



**HAL**  
open science

# Contributions à la modélisation et la commande des réseaux de trafic routier

Catalin Dimon

► **To cite this version:**

Catalin Dimon. Contributions à la modélisation et la commande des réseaux de trafic routier. Autre. Ecole Centrale de Lille; Universitatea politehnica (Bucarest), 2012. Français. NNT : 2012ECLI0036 . tel-00801762

**HAL Id: tel-00801762**

**<https://theses.hal.science/tel-00801762>**

Submitted on 18 Mar 2013

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

N° d'ordre : 187

ECOLE CENTRALE DE LILLE

## THESE

présentée en vue d'obtenir le grade de

## DOCTEUR

en

Spécialité : *Automatique, Génie Informatique, Traitement du Signal et Image*

par

**Cătălin DIMON**

DOCTORAT DELIVRE CONJOINTEMENT  
PAR L'ECOLE CENTRALE DE LILLE ET L'UNIVERSITE « POLITEHNICA » DE BUCAREST

Titre de la thèse :

**Contributions à la modélisation et la commande des réseaux de trafic routier**

Soutenue le 24.02.2012 devant le jury d'examen :

<b>Président</b>	Adina Magda Florea, Professeur, Université « Politehnica » de Bucarest
<b>Rapporteur</b>	Radu Emil Precup, Professeur, Université « Politehnica » de Timisoara
<b>Rapporteur</b>	Mircea Ivănescu, Professeur, Université de Craiova
<b>Membre</b>	Dan Ștefănoiu, Professeur, Université « Politehnica » de Bucarest
<b>Membre</b>	Pierre Borne, Professeur, Ecole Centrale de Lille
<b>Membre</b>	Nicolai Christov, Professeur, Université des Sciences et Technologies de Lille
<b>Directeur de thèse</b>	Geneviève Dauphin-Tanguy, Professeur, Ecole Centrale de Lille
<b>Directeur de thèse</b>	Dumitru Popescu, Professeur, Université « Politehnica » de Bucarest

Thèse préparée dans le Laboratoire LAGIS, Ecole Centrale de Lille et le Département AIS,  
Université « Politehnica » de Bucarest

Ecole Doctorale SPI 072 (Lille I, Lille III, Artois, ULCO, UVHC, EC Lille)  
**PRES Université Lille Nord-de-France**

à quelqu'un spécial,

...la limite est toi-même.

*“The philosopher Descartes believed that he had found the most fundamental truth when he made his famous statement: "I think, therefore I am." He had, in fact, given expression to the most basic error: to equate thinking with Being and identity with thinking.”*

Eckhart Tolle

## Remerciements

Je remercie à toutes les personnes que j'ai rencontrées ou avec lesquelles j'ai travaillé au cours du développement de la thèse, soit en Roumanie, soit en France. Chacune a contribué, plus ou moins, à la formation de ma personnalité et pour cela je leur suis profondément reconnaissant.

Particulièrement, je remercie à ma famille qui a été toujours avec moi et m'a encouragé et soutenu pour finir ce travail. Un grand merci à mon frère qui m'a offert une autre perspective sur la vie.

Egalement, je remercie à mes directeurs de thèse, M. Dumitru Popescu et Mme. Geneviève Dauphin-Tanguy. Je suis reconnaissant à M. Popescu pour m'avoir guider à choisir la carrière académique et m'avoir proposé le sujet intéressant et novateur de cette thèse. Un grand merci à Mme. Dauphin-Tanguy pour l'accueil chaleureux que j'ai reçu à Lille et aussi pour les nombreux conseils et encouragements offerts quand j'en avais besoin.

Aussi, je remercie à EGIDE pour les bourses Eiffel et ARCUS, le support financier qui m'a permis d'effectuer les stages à Lille. C'était pendant ces stages que je me suis redécouvert comme chercheur, comme enseignant, comme homme.

## Tables de matières

Introduction.....	6
<b>Chapitre I : La problématique du trafic routier.....</b>	<b>11</b>
1 La problématique du trafic routier.....	12
1.1 La congestion routière.....	12
1.2 Modèles du trafic.....	17
1.2.1 Modèles (sous)microscopiques.....	18
1.2.2 Modèles mésoscopiques.....	20
1.2.3 Modèles macroscopiques.....	22
1.3 Modélisation au niveau urbain.....	24
1.4 Algorithmes de commande du trafic.....	28
1.4.1 Mesures des paramètres de trafic.....	29
1.5 Conclusions.....	34
<b>Chapitre II : Représentations du trafic routier.....</b>	<b>35</b>
2 Représentations du trafic routier.....	36
2.1 Éléments pour décrire le trafic routier.....	36
2.1.1 Les paramètres du trafic.....	36
2.1.2 Le diagramme fondamental du trafic.....	39
2.2 Modalités de représentation du trafic routier.....	42
2.2.1 Représentation hydraulique.....	42
2.2.1.1 Correspondance hydraulique - routier.....	44
2.2.1.2 Modèles dynamiques.....	44
2.2.2 Représentation Bond Graph.....	49
2.2.2.1 Éléments bond graph.....	50
2.2.2.2 Causalité bond graph.....	51
2.2.2.3 Modèles dynamiques.....	52
2.2.3 Représentation par réseau à compartiments.....	53
2.2.3.1 Éléments d'un réseau à compartiments.....	55
2.2.3.2 Modèles dynamiques.....	56
2.3 Conclusions.....	57
<b>Chapitre III : Modélisation du trafic routier.....</b>	<b>58</b>
3 Modélisation du trafic routier.....	59
3.1 Modélisation des éléments routiers.....	59
3.1.1 Modèle statique.....	59
3.1.2 Modèle dynamique.....	60
3.1.2.1 Élément routier court.....	60
3.1.2.2 Élément routier long.....	64
3.1.2.3 Élément routier long avec pression extérieure.....	67
3.1.2.4 Élément routier long avec accumulation de véhicules.....	69
3.1.3 Evaluation de la qualité des modèles linéarisés.....	74
3.1.3.1 Élément routier simple.....	74
3.1.3.2 Élément routier avec pression extérieure.....	79

3.2	Modélisation des objets routiers .....	82
3.2.1	Modélisation d'un tronçon routier .....	82
3.2.2	Modélisation d'une intersection.....	87
3.2.2.1	Carrefour en Y .....	87
3.2.2.2	Carrefour en T.....	90
3.2.2.3	Carrefour en croix.....	92
3.2.2.4	Variation de la vitesse.....	95
3.3	Conclusions.....	96
<b>Chapitre IV : Commande des tronçons routiers.....</b>		<b>97</b>
4	Commande des tronçons routiers.....	98
4.1	Paramètres et variables d'intérêt.....	98
4.1.1	Paramètres et variables d'entrée .....	98
4.1.2	Variables commandées et de commande .....	99
4.1.3	Perturbations .....	101
4.2	Algorithmes de commande .....	103
4.2.1	Evaluation du modèle d'un élément routier.....	103
4.2.2	Conception de la commande.....	103
4.2.3	Commande d'un élément routier .....	108
4.2.3.1	Élément routier linéarisé .....	108
4.2.3.2	Élément routier non linéaire.....	111
4.2.4	Commande d'un tronçon routier.....	112
4.3	Robustesse de la commande .....	118
4.3.1	Indicateurs de robustesse .....	118
4.3.1.1	Marge de gain .....	119
4.3.1.2	Marge de phase .....	119
4.3.1.3	Marge de retard.....	120
4.3.1.4	Marge de module .....	120
4.3.2	Robustesse de la commande d'un tronçon routier .....	121
4.4	Commande supervisée .....	123
4.4.1	Conception du système .....	123
4.4.2	Résultats de simulation .....	127
4.5	Conclusions.....	128
<b>Chapitre V : Commande d'une région routière.....</b>		<b>129</b>
5	Commande d'une région routière .....	130
5.1	Evaluation du modèle .....	131
5.2	Conception de la commande.....	133
5.3	Commande d'un carrefour en croix .....	137
5.3.1	Simulation d'un carrefour en croix .....	141
5.3.2	Analyse de résultats de la simulation.....	147
5.4	Conclusions.....	149
6	Conclusions générales et perspectives de développement.....	150
Bibliographie.....		155

## **Introduction**

Les problèmes associés au trafic routier sont un défi de différentes perspectives. D'une part, la gestion pratique du trafic se réfère à des questions allant de la conception à la commande des autoroutes. D'autre part, il y a des problèmes non résolus liés à la construction de modèles pour décrire le trafic routier adaptés aux différentes conditions de circulation et d'infrastructure.

Les résultats d'une enquête cherchant à déterminer les causes et les effets de la congestion routière, tant en termes d'infrastructure routière que des effets économiques et écologiques, peuvent être trouvées dans le document publié par la Chambre des communes de Grande-Bretagne [\*\*\*, 1998]. Bien que les chiffres ne soient pas très récents, le document datant de 1998, il peut encore illustrer les coûts et la nécessité de résoudre les problèmes.

Durant les dernières années, le nombre de véhicules a considérablement augmenté. Comme une conséquence directe les congestions routières sont de plus en plus fréquentes. Des solutions principales sont proposées en [Downs, 2004] : la construction de nouvelles routes, des outils plus efficaces pour le péage, la construction de rampes d'accès pour les autoroutes, la construction de systèmes intelligents de gestion du trafic, la construction de bandes pour les situations d'urgence (d'où une vitesse de réaction accrue pour les accidents ou les incidents de la route), la prise en compte de nouvelles régions habitées et l'augmentation de la densité des segments correspondants de la route. Donc, pour réduire la congestion et assurer des déplacements efficaces en véhicules, des algorithmes de contrôle du trafic sont nécessaires.

Plusieurs modèles ont été proposés dans la littérature pour décrire le comportement du trafic routier. En utilisant des simulations sous certaines limites ou en utilisant certaines conditions initiales, ils ont conduit à une meilleure compréhension des phénomènes.

L'étude scientifique de la circulation a ses débuts dans les années 1930, par l'application de la théorie des probabilités pour décrire le trafic, avec des études pionnières sur différents modèles du volume de véhicules, de la vitesse et de la performance du trafic aux intersections réalisées par Bruce

Greenshields à Yale [Greenshields, 1935]. Après la seconde guerre mondiale, il y a eu une augmentation de l'utilisation des véhicules et l'expansion du réseau routier, qui a également été traduite par une augmentation des études sur les caractéristiques du trafic routier et le développement des théories du trafic. Des modèles comme celui de Lighthill-Whitman et Richards [Lighthill, 1955; Richards, 1956], ont été parmi les premiers modèles à introduire des équations mathématiques (équations aux dérivées partielles) pour étudier les phénomènes du trafic routier. Plus tard, l'analogie entre le trafic routier et les équations liées à la compression de la dynamique des fluides a été étudiée pour comprendre la formation de groupes de véhicules, résultant des modèles comme celui de Kerner-Konhauser [Kerner, 1993 ; Kerner, 1999].

Un modèle de simulation du trafic routier représente les changements dynamiques de ses états. En fonction du niveau de détail considéré des états, dans la littérature, trois types de modèles sont rencontrés : macroscopiques, mésoscopiques et microscopiques. La modélisation macroscopique du trafic peut être assimilée à la traversée d'un tuyau par l'eau. Dans un modèle mésoscopique les véhicules sont individuels mais ils ont un comportement global. Dans le cas microscopique les détails et le comportement individuel de chaque véhicule sont des points focaux du modèle.

Pour l'objet de cette thèse nous nous sommes intéressé seulement aux modèles macroscopiques. La modélisation macroscopique présente le trafic routier comme un système formé par l'agrégation des participants (les véhicules). La représentation macroscopique est basée sur un modèle qui traite la relation entre les principaux paramètres d'écoulement du trafic : le débit routier, la densité routière et la vitesse de véhicules. Ces variables macroscopiques peuvent être calculées pour chaque emplacement de la route, à tout moment, pour chaque intervalle de mesure.

Actuellement, pour déterminer un modèle mathématique au niveau macroscopique, on fait une analogie avec des phénomènes physiques connus et les lois associées de la dynamique des fluides ou la théorie cinétique des gaz, ce qui entraîne des équations différentielles qui décrivent la relation entre les variables du trafic routier.

Les objectifs de la thèse sont de proposer des modèles dynamiques pour décrire le trafic routier en adaptant des modèles de la mécanique des fluides et en s'appuyant sur ces modèles, de concevoir et mettre en œuvre un

algorithme de commande. Dans ce contexte, la thèse est organisée en deux parties. La première partie, chapitres 2 et 3, s'occupe de la modélisation du trafic routier et propose des modèles dynamiques pour décrire le comportement de véhicules. La deuxième partie, chapitres 4 et 5, s'occupe de la conception et l'implémentation d'une stratégie de commande, à la fois au niveau local d'un objet routier et au niveau global d'une région urbaine.

Le trafic routier est vu comme une structure à plusieurs niveaux. Au niveau le plus haut est la région urbaine, considérée comme une partie de l'infrastructure routière d'une ville. Au niveau suivant, la région est composée de plusieurs objets routiers consistant en tronçons routiers et carrefours, les derniers assurant la connexion des premiers. Au dernier niveau, il y a les éléments routiers qui sont des parties composant d'un tronçon routier. Les éléments routiers décrivent les différentes situations rencontrées au niveau d'un tronçon.

Le premier chapitre présente les problèmes caractéristiques d'un réseau routier, ainsi que des modèles et des algorithmes de commande proposés dans la littérature.

Le problème principal du trafic routier est la congestion routière qui conduit par propagation à d'autres problèmes secondaires. Une classification de types de congestions routières a été proposée depuis les années 1960 [Longley, 1968] et elle est utilisée à ce jour.

En plus du niveau de détail des modèles (macroscopiques, mésoscopiques et microscopiques), il y a aussi l'endroit d'analyse du trafic. Le comportement du trafic sur une autoroute n'est pas exactement le même que le trafic en milieu urbain. Au niveau urbain il y a des problèmes additionnels devant être examinés.

Pour modéliser ou bien contrôler un objet routier nous avons besoin de données, acquises par des capteurs spécifiques. Un résumé des différents types de méthodes utilisées pour mesurer les grandeurs d'intérêt est donné vers la fin du chapitre.

Le deuxième chapitre présente les principales variables utilisées pour décrire un modèle macroscopique du trafic et trois modalités de représentation de l'écoulement de véhicules. En plus des grandeurs rencontrées souvent dans

la littérature nous propose une nouvelle grandeur – la pression routière, définie par similarité avec la pression hydrodynamique.

L'écoulement de véhicules est décrit pour un élément routier en faisant appel aux lois de l'hydraulique, décrivant l'écoulement d'un fluide dans un tuyau. La représentation hydraulique permet de trouver les lois physiques qui donnent la dynamique des modèles analysés.

Une autre représentation qui permet de mettre en évidence les échanges énergétiques entre les éléments composants est la représentation Bond Graph. Cette représentation est très utile pour faire la connexion des plusieurs éléments routiers, ou même de tronçons routiers, permettant d'avoir facilement le transfert de véhicules d'un élément/tronçon vers le suivant.

La troisième représentation utilise les réseaux à compartiments ; elle est plus appropriée pour décrire une région routière, mettant en évidence les connexions entre les tronçons routiers, aussi que les passages aux carrefours. Elle permet aussi d'implémenter des algorithmes d'optimisation du coût de voyage ou de la distance totale. Une analogie entre les éléments d'un réseau à compartiments et les variables du trafic routier est réalisée.

Dans le troisième chapitre, on propose des modèles dynamiques pour différents types d'éléments routiers et d'objets routiers. Pour les éléments routiers les modèles sont obtenus en linéarisant les lois établies à partir de la représentation hydraulique.

A titre d'illustrations pour les éléments routiers, nous présentons deux situations :

- l'élément routier contient des véhicules qui se déplacent avec une vitesse libre ;
- l'élément routier contient une accumulation de véhicules qui ne se déplacent pas.

Pour la première situation il y a aussi deux cas :

- l'élément routier est le dernier dans la composition d'un tronçon, qui est lui même une sortie de la région routière, donc il n'y a aucune pression extérieure ;
- l'élément routier est suivi par un autre élément ou tronçon routier, caractérisé par une pression intérieure.

Par la connexion de plusieurs éléments routiers, le modèle d'un tronçon ou d'un carrefour est obtenu. Les carrefours permettent l'accumulation de véhicules à l'intérieur en régime dynamique, pour effectuer le transfert de véhicules du tronçon d'origine vers le tronçon de destination, mais il n'y a pas la possibilité de stockage. Tous les modèles sont vérifiés en simulation et les résultats comparés aux situations rencontrées dans la réalité.

Le quatrième chapitre présente des algorithmes numériques de type RST, capables d'assurer des performances pré spécifiées pour les éléments routiers modélisés dans le troisième chapitre. La commande est appliquée soit au niveau de base de chaque élément routier, soit au niveau supérieur d'un tronçon routier composé de plusieurs éléments routiers. La variable de commande est représentée par le débit d'entrée de l'élément ou tronçon routier.

Suite à la linéarisation des modèles, effectuée dans le troisième chapitre, la robustesse de la commande est analysée. Comme indicateur de robustesse la marge de module est employée. Par l'augmentation de la marge de robustesse il est montré que la tolérance aux non linéarités est améliorée.

Comme le débit d'entrée n'est pas une variable qui peut être commandée directement, une structure de supervision est proposée, structure qui remplace le débit par la vitesse libre, comme la nouvelle variable commandée.

Le cinquième chapitre présente une stratégie de commande au niveau d'une région routière, en utilisant la représentation par réseau à compartiments. La variable commandée est la durée de la signalisation des feux routiers. En supposant la durée totale fixée, il est suffisamment de contrôler la durée de la couleur vert. Les différents types de signalisation d'un carrefour sont détaillés.

L'algorithme de commande par état utilise lui-même un réseau à compartiments. L'étude de cas d'un carrefour en croix est présentée pour vérifier les performances de l'algorithme proposé.

A la fin de la thèse les contributions de l'auteur sont mises en évidence et quelques perspectives de développement des résultats obtenus sont présentées.

# **Chapitre I**

## **La problématique du trafic routier**

# 1 La problématique du trafic routier

## 1.1 La congestion routière

Dans le contexte de la mondialisation économique, la nécessité pour le mouvement des biens et des personnes a connu une croissance importante. Cette augmentation de la mobilité est en même temps la principale cause de la congestion routière.

La congestion du trafic (figure 1.1) est l'un des problèmes les plus préoccupants du monde moderne, qui désire satisfaire le besoin de mobilité sans entrave. C'est le prix payé pour les multiples avantages découlant de la concentration de la population et des activités économiques. Étant donné que l'offre de terrains est épuisée et que le développement de l'infrastructure routière est coûteux, il ne serait pas rentable d'investir pour atteindre des capacités à fournir en permanence des régimes de circulation proches du régime libre. Même si pour le moment, en développant les infrastructures, ce régime serait atteint, comme la demande de circulation dépend du coût global (social) il signifie qu'en même temps les effets de la stimulation de la demande conduiront inévitablement à un nouveau régime de congestion.

Le terme « congestion » provoque encore, surtout dans la circulation routière, une série de controverses entre les partenaires qui se rencontrent sur le marché des transports avec des intérêts et des vues souvent divergentes.

*Ainsi, le responsable de la stratégie de développement des infrastructures de transport* au niveau central, régional ou local, est satisfait si les éléments de l'infrastructure prennent les flux normaux pour lesquels ils ont été conçus. Sinon, cela signifie que l'infrastructure a été surdimensionnée et que les ressources financières consommées ne s'avèrent pas efficaces.

Contrairement à celui-ci, qui trouve la confirmation de ses orientations stratégiques dans la haute demande de l'infrastructure, *l'utilisateur de l'infrastructure (le conducteur du véhicule)* souhaite n'être pas gêné dans sa circulation par les autres participants au trafic sur la même infrastructure. De son point de vue, la diminution de la vitesse sous la valeur nominale accomplie sur la voie libre est interprétée comme un début de congestion qui s'aggrave lorsque les risques de prolonger la durée du voyage ou les

incertitudes concernant la fin du voyage augmentent et l'insécurité du trafic le touche de façon supplémentaire.

Pour *l'ingénieur de trafic*, la congestion se produit beaucoup plus tard et c'est seulement quand l'intensité du trafic atteint une valeur située à proximité de la capacité (débit maximal) d'un tronçon de la route et quand pour des petites augmentations de l'intensité du trafic des diminutions relativement importantes de la vitesse de déplacement du flux routier sont enregistrées.

*Le bénéficiaire du transport (le passager ou le propriétaire/destinataire des biens)* est capable d'enregistrer la congestion seulement dans la mesure où les attentes sur la durée du voyage ou du mouvement des marchandises assumées par le transporteur (l'utilisateur de l'infrastructure, dénommé ci-dessus) n'ont pas été respectées à la suite uniquement de l'extension du temps de navigation sur l'infrastructure fixée.

*L'économiste des transports* conçoit la congestion comme une externalité qui touche ceux qui ne sont pas bénéficiaires d'une activité de voyage particulière (riverains ou même toute la population d'une région ou les autres participants au trafic) des effets causés par les utilisateurs de l'infrastructure.

De la brève liste de ces perceptions subjectives sur le terme de congestion, résulte qu'un premier objectif pour améliorer les connaissances dans le domaine, est d'éliminer l'ambiguïté de la notion discutée. À cet égard, il devrait être possible de définir une demande optimale d'utilisation d'un tronçon routier en utilisant comme critère d'optimisation l'ensemble des coûts sociaux, et définir la congestion par rapport à cette demande optimale. Une telle orientation dépasse largement le présent travail, étant en soi même l'objet d'une recherche approfondie, autonome.

Par conséquent, on va définir la congestion en se référant à deux des effets essentiels, ressentis par la plupart de ceux impliqués:

- par rapport au niveau de la demande d'un tronçon routier à partir duquel se produisent des changements non linéaires, significatifs des attributs du trafic (vitesse, durée, coûts individuels et sociaux).
- par rapport au niveau de la demande d'une région de l'infrastructure routière avec une configuration (topologie) fixée à partir de laquelle se produisent des « blocages » du trafic.

Depuis 1968, Longley [Longley, 1968] a révélé deux types de congestion:

- la congestion primaire, estimée par l'apparition de chaînes d'attente aux intersections à ou sans feux;
- la congestion secondaire (indirecte), causée par l'altération d'autres intersections suivant la congestion primaire.

D'une manière générale, l'absence de la congestion est interprétée comme le niveau de la demande d'une zone de l'infrastructure routière pour lequel le trafic n'a pas des chaînes d'attente (queues) significatives. Il n'est pas exclu la présence de files d'attente courtes, formées à l'occasion, mais qui ne persistent pas en temps, ainsi que les pics temporaires du trafic qui ne dépassent pas la capacité du tronçon / intersection.

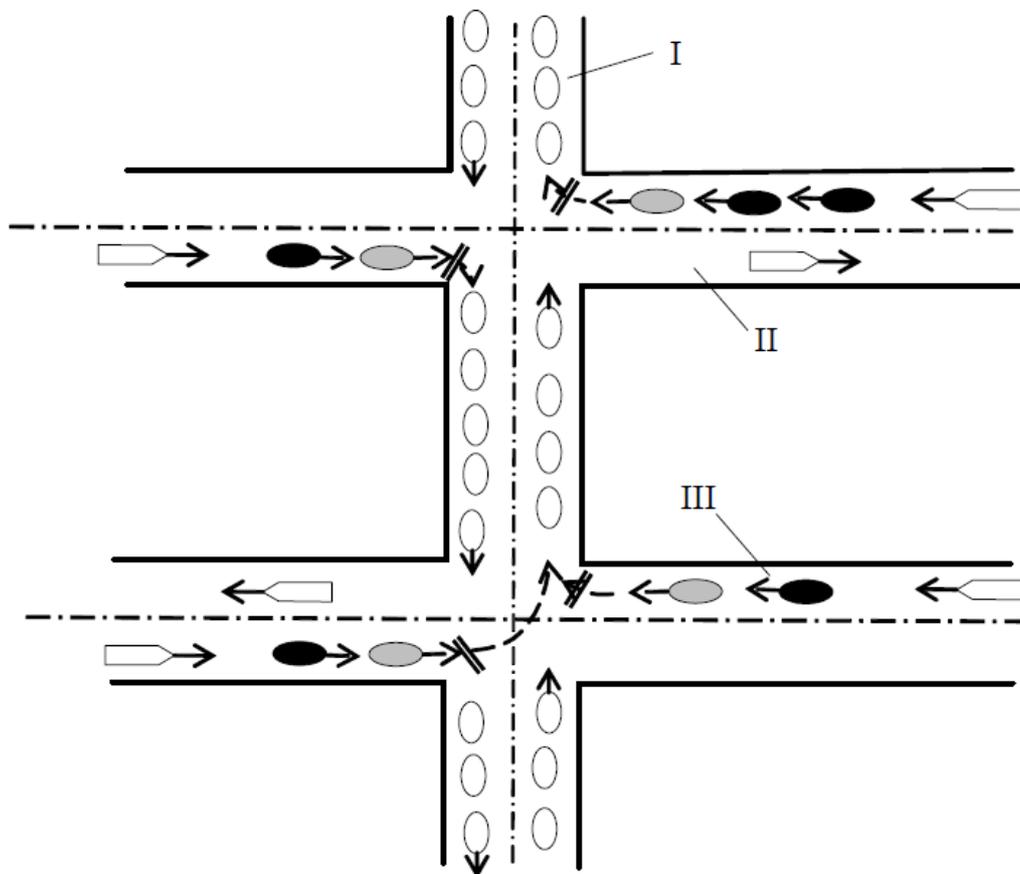


Figure 1.1 Les effets de la congestion (les incidences de la congestion du tronçon I sur les tronçons II et III) : ○ - véhicules bloqués à partir de la congestion du tronçon I; ○ - véhicules qui, en raison du manque de place dans le tronçon I, ne peuvent pas continuer à aller sur les trajectoires figurées; ● - véhicules bloqués à cause des véhicules en face qui ne peuvent pas continuer leur déplacement; > - véhicules en mouvement.

La congestion se produit quand le trafic s'approche de ou dépasse la valeur maximale de la capacité du tronçon / intersection. Si des files d'attente importantes se forment, mais ne génèrent pas des congestions secondaires, la congestion est considérée comme *saturée*. Si les effets de la congestion (retards, arrêts répétés) sensiblement propagent la congestion en amont, la congestion *sursaturée* a été atteinte.

En raison de la congestion, il y a un risque pour l'Europe de perdre la compétitivité économique. Une étude dans le domaine du trafic routier a montré que les coûts externes de la congestion du trafic représentent environ 0,5% du PIB de la Communauté Européenne. Les perspectives concernant l'évolution du trafic pour les années prochaines montrent que si rien n'est fait pour améliorer la circulation, la congestion du trafic va augmenter de manière significative. Les coûts attribués à la congestion vont augmenter de 142%, en atteignant 80 milliards de dollars annuellement, ce qui représente environ 1% du PIB de la Communauté Européenne.

En plus, les retards causés par la congestion du trafic ont un impact significatif sur la qualité de la vie humaine. Le conducteur coincé dans le trafic se confronte avec le stress, le bruit et d'autres problèmes, ce qui augmente le risque d'accident. Cet aspect peut être considéré comme un coût indirect (problèmes de santé). La congestion a des implications pour la consommation de carburant, en générant des pertes massives. En conséquence, pour un prix du carburant de plus en plus élevé, il y a une diminution du pouvoir d'achat. Du point de vue de l'environnement, la congestion a un effet négatif par l'augmentation de la pollution causée par les gaz d'échappement. Tous ces aspects mentionnés ont des incidences pour les coûts économiques et environnementaux du trafic routier.

Ainsi, les problèmes en raison de la congestion du trafic sont des problèmes socio-économiques qui ont besoin d'une solution à mettre en œuvre le plus rapidement possible. Semble donc pertinent de rechercher des solutions pour y faire face. La plus simple et rapide serait de construire de nouvelles infrastructures, mais elles sont très coûteuses et réduisent l'espace naturel disponible. Une autre solution pour réduire la congestion du trafic est d'encourager les gens à utiliser les moyens de transport et, en ce qui concerne le commerce, de transporter les marchandises par le rail ou par l'eau. De toute façon, les conséquences directes entraînent des coûts significatifs.

Comme un compromis entre celles présentées, il reste la solution d'utiliser l'infrastructure routière existante et de trouver des algorithmes de commande pour fluidiser le trafic et prévenir l'apparition de la congestion. Ceci est également l'objectif de ce travail.

## 1.2 Modèles du trafic

Les études théoriques sur le trafic routier essaient à décrire avec une approche mathématique de la mécanique des fluides pour mieux comprendre les notions, en utilisant les interactions entre les véhicules et leurs conducteurs. Par conséquent, il y a des composants mobiles et une infrastructure représentée par le système de rues et les éléments opérationnels associés: panneaux de signalisation routière, dispositifs de commande, signalisation, etc.

Toutes ces études conduisent à des modèles et des outils utilisés dans la modélisation et la construction des rues et des autoroutes. La première étude de la circulation a été réalisée dans les années 1930, en appliquant la théorie des probabilités pour décrire le trafic routier, approche appartenant à Adams [Adams, 1936]. En outre, Bruce D. Greenshields du Bureau du Trafic Routier de Yale a étudié des modèles de volume et de la vitesse [Greenshields, 1935]. Il a été intéressé aussi par l'étude des performances de la circulation au niveau des intersections [Greenshields, 1947].

Dans les années 1950, des nouvelles études ont été élaborées sur la base des approches théoriques aussi diverses que le suivi du véhicule [Pipes, 1953; Chandler, 1958], la théorie du débit de la circulation routière [Lighthill, 1955; Richards, 1956] et la théorie des files d'attente [Wardrop, 1952]. Dans les années 1970 une nouvelle approche a été introduite, fondée sur l'analogie avec l'écoulement des fluides dans la mécanique des fluides; comme précurseurs on peut mentionner Payne et Whitham [Payne, 1971; Whitham, 1974].

Dans les dernières décennies, le trafic routier a connu des développements importants, les auteurs tentant d'améliorer les modèles existants ou de proposer de nouveaux modèles, appropriés aux nouvelles conditions de la circulation routière.

Etant donnée la multitude de modèles utilisés pour décrire le comportement du trafic, il semble utile de donner une classification pour mettre en évidence les principaux types existants. Parmi les critères sur lesquels les modèles du trafic peuvent être classifiés on a choisi le niveau du détail avec lequel ils représentent les systèmes du trafic. Cette classification peut être différenciée

en considérant les entités distinguées du trafic et le niveau de description de ces entités dans les modèles d'écoulement.

Une telle classification a été proposée par Hoogendoorn et Bovy [Hoogendoorn, 2001] qui ont trouvé quatre types de modèles :

- *Modèles microscopiques* qui décrivent le comportement des entités des systèmes (les véhicules et les conducteurs) aussi bien que leurs interactions à un niveau élevé de détail (individuellement).
- *Modèles sousmicroscopiques* qui, indépendamment d'une description détaillée du comportement de conduite, représentent en détail le comportement de commande de véhicule (par exemple changement de la vitesse) en correspondance avec les conditions d'environnement.
- *Modèles mésoscopiques* qui indiquent le comportement des individus en termes probabilistes ; à cet effet, le trafic est représenté par (de petits) groupes d'entités du trafic, dont les activités et les interactions sont décrites à un niveau moyen de détail.
- *Modèles macroscopiques* qui décrivent le trafic à un niveau élevé d'agrégation comme l'écoulement d'un fluide sans distinguer ses composantes ; le trafic est représenté d'une façon globale en utilisant des caractéristiques comme débit, densité et vitesse, le niveau général de détail étant réduit.

Pour l'analyse suivante on considère seulement trois types de modèles de trafic, parce que souvent les modèles sousmicroscopiques sont assimilés aux modèles microscopiques.

### **1.2.1 Modèles (sous)microscopiques**

Un modèle *microscopique* décrit à la fois le comportement spatio-temporel des composants du système (véhicules et conducteurs) et leurs interactions à un niveau élevé de détail (individuellement). Par exemple, pour chaque véhicule participant, le changement de voie de circulation est décrit comme une chaîne de décisions du conducteur.

De la même façon que les modèles microscopiques, les modèles *sousmicroscopiques* décrivent les caractéristiques de chaque véhicule participant à la circulation. Cependant, en plus de la description détaillée du

comportement en trafic, le comportement de contrôle du véhicule (par exemple, le changement des vitesses) est modélisé aussi selon les conditions environnementales. En plus, même le fonctionnement des parties spécifiques du véhicule (sous-ensembles) est décrit.

Les modèles microscopiques sont appropriés pour la modélisation des interactions entre véhicules à un haut niveau de détail nécessaire pour évaluer plusieurs Systèmes de Transport Intelligents (ITS – Intelligent Transport Systems), mais ils sont limités à de petites zones en raison de la grande quantité de données nécessaires.

Les deux types de modèles représentatifs pour les modèles microscopiques sont les modèles de suivi des véhicules et les modèles de type automates cellulaires.

*Les modèles de suivi des véhicules (« car-following models »)* essaient de décrire le processus par lequel un véhicule suit un autre. Dans cette catégorie, on rencontre trois types de modèles: les modèles de prévention (« *safe-distance models* ») [Pipes, 1953], les modèles de type stimulus-réponse (« *stimulus-response models* ») [Chandler, 1958] et les modèles psycho-spatiales (« *psycho-spacing models* ») [Wiedemann, 1974].

*Les modèles de type automates cellulaires (« Cellular Automata models »)* constituent un développement plutôt récent dans la modélisation du trafic routier au niveau microscopique et ils utilisent l'adaptation de modèles de houblonnage de particules pour représenter le mouvement du trafic. En général, dans les modèles de houblonnage de particules, il y a une chaîne unidimensionnelle des cellules, où chaque cellule peut être soit vide soit occupé par une particule. Le mouvement des particules est réalisé par le houblonnage des particules, en se déplaçant d'une cellule à la prochaine selon certaines règles. Pour adapter ces modèles pour simuler le trafic routier, chaque véhicule est représenté par une particule et le tronçon de route est décrit par une chaîne successive de cellules, dont chacune peut contenir un seul véhicule. Dans ce contexte, la circulation des véhicules est décrite comme le passage d'une cellule à l'autre, selon des règles bien déterminées.

Le premier modèle de type automates cellulaires utilisé pour simuler le trafic a été proposé par [Nagel, 1992], souvent désigné sous le nom de modèle de

NaSch, et depuis lors plusieurs modifications du modèle ont été présentées [Maerivoet, 2005].

Les modèles d'automates cellulaires ont été également employés pour des applications urbaines du trafic. Plus spécifiquement, le modèle de NaSch a été augmenté pour représenter les phénomènes d'arrêt-et-aller (« stop-and-go ») du trafic avec le développement du modèle VDR (« velocity-dependent randomisation ») [Pottmeier, 2002]. En outre, les modèles d'automates cellulaires ont été utilisés pour des applications d'optimisation des temps d'attente aux feux de circulation [Brockfeld, 2001].

Cependant, la simulation du trafic aux jonctions commandées par sémaphores n'a pas été étudiée à fond [Brilon, 1999]. En particulier, le flux de saturation produit par les versions déterministes et stochastiques du modèle et les implications du paramètre de randomisation du modèle n'ont pas été explicitement identifiées.

### **1.2.2 Modèles mésoscopiques**

Un modèle *mésoscopique* ne différencie pas et ne suit pas les véhicules comme entités individuelles, mais il spécifie le comportement de véhicules en termes probabilistes. Ainsi, le trafic est représenté par de petits groupes de véhicules, pour lesquels les activités et les interactions sont décrites à un faible niveau de détail. Par exemple, une manœuvre de changement de voie peut être représentée pour un véhicule comme un événement instantané, où la décision de faire un changement de voie est basée sur les densités relatives des bandes et les différences de vitesse. Certains modèles mésoscopiques sont obtenus par analogie avec la théorie cinétique des gaz, en décrivant la dynamique des distributions de vitesse.

Les modèles mésoscopiques occupent une position intermédiaire entre les modèles microscopiques et les modèles macroscopiques. Ils ont la possibilité de modéliser les grands réseaux sans un grand effort sur le codage et le calibrage, tout en assurant une meilleure représentation de la dynamique du trafic et les comportements individuels des participants, par rapport aux modèles macroscopiques.

Les modèles mésoscopiques sont utilisés pour la planification, mais aussi pour des opérations en temps réel. Ils sont plus flexibles que les modèles

macroscopiques en termes de modélisation des éléments importants, tels que le comportement de voyage (par exemple, le choix d'un itinéraire). Cependant, il y a des limites dans la capacité à représenter des opérations détaillées du trafic.

Quelques modèles mésoscopiques, les plus souvent rencontrés dans la littérature, seront présentés succinctement dans la suite.

CONTRAM [Leonard, 1989], représente le réseau routier par des nœuds et des arcs, et les véhicules sur les arcs sont groupés en paquets qui voyagent de l'origine à la destination (à noter que les paquets peuvent être formés à partir d'un seul véhicule).

DYNAMIT [Ben-Akiva, 2001], utilise des véhicules individuels se déplaçant le long des segments sur la base des relations vitesse - densité et des modèles des queues d'attente. Les voies sont représentées en détail lorsque des congestions du réseau se produisent et les files d'attente commencent à s'agrandir. Les files d'attente sont spécifiques à chaque voie. Les opérations sur les intersections sont capturées en termes de leur capacité.

DYNASMART [Jayakrishnan, 1994], utilise aussi la relation vitesse - densité, mais il adopte une représentation plus détaillée pour les intersections signalées (au niveau de la succession de feux de circulation) pour modéliser les retards pris dans ces positions.

FASTLANE [Gawron, 1998], représente les véhicules individuellement, répondant aux relations vitesse - densité, et utilise des serveurs stochastiques pour les files d'attente au niveau des nœuds pour justifier les retards dus aux feux de circulation, ainsi que les interactions avec les flux de trafic provenant d'autres directions.

DYNAMEQ [Mahut, 2001; Mahut, 2003], fonctionne de façon similaire au modèle précédent, mais la dynamique des véhicules dans les liens est capturée par des relations simplifiées de type suivi de véhicule. Les voies sont représentées de manière explicite, y compris les opérations de changement de voies.

### 1.2.3 Modèles macroscopiques

Les modèles *macroscopiques* décrivent le trafic à un niveau élevé d'agrégation, comme un flux de véhicules, sans égard aux parties composantes. Ces modèles sont généralement utilisés pour des opérations de planification et de contrôle, portant sur des grands réseaux et de longues périodes de temps. Le trafic routier est représenté d'une façon compacte en utilisant une série de variables interdépendantes comme le flux, la densité et la vitesse. Les manœuvres caractéristiques d'un véhicule, telles que le changement de voies, ne peuvent pas être représentées.

Il y a une analogie intéressante entre la description mathématique de la circulation routière et l'écoulement d'un fluide, analogie exploitée par ces modèles. Cependant, il y a des phénomènes spécifiques au trafic qui ne correspondent pas à l'écoulement d'un fluide, comme l'instabilité, la congestion routière ou le trafic de type arrêt-et-aller (« *stop-and-go* »). Toutefois les modèles macroscopiques représentent des outils importants pour la simulation, la prévision, l'estimation et la conception de stratégies de contrôle.

Trois modèles sont les plus reconnus aujourd'hui dans la littérature pour représenter la dynamique du trafic au niveau macroscopique : le modèle d'équilibre LWR [Lighthill, 1955; Richards, 1956], le modèle de non équilibre ARZ [Aw, 2000; Zhang, 2002a] et le modèle multi-classes d'origine-destination MOD [Lebacque, 1996; Zhang, 2002b]. Dans ces modèles, l'évolution temporelle des grandeurs macroscopiques comme densité, vitesse et flux est représentée par des systèmes d'équations aux dérivées partielles non-linéaires appelées lois de conservation.

En ce qui concerne les modèles de trafic, Lighthill, Whitham [Lighthill, 1955] et Richards [Richards, 1956] sont les premiers à avoir proposé d'utiliser une équation aux dérivées partielles, pour modéliser l'évolution de la densité du trafic le long d'autoroutes. Le seul paramètre de ce modèle est le diagramme fondamental [Pipes, 1967] qui donne une relation empirique (en général concave) entre la densité et le flux, relation valable en tout point. Ce modèle est bien maîtrisé depuis les travaux de [Whitham, 1974; Lax, 1973], même en présence de conditions aux limites [Bardos, 1979] et d'inhomogénéités dans les paramètres [Lebacque, 1996]. De plus, plusieurs schémas numériques sont disponibles pour de telles équations, comme le schéma de Godunov [Godunov, 1959]. Il faut souligner la large antériorité

des travaux concernant l'analyse du modèle LWR et de ces extensions dans la communauté du transport, en particulier aux Etats-Unis [Michalopoulos, 1984; Bui, 1992] et en France [Lebacque, 1984; Lebacque, 1996]. Enfin, Lebacque propose dans [Lebacque, 1997] une modification du modèle LWR où les véhicules ont une accélération bornée, ce qui rend le modèle plus réaliste et fournit une alternative au traitement des discontinuités.

Plusieurs autres développements ont été proposés depuis la considération du modèle LWR. Dans [Payne, 1971], l'auteur propose un modèle avec une équation dynamique de vitesse, mais il est fortement critiqué dans [Daganzo, 1995b] en raison de la présence d'ondes qui se propagent à des vitesses plus importantes que celles des véhicules, ce qui contredit l'anisotropie du trafic. Un schéma numérique est donné dans [Leo, 1992] pour ce modèle. Aw, Rascle [Aw, 2000] et Zhang [Zhang, 2002a] ont ensuite proposé un modèle anisotrope, appelé ARZ, ne présentant pas ce type de problème. Certaines extensions de ce modèle sont données dans [Greenberg, 2001; Aw, 2002] et un schéma numérique de type Godunov est proposé dans [Mammar, 2005].

Une autre extension intéressante du modèle LWR consiste à désagréger la densité totale en classes de véhicules comme proposé dans [Lebacque, 1996; Lebacque, 2002; Zhang, 2002b; Lebacque, 2005]. Si ces classes sont les origines-destinations des véhicules présents dans le réseau, ce modèle est appelé MOD pour « **M**ulticlass **O**rigin-**D**estination ». Ce type de modèle est approprié pour l'estimation des données d'origine-destination.

Une extension naturelle de tous ces modèles est de considérer des interconnexions de liens modélisés par les équations LWR, ARZ ou MOD. Les travaux pionniers dans cette voie pour le modèle LWR sont [Holden, 1995; Lebacque, 1996] qui sont poursuivis dans [Coclite, 2005] du côté mathématiques appliquées et [Buisson, 1996; Lebacque, 2005] du côté transport. D'autres modèles empiriques d'interconnexions sont fournis dans [Daganzo, 1995a; Jin, 2003]. Le traitement des intersections pour le modèle ARZ est étudié dans [Lebacque, 2005b; Herty, 2006]. Enfin, des modèles d'interconnexion ont été proposés dans [Lebacque, 2002; Garavello, 2005] pour le modèle MOD.

### 1.3 Modélisation au niveau urbain

Le développement d'une ontologie est la première étape à faire en vue de discuter d'un problème particulier, de formuler des solutions et d'interpréter les résultats de façon pertinente. En ce qui concerne le trafic urbain, les concepts qui le décrit et les relations entre eux doivent être bien établis; ils visent à réaliser des modèles (conceptuels et réels) et proposer des solutions pour améliorer la qualité du trafic.

Les entités importantes du trafic urbain sont soulignées ci-dessous et peuvent être divisés en deux grandes catégories:

- **la composante fixe** de la circulation urbaine, qui se compose de toutes les avenues, rues, ruelles et carrefours (y compris ronds-points) qui relient les routes de voyage. Ce composant appartient plus au milieu urbain et sera désigné comme réseau fixe, comme la construction de nouvelles rues est un événement qui a une fréquence élevée (la dynamique est très lente, d'ordre de quelques années).

- **la composante variable** de la circulation urbaine, qui se compose de tous les véhicules et les piétons qui, à un certain moment de temps analysé, se trouvent en déplacement et utilisent le réseau fixe. En plus, il faut ajouter toutes les marques, les feux de circulation et les panneaux de signalisation. A noter que le nombre de piétons est une information intéressante pour la dynamique urbaine, mais l'influence de ce paramètre n'est pas indispensable.

La signalisation du réseau fixe est assurée par: des panneaux de signalisation et des marques sur la chaussée, des sens de marche et des sens uniques ou interdits, des durées et des phases de feux de circulation. Toutes les données précédentes mentionnées appartiennent à la composante variable du trafic, parce que la reconfiguration du réseau urbain dans l'idée d'améliorer la circulation se fait par une action directe sur elles, par exemple en proposant de nouvelles gestions des feux de circulation, de nouvelles durées pour les phases du trafic, de nouveaux modes de signalisation et de diverses restrictions sur les directions et les sens autorisés.

Il y a donc plusieurs catégories de facteurs qui influent sur le trafic urbain et, par conséquent, sur la manière de le contrôler. Ces facteurs peuvent être classifiés en fonction de leur type, dans deux catégories:

- **les facteurs au caractère statique (fixe)**, liés de la structure du réseau fixe des routes et des intersections:
  - la mise en forme des composants dans le réseau urbain;
  - les sens restreints par une vitesse maximale, les sens uniques;
  - les panneaux de signalisation qui exigent un certain comportement.
- **les facteurs dynamiques :**
  - le temps de cycle de feux de la circulation;
  - le temps et l'ordre des phases d'un cycle;
  - l'écart entre le début des cycles pour des intersections successifs;
  - la période d'échantillonnage qui sera utilisée pour l'acquisition de données et pour le contrôle de la circulation;
  - la manière de faire varier le nombre total de véhicules sur le réseau;
  - le nombre de véhicules dans certaines zones du réseau - tronçons;
  - des événements imprévus causés par des accidents, etc.

Les facteurs dynamiques, à leur tour, sont de deux types: périodiques et non-périodiques. Les facteurs périodiques sont ceux dont la répétition peut être calculée avec un degré d'erreur minime. Ils sont d'une grande importance pour l'architecture du système, parce qu'ils révèlent des caractéristiques spécifiques de la dynamique du trafic et donc le contrôle peut être réalisé plus facilement.

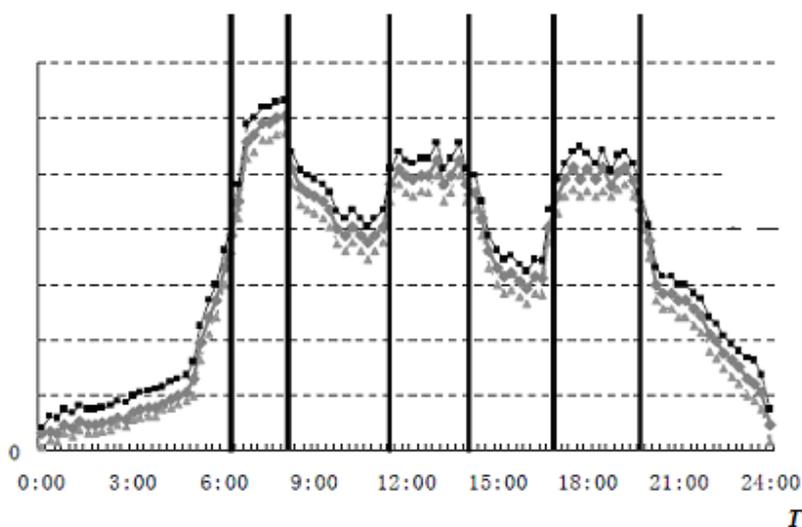
Après avoir analysé les données acquises par des bandes inductives placées sur différents tronçons d'intérêt (généralement, des zones de forte congestion) à Bucarest, ont été observées les caractéristiques suivantes: la variation du nombre de voitures sur chaque section est lié à un certain nombre de facteurs et montre un caractère répétitif qui dépend du moment de la journée. Ainsi, avec une faible erreur, on peut déterminer, en fonction de l'heure, quel sera le flux de voitures sur chaque section/tronçon ; l'ensemble des valeurs acquises pendant plusieurs jours a montré la périodicité et les résultats seront détaillés plus loin. Pour améliorer les estimations obtenues on peut utiliser un certain nombre d'algorithmes de prédiction basés, par exemple, sur la modélisation avec des réseaux de neurones ou des méthodes Narmax pour les séries chronologiques.

Dans le graphique de la figure 1.2 sont représentées les caractéristiques générales de l'évolution du nombre moyen de véhicules en fonction du moment de la journée. On note qu'il y a des moments précis d'une journée qui peuvent être associés à un débit moyen donné et trois pics: un premier le matin (6h45 – 9h), un deuxième au moment du déjeuner (12h – 15h) et un troisième le soir (17h – 20h). A mentionner que les résultats présentés sont pour une période de travail; pendant les vacances, l'évolution du trafic peut être sensiblement différente.

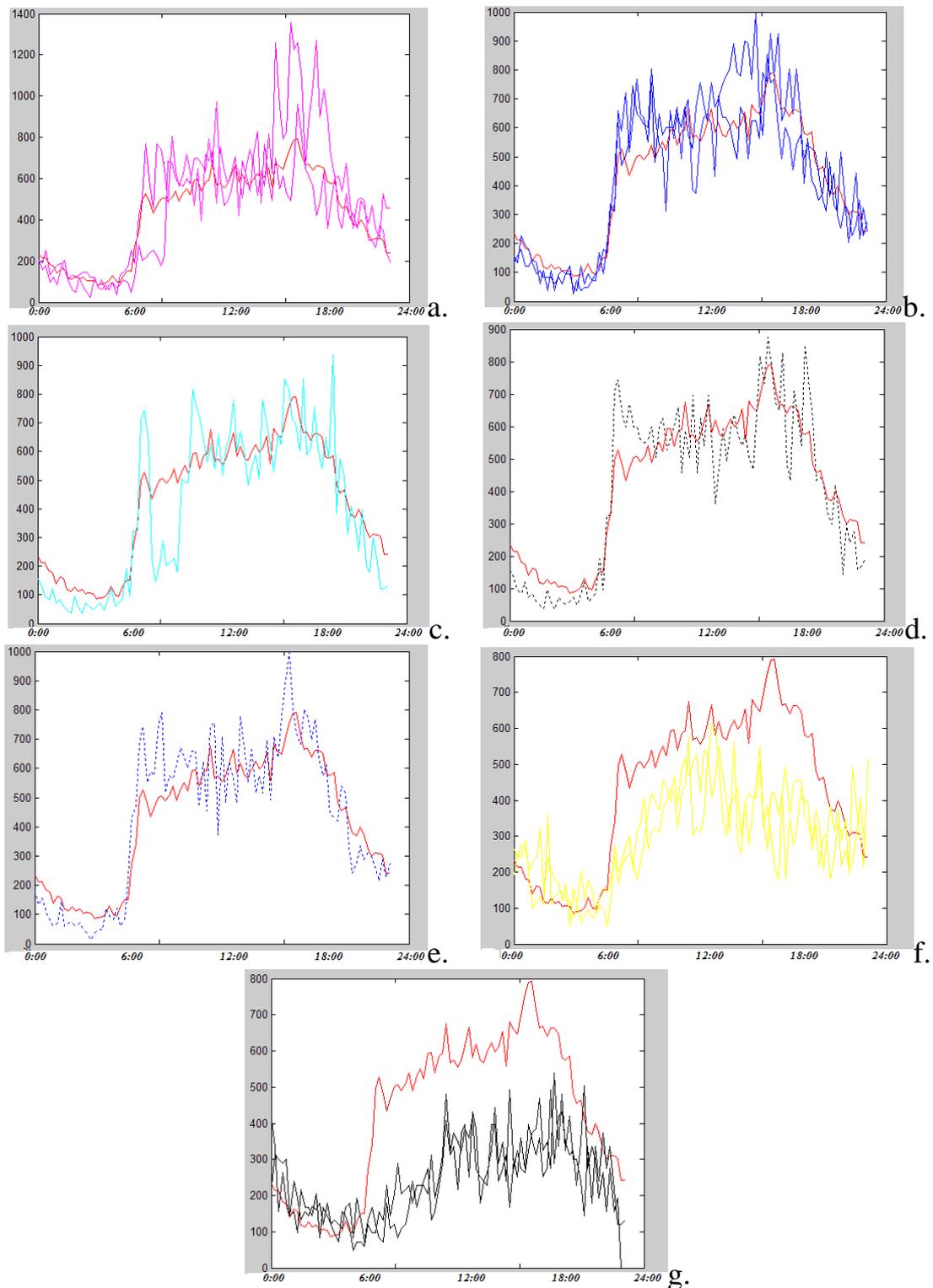
Un facteur qui peut présenter de grandes incertitudes dans ce modèle d'écoulement selon le moment de la journée est donné par les mauvaises conditions météorologiques: pluie intense, glace, etc. Pour étudier cet effet il y a encore besoin de l'acquisition de données, car depuis l'installation des capteurs pour déterminer le nombre de véhicules, des événements suffisamment significatifs à cet égard n'ont pas eu lieu.

Les modèles obtenus pour certains tronçons étudiés, analysés pour chaque jour de la semaine, sont représentés sur les figures 1.3.a – 1.3.g.

Dans toutes les figures la valeur moyenne du débit de véhicules a été représentée en rouge. On remarque de lundi à vendredi des caractéristiques similaires, proches de la moyenne, qui vérifient les trois sommets montrés dans la figure 1.2. Le pic de la soirée est toujours plus important que celui du matin et du déjeuner. Aussi, les jours de samedi et dimanche montrent des caractéristiques différentes du reste de la semaine, avec un flux de véhicules plus prononcé après 11h.



**Figure 1.2 Distribution du flux de véhicules pendant une journée**



**Figure 1.3 Distribution du flux de véhicules pendant une journée, détaillée pour chaque jour de la semaine : a. Lundi; b. Mardi; c. Mercredi; d. Jeudi; e. Vendredi; f. Samedi; g. Dimanche.**

## 1.4 Algorithmes de commande du trafic

Dans l'objectif général d'optimiser l'utilisation des infrastructures existantes, la notion de Systèmes Intelligents de Transport (ITS : Intelligent Transport System) a émergé dans les années '70-'80. Ces systèmes proposent d'équiper les infrastructures et les véhicules avec des systèmes électroniques et de traitement de l'information pour améliorer la performance des infrastructures ainsi que la sécurité, l'information et le confort des usagers.

Parmi les systèmes ITS utilisés aujourd'hui, on peut citer la prédiction des temps de parcours, le guidage dynamique par panneaux à messages variables, le séquençage dynamique de la signalisation à certaines intersections, le contrôle par feux tricolores de l'accès aux autoroutes ainsi que la variation dynamique des limites de vitesse. Ces outils ayant démontré leur efficacité, des nombreux systèmes ITS sont aujourd'hui à l'étude, soit pour améliorer des procédés existants soit pour en proposer de nouveaux.

Dans le cas d'autoroutes et voies rapides urbaines, il est généralement accepté que l'usage des infrastructures puisse encore être optimisé par des méthodes non invasives telles que le contrôle d'accès dynamique et la régulation des limites de vitesse. Ces deux domaines nécessitent cependant encore des efforts en recherche et en développement.

En ce qui concerne l'avènement des méthodologies du contrôle dans le secteur du transport on peut mentionner la contribution apportée par M. Papageorgiou qui est l'un des auteurs de la méthode ALINEA de contrôle d'accès local [Papageorgiou, 1991] [Papageorgiou, 1998], méthode expérimentée dans plusieurs pays. Plusieurs autres méthodes de contrôle d'accès ont été proposées depuis, parmi lesquelles [Zhang, 2001; Zhang, 2004; Kotsialos, 2004]. Elles sont parfois associées à des stratégies de limitation variable de vitesse comme dans [Alessandri, 1998; Hegyi, 2002]. En même temps, peu de résultats sont disponibles dans le cas coordonné, potentiellement plus performant.

Les nombreux travaux qui existent concernent principalement la régulation des rampes d'accès, le guidage automatique, ou la commande de la voie

principale par limitation dynamique de la vitesse. Pour ceux qui s'inspirent de l'automatique classique, on peut citer différentes stratégies allant du simple PID à des commandes RST, LQR, prédictive, robuste, par modes glissants ou par platitude. Plusieurs approches à base de commande floue et/ou de réseaux de neurones existent également dans la littérature.

On peut conclure que la commande représente un objectif difficile à réaliser et l'état actuel est caractérisé par l'existence des divergences de vue en ce qui concerne la solidité théorique et l'utilité pratique des divers modèles proposés pour le trafic routier.

#### 1.4.1 Mesures des paramètres de trafic

Pour les modèles macroscopiques de trafic, qu'ils soient continus ou discrets, l'objectif de commande peut être défini comme un critère à optimiser, tel que la distance totale voyagée, ou la poursuite d'une trajectoire de référence. En tout cas, pour implémenter la commande on a besoin de connaître les paramètres d'intérêt, donc les valeurs fournies par des capteurs. En ce qui concerne la partie capteur, il y a plusieurs types de méthodes.

Dans la littérature on trouve, le plus souvent, cinq types de procédures pour mesurer les différents paramètres qui caractérisent le flux routier :

- mesure en un point;
- mesure sur une distance courte (moins que 10 mètres);
- mesure le long d'un tronçon de route (habituellement 0.5 kilomètres);
- l'emploi d'un observateur qui se déplace avec le flux du trafic;
- échantillons sur une large zone obtenus simultanément de plusieurs véhicules, comme éléments d'un système de transport intelligent (ITS).

A mentionner que les paramètres d'intérêt pour caractériser le trafic routier sont : le flux, la vitesse, la densité ou l'occupation et le temps de voyage.

**La mesure en un point** a été la première procédure utilisée pour recueillir des données sur le trafic. Cette méthode peut facilement fournir des valeurs sur le volume du trafic, et par conséquent sur le débit routier, et le temps entre les véhicules.

La technologie utilisée pour effectuer des mesures en un point situé sur la route a changé au fil des ans, allant de tubes pneumatiques placés en travers de la route à de capteurs fixes placés au bord de la route (May et al 1963;. Athol 1965). La plupart des capteurs fixes utilisés sont les boucles

inductives, mais d'autres méthodes utilisées incluent micro-ondes, radar, cellules photoélectriques, ultrasons et des caméras vidéo.

Sauf si le véhicule est arrêté, les vitesses instantanées du véhicule ne peuvent pas être obtenues avec des capteurs micro-ondes ou radar. Les fréquences de fonctionnement de ces capteurs exigent que le véhicule se déplace seulement environ d'un centimètre au cours de la mesure. En l'absence des capteurs mentionnés, on a besoin d'un autre emplacement de mesure afin d'obtenir la vitesse de véhicules, atteignant ainsi **des mesures prises sur une distance courte**.

Les premières études ont utilisé un second tube pneumatique, placé relativement près de la première, pour obtenir la vitesse de véhicules. Les systèmes plus récents utilisent une paire de capteurs de présence, tels que des boucles inductives placées à une distance d'environ 5-6 mètres. Avec des caméras vidéo, deux lignes virtuelles à proximité (au sein de l'image) offrent les mêmes possibilités pour mesurer les vitesses. Cependant, même si on utilise des distances assez courtes, les mesures ne sont plus dans un seul point, mais le long d'un tronçon de la route. Tous les capteurs de présence fournissent des mesures directes du volume du trafic et des distances entre les véhicules et des vitesses lorsqu'ils sont utilisés en paires.

La plupart des capteurs utilisés, tels que les boucles inductives ou les fascicules de micro-ondes, occupent une partie de la route, fournissant ainsi des mesures sur une distance courte. Ces capteurs offrent une nouvelle variable du trafic qui n'était pas disponible avec les technologies précédentes – l'occupation de la route. L'occupation est définie comme le pourcentage de temps que la zone de détection est occupée par un véhicule. Cette variable est disponible parce que la boucle inductive fournit une lecture continue (habituellement à 50 ou 60 Hz), ce que les tubes pneumatiques ne peuvent pas l'obtenir. Depuis l'occupation dépend de la dimension de la zone de détection du capteur employé, la valeur mesurée de l'occupation peut varier d'un endroit à un autre pour le même trafic, en fonction de la nature et du mode de fabrication du capteur.

**Les mesures le long d'un tronçon routier** proviennent de caméras montées sur des grands bâtiments ou sur des pylônes. En général, il est recommandé de surveiller au moins 0,5 kilomètres de la route. Basé sur une seule image ainsi obtenue on ne peut déduire que la densité. Une seule image ne peut pas fournir des informations sur le volume de trafic ou sur les vitesses de véhicules, sans aucune information sur le temps. A l'aide de caméras vidéo qui fournissent plusieurs images, les vitesses de véhicules peuvent être

mesurées, sur une distance approximativement égale à la section de route sur laquelle les densités ont été calculées.

Malgré des progrès considérables dans la technologie, et la présence de caméras de surveillance sur certains tronçons routiers, les mesures le long d'un tronçon de route ne sont pas largement utilisées. Un avantage de ce type de mesures peut être l'obtention des temps de voyage précis pour une certaine section de route, mais cela nécessite des algorithmes efficaces d'analyse des images (pour analyser les véhicules aux deux extrémités du secteur considéré). Des études ont été effectuées dans cette direction pour obtenir le temps de voyage basé sur des détails (de type « signature ») de certains véhicules ou de convois de véhicules sur une série de boucles inductives situées sur une longue distance (Kühne et Immes 1993), mais sans aucune réalisation pratique remarquable.

**La méthode d'un observateur qui se déplace avec le flux du trafic** a été utilisée depuis les premiers essais, mais actuellement elle n'est pas utilisée pour l'acquisition de données en raison de la propagation d'autres technologies. Il existe deux approches pour cette méthode.

La première consiste en une voiture en déplacement qui enregistre des vitesses et des temps de voyage en fonction du temps et de la position le long de la route. Bien que l'objectif de cette méthode soit que la voiture se comporte comme un véhicule routier ordinaire, la méthode ne peut pas fournir des valeurs exactes pour les vitesses moyennes. Toutefois, elle est efficace pour obtenir des informations qualitatives sur les travaux qui se produisent sur une autoroute, sans avoir besoin d'équipements ou de procédures sophistiqués. L'inconvénient de cette approche est que, généralement, moins d'observations sont obtenues sur la vitesse que sur le volume de trafic. Un exemple de ceci peut être trouvé dans (Morton et Jackson, 1992).

L'autre approche a été développée par (Wardrop et Charlesworth, 1954) pour des mesures du trafic urbain et vise à obtenir la vitesse et le volume de trafic en même temps. Bien que la méthode ne soit pas pratique pour des grandes autoroutes urbaines, elle est mentionnée car elle peut être utilisée pour recueillir des données dans des endroits où il n'y a pas de systèmes automatisés.

**Les mesures à partir d'une large zone dans un ITS** peuvent être comparées avec les observations à partir d'un grand nombre de véhicules circulant à différents endroits et à différents moments de temps au sein d'un système. Certains types de systèmes de transport intelligents (ITS)

impliquent des communications entre véhicules bien équipés et un système central. Bien que les technologies diffèrent en fonction du système de communication, toutes sont capables de fournir des informations sur la vitesse des véhicules. Dans certains cas, ces informations seront les vitesses instantanées lors du passage en un certain point. Dans d'autres situations, l'information transmise peut être un identifiant du véhicule, ce qui permettra au système de calculer les temps de voyage entre certains endroits. Une autre option, qui n'implique pas d'acquisitions de données dans des positions fixes, demande des informations à partir de plusieurs véhicules, indépendamment de leur emplacement, véhicules qui transmettront leurs vitesses et leur emplacement.

Le premier système mentionné serait capable de fournir des données comparables à celles obtenues lors de l'utilisation de capteurs de type boucle inductive. Bien qu'il n'y aurait pas d'inconvénient à obtenir des données à partir d'un petit nombre de véhicules, l'avantage serait des coûts d'entretien du système plus faibles et des tâches moins lourdes que pour la réparation des défauts des boucles inductives. En outre, les stations de test pourraient être montées sur de grandes surfaces, offrant ainsi une couverture plus étendue que des boucles inductives.

Le second système offrirait des informations sur les vitesses le long d'un tronçon de route, informations obtenues plus facilement et à un coût réduit. En outre, le temps de voyage est l'une des variables clés d'un système ITS d'orientation, et donc l'obtention d'une meilleure information peut être d'une grande importance.

Le dernier système mentionné permet d'obtenir des informations sur les vitesses pour une zone étendue, et pas seulement des informations disponibles à certains points fixes.

On a vu que les systèmes fixes classiques de mesure au sol comme des boucles inductives, des capteurs radar ou des caméras terrestres sont capables de fournir des données précises du trafic local à haute résolution temporelle. Malheureusement leur répartition spatiale est encore limitée aux routes principales ou certaines autoroutes. Dans ce contexte, dans les dernières années, un nouveau type d'information pour une utilisation plus efficace des réseaux routiers a été testé.

**Des capteurs pour la télédétection** installés sur des avions ou des satellites permettent la collecte de données à grande échelle, permettant ainsi le suivi du trafic sur un réseau étendu. Les capteurs radar à ouverture synthétique (SAR – Synthetic Aperture Radar) en raison de leurs capacités pour tous les

temps semblent bien adaptés pour ce type d'applications. Les indications d'une cible mobile au sol sont actuellement à l'étude pour des capteurs SAR aéroportés et des satellites, mais ils souffrent encore des taux faibles de détection des véhicules, souvent inférieure à 30% [Meyer, 2007]. La surveillance du trafic par de satellites optiques est encore limitée en raison de la résolution spatiale qui n'est pas suffisamment élevée, mais la détection des files d'attente de véhicules semble prometteuse [Leitloff 2006]. Comme elle l'a montré déjà, la technologie optique aéroportée de télédétection a un grand potentiel dans les applications de surveillance du trafic.

La détection automatique des véhicules et l'estimation de leurs vitesses dans les séquences d'images optiques est toujours un défi. La plupart des approches connues sont basés sur l'analyse des images et ils donnent des résultats trop faibles (moins de 70%) n'étant pas ainsi aptes pour l'estimation de la densité ou de flux du trafic [Rosenbaum, 2008]. Il y a aussi des tentatives pour améliorer cette approche en exploitant une relation linéaire densité-vitesse de véhicule pour un segment de route (modèle macroscopique) pour calculer la vitesse des véhicules à partir des densités de véhicules estimés dans une image [Palubinskas, 2010].

## **1.5 Conclusions**

La démarche de modélisation adoptée dans cette thèse est basée sur l'approche macroscopique du trafic routier, par similitude avec les mécanismes et les principes des systèmes hydrauliques et avec les ressources offertes par la théorie de modélisation bond graph.

La conception de la commande pour les systèmes de contrôle du trafic routier utilise les modèles macroscopiques pour des segments de route, développés dans la partie de modélisation, et se tourne vers des méthodes basées sur le contrôle optimal et robuste.

## **Chapitre II**

### **Représentations du trafic routier**

## 2 Représentations du trafic routier

Pour être capable d'analyser le trafic routier, plus précisément le comportement des véhicules sur la route, il est nécessaire de le représenter d'une manière qui permet de faire cette analyse. Dans cette idée, ce chapitre vise à présenter les principales méthodes de représentation du trafic au niveau d'une section de la route, appelée tronçon routier.

### 2.1 Éléments pour décrire le trafic routier

Comme mentionné à la fin du premier chapitre, dans cette thèse on considère pour l'analyse du trafic routier seulement l'approche macroscopique. Par similitude avec la théorie de l'hydrodynamique, au niveau d'un tronçon de la route, le trafic routier peut être considéré comme un fluide, caractérisé par un débit  $q(t)$ , exprimé en véhicules/seconde, une densité  $\rho(t)$ , exprimée en véhicules/mètre, et une vitesse  $v(t)$ , exprimée en mètres/seconde. La relation entre ces trois variables est donnée par la première équation du modèle LWR, qui exprime la vitesse moyenne des véhicules sur un tronçon de la route :

$$q(t) = \rho(t) \cdot v(t) \quad (2.1)$$

Dans la relation précédente on considère les grandeurs comme des variables temporelles. Mais, en général, elles sont aussi des variables spatiales :

$$q(x,t) = \rho(x,t) \cdot v(x,t) \quad (2.2)$$

Pour la suite de ce chapitre la relation (2.1) sera considérée comme valide.

#### 2.1.1 Les paramètres du trafic

Les variables nécessaires pour décrire le trafic au niveau macroscopique sont le débit routier, la densité routière et la vitesse moyenne. Elles sont souvent rencontrées dans la littérature pour décrire le trafic routier au niveau

macroscopique. En plus de ces paramètres on ajoute encore un, la pression routière, influencée par les variations de la densité routière.

**Le débit routier** exprime le nombre de véhicules qui passe en un endroit en une unité de temps. En fonction de la méthode de mesure utilisée le débit peut être approximé soit en un point de la route, soit sur une section de la route. Si le nombre de véhicules mesuré par un capteur dans un intervalle  $\Delta t$  est  $N(t)$ , le débit du trafic s'exprime :

$$q(t) = \frac{N(t)}{\Delta t} \quad (2.3)$$

L'unité utilisée pour quantifier le débit routier est véhicules/seconde [veh/s].

**La densité routière** exprime le nombre de véhicules qui se trouvent sur une section de la route. En utilisant, par exemple, une paire de boucles inductives on peut la mesurer sur une section déterminée par l'emplacement des boucles. Si la section de la route sur laquelle la densité est mesurée est donnée par  $\Delta x$  et le nombre de véhicules qui se trouvent sur cette section est donné par  $N(t)$ , la densité routière s'exprime par le rapport :

$$\rho(x,t) = \frac{N(t)}{\Delta x} \quad (2.4)$$

Si la densité est considérée pour toute la longueur  $L$  d'un tronçon routier  $\Delta x$  sera remplacé par  $L$ . L'unité utilisée pour quantifier la densité routière est véhicules/mètre [veh/m].

Une alternative de la densité, rencontrée dans la littérature [Kachroo, 2000], est **le taux d'occupation** défini par l'intervalle de temps durant lequel le capteur détecte le véhicule. A partir du taux d'occupation, la densité routière s'exprime comme le produit entre le taux d'occupation et une constante :

$$\rho(t) = \alpha \cdot o(t) \quad (2.5)$$

La constante  $\alpha$  est déterminée par le nombre de voies d'un tronçon routier ( $\lambda$ ) et la longueur moyenne d'un véhicule ( $l_{veh}$ ).

**La vitesse moyenne du flux routier** exprime la moyenne des vitesses des véhicules qui se trouvent sur une section de la route. En pratique, la valeur de la vitesse moyenne est obtenue par la moyenne des vitesses des véhicules en passant sur un capteur pour une période de temps fixée :

$$v_m = \frac{\sum_{i=1}^K v(t_i)}{K} \quad (2.6)$$

où K est le nombre de mesures de la vitesse dans la période fixée, mesures effectuées pour les véhicules détectés par le(s) capteur(s).

A partir de l'équation (2.1), la vitesse est déterminée aussi par le rapport entre la densité et le débit :

$$v(t_i) = \frac{q(t_i)}{\rho(t_i)} \quad (2.7)$$

L'unité utilisée pour quantifier la vitesse moyenne du flux routier est mètres/seconde [m/s].

**La pression routière** est définie comme le rapport entre le nombre de véhicules qui se trouvent sur une section de route et la capacité maximale de cette section:

$$p(t) = \frac{N(t)}{C} \quad (2.8)$$

où le nombre de véhicules  $N(t)$  peut être exprimé par l'intégrale de la différence entre le débit de sortie et le débit d'entrée :

$$N(t) = \int_0^t (q_s(t) - q_e(t)) \quad (2.9)$$

La capacité maximale d'une section routière est déterminée par la longueur de la section rapportée à la longueur moyenne d'un véhicule :

$$C = \frac{L}{l_{veh}} \quad (2.10)$$

Au cours de cette thèse, la longueur moyenne d'un véhicule, basée sur les estimations existant dans la littérature, est considérée comme :  $l_{veh} \approx 5m/veh$ .

### 2.1.2 Le diagramme fondamental du trafic

Le diagramme fondamental du trafic donne une relation entre le débit routier et la densité routière. Il peut être utilisé pour prédire le comportement d'un tronçon routier. La forme générale est représentée dans la Figure 2.1.

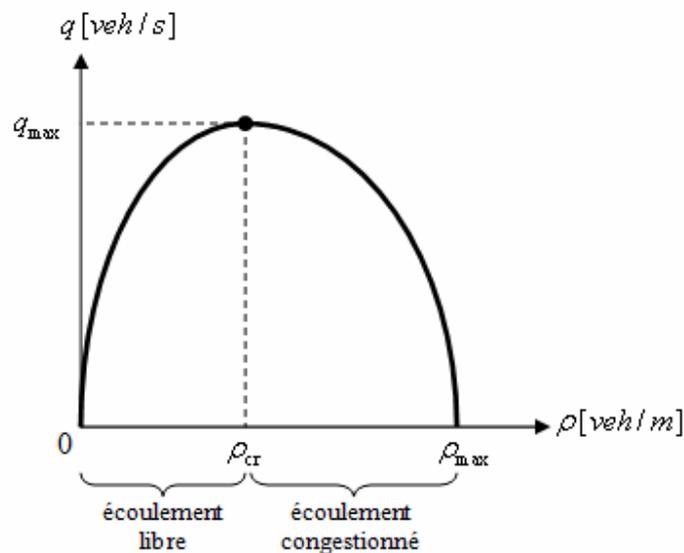


Figure 2.1 Diagramme fondamental

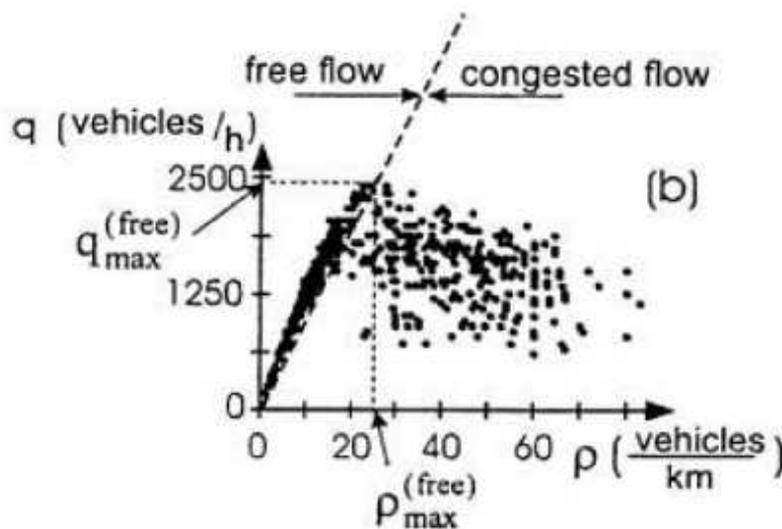
Comme on peut le voir il y a deux zones qui correspondent aux deux types de trafic :

- écoulement libre, où les véhicules se déplacent sans contraintes avec une vitesse égale à **la vitesse libre**, définie comme la vitesse maximale recommandée pour le tronçon routier, et qui correspond à un régime normal du trafic ;
- écoulement congestionné, où les véhicules se déplacent avec une vitesse inférieure à la vitesse libre et qui correspond à un régime congestionné du trafic.

Dans la zone d'écoulement libre la densité est comprise entre zéro et la densité critique. La valeur zéro de la densité correspond au cas où il n'y a pas de véhicule sur la route. La valeur critique de la densité correspond au

cas où il y a un certain nombre de véhicules sur la route qui se déplacent à la vitesse libre, mais après cette valeur (si le nombre de véhicules s'augmente) la vitesse commence à descendre et il n'est pas plus possible pour les véhicules de se déplacer à la vitesse libre. La zone d'écoulement congestionné est donnée par une densité comprise entre la valeur critique et la valeur maximale. La valeur maximale de la densité correspond au cas où la route est remplie à la capacité maximale et il n'y a pas des véhicules qui se déplacent (leur vitesse est égale à zéro). Le débit routier correspondant à la densité critique est appelé débit maximal.

Le diagramme de la Figure 2.1 décrit la dynamique générale du trafic, particulièrement le trafic d'autoroutes, et il est utilisé pour des études analytiques, mais dans le cas expérimental il y a des variations, illustrés dans la Figure 2.2, obtenu à partir des données expérimentales [Kerner, 2000].



Le diagramme fondamental suppose une dépendance entre le débit routier et la densité routière. Mais de la relation (2.1) la dépendance implique la vitesse aussi. Un de modèles utilisés pour décrire le trafic routier au niveau macroscopique, plus précis que le modèle LWR, suppose que la vitesse ne dépend que sur la densité :

$$v(\rho) = v_{\max} \left( 1 - \frac{\rho}{\rho_{\max}} \right) \quad (2.11)$$

où  $v_{\max}$  est la vitesse maximale, obtenu pour un tronçon routier vide, et  $\rho_{\max}$  est la densité routière maximale, obtenue pour un nombre de véhicules égal à la capacité du tronçon, détaillée dans la section 2.2.1. Car il n'a pas beaucoup de sens à considérer la vitesse de véhicules sur un tronçon où il n'y a pas de véhicules, la vitesse maximale sera remplacée par la vitesse libre.

Deux zones de trafic ont été déjà mises en évidence dans la Figure 2.1. La relation (2.11) s'applique bien pour la zone d'écoulement congestionné, mais pour la zone d'écoulement libre elle donne une vitesse décroissante.

Pour avoir une vitesse constante dans la zone d'écoulement libre nous proposons une nouvelle dépendance pour la vitesse :

$$v(\rho) = v_l \left[ 1 - f \left( \frac{\rho}{2\alpha\rho_{\max}} \right) \cdot \frac{\rho - \alpha\rho_{\max}}{(1-\alpha)\rho_{\max}} \right] \quad (2.12)$$

où  $f(x)$  est une fonction binaire  $f : [0,1] \rightarrow \{0,1\}$ , définie par :

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{if } x \in [0,0.5) \\ 1, & \text{if } x \in [0.5,1] \end{cases} \quad (2.13)$$

et  $\alpha$  représente le rapport entre la densité critique et la densité maximale :

$$\alpha = \frac{\rho_{cr}}{\rho_{\max}} \quad (2.14)$$

La relation (2.12) assure que pour un écoulement libre le flux de véhicules se déplace avec une vitesse constante égale à la vitesse libre et pour un écoulement congestionné la vitesse de véhicules descend d'une valeur égale à la vitesse libre jusqu'à zéro, quand la densité maximale est atteinte.

## 2.2 Modalités de représentation du trafic routier

Avant que nous puissions modéliser un système il est nécessaire de disposer de sa représentation. Dans ce paragraphe, on montre les principaux moyens employés pour représenter un procédé, qui dans le contexte de cette thèse est donné par des tronçons routiers. Aussi des modèles sous la forme de fonctions de transfert ou représentations d'état seront déterminés, pour montrer à nouveau l'équivalence de représentations décrites.

### 2.2.1 Représentation hydraulique

Une première modalité pour représenter un procédé est de le décrire en mettant en évidence les lois physiques qui régissent son fonctionnement. Pour décrire le trafic routier on considère une parallèle avec la mécanique de fluides, et ainsi une section de la route est considérée comme une section d'un tuyau, à travers lequel circule un fluide. Dans cette représentation le débit routier, la densité routière et la vitesse moyenne sont donnés par similarité avec le débit, la densité et respectivement la vitesse d'un fluide.



Figure 2.3 Représentation hydraulique d'un tronçon routier

Dans la Figure 2.3 un tronçon routier est considéré comme une section d'un tuyau, caractérisé par :

- $q_e$ , le débit d'entrée;
- $q_s$ , le débit de sortie;
- $\rho$ , la densité de la section;
- $L$ , la longueur de la section;
- $p$  et  $p_{ext}$ , les pressions à l'intérieur et à l'extérieur de la section.

On doit mentionner que si en hydraulique la différence entre la pression à l'intérieur et la pression à l'extérieur détermine le sens d'écoulement, dans le cas du trafic où le flux de véhicules se déplace toujours de gauche à droite il est nécessaire d'avoir une pression routière extérieure inférieure à la pression routière maximale :

$$p_{ext}(t) < p_{max} = 1 \quad (2.15)$$

Comme le nombre de véhicules qui se trouvent sur la section de route à tout moment est limité :  $0 \leq N(t) \leq C$ , de la relation (2.8) la pression routière intérieure est limitée aussi :  $0 \leq p(t) \leq 1$ .

Les pressions à l'intérieur et à l'extérieur de la section déterminent la dynamique de mouvement d'un tronçon routier. Par similarité avec la théorie hydraulique, le débit de sortie est donné par l'expression :

$$q_s(t) = k \sqrt{p(t)(1 - p_{ext}(t))} \quad (2.16)$$

où  $k$  est une constante de proportionnalité qui dépend de la section de sortie ; dans le cas routier la dépendance est donnée par le nombre de voies ( $\lambda$ ) à la sortie de la section considérée :

$$k = \lambda \frac{v_m}{l_{veh}} \quad (2.17)$$

La relation (2.16) est valable seulement pour un régime turbulent de fonctionnement. Si le régime de fonctionnement est considéré laminaire, le débit de sortie peut être approximé par l'expression :

$$q_s(t) \approx k(p(t) - p_{ext}(t)) \quad (2.18)$$

Comme le trafic routier est un procédé essentiellement non linéaire, la relation (2.16) sera utilisée pour le décrire. Dès qu'on considère un modèle linéarisé autour d'un point de fonctionnement, la relation (2.18) est considérée aussi comme valide.

### 2.2.1.1 Correspondance hydraulique - routier

Comme on a déjà dit une parallèle peut être faite entre les mesures de la mécanique de fluides et les mesures du trafic routier. La correspondance entre eux est détaillée dans le Tableau 2.1.

**Tableau 2.1 Correspondance mécanique de fluides – trafic routier**

MESURES HYDRAULIQUES			MESURES ROUTIERES		
<i>Mesure</i>	<i>Notation</i>	<i>Unité de mesure</i>	<i>Mesure</i>	<i>Notation</i>	<i>Unité de mesure</i>
masse	$m$	kg	nombre de véhicules	$N$	veh
surface	$S$	m <sup>2</sup>	nombre de voies	$\lambda$	-
débit massique	$q_m$	kg/s	débit routier	$q$	veh/s
densité du fluide	$\rho$	kg/m <sup>3</sup>	densité routière	$\rho$	veh/m
vitesse du fluide	$v$	m/s	vitesse du trafic	$v_m$	m/s

### 2.2.1.2 Modèles dynamiques

Pour la représentation de la Figure 2.3 on va associer au procédé une représentation dynamique, à partir de laquelle s'obtient le modèle du tronçon. L'entrée du procédé est représentée par le débit d'entrée  $q_e(t)$  et la sortie est représentée par le débit de sortie  $q_s(t)$ . Pour début on cherche à trouver une dépendance entre la pression intérieure, le débit d'entrée et le débit de sortie :

$$p(t) = f(q_e(t), q_s(t)) \quad (2.19)$$

Dans le cas non linéaire, le modèle dynamique se présente sous forme d'une équation d'état :

$$\begin{aligned} \dot{p}(t) &= \frac{1}{C}(q_e(t) - q_s(t)) \\ q_s(t) &= k\sqrt{p(t)(1 - p_{ext}(t))} \end{aligned} \quad (2.20)$$

A mentionner que la pression intérieure peut être facilement remplacée par le nombre de véhicules dans le tronçon, en utilisant la relation (2.8), ce qui donne :

$$\begin{aligned} \dot{N}(t) &= q_e(t) - q_s(t) \\ q_s(t) &= k \sqrt{\frac{N(t)}{C}} (1 - p_{ext}(t)) \end{aligned} \quad (2.21)$$

L'équation (2.8) en régime dynamique peut s'écrire :

$$\frac{d}{dt} p(t) = \frac{1}{C} \frac{d}{dt} N(t) = \frac{1}{C} q(t) \quad (2.22)$$

En général, on travaille autour d'un point de fonctionnement qui correspond au régime statique (stationnaire). Les variations temporelles s'effectuent autour de ce point, ce qui donne :

$$\begin{aligned} q_s(t) &= q_{s0} + \Delta q_s(t) \\ q_e(t) &= q_{e0} + \Delta q_e(t) \\ p(t) &= p_0 + \Delta p(t) \end{aligned} \quad (2.23)$$

Si on fait la linéarisation de la relation (2.16) autour du point de fonctionnement caractérisé par la pression intérieure  $p_0$  et on suppose que la pression extérieure est constante (égale à zéro), en gardant seulement le terme du premier ordre, il résulte :

$$q_s(t) = q_s(t) \Big|_{p(t)=p_0} + \frac{dq_s(t)}{dp(t)} \Big|_{p(t)=p_0} (p(t) - p_0) \quad (2.24)$$

Des relations (2.23) et (2.24) s'obtient :

$$\Delta q_s(t) = \frac{dq_s(t)}{dp(t)} \Big|_{p(t)=p_0} \Delta p(t) \quad (2.25)$$

ou :

$$\Delta q_s(t) = \frac{k}{2\sqrt{p_0}} \Delta p(t) \quad (2.26)$$

Pour le régime statique de fonctionnement les débits d'entrée et de sortie sont égaux :

$$q_{e0} = q_{s0} \quad (2.27)$$

ce qui conduit à l'égalité :

$$q(t) = q_e(t) - q_s(t) = q_{e0} + \Delta q_e(t) - q_{s0} - \Delta q_s(t) = \Delta q_e(t) - \Delta q_s(t) \quad (2.28)$$

Si on remplace la variation de  $p(t)$  dans la relation (2.22), et on utilise  $q(t)$  donné par (2.28), s'obtient :

$$\frac{d}{dt} \Delta p(t) = \frac{1}{C} (\Delta q_e(t) - \Delta q_s(t)) \quad (2.29)$$

ou en utilisant la relation (2.26) :

$$\frac{d}{dt} \Delta p(t) = \frac{1}{C} \left( \Delta q_e(t) - \frac{k}{2\sqrt{p_0}} \Delta p(t) \right) \quad (2.30)$$

On prend en compte les grandeurs d'entrée et de sortie :

$$\begin{aligned} u(t) &= \Delta q_e(t) \\ y_1(t) &= \Delta p(t) \end{aligned} \quad (2.31)$$

et l'équation (2.30) devient :

$$\frac{dy_1(t)}{dt} + \frac{k}{2C\sqrt{p_0}} y_1(t) = \frac{1}{C} u(t) \quad (2.32)$$

L'équation (2.32) peut être mise sous la forme générale d'une équation différentielle de premier ordre :

$$\frac{2C\sqrt{p_0}}{k} \frac{dy_1(t)}{dt} + y_1(t) = \frac{2\sqrt{p_0}}{k} u(t) \quad (2.33)$$

L'expression générale du modèle dynamique qui décrit la dépendance de (2.19) est de la forme :

$$\tau_{p1} \frac{dy_1(t)}{dt} + y_1(t) = k_{p1} u(t) \quad (2.34)$$

Si on fait l'identification des variables entre les équations (2.34) et (2.33), il résulte :

$$\begin{aligned} k_{p1} &= \frac{2\sqrt{p_0}}{k} \\ \tau_{p1} &= \frac{2C\sqrt{p_0}}{k} \end{aligned} \quad (2.35)$$

où  $p_0$  est obtenu de (2.8) pour le régime statique ( $N_0$  est le nombre de véhicules sur le tronçon en régime statique) :

$$p_0 = \frac{N_0}{C} \quad (2.36)$$

et  $p_{ext,0}$  est la valeur de la pression extérieure qui correspond à la valeur  $p_0$ .

En régime statique, la relation (2.16) donne l'expression de la constante  $k$  peut s'obtenir de la manière suivante :

$$q_{s0} = k\sqrt{p_0} \Rightarrow k = \frac{q_{s0}}{\sqrt{p_0}} \quad (2.37)$$

ou, en utilisant l'égalité de (2.27) :

$$k = \frac{q_{e0}}{\sqrt{p_0}} \quad (2.38)$$

Si on utilise (2.38) et (2.35), les relations deviennent :

$$\begin{aligned}
k_{p1} &= \frac{2p_0}{q_{e0}} \\
\tau_{p1} &= \frac{2p_0C}{q_{e0}}
\end{aligned}
\tag{2.39}$$

Jusqu'à ce moment nous avons déterminé un modèle dynamique entre les grandeurs données par (2.31). Pour déterminer un modèle dynamique liant le flux d'entrée au flux de sortie, en plus des variables de (2.31), nous ajoutons une nouvelle variable :

$$y_2(t) = \Delta q_s(t) \tag{2.40}$$

De (2.26) s'obtient :

$$y_2(t) = \frac{k}{2\sqrt{p_0}} y_1(t) \tag{2.41}$$

qui remplacé dans (2.34) mène à la relation :

$$\tau_{p1} \frac{2\sqrt{p_0}}{k} \frac{dy_2(t)}{dt} + \frac{2\sqrt{p_0}}{k} y_2(t) = k_{p1} u(t) \tag{2.42}$$

ou :

$$\tau_{p1} \frac{dy_2(t)}{dt} + y_2(t) = k_{p1} \frac{k}{2\sqrt{p_0}} u(t) \tag{2.43}$$

Le modèle dynamique désiré, qui relie les variations de  $q_e(t)$  et  $q_s(t)$ , s'obtient de (2.43) sous la forme générale suivante :

$$\tau_{p2} \frac{dy_2(t)}{dt} + y_2(t) = k_{p2} u(t) \tag{2.44}$$

avec (voir  $k_{p1}$  de (2.35)) :

$$\begin{aligned}
\tau_{p2} &= \tau_{p1} \\
k_{p2} &= 1
\end{aligned}
\tag{2.45}$$

où  $\tau_{p1}$  est donnée par (2.39).

A mentionner que la capacité maximale du tronçon routier n'exerce pas d'influence directement, mais la valeur de  $p_0$  est influencée par elle.

Sous forme d'équation d'état le même modèle dynamique (linéarisé) peut s'écrire :

$$\begin{aligned} \dot{N}(t) &= q_e(t) - q_s(t) \\ q_s(t) &= \frac{k_{\text{int}}}{C} N(t) - k_{\text{ext}} p_{\text{ext}}(t) \end{aligned} \quad (2.46)$$

où la variable d'état est choisie comme dans l'équation (2.21).

## 2.2.2 Représentation Bond Graph

La méthodologie bond graph permet de représenter un procédé, en mettant en évidence les échanges énergétiques entre les éléments composants [Karnopp, 1975 ; Rosenberg, 1983]. Cette approche est largement utilisée pour représenter des systèmes mettant en œuvre plusieurs domaines de la physique et plusieurs types d'énergie. En utilisant le langage bond graph les ingénieurs peuvent faire face à l'énorme quantité d'équations décrivant le comportement d'un processus et afficher explicitement l'échange d'énergie entre les composants du processus. En utilisant une approche organisée pour la dynamique du système et un nombre limité de composants, ce langage offre une approche efficace de modélisation.

Les bond graphs donnent une représentation graphique des échanges de puissance au sein des systèmes physiques dynamiques, permettant de comprendre le comportement des systèmes. En plus, la mise en évidence des relations de cause à effet par la causalité permet une formulation systématique des équations mathématiques associées, mais également l'analyse structurelle du comportement du modèle [Dauphin-Tanguy, 2000 ; Dauphin-Tanguy, 2004].

Les éléments composant un modèle bond graph seront détaillés dans le paragraphe suivant, en mettant aussi en évidence leur relation avec les variables utilisés pour décrire le trafic.

### 2.2.2.1 Eléments bond graph

Le langage bond graph présente le transfert de puissance au sein d'un système. Pour exprimer la puissance on utilise deux variables génériques appelées *effort* ( $e$ ) et *flux* ( $f$ ). La puissance échangée instantanée est donnée par le produit entre ces deux variables :

$$P(t) = e(t) \cdot f(t) \quad (2.47)$$

Les deux variables utilisées ont des correspondants dans la plupart des domaines physiques ; les analogies sont présentées dans le Tableau 2.2.

**Tableau 2.2 Variables bond graph pour différents domaines physiques**

DOMAINE		EFFORT	FLUX
Mécanique	translation	force	vitesse
	rotation	couple	vitesse angulaire
Hydraulique		pression	débit
Electrique		tension	courant
Chimique		potentiel chimique	flux molaire
Thermique		température	flux d'entropie
Trafic		pression routière	débit routier

Les éléments de base composants d'une représentation bond graph sont les suivants :

- source d'effort (Se), qui peut être commandée (MSe) ;
- source de flux (Sf), qui peut être commandée (MSf) ;
- résistance (élément R) ;
- capacitance (élément C) ;
- inductance (élément I) ;
- jonction 0;
- jonction 1;
- transformateur (TF) ;
- gyrateur (GY).

Les éléments précédents peuvent être classifiés en éléments actifs, passifs ou conservatifs, par rapport à la puissance [Dauphin-Tanguy, 2004]. Les premiers deux éléments (Se et Sf) sont des éléments actifs de puissance car ils fournissent de la puissance au système. Les trois éléments suivants (R, C

et I) sont des éléments passifs de puissance car ils transforment la puissance qui leur est fournie en énergie dissipée (sous forme de chaleur) ou stockée. Les quatre derniers éléments (0, 1, TF et GY) sont des éléments conservatifs de puissance car ils servent à coupler les éléments précédents pour obtenir la structure du modèle analysé.

### 2.2.2.2 Causalité bond graph

Un modèle bond graph représente l'architecture du système et la façon dont la puissance s'échange entre les éléments du modèle. Mais il permet aussi de faire apparaître les relations de cause à effet et la structure de calcul des équations caractéristiques associées au modèle.

Pour illustrer le principe de causalité on considère deux sous-systèmes S1 et S2 qui sont couplés et qui échangent de la puissance. Il y a deux situations possibles [Dauphin-Tanguy, 2004] :

- S1 applique un effort  $e$  à S2, qui réagit en envoyant à S1 un flux  $f$  ;
- S1 envoie un flux  $f$  à S2, qui réagit en appliquant à S1 un effort  $e$ .

Les deux cas mentionnés ci-dessus sont représentés dans la Figure 2.4, par deux schémas blocs.

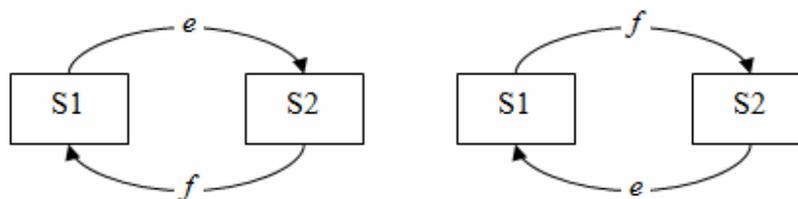


Figure 2.4 Causalité sur un schéma bloc

Pour représenter les relations de cause à effet sur un modèle bond graph, un « trait causal » est placé perpendiculairement à chaque lien, en suivant la convention suivante :

- le trait causal est placé près (respectivement loin) de l'élément pour lequel l'effort (respectivement le flux) est une donnée ;
- la position du trait causal est indépendante du sens de la demi-flèche.

En appliquant cette convention pour les deux cas de la Figure 2.4 s'obtiennent les deux positions différentes du trait causal, représentées dans la Figure 2.5.



Figure 2.5 Causalité sur un bond graph

### 2.2.2.3 Modèles dynamiques

Le tronçon routier de la Figure 2.3 représenté par des éléments du langage bond graph est illustré dans la Figure 2.6. Cette représentation utilise la plupart des éléments mentionnés dans le paragraphe 2.3.3.1. Il y a une source de flux (MSf) qui correspond au flux d'entrée dans le tronçon routier et une source d'effort (MSe) qui correspond à la pression extérieure du tronçon. Dans l'idée que ces deux variables peuvent être des variables de commande des sources commandées ont été utilisées. Si on considère la similitude avec la représentation hydraulique de la Figure 2.3, la source de flux correspond à  $q_e$  et la source d'effort correspond à  $p_{ext}$ .

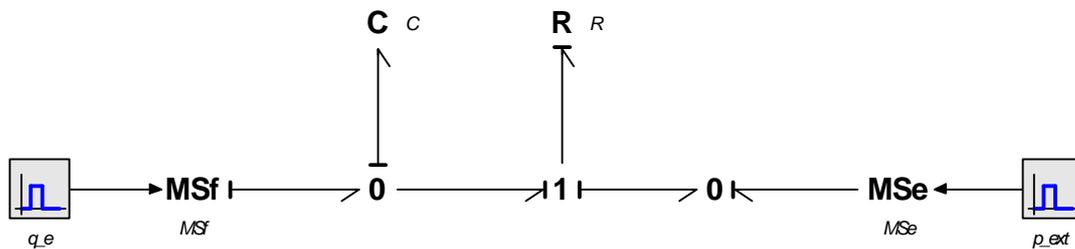


Figure 2.6 Représentation bond graph d'un tronçon routier

Pour représenter l'accumulation des véhicules à l'intérieur du tronçon routier un élément C a été utilisé et pour représenter la dynamique de sortie un élément R a été utilisé. L'élément C est lié à une jonction 0 qui couple des éléments soumis au même effort et l'élément R est lié à une jonction 1 qui couple des éléments parcourus par le même flux. Le fonctionnement de l'élément C est régi par les relations (2.8) et (2.10), tandis que le fonctionnement de l'élément R est basé soit sur la relation (2.16) si on considère un comportement non linéaire soit sur la relation (2.18) si on considère un comportement linéaire.

La représentation bond graph permet d'obtenir la fonction de transfert d'un système ou ses équations d'état. Pour le système linéarisé de la Figure 2.6 la

fonction de transfert, en prenant comme variable de sortie le débit de sortie  $q_s(t)$ , est la suivante :

- en considérant  $q_e(t)$  comme variable d'entrée :

$$F_1(s) = \frac{\frac{1}{RC}}{s + \frac{1}{RC}} \quad (2.48)$$

- en considérant  $p_{ext}(t)$  comme variable d'entrée :

$$F_2(s) = \frac{-\frac{1}{R}}{s + \frac{1}{RC}} \quad (2.49)$$

Si nous comparons les relations (2.48) et (2.44), il peut être vu qu'ils sont les mêmes. Donc les représentations sont équivalentes.

Dès que nous avons représenté un tronçon comme dans la Figure 2.6 il devient facile d'interconnecter plusieurs tronçons par duplication du schéma d'un tronçon et en agissant seulement sur la loi qui détermine la dynamique de sortie, qui dans ce cas est donnée par l'élément R. C'est un des avantages de la représentation bond graph, analysé et développé en [Prasanna, 2009; Benmansour, 2007].

### 2.2.3 Représentation par réseau à compartiments

Différentes représentations d'un tronçon routier ont été analysés, mais toutes prennent en compte seulement un élément du trafic. Pour l'analyse d'une région routière (urbaine), sa représentation peut s'obtenir par la connexion de plusieurs sous-modèles, ceux-ci représentant chacun un tronçon routier complet ou une partie du tronçon. La modalité et les conditions supplémentaires pour connecter plusieurs tronçons seront détaillées dans le paragraphe 2.4.

Une alternative aux modélisations mentionnées précédemment, est la représentation par des systèmes à compartiments. Une telle représentation d'une région urbaine est donnée dans la Figure 2.7.

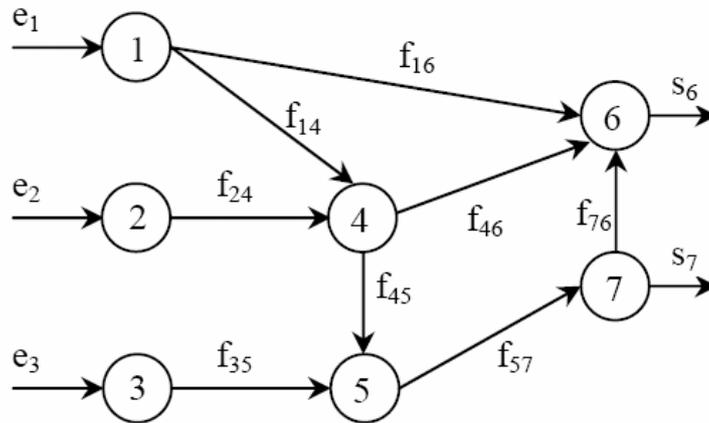


Figure 2.7 Représentation par réseau conservatif

Un système linéaire en temps continu de la forme :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + bu(t) \\ y(t) = c^T x(t) \end{cases}, A \in \mathbb{R}^{N \times N}, b, c \in \mathbb{R}^N \quad (2.50)$$

est appelé **ystème à compartiments** si les conditions suivantes sont vérifiées :

$$\begin{cases} b_i \geq 0 \\ c_i \geq 0 \\ a_{ij} \geq 0, i \neq j, \quad i, j = 1, 2, \dots, N \\ a_{ii} + \sum_{j \neq i} a_{ji} \leq 0 \end{cases} \quad (2.51)$$

Les réseaux à compartiments sont des réseaux constitués de réservoirs de stockage (réels ou virtuels) qui contiennent une certaine quantité d'une espèce matérielle ou immatérielle déterminée (masse, énergie, information, etc.), dénommés « compartiments », qui sont interconnectés par des mécanismes de transfert (flux de matière, d'énergie ou d'information).

La variable d'état  $x_i(t)$  représente la quantité de ressource actuelle dans le compartiment  $i$  du réseau au temps  $t$  ;  $a_{ij}$  ( $i \neq j$ ) est l'apport constant de taux du compartiment  $j$  au compartiment  $i$  ;  $a_{ii}$  est la sortie constante de taux du compartiment  $i$  (c.-à-d., la somme des sorties et des pertes de ressource dans le compartiment).  $u(t)$  se compose de l'injection matérielle de

l'environnement et  $b$  détermine de quelle manière ce matériel est distribué parmi les compartiments ; au moins une entrée de  $b$  est positive.  $y(t)$  mesure le matériel contenu dans certains compartiments, alors au moins une entrée de  $c$  est positif.

Les réseaux à compartiments sont des systèmes *positifs* et *conservatifs*. Un système dynamique  $\dot{x} = f(x, t)$ ,  $x \in \mathbb{R}^n$  est appelé positif si la condition suivante est vérifiée :

$$x(0) \in \mathbb{R}_+^n \rightarrow x(t) \in \mathbb{R}_+^n \quad \forall t \geq 0 \quad (2.52)$$

Un système régi par une loi de conservation de masse s'appelle conservatif.

Pour chaque compartiment d'un système à compartiments les débits qui interviennent sont des flux non négatifs, donc le système est positif. Les flux sortant de ou entrant dans un compartiment ont tous des valeurs positives, mais ils sont déduits ou additionnés quand la balance de flux est écrite pour un tel compartiment. En plus, un réseau à compartiments est conservatif dans le sens que la quantité totale contenue dans le système est conservée.

### 2.2.3.1 Éléments d'un réseau à compartiments

Pour décrire le comportement du trafic routier dans une région, pour chaque tronçon les files des véhicules arrêtés (s'ils existent) sont associées aux noeuds du réseau. Ainsi, chaque noeud représentera le tronçon de la route dans lequel les véhicules s'accumulent en attendant un événement comme le changement du feu d'un carrefour. Les arcs représentent les directions de déplacement de véhicules en sortant d'un tronçon à travers d'un carrefour ; ils ont associés des valeurs correspondant aux poids de chaque direction de sortie (poids partagés du débit total sortant du tronçon), basé sur des estimations sur les trajectoires désirées de véhicules.

Donc, une région comprenant un nombre réduit des routes et des carrefours, peut être représentée comme un graphe orienté dans lequel les routes sont représentées par des noeuds et les carrefours par les arcs qui réalisent les liaisons entre les nœuds.

La forme du modèle est décrite par des équations de continuité de la forme :

$$\dot{x}_j = e_j + \sum_{i \neq j} f_{ij}(x) - \sum_{k \neq j} f_{jk}(x) - s_j, \quad j = 1, \dots, n \quad (2.53)$$

où :

- $x_j, j = \overline{1, n}$  représente les variables d'état (le nombre de véhicules associés aux tronçons) ;
- $f_{ij}(x)$  et  $f_{kj}(x)$  représentent des fonctions non négatives et continues (les débits de sortie pour les carrefours d'intérieur de la région) ;
- $e_j$  représente les débits d'entrée, injectés de l'extérieur dans certains nœuds du réseau (les débits de véhicules qui viennent d'entrer dans la région analysée) ;
- $s_j$  représente les débits de sortie du réseau (les débits de véhicules qui viennent de sortir la région).

Dans la Figure 2.7,  $e_1, e_2$  et  $e_3$  sont des flux de véhicules d'entrée dans la région,  $s_6$  et  $s_7$  sont des flux de sortie de cette région et  $f_{14}, \dots, f_{76}$  représentent les flux sur les carrefours compris dans la région.

Le modèle (2.53) n'a de sens que si les variables d'état  $x_j(t)$  sont non négatives pour tout  $t : x_j(t) \in \mathbb{R}_+$ . Les systèmes dans lesquels les variables d'état ont toujours des valeurs positives sont des systèmes positifs, abordés dans [Farina, 2002 ; Benvenuti, 2002].

### 2.2.3.2 Modèles dynamiques

Les équations de bilan de débits qui donnent le modèle dynamique d'un système à compartiments sont obtenues en écrivant l'équation (2.53) pour chaque nœud du système. Le système peut s'écrire aussi sous forme matricielle :

$$\dot{x} = A(x)x + e \quad (2.54)$$

où  $A(x)$  est la matrice obtenue des débits intérieurs ou de sortie.

Une comparaison entre l'approche par modèles à compartiments et l'approche par modèles bond graph a été abordée brièvement dans [Preizig, 2004].

## 2.3 Conclusions

Au début du chapitre les principales grandeurs utilisées pour décrire le trafic routier sont détaillées. En plus de variables utilisées en général pour les modèles macroscopiques on a introduit une nouvelle – la pression routière.

Ces grandeurs sont employées pour différents types de représentations du trafic, allant de l'hydraulique aux bond graphs, en décrivant les phénomènes qu'ils ont lieu dans un tronçon routier. Toutes les représentations mises en évidence sont équivalentes et conduisent à un même modèle du comportement dynamique de la section de route.

Pour l'utilisation des modèles dynamiques pour la conception de la commande il faut en déduire une représentation par des modèles entrée-sortie (équations différentielles ou fonctions de transfert) ou par des équations d'état.

Dans le chapitre suivant, le modèle de la dynamique d'un tronçon routier sera analysé en détail, en tenant compte des différents cas et situations rencontrés dans le trafic urbain.

## **Chapitre III**

### **Modélisation du trafic routier**

### 3 Modélisation du trafic routier

Une région urbaine est considérée composée de plusieurs objets routiers en formant l'infrastructure routière. L'équivalent physique d'un tel objet est un tronçon routier (une rue) ou un carrefour. Dans le chapitre précédent nous avons vu les différentes modalités pour représenter ces objets ou même toute la région.

L'objet à son tour peut être divisé en éléments de base. Par exemple, pour mieux analyser la dynamique d'un tronçon routier qui est trop long, on le divise en plusieurs segments routiers qui sont les éléments de base.

A partir de ces considérations, ce chapitre est structuré en deux parties. Les éléments de base sont présentés dans la première partie de ce chapitre, en mettant en évidence les modèles dynamiques qui régissent leur comportement. De leur connexion il résulte d'autres objets routiers, comme des tronçons plus complexes ou des carrefours, qui sont présentés dans la deuxième partie. Les représentations hydrauliques et bond graphs du chapitre précédent sont utilisés pour tous les modèles de ce chapitre.

#### 3.1 Modélisation des éléments routiers

##### 3.1.1 Modèle statique

On considère un rétrécissement qui connecte deux éléments routiers, qui peuvent être des tronçons routiers ou des espaces d'accumulation de véhicules (p.ex. parkings), et qui sont caractérisés chacun par une pression routière (voir Figure 3.1).

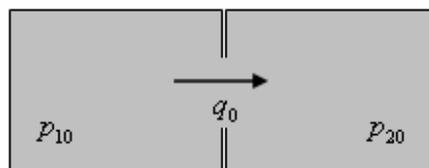


Figure 3.1 Modèle statique

Le régime de fonctionnement est statique, donc les valeurs de pressions sont constantes :

$$\begin{aligned} p_1(t) &= p_{10} = ct. \\ p_2(t) &= p_{20} = ct. \end{aligned} \quad (3.1)$$

Pour avoir un débit routier qui sort du premier élément dans la seconde et prenant en compte la relation (2.15), il résulte que la relation :

$$p_{20} < 1 \quad (3.2)$$

doit être vérifiée. Dans le cas contraire il n'y a pas aucun débit entre les deux éléments. Si la relation (3.2) est vérifiée, le débit routier est :

$$q(t) = q_0 = ct. \quad (3.3)$$

La représentation bond graph du modèle statique est donnée dans la Figure 3.2. Pour un écoulement supposé laminaire, l'équation mathématique décrivant le fonctionnement du modèle est défini par la différence entre les deux pressions:

$$q_0 = k(p_{10} - p_{20}) \quad (3.4)$$

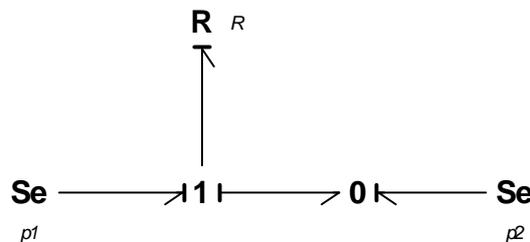


Figure 3.2 Modèle statique, représentation bond graph

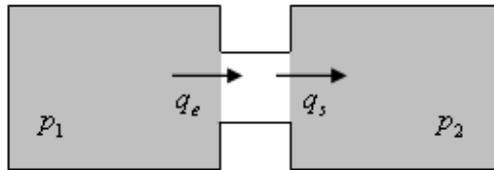
### 3.1.2 Modèle dynamique

#### 3.1.2.1 Élément routier court

Dans un régime de fonctionnement dynamique les paramètres sont variables dans le temps. Si on considère un tronçon routier court qui connecte les deux éléments routiers, caractérisés par les pressions routières  $p_1(t)$  et  $p_2(t)$ , pour

le tronçon nous avons un débit d'entrée  $q_e(t)$  et un débit de sortie  $q_s(t)$ , comme représenté dans la Figure 3.3. Aussi, on suppose que chaque élément routier a la même capacité :

$$C_1 = C_2 = C \quad (3.5)$$



**Figure 3.3 Modèle dynamique d'un élément court**

En supposant que le tronçon est court, sa longueur est considérée très petite, presque la longueur d'un véhicule ( $L \approx l_v$ ). Dans ce cas le débit d'entrée peut être considéré égal au débit de sortie :

$$q_e(t) \cong q_s(t) = q(t) \quad (3.6)$$

Suite à l'équation (2.9) il n'y a pas d'accumulation de véhicules dans le tronçon et on peut considérer le nombre de véhicules dans le tronçon comme une constante.

Le débit qui passe par le tronçon dépend de la variation de pression par une relation non- linéaire :

$$q(t) = \alpha \lambda \sqrt{\Delta p} \quad (3.7)$$

où  $\alpha$  est un coefficient de proportionnalité et  $\lambda$  est le nombre de voies. Pour des raisons de simplicité le nombre de voies est considéré unitaire. A partir de l'équation de Bernoulli, de la mécanique de fluides, nous avons décrit la variation de pression par la relation :  $\Delta p = p_1(1 - p_2)$ . L'expression met en évidence les conditions nécessaires pour l'écoulement d'un flux de véhicules, entre deux éléments routiers.

Pour un écoulement en régime stationnaire, les forces qui agissent sur le système s'équilibrent :

$$\beta\Delta p_0 - \beta \frac{q_0^2}{\alpha^2} = 0 \quad (3.8)$$

où  $\beta$  est un coefficient de proportionnalité qui relie la variation de pression et la force exercée par les véhicules ( $F \approx \beta\Delta p$ ).

En régime dynamique, la différence entre les forces est compensée par la variation par rapport au temps de l'impulsion du peloton de véhicules qui passe du premier élément dans le deuxième :

$$\beta\Delta p(t) - \beta \frac{q^2(t)}{\alpha^2} = \frac{d}{dt}(Nv(t)) \quad (3.9)$$

Comme le nombre de véhicules sur le tronçon est constant, la densité est aussi constante. Suite à la relation (2.1) il résulte :

$$v(t) = \frac{q(t)}{\rho} \quad (3.10)$$

On sait que :

$$\rho = \frac{N}{C} \quad (3.11)$$

et la relation (3.10) devient :

$$v(t) = C \frac{q(t)}{N} \quad (3.12)$$

qui reporté dans l'équation (3.9) donne :

$$\beta\Delta p(t) - \beta \frac{q^2(t)}{\alpha^2} = C \frac{dq(t)}{dt} \quad (3.13)$$

Nous supposons que le système évolue autour d'un point de fonctionnement correspondant au régime stationnaire, donc pour les grandeurs variables en temps nous avons les variations suivantes :

$$\begin{aligned}\Delta p(t) &= \Delta p_0 + \Delta(\Delta p(t)) = \Delta p_0 + \delta p(t) \\ q(t) &= q_0 + \Delta q(t)\end{aligned}\tag{3.14}$$

En remplaçant ces variations dans la relation (3.13) on obtient :

$$\beta(\Delta p_0 + \delta p(t)) - \beta \frac{(q_0 + \Delta q(t))^2}{\alpha^2} = C \frac{d(q_0 + \Delta q(t))}{dt}\tag{3.15}$$

En négligeant le terme  $(\Delta q(t))^2$  et en simplifiant l'équation du régime stationnaire exprimée par (3.8), il résulte :

$$\beta \delta p(t) - \beta \frac{2q_0 \Delta q(t)}{\alpha^2} = C \frac{d\Delta q(t)}{dt}\tag{3.16}$$

On prend en compte les grandeurs d'entrée et de sortie :

$$\begin{aligned}u(t) &= \delta p(t) \\ y(t) &= \Delta q(t)\end{aligned}\tag{3.17}$$

et l'équation (3.16) s'écrit :

$$\beta u(t) - \frac{2\beta q_0}{\alpha^2} y(t) = C \frac{dy(t)}{dt}\tag{3.18}$$

ou, sous une forme plus générale :

$$\frac{C\alpha^2}{2\beta q_0} \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = \frac{\alpha^2}{2q_0} u(t)\tag{3.19}$$

Nous avons obtenu le modèle dynamique d'un tronçon routier court sous la forme d'une équation différentielle de premier ordre :

$$\tau_p \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = k_p u(t)\tag{3.20}$$

avec :

$$\tau_p = \frac{C\alpha^2}{2\beta q_0} \quad (3.21)$$

$$k_p = \frac{\alpha^2}{2q_0}$$

La représentation bond graph du modèle dynamique d'un tronçon court est donnée dans la Figure 3.4. L'équation mathématique du modèle bond graph est la suivante :

$$I \frac{dq}{dt} = (p_1(t) - p_2(t)) \quad (3.22)$$

où l'inductance  $I$  est définie, en utilisant la correspondance du Tableau 2.1, comme :

$$I = \frac{N}{\lambda^2} = \frac{1}{\lambda^2}$$

Pour une seule voie sur le tronçon :  $I \approx 1$ .

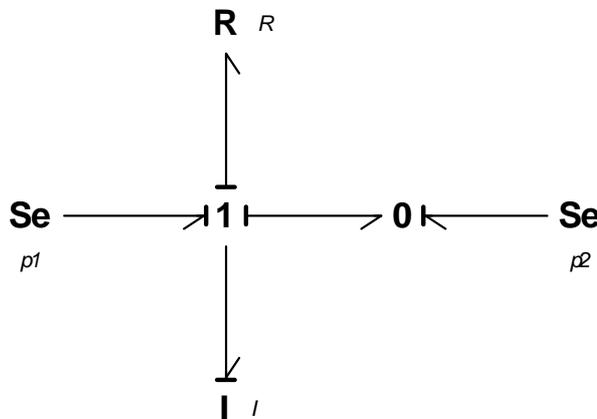


Figure 3.4 Modèle dynamique d'un élément court, représentation bond graph

### 3.1.2.2 Élément routier long

Le tronçon routier qui connecte les deux éléments routiers, caractérisés par les pressions routières  $p_1(t)$  et  $p_2(t)$ , est considéré de longueur  $L$  et capacité  $C$ , qui lui permet l'accumulation de véhicules à l'intérieur. Le nombre de

véhicules à l'intérieur du tronçon  $N(t)$  est donné par la différence entre les débits routiers d'entrée et de sortie, par la relation (2.9). Une représentation est donnée dans la Figure 3.5.

Les équations qui décrivent la dynamique de fonctionnement de ce type de tronçon ont été détaillées dans la première partie du paragraphe 2.2.1.2. En sachant que la pression intérieure du tronçon s'exprime en fonction du nombre de véhicules par la relation (2.8), le modèle dynamique d'un tronçon routier long est obtenu de la relation (2.34), en remplaçant la pression, comme variable de sortie, par le nombre de véhicules.

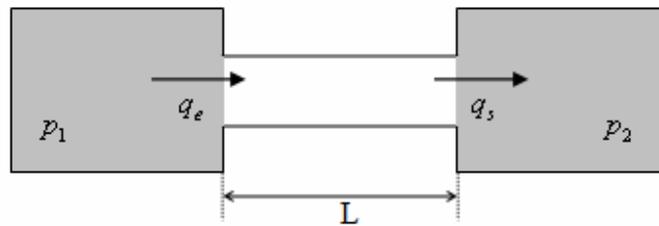


Figure 3.5 Modèle dynamique d'un élément long

La nouvelle grandeur de sortie :

$$y(t) = \Delta N(t) \quad (3.23)$$

peut être exprimée en fonction de celle de (2.32) par la relation :

$$y(t) = C y_1(t) \quad (3.24)$$

La grandeur d'entrée reste le débit d'entrée :

$$u(t) = \Delta q_e(t) \quad (3.25)$$

Le modèle dynamique qui résulte est aussi une équation différentielle de premier ordre :

$$\frac{2p_0}{q_0} \frac{dy(t)}{dt} + \frac{1}{C} y(t) = \frac{2p_0}{q_0} u(t) \quad (3.26)$$

avec  $p_0$  et  $q_0$  les valeurs en régime stationnaire de la pression intérieure du tronçon et respectivement du débit entrée/sortie du tronçon. En régime stationnaire le débit d'entrée est égal au débit de sortie :

$$q_{e0} = q_{s0} = q_0 \quad (3.27)$$

Mis sous la forme générale d'une équation différentielle, le modèle dynamique d'un tronçon routier long s'écrit :

$$\tau_p \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = k_p u(t) \quad (3.28)$$

avec :

$$\begin{aligned} \tau_p &= \frac{2N_0}{q_0} \\ k_p &= \frac{2N_0}{q_0} \end{aligned} \quad (3.29)$$

La représentation bond graph du modèle dynamique d'un tronçon long est donnée dans la Figure 3.6. L'équation mathématique décrivant la dynamique du modèle bond graph donne le débit de sortie en fonction de la pression du deuxième élément :

$$q_s(t) = k_s \sqrt{\frac{N(t)}{C} (1 - p_2(t))} \quad (3.30)$$

où la constante  $k_s$  est déterminée par la section de sortie du tronçon dans le deuxième élément. Le débit d'entrée peut s'exprimer de la même manière :

$$q_e(t) = k_e \sqrt{p_1(t) \left(1 - \frac{N(t)}{C}\right)} \quad (3.31)$$

où  $k_e$  est déterminée par la section de sortie du première élément dans le tronçon.

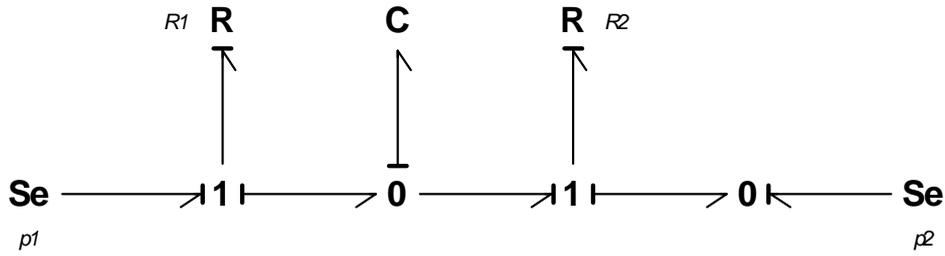


Figure 3.6 Modèle dynamique d'un élément long, représentation bond graph

### 3.1.2.3 Élément routier long avec pression extérieure

Pour la linéarisation du modèle d'un tronçon routier, dans le paragraphe 2.2.1.2, nous avons considéré que la pression extérieure (représentée par la pression à la sortie du tronçon) est nulle. Nous sommes dans le cas d'un tronçon routier long.

Si la pression extérieure est variable en temps, le point de fonctionnement considéré dans la relation (2.24) est caractérisé aussi par une valeur de cette pression ( $p_{ext,0}$ ) et la relation se réécrit de la manière suivante :

$$q_s(t) = q_s(t) \Big|_{p(t)=p_0} + \frac{dq_s(t)}{dp(t)} \Big|_{\substack{p(t)=p_0 \\ p_{ext}(t)=p_{ext,0}}} (p(t) - p_0) + \frac{dq_s(t)}{dp_{ext}(t)} \Big|_{\substack{p(t)=p_0 \\ p_{ext}(t)=p_{ext,0}}} (p_{ext}(t) - p_{ext,0}) \quad (3.32)$$

Aux variations de la relation (2.23) s'ajoute la variation de la pression extérieure :

$$p_{ext}(t) = p_{ext,0} + \Delta p_{ext}(t) \quad (3.33)$$

et s'obtient :

$$\Delta q_s(t) = \frac{dq_s(t)}{dp(t)} \Big|_{\substack{p(t)=p_0 \\ p_{ext}(t)=p_{ext,0}}} \Delta p(t) + \frac{dq_s(t)}{dp_{ext}(t)} \Big|_{\substack{p(t)=p_0 \\ p_{ext}(t)=p_{ext,0}}} \Delta p_{ext}(t) \quad (3.34)$$

ou (voir la relation (2.16)) :

$$\Delta q_s(t) = \frac{k(1-p_{ext,0})}{2\sqrt{p_0(1-p_{ext,0})}} \Delta p(t) - \frac{kp_0}{2\sqrt{p_0(1-p_{ext,0})}} \Delta p_{ext}(t) \quad (3.35)$$

Dans la manière décrite dans le paragraphe 2.2.1.2 on arrive à l'expression :

$$\frac{d}{dt} \Delta p(t) = \frac{1}{C} \left( \Delta q_e(t) - \frac{k(1-p_{ext,0})}{2\sqrt{p_0(1-p_{ext,0})}} \Delta p(t) + \frac{kp_0}{2\sqrt{p_0(1-p_{ext,0})}} \Delta p_{ext}(t) \right) \quad (3.36)$$

On considère comme grandeur de sortie le nombre de véhicules (la même que dans le paragraphe 3.1.2.2). Les grandeurs d'entrée sont représentées par le débit d'entrée et par la pression extérieure :

$$\begin{aligned} u_1(t) &= \Delta q_e(t) \\ u_2(t) &= \Delta p_{ext}(t) \end{aligned} \quad (3.37)$$

Il résulte le modèle dynamique d'un tronçon long avec pression extérieure variable :

$$\frac{dy(t)}{dt} + \frac{k(1-p_{ext,0})}{2C\sqrt{p_0(1-p_{ext,0})}} y(t) = u_1(t) + \frac{kp_0}{2\sqrt{p_0(1-p_{ext,0})}} u_2(t) \quad (3.38)$$

Similaire à la relation (2.38) s'obtient l'expression :

$$k = \frac{q_0}{\sqrt{p_0(1-p_{ext,0})}} \quad (3.39)$$

qui introduite en (3.38) donne :

$$\frac{dy(t)}{dt} + \frac{q_0}{2Cp_0} y(t) = u_1(t) + \frac{q_0}{2(1-p_{ext,0})} u_2(t) \quad (3.40)$$

Si on écrit le modèle sous la forme générale :

$$\tau_p \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = k_{p1} u_1(t) + k_{p2} u_2(t) \quad (3.41)$$

les paramètres sont :

$$\begin{aligned} \tau_p &= \frac{2N_0}{q_0} \\ k_{p1} &= \frac{2N_0}{q_0} \\ k_{p2} &= \frac{N_0}{1-p_{ext,0}} \end{aligned} \quad (3.42)$$

Le modèle a été obtenu en supposant la pression extérieure variable en temps. Si elle est égale à zéro le modèle dynamique de (3.41) est le même avec le modèle dynamique de (3.28).

### 3.1.2.4 Élément routier long avec accumulation de véhicules

Si pour le cas du tronçon routier long de la Figure 3.5 on ajoute l'accumulation de véhicules à la sortie du tronçon, il résulte le modèle représenté dans la Figure 3.7. En plus des variables de la Figure 3.5, il apparaît une nouvelle variable : la longueur de la queue de véhicules ( $l_q$ ).

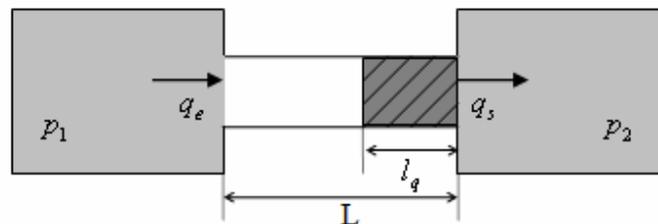


Figure 3.7 Modèle dynamique d'un élément long avec accumulation de véhicules

Pour le régime stationnaire, correspondant à une dynamique nulle dans le système, les débits d'entrée et de sortie sont égaux :

$$q_{e0} - q_{s0} = 0 \quad (3.43)$$

ou

$$q_{e0} = q_{s0} = q_0 \quad (3.44)$$

Par similarité avec la théorie hydraulique d'un processus d'alimentation évacuation d'un réservoir, nous proposons de modéliser la dépendance du débit de sortie du tronçon sur la longueur de la queue de véhicules selon une relation du type :

$$q_s(t) = a \sqrt{l_q(t)(1 - p_{ext}(t))} \quad (3.45)$$

avec  $a$  un coefficient de proportionnalité avec l'expression :

$$a = k \sqrt{\frac{1}{l_{veh} C}} \quad (3.46)$$

où  $k$  est donné par la relation (2.17).

En régime dynamique la différence entre les débits d'entrée et de sortie est égale à la variation du nombre de véhicules sur le tronçon :

$$q_e(t) - q_s(t) = \frac{d}{dt} N(t) \quad (3.47)$$

La dynamique de la relation précédente est donnée seulement par la variation de la longueur de la queue de véhicules, donc par la variation du nombre de véhicules qui composent la queue. Les véhicules entrant dans le tronçon vont décélérer jusqu'à ce qu'ils s'arrêtent et s'ajoutent à la queue. La dynamique de décélération est négligée.

Ainsi, le nombre de véhicules sur le tronçon est donné par le nombre de véhicules de la queue, donc la longueur de la queue est déterminée par le nombre de véhicules lesquels la composent :

$$l_q(t) = l_{veh} N(t) \quad (3.48)$$

Des relations (3.47) et (3.48) il résulte :

$$q_e(t) - q_s(t) = \frac{d}{dt} \left( \frac{l_q(t)}{l_{veh}} \right) \quad (3.49)$$

Nous supposons que le système évolue autour d'un point de fonctionnement correspondant au régime stationnaire, donc pour les grandeurs variables en temps nous avons les variations suivantes :

$$\begin{aligned} l_q(t) &= l_{q0} + \Delta l_q(t) \\ q_e(t) &= q_{e0} + \Delta q_e(t) \\ q_s(t) &= q_{s0} + \Delta q_s(t) \end{aligned} \quad (3.50)$$

En remplaçant les variations ci-dessus dans la relation (3.49) on obtient :

$$[q_{e0} + \Delta q_e(t)] - [q_{s0} + \Delta q_s(t)] = \frac{d}{dt} \left[ \frac{l_{q0} + \Delta l_q(t)}{l_{veh}} \right] \quad (3.51)$$

En tenant compte du régime stationnaire exprime par (3.44), on arrive à la relation reliant les variations des grandeurs :

$$\Delta q_e(t) - \Delta q_s(t) = \frac{L - l_{q0}}{v_l} \frac{d[\Delta q_e(t)]}{dt} + \left( \frac{1}{l_{veh}} - \frac{q_0}{v_l} \right) \frac{d[\Delta l_q(t)]}{dt} \quad (3.52)$$

Dans l'hypothèse que la pression extérieure est constante (égale à zéro), le développement en série de Taylor de la relation (3.45) autour du point de fonctionnement caractérisé par la longueur de la queue de véhicules  $l_{q0}$  s'écrit :

$$q_s(t) = q_{s0} + \left. \frac{\partial q_s}{\partial l_q} \right|_{l_q=l_{q0}} \frac{l_q(t) - l_{q0}}{1!} + \left. \frac{\partial^2 q_s}{\partial l_q^2} \right|_{l_q=l_{q0}} \frac{(l_q(t) - l_{q0})^2}{2!} + \dots \quad (3.53)$$

En ne gardant que la partie linéaire, on obtient la relation :

$$q_s(t) \cong q_{s0} + \left. \frac{\partial q_s}{\partial l_q} \right|_{l_q=l_{q0}} (l_q(t) - l_{q0}) \quad (3.54)$$

qui peut être écrite, en utilisant les relations de (3.50) :

$$\Delta q_s(t) = \left. \frac{\partial q_s}{\partial l_q} \right|_{l_q=l_{q0}} \Delta l_q(t) \quad (3.55)$$

En remplaçant la dérivée de  $q_s$  par rapport à  $l_q$  et en tenant compte de la relation (3.44), il résulte facilement :

$$\Delta q_s(t) = \frac{q_0}{2l_{q_0}} \Delta l_q(t) \quad (3.56)$$

qui placé dans la relation (3.52) donne :

$$\Delta q_e(t) - \frac{q_0}{2l_{q_0}} \Delta l_q(t) = \frac{1}{l_{veh}} \frac{d[\Delta l_q(t)]}{dt} \quad (3.57)$$

On prend en compte les grandeurs d'entrée et de sortie :

$$\begin{aligned} u(t) &= \Delta q_e(t) \\ y(t) &= \Delta l_q(t) \end{aligned} \quad (3.58)$$

et l'équation (3.57) devient :

$$\frac{1}{l_{veh}} \frac{dy(t)}{dt} + \frac{q_0}{2l_{q_0}} y(t) = u(t) \quad (3.59)$$

Mise sous la forme générale d'une équation différentielle de premier ordre l'équation (3.59) s'écrit :

$$\frac{2l_{q_0}}{l_{veh}q_0} \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = \frac{2l_{q_0}}{q_0} u(t) \quad (3.60)$$

Le modèle dynamique d'un tronçon routier long avec queue de véhicules à la sortie est de la forme :

$$\tau_p \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = k_p u(t) \quad (3.61)$$

avec :

$$\tau_p = \frac{2l_{q0}}{l_{veh}q_0} \quad (3.62)$$

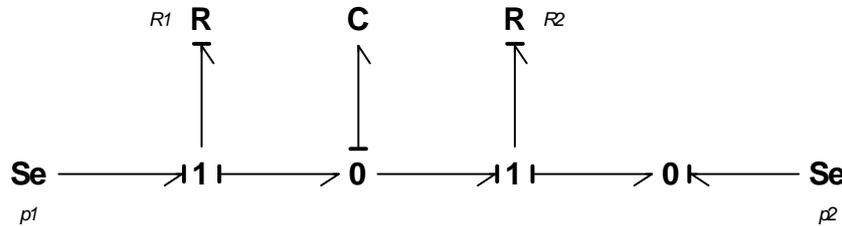
$$k_p = \frac{2l_{q0}}{q_0}$$

La représentation bond graph du modèle dynamique d'un tronçon long avec queue de véhicules est illustrée dans la Figure 3.8. Les équations mathématiques décrivant la dynamique du modèle bond graph donnent les expressions des débits d'entrée et de sortie :

$$q_e(t) = k_1 \sqrt{p_1(t) \left(1 - \frac{N(t)}{C}\right)} \quad (3.63)$$

$$q_s(t) = k_2 \sqrt{\frac{N(t)}{C} (1 - p_2(t))}$$

où  $k_1$  et  $k_2$  sont des constantes déterminées par les sections de passage d'un élément vers le prochain.



**Figure 3.8** Modèle dynamique d'un élément long avec accumulation de véhicules, représentation bond graph

Si on analyse les résultats obtenus, le modèle obtenu pour le tronçon long avec queue de véhicules est le même avec le modèle obtenu dans le paragraphe précédent, correspondant à un tronçon long sans queue de véhicules. Mais l'interprétation est différente : dans le cas du tronçon long sans queue de véhicules toutes les véhicules sont considérées en mouvement, en se déplaçant avec une vitesse libre, en tant que dans le cas du tronçon long avec queue de véhicules toutes les véhicules sont considérées arrêtées. Dans les deux cas la variable d'intérêt est la même – le nombre de véhicules, soit qui se déplacent sur le tronçon, soit qui forment la queue associée au tronçon.

La connexion de modèles des éléments de base présentés donne le comportement d'un tronçon routier divisé en plusieurs parties et sera analysée dans la section 3.3.

Néanmoins, on remarque que dans tous les cas les modèles sont en fait des modèles non linéaires. Comme les modèles sont linéarisés, en vue de la conception de la commande dans des structures de contrôle linéarisés, une tolérance à ces non linéarités doit être assurée. Ce sujet sera développé dans le quatrième chapitre.

### 3.1.3 Evaluation de la qualité des modèles linéarisés

Pour obtenir les modèles décrits dans le paragraphe précédent, on a choisi de linéariser les équations non-linéaires qui donnaient le comportement de chaque modèle. Pour évaluer la précision des modèles linéarisés obtenus, le modèle d'un élément routier long, détaillé dans le paragraphe 3.1.2.2, a été choisi. Une comparaison entre ce modèle et le modèle non linéaire de départ sera faite dans ce paragraphe.

#### 3.1.3.1 Élément routier simple

Comme le modèle linéarisé a été déterminé autour d'un point de fonctionnement, on utilise ce point pour faire la comparaison. Le variable d'entrée (représenté par débit d'entrée du tronçon) sera un signal qui correspond à des variations autour du point nominal :

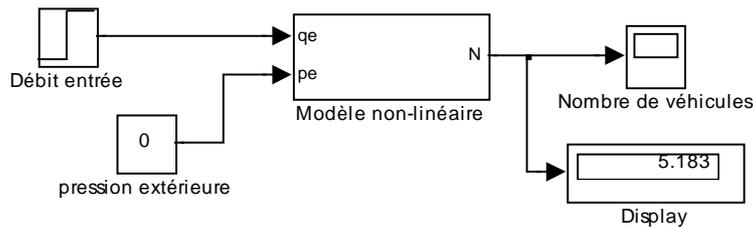
$$q_e(t) = q_0 + \Delta q_e(t) \quad (3.64)$$

Les variations ont été considérées au maximum  $\pm 10\%$  de  $q_0$ , donc dans l'intervalle  $[-0.1q_0, +0.1q_0]$ .

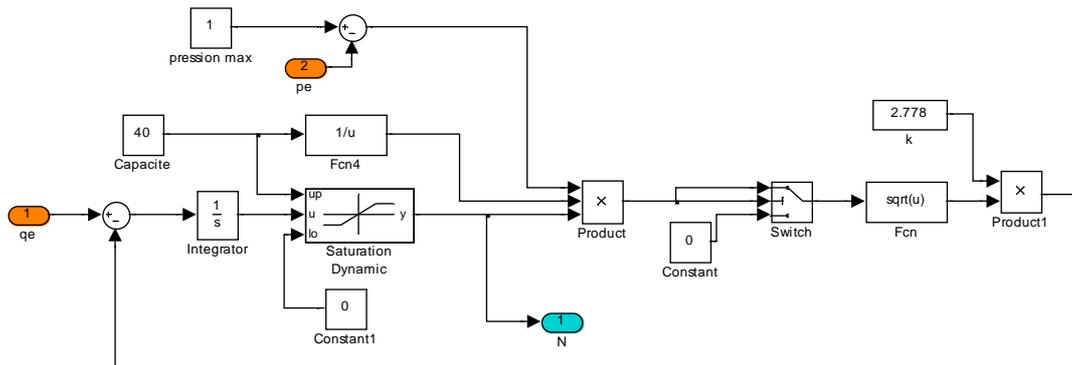
Le point statique de fonctionnement choisi correspond à un débit d'entrée  $q_0 = 1 \text{ veh/s}$ . Par conséquent, la variation du nombre de véhicules utilisée (située dans l'intervalle impose) est  $\Delta q_e = 0.1 \text{ veh/s}$ .

Pour déterminer le nombre de véhicules correspondant, le modèle non linéaire a été utilisé. En Matlab/Simulink le modèle non linéaire d'un tronçon long est représenté dans la Figure 3.9, avec le sous-système qui le compose détaillé dans la Figure 3.10.

Comme on peut le remarquer dans la Figure 3.9, le nombre de véhicules correspondant au débit d'entrée choisi est  $N_0 = 5.183 \text{ veh}$ .



**Figure 3.9** Modèle non linéaire d'un élément long



**Figure 3.10** Sous-système

Pour le modèle linéarisé on utilise la fonction de transfert du modèle dynamique de la relation (3.28), qui donne :

$$F(s) = \frac{k_p}{\tau_p s + 1} = \frac{\frac{2N_0}{q_0}}{\frac{2N_0}{q_0} s + 1} \quad (3.65)$$

En général, l'algorithme de commande est un algorithme discret et en termes de l'algorithme le modèle contrôlé est vu aussi comme un modèle discret.

Dans cette perspective on considère le modèle linéarisé discrétisé, qui est de la forme:

$$F(z^{-1}) = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} = \frac{b_1 z^{-1}}{1 + a_1 z^{-1}} \quad (3.66)$$

avec les expressions de paramètres :

$$\begin{aligned} a_1 &= -e^{-\frac{T_e}{\tau_p}} \\ b_1 &= k_p \left( 1 - e^{-\frac{T_e}{\tau_p}} \right) \end{aligned} \quad (3.67)$$

où  $T_e$  est la période d'échantillonnage.

Pour les valeurs de paramètres d'un élément routier simple mentionnées au début, en utilisant une période d'échantillonnage unitaire (la constante de temps du modèle est  $\tau_p \approx 10\text{sec}$ ), le modèle de (3.66) s'écrit :

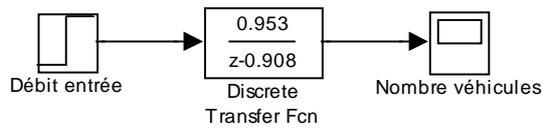
$$F(z^{-1}) = \frac{0.953z^{-1}}{1 - 0.908z^{-1}} \quad (3.68)$$

Le schéma de Matlab/Simulink est représenté dans la Figure 3.11 et la réponse obtenue dans la Figure 3.12. La variation de l'entrée ( $\Delta q_e = 0.1 \text{ veh/s}$ ) est appliquée à l'instant  $t_0 = 100\text{sec}$ .

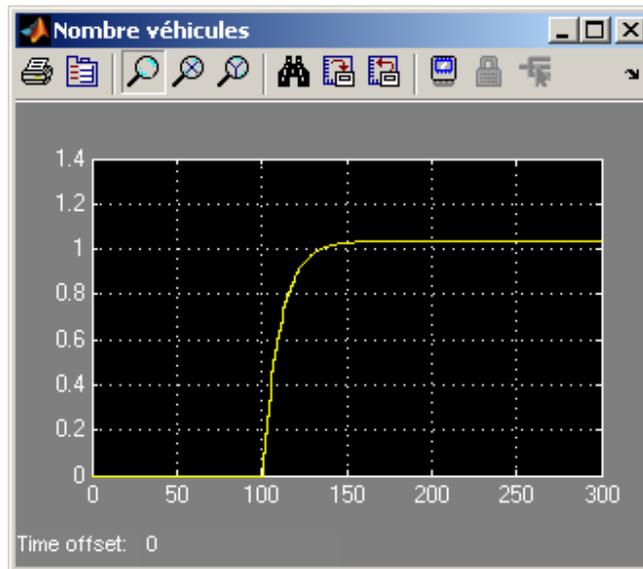
A mentionner que nous avons obtenu seulement la sortie autour de la valeur du régime stationnaire. Pour obtenir une sortie complet, de la forme :

$$N(t) = N_0 + \Delta N(t) \quad (3.69)$$

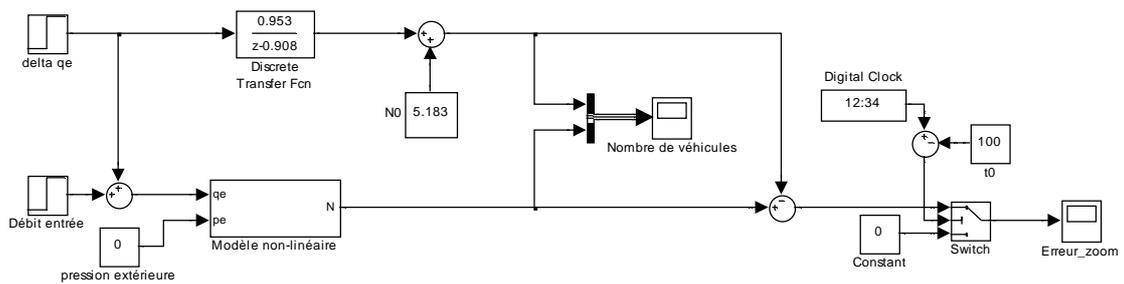
qui peut être comparé avec la sortie du modèle non linéaire, à la sortie du modèle linéarisé on doit ajouter la valeur nominale du nombre de véhicules. Le schéma de la Figure 3.13 réalise la comparaison désirée. La sortie du modèle non linéaire et la sortie du modèle linéarisé sont représentées dans la Figure 3.14, tandis que l'erreur entre les deux est illustrée dans la Figure 3.15 (sans la partie initiale qui correspond au régime transitoire).



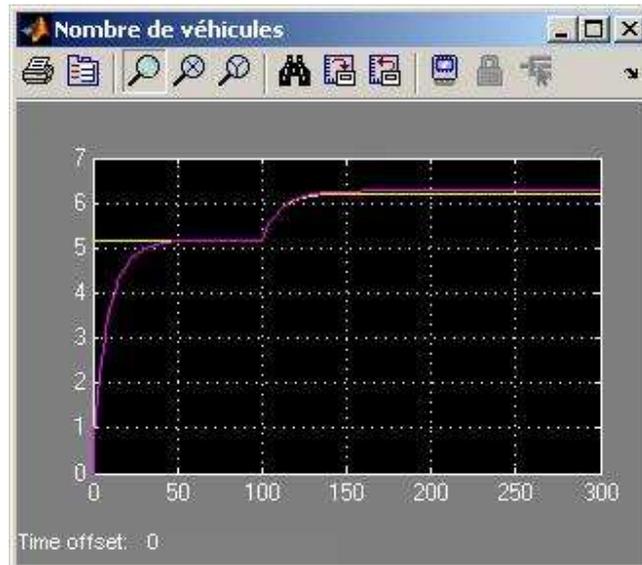
**Figure 3.11** Modèle linéarisé d'un élément long



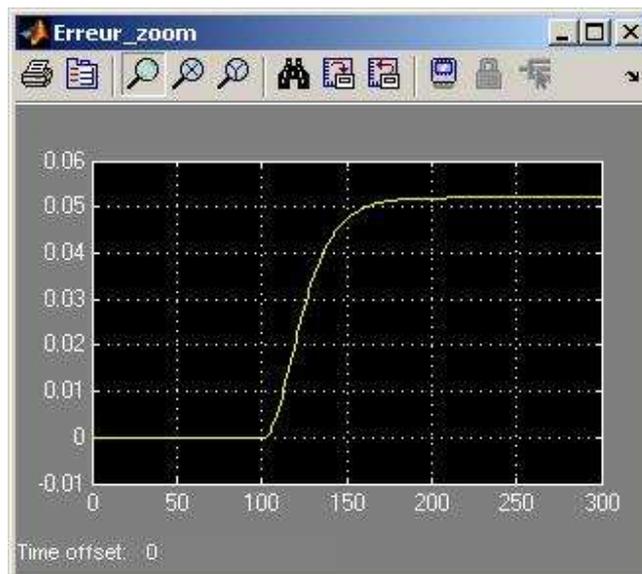
**Figure 3.12** Réponse du modèle linéarisé



**Figure 3.13** Schéma pour comparer la sortie des modèles linéarisé et non linéaire



**Figure 3.14** Sortie des modèles linéarisé et non linéaire



**Figure 3.15** Erreur de modélisation

On peut conclure que le modèle linéarisé se rapproche avec une bonne précision du comportement du modèle non linéaire. Néanmoins, la différence entre les deux modèles impose la nécessité de concevoir un contrôleur robuste pour la partie de commande.

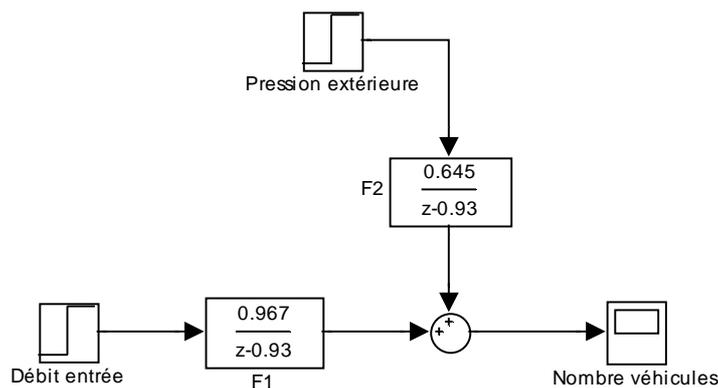
### 3.1.3.2 Élément routier avec pression extérieure

Dans le cas d'un élément routier long avec pression extérieure variable, détaillé dans le paragraphe 3.1.2.3, pour le point statique de fonctionnement caractérisé par le débit d'entrée  $q_0 = 1 \text{ veh}/s$  nous avons en plus la valeur de la pression extérieure :  $p_{ext,0} = 0.25$ . Pour ces valeurs, en utilisant le modèle non linéaire de la Figure 3.9, le nombre de véhicules correspondant est :  $N_0 = 6.911 \text{ veh}$ .

Pour obtenir le modèle linéarisé on utilise le modèle dynamique de la relation (3.41), qui, pour les valeurs numériques précédentes et une période d'échantillonnage unitaire, mène aux fonctions de transfert :

$$\begin{aligned} F_1(z^{-1}) &= \frac{0.967z^{-1}}{1-0.93z^{-1}} \\ F_2(z^{-1}) &= \frac{0.645z^{-1}}{1-0.93z^{-1}} \end{aligned} \quad (3.70)$$

La première fonction de transfert exprime la dépendance du nombre de véhicules sur le débit d'entrée et la deuxième exprime la dépendance sur la pression extérieure. Le schéma du modèle linéarisé en Matlab/Simulink est représenté dans la Figure 3.16.

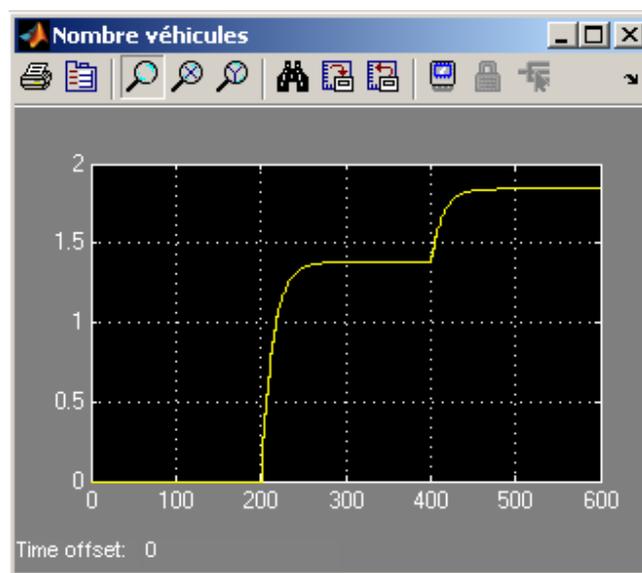


**Figure 3.16** Modèle linéarisé d'un élément long avec pression extérieure

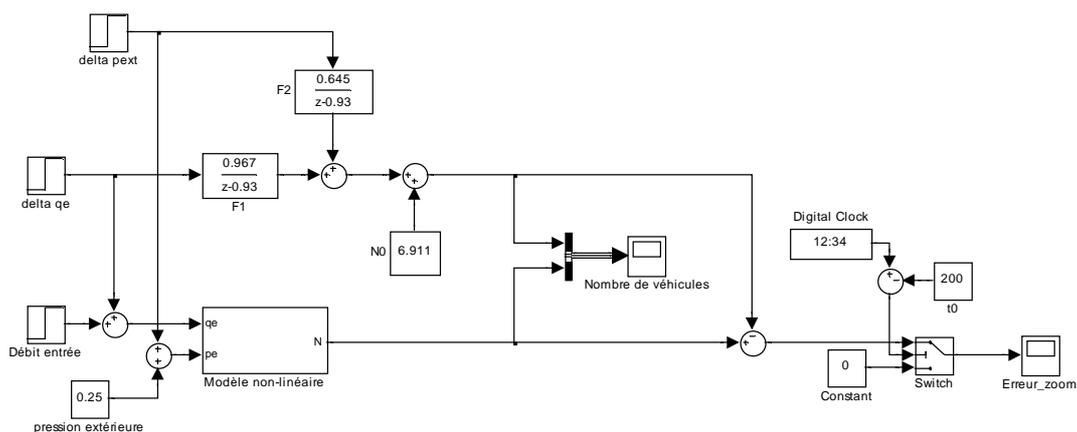
Les variations de la pression extérieure ont été considérées comme  $\pm 20\%$  de  $p_{ext,0}$ , donc nous avons :  $\Delta p_{ext} = 0.05$ . Cette variation est appliquée à l'instant

$t_0 = 400\text{sec}$  ; aussi à l'instant  $t_0 = 200\text{sec}$  il y a une variation du débit d'entrée ( $\Delta q_e = 0.1\text{ veh/s}$ ). La réponse obtenue est illustrée dans la Figure 3.17.

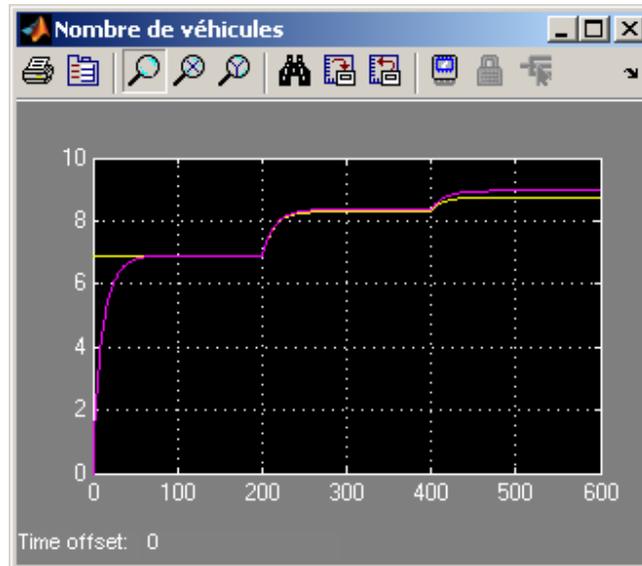
La comparaison entre le modèle linéarisé et le modèle non linéaire est réalisée par le schéma de la Figure 3.18. Les sorties des deux modèles sont représentées dans la Figure 3.19 et dans la Figure 3.20 est illustrée l'erreur entre elles. On remarque que l'erreur entre les deux modèles est accrue par l'introduction de la pression extérieure. C'est un effet qui devra être pris en compte dans la conception de la commande.



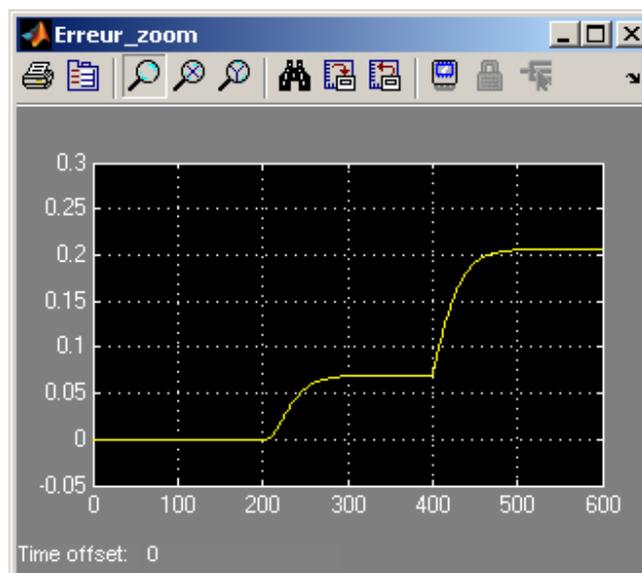
**Figure 3.17 Réponse du modèle linéarisé avec pression extérieure**



**Figure 3.18 Schéma pour comparer la sortie des modèles linéarisé et non linéaire dans le cas d'un élément long avec pression extérieure**



**Figure 3.19** Sortie des modèles linéarisé et non linéaire d'un élément long avec pression extérieure



**Figure 3.20** Erreur de modélisation pour un élément long avec pression extérieure

## 3.2 Modélisation des objets routiers

### 3.2.1 Modélisation d'un tronçon routier

Pour le modèle d'un tronçon routier on considère le modèle de deux éléments routiers liés. Un tronçon routier, surtout au niveau urbain, doit permettre l'accumulation de véhicules, donc le choix des éléments routiers est évident. En plus, comme la connexion de deux éléments n'est pas la multiplication du même élément et l'accumulation de véhicules dans un élément influence le comportement de l'élément précédent, les modifications qui se produisent seront analysées.

Le modèle le plus simple est obtenu par la connexion de deux éléments routiers longs, chacun avec une entrée et une sortie. Une représentation hydraulique est donnée dans la Figure 3.21 et le modèle bond graph est représenté dans la Figure 3.22.

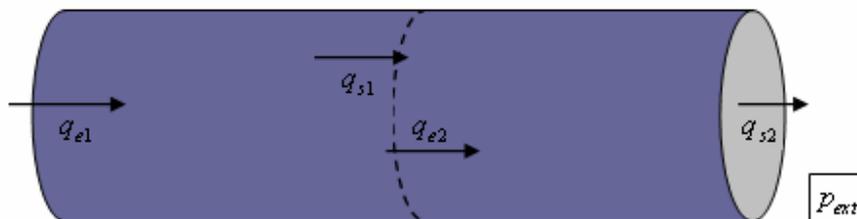


Figure 3.21 Représentation hydraulique de deux éléments connectés

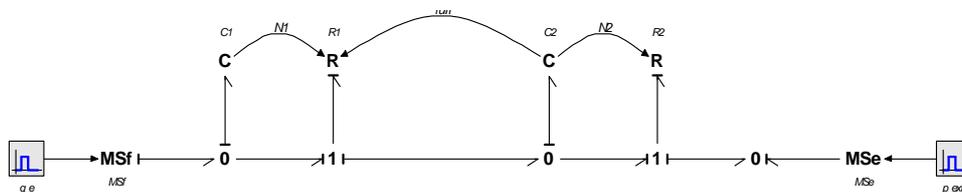


Figure 3.22 Modèle bond graph de deux éléments connectés

A l'entrée du premier tronçon il y a un débit routier  $q_{e1}$  qui est supposé connu. Le passage du première au deuxième tronçon s'est fait par le débit routier  $q_{s1}$  et qui dans ce cas est considéré égal au débit routier  $q_{e2}$ , qui représente le débit d'entrée pour le deuxième tronçon. A la sortie du deuxième tronçon il y a le débit routier  $q_{s2}$ , qui est influencé par la pression

extérieure  $p_{ext}$ , qui est une perturbation qui pourra être supposée connue ou inconnue, qui peut être assimilée à la pression intérieure d'un autre tronçon qui peut se trouver dans le prolongement des deux. L'influence de ce terme sera analysée ultérieurement.

Nous proposons de modéliser les débits de sortie pour les deux tronçons par les équations :

$$\begin{aligned} q_{s1}(t) &= k_1 \sqrt{p_1(t) \cdot (1 - p_2(t))} \\ q_{s2}(t) &= k_2 \sqrt{p_2(t) \cdot (1 - p_{ext}(t))} \end{aligned} \quad (3.71)$$

où  $p_1(t)$  et  $p_2(t)$  sont les pressions intérieures respectivement du premier et du deuxième tronçon. Les hypothèses suivantes sont aussi considérées :

- le premier tronçon a une longueur  $L_1 = 200m$  (donc une capacité  $C_1 = 40$ ) ;
- le deuxième tronçon a une longueur  $L_2 = 100m$  (donc une capacité  $C_2 = 20$ ) ;
- de l'instant initial et jusqu'à l'instant  $t = 400s$  il y a un débit d'entrée  $q_{e1} = 0.5 veh/s$  à l'entrée du premier tronçon ; après  $t = 400s$  ce débit d'entrée devient nul.
- de l'instant  $t = 200s$  et jusqu'à  $t = 600s$  il y a des variations de la pression extérieure à la sortie du deuxième tronçon; autrement la pression extérieure est nulle.

La variation du nombre de véhicules et du débit routier de sortie pour les deux tronçons est représentée dans la Figure 3.23 et la Figure 3.24. Les trois cas illustrés correspondent à trois valeurs de la pression extérieure (pour l'intervalle de variation) :

- $p_{ext} = 0$  (il n'y a pas aucune restriction sur la sortie) ;
- $p_{ext} = 0.75$  (il y a un rétrécissement à la sortie) ;
- $p_{ext} = 1$  (la sortie est fermée).

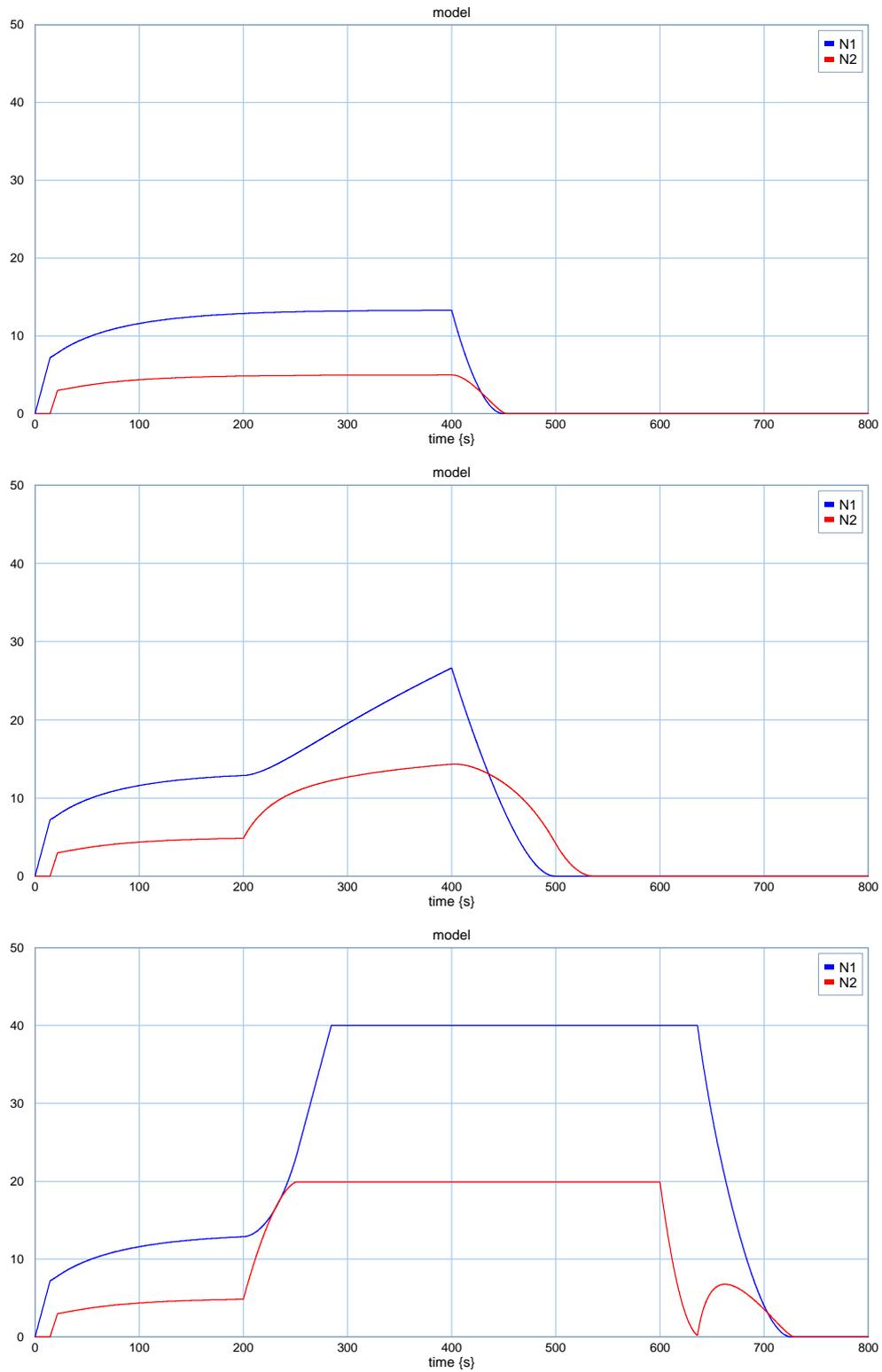
On remarque dans tous les trois cas que les valeurs des débits de sortie ont tendance à atteindre la valeur d'équilibre, qui est donnée par le débit d'entrée ( $q_{e1}$ ). S'il n'y pas de variations des paramètres, cette valeur est atteinte, comme illustré dans le premier cas.

Un autre point intéressant est donné par les retards qui peuvent être remarqués au début. Le nombre de véhicules sur le deuxième tronçon ( $N_2$ ) commence à varier après un certain intervalle de temps ( $\tau_1 = 14.4 s$ ) nécessaire pour que les véhicules du premier tronçon arrivent à l'entrée du deuxième tronçon. Après cet intervalle, le débit de sortie du premier tronçon devient non nul. Le débit de sortie du deuxième tronçon commence à varier après un autre intervalle ( $\tau_2 = 7.2 s$ ) nécessaire pour que les véhicules arrivent à sa sortie. Les deux intervalles sont déterminés en considérant que les véhicules se déplacent à vitesse libre ( $v_f = 50 km/h$ ).

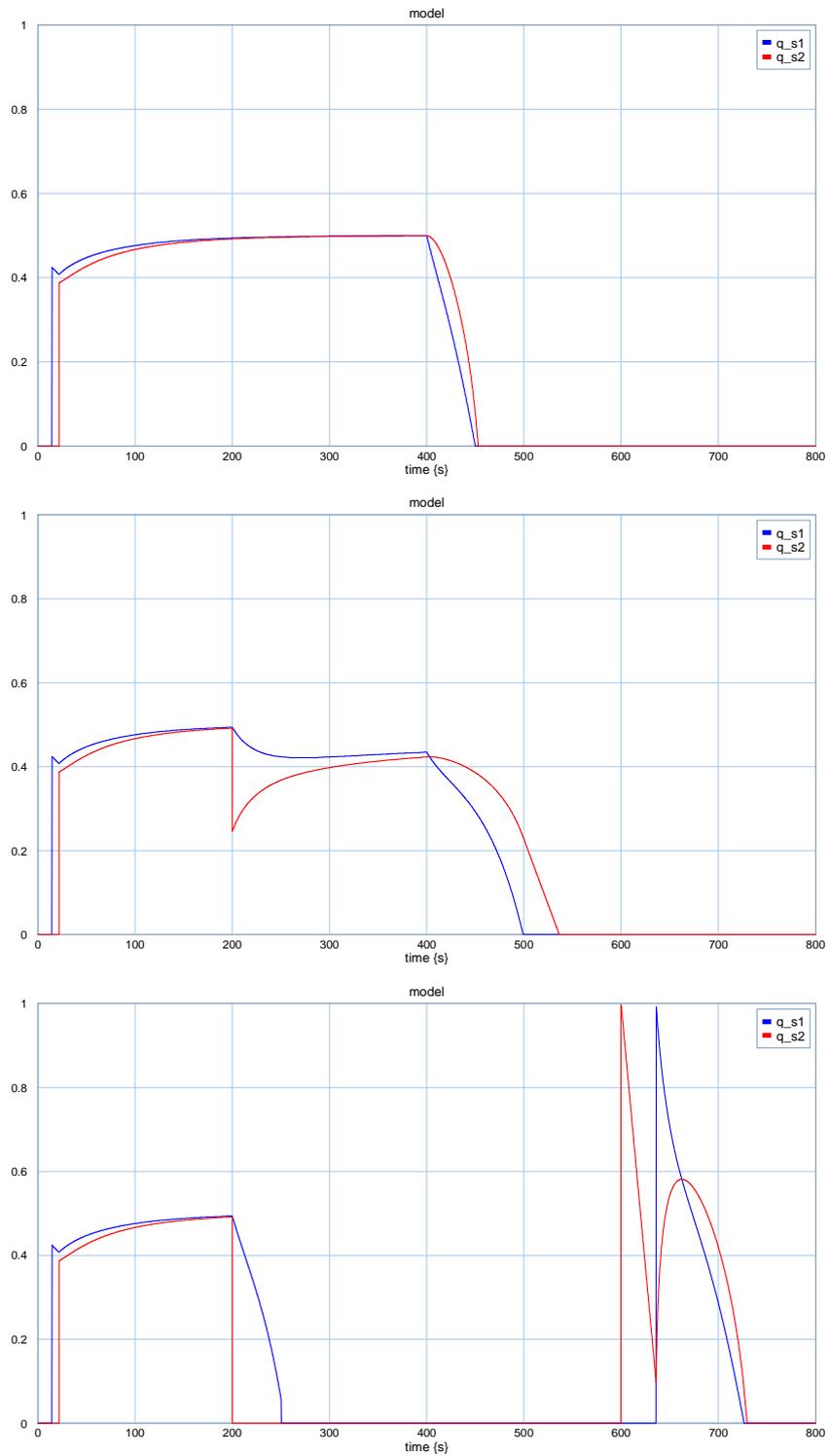
Un rétrécissement à la sortie du deuxième tronçon détermine le comportement illustré dans le deuxième cas. En raison de ce rétrécissement le débit de sortie du deuxième tronçon ( $q_{s2}$ ) commence à descendre, menant à l'augmentation du nombre de véhicules sur le deuxième tronçon ( $N_2$ ), qui détermine la diminution du débit de sortie du premier tronçon ( $q_{s1}$ ) et donc l'augmentation du nombre de véhicules sur le premier tronçon ( $N_1$ ).

Dans le cas où la sortie du deuxième tronçon est complètement bloquée (le troisième cas) et le nombre de véhicules sur le tronçon arrive à être égale à la capacité du tronçon ( $N_2 = C_2$ ) on retrouve un intervalle de temps déterminé par le temps de propagation de l'onde créée par le mouvement de véhicules, pendant lequel la sortie du premier tronçon reste nulle. Ce phénomène est caractéristique du trafic où le déplacement de véhicules est déterminé essentiellement par ce qui se passe en face. Pendant cet intervalle le débit de sortie du premier tronçon ( $q_{s1}$ ) reste nul, parce que les véhicules qui se trouvent à la sortie du premier tronçon et qui sont prêts à entrer dans le deuxième, ne peuvent pas passer tant que les véhicules en face ne commencent pas à se déplacer. Après l'intervalle de temps, le débit de sortie du premier tronçon ( $q_{s1}$ ) commence à augmenter, donc le nombre de véhicules sur le premier tronçon ( $N_1$ ) commence à diminuer et en même temps le numéro de véhicules sur le deuxième tronçon ( $N_2$ ) commence à augmenter.

A la fin, c'est le premier tronçon qui se vide le premier, suivi par le deuxième après un intervalle de temps influencé par les conditions sur sa sortie.



**Figure 3.23** Variation du nombre de véhicules pour différentes valeurs de la pression extérieure



**Figure 3.24 Variation des débits des sorties pour différentes valeurs de la pression extérieure**

### **3.2.2 Modélisation d'une intersection**

Jusqu'à présent, nous avons considéré soit le comportement d'un seul élément routier soit le comportement des plusieurs éléments connectés l'un à l'autre. Mais, en réalité, les éléments sont connectés aussi par des intersections appelées carrefours routiers, donc c'est normal d'analyser leur comportement.

Les intersections peuvent être classifiées en deux catégories:

- intersections avec de(s) feu(x) de circulation ;
- intersections sans feu(x) de circulation.

Pour la première catégorie le passage de véhicules par l'intersection est dirigé par des feux routiers, qui peuvent être bicolores (à deux couleurs: rouge et vert) ou tricolores (à trois couleurs : rouge, orange et vert). La deuxième catégorie comprend des intersections pour lesquelles le passage de véhicules est dirigé par des indicateurs routiers ou autres moyens spécifiques, la signalisation par feux routiers étant inexistante.

Chacune des deux catégories mentionnées peut être classifiée en fonction du nombre et du positionnement des tronçons qui composent l'intersection. Parmi les différents types d'intersections qui résultent, les suivants peuvent être répertoriés comme les plus souvent rencontrés:

- carrefour en Y ;
- carrefour en T ;
- carrefour en croix.

Parmi ces configurations ci-dessus, nous avons des intersections sans accumulation de véhicules à l'intérieur (Y) et des intersections avec accumulation de véhicules à l'intérieur (T et croix). Ils seront analysés chacun en reliant des modèles appropriés de tronçons.

#### **3.2.2.1 Carrefour en Y**

Pour voir le comportement d'un carrefour en Y, on considère un carrefour composé de trois tronçons, dont un est une entrée et deux sont des sorties. La représentation bond graph est illustrée dans la Figure 3.25.

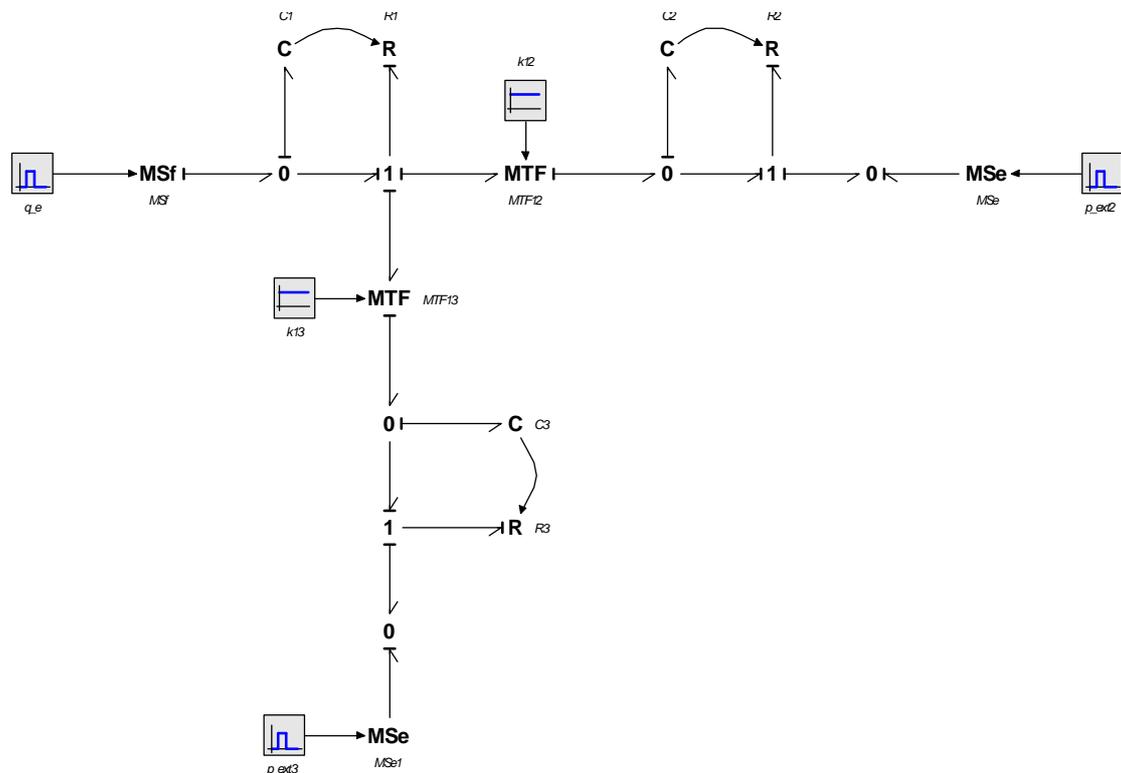


Figure 3.25 Modèle bond graph d'un carrefour en Y

Pour chaque tronçon la variation du nombre de véhicules est représentée Figure 3.26 et la variation des débits de sortie est représentée Figure 3.27. Les variations sont obtenues pour les hypothèses suivantes :

- les trois tronçons ont la même longueur ( $L = L_1 = L_2 = L_3 = 200m$ ), donc la même capacité ( $C = 40 veh$ ) ;
- le débit d'entrée est égal à  $q_e = 1 veh/s$  jusqu' à l'instant  $t = 500s$ , après lequel il devient nul;
- la sortie du deuxième tronçon est perturbée de l'instant  $t = 200s$  jusqu'à l'instant  $t = 300s$  ( $p_{ext2} = 0.5$ ) ;
- la sortie du troisième tronçon est perturbée de l'instant  $t = 100s$  jusqu'à l'instant  $t = 400s$  ( $p_{ext3} = 0.5$ ).

Mentionnons que pour les deux tronçons de sortie le pourcentage de véhicules qui ont l'intention de choisir le tronçon respectif est a priori connu.

Ainsi les débits d'entrée sont exprimés en fonction du débit de sortie du premier tronçon par les relations :

$$\begin{aligned} q_{e2}(t) &= cq_{s1}(t) \\ q_{e3}(t) &= (1-c)q_{s1}(t) \end{aligned} \quad (3.72)$$

où  $c$  est le pourcentage mentionné.

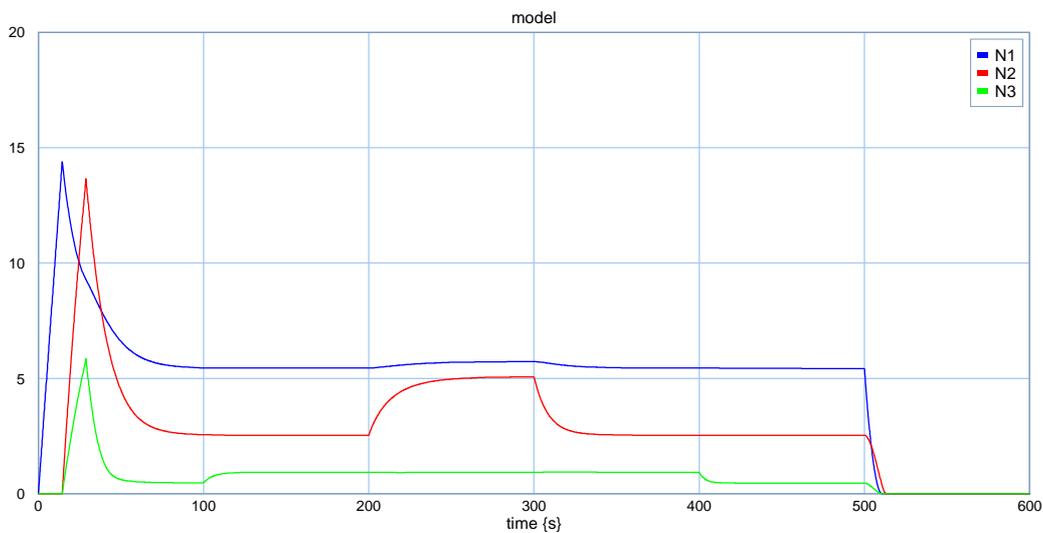


Figure 3.26 Variation du nombre de véhicules pour un carrefour en Y

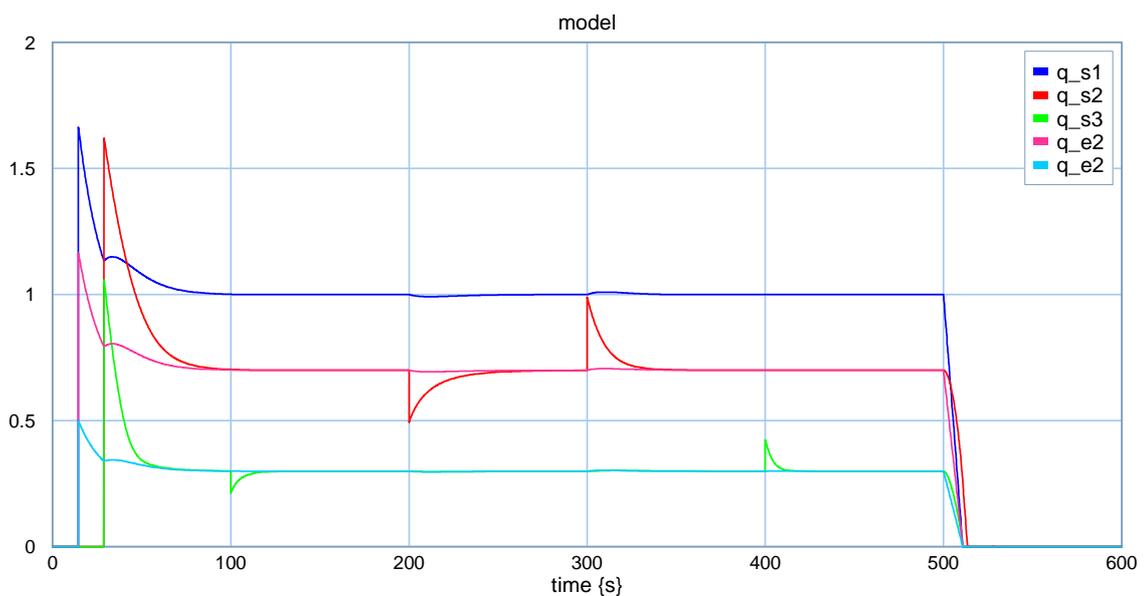


Figure 3.27 Variation des flux des sorties pour un carrefour en Y

Pour les simulations on a estimé que 70% de véhicules sortent par le deuxième tronçon et les 30% véhicules restants sortent par le troisième tronçon. Le débit de sortie du premier tronçon s'obtient en fonction de ce pourcentage ( $c = 0.7$ ) :

$$q_{s1}(t) = k_1 \sqrt{p_1(t) [1 - (cp_2(t) + (1-c)p_3(t))]} \quad (3.73)$$

avec  $p_1(t)$ ,  $p_2(t)$  et  $p_3(t)$  les pressions à l'intérieur du premier, du deuxième et respectivement du troisième tronçon.

### 3.2.2.2 Carrefour en T

Pour l'exemple précédent le cas d'un carrefour sans stockage a été considéré, en supposant qu'il n'existe pas la possibilité d'avoir des véhicules entre les trois tronçons. Pour prendre en compte ce cas aussi, le modèle de la Figure 3.25 a été modifié et le modèle de la Figure 3.28 a été obtenu.

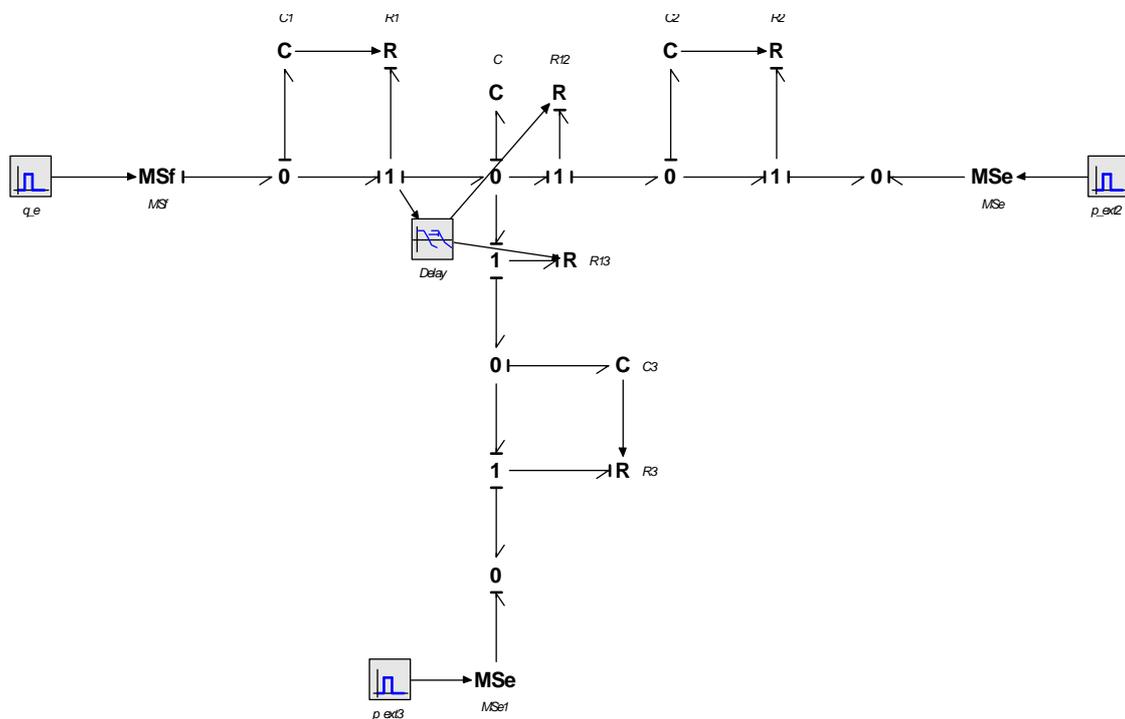


Figure 3.28 Modèle bond graph d'un carrefour en T

L'idée est d'avoir les véhicules qui viennent du premier tronçon passer par un tronçon supplémentaire qui fait la liaison avec les deux autres tronçons. Les débits de sortie de ce tronçon intermédiaire sont influencés par le pourcentage de véhicules estimés aller dans la direction appropriée :

$$\begin{aligned} q_{s12}(t + \tau) &= cq_{s1}(t) \\ q_{s13}(t + \tau) &= (1 - c)q_{s1}(t) \end{aligned} \quad (3.74)$$

où  $\tau$  est une variable qui représente l'intervalle de temps nécessaire pour que les véhicules traversent le carrefour (pour entrer sur le tronçon désiré) et  $c$  est le pourcentage de véhicules estimés aller en face (sur le deuxième tronçon), choisi le même que dans le cas du carrefour en Y ( $c = 0.7$ ). Le débit de la sortie du premier tronçon  $q_{s1}$  est donné par la relation (3.73).

La pression à l'intérieur du tronçon intermédiaire est donnée par l'expression :

$$p(t) = \frac{1}{C_{\text{int}}} \int (q_{s1}(t) - q_{s12}(t) - q_{s13}(t)) \quad (3.75)$$

avec  $C_{\text{int}}$  la capacité de l'intersection.

Les résultats des simulations sont représentés dans la Figure 3.29 et la Figure 3.30. Les hypothèses considérées sont les mêmes que celles dans le cas du carrefour en Y, avec la différence que le tronçon associé à l'intersection a lui-même une capacité  $C_{\text{int}} = 3 \text{ veh}$  (qui correspond à une longueur  $L_{\text{int}} = 15 \text{ m}$ ).

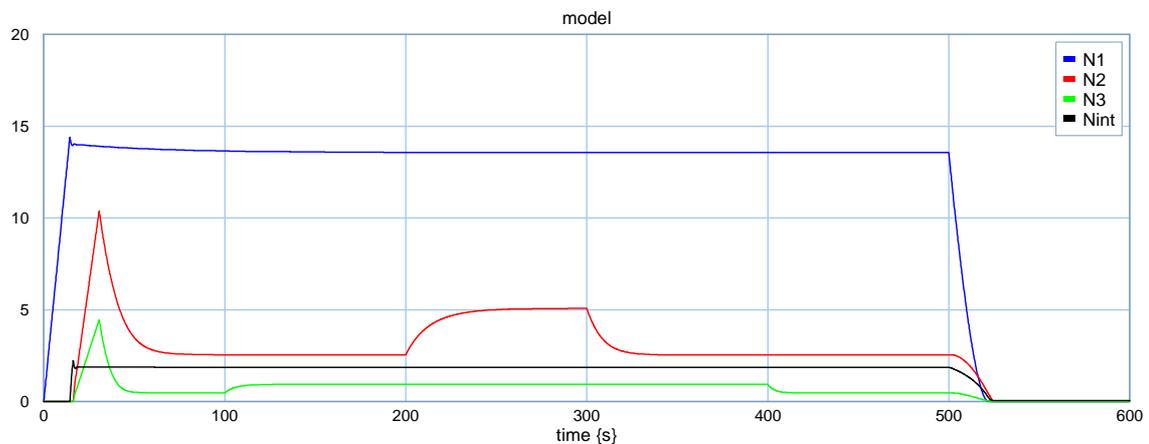


Figure 3.29 Variation du nombre de véhicules pour un carrefour en T

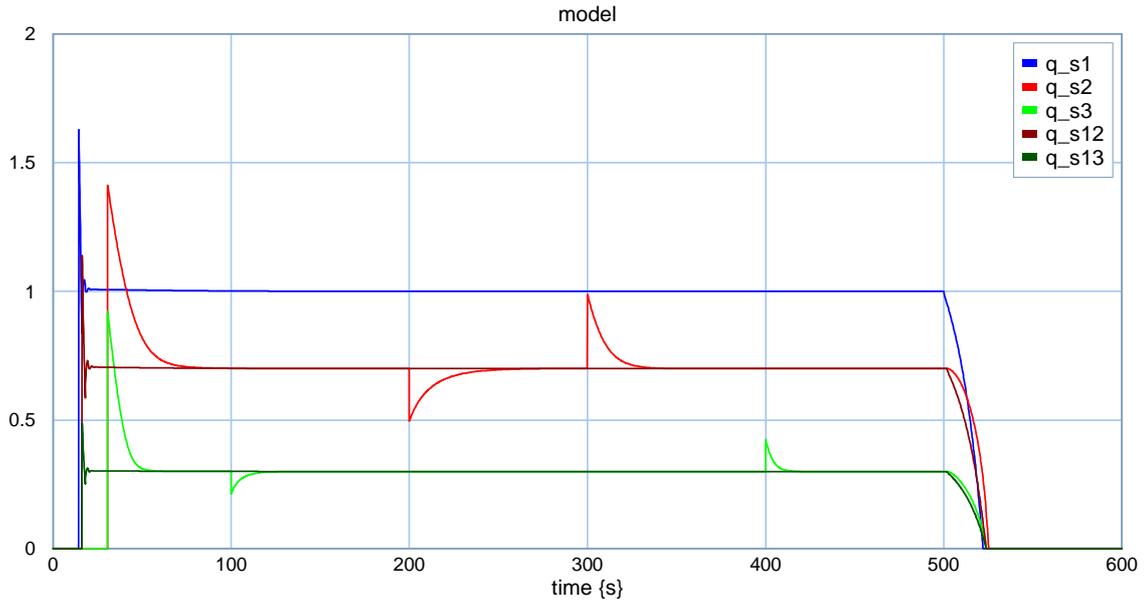


Figure 3.30 Variation des flux des sorties pour un carrefour en T

### 3.2.2.3 Carrefour en croix

A la fois pour le carrefour en Y et pour le carrefour en T les véhicules qui sortent du premier tronçon peuvent aller soit en avant (sur le deuxième tronçon) soit à droite (sur le troisième tronçon). Dans le cas d'un carrefour en croix il y a aussi la possibilité d'aller à gauche. Le modèle bond graph d'un tel carrefour est représenté dans la Figure 3.31.

Les débits de sortie du carrefour sont exprimés en fonction du débit de sortie du premier tronçon par les relations :

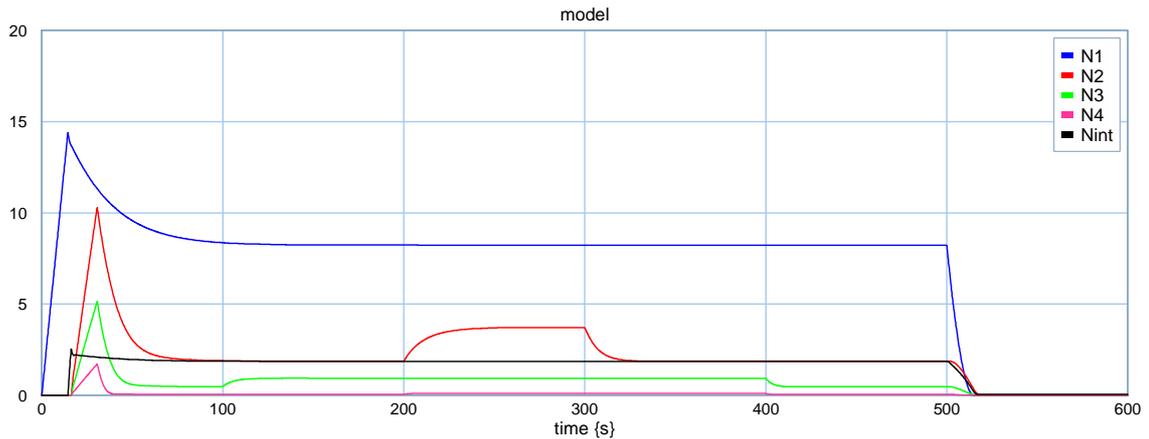
$$\begin{aligned}
 q_{s12}(t + \tau) &= c_{12}q_{s1}(t) \\
 q_{s13}(t + \tau) &= c_{13}q_{s1}(t) \\
 q_{s14}(t + \tau) &= c_{14}q_{s1}(t)
 \end{aligned}
 \tag{3.76}$$

avec  $\tau$  l'intervalle de temps nécessaire pour traverser le carrefour et  $r_{12}$ ,  $r_{13}$ ,  $r_{14}$  les pourcentages de destination, en vérifiant la relation :

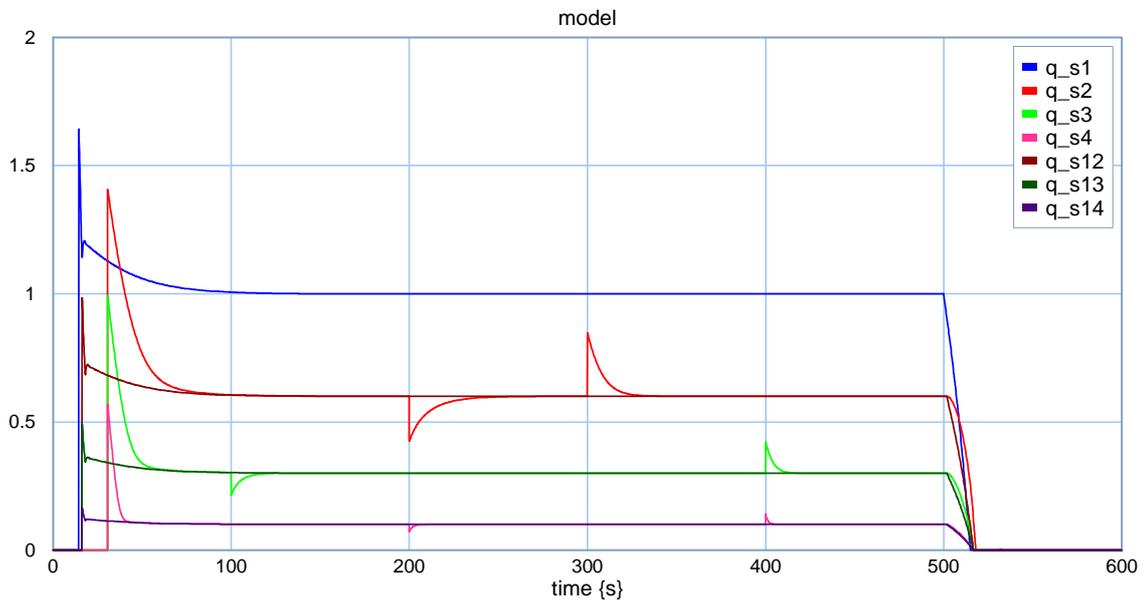
$$\sum_{i=2}^4 c_{1i} = 1
 \tag{3.77}$$



- la sortie du troisième tronçon est perturbée de l'instant  $t = 100\text{ s}$  jusqu'à l'instant  $t = 400\text{ s}$  ( $p_{ext3} = 0.5$ ) ;
- la sortie du quatrième tronçon est perturbée de l'instant  $t = 200\text{ s}$  jusqu'à l'instant  $t = 400\text{ s}$  ( $p_{ext4} = 0.5$ ).



**Figure 3.32** Variation du nombre de véhicules pour un carrefour en croix



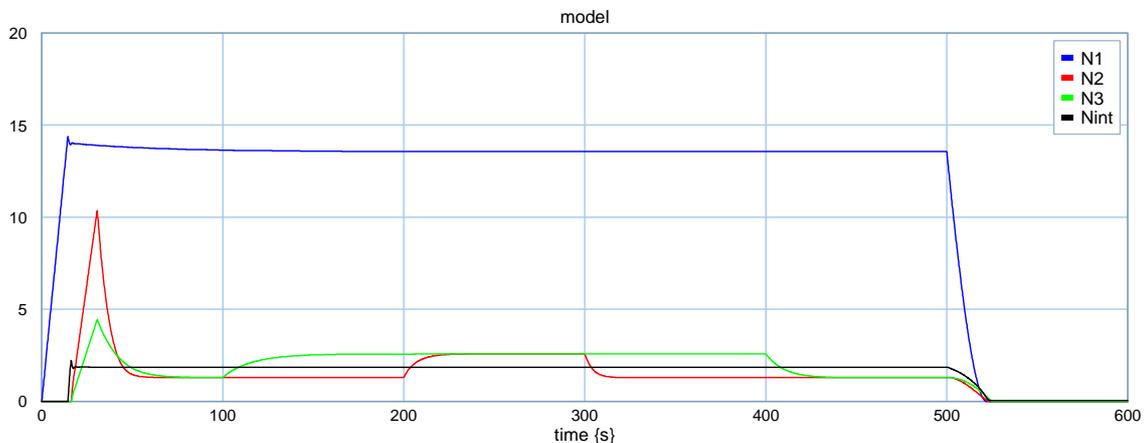
**Figure 3.33** Variation des flux des sorties pour un carrefour en croix

### 3.2.2.4 Variation de la vitesse

Pour les simulations précédentes la vitesse a été considérée constante, égale à une valeur spécifiée ( $v_i = 50 \text{ km/h} \cong 13.89 \text{ m/s}$ ). Pour analyser comment ses variations influencent le comportement du système, le modèle du carrefour de la Figure 3.28 a été utilisé. Les vitesses des deux tronçons de sortie sont considérées différentes par rapport à la vitesse du premier tronçon qui reste la même :

- vitesse du premier tronçon :  $v_1 = 50 \text{ km/h} \cong 13.89 \text{ m/s}$  ;
- vitesse du deuxième tronçon :  $v_2 = 70 \text{ km/h} \cong 19.44 \text{ m/s}$  ;
- vitesse du troisième tronçon :  $v_3 = 30 \text{ km/h} \cong 8.33 \text{ m/s}$  .

La variation du nombre de véhicules obtenu est illustrée dans la Figure 3.34. Sauf la variation des vitesses, les hypothèses sont les mêmes que pour la simulation de la Figure 3.29. On remarque que pour le deuxième tronçon, pour lequel la vitesse a été augmentée, la valeur d'équilibre du nombre de véhicules s'est diminuée, pendant que pour le troisième tronçon, pour lequel la vitesse a été diminuée, la valeur d'équilibre s'est augmentée.



**Figure 3.34** Variation du nombre de véhicules par rapport à la variation de la vitesse pour un carrefour en T

### **3.3 Conclusions**

Dans ce chapitre le modèle d'un élément routier a été analysé pour différentes situations rencontrées dans le milieu urbain. Ainsi nous sommes parti d'un élément routier simple et nous sommes arrivé à analyser l'influence de perturbations extérieures, ainsi que le cas d'accumulation de véhicules. De la connexion de ces éléments, il résulte le modèle plus complexe d'un tronçon routier ; ce dernier est l'objet d'intérêt pour le cas du trafic routier au niveau urbain.

Une région urbaine est composée de plusieurs tronçons liés l'un à l'autre. Le tronçon à son tour est composé de plusieurs éléments routiers. Cette division est appliquée dans le cas où la longueur du tronçon est très grande. Pour faciliter la modélisation, le tronçon est divisé dans plusieurs parties. La connexion de tronçons est réalisée par des intersections. Pour le cas d'une connexion par intersection, les principaux types de carrefours sont décrits.

Ce chapitre à présenter et décrit des modèles qui peuvent être utilisés pour décrire le trafic routier en milieu urbain. Basé sur ces modèles le chapitre suivant proposera des algorithmes de commande pour assurer la fluidité du trafic.

## **Chapitre IV**

### **Commande des tronçons routiers**

## 4 Commande des tronçons routiers

Les chapitres 2 et 3 ont présenté différentes modalités de représentation d'un tronçon routier et la modélisation de différents types d'éléments routiers. Dès qu'on a obtenu un modèle l'étape suivante est de trouver un contrôleur qui peut assurer certaines performances pour le tronçon routier. Dans cette perspective, l'objectif de ce chapitre est de proposer et de présenter différentes méthodes et algorithmes pour contrôler un ou plusieurs tronçons ou éléments routiers.

### 4.1 Paramètres et variables d'intérêt

Pour débiter, un élément routier est considéré seulement avec ses connexions avec les éléments du trafic situés en aval et en amont. La représentation est illustrée dans la Figure 4.1, où le tronçon analysé est le  $i$ -ième élément routier, encadré par les éléments  $i-1$  et  $i+1$ .

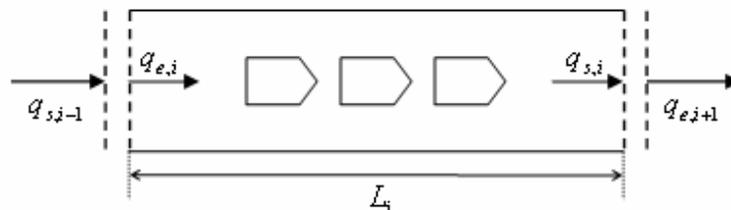


Figure 4.1 Représentation d'un élément routier

#### 4.1.1 Paramètres et variables d'entrée

Les paramètres d'entrées représentent des caractéristiques constantes du tronçon soit:

- la longueur du tronçon :  $L$ , qui détermine aussi sa capacité :  $C_i$  ;
- le rapport qui détermine la consigne de la variable commandée :  $r$ , et qui sera détaillé dans le paragraphe 3.1.2.

Aussi, il y a deux variables d'entrée supposées connues :

- le débit de sortie d'élément routier précédent :  $q_{s,i-1}[k]$  ;
- la pression extérieure d'élément routier courant :  $p_{ext,i}[k]$ .

La valeur du débit de l'élément précédent  $q_{s,i-1}[k]$  est utilisée pour déterminer la valeur du débit d'entrée de l'élément courant,  $q_{e,i}[k]$ . Le débit d'entrée est choisi comme le minimum entre le débit qui peut sortir de l'élément précédent et le débit maximal qui peut entrer dans l'élément courant :

$$q_{e,i}[k] = \min(q_{s,i-1}[k], \max(q_{e,i}[k])) \quad (4.1)$$

L'expression du débit routier à l'intérieur du tronçon est :

$$q_i[k] = q_{e,i}[k] - q_{s,i}[k] \quad (4.2)$$

Basé sur le diagramme fondamental du trafic (paragraphe 2.1.2) le débit routier est une grandeur bornée :

$$0 \leq q_i[k] \leq q_{\max,i} \quad (4.3)$$

où :

$$q_{\max,i} = \rho_{cr} v_l, \quad (4.4)$$

avec  $\rho_{cr}$  la densité critique et  $v_l$  la vitesse libre. Des relations (4.2) et (4.3) s'obtient la limite supérieure du débit d'entrée :

$$\max(q_{e,i}[k]) = q_{\max,i} + q_{s,i}[k] \quad (4.5)$$

La valeur de la pression extérieure de l'élément routier courant, est complètement déterminée par la pression intérieure du prochain élément routier. Plus précisément, les deux ont la même grandeur :

$$p_{ext,i}[k] \equiv p_{i+1}[k] \quad (4.6)$$

#### 4.1.2 Variables commandées et de commande

L'algorithme qui sera mis en place s'occupe de l'asservissement du nombre de véhicules sur le tronçon routier. Donc la variable de sortie (commandée) est représentée par  $N_i[k]$ .

Il reste à fixer le consigne  $N_{ref,i}$ , qui est choisie comme un rapport  $r$  de la valeur critique du nombre de véhicules  $N_{cr,i}$  :

$$N_{ref,i} = rN_{cr,i} \quad (4.7)$$

Pour l'instant la valeur de ce rapport est considérée constante ( $r = 3/4$ ), mais elle peut varier d'un tronçon à l'autre. Cette valeur est très importante parce que la décision de garder, diminuer ou augmenter la valeur de la vitesse libre sur le tronçon sera prise en fonction d'elle. Ce sujet sera développé dans le paragraphe 4.5.

Dans le paragraphe 2.1.2 nous avons montré que la vitesse du trafic dépend de la densité routière de sorte qu'en fonction du régime du trafic (libre ou congestionné) nous avons soit une valeur constante (pour le régime libre) soit une valeur décroissante (pour le régime congestionné).

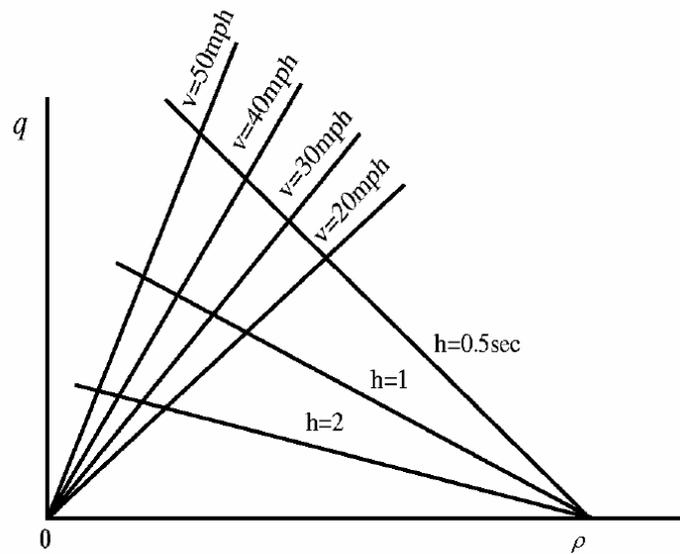
La valeur de  $N_{cr,i}$  s'obtient à partir de la valeur de densité critique  $\rho_{cr,i}$  :

$$N_{cr,i} = C_i \rho_{cr,i} \quad (4.8)$$

Pour avoir la valeur de  $\rho_{cr,i}$  il est nécessaire de connaître bien la dépendance donnée par le diagramme fondamental du trafic, particularisé pour le tronçon analysé. Le diagramme fondamental n'est pas une dépendance constante, il varie en fonction de différents paramètres du trafic. Dans la Figure 4.2 les variations du diagramme fondamental sont représentées en fonction de la valeur de la vitesse libre et de la valeur du temps entre les véhicules (déterminée par la distance entre les véhicules [Forbes, 1963]). Nous avons déjà fixé la longueur moyenne d'un véhicule, donc on considère le second paramètre mentionné constant. Il reste seulement la valeur de la vitesse libre qui va influencer le diagramme, et donc la valeur de la densité critique.

Dans la Figure 4.2, on observe que si la valeur de la vitesse libre diminue la valeur de la densité critique augmente. Donc entre la densité critique et la vitesse libre il y a une dépendance inversement proportionnelle. Pour mettre en évidence cette dépendance, la relation (4.8) peut être réécrite de la façon suivante :

$$N_{cr,i}[k] = C_i \cdot \rho_{cr,i}(v_{l,i}) \quad (4.9)$$



**Figure 4.2 Diagramme fondamental pour différentes variations de paramètres [Forbes, 1963]**

En ce qui concerne la variable de commande le débit d'entrée a été choisi. Dans ce contexte l'algorithme de commande a le rôle d'établir pour ce débit une valeur qui assure le nombre désiré de véhicules sur le tronçon.

Mais comme nous avons déjà une valeur pour le débit d'entrée, donnée par la relation (4.1), la valeur finale du débit d'entrée sera déterminée comme le minimum de trois valeurs :

$$q_{e,i}[k] = \min(q_{s,i-1}[k], \max(q_{e,i}[k]), q_{e,i}^u[k]) \quad (4.10)$$

où  $q_{e,i}^u[k]$  est la commande donnée par l'algorithme de commande.

### 4.1.3 Perturbations

Les perturbations qui affectent le tronçon routier sont déterminées par les variations du débit de sortie  $q_{s,i}[k]$ . A partir de la modélisation de chapitre 2, le débit de sortie est donné par l'expression :

$$q_{s,i}[k] = \lambda_i \frac{v_{m,i}[k]}{l_{veh}} \sqrt{p_i[k](1 - p_{ext,i}[k])} \quad (4.11)$$

où :

- $\lambda_i$  est le nombre de voies du tronçon  $i$  ;
- $v_{m,i}[k]$  est la vitesse moyenne sur le tronçon  $i$  ;
- $l_{veh}$  est la longueur moyenne d'un véhicule ;
- $p_i[k]$  est la pression intérieure du tronçon  $i$  ;
- $p_{ext,i}[k]$  est la pression extérieure du tronçon  $i$ .

Pour réduire la complexité, le nombre de voies de chaque tronçon a été supposé égal à 1. En plus, la longueur moyenne d'un véhicule a été estimée à  $l_{veh} \approx 5m$ . Dans ces hypothèses la relation (4.11) devient :

$$q_{s,i}[k] = \frac{v_{m,i}[k]}{5} \sqrt{p_i[k](1 - p_{ext,i}[k])} \quad (4.12)$$

La vitesse moyenne, comme elle a été définie dans le paragraphe 2.1.2, peut être considérée constante et égale à la vitesse libre pour le régime d'écoulement libre. A noter que le régime d'écoulement libre est valable seulement si la valeur de la densité du tronçon est inférieure à la valeur critique de la densité du tronçon :

$$\rho_i[k] \leq \rho_{cr,i} \quad (4.13)$$

Si la relation (4.13) est vérifiée, le débit de sortie peut s'écrire :

$$q_{s,i}[k] = \frac{v_{l,i}[k]}{5} \sqrt{p_i[k](1 - p_{ext,i}[k])} \quad (4.14)$$

De la définition de la pression routière :

$$p_i[k] = \frac{N_i[k]}{C_i} \quad (4.15)$$

et compte tenu de la relation (4.6) le débit de sortie du tronçon  $i$  a l'expression :

$$q_{s,i}[k] = \frac{v_{l,i}[k]}{5} \sqrt{\frac{N_i[k]}{C_i} \left(1 - \frac{N_{i+1}[k]}{C_{i+1}}\right)}. \quad (4.16)$$

## 4.2 Algorithmes de commande

A partir des variables décrites dans le premier paragraphe, un algorithme de contrôle peut être mis en place. Pour vérifier que les performances imposées sont réalisées une analyse du comportement d'un élément routier en boucle fermée est nécessaire.

### 4.2.1 Evaluation du modèle d'un élément routier

Dans le chapitre 3 nous avons obtenu plusieurs types de modèles d'un élément routier en fonction des hypothèses considérées pour le tronçon. A partir de la description de l'élément routier de la Figure 4.1, on le considère soit comme un élément routier sans accumulation de véhicules soit comme un élément routier avec accumulation de véhicules. Dans le premier cas nous étudions deux situations possibles ayant chacune son modèle associé :

- élément routier long sans restrictions à la sortie (pression extérieure nulle);
- élément routier long avec restrictions à la sortie (pression extérieure variable).

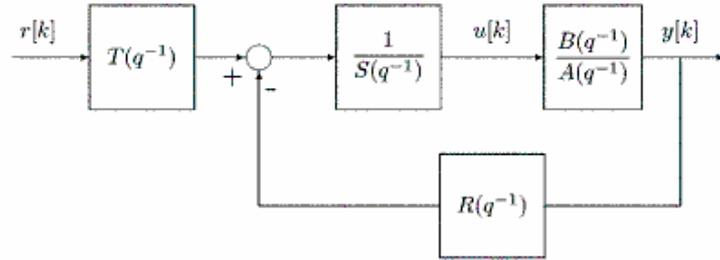
Les modèles dynamiques pour ces deux cas sont donnés par les relations (3.28) et (3.41) du chapitre 3. Le modèle dynamique pour le cas d'un élément avec accumulation de véhicules est donné par la relation (3.61). S'il n'existe pas d'accumulation de véhicules dans le tronçon et les véhicules se déplacent librement, nous sommes intéressé à contrôler le nombre de véhicules sur le tronçon. Dans le cas où il existe une accumulation de véhicules dans le tronçon, nous sommes intéressé à contrôler la longueur de la queue de véhicules.

### 4.2.2 Conception de la commande

Pour l'asservissement de la commande d'un élément routier, nous proposons un contrôleur numérique de type RST. Un tel contrôleur est donné par la paire de polynômes  $R(z^{-1})$ ,  $S(z^{-1})$  et  $T(z^{-1})$ , d'où son nom. Les polynômes  $R(z^{-1})$ ,  $S(z^{-1})$  et  $T(z^{-1})$ , qui composent la commande donnée par le contrôleur, sont de la forme :

$$\begin{aligned}
R(z^{-1}) &= r_0 + r_1 z^{-1} + r_2 z^{-2} + \dots + r_{n_R} z^{-n_R} \\
S(z^{-1}) &= 1 + s_1 z^{-1} + s_2 z^{-2} + \dots + s_{n_S} z^{-n_S} \\
T(z^{-1}) &= t_0 + t_1 z^{-1} + t_2 z^{-2} + \dots + t_{n_T} z^{-n_T}
\end{aligned} \tag{4.17}$$

avec  $n_R$ ,  $n_S$  et  $n_T$  leurs degrés. La structure de contrôle est illustrée dans la Figure 4.3.



**Figure 4.3 Contrôleur RST**

Le modèle (discret) du processus contrôlé est donné par les polynômes  $A(z^{-1})$  et  $B(z^{-1})$  :

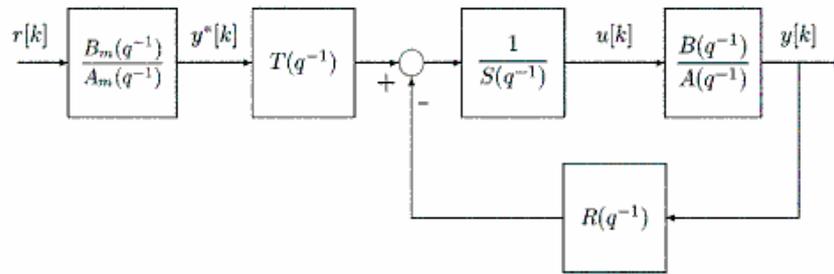
$$\begin{aligned}
B(z^{-1}) &= b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_{n_B} z^{-n_B} \\
A(z^{-1}) &= 1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_{n_A} z^{-n_A}
\end{aligned} \tag{4.18}$$

La fonction du système en boucle fermée a l'expression :

$$H_{BF}(z^{-1}) = \frac{B(z^{-1})T(z^{-1})}{A(z^{-1})S(z^{-1}) + B(z^{-1})R(z^{-1})} \tag{4.19}$$

La structure de la Figure 4.3 peut être améliorée avec un bloc supplémentaire (générateur de trajectoire), pour construire un système avec des performances indépendantes en surveillance (changement de la référence) et contrôle (rejet de perturbations). Dans ce cas, une trajectoire de référence est construite avec le générateur déterminé par les polynômes  $A_m(z^{-1})$  et  $B_m(z^{-1})$ , comme illustré dans la Figure 4.4, où :

$$\begin{aligned}
B_m(z^{-1}) &= b_{m0} + b_{m1} z^{-1} + b_{m2} z^{-2} + \dots + b_{n_{Bm}} z^{-n_{Bm}} \\
A_m(z^{-1}) &= 1 + a_{m1} z^{-1} + a_{m2} z^{-2} + \dots + a_{n_{Am}} z^{-n_{Am}}
\end{aligned} \tag{4.20}$$



**Figure 4.4 Contrôleur RST avec générateur de trajectoire**

Grâce à cette amélioration, la fonction de transfert globale du système en boucle fermée est exprimée par la relation :

$$H_{BF}'(z^{-1}) = \frac{B_m(z^{-1})B(z^{-1})T(z^{-1})}{A_m(z^{-1})(A(z^{-1})S(z^{-1}) + B(z^{-1})R(z^{-1}))} \quad (4.21)$$

A partir des performances imposées au système en boucle fermée nous obtenons le polynôme caractéristique :

$$P(z^{-1}) = p_0 + p_1 z^{-1} + p_2 z^{-2} + \dots + p_{n_p} z^{-n_p} \quad (4.22)$$

Les performances désirées/imposées sont exprimées par des indicateurs de performance tels que le dépassement  $\sigma$  et le temps de réponse  $t_r$ . En fonction de ces variables la fonction de transfert en boucle fermée exprimée en temps continu s'écrit :

$$H_{BF,i}(s) = K_{BF} \frac{\omega_0^2}{s^2 + 2\zeta\omega_0 s + \omega_0^2} \quad (4.23)$$

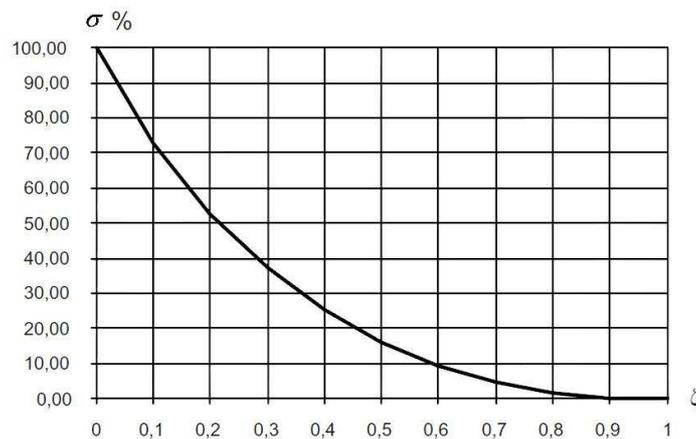
où :

- $K_{BF}$  est le gain statique du système en boucle fermée;
- $\omega_0$  est la pulsation naturelle du système;
- $\zeta$  est le facteur d'amortissement du système.

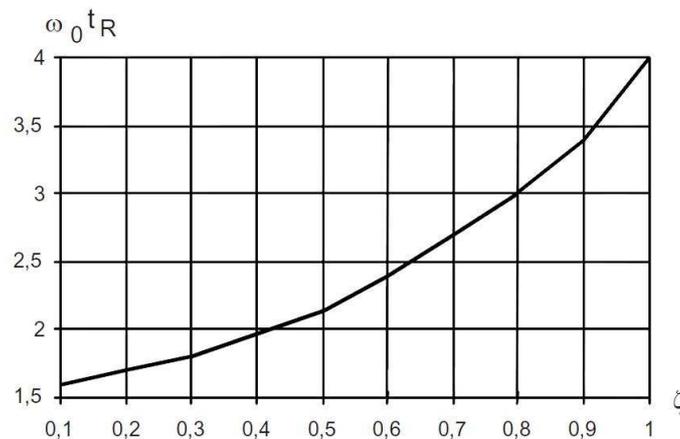
A mentionner que le degré relatif (l'écart entre le degré du dénominateur et celui du numérateur) de la fonction du transfert imposée au système en boucle fermée doit être égal ou supérieur au degré relatif de la fonction de transfert du procédé.

En général, on désire un gain unitaire pour la boucle fermée, donc  $K_{BF} = 1$ . Le facteur d'amortissement est déterminé en fonction du dépassement imposé au système en boucle fermée ; la relation entre ces deux grandeurs est représentée dans la Figure 4.5. Dès qu'on connaît la valeur du facteur d'amortissement du système, basé sur la valeur imposée au temps de réponse, on obtient la valeur de la pulsation naturelle du système ; la relation entre les grandeurs mentionnées est illustrée dans la Figure 4.6.

En connaissant les valeurs du facteur d'amortissement et de la pulsation naturelle, le polynôme caractéristique est complètement déterminé. Même si le polynôme caractéristique est déterminé en continu, avec un bloquer d'ordre zéro l'équivalent discret est obtenu.



**Figure 4.5** Dépendance entre le dépassement et le facteur d'amortissement d'un système de deuxième ordre [Landau, 2006]



**Figure 4.6** Dépendance entre le temps de réponse et le facteur d'amortissement d'un système de deuxième ordre [Landau, 2006]

En imposant au système en boucle fermée le polynôme de (4.22), l'égalité suivante doit être vérifiée :

$$A(z^{-1})S(z^{-1}) + B(z^{-1})R(z^{-1}) = P(z^{-1}) \quad (4.24)$$

égalité qui nous permet d'obtenir les valeurs de coefficients (inconnus) de polynômes  $R(z^{-1})$  et  $S(z^{-1})$ .

L'équation polynomiale de (4.24), appelé aussi « équation de Bézout », a une solution unique de degré minimal (en supposant que les polynômes  $A(z^{-1})$  et  $B(z^{-1})$  n'ont pas des facteurs communs) si les conditions suivantes sont satisfaites :

$$\begin{aligned} \text{degre } P(z^{-1}) &\leq \text{degre } A(z^{-1}) + \text{degre } B(z^{-1}) - 1 \\ \text{degre } S(z^{-1}) &= \text{degre } B(z^{-1}) - 1 \\ \text{degre } R(z^{-1}) &= \text{degre } A(z^{-1}) - 1 \end{aligned} \quad (4.25)$$

Dès qu'on a établi les degrés des polynômes  $R(z^{-1})$ ,  $S(z^{-1})$  et  $P(z^{-1})$ , donc leurs formes, pour résoudre l'équation de Bézout, on la met sous la forme matricielle :

$$Mx = p \quad (4.26)$$

où  $x^T = [1 \quad s_1 \quad \dots \quad s_{n_B-1} \quad r_0 \quad r_1 \quad \dots \quad r_{n_A-1}]$ ,  $p^T = [p_0 \quad p_1 \quad \dots \quad p_{n_A+n_B-1}]$  et  $M$  est la matrice de Sylvester, de dimension  $(n_A + n_B) \times (n_A + n_B)$ , associée aux polynômes  $A(z^{-1})$  et  $B(z^{-1})$ . Les polynômes  $A(z^{-1})$  et  $B(z^{-1})$  étant premiers entre eux, il est bien connu que cette matrice est inversable. La solution de l'équation (4.24) représente les valeurs de coefficients de  $R(z^{-1})$  et  $S(z^{-1})$ .

Il reste à déterminer le polynôme  $T(z^{-1})$ , pour lequel on utilise la relation :

$$T(z^{-1}) = \begin{cases} \frac{P(z^{-1})}{B(1)}, & \text{si } B(1) \neq 0 \\ P(z^{-1}), & \text{si } B(1) = 0 \end{cases} \quad (4.27)$$

Ainsi, le contrôleur RST est complètement déterminé.

### 4.2.3 Commande d'un élément routier

Pour simuler le comportement des éléments routiers et vérifier la commande proposée nous avons besoin de connaître leurs paramètres. A cet effet on considère les valeurs :

- longueur du tronçon :  $L = 200\text{ m}$  ;
- vitesse libre :  $v_l = 50\text{ km/h} \cong 13.89\text{ m/s}$  ;
- nombre de véhicules de référence :  $N_0 = 5.183\text{ veh}$  ;

#### 4.2.3.1 Élément routier linéarisé

Le comportement d'un élément routier long est décrit par la fonction de transfert :

$$F_{1,i}(z^{-1}) = \frac{b_{1,i}}{1 + a_{1,i}z^{-1}} \quad (4.28)$$

ayant comme variable de sortie le nombre de véhicules sur le tronçon et comme variable d'entrée le débit d'entrée du tronçon :

$$\begin{aligned} y_i[k] &= N_i[k] \\ u_i[k] &= q_{e,i}[k] \end{aligned} \quad (4.29)$$

Les paramètres de la fonction de transfert de (4.28) sont donnés par les expressions :

$$\begin{aligned} a_{1,i} &= -e^{-T_e \frac{q_{i0}}{2N_{i0}}} \\ b_{1,i} &= \frac{2N_{i0}}{q_{i0}} \left( 1 - e^{-T_e \frac{q_{i0}}{2N_{i0}}} \right) \end{aligned} \quad (4.30)$$

avec  $p_{i0}$  et  $q_{i0}$  des valeurs en régime stationnaire. Le procédé est considéré linéarisé autour d'un point de fonctionnement, caractérisé par le débit d'entrée  $q_{i0}$ .

Pour un élément routier long nous avons obtenu la fonction de transfert :

$$F_1(z^{-1}) = \frac{0.953z^{-1}}{1-0.908z^{-1}} \quad (4.31)$$

Comme performances du système en boucle fermée on a imposé :

- dépassement zéro ( $\sigma = 0\%$ ) ;
- temps de réponse de 10 secondes ( $t_r = 10$ ).

De la Figure 4.5, pour avoir un dépassement zéro, donc une réponse aperiodique, il résulte un facteur d'amortissement unitaire :  $\zeta = 1$ . Pour ce facteur d'amortissement, de la Figure 4.6 il résulte  $\omega_0 t_r \cong 4$ , qui, pour le temps de réponse imposé, mène à la valeur unitaire de la pulsation naturelle :  $\omega_0 = 0.4 \text{ rad / s}$ .

Pour les valeurs précédentes, le générateur de trajectoire s'écrit :

$$\frac{B_m(z^{-1})}{A_m(z^{-1})} = \frac{0.061552 + 0.047137z^{-1}}{1 - 1.34064z^{-1} + 0.449329z^{-2}} \quad (4.32)$$

Le polynôme caractéristique est le dénominateur de (4.32).

Les valeurs obtenues pour les paramètres du contrôleur sont les suivantes :

$$\begin{aligned} R(z^{-1}) &= 0.595341 - 0.481292z^{-1} \\ S(z^{-1}) &= 1 - z^{-1} \\ T(z^{-1}) &= 1.049318 - 1.406758z^{-1} + 0.471489z^{-2} \end{aligned} \quad (4.33)$$

La simulation du système en boucle fermée, réalisée en Matlab/Simulink (voir la Figure 4.7), donne pour une entrée égale à une variation de 10% de la valeur de référence du nombre de véhicules ( $\Delta N = 0.517 \text{ veh}$ ) la réponse illustrée dans la Figure 4.8. La variation de l'entrée est appliquée à l'instant  $t = 30 \text{ sec}$ . La commande associée est illustrée dans la Figure 4.9 ; on remarque une augmentation initiale du débit d'entrée pour justifier l'augmentation du nombre de véhicules. A noter aussi que les variations du débit d'entrée ne dépassent pas 10% de la valeur de référence considérée ( $q_0 = 1 \text{ veh/sec}$ ).

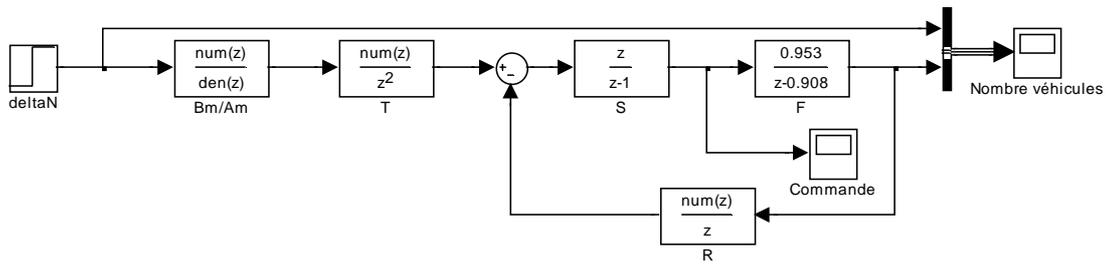


Figure 4.7 Système linéarisé en boucle fermée

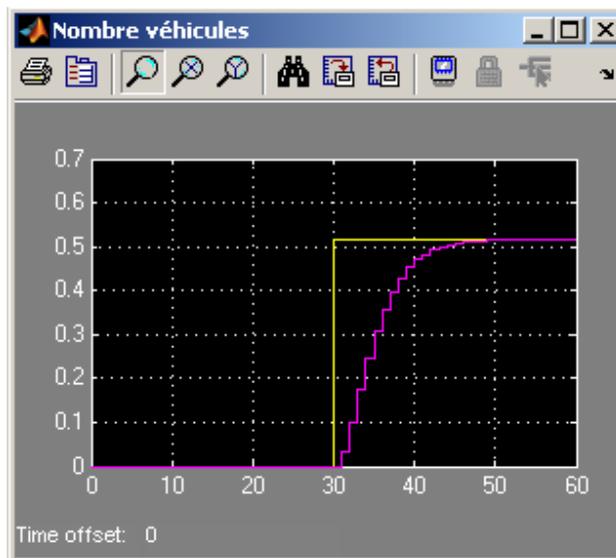


Figure 4.8 Sortie du système linéarisé en boucle fermée (jaune – consigne, rose – sortie)



Figure 4.9 Commande du système linéarisé en boucle fermée

### 4.2.3.2 Élément routier non linéaire

Ayant simulé le système linéarisé, il reste à analyser la réponse du système non linéaire et à comparer avec la réponse obtenue dans le cas linéarisé. Le schéma de Matlab/Simulink de la superposition du modèle non linéaire et du modèle linéarisé est illustré dans la Figure 4.10. La consigne est obtenue par l'addition de la valeur nominale du nombre de véhicules à la variation utilisée dans le cas linéarisé. Les signaux de sortie obtenus sont représentés dans la Figure 4.11. On remarque que la réponse du modèle non linéaire a une dynamique semblable à celle du modèle linéarisé, sans la partie initiale qui correspond au régime transitoire. Dès que le système arrive au régime stationnaire l'erreur entre les deux devient négligeable.

Dans la Figure 4.12 est représentée la superposition des commandes appliquées au système linéarisé et au système non linéaire. A la commande du système linéarisé on ajoute la valeur de référence du débit d'entrée ( $q_0 = 1 \text{ veh/sec}$ ). On remarque que sans la partie du régime transitoire la commande est la même dans les deux cas.

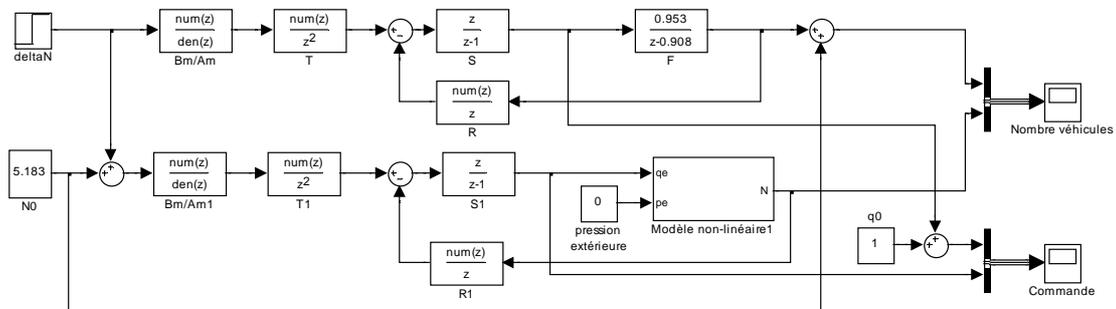


Figure 4.10 Superposition des systèmes linéarisé et non linéaire en boucle fermée

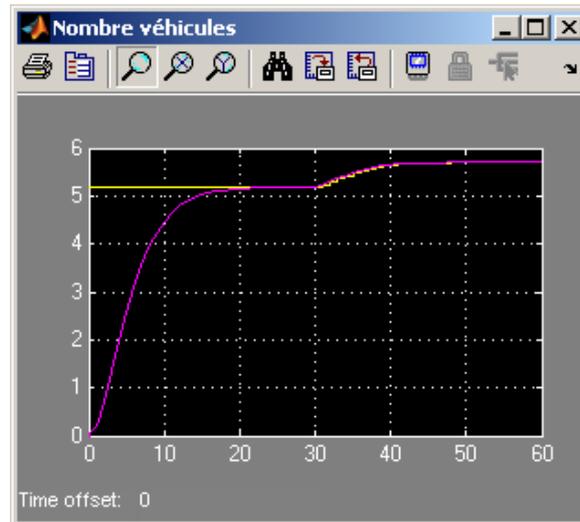


Figure 4.11 Sortie des systèmes linéarisé et non linéaire en boucle fermée (*jaune – linéarisé, rose – non linéaire*)

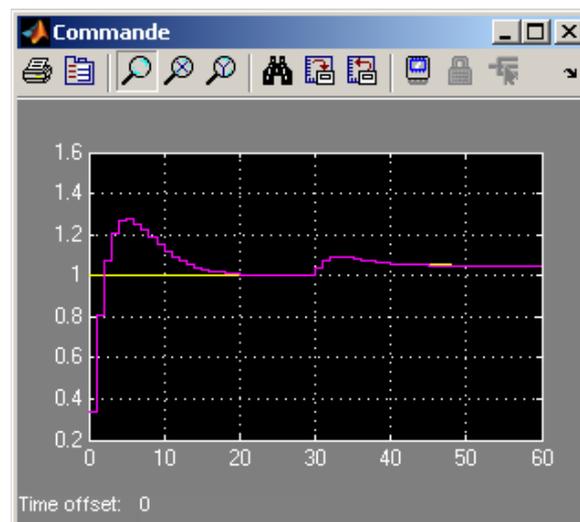


Figure 4.12 Superposition de la commande (*jaune – linéarisé, rose – non linéaire*)

#### 4.2.4 Commande d'un tronçon routier

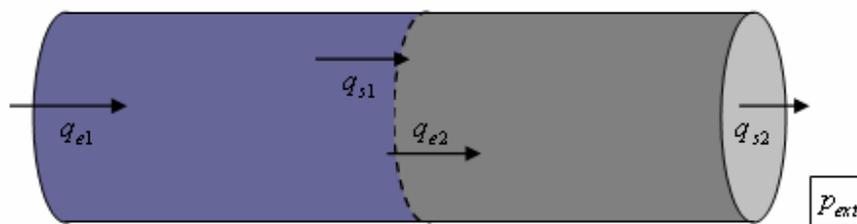
Dans les paragraphes précédents nous avons vu comment se comportent les éléments routiers en boucle fermée. Mais un réseau routier urbain est composé de nombreux éléments semblables connectés les uns aux autres. La connexion peut être directe ou par une intersection, comme présenté dans le chapitre 2. Cela soulève la question de l'analyse du comportement de

plusieurs éléments routiers connectés, plus précisément l'analyse de la commande de plusieurs tronçons en boucle fermée.

Quand le modèle dynamique d'un élément routier a été développé dans le chapitre 3, les situations suivantes ont été mises en évidence :

- élément routier avec véhicules en déplacement;
- élément routier avec accumulation de véhicules.

Si on considère la connexion de ces deux types d'éléments routiers, il résulte le modèle composé d'un tronçon routier. Dans la Figure 4.13 est illustrée la connexion d'un élément routier qui correspond au premier cas suivi par un élément routier qui correspond au deuxième cas. Les véhicules qui se déplacent sur le premier élément, entrent dans le deuxième élément et s'ajoutent à la queue de véhicules qui le constitue.



**Figure 4.13 Connexion de deux tronçons**

Pour le premier élément routier (avec véhicules en déplacement) dans le chapitre 3 nous avons analysé la situation où il y a des perturbations extérieures et la situation où il n'y a pas des perturbations extérieures. Dans la connexion considérée il est évident que le premier cas est valable ; la perturbation extérieure du premier tronçon est donnée par la pression routière à l'intérieur du deuxième tronçon.

Des relations (3.41) et (3.42) du paragraphe 3.1.2.3, le comportement du premier tronçon est décrit par les fonctions de transfert :

$$F_{11}(s) = \frac{k_{11}}{\tau_1 s + 1} \tag{4.34}$$

$$F_{12}(s) = \frac{k_{12}}{\tau_1 s + 1}$$

avec les expressions de paramètres :

$$\begin{aligned}\tau_1 &= \frac{2N_{10}}{q_0} \\ k_{11} &= \frac{2N_{10}}{q_0} \\ k_{12} &= \frac{N_{10}}{1 - p_{exr1,0}}\end{aligned}\quad (4.35)$$

Des relations (3.61) et (3.62) du paragraphe 3.1.2.4, le comportement du deuxième tronçon est décrit par la fonction de transfert :

$$F_2(s) = \frac{k_2}{\tau_2 s + 1} \quad (4.36)$$

avec les expressions de paramètres :

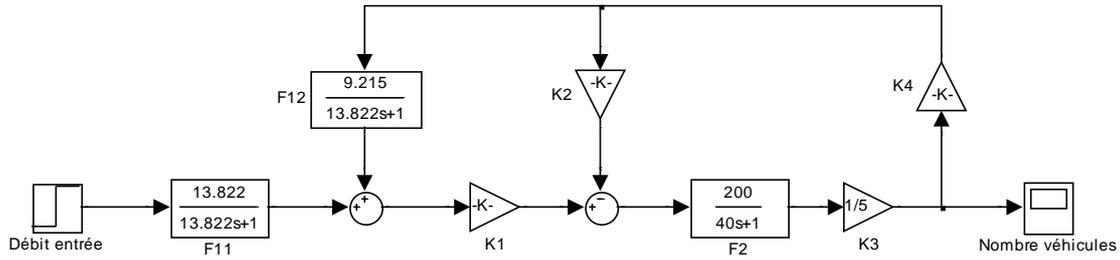
$$\begin{aligned}\tau_2 &= \frac{2l_{q0}}{l_{veh} q_0} \\ k_2 &= \frac{2l_{q0}}{q_0}\end{aligned}\quad (4.37)$$

Pour le modèle composé des deux tronçons la variable de sortie est le nombre de véhicules sur le deuxième tronçon et la variable d'entrée est le débit d'entrée du premier tronçon :

$$\begin{aligned}y[k] &= N_2[k] \\ u[k] &= q_{e,1}[k]\end{aligned}\quad (4.38)$$

L'objectif de la commande est d'ajuster le débit d'entrée du premier tronçon pour que le nombre de véhicules du deuxième tronçon reste inférieur à une valeur de référence.

La représentation en Matlab/Simulink du tronçon composé est illustrée dans la Figure 4.14. En plus de fonctions de transfert mentionnées dans les relations (4.34) et (4.36), il y a des gains qui permettent de faire la connexion entre les variables correspondantes de chaque élément routier.



**Figure 4.14** Modèle composé de la connexion de deux éléments routiers

Des relations (3.35) et (3.39) nous avons l'expression du débit de sortie du premier élément routier en fonction du nombre de véhicules sur cet élément et la pression à l'intérieur de l'élément suivant :

$$\Delta q_{s1}(t) = \frac{q_0}{2N_{10}} \Delta N_1(t) - \frac{q_0}{2(1-p_{ext1,0})} \Delta p_{ext1}(t) \quad (4.39)$$

Des relations (3.48) et (3.56) nous avons l'expression du débit de sortie du deuxième élément en fonction du nombre de véhicules dans la queue :

$$\Delta q_{s2}(t) = \frac{q_0 l_{veh}}{2l_{q0}} \Delta N_2(t) \quad (4.40)$$

Si nous sommes intéressé à connecter un autre élément à la sortie du deuxième élément, à l'expression ci-dessus s'ajoute l'influence de la pression à l'intérieur de l'élément qui s'ajoute.

Des relations précédentes, les gains utilisés sont :

$$\begin{aligned} K_1 &= \frac{q_0}{2N_{10}} \\ K_2 &= \frac{q_0}{2(1-p_{ext1,0})} \\ K_3 &= \frac{1}{l_{veh}} \\ K_4 &= \frac{1}{C_2} \end{aligned} \quad (4.41)$$

La fonction de transfert équivalente d'un tronçon composé de deux éléments routiers est de la forme :

$$F_{t2er}(s) = \frac{b_0}{a_2 s^2 + a_1 s + a_0} \quad (4.42)$$

avec les expressions de paramètres :

$$\begin{aligned} b_0 &= 2l_{q0}q_0 \\ a_2 &= 4l_{q0}N_{10} \\ a_1 &= 2q_0 \left( l_{q0} + l_{veh}N_{10} + \frac{l_{q0}N_{10}}{1 - p_{ext,0}} \right) \\ a_0 &= l_{veh}(q_0)^2 \end{aligned} \quad (4.43)$$

Pour les valeurs de paramètres :

- longueur de chaque élément :  $L_1 = L_2 = L = 200$  m ;
- longueur moyenne d'un véhicule :  $l_{veh} = 5$  m ;
- débit d'entrée pour le premier élément :  $q_0 = 1$  veh/sec
- référence du nombre de véhicules pour le premier élément :  $N_0 = 10.37$  veh ;
- référence de la longueur de la queue de véhicules pour le deuxième élément :  $l_{q0} = 100$  m ;
- pression extérieure du premier élément en régime stationnaire :  $p_{ext,0} = 0.5$ ,

la fonction de transfert de (4.42) devient :

$$F_{t2er}(s) = \frac{2}{41.48s^2 + 44.517s + 1} \quad (4.44)$$

Pour une période d'échantillonnage unitaire il résulte :

$$F_{t2er}(z^{-1}) = \frac{0.01735z^{-1} + 0.01216z^{-2}}{1 - 1.327z^{-1} + 0.3419z^{-2}} \quad (4.45)$$

Comme performances du système en boucle fermée on a imposé :

- dépassement maximum 1.5% ( $\sigma \leq 1.5$ ) ;
- temps de réponse de 10 secondes ( $t_r = 10$ ).

Le contrôleur numérique RST qui assure les performances imposées est donné par les polynômes :

$$\begin{aligned}
 R_{t2er}(z^{-1}) &= 0.124627 - 0.204094z^{-1} + 0.084031z^{-2} \\
 S_{t2er}(z^{-1}) &= 1 - 0.526229z^{-1} - 0.473771z^{-2} \\
 T_{t2er}(z^{-1}) &= 0.118554 - 0.198224z^{-1} + 0.084235z^{-2}
 \end{aligned}
 \tag{4.46}$$

Le schéma de Matlab/Simulink du système en boucle fermée est représenté dans la Figure 4.15. La réponse est illustrée dans la Figure 4.16. On remarque la poursuite de la consigne et le rejet de la perturbation (de type échelon), appliquée à l'instant  $t = 120\text{sec}$ .

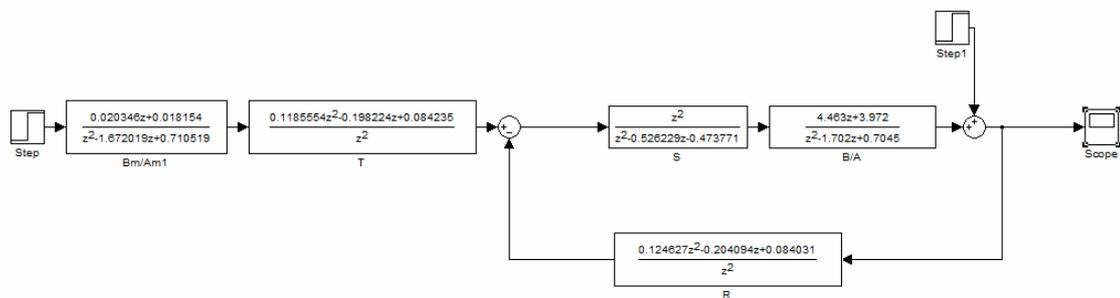


Figure 4.15 Système en boucle fermée avec contrôleur RST

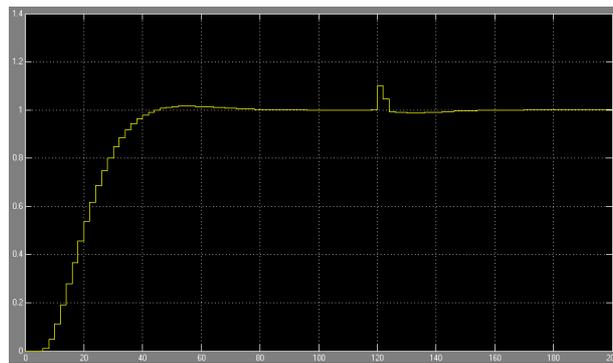


Figure 4.16 Réponse du système en boucle fermée avec contrôleur RST

### 4.3 Robustesse de la commande

L'analyse des modèles d'éléments routiers, proposés dans le chapitre 3, a mise en évidence les différences entre les modèles linéarisés obtenus et le modèle non linéaire de départ. L'asservissement de la commande étant basé sur les modèles linéarisés, une analyse de la robustesse des algorithmes de contrôle proposés était nécessaire. La robustesse a été étudiée par rapport aux incertitudes paramétriques et par rapport aux non linéarités admissibles. Pour évaluer la robustesse d'un algorithme de contrôle on utilise l'ensemble d'indicateurs détaillés dans le paragraphe suivant.

#### 4.3.1 Indicateurs de robustesse

Pour le système en boucle fermée de la figure Figure 4.17, pour lequel on a considéré  $T(z^{-1})=R(z^{-1})$  pour la simplicité du contrôleur RST utilisé, la fonction de sensibilité perturbation sortie a l'expression :

$$S_{yp}(z^{-1}) = \frac{A(z^{-1})S(z^{-1})}{A(z^{-1})S(z^{-1}) + B(z^{-1})R(z^{-1})} \quad (4.47)$$

Si on passe en fréquence en utilisant la notation  $z^{-1} = e^{-j\omega T_e}$  ou  $z^{-1} = e^{-j\omega}$  (en supposant  $T_e = 1$ , par rapport aux constantes de temps du modèle), la fonction de sensibilité perturbation sortie devient :

$$S_{yp}(e^{-j\omega}) = \frac{A(e^{-j\omega})S(e^{-j\omega})}{A(e^{-j\omega})S(e^{-j\omega}) + B(e^{-j\omega})R(e^{-j\omega})} \quad (4.48)$$

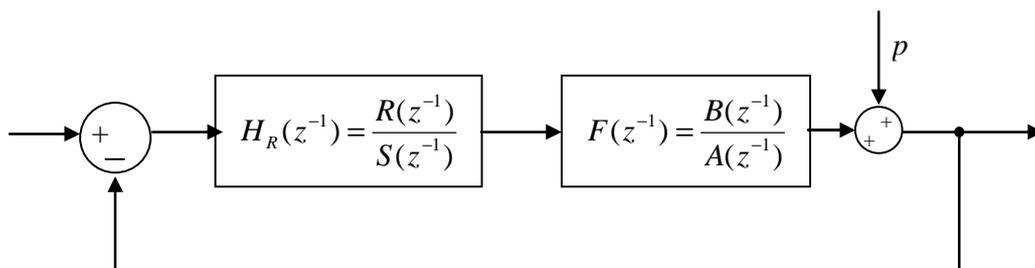


Figure 4.17 Système en boucle fermée

### 4.3.1.1 Marge de gain

La marge de gain est définie par l'opposé du gain de la fonction de transfert en boucle ouverte pour la fréquence correspondant à un déphasage de  $180^\circ$  :

$$\Delta G[dB] = -|H_{BO}(j\omega_{180})|[dB] \quad (4.49)$$

où  $\omega_{180}$  est donnée par la fréquence pour laquelle le lieu de Nyquist de la fonction de transfert en boucle ouverte coupe l'axe réel entre  $-1$  et  $0$ .

Des valeurs typiques pour une bonne marge de gain sont  $\Delta G \geq 2$  ou  $\Delta G \geq 6dB$  (à la limite  $\Delta G = 1.6$  ou  $\Delta G = 4dB$ ). S'il y a plusieurs points on choisit la plus grande valeur. S'il n'y a aucun point on choisit  $\Delta G = \infty$ .

La marge de gain représente le facteur maximal avec lequel on peut augmenter le gain en boucle ouverte sans perturber la stabilité du système en boucle fermée. Elle s'appelle aussi marge de gain supérieure.

De la même manière, on peut définir aussi une marge de gain inférieure par la fréquence pour laquelle le lieu de Nyquist coupe l'axe réel entre  $-\infty$  et  $-1$ . La marge de gain inférieure représente la valeur par laquelle on peut décroître le gain en boucle ouverte sans perturber la stabilité du système en boucle fermée.

### 4.3.1.2 Marge de phase

La marge de phase est définie par la phase qu'on peut ajouter au déphasage à la fréquence de coupure (la fréquence pour laquelle  $|H_{BO}(j\omega_c)|=1$ ) pour atteindre  $180^\circ$  :

$$\Delta P = \arg H_{BO}(j\omega_c) + 180^\circ \quad (4.50)$$

S'il y a plusieurs points on choisit la plus petite valeur. Des valeurs typiques pour une bonne marge de phase sont :  $30^\circ \leq \Delta P \leq 60^\circ$ .

La marge de phase est bien définie quand  $-90^\circ > \arg H_{BO}(j\omega_c) > -180^\circ$  (c'est-à-dire la coupure est dans le cadran III du cercle unité).

### 4.3.1.3 Marge de retard

La marge de retard est définie par le retard maximum admissible à ajouter au système en boucle ouverte qui assure que le système en boucle fermée n'est pas instable. Elle peut être définie à partir de la marge de phase :

$$\Delta\tau = \frac{\Delta P}{\omega_c} \quad (4.51)$$

Des valeurs typiques pour une bonne marge de retard sont  $\Delta\tau \geq T_e$  (à la limite  $\Delta\tau = 0.75T_e$ ).

Même si elle est définie par rapport à la marge de phase, une bonne marge de phase n'assure pas obligatoire une bonne marge de retard.

### 4.3.1.4 Marge de module

La marge de module est définie par la distance minimale entre le lieu de Nyquist de la fonction de transfert en boucle ouverte et le point critique  $(-1,0)$ . Elle peut être approximée par la valeur absolue de la fonction de sensibilité perturbation - sortie, par l'expression :

$$\Delta M = \min_{\omega \in \mathbb{R}} |1 + H_{BO}(j\omega)| = \min_{\omega \in \mathbb{R}} \frac{1}{|S_{yp}(j\omega)|} = \frac{1}{\max |S_{yp}(j\omega)|} \quad (4.52)$$

avec :

$$H_{BO}(j\omega) = \frac{B(j\omega)R(j\omega)}{A(j\omega)S(j\omega)} \quad (4.53)$$

La relation entre la fonction de sensibilité, exprimée en dB, et la marge de module est illustrée dans la Figure 4.18.

Des valeurs typiques pour une bonne marge de module sont :  $\Delta M \geq 0.5$  ou  $\Delta G \geq -6 \text{ dB}$ .

A mentionner qu'en général, une bonne marge de module assure des valeurs satisfaisantes pour la marge de gain et la marge de phase.

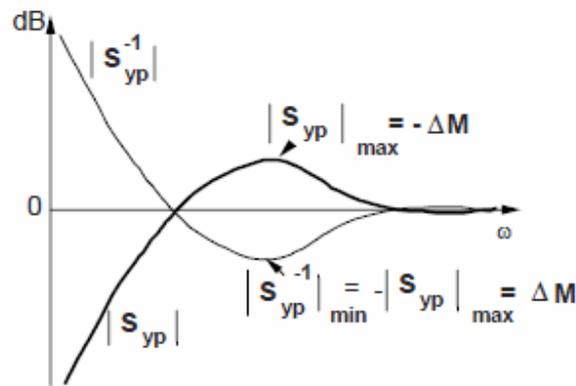


Figure 4.18 Relation entre la fonction de sensibilité et la marge de module

### 4.3.2 Robustesse de la commande d'un tronçon routier

Pour la connexion de tronçons de la Figure 4.13, caractérisée par la fonction de transfert (4.45), nous avons déterminé le contrôleur de (4.46). La fonction de sensibilité perturbation-sortie correspondante est représentée dans la Figure 4.19; les valeurs correspondantes des marges de robustesse, calculées avec le logiciel WinReg, sont données dans le Tableau 4.1.

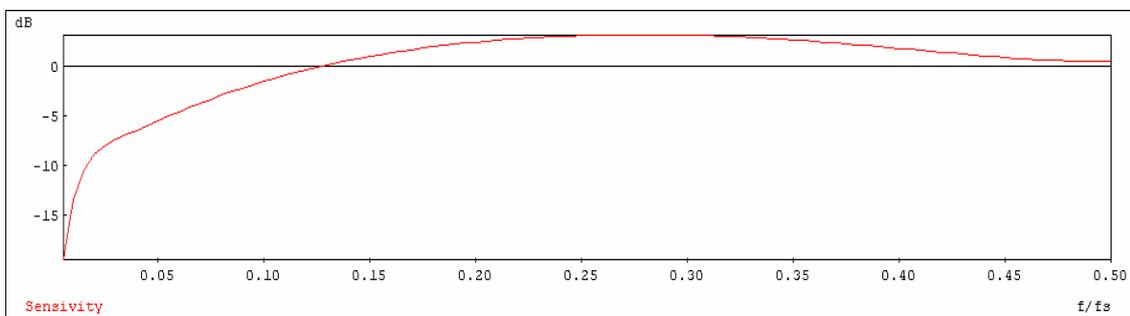


Figure 4.19 Fonction de sensibilité perturbation sortie

Tableau 4.1 Indicateurs de robustesse

INDICATEUR	VALEUR	FREQUENCE
marge de gain	3.796 (11.59dB)	0.346
marge de phase	85.5°	0.084
marge de retard	5.63sec	0.084
marge de module	0.697 (-3.13dB)	0.279

On remarque que toutes les marges ont des bonnes valeurs, donc on peut conclure que le contrôleur est robuste. Toutefois il est possible d'améliorer le contrôleur en augmentant de plus sa marge de module.

Par l'augmentation de la marge de module c'est possible d'agrandir le secteur qui délimite les non linéarités admissibles du système en boucle fermée. Mais la procédure est expérimentale et elle ne donne pas toujours des résultats satisfaisants.

## 4.4 Commande supervisée

La variable de commande d'un élément routier ou d'un tronçon routier a été choisie comme son débit d'entrée. En réalité, ce débit est difficile, même impossible, à contrôler. L'alternative que nous proposons est de le contrôler indirectement, en contrôlant la vitesse libre associée au tronçon routier.

### 4.4.1 Conception du système

La structure de contrôle en boucle fermée est illustrée dans la Figure 4.20. Cette structure vise à modifier la valeur de la vitesse libre du tronçon courant en fonction de la différence entre le nombre de véhicules au moment actuel et la valeur de consigne du nombre critique de véhicules, afin de garder la densité du tronçon inférieure à la valeur critique de la densité. Si le changement de la vitesse n'est pas nécessaire la structure assure un débit d'entrée approprié.

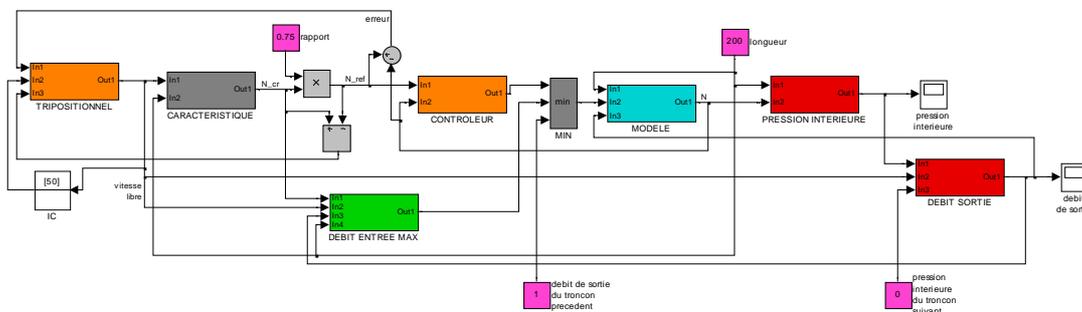


Figure 4.20 Schéma bloc de contrôle en boucle fermée

Il y a deux données d'entrée :

- la longueur ;
- le rapport,

et deux variables d'entrée :

- le débit de sortie du tronçon précédent ;
- la pression intérieure du tronçon suivant.

Les variables de sortie (marquées par les oscilloscopes) sont aussi en nombre de deux :

- la pression intérieure  $p_i(t)$ , qui sera envoyée vers le tronçon précédent, pour lequel elle représente la pression extérieure :  
 $p_i(t) \equiv p_{ext,i-1}(t)$  ;
- le débit de sortie  $q_{s,i}(t)$ , qui sera envoyé vers le tronçon suivant.

A mentionner que dans un modèle composé de plusieurs tronçons il y a deux exceptions concernant le nombre de variables d'entrée ou de sortie :

- le premier tronçon a une seule variable de sortie – le débit de sortie ;
- le dernier tronçon a une seule variable de sortie – la pression intérieure.

De droite à gauche, les blocs de la Figure 4.20 sont :

- DEBIT SORTIE ;
- PRESSION INTERIEURE ;
- MODELE ;
- MIN ;
- CONTROLEUR ;
- DEBIT ENTREE MAX ;
- CARACTERISTIQUE ;
- TRIPOSITIONNEL.

Le bloc « DEBIT SORTIE » a le rôle de calculer, comme son nom l'indique, le débit de sortie du tronçon. Ce bloc implémente la relation (4.14) .

Le bloc « PRESSION INTERIEURE » a le rôle de calculer, comme son nom l'indique, la pression intérieure du tronçon. A cet effet, ce bloc implémente la relation suivante :

$$p_i(t) = \frac{N_i(t)}{C_i} = \frac{l_{veh} N_i(t)}{L_i} \quad (4.54)$$

Le bloc « MODELE », comme son nom l'indique, implémente le modèle (non linéaire) de l'élément ou du tronçon routier. L'entrée est représentée par le débit d'entrée et la sortie par le nombre de véhicules sur l'élément/tronçon routier.

Le bloc « MIN » a le rôle d'implémenter la relation (4.10). Des trois entrées celle avec la plus petite valeur sera choisie.

Le bloc « CONTROLEUR », comme son nom l'indique, implémente un contrôleur pour l'asservissement du nombre de véhicules. C'est un contrôleur numérique de type RST, défini par les relations (4.17).

Le bloc « DEBIT ENTREE MAX » est utilisé pour calculer une des entrées du bloc « MIN », plus précis, la limite supérieure du débit d'entrée, exprimé par la relation (4.5).

Le bloc « CARACTERISTIQUE », comme son nom peut indiquer, implémente une caractéristique statique, plus précisément, la dépendance entre la valeur de la vitesse libre et la valeur du nombre critique de véhicules. Cette dépendance est obtenue à partir de données expérimentales utilisées pour dessiner le diagramme fondamental pour différentes valeurs de la vitesse libre (voir la Figure 2.1).

La dépendance de la densité critique et la vitesse libre est donnée dans le Tableau 2.1. La densité critique est exprimée comme pourcentage de la valeur de la densité maximale. On remarque une variation linéaire ; lorsque la vitesse augmente, la densité critique tombe. La variation est en concordance avec celle de la Figure 2.1.

**Tableau 4.2 Dépendance vitesse libre – densité critique**

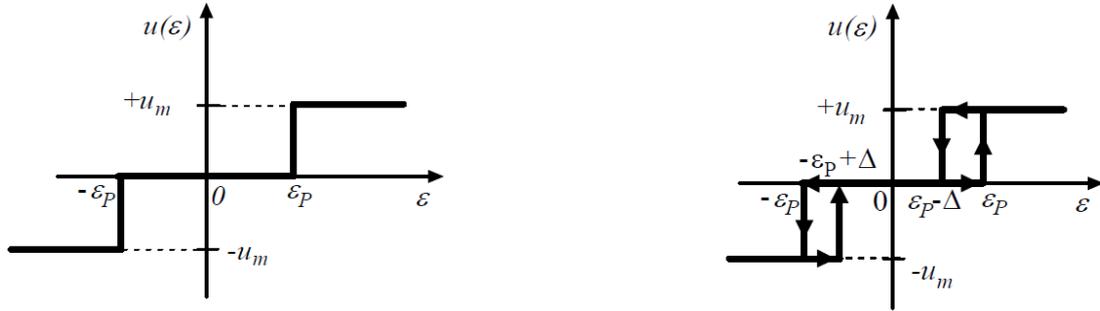
<b>VITESSE LIBRE [KM/H]</b>	<b>DENSITE CRITIQUE [VEH/M]</b>
20	0.55
30	0.5
40	0.45
50	0.4
60	0.35
70	0.3

Le bloc « TRIPOSITIONNEL », comme son nom l'indique, implémente un contrôleur tri-positionnel utilisé pour obtenir la valeur de la vitesse libre à partir de l'erreur en boucle fermée. La caractéristique de ce type de contrôleur est représentée dans la Figure 4.21.

L'erreur en boucle fermée est définie par l'expression :

$$\varepsilon_i(t) = N_{ref,i}(t) - N_i(t) \quad (4.55)$$

avec  $N_{ref,i}(t)$  donné par la relation (4.7). La commande du contrôleur tri-positionnel est calculée de la manière :



**Figure 4.21** Contrôleur tri-positionnel, caractéristique idéale et caractéristique réelle

$$u(t) = \begin{cases} v_l(t - \Delta t) - v_0, & \text{if } \varepsilon_i(t) \geq (1-r)N_{cr,i}(t) \\ v_l(t - \Delta t), & \text{if } \varepsilon_i(t) \in (-(1-r)N_{cr,i}(t), (1-r)N_{cr,i}(t)) \\ v_l(t - \Delta t) + v_0, & \text{if } \varepsilon_i(t) \leq -(1-r)N_{cr,i}(t) \end{cases} \quad (4.56)$$

où  $v_l(t - \Delta t)$  est la vitesse libre à un moment précédent.

La relation (4.56) dit que si le nombre de véhicules sur le tronçon augmente en devenant supérieur à la valeur critique du nombre de véhicules, ce qui correspond à une erreur  $\varepsilon_i(t) \geq (1-r)N_{cr,i}(t)$ , la valeur de la vitesse libre sera diminuée par rapport à sa valeur précédente avec  $v_0 = 10 \text{ km/h}$ . De l'autre côté, si le nombre de véhicules sur le tronçon diminue en devenant inférieur à la valeur de consigne du nombre de véhicules de plus que la différence entre la valeur critique et la valeur de consigne, ce qui correspond à une erreur  $\varepsilon_i(t) \leq -(1-r)N_{cr,i}(t)$ , la valeur de la vitesse libre sera augmentée par rapport à sa valeur précédente avec  $v_0 = 10 \text{ km/h}$ . Si l'erreur se trouve entre les deux limites mentionnées, on garde pour la vitesse libre sa valeur précédente.

De la Figure 4.21 on remarque que la caractéristique réelle d'un contrôleur tri positionnel diffère de la caractéristique idéale par l'apparition de deux

boucles d'hystérésis. Si l'on considère l'effet, la commande du contrôleur tri positionnel ne sera pas affectée car la commutation va se faire avant que la valeur minimale ou maximale de l'erreur soit atteinte. Le seul cas qui peut poser des problèmes est celui quand les hystérésis s'élargissent de sorte que la commutation peut se faire après la valeur minimale/maximale de l'erreur.

#### 4.4.2 Résultats de simulation

Le Tableau 4.2 a été utilisé pour définir la dépendance de la vitesse libre sur la densité maximale. Dans la Figure 4.22 on peut observer que l'augmentation du nombre de véhicules supérieure à la valeur critique conduit à l'augmentation de la vitesse de  $v_1 = 30 \text{ km/h}$  à  $v_2 = 50 \text{ km/h}$ , ce qui entraîne à son tour l'augmentation du débit de sortie. Après le nombre de véhicules sur le tronçon se stabilise le débit de sortie arrive aussi à une valeur de régime stationnaire.

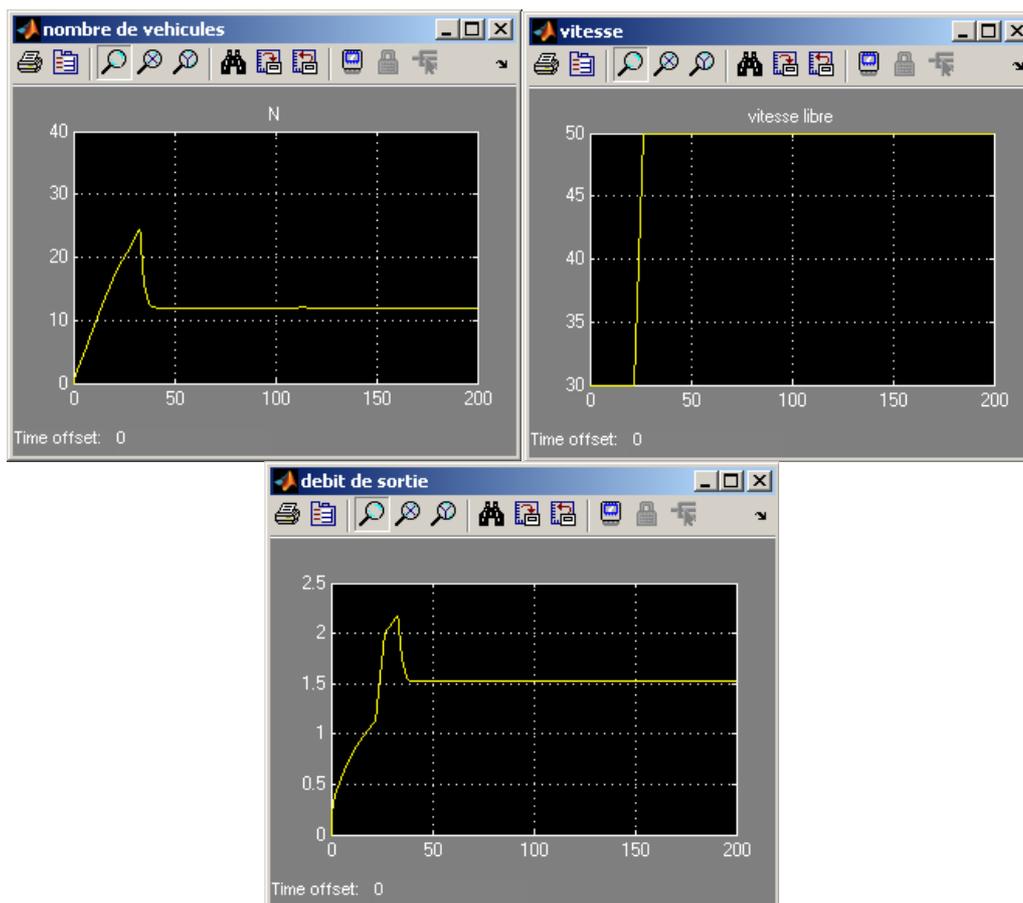


Figure 4.22 Variations du nombre de véhicules, de la vitesse et du débit de sortie

## 4.5 Conclusions

La commande d'un élément routier peut être réalisée soit individuellement, pour chaque élément composant d'un tronçon routier, ou au niveau agrégé d'un tronçon, pour la connexion de plusieurs éléments. Dans ce chapitre l'asservissement du nombre de véhicules sur un objet routier (élément ou tronçon) est réalisé par des algorithmes numériques de type RST. La commande représentée par le débit d'entrée de l'objet routier peut être implémentée par le contrôle de la vitesse de déplacement de véhicules.

La robustesse des algorithmes proposés est vérifiée par rapport aux incertitudes paramétriques et structurelles. Ainsi, comme la conception de la commande est basée sur des modèles linéarisés, les performances des algorithmes sont conservées en cas d'incertitudes de modélisation.

## **Chapitre V**

### **Commande d'une région routière**

## 5 Commande d'une région routière

Dans la dernière partie du chapitre 2 nous avons présenté une représentation pour le plus haut niveau de la structure proposée du trafic routier, la région routière. En utilisant des réseaux à compartiments un modèle dynamique a été proposé. Les nœuds du réseau correspondent aux tronçons routiers de la région et les arcs les reliant correspondent aux directions de passage par les intersections routières.

Dans ce chapitre nous proposons d'utiliser les réseaux à compartiments pour modéliser la dynamique d'un carrefour en croix (voir paragraphe 3.2.2.3) et basé sur ce modèle de trouver un algorithme de contrôle du trafic pour éviter la congestion et / ou limiter ses effets. Le choix de cette approche est étayé par le fait qu'à l'heure actuelle, au niveau urbain, le trafic routier est contrôlé particulièrement par des feux aux intersections ; le rapport entre le temps de vert et le temps de rouge des feux détermine le débit de véhicules qui traversent l'intersection à un certain moment de temps. Il y a aussi d'autres facteurs qui influencent le trafic routier au niveau urbain, comme les panneaux de signalisation, les carrefours sans feux, etc. (voir paragraphe 1.3), qui déterminent l'ordre de transit d'un carrefour, mais ils n'influencent pas le débit de véhicules.

Les intersections sont des points critiques d'un réseau routier, leur rôle étant à diriger le trafic routier et cela se fait avec les feux de signalisation. A cet égard, nous nous sommes intéressé au rapport entre le temps de vert et le temps de rouge, rapport appelé *cycle de signalisation*. Si ce rapport est fixé, ne change pas selon les besoins du trafic, la dynamique du trafic peut être ralentie, ce qui peut provoquer le phénomène de congestion.

Dans la représentation proposée, l'intersection n'est pas considérée comme un nœud d'un réseau (compartiment de stockage), mais les directions de déplacement à l'intérieur de ceci représentent les arcs qui connectent les tronçons routiers. Les tronçons deviennent les nœuds du réseau, permettant l'accumulation de véhicules, et les directions de déplacement dans l'intersection sont les arcs qui facilitent le transfert de véhicules dans le réseau.

La propriété la plus importante des réseaux à compartiments est la conservation de la masse. Pour ce qui nous importe, un réseau à compartiments est conservatif en termes du nombre de véhicules qui se déplacent dans le réseau. La propriété est plus évidente lorsque le réseau est à compartiments fermés, sans flux entrants et sortants, où le volume de véhicules sera toujours le même.

Pour donner à tout moment une bonne commande, qui reflète la réalité du trafic, on exige des mesures précises du nombre de véhicules à l'intérieur de chaque tronçon et intersection. La longueur d'un tronçon routier peut influencer négativement l'estimation de sa dynamique. Donc, au lieu d'un tronçon routier on utilise un élément routier, plus précisément le dernier élément du tronçon qui sera le nœud source du réseau. Si le tronçon routier est court l'élément routier est assimilé avec lui.

## 5.1 Evaluation du modèle

Pour décrire un réseau à compartiments on part du modèle dynamique du chapitre 2, pour lequel l'équilibre de flux entre les compartiments est défini par des équations de la forme :

$$\dot{x}_i = \sum_{j \neq i} f_{ji}(x) - \sum_{i \neq k} f_{ik}(x) + e_i - s_i, \quad i = 1, \dots, n \quad (5.1)$$

Dans ces équations il y a seulement des termes qui correspondent aux liens existants entre les nœuds du réseau.

Le modèle n'a de sens que si les variables d'état restent non négatives pendant toute l'évolution du système :  $x_i \in R_+$ . Les fonctions de débit  $f_{ij}$  et  $s_i$  sont définies pour des valeurs non négatives et prennent des valeurs non négatives :  $f_{ij} : R_+ \rightarrow R_+$ ;  $s_i : R_+ \rightarrow R_+$ . De même, les débits d'entrée sont positifs :  $e_i \in R_+$ .

Il est évident que dans un compartiment vide il n'existe pas un débit positif (non nul) :

$$x_i = 0 \Rightarrow f_{ij}(x) = 0 \text{ et } s_i(x) = 0 \quad (5.2)$$

De la condition ci-dessus, si  $f_{ij}(x)$  et  $s_i(x)$  sont différentiables, on peut les écrire :

$$\begin{aligned} f_{ij}(x) &= r_{ij}(x)x_j \\ s_i(x) &= q_i(x)x_i \end{aligned} \quad (5.3)$$

avec  $r_{ij}(x):R_+ \rightarrow R_+$  et  $q_i(x):R_+ \rightarrow R_+$  des fonctions continues, différentiables et strictement positives, appelées débits spécifiques.

Les relations (5.3) remplacées dans (5.1), il résulte le modèle d'état du réseau :

$$\dot{x}_i = \sum_{j \neq i} r_{ji}(x)x_j - \sum_{i \neq k} r_{ik}(x)x_i - q_i(x)x_i + e_i, \quad i = 1, \dots, n \quad (5.4)$$

Cette représentation ne s'applique qu'au trafic routier, le cas de ce travail, mais elle peut être utilisée pour la modélisation de divers processus industriels, mettant en évidence la conservation de masse et permettant la description du processus par des réseaux à compartiments. Ces réseaux ont des propriétés structurelles importantes, présentés en [Bastin, 2007].

## 5.2 Conception de la commande

La congestion d'un réseau à compartiments se produit lorsque la demande de débit d'entrée dépasse la capacité du réseau. L'effet de la congestion est l'accumulation sans fin de véhicules dans les compartiments du réseau. Pour éviter la congestion nous proposons un contrôleur linéaire avec une structure similaire aux systèmes à compartimentés.

On considère un réseau à compartiments, avec  $n$  compartiments,  $m$  débits d'entrée et  $p$  débits de sortie, qui a les propriétés suivantes :

- le réseau est complètement connecté aux débits d'entrée et complètement connecté aux débits de sortie;
- les débits de transfert entre les compartiments sont délimités ;
- les capacités des compartiments du réseau sont délimitées ;
- il y a une demande de débit d'entrée, notée  $d_i$ , pour chaque nœud d'entrée du réseau, demande qui représente le débit qui peut entrer dans le système.

Prévenir la congestion implique le contrôle du débit d'entrée  $e_i(t)$ , injecté en fait dans le système, en le réduisant par rapport à la demande  $d_i(t)$  :

$$e_i(t) = u_i(t)d_i(t) \quad (5.5)$$

où  $u_i(t)$  représente une fraction du débit demandé  $d_i(t)$  ( $0 \leq u_i(t) \leq 1$ ).

En supposant que les débits de sortie du système  $s_i(x(t)) = y_i(t)$  sont des grandeurs mesurables, la représentation par état du système devient :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A(x)x + B(d)u \\ y &= C(x)x \end{aligned} \quad (5.6)$$

où  $x = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n]$ ,  $u = [u_1 \ u_2 \ \dots \ u_m]$ ,  $y = [s_1 \ s_2 \ \dots \ s_n]$  et les matrices sont de la forme :

$$\begin{aligned}
A(x) &= \begin{bmatrix} -\left(q_1(x) + \sum_{i \neq 1} r_{1i}(x)\right) & r_{21}(x) & \cdots & r_{n1}(x) \\ r_{12}(x) & -\left(q_2(x) + \sum_{i \neq 2} r_{2i}(x)\right) & \cdots & r_{n2}(x) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ r_{1n}(x) & r_{2n}(x) & \cdots & -\left(q_n(x) + \sum_{i \neq n} r_{ni}(x)\right) \end{bmatrix} \\
B(d) &= \begin{bmatrix} d_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & d_{22} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & d_{nm} \end{bmatrix} \\
C(x) &= \begin{bmatrix} q_1(x) & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & q_2(x) & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & q_n(x) \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{5.7}$$

Le contrôleur proposé est non linéaire, avec la structure [Bastin, 2006] :

$$\begin{aligned}
\dot{z}_i &= y_i - \Phi(z_i) \sum_{k \in Q_i} \alpha_{ki} d_k \quad (i \in I_s) \\
u_j &= \sum_{k \in P_j} \alpha_{jk} \Phi(z_k) \quad (j \in I_e)
\end{aligned} \tag{5.8}$$

Les notations et définitions suivantes sont utilisées :

- a)  $I_e$  est l'ensemble de nœuds d'entrée du réseau ;
- b)  $I_s$  est l'ensemble de nœuds de sortie du réseau ;
- c)  $\mathcal{R}$  est l'ensemble de paires de nœuds  $(j,k)$ , avec  $j \in I_e$  et  $k \in I_s$ , pour lesquels il existe un chemin direct du nœud d'entrée  $j$  au nœud de sortie  $k$  ;
- d)  $P_j = \{k \mid (j,k) \in \mathcal{R}\} \subset I_s$  est l'ensemble de nœuds de sortie accessibles du nœud d'entrée  $j$  ;
- e)  $Q_i = \{k \mid (k,i) \in \mathcal{R}\} \subset I_e$  est l'ensemble de nœuds d'entrée qui alimentent le nœud de sortie  $i$  ;
- f)  $\alpha_{jk}, (j,k) \in \mathcal{R}$  sont des paramètres caractéristiques du réseau, avec les propriétés :  $0 \leq \alpha_{jk} \leq 1$  et  $\sum_{k \in P_j} \alpha_{jk} = 1$  ;

- g)  $\Phi: R \rightarrow R_+$  est une fonction croissante, continue et dérivable, avec la propriété :  $\Phi(0) = 1$  et  $\Phi(\infty) = 1$ .

Le principe de la commande est illustré dans la Figure 5.1. Le contrôleur a une structure de réseau à compartiments avec un nombre de compartiments égal au nombre de sorties  $y_i$  du réseau commandé. Chaque compartiment du contrôleur est alimenté (virtuellement) avec une copie des débits de sortie du réseau commandé. Les débits qui sortent du contrôleur sont distribués vers les grandeurs de commande  $u_j$ , en représentant des entrées pour le réseau commandé, de sorte qu'il n'y a qu'un seul chemin, à travers du contrôleur, d'un noeud de sortie  $k$  vers un noeud d'entrée  $j$ , pour chaque paire de noeuds  $(j, k) \in \mathcal{R}$ .

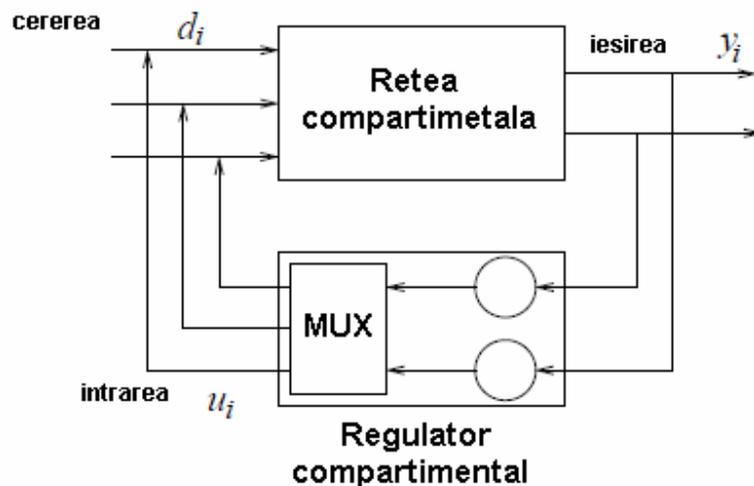


Figure 5.1 Structure en boucle fermée du système à compartiments

Sous forme matricielle, la loi de commande s'écrit :

$$\begin{aligned} \dot{z} &= G(d)F(z)z + y \\ u &= K(z)z \end{aligned} \quad (5.9)$$

où  $z = [z_1 \quad z_2 \quad \dots \quad z_j]$ ,  $j \in I_e$  et :

$$\begin{aligned}
G(d) &= \text{diag} \left( \sum_{k \in Q_i} -\alpha_{ki} d_k, i \in I_s \right) \\
F(z) &= \text{diag} \left( \sum_{k \in Q_i} \Phi(z_i), i \in I_s \right)
\end{aligned} \tag{5.10}$$

Des relations (5.6) et (5.9) il résulte l'ensemble d'équations décrivant le système en boucle fermée :

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A(x) & B(d)K(z) \\ C(x) & G(d)F(z) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ z \end{pmatrix} = L(x, z) \begin{pmatrix} x \\ z \end{pmatrix} \tag{5.11}$$

La matrice  $L(x, z)$  est une matrice à compartiments paramétrée en  $d$ . En plus, la fonction de stockage du système  $M(x, z) = \sum_{i=1}^n x_i + \sum_{j=1}^p z_j$  est invariante, et les trajectoires d'états du système appartiennent à l'ensemble :

$$H = \{ (x, z) \in R_+^n \times R_+^p \mid M(x, z) = M(x(0), z(0)) = \sigma > 0 \} \tag{5.12}$$

Donc, les variables d'état sont bornées :

$$\begin{aligned}
0 \leq x_i(t) \leq \sigma, \quad i = \overline{1, n} \\
0 \leq z_j(t) \leq \sigma, \quad i = \overline{1, p}
\end{aligned} \tag{5.13}$$

Ainsi le contrôle de la congestion est obtenu par la forme du contrôleur proposé; si  $\sigma$  est inférieure à la capacité maximale des compartiments, éviter la saturation est garanti. En plus, on observe que  $\sigma$  dépend des conditions initiales. En général, le système est considéré avec des conditions initiales nulles ( $x(0)=0$ ). Ainsi,  $\sigma$  est choisi uniquement par les conditions initiales du contrôleur, exprimé comme :  $\sigma = \sum_{j=1}^p z_j(0)$ .

Le contrôleur proposé est aussi robuste ; pour obtenir la commande nous avons besoin seulement de la structure du réseau. La commande est indépendante des débits  $r_{ij}(x)$  et  $s_i(x)$ . C'est important parce que dans beaucoup d'applications la connaissance précise de ces débits est impossible.

### 5.3 Commande d'un carrefour en croix

Nous analysons le cas particulier d'un carrefour en croix, illustré dans la Figure 4.1. Dans la Figure 5.3 le réseau à compartiment équivalent est représenté. On peut identifier un élément routier source (représenté en rouge) et trois éléments routiers destination (représenté en bleu), le premier représentant le dernier élément d'un tronçon routier et les autres les premiers éléments des tronçons routiers correspondants. A mentionner que le débit de sortie de l'élément source est contrôlé par un feu, supposé pour l'instant avec un cycle de signalisation fixé. La configuration sera conservée pour la suite du travail, sauf que pour le feu le cycle de signalisation sera calculé en fonction des paramètres de trafic.

Les débits indiqués dans les figures sont :

- $d(t)$  débit d'entrée dans le nœud source ;
- $v_2, v_3, v_4$  débits de sortie des nœuds destination ;
- $f_{12}, f_{13}, f_{14}$  débits de sortie du nœud source (débits de transfert entre le nœud source et les nœuds destination).

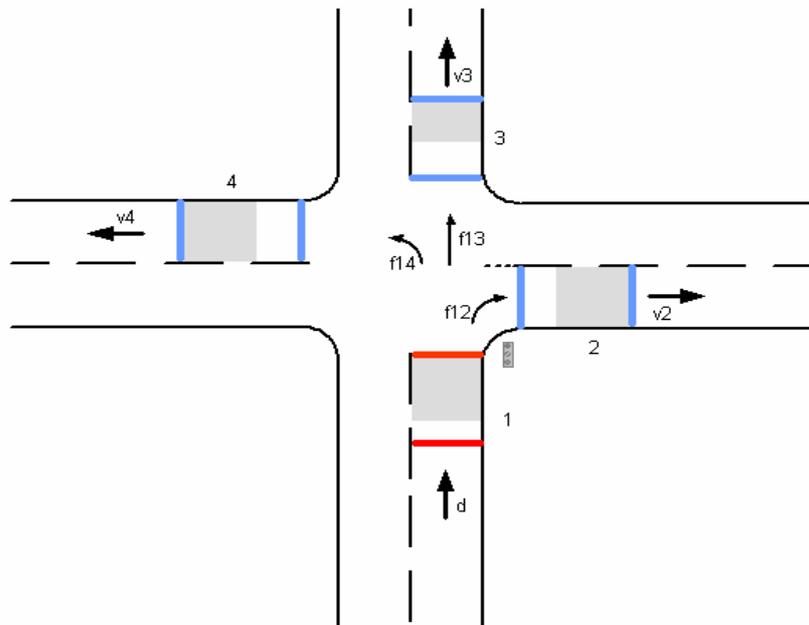
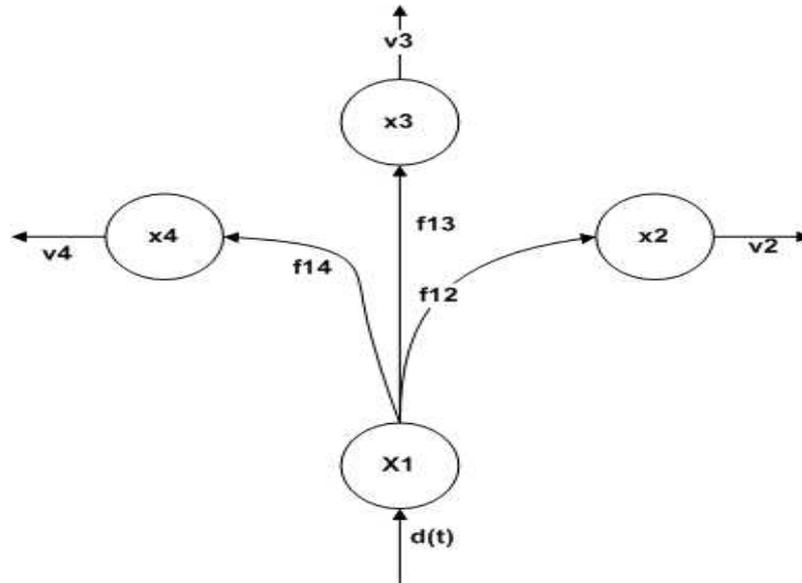


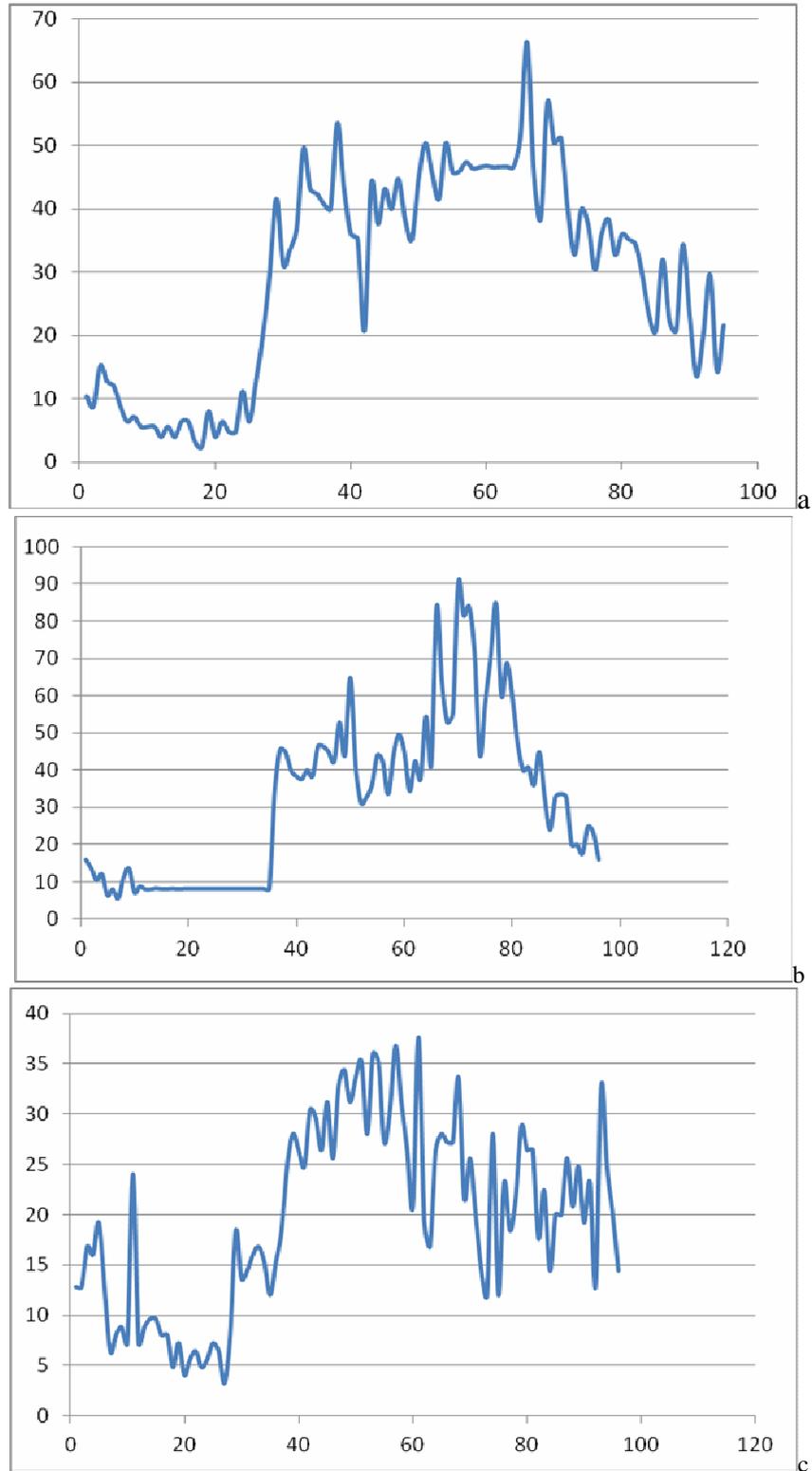
Figure 5.2 Représentation d'un carrefour en croix



**Figure 5.3 Représentation par réseau à compartiments d'un carrefour en croix**

Le débit d'entrée dans le noeud source est un débit variable en temps qui dépend des caractéristiques du tronçon routier duquel le noeud (l'élément routier) fait partie. En plus, ce débit a un caractère saisonnier ; il est variable en fonction du temps de la journée (le trafic dans la matinée, midi et soir), du jour de la semaine (le trafic de la semaine et le trafic de week-end), ainsi que du mois de l'année (le trafic pendant les mois de vacances d'été et d'hiver). Dans la Figure 5.4 sont illustrées quelques variations du débit d'entrée dans une intersection pour différents jours de la semaine.

Les données sont acquises de mesures effectuées dans l'intersection de « Piata Romana » de Bucarest. Le débit de véhicules est évalué à 15 minutes, à partir de 00:00. De l'analyse de ces graphiques le caractère saisonnier du trafic routier peut être observé. A partir des deux premiers graphiques, nous pouvons voir que les grands débits de véhicules sont toujours entre les mêmes heures (les heures de pointe aller ou retour du travail). En comparant les deux premiers graphiques avec le dernier, on peut voir la différence entre le trafic du milieu de la semaine et celui de week-end. Le trafic de week-end est plus intense dans la soirée, quand les gens sortent dans la ville, même si ces valeurs ne dépassent pas ceux de la semaine.



**Figure 5.4 Débit d'entrée (en véhicules/minute) pour différents jours de la semaine :  
a - lundi ; b – mardi ; c - samedi**

Comme nous avons déjà vu, dans la modélisation des éléments routiers, les débits de sortie  $v_2, v_3, v_4$  dépendent de l'état du nœud (élément routier) et de l'état du tronçon (plus précisément de l'état de l'élément routier suivant dans la composition du tronçon). De ce fait, les débits de sortie sont définis par les relations :

$$v_i(x_i) = \mu_i g(x_i) = \mu_i \frac{x_i}{x_i + 1} \quad (5.14)$$

où  $\mu_i$  représente le débit de véhicules associé au nœud  $i$ , et la fonction  $g_i(x_i)$  modélise le comportement de véhicules qui sortent du nœud. La fonction est utile parce que les véhicules qui arrivent dans le nœud destination ont besoin d'un intervalle de temps pour arriver à la valeur de la vitesse de déplacement du tronçon respectif. Le débit augmente de façon monotone à la valeur dictée par le régime stationnaire.

Les débits de sortie du premier nœud peuvent être décomposés d'une manière similaire aux débits de transfert d'un réseau à compartiments :

$$\begin{aligned} f_{12} &= \beta_{12} v_1(x_1) \\ f_{13} &= \beta_{13} v_1(x_1) \\ f_{14} &= \beta_{14} v_1(x_1) \end{aligned} \quad (5.15)$$

où la fonction  $v_1(x_1)$  est définie par la relation (5.14) et  $\beta_{12}, \beta_{13}, \beta_{14}$  représentent des poids du débit total qui vient du nœud source 1 et se distribue vers les nœuds destination 2, 3 et 4. La somme de  $\beta_{12}, \beta_{13}, \beta_{14}$  est égale à 1.

Si nous avons un nombre de véhicules en attente au feu de circulation, en rapportant ce nombre à l'unité de temps, considérée comme la durée d'un cycle de signalisation, nous obtenons le débit total de sortie du nœud source. De même manière, nous pouvons calculer les débits de véhicules qui vont aller en face, à droite et à gauche. En rapportant chacun de ces derniers débits au débit total de sortie nous obtenons les valeurs des poids  $\beta_{12}, \beta_{13}, \beta_{14}$ .

### 5.3.1 Simulation d'un carrefour en croix

Pour le carrefour en croix de la Figure 5.3 on considère les conditions :

- un grand débit d'alimentation ;
- des petits débits d'évacuations pour les tronçons destination;
- les éléments routiers de destination bondés.

L'objectif est d'éviter la congestion de l'intersection.

Le modèle d'état du réseau est le suivant :

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= du - v_1(x_1) \\
 \dot{x}_2 &= \beta_{12}v_1(x_1) - v_2(x_2) \\
 \dot{x}_3 &= \beta_{13}v_1(x_1) - v_3(x_3) \\
 \dot{x}_4 &= \beta_{14}v_1(x_1) - v_4(x_4)
 \end{aligned} \tag{5.16}$$

avec  $x_1$  l'état du nœud source 1,  $x_2$  l'état du nœud destination 2 (droite),  $x_3$  l'état du nœud destination 3 (en face) et  $x_4$  l'état du nœud destination 4 (gauche).

La structure du contrôleur non linéaire correspondant au modèle précédent est la suivante :

$$\begin{aligned}
 \dot{z}_2 &= v_2(x_2) - \Phi_2(z_2)\alpha_{12}d \\
 \dot{z}_3 &= v_3(x_3) - \Phi_3(z_3)\alpha_{13}d \\
 \dot{z}_4 &= v_4(x_4) - \Phi_4(z_4)\alpha_{14}d
 \end{aligned} \tag{5.17}$$

avec  $z_1, z_2, z_3$  les états du contrôleur. La commande est calculée avec la relation :

$$u = \alpha_{12}\Phi_2(z_2) + \alpha_{13}\Phi_3(z_3) + \alpha_{14}\Phi_4(z_4) \tag{5.18}$$

Les débits d'évacuation des nœuds du réseau à compartiments  $v_i(x_i)$ ,  $i = \overline{1,4}$  sont déterminés en utilisant la relation (5.14). Pour les débits (virtuels) d'évacuation des nœuds du contrôleur  $\Phi_i(z_i)$ ,  $i = \overline{1,4}$  on utilise la relation :

$$\Phi_i(z_i) = \frac{z_i}{z_i + \varepsilon}, \quad \varepsilon = 0.1 \quad (5.19)$$

Les pourcentages du débit total qui sortent du nœud 1 sont :

$$\begin{aligned} \alpha_{12} &= \beta_{12} = 0.2 \\ \alpha_{13} &= \beta_{13} = 0.7 \\ \alpha_{14} &= \beta_{14} = 0.1 \end{aligned} \quad (5.20)$$

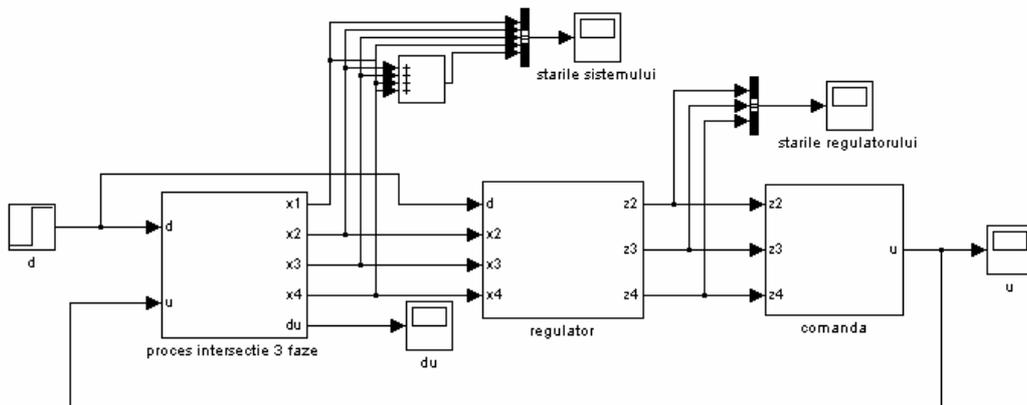
Les débits maximaux d'évacuation des nœuds (exprimés en véhicules par seconde) sont choisis pour refléter la situation considérée :

$$\begin{aligned} \mu_1 &= 300 / 60 \\ \mu_2 &= 10 / 60 \\ \mu_3 &= 25 / 60 \\ \mu_4 &= 5 / 60 \end{aligned} \quad (5.21)$$

Le schéma du système en boucle fermée, réalisé en Matlab/Simulink, est représenté dans la Figure 5.5. Le modèle du carrefour est détaillé dans la Figure 5.6 et le contrôleur est détaillé dans la Figure 5.7.

Pour les simulations nous avons considéré deux cas :

1. débit d'entrée constant ;
2. débit d'entrée variable.



**Figure 5.5** Système à compartiments en boucle fermée

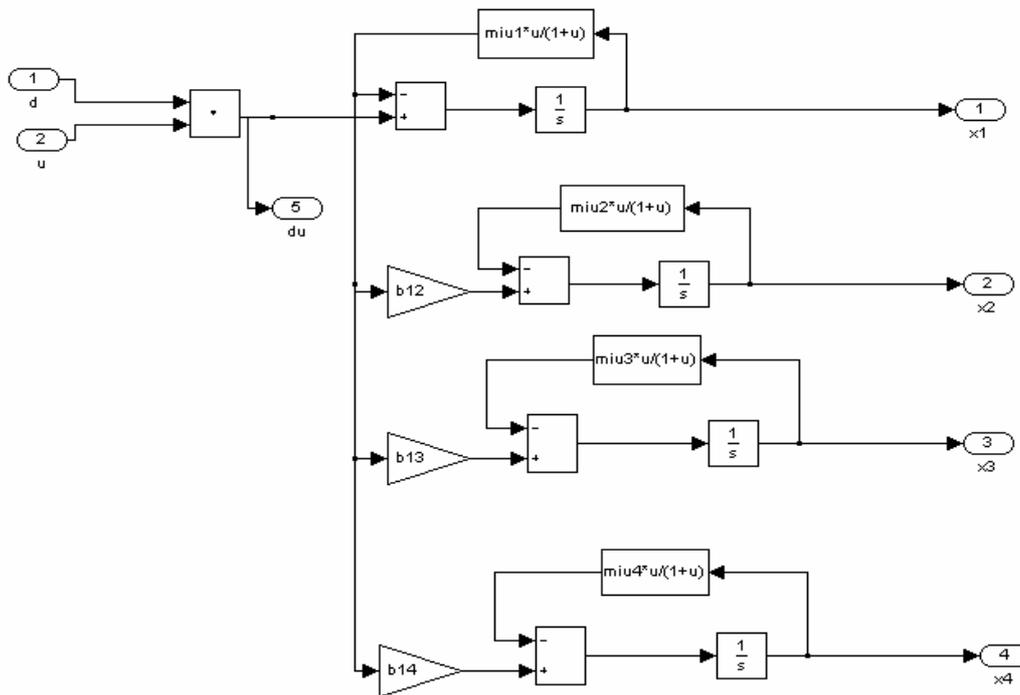


Figure 5.6 Modèle d'état d'un carrefour en croix

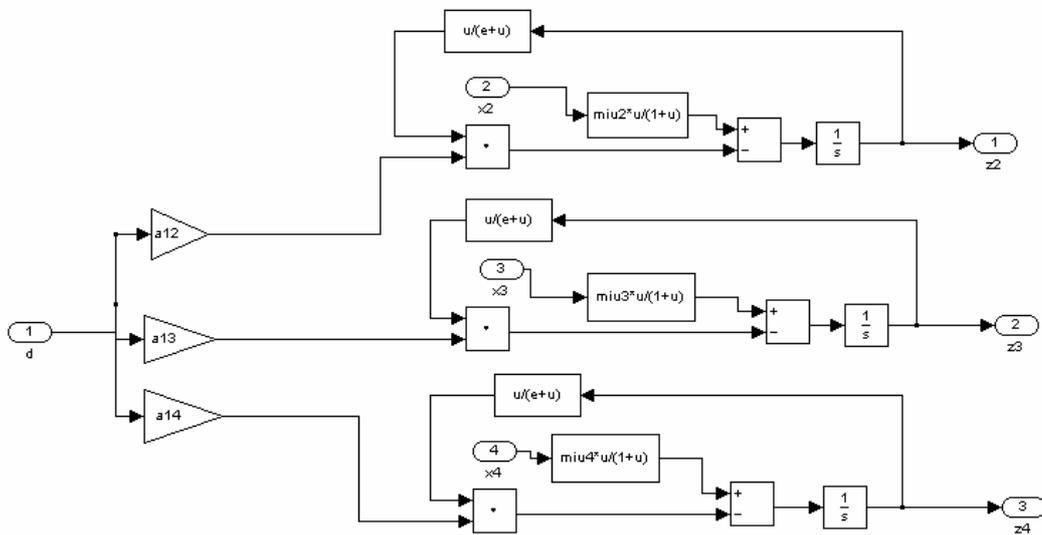
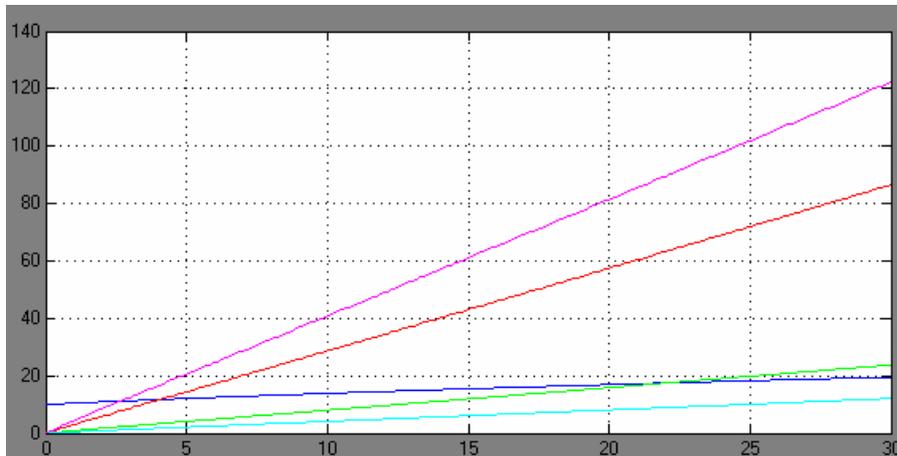
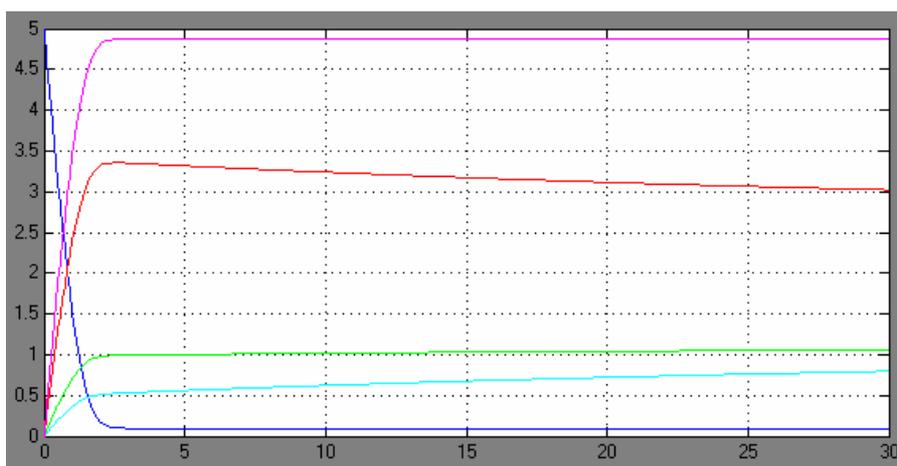


Figure 5.7 Modèle du contrôleur d'un carrefour en croix

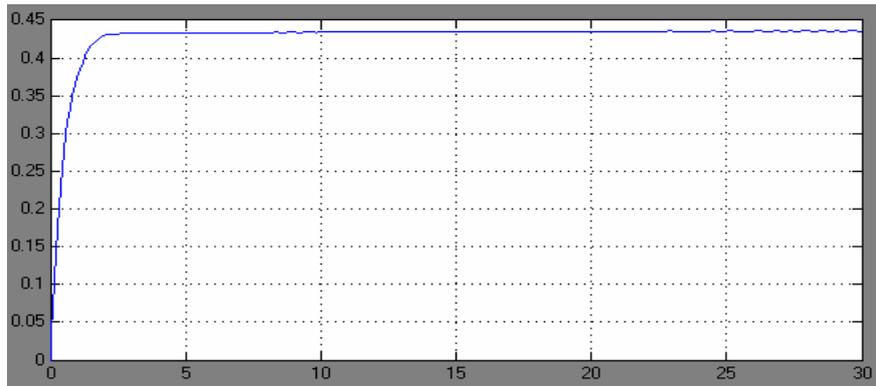
Dans le premier cas, la valeur du débit d'entrée a été choisie comme :  $d_1 = 5 \text{ veh/sec}$ . L'évolution des états du système (le nombre de véhicules dans chaque nœud) est représentée dans la Figure 5.8 pour le système en boucle ouverte et dans la Figure 5.9 pour le système en boucle fermée. Dans la première situation, en absence de commande, on remarque que les véhicules commencent à s'accumuler, donc la congestion de l'intersection se produit. Dans la deuxième situation, la congestion est évitée, le nombre de véhicules ne dépasse pas le maximum admissible (dans ce cas égal à 5). Dans la Figure 5.10 est illustré le débit d'entrée injecté dans l'intersection, débit limité par la commande illustrée dans la Figure 5.11.



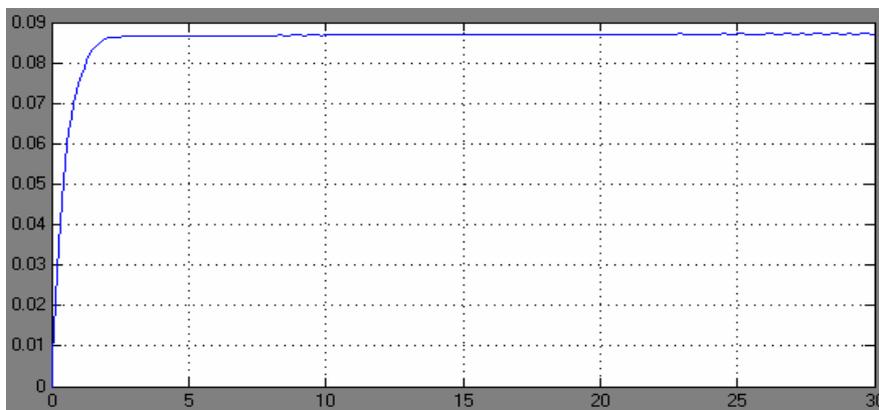
**Figure 5.8 Variations des états du système en boucle ouverte**



**Figure 5.9 Variations des états du système en boucle fermée**

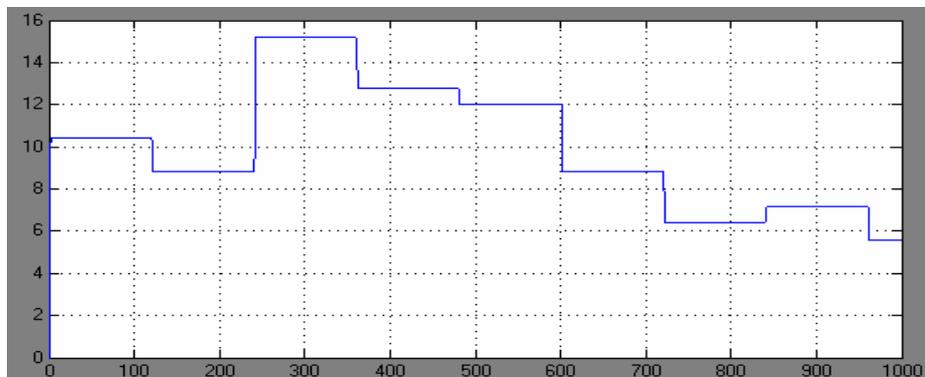


**Figure 5.10 Débit d'entrée injecté dans l'intersection**

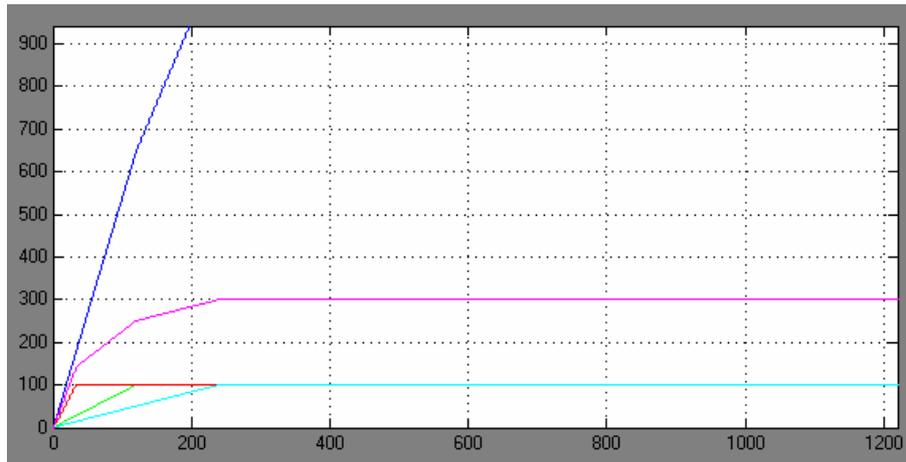


**Figure 5.11 Commande**

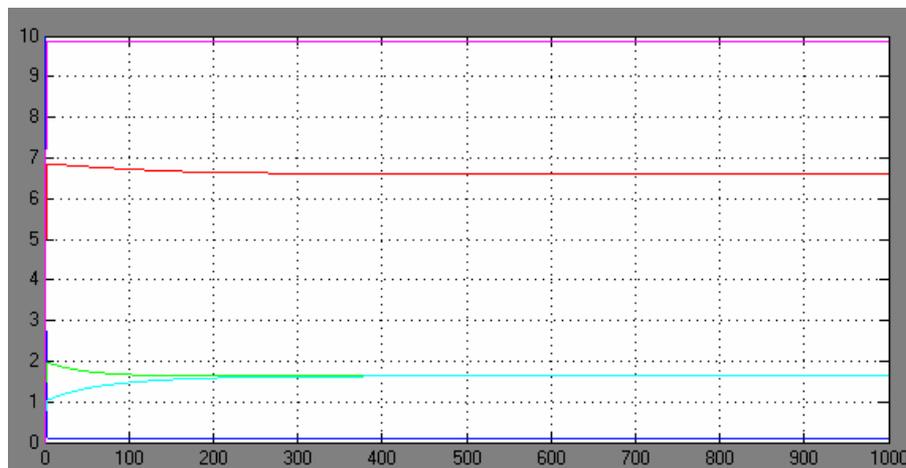
Dans le deuxième cas analysé, le débit d'entrée est supposé variable en temps. La variation est représentée dans la Figure 5.12. L'évolution des états du système est représentée dans la Figure 5.13 pour le système en boucle ouverte et dans la Figure 5.14 pour le système en boucle fermée. Le débit d'entrée est illustré dans la Figure 5.15 et la commande dans la Figure 5.16.



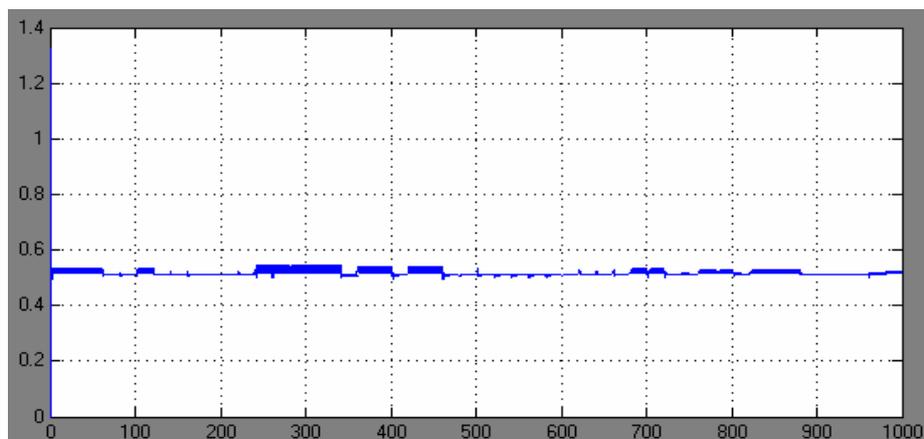
**Figure 5.12 Variation du débit d'entrée**



**Figure 5.13 Variations des états du système en boucle ouverte pour un débit d'entrée variable**



**Figure 5.14 Variations des états du système en boucle fermée pour un débit d'entrée variable**



**Figure 5.15 Débit d'entrée injecté dans l'intersection pour un débit d'entrée variable**

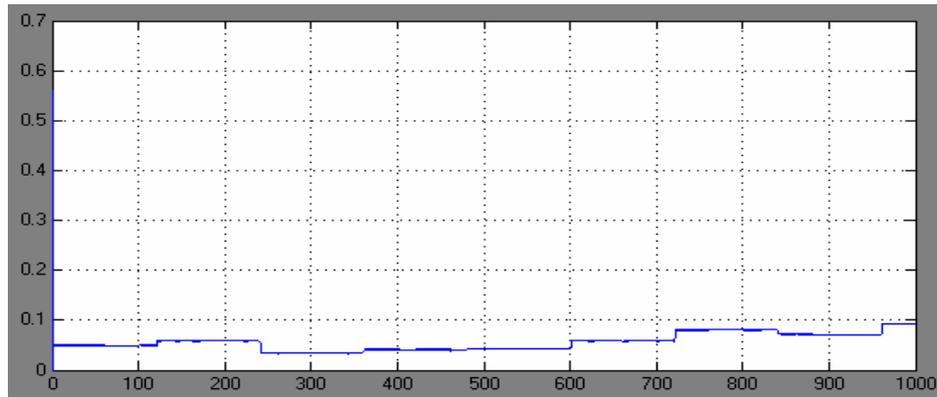


Figure 5.16 Commande pour un débit d'entrée variable

### 5.3.2 Analyse de résultats de la simulation

On remarque que le contrôleur non linéaire proposé, réussit à chaque cas à éviter la congestion. Il calcule une commande pour pondérer le grand débit d'entrée dans l'intersection de manière à obtenir un débit inférieur, qui ne produit pas de blocage de l'intersection. La commande obtenue sera toujours comprise entre 0 et 1. Lorsqu'on obtient une commande très petite, qui tend vers zéro, il est préférable de ne pas donner le feu vert aux véhicules, parce que le temps de vert serait très court et les voitures, en essayant à traverser l'intersection, peuvent la bloquer. Pour éviter cela, on introduit un temps vert minimum, et si le contrôleur calcule un temps inférieur, il faudra choisir de maintenir la couleur rouge pendant ce temps.

Le transfert de la commande au feu de signalisation du carrefour (la transformation en temps de vert) est réalisé en utilisant la formule suivante :

$$dt_v = d_c t_{v \max} \quad (5.22)$$

où :

- $d$  est le débit d'entrée dans le noeud source;
- $d_c$  est le débit d'entrée dans le noeud source calculé par le contrôleur;
- $t_v$  est le temps de vert résultant de la commande du contrôleur;
- $t_{v \max}$  est le temps de vert maximum possible.

Le débit d'entrée calculé par le contrôleur peut s'écrire :

$$d_c = du_m \quad (5.23)$$

où  $u_m$  représente la commande moyenne donnée par le contrôleur (calculée comme la moyenne des valeurs de la commande obtenues après que le système ait atteint le régime stationnaire).

Des relations (5.22) et (5.23) il résulte l'expression du temps de vert :

$$t_v = u_m t_{v\max} \quad (5.24)$$

Le temps de vert sera un pourcentage ( $u_m$ ) du temps de vert maximum possible. Si  $u_m$  est très faible, le vert n'est pas donné. Même si  $u_m$  prend n'importe quelle valeur entre 0 et 1, le temps de vert n'aura pas toutes les valeurs, mais un ensemble de valeurs calculé dans certains intervalles.

Une solution d'implémentation de la méthode proposée, en utilisant un system d'opération en temps réel, comme QNX, a été analysée et développée en [Buta, 2011].

## 5.4 Conclusions

Les réseaux à compartiments offrent une solution de modélisation d'une région routière. Ce type de modélisation permet d'avoir un lien dans le même modèle entre les débits de véhicules sur les tronçons source qui se coupent à une intersection et les capacités libres des tronçons destination, après l'intersection. Basé sur ces informations, un contrôleur non linéaire a été conçu pour donner une commande pour le débit optimal d'entrée afin de ne pas créer des goulets dans l'intersection. La commande obtenue permet de changer le temps de vert d'un feu de signalisation en fonction des conditions du trafic à tout moment.

La solution proposée offre la possibilité de simulation du trafic d'un réseau routier urbain, en soulignant les intersections avec risque de congestion, et permet de calculer une commande pour les cycles de signalisation des feux, en raison d'éviter la congestion.

## **6 Conclusions générales et perspectives de développement**

La congestion du trafic routier est l'un des problèmes socio-économiques qui doivent être résolus pour supporter l'évolution de la société. La solution appropriée est de trouver des algorithmes de contrôle pour prévenir l'apparition de la congestion routière. Pour implémenter avec succès de tels algorithmes, une bonne modélisation de la dynamique du trafic routier est aussi nécessaire.

Les recherches effectuées dans la thèse proposent des nouvelles solutions originales pour améliorer et optimiser le trafic routier par des méthodes et des techniques de contrôle automatique. Dans ce contexte, les principales contributions de ce travail sont présentées ci-dessous.

Le premier chapitre présente des problèmes spécifiques aux réseaux de trafic, ainsi que des modèles et des algorithmes de contrôle rencontrés dans la littérature de spécialité. Le principal problème est la congestion routière, ce qui entraîne des phénomènes de propagation indésirables, tels que des retards, des embouteillages, des conditions difficiles de circulation, etc. En matière de classification des modèles de trafic, un critère est donné par le niveau de détail, selon qu'il en résulte trois modèles: microscopiques, mésoscopiques et macroscopiques.

Parmi ces modèles, dans la thèse on a choisi de représenter le trafic macroscopique, les arguments étant liés à l'idée d'appeler aux modèles de la mécanique des fluides, aux modèles bond graph et aux modèles de type réseau à compartiments pour étudier la dynamique des phénomènes du trafic routier.

Le choix des procédures de modélisation est aussi une nouveauté introduite dans la thèse. Dans le deuxième chapitre sont présentées les trois représentations appliquées à l'analyse du trafic: la représentation hydraulique, la représentation bond graph et la représentation par réseau à compartiments.

Le déplacement des véhicules sur un tronçon de route est décrit en utilisant les lois de l'hydraulique, compte tenu du trafic routier comme l'écoulement

d'un liquide dans un tuyau. Ainsi, des modèles bien connus de la théorie hydrodynamique de fluides [Popescu, 2011 ; Lupu, 2010] sont transposés à l'analyse du trafic routier [Dimon, 2010a]. Les modèles hydrodynamiques exprimés par des équations qui décrivent les lois physiques et mécaniques d'écoulement sont tellement appréciés pour décrire la dynamique du trafic routier.

Pour illustrer l'échange d'énergie entre les composantes d'une section de la route la représentation bond graph est utilisée. Cette représentation est utile pour illustrer la connexion de plusieurs éléments ou tronçons routiers pour mettre en évidence le transfert de véhicules d'un élément/tronçon à l'autre. Donc, la représentation bond graph facilite la modélisation du transfert entre les différents éléments composant d'un réseau routier [Dimon, 2011].

La représentation par réseau à compartiments est plus appropriée pour décrire un réseau routier, en soulignant les liens entre les tronçons qui composent le réseau routier, et la manière à traverser les carrefours de circulation. Cette approche permet la mise en œuvre d'algorithmes d'optimisation des coûts par rapport à la distance parcourue ou le temps de voyage.

La thèse propose une approche décentralisée du trafic routier, dans la configuration : région routière – objet routier – élément routier. Cette structuration spécifique du trafic routier peut être vue à trois niveaux ; du niveau le plus complexe vers le niveau le plus simple nous avons :

1. la région routière (partie de l'infrastructure routière d'une ville) ;
2. l'objet routier (tronçon routier et/ou carrefour routier) ;
3. l'élément routier (partie composant d'un tronçon routier).

Par la connexion des éléments d'un niveau des éléments du niveau supérieur sont obtenus. Ainsi, plusieurs éléments routiers composent un tronçon routier et plusieurs tronçons et carrefours routiers composent la région routière. A mentionner qu'un tronçon routier peut être aussi composé d'un seul élément routier et ceci est le cas d'un carrefour pour lequel la partie centrale, qui relie tous les tronçons qui se coupent, est aussi un élément routier.

Dans cette approche les différents éléments de la modélisation du trafic réseau sont configurés et le contrôle est assuré d'une manière unifiée et cohérente.

Dans le troisième chapitre, des modèles dynamiques pour différents éléments et objets routiers sont proposés. Par la connexion des éléments routiers le modèle d'un tronçon routier ou de différents types de carrefours routiers est déterminé. Les modèles des éléments routiers sont obtenus par la linéarisation de modèles d'équations issus des lois qui régissent l'écoulement d'un fluide. Pour les éléments routiers, deux situations sont considérées comme représentatives:

- élément routier contenant des véhicules circulant à une vitesse libre;
- élément routier contenant une accumulation de véhicules stationnés.

Les modèles mathématiques linéarisés, tangentiels, de type entrée-sortie, pour les éléments routiers et leurs connexions (tronçons, carrefours) sont construits conformément à la représentation hydraulique. La représentation des modèles par la théorie de bond graphs facilite l'interconnexion d'éléments routiers et la génération de tronçons (ou carrefours) complexes. En étudiant le comportement dynamique des éléments et des tronçons une analyse de la «déviabilité» à partir des modèles réels non linéaires est réalisée. Les résultats obtenus en simulation vérifiant qualitativement le comportement du trafic routier réel, les modèles sont considérés validés [Dimon, 2012].

Le quatrième chapitre est consacré à la conception d'algorithmes numériques de contrôle pour assurer des critères de performance pour les segments de route modélisés dans le troisième chapitre. A partir des modèles déterminés, des algorithmes de contrôle de type polynomiales (RST) [Dimon, 2010b ; Dimon, 2010c] sont conçus pour les paramètres de trafic tels que le débit de véhicules, le nombre de véhicules (ou la pression routière), la longueur de la queue de véhicules. La commande est adaptée pour le cas des modèles simples (éléments) ou des modèles complexes (tronçons). La commande s'applique soit indépendamment sur chaque élément routier, soit au niveau d'un tronçon routier ; elle est appliquée en changeant le débit d'entrée de l'élément ou du tronçon routier.

En raison de la linéarisation des modèles, l'approche proposée dans le chapitre trois, une étude de robustesse de la commande conçue est réalisée. Comme indicateur de la robustesse la marge de module est considérée. L'analyse de robustesse est nécessaire pour augmenter la tolérance du système aux non linéarités de modèle [Dimon, 2010a]. Ayant en vue le cas de variations structurelles, les algorithmes RST proposés sont conçus pour

garder les performances spécifiées même pour ces variations, en utilisant des procédures d'augmentation de leur robustesse.

Comme le débit d'entrée n'est pas une variable qui peut être commandé directement, pour la mise en œuvre de la commande, une structure de surveillance est proposée, qui remplace la variable de commande par la vitesse d'écoulement libre des véhicules. Pour l'accès de la commande calculée aux paramètres du trafic un algorithme à trois niveaux est réalisé, pour ajuster la vitesse des véhicules dans un élément ou tronçon routier en fonction des restrictions de circulation imposées.

Les résultats de simulation sont obtenus en utilisant des logiciels dédiés (WinPIM/WinREG de Laboratoire d'Identification et Contrôle de Processus Industriels et 20-sim de LAGIS) et des routines de Matlab/Simulink.

Le cinquième chapitre présente une stratégie pour le contrôle d'une région (réseau) routière, en utilisant la représentation par réseau à compartiments et le concept de système dynamique positif [Buta, 2010]. Conformément à la représentation par réseau à compartiments des modèles dynamiques d'état sont obtenues, valables pour un réseau de trafic ; en fonction de ces modèles une commande avec retour d'état est conçue. L'algorithme de contrôle d'état proposé est lui-même un réseau à compartiments. L'étude de cas d'une intersection en «croix» est présentée afin de vérifier les performances de l'algorithme. Les résultats de la simulation s'agissent à contrôler l'intersection, en utilisant des routines de Matlab/Simulink.

Les résultats présentés dans la thèse peuvent être développés dans quelques directions. Les perspectives de développement les plus prometteuses sont considérées ci-dessous.

Un premier défi est d'étendre les résultats obtenus en simulation pour résoudre les problèmes réels de circulation par la mise en œuvre de dispositifs dédiés installés sur les véhicules (en allant vers l'idée de véhicule intelligent) et sur l'infrastructure routière, en raison d'assurer en temps réel l'interaction véhicule - véhicule et véhicule - infrastructure routière.

Les modèles sont obtenus en considérant des hypothèses de simplification ; les véhicules sont considérés se déplaçant seulement dans un sens et sur une seule voie. Le nombre de voies est un paramètre qui intervient dans les

expressions des modèles dynamiques, mais comme il est une constante, il est facile de le changer, sans incidence importante sur la dynamique des modèles.

Par contre, la circulation à deux sens pose plusieurs problèmes supplémentaires, en changeant totalement la dynamique de modèles. Un développement ultérieur vise à prendre en compte le trafic bidirectionnel pour proposer des modèles et d'algorithmes de commande capables de le décrire.

Pour les algorithmes de contrôle, l'analyse de robustesse peut être développée pour la conservation des performances du système en cas de perturbations structurelles provoquées par les différentes connexions d'éléments et tronçons routiers.

En plus, les algorithmes de contrôle peuvent être améliorés en intégrant des aspects d'optimisation du trafic tels que le temps de voyage, la distance parcourue, la vitesse moyenne de déplacement, le coût total, etc.

Aussi, le développement de la commande d'une région routière en utilisant une commande par modes glissants, pour contrôler le temps de signalisation des feux d'un carrefour, peut être envisagée [Dimon, 2011]. En utilisant la représentation bond graph d'un réseau routier, un modèle bilinéaire avec des entrées booléennes [Mohler, 1992; Abadie, 1993] peut être mis en évidence. A partir d'un tel modèle, une commande à modes glissants peut être réalisée. Le principe de cette loi de commande est de diviser le domaine de temps en des petites périodes au cours desquelles le contrôle reste constant. L'objectif reste de prévenir l'apparition de la congestion routière, donc le nombre de voitures sur un élément routier à un moment donné doit être inférieur à la capacité maximum de cet élément ou à une valeur de référence. Une étude a été réalisée dans le cadre du stage de fin d'études d'Elena Ghita qui a montré la faisabilité et l'intérêt de ce type d'approche [Ghita, 2010].

Une combinaison entre la commande par modes glissants et la commande numérique RST est aussi un développement intéressant à analyser.

## Bibliographie

- [\*\*\*, 1998] Research Paper 98/16: “*Traffic Congestion [including the Road Traffic Reduction (United Kingdom Targets) Bill 1997/98]*”, House of Commons Library.
- [Abadie, 1993] V. Abadie, G. Dauphin-Tanguy, “*Elaboration of a control law for switching nonlinear systems*”, Journal of the Franklin Institute, Vol. 330, No. 4, pp. 685-693.
- [Adams, 1936] W.F. Adams, “*Road Traffic Considered as a Random Series*”, J. Inst. Civil Engineers, vol. 4, pp. 121-130.
- [Airimitoiaie, 2010] T.B. Airimitoiaie, D. Popescu, F.G. Filip, **C. Dimon**, “*Advanced control and optimization of thermo-energetic installations*”, 5<sup>th</sup> IFAC MCPL Conference, Coimbra, Portugal.
- [Airimitoiaie, 2009] T.B. Airimitoiaie, **C. Dimon**, “*Robust Control and Optimization for Thermo-Energetic Installations*”, Proceedings of the 17<sup>th</sup> CSCS Conference, Bucuresti.
- [Alessandri, 1998] A. Alessandri, A.D. Febbaro, A. Ferrara, E. Punta, “*Optimal control of freeways via speed signalling and ramp metering*”, Control Engineering Practice 6.
- [Aw, 2000] A. Aw, M. Rascle, “*Resurrection of ‘second order’ models of traffic flow*”, SIAM Journal on Applied Mathematics 60, pp. 916-938.
- [Aw, 2002] A. Aw, A. Klar, T. Materne, M. Rascle, “*Derivation of continuum traffic flow models from microscopic follow-the-leader models*”, SIAM Journal of Applied Mathematics 63(1).
- [Bardos, 1979] C. Bardos, A. LeRoux, J. Nedelec, “*First order quasilinear equations with bounday conditions*”, Communications in Partial Differential Equations.
- [Bastin, 2006] G. Bastin, V. Guffens, “*Congestion control in compartmental network systems*”, Systems and Control Letters, Vol. 55(8), pp. 689-696.
- [Bastin, 2007] G. Bastin, “*Sur la modélisation et le contrôle des réseaux dynamiques conservatifs*”, Revue E-STA, Special CIFA 2006, Vol. 3(2).

- [Ben-Akiva, 2001] M. Ben-Akiva, M. Bierlaire, D. Burton, H.N. Koutsopoulos, R. Mishalani, “*Network State Estimation and Prediction for Real-Time Transportation Management Applications*”, *Networks and Spatial Economics*, Vol 1, No. 3/4, pp. 293-318.
- [Benmansour, 2007] S. Benmansour, A. Benabdelhafid, J. Boukachour, D. Boudebous, “*Bond graph robust modeling approach for traffic flow*”, *The Mediterranean Journal of Measurement and Control*, Vol. 3, No. 2.
- [Benvenuti, 2002] L. Benvenuti, L. Farina, “*Positive and Compartmental Systems*”, *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 47, no. 2, pp. 370-373.
- [Brilon, 1999] W. Brilon, N. Wu, *Transportation Research Part A* 33, 275.
- [Brockfeld, 2001] E. Brockfeld, R. Barlovic, A. Schadschneider, M. Schreckenberg, “*Optimizing traffic lights in a cellular automaton model for city traffic*”, *Physical Review E* 64.
- [Bui, 1992] D. Bui, P. Nelson, S. Narasimhan, “*Computational realizations of the entropy condition in modelling congested traffic flow*”, Technical Report 1232-7, Texas Transportation Institute.
- [Buisson, 1996] C. Buisson, J. Lebacque, J. Lesort, “*Strada, a discretized macroscopic model of vehicular flow in complex networks based on the Godunov scheme*”, *Proceedings of the CESA’96 IEEE Conference*.
- [Buta, 2010] S.A. Buta, A.I. Udrea, “*Modeling and control of urban traffic – A conservative networks approach*”, 12th LSS Symposium : Theory and Applications, Villeneuve d’Ascq, France.
- [Buta, 2011] S.A. Buta, “*Modelarea si controlul traficului urban folosind retele conservative*”, *Lucrare de disertatie*, Bucuresti, Iulie 2011.
- [Chandler, 1958] R.E. Chandler, R. Herman, E.W. Montroll, “*Traffic dynamics: studies in car following*”, *Operation Research* 6, pp.165-184.
- [Coclite, 2005] G. Coclite, M. Garavello, B. Piccoli, “*Traffic flow on a road network*”, *SIAM Journal on Mathematical Analysis* 36.
- [Daganzo, 1995a] C. Daganzo, “*The cell transmission model part II: Network traffic*”, *Transportation Research Part B: Methodological* 29(2).

- [Daganzo, 1995b] C. Daganzo, “*Requiem for second-order fluid approximations of traffic flow*”, *Transportation Research Part B: Methodological* 29(2).
- [Dauphin-Tanguy, 2000] G. Dauphin-Tanguy, “*Les Bond Graphs*”, Hermes Science Europe Ltd., Paris.
- [Dauphin-Tanguy, 2004] G. Dauphin-Tanguy, L. Foulloy, D. Popescu, “*Modélisation, Identification et Commande des Systèmes*”, Editura Academiei Romane, Bucuresti.
- [Dimon, 2010a] **C. Dimon**, G. Dauphin-Tanguy, D. Popescu, “*Modeling, control and robustness analysis for a road sector*”, 5<sup>th</sup> IFAC MCPL Conference, Coimbra, Portugal.
- [Dimon, 2010b] **C. Dimon**, T.B. Airimitoai, F.G. Filip, “*Hierarchical control structure for thermoenergetical processes*”, 12th LSS Symposium : Theory and Applications, Villeneuve d’Ascq, France.
- [Dimon, 2010c] **C. Dimon**, D. Popescu, “*Modélisation et simulation des barrages hydro-énergétiques*”, 6ème CIFA Conférence, Nancy, France.
- [Dimon, 2011] **C. Dimon**, G. Dauphin-Tanguy, E. Ghita, “*Control strategy for urban traffic in a macroscopic approach*”, Proceedings of the 18<sup>th</sup> CSCS Conference, Bucuresti, Romania.
- [Dimon, 2012] **C. Dimon**, G. Dauphin-Tanguy, D. Popescu, “*Macroscopic Modeling of Road Traffic by Using Hydrodynamic Flow Models*”, 19<sup>th</sup> Mediterranean Conference on Control and Automation, Barcelona. (*en cours d’évaluation*)
- [Downs, 2004] A. Downs, “*Why Traffic Congestion Is Here to Stay... and Will Get Worse*”, ACCESS, no. 25, pp. 19-25.
- [Farina, 2002] L. Farina, “*Positive systems in the state space approach: main issues and recent results*”, Proceedings of 15<sup>th</sup> International Symposium on Mathematical Theory of Networks and Systems (MTNS 2002), Indiana, USA.
- [Forbes, 1963] T.W. Forbes, “*Human Factor Considerations in Traffic Flow Theory*”, Highway Research Board, Record 15, pp. 60-66.
- [Garavello, 2005] M. Garavello, B. Piccoli, “*Source-destination flow on a road networks*”, *Communications in Mathematical Sciences* 3.

- [Gawron, 1998] C. Gawron, “*Simulation-Based Traffic Assignment; Computing User Equilibria in Large Street Networks*”, PhD thesis, University of Cologne, Cologne, 1998.
- [Ghita, 2010] E. Ghita, “*Projet de fin d’études : Sliding Mode Control*”, Ecole Centrale de Lille, Coordonnateur : prof. G. Dauphin-Tanguy.
- [Godunov, 1959] S.K. Godunov, “*A Difference Scheme for Numerical Solution of Discontinuous Solution of Hydrodynamic Equations*”, *Matematicheskii Sbornik*, 47, pp. 271-306
- [Greenberg, 2001] J.M. Greenberg, “*Extensions and amplifications of a traffic model of Aw and Rascle*”, *SIAM Journal on Applied Mathematics* 62.
- [Greenshields, 1935] B. D. Greenshields, “*A Study in Highway Capacity*”, Highway Research Board, Proceedings, vol. 14, p. 458.
- [Greenshields, 1947] B.D. Greenshields, D. Schapiro, E.L. Erickson, “*Traffic Performance at Urban Intersections*”, Bureau of Highway Traffic, Technical Report no. 1, Yale University Press, New Haven, CT.
- [Hegyi, 2002] A. Hegyi, B. De Schutter, H. Hellendoorn, and T. van den Boom, “*Optimal coordination of ramp metering and variable speed controlan MPC approach*”, Proceedings of the American Control Conference, vol. 5, pp. 3600–3605, Nov. 2002.
- [Herty, 2006] M. Herty, M. Rascle, “*Coupling conditions for a class of second order models for traffic flow*”, *SIAM Journal on mathematical analysis* 38.
- [Holden, 1995] H. Holden, N. Risebro, “*A mathematical model of traffic flow on a network of unidirectional roads*”, *SIAM Journal on Mathematical Analysis* 26.
- [Hoogendoorn, 2001] S.P. Hoogendoorn, P.H.L. Bovy, “*State-of-the-art of Vehicular Traffic Flow Modelling*”, Proceedings of the I MECH E Part I Journal of Systems & Control Engineering, Volume 215, Number 4, 19 August 2001, pp. 283-303.
- [Jayakrishnan, 1994] R. Jayakrishnan, H.S. Mahmassani, T.Y. Hu, “*An Evaluation Tool for Advanced Traffic Information and Management Systems in Urban Networks*”, *Transportation Research C*, vol. 2C, pp. 129-147, 1994.

- [Jin, 2003] W.L. Jin, H.M. Zhang, “*The inhomogeneous kinematic wave traffic flow model as a resonant nonlinear system*”, *Transportation Science* 37(3).
- [Kachroo, 2000] P. Kachroo, K. Krishen, “*System Dynamics and Feedback Control Design Problem Formulations for Real Time Ramp Metering*”, *Transactions of Society for Design and Process Science*.
- [Karnopp, 1975] D. Karnopp, R. Rosenberg, “*System Dynamics: a unified approach*”, John Willey & sons.
- [Kerner, 1999] B.S. Kerner, “*The physics of traffic*”, *Physics World Magazine* 12, 23-25 (August 1999).
- [Kerner, 2000] B.S. Kerner, “*Phase transitions in traffic flow*”, *Traffic and Granular Flow*, Springer Verlag, pp. 253-283.
- [Kerner, 2009] B.S. Kerner, P. Konhauser, “*Cluster effect in initially homogeneous traffic flow*”, *Physics Revue E* 48, 4 (Oct 1993).
- [Kotsialos, 2004] A. Kotsialos, M. Papageorgiou, “*Nonlinear optimal control applied to coordinated ramp metering*”, *IEEE Transactions on Control Systems Technology* 12(6).
- [Landau, 2006] I.D. Landau, G. Zito, “*Digital Control Systems - Design, Identification and Implementation*”, Springer Verlag, Germany.
- [Lax, 1973] P. Lax, “*Hyperbolic systems of conservation laws and the mathematical theory of shock waves*”, *SIAM Regional conference series in applied mathematics*, Vol. 11.
- [Lebacque, 1984] J. Lebacque, “*Semimacroscopic simulation of urban traffic*”, *AMSE International Minneapolis Summer Conference*.
- [Lebacque, 1996] J.P. Lebacque, “*The Godunov scheme and what it means for first order traffic flow models*”, *Proceedings of International Symposium on Transportation and Traffic Theory*, pp. 647-677, Lyon, France.
- [Lebacque, 1997] J. Lebacque, “*A finite acceleration scheme for first order macroscopic traffic flow models*”, *Proceedings of the 8th IFAC symposium on transportation systems* (editors: M. Papageorgiou, A. Pouliezios).
- [Lebacque, 2002] J.P. Lebacque, M.M. Khoshyaran, “*Macroscopic flow models*”, *Transportation planning: the state of the art - Proceedings of*

- the 6th Meeting of the EURO Working Group on Transportation (editors: M. Patriksson, M. Labbé), Kluwer Academic Press.
- [Lebacque, 2005] J. Lebacque, M. Khoshyaran, “*First order macroscopic traffic flow models: intersection modeling, network modeling*”, Proceedings of the 16th ISTTT.
- [Lebacque, 2005b] J. Lebacque, H. Haj-Salem, S. Mammar, “*Second order traffic flow modeling: supply-demand analysis of the inhomogeneous Riemann problem and of boundary conditions*”, Proceedings of the 10th Euro Working Group on Transportation (EWGT).
- [Leitloff, 2006] J. Leitloff, S. Hinz, U. Stilla, “*Detection of vehicle queues in Quickbird imagery of city areas*”, Photogrammetrie Fernerkundung Geoinformation, 4, pp. 315-325.
- [Leo, 1992] C. Leo, R. Pretty, “*Numerical simulation of macroscopic continuum traffic models*”, Transportation Research Part B: Methodological 26.
- [Leonard, 1989] D.R. Leonard, P. Power, N.B. Taylor, “*CONTRAM: structure of the model*”, Transportation Research Laboratory, Crowthorn TRL Report RR 178, 1989.
- [Lighthill, 1955] M.H. Lighthill, G.B. Whitham, “*On kinematic waves II: a theory of traffic flow on long crowded roads*”, Proceedings of the Royal Society, London Series A, 229, pp. 317-345.
- [Longley, 1968] D. Longley, “*A control strategy for a congested computercontrolled traffic network*”, Transportation Research vol. 2, pp. 391-408, 1968.
- [Lupu, 2010] C. Lupu, A. Udrea, D. Popescu, C. Petrescu, A. Ticlea, **C. Dimon**, B. Irimia, “*Solutii practice de conducere a proceselor neliniare*”, Politehnica Press, Bucuresti. (ISBN: 978-606-515-105-5)
- [Maerivoet, 2005] S. Maerivoet, B. De Moor, “*Cellular automata models of road traffic*”, Physics Reports, Vol. 419, Issue 1, pp. 1-64, 2005.
- [Mahut, 2001] M. Mahut, “*A multi-lane extension of the Space-Time Queue Model of Traffic Dynamics*”, presented at TRISTAN IV, Azores Islands, 2001.
- [Mahut, 2003] M. Mahut, M. Florian, N. Tremblay, “*Space-Time Queues and Dynamic Traffic Assignment: A model, algorithm and applications*”, Transportation Research Board, Washington DC, 2003.

- [Mammar, 2005] S. Mammar, J. Lebacque, H. Haj-Salem, “*Resolution of Aw, Rascle & Zhang macroscopic second order traffic flow*”, Proceedings of the 4th IMA conference on Mathematics in Transportation.
- [Meyer, 2007] F. Meyer, S. Hinz, R. Müller, G. Palubinskas, C. Laux, H. Runge, “*Towards traffic monitoring with TerraSAR-X*”, Canadian Journal of Remote Sensing, 33(1), pp. 39-51.
- [Michalopoulos, 1984] P.G. Michalopoulos, D.E. Beskos, J.K. Lin, “*Analysis of interrupted traffic flow by finite difference methods*”, Transportation Research Part B: Methodological 18.
- [Mircioiu, 2010] M. Mircioiu, E.M. Cimpoesu, **C. Dimon**, “*Robust control and optimization for a petrochemical pyrolysis reactor*”, 18<sup>th</sup> Mediterranean Conference on Control and Automation, Marrakech, Maroc.
- [Mohler, 1992] R. Mohler, “*Nonlinear systems Vol. II, Application to bilinear control*”, Prentice Hall, New Jersey.
- [Nagel, 1992] K. Nagel, M. Schreckenberg, “*A cellular automaton model for freeway traffic*”, Journal de Physique I, No. 2, pp. 2221–2229.
- [Palubinskas, 2010] G. Palubinskas, P. Reinartz, “*Traffic classification and speed estimation in time series of airborne optical remote sensing images*”, in Paparoditis N., Pierrot-Deseilligny M., Mallet C., Tournaire O. (Eds), IAPRS, Vol. XXXVIII, Part 3A – Saint-Mandé, France, September 1-3.
- [Papageorgiou, 1991] M. Papageorgiou, H. Hadj-Salem, J.-M. Blosseville, “*ALINEA: A local feedback control law for on-ramp metering*”, Transportation Research Record No. 1320.
- [Papageorgiou, 1998] M. Papageorgiou, H. Haj-Salem, F. Middelham, “*ALINEA local ramp metering: Summary of field results*”, Transportation Research Record No. 1603, pp. 90-98.
- [Payne, 1971] H.J. Payne, “*Models of freeway traffic and control*”, Math. Models Publ. Sys, 28, pp.51-61.
- [Pipes, 1953] L.A. Pipes, “*An Operational Analysis of Traffic Dynamics*”, Journal of Applied Physics, Vol. 24(3), pp. 274-281.
- [Pipes, 1967] L.A. Pipes, “*Car following models and the fundamental diagram of road traffic*”, Transportation Research, Vol. 1.

- [Popescu, 2006] D. Popescu, D. Stefanoiu, C. Lupu, C. Petrescu, B. Ciubotaru, **C. Dimon**, “*Automatica Industrială*”, Editura AGIR, Bucuresti.
- [Popescu, 2011] D. Popescu, **C. Dimon**, “*Automatizari industriale si conducere de proces*”, Ed. AOSR, Bucuresti. (ISBN: 978-606-8371-25-2)
- [Pottmeier, 2002] A. Pottmeier, R. Barlovic, W. Knospe, A. Schadschneider, M. Schreckenberg, “*Localized defects in a cellular automaton model for traffic flow with phase separation*”, *Physica A* 308, pp. 471–482.
- [Prasanna, 2009] U.R. Prasanna, M. Srinivas, L. Umanand, “*Macroscopic model of city traffic using bondgraph modeling*”, *Int. J. Engineering Systems Modelling and Simulation*, Vol. 1, No. 2/3.
- [Preizig, 2004] H. Preizig, “*Modelling: Compartmental networks and topologies. A comparison with bond graphs*”, *Computer Aided Chemical Engineering*, vol. 18, pp. 1111-1116.
- [Richards, 1956] P.I. Richards, “*Shockwaves on the highway*”, *Operations Research* 4(1), pp. 42-51.
- [Rosenbaum, 2009] D. Rosenbaum, F. Kurz, U. Thomas, S. Suri, P. Reinartz, “*Towards automatic near real-time traffic monitoring with an airborne wide angle camera system*”, *European Transport Research Review*, 1(1), pp. 11-21.
- [Rosenberg, 1983] R. Rosenberg, D. Karnopp, “*Introduction to Physical System Dynamics*”, Mac Graw Hill.
- [Wardrop, 1952] J.G. Wardrop, “*Some Theoretical Aspects of Road Traffic Research*”, *Proceedings of the Institution of Civil Engineers*, Part II, 1(2), pp. 325-362.
- [Wiedemann, 1974] R. Wiedemann, “*Simulation des Straßenverkehrsflusses*”, Technical Report, Institute for Traffic Engineering, University of Karlsruhe.
- [Whitham, 1974] G.B. Whitham, “*Linear and nonlinear waves*”, New York: Wiley.
- [Zhang, 2001] H.M. Zhang, W. Ritchie, R. Jayakrishnan, “*Coordinated traffic-responsive ramp control via nonlinear state feedback*”, *Transportation Research Part C: Emerging Technologies* 9.

- [Zhang, 2002a] H.M. Zhang, “*A non-equilibrium traffic model devoid of gas-like behavior*”, *Transportation Research Part B: Methodological* 36, pp. 275-190.
- [Zhang, 2002b] H.M. Zhang, W.L. Jin, “*Kinematic wave traffic flow model for mixed traffic*”, *Transportation Research Record*, Vol. 1802, pp. 197-204.
- [Zhang, 2004] L. Zhang, D. Levinson, “*Optimal freeway ramp control without origindestination information*”, *Transportation Research Part B: Methodological* 38(10).

**Titre en français:** *Contributions à la modélisation et la commande des réseaux de trafic routier*

**Résumé en français:** La thèse propose des modèles dynamiques pour décrire la circulation routière en adaptant des modèles de la mécanique des fluides. La circulation routière est considérée comme un système complexe organisé dans une structure décentralisée à trois niveaux: réseau routier, objets routiers (tronçons et intersections) et éléments (segments) routiers. La thèse est organisée en six chapitres. Le premier chapitre présente les problèmes spécifiques aux réseaux de circulation routière, ainsi que des modèles et des algorithmes de contrôle trouvés dans la littérature. Le deuxième chapitre présente les principaux outils nécessaires pour décrire un modèle de trafic macroscopique et des façons pour représenter le flux de véhicules. Dans le troisième chapitre, des modèles dynamiques sont proposés pour différents segments et tronçons routiers. Le quatrième chapitre est consacré à la conception d'algorithmes pour le contrôle du trafic et l'optimisation de la circulation, y compris une analyse de robustesse pour évaluer la tolérance du système aux non-linéarités du modèle. Le cinquième chapitre présente une stratégie de contrôle pour le réseau routier, en utilisant la représentation par des modèles à compartiments et le concept de dynamique positive. Dans le dernier chapitre de la thèse, les contributions de l'auteur sont mises en évidence et quelques perspectives pour le développement ultérieur de la recherche sont présentées.

**Mots-clefs:** trafic routier, approche macroscopique, modélisation analytique, bond graphs, réseaux à compartiments.

**Titre en anglais:** *Contributions to modeling and control of road traffic networks*

**Résumé en anglais:** The thesis proposes dynamic models in order to describe road traffic by adapting models of fluid mechanics. Road traffic is seen as a complex system organized in a decentralized structure with three levels: traffic network, traffic objects (road sections and intersections) and road segments. The thesis is organized into six chapters. The first chapter presents specific problems of road traffic networks, as well as control models and algorithms found in literature. The second chapter presents the main tools needed to describe a macroscopic traffic model, and some ways of representing the flow of vehicles. In the third chapter, dynamic models are proposed for different road segments and sections. The fourth chapter is devoted to designing algorithms for traffic control and optimization, including a robustness analysis to evaluate the system's tolerance to model nonlinearities. The fifth chapter presents a control strategy for the road network, using the representation with compartmental models and the concept of positive dynamic. In the last chapter of the thesis, the author's contributions are highlighted and some perspectives for further development of the research are presented.

**Mots-clefs:** road traffic, macroscopic approach, analytical modeling, bond graphs, compartmental networks.