la structure en oct adoptée, cela signifie que pour un pas de temps au niveau ℓ le plus grossier, il faudra effectuer deux pas de temps au niveau $\ell + 1$, quatre pas de temps au niveau $\ell + 2$ et ainsi de suite.

Les pas de temps sont synchronisés depuis les niveaux les plus fins vers les niveaux les plus grossiers, le pas de temps (dépendant aussi de la vitesse et des ondes les plus rapides) pouvant évoluer au cours du calcul. Le pas de temps au niveau ℓ est donc défini par :

$$\Delta t_\ell = \Delta t_{\ell+1} + \Delta t'_{\ell+1}, \quad (1.134)$$

où $\Delta t_{\ell+1}$ et $\Delta t'_{\ell+1}$ sont les pas de temps au niveau $\ell + 1$, non nécessairement égaux.

1.7.4 Simulations numériques de formation d'étoiles de faible masse

Conditions initiales

Les conditions initiales adoptées dans la suite de ce travail considèrent un nuage sphérique, ayant un profil de densité de type Bonnor-Ebert :

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{1 + (r/r_0)^2}, \quad (1.135)$$

avec ρ_0 la densité au centre du nuage, et r_0 le rayon de ce dernier. Ce profil de densité reproduit bien les observations (André *et al.*, 2000; Belloche *et al.*, 2002).

Pour éviter la formation de singularité, et pour rendre compte de l'opacité du gaz à haute densité, on opte pour une équation d'état barotropique. Le gaz est alors isotherme en dessous d'une densité critique, et adiabatique au-dessus. Cette équation est de la forme :

$$\frac{P}{\rho} = c_s^2 = c_{s,0}^2 \left[1 + \left(\frac{\rho}{\rho_{\text{ad}}} \right)^{2/3} \right], \quad (1.136)$$

avec ρ_{ad} la densité critique au-delà de laquelle le gaz devient adiabatique. ρ_{ad} est fixé à $10^{-13} \text{ g.cm}^{-3}$. Quand $\rho > \rho_{\text{ad}}$, l'indice adiabatique γ est alors égal à $5/3$, ce qui correspond à un gaz adiabatique mono-atomique. À plus basse densité, le gaz est isotherme et P/ρ est constant, avec $c_{s,0} \sim 0,2 \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}$.

Critère de raffinement

Le critère de raffinement habituellement utilisé pour les simulations numériques d'effondrement gravitationnel de cœurs protostellaires est la longueur de Jeans λ_J . De par sa définition, il est fondamental de la résoudre correctement pour suivre correctement l'effondrement gravitationnel.

On impose donc de résoudre localement la longueur de Jeans par un nombre de points N_J minimal ; Truelove *et al.* (1997) a déterminé que N_J doit être supérieur à 4 pour s'assurer de la validité du calcul. Dans la plupart des simulations présentées dans ce travail, nous avons résolu la longueur de Jeans par un minimum de dix cellules.

Description de l'effondrement de cœurs denses magnétisés

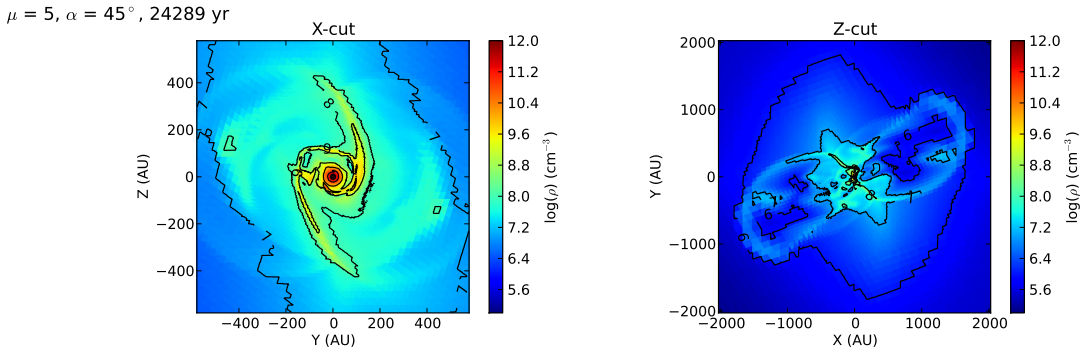


FIGURE 1.11 – Coupe en densité dans le plan équatorial (gauche) et dans un plan aligné avec l’axe de rotation (droite), pour $\mu = 5, \alpha = 45^\circ, M = 1 M_\odot$, à $t = 24290 \text{ an}$. Les contours délimitent les régions caractérisées par une densité n supérieure à $10^6, 10^7, 10^8, 10^9$ et 10^{10} cm^{-3} .

L’effondrement gravitationnel d’un cœur dense magnétisé depuis un nuage sphérique tend à produire une structure allongée perpendiculairement aux lignes de champ magnétique, conduisant à la formation d’un *pseudo-disque*. Rappelons qu’un pseudo-disque est une structure discoïdale magnétisée qui n’est pas supportée rotationnellement (Galli et Shu, 1993a,b; Li et Shu, 1996), qui ne possède pas d’échelle caractéristique et présente une forme d’autosimilarité (*cf.* section 1.5.2). Dans cette thèse, nous mettrons en exergue le rôle prépondérant que joue le pseudo-disque dans le transport de moment cinétique *via* le freinage magnétique.

La figure 1.11 montre une coupe dans le plan équatorial (panneau de gauche) et le long de l’axe de rotation (panneau de droite) d’une simulation d’effondrement de cœur dense, avec une masse initiale de $1 M_\odot$, une magnétisation initiale $\mu = 5$ et un angle de 45° entre l’axe initial de rotation et le champ magnétique initial (dirigé selon l’axe x). Sur cette figure, le pseudo-disque correspond grossièrement à la structure dont la densité est supérieure à 10^7 cm^{-3} .

Après la phase isotherme de l’effondrement gravitationnel, un cœur adiabatique se forme au centre de l’effondrement (le premier cœur de Larson), ayant une densité $\gtrsim 10^{10} \text{ cm}^{-3}$ et un rayon de l’ordre de 10 à 20 UA. Dans ce travail, nous ne traiterons pas la formation de la proto-étoile elle-même et la dissociation du H_2 .

La formation d’un disque à support centrifuge dépend par la suite du transport de moment cinétique dans le nuage, ce qui sera un point important traité dans cette thèse. Contrairement aux pseudo-disques, les disques sont définis par une échelle caractéristique, le rayon centrifuge. Leur formation sera aussi étudiée en profondeur dans ce travail.

Le disque, dans la figure 1.11, correspond grossièrement au gaz avec une densité supérieure à 10^9 cm^{-3} , avec un rayon de l'ordre de 100 à 200 UA.

Les flots bipolaires sont éjectés de manière concomitante à la formation des disques, dans la direction de l'axe de rotation (Ciardi et Hennebelle, 2010). Dans la figure 1.11, les flots bipolaires sont visibles avec une étendue spatiale de l'ordre de 2000 UA, et ils sont également associés à une cavité magnétique (caractérisée par une densité inférieure à 10^6 cm^{-3} , à l'intérieur des flots bipolaires).

Le cœur adiabatique, le disque et le pseudo-disque sont inclus dans une enveloppe, ayant une densité comprise entre 10^6 cm^{-3} et 10^8 cm^{-3} .

1.8 Plan de ce manuscrit

Dans la suite de ce manuscrit, je vais présenter le travail que j'ai effectué durant cette thèse. Je me suis principalement intéressé, à l'aide de simulations numériques, à la formation des disques protostellaires et à la fragmentation des cœurs denses pré-stellaires en présence de champ magnétique. Ce manuscrit est organisé de la manière suivante : la première partie, découpée en deux chapitres, se concentrera essentiellement sur les simulations numériques que j'ai menées au cours de cette thèse. Dans le chapitre 2, je présenterai des résultats analytiques et numériques que j'ai obtenus concernant l'importance de l'orientation de l'axe de rotation sur les processus de transport de moment cinétique par le champ magnétique, et son impact sur la formation des disques protostellaires. Dans le chapitre 3, je présenterai des simulations numériques de cœurs denses magnétisés dans un environnement turbulent, et l'impact de la turbulence sur la diffusion du champ magnétique, la fragmentation des cœurs, la formation des disques protostellaires et des flots bipolaires. La seconde partie, également découpée en deux chapitres, se focalisera essentiellement sur des observations synthétiques que j'ai effectuées, et sur ce que ces observations peuvent nous apprendre sur la formation des disques. La première partie du chapitre 4 présentera des observations synthétiques de cartes en densité de colonne, tandis que je développerai, dans la deuxième partie du chapitre 4, des distributions spectrales d'énergie et des visibilités synthétiques obtenues à partir de nos simulations. Enfin, dans un dernier chapitre, je conclurai cette thèse.

I

SIMULATIONS NUMÉRIQUES POUR L'ÉTUDE DE LA FORMATION DES DISQUES PROTOSTELLAIRES

CHAPITRE 2

INFLUENCE DE L'ORIENTATION DE L'AXE DE ROTATION DES CŒURS DENSES PRÉSTELLAIRES MAGNÉTISÉS SUR LA FORMATION DES DISQUES ET LE TRANSPORT DE MOMENT CINÉTIQUE

SOMMAIRE

2.1	Introduction	62
2.2	Le freinage magnétique : une étude analytique	64
2.3	Transport de moment cinétique	69
2.4	Formation des disques	74
2.5	Conclusions et perspectives	79

Les études théoriques de l'effondrement des cœurs denses préstellaires ont montré l'importance du champ magnétique : celui-ci peut empêcher la formation des disques et leur fragmentation. Cependant, les travaux précédents se sont essentiellement limités à l'étude de configurations où le champ magnétique et l'axe de rotation du nuage sont alignés.

Dans ce chapitre, nous allons étudier les processus de transport du moment cinétique et leurs effets sur la formation des disques, en considérant des configurations non-alignées, c'est-à-dire où l'axe initial de rotation est incliné par rapport au champ magnétique.

Une étude à la fois analytique et numérique sera menée, montrant que les processus de transport de moment cinétique sont moins efficaces dans des configurations non-alignées.

Ces résultats ont fait l'objet d'une publication (Marc JOOS, Patrick HENNEBELLE et Andrea CIARDI. Protostellar disk formation and transport of angular momentum during magnetised core collapse, *A&A*, 543 : 128 (2012)), qui est disponible en annexe A.

2.1 Introduction

La formation des disques protostellaires joue un rôle central dans le contexte général de la formation stellaire. Tout d’abord, les disques protostellaires sont une pierre angulaire des processus de transport de moment cinétique (*cf.* section 1.5.3). De plus, les disques sont probablement les principaux réservoirs de masse pour les protoétoiles, dont la masse croît par accrétion (Larson, 2003). Enfin, à des stades plus tardifs, ils sont les progéniteurs naturels des planètes (Lissauer, 1993).

Les observations de disques circumstellaires autour des étoiles jeunes (*Young Stellar Objects*, YSO), des classes I jusqu’aux étoiles T Tauri, sont aujourd’hui nombreuses (Watson *et al.*, 2007). Cependant, ni l’époque à laquelle ils se forment, ni leurs propriétés initiales (masse, rayon, champ magnétique et température) ne sont clairement établies. Il est délicat d’observer ces objets, qui sont littéralement enfouis dans des nuages de gaz et de poussières qui absorbent la lumière qu’ils émettent. Il est alors difficile de les distinguer de leur enveloppe (Belloche *et al.*, 2002), même à haute résolution (50 UA, Maury *et al.*, 2010). Cependant, des études à résolution intermédiaire (de l’ordre de 250 UA), ne résolvant pas les disques, affirment observer des disques massifs, contenant environ 12 % de la masse de l’enveloppe (Jørgensen *et al.*, 2007, 2009; Enoch *et al.*, 2009, 2011). Ces résultats dépendent fortement des modèles utilisés et des hypothèses concernant l’enveloppe elle-même.

D’un point de vue théorique, en absence de champ magnétique, la croissance des disques peut s’expliquer par la conservation du moment cinétique au cours de l’effondrement, comme nous l’avons discuté précédemment (*cf.* section 1.6.2).

Cependant, les cœurs denses préstellaires sont magnétisés (*cf.* section 1.2.2) et légèrement super-critiques (Crutcher, 1999). L’effondrement s’en trouve significativement modifié, de même que la formation des disques (Allen *et al.*, 2003; Machida *et al.*, 2005; Fromang *et al.*, 2006). En particulier, des simulations multidimensionnelles utilisant différentes méthodes numériques (codes sur grille à deux ou trois dimensions, y compris des codes AMR, et codes SPH) ont montré que le freinage magnétique est capable de transporter efficacement le moment cinétique et d’empêcher la formation des disques, même lorsque l’intensité magnétique est relativement faible ($\mu \lesssim 5 - 10$, Mellon et Li, 2008; Price et Bate, 2007; Hennebelle et Fromang, 2008). Ces conclusions sont en adéquation avec les résultats analytiques de Galli *et al.* (2006), et évoquent une « catastrophe du freinage magnétique » (voir la section 1.6.2).

Un certain nombre d’études récentes ont tenté de remédier à cette « catastrophe » en faisant appel à des effets de MHD non-idéale. En effet, les processus de diffusion magnétique — en particulier de la diffusion ambipolaire — permettent de diminuer

efficacement le champ magnétique des régions centrales de l'étoile en formation. Les lignes de champ se découplent de la matière en effondrement, en particulier à haute densité, et l'intensité magnétique est ainsi plus faible au centre de l'effondrement. L'effet produit s'est pourtant révélé être le contraire de ce qui était attendu : le champ magnétique étant diffusé et expulsé des régions centrales, très denses, il se retrouve concentré dans une région entourant la proto-étoile. Dans cette région, appelée *choc d'accrétion induit par la diffusion ambipolaire* (Mellon et Li, 2009; Li *et al.*, 2011), le freinage magnétique est très efficace, et rend la formation des disques supportés rotationnellement impossible à ce stade de la formation stellaire.

Le rôle exact de la diffusion ohmique est encore incertain. D'une part, les travaux de Krasnopolsky *et al.* (2010) tendent à montrer qu'il est possible de former des disques grâce à une résistivité artificiellement élevée (supérieure à la valeur classique de deux à trois ordres de grandeur). D'autre part, en utilisant une résistivité classique, Dapp et Basu (2010); Machida *et al.* (2011) parviennent à former des disques, mais n'ayant un rayon que de quelques dizaines d'UA ; ces disques sont ensuite susceptibles de croître à des temps plus avancés. Les différences observées entre ces études peuvent néanmoins être dues aux conditions initiales utilisées par ces différents groupes.

Enfin, citons le travail de Santos-Lima *et al.* (2012) qui ont étudié les effets de la turbulence : ils affirment que la diffusivité turbulente (qui est de l'ordre de la résistivité artificielle de Krasnopolsky *et al.*, 2010) permet d'extraire efficacement le flux magnétique du centre du nuage en effondrement et permet ainsi de diminuer significativement l'impact du freinage magnétique sur la formation des disques protostellaires.

Notons cependant que la grande majorité des études réalisées jusqu'à présent se sont concentrées sur une configuration idéalisée, où le champ magnétique et l'axe de rotation initial du nuage sont alignés. Cependant, non seulement les observations suggèrent que champ magnétique et axe de rotation ne sont pas alignés (voir par exemple Shinnaga *et al.*, 2012, pour une étude récente), mais les simulations de Hennebelle et Ciardi (2009); Ciardi et Hennebelle (2010) montrent également l'importance de l'orientation. Si l'axe de rotation n'est pas aligné avec le champ magnétique, l'effondrement peut être significativement modifié (voir aussi le travail de Price et Bate, 2007). En particulier, le freinage magnétique semble moins efficace dans une configuration où l'axe de rotation est perpendiculaire aux lignes de champ magnétique que dans une configuration où ils sont alignés — ce qui semble être en contradiction avec les travaux de Mouschovias et Paleologou (1979), mais qui sera discuté dans la suite de ce chapitre.

Dans ce chapitre, nous allons donc poursuivre l'étude commencée par Hennebelle et Ciardi (2009) et Ciardi et Hennebelle (2010), en se concentrant en particulier sur les processus de transport du moment cinétique et les effets du freinage magnétique sur les cœurs protostellaires en effondrement dans différentes configurations (avec un angle d'inclinaison entre le moment cinétique et le champ magnétique compris entre 0 et 90°).

2.2 Le freinage magnétique : une étude analytique

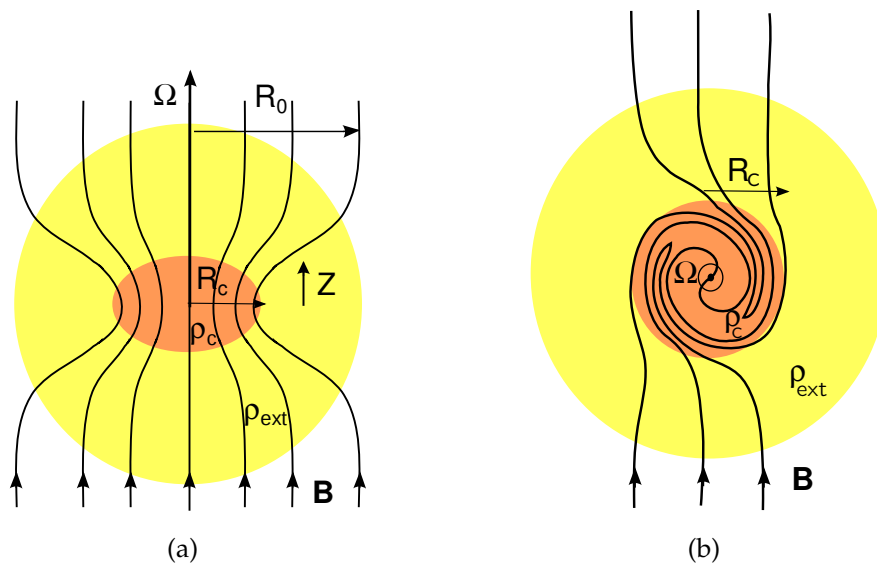


FIGURE 2.1 – Schémas de cœur en effondrement dans une configuration parallèle avec évaseement des lignes de champ (figure 2.1(a)) et dans une configuration perpendiculaire (figure 2.1(b)). \vec{B} désigne le champ magnétique, R_c le rayon du cœur, R_0 le rayon initial, Z la demi-hauteur de la région de transition, ρ_c la densité du cœur et ρ_{ext} la densité du milieu extérieur.

Nous allons tout d'abord mener une analyse analytique du problème du freinage magnétique dans deux configurations extrêmes : un rotateur aligné, c'est-à-dire où le champ magnétique et le moment cinétique sont alignés (voir figure 2.1(a)), et un rotateur perpendiculaire, c'est-à-dire où champ magnétique et moment cinétique sont perpendiculaires (voir figure 2.1(b)).

Notre principal résultat est que, dans une configuration alignée, le freinage magnétique est significativement plus efficace que dans une configuration perpendiculaire. Ainsi, à intensité magnétique comparable, la formation des disques peut être favorisée dans une configuration perpendiculaire.

Ce résultat est contraire à l'analyse classique développée par Mouschovias et Paleologou (1979, 1980), qui montrent, dans le cas d'une géométrie simple où les lignes de champ magnétiques sont parallèles, que le freinage magnétique dans un rotateur perpendiculaire est plus efficace que dans un rotateur aligné. Cependant, dans le cas de l'effondrement gravitationnel menant à la formation d'un cœur protostellaire, les lignes de champ ne sont pas parallèles, mais adoptent, en première approximation, une forme de sablier du fait de la contraction. Dans cette configuration, comme l'avait déjà discuté Mouschovias (1991), l'efficacité du freinage magnétique peut être augmentée.

Notons que les travaux de Mouschovias s'appliquent à un nuage moléculaire, là où nous nous intéressons à un cœur protostellaire. Cette différence n'influe néanmoins pas sur nos résultats.

2.2.1 Temps caractéristiques de freinage

Nous allons étudier quatre configurations ; deux rotateurs alignés et deux perpendiculaires. Nous allons d'abord étudier un rotateur aligné avec des lignes de champ parallèles, qui correspond au cas classique de Mouschovias et Paleologou (1979). Nous allons ensuite considérer un rotateur aligné avec un évasement des lignes de champ dû à l'effondrement gravitationnel. Par convention, le champ magnétique sera initialement dirigé selon l'axe z , sauf mention contraire. Le cas d'un rotateur perpendiculaire caractérisé par une vitesse d'Alfvén décroissant avec le rayon sera traité, ainsi qu'un cas plus réaliste dans lequel la vitesse d'Alfvén reste constante avec le rayon. Remarquons que ces configurations, quoiqu'idéalisées, reproduisent raisonnablement bien la réalité du problème : les lignes de champ, dans les trois cas ($\alpha = 0, 45$ et 90°) présentés à la figure 2.2, sont clairement évasées du fait de l'effondrement gravitationnel. Cependant, à des temps plus avancés, les lignes de champ sont plus fortement enroulées du fait de la rotation du cœur.

Dans chacune de ces configurations, nous pouvons estimer un temps caractéristique de freinage (voir la section 1.5.2 ainsi que la section 3 de l'annexe A pour le détail des calculs) :

- pour le rotateur aligné avec des lignes de champ parallèles :

$$\tau_{\parallel} \sim \left(\frac{\pi}{\rho_{\text{ext}}} \right)^{1/2} \frac{M}{\Phi_B}; \quad (2.1)$$

- pour le rotateur aligné avec des lignes de champ évasées :

$$\tau_{\parallel,e} \sim \left(\frac{\pi}{\rho_{\text{ext}}} \right)^{1/2} \frac{M}{\Phi_B} \left(\frac{R_c}{R_0} \right)^2; \quad (2.2)$$

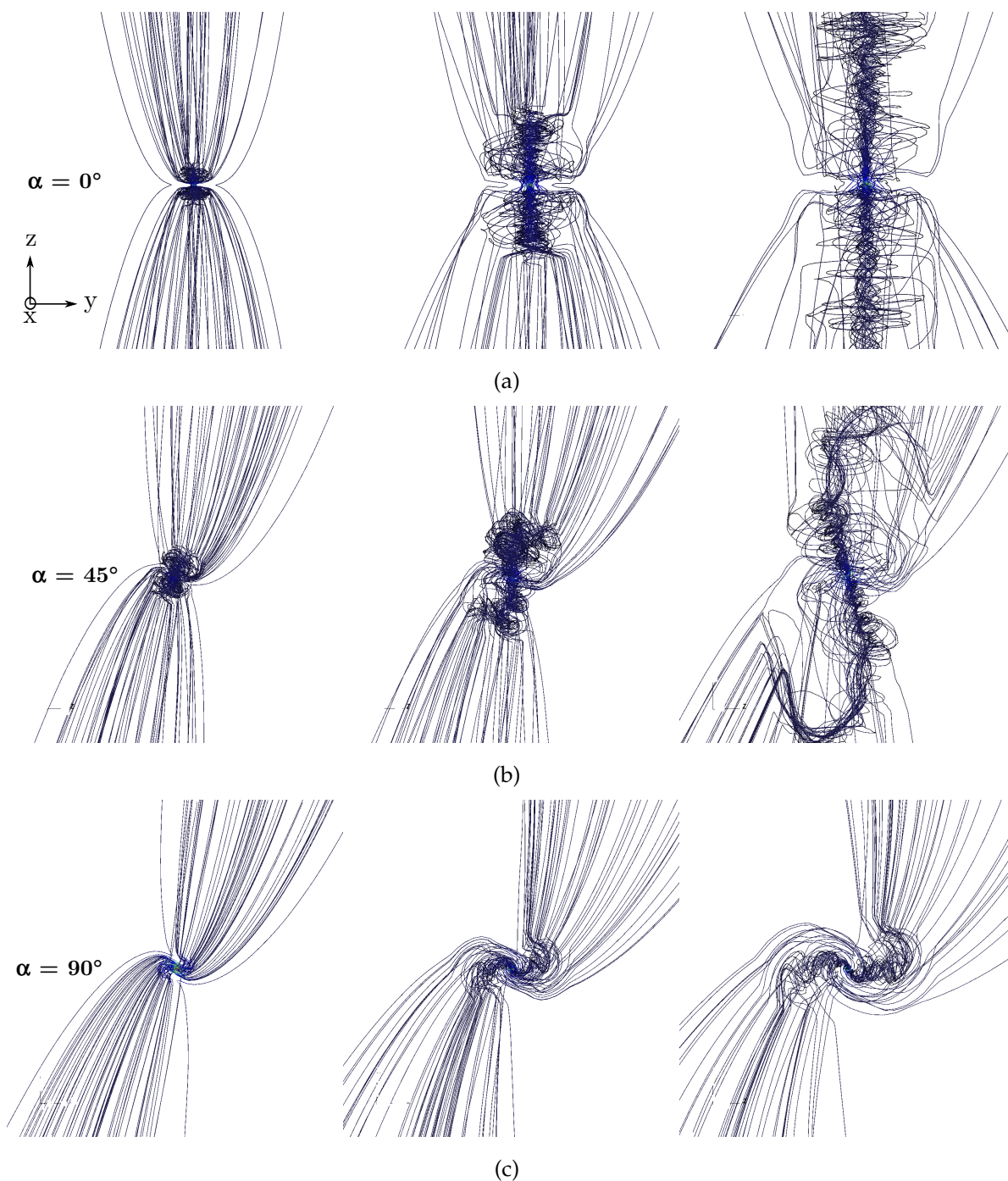


FIGURE 2.2 - Lignes de champ magnétique dans les cas $\mu = 5$ et $\alpha = 0, 45$ et 90° . Le champ est initialement aligné avec l'axe z , et l'axe de rotation incliné d'un angle α mesuré entre l'axe z et l'axe perpendiculaire au plan du schéma. Les différentes figures (gauche, milieu et droite) représentent les lignes de champ peu après la formation du premier cœur, environ 2000 ans après, et environ 5000 ans après. L'enroulement des lignes de champ est clairement visible.

- pour le rotateur perpendiculaire, avec la vitesse d'Alfvén décroissant avec le rayon :

$$\tau_{\perp} \sim 2 \left(\frac{\pi}{\rho_c} \right)^{1/2} \frac{M}{\Phi_B}; \quad (2.3)$$

- pour le rotateur perpendiculaire avec la vitesse d'Alfvén constante :

$$\tau_{\perp, cv_A} \sim 4\sqrt{\pi} \frac{\rho_{\text{ext}}^{1/4}}{\rho_c^{3/4}} \frac{M}{\Phi_B}. \quad (2.4)$$

Dans les expressions précédentes, ρ_{ext} et ρ_c désignent respectivement la densité à l'extérieur du cœur et la densité du cœur, R_0 et R_c sont respectivement le rayon initial du cœur et le rayon du cœur, M désigne la masse du cœur et Φ_B le flux magnétique auquel est soumis le cœur.

Remarquons tout d'abord que, dans le cas de rotateurs alignés, le freinage magnétique est plus efficace lorsque les lignes de champ sont évasées ; en effet, on peut écrire le rapport des temps caractéristiques de freinage :

$$\frac{\tau_{\parallel}}{\tau_{\parallel, e}} \sim \left(\frac{R_0}{R_c} \right)^2, \quad (2.5)$$

et comme $R_c \ll R_0$ dans un cœur en effondrement, $\tau_{\parallel} \gg \tau_{\parallel, e}$.

Remarquons ensuite que, dans le cas de rotateurs perpendiculaires, le freinage magnétique est plus efficace lorsque la vitesse d'Alfvén est constante. On peut écrire le rapport des temps caractéristiques de freinage :

$$\frac{\tau_{\perp}}{\tau_{\perp, cv_A}} \sim \frac{1}{2} \left(\frac{\rho_c}{\rho_{\text{ext}}} \right)^{1/4}, \quad (2.6)$$

et comme $\rho_c \ll \rho_{\text{ext}}$, $\tau_{\perp} \gg \tau_{\perp, cv_A}$.

2.2.2 Comparaison des temps caractéristiques de freinage

Après avoir établi ces temps caractéristiques de freinage, il est utile de les comparer pour estimer les configurations les plus favorables au transport de moment cinétique par le freinage magnétique. Rappelons d'abord l'analyse classique de Mouschovias et Paleologou (1979) :

$$\frac{\tau_{\parallel}}{\tau_{\perp}} \sim \frac{1}{2} \left(\frac{\rho_c}{\rho_{\text{ext}}} \right)^{1/2}, \quad (2.7)$$

comme $\rho_c \gg \rho_{\text{ext}}$, le freinage est plus efficace dans le cas perpendiculaire que dans le cas aligné. Cette conclusion peut être valide dans le cas de cœurs préstellaires à

un stade précoce, n'étant pas encore centralement condensés, et pour lesquels l'évasement des lignes de champ est encore faible. Il est donc possible qu'au cours de la phase préstellaire le moment cinétique perpendiculaire au champ magnétique soit intégralement évacué par le freinage magnétique, provoquant un réalignement du champ magnétique et de l'axe de rotation avant que l'effondrement gravitationnel ne commence. Remarquons aussi que, les lignes de champ restant globalement alignées à l'extérieur du nuage pendant l'effondrement gravitationnel, cette conclusion peut également s'y appliquer. Cependant, du fait de la turbulence présente dans le milieu interstellaire, il est également probable que l'axe de rotation soit incliné par rapport à la direction initiale du champ magnétique. Quoiqu'il en soit, cette conclusion n'est pas valable au centre d'un cœur protostellaire en effondrement, où les lignes de champ sont fortement évasées vers le centre.

En comparant le temps caractéristique de freinage dans le cas aligné avec évasement des lignes de champ magnétique au temps caractéristique de freinage dans le cas perpendiculaire, on obtient :

$$\frac{\tau_{\parallel,e}}{\tau_{\perp}} \sim \frac{R_c}{R_0}, \quad (2.8)$$

en supposant que les densités du cœur et du milieu extérieur suivent un profil tel que celui des sphères singulières isothermes (voir section 1.4.2).

Comme $R_c/R_0 \ll 1$, le moment cinétique est transféré plus efficacement vers l'enveloppe dans le cas d'un rotateur perpendiculaire que dans celui d'un rotateur aligné.

De la même manière, dans le cas d'un rotateur perpendiculaire où la vitesse d'Alfvén est constante, on peut établir le rapport des temps caractéristiques de freinage dans les cas parallèle et perpendiculaire :

$$\frac{\tau_{\parallel,e}}{\tau_{\perp,cv_A}} \sim \left(\frac{R_c}{R_0}\right)^{1/2}; \quad (2.9)$$

notre précédente conclusion étant toujours valide, bien que la différence soit plus faible dans ce cas. Ces deux rotateurs perpendiculaires représentant des cas extrêmes, on peut supposer que nos résultats se trouveront compris entre les deux.

Nous pouvons donc écrire :

$$\tau_{\parallel} > \tau_{\perp} > \tau_{\perp,cv_A} > \tau_{\parallel,e}. \quad (2.10)$$

Les deux premières inégalités sont valables dans le cas de cœurs préstellaires n'ayant pas encore commencé à s'effondrer. Pour étudier des cœurs protostellaires en effondrement, c'est la dernière inégalité qui est significative, montrant que le freinage ma-

gnétique est plus efficace au sein de rotateurs alignés qu'au sein de rotateurs perpendiculaires.

2.3 Transport de moment cinétique

La formation des disques est intimement liée à l'évolution du moment cinétique, ces derniers se formant par conservation du moment cinétique. Pour appréhender la formation des disques protostellaires, il est donc capital d'étudier l'évolution du moment cinétique dans nos simulations, ainsi que les différents processus associés à son transport et permettant d'interpréter son évolution.

Nous rappellerons d'abord succinctement les simulations que nous avons réalisées, avant d'analyser en détail l'évolution du moment cinétique, puis les processus de transport qui lui sont associés.

2.3.1 Simulations

Nous avons réalisé un ensemble de simulations d'effondrement d'un nuage d'une masse solaire, en suivant les conditions initiales décrites section 1.7.4. Le rapport des énergies thermique et gravitationnelle est d'environ 25 % et celui des énergie rotationnelle et gravitationnelle est d'environ 3 %.

Quatre différentes magnétisations (caractérisées par des paramètres de magnétisation $\mu = 17, 5, 3$ et 2 , μ étant inversement proportionnel à la magnétisation ; voir l'équation 1.1, section 1.2.2) ont été étudiées, ainsi qu'un éventail d'angles entre l'axe initial de rotation et la direction initiale du champ magnétique. L'ensemble de ces simulations est résumé dans le tableau 2.1.

2.3.2 Évolution temporelle du moment cinétique

Le moment cinétique spécifique est donné par :

$$\vec{j} = \frac{1}{M} \int_V \vec{r} \times \rho \vec{v} dV, \quad (2.11)$$

M étant la masse contenue dans le volume V , \vec{r} la position par rapport au centre de masse, ρ la densité et \vec{v} la vitesse.

Nous allons étudier le moment cinétique spécifique pour différents critères de densité ; en première approximation, ces critères de densité donnent une première idée du moment contenu dans le cœur protostellaire ($n > 10^{10} \text{ cm}^{-3}$), la région du disque ($n > 10^9 \text{ cm}^{-3}$) et les parties les plus denses de l'enveloppe ($n > 10^8 \text{ cm}^{-3}$). Ces régions sont imbriquées les unes dans les autres.

μ	α [°]	μ	α [°]
17	0	3	0
	45		20
	90		45
			90
5	0	2	0
	20		20
	45		45
	70		80
	80		90
	90		

TABLE 2.1 – Liste des simulations réalisées, μ étant le paramètre de magnétisation et α l’angle entre le champ magnétique et l’axe de rotation initiaux.

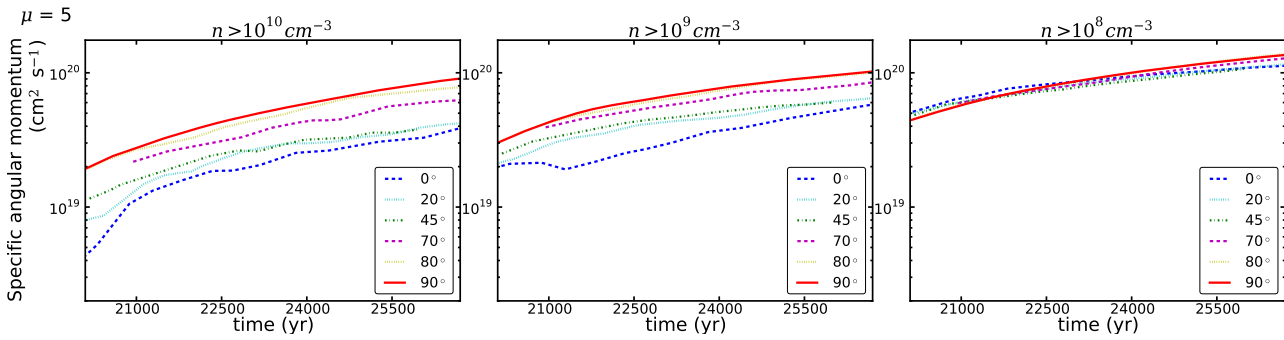


FIGURE 2.3 – Évolution du moment cinétique spécifique (voir l’équation 2.11) dans le cas $\mu = 5$, pour trois critères de densité : $n > 10^{10} \text{ cm}^{-3}$ (gauche), $n > 10^9 \text{ cm}^{-3}$ (centre), et $n > 10^8 \text{ cm}^{-3}$ (droite).

La figure 2.3 montre l’évolution du moment cinétique dans ces différentes régions. Le cœur accrète de la matière et ainsi du moment cinétique, c’est pourquoi le moment cinétique augmente au cours du temps. Dans les régions les plus denses du cœur en effondrement ($n > 10^9 \text{ cm}^{-3}$), le moment cinétique spécifique est plus important dans les configurations non-alignées. Cela laisse à penser, en accord avec notre étude analytique, que le moment cinétique est transporté plus efficacement lorsque l’axe de rotation est aligné avec le champ magnétique. Un moment cinétique plus important dans les régions denses laisse espérer la formation possible de disques dans ces configurations.

Il est également intéressant de noter que le moment cinétique spécifique contenu dans les régions moins denses ($n \lesssim 10^8 \text{ cm}^{-3}$) est indépendant de l’orientation : cela suggère un transport efficace dans les régions internes du cœur, et qu’on peut définir

une région de freinage, avec $n \gtrsim 10^8 \text{ cm}^{-3}$.

2.3.3 Les processus de transport du moment cinétique

Dans le cadre de l'étude d'un cœur protostellaire, trois principaux processus de transport du moment cinétique peuvent être évoqués : le freinage magnétique, les flots bipolaires et le couple gravitationnel. Le freinage magnétique permet de transporter du moment cinétique le long des lignes de champ magnétique, par la propagation d'ondes d'Alfvén. Les flots bipolaires sont associés à un couple dynamique, permettant également de transporter efficacement du moment cinétique. Enfin, le couple gravitationnel peut transporter du moment cinétique, en particulier en présence d'anisotropie dans le champ de densité : les bras spiraux se développant dans les disques en formation sont ainsi d'excellents vecteurs de transport de moment cinétique.

La conservation du moment cinétique peut s'exprimer à partir de la composante azimutale de la forme conservative de l'équation d'Euler en coordonnée cylindrique :

$$\partial_t (\rho r v_\phi) + \nabla \cdot r \left[\rho v_\phi \vec{v} + \left(P + \frac{B^2}{8\pi} - \frac{g^2}{8\pi G} \right) \vec{e}_\phi - \frac{B_\phi}{4\pi} \vec{B} + \frac{g_\phi}{4\pi G} \vec{g} \right] = 0, \quad (2.12)$$

où ρ est la densité, \vec{v} la vitesse, P la pression du gaz, \vec{B} le champ magnétique et \vec{g} l'accélération gravitationnelle, définie par $\vec{g} = -\nabla\Phi$, où Φ est le potentiel gravitationnel. Cette équation exprime clairement la conservation du moment cinétique et lie le moment aux différents processus de transport associés : $\rho r v_\phi \vec{v}$ pour le transport associé aux flots bipolaires, $r B_\phi \vec{B} / 4\pi$ pour la contribution du champ magnétique, et $r g_\phi \vec{g} / 4\pi$ pour celle du champ gravitationnel.

Le freinage magnétique

Le freinage magnétique est le processus de transport de moment cinétique le plus efficace dans nos simulations de cœurs protostellaires magnétisés.

Les flux intégrés vertical (selon la direction de l'axe de rotation) et radial de moment cinétique transportés par le champ magnétique sont donnés par :

$$F_v^B(R) = \left| \int_0^{2\pi} \int_0^R r \frac{B_\phi(r, \phi, \pm h(r)/2) B_z(r, \phi, \pm h(r)/2)}{4\pi} r dr d\phi \right|, \quad (2.13)$$

et

$$F_r^B(R) = \left| \int_0^{2\pi} \int_{-h(R)/2}^{h(R)/2} R \frac{B_\phi(R, \phi, z) B_r(R, \phi, z)}{4\pi} R dz d\phi \right|.$$

En particulier, nous avons étudié les flux spécifiques F_r^B/M et F_v^B/M , où M est la masse contenue dans le volume d'intérêt.

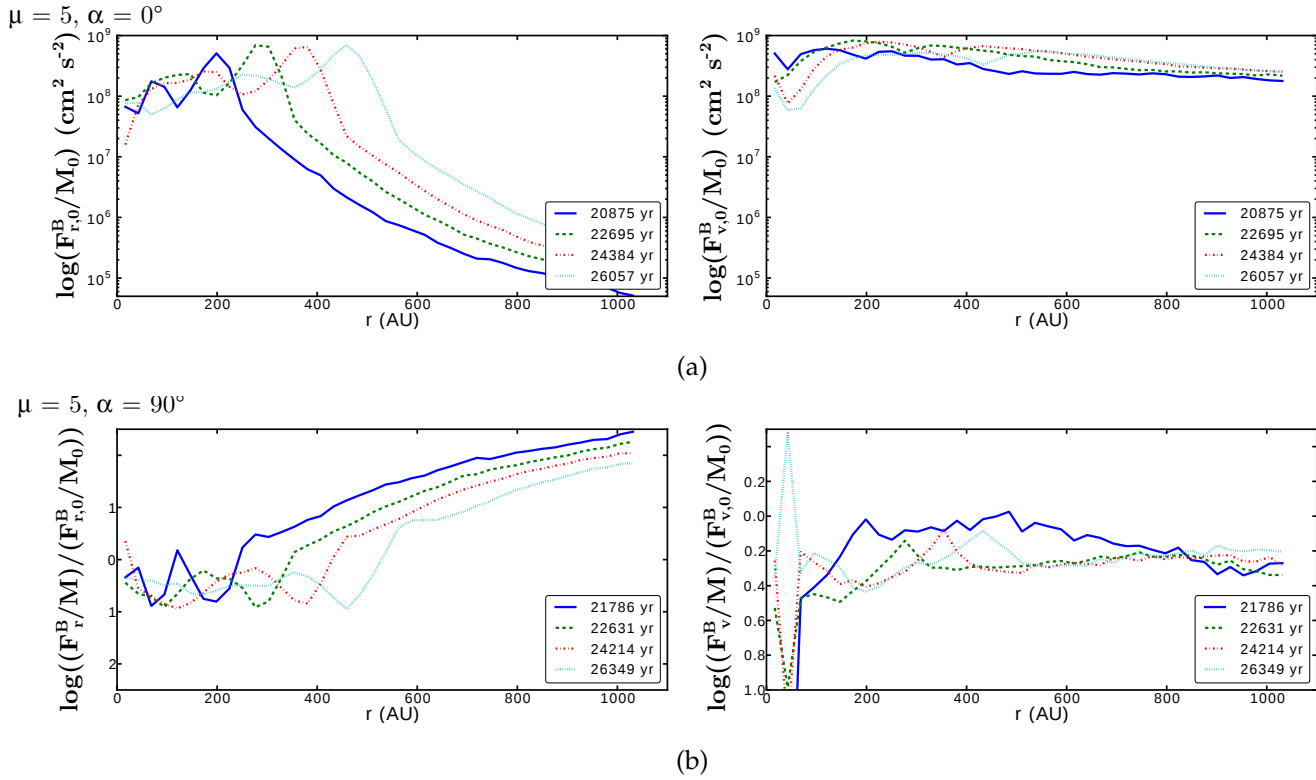


FIGURE 2.4 – Transport de moment cinétique par le freinage magnétique en échelle logarithmique, pour $\mu = 5, \alpha = 0^\circ$ (haut) et $\alpha = 90^\circ$ (bas). La figure 2.4(a) représente le flux radial de moment cinétique transporté par le champ magnétique (gauche) et le flux vertical (droite) pour quatre pas de temps. La figure 2.4(b) représente le rapport des flux radiaux dans les cas aligné et perpendiculaire (gauche), ainsi que des flux verticaux (droite).

Comme le montre la figure 2.4, nos principales conclusions concernant le freinage magnétique sont d’une part que le transport est plus efficace dans la direction verticale que radiale, et d’autre part que le freinage magnétique est plus efficace dans une configuration alignée que lorsque le champ magnétique et le moment cinétique sont non-alignés. Ces résultats confirment notre analyse développée à la section 2.2.

Les flots bipolaires

Les flots bipolaires sont caractéristiques de la formation d’étoile (*cf.* section 1.5.2). Pour étudier leur impact sur le transport de moment cinétique, nous avons en particulier comparé les flux de moment transporté par le champ magnétique et par les flots de matières. Ces flux intégrés sont donnés par :

$$F_{\text{mag}} = \left| \int_S r \frac{B_\phi}{4\pi} \vec{B} \cdot d\vec{S} \right|, \quad (2.14)$$

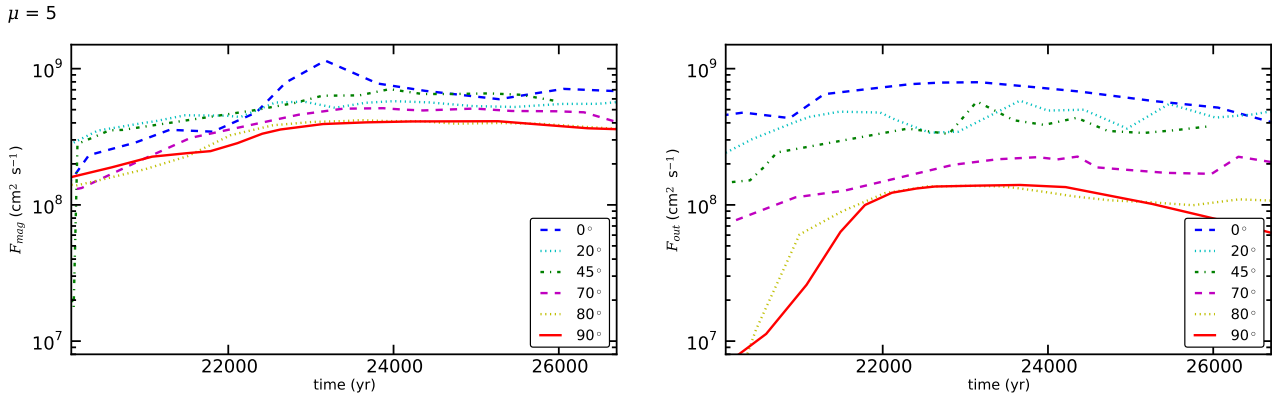


FIGURE 2.5 – Évolution du moment cinétique spécifique transporté par le champ magnétique et les flots bipolaires, dans un cylindre de 300 UA de rayon et de 150 UA de hauteur, pour $\mu = 5$.

pour le freinage magnétique,

$$F_{\text{out}} = \left| \int_S \rho r v_\phi \vec{v} \cdot d\vec{S} \right|, \vec{v} \cdot d\vec{S} > 0, \quad (2.15)$$

pour les flots bipolaires, et

$$F_{\text{in}} = \left| \int_S \rho r v_\phi \vec{v} \cdot d\vec{S} \right|, \vec{v} \cdot d\vec{S} < 0, \quad (2.16)$$

pour le flux lié à l'accrétion de matière.

Ces intégrales sont calculées sur la surface S d'un cylindre de rayon $R \simeq 300$ UA et de hauteur $h \simeq 150$ UA, correspondant grossièrement à la région du disque (voir la figure 2.5).

Nos principales conclusions sont d'une part que le freinage magnétique domine le transport par le flot de matière, et d'autre part que le moment cinétique transporté par les flots bipolaires décroît avec l'inclinaison de l'axe de rotation : plus l'angle entre celui-ci et le champ magnétique est grand, moins les flots bipolaires transportent efficacement du moment cinétique.

Le couple gravitationnel

Le couple gravitationnel est essentiellement important dans la direction radiale : en effet, ce sont les bras spiraux se développant dans le disque qui transportent le plus efficacement le moment cinétique *via* ce processus. Le flux gravitationnel de moment cinétique intégré est donné par :

$$F_g^r = \int_{-h/2}^{h/2} \int_0^{2\pi} R \frac{g_\phi(R, z) g_r(R, z)}{4\pi G} R d\phi dz; \quad (2.17)$$

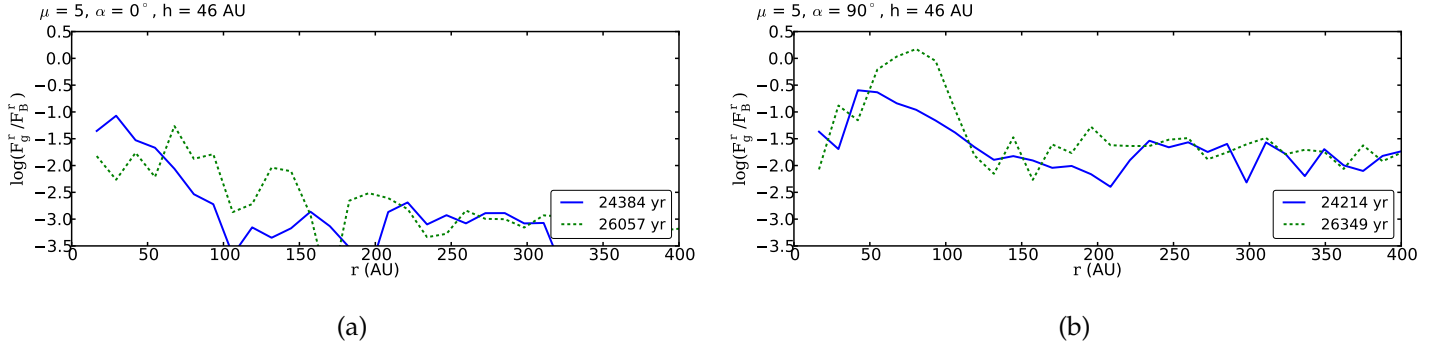


FIGURE 2.6 – Transport gravitationnel de moment cinétique, pour $\mu = 5$, $\alpha = 0^\circ$ (gauche) et $\alpha = 90^\circ$ (droite), à une hauteur de 46 UA. Le rapport (en échelle logarithmique) des composantes radiales de transport gravitationnel (F_g^r/M) et magnétique (F_B^r/M) est ici représenté.

comme précédemment, c’est le flux spécifique F_g^r/M qui a ensuite été calculé.

Le transport gravitationnel est très efficace dans les cas les moins magnétisés : non seulement le freinage magnétique est moins efficace, mais le couple gravitationnel est également plus important, les disques formés étant plus massifs. Pour les cas plus magnétisés, en absence de disque, le transport gravitationnel est peu efficace (au moins dix à trente fois plus faible). Dans les cas non-alignés, le transport gravitationnel est plus important mais reste globalement plus faible que le freinage magnétique (jusqu’à trois fois plus faible, voir la figure 2.6). Non seulement le freinage magnétique est moins efficace dans les configurations non-alignées, mais la présence d’un disque augmente l’efficacité du transport gravitationnel. Notons également que la présence de champ magnétique tend à stabiliser le disque (Hennebelle et Teyssier, 2008) ; des disques moins symétriques ont des bras spiraux plus importants, qui transportent plus efficacement le moment cinétique.

2.4 Formation des disques

Lorsqu’il reste suffisamment de moment cinétique disponible dans l’enveloppe, il est possible de former des disques protostellaires. Cependant, avant de pouvoir déterminer leurs propriétés physiques, il est nécessaire de donner une définition claire de ce que nous appelons un disque.

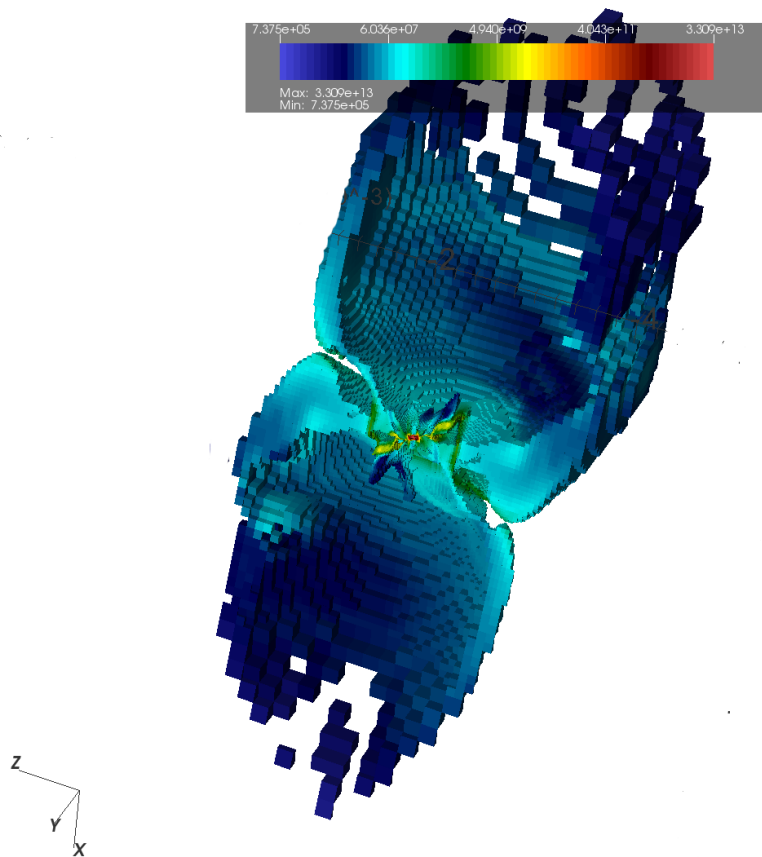


FIGURE 2.7 - Cellules de gaz sélectionnées par un simple critère de rotation $v_\phi > v_r$, dans le cas $\mu = 5$, $\alpha = 45^\circ$. Les parois des flots bipolaires sont nettement capturées par ce critère.

2.4.1 Disque : définition

Il est essentiel de pouvoir définir ce qu'est un disque. Un unique critère de rotation n'est pas suffisant : les parois de la cavité des flots bipolaires semblent en rotation comme l'illustre la figure 2.7 (cet effet est dû en partie au fait que la vitesse verticale des flots bipolaires est essentiellement dirigée vers l'extérieur du cœur, alors que le gaz en effondrement est dirigé vers le centre du cœur ; les parois de la cavité des flots bipolaires se trouvent à l'interface entre ces deux milieux, ce qui explique que leur vitesse est essentiellement azimutale). Un simple critère géométrique n'est pas non plus suffisant : les disques sont mal approximés par un cylindre. Il est donc nécessaire de définir les disques à partir d'une combinaison de critères, que nous considérons sur des anneaux concentriques et superposés, où densité, vitesse, pression et champ magnétique sont moyennés. En effet, on peut s'attendre à ce que les disques soient raisonnablement axisymétriques.

Les cinq critères que nous utilisons sont les suivants :

1. s'attendant raisonnablement à ce que les disques soient supportés par la rotation, nous définissons un premier critère sur la vitesse : un anneau ne doit pas s'effondrer trop rapidement dans la direction radiale, ce qui implique que sa vitesse azimutale doit être plus grande que sa vitesse radiale ($v_\phi > f_s v_r$);
2. les disques doivent être proches de l'équilibre hydrostatique, nous définissons un deuxième critère sur la vitesse : la vitesse azimutale doit être plus grande que la vitesse verticale ($v_\phi > f_s v_z$);
3. le cœur central est en rotation, mais n'appartient pas au disque ; ainsi, on ne prend en considération que les régions à support rotationnel, donc dont l'énergie cinétique de rotation est supérieure à la pression thermique ($\rho v_\phi^2 > f_s P_{\text{th}}$);
4. un critère de connectivité est utilisé : un anneau appartient au disque uniquement s'il est lié au plan équatorial du disque (le plan équatorial du disque correspondant alors à l'équateur centrifuge) ;
5. enfin, un critère de densité ($n > 10^9 \text{ cm}^{-3}$) est ajouté afin de s'affranchir des larges bras spiraux observés et obtenir des estimations plus réalistes de la structure des disques.

Le facteur f_s est choisi égal à 2.

2.4.2 Propriétés physiques des disques

La figure 2.8 montre que la masse des disques est corrélée à l'orientation de l'axe de rotation : de manière générale, lorsque l'axe initial de rotation est incliné par rapport au champ magnétique, les disques formés sont plus massifs. Ce résultat est en bon accord avec nos précédentes conclusions, où nous montrions que le temps de freinage magnétique est plus court dans les configurations alignées, conduisant à un transport plus efficace du moment cinétique vers les parties externes du cœur. La masse des disques est également corrélée à la magnétisation du cœur : plus le champ magnétique est intense — et donc le freinage magnétique —, plus les disques formés sont de faible masse.

Le cas limite est le cas $\mu = 2$, où les disques formés n'atteignent jamais une masse supérieure à $0,05 M_\odot$. À l'autre extrême ($\mu = 17$), les disques se forment peu importe l'orientation. Remarquons également que pour ces cas faiblement magnétisés, le disque peut fragmenter — c'est ce qui explique la décroissance brutale de la masse du disque. Entre ces deux cas limites, il est nécessaire d'avoir un angle supérieur à 20 à 45° entre l'axe initial de rotation et le champ magnétique pour pouvoir former un

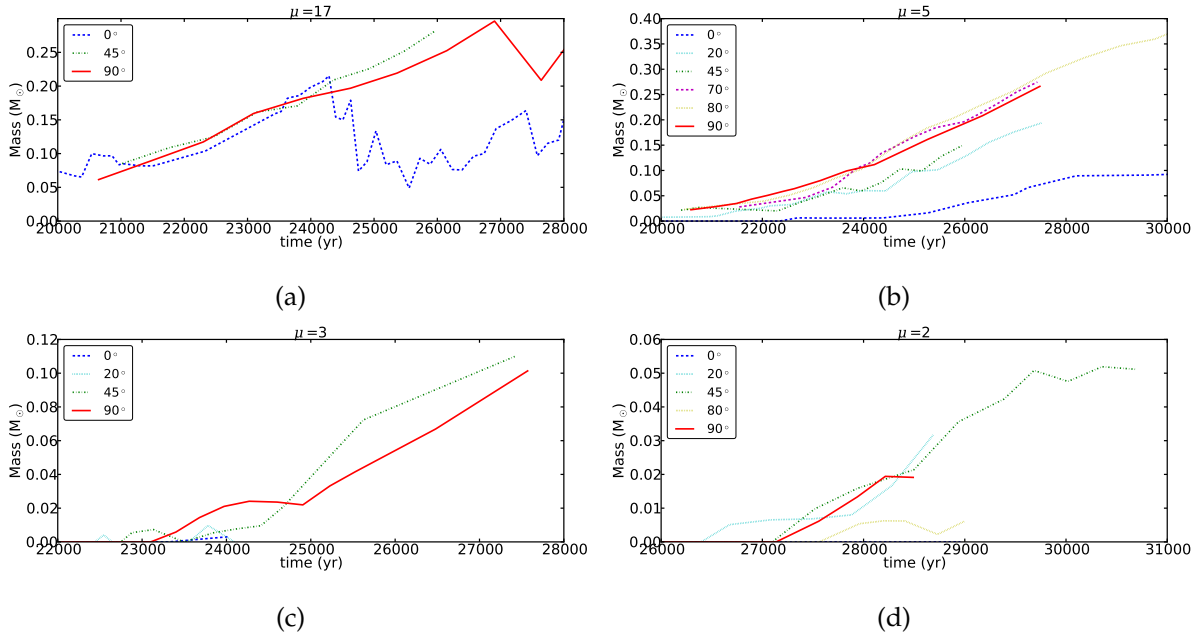


FIGURE 2.8 - Évolution de la masse des disques pour $\mu = 17$ (figure 2.8(a)), $\mu = 5$ (figure 2.8(b)), $\mu = 3$ (figure 2.8(c)), et $\mu = 2$ (figure 2.8(d)).

disque massif. Ces résultats sont résumés par la figure 2.9.

L'étude détaillée des vitesses de rotation des disques permet de conclure que plus le champ magnétique est intense, plus l'angle entre l'axe de rotation et le champ magnétique doit être important pour former des disques à rotation képlérienne.

Sans le critère de densité (le cinquième critère détaillé plus haut), les rayon et hauteur des disques sont surestimés, du fait des grands bras spiraux se développant autour du cœur. C'est pourquoi on considère ce critère de densité, qui permet d'obtenir des estimations plus réalistes.

Le rayon typique des disques est ainsi de l'ordre de 200 UA, et leur hauteur typique de 40 UA. Cette hauteur typique est en bon accord avec la hauteur théorique caractéristique d'un disque hydrostatique, donnée par $H_{\text{th}} = \sqrt{c_s^2 / 4\pi G\rho}$.

L'ensemble des propriétés physiques (masse, rayon et hauteur) des disques est rappelé dans le tableau 2.2.

μ	α	$M_* [M_\odot]$	$M_{\text{disque}} [M_\odot]$	$R_{\text{disque}} [\text{UA}]$	$H_{\text{disque}} [\text{UA}]$	$H_{\text{th}} [\text{UA}]$
17	0	0,43	0,15	250	30-140	33
	45	0,43	0,25	250	30-70	13
	90	0,66	0,25	400-800	20-130	33
5	0	0,26	0,05	140	30-140	23
	20	0,26	0,20	200-700	40-140	35
	45	0,23	0,15	200-500	40-140	28
	70	0,33	0,27	150-500	40-150	24
	80	0,43	0,40	200-800	30-140	33
	90	0,46	0,28	200-450	20-90	23
3	0	0,19	< 0,01	< 50	< 25	0
	20	0,20	< 0,01	< 50	< 10	12
	45	0,29	0,11	200-800	30-120	31
	90	0,37	0,10	200-800	30	17
2	0	0,24	0	0	0	0
	20	0,24	0,03	80	30-70	14
	45	0,29	0,05	100	10	15
	80	0,28	< 0,01	< 60	< 10	6
	90	0,25	0,02	50	10	5

TABLE 2.2 – Propriétés physiques des disques : masse maximale du cœur protostellaire (définie par $M(n > 10^{10} \text{ cm}^{-3})$), masse maximale du disque, rayon du disque (estimation haute et basse), hauteur du disque (estimation haute et basse) et estimation théorique de la hauteur du disque, pour différentes valeurs du paramètre de magnétisation μ et de l'angle α .

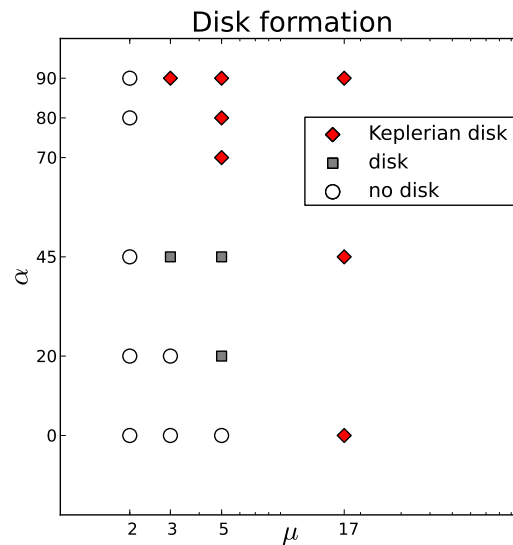


FIGURE 2.9 – Formation des disques dans l’espace des paramètres étudié dans nos simulations (angle d’inclinaison α par rapport au paramètre de magnétisation μ). Les losanges rouges représentent les configurations dans lesquelles des disques approximativement képlériens se forment, les carrés gris représentent les configurations dans lesquelles des disques se forment avec une courbe de rotation plate, et les cercles blancs celles pour lesquelles aucun disque massif ne se forme (soit $M_{\text{disque}} < 5.10^{-2} M_{\odot}$).

2.4.3 Discussion

L’estimation de la masse des disques est intrinsèquement liée à la définition donnée du disque ; une définition trop peu contraignante peut potentiellement conduire à une surestimation de leur masse. Par exemple, en considérant un simple critère de rotation (*i.e.* $v_{\phi} > v_r$, qui est le critère utilisé dans l’étude de Machida et Matsumoto (2011), entre autres), dans toutes les configurations des « disques » ayant des masses comprises entre 0,3 et 0,5 M_{\odot} sont observés. On observe cependant des tendances similaires (la masse des disques augmentant avec l’angle entre l’axe de rotation et le champ magnétique), bien que les masses soient toujours largement surestimées.

2.5 Conclusions et perspectives

Dans ce chapitre, nous avons d’abord présenté une analyse de l’effondrement de nuages magnétisés, démontrant que le champ magnétique peut extraire du moment cinétique beaucoup plus efficacement lorsque l’axe de rotation du nuage et le champ

magnétique sont alignés.

Nous avons ensuite présenté des simulations d'effondrement de cœurs denses préstellaires soumis à différentes magnétisations (caractérisées par le paramètre de magnétisation μ , inversement proportionnel à la magnétisation), et dans des configurations alignées et non-alignées. L'angle d'inclinaison α de l'axe de rotation par rapport au champ magnétique a un impact important sur le transport de moment cinétique, et ainsi sur la formation des disques protostellaires. Nos principaux résultats sont les suivants :

- le freinage magnétique diminue avec α mais augmente avec μ ;
- les flots bipolaires peuvent être supprimés lorsque l'angle d'inclinaison est très important ; de ce fait, les flots bipolaires transportent moins de moment cinétique lorsque α augmente ;
- de manière générale, le freinage magnétique est le mécanisme dominant de transport de moment cinétique (excepté dans le cas $\mu = 17$, où le transport gravitationnel est conséquent et le transport magnétique plus faible) ;
- la masse des disques augmente avec α ;
- la masse des disques diminue avec μ , avec le cas limite $\mu = 2$ pour lequel aucun disque massif ne se forme ;
- les disques observés dans nos simulations ont des masses pouvant atteindre $0,3 M_{\odot}$ et un rayon allant jusqu'à 200 à 400 UA.

Nos conclusions à propos des disques sont dépendantes de la définition donnée d'un disque, et ainsi des critères utilisés. Un critère trop peu contraignant mène à une sur-estimation de la masse des disques.

Au terme de cette étude, plusieurs questions restent en suspens. Tout d'abord, nous avons vu qu'il est possible que le freinage magnétique provoque un réaligement de l'axe de rotation et du champ magnétique au cours de la phase préstellaire (voir la discussion à la section 2.2.2). Quels processus peuvent alors aboutir au basculement de l'axe de rotation par rapport au champ magnétique ? Quelles conditions initiales favoriseraient la fragmentation, et donc la formation des systèmes multiples ? Quelle est l'évolution des disques protostellaires formés dans nos simulations ?

Afin de répondre aux deux premières questions, nous avons effectué des simulations similaires mais en imposant initialement un champ de vitesse turbulent ; ces résultats seront présentés dans le chapitre suivant de cette thèse. La dernière question nécessiterait l'utilisation de particules-puits, permettant d'augmenter significativement le pas de temps pour suivre sur de plus grandes échelles de temps l'évolution des disques.

CHAPITRE 3

INFLUENCE DE LA TURBULENCE SUR LA FORMATION DES DISQUES PROTOSTELLAIRES, DES FLOTS BIPOLAIRES ET DE LA FRAGMENTATION DES CŒURS DENSES PRÉSTELLAIRES

SOMMAIRE

3.1	Introduction	82
3.2	Simulations	85
3.3	Diffusion du champ magnétique et résistivité turbulente	85
3.4	Transport de moment, orientation et formation des disques	89
3.5	Fragmentation	95
3.6	Flots bipolaires	98
3.7	Autres réalisations	99
3.8	Conclusions et perspectives	102

Le chapitre précédent a présenté un mécanisme possible de formation de disques protostellaires : le basculement de l'axe de rotation du cœur protostellaire par rapport au champ magnétique permet de réduire le freinage magnétique et ainsi de former des disques, même pour des magnétisations $10 \gtrsim \mu \gtrsim 3$. Des questions restent cependant en suspens. En particulier, si le basculement de l'axe de rotation rend possible la formation des disques, la question de la fragmentation des cœurs dans un milieu magnétisé reste ouverte : seuls les cas les moins magnétisés ont pu montrer des signes de fragmentation.

La présence de perturbations initiales pourrait permettre la fragmentation des cœurs protostellaires (voir Hennebelle et Teyssier, 2008, qui ont étudié l'impact de perturbations initiales de différentes amplitudes sur la fragmentation des cœurs magnétisés). L'origine naturelle de perturbations peut être la turbulence présente dans le milieu interstellaire, qui y joue un rôle important (voir la section 1.2.2). Prendre en considération les effets de la turbulence va nous permettre à la fois d'étudier son effet sur la fragmentation, mais également d'étudier l'effondrement de cœurs magnétisés

et la formation des disques protostellaires dans une configuration plus réaliste.

Ce travail va faire l'objet d'une publication, qui est en cours de rédaction et sera prochainement soumise (Marc JOOS, Patrick HENNEBELLE, Andrea CIARDI et Sébastien FROMANG. The influence of turbulence during low-mass star formation: magnetic diffusion, fragmentation and disk formation. *A&A* (in prep.)), qui se trouve en annexe B.

3.1 Introduction

La compréhension de la formation des systèmes multiples est cruciale, la majeure partie des étoiles étant binaires ou en systèmes multiples (Duquennoy et Mayor, 1991). La fragmentation des cœurs en effondrement est le mécanisme le plus probable de formation des systèmes multiples. La compréhension de la formation des disques est également cruciale, comme nous l'avons rappelé précédemment. Pour étudier la formation des systèmes multiples comme celle des disques, on ne peut négliger l'influence du champ magnétique (voir la section 1.2.2).

Les observations montrent la présence de disques et de systèmes binaires aux stades tardifs de la formation des étoiles. La question reste cependant ouverte pour les stades plus précoces de la formation stellaire, en particulier pour les étoiles de classe 0 (Maury *et al.*, 2010).

D'un point de vue numérique, nous avons discuté la formation des disques au chapitre précédent. Rappelons que, dans le cadre de l'effondrement de cœurs magnétisés en effondrement, le principal problème est le freinage magnétique : un transport efficace du moment cinétique par le champ magnétique peut empêcher la formation des disques protostellaires (Price et Bate, 2007; Mellon et Li, 2008; Hennebelle et Fromang, 2008).

Différentes pistes ont été explorées pour étudier ce phénomène et empêcher la « catastrophe du freinage magnétique » de se produire. En particulier, les processus de MHD non-idéale ont été au centre de nombreuses études. La diffusion ambipolaire ne permet pas de réduire efficacement le transport de moment (Mellon et Li, 2009; Li *et al.*, 2011). Les effets de la diffusion ohmique sont incertains et permettent, au mieux, la formation de disques peu massifs (Dapp et Basu, 2010). L'advection du champ magnétique dans les régions centrales du cœur en effondrement permettrait de diminuer efficacement l'intensité du champ magnétique et donc le freinage magnétique ; cet effet se révèle plus efficace que les effets non-idéaux pour diminuer

l'intensité du champ (Krasnopolsky *et al.*, 2012).

Les travaux de notre équipe ont mis en lumière l'importance de la géométrie du cœur et du champ magnétique dans le transport de moment cinétique, un simple basculement de l'axe de rotation du cœur permettant la formation de disques massifs (voir le chapitre précédent et Hennebelle et Ciardi, 2009).

Enfin, les effets de la turbulence ont également été étudiés. En particulier, Santos-Lima *et al.* (2012) ont montré qu'une diffusivité turbulente effective (du même ordre de grandeur que la résistivité artificielle de Krasnopolsky *et al.*, 2010) était suffisante pour expulser suffisamment de flux magnétique du centre du cœur en effondrement et donc pour diminuer significativement l'efficacité du freinage magnétique. Seifried *et al.* (2012) ont observé la formation de disques massifs et l'ont interprétée comme un champ de vitesse de rotation trop peu cohérent pour pouvoir générer un champ magnétique toroïdal, nécessaire au transport de moment cinétique par le freinage magnétique. Notons cependant qu'ils ont observé un basculement de l'axe de rotation important (de 40 à 160° par rapport à la direction du champ magnétique), ce qui est cohérent avec nos travaux.

La question de la formation des systèmes binaires, malgré l'importance cruciale du champ magnétique dans les processus de formation stellaire, a essentiellement été étudiée grâce à des simulations purement hydrodynamiques. Les travaux pionniers de Boss et Bodenheimer (1979) ont montré qu'il était possible de former des systèmes binaires par fragmentation d'un nuage en effondrement si celui-ci est en rotation. Les paramètres initiaux de l'effondrement d'un tel système (tels que la forme initiale du nuage) ont été étudiés en détails (voir par exemple Bonnell *et al.*, 1991; Bate *et al.*, 1995).

La prise en compte de la rétroaction du transfert radiatif montre qu'elle a tendance à inhiber la fragmentation du disque, stabilisé par un chauffage plus réaliste (Offner *et al.*, 2009).

La fragmentation du disque protostellaire lui-même a été étudié par Stamatellos *et al.* (2007) : un compagnon peut se former, à condition que le disque ait une grande extension spatiale et qu'il soit suffisamment massif (la formation de tels disques restant cependant une question ouverte).

Dans ce contexte, l'influence de la turbulence a également été étudiée : elle permet la fragmentation d'un nuage en effondrement sans avoir recours à une énergie rotationnelle trop importante (Goodwin *et al.*, 2004a,b). Même en tenant compte du transfert radiatif et de ses effets stabilisateurs, la turbulence a tendance à favoriser la fragmentation (Offner *et al.*, 2010).

Peu d'études se sont directement intéressées à l'impact du champ magnétique sur

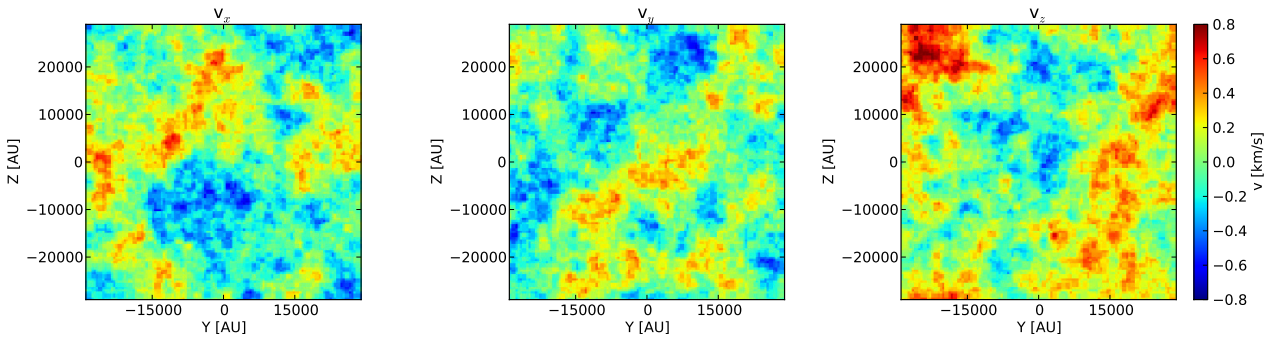


FIGURE 3.1 – Composantes (v_x , v_y , v_z respectivement) du champ de vitesse turbulent imposé initialement, dans le plan yz .

la fragmentation des systèmes multiples. Machida *et al.* (2005); Hennebelle et Teysier (2008) montrèrent que l’effet du champ magnétique est fondamental : la pression magnétique, *via* la croissance de la composante toroïdale du champ magnétique, a un effet stabilisateur sur le disque. La rétroaction du transfert radiatif ne favorise pas la fragmentation, au contraire : le chauffage réaliste du disque l’empêche efficacement (Commerçon *et al.*, 2010). Des travaux récents ont étudié l’impact de la turbulence sur l’effondrement de cœurs denses magnétisés (Matsumoto et Hanawa, 2011), sans s’intéresser spécifiquement à la fragmentation. Cependant, leurs simulations (avec des magnétisations comprises entre $\mu = 2$ et 10) ne montrent pas de signe de fragmentation.

Le but de ce travail est d’étudier plus particulièrement l’effet de la turbulence couplé à celui du champ magnétique sur la formation des disques et la fragmentation.

Trois effets de la turbulence vont être discutés dans la suite de ce chapitre. Tout d’abord, le champ de vitesse turbulent imposé initialement est à l’origine d’une augmentation du moment cinétique. Ensuite, la turbulence peut diffuser le champ magnétique des régions centrales du cœur en effondrement, grâce à une diffusivité turbulente effective, due à un processus de reconnexion magnétique (Weiss, 1966). Enfin, la turbulence modifie fortement la dynamique du gaz, et le moment cinétique contenu dans le champ de vitesse turbulent imposé peut être responsable d’un basculement local de l’axe de rotation par rapport au champ magnétique. Comme nous l’avons montré au chapitre précédent, ce basculement de l’axe de rotation peut avoir un effet significatif sur l’efficacité du freinage magnétique.

3.2 Simulations

Nous avons réalisé un ensemble de simulations d’effondrement gravitationnel, suivant les conditions initiales décrites section 1.7.4. Le rapport des énergies thermique et gravitationnelle est d’environ 25 % et celui des énergie rotationnelle et gravitationnelle est d’environ 3 %. La différence notable entre ces simulations et celles présentées au chapitre précédent est la masse initiale du nuage, qui est ici de $5 M_{\odot}$. Un nuage plus massif — tout en restant dans la limite de l’étude de la formation d’étoiles de faible masse — aura plus tendance à fragmenter.

Un plus grand nombre de niveaux d’AMR a également été considéré : 10 niveaux ont ici été utilisés, commençant avec une grille de 128^3 jusqu’à une résolution maximale équivalant à une grille de 131072^3 , soit une résolution de 0,4 UA.

Enfin, un champ de vitesse turbulent ayant un spectre de Kolmogorov a été imposé en conditions initiales (voir la figure 3.1). Ce champ de vitesse a été généré en utilisant un mouvement brownien fractionnaire, suivant le travail de Levrier (2004). Une réalisation a principalement été étudiée, bien que deux autres aient été explorées afin de s’assurer de la robustesse de nos calculs. Plusieurs niveaux d’énergie turbulente E_{turb} ont été étudiés, représentant 0 (cas sans turbulence), 20 et 50 % de l’énergie gravitationnelle. Nous pouvons donc définir le rapport ϵ_{turb} , valant 0, 0,2 et 0,5 pour ces différentes énergies turbulentes. $\epsilon_{\text{turb}} = 0,2$ correspond à un nombre de Mach \mathcal{M} de 1,2, et $\epsilon_{\text{turb}} = 0,5$ à un nombre de Mach de 1,9. Le tableau 3.1 résume l’ensemble des simulations réalisées pour cette étude.

Notons que, pour ces masses de cœurs en effondrement, il est probable qu’une équation d’état barotropique ne soit pas suffisamment précise, et qu’il faudrait réaliser des simulations tenant compte du transfert radiatif (voir par exemple les travaux de Commerçon *et al.*, 2010, 2011a,b; Tomida *et al.*, 2010). Cependant, réaliser de telles simulations augmente le temps de calcul d’un ordre de grandeur, ce qui ne permet pas d’étudier raisonnablement l’espace des paramètres.

3.3 Diffusion du champ magnétique et résistivité turbulente

La turbulence peut diffuser efficacement le champ magnétique : le champ magnétique est perturbé, distordu, et peut se reconnecter sous l’effet de la turbulence.

run	μ	$E_{\text{turb}}/E_{\text{grav}}$ (%)	réalisation
CT200	2	0	–
CT2200	2	20	0
CT2500	2	50	0
CT2201	2	20	1
CT2501	2	50	1
CT2202	2	20	2
CT2502	2	50	2
CT500	5	0	–
CT5200	5	20	0
CT5500	5	50	0
CT5201	5	20	1
CT5501	5	50	1
CT5202	5	20	2
CT5502	5	50	2
CT1700	17	0	–
CT17200	17	20	0
CT17500	17	50	0

TABLE 3.1 – Liste des simulations réalisées.

3.3.1 Diffusion du champ magnétique

Tout d’abord, nous avons étudié la diffusion du champ magnétique à proximité du cœur protostellaire. La magnétisation a été estimée dans des sphères concentriques de rayon $R = 50, 100, 500$ et 1000 UA autour du cœur :

$$\mu(R) = \frac{M(R)}{\pi R^2 \langle \vec{B} \rangle} \bigg/ \frac{1}{2\pi\sqrt{G}}, \quad (3.1)$$

où $M(R)$ est la masse de la sphère de rayon R et $\langle \vec{B} \rangle$ le champ magnétique moyenné dans la sphère. On rappelle que $(M/\Phi)_{\text{cr}} = 1/(2\pi\sqrt{G})$ est le rapport masse-sur-flux critique.

La figure 3.2 montre la diffusion de la magnétisation μ pour le cas $\mu = 5$, avec différents niveaux de turbulence. En absence de turbulence (figure de gauche), le flux magnétique est bien conservé (jusqu’à une distance de 100 UA du centre du cœur), mais commence à être diffusé à proximité du centre ; cet effet est probablement une conséquence de l’instabilité d’échange discutée par Krasnopolsky *et al.* (2012). En présence de turbulence, le flux magnétique est diffusé efficacement dans les régions

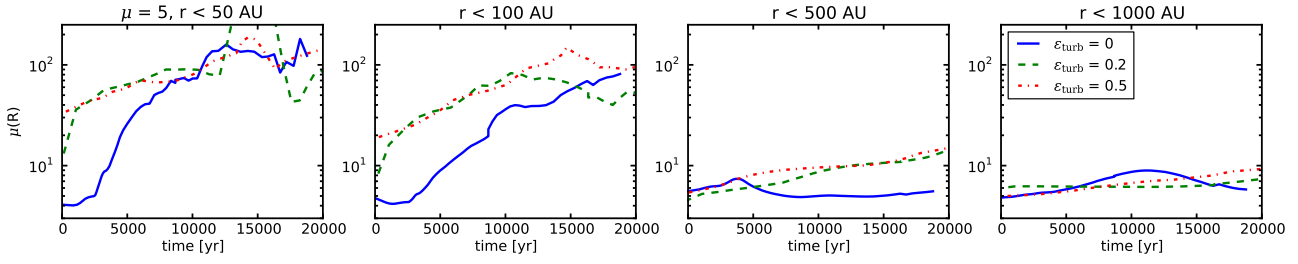


FIGURE 3.2 – Évolution de la magnétisation dans des sphères de rayon $R = 50, 100, 500$ et 1000 UA, pour $\mu = 5$. De gauche à droite, les figures représentent l'évolution de la magnétisation sans turbulence, avec $\epsilon_{\text{turb}} = 0,1$, $\epsilon_{\text{turb}} = 0,2$ et $\epsilon_{\text{turb}} = 0,5$. Le temps $t = 0$ an correspond à la formation du premier cœur.

proches du cœur protostellaire (dans des sphères de rayon $R = 50$ ou 100 UA), la magnétisation étant vingt à quarante fois supérieure à sa valeur initiale dans ces régions.

La turbulence diffuse ainsi efficacement le champ magnétique dans les régions centrales du cœur protostellaire.

3.3.2 Résistivité turbulente

Afin d'avoir une meilleure compréhension physique de la diffusion du champ magnétique par la turbulence, nous avons cherché à étudier la résistivité turbulence qui lui est associée, en suivant la méthode de Fromang et Papaloizou (2006). La résistivité turbulente, qui est une résistivité « effective » due à la turbulence, peut s'exprimer par :

$$\eta_{\text{turb}} \sim \delta v^2 \tau_{\text{corr}}, \quad (3.2)$$

avec $\delta v^2 = \langle v^2 \rangle$ la mesure de l'écart quadratique moyen des fluctuations turbulentes, et τ_{corr} le temps caractéristique de corrélation de la turbulence. v exprime ici les fluctuations de vitesse.

L'écart quadratique moyen des fluctuations de vitesse turbulente δv^2 et le temps de corrélation caractéristique de la turbulence τ_{corr} peuvent être estimés à l'aide de la fonction de corrélation *temporelle* de vitesse (cf. chapitre 1, section 1.3.2), qui s'écrit :

$$Q_{ii}(t) = \langle v_i(t_0)v_i(t_0 + t) \rangle, \quad (3.3)$$

avec $i \in \{x, y, z\}$. Lorsque $t = 0$, $Q_{ii} = \delta v^2$, alors $Q_{ii}(0)$ donne la mesure de l'écart quadratique moyen des fluctuations de vitesse. Lorsque $t \rightarrow \infty$, Q_{ii} doit tendre vers zéro, et la vitesse ne doit plus être corrélée. La fonction de corrélation peut alors être approximée par :

$$Q_{ii}(t) \propto e^{-t/\tau_{\text{corr}}}. \quad (3.4)$$

Il est donc possible d'estimer la résistivité turbulente en calculant la fonction de corrélation de vitesse dans nos simulations. Cependant, la fonction de corrélation est calculée à partir des fluctuations du champ de vitesse, ce qui signifie qu'il faut soit se placer dans un référentiel où le champ moyen est nul, ou qu'il faut que le champ moyen soit négligeable. Il est néanmoins impossible, dans le cas d'un nuage en effondrement, de trouver un référentiel où le champ moyen s'annulerait, et il n'est pas non plus possible de l'estimer assez précisément pour pouvoir soustraire sa contribution au champ total.

Il est donc nécessaire de réduire l'influence du champ moyen pour pouvoir estimer raisonnablement la fonction de corrélation. Nous avons ainsi supprimé la rotation dans un jeu de simulations, et augmenté artificiellement le support thermique. Le champ de vitesse de rotation est une contribution importante au champ moyen. En son absence, le mouvement du gaz en effondrement est la principale contribution au champ moyen, et si le gaz ne s'effondre pas, le champ de vitesse se résume à ses fluctuations turbulentes. Avec un rapport de l'énergie thermique et de l'énergie gravitationnelle de 0,25, le temps de chute libre est de l'ordre de 60 000 ans ; avec un rapport de 0,5, il passe à environ 160 000 ans.

Nous avons ainsi relancé des simulations sans rotation et avec un support thermique multiplié par deux, en augmentant également l'échantillonnage temporel. Enfin, pour pouvoir calculer la fonction de corrélation temporelle, nous avons rééchantillonné la grille AMR — ce qui n'est pas un problème au début de la simulation, ne travaillant initialement qu'avec peu de niveaux d'AMR — pour calculer en chaque point le champ de vitesse. Il est alors possible d'ajuster une fonction exponentielle décroissante aux fonctions de corrélation ainsi obtenues, ce qui permet d'estimer le temps caractéristique de corrélation τ_{corr} , et donc le coefficient de diffusivité turbulente.

La figure 3.3 montre les fonctions de corrélation pour les trois composantes de vitesse, pour $\mu = 5$, avec $\epsilon_{\text{turb}} = 0,2$ et $0,5$. L'ajustement exponentiel permettant de déduire le temps caractéristique de corrélation est tracé sur ces figures, en pointillés. Le coefficient de diffusivité turbulente estimé est de l'ordre de $2 \times 10^{21} \text{ cm}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ avec $\epsilon_{\text{turb}} = 0,2$, et $4 \times 10^{21} \text{ cm}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ avec $\epsilon_{\text{turb}} = 0,5$. Plus l'énergie turbulente est importante, plus la diffusivité turbulente l'est. On peut également noter que ces résultats sont en accord avec la diffusion du champ magnétique mesurée autour des cœurs protostellaires : en effet, plus l'énergie turbulente est importante, plus la magnétisation mesurée autour du cœur préstellaire est faible. Ces résultats sont également en accord avec la résistivité artificiellement augmentée de Krasnopolsky *et al.* (2010) ; on peut postuler que la turbulence suffit à expliquer la diffusion du flux magnétique nécessaire pour diminuer l'impact du freinage magnétique.

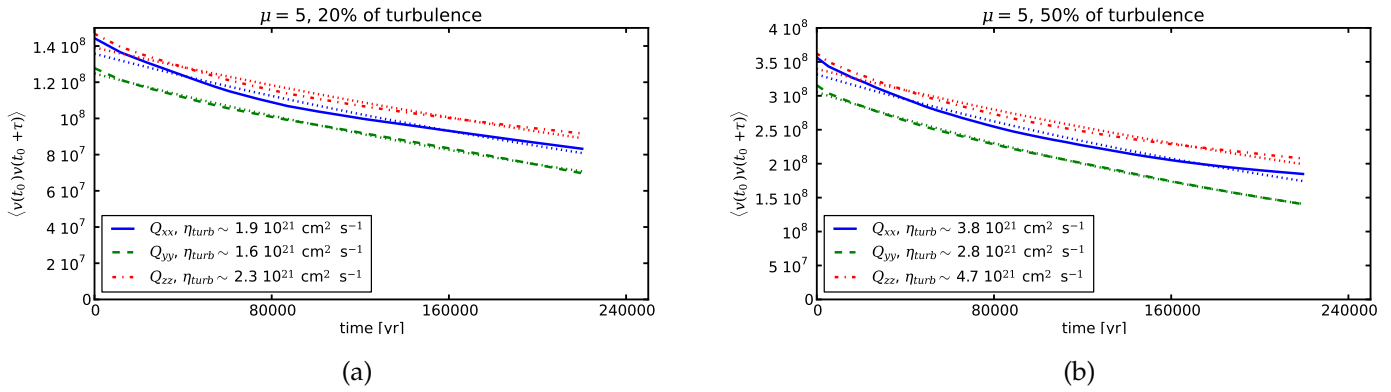


FIGURE 3.3 – Fonctions de corrélation pour les trois composantes de vitesse, pour $\mu = 5$, avec $\epsilon_{\text{turb}} = 0,2$ et $0,5$ (figure de gauche et de droite respectivement). Les courbes en pointillés tracent le meilleur ajustement exponentiel pour chaque composante. Les η_{turb} estimés sont donnés dans la légende.

Enfin, notons que, du fait de l'effondrement gravitationnel qui se produit, les fonctions de corrélation ne tendent pas vers zéro, montrant une corrélation nette du champ de vitesse.

3.4 Transport de moment cinétique, orientation et formation des disques protostellaires

3.4.1 Transport de moment cinétique

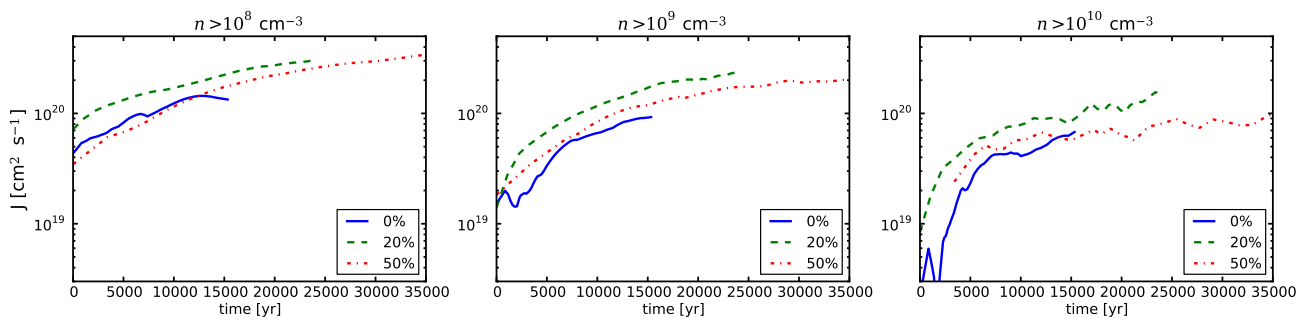


FIGURE 3.4 – Évolution du moment cinétique spécifique (voir équation 2.11), pour trois seuils de densité ρ_c , correspondant à $n > 10^8$, 10^9 et 10^{10} cm^{-3} . $t = 0 \text{ yr}$ correspond ici à la formation du premier cœur.

Un champ de vitesse turbulent ayant moment cinétique non-nul étant initialement imposé, le moment cinétique est globalement plus important dans les simula-

tions turbulentes. Initialement, le moment total est de l'ordre de $1,4 \times 10^{21} \text{ cm}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ sans turbulence, $1,8 \times 10^{21} \text{ cm}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ et $2,2 \times 10^{21} \text{ cm}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ avec $\epsilon_{\text{turb}} = 0,2$ et $0,5$ de turbulence. Lorsque $\epsilon_{\text{turb}} = 0,5$, le moment cinétique spécifique est équivalent à un cas non-turbulent mais avec environ 7 % d'énergie rotationnelle.

La figure 3.4 montre que, la matière étant continuellement accrétée, le moment cinétique spécifique augmente avec le temps (le temps $t = 0$ an marque ici la formation du premier cœur de Larson). Dans les régions les plus denses ($n > 10^9$ et 10^{10} cm^{-3}), il peut augmenter d'un ordre de grandeur en quelques milliers à quelques dizaines de milliers d'années. Le moment cinétique spécifique est globalement plus important en présence de turbulence. Pour $\epsilon_{\text{turb}} = 0,2$, il est environ deux fois plus grand que dans le cas sans turbulence. Le fait qu'il soit plus grand en présence de turbulence s'explique par l'excès initial de moment cinétique dû au champ de vitesse turbulent imposé en condition initiale. Le moment cinétique spécifique semble être généralement plus important pour $\epsilon_{\text{turb}} = 0,2$ que pour $\epsilon_{\text{turb}} = 0,5$: si l'énergie turbulente est plus grande, le support turbulent est plus fort et le moment cinétique plus faible. Ces résultats sont partiellement dépendants de la graine turbulente utilisée.

Le moment cinétique étant généralement plus important en présence de turbulence, cela suggère que des disques massifs pourront se former. Nous allons voir dans les sections suivantes que l'augmentation du moment cinétique est entre autres liée au basculement de l'axe de rotation du nuage par rapport au champ magnétique initial.

3.4.2 Orientation et freinage magnétique

Dans le chapitre précédent, nous avons montré l'importance cruciale de l'orientation de l'axe de rotation par rapport au champ magnétique pour le freinage magnétique. En effet, même un angle relativement petit ($\gtrsim 20^\circ$) suffit à diminuer significativement le freinage magnétique — et donc le transport de moment cinétique.

Notons tout d'abord que, du fait du champ de vitesse turbulent imposé qui contient du moment cinétique, la direction du moment cinétique est initialement basculé par rapport à l'axe initial de rotation, d'un angle de l'ordre de 20 à 60° .

La figure 3.5 montre l'angle formé par le moment cinétique et le champ magnétique dans deux différentes régions après la formation du premier cœur ($100 < r < 500 \text{ UA}$, figure de gauche, et $500 < r < 1000 \text{ UA}$, figure de droite). En absence de turbulence, moment cinétique et champ magnétique restent bien alignés durant l'effondrement gravitationnel. *A contrario*, en présence de turbulence, lorsque le cœur se forme, le moment cinétique est fortement basculé par rapport au champ magnétique, d'un angle compris entre 20 et 90° . Notons également que l'orientation change

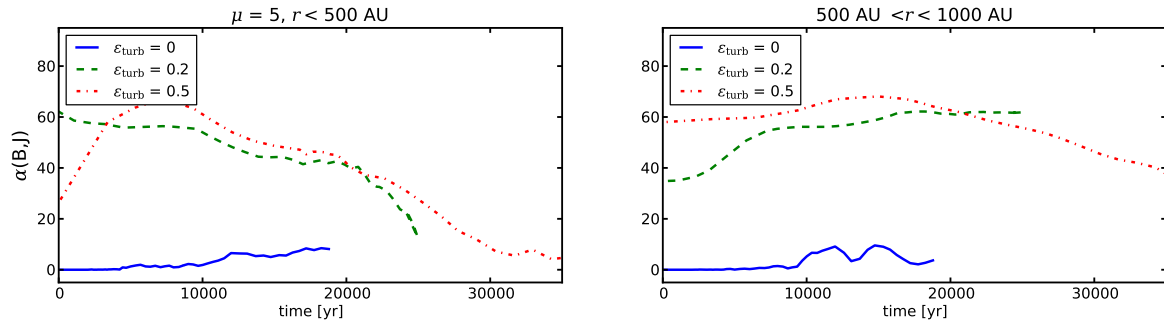


FIGURE 3.5 – Angle entre le moment cinétique et le champ magnétique pour $\mu = 5$, pour les trois niveaux de turbulence étudiés ($\epsilon_{\text{turb}} = 0, 0,2$ et $0,5$). Leur orientation est représentée dans deux différentes régions : l’une définie par $100 < r < 500$ UA (figure de gauche) et l’autre par $500 < r < 1000$ UA (figure de droite).

entre les deux régions considérées, ce qui suggère une topologie complexe du champ magnétique.

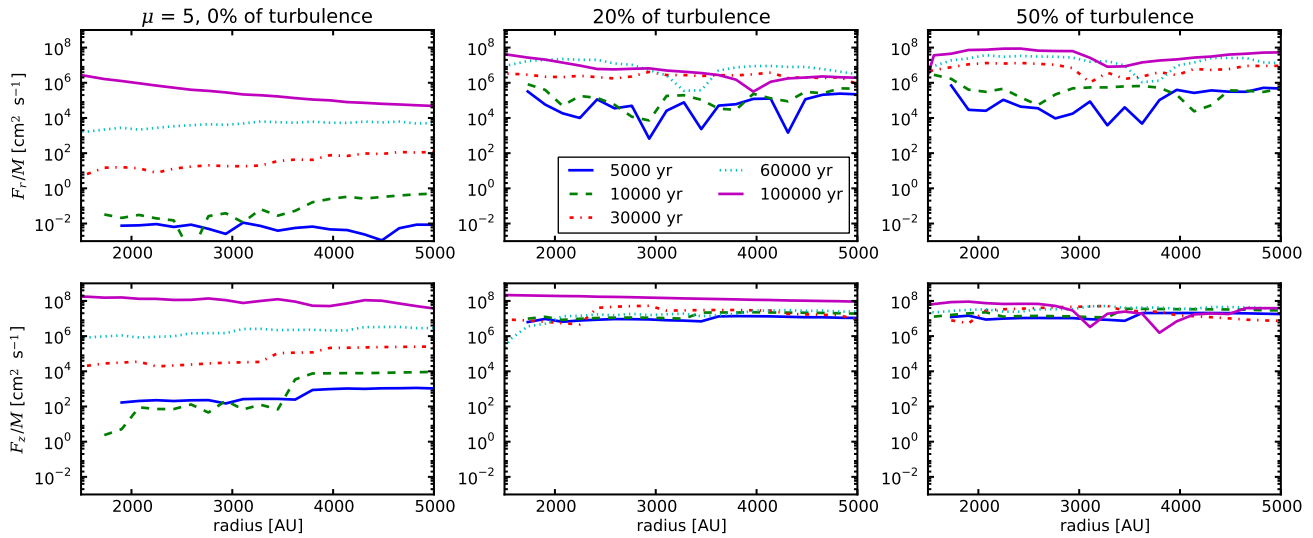


FIGURE 3.6 – Composantes radiale et verticale du flux de moment cinétique spécifique transporté par le champ magnétique, pour $\mu = 5$, sans turbulence (figure de gauche) et avec $\epsilon_{\text{turb}} = 0,2$ et $0,5$ (figures du centre et de droite).

Nous pouvons estimer le freinage magnétique dans des cylindres concentriques, comme nous l’avons fait au chapitre précédent (voir la section 2.3.3). L’évolution du flux de transport de moment cinétique par le champ magnétique est ici calculée au début de la simulation, entre 0 et 100 000 ans ; l’effondrement n’a pas encore commencé à ce stade. Les composantes verticale et radiale du flux de moment cinétique

transporté par le champ magnétique sont définies par :

$$F_z(R) = \left| \int_0^{2\pi} \int_0^R r \frac{B_\phi(r, \phi, \pm h(r)/2) B_z(r, \phi, \pm h(r)/2)}{4\pi} r dr d\phi \right|, \quad (3.5)$$

et

$$F_r(R) = \left| \int_0^{2\pi} \int_{-h(R)/2}^{h(R)/2} R \frac{B_\phi(R, \phi, z) B_r(R, \phi, z)}{4\pi} R dz d\phi \right|, \quad (3.6)$$

où $B_i(R, \phi, z) \equiv B_i(r = R, \phi, z)$.

La figure 3.6 montre l'évolution des composantes radiale et verticale du flux intégré de moment cinétique spécifique transporté par le champ magnétique, à différents pas de temps après le début de la simulation, et pour différents niveaux de turbulence ($\epsilon_{\text{turb}} = 0, 0,2$ et $0,5$). Les flux intégrés sont représentés en fonction du rayon. Les figures de gauche présentent le cas sans turbulence : les composantes du flux magnétique de moment cinétique sont d'abord très faibles (de l'ordre ou $\leq 1 \text{ cm}^2 \cdot \text{s}^{-1}$) et croissent progressivement en fonction du temps, jusqu'à atteindre des valeurs de l'ordre de $10^8 \text{ cm}^2 \cdot \text{s}^{-1}$. Les figures du centre et de droite représentent l'évolution de ces composantes pour les cas $\epsilon_{\text{turb}} = 0,2$ et $0,5$ respectivement. Lorsque l'énergie turbulente n'est pas nulle, le flux magnétique de transport de moment cinétique est rapidement important, de $10^4 \text{ cm}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ à $10^8 \text{ cm}^2 \cdot \text{s}^{-1}$. La composante verticale domine toujours le transport de moment cinétique d'un ordre de grandeur par rapport à la composante radiale. Dans le cas non turbulent, les composantes F_r/M et F_z/M atteignent des valeurs comparables à celles des cas turbulents, après $\sim 100\,000$ ans. Ainsi, le basculement initial de l'axe de rotation peut être maintenu du fait de la croissance rapide du freinage magnétique dans les cas turbulents, en particulier dans la direction de l'axe initial de rotation.

Notons que $F_r \propto B_r B_\phi$ et $F_z \propto B_z B_\phi$; or B_r et B_ϕ croissent initialement du fait des fluctuations turbulentes, pour atteindre rapidement des valeurs de l'ordre d'une dizaine de μG . Au contraire, en absence de turbulence et avant que l'effondrement gravitationnel ne commence, le champ magnétique est aligné avec l'axe de rotation et se résume à sa composante verticale ; B_r et B_ϕ sont alors négligeables. Ainsi, en présence de turbulence, la croissance rapide du freinage magnétique est due à celle des composantes radiale et azimuthale du champ magnétique.

Cependant, comme le montre la figure 3.7, le transport de moment cinétique par le champ magnétique est plus important en absence de turbulence à des stades plus avancés de l'effondrement. Dans les régions internes du cœur, pour $\epsilon_{\text{turb}} = 0,2$, la composante radiale est plus faible d'un facteur ~ 2 par rapport au cas non turbulent. La composante verticale domine d'un facteur ~ 2 par rapport au cas non-turbulent celle du cas $\epsilon_{\text{turb}} = 0,2$, et de près d'un ordre de grandeur le cas $\epsilon_{\text{turb}} = 0,5$.

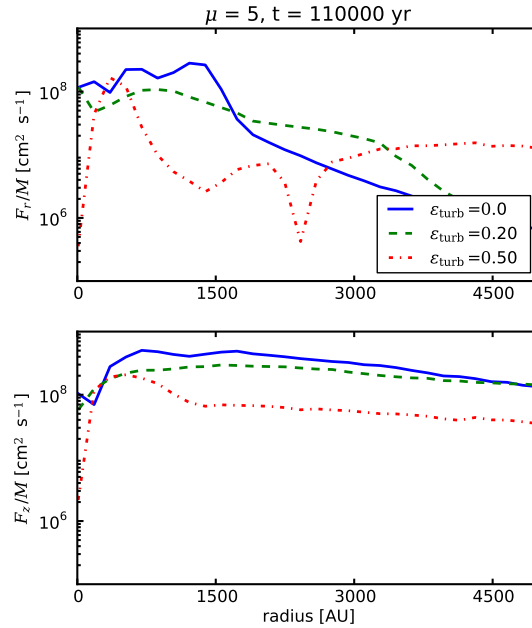


FIGURE 3.7 – Composantes radiale et verticale du flux magnétique intégré de transport de moment cinétique, pour $\epsilon_{\text{turb}} = 0, 0,2$ et $0,5$, pour $\mu = 5$, après que le premier cœur soit formé.

Dans les cas $\epsilon_{\text{turb}} = 0,2$ et $0,5$, le freinage moins efficace peut s’expliquer à la fois par le basculement de l’axe de rotation et par la diffusion du flux magnétique. En effet, comme nous l’avons montré au chapitre précédent, le fait de basculer l’axe de rotation diminue efficacement le freinage magnétique. D’autre part, le fait que le flux magnétique soit diffusé des régions centrales de l’effondrement participe également à la diminution de l’efficacité du freinage magnétique.

3.4.3 Formation des disques

Les critères utilisés pour définir les disques sont les mêmes que ceux énoncés au chapitre précédent (voir la section 2.4).

La figure 3.8 montre l’évolution de la masse des disques pour les différentes magnétisations et énergies turbulentes. Pour $\mu = 17$, des disques massifs se forment, avec des masses comprises entre $0,5$ et $0,7 M_{\odot}$. La décroissance de la masse des disques, 15 000 à 20 000 ans après la formation du premier cœur est une signature de fragmentation du disque.

Pour $\mu = 5$, les disques formés sont plus massifs en présence de turbulence. Des disques de l’ordre de $1 M_{\odot}$ se forment, ce qui représente $\sim 20\%$ de la masse initiale

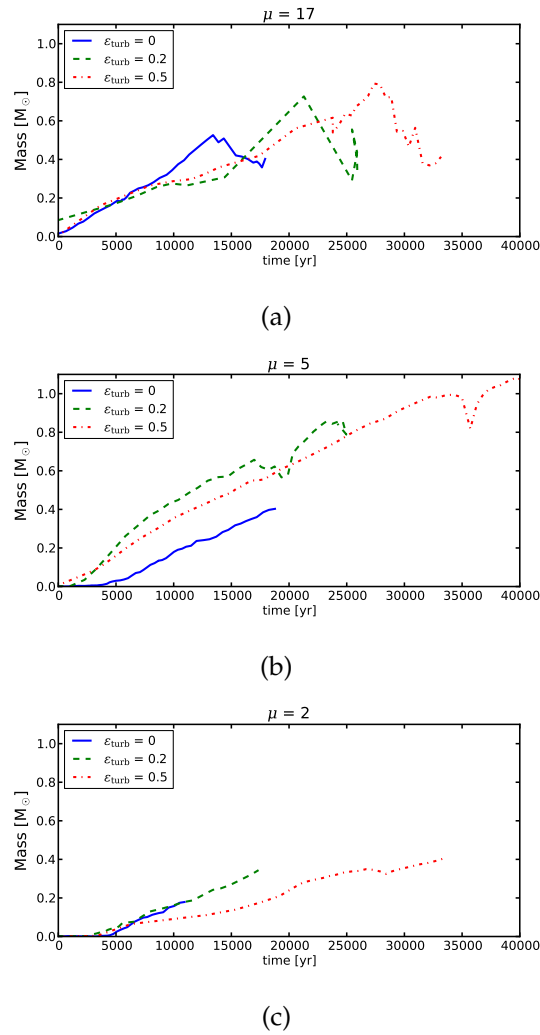


FIGURE 3.8 – Évolution de la masse des disques pour $\mu = 17, 5$ et 2 , avec et sans turbulence.

du nuage. À un temps comparable, il y a un facteur ~ 2 de différence entre la masse du disque dans le cas sans turbulence et dans le cas $\epsilon_{\text{turb}} = 0,2$. La formation de ces disques massifs s'explique par la diminution de l'efficacité du freinage magnétique, due aux effets conjoints de la diffusion du flux magnétique et du basculement de l'axe de rotation. Ces disques massifs sont susceptibles de fragmenter.

Nous observons cependant la même tendance qu'au chapitre précédent à former des disques moins massifs lorsque la magnétisation augmente. Le freinage magnétique étant plus important, il reste difficile de former des disques massifs — c'est-à-dire, pour $\mu = 2$, dont la masse excède 10 % de la masse du cœur préstellaire. Ces masses sont par ailleurs surestimées d'un facteur de l'ordre de 2, la convergence numérique n'étant pas atteinte. En effet, lorsqu'on augmente la résolution spatiale, nos

résultats restent qualitativement inchangés, mais sont modifiés quantitativement. En particulier, les disques formés sont moins massifs (voir la discussion en annexe de l'annexe B).

Importance de l'orientation

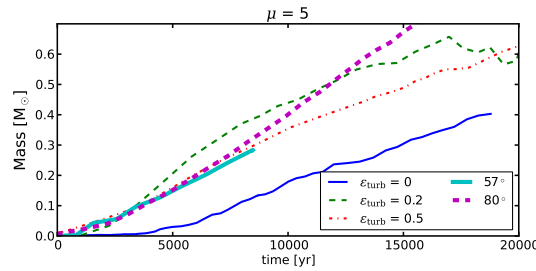


FIGURE 3.9 – Évolution de la masse des disques pour $\mu = 5$, avec turbulence et un angle initial $\alpha = 0^\circ$, et sans turbulence mais avec un angle initial entre l'axe de rotation et le champ magnétique de 57° et 80° .

Pour quantifier l'importance de l'orientation de l'axe de rotation sur la formation des disques dans ces simulations turbulentes, nous avons réalisé des simulations sans turbulence mais avec une inclinaison initiale entre l'axe de rotation et le champ magnétique initial. Deux simulations ont été réalisées, avec une magnétisation $\mu = 5$, et des angles de 60° et 80° .

La figure 3.9 montre que les masses des disques formés en présence de turbulence sont très comparables aux masses obtenues en absence de turbulence mais avec une inclinaison initiale. En particulier, lorsque l'angle est de 60° , la masse obtenue est en bon accord avec le cas le plus turbulent, atteignant une masse de $0,3 M_\odot$ 10 000 ans après la formation du premier cœur. Lorsque l'angle est de 80° , la masse du disque est du même ordre que dans le cas avec $\epsilon_{\text{turb}} = 0,2$, atteignant une masse de $0,5 M_\odot$ 12 000 ans après la formation du premier cœur.

3.5 Fragmentation

La turbulence a également une influence sur la fragmentation des cœurs denses. Afin d'étudier la fragmentation des cœurs dans nos simulations, j'ai écrit un algorithme de percolation (dit *Friend-of-Friend*, FoF) afin d'identifier les grumeaux formés par la fragmentation du disque.

L'idée de l'algorithme est d'identifier des structures à partir d'un seuil de densité. Premièrement, les cellules ayant une densité supérieure au seuil utilisé sont identi-

fiées. Il est difficile de trouver les cellules voisines d'une cellule donnée, étant donnée la structure de la grille AMR ; ainsi, les cellules sont ensuite reprojctées sur une grille fixe. L'algorithme peut alors parcourir la grille, afin de trouver les voisins des cellules identifiées initialement qui se trouvent également au-dessus du seuil de densité, ce qui permet de construire les structures qui forment les grumeaux. Une fois définis, il est aisé de les caractériser (par leur masse, taille, centre de masse, champ magnétique et moment cinétique).

Cette méthode présente quelques inconvénients : contrairement aux particules-puits, il est difficile de suivre les structures que l'on détecte, et ces structures peuvent potentiellement fusionner et se refragmenter. Il faudrait également prendre en compte le second effondrement afin d'identifier clairement les structures qui formeront également des proto-étoiles. Cependant, cette méthode fournit une bonne idée de la fragmentation se produisant dans nos simulations.

Il n'y a pas de fragmentation dans les cas fortement magnétisés ($\mu = 2$) ; en effet, la composante toroïdale du champ magnétique a un effet stabilisateur important qui empêche la fragmentation du cœur, et le champ de vitesse turbulent imposé initialement est trop faible pour fournir une perturbation de grande amplitude telle que celle décrite dans Hennebelle et Teyssier (2008).

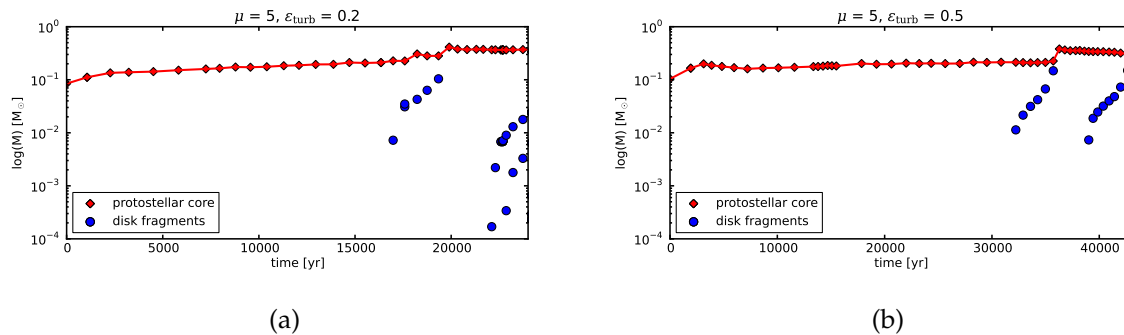


FIGURE 3.10 – Masse des fragments pour $\mu = 5$, pour $\epsilon_{\text{turb}} = 0,2$ et $0,5$. Chaque point correspond à un fragment, le fragment le plus massif correspond au cœur protostellaire.

Avec une magnétisation intermédiaire ($\mu = 5$), le disque peut fragmenter aux temps longs (environ 20 000 ans après le premier effondrement), lorsqu'un disque suffisamment massif est formé (de l'ordre d'une masse solaire). La figure 3.10 montre la masse des fragments qui se forment pour $\mu = 5$, pour $\epsilon_{\text{turb}} = 0,2$ et $0,5$. Leurs masses caractéristiques sont comprises entre 10^{-3} et $10^{-1} M_{\odot}$. Le fragment le plus massif correspond à l'objet central. On voit que le disque fragmente, puis que le nouveau frag-

ment va fusionner avec le cœur central, avant qu'un nouvel épisode de fragmentation ne se produise.

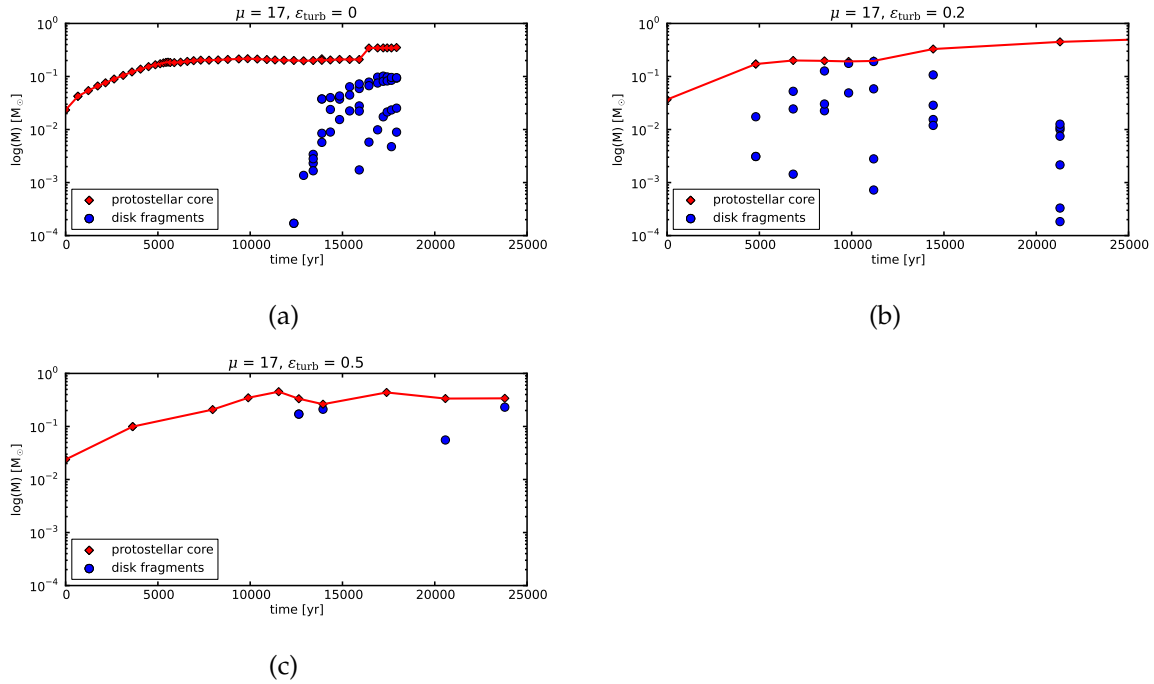


FIGURE 3.11 – Masse des fragments pour $\mu = 17$.

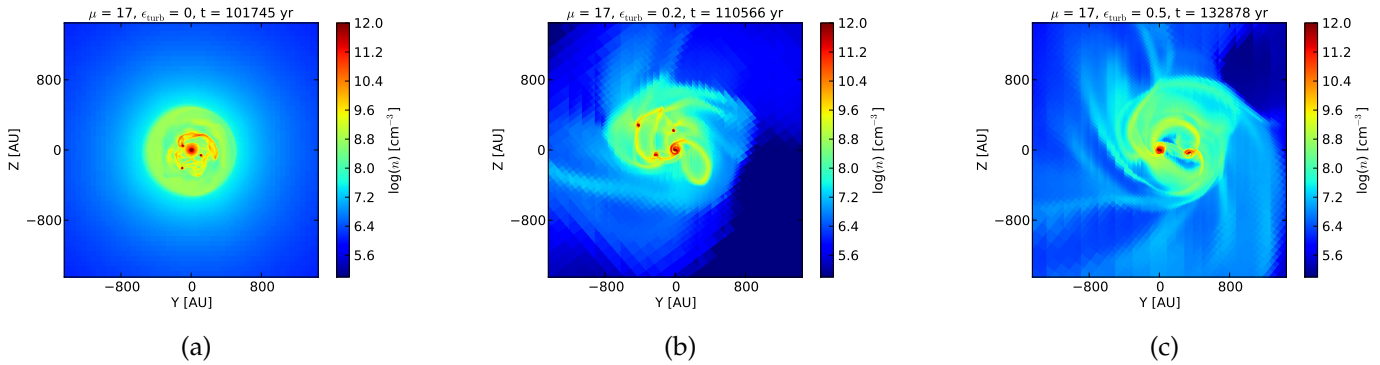


FIGURE 3.12 – Coupe en densité dans le plan équatorial pour $\mu = 17$, sans turbulence (figure de gauche), et avec $\epsilon_{\text{turb}} = 0,2$ (figure du milieu) et $0,5$ (figure de droite). Les temps indiqués correspondent au temps à partir du début de la simulation.

Lorsque la magnétisation est faible, le disque fragmente, qu'importe le niveau de turbulence, comme le montrent les figures 3.12 et 3.11. Cependant, le processus de fragmentation est légèrement différent avec et sans turbulence. En absence de turbulence, un anneau de surdensité se forme dans le disque, qui fragmente. Lorsqu'un

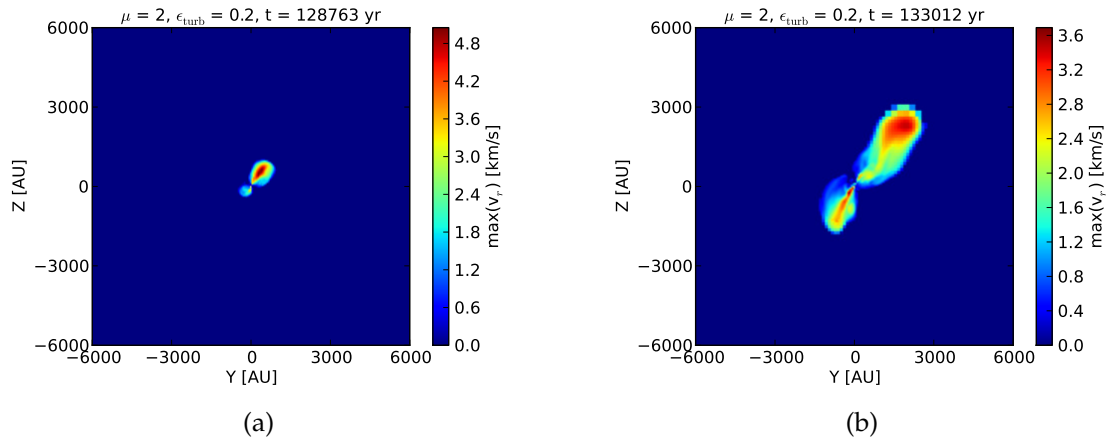


FIGURE 3.13 – Maximum de la projection de la vitesse radiale pour $\mu = 2, \epsilon_{\text{turb}} = 0,2$ à deux pas de temps différents.

champ de vitesse turbulent est initialement imposé, de larges bras spiraux se développent dans le disque, qui fragmentent eux aussi.

Entre quatre et huit fragments (avec $\epsilon_{\text{turb}} = 0,2$ et $0,5$) peuvent se former dans ces simulations, leurs masses étant comprises entre 10^{-4} et une fraction de masse solaire.

3.6 Flots bipolaires

Les flots bipolaires sont des traceurs de formation stellaire ; on doit leur lancement à un mécanisme magnéto-rotationnel (voir section 1.5.2). La formation des flots bipolaires a été étudiée par des simulations MHD 2D et 3D (Mellon et Li, 2008; Hennebelle et Fromang, 2008; Ciardi et Hennebelle, 2010), dans des simulations tenant compte de la formation du second cœur (Banerjee *et al.*, 2006; Machida *et al.*, 2008) ainsi que dans des simulations turbulentes (mais avec $100 M_{\odot}$ initialement Hennebelle *et al.*, 2011).

L'enroulement des lignes de champ à proximité du cœur protostellaire, générant une composante B_{ϕ} importante, est responsable du lancement des flots bipolaires. Il en résulte une pression magnétique importante, accélérant le plasma et entraînant la croissance d'une « tour magnétique ». Les flots bipolaires sont lancés approximativement dans la direction de l'axe de rotation du cœur. L'enroulement progressif des lignes de champ magnétique auquel est lié le lancement des flots est bien visible sur la figure 2.2 du chapitre précédent.

Nous définissons les flots bipolaires comme étant le gaz ayant une vitesse radiale supérieure à la vitesse du son, soit $\vec{v} \cdot \vec{e}_r > 0,2 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$. La figure 3.13 montre le maximum de la projection de la vitesse radiale dans le plan équatorial, qui permet de visualiser le lancement des flots bipolaires. Dans toutes nos simulations, qu'importe

la magnétisation et l'énergie turbulente initiale, nous observons la formation de flots bipolaires.

Globalement, la masse transportée par les flots bipolaires augmente au cours du temps, passant d'environ $10^{-2} M_{\odot}$ à quelques $10^{-1} M_{\odot}$. Le taux d'éjection est de l'ordre de $10^{-5} M_{\odot} \cdot \text{an}^{-1}$ pour $\mu = 2$ et 5, et de l'ordre de $10^{-4} M_{\odot} \cdot \text{an}^{-1}$ pour $\mu = 17$. Dans les cas les plus magnétisés ($\mu = 5$ et 2), la masse transportée par les flots bipolaires est plus faible.

Le rapport $M_{\text{flot}}/M_{\text{cœur}}$ est compris entre 0,1 et 1, ce qui signifie qu'une part importante de la masse accrétée sur l'étoile en formation est éjectée, même dans un environnement turbulent. Cependant, ce rapport est plus faible dans les cas turbulents. Cela signifie que la masse du cœur, dans les cas turbulents, est plus importante qu'en absence de turbulence.

Enfin, la vitesse moyenne de ces flots bipolaires est faible dans les cas turbulents, de l'ordre de $0,5 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$, ce qui est cohérent avec le basculement de l'axe de rotation par rapport au champ magnétique : en effet, Ciardi et Hennebelle (2010) ont montré que l'intensité des flots bipolaires décroissait lorsque l'axe de rotation était incliné.

Les flots formés sont également asymétriques et épisodiques, et montrent des signes de précession. Premièrement, l'axe de rotation lui-même précesse. De plus, l'axe de rotation n'étant pas aligné avec le champ magnétique et les flots étant lancés préférentiellement dans la direction de l'axe de rotation, ils précessent. C'est également une raison de leur asymétrie. Enfin, le champ magnétique étant moins ordonné du fait de la turbulence, l'éjection se fait de manière asymétrique et peut être épisodique.

3.7 Autres réalisations

Une variable aléatoire peut potentiellement prendre différentes valeurs (avec des probabilités qui leur sont associées), mais lorsqu'une expérience est réalisée, c'est une seule et unique valeur qui est obtenue ; on parle de *réalisation*. Un lancé de dé peut donner un nombre entier compris entre 1 et 6 (avec la même probabilité), mais lorsque le dé sera effectivement lancé, c'est un et un seul nombre qui sortira. Jusqu'à présent, nous n'avons étudié qu'une unique réalisation, la seule différence entre les différents cas turbulents étudiés était l'intensité de l'énergie turbulente, et donc l'amplitude des variations du champ de vitesse imposées initialement. Il est pourtant nécessaire d'explorer plusieurs réalisations du champ de vitesse turbulent pour avoir une meilleure compréhension des effets de la turbulence.

Des simulations à partir de deux autres réalisations du champ de vitesse turbulent

ont donc été étudiées, pour les cas $\mu = 5$ et 2.

3.7.1 Diffusion du champ magnétique

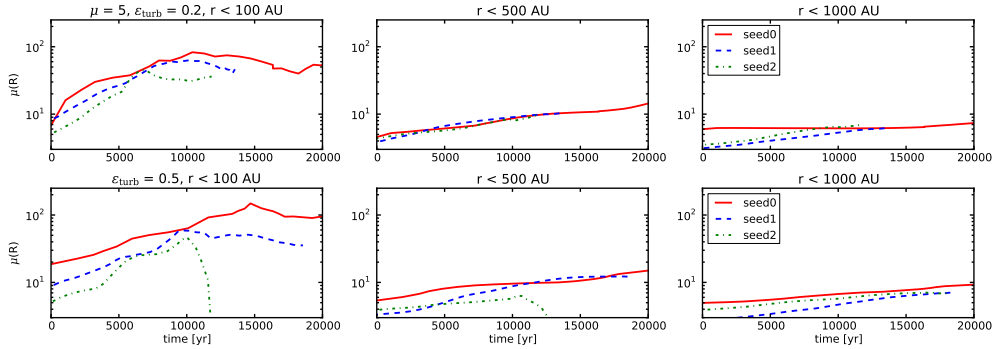


FIGURE 3.14 - Évolution de la magnétisation dans des sphères de rayon $R = 50$ et 1000 UA pour $\mu = 5$, avec $\epsilon_{\text{turb}} = 0,2$ et $0,5$ (figure de gauche et de droite), pour les trois réalisations étudiées.

Nous avons d'abord étudié la diffusion du champ magnétique en utilisant ces différentes réalisations, comme le montre la figure 3.14 pour $\mu = 5$. D'une part, nous pouvons remarquer que la diffusion du champ magnétique varie initialement (le temps $t = 0$ correspondant à la formation du premier cœur) suivant la graine utilisée ; la magnétisation peut varier d'un facteur deux, entre les cas extrêmes. D'autre part, nous pouvons remarquer également que la magnétisation tend vers une valeur indépendante de la réalisation.

Le fait que les magnétisations puissent initialement varier d'un facteur deux entre les différents cas étudiés peut avoir un impact sur la formation des disques : plus le flux magnétique sera diffusé, plus le freinage magnétique sera faible, ce qui permettra potentiellement la formation de disques plus massifs.

3.7.2 Orientation de l'axe de rotation

La figure 3.15 montre, pour $\mu = 5$, que l'angle formé entre le moment cinétique et la direction principale du champ magnétique varie en fonction de la réalisation considérée. En particulier, dans les régions internes ($100 < r < 500$ UA) qui correspondent à la zone de formation des disques, l'angle varie fortement : suivant la réalisation du champ de vitesse turbulent, il peut passer de 20° à environ 90° . Comme nous l'avons vu dans le chapitre précédent, cela aura donc un impact important sur

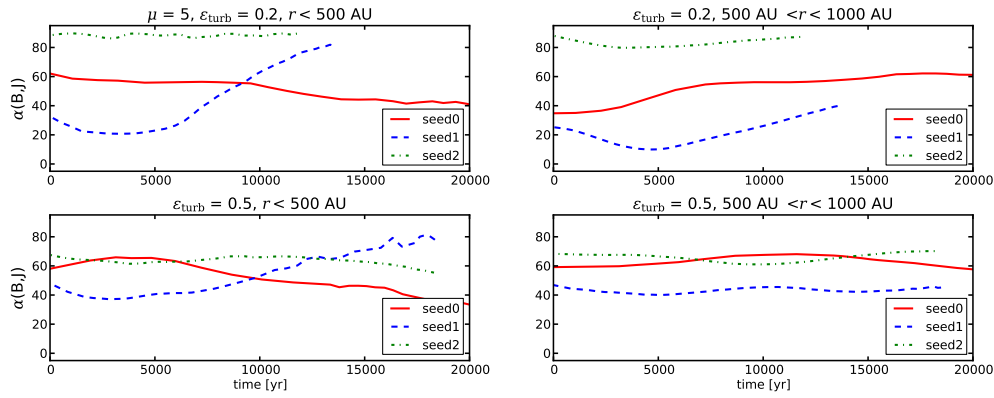


FIGURE 3.15 – Angle entre le moment cinétique et la direction principale du champ magnétique pour $\mu = 5$ pour différentes réalisations, avec $\epsilon_{\text{turb}} = 0,2$ et $0,5$ (figures du haut et du bas respectivement), dans deux régions différentes, le rayon r étant compris entre 100 et 500 UA (figures de gauche) et entre 500 et 1000 UA (figures de droite).

la formation des disques : il est probable que des disques moins massifs se formeront lorsque l'axe de rotation et le champ magnétique sera plus petit.

3.7.3 Formation des disques

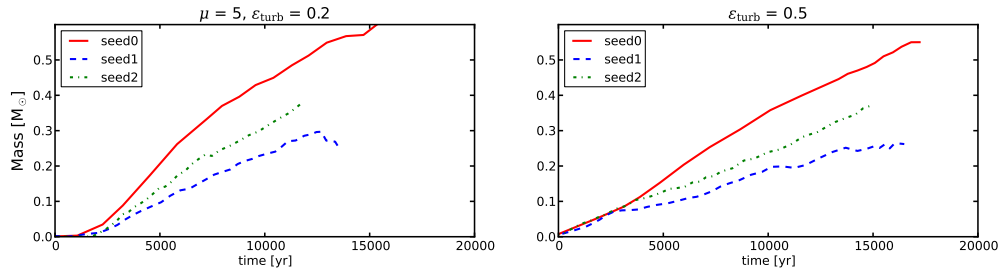


FIGURE 3.16 – Évolution de la masse des disques pour $\mu = 5$, avec $\epsilon_{\text{turb}} = 0,2$ et $0,5$ (respectivement figure de gauche et de droite), pour les trois réalisations.

La figure 3.16 montre les masses de disques obtenues avec ces différentes réalisations du champ de vitesse turbulent, pour $\mu = 5$. Les masses obtenues varient environ d'un facteur 2 ; 12 000 ans après la formation du premier cœur, elles varient entre 0,3 et 0,5 M_{\odot} pour $\epsilon_{\text{turb}} = 0,2$, tandis qu'elles sont comprises entre 0,2 et 0,4 M_{\odot} pour $\epsilon_{\text{turb}} = 0,5$. Cela aura *in fine* un impact sur la fragmentation du disque.

L'étude de ces trois réalisations montre qu'il est possible de former des disques massifs, mais dont la masse peut varier d'un facteur 2 pour une même magnétisa-

tion. Nos simulations ont montré que les disques les plus massifs (de l'ordre d'une masse solaire pour $\mu = 5$) pouvaient fragmenter. À défaut d'avoir atteint des temps suffisamment avancés, la question reste ouverte pour les disques moins massifs.

Cette étude montre que la turbulence est toujours responsable d'une diffusion effective du flux magnétique ainsi que d'un basculement de l'axe de rotation du cœur protostellaire. Cependant, si ces effets sont qualitativement identiques, ils peuvent quantitativement varier en fonction de la réalisation du champ de vitesse turbulent, ce qui a des conséquences sur la masse des disques, qui peut varier d'un facteur ~ 2 .

3.8 Conclusions et perspectives

Dans ce chapitre, nous avons présenté des simulations de l'effondrement de cœurs préstellaires de $5 M_{\odot}$ avec différentes magnétisations μ et turbulence initiale ϵ_{turb} et trois réalisations différentes du champ de vitesse turbulent. Nous avons étudié en détails la diffusion du champ magnétique près du cœur protostellaire, la formation des disques, des flots bipolaires et la fragmentation. Nos principaux résultats sont les suivants :

- la turbulence est capable de diffuser efficacement le champ magnétique du centre du cœur en effondrement, réduisant l'intensité magnétique et le freinage magnétique, ce qui favorise la formation des disques massifs ;
- l'axe de rotation est initialement basculé par rapport au champ magnétique en présence de turbulence, ce qui favorise également sur la formation des disques massifs ;
- la turbulence est responsable d'une diffusion du flux magnétique et du basculement de l'axe de rotation par rapport au champ magnétique, l'un et l'autre varient cependant en fonction de la réalisation du champ de vitesse turbulent, ce qui a une influence sur le freinage magnétique et la formation des disques protostellaires ;
- du fait des effets combinés de la diffusion du champ magnétique et du basculement de l'axe de rotation, des disques massifs peuvent être formés en présence d'un champ magnétique plus intense ; pour une magnétisation initiale de 5, ces disques peuvent atteindre une masse de $1 M_{\odot}$;
- s'ils sont assez massifs, les disques peuvent fragmenter, même pour des magnétisations intermédiaires ($\mu \gtrsim 5$) ;
- des flots bipolaires lents sont lancés dans l'ensemble de nos simulations, transportant une fraction conséquente de la masse accrétée sur l'étoile en formation.

L'exploration d'un plus grand nombre de réalisations du champ de vitesse turbulent serait nécessaire afin de pouvoir estimer de manière plus systématique les caractéristiques des disques formés dans un environnement turbulent.

Il serait également nécessaire de pouvoir suivre l'évolution des disques massifs sur des temps plus avancés, afin de pouvoir étudier leur stabilité et pouvoir déterminer des paramètres critiques (magnétisation, masse de disque, orientation de l'axe de rotation) pour la fragmentation des disques.

Afin de traiter plus exactement la formation du cœur, mais également la fragmentation du disque et le lancement des flots bipolaires, il serait souhaitable de réaliser des simulations similaires en tenant compte de la rétroaction du transfert radiatif.

Il serait également souhaitable d'estimer de manière plus fine la résistivité turbulente à proximité du cœur protostellaire, afin d'avoir une meilleure compréhension de la diffusion du champ magnétique au centre de l'effondrement gravitationnel. La géométrie du problème rend cependant cette tâche difficile.

II

OBSERVATIONS SYNTHÉTIQUES DE DISQUES PROTOSTELLAIRES

CHAPITRE 4

OBSERVATIONS SYNTHÉTIQUES DE DISQUES PROTOSTELLAIRES : CARTES EN DENSITÉ DE COLONNE, DISTRIBUTIONS SPECTRALES D'ÉNERGIE ET VISIBILITÉS

SOMMAIRE

4.1	Distribution spectrale d'énergie et visibilité	108
4.2	Modèles	111
4.3	Cartes en densité de colonne	114
4.4	Distributions spectrales d'énergie et visibilité	116
4.5	Conclusions et perspectives	127

L'existence des disques protostellaires ne fait aucun doute à des stades avancés de la formation stellaire : 90 % des proto-étoiles (étoiles de classes I, II et III) sont accompagnées d'un disque (Duchêne, 2011). À des stades plus précoces de la formation stellaire (étoiles de classe 0), la question de leur existence reste ouverte (voir par exemple Maury *et al.*, 2010) et leur observation constitue un véritable défi. La majorité des études observationnelles n'ayant pas une très haute résolution angulaire, l'interprétation des observations et en particulier l'extraction des propriétés physiques des objets étudiés passent par la comparaison à des modèles analytiques. Ces comparaisons sont réalisées à l'aide de codes numériques de transfert radiatif, qui permettent d'obtenir des observations synthétiques des modèles utilisés.

Nous avons donc réalisé des observations synthétiques de nos simulations, afin de mener la même démarche que celle adoptée dans les études observationnelles. Il est alors possible de déterminer dans quelle mesure les disques produits dans nos simulations sont observables en utilisant les méthodes actuelles.

Trois principales méthodes ont été suivies : l'une s'intéressant à des cartes en densité de colonne, une autre aux spectres de distribution d'énergie et une autre enfin à l'amplitude de visibilité.

Les cartes en densité de colonne sont directement liées au fait que les observations astrophysiques relèvent souvent du domaine de l'imagerie : l'observation dans

une (ou plusieurs) longueur d'onde permet d'obtenir une information spatiale sur la source observée.

Cependant, les études observationnelles sont également largement basées sur l'exploitation de spectres, qui fournissent essentiellement des informations sur la physique des sources observées. De plus, afin d'obtenir des observations à plus haute résolution, l'interférométrie est largement utilisée. C'est particulièrement vrai dans le domaine radio, qui a vu naître les observations interférométriques en astronomie. Elle permet donc d'avoir accès à des informations plus fines sur la structure spatiale de la source observée.

Ainsi, nous allons nous intéresser non seulement aux cartes en densité de colonne, relevant de l'imagerie, mais également aux distributions spectrales d'énergie, qui relèvent de la spectroscopie, et enfin à la visibilité, qui est liée aux observations interférométriques. Ces différents outils vont nous permettre d'obtenir des observations synthétiques plus riches en informations et plus proches des techniques de pointe utilisées aujourd'hui dans les études observationnelles.

Afin de pouvoir comparer nos simulations aux observations, nous avons suivi une procédure similaire à celle suivie, par exemple, par Enoch *et al.* (2009). L'idée est d'utiliser un modèle analytique pour l'enveloppe, le disque et les flots bipolaires et de comparer ces modèles aux observations grâce à une modélisation détaillée du transfert de rayonnement.

4.1 Distribution spectrale d'énergie et visibilité

4.1.1 Distribution spectrale d'énergie

Le rayonnement provenant d'une source astrophysique est caractérisé par une intensité monochromatique I_ν , qui varie avec la fréquence ν . Plus exactement, c'est en général à la densité de flux F_ν que l'on se réfère, avec $F_\nu = \int_\omega I_\nu \cos \theta d\omega$, θ étant l'angle entre la direction du rayonnement et la normale au plan de réception, et ω l'angle solide duquel est émis le rayonnement. La dépendance en fréquence de cette quantité correspond à ce qu'on appelle le *spectre* de la source. La distribution spectrale du rayonnement peut donner de multiples informations sur la nature ou la structure de la source. En particulier, la quantité νF_ν est largement utilisée dans la communauté : en représentant le spectre sous cette forme, sa pente dans le domaine infrarouge permet de discriminer le stade évolutif de la source observée (*cf.* section 1.2.1).

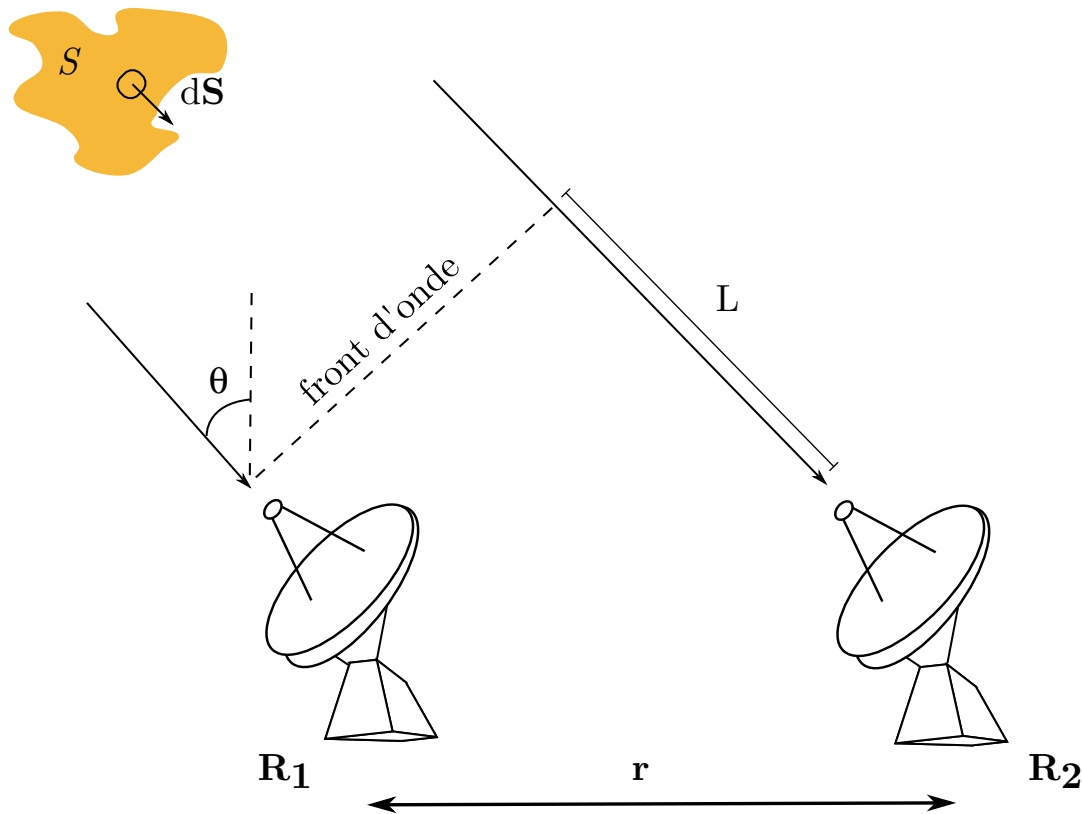


FIGURE 4.1 – Schéma de principe de l'interférométrie à deux antennes. Les deux récepteurs sont notés R_1 et R_2 , la distance entre les récepteurs \vec{r} , la source S , l'angle formé entre le signal et la normale au plan θ , et le retard L .

4.1.2 Visibilité

Afin de comprendre ce qu'est la visibilité, je vais d'abord rappeler succinctement les principes de base de l'interférométrie.

Interférométrie

Les techniques d'interférométrie consistent à combiner des signaux, dans une longueur d'onde donnée, émis par une même source et reçus par différents télescopes (Wilson *et al.*, 2009). Il est alors possible, comme nous allons l'expliquer succinctement, de reconstruire une image de la source en extrayant l'information spatiale contenue dans ce signal. L'interférométrie revient à utiliser un télescope virtuel ayant une taille comparable à la plus grande distance séparant les télescopes composant l'interféromètre ; il est donc possible d'obtenir des images à très haute résolution en combinant des instruments modérément puissants.

Étudions le cas le plus simple, présenté par la figure 4.1, c'est-à-dire d'un interféromètre constitué de deux récepteurs R_1 et R_2 . R_1 et R_2 sont séparés d'une distance r . Un signal électromagnétique de longueur d'onde λ provenant d'une source S suivra deux chemins optiques différents pour parvenir aux récepteurs, ce qui permettra de combiner le signal pour obtenir des franges d'interférence. Le chemin optique du signal forme un angle θ avec le plan dans lequel se situent les récepteurs. S'il est d'abord reçu par le récepteur R_1 , il parcourra une distance supplémentaire L pour parvenir jusqu'au récepteur R_2 , qui le recevra avec un temps de retard $\tau = L/c$. Le déphasage entre les signaux sera égal à $\omega\tau = 2\pi r \sin \theta / \lambda$. Les récepteurs R_1 et R_2 mesureront des champs électriques E_1 et E_2 :

$$E_1 \propto e^{-i\omega t}, \quad (4.1)$$

$$E_2 \propto e^{i\omega(\tau-t)}. \quad (4.2)$$

Leur fonction de corrélation est donnée par :

$$\langle E_1 E_2^* \rangle = I_0 e^{-i\omega\tau}, \quad (4.3)$$

dans le cas d'une source ponctuelle, et, si la source est étendue :

$$\langle E_1 E_2^* \rangle = \int_{\text{source}} I_0(\vec{S}) e^{-\frac{2i\pi}{\lambda} \vec{r} \cdot \vec{S}} d\vec{S}, \quad (4.4)$$

en intégrant sur toute la source, \vec{S} étant l'une des directions supportées par la source, \vec{r} le vecteur de base séparant les deux récepteurs, $I_0(\vec{S})$ donne la distribution de brillance de la source, $I_0(\vec{S}) d\vec{S}$ correspondant alors à la puissance émise par l'élément de source $d\vec{S}$. Par souci de simplicité, on a ici négligé toutes les contributions dues aux instruments.

La fonction de corrélation entre les deux signaux ainsi obtenue n'est autre que la transformée de Fourier de la brillance de la source dans l'espace de Fourier, (u, v, w) , qu'on appelle visibilité, notée $V(u, v, w)$. Les sources astrophysiques étant très éloignées, on se place en général dans l'approximation paraxiale où on considère que le signal se propage le long de la ligne de visée ; il en découle que $V(u, v, w) \simeq V(u, v)$. (u, v) sont mesurés en unités de la longueur d'onde λ et sont exprimés en $k\lambda$.

Mesure de visibilité

La transformée de Fourier est un outil permettant d'analyser la distribution fréquentielle d'un signal. La fonction de corrélation donnée ci-dessus fournit une mesure de visibilité à la fréquence r/λ . En multipliant les lignes de base, et donc les fréquences spatiales explorées, il est possible de reconstruire la distribution spatiale d'intensité de la source.

En pratique, afin de pouvoir parcourir le plan de Fourier (u, v) tout en limitant le nombre effectif de lignes de base et de télescopes (sachant cependant qu'un nombre N_T de télescopes permet déjà d'obtenir $N_T(N_T - 1)/2$ lignes de base), cette technique d'observation profite avantageusement de la rotation terrestre qui provoque la rotation apparente de la voûte céleste et donc le déplacement de la source dans le ciel.

4.2 Modèles

4.2.1 Modèles analytiques

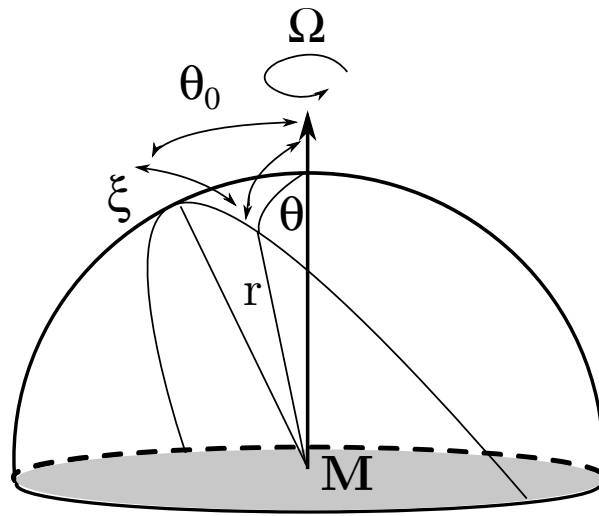


FIGURE 4.2 – Géométrie du modèle de sphère en effondrement d'Ulrich (1976).

Les modèles utilisés sont basés sur le modèle d'enveloppe développé par Ulrich (1976), décrivant une sphère en rotation et en effondrement. On considère un objet central de masse M (la proto-étoile) contenant l'essentiel de la masse, et des particules s'effondrant en chute libre sur la proto-étoile depuis de grandes distances. Le mouvement d'une particule en effondrement est décrit par un problème à deux corps ; le mouvement de la particule est alors parabolique est donné par :

$$r = \frac{j^2 / GM}{1 - \cos \xi'} \quad (4.5)$$

où ξ est l'angle mesuré entre la position r de la particule et l'apoastre, et j est le moment cinétique spécifique de la particule.

On définit également θ_0 , l'angle mesuré entre le plan orbital de la particule et l'axe de rotation. La figure 4.2 illustre la géométrie du problème.

Les relations géométriques qui lient les référentiels (r, ζ) et (r, θ, ϕ) étant les suivantes :

$$\cos \theta = \cos \theta_0 \cos \zeta, \quad (4.6)$$

$$\tan \phi = \frac{\tan \zeta}{\sin \theta_0}, \quad (4.7)$$

et en rappelant que $R_c = j^2/GM$ correspond au rayon centrifuge, on peut réécrire l'équation du mouvement d'une particule en effondrement 4.5 :

$$r = R_c \frac{\cos \theta_0 \sin^2 \theta}{\cos \theta - \cos \theta_0}. \quad (4.8)$$

On définit $\mu_\theta = \cos \theta$ et $\mu_{\theta,0} = \cos \theta_0$. En un point (r, θ) , la densité de l'enveloppe est alors donnée par :

$$\rho_{\text{env}}(r, \theta) = \rho_0 \left(\frac{r}{R_c} \right)^p \left(1 + \frac{\mu_\theta}{\mu_{\theta,0}} \right)^{-0.5} \left(\frac{\mu_\theta}{\mu_{\theta,0}} + 2\mu_{\theta,0}^2 \frac{R_c}{r} \right)^{-1}, \quad (4.9)$$

où ρ_{env} est le profil de densité de l'enveloppe, on définit $\rho_0 = \rho(R_c, 0)$ qui dépend de la masse de l'enveloppe M_{env} , $\mu_{\theta,0}$ est déduit de l'équation 4.8, et p donne la pente du profil de l'enveloppe.

Le rayon extérieur de l'enveloppe R_{out} définit les limites de l'enveloppe ; pour $r > R_{\text{out}}$, $\rho_{\text{env}} = 0$.

La cavité des flots bipolaires est définie en initialisant la densité à zéro là où $\cos \theta_0 > \cos(\omega/2)$, où ω est l'angle d'ouverture des flots bipolaires, typiquement fixé à 20° .

Enfin, le profil de densité du disque suit une loi de puissance en rayon, et présente un profil gaussien par rapport à la hauteur du disque :

$$\rho_{\text{disque}} = \frac{\Sigma_0}{\sqrt{2\pi}H(r)} \left(\frac{r}{R_{\text{disque}}} \right)^{p'} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{r\mu_\theta}{H(r)} \right)^2 \right], \quad (4.10)$$

Σ_0 est la densité surfacique du disque, qui dépend de la masse du disque M_{disque} , p' donne la pente du profil du disque, et R_{disque} le rayon du disque. En R_{disque} , p' passe de -1 à -12. La hauteur du disque $H(r)$ est donnée par :

$$H(r) = H_0 \left(\frac{r}{R_{\text{disque}}} \right)^{2p''}; \quad (4.11)$$

où p'' est l'indice d'évasement. H_0 est l'échelle caractéristique du disque ; elle est par la suite fixée telle que $H_0 = 0,2R_{\text{disque}}$.

L'ensemble de profils de densité permet de construire un modèle, tel que celui présenté figure 4.3.

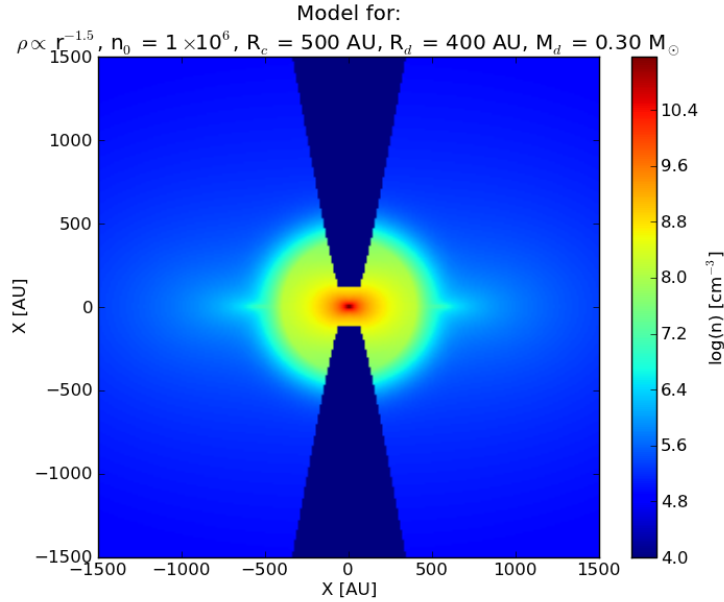


FIGURE 4.3 – Coupe en densité d'un modèle analytique de cœur en effondrement, tenant compte de l'enveloppe, du disque et des flots bipolaires. Le profil de l'enveloppe est décrit par une loi de puissance ($\rho \propto r^{-3/2}$), la densité n_0 est fixée ici à 10^6 cm^{-3} , le rayon centrifuge étant de 500 UA, le rayon du disque de 400 UA et la masse totale du disque de $0,3 M_{\odot}$. L'angle d'ouverture des flots bipolaires est de 20° .

4.2.2 Le code RADMC-3D

Pour modéliser l'émission attendue d'un cœur protostellaire entouré de son disque et de son enveloppe, nous utilisons le code de transfert radiatif RADMC-3D, développé par Cornelius Dullemond¹. RADMC-3D est capable de travailler avec des grilles AMR en entrée.

RADMC-3D permet de réaliser des calculs de l'émission continue des poussières en tenant compte de la dispersion anisotrope du gaz, ainsi que des calculs de transfert de raies, à la fois à l'équilibre et hors-équilibre thermodynamique. Le calcul de la température des poussières, de leur émission et de leur absorption repose sur une méthode de Monte Carlo.

1. <http://www.ita.uni-heidelberg.de/~dullemond/software/radmc-3d/>

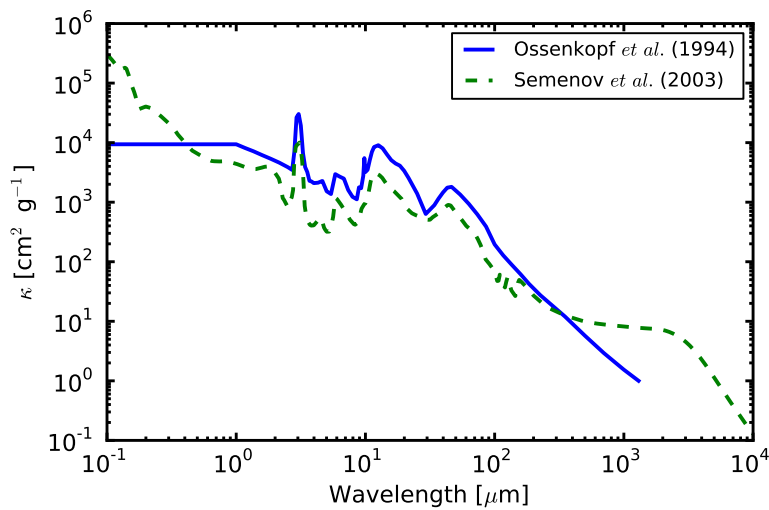


FIGURE 4.4 – Coefficients d’absorption issus de Ossenkopf et Henning (1994) et Semenov *et al.* (2003) en fonction de la longueur d’onde.

Dans la suite, nous avons uniquement réalisé des calculs de l’émission continue des poussières. La diffusion du rayonnement est également négligée. La table d’opacités utilisée dans ce travail est celle de Ossenkopf et Henning (1994), entre 1 μm et 1,3 mm (voir figure 4.4). Cette table d’opacités est basée sur les propriétés optiques de grains de poussière typiques des cœurs protostellaires. Ces grains présentent deux caractéristiques principales qui vont significativement modifier leur opacité : ils sont enveloppés d’un manteau de glace (mince ou épais) et forment des agrégats complexes.

Nous avons également réalisé des tests en utilisant la table d’opacités de Semenov *et al.* (2003), qui ne modifie pas significativement nos résultats.

4.3 Cartes en densité de colonne

Le modèle analytique présenté à la section 4.2.1 présente de nombreux paramètres libres (densité initiale, rayon centrifuge et du disque, indices des profils de densité, angle d’ouverture des flots bipolaires etc.). Dans un premier temps, nous fixons la plupart de ces paramètres. Le rayon centrifuge R_c est fixé par le changement de pente du profil de densité de colonne dans la simulation étudiée, le rayon du disque est pris égal à R_c et à $R_c/2$, et la masse du disque est comprise entre 0,01 M_\odot et 0,5 M_\odot . Ces paramètres permettent d’obtenir une grille de modèles pour chaque simulation, modèles qui sont ensuite comparés aux simulations par une méthode des moindres

carrés. On cherche donc à minimiser la quantité :

$$S = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\Sigma_{\text{simu}} - \Sigma_{\text{mod}})^2}, \quad (4.12)$$

où Σ_{simu} et Σ_{mod} sont les densités de colonne issues respectivement des simulations et des modèles analytiques, et N est le nombre de points (ou pixels, le cas échéant) de l'image.

4.3.1 Comparaison

Pour un paramètre de magnétisation $\mu = 5$, les modèles analytiques correspondant le mieux à nos simulations sont ceux où la masse du disque est comprise entre 0,4 et 0,5 M_{\odot} . Notons que ces masses sont surestimées : dans le cas aligné, il n'y a pas de formation de disque massif, tandis que dans les autres cas, les masses des disques sont comprises entre 0,15 et 0,4 M_{\odot} .

Pour $\mu = 3$, les masses sont comprises entre 0,1 et 0,5 M_{\odot} . À nouveau, ces masses sont surestimées : dans nos simulations nous n'observons pas de disque pour $\alpha \lesssim 20^{\circ}$, et les masses des disques sont sinon de l'ordre de 0,1 M_{\odot} .

Enfin, pour $\mu = 2$, les masses sont comprises entre 0,2 et 0,5 M_{\odot} . Rappelons que nous n'observons pas de disques massifs (avec des masses supérieures à 0,05 M_{\odot}) pour ce paramètre de magnétisation.

Ainsi, la comparaison à des modèles analytiques simplifiés pour déterminer les propriétés physiques des disques conduit à de fortes surestimations de la masse du disque si le disque n'est pas massif. Toutefois, l'écart entre les masses estimées et calculées à partir de nos simulations est moindre lorsqu'un disque massif se forme.

4.3.2 Interprétation

Les parois des flots bipolaires ont une épaisseur non-nulle, et surtout une densité supérieure à celle du milieu extérieur, étant donné qu'il s'agit de gaz choqué. Pour $\mu = 5$, dans le cas aligné, nous avons artificiellement soustrait les cavités des flots bipolaires, identifiées par un simple critère de rotation ($v_{\phi} > v_r$, voir la figure 2.7 du chapitre 2). Notons que, dans le cas aligné, étant donné qu'il n'y a pas de disque massif, ce critère de rotation permet approximativement de sélectionner les cavités des flots bipolaires ; dans les autres cas, lorsqu'un disque massif se forme, ce critère sélectionnerait non seulement les parois des cavités mais également le disque. Les cartes en densité de colonne présentent une différence nette entre les cas avec et sans cavité ; le modèle reproduisant le mieux le cas sans cavité comprend un disque de

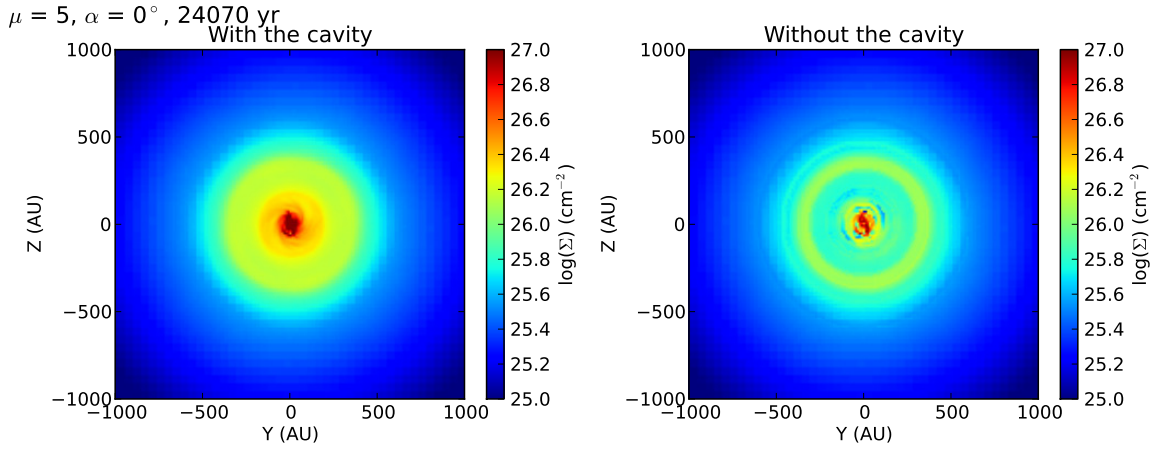


FIGURE 4.5 - Carte en densité de colonne pour $\mu = 5$, $\alpha = 0^\circ$, au temps $t = 24\,000$ ans, avec et sans la cavité des flots bipolaires (figure de gauche et de droite respectivement).

$0,01 M_\odot$, alors que celui reproduisant le mieux le cas avec cavité comprend un disque de $0,5 M_\odot$.

Ainsi, par effet de projection, les parois de la cavité des flots bipolaires sont perçues comme une surdensité : c'est ce qui explique la surestimation de la masse des disques par cette méthode. Les disques massifs habituellement observés peuvent donc n'être que les parois des flots bipolaires.

4.4 Distributions spectrales d'énergie et visibilité

Dans la suite de ce chapitre, nous allons nous intéresser aux distributions spectrales d'énergie, qui relèvent de la spectroscopie, et aux visibilité, qui relèvent de l'interférométrie.

4.4.1 Modèles et méthode

Modèles analytiques

Nous choisissons ici de faire varier cinq paramètres du modèle présenté précédemment : l'indice du profil de l'enveloppe p , la densité initiale ρ_0 , le rayon centrifuge R_c , le rayon du disque R_{disque} et la masse du disque M_{disque} . Le tableau 4.1 synthétise les différents paramètres qui varient et les valeurs qu'ils peuvent prendre.

	paramètres	valeurs
enveloppe	p	$-3/2, -2$
	ρ_0	$10^6, 10^7, 10^8 \text{ cm}^{-3}$
	R_c	$50, 100, 500, 1000 \text{ UA}$
disque	R_{disque}	$50, 100, 200, 400 \text{ UA}$
	M_{disque}	$0,01, 0,1, 0,3, 0,5 M_{\odot}$

TABLE 4.1 – Liste des paramètres libres dans les modèles analytiques et valeurs possibles pour chacun de ces paramètres.

Simulations magnétohydrodynamiques

Les simulations magnétohydrodynamiques utilisées sont celles présentées au chapitre 2, de cœurs protostellaires d’une masse solaire. En particulier, cette étude se focalise sur des simulations caractérisées par une magnétisation μ de 5, et trois inclinaisons entre l’axe de rotation et le champ magnétique : $\alpha = 0, 45$ et 90° . 0 et 90° sont les cas extrêmes : il n’y a pas de disque massif formé lorsque l’axe de rotation et le champ magnétique sont alignés, tandis qu’un disque massif se forme lorsqu’ils sont perpendiculaires.

Les figures 4.6 illustrent les simulations que nous avons étudiées ; ces cartes ont été obtenues en calculant l’émission du continuum des poussières à $1300 \mu\text{m}$ à l’aide du code RADMC-3D. α_{obs} correspond à l’angle formé entre la ligne de visée et l’axe de rotation du cœur protostellaire.

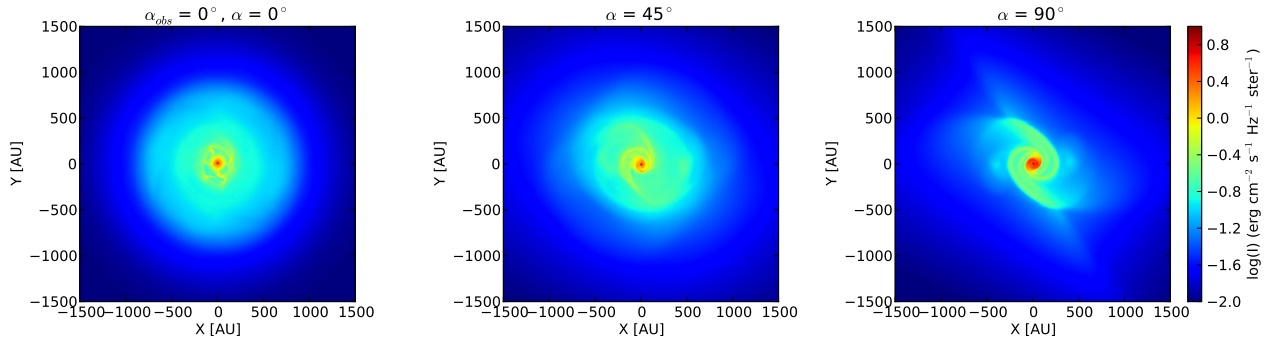
Pour les simulations caractérisées par un angle $\alpha = 45$ ou 90° , observées de face ou avec un angle faible, le disque et ses bras spiraux sont bien visibles. Le pseudo-disque est également mis en évidence pour le cas aligné. Lorsque ces simulations sont observées de profil ou avec un angle important, les cavités des flots bipolaires sont clairement visibles pour les cas alignés et $\alpha = 45^\circ$. Le pseudo-disque est également bien visible pour l’ensemble des simulations observées de profil.

Méthode

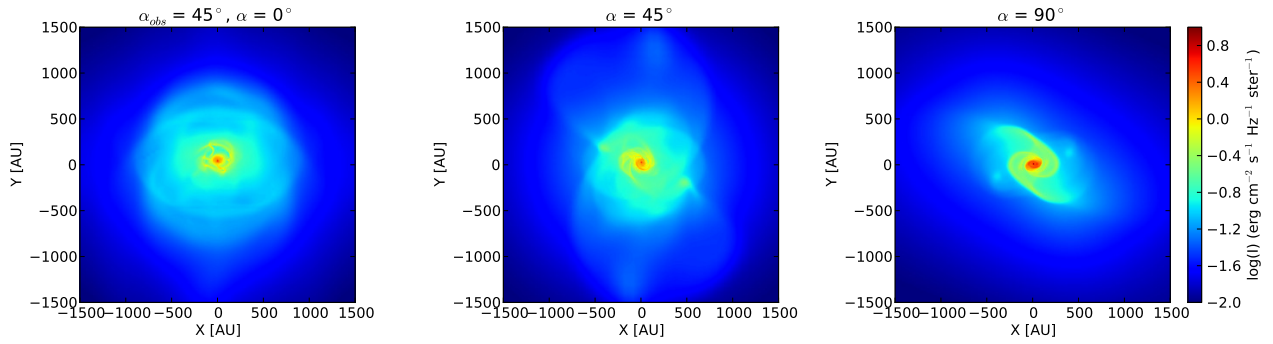
Comme nous allons le voir, les distributions spectrales d’énergie sont très peu sensibles à la présence ou non d’un disque. À cette étape de l’évolution de la protoétoile, la source est trop enfouie dans son nuage de gaz et de poussières pour qu’on puisse distinguer l’émission du disque.

Les distributions spectrales d’énergie permettent cependant de contraindre les paramètres de l’enveloppe du cœur protostellaire. En effet, l’émission est dominée par l’enveloppe. Il est donc possible de contraindre la pente du profil de densité de l’en-

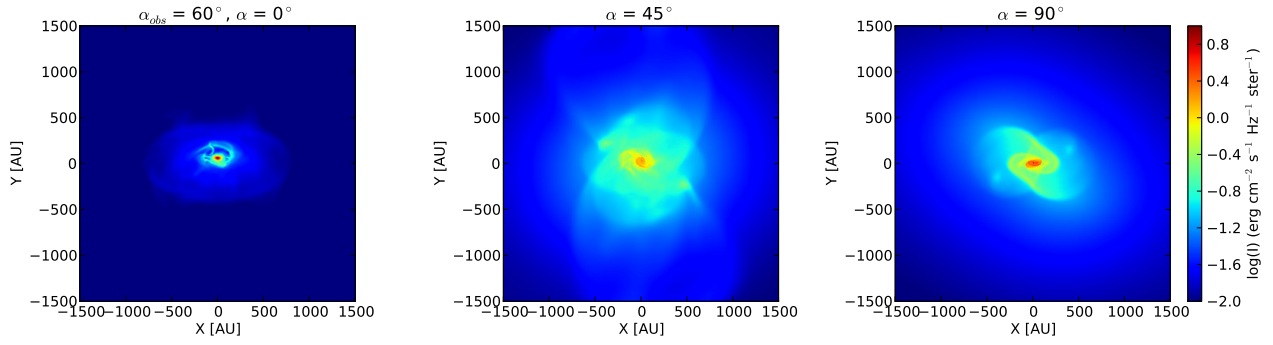
4.4. DISTRIBUTIONS SPECTRALES D'ÉNERGIE ET VISIBILITÉS



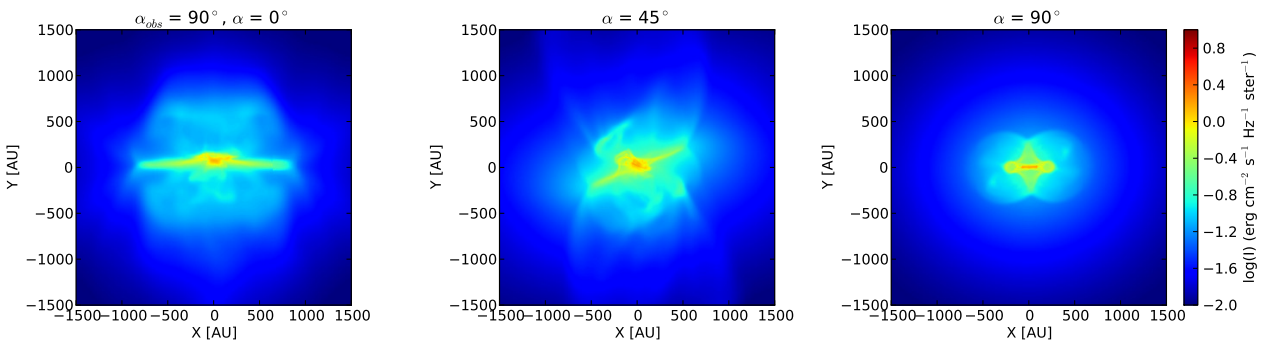
(a)



(b)



(c)



(d)

FIGURE 4.6 – Observations synthétiques de l’émission du continuum des poussières à $\lambda = 1300 \mu\text{m}$ de simulations et à 150 pc de distance (avec $\mu = 5$ et $\alpha = 0, 45$ et 90° , respectivement figures de gauche, du milieu et de droite) réalisées avec RADMC-3D, sur deux lignes de visée différentes : $\alpha_{\text{obs}} = 0, 45, 60$ et 90° (première, deuxième, troisième et dernière ligne de figures respectivement ; $\alpha_{\text{obs}} = 0^\circ$ correspond à une vue de face).

veloppe p , le rayon centrifuge R_c , ainsi que la densité initiale ρ_0 (voir l’équation 4.9).

Une fois ces paramètres déterminés, il est possible de déduire ceux du disque à l’aide des amplitudes de visibilité ; nous obtiendrons donc le rayon du disque R_{disque} ainsi que sa masse M_{disque} .

4.4.2 Observations synthétiques

Distributions spectrales d’énergie

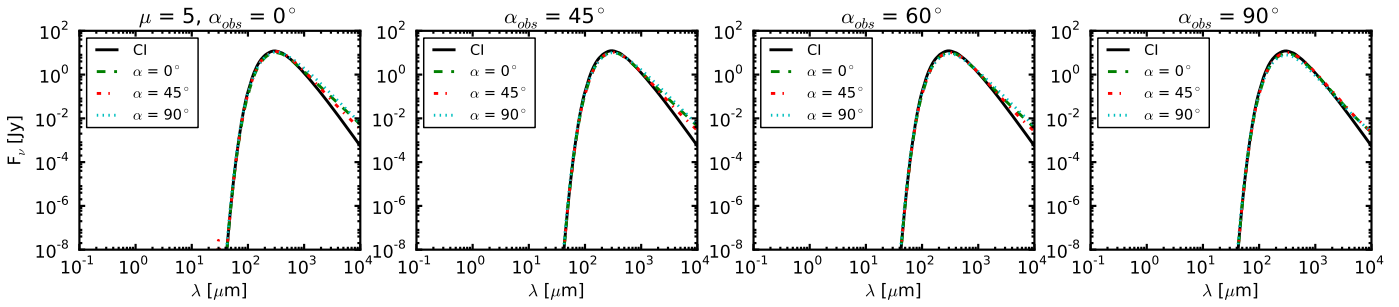


FIGURE 4.7 – Distributions spectrales d’énergie pour $\mu = 5$, 3 valeurs de α , et 4 valeurs de α_{obs} , $\alpha_{\text{obs}} = 0^\circ$ correspondant à une vue de face et $\alpha_{\text{obs}} = 90^\circ$ à une vue de profil. *CI* correspond à la distribution spectrale d’énergie calculée pour les conditions initiales de l’effondrement du cœur.

Nous avons d’abord réalisé des distributions spectrales d’énergie pour les simulations décrites précédemment. Elles ont été calculées et intégrées sur des régions de 3000×3000 UA, et observées à une distance de 150 pc (ce qui correspond approximativement à la distance du Taureau, région active de formation d’étoiles).

La figure 4.7 montre les distributions spectrales d’énergie obtenues pour $\mu = 5$, $\alpha = 0, 45$ et 90° , suivant quatre lignes de visée $\alpha_{\text{obs}} = 0, 45, 60$ et 90° . $\alpha_{\text{obs}} = 0^\circ$ correspondant à une vue de face et $\alpha_{\text{obs}} = 90^\circ$ à une vue de profil. Sont également représentées les distributions d’énergie des conditions initiales des simulations effectuées.

Il apparaît clairement que les distributions spectrales d'énergie de ces différents cas sont très similaires ; il n'y a pas de signature visible de la présence d'un disque, et c'est essentiellement l'émission de l'enveloppe qui est observée, enveloppe qui est identique dans les différents cas étudiés.

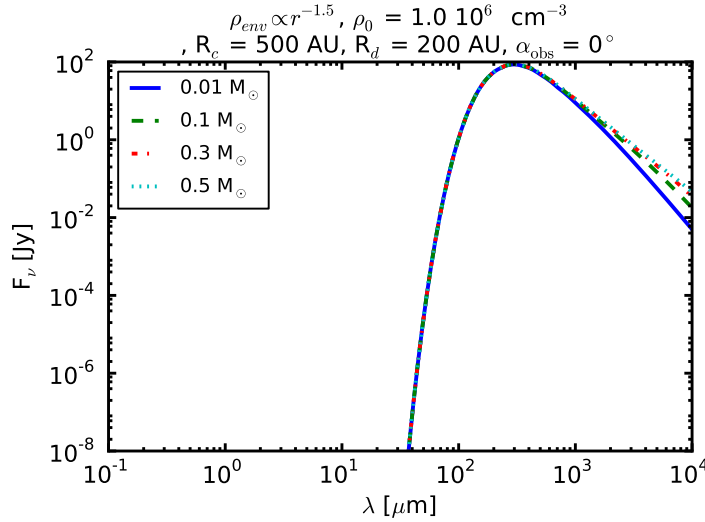


FIGURE 4.8 - Distributions spectrales d'énergie de modèles caractérisés par $\rho_{\text{env}} \propto r^{-3/2}$, $\rho_0 = 10^6 \text{ cm}^{-3}$, $R_c = 500 \text{ UA}$ et $R_{\text{disque}} = 200 \text{ UA}$, pour différentes masses de disque (0,01, 0,1, 0,3 et 0,5 M_{\odot}), vu de face.

La figure 4.8 montre les distributions spectrales d'énergie obtenues pour une série de modèles analytiques, caractérisés par $\rho_{\text{env}} \propto r^{-3/2}$, $\rho_0 = 10^6 \text{ cm}^{-3}$, $R_c = 500 \text{ UA}$ et $R_{\text{disque}} = 200 \text{ UA}$, pour différentes masses de disque (0,01, 0,1, 0,3 et 0,5 M_{\odot}), vu de face. Les distributions spectrales d'énergie issues des modèles sont également assez peu sensibles à la masse du disque.

Amplitude de visibilité

Nous avons ensuite réalisé des observations synthétiques afin d'obtenir des amplitude de visibilité. En utilisant le code RADMC-3D, nous avons réalisé des cartes d'émission du continuum des poussières à $1300 \mu\text{m}$ sur des régions de $10\,000 \times 10\,000 \text{ UA}$, suivant quatre lignes de visées : $\alpha_{\text{obs}} = 0, 45, 60$ et 90° . Les figures 4.6 et 4.6 montrent des cartes de ce type, mais sur des régions de $3000 \times 3000 \text{ UA}$. À partir de ces cartes d'émission des poussières, nous avons effectué des cartes dans l'espace fréquentiel en réalisant des transformées de Fourier à deux dimensions. Des moyennes concentriques de ces cartes dans l'espace de Fourier ont permis de calculer l'amplitude de visibilité.

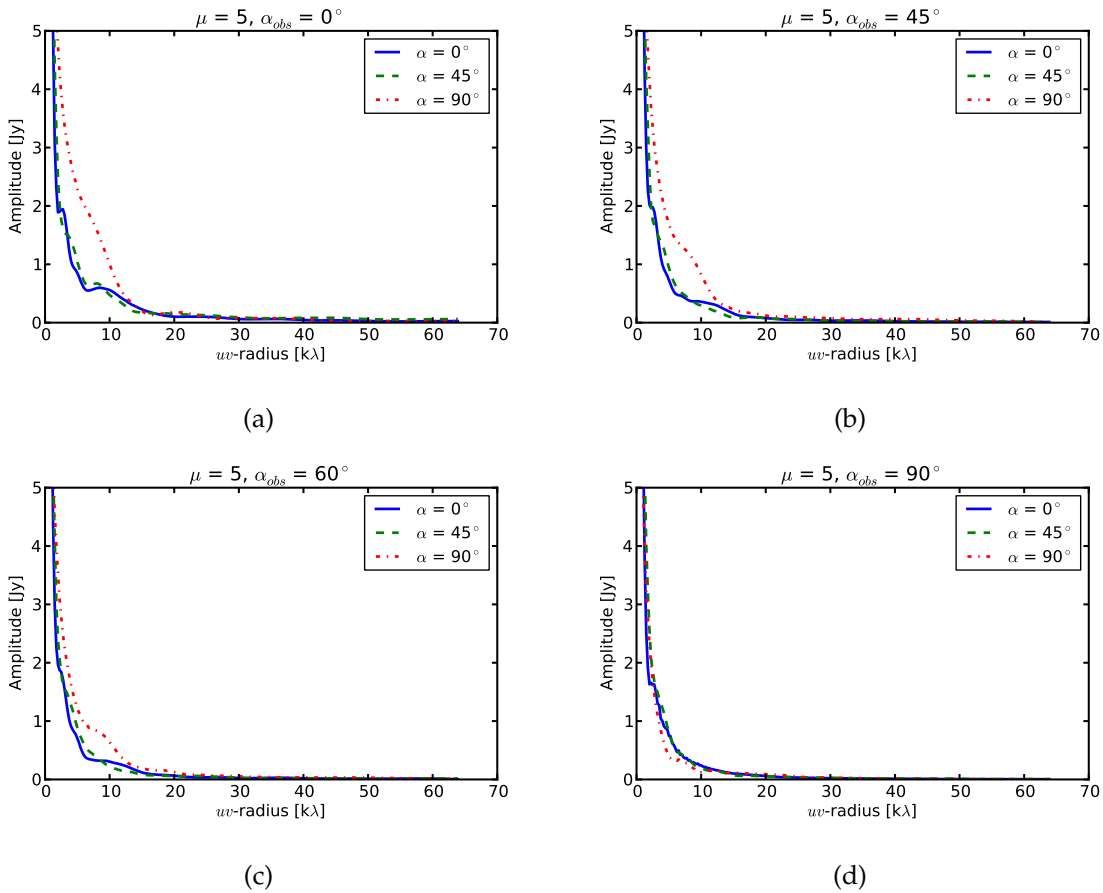


FIGURE 4.9 – Amplitude de visibilité pour $\mu = 5$, 3 valeurs de α , et 4 valeurs de α_{obs} .

Ces observations synthétiques diffèrent de celles que nous pourrions obtenir à l'aide d'un simulateur dédié tel que GILDAS² par l'absence de prise en compte de lignes de base réalistes de télescopes, et par l'absence d'incertitude liée aux instruments. Nous avons donc un échantillonnage parfait et un « signal » qui n'est entâché d'aucune erreur.

La figure 4.9 montre les amplitudes de visibilité obtenues à partir de nos simulations, suivant les quatre lignes de visée (d'une vue de face à une vue de profil). Aux grandes échelles — c'est-à-dire pour un rayon uv petit — l'émission est essentiellement due à l'enveloppe. Pour le cas perpendiculaire, à part dans lorsque l'objet est observé de profil, l'émission du disque est visible pour un rayon uv compris entre 5 et 15 $k\lambda$, à des échelles intermédiaires.

Premièrement, il est clair que l'amplitude de visibilité de chacune de ces sources

2. <http://www.iram.fr/IRAMFR/GILDAS>; GILDAS est un logiciel développé par l'IRAM permettant à la fois de faire de la réduction de données radioastronomiques ainsi que de réaliser des simulations synthétiques. Il est possible d'obtenir ces observations en suivant les configurations de télescopes de l'interféromètre du Plateau de Bure ou de celui ALMA.

évolue avec l'angle d'observation. En particulier, la visibilité du cas $\mu = 5$, $\alpha = 90^\circ$ diminue progressivement lorsque l'angle d'observation augmente. Lorsque ces différentes simulations sont observées de profil, il n'est pas possible de les distinguer. Deuxièmement, on peut remarquer que, indépendamment de la ligne de visée, les cas $\mu = 5$, $\alpha = 0^\circ$ et $\mu = 5$, $\alpha = 45^\circ$ sont indistinguables.

Il en résulte que la détermination des masses de disques à partir de l'amplitude de visibilité se révélera ardue. Nous avons vu dans le chapitre 2 que la masse des disques formés dans le cas aligné est de l'ordre de $0,05 M_\odot$, que pour $\alpha = 45^\circ$ elle est de $0,15 M_\odot$ et dans le cas perpendiculaire, de $0,28 M_\odot$ (voir le tableau 2.2 de la section 2.4). Premièrement, à partir de l'amplitude de visibilité, il semble donc qu'il ne soit pas possible de distinguer un cas où le disque fait $0,15 M_\odot$ d'un cas où il ne fait que $0,05 M_\odot$. Deuxièmement, si l'objet est observé de profil, il ne semble pas possible de distinguer un cas où un disque massif est formé d'un cas où la masse du disque est faible.

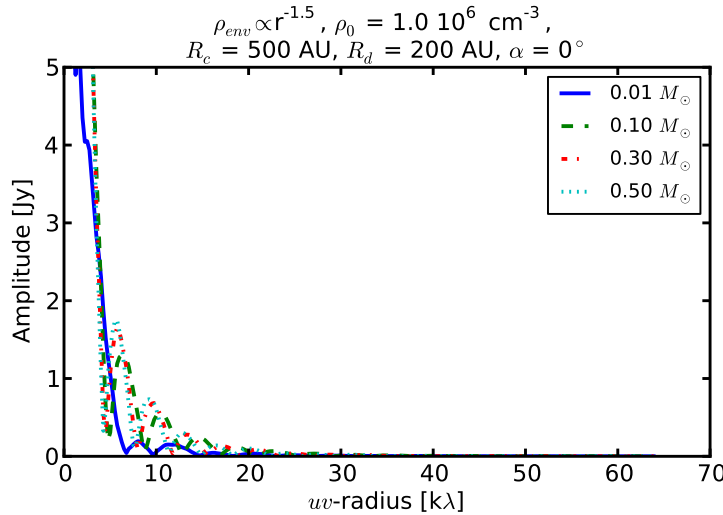


FIGURE 4.10 – Amplitude de visibilité de modèles caractérisés par $\rho_{\text{env}} \propto r^{-3/2}$, $\rho_0 = 10^6 \text{ cm}^{-3}$, $R_c = 500 \text{ UA}$ et $R_{\text{disque}} = 200 \text{ UA}$, pour différentes masses de disque ($0,01, 0,1, 0,3$ et $0,5 M_\odot$), vu de face.

La figure 4.10 présente un exemple d'amplitudes de visibilité obtenues à partir de modèles caractérisés par $\rho_{\text{env}} \propto r^{-3/2}$, $\rho_0 = 10^6 \text{ cm}^{-3}$, $R_c = 500 \text{ UA}$ et $R_{\text{disque}} = 200 \text{ UA}$, pour différentes masses de disque ($0,01, 0,1, 0,3$ et $0,5 M_\odot$), vu de face. La signature d'un disque (pour $M_{\text{disque}} \in [0, 1; 0, 5] M_\odot$) est également visible entre 5 et $15 k\lambda$.

4.4.3 Comparaisons

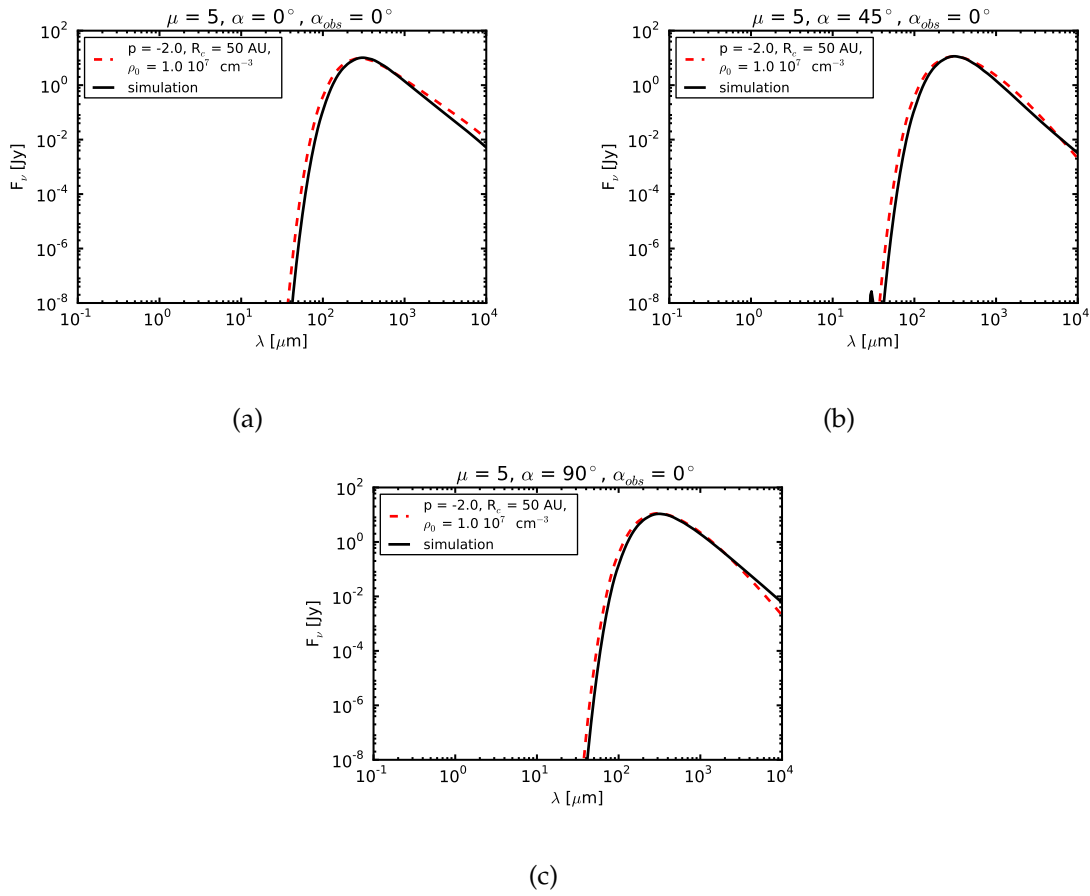


FIGURE 4.11 – Exemple d’ajustement de distributions spectrales d’énergie ; en noir, la simulation, en rouge, le modèle. Les simulations $\mu = 5$, $\alpha = 0, 45$ et 90° (respectivement figure de gauche, du centre et de droite) sont représentées ; modèles et simulations sont observés de face. Les paramètres d’ajustement sont précisés dans la légende des figures.

Nous avons d’abord cherché les paramètres d’enveloppe s’ajustant le mieux à ceux de nos simulations. Modèles et simulations sont comparés par une méthode des moindres carrés, comme nous l’avons fait au chapitre précédent.

La figure 4.11 montre, pour trois exemples, que le meilleur ajustement pour les distributions spectrales d’énergie correspondent aux modèles caractérisés par une pente $p = -2$, une densité initiale $\rho_0 = 10^7 \text{ cm}^{-3}$ et un rayon centrifuge $R_c = 50 \text{ UA}$.

Une fois ces paramètres fixés, nous avons comparé les amplitudes de visibilité issues des simulations et des modèles afin de déterminer les paramètres du disque. Les figures 4.12, 4.13 et 4.14 montrent les paramètres des meilleurs ajustements pour

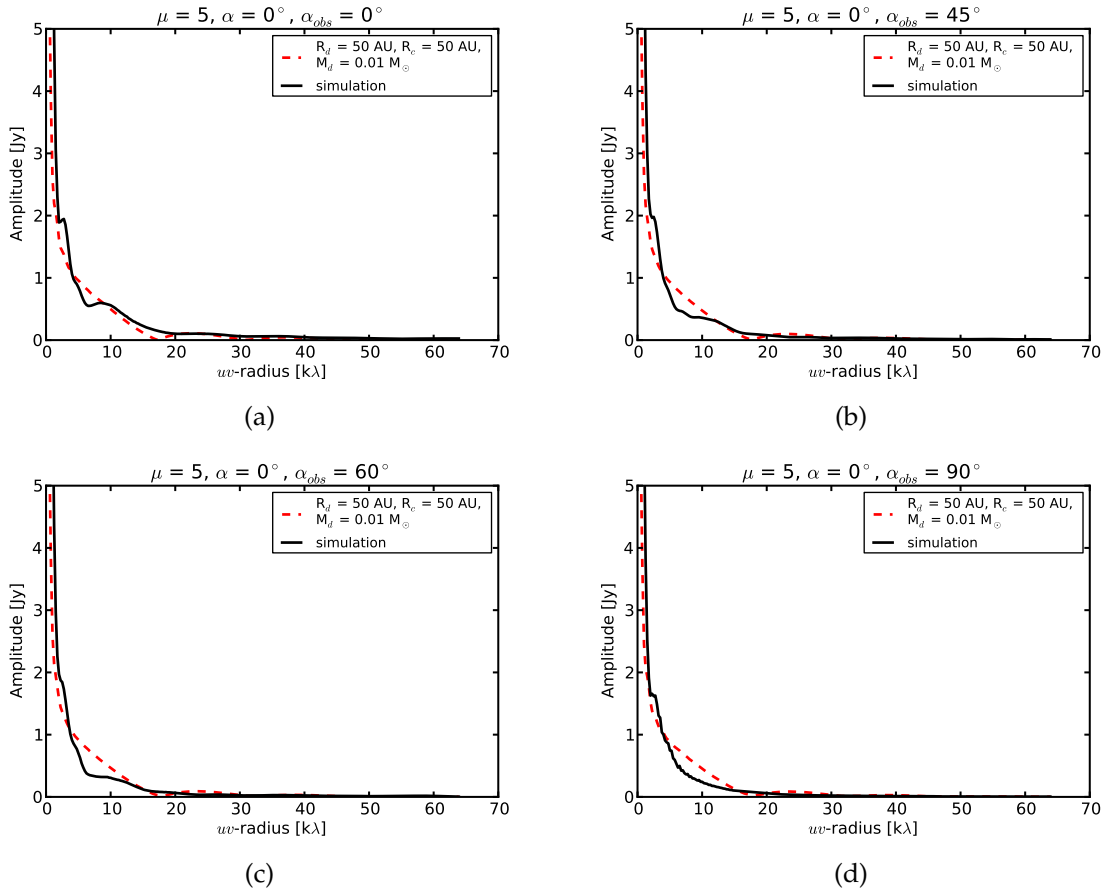


FIGURE 4.12 - Meilleur ajustement pour la simulation $\mu = 5$, $\alpha = 0^\circ$, en fonction de l'angle d'observation. Les paramètres du disque sont donnés dans la légende de chaque figure.

chacune des simulations en fonction de l'angle d'observation.

Dans le cas où l'axe de rotation est aligné avec le champ magnétique, les masses de disque estimées sont égales à $0,01 M_\odot$, ce qui est cohérent avec l'absence de disque massif dans cette simulation.

Comme nous l'avions supposé précédemment, ces comparaisons ne permettent pas de distinguer de disque dans le cas $\mu = 5$, $\alpha = 45^\circ$. Les masses de disque déduites sont égales à $0,01 M_\odot$.

Dans le cas perpendiculaire, la détermination de la masse du disque varie de $0,01$ à $0,5 M_\odot$ en fonction de l'angle d'observation. Si l'estimation de la masse est satisfaisante lorsque l'objet est observé de face ($0,3 M_\odot$), elle n'est pas correcte lorsqu'il est observé de profil ($0,01 M_\odot$).

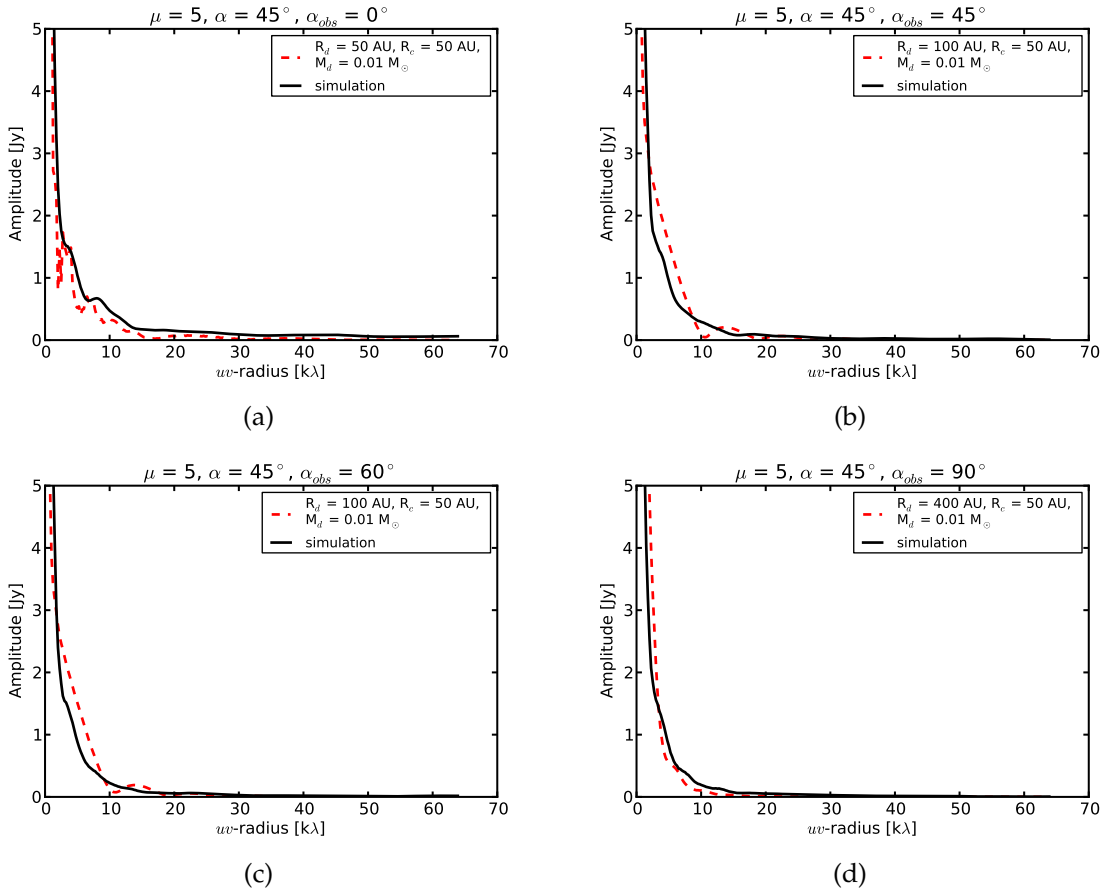


FIGURE 4.13 – Meilleur ajustement pour la simulation $\mu = 5$, $\alpha = 45^\circ$, en fonction de l’angle d’observation. Les paramètres du disque sont donnés dans la légende de chaque figure.

4.4.4 Discussion

Les paramètres d’enveloppe déduits des distributions spectrales d’énergie paraissent globalement en bon accord avec les simulations, en particulier le profil d’enveloppe évoluant comme l’inverse du carré du rayon.

Le rayon centrifuge, qui correspond ici au dernier rayon dans le plan équatorial à recevoir le gaz en effondrement, paraît faible (de l’ordre de 50 UA) s’il y a présence d’un disque. S’il y a un disque, ces estimations conduisent globalement à des rayons de disque également sous-estimés, de l’ordre de 50 UA (contre 100 à 200 UA mesurés dans nos simulations). En outre, le rayon centrifuge correspond à l’orbite limite au-delà de laquelle la rotation domine l’effondrement. Le rayon du disque devrait donc être inférieur ou égal au rayon centrifuge. Cependant, dans le cas $\alpha = 45^\circ$, les rayons de disque des modèles s’ajustant le mieux à nos simulations sont supérieurs au rayon

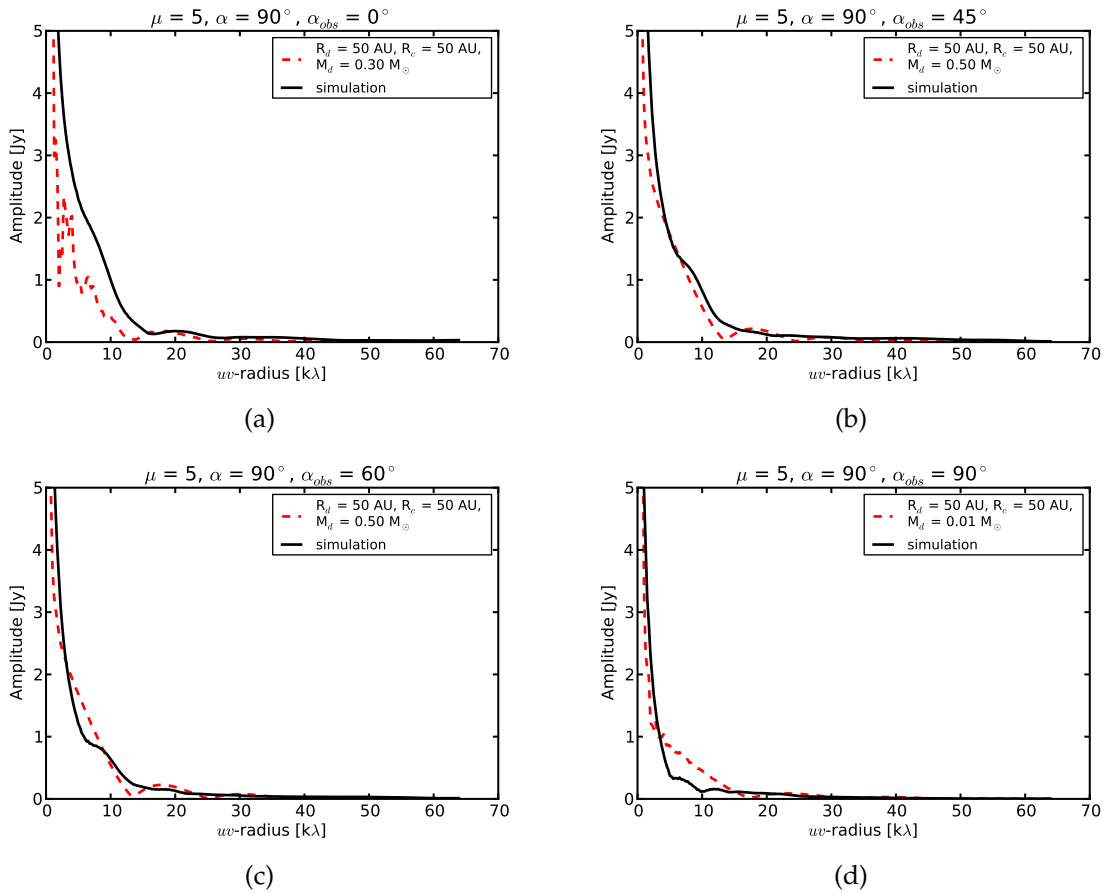


FIGURE 4.14 - Meilleur ajustement pour la simulation $\mu = 5$, $\alpha = 90^\circ$, en fonction de l'angle d'observation. Les paramètres du disque sont donnés dans la légende de chaque figure.

centrifuge, ce qui ne peut être physiquement correct.

Les masses de disques estimées ne semblent globalement pas fiables. Dans le cas aligné, les masses déduites sont cohérentes avec les simulations, mais dans le cas $\alpha = 45^\circ$, les masses de disques sont largement sous-estimées. Il est possible que ce soit dû au fait que la structure à grande échelle du disque (en particulier les bras spiraux visibles dans le cas $\alpha = 90^\circ$) soit moins bien marquée, et donc ne soit pas visible dans les mesures d'amplitude de visibilité.

Enfin, la détermination de la masse du disque varie en fonction de l'angle d'observation. Cela est dû à la structure du disque : si elle est clairement visible vue de face (les bras spiraux, à nouveau, dans le cas perpendiculaire), elle ne transparait pas dans les observations vues de profil. Le cœur en effondrement présentant une surdensité dans le plan équatorial (qui peut être, de manière générale, la partie centrale d'un

pseudo-disque), il n'est pas possible de distinguer un disque d'une autre surdensité.

4.5 Conclusions et perspectives

Dans ce chapitre, nous avons réalisé des observations synthétiques simples de nos simulations — en réalisant des cartes en densité de colonne — et tenté d'appliquer une méthode couramment utilisée dans les études observationnelles pour déduire les propriétés physiques des objets observés. Nous avons également réalisées des observations synthétiques grâce au code de transfert radiatif RADMC-3D. Deux types d'observations supplémentaires ont été produites : des distributions spectrales d'énergie, et des amplitudes de visibilité.

La première étude, centrée sur les cartes en densité de colonne, nous a conduits à déduire des masses de disques surestimées de 30 à 40 % lorsqu'un disque massif est formé. Lorsqu'il n'y a pas de disque massif, cette méthode conduit à des surestimations de plus d'un ordre de grandeur.

Nous avons montré que ces surestimations sont probablement liées aux parois des cavités des flots bipolaires, qui ne sont pas prises en compte dans les modèles analytiques utilisés. Par effet de projection, ces surdensités peuvent être méprises pour des disques, même s'il n'y a pas de disque massif.

La comparaison des distributions spectrales d'énergie des modèles analytiques et de nos simulations a permis de déduire les paramètres de l'enveloppe du cœur protostellaire. Ces paramètres, outre le rayon centrifuge, sont globalement en bon accord avec nos simulations.

La comparaison des amplitudes de visibilité des modèles analytiques et de nos simulations a permis de déduire les paramètres des disques : rayon et masse des disques. Il apparaît que les rayons des disques sont globalement sous-estimés, et que les masses des disques estimées ne sont pas fiables. En effet, certains disques ne sont pas détectés par cette méthode, tandis que l'estimation de la masse peut fortement varier en fonction de l'angle d'observation.

CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

Ce travail a été consacré à l'étude de la formation d'étoiles de faible masse, essentiellement à l'aide de simulations numériques. Nous nous sommes concentrés sur l'influence du champ magnétique et de la turbulence, et sur leurs effets combinés. Champ magnétique et turbulence sont deux composantes importantes — et complexes! — du milieu interstellaire, indispensables à une compréhension fine de la formation stellaire.

Dans le chapitre 1, j'ai présenté les grandes lignes de l'état de nos connaissances actuelles sur la formation stellaire et les processus associés, tant d'un point de vue observationnel, que théorique ou numérique; j'ai par ailleurs également donné un aperçu des méthodes numériques utilisées pour réaliser ce travail de doctorat.

La première partie était consacrée aux simulations de MHD idéale que j'ai réalisées grâce au code à raffinement adaptatif de maille RAMSES, et analysées au cours de cette thèse. La majeure partie de ce manuscrit est dédiée à l'étude de la formation des disques. J'ai montré que la configuration de l'effondrement du cœur dense ainsi que la turbulence permettent de prévenir la « catastrophe du freinage magnétique », qui apparaissait comme un frein important à la formation des disques.

Ainsi, j'ai présenté, dans le chapitre 2, des simulations de l'effondrement de cœurs préstellaires d'une masse solaire (M_{\odot}) et l'exploration de l'espace des paramètres (magnétisation et orientation de l'axe de rotation par rapport au champ magnétique) que j'ai réalisées afin d'étudier la formation des disques protostellaires dans un environnement magnétisé. J'ai mené une analyse détaillée des processus de transport de moment cinétique, défini et analysé les disques protostellaires obtenus dans ces simulations. J'ai montré que le freinage magnétique n'était pas une fatalité pour la formation des disques : un argument géométrique simple — le basculement de l'axe de rotation par rapport au champ magnétique — est suffisant pour rétablir la formation précoce des disques protostellaires massifs (contenant jusqu'à 40 % de la masse initiale du nuage). En effet, si le champ magnétique et l'axe de rotation ne sont pas alignés, le freinage magnétique transporte moins efficacement le moment cinétique.

Dans le chapitre 3, j'ai discuté de l'influence de la turbulence sur l'effondrement de cœurs préstellaires magnétisés de $5 M_{\odot}$, en m'intéressant particulièrement à la diffusion turbulente du champ magnétique, à la formation des disques et à la fragmenta-

tion de ces disques massifs. La turbulence est à l'origine d'un basculement naturel de l'axe de rotation du nuage. Elle permet également de diffuser efficacement le champ magnétique des régions les plus denses des cœurs protostellaires. La combinaison de ces deux effets permet d'expliquer l'origine des disques protostellaires massifs. J'ai analysé différentes réalisations du champ initial de vitesse turbulent, donnant un aperçu de l'étendue des masses de disques protostellaires qui peuvent se former dans ces simulations. Suivant la masse qu'il atteint, le disque peut potentiellement fragmenter, formant un ou des compagnons à l'objet central. Enfin, j'ai montré que des flots bipolaires asymétriques lents et massifs (transportant une masse comparable à celle du cœur protostellaire central) peuvent se former dans un environnement turbulent.

L'objectif de la deuxième partie était de parvenir à déterminer ce que les simulations numériques pouvaient nous apprendre sur les observations de cœurs protostellaires. Observer et analyser les propriétés physiques des disques protostellaires s'avère être une véritable gageure !

Dans la première partie du chapitre 4, j'ai comparé des cartes en densité de colonne obtenues à partir de nos simulations à celles obtenues à partir d'un modèle analytique. Ce modèle détaillé, tenant compte de l'enveloppe, du disque et des flots bipolaires, est utilisé par plusieurs équipes afin d'interpréter physiquement les observations qu'ils réalisent de cœurs protostellaires. Uniquement à partir de ces données, j'ai montré qu'il était possible de prendre les parois des cavités des flots bipolaires pour des disques massifs, par effet de projection, ce qui peut mener à des surestimations importantes des masses de disques protostellaires. J'ai réalisé, pour la deuxième partie du chapitre 4, des observations synthétiques plus réalistes de nos simulations : le code de transfert radiatif RADMC-3D m'a permis d'obtenir des distributions spectrales d'énergie ainsi que des mesures de visibilité. En suivant une méthode appliquée dans plusieurs études observationnelles, j'ai comparé une grille de modèles analytiques à nos simulations, afin d'en déduire les paramètres de l'enveloppe du cœur et du disque protostellaire. Il apparaît que les rayons de disques sont globalement sous-estimés, et que les masses de disques déduites sont peu fiables : certains disques ne sont pas détectés, et l'estimation de la masse peut varier fortement en fonction de l'angle d'observation.

Ce travail ouvre de nombreuses perspectives. L'espace des paramètres a désormais été raisonnablement parcouru en terme de magnétisation et de configuration géométrique. Il serait maintenant intéressant d'utiliser des conditions initiales plus réalistes, issues de simulations numériques grandes échelles.

Il serait également intéressant d'aller vers des simulations plus précises et com-

plexes, en tenant compte du transfert radiatif. La rétroaction du transfert radiatif permet de suivre de manière plus réaliste le chauffage du disque et sa fragmentation, ainsi que la formation du deuxième cœur de Larson.

Il serait enfin envisageable de suivre l'évolution des disques protostellaires sur de plus longues durées, par exemple à l'aide de particules puits, qui permettent d'explorer l'effondrement des cœurs protostellaires sur des temps plus longs en étant moins coûteuses en temps de calcul.

ANNEXES

ANNEXE A

PROSTELLAR DISK FORMATION AND TRANSPORT OF ANGULAR MOMENTUM DURING MAGNETIZED CORE COLLAPSE

Cet article a été accepté pour publication dans le journal *Astronomy & Astrophysics* :

Marc JOOS, Patrick HENNEBELLE et Andrea CIARDI. Protostellar disk formation and transport of angular momentum during magnetised core collapse, *A&A*, 543 : 128 (2012)

Protostellar disk formation and transport of angular momentum during magnetized core collapse

M. Joos, P. Hennebelle, and A. Ciardi

Laboratoire de radioastronomie, LERMA, Observatoire de Paris, École Normale Supérieure,
Université Pierre et Marie Curie (UMR 8112 CNRS), 24 rue Lhomond, 75231 Paris Cedex 05, France
e-mail: marc.joos@lra.ens.fr

Received 23 December 2011 / Accepted 17 March 2012

ABSTRACT

Context. Theoretical studies of collapsing clouds have found that even a relatively weak magnetic field may prevent the formation of disks and their fragmentation. However, most previous studies have been limited to cases where the magnetic field and the rotation axis of the cloud are aligned.

Aims. We study the transport of angular momentum, and its effects on disk formation, for non-aligned initial configurations and a range of magnetic intensities.

Methods. We perform three-dimensional, adaptive mesh, numerical simulations of magnetically supercritical collapsing dense cores using the magneto-hydrodynamic code RAMSES. We compute the contributions of all the relevant processes transporting angular momentum, in both the envelope and the region of the disk. We clearly define centrifugally supported disks and thoroughly study their properties.

Results. At variance with earlier analyses, we show that the transport of angular momentum acts less efficiently in collapsing cores with non-aligned rotation and magnetic field. Analytically, this result can be understood by taking into account the bending of field lines occurring during the gravitational collapse. For the transport of angular momentum, we conclude that magnetic braking in the mean direction of the magnetic field tends to dominate over both the gravitational and outflow transport of angular momentum. We find that massive disks, containing at least 10% of the initial core mass, can form during the earliest stages of star formation even for mass-to-flux ratios as small as three to five times the critical value. At higher field intensities, the early formation of massive disks is prevented.

Conclusions. Given the ubiquity of Class I disks, and because the early formation of massive disks can take place at moderate magnetic intensities, we speculate that for stronger fields, disks will form later, when most of the envelope will have been accreted. In addition, we speculate that some observed early massive disks may actually be outflow cavities, mistaken for disks by projection effects.

Key words. magnetohydrodynamics (MHD) – stars: formation – stars: low-mass

1. Introduction

The formation of protostellar disks plays a central role in the context of star and planet formation. Protostars probably grow by accreting material from protostellar accretion disks (Larson 2003), and these disks, at later stages, are the natural progenitors of planets (Lissauer 1993). While observations of circumstellar disks around late young stellar objects (YSO), from Class I to T Tauri stars, are well-established (Watson et al. 2007), it is still unclear when circumstellar disks form during the early collapse of prestellar dense cores and the early Class 0 phase, and what their initial properties are (mass, radius, magnetic flux, and temperature). For these embedded sources, direct observations are indeed more difficult than for YSOs, since disk emission is difficult to distinguish from the envelope signature (Belloche et al. 2002), even with a relatively high spatial resolution (50 AU, Maury et al. 2010). However, other studies observing at lower resolution (about 250 AU) and without resolving the disks, infer from detailed emission modeling the presence of disks as massive as one solar mass, corresponding to about 12% of the envelope mass. Although as stressed by these authors, these

estimates depend on the assumptions made regarding the envelope (Jørgensen et al. 2007, 2009; Enoch et al. 2009, 2011).

From a theoretical point of view, it has been shown that, in the absence of a magnetic field, disks grow from small radii and masses by angular momentum conservation during the collapse of prestellar dense cores (e.g. Terebey et al. 1984).

However, observations infer that cores are magnetized and typically slightly super-critical (Crutcher 1999), that is to say the mass-to-flux ratio, M/Φ , is comparable to a few times larger than its critical value $\approx 1/(2\pi G^{1/2})$. Theoretically, the presence of a magnetic field of such intensities has been found to modify substantially the collapse (Allen et al. 2003; Machida et al. 2005; Fromang et al. 2006) and in particular the formation of disks. Multidimensional simulations using different numerical techniques (e.g. grid-based in 2D or 3D (including adaptive mesh refinement, AMR), smooth particle hydrodynamics, SPH, codes) have shown that the efficient transport of angular momentum through magnetic braking may suppress the formation of a centrifugally supported disk, even at relatively low magnetic intensities ($\mu \lesssim 5-10$, Mellon & Li 2008; Price & Bate 2007; Hennebelle & Fromang 2008). Similar conclusions were

reached by Galli et al. (2006), who performed analytical studies of magnetized collapsing cores.

To illustrate the problem, we can estimate the strength of the magnetic field, parametrized by $\mu = (M/\Phi)/(1/(2\pi G^{1/2}))$, for which efficient magnetic braking is expected. We consider the simple magnetic braking time, τ_{br} , defined as that taken by a torsional Alfvén wave to redistribute angular momentum from the inner to the outer regions of a cloud. This can be most naturally expressed as

$$\tau_{\text{br}} \sim \frac{Z_{\text{d}}}{v_{\text{A}}}, \quad (1)$$

where Z_{d} is a characteristic scale-height, v_{A} is the Alfvén speed, $v_{\text{A}} = B_z/\sqrt{4\pi\rho}$, ρ is the characteristic density, and B_z the vertical component of the magnetic field. This magnetic braking time should be compared to the characteristic rotation time of the central region of the cloud, where a disk would form if the braking were not strong enough. This can be written as

$$\tau_{\text{rot}} \sim \frac{2\pi r_{\text{d}}}{v_{\phi}}, \quad (2)$$

where r_{d} is the disk radius, v_{ϕ} the Keplerian rotational velocity, $v_{\phi} = \sqrt{GM/r_{\text{d}}}$, and the mass $M = 2\pi r_{\text{d}}^2 Z_{\text{d}} \rho$.

The ratio of these two timescales then gives

$$\begin{aligned} \frac{\tau_{\text{br}}}{\tau_{\text{rot}}} &\sim \sqrt{2} \left(\frac{Z_{\text{d}}}{r_{\text{d}}} \right)^{1/2} \left(\frac{Z\rho}{B_z} G^{1/2} \right) \\ &\sim \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{Z_{\text{d}}}{r_{\text{d}}} \right)^{1/2} \frac{\mu_{\text{eff}}}{2\pi}, \end{aligned} \quad (3)$$

where μ_{eff} is an “effective” μ for the dynamically collapsing structure. In general, μ_{eff} is smaller than the initial μ because only a fraction of the mass contracts along the field line and should be used in the estimate. We recall that in a disk $Z_{\text{d}} < r_{\text{d}}$; the ratio of times can then be approximated as

$$\frac{\tau_{\text{br}}}{\tau_{\text{rot}}} \lesssim \frac{\mu_{\text{eff}}}{10}. \quad (4)$$

This estimate shows that for $\mu_{\text{eff}} \lesssim 10$ magnetic braking should be sufficiently efficient to remove a significant fraction of angular momentum from the inner region of the cloud, and thus greatly affect disk formation there.

Recent studies have attempted to avoid this magnetic braking catastrophe by invoking non-ideal magnetohydrodynamics (MHD) to effectively remove magnetic flux from the collapsing core. Ambipolar diffusion appears to be inefficient: by diffusing the magnetic field out of the central regions, it allows instead the build up of a strong magnetic field over a small circumstellar region. In this so-called ambipolar diffusion-induced accretion shock (Mellon & Li 2009; Li et al. 2011), the magnetic braking is greatly enhanced and can efficiently prevent the formation of rotationally supported disks. The effects of Ohmic dissipation remain uncertain. Krasnopolsky et al. (2010) claim that an enhanced resistivity of about two to three orders of magnitude larger than the classical value is required although the physical origin of such a resistivity remains unclear. However, with a classical resistivity, Dapp & Basu (2010) and Machida et al. (2011) find tiny disks of radius the order of a few tens of AU, which can grow larger at later times. The discrepancies between these different studies of Ohmic dissipation might be caused by their different initial conditions. In addition, Santos-Lima et al. (2011) investigated the effect of turbulence: they argued that an

effective turbulent diffusivity (of the same order of magnitude as the enhanced resistivity of Krasnopolsky et al. 2010) is sufficient to remove the magnetic flux excess and decrease the magnetic braking efficiency.

Most previous simulations have been performed in a somewhat idealized configuration, where the magnetic field and the rotation axis are initially aligned. As emphasized in Hennebelle & Ciardi (2009) (see also Price & Bate 2007), the results of the collapse depend critically on the initial angle α between the magnetic field \mathbf{B} and the rotation axis (which is the direction of the angular momentum \mathbf{J}). In particular, magnetic braking has been found to be more efficient when the magnetic field is initially aligned with the rotation axis, rather than when it is not. This is somewhat at odds with the theoretical conclusions of Mouschovias & Paleologou (1979), as we discuss in Sect. 3.

Following the previous studies of Hennebelle & Ciardi (2009) (see also Ciardi & Hennebelle 2010), we investigate in detail the transport of angular momentum, and the effects of magnetic braking in collapsing prestellar cores with aligned and misaligned configurations (α between 0° and 90°).

The plan of the paper is as follows. Section 2 provides a general description of a collapsing core. Analytical results describing magnetic braking are discussed in Sect. 3, where we show that in a collapsing core where the field lines are strongly bent, magnetic braking is more efficient when the rotation axis is parallel to the direction of the magnetic field, than when it is perpendicular. In Sect. 4, we present our numerical setup and initial conditions. The numerical results are presented in the Sects. 5 and 6, where we focus first on the physical processes transporting angular momentum, and then on the physics and properties of the disk. Section 7 concludes the paper.

2. Collapse, magnetized pseudo-disks, and centrifugally supported disks

The gravitationally driven collapse of a magnetized core proceeds from an initially spherical cloud that tends to flatten along the magnetic field lines, leading to the formation of an oblate overdensity, the pseudo-disk. Pseudo-disks are magnetized, disk-like structures (Galli & Shu 1993; Li & Shu 1996) that are *not* centrifugally supported. Unlike centrifugally supported disks, they have no characteristic scale and are in a sense self-similar. In this paper, we emphasize the role of pseudo-disks as the place within the prestellar core where magnetic braking takes place. Figure 1 shows a slice in the equatorial plane (left panel) and along the rotation axis (right panel) of a dense-core collapse calculation, for $\mu = 5$, $\alpha = 45^\circ$. In the following, we loosely define a pseudo-disk as the structure with a density $n > 10^7 \text{ cm}^{-3}$, as can be seen in the right panel in Fig. 1. A more precise definition is given later.

After the isothermal phase of the protostellar core collapse, an adiabatic core (the first Larson’s core) with a density $\gtrsim 10^{10} \text{ cm}^{-3}$ and a radius of about 10–20 AU forms in the center of the pseudo-disk. This is the central object in Fig. 1. We do not treat the formation of the protostar itself.

The subsequent build-up of a centrifugally supported disk critically depends on the transport of angular momentum in the cloud. In contrast to pseudo-disks, which again are only geometrical overdensities, disks are rotationally supported structures formed around collapsing adiabatic cores. Unlike pseudo-disks, centrifugally supported disks possess a characteristic scale, namely the centrifugal radius. We discuss extensively their formation and properties in the next few sections. In Fig. 1, the

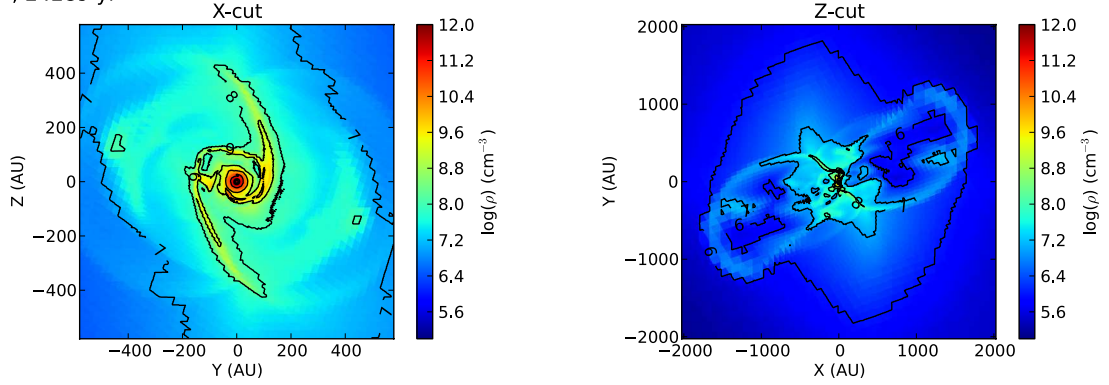
$\mu = 5, \alpha = 45^\circ, 24289 \text{ yr}$


Fig. 1. Slice in density in the equatorial plane and a plane aligned with the rotation axis for $\mu = 5, \alpha = 45^\circ$, at $t = 24\,290 \text{ yr}$. The contours show levels of density on a logarithmic scale ($n > 10^6, 10^7, 10^8, 10^9$ and 10^{10} cm^{-3}).

disk corresponds roughly to the gas with a density $\gtrsim 10^9 \text{ cm}^{-3}$, and a typical radius of 100–200 AU (on the left panel).

At the same time, outflows are launched in the direction of the rotation axis for all angles $\alpha \lesssim 80^\circ$ (Ciardi & Hennebelle 2010). In Fig. 1, the bipolar outflows are shown with an extent of about 2000 AU, and also their associated magnetic cavity (with a density below 10^6 cm^{-3} , inside the outflows).

The adiabatic core, the disk, and the pseudo-disk are embedded in an envelope, with a density of between 10^6 cm^{-3} and 10^8 cm^{-3} .

3. Analytical study

Before presenting our numerical results, we develop analytical estimates of the braking timescales for the two extreme cases of an *aligned rotator*, where \mathbf{B} and \mathbf{J} are initially parallel, and a *perpendicular rotator*, where \mathbf{B} and \mathbf{J} are initially perpendicular. The main result is that, in a collapsing core, magnetic braking is more efficient for an aligned rotator, and that disks should then form more easily in perpendicular rotators.

This result contrasts somewhat with the classical analyses of Mouschovias & Paleologou (1979, 1980), who showed that in a simple geometry with straight-parallel field lines, magnetic braking is more efficient for a perpendicular rotator. However, in a collapsing core, the gravitational pull strongly bends the magnetic field lines, which are frozen in the gas, toward the center of the cloud. As suggested by Mouschovias (1991), the braking efficiency should then increase. As we show below, using more realistic assumptions that are appropriate to a collapsing prestellar core, the braking time for a perpendicular rotator is longer than for an aligned one.

Here we focus on cores, in contrast to the classical work of Mouschovias & Paleologou (1979), which was applied to clouds, although it does not modify the analysis.

3.1. Magnetic braking timescales

3.1.1. Aligned rotator ($\alpha = 0$)

Before investigating the more complex case of a core with strongly bent field lines, we first recall the classical analysis performed by Mouschovias & Paleologou (1979). The important point here is that in their analysis the field lines are straight and parallel. We first consider an aligned rotator consisting of a core of mass M , density ρ_c , radius R_c , and half-height Z , surrounded by an external medium – the envelope – of density ρ_{ext} . The core has an initial angular velocity Ω , and the magnetic field \mathbf{B} is

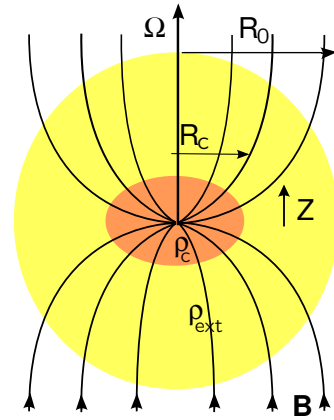


Fig. 2. Schematic view of a collapsing core in aligned configuration with field lines that fan-out. B is the magnetic field, R_c the radius of the core, R_0 the initial radius, Z the half-height of the transition region, ρ_c the density of the core, and ρ_{ext} the density of the external medium.

uniform and parallel to the rotation axis. A magnetic braking timescale, τ_{\parallel} , can be defined as the time needed for a torsional Alfvén wave to transfer the initial angular momentum of the core to the external medium

$$\rho_{\text{ext}} v_{A,\text{ext}} \tau_{\parallel} \sim \rho_c Z. \quad (5)$$

Using the expression for the Alfvén speed in the external medium, $v_{A,\text{ext}} = B / \sqrt{4\pi\rho_{\text{ext}}}$, together with expressions for the mass of the core, $M \sim 2\pi\rho_c R_c^2 Z$, and the magnetic flux through it, $\Phi_B \sim \pi R_c^2 B$, one obtains (Mouschovias 1985)

$$\tau_{\parallel} \sim \left(\frac{\pi}{\rho_{\text{ext}}} \right)^{1/2} \frac{M}{\Phi_B}. \quad (6)$$

This demonstrates in particular that the magnetic braking timescale depends only on the initial conditions, namely the density of the external medium, ρ_{ext} , and M/Φ_B , the mass-to-flux ratio of the core.

3.1.2. Aligned rotator ($\alpha = 0$) with fanning-out

We now consider an aligned rotator that is contracting and whose inner part – the core – has a density ρ_c and a radius R_c . It is embedded in a medium of density ρ_{ext} . The magnetic field is initially uniform. However, upon contraction the field strength increases, through a *transition region* (i.e. its envelope), from its

original value B_{ext} in the external medium, to the compressed value in the core, B_c (see Fig. 2). Magnetic braking efficiently slows down the core rotation if this braking sets into co-rotation an amount of matter in the envelope with a moment of inertia equal to that of the core. Since the angular momentum in the envelope must be approximately equal to the momentum of the core, and assuming a co-rotation of the field lines, we find that

$$\Omega R_0^2 \pi R_0^2 \rho_{\text{ext}} v_{A,\text{ext}} \tau_{\parallel,fo} \sim \Omega R_c^2 \pi R_c^2 \rho_c Z, \quad (7)$$

where R_0 is the initial radius of the flattened core, Z its half-height, $v_{A,\text{ext}}$ the Alfvén speed in the external medium ($v_{A,\text{ext}} = B_{\text{ext}} / \sqrt{4\pi\rho_{\text{ext}}}$), and $\tau_{\parallel,fo}$ the magnetic braking timescale for the aligned configuration. We thus obtain the magnetic braking time for the case of fan-out, $\tau_{\parallel,fo}$, which is given by

$$\tau_{\parallel,fo} = \frac{\rho_c}{\rho_{\text{ext}}} \frac{Z}{v_{A,\text{ext}}} \left(\frac{R_c}{R_0} \right)^4. \quad (8)$$

This expression is identical to Eq. (5), apart from the coefficient $(R_c/R_0)^4$, whose origin is twofold. First, because the field lines fan-out, the volume of the external medium swept by the Alfvén waves increases more rapidly than when the field lines are parallel. This accounts for a factor $(R_c/R_0)^2$. Second, as co-rotation of the field lines is assumed, fluid elements of the external medium lying along diverging field lines have higher specific angular momentum than if they were on straight field lines. This accounts for another factor $(R_c/R_0)^2$.

Using again the mass and the magnetic flux of the core, $M \sim 2\pi\rho_c R_c^2 Z$ and $\Phi_B \sim \pi R_c^2 B_{\text{ext}} = \pi R_c^2 B_c$, and the expression for $v_{A,\text{ext}}$, we can rewrite Eq. (8) as (Mouschovias 1985)

$$\tau_{\parallel,fo} = \left(\frac{\pi}{\rho_{\text{ext}}} \right)^{1/2} \frac{M}{\Phi_B} \left(\frac{R_c}{R_0} \right)^2. \quad (9)$$

Therefore, when the field lines fan-out, the magnetic braking timescale depends not only on ρ_{ext} and M/Φ_B , but also on the contraction factor of the core R_c/R_0 . In a collapsing core $R_c \ll R_0$, and this geometrical factor can significantly reduce the characteristic magnetic braking timescale in an aligned rotator, the ratio of timescale being $\tau_{\parallel}/\tau_{\parallel,fo} = (R_0/R_c)^2$.

Although this analysis gives a more realistic estimate of the braking time in a collapsing prestellar core, it is still greatly simplified. In particular, it is assumed that the field lines are immediately set into co-rotation. Because of the collapse, as the waves propagate outwards, the radius R_0 and the density ρ_{ext} vary continuously, before reaching approximately constant values.

3.1.3. Perpendicular rotator ($\alpha = 90^\circ$) with radially decreasing Alfvén speed

In the case of a perpendicular rotator, the analysis of Mouschovias & Paleologou (1979) considers the braking timescale corresponding to the time needed for Alfvén waves to reach R_\perp , the radius for which the angular momentum of the external medium is equal to the initial angular momentum of the core. In this case, Alfvén waves propagate in the equatorial plane, rather than along the rotation axis, and sweep a cylinder of half-height Z and radius R_\perp , thus

$$\rho_{\text{ext}}(R_\perp^4 - R_c^4) \sim \rho_c R_c^4. \quad (10)$$

Assuming further that the magnetic field has a radial dependence, $B(r) \propto r^{-1}$, so that $v_A(r) = v_A(R_c) \times R_c/r$, the perpendicular rotator magnetic braking time is then given by

$$\tau_\perp = \int_{R_c}^{R_\perp} \frac{dr}{v_A(r)} = \frac{1}{2} \frac{R_c}{v_A(R_c)} \left[\left(1 + \frac{\rho_c}{\rho_{\text{ext}}} \right)^{1/2} - 1 \right]. \quad (11)$$

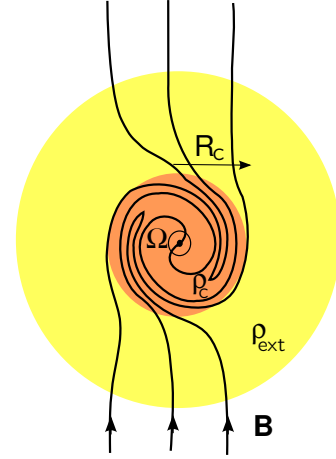


Fig. 3. Schematic view of a collapsing core in perpendicular configuration. B is the magnetic field, R_c the radius of the core, ρ_c the density of the core, and ρ_{ext} the density of the external medium.

Using the expressions for the mass, $M = 2\pi\rho_c R_c^2 Z$, magnetic flux, $\Phi_B = 4\pi R_c Z B(R_c)$, and Alfvén speed $v_A(R_c)$, together with the approximation $\rho_c \gg \rho_{\text{ext}}$, Eq. (11) becomes

$$\tau_\perp \sim 2 \left(\frac{\pi}{\rho_c} \right)^{1/2} \frac{M}{\Phi_B}. \quad (12)$$

3.1.4. Perpendicular rotator ($\alpha = 90^\circ$) with constant Alfvén speed

The expression in Eq. (12) was derived assuming a magnetic field $B(r) \propto r^{-1}$, and consequently an Alfvén speed that decreases with radius. However, the field lines are twisted because of the rotation of the core and are not purely radial. It can easily be inferred from the divergence-free constraint on the magnetic field, and from the simulations, that the structure of the magnetic field is more complex, and is not radial, as shown schematically in Fig. 3. It is therefore unlikely that the Alfvén speed drops with radius as $1/r$, and collapse calculations indeed show that the Alfvén speed remains roughly constant in the dense cores (e.g. Hennebelle et al. 2011). In this case, the braking time is given by

$$\begin{aligned} \tau_{\perp,cv_A} &= \int_{R_c}^{R_\perp} \frac{dr}{v_A} = \frac{R_\perp - R_c}{v_A} \\ &= \frac{R_c}{v_A} \left[\left(1 + \frac{\rho_c}{\rho_{\text{ext}}} \right)^{1/4} - 1 \right]. \end{aligned} \quad (13)$$

Since $\rho_c/\rho_{\text{ext}} \gg 1$, the braking time then becomes

$$\tau_{\perp,cv_A} \sim 4 \sqrt{\pi} \frac{\rho_{\text{ext}}^{1/4}}{\rho_c^{3/4}} \frac{M}{\Phi_B}. \quad (14)$$

This braking time is shorter than that obtained for a radially decreasing Alfvén speed (cf. Eq. (12)), their ratio being

$$\frac{\tau_\perp}{\tau_{\perp,cv_A}} \sim \frac{1}{2} \left(\frac{\rho_c}{\rho_{\text{ext}}} \right)^{1/4}. \quad (15)$$

3.1.5. Comparison of timescales

In the preceding sections, we have derived four characteristic magnetic-braking timescales: two for aligned rotators consisting

of one with straight field lines, τ_{\parallel} , and one with field lines that are fanning-out, $\tau_{\parallel,fo}$, and two for perpendicular rotators, namely one for a radially decreasing Alfvén speed, τ_{\perp} , and one for a constant Alfvén speed, $\tau_{\perp,cvA}$. Comparing the braking timescales given in Eqs. (6) and (12) gives

$$\frac{\tau_{\parallel}}{\tau_{\perp}} = \frac{1}{2} \left(\frac{\rho_c}{\rho_{ext}} \right)^{1/2} \quad (16)$$

and since $\rho_c \gg \rho_{ext}$, this leads to the conclusion that the magnetic braking is more efficient in the perpendicular case than the aligned one (Mouschovias & Paleologou 1979)¹. This conclusion may apply to prestellar cores whose density is not centrally condensed, and for which the fanning-out is weak. It probably applies to the outer part of the cores, making it quite possible that during the prestellar phase, before the collapse occurs, magnetic field and angular momentum may become, to some extent, aligned. Owing to the turbulent motions in the ISM, it is not unlikely however that the cores have a misalignment between the rotation axis and the magnetic field. But this conclusion that the magnetic braking is more efficient in the perpendicular configuration does not apply to the internal part of the collapsing cores where magnetic field lines are strongly squeezed toward the center.

To be more quantitative, we consider the external medium to be the core’s envelope, and estimate the average ρ_{ext} to be a few times the density of the singular isothermal sphere, $\rho_{ext}(R_0) \propto R_0^{-2}$, and similarly for the core density $\rho_c(R_c) \propto R_c^{-2}$. Using Eqs. (9) and (12), gives for the ratio of timescales

$$\frac{\tau_{\parallel,fo}}{\tau_{\perp}} = \frac{R_c}{R_0}. \quad (17)$$

Since $R_c/R_0 \ll 1$, the angular momentum is more efficiently transferred to the envelope in an aligned rotator than in a perpendicular one. This is still so when considering the more realistic case of a perpendicular rotator with a constant Alfvén speed. Using Eqs. (9) and (14), the ratio of the timescales is

$$\frac{\tau_{\parallel,fo}}{\tau_{\perp,cvA}} = \left(\frac{R_c}{R_0} \right)^{1/2}. \quad (18)$$

Evidently, the previous conclusion still holds in this case; magnetic braking is more efficient in an aligned configuration than in a perpendicular one, although the difference is smaller. As both configurations somehow represent extreme cases, we expect our simulations to have properties that are in-between.

To conclude, there are four magnetic-braking timescales of interest, which have the following ordering $\tau_{\parallel} > \tau_{\perp} > \tau_{\perp,cvA} > \tau_{\parallel,fo}$. The first two inequalities hold in (non-collapsing) prestellar cores, whose density is not centrally condensed and fanning-out is weak. However, for conditions that are more appropriate to collapsing prestellar cores, it is the last inequality that is appropriate, and aligned rotators are more efficiently braked than perpendicular ones.

4. Numerical setup and initial conditions

4.1. Numerical setup

We perform three-dimensional (3D) numerical simulations with the AMR code RAMSES (Teyssier 2002; Fromang et al. 2006).

¹ Although R and Z do not appear explicitly in this expression, we recall that the definitions of the magnetic flux are not the same in both cases. A more correct expression should include a factor $\Phi_{\parallel}/\Phi_{\perp}$.

Table 1. List of performed calculations.

μ	α	μ	α
17	0	3	0
	45		20
	90		45
			90
5	0	2	0
	20		20
	45		45
	70		80
	80		90
	90		

RAMSES can treat ideal MHD problems with self-gravity and cooling. The magnetic field evolves using the constrained transport method, preserving the nullity of the divergence of the magnetic field. The high resolution needed to investigate the problem is provided by the AMR scheme. Our simulations are performed using the HLLD solver (Miyoshi & Kusano 2005).

The calculations start with 128^3 grid cells. As the collapse proceeds, new cells are introduced to ensure the Jeans length with at least ten cells. Altogether, we typically use 8 AMR levels during the calculation, providing a maximum spatial resolution of ~ 0.5 AU.

4.2. Initial conditions

We consider simple initial conditions consisting of a spherical cloud of $1 M_{\odot}$. The density profile of the initial cloud

$$\rho = \frac{\rho_0}{1 + (r/r_0)^2},$$

where ρ_0 is the central density and r_0 the initial radius of the spherical cloud is in accordance with observations (André et al. 2000; Belloche et al. 2002). The ratio of the thermal to gravitational energy is about 0.25, whereas the ratio of the rotational to gravitational energy β is about 0.03. We run 17 simulations. Various magnetization cases are studied: $\mu = 2, 3$, and 5 (magnetized super-critical cloud, in agreement with observations, as pointed out in the introduction) and 17 (very super-critical cloud). The angle between the initial magnetic field and the initial rotation axis α is taken to be between 0 and 90°. Table 1 lists all the simulation parameters.

To avoid the formation of a singularity and mimic that at high density the gas becomes opaque i.e. nearly adiabatic, we use a barotropic equation of state

$$\frac{P}{\rho} = c_s^2 = c_{s,0}^2 \left[1 + \left(\frac{\rho}{\rho_{ad}} \right)^{2/3} \right],$$

where ρ_{ad} is the critical density over which the gas becomes adiabatic; we assume that $\rho_{ad} = 10^{-13} \text{ g cm}^{-3}$. When $\rho > \rho_{ad}$, the adiabatic index γ is therefore equal to 5/3, which corresponds to an adiabatic mono-atomic gas. At lower density, when the gas is isothermal, P/ρ is constant, with $c_{s,0} \sim 0.2 \text{ km s}^{-1}$. The corresponding free-fall time is $t_{ff} \sim 12 \text{ kyr}$ (for an initial density peak of about $3 \times 10^{-17} \text{ g cm}^{-3}$).

5. Transport of angular momentum

We analyze in detail the transport of angular momentum in our numerical simulations.

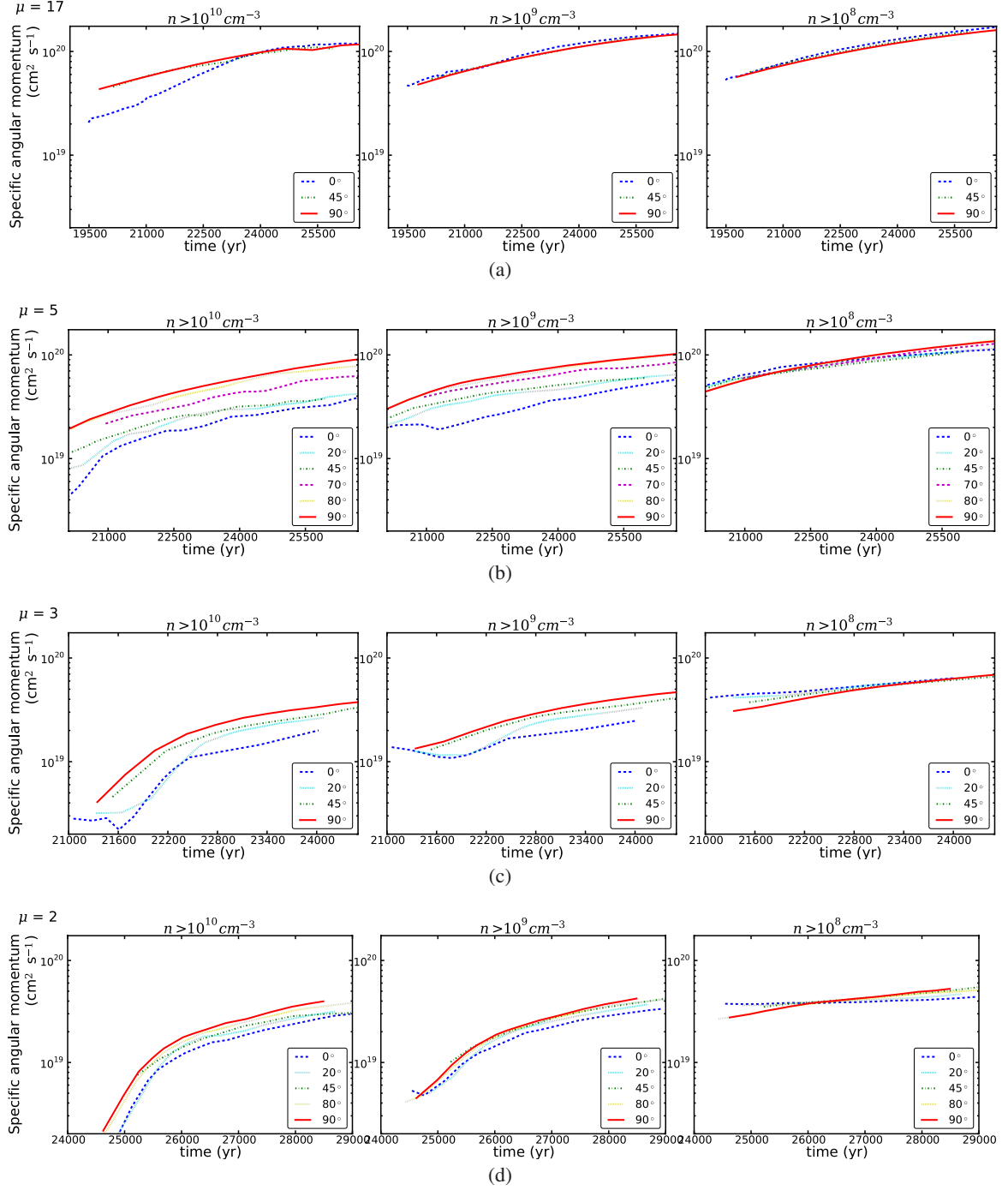


Fig. 4. Evolution of the specific angular momentum $\frac{1}{M} \left(\int_{\rho > \rho_c} \mathbf{r} \times \rho \mathbf{v} dV \right)$ for $\mu = 17$ (a), $\mu = 5$ (b), $\mu = 3$ (c), and $\mu = 2$ (d), for three different density thresholds ρ_{cr} that correspond to $n > 10^{10} \text{ cm}^{-3}$, $n > 10^9 \text{ cm}^{-3}$, and $n > 10^8 \text{ cm}^{-3}$.

5.1. Temporal evolution

We begin by describing the temporal dependence of the angular momentum, in particular the specific angular momentum, which is defined by

$$\mathbf{J} = \frac{1}{M} \int_V \mathbf{r} \times \rho \mathbf{v} dV, \quad (19)$$

where M is the mass contained within the volume V , \mathbf{r} the position (with respect to the center of mass), ρ the mass density, and \mathbf{v} the velocity. In general, we compute three values of \mathbf{J} using three density thresholds corresponding roughly to the adiabatic core

($n > 10^{10} \text{ cm}^{-3}$), the disk ($n > 10^9 \text{ cm}^{-3}$), and the densest parts of the envelope ($n > 10^8 \text{ cm}^{-3}$). These are nested structures: the adiabatic core is embedded in the structure described by $n > 10^8 \text{ cm}^{-3}$. Figure 4 displays the norm of the specific angular momentum $|\mathbf{J}|$ for all considered orientations, magnetizations ($\mu = 17, 5, 3$) and density thresholds ($n > 10^8, 10^9, 10^{10} \text{ cm}^{-3}$). Figure 5 displays $|\mathbf{J}|$ for all the density thresholds for $\mu = 5$ and three different orientations ($\alpha = 0, 45, 90^\circ$).

Figure 5 illustrates that, as expected, the angular momentum increases with decreasing densities, which correspond to the outer regions of the collapsing prestellar core.

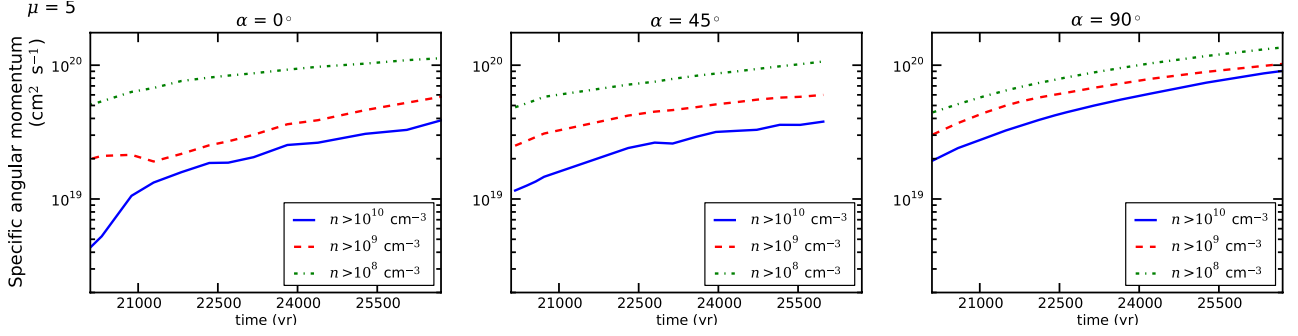


Fig. 5. Evolution of the specific angular momentum $\frac{1}{M} \left(\int_{\rho > \rho_{cr}} \mathbf{r} \times \rho \mathbf{v} dV \right)$ for $\mu = 5$, three orientations ($\alpha = 0, 45$ and 90° ; respectively *left, central and right panel*), and three density thresholds ρ_{cr} corresponding to $n > 10^{10} \text{ cm}^{-3}$, $n > 10^9 \text{ cm}^{-3}$, and $n > 10^8 \text{ cm}^{-3}$.

Figure 4 shows that, as matter is continuously accreted, the angular momentum increases with time, and it is smaller for larger magnetizations, an indication that magnetic braking is more efficient in transporting angular momentum from the inner to the outer parts of the prestellar core.

As for the dependence on the angle α , there are several interesting aspects worth discussing. First of all, for the disk ($n > 10^9 \text{ cm}^{-3}$) and adiabatic core ($n > 10^{10} \text{ cm}^{-3}$) the angular momentum increases with α (see Fig. 4). Conversely, magnetic braking rapidly decreases with α , which is consistent with the prediction that the magnetic braking timescale for a perpendicular rotator is longer than for an aligned one (see Sect. 3). For the disk region, the angular momentum in the perpendicular case is indeed almost three times larger than in the aligned one ($\mu = 5$). This proportion decreases with the magnetization: it is a factor of two when $\mu = 3$, and for $\mu = 2$ the values are comparable, albeit the angular momentum still increases slightly with the angle α . Therefore, in misaligned rotators and for intermediate magnetizations, more angular momentum will be available to “build” centrifugally supported disks.

Interestingly for $\mu = 5$ and 3, the angular momentum below a density of 10^8 cm^{-3} is independent of α , which suggests that its efficient transport only occurs in the highest density regions ($n \gtrsim 10^8 \text{ cm}^{-3}$). This corresponds therefore to a “braking region”. This is no longer true for $\mu = 2$: magnetic braking occurs earlier, simply because the magnetic field is stronger.

5.2. General considerations

The azimuthal component of the conservation of angular momentum, in cylindrical coordinates, is the starting point of our analysis. In conservative form, it is given by

$$\begin{aligned} \partial_t (\rho r v_\phi) + \nabla \cdot r \left[\rho v_\phi \mathbf{v} + \left(P + \frac{B^2}{8\pi} - \frac{g^2}{8\pi G} \right) \mathbf{e}_\phi \right. \\ \left. - \frac{B_\phi}{4\pi} \mathbf{B} + \frac{g_\phi}{4\pi G} \mathbf{g} \right] = 0, \end{aligned} \quad (20)$$

where ρ is the density, \mathbf{v} the velocity, P the gas pressure, \mathbf{B} the magnetic field, and the gravitational acceleration $\mathbf{g} = -\nabla\Phi$, where Φ is the gravitational potential. For the sake of completeness, its derivation is detailed in the appendix.

The corresponding fluxes of angular momentum in this equation are $r\rho v_\phi \mathbf{v}$ for the mass flow, $rB_\phi \mathbf{B}/4\pi$ for the magnetic field, and $rg_\phi \mathbf{g}/4\pi$ for the gravitational field; they represent the contribution of each of those processes to the transport of angular momentum. In general, magnetic braking can be efficient in both

the vertical and radial directions. However, the outflows remove angular momentum mainly in the vertical direction (mass accretion occurs instead in the radial direction, carrying in angular momentum). The gravitational transport of angular momentum is most efficient in the radial direction, because of the spiral arms that develop around the first core.

The pressure terms ($P + B^2/8\pi - g^2/8\pi G$) do not contribute significantly to the transport of angular momentum. In the following, to quantify the contribution of each of these processes, these fluxes are considered and compared one by one. One should obviously add all these terms to obtain the total angular momentum transport.

To calculate the fluxes defined above, one needs to define the main axis of a cylindrical frame of reference. Two different choices have been made below: we use either the inertia matrix or simply the rotation axis of the system.

The pseudo-disk is defined as all matter with a particle number density $n > 10^7 \text{ cm}^{-3}$. We then calculate the inertia matrix over the volume V of the pseudo-disk as

$$I_{ij} = \int_V \rho r_i r_j dV, \quad (21)$$

where ρ is the density, and r_i the coordinates (with $i, j \in \{1, 2, 3\}$, so $\{r_1, r_2, r_3\} = \{x, y, z\}$) of a fluid element with respect to the center of mass. The eigenvectors of this matrix are the axis of the frame of the pseudo-disk, which we call \mathcal{R}_p in what follows. The z -axis of the frame \mathcal{R}_p is defined as the eigenvector associated with the minimum eigenvalue of the matrix. It corresponds to the z -axis of the cylindrical coordinates in the following analysis. As the pseudo-disk is essentially perpendicular to the magnetic field, the z -axis of this frame is close to the direction of the actual \mathbf{B} .

The fluxes defined above are then computed on surfaces at the edge of the pseudo-disk. Annuli are then defined to fit its surface: we consider a set of one hundred annuli of radius r , between 0 and R_0 , height $h(r) = r/4$, and thickness $R_0/100$, where R_0 is about 1000 AU. The fluxes are computed on the cells belonging to these annuli.

We note that we also tried to estimate the actual value of $h(r)$, as a function of radius, although we found that the surface integrated fluxes did not change significantly. In addition, we also considered a frame whose main axis is the rotation axis of the pseudo-disk instead of the main axis of the inertia matrix, and our conclusions remain again qualitatively unchanged.

For the disk, we simply choose for the cylinder axis, the rotation axis of gas denser than 10^{10} cm^{-3} , which corresponds to the rotation axis of the core itself. We refer later to this frame

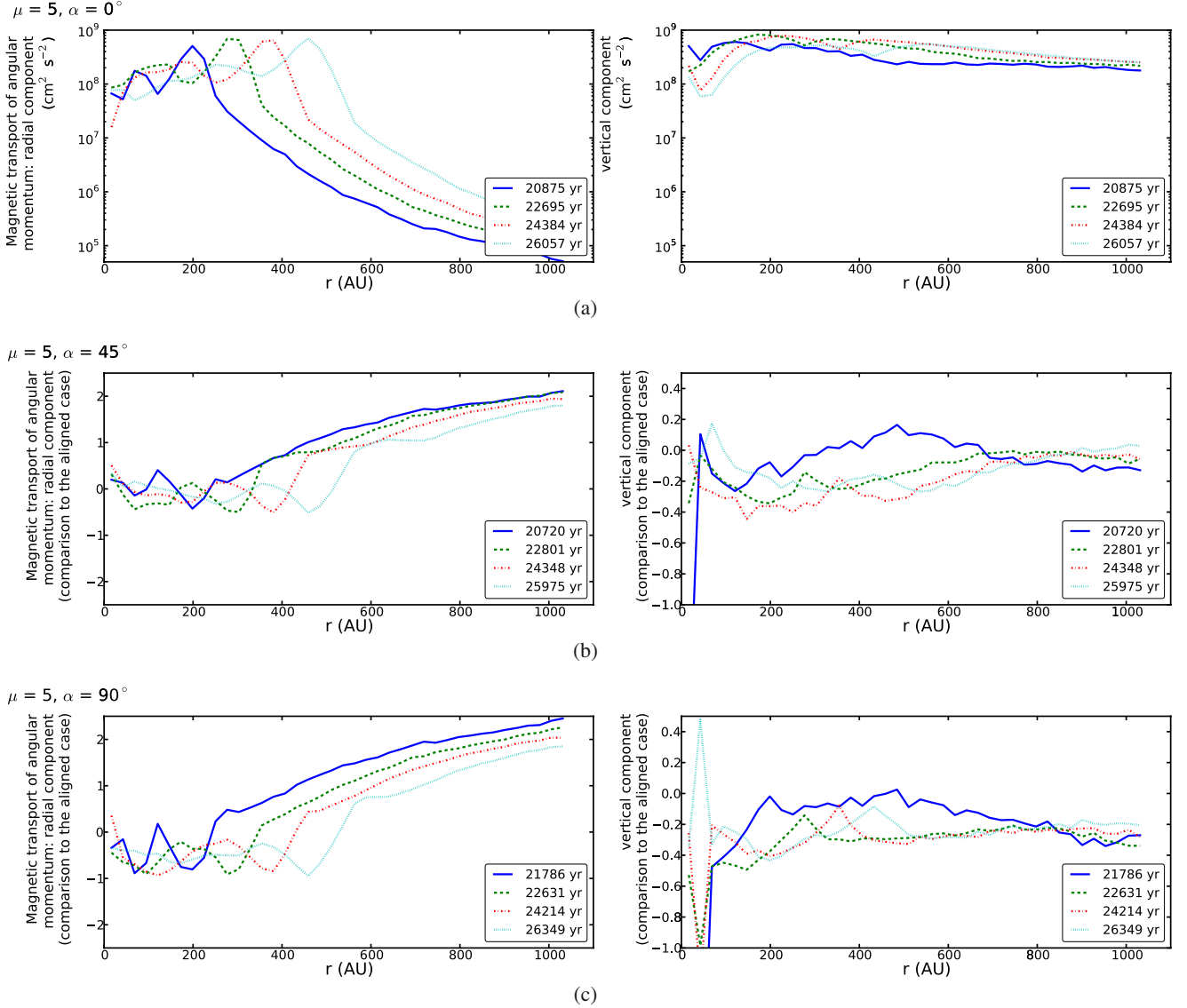


Fig. 6. Magnetic transport of angular momentum in logarithmic scale, for $\mu = 5$, $\alpha = 0^\circ$ (a), $\alpha = 45^\circ$ (b), and $\alpha = 90^\circ$ (c). a) represents $\log(F_r^B/M)$ (left panel) and $\log(F_v^B/M)$ (right panel) for four time-steps. b) and c) display $\log((F_r^B/M)/(F_{r,0}^B/M_0))$ and $\log((F_v^B/M)/(F_{v,0}^B/M_0))$ where $F_{v,0}^B/M_0$ and $F_{r,0}^B/M_0$ correspond to the aligned case, at corresponding timesteps.

as \mathcal{R}_d . We define annuli as previously, but restrict the analysis to a maximum radius of 400 AU since disks are not larger.

The integrated vertical and radial fluxes of angular momentum transported by the magnetic field are then defined as

$$F_v^B(R) = \left| \int_0^{2\pi} \int_0^R r \frac{B_\phi(r, \phi, \pm h(r)/2) B_z(r, \phi, \pm h(r)/2)}{4\pi} r dr d\phi \right|,$$

and

$$F_r^B(R) = \left| \int_0^{2\pi} \int_{-h(R)/2}^{h(R)/2} R \frac{B_\phi(R, \phi, z) B_r(R, \phi, z)}{4\pi} R dz d\phi \right|,$$

where $B_i(R, \phi, z) \equiv B_i(r = R, \phi, z)$. We note that F_v^B is the sum of the fluxes through the faces defined by $h(r)/2$ and $-h(r)/2$. To compare the various cases and time-steps, it seems appropriate to consider specific quantities. In the following, we study F_r^B/M and F_v^B/M , where M is the mass enclosed in the volume of interest. We do the same for the outflows and the gravity terms.

5.3. Transport of angular momentum in the envelope

We first investigate the transport of angular momentum in the envelope (see Sect. 2), focusing on the magnetic braking. As we show below, this is the most efficient means of transporting angular momentum, in particular in the strongly magnetized clouds. We work here in the frame \mathcal{R}_p .

Figure 6(a) shows the evolution of specific radial flux (F_r^B/M) in the left panel, and specific vertical flux (F_v^B/M) in the right panel, at four different time-steps, for $\mu = 5$, $\alpha = 0^\circ$.

The two panels of Fig. 6(a) show that the magnetic braking depends on the radius: it is more efficient in the inner region of the envelope than in the outer region. In the outer part of the cloud, both components decrease with the radius r . In particular, B_r and B_ϕ drastically decrease outside the cavity of the outflows (see Sect. 2) since the twisting of the magnetic field lines – which generates both the radial and azimuthal components of the magnetic field – occurs essentially inside the cavity of the outflows.

Figure 6(a) shows that the vertical component of the magnetic braking is larger than the radial component (by about one order of magnitude in the inner part of the envelope). The ratio of those two components increases with the radius, since the radial component of the magnetic field is almost zero at large radius.

Figures 6(b) and c display a comparison of the radial (left panel) and vertical (right panel) components of the magnetic braking for $\alpha = 45^\circ$ and 90° with the components in the aligned case. The left panels of Figs. 6(b) and c show that the magnetic braking in the radial direction is less efficient in the tilted cases than in the aligned case in the inner part of the envelope by a factor ~ 2 – 10 (especially for $\alpha = 90^\circ$). The limit of the cavity is shown by the sharp increase in the ratio (around ≈ 200 AU for the first time-step, and ≈ 500 AU for the later time-step). Outside the cavity, the ratio increases because B_r decreases more dramatically in the aligned case than in the misaligned cases; this is because the radial component vanishes initially in the aligned case whereas there is an initial B_r in the misaligned cases.

The right panels of Figs. 6(b) and c show that magnetic braking is less efficient in the vertical direction in the tilted cases than in the aligned case. This is true everywhere by a factor of ~ 2 – 5 . As we see later, the vertical component dominates the transport of angular momentum by the magnetic field, it clearly shows that the magnetic braking is more efficient in the aligned case than in the misaligned cases; this is consistent with our previous analytical analysis.

5.4. Transport of angular momentum in the disk

In the region of the disk, magnetic braking, outflows, and gravitational torques all contribute to the transport of angular momentum. We here work in the frame \mathcal{R}_d .

5.4.1. Comparison between magnetic braking and extraction by the outflows

Outflows are one of the most important tracers of star formation. From the very beginning of protostar evolution to the T Tauri stage, they are thought to be launched by magneto-centrifugal means (Blandford & Payne 1982; Pudritz & Norman 1983; Uchida & Shibata 1985), and may play an important role in the efficient transport of angular momentum (Bacciotti et al. 2002). The early formation of outflows during the collapse of dense cores was investigated recently by 2D and 3D MHD simulations (Mellon & Li 2008; Hennebelle & Fromang 2008), and where the second collapse was included (e.g. Banerjee et al. 2006; Machida et al. 2008).

To study the impact of the outflows on the transport of angular momentum, we begin by comparing the integrated flux of angular momentum transported by the magnetic field, F_{mag} , with that of the outflows, F_{out} , as a function of time. The respective integrals are given by

$$F_{\text{mag}} = \left| \int_S r \frac{B_\phi}{4\pi} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \right|, \quad (22)$$

for the magnetic braking,

$$F_{\text{out}} = \left| \int_S \rho r v_\phi \mathbf{v} \cdot d\mathbf{S} \right|, \mathbf{v} \cdot d\mathbf{S} > 0 \quad (23)$$

for the outflows, and

$$F_{\text{in}} = \left| \int_S \rho r v_\phi \mathbf{v} \cdot d\mathbf{S} \right|, \mathbf{v} \cdot d\mathbf{S} < 0 \quad (24)$$

for the accretion flow.

The integrals are taken over the surface S of a cylinder, corresponding approximately to the disk, of radius $R \approx 300$ AU and height $h \approx 150$ AU, whose axis is taken to be that of rotation. As previously, we study the specific quantities F_{mag}/M , F_{out}/M , and F_{in}/M in the following.

Figure 7 displays the evolution of angular momentum carried away by magnetic braking (left panel), and the outflows (right panel) for $\mu = 5, 3$, and 2 , respectively. More precisely, the ratio of these quantities to the total mass enclosed in S is computed. The left panel of Fig. 7 shows that more angular momentum is carried away from the central region of the collapsing core for relatively small α (below 70°) than for larger α (above 70°). This is the case for all the magnetizations but is particularly evident for lower μ (Figs. 7(b) and c). In the right panel of Fig. 7(a), we can see that the angular momentum carried away by the outflows is comparable to that transported by the magnetic braking in the aligned case. When the angle α increases, the amount of angular momentum carried away decreases and in the perpendicular case, the total angular momentum transported by the flow is about ten times smaller than in the aligned case. The suppression of the outflows with increasing α is clearly responsible for this decrease. Figures 7(b) and c show that this effect is even stronger, since the increasing magnetic intensity (i.e. decreasing μ) reduces the strength of the outflows. Less and less momentum is therefore carried away by the outflows with increasing α and decreasing μ .

Figure 8 displays the ratio of the flux of angular momentum transported outward (by the magnetic field, F_{mag} , and the outflows, F_{out}) to that transported inward (by the accretion flow, F_{in}) for $\mu = 5$. While accretion dominates for $\alpha > 45^\circ$, the angular momentum both accreted and expelled are comparable in the other cases. This can be understood by recalling that, in steady-state, Eq. (20) reduces to

$$\nabla \cdot r \left[\rho v_\phi \mathbf{v} - \frac{B_\phi}{4\pi} \mathbf{B} \right] = 0, \quad (25)$$

where the other terms, in particular the gravitational torques, have been neglected (see discussion in Sect. 5.4.2). The steady-state condition therefore reduces to $F_{\text{mag}} + F_{\text{out}} \sim F_{\text{in}}$, which is approximately the case for $\alpha \leq 45^\circ$.

To get a deeper understanding of the impact of the flows on the transport of angular momentum, we look at the spatial distribution of the fluxes and compute the total flux of angular momentum transported by outflows and magnetic braking in concentric cylinders of constant height H . Those cylinders are oriented along the rotation axis of the core, since the outflows are approximately aligned with it. We consider only the mass expelled from the core (i.e. with a positive vertical velocity) hence only the vertical component of the flux, since mass is accreted mostly along the radial direction. Figure 9 displays the vertical flux of angular momentum transported by the magnetic field (left panel) and the outflows (right panel), for $\mu = 5$ and three different angles (0° , 45° , and 90°). The integrated flux of the angular momentum carried by the magnetic field (left panel of Figs. 9(a)–c) increases with the radius, until the limit of the cavity of the outflows (its radius is from about 150 to 200 AU). There, a local reversal of the magnetic field usually happens, which provokes a local variation in the integrated flux. Outside the cavity, B_ϕ is close to 0, which means that braking no longer occurs and the integrated flux remains almost constant (the differential flux δF_{mag} being close to zero).

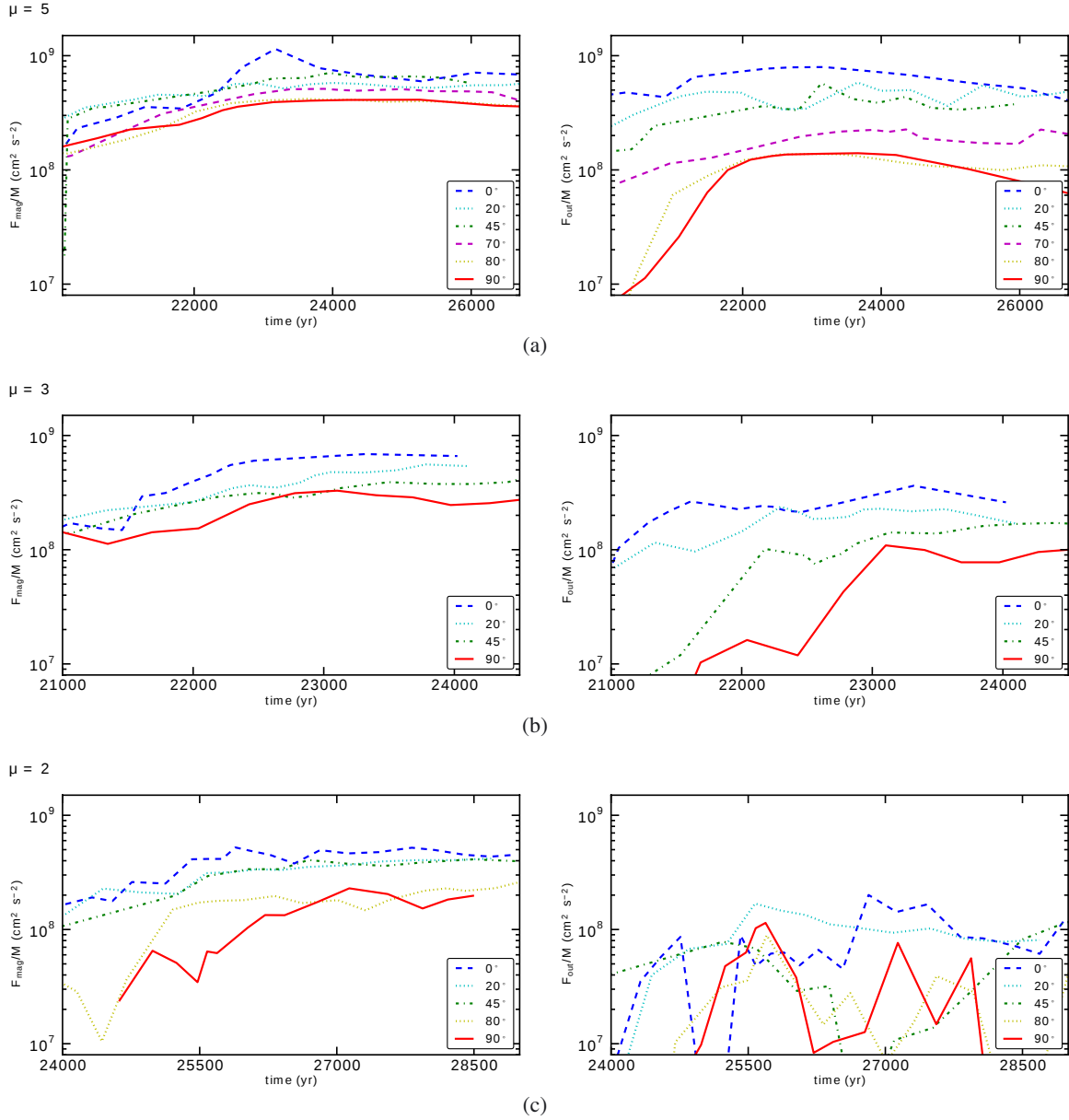


Fig. 7. Evolution of angular momentum transported by the magnetic field and by the outflows within a cylinder of radius 300 AU and height 150 AU, for $\mu = 5$ (a), $\mu = 3$ (b), and $\mu = 2$ (c).

The integrated flux of angular momentum carried by the outflows (right panel of Figs. 9(a)–c) similarly increases with the radius inside the cavity. Outside the cavity, no outflow occurs and the integrated flux therefore remains almost constant. As pointed out in Ciardi & Hennebelle (2010), there is almost no outflow in the perpendicular case (Fig. 9(c)). Thus, almost no angular momentum (or more precisely one order of magnitude less than in the aligned case, Fig. 9(a)) is transported by the outflows in this configuration. A comparison of the two previous integrated fluxes confirms that magnetic braking is globally more efficient than the outflows in removing angular momentum from the central part of the cloud (within a radius of 100–150 AU, where the ratio is meaningful).

In the misaligned cases (Figs. 9(b) and c), it is also clear that magnetic braking dominates in the central part of the cloud.

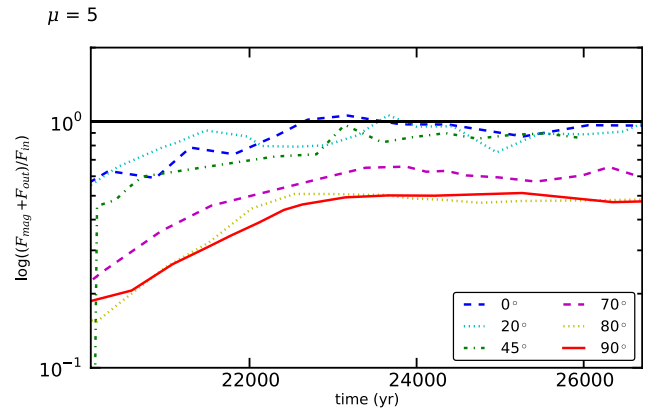


Fig. 8. Ratio of the flux of angular momentum transported outward ($F_{\text{mag}} + F_{\text{out}}$) to the flux of angular momentum transported inward (F_{in}), within a cylinder of radius 300 AU and height 150 AU, for $\mu = 5$. The straight line corresponds to $(F_{\text{mag}} + F_{\text{out}})/F_{\text{in}} = 1$.

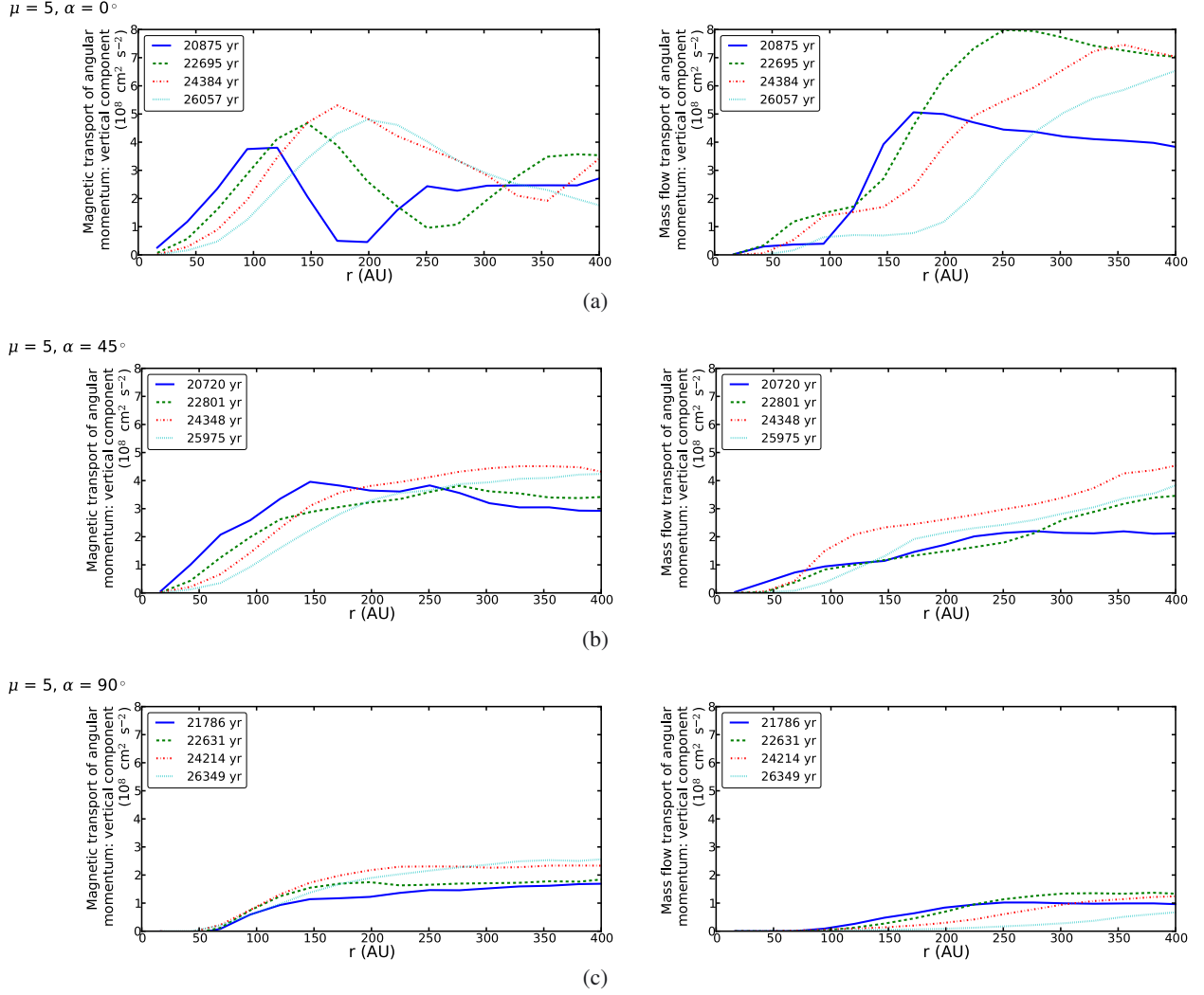


Fig. 9. Magnetic transport $\frac{1}{M} \int r B_\phi \mathbf{B} / 4\pi \cdot d\mathbf{S}$ and transport by the outflows $\frac{1}{M} \int r \rho v_\phi \mathbf{v} \cdot d\mathbf{S}$, $\mu = 5$, $\alpha = 0^\circ$ (a), $\alpha = 45^\circ$ (b), and $\alpha = 90^\circ$ (c).

5.4.2. Gravitational transport of angular momentum

The integrated gravitational flux of angular momentum is given by

$$F_{\text{ng}}^r = \left| \int_{-h/2}^{h/2} \int_0^{2\pi} R \frac{g_\phi(r=R, z) g_r(r=R, z)}{4\pi G} 2\pi R d\phi dz \right|. \quad (26)$$

As for the other fluxes, we compute the specific quantity F_{ng}^r/M . We focus on the radial component of these angular momentum transport processes because the gravitational transport acts mostly in the radial direction.

Figures 10 and 11 show a comparison of the magnetic and gravitational braking in the region of the disk for $\mu = 2$ and $\mu = 5$. It represents the evolution of the logarithm of the ratio of their radial components on the surface of cylinders of fixed height ($h = 46$ AU) and a radius between 0 and 400 AU. The height of the cylinder is defined to take into account the whole gravitational transport in the disk. There is no (or negligible) gravitational transport above and below the disk and the typical height of an hydrostatic disk is about 30 AU (see Sect. 6.4); integrating over these cylinders gives the whole gravitational transport in the disk.

The $\mu = 17$ case (Fig. 10) corresponds to a quasi-hydrodynamic case, where the magnetic field strength is low.

The magnetic braking is less efficient than in higher magnetization cases, and in every configuration, a centrifugally supported disk forms. Therefore, the gravitational transport of angular momentum is always larger (up to ten times larger) than the magnetic transport of angular momentum in the disk (within a radius of 150 AU). Outside the disk, the gravitational transport is weaker (10 to 100 times weaker than the magnetic transport).

Since there is no disk in the aligned case for $\mu = 5$, (Fig. 11(a)), the radial component of the gravitational transport of angular momentum is about 10 to 30 times weaker than the radial component of the magnetic braking under 150 AU and around 500 times weaker for larger radii. In the misaligned cases, for $\mu = 5$ (Figs. 11(b) and c), the gravitational contribution to the transport of angular momentum gradually increases: it is 10 times weaker than the magnetic transport for $\alpha = 45^\circ$ and of the same order of magnitude to 3 times weaker in the perpendicular case, for radius $r < 100$ AU. For $r > 100$ AU, for all the misaligned cases the gravitational contribution is between 10 and 100 weaker than the magnetic one. On the one hand, the magnetic transport becomes weaker as α increases and on the other hand, gravity transports momentum more efficiently in the presence of a disk, owing to density waves (the spiral arms) that propagate in the radial direction. The gravitational transport is nonetheless less efficient because of the

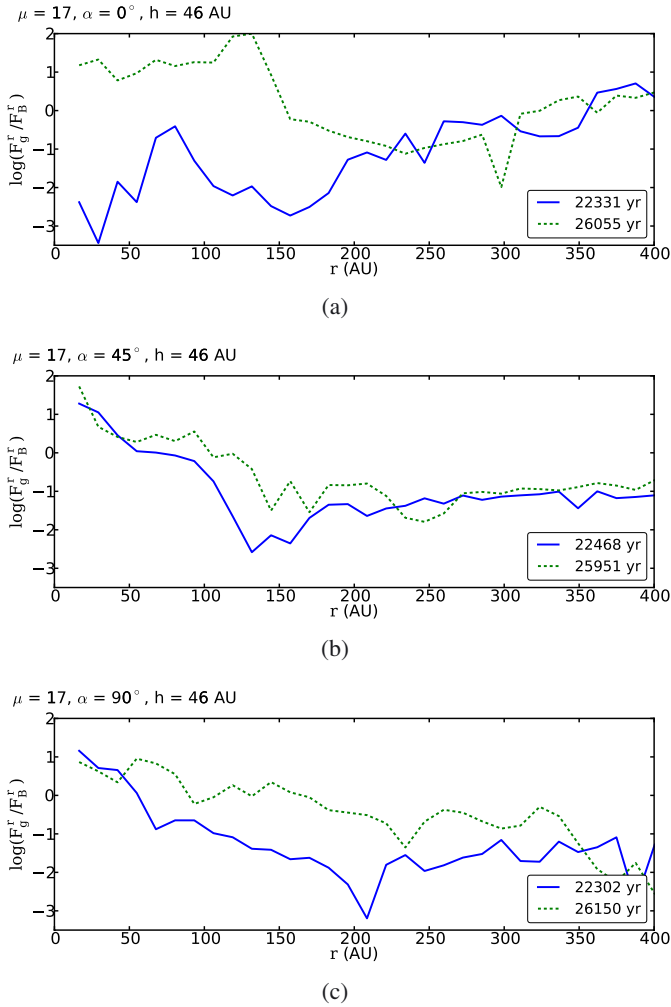


Fig. 10. Gravitational transport of angular momentum for $\mu = 17$ and $\alpha = 0, 45$, and 90° , at $h = 46$ AU. It represents the ratio (in logarithmic scale) of the radial component of gravitational (F_g^r/M) to magnetic (F_B^r/M) transports of angular momentum.

symmetry of the disk, which is stabilized by the magnetic field, as emphasized in [Hennebelle & Teyssier \(2008\)](#); less symmetric disks would transport more momentum by means of gravitational torques. The gravitational transport is stronger in the perpendicular case than in the other misaligned cases because disks are more massive.

For other magnetizations, these conclusions hold, since without a disk the magnetic braking is the most efficient process of angular momentum transport, whereas in the presence of a disk, a significant – although not predominant – fraction of the momentum can be transported by gravity. In the low magnetized cases ($\mu = 17$), gravity can transport even more momentum in the radial direction than the magnetic field.

6. Disk properties

When enough angular momentum is left in the envelope, a disk can form around the adiabatic core. Here, we first discuss in detail how to define disks, then study some of their properties.

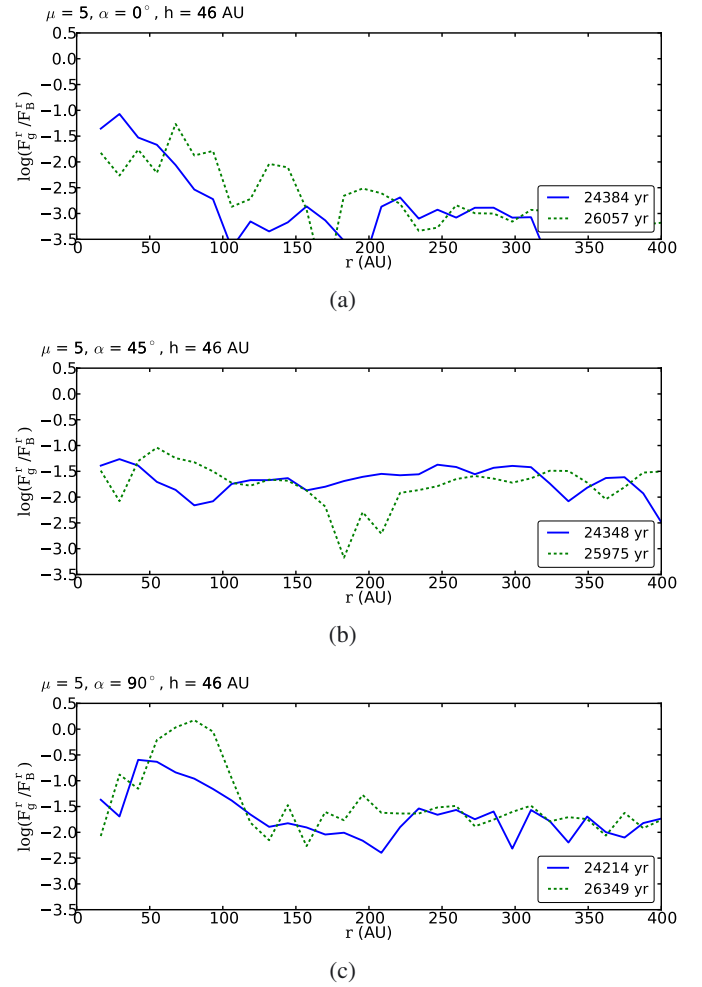


Fig. 11. Same as Fig. 10 but for $\mu = 5$.

6.1. Disk formation

We work in the frame of the disk \mathcal{R}_d (see Sect. 5.2), where the main axis of the frame is defined by the angular momentum. Several criteria must be used to define disks. As we show below, a simple rotation criterion is insufficient to define a disk because several parts of the envelope are rotating but do not belong to the disk. For example, defining the disk as all material whose rotation velocity is larger than a few times the infall velocity would also pick up the walls of the cavity of the outflows, which are rapidly rotating. A single geometric criterion is also insufficient; disks are not well-approximated by cylinders. We define disks by employing a combination of five different criteria. As disks are expected to be reasonably axisymmetric, these criteria are defined for concentric and superposed rings in which density, velocity, pressure, and magnetic field are averaged.

1. As disks are expected to be Keplerian, we first use a velocity criterion. A ring of matter should not collapse too rapidly along the radial direction, which implies that the azimuthal velocity must be larger than the radial velocity ($v_\phi > f_{\text{thres}} v_r$).
2. As disks are expected to be near the hydrostatic equilibrium, the azimuthal velocity is larger than the vertical velocity ($v_\phi > f_{\text{thres}} v_z$).
3. The central adiabatic core is also rotating but is not in the disk; another criterion is therefore added, to take into account only areas of the simulation that are rotationally supported. We thus check whether the rotational support (the rotational

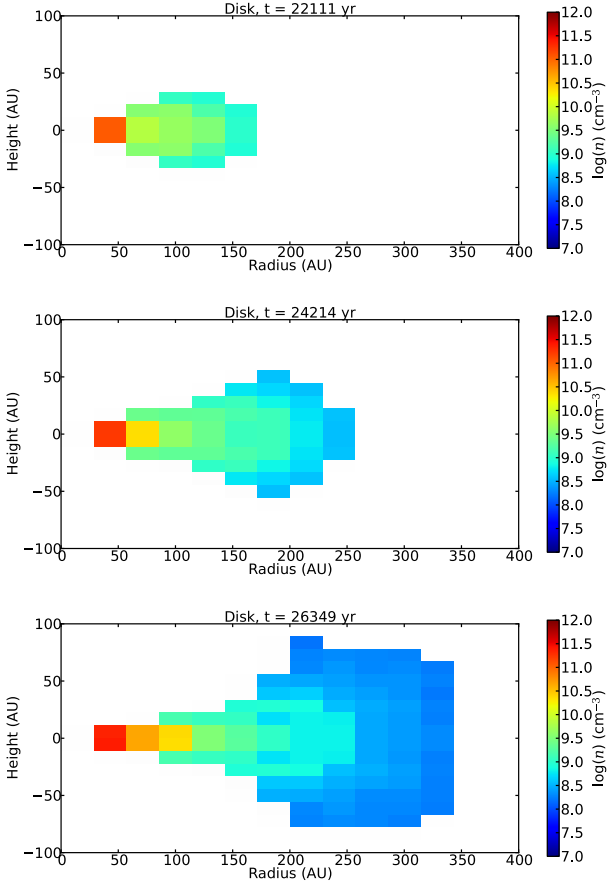


Fig. 12. Density map on a logarithmic scale in the disk for $\mu = 5$, $\alpha = 90^\circ$, for three different time-steps. The disk grows with time as the central part becomes denser; the maximum radius corresponds to the edge of the spiral arms of the disk structure.

energy, $\rho v_\phi^2/2$) is larger than the thermal support (the thermal pressure, P_{th}) by a factor f_{thres} .

4. A connectivity criterion is also used: a ring area belongs to the disk if it is linked to the equatorial plane.
5. As discussed in Sect. 6.4, we add a density criterion ($n > 10^9 \text{ cm}^{-3}$) to avoid the large spiral arms and obtain more realistic estimates of the shape of the disk.

For the three first criteria, a value $f_{\text{thres}} = 2$ is chosen below.

Figure 12 shows the azimuthally averaged shape of the disk using these criteria, for $\mu = 5$, $\alpha = 90^\circ$, and three different time-steps.

6.2. Mass

The mass of the disk as a function of time, for different magnetizations and angles, is presented in Fig. 13. The general trend shows an increase in the disk mass with the angle α . This agrees with our previous discussions, which indicated that the braking time in the parallel case is shorter, leading to a more rapid removal of angular momentum in the infalling envelope, thus limiting the effective mass of disks. At the same time, it is clear that for increasing magnetic field strength, thus increasing magnetic braking, disks with masses greater than $0.05 M_\odot$ are only found in misaligned configurations. The limiting case corresponds to a magnetization of $\mu = 2$, where the removal of angular momentum by the magnetic field is so efficient that the mass of rotating

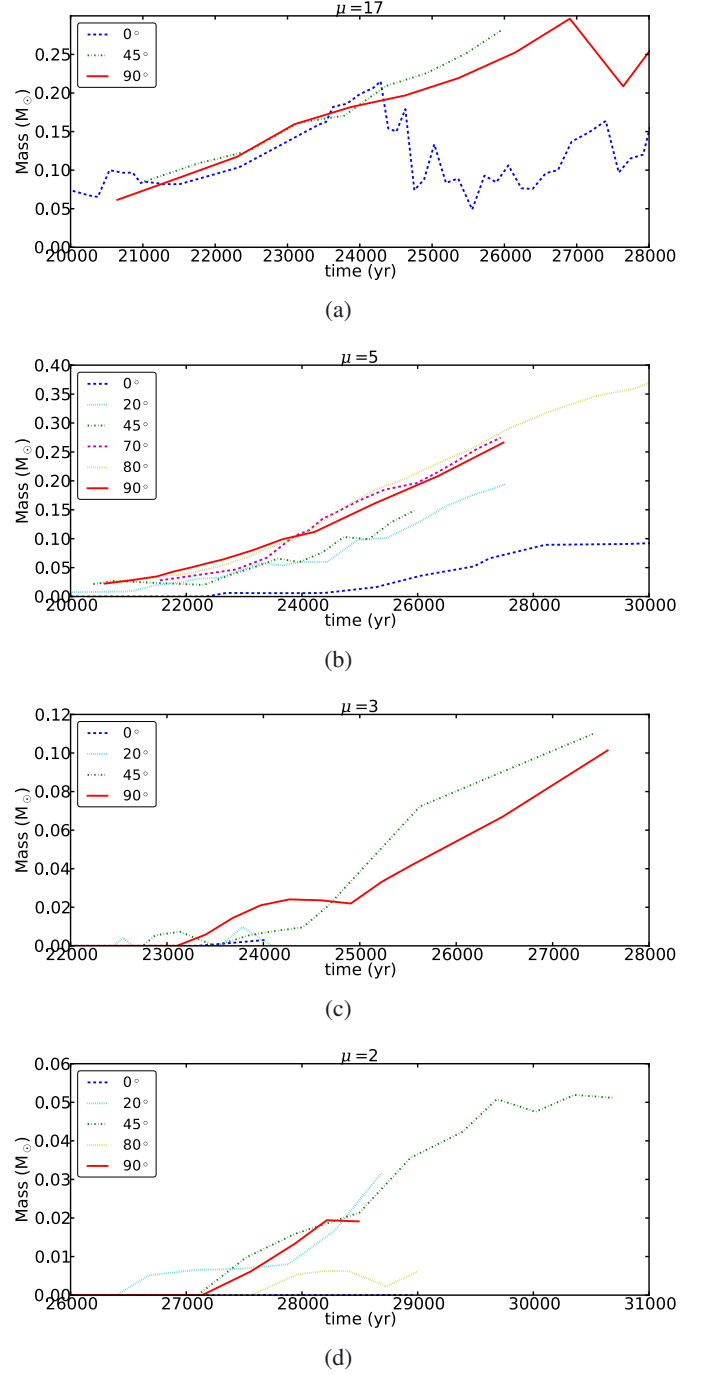


Fig. 13. Mass of the disk as a function of time for $\mu = 17$ (a), $\mu = 5$ (b), $\mu = 3$ (c), and $\mu = 2$ (d).

gas does not exceed $0.05 M_\odot$, even in the perpendicular case. We note that higher resolution simulations tend to indicate masses that are even smaller than this value (see Fig. B.2b).

At the other end for low magnetization ($\mu = 17$), disks always form with masses that increase to about $0.3 M_\odot$. We note that in the aligned case, the disk fragments, leading to a decrease in its mass after a time $t \simeq 24$ kyrs.

In the intermediate regime of magnetizations ($\mu = 5$), the mass of the disk starts to increase significantly even for small α . For the intermediate angles (20 and 45°), disk masses increase within the range 0.15 – $0.2 M_\odot$. For the more tilted cases (70° , 80° , and the perpendicular case), disks grow to 0.25 – $0.4 M_\odot$.

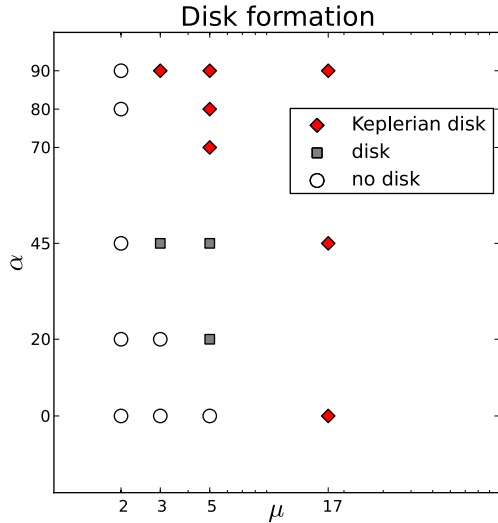


Fig. 14. Disk formation in the parameter space investigated by the simulations (inclination angle α versus magnetization μ). The red diamonds are configurations in which approximately Keplerian disks form, the grey squares denote configurations in which disks form with flat rotation curve (cf. Fig. 15 and the related discussion for more details); the white circles are configurations with no significant disk ($M_{\text{disk}} < 5 \times 10^{-2} M_{\odot}$).

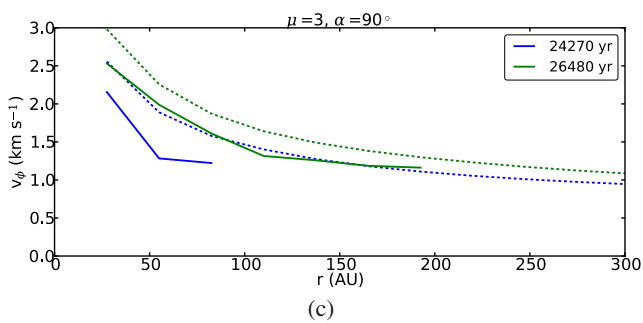
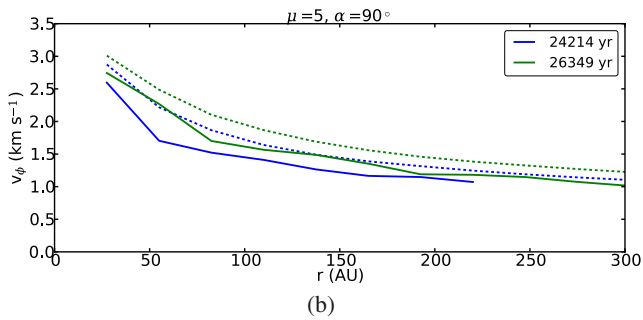
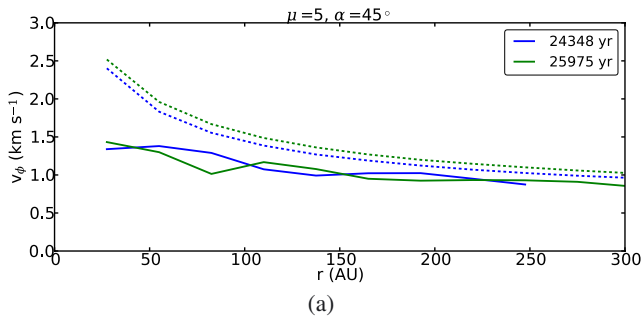


Fig. 15. Radial profile of rotational velocity in the disk, for $\mu = 5$, $\alpha = 45$ and 90° and $\mu = 3$, $\alpha = 90^\circ$. The straight lines are the rotational velocity for different time-steps; the dotted lines are the Keplerian velocity.

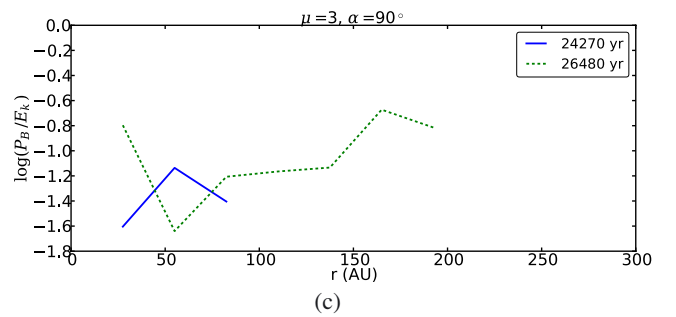
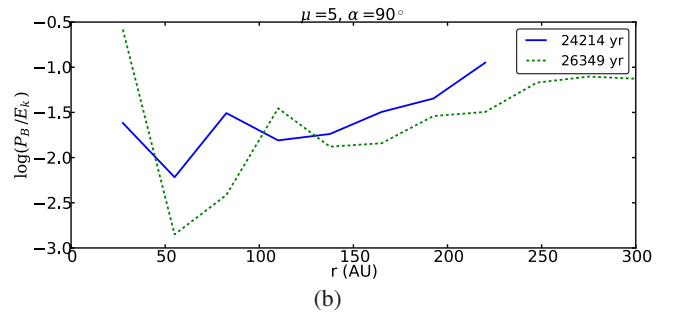
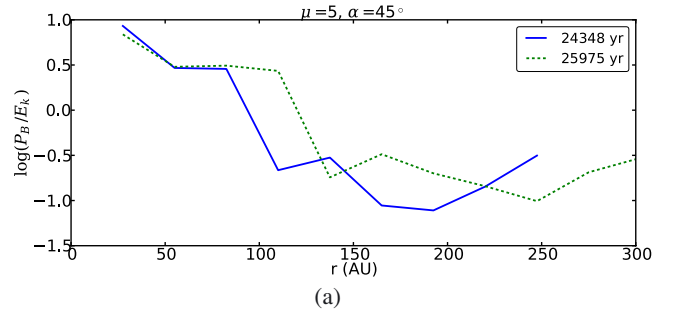


Fig. 16. Ratio of magnetic pressure to rotational kinetic energy in the disk, for $\mu = 5$, $\alpha = 45$ and 90° and $\mu = 3$, $\alpha = 90^\circ$.

For $\mu = 3$, disks do not form for angles $\leq 20^\circ$. In the 45° case and the perpendicular case, the masses of the disk increase to $0.1 M_{\odot}$.

Figure 14 summarizes our results and shows the parameters (orientation and magnetization) for which disks can form.

6.3. Velocity

To estimate the rotational velocity in the disk, we average $v_{\phi}(r, \phi, z)$ azimuthally and axially over the thickness of the disk. We can compare it to the Keplerian velocity $v_K(r) = \sqrt{GM(r)/r}$, with $M(r)$ the mass within a sphere of radius r . We find that the rotational velocity in the disk is nearly Keplerian, as shown in Fig. 15 for $\mu = 5$, $\alpha = 45$ and 90° , and $\mu = 3$, $\alpha = 90^\circ$. In the perpendicular case, for both magnetizations, the rotation velocity is nonetheless slightly sub-Keplerian; for $\alpha = 45^\circ$, the disk has a flat rotation curve.

To understand the presence of sub-Keplerian rotation velocity profiles, we plot in Fig. 16 the ratio of the magnetic pressure to the rotational kinetic energy $\log_{10}(P_B/E_k) = \log_{10}(B^2/4\pi\rho v_{\phi}^2)$ for the same magnetizations and angles. This shows that these velocities are sub-Keplerian because of the magnetic support in the disk: the more tilted the axis of rotation, the lower the ratio of the magnetic pressure to the rotational kinetic energy. In particular, in the perpendicular case, the vertical component of the

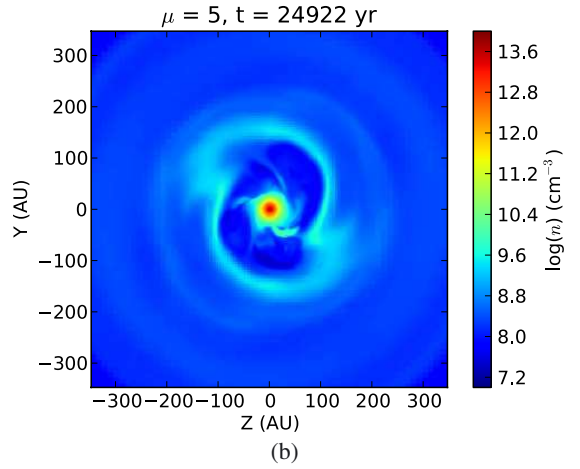
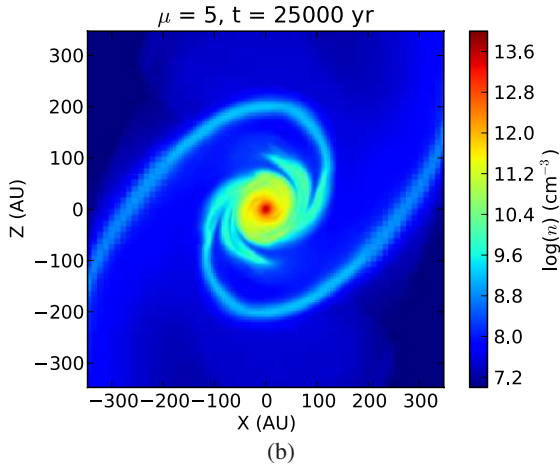
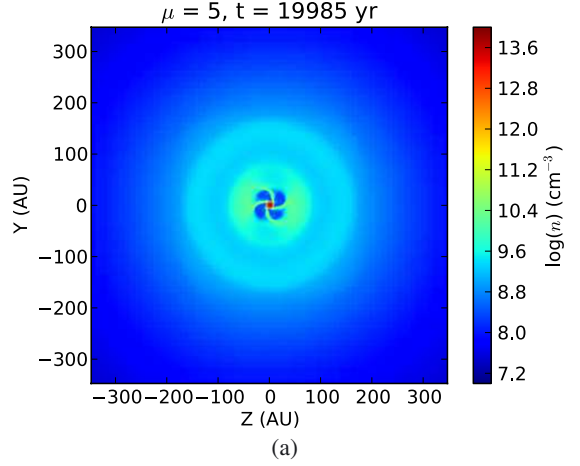
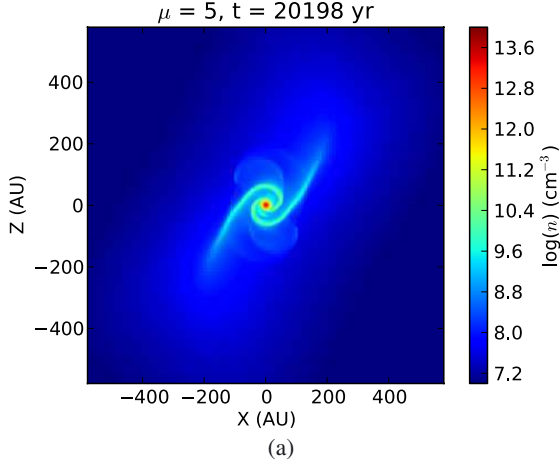


Fig. 17. Density slice in the region of the disk for $\mu = 5$, $\alpha = 90^\circ$ at $t = 20\,000$ and $25\,000$ yr.

Fig. 18. Density slice in the equatorial plane for $\mu = 5$, $\alpha = 0^\circ$ at $t = 20\,000$ and $25\,000$ yr.

magnetic field is smaller, whereas the density is higher since the disk is more massive.

6.4. Disk shape

To estimate the radius and height of the disks, we use the first four criteria defined in Sect. 6.1 (cf. Fig. 12). However, as shown below, using only these criteria to infer the disk radius and height leads to an overestimate of their values, because of the large size of the spiral arms as evidently seen in Fig. 17. We thus consider them as upper limits for the disk radius and height. For a more realistic estimate, we constrain the disk to the central, denser rotating object and therefore consider the region of the disk with a density above 10^9 cm^{-3} , which is our last criterion.

When the disk forms, its radius generally evolves with time, reaching values between 200 and 400 AU (for the minimum estimate of the radius, R_{\min}) from 500 to 800 AU (for the maximum estimate, R_{\max}). However, much smaller values are obtained when the braking is strong. The minimum height H_{\min} is about from 20 to 40 AU, while the maximum height H_{\max} reaches 140 AU. These values can be compared to analytical estimates of the characteristic height of a hydrostatic disk, $H_{\text{th}} = \sqrt{c_s^2/4\pi G\rho}$, taking for c_s and ρ their mean values in the disk. The lower height estimates are in good agreement with the theoretical values. All results are summarized in Table 2. Finally, Fig. 17 shows two density slices (at the beginning and the end of the simulation) in the perpendicular case for $\mu = 5$. A central

well-shaped disk and two large spiral arms are clearly visible. We note that in our estimates, the maximum estimated radius corresponds to the maximum radius of the spiral arms. In contrast, the minimum radius accurately describes the central denser object.

Figures 18–20 show, in contrast to Fig. 17, density slices in the equatorial plane when no massive disk forms. In Figs. 18(a) and 19(a), the pseudo-disk can be clearly distinguished around the protostellar core. In Fig. 20, the two arms correspond to matter collapsing along the magnetic field lines.

6.5. Discussions

6.5.1. Impact of the criteria

Estimates of the disk mass generally depend on the working definition of the disk, and may lead to large overestimates. One example is to calculate the disk mass using a simple criterion based on a comparison between rotation and infall velocity (i.e. $v_\phi > v_r$, which is the one used for example in Machida & Matsumoto 2011). The panels in Fig. 21 display the mass of the “disk” found with this criterion, which range from 0.3 to $0.5 M_\odot$ in all cases. They are more massive in the more tilted cases than in the aligned one, and for higher magnetizations, they are less massive, even if their formation is not prevented. Thus, while the trends are similar to those that we found previously, the mass of the disk can be greatly overestimated by using such a criterion.

Table 2. Disks characteristics (maximum mass of the protostellar core (which corresponds to $M(n > 10^{10} \text{ cm}^{-3})$), maximum disk mass, disk radius ($R_{\text{min}} - R_{\text{max}}$), and disk height ($H_{\text{min}} - H_{\text{max}}$)).

μ	α	$M_*(M_\odot)$	$M_{\text{disk}}(M_\odot)$	$R_{\text{disk}}(\text{AU})$	$H_{\text{disk}}(\text{AU})$	$H_{\text{th}}(\text{AU})$
17	0	0.43	0.15	250	30–140	33
	45	0.43	0.25	250	30–70	13
	90	0.66	0.25	400–800	20–130	33
5	0	0.26	0.05	140	30–140	23
	20	0.26	0.20	200–700	40–140	35
	45	0.23	0.15	200–500	40–140	28
	70	0.33	0.27	150–500	40–150	24
	80	0.43	0.40	200–800	30–140	33
	90	0.46	0.28	200–450	20–90	23
3	0	0.19	<0.01	<50	<25	0
	20	0.20	<0.01	<50	<10	12
	45	0.29	0.11	200–800	30–120	31
	90	0.37	0.10	200–800	30	17
2	0	0.24	0	0	0	0
	20	0.24	0.03	80	30–70	14
	45	0.29	0.05	100	10	15
	80	0.28	<0.01	<60	<10	6
	90	0.25	0.02	50	10	5

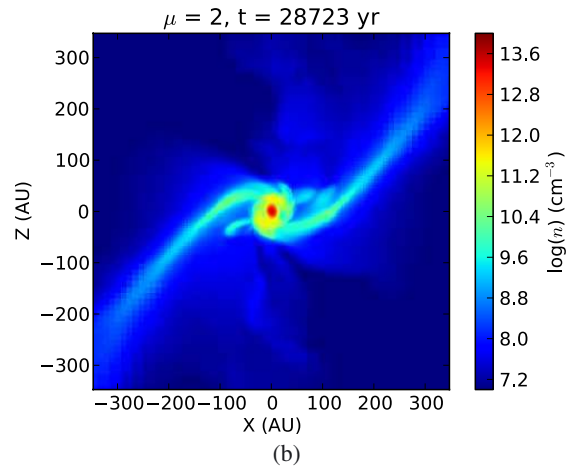
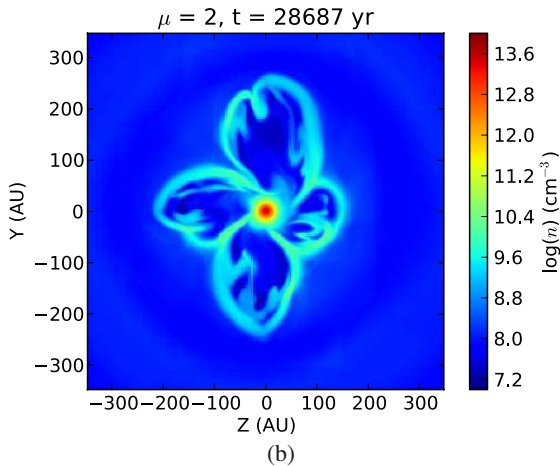
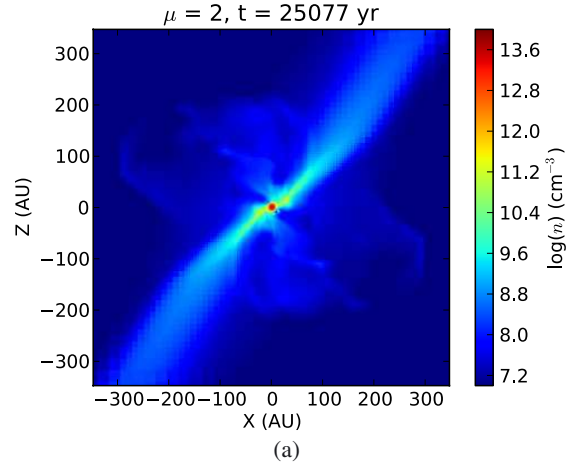
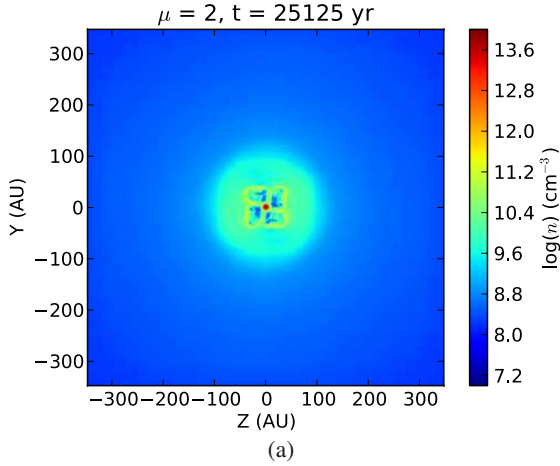


Fig. 19. Same as Fig. 18 for $\mu = 2, \alpha = 0^\circ$ at $t = 25\,000$ and $29\,000$ yr.

Fig. 20. Same as Fig. 18 for $\mu = 2, \alpha = 90^\circ$ at $t = 25\,000$ and $29\,000$ yr.

6.5.2. Comparison with observations

Several studies have tried to infer disk masses from low resolution observations (with spatial resolutions of about 250 AU), without resolving the disk itself (Enoch et al. 2009, 2011). For

this purpose, they used a detailed emission model, coupled with an analytical model for the envelope, the cavity, and the disk. The envelope model is that of a rotating, collapsing sphere developed by Ulrich (1976), with a cavity in which the density is set to zero to mimic the outflows. The disk density is given by

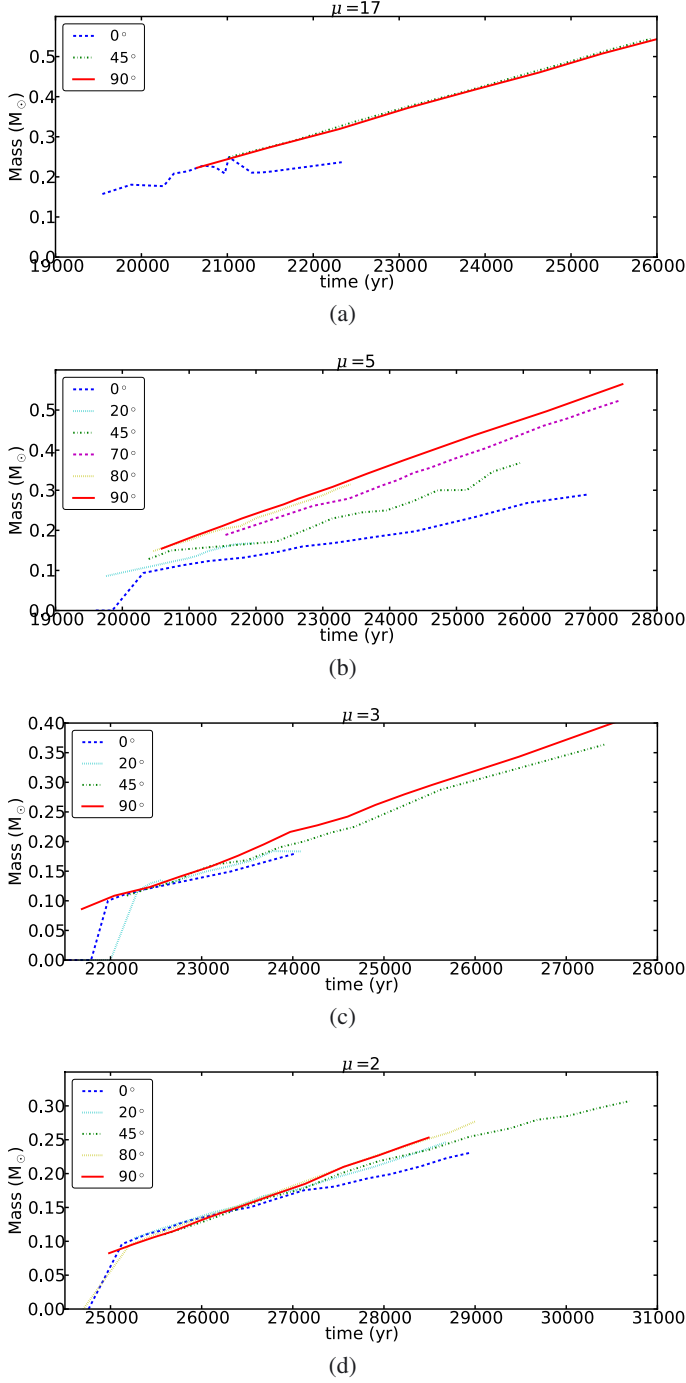


Fig. 21. Mass of the “disk” evolution for $\mu = 17$ (a), $\mu = 5$ (b), $\mu = 3$ (c), and $\mu = 2$ (d), obtained with a very simple rotation criteria ($v_{\phi} > v_r$). The masses are significantly overestimated.

a power-law dependence in radius and a Gaussian dependence in height (see Enoch et al. (2009) for more details). Using these profiles, they ran a grid of models to find the parameters that most closely fit their observations, by computing detailed radiative transfer. Their most important parameters are the disk mass and radius.

Following the same idea, we attempt to deduce the disk mass from our simulations using their method, but without the radiative transfer. At several time-steps, we compute column-density maps of our simulations, with an angle between the axis of rotation of the core and the line of sight of 15° (which corresponds

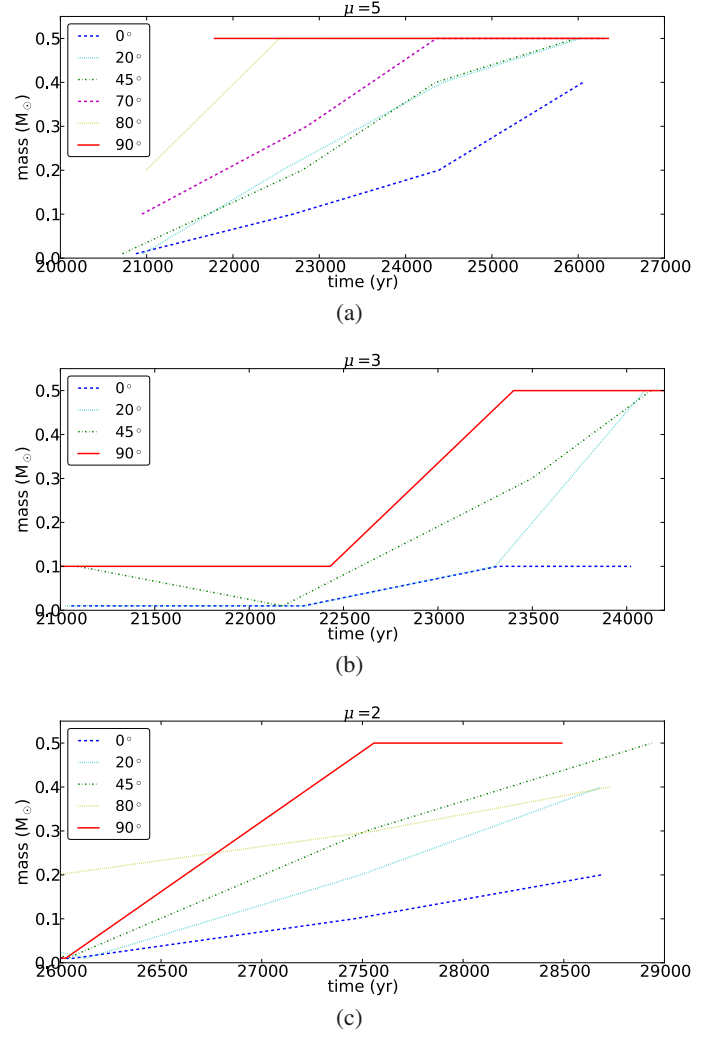


Fig. 22. Observational estimate of the mass of the “disk” for $\mu = 5$ (a), $\mu = 3$ (b), and $\mu = 2$ (c). These masses are inferred using a comparison between our simulations and analytical density profiles for the envelope, the outflows, and the disk (see text).

to the angle of the line of sight in their best-fit model). We consider the total mass of our simulation, $1 M_{\odot}$, to be the mass of the envelope, and adopt the same power-laws for the density profiles of the envelope and the disk, namely (Ulrich 1976; Enoch et al. 2009)

$$\rho_{\text{env}} \propto r^{-1.5} \quad (27)$$

$$\rho_{\text{disk}} \propto r^{-1} e^{-(r/H(r))^2}, \quad (28)$$

with $H(r) = r(H_0/R_{\text{disk}})(r/R_{\text{disk}})^{2/7}$ the height of the disk. We take an outflow opening angle of 20° (which is the one that most closely fits their observations). As in Enoch et al. (2009), we infer a centrifugal radius R_c from column-density profile corresponding to the radius where the slope of the column-density profile changes. The disk radius is another parameter that is varied; for simplicity, we only consider two different disk radii, $R_{\text{disk}} = R_c$ and $R_c/2$. The disk vertical scale-height H_0 is equal to $0.2R_{\text{disk}}$. With these parameters, we run the models with $M_{\text{disk}} = 0.01, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4$, and $0.5 M_{\odot}$. The model grid, which is a grid of column-density maps, is compared to snapshots of our simulations by means of a mean squared error analysis to find the best-fit model.

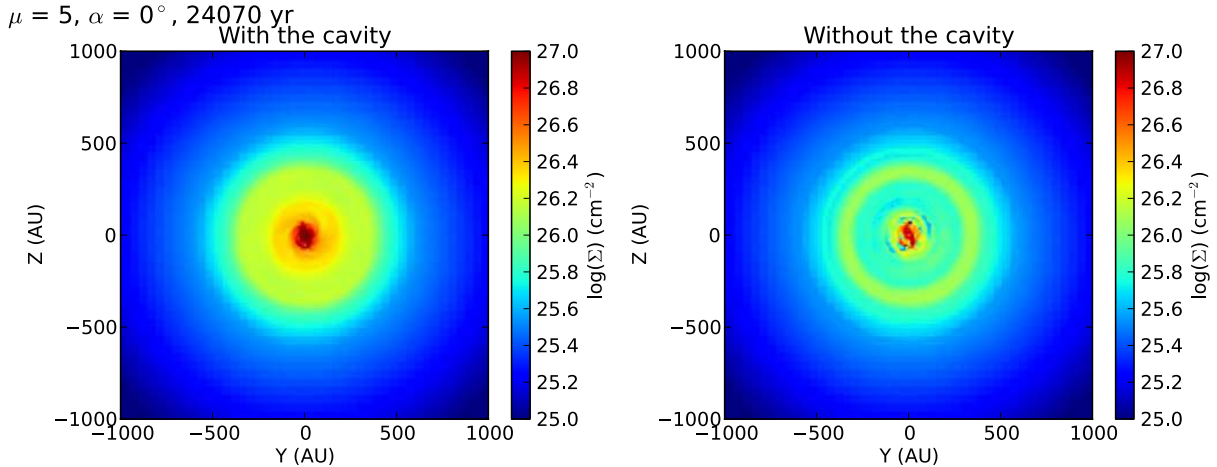


Fig. 23. Column-density map for $\mu = 5$, $\alpha = 0^\circ$ at $t = 24\,000$ yr with and without the cavity of the outflow (left and right panel respectively).

Using this method, we find that the best fit to our simulations is characterized by a disk radius $R_{\text{disk}} = R_c/2$ and masses between 0.4 and $0.5 M_\odot$ for $\mu = 5$, masses between 0.1 and $0.5 M_\odot$ for $\mu = 3$, and masses between 0.2 and $0.5 M_\odot$ for $\mu = 2$ (see Fig. 22).

When massive disks actually form, which is not the case for the stronger magnetizations, this method provides results that are in relatively good agreement with the disk masses inferred from our simulations (with an overestimate of 30 to 40%). However, this comparison shows that in most cases density structures are detected that are mistaken for disks, particularly in either the aligned case or for the higher magnetizations when no disks form, leading to a large overestimate of disk masses. Those density structures, which also include the cavity of the outflows, actually correspond to a selection effect resulting from the use of a simple velocity criterion ($v_\phi > v_r$).

To verify this assumption, we remove the cavity of the outflows in the $\mu = 5$, $\alpha = 0^\circ$ case and repeat the analysis. Figure 23 shows column-density maps after taking into account all the gas (left panel) and removing the gas that belongs to the cavity (right panel). In the central region, within 500 AU, there is a discrepancy in the column-density of a factor three between those two maps: the cavity is a massive structure, which can be mistaken for a disk by projection effects. The best-fit model for a snapshot of this simulation without the cavity is $M_{\text{disk}} = 0.01 M_\odot$, where it was $M_{\text{disk}} = 0.5 M_\odot$ for the simulation with the cavity. Therefore, observed massive disks may actually be outflow cavities.

6.5.3. Time formation of disks

Our study shows that in very magnetized cases ($\mu \sim 1\text{--}3$) disks beginning to form at the earliest time of star formation (in Class 0 stage) will not eventually form or remain small. This may appear to contradict the ubiquity of disks at the Class I and later phases (e.g. Haisch et al. 2001). However, it is worth stressing that the magnetic braking represents an exchange of angular momentum between the inner and outer parts of the prestellar core. In particular, the envelope should then operate as a reservoir able to accept the excess of angular momentum present in the densest regions of the prestellar core. As accretion proceeds, the mass in the envelope diminishes and it is unlikely that magnetic braking remains efficient. We therefore speculate that disks will always form but that their formation time and size will depend strongly on the magnetization and the angle between the

rotation axis and the magnetic field; later on, we may be able to reduce the formation time and increase the size.

Our conclusion – that both the formation time and disk size depend strongly on the magnetization – is qualitatively similar to that of Dapp & Basu (2010), although the underlying reason is different.

7. Conclusions

We have presented an analytical analysis of a collapsing magnetic cloud that demonstrates that the magnetic field can remove angular momentum less efficiently when the rotation axis is perpendicular to the magnetic field than when they are both aligned.

We have then presented simulations of the collapse of prestellar dense cores with different magnetizations μ and in both aligned and various misaligned configurations. The orientation of the rotation axis with respect to the magnetic field, α , has a strong effect on the formation of the adiabatic first core and the disk formation. In particular, we have performed a detailed analysis of the transport of the angular momentum in the simulations, and characterized the disks when they formed. Our main results are the following:

- Magnetic braking decreases with α , but increases with μ .
- Misalignment has a strong impact on the outflows and can suppress them; consequently, the angular momentum transport by the outflows decreases with α .
- Angular momentum transport by gravity increases with α , owing to the presence of the disks, particularly their asymmetric structures.
- The mass in the disks increases with α .
- For increasing magnetic fields, the disk masses decrease, with a limiting case being that of $\mu = 2$, where disk formation is prevented.
- disks have typical mass up to $0.3 M_\odot$ and typical radii of from about 200 to 400 AU.
- In general, magnetic braking is the most important mechanism for transporting angular momentum. It always dominates the transport of angular momentum by the flow and, except for low magnetization ($\mu \gtrsim 17$), also dominates the transport by means of gravitational torques.

We have shown that our conclusions depend on the criterion we use to define disks. We conclude that a simple rotation criteria is insufficient and leads to estimates of disk masses that are far too high.

We also analyzed our simulations following the method described in [Enoch et al. \(2009\)](#), demonstrating that low resolution observations can mistake density structures for disks.

Acknowledgements. We thank the anonymous referee for a thorough reading of the manuscript and helpful comments and suggestions, which helped to significantly improve the quality of this article. P.H. thanks Telemachos Mouschovias for enlightening discussions about magnetic braking.

Appendix A: Euler's equation and angular momentum transports

The Euler's equation for a magnetized fluid can be written as

$$\rho \partial_t \mathbf{v} + \rho (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = -\nabla \left(P + \frac{B^2}{4\pi} \right) - \rho \mathbf{g} + \left(\frac{\mathbf{B}}{4\pi} \cdot \nabla \right) \mathbf{B}, \quad (\text{A.1})$$

with ρ the density, \mathbf{v} the velocity, P the gas pressure, \mathbf{B} the magnetic field, and \mathbf{g} the gravitational acceleration where $\mathbf{g} = \nabla \Phi$ and Φ is the gravitational potential.

In cylindrical coordinates, the azimuthal component of the left hand side of [A.1](#) can be written

$$\rho \partial_t v_\phi + \rho \left(v_r \partial_r v_\phi + \frac{v_r v_\phi}{r} + \frac{v_\phi}{r} \partial_\phi v_\phi + v_z \partial_z v_\phi \right). \quad (\text{A.2})$$

Using the continuity equation

$$\nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) + \partial_t \rho = 0 \quad (\text{A.3})$$

$$\frac{1}{r} \partial_r (r \rho v_r) + \frac{1}{r} \partial_\phi (\rho v_\phi) + \partial_z (\rho v_z) + \partial_t \rho = 0, \quad (\text{A.4})$$

it can be written as

$$\begin{aligned} & \rho \partial_t v_\phi + v_\phi \partial_t \rho + \rho \frac{v_r}{r} \partial_r (r v_\phi) + \frac{v_\phi}{r} \partial_r (r \rho v_r) \\ & + \rho \frac{v_\phi}{r} \partial_\phi (v_\phi) + \frac{v_\phi}{r} \partial_\phi (\rho v_\phi) \\ & + \rho \partial_z v_\phi + v_\phi \partial_z (\rho v_z) \\ & = \partial_t (\rho v_\phi) + \frac{1}{r} \partial_r (r \rho v_r v_\phi) + \rho \frac{v_r v_\phi}{r} \\ & + \frac{1}{r} \partial_\phi (\rho v_\phi v_\phi) + \partial_z (\rho v_z v_\phi) \\ & = \partial_t (\rho v_\phi) + \nabla \cdot (\rho v_\phi \mathbf{v}) + \rho \frac{v_r v_\phi}{r}. \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

We can do the same for the magnetic tension component of the equation

$$\frac{1}{4\pi} \left(B_r \partial_r B_\phi + \frac{B_r B_\phi}{r} + \frac{B_\phi}{r} \partial_\phi B_\phi + B_z \partial_z B_\phi \right), \quad (\text{A.6})$$

using the solenoidal constraint ($\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$); it comes

$$\frac{1}{4\pi} \left(\nabla \cdot (B_\phi \mathbf{B}) + \frac{B_r B_\phi}{r} \right). \quad (\text{A.7})$$

The density ρ can be expressed as a function of the gravitational acceleration, using the Poisson's equation

$$\rho = \frac{1}{4\pi G} \nabla \cdot \mathbf{g}. \quad (\text{A.8})$$

The azimuthal component of the gravitational term of Euler's equation thus becomes

$$\begin{aligned} \rho g_\phi &= \frac{g_\phi}{4\pi G} \nabla \cdot \mathbf{g} \\ &= \frac{g_\phi}{4\pi G} \left(\frac{1}{r} \partial_r (r g_r) + \frac{1}{r} \partial_\phi g_\phi + \partial_z g_z \right) \\ &= \frac{1}{4\pi G} \left[\frac{g_r g_\phi}{r} + \partial_r (g_r g_\phi) + \frac{1}{r} \partial_\phi g_\phi g_\phi + \partial_z g_z g_\phi \right. \\ &\quad \left. - \left(g_r \partial_r g_\phi + \frac{1}{r} g_\phi \partial_\phi g_\phi + g_z \partial_z g_\phi \right) \right], \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

and using Schwarz' theorem

$$\begin{aligned} \rho g_\phi &= \frac{1}{4\pi G} \left[\frac{g_r g_\phi}{r} + \frac{1}{r} \partial_r (r g_r g_\phi) + \frac{1}{r} \partial_\phi g_\phi g_\phi + \partial_z g_z g_\phi \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{2r} \partial_\phi (g_r^2 + g_\phi^2 + g_z^2) \right] \\ \rho g_\phi &= \frac{1}{4\pi G} \left(\frac{g_r g_\phi}{r} + \nabla \cdot (g_\phi \mathbf{g}) - \frac{1}{2} (\mathbf{e}_\phi \cdot \nabla) g^2 \right), \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

we can identify a curvature term ($g_r g_\phi / r$), a tension term ($\nabla \cdot (g_\phi \mathbf{g})$), and a pressure term ($(\mathbf{e}_\phi \cdot \nabla) g^2 / 8\pi G$).

Therefore, the azimuthal component of the Euler's equation can eventually be written as

$$\begin{aligned} & \partial_t (\rho v_\phi) + \nabla \cdot (\rho v_\phi \mathbf{v}) + \rho \frac{v_r v_\phi}{r} \\ & = -(\mathbf{e}_\phi \cdot \nabla) \left(P + \frac{B^2}{8\pi} - \frac{g^2}{8\pi G} \right) \\ & \quad + \frac{1}{4\pi} \left(\nabla \cdot (B_\phi \mathbf{B}) + \frac{B_r B_\phi}{r} \right) \\ & \quad - \frac{1}{4\pi G} \left(\nabla \cdot (g_\phi \mathbf{g}) + \frac{g_r g_\phi}{r} \right). \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

If we multiply this equation by r , it becomes

$$\begin{aligned} & \partial_t (\rho r v_\phi) + \nabla \cdot r \left[\rho v_\phi \mathbf{v} + \left(P + \frac{B^2}{8\pi} - \frac{g^2}{8\pi G} \right) \mathbf{e}_\phi \right. \\ & \quad \left. - \frac{B_\phi}{4\pi} \mathbf{B} + \frac{g_\phi}{4\pi G} \mathbf{g} \right] = 0, \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

since r is time-invariant. This equation expresses the angular momentum conservation; we can identify the magnetic and the gravitational torques $\nabla \cdot (r B_\phi \mathbf{B} / 4\pi)$ and $\nabla \cdot (r g_\phi \mathbf{g} / 4\pi G)$ with $i \in \{r, z\}$, which are responsible for the angular momentum transport by means of a magnetic field and gravitation, respectively.

Appendix B: Convergence

Additional sets of simulations were run to test the numerical convergence. These sets of simulations show that the numerical dissipation does not significantly change our results, which are qualitatively invariant.

In the first set of simulations, we change the Jeans refinement strategy to increase the spatial resolution. A cell was previously refined if its size exceeded one-tenth of a Jeans' length ($c_s(\pi/G\rho)^{1/2}$). We run simulations with 15 cells per Jeans' length (HR1) and another one with 20 cells per Jeans' length (HR2).

In the last set of simulations, we change the Courant number (from 0.8 to 0.4) to increase the temporal resolution.

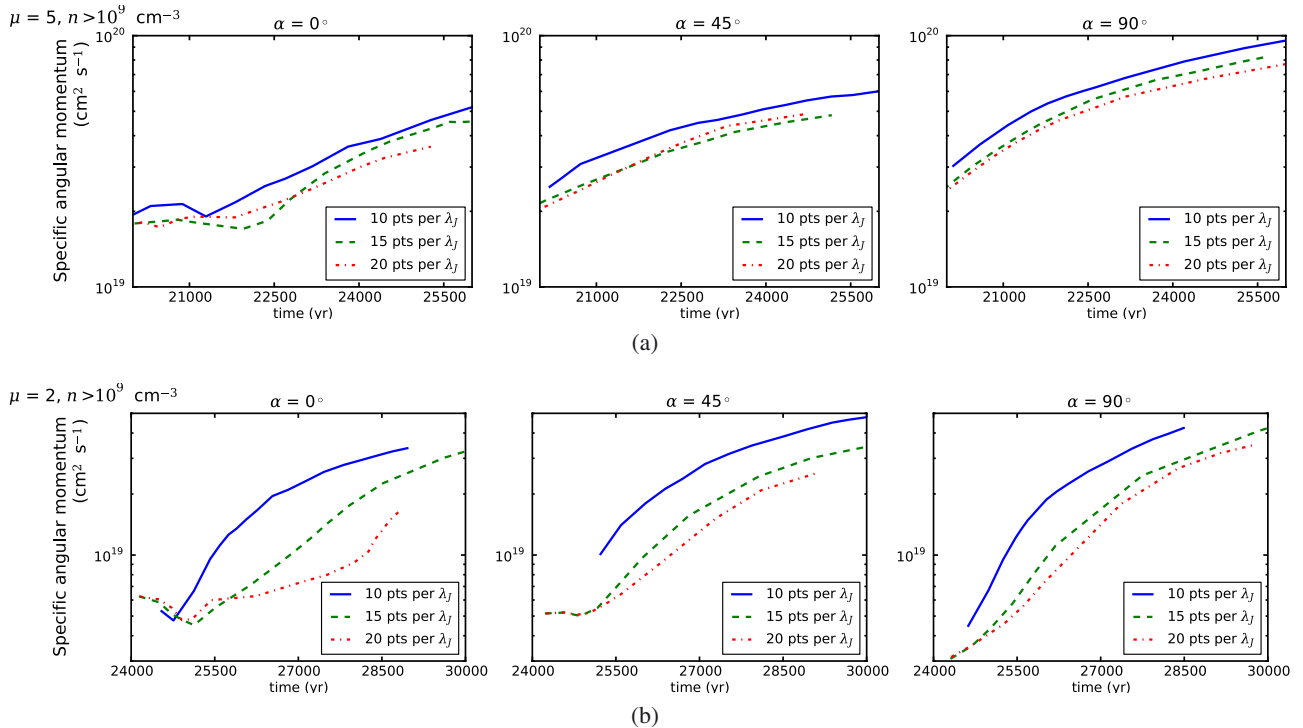


Fig. B.1. Specific angular momentum for $\mu = 5$ (upper panels) and $\mu = 2$ (lower panels), $n > 10^9 \text{ cm}^{-3}$, for $\alpha = 0, 45,$ and 90° , with 10, 15, and 20 resolved points per Jeans' length.

All sets were run with $\mu = 5$ and 2, and $\alpha = 0, 45,$ and 90° for increasing spatial resolution, and with $\mu = 5,$ and $\alpha = 0, 45,$ and 90° for increasing temporal resolution.

Our results remain qualitatively similar even if convergence is not achieved. These convergence runs show that the mass of the disk is slightly overestimated in our previous analysis.

B.1. High spatial resolution simulations

B.1.1. Angular momentum

Figures B.1 show the evolution of specific angular momentum for $n > 10^9 \text{ cm}^{-3}$ for, respectively, $\mu = 5$ and $\mu = 2$. The left panels display its evolution for 10 points, the central panels for 15 points, and the right panels for 20 points resolved per Jeans' length. For all angles ($\alpha = 0, 45$ and 90°), the specific angular momentum decreases with the resolution.

With increasing resolution, more momentum is transported by the magnetic field and outflows, and the steady state is reached at a later stage.

It is clear that numerical convergence has not yet been reached and that treating magnetic braking requires a very high spatial resolution (Commerçon et al. 2010; Hennebelle et al. 2011).

Even though these results are quantitatively different from the simulations presented in this paper, they are qualitatively similar: magnetic braking still decreases significantly when the angle between the rotation axis and the magnetic field increases, and a comparable amount of angular momentum is carried away by magnetic braking and outflows.

B.1.2. Disk mass

The mass of the disk stays roughly the same or decreases with increasing resolution, as shown in Fig. B.2. The mass of the disk can decrease with increasing resolution because of the more efficient transport of angular momentum in the higher resolution cases. For example for $\mu = 5, \alpha = 90^\circ$, the mass of the disk at $t = 25\,500 \text{ yr}$ is $0.18 M_\odot$ (LR) compared to $0.15 M_\odot$ (HR1) and $0.13 M_\odot$ (HR2).

However, our previous conclusions still hold: when magnetization is relatively strong ($\mu = 5$), disks form only when the rotation axis is misaligned with the magnetic field, and for lower μ (meaning stronger magnetization), magnetic braking acts so strongly it prevents disk formation.

B.2. High temporal resolution simulations

B.2.1. Angular momentum

Figure B.3 displays the evolution of the specific angular momentum for $n > 10^9 \text{ cm}^{-3}, \mu = 5$, for a Courant number of 0.8 (left panel) and 0.4 (right panel), which corresponds to a smaller time-step. As the resolution increases, more momentum is transported outward.

B.2.2. Disk mass

Figure B.4 shows the evolution of the mass of the disk for Courant number of 0.4.

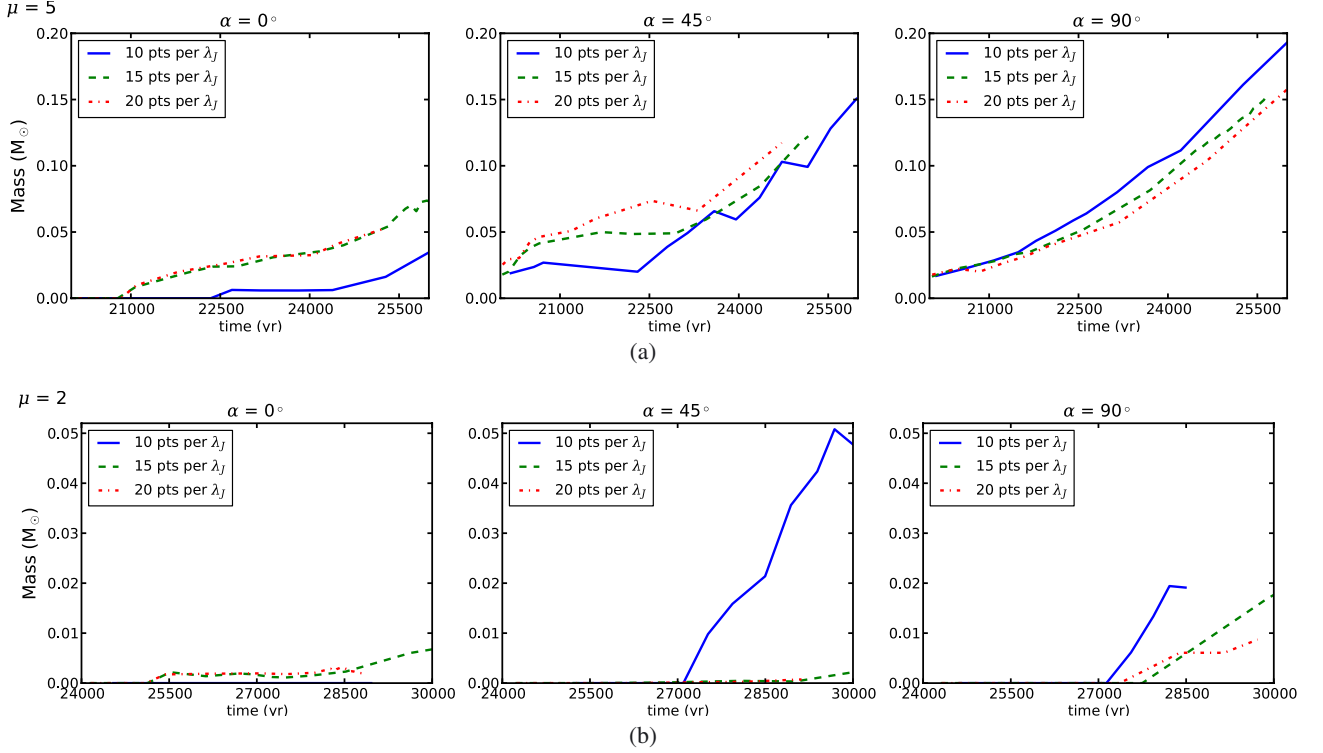


Fig. B.2. Mass of the disk as a function of time for $\mu = 5$ (upper panels) and $\mu = 2$ (lower panels), for $\alpha = 0, 45$, and 90° , with 10, 15, and 20 resolved points per Jeans' length.

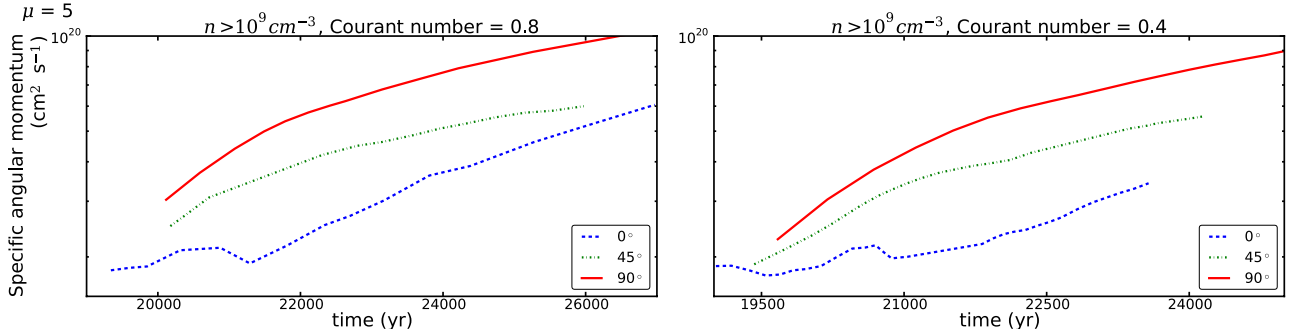


Fig. B.3. Specific angular momentum for $\mu = 5$, $n > 10^9 \text{ cm}^{-3}$, with a Courant number of 0.8 and 0.4.

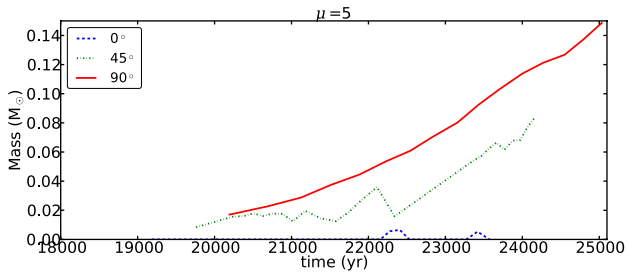


Fig. B.4. Disk mass for $\mu = 5$ and a Courant number of 0.4.

References

- Allen, A., Li, Z.-Y., & Shu, F. 2003, *ApJ*, 599, 363
André, P., Ward-Thompson, D., & Barsony, M. 2000, *Protostars and Planets IV*, 59
Bacciotti, F., Ray, T. P., Mundt, R., Eisloffel, J., & Solf, J. 2002, *ApJ*, 576, 222
Banerjee, R., Pudritz, R. E., & Anderson, D. W. 2006, *MNRAS*, 373, 1091
Belloche, A., André, P., Despois, D., & Blinder, S. 2002, *A&A*, 393, 927
Blandford, R. D., & Payne, D. G. 1982, *MNRAS*, 199, 883
Brown, D. W., Chandler, C. J., Carlstrom, J. E., et al. 2000, *MNRAS*, 319, 154
Ciardi, A., & Hennebelle, P. 2010, *MNRAS*, 409, L39
Commerçon, B., Hennebelle, P., Audit, E., Chabrier, G., & Teyssier, R. 2010, *A&A*, 510, L3
Crutcher, R. M. 1999, *ApJ*, 520, 706
Dapp, W., & Basu, S. 2010, *A&A*, 521, 56
Enoch, M. L., Corder, S., Dunham, M. M., & Duchêne, G. 2009, *ApJ*, 707, 103
Enoch, M. L., Corder, S., & Duchêne, G. 2011, *ApJS*, 195, 21
Falgarone, E., Troland, T. H., Crutcher, R. M., & Paubert, G. 2008, *A&A*, 487, 247
Fromang, S., Hennebelle, P., & Teyssier, R. 2006, *A&A*, 457, 371
Galli, D., & Shu, F. H. 1993, *ApJ*, 417, 243
Galli, D., Lizano, S., Shu, F. H., & Allen, A. 2006, *ApJ*, 647, 374
Haisch, Jr., K. E., Lada, E. A., & Lada, C. J. 2001, *ApJ*, 553, L153
Hennebelle, P., & Ciardi, A. 2009, *A&A*, 506, L29
Hennebelle, P., & Fromang, S. 2008, *A&A*, 477, 9
Hennebelle, P., & Teyssier, R. 2008, *A&A*, 477, 25
Hennebelle, P., Commerçon, B., Joos, M., et al. 2011, *A&A*, 528, A72
Hogerheijde, M. R., van Dishoeck, E. F., Salverda, J. M., & Blake, G. A. 1999, *ApJ*, 513, 350
Jørgensen, J. K., Bourke, T. L., Myers, P. C., et al. 2007, *ApJ*, 659, 479

- Jørgensen, J. K., van Dishoeck, E. F., Visser, R., et al. 2009, *A&A*, 507, 861
- Krasnopolsky, R., Li, Z.-Y., & Shang, H. 2010, *ApJ*, 716, 1541
- Larson, R. B. 2003, *Reports on Progress in Physics*, 66, 1651
- Li, Z., & Shu, F. H. 1996, *ApJ*, 472, 211
- Li, Z.-Y., Krasnopolsky, R., & Shang, H. 2011, *ApJ*, 738, 180
- Lissauer, J. J. 1993, *ARAA*, 31, 129
- Machida, M. N., & Matsumoto, T. 2011, *MNRAS*, 413, 2767
- Machida, M. N., Matsumoto, T., Hanawa, T., & Tomisaka, K. 2005, *MNRAS*, 362, 382
- Machida, M. N., Inutsuka, S.-I., & Matsumoto, T. 2008, *ApJ*, 676, 1088
- Machida, M. N., Inutsuka, S.-I., & Matsumoto, T. 2011, *PASJ*, 63, 555
- Matsumoto, T., & Tomisaka, K. 2004, *ApJ*, 616, 266
- Maury, A. J., André, P., Hennebelle, P., et al. 2010, *A&A*, 512, A40
- Mellon, R. R., & Li, Z. 2008, *ApJ*, 681, 1356
- Mellon, R. R., & Li, Z. 2009, *ApJ*, 698, 922
- Miyoshi, T., & Kusano, K. 2005, *JCoPh*, 208, 315
- Mouschovias, T. C. 1985, *A&A*, 142, 41
- Mouschovias, T. C. 1991, in *The Physics of Star Formation and Early Stellar Evolution*, ed. C. J. Lada, & N. D. Kylafis, NATO ASIC Proc., 342, 61
- Mouschovias, T. C., & Paleologou, E. V. 1979, *ApJ*, 230, 204
- Mouschovias, T. C., & Paleologou, E. V. 1980, *ApJ*, 237, 877
- Mouschovias, T. C., & Spitzer, Jr., L. 1976, *ApJ*, 210, 326
- Price, D. J., & Bate, M. R. 2007, *Ap&SS*, 311, 75
- Pudritz, R. E., & Norman, C. A. 1983, *ApJ*, 274, 677
- Santos-Lima, R., de Gouveia Dal Pino, E. M., & Lazarian, A. 2011 [arXiv:1109.3716]
- Shu, F. H., Galli, D., Lizano, S., & Cai, M. 2006, *ApJ*, 647, 382
- Terebey, S., Shu, F. H., & Cassen, P. 1984, *ApJ*, 286, 529
- Teyssier, R. 2002, *A&A*, 385, 337
- Uchida, Y., & Shibata, K. 1985, *PASJ*, 37, 515
- Ulrich, R. K. 1976, *ApJ*, 210, 377
- Vorobyov, E. I., & Basu, S. 2009, *MNRAS*, 393, 822
- Watson, A. M., Stapelfeldt, K. R., Wood, K., & Ménard, F. 2007, *Protostars and Planets V*, 523

ANNEXE B

THE INFLUENCE OF TURBULENCE DURING MAGNETIZED CORE COLLAPSE AND ITS CONSEQUENCES ON LOW-MASS STAR FORMATION

Cet article est en cours de rédaction et sera soumis prochainement au journal *Astronomy & Astrophysics* :

Marc JOOS, Patrick HENNEBELLE, Andrea CIARDI et Sébastien FROMANG. The influence of turbulence during magnetized core collapse and its consequences on low-mass star formation. *A&A*, 554 : 17 (2013)

The influence of turbulence during magnetized core collapse and its consequences on low-mass star formation

M. Joos^{1,2}, P. Hennebelle^{1,2}, A. Ciardi¹, and S. Fromang²

¹ Laboratoire de radioastronomie, LERMA, Observatoire de Paris, École Normale Supérieure, Université Pierre et Marie Curie (UMR 8112 CNRS), 24 rue Lhomond, 75231 Paris Cedex 05, France
e-mail: marc.joos@cea.fr

² CEA, IRFU, SAp, Centre de Saclay, 91191 Gif-Sur-Yvette, France

Received 29 October 2012 / Accepted 4 April 2013

ABSTRACT

Context. Theoretical and numerical studies of star formation have shown that a magnetic field can greatly influence both disk formation and its fragmentation, with even relatively low magnetic field strengths being able to prevent these processes. However, very few studies have investigated the combined effects of magnetic field and turbulence.

Aims. We study the collapse of turbulent, magnetized prestellar cores, focusing on the effects of magnetic diffusion, and misalignment between rotation axis and magnetic field, on the formation of disks, fragmentation, and the generation of outflows.

Methods. We performed three-dimensional, adaptive-mesh, numerical simulations of magnetically super-critical collapsing dense cores of $5 M_{\odot}$ using the magneto-hydrodynamic code R. A turbulent velocity field is imposed as initial conditions, characterized by a Kolmogorov power spectrum. Different levels of turbulence (a laminar case, as well as subsonic and supersonic cases) and magnetization (from weak to strong magnetization) are investigated, as are three realizations for the turbulent velocity field.

Results. The turbulent velocity field imposed as initial conditions contains a non-zero angular momentum, which is responsible for a misalignment of the rotation axis with respect to the initial magnetic field, and an effective turbulent diffusivity in the vicinity of the core. Both effects are responsible for a significant decrease in the magnetic braking, and they facilitate the formation of early massive disks. These disks can fragment even with $\mu \sim 5$ at late times, in contrast to simulations of $1 M_{\odot}$ cores, where fragmentation is prevented for these values of μ . Slow asymmetric outflows are always launched, and they carry a mass comparable to that of the adiabatic first core.

Conclusions. Because of turbulence-induced misalignment and magnetic diffusivity, massive disk formation is possible; nevertheless, their mass and size are much more reduced than for disks formed in unmagnetized collapsing cores. We find that for $\mu \geq 5$ fragmentation can occur.

Key words. magnetohydrodynamics (MHD) – stars: formation – stars: low-mass

1. Introduction

Disks are a key element in star formation: protostars probably grow by accreting material from protostellar accretion disks (Lynden-Bell & Pringle 1974), which at later stages are the natural progenitors of planets (Lissauer 1993). The formation of disks is a challenging theoretical question, and the conditions for their presence remain unclear. Magnetic fields certainly play an important role, and they can efficiently transport angular momentum away from the central regions of the collapsing core, thereby preventing the early formation of massive disks. This occurs even for relatively low magnetic field intensities (Mellon & Li 2008; Price & Bate 2007; Hennebelle & Fromang 2008), at a level largely in accordance with the observational measurement of core magnetizations (Crutcher 1999; Falgarone et al. 2008). However, this so-called magnetic braking “catastrophe” may in fact be compatible with observations. Unlike Class I and more evolved sources, the presence of disks around Class 0 sources has not been well established, and recent studies show no clear evidence of disks or fragmentation in Class 0 protostars (Maury et al. 2010).

Several studies have investigated non-ideal magnetohydrodynamics (MHD) effects on the magnetic braking and on disk formation. While Mellon & Li (2009) and Li et al. (2011) found that ambipolar diffusion does not allow the building of massive

disks, the effects of Ohmic dissipation remain less clear, with only small disks able to form (~ 10 AU, Dapp & Basu 2010). Other means of redistributing magnetic flux have also been investigated. Krasnopolsky et al. (2012) find that flux expulsion from the inner core regions by both ambipolar and Ohmic diffusion can promote the development of an interchange instability that is very effective in advecting outward the magnetic field; however, they did not observe any disks.

The effects of turbulence were investigated by Santos-Lima et al. (2012), who find that an effective turbulent diffusivity (of the same order of magnitude as the enhanced resistivity of Krasnopolsky et al. 2010) is sufficient to decrease the magnetic braking efficiency and generate disks. Similarly, in the context of massive star formation, Seifried et al. (2012) argue that the lack of coherent rotational velocity field in their turbulent simulations prevents the build up of a toroidal magnetic field component, and reduces the magnetic braking. However, they also note that turbulence induces a strong misalignment between the rotation axis of the disk and the magnetic field. This misalignment has in fact been shown to be critical in the transport of angular momentum by Hennebelle & Ciardi (2009) and Joos et al. (2012). In ideal MHD, Hennebelle & Ciardi (2009) and Joos et al. (2012) have investigated the influence on disk formation of the orientation of the rotation axis with respect to the magnetic field, showing both analytically and numerically that the tilt of the rotation axis can

significantly reduce the magnetic braking, allowing the formation of massive disks.

Understanding the formation of multiple systems is another crucial issue related to the angular momentum distribution. A large fraction of stars are actually observed to be either in binary or higher multiple systems (Duquennoy & Mayor 1991). The question of the multiple system formation has been addressed by several authors using numerical simulations. While the magnetic field is a key ingredient in star formation theory, simulations investigating multiple star formation were until recently mainly hydrodynamical. Fragmentation of collapsing cores is thought to be the most plausible process to form multiple systems. Pioneer work from Boss & Bodenheimer (1979) already suggested that binaries could form from fragmentation of the collapsing cloud. The robustness of these results, as well as the initial parameters of the collapse (as the initial shape of the cloud), were thoroughly investigated (see for example Bonnell et al. 1991; Bate et al. 1995). Some authors took into account the effect of turbulence (Goodwin et al. 2004a,b), showing that binary and multiple system can form even with low levels of turbulence, and without a large initial amount of rotational energy. Fragmentation of the protostellar disk was also studied (Stamatellos et al. 2007), illustrating that companion stars could form in an extended massive disk around the protostar. The effects of radiative transfer, without (Offner et al. 2009) or with (Offner et al. 2010) turbulence were also addressed. The main conclusion being that while radiative transfer inhibits fragmentation in the disk, turbulence tends to favour fragmentation of the cloud.

Few studies have investigated the influence of a magnetic field on the fragmentation process, and they reveal in particular that it can very efficiently prevent fragmentation (Hennebelle & Teyssier 2008; Machida et al. 2005). The magnetic pressure has a stabilizing influence, particularly because of the growth of the toroidal component of the magnetic field which is responsible for disk stabilization. Radiative processes do not enhance fragmentation in the presence of a magnetic field (Commerçon et al. 2010), on the contrary, the more realistic heating of the disk inhibits the fragmentation even further. Fewer studies investigated the role of turbulence in magnetized low-mass cores, as for example in the work of Matsumoto & Hanawa (2011), whose simulations, although not really focused on fragmentation itself, showed no signs of it.

The goal of this paper is to study in detail disk formation and fragmentation in the presence of both a magnetic field and turbulence. The effects of turbulence highlighted in the present work are twofold. First, turbulence generates an effective magnetic diffusivity by promoting magnetic reconnection (Weiss 1966; Santos-Lima et al. 2012), which helps to expel the magnetic flux from the central regions of the core. Second, it is responsible for a “local” misalignment between the rotation axis and the magnetic field lines, which results in a significant decrease in the magnetic braking efficiency, as discussed in Joos et al. (2012).

The plan of the paper is the following. In Sect. 2, we present our numerical setup and initial conditions. The effects of turbulence are presented in Sect. 3: the diffusion of the magnetic field, the impact on the orientation of the angular momentum with respect to the magnetic field, and its implications on the magnetic braking efficiency. The consequences on star formation are presented in Sect. 4: the effects on disk formation, fragmentation, and outflows. In Sect. 5, we discuss the influence of misalignment on a laminar case and present results for different realizations of the turbulent velocity field. Section 6 concludes the paper.

2. Numerical setup and initial conditions

2.1. Numerical setup

We perform 3D numerical simulations with the adaptive mesh refinement (AMR) code R (Teyssier 2002; Fromang et al. 2006). R can treat ideal MHD problems with self-gravity and cooling. The magnetic field evolves using the constrained transport method, preserving the nullity of the divergence of the magnetic field. The high resolution needed to investigate the problem is provided by the AMR scheme. Our simulations are performed using the HLLD solver (Miyoshi & Kusano 2005).

The calculations start with 128^3 grid cells. As the collapse proceeds, new cells are introduced to ensure the resolution of the Jeans length with at least ten cells. Altogether we typically use 10 AMR levels during the calculation, providing a finest spatial resolution of ~ 0.4 AU.

2.2. Initial conditions

We consider simple initial conditions consisting of a spherical cloud with a mass of $5 M_{\odot}$. Compared to the one solar mass clouds usually studied in the context of low-mass star formation, more massive clouds are expected to be more turbulent (Larson 1981). The density profile of the initial prestellar core is given by

$$\rho = \frac{\rho_0}{1 + (r/r_0)^2}, \quad (1)$$

with $\rho_0 = 1.2 \times 10^{-18}$ g cm $^{-3}$ the central density, $r_0 = 2.3 \times 10^{-2}$ pc the radius of the central region of the prestellar core, where the density is approximately uniform, and $r_B = 0.14$ pc the boundary of the prestellar core; these are in accordance with observations (André et al. 2000; Belloche et al. 2002). The ratio of the thermal over gravitational energy is about 0.25 whereas the ratio of the rotational over gravitational energy β is about 0.03. The magnetic field intensity is quantified through the magnetization parameter μ , defined as the mass-to-flux over the critical mass-to-flux ratio (its critical value being $\approx 1/(2\pi G^{1/2})$). Various magnetizations are studied, corresponding to a magnetization parameter $\mu = 2, 5$ (magnetized super-critical cloud, in agreement with observations, as pointed out in the introduction) and 17 (very super-critical cloud). The magnetic field is initially aligned with the rotation axis. We emphasize that the $\mu = 5$ case is an intermediate case: in the $\mu = 2$ case, the magnetic field dominates the dynamics whereas the $\mu = 17$ case is a quasi-hydrodynamical case. Therefore in the rest of the paper particular attention is paid to the $\mu = 5$ case.

A random phase velocity field with a Kolmogorov power spectrum is imposed as initial condition. The turbulent velocity field is a mixture of compressible and solenoidal modes generated, nearly in equipartition, using a fractional Brownian motion, following Levrier (2004). The largest wavelength excited is comparable to the size of the central region of the prestellar core, r_B . We explore mostly one realization of the velocity field, but we run two other realizations for the $\mu = 5$ simulations in order to assess the robustness of our conclusions. Prestellar cores are thought to lay in a transonic turbulent environment (Ward-Thompson et al. 2007). Therefore, various initial turbulent energy are studied: $\epsilon_{\text{turb}} = 0, 0.1, 0.2$ and 0.5 , where ϵ_{turb} is the ratio of the turbulent over gravitational energy $E_{\text{turb}}/E_{\text{grav}}$. These correspond to a laminar case, a subsonic case, and two supersonic cases respectively. Specifically, the values $\epsilon_{\text{turb}} = 0.1$ corresponds to a Mach number $\mathcal{M} = 0.85$, $\epsilon_{\text{turb}} = 0.2$ to $\mathcal{M} = 1.2$,

Table 1. List of performed simulations, with μ the magnetization parameter, $\epsilon_{\text{turb}} = E_{\text{turb}}/E_{\text{grav}}$ the ratio of turbulent over gravitational energies, and the realizations performed.

Run	μ	$\epsilon_{\text{turb}} = E_{\text{turb}}/E_{\text{grav}}$	Realization
CT200	2	0	–
CT2100	2	0.1	0
CT2200	2	0.2	0
CT2500	2	0.5	0
CT2201	2	0.2	1
CT2501	2	0.5	1
CT2202	2	0.2	2
CT2502	2	0.5	2
CT500	5	0	–
CT5100	5	0.1	0
CT5200	5	0.2	0
CT5500	5	0.5	0
CT5201	5	0.2	1
CT5501	5	0.5	1
CT5202	5	0.2	2
CT5502	5	0.5	2
CT1700	17	0	–
CT1710	17	0.1	0
CT17200	17	0.2	0
CT17500	17	0.5	0

and $\epsilon_{\text{turb}} = 0.5$ to $M = 1.9$. Table 1 lists all the simulations parameters.

In addition to the angular momentum imposed initially on the cloud, the turbulent velocity field can generate a supplementary non-zero angular momentum. Figure 1a shows that in the inner parts of the prestellar core, the specific angular momentum is larger when turbulence is present. In a sphere of radius r_0 , the angular momentum is larger by a factor ~ 1.3 to ~ 2 , and the larger the turbulent energy, the larger the angular momentum. However outside the central region of the prestellar core, the angular momentum tends to converge to a unique value, independently of the initial turbulent energy. This also implies the presence of an initial tilt of the rotation axis with respect to the x -axis, which is given by the initial direction of the magnetic field, as shown by Fig. 1b. With turbulence, this angle is initially larger than 30° . However, due to the turbulent motions, this angle evolves rapidly after the beginning of the simulation, as discussed in the next section.

To avoid the formation of a singularity and to mimic the fact that at high density the gas becomes opaque i.e. nearly adiabatic, we use a barotropic equation of state

$$\frac{P}{\rho} = c_s^2 = c_{s,0}^2 \left[1 + \left(\frac{\rho}{\rho_{\text{ad}}} \right)^{2/3} \right], \quad (2)$$

where ρ_{ad} is the critical density over which the gas becomes adiabatic; we take $\rho_{\text{ad}} = 10^{-13} \text{ g cm}^{-3}$. When $\rho > \rho_{\text{ad}}$ the adiabatic index γ is therefore equal to $5/3$, which corresponds to an adiabatic mono-atomic gas. At lower density, when the gas is isothermal, P/ρ is constant, with $c_{s,0} \sim 0.2 \text{ km s}^{-1}$. The corresponding free-fall time is $t_{\text{ff}} \sim 60 \text{ kyr}$ (for an initial central density of about $1.2 \times 10^{-18} \text{ g cm}^{-3}$).

Note that for a $5 M_\odot$ prestellar core, it is likely that the barotropic equation of state is not accurate enough, and that radiative transfer calculations should be employed (Commerçon et al. 2010, 2011a,b; Tomida et al. 2010). However, such calculations are computational intensive and do not allow an easy exploration of the space parameters.

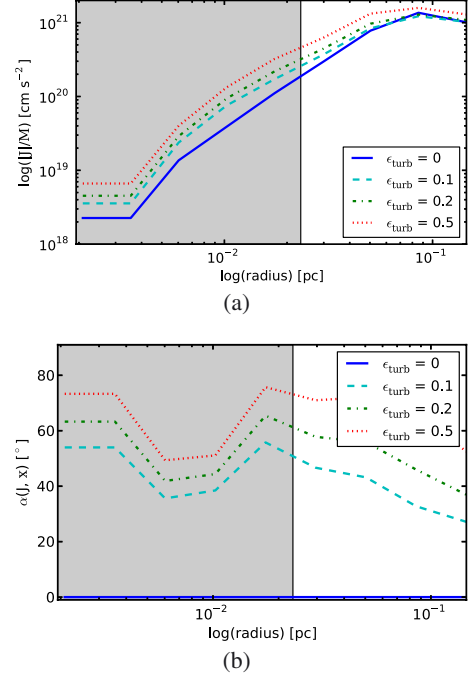


Fig. 1. Specific angular momentum (*upper panel*) and initial angle between the rotation axis and the x -axis at $t = 0 \text{ yr}$. The shaded area corresponds to the central region of the prestellar core of radius r_0 .

3. Effects of turbulence

In this section, we discuss the two main effects of turbulence on the collapse of a prestellar core: namely that the magnetic field can be efficiently diffused out of the inner regions of the collapsing core owing to an effective turbulent diffusivity, and that the angular momentum induced by the initial turbulent velocity field is responsible for a “local” misalignment between the rotation axis and the magnetic field. These two effects have important consequences on the magnetic braking, and therefore on the angular momentum distribution.

3.1. Magnetic diffusion

We begin by investigating the diffusion of the magnetic field in the regions around the first Larson core (the adiabatic core, which is referred to as “the first core” in the rest of the paper). To estimate the diffusion of the magnetic field in our simulations, we first estimate the magnetization around the first cores. All physical quantities are computed for a sphere of radius R ; to express the magnetic flux, given by $\pi R^2 \langle \mathbf{B} \rangle$, we consider the mean value of the magnetic field on the sphere, $\langle \mathbf{B} \rangle$ (which is volume averaged). The mass of the sphere is given by $M(R)$ and the critical mass-to-flux ratio is defined as $(M/\Phi)_{\text{cr}} = 1/(2\pi \sqrt{G})$. The time evolution of the magnetization parameter $\mu(t)|_R$ of a sphere of a given radius R can therefore be expressed as

$$\mu(t)|_R \simeq \frac{M(R)}{\pi R^2 \langle \mathbf{B} \rangle} \left/ \frac{1}{2\pi \sqrt{G}} \right. . \quad (3)$$

We compute $\mu(t)|_R$ for $R = 100, 500$ and 1000 AU .

Figure 2 shows the evolution $\mu(t)|_R$ for initial values of $\mu = 17, 5$ and 2 . Time $t = 0 \text{ yr}$ corresponds to the formation of the first core. We note that this is different from Joos et al. (2012); here the choice is motivated by the fact that turbulence modifies

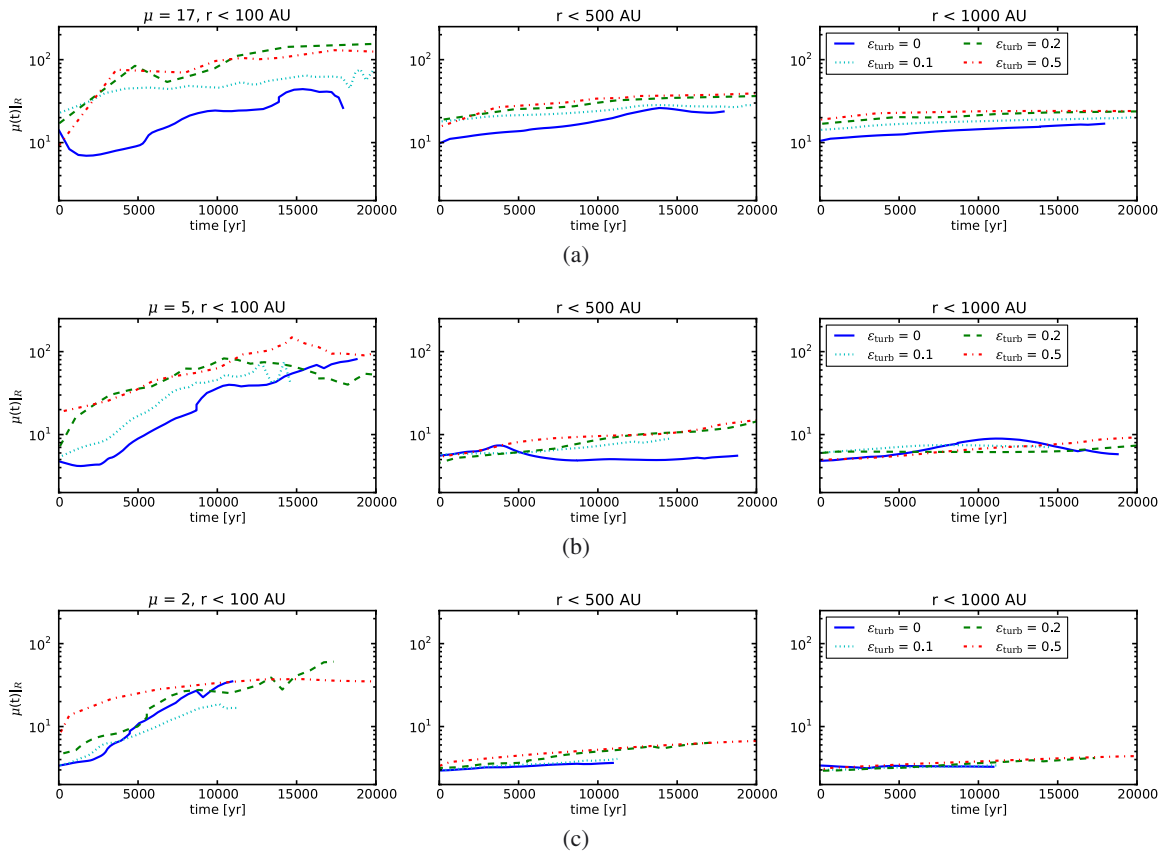


Fig. 2. Evolution of the magnetization parameter within a radius $R = 100, 500$ and 1000 AU around the first core (*left, central and right panels* respectively) for an initial μ of 17, 5 and 2 (*upper, middle and lower panels*) and for $\epsilon_{\text{turb}} = 0, 0.1, 0.2,$ and 0.5 . $t = 0$ yr corresponds to the formation of the first core.

the gas dynamics and delays the collapse. The actual delay depends on the realization of the turbulent velocity field and on the turbulent energy.

For all magnetizations, the magnetic flux is initially well-conserved at large scale: within a sphere of 500 or 1000 AU, the estimated magnetization parameter remains approximately constant. However, at later times, the magnetic flux starts to decrease, for example for $R = 500$ AU the magnetization parameter increases by a factor ~ 2 .

In the laminar case ($\epsilon_{\text{turb}} = 0$), the magnetic flux is first well-conserved at smaller radii (within a sphere of radius $R = 100$ AU). However at times ≥ 5000 yr after the formation of the first core, it starts to be diffused up to ~ 2 to 10 times its initial value, this is likely a consequence of the interchange instability, as discussed by Krasnopolsky et al. (2012).

We find that with an initial turbulent velocity field ($\epsilon_{\text{turb}} = 0.1, 0.2,$ and 0.5) the magnetic flux is diffused out more efficiently in the vicinity of the first core ($R \lesssim 100$ AU). The higher the initial turbulent energy, the larger is μ . For example, μ is typically ~ 3 to 10 times larger than its initial value in the subsonic case ($\epsilon_{\text{turb}} = 0.1$), whereas it is ~ 10 times larger than its initial value for $\epsilon_{\text{turb}} = 0.2$, and ~ 10 to 30 times larger for $\epsilon_{\text{turb}} = 0.5$.

Following the method of Fromang & Papaloizou (2006), we have also computed an approximate estimate of the turbulent resistivity. We obtain a magnetic diffusivity of about $2 \times 10^{21} \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$ for $\epsilon_{\text{turb}} = 0.2$, and $4 \times 10^{21} \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$ for $\epsilon_{\text{turb}} = 0.5$. Therefore, the higher the turbulent energy, the larger the diffusivity coefficient, which is in good agreement with the measured diffusion of the magnetic field. There is roughly a

factor 2 between the diffusivity coefficient for the $\epsilon_{\text{turb}} = 0.2$ and 0.5 cases, and consequently the magnetization parameter in the vicinity of the first core was increased by a factor two between those two turbulent cases.

We note that even a low level of turbulence is sufficient to efficiently diffuse the magnetic flux from the first core. The significant diffusion of magnetic field even at larger radii ($R = 500$ AU) is crucial for the transport of angular momentum, as strong magnetic braking occurs in those regions, and we can expect it to influence the formation of protostellar disks.

3.2. Orientation

As we discussed in Joos et al. (2012), the orientation of the rotation axis with respect to the direction of the magnetic field has important consequences on the magnetic braking and the transport of angular momentum. One of the main conclusions was that even with a relatively strong magnetic field ($\mu \gtrsim 3$), a relatively small misalignment ($\gtrsim 20^\circ$) is sufficient to enable the formation of massive disks. Although those simulations were performed without turbulence, we suggested that turbulent motions in the ISM could be at the origin of this misalignment (see the Sect. 3.1.5 of Joos et al. 2012). In the present case, the turbulent velocity field imposed as initial conditions induces an initial tilt of the angular momentum, with values of the angle laying between 20 and 60° .

Figure 3 shows the time evolution of the angle between the angular momentum and the magnetic field for $\mu = 17, 5,$ and 2 , and $\epsilon_{\text{turb}} = 0, 0.1, 0.2,$ and 0.5 . The misalignment angle α is

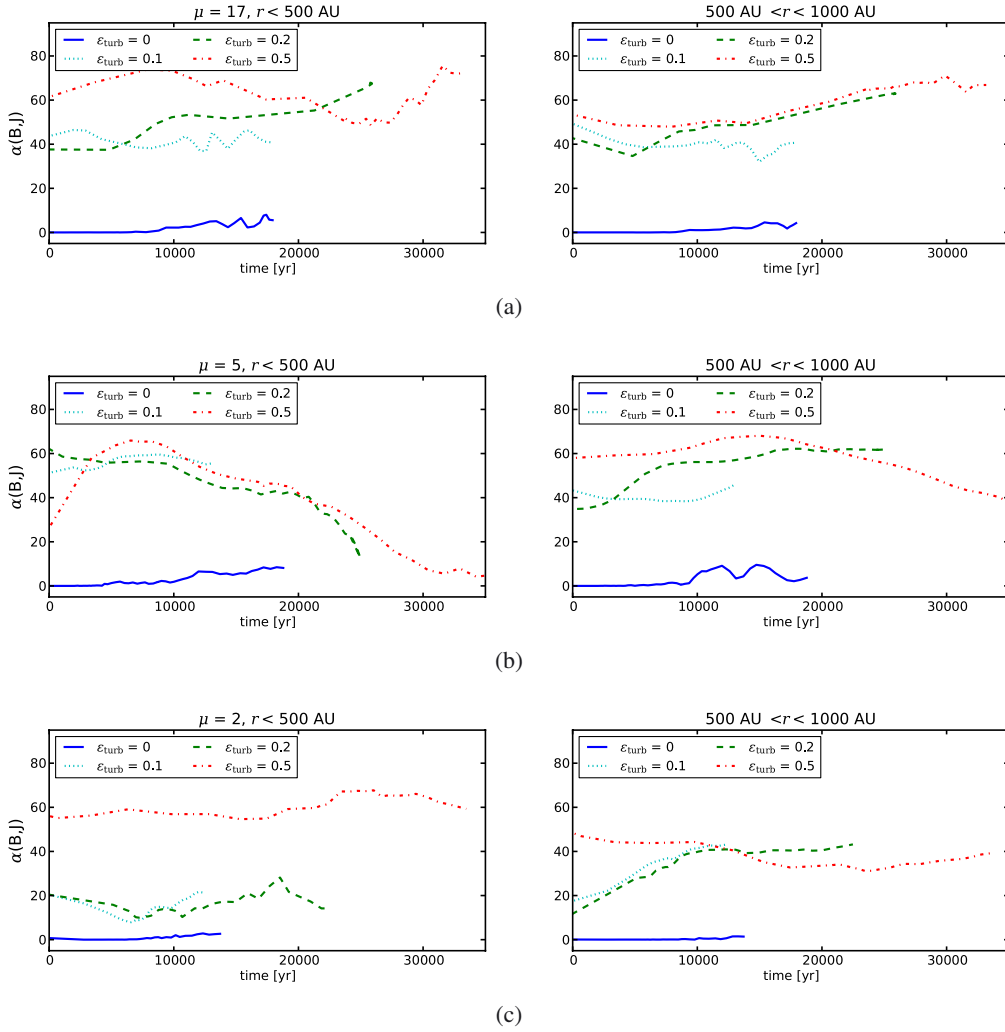


Fig. 3. Angle between the angular momentum and the magnetic field for $\mu = 17$ (upper panels), 5 (middle panels) and 2 (lower panels), for the four levels of turbulence ($\epsilon_{\text{turb}} = 0, 0.1, 0.2,$ and 0.5). Their respective orientation is showed in two different regions: one defined by $100 < r < 500$ AU (left panels) and the other by $500 < r < 1000$ AU (right panels).

calculated for two regions: $100 < R < 500$ AU, and $500 < R < 1000$ AU. For smaller radii, the magnetic field is strongly twisted around the first core and defining a mean direction of the field is unrealistic. While the first region corresponds to the disk formation region, we also consider a larger scale since the orientation is not as clearly defined in the turbulent cases as in the laminar case.

Figure 3 clearly shows that without turbulence, the magnetic field and the angular momentum stay well aligned during the collapse of the first core and the evolution of the first core. On the contrary, with turbulence, the angular momentum and the magnetic field are strongly misaligned. The angle α ranges from 20 to 80°. In addition, the mean angle changes between the inner and the outer regions, indicating that the structure of the magnetic field is complex. Again, the results for the sub- and supersonic cases are very similar. Even a subsonic turbulent velocity field is sufficient to tilt the rotation axis of the first core.

3.3. Magnetic braking

To study the transport of angular momentum we estimate the magnetic braking in a cylinder defined by a radius $R = 300$ AU and a height $H = 300$ AU. The vertical and radial components

of the integrated flux of angular momentum transported by the magnetic field are defined as

$$F_z(R) = \left| \int_0^{2\pi} \int_0^R r \frac{B_\phi(r, \phi, \pm h(r)/2) B_z(r, \phi, \pm h(r)/2)}{4\pi} r dr d\phi \right|,$$

and

$$F_r(R) = \left| \int_0^{2\pi} \int_{-h(R)/2}^{h(R)/2} R \frac{B_\phi(R, \phi, z) B_r(R, \phi, z)}{4\pi} R dz d\phi \right|, \quad (4)$$

where $B_i(R, \phi, z) \equiv B_i(r = R, \phi, z)$. We note that F_z is the sum of the fluxes through the faces defined by $H/2$ and $-H/2$. In the following, we study the specific quantities F_r/M and F_z/M , where M is the mass enclosed in the volume of interest.

Figure 4 shows the evolution of the vertical (upper panels) and radial components (lower panels) of the above-mentioned fluxes for $\mu = 17, 5$ and 2 , and for $\epsilon_{\text{turb}} = 0, 0.1, 0.2,$ and 0.5 .

The magnetic braking is globally less efficient in the turbulent cases than in the laminar case. For $\epsilon_{\text{turb}} = 0.1, 0.2$ and 0.5 , both components F_z and F_r (upper and lower panels of Fig. 4)

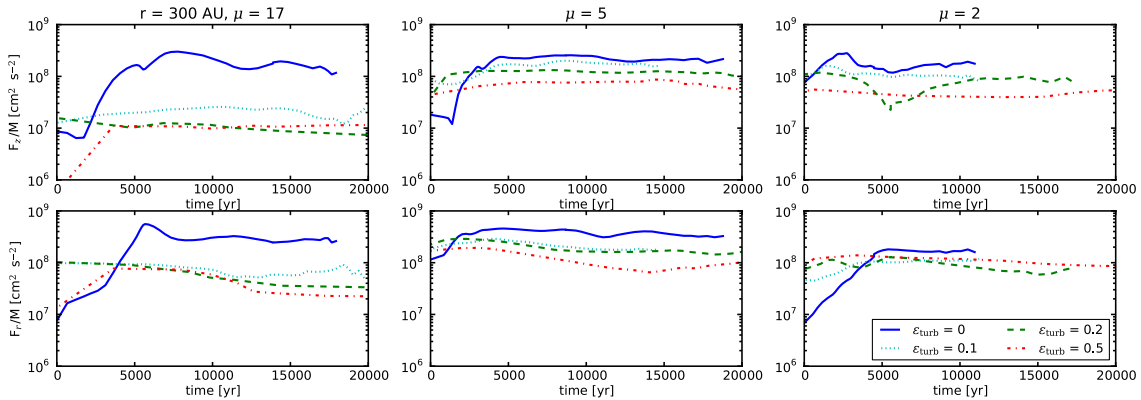


Fig. 4. Evolution of the vertical and radial components of the flux of specific angular momentum transported by the magnetic field in logarithmic scale, for $\mu = 17, 5$ and 2 and $\epsilon_{\text{turb}} = 0, 0.1, 0.2,$ and 0.5 . $t = 0$ corresponds to the formation of the first core.

are weaker by a factor of about 2 compared to the laminar case. In the subsonic case ($\epsilon_{\text{turb}} = 0.1$) the flux is stronger than in the supersonic cases ($\epsilon_{\text{turb}} = 0.2$ and 0.5), although weaker than in the laminar case. In general, the higher the turbulent energy, the weaker the fluxes (for both components F_z and F_r).

We also note that after a transitory phase, these fluxes become almost constant in time. However, while the generation of B_r and B_ϕ due to turbulent motions is fast, and F_z and F_r grow rapidly, in the laminar case their increase is relatively slow (~ 5000 years).

To summarize, the fluxes of angular momentum transported by the magnetic field are weaker in the turbulent cases because (i) of the turbulence-induced magnetic diffusivity which reduces the magnetic flux in the central regions; (ii) of the misalignment between the rotation axis and magnetic field, which decrease the magnetic braking efficiency.

4. Consequences for star formation

4.1. Disk formation

4.1.1. Disk definition

We have seen in the previous section that the presence of a turbulent velocity field can considerably reduce the magnetic braking in the inner regions of the first core. We now study its consequences on disk formation by following the analysis developed in Joos et al. (2012), which is first briefly recalled.

We work in the frame of the disk, which is a cylindrical frame whose axis is parallel to the direction of the angular momentum of the first core. Since disks are expected to be reasonably axisymmetric, they are defined on concentric and superposed rings in which density, velocity, pressure and magnetic field are averaged. As discussed in Joos et al. (2012) a single rotation criterion is not enough to define disks. We use instead a combination of five criteria, which are:

1. the first criterion ensures that rotational support is significant: $v_\phi > f v_r$;
2. the second criterion ensures that the disk is reasonably close to hydrostatic equilibrium: $v_\phi > f v_z$;
3. to check whether rotational support dominates thermal support, we require: $\rho v_\phi^2 > f P_{\text{th}}$;
4. a connectivity criterion;
5. a density criterion is used to avoid large spiral arms: $\rho > 10^9 \text{ cm}^{-3}$.

For the first three criteria, we take a value $f = 2$.

4.1.2. Mass of the disk

The mass of the disk as a function of time, for different magnetizations and turbulence levels, is presented in Fig. 5. For each case $t = 0$ corresponds to the time when the first core forms. Because of the weak magnetic braking, disks always form for $\mu = 17$. A result that is not changed significantly by turbulence. The observed rapid decrease in the masses of the disks is caused by fragmentation, which is discussed in the next section. For $\mu = 5$ massive disks can form in the presence of turbulence, their masses growing up to $1.0 M_\odot$, which represents more than 20% of the prestellar core's mass. This is in contrast with the laminar (and aligned) case, where only relatively smaller disks are able to form. For the more magnetized case, $\mu = 2$, massive disks do not form at all, with or without turbulence, instead disks with masses in the range of about 0.3 to $0.4 M_\odot$ can form. We note that because of numerical convergence issues, these masses are probably overestimated by a factor of at least 2 (see Appendix A).

In the laminar case, for the intermediate magnetization ($\mu = 5$), there are two regimes: before ~ 5000 yr the mass of the disk is negligible, and after ~ 5000 yr it starts to grow with a slope comparable to the turbulent cases (Fig. 5b). We believe that it is due to a symmetry break occurring at this stage, due to the interchange instability discussed in Krasnopolsky et al. (2012). This symmetry break generates turbulent motions in the vicinity of the first core and causes a transport of magnetic flux that can be seen in the first panel of Fig. 2b where two regimes can also be seen before and after ~ 3000 yr. This magnetic flux diffusion induces a decrease in the magnetic braking efficiency; more angular momentum is then available to build disk. This effect probably depends on the non-ideal MHD processes taken into account (and on the numerical methods used when these processes are not explicitly treated), and would require further investigations. This is consistent with our previous claim that the aligned configuration is peculiar.

These results show that due to the reduced magnetic braking, in the low and intermediate magnetization cases there is a trend to form bigger disks when $\epsilon_{\text{turb}} \neq 0$. At the same time, it is still clear that for increasing magnetic field strength, and thus magnetic braking, disks tend to be smaller. More precisely, for $\mu = 2$, disks with masses greater than 10% of the mass of the prestellar core can hardly form, at the time simulated. Important is that, in the intermediate magnetization case $\mu = 5$, the mass of the disks in the subsonic case ($\epsilon_{\text{turb}} = 0.1$) tends to be only slightly lower than in the supersonic cases. Nevertheless the mass of the disks is significantly higher than that of the disks built in a non-turbulent

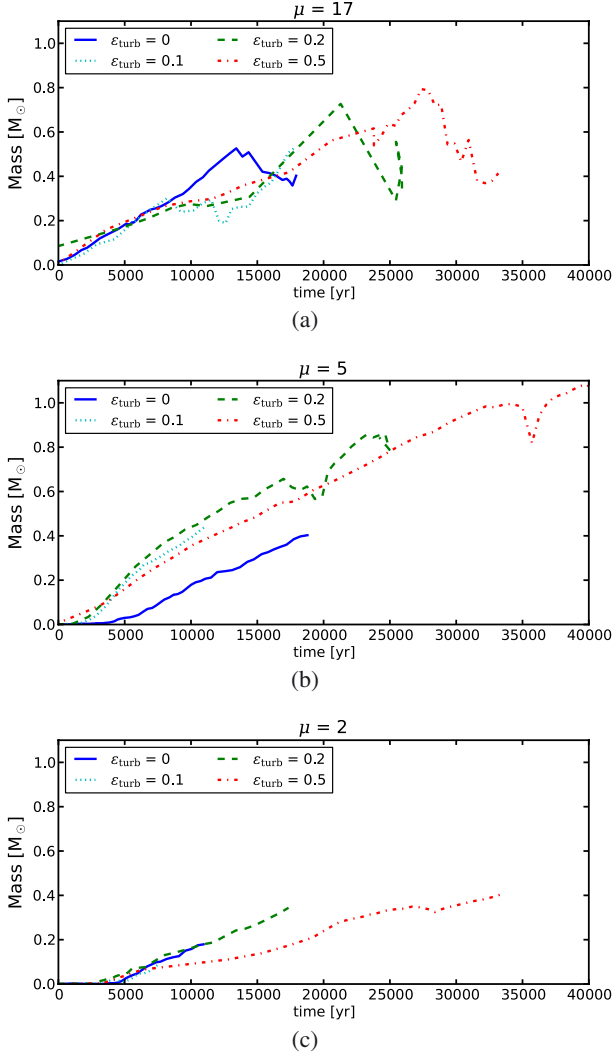


Fig. 5. Mass of the disk as a function of time for $\mu = 17$ a), $\mu = 5$ b) and $\mu = 2$ c).

environment. Therefore, even a low level of turbulence is sufficient to form massive disks when $\mu \gtrsim 5$.

These results also depend on the realization of the turbulent velocity field, as discussed in Sect. 5.2, and show a large variance with the realizations. However, the main trends do not change. In most of the cases studied, turbulence favours the formation of more massive disks.

4.2. Fragmentation

Massive disks are prone to fragmentation, and to identify and study the fragments we use a friend-of-friend algorithm. In this method, a fragment is defined by starting from a pre-defined over-density, and then finding all cells above a certain density threshold which are spatially connected. Contrary to the sink particles technique, it is harder with this method to accurately follow the fragments, and they can also potentially merge. However this technique gives sufficiently accurate information on the fragmentation process occurring in our simulations. We note that to ensure the validity of those results a treatment of the second collapse, as well as radiative transfer calculations, would be needed.

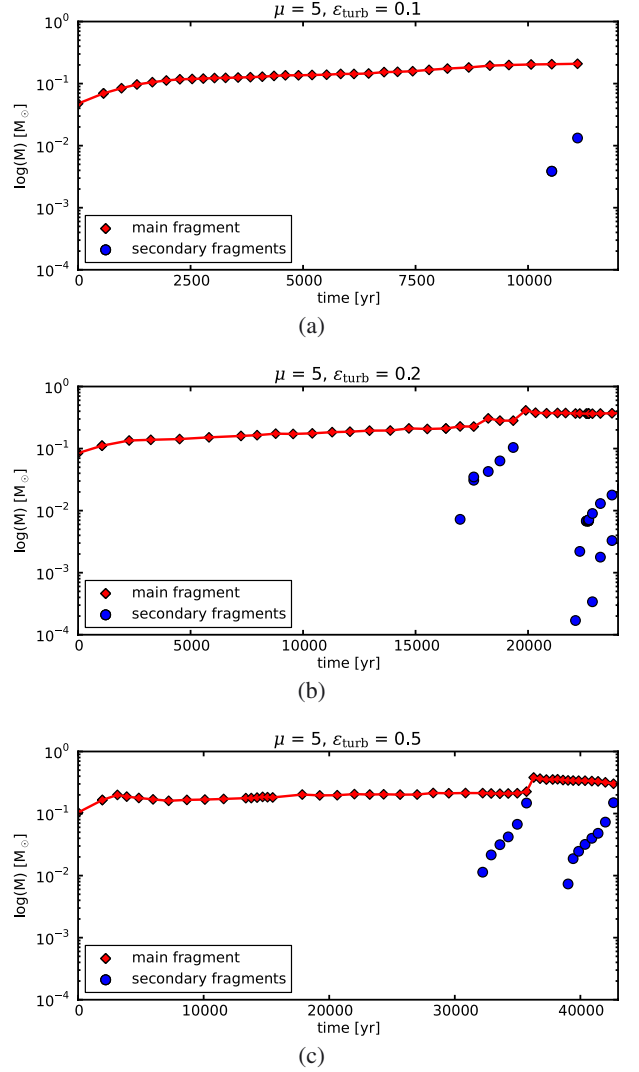


Fig. 6. Mass of the fragments for $\mu = 5$. The central, most massive first core is denoted by the red diamonds and line.

As observed previously by Hennebelle & Teyssier (2008) and Joos et al. (2012) for $1 M_{\odot}$ prestellar cores, we find that for $\mu = 2$ no fragmentation occurs. The disk is too small and remains stable. Moreover, the magnetic field, and particularly its toroidal component, has a stabilizing effect that efficiently prevents fragmentation. On the other hand, the initial turbulent velocity field is too weak to provide density perturbations of sufficient amplitude that could trigger fragmentation (Hennebelle & Teyssier 2008).

For $\mu = 5$, fragmentation takes place when the disks are massive enough. This occurs at late time (approximately 20 000 yr after the formation of the first core) when the mass of the disks reaches about $0.7 M_{\odot}$. Figure 6 shows, for $\epsilon_{\text{turb}} = 0.1, 0.2$, and 0.5 , the evolution of the mass of the fragments: the red diamonds (and the red line) correspond to the first core itself whereas the blue dots correspond to the disk fragments. One dot corresponds to one fragment at a given time. Fragments can merge and fragment again, and up to four fragments of about $10^{-3} M_{\odot}$ form. The most massive correspond to the central first core which forms initially with a mass of about few tenths of a solar mass. We note that fragmentation occurs for these $5 M_{\odot}$ prestellar cores whereas it was not the case for the $1 M_{\odot}$ prestellar cores studied in Joos et al. (2012). Although the number of

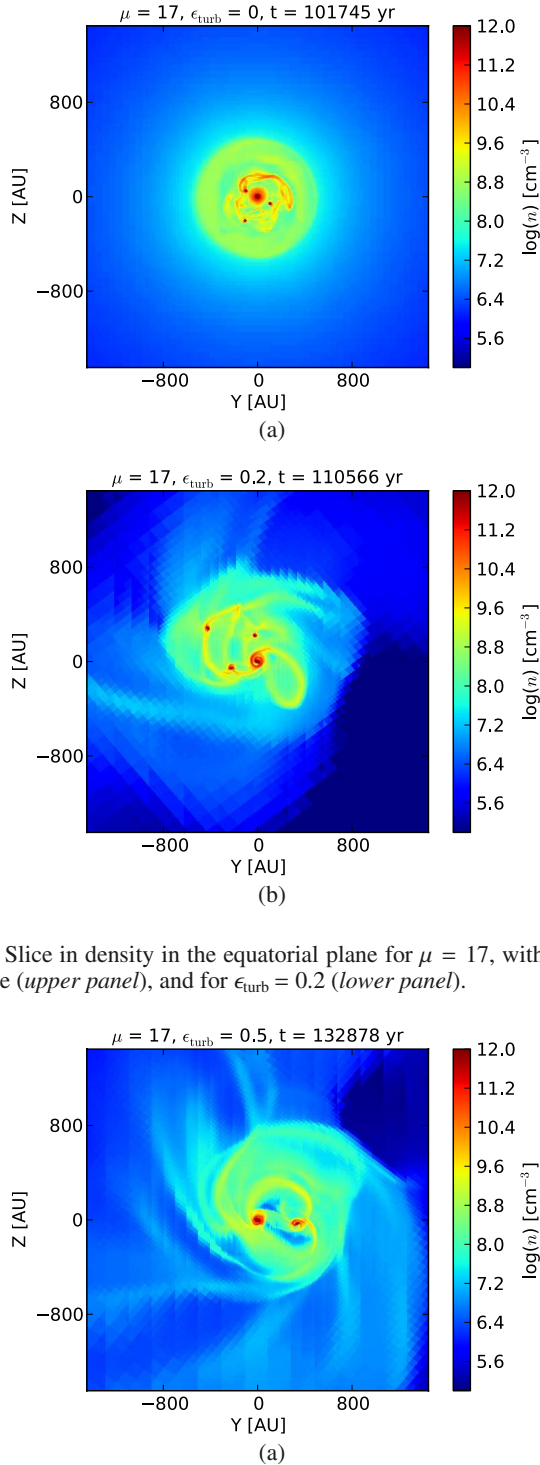


Fig. 7. Slice in density in the equatorial plane for $\mu = 17$, without turbulence (*upper panel*), and for $\epsilon_{\text{turb}} = 0.2$ (*lower panel*).

Fig. 8. Same as Fig. 7 for $\epsilon_{\text{turb}} = 0.5$.

Jean's masses is initially the same, as the collapse proceeds, gas becomes denser and temperature becomes higher in the $1 M_{\odot}$ prestellar cores than in the $5 M_{\odot}$ prestellar cores, simply because of the barotropic equation of state. Therefore, $5 M_{\odot}$ prestellar cores have more Jeans' masses than $1 M_{\odot}$ prestellar cores.

As shown by Fig. 7 and 8 the fragmentation of disks also occurs for $\mu = 17$. The masses of the fragments for $\mu = 17$ are shown in Fig. 9. Typical masses are a few tenth of a solar mass for the bigger ones, to $10^{-3} M_{\odot}$ for the smaller ones. In the turbulent cases ($\epsilon_{\text{turb}} \neq 0$), the mass of the fragments can be

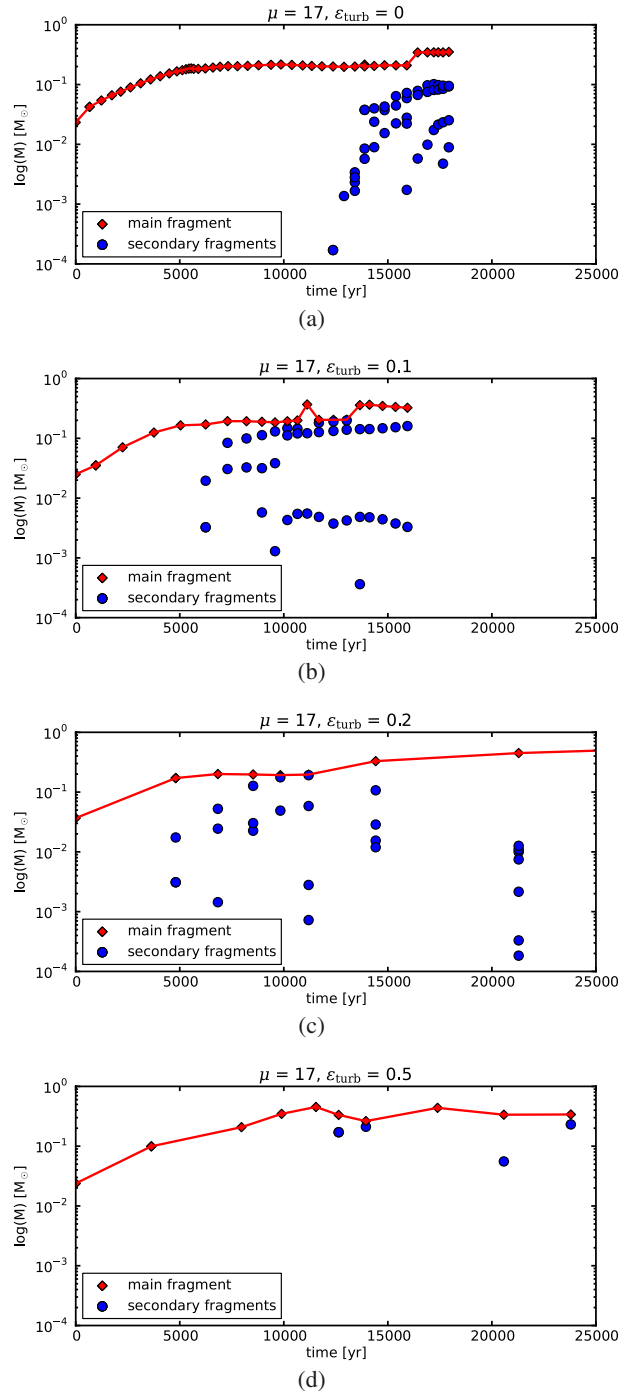


Fig. 9. Mass of the fragments for $\mu = 17$.

comparable to the mass of the central object, whereas without turbulence, their mass is $\lesssim 30\%$ of the mass of the first core. There are up to four fragments formed in the laminar and subsonic cases, up to eight fragments for $\epsilon_{\text{turb}} = 0.2$ and two fragments for $\epsilon_{\text{turb}} = 0.5$. For $\epsilon_{\text{turb}} = 0.5$ or higher, fragmentation is quenched because of the increased turbulent support.

4.3. Outflows

Outflows and jets are one of the most important tracers of star formation, being associated with all phases of protostellar evolution. They are thought to be magneto-centrifugally launched

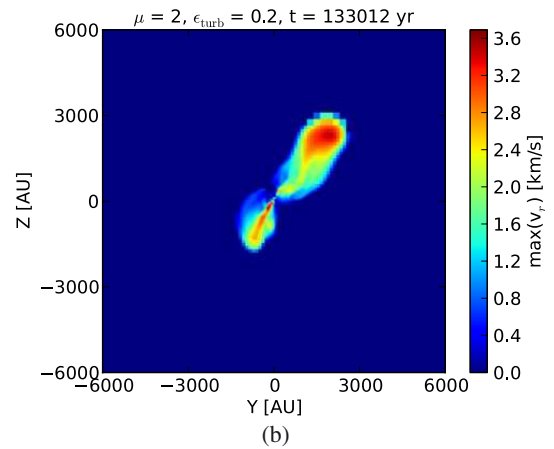
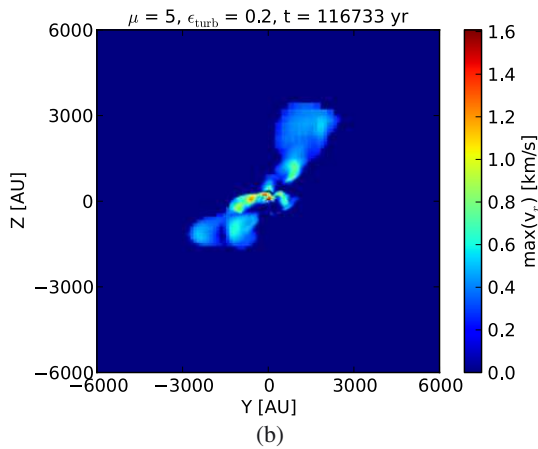
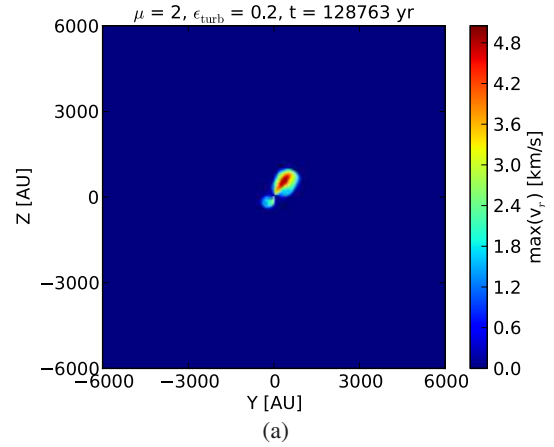
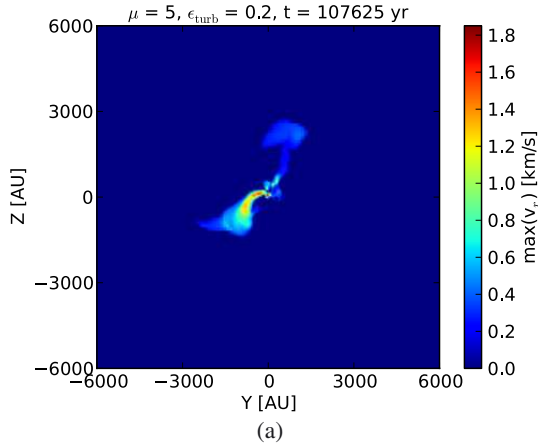


Fig. 10. Maximum of the projected radial velocity for $\mu = 5$, for $\epsilon_{\text{turb}} = 0.2$.

Fig. 11. Maximum of the projected radial velocity for $\mu = 2$, for $\epsilon_{\text{turb}} = 0.2$.

(Blandford & Payne 1982; Pudritz & Norman 1983; Pelletier & Pudritz 1992; Ferreira 1997; Uchida & Shibata 1985), and observations seem to confirm that they play an important role in the efficient transport of angular momentum (Bacciotti et al. 2002). The early formation of outflows during the collapse of prestellar dense cores was investigated in both 2D and 3D MHD simulations (Mellon & Li 2008; Hennebelle & Fromang 2008; Ciardi & Hennebelle 2010; Banerjee et al. 2006; Machida et al. 2008). The formation of outflows in a turbulent medium was discussed by Hennebelle et al. (2011), however they modelled much more massive prestellar cores ($100 M_{\odot}$) than treated here.

We define outflows as the gas with $v \cdot e_r > 0.2 \text{ km s}^{-1}$, with e_r the radial unit vector in spherical coordinates (the centre of the spherical frame being the centre of the first core itself). As a tracer of the outflow structure, Figs. 10 and 11 display the maximum of the projected radial velocity in the yz -plane. Despite the complexity of the magnetic field, outflows are launched in all simulations, even in the strongly turbulent cases, and reach spatial extensions of a few thousand AU. In a turbulent environment these outflows are clearly asymmetric and less collimated than in the laminar case. Furthermore the outflows are “better-shaped” in the more magnetized cases, where the field is more ordered. The mean outflow velocity (mass-averaged) in the turbulent cases is about 0.5 km s^{-1} , while peak velocities are $\sim 5 \text{ km s}^{-1}$. In general, outflow velocities in the turbulent cases are about one order of magnitude lower than in the non-turbulent case.

Figure 12 shows the mass of the outflows for different magnetization parameters. Mass ejection rates are roughly constant $\sim 10^{-5} M_{\odot} \text{ yr}^{-1}$ for $\mu = 2$ and 5 with turbulence, and about a few 10^{-5} to few $10^{-4} M_{\odot} \text{ yr}^{-1}$ for $\mu = 17$. The total mass in the outflows can be as large as a few $10^{-1} M_{\odot}$, indicating that a significant fraction of the mass of the first core is actually expelled. Indeed, as shown in Fig. 13, the ratio of the mass ejected to that accreted onto the first core (defined as the mass with a density higher than 10^{10} cm^{-3}) is between 0.3 to 0.7. This ratio tends to be larger with decreasing turbulent energy and magnetic field strength, but remains clearly of the same order.

The fact that this ratio stays of the same order of magnitude is in good agreement with the work of Matzner & McKee (2000), who showed that the efficiency of star formation ($\epsilon \sim M_*/M_{\text{ej}}$, with M_* the mass of the star and M_{ej} the mass in the outflows) is independent of the mass of the star. This has important consequence on the relation between the core mass function (CMF) and the initial mass function (IMF). If the star formation efficiency does not depend on the mass of the core, the CMF will naturally evolve into the IMF with a factor $\sim \epsilon$. This is therefore a plausible explanation of the evolution of the CMF into the IMF. We note however that we do not find the same numerical ratio (between ~ 1 and 3 instead of $\sim 1/3$ and $1/2$ in Matzner & McKee 2000). This is probably because we do not quantify exactly the same ratio, as we do not know the final mass of the star. We also emphasize that after the formation of the protostar, high velocity jets would be triggered, transporting more mass, and therefore decreasing the computed ratio.

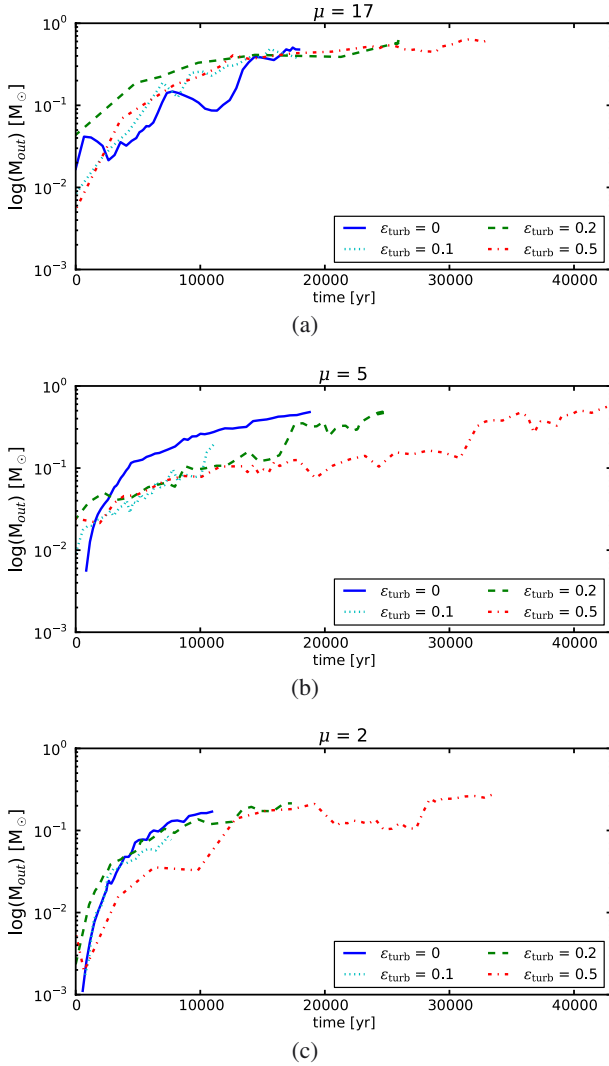


Fig. 12. Total mass in the outflows for $\mu = 17, 5,$ and $2,$ without turbulence, with $\epsilon_{\text{turb}} = 0.1, 0.2,$ and $0.5.$

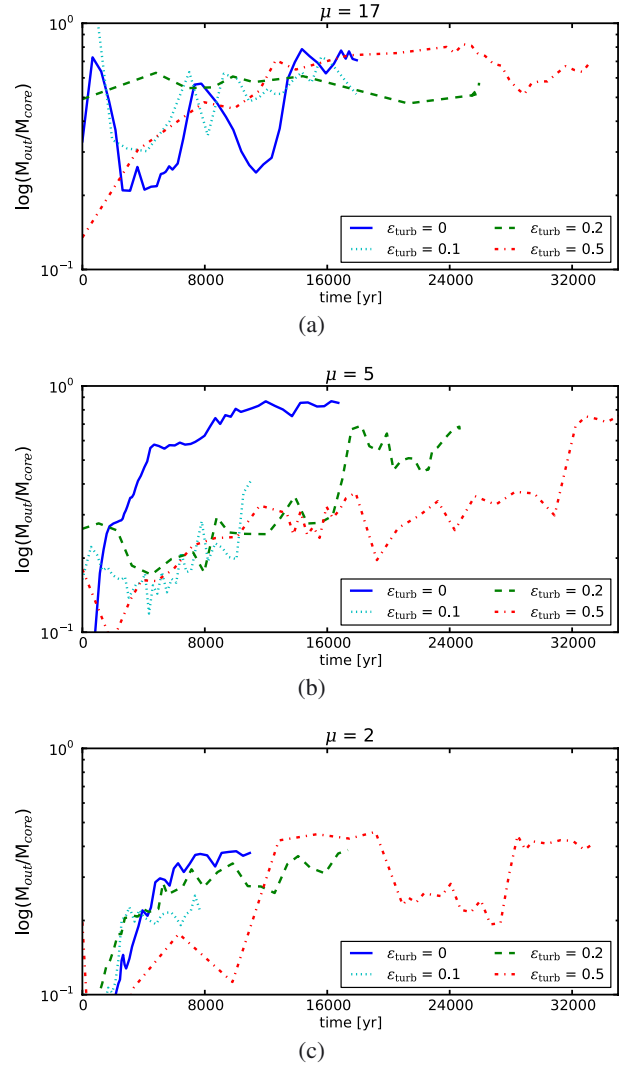


Fig. 13. Ratio of the total mass in the outflows and the mass of the first core for $\mu = 17, 5,$ and $2,$ without turbulence and with $\epsilon_{\text{turb}} = 0.1, 0.2,$ and $0.5.$

5. Discussions

5.1. Turbulent magnetic diffusivity or misalignment?

To quantify more precisely the influence of an initial misalignment angle, α , between the rotation axis and the magnetic field on the transport angular momentum, and to disentangle its effects from those linked to turbulent diffusivity, we present here a series of simulations without turbulence, but with $\alpha \neq 0$. In particular we take $\mu = 5$, and choose $\alpha = 57^\circ$ and $\alpha = 80^\circ$, which correspond to the typical misalignment angles obtained in the simulations with turbulence. We stress however that for turbulent simulations it is difficult to clearly define an orientation angle (cf. 3.2). In addition, we remind the reader that the results presented earlier for the cases without turbulence, denoted $\epsilon_{\text{turb}} = 0$, corresponded to an initially aligned core configuration (i.e. $\alpha = 0^\circ$).

Figure 14 shows the evolution of the magnetization parameter $\mu(t)$ given by Eq. (3) within a radius $R = 50, 100, 500$ and 1000 AU around the central first core. The magnetization parameter increases slightly more rapidly in the misaligned case than in the $\epsilon_{\text{turb}} = 0, \alpha = 0^\circ$ case, but remains significantly lower than the turbulent cases. These results show that the diffusion of the magnetic field is not greatly affected by misalignment in the

vicinity of the first core, this is expected since it is the turbulence that enhances the magnetic diffusivity.

Figure 15 shows the evolution of F_z and F_r defined by Eq. (4). After a few thousand years these fluxes are lower for the misaligned cases than in the $\epsilon_{\text{turb}} = 0, \alpha = 0^\circ$ case, which indicates that the magnetic braking is less efficient with an initial misalignment, a result also shown in Joos et al. (2012). Compared to the laminar, aligned case, the magnetic braking components also grow more rapidly due to the growth of B_r and B_ϕ . It is also clear that F_r and F_z are larger for the cases with no turbulence and an initial misalignment than with turbulence. This indicates that while the weaker magnetic braking observed in the turbulent cases is partly due to the initial misalignment induced by the turbulent velocity field, this alone is not enough to account for the whole effects of turbulence.

The effects of misalignment on the mass of the disks are shown in Fig. 16. In first cores with an initial misalignment (and no turbulence), the mass of the disks are very comparable to those obtained with turbulence ($\epsilon_{\text{turb}} = 0.2$ and 0.5). In particular, the $\alpha = 57^\circ, \epsilon_{\text{turb}} = 0$ case fits very well the simulation with $\epsilon_{\text{turb}} = 0.5$, with the disk mass growing to $0.3 M_\odot$ about $10\,000$ yr after the formation of the first core. The $\alpha = 80^\circ, \epsilon_{\text{turb}} = 0$

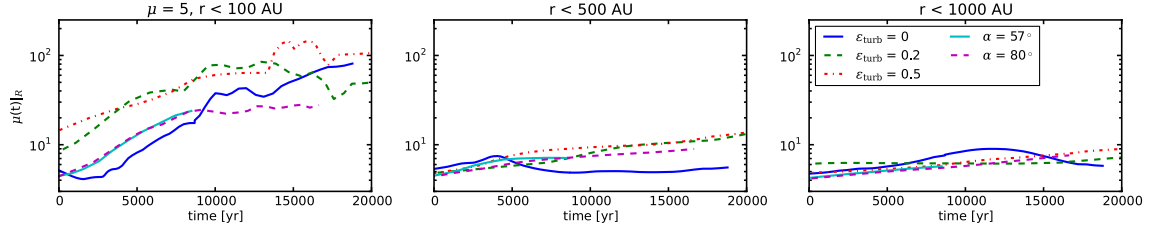


Fig. 14. Time evolution of the magnetization parameter within a radius $R = 100, 500$ and 1000 AU around the central first core for an initial $\mu = 5$. The cases shown include turbulence ($\epsilon_{\text{turb}} = 0.2$ and 0.5), no turbulence and aligned ($\epsilon_{\text{turb}} = 0$ and $\alpha = 0^\circ$), and no turbulence but an initial misalignment.

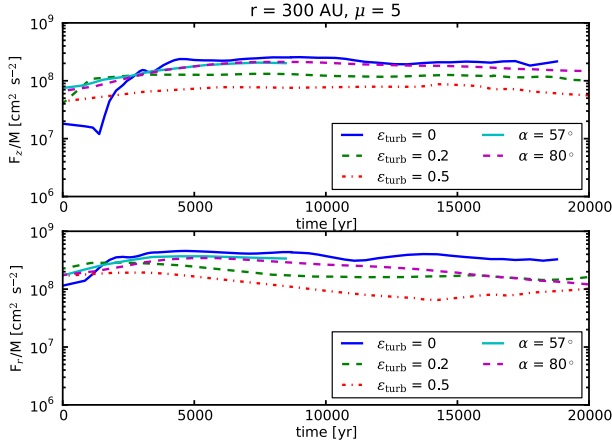


Fig. 15. Time evolution of the vertical and radial components of the flux of specific angular momentum transported by the magnetic field in logarithmic scale. The cases shown are for $\mu = 5$, and include turbulence ($\epsilon_{\text{turb}} = 0.2$ and 0.5), no turbulence and aligned ($\epsilon_{\text{turb}} = 0$ and $\alpha = 0^\circ$), and no turbulence but an initial misalignment ($\alpha = 57^\circ$ and $\alpha = 80^\circ$).

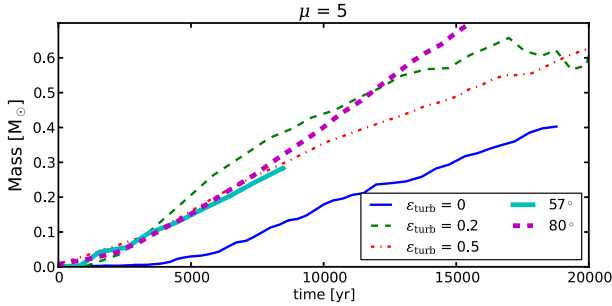


Fig. 16. Mass of the disk as a function of time. The cases shown are for $\mu = 5$, and include turbulence ($\epsilon_{\text{turb}} = 0.2$ and 0.5), no turbulence and aligned ($\epsilon_{\text{turb}} = 0$ and $\alpha = 0^\circ$), and no turbulence but an initial misalignment ($\alpha = 57^\circ$ and $\alpha = 80^\circ$) which are shown with thick lines.

is also in good agreement with the simulation with $\epsilon_{\text{turb}} = 0.2$, the mass growing to $0.5 M_\odot$ about 12 000 yr after the formation of the first core. Thus, the tilt of the rotation axis with respect to the magnetic field plays an important role in the formation of massive disks in the turbulent cores, although as we discussed earlier, turbulence induced magnetic diffusion is playing a role as well. We suggest that a similar situation is also likely to occur in the simulations with turbulence carried out by Seifried et al. (2012). Although they reported strong misalignments (between 60 and 180° , see their Fig. 2, bottom panel), the formation of massive disks was attributed to the weak build-up of a toroidal magnetic field component. However, we find that independently of the magnetization and level of turbulence, the observed launching of outflows is a clear signature of the

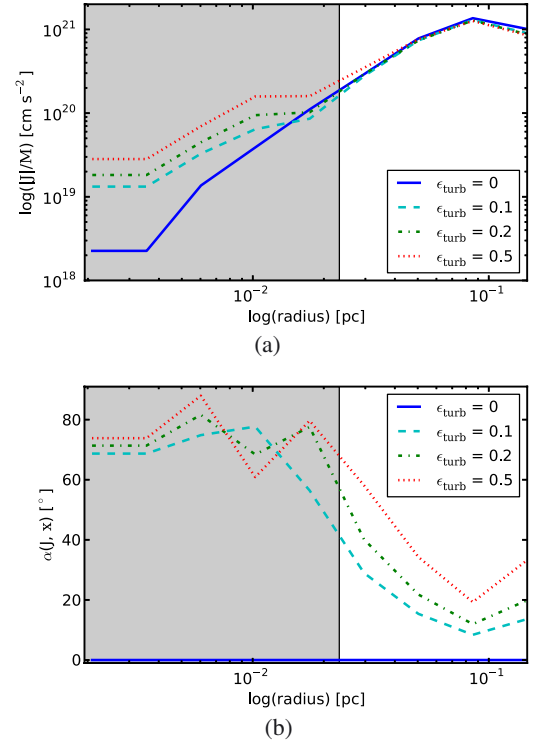


Fig. 17. Specific angular momentum (*upper panel*) and initial angle between the rotation axis and the x -axis at $t = 0$ yr, for the second realization of the turbulent velocity field. The shaded area corresponds to the central region of the prestellar core of radius r_0 .

presence of a significant toroidal magnetic field component (see also Hennebelle & Fromang 2008; Ciardi & Hennebelle 2010), and as demonstrated here, we attribute massive disk formation to the combined effects of turbulent diffusion and misalignment.

5.2. The effects of different realizations of the turbulent velocity field

We investigate here the influence of different realizations of the turbulent velocity field on the formation of disks and fragmentation. These realizations are denoted seed1 and seed2, whereas the first realization is denoted seed0. We perform the simulations for magnetizations $\mu = 5$ and 2 , and for $\epsilon_{\text{turb}} = 0.2$ and 0.5 . Since the turbulent velocity field has a non zero angular momentum, these different realizations of the velocity field have different angular momenta as shown in Figs. 17 and 18. We note in particular that for the second realization of the turbulent velocity field (Fig. 17), the angular momentum in the sphere of radius r_0 (corresponding to the radius of the central region of the prestellar

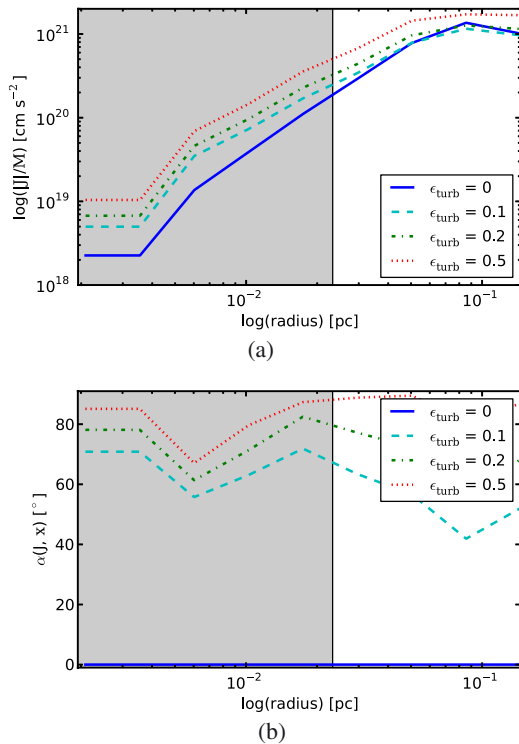


Fig. 18. Specific angular momentum (*upper panel*) and initial angle between the rotation axis and the x -axis at $t = 0$ yr, for the third realization of the turbulent velocity field. The shaded area corresponds to the central region of the prestellar core of radius r_0 .

core where the density is approximately constant) is the same, independently of the turbulent energy. Therefore, the angle between the rotation axis and the magnetic field is lower outside the prestellar core in this case. For the third realization of the turbulent velocity field, the angular momentum and the initial angle are comparable to the ones obtained with the first realization of the turbulent velocity field discussed previously.

The evolution of the magnetization for the three different realizations indicates that the diffusion of the magnetic field changes with the turbulent initial velocity field. For example, for $\mu = 5$, it is initially more important with the first realization; within 100 AU, the magnetization is already twice its initial value when the first core forms. For $\mu = 2$, the diffusion also varies with the initial velocity field: for $\epsilon_{\text{turb}} = 0.2$ it is initially comparable, independently of the seed, and it is less efficient in removing magnetic flux from the first core regions for the first realization with $\epsilon_{\text{turb}} = 0.5$. The angle between the rotation axis and the magnetic field also depends on the initial turbulent velocity field, and for the realizations explored it is $\alpha \gtrsim 20^\circ$ (which is the minimum angle required to form massive disks for $\mu = 5$, [Joos et al. 2012](#)).

The effects of different turbulent realizations on the mass of disks is presented in [Fig. 19](#). For $\mu = 5$ ([Fig. 19a](#)), massive disks always form, but their mass can vary by a factor of the order of 2. At $t \sim 12\,000$ yr after the formation of the first core, this mass is between 0.3 and 0.6 M_\odot with $\epsilon_{\text{turb}} = 0.2$, and between 0.2 and 0.5 M_\odot with $\epsilon_{\text{turb}} = 0.5$. This is partly due to the inclination angle, and the turbulent magnetic diffusion, since the magnetic field is diffused more efficiently with the first realization than with the two others. This is also coherent with the fact that the initial angular momentum was lower in the second realization of the turbulent velocity field than in the other realizations. For

$\mu = 2$, $\epsilon_{\text{turb}} = 0.5$, the trend is different than in the other cases: the disk is more massive with the second realization and less massive with the first realization of the turbulent velocity field. We believe the explanation is that the protostar forms in the central region of the cloud in the case seed1 where it can accrete more mass, whereas due to both the strong turbulence and magnetic support, it forms in outer regions of the cloud in the cases seed0 and seed2.

6. Summary and conclusions

We have carried out simulations of the collapse of turbulent prestellar dense cores of $5 M_\odot$ with various magnetization parameters μ , and presented a detailed analysis of the effects of turbulence in the star formation process. In particular, the influence of an effective turbulent magnetic diffusivity, and of the misalignment between the rotation axis and the magnetic field, on magnetic braking. In general, the turbulent velocity field imposed as initial conditions has important consequences on star formation, in particular regarding the formation of massive disks, their fragmentation and the launching of bipolar outflows. We also discussed the influence of the relative orientation of the rotation axis and magnetic field, in order to compare its effects to those of a turbulent velocity field, and, as a first step of a more complete statistical analysis, we performed simulations with two other realizations of the turbulent velocity field.

Our main conclusions are the following:

- Magnetic braking is significantly reduced with turbulence for two reasons. First, turbulence efficiently diffuses the magnetic field out of the inner regions of the core. The turbulent magnetic diffusivity is responsible for a decrease in the magnetic field strength, and therefore of the magnetic braking within the core. Second, the turbulent velocity field contains a non-zero angular momentum which is responsible for a misalignment between the rotation axis and the magnetic field. As discussed here (and more thoroughly in [Joos et al. 2012](#)), this reduces significantly the magnetic braking. To quantify the effects of misalignment we compared the turbulent results with laminar cases having an initial misalignment. While this clearly plays an important role in the transport of angular momentum, the formation of disks and their fragmentation, it is not sufficient to account for all the effects of an initial turbulent velocity field.
- Owing to the reduced magnetic braking, massive disks can form more easily with turbulence than without. We study disk formation using the criteria defined in [Joos et al. \(2012\)](#), and we show that disks as massive as 1 M_\odot can form after 25 000 yr with turbulence (in the $\mu = 5$ case), whereas the mass of the disk formed in the case without turbulence is about 0.5 M_\odot at a comparable time. For $\mu = 2$, the mass of the disks is of the order of 0.4 M_\odot , which is also twice the mass of the disks formed in the laminar case. Due to numerical convergence issues, these masses could however be overestimated, in particular in the more magnetized case (see the discussion in the appendix). As more massive disks are able to form, they will be more prone to fragmentation. Indeed, the more massive disks fragment into a few clumps, with masses growing rapidly from $\sim 10^{-4}$ to $10^{-1} M_\odot$ and then merge with the central object. We stress however that radiative feedback is not treated here and could modify the picture.
- Slow outflows are launched in all simulations. In general turbulence and the tilt of the rotation axis tend to reduce

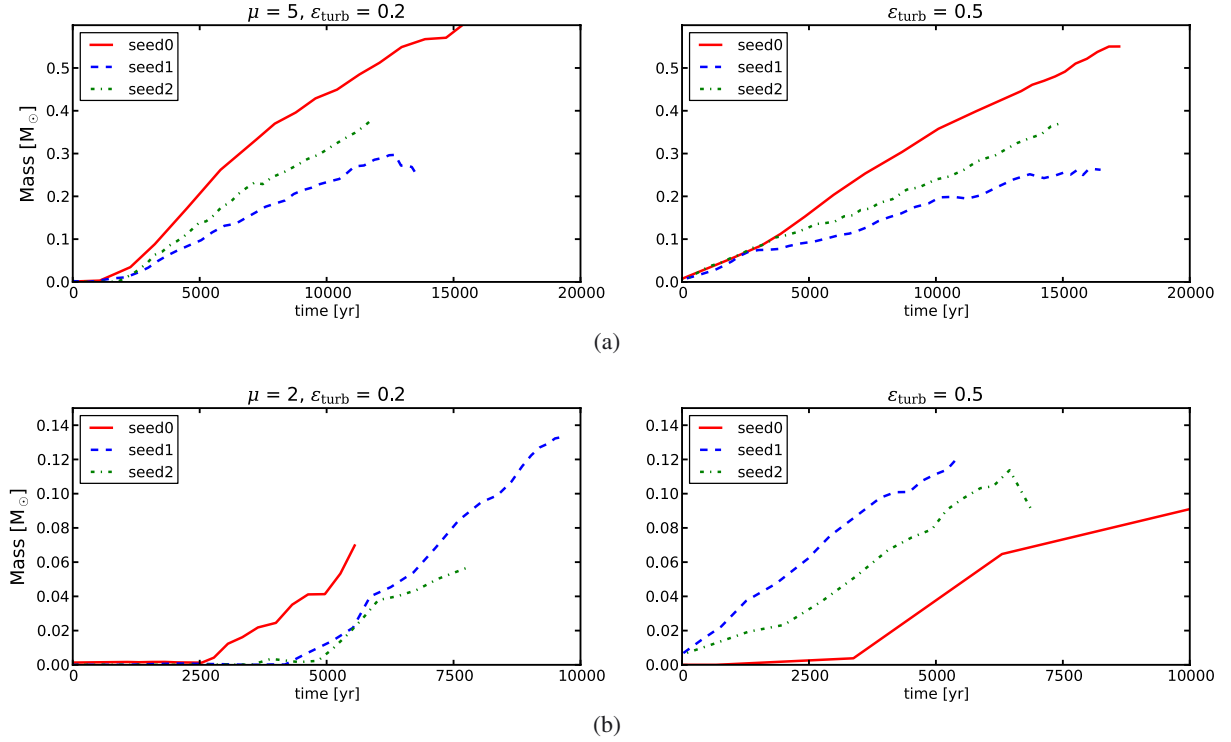


Fig. 19. Mass of the disk as a function of time for $\mu = 5$ and 2, for three different realizations, with $\epsilon_{\text{turb}} = 0.2$ and 0.5 (respectively *left and right panel*). The three realizations are denoted “seed0” (solid lines), “seed1” (dashed lines) and “seed2” (dotted-dashed lines).

the outflows strength compared to the laminar (aligned) case. In turbulent simulations the outflows in the higher magnetization cases ($\mu = 2$) can be stronger than those ejected in the lower magnetization cases. In general, the mass of the outflows is a fraction of the mass of the protostellar core, and it has a weak dependence on the turbulent energy.

- A total of three different realizations of the initial turbulent velocity field were studied for the cases $\mu = 5$ and $\mu = 2$. The results are qualitatively similar: turbulence is responsible for an effective magnetic diffusion and misalignment, which reduce the magnetic braking and allow more massive disks to form. However, the results are quantitatively different, with the various initial turbulent velocity fields giving disks with masses within a factor ~ 2 of each other.
- Regarding the magnetic diffusion and the magnetic braking, cores with subsonic turbulence are an intermediate case between the laminar and supersonic cases. However, the mass of the disks built in a subsonic environment are comparable to those formed in a supersonic environment. Our analysis is therefore robust regarding the turbulent environment of low-mass forming stars.

Acknowledgements. We thank the anonymous referee for their thorough reading of the manuscript and their helpful comments and suggestions, which helped to significantly improve the quality of this article.

Appendix A: Convergence

We run an additional set of simulations to investigate the convergence of our simulations. We change the Jeans refinement strategy to increase the spatial resolution. A cell was previously refined if its size exceeded one-tenth of a Jeans’ length ($c_s(\pi/G\rho)^{1/2}$). We run simulations with 15 cells per Jeans’ length

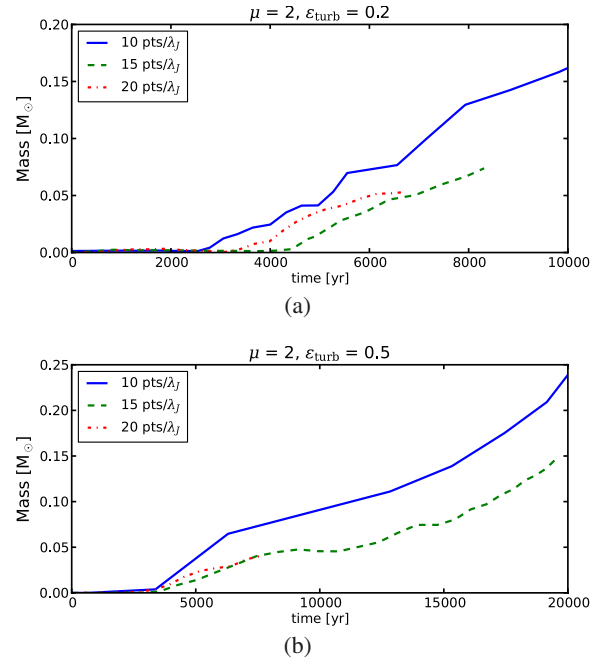


Fig. A.1. Mass of the disk as a function of time for $\mu = 2$, for $\epsilon_{\text{turb}} = 0.2$ and 0.5 (respectively *upper and lower panel*), with 10, 15, and 20 points resolved per Jeans’ length.

(HR1) and another one with 20 cells per Jeans’ length (HR2). We run these convergence runs for $\mu = 2$, for $\epsilon_{\text{turb}} = 0.2$ and 0.5.

A.1. Disk

Figure A.1 shows the mass of the disk for $\mu = 2$, for $\epsilon_{\text{turb}} = 0.2$ and 0.5, with 10, 15, and 20 cells resolved per Jeans’ length. It

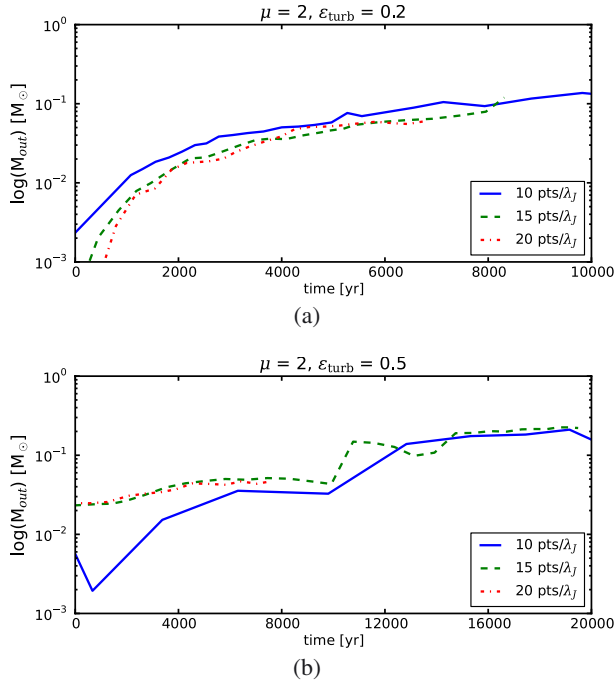


Fig. A.2. Total mass in the outflows as a function of time for $\mu = 2$, for $\epsilon_{\text{turb}} = 0.2$ and 0.5 , with 10, 15, and 20 points resolved per Jeans' length.

shows that convergence is not fully achieved in our simulations. Indeed, the disk is less massive by a factor up to ~ 2 in the higher resolution runs.

A.2. Outflows

Figure A.2 shows the mass transported in the outflows for $\mu = 2$, for $\epsilon_{\text{turb}} = 0.2$ and 0.5 , with 10, 15, and 20 cells resolved per Jeans' length. In the low resolution simulation, the outflows transport roughly twice the mass transported in the high resolutions simulations.

Even if our conclusions are qualitatively unchanged, these convergence runs show that our simulations have not converged yet, and that we overestimate the mass in the disk or in the outflows by a factor two for the $\mu = 2$ simulations. It is partly due to the fact that the disks are small on these simulations; it should therefore affect less strongly the simulations with a lower magnetization.

References

André, P., Ward-Thompson, D., & Barsony, M. 2000, *Protostars and Planets IV*, 59
Bacciotti, F., Ray, T. P., Mundt, R., Eislöffel, J., & Solf, J. 2002, *ApJ*, 576, 222

- Banerjee, R., Pudritz, R. E., & Anderson, D. W. 2006, *MNRAS*, 373, 1091
Bate, M. R., Bonnell, I. A., & Price, N. M. 1995, *MNRAS*, 277, 362
Belloche, A., André, P., Despois, D., & Blinder, S. 2002, *A&A*, 393, 927
Blandford, R. D., & Payne, D. G. 1982, *MNRAS*, 199, 883
Bonnell, I., Martel, H., Bastien, P., Arcoragi, J.-P., & Benz, W. 1991, *ApJ*, 377, 553
Boss, A. P., & Bodenheimer, P. 1979, *ApJ*, 234, 289
Ciardi, A., & Hennebelle, P. 2010, *MNRAS*, 409, L39
Commerçon, B., Hennebelle, P., Audit, E., Chabrier, G., & Teyssier, R. 2010, *A&A*, 510, L3
Commerçon, B., Hennebelle, P., & Henning, T. 2011a, *ApJ*, 742, L9
Commerçon, B., Teyssier, R., Audit, E., Hennebelle, P., & Chabrier, G. 2011b, *A&A*, 529, A35
Crutcher, R. M. 1999, *ApJ*, 520, 706
Dapp, W., & Basu, S. 2010, *A&A*, 521, 56
Duquennoy, A., & Mayor, M. 1991, *A&A*, 248, 485
Falgarone, E., Troland, T. H., Crutcher, R. M., & Paubert, G. 2008, *A&A*, 487, 247
Ferreira, J. 1997, *A&A*, 319, 340
Fromang, S., & Papaloizou, J. 2006, *A&A*, 452, 751
Fromang, S., Hennebelle, P., & Teyssier, R. 2006, *A&A*, 457, 371
Goodwin, S. P., Whitworth, A. P., & Ward-Thompson, D. 2004a, *A&A*, 414, 633
Goodwin, S. P., Whitworth, A. P., & Ward-Thompson, D. 2004b, *A&A*, 423, 169
Hennebelle, P., & Ciardi, A. 2009, *A&A*, 506, L29
Hennebelle, P., & Fromang, S. 2008, *A&A*, 477, 9
Hennebelle, P., & Teyssier, R. 2008, *A&A*, 477, 25
Hennebelle, P., Commerçon, B., Joos, M., et al. 2011, *A&A*, 528, A72
Joos, M., Hennebelle, P., & Ciardi, A. 2012, *A&A*, 543, A128
Krasnopolsky, R., Li, Z.-Y., & Shang, H. 2010, *ApJ*, 716, 1541
Krasnopolsky, R., Li, Z.-Y., Shang, H., & Zhao, B. 2012, *ApJ*, 757, 77
Larson, R. B. 1981, *MNRAS*, 194, 809
Levrier, F. 2004, Ph.D. Thesis, Université Paris VII
Li, Z.-Y., Krasnopolsky, R., & Shang, H. 2011, *ApJ*, 738, 180
Lissauer, J. J. 1993, *ARAA*, 31, 129
Lynden-Bell, D., & Pringle, J. E. 1974, *MNRAS*, 168, 603
Machida, M. N., Matsumoto, T., Hanawa, T., & Tomisaka, K. 2005, *MNRAS*, 362, 382
Machida, M. N., Inutsuka, S.-i., & Matsumoto, T. 2008, *ApJ*, 676, 1088
Matsumoto, T., & Hanawa, T. 2011, *ApJ*, 728, 47
Matzner, C. D., & McKee, C. F. 2000, *ApJ*, 545, 364
Maury, A. J., André, P., Hennebelle, P., et al. 2010, *A&A*, 512, A40
Mellon, R. R., & Li, Z. 2008, *ApJ*, 681, 1356
Mellon, R. R., & Li, Z. 2009, *ApJ*, 698, 922
Miyoshi, T., & Kusano, K. 2005, *J. Comp. Phys.*, 208, 315
Offner, S. S. R., Klein, R. I., McKee, C. F., & Krumholz, M. R. 2009, *ApJ*, 703, 131
Offner, S. S. R., Kratter, K. M., Matzner, C. D., Krumholz, M. R., & Klein, R. I. 2010, *ApJ*, 725, 1485
Pelletier, G., & Pudritz, R. E. 1992, *ApJ*, 394, 117
Price, D. J., & Bate, M. R. 2007, *Ap&SS*, 311, 75
Pudritz, R. E., & Norman, C. A. 1983, *ApJ*, 274, 677
Santos-Lima, R., de Gouveia Dal Pino, E. M., & Lazarian, A. 2012, *ApJ*, 747, 21
Seifried, D., Banerjee, R., Pudritz, R. E., & Klessen, R. S. 2012, *MNRAS*, 423, L40
Stamatellos, D., Hubber, D. A., & Whitworth, A. P. 2007, *MNRAS*, 382, L30
Teyssier, R. 2002, *A&A*, 385, 337
Tomida, K., Machida, M. N., Saigo, K., Tomisaka, K., & Matsumoto, T. 2010, *ApJ*, 725, L239
Uchida, Y., & Shibata, K. 1985, *PASJ*, 37, 515
Ward-Thompson, D., André, P., Crutcher, R., et al. 2007, *Protostars and Planets V*, 33
Weiss, N. O. 1966, *Roy. Soc. London Proc. Ser. A*, 293, 310

BIBLIOGRAPHIE

- A. ALLEN, Z.-Y. LI et F. SHU : Collapse of Magnetized Singular Isothermal Toroids. II. Rotation and Magnetic Braking. *ApJ*, 599:363–379, décembre 2003.
- J. F. ALVES, C. J. LADA et E. A. LADA : Internal structure of a cold dark molecular cloud inferred from the extinction of background starlight. *Nature*, 409:159–161, janvier 2001.
- P. ANDRÉ : The Initial Conditions for Protostellar Collapse : Observational Constraints. In J. BOUVIER & J.-P. ZAHN, éditeur : *Star Formation and the Physics of Young Stars*, volume 3 de *EAS Publications Series*, pages 1–38, 2002.
- P. ANDRÉ, D. WARD-THOMPSON et M. BARSONY : From Prestellar Cores to Protostars : the Initial Conditions of Star Formation. *Protostars and Planets IV*, pages 59–+, mai 2000.
- P. ANDRÉ, D. WARD-THOMPSON et F. MOTTE : Probing the initial conditions of star formation : the structure of the prestellar core L 1689B. *A&A*, 314:625–635, octobre 1996.
- H. G. ARCE, D. SHEPHERD, F. GUETH, C.-F. LEE, R. BACHILLER, A. ROSEN et H. BEUTHER : Molecular Outflows in Low- and High-Mass Star-forming Regions. *Protostars and Planets V*, pages 245–260, 2007.
- E. AUDIT et P. HENNEBELLE : Thermal condensation in a turbulent atomic hydrogen flow. *A&A*, 433:1–13, avril 2005.
- F. BACCIOTTI, T. P. RAY, R. MUNDT, J. EISLÖFFEL et J. SOLF : Hubble Space Telescope/STIS Spectroscopy of the Optical Outflow from DG Tauri : Indications for Rotation in the Initial Jet Channel. *ApJ*, 576:222–231, septembre 2002.
- J. BALLESTEROS-PAREDES, R. S. KLESSEN, M.-M. MAC LOW et E. VAZQUEZ-SEMADENI : Molecular Cloud Turbulence and Star Formation. *Protostars and Planets V*, pages 63–80, 2007.
- D. S. BALSARA : Divergence-Free Adaptive Mesh Refinement for Magnetohydrodynamics. *Journal of Computational Physics*, 174:614–648, décembre 2001.
- R. BANERJEE, R. E. PUDRITZ et D. W. ANDERSON : Supersonic turbulence, filamentary accretion and the rapid assembly of massive stars and discs. *MNRAS*, 373:1091–1106, décembre 2006.

- M. R. BATE, I. A. BONNELL et V. BROMM : The formation mechanism of brown dwarfs. *MNRAS*, 332:L65–L68, mai 2002a.
- M. R. BATE, I. A. BONNELL et V. BROMM : The formation of close binary systems by dynamical interactions and orbital decay. *MNRAS*, 336:705–713, novembre 2002b.
- M. R. BATE, I. A. BONNELL et V. BROMM : The formation of close binary systems by dynamical interactions and orbital decay. *MNRAS*, 336:705–713, novembre 2002c.
- M. R. BATE, I. A. BONNELL et N. M. PRICE : Modelling accretion in protobinary systems. *MNRAS*, 277:362–376, novembre 1995.
- A. BELLOCHE, P. ANDRÉ, D. DESPOIS et S. BLINDER : Molecular line study of the very young protostar IRAM 04191 in Taurus : infall, rotation, and outflow. *A&A*, 393:927–947, octobre 2002.
- J. BINNEY et S. TREMAINE : *Galactic dynamics*. Princeton, NJ, Princeton University Press, 1987, 747 p., 1987.
- D. C. BLACK et P. BODENHEIMER : Evolution of rotating interstellar clouds. II - The collapse of protostars of 1, 2, and 5 solar masses. *ApJ*, 206:138–149, mai 1976.
- R. D. BLANDFORD et D. G. PAYNE : Hydromagnetic flows from accretion discs and the production of radio jets. *MNRAS*, 199:883–903, juin 1982.
- P. BODENHEIMER : Angular Momentum Evolution of Young Stars and Disks. *ARA&A*, 33:199–238, 1995.
- B. J. BOK et E. F. REILLY : Small Dark Nebulae. *ApJ*, 105:255, mars 1947.
- S. BONAZZOLA, J. HEYVAERTS, E. FALGARONE, M. PERAULT et J. L. PUGET : Jeans collapse in a turbulent medium. *A&A*, 172:293–298, janvier 1987.
- S. BONAZZOLA, M. PERAULT, J. L. PUGET, J. HEYVAERTS, E. FALGARONE et J. F. PANIS : Jeans collapse of turbulent gas clouds - Tentative theory. *Journal of Fluid Mechanics*, 245:1–28, décembre 1992.
- I. BONNELL, H. MARTEL, P. BASTIEN, J.-P. ARCORAGI et W. BENZ : Fragmentation of elongated cylindrical clouds. III - Formation of binary and multiple systems. *ApJ*, 377:553–558, août 1991.
- I. A. BONNELL, C. J. CLARKE, M. R. BATE et J. E. PRINGLE : Accretion in stellar clusters and the initial mass function. *MNRAS*, 324:573–579, juin 2001.
- W. B. BONNOR : Boyle's Law and gravitational instability. *MNRAS*, 116:351, 1956.
- A. P. BOSS et P. BODENHEIMER : Fragmentation in a rotating protostar - A comparison of two three-dimensional computer codes. *ApJ*, 234:289–295, novembre 1979.
- M. BRIO et C.C. WU : An Upwind Differencing Scheme for the Equations of Ideal Magnetohydrodynamics. *JCoPh*, 75:400–422, 1988.

D. W. BROWN, C. J. CHANDLER, J. E. CARLSTROM, R. E. HILLS, O. P. LAY, B. C. MATTHEWS, J. S. RICHER et C. D. WILSON : A submillimetre survey for protostellar accretion discs using the JCMT-CSO interferometer. *MNRAS*, 319:154–162, novembre 2000.

G. CHABRIER : Galactic Stellar and Substellar Initial Mass Function. *PASP*, 115:763–795, juillet 2003.

G. CHABRIER : The Initial Mass Function : from Salpeter 1955 to 2005. In E. CORBELLI, F. PALLA et H. ZINNECKER, éditeurs : *The Initial Mass Function 50 Years Later*, volume 327 de *Astrophysics and Space Science Library*, page 41, janvier 2005.

S. CHANDRASEKHAR : The Fluctuations of Density in Isotropic Turbulence. *Royal Society of London Proceedings Series A*, 210:18–25, décembre 1951a.

S. CHANDRASEKHAR : The Gravitational Instability of an Infinite Homogeneous Turbulent Medium. *Royal Society of London Proceedings Series A*, 210:26–29, décembre 1951b.

S. CHANDRASEKHAR et E. FERMI : Magnetic Fields in Spiral Arms. *ApJ*, 118:113, juillet 1953a.

S. CHANDRASEKHAR et E. FERMI : Problems of Gravitational Stability in the Presence of a Magnetic Field. *ApJ*, 118:116, juillet 1953b.

A. CIARDI et P. HENNEBELLE : Outflows and mass accretion in collapsing dense cores with misaligned rotation axis and magnetic field. *MNRAS*, 409:L39–L43, novembre 2010.

M. CLAMPIN, J. E. KRIST, D. R. ARDILA, D. A. GOLIMOWSKI, G. F. HARTIG, H. C. FORD, G. D. ILLINGWORTH, F. BARTKO, N. BENÍTEZ, J. P. BLAKESLEE, R. J. BOUWENS, T. J. BROADHURST, R. A. BROWN, C. J. BURROWS, E. S. CHENG, N. J. G. CROSS, P. D. FELDMAN, M. FRANX, C. GRONWALL, L. INFANTE, R. A. KIMBLE, M. P. LESSER, A. R. MARTEL, F. MENANTEAU, G. R. MEURER, G. K. MILEY, M. POSTMAN, P. ROSATI, M. SIRIANNI, W. B. SPARKS, H. D. TRAN, Z. I. TSVETANOV, R. L. WHITE et W. ZHENG : Hubble Space Telescope ACS Coronagraphic Imaging of the Circumstellar Disk around HD 141569A. *AJ*, 126:385–392, juillet 2003.

R. CLAUSIUS : Ueber einen auf die Wärme anwendbaren mechanischen Satz. *Annalen der Physik*, 217:124–130, 1870.

B. COMMERÇON, P. HENNEBELLE, E. AUDIT, G. CHABRIER et R. TEYSSIER : Protostellar collapse : radiative and magnetic feedbacks on small-scale fragmentation. *A&A*, 510:L3+, février 2010.

- B. COMMERÇON, P. HENNEBELLE et T. HENNING : Collapse of Massive Magnetized Dense Cores Using Radiation Magnetohydrodynamics : Early Fragmentation Inhibition. *ApJL*, 742:L9, novembre 2011a.
- B. COMMERÇON, R. TEYSSIER, E. AUDIT, P. HENNEBELLE et G. CHABRIER : Radiation hydrodynamics with adaptive mesh refinement and application to prestellar core collapse. I. Methods. *A&A*, 529:A35, mai 2011b.
- R. COURANT, K. FRIEDRICHS et H. LEWY : Über die partiellen Differenzgleichungen der mathematischen Physik. *Mathematische Annalen*, 100:32–74, 1928.
- R. M. CRUTCHER : Magnetic Fields in Molecular Clouds : Observations Confront Theory. *ApJ*, 520:706–713, août 1999.
- R. M. CRUTCHER, B. WANDEL, C. HEILES, E. FALGARONE et T. H. TROLAND : Magnetic Fields in Interstellar Clouds from Zeeman Observations : Inference of Total Field Strengths by Bayesian Analysis. *ApJ*, 725:466–479, décembre 2010.
- W. DAPP et S. BASU : Averting the magnetic braking catastrophe on small scales : disk formation due to Ohmic dissipation. *A&A*, 521:56, octobre 2010.
- P. A. DAVIDSON : *Turbulence : an introduction for scientists and engineers*. Oxford University Press, 2004.
- S F DAVIS : Simplified second-order Godunov-type methods. *SIAM Journal on Scientific and Statistical Computing*, 9(3):445–473, 1988.
- R. G. DESSLER : Gravitational collapse of a turbulent vortex with application to star formation. *ApJ*, 209:190–204, octobre 1976.
- R. DESCARTES : *Traité du monde et de la lumière*. Charles Angot, 1664.
- E. DORFI : 3D models for self-gravitating, rotating magnetic interstellar clouds. *A&A*, 114:151–164, octobre 1982.
- G. DUCHÊNE : Pre-main sequence disks. In J. ALVES, B. G. ELMEGREEN, J. M. GIRART, & V. TRIMBLE, éditeur : *Computational Star Formation*, volume 270 de *IAU Symposium*, pages 45–48, avril 2011.
- A. DUQUENNOY et M. MAYOR : Multiplicity among solar-type stars in the solar neighbourhood. II - Distribution of the orbital elements in an unbiased sample. *A&A*, 248:485–524, août 1991.
- R. EBERT : Über die Verdichtung von H I-Gebieten. Mit 5 Textabbildungen. *ZA*, 37:217, 1955.
- B. G. ELMEGREEN : The Initial Stellar Mass Function from Random Sampling in a Turbulent Fractal Cloud. *ApJ*, 486:944, septembre 1997.

- B. G. ELMEGREEN et J. SCALO : Interstellar Turbulence I : Observations and Processes. *ARA&A*, 42:211–273, septembre 2004.
- M. L. ENOCH, S. CORDER et G. DUCHÊNE : Disk and Envelope Structure in Class 0 Protostars. I. High Resolutio Millimeter Mapping of the Serpens Sample. *accepted in ApJS*, 2011.
- M. L. ENOCH, S. CORDER, M. M. DUNHAM et G. DUCHÊNE : Disk and Envelope Structure in Class 0 Protostars. I. The Resolved Massive Disk in Serpens Firs 1. *ApJ*, 707:103–113, décembre 2009.
- E. FALGARONE, P. HILY-BLANT et F. LEVRIER : Structure of Molecular Clouds. *Ap&SS*, 292:89–101, août 2004.
- E. FALGARONE, T. H. TROLAND, R. M. CRUTCHER et G. PAUBERT : CN Zeeman measurements in star formation regions. *A&A*, 487:247–252, août 2008.
- U. FRISCH et J. BEC : Course 7 : "Burgulence". In M. LESIEUR, A. YAGLOM et F. DAVID, éditeurs : *New Trends in Turbulence*, page 341, 2001.
- S. FROMANG, P. HENNEBELLE et R. TEYSSIER : A high order Godunov scheme with constrained transport and adaptive mesh refinement for astrophysical magnetohydrodynamics. *A&A*, 457:371–384, octobre 2006.
- S. FROMANG et J. PAPALOIZOU : Dust settling in local simulations of turbulent protoplanetary disks. *A&A*, 452:751–762, juin 2006.
- D. GALLI, S. LIZANO, F. H. SHU et A. ALLEN : Gravitational Collapse of Magnetized Clouds. I. Ideal Magnetohydrodynamic Accretion Flow. *ApJ*, 647:374–381, août 2006.
- D. GALLI et F. H. SHU : Collapse of Magnetized Molecular Cloud Cores. I. Semianalytical Solution. *ApJ*, 417:220, novembre 1993a.
- D. GALLI et F. H. SHU : Collapse of Magnetized Molecular Cloud Cores. II. Numerical Results. *ApJ*, 417:243–+, novembre 1993b.
- R. A. GINGOLD et J. J. MONAGHAN : The collapse of a rotating non-axisymmetric isothermal cloud. *MNRAS*, 197:461–475, novembre 1981.
- P. GOLDREICH et S. SRIDHAR : Toward a theory of interstellar turbulence. 2 : Strong alfvenic turbulence. *ApJ*, 438:763–775, janvier 1995.
- S. P. GOODWIN, A. P. WHITWORTH et D. WARD-THOMPSON : Simulating star formation in molecular cloud cores. I. The influence of low levels of turbulence on fragmentation and multiplicity. *A&A*, 414:633–650, février 2004a.
- S. P. GOODWIN, A. P. WHITWORTH et D. WARD-THOMPSON : Simulating star formation in molecular cores. II. The effects of different levels of turbulence. *A&A*, 423:169–182, août 2004b.

N. GROSSO, J. ALVES, K. WOOD, R. NEUHÄUSER, T. MONTMERLE et J. E. BJORKMAN : Spatial Study with the Very Large Telescope of a New Resolved Edge-on Circumstellar Dust Disk Discovered at the Periphery of the ρ Ophiuchi Dark Cloud. *ApJ*, 586:296–305, mars 2003.

F. GUETH et S. GUILLOTEAU : The jet-driven molecular outflow of HH 211. *A&A*, 343:571–584, mars 1999.

K. E. HAISCH, Jr., E. A. LADA et C. J. LADA : Disk Frequencies and Lifetimes in Young Clusters. *ApJ*, 553:L153–L156, juin 2001.

C. E. HANSEN, R. I. KLEIN, C. F. MCKEE et R. T. FISHER : Feedback Effects on Low-mass Star Formation. *ApJ*, 747:22, mars 2012.

A. HARTEN, P.D. LAX et B. VAN LEER : On Upstream Differencing and Godunov-Type Schemes for Hyperbolic Conservation Laws. *SIAM Review*, 25:35–61, 1983.

L. HARTMANN : *Accretion Processes in Star Formation*. Cambridge University Press, 2001.

C. HEILES et R. CRUTCHER : Magnetic Fields in Diffuse HI and Molecular Clouds. In R. WIELEBINSKI & R. BECK, éditeur : *Cosmic Magnetic Fields*, volume 664 de *Lecture Notes in Physics*, Berlin Springer Verlag, page 137, 2005.

P. HENNEBELLE et E. AUDIT : On the structure of the turbulent interstellar atomic hydrogen. I. Physical characteristics. Influence and nature of turbulence in a thermally bistable flow. *A&A*, 465:431–443, avril 2007.

P. HENNEBELLE et G. CHABRIER : Analytical Theory for the Initial Mass Function : CO Clumps and Prestellar Cores. *ApJ*, 684:395–410, septembre 2008.

P. HENNEBELLE et G. CHABRIER : Analytical Theory for the Initial Mass Function. II. Properties of the Flow. *ApJ*, 702:1428–1442, septembre 2009.

P. HENNEBELLE et A. CIARDI : Disk formation during collapse of magnetized protostellar cores. *A&A*, 506:L29–L32, novembre 2009.

P. HENNEBELLE, B. COMMERÇON, M. JOOS, R. S. KLESSEN, M. KRUMHOLZ, J. C. TAN et R. TEYSSIER : Collapse, outflows and fragmentation of massive, turbulent and magnetized prestellar barotropic cores. *A&A*, 528:A72+, avril 2011.

P. HENNEBELLE et S. FROMANG : Magnetic processes in a collapsing dense core. I. Accretion and ejection. *A&A*, 477:9–24, janvier 2008.

P. HENNEBELLE et M. PÉRAULT : Dynamical condensation in a thermally bistable flow. Application to interstellar cirrus. *A&A*, 351:309–322, novembre 1999.

P. HENNEBELLE et R. TEYSSIER : Magnetic processes in a collapsing dense core. II. Fragmentation. Is there a fragmentation crisis ? *A&A*, 477:25–34, janvier 2008.

- M. R. HOGERHEIJDE, E. F. VAN DISHOECK, J. M. SALVERDA et G. A. BLAKE : Envelope Structure of Deeply Embedded Young Stellar Objects in the Serpens Molecular Cloud. *ApJ*, 513:350–369, mars 1999.
- P. S. IROSHNIKOV : Turbulence of a Conducting Fluid in a Strong Magnetic Field. *Astronomicheskii Zhurnal*, 40:742, 1963.
- J. H. JEANS : The Stability of a Spherical Nebula. *Royal Society of London Philosophical Transactions Series A*, 199:1–53, 1902.
- M. JOOS, P. HENNEBELLE et A. CIARDI : Protostellar disk formation and transport of angular momentum during magnetized core collapse. *A&A*, 543:A128, juillet 2012.
- J. K. JØRGENSEN, T. L. BOURKE, P. C. MYERS, J. DI FRANCESCO, E. F. VAN DISHOECK, C.-F. LEE, N. OHASHI, F. L. SCHÖIER, S. TAKAKUWA, D. J. WILNER et Q. ZHANG : PROSAC : A Submillimeter Array Survey of Low-Mass Protostars. I. Overview of Program : Envelopes, Disks, Outflows, and Hot Cores. *ApJ*, 659:479–498, avril 2007.
- J. K. JØRGENSEN, E. F. VAN DISHOECK, R. VISSER, T. L. BOURKE, D. J. WILNER, D. LOMMEN, M. R. HOGERHEIJDE et P. C. MYERS : PROSAC : a submillimeter array survey of low-mass protostars. II. The mass evolution of envelopes, disks, and stars from the Class 0 through I stages. *A&A*, 507:861–879, novembre 2009.
- R. S. KLESSEN, F. HEITSCH et M.-M. MAC LOW : Gravitational Collapse in Turbulent Molecular Clouds. I. Gasdynamical Turbulence. *ApJ*, 535:887–906, juin 2000.
- A. KOLMOGOROV : The Local Structure of Turbulence in Incompressible Viscous Fluid for Very Large Reynolds' Numbers. *Akademiia Nauk SSSR Doklady*, 30:301–305, 1941.
- R. H. KRAICHNAN : Inertial-Range Spectrum of Hydromagnetic Turbulence. *Physics of Fluids*, 8:1385–1387, juillet 1965.
- C. KRAMER, J. STUTZKI, R. ROHRIG et U. CORNELIUSSEN : Clump mass spectra of molecular clouds. *A&A*, 329:249–264, janvier 1998.
- R. KRASNOPOLSKY, Z.-Y. LI et H. SHANG : Disk Formation Enabled by Enhanced Resistivity. *ApJ*, 716:1541–1550, juin 2010.
- R. KRASNOPOLSKY, Z.-Y. LI, H. SHANG et B. ZHAO : Protostellar Accretion Flows Destabilized by Magnetic Flux Redistribution. *ArXiv e-prints*, mai 2012.
- A. G. KRITSUK, M. L. NORMAN, P. PADOAN et R. WAGNER : The Statistics of Supersonic Isothermal Turbulence. *ApJ*, 665:416–431, août 2007.
- M. W. KUNZ et T. C. MOUSCHOVIAS : The Nonisothermal Stage of Magnetic Star Formation. I. Formulation of the Problem and Method of Solution. *ApJ*, 693:1895–1911, mars 2009.

- C.B. LANEY : *Computational Gasdynamics*. Cambridge University Press, 1999.
- P.-S. LAPLACE : *Exposition du Système du Monde*. Imprimerie du Cercle Social, 1796.
- R. B. LARSON : Numerical calculations of the dynamics of collapsing proto-star. *MNRAS*, 145:271, 1969.
- R. B. LARSON : The Collapse of a Rotating Cloud. *MNRAS*, 156:437, 1972.
- R. B. LARSON : A simple probabilistic theory of fragmentation. *MNRAS*, 161:133, 1973.
- R. B. LARSON : Calculations of three-dimensional collapse and fragmentation. *MNRAS*, 184:69–85, juillet 1978.
- R. B. LARSON : Turbulence and star formation in molecular clouds. *MNRAS*, 194: 809–826, mars 1981.
- R. B. LARSON : The physics of star formation. *Reports on Progress in Physics*, 66:1651–1697, octobre 2003.
- J. LÉORAT, T. PASSOT et A. POUQUET : Influence of supersonic turbulence on self-gravitating flows. *MNRAS*, 243:293–311, mars 1990.
- F. LEVRIER : *Désordre et cohérence dans les structures du milieu interstellaire : analyse statistique, filtrage interférométrique et transfert radiatif*. Thèse de doctorat, Université Paris VII, 2004.
- Z.-Y. LI : Formation and Collapse of Magnetized Spherical Molecular Cloud Cores. *ApJ*, 493:230, janvier 1998a.
- Z.-Y. LI : Self-similar Collapse of Magnetized Molecular Cloud Cores with Ambipolar Diffusion and the “Magnetic Flux Problem” in Star Formation. *ApJ*, 497:850, avril 1998b.
- Z.-Y. LI, R. KRASNOPOLSKY et H. SHANG : Nonideal MHD Effects and Magnetic Braking Catastrophe in Protostellar Disk Formation. *ArXiv e-prints*, juin 2011.
- Z.-Y. LI et F. H. SHU : Magnetized Singular Isothermal Toroids. *ApJ*, 472:211–+, novembre 1996.
- J. J. LISSAUER : Planet formation. *ARAA*, 31:129–174, 1993.
- M. N. MACHIDA, S.-i. INUTSUKA et T. MATSUMOTO : High- and Low-Velocity Magnetized Outflows in the Star Formation Process in a Gravitationally Collapsing Cloud. *ApJ*, 676:1088–1108, avril 2008.
- M. N. MACHIDA, S.-I. INUTSUKA et T. MATSUMOTO : Effect of Magnetic Braking on Circumstellar Disk Formation in a Strongly Magnetized Cloud. *PASJ*, 63:555–, juin 2011.

- M. N. MACHIDA et T. MATSUMOTO : The origin and formation of the circumstellar disc. *MNRAS*, 413:2767–2784, juin 2011.
- M. N. MACHIDA, T. MATSUMOTO, T. HANAWA et K. TOMISAKA : Collapse and fragmentation of rotating magnetized clouds - II. Binary formation and fragmentation of first cores. *MNRAS*, 362:382–402, septembre 2005.
- J. MASSON, R. TEYSSIER, C. MULET-MARQUIS, P. HENNEBELLE et G. CHABRIER : Incorporating ambipolar and Ohmic diffusion in the AMR MHD code RAMSES. *submitted*, 2012.
- T. MATSUMOTO et T. HANAWA : Protostellar Collapse of Magneto-turbulent Cloud Cores : Shape During Collapse and Outflow Formation. *ApJ*, 728:47, février 2011.
- T. MATSUMOTO et K. TOMISAKA : Directions of Outflows, Disks, Magnetic Fields, and Rotation of Young Stellar Objects in Collapsing Molecular Cloud Cores. *ApJ*, 616:266–282, novembre 2004.
- A. J. MAURY, P. ANDRÉ, P. HENNEBELLE, F. MOTTE, D. STAMATELLOS, M. BATE, A. BELLOCHE, G. DUCHÊNE et A. WHITWORTH : Toward understanding the formation of multiple systems. A pilot IRAM-PdBI survey of Class 0 objects. *A&A*, 512:A40+, mars 2010.
- R. R. MELLON et Z.-Y. LI : Magnetic Braking and Protostellar Disk Formation : The Ideal MHD Limit. *ApJ*, 681:1356–1376, juillet 2008.
- R. R. MELLON et Z.-Y. LI : Magnetic Braking and Protostellar Disk Formation : Ambipolar Diffusion. *ApJ*, 698:922–927, juin 2009.
- L. MESTEL et L. SPITZER, Jr. : Star formation in magnetic dust clouds. *MNRAS*, 116:503, 1956.
- G. E. MILLER et J. M. SCALO : The initial mass function and stellar birthrate in the solar neighborhood. *ApJS*, 41:513–547, novembre 1979.
- T. MIYOSHI et K. KUSANO : A multi-state HLL approximate Riemann solver for ideal magnetohydrodynamics. *JCoPh*, 208:315–344, septembre 2005.
- J. J. MONAGHAN : Smoothed particle hydrodynamics. *ARA&A*, 30:543–574, 1992.
- T. C. MOUSCHOVIAS : Nonhomologous contraction and equilibria of self-gravitating, magnetic interstellar clouds embedded in an intercloud medium : Star formation. I Formulation of the problem and method of solution. *ApJ*, 206:753–767, juin 1976a.
- T. C. MOUSCHOVIAS : Nonhomologous contraction and equilibria of self-gravitating, magnetic interstellar clouds embedded in an intercloud medium : Star formation. II - Results. *ApJ*, 207:141–158, juillet 1976b.

- T. C. MOUSCHOVIAS : Star formation and the galactic magnetic field - The B-rho relation, flux freezing, and magnetic braking. *A&A*, 142:41–47, janvier 1985.
- T. C. MOUSCHOVIAS : Cosmic Magnetism and the Basic Physics of the Early Stages of Star Formation. In C. J. LADA & N. D. KYLAFIS, éditeur : *NATO ASIC Proc. 342 : The Physics of Star Formation and Early Stellar Evolution*, pages 61–+, 1991.
- T. C. MOUSCHOVIAS et E. V. PALEOLOGOU : The angular momentum problem and magnetic braking - an exact time-dependent solution. *ApJ*, 230:204–222, mai 1979.
- T. C. MOUSCHOVIAS et E. V. PALEOLOGOU : Magnetic braking of an aligned rotator during star formation - an exact, time-dependent solution. *ApJ*, 237:877–899, mai 1980.
- T. C. MOUSCHOVIAS et L. SPITZER, Jr. : Note on the collapse of magnetic interstellar clouds. *ApJ*, 210:326–+, décembre 1976.
- M. L. NORMAN, J. R. WILSON et R. T. BARTON : A new calculation on rotating protostar collapse. *ApJ*, 239:968–981, août 1980.
- S. S. R. OFFNER, R. I. KLEIN, C. F. MCKEE et M. R. KRUMHOLZ : The Effects of Radiative Transfer on Low-Mass Star Formation. *ApJ*, 703:131–149, septembre 2009.
- S. S. R. OFFNER, K. M. KRATTER, C. D. MATZNER, M. R. KRUMHOLZ et R. I. KLEIN : The Formation of Low-mass Binary Star Systems Via Turbulent Fragmentation. *ApJ*, 725:1485–1494, décembre 2010.
- V. OSSENKOPF et T. HENNING : Dust opacities for protostellar cores. *A&A*, 291:943–959, novembre 1994.
- P. PADOAN, A. NORDLUND et B. J. T. JONES : The universality of the stellar initial mass function. *MNRAS*, 288:145–152, juin 1997.
- S. B. POPE : *Turbulent Flows*. Cambridge University Press, septembre 2000.
- D. J. PRICE : Magnetic fields and Turbulence in Star Formation using Smoothed Particle Hydrodynamics. In J. ALVES, B. G. ELMEGREEN, J. M. GIRART, & V. TRIMBLE, éditeur : *Computational Star Formation*, volume 270 de *IAU Symposium*, pages 169–177, avril 2011a.
- D. J. PRICE : Smoothed Particle Hydrodynamics : Things I wish my mother taught me. *arXiv e-print*, novembre 2011b.
- D. J. PRICE et M. R. BATE : The effect of magnetic fields on the formation of circumstellar discs around young stars. *Ap&SS*, 311:75–80, octobre 2007.
- D. J. PRICE et J. J. MONAGHAN : Smoothed Particle Magnetohydrodynamics - III. Multidimensional tests and the $\nabla \cdot B = 0$ constraint. *MNRAS*, 364:384–406, décembre 2005.

- D. J. PRICE, T. S. TRICCO et M. R. BATE : Collimated jets from the first core. *MNRAS*, page L435, mars 2012.
- R. E. PUDRITZ et C. A. NORMAN : Centrifugally driven winds from contracting molecular disks. *ApJ*, 274:677–697, novembre 1983.
- O. REGEV et G. SHAVIV : Formation of protostars in collapsing, rotating, turbulent clouds. *ApJ*, 245:934–959, mai 1981.
- E. E. SALPETER : The Luminosity Function and Stellar Evolution. *ApJ*, 121:161, janvier 1955.
- R. SANTOS-LIMA, E. M. DE GOUVEIA DAL PINO et A. LAZARIAN : The Role of Turbulent Magnetic Reconnection in the Formation of Rotationally Supported Protoprostellar Disks. *ApJ*, 747:21, mars 2012.
- D. SEIFRIED, R. BANERJEE, R. E. PUDRITZ et R. S. KLESSEN : Disc formation in turbulent massive cores : circumventing the magnetic braking catastrophe. *MNRAS*, page L442, avril 2012.
- D. SEMENOV, T. HENNING, C. HELLING, M. ILGNER et E. SEDLMAYR : Rosseland and Planck mean opacities for protoplanetary discs. *A&A*, 410:611–621, novembre 2003.
- H. SHINNAGA, G. NOVAK, J. E. VAILLANCOURT, M. N. MACHIDA, A. KATAOKA, K. TOMISAKA, J. DAVIDSON, T. G. PHILLIPS, C. D. DOWELL, L. LEEUW et M. HOUE : Magnetic Field in The Isolated Massive Dense Clump IRAS 20126+4104. *accepted for publication in ApJL*, mars 2012.
- F. H. SHU : Self-similar collapse of isothermal spheres and star formation. *ApJ*, 214:488–497, juin 1977.
- F. H. SHU, D. GALLI, S. LIZANO et M. CAI : Gravitational Collapse of Magnetized Clouds. II. The Role of Ohmic Dissipation. *ApJ*, 647:382–389, août 2006.
- L. SPITZER : *Physical processes in the interstellar medium*. New York Wiley-Interscience, 1978.
- L. SPITZER, Jr. : The Dynamics of the Interstellar Medium. II. Radiation Pressure. *ApJ*, 94:232, septembre 1941.
- D. STAMATELLOS, A. P. WHITWORTH, T. BISBAS et S. GOODWIN : Radiative transfer and the energy equation in SPH simulations of star formation. *A&A*, 475:37–49, novembre 2007.
- S. TEREBEY, F. H. SHU et P. CASSEN : The collapse of the cores of slowly rotating isothermal clouds. *ApJ*, 286:529–551, novembre 1984.

- R. TEYSSIER : Cosmological hydrodynamics with adaptive mesh refinement. A new high resolution code called RAMSES. *A&A*, 385:337–364, avril 2002.
- K. TOMIDA, K. TOMISAKA, T. MATSUMOTO, K. OHSUGA, M. N. MACHIDA et K. SAIGO : Radiation Magnetohydrodynamics Simulation of Proto-stellar Collapse : Two-component Molecular Outflow. *ApJL*, 714:L58–L63, mai 2010.
- A. TOOMRE : On the gravitational stability of a disk of stars. *ApJ*, 139:1217–1238, mai 1964.
- E.F. TORO : *Riemann Solvers and Numerical Methods for Fluid Dynamics*. Springer, 1999.
- J. K. TRUELOVE, R. I. KLEIN, C. F. MCKEE, J. H. HOLLIMAN, II, L. H. HOWELL et J. A. GREENOUGH : The Jeans Condition : A New Constraint on Spatial Resolution in Simulations of Isothermal Self-gravitational Hydrodynamics. *ApJL*, 489:L179, novembre 1997.
- Y. UCHIDA et K. SHIBATA : Magnetodynamical acceleration of CO and optical bipolar flows from the region of star formation. *PASJ*, 37:515–535, 1985.
- R. K. ULRICH : An infall model for the T Tauri phenomenon. *ApJ*, 210:377–391, décembre 1976.
- E. VAZQUEZ-SEMADENI : Hierarchical Structure in Nearly Pressureless Flows as a Consequence of Self-similar Statistics. *ApJ*, 423:681, mars 1994.
- S. VON HOERNER : Eine Methode zur Untersuchung der Turbulenz der interstellaren Materie. Mit 10 Textabbildungen. *ZA*, 30:17, 1951.
- C. F. VON WEIZSÄCKER : The Evolution of Galaxies and Stars. *ApJ*, 114:165, septembre 1951.
- E. I. VOROBYOV et S. BASU : Secular evolution of viscous and self-gravitating circumstellar discs. *MNRAS*, 393:822–837, mars 2009.
- D. WARD-THOMPSON, F. MOTTE et P. ANDRÉ : The initial conditions of isolated star formation - III. Millimetre continuum mapping of pre-stellar cores. *MNRAS*, 305:143–150, mai 1999.
- D. WARD-THOMPSON, P. F. SCOTT, R. E. HILLS et P. ANDRÉ : A Submillimetre Continuum Survey of Pre Protostellar Cores. *MNRAS*, 268:276, mai 1994.
- A. M. WATSON, K. R. STAPELFELDT, K. WOOD et F. MÉNARD : Multiwavelength Imaging of Young Stellar Object Disks : Toward an Understanding of Disk Structure and Dust Evolution. *Protostars and Planets V*, pages 523–538, 2007.
- D. A. WEINTRAUB, B. ZUCKERMAN et C. R. MASSON : Measurements of Keplerian rotation of the gas in the circumbinary disk around T Tauri. *ApJ*, 344:915–924, septembre 1989.

N. O. WEISS : The Expulsion of Magnetic Flux by Eddies. *Royal Society of London Proceedings Series A*, 293:310–328, août 1966.

F. L. WHIPPLE : Concentrations of the Interstellar Medium. *ApJ*, 104:1, juillet 1946.

O. C. WILSON, G. MINICH, E. FLATHER et M. F. COFFEEN : Internal Kinematics of the Orion Nebula. *ApJS*, 4:199, août 1959.

T. L. WILSON, K. ROHLFS et S. HÜTTEMEISTER : *Tools of Radio Astronomy*. Springer-Verlag, 2009.

M. G. WOLFIRE, D. HOLLENBACH, C. F. MCKEE, A. G. G. M. TIELENS et E. L. O. BAKES : The neutral atomic phases of the interstellar medium. *ApJ*, 443:152–168, avril 1995.

H. ZINNECKER : Prediction of the protostellar mass spectrum in the Orion near-infrared cluster. *Annals of the New York Academy of Sciences*, 395:226–235, octobre 1982.

H. ZINNECKER : Star formation from hierarchical cloud fragmentation - A statistical theory of the log-normal Initial Mass Function. *MNRAS*, 210:43–56, septembre 1984.

EFFONDREMENT ET FRAGMENTATION DES CŒURS DENSES PRÉSTELLAIRES :
ÉTUDE DE LA FORMATION DES DISQUES PROTOSTELLAIRES

Marc JOOS

RÉSUMÉ :

De par le rôle central que jouent les étoiles dans l'astrophysique moderne, la compréhension de leur formation est un des principaux enjeux actuels de la discipline. Les étoiles se forment dans les nuages de gaz du milieu interstellaire. Ce milieu est magnétisé et turbulent ; la formation des étoiles est ainsi un phénomène complexe, non-linéaire et multi-échelle. Dans ce contexte, les processus de formation stellaire, et en particulier la formation des disques protostellaires et des systèmes multiples — c'est à dire d'étoiles liées gravitationnellement — sont encore mal compris. Les simulations numériques sont donc essentielles pour permettre de faire progresser notre connaissance de ces phénomènes.

Ce travail de thèse se divise en deux parties, dédiées à l'étude des phases précoces de la formation des étoiles. La première partie sera centrée sur les simulations numériques que j'ai réalisées durant ma thèse, pour étudier la formation des disques protostellaires et des systèmes multiples. Le champ magnétique, lorsqu'il est suffisamment intense, est à l'origine d'un transport efficace du moment cinétique, qui peut empêcher la formation des disques protostellaires et inhiber la fragmentation du cœur. Sera d'abord présentée une étude analytique et numérique montrant l'importance de la géométrie de l'effondrement sur le transport du moment cinétique. En effet, lorsque le champ magnétique et l'axe de rotation du cœur préstellaire ne sont pas alignés, le freinage magnétique se révèle moins efficace, pouvant permettre la formation des disques. L'influence de la turbulence sur la diffusion du champ magnétique, la formation des disques, la fragmentation et les flots bipolaires — traceurs importants de la formation stellaire — sera ensuite étudiée. La turbulence permet de diffuser efficacement le champ magnétique des régions internes du cœur en effondrement et provoque également un basculement de l'axe de rotation du cœur, ce qui réduit le freinage magnétique. Des disques massifs peuvent alors se former et fragmenter. La deuxième partie de ce manuscrit se concentrera sur des observations synthétiques réalisées à partir de nos simulations. Trois types d'observations synthétiques ont été réalisées : des cartes en densité de colonne, des distributions spectrales d'énergie ainsi que des amplitudes de visibilité. Ces observations seront comparées à des modèles analytiques, suivant une procédure habituellement utilisée dans les études observationnelles, afin de tenter d'en déduire les propriétés des disques.

Mots-clés : Formation stellaire, Magnétohydrodynamique, Étoiles de faible masse, Disques protostellaires, Simulations numériques, Turbulence

ABSTRACT :

Stars play a central role in modern astrophysics. To understand how stars form is therefore fundamental for the field. Stars form in gas clouds in the interstellar medium. This medium is magnetized and turbulent; star formation is therefore a complex, highly non-linear and multiscale problem. In this context, star formation processes are still not well-known, and particularly protostellar disk and multiple stars – which means stars that are gravitationally bound – formation. Numerical simulations are crucial to have a better insight of these processes.

This work is divided in two main parts, dedicated to the study of the first phases of star formation. The first part presents the numerical simulations I performed during my thesis to investigate protostellar disks and multiple star system formation. When the magnetic intensity is strong enough, it could prevent both protostellar disks formation and fragmentation through an efficient angular momentum transport process. I first develop an analytical and numerical study to show the key role played by the geometry of the collapse on the angular momentum transport processes. When the rotation axis of the prestellar core and the magnetic field are misaligned, magnetic braking is less efficient and massive disks formation is restored. The influence of turbulence on magnetic diffusion, disk formation, fragmentation and outflows – one of the most important tracers of star formation – is then discussed. Turbulence is responsible for an efficient magnetic diffusion in the central regions of the collapsing core as well as for a misalignment between the rotation axis and the magnetic field. Magnetic braking is thus efficiently reduced, and both massive disks formation and fragmentation may happen. The second part is dedicated to synthetic observations performed from our numerical simulations. Three different types of synthetic observations were performed: column-density maps, spectral energy distributions and visibilities. Following a classic analysis performed in observational studies, these observations will be compared to analytical models to try to deduce disk properties.

Keywords: Stellar formation, Magnetohydrodynamics, Low mass stars, Protostellar disks, Numerical simulations, Turbulence