



HAL
open science

Conception de mécanismes compliants pour la robotique chirurgicale

Lennart Rubbert

► **To cite this version:**

Lennart Rubbert. Conception de mécanismes compliants pour la robotique chirurgicale. Automatique / Robotique. Université de Strasbourg, 2012. Français. NNT : 2012STRAD035 . tel-00801892

HAL Id: tel-00801892

<https://theses.hal.science/tel-00801892>

Submitted on 18 Mar 2013

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



UNIVERSITÉ DE STRASBOURG
ÉCOLE DOCTORALE
MATHÉMATIQUES, SCIENCES DE L'INFORMATION
ET DE L'INGÉNIEUR

THÈSE

pour obtenir le grade de

Docteur

de l'Université de Strasbourg

Spécialité : ROBOTIQUE

Présentée par

Lennart RUBBERT

Conception de mécanismes compliants pour la robotique chirurgicale

Thèse dirigée par Jacques GANGLOFF

et encadrée par Pierre RENAUD

Préparée au Laboratoire des Sciences de l'Image,
de l'Informatique et de la Télédétection

Soutenue publiquement le 11 décembre 2012

Jury :

Rapporteurs : Nicolas ANDREFF, Professeur, FEMTO, Besançon
Jean-Pierre MERLET, Directeur de Recherche, INRIA Sophia-Antipolis
Examineurs : Jean-Marc BREGUET, Docteur-Ingénieur, CSEM, Neuchâtel
Jacques GANGLOFF, Professeur, LSIIT, Strasbourg
Pierre RENAUD, Maître de Conférences HDR, LSIIT, Strasbourg

Membre invité : Stéphane CARO, Chargé de Recherche CNRS, IRCCyN, Nantes

Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier le Ministère de l'Enseignement supérieur et de la Recherche de m'avoir attribué une allocation de recherche et ainsi m'avoir permis de réaliser ma thèse dans de très bonnes conditions.

Je tiens ensuite à remercier Michel de Mathelin, alors responsable d'équipe Automatique Vision et Robotique, qui a mis à ma disposition un environnement de travail de très grande qualité et qui a toujours trouvé des financements pour le matériel et les déplacements aux conférences.

Je remercie ensuite mon directeur de thèse Jacques Gangloff qui m'a laissé une très grande liberté dans la manière d'aborder mon travail de thèse. Je le remercie également pour sa disponibilité, ses conseils et ses remarques toujours très pertinentes.

Je remercie tout particulièrement mon encadrant de thèse Pierre Renaud avec qui j'ai déjà eu la chance de travailler durant mon stage de Master. En effet, son encadrement très pédagogique et d'un très haut niveau scientifique m'a permis de progresser sur le plan de la méthodologie, de la recherche et des connaissances scientifiques. De plus, j'ai pris un grand plaisir à travailler avec lui grâce à sa personnalité agréable et son ouverture.

Je remercie Jean-Pierre Merlet de l'INRIA et Nicolas Andreff de FEMTO d'avoir accepté de rapporter sur mon travail de thèse ainsi que Jean-Marc Breguet du CSEM d'avoir participé à mon jury de thèse en tant qu'examineur extérieur.

Je remercie également Stéphane Caro de l'IRCCyN avec qui j'ai collaboré sur une partie de mon travail de thèse et qui m'a permis d'explorer d'autres thématiques de la robotique que celles abordées dans notre laboratoire. J'ai pris un très grand plaisir à travailler avec lui et me réjouis des travaux futurs que nous réaliserons ensemble. Je le remercie également d'avoir accepté de participer à ma soutenance de thèse en tant que membre invité.

Je remercie très chaleureusement tous les membres de l'équipe Automatique Vision et Robotique pour leur disponibilité et leur bonne humeur. Je remercie en particulier Laure Esteveny qui était une formidable collègue de bureau. Je remercie également Loïc Cuvillon qui m'a donné un bon coup de main lors de la phase d'expérimentation et qui m'a accompagné lors de la préparation des travaux pratiques dans le cadre de mon monitorat. Je remercie Xavier Weber et Yvan Janin pour leurs travaux réalisés en stage de Master qui ont complété mes travaux. Je remercie beaucoup Fabrice Buhl de l'INSA de Strasbourg qui a usiné le dispositif expérimental.

Enfin, je remercie énormément ma famille et mes amis qui m'ont soutenu et encouragé. Je remercie tout particulièrement Maria qui m'a continuellement soutenu et qui, par son affection, a largement contribué à ce travail de thèse.

Table des matières

1	Introduction	1
2	Positionnement et contributions	5
2.1	Introduction	5
2.2	Stabilisation cardiaque pour le pontage coronarien	5
2.3	La stabilisation cardiaque active : principe, avantages et limites . .	7
2.3.1	Limitations des stabilisateurs cardiaques passifs	7
2.3.2	Les assistances robotiques proposées	7
2.4	Deux voies de développement des stabilisateurs actifs	14
2.4.1	Intégration du mécanisme de compensation dans le tube . .	14
2.4.2	Réduction de la taille du mécanisme de compensation en amont de la tige	17
2.5	Problématiques de conception en robotique chirurgicale	20
2.6	Méthode de conception de mécanismes compliants	21
2.6.1	Optimisation topologique	22
2.6.2	Approche de construction par blocs élémentaires	24
2.6.3	Approche cinématique de conception de mécanismes com- pliants	26
2.7	Contributions de la thèse	28
3	Optimisation de mécanismes compliants	29
3.1	Optimisation par algorithme de colonie de fourmis	29
3.1.1	Les méthodes d'optimisation de mécanismes compliants . .	30
3.1.2	Principe de l'algorithme de colonie de fourmis proposé . .	30
3.2	Application de la méthode de conception	34
3.2.1	Démarche	34
3.2.2	Sélection d'un mécanisme	36
3.2.3	Modélisation du mécanisme compliant	39
3.2.4	Optimisation du mécanisme	44
3.2.5	Résultats et discussion	48
3.2.6	Validation des performances par un démonstrateur à un de- gré de liberté	55
3.3	Conclusion	56
4	Conception de mécanismes parallèles compliants en configuration quasi plane	61
4.1	Introduction	61

4.2	Sélection d'une architecture de mécanisme pour l'orientation . . .	63
4.3	Modélisation du mécanisme 3-RRR compliant plan	66
4.3.1	Modèle géométrique inverse du manipulateur 3-RRR . . .	66
4.3.2	Modélisation de la raideur en rotation du méca- nisme 3-RRR compliant	67
4.3.3	Modélisation de la raideur en translation du méca- nisme 3-RRR compliant	69
4.3.4	Estimation des contraintes mécaniques	72
4.4	Optimisation	72
4.4.1	Le domaine de solutions	73
4.4.2	Contraintes d'optimisation	73
4.4.3	Évaluation des performances	74
4.5	Résultats et discussion	76
4.5.1	Résultats	76
4.5.2	Discussion	78
5	Démarche de conception de mécanismes compliants basée sur l'analyse des singularités parallèles	81
5.1	Proposition d'une démarche de conception de mécanismes com- pliants	81
5.2	Manipulateur parallèle 3-US	85
5.3	Analyse de singularités avec l'algèbre de Grassmann-Cayley . . .	88
5.3.1	Principe de la méthode	88
5.3.2	Système d'efforts global du manipulateur parallèle 3-US .	90
5.3.3	Analyse détaillée des conditions de singularité pour le pre- mier mode d'actionnement	94
5.3.4	Analyse des singularités pour les autres modes d'actionne- ment	98
5.3.5	Degrés de mobilité gagnés pour les cinq modes d'action- nement	98
5.4	Conception du mécanisme compliant à trois mobilités RRP	100
5.4.1	Choix de l'architecture	100
5.4.2	Conception préliminaire du mécanisme compliant	101
5.4.3	Analyse des mobilités du mécanisme 3-UU compliant . .	102
5.5	Intégration et évaluation préliminaire d'un nouveau stabilisateur .	103
5.5.1	Choix d'un mécanisme d'actionnement	104
5.5.2	Intégration des mécanismes 3-RRR et 3-UU compliants .	105
5.5.3	Intégration et évaluation du mécanisme de compensation complet	107
5.6	Conclusion	113

6 Conclusion	115
Listes des publications	119
A Prédimensionnement du mécanisme de levier	121
B Modélisation du mécanisme à quatre barres	125
B.1 Modèle géométrique	125
B.2 Modélisation des raideurs	128
B.3 Analyse statique	129
B.4 Calcul des contraintes mécaniques	133
B.5 Expression exacte de l'aire de la section de la liaison compliant .	135
C Modélisation de la raideur en rotation du mécanisme 3-RRR	139
C.1 Introduction	139
C.2 Analyse statique	140
C.3 Expression de la raideur en rotation d'une jambe du mécanisme .	144
C.4 Expression de la raideur en rotation du mécanisme	145
Bibliographie	147

Introduction

La robotique chirurgicale vise, grâce à l'utilisation de systèmes robotiques en salle d'opération, à améliorer l'efficacité clinique, à réduire les coûts et globalement à contribuer à améliorer l'efficacité du système de santé. Un robot chirurgical est avant tout une assistance robotisée pour le chirurgien qui remplit soit des fonctions très simples et sans risques pour le patient soit reproduit le geste du chirurgien qui est alors beaucoup plus complexe [Taylor 2003]. En effet, il est généralement considéré que la robotique peut contribuer médicalement en apportant la répétabilité propre aux systèmes robotiques et peut permettre d'améliorer les capacités du chirurgien, par exemple en filtrant ses tremblements ou en le rendant capable d'effectuer des gestes à des échelles autrement inaccessibles.

La robotique chirurgicale contribue également à ouvrir de nouvelles approches chirurgicales. À l'heure actuelle, la chirurgie à trocart unique peut bénéficier de la possibilité de proposer des outils robotisés miniatures, contrôlés de manière aisée par le chirurgien. Un des verrous dans ce développement réside dans la capacité à concevoir et produire des dispositifs dont la compacité devient cruciale. Le défi est d'autant plus difficile que l'utilisation en milieu médical en contraint fortement la conception : les dispositifs robotisés doivent être compacts pour ne pas perturber le chirurgien et l'ensemble du personnel en salle d'opération, et l'asepsie des outils doit pouvoir être assurée. Enfin, comme nous l'avons précisé précédemment, la robotique chirurgicale vise à contribuer de manière générale à la réduction du coût des soins. Par conséquent, le coût des systèmes robotiques doit lui-même être contrôlé.

Actuellement, pour un système robotique tel que le *Da Vinci* dédié à la chirurgie minimalement invasive, la conception passe par l'assemblage d'éléments de taille millimétrique dans les outils robotisés. Nous qualifierons dans la suite cette échelle de mésoscopique, entre le monde macroscopique (centimétrique) et microscopique (micrométrique). À cette échelle, la maîtrise des jeux résultant de l'assemblage est délicate, avec une usure en fonctionnement qui peut inciter à contourner le problème en considérant les systèmes à usage unique. L'emploi de mécanismes compliants constitue une voie pertinente pour pallier ces difficultés. Les mécanismes compliants sont des structures monolithiques qui exploitent l'élasticité de la matière pour générer des mobilités. Associer dans une même conception robotique ces mécanismes et un actionnement piézoélectrique est particulièrement intéressant. Il est, en effet, possible de proposer des dispositifs de haute précision, car

sans jeu dans la structure mécanique ou dans l'actionneur, et dont le caractère monolithique facilite la stérilisation : on évite alors d'avoir des jeux de fonctionnement qui puissent être dégradés par un processus de stérilisation.

Un exemple dans cette voie est le *Cardioloock*, un stabilisateur cardiaque actif. Ce dispositif robotisé doit faciliter la réalisation du geste du pontage coronarien sur cœur battant. Le *Cardioloock* répond à un besoin médical, mais manque aujourd'hui de la compacité souhaitée pour une intégration optimale dans une salle d'opération. Dans cette thèse, nous nous intéressons à ce dispositif, et souhaitons en proposer une nouvelle version qui soit satisfaisante en terme de compacité.

La problématique introduite concerne de manière générale les dispositifs robotiques chirurgicaux conçus à bases de mécanismes compliants. Dans cette thèse, nous apportons des contributions dans ce domaine en partant du cas de la stabilisation cardiaque. Nos contributions sont introduites dans ce manuscrit au travers de quatre chapitres.

Positionnement : dans ce chapitre, nous introduisons la stabilisation cardiaque active et présentons ses limites actuelles. Nous proposons ensuite deux solutions permettant d'améliorer la compacité du *Cardioloock* qui serviront de fil conducteur pour les chapitres suivants. La première consiste à intégrer le mécanisme de compensation du *Cardioloock* dans la tige du stabilisateur cardiaque. Le problème de l'optimisation de mécanismes compliants est alors soulevé et traité dans le chapitre suivant. La seconde solution consiste à concevoir le mécanisme de compensation à partir de structures planes, ce qui faciliterait la réalisation et favoriserait sa compacité. Deux chapitres sont consacrés à la conception de mécanismes parallèles compliants pouvant être fabriqués dans le plan. Pour l'ensemble de ces trois chapitres que nous venons d'introduire, il est nécessaire, tout d'abord, de choisir une démarche de conception. Ce choix est présenté et argumenté en fin de chapitre.

Optimisation de mécanismes compliants : dans ce chapitre, nous proposons un algorithme de colonie de fourmis adapté au problème de la conception de mécanismes compliants. Nous montrons ses performances à travers l'optimisation de l'architecture d'un mécanisme compliant pouvant être intégré dans une tige dans le contexte de la stabilisation cardiaque active. La modélisation d'un tel dispositif est présentée et ses performances sont évaluées au moyen d'un démonstrateur. L'intérêt d'une telle approche est finalement discuté.

Fabrication dans le plan de mécanismes parallèles compliants : la conception du mécanisme de compensation à partir de structures fabriquées dans le plan est étudiée sur deux chapitres, en choisissant plus particulièrement d'analyser l'impact de l'existence de singularités pour les manipulateurs parallèles dans notre conception. Un manipulateur parallèle est particulièrement intéressant pour ses propriétés de rigidité. Il peut cependant devenir inexploitable s'il est placé en singularité. Dans ce premier chapitre, nous nous posons la question de l'évitement de singularités en choisissant d'obtenir un mécanisme compliant par des méthodes

de fabrication plane, tout en jouant sur des dissymétries de fabrication. Nous appliquons la démarche de conception au développement d'un mécanisme compliant parallèle d'orientation. Les performances et les résultats de cette démarche sont discutés.

Démarche de conception de mécanismes compliants basée sur l'analyse des singularités parallèles : dans ce chapitre, nous adoptons une approche inverse à celle du chapitre précédent. Nous considérons l'exploitation des propriétés de manipulateurs en singularité de type parallèle pour proposer de nouveaux mécanismes compliants. Cette démarche de conception se base sur l'analyse par l'algèbre de Grassmann-Cayley des singularités des manipulateurs parallèles. Nous considérons alors la réalisation dans le plan d'un mécanisme compliant parallèle ayant trois degrés de mobilités hors plan. La pertinence de cette approche est alors montrée au travers de la réalisation à partir de plans du mécanisme de compensation pour la stabilisation cardiaque active. Les premiers résultats sur le dispositif final sont finalement présentés et discutés.

Positionnement et contributions

Sommaire

2.1	Introduction	5
2.2	Stabilisation cardiaque pour le pontage coronarien	5
2.3	La stabilisation cardiaque active : principe, avantages et limites	7
2.4	Deux voies de développement des stabilisateurs actifs	14
2.5	Problématiques de conception en robotique chirurgicale	20
2.6	Méthode de conception de mécanismes compliants	21
2.7	Contributions de la thèse	28

2.1 Introduction

Cette thèse se situe dans le contexte de la chirurgie cardiaque, et, plus particulièrement, du pontage coronarien. Dans un premier temps, nous introduisons la problématique médicale, et rappelons l'intérêt des approches de stabilisation active proposées récemment. Dans un deuxième temps, une analyse de la conception de ces dispositifs est réalisée, qui met en avant les facteurs limitant aujourd'hui performances et compacité, points essentiels pour un dispositif intégré dans une salle d'opération. Deux voies de développement sont alors proposées dans un troisième temps, qui seront au centre de ce travail. Ces axes de développement ont une portée plus générale, au-delà du contexte applicatif considéré, et leur intérêt pour la robotique chirurgicale est souligné. Un état de l'art des méthodes de conception est alors dressé, afin de positionner l'approche de conception retenue, basée sur l'exploitation de la synthèse de mécanismes pseudorigides.

2.2 Stabilisation cardiaque pour le pontage coronarien

Selon l'*Organisation mondiale de la Santé*, les maladies cardiovasculaires sont les premières causes de mortalité dans le monde. En effet, l'augmentation de la

consommation de matières grasses et le mode de vie sédentaire favorisent l'obstruction des artères coronaires, la sténose, qui peut mener à l'arrêt cardiaque. Lorsque le degré d'avancement de la sténose ne permet plus l'ouverture de l'artère coronaire par angioplastie, il faut recourir au pontage coronarien.

Durant un pontage coronarien, un greffon de vaisseau sanguin est suturé en aval de la sténose, par un geste dit d'anastomose afin de revasculariser le muscle cardiaque. Le greffon ne mesure que quelques millimètres de diamètre, tandis que l'aiguille et le fil de suture ne font respectivement que quelques centaines et dizaines de microns de diamètre. La précision requise pour l'anastomose, le geste le plus délicat du pontage, est donc submillimétrique [Falk 2002].

La technique la plus répandue consiste à réaliser les anastomoses sur un cœur à l'arrêt, en employant une circulation extra-corporelle (CEC). Cette procédure est complexe à mettre en oeuvre, et peut engendrer des complications postopératoires [Boyd 1999, Van Dijk 2002]. Par ailleurs, l'approche est souvent très invasive, lorsqu'elle nécessite une thoracotomie, c'est-à-dire l'ouverture de la cage thoracique. Généralement, l'accès au cœur se fait par sternotomie. Il faut ensuite maintenir le sternum ouvert au moyen d'un écarteur sternal. Ce procédé invasif entraîne donc des douleurs postopératoires non négligeables pour le patient qui nécessitent son suivi.

Afin de limiter les complications postopératoires et le temps d'hospitalisation, l'approche considérée aujourd'hui la plus pertinente est de réaliser le geste sur un cœur battant, pour supprimer l'emploi de la CEC, et d'adopter une approche minimalement invasive.

Dans ce cas, l'accès au cœur se fait par quatre trocars, permettant le passage des outils entre les côtes du patient. Deux trocars sont utilisés pour les outils chirurgicaux, manipulés au moyen d'un robot de type *Da Vinci*. Un trocart est utilisé par l'endoscope nécessaire pour voir à l'intérieur du patient. Un quatrième trocart est utilisé par le dispositif permettant d'immobiliser localement la surface du cœur.

En effet, la surface du cœur se déplace d'une dizaine de millimètres [Koransky 2003, Watanabe 2006] du fait de la contraction cardiaque et du mouvement respiratoire [Clifford 2002]. Sur un plan fréquentiel, ces mouvements ont une bande passante qui excède les capacités du chirurgien [Jacobs 2003]. Par conséquent, des dispositifs appelés stabilisateurs cardiaques ont été développés afin d'immobiliser localement, de manière mécanique, la zone d'anastomose [Borst 1996]. Un stabilisateur est un système passif, composé principalement d'un corps cylindrique d'une dizaine de millimètres de diamètre qui pénètre par voie subxiphôïde au bas de la cage thoracique et possède à son extrémité deux doigts de succion assurant le contact avec le cœur et exerçant une pression mécanique pour supprimer localement le mouvement de la zone d'intérêt. À sa base, le dispositif est lié rigidement à la table d'opération grâce à une potence (figure 2.2).



FIGURE 2.1 – Pour la chirurgie minimalement invasive.

FIGURE 2.2 – Stabilisateurs cardiaques pour la chirurgie minimalement invasive (© Medtronic).

2.3 La stabilisation cardiaque active : principe, avantages et limites

2.3.1 Limitations des stabilisateurs cardiaques passifs

La rigidité d'un stabilisateur reste limitée : l'action du cœur sur le stabilisateur induit des mouvements résiduels au niveau des doigts du stabilisateur qui sont perceptibles, ce qui limite l'intérêt du dispositif, comme remarqué dans [Kappert 2001, Dogan 2004]. Des expérimentations menées *in vivo* sur cochon ont permis de quantifier l'amplitude de ces mouvements résiduels. Au niveau des doigts du stabilisateur, les déplacements sont de l'ordre de 0,5 mm à 2,6 mm [Borst 1996, Cattin 2004, Lemma 2005, Bachta 2008]. Ceci peut s'expliquer par l'action mécanique périodique exercée par le cœur. Des mesures *in vivo* ont montré que la force appliquée par le cœur sur le stabilisateur est de l'ordre de 4 N dans la direction normale à la surface du cœur et d'environ 1 N dans les deux autres directions [Bachta 2008]. Une simple évaluation de la déformation du corps cylindrique de l'outil montre que le déplacement résultant excède déjà la précision requise de l'ordre de 0,1 mm [Falk 2002].

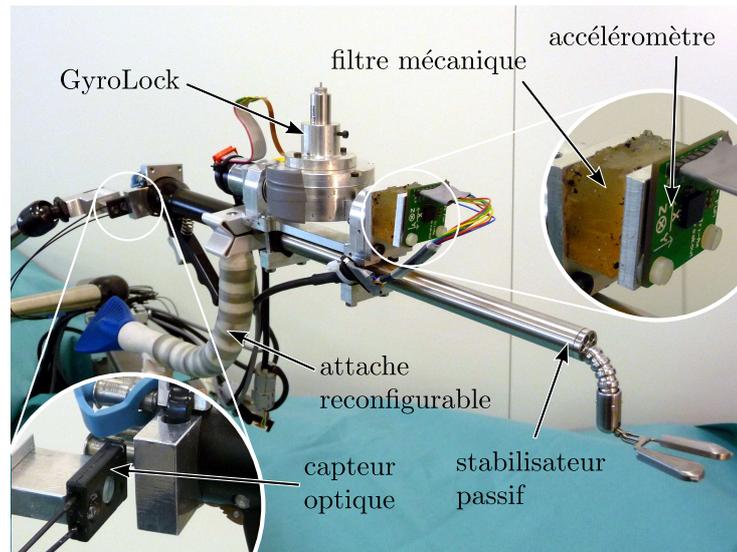
2.3.2 Les assistances robotiques proposées

Deux approches ont été proposées pour permettre la réalisation aisée d'un geste d'anastomose. La première consiste à supprimer l'emploi d'un stabilisateur et à réaliser à la fois la synchronisation des outils du chirurgien avec la zone d'intérêt sur le cœur et la stabilisation virtuelle de l'image endoscopique envoyée au chirurgien. Dans ce cas, ce dernier disposera d'une image fixe de la zone opératoire, le robot se chargeant de manière automatique et totalement transparente de l'annulation du mouvement relatif entre les instruments et le myocarde.

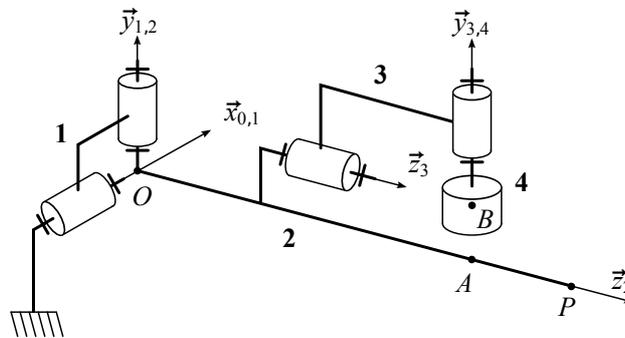
Cette approche a été proposée initialement par [Nakamura 2001] et développée dans [Salcudean 2002, Ginhoux 2004, Cuvillon 2006]. Une caméra rapide observe alors la surface du cœur afin de synchroniser le robot et ses outils chirurgicaux avec les mouvements cardiaques. Supprimer le stabilisateur permet de simplifier le dispositif chirurgical et améliore l'accès au cœur. L'absence de contact par succion entre les doigts du stabilisateur et la surface du cœur permet par ailleurs de préserver le myocarde d'hématomes pouvant parfois entraîner des complications [Mandke 2002]. Sur le plan de la robotique et de la sécurité, l'efficacité d'une telle approche dépend intrinsèquement des performances de l'asservissement visuel qui va assurer la synchronisation entre les outils et le cœur. Toute désynchronisation va compromettre le geste chirurgical, voire la sécurité du patient, lorsque l'on considère les accélérations en jeu (de l'ordre de 6 m.s^{-2} [Cuvillon 2006]) que doivent fournir le robot porte-outil pour suivre les mouvements du cœur. L'énergie cinétique du robot porte-outil représente potentiellement un danger pour le patient [Duchemin 2004, Bachta 2010].

La seconde approche passe par l'emploi d'un stabilisateur, mais en améliorant son comportement en le rendant actif. Le principe consiste simplement à exploiter une mesure des déplacements résiduels de la zone d'intérêt pour corriger la position du stabilisateur et annuler tout déplacement. L'approche offre un haut niveau de sécurité. D'une part, le dispositif peut être dimensionné afin que les déplacements et les efforts produits ne puissent représenter un danger pour le patient. Les énergies mises en jeu sont donc minimales en cas d'échec dans la commande du dispositif. De plus, en cas de dysfonctionnement lié à une défaillance matérielle ou logicielle, un stabilisateur actif utilisant la structure d'un stabilisateur passif pourra rester opérationnel et ainsi permettre de poursuivre l'acte chirurgical. Deux principes d'actionnement ont été introduits dans la littérature pour rendre le stabilisateur actif.

Le *Gyrolock*, proposé par [Gagne 2010], est un système qui utilise un actionnement gyroscopique. Il se fixe directement sur la tige du stabilisateur comme l'illustre la figure 2.3a. La mesure des mouvements résiduels est faite à l'aide d'un accéléromètre embarqué. Le schéma cinématique en figure 2.3b explicite la structure du dispositif. Les flexibilités de la tige sont modélisées par un cardan en O réalisant la liaison entre le bâti et la tige du stabilisateur (2). Le girodyne, fixé sur (2) et composé des corps mobiles (3) et (4), permet de produire un couple autour de \mathbf{x} et donc de générer un effort selon \mathbf{y} , la direction principale des efforts cardiaques, identifiée expérimentalement dans [Bachta 2008]. Ce dispositif ne possède donc qu'un seul degré de liberté. Afin de rester compact et générer un couple suffisant, le gyroscope (4) doit tourner à 40 000 tr/min. L'effet gyroscopique permet alors la compensation des mouvements dus au battement cardiaque, mais pas la composante respiratoire du mouvement, dont la fréquence est trop basse pour le système.



(a) Montage expérimental. Le capteur optique est un capteur témoin uniquement utilisé pour l'évaluation expérimentale.



(b) Schéma cinématique.

FIGURE 2.3 – Prototype et modèle cinématique du Gyrolock [Gagne 2010].

Le *Cardiolock*, proposé par [Bachta 2007, Bachta 2011a], est un dispositif à base de mécanismes compliant et d'actionneurs piézoélectriques, placé en amont du stabilisateur cardiaque et asservi par vision. Le principe de fonctionnement est illustré en figure 2.4 avec l'exemple du *Cardiolock I*, un prototype développé dans [Bachta 2008] afin de valider le principe de la stabilisation cardiaque active. L'asservissement en position des doigts du stabilisateur se fait au moyen d'une caméra rapide. Lorsqu'un écart en position des doigts est mesuré, une consigne est envoyée à l'actionneur du mécanisme de compensation afin de les ramener en position initiale.

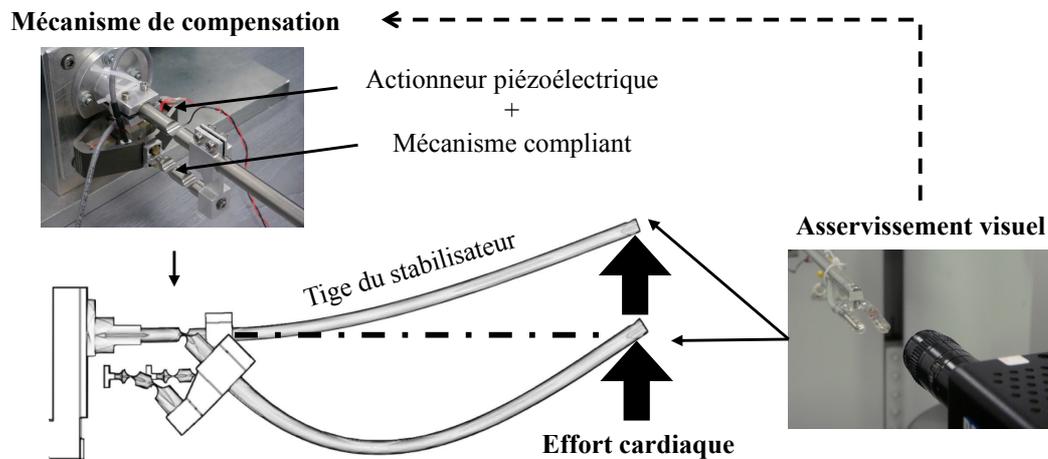


FIGURE 2.4 – Principe de fonctionnement du *Cardiolock* [Bachta 2008]

Pour *Cardiolock I*, le mécanisme de compensation utilise un mécanisme bielle-manivelle compliant qui transforme le mouvement de translation de l'actionneur piézoélectrique en rotation de la tige du stabilisateur. Ce mécanisme possède donc un degré de liberté, ce qui permet de compenser les efforts normaux à la surface du cœur qui s'exercent sur les doigts du stabilisateur (F_z dans le tableau 2.1). Comme le montrent les mesures expérimentales obtenues par [Bachta 2008] dans le tableau 2.1, le cœur exerce des forces et des moments dans les trois directions de l'espace. L'influence des moments et de l'effort F_x de traction-compression est négligeable en comparaison à celle des forces F_y et F_z qui entraîne la flexion de la tige. Les mouvements résiduels dus à la flexion sont alors perceptibles selon les deux directions normales à l'axe de la tige.

Le *Cardiolock II*, illustré en figure 2.5, proposé par [Bachta 2009, Bachta 2011b], a donc été conçu afin de réaliser une stabilisation cardiaque active selon deux directions et réaliser une stabilisation complète de la zone d'intérêt. Le mécanisme de compensation possède une architecture sphérique série, composée de deux liaisons pivots actionnées J_1 et J_2 (figure 2.6). L'architecture sphérique

	F_x (N)	F_y (N)	F_z (N)
Avec ventilation	1,2	1,0	3,8
Sans ventilation	0,8	1,0	2,0

	M_x (N.mm)	M_y (N.mm)	M_z (N.mm)
Avec ventilation	13	20	13
Sans ventilation	12	12	10

TABLE 2.1 – Forces et moments exercés par un cœur de cochon. Avec x selon l'axe de la tige, et z selon la direction normale à la surface du cœur [Bachta 2008].

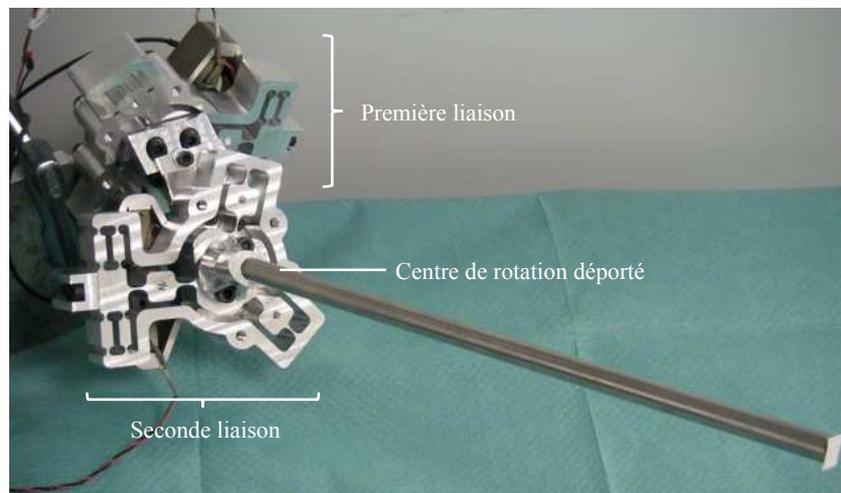


FIGURE 2.5 – Prototype du Cardiolock II

permet d'avoir un centre de rotation déporté qui coïncide avec le trocart ce qui permet ainsi de limiter l'action du trocart sur la tige lors de la respiration. Dans la configuration illustrée en figure 2.6, l'axe de J_1 se trouve dans le plan horizontal et l'axe de J_2 se trouve dans le plan vertical. En considérant que le dispositif fonctionne autour de cette configuration en petits déplacements, la position $(x_{ee}; y_{ee})$ du point P peut être pilotée de façon découplée au niveau de chaque liaison selon les deux directions. L'amplitude des déplacements en bout de tige du stabilisateur dépend des paramètres géométriques α_1 et α_2 , et de l'amplitude des rotations au niveau de chaque liaison. La longueur L est fixée puisqu'elle est imposée par l'outil chirurgical. D'un point de vue dynamique, il est préférable de minimiser α_1 et α_2 afin de limiter les effets d'inertie. Les rotations au niveau des liaisons actionnées doivent donc être maximisées.

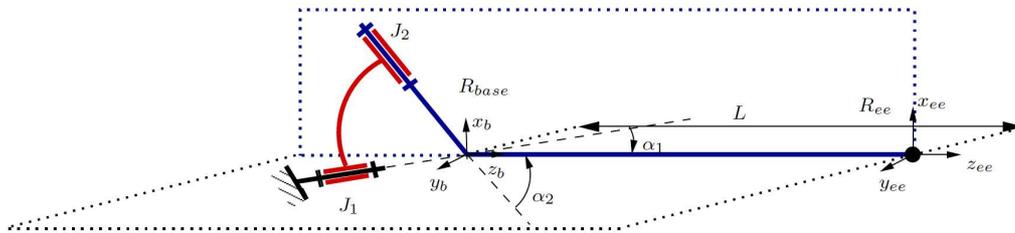


FIGURE 2.6 – Schéma cinématique du Cardiolock II

Les actionneurs piézoélectriques ne sont capables de produire que des mouvements en translation, de faible amplitude. Dans [Bachta 2009], un mécanisme capable de convertir une translation en rotation exploitant le voisinage de la singularité parallèle d'un mécanisme 3-PRR plan est proposé. La configuration utilisée est illustrée en figure 2.7. Une seule jambe du mécanisme est actionnée, les deux autres actionneurs étant bloqués. En considérant que les points A_1 et A_3 sont fixes et que A_2 est actionné, la vitesse de rotation instantanée $\dot{\theta}$ du point E peut être directement reliée à la vitesse de translation instantanée du point A_2 :

$$\dot{\theta} = \frac{1}{R \sin(\varepsilon)} \dot{q} \quad (2.1)$$

avec $R = \|EB_2\|$. En petits déplacements, on peut alors assimiler la vitesse de rotation instantanée $\dot{\theta}$ et la vitesse de translation instantanée \dot{q} à une rotation élémentaire $\delta\theta$ et un déplacement élémentaire δq .

Le facteur d'amplification est alors directement lié à la valeur de ε , ce qui facilite le dimensionnement du dispositif lors de la conception.

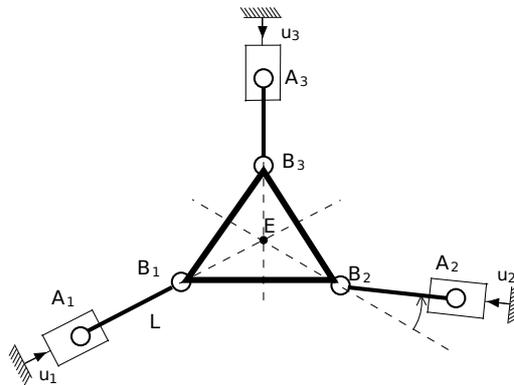


FIGURE 2.7 – Schéma cinématique du mécanisme 3-PRR exploité pour le *Cardiolock II*.

2.3.2.1 Les limites actuelles des stabilisateurs actifs

L'approche de stabilisation active par effet gyroscopique pose deux questions. Tout d'abord se pose la question de la possibilité de réaliser la compensation de manière complète. En effet, il est difficile de concevoir une architecture mécanique qui exploite l'effet gyroscopique dans deux directions. Par ailleurs, le système implique une rotation à haute vitesse d'un élément mécanique. Il existe donc un risque en cas de rupture mécanique et le niveau de bruit peut éventuellement être considéré comme pénalisant dans l'environnement chirurgical.

L'approche de stabilisation combinant l'emploi d'une mesure extéroceptive, d'un mécanisme compliant et d'un actionnement piézoélectrique pallie les limites évoquées ci-dessus. Il est en particulier possible de compenser aussi bien les perturbations dues à la respiration et que celles dues au battement cardiaque. De plus, la compensation peut être réalisée de manière complète tout en minimisant les énergies mises en jeu. Dans le cas du *Cardiolock II*, les éléments actifs se situent en amont de la tige (figure 2.5). Le cœur produit alors des moments importants, de l'ordre de 1 N.m, sur les deux mécanismes compliants de transformation de mouvement, autour des axes de rotation situés dans les plans de ces mécanismes. La seule possibilité pour avoir une rigidité suffisamment grande selon ces directions est d'agir sur l'épaisseur des mécanismes compliants. Le dispositif a été conçu avec une approche type essais-erreurs. La taille du dispositif (figure 2.8) peut donc sans doute encore être optimisée. Lorsqu'on considère le dispositif, son encombrement reste cependant conséquent, ce qui est d'autant plus gênant qu'il est situé à proximité du chirurgien.

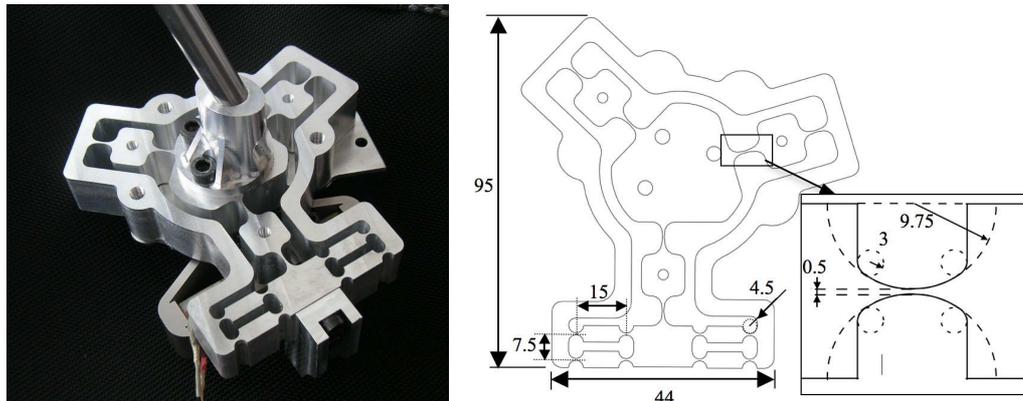


FIGURE 2.8 – Une liaison pivot souple du *Cardioloock II* et son actionneur piézoélectrique.

2.4 Deux voies de développement des stabilisateurs actifs

L'analyse des solutions de stabilisation active existantes nous a conduit à retrouver l'approche du *Cardioloock* et à chercher à produire un dispositif aussi efficace, mais dont la compacité soit améliorée pour favoriser son acceptabilité par le corps médical.

Nous proposons deux voies de développement d'une nouvelle génération de stabilisateur. La première consiste à intégrer le mécanisme de compensation directement dans la tige du stabilisateur cardiaque. La seconde consiste à réduire la taille du dispositif en amont de la tige. Chacune de ces approches soulève des questions génériques dans la conception de mécanismes souples qui vont au-delà de l'application de la stabilisation cardiaque active.

2.4.1 Intégration du mécanisme de compensation dans le tube

Comme il a été remarqué précédemment, le fait de placer les éléments actifs à l'extérieur du corps humain, en amont de la tige du stabilisateur, en conditionne fortement la conception. Un tel placement permet de s'affranchir du problème de stérilisation des éléments actifs. Les moments mécaniques subis par la structure souple sont cependant importants, ce qui nuit à sa compacité.

Une première solution pour réduire la taille du mécanisme de compensation consiste à se placer au plus près de la perturbation. Cela implique d'intégrer le mécanisme de compensation directement dans la tige du stabilisateur. L'utilisation d'éléments piézoélectriques intégrés à l'outil chirurgical semble possible puisque les sondes transœsophagiennes en comportent, par exemple. De plus, si l'on en-

veloppe l'actionneur d'une protection en polymère biocompatible, la stérilisation de l'outil chirurgical reste toujours possible [Rebello 2004]. En chirurgie minimalement invasive (CMI) [Cappelleri 2000], des actionneurs piézoélectriques bimorphes ont déjà été envisagés pour la réalisation d'une pince, directement en contact avec le tissu biologique. Nous considérons donc la possibilité d'intégrer un actionneur piézoélectrique au sein du stabilisateur comme une première voie d'investigation d'un nouveau stabilisateur actif.

Un simple prédimensionnement montre que parmi les actionneurs piézoélectriques cylindriques disponibles, seuls ceux ayant un diamètre de 7 mm sont compatibles avec les exigences de performances qu'impose la stabilisation cardiaque (annexe A). Le diamètre de la tige du stabilisateur ne peut excéder 12 mm. Dans [Choi 2005], un dispositif compliant à architecture parallèle, actionné par trois actionneurs piézoélectriques placés en parallèle, a été proposé pour un contexte voisin, celui de la compensation des tremblements de la main (figure 2.9). Dans notre cas, au regard des diamètres des actionneurs et de la tige, un tel agencement ne peut être retenu.

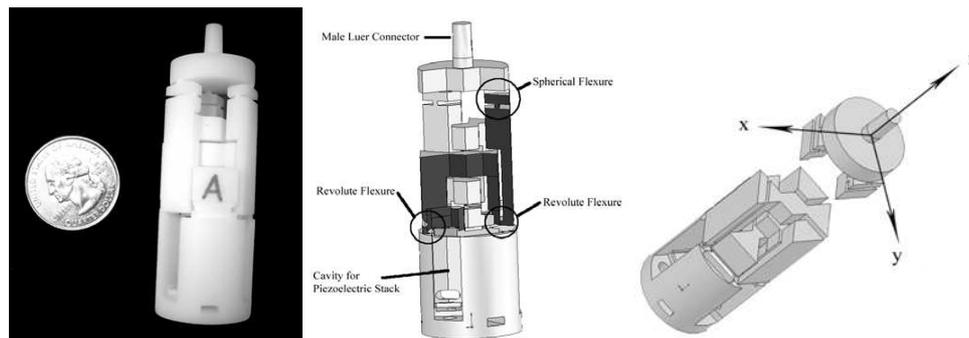


FIGURE 2.9 – Dispositif de compensation des tremblements de la main à base d'un mécanisme à architecture parallèle actionné par trois actionneurs piézoélectriques placés en parallèle [Choi 2005].

L'agencement à privilégier est donc un placement des actionneurs l'un derrière l'autre dans la tige. L'actionnement d'un unique mécanisme compliant à deux degrés de liberté n'est pas possible avec un tel agencement des actionneurs piézoélectriques. En effet, comme l'illustre la figure 2.10, il est difficilement concevable de réaliser une chaîne cinématique entre le second actionneur et le mécanisme à cause du peu de matière « disponible ».

La seule solution envisageable est donc de décomposer le mécanisme de compensation en deux étages, chacun réalisant la compensation selon une des deux directions requises, comme illustré sur la figure 2.11.

Chaque mécanisme de compensation doit transformer le déplacement de l'ac-

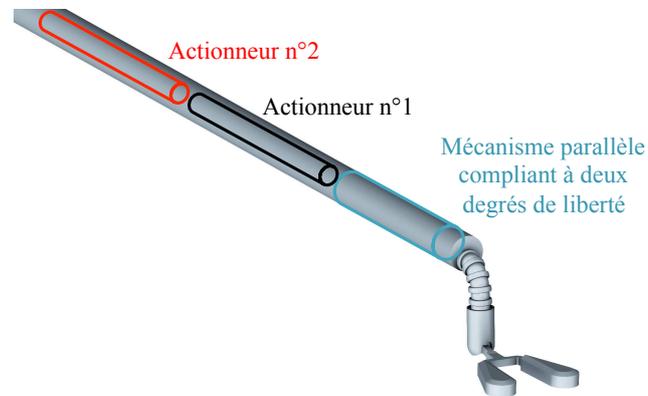


FIGURE 2.10 – Mise en évidence de la difficulté de réaliser une chaîne cinématique entre le second actionneur piézoélectrique et le mécanisme de compensation compliant.

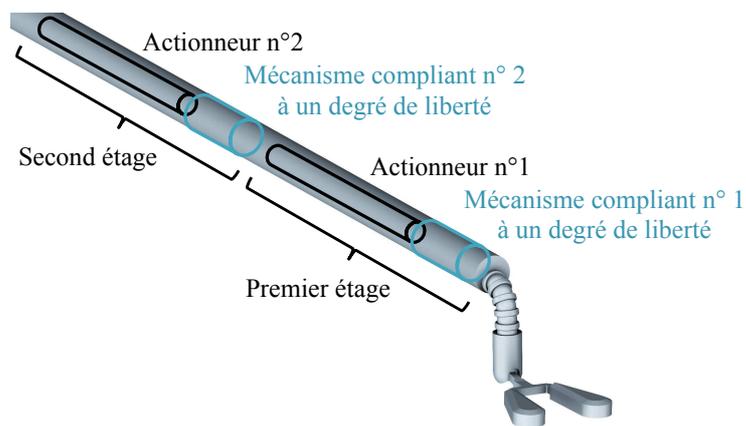


FIGURE 2.11 – Agencement retenu consistant à placer deux mécanismes de compensation compliants à un degré de liberté en série dans la tige du stabilisateur.

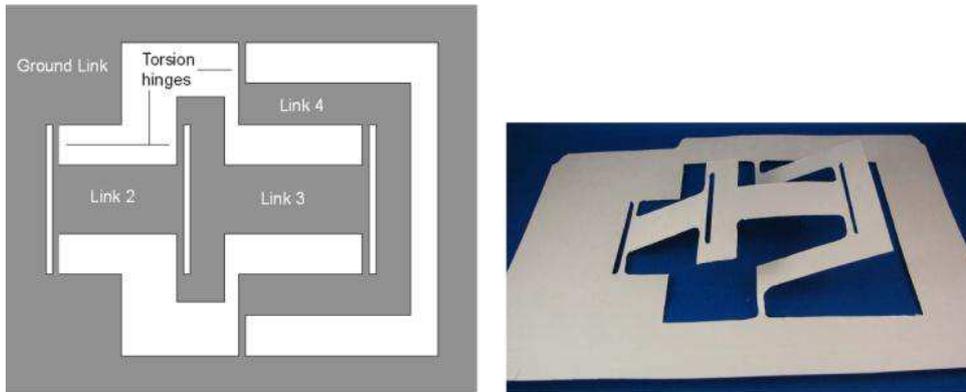
tionneur, réalisé selon l'axe de la tige du stabilisateur, en un déplacement situé dans un plan perpendiculaire. Les mécanismes de transformation de mouvement existants dans la littérature sont nombreux [Su 2001, Lobontiu 2003b, Liu 2006, Claeysen 2007, Ueda 2010]. Une difficulté majeure réside dans la synthèse dimensionnelle, afin d'assurer que le mécanisme puisse être intégré à la tige, qu'il supporte les contraintes mécaniques dues à la tâche de stabilisation, et qu'il soit réalisable sur un plan technologique. Une simple démarche de conception de type essais-erreurs ne peut suffire pour identifier une solution satisfaisante. Dans cette première approche, il est nécessaire d'identifier une méthode d'optimisation de mécanisme compliant adaptée à notre contexte. Il s'agit de la première problématique abordée dans ce manuscrit, en partant du problème d'intégration de la partie active du stabilisateur dans sa tige.

2.4.2 Réduction de la taille du mécanisme de compensation en amont de la tige

Une alternative à l'intégration du mécanisme dans la tige est de conserver le dispositif actif à l'extérieur du corps humain, mais en réduisant son encombrement. L'architecture du *Cardiolock II*, de type série, n'est pas très favorable à sa compacité. Les structures parallèles sont par ailleurs généralement considérées comme disposant de meilleures propriétés de rigidité. La deuxième voie de développement consiste donc à réaliser une architecture de stabilisateur qui s'appuie sur l'emploi de mécanismes parallèles.

Nous devons pouvoir contrôler la tige du stabilisateur selon au moins deux degrés de liberté, comme précisé en section 2.3. Réaliser une architecture parallèle spatiale reste délicat dans le cas de structures compliantes. En microfabrication, la réalisation de mécanismes en trois dimensions pose également problème et la stratégie communément adoptée consiste à réaliser le mécanisme dans un plan puis de l'extraire de ce plan [Choueifati 2007, Lusk 2008a]. Cette stratégie de fabrication peut être étendue à l'échelle macroscopique. Un usinage dans le plan reste simple, et de coût réduit. Les mécanismes émergents d'un plan (Lamina Emergent Mechanisms) sont basés sur ce principe (figure 2.12) et suscitent actuellement un grand intérêt [Jacobsen 2007, Andersen 2009, Jacobsen 2009, Ferrell 2011, Wilding 2012a] .

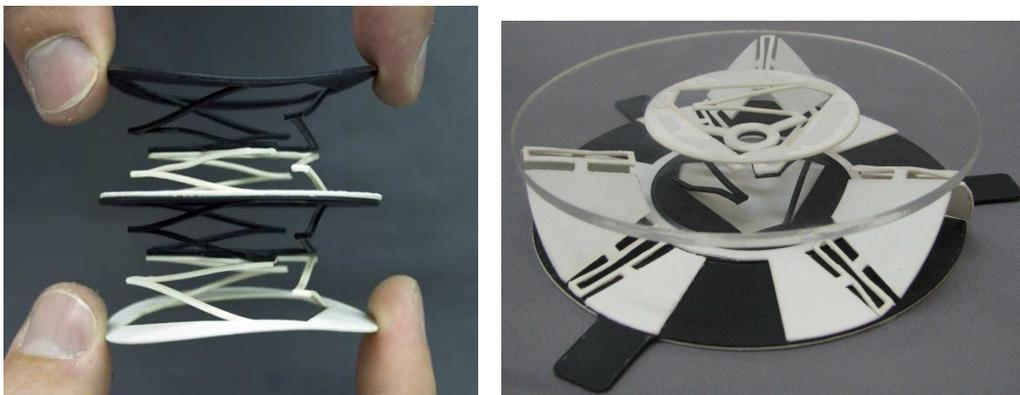
La possibilité d'appliquer ce principe à des mécanismes émergents d'un plan réalisés à partir de plusieurs plans a également été étudiée récemment. Les différents plans peuvent alors être utilisés en série ou en parallèle pour la réalisation du mécanisme émergent final [Gollnick 2011] (figure 2.13) ou bien être utilisés en combinant différents matériaux jouant soit le rôle de l'élément rigide soit le rôle de l'élément flexible, comme pour la conception d'un robot hexapode [Hoover 2008] (figure 2.14).



(a) Mécanisme à quatre barres dans le plan.

(b) Mécanisme à quatre barres sorti du plan.

FIGURE 2.12 – Principe des mécanismes émergents d'un plan [Andersen 2009].



(a) Agencement en série de plusieurs mécanismes émergents d'un plan.

(b) Agencement en parallèle de plusieurs mécanismes émergents d'un plan.

FIGURE 2.13 – Combinaison de plusieurs mécanismes émergents d'un plan [Gollnick 2011].

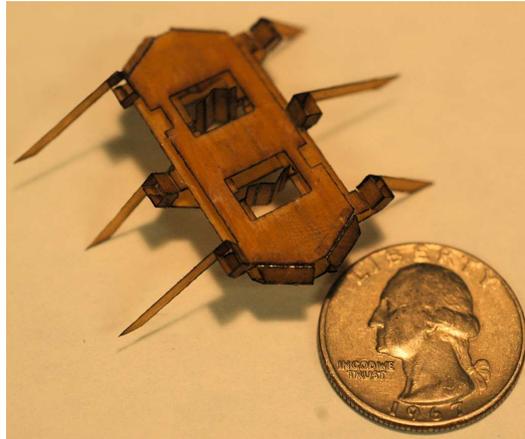


FIGURE 2.14 – Robot hexapode fabriqué dans un plan et composé de matériaux rigides et flexibles.

À ce stade, les mécanismes émergents sont de premières tentatives qui illustrent le principe de la démarche, mais où ni la modélisation des rigidités transverses, ni le comportement du matériau lors de l'extraction, ni une méthodologie pour réaliser l'extraction ne sont considérés. Le problème des rigidités transverses est d'ailleurs uniquement abordé à travers l'étude de nouvelles géométries de liaisons compliantes pour les mécanismes émergents d'un plan [Jacobsen 2009, Ferrell 2011, Wilding 2012b]. La modélisation tridimensionnelle de mécanismes parallèles compliantes conçus dans le plan est donc encore peu abordée.

Dans le cas d'un outil de chirurgie minimalement invasive (CMI) comme le stabilisateur cardiaque, la longueur de la tige ne peut pas être modifiée. La géométrie oblongue de la tige peut alors être exploitée comme levier amplificateur de mouvements. En choisissant, par exemple, d'orienter la tige dans un premier plan et de l'actionner dans un second plan, il est alors possible d'avoir un grand facteur d'amplification du fait de la proximité de ces deux plans, comme illustrée dans la figure 2.15.

Dans cette approche, il s'agit donc de concevoir des mécanismes compliantes qui puissent être fabriqués dans un plan et qui aient les propriétés de rigidité adéquates. En effet, la conception de mécanismes compliantes dans le plan amène assez naturellement à choisir des architectures de mécanismes parallèles pour leurs propriétés de rigidités intéressantes, mais qui peuvent présenter des singularités dans la configuration plane (figure 2.12 et figure 2.13). On peut alors se demander si les singularités des mécanismes parallèles sont plutôt un inconvénient ou un avantage dans la conception de mécanismes compliantes. Ainsi, la prise en compte des singularités des mécanismes parallèles dans la conception de mécanismes com-

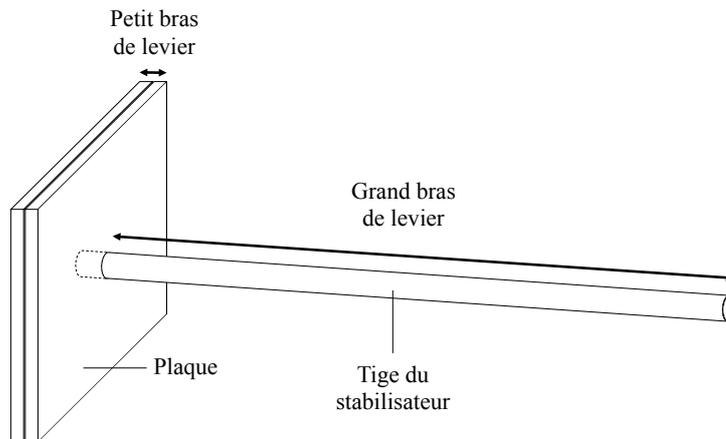


FIGURE 2.15 – Utilisation de structures planes et du bras de levier de la tige pour la réduction du mécanisme de compensation actif en amont du stabilisateur.

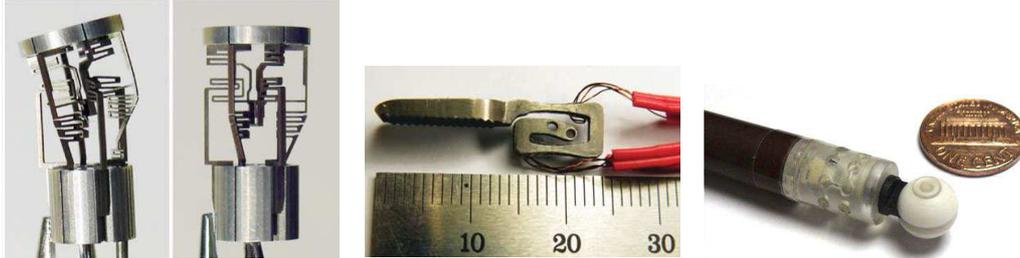
pliants plans constitue un second volet d'étude de cette thèse composé de deux chapitres (chapitre 4 et chapitre 5). Dans le chapitre 4, nous proposons une démarche de conception de mécanismes parallèles compliants pouvant être fabriqués dans le plan au voisinage de la configuration singulière. Dans le chapitre 5, nous proposons une démarche de conception de mécanismes compliants exploitant la singularité des mécanismes parallèles.

2.5 Problématiques de conception en robotique chirurgicale

En robotique chirurgicale, les outils doivent être les plus petits possible tout en ayant de grandes dynamiques de fonctionnement. À cela s'ajoute la nécessité de pouvoir les stériliser ce qui contraint les choix de solutions de conception. Pour ces raisons, l'utilisation de mécanismes compliants combinés à des actionneurs piézo-électriques nous semble particulièrement adaptée en CMI. [Kota 2005, Choi 2005, Huang 2006, Savall 2006] ont bien perçu les avantages des structures compliantes pour des applications médicales. En effet, l'utilisation de structures monolithiques offre de nombreux avantages par rapport aux mécanismes à corps rigides tels que l'absence de jeu, l'absence de lubrification l'absence de débris dû aux frottements, une microfabrication plus simple, une stérilisation plus simple et une fabrication bon marché autorisant un usage unique.

La figure 2.16 illustre différentes applications de mécanismes compliants pour la conception de petits outils chirurgicaux minimalement invasifs, difficilement réalisables par microassemblage, tels qu'un poignet compliant pour micropince

[Sieklicki 2009], une micropince compliant [Bok Hong 2012] ou bien un microcapteur compliant à 3 axes pour la palpation de tissus [Puangmali 2012].



(a) Poignet compliant pour micropince [Sieklicki 2009]. (b) Demi-micropince compliant [Bok Hong 2012]. (c) Microcapteur compliant à 3 axes [Puangmali 2012].

FIGURE 2.16 – Mécanismes compliant pour des outils chirurgicaux minimalement invasifs.

Aujourd'hui, les limites en termes de conception de mécanismes compliant pour la robotique chirurgicale sont semblables que ce soit pour la micropince compliant d'un robot chirurgicale ou l'actionnement de la tige de stabilisateur cardiaque. Les contraintes de conception sont imposées par les dimensions invariantes du trocart par lequel passent les outils. Le niveau d'efforts atteint lors de l'utilisation impose de trouver un compromis entre leur taille et leur rigidité. Les démarches de conception développées dans cette thèse avec l'exemple du stabilisateur cardiaque s'appliquent donc de façon générale à la conception de mécanismes compliant pour la robotique chirurgicale.

Dans les deux approches que nous avons proposées se pose la question de la démarche de conception. Les mécanismes compliant sont des mécanismes particuliers en raison de leur structure monolithique. Ils fonctionnent autour d'une configuration donnée et ne peuvent sortir de cette configuration sans actionnement. Leur modélisation ainsi que leur optimisation requièrent par conséquent une méthode de conception adaptée.

2.6 Méthode de conception de mécanismes compliant

Trois approches ont principalement été proposées pour la conception et l'optimisation de mécanismes compliant : l'optimisation topologique, la construction par blocs élémentaires et l'approche cinématique. Nous décrivons ici le principe de chaque approche, et choisissons l'approche qui nous paraît la plus appropriée dans notre contexte.

2.6.1 Optimisation topologique

L'optimisation topologique a d'abord été considérée afin d'optimiser la répartition de matière dans une structure [Bendsoe 1988]. La méthode d'homogénéisation utilisée alors évolue ensuite vers une méthode d'optimisation dite SIMP (Solid Isotropic Material with Penalisation) [Bendsoe 1989, Zhou 1991, Bendsoe 2006]. Le principe consiste à répartir une quantité de matière fixe dans un espace fixe de manière à maximiser la rigidité de la structure pour un chargement donné. L'avantage principal de cette méthode est qu'elle est très simple à implémenter [Sigmund 2001]. Le résultat varie cependant selon la résolution du domaine discrétisé considéré. Il faut gérer les singularités telles que des motifs en damier («checkerboard») qui peuvent apparaître et la prise en compte des contraintes mécaniques reste complexe [Duysinx 1998, Bruggi 2012, Lee 2012].

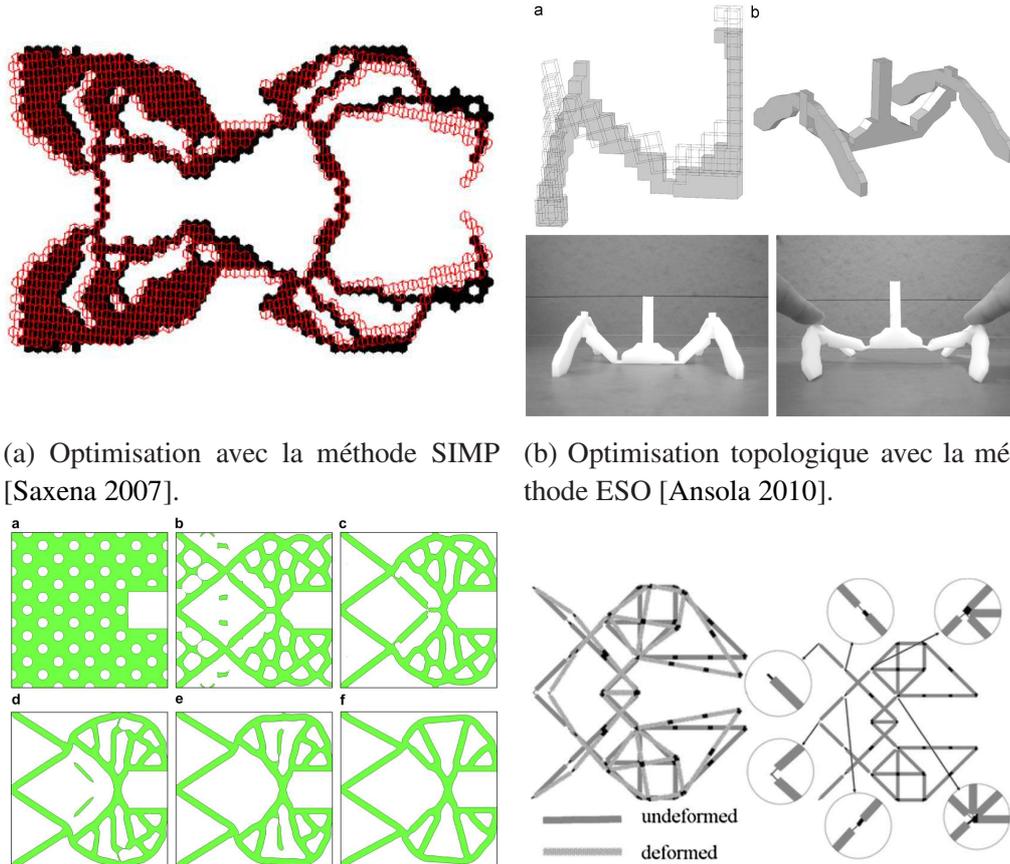
Une seconde méthode d'optimisation topologique, appelée ESO (Evolutionary Structural Optimization), est basée sur l'enlèvement de matière [Xie 1993]. Le principe consiste à retirer autant de matière que possible à un volume de matière de départ sous chargement sans que cela affecte la structure. Cette méthode est toujours utilisée aujourd'hui et a évolué en BESO (Bi-directional Evolutionary Structural Optimization) où la matière peut-être enlevée comme ajoutée [Xie 2011]. Les avantages de cette méthode par rapport à la méthode SIMP, sont que la quantité de matière de la structure finale n'est pas fixée à l'avance et que les singularités, telles que les motifs en damiers, sont mieux gérées.

Une troisième méthode d'optimisation topologique est la méthode des courbes de niveau (level set based method) [Sethian 2000]. Le principe consiste à faire évoluer le domaine initial composé d'un motif régulier vers le motif de la structure finale. Pour ce faire, on considère que le domaine initial, c'est-à-dire le motif initial, correspond aux lignes de niveau 0 d'une courbe que l'on va faire évoluer jusqu'à trouver la structure finale, c'est-à-dire le motif final, qui répond au problème posé. Le motif initial est généralement composé de trous espacés régulièrement qui peuvent s'agrandir, disparaître et fusionner entre eux. Les avantages principaux de cette méthode par rapport à la méthode SIMP sont l'absence de singularité de type damier et une meilleure gestion des contraintes mécaniques et des efforts appliquées sur la structure. L'inconvénient majeur de cette méthode est son temps de convergence par rapport à la méthode SIMP [Guo 2010].

Enfin, une dernière méthode concerne l'optimisation de structures de types treillis [Baumann 2005, Rahami 2008, Mela 2012]. Le domaine de départ est un ensemble discret de barres que l'on va chercher à optimiser en supprimant les barres superflues. L'avantage de cette méthode est que le comportement des structures treillis peut être plus facilement modélisé que dans le cas des méthodes précédentes, mais l'architecture finale ne sera évidemment pas aussi optimale.

L'optimisation topologique de structures a ensuite été étendue aux mécanismes

compliant. Le problème consiste alors à optimiser deux critères antagonistes. D'une part, le mécanisme doit être suffisamment flexible pour être fonctionnel et d'autre part il doit être suffisamment rigide pour ne pas rompre. L'optimisation topologique de mécanismes compliant a été proposée pour les quatre méthodes présentées ci-dessus [Saxena 2007, Luo 2008, Jang 2009, Lin 2010, Ansola 2010, Kaminakis 2012] comme l'illustre la figure 2.17.



(a) Optimisation avec la méthode SIMP [Saxena 2007].

(b) Optimisation topologique avec la méthode ESO [Ansola 2010].

(c) Optimisation topologique avec la méthode des courbes de niveau [Luo 2008].

(d) Optimisation topologique de treillis [Jang 2009].

FIGURE 2.17 – Optimisation topologique de mécanismes compliant.

Si l'optimisation topologique pour des mécanismes compliant permet de proposer des architectures optimales pour une formulation donnée, cette approche présente néanmoins de nombreux inconvénients. Pour les méthodes de type SIMP et ESO, un premier inconvénient est la nécessité de passer par une analyse par éléments finis qui peut être implémentée à la main ou au moyen d'un solveur existant, ce qui allonge le temps de calcul. Un second inconvénient, valable quelque soit la méthode, est que les mécanismes compliant obtenus sont soit plans soit à un

seul degré de liberté dans le cas tridimensionnel. Un troisième inconvénient est le peu de choix dans les possibilités de géométries des domaines de départ servant à l'initialisation. Enfin, un quatrième inconvénient est la difficulté de maîtriser la faisabilité.

À ce stade, l'optimisation topologique de mécanismes compliant semble plutôt adaptée à des problèmes simples et plans comme pour la conception de micro-mécanismes. Dans notre cas, on souhaite, par exemple, concevoir un mécanisme compliant à un degré de liberté pouvant être intégré dans une tige. Le domaine de départ est cylindrique. La méthode des courbes de niveau semble peu adaptée et la méthode SIMP exige de fixer la quantité de matière à utiliser ce qui n'est pas optimal. La méthode ESO implique de discrétiser un cylindre en voxels, ce qui impose une résolution fine et donc un calcul par éléments finis long. L'optimisation de treillis n'est évidemment pas adaptée. Dans l'approche qui consiste à intégrer des mécanismes compliant dans des plaques, nous souhaitons être en mesure d'obtenir des mécanismes à plusieurs degrés de liberté dont les mouvements ne sont pas nécessairement dans le plan de la plaque. De plus, nous souhaitons réaliser un usinage dans le plan, ce qui est une contrainte forte dans le cas d'une optimisation topologique tridimensionnelle. Enfin, avec une optimisation topologique, il n'y a pas de connaissance *a priori* du résultat, ce qui ne permet pas de profiter des connaissances des propriétés des mécanismes connus. Pour ces raisons, aucune des méthodes d'optimisation topologique vue dans la littérature ne semble adaptée à notre problème.

2.6.2 Approche de construction par blocs élémentaires

L'approche de construction par blocs consiste à utiliser un nombre limité d'éléments connus (les blocs de constructions élémentaires) tels que des poutres [DiBiasio 2012] ou des structures de type treillis [Grossard 2009] que l'on cherche à agencer de façon optimale pour concevoir un mécanisme compliant. Le problème d'optimisation est ainsi très simplifié. Néanmoins, cette approche, bien que plus simple, limite également le champ d'applications du fait de la géométrie imposée et du nombre limité d'éléments à disposition, comme le montre l'agencement de poutres proposé par [DiBiasio 2012] à la figure 4.7 pour la conception d'une liaison glissière. De même, la conception de mécanismes compliant au moyen de structures de types treillis de l'outil FlexIn développé par [Grossard 2009] augmente certes le nombre de possibilités par rapport à celle à base de poutres, mais les possibilités de formes sont limitées. Cette méthode est intéressante pour des problèmes particuliers tels que la microfabrication, où le procédé contraint le choix de formes. Dans notre cas, cette méthode est trop restrictive dans les possibilités offertes et n'est donc pas adaptée à la conception et l'optimisation de mécanismes compliant dans une tige ou dans une plaque.

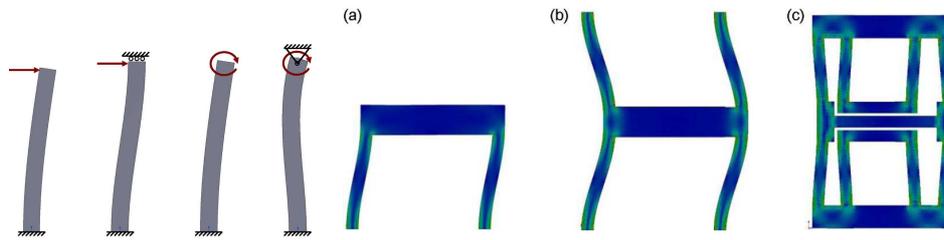


FIGURE 2.18 – Optimisation topologique par blocs élémentaires type poutre [DiBiasio 2012].

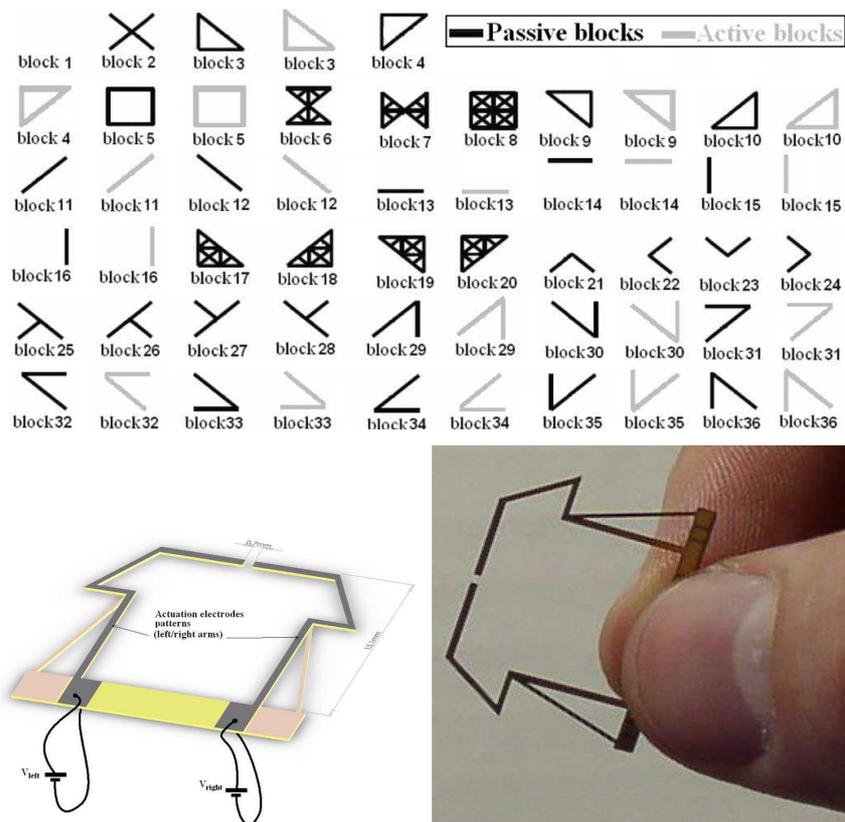


FIGURE 2.19 – Optimisation topologique par blocs élémentaires passifs ou actifs de FlexIn [Grossard 2009].

2.6.3 Approche cinématique de conception de mécanismes compliants

Les deux approches précédentes permettent de réaliser un mécanisme sans connaissances *a priori* du résultat final. Pourtant, de nombreuses architectures de mécanismes ont été étudiées et peuvent servir de point de départ pour la conception de mécanismes compliants. L'approche cinématique consiste donc à raisonner à partir d'un mécanisme sélectionné dans la littérature pour ses propriétés, afin de concevoir le mécanisme compliant au comportement cinématique équivalent. Chaque liaison du mécanisme rigide retenu est alors remplacée par une liaison compliant, puis modélisée afin de pouvoir l'optimiser. Ce type de modélisation est appelée Pseudo-Rigid Body Modeling (PRBM [Howell 2001]) et permet d'utiliser les outils habituels de modélisation des mécanismes à corps rigides en considérant en plus les raideurs des liaisons. Le mécanisme peut alors être décrit par un ensemble de paramètres géométriques. Cette approche est largement utilisée [Murphy 1996, Howell 2001, Baker 2002, Luharuka 2007, Tian 2010, Pucheta 2010, Bachta 2011b, Ouyang 2011, Xu 2011]. La figure 2.20 explicite la démarche. Par ailleurs [Hopkins 2010a, Hopkins 2010b, Hopkins 2011] ont proposé un outil d'aide à la conception appelé Freedom And Constraint Topology (FACT) qui permet d'identifier des géométries de mécanismes. Une fois la géométrie de mécanisme identifiée, la méthode PRBM peut être appliquée à ce mécanisme afin de l'optimiser.

Dans le cas du stabilisateur cardiaque, nous souhaitons concevoir des mécanismes compliants dans une tige et dans des plaques. Plus généralement, la conception de mécanismes compliants pour des outils de CMI est très contrainte en raison de leurs dimensions. Comme les mécanismes compliants fonctionnent autour d'une configuration donnée, l'espace de travail est limité et le choix d'un mécanisme adéquat est donc facilité. De plus, nous souhaitons maîtriser la faisabilité du mécanisme compliant lors de l'optimisation, ce qui est possible puisqu'on agit directement sur les dimensions du mécanisme. Par conséquent, nous choisissons d'utiliser l'approche cinématique qui permet un contrôle des paramètres géométriques définissant le mécanisme.

Dans la conception de mécanismes compliants, les liaisons compliantes peuvent être réalisées à partir d'amincissements localisés [Howell 2001, Lobontiu 2003b] ou à partir de lames, qui sont intéressantes pour la réalisation de liaisons de type glissière [Trease 2004, Mackay 2012]. Les liaisons compliantes à base d'amincissements localisés ont, par rapport aux lames, l'avantage d'avoir un axe de rotation pouvant être considéré comme passant au centre de la liaison [Howell 2001]. Inversement, les lames ont l'avantage de présenter une meilleure répartition des contraintes mécaniques et sont plus adaptées pour de grands déplacements [Mackay 2012]. Comme les lames nécessitent un certain en-

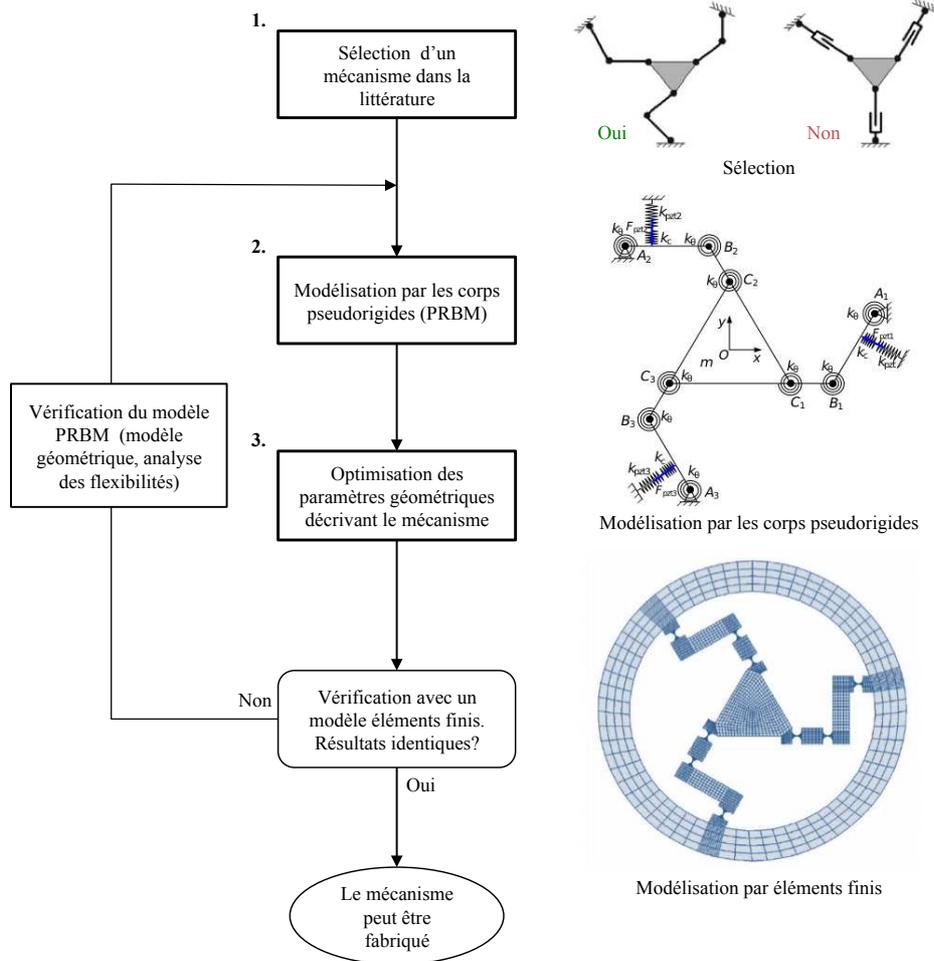


FIGURE 2.20 – Méthode de conception par l’approche cinématique (figures extraites de [Tian 2010, Zhang 2012]).

combrement et qu'elles sont complexes à usiner, nous choisissons de réaliser les liaisons compliantes à partir d'amincissements localisés. Il existe parmi les amincissements localisés différentes géométries. Les principales sont à angles arrondis, à angles droits, elliptiques et circulaires [Xu 2006]. Les amincissements circulaires sont bien connus [Paros 1965]. Nous choisissons donc, dans cette thèse, d'utiliser des amincissements circulaires pour la conception de mécanismes compliantes.

2.7 Contributions de la thèse

Dans un premier temps, nous considérons la conception d'un mécanisme de compensation pour la stabilisation cardiaque composé de deux mécanismes compliantes à un degré de liberté placés en série dans la tige du stabilisateur. Le nombre de mécanismes à un seul degré de liberté compatibles avec une telle géométrie est limité et la sélection d'une architecture en est donc simplifiée. Néanmoins, la géométrie qu'impose la tige complique l'optimisation. L'optimisation de mécanismes compliantes est donc abordée dans le chapitre 3. Dans ce chapitre, nous présentons un algorithme de colonie de fourmis modifié pour l'optimisation de mécanismes compliantes. La modélisation d'un mécanisme compliant intégré dans un tube est ensuite validée expérimentalement. Puis, les performances d'un dispositif de compensation intégré dans une tige sont présentées et discutées.

Dans un second temps, nous considérons la conception d'un mécanisme de compensation à partir de plaques. Le choix d'architectures parallèles est privilégié afin de garantir de bonnes propriétés de rigidité. Or, la configuration plane est pour beaucoup de mécanismes parallèles une configuration singulière. On peut alors soit exploiter le voisinage de la singularité soit se placer directement dans la singularité et tirer profit des propriétés particulières de cette configuration.

Dans le chapitre 4, le mécanisme d'orientation du mécanisme de compensation, réalisé dans une plaque est d'abord considéré. Une démarche de conception de mécanismes parallèles compliantes travaillant au voisinage de la singularité est présentée et discutée.

Dans le chapitre 5, nous nous intéressons à une liaison ayant des mobilités hors du plan dans lequel elle doit être conçue. Nous proposons alors une démarche de conception exploitant la singularité parallèle des mécanismes parallèles pour la conception de nouvelles architectures de mécanismes compliantes.

Optimisation de mécanismes compliants

Sommaire

3.1 Optimisation par algorithme de colonie de fourmis	29
3.2 Application de la méthode de conception	34
3.3 Conclusion	56

3.1 Optimisation par algorithme de colonie de fourmis

L'approche cinématique introduite dans le chapitre précédent nous amène à modéliser un mécanisme compliant par un mécanisme équivalent à flexibilités localisées dont la géométrie est définie par un nombre discret de paramètres géométriques. Le jeu de paramètres géométriques décrivant la géométrie et les flexibilités localisées introduites doit être déterminé de façon à obtenir les meilleures performances du mécanisme tout en respectant un ensemble de contraintes. Ces contraintes sont imposées par le processus de fabrication retenu, les limites d'intégration et par le matériau choisi. Les contraintes de fabrication imposent des intervalles d'évolution aux paramètres géométriques et peuvent donc être formulées de manière simple. Les contraintes liées à l'intégration mettent en revanche en relation les paramètres géométriques sous forme d'inéquations pouvant être linéaires ou non linéaires. Par ailleurs, plusieurs configurations de mécanismes peuvent exister sans qu'il y ait de continuité sur les paramètres géométriques pour passer de l'une à l'autre. Les contraintes d'intégration conduisent donc à avoir un espace de solutions non connexe, non convexe et de dimension égale au nombre de paramètres géométriques décrivant le mécanisme. Une exploration d'un tel type de domaine de solutions avec des fonctions d'optimisation basées sur les descentes de gradient s'avère souvent peu adaptée [Kicinger 2005]. L'analyse par intervalle est une approche intéressante puisque chaque paramètre géométrique est défini pour intervalle de valeurs fixe. Les inconvénients principaux de cette méthode sont que le

temps de calcul augmente considérablement en fonction du nombre de paramètres et que pour réaliser une implémentation efficace, l'utilisateur doit déjà bien maîtriser l'outil [Merlet 2009]. Une méthode métaheuristique semble donc plus adaptée.

3.1.1 Les méthodes d'optimisation de mécanismes compliants

Dans la littérature, les mécanismes compliants modélisés par des corps pseudorigides sont optimisés de différentes manières. Généralement, ces méthodes sont propres au problème d'optimisation étudié et ne peuvent pas toujours être appliquées de façon générale. Par exemple, [Wang 2005] utilise une méthode de programmation non linéaire, [Lobontiu 2003b] utilise la fonction de Lagrange et les conditions de Kuhn-Tucker, [Parkinson 2000] utilise la méthode de gradient réduit (GRG) et [Ouyang 2011] utilise la méthode du plan expérimental de Taguchi. [Xu 2011] a utilisé des méthodes métaheuristicques pour l'optimisation de mécanismes compliants, basées sur des algorithmes stochastiques imitant les comportements d'essaims (Particle Swarm Optimization), disponibles dans les outils d'optimisation de Matlab. Il n'existe donc pas de méthode d'optimisation de mécanisme compliant appliquée de façon systématique.

Les algorithmes génétiques et évolutionnaires sont les méthodes d'optimisation métaheuristicques les plus employées [Kicinger 2005, Ramadan 2008], mais le réglage des paramètres internes reste délicat [Dorigo 2004]. L'algorithme de colonie de fourmis introduit dans [Dorigo 1997] présente l'avantage de n'avoir que peu de paramètres internes à régler. Il a par ailleurs été constaté que la sensibilité de l'optimisation à ces paramètres était faible. En conception mécanique, l'algorithme de colonie de fourmis a donc été considéré [Kaveh 2008, Luh 2009] pour l'optimisation topologique de structures et pour la conception de systèmes mécatroniques. Il n'a jamais été utilisé cependant, à notre connaissance, pour l'optimisation de mécanismes compliants modélisés par des corps pseudorigides.

3.1.2 Principe de l'algorithme de colonie de fourmis proposé

Revenons, sur le principe de l'algorithme de colonie de fourmis, désigné par l'acronyme anglais ACO pour *ant colony optimization* que nous utiliserons dans la suite. À l'origine, le principe de l'ACO repose sur une expérience menée par [Deneubourg 1989, Deneubourg 1990]. Dans cette expérience, des fourmis ont la possibilité depuis leur nid d'atteindre par deux chemins de longueurs différentes une source de nourriture. Au bout d'un certain temps, toutes les fourmis empruntent le chemin le plus court. Il a été constaté que les fourmis marquent leur chemin au moyen d'un marqueur chimique, une phéromone. Le mécanisme naturel d'optimisation est alors basé sur le dépôt par les fourmis de la phéromone qui s'évapore au cours du temps. Ainsi, un trajet qui se parcourt rapidement favorise une concentra-

tion élevée de phéromone. Une fourmi se trouvant face à plusieurs chemins marqués de phéromone préférera celui dont l'intensité de phéromone est la plus forte, qui à son tour y déposera de la phéromone. L'évaporation de la phéromone permet donc d'oublier les chemins peu optimaux au profit du meilleur et de trouver rapidement une solution alternative optimale face à une perturbation.

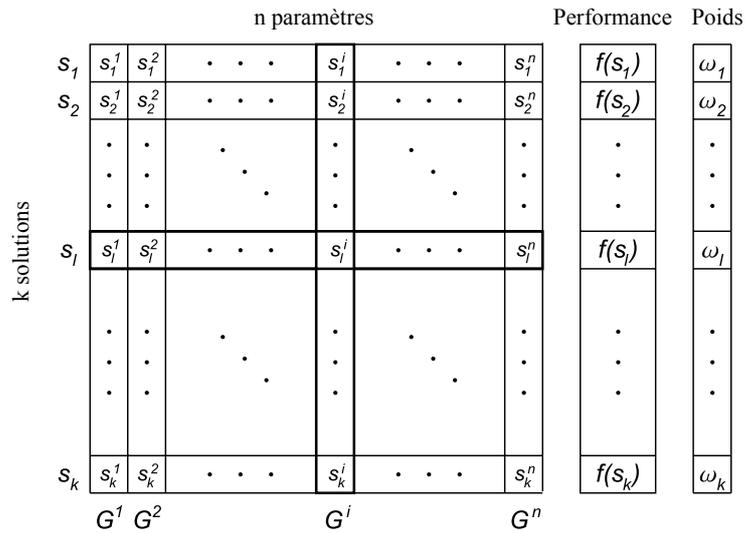
L'ACO a donc d'abord été proposé par [Dorigo 1997] pour répondre à des problèmes combinatoires discrets tels que des problèmes de routage [Dorigo 1999] où l'analogie avec le comportement des fourmis est directe. En combinatoire, un trajet peut être vu comme une séquence de points de passage par lesquels les fourmis doivent passer pour joindre la source de nourriture depuis le nid. Comme le problème est discret, à chaque point de passage, les possibilités de points de passages suivants sont connues. La probabilité pour une fourmi de choisir le point de passage suivant dépend du taux de phéromone artificiel attribué à chacun, défini par la qualité du trajet évalué à l'itération précédente.

Dans le cas des problèmes à paramètres continus, les combinaisons de jeux de paramètres sont infinies. L'algorithme de colonie de fourmis a donc dû être adapté aux problèmes continus [Socha 2008, Blum 2005]. Afin de rester fidèle au principe de l'ACO discret, l'action locale de la phéromone pour un paramètre est simulée par l'utilisation d'une loi gaussienne.

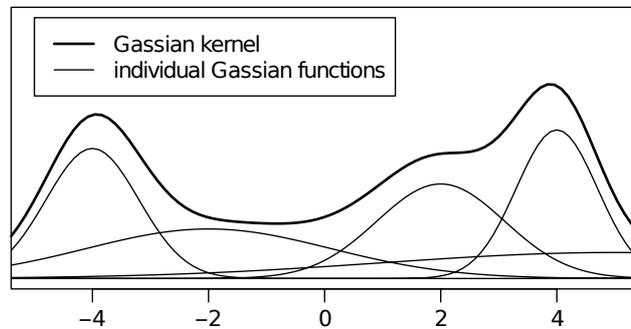
L'ACO continu proposé par [Socha 2008] fonctionne alors de la manière suivante pour un problème à n paramètres :

- Dans un premier temps, k solutions sont générées afin d'initialiser l'algorithme. Ces solutions sont enregistrées dans une matrice illustrée en figure 3.1a auxquelles sont associés la performance de la solution et un poids dépendant de cette performance.
- Dans un second temps, de nouvelles solutions vont être générées à partir de celles obtenues à l'itération précédente. Pour la construction d'une solution, le premier paramètre S_1 est calculé en choisissant d'abord dans la liste des k solutions une des k valeurs du paramètre S_1 avec une probabilité liée à la performance de la solution à laquelle il appartient. Pour le premier paramètre S_1 , le paramètre S_1^l a été retenu par exemple. La loi gaussienne g_1^l associée au paramètre S_1^l est calculée à partir du paramètre lui-même qui joue le rôle de la moyenne et de l'ensemble des valeurs du premier paramètre S_1^k pour calculer l'écart-type. L'ensemble des lois gaussiennes est représenté en figure 3.1b pour $k = 5$ cette loi gaussienne permet de générer une nouvelle valeur de S_1 .
- On répète cette étape pour S_2 jusqu'à S_n .
- On obtient ainsi une nouvelle solution $[S_1 \dots S_n]$
- Si cette solution est plus performante que la pire des solutions enregistrées, elle la remplace.

On notera que [Socha 2008] introduisent deux paramètres internes à son algorithme. L'un agit sur la probabilité de choisir l'une des lois gaussiennes associées à



(a) Mise en mémoire des solutions générées.



(b) Lois gaussiennes pour un paramètre avec $k = 5$.

FIGURE 3.1 – Illustrations de la mise en mémoire des solutions et des lois gaussiennes pour un paramètre avec $k = 5$ pour l’algorithme de colonie de fourmis continu proposé par [Socha 2008].

chaque paramètre et favorise donc l'élitisme ou le mélange. L'autre paramètre agit sur l'écart-type et permet d'ajuster par conséquent le profil des lois gaussiennes autour de chaque paramètre.

Nous proposons ici une nouvelle adaptation de l'algorithme de colonie de fourmis. En effet, l'algorithme proposé par [Socha 2008] explore simultanément plusieurs trajets et autorise les croisements entre eux. Dans notre contexte, le problème est tellement contraint qu'un croisement n'aboutit que très rarement à une solution respectant les contraintes énoncées. Ainsi, puisque les croisements ne sont pas performants une exploration en parallèle de solutions n'est plus nécessaire. L'exploration est donc faite de façon séquentielle. De plus nous proposons d'utiliser, en plus des lois gaussiennes, des lois uniformes qui permettent de simuler de différentes façons la phéromone. L'algorithme de colonie de fourmis proposé pour notre problème est donc composé de trois étapes (figure 3.2).

Étape 1 - Initialisation. L'algorithme explore l'ensemble du domaine de solutions afin de trouver au moins une solution respectant toutes les contraintes sur les paramètres géométriques. Afin d'initialiser plus rapidement l'algorithme, on recherche d'abord des solutions respectant une partie des contraintes pour ensuite rechercher localement celles qui respectent toutes les contraintes. Cette étape est répétée jusqu'à ce qu'une solution respectant toutes les contraintes soit trouvée.

Étape 2 - Exploration. À partir de la solution trouvée à l'itération précédente, l'algorithme explore le voisinage de cette solution. Pour ce faire, chaque paramètre composant une nouvelle solution est généré selon une loi uniforme dans un intervalle réduit, centré sur la valeur du paramètre de la solution trouvée à l'itération précédente. L'intervalle réduit, qui peut être vu comme un rayon d'exploration, est défini en pourcentage de l'intervalle complet. L'exploration se fait d'abord à rayon constant. La meilleure solution trouvée devient la solution de référence et toutes les autres sont abandonnées. Lorsqu'aucune évolution n'est détectée, on agrandit le rayon d'exploration, afin de quitter éventuellement un minimum local. À chaque fois que l'agrandissement du rayon d'exploration a permis de progresser, on revient au rayon d'exploration de référence. Lorsque le rayon d'exploration maximal est atteint, on réduit la taille du rayon d'exploration à partir du rayon d'exploration de référence. À chaque fois que la réduction du rayon d'exploration a permis de progresser, on revient au rayon d'exploration de référence. Si une progression entre le début et la fin de la deuxième étape est enregistrée, toute l'étape est répétée.

Dans cette étape, l'évaporation de la phéromone artificielle est simulée et par l'abandon de toutes les solutions pour la meilleure et par la variation du rayon d'exploration. En effet, dans la nature, une fourmi parcourant un chemin sans nourriture au bout, déposera moins de phéromone. De même, s'il est trop long, la phéromone aura tendance à s'évaporer. Ce chemin aura donc peu de chance d'être emprunté par d'autres fourmis. Son évaporation complète est simulée par l'abandon de toutes les solutions générées autres que la meilleure. Lorsqu'un chemin commence à être

emprunté par des fourmis parce qu'il y a quelque chose d'intéressant au bout, le taux de phéromone est encore peu élevé et donc toutes les fourmis ne se limitent pas à parcourir ce même chemin, mais explorent son voisinage. Ce voisinage s'agrandit si le chemin parcouru n'est pas optimal, puisque la phéromone tend à s'évaporer. De l'autre côté, la phéromone attire les fourmis, donc certaines vont se concentrer sur le meilleur chemin marqué de phéromone. La réduction du rayon d'exploration simule cette exploration autour d'un même chemin.

Étape 3 - Collaboration. À partir de la solution trouvée à l'itération précédente, l'algorithme génère localement un ensemble de solutions afin de créer un profil de solutions. À partir de ce profil de solutions, une loi gaussienne pour chacun des paramètres peut être définie. Chaque loi gaussienne est créée à partir de la moyenne et l'écart-type des paramètres pondérés par la performance de chaque solution. Cette étape simule la collaboration des fourmis pour concentrer et affiner la recherche autour de la solution optimale. Cette étape est répétée jusqu'à ce que les valeurs des écarts-types associés à chaque paramètre soient sous un seuil de valeur. Ici, la concentration de phéromone est simulée par la pondération des écarts-types et des moyennes en fonction des performances des solutions.

À l'état naturel, une fois que le chemin est marqué d'un taux élevé de phéromone, les fourmis se concentrent dessus et la phéromone ne s'évapore plus. C'est l'effet catalyseur mis en évidence par [Deneubourg 1989, Deneubourg 1990]. Le trajet évolue par l'évolution commune des fourmis et non plus par la contribution d'une seule fourmi. La loi gaussienne simule la contribution de toutes les fourmis dans leur progression sur le chemin devenant de plus en plus optimal.

3.2 Application de la méthode de conception

3.2.1 Démarche

Dans ce chapitre, nous considérons, pour le problème de la conception d'un stabilisateur cardiaque actif, l'approche consistant à intégrer deux mécanismes à un degré de liberté en série au sein de la tige tubulaire du stabilisateur. Dans cette section, la méthode de conception, décrite en figure 2.20 et qui utilise l'ACO proposé, est appliquée pour déterminer dans un premier temps les performances que l'on peut atteindre avec cette approche en réalisant l'optimisation de chaque mécanisme séparément. Pour l'un des mécanismes, l'effort cardiaque auquel il faut s'opposer est égal à 5 N. Pour l'autre, l'effort est égal à 1,7 N (voir chapitre 2).

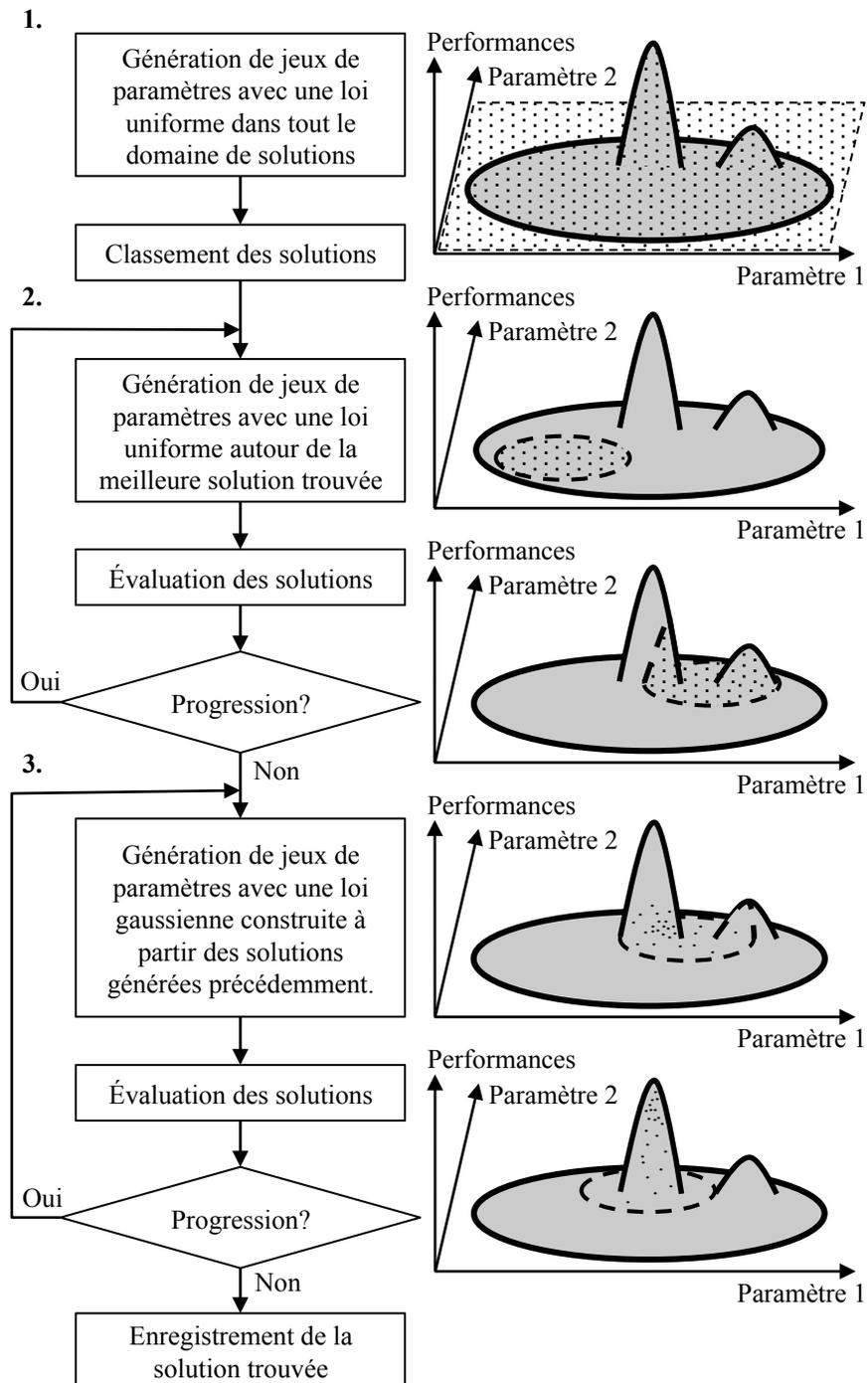


FIGURE 3.2 – Principe de l'ACO .

3.2.2 Sélection d'un mécanisme

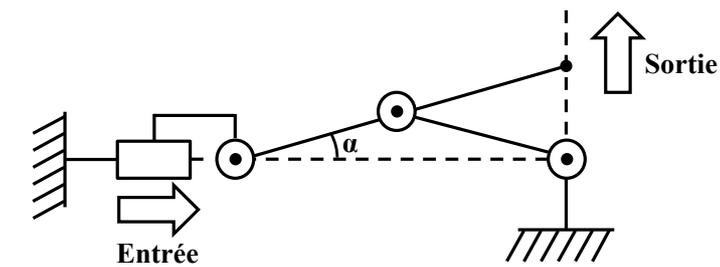
Du fait de la géométrie de la tige, d'une longueur de 250 mm pour un diamètre n'excédant pas 12 mm, les mécanismes ayant une architecture oblongue doivent être privilégiés. Le mécanisme recherché doit transformer le mouvement généré par l'actionneur piézoélectrique selon la direction de la tige en un mouvement perpendiculaire à son axe, au niveau de l'extrémité du stabilisateur.

Un actionneur piézoélectrique exploitant au maximum le volume disponible dans une tige de diamètre de 12 mm offre un déplacement maximal de 60 μm (données *Physik Instrumente*, actionneur P-007.40). L'actionneur possède alors un diamètre de 7 mm et une longueur de 54 mm. Le déplacement est très insuffisant puisque l'amplitude de déplacement que l'on cherche à produire est de 1 mm. Il faut donc concevoir un mécanisme compliant capable d'amplifier l'élongation de l'actionneur piézoélectrique afin de compenser les déflexions engendrées par l'effort cardiaque.

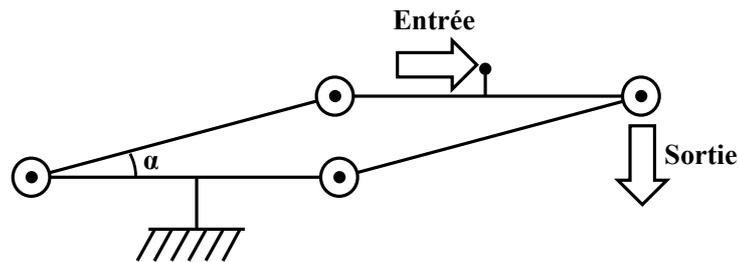
Le mécanisme d'amplification le plus simple que l'on puisse envisager est de type levier [Yang 1996, Su 2001, Jouaneh 2003]. Il peut présenter une géométrie oblongue compatible avec la géométrie de la tige. L'inconvénient de ce mécanisme est qu'il ne possède qu'une seule liaison, ce qui limite sa rigidité face aux sollicitations des efforts cardiaques. Un simple prédimensionnement montre par ailleurs qu'il n'est pas possible de trouver une architecture de mécanisme qui permette une amplification suffisante et pour laquelle les contraintes mécaniques lors de l'actionnement soient compatibles avec l'utilisation d'un matériau comme un acier inoxydable.

Pour améliorer la rigidité et limiter le niveau de contraintes, il est nécessaire de considérer des mécanismes possédant une chaîne cinématique fermée. Il est alors possible d'exploiter les comportements cinématiques non linéaires de certaines configurations de mécanismes afin d'avoir un meilleur rapport entre les dimensions du mécanisme et ses performances d'amplification [Tanikawa 1999, Lobontiu 2003b, Kim 2004, Juuti 2005, Jiang 2006, Liu 2006, Ma 2006, Ueda 2008, Bachta 2009, Kommepalli 2009]. Dans la littérature, il existe une multitude de mécanismes à un degré de liberté ayant un comportement cinématique intéressant. Deux mécanismes sont particulièrement intéressants à la fois pour leur architecture simple et leur géométrie compatible avec celle de la tige. Le premier est le mécanisme de Scott-Russell [Tian 2009] capable de transformer un déplacement en un déplacement perpendiculaire comme l'illustre la figure 3.3a. Son architecture est compatible avec la géométrie oblongue de la tige lorsque celui-ci est utilisé dans une configuration proche de la singularité qui apparaît lorsque $\alpha = 0$. Autour de cette configuration, il est théoriquement possible de générer un facteur d'amplification égal à $\frac{1}{\tan\alpha}$, qui peut donc être très élevé lorsque α tend vers 0. Le second mécanisme qui nous paraît intéressant est le mécanisme

à quatre barres [Furukawa 1995, Kota 1999, Parkinson 2001, Pei 2009, Sitti 2003]. Sa structure en chaîne fermée le rend très intéressant pour obtenir une répartition distribuée des contraintes dans les liaisons. Dans certaines configurations, comme celle illustrée en figure 3.3b, le mécanisme quatre barres est également capable de générer de grands facteurs d'amplifications. Pour ces deux mécanismes, une première analyse montre qu'il est envisageable de les réaliser sous forme de structures compliantes intégrées à la tige, comme proposé à la figure 3.4.



(a) Mécanisme Scott-Russell.

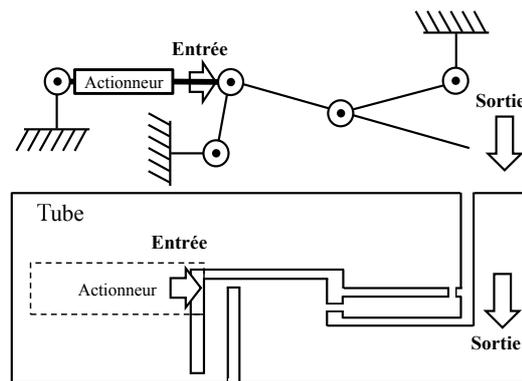


(b) Mécanisme quatre barres.

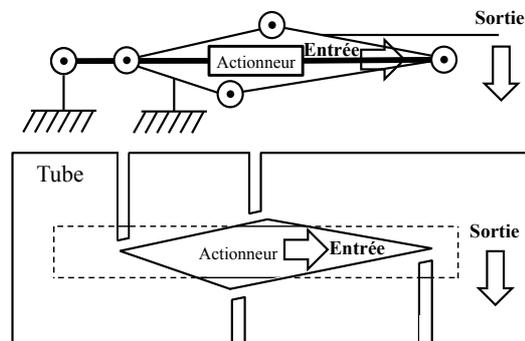
FIGURE 3.3 – Sélection d'un mécanisme.

Réaliser une liaison glissière compliant étant délicat, la représentation effectuée en figure 3.4 du mécanisme de Scott-Russell est obtenue en remplaçant la liaison glissière par un segment en liaison pivot, dont le mouvement en son extrémité peut être considéré comme une translation pour des petits déplacements. On peut constater que l'inconvénient du mécanisme de Scott-Russell est la difficulté de répartir de façon homogène la matière sur chaque barre du mécanisme. De plus, certains éléments sont sollicités en compression et risquent d'être soumis à des phénomènes de flambage.

Pour un mécanisme à quatre barres, il est plus aisé d'envisager une réalisation sous forme compliant avec une répartition de matière compatible avec la géométrie tubulaire de la tige, comme l'illustre la figure 3.4b. De plus, une intégration de l'actionneur piézoélectrique à l'intérieur du mécanisme permet de solliciter en traction l'ensemble de ses éléments et permet d'en accroître la compacité. Pour



(a) Intégration dans la tige d'un mécanisme de Scott-Russell compliant.



(b) Intégration dans la tige d'un mécanisme quatre barres compliant.

FIGURE 3.4 – Intégration des mécanismes.

ces raisons, le mécanisme quatre barres est retenu pour réaliser l'amplification de l'actionneur piézoélectrique.

3.2.3 Modélisation du mécanisme compliant

3.2.3.1 Modèle géométrique

Comme nous avons choisi d'utiliser des amincissements circulaires, les déformations du mécanisme quatre barres compliant se concentrent au niveau des amincissements uniquement. Chaque liaison peut alors être vue comme une liaison pivot ayant une raideur non nulle (figure 3.5).

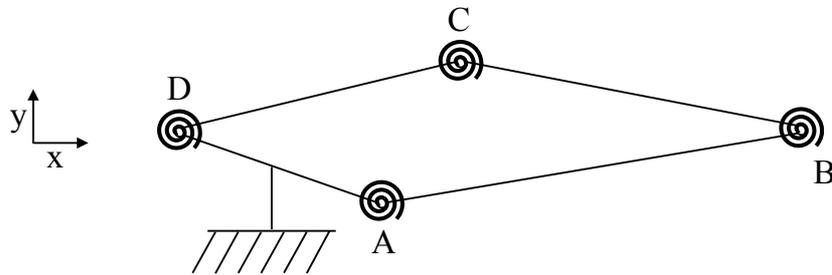
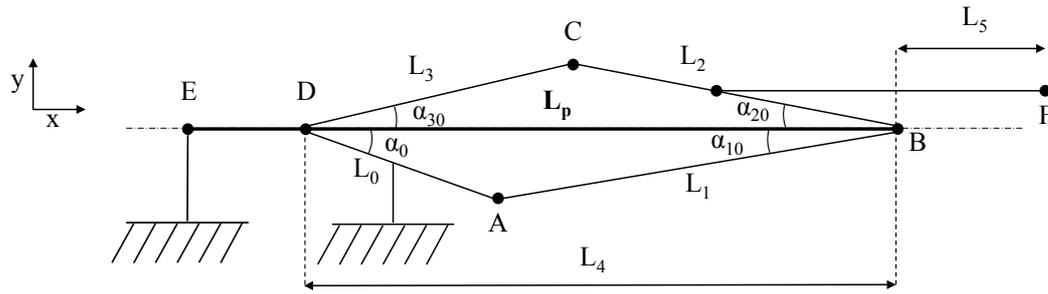


FIGURE 3.5 – Modélisation du mécanisme 4-barres.

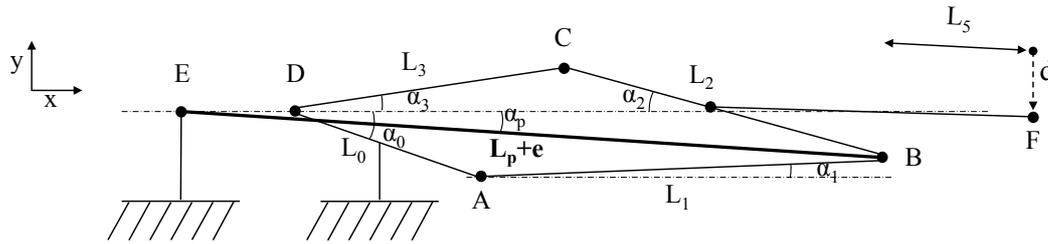
Nous souhaitons exploiter le modèle cinématique représenté en figure 3.4b. Cela suppose que les barres connectant les liaisons pivotales compliantes restent indéformables. Il faut, en conséquence, garantir une section suffisante à chaque barre, et l'on impose, dans ce but, que les points B et D sont dans le plan médian de la tige. On peut donc considérer le modèle cinématique du mécanisme à quatre barres présenté en figure 3.6.

Les paramètres géométriques définissant le mécanisme sont les longueurs des barres L_0, L_1, L_2, L_3, L_4 et L_5 (figure 3.6). L'actionneur piézoélectrique étant intégré entre les points E et B , la distance entre ces points correspond à la longueur de l'actionneur, soit $L_P + e$ avec e la valeur de l'élongation. Le déplacement vertical d au point F du mécanisme est le déplacement qui est pour nous le déplacement en sortie du mécanisme. Le modèle géométrique consiste donc à établir la relation entre l'élongation e et le déplacement d $d = f(e)$.

Pour établir le modèle géométrique, on considère d'abord la fermeture de chaîne $ABED$ (figure 3.6). Les points A, B et E étant fixes et connus à partir des longueurs L_0, L_1 et L_P , on détermine facilement la position du point D en fonction de l'élongation e en projetant les relations de fermeture de chaîne sur les axes x et y (annexe B.1).



(a) Mécanisme quatre barres en configuration initiale.



(b) Mécanisme quatre barres en configuration finale.

FIGURE 3.6 – Modélisation géométrique du mécanisme quatre barres.

Si la position du point D est connue, il est possible de déterminer la position du point C en considérant la fermeture de la chaîne $ABCD$. Comme le point F appartient à la barre BC , les distances entre B , C et F sont constantes. On détermine ainsi les coordonnées cartésiennes du point F . Le déplacement vertical du point F est le déplacement qui va permettre la réalisation de la compensation. Nous cherchons donc à maximiser la variation de l'ordonnée du point F .

Le déplacement d peut être exprimé par :

$$d = L_0 \times \sin(\alpha_0) - L_1 \times \sin(\alpha_1) + L_5 \times \sin(\alpha_2 - \alpha_{20}) \quad (3.1)$$

avec α_1 et α_2 fonction de l'élongation e (annexe B.1).

3.2.3.2 Modélisation de la raideur des liaisons compliantes

Sous sollicitation de l'actionneur et du cœur, le mécanisme compliant va atteindre une configuration d'équilibre qui dépend de la raideur en rotation des liaisons compliantes. Il s'agit donc d'exprimer la raideur de chaque liaison, pour ensuite en déduire la raideur résultante du mécanisme.

La raideur des amincissements circulaires à section rectangulaire peut être décrite à partir de la connaissance de trois paramètres géométriques : le rayon r ,

l'épaisseur t et la largeur w de l'amincissement ; et elle s'écrit [Schotborgh 2005] :

$$K = \frac{E \cdot w \cdot t^2}{12} \left(-0.0089 + 1.3556 \sqrt{\frac{t}{2 \cdot r}} - 0.5227 \frac{t}{2 \cdot r} \right) \quad (3.2)$$

avec K la raideur de la liaison, E le module d'Young.

Nous approximations la section des liaisons à des sections rectangulaires. Le rayon r et l'épaisseur t des liaisons sont des paramètres géométriques propres à chaque liaison. Leur largeur w dépend en revanche de l'épaisseur du tube T . Comme les points B et D sont dans le plan médian, leurs largeurs w_B et w_D sont considérées égales à T . Par contre, selon la position des points A ou C , l'expression de la largeur de ces liaisons se calcule différemment puisque, si la distance H des points A ou C avec l'axe du tube respecte $H \leq R - T$, alors,

$$\begin{aligned} w_A &= \sqrt{R^2 - H_A^2} - \sqrt{(R - T)^2 - H_A^2} \\ w_C &= \sqrt{R^2 - H_C^2} - \sqrt{(R - T)^2 - H_C^2} \end{aligned} \quad (3.3)$$

sinon

$$\begin{aligned} w_A &= \sqrt{R^2 - H_A^2} \\ w_C &= \sqrt{R^2 - H_C^2} \end{aligned} \quad (3.4)$$

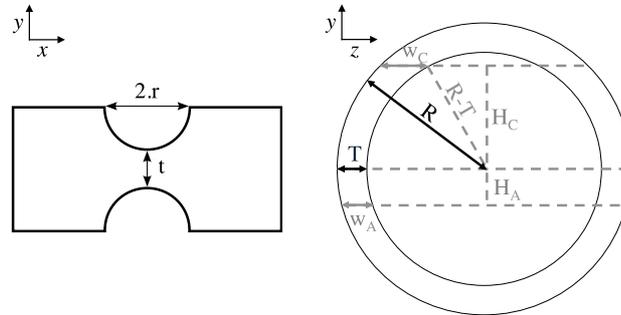


FIGURE 3.7 – Variation des largeurs des liaisons compliantes en A et C en fonction de leur position dans le tube.

À partir de la connaissance de la géométrie de chaque liaison, il est donc possible d'estimer la raideur K qui la caractérise. Le moment de flexion N nécessaire à une rotation d'angle θ peut alors s'écrire :

$$N = K \cdot \theta \quad (3.5)$$

Pour le mécanisme, l'angle θ peut être écrit en fonction de l'élongation e de l'actionneur piézoélectrique, qui est maintenant connue grâce au modèle géométrique établi précédemment (annexe B.2).

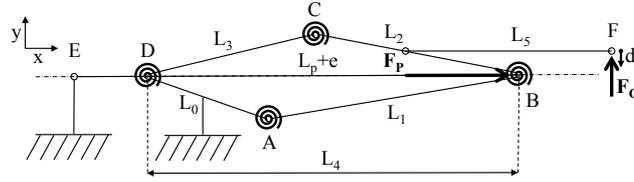


FIGURE 3.8 – Modélisation par les corps pseudorigides du mécanisme quatre barres soumis aux chargements extérieurs.

3.2.3.3 Modèle statique

Une étude statique dans le plan permet d'établir le lien entre l'effort produit par l'actionneur F_p , l'effort cardiaque F_c et la configuration du mécanisme à l'équilibre. En isolant les solides du système, on peut mettre en place un système de neuf équations (annexe B.3) :

$$\begin{aligned}
 X_A + X_B &= 0 \\
 Y_A + Y_B &= 0 \\
 N_A + N_B + L_1 \times (X_A \times \sin(\alpha_1) - Y_A \times \cos(\alpha_1)) &= 0 \\
 -X_B + X_C + F_p \times \cos(\alpha_p) &= 0 \\
 -Y_B + Y_C - F_p \times \sin(\theta) + F_c &= 0 \\
 -N_B + N_C + L_2 \times (X_C \times \sin(\alpha_2) - Y_C \times \cos(\alpha_2)) + F_c \times L_5 \times \cos(\alpha_{20} - \alpha_2) &= 0 \\
 -X_C + X_D &= 0 \\
 -Y_C + Y_D &= 0 \\
 -N_C + N_D + L_3 \times (X_D \times \sin(\alpha_3) - Y_D \times \cos(\alpha_3)) &= 0
 \end{aligned} \tag{3.6}$$

avec X_A, Y_A les deux composantes selon x et y de la résultante du torseur d'action de la barre 0 sur la barre 1 au niveau de la liaison A. N_A la composante selon z du moment du torseur d'action de la barre 0 sur la barre 1 au niveau de la liaison A qui est connue (équation (3.5)). Il en est de même pour les liaisons B, C et D.

Le problème est isostatique puisqu'il y a neuf inconnues pour neuf équations. Les neuf inconnues sont les huit composantes des résultantes des torseurs d'action entre les barres et F_p , l'effort que doit produire l'actionneur piézoélectrique qui dépend de e que l'on cherche. L'actionneur piézoélectrique se comporte comme un ressort actif. En effet, lorsqu'il s'allonge proportionnellement à la tension appliquée, l'effort produit décroît linéairement :

$$F_p = F_{p0} - K_p \times e \tag{3.7}$$

avec F_p l'effort produit par l'actionneur piézoélectrique, de raideur K_p , e son élon-

gation et d'effort bloqué F_{P0} proportionnel à la tension appliquée ($F_{P0} = 1150 \text{ N}$, $K_P = 19000 \text{ N.mm}^{-1}$).

La force produite par l'actionneur F_P n'est pas la seule à dépendre de l'élongation e . En effet, les moments résistants dus à la raideur non nulle des liaisons N_A , N_B , N_C et N_D dépendent des angles α_1 , α_2 et α_3 qui sont des fonctions non linéaires de l'élongation e , ce qui rend la résolution difficile. Utiliser une expression littérale serait délicat durant l'optimisation, étant donnée sa complexité qui ralentirait le processus d'optimisation. Nous avons donc préféré rechercher par dichotomie la valeur d'élongation pour laquelle les neuf équations sont respectées. Pour cela, on choisit huit équations parmi les neuf qui vont permettre d'exprimer l'une des huit inconnues restantes puisque e est imposé par la recherche par dichotomie. Nous choisissons par exemple d'exprimer X_C qui permet ensuite d'exprimer les sept autres inconnues (annexe B.3) :

$$X_C = \frac{L_3 \times \cos(\alpha_3) \times (N_C - N_B + F_C \times L_5 \times \cos(\alpha_{20} - \alpha_2))}{L_2 \times L_3 \times \sin(\alpha_3 - \alpha_2)} + \frac{L_2 \times \cos(\alpha_2) \times (N_C - N_D)}{L_2 \times L_3 \times \sin(\alpha_3 - \alpha_2)} \quad (3.8)$$

On peut ensuite écrire Y_C à partir de X_C :

$$Y_C = \frac{-N_C + N_D + L_3 \times X_C \times \sin(\alpha_3)}{L_3 \times \cos(\alpha_3)} \quad (3.9)$$

On peut alors exprimer X_D et Y_D à partir de X_C et Y_C avec :

$$\begin{aligned} X_D &= X_C \\ Y_D &= Y_C \end{aligned} \quad (3.10)$$

On peut également exprimer X_B et Y_B à partir de X_C et Y_C avec :

$$\begin{aligned} X_B &= X_C + F_P \times \cos(\alpha_P) \\ Y_B &= Y_C - F_P \times \sin(\alpha_P) + F_C \end{aligned} \quad (3.11)$$

De même on obtient facilement X_A et Y_A avec :

$$\begin{aligned} X_A &= -X_B \\ Y_A &= -Y_B \end{aligned} \quad (3.12)$$

L'équilibre statique est atteint lorsque la neuvième équation, non encore exploitée, est respectée (annexe B.3), c'est-à-dire :

$$N_A + N_B + L_1 \times (X_A \times \sin(\alpha_1) - Y_A \times \cos(\alpha_1)) = 0 \quad (3.13)$$

Lorsque le mécanisme est en configuration initiale et dès l'instant où l'actionneur piézoélectrique est activé avec $e < e_{statique}$:

$$N_A + N_B + L_1 \times (X_A \times \sin(\alpha_1) - Y_A \times \cos(\alpha_1)) < 0 \quad (3.14)$$

Afin de déterminer la position d'équilibre, il suffit de rechercher la configuration pour laquelle la relation (3.13) est respectée. La recherche est effectuée par dichotomie, pour déterminer la valeur de l'élongation e pour laquelle le mécanisme actionné est en équilibre avec l'effort cardiaque F_C de 5 N. Sachant que l'élongation maximale de l'actionneur est de 60 μm , une dichotomie de 12 *pas* permet d'atteindre une valeur d'élongation à l'équilibre avec une précision de 15 nm, ce qui est suffisant.

3.2.3.4 Modélisation des contraintes mécaniques dans les liaisons

Les contraintes mécaniques dans le mécanisme compliant doivent être compatibles avec les contraintes maximales admissibles du matériau employé. Les contraintes maximales sont rencontrées dans les liaisons. Les valeurs des contraintes dans les liaisons sont obtenues à partir des torseurs d'action entre les barres qui sont connus après l'analyse statique. L'expression de la contrainte mécanique dans la liaison compliant s'écrit [Pilkey 2008] :

$$\sigma = k_T \cdot \frac{F}{t \cdot w} + k_F \cdot \frac{6 \cdot N}{t^2 \cdot w} \quad (3.15)$$

avec F les forces de traction s'exerçant sur les sections des liaisons, N les moments de flexion déterminés précédemment, t et w l'épaisseur et la largeur des liaisons considérées, et k_T et k_B les facteurs de correction pour les sollicitations en traction et en flexion (annexe B.4).

La force F normale à la section est obtenue en projetant les composantes X et Y des torseurs d'action des barres au niveau de la liaison considérée. Pour la liaison A par exemple :

$$F_A = X_A \times \cos(\alpha_1) + Y_A \times \sin(\alpha_1) \quad (3.16)$$

On obtient alors pour chaque liaison, une valeur de contrainte mécanique qui ne devra pas dépasser la limite imposée par le matériau.

3.2.4 Optimisation du mécanisme

3.2.4.1 Formulation du problème d'optimisation

Le mécanisme compliant est décrit par un jeu de seize paramètres géométriques : six distances, quatre épaisseurs de liaison, quatre rayons d'amincissement, un diamètre extérieur de tube et une épaisseur de tube : $L_0, L_1, L_2, L_3, L_4, L_5, w_A,$

w_B , w_C , w_D , r_A , r_B , r_C , r_D , D et T . Le problème d'optimisation consiste à déterminer le jeu de seize paramètres permettant de maximiser le déplacement d en sortie de mécanisme, tout en respectant les différentes contraintes sur les paramètres géométriques formulées ci-après.

3.2.4.2 Contraintes

Contraintes d'assemblage. Afin que le mécanisme puisse être fabriqué et que les barres du mécanisme soient suffisamment rigides, il faut que le mécanisme ait la configuration illustrée en figure 3.6a. Plus précisément, cela signifie que les abscisses des points A et C doivent être comprises dans l'intervalle délimité par les abscisses de D et B .

Contraintes de fabrication. La géométrie des amincissements de matière réalisés pour produire les liaisons pivots compliantes est contrainte par la méthode de fabrication. Des bornes minimales de rayon des amincissements circulaires sont introduites du fait de la taille de l'outil, utilisé pour un usinage par enlèvement de matière. De la même manière, des épaisseurs minimales au niveau des amincissements doivent être respectées.

Contraintes d'intégration. De manière évidente, le diamètre intérieur du tube doit être supérieur au diamètre de l'actionneur. Un jeu minimum d'un millimètre est considéré.

L'intégration du mécanisme dans le tube introduit une deuxième contrainte. Les liaisons situées en A et C doivent être situées à l'intérieur du tube pour que le mécanisme soit entièrement intégrable.

Enfin, le point D doit toujours se trouver entre les points E et B afin que le mécanisme de serrage de l'actionneur piézoélectrique n'interfère pas avec le mécanisme.

Contraintes de modèle. Nous souhaitons déterminer le mécanisme optimal dans la famille de mécanismes compliantes que nous avons paramétré. Afin que les déformations restent situées au niveau des liaisons pivots compliantes, les barres du mécanisme doivent pouvoir être considérées comme suffisamment rigides. Nous imposons donc une longueur minimale de barre égale à 10 mm. De même, afin de limiter la présence de flexibilités distribuées dans les liaisons qui modifierait leur comportement cinématique, nous imposons un rayon maximal de 2,5 mm.

Pour que le modèle des amincissements circulaires soit exploitable, il faut que le profil de la liaison soit conservé. En effet, si l'ordonnée du point A ou C se trouve au voisinage du rayon intérieur du tube, la liaison compliant va présenter des discontinuités dans son profil que l'on ne sait pas modéliser. Pour cette raison, il faut que le contour extérieur des liaisons compliantes se trouve soit entre le plan médian du tube et le rayon intérieur du tube, soit entre le rayon intérieur du tube et le rayon extérieur du tube.

Enfin, le domaine de validité du modèle de raideur des amincissements circulaires, proposé par [Schotborgh 2005], est défini par des conditions entre le rayon de l'amincissement r et l'épaisseur de liaison t qui doivent être respectées.

$$0.05 \leq \frac{t}{r} \leq 0.65 \quad (3.17)$$

3.2.4.3 Évaluation des performances

À chaque jeu de paramètres géométriques doit être associé un critère de performance, afin de faire émerger une solution pertinente durant le processus d'optimisation. Nous définissons une valeur de performance égale à 0 pour indiquer qu'un mécanisme doit être rejeté, car il ne respecte pas toutes les contraintes exposées ci-dessus. La valeur de performance vaut 1 lorsque l'objectif du problème est atteint, c'est-à-dire que le mécanisme est capable de produire le déplacement $d_{objectif}$ recherché, tout en respectant la limite des contraintes mécaniques dans le matériau $\sigma_{objectif}$ (Pour le matériau considéré ici, un acier 35NCD16, la limite de fatigue à ne pas dépasser pendant l'utilisation du dispositif est égale à 550 N.mm^{-2}). Dans ce cas, la fonction de performance associée aux paramètres ξ pourrait s'écrire simplement :

$$\text{Performance}(\xi) = \frac{d}{d_{objectif}} \quad (3.18)$$

En pratique, la probabilité de trouver un mécanisme qui respecte à la fois toutes les contraintes sur les paramètres géométriques et le seuil de contrainte mécanique maximale admissible est très faible. En utilisant une telle fonction de performance, l'initialisation de l'algorithme d'optimisation est difficile. Il est donc plus intéressant de prendre en compte dans la fonction de performance la contrainte mécanique maximale σ_{max} , en plus du déplacement d . Cela devrait conduire à considérer le problème d'optimisation comme un problème multiobjectif. Mais nous faisons l'hypothèse que les évolutions de d et σ_{max} sont liées, et que le problème reste finalement à simple objectif. En effet, pour le problème que nous considérons, le volume de matière disponible pour réaliser le mécanisme reste très limité. Un compromis entre déplacement maximal et niveau de contrainte va donc toujours exister : augmenter le déplacement maximal ne peut se faire qu'en diminuant la section des liaisons qui conditionne leur rigidité. Dans ce cas, les contraintes dans les liaisons vont augmenter simultanément. Cela nous amène à considérer une fonction de performance de la forme :

$$\text{Performance}(\xi) = \frac{d}{d_{objectif}} \frac{\sigma_{objectif}}{\sigma_{max}} \quad (3.19)$$

Mais avec une telle fonction de performance, les mécanismes capables de produire un petit déplacement, mais ayant des contraintes mécaniques faibles du fait de leur

grande rigidité, ne pourront pas être distingués de ceux capables de produire un grand déplacement, mais avec de fortes contraintes mécaniques. L'ensemble des solutions présente donc un front de Pareto. La fonction de performance doit donc traduire que l'on ne cherche pas uniquement à maximiser d et minimiser σ_{max} , mais que l'on souhaite maximiser d en ayant σ_{max} qui tend à ce que $\sigma_{max} = \sigma_{objectif}$ et ainsi tirer au maximum profit des propriétés élastiques du matériau. La fonction de performance que nous considérons durant l'optimisation est donc de la forme :

$$\text{Performance}(\xi) = \frac{d}{d_{objectif}} \times \frac{1}{1.01^{\text{abs}(\sigma_{objective} - \sigma_{max})}} \quad (3.20)$$

La valeur 1.01 correspond à un facteur de pénalité qui doit être évidemment plus grand que 1. Sa valeur dépend entièrement du problème, mais reste simple à choisir : il faut que cette valeur soit suffisamment pénalisante, afin que les solutions avec des valeurs de σ_{max} très élevées ou très faibles soient rejetées, mais il ne faut pas qu'elle soit trop pénalisante afin que l'exploration autour de $\sigma_{objectif}$ soit possible. Nous choisissons par exemple que, lorsque l'objectif en déplacement $d_{objectif}$ est atteint, et que σ_{max} est à $\pm 2\%$ de $\sigma_{objectif}$, 90 % de l'objectif est atteint. Ainsi, la seule façon d'accroître les performances est de maintenir σ_{max} proche de $\sigma_{objectif}$, tout en améliorant la valeur de d . La fonction de performance est illustrée en figure 3.9.

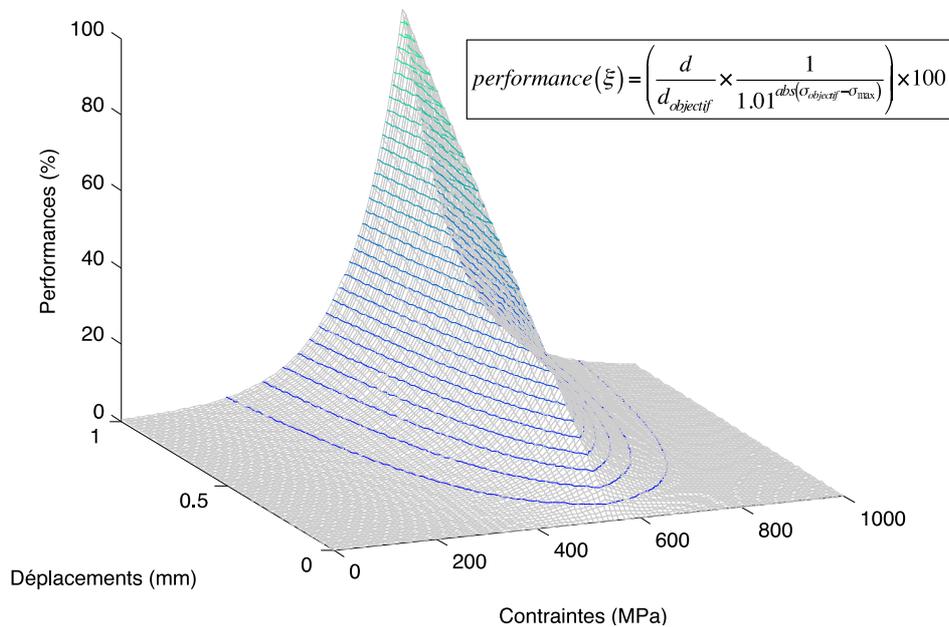


FIGURE 3.9 – Représentation graphique de la performance en fonction du déplacement d et de la contrainte mécanique σ_{max} . Ici $d_{objectif} = 1$ et $\sigma_{objectif} = 550$.

3.2.5 Résultats et discussion

3.2.5.1 Implémentation et réglage des paramètres internes

L'implémentation de l'ACO est réalisée sous *Matlab*. Bien que peu optimale, elle permet une optimisation en moins d'une heure (CPU *Intel Core 2 Duo* à 2,26 GHz). Afin de s'assurer de ne pas avoir obtenu un minimum local, l'algorithme est exécuté sur six heures, ce qui représente environ 20 millions d'individus testés.

Les différentes étapes de l'algorithme de colonie de fourmis ainsi que les paramètres associés sont détaillés en figure 3.10.

Ici, la taille de la population initiale est de $I_{init} = 100000$, afin de disposer d'une population assez grande pour y trouver au moins une solution, mais suffisamment petite pour que son évaluation ne soit pas trop longue.

Pour l'étape d'exploration le nombre d'individus est fixé $I_{exp} = 10000$ et le rayon initial p pour l'exploration est fixé à 5 %. Chaque nouvelle population est générée, au moyen d'une loi uniforme, autour de la meilleure solution trouvée dans une partie de l'intervalle dont la taille est définie en pourcentage par le rayon d'exploration p . L'étape d'exploration simule le rôle de marqueur joué par la phéromone et est implémentée en deux temps. Dans un premier temps, l'algorithme simule l'évaporation de la phéromone : lorsque la taille du rayon d'exploration initial ne permet plus à la population d'évoluer, ce rayon s'agrandit par incrément de 1 % jusqu'à atteindre un rayon maximal de 10 %. À chaque fois que la meilleure solution trouvée évolue, le rayon d'exploration revient à la taille initiale. Lorsque la solution n'évolue plus et le rayon d'exploration a atteint sa taille maximale, l'algorithme va simuler, dans un deuxième temps, l'attraction de la phéromone autour de la meilleure solution trouvée. Pour ce faire, le rayon d'exploration, décroît par incrément de 1 % jusqu'à atteindre un rayon minimal de 1 %. Ne pas dépasser 50 % de l'intervalle total pour le rayon d'exploration maximal semble raisonnable. L'étape d'exploration est répétée jusqu'à ce que la meilleure solution trouvée n'évolue plus, même après avoir fait varier la taille du rayon d'exploration.

L'étape de collaboration simule l'effet catalyseur de la phéromone et permet d'accélérer la recherche localement en utilisant, pour chaque paramètre, une loi gaussienne. La J -ème loi gaussienne est calculée à partir des J -èmes paramètres pondérés par la performance du jeu de paramètres auxquels ils appartiennent. Pour la J -ème loi gaussienne, la moyenne m_j et l'écart-type w_j pondérés sont donc calculés. Ces deux paramètres ne dépendent donc que de la taille de la population I . Puisque la recherche se concentre autour d'une même solution, le nombre d'individus nécessaire peut être limité à $I_{coll} = 1000$ afin d'accélérer le calcul.

Le réglage de ces paramètres internes que sont les tailles des populations et les tailles des rayons d'exploration est peu sensible : une division par un facteur deux de leurs valeurs permet toujours d'aboutir au même résultat final. Néanmoins, il

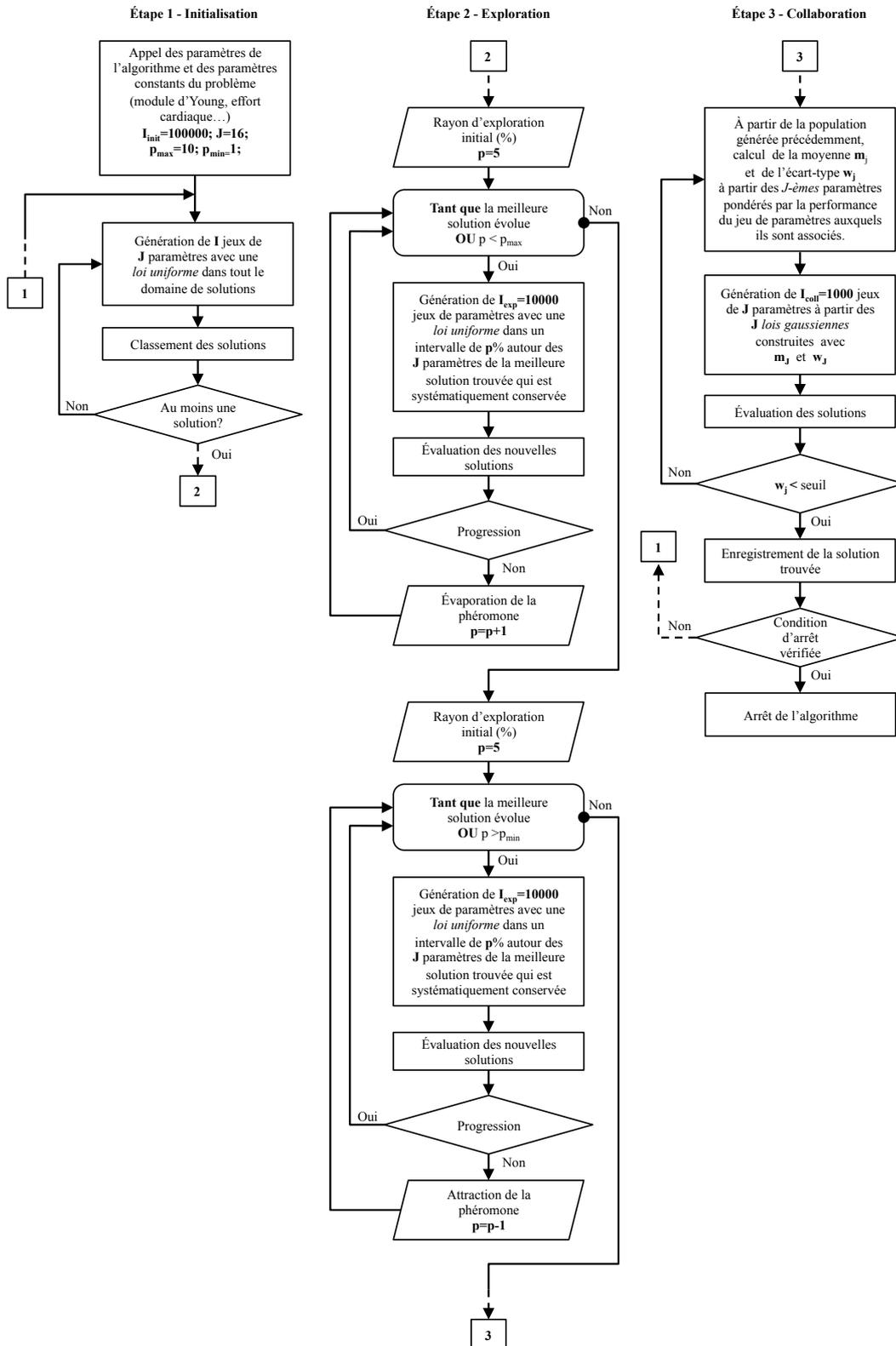


FIGURE 3.10 – Détails de l’algorithme de colonie de fourmis proposé.

nous semble raisonnable de ne pas dépasser 50 % de l'intervalle total pour le rayon d'exploration maximal, soit un rayon de 25 %.

3.2.5.2 Résultats de l'optimisation

Le premier mécanisme permet de générer un déplacement de 0,9 mm selon la direction principale pour une contrainte mécanique maximale de 550 MPa, ce qui est exactement la valeur de la limite de fatigue du matériau utilisé. Les paramètres optimaux pour le premier mécanisme de compensation sont donnés dans le tableau 3.1.

L ₀	L ₁	L ₂	L ₃	L ₄	L ₅	D	T
10,22	38,60	37,76	11,19	47,32	59,15	12,00	2,00
t _A	r _A	t _B	r _B	t _C	r _C	t _d	r _d
0,11	0,66	0,57	1,25	0,10	0,66	0,20	2,06

TABLE 3.1 – Paramètres de conception optimaux pour le premier mécanisme (donnés en mm)

Le second mécanisme doit compenser les efforts cardiaques transversaux qui sont trois fois plus faibles que les efforts exercés dans la direction principale, soit environ 1,7 N. Par conséquent l'amplitude des mouvements à compenser est également trois fois moins élevée soit environ 0,33 mm. Après optimisation, le second mécanisme de compensation est capable sous ces conditions de chargement de produire un déplacement de 1,2 mm pour une contrainte mécanique maximale de 550 MPa également. Les paramètres optimaux pour le second mécanisme de compensation sont donnés dans le tableau 3.2.

L ₀	L ₁	L ₂	L ₃	L ₄	L ₅	R	T
11,93	32,10	32,98	11,43	42,64	118,00	6,00	2,00
t _A	r _A	t _B	r _B	t _C	r _C	t _d	r _d
0,12	0,61	0,40	1,04	0,18	0,45	0,10	0,84

TABLE 3.2 – Paramètres de conception optimaux pour le second mécanisme (donnés en mm)

3.2.5.3 Confrontation à une simulation numérique

Les niveaux de contrainte et les déplacements accessibles par chacun des mécanismes ont été évalués de manière indépendante par simulation numérique utilisant

la méthode des éléments finis (logiciel Pro/Mechanica). Les erreurs relatives obtenues par l'analyse du modèle éléments finis sur les déplacements (figure 3.11 et figure 3.12) et les contraintes mécaniques pour le premier et second mécanisme sont respectivement 5 % et 3 %.

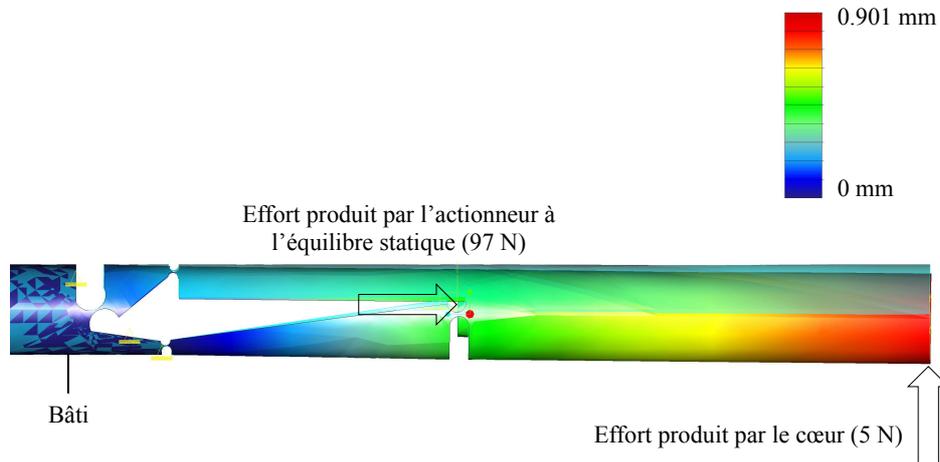


FIGURE 3.11 – Analyse par éléments finis du déplacement maximal pouvant être obtenu à l'équilibre statique pour le premier mécanisme de compensation.

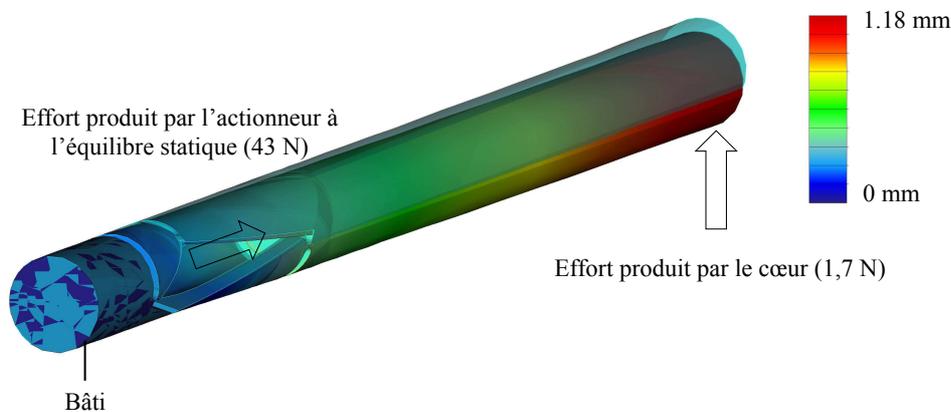


FIGURE 3.12 – Analyse par éléments finis du déplacement maximal pouvant être obtenu à l'équilibre statique pour le second mécanisme de compensation.

Les résultats obtenus par l'analyse par éléments finis sont donc très proches de ceux prédits par le modèle. Une illustration de l'intégration du mécanisme à deux degrés de liberté est présentée en figure 3.13.

Les valeurs sont à ce titre très intéressantes, puisque la solution optimisée pour le premier mécanisme présente un déplacement de près de 1 mm dans la direction

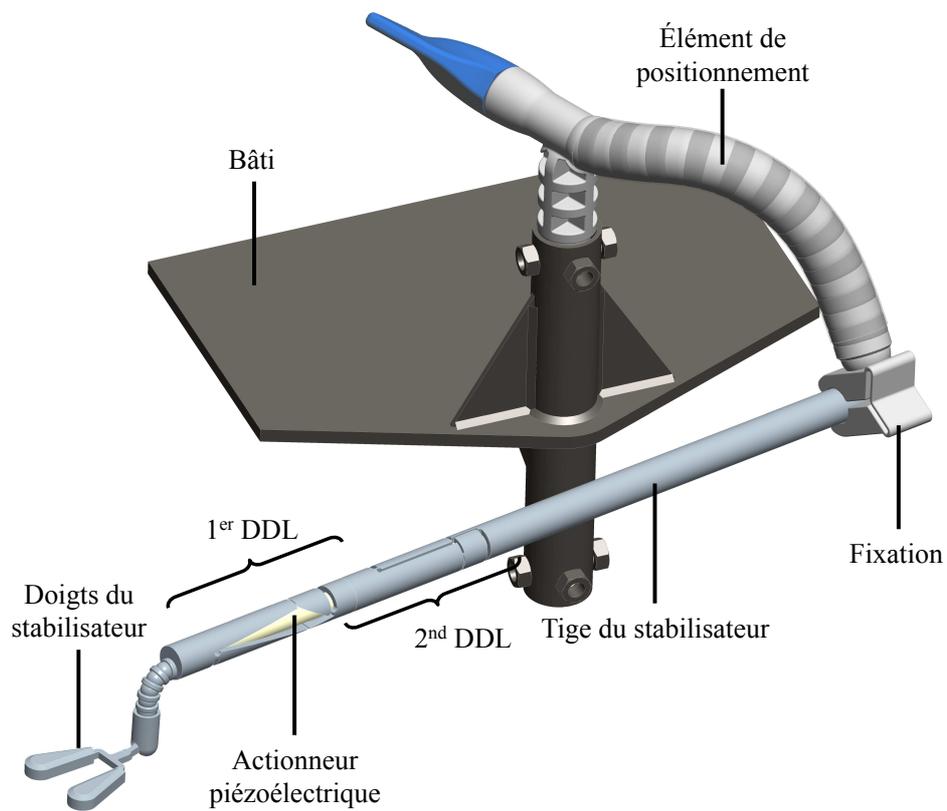


FIGURE 3.13 – Mécanisme de compensation compliant à deux degrés de liberté intégré dans la tige du stabilisateur cardiaque.

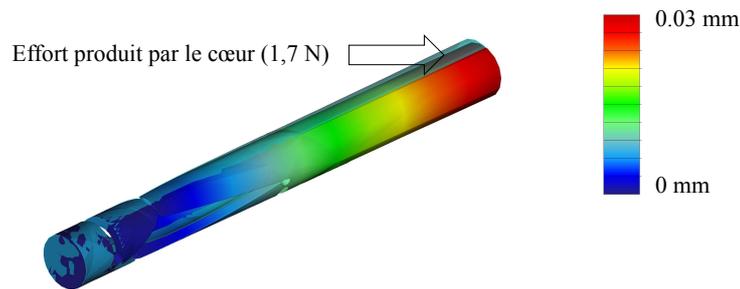


FIGURE 3.14 – Analyse par éléments finis du déplacement engendré par l'effort transversal pour le premier mécanisme de compensation.

principale, et la seconde solution un déplacement de plus de 0.33 mm dans la direction secondaire. On peut par ailleurs noter que le comportement prédit par la modélisation est en cohérence avec les résultats de simulation numérique, et qu'il a été possible de déterminer des solutions répondant au cahier des charges médical : l'intérêt de l'exploitation d'un ACO est ici mis en évidence.

Ces deux mécanismes ont été optimisés en ne considérant que l'effort selon la direction qui doit être compensée. Il s'agit là d'un découplage fort dans l'analyse, puisque chaque mécanisme va subir l'ensemble des actions mécaniques dues aux mouvements du cœur. Les valeurs obtenues sont donc plutôt des bornes supérieures de ce qu'il serait possible de parvenir à réaliser avec un stabilisateur actif totalement intégré à la tige.

Afin de considérer le cas réel, la simulation par éléments finis est de nouveau exploitée, pour observer le comportement de chaque mécanisme lorsqu'il est soumis à l'ensemble des efforts cardiaques simultanément, ce qui est la pire configuration. Pour le premier mécanisme de compensation, l'effort principal est égal à 5 N et il est soumis à un effort transversal de 1,7 N. Sous ce chargement, les contraintes mécaniques sont de 938 MPa, ce qui est au-dessus de la limite de fatigue mais en dessous de la limite élastique du matériau étant comprise entre 1300 MPa et 1600 MPa. Par conséquent, le nombre de cycles avant la rupture du dispositif se trouvera diminué. Les déplacements transversaux en bout de tige sont de 0.03 mm, ce qui est très faible comparé au 0.33 mm devant être produit selon la direction transversale par le second mécanisme.

Le second mécanisme de compensation est situé à une distance plus importante de l'extrémité de la tige : il est plus en amont sur la tige. Il est donc soumis à des moments élevés, puisque cette fois l'effort transversal en bout de tige vaut 5 N. Les contraintes mécaniques maximales sous le chargement simultané des efforts cardiaques valent 1200 MPa, ce qui est très proche de la limite élastique du matériau comprise entre 1300 MPa et 1600 MPa. Le déplacement en bout de tige engendré

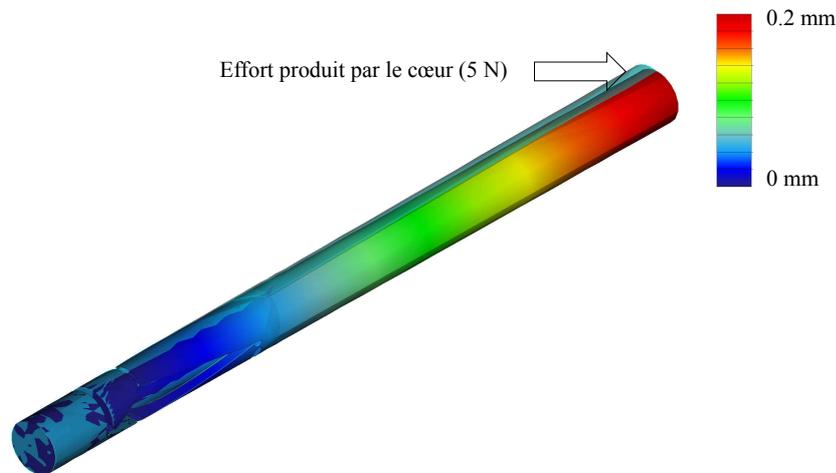


FIGURE 3.15 – Analyse par éléments finis du déplacement engendré par l’effort transversal pour le second mécanisme de compensation.

par le chargement transverse vaut 0.2 mm, ce qui est élevé par rapport au 1 mm devant être produit en bout de tige dans cette direction.

À ce stade, le second mécanisme de compensation est capable de produire un déplacement de 1,2 mm en bout de tige, ce qui est presque quatre fois supérieur au déplacement de 0,33 mm nécessaire. Pour évaluer les performances pour notre application, nous pouvons, d’une part, essayer de limiter les déplacements en sortie. D’autre part, afin de limiter les contraintes liées au chargement transverse de 5 N, nous pouvons ajouter une contrainte dans l’optimisation qui tend à maximiser les sections des liaisons tout en minimisant les contraintes dans ces sections. On obtient ainsi un mécanisme capable de générer un déplacement de 0.33 mm présentant des contraintes mécaniques de 559 MPa lorsque le problème est découplé et de 1046 MPa lorsqu’on considère le chargement complet. Cette valeur indique donc qu’il est possible de réduire les contraintes mécaniques. Pour identifier des solutions répondant au besoin médical, il devient évident qu’un effort de modélisation doit être réalisé : un modèle en trois dimensions doit être mis en place permettant d’évaluer la rigidité des mécanismes compliants et les contraintes dans les liaisons lors d’un chargement dans les deux directions, ce qui constitue une des perspectives de ce travail.

En l’état, il semble donc difficile d’atteindre les performances requises en intégrant les deux mécanismes de compensation dans la tige. Néanmoins, il peut être intéressant de réaliser une partie de la compensation cardiaque de cette manière : les déplacements les plus sensibles ont lieu selon la direction principale de l’effort cardiaque pour laquelle il est possible d’intégrer un mécanisme de compensation. Seule, cette solution n’est peut-être pas adéquate, mais elle présente un intérêt cer-

tain si l'on envisage de la combiner avec un mécanisme de compensation réduit en amont de la tige.

3.2.6 Validation des performances par un démonstrateur à un degré de liberté

3.2.6.1 Données du problème

Les conclusions tirées se sont uniquement appuyées sur l'évaluation des mécanismes à partir du modèle mis en place et sa confrontation à une simulation par éléments finis. Un prototype a été réalisé afin de vérifier la modélisation du mécanisme compliant, mais également pour étudier les performances réelles d'un tel mécanisme de compensation, comprenant un mécanisme compliant et son actionneur piézoélectrique intégré à une tige.

Pour des raisons de disponibilité, un actionneur piézoélectrique légèrement différent ($P - 041.30$, *Physik Instrumente*) de diamètre 18 mm et de longueur 80 mm est utilisé. Cet actionneur est moins performant, avec une course maximale de 45 μm . Le matériau considéré pour le tube est un acier inoxydable Z30C13 ayant une limite élastique de 500 MPa. La fabrication est réalisée par usinage à commande numérique. Le rayon minimum des amincissements est alors limité par la taille de la plus petite fraise disponible (2 mm). Une épaisseur minimale de 0.5 mm est imposée pour que les amincissements puissent être fabriqués. Comme le tube doit être usiné à partir d'un cylindre brut, nous limitons l'épaisseur minimale de tube à 2 mm. L'optimisation est réalisée avec ces données.

3.2.6.2 Résultats

Les paramètres optimaux pour le prototype sont donnés dans le tableau 3.3. Le prototype est capable de déplacer une charge de 5 N sur 0,5 mm. Les erreurs relatives obtenues par l'analyse du modèle éléments finis sur les déplacements et les contraintes mécaniques sont respectivement 4 % et 7 %.

L_0	L_1	L_2	L_3	L_4	L_5	D	T
12,26	48,50	32,44	28,10	59,54	39,90	18,00	2,00
t_A	r_A	t_B	r_B	t_C	r_C	t_d	r_d
0,50	1,77	1,11	1,45	0,51	1,07	0,50	2,00

TABLE 3.3 – Paramètres géométriques optimaux pour le prototype (en mm).

Le prototype, illustré en figure 3.16, est réalisé sur machine à commande numérique. Les performances du prototype sont évaluées par vision au moyen d'un

marqueur collé en bout de tige et d'une caméra à acquisition rapide (*Dalsa CAD-6* avec un objectif de type *Navitar Precise Eye Lens*). Le déplacement du marqueur peut ainsi être évalué avec une précision de 1 micron (un pixel mesure un micron). Le banc expérimental est illustré en figure 3.17. Le déplacement maximal mesuré expérimentalement sous charge vaut 0,52 mm et est illustré en figure 3.18.

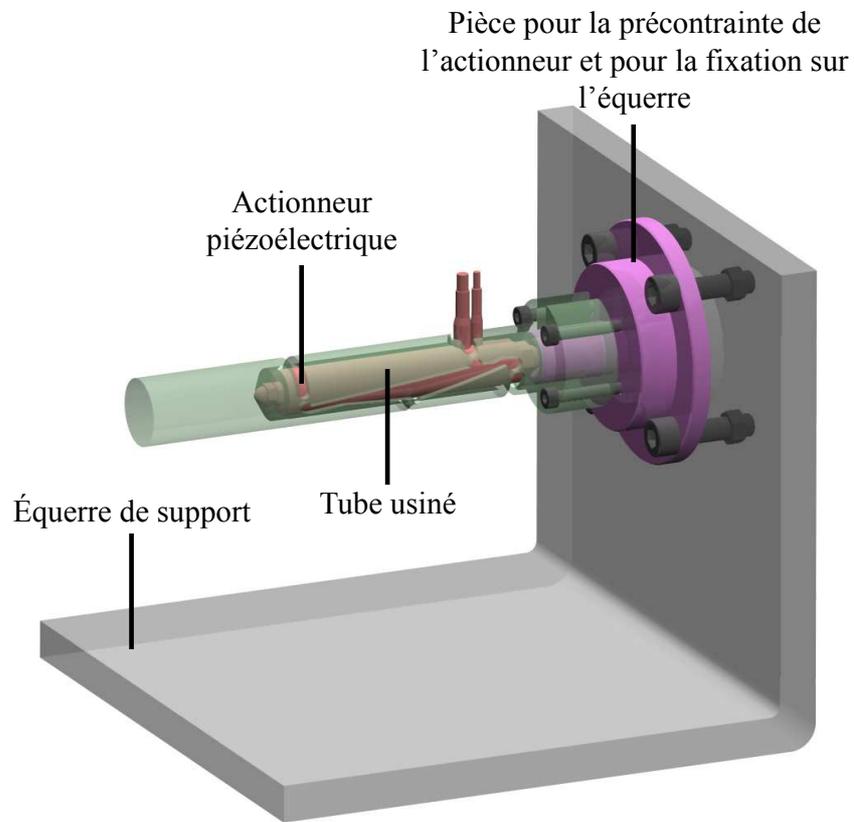
La différence sur les déplacements entre les éléments finis et le modèle est inférieure à 4 %. En appliquant expérimentalement différentes charges comprises entre 0,7 N et 5,7 N, la différence reste également inférieure à 4 %.

Enfin, l'analyse de la première fréquence propre est également réalisée expérimentalement. Le prototype est fixé sur un support maintenu immobile au sol au moyen d'une masse. La valeur de la fréquence se situe autour de 200 Hz à plus ou moins 10 Hz, alors que l'analyse par éléments finis donne 203 Hz. Les mesures expérimentales sont illustrées en figure 3.19.

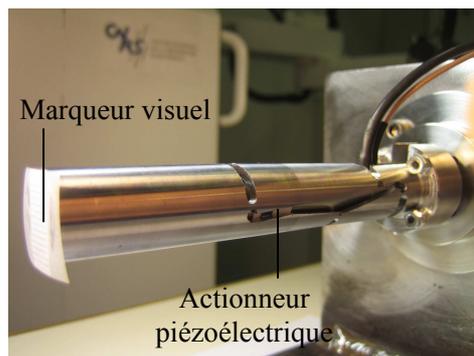
Les résultats obtenus avec le prototype sont donc très proches de ceux prédits par le modèle et l'analyse par éléments finis, ce qui conforte la démarche suivie. Les résultats expérimentaux sur la fréquence propre du dispositif sont intéressants dans le cas de la conception d'un outil chirurgical nécessitant de grandes dynamiques comme pour la compensation de tremblements. La conception d'un outil pour la découpe de tissus organiques peut également être envisagée, où de hautes fréquences sont nécessaires pour découper des tissus mous.

3.3 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons proposé une nouvelle méthode d'optimisation de mécanismes compliant avec l'emploi d'un algorithme de colonie de fourmis. À partir de l'application de la stabilisation cardiaque active, nous avons montré la possibilité d'intégrer un mécanisme compliant et son actionneur piézoélectrique dans la tige d'un outil de chirurgie. La démarche de conception est basée sur trois étapes : la sélection d'une architecture de mécanisme compatible avec le problème posé, la modélisation par les corps pseudorigides du mécanisme et son optimisation au moyen de l'algorithme de colonie de fourmis. Nous avons appliqué cette démarche de conception au dispositif de compensation du *Cardioloock* pour la stabilisation cardiaque active. Nous avons ainsi obtenu deux mécanismes capables de générer des déplacements de l'ordre du millimètre. Ces résultats sont des bornes supérieures de ce à quoi l'on peut s'attendre. Néanmoins, avec une simple modélisation dans le plan du mécanisme à quatre barres, il a été possible de générer un premier mécanisme de compensation à un seul degré de liberté exploitable. Une modélisation tridimensionnelle de chaque mécanisme doit être réalisée afin de maîtriser leurs rigidités transversales lors de l'optimisation.



(a) Différents éléments composants le prototype.



(b) Prototype usiné.

FIGURE 3.16 – Prototype à un degré de liberté.

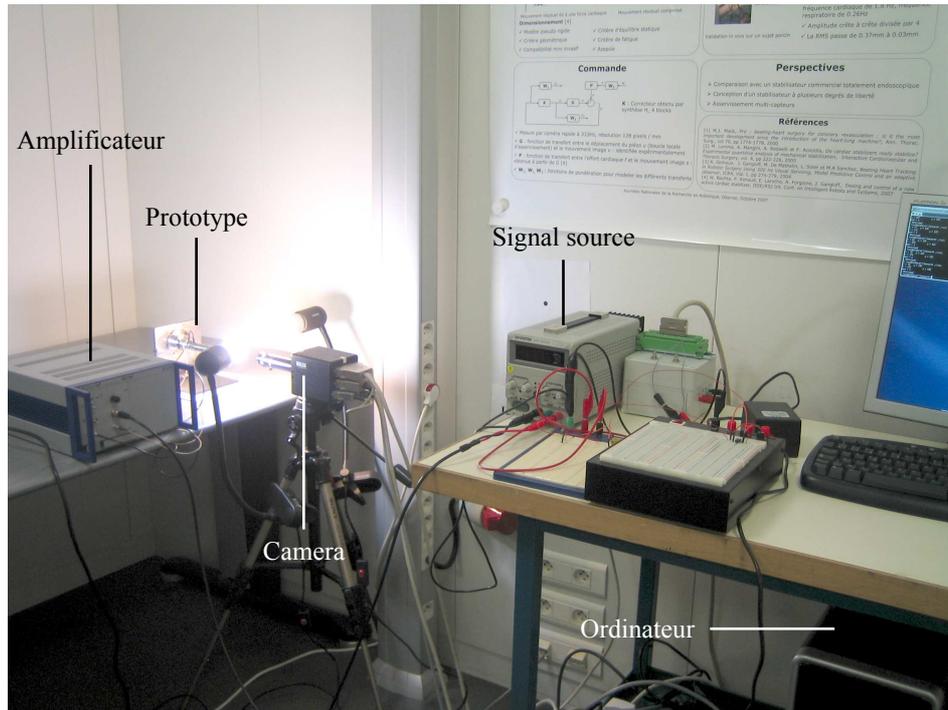


FIGURE 3.17 – Banc expérimental.

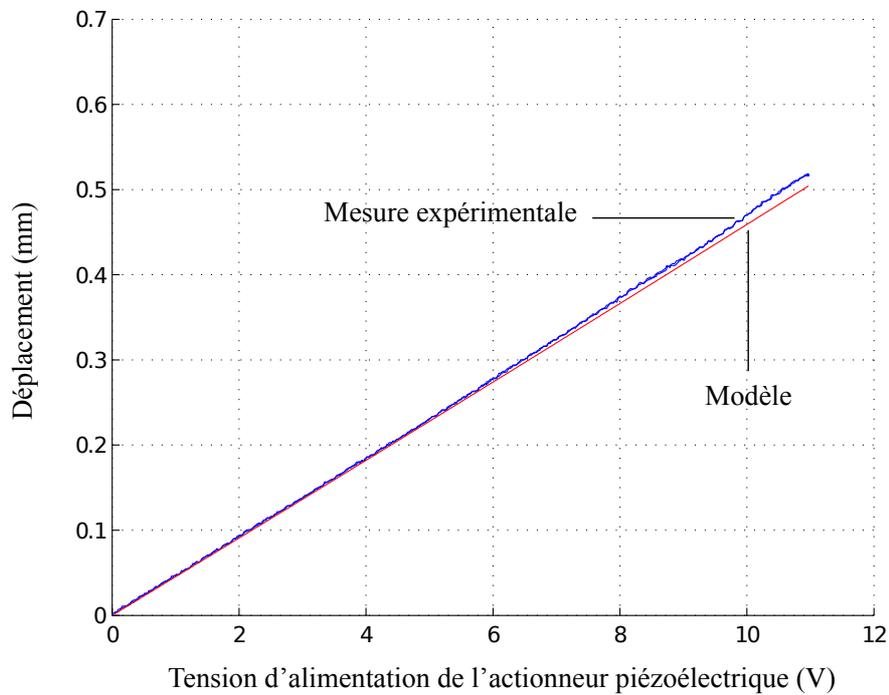
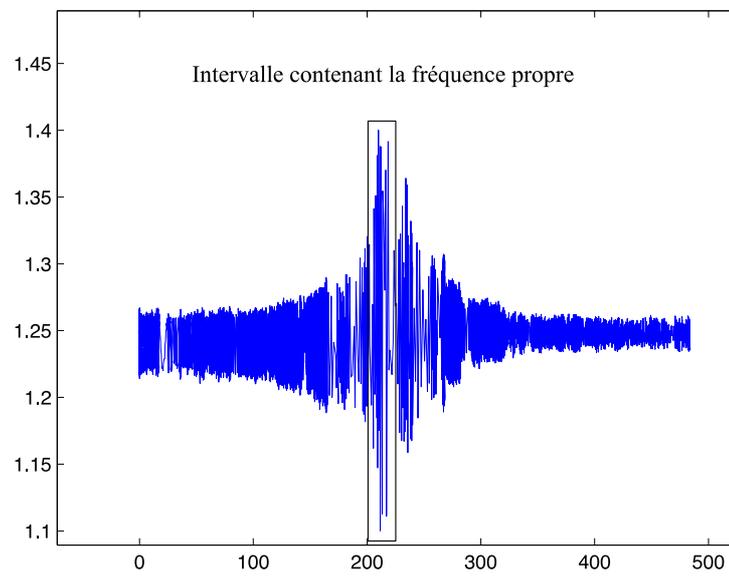


FIGURE 3.18 – Mesure du déplacement.

Position d'un point de la mire (mm)



Fréquence du signal sinusoïdal de tension d'alimentation de l'actionneur piézoélectrique (Hz)

FIGURE 3.19 – Mesure du déplacement d'un point de la mire en fonction de la fréquence du signal d'alimentation de l'actionneur piézoélectrique.

Conception de mécanismes parallèles compliance en configuration quasi plane

Sommaire

4.1	Introduction	61
4.2	Sélection d'une architecture de mécanisme pour l'orientation	63
4.3	Modélisation du mécanisme 3-RRR compliant plan	66
4.4	Optimisation	72
4.5	Résultats et discussion	76

4.1 Introduction

Dans le présent chapitre comme dans le suivant, nous nous intéressons à la seconde approche proposée en début de ce travail de recherche afin de construire un stabilisateur cardiaque actif. La proposition s'appuie sur l'utilisation de mécanismes compliance fabriqués dans des plans, pour des raisons de facilité de production, qui, en les combinant, permettent d'obtenir la cinématique souhaitée. Pour le stabilisateur, le mécanisme de compensation peut être décomposé en répartissant les mobilités nécessaires dans deux plans en tirant profit de la géométrie oblongue de la tige pour l'amplification des mouvements (figure 2.15). En considérant que les mobilités en orientation sont rendues possibles par un mécanisme passif situé dans un plan et que l'orientation est pilotée par un mécanisme situé dans le deuxième plan, l'architecture du stabilisateur peut prendre la forme représentée en figure 4.1.

Dans le premier plan, la tige du stabilisateur peut tourner autour du point O_1 par une liaison sphérique. Dans le second plan, la tige est actionnée au moyen d'un mécanisme d'actionnement, représenté ici par deux liaisons glissières mises en série, permettant de déplacer en translation le point O_2 dans ce plan. Un mécanisme de couplage, installé entre la tige et le mécanisme d'actionnement, assure la compatibilité cinématique. Il est composé d'un cardan en O_2 , qui empêche la rotation propre de la tige, et d'une liaison glissière d'axe O_1O_2 .

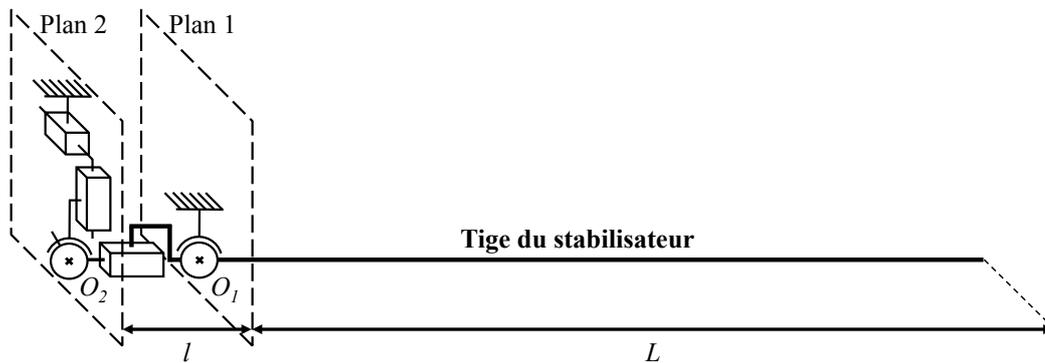


FIGURE 4.1 – Schéma cinématique du mécanisme de compensation compatible avec une décomposition en deux plans.

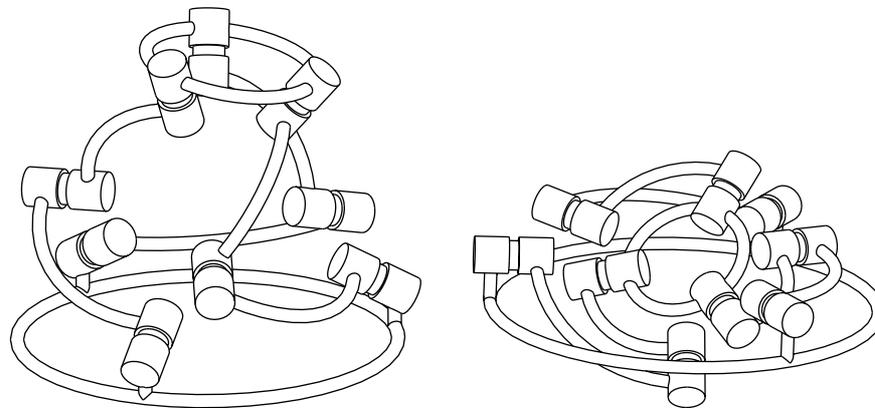
Un simple prédimensionnement montre que la difficulté principale de conception réside dans la réalisation de mécanismes présentant à la fois compacité et rigidité suffisantes afin de disposer finalement des capacités de compensation souhaitées. Nous avons en effet constaté que le facteur d'amplification minimal requis est de 20 pour un mécanisme de type levier parfait (annexe A), c'est-à-dire lorsque la raideur du mécanisme compliant est nulle. Le facteur d'amplification dans ce cas doit donc être supérieur à cette valeur et il correspond, au premier ordre, au rapport de la distance entre O_1 et la partie distale de la tige et la distance entre les points O_1 et O_2 . La tige du stabilisateur ayant une longueur de 250 mm, la distance O_1O_2 ne pourra pas excéder 12 mm. Si l'on considère que les points O_1 et O_2 se situent à mi-épaisseur des mécanismes compliants, cela signifie que l'épaisseur de ces derniers ne doit pas excéder 12 mm. Les efforts dans les plans des mécanismes sont alors élevés : ils sont de l'ordre de 100 N pour un facteur d'amplification de 20 (Annexe A). La rigidité des mécanismes doit être suffisante pour que, sous de tels efforts, les déformations n'«absorbent» pas le déplacement généré par les actionneurs.

Le comportement du mécanisme de compensation dépend du comportement de la liaison sphérique en O_1 , du mécanisme de couplage et du mécanisme d'actionnement. Seule l'analyse simultanée de ces trois sous-ensembles permet d'évaluer les performances du dispositif. Nous abordons cette analyse à l'issue d'une démarche en trois phases, développée dans le présent chapitre ainsi que dans le suivant. Dans un premier temps, nous abordons la conception de la liaison sphérique en O_1 . Dans un deuxième temps, nous considérons la conception du mécanisme de couplage. Enfin, dans un troisième temps, nous considérons le mécanisme d'actionnement et l'intégration des trois mécanismes compliants. Ces deux aspects font l'objet du chapitre suivant.

4.2 Sélection d'une architecture de mécanisme pour l'orientation

Afin d'obtenir de bonnes propriétés de rigidité, nous choisissons d'utiliser une architecture de manipulateur parallèle pour réaliser la liaison rotule souhaitée. Les manipulateurs parallèles d'orientation sont bien connus [Asada 1985, Merlet 2006], et peuvent avoir des architectures plus ou moins complexes [Fang 2004]. Il existe des architectures découplées [Carricato 2004, Gogu 2005], sphériques [Gosselin 1994b, Huda 2007, Staicu 2009] et sphériques découplées [Lee 2005, Barrett 2005]. L'architecture du manipulateur parallèle à sélectionner doit être compatible avec une fabrication dans le plan et, de préférence composée de liaisons pivots. Comme il a été montré dans le chapitre précédent, ce type de liaison est le plus simple à produire sous forme compliant et pour leur comportement est le mieux maîtrisé.

Le manipulateur parallèle que nous avons retenu est le manipulateur parallèle sphérique 3-RRR proposé par [Gosselin 1994b] pour la conception de l'Agile Eye pour piloter une caméra [Gosselin 1997]. Le manipulateur 3-RRR possède trois jambes, articulées chacune grâce à trois liaisons pivots d'axes concourants avec le centre de sphéricité du manipulateur, comme l'illustre la figure 4.2a.



(a) Les axes des liaisons pivots de la base ne sont pas coplanaires.

(b) Les axes des liaisons pivots de la base sont coplanaires.

FIGURE 4.2 – Différentes utilisations du manipulateur sphérique 3-RRR [Bonev 2005].

Afin que le mécanisme 3-RRR¹ compliant puisse être intégré dans un plan, nous choisissons la configuration où les axes de rotation des liaisons pivots des jambes sont coplanaires comme l'illustre la figure 4.2b.

1. Pour alléger la lecture, nous ne mentionnerons plus l'adjectif « sphérique » pour indiquer que les axes des liaisons pivots du manipulateur parallèle 3-RRR ont un point d'intersection commun.

Certains manipulateurs parallèles sont en configuration singulière dans la configuration plane [Gosselin 1990]. C'est le cas du manipulateur 3-RRR lorsque tous les axes de rotation de ses liaisons pivots sont coplanaires. Plus particulièrement, lorsque les jambes du manipulateur 3-RRR sont «déployées», le manipulateur est en configuration singulière de type 3, ce qui signifie qu'il est à la fois en configuration singulière de type 1 et en configuration singulière de type 2 [Gosselin 2002, Bonev 2006]. Ici, le manipulateur 3-RRR est utilisé pour la conception d'une liaison sphérique compliante. Par conséquent, c'est l'effecteur du manipulateur qui est actionné. C'est donc la singularité de type 1 qui pose problème, puisque le manipulateur se trouve dans une configuration à la limite de l'espace de travail. Il en résulte la perte d'un degré de mobilité qui se manifeste par l'impossibilité de réaliser une rotation de l'effecteur autour de l'axe normal au plan du manipulateur passant par son centre. En effet, le champ de vitesse associé à cette rotation est cinématiquement incompatible avec cette configuration, puisque toutes les jambes et, par conséquent, les axes des liaisons pivots sont dans le plan. Nous souhaitons que la tige puisse tourner autour de son axe. Le manipulateur 3-RRR doit donc être utilisé dans une configuration hors de la singularité. Ici le mécanisme compliant est conçu pour réaliser de petits déplacements autour d'une configuration. Le problème consiste à trouver une configuration du mécanisme qui ne soit pas singulière, mais qui soit tout de même intéressante en termes de fabrication par des techniques de production dans le plan. Se placer au voisinage de la singularité avec une fabrication dans le plan peut être réalisé de deux manières. Une première façon est de contraindre mécaniquement le mécanisme à sortir du plan. Cette approche est utilisée dans le cas des mécanismes émergents (LEM), illustrée en figure 4.3 avec l'exemple d'un mécanisme 3-RRR compliant.

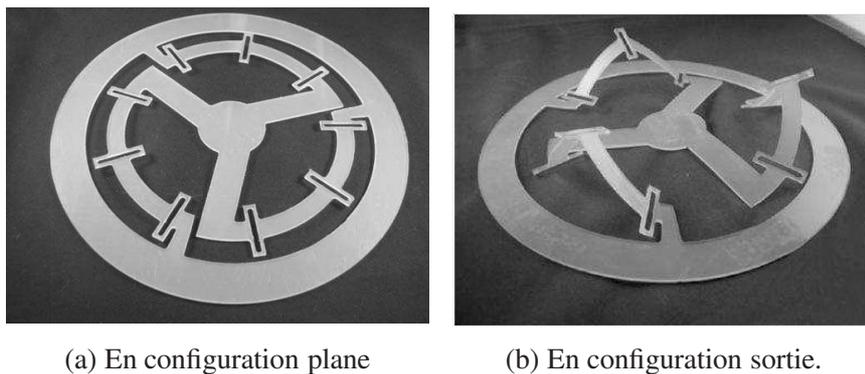


FIGURE 4.3 – Mécanisme parallèle sphérique 3-RRR émergent d'un plan [Jacobsen 2009].

La seconde façon, qui est notre approche, consiste à jouer sur la position des liaisons compliantes dans l'épaisseur du mécanisme lors de sa fabrication, afin

d'introduire, sur le plan cinématique, une asymétrie permettant de sortir de la position singulière. Nous considérons, pour la suite, la configuration illustrée en figure 4.4 (les déplacements sont amplifiés pour l'illustration), obtenue par une rotation autour de la normale au plan de l'effecteur, tout en conservant, par souci de simplicité, six des neuf axes des liaisons pivots dans le plan de la base du manipulateur.

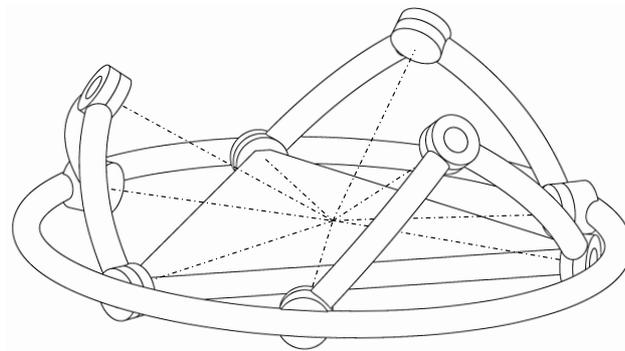


FIGURE 4.4 – Configuration retenue pour la conception d'un mécanisme sphérique 3-RRR compliant.

La conception d'un mécanisme 3-RRR compliant pour un fonctionnement dans le plan a été étudiée par [Yong 2009, Tian 2010, Durango 2011]. Dans le cadre des mécanismes émergents d'un plan (LEM), [Jacobsen 2009] a proposé un mécanisme parallèle sphérique 3-RRR (figure 4.3) et [Wilding 2012b, Wilding 2012a] s'est intéressé aux mécanismes quatre barres et six barres sphériques de type LEM. Cependant, dans les deux cas, aucune évaluation de la rigidité du mécanisme n'a été réalisée, ou exploitée pour la conception. [Choueifati 2007, Lusk 2008b] se sont intéressés aux architectures sphériques au moyen d'un mécanisme bistable ayant une configuration dans le plan et l'autre hors plan. À notre connaissance, la conception et l'optimisation d'un mécanisme d'orientation compliant à partir d'un mécanisme parallèle sphérique 3-RRR en configuration quasi plane n'ont pas été étudiées. Dans ce qui suit, nous proposons donc la modélisation et l'optimisation d'un tel mécanisme.

4.3 Modélisation du mécanisme 3-RRR compliant plan

4.3.1 Modèle géométrique inverse du manipulateur 3-RRR

Le modèle géométrique direct du manipulateur 3-RRR a été largement étudié dans le cas de l'*Agile Eye*, pour lequel les liaisons pivots de la base sont coplanaires [Gosselin 1994a]. Ici, nous recherchons à déterminer la configuration du manipulateur 3-RRR pour une orientation donnée de son effecteur. Par conséquent, c'est le modèle géométrique inverse que nous cherchons à obtenir.

Les angles θ_i , γ_i et ξ_i définissent la position angulaire des segments de la jambe i , $i \in [1, 3]$, qui dépendent de la position relative des points A_i , B_i et C_i , comme l'illustre la figure 4.5. Afin de simplifier la résolution, on se place dans le repère fixe R_{1i} d'origine O . L'axe \mathbf{x}_{1i} de ce repère est porté par l'axe de rotation de la liaison pivot de centres A_i passant par O . L'axe \mathbf{z}_{1i} de ce repère est normal au plan médian du mécanisme $A_1A_2A_3$. Enfin, l'axe \mathbf{y}_{1i} est orthogonal à \mathbf{x}_{1i} et \mathbf{z}_{1i} . Les coordonnées cartésiennes des points C_i sont connues, car ces points sont liés à l'effecteur du mécanisme dont l'orientation est connue, mais est exprimée dans le repère de base R_0 . Il faut donc exprimer les coordonnées de C_i dans le repère R_{1i} , ce qui est obtenu par une rotation d'angle ν autour de l'axe \mathbf{z} commun aux deux repères.

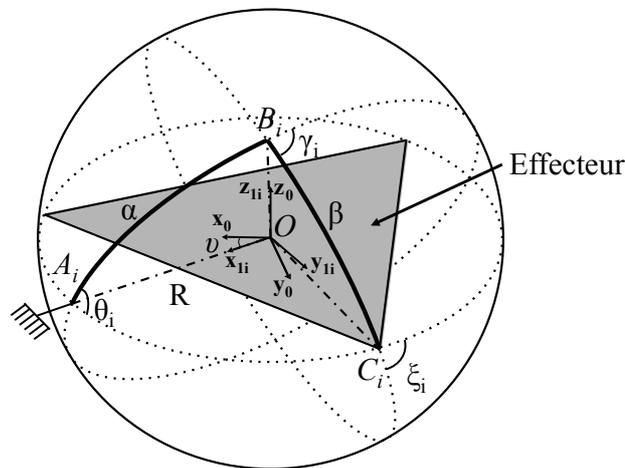


FIGURE 4.5 – Paramétrage d'une jambe du manipulateur 3-RRR.

À partir des coordonnées des points A_i et C_i , on peut calculer les coordonnées cartésiennes des points B_i . Les coordonnées selon \mathbf{x}_{1i} des points B_i sont constantes et ne dépendent pas des valeurs de θ_i . Les coordonnées y_{Bi} et z_{Bi} selon \mathbf{y}_{1i} et \mathbf{z}_{1i} sont déterminées en exprimant la norme des vecteurs $\mathbf{A}_i\mathbf{B}_i$ et $\mathbf{B}_i\mathbf{C}_i$. Comme ces normes

sont également les cordes des arcs de longueurs $R\alpha$ et $R\beta$, ces deux coordonnées peuvent être facilement obtenues. Quatre paires de solutions sont ainsi déterminées. Les coordonnées y_{Bi} et z_{Bi} sont choisies de manière à ce qu'elles soient toutes les deux positives dans la configuration illustrée en figure 4.5 lorsque $z_{Ci} = 0$.

L'angle θ_i est déterminé à partir des coordonnées de A_i , B_i et C_i exprimées en R_{1i}

$$\theta_i = \arctan 2 \left(\frac{z_{Bi}}{y_{Bi}} \right) \quad (4.1)$$

L'angle γ_i peut être calculé par trigonométrie sphérique pour une sphère de rayon unitaire. La longueur d'arc A_iC_i vaut

$$\text{arc}_{A_iC_i} = 2.R.\arcsin \left(\frac{\text{corde}_{A_iC_i}}{2R} \right) \quad (4.2)$$

avec $\text{corde}_{A_iC_i}$ la distance entre les points A_i et C_i . L'angle γ_i est obtenu par

$$\gamma_i = \arccos \left(\frac{\cos \left(\frac{\text{arc}_{A_iC_i}}{R} \right) - \cos(\alpha) \cos(\beta)}{\sin(\alpha) \sin(\beta)} \right) - \pi \quad (4.3)$$

Une fois les angles θ_i et γ_i calculés, il est possible de déterminer l'orientation du dernier élément B_iC_i de la jambe i . Comme l'orientation de l'effecteur est connue, l'angle ξ_i peut être aisément calculé.

4.3.2 Modélisation de la raideur en rotation du mécanisme 3-RRR compliant

4.3.2.1 Expression des moments résistants dans chaque liaison

Pour une orientation donnée de l'effecteur, il est maintenant possible d'exprimer les positions angulaires θ_i , γ_i et ξ_i pour chaque jambe et d'établir les relations liant les rotations au niveau de chaque liaison pivot alors à celles de l'effecteur. Les moments résistants associés peuvent être exprimés à partir de ces rotations et des paramètres géométriques de chaque liaison. De la même manière qu'au chapitre 3, la raideur des amincissements circulaires à section rectangulaire s'écrit :

$$K = \frac{E.w.t^2}{12} \left(-0.0089 + 1.3556 \sqrt{\frac{t}{2.r}} - 0.5227 \frac{t}{2.r} \right) \quad (4.4)$$

avec K la raideur de la liaison, E le module d'Young, t , r et w l'épaisseur, le rayon et la largeur de la liaison considérée. Les moments résistants LA_i , LB_i , LC_i dans les liaisons compliantes en A_i , B_i et C_i de la jambe i sont :

$$\begin{aligned} LA_i &= KA_i.\theta_i \\ LB_i &= KB_i.\gamma_i \\ LC_i &= KC_i.\xi_i \end{aligned} \quad (4.5)$$

4.3.2.2 Expression de la raideur au centre du mécanisme

Nous souhaitons maintenant déterminer la raideur en rotation du mécanisme au point O , qui résulte de la contribution des raideurs de chaque liaison. Le mécanisme 3-RRR est hyperstatique. On décompose donc le mécanisme, dans un premier temps, en trois chaînes isostatiques indépendantes, qui sont les trois jambes prises individuellement (figure 4.6). La raideur en rotation du mécanisme au point O est alors la somme des raideurs en rotation des trois jambes au point O .

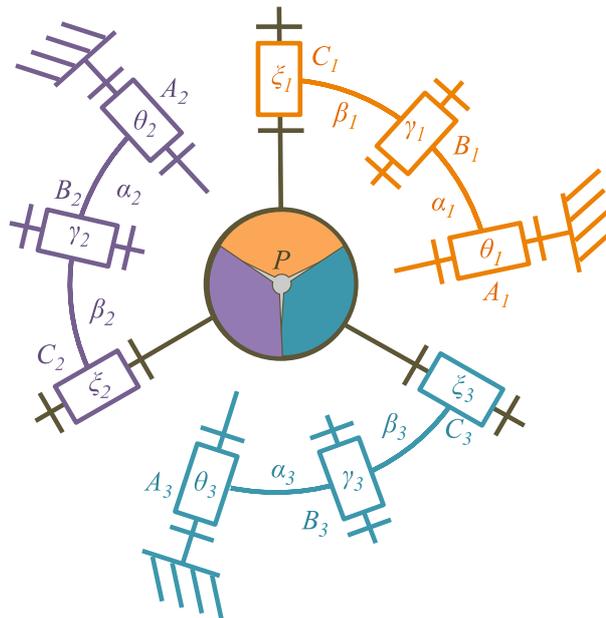


FIGURE 4.6 – Décomposition du problème hyperstatique en un problème isostatique

On souhaite exprimer les moments Mx_i , My_i et Mz_i développés par la jambe i pour une orientation de l'effecteur, en fonction des moments résistants LA_i , LB_i et LC_i connus pour chaque liaison. Il faut pour cela résoudre neuf équations à neuf inconnues introduites par la formulation de l'équilibre statique d'une jambe soumise aux moments Mx_i , My_i et Mz_i . Le détail du calcul et les expressions de Mx_i , My_i et Mz_i en fonction de LA_i , LB_i et LC_i sont donnés en annexe C. Les expressions des moments Mx_1 , My_1 , Mz_1 , Mx_2 , My_2 , Mz_2 , Mx_3 , My_3 et Mz_3 étant déterminées, il est maintenant possible de connaître les moments M_X , M_Y et M_Z développés par le mécanisme pour une orientation de son effecteur. Il suffit pour cela d'ajouter la contribution de chaque jambe. Par conséquent, en considérant que les moments M_X , M_Y et M_Z ainsi que les moments Mx_1 , My_1 et Mz_1 sont exprimés dans le repère de base R_0 , nous avons :

$$\begin{bmatrix} MX \\ MY \\ MZ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Mx_1 \\ My_1 \\ Mz_1 \end{bmatrix} + Rot\left(\frac{2\pi}{3}\right) \begin{bmatrix} Mx_2 \\ My_2 \\ Mz_2 \end{bmatrix} + Rot\left(-\frac{2\pi}{3}\right) \begin{bmatrix} Mx_3 \\ My_3 \\ Mz_3 \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

Avec $Rot\left(\frac{2\pi}{3}\right)$ et $Rot\left(-\frac{2\pi}{3}\right)$ les matrices de rotation de $+120$ et -120 degrés autour de \mathbf{z}_0 , l'axe normal au plan du mécanisme.

La rotation de l'effecteur étant connue dans R_0 , la raideur en rotation est donc obtenue en divisant les moments M_X , M_Y et M_Z par les angles de rotations de l'effecteur associés à leurs axes.

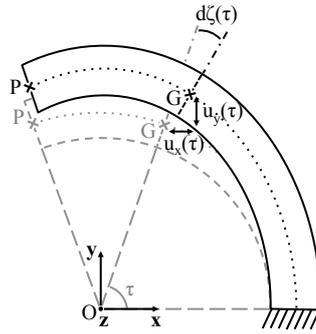
4.3.3 Modélisation de la raideur en translation du mécanisme 3-RRR compliant

Lors de la tâche de stabilisation cardiaque active, les mécanismes compliant qui composent le système de compensation sont sollicités par des forces non négligeables qui s'exercent dans le plan des mécanismes. La rigidité dans le plan du mécanisme 3-RRR compliant doit donc être modélisée afin de pouvoir la maximiser. Le comportement cinématique varie fortement entre la configuration plane du mécanisme, une position singulière, et la position considérée, au voisinage de la singularité. En revanche, en termes de rigidité dans le plan, il semble raisonnable de considérer que le mécanisme a un comportement semblable dans la configuration quasi plane et la configuration plane. Nous analysons donc dans cette phase le mécanisme 3-RRR compliant en le considérant dans une configuration plane.

Les jambes du mécanisme 3-RRR compliant sont composées de poutres courbes à sections variables : les trois liaisons compliantes A_i , B_i et C_i jointes entre elles par les éléments connecteurs courbes A_iB_i et B_iC_i . Dans un premier temps, nous exprimons la déformée d'une poutre courbe à section constante. L'expression de la déformée d'une poutre à section variable peut alors être obtenue dans un second temps. Nous faisons l'hypothèse que l'effecteur connectant les trois jambes entre elles est indéformable.

4.3.3.1 Déformée d'une poutre courbe simple

L'expression de la déformée d'une poutre courbe à section constante (figure 4.7) localisée dans le plan $(O, \mathbf{x}, \mathbf{y})$ peut être obtenue en faisant l'analogie avec une poutre encastree simple. Nous considérons l'hypothèse de Navier-Bernoulli suivante vérifiée : les sections de la poutre restent perpendiculaires à la fibre neutre pour de petits déplacements. La poutre considérée possède une section rectangulaire de moment quadratique I_{Gz} et est soumise en O à deux forces F_x et F_y définies selon \mathbf{x} et \mathbf{y} , et à un moment M_z autour de \mathbf{z} .

FIGURE 4.7 – Poutre courbe soumise à un effort en O .

La rotation élémentaire $d\zeta$ autour de \mathbf{z} de la section en G repérée par l'angle τ , selon une portion élémentaire de l'axe neutre $Rd\tau$, est égale à

$$d\zeta(\tau) = \frac{1}{EI_{Gz}} M_{fz} \cdot R d\tau \quad (4.7)$$

ainsi

$$\zeta(\tau) = \frac{1}{EI_{Gz}} \int M_{fz} \cdot R d\tau + A_\zeta \quad (4.8)$$

avec $M_{fz} = R \cos(\tau) F_y - R \sin(\tau) F_x - M_z$ le moment de flexion en G autour de \mathbf{z} . La constante d'intégration A_ζ est obtenue avec la condition $\zeta(0) = 0$.

La variation de position selon x et y du centre G de la section repérée par l'angle τ est égale à

$$\begin{cases} u_x(\tau) &= \int \zeta(\tau) \cdot R \cdot \cos(\tau) d\tau + A_x \\ u_y(\tau) &= \int \zeta(\tau) \cdot R \cdot \sin(\tau) d\tau + A_y \end{cases} \quad (4.9)$$

avec A_x et A_y les constantes d'intégration obtenues à partir des conditions $u_x(0) = 0$ et $u_y(0) = 0$.

4.3.3.2 Déformée d'une poutre courbe à section variable

Chaque jambe du mécanisme 3-RRR compliant est composée de cinq poutres courbes avec quatre sections de poutre différentes : une pour chaque liaison compliante et une identique pour les deux éléments reliant les liaisons. Le calcul de la déformée angulaire et de la position au point P requiert donc cinq intégrations successives en considérant les moments quadratiques correspondants.

Pour obtenir la déformée d'une poutre courbe à section variable, le calcul précédent reste applicable, mais en réalisant une intégration par section. Les constantes d'intégration A_ζ , A_x et A_y pour chaque section, sont alors obtenues à partir de la rotation et des déplacements de l'extrémité de la poutre obtenus pour la section précédente.

Comme nous utilisons des liaisons compliantes à amincissements circulaires, l'expression de leur déformée ne peut pas être calculée de la même façon. L'expression exacte du moment quadratique I_{Gz} de la section de l'amincissement en fonction de τ ne peut être déterminée. Pour contourner ce problème, nous faisons l'hypothèse que l'amincissement circulaire se comporte comme une poutre à section rectangulaire de même volume de matière.

4.3.3.3 Estimation de la rigidité dans le plan du mécanisme 3-RRR

Le mécanisme obtenu par assemblage des trois poutres courbes à section variable sur l'effecteur est hyperstatique. Il n'est donc pas possible d'évaluer directement les déformées de chaque jambe à partir des efforts F_X et F_Y et du moment M_Z appliqué sur l'organe terminal. Afin de déterminer la déformation du mécanisme et donc sa raideur, nous définissons d'abord pour chaque jambe un torseur d'effort composé de deux forces F_{x_i} , F_{y_i} et d'un moment M_{z_i} appliqué au centre du mécanisme en O . Le moment de flexion dans la jambe i vaut alors

$$M_{fz_i} = R \cos(\tau) F_{y_i} - R \sin(\tau) F_{x_i} - M_{z_i} \quad (4.10)$$

avec τ définissant la position angulaire autour de \mathbf{z}_0 du centre de la section de poutre considérée et R le rayon définissant la distance entre le centre et la fibre neutre.

Ainsi les translations et la rotation de l'extrémité de la jambe i sont fonction de F_{x_i} , F_{y_i} et M_{z_i} appliqués en O sur la jambe i . La nouvelle position du point O ainsi que la rotation de l'effecteur s'écrivent :

$$\begin{cases} x_i &= a_{xx_i} F_{x_i} + a_{xy_i} F_{y_i} + a_{xz_i} M_{z_i} \\ y_i &= a_{yx_i} F_{x_i} + a_{yy_i} F_{y_i} + a_{yz_i} M_{z_i} \\ \zeta_i &= b_{x_i} F_{x_i} + b_{y_i} F_{y_i} + b_{z_i} M_{z_i} \end{cases} \quad (4.11)$$

avec a_{xx_i} , a_{xy_i} , a_{xz_i} , a_{yx_i} , a_{yy_i} , a_{yz_i} , b_{x_i} , b_{y_i} et b_{z_i} les neuf termes obtenus en exprimant la déformée de la poutre.

Les positions (x_i, y_i) du point O et les rotations ζ_i obtenues doivent être égales pour chaque jambe i en faisant l'hypothèse que l'effecteur est indéformable. Le système d'équations (4.11) permet alors d'exprimer ces conditions sous forme de six équations :

$$\begin{cases} x_1 &= x_2 \\ x_1 &= x_3 \\ y_1 &= y_2 \\ y_1 &= y_3 \\ \zeta_1 &= \zeta_2 \\ \zeta_1 &= \zeta_3 \end{cases} \quad (4.12)$$

En ajoutant la condition que l'effecteur est en équilibre statique, il est possible d'exprimer les trois conditions supplémentaires qui permettent de résoudre le problème :

$$\begin{cases} \sum_{i \in [1,3]} F_{x_i} = F_X \\ \sum_{i \in [1,3]} F_{y_i} = F_Y \\ \sum_{i \in [1,3]} M_{z_i} = M_Z \end{cases} \quad (4.13)$$

Ainsi les trois jeux de forces et moments $(F_{x_i}, F_{y_i}, M_{z_i})$, $i \in [1, 3]$ peuvent être calculés en fonction de F_X , F_Y et M_Z à partir des équations (4.12) et (4.13). Par conséquent, la position et l'orientation de l'effecteur sous charge peuvent être calculées avec les équations (4.11).

4.3.4 Estimation des contraintes mécaniques

Pour un torseur d'effort appliqué sur l'effecteur, il est maintenant possible de connaître les efforts qui s'appliquent au niveau de chaque liaison compliante du mécanisme 3-RRR. Une estimation des contraintes mécaniques peut être obtenue en faisant la somme des contraintes mécaniques dues à la rotation de l'organe terminal (le premier terme de la somme) et de celles dues aux sollicitations dans le plan du mécanisme (les deux derniers termes de la somme) :

$$s = k_B \cdot \frac{6 \cdot M}{t^2 \cdot w} + k_T \cdot \frac{F}{t \cdot w} + \frac{6 \cdot M_{fz}(\tau)}{w^2 \cdot t} \quad (4.14)$$

avec k_T et k_B les facteurs de concentration des contraintes mécaniques, F l'effort en traction dans la liaison dû aux actionneurs, M le moment résistant dans la liaison dû à sa déformation autour de son axe de rotation (équation 4.5). $M_{fz}(\tau)$ le moment de flexion défini à l'équation (4.10)). La force F est la force de traction normale à la section de la liaison compliante considérée. Elle est obtenue par projection des forces F_{x_i} et F_{y_i} .

4.4 Optimisation

Le mécanisme 3-RRR compliant peut être décrit par un jeu de paramètres géométriques. Ce jeu de paramètres géométriques doit respecter un ensemble de contraintes liées à la fabrication, la modélisation et l'intégration du mécanisme. L'optimisation doit permettre de trouver le jeu de paramètres qui respecte toutes ces contraintes, qui minimise la raideur en rotation et maximise la raideur en translation tout en maintenant une bonne compacité. L'ACO, introduite au chapitre précédent, est ici exploitée à nouveau.

4.4.1 Le domaine de solutions

Les jambes du mécanisme 3-RRR sont considérées identiques. La géométrie de la jambe est définie par un jeu Π de douze paramètres géométriques : σ l'angle de rotation autour de \mathbf{z}_0 , qui modifie la hauteur des points B_i (figure 4.5), le rayon R de la fibre neutre, l'épaisseur du mécanisme T , les longueurs d'arcs α et β , les trois épaisseurs de liaisons t_A , t_B et t_C , les trois rayons des amincissements r_A , r_B et r_C , et la largeur de la jambe w . L'intervalle de valeurs des trois épaisseurs de liaisons t_A , t_B et t_C et des trois rayons des amincissements r_A , r_B et r_C est limité par le procédé de fabrication choisi. L'épaisseur du mécanisme T doit être inférieure à la distance $l(O_1O_2)$ qui sépare les deux plans contenant les mécanismes d'orientation et d'actionnement (figure 4.1).

4.4.2 Contraintes d'optimisation

Comme au chapitre précédent, les mécanismes générés lors de l'optimisation doivent respecter un certain nombre de contraintes afin de pouvoir évaluer leurs performances. Ces contraintes sont explicitées ici. Pour chaque contrainte, l'expression mathématique associée est ensuite donnée.

Contraintes liées au matériau : les liaisons compliantes sont composées d'amincissements circulaires aux sections bien inférieures à celles des éléments connecteurs entre ces liaisons. Les contraintes mécaniques significatives vont donc apparaître au niveau de ces liaisons. Comme le mécanisme compliant 3-RRR est composé de neuf liaisons, on recherche la valeur de contrainte maximale s_{max} dans le mécanisme, calculée à partir de l'équation (4.14), qui ne doit pas dépasser la limite de fatigue du matériau :

(a) La contrainte maximale s_{max} mesurée dans le mécanisme doit être inférieure à 550 MPa soit, $s_{max} \leq 550$.

Contraintes d'intégration : il faut, d'une part, que les jambes du mécanisme n'interfèrent pas les unes avec les autres :

(b) L'angle de l'arc que forme la jambe ne peut dépasser 105 degrés afin de laisser de l'espace pour pouvoir l'intégrer entre la base et l'effecteur ; $a_{1i} + a_{2i} + a_{3i} + a_{4i} + a_{5i} \leq 105$ avec a_{ji} la longueur d'arc du j -ème tronçon de poutre.

D'autre part, la géométrie de chaque liaison ne doit pas interférer avec les dimensions de la jambe. C'est-à-dire que le profil des liaisons compliantes doit être compatible avec l'épaisseur T de la jambe. Comme le mécanisme est placé dans une configuration légèrement en dehors de la configuration plane, obtenue en faisant tourner son effecteur autour de \mathbf{z}_0 d'un angle σ , les points A_i et C_i restent dans les plans du mécanisme, et seuls les points B_i sortent légèrement du plan médian.

(c) Pour les liaisons A_i et C_i dont les axes sont contenus dans le plan médian

du mécanisme, leurs épaisseurs t_A , t_C et leurs rayons r_A , r_C doivent respecter la condition $t_A + 2r_A \leq T$ et $t_C + 2r_C \leq T$. Pour les liaisons B_i , les axes des liaisons forment un angle ϕ avec le plan médian. Les points B_i ont donc une ordonnée qui vaut $R \sin(\phi)$. Par conséquent le point du profil susceptible de se trouver en dehors de la demi-épaisseur $\frac{T}{2}$ de la jambe a une ordonnée de $(R + \frac{w_B}{2}) \sin(\phi) + (\frac{t_B}{2} + r_B) \cos(\phi)$ qui doit donc être inférieure à la demi-épaisseur $\frac{T}{2}$.

Contraintes de modélisation : pour l'étude de la rigidité dans le plan, nous avons fait l'hypothèse que le mécanisme est dans la configuration plane. Afin que cette hypothèse soit respectée, nous imposons, de façon empirique, que les points B_i ne dépassent pas une certaine hauteur afin de respecter l'hypothèse de planéité. Ainsi, afin que le mécanisme reste proche de la configuration plane, nous choisissons que le plan médian du mécanisme ait toujours une intersection avec au moins un point appartenant à l'épaisseur de chaque liaison B_i .

(d) La hauteur des points B_i doit donc être inférieure à la moitié de l'épaisseur de la liaison B_i , soit $R \sin(\phi) \leq \frac{w_B}{2}$.

Pour le calcul de la déformée d'une poutre courbe, nous avons fait l'hypothèse que les jambes sont suffisamment élancées afin de considérer l'hypothèse de Navier-Bernoulli vérifiée. Selon cette hypothèse, pour une poutre longue sollicitée en traction et en flexion, les sections droites ne se déforment pas et restent orthogonales à la ligne moyenne.

(e) La largeur de la jambe ne doit pas dépasser 30 % du rayon R soit $w \leq 0,3R$.

Enfin, la contrainte sur les paramètres géométriques du modèle de la liaison défini par [Schotborgh 2005] doit être respectée.

(f) La proportion entre l'épaisseur t et le rayon r de chaque liaison compliante doit être respectée de manière à ce que $0,05 \leq \frac{t}{r} \leq 0,65$.

Nous constatons que ces contraintes introduisent dix inégalités linéaires et trois inégalités non linéaires.

4.4.3 Évaluation des performances

Le mécanisme de compensation doit être en mesure de produire un déplacement de 1 mm en bout de tige afin de compenser les déformations dues à l'action du cœur sur le stabilisateur. Connaissant la longueur de la tige $L = 250$ mm et le déplacement $d = 1$ mm à fournir, l'angle de rotation de l'effecteur est connu et vaut $\arctan(\frac{1}{250})$ (figure 4.8). Puisque la rotation de l'effecteur est connue, la raideur en rotation et, par conséquent, le moment résistant sont connus. Le mécanisme doit être en mesure de produire ce déplacement, et donc cette rotation, quelle que soit l'orientation du mécanisme par rapport au cœur. Ainsi, afin d'évaluer les performances du mécanisme, celui-ci est évalué pour dix orientations autour de l'axe de la tige, dans un intervalle de 120 degrés, avec un pas de 12 degrés. Pour chacune de ces sollicitations, les raideurs en rotation sont évaluées. L'orientation pour la-

quelle la raideur en rotation K_r est maximale est conservée, ce qui représente la pire configuration.

Nous fixons le bras de levier $l = 6 \text{ mm}$ ($O_1 O_2$, figure 4.1), ce qui permet d'obtenir théoriquement un facteur d'amplification d'environ 40, deux fois plus que dans le cas où le mécanisme est parfait avec une rigidité nulle (annexe A).

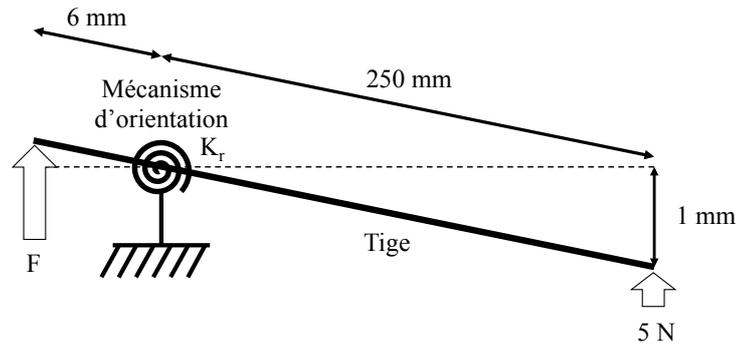


FIGURE 4.8 – Évaluation de la raideur K_r et de l'effort F .

À partir de la raideur K_r et des deux bras de levier $l = 6 \text{ mm}$ et $L = 250 \text{ mm}$, on peut calculer l'effort F (figure 4.8) qui doit être fourni, afin que le mécanisme soit à l'équilibre avec l'effort cardiaque F_C de 5 N et que celui-ci produise déplacement d en bout de tige de 1 mm : $F = \arctan\left(\frac{d}{L}\right) \times K_r + F_C \times \frac{L}{l}$

À partir de la valeur de F obtenue, les déplacements dans le plan peuvent être calculés. On remarquera que la raideur en translation dans le plan K_p est invariante selon l'orientation du mécanisme autour de la tige.

Enfin, la contrainte mécanique dans chaque liaison peut être calculée à partir de la valeur de F . La valeur de contrainte maximale s_{max} pour toutes les orientations du mécanisme considérées est retenue.

La largeur w des liaisons compliantes du mécanisme est également la largeur de la jambe et conditionne, par conséquent, l'encombrement du mécanisme qui peut être défini par son rayon extérieur égal à $R + \frac{w}{2}$. C'est cet encombrement que l'on cherche à réduire.

Ainsi, lorsqu'une solution ne respecte pas les contraintes sur les paramètres présentés ci-dessus, la performance du mécanisme est $\text{Performance}(\Pi) = 0$. Sinon, la performance du mécanisme vaut :

$$\text{Performance}(\Pi) = \frac{K_p}{K_r \cdot R_{\max}} \quad (4.15)$$

À chaque fois que l'algorithme d'optimisation trouve une meilleure solution, les valeurs de K_r , K_p et R_{\max} deviennent des seuils à ne plus dépasser pour la sélection des solutions de la génération suivante.

4.5 Résultats et discussion

4.5.1 Résultats

L'optimisation est réalisée avec l'algorithme de colonie de fourmis présenté précédemment, en employant les mêmes réglages des paramètres internes qu'au chapitre précédent. La taille de la population est de 10000 individus en moyenne et le rayon d'exploration moyen est fixé à à 5 % lors de la phase d'exploration.

Le jeu de paramètres obtenu après optimisation est donné au tableau 4.1 et une représentation est donnée en figure 4.9. L'épaisseur du mécanisme vaut 6 mm et le rayon extérieur vaut 34,5 mm. Cette épaisseur est la valeur maximale compatible avec un bras de levier de 6 mm.

Afin d'évaluer la précision du modèle du mécanisme, le mécanisme 3-RRR compliant est conçu sous *Pro/Engineer* et évalué par une analyse par éléments finis avec *Pro/Mechanica*. Le niveau de performances atteint est commenté et analysé à la fois avec le modèle mis en place et l'évaluation numérique par simulation.

Afin d'évaluer la raideur en rotation, le mécanisme est sollicité en rotation autour des trois axes x , y et z . La figure 4.10 illustre la déformation du mécanisme. L'erreur relative entre le modèle et les éléments finis est de 10 %, ce qui est satisfaisant.

σ (deg)	T(mm)	R(mm)	w(mm)	α (deg)	β (deg)
-0.04	6.00	30.55	8.13	24.18	24.15
r_A (mm)	r_B (mm)	r_C (mm)	t_A (mm)	t_B (mm)	t_C (mm)
2.132	2.085	1.885	0.327	0.317	0.117

TABLE 4.1 – Paramètres de conceptions optimaux pour le mécanisme 3-RRR

À partir de la longueur de la tige connue, du bras de levier connu et de la raideur du mécanisme d'orientation, on peut déterminer l'effort qu'il faut fournir pour obtenir un déplacement en bout de tige de 1 mm. Avec un effort cardiaque de 5 N, l'effort à fournir pour ce mécanisme est de 217 N. Si le mécanisme de compensation possédait une raideur nulle, il lui faudrait produire 208 N ce qui est une valeur très proche de 217 N et indique que la minimisation de la raideur en rotation a été performante. Sous le chargement de 217 N, la contrainte maximale évaluée par éléments finis vaut 525 MPa, comme le montre la figure 4.11 alors que le modèle prévoyait 549 MPa, ce qui est également un résultat très proche de celui obtenu par le modèle. Enfin, le déplacement maximum dans le plan vaut

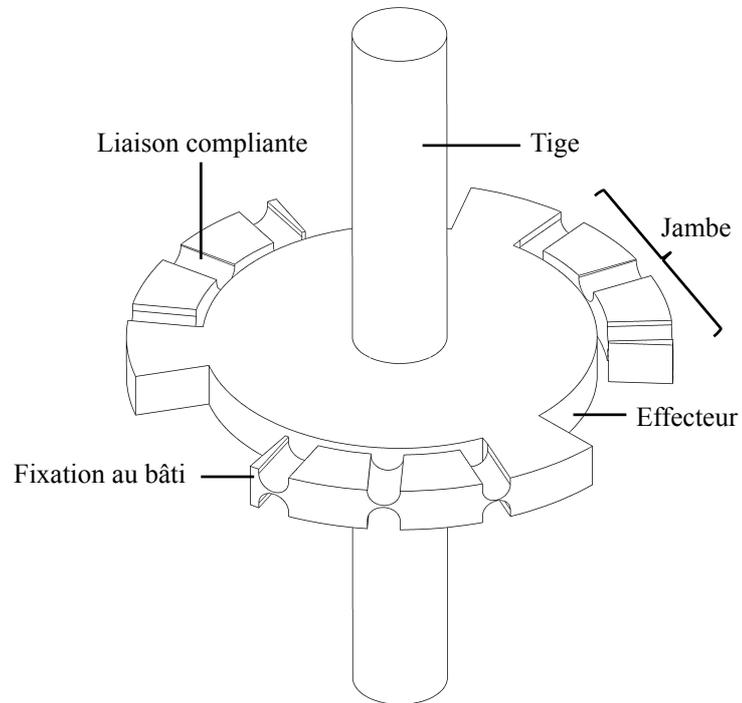


FIGURE 4.9 – Mécanisme d'orientation compliant.

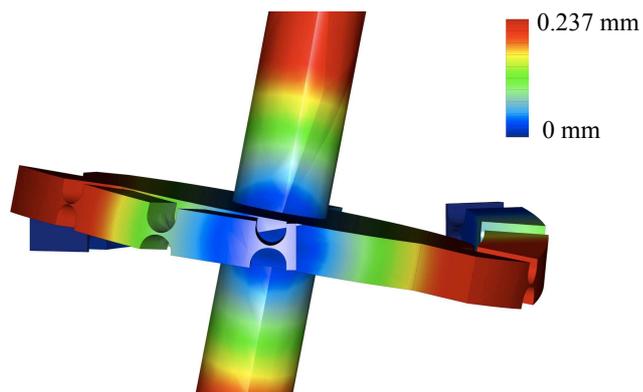


FIGURE 4.10 – Déformation du mécanisme 3-RRR durant l'évaluation de la rigidité.

0,05 mm, alors que 0,01 mm était attendu. Cette valeur reste néanmoins faible en comparaison avec celle du déplacement de 1 mm exigée en bout de stabilisateur.

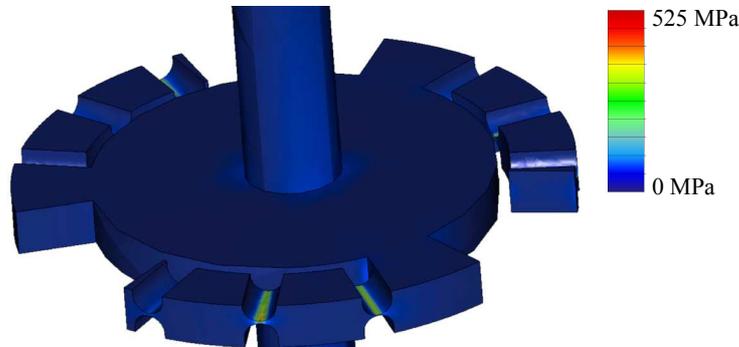


FIGURE 4.11 – Contraintes mécaniques dans les liaisons du mécanisme 3-RRR durant son évaluation.

Du point de vue de l'application médicale, ces résultats montrent qu'il est possible de réaliser, pour la stabilisation cardiaque, un mécanisme d'orientation qui ait les performances requises en termes de rigidité et de contraintes mécaniques et qui puisse être intégré dans une plaque d'épaisseur 6 mm. Ce dimensionnement constitue donc une première étape dans la conception d'un mécanisme de compensation à partir de mécanismes qui peuvent être fabriqués dans le plan.

Du point de vue de la conception de mécanismes compliants, l'approche consistant à exploiter une architecture de manipulateur parallèle au voisinage de la configuration singulière dans le but de réaliser un mécanisme compliant pouvant être fabriqué dans le plan s'avère être une approche pertinente.

4.5.2 Discussion

L'approche de conception proposée nous a permis d'atteindre notre objectif. En effet, elle nous a permis de concevoir un mécanisme d'orientation compliant, ayant une rigidité en rotation très faible et une rigidité dans le plan élevée, qui puisse être fabriqué dans un plan et qui présente des performances mécaniques compatibles avec l'application de stabilisation cardiaque active.

À ce stade, il existe trois points qui peuvent être améliorés. Tout d'abord, le comportement des amincissements circulaires sollicités dans le plan du mécanisme peut être affiné. Ivan Janin, qui a réalisé son stage de Master sur ce sujet dans notre laboratoire ([Janin 2012]), a montré, par une confrontation avec les éléments finis que les matrices de rigidité proposées dans la littérature pour ces amincissements ne sont pas assez bien décrites. Ainsi, ce travail de modélisation reste à compléter et le problème est ouvert.

Ensuite, si l'on souhaite affiner davantage la modélisation de la rigidité dans le plan, la raideur dans le plan du mécanisme doit être faite en considérant la configuration exacte du mécanisme. Cette modélisation pourra être d'autant plus facilitée si le point précédent est résolu.

Enfin, il pourrait être intéressant de considérer un paramètre de conception supplémentaire, qui est le nombre de jambes du mécanisme puisque la méthode présentée dans ce chapitre peut tout à fait s'appliquer à tout mécanisme sphérique parallèle de type n -RRR. La redondance des jambes du mécanisme 3-RRR compliant favorise alors la rigidité dans le plan du mécanisme, mais risque également d'augmenter sa rigidité en rotation. Par conséquent, il pourrait être intéressant d'étudier la possibilité d'avoir un meilleur compromis entre la rigidité en translation et celle en rotation avec ce paramètre supplémentaire.

Démarche de conception de mécanismes compliants basée sur l'analyse des singularités parallèles

Sommaire

5.1 Proposition d'une démarche de conception de mécanismes compliants	81
5.2 Manipulateur parallèle 3-US	85
5.3 Analyse de singularités avec l'algèbre de Grassmann-Cayley	88
5.4 Conception du mécanisme compliant à trois mobilités RRP	100
5.5 Intégration et évaluation préliminaire d'un nouveau stabilisateur	103
5.6 Conclusion	113

5.1 Proposition d'une démarche de conception de mécanismes compliants

Dans le chapitre précédent, nous avons évalué la possibilité de profiter de techniques de fabrication plane pour la réalisation de mécanismes compliants, en exploitant des mécanismes parallèles pour lesquels la configuration plane est une configuration singulière. Nous avons alors pu montrer dans le contexte de la stabilisation cardiaque active qu'une asymétrie introduite dans la fabrication permettait de s'éloigner suffisamment de la configuration singulière.

Revenons un instant à l'architecture envisagée pour le stabilisateur, représentée en figure 5.1. Comme le souligne la représentation, il est facile d'envisager de réaliser le stabilisateur en produisant deux mécanismes dans des plans notés sous les numéros 1 et 2 sur la figure 5.1. La connexion de la tige du stabilisateur est cependant complexe pour que la solution soit compatible sur le plan cinématique : il est nécessaire de disposer d'une liaison cardan et d'une liaison glissière mises en série (liaisons grisées sur la figure). Dans ce chapitre, nous nous interrogeons sur la possibilité de réaliser l'ensemble de ces deux liaisons avec un seul mécanisme

compliant plan. Ce mécanisme doit présenter à la fois deux mobilités en rotation et une translation.

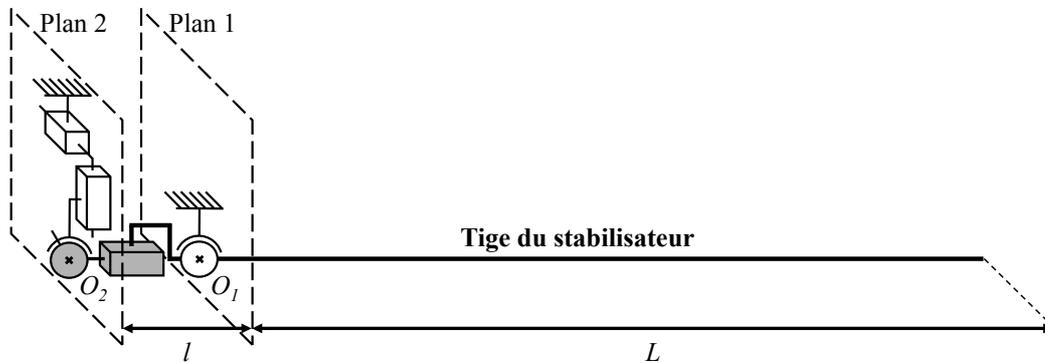


FIGURE 5.1 – Schéma cinématique du mécanisme de compensation compatible avec une décomposition en deux plans.

Dans la conception de mécanismes compliant, il est aisé de concevoir des liaisons de type pivot [Howell 2001, Lobontiu 2003a]. Pour la réalisation de liaisons de type glissière ou plus complexes, des chercheurs ont proposé des solutions [Trease 2004, Mackay 2012]. Pour répondre au besoin décrit dans paragraphe précédent, il est en revanche difficile d'identifier des mécanismes parallèles (qui nous intéressent pour leurs propriétés de rigidité) qui présentent les mobilités adéquates. Pour ce faire, nous proposons ici de profiter de l'analyse de singularités parallèles développée en cinématique des manipulateurs parallèles.

Lorsqu'un manipulateur parallèle se trouve dans une configuration singulière de type 2, son effecteur gagne un ou plusieurs degrés de liberté de façon instantanée, ce qui se manifeste par une perte de rigidité, bien que les actionneurs soient maintenus bloqués [Gosselin 1990, Merlet 2006]. Ce phénomène peut avoir des conséquences graves pour un manipulateur. Dans la littérature, chaque nouveau manipulateur parallèle est donc analysé pour évaluer l'existence de singularités de type 2, leurs conditions d'apparition et la nature des mouvements pouvant localement apparaître. Pour la conception de mécanismes compliant, notre proposition est de nous appuyer sur cette analyse pour identifier des manipulateurs parallèles présentant des mouvements en singularité de la nature recherchée et construire un mécanisme compliant à partir de cette architecture. Comme une singularité de type 2 se produit à actionneurs bloqués, un mécanisme compliant peut, en effet, être conçu à partir de l'architecture du manipulateur obtenue en retirant les liaisons actionnées. La démarche de conception que nous proposons se décompose en trois étapes.

La première étape consiste à identifier un manipulateur parallèle présentant *a minima* les degrés de liberté voulus. En effet, si le manipulateur parallèle pré-

5.1. Proposition d'une démarche de conception de mécanismes compliant 83

sente des configurations singulières de type 2, les mobilités gagnées sont de la même nature que celles du manipulateur parallèle si les mouvements dus à la perte de rigidité sont infinitésimaux. Pour un même manipulateur, selon sa géométrie, il se peut également qu'en singularité de type 2, l'effecteur présente des mouvements finis appelés « self-motions ». Le manipulateur gagne alors un réel degré de liberté. Ce type de singularité ne sera pas considéré ici.

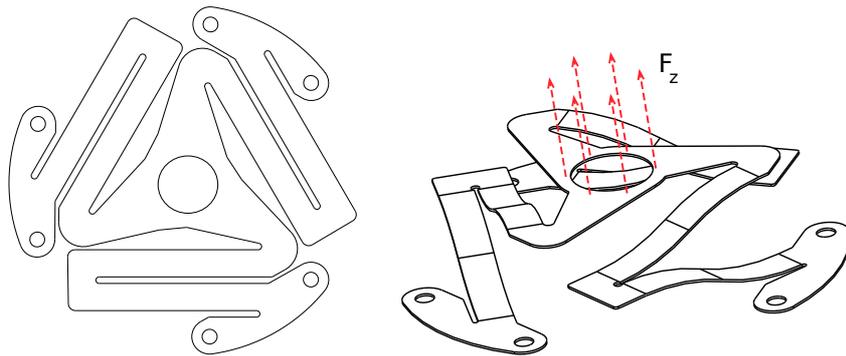
Les conditions d'existence d'une singularité parallèle et les mouvements obtenus dépendent des liaisons considérées actives dans le manipulateur. Pour un même manipulateur, deux modes d'actionnement différents, c'est-à-dire deux choix différents de liaisons actives, peuvent conduire à deux mécanismes compliant différents dès lors que ces liaisons actives sont supprimées. Ces choix ne sont pas nécessairement équivalents en termes de rigidité et de fabrication. Lorsqu'un manipulateur est identifié, il est donc nécessaire d'analyser les singularités du manipulateur parallèle pour tous les modes d'actionnement envisageables, ce qui constitue la deuxième étape.

La troisième étape consiste à concevoir le mécanisme compliant à partir de l'architecture retenue. Le caractère parallèle du mécanisme doit permettre de maîtriser ses propriétés de raideur, tout en ayant les mobilités requises pour des mouvements réalisés au voisinage de sa position d'équilibre.

Dans la littérature, le voisinage de singularités parallèles a déjà été utilisé pour l'amplification des déplacements d'actionneurs piézoélectriques [Stoughton 1992, Bachta 2009], ou pour l'amélioration de la sensibilité de capteurs d'efforts [Ranganath 2004]. Cette approche est également exploitée commercialement, comme dans le cas des actionneurs *Cedrat Technologies*.

L'exploitation d'une singularité parallèle pour la conception de mécanisme compliant a été réalisée de manière implicite dans [Chapuis 2004] et décrite dans [Renaud 2009] pour la conception d'un capteur de couple. Dans les deux cas, ce sont les propriétés bien connues du manipulateur parallèle 3-PRR (respectivement 3-RRR plan) qui sont utilisées pour la conception d'une liaison compliant, qui est en réalité équivalente à une liaison pivot, intégrée au capteur de couple. Les structures compliant planes obtenues, de type 4-RR et 6-RR, n'avaient pour objectif que la réalisation d'un mouvement simple de rotation, selon l'axe normal au plan du mécanisme. Dans [Parise 2001], des mécanismes orthoplans sont développés et sont, pour certains, équivalents à des mécanismes en configuration singulière de type 2. Ces mécanismes passifs sont utilisés comme des ressorts plans qui permettent d'avoir des translations de grande amplitude selon la direction normale au plan du mécanisme. En outre, ces ressorts plans peuvent être assemblés en parallèle ou en série (figure 5.2).

La conception d'un mécanisme compliant à partir d'un manipulateur parallèle en singularité, comme nous le proposons ici, n'est pas exploitée. Il n'existe pas, à notre connaissance, de mécanismes compliant plans exploitant la perte de rigidité

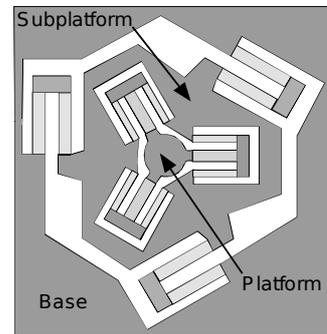


(a) Mécanismes orthoplans en configuration plane.

(b) Mécanismes orthoplans en configuration sortie.



(c) Mécanismes orthoplans utilisés en parallèle.



(d) Mécanismes orthoplans utilisés en série.

FIGURE 5.2 – Principe et utilisations de mécanismes orthoplans comme ressorts [Parise 2001].

due à une singularité parallèle dans le but de produire plusieurs mobilités, dans et hors de leur plan.

Nous évaluons l'intérêt de cette approche dans ce chapitre à travers la conception d'un mécanisme adapté au cas du stabilisateur, qui doit présenter deux rotations et une translation et sera ainsi désigné de type RRP dans la suite. Les trois étapes de la démarche de conception présentées précédemment sont appliquées, en exploitant notamment l'analyse de singularités par l'algèbre de Grassmann-Cayley, un travail effectué en collaboration avec l'IRCCyN¹.

5.2 Manipulateur parallèle 3-US

Un manipulateur parallèle 3-US (Fig. 5.3) possède trois jambes identiques connectées chacune à la base par une liaison cardan (U) et à l'effecteur par une liaison sphérique (S). Le manipulateur 3-US possède trois degrés de mobilité et les mouvements de son effecteur sont la combinaison des trois translations et trois rotations. Dans la littérature, ce manipulateur parallèle a principalement été utilisé pour

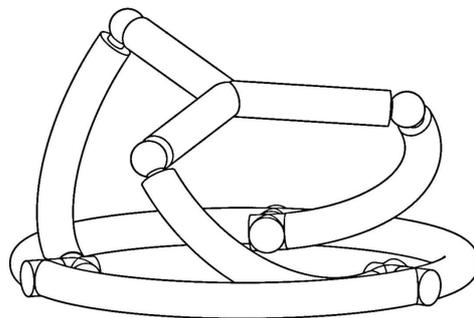
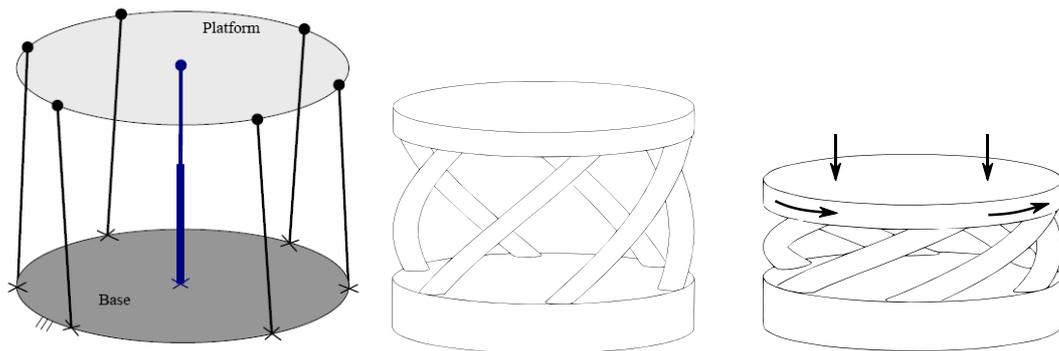


FIGURE 5.3 – Manipulateur parallèle 3-US

sa capacité à produire un mouvement hélicoïdal, lorsque le centre de son effecteur se translate le long d'un axe vertical passant par le centre du manipulateur. En ajoutant des jambes supplémentaires, on obtient en effet une structure de type n -US, surcontraint lorsque $n > 3$, dit mécanisme de Wren, qui présente un seul degré de mobilité produisant ce mouvement hélicoïdal [Vertechy 2007]. Grâce à cette propriété, ce mécanisme a par la suite été exploité et breveté par [Jacobsen 1975] pour la conversion d'une rotation en translation, et inversement. Il est utilisé de façon similaire par [Andersen 2009] sous forme de mécanismes émergents (LEM) pour

1. Institut de Recherche en Communications et Cybernétique de Nantes.

la conception de revêtements capables d'absorber des chocs. Enfin, très récemment [Qin 2012], deux architectures de manipulateurs 3-US ont été étudiées dans le cadre des mécanismes « pliables » pour des applications aéronautiques. Ce sont leurs capacités à présenter un faible encombrement en configuration « pliée », la configuration plane, qui ont été mises en avant, sans avoir étudié les configurations singulières. À notre connaissance, l'analyse des singularités d'un manipulateur parallèle 3-US n'a pas encore été effectuée.



(a) Mécanisme 6-US 1-UPS de Wren [Vertechy 2007]. (b) Concept de mécanisme compliant pour la dissipation d'énergie [Andersen 2009].

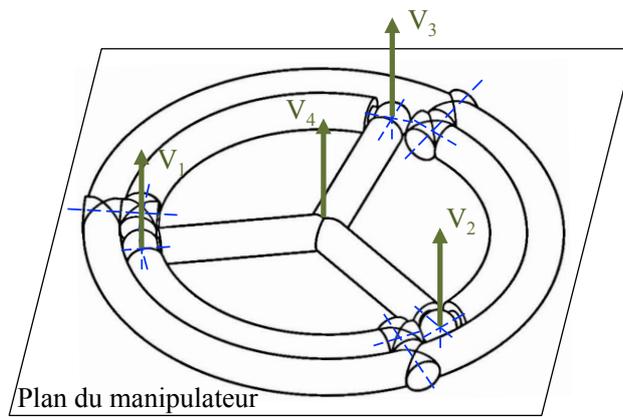
FIGURE 5.4 – Manipulateurs parallèles surcontraints et mécanismes compliant utilisant les chaînes cinématiques US et permettant de produire un mouvement hélicoïdal.

Dans notre contexte, l'architecture et le comportement cinématique en configuration plane du manipulateur 3-US sont particulièrement intéressants.

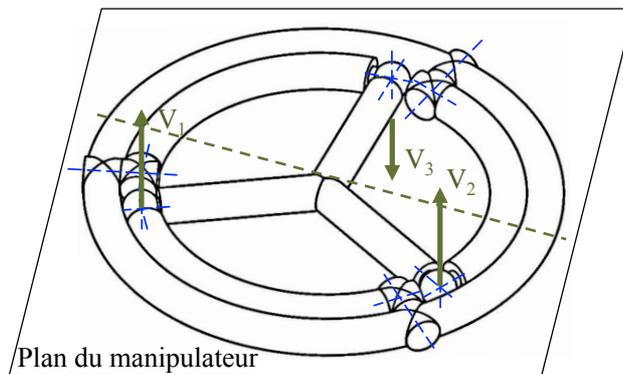
Du point de vue de l'architecture, chaque jambe du manipulateur n'est composée que d'un élément rigide liant effecteur et base. Le nombre de segments constituant le mécanisme est donc faible, ce qui est favorable aux propriétés de raideur du mécanisme compliant que nous allons concevoir.

Du point de vue de la cinématique, les mouvements de l'effecteur du manipulateur 3-US correspondent à ceux recherchés lorsque l'effecteur est dans le plan du manipulateur. En effet, la direction des champs de vitesses au niveau de l'effecteur, compatible cinématiquement avec les jambes du manipulateur, est la direction normale au plan contenant le manipulateur. Par conséquent, les vitesses instantanées que peut présenter l'effecteur du manipulateur 3-US dans cette configuration sont des vitesses de translation de direction normale à l'effecteur, et les deux rotations autour des axes dans le plan de l'effecteur.

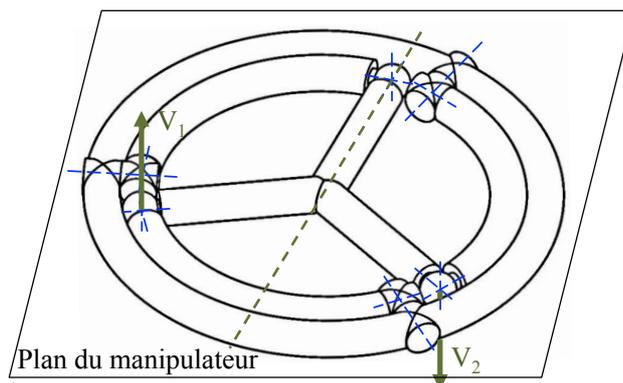
Ces vitesses instantanées sont les mobilités RRP recherchées pour notre application. Si le manipulateur 3-US présente des singularités de type 2 dans cette configuration plane, les degrés de mobilité gagnés sont un sous-ensemble de l'en-



(a) Champ de vitesse de la translation.



(b) Champ de vitesse de la première rotation.



(c) Champ de vitesse de la seconde rotation.

FIGURE 5.5 – Illustration par l'analyse cinématique des trois mobilités instantanées du manipulateur 3-US dans la configuration plane.

semble des degrés de mobilité RRP constatés. Comme précisé précédemment, les configurations singulières de type 2 dépendent du mode d'actionnement. Il nous est donc nécessaire d'analyser les différents modes d'actionnement envisageables.

Chaque jambe du manipulateur 3-US peut être vue comme une chaîne RRRRR, composée uniquement de liaisons pivots (figure 5.6). Actionner le dispositif suppose de choisir comme liaisons actives 3 liaisons parmi les 15 qui composent le mécanisme. Il existe donc $\binom{15}{3} = 455$ façons d'actionner le manipulateur 3-US. Parmi ces 455 modes d'actionnement possibles, seuls 5 modes d'actionnement sont symétriques, *i.e.* sont tels qu'on actionne les mêmes liaisons sur chacune des trois jambes.

5.3 Analyse de singularités avec l'algèbre de Grassmann-Cayley

Il existe plusieurs façons d'analyser les singularités d'un manipulateur parallèle. Il est tout d'abord possible d'étudier les cas où l'inverse de la matrice jacobienne du manipulateur connaît une perte de rang, c'est-à-dire lorsque son déterminant s'annule [Gosselin 1990, Zlatanov 1998]. Mais la formulation de cette matrice est complexe et l'obtention de son déterminant reste délicate même avec des outils de calculs formels [Merlet 2006].

Une autre méthode consiste à utiliser la géométrie de Grassmann [Merlet 1989, Merlet 2006] pour réaliser une analyse géométrique des singularités. Si le manipulateur parallèle possède une architecture complexe et la représentation de ses configurations est délicate, certaines configurations singulières peuvent alors être difficiles à identifier [Amine 2011].

L'algèbre de Grassmann-Cayley est une méthode algébrique qui permet de formuler les conditions géométriques pour lesquelles le manipulateur parallèle est en singularité [White 1975, White 1983, White 2005, Ben-Horin 2006, Amine 2012]. Dans le cadre du projet SIROPA, une interface graphique basée sur l'algèbre de Grassmann-Cayley a été développée [Amine 2011] qui permet de déterminer toutes les conditions géométriques pour lesquelles un manipulateur parallèle est en singularité. En collaboration avec S. Caro à l'IRCCyN, nous avons exploité cet outil pour conduire l'analyse des singularités du manipulateur 3-US.

5.3.1 Principe de la méthode

La méthode proposée par [Amine 2011], dans sa thèse pour l'analyse des singularités, s'appuie sur la théorie des vis et l'algèbre de Grassmann-Cayley. L'analyse des singularités du manipulateur se fait sur la base d'une représentation symbolique et minimale des propriétés cinématiques du manipulateur. L'élément de passage clé

entre la théorie des vis et cette représentation symbolique, utilisé pour l'analyse des singularités avec l'algèbre de Grassmann-Cayley, est le système d'efforts global du manipulateur.

Le système d'efforts global, ou *global wrench system* en anglais, est obtenu par la théorie des visseurs [Kong 2007]. Il exprime le système, *i.e.* l'ensemble des visseurs² des efforts caractéristiques qui agissent sur l'effecteur du manipulateur. Le manipulateur 3-US est un manipulateur à mobilité restreinte, qui n'est pas surcontraint et présente trois degrés de mobilité. Son système d'efforts global est donc composé de six efforts : trois efforts d'actionnement et trois efforts de contrainte (*actuation wrenches*³ et *constraint wrenches* en anglais). Ainsi, les efforts de contrainte définissent la manière dont les jambes du manipulateur contraignent l'effecteur à n'avoir que trois degrés de mobilité et ne dépendent pas du mode d'actionnement. Les efforts d'actionnement définissent, quant à eux, la manière dont les actionneurs agissent sur les trois degrés de mobilités de l'effecteur et dépendent du mode d'actionnement. Ces six efforts définissent donc la manière dont l'effecteur est contraint en effort selon les six degrés de mobilité. Lorsque le manipulateur est en singularité parallèle, l'effecteur gagne des degrés de mobilité, ce qui signifie que les efforts, bien que non nuls, ne contraignent plus l'effecteur. L'analyse des singularités revient donc à identifier toutes les configurations pour lesquelles le système d'efforts global dégénère.

Cette dégénérescence du système d'efforts peut être déterminée géométriquement par la géométrie de Grassmann [Merlet 2006] ou algébriquement par l'algèbre de Grassmann-Cayley [Amine 2012]. Il s'agit dans les deux cas de déterminer pour quelles configurations il existe une dépendance linéaire entre les lignes de force associées aux efforts du système d'efforts global. La recherche de cette dépendance linéaire peut donc se faire géométriquement ou algébriquement. L'algèbre de Grassmann-Cayley est mise en place et utilisée ici pour déterminer toutes les conditions géométriques pour lesquelles le manipulateur parallèle est dans une configuration singulière. Cet outil de calcul manipule une représentation symbolique des lignes de force qui permet de s'affranchir de tout système de coordonnées. Une ligne de force est définie par deux points. Puisque chaque ligne de force est définie par deux points, le système d'efforts global peut être décrit par douze points. Ces points sont exprimés dans l'espace projectif P3 qui est composé de l'espace cartésien et du plan à l'infini. Ainsi, en plus des trois coordonnées cartésiennes, une quatrième coordonnée indique si le point est fini ou à l'infini. Ici les

2. Il est possible de trouver dans la littérature francophone la désignation de « torseur » et non « visseur » ainsi que la désignation d' « espace » et non « système » [Fayet 1995]. Afin d'harmoniser le texte ainsi que de décrire au mieux la notion de *pas* et d'axe de vis, nous utilisons le terme de « visseur » qui est couramment utilisé dans la communauté robotique francophone. Pour rester proche du mot anglais, nous choisissons d'utiliser le terme de « système ».

3. *wrench* est parfois appelé « torseur statique ».

points sont représentés de façon symbolique et l'on renseigne uniquement si ces points sont finis ou infinis. Les six lignes de force et les douze points projectifs associés peuvent être représentés graphiquement par un graphe d'effort. À partir des douze points définissant les six lignes de force associées aux six efforts du système d'efforts global, il est possible d'exprimer le *superbracket* ([Amine 2011]) qui s'annule lorsque le manipulateur est en singularité. Le *superbracket* peut être décomposé en 24 monômes qui forment autant de conditions possibles de singularité. Si leur exploitation directe reste difficile, l'algèbre de Grassmann-Cayley permet leur simplification de manière formelle. Il devient alors possible, mais pas de manière systématique, d'utiliser la décomposition simplifiée du *superbracket* pour déterminer les conditions géométriques pour lesquelles le manipulateur parallèle est en singularité.

Afin de pouvoir exprimer le *superbracket*, il faut donc, dans un premier temps, déterminer le système d'efforts global du manipulateur parallèle 3-US.

5.3.2 Système d'efforts global du manipulateur parallèle 3-US

Dans un premier temps, nous introduisons les notations nécessaires à la modélisation du manipulateur parallèle 3-US. Dans un deuxième temps, nous introduisons les éléments de la théorie des visseurs qui sont indispensables à notre analyse. Le système d'efforts global d'un manipulateur parallèle est donc composé du système d'efforts de contrainte et du système d'efforts d'actionnement qui sont eux-mêmes déterminés à partir du système des mouvements instantanés (*twist*⁴ *system* en anglais). Dans ce qui suit, nous définissons également le système des mouvements instantanés, le système d'efforts de contrainte et le système d'efforts d'actionnement nécessaires à l'expression du système d'efforts global du manipulateur parallèle 3-US.

5.3.2.1 Modélisation cinématique du manipulateur 3-US

La modélisation cinématique du mécanisme 3-US est représentée en figure 5.6. La liaison cardan équivaut à deux liaisons pivots ayant des axes de rotation orthogonaux qui se coupent en A_i . Les axes des trois premières liaisons pivots, définis par \mathbf{u}_{1i} et A_i , qui connectent les trois liaisons cardans à la base, sont dans le plan de la base et se coupent en O. Le second axe de rotation, défini par \mathbf{u}_{2i} et A_i , est orthogonal au premier axe et contenu dans le plan de la configuration plane du manipulateur. La liaison sphérique équivaut à trois liaisons pivots ayant leurs axes de rotation orthogonaux qui se coupent en B_i . Ces axes de rotation sont définis par les vecteurs \mathbf{u}_{3i} , \mathbf{u}_{4i} et \mathbf{u}_{5i} et B_i . Le vecteur \mathbf{u}_{5i} est normal au plan de l'effecteur, défini par les points B_i et P . Le vecteur \mathbf{u}_{4i} est dans le plan de l'effecteur et orthogonal à

4. *twist* est parfois appelé « torseur cinématique ».

\mathbf{u}_{5j} . Enfin, le vecteur \mathbf{u}_{3i} est orthogonal à \mathbf{u}_{4i} . Dans la configuration plane du manipulateur, l’axe de rotation défini par \mathbf{u}_{4i} passant par B_i passe par P , les axes de rotation définis par \mathbf{u}_{3i} et \mathbf{u}_{4i} et passant par B_i sont coplanaires et les axes définis par \mathbf{u}_{3i} et \mathbf{u}_{5i} passant par B_i sont orthogonaux.

On définit comme le j -ème mode d’actionnement le mode où les j -ème axes de rotation définis par \mathbf{u}_{ji} sont actionnés.

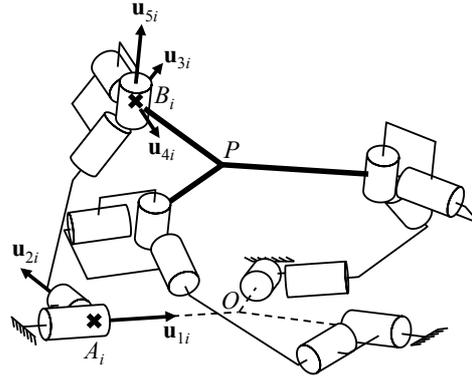


FIGURE 5.6 – Architecture cinématique équivalente à base de liaisons pivots du manipulateur parallèle 3-US.

5.3.2.2 Éléments de la théorie des visseurs

Un visseur normalisé, ou *normalized screw*⁵ en anglais, s’écrit $\hat{\$} = [\mathbf{s}, (\mathbf{s}_0 \times \mathbf{s} + \lambda \mathbf{s})]^T$, avec \mathbf{s} le vecteur unitaire qui définit l’axe du visseur, \mathbf{s}_0 le vecteur position d’un point sur l’axe du visseur défini dans le repère de base et λ le *pas* (*pitch* en anglais) du visseur. Un visseur d’intensité ρ s’écrit $\$ = \rho \hat{\$}$.

D’un point de vue cinématique, un visseur de pas infini $\hat{\epsilon}_\infty$, ou *infinite-pitch twist* en anglais, représente une translation pure. Un visseur de pas nul $\hat{\epsilon}_0$, ou *zero-pitch twist* en anglais, représente une rotation pure.

D’un point de vue des efforts, un visseur de pas nul $\hat{\tau}_0$, ou *zero-pitch wrench* en anglais, représente une force pure alors qu’un visseur de pas infini $\hat{\tau}_\infty$, ou *infinite-pitch wrench* en anglais, représente un moment pur.

5.3.2.3 Système des mouvements instantanés du manipulateur parallèle 3-US

Dans le cas du manipulateur parallèle 3-US, chaque jambe du robot est composée uniquement de liaisons pivots. Le système des mouvements instantanés T^i ,

5. *screw* est parfois appelé « torseur ».

de la jambe i est donc défini par la combinaison linéaire des visseurs de pas nul $\hat{\mathbf{e}}_0$, associés à ses cinq liaisons pivots.

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{e}}_{01}^i &= \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{1i} \\ \mathbf{a}_i \times \mathbf{u}_{1i} \end{bmatrix}, \hat{\mathbf{e}}_{02}^i = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{2i} \\ \mathbf{a}_i \times \mathbf{u}_{2i} \end{bmatrix}, \hat{\mathbf{e}}_{03}^i = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{3i} \\ \mathbf{b}_i \times \mathbf{u}_{3i} \end{bmatrix} \\ \hat{\mathbf{e}}_{04}^i &= \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{4i} \\ \mathbf{b}_i \times \mathbf{u}_{4i} \end{bmatrix}, \hat{\mathbf{e}}_{05}^i = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{5i} \\ \mathbf{b}_i \times \mathbf{u}_{5i} \end{bmatrix}, \quad i = 1, 2, 3 \end{aligned} \quad (5.1)$$

\mathbf{u}_{1i} et \mathbf{u}_{2i} sont les vecteurs directeurs unitaires des premier et second axes des liaisons pivots du cardan de la i ème jambe. \mathbf{u}_{3i} , \mathbf{u}_{4i} et \mathbf{u}_{5i} sont les vecteurs directeurs unitaires des troisième, quatrième et cinquième axes des liaisons pivots de la liaison sphérique de la i -ème jambe. \mathbf{a}_i et \mathbf{b}_i sont les coordonnées cartésiennes des points A_i et B_i représentés à la figure 5.6. Le système des mouvements instantanés T_{3US} du manipulateur parallèle 3-US est alors l'intersection de T^1 , T^2 et T^3 :

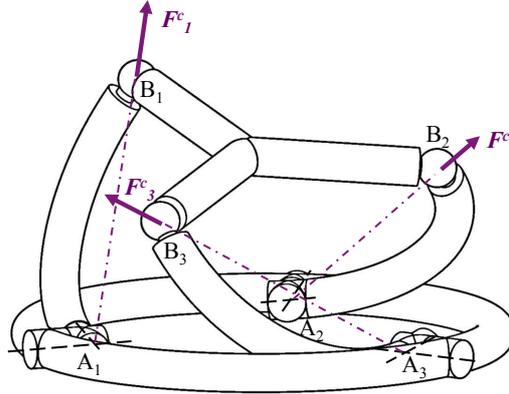
$$T_{3US} = \bigcap_{i=1}^3 T^i \quad (5.2)$$

5.3.2.4 Système d'efforts de contrainte du manipulateur parallèle 3-US

Le système d'efforts de contrainte W^c , ou *constraint wrench system* en anglais, du manipulateur parallèle 3-US définit la manière dont l'effecteur est contraint mécaniquement par les jambes du manipulateur parallèle. Il est indépendant du mode d'actionnement et permet d'exprimer la manière dont l'effecteur est contraint par les jambes. La nature des efforts de contrainte dépend de l'architecture du manipulateur. Il est composé de trois visseurs chacun étant réciproque à l'un des visseurs de T^i , $i \in [1, 3]$. D'après la théorie des visseurs [Kong 2007], un visseur de pas nul est réciproque à un autre visseur de pas nul si leurs axes sont coplanaires. Un visseur de pas nul est réciproque à un visseur de pas infini si et seulement si leurs axes sont perpendiculaires. Puisqu'il n'est pas possible de trouver un visseur de contrainte de pas infini réciproque à tous les visseurs cinématiques de pas nul de la jambe i , le visseur de contrainte doit être parallèle ou avoir un point d'intersection avec tous les axes des visseurs cinématiques de la jambe i . Par conséquent, le système d'efforts de contrainte W^c , est engendré par trois visseurs de pas nuls, c'est-à-dire trois forces pures, et représenté sur la figure 5.7 :

$$\mathcal{F}_i^c = \begin{bmatrix} \mathbf{n}_i \\ \mathbf{b}_i \times \mathbf{n}_i \end{bmatrix}, \quad i = 1, 2, 3 \quad (5.3)$$

avec \mathbf{n}_i le vecteur unitaire de $\overrightarrow{A_i B_i}$.

FIGURE 5.7 – Système d'efforts de contrainte W^c du manipulateur parallèle 3-US.

5.3.2.5 Système d'efforts d'actionnement du manipulateur parallèle 3-US

Pour ce qui est du système d'efforts d'actionnement W^a du manipulateur parallèle 3-US, celui-ci dépend, lui, du mode d'actionnement. Il est déterminé de la même façon que précédemment à une exception près que le visseur d'actionnement de la jambe i est réciproque à tous les visseurs de T^i , $i \in [1, 3]$, sauf celui de la liaison actionnée. Par conséquent, dans le cas du premier mode d'actionnement, défini comme le cas où les premières liaisons pivots des liaisons cardans sur la base sont actionnées, le visseur d'actionnement de la jambe i doit être réciproque uniquement à \hat{e}_{02}^i , \hat{e}_{03}^i , \hat{e}_{04}^i et \hat{e}_{05}^i et ne pas être dépendant du système d'efforts de contrainte associé à la jambe i . W_1^a est donc défini par trois visseurs de pas nul, c'est-à-dire trois forces pures, représentées sur la figure 5.8 :

$$\hat{\mathcal{F}}_{1i}^a = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{2i} \\ \mathbf{b}_i \times \mathbf{u}_{2i} \end{bmatrix}, \quad i = 1, 2, 3 \quad (5.4)$$

Dans le cas du second mode d'actionnement où les secondes liaisons pivots des cardans sont actionnées, W_2^a est défini par les trois forces pures suivantes :

$$\hat{\mathcal{F}}_{2i}^a = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{1i} \\ \mathbf{b}_i \times \mathbf{u}_{1i} \end{bmatrix}, \quad i = 1, 2, 3 \quad (5.5)$$

Dans le cas où les j -èmes liaisons ($j = 3, 4, 5$) sont actionnées, W_j^a est défini par les trois forces pures suivantes :

$$\hat{\mathcal{F}}_{ji}^a = \begin{bmatrix} \mathbf{v}_{ji} \\ \mathbf{c}_{ji} \times \mathbf{v}_{ji} \end{bmatrix}, \quad i = 1, 2, 3 \quad (5.6)$$

\mathbf{v}_{ji} étant le vecteur unitaire de la droite \mathcal{L}_{ji} réalisant l'intersection entre les plans \mathcal{P}_{1i} et \mathcal{P}_{ji} . \mathbf{c}_{ji} sont les coordonnées de tous les points C_{ji} sur la ligne \mathcal{L}_{ji} . \mathcal{P}_{1i} est

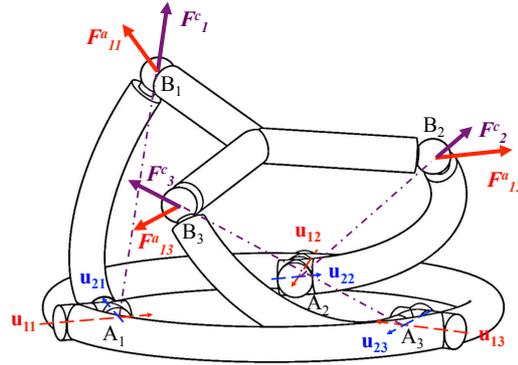


FIGURE 5.8 – Représentation des systèmes d'efforts de contrainte et d'efforts d'actionnement pour le premier mode d'actionnement.

défini par \mathbf{u}_{1i} et \mathbf{u}_{2i} et passe par A_i . \mathcal{P}_{3i} est défini par les vecteurs \mathbf{u}_{4i} et \mathbf{u}_{5i} et passe par le point B_i . \mathcal{P}_{4i} est défini par \mathbf{u}_{3i} et \mathbf{u}_{5i} et passe par le point B_i . \mathcal{P}_{5i} est défini par \mathbf{u}_{3i} et \mathbf{u}_{4i} et passe par le point B_i . La figure 5.9 représente les systèmes d'efforts de contrainte et d'actionnement pour le quatrième mode d'actionnement.

5.3.2.6 Système d'efforts global du manipulateur parallèle 3-US

Enfin, le système d'efforts global W_{3US}^j du manipulateur parallèle 3-US associé au j -ème mode d'actionnement est engendré par les trois forces du système d'efforts d'actionnement W_j^a et les trois forces du système d'efforts de contrainte W^c du manipulateur parallèle 3-US.

$$W_{3US}^j = \text{span}(\hat{\mathcal{F}}_1^c, \hat{\mathcal{F}}_2^c, \hat{\mathcal{F}}_3^c, \hat{\mathcal{F}}_{j1}^a, \hat{\mathcal{F}}_{j2}^a, \hat{\mathcal{F}}_{j3}^a), \quad j = 1, \dots, 5 \quad (5.7)$$

Span signifie que les six forces $\hat{\mathcal{F}}_1^c, \hat{\mathcal{F}}_2^c, \hat{\mathcal{F}}_3^c, \hat{\mathcal{F}}_{j1}^a, \hat{\mathcal{F}}_{j2}^a$ et $\hat{\mathcal{F}}_{j3}^a$ forment une base du système d'efforts global W_{3US}^j . C'est la dégénérescence du système d'effort global W_{3US}^j du manipulateur parallèle 3-US que nous allons étudier avec l'algèbre de Grassmann-Cayley.

5.3.3 Analyse détaillée des conditions de singularité pour le premier mode d'actionnement

5.3.3.1 Graphe d'efforts du manipulateur parallèle 3-US

Le graphe d'efforts du manipulateur parallèle 3-US permet de représenter graphiquement des propriétés géométriques qui lient les efforts du système d'efforts global W_{3US}^j entre eux. Son utilisation est expliquée pour le premier mode d'actionnement du manipulateur parallèle 3-US où les six forces $\hat{\mathcal{F}}_1^c, \hat{\mathcal{F}}_2^c, \hat{\mathcal{F}}_3^c, \hat{\mathcal{F}}_{11}^a, \hat{\mathcal{F}}_{12}^a$

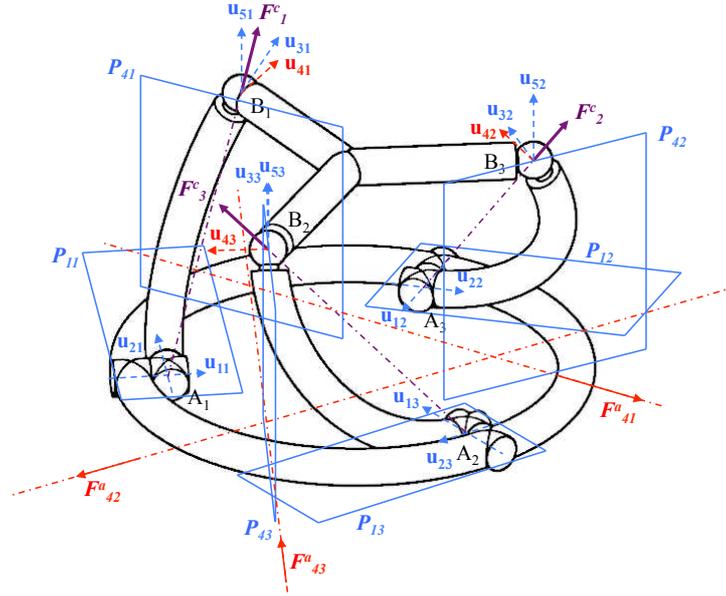


FIGURE 5.9 – Représentation des systèmes d'efforts de contrainte et d'actionnement pour le quatrième mode d'actionnement.

et $\hat{\mathcal{F}}_{13}^a$ forment une base du système d'efforts global W_{3US}^1 . Ces forces peuvent être représentées géométriquement par des lignes de force dans l'espace projectif P_3 . Un visseur de pas nul $\hat{\mathcal{S}}_0 = (\mathbf{s}, \mathbf{r} \times \mathbf{s})^T$ ($\lambda = 0$) est associé à une droite finie dans l'espace projectif P_3 . Un visseur de pas infini $\hat{\mathcal{S}}_\infty = (\mathbf{0}, \mathbf{s})^T$ ($\lambda \rightarrow \infty$) est associé à une droite infinie dans cet espace. Les six forces sont donc représentées par six lignes finies dans cet espace projectif. Une ligne finie peut être représentée soit par deux points distincts finis soit par un point fini et un point à l'infini. Les douze points projectifs doivent être sélectionnés sur les six droites projectives, *i.e.* deux points sur chaque droite.

Soit $\mathbf{b}_1 = (\mathbf{b}_1, 1)^T$, $\mathbf{b}_2 = (\mathbf{b}_2, 1)^T$, $\mathbf{b}_3 = (\mathbf{b}_3, 1)^T$ les coordonnées homogènes des points d'intersection de $\hat{\mathcal{F}}_{11}^a$ et $\hat{\mathcal{F}}_1^c$, $\hat{\mathcal{F}}_{12}^a$ et $\hat{\mathcal{F}}_2^c$, $\hat{\mathcal{F}}_{13}^a$ et $\hat{\mathcal{F}}_3^c$, respectivement. \mathbf{b}_i sont les coordonnées cartésiennes du vecteur \mathbf{OB}_i et la quatrième coordonnée valant 1 signifie que le point est fini. $\hat{\mathcal{F}}_{11}^a$, $\hat{\mathcal{F}}_1^c$, $\hat{\mathcal{F}}_{12}^a$, $\hat{\mathcal{F}}_2^c$, $\hat{\mathcal{F}}_{13}^a$ et $\hat{\mathcal{F}}_3^c$ coupent le plan infini Π_∞ aux points $\underline{\mathbf{u}}_{21} = (\mathbf{u}_{21}, 0)^T$, $\underline{\mathbf{n}}_1 = (\mathbf{n}_1, 0)^T$, $\underline{\mathbf{u}}_{22} = (\mathbf{u}_{22}, 0)^T$, $\underline{\mathbf{n}}_2 = (\mathbf{n}_2, 0)^T$, $\underline{\mathbf{u}}_{23} = (\mathbf{u}_{23}, 0)^T$ et $\underline{\mathbf{n}}_3 = (\mathbf{n}_3, 0)^T$, respectivement. \mathbf{u}_{2i} sont les coordonnées du vecteur \mathbf{u}_{2i} et la quatrième coordonnée valant 0 signifie que le point est à l'infini. Le graphe d'efforts du manipulateur parallèle 3-US pour le premier mode d'actionnement est représenté en figure 5.10.

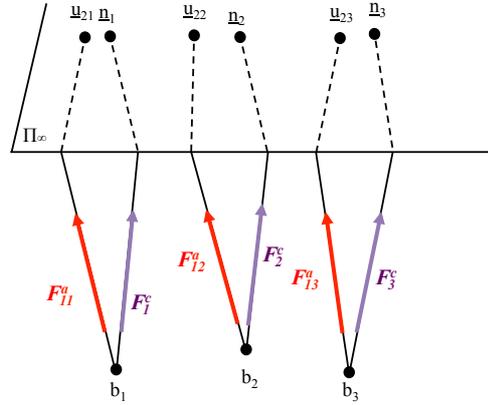


FIGURE 5.10 – Graphe d'efforts du manipulateur parallèle 3-US pour le premier mode d'actionnement.

5.3.3.2 *Superbracket* du manipulateur parallèle 3-US

L'expression du *superbracket* du manipulateur parallèle 3-US pour le premier mode d'actionnement est obtenue à partir des douze points projectifs représentés en figure 5.10 et s'écrit : $[b_1 \underline{u}_{21} \ b_1 \underline{n}_1 \ b_2 \underline{u}_{22} \ b_2 \underline{n}_2 \ b_3 \underline{u}_{23} \ b_3 \underline{n}_3]$.

Dans le cas général, l'expression peut être développée en une combinaison linéaire de 24 monômes [Ben-Horin 2006], chacun représentant le produit de trois *brackets* de quatre points projectifs. Ici, la forme décomposée du *superbracket* est simplifiée en 4 monômes (équation (5.8)) avec l'outil⁶ développé dans [Amine 2011]. Puisque le *superbracket* utilise une représentation symbolique, le choix des noms des points projectifs n'a aucune importance. Afin de pouvoir utiliser le *superbracket* avec l'outil de calcul, nous pouvons par exemple le réécrire de cette façon : $[aB \ aC \ dE \ dF \ gH \ gI]$ où les lettres en minuscule représentent les points finis et les lettres en majuscule les points à l'infini.

$$\begin{aligned}
 [b_1 \underline{u}_{21} \ b_1 \underline{n}_1 \ b_2 \underline{u}_{22} \ b_2 \underline{n}_2 \ b_3 \underline{u}_{23} \ b_3 \underline{n}_3] &= [b_1 \underline{u}_{21} \underline{n}_1 \ b_2] [b_1 \ b_2 \underline{n}_2 \ b_3] [\underline{u}_{22} \underline{u}_{23} \ b_3 \underline{n}_3] \\
 &\quad - [b_1 \underline{u}_{21} \underline{n}_1 \underline{u}_{22}] [b_1 \ b_2 \underline{n}_2 \ b_3] [b_2 \underline{u}_{23} \ b_3 \underline{n}_3] \\
 &\quad - [b_1 \underline{u}_{21} \underline{n}_1 \ b_2] [b_1 \ b_2 \underline{u}_{22} \ b_3] [\underline{n}_2 \underline{u}_{23} \ b_3 \underline{n}_3] \\
 &\quad + [b_1 \underline{u}_{21} \underline{n}_1 \underline{n}_2] [b_1 \ b_2 \underline{u}_{22} \ b_3] [b_2 \underline{u}_{23} \ b_3 \underline{n}_3] \quad (5.8)
 \end{aligned}$$

La décomposition du *superbracket* peut alors être réécrite avec l'outil de calcul, de manière à pouvoir être interprétée.

$$\begin{aligned}
 [b_1 \underline{u}_{21} \ b_1 \underline{n}_1 \ b_2 \underline{u}_{22} \ b_2 \underline{n}_2 \ b_3 \underline{u}_{23} \ b_3 \underline{n}_3] &= \\
 (b_1 \ \underline{u}_{21} \ \underline{n}_1) \wedge (b_2 \ \underline{u}_{22} \ \underline{n}_2) \wedge (b_3 \ \underline{u}_{23} \ \underline{n}_3) \wedge (b_1 \ b_2 \ b_3) & \quad (5.9)
 \end{aligned}$$

6. <http://www.irccyn.ec-nantes.fr/~caro/SIROPA/GUIGCASiropa.jar>

Le symbole \wedge représente l’opérateur *meet* [Ben-Horin 2006]. L’équation (5.9) signifie que le *superbracket* s’annule lorsque les plans $(b_2 \underline{u}_{22} \underline{n}_2)$, $(b_3 \underline{u}_{23} \underline{n}_3)$ et $(b_1 b_2 b_3)$ ont un point d’intersection commun.

5.3.3.3 Conditions géométriques de singularités parallèles

Soit Π_i les plans passant par les points B_i et définis par \mathbf{u}_{2i} et \mathbf{n}_i , $i = 1, 2, 3$, représentés en figure 5.10, c’est-à-dire définis par $\hat{\mathcal{F}}_{1i}^a$ et $\hat{\mathcal{F}}_i^c$, représentés en figure 5.11. Soit Π_4 le plan passant par les points B_1 , B_2 et B_3 (figure 5.11). L’équation (5.9) dégénère, c’est-à-dire le manipulateur parallèle 3-US est en configuration singulière parallèle, lorsque les plans Π_1 , Π_2 , Π_3 et Π_4 ont un point d’intersection commun. Par conséquent, pour le premier mode d’actionnement, le manipulateur parallèle 3-US est en configuration singulière lorsque le manipulateur parallèle est dans la configuration plane, puisque les quatre plans sont confondus.

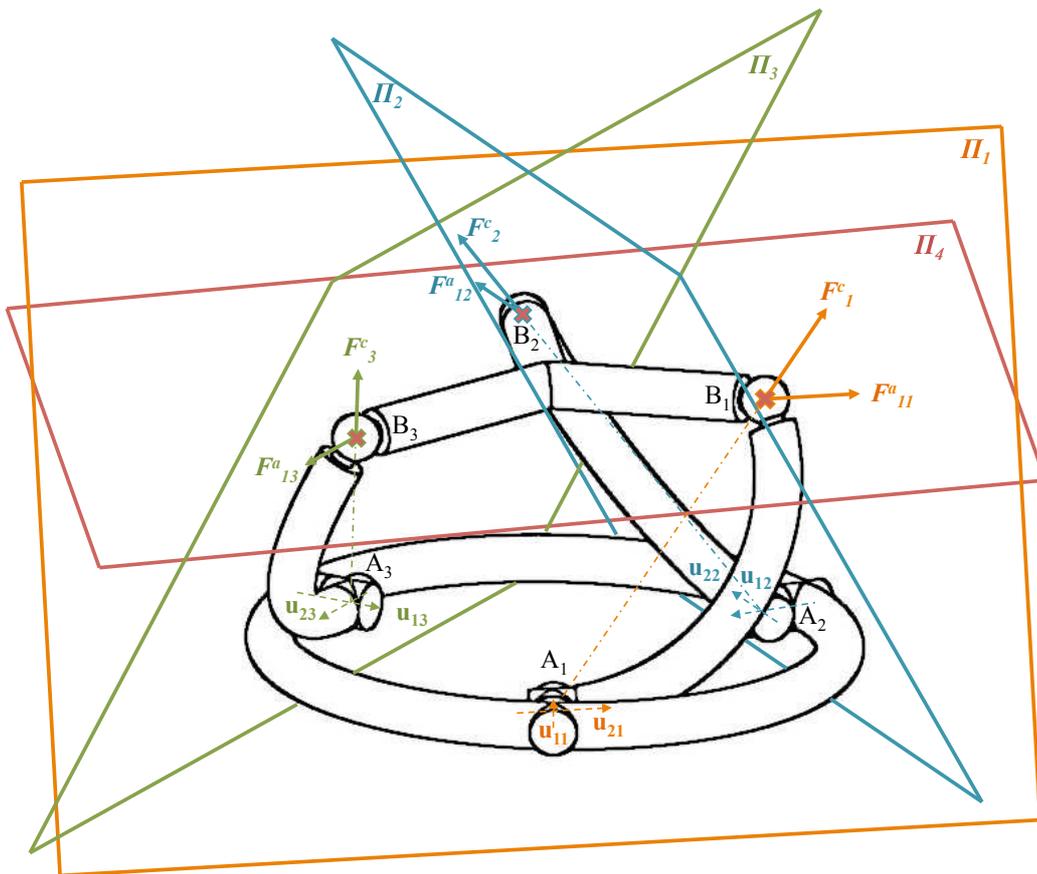


FIGURE 5.11 – Représentation des plans Π_1 , Π_2 , Π_3 et Π_4 .

5.3.4 Analyse des singularités pour les autres modes d'actionnement

Pour les deux premiers modes d'actionnement, l'outil numérique permet de simplifier l'expression du *superbracket* et donne les mêmes conditions géométriques pour lesquelles le manipulateur parallèle 3-US est en singularité. Pour le troisième, le quatrième et le cinquième mode d'actionnement, au niveau des liaisons sphériques, l'outil de calcul ne permet pas de simplifier l'expression du *superbracket*. Dans le cas de la configuration plane, qui nous intéresse pour la facilité de fabrication qu'elle offre, nous pouvons exploiter la théorie des vis pour déterminer les conditions de singularité. Ainsi, en configuration plane et d'après l'équation (5.7), le système d'efforts global du manipulateur parallèle 3-US devient un système d'ordre trois composé de six forces pures coplanaires et ce, quelque soit le mode d'actionnement, comme l'illustre la figure 5.12. Le manipulateur parallèle 3-US est en singularité dans la configuration plane, quel que soit le mode d'actionnement.

Il pourrait exister des configurations singulières hors plan qui présentent également un intérêt pour la conception de mécanismes compliants, comme les mécanismes compliants émergents par exemple. L'analyse complète des singularités pour ces modes d'actionnement est un volet qui reste à développer.

5.3.5 Degrés de mobilité gagnés pour les cinq modes d'actionnement

Le système des mouvements instantanés T_{3US} est réciproque au système d'efforts global W_{3US}^k , $k = 1, \dots, 5$. Dans la configuration plane, à actionneurs bloqués, c'est-à-dire même s'ils produisent un couple, le système des mouvements instantanés est d'ordre trois. Dans cette situation, le T_{3US} est défini par deux visseurs cinématiques de pas nuls d'axes non colinéaires et contenus dans le plan du manipulateur parallèle 3-US et d'un visseur cinématique de pas infini d'axe normal au plan du manipulateur parallèle 3-US. Or, un visseur cinématique de pas nul correspond à une rotation et un visseur cinématique de pas infini correspond à une translation. Ainsi, quel que soit le mode d'actionnement, le manipulateur parallèle 3-US gagne les trois mobilités instantanées RRP dans la configuration plane.

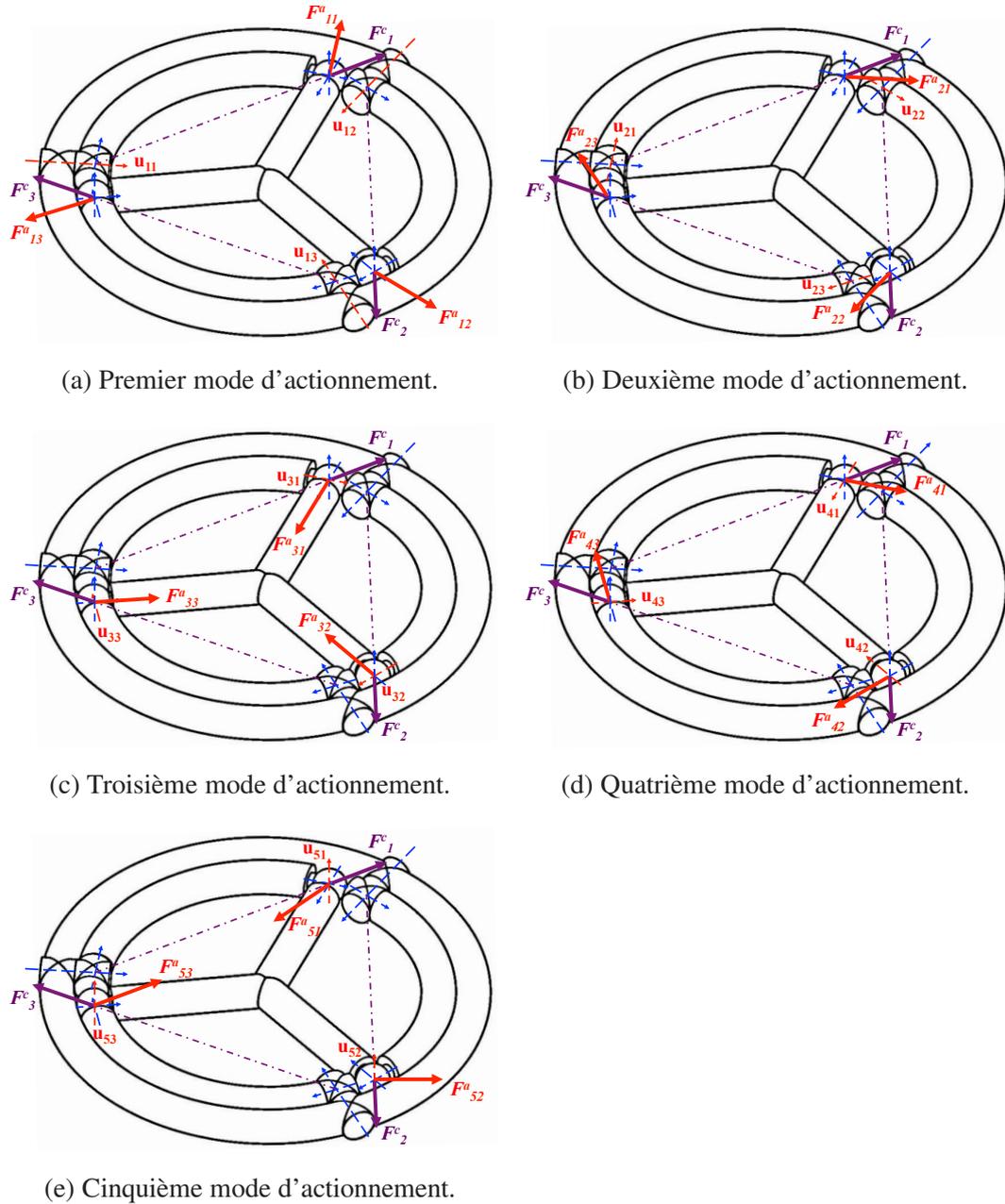


FIGURE 5.12 – Représentation des efforts d'actionnement et de contrainte du manipulateur parallèle 3-US qui sont tous coplanaires en configuration plane pour les cinq modes d'actionnement.

5.4 Conception du mécanisme compliant à trois mobilités RRP

5.4.1 Choix de l'architecture

Quel que soit le mode d'actionnement, le manipulateur parallèle 3-US gagne les trois mobilités RRP recherchées en singularité parallèle lorsqu'il est placé dans la configuration plane. Nous avons donc la liberté de choisir la liaison qui sera supprimée.

Une première remarque est que la réalisation d'une liaison sphérique n'est pas simple. En effet, elle peut être réalisée de deux manières. Une première solution consiste à réaliser la liaison sphérique compliant à partir d'un amincissement unique (figure 5.13 a et figure 5.13 b). La rigidité de ce type d'amincissement peut poser problème lorsque celui-ci est sollicité selon son axe de symétrie de révolution. Le comportement cinématique de ce type d'amincissement risque donc de s'éloigner du modèle de liaison rotule. Par ailleurs, la faible section minimale risque de conduire à des contraintes mécaniques élevées. Une seconde solution consiste à réaliser la liaison sphérique compliant à partir de trois liaisons pivots compliantes chacune ayant de meilleures propriétés de rigidité. La difficulté est alors de réaliser, dans une structure plane, trois liaisons compliantes dont les axes de rotation se coupent (figure 5.13 c). Il paraît donc intéressant de supprimer l'un des axes de rotation des liaisons sphériques afin de supprimer le problème de la conception des liaisons rotules et de ramener le problème à la réalisation de liaisons cardans compliantes.

[Xu 2006] a proposé une liaison cardan compliant intéressante mais qui est difficilement réalisable avec une machine à commande numérique conventionnelle et ne peut en aucun cas être réalisée dans le plan (figure 5.14a). [Tanik 2012] a proposé une liaison cardan compliant pouvant être usinée dans le plan, mais nécessitant d'être assemblée (figure 5.14b).

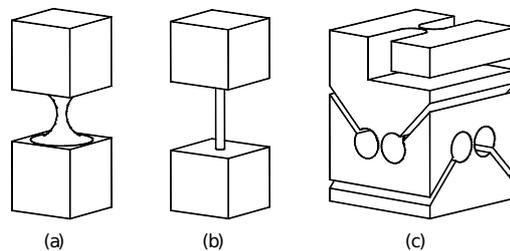
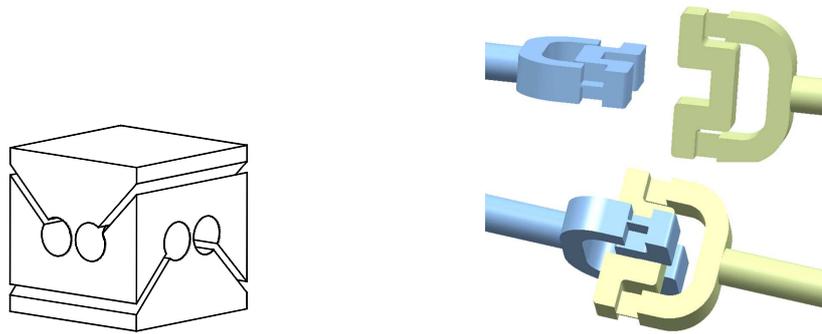


FIGURE 5.13 – Différentes possibilités de réaliser une liaison sphérique compliant.



(a) Liaison cardan compliant ne pouvant pas être réalisée dans un plan [Xu 2006]. (b) Liaison cardan compliant nécessitant un assemblage [Tanik 2012].

FIGURE 5.14 – Différentes possibilités de réaliser des liaisons cardans compliantes.

Dans notre cas, les liaisons cardans sont réalisées en agencant les liaisons pivot compliantes de manière à ce que leurs axes de rotation se coupent en A_i ou B_i selon la liaison cardan considérée. Pour la réalisation dans le plan de liaisons cardans compliantes, il nous apparaît plus aisé de supprimer la cinquième liaison de chaque jambe du manipulateur parallèle 3-US, la seule à avoir son axe de rotation normal au plan (\mathbf{u}_{5i} , figure 5.6). L'architecture 3-US devient alors de type 3-UU comme l'illustre la figure 5.15.

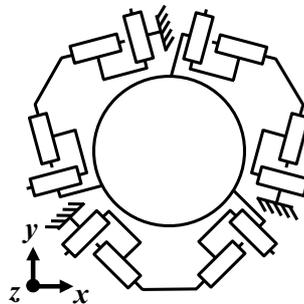


FIGURE 5.15 – Architecture cinématique du mécanisme 3-UU.

5.4.2 Conception préliminaire du mécanisme compliant

Le mécanisme représenté en figure 5.15 peut être réalisé comme un mécanisme compliant en remplaçant chaque liaison par une liaison compliant à amincissement localisé. Des amincissements circulaires, tels qu'employés dans le chapitre précédent, sont retenus.

Pour l'application considérée, le mécanisme 3-UU compliant ne peut être dimensionné finement qu'en considérant le couplage entre le comportement du mé-

canisme d'actionnement et la liaison sphérique. Afin de réaliser un prédimensionnement, nous pouvons considérer un chargement mécanique sur la structure compliant obtenue en supposant que les mécanismes d'actionnement et la liaison sphérique sont parfaits. En d'autres termes, avec une tige du stabilisateur de 250 mm et un bras de levier entre les deux mécanismes plans de 6 mm, il faut fournir au moins 210 N pour compenser les efforts cardiaques de 5 N. Cette valeur doit être majorée pour prendre en compte le fait que la rigidité du mécanisme 3-RRR, jouant le rôle de liaison sphérique, est non nulle. Nous choisissons de soumettre le mécanisme compliant 3-UU à un chargement de 300 N dans le plan du mécanisme, soit une majoration de 50 % de la valeur minimale nécessaire, ce qui semble relativement pénalisant.

La conception préliminaire du mécanisme 3-UU compliant est réalisée en s'appuyant sur un modèle numérique par éléments finis. Les dimensions des liaisons compliantes sont modifiées par une méthode de type essais-erreurs jusqu'à obtenir des déplacements dans le plan compatibles avec la tâche de stabilisation cardiaque active et des contraintes mécaniques en dessous de la limite de fatigue du matériau choisi dans les résultats de simulation numérique.

Le mécanisme 3-UU illustré en figure 5.16 permet d'avoir sous un chargement de 300 N, des contraintes mécaniques inférieures à 396 MPa ce qui est en dessous de la limite de fatigue de l'acier choisi qui s'élève à 550 MPa. Le déplacement dans le plan de l'effecteur du mécanisme 3-UU mesuré vaut 17 μm ce qui est faible par rapport au 1 mm qui doit être produit en bout de tige. Par rapport à la course maximale des actionneurs piézoélectriques retenus qui vaut 60 μm , cette valeur peut sembler élevée, mais peut être moins grande si le chargement auquel est soumis le mécanisme est plus faible que 300 N, une fois le mécanisme intégré. Le mécanisme 3-UU compliant possède ainsi un diamètre extérieur de ses jambes de quasiment 70 mm et une épaisseur de 5 mm. Les liaisons compliantes du mécanisme possèdent des épaisseurs minimales de 0.2 mm, une largeur de près de 15 mm et des amincissements circulaires de rayons 2 mm.

5.4.3 Analyse des mobilités du mécanisme 3-UU compliant

Afin de vérifier que le mécanisme 3-UU compliant possède bien les mobilités RRP voulues, une analyse par éléments finis avec ProMechanica est réalisée pour obtenir la matrice de compliance 6×6 qui lie les déplacements et les rotations au centre de l'effecteur $\mathbf{u} = [x; y; z; \theta_x; \theta_y; \theta_z]$ aux efforts $\mathbf{L} = [F_x; F_y; F_z; M_x; M_y; M_z]$ appliqués au centre de l'effecteur du mécanisme 3-UU compliant :

$$\mathbf{u} = \mathbf{C} \cdot \mathbf{L} \quad (5.10)$$

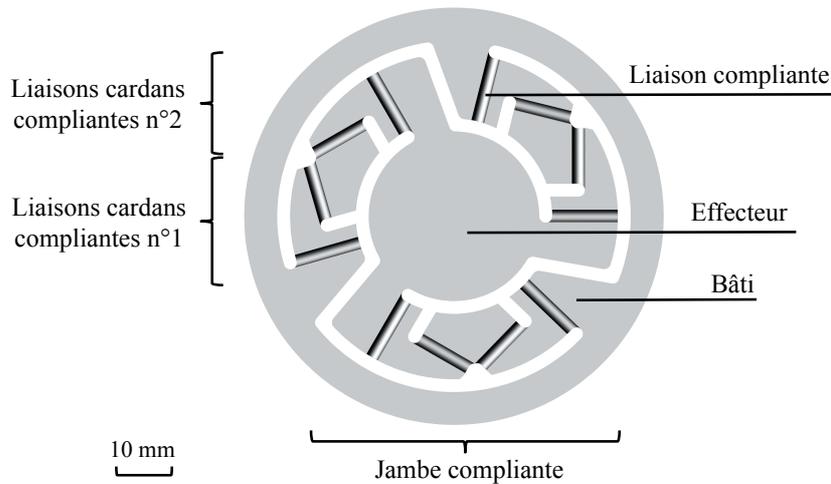


FIGURE 5.16 – Mécanisme 3-UU compliant.

avec

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{7.3e-5} & -2.5e-8 & -4.2e-8 & -3.4e-5 & 5.3e-8 & 1.4e-6 \\ 3.8e-8 & \mathbf{7.3e-5} & -2.7e-8 & -8.0e-6 & 9.0e-6 & 1.4e-6 \\ -1.1e-7 & -5.9e-8 & \mathbf{1.7e-2} & 4.1e-5 & 1.1e-4 & 1.2e-6 \\ -1.9e-6 & 0.0 & -8.7e-5 & \mathbf{1.4} & -6.0e-3 & 4.1e-5 \\ 0.0 & 1.5e-6 & -1.2e-5 & -8.4e-4 & \mathbf{1.4} & 3.0e-5 \\ 0.0 & -6.0e-8 & -9.6e-7 & 4.0e-6 & 0.0 & \mathbf{6.9e-3} \end{bmatrix} \quad (5.11)$$

La rigidité en translation selon l'axe normal au plan du mécanisme 3-UU compliant est environ 240 fois plus faible que celle selon les axes dans le plan. La rigidité en rotation autour de l'axe normal au plan du mécanisme 3-UU est environ 210 fois plus élevée que celle autour des axes dans le plan du mécanisme. Enfin, la matrice de compliance C peut être considérée comme numériquement symétrique. La figure 5.17 illustre la déformation du mécanisme compliant 3-UU lorsqu'il est soumis à trois forces pures dans les trois directions. La figure 5.17 illustre la déformation du mécanisme compliant 3-UU lorsqu'il est soumis aux trois couples selon les trois directions. Le mécanisme 3-UU compliant présente bien des propriétés de rigidité en accord avec les mobilités RRP recherchées.

5.5 Intégration et évaluation préliminaire d'un nouveau stabilisateur

Dans le présent chapitre ainsi que dans le chapitre précédent, nous avons mis en place les éléments compliants nécessaires à la réalisation de la liaison sphérique

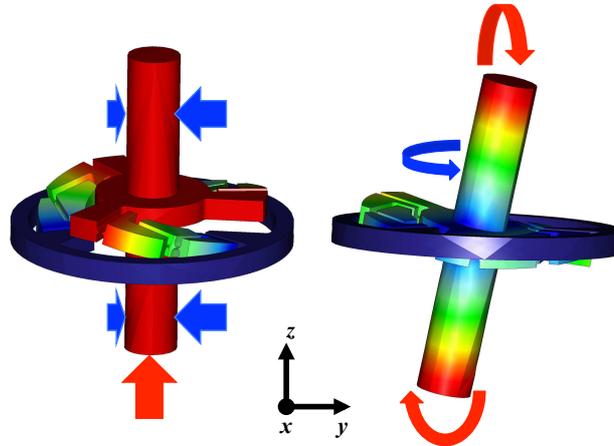


FIGURE 5.17 – Analyse par éléments finis des mobilités RRP.

et du mécanisme de couplage, introduits en section 4.5 et ici. Nous avons prédimensionné ces éléments, sans pouvoir aller plus loin au niveau de l'intégration, car pour une structure compliant, seule l'analyse simultanée des mécanismes va permettre de dimensionner le système et d'évaluer ses performances.

Nous nous penchons maintenant sur la conception du mécanisme d'actionnement, plus classique dans sa structure cinématique, pour pouvoir disposer de premiers résultats sur le niveau de performances du stabilisateur envisagé.

5.5.1 Choix d'un mécanisme d'actionnement

Pour l'actionnement en translation, nous envisageons d'utiliser le manipulateur plan 3-PRR modifié en bloquant un actionneur afin d'obtenir une architecture 2-PRR 1-RR. La configuration retenue pour ce mécanisme est représentée en figure 5.18.

Les actionneurs piézoélectriques sont situés en A_1 et A_2 . Comme il s'agit d'un mécanisme compliant fonctionnant pour des petits déplacements autour d'une configuration donnée, la matrice jacobienne permet de modéliser la loi entrée-sortie du mécanisme entre les actionneurs et le point O_2 de la plate-forme.

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ \theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ \frac{-\sqrt{2}}{2B_3O_2} & \frac{\sqrt{2}}{2B_3O_2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \end{pmatrix} \quad (5.12)$$

avec q_1 et q_2 les élongations des actionneurs piézoélectriques et x , y et θ la position et l'orientation de l'effecteur.

Dans la configuration retenue, et pour de petits déplacements, les mouvements

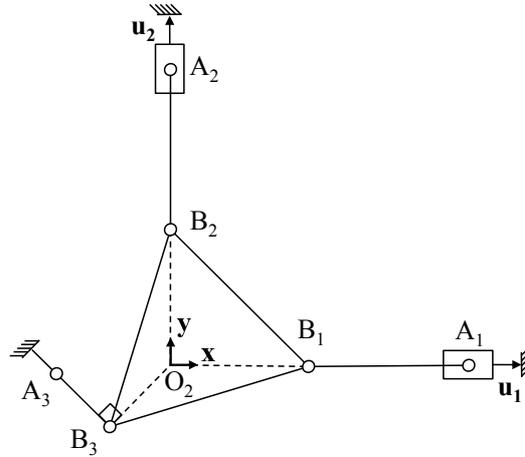


FIGURE 5.18 – Configuration retenue pour le mécanisme d'actionnement 2-PRR 1-RR

sont découplés et la transmission entre les actionneurs et le centre de l'effecteur est directe. Lorsque les deux actionneurs imposent des déplacements d'amplitudes différentes, l'effecteur subit une rotation autour de O_2 , dont l'amplitude dépend de la longueur B_3O_2 . La longueur B_3O_2 étant très grande comparée à l'élongation des actionneurs piézoélectriques, cette rotation est très faible et peut être négligée.

5.5.2 Intégration des mécanismes 3-RRR et 3-UU compliant

L'intégration du mécanisme compliant 3-UU, proposée précédemment, et du mécanisme compliant d'orientation 3-RRR, introduit au chapitre précédent, nous conduit à l'assemblage illustré en figure 5.19.

Le mécanisme 3-UU n'a été prédimensionné précédemment que pour supporter les contraintes mécaniques induites par l'actionnement. Afin de dimensionner l'ensemble 3-UU et 3-RRR, le mécanisme d'actionnement est considéré comme étant parfait et nous recherchons la géométrie des mécanismes qui permette de disposer de performances compatibles avec le besoin de stabilisation. Les efforts des actionneurs sont alors appliqués directement sur le mécanisme 3-UU compliant de l'assemblage illustré en figure 5.19. Nous choisissons d'utiliser un actionneur $P-007.40$ (*Physik Instrumente*) de diamètre 7 mm permettant d'avoir une course de $60 \mu m$ à vide. Ces actionneurs piézoélectriques produisent un effort F_P (en N) qui décroît en fonction de leur élongation e_p :

$$F_P = 1150 - 19 \times e_p \tag{5.13}$$

avec e_p en μm .

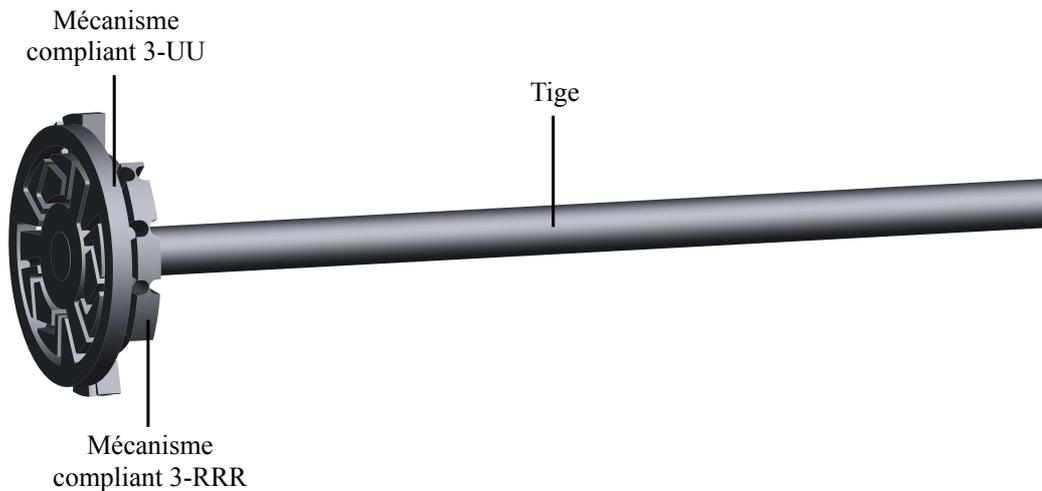


FIGURE 5.19 – Assemblage des mécanismes compliants 3-RRR et 3-UU pour un prédimensionnement du mécanisme 3-UU.

Un chargement de ce type est appliqué sur le mécanisme 3-UU compliant dans la simulation. À l'extrémité de la tige, un effort de 5 N représentant l'action du cœur est simultanément appliqué. Après dimensionnement, il est possible de disposer d'un déplacement en bout de tige de 0,9 mm, avec des contraintes mécaniques maximales de 480 MPa dans l'assemblage, comme le montrent les figures 5.20 et 5.21.

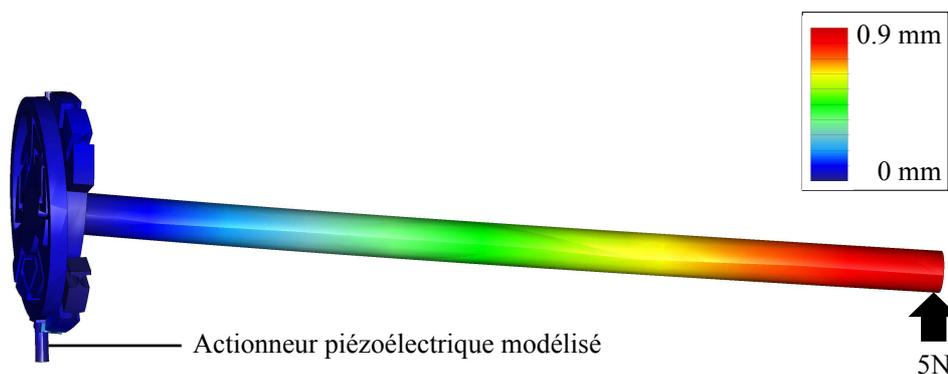


FIGURE 5.20 – Analyse préliminaire par éléments finis des déplacements pouvant être obtenus dans le mécanisme 3-UU.

Nous pouvons ici faire deux remarques. Premièrement, les mécanismes 3-RRR et 3-UU compliants présentent de bonnes rigidités dans le plan, malgré les efforts élevés auxquels ils sont soumis du fait du grand facteur d'amplification (environ

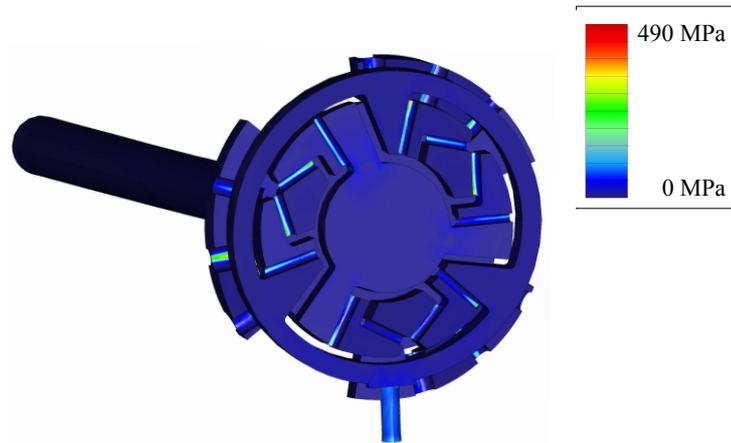


FIGURE 5.21 – Analyse préliminaire par éléments finis des contraintes mécaniques dans le mécanisme 3-UU.

36). Deuxièmement, le mécanisme compliant 3-RRR a été optimisé pour supporter, dans la pire configuration, des contraintes sous la limite de fatigue de 550 MPa. La valeur de contrainte mécanique maximale obtenue dans l'assemblage est donc en accord avec les résultats obtenus dans le chapitre précédent.

À ce stade du dimensionnement, nous pouvons par conséquent dire que le mécanisme 3-UU compliant présente des performances mécaniques et cinématiques encourageantes pour un dispositif de compensation pour la stabilisation cardiaque active pouvant être fabriqué dans des plans. Comme le mécanisme d'actionnement a été simplement modélisé par un actionneur piézoélectrique, nous allons donc maintenant considérer l'ensemble du dispositif.

5.5.3 Intégration et évaluation du mécanisme de compensation complet

Dans cette sous-section, nous présentons une réalisation possible du mécanisme de compensation, comprenant le mécanisme 3-RRR optimisé dans le chapitre précédent, le mécanisme 3-UU présenté dans ce chapitre et le mécanisme compliant d'actionnement, introduit dans la sous-section précédente.

Le mécanisme compliant 3-RRR est réalisé dans le premier plan (figure 5.1). Comme ce mécanisme est le seul à devoir être fabriqué dans ce plan, on ajoute les compartiments pour les actionneurs piézoélectriques afin de réduire au maximum l'encombrement, comme l'illustre la figure 5.22b. Les actionneurs piézoélectriques compatibles avec les dimensions du mécanisme de compensation envisagé et qui ont les performances requises sont donc les actionneurs $P - 007.40$ cités précédemment, de diamètre 7 mm et longueur 54 mm. Comme le mécanisme de

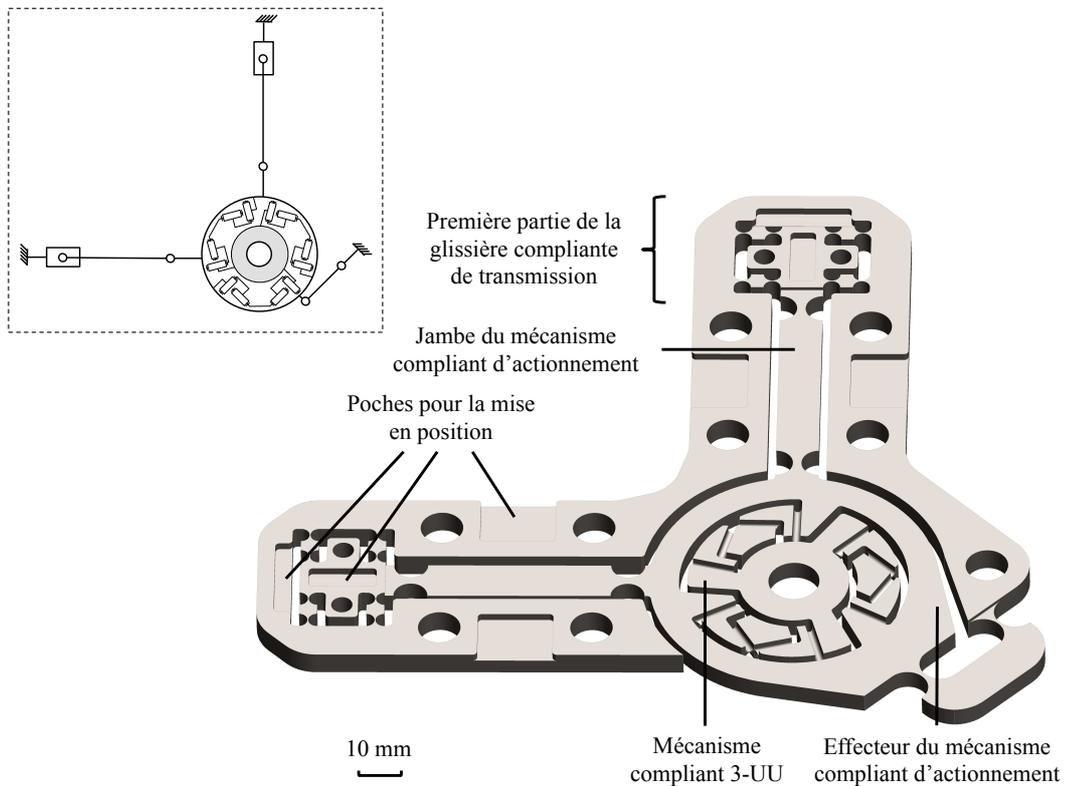
transmission de l'actionnement se situe dans le second plan (figure 5.1) et les actionneurs sont placés dans le premier plan, il faut coupler les deux plans, ce qui est fait au moyen de liaisons glissières compliantes présentes dans les deux plans. Afin de réaliser une transmission qui ne repose pas sur les vis, le positionnement entre les deux glissières est réalisé par pénétration rectangulaire et le maintien en position est réalisé par un ensemble vis-écrou. Cette solution d'encastrement est également envisagée pour l'assemblage des deux parties composant le mécanisme de compensation. Dans le second plan, le mécanisme compliant 3-UU est intégré à l'effecteur du mécanisme d'actionnement, comme l'illustre la figure 5.22b. Ces deux mécanismes sont usinés de façon à laisser un espace à la première structure plane usinée et à ainsi éviter les frottements.

Le mécanisme assemblé avec ses actionneurs est illustré en figure 5.23 et, en vue éclatée, en figure 5.24.

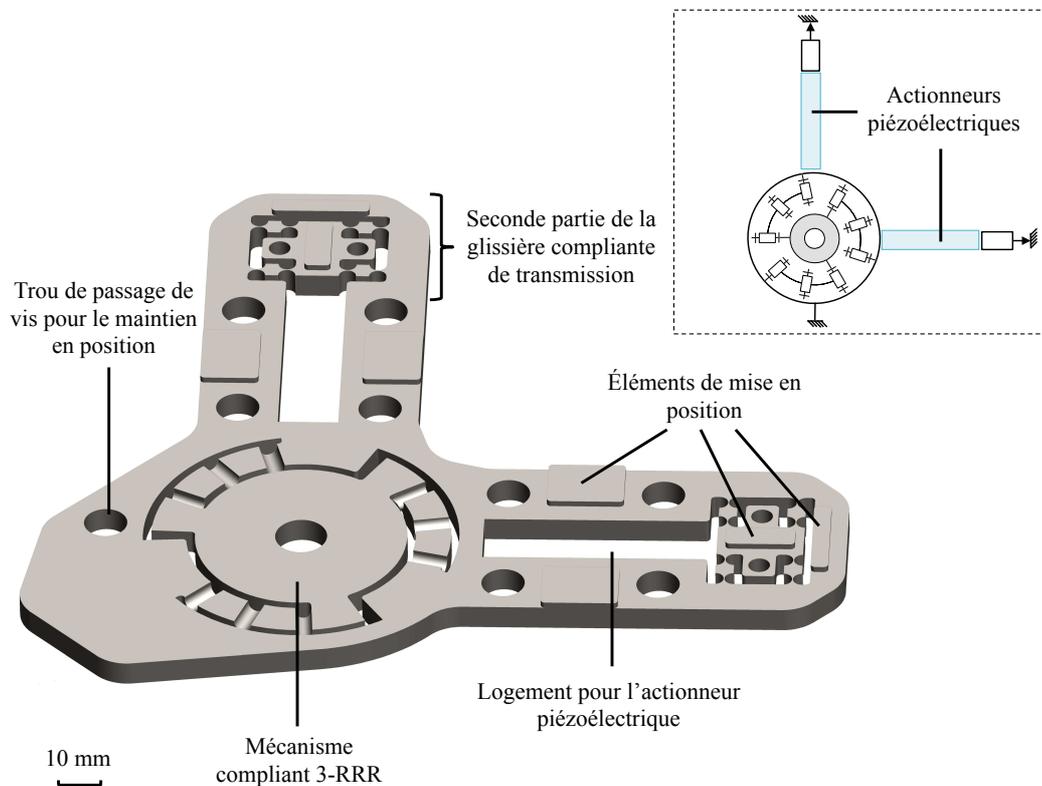
Ce dispositif est également prédimensionné par une méthode par essais et erreurs, au moyen de l'outil d'analyse par éléments finis Pro/Mechanica. Un seul des deux actionneurs est actionné et l'effort cardiaque est de nouveau simulé par un effort de 5 N en bout de tige. Selon les déplacements obtenus en bout de tige et les contraintes mécaniques dans les liaisons, on peut par exemple agir sur les épaisseurs des liaisons compliantes des mécanismes 3-UU et d'actionnement. On peut également modifier le facteur d'amplification en jouant sur la distance qui sépare les deux plaques, ce qui permet de jouer également sur l'épaisseur des deux plaques. Par conséquent, la modification de l'épaisseur de la plaque contenant le mécanisme d'actionnement, modifie sa raideur.

Nous arrivons ainsi à obtenir un déplacement en bout de tige de 0.7 mm (figure 5.25) et des contraintes mécaniques maximales dans le mécanisme de l'ordre de 440 MPa (figure 5.26) ce qui est 100 MPa en dessous de la limite de fatigue du matériau. Ce dispositif de compensation est près de quatre fois moins encombrant que celui du *Cardioloock II* puisque celui-ci présente un encombrement de 96 mm × 160 mm × 120 mm contre 15 mm × 190 mm × 170 mm. La mise en évidence de la réduction de l'encombrement est illustrée en figure 5.27. Un autre agencement des actionneurs du nouveau dispositif permettrait de réduire davantage son encombrement. On pourrait envisager de placer les actionneurs dans un troisième plan dans une configuration proche de celle retenue dans le *Cardioloock II* pour l'actionnement des liaisons compliantes.

À ce stade, les résultats sont donc très encourageants concernant le niveau de performances que l'on peut atteindre avec une telle solution et, moyennant une phase d'optimisation, il doit être possible d'atteindre les valeurs formulées initialement pour le déplacement en bout de tige.



(a) Plan contenant le mécanisme compliant 3-UU et le mécanisme compliant d'actionnement.



(b) Plan contenant le mécanisme d'orientation compliant 3-RRR.

FIGURE 5.22 – Les deux structures pouvant être fabriquées dans un plan réalisant le mécanisme de compensation.

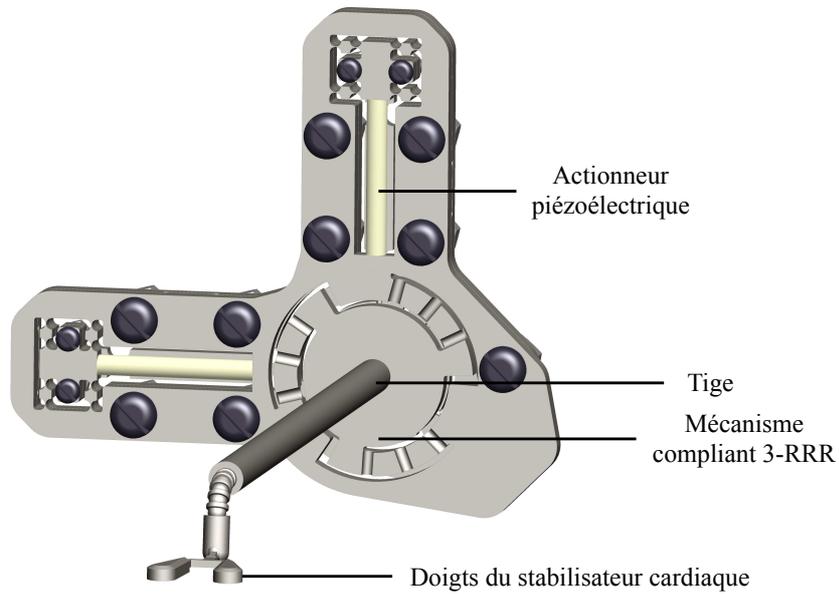


FIGURE 5.23 – Mécanisme de compensation réalisé à partir de mécanismes pouvant être fabriqués dans un plan.

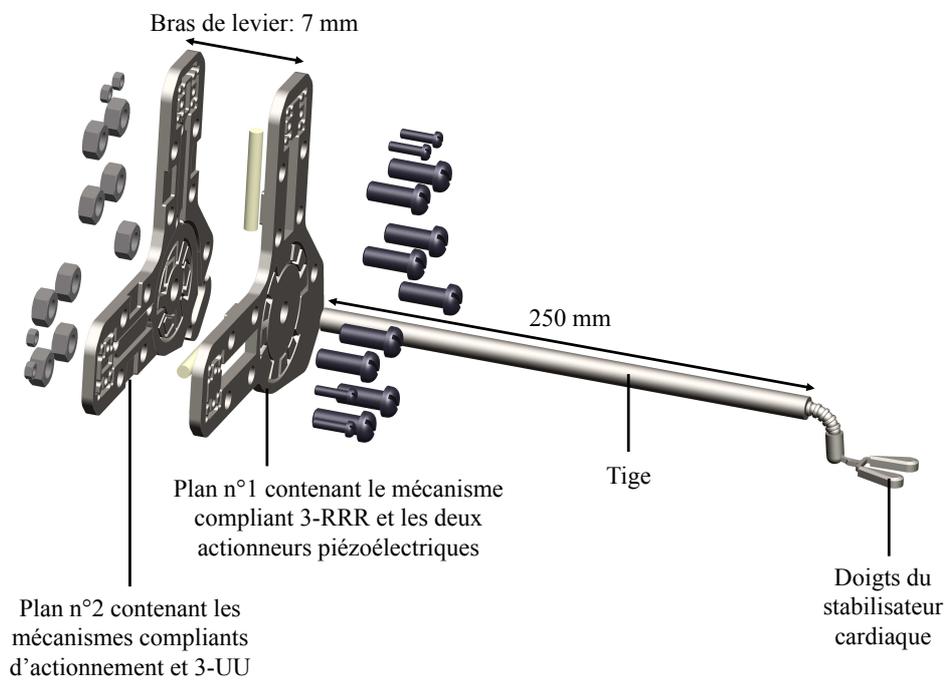
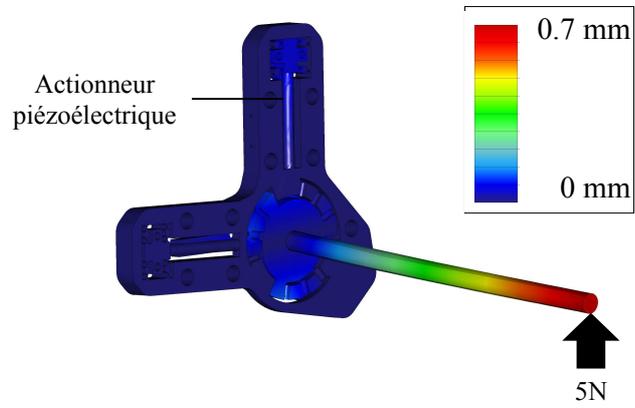
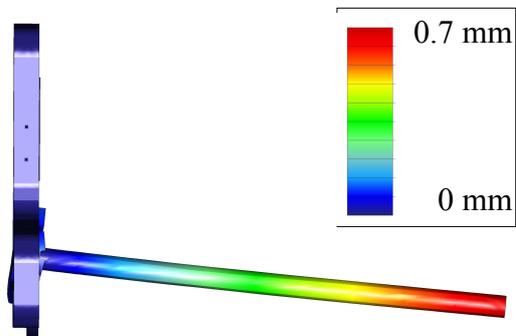


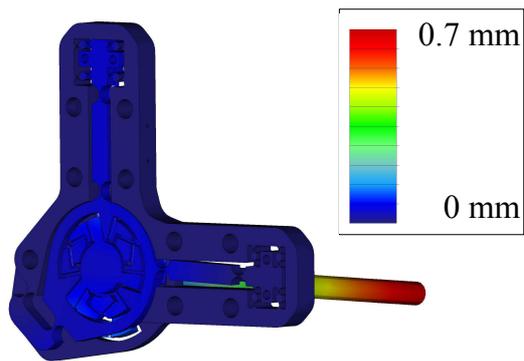
FIGURE 5.24 – Vue éclatée du dispositif.



(a) Vue avant.



(b) Vue de côté.



(c) Vue arrière.

FIGURE 5.25 – Actionnement de la tige par le mécanisme de compensation.

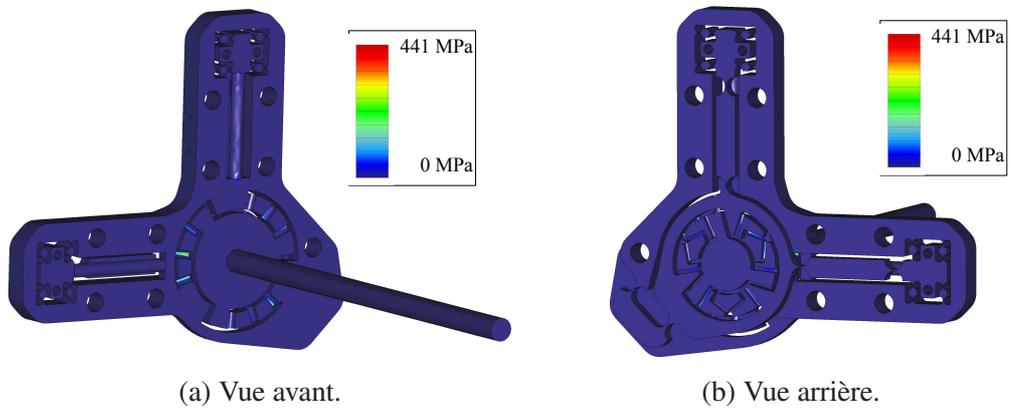


FIGURE 5.26 – Contraintes mécaniques dans le mécanisme de compensation.

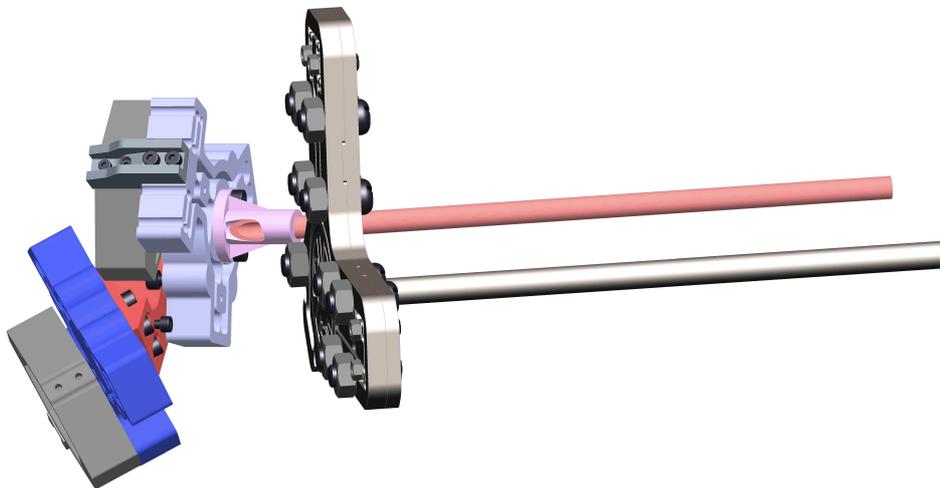


FIGURE 5.27 – Mise en évidence de la réduction de l'encombrement offert par le nouveau dispositif par rapport au *Cardiolock II*.

5.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons proposé une démarche de conception de mécanismes compliants pouvant être fabriqués dans le plan à partir de l'analyse de singularités de manipulateurs parallèles. L'intérêt de cette méthode est la possibilité de générer, à partir d'une unique architecture de manipulateur parallèle, autant d'architectures de mécanismes compliants que les possibilités de modes d'actionnement de ce manipulateur présentant des singularités de type 2. Cette démarche permet donc de réaliser des architectures non triviales de mécanismes compliants.

Dans le cadre de la stabilisation cardiaque active, nous avons proposé un mécanisme compliant pouvant être fabriqué dans le plan et qui possède les mobilités RRP voulues. Nous avons ensuite présenté le dispositif complet, auquel nous avons intégré le mécanisme d'orientation de la tige, développé au chapitre précédent, ainsi que le mécanisme d'actionnement. Un premier prédimensionnement donne des résultats encourageants et suggère qu'une optimisation permettrait d'atteindre les performances requises pour la stabilisation cardiaque active.

Du point de vue médical, l'approche consistant à réaliser un mécanisme compliant actif à base de structures planes s'avère être performante pour la réduction de l'encombrement. Du point de vue des mécanismes compliants, l'utilisation de la singularité parallèle pour la conception de mécanismes compliants est originale et donne des résultats très intéressants.

CHAPITRE 6

Conclusion

Dans ce travail de recherche, nous avons abordé le problème de la conception de mécanismes compliants pour la robotique chirurgicale. Le contexte de la chirurgie cardiaque, et plus particulièrement la conception d'un stabilisateur cardiaque actif, ont servi de support au cours de ce travail.

Dans le premier chapitre, nous avons présenté les différentes approches envisageables pour la réalisation d'un stabilisateur cardiaque actif. La solution qui nous a semblé la plus pertinente est celle qui utilise un système de compensation basé sur des mécanismes compliants et des actionneurs piézoélectriques montés en partie proximale du stabilisateur cardiaque. La solution proposée jusqu'alors manque sensiblement de compacité. Deux solutions ont donc été proposées pour y remédier. La première consiste à intégrer le mécanisme de compensation dans la tige du stabilisateur et la seconde consiste à réduire la taille du mécanisme en amont de la tige en assemblant des mécanismes compliants fabriqués dans un plan. Nous avons alors souligné que ces deux approches amènent à nous interroger sur le choix d'une méthode de conception de mécanismes compliants dont la compacité et la complexité tendent à augmenter dans le domaine de la robotique chirurgicale. Une méthode de conception en trois étapes a été retenue et appliquée dans les différents chapitres de cette thèse : sélection d'une architecture de mécanisme à corps rigides aux propriétés cinématiques intéressantes, modélisation du mécanisme compliant correspondant, et optimisation.

Dans le deuxième chapitre, nous nous sommes intéressés, dans le contexte applicatif, à l'approche consistant à intégrer un mécanisme de compensation dans la tige du stabilisateur cardiaque, ainsi qu'à l'étape d'optimisation dans le cycle de conception. Même pour une architecture simple, le problème d'optimisation est très contraint. De nombreuses contraintes géométriques liées aux conditions d'intégration et de fabrication apparaissent. Elles sont généralement non-linéaires, et nécessitent de choisir un outil d'optimisation adapté. Nous avons proposé dans ce travail de thèse une méthode d'optimisation qui s'inspire des algorithmes de colonies de fourmis. L'avantage de cet algorithme réside dans le faible nombre de paramètres internes à régler et sa robustesse par rapport au réglage de ces paramètres. La méthode d'optimisation a été appliquée pour la conception d'un mécanisme de compensation intégré directement dans la tige, composé de deux mécanismes à architecture quatre barres placés en série. Le choix du mécanisme quatre barres ainsi que sa modélisation par des corps pseudorigides, permettant de le décrire par un jeu

de paramètres géométriques, ont d'abord été détaillés. Les deux jeux de paramètres géométriques associés aux mécanismes ont ensuite été optimisés avec l'algorithme proposé. Les modèles de ces mécanismes optimisés ont ensuite été confrontés à des modèles par éléments finis. Les résultats sont très satisfaisants. Enfin, un prototype à l'échelle deux a été réalisé et a conduit à des résultats expérimentaux très pertinents en termes de précision de prédiction des modèles employés, ce qui a permis de conforter l'interprétation des résultats obtenus pour le dispositif à deux degrés de liberté, la pertinence de l'approche et le choix de la méthode de conception.

Dans les troisième et quatrième chapitres, nous avons étudié, dans le contexte applicatif, la conception d'un mécanisme de compensation en amont de la tige, qui s'appuie sur l'assemblage de structures compliantes fabriquées dans le plan. L'intérêt de l'approche va au-delà du contexte du stabilisateur actif : les technologies de fabrication dans le plan sont nombreuses et maîtrisées. Il est donc envisageable de réaliser des mécanismes compliantes pour la chirurgie de manière originale en adoptant cette voie. Pour des raisons de rigidité, l'emploi d'architectures parallèles compliantes a été privilégié. Cependant, ces architectures ont souvent des propriétés particulières sur le plan cinématique, avec la présence de singularités. Nous avons d'abord analysé s'il est possible de les éviter tout en fabriquant dans le plan : c'est l'objet du chapitre 4. Dans le chapitre 5, nous choisissons, à l'inverse, d'essayer de profiter des propriétés en singularité pour définir de nouveaux mécanismes compliantes.

Pour le stabilisateur, une décomposition en deux plans du mécanisme de compensation a été proposée. Une architecture cinématique compatible avec cette décomposition permettant de tirer profit de la géométrie oblongue de la tige a alors été introduite. Deux liaisons sont particulièrement délicates à réaliser sous forme compliantes et dans des plans : la liaison sphérique pour l'orientation de la tige et le mécanisme de couplage, entre la tige et le mécanisme d'actionnement, composé d'une liaison cardan et d'une liaison glissière.

Dans le troisième chapitre, nous avons proposé, pour la fabrication dans le plan d'une liaison sphérique compliantes, une démarche de conception qui exploite le voisinage de la configuration singulière d'un manipulateur parallèle 3-RRR. En plaçant ce manipulateur dans une configuration légèrement en dehors de la singularité, il a été possible de modéliser le comportement du manipulateur, tout en conservant une configuration permettant une fabrication dans le plan. En effet, cette configuration nécessite uniquement de modifier légèrement la position des liaisons dans la matière lors de la fabrication. Le mécanisme 3-RRR compliantes a donc pu être modélisé et son optimisation a été faite avec l'algorithme de colonie de fourmis. Cette approche de conception a permis de concevoir et de prédimensionner un mécanisme compliantes pour l'orientation de la tige qui soit compatible avec une fabrication dans le plan et qui possède des propriétés de rigidité intéressantes.

Dans le quatrième chapitre, nous avons proposé une démarche de conception

pour la fabrication de mécanismes compliants dans le plan qui tire profit de la singularité des manipulateurs parallèles. En effet, dans certaines configurations singulières, le manipulateur parallèle gagne un ou plusieurs degrés de mobilité de façon instantanée. Comme les mécanismes compliants fonctionnent ici autour d'une configuration donnée, cette perte de rigidité locale a été exploitée pour proposer, à partir d'une même architecture de manipulateur parallèle, plusieurs architectures de mécanismes compliants. Nous nous sommes intéressés, dans ce chapitre, à la conception d'un mécanisme compliant pouvant être fabriqué dans le plan et ayant les degrés de mobilités d'une liaison cardan et d'une liaison glissière. Le manipulateur 3-US présente localement et dans la configuration plane ces degrés de mobilités. Afin de déterminer si ce manipulateur est également en singularité dans cette configuration, nous avons appliqué, en collaboration avec l'IRCCyN, une méthode d'analyse des singularités basée sur l'utilisation de la théorie des visseurs et de l'algèbre de Grassmann-Cayley. À partir de l'analyse des singularités du manipulateur 3-US, nous avons pu établir cinq architectures de mécanismes compliants. L'architecture la plus simple à concevoir a été retenue. Ses propriétés de rigidité ont été étudiées au moyen d'une modélisation par éléments finis et les résultats obtenus confirment que l'on a bien un mécanisme compliant ayant les degrés de mobilités voulus. Ce mécanisme a ensuite été prédimensionné avec une méthode essais-erreurs en prenant en compte le mécanisme d'orientation et la tige du stabilisateur. Les performances obtenues étant encourageantes, le dispositif de compensation complet, fabriqué à partir de plans, a été présenté et prédimensionné. Les performances obtenues sont très intéressantes et laissent envisager qu'une nouvelle génération de stabilisateurs très compacts et aussi efficaces que la génération actuelle puisse être proposée.

À ce stade, les deux solutions pour miniaturiser le mécanisme de compensation ont présenté des performances intéressantes. D'un point de vue médical, la première approche proposée a permis de réduire de façon significative l'encombrement du mécanisme de compensation. Cette solution permet de donner une idée des performances auxquelles on peut s'attendre pour une intégration d'un dispositif actif dans une tige d'outil chirurgical. Des outils chirurgicaux nécessitant de grandes dynamiques et de la précision, tels que pour la compensation des tremblements de la main peuvent par exemple s'appuyer sur cette solution. La seconde approche consistant à fabriquer des mécanismes compliants dans le plan permet de simplifier la fabrication et donc d'en réduire le coût. Cet aspect est particulièrement pertinent dans le domaine médical où le coût global des soins doit rester maîtrisé. De plus, une fabrication dans le plan permet d'envisager des mécanismes compliants ayant plusieurs degrés de mobilité beaucoup plus compacts et très précis. Ils peuvent intervenir dans les articulations de robots chirurgicaux afin de favoriser leur intégration dans la salle d'opération.

Du point de vue de la conception de mécanismes compliants, ce travail traite de

chacune des trois phases de la méthode de conception retenue. La sélection d'un mécanisme a été approfondie dans le dernier chapitre, dans lequel nous proposons de générer plusieurs architectures de mécanismes compliants à partir de l'analyse des singularités d'un seul et même manipulateur parallèle. La modélisation et les difficultés engendrées par les configurations singulières des manipulateurs parallèles ont été étudiées dans le troisième chapitre. L'optimisation a été étudiée dans le deuxième chapitre avec le développement d'un algorithme de colonies de fourmis dédié à l'optimisation de mécanismes compliants permettant d'obtenir facilement de bons résultats. Il a été appliqué à deux mécanismes compliants différents avec le même réglage des paramètres internes sans avoir été mis en défaut.

À ce stade du travail de thèse, le dispositif de stabilisation cardiaque réalisé à partir de mécanismes compliants fabriqués dans un plan nécessite d'être optimisé. D'une part, le mécanisme de couplage compliant développé au dernier chapitre nécessite d'être modélisé. Les travaux d'Alexandr Klimchik de l'IRCCyN sur la modélisation des rigidités des manipulateur parallèles en singularité permettront d'exprimer de façon littérale la matrice de rigidité du mécanisme 3-UU compliant en fonction des paramètres géométriques. Cette matrice pourra alors être directement optimisée afin de maximiser les rigidités en translation et minimiser les rigidités en rotation. D'autre part, l'analyse complète des singularités pour les trois derniers modes d'actionnement doit être finalisée.

D'un point de vue général, il pourrait être intéressant de développer un outil de conception systématique de mécanismes compliants basé sur cette méthode d'analyse des singularités utilisant la théorie des visseurs et l'algèbre de Grassmann-Cayley. De plus, une évolution de la démarche de conception des mécanismes compliants fabriqués dans le plan pourrait consister à extraire ces mécanismes de la configuration plane pour fonctionner autour d'une autre configuration. Cette approche implique, d'une part, d'identifier un processus pour l'extraction et, d'autre part, une modélisation du mécanisme ayant subi la déformation. Cette approche de conception est particulièrement intéressante pour la microfabrication, souvent limitée à cette stratégie de fabrication. La principale extension de ce travail s'articule donc autour de la modélisation des mécanismes compliants sortis du plan, qui devrait permettre de nouvelles perspectives dans le domaine de la conception de mécanismes pour la robotique chirurgicale et également des microsystèmes.

Listes des publications

Revue internationale avec comité de lecture

1. L. Rubbert, P. Renaud, W. Bachta, J. Gangloff, *Compliant mechanisms for an active cardiac stabilizer : lessons and new requirements in the design of a novel surgical tool*, Mechanical Sciences, pp. 119–127, Vol. 2, Num. 1. Numéro spécial dans le cadre du Second Symposium sur les Mécanismes Compliant, CoMe2011, IFToMM/ASME, Delft, Pays-Bas.

Conférences internationales avec comité de lecture

1. L. Rubbert, S. Caro, P. Renaud, J. Gangloff, *A Planar RRP Compliant Mechanism based on the Singularity Analysis of a 3-US Parallel Mechanism*, Springer (Éds.) 2012, chapitre de livre dans *Advances in Robot Kinematics*, Innsbruck, Autriche, juin 2012.
2. L. Rubbert, P. Renaud, J. Gangloff, *Design and optimization for a cardiac active stabilizer based on planar parallel compliant mechanisms*, ASME (Éds.) 2012, 11th biennial conference on Engineering Systems Design and Analysis, Nantes, France, juillet 2012, à paraître.
3. L. Rubbert, P. Renaud, J. Gangloff, *A design method based on ant colony optimization for compliant mechanisms : introduction and application to a surgical tool*, ASME, International Design Engineering Technical Conferences, Chicago, USA, août 2012, à paraître.

Autres communications

1. Participation en session poster à la Journée des Jeunes Chercheurs en Robotique, L. Rubbert, P. Renaud, W. Bachta, J. Gangloff, *Stabilisation robotisée pour la chirurgie des coronaires*, 8 novembre 2010, aux Cordeliers, Paris.
2. Participation en session poster au Colloque Ingénierie et STIC pour la santé, L. Rubbert, P. Renaud, W. Bachta, J. Gangloff, *Compliant mechanism for an active cardiac stabilizer*, 6 et 7 mars 2012, Mines et Telecom, Paris.
3. Présentation des travaux de thèse lors de la journée du Groupe de Travail en Robotique et Santé, L. Rubbert, P. Renaud, J. Gangloff, *Conception de mécanismes compliant pour la robotique chirurgicale*, 30 mai 2012, Institut des Systèmes Intelligents et de Robotique, Paris, France.

Prédimensionnement du mécanisme de levier

Le prédimensionnement du mécanisme de type levier permet de rendre compte de l'amplification nécessaire en fonction de l'actionneur piézoélectrique choisi. L'actionneur piézoélectrique se comporte comme un ressort actif. En effet, il s'allonge proportionnellement à la tension qu'on lui applique, tandis que l'effort produit décroît linéairement :

$$F_P = F_{P0} - K_P \times e_P \quad (\text{A.1})$$

avec F_P l'effort produit par l'actionneur piézoélectrique, de raideur K_P , d'élongation e_P et d'effort bloqué F_{P0} proportionnel à la tension appliquée.

L'expression du facteur d'amplification A d'un mécanisme de type levier parfait (raideur nulle dans la liaison) vaut :

$$A = \frac{F_P}{F_C} = \frac{s}{e_P} = \frac{l_C}{l_P} \quad (\text{A.2})$$

avec F_C l'effort cardiaque, l_C et l_P les longueurs des bras de levier côté cœur et côté actionneur piézoélectrique et s le déplacement produit en sortie de mécanisme.

En combinant la loi d'évolution de l'effort produit par l'actionneur piézoélectrique exprimée à l'équation A.1 à celle du mécanisme d'amplification et en tenant compte de la raideur de la liaison compliant, on peut aisément réaliser un prédimensionnement en résolvant l'équation :

$$F_{P0} - K_P \times e_P = (F_C + M_L \times l_P) \times \frac{s}{e_P} \quad (\text{A.3})$$

avec M_L le moment résistant généré par la déformation de la liaison compliant pouvant être exprimé en fonction de sa raideur K_L , elle-même définie par sa géométrie :

$$M_L = K_L \times \theta_L = K_L \times \sin\left(\frac{e_P}{l_P}\right) = K_L \times \frac{e_P}{l_P} \quad (\text{A.4})$$

On obtient finalement :

$$F_{P0} - K_P \times e_P = (F_C + K_L \times e_P) \times \frac{s}{e_P} \quad (\text{A.5})$$

Comme nous cherchons à prédimensionner le mécanisme, il est plus intéressant de déterminer le facteur d'amplification A en divisant l'équation ci-dessus par s , le déplacement voulu qui est connu :

$$\frac{F_{P0}}{s} - \frac{K_P}{A} = A \times \frac{F_C}{s} + K_L \quad (\text{A.6})$$

On doit donc résoudre :

$$0 = \frac{F_C}{s} \times A^2 + \left(K_L - \frac{F_{P0}}{s} \right) \times A + K_P \quad (\text{A.7})$$

On obtient deux solutions A_1 et A_2 :

$$A_{1,2} = \frac{F_{P0} - s \times K_L \pm s \times \sqrt{\Delta}}{2 \times F_C} \quad (\text{A.8})$$

avec

$$\Delta = \left(K_L - \frac{F_{P0}}{s} \right)^2 - 4 \times \frac{F_C}{s} \times K_P \quad (\text{A.9})$$

Ici nous retenons les deux modèles d'actionneurs $P - 007.20$ et $P - 007.40$ de *Physik Instrumente* ayant un diamètre de 7 mm de longueurs 29 mm et 54 mm et d'élongation 30 μm et 60 μm à vide respectivement.

Les caractéristiques de l'actionneur $P - 007.40$ sont $F_{P0} = 1150\text{N}$ et $K_P = 19000\text{N/mm}$. Nous cherchons à produire un déplacement de $s = 1\text{mm}$ pour un effort cardiaque $F_C = 5\text{N}$.

Ainsi, l'expression du facteur d'amplification associé s'écrit :

$$A_{1,2} = \frac{1150 - K_L \pm \sqrt{K_L^2 - 2300 \times K_L + 942500}}{10} \quad (\text{A.10})$$

Le facteur d'amplification A en fonction de la raideur K_L est tracé pour les deux actionneurs compatibles de *Physik Instrumente*. Le graphique montre que les actionneurs peuvent être utilisés en générateur d'efforts, nécessitant un facteur d'amplification élevé, ou en générateurs de déplacement nécessitant un facteur d'amplification plus faible. Il apparaît que l'actionneur $P - 007.40$ (bleu) est plus intéressant que le $P - 007.20$ (rouge) puisqu'il nécessite une amplification moindre et offre un plus grand espace de solution. On constate que si la liaison possède une raideur nulle $K_L = 0$, le facteur d'amplification minimal vaut environ $A = 20$ et maximal $A = 210$, comme l'illustre la figure A.1.

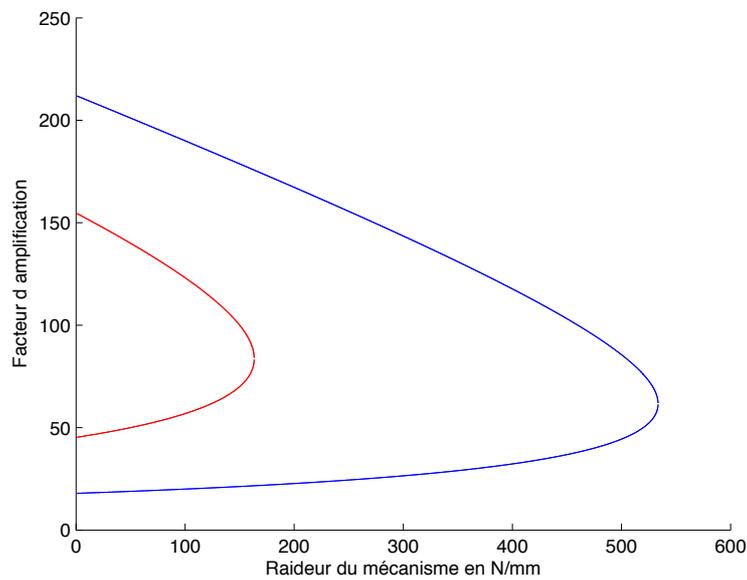


FIGURE A.1 – Évolution de l'amplification nécessaire pour les actionneurs $P - 007.20$ (rouge) et $P - 007.40$ (bleue) en fonction de la raideur du mécanisme.

En général, afin d'avoir un mécanisme d'amplification le plus compact possible, il est préférable d'utiliser l'actionneur en générateur de déplacement et non en générateur d'effort. Ainsi, en supposant la raideur de la liaison du mécanisme levier nulle, on constate qu'il faut au moins un facteur d'amplification de 20 si le mécanisme est parfait. La raideur maximale que peut avoir le mécanisme d'actionnement de la tige est de 530 MPa environ nécessitant dans ce cas un facteur d'amplification de 60. Par conséquent, la longueur du bras de levier est comprise entre 4 mm (amplification de 60) et 12 mm (amplification de 20, le cas idéal) si l'on utilise l'actionneur piézoélectrique $P - 007.40$ comme générateur de déplacement.

Modélisation du mécanisme à quatre barres

B.1 Modèle géométrique

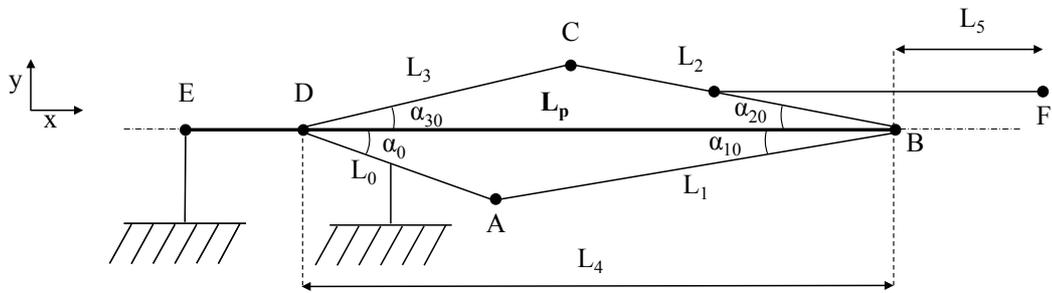


FIGURE B.1 – Modélisation géométrique du mécanisme quatre barres.

Les paramètres L_0 , L_1 , L_2 , L_3 , L_4 et L_5 sont connus. On considère les angles α_0 , α_1 , α_2 , et α_3 positifs. Soit α_{10} , α_{20} , et α_{30} les angles α_1 , α_2 , et α_3 lorsque le mécanisme est en configuration initiale. L'angle α_0 est le seul à rester constant et gardera donc cette unique désignation. Leurs expressions s'obtiennent facilement avec le théorème d'Al-Kashi :

$$\begin{aligned}
 \alpha_0 &= \cos^{-1} \left(\frac{L_4^2 + L_0^2 - L_1^2}{2 \times L_4 \times L_0} \right) \\
 \alpha_{10} &= \cos^{-1} \left(\frac{L_4^2 + L_1^2 - L_0^2}{2 \times L_4 \times L_1} \right) \\
 \alpha_{20} &= \cos^{-1} \left(\frac{L_4^2 + L_2^2 - L_3^2}{2 \times L_4 \times L_2} \right) \\
 \alpha_{30} &= \cos^{-1} \left(\frac{L_4^2 + L_3^2 - L_2^2}{2 \times L_4 \times L_3} \right)
 \end{aligned} \tag{B.1}$$

Les expressions des angles α_1 , α_2 , et α_3 en fonction des paramètres L_0 , L_1 , L_2 , L_3 et L_4 , mais également de la longueur de l'actionneur piézoélectrique L_p et de son élongation e , s'obtiennent à partir des fermetures de chaînes $DABED$ et $DBCED$.

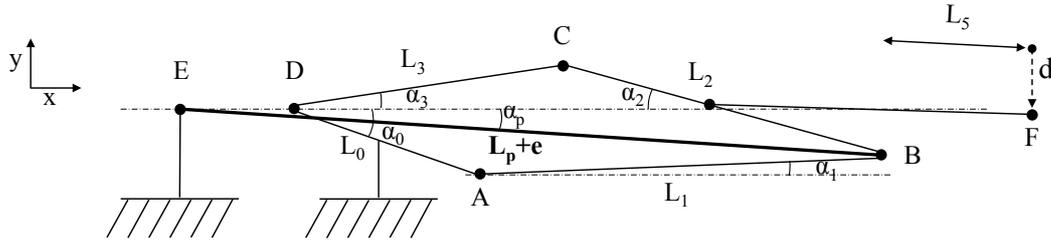


FIGURE B.2 – Modélisation géométrique du mécanisme quatre barres.

Soit α_p l'angle que fait l'axe de l'actionneur EB avec l'horizontale, indéterminé à cet instant (note : $\alpha_p = 0$ lorsque $e = 0$). Pour la chaîne $DABED$, on a alors les deux équations suivantes :

$$\begin{aligned} (L_p + e) \times \cos(\alpha_p) &= L_p - L_4 + L_0 \times \cos(\alpha_0) + L_1 \times \cos(\alpha_1) \\ (L_p + e) \times \sin(\alpha_p) &= L_0 \times \sin(\alpha_0) - L_1 \times \sin(\alpha_1) \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

Pour se ramener à une équation à une inconnue, on élève au carré les deux équations en (B.2) puis on les ajoute pour supprimer l'inconnue α_p pour obtenir l'équation de la forme :

$$A \times \cos(\alpha_1) + B \times \sin(\alpha_1) = C \quad (\text{B.3})$$

avec

$$\begin{aligned} A &= 2 \times (L_p - L_4 + L_0 \times \cos(\alpha_0)) \times L_1 \\ B &= 2 \times L_0 \times L_1 \times \sin(\alpha_0) \\ C &= (L_p + e)^2 - (L_p - L_4 + L_0 \times \cos(\alpha_0))^2 - L_1^2 - (L_0 \times \sin(\alpha_0))^2 \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

On peut ainsi déterminer α_1 en résolvant avec un outil de calcul numérique l'équation (B.3) à une inconnue (ou à la main par la méthode de la "tangente"). On obtient deux solutions et l'on choisira celle où α_1 est positif :

$$\alpha_1 = 2 \times \tan^{-1} \left(\frac{B + \sqrt{A^2 + B^2 - C^2}}{A + C} \right) \quad (\text{B.5})$$

À partir de la seconde équation de (B.2), on calcule α_p :

$$\alpha_p = \tan^{-1} \left(\frac{L_0 \times \sin(\alpha_0) - L_1 \times \sin(\alpha_1)}{L_p - L_4 + L_0 \times \cos(\alpha_0) + L_1 \times \cos(\alpha_1)} \right) \quad (\text{B.6})$$

Pour calculer α_2 et α_3 , on introduit les angles α'_0 , α'_1 , α'_2 , α'_3 et α'_p ainsi que la longueur e' comme définie en figure B.3.

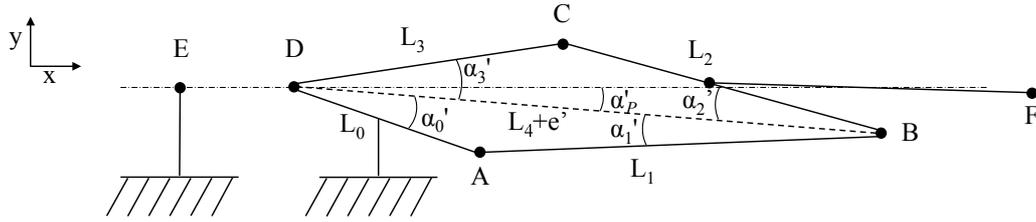


FIGURE B.3 – Modélisation géométrique du mécanisme quatre barres.

On calcule α'_p :

$$\alpha'_p = \tan^{-1} \left(\frac{L_0 \times \sin(\alpha_0) - L_1 \times \sin(\alpha_1)}{L_0 \times \cos(\alpha_0) + L_1 \times \cos(\alpha_1)} \right) \quad (\text{B.7})$$

On calcule également e' avec le théorème de Pythagore :

$$e' = \sqrt{(L_0 \times \cos(\alpha_0) + L_1 \times \cos(\alpha_1))^2 + (L_0 \times \sin(\alpha_0) - L_1 \times \sin(\alpha_1))^2} - L_4 \quad (\text{B.8})$$

Connaissant e' , on peut déterminer les angles α'_0 , α'_1 , α'_2 et α'_3 dans les triangles ABD et BCD de la même manière qu'à l'équation (B.1) avec le théorème d'Al-Kashi :

$$\begin{aligned} \alpha'_0 &= \cos^{-1} \left(\frac{(L_4 + e')^2 + L_0^2 - L_1^2}{2 \times (L_4 + e') \times L_0} \right) \\ \alpha'_{10} &= \cos^{-1} \left(\frac{(L_4 + e')^2 + L_1^2 - L_0^2}{2 \times (L_4 + e') \times L_1} \right) \\ \alpha'_{20} &= \cos^{-1} \left(\frac{(L_4 + e')^2 + L_2^2 - L_3^2}{2 \times (L_4 + e') \times L_2} \right) \\ \alpha'_{30} &= \cos^{-1} \left(\frac{(L_4 + e')^2 + L_3^2 - L_2^2}{2 \times (L_4 + e') \times L_3} \right) \end{aligned} \quad (\text{B.9})$$

On en déduit ainsi les expressions de α_2 et α_3 :

$$\begin{aligned} \alpha_2 &= \alpha'_2 + \alpha'_p \\ \alpha_3 &= \alpha'_3 - \alpha'_p \end{aligned} \quad (\text{B.10})$$

On obtient finalement l'expression du déplacement du point F selon y :

$$d = L_0 \times \sin(\alpha_0) - L_1 \times \sin(\alpha_1) + L_5 \times \sin(\alpha_2 - \alpha_{20}) \quad (\text{B.11})$$

B.2 Modélisation des raideurs

Afin de pouvoir calculer la raideur dans chaque liaison, il faut d'abord calculer les variations angulaires θ_A , θ_B , θ_C et θ_D :

$$\begin{aligned}\theta_A &= \alpha_0 + \alpha_{10} - \alpha'_0 - \alpha'_1 \\ \theta_B &= \alpha_{10} + \alpha_{20} - \alpha'_2 - \alpha'_1 \\ \theta_C &= \alpha_{30} + \alpha_{20} - \alpha'_3 - \alpha'_2 \\ \theta_D &= \alpha_0 + \alpha_{30} - \alpha'_0 - \alpha'_3\end{aligned}\quad (\text{B.12})$$

La raideur en rotation des liaisons peut être calculée en utilisant le modèle de [Schotborgh 2005], décrit comme étant le plus précis et ayant le domaine de validité le plus grand par [Yong 2008] :

$$K = \frac{E \cdot w \cdot t^2}{12} \left(-0.0089 + 1.3556 \sqrt{\frac{t}{2 \cdot r}} - 0.5227 \frac{t}{2 \cdot r} \right) \quad (\text{B.13})$$

avec K la raideur dans de la liaison E le module d'Young, t , r et w l'épaisseur, le rayon et la largeur de la liaison considérée.

Les largeurs w_B et w_D des liaisons B et D sont égale à l'épaisseur du tube T alors que les largeurs w_A et w_C des liaisons A et C dépendent de la hauteur H_A et H_C des triangles ABD et BCD (figure B.4).

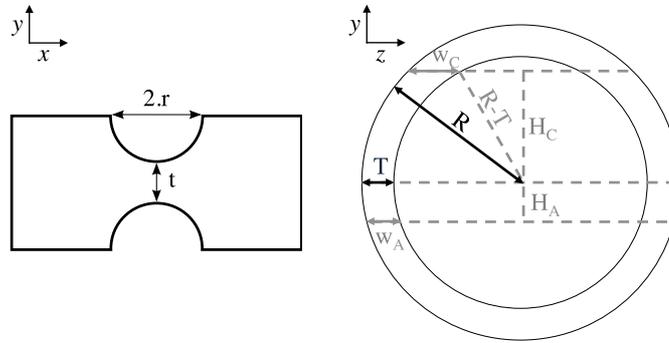


FIGURE B.4 – Paramètres géométriques du mécanisme et de ses liaisons pour la modélisation de la raideur.

Les hauteurs H_A et H_C se calculent facilement :

$$\begin{aligned}H_A &= L_1 \times \sin(\alpha_{10}) \\ H_C &= L_2 \times \sin(\alpha_{20})\end{aligned}\quad (\text{B.14})$$

Selon la position verticale des liaisons A et C dans le tube, H_A et H_C , l'expression de w_A et w_C varie. On distingue alors deux cas de figure selon la valeur des hauteurs H_A et H_C .

Si $H \leq R - T$ la largeur de la liaison vaut :

$$\begin{aligned} w_A &= \sqrt{R^2 - H_A^2} - \sqrt{(R - T)^2 - H_A^2} \\ w_C &= \sqrt{R^2 - H_C^2} - \sqrt{(R - T)^2 - H_C^2} \end{aligned} \quad (\text{B.15})$$

sinon

$$\begin{aligned} w_A &= \sqrt{R^2 - H_A^2} \\ w_C &= \sqrt{R^2 - H_C^2} \end{aligned} \quad (\text{B.16})$$

w_A et w_C correspondent aux largeurs des liaisons A et C au centre de ces liaisons.

On remarque que puisque ces liaisons sont intégrées dans un tube, la largeur n'est pas constante dans la section de la liaison. On peut alors considérer qu'il s'agit d'une valeur moyenne ou bien on peut adapter l'expression de la raideur en remarquant que $w.t$ est la valeur de l'aire de la section de la liaison. L'expression de la raideur devient

$$K = \frac{E.S.t}{12} \left(-0.0089 + 1.3556 \sqrt{\frac{t}{2.r}} - 0.5227 \frac{t}{2.r} \right) \quad (\text{B.17})$$

avec S la valeur exacte de l'aire de la section de la liaison considérée dont le calcul est fait en section B.5.

En pratique on remarquera que quel que soit le modèle retenu, les valeurs numériques obtenues pour la raideur sont très proches.

Le moment de flexion M dans chaque liaison est donc simplement :

$$M = K.\theta \quad (\text{B.18})$$

avec θ les déflexions angulaires calculées en fonction de l'élongation e obtenues à partir du modèle géométrique.

B.3 Analyse statique

Une fois le modèle géométrique déterminé et les raideurs des liaisons modélisées, on peut réaliser l'analyse statique. Il s'agit donc de déterminer ici la position d'équilibre en fonction des paramètres géométriques du mécanisme lorsque le mécanisme est actionné et soumis à l'effort cardiaque (figure B.5). On considère les barres indéformables et les déformations des liaisons localisées. Le problème est plan.

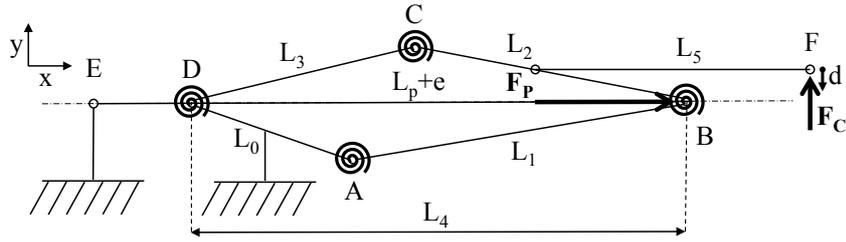


FIGURE B.5 – Modélisation du mécanisme 4-barres.

On isole la barre 1. Elle est soumise à l'action des barres 0 et 2 :

$$\mathcal{F}_{A(0 \rightarrow 1)/R} = \begin{Bmatrix} \vec{\mathcal{R}}_A \\ \vec{\mathcal{M}}_A \end{Bmatrix}_A = \begin{Bmatrix} X_A & 0 \\ Y_A & 0 \\ 0 & N_A \end{Bmatrix}_A \quad (\text{B.19})$$

$$\mathcal{F}_{B(2 \rightarrow 1)/R} = \begin{Bmatrix} \vec{\mathcal{R}}_B \\ \vec{\mathcal{M}}_B \end{Bmatrix}_B = \begin{Bmatrix} X_B & 0 \\ Y_B & 0 \\ 0 & N_B \end{Bmatrix}_B \quad (\text{B.20})$$

Le torseur d'action de la barre 0 sur la barre 1 exprimé en B s'écrit :

$$\mathcal{F}_{B(0 \rightarrow 1)/R} = \begin{Bmatrix} \vec{\mathcal{R}}_A \\ \vec{\mathcal{M}}_A + \vec{\mathcal{R}}_A \wedge \vec{AB} \end{Bmatrix}_B \quad (\text{B.21})$$

$$\mathcal{F}_{B(0 \rightarrow 1)/R} = \begin{Bmatrix} X_A & 0 \\ Y_A & 0 \\ 0 & N_A + L_1 \times (X_A \times \sin(\alpha_1) - Y_A \times \cos(\alpha_1)) \end{Bmatrix}_B \quad (\text{B.22})$$

avec

$$\vec{AB} = \begin{pmatrix} L_1 \times \cos(\alpha_1) \\ L_1 \times \sin(\alpha_1) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{B.23})$$

En exprimant l'équilibre statique en B :

$$\begin{aligned} X_A + X_B &= 0 \\ Y_A + Y_B &= 0 \\ N_A + N_B + L_1 \times (X_A \times \sin(\alpha_1) - Y_A \times \cos(\alpha_1)) &= 0 \end{aligned} \quad (\text{B.24})$$

On isole la barre 2. Elle est soumise à l'action des barres 1, 3, de l'actionneur piézoélectrique et du cœur :

$$\mathcal{F}_{B(1 \rightarrow 2)/R} = \begin{Bmatrix} -\vec{\mathcal{R}}_B \\ -\vec{\mathcal{M}}_B \end{Bmatrix}_B = \begin{Bmatrix} -X_B & 0 \\ -Y_B & 0 \\ 0 & -N_B \end{Bmatrix}_B \quad (\text{B.25})$$

$$\mathcal{T}_{C(3 \rightarrow 2)/R} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{\mathcal{R}}_C \\ \overrightarrow{\mathcal{M}}_C \end{array} \right\}_C = \left\{ \begin{array}{cc} X_C & 0 \\ Y_C & 0 \\ 0 & N_C \end{array} \right\}_C \quad (\text{B.26})$$

$$\mathcal{T}_{B(\text{Piezo} \rightarrow 2)/R} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{\mathcal{R}}_{\text{Piezo}} \\ \overrightarrow{0} \end{array} \right\}_B = \left\{ \begin{array}{ccc} F_P \times \cos(\theta) & 0 \\ -F_P \times \sin(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{array} \right\}_B \quad (\text{B.27})$$

$$\mathcal{T}_{E(\text{Coeur} \rightarrow 2)/R} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{\mathcal{R}}_{\text{Coeur}} \\ \overrightarrow{0} \end{array} \right\}_E = \left\{ \begin{array}{cc} 0 & 0 \\ F_C & 0 \\ 0 & 0 \end{array} \right\}_E \quad (\text{B.28})$$

avec

$$\overrightarrow{CB} = \begin{pmatrix} L_2 \times \cos(\alpha_2) \\ L_2 \times \sin(\alpha_2) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{B.29})$$

$$\overrightarrow{BE} = \begin{pmatrix} L_5 \times \cos((\alpha_{20} - \alpha_2)) \\ L_5 \times \sin((\alpha_{20} - \alpha_2)) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{B.30})$$

En exprimant l'équilibre statique en B :

$$\begin{aligned} -X_B + X_C + F_P \times \cos(\alpha_P) &= 0 \\ -Y_B + Y_C - F_P \times \sin(\alpha_P) + F_C &= 0 \\ -N_B + N_C + L_2 \times (X_C \times \sin(\alpha_2) - Y_C \times \cos(\alpha_2)) + F_C \times L_5 \times \cos(\alpha_{20} - \alpha_2) &= 0 \end{aligned} \quad (\text{B.31})$$

On isole la barre 3. Elle est soumise à l'action des barres 0 et 2 :

$$\mathcal{T}_{B(0 \rightarrow 3)/R} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{\mathcal{R}}_D \\ \overrightarrow{\mathcal{M}}_D \end{array} \right\}_D = \left\{ \begin{array}{cc} X_D & 0 \\ Y_D & 0 \\ 0 & N_D \end{array} \right\}_B \quad (\text{B.32})$$

$$\mathcal{T}_{C(2 \rightarrow 3)/R} = \left\{ \begin{array}{c} -\overrightarrow{\mathcal{R}}_C \\ -\overrightarrow{\mathcal{M}}_C \end{array} \right\}_C = \left\{ \begin{array}{cc} -X_C & 0 \\ -Y_C & 0 \\ 0 & -N_C \end{array} \right\}_C \quad (\text{B.33})$$

avec

$$\overrightarrow{DC} = \begin{pmatrix} L_3 \times \cos(\alpha_3) \\ L_3 \times \sin(\alpha_3) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{B.34})$$

En exprimant l'équilibre statique en C :

$$\begin{aligned} -X_C + X_D &= 0 \\ -Y_C + Y_D &= 0 \\ -N_C + N_D + L_3 \times (X_D \times \sin(\alpha_3) - Y_D \times \cos(\alpha_3)) &= 0 \end{aligned} \quad (\text{B.35})$$

On obtient ainsi 9 équations exprimant l'équilibre statique du mécanisme quatre barres :

$$\begin{aligned}
 X_A + X_B &= 0 \\
 Y_A + Y_B &= 0 \\
 N_A + N_B + L_1 \times (X_A \times \sin(\alpha_1) - Y_A \times \cos(\alpha_1)) &= 0 \\
 -X_B + X_C + F_P \times \cos(\alpha_P) &= 0 \\
 -Y_B + Y_C - F_P \times \sin(\alpha_P) + F_C &= 0 \\
 -N_B + N_C + L_2 \times (X_C \times \sin(\alpha_2) - Y_C \times \cos(\alpha_2)) + F_C \times L_5 \times \cos(\alpha_{20} - \alpha_2) &= 0 \\
 -X_C + X_D &= 0 \\
 -Y_C + Y_D &= 0 \\
 -N_C + N_D + L_3 \times (X_D \times \sin(\alpha_3) - Y_D \times \cos(\alpha_3)) &= 0
 \end{aligned} \tag{B.36}$$

En considérant que l'équilibre statique est atteint, on peut obtenir facilement l'expression de X_C et Y_C à partir de huit équations choisies judicieusement parmi les neuf.

En remarquant que :

$$X_C = X_D \tag{B.37}$$

$$Y_C = Y_D \tag{B.38}$$

$$\tag{B.39}$$

on obtient le système deux équations à deux inconnues suivant :

$$-N_B + N_C + L_2 \times (X_C \times \sin(\alpha_2) - Y_C \times \cos(\alpha_2)) + F_C \times L_5 \times \cos(\alpha_{20} - \alpha_2) = 0 \tag{B.40}$$

$$-N_C + N_D + L_3 \times (X_C \times \sin(\alpha_3) - Y_C \times \cos(\alpha_3)) = 0 \tag{B.41}$$

À partir de la seconde équation :

$$-N_C + N_D + L_3 \times (X_C \times \sin(\alpha_3) - Y_C \times \cos(\alpha_3)) = 0 \tag{B.42}$$

$$Y_C = \frac{-N_C + N_D + L_3 \times X_C \times \sin(\alpha_3)}{L_3 \times \cos(\alpha_3)} \tag{B.43}$$

En remplaçant l'expression de Y_C dans la première équation :

$$\begin{aligned}
 X_C = \frac{L_3 \times \cos(\alpha_3) \times (N_C - N_B + F_C \times L_5 \times \cos(\alpha_{20} - \alpha_2))}{L_2 \times L_3 \times \sin(\alpha_3 - \alpha_2)} \\
 + \frac{L_2 \times \cos(\alpha_2) \times (N_C - N_D)}{L_2 \times L_3 \times \sin(\alpha_3 - \alpha_2)}
 \end{aligned} \tag{B.44}$$

La valeur de X_C n'a évidemment de sens que si les neuf équations sont respectées. Pour résoudre le problème, on remplace alors X_C dans l'équation :

$$Y_C = \frac{-N_C + N_D + L_3 \times X_C \times \sin(\alpha_3)}{L_3 \times \cos(\alpha_3)} \tag{B.45}$$

On peut alors exprimer X_D et Y_D à partir de X_C et Y_C avec :

$$X_D = X_C \quad (\text{B.46})$$

$$Y_D = Y_C \quad (\text{B.47})$$

$$(\text{B.48})$$

On peut également exprimer X_B et Y_B à partir de X_C et Y_C avec :

$$X_B = X_C + F_P \times \cos(\alpha_P) \quad (\text{B.49})$$

$$Y_B = Y_C - F_P \times \sin(\alpha_P) + F_C \quad (\text{B.50})$$

De même on obtient facilement X_A et Y_A avec :

$$X_A + X_B = 0 \quad (\text{B.51})$$

$$Y_A + Y_B = 0 \quad (\text{B.52})$$

À ce stade, huit équations sur neuf ont été utilisées, en considérant l'équilibre statique atteint. L'équilibre statique n'est réellement atteint que lorsque la neuvième équation est respectée, c'est à dire :

$$N_A + N_B + L_1 \times (X_A \times \sin(\alpha_1) - Y_A \times \cos(\alpha_1)) = 0 \quad (\text{B.53})$$

Lorsque le mécanisme est en configuration initiale et dès l'instant où l'actionneur piézoélectrique est activé :

$$N_A + N_B + L_1 \times (X_A \times \sin(\alpha_1) - Y_A \times \cos(\alpha_1)) < 0 \quad (\text{B.54})$$

Afin de trouver la position d'équilibre, il suffit d'actionner jusqu'à ce que la condition B.53 soit respectée. Concrètement, on recherche, par dichotomie, la valeur de l'élongation e de l'actionneur piézoélectrique pour laquelle le mécanisme actionné est en équilibre avec l'effort cardiaque $F_C = 5N$. Sachant que l'élongation maximale de l'actionneur est de $60 \mu m$, une dichotomie de 12 *pas* permet d'atteindre une valeur d'élongation à l'équilibre avec une précision de $15 nm$ ce qui est suffisant.

B.4 Calcul des contraintes mécaniques

L'analyse statique permet de connaître à l'équilibre, les forces qui s'exercent dans les liaisons. L'expression de la contrainte mécanique dans la liaison compliant s'écrit [Pilkey 2008] :

$$\sigma = k_T \cdot \frac{F}{t \cdot w} + k_F \cdot \frac{6 \cdot N}{t^2 \cdot w} \quad (\text{B.55})$$

avec F la force de traction s'exerçant sur la section de la liaison, N le moment de flexion établi précédemment, t et w l'épaisseur et la largeur de la liaison considérée, et k_T et k_F les facteurs corrections pour les sollicitations en traction et en flexion.

Afin d'exprimer k_T et k_F on pose

$$\begin{aligned}
 rk &= r \\
 tk &= r \\
 dk &= t \\
 Dk &= r + \frac{t}{2} \\
 af &= 1 + \frac{2}{\sqrt{\frac{rk}{tk}}} \\
 del &= \sqrt{\frac{dk}{2 \times rk}} + 1 \\
 at &= \frac{2 \times del^2 \times \sqrt{\frac{dk}{2 \times rk}}}{del^2 \times \arctan\left(\sqrt{\frac{dk}{2 \times rk}}\right) + \sqrt{\frac{dk}{2 \times rk}}}
 \end{aligned} \tag{B.56}$$

On obtient

$$k_T = \frac{\sqrt{((af - 1)^2 \times (at - 1)^2)}}{(af - 1)^2 + (at - 1)^2} + 1 \tag{B.57}$$

On pose également

$$\begin{aligned}
 kq &= \frac{1}{\sqrt{\frac{rk}{tk}}} \\
 kp &= \sqrt{\frac{tk}{rk} \times \frac{\frac{dk}{Dk}}{1 - \frac{dk}{Dk}}} + 1 - 1
 \end{aligned} \tag{B.58}$$

On obtient

$$k_F = \frac{1}{\sqrt{1(1.135 \times kp)^2 + \frac{1}{(1.968 \times kq)^2}}} + 1 \tag{B.59}$$

Comme pour l'expression de la raideur, la section de la liaison n'est pas rectangulaire. On peut affiner le modèle en considérant que l'expression de la contrainte mécanique dans la liaison compliant s'écrit :

$$\sigma = k_T \cdot \frac{F}{S} + k_B \cdot \frac{6.M}{t.S} \tag{B.60}$$

avec S l'expression exacte de l'aire de la section de la liaison compliant (section B.5).

De nouveau, en pratique, on ne relèvera qu'une très faible différence au niveau des valeurs numériques.

B.5 Expression exacte de l'aire de la section de la liaison compliant

Le modèle peut être affiné en exprimant les aires exactes des sections des liaisons. Les aires des sections de liaisons se calculent sur la base de l'expression de la portion d'aire de disque S illustré en figure B.6.

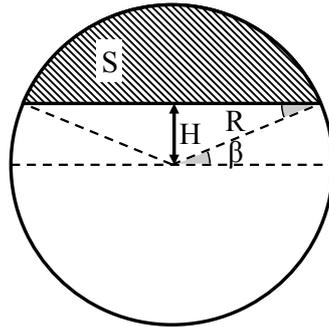


FIGURE B.6 – Aire de portion de cercle.

$$S = \pi \times R^2 - \left(\frac{\pi + 2 \times \beta}{2} \times R^2 + \frac{(2 \times R \times \cos(\beta)) \times H}{2} \right) \tag{B.61}$$

$$S = \left(\frac{\pi}{2} - \beta \right) \times R^2 - R \times H \times \cos(\beta)$$

avec

$$\beta = \sin^{-1} \left(\frac{H}{R} \right) \tag{B.62}$$

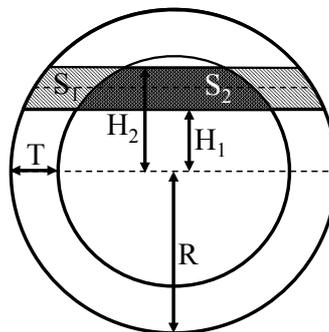


FIGURE B.7 – Aire de portion de cercle.

Lorsque $H_2 \leq R - T$ (figure B.7), l'aire S_1 , la bande délimitée par H_1 et H_2 et

le cercle de rayon R vaut :

$$S_1 = \left(\left(\frac{\pi}{2} - \beta_{12} \right) \times R^2 - R \times H_2 \times \cos(\beta_{12}) \right) - \left(\left(\frac{\pi}{2} - \beta_{11} \right) \times R^2 - R \times H_1 \times \cos(\beta_{11}) \right) \quad (\text{B.63})$$

$$S_1 = (\beta_{11} - \beta_{12}) \times R^2 + R \times (H_1 \times \cos(\beta_{11}) - H_2 \times \cos(\beta_{12}))$$

avec

$$\beta_{11} = \sin^{-1} \left(\frac{H_1}{R} \right) \quad (\text{B.64})$$

$$\beta_{12} = \sin^{-1} \left(\frac{H_2}{R} \right)$$

L'aire S_2 , la bande délimitée par H_1 et H_2 et le cercle de rayon $R - T$ vaut :

$$S_2 = (\beta_{21} - \beta_{22}) \times (R - T)^2 + (R - T) \times (H_1 \times \cos(\beta_{21}) - H_2 \times \cos(\beta_{22})) \quad (\text{B.65})$$

avec

$$\beta_{21} = \sin^{-1} \left(\frac{H_1}{R - T} \right) \quad (\text{B.66})$$

$$\beta_{22} = \sin^{-1} \left(\frac{H_2}{R - T} \right)$$

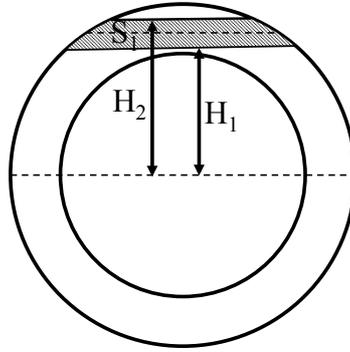


FIGURE B.8 – Aire de portion de cercle.

Lorsque $H_1 \geq R - T$ (figure B.8), l'aire S_1 , la bande délimitée par H_1 et H_2 et le cercle de rayon R vaut :

$$S_1 = (\beta_{11} - \beta_{12}) \times R^2 + R \times (H_1 \times \cos(\beta_{11}) - H_2 \times \cos(\beta_{12})) \quad (\text{B.67})$$

avec

$$\beta_{11} = \sin^{-1} \left(\frac{H_1}{R} \right) \quad (\text{B.68})$$

$$\beta_{12} = \sin^{-1} \left(\frac{H_2}{R} \right)$$

Pour les liaisons en A et C les hauteurs H_1 et H_2 valent :

$$\begin{aligned} H_1 &= H_A - \frac{T_A}{2} \times \cos(\alpha_{10}) \\ H_1 &= H_C - \frac{T_C}{2} \times \cos(\alpha_{20}) \\ H_2 &= H_A + \frac{T_A}{2} \times \cos(\alpha_{10}) \\ H_2 &= H_C + \frac{T_C}{2} \times \cos(\alpha_{20}) \end{aligned} \tag{B.69}$$

Si $H_2 \leq R - T$, les sections des liaisons A et C valent :

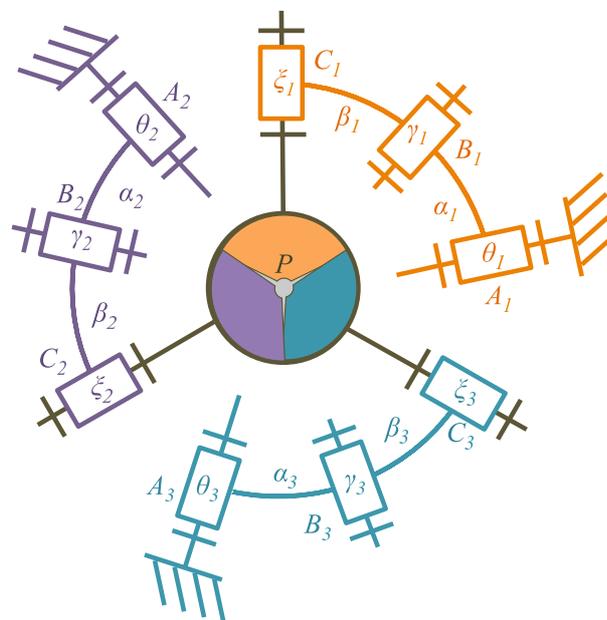
$$\begin{aligned} S_A &= \frac{S_1 - S_2}{\cos(\alpha_{10})} \\ S_C &= \frac{S_1 - S_2}{\cos(\alpha_{20})} \end{aligned} \tag{B.70}$$

Si $H_1 \geq R - T$, les sections des liaisons A et C valent :

$$\begin{aligned} S_A &= \frac{S_1}{\cos(\alpha_{10})} \\ S_C &= \frac{S_1}{\cos(\alpha_{20})} \end{aligned} \tag{B.71}$$

Modélisation de la raideur en rotation du mécanisme 3-RRR

C.1 Introduction



$$\begin{aligned} MX &= Mx_1 + Mx_2 + Mx_3 \\ MY &= My_1 + My_2 + My_3 \\ MZ &= Mz_1 + Mz_2 + Mz_3 \end{aligned}$$

FIGURE C.1 – Décomposition du problème hyperstatique en un problème isostatique.

Nous souhaitons obtenir les moments résistants définis au centre du mécanisme, induits par les raideurs des liaisons qui sont connues. Le problème est hyperstatique d'ordre 3, car l'analyse statique introduit 42 équations pour 45 inconnues, car chacun des 7 corps, en ne comptant pas le bâti, introduit 6 équations et chacune des 9 liaisons introduit 5 inconnues, puisque le moment résistant introduit par chaque

liaison est connu. Une solution pour résoudre ce problème consiste à décomposer le problème en plusieurs problèmes isostatiques. Pour cela, on remarque que, si le mécanisme n'avait qu'une seule jambe, le problème serait isostatique. Par conséquent, les moments résistants MX , MY et MZ au centre d'un mécanisme à n jambes est la somme des moments induits par les n jambes au centre de ce mécanisme. Cette décomposition est illustrée en figure C.1. L'étude statique se fait donc d'abord sur une jambe.

C.2 Analyse statique

Remarques préliminaires

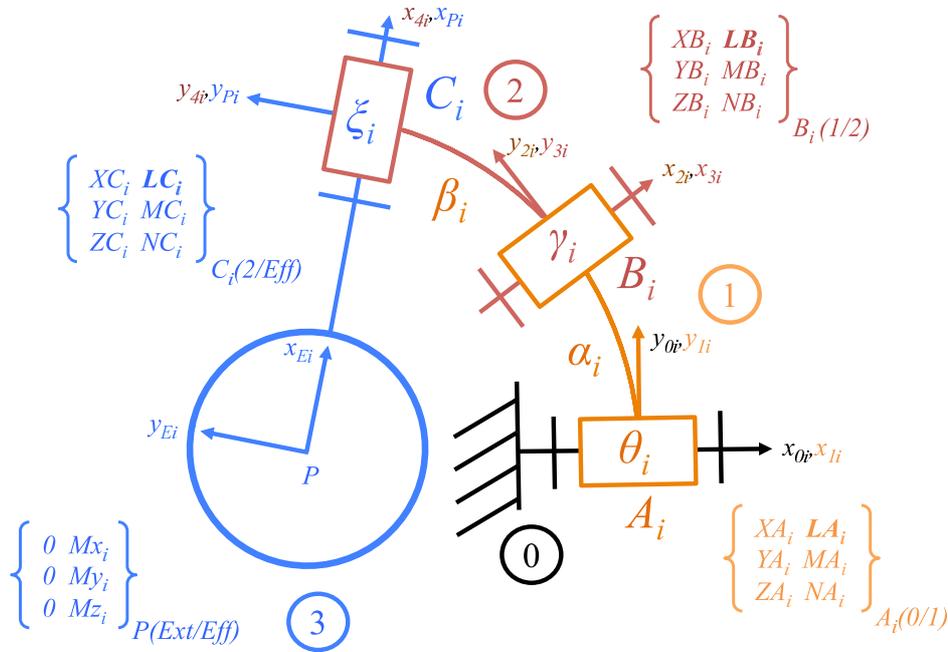


FIGURE C.2 – Paramétrage d'une jambe pour l'analyse statique.

Comme illustré en figure C.2, la jambe i du mécanisme est soumise à quatre torseurs. Un torseur d'efforts extérieurs composé de moments uniquement appliqués en P dans R_{Ei} :

$$\mathcal{T}_{P_{(Ext \rightarrow Eff)}/R_{Ei}} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{0} \\ \vec{\mathcal{M}}_P \end{array} \right\}_{P_{(Ext \rightarrow Eff)}/R_{Ei}} \quad (C.1)$$

Un torseur des actions mécaniques entre l'effecteur et le deuxième membre de

la jambe en C_i dans R_{Ei} :

$$\mathcal{T}_{C_i(2 \rightarrow Eff)/R_{Ei}} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{\mathcal{R}}_{C_i} \\ \overrightarrow{\mathcal{M}}_{C_i} \end{array} \right\}_{C_i(2 \rightarrow Eff)/R_{Ei}} \quad (C.2)$$

Un torseur des actions mécaniques entre le premier et le second membre de la jambe en B_i dans R_{3i} :

$$\mathcal{T}_{B_i(1 \rightarrow 2)/R_{3i}} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{\mathcal{R}}_{B_i} \\ \overrightarrow{\mathcal{M}}_{B_i} \end{array} \right\}_{B_i(1 \rightarrow 2)/R_{3i}} \quad (C.3)$$

Un torseur des actions mécaniques entre le bâti et le premier membre de la jambe en A_i dans R_{1i} :

$$\mathcal{T}_{A_i(0 \rightarrow 1)/R_0} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{\mathcal{R}}_{A_i} \\ \overrightarrow{\mathcal{M}}_{A_i} \end{array} \right\}_{A_i(0 \rightarrow 1)/R_0} \quad (C.4)$$

On remarque que lorsqu'on isole l'effecteur dans le repère R_{Ei} , l'effecteur est soumis à ces deux torseurs :

$$\mathcal{T}_{P(Ext \rightarrow Eff)/R_{Ei}} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{0} \\ \overrightarrow{\mathcal{M}}_P \end{array} \right\}_{P(Ext \rightarrow Eff)/R_{Ei}} \quad (C.5)$$

$$\mathcal{T}_{C_i(2 \rightarrow Eff)/R_{Ei}} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{\mathcal{R}}_{C_i} \\ \overrightarrow{\mathcal{M}}_{C_i} \end{array} \right\}_{C_i(2 \rightarrow Eff)/R_{Ei}} \quad (C.6)$$

On obtient dans R_{Ei} et au point P :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{\mathcal{R}}_{C_i} &= \overrightarrow{0} \\ \overrightarrow{\mathcal{M}}_{C_i} &= \overrightarrow{\mathcal{M}}_P \end{aligned} \quad (C.7)$$

Par conséquent, si $\overrightarrow{\mathcal{R}}_{C_i} = \overrightarrow{0}$ alors $\overrightarrow{\mathcal{R}}_{B_i} = \overrightarrow{0}$ et $\overrightarrow{\mathcal{R}}_{A_i} = \overrightarrow{0}$. Donc les quatre torseurs sont composés uniquement de moments.

Expression des équations de la statique pour chaque élément de la jambe du mécanisme

Lorsqu'on isole l'effecteur dans le repère R_{Ei} :

$$\mathcal{T}_{P(Ext \rightarrow Eff)/R_{Ei}} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{0} \\ \overrightarrow{\mathcal{M}}_P \end{array} \right\}_{P(Ext \rightarrow Eff)/R_{Ei}} = \left\{ \begin{array}{c} 0 \quad Mx_i \\ 0 \quad My_i \\ 0 \quad Mz_i \end{array} \right\}_{P(Ext \rightarrow Eff)/R_{Ei}} \quad (C.8)$$

142 Annexe C. Modélisation de la raideur en rotation du mécanisme 3-RRR

Puisque $\overrightarrow{\mathcal{R}}_{Ci} = \overrightarrow{0}$:

$$\mathcal{T}_{Ci(2 \rightarrow E_{ff})/R_{Ei}} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{0} \\ \overrightarrow{\mathcal{M}}_{Ci} \end{array} \right\}_{Ci(2 \rightarrow E_{ff})/R_{Ei}} = \left\{ \begin{array}{cc} 0 & L_{Ci} \\ 0 & M_{Ci} \\ 0 & N_{Ci} \end{array} \right\}_{Ci(2 \rightarrow E_{ff})/R_{Ei}} \quad (C.9)$$

En projetant sur les trois axes du repère R_{Ei} l'expression vectorielle de l'équilibre statique, on obtient alors pour les moments les trois équations :

$$\begin{aligned} L_{Ci} + Mx_i &= 0 \\ M_{Ci} + My_i &= 0 \\ N_{Ci} + Mz_i &= 0 \end{aligned} \quad (C.10)$$

On obtient 3 équations que l'on note :

$$\begin{bmatrix} eq_{1i} \\ eq_{2i} \\ eq_{3i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{Ci} \\ M_{Ci} \\ N_{Ci} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Mx_i \\ My_i \\ Mz_i \end{bmatrix} \quad (C.11)$$

On isole le second membre de la jambe i . Il est soumis aux deux torseurs :

$$\mathcal{T}_{Bi(1 \rightarrow 2)/R_{3i}} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{0} \\ \overrightarrow{\mathcal{M}}_{Bi} \end{array} \right\}_{Bi(1 \rightarrow 2)/R_{3i}} = \left\{ \begin{array}{cc} 0 & L_{Bi} \\ 0 & M_{Bi} \\ 0 & N_{Bi} \end{array} \right\}_{Bi(1 \rightarrow 2)/R_{3i}} \quad (C.12)$$

$$\mathcal{T}_{Ci(E_{ff} \rightarrow 2)/R_{Ei}} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{0} \\ -\overrightarrow{\mathcal{M}}_{Ci} \end{array} \right\}_{Ci(E_{ff} \rightarrow 2)/R_{Ei}} = \left\{ \begin{array}{cc} 0 & -L_{Ci} \\ 0 & -M_{Ci} \\ 0 & -N_{Ci} \end{array} \right\}_{Ci(E_{ff} \rightarrow 2)/R_{Ei}} \quad (C.13)$$

La matrice de changement de repère de R_{Ei} vers R_{3i} pour la jambe i :

$$Rot_{E3i} = \begin{bmatrix} \cos(\beta_i) & -\sin(\beta_i) & 0 \\ \sin(\beta_i) & \cos(\beta_i) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\xi_i) & -\sin(\xi_i) \\ 0 & \sin(\xi_i) & \cos(\xi_i) \end{bmatrix} \quad (C.14)$$

On exprime l'équilibre statique en B_i dans le repère R_{3i} :

$$\overrightarrow{\mathcal{M}}_{Bi} - Rot_{E3i} \times \overrightarrow{\mathcal{M}}_{Ci} = 0 \quad (C.15)$$

soit

$$\begin{bmatrix} L_{Bi} \\ M_{Bi} \\ N_{Bi} \end{bmatrix} - Rot_{E3i} \times \begin{bmatrix} L_{Ci} \\ M_{Ci} \\ N_{Ci} \end{bmatrix} = 0 \quad (C.16)$$

On obtient 3 équations que l'on note :

$$\begin{bmatrix} eq_{4i} \\ eq_{5i} \\ eq_{6i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{Bi} \\ M_{Bi} \\ N_{Bi} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \cos(\beta_i) & -\sin(\beta_i) & 0 \\ \sin(\beta_i) & \cos(\beta_i) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\xi_i) & -\sin(\xi_i) \\ 0 & \sin(\xi_i) & \cos(\xi_i) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_{Ci} \\ M_{Ci} \\ N_{Ci} \end{bmatrix} \quad (C.17)$$

On isole le premier membre de la jambe i . Il est soumis aux deux torseurs :

$$\mathcal{T}_{B_i(2 \rightarrow 1)/R_{3i}} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ -\vec{\mathcal{M}}_{Bi} \end{array} \right\}_{B_i(1 \rightarrow 2)/R_{3i}} = \left\{ \begin{array}{c} 0 & -L_{Bi} \\ 0 & -M_{Bi} \\ 0 & -N_{Bi} \end{array} \right\}_{B_i(2 \rightarrow 1)/R_{3i}} \quad (C.18)$$

$$\mathcal{T}_{A_i(0 \rightarrow 1)/R_{1i}} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ \vec{\mathcal{M}}_{Ai} \end{array} \right\}_{B_i(0 \rightarrow 1)/R_{1i}} = \left\{ \begin{array}{c} 0 & L_{Ai} \\ 0 & M_{Ai} \\ 0 & N_{Ai} \end{array} \right\}_{A_i(0 \rightarrow 1)/R_{1i}} \quad (C.19)$$

La matrice de changement de repère de R_{3i} vers R_{1i} pour la jambe i :

$$Rot_{31i} = \begin{bmatrix} \cos(\alpha_i) & -\sin(\alpha_i) & 0 \\ \sin(\alpha_i) & \cos(\alpha_i) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\gamma_i) & -\sin(\gamma_i) \\ 0 & \sin(\gamma_i) & \cos(\gamma_i) \end{bmatrix} \quad (C.20)$$

On exprime l'équilibre statique en B_i dans le repère R_{3i} :

$$\vec{\mathcal{M}}_{Ai} - Rot_{31i} \times \vec{\mathcal{M}}_{Bi} = 0 \quad (C.21)$$

soit

$$\begin{bmatrix} L_{Ai} \\ M_{Ai} \\ N_{Ai} \end{bmatrix} - Rot_{31i} \times \begin{bmatrix} L_{Bi} \\ M_{Bi} \\ N_{Bi} \end{bmatrix} = 0 \quad (C.22)$$

On obtient 3 équations que l'on note :

$$\begin{bmatrix} eq_{7i} \\ eq_{8i} \\ eq_{9i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{Ai} \\ M_{Ai} \\ N_{Ai} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \cos(\alpha_i) & -\sin(\alpha_i) & 0 \\ \sin(\alpha_i) & \cos(\alpha_i) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\gamma_i) & -\sin(\gamma_i) \\ 0 & \sin(\gamma_i) & \cos(\gamma_i) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} L_{Bi} \\ M_{Bi} \\ N_{Bi} \end{bmatrix} \quad (C.23)$$

C.3 Expression de la raideur en rotation d'une jambe du mécanisme

On veut exprimer Mx_i , My_i et Mz_i en fonction de LA_i , LB_i et LC_i qui sont les moments résistants dans les liaisons compliantes et sont donc connus.

Il faut par conséquent résoudre les neuf équations à neuf inconnues qui sont Mx_i , My_i , Mz_i , MA_i , MB_i , MC_i , NA_i , NB_i , NC_i :

$$\begin{bmatrix} eq1i \\ eq2i \\ eq3i \\ eq4i \\ eq5i \\ eq6i \\ eq7i \\ eq8i \\ eq9i \end{bmatrix} = 0 \quad (C.24)$$

On obtient alors l'expression Mx_i , My_i et Mz_i en fonction de LA_i , LB_i et LC_i :

$$Mx_i = -LC_i$$

$$\begin{aligned} My_i = & [\sin(\alpha_i) \sin(\gamma_i) \cos(\xi_i) LB_i \\ & - \sin(\alpha_i) \sin(\gamma_i) \cos(\beta_i) \cos(\xi_i) LC_i \\ & - \sin(\xi_i) \sin(\beta_i) LA_i \\ & + \sin(\xi_i) \cos(\alpha_i) \sin(\beta_i) LB_i \\ & + \sin(\xi_i) \sin(\alpha_i) \cos(\gamma_i) \cos(\beta_i) LB_i \\ & - \sin(\xi_i) \sin(\alpha_i) \cos(\gamma_i) LC_i] \\ & \times [\sin(\beta_i) \sin(\gamma_i) \sin(\alpha_i)]^{-1} \end{aligned} \quad (C.25)$$

$$\begin{aligned} Mz_i = & [-\sin(\beta_i) \cos(\xi_i) LA_i \\ & + \cos(\alpha_i) \sin(\beta_i) \cos(\xi_i) LB_i \\ & + \sin(\alpha_i) \cos(\gamma_i) \cos(\xi_i) \cos(\beta_i) LB_i \\ & - \sin(\alpha_i) \cos(\gamma_i) \cos(\xi_i) LC_i \\ & - \sin(\alpha_i) \sin(\gamma_i) \sin(\xi_i) LB_i \\ & + \sin(\alpha_i) \sin(\gamma_i) \sin(\xi_i) \cos(\beta_i) LC_i] \\ & \times [\sin(\beta_i) \sin(\gamma_i) \sin(\alpha_i)]^{-1} \end{aligned}$$

Connaissant l'orientation de l'effecteur et les moments résistants Mx_i , My_i et Mz_i , la raideur en rotation de la jambe autour de chaque axe est facilement obtenue

en divisant ces moments par les angles de rotations de l'effecteur associés à leurs axes.

C.4 Expression de la raideur en rotation du mécanisme

Comme nous souhaitons connaître la raideur en rotation de tout le mécanisme et non uniquement d'une jambe, on somme la contribution de chaque jambe après avoir orienté chaque jambe dans le bon repère. En considérant que les moments résistants du mécanisme M_X , M_Y et M_Z , définis au centre du mécanisme, sont exprimés dans le repère R_{E1} de la première jambe :

$$\begin{bmatrix} MX \\ MY \\ MZ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Mx_1 \\ My_1 \\ Mz_1 \end{bmatrix} + Rot\left(\frac{2\pi}{3}\right) \begin{bmatrix} Mx_2 \\ My_2 \\ Mz_2 \end{bmatrix} + Rot_{-}\left(\frac{2\pi}{3}\right) \begin{bmatrix} Mx_3 \\ My_3 \\ Mz_3 \end{bmatrix} \quad (C.26)$$

Avec $Rot\left(\frac{2\pi}{3}\right)$ et $Rot_{-}\left(\frac{2\pi}{3}\right)$ la matrice de rotation de $+120$ et -120 degrés autour de \mathbf{z}_0 l'axe normal au plan du mécanisme.

Connaissant l'orientation de l'effecteur et les moments résistants du mécanisme M_X , M_Y et M_Z , définis au centre du mécanisme, la raideur en rotation, au centre de l'effecteur, de l'ensemble du mécanisme est obtenue en divisant ces moments par les angles de rotations de l'effecteur associés à leurs axes.

Bibliographie

- [Amine 2011] S. Amine. *Lower-Mobility Parallel Manipulators : Geometrical Analysis, Singularities and Conceptual Design*. PhD thesis, Ecole Centrale Nantes, 2011. 88, 90, 96
- [Amine 2012] S. Amine, S. Caro et D. Wenger P.and Kanaan. *Singularity analysis of the H4 robot using Grassmann-Cayley algebra*. *Robotica*, vol. FirstView, pages 1–10, 2012. 88, 89
- [Andersen 2009] C.S. Andersen, S.P. Magleby et L.L. Howell. *Principles and preliminary concepts for compliant mechanically reactive armor*. In *Proceedings of the ASME/IFTOMM International Conference on Reconfigurable Mechanisms and Robots*, pages 370–376, 2009. 17, 18, 85, 86
- [Ansola 2010] R. Ansola, E. Vegueriá, A. Maturana et J. Canales. *3D compliant mechanisms synthesis by a finite element addition procedure*. *Finite Elements in Analysis and Design*, vol. 46, no. 9, pages 760–769, 2010. 23
- [Asada 1985] H. Asada et J. Granito. *Kinematic and static characterization of wrist joints and their optimal design*. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, volume 2, pages 244–250, 1985. 63
- [Bachta 2007] W. Bachta, P. Renaud, E. Laroche, A. Forgione et J. Gangloff. *Design and control of a new active cardiac stabilizer*. In *Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pages 404–409, 2007. 10
- [Bachta 2008] W. Bachta, P. Renaud, E. Laroche, A. Forgione et J. Gangloff. *Cardiolock : an active cardiac stabilizer, first in vivo experiments using a new robotized device*. *Computer Aided Surgery*, vol. 13, no. 5, pages 243–254, 2008. 7, 8, 10, 11
- [Bachta 2009] W. Bachta, P. Renaud, E. Laroche et J. Gangloff. *Cardiolock2 : Parallel singularities for the design of an active heart stabilizer*. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 3839–3844, 2009. 10, 12, 36, 83
- [Bachta 2010] W. Bachta, P. Renaud, E. Malis, K. Hashimoto et J. Gangloff. *Visual Servoing for Beating Heart Surgery*. In *Visual Servoing via Advanced Numerical Methods*, volume 401 of *Lecture Notes in Control and Information Sciences*, pages 91–114. Springer Berlin / Heidelberg, 2010. 8
- [Bachta 2011a] W. Bachta, P. Renaud, E. Laroche, A. Forgione et J. Gangloff. *Active Stabilization for Robotized Beating Heart Surgery*. *IEEE Transactions on Robotics*, vol. 27, no. 4, pages 757–768, 2011. 10

- [Bachta 2011b] W. Bachta, P. Renaud, E. Laroche et J. Gangloff. *The Cardio-lock Project : Design of an Active Cardiac Stabilizer for Cardiac Surgery*. ASME Journal of Mechanical Design, vol. 133, no. 7, pages 1–10, 2011. 10, 26
- [Baker 2002] M.S. Baker et L.L. Howell. *On-chip actuation of an in-plane compliant bistable micromechanism*. Journal of Microelectromechanical Systems, vol. 11, no. 5, pages 566–573, 2002. 26
- [Barrett 2005] S. R. H. Barrett, N. Hanumara, C.J. Walsh, A. H. Slocum, R. G. et J.-A. O. Shepard. *A Remote Needle Guidance System for Percutaneous Biopsies*. In Proceedings of the International Design Engineering Technical Conferences, volume 2005, pages 481–489. ASME, 2005. 63
- [Baumann 2005] B. Baumann et B. Kost. *Structure assembling by stochastic topology optimization*. Computers & Structures, vol. 83, pages 2175–2184, 2005. 22
- [Ben-Horin 2006] P. Ben-Horin et M. Shoham. *Singularity Analysis of a Class of Parallel Robots Based on Grassmann–Cayley Algebra*. Mechanism and Machine Theory, vol. 41(8), pages 958–970, 2006. 88, 96, 97
- [Bendsoe 1988] Martin Philip Bendsoe et Noboru Kikuchi. *Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, vol. 71, pages 197–224, 1988. 22
- [Bendsoe 1989] M.P. Bendsoe. *Optimal shape design as a material distribution problem*. Structural Optimization, vol. 1, pages 193–202, 1989. 22
- [Bendsoe 2006] M. P. Bendsoe. *Topology optimization – broadening the areas of application*. FE-design, 2006. 22
- [Blum 2005] Christian Blum. *Ant colony optimization : Introduction and recent trends*. Physics of Life Reviews, vol. 2, no. 4, pages 353–373, 2005. 31
- [Bok Hong 2012] M. Bok Hong et Y.-H. Jo. *Design and Evaluation of 2-DOF Compliant Forceps With Force-Sensing Capability for Minimally Invasive Robot Surgery*. IEEE Transactions on Robotics, no. 99, pages 1–10, 2012. 21
- [Bonev 2005] I.A. Bonev et C.M. Gosselin. *Singularity Loci of Spherical Parallel Mechanisms*. In Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation, pages 2957 – 2962, 2005. 63
- [Bonev 2006] I.A. Bonev et C.M. Gosselin. *Analytical determination of the workspace of symmetrical spherical parallel mechanisms*. IEEE Transactions on Robotics, vol. 22, no. 5, pages 1011–1017, 2006. 64

- [Borst 1996] C. Borst, E.W.L. Jansen, C.A.F. Tulleken, P.F. Gründeman, J.W.F. Mansvelt H.J. and Van Dongen, K.C. Hodde et J.P. Bredee. *Coronary artery bypass grafting without cardiopulmonary bypass and without interruption of native coronary flow using a novel anastomosis site restraining device (Octopus)*. Journal of the American College of Cardiology, vol. 27, no. 6, pages 1356–1364, 1996. 6, 7
- [Boyd 1999] W. D. Boyd, N. D. Desai, D. F. Del Rizzo, R. J. Novick, F. N. McKenzie et A. H. Menkis. *Off-pump surgery decreases post-operative complications and resource utilization in the elderly*. Annals of Thoracic Surgery, vol. 68, pages 1490–1493, 1999. 6
- [Bruggi 2012] M. Bruggi et P. Duysinx. *Topology optimization for minimum weight with compliance and stress constraints*. Structural and Multidisciplinary Optimization, pages 1–16, 2012. 22
- [Cappelleri 2000] D. J. Cappelleri, M. I. Frecker et T. W. Simpson. *Optimal design of a PZT bimorph actuator for minimally invasive surgery*. In Vasundara V. Varadan, editeur, Spie proceedings series, volume 3984, pages 321–335. SPIE, 2000. 15
- [Carricato 2004] M. Carricato et V. Parenti-Castelli. *A Novel Fully Decoupled Two-Degrees-of-Freedom Parallel Wrist*. The International Journal of Robotics Research, vol. 23, no. 6, pages 661–667, 2004. 63
- [Cattin 2004] P. Cattin, H. Dave, J. Grunenfelder, G. Szekely, M. Turina et G. Zund. *Trajectory of coronary motion and its significance in robotic motion cancellation*. European Journal of Cardio-thoracic Surgery, vol. 25, pages 786–790, 2004. 7
- [Chapuis 2004] D. Chapuis, R. Gassert, L. Sacher, E. Burdet et H. Bleuler. *Design of a simple MRI/fMRI compatible force/torque sensor*. In Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, volume 3, pages 2593–2599, 2004. 83
- [Choi 2005] D.Y. Choi et C.N. Riviere. *Flexure-based manipulator for active handled microsurgical instrument*. In Proceedings of the 27th Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society, pages 2325 – 2328, 2005. 15, 20
- [Choueifati 2007] Joseph Choueifati, Craig Lusk, Xialou Pang et Alex A. Volinsky. *Compliant MEMS Motion Characterization by Nanoindentation*. In Proceedings of the Materials Research Society Proceedings, volume 1052, 2007. 17, 65
- [Claeyssen 2007] F. Claeyssen, R. Le Letty, F. Barillot et O. Sosnicki. *Amplified Piezoelectric Actuators : Static & Dynamic Applications*. Ferroelectrics, vol. 351, pages 3–14, 2007. 17

- [Clifford 2002] M.A. Clifford, F. Banovac, E. Levy et K. Cleary. *Assessment of hepatic motion secondary to respiration for computer assisted interventions*. Computer Aided surgery, vol. 4, pages 291–299, 2002. 6
- [Cuvillon 2006] L. Cuvillon, J. Gangloff, M. De Mathelin et A. Forgione. *Towards robotized beating heart TECABG : Assessment of the heart dynamics using high-speed vision*. Computer Aided Surgery, vol. 11, no. 5, pages 267–277, 2006. 8
- [Deneubourg 1989] J.L. Deneubourg et S. Goss. *Collective patterns and decision-making*. Ethology Ecology & Evolution, vol. 1, no. 4, pages 295–311, 1989. 30, 34
- [Deneubourg 1990] J.-L. Deneubourg, S. Aron, S. Goss et J.M. Pasteels. *The self-organizing exploratory pattern of the argentine ant*. Journal of Insect Behavior, vol. 3, pages 159–168, 1990. 30, 34
- [DiBiasio 2012] C. M. DiBiasio et M. L. Culpepper. *A building block synthesis approach for precision flexure systems with integrated, strain-based position sensing*. Precision Engineering, 2012. 24, 25
- [Dogan 2004] S. Dogan, T. Aybek, P. Risteski, S. Mierdl, H. Stein, C. Herzog, M.F. Khan, O. Dzemali et A. Moritz. *Totally endoscopic coronary artery bypass graft. Initial experience with an additional instrument arm and an advanced camera system*. Surgical Endoscopy, vol. 18, pages 1587–1591, 2004. 7
- [Dorigo 1997] M. Dorigo et L. M. Gambardella. *Ant colonies for the travelling salesman problem*. Biosystems, vol. 43, no. 2, pages 73–81, 1997. 30, 31
- [Dorigo 1999] M. Dorigo, G. Di Caro et L. M. Gambardella. *Ant algorithms for discrete optimization*. Artificial Life, vol. 5, pages 137–172, 1999. 31
- [Dorigo 2004] M. Dorigo et T. Stutzle. *Ant colony optimization*. 2004. 30
- [Duchemin 2004] G. Duchemin, P. Poignet, E. Dombre et F. Peirrot. *Medically safe and sound [human-friendly robot dependability]*. Robotics Automation Magazine, IEEE, vol. 11, no. 2, pages 46–55, 2004. 8
- [Durango 2011] Sebastian Durango, Jorge Correa, Mauricio Aristizabal, Oscar Ruiz, John Dairo Restrepo-Giraldo et Sofiane Achiche. *Force displacement model of compliant mechanisms using assur sub-chains*. 2011. 65
- [Duysinx 1998] P. Duysinx et M. P. Bendsoe. *Topology optimization of continuum structures with local stress constraints*. International Journal for Numerical Methods in Engineering, vol. 43, no. 8, pages 1453–1478, 1998. 22
- [Falk 2002] V. Falk. *Manual control and tracking, a human factor analysis relevant for beating heart surgery*. Annals of Thoracic surgery, vol. 74, pages 624–628, 2002. 6, 7

- [Fang 2004] Y. Fang et L.-W. Tsai. *Structure synthesis of a class of 3-DOF rotational parallel manipulators*. IEEE Transactions on Robotics and Automation, vol. 20, no. 1, pages 117–121, 2004. 63
- [Fayet 1995] M. Fayet. *Mécanismes multi-boucles-I détermination des espaces de torseurs cinématiques dans un mécanisme multi-boucles quelconque*. Mechanism and Machine Theory, vol. 30, no. 2, pages 201–217, 1995. 89
- [Ferrell 2011] D. B. Ferrell, Y. F. Isaac, S. P. Magleby et L. L. Howell. *Development of Criteria for Lamina Emergent Mechanism Flexures With Specific Application to Metals*. Journal of Mechanical Design, vol. 133, no. 3, 2011. 17, 19
- [Furukawa 1995] E. Furukawa, M. Mizuno et T. Doi. *Development of a Flexure-Hinged Translation Mechanism Driven by Two Piezoelectric Stacks*. JSME international journal. Serie C, Dynamics, control, robotics, design and manufacturing, vol. 38, no. 4, pages 743–748, 1995. 37
- [Gagne 2010] J. Gagne, E. Laroche, O. Piccin et J. Gangloff. *Active heart stabilization using adaptive noise cancelling techniques with gyroscopic actuation*. In Proceedings of the IEEE International Conference on Biomedical Robotics and Biomechatronics, 2010. 8, 9
- [Ginhoux 2004] R. Ginhoux, J.A Gangloff, M.F de Mathelin, L. Soler, M.M.A Sanchez et J. Marescaux. *Beating heart tracking in robotic surgery using 500 Hz visual servoing, model predictive control and an adaptive observer*. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation - ICRA, 2004. 8
- [Gogu 2005] G. Gogu. *Fully-Isotropic Over-Constrained Parallel Wrists with Two Degrees of Freedom*. In Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation, pages 4014 – 4019, 2005. 63
- [Gollnick 2011] P. S. Gollnick, S. P. Magleby et L. L. Howell. *An Introduction to Multilayer Lamina Emergent Mechanisms*. Journal of Mechanical Design, vol. 133, no. 8, 2011. 17, 18
- [Gosselin 1990] C. Gosselin et J. Angeles. *Singularity analysis of closed-loop kinematic chains*. IEEE Transactions on Robotics and Automation, vol. 6, pages 281–290, 1990. 64, 82, 88
- [Gosselin 1994a] C. M. Gosselin, J. Sefrioui et M. J. Richard. *On the Direct Kinematics of Spherical Three-Degree-of-Freedom Parallel Manipulators with a Coplanar Platform*. Journal of Mechanical Design, vol. 116, no. 2, pages 587–593, 1994. 66
- [Gosselin 1994b] C.M. Gosselin et J.-F. Hamel. *The agile eye : a high-performance three-degree-of-freedom camera-orienting device*. In Proceedings of the International Conference on Robotics and Automation, volume 1, pages 781 – 786, 1994. 63

- [Gosselin 1997] C. M. Gosselin et E. St-Pierre. *Development and Experimentation of a Fast 3-DOF Camera-Orienting Device*. The International Journal of Robotics Research, vol. 16, no. 5, pages 619–630, 1997. 63
- [Gosselin 2002] C. M. Gosselin et W. Jing. *Singularity Loci of a Special Class of Spherical Three-degree-of-freedom Parallel Mechanisms with Revolute Actuators*. The International Journal of Robotics Research, vol. 21, no. 7, pages 649–659, 2002. 64
- [Grossard 2009] M. Grossard, C. Rotinat-Libersa, N. Chaillet et M. Boukallel. *Mechanical and Control-Oriented Design of a Monolithic Piezoelectric Microgripper Using a New Topological Optimization Method*. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, vol. 14, no. 1, pages 32–45, feb. 2009. 24, 25
- [Guo 2010] X. Guo et G.-D. Cheng. *Recent development in structural design and optimization*. Acta Mechanica Sinica, vol. 26, pages 807–823, 2010. 22
- [Hoover 2008] Aaron M. Hoover et Ronald S. Fearing. *Fast scale prototyping for folded millirobots*. In Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation, pages 1777–1778, may 2008. 17
- [Hopkins 2010a] J. B. Hopkins et M. L. Culpepper. *Synthesis of multi-degree of freedom, parallel flexure system concepts via Freedom and Constraint Topology (FACT) – Part I : Principles*. Precision Engineering, vol. 34, no. 2, pages 259–270, 2010. 26
- [Hopkins 2010b] J. B. Hopkins et M. L. Culpepper. *Synthesis of multi-degree of freedom, parallel flexure system concepts via freedom and constraint topology (FACT) – Part II : Practice*. Precision Engineering, vol. 34, no. 2, pages 271–278, 2010. 26
- [Hopkins 2011] J. B. Hopkins et M. L. Culpepper. *Synthesis of precision serial flexure systems using freedom and constraint topologies (FACT)*. Precision Engineering, vol. 35, no. 4, pages 638–649, 2011. 26
- [Howell 2001] L.L. Howell. Compliant mechanisms. Wiley-IEEE, 2001. 26, 82
- [Huang 2006] Shyh-Chour Huang et Chi-Ming Lee. *Optimal Design of Microgripper*. In Proceedings of the International Conference on Innovative Computing, Information and Control, 2006. 20
- [Huda 2007] Syamsul Huda et Yukio Takeda. *Kinematic Analysis and Synthesis of a 3-URU Pure Rotational Parallel Mechanism with Respect to Singularity and Workspace*. Journal of Advanced Mechanical Design, Systems, and Manufacturing, vol. 1, no. 1, pages 81–92, 2007. 63
- [Jacobs 2003] S. Jacobs, D. Holzhey, F.W. Mohr et V. Falk. *Limitations for manual and telemanipulator assisted motion tracking and dexterity for endoscopic surgery*. International Congress Series, vol. 1256, pages 673–677, 2003. 6

- [Jacobsen 1975] S. C. Jacobsen. *Rotary-to-linear and linear-to-rotary motion converters*, 1975. 85
- [Jacobsen 2007] J. O. Jacobsen, L. L. Howell et S. P. Magleby. *Components for the Design of Lamina Emergent Mechanisms*. ASME Conference Proceedings, vol. 2007, no. 43041, pages 165–174, 2007. 17
- [Jacobsen 2009] J. O. Jacobsen, G. Chen, L. L. Howell et S. P. Magleby. *Lamina Emergent Torsional (LET) Joint*. Mechanism and Machine Theory, vol. 44, no. 11, pages 2098–2109, 2009. 17, 19, 64, 65
- [Jang 2009] G.-W. Jang, M.-J. Kim et Y. Y. Kim. *Design Optimization of Compliant Mechanisms Consisting of Standardized Elements*. Journal of Mechanical Design, vol. 131, no. 12, 2009. 23
- [Janin 2012] Ivan Janin. Nouvelles stratégies de réalisation, impact sur la conception. Master's thesis, INSA de Strasbourg, 2012. 78
- [Jiang 2006] J. Jiang et E. Mockensturm. *A Motion Amplifier Using an Axially Driven Buckling Beam : I. Design and Experiments*. Nonlinear Dynamics, vol. 43, pages 391–409, 2006. 36
- [Jouaneh 2003] M. Jouaneh et R. Yang. *Modeling of flexure-hinge type lever mechanisms*. Precision Engineering, vol. 27, no. 4, pages 407–418, 2003. 36
- [Juuti 2005] J. Juuti, K. Kordás, R. Lonnakko, V.-P. Moilanen et S. Leppävuori. *Mechanically amplified large displacement piezoelectric actuators*. Sensors and Actuators A : Physical, vol. 120, no. 1, pages 225–231, 2005. 36
- [Kaminakis 2012] Nikolaos T. Kaminakis et Georgios E. Stavroulakis. *Topology optimization for compliant mechanisms, using evolutionary-hybrid algorithms and application to the design of auxetic materials*. Composites Part B : Engineering, vol. 43, no. 6, pages 2655–2668, 2012. 23
- [Kappert 2001] U. Kappert, R. Cichon, J Schneider, V. Gulielmos, T. Ahmadzade, J. Nicolai, S-M Tugtekin et S. Schueler. *Technique of closed chest coronary artery surgery on the beating heart*. European Journal of Cardio-thoracic Surgery, vol. 20, pages 756–769, 2001. 7
- [Kaveh 2008] A. Kaveh, B. Hassani, S. Shojaee et S.M. Tavakkoli. *Structural topology optimization using ant colony methodology*. Engineering Structures, vol. 30, no. 9, pages 2559 – 2565, 2008. 30
- [Kicinger 2005] R. Kicinger, T. Arciszewski et K. De Jong. *Evolutionary computation and structural design : A survey of the state-of-the-art*. Computers & Structures, vol. 83, no. 23-24, pages 1943–1978, 2005. 29, 30
- [Kim 2004] J. H. Kim, S. H. Kim et Y. K. Kwak. *Development and optimization of 3-D bridge-type hinge mechanisms*. Sensors and Actuators A : Physical, vol. 116, no. 3, pages 530–538, 2004. 36

- [Kommepalli 2009] H.K.R. Kommepalli, H.G. Yu, C.L. Muhlstein, S. Trolier-McKinstry, C.D. Rahn et S.A. Tadigadapa. *Design, Fabrication, and Performance of a Piezoelectric Uniflex Microactuator*. Journal of Microelectromechanical Systems, vol. 18, no. 3, pages 616–625, 2009. 36
- [Kong 2007] X. Kong et C. Gosselin. Type synthesis of parallel mechanisms. Springer, 2007. 89, 92
- [Koransky 2003] M.L. Koransky, M.L. Tavana, A. Yamagachi, M.H. Kown, D.N. Miniati, W. Nowlin et R.C. Robbins. *Quantification of mechanical stabilization for performance of off-pump coronary artery surgery*. The Heart Surgery Forum, vol. 6, no. 4, pages 224–231, 2003. 6
- [Kota 1999] S. Kota, J. Hetrick, Z. Li et L. Saggere. *Tailoring unconventional actuators using compliant transmissions : design methods and applications*. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, vol. 4, no. 4, pages 396–408, 1999. 37
- [Kota 2005] S. Kota, K.-J. Lu, Z. Kreiner, B. Trease, J. Arenas et J. Geiger. *Design and Application of Compliant Mechanisms for Surgical Tools*. Journal of Biomechanical Engineering, vol. 127, no. 6, pages 981–989, 2005. 20
- [Lee 2005] S.-H. Lee, W.-K. Kim, S.-M. Oh et B.-J. Yi. *Kinematic analysis and implementation of a spherical 3-degree-of-freedom parallel mechanism*. In Proceedings of the International Conference on Intelligent Robots and Systems, pages 972–977, 2005. 63
- [Lee 2012] E. Lee et J. James K. and Martins. *Stress-constrained topology optimization with design-dependent loading*. Structural and Multidisciplinary Optimization, pages 1–15, 2012. 22
- [Lemma 2005] M. Lemma, A. Mangini, A. Redaelli et F. Acocella. *Do cardiac stabilizers really stabilize ? Experimental quantitative analysis of mechanical stabilization*. Interactive Cardiovascular and Thoracic Surgery, vol. 4, pages 222–226, 2005. 7
- [Lin 2010] J. Lin, Z. Luo et L. Tong. *A new multi-objective programming scheme for topology optimization of compliant mechanisms*. Structural and Multidisciplinary Optimization, vol. 40, pages 241–255, 2010. 23
- [Liu 2006] A.-Q. Liu, J. Li, Z. Liu, C. Lu, X.M. Zhang et M.Y. Wang. *Self-Latched Micromachined Mechanism With Large Displacement Ratio*. Microelectromechanical Systems, vol. 15, no. 6, pages 1576–1585, 2006. 17, 36
- [Lobontiu 2003a] N. Lobontiu. Compliant mechanisms - design of flexure hinges. CRC Press, 2003. 82
- [Lobontiu 2003b] N. Lobontiu et E. Garcia. *Analytical model of displacement amplification and stiffness optimization for a class of flexure-based compliant*

- mechanisms*. Computers & Structures, vol. 81, no. 32, pages 2797–2810, 2003. 17, 26, 30, 36
- [Luh 2009] Guan-Chun Luh et Chun-Yi Lin. *Structural topology optimization using ant colony optimization algorithm*. Applied Soft Computing, vol. 9, no. 4, pages 1343 – 1353, 2009. 30
- [Luharuka 2007] Rajesh Luharuka et Peter J. Hesketh. *Design of fully compliant, in-plane rotary, bistable micromechanisms for MEMS applications*. Sensors and Actuators A : Physical, vol. 134, no. 1, pages 231 – 238, 2007. International Mechanical Engineering congress and Exposition 2005 - IMECE 2005, American Society of Mechanical Engineering International Mechanical Engineering Congress and Exposition. 26
- [Luo 2008] J. Luo, Z. Luo, S. Chen, L. Tong et M.Y. Wang. *A new level set method for systematic design of hinge-free compliant mechanisms*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, vol. 198, no. 2, pages 318–331, 2008. 23
- [Lusk 2008a] C. P. Lusk et L. L. Howell. *Components, Building Blocks, and Demonstrations of Spherical Mechanisms in Microelectromechanical Systems*. Journal of Mechanical Design, vol. 130, no. 3, 2008. 17
- [Lusk 2008b] C. P. Lusk et L. L. Howell. *Spherical Bistable Micromechanism*. Journal of Mechanical Design, vol. 130, no. 4, 2008. 65
- [Ma 2006] H.-W. Ma, S.-M. Yao, L.-Q. Wang et Z. Zhong. *Analysis of the displacement amplification ratio of bridge-type flexure hinge*. Sensors and Actuators A : Physical, vol. 132, no. 2, pages 730–736, 2006. 36
- [Mackay 2012] A. B. Mackay, D. G. Smith, S. P. Magleby, B. D. Jensen et L.L. Howell. *Metrics for Evaluation and Design of Large-Displacement Linear-Motion Compliant Mechanisms*. Journal of Mechanical Design, vol. 134, no. 1, 2012. 26, 82
- [Mandke 2002] N.V. Mandke, Z.M. Nalladaru, A. Chougule et A.N. Mandke. *Intra myocardial dissecting hematoma with epicardial rupture – an unusual complication of the octopus 3 stabilizer*. European Journal of Cardio-Thoracic Surgery, vol. 21, no. 3, pages 566–567, 2002. 8
- [Mela 2012] K. Mela et J. Koski. *On the equivalence of minimum compliance and stress-constrained minimum weight design of trusses under multiple loading conditions*. Structural and Multidisciplinary Optimization, pages 1–13, 2012. 22
- [Merlet 1989] J.-P. Merlet. *Singular Configurations of Parallel Manipulators and Grassmann Geometry*. The International Journal of Robotics Research, vol. 8, no. 5, pages 45–56, 1989. 88

- [Merlet 2006] J.P. Merlet. *Parallel robots*. Springer, 2006. 63, 82, 88, 89
- [Merlet 2009] J.-P. Merlet. *Interval Analysis for Certified Numerical Solution of Problems in Robotics*. *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science*, vol. 19, pages 399–412, 2009. 30
- [Murphy 1996] M. D. Murphy, A. Midha et L. L. Howell. *The topological synthesis of compliant mechanisms*. *Mechanism and Machine Theory*, vol. 31, no. 2, pages 185–199, 1996. 26
- [Nakamura 2001] Y. Nakamura, K. Kishi et H. Kawakami. *Heartbeat synchronization for robotic cardiac surgery*. *International Conference on Robotics and Automation*, vol. 2, pages 2014–2019, 2001. 8
- [Ouyang 2011] P.R. Ouyang. *A spatial hybrid motion compliant mechanism : Design and optimization*. *Mechatronics*, vol. 21, no. 3, pages 479–489, 2011. 26, 30
- [Parise 2001] John J. Parise, Larry L. Howell et Spencer P. Magleby. *Ortho-planar linear-motion springs*. *Mechanism and Machine Theory*, vol. 36, no. 11-12, pages 1281–1299, 2001. 83, 84
- [Parkinson 2000] M. B. Parkinson et B. D. Jensen. *Optimization-Based Design of a Fully-Compliant Bistable Micromechanism*. In *Proceedings of the International Design Engineering Technical Conferences*, 2000. 30
- [Parkinson 2001] M. B. Parkinson, B. D. Jensen et K. Kurabayashi. *Design of compliant force and displacement amplification micro-mechanisms*. In *Design Engineering Technical Conferences*, 2001. 37
- [Paros 1965] J. Paros et L. Weisbord. *How to design flexure hinge*. *Mach. Des.*, vol. 6, pages 37–151, 1965. 28
- [Pei 2009] X. Pei, J. Yu, G. Zong et S. Bi. *An effective pseudo-rigid-body method for beam-based compliant mechanisms*. *Precision Engineering*, vol. In Press, Corrected Proof, 2009. 37
- [Pilkey 2008] Walter D. Pilkey et Deborah F. Pilkey. *Peterson's stress concentration factors (3rd edition)*. John Wiley & Sons, 2008. 44, 133
- [Puangmali 2012] P. Puangmali, H. Liu, L.D. Seneviratne, P. Dasgupta et K. Althoefer. *Miniature 3-Axis Distal Force Sensor for Minimally Invasive Surgical Palpation*. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, vol. 17, no. 4, pages 646–656, 2012. 21
- [Pucheta 2010] M. A. Pucheta et A. Cardona. *Design of bistable compliant mechanisms using precision–position and rigid-body replacement methods*. *Mechanism and Machine Theory*, vol. 45, no. 2, pages 304–326, 2010. 26
- [Qin 2012] Y. Qin et J. S. Dai. *Foldability and constraint analysis of two 3us parallel mechanisms*. 2012. 86

- [Rahami 2008] H. Rahami, A. Kaveh et Y. Gholipour. *Sizing, geometry and topology optimization of trusses via force method and genetic algorithm*. Engineering Structures, vol. 30, no. 9, pages 2360–2369, 2008. 22
- [Ramadan 2008] A.A. Ramadan, T. Arai, T. Takubo et K. Inoue. *Optimization of a Hybrid Two-Fingered Micro Hand Using Genetic Algorithms*. pages 103–107, nov. 2008. 30
- [Ranganath 2004] R. Ranganath, P.S. Nair, T.S. Mruthyunjaya et A. Ghosal. *A force-torque sensor based on a Stewart Platform in a near-singular configuration*. Mechanism and Machine Theory, vol. 39, no. 9, pages 971–998, 2004. 83
- [Rebello 2004] K.J. Rebello. *Applications of MEMS in surgery*. Proceedings of the IEEE, vol. 92, no. 1, pages 43–55, 2004. 15
- [Renaud 2009] P. Renaud et M. de Mathelin. *Kinematic analysis for a novel design of MRI-compatible torque sensor*. In Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, pages 2640–2646, 2009. 83
- [Salcudean 2002] S.E. Salcudean, S.V. Lichtenstein, A.L. Trejos, F. Sassani et T.J. Gihuly. *Moving tracking platform for relative motion cancellation for surgery*. US Patent 6368332B1, 9 Apr, 2002. 8
- [Savall 2006] J. Savall, M. Manrique, M. Echeverria et M. Ares. *Micromanipulator for enhancing surgeon's dexterity in cochlear atraumatic surgery*. In Proceedings of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society Annual International Conference, 2006. 20
- [Saxena 2007] R. Saxena et A. Saxena. *On honeycomb representation and SIGMOID material assignment in optimal topology synthesis of compliant mechanisms*. Finite Elements in Analysis and Design, vol. 43, no. 14, pages 1082–1098, 2007. 23
- [Schotborgh 2005] W. O. Schotborgh, F. G. M. Kokkeler et F. A. M. Tragter Hand van Houten. *Dimensionless design graphs for flexure elements and a comparison between three flexure elements*. Precision Engineering, vol. 29, no. 1, pages 41–47, 2005. 41, 46, 74, 128
- [Sethian 2000] J.A. Sethian et A. Wiegmann. *Structural Boundary Design via Level Set and Immersed Interface Methods*. Journal of Computational Physics, vol. 163, no. 2, pages 489–528, 2000. 22
- [Sieklicki 2009] W. Sieklicki, M. Zoppi et R. Molfino. *Superelastic compliant mechanisms for needlescopic surgical wrists*. In Proceedings of the ASME/IFTOMM International Conference on Reconfigurable Mechanisms and Robots, pages 392–399, june 2009. 21

- [Sigmund 2001] O. Sigmund. *A 99 line topology optimization code written in Matlab*. Structural and Multidisciplinary Optimization, vol. 21, pages 120–127, 2001. 22
- [Sitti 2003] M. Sitti. *Piezoelectrically actuated four-bar mechanism with two flexible links for micromechanical flying insect thorax*. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, vol. 8, no. 1, pages 26–36, 2003. 37
- [Socha 2008] Krzysztof Socha et Marco Dorigo. *Ant colony optimization for continuous domains*. European Journal of Operational Research, vol. 185, no. 3, pages 1155 – 1173, 2008. 31, 32, 33
- [Staicu 2009] S. Staicu. *Dynamics of the spherical 3- UPSS parallel mechanism with prismatic actuators*. Multibody System Dynamics, vol. 22, pages 115–132, 2009. 63
- [Stoughton 1992] R. Stoughton et Arai T. *Kinematic optimization of a chopsticks-type micromanipulator*. In Proceedings of the ASME International Symposium on Flexible Automation, pages 4472–4477, 1992. 83
- [Su 2001] X.-P. S. Su et H.S. Yang. *Design of compliant microleverage mechanisms*. Sensors and Actuators A : Physical, vol. 87, no. 3, pages 146–156, 2001. 17, 36
- [Tanik 2012] E. Tanik et V. Parlaktas. *Compliant Cardan Universal Joint*. Journal of Mechanical Design, vol. 134, no. 2, 2012. 100, 101
- [Tanikawa 1999] T. Tanikawa et T. Arai. *Development of a micro-manipulation system having a two-fingered micro-hand*. IEEE Transactions on Robotics and Automation, vol. 15, no. 1, pages 152–162, 1999. 36
- [Taylor 2003] R.H. Taylor et D. Stoianovici. *Medical robotics in computer-integrated surgery*. IEEE Transactions on Robotics and Automation, vol. 19, no. 5, pages 765–781, 2003. 1
- [Tian 2009] Yanling Tian, Bijan Shirinzadeh, Dawei Zhang et Gursel Alici. *Development and dynamic modelling of a flexure-based Scott-Russell mechanism for nano-manipulation*. Mechanical Systems and Signal Processing, vol. 23, no. 3, pages 957 – 978, 2009. 36
- [Tian 2010] Y. Tian, B. Shirinzadeh et D. Zhang. *Design and dynamics of a 3-DOF flexure-based parallel mechanism for micro/nano manipulation*. Microelectronic Engineering, vol. 87, no. 2, pages 230–241, 2010. 26, 27, 65
- [Trease 2004] B. Trease, Y.-M. Moon et S. Kota. *Design of Large-Displacement Compliant Joints*. Journal of Mechanical Design, 2004. 26, 82
- [Ueda 2008] J. Ueda, T. Secord et H.H. Asada. *Static lumped parameter model for nested PZT cellular actuators with exponential strain amplification mecha-*

- nisms*. IEEE International Conference on Robotics and Automation, pages 3582–3587, 2008. 36
- [Ueda 2010] J. Ueda, T. W. Secord et H. H. Asada. *Large Effective-Strain Piezoelectric Actuators Using Nested Cellular Architecture With Exponential Strain Amplification Mechanisms*. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, vol. 15, no. 5, pages 1–13, 2010. 17
- [Van Dijk 2002] D. Van Dijk, E. L. Jansen et R. Hijman. *Cognitive outcome after off-pump and on-pump coronary artery bypass graft surgery : A randomized trial*. JAMA : The Journal of the American Medical Association, vol. 287, no. 11, pages 1405–1412, 2002. 6
- [Vertechy 2007] R. Vertechy et V. Parenti-Castelli. *Static and Stiffness Analyses of a Class of Over-Constrained Parallel Manipulators with Legs of Type US and UPS*. IEEE International Conference on Robotics and Automation, pages 561–567, 2007. 85, 86
- [Wang 2005] Zheyao Wang et Huan Hu. *Analysis and optimization of a compliant mechanism-based digital force/weight sensor*. IEEE Sensors Journal, vol. 5, no. 6, pages 1243–1250, 2005. 30
- [Watanabe 2006] T. Watanabe, S. Omata, M. Odamura, M. Okada, Y. Nakamura et H. Yokoyama. *Three-dimensional quantification of cardiac surface motion : A newly developed three-dimensional digital motion-capture and reconstruction system for beating heart surgery*. The Journal of Thoracic and Cardiovascular Surgery, vol. 132, no. 5, pages 1162–1171, 2006. 6
- [White 1975] N. L. White. *The Bracket Ring of a Combinatorial Geometry. I*. Transactions of the American Mathematical Society, vol. 202, pages 79–95, 1975. 88
- [White 1983] N. L. White. *The Bracket of 2-Extensors*. Congressus Numerantium, vol. 40, pages 419–428, 1983. 88
- [White 2005] N. L. White. Grassmann-cayley algebra and robotics applications, volume VIII. Handbook of Geometric Computing, 2005. 88
- [Wilding 2012a] S. E. Wilding, L. L. Howell et S. P. Magleby. *Spherical lamina emergent mechanisms*. Mechanism and Machine Theory, vol. 49, no. 0, pages 187–197, 2012. 17, 65
- [Wilding 2012b] S. E. Wilding, L. L. Howell et S.P. Magleby. *Introduction of planar compliant joints designed for combined bending and axial loading conditions in lamina emergent mechanisms*. Mechanism and Machine Theory, vol. 56, no. 0, pages 1–15, 2012. 19, 65
- [Xie 1993] Y.M. Xie et G.P. Steven. *A simple evolutionary procedure for structural optimization*. Computers & Structures, vol. 49, no. 5, pages 885–896, 1993. 22

- [Xie 2011] Y.M. Xie, Z.H. Zuo, X. Huang, J.W. Tang, B. Zhao et P. Felicetti. *Architecture and urban design through evolutionary structural optimisation algorithms*. In Proceedings of the International Symposium on Algorithmic Design for Architecture and Urban Design, 2011. 22
- [Xu 2006] Qingsong Xu et Yangmin Li. *Mechanical Design of Compliant Parallel Micromanipulators for Nano Scale Manipulation*. In Proceedings of the IEEE International Conference on Nano/Micro Engineered and Molecular Systems, pages 653–657, 2006. 28, 100, 101
- [Xu 2011] Q. Xu et Y. Li. *Analytical modeling, optimization and testing of a compound bridge-type compliant displacement amplifier*. Mechanism and Machine Theory, vol. 46, no. 2, pages 183–200, 2011. 26, 30
- [Yang 1996] R. Yang, M. Jouaneh et R. Schweizer. *Design and characterization of a low-profile micropositioning stage*. Precision Engineering, vol. 18, no. 1, pages 20–29, 1996. 36
- [Yong 2008] Y. K. Yong, T.-F. Lu et D. C. Handley. *Review of circular flexure hinge design equations and derivation of empirical formulations*. Precision Engineering, vol. 32, no. 2, pages 63–70, 2008. 128
- [Yong 2009] Y. Kuan Yong et T.-F. Lu. *Kinetostatic modeling of 3-RRR compliant micro-motion stages with flexure hinges*. Mechanism and Machine Theory, vol. 44, no. 6, pages 1156–1175, 2009. 65
- [Zhang 2012] G.-F. Zhang. *Classification of direct kinematics to planar generalized Stewart platforms*. Computational Geometry, vol. 45, no. 8, pages 458–473, 2012. 27
- [Zhou 1991] M. Zhou et G.I.N. Rozvany. *The COC algorithm, Part II : Topological, geometrical and generalized shape optimization*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, vol. 89, no. 1-3, pages 309–336, 1991. 22
- [Zlatanov 1998] D. S. Zlatanov. *Classification and interpretation of the singularities of redundant mechanisms*. In Proceedings of the International Design Engineering Technical Conferences, 1998. 88

Conception de mécanismes compliants pour la robotique chirurgicale

Résumé : La robotique chirurgicale vise à rendre les gestes du chirurgien plus précis et moins invasifs. La complexité d'une salle d'opération conduit à rechercher des dispositifs robotiques aussi compacts que possible et pouvant être facilement stérilisés. Une conception robotique basée sur l'emploi de mécanismes compliants à structures monolithiques et d'actionneurs piézoélectriques est particulièrement intéressante sur ce point. Des travaux précédents conduits au laboratoire ont permis de proposer un dispositif robotique pour le pontage coronarien qui facilite la réalisation des gestes minimalement invasifs sur cœur battant. Ce dispositif répond au besoin médical mais manque aujourd'hui de la compacité souhaitée pour une intégration optimale.

À partir du cas d'application où nous cherchons à réduire la taille du dispositif de compensation, nous nous intéressons, dans cette thèse, aux problématiques de conception de mécanismes compliants à fortes contraintes d'intégration. Nous étudions d'abord la possibilité d'intégrer le dispositif de compensation directement dans la tige du stabilisateur cardiaque passif. Puis, nous étudions la possibilité de réduire la taille du dispositif de compensation en amont, en explorant les possibilités de réaliser des mécanismes dans un plan. Nous avons notamment proposé une méthode originale de conception de mécanismes compliants plans à partir de l'analyse des singularités de mécanismes à architectures parallèles en configuration plane. Afin d'optimiser les différents mécanismes très contraints par les volumes imposés, une méthode originale d'optimisation à base d'un algorithme de colonie de fourmis est employée.

Mots clés : Conception, mécanisme compliant, robotique chirurgicale, optimisation par colonie de fourmis, algèbre de Grassmann-Cayley, manipulateur parallèle, singularité

Design of compliant mechanisms for surgical robotics

Abstract : Surgical robotics helps to increase the surgeon's accuracy and limits the invasiveness of the surgery. The complexity of an operation room implies to design surgical devices that are as compact as possible and that can be easily sterilized. One interesting design approach is to combine compliant mechanisms, which have a monolithic structure, and piezoelectric actuators. Based on this approach, a robotic device for minimally invasive coronary artery bypass grafting has been proposed previously in our laboratory. This device successfully helps to increase the stabilization of the heart surface during the surgery but its compactness needs to be increased for an optimal integration in the operation room.

Based on the need to reduce the compensation mechanism of this device, the problem of the design of compliant mechanisms with strong integration constrains is studied in this PhD thesis. First, the possibility to integrate the compensation mechanism directly in the shaft is considered. Then, the possibility to reduce the compensation mechanism at the end of the shaft by considering an assembly of planar manufactured structures is considered. Among the contributions, we propose an original design method based on the analysis of singularities of parallel manipulators in planar configuration. We also propose an original optimization method based on ant colony optimization in order to optimize the compliant architectures proposed in this work.

Keywords : Design, compliant mechanisms, surgical robotics, ant colony optimization, Grassmann-Cayley algebra, parallel manipulator, singularity
