



HAL
open science

Analyse expérimentale et par élément finis du comportement statique et vibratoire des matériaux composites sandwichs sains et endommagés

Moustapha Idriss

► **To cite this version:**

Moustapha Idriss. Analyse expérimentale et par élément finis du comportement statique et vibratoire des matériaux composites sandwichs sains et endommagés. Autre [cond-mat.other]. Université du Maine, 2013. Français. NNT : 2013LEMA1003 . tel-00808603

HAL Id: tel-00808603

<https://theses.hal.science/tel-00808603>

Submitted on 5 Apr 2013

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITÉ DU MAINE

THÈSE

Présentée pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DU MAINE

SPÉCIALITÉ : Acoustique

Par :

Moustapha IDRIS

**ANALYSE EXPÉRIMENTALE ET PAR
ÉLÉMENTS FINIS DU COMPORTEMENT
STATIQUE ET VIBRATOIRE DES MATÉRIAUX
COMPOSITES SANDWICHS SAINS ET
ENDOMMAGÉS**

Soutenu le 12 Mars 2013

JURY

Z. AZARI,	Professeur, ENIM de Metz	<i>Rapporteur</i>
L. GUILLAUMAT,	Professeur, Directeur ENSAM ParisTech d'Angers	<i>Rapporteur</i>
A. BÉAKOU,	Professeur, IFMA de Clermont-Ferrand	<i>Examineur</i>
C. DEPOLLIÉ	Professeur, Université du Maine	<i>Examineur</i>
R. EL GUERJOUA	Professeur, Université du Maine	<i>Examineur</i>
A. EL MAHI,	Professeur, Université du Maine	<i>Examineur</i>
M. ASSARAR,	Maître de Conférences Université de Reims	<i>Examineur</i>
O. DAZEL,	Maître de Conférences (HDR), Université du Maine	<i>Examineur</i>



UNIVERSITÉ DU MAINE

Thèse

***ANALYSE EXPERIMENTALE ET PAR ELEMENTS
FINIS DU COMPORTEMENT STATIQUE ET
VIBRATOIRE DES MATERIAUX COMPOSITES
SANDWICHES SAINS ET ENDOMMAGES***

Présentée par : **Moustapha IDRIS**

Directeur de Thèse : **Abderrahim El MAHI**

LAUM

**Laboratoire d'Acoustique de l'Université du Maine
UMR CNRS 6613**



École doctorale SPIGA

Remerciements

Ce travail a été effectué au sein du Laboratoire d'Acoustique de l'Université du Maine.

*Tout d'abord, je tiens à remercier vivement, **A. EL MAHI** directeur de thèse pour son soutien qu'il n'a cessé de m'apporter, sa disponibilité et ses précieux conseils qui ont permis de mener à bien ce travail.*

*Je remercie aussi Monsieur **R. EL GUERJOUA** et **O. DAZEL** co-directeur de et co-encadrant de la thèse pour ses aides, sa collaboration aussi efficace qu'agréable tout au long de ce travail.*

*Je remercie ensuite tout particulièrement le Professeur **Z. AZARI**, et Professeur **L. GUILLAUMAT** d'avoir accepté d'être rapporteurs de mon travail de thèse.*

*Je voudrais remercier également les Professeurs **C. DEPOLLIER** et **A. BÉAKOU**, ainsi que **M. ASSARAR**, maître de conférences, pour l'intérêt qu'ils ont porté à ce travail en acceptant de l'examiner.*

*Je remercie Monsieur **M. ASSARAR** pour son aide apporté à mettre en place le dispositif expérimental pour les essais de vibrations.*

*J'exprime mes remerciements aussi à l'ex recteur de l'Université Adam Barka d'Abéché, le Professeur **Ali S. Dabye**.*

Je remercie également le Gouvernement du Tchad qui, par son soutien financier, a rendu possible le présent travail.

*Un grand merci aux techniciens de l'IUT notamment Monsieur **A. ARAGOT** et **C. BOUCHERIE**, ainsi que **S. LEBON** technicien du Laboratoire d'Acoustique de l'Université du Maine, **Anne Marie Brulé**, secrétaire, pour leur aide apportée pour la réalisation du dispositif d'essais des vibrations.*

Enfin, je remercie mes parents, mes frères et sœurs et tous les autres membres de ma famille pour leur soutien, sans quoi ce travail n'aurait pu voir le jour.

Publications

En plus du mémoire de thèse, ces travaux ont conduit aux publications et communications suivantes :

1. **M. IDRISSE, A. EL MAHI, M. ASSARAR & EL GUERJOUMA** "Damping analysis in cyclic fatigue loading of sandwich beams with debonding" *Composites: Part B*, 44, 597–603 (2013)
2. **M. IDRISSE, A. EL MAHI, R. EL GUERJOUMA, O. DAZEL** "Damping Analysis in Flexural Vibration of Sandwich Beams with Debonding" *11^{ème} Congrès Français d'Acoustique*, Nantes ACOUSTICS 2012, du 22 au 27 Avril 2012.
3. **M. IDRISSE, A. EL MAHI, R. EL GUERJOUMA** "Analyse de l'amortissement en fatigue cyclique des matériaux sandwichs endommagés par fissuration" *JNC 17, AMAC*, Futuroscope Poitiers, 15-17 juin 2011
4. **M. IDRISSE, A. EL MAHI & R. EL GUERJOUMA** "Etude du comportement en statique et en fatigue cyclique d'un matériau sandwich endommagé par décohésion" *20^{ème} Congrès Français de Mécanique*, Besançon, 28 août au 2 septembre 2011
5. **M. IDRISSE, A. EL MAHI, R. EL GUERJOUMA** "Analyse du comportement en fatigue cyclique des matériaux sandwichs endommagés par fissuration." *10^{ème} Congrès de Mécanique*, à Oujda au Maroc, du 19 au 22 Avril 2011
6. **EL MAHI, M. IDRISSE, M. ASSARAR, R. EL GUERJOUMA, O. DAZEL** "Effets de l'endommagement sur le comportement Vibratoire des matériaux sandwichs endommagés." *19^{ème} Congrès Français de Mécanique*, Marseille, 24-28 août 2009.
7. **M. IDRISSE, M. ASSARAR, A. EL MAHI** "Analyse expérimentale et par éléments finis du comportement vibratoire des matériaux sandwichs endommagés." *JNC 16, AMAC*, Toulouse, 10-12 juin 2009.
8. **M. IDRISSE, A. EL MAHI, R. EL GUERJOUMA** "Caractérisation par vibration non linéaire de l'endommagement des matériaux sandwichs" *JNC 18, AMAC*, Nantes, 12-14 juin 2013
9. **M. IDRISSE, A. EL MAHI, R. EL GUERJOUMA** "Analyse du comportement en fatigue cyclique des matériaux sandwichs endommagés par fissuration." *11^{ème} Congrès de Mécanique*, à Agadir au Maroc, du 23 au 26 Avril 2013.
10. **M. IDRISSE, A. EL MAHI, R. EL GUERJOUMA**, " Vibrational behaviour of sandwich beam with and without debonding" *13th International Symposium on Non destructive Characterization of Materials 11^{ème} Congrès (NDCM XIII)*, du 20 au 25 mai 2013.
11. **M. IDRISSE, A. EL MAHI, R. EL GUERJOUMA**, "Linear and nonlinear vibration of sandwich materials with debonding" *En cours de soumission*

Tables de matières

CHAPITRE 1	Introduction.....	1
CHAPITRE 2	Analyse bibliographique.....	3
2.1	Introduction.....	5
2.2	Matériaux sandwichs et leurs constituants.....	5
2.2.1	Introduction.....	5
2.2.2	Âmes.....	6
2.2.3	Peau.....	6
2.2.4	Adhésifs.....	7
2.3	Comportement mécanique des composites sandwichs en statique et en fatigue.....	8
2.3.1	Comportement en statique.....	8
2.3.2	Comportement en fatigue.....	10
2.3.2.1	Introduction.....	10
2.3.2.2	Effets des paramètres expérimentaux.....	11
2.3.2.3	Comportement des matériaux sandwichs en flexion.....	13
2.3.2.4	Énergie dissipée et amortissement en fatigue.....	15
2.4	Comportement en vibration des composites sandwichs	16
2.4.1	Introduction.....	16
2.4.2	Analyse expérimentale.....	16
2.4.2.1	Analyse à partir des vibrations des poutres.....	16
2.4.2.2	Amortissement.....	18
2.4.3	Quelques approches pour la détermination de l'amortissement.....	20
2.5	Modes de dégradation des matériaux sandwichs	22
2.5.1	Introduction.....	22
2.5.2	Rupture de la peau en traction ou en compression.....	22
2.5.3	Poinçonnement.....	23
2.5.4	Rupture de l'âme en cisaillement.....	23
2.5.5	Décollement entre la peau et l'âme (debonding).....	23
2.5.6	Flambage localisé (wrinkling).....	24
2.6	Comportement des matériaux sandwichs en présence d'un endommagement	24
2.6.1	Introduction.....	24
2.6.2	Comportement en statique et en fatigue en présence d'un endommagement.....	24
2.6.3	Comportement vibratoire en présence d'un endommagement.....	25
2.7	Synthèse et position du problème	27

CHAPITRE 3	Analyse du comportement mécanique en statique et en fatigue cyclique des composites sandwichs avec une décohésion....	29
3.1	Introduction.....	31
3.2	Comportement des matériaux sandwich.....	31
3.2.1	Introduction.....	31
3.2.2	Analyse à l'aide de la théorie des plaques sandwichs.....	32
3.2.2.1	Équations générales.....	34
3.2.2.2	Essai de flexion 3-points.....	38
3.2.3	Évaluation des performances en statique des matériaux sandwichs.....	40
3.2.3.1	Mise en œuvre.....	40
3.2.3.2	Procédures expérimentales.....	42
3.2.3.3	Comportement statique des matériaux sains.....	43
3.2.3.4	Effet de la longueur de la décohésion.....	45
3.2.3.5	Module de cisaillement et module de flexion.....	50
3.3	Comportement en fatigue cyclique des matériaux sandwichs avec une décohésion.....	52
3.3.1	Introduction	52
3.3.2	Essais.....	57
3.3.3	Comportement en fatigue du matériau sandwich sain.....	52
3.3.4	Effet de la longueur de fissure sur le comportement en fatigue.....	53
3.3.4.1	Rigidité.....	53
3.3.4.2	Cycle d'hystérésis.....	55
3.3.4.3	Énergie dissipée.....	57
3.3.4.4	Amortissement	59
3.4	Conclusions.....	62
CHAPITRE 4	Analyse expérimentale et par éléments finis du comportement vibratoire des matériaux sandwichs endommagés.....	63
4.1	Introduction.....	65
4.2	Équation des vibrations transverses d'une poutre orthotrope.....	65
4.2.1	Équation du mouvement.....	65
4.2.2	Vibration transverse amorties d'une poutre	67
4.2.3	Réponse dans le cas d'une charge concentrée impulsionnelle.....	70
4.3	Analyse expérimentale effectuée.....	71
4.3.1	Dispositif expérimental.....	71
4.3.2	Méthode d'analyse des résultats expérimentaux.....	72
4.4	Évaluation expérimentale de l'amortissement du matériau sain	73
4.4.1	Amortissement des composites à fibres croisés (peaux).....	73
4.4.2	Amortissement des mousses en PVC (âmes).....	75
4.4.3	Amortissement des matériaux sandwichs.....	79

4.5	Analyse par éléments finis	81
4.5.1	Formulation de l'équation de la dynamique.....	81
4.5.2	Équation dynamique en absence d'amortissement.....	81
4.6	Modélisation par éléments finis	82
4.6.1	Géométrie et caractéristiques mécaniques	82
4.6.2	Effet de la décohésion sur les fréquences propres.....	83
4.7	Modélisation de l'amortissement d'une structure en matériau sandwich.....	90
4.7.1	Évaluation des énergies de déformation.....	90
4.7.2	Évaluation de l'amortissement.....	90
4.7.3	Comparaison des amortissements obtenus expérimentalement et par éléments finis en présence d'une décohésion.....	91
4.7.4	Contribution à l'amortissement des différentes énergies dissipées.....	96
4.7.4.1	Introduction	96
4.7.4.2	Énergies dissipées dans les constituants (peaux et âme).....	96
4.7.4.3	Énergie dissipée dans les différentes directions des peaux.....	100
4.7.4.4	Énergie dissipée dans les différentes directions de l'âme.....	102
4.8	Conclusions.....	106
CHAPITRE 5	Caractérisation par vibration non linéaire des matériaux sandwichs endommagés.....	107
5.1	Introduction.....	109
5.2	Méthode de résonance non linéaire.....	110
5.2.1	Procédure expérimentale.....	110
5.2.2	Détermination des caractéristiques des courbes de résonance.....	111
5.3	Caractérisation non linéaire par résonance du composite sandwich.....	112
5.3.1	Courbes de résonances.....	112
5.3.2	Effet du niveau d'excitation sur la fréquence de résonance	115
5.3.3	Effet du niveau d'excitation sur l'amortissement.....	117
5.4	Analyse des résultats	119
5.4.1	Introduction.....	119
5.4.2	Modélisation du comportement non linéaire	119
5.4.3	Décalages fréquentiel et amortissement non linéaire.....	121
5.4.4	Application de la modélisation au décalage fréquentiel	122
5.4.5	Application de la modélisation au décalage de l'amortissement.....	126
5.4.6	Paramètres non linéaires.....	129
5.5	Sensibilité des paramètres linéaires et non linéaires.....	132
5.6	Conclusions.....	134
CHAPITRE 6	Conclusions.....	135
	Références.....	138

Chapitre 1

Introduction générale

Les matériaux sandwichs connaissent un essor important, tant dans les applications les utilisant, que dans les technologies les mettant en œuvre. Ils présentent un intérêt pour les applications qui requièrent à la fois rigidité et légèreté, notamment les transports, la marine, le nautisme, l'aéronautique, l'aérospatial, les sports et loisirs, l'industrie lourde, le génie civil et l'armée. Les matériaux sandwichs sont constitués d'une âme, souvent épaisse et de faible masse volumique, enserrée entre deux peaux à la fois rigides et minces. Du fait que l'on peut modifier la nature des matériaux constitutifs d'âme et de la peau (densité, propriétés mécaniques, physiques et chimiques), il est possible de concevoir des structures adaptées aux applications bien définies.

Lors de la sollicitation en flexion des matériaux sandwichs, la décohésion (décollement) entre la peau et l'âme est l'un des modes d'endommagement observé par de nombreux chercheurs dans le cas des essais de fatigue en flexion. Cet endommagement peut aussi survenir à la suite des imperfections dans le processus de fabrication, le dégazage de l'âme en mousse sous l'exposition directe du soleil, soit résulter des charges externes au cours de la vie d'opération, comme l'impact par des objets étrangers, soit encore résulter par la capacité d'absorption d'eau des âmes cellulaires. La présence de la décohésion affecte le comportement local et global en statique et en dynamique du matériau sandwich. En outre, lors de l'utilisation du matériau sandwich en présence de la décohésion, celle-ci peut se propager et provoquer de nouveaux modes d'endommagement tels que le flambage localisé de la peau, le délaminage de la peau, la fissuration en cisaillement de l'âme, etc. Ces modes d'endommagement peuvent interagir entre eux et aboutir à une défaillance prématurée de la structure en matériau sandwich.

L'objet de ce présent travail est d'analyser le comportement mécanique en statique, en fatigue et en vibration linéaire et non linéaire des matériaux sandwichs en présence d'une décohésion de longueur variable. Les matériaux composites sandwichs considérés dans le présent travail sont constitués d'une âme en mousse PVC de différentes masses volumiques et de peaux en fibres de verre et de résine époxyde. Ce travail se plaçait dans la continuité des travaux déjà réalisés au sein du laboratoire, sur l'analyse du comportement en statique, en fatigue et en vibration des matériaux composites sandwichs.

Après l'introduction du travail dans le présent chapitre, le chapitre 2 est consacré à une analyse bibliographique sur les effets de l'endommagement sur le comportement en statique, en fatigue cyclique et en vibration des matériaux composites sandwichs. Cette revue débutera avec une exposition plutôt générale du matériau sandwich (différents constituants). Ensuite, le

comportement mécanique en flexion des matériaux sandwichs et les principaux mécanismes d'endommagement d'une structure sandwich sont exposés. Dans un deuxième temps, l'accent sera mis sur le comportement mécanique en statique et en fatigue cyclique des matériaux composites ayant un endommagement. Finalement, nous présentons les travaux existants sur l'influence de l'endommagement sur le comportement vibratoire des matériaux composites.

Le chapitre 3 est consacré à la caractérisation des propriétés mécaniques en statique et en fatigue de ces matériaux en présence d'une décohésion de longueur variable. Cette caractérisation est menée à partir de la flexion 3-points sur des poutres en matériaux sandwichs avec plusieurs longueurs de la fissure. Le chapitre présente ensuite une analyse par la théorie des plaques sandwichs du comportement statique en flexion des sandwichs en fonction de la longueur de fissure. Le module de flexion et le module de cisaillement sont déterminés en fonction de la longueur de fissure à partir des résultats de cette analyse et par des essais de flexion sur des éprouvettes de ce matériau en faisant varier la distance entre appuis. La dernière partie du chapitre est consacrée à l'analyse du comportement en fatigue cyclique. Les essais de fatigue sont conduits en contrôlant le signal déplacement qui est de type sinusoïdal avec une fréquence de 5 Hz. Dans le cas des éprouvettes endommagées par fissuration, l'énergie dissipée et l'amortissement sont calculés à partir des données expérimentales de la charge et du déplacement en fonction du temps pour différentes longueurs de la fissure.

Le chapitre 4 est consacré à l'analyse expérimentale et par éléments finis du comportement en vibration des matériaux sandwichs en présence d'une décohésion de longueur variable. L'analyse expérimentale est menée dans le cas de vibration en flexion de poutres. La réponse en fréquence à une impulsion, menée à l'aide d'un vibromètre laser, a dans un premier temps permis de mesurer la fréquence et l'amortissement de ces matériaux autour de chaque pic de résonance en fonction de la longueur de la fissure. Une modélisation de l'amortissement des matériaux sandwichs a été développée en utilisant les résultats d'une analyse par éléments finis. L'évaluation de différentes énergies emmagasinées a permis de déterminer l'amortissement des différents sandwichs en fonction de la longueur de fissure. Les résultats obtenus par cette approche sont comparés à ceux obtenus expérimentalement.

Le chapitre 5 est consacré à l'étude expérimentale du comportement vibratoire non linéaire des matériaux sandwichs endommagés par fissuration. Les variations de la fréquence de résonance et de l'amortissement aux différents états (sains et endommagés) du matériau sont suivies en fonction du niveau d'excitation. Deux paramètres non linéaires relatifs au décalage fréquentiel et à l'amortissement sont déterminés en fonction du taux d'endommagement. Les sensibilités à l'endommagement de ces paramètres sont comparées à celles obtenues dans le cas de la vibration non linéaire

Enfin, les divers résultats obtenus lors de ce travail sont repris dans la conclusion générale.

Chapitre 2

ANALYSE BIBLIOGRAPHIQUE

Résumé

Ce chapitre a pour but de donner une revue bibliographique des effets de l'endommagement sur le comportement en statique, en fatigue cyclique et en vibration des matériaux composites sandwichs. Il débute avec une exposition plutôt générale de la structure en matériau sandwich et ses différents constituants. Ensuite, le comportement mécanique en flexion et les principaux mécanismes d'endommagement d'une structure en matériau sandwich sont exposés. Dans un deuxième temps, l'accent est mis sur le comportement mécanique en statique et en fatigue cyclique des matériaux composites en présence d'un endommagement. Enfin, nous présentons quelques travaux existants sur l'influence de l'endommagement sur le comportement vibratoire et les propriétés dynamiques des matériaux composites sandwichs.

Chapitre 2

Analyse bibliographique

2.1 Introduction

Les matériaux sandwichs connaissent un essor important, tant dans les applications les utilisant, que dans les technologies les mettant en œuvre. Ils sont ainsi largement utilisés dans tous les secteurs industriels et notamment les transports, la marine, le nautisme, l'aéronautique, l'aérospatial, les sports et loisirs, l'industrie lourde, le génie civil et l'armée. Leur consommation ne cesse d'augmenter. Les matériaux sandwichs présentent donc un intérêt pour les applications qui requièrent à la fois rigidité et légèreté. Cependant, les propriétés en statique, en fatigue et en vibration des matériaux composites sandwichs peuvent se dégrader sévèrement par la présence des dommages. Une revue bibliographique sur les effets de l'endommagement sur le comportement en statique, en fatigue cyclique et en vibration des matériaux composites sandwichs est développée dans ce chapitre. Cette revue débutera avec une exposition plutôt générale de la structure en matériau sandwich (différents constituants), le comportement mécanique en flexion et les principaux mécanismes d'endommagement de ces structures en matériau sandwich. Dans un deuxième temps, l'accent sera mis sur le comportement mécanique en statique et en fatigue cyclique des matériaux composites ayant un endommagement. Finalement, nous présentons les travaux existants sur l'influence de l'endommagement sur le comportement vibratoire des matériaux composites sandwichs.

2.2 Matériaux sandwichs et leurs constituants**2.2.1 Introduction**

Les matériaux sandwichs (fig. 2.1) sont obtenus à partir de deux peaux, de faibles épaisseurs, constituées de matériaux ayant de très bonnes caractéristiques mécaniques, collées sur une âme beaucoup plus épaisse et constituée d'un matériau très léger et ayant de faibles caractéristiques mécaniques. La colle ou l'adhésif est le troisième composant du matériau sandwich. C'est ce dernier qui permet un bon assemblage de la structure et une bonne transmission des contraintes d'un milieu à un autre. De part la constitution des matériaux sandwichs, on peut adapter leurs propriétés mécaniques en faisant varier la nature des peaux (identiques ou non) et de l'âme ainsi que l'épaisseur de chacun des constituants.

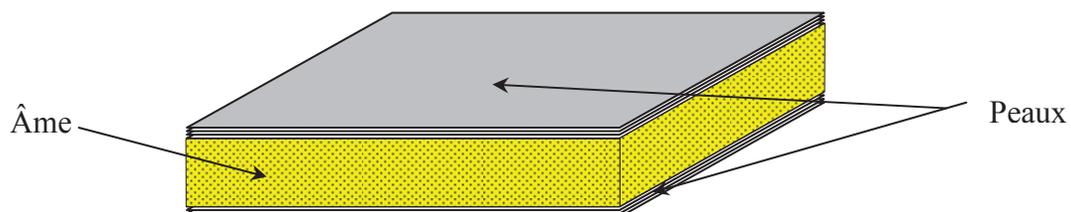


Figure 2.1 Matériau sandwich

2.2.2 Âmes

Le rôle principal de l'âme dans le matériau sandwich est de résister aux efforts de cisaillement. Par ailleurs, l'âme doit pouvoir supporter des charges localisées de poinçonnement. Dans les faits, c'est le constituant de l'âme qui permet de classer les différentes structures en matériau sandwich. Parmi les âmes les plus utilisées, citons celles en mousse, en nid d'abeilles et en bois de balsa:

– Les mousses: se sont les plus fréquemment utilisées, elles sont produites à partir de polychlorure de vinyle, polystyrène, polyuréthane ou d'autres polymères synthétiques. Elles sont thermoformables et permettent donc de réaliser des pièces de formes complexes. Leurs propriétés mécaniques sont bonnes, elles adhèrent bien à la résine et absorbent peu d'eau. Néanmoins, leur point faible réside dans une faible résistance à l'impact.

– Le bois : il est utilisé pour sa très bonne résistance à la compression notamment pour les supports d'accastillage. Le bois le plus utilisé comme matériau d'âme est le balsa. Les âmes en balsa ont été utilisées pour la première fois dans les années 1940 sur des hydravions. Le bois de balsa est aussi un isolant thermique mais pour conserver cette propriété, il doit être traité avec un produit hydrofuge puisqu'il est très hygroscopique.

– Le nid d'abeilles : l'âme en nid d'abeilles, connue sous le nom «Nida », est un matériau structural souple constitué de mailles hexagonales. Elle est réalisée à partir de différents matériaux comme par exemple le papier ou l'aluminium. Le Nida étant une structure anisotrope, ses propriétés varient selon le sens transversal ou longitudinal des alvéoles (taille de mailles). De plus, la taille de celles-ci, l'épaisseur des parois du Nida et la méthode de mise en œuvre sont des paramètres qui influencent la résistance au cisaillement transversal et longitudinal du Nida. Les variétés les plus courantes sont le Nomex et le Korex et sont fabriquées à partir du Kevlar.

2.2.3 Peaux

Un module d'élasticité élevé ainsi qu'une grande résistance à la compression et à la traction sont les principales qualités recherchées pour les peaux des matériaux sandwichs. Les peaux des sandwichs sont généralement constituées de fibres (mat ou tissu) enrobées d'une matrice à base de résine. Il existe plusieurs types de fibres parmi lesquelles on trouve :

- les fibres de verre : les filaments sont obtenus par filage de verre (silice+carbonates de sodium et de calcium) en fusion ($T > 1000^{\circ}\text{C}$), à travers des filières en alliage de platine.
- les fibres de kevlar : c'est une fibre aramide, de couleur jaune paille, mise au point par la société Du Pont de Nemours (USA). Ce sont des polyamides aromatisés obtenus par synthèse à -10°C , puis filés et étirés pour obtenir un module d'élasticité élevé. Ces fibres ont des modules allant de 60 à 180 GPa et une masse volumique d'environ 1400 kg m^{-3} . Ces fibres ont deux avantages particuliers, elles sont les moins denses et les plus résistantes à l'impact.

- les fibres de carbone : sont des filaments acryliques de tergal ou de rayonne obtenus à partir de la distillation de houille ou de pétrole. Ils sont oxydés à chaud (300°C) puis chauffés à 1500°C dans une atmosphère d'azote. Il ne subsiste alors que la chaîne hexagonale des atomes de carbone. On obtient des filaments noirs et brillants. Le module d'élasticité élevé est obtenu par filage à chaud. Les fibres de carbone ont des modules qui varient de 150 à 800 GPa et une masse volumique en général inférieure à 2000 kg m⁻³. leur résistance à l'impact est mauvaise, d'autre part elles sont inflammables et conduisent l'électricité.

2.2.4 Adhésifs

L'assemblage des peaux et de l'âme est réalisé par collage. Les adhésifs ont pour rôle de transférer les sollicitations mécaniques aux fibres et à l'âme et de les protéger de l'environnement extérieur. Les adhésifs sont généralement des résines. Il existe différents types des résines:

- Les résines à base de polyester : elles sont surtout employées pour les stratifiés composites avec de la fibre de verre pour réaliser par coulée des objets opaques ou transparents. Elles sont constituées par de longues chaînes de monomères comprenant des groupes esters et des sites réactifs au carbone. L'inconvénient du polyester est la présence des groupements esters qui peuvent réagir avec les différents agents chimiques et ainsi rompre les réseaux constitués.

- Les résines à base vinylesters : le terme vinylester désigne le plus souvent le produit de la dissolution du vinylester dans un solvant copolymérisable, le plus utilisé étant le styrène. Les résines vinylesters se rapprochent des résines polyesters par leur mode de polymérisation et leurs applications (qui sont aussi celles des résines époxydes). En revanche, leurs modes de mise en œuvre sont très différents ainsi que les propriétés physiques et chimiques des produits finis. C'est pourquoi, la nouvelle appellation des résines Dow (premier producteur mondial) est à présent résines époxy vinylesters afin de bien accentuer les similitudes entre les familles des résines époxydes et vinylesters.

- Les résines époxydes : Les résines époxydes possèdent de bonnes caractéristiques mécaniques. Le terme époxyde désigne une grande variété de prépolymères comportant un ou plusieurs motifs époxydiques qui, après polycondensation avec un durcisseur, conduisant à des produits thermodurcis dont les principales applications concernent le collage et les matériaux composites (matrice époxyde avec des renforts en fibre de verre ou de carbone). Il s'agit de produits performants qui rentrent dans un très grand nombre d'applications, dont certaines sont d'un niveau technique incontestablement élevé :

- industrie aéronautique et automobile (collages de structures et de panneaux),
- industrie électrique moyenne et haute tension (surtout appareillage électrique),
- électronique (enrobages de condensateurs, confection de circuits imprimés, etc.),
- sport (skis, raquettes, arcs et flèches de compétition, cadres de vélos en carbone, roues lenticulaires...),

- outillages (modèles à reproduire, maîtres modèles, boîtes à noyaux, etc.),
- stratifiés et composites (nids d'abeilles, structures triangulaires, arbres de transmission, carrosseries de voitures de sport...),
- revêtements résistants aux agents chimiques, réparation de fissures de barrages,...etc.

2.3 Comportement mécanique des composites sandwichs en statique et en fatigue

2.3.1 Comportement en statique

Les matériaux sandwichs sont généralement sollicités en flexion, pour l'optimisation des caractéristiques des matériaux de l'âme et de la peau dans une application donnée, il convient donc de connaître leur comportement pour ce type de sollicitation. Dans ce cas la poutre schématisée sur figure 2.2 est caractérisée dans [1] par :

Sa rigidité en flexion équivalente $(EI)_{eq}$ exprimée par :

$$(EI)_{eq} = \frac{E_f b t_f d^2}{2} + \frac{E_f b t_f^3}{6} + \frac{E_c b c^3}{12} \approx \frac{E_f b t_f d^2}{2} \quad (2.1)$$

Et sa rigidité équivalente en cisaillement $(AG)_{eq}$ exprimée par :

$$(AG)_{eq} = \frac{b d^2 G_c}{c} \approx b d G_c \quad (2.2)$$

— t_f et E_f sont respectivement l'épaisseur et le module d'élasticité du matériau constituant les peaux,

— c , E_c , G_c sont respectivement l'épaisseur, le module de Young et le module de cisaillement du matériau d'âme,

— b et d sont respectivement la largeur et l'épaisseur de l'éprouvette en matériau sandwich.

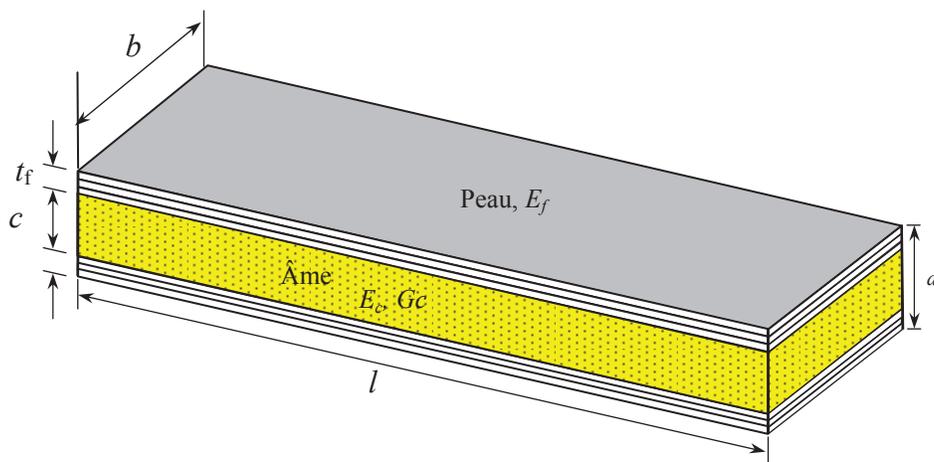


Figure 2.2 Poutre en matériau sandwich

Les deux premiers termes de la rigidité en flexion équivalente (équation 2.1) représentent les rigidités en flexion des peaux (indice f) et de l'âme (indice c) par rapport à l'axe neutre de chacun des éléments.

Lorsqu'une charge concentrée P est appliquée, la poutre fléchit (Fig. 2.3). La flèche δ de la poutre est la somme d'une composante δ_b due à sa rigidité en flexion et d'une composante δ_s due à la déformation par cisaillement de l'âme :

$$\delta = \delta_b + \delta_s = \frac{PL^3}{B_1(EI)_{eq}} + \frac{PL}{B_2(AG)_{eq}}, \quad (2.3)$$

avec

$$\delta_b = \frac{PL^3}{B_1(EI)_{eq}}, \quad \delta_s = \frac{PL}{B_2(AG)_{eq}}$$

Avec L la portée, B_1 et B_2 sont des constantes données dans le tableau 2.1, appelées «coefficients d'encastrement», résultant des conditions aux limites (type de distribution de la charge, conditions d'encastrement aux extrémités, etc.) [1].

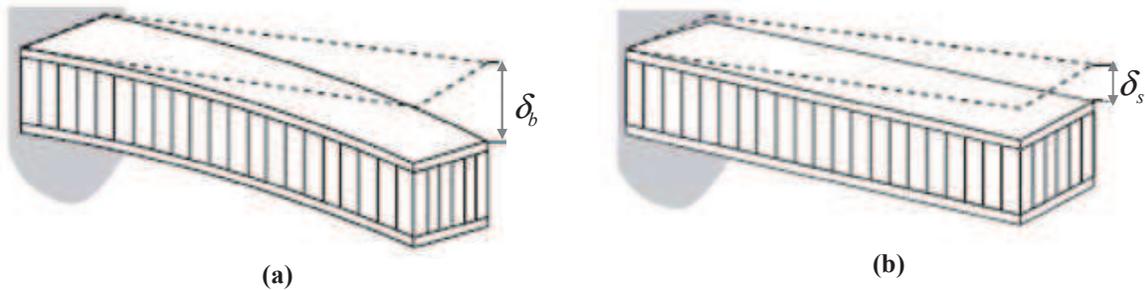


Figure 2.3 Flèche d'une poutre en matériau sandwich en flexion :
a) flèche due au moment fléchissant et b) flèche due aux contraintes de cisaillement de l'âme

Tableau 2.1 – Constantes pour la flexion de la poutre en matériau sandwich

Type de chargement	B_1	B_2
	$\delta_b = \frac{PL^3}{B_1(EI)_{eq}}$	$\delta_s = \frac{PL}{B_2(AG)_{eq}}$
	3	1
	8	2
	48	4
	$\frac{384}{5}$	8
	192	4
	384	8

2.3.2 Comportement en fatigue

2.3.2.1 Introduction

Le phénomène de fatigue est rencontré fréquemment dans de nombreux domaines industriels qui mettent en jeu des sollicitations cycliques. Les premières études fondamentales du phénomène de fatigue ont été entreprises par Wöhler sur les métaux.

Un essai de fatigue est généralement réalisé à l'aide de chargement sinusoïdal. Ainsi l'état de chargement de fatigue peut être décrit par des paramètres comme le montre la figure 2.4 en précisant le maximum et le minimum de chargement. Les autres paramètres peuvent être facilement déterminés, tels que la contrainte moyenne, la variation de la contrainte, l'amplitude, le rapport de chargement et le niveau de chargement :

La contrainte moyenne
$$\sigma_m = \frac{(\sigma_{\max} + \sigma_{\min})}{2}$$

La variation de la contrainte
$$\Delta_a = (\sigma_{\max} - \sigma_{\min})$$

L'amplitude de la contrainte
$$\sigma_a = \frac{(\sigma_{\max} - \sigma_{\min})}{2}$$

Le rapport de chargement
$$R = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}}$$

Le niveau de chargement
$$r = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{rup}}$$

La valeur de R est une indication du type de chargement de fatigue. On distingue alors les sollicitations :

- $R=-1$: contraintes alternées symétriques,
- $-1 < R < 0$: contraintes alternées asymétriques,
- $R=0$: contraintes répétées ($\sigma_a = \sigma_m$),
- $R > 0$: contraintes ondulées.

Les essais de fatigue peuvent être effectués en flexion, en compression, en traction, en torsion ou en cisaillement. Ces essais peuvent être de faibles sollicitations mais à des fréquences élevées (fatigue vibratoire) et aussi à faibles fréquences mais à fortes sollicitations (la fatigue plastique ou oligocyclique). Les différents types de formes d'onde de chargement sont sinusoïdal, triangulaire, carré et aléatoire.

Il y a généralement deux types de sollicitation : force imposée et déplacement imposé:

- force imposée : l'essai est piloté en force : l'amplitude et la fréquence de ce signal restent constantes pendant l'essai et dans ce cas, c'est la déformation qui varie. Si sous l'application de la force, le champ des contraintes dans l'éprouvette est

homogène, alors le mode de l'essai est à "contrainte imposée" (la contrainte est identique en chaque point de l'éprouvette).

- déplacement imposé : le signal de la sollicitation appliquée à l'éprouvette est un signal de déplacement avec une amplitude et une fréquence constantes. La force nécessaire pour créer ce déplacement évolue au cours de l'essai. Si le champ de déformation dans l'éprouvette est homogène, le mode de l'essai est alors à "déformation imposée" (la déformation est identique en chaque point de l'éprouvette).

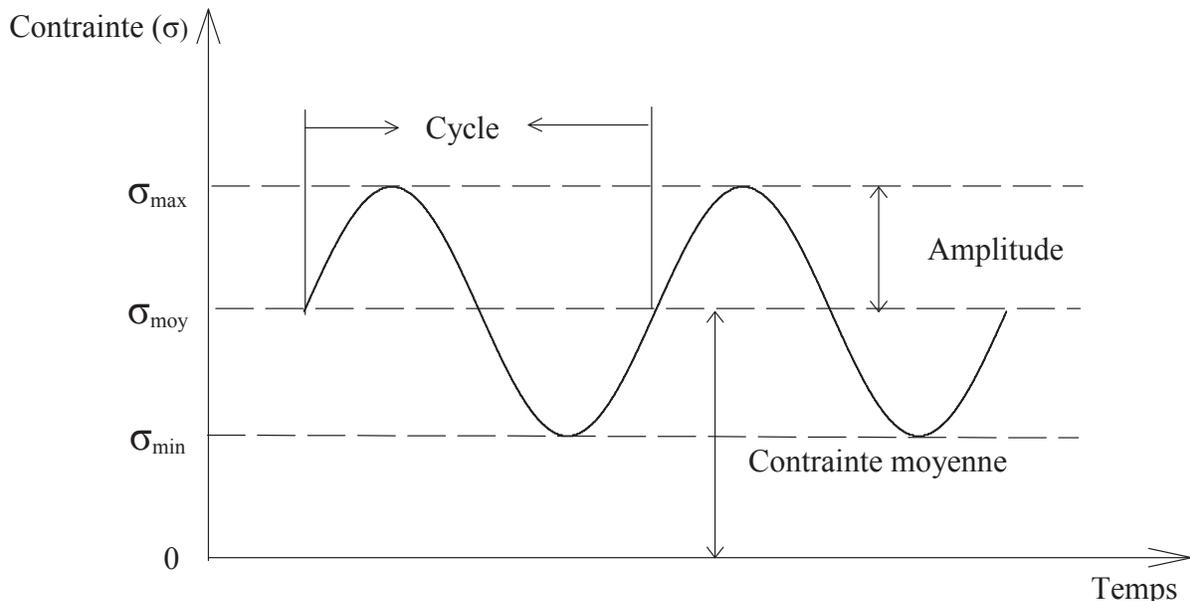


Figure 2.4 Charge sinusoïdale pour les essais de fatigue.

2.3.2.2 Effets des paramètres expérimentaux

- **La forme d'onde**

La forme d'onde cyclique peut avoir une influence sur la durée de vie en fatigue. Pendant une période donnée de vague (fréquence constante), la forme de l'onde est caractérisée par le type du signal, le taux de chargement et le temps à la charge maximale. La forme d'onde la plus commune est le chargement sinusoïdal mais les formes d'ondes carré et triangulaire représentent les limites extrêmes qui peuvent affecter la durée de vie en fatigue. D'une manière générale, l'onde carrée représente la dissipation maximum d'énergie par cycle. La forme d'onde sinusoïdale est un niveau intermédiaire tandis que la forme d'onde triangulaire représente le niveau le plus bas de dissipation d'après Trantima et Ninmer [2]. Mandell et Meier [3] ont constaté qu'une forme d'onde carrée a donné des durées de vies en fatigue inférieures que celles d'une forme d'onde sinusoïdale lors d'essais sur des stratifiés croisés 0/90 verre/époxyde.

Les formes d'onde jouent un rôle important dans le taux de déformation en fluage par cycle. Ceci dépend essentiellement du temps de la charge maximale pendant chaque cycle. Une charge constante et une onde impulsion (avec une composante du temps négligeable)

représentent respectivement les limites qui sont essentiellement le fluage pur et la fatigue pure. Entre ces limites, les taux relatifs de la fatigue et du fluage peuvent être contrôlés en variant le temps à la contrainte maximale dans chaque cycle de chargement. Dans ce type de chargement, les éléments de la fatigue et du fluage sont intimement mélangés provoquant ainsi des effets possibles d'interaction de fluage/fatigue et réduisant les durées de vies d'après Bowman et Baker [4]. C'est particulièrement le cas pour beaucoup de polymères sollicités à des fréquences cycliques basses (typiquement en dessous de 1 Hz) où le temps de la charge maximale est plus grand provoquant des effets significatifs de fluage. Ainsi, la forme d'onde sinusoïdale est un peu plus compliquée car le changement de la fréquence change le taux de contrainte, mais généralement la même tendance globale est obtenue. Ainsi, la forme d'onde cyclique a une influence sur les mécanismes d'endommagement en fluage/fatigue et sur le taux de propagation des fissures.

- **Influence du rapport de chargement**

Le rapport de chargement R a une influence considérable sur la durée de vie en fatigue. Les types de chargement peuvent être : tension-tension, compression-compression ou tension-compression. Il a été établi pour beaucoup de matériaux comme les stratifiés et les polymères que le chargement compressif est plus préjudiciable que le chargement de tension, soulignant ainsi que des rapports R avec des valeurs négatives qui tendent à ramener les durées de vie de fatigue les plus courtes. Plusieurs auteurs ont étudié l'influence du rapport R comme EL Kadi et Ellyin [5] et Rotem [6].

Mandell et Meier [3] ont étudié des stratifiés croisés (0/90) verre/époxyde, avec des valeurs du rapport R positives allant de 0 à 1. L'augmentation de R permet l'augmentation de la durée de vie en fatigue jusqu'à l'obtention d'une charge constante régulière (charge de fluage, $R=1$). Ceci indique qu'une charge cyclique permet un endommagement plus important qu'un chargement en fatigue statique.

Pour des structures en matériau sandwich, Burman et Zenkert [7] se sont intéressés à l'influence du rapport de chargement sur la propagation de fissures dans les âmes en mousses. Ils ont conclu que pour les valeurs de R inférieures à zéro, les durées de vie en fatigue sont plus courtes et les fissures se propagent dans deux directions au lieu d'une direction pour des valeurs de R au dessus de zéro.

- **Effet de la fréquence**

Olsson et Lönnö [8] ont montré qu'une augmentation de la température se produit dans l'âme en PVC pour des éprouvettes en matériaux sandwichs soumises à la fatigue. Après une phase transitoire, la température atteint une valeur constante qui dépend fortement de la fréquence f . L'augmentation de la température mesurée est inférieure à 5°C pour $f=1\text{Hz}$ et plus élevée que 15°C pour $f=5\text{Hz}$. Puisque la température de transition vitreuse du PVC est d'environ 80°C, il est raisonnable de s'attendre à ce que cette variation de température affecte de manière significative les propriétés mécaniques de l'âme.

Kanny *et al.* [9] ont étudié les effets de la fréquence sur le comportement en fatigue d'un composite sandwich constitué de mousse en PVC pour l'âme et de stratifiés à fibres de verre et de résine vinylester pour les peaux. Les essais de flexion en fatigue ont été effectués sur des poutres en matériau sandwich avec une âme de densité de 130 et 260 kg m⁻³, à des fréquences de 3 et 15 Hz, à un taux de chargement $R=0.1$ et quatre niveaux de chargement différents 90%, 85%, 80% et 75%. Les conclusions suivantes ont été tirées :

- la charge à la rupture et la rigidité du matériau sandwich augmentent avec l'augmentation de la densité de l'âme,
- la résistance à la fatigue diminue avec l'augmentation de la densité de l'âme,
- le nombre de cycles jusqu'à la rupture (N_f) a augmenté avec la fréquence, mais le temps mis jusqu'à la rupture (t_f) a diminué,
- Une augmentation significative de la température au niveau de l'âme a été mesurée, pour la poutre en matériau sandwich avec une âme de densité 130 kg/m³ à 15 Hz. À une fréquence de 3 Hz, l'augmentation de la température a été de $2\pm 1^\circ\text{C}$ et à la fréquence de 15 Hz l'augmentation de la température de l'âme a été de $12\pm 2^\circ\text{C}$.

Sharma *et al.* [10] ont étudié le comportement en fatigue d'un matériau sandwich avec une âme en polyuréthane. Les essais ont été effectués en flexion trois points en contrôlant la charge (60% de la charge à la rupture). Ils ont testés trois types des éprouvettes de matériaux sandwichs, la première éprouvette est fabriquée en utilisant la résine époxyde, la seconde avec une résine polyester et la troisième est fabriquée en utilisant un mélange de la résine époxyde et de la résine polyester. Ces éprouvettes ont été testées à trois fréquences différentes (1, 3 et 5Hz) jusqu'à un million de cycles. A la fréquence de 1 Hz, les trois types d'éprouvettes n'ont pas été complètement endommagés. A la fréquence de 3 Hz, l'éprouvette fabriquée à partir de la résine époxyde est partiellement endommagée par décollement entre la peau et l'âme, alors que les deux autres sont complètement endommagées par décollement entre la peau et l'âme et par fissuration de l'âme. A 5 Hz, toutes les éprouvettes sont complètement endommagées par décollement peau/âme et par fissuration de l'âme. Ces auteurs ont conclu aussi que la dégradation de la rigidité augmente avec l'augmentation de la fréquence.

2.3.2.3 Comportement des matériaux sandwichs en flexion

Kulkarni *et al.* [11] ont constaté que la rupture en fatigue par flexion du sandwich est contrôlée par la rupture de l'âme. Ces auteurs ont mis en place des essais de fatigue de telle sorte que l'endommagement se manifeste par la propagation des fissures dans l'âme. Ils ont montré que la propagation de la fissuration se fait en trois phases: d'abord la décohésion entre l'âme et la peau supérieure, ensuite le cisaillement de l'âme suivie par une autre décohésion entre la peau inférieure et l'âme. La première phase représente environ 85% de la durée de vie en fatigue et correspond à une dégradation de la rigidité d'environ 10%.

Clark *et al.* [12] ont constaté lors de l'étude des matériaux sandwichs, que le processus d'endommagement en fatigue se déroule en deux phases: une première phase d'initiation de

l'endommagement suivie d'une deuxième phase de la multiplication et la propagation de cet endommagement. En se basant sur les résultats expérimentaux, les auteurs ont développé un modèle analytique permettant d'évaluer la réduction du module au cours de la fatigue. L'évolution de la déformation en fonction de nombre de cycles est explicitée suivant une fonction de type exponentielle. A partir de cette expression, le module en fatigue est déterminé en fonction du nombre de cycles et du niveau de chargement. Enfin, les auteurs ont utilisé les courbes de Wöhler pour caractériser la durée de vie des composites sandwichs.

Dans les travaux de Bezazi et El Mahi [13], l'influence de la densité et l'épaisseur de l'âme sur le comportement en fatigue des matériaux sandwichs a été analysée. Les matériaux sandwichs considérés dans ce travail sont constitués de peaux en fibres de verre et de résine époxyde d'épaisseur constante et des âmes de différentes masses volumiques et de différentes épaisseurs. Les essais ont été menés en flexion trois points avec différents niveaux de chargement en contrôlant le signal déplacement. L'analyse des résultats obtenus a permis de constater que :

- La rigidité et la résistance des matériaux sandwichs en fatigue augmentent avec l'épaisseur et la densité de l'âme,
- La diminution de la rigidité au cours de la fatigue jusqu'à la rupture se déroule en trois phases pour l'ensemble des matériaux : une première phase avec une chute rapide de la rigidité, une deuxième phase où la réduction de la rigidité devient lente et enfin une chute brutale de la rigidité conduisant à la rupture du matériau. La durée de chaque phase dépend du niveau de chargement, de la densité et de l'épaisseur de l'âme,
- La rupture des matériaux sandwichs dépend de la densité et l'épaisseur de l'âme ainsi que la distance entre appuis. Elle se fait soit par rupture de la peau supérieure soit par rupture de l'interface peaux/âme ou par rupture en cisaillement de l'âme,
- La durée de vie des matériaux augmente avec l'augmentation de la densité et l'épaisseur de l'âme

Les résultats expérimentaux obtenus dans les essais de fatigue ont conduit El Mahi et *al* [14] à développer une approche analytique permettant de décrire le comportement en fatigue des matériaux sandwichs. Cette approche est basée sur l'interpolation par des fonctions simples de l'évolution de la rigidité en fonction du nombre de cycles. Les durées de vie des matériaux sandwichs en fonction des conditions de chargement ont été déterminées à partir de cette approche et comparées aux résultats expérimentaux en utilisant le critère N_{10} . Les résultats obtenus ont été caractérisés par les courbes de Wöhler et ont permis de mettre en évidence l'influence de l'épaisseur et de la densité de l'âme sur la durée de vie et sur le taux de dégradation des matériaux.

2.3.2.4 Energie dissipée et amortissement en fatigue

Le comportement viscoélastique des fibres et de la mousse polymère joue un rôle important dans l'absorption et la dissipation de l'énergie dans des composites stratifiés et des matériaux sandwichs et en particulier pendant le chargement cyclique. Plusieurs auteurs ont utilisé la dissipation d'énergie ou l'amortissement pour l'analyse du comportement en fatigue des composites stratifiés ou sandwichs. Parmi ces auteurs nous citons :

Hacker et *al.* [15] ont utilisé le cycle d'hystérésis pour analyser le comportement des stratifiés en bois/époxyde. Ces stratifiés ont été soumis à des essais de fatigue cyclique en traction, en compression et en chargement inverse, en contrôlant la force. Les auteurs ont constaté que l'aire intérieure du cycle d'hystérésis augmente avec le nombre de cycles.

Dharan et *al.* [16] ont utilisé la même approche pour étudier le comportement d'un stratifié à fibres de verre/époxy avec une entaille de forme circulaire au centre de l'éprouvette. Ce stratifié a été soumis à des essais de fatigue cyclique en traction avec cinq niveaux de chargements. Les auteurs ont constaté que l'énergie dissipée décroît avec la diminution du niveau de chargement et avec l'augmentation du nombre de cycles.

Barron et *al.* [17] ont utilisé le facteur d'amortissement pour examiner les effets de la fréquence sur le comportement en fatigue d'un stratifié. Les essais de fatigue ont été effectués à des niveaux de chargement différents et à trois fréquences différents (5, 10 et 20 Hz) pour trois séquences d'empilement (plis unidirectionnels à $(0)_8$, plis croisés à $(0/90)_{4s}$ et plis à $(\pm 45)_{4s}$). Pour les stratifiés unidirectionnels il n'y a pas de tendances perceptibles pour le facteur d'amortissement. Le facteur d'amortissement augmente sensiblement lorsque la fréquence a augmenté de 5 à 20 Hz. Pour les stratifiés à plis orientés à $(\pm 45)_{4s}$, une diminution de l'amortissement est observée entre les valeurs de la fréquence de 5 Hz à 10 Hz, alors qu'une augmentation est constatée pour des valeurs de fréquences de 10 à 20 Hz. Zhang et *al.* [18] ont déterminé le facteur amortissement au cours des essais de fatigue cycliques de matériaux composites à fibres unidirectionnelles. Ils ont constaté que l'amortissement augmente avec nombre de cycles de fatigue.

Samirkumar et *al.* [19] ont utilisé l'amortissement pour étudier les effets de la température (20°C à -60°C) sur le comportement en fatigue cyclique d'un matériau sandwich. Le matériau considéré est constitué de fibres de verre et de résine vinylester pour la peau et d'une âme en mousse PVC. Ils ont constaté que l'amortissement augmente avec la température pour un nombre de cycles et pour un niveau de chargement donnés.

Farooq et *al.* [20-22] ont utilisé les cycles d'hystérésis pour analyser l'influence de la fréquence sur le comportement en fatigue des matériaux sandwichs. Trois matériaux sandwichs ont été considérés et sont constitués de peaux en stratifiés à fibres de verre et d'une âme en mousse PVC de différentes densités. Les essais se sont déroulés en fatigue cyclique en flexion 3-points avec une fréquence allant de 0,1 à 10 Hz. Ils ont constaté que l'évolution de la rigidité des matériaux sandwichs au cours de la fatigue est indépendante de la fréquence et

aucun changement important dans le cycle d'hystérésis n'est constaté. Ils ont constaté que l'aire du cycle d'hystérésis diminue avec l'augmentation du nombre de cycles en raison du dommage subi par ces matériaux. La même démarche a été utilisée par Bezazi et *al.* [23] pour l'analyse du comportement en fatigue d'une mousse polyuréthane et d'une mousse auxétique (coefficient de poisson négatif) en traction. Les auteurs ont constaté que pour un niveau de chargement donné, l'aire intérieure du cycle d'hystérésis diminue lorsque le nombre de cycles augmente pour les deux mousses. Ils ont montré aussi que l'aire du cycle d'hystérésis dans la mousse auxétique est plus élevée que celle dans la mousse polyuréthane.

2.4 Comportement en vibration des composites sandwichs

2.4.1 Introduction

Les caractéristiques mécaniques et dissipatives jouent un rôle déterminant dans le comportement des structures et en particulier dans leur comportement vibratoire. Dans ce paragraphe, nous donnons un aperçu général des travaux effectués dans la littérature sur le comportement vibratoire des matériaux composites ainsi que quelques modèles permettant la détermination de l'amortissement.

2.4.2 Analyse expérimentale

2.4.2.1 Analyse à partir des vibrations des poutres

Le premier dispositif expérimental pour évaluer l'amortissement des matériaux composites a été développé par Adams et *al.* [24] et Adams et Bacon [25]. Ce dispositif permet d'étudier l'amortissement en flexion des poutres dans un domaine de fréquence allant de 100 à 800 Hz et a été utilisé dans le cas de différents types de stratifiés [26-28]. Dans ce dispositif un excitateur inductif est fixé sur une des faces et un capteur inductif sur l'autre face, au centre d'une poutre. La poutre généralement libre-libre, est excitée sur une de ses fréquences propres, usuellement la fréquence fondamentale. Le module d'Young est déduit de la fréquence de vibration, et l'amortissement est évalué à partir du courant d'excitation et de la tension induite dans le capteur.

Dans le cas d'une poutre vérifiant les conditions de Bernoulli-Euler (absence de cisaillement transverse), l'équation de mouvement des vibrations libres en flexion s'écrit [29] :

$$EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0, \quad (2.4)$$

où w est le déplacement transverse, E est le module d'Young du matériau, I est le moment quadratique de la section droite de la poutre, ρ est la masse volumique du matériau et A est l'aire de la section droite de la poutre. La solution est explicitée par Adams et Bacon sous la forme :

$$w(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} X_n(x) \sin \omega_n t, \quad (2.5)$$

où ω_n est la fréquence angulaire propre et $X_n(x)$ est la déformée écrite suivant :

$$X_n(x) = A_n \sin \kappa_n \frac{x}{a} + B_n \cos \kappa_n \frac{x}{a} + C_n \sinh \kappa_n \frac{x}{a} + D_n \cosh \kappa_n \frac{x}{a}, \quad (2.6)$$

où A_n, B_n, C_n, D_n sont des constantes dépendant des conditions aux extrémités de la poutre et κ_n est lié à la fréquence propre λ_n par la relation :

$$\kappa_n^4 = \left(\frac{\lambda_n}{a} \right)^4 = \frac{\rho A}{EI} \omega_n^2 = \frac{m}{EIa} \omega_n^2, \quad (2.7)$$

Où a est la longueur de la poutre et m sa masse.

La connaissance de la déformée modale a permis de déterminer l'énergie maximum emmagasinée U_n pour le mode n . Elle est donnée par :

$$U_n = EI \int_0^a \left(\frac{\partial^2 X_n}{\partial x^2} \right)^2 dx. \quad (2.8)$$

Ensuite, l'énergie dissipée par cycle pour une force exercée d'amplitude F_m a été exprimée par:

$$\Delta U_n = \int_0^T F_m \cos \omega_n t dt. \quad (2.9)$$

Il en résulte que l'énergie dissipée par cycle est :

$$\Delta U_n = \pi F_m w_{cm}, \quad (2.10)$$

Où F_m et w_{cm} sont les valeurs crêtes de la force et de la flèche correspondantes. Ces valeurs sont données par :

$$F_m = \Gamma_d I_{\max}, \quad (2.11)$$

$$w_{cm} = \frac{V_{\max}}{\Gamma_d} \frac{1}{\omega_n}, \quad (2.12)$$

Où I_{\max} est l'intensité crête du courant induit dans l'excitation, Γ_d est le facteur de sensibilité de l'excitation et V_{\max} la tension crête mesurée aux bornes du capteur.

Le coefficient d'amortissement spécifique a été ensuite déterminé à partir de la relation :

$$\psi = \frac{\Delta U_n}{U_n}. \quad (2.13)$$

Où le coefficient d'amortissement ψ est lié au facteur de perte η par la relation :

$$\psi = 2\pi\eta. \quad (2.14)$$

2.4.2.2 Amortissement

L'amortissement est le mécanisme par lequel l'énergie mécanique d'un matériau ou d'un système est dissipée dans le milieu environnant de manière réversible. Le processus d'amortissement peut avoir divers origines, telles que le frottement sec entre surfaces, le frottement entre surfaces lubrifiées, la résistance de l'air ou d'un fluide, le frottement interne du comportement inélastique des matériaux, etc. Parmi ces phénomènes de dissipation d'énergie, le cas où la force de frottement est proportionnelle à la vitesse, appelé amortissement visqueux, est le plus simple à traiter d'un point de vue mathématique. Il en résulte que les phénomènes d'amortissement, de nature complexe, sont remplacés, pour leur analyse, par un amortissement visqueux équivalent.

Lorsque la structure en matériau sandwich subit une vibration en flexion, l'âme est contrainte en cisaillement, entraînant ainsi une dissipation d'énergie et par conséquent, l'atténuation des niveaux de vibration. L'évaluation de l'amortissement de telles structures apparaît dès lors comme un enjeu essentiel de leur conception. L'amortissement est un paramètre important pour le contrôle dynamique de bruit et les vibrations, la stabilité dynamique, la résistance à la fatigue et la résistance aux chocs [30]. On sait que l'amortissement d'une structure dépend non seulement des propriétés intrinsèques des matériaux la constituant, mais également de sa géométrie, des conditions aux limites et des actions extérieures appliquées. La dissipation d'énergie étant à la source de l'amortissement, il apparaît naturel d'utiliser une évaluation de l'amortissement qui repose sur le calcul de la dissipation dans la structure.

Il existe différentes méthodes pour déterminer l'amortissement :

- **Bande passante**

La méthode dite de la demi-puissance ou largeur de bande à -3 dB, avec la fonction de réponse en fréquence en ordonnée et la fréquence en abscisse. L'amortissement dépend de la largeur de la bande passante qui est prise à -3 dB (fig.2.5). Il est donné par :

$$\eta = \frac{f_2 - f_1}{f_r} \quad (2.15)$$

Avec f_r est la fréquence de résonance, f_1 et f_2 se trouvant de part et d'autre du pic de résonance à -3 dB de l'amplitude maximale.

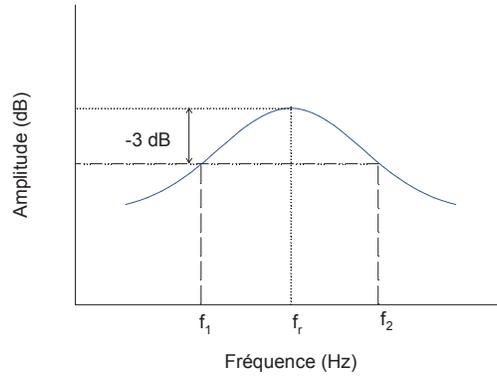


Figure 2.5 Principe de calcul du facteur de perte à -3dB du pic de résonance

- **Méthode du facteur d'amplification**

La méthode du facteur d'amplification est une méthode de réponse en fréquence. Le facteur de perte peut être déterminé, à la condition que la courbe amplitude de la fonction de réponse en fréquence soit connue. L'amortissement pour un mode donné est déterminé par le facteur d'amplification Q qui est le rapport des amplitudes (A_{\max}/A_0) de la réponse à la résonance (ω_o) et la réponse statique ($\omega = 0$). Le facteur d'amplification est fonction du facteur de perte à travers :

$$Q = \sqrt{(1 + \eta^2) / \eta} \quad (2.16)$$

- **Méthode du décrétement logarithmique**

La méthode de décrétement logarithmique est la méthode la plus couramment utilisée pour mesurer l'amortissement. Dans cette méthode, la décroissance de la réponse du système dans le domaine temporel (Fig. 2.6) est utilisée pour la détermination de l'amortissement. Le décrétement est donné en fonction de l'amortissement par la relation suivante :

$$\delta = \frac{1}{m} \ln \frac{x_n}{x_{n+m}} \quad (2.17)$$

δ représente le coefficient d'amortissement, n et m sont respectivement la période de départ et la période d'arrivée.

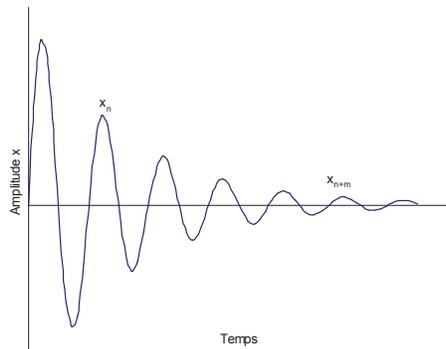


Figure 2.6 Décroissance de la réponse du système

2.4.3. Quelques approches pour la détermination de l'amortissement

La première tentative pour obtenir une expression de l'amortissement (ou facteur de perte) de la poutre en matériau sandwich a été effectuée par Kerwin [31]. Il a considéré des poutres sandwichs en appui simple, dont les peaux élastiques étaient beaucoup plus rigides que l'âme. Ainsi, l'âme était supposée ne se déformer qu'en cisaillement transverse et la rigidité en flexion de la poutre sandwich était celle de la structure de base.

Ditaranto [32] a étendu les travaux de Kerwin pour traiter les vibrations libres des poutres sandwichs avec des conditions aux limites arbitraires. Ensuite, tout en gardant les hypothèses de Kerwin, un autre modèle a été développé par Mead et Markus [33] pour étudier les vibrations forcées pour plusieurs conditions aux limites.

Yu [34] a utilisé une approche variationnelle pour déterminer le facteur de perte des matériaux sandwichs. Il a tenu compte des effets d'inertie dus à des mouvements transversaux, longitudinaux et rotatifs des plaques en sandwich symétriques. Il a examiné les effets combinés de trois facteurs de perte associés à des contraintes en cisaillement de l'âme et des contraintes dans les peaux. La même approche a été utilisée par Rao [35] pour la mise en place des équations de mouvement en vibration de poutres courtes en matériaux sandwichs asymétriques. La fréquence et le facteur de perte obtenus par cette analyse ont été comparés à ceux de la littérature.

Plusieurs chercheurs [36-38] ont développé le concept d'un module complexe en utilisant le principe de correspondance entre l'élasticité et la viscoélasticité. Dans ce concept, la partie réelle du module complexe représente la rigidité élastique et la partie imaginaire est associée à la dissipation d'énergie. Le concept du module complexe a été associé à une théorie de déformations en cisaillement d'ordre élevé par Meunier et Shenoï [39] pour la modélisation de l'amortissement des plaques en matériau sandwich. Les caractéristiques d'amortissement de plaques en matériau sandwich avec une âme viscoélastique mince ont été étudiées par Cupial et Nizioł [40] en utilisant la théorie de Reissner-Mindlin et la représentation en module complexe. Rikards [41] a développé des éléments finis qui utilise la théorie de Mindlin-Reissner dans le but d'évaluer l'amortissement des plaques en matériau sandwich constituées de peaux en stratifiées d'une âme une mousse PVC. Ces éléments finis ne tiennent pas compte de la dépendance en fréquence des propriétés des matériaux viscoélastiques (mousse en PVC). Yim et al [42] ont développé un modèle analytique basé sur la théorie des stratifiées pour étudier l'amortissement des composites sandwichs à fibres unidirectionnelles. L'analyse des résultats de ce modèle a montré que lorsque l'épaisseur de l'âme du sandwich augmente l'amortissement augmente.

L'utilisation d'une approche énergétique pour évaluer l'amortissement d'une structure constituée de divers éléments semble avoir été introduite par Ungar et Kewin [43]. Ils considèrent que pour une structure donnée, le coefficient d'amortissement structural peut être

exprimé en fonction de l'amortissement de chaque élément et en fonction de l'énergie emmagasinée dans chaque élément sous la forme :

$$\eta = \frac{\sum_{i=1}^n \eta_i U_i}{\sum_{i=1}^n U_i} \quad (2.18)$$

où η est le coefficient d'amortissement de la structure, n le nombre d'éléments, η_i le coefficient d'amortissement de l'élément i et U_i l'énergie élastique emmagasinée dans l'élément i . Johnson et Kienholz [44] se sont basés sur une méthode énergétique et ont utilisé une analyse par éléments finis pour déterminer l'amortissement dans les structures en matériau sandwich avec des couches viscoélastiques. Les résultats obtenus par cette méthode et ceux de l'expérience sont en bon accord. Hwang et Gibson [45-47] ont étudié l'amortissement dans les matériaux composites et structures sandwichs à deux échelles : macro-mécaniques et micromécaniques en utilisant la méthode énergétique. Rao [48] a utilisé la même approche pour étudier les fréquences propres et les facteurs de la perte de poutres en matériau sandwich sous diverses conditions aux limites. Plagianakos et Saravanos [49] ont présenté un nouvel élément fini dans le cas des poutres en matériau sandwich impliquant des termes quadratiques et cubiques du déplacement dans chaque couche. L'amortissement est calculé selon la méthode modale énergétique. Les effets de l'orientation et épaisseur des plis ainsi que les conditions aux limites sur l'amortissement sont analysés.

Zhang et al [50] ont utilisé la méthode des éléments Galerkin (GEM) pour analyser le comportement vibratoire des plaques rectangulaires en matériau sandwich. Cette méthode associe des fonctions orthogonales de Galerkin à la formulation d'éléments finis classique. La comparaison de la fréquence et de l'amortissement obtenus avec cette méthode et ceux d'un logiciel d'élément finis (Nastran) montre une bonne concordance. La méthode GEM utilise 5 fois moins d'éléments qu'une analyse par éléments finis classique.

Duigou et al [51] ont utilisé un élément fini sandwich de type coque/volume/coque pour la discrétisation des tôles en matériau sandwich de forme quelconque. Un nouvel algorithme itératif basé sur la technique d'homotopie et la méthode asymptotique numérique a été mis en place. Cette modélisation a permis le calcul de la fréquence et de l'amortissement des tôles en matériau sandwich viscoélastiques. Récemment, El Mahi et al. [52-54] ont effectué une analyse de l'amortissement des composites stratifiés et sandwichs en utilisant la méthode des éléments finis basée sur la théorie des plaques sandwichs. Les résultats obtenus par cette approche sont comparés avec les résultats expérimentaux. La méthode des éléments finis a été utilisée par la suite pour analyser les effets de différents paramètres des peaux et de l'âme sur l'amortissement des matériaux sandwichs.

2.5 Modes de dégradation des matériaux sandwichs

2.5.1 Introduction

La présence des défauts dans les structures en matériaux sandwichs est due à deux causes ; les endommagements dus à la fabrication et les dommages en service. Les défauts peuvent déjà surgir dans la fabrication des différents constituants des matériaux, tels que les fissures et les porosités dans les peaux, les délaminages entre les peaux stratifiées et l'âme en mousse et la porosité élevée dans les âmes en mousses cellulaires. Les porosités (grands vides) non désirées dans les âmes cellulaires peuvent agir comme source de déclenchement de la progression de la fissure dans le matériau. Il est par conséquent, essentiel de les détecter et ceci devrait être établi avant la fabrication du composant ou de la structure.

Il existe plusieurs modes d'endommagement des poutres en matériaux sandwichs qui dépendent de la contrainte appliquée et de la géométrie de la poutre. La résistance et le module d'élasticité des peaux conditionnent le comportement en flexion d'un matériau sandwich. En flexion, une des peaux du sandwich est sollicitée en traction et l'autre en compression, tandis que l'âme transmet des efforts de cisaillement. Plusieurs modes d'endommagement ont été identifiés pour les poutres en matériau sandwich en flexion trois points : rupture de la peau en traction ou en compression, flambement localisée de la peau (wrinkling et dimpling), rupture par cisaillement transverse de l'âme, le poinçonnement de l'âme, le décollement entre la peau et l'âme (debonding). Ces modes d'endommagement ont été confirmés par plusieurs études effectuées par Petras et Sutcliffe [56], Craig et Norman [57], Triantafillou et Gibson [58], Andrews et Moussa [59], Daniel et *al.* [60] et Gdoutos et Daniel [61], , Manalo et *al.* [62]. Nous allons passer en revue tous ces modes dans le cas de la flexion.

2.5.2 Rupture de la peau en traction ou en compression

Si les contraintes dans les peaux excèdent les contraintes admissibles pour le matériau constituant les peaux, il y aura une rupture de la peau en traction ou en compression (fig. 2.7). On peut éviter cette rupture en utilisant un matériau dont les contraintes à la rupture sont plus élevées, en augmentant l'épaisseur des peaux où en augmentant l'épaisseur de l'âme.

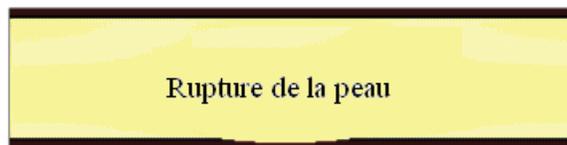


Figure 2.7 Rupture de la peau en traction

2.5.3 Poinçonnement

Le poinçonnement de l'âme (fig.2.8) se produit lors d'une concentration de la charge en un point, soit de la position d'un appui de type ponctuel ou linéique. Pour éviter le poinçonnement de l'âme, il faut que la charge soit appliquée sur une surface suffisamment grande, sinon augmenter l'épaisseur de peau ou utiliser une âme de masse volumique plus élevée.



Figure 2.8 Poinçonnement de l'âme

2.5.4 Rupture de l'âme en cisaillement

Sous charge en flexion, l'âme est seulement sujette à des contraintes de cisaillement. Si les contraintes de cisaillement dépassent la résistance au cisaillement de l'âme, il y aura rupture de l'âme (fig. 2.9). Pour éviter ce problème, il faut augmenter soit la résistance au cisaillement soit l'épaisseur de l'âme.

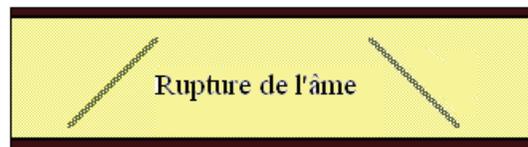


Figure 2.9 Rupture par cisaillement dans l'âme

2.5.5 Décollement entre la peau et l'âme (debonding)

Le décollement entre la peau et l'âme (fig.2.10) est la dégradation de l'adhésif qui joint la peau et l'âme. Cette dégradation peut survenir à la suite des imperfections dans le processus de fabrication, soit résulter des charges externes au cours de la vie d'opération, comme l'impact par des objets étrangers, soit encore résulter de l'absorption d'eau des âmes cellulaires et une exposition à une température élevée pendant longtemps. Pour éviter ce mode d'endommagement, on peut utiliser des adhésifs plus résistants.

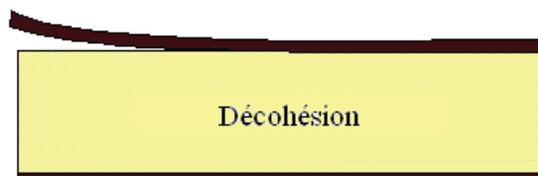


Figure 2.10 Décollement entre la peau et l'âme

2.5.6 Flambage localisé (wrinkling)

Le flambage localisé d'un sandwich se produit lorsque la résistance en compression de l'âme et le module de compression des peaux sont faibles. Il peut se produire pour des peaux minces en interaction avec une âme d'épaisseur suffisante et de rigidité en compression faibles. Le flambage localisé n'est pas fonction de la géométrie structurale ou des contraintes de fixation. Le flambage localisé (fig.2.11) se produit lorsque la contrainte exercée sur la face en compression atteint la contrainte critique. Pour éviter le flambage localisé, on peut soit utiliser pour les peaux, un matériau avec un module élastique plus élevé, soit utiliser pour l'âme, un matériau présentant des propriétés élastiques plus élevées.



Figure 2.11 Peau subissant un flambage localisé

2.6 Comportement des matériaux sandwichs en présence d'un endommagement

2.6.1 Introduction

La présence d'un endommagement affecte le comportement local et global en statique et en dynamique des matériaux sandwichs. Il peut survenir à la suite des imperfections dans le processus de fabrication, soit résulter des charges externes au cours de la vie d'opération. Dans cette partie d'étude, nous proposons une analyse bibliographique plus approfondie du comportement en statique, en fatigue cyclique et en vibration des matériaux sandwichs en présence d'endommagement.

2.6.2 Comportement en statique et en fatigue en présence d'un endommagement

Zenkert et *al.* [63] ont montré que la décohésion au niveau du plan médian de l'âme réduit rigoureusement la résistance du sandwich. Ils ont constaté que la propagation des fissures dans l'âme peut être produite par un surchargement par fatigue ou par impact. Une simulation par éléments finis de la propagation des fissures au cours de la fatigue a été développée en se basant sur le calcul de la diminution de la contrainte en cisaillement. Les résultats obtenus par cette simulation ont été comparés à ceux expérimentaux.

Efstathios et *al.* [64] ont modélisé par éléments finis le comportement en flexion trois points des matériaux sandwichs endommagés par une fissure à l'interface entre la peau et l'âme. Cette fissure a été créée parallèlement à l'axe de la poutre à différentes distances de l'interface. La propagation de la fissure a été simulée numériquement par éléments finis avec différents types de maillage pour la fissure, la peau, l'interface et l'âme. Ils ont conclu que

l'âme est principalement soumise à un état de cisaillement et que la propagation de la fissure est généralement dominée par le mode II.

Thomson *et al.* [65] ont étudié les effets de la taille de la fissure interfaciale et la taille des dommages d'impact sur les propriétés en cisaillement d'une poutre en matériau sandwich en flexion quatre points. Ces auteurs ont observé une baisse brutale de la résistance en cisaillement lors de l'augmentation de la longueur de la fissure interfaciale et lors de l'augmentation de la zone endommagée par impact. Une étude équivalente a été effectuée par Triantafillou et Gibson [66]. Elle concerne l'analyse de l'influence d'une fissure interfaciale sur la résistance en cisaillement de poutres en matériau sandwich constituées de peaux en aluminium et d'une âme en mousse. Ces éprouvettes ont été testées en cisaillement. Les auteurs ont constaté que la résistance en cisaillement n'a pas été affectée par la présence de faibles longueurs de fissures. Lorsque la longueur des fissures dépasse une certaine valeur limite, la résistance en cisaillement diminue légèrement.

2.6.3 Comportement vibratoire en présence d'un endommagement

Peu de travaux ont été effectués sur le comportement vibratoire des matériaux sandwichs en présence d'endommagement. Nous proposons dans ce paragraphe une analyse de quelques méthodes utilisées et les résultats obtenus d'abord dans les composites stratifiés et ensuite dans les matériaux sandwichs.

Tracy et Pardoën [67] ont étudié l'effet du délaminage sur les fréquences propres d'une poutre en composite stratifié. Cette étude a été effectuée en utilisant une analyse modale expérimentale associée à une analyse par élément finis et un modèle analytique. Ils ont constaté que le délaminage affecte plus les modes pairs que les modes impairs. Les résultats obtenus par les trois approches sont en bon accord. Valdes et Soutis [68] ont développé une méthode de surveillance de l'état de santé des matériaux composites. Elle consiste en l'étude de l'effet du délaminage sur les fréquences propres des poutres en composite stratifié. La poutre en configuration encastree-libre est instrumentée par deux capteurs (un émetteur et l'autre récepteur) collés près de l'encastrement. La comparaison des fréquences modales des poutres saines à celles des poutres delaminées a donné une bonne indication sur le degré d'endommagement des matériaux. La méthode a été utilisée par la suite en vibration à hautes fréquences pour identifier le délaminage dans des poutres en matériau composite.

Shu et Della [69] ont effectué une analyse analytique sur le comportement en vibration libre de poutres en composite en présence de délaminages multiples. La poutre est étudiée comme étant un ensemble de plusieurs poutres de Bernoulli qui sont interconnectées entre elles. Le couplage flexion-traction est pris en compte dans la mise en place du modèle. Les résultats obtenus par cette analyse sont en bon accord avec les résultats de la littérature et ont permis de vérifier la validité du modèle. Ce modèle a été utilisé par la suite pour analyser l'influence des délaminages multiples sur les deux premiers modes de vibration sur les déformées modales des poutres. Les travaux de Yam *et al.* [70] sur les composites stratifiés

avec un délaminage stratifié ont consisté à utiliser des éléments finis associés à des ressorts au niveau de la fissure pour empêcher le chevauchement des éléments. Ils ont observé qu'à une certaine valeur de raideurs, le ressort introduit une contrainte supplémentaire entraînant une augmentation de la fréquence mais cette augmentation n'est pas aussi importante que celle due au délaminage.

Kyriazoglou et *al* [71] ont utilisé la capacité d'amortissement spécifique pour analyser le comportement des poutres composites en flexion. Les poutres ont été examinées avant et après endommagement en utilisant un chargement quasi statique ou de fatigue. Les mécanismes d'endommagement et leurs localisations dans un stratifié sont déduits de la comparaison des résultats de fatigue avec la réponse dynamique du stratifié contenant des dommages bien caractérisés. Ces résultats montrent que la mesure de l'amortissement spécifique est une technique qui permet la détection des dommages initiaux dans les composites stratifiés. Les auteurs ont constaté que l'endommagement est un mécanisme qui provoque l'augmentation de l'amortissement. Les travaux de Paolozzi et *al* [72] ont consisté à analyser expérimentalement et par éléments finis l'effet de la position et de la taille du décollement entre la peau et l'âme sur le comportement vibratoire d'un panneau sandwich. Ils ont montré que les modes supérieurs sont beaucoup plus affectés par la taille du décollement que les modes inférieurs. Les résultats obtenus expérimentalement ont été comparés à ceux obtenus par éléments finis et sont en bon accord. Les auteurs proposent d'utiliser la corrélation entre la position, la taille du décollement et les modes supérieurs comme méthode non destructive pour caractériser l'état de santé des matériaux sandwichs.

Kim et Hwang [73] ont étudié expérimentalement et théoriquement l'effet de la taille du décollement entre la peau et l'âme sur la rigidité et sur la fréquence propre d'une poutre en matériau sandwich. Le modèle analytique a été établi en divisant la poutre en trois régions : deux régions saines et une région avec une fissure. Les équations du mouvement ont été établies pour chaque région de la poutre. Les fréquences obtenues expérimentalement et théoriquement sont en bon accords. Les auteurs ont constaté que la décohésion entre la peau et l'âme réduit rigoureusement la rigidité de la poutre et diminue la fréquence propre en flexion.

Buket et *al.* [74] ont effectué une étude expérimentale sur les effets de la courbure et du décollement entre la peau et l'âme sur la fréquence propre d'une poutre en matériau sandwich. Des poutres plates et d'autres courbées (15° , 30° , 45° et 60°) avec décollement à l'interface peau/âme ont été étudiées. Les auteurs ont constaté que les fréquences diminuent avec la présence du décollement. Ils ont remarqué que la position du décollement (entre la peau supérieure et l'âme ou la peau inférieure et l'âme) a une grande influence sur les valeurs de la fréquence. Ils ont observé aussi que la fréquence et la déformée modale de la poutre sont très sensibles à l'angle de la courbure.

2.7 Synthèse et position du problème

Cette revue de la littérature nous a permis d'avoir une vision d'ensemble sur les travaux existants concernant l'étude du comportement en statique, en fatigue cyclique et en vibration linéaire des composites stratifiés et sandwichs. Il ressort que l'étude des matériaux composites stratifiés ou sandwichs a déjà fait l'objet de nombreux travaux, mais est encore loin d'avoir abouti à la connaissance totale de leur comportement surtout en présence d'endommagement.

Le comportement en présence d'endommagement des composites stratifiés est un domaine que beaucoup de chercheurs ont essayé de clarifier. Beaucoup de techniques expérimentales et différents modèles analytiques ou numériques sont développés selon le degré de finesse souhaité pour analyser le comportement des composites stratifiés. En outre, l'analyse bibliographique montre qu'il existe peu de travaux sur le comportement des matériaux sandwichs en présence d'endommagement. Notre contribution s'intéresse donc à l'étude du comportement en statique, en fatigue et en vibration linéaire et non linéaire des composites sandwichs en présence d'un endommagement de type décohésion de longueur variable entre la peau et l'âme.

L'objectif visé par ce travail est en deux volets, le premier est consacré à la caractérisation expérimentale des matériaux sandwichs en présence de décohésion de longueur variable en sollicitations monotones et en fatigue cyclique. Ceci dans le but d'analyser l'effet de la longueur de la fissure sur le comportement mécanique des matériaux sandwichs. Le deuxième volet est consacré à une analyse vibratoire d'abord linéaire et par la suite non linéaire des matériaux sandwichs en présence d'une fissure de longueur variable. Les fréquences propres et les amortissements mesurés expérimentalement pour les trois premiers modes de vibration sont comparés aux ceux obtenus par éléments finis dans le cas d'un comportement linéaire. Enfin ; une méthode de résonance non linéaire est mise en place pour la caractérisation du comportement des matériaux sandwichs en présence d'un endommagement de type décohésion entre la peau et l'âme.

Les principaux domaines d'études sont :

- Mise en œuvre des composites stratifiés avec différentes orientations des fibres et deux types de sandwichs avec âme 60 kg m^{-3} et 100 kg m^{-3} de masse volumique (des dizaines de plaques et donc des centaines d'éprouvettes),
- Etudes expérimentales en flexion 3-points en statique des matériaux sandwichs avec plusieurs longueurs de fissures,
- Analyse à l'aide de la théorie des plaques sandwichs pour plusieurs distances entre appuis et plusieurs longueurs de fissures,
- Etudes expérimentales en flexion 3-points en fatigue des matériaux sandwichs pour plusieurs longueurs de fissures,
- Mise en équation des vibrations transverses d'une poutre en matériau sandwich,

- Analyse modale expérimentale des vibrations avec excitation par impact pour étudier les vibrations des poutres stratifiées et sandwichs en configuration encastree-libre,
- Evaluation expérimentale de l'amortissement des constituants et des matériaux sandwichs sains et endommagés avec plusieurs longueurs de fissures,
- Analyse par éléments finis (ABAQUS) de l'effet de la longueur de la fissure à l'interface peau/âme sur les fréquences propres et l'amortissement,
- Caractérisation par vibration non linéaire des matériaux sandwichs endommagés,
- Analyse expérimentale du comportement vibratoire non linéaire des matériaux sandwichs sains et endommagés à l'aide d'un pot vibrant avec une excitation sinusoïdale de fréquence variable à différentes amplitudes,
- Analyses des paramètres non linéaires élastiques et non linéaires dissipatifs en fonction de la longueur de fissure.

Chapitre 3

ANALYSE DU COMPORTEMENT MÉCANIQUE EN STATIQUE ET EN FATIGUE CYCLIQUE DES COMPOSITES SANDWICHES SAINS ET AVEC UNE DÉCOHÉSION

Résumé

Le chapitre 3 est consacré à la caractérisation des propriétés mécaniques en statique et en fatigue des matériaux sandwichs sains et en présence d'endommagement. Cette caractérisation est menée à partir de la flexion 3-points sur des poutres en matériaux sandwichs avec plusieurs longueurs de la fissure. Le chapitre présente une analyse par la théorie des plaques sandwichs du comportement statique en flexion des sandwichs en fonction de la longueur de fissure. Le module de flexion et le module de cisaillement sont déterminés en fonction de la longueur de fissure à partir des résultats de cette analyse et par des essais de flexion sur des éprouvettes de ces matériaux en faisant varier la distance entre appuis. La dernière partie du chapitre est consacrée à l'analyse du comportement en fatigue cyclique. Les essais de fatigue sont conduits en contrôlant le signal déplacement qui est de type sinusoïdal avec une fréquence de 5 Hz. Dans le cas des éprouvettes endommagées par fissuration, l'énergie dissipée et l'amortissement sont calculés à partir des données expérimentales de la charge et du déplacement en fonction du temps pour différentes longueurs de la fissure.

Chapitre 3

Analyse du comportement mécanique en statique et en fatigue cyclique des composites sandwichs sains et avec une décohésion

3.1 Introduction

Lorsque les matériaux sandwichs sont sollicités en flexion, l'endommagement se manifeste par la décohésion entre la peau et l'âme, le délaminage des peaux et la fissuration par cisaillement de l'âme. Les propriétés mécaniques de ces matériaux peuvent être sévèrement dégradées par la présence de cet endommagement. Il peut survenir à la suite de répercussion du mouvement des vagues sur les coques des bateaux ou bien par l'influence des vibrations des ailes des avions à la rencontre d'un trou d'air dans l'espace. C'est ainsi, dans ce chapitre nous nous intéressons à l'étude du comportement mécanique en statique et en fatigue cyclique des composites sandwichs endommagés par une décohésion. Nous proposons dans un premier temps d'utiliser la théorie des plaques sandwichs dans le cas de la flexion pour caractériser le comportement en statique des matériaux sandwichs avec décohésion de longueur variable. Le module de flexion et le module de cisaillement sont déterminés en fonction de la longueur de fissure à partir de cette théorie et par des essais de flexion trois points sur des éprouvettes de ce matériau en faisant varier la distance entre appuis. Nous proposons dans un deuxième temps de faire une analyse de l'effet de la longueur de fissure par décohésion sur le comportement en fatigue cyclique du matériau sandwich. La rigidité, les cycles d'hystérésis ainsi que l'amortissement sont déterminés en fonction de la longueur de fissure au cours de la fatigue cyclique du matériau.

3.2 Comportement des matériaux sandwich

3.2.1 Introduction

Le comportement mécanique élastique d'une structure en matériaux sandwichs est généralement analysé par la théorie des plaques sandwichs [75,76]. Cette théorie est dérivée de la théorie des stratifiés prenant en compte le cisaillement transverse. Elle est basée sur une évaluation des champs des déplacements qui considère qu'une normale au plan moyen d'un stratifié reste un segment de droite lors de la déformation, cette déformée ne restant toutefois pas normale à la déformée du plan moyen. Cette théorie dans le cas de la flexion sera utilisée pour caractériser le comportement des sandwichs avec une fissure de longueur variable. La formulation ainsi mise en place permettra d'évaluer les caractéristiques statiques en fonction de la longueur de la fissure à partir des résultats d'essais expérimentaux.

3.2.2 Analyse à l'aide de la théorie des plaques sandwichs

Nous introduisons dans ce paragraphe, la théorie des plaques sandwichs afin d'analyser le comportement mécanique des matériaux sandwichs. Les hypothèses de la théorie des plaques sandwichs [77] et [78] sont les suivantes :

- L'épaisseur des peaux est plus faible que celle de l'âme,
- Les déplacements u et v sont des fonctions linéaires de la coordonnée z dans l'âme et uniformes dans l'épaisseur des peaux,
- L'âme ne transmet que les contraintes en cisaillement transverse σ_{xz} et σ_{yz} , les autres contraintes σ_{xx} , σ_{yy} et σ_{xy} sont négligées,
- Le déplacement transverse w est indépendant de la variable z :
 $w(x, y, z) = w(x, y, 0) = w_0(x, y)$. La déformation ε_{zz} est négligée,
- Les contraintes en cisaillement transverse σ_{xz} et σ_{yz} sont négligeables dans les peaux.

La théorie des plaques sandwichs utilise un schéma du champ des déplacements du premier ordre. Le champ des déplacements dans l'âme est de la forme [76]:

$$\begin{aligned} u_a(x, y) &= u_0(x, y) + z\varphi_x(x, y) \\ v_a(x, y) &= v_0(x, y) + z\varphi_y(x, y) \end{aligned} \quad (3.1)$$

Il en résulte qu'une normale au plan moyen reste droite au cours de la déformation. Pour assurer la continuité des déplacements aux interfaces âme-peau, les champs de déplacements dans les peaux supérieures et inférieures s'écrivent respectivement :

- peau supérieure

$$\begin{aligned} u(x, y) &= u_0(x, y) + \frac{h}{2}\varphi_x(x, y) \\ v(x, y) &= v_0(x, y) + \frac{h}{2}\varphi_y(x, y) \end{aligned} \quad (3.2)$$

- peau inférieure:

$$\begin{aligned} u(x, y) &= u_0(x, y) - \frac{h}{2}\varphi_x(x, y) \\ v(x, y) &= v_0(x, y) - \frac{h}{2}\varphi_y(x, y) \end{aligned} \quad (3.3)$$

Les champs des déformations et des contraintes dans les peaux et dans l'âme sont déduits à partir du champ des déplacements donné précédemment. Ensuite l'équation constitutive des plaques sandwichs fait intervenir les résultantes et les moments :

- les résultantes en membrane :

La plaque sandwich est soumise dans son plan à des efforts résultants en membrane, notés N_x , N_y , N_{xy} . Ces efforts sont entièrement supportés par les peaux et sont définis

par :

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{bmatrix} = \int_{-(h_1+h/2)}^{-h/2} \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} dz + \int_{-h/2}^{h_2+h/2} \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} dz, \quad (3.4)$$

- les moments en flexion-torsion:

Les moments de flexion et de torsion exercés sur la plaque sandwich résultent des contraintes exercées sur les peaux. Ils sont définis par :

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \int_{-(h_1+h/2)}^{-h/2} \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} z dz + \int_{-h/2}^{h_2+h/2} \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} z dz, \quad (3.5)$$

- les résultantes en cisaillement :

Les expressions des résultantes en cisaillement dans l'âme sont données par la relation suivante :

$$\begin{bmatrix} Q_x \\ Q_y \end{bmatrix} = \int_{-h/2}^{h/2} \begin{bmatrix} \sigma_{xz} \\ \sigma_{yz} \end{bmatrix} dz \quad (3.6)$$

Par substitution des expressions des contraintes dans les relations des résultantes et des moments on en déduit l'équation constitutive, qui s'écrit sous la forme :

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \\ Q_x \\ Q_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} & 0 & 0 \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} & 0 & 0 \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} & 0 & 0 \\ C_{11} & C_{12} & C_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} & 0 & 0 \\ C_{16} & C_{26} & C_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & F_{44} & F_{45} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & F_{45} & F_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \\ \gamma_{yz}^a \\ \gamma_{xz}^a \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

Dans le cas général, il y a couplage membrane-flexion-torsion. Les déformations en membrane ε_{xx}^0 , ε_{yy}^0 , γ_{xy}^0 , les courbures κ_x , κ_y , κ_{xy} , les déformations en cisaillement dans l'âme γ_{yz}^a , γ_{xz}^a s'expriment par :

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_{xx}^0 &= \frac{\partial u_0}{\partial x}, & \varepsilon_{yy}^0 &= \frac{\partial v_0}{\partial y}, & \gamma_{xy}^0 &= \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \\
 \kappa_x &= \frac{\partial \varphi_x}{\partial x}, & \kappa_y &= \frac{\partial \varphi_y}{\partial y}, & \kappa_{xy} &= \frac{\partial \varphi_x}{\partial y} + \frac{\partial \varphi_y}{\partial x} \\
 \gamma_{yz}^a &= \frac{\partial w_0}{\partial y} + \varphi_y, & \gamma_{xz}^a &= \frac{\partial w_0}{\partial x} + \varphi_x
 \end{aligned} \tag{3.8}$$

3.2.2.1 Equations générales

L'utilisation des poutres, permet de simplifier les schémas de calcul de la résistance d'une structure, en ramenant le problème à une analyse en une seule dimension. La théorie des poutres considère en effet que la longueur L est très grande devant l'épaisseur h et la largeur b de la poutre (figure 3.1).

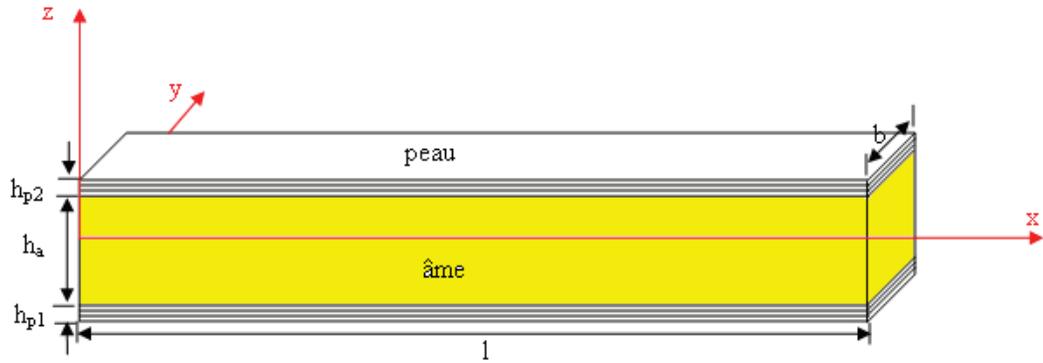


Figure 3.1 Poutre en matériau sandwich

Dans le cas de la flexion qui fait l'objet dans cette étude, l'équation constitutive (3.7) se réduit à [75-78] l'équation des moments :

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & 0 \\ D_{21} & D_{22} & 0 \\ 0 & 0 & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} \tag{3.9}$$

et des résultantes de cisaillement :

$$\begin{bmatrix} Q_x \\ Q_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{44} & 0 \\ 0 & F_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \gamma_{yz}^a \\ \gamma_{xz}^a \end{bmatrix} \tag{3.10}$$

Les expressions générales des rigidités D_{ij} et F_{ij} sont respectivement données par les relations :

$$D_{ij} = \frac{h}{2} (C_{ij}^2 - C_{ij}^1) \tag{3.11}$$

$$F_{ij} = h_a C_{ij}'^a \quad (3.12)$$

et

$$C_{ij}^1 = \int_{-\frac{h_a}{2}}^{\frac{h_a}{2}} z (Q_{ij}')_k dz = \sum_{k=1}^{n_1} \int_{h_{k-1}}^{h_k} z (Q_{ij}')_k dz = \sum_{k=1}^{n_1} (Q_{ij}')_k e_z z_k \quad (3.13)$$

$$C_{ij}^2 = \int_{-\frac{h_a}{2}}^{\frac{h_a}{2}+h_2} z (Q_{ij}')_k dz = \sum_{k=1}^{n_2} \int_{h_{k-1}}^{h_k} z (Q_{ij}')_k dz = \sum_{k=1}^{n_2} (Q_{ij}')_k e_z z_k \quad (3.14)$$

où n_1 et n_2 sont les nombres de couches respectivement dans la peau inférieure et dans la peau supérieure, $C_{ij}'^a$ sont les coefficients relatifs au cisaillement transverse de l'âme. Les coefficients Q_{ij}' sont les rigidités réduites hors axes et sont reportées dans le tableau 3.1 :

Tableau 3.1. Coefficients des rigidités réduites d'un composite orthotrope, en dehors de ses axes principaux.

$$\begin{aligned} Q_{11}' &= Q_{11} \cos^4 \theta + Q_{22} \sin^4 \theta + 2(Q_{12} + Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta \\ Q_{12}' &= (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{12} (\cos^4 \theta + \sin^2 \theta) \\ Q_{16}' &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^3 \theta + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66}) \sin^3 \theta \cos \theta \\ Q_{22}' &= Q_{11} \sin^4 \theta + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{22} \cos^4 \theta \\ Q_{26}' &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) \sin^3 \theta \cos \theta + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66}) \sin \theta \cos^3 \theta \\ Q_{66}' &= [Q_{11} + Q_{12} - 2(Q_{12} + Q_{66})] \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{66} (\sin^4 \theta + \cos^4 \theta) \end{aligned}$$

Les constantes de rigidité s'expriment en fonction des modules de l'ingénieur : E_L module d'Young longitudinal, E_T module d'Young transversal, ν_{LT} coefficient de Poisson et G_{LT} module de cisaillement, suivant les expressions :

$$\begin{aligned} Q_{11} &= \frac{E_L}{1 - \frac{E_T}{E_L} \nu_{LT}^2}, & Q_{22} &= \frac{E_T}{E_L} Q_{11}, \\ Q_{12} &= \nu_{LT} Q_{11}, & Q_{66} &= G_{LT} \end{aligned} \quad (3.15)$$

Les équations des moments (3.9) et des résultantes en cisaillement transverse (3.10) s'écrivent sous les formes inverses suivant :

$$\begin{bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11}^* & D_{12}^* & 0 \\ D_{12}^* & D_{22}^* & 0 \\ 0 & 0 & D_{66}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

$$\begin{bmatrix} \gamma_{yz}^a \\ \gamma_{xz}^a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{44}^* & 0 \\ 0 & F_{55}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_x \\ Q_y \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

où les coefficients D_{ij}^* sont les éléments de la matrice inverse de D et les coefficients F_{ij}^* sont les éléments de la matrice inverse de F exprimés suivant :

$$\begin{aligned} D_{11}^* &= \frac{D_{11}}{D_{11}^2 + D_{12}^2}, & D_{12}^* &= \frac{D_{12}}{D_{12}^2 + D_{11}^2}, & D_{66}^* &= \frac{1}{D_{66}} \\ F_{44}^* &= \frac{1}{F_{44}}, & F_{55}^* &= \frac{1}{F_{55}} \end{aligned} \quad (3.18)$$

Dans le cas d'une flexion autour de l'axe \overrightarrow{oy} , on peut négliger les variations de la courbure et de la flèche dans la largeur de la poutre. Les fonctions φ_x et w_0 sont indépendantes de la variable y :

$$\varphi_x = \varphi_x(x) \text{ et } w_0 = w_0(x) \quad (3.19)$$

Les déformations ε_{xx}^a et γ_{xz}^a dans l'âme, sont alors données par les expressions :

$$\varepsilon_{xx}^a = z \frac{\partial \varphi_x}{\partial x} \quad (3.20)$$

$$\gamma_{xz}^a = \frac{\partial w_0}{\partial x} + \varphi_x \quad (3.21)$$

Dans le cas d'une flexion pure, les relations fondamentales des plaques se réduisent à:

$$\frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} + q = 0 \quad (3.22)$$

$$\frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_y}{\partial y} - Q_x = 0 \quad (3.23)$$

$$\frac{\partial M_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial M_y}{\partial y} - Q_y = 0 \quad (3.24)$$

De plus la théorie des poutres fait l'hypothèse, que dans le cas d'une flexion suivant l'axe \overrightarrow{ox} , les moments de flexion M_y suivant \overrightarrow{oy} et le moment de torsion M_{xy} dans le plan $(\overrightarrow{ox}, \overrightarrow{oy})$ sont nuls:

$$M_{xy} = M_y = 0 \quad (3.25)$$

En reportant la relation (3.25) dans l'équation d'équilibre (3.24), nous trouvons que la résultante en cisaillement Q_y est nulle:

$$Q_y = 0 \quad (3.26)$$

Ainsi des équations de moments, des résultantes en cisaillement (3.9) et (3.10) et des relations (3.25) et (3.26) nous déduisons :

$$\kappa_x = \frac{d\varphi_x}{dx} = D_{11}^* M_x \quad (3.27)$$

$$\gamma_{xz}^a = \frac{\partial w_0}{\partial x} + \varphi_x = F_{55}^* Q_x \quad (3.28)$$

L'équation d'équilibre (3.23) peut s'écrire alors en tenant compte de (3.27) et (3.28)

$$\frac{d^2\varphi_x}{dx^2} - \frac{D_{11}^*}{F_{55}^*} \left(\varphi_x + \frac{dw_0}{dx} \right) = 0 \quad (3.29)$$

Soit en fonction des modules d'élasticité longitudinale et de cisaillement de la poutre, cette équation s'écrit :

$$\frac{d^2\varphi_x}{dx^2} - \frac{bh}{I} \frac{G_{xz}}{E_x} \left(\varphi_x + \frac{dw_0}{dx} \right) = 0 \quad (3.30)$$

En introduisant le module E_x de flexion et le module G_{xz} de cisaillement de la poutre exprimés suivant :

$$G_{xz} = \frac{1}{hF_{55}^*} \quad (3.31)$$

et

$$E_x = \frac{b}{D_{11}^* I} \quad (3.32)$$

$$\text{avec } M = bM_x \text{ et } I = I_{yy} = \frac{hb^3}{12}$$

De même, en reportant la relation (3.18) dans l'équation (3.22) nous obtenons :

$$\frac{d^2w_0}{dx^2} + \frac{d\varphi_x}{dx} + F_{55}^* q = 0 \quad (3.33)$$

Soit :

$$\frac{d^2w_0}{dx^2} + \frac{d\varphi_x}{dx} + \frac{1}{G_{xy}} p = 0 \text{ avec } p = bq \quad (3.34)$$

Dans le cas où la variation du moment de flexion M_x est connue, la relation (3.27) peut se mettre sous la forme :

$$\frac{d\varphi_x}{dx} = D_{11}^* M_x = \frac{M}{E_x I} \quad (3.35)$$

Une seconde équation peut être obtenue en reportant la relation (3.35) dans les expressions (3.29) ou (3.30) soit :

$$\frac{dM_x}{dx} = \frac{1}{F_{55}^*} \left(\varphi_x + \frac{dw_0}{dx} \right) \quad (3.36)$$

$$\frac{dM_x}{dx} = bhG_{xz} \left(\varphi_x + \frac{dw_0}{dx} \right) \quad (3.37)$$

Les équations différentielles (3.30), (3.33) et (3.34) sont dites relations fondamentales des poutres en flexion. Elles permettent de déterminer des déformations dans les sandwichs ainsi que la flèche w_0 au centre de l'éprouvette dans le cas d'un essai de flexion 3-points.

3.2.2.2 Essai de flexion 3-points

Dans le cas de la flexion 3-points (figure 3.2), l'expression du moment M_x devient

$$\frac{d\varphi_x}{dx} = D_{11}^* M_x = \frac{M}{E_x I} \quad (3.38)$$

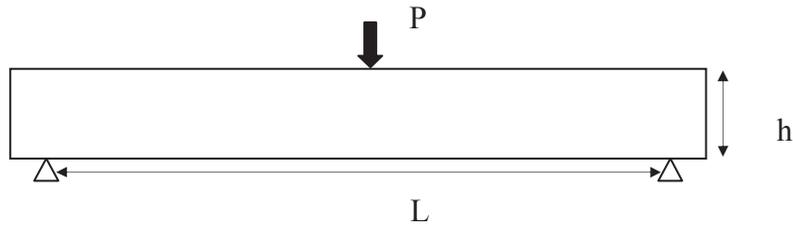


Figure 3.2 Poutre sollicitée en flexion trois points

En exprimant le moment de flexion en un point de la poutre :

$$M = -P \frac{x}{2} \text{ si } 0 \leq x \leq \frac{L}{2} \quad (3.39)$$

On peut aisément intégrer l'équation (3.38) et déduire l'expression suivante de φ_x :

$$\varphi_x = -\frac{P}{4E_x I} x^2 + c_1 \text{ avec } 0 \leq x \leq \frac{L}{2} \quad (3.40)$$

La symétrie de la déformée impose :

$$\varphi_x \left(\frac{L}{2} \right) = 0 \quad (3.41)$$

L'équation (3.40) peut s'écrire :

$$\varphi_x = \frac{PL^2}{16E_x I} \left[1 - 4 \frac{x^2}{L^2} \right] \quad (3.42)$$

Ou bien

$$\varphi_x = \frac{PL^2}{16b} D_{11}^* \left(1 - 4 \frac{x^2}{L^2} \right) \quad (3.43)$$

En reportant l'expression du moment fléchissant M dans l'équation (3.37) on obtient :

$$\frac{dw_0}{dx} = -\left(\varphi_x + \frac{P}{2bhG_{xz}} \right) \quad (3.44)$$

Il est intéressant de noter ici que la pente de la déformée ne s'annule pas au centre de la poutre ($x = \frac{L}{2}$), puisque $\varphi_x(\frac{L}{2}) = 0$.

$$\left. \frac{dw_0}{dx} \right|_{\frac{L}{2}} = -\frac{P}{2bhG_{xz}} \quad (3.45)$$

Après substitution de φ_x , l'intégration de l'équation (3.43) permet d'écrire l'expression de la flèche :

$$w_0 = -\int_0^{\frac{L}{2}} \left(\frac{PL^2}{16E_x I} \right) \left(1 - 4 \frac{x^2}{L^2} + \frac{P}{2bhG_{xz}} \right) dx \quad (3.46)$$

Soit :

$$w_0 = \frac{PL^2}{4bE_x h^3} \left[\left(4 \frac{x^2}{L^2} \right) - 2S - 3 \right] \quad (3.47)$$

Où S est le coefficient de cisaillement défini par :

$$S = \frac{E_x}{G_{xz}} \left(\frac{h}{L} \right)^2 = 12 \frac{F_{55}^*}{D_{11}^*} \left(\frac{h}{L} \right)^2 \quad (3.48)$$

Le coefficient de cisaillement dépend donc du rapport des modules $\frac{E_x}{G_{xz}}$. La flèche au centre peut s'écrire :

$$w_c = \frac{PL^3}{4bE_x h^3} (1 + S) \quad (3.49)$$

Ou bien :

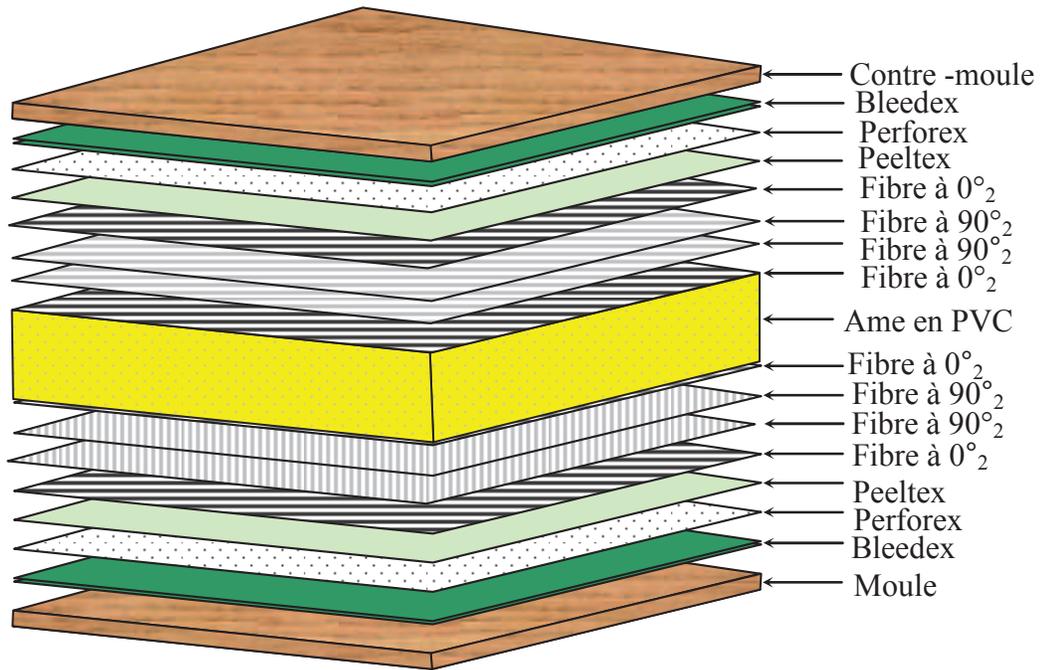
$$w_c = \frac{PL^3}{48b} D_{11}^* \left(1 + 12 \frac{F_{55}^*}{D_{11}^*} \frac{1}{L^2} \right) \quad (3.50)$$

L'expression (3.50) montre qu'il est possible de déterminer les coefficients D_{11}^* et F_{55}^* à partir des mesures du rapport $\frac{w_c}{PL}$ effectuées pour des valeurs différentes de la portée L .

3.2.3 Évaluation des performances en statique des matériaux sandwichs

3.2.3.1 Mise en œuvre

Les matériaux sandwichs étudiés dans ce travail sont mis en œuvre en utilisant comme âme des mousses en PVC de différentes masses volumiques et des peaux en stratifiées à fibres de verre avec une séquence d'empilement de $[0_2/90_2]_s$. Les peaux sont constituées de fibres unidirectionnelles de masse surfacique de 300 g m^{-2} et d'une résine époxyde type SR1500 avec le durcisseur SD2505. L'ensemble de la matière première est fournie par la société SICOMIN. La mise en œuvre des sandwichs est réalisée par moulage sous vide, par la technique dite du "sac". Les différentes couches sont stratifiées et imprégnées à température ambiante, puis moulées sous vide entre le moule et le contre moule après interposition de divers tissus de moulage (figure 3.3). Le Peeltex est un tissu de délaminage dont la fonction est de préparer les surfaces du stratifiées pour assurer, après délaminage du tissu, une bonne interface pour toute opération de collage (sur l'âme par exemple) ou de finition. Le tissu Peeltex est ensuite recouvert d'un film plastique perforé, le "Perforex". Ce film permet d'assurer l'homogénéité de la résorption de la résine. Enfin un composant final, le "Pleedex" est déroulé sur le Perforex, de manière à assurer un vide uniformément réparti. Cet ensemble est mis dans une poche dans laquelle on fait un vide (dépression de 30 kPa) pendant 10 heures à température ambiante. L'interposition d'un moule et d'un contre moule évite la formation de plis dus à la poche plastique. La découpe des plaques est réalisée ensuite avec une tronçonneuse à disque diamanté. Les caractéristiques mécaniques des fibres de verre, de la résine époxyde et de deux âmes sont données respectivement dans les tableaux 3.2, 3.3 et 3.4.



Figures 3.3 Mise en œuvre de plaques sandwichs.

Tableau 3.2 Caractéristiques de la fibre de verre

Propriétés mécaniques	Fibre de verre
Densité surfacique (g/m ²)	300
Contrainte à la rupture (MPa)	2500
Coefficient de Poisson	0,25
Déformation à la rupture (%)	4,8
Module de traction (GPa)	74
Module de cisaillement (GPa)	30

Tableau 3.3 Caractéristiques de la résine

Module de Young (MPa)	2900 à 3200
Résistance en traction (MPa)	74 à 77
Résistance en flexion (MPa)	115 à 120

Tableau 3.4 Caractéristiques de l'âme en mousse PVC

Propriétés mécaniques	C 70.55	C 70.90
Masse volumique (kg m^{-3})	60	100
Contrainte à la rupture en traction (MPa)	1.3	2.6
Contrainte à la rupture en compression (MPa)	0,9	2
Contrainte à la rupture en cisaillement (MPa)	0,8	1,6
Déformation à la rupture en cisaillement (%)	20	30
Module de traction (MPa)	45	80
Module de Compression (MPa)	58	110
Module de cisaillement (MPa)	25	45

3.2.3.2 Procédures expérimentales

Les essais sont effectués sur une machine d'essais hydraulique universelle de type INSTRON modèle 8801, munie d'une cellule de charge de 5 kN pour la mesure de la force et d'un capteur LVDT pour la mesure du déplacement (fig3.4), dont le pilotage et l'acquisition se font par ordinateur. Ces essais sont menés en flexion trois points en faisant varier la distance entre appuis (150, 250, 350 et 450 mm). Les essais sont effectués avec une vitesse de déplacement de 2 mm mn^{-1} . Des éprouvettes vierges et des éprouvettes avec une fissure de longueur variable de 0 à 150 mm avec un pas 10 mm à l'interface peau/âme sont testées.

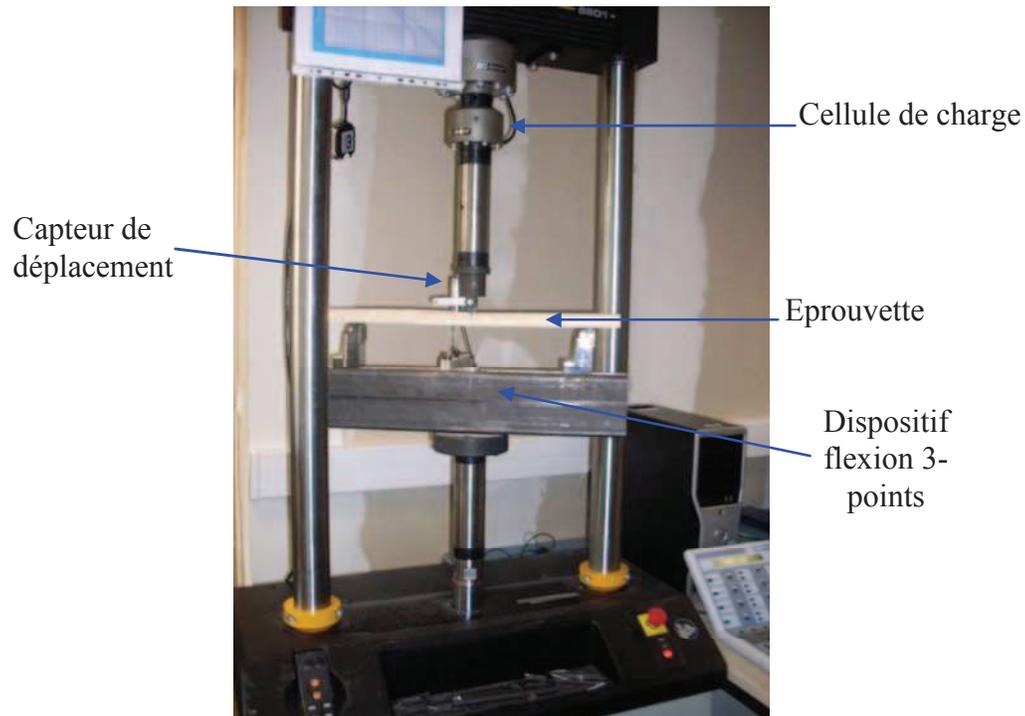


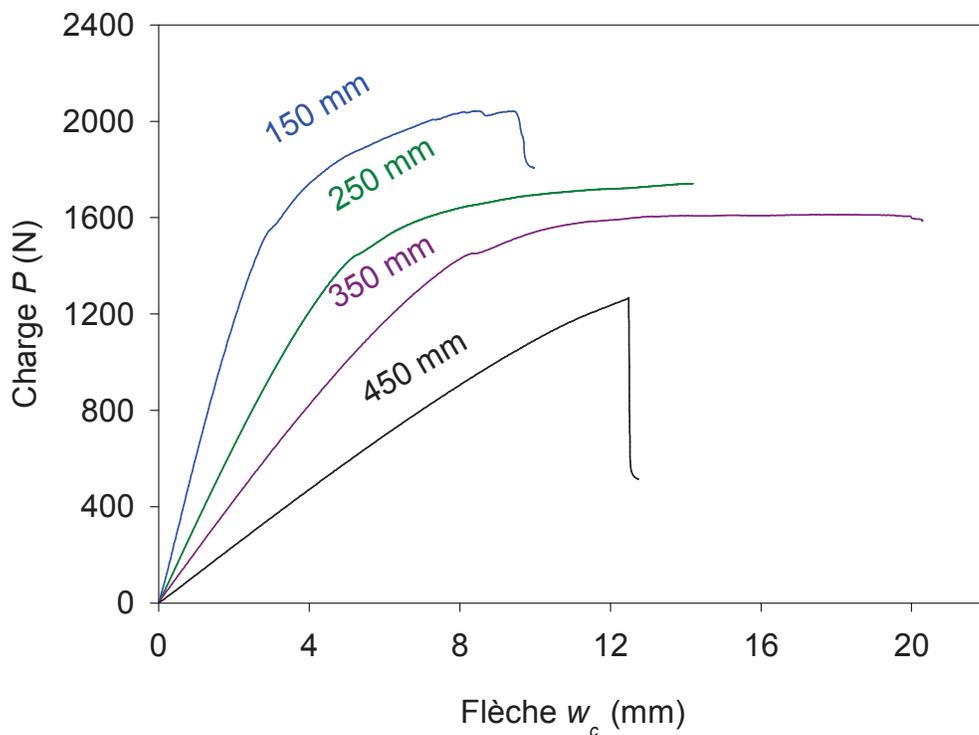
Figure 3.4 Dispositif expérimental de la flexion trois-points

3.2.3.3 Comportement statique des matériaux sains

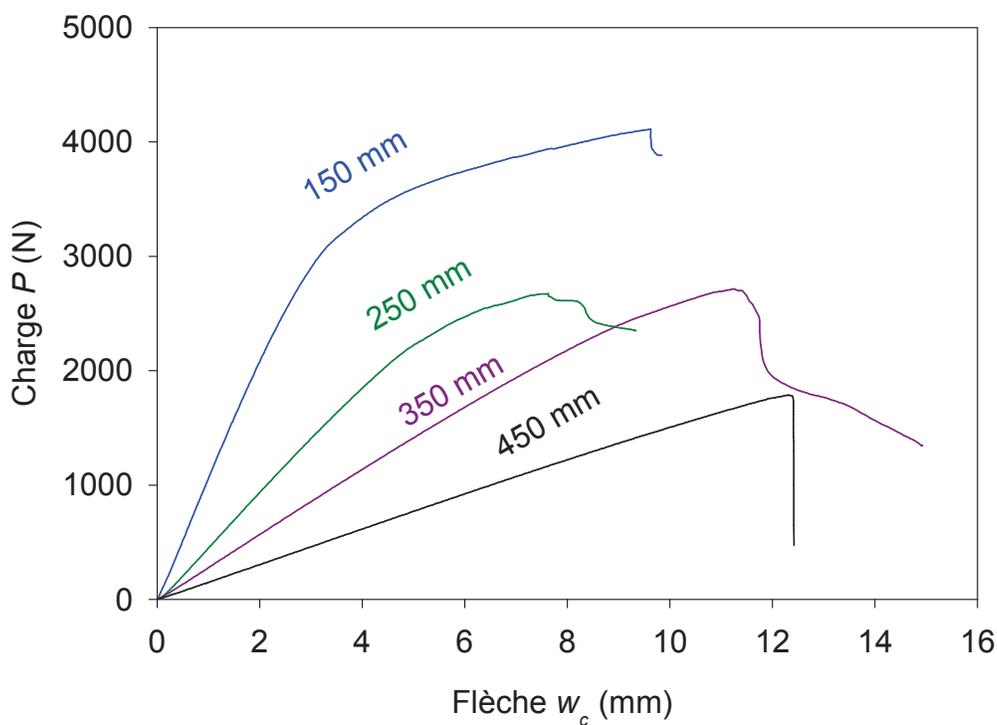
La figure 3.5 représente l'évolution de la charge en fonction de la flèche pour les deux types de matériaux sandwichs (âme 60 et 100 kg m⁻³ de masse volumique) et pour quatre distances entre appuis (150, 250, 350, 450 mm). L'analyse de ces résultats montre que le comportement mécanique des matériaux sandwichs dépend à la fois de la distance entre appuis et de la nature de l'âme.

Pour de grandes distances entre appuis (distances entre appuis égales 350 à 450 mm), nous observons un comportement pratiquement linéaire jusqu'à la rupture qui est de type fragile, avec une perte de charge quasi-instantanée. Du point de vue endommagement, nous avons observé une fissuration des couches à 90°, puis lorsque la charge augmente, la rupture des peaux due à la rupture par délaminage entre les couches 0° et 90°. Les valeurs des charges limites correspondant à la rupture des couches à 90° et de délaminage entre les couches à 0° et 90° ne dépendent donc pas de la nature de l'âme. Après rupture des éprouvettes, nous observons que seule intervient la rupture de la peau au contact avec l'appui central où est exercée la charge.

Lorsque la distance entre appuis diminue (distances entre appuis égales à 150 et 250 mm), les courbes charge-flèche font apparaître d'abord un comportement linéaire des poutres jusqu'à des charges assez élevées, puis un comportement non linéaire jusqu'à une charge maximale. La charge décroît ensuite progressivement, lorsque la flèche augmente, jusqu'au moment où une chute assez rapide de la charge se produit. Du point de vue endommagement, nous avons observé une fissuration des couches orientées à 90°, l'âme atteignant ensuite sa limite élastique en cisaillement lorsque la charge augmente. Cette charge limite est sensiblement supérieure à la valeur observée pour les grandes distances entre appuis, du fait que la rigidité du matériau sandwich est modifiée après fissuration des couches orientées à 90°. Comme précédemment, après rupture des éprouvettes, nous observons la rupture induite dans la peau au contact de l'appui central. Dans le cas de très faible distance entre appuis (150 mm), la limite du comportement élastique du matériau sandwich est atteinte lorsque l'âme atteint sa limite élastique en cisaillement. Dans ces conditions les matériaux sont sollicités en cisaillement transverse, nous avons observé quelques cas de rupture par cisaillement de l'âme ou délaminage des interfaces âme/peaux. L'augmentation de la densité de l'âme conduit à une augmentation de la charge limite et à une meilleure rigidité des matériaux sandwichs, cette augmentation est d'autant plus importante que la distance entre appuis est faible.



(a)



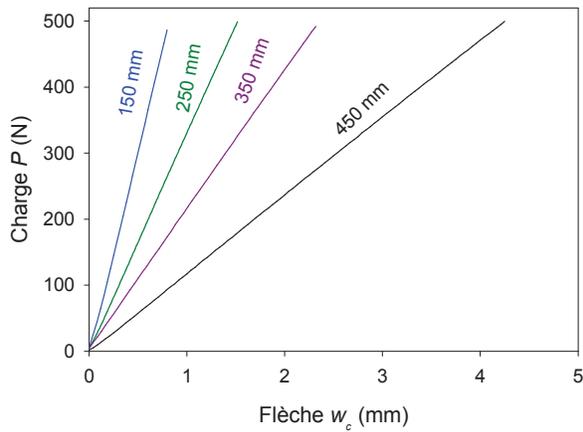
(b)

Figure 3.5 Courbes force-déplacement pour différentes distances entre appuis du matériau sandwich avec une âme de masse volumique: a) 60 kg m^{-3} et b) 100 kg m^{-3} .

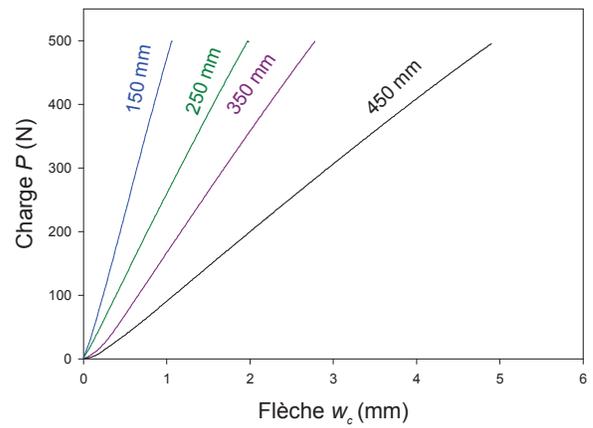
3.2.3.4 Effet de la longueur de la décohésion

La théorie des plaques sandwichs est limitée au cas où le comportement des constituants du matériau sandwich (peau et âme) est linéaire. Cette théorie permet alors d'évaluer la rigidité en flexion et en cisaillement de la structure et la répartition des contraintes dans le domaine linéaire. Les essais de flexion 3-points sont menés jusqu'à une charge de 500 N de manière à rester dans la partie linéaire des courbes charge/flèche. Ensuite la rigidité de chaque éprouvette est calculée par le rapport de la charge par la flèche dans la partie linéaire de la courbe. A titre d'exemple, nous avons reporté dans les figures 3.6 et 3.7, l'évolution de la charge en fonction de la flèche au centre de l'éprouvette pour différentes distances entre appuis (150, 250, 350 et 450 mm) et pour différentes longueurs de décohésion dans le cas des deux matériaux sandwichs. L'analyse de ces résultats montre que pour des faibles longueurs de décohésion (0 mm, 30 mm, et 60 mm), les courbes charge/flèche sont pratiquement linéaires jusqu'à 500 N. Lorsque la longueur de la décohésion devient élevée (90 mm, 120 et 150 mm), les courbes charge/flèche font apparaître une zone incurvée qui correspond à la mise en charge de l'éprouvette. Lorsque cette zone est franchie, le comportement devient là aussi pratiquement linéaire jusqu'à 500 N. L'évolution de la rigidité (caractérisée par la pente de la droite charge/flèche) en fonction de la longueur de la décohésion et pour différentes distances entre appuis est donnée dans la figure 3.8 dans le cas des deux matériaux étudiés. Pour une longueur de la fissure donnée, la rigidité diminue lorsque la distance entre appuis augmente. Pour une distance entre appuis donnée, la rigidité diminue avec l'augmentation de la longueur de la fissure. En effet une augmentation de la longueur de décohésion entraîne une diminution de la surface de transfert des contraintes de cisaillement entre les peaux et l'âme et donc une diminution de la résistance et de la rigidité du matériau sandwich. Pour le sandwich avec une âme de 60 kg m^{-3} de masse volumique et pour une distance entre appuis de 150 mm, la valeur de la rigidité est de 640 N mm^{-1} dans le cas d'une éprouvette vierge, alors qu'elle est de l'ordre de 250 N mm^{-1} pour une éprouvette avec une longueur de décohésion 150 mm (fig. 3.8.a.).

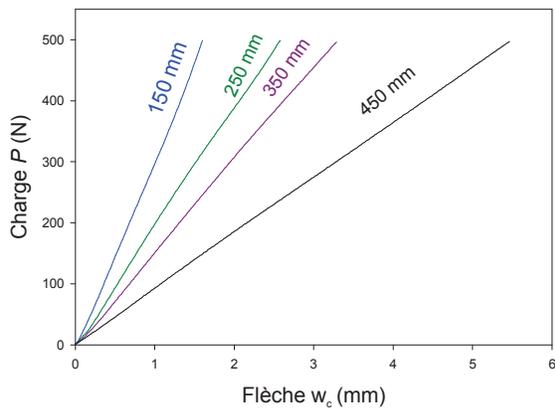
La raideur d'une poutre en flexion est évaluée par l'expression (3.50). Elle dépend de la rigidité de flexion (coefficient D_{11}^*) et de la rigidité en cisaillement transverse (coefficient F_{55}^*). Pour des éprouvettes en matériau sandwich avec différentes longueurs de décohésion, les coefficients du module de flexion et du module de cisaillement sont calculés en utilisant les résultats expérimentaux de la figure 3.9. Sur cette figure est représentée w_c/PL en fonction de L^2 , où w_c est la flèche, L^2 est le carré de la distance entre appuis et P est la charge agissant au centre. Il est à noter que ces courbes obtenues expérimentalement sont pratiquement des droites. Les coefficients de D_{11}^* lié au module de flexion et F_{55}^* lié au module de cisaillement sont ensuite déterminés respectivement en utilisant la pente et l'intersection avec l'axe des ordonnées de ces droites.



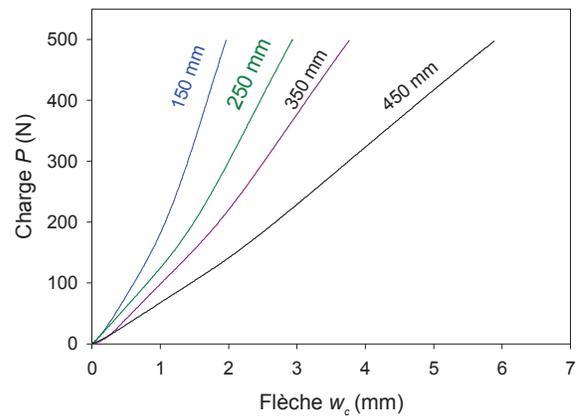
(a)



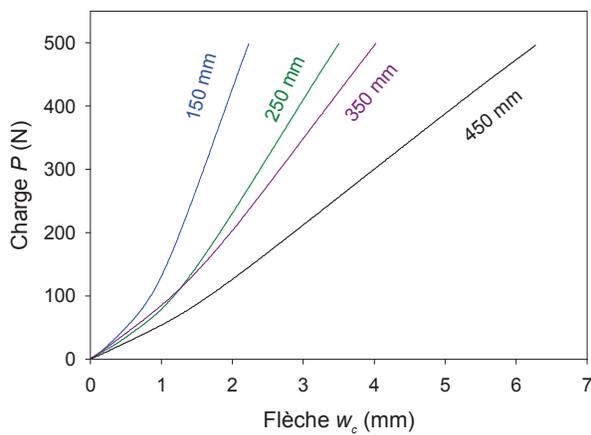
(b)



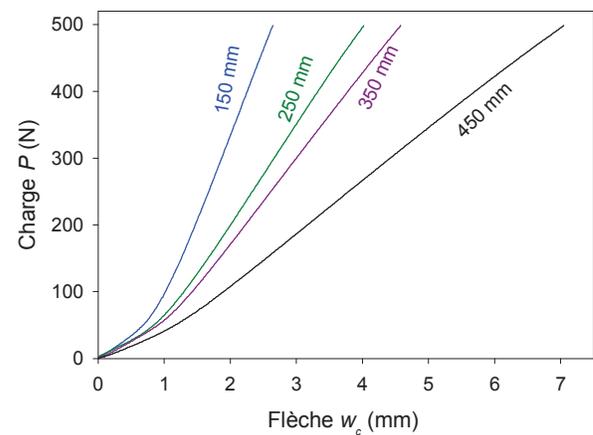
(c)



(d)

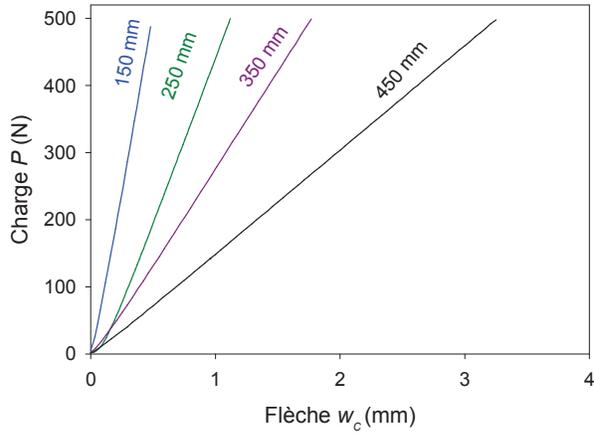


(e)

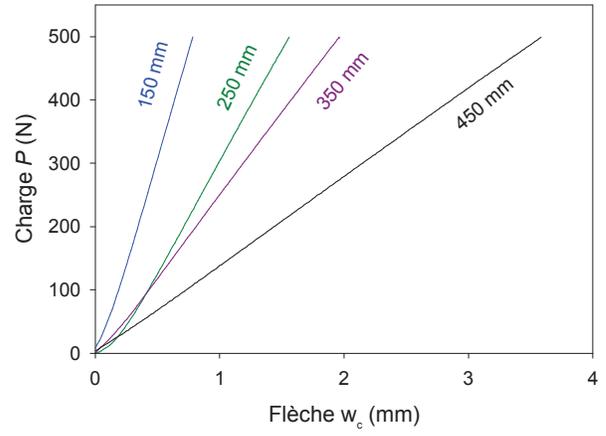


(f)

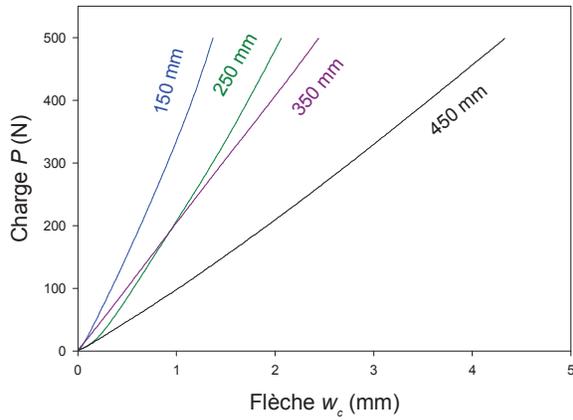
Figure 3.6 Courbes force/déplacement du matériau sandwich avec une âme de masse volumique de 60 kg m^{-3} pour différentes distances entre appuis et pour une longueur de la fissure égale à : a) 0 mm, b) 30 mm, c) 60 mm, d) 90 mm, e) 120 mm et f) 150 mm



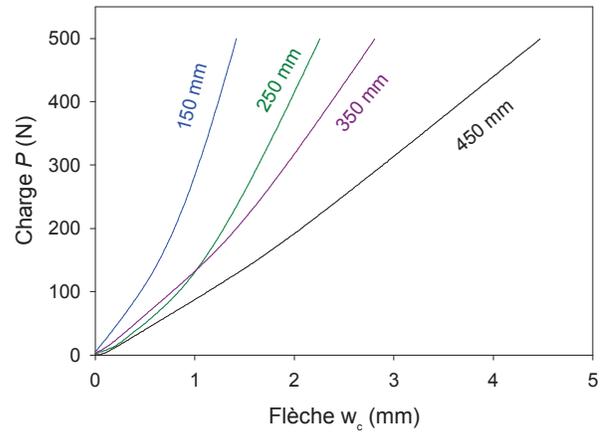
(a)



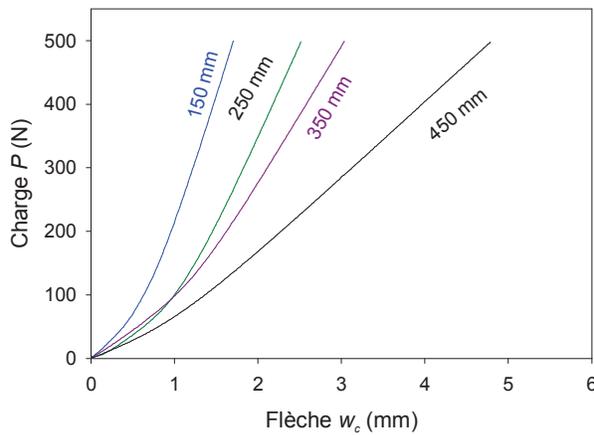
(b)



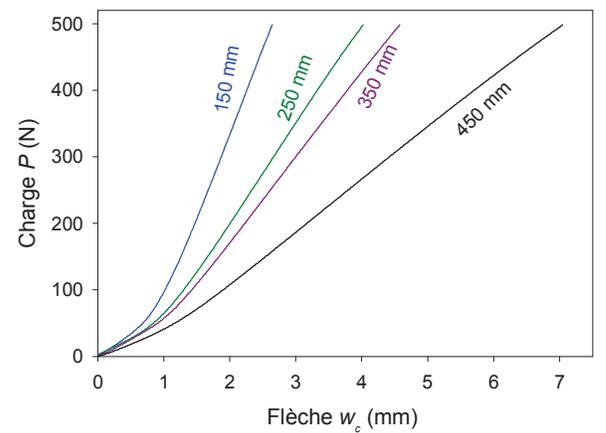
(c)



(d)

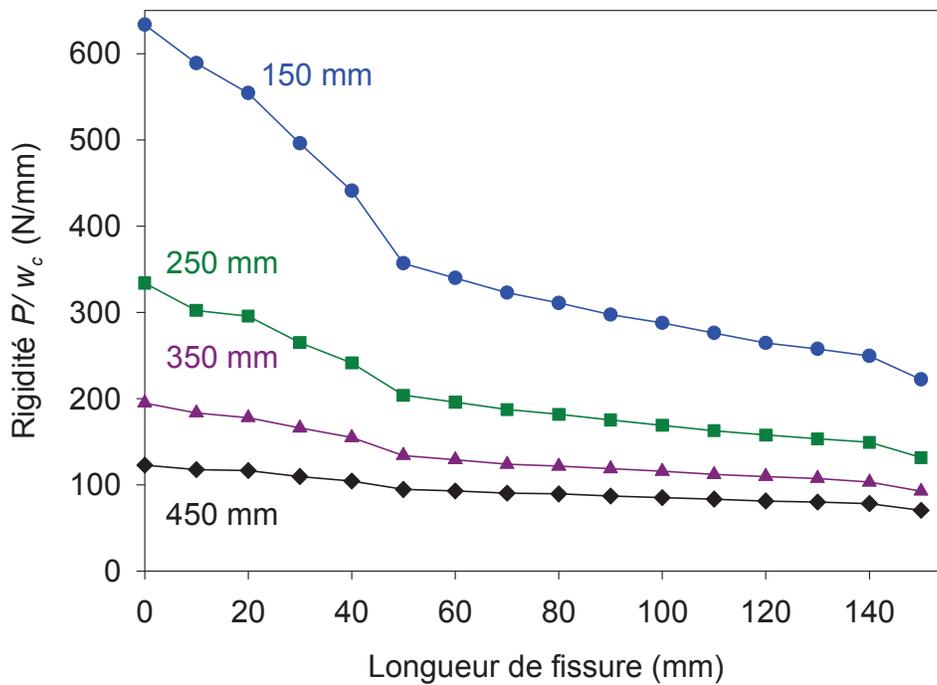


(e)

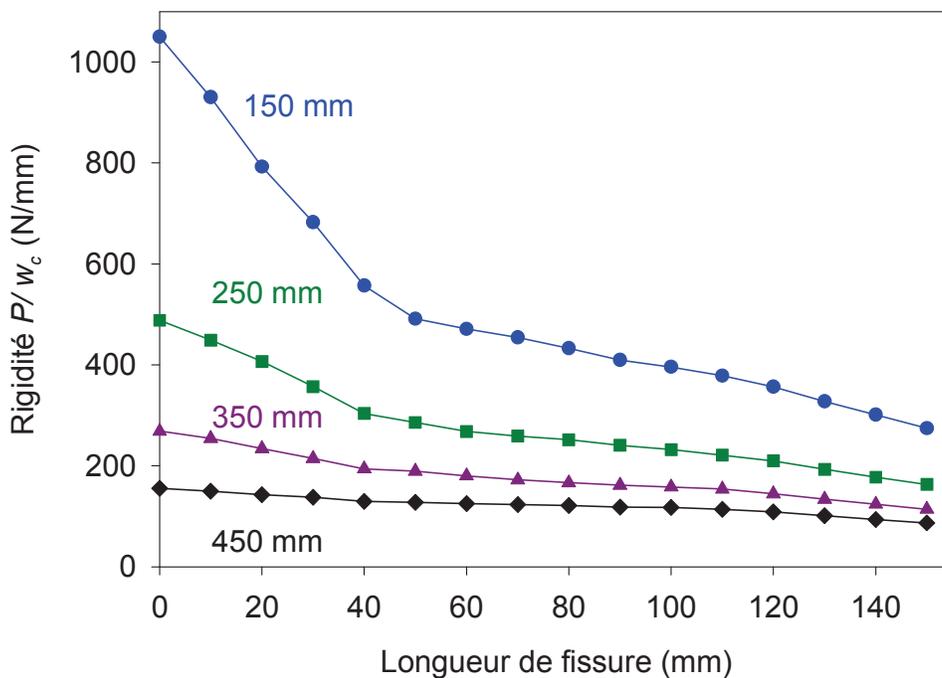


(f)

Figure 3.7 Courbes force/déplacement du matériau sandwich avec une âme de masse volumique de 100 kgm^{-3} pour différentes distances entre appuis et pour une longueur de la fissure égale à : a) 0 mm, b) 30 mm, c) 60mm, d) 90 mm, e) 120 mm et f) 150 mm.

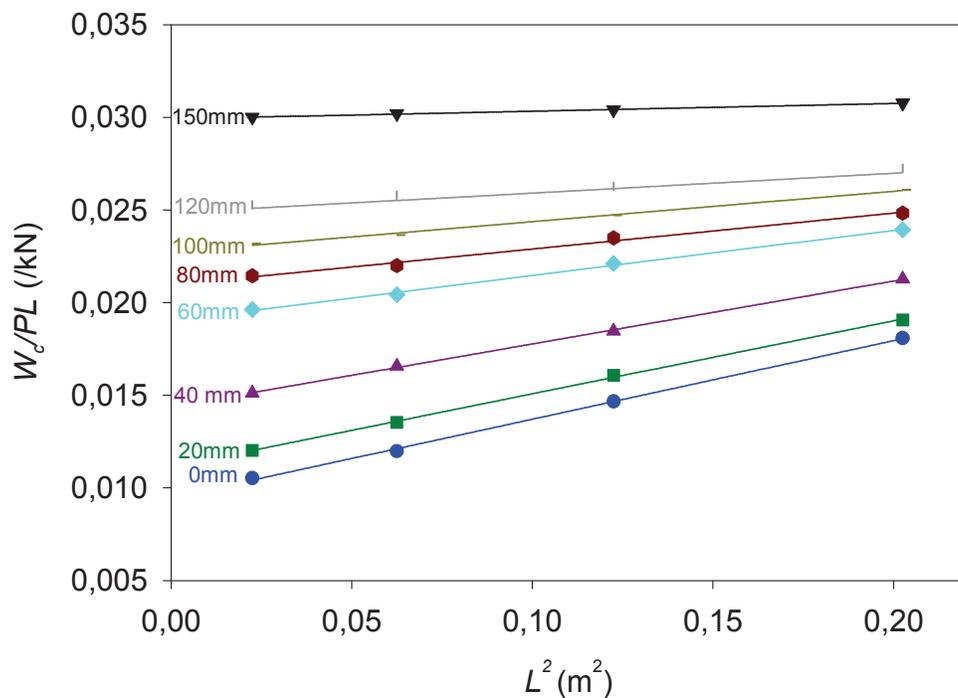


(a)

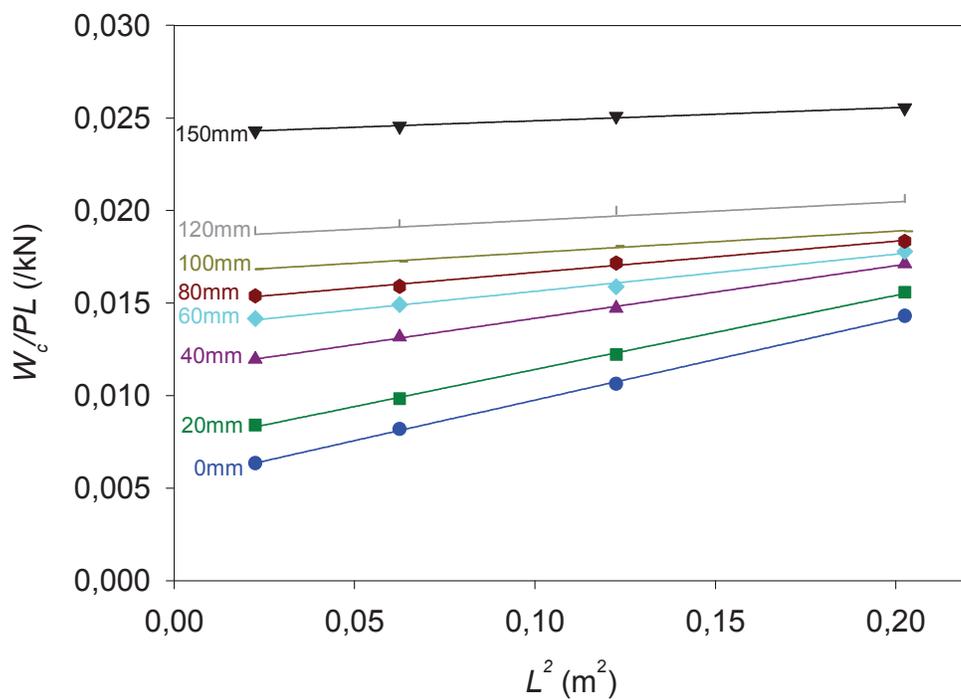


(b)

Figure 3.8 Evolution de la rigidité en fonction de la longueur de la fissure pour différentes distances entre appuis du matériau sandwich avec une âme de masse volumique : a) 60 kg m^{-3} et b) 100 kg m^{-3}



(a)

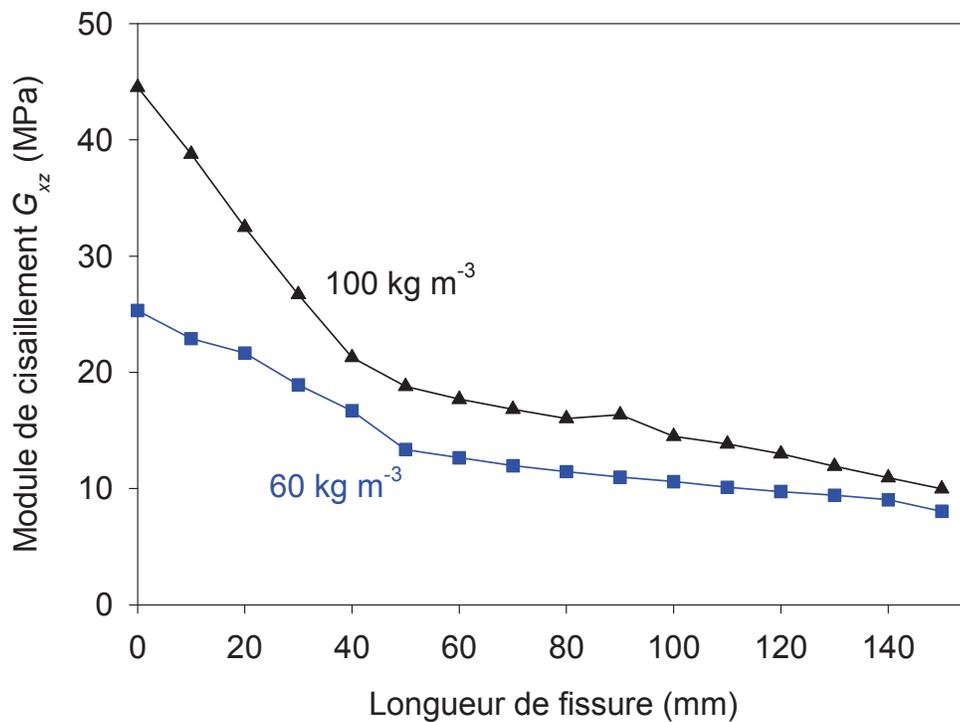


(b)

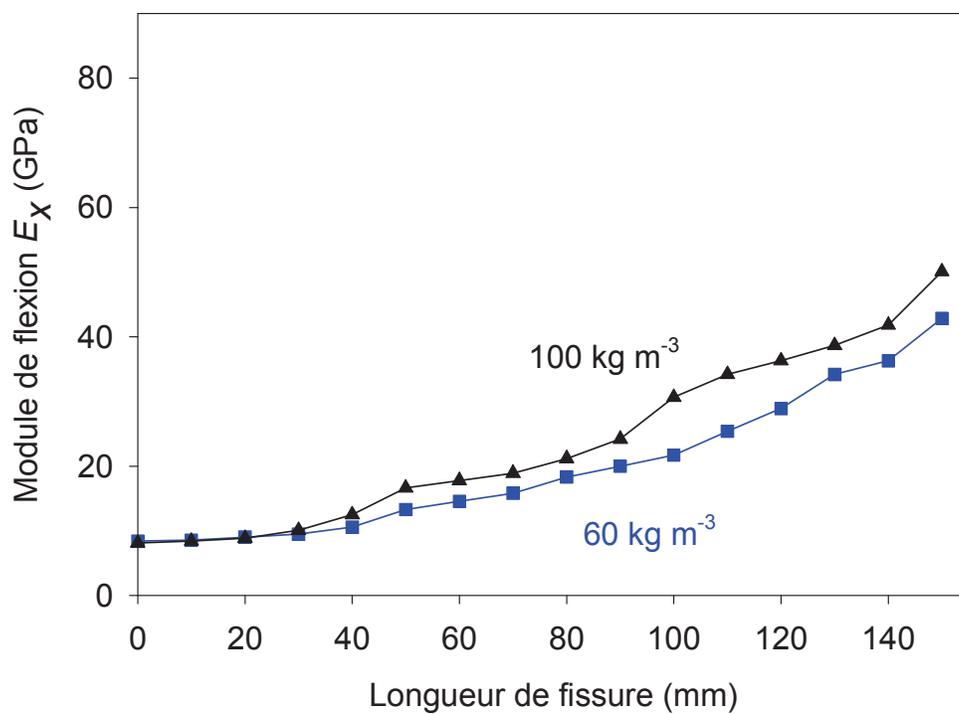
Figure 3.9 Evolution du rapport w_c/PL en fonction du carré de la distance entre appuis (L^2) pour différentes longueurs de fissure du matériau sandwich avec une âme de masse volumique: a) 60 kg m^{-3} et b) 100 kg m^{-3}

3.2.3.5 Module de cisaillement et module de flexion

Nous avons reporté dans la figure 3.10, l'évolution du module de cisaillement (fig. 3.10.a) et du module de flexion (fig. 3.10.b) en fonction de la longueur de la décohésion pour les deux types de matériau sandwich (âme de 60 kg m^{-3} et 100 kg m^{-3} de masse volumique). Dans le cas des essais en flexion 3-points des matériaux sandwichs, les âmes sont sollicitées essentiellement en cisaillement. La valeur du module de cisaillement diminue avec l'augmentation de la longueur de décohésion. Cette diminution est beaucoup plus importante pour des faibles longueurs de décohésion, et devient pratiquement constante pour des valeurs de longueur de décohésion élevées. La valeur du module de cisaillement dépend de la masse volumique de l'âme du sandwich. Dans le cas d'une éprouvette saine, le module de cisaillement est de 44 MPa dans le cas du matériau avec une âme de masse volumique de 100 kg m^{-3} alors qu'il est de 25 MPa pour le matériau avec une âme de 60 kg m^{-3} . Ces valeurs sont comparables à celles obtenus dans le cas des essais menés jusqu'à rupture. Pour une longueur de décohésion de 150 mm, la valeur du module de cisaillement est pratiquement la même dans le cas des deux matériaux, elle est de l'ordre de 10 MPa. L'analyse de l'évolution du module de flexion E_x en fonction de la longueur de décohésion, montre que la valeur de ce module est pratiquement constante pour des faibles longueurs de décohésion (jusqu'à 40 mm), ensuite lorsque la longueur de décohésion augmente, le module de flexion augmente. Les valeurs de la rigidité en flexion dépendent de la nature des peaux. Les deux matériaux sandwichs sont constitués de la même peau (stratifiés époxyde/fibres de verre $[0_2/90_2]_s$), la valeur du module de flexion pour des éprouvettes vierges est de l'ordre de 10 GPa. La valeur du rapport du module de flexion et du module de cisaillement permet d'évaluer l'influence du cisaillement transverse, cet effet est d'autant plus marqué que le rapport du module de flexion sur module de cisaillement est élevé. Il est à noter que la valeur du module de flexion E_x est très sensible à la pente de la droite w_c/PL en fonction de L^2 , une petite variation de cette pente entraîne un écart très important des valeurs de E_x .



(a)



(b)

Figure 3.10 Evolution des caractéristiques statiques en fonction de la longueur de fissure dans les deux matériaux sandwichs : a) module de cisaillement et b) module de flexion

3.3 Comportement en fatigue cyclique des matériaux sandwichs avec une décohésion

3.3.1 Introduction

Dans cette partie du travail nous nous intéressons au comportement en fatigue cyclique des matériaux sandwichs avec une décohésion. La décohésion de l'éprouvette sandwich est caractérisée par la progression d'une fissure à l'interface entre la peau et l'âme, initiée artificiellement à l'aide d'une lame au centre de l'éprouvette comme dans le cas des essais statiques. Nous analysons l'effet de la longueur de la décohésion sur la rigidité, sur la boucle d'hystérésis et sur le facteur de perte au cours des essais de fatigue cycliques.

3.3.2 Essais

Les essais de fatigue sont menés en flexion trois points en contrôlant le signal déplacement. Le déplacement moyen est maintenu constant égal à 50% du déplacement à la rupture en statique ($d_{moy}/d_{rup}=50\%$). La forme d'onde est sinusoïdale avec une fréquence de 5 Hz et une amplitude de 2 mm. Trois à quatre éprouvettes sont testés en fatigue jusqu'à la rupture pour les deux types de matériaux sandwichs. Ensuite les éprouvettes avec une décohésion entre la peau et l'âme de longueur variant de 0 à 100 mm avec un pas de 20 mm, sont testées en fatigue cyclique jusqu'à 5000 cycles.

3.3.3 Comportement en fatigue du matériau sandwich sain

La figure 3.11 donne les résultats des essais de fatigue dans le cas d'un matériau sandwich initialement sain. Elle représente l'évolution de la charge maximale en fonction du nombre de cycles de fatigue pour les matériaux sandwich avec une âme de densité 60 kg m^{-3} et 100 kg m^{-3} . La charge maximale (F_{max}) est rapportée à celle obtenue dans le premier cycle (F_{0max}). La perte de la charge jusqu'à la rupture des éprouvettes se déroule en trois phases: dans un premier temps se manifeste une diminution brutale dès les premiers cycles, la diminution devient ensuite très lente dans la deuxième phase, correspondant à la quasi-totalité de la durée de vie de l'éprouvette. Enfin dans la troisième phase qui est très courte, la perte de charge s'accélère brutalement jusqu'à la rupture de l'éprouvette. Les trois phases de la courbe peuvent être associées à :

- la multiplication de la fissuration de la résine entraînant la dégradation des couches transverses des peaux du sandwich,
- l'initiation et la propagation de la décohésion entre la peau et l'âme en contact avec l'appui central durant la deuxième phase. Cette fissure est initiée pour un faible nombre de cycles et sa propagation se fait rapidement dans le sandwich avec une âme de masse volumique de 60 kg m^{-3} ,
- enfin à la rupture des fibres entraînant la rupture de la peau supérieure et de l'âme pour la dernière phase.

Le matériau sandwich constitué d'une âme de masse volumique de 100 kg m^{-3} a une bonne résistance à la fatigue en flexion trois-points.

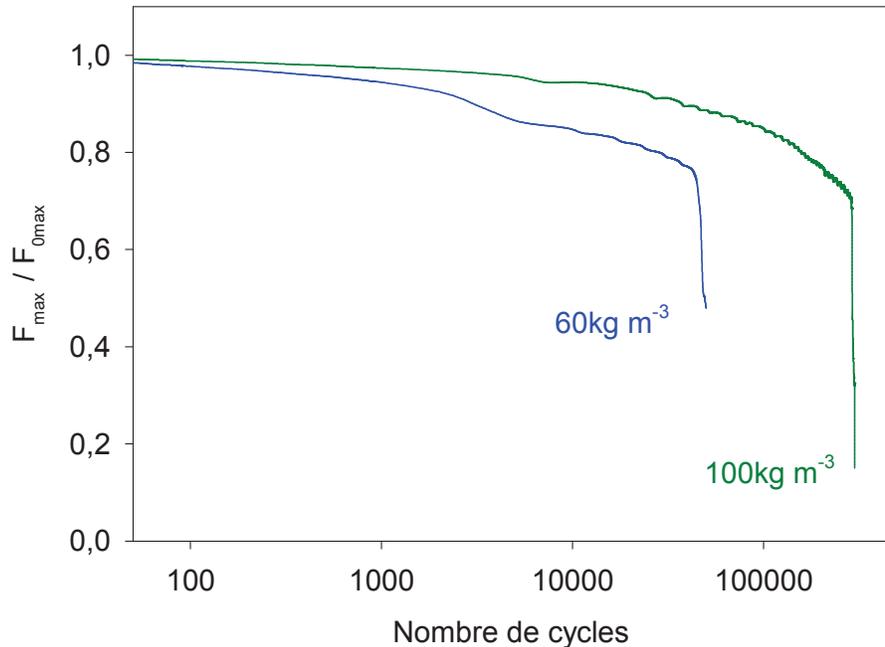


Figure 3.11 Evolution de la charge en fonction du nombre de cycles pour les deux matériaux sandwichs avec âmes de densité 60 kg m^{-3} et 100 kg m^{-3}

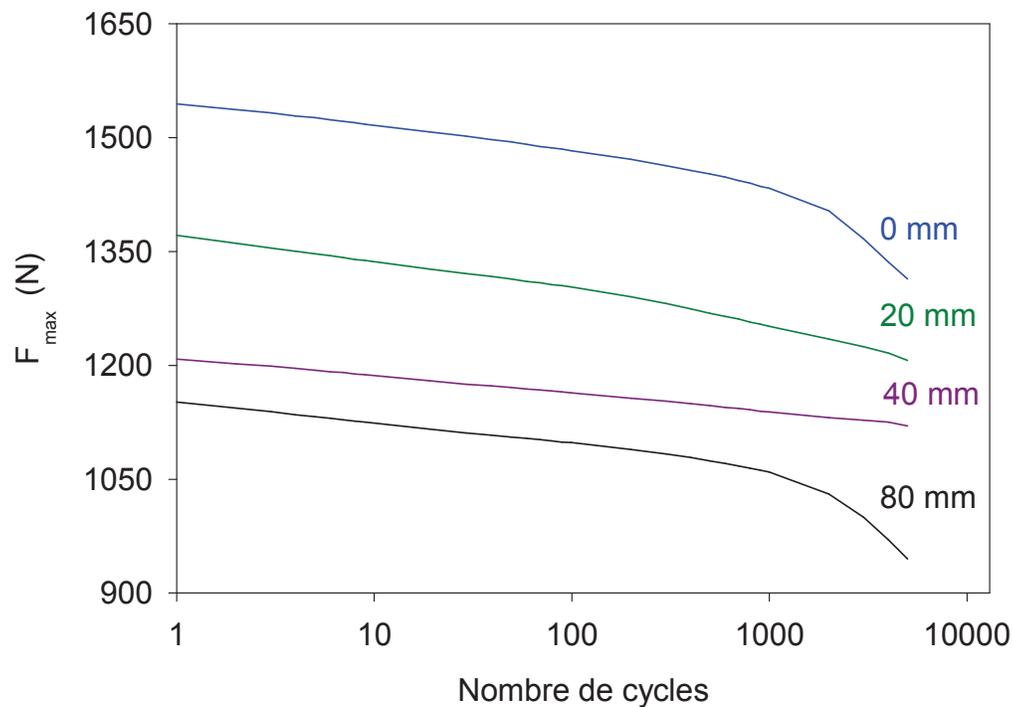
3.3.3 Effet de la longueur de fissure sur le comportement en fatigue

3.3.3.1 Rigidité

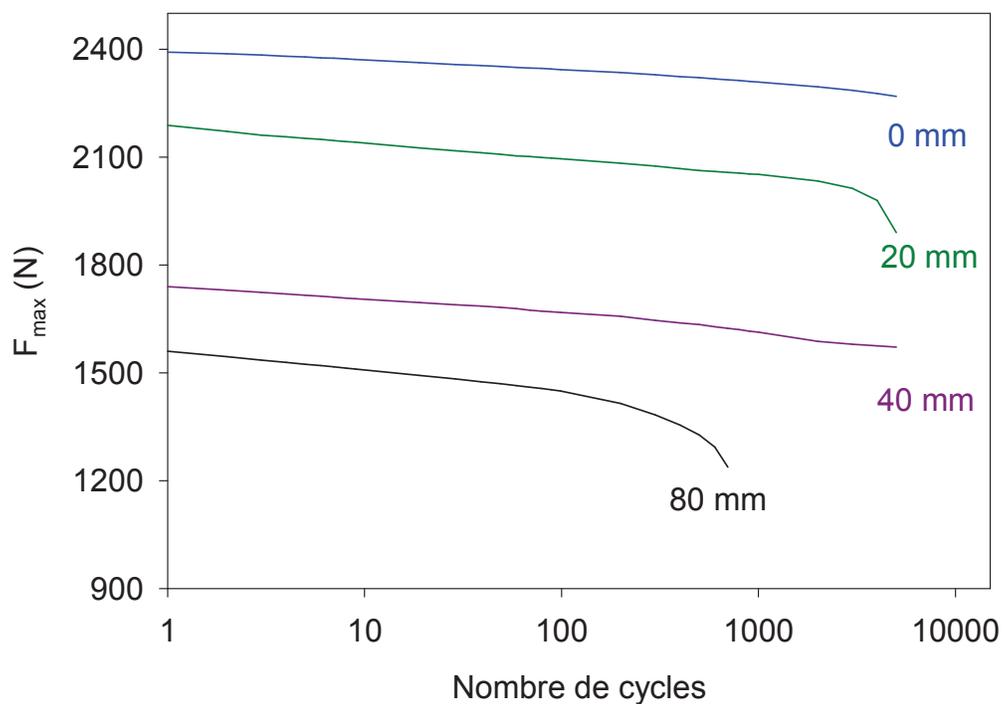
Nous avons reporté dans les figures 3.12 avec une échelle semi-logarithmique, l'évolution de la charge maximale (F_{\max}) en fonction du nombre de cycles (N) pour différentes longueurs de la décohésion et pour les deux types de sandwich. Les résultats sont obtenus dans le cas d'un déplacement moyen de 50% du déplacement à la rupture en statique et pour une amplitude de déplacement de 2 mm. Ces résultats montrent que la charge maximale supportée par l'éprouvette en matériau sandwich dépend du nombre de cycles de fatigue, de la longueur de la décohésion et de la masse volumique de l'âme. D'une manière générale, la charge diminue avec l'augmentation de la longueur de la fissure et du nombre de cycles.

Dans le cas du sandwich avec une âme de 60 kg m^{-3} de masse volumique, la valeur de la charge maximale au début de la fatigue est de l'ordre de 1550 N dans le cas d'une éprouvette vierge (0 mm), alors qu'elle n'est que de 1100 N pour une éprouvette avec une décohésion de longueur de 80 mm (fig. 3.11.a.). En effet une augmentation de la longueur de décohésion entraîne une diminution de la surface de transfert des contraintes de cisaillement entre les peaux et l'âme et donc une diminution de la résistance du matériau sandwich.

Pour des faibles longueurs de fissure, la réduction de la charge maximale est semblable dans les deux types de sandwichs. Pour des valeurs élevées de la longueur de la fissure (80 mm), le nombre de cycles à rupture est de l'ordre de $4 \cdot 10^3$ pour le matériau sandwich avec une âme de 60 kg m^{-3} de masse volumique, alors qu'il n'atteint même pas les 10^3 cycles pour le matériau sandwich avec une âme de 100 kg m^{-3} de masse volumique.



(a)



(b)

Figure 3.12 Evolution de la charge en fonction du nombre de cycles pour différentes longueurs de fissure pour un matériau sandwich avec une âme de densité : a) 60 kg m^{-3} et b) 100 kg m^{-3}

3.3.3.2 Cycle d'hystérésis

Au cours des essais de fatigue, 200 points expérimentaux au moins sont enregistrés pour chaque cycle. Les cycles d'hystérésis sont ensuite obtenus à partir des données expérimentales de la charge et du déplacement en fonction du temps. Nous avons reporté dans les figures 3.13 et 3.14, l'évolution du cycle d'hystérésis en fonction du nombre de cycles pour les deux types de sandwich et pour plusieurs longueurs de la décohésion. Pour la clarté de la présentation des figures, ces courbes ont été translatées suivant l'axe des abscisses (déplacement). L'évolution du cycle d'hystérésis en fonction du nombre de cycles semble similaire pour les deux matériaux. La charge maximale représentée par le pic de la courbe force-déplacement diminue lorsque le nombre de cycles augmente, alors que l'aire intérieure du cycle d'hystérésis augmente avec l'augmentation du nombre de cycles. La diminution de la charge maximale et l'augmentation de l'aire du cycle d'hystérésis avec nombre de cycles est la conséquence du développement de l'endommagement régi par la dégradation au cours de la fatigue des cellules formant l'âme du sandwich. Ce phénomène est beaucoup plus marqué dans le sandwich avec une âme de densité élevée. Pour un nombre de cycles donné, l'aire intérieure du cycle d'hystérésis augmente avec l'augmentation de la longueur de la fissure.

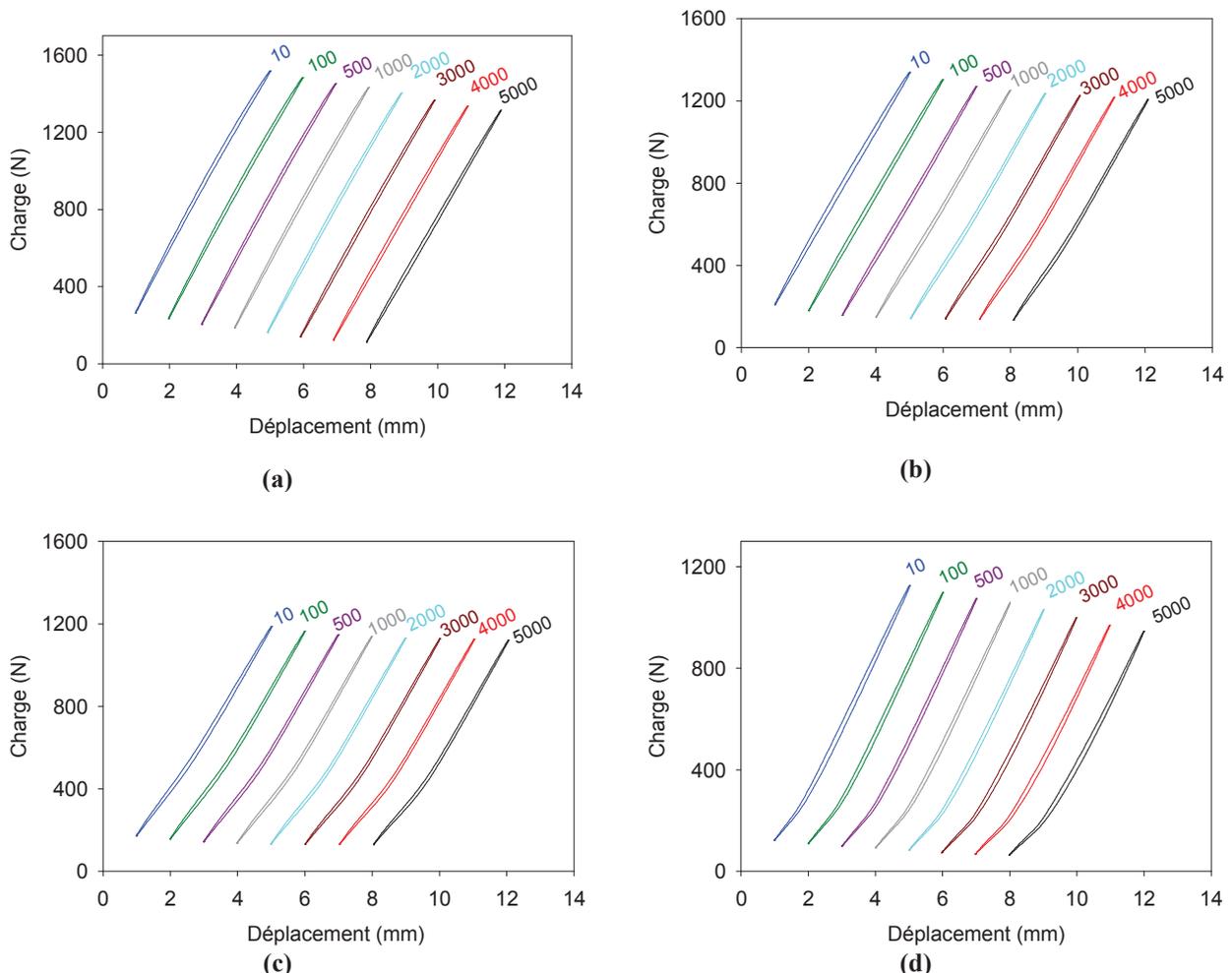


Figure 3.13 Boucle d'hystérésis du matériau sandwich avec une âme de densité 60 kg m^{-3} pour différents nombres de cycles et pour une longueur de fissure : a) 0 mm, b) 20 mm, c) 40 mm et d) 80 mm

Tous les cycles d'hystérésis présentent une topologie quasi elliptique. La rupture est atteinte avant les 5000 cycles pour l'éprouvette sandwich ayant une longueur de fissure 80 mm (fig 3.14.d). Avec l'augmentation du nombre de cycles et de la longueur de décohésion, il est observé une distorsion du cycle d'hystérésis. Cette distorsion devient plus marquée à un nombre cycles et une longueur de décohésion élevés. La distorsion dans la boucle d'hystérésis montre que la réponse dynamique du matériau sandwich avec une décohésion lors de la phase de chargement est différente de la réponse lors de la phase du déchargement. Cela indique que des dommages irréversibles ont eu lieu en raison de la fatigue. Ces dommages sont provoqués par la rupture complète des parois cellulaires de l'âme du matériau sandwich.

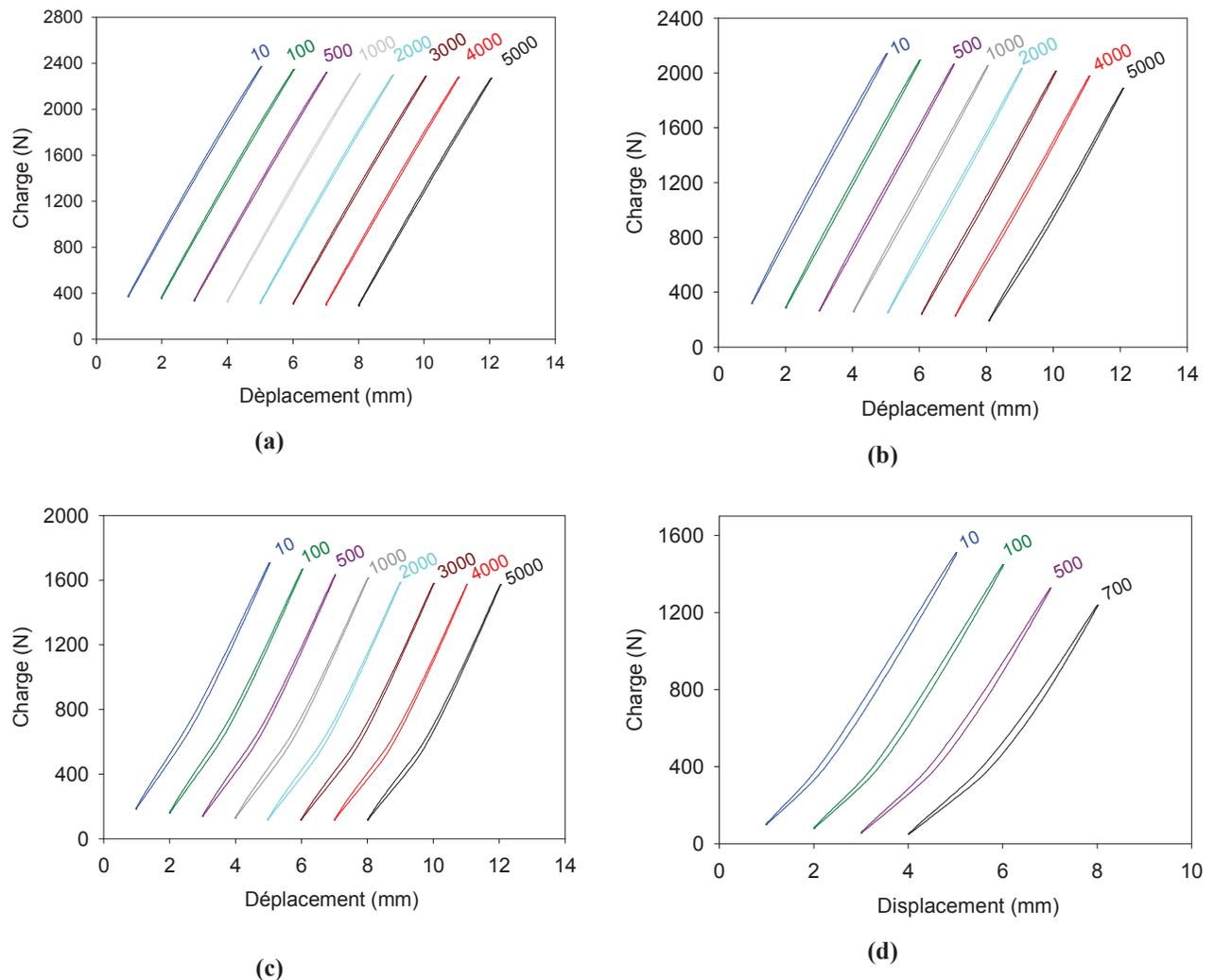


Figure 3.14 Boucle d'hystérésis du matériau sandwich avec une âme de densité 100 kg m^{-3} pour différents nombres de cycles et pour une longueur de fissure : a) 0 mm, b) 20 mm, c) 40 mm, d) 80 mm

3.3.3.3 Energie dissipée.

L'énergie dissipée est une quantité utile pour l'estimation du comportement en fatigue des mousses cellulaires. L'âme en mousse cellulaire du sandwich joue le rôle de l'absorption de l'énergie, cette énergie est dissipée dans l'âme du sandwich lorsque ce matériau subit un impact ou une indentation. Dans notre étude, les éprouvettes en matériau sandwich sont chargées en flexion, puis soumis à la fatigue cyclique. Lorsque la charge est suffisamment grande la déformation plastique et les dommages sont induits, et la courbe de la charge en fonction du déplacement est de la forme d'une boucle, due à l'hystérésis, c'est-à-dire à la perte de l'énergie. L'aire intérieure engendrée par ces courbes représente l'énergie dissipée au cours du cyclage tandis que l'aire sous la partie supérieure (partie de chargement) du cycle d'hystérésis représente l'énergie potentielle maximale au cours de cyclage. L'énergie potentielle maximale E_p et l'énergie dissipée E_d sont calculées numériquement en utilisant une simple sommation de l'aire à l'aide de la formule de trapèze. Les parties supérieure et inférieure du cycle d'hystérésis sont divisées par un grand nombre n pour minimiser l'erreur dans le calcul de l'aire dans l'intervalle $[a, b]$ (fig.3.15). Pour un nombre de cycles donné (N), l'énergie potentielle maximale E_p et l'énergie dissipée E_d sont donnés par:

$$E_p = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (d_{i+1} - d_i) [f(d_{i+1}) + f(d_i)] \quad (3.51)$$

$$E_d = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (d_{i+1} - d_i) \{ [f(d_{i+1}) + f(d_i)] - [g(d_{i+1}) + g(d_i)] \} \quad (3.52)$$

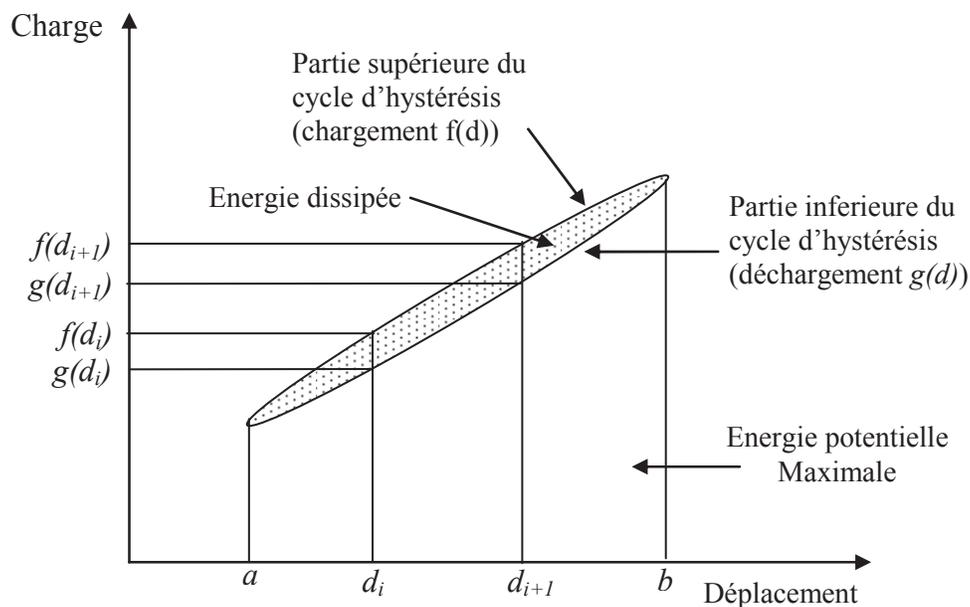


Figure 3.15 Energie potentielle maximale et énergie dissipée

La figure 3.16 présente l'évolution de l'énergie dissipée en fonction du nombre de cycles des deux matériaux sandwichs et pour différentes longueurs de décohésion (0 mm, 20 mm, 40 mm et 80 mm). L'énergie dissipée diminue lorsque le nombre de cycles augmente. Cette diminution est beaucoup plus marquée dans les premiers cycles et devient pratiquement constante pour un nombre de cycles élevé. Au début du cyclage, la déformation des cellules de l'âme à l'interface peaux/âme du sandwich se fait de manière réversible, ensuite les parois des cellules commencent à s'endommager permettant ainsi l'évacuation de l'air enfermée à l'intérieur des cellules. Au bout de quelques centaines de cycles les cellules à l'interface sont complètement écrasées et l'âme à cet endroit du sandwich se comporte comme un solide non poreux. L'énergie dissipée dépend aussi de la densité de l'âme du sandwich. Pour un nombre de cycles donné, l'énergie dissipée par le sandwich avec l'âme la plus dense est plus élevée que celle du sandwich avec l'âme la moins dense. La diminution de l'énergie dissipée au début de cyclage est beaucoup plus prononcée dans le sandwich avec l'âme la plus dense (100 kg m^{-3}). Au bout de quelques dizaines de cycles, l'énergie dissipée est devenue pratiquement constante pour le sandwich avec une âme de faible densité, alors qu'elle continue à diminuer dans l'autre cas. L'écrasement des cellules à l'interface peaux/âme se fait plus facilement dans le sandwich avec âme de faible densité que celle à haute densité.

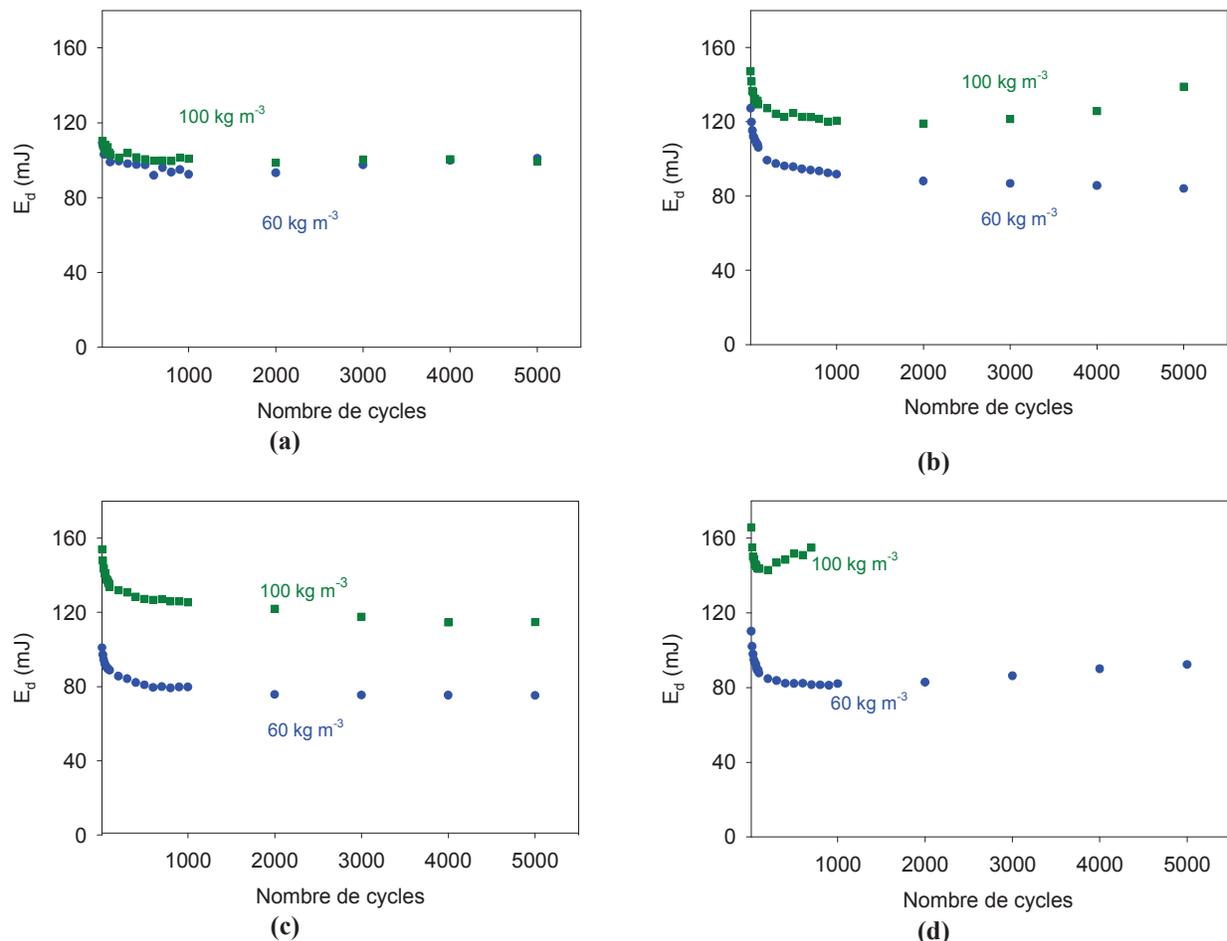


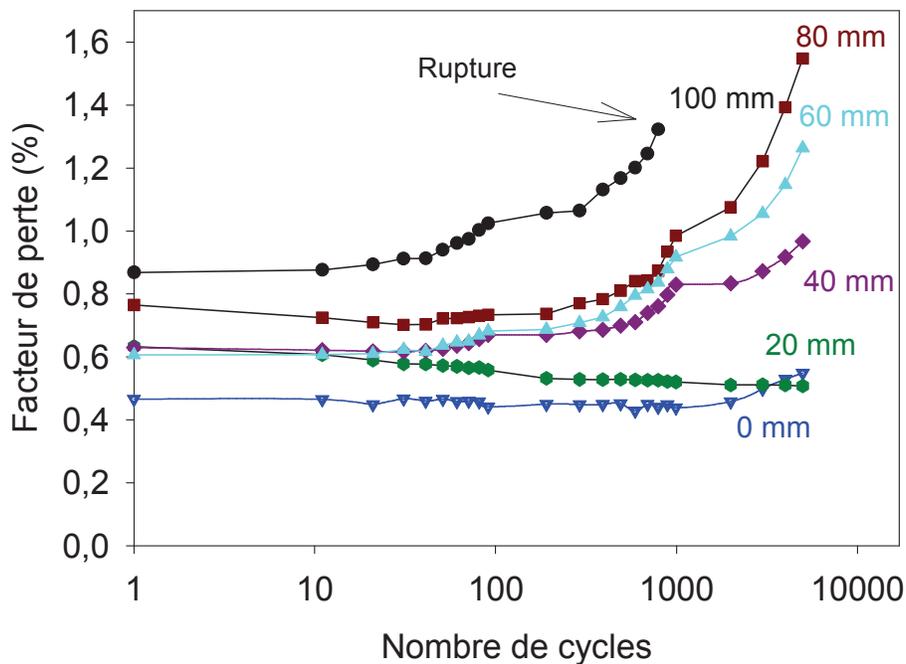
Figure 3.16 Energie dissipée en fonction du nombre de cycles dans le matériau sandwich avec une âme de densité de 60 et 100 kg m^{-3} et pour une longueur de fissure de: a) 0 mm, b) 20 mm, c) 40 mm et d) 80 mm

3.3.3.4 Amortissement

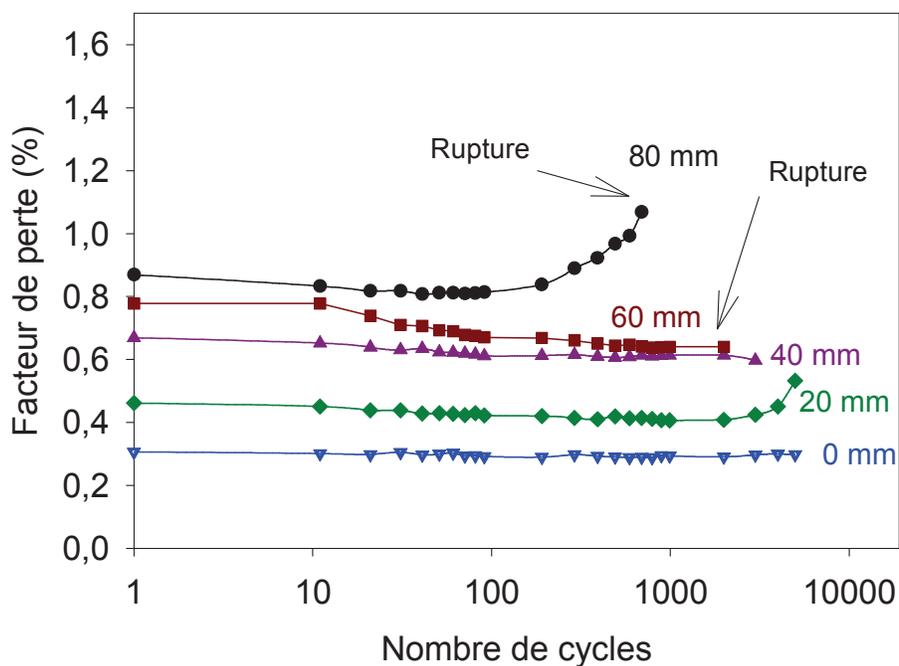
La dissipation d'énergie dans les matériaux sandwich est induite par différents procédés tels que le comportement viscoélastique de l'âme et de la matrice, l'amortissement à l'interface la peau-âme, et l'amortissement due aux dommages. En règle générale, l'amortissement des structures sandwichs saines (sans fissure) est faible, ce qui peut réduire les vibrations de structure avec des amplitudes élevées. Pour les sandwichs endommagés, l'amortissement est plus élevé et cela dépend du type de dommages. Dans les matériaux sandwich, une partie de l'énergie est dissipée par l'effet de la décohésion à l'interface peau-âme. Dans les essais de fatigue cycliques, le facteur d'amortissement par cycle est donné par le rapport entre l'énergie dissipée (E_d) et l'énergie potentielle maximale emmagasinée (E_p) par cycle. Ainsi le facteur d'amortissement est donné par l'expression suivante:

$$\eta = \frac{E_d}{2\pi E_p} \quad (3.53)$$

La figure 3.17 illustre l'évolution du coefficient d'amortissement en fonction du nombre de cycles (avec une échelle semi logarithmique) pour différentes longueurs de la décohésion dans le matériau sandwich avec âmes de masse volumique de 60 kg m^{-3} et 100 kg m^{-3} . Ce résultat montre une augmentation de l'amortissement avec l'augmentation de la longueur de fissure. Pour une longueur de fissure donnée, l'amortissement est pratiquement constant dans les premiers cycles de fatigue, la déformation des cellules de l'âme à l'interface peaux/âme du sandwich se fait de manière réversible. Lorsque le nombre de cycles de fatigue augmente, l'amortissement augmente, dans ce cas les parois des cellules commencent à s'endommager permettant ainsi l'évacuation de l'air enfermée à l'intérieur des cellules.

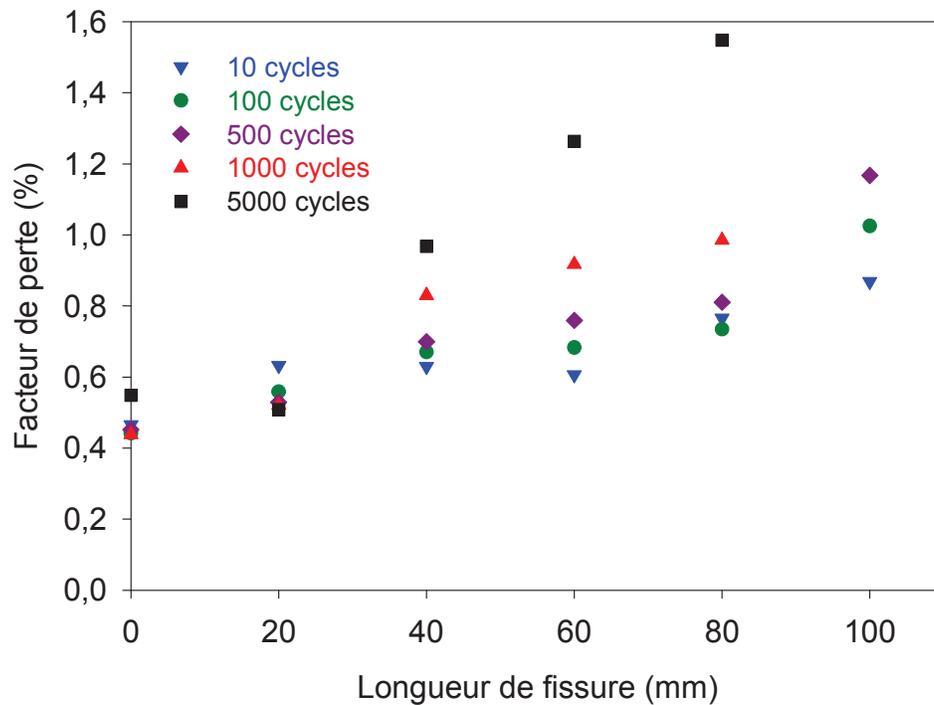


(a)

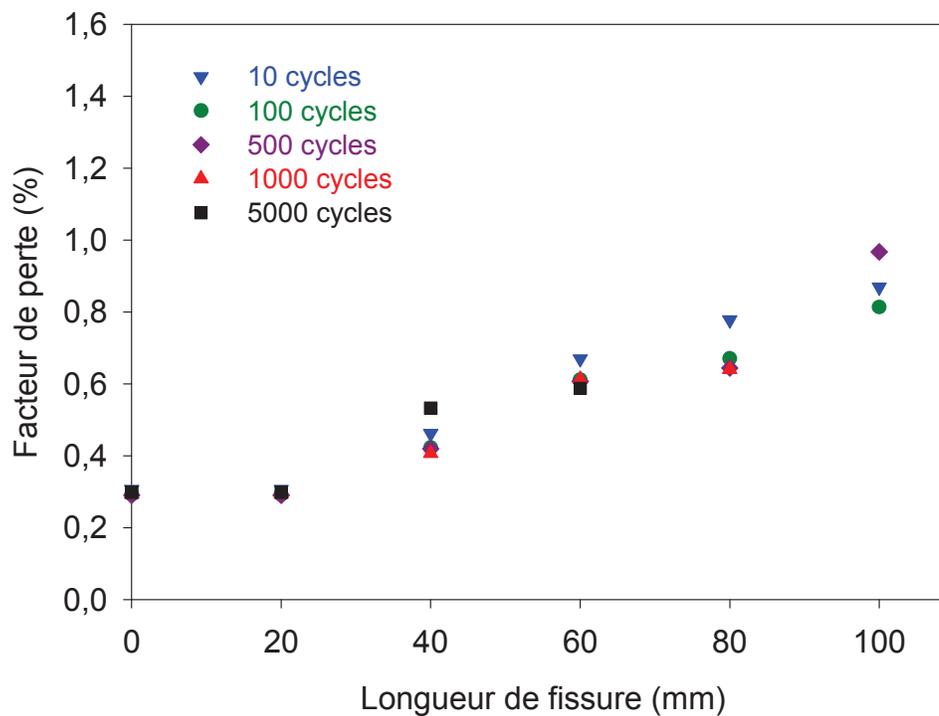


(b)

Figure 3.17 Facteur de perte en fonction du nombre de cycles pour différents longueurs de fissure et pour le matériau sandwich avec une âme de densité : a) 60 kg m^{-3} et b) 100 kg m^{-3}



(a)



(b)

Figure 3.18 Evolution du facteur de perte en fonction de la longueur de la fissure pour différents nombres de cycles de fatigue (10, 100, 500, 1000, 5000) pour un matériau sandwich avec une âme de masse volumique:

a) 60 kgm⁻³ et b) 100 kgm⁻³

La figure 3.18 montre l'évolution de l'amortissement en fonction de la longueur de fissure pour différents nombres cycles (10, 100, 500, 1000 et 5000). L'amortissement augmente avec l'augmentation de la longueur de la décohésion dans les deux types de matériau sandwich. Pour une longueur de fissure et un nombre de cycles donnés, l'amortissement dépend aussi de la densité de l'âme du sandwich. L'amortissement du sandwich avec une âme plus dense est plus élevé que celui du sandwich avec une âme moins dense.

La variation de l'amortissement en fonction du nombre de cycles est considérablement plus marquée dans le cas des éprouvettes en matériau sandwich avec âme de densité 100 kg m^{-3} . Dans le cas du sandwich avec une âme de densité 60 kg m^{-3} à 5000 cycles, la valeur de l'amortissement est de 0,5% pour une éprouvette saine (sans fissure), alors qu'il est de 1,6% pour une éprouvette avec une décohésion de longueur 80 mm. Dans la figure 3.18.b, un plateau de la variation de l'amortissement du sandwich avec une âme de 100 kg m^{-3} est observé jusqu'à 20 mm de la longueur de la décohésion, puis l'amortissement augmente légèrement lorsque la longueur de la décohésion augmente de 20 mm à 100 mm. La densité de l'âme joue un rôle important sur la propagation de fissure, la résistance ainsi que sur la durée de vie de ces matériaux. Une décohésion à l'interface peaux/âme réduit rigoureusement la résistance et la durée de vie du sandwich.

3.4 Conclusions

Le travail de ce chapitre s'intéresse à l'étude du comportement en statique et en fatigue cyclique, en flexion 3-points de matériaux sandwichs avec une fissure de type décohésion de longueur variable entre l'âme et la peau. Les matériaux utilisés dans ce travail sont constitués de stratifiés à fibres de verre et de résine époxyde pour les peaux et d'une âme en mousse PVC de différentes densités (60 et 100 kg m^{-3}). Une formulation basée sur la théorie des plaques sandwichs est mise en place permettant de décrire le comportement statique d'une éprouvette en matériau sandwich avec une décohésion de longueur variable. Elle a permis d'évaluer la rigidité en flexion et la rigidité en cisaillement de l'éprouvette en fonction de la longueur de fissure en utilisant les résultats des essais de flexion 3-points et en faisant varier la distance entre appuis. L'analyse des résultats d'essais de fatigue sur des éprouvettes vierges a montré que le domaine de comportement linéaire est limité à de faibles valeurs des déformations. Dans le cas des éprouvettes endommagées par fissuration, l'énergie dissipée est calculée à partir des données expérimentales de la charge et du déplacement en fonction du temps pour différentes longueurs de la fissure. L'amortissement est ensuite calculé à partir de l'énergie dissipée et l'énergie potentielle maximale. L'analyse des résultats obtenus a montré que la rigidité, les cycles d'hystérésis et l'amortissement sont sensibles à la longueur de fissure et au nombre de cycles de fatigue et peuvent être proposés en tant qu'indicateurs d'endommagement pour le suivi de l'état de santé de l'éprouvette au cours de la fatigue. Une décohésion à l'interface réduit rigoureusement la résistance et la durée de vie des matériaux sandwichs.

Chapitre 4

ANALYSE EXPÉRIMENTALE ET PAR ÉLÉMENTS FINIS DU COMPORTEMENT VIBRATOIRE DES MATÉRIAUX SANDWICHS SAINS ET ENDOMMAGÉS

Résumé

Ce chapitre présente une analyse expérimentale et par éléments finis du comportement vibratoire des matériaux sandwichs sains et endommagés par décohésion de longueur variable. L'analyse expérimentale est menée dans le cas de vibration en flexion de poutres. La réponse en fréquence à une impulsion, menée à l'aide d'un vibromètre laser, a permis de mesurer la fréquence et l'amortissement de ces matériaux autour de chaque pic de résonance en fonction de la longueur de fissures. Une modélisation de l'amortissement des matériaux sandwichs a été développée en utilisant les résultats d'une analyse par éléments finis. L'évaluation de différentes énergies emmagasinées a permis de déterminer l'amortissement des différents sandwichs en fonction de la longueur de fissure. Les résultats obtenus par cette approche sont comparés à ceux obtenus expérimentalement.

Chapitre 4

Analyse expérimentale et par éléments finis du comportement vibratoire des matériaux sandwichs sains et endommagés

4.1 Introduction

L'étude expérimentale qui a été menée au chapitre précédent a permis de mettre en évidence l'influence de la longueur d'une fissure de type décohésion entre la peau et l'âme sur les propriétés mécaniques déduites en statiques et en fatigue cyclique des composites sandwichs. La connaissance de ces propriétés (en statique et en fatigue) ne suffit pas, puisque le développement de ces matériaux dans les hautes technologies nécessite des informations complémentaires sur les propriétés dynamiques. C'est ainsi dans ce chapitre nous allons mettre en place un processus d'analyse expérimentale et par éléments finis du comportement vibratoire du matériau sandwich avec un endommagement de type décohésion de longueur variable. Les résultats obtenus expérimentalement sont comparés à ceux obtenus par éléments finis.

4.2 Équation des vibrations transverses d'une poutre orthotrope

4.2.1 Équation du mouvement

L'équation du mouvement transverse de la plaque dans le cas où le stratifié n'est soumis à aucune charge transverse s'écrit [77-80]:

$$\begin{aligned}
 D_{11} \frac{\partial^4 w_0}{\partial x^4} + 4D_{16} \frac{\partial^4 w_0}{\partial x^3 \partial y} + 2(D_{12} + 2D_{66}) \frac{\partial^4 w_0}{\partial x^2 \partial y^2} \\
 + 4D_{26} \frac{\partial^4 w_0}{\partial x \partial y^3} + D_{22} \frac{\partial^4 w_0}{\partial y^4} + \rho_s \frac{\partial^2 w_0}{\partial t^2} = 0.
 \end{aligned}
 \tag{4.1}$$

Où w_0 est le déplacement transverse de la poutre. Les expressions générales des rigidités D_{ij} sont données par les relations (3.11) à (3.14):

La théorie des poutres analyse le cas de plaques dont la longueur est très supérieure à la largeur ($a \gg b$), la largeur étant toutefois élevée par rapport à l'épaisseur de la plaque (fig 4.1). La théorie des poutres fait l'hypothèse que, dans le cas d'une flexion suivant l'axe x , le moment de flexion dans la direction y et le moment de torsion sont nuls et d'autre part, le déplacement transverse ne dépend que de la coordonnée x :

$$w_0(x, y, t) = w_0(x, t). \tag{4.2}$$

L'équation (4.1) de vibration en flexion des poutres se réduit alors à :

$$\rho_s \frac{\partial^2 w_0}{\partial t^2} + D_{11} \frac{\partial^4 w_0}{\partial x^4} = 0, \quad (4.3)$$

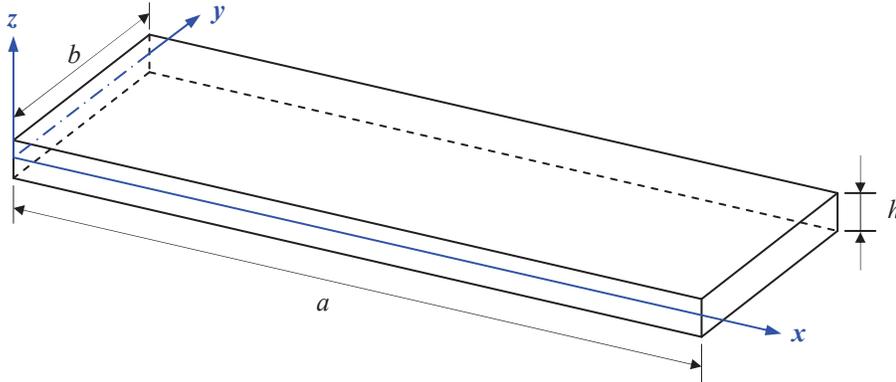


Figure 4.1. Élément de poutre

L'équation de vibration apparaît comme celle d'une structure de rigidité par unité de surface

$$\rho_s \frac{\partial^2 w_0}{\partial t^2} + k_s \frac{\partial^4 w_0}{\partial x^4} = 0, \quad (4.4)$$

Où k_s égale à :

$$k_s = \frac{1}{D_{11}^{-1}}. \quad (4.5)$$

L'équation (4.4) des vibrations transverses peut également être exprimée sous la forme :

$$\frac{\partial^2 w_0}{\partial t^2} + \omega_0^2 a^4 \frac{\partial^4 w_0}{\partial x^4} = 0, \quad (4.6)$$

en introduisant la pulsation propre du système non amortie, exprimée par :

$$\omega_0 = \frac{1}{a^2} \sqrt{\frac{1}{\rho_s D_{11}^{-1}}}, \quad (4.7)$$

où a est la distance entre les supports de la poutre.

Quand une poutre en flexion vibre suivant un de ses modes propres, le déplacement transverse en un point de coordonnée x varie harmoniquement en fonction du temps suivant :

$$w_0(x, t) = X_i(x) (A_i \cos \omega_i t + B_i \sin \omega_i t), \quad (4.8)$$

Où $X_i(x)$ est la déformée modale du mode i et ω_i sa fréquence angulaire. En reportant ce déplacement dans l'équation de mouvement (4.6), nous obtenons :

$$\frac{d^4 X_i}{dx^4} - \frac{1}{a^4} \frac{\omega_i^2}{\omega_0^2} X_i = 0. \quad (4.9)$$

La forme générale de la solution de cette équation peut se mettre sous la forme :

$$X_i(x) = C_i \sin \kappa_i \frac{x}{a} + D_i \cos \kappa_i \frac{x}{a} + E_i \sinh \kappa_i \frac{x}{a} + F_i \cosh \kappa_i \frac{x}{a}. \quad (4.10)$$

Le paramètre κ_i et les constantes C_i , D_i , F_i et F_i sont déterminés en fonction des conditions imposées au niveau des supports de la poutre. Les modes propres ayant été obtenus pour des conditions données au niveau des supports de la poutre, la réponse de la poutre est obtenue par superposition de l'ensemble des modes propres, suivant :

$$w_0(x, t) = \sum_{i=1}^{\infty} X_i(x) (A_i \cos \omega_i t + B_i \sin \omega_i t). \quad (4.11)$$

4.2.2 Vibration transverse amorties d'une poutre

L'équation des vibrations transversales amorties d'une poutre soumise à une charge transverse q dans le cas de l'amortissement visqueux s'écrit sous la forme [77] :

$$\rho_s \frac{\partial^2 w_0}{\partial t^2} + c_s \frac{\partial w_0}{\partial t} + k_s \frac{\partial^4 w_0}{\partial x^4} = q(x, t) \quad (4.12)$$

Où c_s est le coefficient d'amortissement visqueux par unité de surface. L'équation peut s'écrire aussi sous la forme :

$$\frac{\partial^2 w_0}{\partial t^2} + \frac{c_s}{\rho_s} \frac{\partial w_0}{\partial t} + \omega^2 a^4 \frac{\partial^4 w_0}{\partial x^4} = p(x, t) \quad (4.13)$$

Où la charge réduite $p(x, t) = q(x, t) \frac{1}{\rho_s}$. L'équation de mouvement (4.13) peut être

transformée en coordonnées modales sans amortissement, en introduisant l'équation :

$$w_0(x, t) = \sum_{i=1}^{\infty} \phi_i(t) X_i(x) \quad (4.14)$$

En multipliant l'expression obtenue par la fonction propre X_j et en intégrant sur la longueur de la poutre. Nous aurons :

$$\sum_{i=1}^{\infty} \left(\ddot{\phi} \int_0^l X_i X_j dx + \frac{c_s}{\rho_s} \dot{\phi} \int_0^l X_i X_j dx + \omega_0^2 a^4 \int_0^l \frac{d^4 X_i}{dt^4} X_j dx \right) = \int_0^l X_j p(x, t) dx \quad (4.15)$$

En tenant compte des relations d'orthogonalité et de normalisation [81] l'équation précédente se réduit sous la forme :

$$\ddot{\phi}_i + \frac{c_s}{\rho_s} \dot{\phi}_i + \omega_i^2 \phi_i = p_i \quad i = 1, 2, \dots, \infty \quad (4.16)$$

De manière à obtenir une expression analogue à celle obtenue dans le cas d'un système à un degré de liberté avec amortissement, le coefficient d'amortissement modal ξ_i est introduit, lié à l'amortissement visqueux par la relation :

$$\frac{c_s}{\rho_s} = 2\xi_i \omega_i \quad (4.17)$$

L'équation du mouvement en coordonnées modales est alors donnée par :

$$\ddot{\phi}_i + 2\xi_i \omega_i \dot{\phi}_i + \omega_i^2 \phi_i = p_i \quad i = 1, 2, \dots, \infty \quad (4.18)$$

Chacune des équations est découplée de toutes les autres équations. La réponse $\phi_i(t)$ de chaque mode i peut être déterminée de la même manière que pour un système à un degré de liberté avec amortissement visqueux. Le déplacement transverse est ensuite obtenu. Dans le cas où la poutre est soumise à une charge sinusoïdale $q(x, t) = q_m(x) \cos \omega t$, la composante de la charge réduite pour le mode i est alors donnée par l'expression suivante:

$$p_i(t) = p_{mi} \cos \omega t \quad (4.19)$$

Avec

$$p_{mi} = \frac{1}{\rho_s} \int_0^l q_m X_i dx \quad (4.20)$$

L'équation (4.18) de mouvement en coordonnées modales devient :

$$\ddot{\phi}_i + 2\xi_i \omega_i \dot{\phi}_i + \omega_i^2 \phi_i = p_{mi} \cos \omega t \quad i = 1, 2, \dots, \infty \quad (4.21)$$

La réponse en régime permanent du mode i est alors donnée par l'expression :

$$\phi_i(t) = \frac{P_{mi}}{\omega_i^2} K_i(\omega) (a_i \cos \omega t + b_i \sin \omega t) \quad (4.22)$$

Où

$$a_i = 1 - \omega^2 / \omega_i^2 \quad b_i = 2\xi \omega / \omega_i \quad (4.23)$$

$$K_i(\omega) = \frac{1}{(1 - \omega^2 / \omega_i^2)^2 + (2\xi_i \omega / \omega_i)^2} \quad (4.24)$$

Le déplacement transverse est ensuite écrit :

$$w_0(x, t) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{P_{mi}}{\omega_i^2} K_i(\omega) X_i(x) (a_i \cos \omega t + b_i \sin \omega t) \quad (4.25)$$

Le déplacement transverse peut également s'écrire sous la forme :

$$w_0(x, t) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{P_{mi}}{\omega_i^2} K_i(\omega) X_i(x) \cos(\omega t - \varphi_i) \quad (4.26)$$

Avec

$$\varphi_i(\omega) = \tan^{-1} \frac{2\xi_i \omega / \omega_i}{1 - \omega^2 / \omega_i^2} \quad (4.27)$$

L'équation (4.18) de mouvement harmonique peut aussi être exprimée dans le domaine fréquentiel sous la forme :

$$\Phi_i(\omega) = H_i(\omega) P_i(\omega) \quad i = 1, 2, \dots, \infty \quad (4.28)$$

Où $\Phi_i(\omega)$ et $P_i(\omega)$ sont les amplitudes complexes associées respectivement à $\phi_i(\omega)$ et $p_i(\omega)$, et en introduisant la fonction de transfert :

$$H_i(\omega) = \frac{1}{\omega_i^2} H_{ri}(\omega) \quad (4.29)$$

Avec

$$H_{ri}(\omega) = \frac{1}{(1 - \omega^2 / \omega_i^2) + 2i\xi_i \omega / \omega_i} \quad (4.30)$$

H_{ri} est la fonction de transfert réduite. La réponse temporelle $\phi_i(t)$ est ensuite exprimée sous la forme (4.21) avec :

$$K_i(\omega) = |H_{ri}(\omega)| \quad (4.31)$$

Et

$$a_i = \text{Re} [H_{ri}(\omega)] \quad b_i = \text{Im} [H_{ri}(\omega)] \quad (4.32)$$

4.2.3 Réponse dans le cas d'une charge concentrée impulsionnelle

Dans le cas d'une charge concentrée, exercée au point $x=x_1$ d'une poutre, la charge exercée s'écrit :

$$q(x, t) = q(x_1, t) = \delta(x - x_1)q_1(t) \quad (4.33)$$

Où $\delta(x - x_1)$ est la distribution de Dirac localisée en x_1 . La composante modale de la charge réduite est :

$$p_i(t) = p_1(t) \int_0^l X_i(x) \delta(x - x_1) dx \quad (4.34)$$

Soit :

$$p_i(t) = X_i(x_1) p_1(t) \quad (4.35)$$

Avec :

$$p_1(t) = \frac{1}{\rho_s} q_1(t) \quad (4.36)$$

Dans le cas d'un impact, la charge réduite peut se mettre sous la forme :

$$p_1(t) = p_1 \delta(t) \quad (4.37)$$

où p_1 est une constante et $\delta(t)$ est la fonction impulsion de Dirac. Cette fonction peut être décomposée en transformée de Fourier suivant :

$$\delta(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\omega t} d\omega \quad (4.38)$$

L'excitation par impact génère donc l'ensemble des fréquences, et pour chaque fréquence l'équation de mouvement en coordonnées modales s'écrit sous la forme de l'équation (4.21) :

$$\ddot{\phi}_i + 2\xi_i \omega_i \dot{\phi}_i + \omega_i^2 \phi_i = p_{mi} \cos \omega t \quad (4.39)$$

Avec :

$$p_{mi} = p_1 X_i(x_1) \quad (4.40)$$

L'équation du mouvement (4.25) peut également être écrite sous la forme (4.28) où la fonction de transfert est exprimée suivant (4.29) et (4.30) dans le cas d'une modélisation de

l'amortissement par frottement visqueux. Des résultats établis dans le paragraphe précédent, il en résulte donc que le déplacement transverse peut s'écrire sous la forme (4.26), suivant :

$$w_0(x, t) = p_1 \sum_{i=1}^{\infty} X_i(x_1) X_i(x) \frac{1}{\omega_i^2} K_i(\omega) \cos(\omega t - \varphi_i) \quad (4.41)$$

Avec dans le cas d'une modélisation par frottement visqueux :

$$K_i(\omega) = \frac{1}{\sqrt{(1 - \omega^2/\omega_i^2)^2 + (2\xi_i \omega/\omega_i)^2}} \quad (4.42)$$

$$\varphi_i(\omega) = \tan^{-1} \frac{2\xi_i \omega/\omega_i}{1 - \omega^2/\omega_i^2} \quad (4.43)$$

Dans le cas d'une poutre en flexion avec une extrémité encastree et l'autre libre, les déformées modales s'écrivent :

$$X_i(x) = \cos \kappa_i \frac{x}{l} - \cosh \kappa_i \frac{x}{l} - \gamma_i \left(\sin \kappa_i \frac{x}{l} - \sinh \kappa_i \frac{x}{l} \right) \quad (4.44)$$

où les constants κ_i et γ_i sont reportées dans le tableau 4.1.

Tableau 4.1. Valeurs des coefficients de la fonction dans le cas d'une poutre encastree-libre

M	1	2	3	4	5	6	7
κ_i	1,8751	4,6941	7,8548	10,996	14,137	17,279	20,420
γ_i	0,7341	1,0185	0,9992	1,000	11,000	1,000	1,000

4.3 Analyse expérimentale effectuée

4.3.1 Dispositif expérimental

L'analyse modale expérimentale des vibrations avec excitation par impact présente l'avantage d'être assez simple à mettre en œuvre. La figure 4.2 montre le dispositif expérimental utilisé pour étudier les vibrations des poutres en configuration encastree-libre. La structure est excitée en un point à l'aide d'un marteau d'impact et la réponse est détectée en un autre point de la structure à l'aide d'un vibromètre laser Polytec. Ce vibromètre est constitué d'une tête optique OFV 302 R associée à un contrôleur OFV 3000. Les signaux d'excitation de la poutre et de sortie du vibromètre laser sont ensuite numérisés et traités par un analyseur dynamique de signaux développé par la société SigLab. Cet analyseur est

constitué d'une carte d'acquisition et de traitement, associée à un logiciel résidant de contrôle et traitement des signaux. La carte d'acquisition est équipée d'un processeur, permettant l'acquisition simultanée de deux signaux avec une fréquence maximum d'échantillonnage de 50 kHz avec une résolution de 13 bits sur chaque canal. Ce système effectue l'acquisition des signaux, contrôle les conditions d'acquisition (sensibilité, bande passante, conditions de déclenchement, etc), effectue le traitement des signaux (transformée de Fourier, réponse en fréquence, etc). Les signaux et les traitements associés peuvent être ensuite sauvegardés, pour des post-traitements.

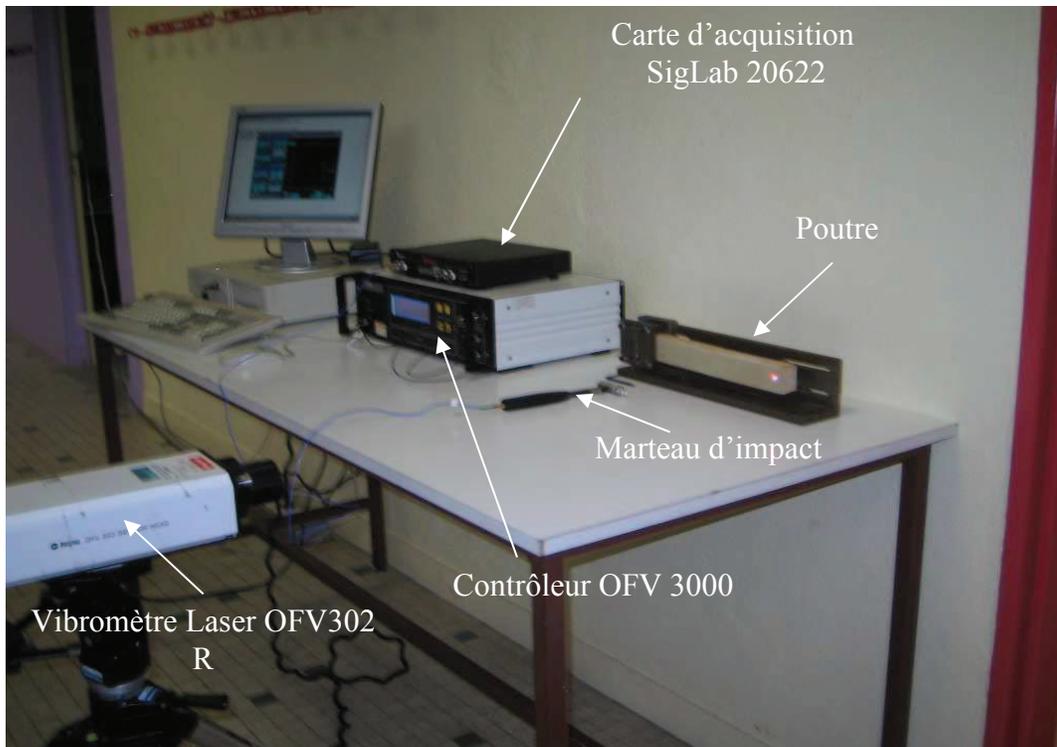


Figure 4.2 Dispositif expérimental dans le cas d'une excitation par impact

4.3.2 Méthode d'analyse des résultats expérimentaux

L'analyse expérimentale a été effectuée dans le cas de la flexion de poutres, les poutres étant encastées à une extrémité et libres à l'autre. Les poutres sont constituées des matériaux considérés au chapitre 3. Elles sont graduées afin de repérer la coordonnée de l'impact et celle du point de mesure (figure 4.3). L'origine du repère correspond à la limite de l'encastrement. Toutes les distances de mesures sont données à partir de ce repère. Les poutres sont excitées en un point d'abscisse x_1 et la réponse est relevée en un point d'abscisse x . Ces points doivent être choisis de telle sorte que ni le point de mesure, ni le point d'impact ne soient sur un nœud de vibration. Générer l'impact en une position proche d'un encastrement présente l'avantage d'être certain qu'une gamme importante de modes soit excitée sans risquer de se situer sur un nœud de vibration, et ceci avec une grande qualité de signal d'impact.

Nous avons effectué des relevés de mesures en différents points afin d'être certains de ne pas oublier des fréquences propres. La figure 4.4 donne un exemple de la transformée de Fourier de la réponse à une excitation impulsionnelle. Cette réponse fait apparaître les pics correspondant aux fréquences propres de vibration.

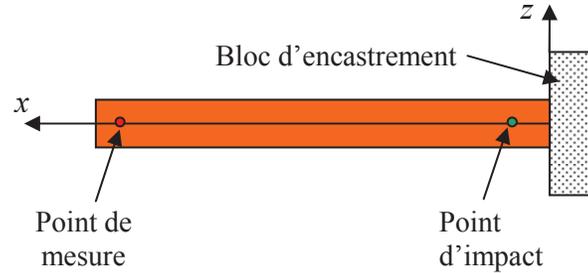


Figure 4.3 Point d'impact et point de mesure

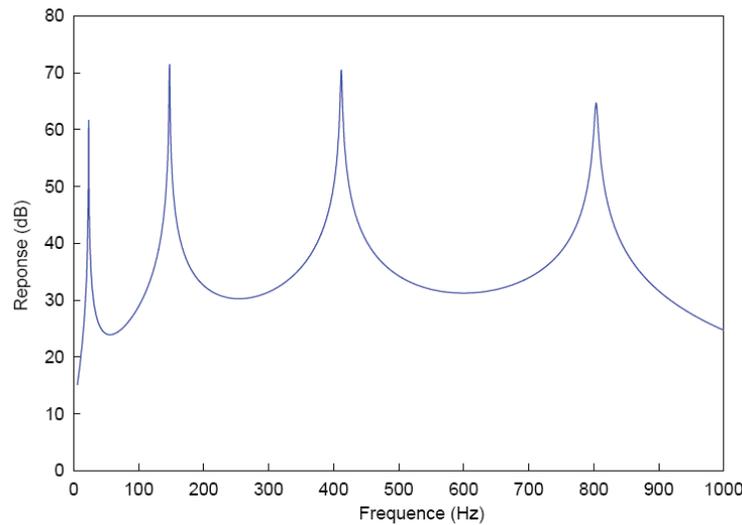


Figure 4.4 Exemple de fonction de réponse en fréquence d'une poutre encadrée libre excitée par impact

4.4 Evaluation expérimentale de l'amortissement du matériau sain

4.4.1 Amortissement des composites à fibres croisés (peaux)

L'étude expérimentale a été réalisée sur un matériau composite croisé à fibres de verre et résine époxyde du type $[0_2/90_2]_s$. La mise en œuvre du stratifié a été effectuée au laboratoire sous forme de plaque de longueur égale à 300 mm, largeur 300 mm et d'épaisseur nominale 3 mm. Le matériau a été réalisé par stratification successive de couches orientées à 0° et 90° . Le tableau 4.2 donne les caractéristiques mécaniques obtenues à partir des essais statiques dans le plan (L,T) effectués sur des éprouvettes du composite étudié.

Tableau 4.2 Caractéristiques mécaniques du composite à fibres croisés (peau)

Modules	E_L (GPa)	E_T (GPa)	G_{LT} (GPa)	ν_{LT}
Stratifié [0 ₂ /90 ₂] _s	11	10,5	2,25	0,24

L'amortissement des matériaux a été mesuré en flexion de poutres, conformément à l'analyse expérimentale présentée au paragraphe 4.2, sur des poutres de largeur égale à 40 mm et pour des longueurs égales à 230, 250 et 270 mm. Les poutres sont encastées en une extrémité et l'autre extrémité est libre (figure 4.5). L'influence éventuelle de l'encastrement a été évaluée en comparant les résultats obtenus, dans le cas où deux extrémités opposées étaient encastées avec les résultats obtenus dans le cas où une seule extrémité est encastée. Les amortissements mesurés dans les deux cas sont sensiblement confondus, montrant qu'un encastrement n'introduit pas de variation significative sur la valeur mesurée de l'amortissement.

L'analyse des courbes de réponse a été ensuite effectuée par ajustement de la relation (4.44) du modèle avec frottement visqueux (relations (4.42) et (4.43)), avec les courbes expérimentales. Cet ajustement a été réalisé par une méthode des moindres carrés à l'aide du module d'optimisation du logiciel Matlab. Il permet d'obtenir les valeurs des fréquences propres f_i , et du coefficient d'amortissement modal ξ_i (cas du modèle avec amortissement visqueux).

Les mesures d'amortissement ont été effectuées suivant trois directions à 0°, 45° et à 90° par rapport à une direction de référence dans le cas d'un stratifié unidirectionnel et d'un stratifié croisé. La connaissance des courbes expérimentales donnant l'amortissement en fonction de la fréquence pour différentes orientations permet de déduire les valeurs de ψ_{xx} , ψ_{zz} et ψ_{xz} en utilisant les formulations d'Adam et Bacon [82] et Ni et Adam [83].



Figure 4.5. Dispositif expérimental pour évaluer l'amortissement d'une peau en matériau composite de type [0₂/90₂]_s.

La variation du facteur de perte en fonction de la fréquence suivant les différentes directions pour le matériau étudié est reportée dans la figures 4.6. Nous observons que, pour une direction donnée, l'amortissement augmente de façon quasi linéaire lorsque la fréquence

croît. Les variations du facteur de perte suivant les différentes directions sont reportées dans le tableau 4.3, pour quatre fréquences 50, 100, 500 et 800 Hz. Ces résultats expérimentaux font apparaître que le maximum d'amortissement est obtenu par cisaillement dans le plan (x, z). Les facteurs de perte suivant la direction longitudinale x (ou y) sont inférieurs à ceux obtenus suivant la direction transversale z .

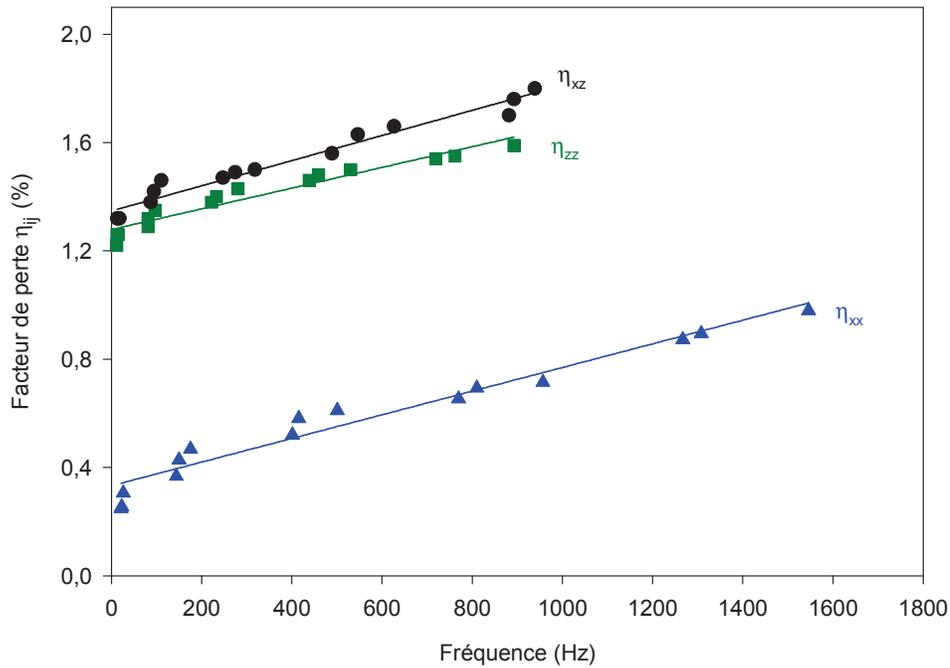


Figure 4.6. Détermination expérimentale de l'amortissement suivant les différentes directions en fonction de la fréquence, obtenue en flexion de poutres de composites stratifiés du type $[0_2/90_2]_s$

Tableau 4.3. Facteurs de pertes des éprouvettes en composite stratifié $[0_2/90_2]_s$, déduits de l'analyse expérimentale.

Fréquence (Hz)	η_{xx} (%)	η_{zz} (%)	η_{xz} (%)
50	0,30	1,28	1,37
100	0,36	1,36	1,44
500	0,55	1,49	1,58
800	0,76	1,58	1,68

4.4.2 Amortissement des mousses en PVC (âmes)

Dans le cas des matériaux viscoélastiques, les caractéristiques dynamiques dépendent de la fréquence et sont généralement déterminées à partir de la norme ASTM E 756 [84].

L'évaluation des caractéristiques d'un matériau viscoélastique est alors effectuée à partir des vibrations en flexion d'une poutre encadrée constituée de deux couches d'acier ou d'aluminium de faibles épaisseurs de part et d'autre de la couche viscoélastique. Dans notre travail nous avons utilisé cette technique pour évaluer l'amortissement des âmes étudiées. Différents types de poutres ont été élaborés sous vide au laboratoire. Elles sont constituées de mousses en PVC pour l'âme et de peaux en aluminium de 4 mm d'épaisseur. Elles sont différenciées par la masse volumique de l'âme (60 et 100 kg m⁻³). Les âmes en mousse ont été découpées sous forme de poutres de largeurs égales à 40 mm, et pour des longueurs égales à 230, 250 et 270 mm. Les deux couches d'aluminium ont été découpées selon les mêmes dimensions que les âmes. L'adhésion peaux-âme est effectuée à l'aide de la résine époxyde. L'étude expérimentale en flexion a été menée sur des poutres encadrées en une extrémité et l'autre étant libre (figure 4.7). Dans la partie encadrée de la poutre, la mousse a été remplacée par un bloc en acier pour ne pas écraser la mousse au cours du serrage de l'éprouvette. La figure 4.8 donne un exemple de la transformée de Fourier de la réponse à une excitation impulsionnelle d'une poutre en mousse PVC entre deux peaux d'aluminium. Cette réponse fait apparaître les pics correspondant aux fréquences propres des vibrations de la poutre. L'analyse de ces courbes de réponse a été ensuite effectuée par ajustement par une méthode des moindres carrés à l'aide du module d'optimisation du logiciel Matlab. L'ajustement des courbes de réponse expérimentale permet donc d'obtenir les valeurs des fréquences propres f_i , et du coefficient d'amortissement modal ξ_i ou du facteur de perte η_i de chaque mode.

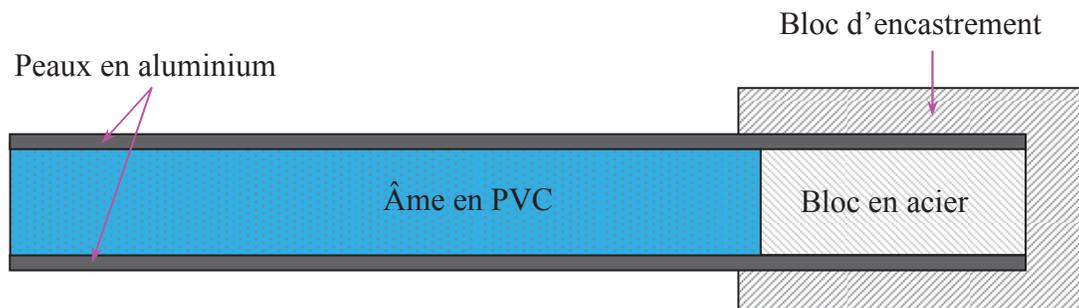


Figure 4.7. Poutre et encastrement utilisés pour évaluer l'amortissement des mousses PVC.

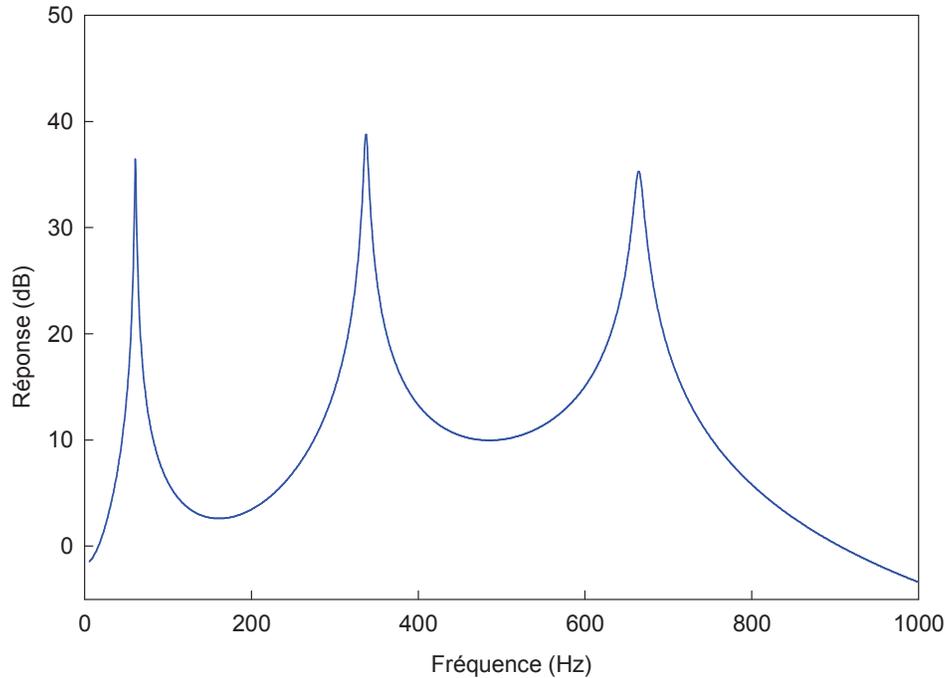


Figure 4.8. Exemple de fonction de réponse en fréquence d'une poutre aluminium/PVC/aluminium utilisée pour évaluer l'amortissement des mousses PVC

Les variations du facteur de perte en fonction de la fréquence, obtenues pour les éprouvettes aluminium-mousse, pour les deux masses volumiques de mousses sont reportées sur la figure 4.9. Nous observons une diminution de l'amortissement en fonction de la fréquence, avec une diminution rapide en basse fréquence, l'amortissement devenant pratiquement constant pour des fréquences élevées pour les deux mousses. Nous observons aussi que lorsque la masse volumique de la mousse augmente le facteur de perte diminue. Ce comportement est attribué à la taille des cellules fermées contenant de l'air, constituant la mousse comme le montre la figure 4.10. Lorsque la masse volumique est élevée, la taille des cellules est faible et donc la quantité d'air emmagasiné dans les cellules est faible, entraînant ainsi un faible amortissement lorsque la masse volumique des mousses augmente. Les valeurs des amortissements déduites de l'analyse expérimentale pour plusieurs fréquences sont reportées dans le tableau 4.4.

Tableau 4.4. Facteurs de pertes des éprouvettes aluminium-mousse déduits de l'analyse expérimentale pour différentes masses volumiques des mousses.

Fréquence (Hz)	η_i (%) HEREX C70.55	η_i (%) HEREX C70.90
	(60 kg m ⁻³)	(100 kg m ⁻³)
100	4,38	3,38
200	3,13	2,8
500	1,66	1,46
800	1,53	1,37

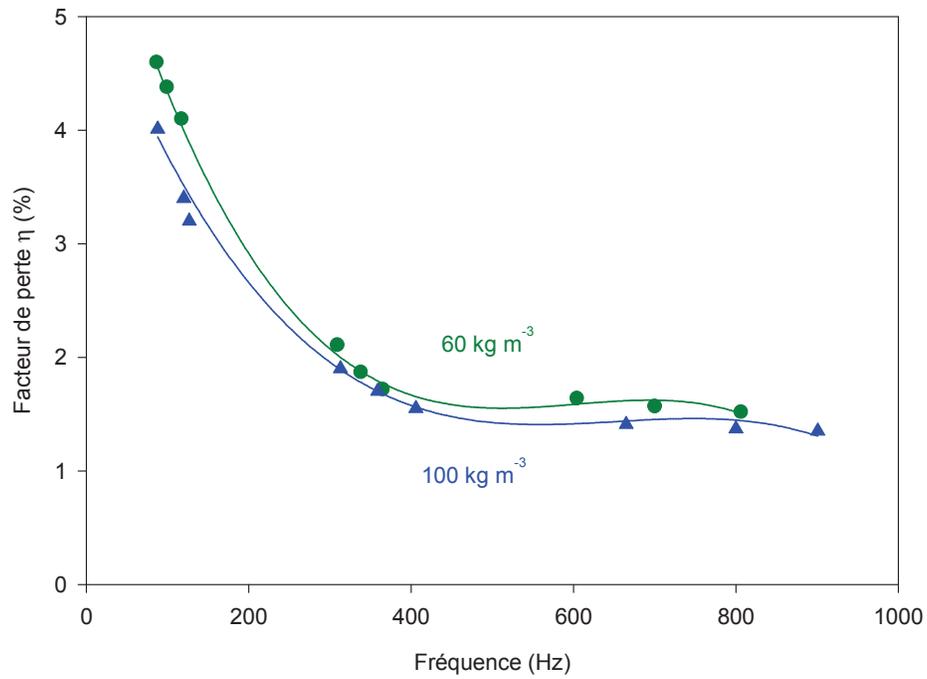
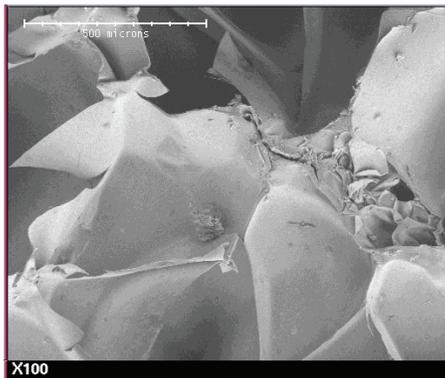
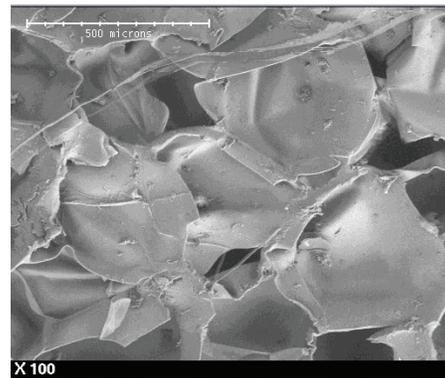


Figure 4.9. Détermination expérimentale de l'amortissement en fonction de la fréquence de poutres aluminium-mousse en PVC de masse volumique 60 kg m^{-3} et 100 kg m^{-3}



HEREX C70 55 (60 kg m^{-3})



HEREX C70 95 (100 kg m^{-3})

Figure 4.10. Observation à l'aide du microscope à balayage électronique des faciès des mousses de masse volumique 60 et 100 kg m^{-3}

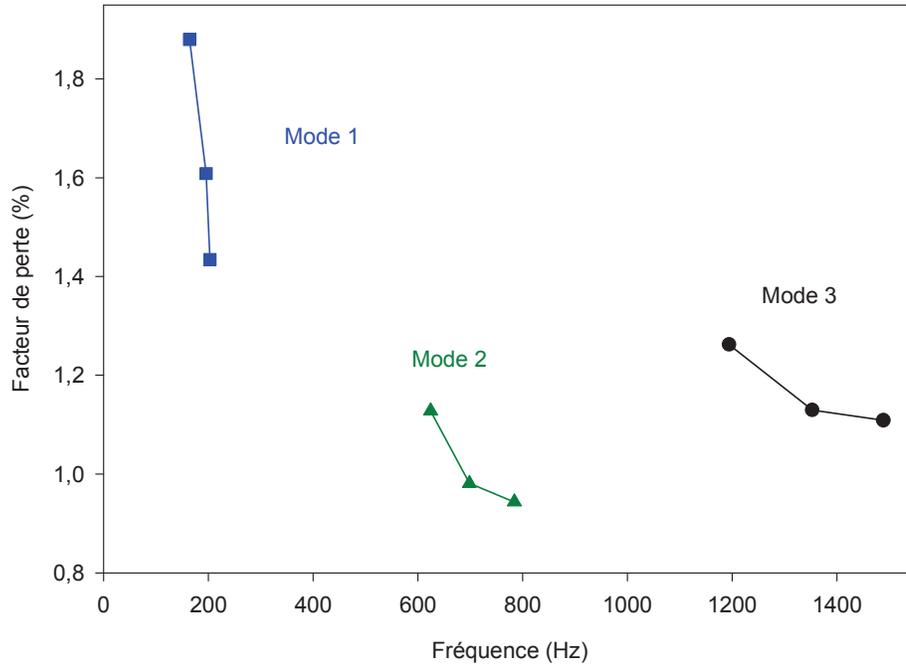
4.4.3 Amortissement des matériaux sandwichs

L'étude expérimentale a été réalisée sur différents types de sandwichs, constitués de mousse en PVC pour l'âme et de stratifiés croisés à fibres de verre pour les peaux. Dans la partie encadrée de la poutre sandwich, la mousse a été remplacée par un bloc en acier pour ne pas écraser la mousse lors du serrage de l'éprouvette (figure 4.11). Les poutres sont différenciées par la masse volumique de l'âme (60 kg m^{-3} et 100 kg m^{-3}). L'amortissement des poutres a été mesuré en flexion, conformément à l'analyse expérimentale utilisée dans le cas des poutres aluminium-mousse. L'étude expérimentale en flexion a été menée sur des poutres de largeur égale à 40 mm et pour des longueurs égales à 230, 250 et 270 mm. Les poutres étaient encadrées à une extrémité, l'autre étant libre.

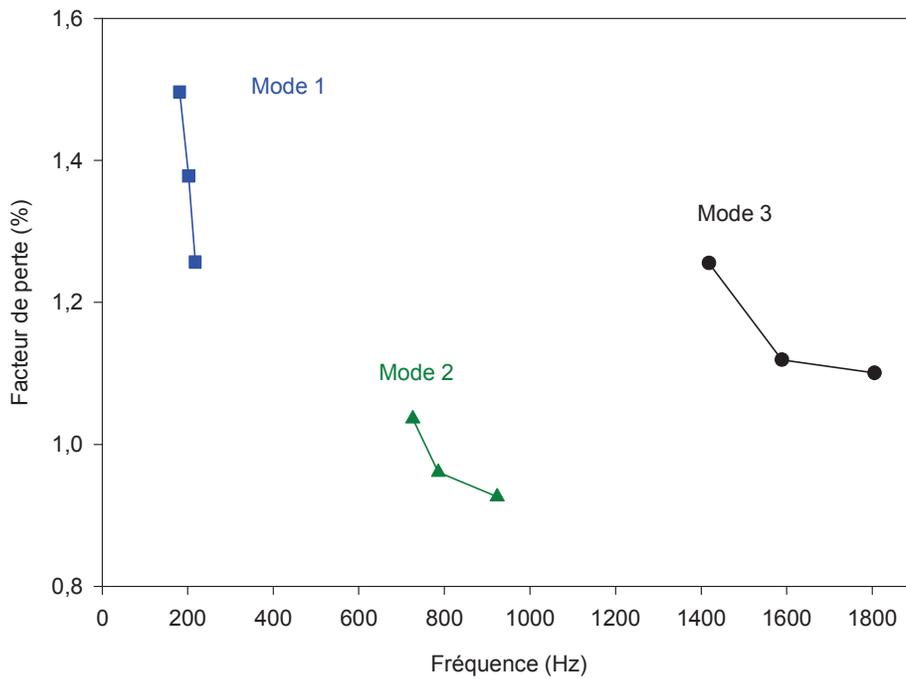
L'évaluation de l'amortissement est effectuée de la même manière que dans le cas des poutres aluminium-mousse en ajustant la réponse en fréquence à l'aide du logiciel de la boîte à outils de Matlab. La figure 4.12 donne l'évolution du facteur de perte déduit de l'analyse expérimentale en fonction de la fréquence pour les trois premiers modes de flexion et pour les deux matériaux sandwichs étudiés. Les résultats obtenus font apparaître une discontinuité de l'évolution de facteur de perte lors du passage d'un mode propre à l'autre. Par ailleurs, pour un mode donné le facteur de perte diminue lorsque la fréquence augmente. La comparaison des résultats obtenus pour les deux sandwichs montre que pour un mode donné l'amortissement diminue lorsque la masse volumique de l'âme augmente.



Figure 4. 11. Poutre et encastrement utilisés pour évaluer l'amortissement d'une poutre en matériau sandwich



(a)



(b)

Figure 4.12. Détermination expérimentale de l'amortissement en fonction de la fréquence dans le cas de poutres en matériaux sandwichs pour trois longueurs (230, 250 et 270 mm) et pour une masse volumique de l'âme : a) 60 kg m^{-3} et b) 100 kg m^{-3}

4.5 Analyse par éléments finis

4.5.1 Formulation de l'équation de la dynamique

L'équation de la dynamique de la structure est obtenue en écrivant que l'énergie totale est stationnaire. Soit [77-78]:

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} \left(\frac{1}{2} \dot{U}^t M \dot{U} - \frac{1}{2} U^t K U \right) dt + \delta \int_{t_1}^{t_2} U^t F dt = 0 \quad (4.45)$$

Ce qui conduit à l'équation usuelle :

$$M \ddot{U} + K U = F, \quad (4.46)$$

où \ddot{U} est la matrice accélération de la structure. Les matrices K , M , F sont respectivement les matrices de rigidité, de masse et de charge.

Dans le cas où les phénomènes d'amortissement peuvent être décrits par un amortissement de type visqueux, il est possible de caractériser l'amortissement par une fonction énergie de dissipation de forme quadratique :

$$U_a = \frac{1}{2} \dot{U}^t C \dot{U}, \quad (4.47)$$

où C est la matrice d'amortissement, symétrique et non négative. L'équation (4.46) de la dynamique de la structure est alors modifiée suivant :

$$M \ddot{U} + C \dot{U} + K U = F, \quad (4.48)$$

La présence du terme d'amortissement complique alors considérablement la solution du problème. La résolution de l'équation (4.48) peut être obtenue soit par intégration directe par des méthodes numériques telles la méthode de Newmark, soit par superposition modale [85-86]. C'est cette dernière méthode que nous considérons par la suite. Notons que la méthode par intégration directe ne présente pas de limitation liée à la forme de la matrice d'amortissement. Par contre l'utilisation de la méthode de superposition modale est pratiquement limitée au cas de faibles amortissements et au cas où la matrice d'amortissement est diagonale. En outre, le contenu fréquentiel de l'excitation ne doit pas être trop étendu de manière à n'avoir à considérer qu'un nombre limité de modes.

4.5.2 Équation dynamique en absence d'amortissement

En absence d'amortissement, l'équation (4.46) s'écrit, en l'absence de charges, sous la forme :

$$M \ddot{U} + K U = 0. \quad (4.49)$$

Les solutions recherchées pour cette équation, dans le cas de vibrations libres, sont de types harmoniques :

$$U = X(A \cos \omega t + B \sin \omega t), \quad (4.50)$$

où X est un vecteur d'ordre n , et ω est la pulsation des vibrations harmoniques. Les constantes A et B sont déterminées à partir des conditions initiales à $t = 0$.

Compte tenu de l'expression (4.50), l'équation (4.49) associée aux vibrations libres de la structure devient :

$$KX = \omega^2 MX. \quad (4.51)$$

Vu la nature des matrices structurelles, ce système homogène de n équations linéaires admet n solutions : $(\omega_1^2, X_1), (\omega_2^2, X_2), \dots, (\omega_n^2, X_n)$.

où $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n$, sont les valeurs propres et X_1, X_2, \dots, X_n sont les vecteurs propres.

L'orthogonalité des vecteurs modaux conduit à :

$$X_i^t M X_j = \begin{cases} 1 & \text{si } i = j \\ 0, & \text{si } i \neq j. \end{cases} \quad (4.52)$$

Les valeurs propres du système sont ensuite données suivant :

$$0 \leq \omega_1^2 \leq \omega_2^2 \leq \dots \leq \omega_n^2 \quad (4.53)$$

4.6 Modélisation par éléments finis

4.6.1 Géométrie et caractéristiques mécaniques

Le calcul de structures par éléments finis est effectué en utilisant le code de calcul ABAQUS [87]. L'élément utilisé est un élément 2-D de type CPS4 à quatre nœuds basé sur la théorie d'élasticité plane (figure 4.13). Le matériau sandwich est modélisé par trois structures, deux structures anisotropes correspondant aux peaux au comportement mécanique anisotrope, encadrant une structure isotrope représentant l'âme en mousse PVC. Les propriétés mécaniques des couches représentant les peaux sont caractérisées par les rigidités réduites Q_{11}, Q_{33}, Q_{13} et Q_{55} exprimées dans les axes de la couche. Ces rigidités sont déduites de l'équation (3.15) des modules E_L, E_T, G_{LT} et ν_{LT} de la couche dans ses axes et sont donnés dans le tableau 4.5. L'âme en mousse PVC est considéré comme un matériau isotrope, les caractéristiques mécaniques ont été données dans le tableau 3.4. La fissure est modélisée comme un vide, entre la peau et l'âme, elle ne se propage pas au cours de la vibration. L'analyse par éléments finis permet d'établir l'équation (4.49) des vibrations libres non amorties de la structure. Le code de calcul ABAQUS utilise la méthode de Lanczos [88] pour la résolution de cette équation. La méthode Lanczos est extrêmement performante, a une mise en œuvre délicate et elle ne permet pas de détecter des valeurs propres multiple. Cette résolution conduit ensuite aux fréquences propres ω_i^2 et aux vecteurs propres X_i des

vibrations. L'analyse par éléments finis évalue également les champs des contraintes et des déformations dans chaque élément des constituants de la structure en matériau sandwich.

Tableau 4.5. Rigidités réduites dans le plan (x, z) des peaux en stratifié de type $[0_2 \setminus 90_2]_s$

Propriétés mécaniques	Q_{11}	Q_{12}	Q_{13}	Q_{16}	Q_{33}	Q_{23}	Q_{26}	Q_{22}	Q_{36}	Q_{55}
GPa	11,6	0	1,06	0	4,2	1,06	0	11,1	0	2,45

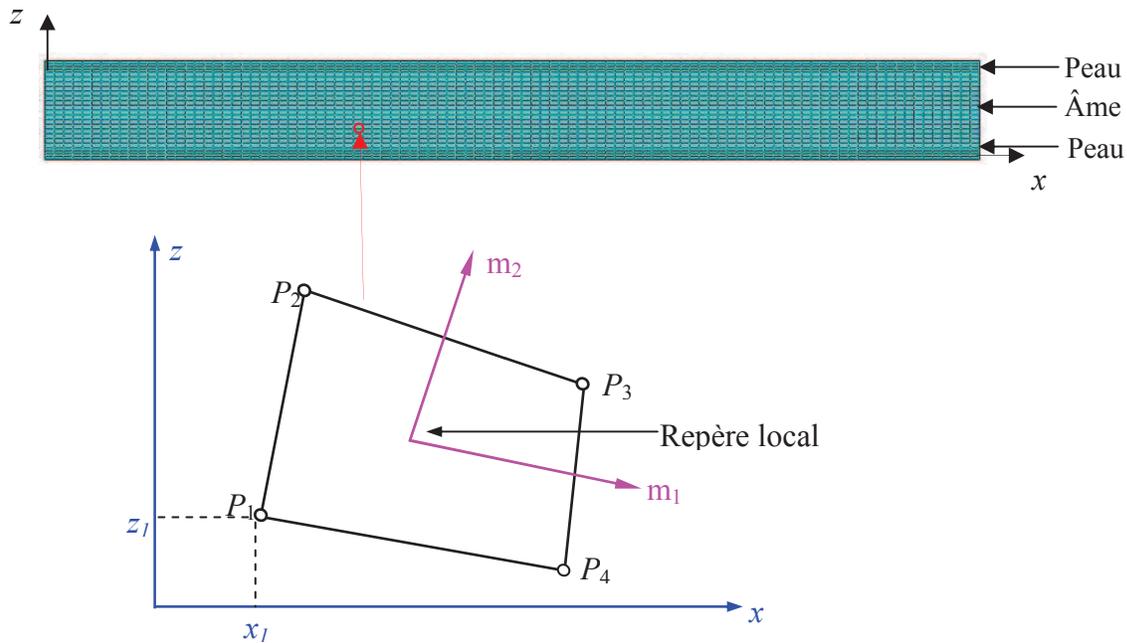


Figure 4.13. Elément 2D de type CPS4

4.6.2. Effet de la décohésion sur les fréquences propres

L'analyse des résultats statiques du chapitre précédent a montré que lorsque la taille de la fissure à l'interface peau/âme de la poutre en matériau sandwich augmente, la surface de transfert des contraintes de cisaillement entre les peaux et l'âme diminue et a pour conséquence une diminution de la résistance et de la rigidité du matériau sandwich.

Pour examiner cet effet sur le comportement vibratoire de la poutre en matériau sandwich, des études sur une large gamme de tailles de fissure ont été effectuées. Le modèle d'éléments finis de la poutre en matériau sandwich en présence d'une fissure entre la peau et l'âme au centre a été pris en considération.

L'étude expérimentale est effectuée sur plusieurs poutres en matériaux sandwichs, dans la partie encastree, l'âme a été remplacée par un bloc en acier pour ne pas écraser l'âme en mousse PVC lors du serrage de l'éprouvette. L'étude expérimentale a été menée en flexion

sur des éprouvettes endommagées par fissuration de longueur variable. La fissure est initiée entre l'âme et la peau et sa progression se fait tous les 2 mm (figure 4.14).

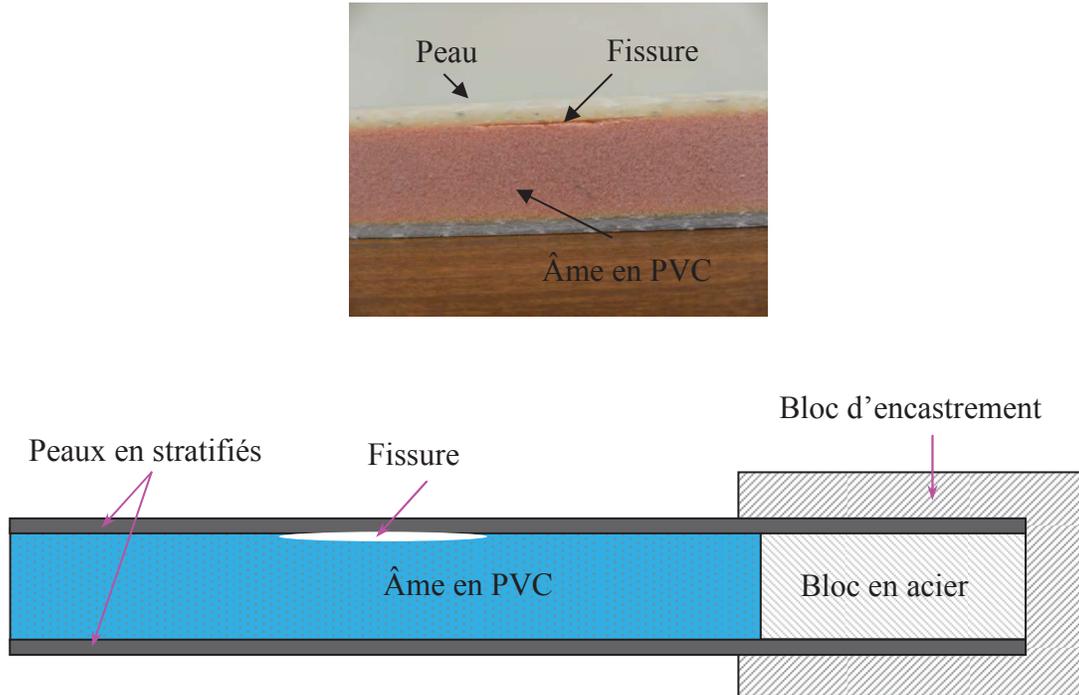


Figure 4.14. Poutre en matériau sandwich endommagée par décohésion

L'analyse des courbes expérimentales de la réponse en fréquence a été ensuite effectuée par ajustement par une méthode des moindres carrés à l'aide du module d'optimisation du logiciel Matlab. Il permet d'obtenir les valeurs des fréquences propres f_i et du coefficient d'amortissement modal ξ_i pour chaque mode et pour chaque longueur de fissure. Pour mettre en évidence l'influence de la taille de fissure sur les valeurs des fréquences propres, nous avons reporté sur les figures 4.15 à 4.17, l'évolution de la fréquence propre en fonction du taux de fissuration pour les trois premiers modes de vibration dans le cas des deux matériaux sandwichs (60 kg m^{-3} et 100 kg m^{-3}). Ce taux est défini comme étant le rapport de la longueur de la fissure rapportée à la longueur de la partie libre de l'éprouvette. Les résultats obtenus expérimentalement sont comparés à ceux obtenus par l'analyse par éléments finis. Le calcul par éléments finis a été effectué en tenant compte de la variation des caractéristiques mécaniques de l'âme en fonction de la fréquence. L'analyse des résultats obtenus montre que :

- Globalement, la fréquence diminue lorsque la longueur de fissure augmente. Cette diminution est due à la dégradation de la rigidité du matériau sandwich qui est la conséquence directe de la diminution de la surface de transfert de la charge entre les peaux et l'âme.
- Les résultats obtenus par élément finis et ceux expérimentaux sont en bon accord pour les trois premiers modes et pour les deux matériaux sandwichs.

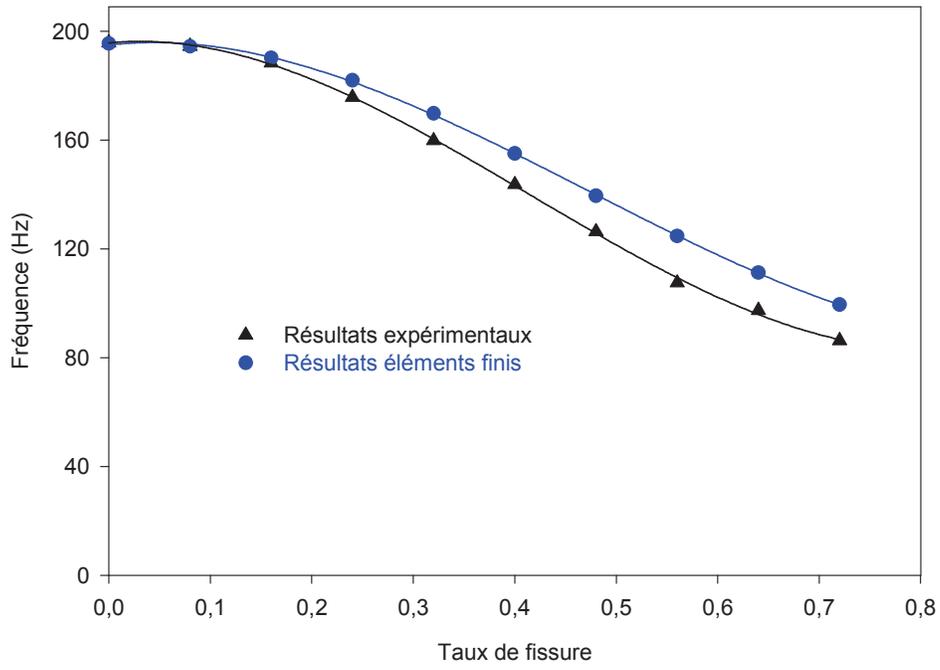
Dans le tableau 4.6., sont reportées à titre d'exemple, les valeurs des fréquences propres obtenues expérimentalement et celles obtenues par éléments finis ainsi que les écarts, dans le cas du matériau sandwich avec une âme de masse volumique de 60 kg m^{-3} . La valeur de la fréquence propre en mode 1 est de 196 Hz pour le matériau sandwich sain, alors qu'elle n'est que de 83 Hz dans le matériau avec un taux de fissuration de 70%. En mode 3, la valeur de la fréquence propre passe d'une valeur de 1350 Hz dans le cas d'un matériau sandwich sain à la valeur de 480 Hz dans le cas d'un matériau sandwich endommagé avec un taux de fissuration de 70%.

L'écart entre les valeurs expérimentales et celles obtenues par éléments finis ne dépasse pas 4% à faible taux de fissuration, alors que cet écart peut atteindre les 16% pour des taux de fissuration élevés. Cet écart peut être attribué aux effets de contact et de frottement au niveau des surfaces de la fissure, dont le calcul par éléments finis n'a pas tenu compte.

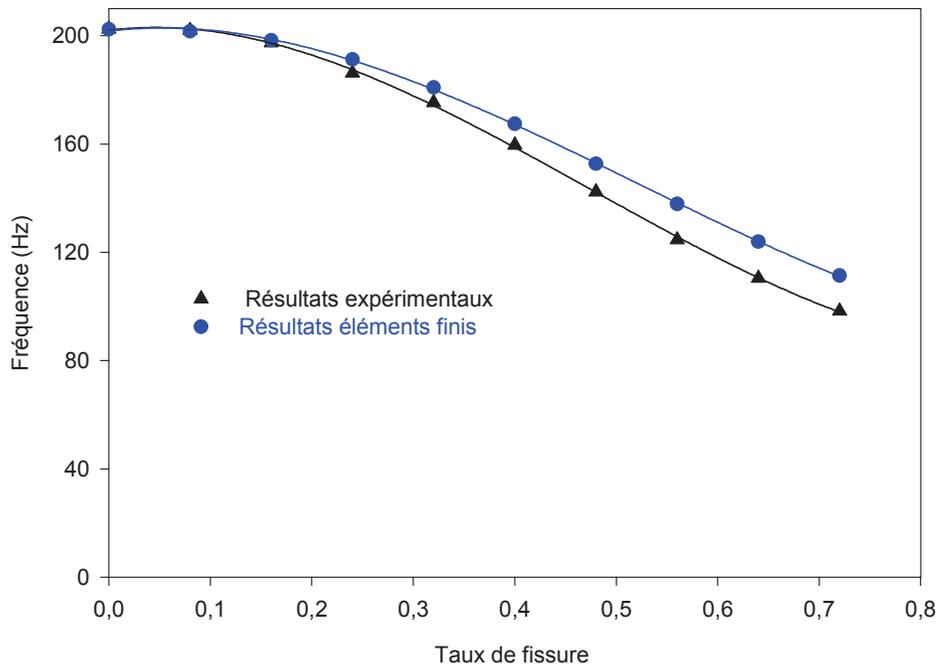
Le décalage fréquentiel pourrait être utilisé comme un outil de CND pour suivre la propagation de la fissuration dans les matériaux sandwichs.

Tableau4. 6. Ecart entre la fréquence expérimentale et celle obtenue par éléments finis en fonction du taux de fissuration du matériau sandwich avec une âme de masse volumique 60 kg m^{-3}

Taux de fissure%	Mode 1			Mode 2			Mode 3		
	EF	Exp.	Ecart%	EF	Exp.	Ecart%	EF	Exp.	Ecart%
0	195	196	0,19	696	698	0,29	1354	1352	0,15
8	194	194	0,00	695	695	0,00	1289	1281	4,97
16	190	188	0,95	691	683	1,16	1231	1213,	5,68
24	182	176	3,42	680	658	3,24	1148	1104	6,91
32	170	160	5,83	656	614	6,40	1059	973	10,73
40	155	144	7,32	606	556	8,25	918	880	6,18
48	139	126	9,43	524	482	8,02	780	701	12,59
56	125	108	13,73	434	394	9,22	693	616	13,97
64	111	94	15,89	358	329	8,10	621	547	15,06
72	99	83	16,41	300	272	9,33	556	483	16,15

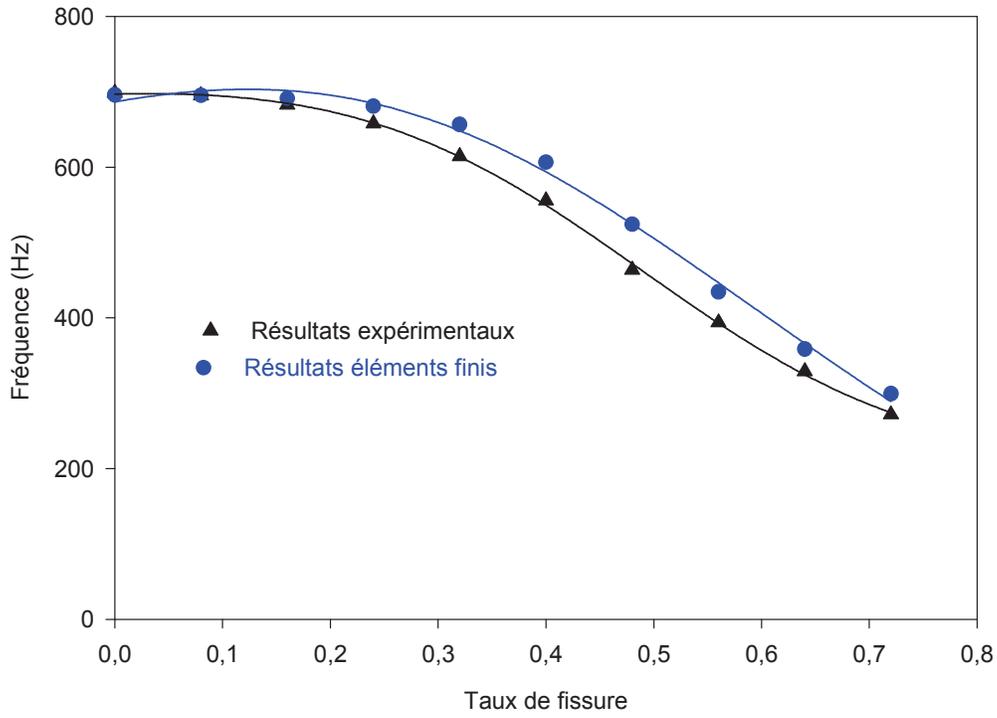


(a)

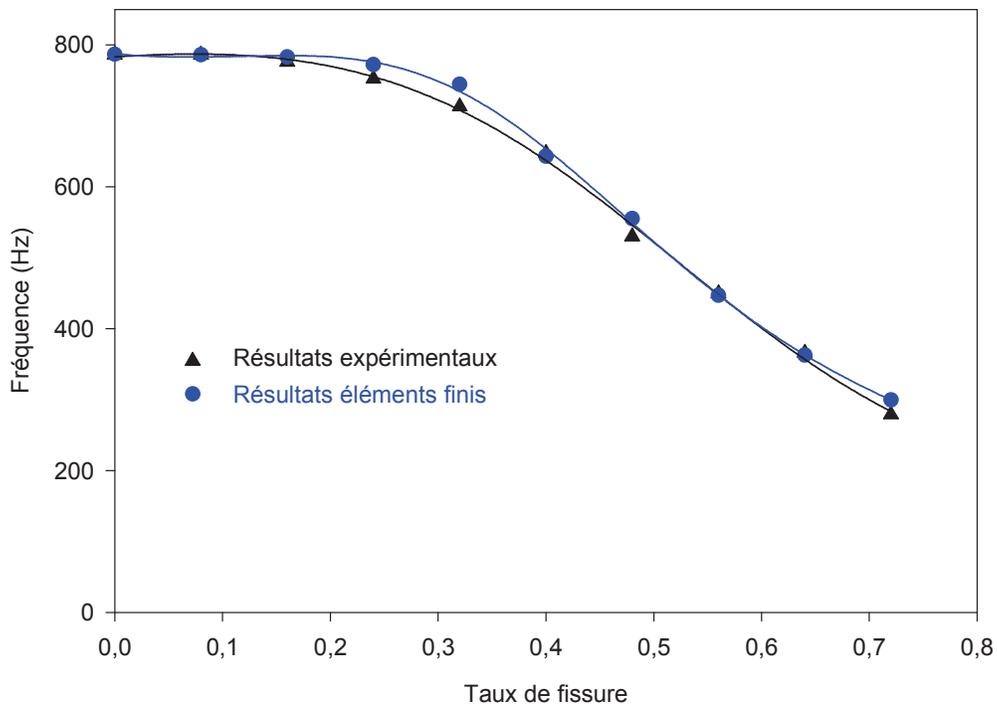


(b)

Figure 4.15. Comparaison entre les fréquences déduites de l'expérience et de la modélisation pour le mode 1 dans le cas du matériau sandwich avec une âme de masse volumique :a) 60 kg m^{-3} et b) 100 kg m^{-3}

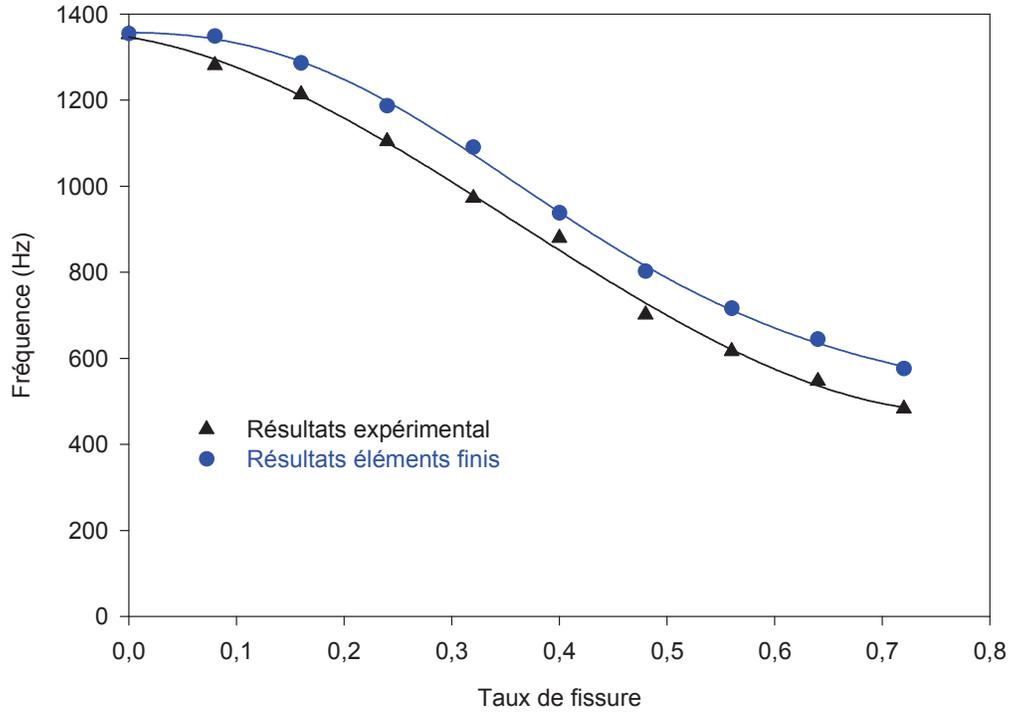


(a)

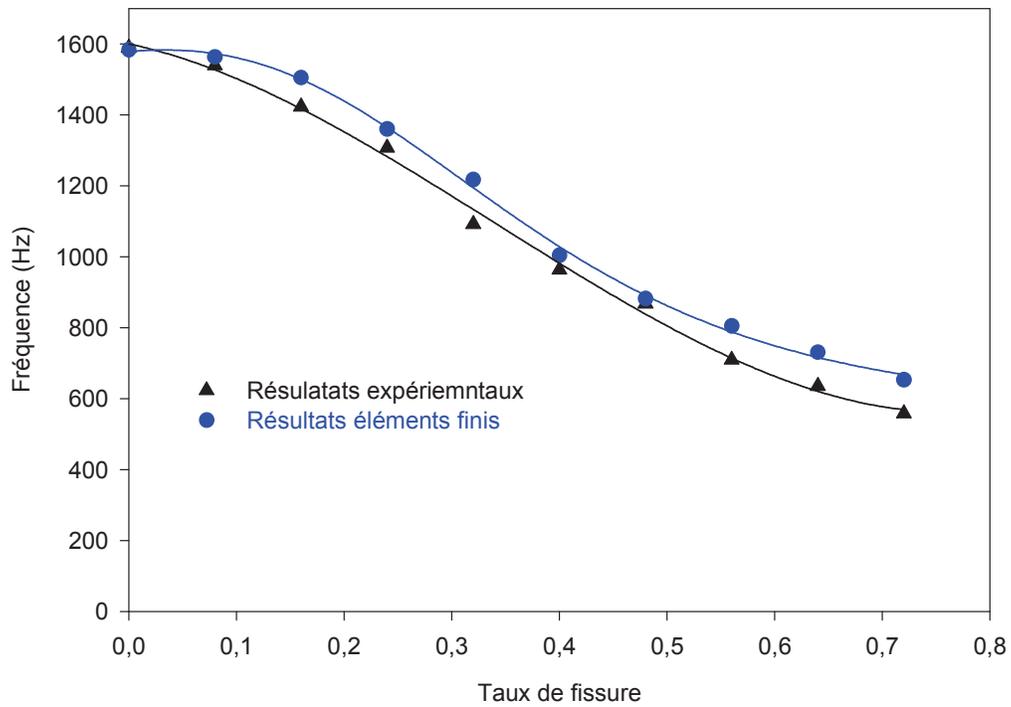


(b)

Figure 4.16. Comparaison entre les fréquences déduites de l'expérience et de la modélisation pour le mode 2 dans le cas du matériau sandwich avec une âme de masse volumique : a) 60 kg m^{-3} et b) 100 kg m^{-3}



(a)



(b)

Figure 4.17. Comparaison entre les fréquences déduites de l'expérience et de la modélisation pour le mode 3 dans le cas du matériau sandwich avec une âme de masse volumique :a) 60 kg m^{-3} et b) 100 kg m^{-3}

À titre d'exemple, la figure 4.18 compare les déformées des trois premiers modes de vibration obtenues par la modélisation par éléments finis dans le cas d'une poutre saine (fig 4.18.a), une poutre avec une fissure de longueur 40 mm (fig 4.18.b) et une troisième avec une longueur de fissure de 100 mm (fig 4.18.c) dans le cas du sandwich avec une âme de masse volumique 60 kg m^{-3} . Nous observons que:

- Les déformées des trois premiers modes sont similaires dans le cas des deux éprouvettes saine et la moins endommagée (Fig 4.18 (a) et (b)).
- Une déformation en flexion beaucoup moins importante dans le cas de la poutre la plus endommagée, ce comportement est dû au déplacement de la peau supérieure dans un sens inverse de celui de la poutre.
- Les déformées modales de l'éprouvette avec une décohésion de longueur 100 mm montre une ouverture de la fissure aux modes 2 et 3, cette ouverture est beaucoup plus importante en mode 3 qu'en mode 2.

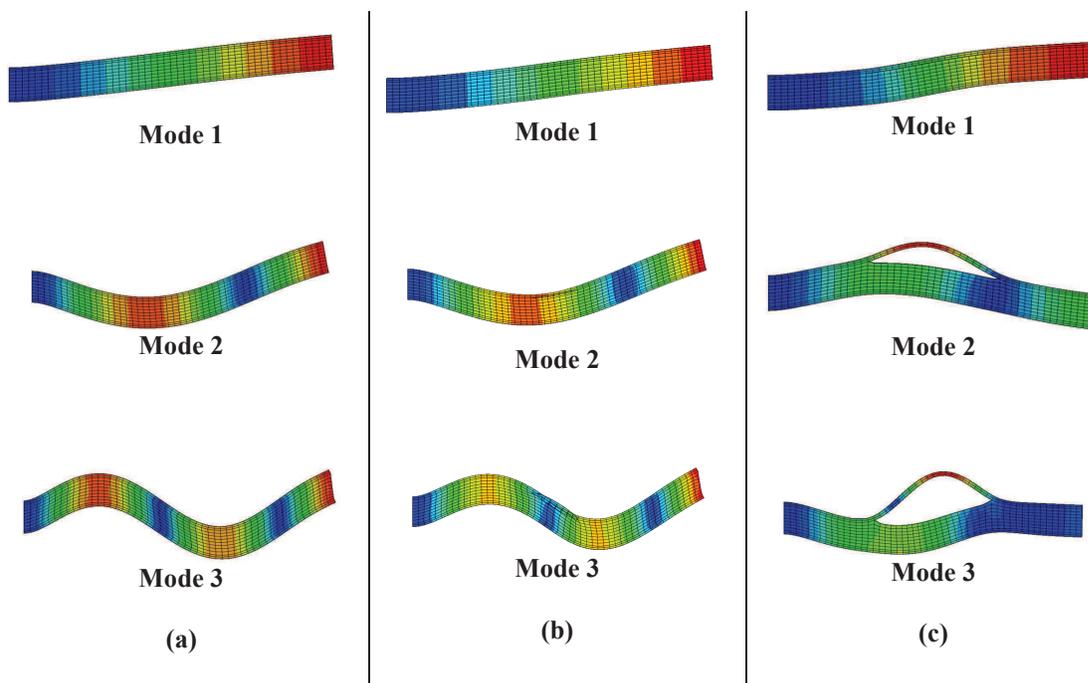


Figure 4.18 Déformées obtenues par éléments finis pour les trois premiers modes de vibration d'une poutre sandwich avec une âme de masse volumique de 60 kg m^{-3} : a) poutre saine, b) et c) poutres endommagées

4.7 Modélisation de l'amortissement d'une structure en matériau sandwich

4.7.1 Évaluation des énergies de déformation

L'analyse par éléments finis basée sur la théorie des contraintes planes donne, pour un mode de vibration donné, les valeurs des contraintes σ_{xx} , σ_{zz} , σ_{xz} et des déformations ε_{xx} , ε_{zz} , ε_{xz} dans les éléments des peaux (p) inférieure et supérieure et dans l'âme (a) pour un élément fini e . L'énergie de déformation stockée U_d^e d'un élément e est donnée en fonction des énergies dans les axes du matériau sous la forme :

$$U_d^e = U_{xx}^e + U_{zz}^e + U_{xz}^e \quad (4.54)$$

Avec :

$$\begin{aligned} U_{xx}^e &= \frac{1}{2} \iint_e \sigma_{xx} \varepsilon_{xx} dx dz \\ U_{zz}^e &= \frac{1}{2} \iint_e \sigma_{zz} \varepsilon_{zz} dx dz \\ U_{xz}^e &= \frac{1}{2} \iint_e \sigma_{xz} \varepsilon_{xz} dx dz \end{aligned} \quad (4.55)$$

où les intégrales sont étendues à l'ensemble de la surface d'un élément fini e . U_{xx}^e est l'énergie de déformation emmagasinée en tension-compression le long de la direction x du matériau, U_{zz}^e est l'énergie de déformation emmagasinée en tension-compression le long de la direction z du matériau, U_{xz}^e est l'énergie de déformation emmagasinée dans le plan (plan (x , z)) de cisaillement. Les énergies totales de la structure suivant les différentes directions sont données par sommation sur tous les éléments finis de la structure sandwich.

$$\begin{aligned} U_{xx} &= \sum_{elements} U_{xx}^e, \\ U_{zz} &= \sum_{elements} U_{zz}^e, \\ U_{xz} &= \sum_{elements} U_{xz}^e \end{aligned} \quad (4.56)$$

L'énergie de déformation totale emmagasinée dans la structure peut se mettre sous la forme :

$$U_d = U_{xx} + U_{zz} + U_{xz} \quad (4.57)$$

4.7.2 Évaluation de l'amortissement

L'évaluation de l'amortissement déduite de l'analyse par éléments finis peut être abordée par une approche énergétique. L'énergie dissipée par amortissement dans un élément e des peaux ou de l'âme du matériau sandwich est évaluée à partir de l'énergie de déformation

emmagasinée en introduisant les coefficients d'amortissement suivant les différentes directions des divers éléments constituant le matériau sandwich. La relation est donnée par:

$$\Delta U_i^e = \psi_{xxi} U_{xxi}^e + \psi_{zzi} U_{zzi}^e + \psi_{xzi} U_{xzi}^e \text{ avec } i=p, a \quad (4.58)$$

p désigne la peau et a désigne l'âme.

Les coefficients d'amortissement sont évalués dans les axes (L, T, T') du matériau (peau ou âme). ψ_{xxi} et ψ_{zzi} sont respectivement les coefficients d'amortissement en traction et en compression dans les directions L et T' de la peau ou de l'âme, ψ_{xzi} est le coefficient d'amortissement en cisaillement dans le plan (L, T') de la peau ou de l'âme.

L'énergie dissipée dans la peau est obtenue par sommation sur tous les éléments des peaux :

$$\Delta U_p = \sum_{elements} \Delta U_p^e \quad (4.59)$$

L'énergie dissipée dans l'âme est obtenue par sommation sur tous les éléments de l'âme :

$$\Delta U_a = \sum_{elements} \Delta U_a^e \quad (4.60)$$

Enfin, l'énergie dissipée totale est obtenue par sommation sur tous les éléments de la poutre en matériau sandwich:

$$\Delta U = \Delta U_p + \Delta U_a \quad (4.61)$$

Finalement, le calcul de l'amortissement par éléments finis peut être obtenu par les équations (2.13) et (2.14) soit:

$$\psi = \frac{\Delta U}{U_d} = 2\pi\eta. \quad (4.62)$$

4.7.3 Comparaison des amortissements obtenus expérimentalement et par éléments finis en présence d'une décohésion

L'évaluation de l'amortissement du matériau sandwich a été déduite de l'analyse des vibrations en flexion de poutre conformément à l'analyse expérimentale effectuée au paragraphe (4.4.3) et à partir de la modélisation développée au paragraphe (4.6). La modélisation par éléments finis effectuée prend en compte la variation en fonction de la fréquence de l'amortissement des divers constituants des matériaux sandwichs (peaux et âme). L'étude expérimentale des matériaux sandwichs a été effectuée au paragraphe 4.4.3. Les figures 4.19 à 4.21 comparent les résultats obtenus par l'analyse expérimentale et les résultats déduits de la modélisation par éléments finis dans le cas des deux matériaux

sandwichs (avec une âme en mousses PVC de masses volumiques 60 kg m^{-3} et 100 kg m^{-3}) et pour les trois premiers modes de vibration. L'analyse des résultats obtenus montre que:

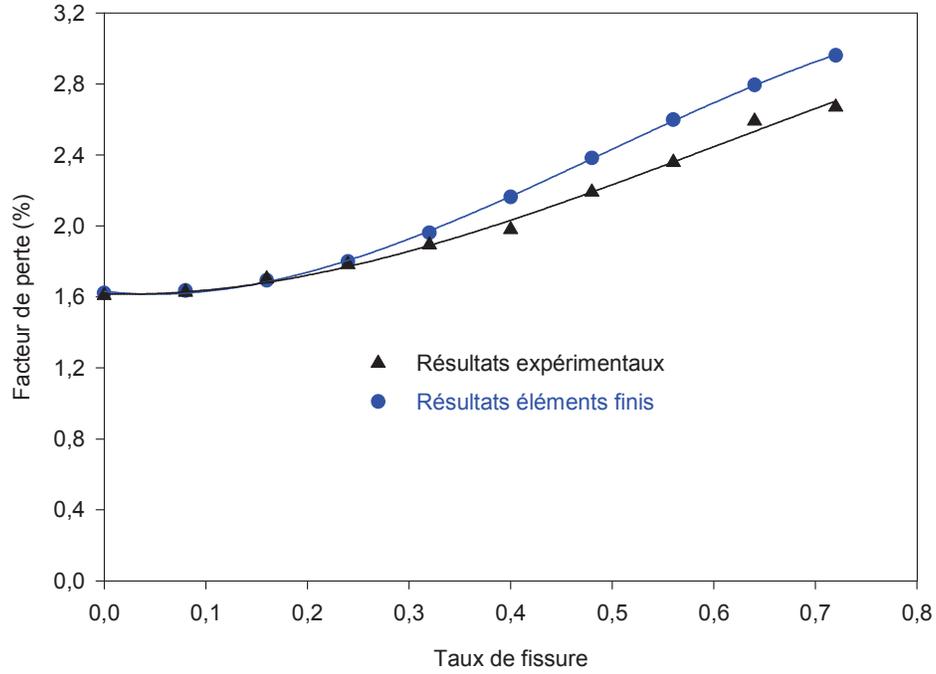
- Globalement, pour un mode donné, le facteur de perte augmente avec l'augmentation de la longueur de la fissure,

- Les résultats obtenus par éléments finis et ceux expérimentaux sont en bon accord pour l'ensemble des modes jusqu'à un taux de fissuration de l'ordre de 30%. Au delà cette valeur, les résultats expérimentaux et ceux obtenus par éléments finis s'éloignent légèrement,

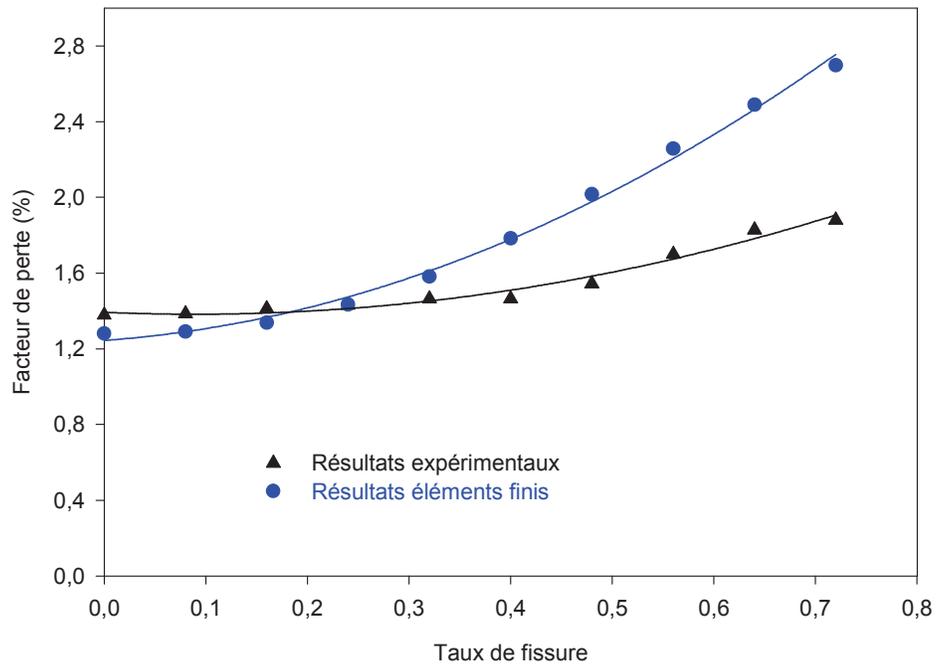
- L'amortissement obtenu expérimentalement en modes 2 et 3 présente une variation très importante dans l'intervalle 30 et 50% du taux de fissuration et s'éloignent des résultats de la modélisation par éléments finis,

L'écart entre les résultats obtenus par éléments finis et ceux expérimentaux peut être attribué aux phénomènes de contact et de frottement entre les surfaces de la fissure. Il a été montré dans les travaux de Yang et *al* [89] que le contact et le frottement ont une influence significative sur la valeur de l'amortissement.

L'évolution de l'amortissement des matériaux sandwichs en fonction de la longueur de fissure dépend de plusieurs paramètres: la distribution de l'énergie de déformation entre les peaux et l'âme, la variation de l'amortissement dans les peaux en fonction de la fréquence (figure 4.8.) ainsi que la variation de l'amortissement de l'âme en fonction de la fréquence (figure 4.9). Dans le paragraphe qui va suivre, nous proposons d'analyser la contribution à l'amortissement des différentes énergies emmagasinées dans les constituants et suivant les différentes directions.

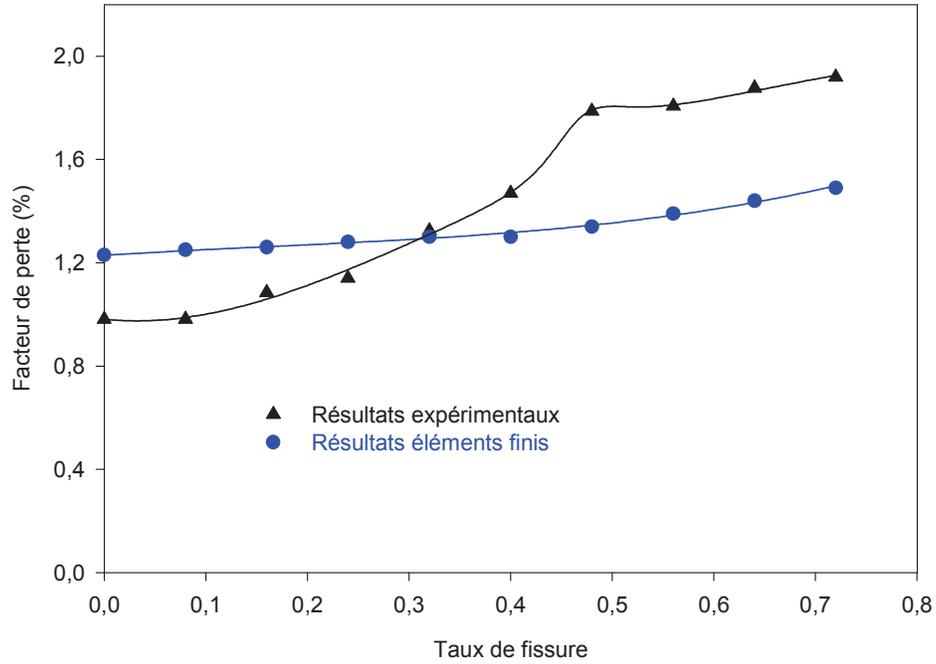


(a)

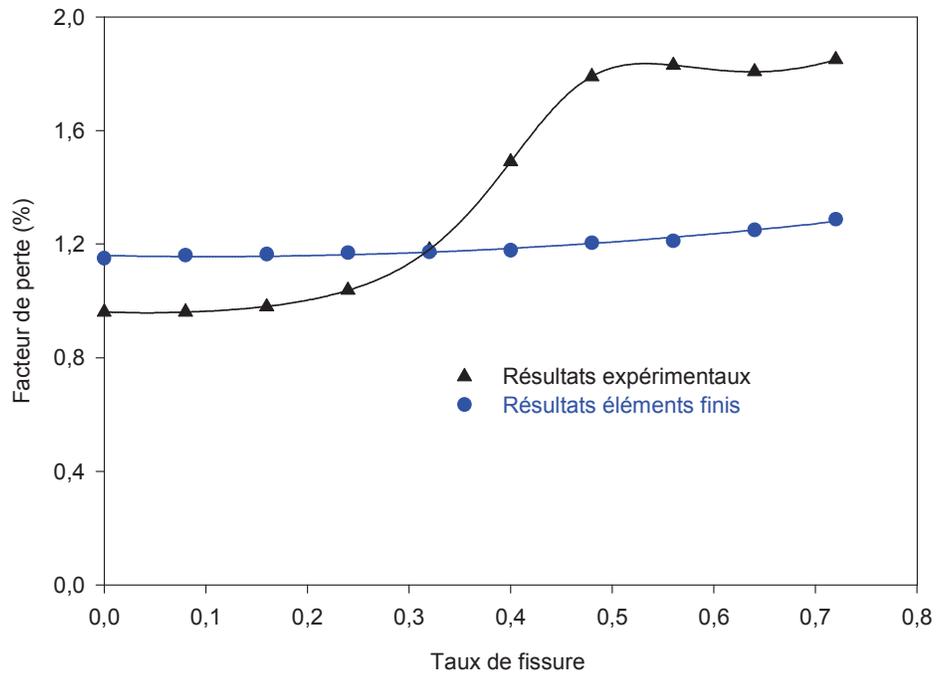


(b)

Figure 4.19. Comparaison entre les résultats déduits de l'expérience et de la modélisation de l'amortissement en mode 1 des matériaux sandwichs avec une âme de masse volumique : a) 60 kg m^{-3} et b) 100 kg m^{-3}

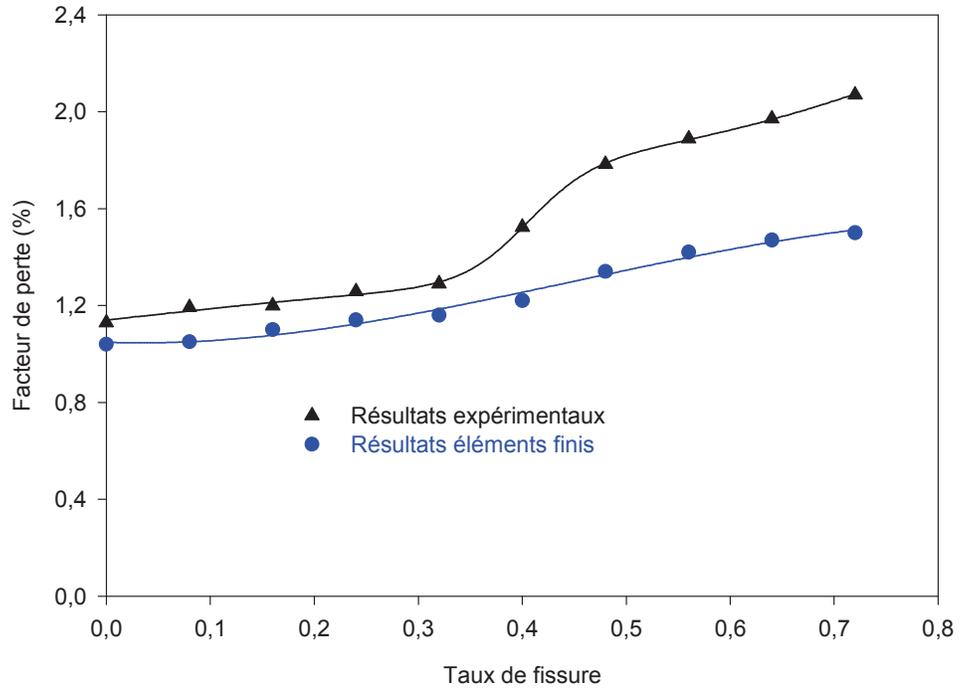


(a)

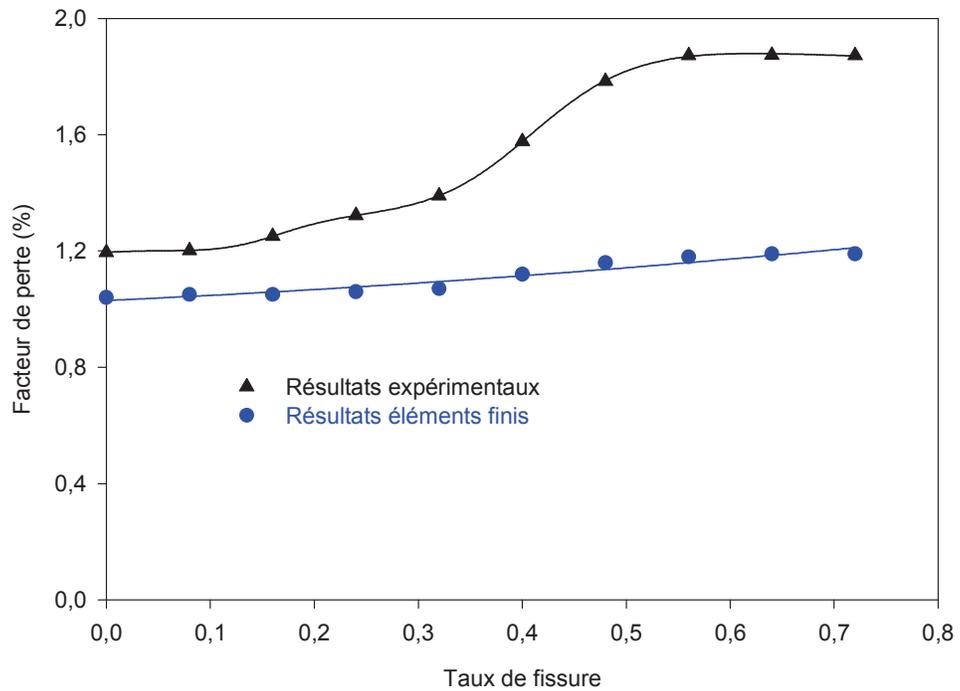


(b)

Figure 4.20. Comparaison entre les résultats déduits de l'expérience et de la modélisation de l'amortissement en mode 2 des matériaux sandwichs avec une âme de masse volumique : a) 60 kg m^{-3} et b) 100 kg m^{-3}



(a)



(b)

Figure 4.21. Comparaison entre les résultats déduits de l'expérience et de la modélisation de l'amortissement en mode 3 des matériaux sandwichs avec une âme de masse volumique : a) 60 kg m^{-3} et b) 100 kg m^{-3}

4.7.4 Contribution à l'amortissement des différentes énergies dissipées

4.7.4.1 Introduction

Les propriétés dissipatives des matériaux composites sandwichs dépendent de plusieurs paramètres, parmi lesquels on peut citer : la fréquence, l'amplitude et le type d'excitation, les énergies de déformation... etc. La participation à l'amortissement de diverses énergies dissipées dépend des énergies de déformation emmagasinées dans les peaux (U_{peaux}) et dans l'âme ($U_{\text{âme}}$) ainsi que des coefficients d'amortissement dans les peaux et dans l'âme.

L'objectif de la présente étude est d'appliquer la modélisation développée précédemment à l'analyse de la contribution à l'amortissement des différentes énergies dissipées dans les constituants et suivant les différentes directions en fonction de la longueur de la fissure et de la fréquence de vibration.

4.7.4.2 Energies dissipées dans les constituants (peaux et âme)

La contribution à l'amortissement dépend des énergies de déformation emmagasinées dans les peaux (U_{peaux}) et dans l'âme ($U_{\text{âme}}$), ainsi que des coefficients d'amortissement dans les peaux et dans l'âme. La participation des variations relatives des énergies dissipées dans l'âme et dans les peaux est illustrée dans les figures 4.22 à 4.24. Sur ces figures sont reportées les évolutions des énergies dissipées dans l'âme et dans les peaux en fonction de la longueur de fissure (la longueur de fissure est rapportée à la longueur de la partie libre de l'éprouvette) dans le cas des sandwichs avec âmes de 60 kg m^{-3} et 100 kg m^{-3} de masse volumique. Ces résultats ont été obtenus par la modélisation d'éléments finis pour les trois premiers modes de vibration. L'analyse de ces résultats montre que :

- Pour un mode vibration donné, les variations des énergies dissipées dans les deux matériaux sandwichs sont similaires, toute fois l'énergie dissipée dans l'âme de 100 kg m^{-3} de masse volumique est légèrement supérieure à celle dissipée dans l'âme de 60 kg m^{-3} .

- En mode 1 (fig.4.22), l'énergie dissipée dans l'âme augmente lorsque la longueur de fissure augmente, alors que l'énergie dissipée dans les peaux diminue. Pour des longueurs de fissure élevées, l'amortissement du matériau sandwich est gouverné par le comportement dynamique de l'âme.

- En mode 2 (fig.4.23.), l'énergie dissipée dans l'âme diminue lorsque la longueur de la fissure croît, alors que l'énergie dissipée dans les peaux augmente. Pour des faibles longueurs de la fissure la participation à l'amortissement de l'âme est plus importante que celle des peaux, alors que pour des longueurs élevées de la fissure, les peaux et l'âme contribuent de manière similaire à l'amortissement du matériau sandwich.

- En mode 3 (fig.4.24.), l'énergie dissipée dans l'âme diminue avec l'augmentation de la longueur de la fissure jusqu'à une valeur du taux de fissuration de l'ordre de 40%, au delà de cette valeur cette énergie diminue. Nous observons l'inverse en ce qui concerne l'énergie dissipée dans les peaux.

— En modes 1 et 3, l'énergie dissipée dans l'âme est très supérieure à l'énergie dissipée dans les peaux.

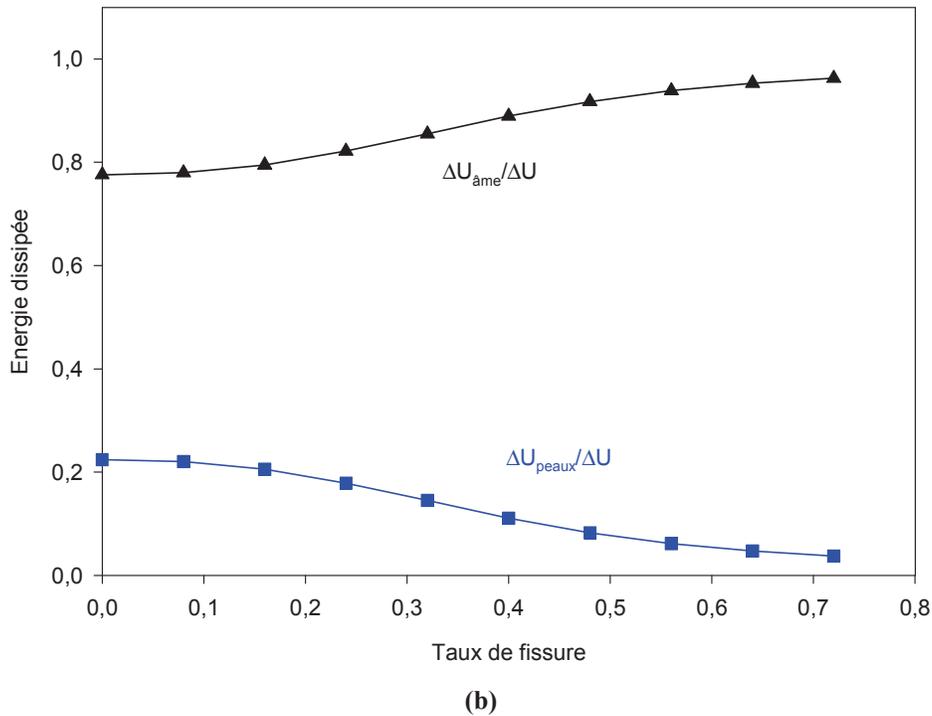
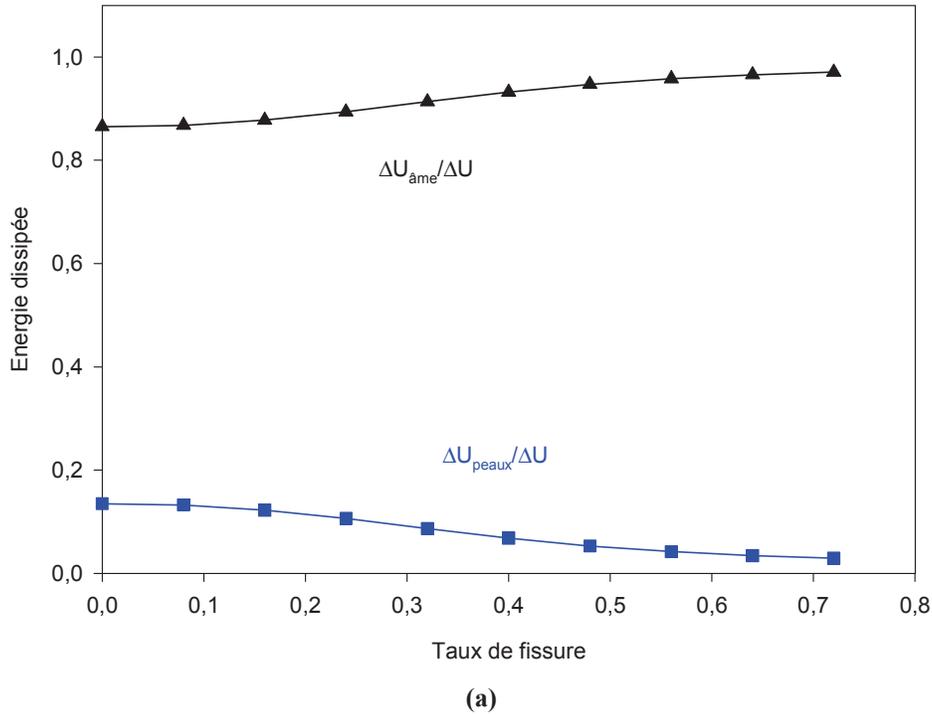
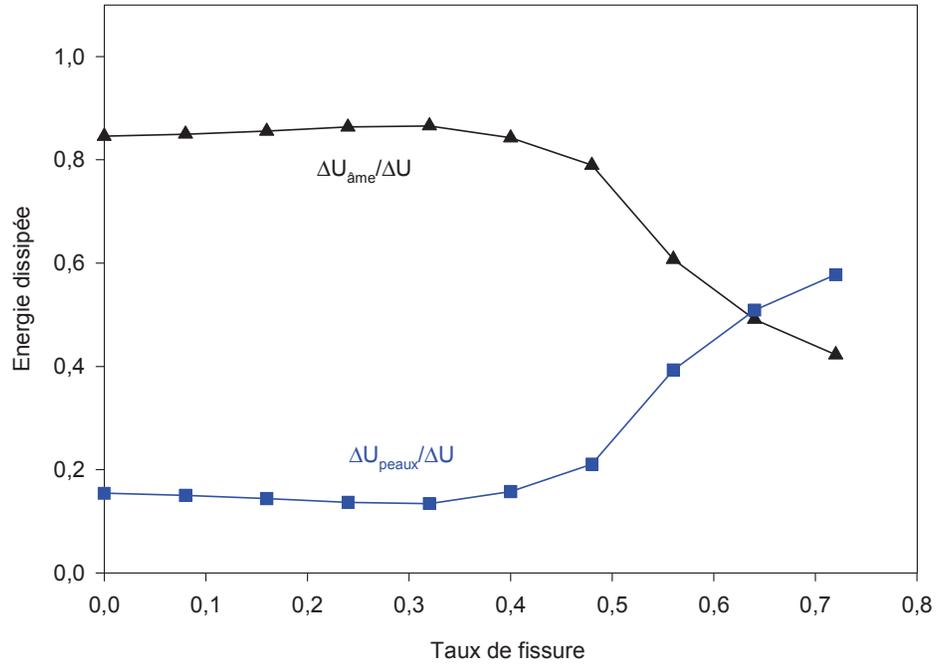
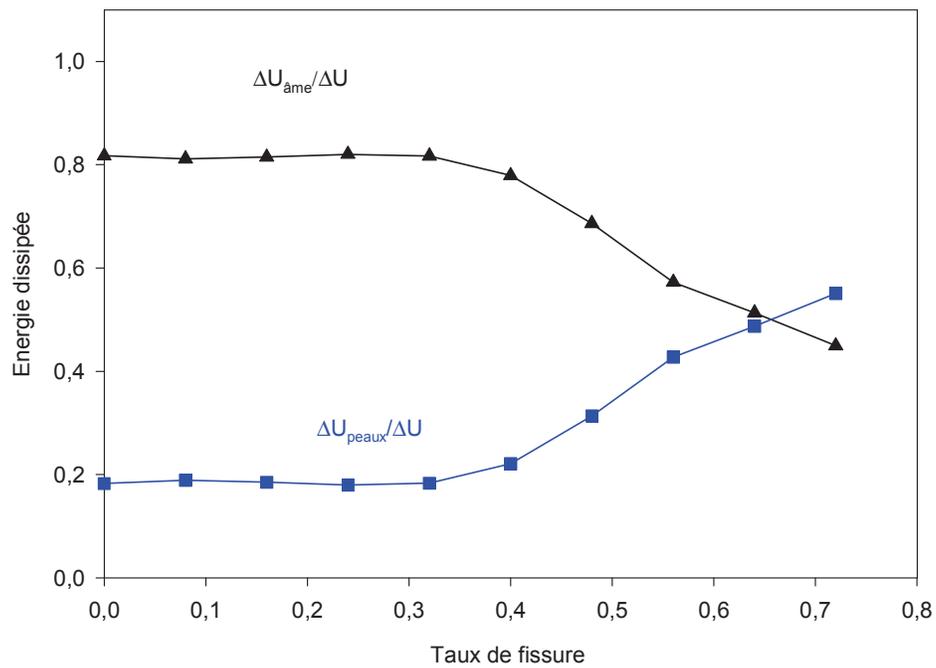


Figure 4.22. Énergies dissipées dans la peau et dans l'âme en fonction de la longueur de fissure en mode 1 des matériaux sandwichs avec une âme de masse volumique : a) 60 kg m^{-3} et b) 100 kg m^{-3}



(a)



(b)

Figure 4.23. Énergies dissipées dans la peau et dans l'âme en fonction de la longueur de fissure en mode 2 des matériaux sandwichs avec une âme de masse volumique : a) 60 kg m^{-3} et b) 100 kg m^{-3}

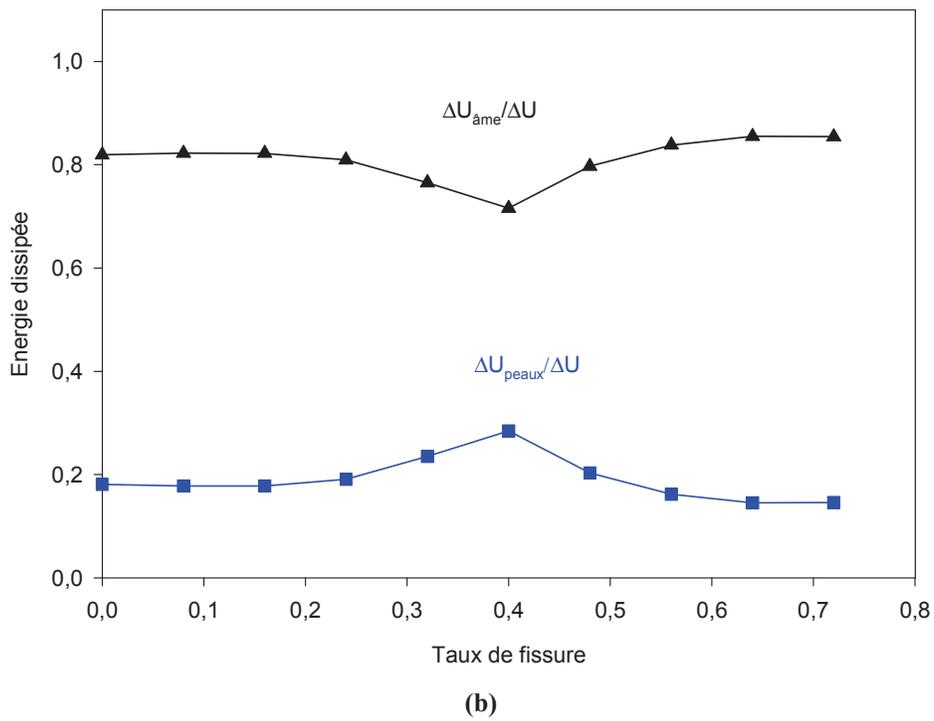
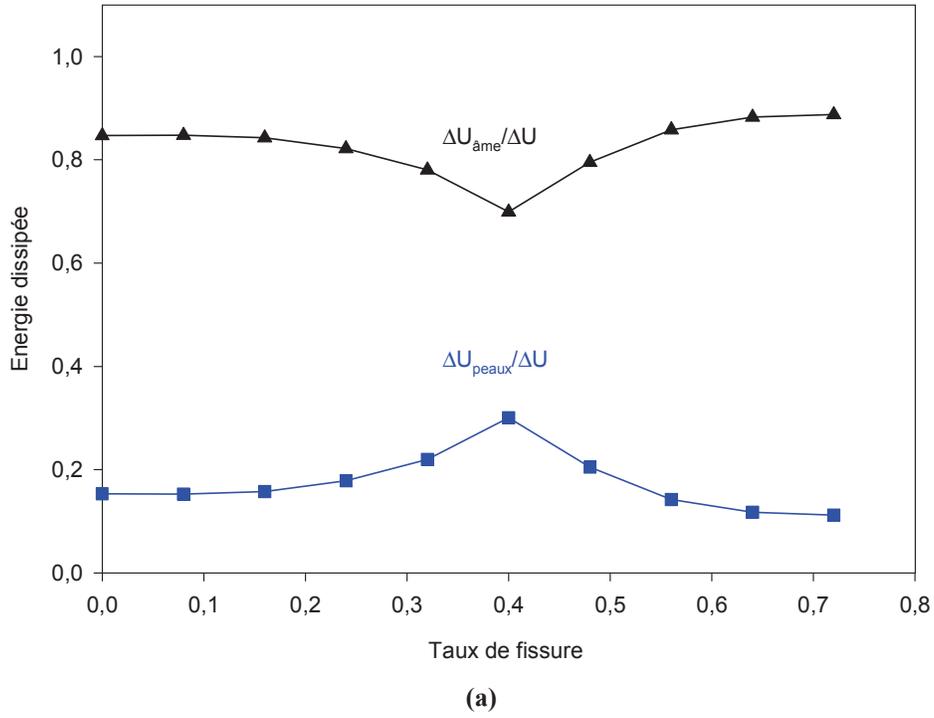
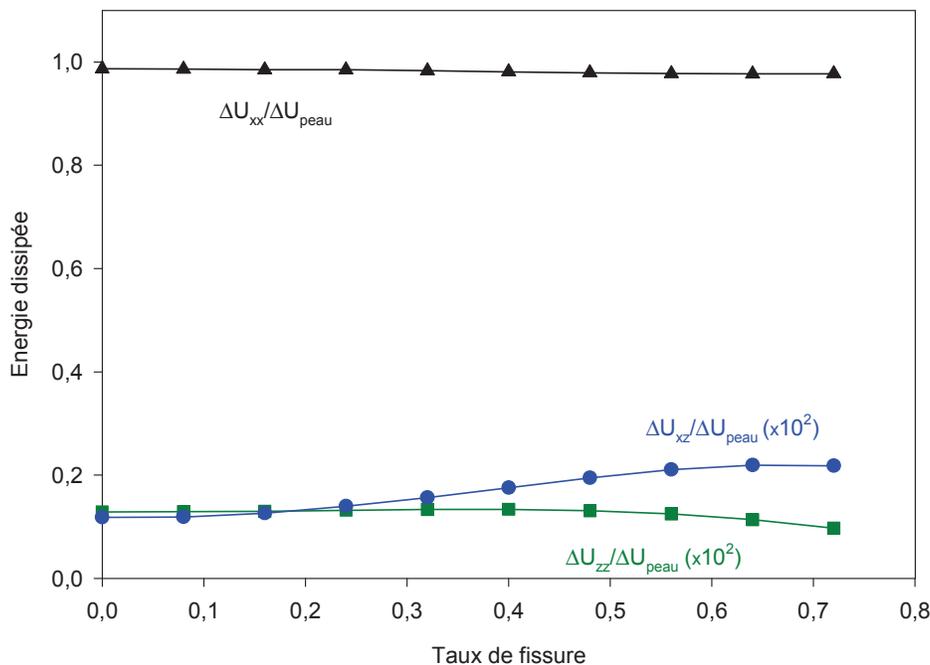


Figure 4.24. Énergies dissipées dans la peau et dans l'âme en fonction de la longueur de fissure en mode 3 des matériaux sandwichs avec une âme de masse volumique : a) 60 kg m^{-3} et b) 100 kg m^{-3}

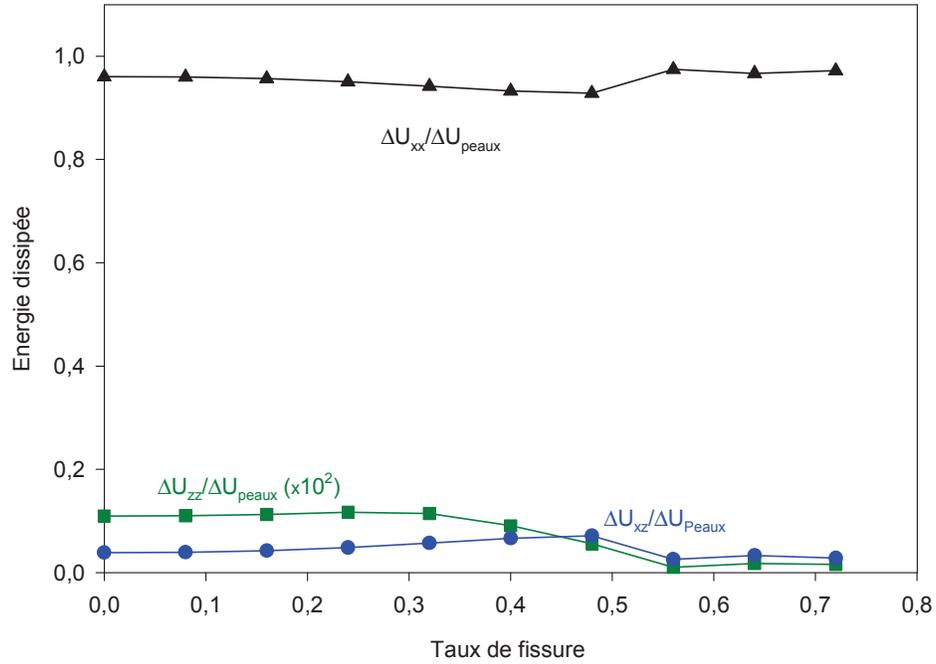
4.7.4.3 Energie dissipée dans les différentes directions des peaux

La participation à l'amortissement de l'énergie dissipée dans les peaux dépend des énergies de déformation dans les différentes directions. La participation à l'amortissement des diverses énergies dissipées est illustrée par l'analyse des variations relatives des énergies dissipées dans les peaux $\Delta U_{ij}/\Delta U_{peaux}$ ($ij=xx, zz, xz$) en fonction de la longueur de la fissure. À titre d'exemple nous avons représenté sur la figure 4.25 l'évolution des énergies dissipées suivant les différentes directions dans les peaux en fonction de la longueur de la fissure (la longueur de la fissure est rapportée à la longueur de la partie libre de l'éprouvette) dans le cas du matériau avec une âme de 60 kg m^{-3} de masse volumique. Ces résultats ont été obtenus par la modélisation d'éléments finis pour les trois premiers modes de vibration.

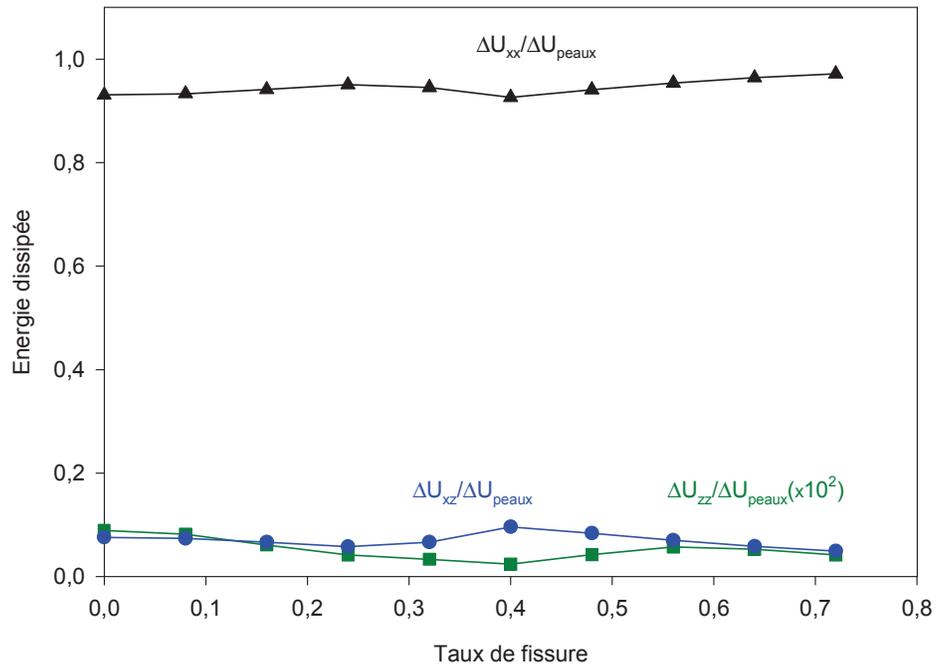
Nous observons que l'énergie dissipée dans les peaux suivant la longueur de la poutre (direction x) est nettement supérieure aux énergies dissipées suivant les autres directions (ΔU_{zz} et ΔU_{xz}). Les énergies ΔU_{zz} et ΔU_{xz} pourraient être négligées dans l'évaluation de l'amortissement du matériau sandwich. Nous constatons qu'à faible fréquence (mode 1), lorsque la longueur de fissure augmente l'énergie dissipée ΔU_{xx} reste pratiquement constante. A fréquences élevées (mode 2 et mode 3), l'énergie dissipée ΔU_{xz} augmente légèrement mais reste faible par rapport l'énergie dissipée ΔU_{xx} . Seule l'énergie dissipée en traction et compression suivant la direction x contribue à l'amortissement du matériau sandwich.



(a)



(b)

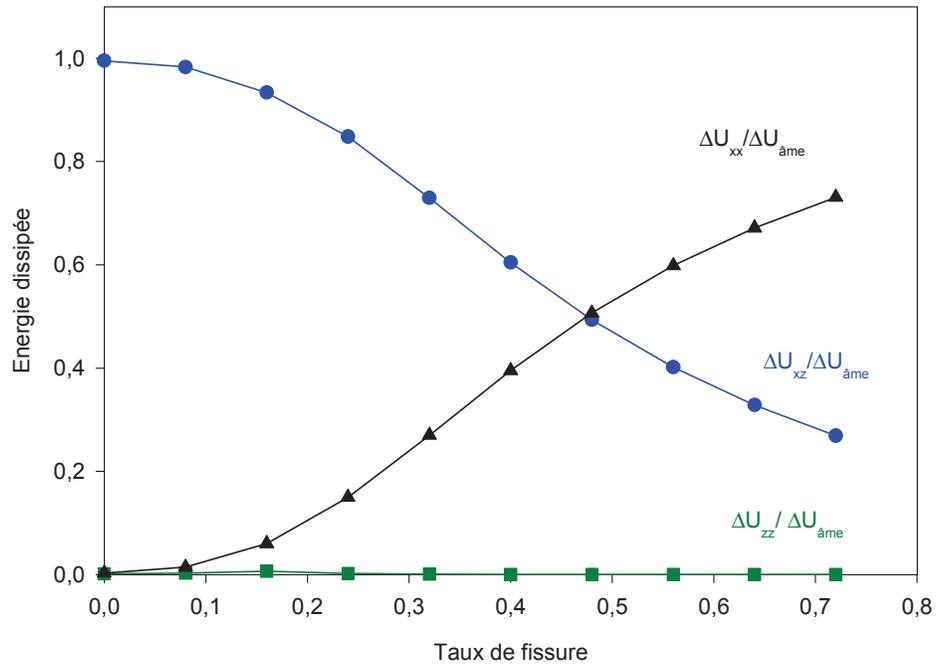


(c)

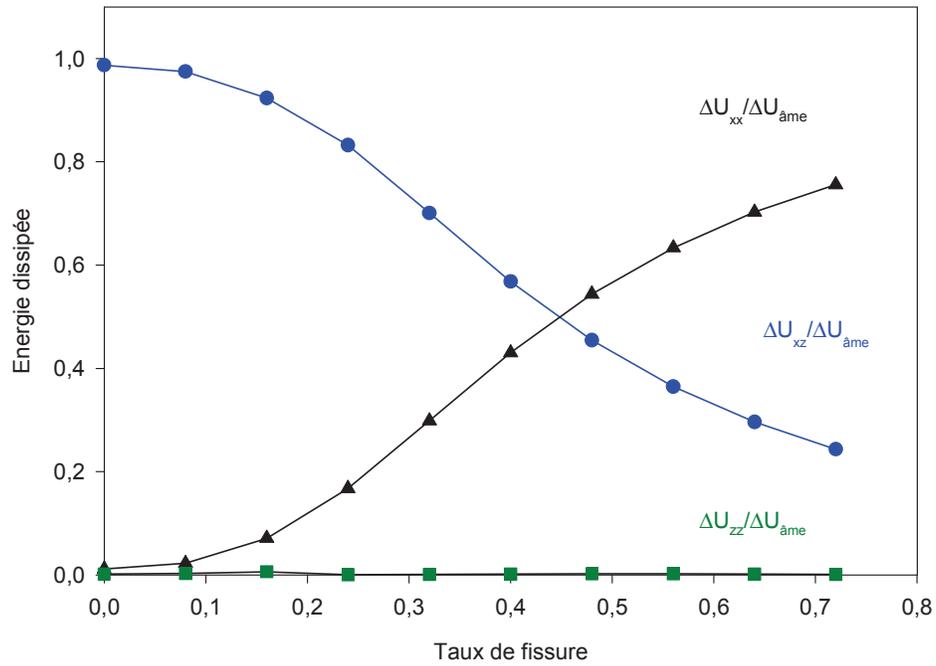
Figure 4.25. Différentes énergies dissipées dans la peau en fonction de la longueur de fissure d'une poutre en matériau sandwich avec une âme de masse volumique de 60 kg m^{-3} pour les trois premiers modes : a) Mode 1, b) Mode 2 et c) Mode 3

4.7.4.4 Energie dissipée dans les différentes directions de l'âme

La participation à l'amortissement des diverses énergies dissipées dans l'âme dépend des énergies dissipées dans les différentes directions. Les figures 4.26 à 4.28 donnent des exemples de variations des différentes énergies dissipées dans l'âme en mousse PVC de masse volumique 60 kg m^{-3} et 100 kg m^{-3} des poutres en matériau sandwich en fonction de la longueur de la fissure et pour les trois premiers modes de vibration. Ces résultats ont été obtenus en utilisant l'analyse par éléments finis. D'une manière générale, les évolutions des énergies dissipées dans les deux âmes des deux matériaux sandwichs sont similaires. Les résultats obtenus montrent aussi que les énergies dissipées en cisaillement transverse (ΔU_{xz}) et en traction-compression suivant x (ΔU_{xx}) sont nettement plus élevées que l'énergie dissipée en traction-compression suivant z (ΔU_{zz}). Ces deux énergies (ΔU_{xx} , ΔU_{xz}) contribuent à l'amortissement du matériau sandwich en présence d'une décohésion. L'énergie dissipée ΔU_{zz} dans l'âme peut être négligée dans l'évaluation de l'amortissement du matériau sandwich. L'énergie dissipée en cisaillement ΔU_{xz} diminue lorsque la longueur de fissure augmente dans les trois premiers modes de vibration. Cette réduction est due à la diminution de la surface de transfert de la charge par cisaillement entre la peau et l'âme du sandwich. L'énergie dissipée en traction-compression ΔU_{xx} augmente lorsque la longueur de fissure augmente. Cette augmentation est beaucoup plus marquée en mode 1 qu'en modes 2 et 3.

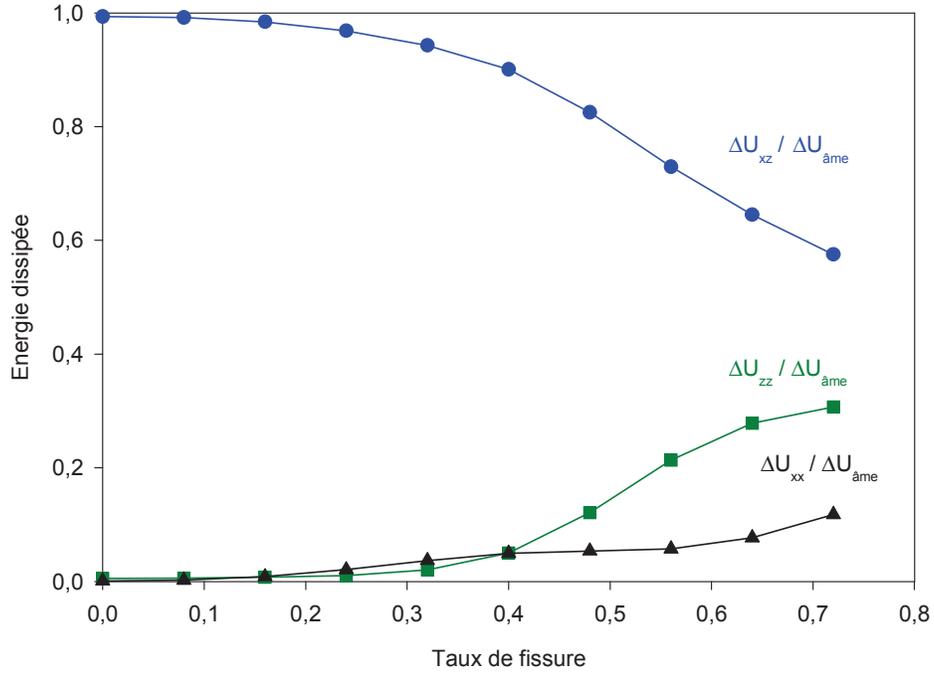


(a)

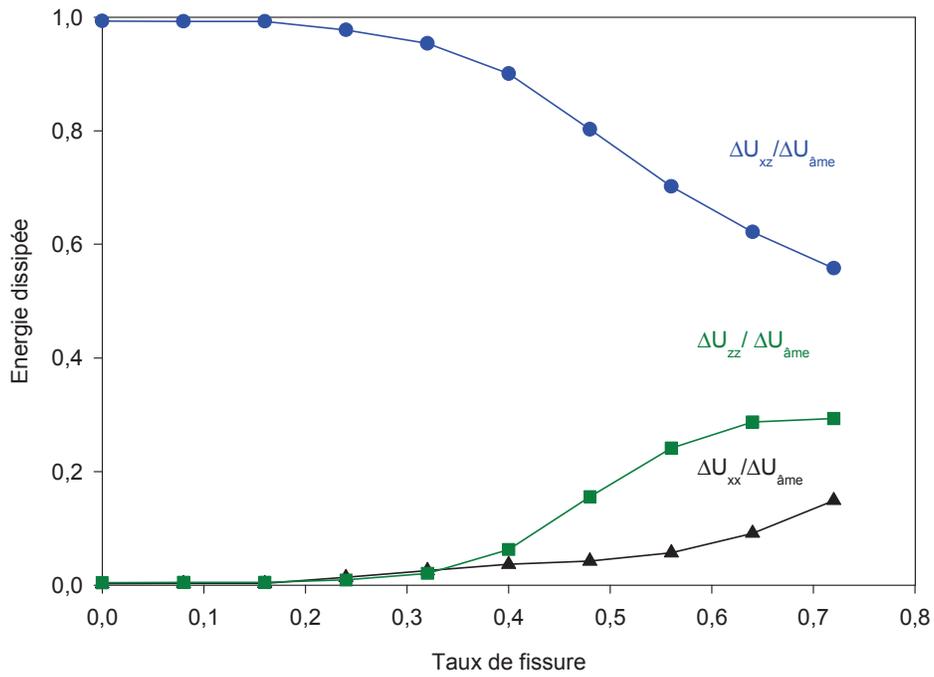


(b)

Figure 4.26. Différentes énergies dissipées dans l'âme en fonction de la longueur de fissure en mode 1 des matériaux sandwichs avec une âme de masse volumique: a) 60 kg m^{-3} et b) 100 kg m^{-3}

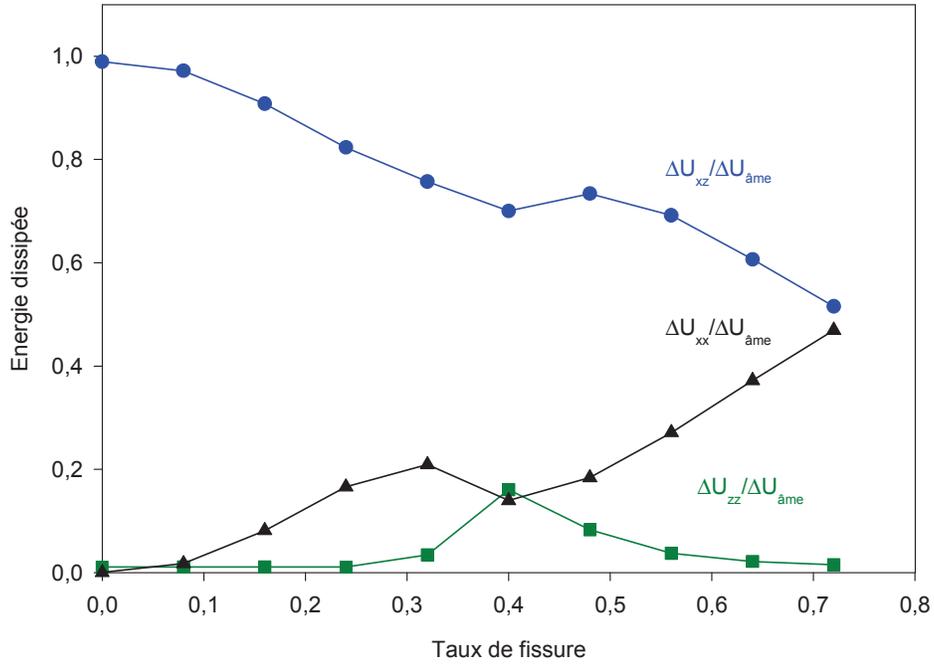


(a)

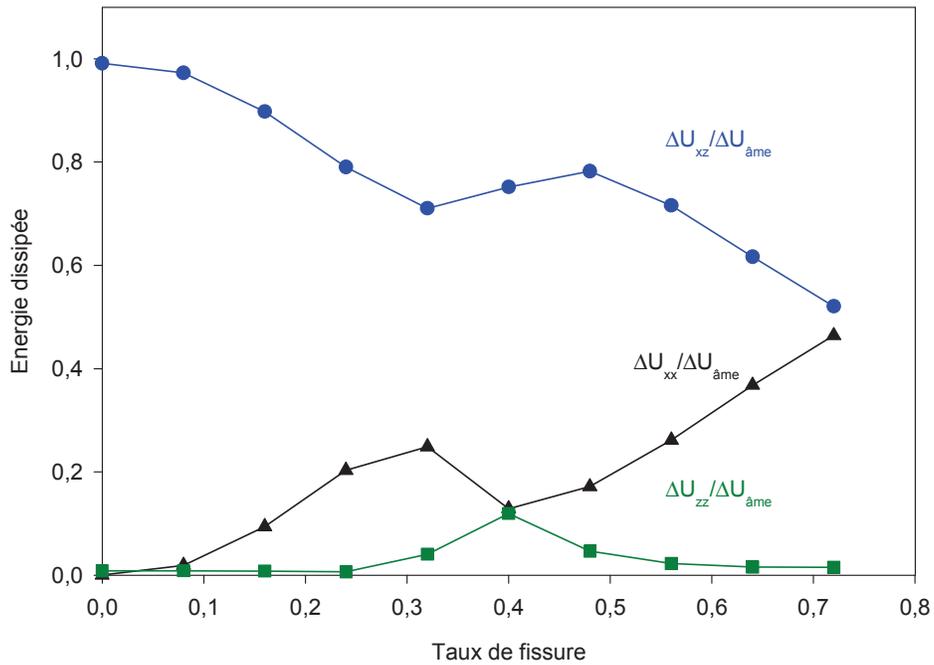


(b)

Figure 4.27. Différentes énergies dissipées dans l'âme en fonction de la longueur de fissure en mode 2 des matériaux sandwichs avec une âme de masse volumique: a) 60 kg m^{-3} et b) 100 kg m^{-3}



(a)



(b)

Figure 4.28. Différentes énergies dissipées dans l'âme en fonction de la longueur de fissure en mode 3 des matériaux sandwichs avec une âme de masse volumique: a) 60 kg m^{-3} et b) 100 kg m^{-3}

4.8 Conclusions

L'analyse expérimentale du comportement dynamique des matériaux sandwichs et leurs constituants a été menée dans le cas de vibration en flexion de poutres. La réponse à une impulsion a été établie, les fréquences de résonance et l'amortissement ont été déduits des essais en ajustant la réponse expérimentale à l'aide de la méthode des moindres carrées en utilisant le module d'optimisation de Matlab. La modélisation par éléments finis a permis d'identifier les propriétés dynamiques (fréquences propres, énergies dissipées et amortissement) des matériaux sandwichs en présence d'une décohésion à partir des caractéristiques élastiques et des énergies de déformations des constituants. Les résultats obtenus expérimentalement et ceux des éléments finis sont en bon accord jusqu'à une valeur limite de taux de fissuration. Ils montrent que les fréquences propres diminuent et les amortissements augmentent lorsque la longueur de la fissure augmente. Un écart entre les valeurs expérimentales et celles obtenues par éléments finis apparaît pour des valeurs élevées de taux de fissuration. Cet écart pourrait être expliqué par : la variation en fonction de la fréquence et de la longueur de fissure des propriétés mécaniques du sandwich et ses constituants ainsi que les effets liés au contact et au frottement des surfaces de la fissure. En effet, la modélisation par élément finis mise en place ne tient pas compte de ces paramètres. Néanmoins, ce résultat met en évidence un décalage fréquentiel vers les basses fréquences des fréquences propres fondamentales et harmoniques et une augmentation de la dissipation d'énergie lorsque la longueur de la fissure augmente. L'amortissement et le décalage fréquentiel peuvent être utilisés comme un outil de CND pour suivre l'évolution de l'état d'endommagement des matériaux sandwichs.

Chapitre 5

CARACTÉRISATION PAR VIBRATION NON LINÉAIRE DES MATÉRIAUX SANDWICHS ENDOMMAGÉS

Résumé

Le chapitre 5 a pour objet d'appliquer une méthode de vibration non linéaire pour analyser le comportement des matériaux sandwichs endommagés par fissuration. Les variations de la fréquence de résonance et de l'amortissement aux différents états (sains et endommagés) du matériau sont suivies en fonction du niveau d'excitation. Deux paramètres non linéaires sont déterminés, le premier est associé au décalage fréquentiel appelé paramètre non linéaire élastique et le deuxième associé au décalage de l'amortissement appelé paramètre non linéaire dissipatif. L'analyse de la variation de ces paramètres en fonction de l'amplitude à la résonance et du taux de fissuration, a permis de choisir le mode 2 de vibration comme mode approprié à l'obtention des paramètres sensibles à l'endommagement des matériaux sandwichs. Enfin de chapitre, une comparaison des paramètres linéaires et non linéaires est proposée.

Chapitre 5

Caractérisation par vibration non linéaire des matériaux sandwichs endommagés

5.1 Introduction

Dans le cadre de cette étude, nous faisons l'hypothèse que la réponse élastique et/ou dissipative, non plus linéaire mais non linéaire, pourrait apporter une information supplémentaire sur le comportement des matériaux sandwichs en présence d'un endommagement de type décohésion entre la peau et l'âme. Les méthodes basées sur la mesure de la réponse non linéaire ont fait leur apparition dans les domaines du contrôle non destructif des matériaux. Elles ont montré une plus grande sensibilité que les méthodes utilisant la réponse linéaire à la présence de fissures au sein d'une structure.

Les premières observations expérimentales de non-linéarité élastique effectuées en résonance peuvent sans doute être attribuées à Read [90] sur des échantillons de cuivre et de zinc monocristallins. En soumettant ces derniers à une vibration forcée autour d'un de leurs modes de résonance, Read observe que la fréquence de résonance f et le facteur de qualité Q (inversement proportionnel à l'atténuation) diminuent avec le niveau d'excitation. La diminution de f et de Q avec l'amplitude de déformation met respectivement en évidence un assouplissement du matériau (baisse du module élastique) et une augmentation de l'atténuation. Cette non-linéarité est attribuée à la présence de dislocations dans les échantillons. Les expériences en résonance sont très généralement mises en œuvre en utilisant le premier mode de compression d'un échantillon en forme de barreau. Les observations expérimentales dans les matériaux micro-hétérogènes montrent que la fréquence de résonance et l'atténuation dépendent du niveau d'excitation [90]. À ce titre, le modèle hystérétique utilisant l'espace de Preisach-Mayergoyz prédit une dépendance linéaire de la fréquence de résonance et du facteur de qualité avec l'amplitude de déformation. En pratique, les observations expérimentales montrent que la dépendance varie approximativement entre une puissance de 1/2 et 2 selon le type de matériau d'après les travaux de Johnson et al [91]. D'autres modèles, tels que celui de Granato-Lücke [92], introduit pour les dislocations dans les métaux, celui de Lebedev [93] et des modèles dérivés de ces deux premiers [94-95] décrivent un comportement hystérétique plus complexe, introduisant plus de paramètres pour ajuster les différentes dépendances observées.

L'objectif principal de cette étude est d'utiliser la méthode de vibration non linéaire et de suivre les évolutions de la fréquence de résonance et de l'amortissement en fonction du niveau d'excitation pour des longueurs de la fissure croissantes. Nous nous attacherons par la suite à déterminer deux paramètres non linéaires, le premier est associé au décalage fréquentiel appelé paramètre non linéaire élastique et le deuxième associé au décalage de

l'amortissement appelé paramètre non linéaire dissipatif. Enfin, nous proposons de comparer les sensibilités de la méthode non linéaire à celle linéaire utilisée dans le chapitre précédent.

5.2 Méthode de résonance non linéaire

La méthode de résonance non linéaire consiste en l'excitation et au suivi d'un ou plusieurs modes de résonance en fonction du niveau d'excitation. L'amplitude de vibration de la structure est généralement mesurée par un accéléromètre ou un vibromètre laser. Pour les matériaux hétérogènes ou endommagés, donc au comportement non linéaire, avec l'augmentation de l'amplitude d'excitation, la non linéarité élastique influence les fréquences de résonance du matériau, tandis que la non-linéarité dissipative affecte le facteur de qualité (ou l'amortissement) ainsi que la valeur de l'amplitude à la résonance.

5.2.1 Procédure expérimentale

La configuration encastrée-libre est utilisée pour caractériser le comportement non linéaire des matériaux sandwichs sains et endommagés. Le dispositif expérimental pour mener les essais de vibration est donné dans la figure 5.1. Une excitation sinusoïdale de fréquence variable à différentes amplitudes est générée à l'aide d'un Analyseur de type Stanford Research Systems SR785. Le signal d'excitation est ensuite amplifié à gain constant par l'amplificateur de puissance Power Amplifier PA25E permettant d'exciter un pot vibrant BK4809. Sur ce pot vibrant est placé un étrier afin d'encastrer une des extrémités de l'éprouvette de matériau sandwich. Dans la partie encastrée de la poutre sandwich, l'âme en mousse est remplacée par un bloc en acier pour ne pas écraser la mousse lors du serrage de l'éprouvette. A l'autre extrémité de l'éprouvette, les vibrations générées sont détectées à l'aide d'un accéléromètre BK 352c22 relié à un conditionneur. La sensibilité de l'accéléromètre est de 9,78 mV/g (g est l'accélération de gravitation) sur une bande de fréquence allant de 10 Hz à 10^4 Hz. Une carte GPIB permet de contrôler l'analyseur de réseaux et d'y introduire les instructions liées à la bande de fréquence, à l'amplitude, au nombre de courbes...etc., via une interface LABVIEW. Les données sont ainsi enregistrées et affichées en temps réel. La même expérience est ainsi répétée sur toute une gamme d'éprouvettes en matériau sandwich avec une fissure de longueur allant de 10 mm à 160 mm avec un pas de 10 mm. Toutes les éprouvettes sont excitées avec une amplitude allant de 50 mV à 500 mV, donc à 10 niveaux d'excitation. Les éprouvettes ont pour longueur 250 mm, largeur égale à 40 mm et une épaisseur de 26 mm.

Nous avons effectué des relevés de mesures en différents points afin d'être certains de ne pas oublier des fréquences propres. La figure 5.2 donne un exemple d'un spectre du signal de sortie d'une éprouvette saine en configuration encastre-libre à 10 niveaux d'excitations. Elle représente la réponse en fréquence du premier mode de vibration de cette poutre. Cette réponse fait apparaître les pics correspondant aux fréquences propres de vibration.

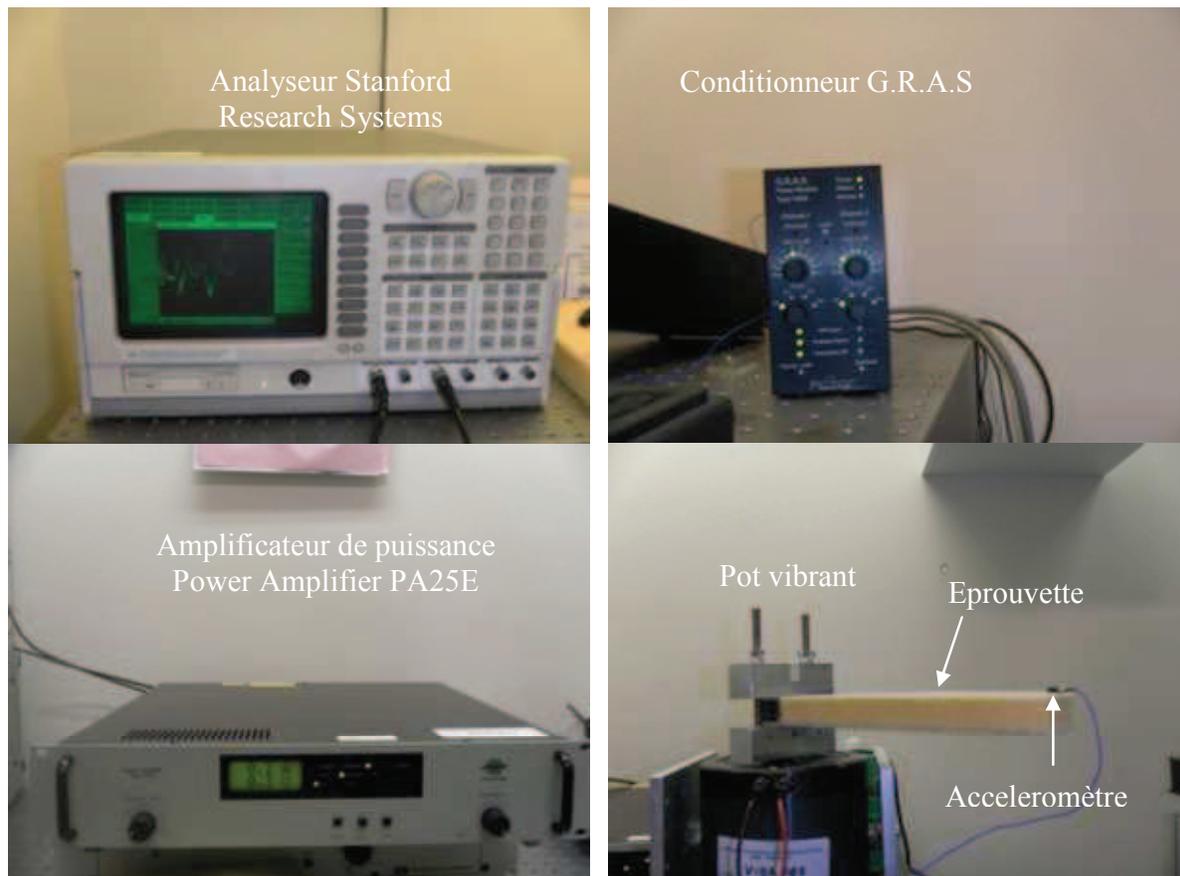


Figure 5.1 Dispositif expérimental utilisé

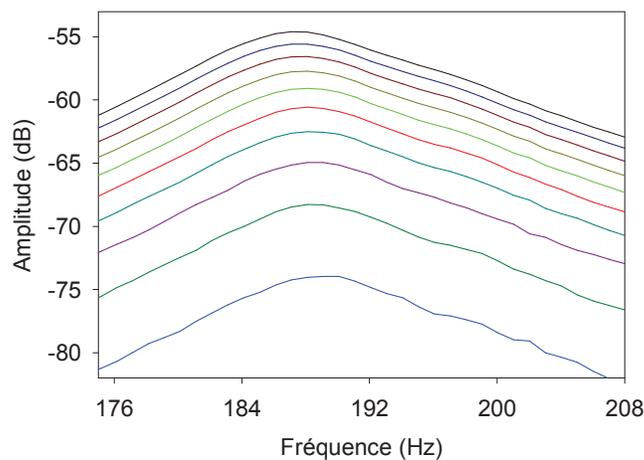


Figure 5.2 Courbes de résonance en flexion d'une poutre en matériau sandwich pour plusieurs du niveaux d'excitation

5.2.2 Détermination des caractéristiques des courbes de résonance

L'analyse des courbes de réponse a été effectuée par interpolation polynomiale d'ordre pouvant aller jusqu'à huit. Elle permet d'obtenir les valeurs des fréquences de résonance f_i et l'amplitude à la résonance ε_i pour chaque niveau d'excitation. La même démarche permet de déterminer le facteur de perte η_i en relevant les valeurs des fréquences se trouvant de part et

d'autre du pic de résonance à -3dB de l'amplitude maximale. La figure 5.3 donne un exemple d'interpolation des résultats expérimentaux (représentés par des points) par un polynôme d'ordre 6 (représenté par une ligne continue). Il est à noter que la courbe d'interpolation passe par l'ensemble des points expérimentaux dans la zone sélectionnée de la courbe de résonance. La fréquence, l'amplitude à la résonance ainsi que l'amortissement sont déterminés avec une bonne précision. Cette démarche permet de tracer d'abord les fréquences de résonance f_i et du facteur perte η_i en fonction de la tension d'excitation, ensuite les décalages respectifs de la fréquence et du facteur de perte en fonction de l'amplitude à la résonance. Vu que l'amplitude à la résonance est mesurée expérimentalement à l'aide d'un accéléromètre, lui-même relié à un conditionneur, l'amplitude en décibel est convertie à une amplitude sans unité à travers l'opération suivante :

$$A_r = 10^{A/20} \quad (5.1)$$

Où A est l'amplitude à la résonance en décibel (dB) et A_r est l'amplitude sans unité.

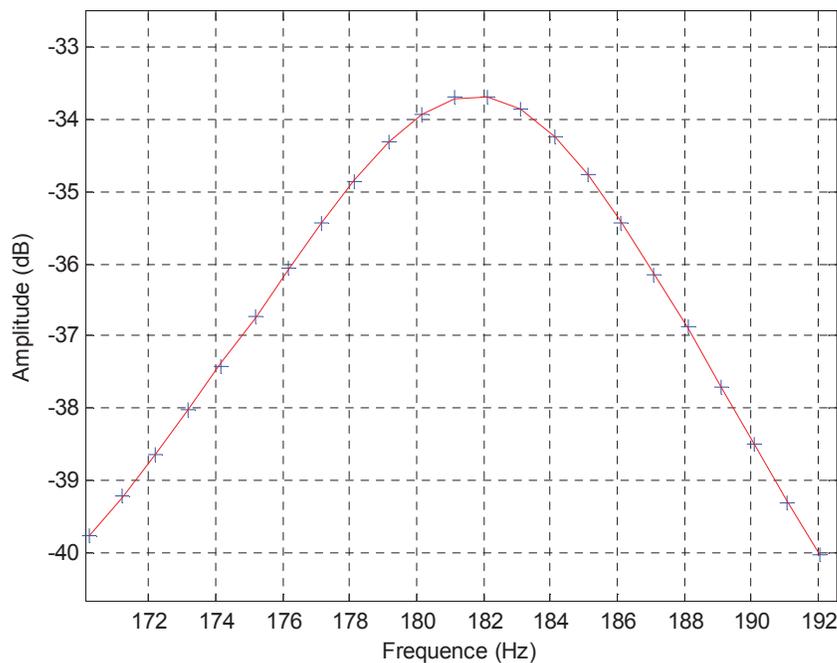


Figure 5.3 Courbe de résonance interpolée par un polynôme d'ordre 6

5.3 Caractérisation non linéaire par résonance du composite sandwich

5.3.1 Courbes de résonances

Dans la figure 5.4 sont reportées, à titre d'exemple, les courbes de résonance des trois premiers modes de vibration pour dix amplitudes d'excitation et dans le cas du matériau

sandwich avec une âme de masse volumique 100 kg m^{-3} . Ces différentes courbes de résonances correspondent aux résultats obtenus dans le cas d'une éprouvette saine et des éprouvettes à trois états d'endommagement (taux de fissuration de 8%, 40% et 64%). Le taux de fissuration correspond au rapport de la longueur de la fissure rapportée à la longueur de la partie libre de l'éprouvette. Dans le cas du matériau vierge (Fig 5.4(a)), aucun décalage en fréquence n'est constaté. Alors que sur les autres figures (Fig 5.4(b-d)), on peut constater un décalage en fréquence très net, résultant de l'endommagement de l'éprouvette. Ce décalage vers les basses fréquences devient de plus en plus élevé lorsque le taux de fissuration augmente. Nous observons aussi que dans le cas du matériau sain ou à faible taux d'endommagement et pour les trois premiers modes de vibration une symétrie des courbes de résonances. Alors que lorsque le taux de fissuration augmente ces courbes sont symétriques en mode 1 et asymétriques en modes 2 et 3. Il est à noter aussi que la bande passante des courbes de résonance s'élargissement avec l'augmentation du niveau d'excitation et du taux d'endommagement.

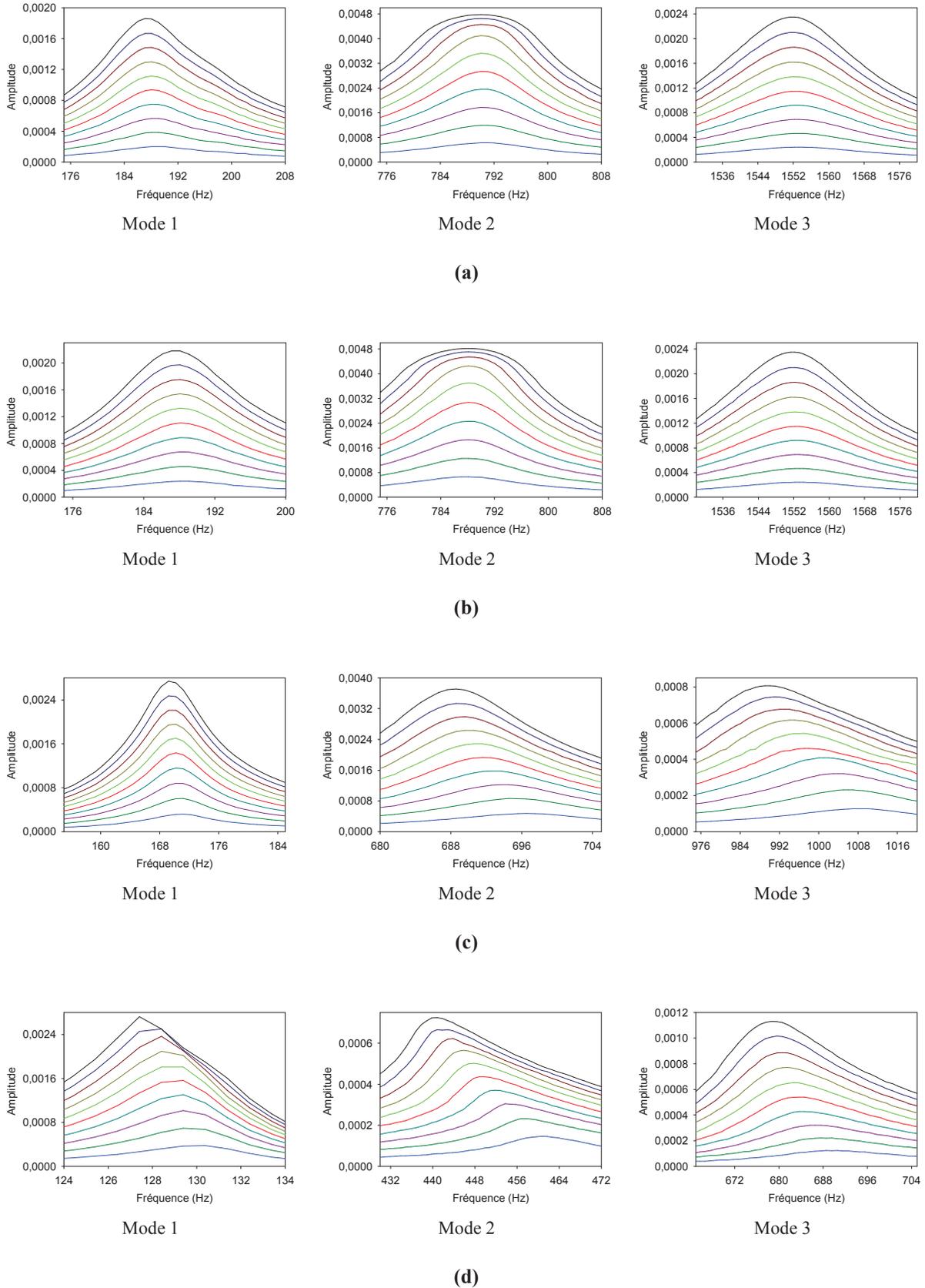


Figure 5.4 Courbes de résonance des trois premiers modes de vibration d'une poutre en sandwich avec une âme de masse volumique de 100 kg m^{-3} et un taux d'endommagement de : a) 0%, b) 8%, c) 40% et d) 64%

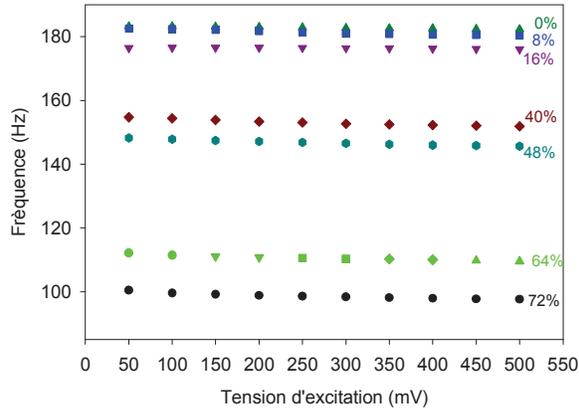
5.3.2 Effet du niveau d'excitation sur la fréquence de résonance

Les valeurs des fréquences de résonance déterminées dans le présent chapitre et celles déterminées dans le chapitre précédent (chap.4) diffèrent d'environ de 8%. Nous rappelons que dans ce chapitre nous avons utilisé un pot vibrant pour l'excitation de l'éprouvette. Cette excitation est effectuée en train de sinusoides en balayant en fréquence et la réponse est détectée à l'aide d'un accéléromètre de type B & K 4570 avec une masse 5 g. Dans le chapitre précédent (chap.4), l'excitation est effectuée par un marteau d'impact et la réponse est détectée sans contact à l'aide d'un vibromètre laser. La valeur de la fréquence de résonance au premier mode est de l'ordre 195 Hz dans le cas d'une mesure sans contact alors qu'elle est de 180 Hz dans le cas d'une mesure par un accéléromètre. Ce décalage peut être attribué aux dispersions des caractéristiques mécaniques et géométriques des éprouvettes lors de la mise en œuvre du matériau sandwich.

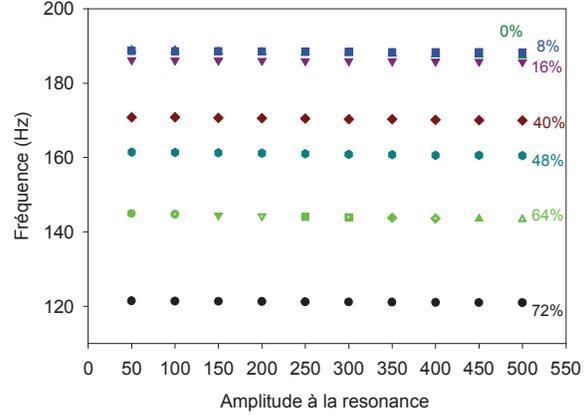
Nous avons reporté sur la figure 5.5 l'évolution de la fréquence de résonance en fonction de la tension d'excitation, pour des taux de fissure croissants et pour les deux matériaux sandwichs (âme de 60 kg m^{-3} et 100 kg m^{-3} de masse volumique). A partir de l'analyse de ces courbes, plusieurs observations intéressantes peuvent être faites:

- Le décalage en fréquence est clairement mis en évidence. Il dépend du taux d'endommagement,
- Une diminution prédominante linéaire de la fréquence de résonance en fonction de la tension d'excitation,
- Pour une tension d'excitation donnée, la fréquence diminue lorsque le taux de fissuration augmente dans les trois modes de vibration et pour les deux matériaux sandwichs étudiés,
- A faible taux de fissuration (0, 8% et 16%), la fréquence demeure presque constante ou varie peu en fonction de la tension d'excitation,
- En mode 2 et pour les deux matériaux sandwichs, la diminution linéaire de la fréquence de résonance s'accroît avec l'augmentation du taux de fissuration,
- En modes 1 et 3 et pour les deux matériaux sandwichs, la diminution de la fréquence de résonance en fonction de la tension d'excitation est très faible pour des valeurs du taux de fissuration élevés,

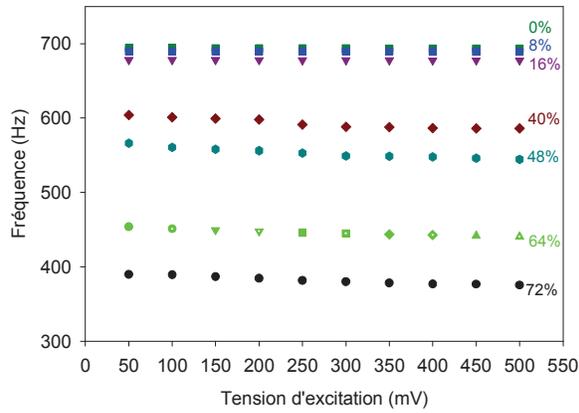
Les résultats obtenus montrent bien la très bonne corrélation entre la variation de la fréquence de résonance et le taux d'endommagement dans les matériaux sandwichs.



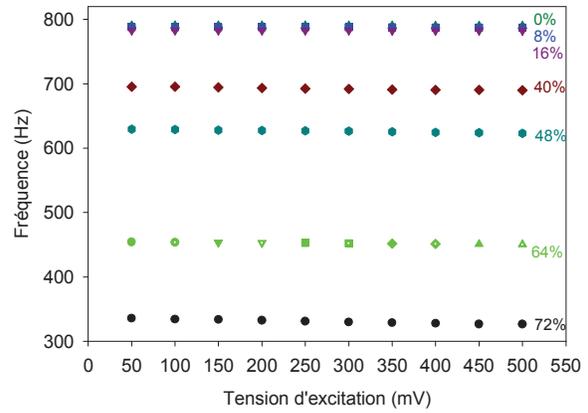
Mode 1



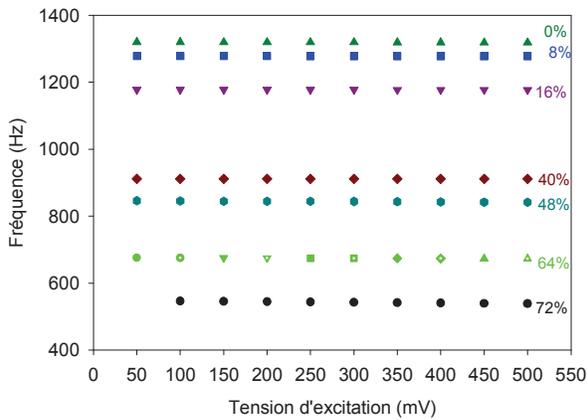
Mode 1



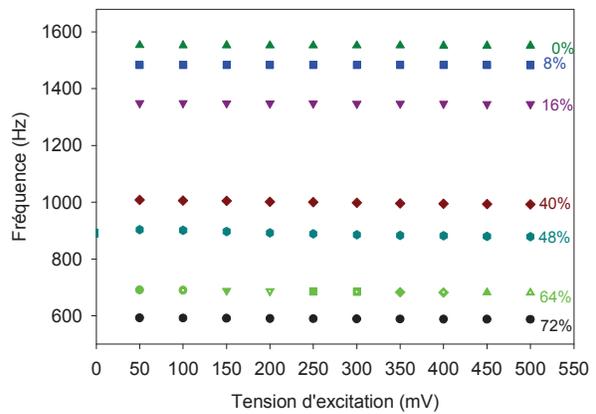
Mode 2



Mode 2



Mode 3



Mode 3

(a)

(b)

Figure 5.5 Variation de la fréquence de résonance en fonction de la tension d'excitation des trois premiers modes de vibration en flexion pour différents taux de fissuration dans le cas du matériau sandwich avec une âme de masse volumique: a) 60 kg m⁻³ et b) 100 kg m⁻³

5.3.3 Effet du niveau d'excitation sur l'amortissement

Pour mettre en évidence l'influence de la tension d'excitation et du taux de fissuration sur les valeurs du facteur de perte, nous avons reporté dans la figure 5.6 l'évolution du facteur de perte en fonction de la tension d'excitation pour des taux de fissuration croissants. Le facteur de perte du sandwich est déduit à -3dB de l'amplitude maximale pour chaque niveau d'excitation.

En termes de comparaison des résultats obtenus dans les deux sandwichs, pour une tension d'excitation et une longueur de fissure données, le facteur de perte diminue lorsque la masse volumique de l'âme augmente. Cette diminution est attribuée à la taille des cellules fermées contenant de l'air, constituant la mousse de l'âme du sandwich, comme le montre la figure 4.10 du chapitre précédent. En effet, lorsque la masse volumique est élevée, la taille des cellules est faible et donc la quantité d'air emmagasinée dans les cellules est faible, entraînant ainsi un faible amortissement du matériau sandwich.

L'analyse des résultats obtenus montre que le facteur de perte augmente linéairement en fonction de la tension d'excitation pour les trois premiers modes de vibration et pour les deux matériaux sandwichs. L'augmentation linéaire devient de plus en plus prononcée lorsque le taux de fissuration augmente. Pour une tension d'excitation donnée, le facteur de perte augmente lorsque le taux de fissuration augmente. A titre d'exemple, en mode 1 et pour un niveau d'excitation de 500 mV, la valeur du facteur de perte varie de 1.6% à 2.7% lorsque le taux de fissuration varie de 0% à 72% pour le matériau sandwich avec une âme de masse volumique de 60 kg m^{-3} . Alors que dans le cas du matériau sandwich le plus dense (âme de 100 kg m^{-3}), ce facteur varie de 1.4 % à 1.9% pour la même variation du taux de fissuration.

Les résultats obtenus là aussi montrent une grande sensibilité de l'amortissement à la tension d'excitation et au taux d'endommagement des matériaux sandwichs. Cette analyse met en évidence la très bonne corrélation entre la variation de l'amortissement et le taux d'endommagement.

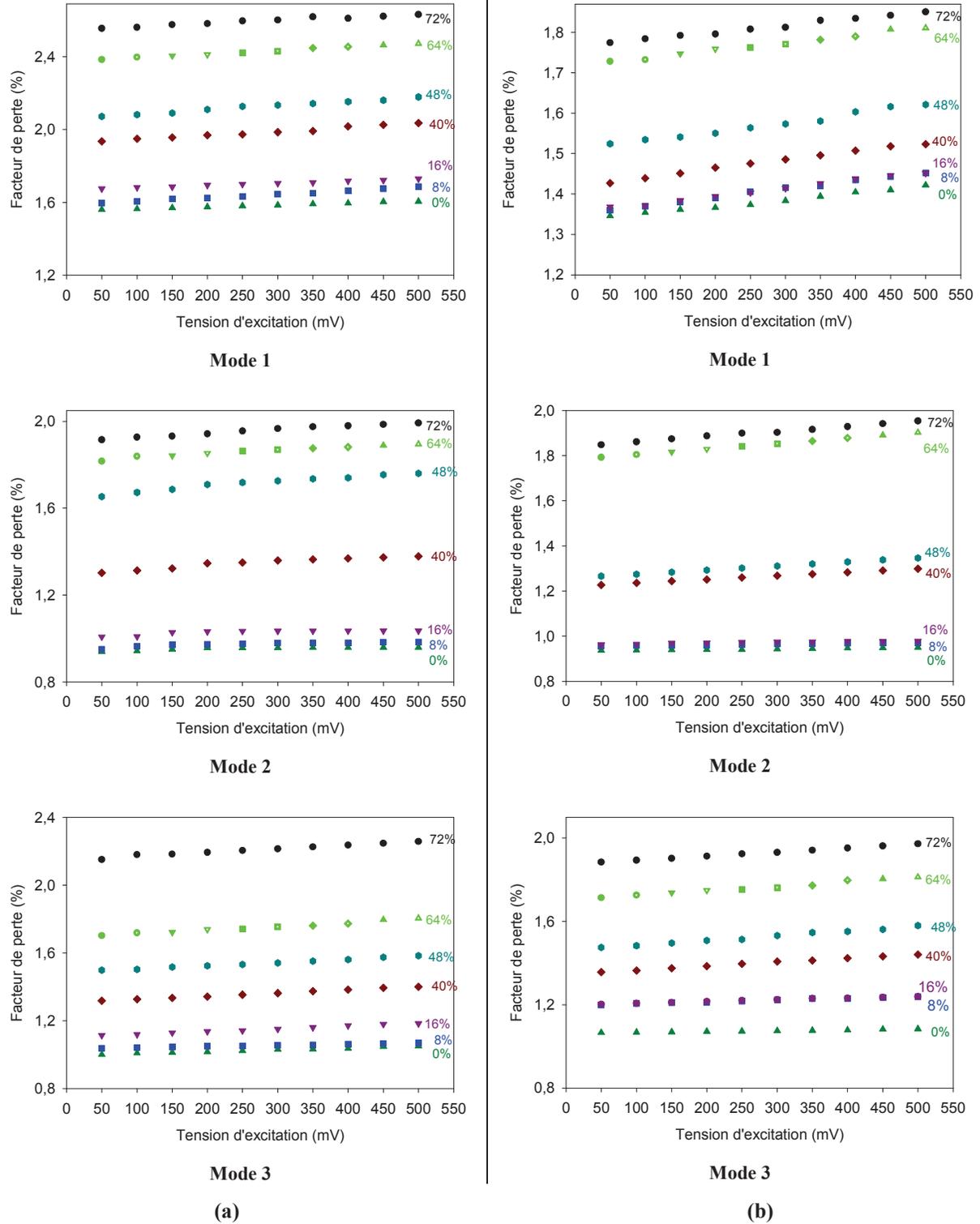


Figure 5.6 Variation du facteur de perte en fonction de la tension d'excitation des trois premiers modes de vibration en flexion pour différents taux de fissuration dans le cas du matériau sandwich avec une âme de masse volumique: a) 60 kg m^{-3} et b) 100 kg m^{-3}

5.4 Analyse des résultats

5.4.1 Introduction

L'élasticité non linéaire classique et non classique a été utilisée par de nombreux auteurs [96-98] dans le cadre de l'étude de l'endommagement des matériaux hétérogène comme par exemples: le béton, les roches ou les composites. Ces matériaux obéissent à la théorie classique de l'élasticité non linéaire pour des amplitudes inférieures à 10^{-6} . A plus de 10^{-6} d'amplitude, leur comportement n'est pas correctement décrit par la théorie classique d'élasticité. Par conséquent, différentes approches théoriques ont été proposées afin d'expliquer les observations expérimentales en considérant des hypothèses physiques sur les caractéristiques particulières de chacun des matériaux [99-103].

Dans ce paragraphe, nous proposons d'analyser les résultats du décalage fréquentiel et de l'amortissement en fonction du niveau d'excitation et du taux d'endommagement. Dans cette perspective, nous allons introduire la notion d'élasticité non linéaire classique et non classique (hystérétique).

5.4.2 Modélisation du comportement non linéaire

Les non linéarités élastiques impliquent que la relation contrainte-déformation est non linéaire. Le comportement non linéaire classique (Fig.5.7) est observé lorsque les niveaux de déformation est inférieur à 10^{-6} d'après les travaux de Novak et al [104]. Ce type de comportement est généralement causé par des défauts ou irrégularités du matériau à l'échelle atomique (dislocations, lacunes ou substitution d'atomes, etc.). Le comportement non linéaire classique a été modélisé par Landau et Lifshitz [105]. Le module d'élasticité dans ce cas n'est pas constant, mais il dépend de l'état de déformation du matériau. La relation contrainte-déformation à une dimension s'écrit alors :

$$\begin{aligned} \text{Avec} \quad & \sigma = K(\varepsilon).\varepsilon, \\ & K(\varepsilon) = K_0(1 + \beta\varepsilon + \delta\varepsilon^2 + \dots), \end{aligned} \quad (5.2)$$

Où K_0 est le Module linéaire élastique, β et δ représentent respectivement les paramètres non linéaires classiques quadratique et cubique. Pour les niveaux d'excitation les plus élevés, les solides homogènes ou composites présentent parfois des non-linéarités classiques.

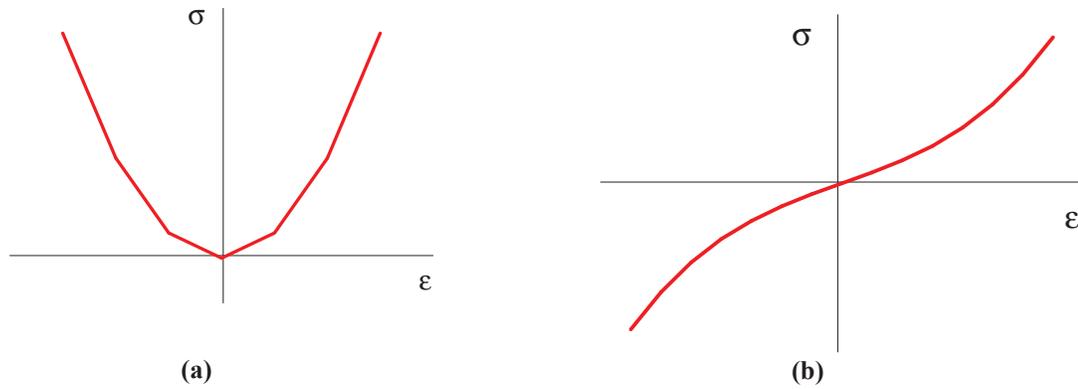


Figure 5.7 Comportement non linéaire classique: a) quadratique et b) cubique

Dans les matériaux endommagés, la non linéarité est si importante qu'elle ne répond plus aux lois de la non linéarité classique [104]. Ce type de comportement est aussi observé par de nombreux auteurs [99-103] dans les roches, les matériaux fissurés, les bétons, les milieux granulaires. La non linéarité non classique ou hystérétique (Fig.5.8) est causée par la présence d'une force non linéaire due à la présence de dommages, tels que : les fissures, les vides ou les contacts...etc. Afin de prendre en compte les comportements non linéaires comme la non linéarité classique ainsi que l'hystérésis, une dépendance de la réponse du milieu au signe de la variation de la déformation $\partial\epsilon/\partial t$ peut être ajoutée à la relation non linéaire classique. Dans ce cas, la relation contrainte déformation hystérétique à une dimension peut être décrite par Inserra [106] suivant:

$$\begin{aligned} \text{Avec} \quad \sigma &= K(\epsilon, \dot{\epsilon}) \cdot \epsilon, \\ K(\epsilon, \dot{\epsilon}) &= K_0(1 + \beta\epsilon + \delta\epsilon^2 + \alpha F(\epsilon, \text{sign}(\dot{\epsilon}))) \end{aligned} \quad (5.3)$$

Le module contient en plus des paramètres non linéaires classique β et δ , α le paramètre non linéaire hystérétique, ϵ est l'amplitude de déformation locale, $\dot{\epsilon}$ est la vitesse de déformation, $\text{sign}(\dot{\epsilon}) = 1$ si $\dot{\epsilon} > 0$ et $\text{sign}(\dot{\epsilon}) = -1$ si $\dot{\epsilon} < 0$, F est une fonction décrivant l'hystérésis. Cette équation est issue d'un modèle utilisant l'espace de Preisach- Mayergoyz [107] :

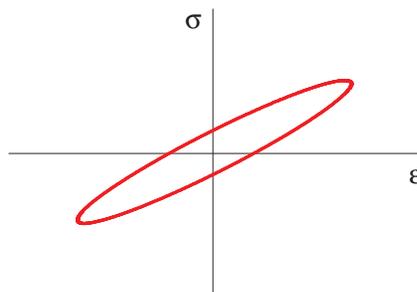


Figure 5.8 Comportement non linéaire hystérétique

5.4.3 Décalages fréquentiel et amortissement non linéaire

Dans le cas où le matériau a un comportement non linéaire classique, il a été montré [103] une dépendance quadratique du décalage de la fréquence de résonance avec l'amplitude de déformation, reliée au paramètre δ de l'équation (5.2). L'amortissement est exclusivement linéaire et ne dépend pas du niveau de déformation. Il a été constaté que le paramètre β ne contribue pas ou peu au décalage de la fréquence de résonance [102]. Le décalage de la fréquence de résonance en fonction de l'amplitude de déformation est donné par la relation suivante:

$$\frac{f - f_0}{f_0} \approx \delta \varepsilon^2, \quad (5.4)$$

f_0 est la fréquence de résonance obtenue avec la plus petite amplitude et f est la fréquence de résonance obtenue avec l'amplitude ε .

Dans les cas où le matériau a un comportement non linéaire non classique ou hystérétique, la dépendance du décalage de la fréquence de résonance avec la déformation est linéaire [103]. Elle est donnée par la relation suivante:

$$\frac{f - f_0}{f_0} \approx \alpha_f \varepsilon, \quad (5.5)$$

Où α_f est le paramètre de non linéarité hystérétique.

De la même manière, il a été montré que l'augmentation du rapport d'amortissement modal (ou diminution du facteur de qualité Q) en fonction de l'amplitude de déformation est linéaire dans le cas du comportement non linéaire classique et non classique [103]. La variation relative du facteur de perte est donnée par:

$$\frac{\eta - \eta_0}{\eta_0} \approx \alpha_\eta \varepsilon \quad (5.6)$$

Où η_0 est le facteur de perte (ou facteur de qualité Q_0) correspondant à la valeur obtenue avec la plus petite amplitude d'excitation, η est le facteur de perte (ou facteur de qualité Q) correspondant à la valeur obtenue avec une amplitude d'excitation ε . α_η est le paramètre non linéaire dissipatif.

5.4.4 Application de la modélisation au décalage fréquentiel

Nous avons reporté dans les figures 5.9 et 5.10 l'évolution du décalage de la fréquence de résonance $(f-f_0)/f_0$ en fonction de l'amplitude à la résonance c'est à dire l'amplitude détectée au maximum du pic de résonance. Ces résultats sont donnés pour les trois premiers modes de vibration des poutres en flexion avec des taux de fissuration croissants et dans le cas des deux matériaux sandwichs (avec une âme de 60 kg m^{-3} (Fig 5.9) et avec une âme de 100 kg m^{-3} (Fig 5.10)). Les résultats obtenus montrent, dans la plus part des cas, une variation linéaire de l'évolution du décalage de la fréquence en fonction de l'amplitude de déformation. Dans ce cas les points expérimentaux de ces figures peuvent être interpolés par des droites. L'amplitude à la résonance du matériau sandwich avec une âme de masse volumique de 60 kg m^{-3} est différente de celle du matériau sandwich avec une âme de masse volumique de 100 kg m^{-3} . Cette différence est due à la rigidité en flexion des poutres en matériau sandwich. Le rapport des amplitudes de déformations dans les deux matériaux est de l'ordre de 10. Globalement, pour une amplitude à la résonance donnée, la fréquence diminue lorsque la longueur de la fissure augmente. Cette diminution est due à la dégradation de la rigidité du matériau sandwich qui est la conséquence directe de la diminution de la surface de transfert des contraintes entre les peaux et l'âme du sandwich.

En modes 1 et 3, nous observons :

- Pour un taux de fissuration donné, le décalage de la fréquence de résonance diminue linéairement avec l'amplitude à la résonance. Ce décalage est caractérisé par un comportement non linéaire hystérétique défini par l'équation 5.5,
- Le plus grand décalage de la fréquence entre les extrema d'amplitudes à la résonance est de l'ordre de 3,2% correspondant au taux de fissuration 72%, observé en mode 1 dans le cas du matériau sandwich avec une âme de 100 kg m^{-3} ,
- Le plus faible écart de la fréquence entre les extrema d'amplitude est de l'ordre 0,01% correspondant au taux de fissuration 8% dans le cas du même matériau.

En mode 2, nous observons :

- Dans le cas des deux matériaux sandwichs, l'amplitude à la résonance pour les mêmes niveaux d'excitation est significativement réduite dans le cas le plus endommagé (72%),
- Le plus grand décalage de la fréquence entre les extrema d'amplitudes à la résonance est de l'ordre de 5% correspondant au taux de fissuration 72% dans le cas du matériau sandwich avec une âme de 60 kg m^{-3} ,

- Le plus faible écart de la fréquence entre les extrema d'amplitudes est de l'ordre 0,05% correspondant au taux de fissuration 16% dans le cas du matériau avec une âme 100 kg m^{-3} ,
- L'évolution du décalage de la fréquence en fonction de l'amplitude à la résonance présente des comportements différents pour des taux de fissuration croissants,
- A faibles valeurs de taux de fissuration (0% à 32%), nous observons deux zones de comportement élastique : une première zone définie par une variation parabolique du décalage de la fréquence en fonction de l'amplitude, caractérisant ainsi un comportement élastique non linéaire classique ; dans la deuxième zone apparaît le comportement non linéaire hystérétique où la variation du décalage en fonction de l'amplitude à la résonance est linéaire. Ces comportements ont été observés dans les travaux effectués par Pasqualini et *al.* [108]. La non linéarité classique est caractérisée par le paramètre δ de l'équation 5.4 dans la première zone et la non linéarité hystérétique est caractérisée par le paramètre α_f de l'équation 5.5 dans la seconde zone.
- Pour des valeurs élevées du taux de fissuration (40% à 72%) apparait le comportement non linéaire hystérétique caractérisé par la variation linéaire du décalage fréquentiel en fonction de l'amplitude à la résonance. Le paramètre de non linéarité hystérétique est défini dans ce cas par l'équation 5.5.

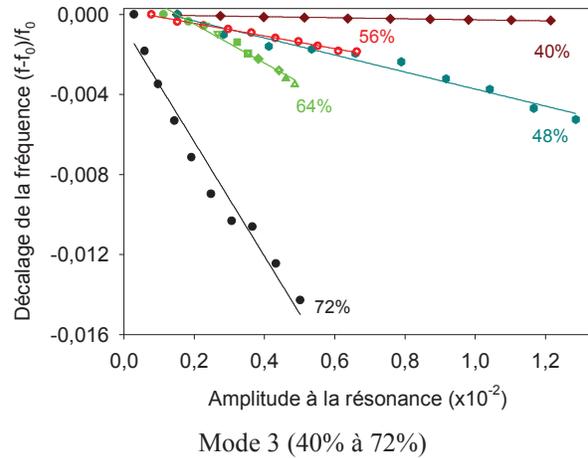
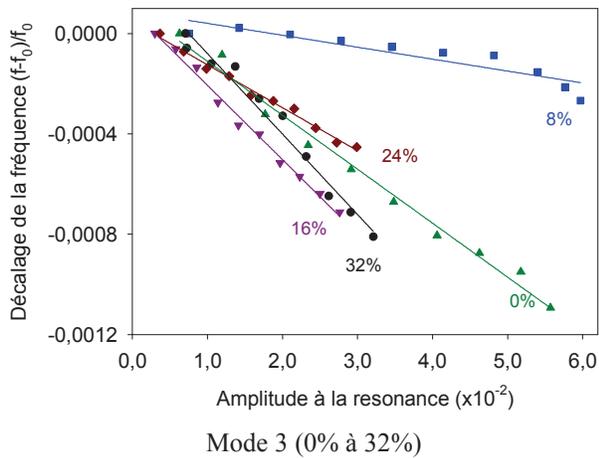
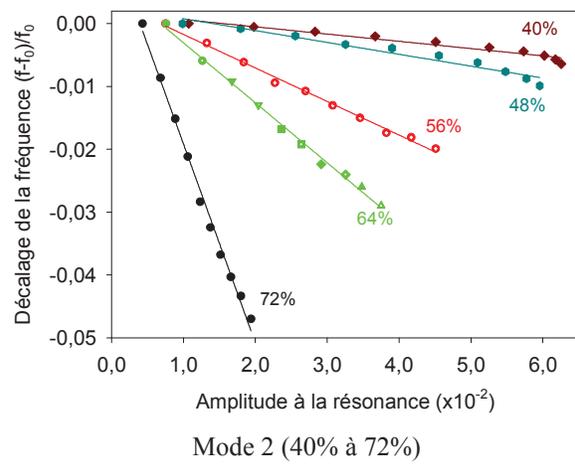
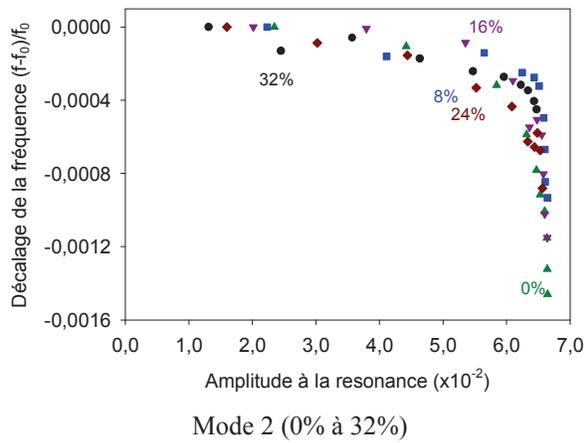
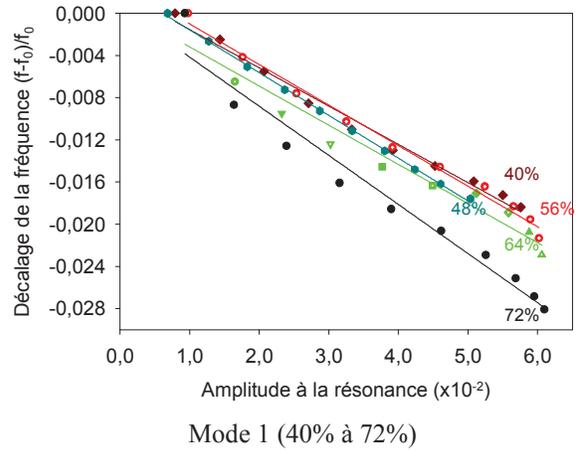
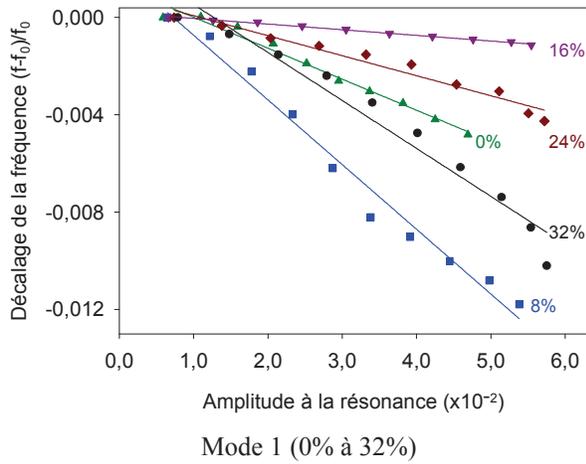


Figure 5.9 Décalage de la fréquence en fonction de l'amplitude à la résonance pour différents taux de fissuration dans le cas du matériau sandwich avec une âme de masse volumique 60 kg m^{-3}

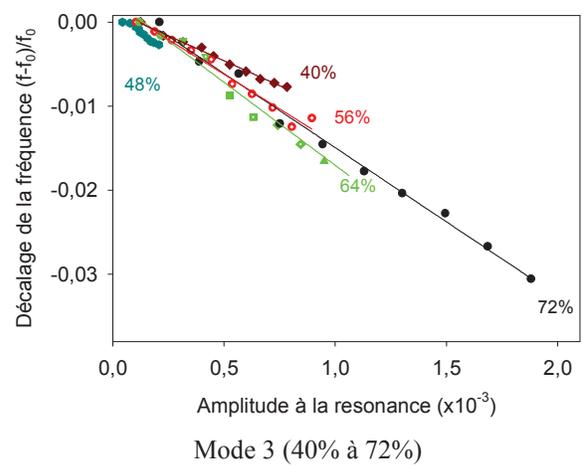
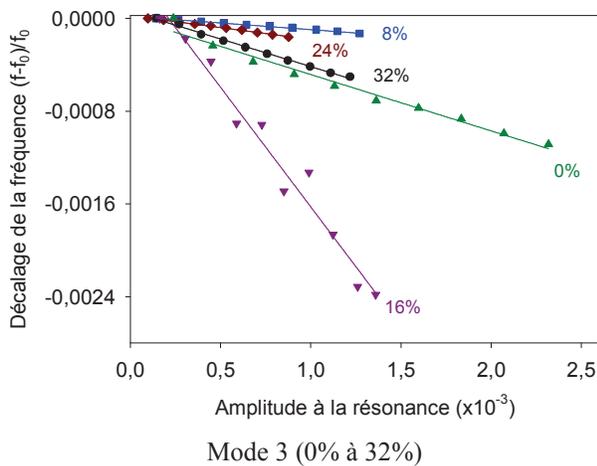
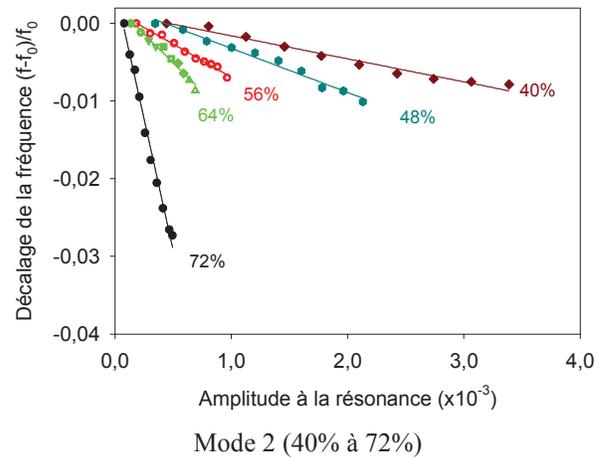
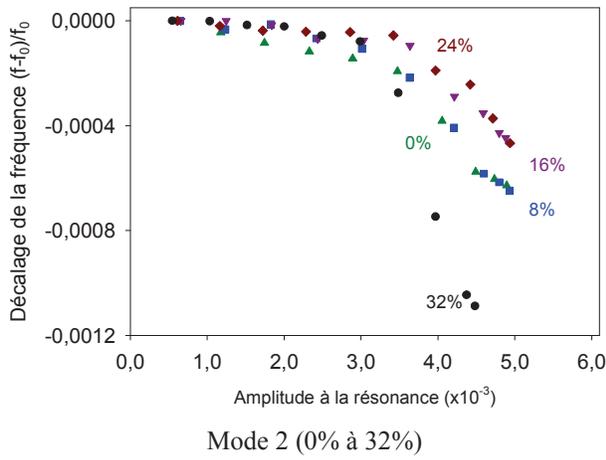
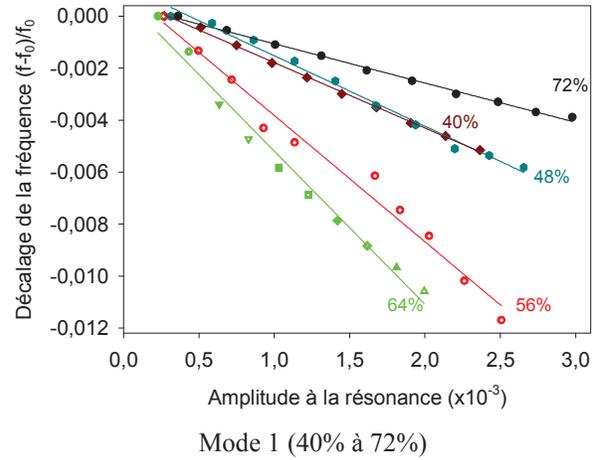
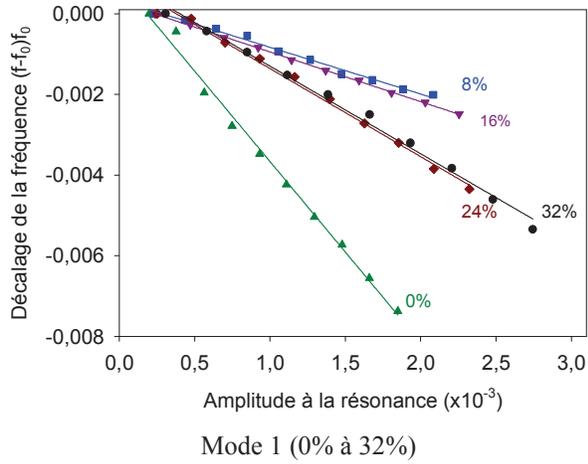


Figure 5.10 Décalage de la fréquence en fonction de l'amplitude à la résonance pour différents taux de fissuration dans le cas du matériau sandwich avec une âme de masse volumique 100 kg m^{-3}

5.4.5 Application de la modélisation au décalage de l'amortissement

Les résultats relatifs aux variations du décalage de l'amortissement pour les trois premiers modes de vibration en fonction de l'amplitude à la résonance pour les états sain et endommagés sont présentés dans les figures 5.11 et 5.12. Le décalage du facteur de perte $(\eta - \eta_0)/\eta_0$ est donné dans le cas des deux matériaux sandwichs avec une âme de masse volumique de 60 kg m^{-3} (Fig 5.11) et de 100 kg m^{-3} (Fig 5.12). Globalement, les résultats obtenus montrent une variation linéaire du décalage de l'amortissement en fonction de l'amplitude à la résonance et peuvent être interpolés par des droites.

En modes 1 et 3, les résultats obtenus présentent une dispersion du décalage de l'amortissement d'un taux de fissuration à un autre ; malgré cette dispersion ce décalage augmente linéairement avec l'augmentation de l'amplitude à la résonance. Cette augmentation n'est pas la même d'un mode à un autre et d'un matériau à un autre. Le plus grand écart du décalage de l'amortissement entre les extrema d'amplitudes à la résonance est de l'ordre de 8% observé en en mode 3 pour les deux matériaux sandwichs.

En mode 2, le décalage de l'amortissement en fonction de l'amplitude à la résonance augment linéairement et de manière ordonné pour des taux de fissuration croissants. Pour une amplitude à la résonance donnée, le décalage du facteur de perte augmente lorsque le taux de fissure augmente dans le cas de deux matériaux sandwichs. Le plus grand écart du décalage de l'amortissement entre les extrema d'amplitudes à la résonance est de l'ordre de 6% dans les deux matériaux sandwichs.

L'augmentation linéaire du facteur de perte en fonction de l'amplitude à la résonance pour les deux matériaux sandwichs et les trois modes de vibrations, s'explique par le fait que lorsqu'on excite un matériau ayant un comportement hystérétique, avec une amplitude A_1 , la courbe contrainte déformation décrit une boucle d'hystérésis avec un module K_1 et une dissipation d'énergie ΔW_1 (représentée par l'aire intérieure du cycle d'hystérésis). Cependant, si l'on augmente l'amplitude A_2 ($A_2 > A_1$), le matériau décrit une seconde boucle d'hystérésis différente avec un module K_2 plus faible et une énergie dissipée ΔW_2 plus élevée, ce qui traduit l'augmentation de l'amortissement en fonction de l'amplitude à la résonance. L'augmentation de l'amortissement est due aussi à l'augmentation du taux de fissuration.

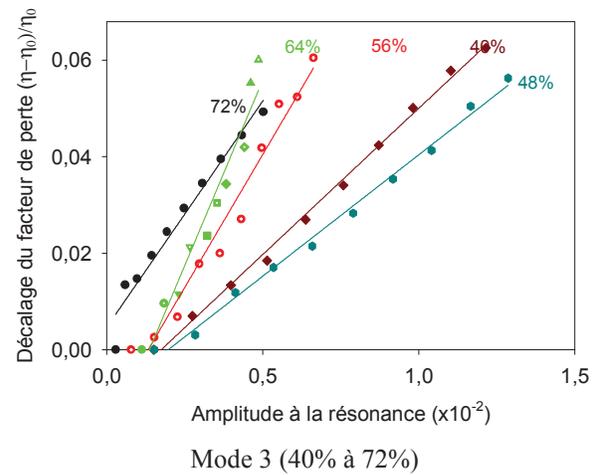
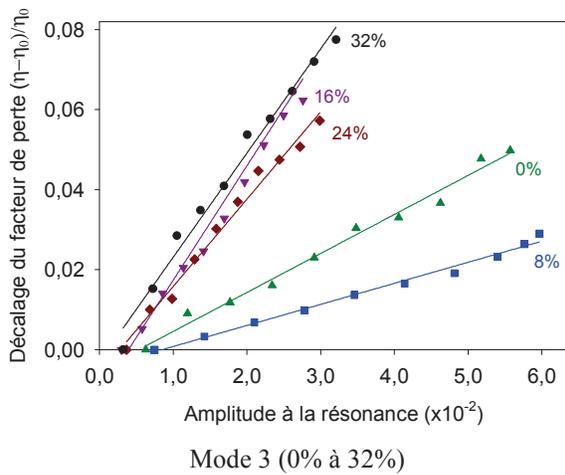
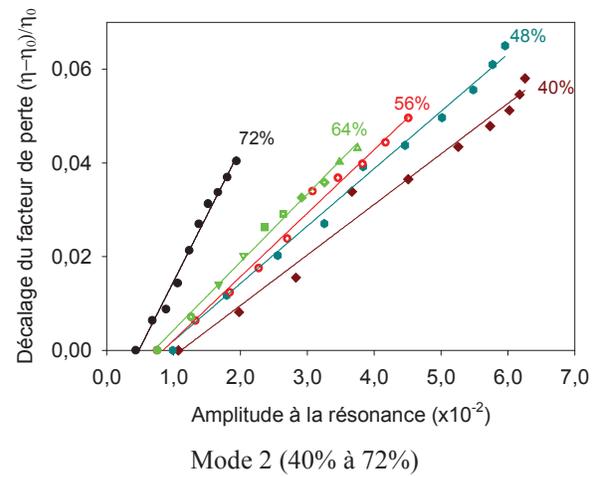
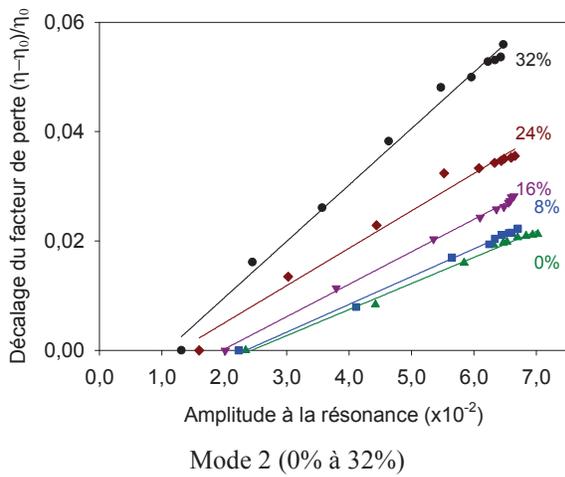
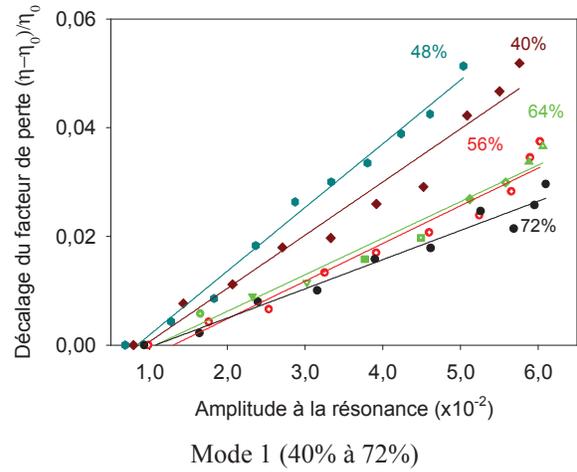
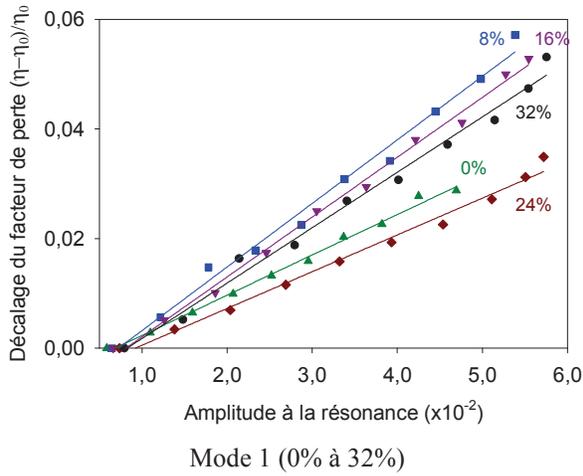


Figure 5.11 Décalage de l'amortissement en fonction de l'amplitude à la résonance pour différents taux de fissuration dans le cas du matériau sandwich avec une âme de masse volumique 60 kg m^{-3}

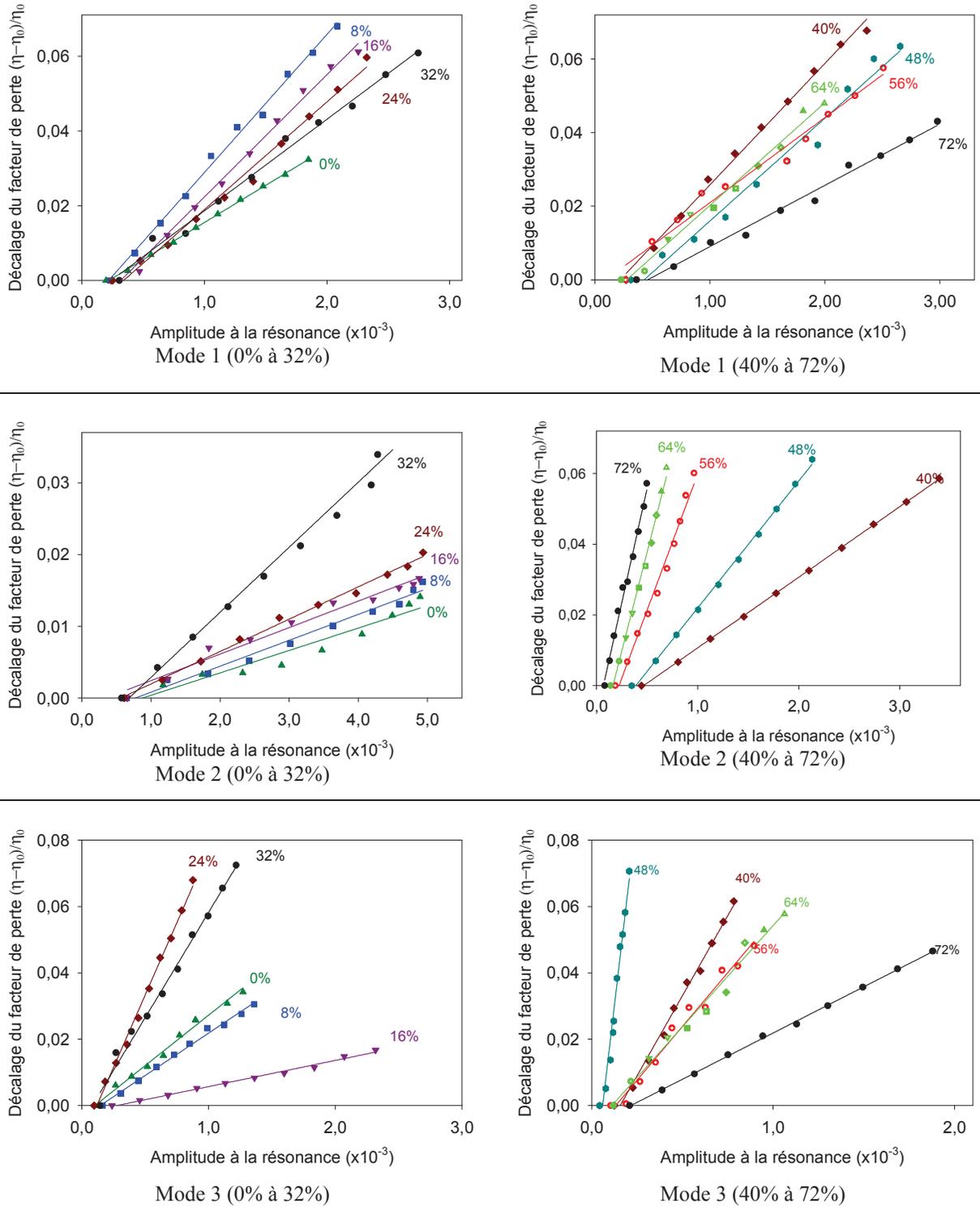


Figure 5.12 Décalage de l'amortissement en fonction de l'amplitude à la résonance pour différents taux de fissuration dans le cas du matériau sandwich avec une âme de masse volumique 100 kg m^{-3}

5.4.6 Paramètres non linéaires

Comme évoqué précédemment, la mesure en résonance permet de remonter au paramètre non linéaire hystérétique. Dans ce cadre, l'équation 5.5 conduit au paramètre élastique α_f (décalage de la fréquence de résonance), alors que l'équation 5.6 conduit au paramètre non linéaire dissipatif α_η (variation de l'amortissement). Les paramètres non linéaires élastiques et dissipatifs α_f et α_η sont extraits pour chaque mode, à partir des équations (5.5) et (5.6). La procédure est ensuite répétée pour des taux de fissuration croissants.

Les variations des décalages de la fréquence de résonance et de l'amortissement en fonction de l'amplitude à la résonance obtenues précédemment sont des fonctions linéaires. Nous avons interpolé ces résultats par des droites dont les pentes correspondent à une constante près C aux paramètres non linéaires élastique α_f et non linéaire dissipatif α_η . Les variations de ces paramètres non linéaires en fonction du taux de fissuration sont reportées dans les figures 5.13 et 5.14 pour les trois premiers modes de vibration et pour les deux matériaux sandwichs.

- ***Paramètre non linéaire élastique***

La figure 5.13 représente l'évolution du paramètre non linéaire élastique α_f en fonction du taux de fissuration. En mode 1, le paramètre non linéaire élastique reste pratiquement constant ou varie peu lorsque le taux de fissuration augmente. En modes 2 et 3 nous observons une diminution du paramètre non linéaire élastique avec l'augmentation du taux de fissuration pour les deux matériaux sandwichs étudiés. Cette réduction est plus élevée en mode 2 dans le cas du matériau sandwich avec une âme de masse volumique de 100 kg m^{-3} .

- ***Paramètre non linéaire dissipatif***

La figure 5.14 représente l'évolution du paramètre non linéaire dissipatif α_η en fonction du taux de fissuration. Ce paramètre est plus élevé dans le matériau sandwich avec une âme de masse volumique de 100 kg m^{-3} que celui avec une âme de masse volumique de 60 kg m^{-3} . Seule le mode 2 donne des résultats cohérents à savoir une augmentation continue du paramètre non linéaire dissipatif lorsque le taux de fissuration augmente. Les modes 1 et 3 présentent une dispersion importante des résultats.

Nous avons pu observer sur ces matériaux sandwichs endommagés par décohesion que les paramètres non linéaires liés au décalage fréquentiel (α_f) et à l'amortissement (α_η) évoluent d'une manière cohérente en mode 2 de vibration. Ainsi, un travail ultérieur pourrait consister d'envisager une étude de type multimodal (une dizaine de modes par exemple).

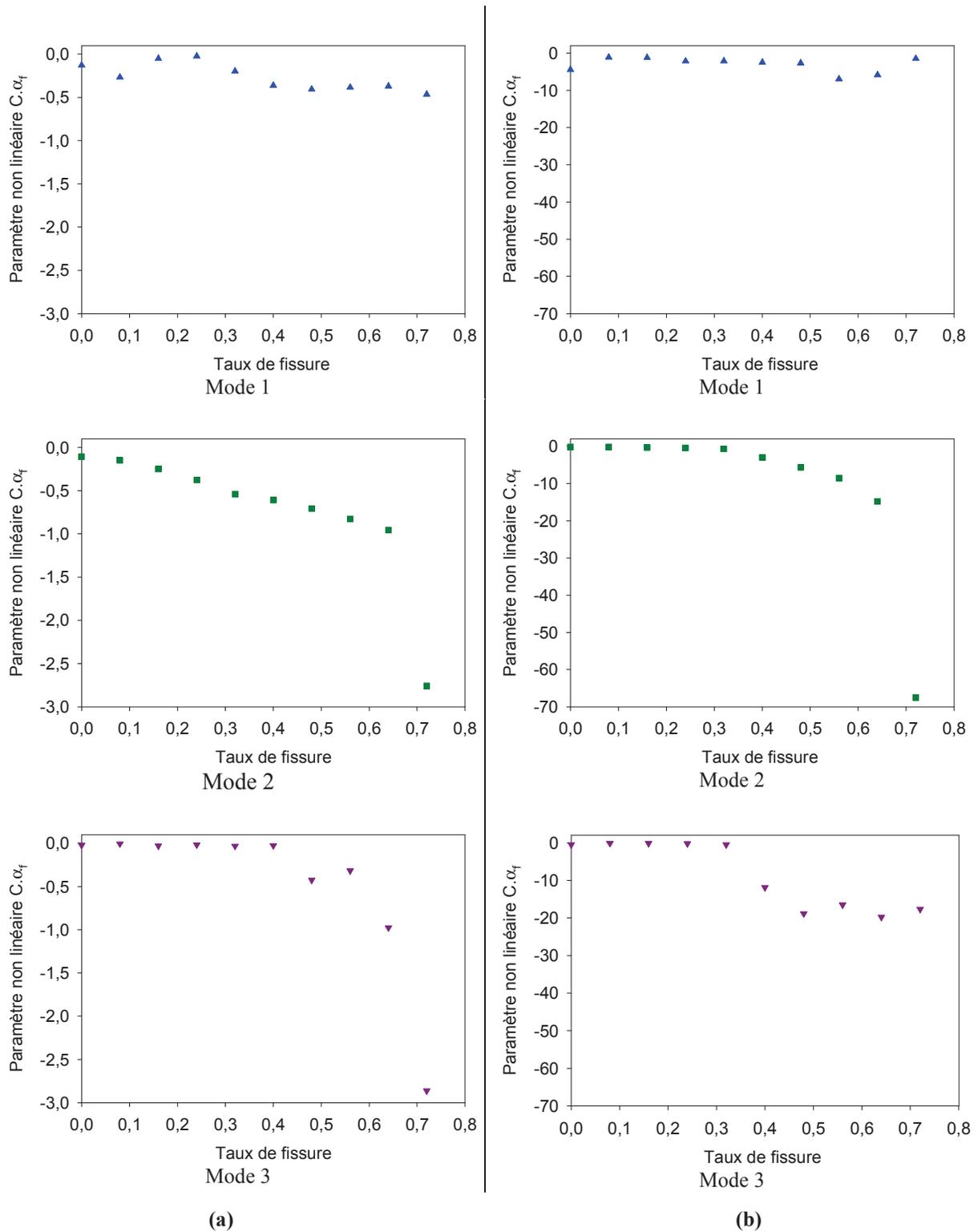


Figure 5.13 Évolution du paramètre non linéaire élastique en fonction du taux de fissuration dans le cas du matériau sandwich avec une âme de masse volumique : a) 60 kg m^{-3} et b) 100 kg m^{-3}

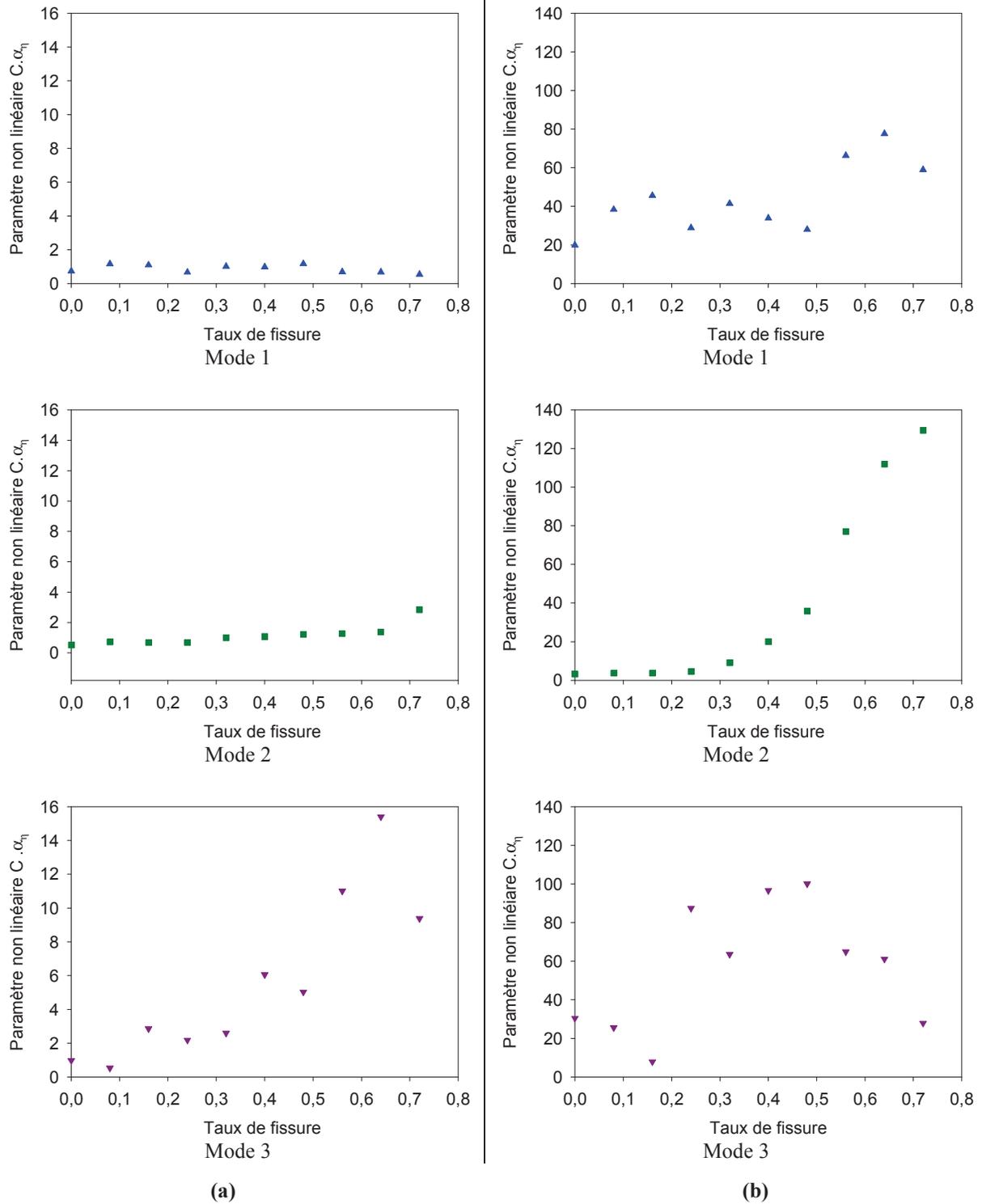


Figure 5.14 Evolution du paramètre non linéaire dissipatif en fonction du taux de fissuration dans le cas du matériau sandwich avec une âme de masse volumique : a) 60 kg m^{-3} et b) 100 kg m^{-3}

5.5 Sensibilité des paramètres linéaires et non linéaires

Il n'y a presque pas des données disponibles sur la sensibilité des paramètres non linéaires (α_f et α_η liés au décalage fréquentiel et à l'amortissement) à l'endommagement des matériaux sandwichs. De ce fait, nous nous sommes intéressés à l'étude de la sensibilité des paramètres linéaire et non linéaire obtenus en mode 2 de vibration en fonction du taux d'endommagement dans les deux matériaux sandwichs.

Dans la figure 5.15 nous avons reporté (avec une échelle semi-logarithmique) l'évolution de la sensibilité des paramètres linéaire (f/f_0) et non linéaire élastiques (α_f/α_{f0}) en mode 2 et dans le deux matériaux. La sensibilité du paramètre non linéaire élastique augmente lorsque le taux de fissuration augmente. Cette augmentation est beaucoup plus importante dans le matériau sandwich avec âme de masse volumique de 100 kg m^{-3} et atteint une valeur de l'ordre de 500 alors qu'elle n'est que de l'ordre de 30 dans le cas du matériau sandwich avec âme de masse volumique de 60 kg m^{-3} . La sensibilité du paramètre linéaire diminue légèrement en fonction du taux de fissuration dans les deux matériaux. Il apparaît donc que le paramètre non linéaire élastique est très sensible à l'endommagement par décohésion des matériaux sandwichs. Cette sensibilité est d'autant plus importante que la rigide du matériau est élevée.

La figure 5.16 compare (avec une échelle semi-logarithmique) les évolutions de la sensibilité des paramètres linéaire (η/η_0) et non linéaire ($\alpha_\eta/\alpha_{\eta0}$) dissipatifs, en mode 2 et pour les deux matériaux sandwichs, pour des taux de fissuration croissants. La sensibilité des deux paramètres augmente lorsque le taux de fissuration augmente. Cette augmentation est plus importante dans le cas du paramètre non linéaire dissipatif et dans le matériau sandwich avec âme de masse volumique de 100 kg m^{-3} . Elle atteint une valeur de l'ordre de 40 dans le matériau sandwich avec âme de masse volumique de 100 kg m^{-3} , alors qu'elle n'est que de l'ordre de 6 dans le cas du matériau sandwich avec âme de masse volumique de 60 kg m^{-3} .

On remarque que chaque paramètre non linéaire dissipatif est plus sensible que son homologue linéaire. Il est important aussi de noter la différence entre cette étude et celle présentée au chapitre précédent. La lecture des différentes composantes fréquentielles effectuée au chapitre précédent permettait en effet de déduire un comportement linéaire classique, alors que le résultat présenté dans ce chapitre s'apparente plutôt à une non-linéarité élastique et hystérétique. Nous avons pu observer sur ces matériaux sandwichs endommagés par décohésion que le paramètre non linéaire lié au décalage fréquentiel augmentait d'un facteur de 500 quand celui lié au décalage de l'amortissement avait augmenté d'un facteur 40.

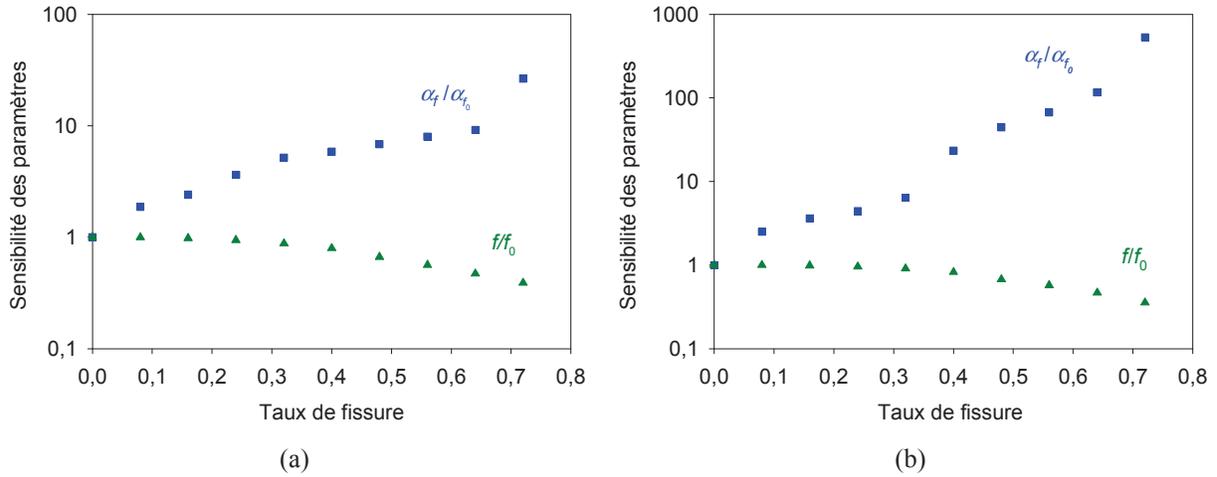


Figure 5.15 Evolution des paramètres linéaire et non linéaire élastiques en fonction du taux de fissuration pour le mode 2 dans le cas du matériau sandwich avec une âme de masse volumique :

a) 60 kg m^{-3} et b) 100 kg m^{-3}

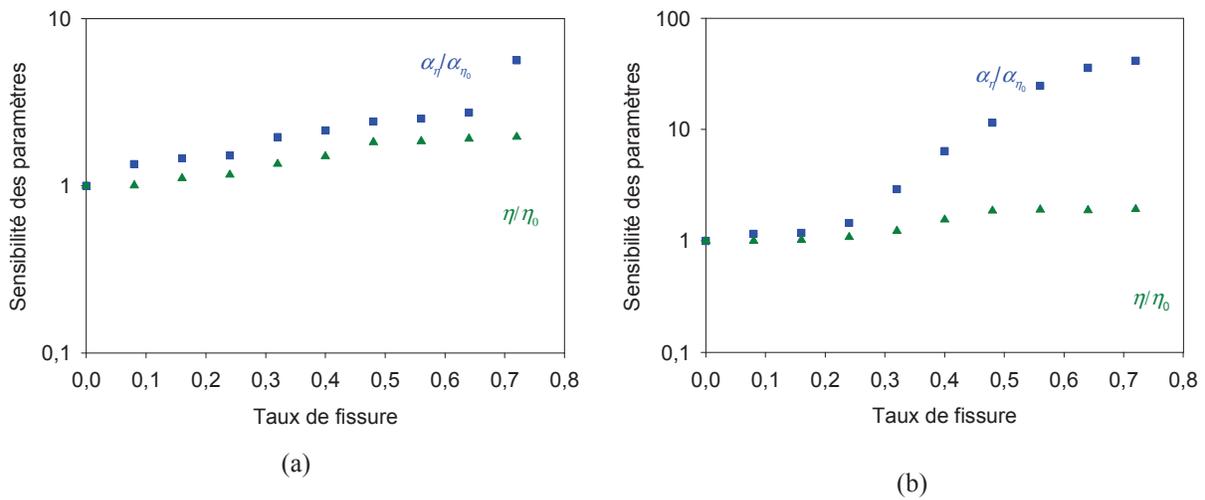


Figure 5.16 Evolution des paramètres linéaire et non linéaire dissipatifs en fonction du taux de fissuration pour le mode 2 dans le cas du matériau sandwich avec une âme de masse volumique :

a) 60 kg m^{-3} et b) 100 kg m^{-3}

5.6 Conclusions

Dans ce chapitre nous nous sommes attachés à montrer les potentialités de la vibration non-linéaire pour la caractérisation du comportement des matériaux sandwichs en présence d'un endommagement de type décohésion entre la peau et l'âme. Les essais de vibration en flexion avec plusieurs niveaux d'excitations ont été effectués sur des éprouvettes en matériau sandwich en présence d'une fissure de longueur variable en configuration encastree-libre. Les décalages des fréquences de résonance et des facteurs de perte des trois premiers modes de vibration en fonction du niveau d'excitation étant constatés pour des taux de fissuration croissants et pour les deux de matériaux sandwichs étudiés. Ces décalages sont clairement corrélés au taux de fissuration, autorisant une caractérisation quantitative du comportement en vibration des matériaux sandwichs endommagés. Par la suite, deux paramètres non linéaires ont été déterminés, le premier est associé au décalage fréquentiel appelé paramètre non linéaire élastique et le deuxième associé au décalage de l'amortissement appelé paramètre non linéaire dissipatif. L'analyse de la variation de ces paramètres en fonction de l'amplitude à la résonance et du taux de fissuration, a permis de choisir le mode 2 de vibration parmi les trois premiers comme mode approprié à l'obtention des paramètres sensibles à l'endommagement des matériaux sandwichs. Enfin, quelle que soit la sensibilité des différents paramètres, il faut avant tout retenir que les paramètres non linéaires apportent une information complémentaire aux mesures des fréquences de résonance et des amortissements, information directement liée à l'état d'endommagement des matériaux sandwichs.

Chapitre 6

CONCLUSIONS

Chapitre 6

Conclusions

Le travail présenté dans ce mémoire avait pour objectif l'étude du comportement en statique, en fatigue cyclique et en vibration linéaire et non linéaire des matériaux sandwichs avec un endommagement de type décohésion de longueur variable entre la peau et l'âme. Les matériaux utilisés dans ce travail sont constitués de stratifiés à fibres de verre et de résine époxyde pour les peaux avec une séquence d'empilement du type $[0_2/90_2]_s$ et d'une âme en mousse PVC de différentes densités (60 kg m^{-3} et 100 kg m^{-3}).

Dans la première partie de ce travail, une formulation basée sur la théorie des plaques sandwichs a été mise en place permettant de décrire le comportement statique d'une éprouvette en matériau sandwich avec une décohésion de longueur variable. Elle a permis d'évaluer les rigidités en flexion et en cisaillement de l'éprouvette en fonction de la longueur de fissure en utilisant les résultats des essais de flexion 3-points et en faisant varier la distance entre appuis. L'analyse des résultats obtenus montre que la rigidité en cisaillement diminue lorsque la longueur de fissure augmente alors que la rigidité en flexion augmente légèrement.

Le comportement en fatigue cyclique a été analysé dans le cas de la flexion trois points en contrôlant le signal déplacement. L'analyse des résultats d'essais de fatigue sur des éprouvettes initialement vierges a montré que l'évolution de la rigidité en fonction du nombre de cycles se déroule en trois phases: une diminution rapide de la rigidité dès les premiers cycles dans la première phase, la diminution devient ensuite très lente dans la deuxième phase, correspondant à la quasi-totalité de la durée de vie des éprouvettes, et enfin dans la troisième phase, très courte, où la perte de rigidité s'accélère brutalement jusqu'à la rupture totale des matériaux. Dans le cas des éprouvettes endommagées, l'énergie dissipée est calculée à partir des données expérimentales de la charge et du déplacement en fonction du temps pour différentes longueurs de la fissure. L'amortissement est ensuite évalué à partir de l'énergie dissipée et de l'énergie potentielle maximale dans l'éprouvette pour chaque cycle de fatigue et pour plusieurs longueurs de la fissure. L'analyse des résultats obtenus a montré que la rigidité, les cycles d'hystérésis et l'amortissement sont sensibles à la longueur de fissure et au nombre de cycles de fatigue et peuvent être proposés en tant qu'indicateurs d'endommagement pour le suivi de l'état de santé de l'éprouvette au cours de la fatigue. Une décohésion à l'interface peaux/âme réduit rigoureusement la résistance et la durée de vie des matériaux sandwichs.

La deuxième partie de ce travail a été consacré à l'analyse expérimentale et par éléments finis du comportement vibratoire des matériaux sandwichs sains et endommagés et de leurs constituants. L'analyse expérimentale a été menée dans le cas de vibration en flexion de poutres. La réponse à une impulsion a été établie, les fréquences de résonance et

L'amortissement pour plusieurs longueurs de fissures ont été déduits, des essais en ajustant la réponse expérimentale à l'aide de la méthode des moindres carrées en utilisant le module d'optimisation de Matlab. La modélisation par éléments finis a permis d'identifier les propriétés dynamiques (fréquences propres, énergies dissipées et amortissement) des matériaux sandwichs en présence d'une décohésion à partir des caractéristiques élastiques et des énergies de déformations des constituants. Les résultats obtenus expérimentalement et ceux par éléments finis sont en bon accord jusqu'à une valeur limite du taux de fissuration. Un écart entre les valeurs expérimentales et celles obtenues par éléments finis apparaît pour des taux de fissuration élevés. Cet écart pourrait être attribué à : la variation en fonction de la fréquence et de la longueur de fissure des propriétés mécaniques des matériaux sandwichs et de leurs constituants, les effets liés au contact et au frottement des surfaces de la fissure. En effet, la modélisation par élément finis mise en place ne tient pas compte de ces paramètres. Néanmoins, ce résultat met en évidence un décalage fréquentiel vers les basses fréquences des fréquences propres fondamentales et harmoniques et une augmentation de l'amortissement lorsque la longueur de la fissure augmente. L'amortissement et le décalage fréquentiel peuvent être utilisés là aussi comme outil de CND pour suivre l'évolution de l'état de santé des matériaux sandwichs.

La dernière partie de ce travail a été consacrée à l'étude expérimentale du comportement vibratoire non-linéaire du composite sandwich aux états sains et endommagés. Elle a consisté à supposer d'abord que la réponse élastique et/ou dissipative, non plus linéaire mais non linéaire. La méthode de résonance non linéaire a consisté en l'excitation et au suivi des trois premiers modes de résonance en fonction du niveau d'excitation et pour plusieurs longueurs de fissure. L'analyse des courbes de réponse a permis d'obtenir les valeurs des fréquences de résonance, de l'amortissement et de l'amplitude à la résonance pour chaque niveau d'excitation. Les décalages des fréquences de résonance et des amortissements des trois premiers modes de vibration en fonction du niveau d'excitation étant constatés pour des taux de fissuration croissants et pour les deux de matériaux sandwichs étudiés. Ces décalages sont corrélés au taux de fissuration, autorisant ainsi une caractérisation quantitative du comportement en vibration des matériaux sandwichs endommagés. Deux paramètres non linéaires ont été déterminés à partir de ces résultats, le premier est associé au décalage fréquentiel appelé paramètre non linéaire élastique et le deuxième associé au décalage de l'amortissement appelé paramètre non linéaire dissipatif. La variation de ces paramètres en fonction de l'amplitude à la résonance et du taux de fissuration a permis de choisir le mode 2 de vibration comme mode approprié à l'obtention des paramètres sensibles à l'endommagement des matériaux sandwichs. Enfin, quelle que soit la sensibilité de ces deux paramètres, il faut avant tout retenir que les paramètres non linéaires apportent une information complémentaire aux mesures des fréquences de résonance et des amortissements, information directement liée à l'état d'endommagement des matériaux sandwichs.

REFERENCES

Références :

- [1] C. Binétruy “Structures sandwichés”, *Techniques de l’Ingénieur*, am5141.
- [2] G.Trantima, R. Nimmer, “Structural analysis of thermoplastic components technical” *Standards Service U K*, 1993.
- [3] J.F. Mandell, U. Meier, “Effects of stress ration frequency and loading time on the tensile fatigue glass-rienforced epoxy”, *long therm behavior of composites ASTM STP 813*,55-77. (1983).
- [4] J. Bowman, M. B. Barker, “A methodology for describing-creep –fatigue interactions in thermoplastic components”, *Polymer engineering and science*, 26, 1582-90 (1986).
- [5] H EL Kadi, F. Ellyin, “effect of stress ration on the fatigue of unidirectional glass fibre/epoxy composite laminate” *Composites 25*, 917-24 (1994).
- [6] A. Rotem, “The fatigue behavior of composite laminate under various mean stress”, *Composite Structures*, 17, 113-26 (1991).
- [7] M. Burman, D. Zenkert, “Fatigue life of damaged and undamaged sandwich beams”, *Sandwich Constructions 3*, Engineering Materials Advisory service Ltd. U.K., 2, 839-48, 1991.
- [8] K. –A. Olsson, A. Lonno, “sandwich constructions- recent research and development: GRP sandwich technology for high-speed marine vessels”, *Second International Conference on Sandwich Constructions*, Gainesville, FL, March 9-12, 1992.
- [9] K. Kanny, H. Mahfuz, “Flexural fatigue characteristics of sandwich structures at different loading frequencies”, *Composite Structures*, 67, 403–10 (2005).
- [10] S.C. Sharma, M. Krishna, H.N. Narasimha Murthy, M. Sathyamoorthy. and Debes Bhattacharya, “Fatigue Studies of Polyurethane Sandwich Structures”, *Journal of Materials Engineering and Performance*, 13, 637-41 (2004).
- [11] Nitin Kulkarni, Hassan Mahfuz, Shaik Jeelani, A. Leif Carlsson, “Fatigue crack growth and life prediction of foam core sandwich composites under flexural loading”, *Composite Structures*, 59, 499–05 (2003).
- [12] S. D. Clark, R. A. Shenoi and H. G. Allen, “Modelling the fatigue behaviour of sandwich beams under monotonic, 2-step and block-loading regimes”, *Composites Science and technology*, 59, 471-86 (1999).
- [13] A. Bezazi, A. El Mahi, J.-M. Berthelot, and B. Bezzazi, “Experimental analysis of behavior and damage of sandwich composite materials in three-point bending, part 2. fatigue test results and damage mechanisms”, *Strength of Materials*, 41, 257-67 (2009).

- [14] El Mahi A., Farooq M. K., Sahraoui S., Bezazi A., “Modelling the flexural behaviour of sandwich composite materials under cyclic fatigue” *Materials and Design*, 25, 199–08, 2004.
- [15] C. L. Hacker, M. P. Ansell, “Fatigue damage and hysteresis in wood-epoxy laminates”, *Journal of materials science*, 36, 609-21 (2001).
- [16] C. K. H. Dharan, T. F. Tan, “A hysteresis-based damage parameter for notched composite laminates subjected to cyclic loading”, *Journal of Materials Science*, 42, 2204-07 (2007).
- [17] V. Barron, M. Buggy, H. N. McKenna, “Frequency effects on the fatigue behaviour on carbon fibre reinforced polymer laminates”, *Journal of Materials Science*, 36, 1755–61 (2001).
- [18] Z. Zhang, G. Hartwig, “Relation of damping and fatigue damage of unidirectional fibre composites”, *International Journal of Fatigue*, 24, 713–18 (2002).
- [19] M. Samirkumar, F. Ronald Gibson, O. Emmanuel, “The influence of subzero temperatures on fatigue behaviour of composite sandwich structures”, *Composites Science and Technology*, 69, 829–38 (2009).
- [20] M.K. Farooq, “Comportement mécanique des composites sandwichs en statique et fatigue cyclique”, Thèse, 2003 Université du Maine, Le Mans.
- [21] M.K. Farooq, A. El Mahi, S. Sahraoui, J.M. Berthelot, “Fatigue behaviour of sandwich composite materials”, *Ninth International Conference on composites Engineering, ICCE/9*, July 1-6, in San Diego. U.S.A, 2002.
- [22] M.K. Farooq, A. El Mahi, S. Sahraoui, “Evaluation of fatigue behaviour in sandwich composite materials”, *10th European Conference on Composite Materials ECCM/10*, Brugge, Belgium June 3-7, 2002.
- [23] A. Bezazi, F. Scarpa, “Tensile fatigue of conventional and negative poisson’s ration open cell PU foams”, *International Journal of Fatigue*, 31, 488-94 (2009).
- [24] R. D. Adams, M. A. O. Fox, R. J. L. Flood, R. J. Friend, R. L. Hewitt, “The dynamic properties of unidirectional carbon and glass fiber reinforced plastics in torsion and flexure”, *Journal of Composite Materials*, 3, 594-03 (1969).
- [25] R. D. Adams, D. G. C. Bacon, “Measurement of the flexural damping capacity and dynamic Young’s modulus of metals and reinforced plastics”, *Journal of Physics D : Applied Physics*, 6, 27-41 (1973).
- [26] S. A. Suarez, R.F. Gibson, C.T. Sun, S.K. Chaturvedi, “The influence of fiber length and fiber orientation on damping and stiffness of fiber reinforced polymer composites”, *Experimental Mechanics*, 26, 175-84 (1986).

- [27] S. J. Hwang, R. F. Gibson, “The use of strain energy-based finite element techniques in the analysis of various aspects of damping of composite materials and structures”, *Journal of Composite Materials*, 26, 2585-05 (1992).
- [28] J. H. Yim, “A damping analysis of composite laminates using the closed form expression for the basic damping of Poisson’s ratio”, *Composite Structures*, 46, 405-11 (1999).
- [29] S. Timoshenko, D. H. Young, W. Jr. Weaver, “*Vibrational Problems in Engineering*”. (3ème édition), Macmillan & Co. Ltd, Londres, 1955.
- [30] B. C. Nakra, “Vibration Control with Viscoelastic Materials - III”, *Shock and Vibration Digest*. **16**(5), 17-22 (1984).
- [31] E. M. Kerwin, “Damping of Flexural Waves by a Constrained Viscoelastic Layer”, *Journal of the Acoustical Society of America*, 31, 952-962 (1959).
- [32] R.A. Ditaranto, “Theory of vibratory bending for elastic and viscoelastic layered finite-length beams”, *Journal of Applied Mechanics*, 32, 881–886 (1965).
- [33] D.J. Mead, S. Markus, “The forced vibration of a three-layer, damped sandwich beam with arbitrary boundary conditions”, *Journal of Sound and Vibration*, 10, 163–175 (1969).
- [34] Y. Y. Yu, “Damping of Flexural Vibrations of Sandwich Plates”, *Journal of the Aerospace Sciences*, 29, 790-03 (1962).
- [35] D. K. Rao, “Vibration of short sandwich beams”, *Journal of Sound and Vibration*, 52, 253-263 (1977).
- [36] J. Vaswani, NT. Asnani, BC. Nakra, “Vibration and damping analysis of curved sandwich beams with a viscoelastic core”, *Composite Structures*, 10, 231–245 (1988).
- [37] K Moser, M. Lumassegger, “Increasing the damping of flexural vibrations of laminate FPC structures by incorporation of soft intermediate plies with minimum reduction of stiffness”, *Composite Structures*, 10, 321–33 (1988).
- [38] P Hajela, CY Lin, “Optimal design for viscoelastically damped beam structures”, *Applied Mechanics Reviews*, 44, 96–106 (1991).
- [39] M. Meunier, R. A. Shenoi, “Dynamic Analysis of Composite Plates with Damping Modeled Using High-order Shear Deformation Theory”, *Composite Structures*, 54, 243–54 (2001).
- [40] Cupial, Niziol. “Frequency and damping prediction for sandwich laminated plate, structural dynamics: recent advances”, In: Proceedings of the 5th International Conference on Recent Advances in Structural Dynamics, ISVR, University of Southampton, 99-108; July 1994.

- [41] R. Rikards, “Dynamic analysis of sandwich structures using different finite elements”, In: Proceedings of the 3rd International Conference on sandwich Construction. Southampton, 377-86 (1995).
- [42] J-H Yim, S-Y Cho, Y-J Seo, B-Z Jang, “A study on material damping of 0° laminated composite sandwich cantilever beams with a viscoelastic layer”, *Composites structures*, 60, 367-374 (2003).
- [43] E. E. Ungar and E. M. Kerwin, “Loss Factors of Viscoelastic System in Terms of Energy Concepts”, *Journal of the Acoustical Society of America*, 34, 954-57 (1962).
- [44] C. D. Johnson, D. A. Kienholz, “Finite element prediction of damping in structures with constrained viscoelastic layers”, *AIAA Journal*, 20, 1284-90 (1981).
- [45] S. J. Hwang, R. F. Gibson., “The Use of Strain energy-Based Finite Element Techniques in the Analysis of Various Aspects of Damping of Composite Material and Structures”, *Journal of Composite Materials*, 26, 2585-05 (1992).
- [46] S. J. Hwang, R. F. Gibson, “The effects of Three-Dimensional States of Stress on Damping of Laminated Composites”, *Composites Science and Technology*, 41, 379-93 (1991).
- [47] S. J. Hwang, R. F. Gibson, J. Singh, “Decomposition of Coupling effects on Damping of Laminated Composites under Flexural Vibration”, *Composites Science and Technology*, 43, 159-69 (1992).
- [48] D. K. Rao, Frequency and loss factors of sandwich beams under various boundary conditions *Journal of Mechanical Engineering Science*, 20, 271-82 (1978).
- [49] T. S. Plagianakos, D. A. Saravanos, “High-Order Layerwise Mechanics and Finite Element for the Damped Dynamic Characteristics of Sandwich Composite Beams”, *International Journal of Solid and Structures*, 41(24-25), 6853-71 (2004).
- [50] Q. J. Zhang, M. G. Sainsbury, “The galerkin element method applied to the vibration of rectangular damped sandwich plates”, *Computers and Structures*, 74, 717–30 (2000).
- [51] L. Duigou, E.M. Daya, M. Potier-Ferry, “Une méthode itérative pour calculer l'amortissement des tôles sandwich”, *XVème Congrès Français de Mécanique*, Nancy, 3 – 7 Septembre 2001.
- [52] A. El Mahi, M. Assarar, Y. Sefrani, J.-M. Berthelot, “Damping analysis of orthotropic composite materials and laminates”, *Composites: Part B*, 39, 1069–1076 (2008).
- [53] M. Assarar, A. El Mahi, J.-M. Berthelot, “Damping Analysis of Sandwich Composite Materials”, *Journal of Composite Materials*, 43 (13), 1461-85 (2009).

- [54] J.-M. Berthelot, M. Assarar, Y. Sefrani, A. El Mahi, “Damping analysis of composite materials and structures”, *Composite Structures*, 85, 189–204 (2008).
- [56] A. Petras, M.P.F. Sutcliffe, “Failure mode maps for honeycomb sandwich panels”, *Composite Structures*, 44, 237-252 (1999).
- [57] A. Craig Steeves, A. Norman Fleck, “Collapse mechanisms of sandwich beams with composite faces and a foam core, loaded in three-point bending. Part I: analytical models and minimum weight design”, *International Journal of Mechanical Sciences*, 46, 561–58 (2004).
- [58] T. Triantafillou, L. Gibson, “Failure mode maps for foam core sandwich beams”, *Materials Science and Engineering*, 95, 37–53 (1987).
- [59] E.W. Andrews, N.A. Moussa, “Failure mode maps for composite sandwich panels subjected to air blast loading”, *International Journal of Impact Engineering*, 36, 418–25 (2009)
- [60] I.M. Daniel, E.E. Gdoutos, K. A. Wang, and J.L. Abot, “Failure modes of composite sandwich beams”, *International Journal of Damage Mechanics*, 11, 309-334 (2002).
- [61] E.E. Gdoutos, I.M. Daniel, K.-A. Wang, “Compression facing wrinkling of composite sandwich structures”, *Mechanics of Materials*, 35, 511–522 (2003).
- [62] A.C. Manalo, T. Aravinthan, W. Karunasena, “Flexural behaviour of glue-laminated fibre composite sandwich beams”, *Composite Structures*, 92, 2703–2711 (2010).
- [63] D. Zenkert, “Strength of sandwich beam with mid plane debondings in core”, *Composite Structures*, 15, 279-299 (1990).
- [64] E. Efstathios, Theotokoglou, I. Ioannis Turlomousis, “A Numerical Investigation of Fractured Sandwich Composites under Flexural Loading”, *Engineering Against Fracture*, XIII, 563-571 (2009).
- [65] R.S. Thomson, M.Z. Shah Khan, A.P. Mouritz, “Shear properties of a sandwich composite containing defects”, *Composite Structures*, 42, 107-118 (1998).
- [66] T.C. Triantafillou, L.J. Gibson, “Debonding in foam-core sandwich panels”, *Materials and Structures*, 22, 64-69 (1989).
- [67] J. J. Tracy, G. C. Pardo, “Effect of delamination on the natural frequencies of composite laminates”, *Journal of Composite Materials*, 23, 1200-1215 (1989).
- [68] S. H. Valdes, C. Soutis, “Delamination detection in composite laminates from variations of their modal characteristics”, *Journal of Sound and Vibration*, 228, 1-9 (1999).
- [69] D. Shu, C. N. Della, “Vibrations of multiple delaminated beams”, *Composite Structures* 64, 467–477 (2004).

- [70] L. H. Yam, Z. Wei, L. Cheng, W. O. Wong, “Numerical analysis of multi-layer composite plates with internal delamination”, *Computers and Structures*, 82, 627–637 (2004).
- [71] C. Kyriazoglou, B.H. Le Page, F.J. Guild, “Vibration damping for crack detection in composite laminates”, *Composites: Part A*, 35, 945–953 (2004).
- [72] A. Paolozzi, I. Peroni, “Experimental assessment of debonding damage in a carbon-fibre reinforced plastic sandwich panel by frequency variations”, *Composite Structures*, 35, 435-444 (1996).
- [73] H. Y. Kim, W. Hwang, “Effect of debonding on natural frequencies and frequency responses functions of honey sandwich beams”, *Composite Structures*, 55, 51-62 (2002).
- [74] Buket Okutan Baba, Srinivasa Thoppul “Experimental evaluation of the vibration behavior of flat and curved sandwich composite beams with face/core debond”, *Composite Structures*, 91, 110–119 (2009).
- [75] J.-M. Berthelot, *MATÉRIAUX COMPOSITES*, “Comportement mécanique et analyse des structures”, Éditions TEC & DOC, 4ème édition, 2006.
- [76] J.-M. Berthelot, *COMPOSITE MATERIALS*, “Mechanical Behaviour and Structural Analysis”, New York Springer, U. S. A., 1999.
- [77] M. Assarar, 2007, “Étude expérimentale et modélisation du comportement dynamique des composites stratifiés et sandwichs”, *Thèse de doctorat*, Université du Maine, Le Mans.
- [78] A. Kherbouche, “Contribution au pré dimensionnement des structures composites sandwichs”, *Thèse de doctorat*, Université du Maine, Le Mans, 1994.
- [79] F. Angoulvant, “Caractérisation dynamique des matériaux composites, étude de l’amortissement”, *Thèse de doctorat*, Université du Maine, Le Mans, 1998.
- [80] Y. Sefrani, “Analyse de l’amortissement de matériaux composites à fibres unidirectionnelles”, *Thèse de doctorat*, Université du Maine, Le Mans, 2002.
- [81] J.-M. Berthelot, F. Angoulvant, “Measuring the bending stiffnesses of orthotropic and symmetric laminates from flexural vibrations”, *Journal of Composite Materials*, 36, 443-475 (2002).
- [82] R. D. Adams, D. G. C. Bacon, “Effect of fiber orientation and laminate geometry on the dynamic properties of CFRP”, *Journal of Composite Materials*, 7, 402-428 (1973).
- [83] R. G. Ni, R. D. Adams, “The damping and dynamic moduli of symmetric laminated composite beams: Theoretical and experimental results”, *Journal of Composite Materials*, 18, 104-121 (1984).
- [84] *Standard test method for measuring vibration damping properties of materials* (2004). ASTM E756-04e1. Book of standard volume 04.06.

- [85] Berthelot J.-M. “*Dynamics of Composites Materials and Structures*”. Disponible en ligne sur www.compomechasia.com.
- [86] Craveur J-C. 1996 “*Modélisation des structures Calcul par éléments finis*”. Masson 2ème édition.
- [87] ABAQUS User Manuel: Version 6.10, ABAQUS Inc. Pawtucket, Rhode Island, USA, 2006.
- [88] C. Lanczos, “An iteration method for the solution of the eigenvalue problem of linear differential and integral operators”, *Journal of Research of the National Bureau of Standards*, 45, 225-280 (1950).
- [89] S. Yang, R.F. Gibson, L. Gu, W.-H. Chen, “Modal parameter evaluation of degraded adhesively bonded composite beams”, *Composite Structures*, 43, 79-91 (1998).
- [90] A. Thomas Read, “The internal friction of single metal crystals, *Physical Review*, 58, 371-380 (1940).
- [91] P. A. Johnson, B. Zinszner, P. N. J. Rasolofosaon, “Resonance and elastic nonlinear phenomena in rock”, *Journal of Geophysical Research-Solid Earth*, 101 :11553-64, 1996
- [92] A. Granato, K. Lücke, “Theory of mechanical damping due to dislocations”, *Journal of Applied Physics*, 27, 583-93 (1956).
- [93] A.B. Lebedev, “Amplitude-dependant elastic-modulus defect in the main dislocation-hysteresis models”, *Physics of the Solid State*, 41, 1105-1111 (1999).
- [94] S. Asano, “Theory of nonlinear damping due to dislocation hysteresis”, *Journal of the Physical Society of Japan*, 29, 952-963 (1970).
- [95] V.E. Nazarov, A.V. Radostin, L.A. Ostrovsky, I.A. Soustova, “Wave processes in media with hysteretic nonlinearity Part I”, *Acoustical Physics*, 49, 344-353 (2003).
- [96] U. Polimeno, M. Meo, “Detecting barely visible impact damage detection on aircraft composites structures”, *Composite Structures*, 91, 398–402 (2009).
- [97] K. Van Den Abeele, K. Van De Velde, J. Carmeliet, “Inferring the degradation of pultruded composites from dynamic nonlinear resonance measurements”, *Polymer Composites*, 2, 555-567 (2000).
- [98] P. A. Johnson, B. N. J. Zinszner, Rasolofosaon, “Resonance and nonlinear elastic phenomena in rock”, *Journal of Geophysical research*, 101, 11553-11564 (1996).
- [99] L Ostrovsky, P. Johnson, “Dynamic nonlinear elasticity in geomaterials”, *Rivista del Nuovo Cimento*, 24, 1–46 (2001).

- [100] M Bentahar, H El Agra, R El Guerjouma, M Griffa, M. Scalerandi, “Hysteretic elasticity in damaged concrete: quantitative analysis of slow and fast dynamics”, *Physical Review B*, 73, 1–10 (2006).
- [101] R. Guyer, K. McCall, N. Boitnott, “Hysteresis, discrete memory and nonlinear wave propagation in rock: a new paradigm”, *Physical Review Letters*, 74, 3491–3494 (1995).
- [102] M. Scalerandi, P. Delsanto, V. Agostini, KVD Abeele, P. Johnson, “Local interaction simulation approach to modeling nonclassical, nonlinear elastic behavior in solids”, *Journal of the Acoustical Society of America*, 113, 3049–3059 (2003).
- [103] V. Zaitsev, V. Gusev, B. Castagnède, “Thermoelastic mechanism for logarithmic slow dynamics and memory in elastic wave interaction with individual cracks”, *Physical Review Letters*, 90, 1–4 (2003).
- [104] A. Novak, M. Bentahar, V. Tournat, R. El Guerjouma, L. Simon, “Nonlinear acoustic characterization of micro-damaged materials through higher harmonic resonance analysis”, *NDT&E International*, 45, 1–8 (2012).
- [105] E. Landau, E. Lifshitz, “Theory of Elasticity”, Pergamon Press, Headington Hill Hall, Oxford OX30BW, UK, 1986.
- [106] C. Insera, “Caractérisation de la compaction granulaire par des méthodes acoustique linéaires et non linéaires”, *Thèse de doctorat*, Université du Maine, Le Mans, 2007.
- [107] ID Mayergoyz, “Hysteresis models from the mathematical and control theory points of view”, *Journal of Applied Physics*, 57, 3803–3805 (1985).
- [108] D. Pasqualini, K. Heitmann, J. A. TenCate, Salman Habib, David Higdon, Paul A. Johnson, Nonequilibrium and nonlinear dynamics in Berea and Fontainebleau sandstones: Low-strain regime, *Journal of Geophysical Research*, 112, 1–16 (2007).

Analyse expérimentale et par élément finis du comportement statique et vibratoire des matériaux composites sandwichs sains et endommagés

Résumé

Ce travail de thèse a pour objet d'analyser le comportement en statique, en fatigue et en vibration linéaire et non linéaire des matériaux sandwichs en présence d'une décohésion de longueur variable. Une étude détaillée est d'abord menée pour caractériser le comportement mécanique en statique et en fatigue de ces matériaux. Les essais ont été conduits en flexion 3-points sur des poutres de ces matériaux pour plusieurs distances entre appuis et pour plusieurs longueurs de fissure. En vibration, une étude expérimentale de la réponse en fréquence à une impulsion, menée à l'aide d'un vibromètre laser a permis de mesurer les fréquences propres et les amortissements de ces matériaux autour de chaque pic de résonance en fonction de la longueur de fissure. Les résultats déduits de l'analyse expérimentale sont comparés à ceux obtenus à partir d'une analyse par éléments finis. Enfin, une méthode de vibration non linéaire a été appliquée pour caractériser le comportement des matériaux sandwichs endommagés par fissuration. Les paramètres non linéaires relatifs au décalage fréquentiel et à l'amortissement sont mesurés en faisant varier l'amplitude d'excitation. Cette étude a permis de montrer que les paramètres non linéaires sont plus sensibles à l'endommagement que les paramètres linéaires.

Motsclés : Composites, Sandwichs, Décohésion, Statique, Fatigue, Eléments Finis, Vibration, Fréquence, Amortissement, Vibration non linéaire.

Experimental and finite element analysis of the static and vibration behaviour of the undamaged and damaged sandwich composites

Abstract

The aim of this work is to investigate the effects of debonding lengths on the static, fatigue, linear and nonlinear vibration behaviour of sandwich materials. First, a study was conducted in static and cyclic fatigue loading with various debonding lengths. Shear and flexural modulus in static tests were determined using the sandwich plate theory. The effects of debonding lengths on the stiffness, hysteresis loops and damping were studied for various numbers of cycles during fatigue tests. Then, modelling of the damping of a composite sandwich with debonding was established considering finite element analysis which evaluated the different energies dissipated in the material directions of the core and the skins. The effects of debonding variable lengths on natural frequencies and damping were studied numerically and compared with experimental results. Finally, the nonlinear vibration method was used to characterize the behaviour of sandwich beams with debonding. The nonlinear parameters corresponding to the elastic modulus and damping were determined for each frequency mode and each debonding length. The results showed that nonlinear parameters were much more sensitive to damage than linear parameters.

Keywords: Composites, Sandwichs, Debonding, Static, Fatigue, Finite element analysis, Vibration, Frequency, Damping, Nonlinear vibration.