



CARACTERISATION OBJECTIVE DE LA QUALITE DE JUSTESSE, DE TIMBRE ET D'EMISSION DES INSTRUMENTS A VENT A ANCHE SIMPLE

Bruno Gazengel

► To cite this version:

Bruno Gazengel. CARACTERISATION OBJECTIVE DE LA QUALITE DE JUSTESSE, DE TIMBRE ET D'EMISSION DES INSTRUMENTS A VENT A ANCHE SIMPLE. Acoustique [physics.class-ph]. Université du Maine, 1994. Français. <NNT : >. <tel-00854901>

HAL Id: tel-00854901

<https://theses.hal.science/tel-00854901v1>

Submitted on 28 Aug 2013

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



HAL Authorization

ACADEMIE DE NANTES

THESE DE DOCTORAT
DE
L'UNIVERSITE DU MAINE

Spécialité : ACOUSTIQUE

Présentée par

Bruno GAZENGEL

pour obtenir le titre de DOCTEUR D'UNIVERSITE

CARACTERISATION OBJECTIVE DE LA QUALITE DE JUSTESSE,
DE TIMBRE ET D'EMISSION DES INSTRUMENTS A VENT A
ANCHE SIMPLE

Soutenue **le 21 DECEMBRE 1994**

devant le jury composé de :

M. N. AMIR	<i>Examineur</i>
M. R. CAUSSE	<i>Rapporteur</i>
M. A. CHAIGNE	<i>Rapporteur</i>
M. J.P. DALMONT	<i>Examineur</i>
M. J. GILBERT	<i>Examineur</i>
M. A. HIRSCHBERG	<i>Examineur</i>
M. J. KERGOMARD	<i>Examineur</i>
M. F. LALOE	<i>Président</i>

A mes parents.

Je remercie tout particulièrement Joël Gilbert, Chargé de recherches au CNRS, pour toutes les discussions fructueuses que nous avons eues et les conseils avisés qu'il a su me donner au cours de ces trois années. Je remercie Jean Kergomard, Directeur de recherche au CNRS, responsable du Laboratoire d'Acoustique de l'Université du Maine, pour la confiance qu'il m'a accordée et pour son aide précieuse dans les moments scientifiquement difficiles.

Je remercie Messieurs R. Caussé et A. Chaigne pour avoir accepté d'être les rapporteurs de ce mémoire.

Je remercie Messieurs A. Hirschberg et F. Laloë, Président de la soutenance, pour avoir accepté de juger ce travail.

Je remercie N. Amir pour ses conseils concernant les problèmes de la simulation numérique et pour avoir accepté de juger ce travail.

Je remercie J.P. Dalmont, Maître de Conférences, pour toutes les discussions (formelles ou informelles) que nous avons eues, qui m'ont souvent aidé et pour avoir accepté de juger ce travail.

Je remercie M. Bruneau, Professeur, responsable de la formation de troisième cycle, d'avoir accepté ma candidature en D.E.A. (malgré une formation antérieure bien connue), et d'avoir attendu une année supplémentaire (non sabbatique) pour m'attribuer une allocation de recherche, agrémentée d'un poste de moniteur.

Merci à J.C. Valière, Maître de Conférences, pour tous ses conseils et astuces concernant les techniques de traitement du signal numérique.

Merci à F. Giroud et à F. Durand pour les mesures d'impédance réalisées sur la clarinette et pour leur participation active à ce travail.

Je tiens à remercier les techniciens P. Collas et A. Brunet pour leur participation active à l'élaboration de l'expérience au centre de ma thèse : la bouche artificielle, ainsi que Mesdames Brulet et Augustin pour leur disponibilité et leur aide efficace.

Je tiens à remercier L. Boissé, technicien à l'I.U.T. G.M.P. pour les mesures qu'il a réalisées sur les bords de clarinette et de saxophone.

Merci enfin à tous les membres du laboratoire pour ces trois années passées dans une ambiance conviviale, à tous les occupants du G.G. (*sans qui les soirées d'hiver seraient courtes*), aux musiciens de l'orchestre universitaire, du nonet (*au fait, si vous voyez Silvio, dites lui que je le cherche ...*) et à la petite souris ...

SOMMAIRE GENERAL

SOMMAIRE

INTRODUCTION GENERALE

PARTIE A. Instruments à anche simple, revue bibliographique.

PARTIE B. Simulations numériques dans le domaine temporel des instruments à vent à anche simple.

PARTIE C. Justesse, timbre et facilité d' émission

CONCLUSION GENERALE.

ANNEXES.

LISTE DES SYMBOLES.

BIBLIOGRAPHIE.

RESUME, MOTS-CLE

ABSTRACT, KEYWORD

SOMMAIRE

INTRODUCTION GENERALE..... 5
PARTIE A

I . Physique des instruments de musique à vent à anche simple : généralités.....	10
II. Modélisation physique : d' une description détaillée à un modèle élémentaire.....	12
II.1. Le système excitateur.....	12
II.1.1. L' anche.....	12
II.1.2. L' hydrodynamique de l' écoulement à l' entrée du bec.....	15
II.2. Le résonateur.....	20
II.2.1. Un guide d' ondes dans le cadre de l' acoustique linéaire.....	20
II.2.3. Non-linéarités dans un guide d' ondes.....	23
II.3. Un modèle physique élémentaire.....	23
III. Méthodes de résolution et régimes d' oscillation.....	27
III.1. Position d' équilibre et "seuil linéaire".....	27
III.2. Fréquence de seuil et fréquence de résonance.....	31
III.3. Petites oscillations.	35
III.4. Oscillations finies.	40
III.4.1. Recherche de solutions en régime permanent.	40
III.4.2. Méthodes de discrétisation par différences finies.....	43
IV. Instruments à anche simple en situation de jeu : résultats expérimentaux.	45

PARTIE B

I. Introduction.....	49
II. Simulation analytique et simulation numérique.	50
II.1. Principe de la résolution analytique dans le domaine temporel.....	51
II.2. Détermination des solutions pression, débit, position de l' anche : quels sont les outils mathématiques nécessaires?.....	52
III. Le calcul de la fonction de réflexion discrète à partir de l' impédance d' entrée.....	53
III.1. Technique d' évaluation classique : un problème d' oscillations parasites, le "ripple".	53
III.2. Simulation numérique du résonateur : minimisation des erreurs "numériques" sur la fonction de réflexion.....	54
III.3. Le suréchantillonnage.....	59
III.4 L' application d' un fenêtrage sur l' impédance d' entrée.....	59

III.5. Influence du nombre de points de la FFT inverse.	60
III.6. Illustration des diverses techniques d' obtention de la fonction de réflexion discrète.	61
III.7. Exemple d' application : le sol grave du saxophone alto.	63
Figure II-7 : Fonction de réflexion calculée à partir de l' impédance d' entrée mesurée du sol grave du saxophone alto.	63
IV. La dynamique de l' anche dans le domaine discret.	64
IV.1. La modélisation de l' anche vue comme un système d' équations différentielles.	64
IV.1.1. Méthode de Runge-Kutta d' ordre 4.	65
IV.1.2. Méthode d' Adams à l' ordre 1.	66
IV.2. La modélisation de l' anche vue comme un filtre linéaire.	67
IV.3. Stabilité des diverses méthodes numériques.	68
IV.3.1. Stabilité des méthodes de résolution des équations différentielles.	68
IV.3.2. Stabilité de la transformation bilinéaire.	69
IV.4. Réponses en fréquences des diverses techniques numériques stables.	70
IV.4.1. Evaluation des fonctions de transfert discrètes.	70
IV.4.2. Comparaison des diverses réponses en fréquence.	71
IV.5. Effet de la transformation bilinéaire et de la transformation bilinéaire corrigée sur la réponse fréquentielle de l' anche discrète.	72
IV.5.1. La transformation bilinéaire.	72
IV.5.2. La transformation bilinéaire corrigée.	75
V. Résolution du système complet.	78
V.1. Evaluation de l' équation intégrale dans le domaine discret.	79
V.2. Résolution de l' équation non-linéaire.	80
VI. Simulations numériques : comparaison des régimes permanents périodiques entre les méthodes temporelle et fréquentielle.	82
VI.1. Evaluation des caractéristiques du signal de synthèse obtenu par méthode temporelle.	83
VI.2. Le calcul de la fonction de réflexion. Application au modèle d' oscillation basses fréquences.	84
VI.2.1. Simulation basses fréquences à partir d' un tube sans pertes.	84
VI.2.2. Simulation basses fréquences à partir d' un tube avec pertes visco-thermiques.	86
VI.3. Comparaison des résultats de simulations pour les méthodes fréquentielles et temporelles. Utilisation des diverses anches discrètes.	90
VII. Méthodes de simulation.	93

VII.1. Méthode choisie.....	93
VII.2. Une méthode inadaptée.....	94
VIII. Application.....	95
IX. Conclusion.....	98

PARTIE C

I. Avant-propos.....	100
II. Analyse de la justesse.....	104
II.1. Comparaison entre les fréquences de jeu et les fréquences de résonance pour la clarinette et le saxophone alto.....	104
II.2. L' effet du trou de registre.....	110
II.3. Doigtés usuels, doigtés factices : exemple de la clarinette.....	112
II.4. Doigtés de suraigu : application à la clarinette.....	113
II.5. Comparaison expérience, simulation numérique : application aux doigtés de gorge de la clarinette.....	114
III. Exemples d' analyses du timbre et de la facilité d' émission appliquées à la clarinette.....	117
III.1. Comparaison expérience, simulation numérique : application aux doigtés de gorge de la clarinette.....	117
III.2. L' inharmonicité.....	118
III.2.1. Quelques considérations.....	119
III.2.2. Comparaison de deux clarinettes.....	121
IV. Conclusion et perspectives.....	122

CONCLUSION GENERALE 120

ANNEXE A

A.I. Introduction.....	A-1
A.II. Modélisation mécanique usuelle du système anche-bec-musicien.....	A-1
A.II.1. Modèle élémentaire: rappels des paramètres équivalents.....	A-1
A.II.2. Principe de détermination des paramètres équivalents.....	A-3
A.II.3. Application à une poutre encastree, d' épaisseur constante et isotrope.....	A-5
A.III. Enroulement d' une poutre encastree sur un profil connu : étude théorique.....	A-7
A.III.1. Détermination de la non linéarité d' enroulement : principe général.....	A-7
A.III.2. Enroulement d' une poutre à section constante sur un profil circulaire.....	A-10
A.III.2.1. Détermination de la non linéarité statique d' enroulement.....	A-10
A.III.2.3. Détermination de l' oscillateur harmonique équivalent en situation d' enroulement.....	A-13

A.III.2.4. Validité de l' oscillateur harmonique équivalent.....	A-17
A.III.3. Enroulement d' une poutre à section variable sur un profil quelconque.....	A-19
A.III.3.1. Conditions d' enroulement.....	A-19
A.III.3.2. Poutre à section variant linéairement.....	A-19
A.IV. Application aux Simulations numériques dans un cas simple : la poutre a section constante s' enroulant sur un profil circulaire.....	A-21
A.IV.1. Modèle basses fréquences.	A-21
A.IV.2. Simulations numériques : utilisation du modèle d' enroulement quasi statique.	A-22

ANNEXE B

B.I. Introduction.	B-1
B.II. Quelques techniques classiques de filtrage numérique.....	B-1
B.II.1. Principe général.....	B-1
B.II.2. Stabilité.	B-3
B.II.2. Réponse en fréquences des anches numériques équivalentes.	B-3
B.III. Influence de la technique retenue sur les caractéristiques de la pression calculée.	B-6
B.IV. Equations aux différences finies pour les diverses techniques numériques présentées.	B-9

ANNEXE C

Annexe C1. Le pont d' impédance.....	C-1
Annexe C2. La bouche artificielle.....	C-4
Annexe C3. Tablatures de la clarinette et du saxophone.....	C-9

LISTE DES SYMBOLES

BIBLIOGRAPHIE

RESUME

ABSTRACT

INTRODUCTION GENERALE

Ce document présente un travail de trois années réalisé au sein de l' équipe "ondes guidées, auto-oscillations," du Laboratoire d' Acoustique de l' Université du Maine (U.R.A. C.N.R.S. 1101) sous la direction de Joël Gilbert. Il prolonge les travaux de thèse de X. Meynial (1987) et de J. Gilbert (1991), travaux consacrés à l' étude des instruments à vent à anche simple. Ce travail repose essentiellement sur la mise au point d' un système de simulation numérique, réalisée en collaboration avec J.C. Valière et N. Amir, et sur le développement et l' utilisation d' un ensemble de moyens expérimentaux, avec la participation de J.P. Dalmont, de F. Giroud et F. Durand.

Les instruments de musique à vent auxquels nous nous intéressons dans ce document possèdent des caractéristiques mécaniques (bouchage), esthétiques (couleur, forme) et acoustiques (justesse, ...) qui apparaissent aux yeux des musiciens et des facteurs comme un ensemble de qualités ou de défauts. En ce qui nous concerne, nous voyons l' instrument comme un système physique couplant un résonateur (le corps de l' instrument) à un système excitateur (l' embouchure au sens large) et ne nous intéressons qu' aux caractéristiques acoustiques que sont la justesse, le timbre et la facilité d' émission.

Nous souhaitons, à travers les études exposées, prédire les qualités de justesse, de timbre et d' émission de ces instruments à l' aide de méthodes de caractérisation conduisant à un ensemble de grandeurs physiques (objectives). L' objectif du présent travail consiste donc à choisir les méthodes de caractérisation et à les valider en vérifiant si les grandeurs physiques qui en sont issues (après mesure des caractéristiques d' un instrument réel) permettent de retrouver les critères subjectifs (qualité de justesse,...) qui nous intéressent pour le même instrument en situation de jeu réelle.

En fait, la comparaison que nous souhaitons réaliser s' avère trop ambitieuse puisqu' elle vise à confronter deux types de grandeurs de nature différente, à savoir des grandeurs physiques et des grandeurs perceptives (auditives et non auditives) et l' analyse du couple instrumentiste-instrument et notamment celle des liens qui existent entre grandeurs physiques et subjectives est hors du cadre de nos travaux. C' est pourquoi nous faisons un certain nombre d' hypothèses et considérons que l' étude de la justesse est ramenée à une simple étude de la fréquence fondamentale, celle du timbre à une analyse du spectre pour des signaux en régime permanent. La facilité d' émission apparaît ici comme le critère le plus difficile à déterminer objectivement. En effet, celle-ci est fortement corrélée à la pression de seuil ainsi qu' à la nature des régimes transitoires (cf. par exemple Woodhouse, 1993 pour les instruments à cordes frottées) que nous n' analysons pas dans ce document. La caractérisation objective évoquée dans le titre de ce mémoire repose alors sur l' analyse de la fréquence fondamentale et du spectre de la pression interne aux bords des instruments étudiés. En ce qui concerne la

facilité d' émission, seule l' écoute des signaux de pression acoustique interne au bec est utilisée ici pour la mettre en évidence. Cette écoute, isolant les "notes difficiles" permet, de plus, de confronter les résultats de l' analyse objective et reste, en ce qui nous concerne, la seule technique d' évaluation subjective.

Les méthodes de caractérisation que nous choisissons s' attachent à étudier, d' une part l' instrument seul (le résonateur), d' autre part l' instrument en situation de jeu. Leur validation consiste donc à :

- Vérifier jusqu' à quel point les fréquences de résonance du résonateur permettent de retrouver la fréquence fondamentale de la pression interne au bec de l' instrument en situation de jeu.
- Vérifier si la simulation reposant sur un modèle physique permet de retrouver la fréquence fondamentale et le spectre de la pression interne mesurée sur des instruments en situation de jeu réelle.

Les motivations qui nous conduisent à atteindre ces objectifs sont de deux natures. Depuis Bernoulli (1763), il est admis que les fréquences de résonance de l' instrument seul permettent d' en contrôler la justesse : c' est pourquoi les instruments à vent font l' objet d' une grande quantité d' études concernant la mesure et le calcul de l' impédance d' entrée du résonateur. Cependant il existe peu d' études exhaustives (Nederveen, 1969, fait exception pour les instruments à anche simple) permettant de confirmer s' il est possible d' évaluer la justesse, le timbre et la facilité d' émission grâce à la simple analyse de l' impédance d' entrée. Enfin, il existe depuis une quinzaine d' années des travaux concernant la synthèse par modèle physique utilisant des quantités physiques calculées pour caractériser l' instrument. Nous ne connaissons pas de travaux mentionnant des comparaisons de résultats de simulation (reposant sur les paramètres physiques extraits d' un instrument à anche simple réel) à des résultats de mesure obtenus sur le même instrument en situation de jeu.

Pour valider les deux méthodes de caractérisation citées ci-dessus, nous utilisons la référence expérimentale qu' est la bouche artificielle. Cet appareil, que nous avons conçu et réalisé à partir d' un système semblable mis au point, au Laboratoire d' Acoustique de l' Université du Maine, par X. Meynial (1987) qui s' est inspiré des réalisations de F. Laloé et de J.C. Dumielle, est souple d' utilisation, permet un réglage fin de l' embouchure et place l' instrument dans des conditions de jeu "artificielles", par opposition aux conditions de jeu "naturelles" qu' impose l' instrumentiste. La mesure de la pression interne au bec de l' instrument joué sur bouche artificielle permet ainsi de connaître les deux grandeurs physiques de référence que sont la fréquence fondamentale et le spectre de la pression mesurée en régime permanent. Nous souhaitons donc savoir dans quelle mesure les régimes permanents "prévus"

par les deux méthodes de caractérisation citées ci-dessus sont comparables à leurs homologues mesurés.

En réponse à cette question, nous présentons un mémoire en trois parties, complétées par des annexes.

La première partie (partie A) de ce document est consacrée à la présentation d' une revue bibliographique permettant d' aborder les connaissances acquises sur la modélisation des différentes parties des instruments à vent jusqu' à aujourd' hui. Cette revue permet, de plus, d' exposer l' ensemble des méthodes développées pour connaître les régimes d' oscillation de ces instruments. Enfin, nous avons souhaité insister sur l' existence de résultats récents concernant l' étude de petites oscillations. L' analyse de tous ces résultats nous permet de dégager un modèle physique, dit "élémentaire", qui est le fil conducteur de tous les travaux exposés dans ce document. En effet, celui-ci est indispensable à la mise au point du système de simulation numérique et permet d' interpréter les comparaisons que nous effectuons entre les fréquences de résonance du résonateur et la fréquence fondamentale de l' instrument en situation de jeu. Bien que ce modèle soit une bonne première approche du comportement des instruments à anche simple, nous avons développé un point particulier de ce dernier, concernant le comportement mécanique de l' anche vis-à-vis de la table courbée du bec. Nous proposons ainsi une étude théorique du comportement d' une poutre encastrée s' enroulant sur un profil, à l' annexe A de ce document. Cette étude est un premier pas vers la compréhension et la modélisation de la non-linéarité d' enroulement de l' anche sur la table du bec.

Une fois le modèle physique choisi, nous nous intéressons dans la deuxième partie de ce mémoire (partie B) à développer un outil numérique permettant d' évaluer les solutions approchées du modèle élémentaire dans le domaine temporel discret. Cet outil, s' appuyant sur la connaissance des paramètres physiques décrivant chaque partie de l' instrument, ne doit pas entacher les solutions d' erreurs dues à des approximations numériques. C' est pourquoi nous nous attachons à évaluer, à chaque étape de la résolution, les problèmes issus de la méthode numérique choisie. Nous montrons, à l' aide d' outils classiques du traitement du signal numérique, qu' il est nécessaire de développer une méthode de résolution bien particulière, notamment pour le calcul de la fonction de réflexion et l' évaluation du comportement de l' anche, de façon à obtenir des solutions numériques proches des solutions exactes (Gazengel et coll., 1994b). Sachant que les résultats de ce modèle sont voués à une confrontation avec des résultats issus de l' expérience, il nous a semblé intéressant de développer cette méthode de simulation pour l' appliquer à des cas réels : celle-ci repose alors sur la synthèse des régimes d' oscillations à partir de la connaissance de l' impédance d' entrée mesurée du résonateur. A

terme, cet outil est amené à être utilisé à partir de l'impédance d'entrée calculée pour l'aide à la conception d'instruments à vent définis par leur perce.

Enfin la troisième partie (partie C) de ce document s'attache à présenter la validation des deux méthodes de caractérisation choisies. Dans cette partie, nous travaillons à l'aide d'instruments réels, pour lesquels nous mesurons l'impédance d'entrée du résonateur et évaluons la fréquence fondamentale et le spectre des régimes périodiques, puis subjectivement la facilité d'émission, pour un ensemble de notes obtenues grâce à l'instrument joué sur la bouche artificielle.

Pour valider la méthode de caractérisation de l'instrument seul, nous comparons les résultats issus de la mesure d'impédance à ceux provenant des mesures sur l'instrument en situation de jeu. Ceci constitue un ensemble de travaux dont l'esprit est proche de ceux de Nederveen (1969) qui s'est intéressé à comparer les fréquences de résonances calculées (du résonateur) et les fréquences fondamentales de l'instrument joué par un instrumentiste. Cette comparaison nous permet d'évaluer dans quelle mesure l'analyse de l'impédance d'entrée peut contribuer à la prévision des qualités de justesse, voire de timbre et de facilité d'émission.

La caractérisation de l'instrument par simulation numérique n'est possible que dans la mesure où les paramètres équivalents à chaque partie de ce dernier sont connus. La caractérisation des sous-groupes constituant l'instrument est aujourd'hui aisément réalisable pour le résonateur (dans le cadre de l'hypothèse linéaire), représenté par son impédance d'entrée (mesurée ou calculée) ; en ce qui concerne le système excitateur (bec et anche), les paramètres relatifs à celui-ci sont difficilement accessibles par la mesure indépendamment les uns des autres et nécessitent la prise en compte de variables globales, obtenues de façon semi-empiriques. Les études expérimentales réalisées au début de cette partie C (comparaison fréquences de résonance, fréquences fondamentales) mettent en évidence une variable globale, la correction de longueur, représentative de l'embouchure et utilisable comme paramètre d'entrée du modèle pour la simulation : les mesures d'impédances du résonateur et des fréquences fondamentales des signaux de pression interne pour l'instrument en situation de jeu artificielle rendent ainsi la simulation possible. Les comparaisons effectuées entre les résultats expérimentaux obtenus pour l'instrument réel joué sur bouche artificielle et les résultats de la simulation utilisant l'impédance et la correction de longueur mesurées mettent en évidence dans un cas particulier (doigtés de gorge de la clarinette) l'aptitude du modèle élémentaire à prédire les caractéristiques d'un instrument par simulation.

PARTIE A :

INSTRUMENTS A ANCHE SIMPLE,
REVUE BIBLIOGRAPHIQUE.

Les instruments à vent suscitent, dans le monde de l'acoustique musicale, de nombreux travaux allant de l'acoustique linéaire à l'analyse numérique en passant par la mécanique des fluides. La diversité des sujets traités conduit à une littérature abondante mais assez inhomogène. Afin de faciliter la lecture de tels ouvrages, nous proposons, au cours de cette première partie, une revue bibliographique critique des travaux effectués sur les instruments à vent à anche simple, en citant autant que possible les résultats issus de recherches voisines sur les autres instruments à vent ou sur les mécanismes de production de la parole.

Les premières théories scientifiques sur les instruments à vent datent du XVIII^{ème} siècle : Bernoulli (1763) considère l'anche comme condition aux limites d'un problème d'oscillations libres. On peut voir là les premiers travaux visant à comprendre l'influence de la forme d'un résonateur sur ses fréquences propres. Weber (1829), Helmholtz (1860), Bouasse (1929) puis Das (1931) proposent une première prise en compte de l'anche : elle y est assimilée à un oscillateur harmonique soumis à la différence de pression existant entre la bouche du musicien et le bec. Il reste à comprendre la nature même du fonctionnement des instruments à vent : quelle est la cause de l'existence des régimes d'oscillation périodiques en régime permanent? A partir d'une modélisation globale reposant sur un oscillateur harmonique (l'anche) couplée à un résonateur acoustique par l'écoulement d'air entrant dans l'instrument, Backus (1963) et Nederveen (1969) analysent le système d'équations linéarisées autour de la position d'équilibre de l'anche soumise à une pression statique dans la bouche de l'instrumentiste. Ils mettent en évidence une pression de seuil, surpression particulière dans la cavité buccale au-delà de laquelle la position de l'anche est localement instable et l'instabilité de nature oscillante. L'étude ci-dessus peut être vue comme l'analyse de la stabilité linéaire du système non-linéaire asservi équivalent dont un schéma est proposé par Benade et Gans (1968). Nous utilisons d'ailleurs un tel formalisme pour analyser la nature des solutions d'un modèle physique au seuil linéaire au paragraphe III de cette partie. Worman (1971) est le premier à proposer une analyse faiblement non-linéaire ; il calcule les petites oscillations périodiques au voisinage du seuil dans le domaine fréquentiel par perturbation. Plus récemment de nombreux chercheurs ont développé des simulations dans le domaine temporel discret, permettant en particulier d'accéder à des régimes transitoires. Ce type de simulation, proposée initialement par Schumacher (1981) puis Mc Intyre et coll. (1983) conduit aujourd'hui au développement de nouveaux synthétiseurs basés sur ce formalisme ou sur un formalisme voisin.

Afin de prendre connaissance avec les divers modèles physiques utilisés dans la littérature, nous proposons au premier chapitre une présentation générale du principe de fonctionnement des instruments à vent : celui-ci repose sur un couplage entre deux parties supposées distinctes que sont le résonateur et le système excitateur. Le deuxième chapitre est consacré à la description des diverses parties constituant les instruments à anche simple. Pour chaque "sous-groupe", nous présentons les modèles usuels utilisés dans la littérature et faisons un bilan des

résultats expérimentaux les concernant. Nous dégageons un modèle physique dit "élémentaire". Ce modèle (et sa variante "basses fréquences") est le modèle de référence des études décrites dans les parties suivantes. Les méthodes de résolution et les solutions de ce dernier sont présentées au troisième chapitre où nous insistons sur les développements récents (Grand, 1994). Enfin le quatrième chapitre de cette partie est voué à la présentation des divers résultats expérimentaux concernant les instruments à anche simple en situation de jeu.

I . Physique des instruments de musique à vent à anche simple : généralités.

Les instruments à vent appartiennent à la famille des instruments pour lesquels une surpression statique imposée par l' instrumentiste (ou par une technique mécanique) génère un régime d' oscillations auto-entretenu. Ces instruments sont en général présentés en deux parties couplées : le résonateur et le système excitateur (cf. Figure I-1). Le résonateur, constitué du tuyau sonore (le corps de l' instrument), est un système passif, dont les propriétés acoustiques résultent de sa géométrie et des caractéristiques mécaniques et thermodynamiques du gaz qui l' emplit. L' excitateur est composé, pour les instruments à vent à anche simple, du système bec et anche.

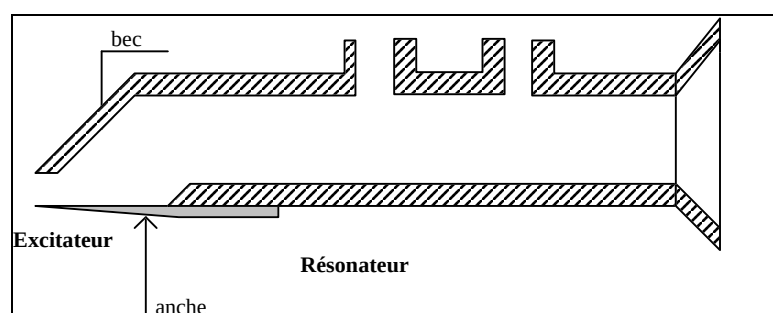


Figure I-1 : représentation schématique d' un instrument à vent à anche simple : système excitateur et résonateur.

Pour tous les instruments à vent sauf les flûtes, le système excitateur se comporte comme une source de débit modulé par un effet valve assuré par l' anche dans le cas des instruments à anche (par les lèvres de l' instrumentiste dans le cas des cuivres). En réponse à ce débit, le résonateur est le siège d' une pression contrôlant l' ouverture de cette valve dont la position peut être instable et l' instabilité de nature oscillante. Dans ce cas le couplage entre résonateur et excitateur peut aboutir à l' établissement d' oscillations périodiques stables (ou autres régimes d' oscillation, quasi-périodiques, par exemple) caractérisées par leur fréquence fondamentale et leur spectre en régime permanent.

La famille des instruments à vent est constituée des instruments à anche au sens large que sont les instruments à anche simple (clarinette, saxophone, bourdon d' orgues, accordéon, ...), à anche double (hautbois, basson), à anche lippale (cuivres) et des instruments à embouchure de flûte (flûte, tuyau d' orgue). Cependant, pour chacune de ces familles, les caractéristiques de

l' excitateur sont différentes et déterminent le mode de fonctionnement de l' instrument. Par exemple, le fonctionnement des tuyaux d' orgue à anche simple (bourdon) n' est pas identique à celui d' instruments tels que la clarinette ou le saxophone. Pour ce type d' instrument, la fréquence fondamentale du signal généré par l' auto-oscillation est proche de la première fréquence de résonance de l' anche (régime "in tempo" selon la terminologie de Bouasse, 1929). Les cuivres possèdent la propriété de produire un signal acoustique dont la fréquence fondamentale est à la fois contrôlée par les caractéristiques du tuyau et par la fréquence de résonance des lèvres de l' instrumentiste. Celles-ci peuvent d' ailleurs auto-osciller sans réaction acoustique du résonateur (technique du "buzz" bien connue des musiciens) à la façon des cordes vocales pour lesquelles l' effet du conduit vocal (résonateur assimilé à un filtre excité en oscillations forcées) est négligeable dans l' entretien de leurs oscillations. Enfin, pour les instruments à anche simple, la fréquence fondamentale des auto-oscillations se "cale" approximativement sur une des fréquences de résonance du tuyau, inférieure à la fréquence de résonance de l' anche (régime "résonateur" selon la terminologie de Bouasse (1929)).

Le système global est souvent représenté, sous forme d' un schéma-bloc, caractéristique d' un système non-linéaire asservi (cf. Figure I-2). La non-linéarité est, dans ce cas, supposée localisée à l' entrée de l' instrument (entrée du bec), ce qui permet cette représentation et facilite l' analyse de l' oscillateur auto-entretenu qui en résulte.

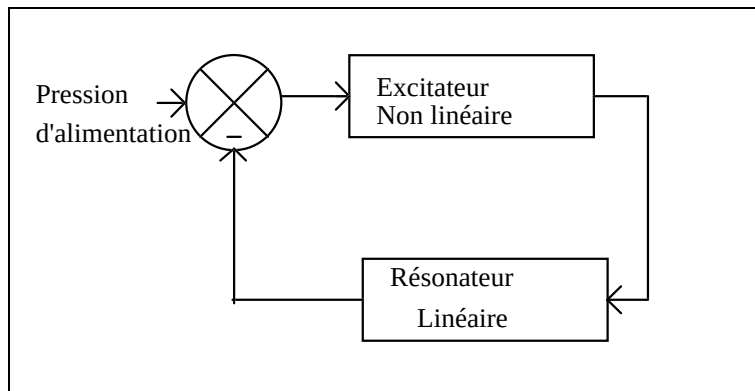


Figure I-2 : représentation d' un instrument à vent à anche simple comme un système non-linéaire asservi.

Les systèmes physiques présentés dans ce paragraphe étant des instruments de musique, il apparaît clairement que la quantité a priori intéressante est celle qui définit ce qu' un auditeur perçoit, c' est-à-dire la pression acoustique externe. Dans le cas des instruments à anche simple, la pression acoustique générée par l' auto-oscillation dans le tuyau sonore est rayonnée par les trous latéraux ouverts et par le pavillon. L' énergie rayonnée représente une petite quantité de l' énergie totale mise en jeu dans l' oscillation, tout au moins pour les basses fréquences du spectre. Le phénomène de rayonnement s' avère être un problème très complexe que nous ne nous attacherons pas à développer au cours de ce mémoire. Nous nous intéressons, dans tous les travaux présentés au cours de ce document, aux auto-oscillations des instruments à vent, décrites à l' aide des variables acoustiques internes. La connaissance de ces

dernières suffit pour une large part à déterminer le champ de pression rayonné à l' aide de la fonction de transfert existant entre l' intérieur et l' extérieur du résonateur. Nous ne nous attacherons pas à détailler cette fonction de transfert mais signalons que dans le cas des instruments à trous latéraux, elle est difficile à évaluer. En effet, le son est rayonné, non seulement par le pavillon, mais aussi par les trous latéraux ouverts, ce qui rend les diagrammes de directivité très complexes. Nous invitons le lecteur intéressé à consulter les travaux de Benade (1985) et de Kergomard (1981).

II. Modélisation physique : d'une description détaillée à un modèle élémentaire.

II.1. Le système excitateur.

II.1.1. L'anche.

Description.

L' anche de clarinette ou de saxophone est un simple oscillateur mécanique, qui en vibrant agit comme une soupape et module le débit d' air entrant dans le bec. Elle est constituée d' une mince lame fixée au bec à l' aide d' une ligature. Les matériaux utilisés pour sa construction sont en général des matériaux composites naturels anisotropes (roseau), ce qui rend son comportement mécanique très complexe (cf. Heinrich, 1986, pour les anches doubles). Marandas et coll. (1994) montrent que le comportement de l' anche peut être assimilé à un comportement de type viscoplastique, intervenant notamment pour des anches mouillées. En effet le comportement mécanique du roseau mouillé diffère notablement de celui du roseau sec. De nouvelles technologies permettent aujourd' hui de fabriquer des anches à l' aide de matériaux de synthèse dont les caractéristiques mécaniques se rapprochent de celles du roseau. En ce qui concerne sa géométrie, l' anche est taillée de telle façon que son épaisseur varie continûment en fonction de sa largeur et de sa longueur. Seule la face inférieure est plane. Afin de caractériser l' anche globalement, les fabricants désignent l' anche par sa "force", exprimée en général à l' aide d' un numéro. Ce numéro correspond grossièrement à la raideur statique du système mécanique constitué par l' anche. En situation de jeu réelle, l' anche est fixée au bec à l' aide de la ligature et les conditions aux limites spatiales permettant de caractériser son comportement mécanique sont les suivantes :

- pour de grandes amplitudes de déplacement, la position de l' anche vers l' intérieur du bec est imposée par la table de ce dernier (phénomène d' enroulement) dont la forme peut être complexe, on parle dans ce cas d' anche fermée. Les fabricants de becs caractérisent en général la géométrie du bec à l' aide de deux paramètres, la longueur de la table et l' ouverture.
- pour une embouchure donnée, la lèvre inférieure du musicien impose une condition aux limites (ce contact s' effectue sur une certaine surface), variant en fonction du jeu de l' instrumentiste. En effet, pour chaque note, le musicien peut modifier légèrement son

embouchure pour corriger les défauts de hauteur ou de timbre qu' il perçoit. La lèvre du musicien est certainement ce qui caractérise l' effet principal d' amortissement appliqué à l' anche, l' amortissement intrinsèque du matériau constituant l' anche (roseau) étant sans doute négligeable vis-à-vis de celui imposé par la lèvre.

Oscillateur mécanique équivalent.

Une première façon d' aborder la modélisation du système anche-bec-musicien est celle proposée par Stewart et Strong (1980). Ceux-ci assimilent l' anche à une poutre isotrope encastrée, de section variable, qui s' enroule sur la table du bec. Le mouvement d' un tel système est décrit par :

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[E_a I_a(x) \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} \right] + R_a \frac{\partial y(x,t)}{\partial t} + \rho_a A_a \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} = f_a(x,t) \quad (I-1a),$$

où E_a représente le module d' Young de l' anche supposée homogène, $I_a(x)$ le moment d' inertie de la poutre modélisant l' anche, R_a le coefficient d' amortissement fluide, ρ_a la masse volumique de l' anche et A_a sa section transversale. $f_a(x,t)$ est la force linéique appliquée à la poutre.

Les solutions de l' équation (I-1a) sont connues pour chaque position x et chaque instant t à l' aide d' une résolution numérique utilisant une discrétisation spatiale et temporelle. La lèvre de l' instrumentiste est modélisée par un amortissement localisé spatialement sur une partie de la poutre de longueur vibrante de l' ordre de 5 mm. Lors du mouvement de cette poutre, le phénomène d' enroulement est pris en compte en supposant que le contact poutre-table du bec est un choc inélastique. La caractéristique déplacement force appliquée est alors non-linéaire pour les grands déplacements vers l' intérieur du bec.

Afin de dégager les propriétés essentielles à la compréhension de l' instrument à anche en auto-oscillation, l' anche est souvent assimilée à un système mécanique plus classique. Dans le cas des instruments à anche simple, la fréquence fondamentale des auto-oscillations est inférieure à la première fréquence propre de l' anche, on peut considérer cette dernière comme un simple ressort défini par sa raideur ou sa compliance (hypothèse "basses fréquences"). Pour des fréquences plus élevées (registre aigu), la fréquence propre de l' anche peut avoir une influence sur l' oscillation (Thompson, 1979). Dans ce cas, son comportement mécanique est supposé linéaire, elle est assimilée à un oscillateur harmonique à un degré de liberté défini par un ensemble de paramètres équivalents. L' équation décrivant le comportement de l' extrémité de l' anche s' écrit :

Partie A.

$$m_a \frac{d^2 y(L, t)}{dt^2} + \alpha_a \frac{dy(L, t)}{dt} + k_a y(L, t) = F_a, \quad (I-1b)$$

où m_a , α_a , k_a représentent respectivement la masse, l' amortissement, la raideur équivalents à l' anche en situation de jeu. F_a représente l' ensemble des forces appliquées sur l' anche, $y(L, t)$ la position de l' extrémité de l' anche. Il est important de noter que ces paramètres sont des quantités équivalentes mesurées ou calculées à partir d' une description complète de la mécanique de l' anche. Ces derniers sont d' ailleurs calculés dans le cas d' une anche assimilée à une poutre isotrope, encastree, de section constante, à l' annexe A de ce mémoire.

Débit d' anche.

Lors de son mouvement, l' anche contrôle le débit entrant dans le bec et déplace une quantité d' air, appelée ici débit d' anche (débit déplacé ou "pompe" par l' anche), noté U_a qui est défini, dans un souci de simplicité, par :

$$U_a(t) = S_a \frac{dy(t)}{dt} \quad (I-2).$$

S_a est la surface efficace de l' anche, définie par Thompson (1979) comme suit par :

$$S_a = \frac{b \int_0^L \frac{\partial y(x, t)}{\partial t} dx}{\frac{dy(L, t)}{dt}} \quad (I-3).$$

Cette surface dépend ainsi de l' allure de la déformée de l' anche lors de son mouvement et n' est a priori pas identique à la surface totale de l' anche. Cette notion de débit d' anche permet de définir l' impédance d' anche, notée Z_a , rapport de la pression acoustique dans le bec et du débit d' anche U_a .

Anche plaquée ou enroulée.

Pour des oscillations de grande amplitude, on peut observer expérimentalement (Gilbert, 1991) que l' anche s' enroule jusqu' à être plaquée sur la table du bec sur une durée non négligeable de chaque période. Dans ce cas, l' air ne peut plus pénétrer à l' intérieur du bec et la vitesse de l' anche est nulle sur la partie en contact avec le bec. En première approximation, cet effet est caractérisé en supposant que l' oscillateur harmonique équivalent à l' anche occupe la position $-H$ (H représente l' ouverture du bec en l' absence de pression d' alimentation, cf. Figure A-1, annexe A) pour toute position y inférieure à $-H$ et que le débit U_a est nul. L' anche est modélisée par un oscillateur harmonique dont la position est limitée dans l' espace. Le

phénomène de plaquage est assimilé à un choc inélastique, dans ce cas, on parle d' oscillations "anche battante" pour lesquelles une forte non-linéarité est induite entre la force appliquée et le déplacement de l' extrémité de l' anche (cf. Figure I-3).

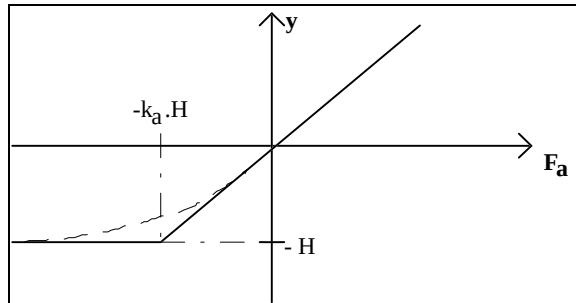


Figure I-3 : allure de la relation déplacement force pour une anche assimilée à un ressort en condition "anche battante" (trait continu) ou en condition d' enroulement (tiret).

Les allures temporelles des signaux de position de l' extrémité de l' anche mesurés (Backus, 1961 ; Meynial, 1988 ; Gilbert, 1991 ; Idogawa, 1993) montrent que l' hypothèse "anche battante" est finalement une assez bonne approximation du phénomène d' enroulement. Néanmoins, en réalité, la discontinuité de la dérivée $\frac{dy(L,t)}{dF_a(t)}$ est atténuée par la forme courbée de la table du bec. Lors de simulations numériques, cette discontinuité conduit à des problèmes qu' il est possible de supprimer en choisissant une fonction de lissage schématisant le phénomène d' enroulement (cf. Figure I-3). La prise en compte de cet enroulement n' est d' ailleurs pas sans conséquence sur le calcul des régimes d' oscillation de certaines notes : lors de synthèses, Ducasse (1990) montre que ce phénomène est essentiel pour contrôler la bonne émission des notes graves du saxophone. Nous modélisons le phénomène d' enroulement dû à la table du bec de façon théorique en assimilant l' anche à une poutre isotrope encastree, et le profil du bec à un cercle, à l' annexe A de ce mémoire. Ce phénomène est décrit à l' aide d' un oscillateur harmonique équivalent à la poutre dont les paramètres (masse, raideur,...) varient en fonction de la position de l' extrémité de la poutre.

II.1.2. L' hydrodynamique de l' écoulement à l' entrée du bec.

Le comportement du jet entrant dans le bec est ce qui détermine la non-linéarité essentielle du système bouclé équivalent (cf. Figure I-2), tout au moins pour les instruments à anche simple. La modélisation de cet élément est donc importante pour une analyse correcte des régimes d' oscillation. De plus, le contenu spectral et l' enveloppe temporelle de la pression acoustique interne dépendent de cette caractéristique.

N.B. Les résultats présentés dans ce paragraphe sont essentiellement extraits de Hirschberg et coll. (1991 et 1994a).

Écoulement à l' entrée du bec en régime stationnaire.

Les travaux entrepris sur ce sujet s'attachent d'abord à caractériser le comportement du jet en régime stationnaire. En général, l'écoulement peut être supposé non visqueux et incompressible mais la prise en compte des couches limites visqueuses est indispensable pour expliquer la formation d'un jet au niveau de la sortie du canal formé par l'anche et la surface du bec (cf. Figure I-4).

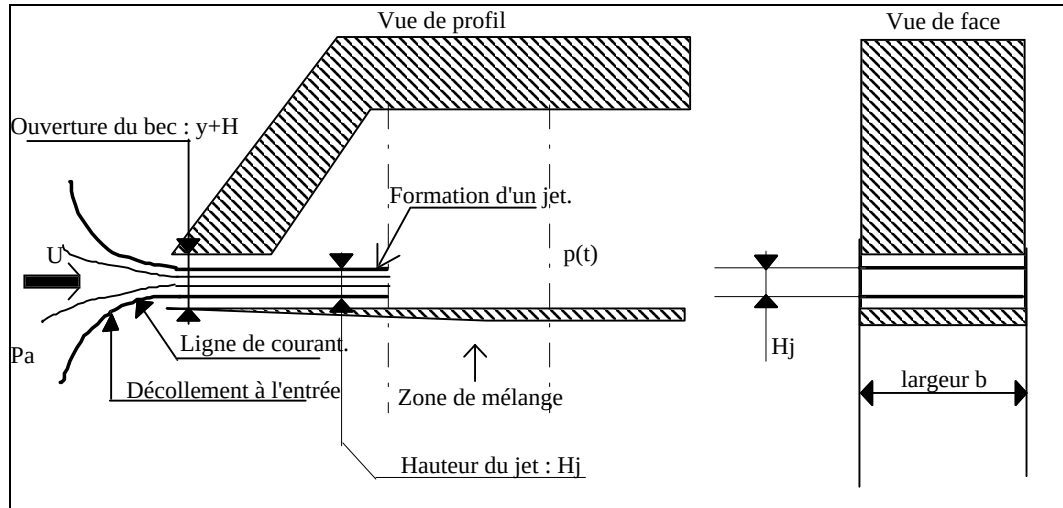


Figure I-4 : formation de jet à la sortie du canal anche-table du bec pour un écoulement stationnaire sans décollement (d'après Hirschberg et coll., 1990).

Le jet formé, de hauteur H_j directement corrélée avec l'ouverture $y+H$, se transforme en sortant du canal, en un écoulement turbulent dans une "zone de mélange" où il y a perte de charge et conservation du débit. Le débit est alors réparti sur la section d'entrée du résonateur. Le débit entrant dans le bec est directement déduit, à chaque instant, de la relation de Bernoulli en régime stationnaire :

$$U(t) = b \cdot H_j \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho} (P_a - p(t))} \quad (\text{I-4a}).$$

où b est la largeur de l'anche (voire une largeur effective si on prend en compte les ouvertures latérales), et bH_j la section de passage du jet. En résumé, pour ce type d'écoulement, la pression d'alimentation P_a contrôle la vitesse, la hauteur du jet contrôle le débit. En fait, la section de passage offerte au jet est constituée de deux parties distinctes qui sont la section frontale définie par la largeur b et par l'ouverture $(y+H)$ et la section latérale existant entre l'anche et le profil du bec. Tout d'abord, la section de passage de l'air est assimilée à la section frontale, la hauteur du canal est supposée constante sur toute sa longueur.

Les résultats expérimentaux découlant de mesures sur des géométries simplifiées à deux dimensions (hauteur du canal et longueur du canal) montrent que la formation de jet existe

aussi à l' entrée du canal et que la hauteur du jet dépend du rapport entre l' ouverture du bec ($y+H$) et la longueur du canal. Pour de grandes ouvertures, un jet de hauteur H_j inférieure à la hauteur du canal ($y+H$) se forme : il y a existence d' une vena-contracta définie par le coefficient α tel que $H_j = \alpha(y+H)$. Ce coefficient dépend fortement de la géométrie de l' entrée, et en particulier des "angles d' attaque". Pour de faibles ouvertures, après un écoulement avec décollement sur une longueur d' environ $(y+H)$, le jet se recolte sur les parois du canal. Sur cette distance, le comportement du jet peut être assimilé à un écoulement de Poiseuille (Hirschberg et coll., 1990) (cf. Figure I-5).

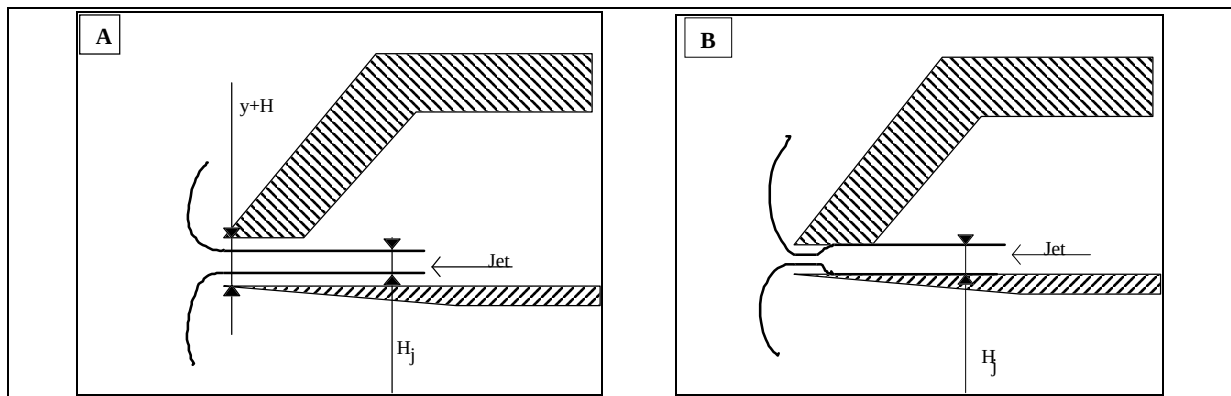


Figure I-5 : comportement du jet en régime stationnaire pour diverses configurations du canal anche-table du bec. Cas A : existence d' une vena-contracta ; formation d' un jet sans recollement. Cas B : recollement du jet après écoulement avec décollement.

La géométrie du canal impose, de plus, la condition de décollement de jet à la sortie du canal (cf. Figure I-6). Dans un cas, le point de décollement du jet est parfaitement déterminé par la géométrie du bec, dans l' autre le point de décollement n' est pas fixé. Des études récentes abordent ce problème pour des applications voisines (cordes vocales et lèvres, Pelorson et coll., 1994).

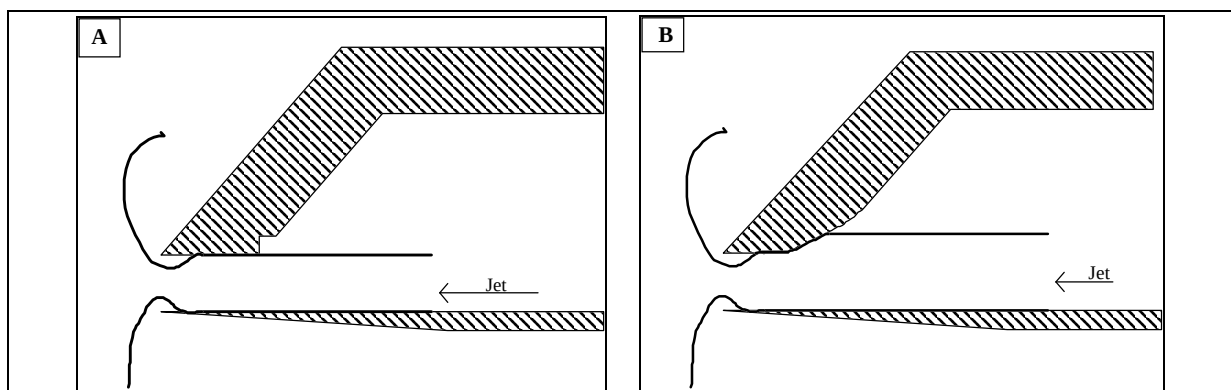


Figure I-6 : influence de la géométrie du bec sur le point de décollement du jet (d' après Hirschberg, 1994b). Cas A : point de décollement fixé par la géométrie interne du bec. Cas B : point de décollement non fixé.

Partie A.

Des mesures effectuées sur des géométries réelles (Maurin, 1992 ; Valkering, 1993) donnent des résultats proches de ceux obtenus sur géométrie simplifiée. Les effets de la section latérale sont, dans ce cas, difficiles à estimer mais ne semblent pas modifier la nature des comportements. La prise en compte d' une surface équivalente dépendant de la surface frontale et de la surface latérale (Waeffler, 1992 ; Hirschberg et coll., 1994a) permettrait d' interpréter les résultats semi-empiriques obtenus par Backus (1963) et Nederveen (1969) :

$$U = D.(y + H)^{4/3}(P_a - p)^{2/3} \quad (I-4b).$$

où D est une constante. Cependant, les mesures de petites ouvertures sur des becs réels sont difficiles à réaliser avec une grande fiabilité. Les valeurs des puissances appliquées à $(y+H)$ et (P_a-p) peuvent ainsi être entachées d' une incertitude non négligeable.

Ecoulement à l' entrée du bec en régime dynamique.

Les études entreprises en régime stationnaire permettent la compréhension quantitative des phénomènes intervenant au niveau du canal d' entrée du système bec-anche. Cependant, elles ne suffisent pas à connaître le comportement de l' écoulement en régime dynamique, utile pour une modélisation du système exciteur en situation de jeu. Dans ce cas, Backus (1963), Fletcher (1979), Schumacher (1981), Keefe (1992), utilisent un modèle tenant compte du terme d' inertie dû à la masse d' air m_{hyd} dans le canal.

$$P_a - p(t) = \frac{1}{2} \rho \left[\frac{U(t)}{(y + H)b} \right]^2 + m_{hyd} \frac{dU(t)}{dt} \quad (I-4c)$$

On peut noter que m_{hyd} est estimé à partir de mesures (Backus, 1963) ou d' analogie avec un diaphragme (Schumacher, 1981) reposant sur une hypothèse acoustique (faibles amplitudes, pas d' écoulement moyen) entraînant une surestimation de ce terme déjà négligeable (Nederveen, 1969).

Les mesures réalisées en régime dynamique par Meynial (1988), Gilbert (1989), Maurin (1992) à partir d' une bouche artificielle décrite à l' annexe C2 ne permettent pas de confirmer ou d' infirmer quantitativement les conclusions tirées des études en régime stationnaire. La difficulté à mettre en oeuvre des techniques expérimentales fiables ne permet pas de dégager un modèle évolué et satisfaisant en régime dynamique.

Force hydrodynamique ou force de Bernoulli.

L' anche est soumise à une force hydrodynamique répartie, résultant de la différence des champs de pression de part et d' autre de ses deux faces ; la force hydrodynamique est donnée en bonne approximation par :

$$F_{hyd}(t) = b \int_0^L [p(x, t) - P_a(x, t)] dx, \quad (I-5a)$$

où b est la largeur de l' anche, $p(x, t)$ la pression dans le bec, $P_a(x, t)$ la pression d' alimentation dans la cavité buccale et L la longueur libre de l' anche. En régime dynamique, notons que si le champ de pression et donc F_{hyd} ne dépendent que de l' ouverture, cette force ne travaille pas et ne peut entretenir l' oscillation de l' anche.

Par analogie avec l' étude des cordes vocales, Worman (1971) et Schumacher (1981) proposent une force additionnelle appelée "force de Bernoulli" qui reposerait sur le recouvrement partiel de la pression après la sortie du canal anche-table. Hirschberg (1990) souligne que l' hypothèse employée par Worman (1971) pour calculer la force de Bernoulli (application de la relation de Bernoulli au delà du canal anche-table) n' est pas cohérente avec l' hypothèse de formation de jet à la sortie de ce dernier.

Une modélisation "raisonnable".

La compréhension du comportement de l' écoulement entrant dans le bec s' avérant incomplète à l' heure actuelle en régime dynamique, Hirschberg et coll. (1994a) suggère l' utilisation d' un modèle simple. Un tel modèle, utilisé couramment (Wilson et Beavers, 1974 ; Eliott et Bowsher, 1982 ; Saneyoshi et coll., 1987 ; Fletcher, 1992) suppose un écoulement peu visqueux, incompressible et quasi-stationnaire avec séparation et formation de jet en sortie du canal. De plus le canal est supposé être de hauteur $y+H$ constante sur sa longueur, la hauteur H_j du jet identique à la hauteur du canal. Un tel comportement est décrit par :

$$U = b.(y + H) \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho} (P_a - p)}. \quad (I-5b)$$

La conservation du débit en régime dynamique s' écrit comme suit (cf. Figure I-7) :

$$U = U_e + U_a \quad (I-5c)$$

et $U = 0$ si l' anche est plaquée.

Partie A.

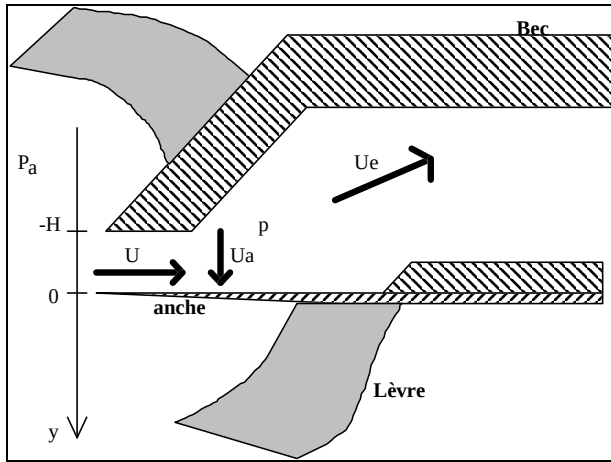


Figure I-7 : conservation des débits. Le débit U entrant dans le bec est égal à la somme du débit "pompe par l' anche" U_a et du débit entrant dans le résonateur U_e .

Dans la suite de ce document, la relation (I-5b) est notée $U = NL[\Delta p, y]$ où $\Delta p = P_a - p$.

En régime stationnaire, la pression étant supposée uniforme dans le bec et la hauteur du canal constante sur sa longueur, la force de Bernoulli décrite ci-dessus est la force hydrodynamique appliquée sur l' anche, donnée par :

$$F_{hyd} = -S_{hyd} \cdot (P_a - p) \quad (I-6).$$

La surface S_{hyd} n' est pas la surface réelle de l' anche, ni a priori la surface efficace de l' anche décrite au paragraphe II.1.1., mais une surface équivalente que nous définissons précisément à l' annexe A de ce mémoire dans l' hypothèse d' une anche modélisée par une poutre isotrope encastrée à section constante.

II.2. Le résonateur.

II.2.1. Un guide d' ondes dans le cadre de l' acoustique linéaire.

Impédance d' entrée.

Dans l' hypothèse de pressions acoustiques de faibles amplitudes dans le résonateur, le comportement acoustique de ce dernier est supposé linéaire. Le résonateur, alors vu comme un filtre, est décrit par son impédance d' entrée, c' est-à-dire sa fonction de transfert entre le débit entrant et la pression dans le bec :

$$Z_e(j\omega) = \frac{p(j\omega)}{U_e(j\omega)}. \quad (I-7a),$$

Dans le domaine temporel, il est caractérisé par sa réponse impulsionnelle $g(t)$, transformée de Fourier inverse de $Z_e(j\omega)$.

$$p(t) = g(t) * U_e(t) = \int_{-\infty}^{\infty} g(\tau) \cdot U_e(t - \tau) d\tau \quad (I-7b)$$

Pour des résonateurs de forme simple, l'impédance est connue analytiquement. Par contre il est nécessaire de la mesurer ou de la calculer numériquement pour des tuyaux aux formes plus complexes. Les moyens couramment utilisés sont les ponts de mesure d'impédance (Benade, 1973 ; Backus, 1974 ; Caussé et coll., 1984 ; Benade et Ibisi, 1985 ; Gibiat, 1990 ; Dalmont et Bruneau, 1991) ou les programmes de calcul d'impédance d'entrée (Plitnik, 1979 ; Kergomard, 1981 ; Keefe, 1981 ; logiciel Resonans). En outre les caractéristiques du résonateur peuvent être connues à l'aide de mesures dans le domaine temporel (Campbell et coll., 1994 ; Watson et Bowsher, 1988).

Fonction de réflexion en ondes planes

Pour les résonateurs couramment appliqués à la facture instrumentale, l'étude de la propagation des ondes acoustiques dans ces guides d'ondes est généralement réalisée en supposant une propagation du premier mode acoustique, le mode plan. Cette hypothèse est bien sûr valide, dans les guides cylindriques, pour des fréquences inférieures à la première fréquence de coupure f_c , définie par $f_c = \frac{1,84 \cdot c}{2\pi R}$ où R est le rayon du guide et c la célérité du son. Pour les guides non cylindriques, Kergomard (1981) propose un critère de validité du modèle onde plane reposant sur les données géométriques du résonateur. Pour les instruments réels, le résonateur n'est bien sûr pas constitué d'un simple guide cylindrique mais peut comprendre une série de trous latéraux, un pavillon. Ces éléments provoquent une série de discontinuités et sont générateurs de modes évanescents (cf. par exemple Keefe, 1982 ; Khettabi, 1994). L'hypothèse "ondes planes" est alors valide sur une largeur de bande fréquentielle plus faible. Dans le domaine de validité de l'approximation ondes planes, le comportement acoustique du résonateur peut être caractérisé par le coefficient de réflexion en ondes planes, défini par :

$$R_p(j\omega) = \frac{Z_e(j\omega) - Z_c}{Z_e(j\omega) + Z_c}, \quad (I-7c)$$

où Z_c représente l'impédance caractéristique d'un résonateur cylindrique de section S identique à la section d'entrée du résonateur étudié, définie par $Z_c = \frac{\rho c}{S}$. En considérant une onde aller $p_+(t)$ et une onde retour $p_-(t)$ dans le résonateur telles que :

$$p_-(t) = r_p(t) * p_+(t),$$

où $r_p(t)$ est la transformée de Fourier inverse de $R_p(j\omega)$, et définies par :

$$\begin{aligned} p(t) &= p_+(t) + p_-(t) \\ Z_c U(t) &= p_+(t) - p_-(t), \end{aligned}$$

la relation (I-7a) peut s' écrire, dans le domaine temporel, dans le cadre de l' approximation des ondes planes :

$$p(t) = r_p(t) * [p(t) + Z_c U_e(t)] + Z_c U_e(t) \quad (I-7d).$$

L' expression (I-7d) ci-dessus est alors très utilisée à des fins de simulation (Schumacher, 1981 ; Mc Intyre, 1983 ; Keefe, 1992). Le support temporel de la fonction de réflexion étant plus court que celui de la réponse impulsionnelle, les temps de calcul sont considérablement diminués. Pour une présentation détaillée de la fonction de réflexion, on pourra se reporter à Kergomard (1994).

N.B. Dans l' expression (I-7d) ci-dessus, nous supposons que la célérité du son ne dépend pas de la fréquence (pas de dispersion). Par conséquent, l' impédance caractéristique Z est une constante.

Influence de la cavité buccale, du couplage fluide structure, de l' écoulement moyen.

Dans le cadre de l' approximation linéaire, toute l' information décrivant le comportement du résonateur est contenue dans le terme d' impédance $Z(j\omega)$. Cette impédance peut tenir compte de facteurs extérieurs à la colonne d' air tels que la cavité buccale de l' instrumentiste et la vibration mécanique des parois du résonateur. Les effets de la cavité buccale sont discutés par Clinch et coll. (1982), Backus (1985), Johnston et coll., (1986). La cavité buccale apparaît comme un deuxième résonateur, placé en amont de l' instrument, à l' intérieur duquel la pression acoustique n' est pas négligée devant la pression acoustique à l' entrée de l' instrument. Les résultats présentés dans la littérature y sont quelquefois contradictoires et à notre connaissance il n' existe pas encore de confrontation théorie expérience caractérisant ces effets particuliers. Les travaux préliminaires entrepris sur le couplage entre la colonne d' air et la vibration mécanique des parois d' un résonateur de forme simple (Backus, 1965 ; Gautier, 1994) montrent que, dans des cas très particuliers, le couplage fluide structure décale les fréquences de résonances du résonateur. Des résultats expérimentaux convaincants sur le sujet appliqués aux instruments à vent nous sont aujourd' hui inconnus. Enfin l' écoulement moyen de l' air dans le résonateur a une influence sur l' impédance d' entrée. Backus (1964) montre que

cet écoulement agit principalement sur le facteur de qualité et sur la fréquence de résonance des pics de résonance de l'impédance d'entrée.

II.2.3. Non-linéarités dans un guide d'ondes.

Lors du fonctionnement "normal" d'un instrument tel que la clarinette, les niveaux acoustiques dans le bec atteignent des valeurs de l'ordre de 160 dB, laissant penser que l'approximation de l'acoustique linéaire dans le résonateur n'est plus valide. Certaines expériences mettent en évidence des problèmes, pouvant être liés aux phénomènes de propagation non-linéaire et autres non-linéarités localisées telles que celles existant au niveau d'orifices percés dans un tuyau (cf. Ingard et Ising, 1967) : Nederveen (1969) et Keefe (1983) montrent que deux résonateurs d'impédances d'entrée supposées identiques, différents simplement par la hauteur des trous latéraux, ne se comportent absolument pas de façon similaire s'ils sont utilisés en "régime clarinette". Pour l'un des deux, dont la hauteur des trous latéraux est très faible, l'émission d'un son est très difficile. Pour l'autre, le fonctionnement est proche de celui de la clarinette. Hirschberg et coll. (1991) discute des effets de vortex induits au niveau de la terminaison et des trous latéraux d'un résonateur en présence d'un écoulement moyen dans les termes de la théorie aéroacoustique de Howe (1975). Pour les résonateurs de type cuivres, des ondes de choc dues à la non-linéarité de propagation apparaissent (Hirschberg et coll., 1994a). A partir de confrontations entre pressions internes et externes pour les cuivres, Beauchamp (1980) a également évoqué ces phénomènes. Ceci est apparemment moins spectaculaire sur les signaux de pression acoustique de la clarinette. Néanmoins, pour faire évoluer le modèle physique et prendre en compte les effets de phénomènes subtils tels que ceux décrits au paragraphe précédent, il faudra étudier en détail les différentes caractéristiques non linéaires décrites ici. Malgré tout, le choix d'un modèle global reposant sur l'hypothèse d'une non linéarité localisée et d'un résonateur au comportement linéaire est déjà perceptivement intéressant pour des simulations dédiées à l'obtention d'une synthèse sonore réaliste (Ducasse, 1990).

II.3. Un modèle physique élémentaire.

Pour terminer ce chapitre consacré à la description physique des instruments à anche simple, nous retenons un modèle physique dit "modèle élémentaire", utilisé comme référence tout au long de ce mémoire. Les composantes du système excitateur et du résonateur sont modélisées comme suit (cf. Figure I-8).

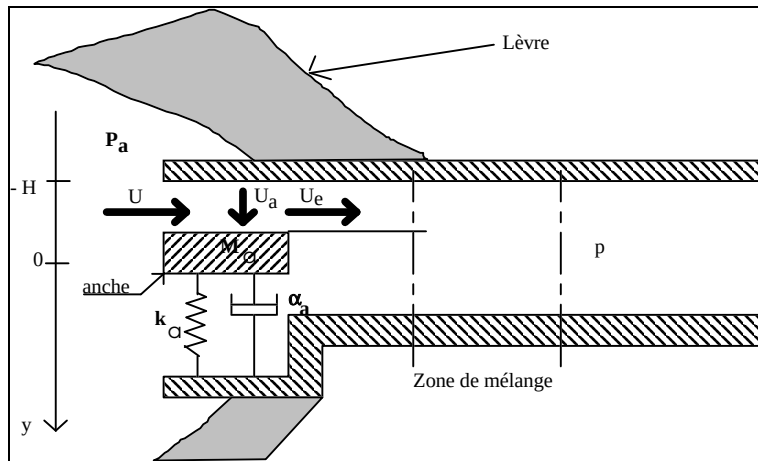


Figure I-8 : représentation schématique de l'entrée d'un instrument à anche simple à partir du modèle élémentaire.

Ce modèle élémentaire est décrit à partir de deux variables acoustiques p et U et d'une variable géométrique y . Les deux variables acoustiques p et U sont définies au niveau de l'entrée du résonateur. Dans la suite de ce document, l'entrée du résonateur est définie comme étant l'entrée du bec. La géométrie de ce dernier étant relativement complexe, il est assimilé à une pièce cylindrique de diamètre égal au diamètre de la partie cylindrique du bec (typiquement 15 mm pour la clarinette et 16 mm pour le saxophone alto) et de volume égal au volume du bec.

Le modèle élémentaire.

Le modèle élémentaire repose sur les hypothèses suivantes :

- L'anche est assimilée à un oscillateur harmonique excité par la force hydrodynamique F_{hyd} définie par l'expression (I-6). La surface S_{hyd} intervenant dans le calcul de la force hydrodynamique permet de définir une masse surfacique, notée μ_a , équivalente à l'anche et définie par $\mu_a = \frac{m_a}{S_{\text{hyd}}}$.

L'équation décrivant le comportement de l'anche s'écrit ainsi (Wilson et Beavers, 1974 ; Thompson, 1979 ; Schumacher, 1981 ; Saneyoshi et coll., 1987 ; Fletcher, 1990 ; Keefe, 1992) :

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + g_a \frac{dy(t)}{dt} + \omega_a^2 y(t) = -\frac{\Delta p}{\mu_a}, \text{ où} \quad (\text{I-8a})$$

$g_a = \frac{\alpha_a}{m_a}$, et $\omega_a^2 = \frac{k_a}{m_a}$. On parle alors de régime d'oscillation en "anche battante" lorsque à certains instants $p(t)$ vérifie $p - P_a = -\Delta p \geq P_p$ où $P_p = \mu_a \omega_a^2 H$: l'anche est plaquée sur la table du bec ($y = -H$) et le débit entrant dans le bec est nul.

- L' air entrant dans le bec est assimilé à un écoulement peu visqueux quasi-stationnaire sans décollement à l' entrée. L' expression du débit entrant est donnée par (cf. relation I-5b) :

$$U(t) = b.[y(t) + H]\sqrt{\frac{2}{\rho}[P_a - p(t)]} = NL[\Delta p(t), y(t)] \quad (I-8b)$$

- Les caractéristiques du résonateur sont supposées linéaires. Ce dernier est ainsi représenté à l' aide de son impédance d' entrée $Z_e(j\omega)$ dans le domaine fréquentiel, de sa fonction de réflexion $r_p(t)$ dans le domaine temporel.
- L' influence de la cavité buccale de l' instrumentiste n' est pas prise en compte ; la pression acoustique à l' intérieur de celle-ci est supposée nulle.

Le modèle élémentaire est ainsi décrit par le système d' équations :

$$p(j\omega) = Z_e(j\omega)U_e(j\omega), \quad (I-9a)$$

$$U(t) = NL[\Delta p(t) ; y(t)], \quad (I-9b)$$

$$U(j\omega) = U_e(j\omega) + U_a(j\omega) = \left[\frac{1}{Z_e(j\omega)} + \frac{1}{Z_a(j\omega)} \right] p(j\omega), \quad (I-9c)$$

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + g_a \frac{dy(t)}{dt} + \omega_a^2 y(t) = -\frac{\Delta p}{\mu_a}. \quad (I-9d)$$

où Z_a est l' impédance d' anche. Si l' anche est assimilée à une simple raideur, son admittance Y est purement capacitive et définie par :

$$Y_a(j\omega) = \frac{1}{Z_a(j\omega)} = j\omega \frac{S_a}{\mu_a \omega_a^2}. \quad (I-10a)$$

Si l' anche est modélisée par un oscillateur linéaire à un degré de liberté, l' admittance d' anche est :

$$Y_a(j\omega) = \frac{j\omega S_a}{\mu_a (\omega_a^2 - \omega^2 + j\omega g_a)} \quad (I-10b)$$

Un tel système d' équations est souvent représenté (cf. Figure I-9) sous la forme d' un système asservi (Benade et Gans, 1968 ; Elliot et Bowsher, 1982), schéma fonctionnel utilisé pour l' étude du comportement de l' instrument au seuil linéaire (seuil d' instabilité local de la position d' équilibre) défini et discuté au paragraphe III.1.

Partie A.

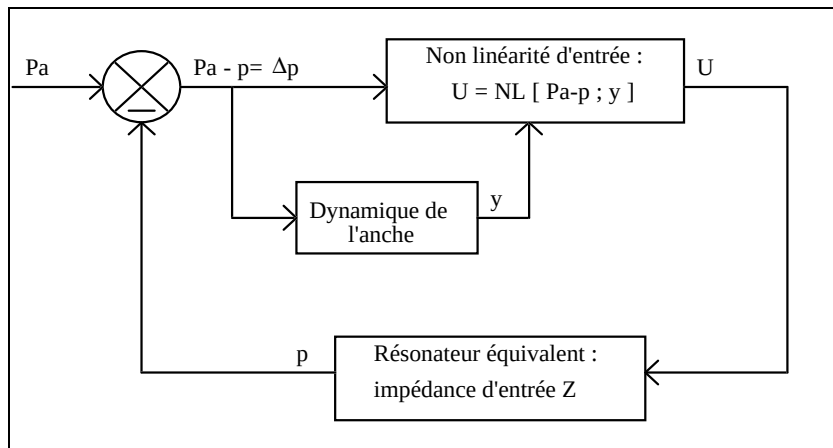


Figure I-9 : le modèle élémentaire vu comme un système asservi non-linéaire. L' impédance équivalente Z est définie par $Z = \frac{Z_e Z_a}{Z_e + Z_a}$.

En posant

$\xi_a(t) = y(t) + \frac{P_a}{\mu_a \omega_a^2}$, le mouvement de l' anche peut être écrit sous la forme suivante :

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \xi_a(t) \\ U_a(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{S_a} \\ -S_a \omega_a^2 & -g_a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \xi_a(t) \\ U_a(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{S_a p(t)}{\mu_a} \end{pmatrix}. \quad (I-10c)$$

De plus, la condition anche battante impose :

$$U(t) = 0 \text{ et } \begin{pmatrix} y(t) \\ U_a(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -H \\ 0 \end{pmatrix} \text{ si } y(t) \leq -H.$$

Cette écriture est utilisée dans la partie B de ce mémoire (simulations numériques dans le domaine temporel des instruments à anche simple) afin d' obtenir un système d' équations discrètes représentant le comportement de l' anche.

Modèle élémentaire "basses fréquences".

Ce modèle élémentaire peut être transformé en un modèle dit modèle "basses fréquences" en assimilant l' anche à un simple ressort (cf. § II.1.1.) dont le débit d' anche U_a est nul. Le système d' équations (I-9) se simplifie en deux équations couplées avec pour inconnues $p(t)$ et $U(t)$:

$$p(j\omega) = Z_e(j\omega).U(j\omega), \quad (I-11a)$$

$$U(t) = \frac{b}{\mu_a \omega_a^2} [p(t) - P_b] \sqrt{\frac{2}{\rho}} [P_a - p(t)], \quad (I-11b)$$

où $P_b = P_a - \mu_a \omega_a^2 H$ est la pression "anche battante" : la condition anche battante est remplie pour $p(t) \leq P_b$, le débit entrant dans le bec est nul. (cf. Figure I-10). Dans cette hypothèse, la relation décrivant le comportement du jet entrant dans le bec est une relation instantanée de la pression (le débit et la pression sont toujours en phase). Sinon, le débit entrant dans le bec est une fonction du saut de pression Δp et du déplacement de l'extrémité de l'anche.

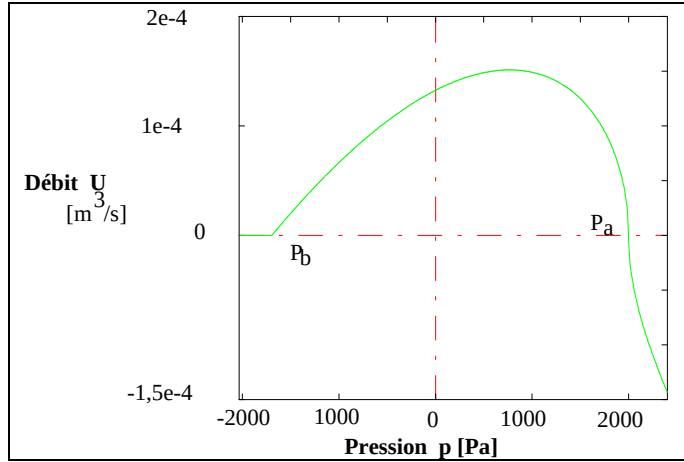


Figure I-10 : allure de la relation instantanée (I-11b) pression-débit dans le bec d'un instrument à anche simple (cas de la modélisation basses fréquences).

III. Méthodes de résolution et régimes d'oscillation.

III.1. Position d'équilibre et "seuil linéaire".

Existence de la position d'équilibre

Le système d'équations (I-9) admet une solution singulière indépendante du temps correspondant à une pression p° acoustique nulle dans le bec, un débit constant entrant dans le bec U° , et une position d'équilibre y° de l'anche :

$$\begin{cases} y^\circ = -\frac{P_a}{\mu_a \omega_a^2} \\ U^\circ = b \left(H - \frac{P_a}{\mu_a \omega_a^2} \right) \sqrt{\frac{2P_a}{\rho}} = \frac{b}{\mu_a \omega_a^2} (P_p - P_a) \sqrt{\frac{2P_a}{\rho}} \\ p^\circ = 0 \end{cases} \quad (I-12)$$

Notons que dans le cadre du modèle élémentaire, pour une pression d'alimentation supérieure à $P_p = \mu_a \omega_a^2 H$, dite "pression de plaquage", l'anche est plaquée ($y = -H$), le débit entrant dans le bec est nul.

Partie A.

Stabilité linéaire de la position d' équilibre.

Il est alors intéressant d' analyser la stabilité linéaire de cette solution singulière (analyse de la stabilité locale de la position d' équilibre). Cette analyse repose sur la linéarisation de l' expression (I-5b) autour de la solution singulière :

$$U = U^{\circ} + \left(\frac{\partial U}{\partial \Delta p} \right) \Big|_{p^{\circ}, y^{\circ}} \Delta p + \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right) \Big|_{p^{\circ}, y^{\circ}} y = U^{\circ} + \left[\left(\frac{\partial U}{\partial \Delta p} \right) \Big|_{p^{\circ}, y^{\circ}} + \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right) \Big|_{p^{\circ}, y^{\circ}} \frac{dy}{d\Delta p} \right] \Delta p \quad (I-13)$$

Par la suite nous notons Y_g (appelée souvent admittance du générateur) la quantité définie par:

$$Y_g = \left(\frac{dU}{d\Delta p} \right) \Big|_{p^{\circ}, y^{\circ}} = \left(\frac{\partial U}{\partial \Delta p} \right) \Big|_{p^{\circ}, y^{\circ}} + \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right) \Big|_{p^{\circ}, y^{\circ}} \frac{dy}{d\Delta p} \quad (I-14a)$$

Y_g est la réponse fréquentielle (complexe) du système excitateur linéarisé autour du point singulier, pour le modèle élémentaire :

$$Y_g(j\omega) = \frac{U^{\circ}}{2P_a} - b \sqrt{\frac{2P_a}{\rho}} \frac{1}{\mu_a (\omega_a^2 - \omega^2 + j\omega g_a)} \quad (I-14b)$$

Après linéarisation, l' étude de la stabilité de la solution singulière du système linéaire asservi équivalent (cf. Figure I-11) repose sur le critère de Nyquist, ou sa version simplifiée (la règle du revers) si on a accès directement à la fonction de transfert en boucle ouverte $Y_g Z$ du système dont l' entrée est la pression statique P , la sortie la pression acoustique p .

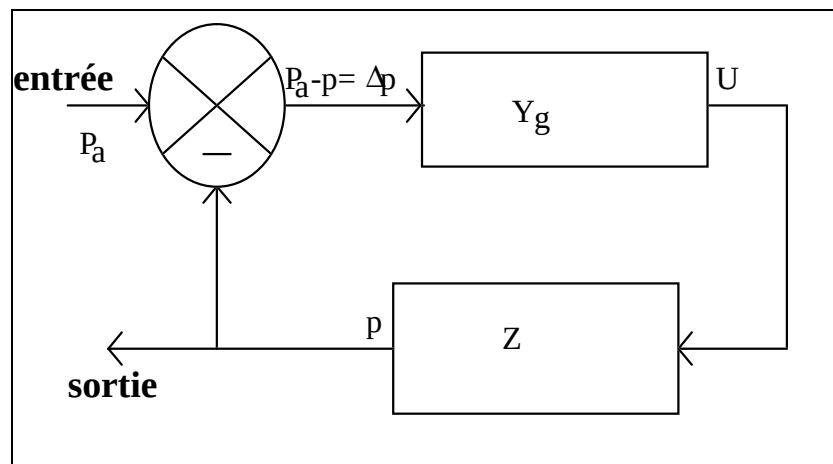


Figure I-11: Modèle élémentaire (après linéarisation) vu comme un système linéaire asservi.

La fonction de transfert H_t du système linéaire asservi en boucle fermée est :

$$H_t = \frac{Y_g Z}{1 + Y_g Z} \quad (I-15)$$

Il est aussi facile d' étudier directement le signe de la partie réelle des pôles de la fonction de transfert H_t en boucle fermée (équation I-15). Ce qui revient à rechercher les zéros du dénominateur de cette dernière. Notons que la plupart des auteurs (Fletcher, 1979 ; Elliot et Bowsher, 1982 ; Saneyoshi et coll., 1987) préfèrent résoudre l' équation équivalente suivante :

$$Y + Y_g = 0 \quad \text{avec} \quad Y = \frac{1}{Z} \quad (I-16)$$

équation complexe, ou encore les deux équations réelles :

$$\text{Re}(Y + Y_g) = 0 \quad (I-17)$$

$$\text{Im}(Y + Y_g) = 0 \quad (I-18)$$

De nombreux auteurs (Das, 1931 ; Backus, 1963 ; Coltman, 1968 ; Nederveen, 1969 ; Worman, 1971 ; Thompson, 1979 ; Fletcher, 1979 ; Saneyoshi et coll., 1987 ;) ont recherché à quelle condition il existe une valeur particulière P_s de la pression d' alimentation P_a en deçà de laquelle la position d' équilibre de l' anche est asymptotiquement stable, et au delà, instable (l' instabilité étant de nature oscillante). Nous appelons cette valeur particulière de la pression d' alimentation, la pression de seuil. P_s est directement extraite de l' équation (I-17). De la condition (I-18) est extrait une fréquence f_s que nous appelons fréquence de seuil.

Recherche de la pression de seuil dans le cadre du modèle physique élémentaire dans l' hypothèse basses fréquences :

P_s est solution de l' équation :

$$\frac{b}{2P_a} \left(H - \frac{P_a}{\mu_a \omega_a^2} \right) \sqrt{\frac{2P_a}{\rho}} - \frac{b}{\mu_a \omega_a^2} \sqrt{\frac{2P_a}{\rho}} + Y^\circ = 0,$$

où Y° est l' admittance (réelle) du résonateur équivalent à la résonance.

En fait la pression de seuil existe si de plus elle vérifie $P_s < P_p$ (dans le cas contraire l' anche est plaquée, la position d' équilibre est stable) ; ceci est vérifié si Y° est inférieur à une valeur particulière à calculer. Notons que la pression de seuil est toujours supérieure à $P_p / 3$ (valeur limite correspondant au cas du résonateur sans pertes, où $Y^\circ=0$).

Seuil linéaire ou seuil d' oscillation ?

La relation (I-16) est souvent appelée abusivement "condition d' oscillation" (nous rediscutons ce point au chapitre suivant). Le seuil d' instabilité de la position d' équilibre (appelé seuil linéaire dans ce document) n' est pas automatiquement le seuil d' oscillation. C' est effectivement le seuil d' oscillation s' il existe des petites oscillations stables (le plus souvent quasi-sinusoïdales) qui tendent vers 0 en P_s^+ . Nous vérifions ci-dessous, dans le cas particulier du modèle élémentaire "basses fréquences", que la fréquence de jeu tend alors vers la fréquence de seuil f_s en P_s^+ .

Nous effectuons un bilan d' énergie réactive sur une période d' une oscillation périodique solution du modèle élémentaire "basses fréquences" (méthode appliquée par Boutillon , 1991, aux instruments à corde frottée). Il s' agit de calculer l' intégrale $\int_T Udp$ sur une période pour un signal en régime permanent. Cette intégrale est évaluée en décomposant pression p et débit U en série de Fourier :

$$p(t) = \operatorname{Re} \left[\sum_{n=1}^{+\infty} p_n e^{jn\omega t} \right], p_1 \in \mathbb{R}, n > 1 p_n \in \mathbb{C} \quad (\text{I-19})$$

$$U(t) = \operatorname{Re} \left[\sum_{n=1}^{+\infty} U_n e^{jn\omega t} \right] = \operatorname{Re} \left[\sum_{n=1}^{+\infty} p_n Y(jn\omega) e^{jn\omega t} \right], U_n \text{ et } Y(jn\omega) \in \mathbb{C} \quad (\text{I-20})$$

Dans le cadre du modèle élémentaire basses fréquences, $U(t)$ et $p(t)$ sont reliés par une relation non-linéaire instantanée, l' intégrale à calculer sur une période est donc nulle. Un calcul direct à partir de la relation linéaire de type admittance entre les harmoniques du débit et de la pression implique :

$$\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{Im}[Y(jn\omega)] n |p_n|^2 = 0 \quad (\text{I-21})$$

qui peut être réécrite :

$$\operatorname{Im}[Y(j\omega)] + \sum_{n=2}^{\infty} \operatorname{Im}[Y(jn\omega)] n \left| \frac{p_n}{p_1} \right|^2 = 0 \quad (\text{I-22})$$

Notons que l' équation (I-22) ci-dessus est une condition nécessaire d' existence d' un régime périodique ; elle n' est pas suffisante. S' il existe des petites oscillations quasi-sinusoïdales en P_s^+ , la relation (I-22) s' écrit simplement :

$$\operatorname{Im}[Y]_{\omega} = 0 \quad (\text{I-23})$$

relation identique à la seconde condition de seuil linéaire (I-18) dans le cadre de ce modèle pour lequel $\operatorname{Im}(Y_g)=0$. En définitive, dans ce cas particulier où le seuil linéaire est le seuil d'oscillation, la fréquence de jeu des oscillations périodiques en $\mathbb{P}^+$ est la fréquence de seuil. L'analyse détaillée (pression et fréquence) du seuil linéaire apporte donc des informations utiles sur les régimes d'oscillations s'il existe des petites oscillations, c'est à dire si la bifurcation est directe.

III.2. Fréquence de seuil et fréquence de résonance.

De nombreux auteurs ont étudié le seuil linéaire théoriquement et expérimentalement à partir d'un modèle physique identique ou proche du modèle élémentaire utilisé dans ce document. Das (1931) et Backus (1963) sont sans doute les premiers à avoir proposé une analyse théorique et expérimentale du seuil linéaire de la clarinette. Wilson et Beavers (1974) vérifient que la fréquence de seuil de la clarinette est toujours inférieure à la fréquence propre de l'anche ; ils montrent théoriquement et vérifient expérimentalement que l'amortissement de l'anche est le paramètre critique qui fixe le type de fonctionnement de l'ensemble exciteur à anche simple et résonateur cylindrique couplés. A un faible amortissement correspond un régime "in tempo" selon la terminologie de Bouasse (1929) : la fréquence de seuil est proche de la première fréquence propre de l'anche (cas des tuyaux d'orgue à anche) ; à un fort amortissement correspond un régime "résonateur", la fréquence de seuil est proche d'une fréquence de résonance du résonateur (cas de la clarinette et du saxophone pour lesquels il faut ajouter à l'amortissement intrinsèque de l'anche, l'amortissement apporté par la lèvre inférieure du musicien). Ajoutons qu'une note de clarinette en régime "in tempo" est un "canard" !

Fletcher (1979), Saneyoshi et coll. (1987) ont analysé en détail le seuil linéaire en fonction de la nature du système exciteur reprenant en cela les travaux de Bouasse (1929) : ils font la distinction entre les instruments à vent avec exciteur dont les anches se déplacent vers l'intérieur pour un saut de pression Δp positif, pour lequel la fréquence de seuil est inférieure à la fréquence propre de l'anche (cas du tuyau d'orgue à anche simple, de la clarinette, du saxophone, du hautbois, du basson) et ceux avec exciteur dont les anches se déplacent vers l'extérieur pour un saut de pression Δp positif, pour lesquels la fréquence de seuil est supérieure à la fréquence propre de l'anche. Ces auteurs rangent les cuivres dans cette dernière catégorie. Plitnick et Yoshikawa (1994) comparent fréquences propres de lèvres et fréquences fondamentales, leurs conclusions ne sont pas tranchées. Plus généralement, à notre avis c'est l'hypothèse même d'un "modèle d'exciteur à une masse" qu'il faudrait remettre en cause ici. Les lèvres d'un instrumentiste constituent vraisemblablement un système mécanique possédant plus d'un degré de liberté. Un modèle d'exciteur à deux masses semblerait à notre avis plus adapté.

Il est intéressant de connaître la relation entre la fréquence de seuil et les divers paramètres du modèle élémentaire, et en particulier entre la fréquence de seuil et la fréquence de résonance. A terme, juger de la qualité de justesse d' un instrument à vent repose en grande partie sur la maîtrise des fréquences fondamentales (appelées aussi fréquences de jeu dans ce document) des régimes d' oscillation périodiques.

Influence du débit d' anche sur l' écart relatif entre la fréquence de seuil et la fréquence de résonance.

Dans le cadre du modèle élémentaire "basses fréquences", nous avons vérifié ci-dessus que la condition (I-18) devient $\text{Im}(Y)=0$. On reconnaît ici la condition de résonance sur le résonateur.

N.B. La condition de résonance du résonateur peut être définie de deux façons : la résonance peut correspondre à un maximum de l' amplitude de l' impédance d' entrée ou à une annulation de la partie imaginaire de cette impédance. Dans le cas des résonateurs étudiés dans ce mémoire, les coefficients de qualité sont relativement élevés (de l' ordre de 40) ; les deux conditions citées ci-dessus correspondent à deux fréquences de résonance de valeurs très proches.

Pour la condition $\text{Im}(Y)=0$, la fréquence de seuil est exactement une fréquence de résonance du résonateur. Si on prend en compte le débit déplacé par l' anche en régime dynamique (terme U_a) tout en conservant une modélisation linéaire basse fréquence de l' anche (caractérisée par sa seule raideur équivalente), l' admittance du générateur Y_g est toujours réelle. La condition (I-18) est toujours aussi simple mais la continuité du débit (relation I-5c) impose qu' il faut considérer l' impédance du résonateur en parallèle avec l' impédance d' anche : la fréquence de seuil f_s est alors inférieure à la fréquence de résonance f_i du résonateur. Nederveen (1969) montre que l' écart entre f_s et f_i est équivalent à l' abaissement fréquentiel que provoque l' ajout d' un volume fictif (appelé volume équivalent par Benade, 1976). Ce volume fictif, noté V_a , est défini par :

$$V_a = \rho C^2 C_a, \quad \text{où} \quad C_a = \frac{S_a}{\mu_a \omega_a^2} \quad (\text{I-24})$$

Il est commode d' associer à Y_g une correction de longueur $\Delta \ell_a$ définie par :

$$\Delta \ell_a = \frac{V_a}{S} \quad (\text{I-25})$$

où S est la section d'entrée du résonateur (en pratique la section de la partie cylindrique intérieure du bec de clarinette ou de saxophone).

Cette analyse peut être effectuée au voisinage de chacune des résonances du résonateur indépendamment les unes des autres, ce qui peut impliquer l'existence de plusieurs seuils linéaires. Si l'on analyse la stabilité linéaire du point singulier par rapport à la résonance i du résonateur, il est intéressant d'estimer l'écart relatif entre fréquence de seuil et fréquence de résonance à partir de la condition $\text{Im}(Y)=0$. Au voisinage de cette résonance i nous supposons l'impédance d'entrée décrite par la relation suivante de type Lorentzienne :

$$Z_i = Z_c \frac{Z_{mi}}{(1 + 2jQ_i \frac{\Delta f}{f_i})} \quad (\text{I-26})$$

où Z_c représente l'impédance caractéristique, Z_{mi} l'amplitude maximale du pic de résonance i , Q_i le facteur de qualité de la résonance i et f_i la fréquence de résonance.

L'écart relatif entre f_s et f_i résultant de la condition $\text{Im}(Y)=0$ est au premier ordre en $\frac{\Delta f_i}{f_i} = \frac{f_s - f_i}{f_i}$:

$$\frac{\Delta f_i}{f_i} = -2\pi f_i C_a \frac{Z_c}{(2 \frac{Q_i}{Z_{mi}})} \quad (\text{I-27})$$

L'écart relatif entre la fréquence de seuil et la fréquence de résonance est proportionnel à la fréquence de résonance. Pour une série de résonateurs (ou de doigtés) caractérisés par des résonances "similaires", le coefficient de proportionnalité est caractéristique de l'impédance d'anche (par sa capacité C_a ou sa correction de longueur $\Delta \ell_a$) et est indépendant du résonateur. Nous entendons par "résonances similaires" le fait que le paramètre $2Q_i/Z_{mi}$ est une constante (cas d'une série de résonateurs cylindriques de longueur L variable par exemple comme, en première approximation, les différents doigtés de la clarinette). Réciproquement, mesurer les écarts fréquentiels entre fréquence de jeu et fréquence de résonance est un premier moyen de caractériser une "embouchure" donnée dans le cadre du modèle physique utilisé (on accède ainsi directement à l'impédance d'anche, la mesure de chacun des paramètres mécaniques équivalents de l'anche en situation de jeu n'étant pas triviale).

Influence de l' amortissement de l' anche sur l' écart relatif entre la fréquence de seuil et la fréquence de résonance.

Wilson et Beavers (1974) ont mis en évidence le rôle essentiel de la valeur du paramètre d' amortissement de l' anche pour un fonctionnement normal ("régime résonateur") des instruments à anche simple. Quelle est l' influence de ce paramètre sur l' écart relatif entre la fréquence de seuil et la fréquence de résonance?

La prise en compte du terme d' amortissement de l' anche dans le modèle élémentaire provoque un retard entre la position de l' anche et la différence de pression qui lui est appliquée. La relation non-linéaire n' est plus instantanée (relation I-9b). L' admittance du générateur, Y_g n' est plus une quantité réelle mais complexe (relation I-14b). Ceci implique (à partir de la relation I-18) un nouvel écart fréquentiel entre f_s et f_r . Nederveen (1969) montre que cet effet est encore un abaissement fréquentiel que l' on peut caractériser par une nouvelle correction de longueur $\Delta \ell_g$ due à la non-linéarité d' entrée :

$$\Delta \ell_g = \frac{\rho c^2}{S} b \sqrt{\frac{2}{\rho}} \sqrt{P_a} \frac{g_a}{\mu_a \omega_a^4} \quad (I-28)$$

où ρ représente la densité de l' air, c la célérité du son, S la section d' entrée du résonateur, b la largeur de l' anche, P_a la pression d' alimentation. g_a μ_a et ω_a sont les paramètres de l' anche définis au paragraphe II.3.

Nederveen (1969) estime la correction de longueur due à l' amortissement à environ 5 mm dans le cas de la clarinette et la correction de longueur due au débit d' anche à 10 mm.

Pour des fréquences élevées (fréquence proche de la fréquence propre de l' anche), les admittances Y_g et Y_a ne sont plus purement capacitives, l' écart fréquentiel entre fréquence de seuil et fréquence de résonance ne correspond plus à une correction de longueur équivalente indépendante de la fréquence (relations I-29 et I-30), les facteurs de correction sont des fonctions croissantes puis décroissantes de ω pour ω variant de 0 à ω_a .

$$\Delta \ell'_a(j\omega) = \Delta \ell_a \frac{1 - \frac{\omega^2}{\omega_a^2}}{(1 - \frac{\omega^2}{\omega_a^2})^2 + (\frac{\omega g_a}{\omega_a^2})^2} \quad (I-29)$$

$$\Delta \ell'_g(j\omega) = \Delta \ell_g \frac{1}{(1 - \frac{\omega^2}{\omega_a^2})^2 + (\frac{\omega g_a}{\omega_a^2})^2} \quad (I-30)$$

Remarque : cette notion de correction de longueur, due à l'admittance d'anche et à l'admittance du générateur, s'avère très importante pour définir l'écart existant entre fréquence de seuil et fréquence de résonance du résonateur de l'instrument, connue par le calcul ou la mesure. Elle permet donc de caractériser globalement l'effet de l'embouchure du musicien, indépendamment de la fréquence au seuil linéaire. Il est cependant difficile d'estimer la part relative des deux causes ci-dessus sur la correction de longueur globale.

III.3. Petites oscillations.

L'analyse de la stabilité linéaire (stabilité locale) de la position d'équilibre ne permet pas de montrer l'existence ni de caractériser des régimes auto-oscillants périodiques. Une première approche pour aborder ce point est d'analyser le comportement du système non-linéaire au voisinage du seuil linéaire par un calcul de "petites oscillations".

Hypothèses et principe du calcul "petites oscillations".

On analyse les régimes permanents périodiques au voisinage du seuil linéaire dans le cadre d'un modèle élémentaire basses fréquences. Ces régimes sont caractérisés par une pression acoustique $p(t)$ (équation I-19) et un débit $U(t)$ (équation I-20). La non-linéarité est supposée développable en série de Taylor autour de la pression de seuil (équation I-31) :

$$U(t) = NL[p(t)] = \sum_{i=1}^{\infty} a_i p^i(t) \text{ où } a_i = \left(\frac{\partial^i NL}{\partial p^i} \right)_{p_a = p_s} \quad (I-31)$$

La conjonction des relations (I-19), (I-20) et (I-31) aboutit après identification terme à terme de chacun des harmoniques de la pression, à une série infinie d'équations reliant la pression $p(t)$ au débit $U(t)$. Divers auteurs (Benade et Gans, 1968 ; Worman 1971 ; Fletcher, 1979 ; Elliot et Bowsher, 1982) ont exposé cette série infinie d'équations. Sous cette forme, elles ne sont en général pas soluble analytiquement. Cependant pour de faibles amplitudes, il est possible de supposer que la série de Fourier de $p(t)$ converge rapidement (série dominée par ses premiers termes). Worman (1971) a développé de tels calculs à l'ordre 3 et a calculé les petites oscillations quasi-harmoniques correspondantes.

Grand (1994) a repris récemment ce calcul et a vérifié que l'existence même de ces oscillations quasi-sinusoïdales au voisinage du seuil, n'est pas systématique. Nous résumons ci-dessous, certains résultats essentiels de ce calcul en les appliquant au modèle élémentaire basses fréquences. Les résultats extraits de Grand (1994) sont transposés à nos notations.

Partie A.

Condition d' existence de petites oscillations quasi-sinusoïdales au voisinage du seuil linéaire.

Les calculs sont développés à partir du modèle élémentaire basses fréquences avec une non-linéarité instantanée caractérisée par un polynôme à l' ordre 3 de la pression (relation I-32). L' état du système physique est décrit par les deux variables physiques $p(t)$ et $U(t)$.

$$U = U^o + Ap + Bp^2 + Cp^3 + o(p^3) \quad (I-32).$$

Dans le cadre de ce calcul petites oscillations au voisinage du seuil linéaire, la pression $p(t)$ de fréquence fondamentale ω , est caractérisée par la donnée des trois premiers termes de sa série de Fourier.

Application au modèle élémentaire "basses fréquences" :

Les constantes A, B et C sont les trois premiers termes du développement en série de Taylor de la fonction non-linéaire définie par la relation (I-11b) :

$$A = U^o \left[\frac{-1}{2P_a} + \frac{1}{P_p - P_a} \right] \quad (I-33)$$

$$B = U^o \left(\frac{-1}{2P_a} \right) \left(\frac{1}{P_p - P_a} + \frac{1}{4P_a} \right) \quad (I-34)$$

$$C = U^o \left(\frac{-1}{8P_a^2} \right) \left(\frac{1}{P_p - P_a} + \frac{1}{2P_a} \right) \quad (I-35)$$

Remarque : au voisinage du seuil linéaire le paramètre A (réel positif) est l' admittance de générateur Y_g au signe près (réel négatif). La relation (I-16) permettant de définir le seuil linéaire (pression et fréquence) est réécrite ci-dessous (relation I-36) :

$$Y(j\omega) - A = 0 \quad \text{où} \quad A = -Y_g \quad (I-36)$$

Tout calcul fait, Grand (1994) exprime l' amplitude de l' harmonique 1 de la pression, p

$$p_1^2 = \frac{Y(j\omega) - A}{\left(\frac{4B^2}{Y(0) - A} \right) + \left(\frac{2B^2}{Y(j2\omega) - A} \right) + 3C}, \quad (I-37)$$

où p_1 est un réel positif.

L' impédance du résonateur étant supposée nulle à fréquence nulle, la relation (I-37) peut être réécrite plus simplement :

$$p_1^2 = \frac{(Y(j2\omega) - A)(Y(j\omega) - A)}{2B^2 + 3C(Y(j2\omega) - A)} \quad (I-38)$$

Dans la suite de l' exposé, nous supposons que les deux premières résonances du résonateur aux fréquences ω_1 et ω_2 , considérées quasi-harmoniques, sont définies par deux pics de Lorentz :

$$Y_i(j\omega) = Y_i^\circ \left[1 + 2jQ_i \frac{\delta\omega}{\omega_i} \right], i=1,2 \quad (I-39)$$

où Y_i° représente l' admittance à la résonance, ω_i la fréquence de résonance du pic et Q_i le coefficient de qualité du pic, ces trois paramètres étant réels positifs.

Les petites oscillations quasi-sinusoïdales existent si p_1^2 est réel positif :

$$\text{Im}(p_1^2) = 0 \quad (I-40)$$

$$\text{Re}(p_1^2) > 0 \quad (I-41)$$

Domaine d' existence de petites oscillations quasi-sinusoïdales au voisinage du seuil linéaire dans le cas de résonances harmoniques.

Les domaines d' existence des petites oscillations résultent directement de l' inéquation (I-41) appliquée à la relation (I-38). Ils sont regroupés sur la Figure (I-12) ci-dessous dans le cas particulier d' un résonateur ayant ses deux premières résonances harmoniques. Dans ce cas particulier la fréquence fondamentale des petites oscillations est égale à la première fréquence de résonance du résonateur (conséquence directe de la relation I-40).

Au voisinage du seuil linéaire, A est une fonction croissante de la pression d' alimentation P (relation I-33), Pour des pressions d' alimentation P proches de la pression de seuil P_s , on peut écrire :

$$A(P_a) = A(P_s) + \delta A = Y_1^\circ + \delta A, \quad (I-42)$$

où $\frac{\delta A}{Y_1^\circ}$ est un infiniment petit.

La combinaison des relations (I-38) et (I-40) donne au premier ordre :

$$\delta A (Y_1^\circ - Y_2^\circ) [2B^2 + 3C(Y_2^\circ - Y_1^\circ)] > 0 \quad (I-43)$$

L'analyse de la relation (I-41) permet de déterminer les zones d'existence de petites oscillations quasi-sinusoidales dans le plan $(Y_2^\circ - Y_1^\circ)$ en fonction de C (cf. figure I-12).

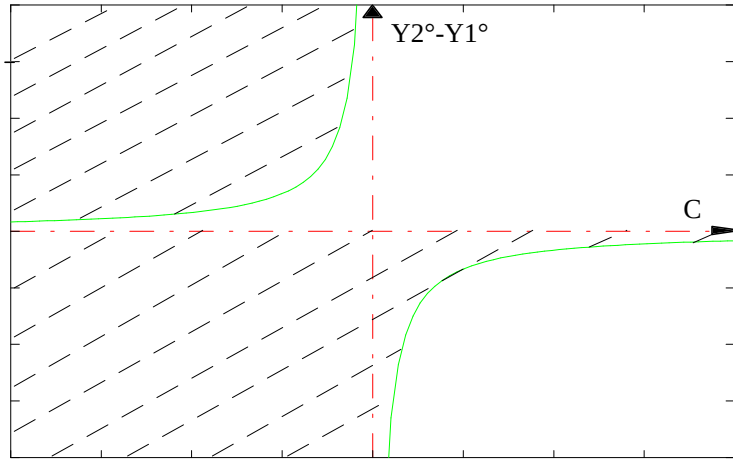


Figure I-12 : domaine d' existence des petites oscillations (zones hachurées) dans le plan $(C, Y_2^\circ - Y_1^\circ)$.

Une des frontières entre les zones d' existence et de non-existence est une hyperbole définie par l' admittance particulière Y_2^{o*} :

$$Y_2^{o*} = Y_1^o - \frac{2B^2}{3C} \quad (I-44)$$

Remarques :

- si l' existence de petites oscillations quasi-sinusoidales est synonyme d' une bifurcation directe au seuil linéaire, l' équivalence entre non-existence et bifurcation inverse n' est pas évidente (nous en voyons un exemple dans le chapitre III-4-1 suivant dans le cas particulier d' un signal à 2 harmoniques seulement) ; néanmoins, nous nous permettons cet abus dans la suite du document.

- tout résonateur cylindrique admet une anti-résonance à fréquence double de la première résonance, la quantité $(Y_2^\circ - Y_1^\circ)$ est infinie, l' existence des petites oscillations est uniquement lié au signe de C . Notons que dans le cadre du modèle élémentaire "basses fréquences" (cf. la relation I-35), C est toujours négatif, la bifurcation au seuil linéaire est directe. On peut voir là une confirmation a posteriori des études sur les instruments à vent à résonateur cylindrique reposant sur l' hypothèse de petites oscillations quasi-sinusoidales au seuil linéaire (cf. le début du paragraphe "Seuil linéaire ou seuil d' oscillation ?" du chapitre III-1).

Influence de l' inharmonicité des deux premières résonances sur le domaine d' existence de petites oscillations quasi-sinusoïdales au voisinage du seuil linéaire.

Supposons les deux premières fréquences de résonance ω_1 et ω_2 inharmoniques, nous définissons leur inharmonicité relative I par la relation suivante :

$$I = \frac{\omega_2}{2\omega_1} - 1 \quad (I-45).$$

Contrairement au cas des résonances harmoniques, il existe un décalage entre la fréquence fondamentale des petites oscillations et la première fréquence de résonance, ce décalage fréquentiel , conséquence de la relation (I-41), est exprimé ci-dessous par la relation (I-46) :

$$\frac{\delta\omega}{\omega_1} = \left\{ \frac{2B^2 [Y_2^\circ 2Q_2 (-I/(I+1))]}{3C [Y_2^\circ 2Q_2 (-I/(I+1))]^2 + (Y_2^\circ - Y_1^\circ) [2B^2 + 3C(Y_2^\circ - Y_1^\circ)]} \right\} \left(\frac{\delta A}{Y_1^\circ 2Q_1} \right) \quad (I-46)$$

De plus la condition d' existence des petites oscillations quasi-sinusoïdales se traduit par l' inégalité suivante (I-47) :

$$\delta A (Y_1^\circ - Y_2^\circ) [2B^2 + 3C(Y_2^\circ - Y_1^\circ)] - \delta A \left\{ 3C [Y_2^\circ 2Q_2 (-I/(I+1))]^2 + \frac{2B^2 [Y_2^\circ 2Q_2 (-I/(I+1))]}{3C [Y_2^\circ 2Q_2 (-I/(I+1))]^2 + (Y_2^\circ - Y_1^\circ) [2B^2 + 3C(Y_2^\circ - Y_1^\circ)]} \right\} > 0 \quad (I-47)$$

On peut vérifier que le signe de la quantité ci-dessus est contrôlé par la quantité suivante :

$$[2B^2 + 3C(Y_2^\circ - Y_1^\circ)] (Y_2^\circ - Y_1^\circ) + 3C [Y_2^\circ 2Q_2 (-I/(I+1))]^2 \quad (I-48)$$

De par le grand nombre de paramètres, l' analyse du signe de la quantité ci-dessus n' est pas triviale, les domaines d' existence des petites oscillations quasi-sinusoïdales ne peuvent pas être regroupées sur une figure du même type que la figure (I-12). Néanmoins il est intéressant de faire varier certains paramètres indépendamment les uns des autres (l' inharmonicité par exemple), à partir d' une situation simple, par exemple une situation où les résonances sont harmoniques.

Nous envisageons un système défini par C , Y_1° et Y_2° vérifiant : $C < 0$, $Y_2^\circ > Y_1^\circ$, $Y_2^\circ < Y_2^{\circ*}$, ($Y_2^{\circ*}$ est défini par la relation I-44), nous supposons de plus les deux premières résonances harmoniques, la bifurcation est alors inverse (figure I-12). En faisant croître

I' inharmonicité I à partir de 0, on peut montrer qu' il existe une inharmonicité limite notée I' au delà de laquelle la bifurcation redevient directe ; I' est solution de l' équation (I-49) ci-après :

$$\left[2B^2 + 3C(Y_2^0 - Y_1^0)\right](Y_2^0 - Y_1^0) + 3C[Y_2^0 Q_2(-I'/(I'+1))]^2 = 0 \quad (I-49)$$

On peut voir ici le rôle particulier important de I' inharmonicité dans la nature même des oscillations au voisinage du seuil et le relier, au moins qualitativement, avec le lien entre facilité d' émission et inharmonicité évoquée par les résultats expérimentaux cités au chapitre IV de cette partie et au chapitre trois de la troisième partie ; l' étude théorique succincte du résonateur à 2 pics du chapitre III.4.2 de cette partie en est aussi un bon exemple.

III.4. Oscillations finies.

Si le "calcul petites oscillations" tel qu' il est présenté précédemment est très général, tout au moins dans le cadre de l' hypothèse d' un modèle "basses fréquences" (relation instantanée entre débit et pression), il est intéressant de connaître les solutions périodiques du modèle élémentaire présenté au chapitre II-3 sans restreindre la non-linéarité aux premiers termes de son développement en série de Taylor. On peut partager les méthodes approchées utilisées en deux grandes catégories : les méthodes de recherche des solutions périodiques en régime permanent (méthodes essentiellement fréquentielles, chapitre III-3-1) et les méthodes de discrétisation qui conduisent aux solutions dans le domaine temporel (chapitre III-3-2), ces dernières étant souvent développées pour la synthèse.

III.4.1. Recherche de solutions en régime permanent.

Méthodes numériques

Schumacher (1978) puis Gilbert et coll. (1989) ont adapté aux instruments à vent une méthode de recherche des régimes permanents périodiques par convergence sur la fréquence fondamentale et les harmoniques du signal de pression. Cette méthode est couramment utilisée pour le calcul des régimes périodiques de systèmes non-linéaires en oscillations forcées (applications en électronique, en mécanique). Les solutions recherchées sont supposées avoir un nombre fini N d' harmoniques. La méthode sera d' autant moins efficace et rapide à converger que N est grand et que la non-linéarité est "dure" (pour notre application, des oscillations en anches battantes nécessitent la prise en compte d' une infinité d' harmoniques). En pratique, cette méthode est souvent utilisée par continuation : une solution périodique est recherchée à partir d' une solution connue d' un problème voisin (continuation sur la pression d' alimentation à partir de la pression de seuil par exemple). Cette méthode est connue sous le nom d' équilibrage harmonique ou balance harmonique. C' est une généralisation de la méthode de l' équivalent harmonique (N=1) souvent utilisée en

automatique non-linéaire (la présence d' un filtre passe-bas à fréquence de coupure comprise entre les deux premières harmoniques du signal y est la justification de l' hypothèse sinusoïdale du signal de sortie).

Notons que Fletcher (1978) a utilisé une autre méthode asymptotique de recherche des solutions de systèmes non-linéaires : la méthode à variation lente de la phase (dite de Krylov Bogoliubov).

Un cas particulier : le résonateur à deux résonances

Si les méthodes numériques permettent a priori de calculer les régimes périodiques d' un système quelconque, le résultat final obtenu après convergence va dépendre de l' état initial du processus. Pour maîtriser ce genre de méthode il est bon d' avoir une connaissance même qualitative des solutions recherchées par une approche analytique. Ceci n' est possible que dans des cas particuliers. Nous traitons un exemple ci-dessous, à savoir le cas du modèle élémentaire basse fréquence avec un résonateur linéaire à deux fréquences de résonance quasi-harmoniques ; nous supposons de plus le signal de pression (relation I-50) exactement égal à la somme de ses deux premiers harmoniques (Grand et coll., 1994b).

$$p(t) = \text{Re} \left[p_1 e^{j\omega t} + p_2 e^{j2\omega t} \right] \text{ avec } p_2 = |p_2| e^{j\varphi}, \quad p_1 = |p_1|. \quad (\text{I-50})$$

La combinaison des deux relations du modèle basse fréquence (équations I-11) et de la définition de la pression acoustique (relation I-50) aboutit à un système de 4 équations à 4 inconnues réelles (ω , $|p_1|$, module et argument de p_2). Après élimination de la solution singulière ($p_1=p_2=0$), il vient :

$$A + |p_2| B \cos \varphi + \frac{3}{4} C \left[|p_1|^2 + 2|p_2|^2 \right] = Y_1^\circ \quad (\text{I-51a})$$

$$|p_2| B \sin \varphi = Y_1^\circ 2Q_1 \left(\frac{\omega}{\omega_1} - 1 \right) \quad (\text{I-51b})$$

$$A + \frac{|p_1|^2}{2|p_2|} B \cos \varphi + \frac{3}{4} C \left[2|p_1|^2 + |p_2|^2 \right] = Y_2^\circ \quad (\text{I-51c})$$

$$\frac{|p_1|^2}{2|p_2|} B \sin \varphi = -Y_2^\circ 2Q_2 \left(\frac{2\omega}{\omega_2} - 1 \right) \quad (\text{I-51d})$$

Dans le cas des résonances harmoniques ($\omega_2=2\omega_1$), on vérifie que la fréquence de jeu de l' oscillation est $\omega=\omega_1$. Après simplification du système d' équations (I-51), la recherche explicite des couples $\{p_1, p_2\}$ solutions se résume à la résolution d' une équation du troisième degré en p_2 . Pour une pression d' alimentation P donnée, le nombre de solutions de cette équation dépend des caractéristiques de la non-linéarité et des résonances, vérifiant en cela les conclusions du "calcul petites oscillations" (figure I-12). S' il existe des petites oscillations au

Partie A.

voisinage du seuil linéaire P_s , l' équation du troisième degré admet une solution explicite au delà de P_s , aucune en deçà (figure I-13, cas A), la bifurcation au seuil linéaire P_s^+ est directe. S' il n' existe pas de petites oscillations en P_s^+ l' équation du troisième degré admet une solution explicite au delà de P_s (solution qui ne tend pas vers 0 en P_s^+), deux solutions puis aucune en deçà (figure I-13, cas B), la bifurcation au seuil linéaire P_s^+ est inverse. Dans ce cas on peut définir une nouvelle pression de seuil inférieure à la pression de seuil linéaire P_s , nous l' appelons pression de seuil sous-critique et la notons P_{sc} . Il existe des oscillations d' amplitude finie pour des pressions d' alimentation comprises entre P_{sc} et P_s . P_{sc} est directement calculée en recherchant la pression d' alimentation particulière qui annule le discriminant de l' équation du troisième degré.

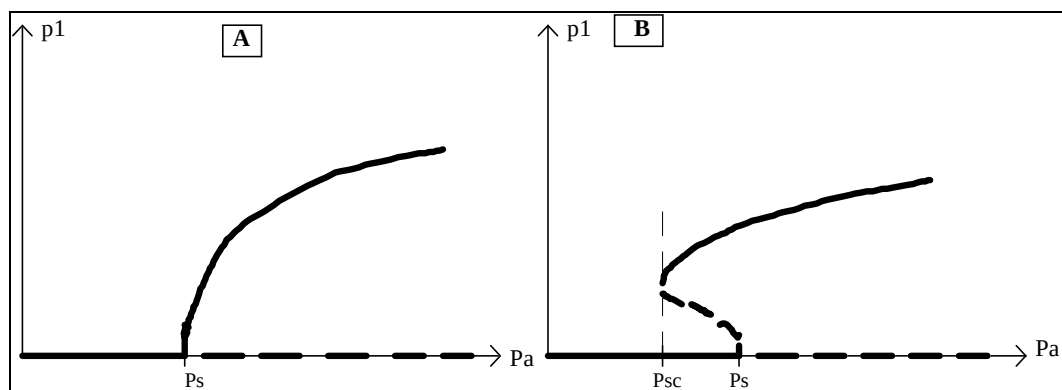


Figure I-13 . Cas A : allure des solutions p_1 du système d' équations I-51 lorsque qu' il existe des petites oscillations en P_s^+ (cas des résonances harmoniques), la bifurcation au seuil linéaire P_s^+ est directe. **Cas B :** allure des solutions p_1 du système d' équations I-51 lorsque qu' il n' existe pas de petites oscillations en P_s^+ (cas des résonances harmoniques), la bifurcation au seuil linéaire P_s^+ est inverse. Il existe un nouveau seuil d' oscillation noté P_{sc} que nous appelons seuil sous-critique.

On vérifie que la pression de seuil sous-critique P_{sc} est une fonction croissante de Y_2^0 (tant que $Y_2^0 > Y_1^0$) et ne dépend pas des facteurs de qualité dans le cas des résonances harmoniques.

Dans le cas des résonances inharmoniques, le système d' équations (I-51) n' est pas directement soluble. Néanmoins pour le cas d' une faible inharmonicité, on peut déterminer les solutions par itérations successives à partir des solutions du cas harmonique correspondant.

On vérifie que P_{sc} est une fonction croissante de l' inharmonicité et tend vers P car il existe une inharmonicité limite l' pour laquelle la bifurcation redevient directe (relation I-49).

En guise de conclusion :

Si Grand (1994) et Valeau (1994) ont validé expérimentalement certains des résultats théoriques ci-dessus (nature de la bifurcation, décalage fréquentiel) à partir d' un montage expérimental "à la manière d' un instrument à anche simple" (l' anche simple est supprimée, l' effet valve y est piloté par un piston conique commandé par une contre-réaction électronique), si ces résultats théoriques ne sont sans doute pas applicables stricto sensu à des instruments à anche simple, ils éclairent néanmoins sous un jour nouveau l' idée admise depuis Bouasse (Bouasse, 1929, et reprise par Benade et Gans, 1968) qu' une bonne harmonicité des fréquences de résonance est importante pour la facilité d' émission. Un certain nombre de résultats expérimentaux relatifs à l' étude des instruments quart-de-ton (Kergomard et Meynial, 1988 ; Gilbert, 1991) et le rôle critique que joue l' inharmonicité dans la nature des régimes d' oscillations au seuil, sont interprétables dans ce sens au moins qualitativement (si on prend le parti de relier facilité d' émission et pression de seuil).

III.4.2. Méthodes de discrétisation par différences finies.

Méthodes numériques

Afin de connaître les solutions du modèle élémentaire décrit par le système d' équations (I-9) pour des oscillations finies, les méthodes numériques s' avèrent nécessaires, étant donné l' inexistence des solutions exactes. Ces méthodes sont en général basées sur l' utilisation de la fonction de réflexion du résonateur, mesurée ou calculée à partir de l' impédance d' entrée du résonateur. Son usage permet de diminuer notablement le temps de calcul par rapport à celui de la réponse impulsionnelle du résonateur, cette dernière possédant un support temporel plus long. Ducasse, quant à lui, (1990) considère le résonateur comme un ensemble de cellules juxtaposées, pour lesquelles il résout numériquement l' équation d' ondes en réalisant une discrétisation temporelle et spatiale.

Schumacher (1981) initie l' utilisation de la fonction de réflexion pour la clarinette à partir d' impédances calculées et montre la faisabilité de tels calculs numériques. Mc Intyre et coll. (1983), Park et Keefe (1988), Barjau et Agullo (1989), Keefe (1992) utilisent la méthode proposée par Schumacher (1981) pour divers résonateurs et en utilisant des modèles plus ou moins complexes. Cependant l' utilisation de techniques numériques consiste en une approximation des opérateurs continus par opérateurs discrets, la distance existant entre les systèmes discrets et continus dépendant du degré d' approximation choisi (Gérardin et Rixen, 1992). Dans le cas des modèles décrivant le comportement des instruments à anche simple, le passage du domaine continu au domaine discret est réalisable (et réalisé) à l' aide de diverses méthodes produisant divers modèles discrets. L' analyse des méthodes numériques permettant de transformer le modèle élémentaire continu en modèle élémentaire discret équivalent s' avère nécessaire. Ce point fait l' objet de la partie B de ce mémoire dans le cas du modèle élémentaire décrit au paragraphe I.3.

Méthodes graphiques

Si les méthodes temporelles nécessitent l'usage de l'outil numérique, il existe cependant un cas particulier pour lequel Maganza (1986) évalue simplement les solutions oscillantes du problème à partir d'une méthode graphique. L'instrument est supposé, dans ce cas, constitué d'un résonateur fait d'un simple tuyau sans pertes visco-thermiques et d'une non-linéarité localisée à l'entrée, définie par une relation instantanée de la pression qui peut être différente de celle que nous présentons au paragraphe II.3. Le résonateur est ainsi caractérisé par sa fonction de réflexion $r_p(t)$ définie par :

$$r_p(t) = -\delta(t - \tau), \quad (\text{I-52})$$

où δ représente l'impulsion de Dirac et le temps de propagation défini par $\tau = \frac{2L_t}{c}$, où L_t est

la longueur du résonateur, c la célérité du son. La non-linéarité est définie par une relation du type $U = NL[p]$. L'utilisation d'un formalisme basé sur la fonction de réflexion permet à Maganza (1986) d'exprimer le problème, initialement étudié dans le plan p, U dans un nouveau plan défini par $-p_-$ et p_+ , représentant respectivement l'onde aller et l'onde retour existant dans le résonateur. Connaissant la relation simple entre ces deux variables :

$$p_-(t) = -p_+(t - \tau), \quad (\text{I-53})$$

Maganza (1986) développe une méthode graphique (cf. Figure I-14) qui se ramène à la méthode itérative du premier retour (Bergé et coll., 1988). Il met ainsi en évidence l'existence d'oscillations périodiques dans des cas de bifurcations directes et inverses. Il va jusqu'à montrer un scénario de route vers le chaos par succession de doublements de périodes pour d'autres types de non-linéarités obtenues à l'aide d'une clarinette dont le système excitateur est un haut parleur (source de débit) asservi à la pression interne via une contre réaction non-linéaire modifiable à souhait.

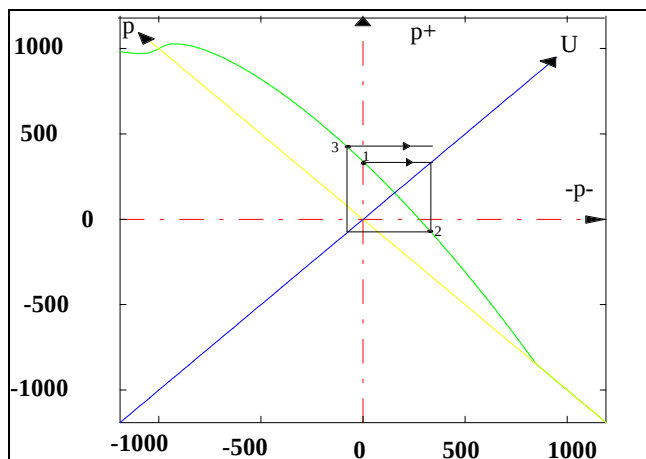


Figure I-14: Méthode graphique itérative utilisée par Maganza et coll. (1986). Le modèle est basé, dans ce cas, sur l'hypothèse d'un résonateur cylindrique sans pertes visco-thermiques et d'une non-linéarité du type $U = NL[p]$ localisée à l'entrée de l'instrument.

IV. Instruments à anche simple en situation de jeu : résultats expérimentaux.

La complexité des phénomènes physiques mis en jeu lors du fonctionnement des instruments à anche simple conduit à développer des comparaisons entre les modèles et l'expérience pour des systèmes "simplifiés". Les mesures d'impédances, l'étude du comportement de l'écoulement à l'entrée du bec en régime stationnaire, la mise au point de systèmes auto-oscillants tels que la "pseudo-clarinette" développée par Maganza (1986) en sont des exemples typiques. Cependant, il est intéressant de comparer les résultats d'un modèle élémentaire avec ceux obtenus pour des instruments réels en situation de jeu. Cette comparaison est réalisable dans la mesure où l'instrumentiste n'apporte pas de modifications à l'embouchure. C'est pourquoi il est nécessaire d'utiliser un système mécanique reproduisant l'embouchure du musicien avec une bonne reproductibilité. Ce dispositif est la bouche artificielle que nous décrivons à l'annexe C2 et dont il est fait emploi pour la partie C de ce document ; l'utilisation d'un tel système conduit à mettre l'instrument en situation de jeu artificielle, par opposition à la situation de jeu naturelle (le musicien). L'étude du comportement de l'instrument en situation de jeu artificielle permet ainsi de dégager des critères objectifs tels que la fréquence fondamentale, appelée fréquence de jeu et le spectre du signal de pression interne en régime permanent. Dans la partie C de ce mémoire, nous abordons de façon plus détaillée les choix que nous effectuons afin de corréler ces grandeurs physiques aux critères subjectifs, utiles au musicien, que sont la hauteur, le timbre et la facilité d'émission.

Relation fréquence de résonance, fréquence de jeu.

L'intérêt porté par les chercheurs à la relation existant entre la fréquence fondamentale d'une note et la fréquence de résonance du résonateur pour le même doigté est certainement celui qui a provoqué le plus grand nombre de travaux. D'ailleurs, par l'expérience, Bouasse (1929) met en évidence la différence qui existe entre la "fréquence de résonance" du bourdon (qui n'est en fait que la fréquence fondamentale du signal résultant de l'excitation du tuyau en mode flûte) et la fréquence de jeu du même bourdon muni d'un bec et d'une anche :

"Montons une embouchure de clarinette sur un tube de laiton assez long et dont le diamètre n'est ni trop supérieur ni trop inférieur au diamètre du bec. Fermons l'anche en la pressant avec le doigt; soufflons sur le bout ouvert du tube comme sur une clef forée ; nous obtenons le son du bourdon. soufflons dans l'anche : nous obtenons le même son, à la petite variation près réalisable en pressant plus ou moins l'anche avec les lèvres".

Bouasse, Instrument à vent, tome II, page 59.

Il constate que l' embouchure de l' instrumentiste a une influence non négligeable sur la hauteur de la note jouée mais que celle ci est proche de la "fréquence fondamentale" du bourdon. Afin de vérifier la corrélation prévue entre fréquence de jeu et fréquence de résonance, Nederveen (1969) présente une série de comparaisons entre ces deux grandeurs pour la clarinette et le saxophone entre autres. Ces expériences sont réalisées en calculant les fréquences de résonance des résonateurs et en jouant (naturellement) les instruments. Les résultats obtenus par Nederveen sont intéressants mais la précision des fréquences de jeu est limitée par la non reproductibilité de l' instrumentiste. En effet, l' instrumentiste modifie inconsciemment son embouchure à chaque note, l' embouchure n' est pas parfaitement contrôlée. Afin de minimiser les effets dus à l' instrumentiste, Backus (1963) construit une bouche artificielle, dans laquelle il place un bec et une anche montés sur une clarinette. L' emploi d' une lèvre suffisamment amortissante s' avère nécessaire afin d' éviter les régimes "in tempo" décrits par Bouasse (1929). Les résultats de l' analyse linéaire au seuil qu' il entreprend sans considérer l' effet du débit d' anche, sont comparés aux résultats expérimentaux obtenus à l' aide de la bouche artificielle pour de petites oscillations. L' écart fréquentiel relatif entre fréquence de résonance du tuyau et fréquence de jeu est analysé pour diverses amplitudes de l' oscillation et divers amortissements appliqués à l' anche. Wilson et Beavers (1974) présentent des travaux similaires basés sur une manipulation plus simple : une bouche artificielle qui produit des auto-oscillations pour un simple tuyau monté à l' extrémité d' un bec et d' une anche simplifiés. Ce type d' expérience est réalisé aussi pour la flûte (Coltman, 1968) afin de corréler fréquence fondamentale du signal et fréquence de résonance du résonateur.

Très souvent, il est possible de contrôler la justesse d' un instrument en contrôlant la valeur des premières fréquences de résonance du résonateur. Pour les instruments à anche, cette idée, à la base des premières théories des instruments à vent (Bernoulli, 1763) est exploitée entre autres, par Meynial et Kergomard (1988) dans le but de créer un système de clé micro intervalle (conception d' un système quart-de-ton) permettant de décaler la fréquence de jeu de Δf en décalant la fréquence de résonance de la même quantité Δf . Cette technique est facilement applicable à la clarinette et à la flûte, instruments pour lesquels la fréquence de jeu est essentiellement contrôlée par la première fréquence de résonance du résonateur, moyennant la correction de longueur due à l' effet d' embouchure.

Influence de l' inharmonicité.

Néanmoins le contrôle de la fréquence de jeu par une seule fréquence de résonance n' est pas systématique : par exemple, des difficultés ont été rencontrées lors de la mise au point des clés micro-intervalles pour les instruments à perce conique (Kergomard et Meynial, 1988). Ceci est traduit qualitativement en affirmant que les résonances d' ordre supérieur peuvent intervenir dans le processus d' auto-entretien de l' oscillation. Il est admis (Bouasse, 1929 ; Benade, 1976 ;

Fletcher, 1978) qu' une bonne harmonicité des fréquences de résonance d' ordre supérieur est favorable à l' entretien des oscillations mettant en jeu plusieurs résonances d' un même doigté. Gilbert (1989) et Dalmont et coll. (1994) vérifient qu' un contrôle conjugué des premières fréquences de résonances et de leur bonne harmonicité relative est importante pour l' émission et l' auto-entretien d' une note : cette propriété est utilisée pour l' étude de faisabilité d' une clé micro-intervalle appliquée au saxophone alto.

N.B. la note "pédale" du trombone en est un cas extrême (Bouasse, 1929) : le régime le plus grave du trombone à coulisse ne correspond à aucune fréquence de résonance. Sa stabilité est assurée par les résonances d' ordre supérieur multiples de la fréquence fondamentale de l' oscillation.

Une bonne harmonicité des fréquences de résonance est importante aussi pour la qualité de timbre et de justesse des instruments à anche. En effet, la fréquence fondamentale des notes du second registre est intimement corrélée à la seconde fréquence de résonance du résonateur (octaviation dans le cas des instruments à perce conique, douzolement pour les instruments à perce cylindrique) ; la bonne harmonicité des deux premières fréquences de résonances est donc déterminante quant à la justesse des notes du second registre. De plus, nous vérifions dans la troisième partie de ce mémoire que le spectre de pression interne, pour un doigté donné, est en relation étroite avec l' inharmonicité des fréquences de résonance de ce même doigté.

Influence de la pression d' alimentation sur la fréquence de jeu.

Bak et Domler (1987), Gilbert (1989), Boutillon et Gibiat (1994) s' intéressent à l' évolution de la fréquence de jeu en fonction de la pression d' alimentation respectivement pour une clarinette, un monochromateur (résonateur possédant une seule résonance) et un saxophone joués à l' aide d' une bouche artificielle. Les résultats obtenus par Bak et Domler (1987) semblent mettre en évidence l' influence de l' enroulement de l' anche. Cependant l' existence de résonances d' ordre supérieur peut avoir une influence non négligeable sur l' évolution de la fréquence de jeu (cf. la relation (I-46) exprimant le décalage fréquentiel provoqué par une seconde résonance inharmonique dans le cas où les petites oscillations quasi-sinusoïdales existent au seuil). L' utilisation d' un résonateur à résonance unique (Meynial, 1987) peut permettre une étude permettant de s' affranchir des résonances d' ordre supérieur et mériterait des analyses complémentaires afin d' estimer l' influence de la non-linéarité d' enroulement par exemple.

Influence de la courbe enveloppe de l' impédance d' entrée sur les spectres interne et externe

Benade et coll. (1988) s' intéressent au spectre de pression rayonnée caractérisant les instruments à anche simple en situation de jeu. La modélisation de la fonction de transfert

entre la pression interne au niveau du bec et de la pression rayonnée, notamment au niveau du premier trou ouvert, lui permet de corrélérer des mesures de spectre moyennées dans une salle et des enveloppes spectrales calculées à partir d' un modèle simple. Il met ainsi en évidence la différence existant entre les enveloppes spectrales résultant d' oscillations en anche battante ou non battante.

Analyse du signal résultant des régimes d' oscillations.

L' analyse du signal musical (dans le plan temps-fréquence, par exemple) est un domaine très important de l' acoustique (application à la perception, à la synthèse). Les systèmes dynamiques non-linéaires en général et les instrument à anche simple en particulier peuvent être le siège de régimes d' oscillation auto-entretenus complexes. Backus (1978) et Castellengo (1992) ont énuméré et analysé de nombreux doigtés multiphoniques. Gibiat (1988), Keefe et Laden (1991) analysent de tels régimes d' oscillation par l' utilisation des sections de Poincaré. Signalons aussi une étude similaire récente de Idogawa et coll. (1993) sur des régimes d' oscillations d' une clarinette adaptée sur une bouche artificielle, régimes d' oscillations périodiques et non-périodiques obtenus pour divers réglages de l' embouchure avec un doigté donné.

Maganza (1986) et Grand (1994) ont simulé des successions de doublement de période conduisant au chaos. S' ils ont obtenu ce résultat à partir d' une non-linéarité différente de celle décrite au paragraphe II.2.2., rien n' empêche, a priori d' obtenir ce résultat à partir du modèle élémentaire. Signalons que Schumacher (1981) simule un régime multiphonique à partir d' une impédance calculée basée sur un doigté connu des clarinettistes. Nous présentons dans la seconde partie de ce mémoire des simulations de "notes qui roulent" (régimes bipériodiques) obtenues à partir d' impédances mesurées de saxophone alto caractérisées par une forte inharmonicité entre les deux premières fréquences de résonance, impédances correspondant à des doigtés qui provoquent ces "roulements" dans la réalité (Dalmont et Gilbert, 1993).

PARTIE B :

**SIMULATIONS NUMERIQUES DANS
LE DOMAINE TEMPOREL DES
INSTRUMENTS A ANCHE SIMPLE.**

I. Introduction.

Développer et valider une méthode de caractérisation par simulation est un des objectifs de ce travail. Après avoir retenu un modèle physique à la partie A, nous nous intéressons, dans cette partie, à développer un tel système de simulation dans le domaine temporel. Les résultats de cette simulation seront comparés aux résultats expérimentaux à la partie C pour estimer dans quelle mesure une telle méthode est robuste. Par conséquent, la simulation présentée s'appuie sur un ensemble de paramètres mesurés sur des instruments réels tels que l'impédance d'entrée.

Depuis une quinzaine d'années, les méthodes de simulation numérique sont utilisées pour développer des logiciels de synthèse sonore ou analyser le fonctionnement des instruments. Pour la synthèse, les méthodes temporelles présentent l'avantage de calculer les transitoires d'attaque, très importants perceptivement. Elles présentent en revanche l'inconvénient de devoir connaître les conditions initiales d'un régime donné, ce qui n'est pas indispensable pour des méthodes fréquentielles. Pour l'analyse du fonctionnement des instruments, ces méthodes doivent évaluer les caractéristiques de la pression interne ou externe à l'instrument en y apportant un minimum d'erreurs. Pour réaliser une telle simulation, le résonateur peut être vu de deux façons. Pour les méthodes fréquentielles, le résonateur est considéré comme un filtre représenté par son impédance d'entrée. Pour les méthodes temporelles, on peut évaluer simplement la fonction de réflexion à partir de l'impédance d'entrée. Cette technique permet de connaître la pression et le débit uniquement à l'entrée de l'instrument. S'il est nécessaire de connaître ces grandeurs en un point quelconque du résonateur, on peut considérer ce dernier comme un ensemble de petits éléments juxtaposés. Dans ce cas la discrétisation n'est plus seulement temporelle, mais aussi spatiale. Cette technique, issue d'études sur la parole, permet de décrire le conduit vocal à la géométrie complexe. En outre, elle est utilisée pour la synthèse des régimes d'oscillation d'instruments à vent (voir par exemple Ducasse, 1990).

Pour les méthodes temporelles utilisant la fonction de réflexion, la résolution du système d'équations global conduit souvent à exprimer le problème sous la forme d'un système vectoriel différentiel non-linéaire (Keefe, 1992). La transformation de ce système continu en un système discret est alors réalisée à l'aide des méthodes classiques d'analyse numérique ou de traitement du signal telles que les méthodes de Runge-Kutta (Barjau et Agullo, 1989), d'Euler (Schumacher, 1981) ou la transformation bilinéaire (Keefe, 1992). En général, ces simulations sont effectuées à l'aide d'impédances calculées et de techniques de résolution numériques différentes. Sachant que le calcul d'impédances permet de connaître les caractéristiques du résonateur sur une largeur de bande fréquentielle aussi grande que voulue, les fréquences d'échantillonnage sont élevées. Dans ce cas, le choix de la méthode numérique importe relativement peu. Les divers systèmes d'équations aux différences finies résultants de la discrétisation du système analogique possèdent des propriétés semblables.

La méthode que nous développons voit le résonateur comme un filtre dont la fonction de réflexion est calculée à partir de l'impédance mesurée. Sachant que la mesure est effectuée sur une largeur de bande d'environ 3 à 4 kHz et que les anches possèdent des fréquences propres de l'ordre de 3 kHz, les fréquences d'échantillonnages s'avèrent faibles vis à vis de celle-ci. Dans ce cas, l'utilisation de techniques numériques différentes conduit à des anches "numériques" différentes. Nous proposons donc, au cours de cette seconde partie, d'analyser certaines techniques numériques disponibles afin de construire une simulation temporelle appliquée à des impédances mesurées. Le chapitre II de cette partie est voué à la présentation des différentes étapes nécessaires à la résolution du système issu du modèle élémentaire ; ces étapes sont le calcul de la fonction de réflexion du résonateur à partir de l'impédance mesurée, l'évaluation de la réponse de l'anche, et la résolution du système complet. Le chapitre III montre que le calcul de la fonction de réflexion du résonateur doit être réalisé avec précautions, notamment pour des résonateurs possédant des résonances aiguës pour les hautes fréquences. L'analyse de la réponse de l'anche dans le domaine discret est présentée au chapitre IV ; cette étude montre l'existence de plusieurs "anches numériques". Enfin la résolution du système complet est présentée au chapitre V. Afin de confronter les résultats présentés aux chapitres III, IV et V avec une méthode de résolution numérique d'une toute autre nature (méthode de l'équilibrage harmonique), le chapitre VI présente une série de tests visant à révéler la méthode de simulation la plus appropriée à la recherche des solutions du modèle élémentaire. Cette technique est alors présentée au chapitre VII. Le dernier chapitre est voué à l'application de cette méthode à un cas particulier : la simulation des oscillations obtenues pour le doigté de Sol d'un saxophone alto modifié.

II. Simulation analytique et simulation numérique.

Les solutions du système d'équations (I-9) :

$$\begin{aligned}
 p(j\omega) &= Z_e(j\omega)U_e(j\omega) \\
 \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \xi_a(t) \\ U_a(t) \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{S_a} \\ -S_a\omega_a^2 & -g_a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \xi_a(t) \\ U_a(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{S_a p(t)}{\mu_a} \end{pmatrix} \\
 U_e(t) &= b \sqrt{\frac{2}{\rho}} \sqrt{P_a - p(t)} \left[\xi_a(t) + H - \frac{P_a}{\mu_a \omega_a^2} \right] - U_a(t)
 \end{aligned} \tag{I-9}$$

modélisant le comportement d'un instrument à vent à anche simple (se reporter à la figure (I-8), § II.3., partie A), ne peuvent être déterminées de façon exacte (analytiquement ou graphiquement) à un instant t quelconque que dans quelques cas particuliers. Pour un résonateur quelconque, il est nécessaire d'utiliser l'outil numérique, qui permet de connaître les solutions approchées du système à des instants équidistants dans le temps. Une étude du principe général de résolution analytique nous permet alors de dégager les techniques

numériques nécessaires à l'élaboration d'un système discret représentant le fonctionnement de l'auto-oscillateur qu'est le système musicien-instrument.

II.1. Principe de la résolution analytique dans le domaine temporel.

La recherche des régimes d'oscillations d'un instrument peut se décomposer en trois grandes étapes comme suit :

a/ détermination de la réponse impulsionnelle $g(t)$ ou de la fonction de réflexion $r_p(t)$ du résonateur à partir de la mesure (ou du calcul) de son impédance d'entrée $Z(j\omega)$. Cette opération est effectuée à l'aide d'une transformée de Fourier inverse. La pression et le débit acoustiques dans le bec sont reliés par les expressions :

$$p(t) = g(t) * U_e(t) \text{ ou} \quad (\text{II-1.a})$$

$$p(t) = r_p(t) * [p(t) + Z_c \cdot U_e(t)] + Z_c \cdot U_e(t), \quad (\text{II-1.b})$$

où $*$ représente l'opérateur de convolution.

b/ détermination de la position de l'anche ainsi que du débit "pompé" par l'anche en fonction de la pression acoustique dans le bec à l'aide de la résolution de l'équation différentielle (I-10c). Les deux variables $y(t)$ et $U_a(t)$ peuvent alors s'écrire :

$$y(t) = F_y[p(t)] \quad (\text{II-2.a})$$

$$U_a(t) = F_u[p(t)] \text{ où } U_a = S_a \frac{dy}{dt} \quad (\text{II-2.b})$$

c/ résolution d'un système de deux équations à deux inconnues, pression et débit acoustiques dans le bec, après report des équations (II-2.a) et (II-2.b) dans l'équation décrivant le comportement du jet entrant dans le bec :

$$\begin{cases} p(t) = r_p(t) * [p(t) + Z_c \cdot U_e(t)] + Z_c \cdot U_e(t) \\ U_e(t) = NL\{p(t); \square[p(t)]\} - F_u[p(t)] \end{cases} \quad (\text{II-3})$$

La résolution de ce système permet de connaître les solutions du système (I-9) exposé ci-dessus à chaque instant t .

Il apparaît que, dans le cas d'un instrument réel, il n'est pas possible, en général, de résoudre le système d'équations (II-3) analytiquement. Il s'avère donc nécessaire d'utiliser une méthode numérique dont les solutions seront les échantillons à des instants $n \cdot \Delta T$ (où ΔT est la période d'échantillonnage) des solutions analytiques du système. Afin de résoudre ce problème en y minimisant les erreurs numériques, nous nous proposons d'analyser les outils

mathématiques nécessaires aux trois étapes énoncées ci-dessus et de les transposer "au mieux" dans le domaine discret.

II.2. Détermination des solutions pression, débit, position de l'anche : quels sont les outils mathématiques nécessaires?

a/ Détermination de la fonction de Green ou de la fonction de réflexion du résonateur.

Celle-ci est effectuée à l' aide d' une simple transformée de Fourier inverse qu' il est nécessaire de transposer dans le domaine discret. Cette opération est aisément réalisable en utilisant la transformée de Fourier discrète. Son utilisation est relativement simple mais le résultat d' une telle opération peut engendrer une fonction de réflexion discrète dont les caractéristiques sont très différentes de la fonction de réflexion analogique. Ce problème fera l' objet d' une discussion au chapitre III de cette partie.

b/ Evaluation de la position de l' anche $y(t)$ ainsi que du débit d' anche $U_a(t)$.

Dans le domaine analogique, les deux variables $y(t)$ et $U_a(t)$ sont les solutions d' un système de deux équations différentielles du premier ordre. Dans le domaine discret, elles pourront être exprimées à l' aide d' un système de deux équations aux différences les reliant à la pression acoustique dans le bec :

$$\begin{pmatrix} \xi_a[n] \\ U_a[n] \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ p[n] \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \xi_{a0} \\ U_{a0} \end{pmatrix} \quad (\text{II-4})$$

Il apparaît que les solutions discrètes $\xi_a[n]$ et $U_a[n]$ du système (II-4) ci-dessus sont des approximations des solutions analytiques $\xi_a(t)$ et $U_a(t)$. L' erreur commise entre ces deux familles de solutions (discrètes et analogiques) devra alors être minimisée afin de reproduire le plus fidèlement possible le système analogique (l' anche) en système numérique (anche "discrète"). Le choix de l' équation aux différences conduisant à une anche "discrète" dont les caractéristiques sont les plus proches de l' anche (analogique) est exposé au chapitre IV. Les outils utilisés pour quantifier cette erreur seront la transformée de Fourier et la transformée en z .

c/ Résolution d' un système d' équations non-linéaires.

La détermination complète des solutions du système (II-3) nécessite la résolution d' une équation intégrale et d' une équation non-linéaire. La résolution de l' équation intégrale dans le domaine discret s' avère être le calcul d' une simple somme. En ce qui concerne la résolution de l' équation non-linéaire, des techniques numériques efficaces sont disponibles mais peuvent conduire à des problèmes de convergence dans certains cas. L' analyse de ces problèmes font l' objet du paragraphe V.

III. Le calcul de la fonction de réflexion discrète à partir de l'impédance d'entrée.

III.1. Technique d'évaluation classique : un problème d'oscillations parasites, le "ripple".

La technique usuelle permettant d' effectuer le calcul de la fonction de réflexion à partir de l' impédance d' entrée d' un résonateur est la suivante (Keefe, 1990) : la largeur de bande utile (désormais notée LBU) à la mesure ou au calcul de l' impédance ainsi que le nombre de points N équidistants sur l' axe des fréquences sont choisis. En général, la $LBU = [0, F_{\max}]$ est définie par la fréquence d' échantillonnage $F_{ch} = 2.F_{\max}$ du système numérique utilisé (sur certaines stations de travail dédiées à la synthèse cette fréquence peut prendre uniquement certaines valeurs prédéfinies) et le nombre de points est imposé par l' utilisation d' un algorithme de F.F.T. Dans ce cas ce dernier s' exprime sous la forme $N = 2^{NFFT}$ ou $NFFT$ est la taille de la F.F.T. utilisée pour la calcul de la fonction de réflexion. L' impédance est alors mesurée ou calculée pour l' ensemble des points de fréquences $f_k = k\Delta f$ où $k=1, \dots, N/2$ et $\Delta f = \frac{2.LBU}{N}$.

Dans le cas où la fonction de réflexion doit être déterminée à partir d' une impédance mesurée, cette dernière sera déterminée pour des fréquences supérieures à $F_{\min}$, où $F_{\min} \approx 50$ Hz pour fixer les idées. Cette opération évite les mesures aberrantes, dues principalement au bruit présent en basses fréquences (cf. annexe C1). Les valeurs de l' impédance pour $f \leq F_{\min}$ sont alors estimées par interpolation linéaire entre $f=0$ et $f= F_{\min}$ en supposant que $Z_e(0)=0$.

La fonction de réflexion discrète doit être une fonction réelle, ce qui impose la condition suivante au coefficient de réflexion :

$$R_p[f_{N-k}] = R_p^*[f_k], \text{ pour } k = 1, \dots, N/2, \quad (II-5)$$

où $R_p^*[f_k]$ est le complexe conjugué de $R_p[f_k]$. La fonction de réflexion discrète $r_d[n]$ est obtenue à l' aide d' un algorithme de F.F.T. inverse appliqué aux coefficients $R_p(f_k)$,

$k = 0, \dots, N-1$, où $R_p[f_k] = -1$, pour $k = 0$, car $Z_e(0) = 0$. La résolution temporelle de $r_d[n]$ est $\Delta T = \frac{1}{F_{ech}}$, sa longueur est $T_0 = N/(2.LBU)$.

Si on applique cette technique très classique à la détermination de la fonction de réflexion d' un tube cylindrique, la fonction de réflexion discrète calculée est quelquefois surprenante. En effet, nous avons remarqué que le choix de la largeur de bande LBU (c' est à dire de F_{max}) n' est pas sans conséquence sur l' allure de la fonction de réflexion discrète calculée. Si F_{max} est choisie de telle façon que $\text{Im}[Z_e(F_{max})] \neq 0$, où Im représente la partie imaginaire, la fonction de réflexion calculée est polluée d' oscillations parasites de fréquence fondamentale F_{max} (Amir et coll., 1993). Par contre, si F_{max} est choisie de manière que $\text{Im}[Z_e(F_{max})] = 0$, cette pollution numérique disparaît quasi-totalement (cf. Figure II-1).

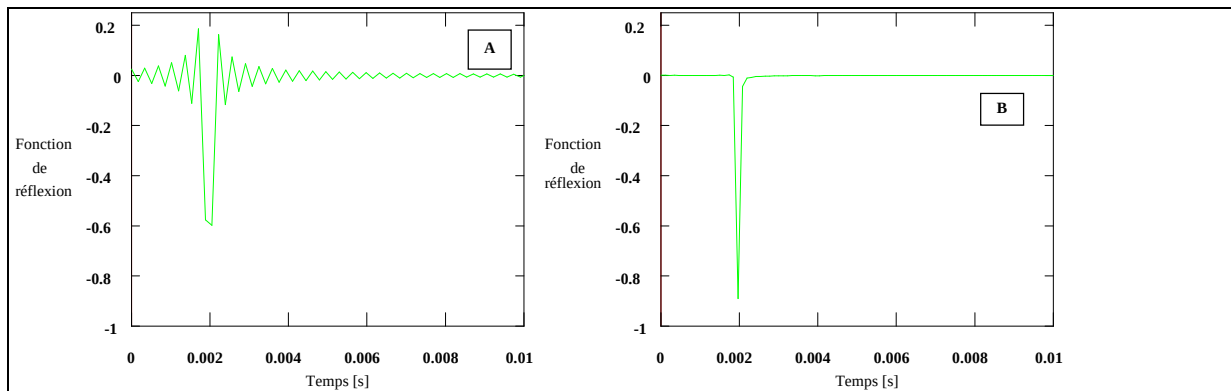


Figure II-1: effet du choix de la fréquence d' échantillonnage sur la fonction de réflexion discrète. Cas A : la fréquence maximale correspond à un zéro d' amplitude de l' impédance d' entrée : $|Z(F_{max})|=0$ soit $\text{Im}[Z_e(F_{max})] \neq 0$. Cas B : la fréquence maximale correspond à une résonance de l' impédance d' entrée $\text{Im}[Z_e(F_{max})] = 0$.

Nous montrons au chapitre VI. qu' une fonction de réflexion discrète "polluée" peut engendrer de graves problèmes si elle est utilisée à des fins de simulation. Le signal de pression acoustique calculé peut s' avérer complètement différent du signal analogique ou d' un signal de pression obtenu par une simulation à l' aide d' une méthode fréquentielle. Ce point ne doit donc pas être négligé, c' est pourquoi nous nous attachons à présenter une technique d' évaluation de la fonction de réflexion discrète dont les caractéristiques seront les plus proches possibles de la fonction de réflexion analogique.

III.2. Simulation numérique du résonateur : minimisation des erreurs "numériques" sur la fonction de réflexion.

Le but de la méthode présentée dans ce paragraphe est de calculer une approximation discrète idéale $\tilde{r}_d[n]$ de la fonction de réflexion analogique $r_p(t)$, afin de simuler numériquement les caractéristiques du résonateur (cf. Figure II-2).

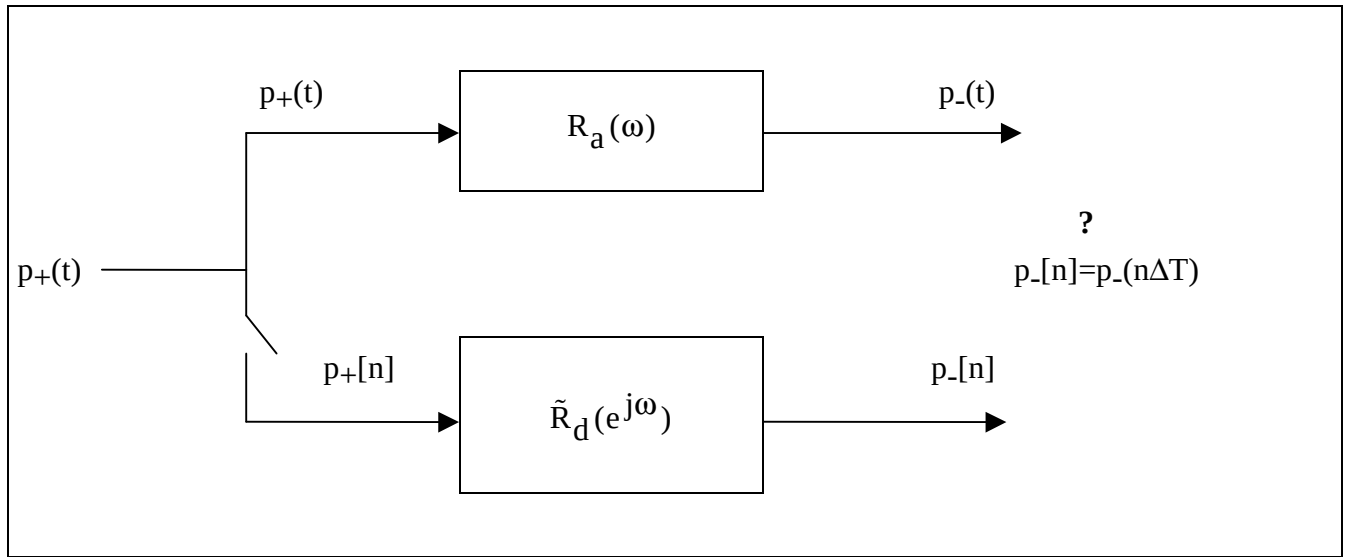


Figure II-2 : principe de la simulation numérique d' un système analogique
(d' après Papoulis, 1984)

Le problème peut alors se résumer de la façon suivante (Papoulis, 1984) : la fonction de réflexion idéale discrète $\tilde{r}_d[n]$ doit conserver les mêmes propriétés que la fonction $r_p(t)$, à la fois dans les domaines temporels et fréquentiels. Sachant que la fonction de réflexion $r_p(t)$ est réelle, stable, causale et qu' elle satisfait les conditions :

$$r_p(t) = 0 \Big|_{t=0} \text{ et } \int_0^{\infty} r_p(\tau) d\tau = -1, \quad (\text{II-6})$$

car $Z_e(0) = 0$. Les propriétés de la fonction discrète doivent être :

$$\tilde{r}_d[n] \text{ réelle, causale, stable, } \tilde{r}_d[0] = 0, \sum_{k=0}^{\infty} \tilde{r}_d[k] = -1$$

Il faut cependant remarquer que le coefficient de réflexion $R_p(j\omega)$ n' est calculé ou mesuré que sur la largeur de bande LBU, ce qui signifie que la détermination de la fonction de réflexion discrète ne pourra se faire qu' à partir d' une version filtrée $R_p(j\omega) = R_p(j\omega) \cdot \Pi_{\sigma}(j\omega)$, où $\Pi_{\sigma}(j\omega)$ est un filtre passe-bas idéal de fréquence de coupure $\omega = \sigma$, de $R_p(j\omega)$. L' échantillonnage de cette version filtrée donne naissance à un coefficient de réflexion, périodique de période F_{ech} dans le domaine fréquentiel, noté $\hat{R}_{\sigma}(e^{j\omega})$. La transformée de Fourier discrète inverse de $\hat{R}_{\sigma}(e^{j\omega})$ engendre une fonction réelle mais non causale $\hat{r}_{\sigma}[n]$. Le problème consiste donc en la détermination de $r_d[n]$, fonction de réflexion réellement obtenue après calcul, de façon que l' erreur $|\hat{r}_{\sigma}[n] - \tilde{r}_d[n]|$ ou l' erreur $|\hat{R}_{\sigma}(e^{j\omega}) - \tilde{R}_d(e^{j\omega})|$ soit petite selon un critère donné (cf. Figure II-3a).

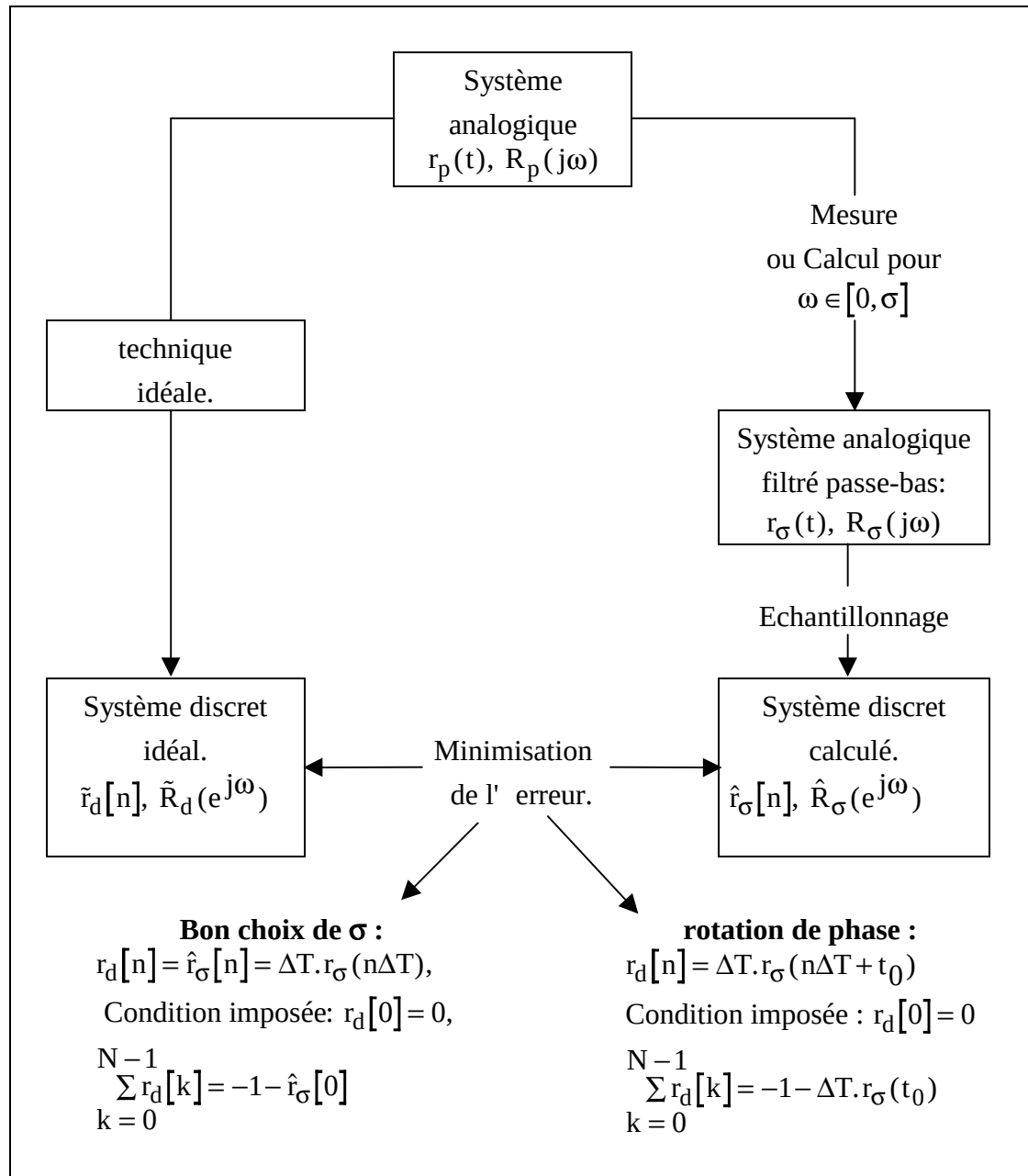


Figure II-3a : principe d' évaluation de la fonction de réflexion discrète à partir de l' impédance (d' après Gazengel et coll., 1994b).

Papoulis (1984) montre, en utilisant le critère des moindres carrés, que l' erreur décrite ci-dessus sera minimisée si la fonction $R_\sigma(j\omega)$ est continue pour $\omega = \pm \sigma$. Deux techniques apparaissent alors afin de rendre $R_\sigma(j\omega)$ continue aux extrémités ($\omega = \pm \sigma$) (cf. Figure II-3a).

Critère de continuité.

La première technique, permettant de rendre le coefficient de réflexion continu pour $\omega = \sigma$ consiste à choisir la fréquence d' échantillonnage $F_{ch} = 2 \cdot F_{max}$ telle que $\text{Im}[Z_e(F_{max})] = 0$. Dans ce cas les parties réelles et imaginaires de $R_\sigma(j\omega)$ sont continues en $\omega = \pm \sigma$, la fonction

de réflexion discrète n' est polluée que faiblement. Il nous est maintenant possible de proposer une technique d' évaluation de la fonction de réflexion discrète, dont les caractéristiques seront proches de la fonction de réflexion analogique. Cette technique consiste à rechercher, autour d' une fréquence $F'_{\max}$ choisie, la fréquence $F_{\max}$ pour laquelle la partie imaginaire de l' impédance d' entrée s' annule (cf. Figure II-3b).

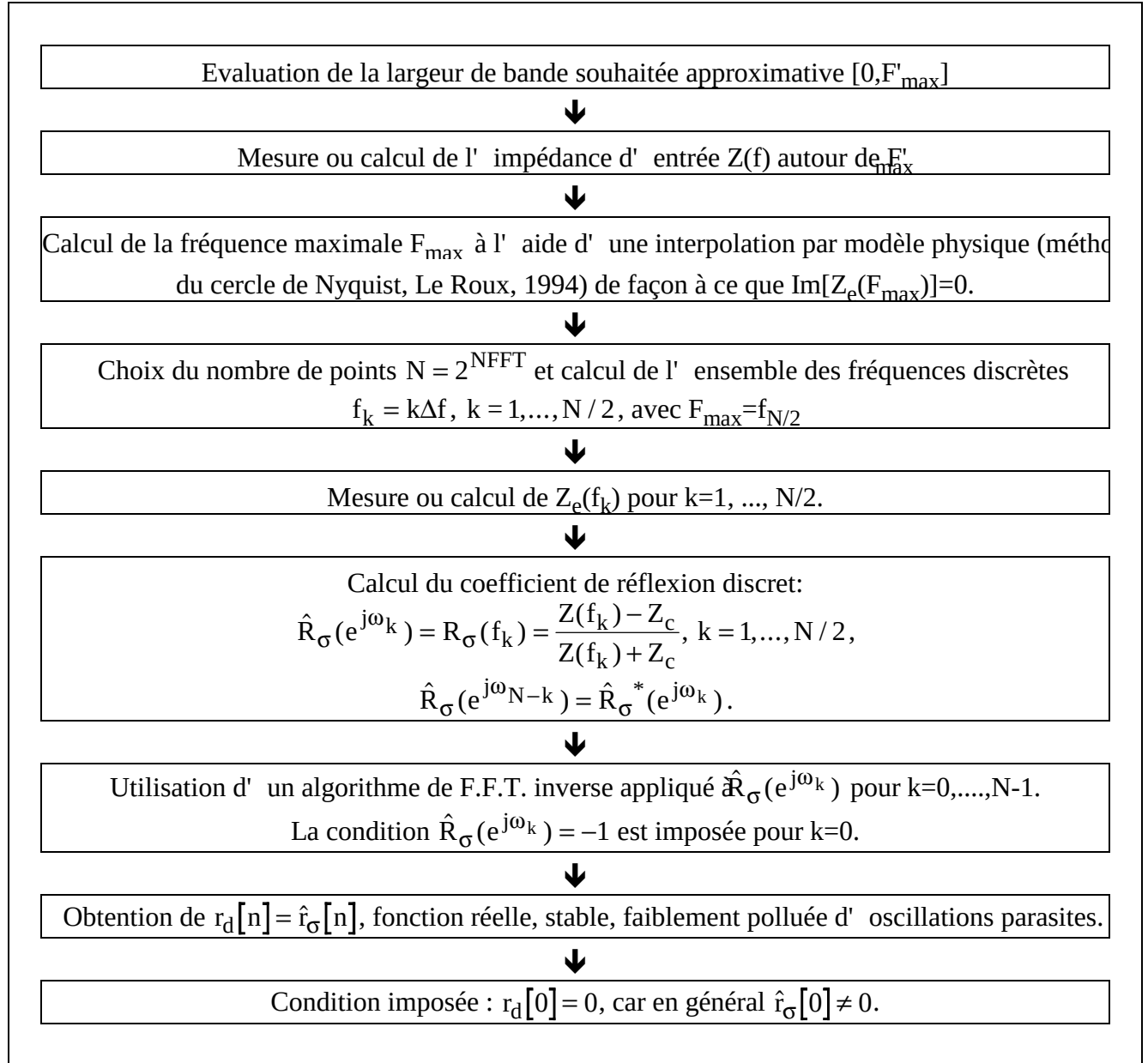


Figure II-3b: méthode d' évaluation de la fonction discrète à partir de l' impédance vérifiant $\text{Im}[Z_e(F_{\max})] = 0$

Une deuxième technique est envisageable au cas où il est impossible d' utiliser une fréquence d' échantillonnage de valeur quelconque, par exemple, lors d' une simulation sur station de travail équipée de logiciels de traitement de sons utilisant des fréquences d' échantillonnages prédéfinies.

Le coefficient de réflexion $R_{\sigma}(j\omega)$ peut s' écrire sous la forme :

$$R_{\sigma}(j\omega) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)} \quad (II-7)$$

où $A(\sigma) = A(-\sigma)$ et $-\varphi(\sigma) = \varphi(-\sigma) \neq \varphi(\sigma)$

Dans ce cas la continuité peut s' établir en effectuant artificiellement une "rotation" de la phase du coefficient de réflexion. Le nouveau coefficient, dont la phase s' annule pour $\omega = \pm \sigma$ s' écrit alors:

$$R'_{\sigma}(j\omega) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)} \cdot e^{jt_0\omega}, \quad t_0 = -\frac{\varphi(\sigma)}{\sigma} \quad (II-8)$$

La fonction de réflexion calculée est alors la version retardée (ou avancée) de t_0 de la fonction de réflexion analogique.

Les méthodes proposées ci-dessus nous permettent de déterminer une bonne approximation de la fonction de réflexion mais l' une d' entre elle peut créer un résonateur numérique équivalent surprenant. En effet, dans le cas où la fréquence d' échantillonnage ne peut être choisie librement, et si le résonateur présente des résonances aiguës au voisinage de $\omega = \sigma$, la technique consistant à calculer une version retardée de la fonction de réflexion par rotation de phase engendre un résonateur discret dont les fréquences de résonance sont différentes de celles du résonateur physique. En effet, pour un instrument de musique, la fonction de réflexion peut s' écrire :

$$r_p(t) = \Gamma(t) * \delta(t - 2\tau) \quad (II-9)$$

où $\Gamma(t)$ est le coefficient de réflexion temporel et τ le temps de propagation pour la longueur équivalente du résonateur. La version filtrée passe bas de $r_p(t)$ s' écrit :

$$r_{\sigma}(t) = \Gamma_{\sigma}(t) * \delta(t - 2\tau), \quad (II-10)$$

où $\Gamma_{\sigma}(t)$ est la version filtrée de $\Gamma(t)$. La fonction de réflexion discrète obtenu par "rotation" de phase peut alors s' écrire :

$$r_d[n] = \Gamma_{\sigma}(t) * \delta(t - 2\tau') \Big|_{t=n\Delta T} \quad (II-11).$$
$$\tau' = \tau - \frac{t_0}{2}$$

L' application de cette fonction de réflexion à un modèle d' oscillations crée un système auto-oscillant discret dont la période fondamentale devient $2.\tau'$ et non $2.\tau$. La fréquence de jeu de ce nouvel oscillateur est donc :

$$f'_j = \frac{1}{2\tau'} = \frac{1}{\frac{1}{f_j} - t_0}, \quad (\text{II-12})$$

$$\text{où } f_j = \frac{1}{2\tau} \text{ et } t_0 = -\frac{\varphi(\sigma)}{\sigma}.$$

En conclusion, si la simulation numérique présentée dans ce mémoire est utilisée à des fins d'analyse fine de la justesse d'un instrument, la technique consistant à éliminer les pollutions numériques (ripple) par rotation de phase n' est pas envisageable pratiquement. Celle-ci crée en effet un résonateur "discret" dont les fréquences de résonances sont différentes de celles du résonateur analogique. Nous utiliserons donc plutôt la première méthode.

III.3. Le suréchantillonnage.

Le chapitre consacré à la simulation numérique de l'anche (cf. § IV.) montre que les résultats de cette simulation sont très sensibles au choix de la fréquence d'échantillonnage : une grande fréquence d'échantillonnage conduit à une simulation plus réaliste dans le sens où la représentation de l'anche dans le domaine discret est proche du modèle d'anche analogique. Cette remarque nous amène à penser que le choix de la largeur de bande utile de l'impédance d'entrée, et donc de la fréquence d'échantillonnage, va conditionner la qualité de la représentation de l'anche dans le domaine discret. Une solution consisterait à calculer la fonction de réflexion après un suréchantillonnage du coefficient de réflexion, c'est-à-dire un choix de la fréquence d'échantillonnage F_{ech} vérifiant $F_{ech} > 2.F_{max}$. Schumacher (1981) utilise une telle méthode, mais celle-ci n'est, en fait, pas envisageable sous peine de ne pas respecter les conditions imposées à la fonction de réflexion discrète. Le suréchantillonnage crée un coefficient de réflexion dont l'amplitude est nulle pour les fréquences supérieures à F_{max} . Dans ce cas, le calcul de la fonction de réflexion discrète conduit à une fonction non causale, polluée par des oscillations de fréquence fondamentale F_{max} . Cette technique n'est donc pas adaptée à la simulation numérique du résonateur.

III.4 L'application d'un fenêtrage sur l'impédance d'entrée.

Si l'utilisation d'une fréquence d'échantillonnage de valeur quelconque n' est pas possible, il s'avère que la technique consistant à effectuer une "rotation" de la phase du coefficient de réflexion crée une fonction de réflexion discrète retardée (ou avancée). La dernière technique permettant d'éviter la discontinuité de phase du coefficient de réflexion en $\omega = \pm\sigma$ est l'utilisation d'un fenêtrage sur le coefficient de réflexion entre 0 et F_{max} . L'application de cette technique est efficace pour éviter le problème des oscillations parasites ("ripple") mais crée une fonction de réflexion discrète pour laquelle les hautes fréquences sont sous-estimées. L'utilisation d'une telle fonction de réflexion discrète pour la simulation par modèle physique

n' est pas recommandée pour une analyse spectrale des caractéristiques du signal obtenu par synthèse, les signaux obtenus étant filtrés.

III.5. Influence du nombre de points de la FFT inverse.

L' analyse des diverses techniques de calcul de la fonction de réflexion discrète citées ci-dessus ne permet pas d' évaluer l' influence du nombre de points N utilisés pour la FFT inverse sur la nature de la fonction de réflexion discrète obtenue. Ce paramètre, important pour le calcul ou la mesure de l' impédance d' entrée, affecte la longueur temporelle de la fonction de réflexion discrète, $T_0 = N/F_{ech}$, la fréquence d' échantillonnage étant fixée par l' impédance d' entrée. Il s' agit alors de choisir une valeur de N suffisamment grande pour que la durée T soit supérieure ou égale à la durée "utile" de la fonction de réflexion analogique. De plus, lors du passage de l' impédance d' entrée à la fonction de réflexion discrète, il existe un phénomène de repliement, spécifique au processus de la FFT, qui affecte les derniers échantillons de la fonction de réflexion discrète sur une durée que nous appelons T_{repli} . Il convient alors de choisir N suffisamment grand de façon à ce que la fenêtre temporelle vérifie (cf. Figure II-4) :

$$T_0 \geq T_{utile} + T_{repli}.$$

Il est alors possible d' obtenir une fonction de réflexion discrète représentative de son homologue analogique en ne conservant que les premiers échantillons sur une durée T_1 vérifiant (cf. Figure II-4) :

$$T_1 \geq T_{utile}$$

et en annulant la valeur du premier échantillon ($n=0$) :

$$r_d[0] = 0$$

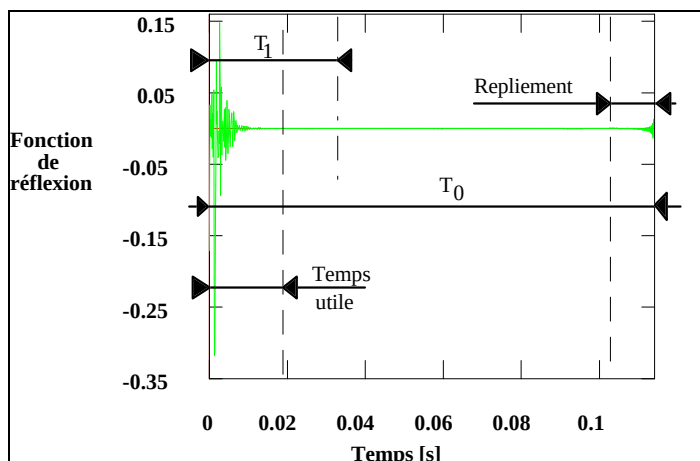


Figure II-4 : Fonction de réflexion discrète obtenue après FFT inverse du coefficient de réflexion. On remarque l' effet du repliement temporel qui affecte la valeur des derniers échantillons de la fenêtre.

III.6. Illustration des diverses techniques d' obtention de la fonction de réflexion discrète.

Afin de mettre en évidence les biais introduits par les différentes méthodes exposées aux paragraphes III.1., III.2., III.3., III.4., nous proposons de calculer la fonction de réflexion d' un tube cylindrique de longueur L_t et de section S sans perte. Dans le domaine analogique, celle-ci s' écrit $r_p(t) = -\delta(t - \tau)$, où τ représente le temps de propagation dans le tube et s' écrit $\tau = \frac{2L_t}{c}$. L' impédance d' entrée d' un tel résonateur s' écrit $Z_e(j\omega) = j \frac{\rho c}{S} \tan(\frac{j\omega}{c} L_t)$.

- dans le premier cas, la fréquence d' échantillonnage F_{ech} est choisie de façon que $\text{Im}\left[Z_e\left(\frac{F_{ech}}{2}\right)\right] = 0$, ce qui satisfait à la condition de continuité énoncée au paragraphe III.2.
- dans le second exemple, F_{ech} est choisie de façon que $\left|Z_e\left(\frac{F_{ech}}{2}\right)\right| = 0$, ce qui correspond à une discontinuité maximale.
- la troisième fonction de réflexion est alors calculée avec une fréquence d' échantillonnage telle que $\left|Z_e\left(\frac{F_{ech}}{2}\right)\right| = 0$ et à l' aide de rotation de phase permettant de rétablir la continuité.
- les deux dernières fonctions de réflexion sont obtenues respectivement par suréchantillonnage et fenêtrage de Hanning.

Les résultats de l' application des méthodes exposées ci-dessus sont présentées à la figure II-5.

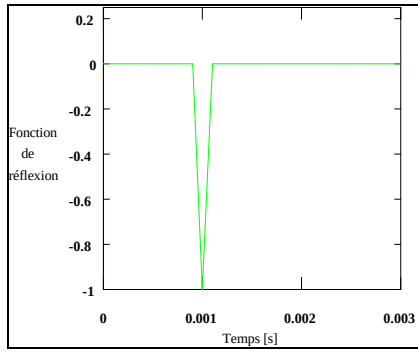


Figure II-5a : fonction de réflexion d' un tube cylindrique sans pertes ($\tau = 1$ ms).

$$\text{Condition } \text{Im}\left[Z_e\left(\frac{F_{\text{ech}}}{2}\right)\right] = 0.$$

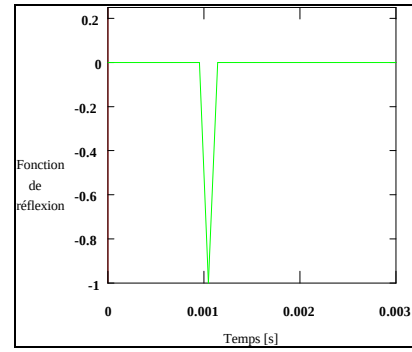


Figure II-5c : fonction de réflexion d' un tube cylindrique sans pertes ($\tau = 1$ ms).

$$\text{Condition } \left|Z_e\left(\frac{F_{\text{ech}}}{2}\right)\right| = 0 \text{ et rotation de phase.}$$

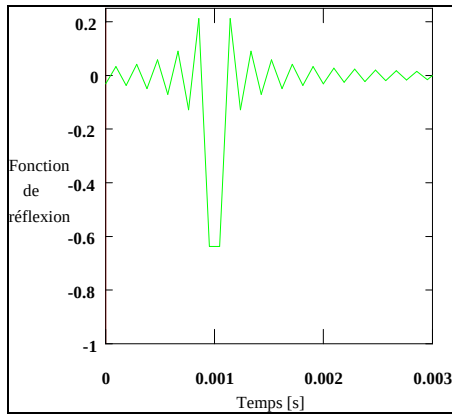


Figure II-5b : fonction de réflexion d' un tube cylindrique sans pertes ($\tau = 1$ ms).

$$\text{Condition } \left|Z_e\left(\frac{F_{\text{ech}}}{2}\right)\right| = 0.$$

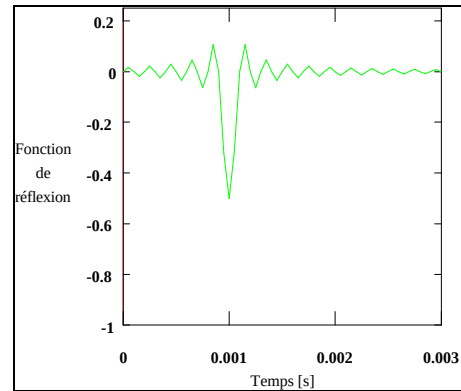


Figure II-5d : fonction de réflexion d' un tube cylindrique sans pertes ($\tau = 1$ ms).

$$\text{Suréchantillonnage } (F_{\text{ech}}=20 \text{ kHz}, F_{\text{max}}=5 \text{ kHz}).$$

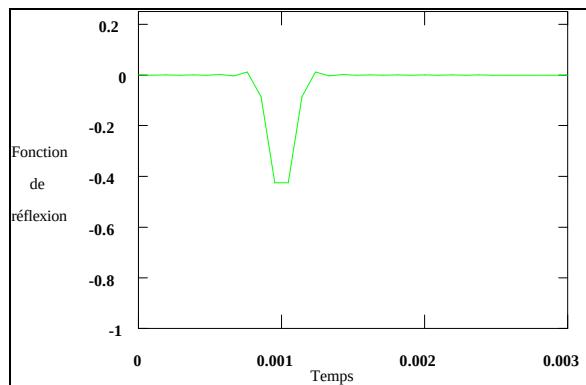


Figure II-5e : fonction de réflexion d' un tube cylindrique sans pertes ($\tau = 1$ ms).

$$\text{Condition } \left|Z_e\left(\frac{F_{\text{ech}}}{2}\right)\right| = 0, \text{ fenêtrage de Hanning.}$$

III.7. Exemple d' application : le sol grave du saxophone alto.

Afin de résumer les étapes essentielles à la détermination de la fonction de réflexion discrète, nous présentons le calcul de cette fonction dans le cas d' un doigté du saxophone alto, le sol grave. La mesure de l' impédance d' entrée est réalisée sur N points en suivant le processus décrit à l' annexe C1 et en respectant le critère de continuité énoncé au paragraphe III.2, à savoir $\text{Im}[Z_e(F_{\max})] = 0$. La figure (II-6) montre les parties réelles et imaginaires de l' impédance mesurée sur 512 points. La fonction de réflexion est alors calculée suivant le procédé décrit à la figure (II-3b) et apparaît à la figure (II-7). Elle est constituée de 1024 points. Nous pouvons remarquer l' effet de repliement qui apparaît pour les derniers échantillons.

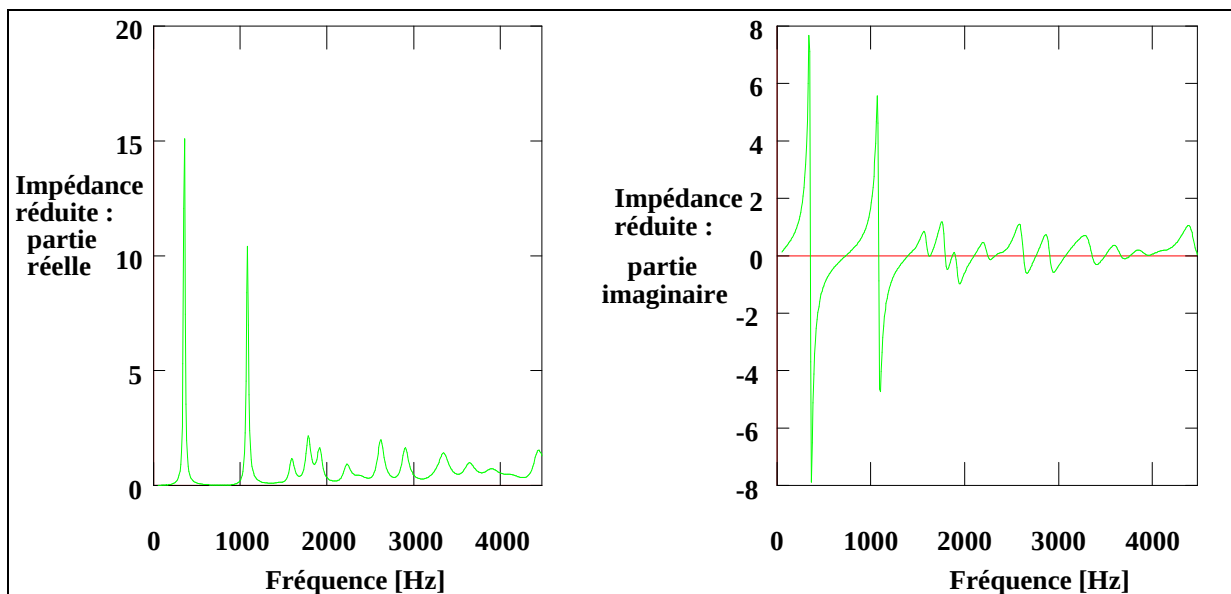


Figure II-6 : Impédance d' entrée du sol grave du saxophone alto (impédance réduite).

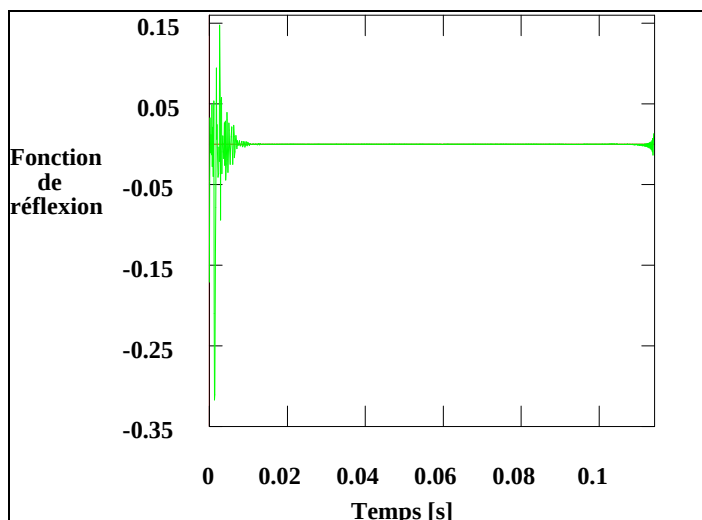


Figure II-7 : Fonction de réflexion calculée à partir de l' impédance d' entrée mesurée du sol grave du saxophone alto.

IV. La dynamique de l' anche dans le domaine discret.

Le comportement de l' anche est décrit, dans le domaine analogique, par l' équation différentielle linéaire à coefficients constants :

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \xi_a(t) \\ U_a(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{S_a} \\ -\omega_a^2 \cdot S_a & -g_a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \xi_a(t) \\ U_a(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{S_a \cdot p(t)}{\mu_a} \end{pmatrix} \quad (\text{II-13})$$

qu' il est nécessaire de transformer en équation aux différences

$$\begin{pmatrix} \xi_a[n] \\ U_a[n] \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ p[n] \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \xi_{a_0} \\ U_{a_0} \end{pmatrix} \quad (\text{II-14})$$

afin d' implanter un modèle d' anche (que nous qualifierons de discret).

Les techniques de discrétisation ou de résolution des équations différentielles sont nombreuses et issues de deux grandes familles que nous exposons dans la suite de ce document. Les principes de base de ces familles sont les suivants :

Le système d' équations différentielles du premier ordre (II-13) modélisant le comportement de l' anche peut être résolu directement en le considérant comme un système d' équations différentielles avec conditions initiales.

Ce système peut être considéré aussi comme la représentation d' un filtre, qu' il est possible de discrétiser à l' aide de méthodes issues du traitement de signal.

Ces deux familles de méthodes conduisent à des systèmes discrets dont il est nécessaire d' étudier la stabilité et le comportement en fréquence, afin de les confronter au système analogique initial. L' étude de la stabilité des diverses anches numériques obtenues fait donc l' objet du paragraphe IV.3., celle des réponses fréquentielles, du paragraphe IV.4.

IV.1. La modélisation de l' anche vue comme un système d' équations différentielles.

Le système (II-13) peut s' écrire sous une forme plus générale :

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{X}(t)}{dt} &= \vec{F}[\vec{X}(t), t], \\ \vec{F}[\vec{X}(t), t] &= M_a \cdot \vec{X}(t) + \vec{P}(t) \end{aligned} \quad (\text{II-15})$$

$$\text{où } M_a = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{S_a} \\ -S_a \omega_a^2 & -g_a \end{pmatrix} \text{ et } \vec{P}(t) = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{S_a p(t)}{\mu_a} \end{pmatrix}.$$

L' équation (II-15) ci-dessus peut alors être résolue à l' aide des techniques classiques à condition que la fonction $\vec{F}[\vec{X}(t)]$ soit explicitement connue à chaque instant t . La fonction $\vec{F}$ dépendant de $\vec{P}(t)$, variable a priori inconnue à l' instant t (nous ne résolvons pas un problème d' oscillations forcées mais d' auto-oscillations), l' équation (II-15) est facilement résolue dans le domaine discret à condition de faire l' approximation (Schumacher, 1981) :

$$\vec{P}[n] \approx \vec{P}[n-1] \quad (\text{II-16}).$$

Dans ce cas, l' équation (II-15) devient, à l' instant $n\Delta T$:

$$\left. \frac{d\vec{X}(t)}{dt} \right|_{t=n\Delta T} = \vec{F}\{\vec{X}[n], n\Delta T\} = M_a \cdot \vec{X}[n] + \vec{P}[n-1] \quad (\text{II-17})$$

Cette approximation est équivalente à l' application d' un filtre de réponse $H_{\text{approx.}}(z) = z^{-1}$ au système discret étudié, c' est-à-dire à une "rotation" de phase artificielle. La réponse fréquentielle de l' anche discrète obtenue après approximation $H_{\text{approx.}}(e^{j\omega})$ peut alors s' écrire:

$$H_{\text{approx.}}(e^{j\omega}) = H_d(e^{j\omega}) \cdot e^{-j\omega\Delta T} \quad (\text{II-18})$$

où $H_d(e^{j\omega})$ est la réponse fréquentielle de l' anche numérique obtenue sans l' approximation (II-16).

Les techniques les plus classiques permettant de résoudre ce problème, rencontrées dans la littérature appliquée aux instruments à vent, sont la méthode de Runge-Kutta d' ordre 4 (Barjau et Agullo, 1989 ; Pavageau, 1993) et la méthode d' Euler appelée aussi méthode d' Adams à l' ordre 1 (Schumacher, 1981). Afin de ne pas aborder l' étude d' une multitude de méthodes numériques, nous ne présentons ci-dessous que ces deux techniques numériques, qui conduisent à des solutions du type $\xi_a[n] = \xi_{a0}$ et $U_a[n] = U_{a0}$, qualifiées d' explicites (elles ne dépendent pas de la variable $p[n]$).

IV.1.1. Méthode de Runge-Kutta d' ordre 4.

Cette technique permet de connaître la valeur de $\vec{X}$ à l' instant ΔT à partir de l' échantillon $\vec{X}[n-1]$. Elle s' exprime sous la forme (Nougier, 1987 ; Press, 1986) :

$$\bar{X}[n] = \bar{X}[n-1] + \frac{\bar{k}_1 + \bar{k}_2 + \bar{k}_3 + \bar{k}_4}{6}, \text{ où} \quad (\text{II-19})$$

$$\bar{k}_1 = \Delta T \cdot \bar{F}\{\bar{X}[n-1], (n-1)\Delta T\}$$

$$\bar{k}_2 = \Delta T \cdot \bar{F}\left\{\bar{X}[n-1] + \frac{\bar{k}_1}{2}, (n - \frac{1}{2})\Delta T\right\}$$

$$\bar{k}_3 = \Delta T \cdot \bar{F}\left\{\bar{X}[n-1] + \frac{\bar{k}_2}{2}, (n - \frac{1}{2})\Delta T\right\}$$

$$\bar{k}_4 = \Delta T \cdot \bar{F}\{\bar{X}[n-1] + \bar{k}_3, n\Delta T\}$$

Ce mode de résolution, parfaitement adapté aux fonctions $\bar{F}$ explicitement connues en fonction de la variable t , nous impose une évaluation de $\bar{F}$ à l' instant $(n-1/2)\Delta T$. Nous faisons alors l' approximation :

$$\bar{P}\left[n - \frac{1}{2}\right] \approx \frac{\bar{P}[n] + \bar{P}[n-1]}{2} \quad (\text{II-20}).$$

IV.1.2. Méthode d' Adams à l' ordre 1.

Les méthodes ou formules d' Adams peuvent être des formules dites "ouvertes" ou "fermées". Les formules ouvertes expriment l' inconnue $\bar{X}[n]$ en fonction de $\bar{X}[n-1]$ et de $\bar{F}\{\bar{X}[n-1], (n-1)\Delta T\}$ alors que les formules fermées expriment $\bar{X}[n]$ en fonction de $\bar{X}[n-1]$ et de $\bar{F}\{\bar{X}[n], n\Delta T\}$. Il s' avère que, pour les expressions ouvertes, la détermination de $\bar{X}[n]$ est explicite, alors qu' elle devient implicite pour les expressions fermées. Pour ces dernières, une évaluation de $\bar{F}\{\bar{X}[n], n\Delta T\}$, a priori inconnue à l' instant $n\Delta T$, est indispensable. Cette évaluation peut se faire à l' aide d' une formule ouverte : dans ce cas, on parlera de méthodes de prédiction correction (Nougier, 1987 ; Press, 1986). L' utilisation des formules ouvertes ou fermées est alors un compromis entre un faible temps de calcul accompagné d' un éventuel problème de stabilité et un grand temps de calcul permettant de travailler avec des méthodes stables.

En ce qui concerne la résolution de l' équation différentielle (II-15), il est possible d' utiliser les formules "fermées", à priori plus stables (Nougier, 1987), sans évaluer au préalable le terme $\bar{F}\{\bar{X}[n], n\Delta T\}$. En effet ce terme est une simple combinaison linéaire de $\bar{X}[n]$, qui peut être calculé analytiquement comme suit pour la formule du premier ordre (Formule d' Euler) :

$$\begin{aligned}\bar{X}[n] &= \bar{X}[n-1] + \Delta T \cdot \bar{F}\{\bar{X}[n], n\Delta T\} \text{ soit} \\ \bar{X}[n] &= (I + \Delta T \cdot M_a)^{-1} \cdot \bar{X}[n-1] + \Delta T \cdot (I + \Delta T \cdot M_a)^{-1} \cdot \bar{P}[n-1]\end{aligned}\quad (\text{II-21}).$$

Dans l' expression (II-21) ci-dessus, I représente la matrice unité.

IV.2. La modélisation de l' anche vue comme un filtre linéaire.

Du point de vue du traitement de signal, l' équation (II-13) représente un filtre linéaire dont la réponse impulsionnelle est la transformée inverse de Laplace de :

$$H_a(p) = [pI - M_a]^{-1} \quad (\text{II-22}).$$

Cette matrice de transfert peut donner naissance à deux fonctions de transfert $H_{a\xi_a}(p) = \frac{\xi(p)}{p(p)}$

et $H_{aU_a}(p) = \frac{U_a(p)}{p(p)}$ qui représentent respectivement le comportement de la position et du

débit de l' anche en fonction de la pression acoustique dans le bec. A l' aide de techniques issues du traitement du signal numérique, ces deux fonctions de transfert peuvent être transformées en filtres à réponse impulsionnelle infinies (R.I.I.). La technique la plus utilisée pour réaliser une telle opération est la transformation bilinéaire exposée ci-dessous. D' autres techniques, telles que la méthode de l' échantillonnage de la réponse impulsionnelle ou de l' équivalence de la dérivée, qui ne sont pas utilisées pour la simulation exposée dans cette partie, sont présentées à l' annexe B de ce mémoire de façon à évaluer les biais qu' elles peuvent introduire lors d' une telle simulation.

Principe de la transformation bilinéaire.

La transformation bilinéaire consiste à intégrer l' équation différentielle (II-13) et à calculer, par une technique d' intégration numérique, l' intégrale obtenue. L' équation (II-13) peut s' écrire sous la forme intégrale suivante :

$$\int_{(n-1)\Delta T}^{n\Delta T} d\bar{X}(t) = \int_{(n-1)\Delta T}^{n\Delta T} M_a \cdot \bar{X}(t).dt + \int_{(n-1)\Delta T}^{n\Delta T} \bar{P}(t).dt \quad (\text{II-23}).$$

Le membre de droite peut être calculé à l' aide de la méthode des trapèzes. Une approximation de l' équation (II-23) s' écrit alors :

$$\bar{X}[n] - \bar{X}[n-1] = M_a \frac{\Delta T}{2} \{\bar{X}[n] + \bar{X}[n-1]\} + \frac{\Delta T}{2} \{\bar{P}[n] + \bar{P}[n-1]\} \quad (\text{II-24}).$$

IV.3. Stabilité des diverses méthodes numériques.

Les méthodes de résolution ou de discrétisation exposées au § IV.1.1. et § IV.1.2. doivent permettre de construire un système discret (anche numérique) dont les caractéristiques (raideur, fréquence propre, ...) sont les plus proches possibles de celles du système analogique à reproduire. Sachant que le système analogique étudié est un oscillateur harmonique à un degré de liberté, celui-ci est un système stable. Le système numérique simulant le comportement de cet oscillateur doit donc être stable. Nous consacrons ainsi les quelques lignes qui suivent à une étude de la stabilité des divers schémas numériques exposés précédemment.

La première technique permettant d' étudier la stabilité d' un système discret est la suivante. En écrivant l' équation du système discret sous la forme d' un filtre représenté par :

$$\bar{X}[n+1] = T \cdot \bar{X}[n] + \bar{E}[n] \quad (\text{II-25})$$

où T est la matrice de transition et $\bar{E}$ le terme d' excitation, le calcul des pôles de ce filtre (c' est-à-dire les valeurs propres de la matrice T) permet de déterminer si la méthode numérique étudiée est stable. En effet, si le module de ces pôles est inférieur à l' unité, le filtre équivalent est stable (Oppenheim, 1975).

IV.3.1. Stabilité des méthodes de résolution des équations différentielles.Méthode de Runge-Kutta.

L' équation (II-18) décrivant le processus de résolution peut s' écrire sous la forme :

$$\bar{X}[n+1] = T \cdot \bar{X}[n] + \bar{E}[n] \quad (\text{II-26})$$

où $T = I + \Delta T \cdot M_a + \frac{\Delta T^2}{2} M_a^2 + \frac{\Delta T^3}{6} M_a^3 + \frac{\Delta T^4}{24} M_a^4$ et $\bar{E}$ est une fonction des variables $\bar{P}[n-1]$ et $\bar{P}[n-2]$. Les valeurs propres de la matrice T s' écrivent :

$$p_i = 1 + \lambda_i + \frac{\lambda_i^2}{2} + \frac{\lambda_i^3}{6} + \frac{\lambda_i^4}{24} \quad i = 1, 2. \quad (\text{II-27})$$
$$\lambda_1 = \Delta T \cdot \left(-\frac{g_a}{2} - j \cdot \sqrt{\omega_a^2 - \frac{g_a^2}{4}} \right)$$
$$\lambda_2 = \Delta T \cdot \left(-\frac{g_a}{2} + j \cdot \sqrt{\omega_a^2 - \frac{g_a^2}{4}} \right)$$

La figure (II-8) montre que le module des pôles du filtre équivalent à la méthode de Runge-Kutta n' est inférieur à l' unité que pour une fréquence d' échantillonnage supérieure à une fréquence d' échantillonnage limite F_{lim} . Par conséquent, nous montrons que cette méthode n' est stable que pour une fréquence d' échantillonnage suffisamment élevée. Elle ne peut donc pas être appliquée à la simulation numérique du mouvement de l' anche.

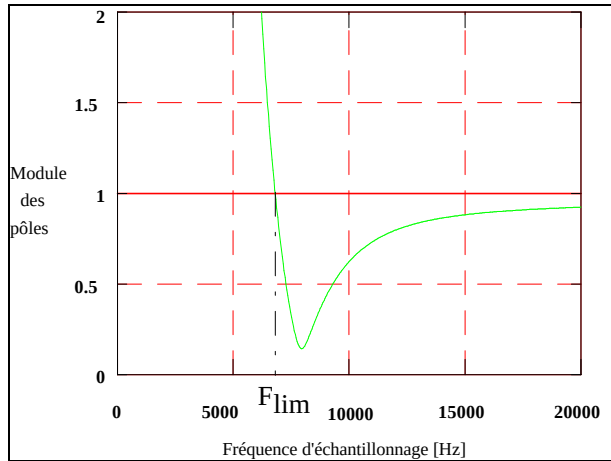


Figure II-8 : Evolution du module des pôles du filtre équivalent à la méthode de Runge-Kutta d' ordre 4 en fonction de la fréquence d' échantillonnage. Les paramètres d' anche choisis sont :

$\omega_a = 20000 \text{ rad/s}$, $g_a = 3000 \text{ s}^{-1}$. Le

module des pôles est inférieur à 1 pour

$F_{ech} > F_{lim}$, $F_{lim} = 6814,9 \text{ Hz}$.

Méthode d' Adams à l' ordre 1.

En ce qui concerne le module des pôles des filtres équivalents à la méthode d' Adams du premier ordre, l' équation (II-21) conduit à l' expression suivante :

$$|p_i| = \frac{1}{1 + g_a \cdot \Delta T + \omega_a^2 \cdot \Delta T^2} \leq 1 \quad (\text{II-28})$$

Pour cette méthode, nous montrons que le module des pôles est inférieur à l' unité : elle est stable.

IV.3.2. Stabilité de la transformation bilinéaire.

Une technique plus générale permettant d' aborder le problème de la stabilité des filtres numériques est maintenant utilisée. Lors de la transformation d' un filtre analogique en filtre numérique, l' étude du passage du plan de Laplace au plan des z permet de savoir si le demi-plan gauche du domaine de Laplace a pour image une surface située dans le cercle unité du plan des z. Si une telle condition est remplie, un filtre analogique stable (dont les pôles sont situés dans le demi-plan gauche du domaine de Laplace) est transformé en un filtre discret stable (pôles situés à l' intérieur du cercle unité). Les ouvrages spécialisés (Oppenheim, 1975 ; Kundt, 1980 ; Van den Enden, 1992) montrent que la transformation bilinéaire (méthode de l' équivalence de l' intégrale) est stable.

IV.4. Réponses en fréquences des diverses techniques numériques stables.

Afin de connaître les différents comportements des méthodes de discrétisation énumérées, nous nous intéressons à comparer les réponses en fréquence des divers filtres discrets stables avec la réponse en fréquence du filtre analogique à simuler. Une telle comparaison permettra alors d' isoler une méthode numérique aboutissant à une anche discrète dont la raideur, la fréquence propre et l' amortissement ont des valeurs proches de leurs homologues analytiques. Le principe général de cette étude est le suivant : à partir des équations aux différences régissant le comportement de divers filtres discrets, l' utilisation de la transformée en z permet de connaître les réponses en fréquence de ces filtres en posant $z = e^{j\omega\Delta T}$, et de les comparer à la réponse du filtre analogique.

IV.4.1. Evaluation des fonctions de transfert discrètes.

Nous présentons ici les fonctions de transfert discrètes des méthodes stables énumérées précédemment en considérant que l' entrée de ces filtres est $p[n]$, les sorties $\xi_a[n]$ et $U_a[n]$.

Formule d' Adams à l' ordre 1.

A partir de l' équation (II-21), la matrice de transfert discrète s' écrit :

$$H_{AD1}(z) = \Delta T \cdot \left[I(1 - z^{-1}) - \Delta T \cdot M_a \right]^{-1} \cdot z^{-1} \quad (II-29).$$

Les fonctions de transfert discrètes de la position et du débit de l' anche s' écrivent respectivement :

$$H_{AD1\xi_a}(z) = \frac{\xi_a(z)}{p(z)} = \frac{1}{\mu_a} \frac{z^{-1}}{\left[\frac{1-z^{-1}}{\Delta T} \right]^2 + \frac{g_a(1-z^{-1})}{\Delta T} + \omega_a^2} \quad (II-30),$$

$$H_{AD1U_a}(z) = \frac{U_a(z)}{p(z)} = \frac{S_a}{\mu_a} \frac{z^{-1}(1-z^{-1})}{\left[\frac{1-z^{-1}}{\Delta T} \right]^2 + g_a(1-z^{-1}) + \Delta T \omega_a^2} \quad (II-31).$$

Transformation bilinéaire.

Cette technique permet d' établir une équivalence entre les domaines analogiques et discrets. Celle-ci s' écrit :

$$s = \frac{2}{\Delta T} \frac{1+z^{-1}}{1-z^{-1}}. \quad (\text{II-32}).$$

La matrice de transfert se déduit aussi facilement par :

$$H_{\text{Bil}}(z) = H_a(s) \Big|_s = \frac{2}{\Delta T} \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}} = \frac{\Delta T}{2} (1+z^{-1}) \left[I(1-z^{-1}) - \frac{\Delta T}{2} (1+z^{-1}) M_a \right]^{-1} \quad (\text{II-33}).$$

$$H_{\text{Bil}\xi_a}(z) = \frac{1}{\mu_a} \frac{(1+z^{-1})^2}{z^{-2} \left(\frac{4}{\Delta T^2} - 2 \frac{g_a}{\Delta T} + \omega_a^2 \right) + 2z^{-1} \left(\omega_a^2 - \frac{4}{\Delta T^2} \right) + \left(\frac{4}{\Delta T^2} + 2 \frac{g_a}{\Delta T} + \omega_a^2 \right)} \quad (\text{II-34}),$$

$$H_{\text{Bil}U_a}(z) = \frac{S_a}{\mu_a} \frac{2}{\Delta T} \frac{(1-z^{-2})}{z^{-2} \left(\frac{4}{\Delta T^2} - 2 \frac{g_a}{\Delta T} + \omega_a^2 \right) + 2z^{-1} \left(\omega_a^2 - \frac{4}{\Delta T^2} \right) + \left(\frac{4}{\Delta T^2} + 2 \frac{g_a}{\Delta T} + \omega_a^2 \right)} \quad (\text{II-35})$$

IV.4.2. Comparaison des diverses réponses en fréquence.

Les fonctions de transfert énumérées ci-dessus nous permettent désormais de comparer les réponses en fréquence des systèmes discrets stables et du filtre analogique à simuler.

Les résultats sont présentés en Figures (II-9) et mettent en évidence les conclusions suivantes.

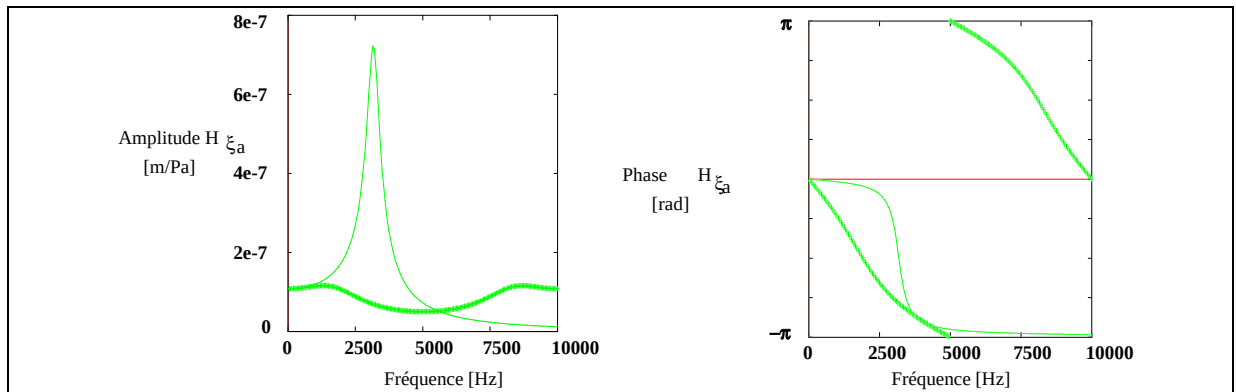


Figure II-9a : Réponse fréquentielle $H_{\text{AD1}\xi_a}(e^{j\omega\Delta T})$ de l'anche numérique obtenue par la méthode d'Adams à l'ordre 1, (trait : analogique, + : numérique). Paramètres d'anche: $\omega_a = 20000 \text{ rad/s}$, $\mu_a = 0,0231 \text{ kg/m}^2$, $g_a = 3000 \text{ s}^{-1}$. $F_{\text{ech}} = 10000 \text{ Hz}$.

La méthode d'Adams à l'ordre un (cf. Figure II-9a) induit un système numérique pour lequel ni l'amplitude ni la phase de la réponse en fréquence ne sont en accord avec la réponse du système analogique. L'utilisation d'une telle technique lors d'une simulation crée une anche

discrète équivalente dont l'amortissement est beaucoup plus important que l'amortissement prévu. De plus, une analyse de la phase montre que l'anche discrète obtenue n'est pas en phase avec la pression acoustique dans le bec aux basses fréquences.

Nous pouvons noter que l'effet de l'approximation exprimée par la relation (II-16) est ici très notable pour la méthode d'Adams. La différence de phase apparaissant entre les réponses fréquentielles des anches analogique et numérique est due à l'application du filtre de réponse $H_{\text{approx.}}(z) = z^{-1}$, dont l'effet est important même pour les basses fréquences ($\omega \ll \omega_a$)

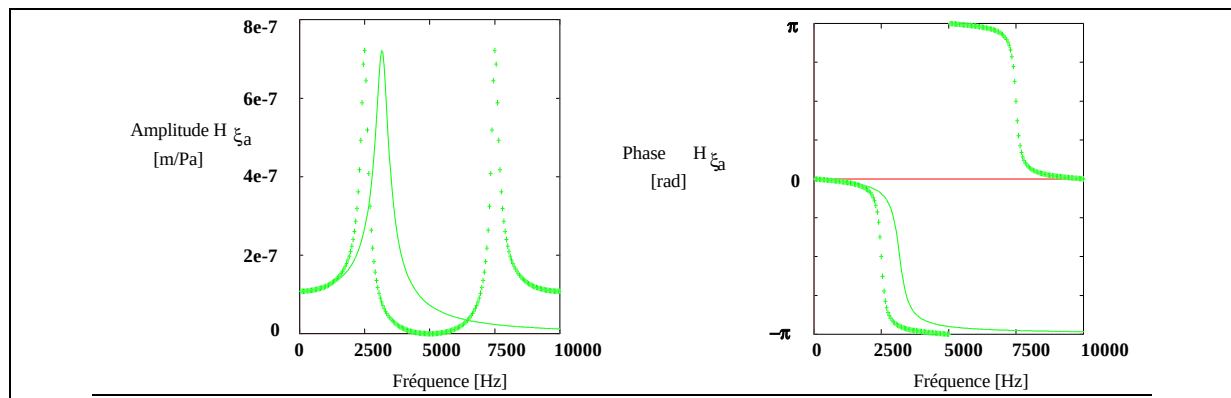


Figure II-9b : Réponse fréquentielle $H_{\text{Bil}\xi_a}(e^{j\omega\Delta T})$ de l'anche numérique obtenue par la méthode de l'équivalence de l'intégrale, (trait : analogique, + : numérique). Paramètres d'anche $\omega_a = 20000 \text{ rad/s}$, $\mu_a = 0,0231 \text{ kg/m}^2$, $g_a = 3000 \text{ s}^{-1}$. $F_{\text{ech}} = 10000 \text{ Hz}$.

La méthode de l'équivalence de l'intégrale, ou transformation bilinéaire transforme l'oscillateur harmonique décrivant le comportement de l'anche analogique en un système numérique dont les caractéristiques sont proches de celles attendues (cf. Figure II-9b) : l'anche discrète résultant de cette opération présente bien une résonance d'amplitude identique à celle du modèle analogique et une phase proche de la réponse en phase d'un oscillateur harmonique. Cependant cette résonance est "décalée" sur l'axe des fréquences.

IV.5. Effet de la transformation bilinéaire et de la transformation bilinéaire corrigée sur la réponse fréquentielle de l'anche discrète.

IV.5.1. La transformation bilinéaire.

Le phénomène de "décalage" fréquentiel illustré à la figure (II-9b) est bien connu des spécialistes du traitement du signal : la transformation bilinéaire agit comme un "compresseur" de l'axe des fréquences en passant du domaine analogique au domaine numérique. Cette opération fait en sorte que toute l'information contenue, dans le domaine analogique, dans l'intervalle de fréquence $[0, \infty[$ est présente, dans le domaine discret dans

l' intervalle $[0, F_{ech}/2]$. Oppenheim (1975) montre, à l' aide de l' équivalence $\frac{2}{\Delta T} \frac{1+z^{-1}}{1-z^{-1}}$, que les fréquences discrètes $\omega_{discret}$ et analogiques ω_{analog} sont reliées par (cf. Figure II-10) :

$$\omega_{discret} = \frac{2}{\Delta T} \arctan \left[\frac{\omega_{analog} \Delta T}{2} \right] \quad (II-36).$$

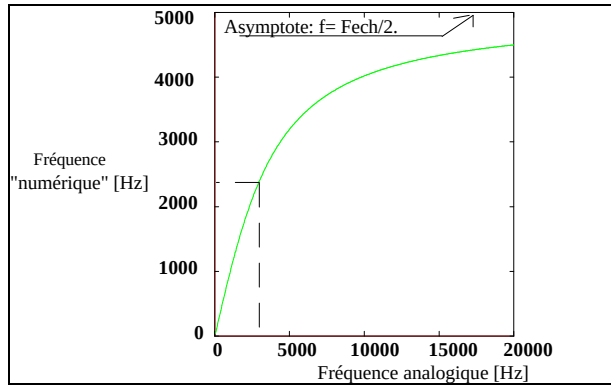


Figure II-10 : courbe de distorsion due à la transformation bilinéaire (d' après Oppenheim, 1975). Exemple : si la fréquence propre de l' anche analogique est $\omega_a = 20000$ rad / s (3183 Hz), celle de l' anche discrète est $\omega_d = 15708$ rad / s (2500 Hz) pour $F_{ech} = 10$ kHz.

L' équation (II-36) ci-dessus, représentant la compression induite par la transformation bilinéaire, montre que le filtre numérique (l' anche discrète) diffère toujours du filtre analogique (l' anche vue comme un oscillateur harmonique). Les coefficients ω_d , μ_d , g_d représentant respectivement la fréquence propre, la masse surfacique et l' amortissement de l' anche discrète diffèrent alors de leurs homologues analytiques ω_a , μ_a , g_a . Nous proposons d' analyser l' effet de la transformation bilinéaire sur ces trois coefficients.

Effet de la transformation bilinéaire sur la fréquence propre de l' anche discrète.

Les fréquences propres des anches discrète et analogique, respectivement notées ω_d et ω_a , sont reliées par l' équation (II-36) ci-dessus. La fréquence propre de l' anche discrète est alors toujours inférieure à celle de l' anche analogique. Ce phénomène est illustré à la figure (II-11a).

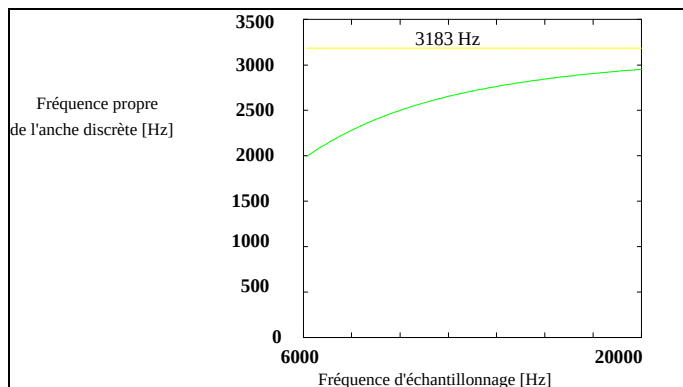


Figure II-11a: Evolution de la fréquence propre de l' anche discrète en fonction de la fréquence d' échantillonnage. Les paramètres de l' anche analogique sont : $\omega_a = 20000$ rad / s (3183 Hz), $\mu_a = 0,0231$ kg / m², $g_a = 3000$ s⁻¹

Il est possible de minimiser ce phénomène en choisissant une fréquence d' échantillonnage suffisamment grande. En effet, la compression introduite par la transformation bilinéaire sur l' axe des fréquences crée une distorsion minimale si et seulement si l' information importante à transférer du domaine analogique vers le domaine numérique se situe dans la zone quasi-linéaire de la courbe de distorsion (figure II-7). Il est d' ailleurs possible d' évaluer la zone quasi-linéaire de la courbe définie par l' équation (II-36) à l' aide d' un développement limité à l' ordre trois de l' équation (II-36) en choisissant un écart fréquentiel relatif maximum entre fréquence discrète et fréquence analogique. Si, par exemple, un écart de 5% est toléré sur l' intervalle de fréquence [0,4000Hz], la fréquence d' échantillonnage minimale à choisir est 32,4 KHz.

Effet de la transformation bilinéaire sur le coefficient d' amortissement de l' anche discrète.

Le coefficient de qualité de l' anche analogique est défini par:

$$Q_a = \frac{\omega_a}{\omega_{a_2} - \omega_{a_1}} = \frac{\omega_a}{g_a} \quad (\text{II-37a})$$

où ω_{a_1} et ω_{a_2} représentent les fréquences de coupure à -3 dB du filtre équivalent à l' anche analogique. Nous définissons le coefficient de qualité de l' anche discrète Q à l' aide des images respectives ω_d , ω_{d_1} et ω_{d_2} de ω_a , ω_{a_1} et ω_{a_2} par la transformation bilinéaire.

L' équation (II-36) permet alors de connaître la valeur du coefficient d' amortissement de l' anche numérique g :

$$g_d = \omega_{d_2} - \omega_{d_1}, \quad \text{où} \quad \begin{cases} \omega_{d_1} = \frac{2}{\Delta T} \arctan \left[\frac{\omega_{a_1} \Delta T}{2} \right] \\ \omega_{d_2} = \frac{2}{\Delta T} \arctan \left[\frac{\omega_{a_2} \Delta T}{2} \right] \end{cases}, \quad (\text{II-37b})$$

en fonction de la fréquence d' échantillonnage (cf. Figure II-11b).

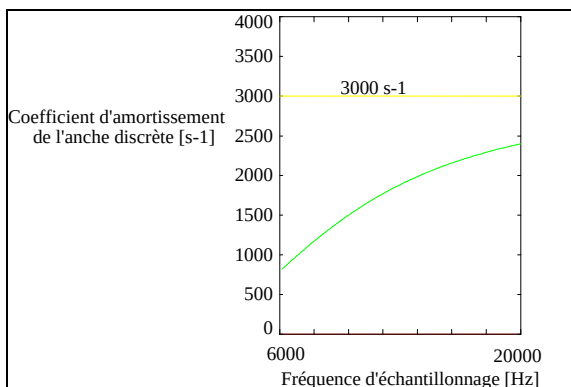


Figure II-11b: Evolution du coefficient d' amortissement g équivalent à l' anche discrète en fonction de la fréquence d' échantillonnage. Les paramètres de l' anche analogique sont :

$$\omega_a = 20000 \text{ rad / s (3183 Hz)}$$

$$\mu_a = 0,0231 \text{ kg / m}^2, \quad g_a = 3000 \text{ s}^{-1}$$

Il est important de noter que la transformation bilinéaire construit, à partir de l' anche analogique, un filtre discret qui n' est pas un oscillateur harmonique (filtre du second ordre). La définition des coefficient ω_d , g_d est ici une extrapolation du système analogique au système numérique. Le filtre numérique obtenu par la transformation bilinéaire n' est en fait pas descriptible par trois paramètres seulement. C' est pourquoi il est impossible de définir une masse surfacique équivalente à l' anche discrète.

Nous voyons là une limitation de la transformation bilinéaire à représenter un oscillateur harmonique analytique par un oscillateur harmonique discret pour de faibles fréquences d' échantillonnage. La conception de filtres numériques à partir de la transformation bilinéaire nécessite donc de corriger le filtre analogique à simuler avant le traitement. Cette correction ne peut pas conduire à un système numérique parfaitement identique au système analogique. Elle peut cependant s' effectuer de la façon suivante dans le cas de l' oscillateur à un degré de liberté.

IV.5.2. La transformation bilinéaire corrigée.

Si l' on souhaite que l' anche discrète possède une fréquence de résonance $\omega_d = \omega_a$, la fréquence de résonance du filtre analogique corrigé ω_{ac} s' écrit :

$$\omega_{ac} = \frac{2}{\Delta T} \tan \left[\frac{\omega_a \Delta T}{2} \right] \quad (\text{II-38}).$$

Cette opération conduit à exprimer les fréquences discrètes ω_{discret} à partir des fréquences analogiques ω_{analog} par:

$$\omega_{\text{discret}} = \frac{2}{\Delta T} \arctan \left[\frac{\omega_{\text{analog}}}{\omega_a} \tan \left(\frac{\omega_a \Delta T}{2} \right) \right] \quad (\text{II-39})$$

où ω_a est la fréquence propre de l' anche analogique. Cette correction permet ainsi de rendre la "compression" due à la méthode numérique minimale pour des fréquences proches de la fréquence propre de l' anche (cf. Figure II-12).

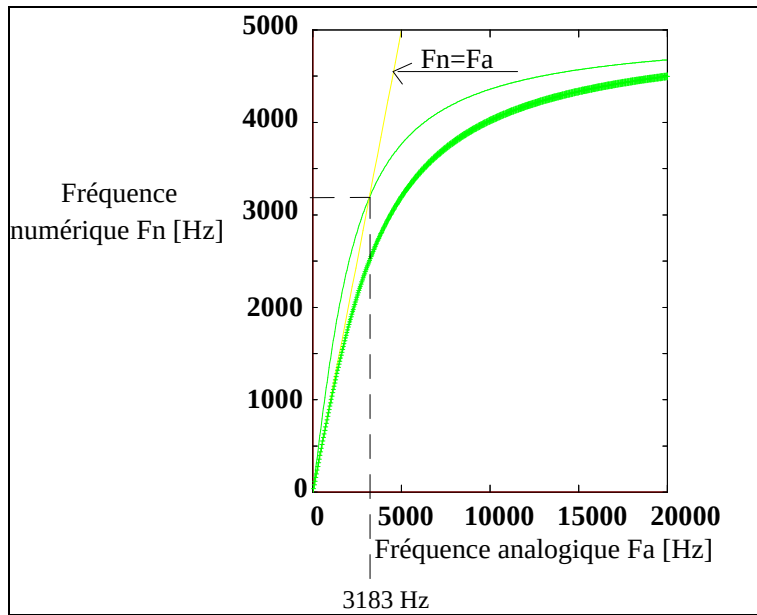


Figure II-12 : Courbe de distorsion due à la transformation bilinéaire corrigée (trait fin).

Comparaison avec la transformation bilinéaire (trait gras). L' effet de la distorsion pour la transformation bilinéaire corrigée est minimum pour des fréquences proches de la fréquence de résonance de l' anche. Les paramètres de l' anche analogique sont :

$$\omega_a = 20000 \text{ rad / s (3183 Hz)},$$

$$\mu_a = 0,0231 \text{ kg / m}^2, g_a = 3000 \text{ s}^{-1}$$

La transformation bilinéaire ne produisant aucune compression de l' axes des fréquences à fréquence nulle, les raideurs statiques des anches numérique et analogique sont identiques. Par conséquent, il vient :

$$\mu_a \omega_a^2 = \mu_{ac} \omega_{ac}^2 \quad (\text{II-40}).$$

Le coefficient μ_{ac} du filtre corrigé s' écrit $\mu_{ac} = \mu_a \frac{\omega_a^2}{\omega_{ac}^2}$

En ce qui concerne l' amortissement, la correction du filtre analogique est effectuée en supposant que les coefficients de qualité du filtre analogique à simuler et du filtre analogique corrigé sont identiques. Le coefficient d' amortissement g_{ac} du filtre corrigé s' écrit :

$$g_{ac} = g_a \frac{\omega_{ac}}{\omega_a} \quad (\text{II-41}).$$

Moyennant ces corrections, la transformation bilinéaire permet de construire une anche discrète dont les caractéristiques sont proches de celles de l' anche analogique (cf. Figure II-13).

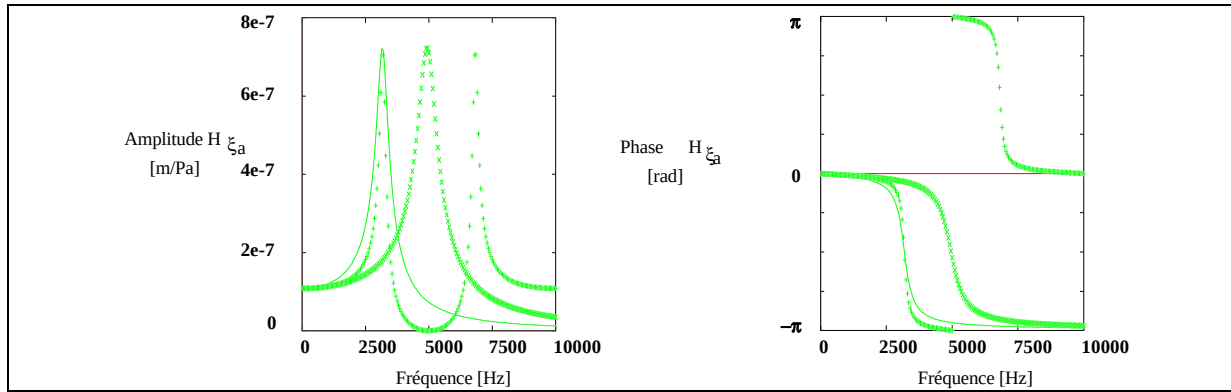


Figure II-13 : Réponse fréquentielle $H_{\text{Bil}\xi_a}(e^{j\omega\Delta T})$ de l' anche numérique obtenue par la transformation bilinéaire corrigée, (trait : analogique, x : analogique corrigé, + : numérique).

Les paramètres de l' anche analogique sont :

$$\omega_a = 20000 \text{ rad / s (3183 Hz)}, \mu_a = 0,0231 \text{ kg / m}^2, g_a = 3000 \text{ s}^{-1}.$$

Ceux de l' anche analogique corrigée sont :

$$\omega_{ac} = 31148,2 \text{ rad / s (4957,4 Hz)}, \mu_a = 9,52 \cdot 10^{-3} \text{ kg / m}^2, g_a = 4672,2 \text{ s}^{-1}$$

La figure (II-13) ci-dessus montre que l' anche discrète obtenue par la transformation bilinéaire corrigée possède une raideur et une fréquence propre respectivement identiques à la raideur et à la fréquence propre de l' anche analogique. Cependant le coefficient d' amortissement discret g est très différent de son homologue analytique. La correction que nous apportons pour compenser la fréquence de résonance de l' anche discrète affecte alors la valeur de l' amortissement de cette dernière. Ce coefficient d' amortissement est d' ailleurs d' autant plus affecté que la fréquence d' échantillonnage est petite vis-à-vis de la fréquence de résonance de l' anche analogique (cf. Figure II-14).

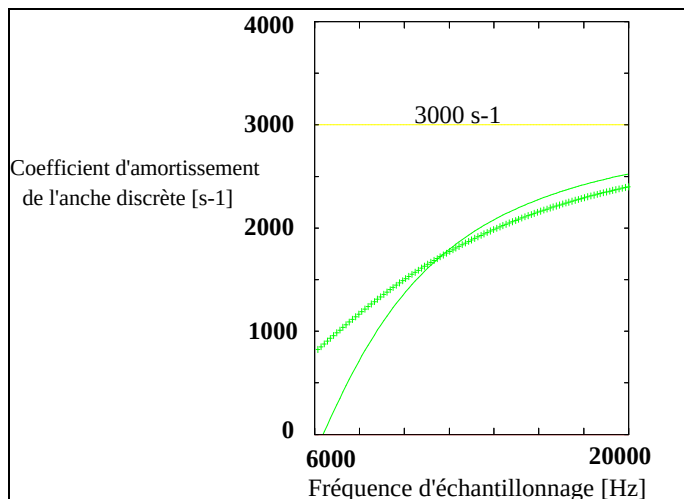


Figure II-14 : Evolution du coefficient d' amortissement g équivalent à l' anche discrète obtenue par la transformation bilinéaire corrigée en fonction de la fréquence d' échantillonnage (trait) ; comparaison avec le coefficient d' amortissement obtenu par la transformation bilinéaire (+). Les

paramètres de l' anche analogique sont :

$$\omega_a = 20000 \text{ rad / s (3183 Hz)}, \mu_a = 0,0231 \text{ kg / m}^2, g_a = 3000 \text{ s}^{-1}$$

En conclusion, il apparaît clairement que les deux systèmes (analogique et numérique) sont quasi-identiques si la fréquence d' échantillonnage est grande devant la fréquence de résonance de l' anche quelque soit la méthode choisie (corrigée ou non).

Cependant, si la fréquence d' échantillonnage est faible (cas des d' impédances mesurées), la transformation bilinéaire et la transformation bilinéaire corrigée conduisent à des filtres numériques (anches discrètes) aux caractéristiques suivantes :

- transformation bilinéaire :

les raideurs discrète et analogique sont identiques, la fréquence de résonance discrète est inférieure à la fréquence de résonance analogique (cf. Figure II-11a), le facteur de qualité discret Q_d est supérieur au facteur de qualité analogique Q_a (cf. Figure II-15).

- transformation bilinéaire corrigée :

les raideurs discrète et analogique sont identiques, les fréquences de résonance discrète et analogique sont identiques, le facteur de qualité discret corrigé Q_{dc} est supérieur au facteur de qualité discret Q_d non corrigé, lui même supérieur au facteur de qualité analogique Q_a (cf. Figure II-15).

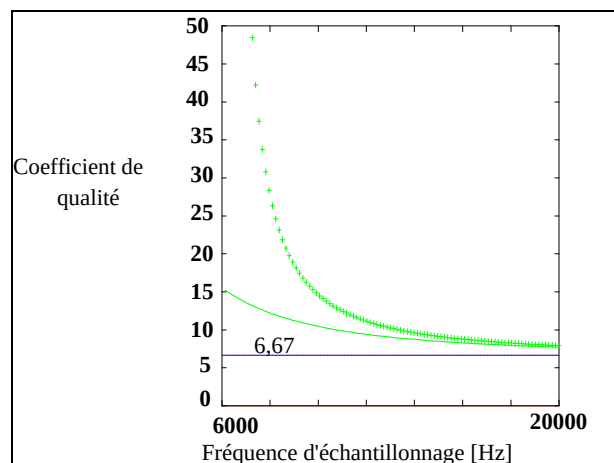


Figure II-15 : Evolution du coefficient de qualité équivalent à l' anche discrète en fonction de la fréquence d' échantillonnage.

Comparaison entre la transformation bilinéaire (trait) et la transformation bilinéaire corrigée (+). Les paramètres de

l' anche analogique sont :

$$\omega_a = 20000 \text{ rad / s (3183 Hz),}$$

$$\mu_a = 0,0231 \text{ kg / m}^2, \quad g_a = 3000 \text{ s}^{-1},$$

soit un coefficient de qualité $Q_a = 6,67$.

Le choix de l' une ou l' autre des deux méthodes dépend alors du paramètre à privilégier. Doit-on favoriser un bon respect du facteur de qualité ou un bon respect de la fréquence de résonance? L' utilisation de l' une ou l' autre de ces deux méthodes induit, dans tous les cas, une anche numérique qui n' est pas assimilable à un oscillateur harmonique.

V. Résolution du système complet

La connaissance de la fonction de réflexion discrète $r_d[n]$ et de l' expression de la position et du débit de l' anche en fonction de la pression,

$$\begin{cases} y_a[n] = \xi_{a0} - \frac{P_a}{\mu_a \omega_a^2} + M_{12} \cdot p[n] \\ U_a[n] = U_{a0} + M_{22} \cdot p[n] \end{cases}, \quad (\text{II-42})$$

où $\xi_{a0}, U_{a0}, M_{12}, M_{22}$ sont calculés à l' annexe B pour chacune des méthodes de discrétisation stables, nous permet maintenant de résoudre le système (II-3) dans le domaine discret.

$$\begin{cases} p(t) = r_p(t) * [p(t) + Z_c \cdot U_e(t)] + Z_c \cdot U_e(t) \\ U_e(t) = NL\{p(t); F_y[p(t)]\} - F_u[p(t)] \end{cases} \quad (\text{II-43}).$$

V.1. Evaluation de l' équation intégrale dans le domaine discret.

Le premier problème consiste à évaluer une approximation de l' équation (II-1.b) dans le domaine discret. Celle ci peut s' écrire :

$$\begin{aligned} p(t) &= p_{\text{hist}} + Z_c U_e(t) \\ p_{\text{hist}} &= \int_0^\infty r_p(\tau) [p(t - \tau) + Z_c U(t - \tau)] d\tau \end{aligned} \quad (\text{II-44})$$

et peut être calculée par diverses méthodes d' intégration numériques. Sachant que $\epsilon_d[0] = 0$, la variable p_{hist} s' évalue à l' aide de la méthode des rectangles par:

$$p_{\text{hist}} = \sum_{k=1}^n r_d[k] \{p[n - k] + Z_c U[n - k]\} \quad (\text{II-45a})$$

ou la méthode des trapèzes par:

$$p_{\text{hist}} = \sum_{k=1}^{n-1} r_d[k] \{p[n - k] + Z_c U[n - k]\} + \frac{r_d[n] \{p[0] + Z_c U[0]\}}{2} \quad (\text{II-45b}).$$

Ces deux méthodes sont très semblables, voire identiques si les conditions initiales satisfont $p[0] = 0, U_e[0] = 0$.

Remarque: Il est important de noter que l' expression discrète de p_{hist} s' écrit bien

$$p_{\text{hist}} = \sum_{k=1}^n r_d[k] \{p[n - k] + Z_c U_e[n - k]\} \text{ à condition que la fonction de réflexion discrète } \sum_{k=0}^{N-1} r_d[k] = -1.$$

Si, par souci de rigueur, la fonction de réflexion discrète est normalisée de façon à connaître son amplitude réelle, elle s'écrit :

$$r_d[k]_{\text{normalisée}} = \frac{1}{\Delta T} \cdot r_d[k]. \quad (\text{II-46}).$$

Le calcul de p_{hist} doit alors s'effectuer en prenant en compte la période d'échantillonnage :

$$p_{\text{hist}} = \Delta T \cdot \sum_{k=1}^n r_d[k]_{\text{normalisée}} \{p[n-k] + Z_c U_e[n-k]\}. \quad (\text{II-47}).$$

L'attention portée à ce facteur de normalisation est de la plus grande importance puisqu'il conditionne le bon fonctionnement de la simulation. En effet, si le calcul de p_{hist} est réalisé sans veiller à ce facteur, l'instrument numérique ne peut pas osciller.

V.2. Résolution de l'équation non-linéaire.

Le calcul de l'intégrale p_{hist} ci-dessus conduit à l'expression :

$$p[n] = p_{\text{hist}} + Z_c U_e[n] \quad (\text{II-48}).$$

Le comportement du jet entrant dans le bec est modélisé par la relation (I-5b) exposée dans la première partie de ce mémoire, les variables $p[n]$, $U_e[n]$, $y[n]$ et $U_a[n]$ sont reliées entre elles par :

$$U_e[n] = \sqrt{\frac{2}{\rho}} b \{y[n] + H\} \sqrt{P_a - p[n]} - U_a[n] \quad (\text{II-49})$$

Sachant que $y[n]$ et $U_a[n]$ vérifient l'expression (II-42), où ξ_{a0} , U_{a0} , M_{12} , M_{22} dépendent des méthodes de discrétisation (cf. annexe B), les équations (II-44), (II-48) et (II-42) conduisent à l'expression :

$$NL_p \{p[n]\} = 0, \text{ où}$$

$$NL_p \{p[n]\} = p_{\text{hist}} + Z_c \sqrt{\frac{2}{\rho}} b \sqrt{P_a - p[n]} \left\{ \xi_{a0} + M_{12} p[n] + H - \frac{P_a}{\mu_a \omega_a^2} \right\} - Z_c U_{a0} - Z_c M_{22} p[n] - p[n] \quad (\text{II-50}).$$

La résolution de cette équation non-linéaire en $p[n]$ est aisément réalisable à l'aide de la méthode de Newton-Raphson (Press, 1986). Cette résolution demande en moyenne quatre à cinq itérations pour converger. Elle pose cependant un problème de convergence au voisinage

de $p[n] = P_a$, valeur pour laquelle la dérivée de la fonction $NL_p\{p[n]\}$ est infinie. Dans ce cas la méthode de Newton Raphson ne peut pas converger (cf. figure II-16).

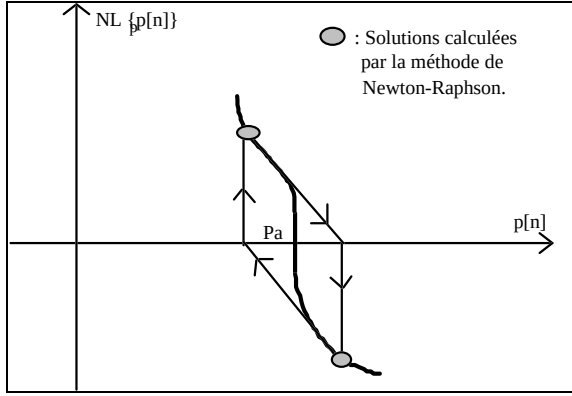


Figure II-16 : allure du comportement de la méthode de Newton-Raphson lorsque $p[n]$ se trouve au voisinage de P_a . La convergence vers la solution $p[n] = P_a$ est impossible.

Nous avons choisi, au cas où la méthode ne converge pas, de supposer que la solution se trouve au voisinage de P_a et de la calculer au moyen d' une simple technique de dichotomie. Les résultats de simulation tendent à prouver que cette opération ne perturbe pas les signaux simulés.

La connaissance de $p[n]$ permet alors de calculer toutes les variables décrivant le système à l' instant ΔT .

$$\begin{cases} y_a[n] = \xi_{a0} - \frac{P_a}{\mu_a \omega_a^2} + M_{21} \cdot p[n] \\ U_a[n] = U_{a0} + M_{22} \cdot p[n] \\ U_e[n] = \frac{p[n] - p_{hist}}{Z_c} \end{cases}$$

Le calcul est ainsi répété pour l' échantillon temporel suivant.

En conclusion, la méthode de simulation que nous utilisons dans la suite de ce document pour résoudre le système d' équations (I-9) décrit au paragraphe II.3 de la partie A de ce mémoire est la suivante :

- Calcul de la fonction de réflexion discrète à partir de l' impédance d' entrée mesurée ou calculée (cf. § III. de cette partie),
- Choix des conditions initiales $p[0]$, $U_e[0]$, $y[0]$, $U_a[0]$.

Pour chaque l' instant ΔT , $n=1, \dots, N$, où N est choisi :

- Calcul de l' historique du résonateur à l' aide de l' équation (II-45a),

- Résolution de l' équation (II-50) non-linéaire en $p[n]$ à partir du choix du schéma numérique décrivant le comportement de l' anche discrète (méthode d' Adams, transformation bilinéaire,...),
- Calcul des débits U_e et U_a ainsi que de la position de l' anche y .

VI. Simulations numériques : comparaison des régimes permanents périodiques entre les méthodes temporelle et fréquentielle.

L' objet de ce paragraphe est de présenter les résultats de calcul numérique obtenus dans le domaine temporel après application des diverses méthodes exposées précédemment, à savoir les méthodes de calcul de la fonction de réflexion et les méthodes de discrétisation de l' anche, au système d' équations (I-9) modélisant l' instrument complet. La comparaison de ces résultats de simulation avec les signaux obtenus par une méthode de simulation fréquentielle nous permettra de valider les conclusions tirées des considérations théoriques des paragraphes précédents.

La méthode de simulation fréquentielle de recherche des régimes permanents périodiques choisie est la méthode de l' équilibrage harmonique adaptées aux instruments à vent (Gilbert et coll., 1989), valide sous certaines conditions :

- Les comparaisons entre les signaux obtenus par simulation temporelle et fréquentielle ne peuvent être réalisées que sur les régimes permanents des signaux synthétisés.
- Le principe de cette méthode reposant sur l' hypothèse de signaux périodiques à spectre borné, la méthode fréquentielle utilisée n' est fiable que pour de faibles pressions d' alimentation (oscillations anche non-battante).

Les comparaisons entre les signaux obtenus par méthode fréquentielle (dite méthode de référence) et méthode temporelle sont réalisées à l' aide du schéma suivant : l' impédance du résonateur étant connue, un calcul des variables $p[n]$, $U_e[n]$, $y[n]$ est effectué à l' aide des deux techniques. Les fréquences fondamentales ainsi que les amplitudes des fondamentaux des signaux de pression simulés sont comparés.

Ce paragraphe s' articule en trois parties. Dans la première partie, nous exposons quelle est la technique utilisée pour déterminer les caractéristiques (fréquence fondamentale, amplitude du fondamental) des signaux de pression obtenus par simulation temporelle. Une fois ces caractéristiques connues, nous nous attachons à évaluer, dans la deuxième partie, les éventuels biais introduits sur le signal de pression simulé par une mauvaise détermination de la fonction de réflexion. Dans la troisième, les diverses anches discrètes étudiées au paragraphe IV sont appliquées au système numérique auto-oscillant. Les pressions acoustiques résultant de cette

simulation sont comparées à celle obtenue par la méthode d' équilibrage harmonique. Les problèmes concernant les anches discrètes, soulevés précédemment, sont ainsi mis en évidence.

VI.1. Evaluation des caractéristiques du signal de synthèse obtenu par méthode temporelle.

La comparaison du signal de pression issu de la synthèse dans le domaine temporel et du signal obtenu par la méthode fréquentielle nécessite une analyse fine des caractéristiques de ces deux signaux. En ce qui concerne le signal issu de la méthode de l' équilibrage harmonique (méthode fréquentielle), il s' avère très simple de déterminer la fréquence et l' amplitude du fondamental du signal calculé de façon précise. Par contre, dans le cas de la simulation temporelle, l' utilisation d' une simple FFT ne nous permet d' évaluer ni la fréquence fondamentale du signal à ± 5 cent près, ni l' amplitude du fondamental à $\pm 0,5$ dB près. En effet, les conditions dans lesquelles nous nous trouvons (fréquence d' échantillonnage de 8 kHz environ, FFT sur 1024 points) conduisent à une précision d' environ ± 30 cent si la fréquence fondamentale est de 220 Hz !

Il est alors nécessaire d' évaluer les paramètres qui nous intéressent de façon plus précise. Ceci est possible en analysant la partie stationnaire du signal calculé, à savoir, le régime périodique permanent et en utilisant une interpolation par modèle physique.

Nous recherchons la partie stationnaire du signal de synthèse en analysant l' évolution de la période de ce signal (supposé périodique) en fonction du temps par recherche des passages à zéro du signal étudié : cette évolution permet de distinguer le régime transitoire du régime permanent et d' analyser uniquement ce dernier. L' analyse du régime permanent est alors effectuée en supposant le signal périodique, à spectre borné, descriptible par :

$$p(t) = \sum_{n=1}^N P_n \cos(2\pi n f_0 t + \varphi_n)$$

L' utilisation de la transformée de Fourier (ou de la FFT dans notre cas) sur une fenêtre temporelle rectangulaire de longueur $T_{\text{fenêtre}}$ vérifiant $T_{\text{fenêtre}} = \frac{N_1}{F_{\text{ech}}}$, où N_1 est le nombre de points utilisé pour la F.F.T., conduit à un spectre de raies harmoniques convoluées à une fonction de type sinus cardinal :

$$p(f) = \sum_n P_n \frac{\sin[\pi(f - n f_0)] T_{\text{fenêtre}}}{\pi(f - n f_0)}$$

L' interpolation par modèle physique utilisant deux échantillons situés de part et d' autre de la première raie permet d' évaluer simplement la fréquence fondamentale et l' amplitude du fondamental du signal étudié.

VI.2. Le calcul de la fonction de réflexion. Application au modèle d' oscillation basses fréquences.

Afin de connaître les conséquences d' une mauvaise détermination de la fonction de réflexion discrète sur les résultats de simulation (pression, débit,..), nous nous intéressons à appliquer la simulation basses fréquences (pour laquelle la dynamique de l' anche n' intervient pas) à deux types de résonateurs et à comparer les résultats obtenus avec les résultats d' une méthode de référence. Le premier résonateur utilisé est un tube sans pertes viscothermiques. Le deuxième résonateur est un tube avec pertes viscothermiques. Pour le résonateur sans pertes, nous avons montré lors de la première partie que les solutions du système (I-11) modélisant les auto-oscillations sont déduites à l' aide d' une résolution graphique (Maganza et coll., 1986) Cette technique est alors utilisée comme référence. Pour le tube avec pertes, le recours à la méthode d' équilibre harmonique est indispensable afin de connaître les signaux de référence.

VI.2.1. Simulation basses fréquences à partir d' un tube sans pertes.

Nous montrons dans la première partie que la simulation des auto-oscillations d' un système muni d' un résonateur de type tube sans pertes conduit à un solution $p[n]$ qui est un signal carré de période 2τ , où $\tau=2L_t/c$, c étant la célérité du son et L_t la longueur du tube (Kergomard, 1994). La simulation numérique basses fréquences appliquée à un résonateur d' impédance d' entrée $Z_e(j\omega) = j\frac{\rho c}{S} \tan(\frac{\omega}{c} L_t)$, correspondant à l' impédance d' un tube cylindrique sans pertes, doit alors donner un résultat identique. Pour le savoir, nous calculons, à partir de l' impédance d' un tube sans pertes définie ci dessus, cinq fonctions de réflexion correspondant à cinq techniques différentes, dont les principes sont exposés au paragraphe III.5. La simulation numérique basses fréquences est appliquée à ces cinq résonateurs discrets pour l' ensemble de paramètres suivants :

$$\omega_a = 20000 \text{ rad / s}, \mu_a = 0.0231 \text{ kg / m}^2, P_a = 1500 \text{ Pa}.$$

Les résultats sont présentés la figure (II-17).

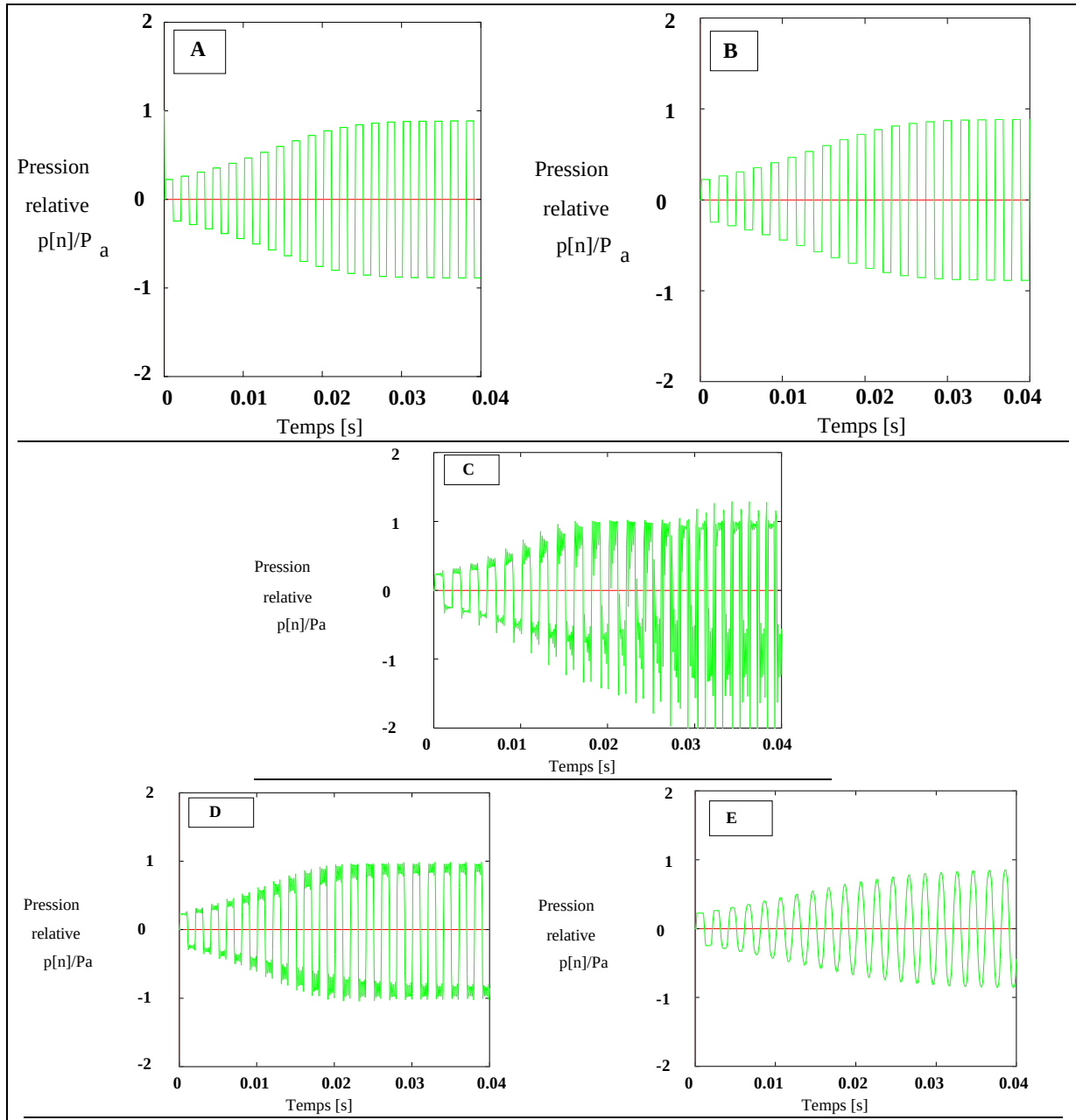


Figure II-17 : résultats de la simulation basses fréquences appliquée aux différentes fonctions de réflexions discrètes d' un tube sans pertes. Cas A : la condition de continuité énoncée au paragraphe III.2. est respectée en choisissant $\text{Im}[Z_e(F_{\text{max}})] = 0$. Cas B : la condition de continuité est respectée en choisissant $|Z_e(F_{\text{max}})| = 0$ et en effectuant une "rotation de phase". Cas C : la condition de continuité n' est pas respectée : $|Z_e(F_{\text{max}})| \neq 0$. Cas D : la fréquence d' échantillonnage vérifie $F_{\text{ech}} > 2 \cdot F_{\text{max}}$ ($F_{\text{ech}} = 20 \text{ kHz}$, $F_{\text{max}} = 5 \text{ kHz}$). Cas E : application d' un fenêtrage de Hanning au coefficient de réflexion.

Ces résultats sont en accord avec les conclusions du paragraphe III (cf. Table II-1).

Caractéristiques de la fonction de réflexion	Caractéristiques du signal de pression calculé
Continuité de $R_p(\omega)$ en $\omega=\pm\sigma$	Signal carré de période 2τ
Discontinuité de $R_p(\omega)$ en $\omega=\pm\sigma$	Signal très perturbé.
Continuité de $R_p(\omega)$ en $\omega=\pm\sigma$ après rotation de phase	Signal carré de période $2\tau+t_0$
Suréchantillonnage	Signal pollué d' oscillations parasites de fréquence $F_{\max}$.
Fenêtrage fréquentiel de $R_p(\omega)$	Signal Filtré passe bas.

Table II-1 : effet de la méthode d' évaluation de la fonction de réflexion discrète sur le signal de pression simulé dans le cas d' un résonateur sans pertes viscothermiques de longueur $L_t = \tau.C / 2$.

VI.2.2. Simulation basses fréquences à partir d' un tube avec pertes viscothermiques.

Nous nous attachons maintenant à étudier le comportement des signaux obtenus par une simulation basses fréquences appliquée à un résonateur avec pertes visco-thermiques en fonction du mode de calcul de la fonction de réflexion discrète. Ces signaux sont alors comparés à ceux obtenus par la méthode de l' équilibrage harmonique. Les résultats obtenus montrent que la pression acoustique simulée est sensible au choix de la fréquence d' échantillonnage lors du calcul de la fonction de réflexion ; la condition de continuité énoncée au paragraphe III.2. apparaît très importante dans ce cas : si elle est respectée, les caractéristiques (fréquence fondamentale, amplitude du fondamental) du signal de pression calculé sont proches de celles du signal obtenu par la méthode d' équilibrage harmonique (Gazengel et coll., 1994b). Nous montrons, de plus, que la pression acoustique calculée est perturbée si l' impédance d' entrée utilisée pour la simulation est réévaluée à l' aide d' une interpolation. Le résonateur choisi pour ces essais a les caractéristiques suivantes :

Longueur : 336 mm, rayon : 7,5 mm, température : 20 ° C, impédance de rayonnement : supposée nulle par souci de simplicité.

a/ influence de la fréquence d' échantillonnage.

Dans cette série d' essais, la fréquence d' échantillonnage est choisie de façon identique à celle du paragraphe III.5. Cinq résonateurs discrets sont alors utilisés pour la simulation et la comparaison avec les résultats obtenus par équilibrage harmonique. Ces résultats sont

présentés à la figure (II-18) et montrent que le choix de la fréquence d' échantillonnage doit être réalisé selon le critère de continuité décrit au paragraphe III.2. Les paramètres physiques utilisés pour la simulation sont :

$$P_a = 2000 \text{ Pa}, \omega_a = 20000 \text{ rad / s}, \mu_a = 0,0231 \text{ kg / m}^2.$$

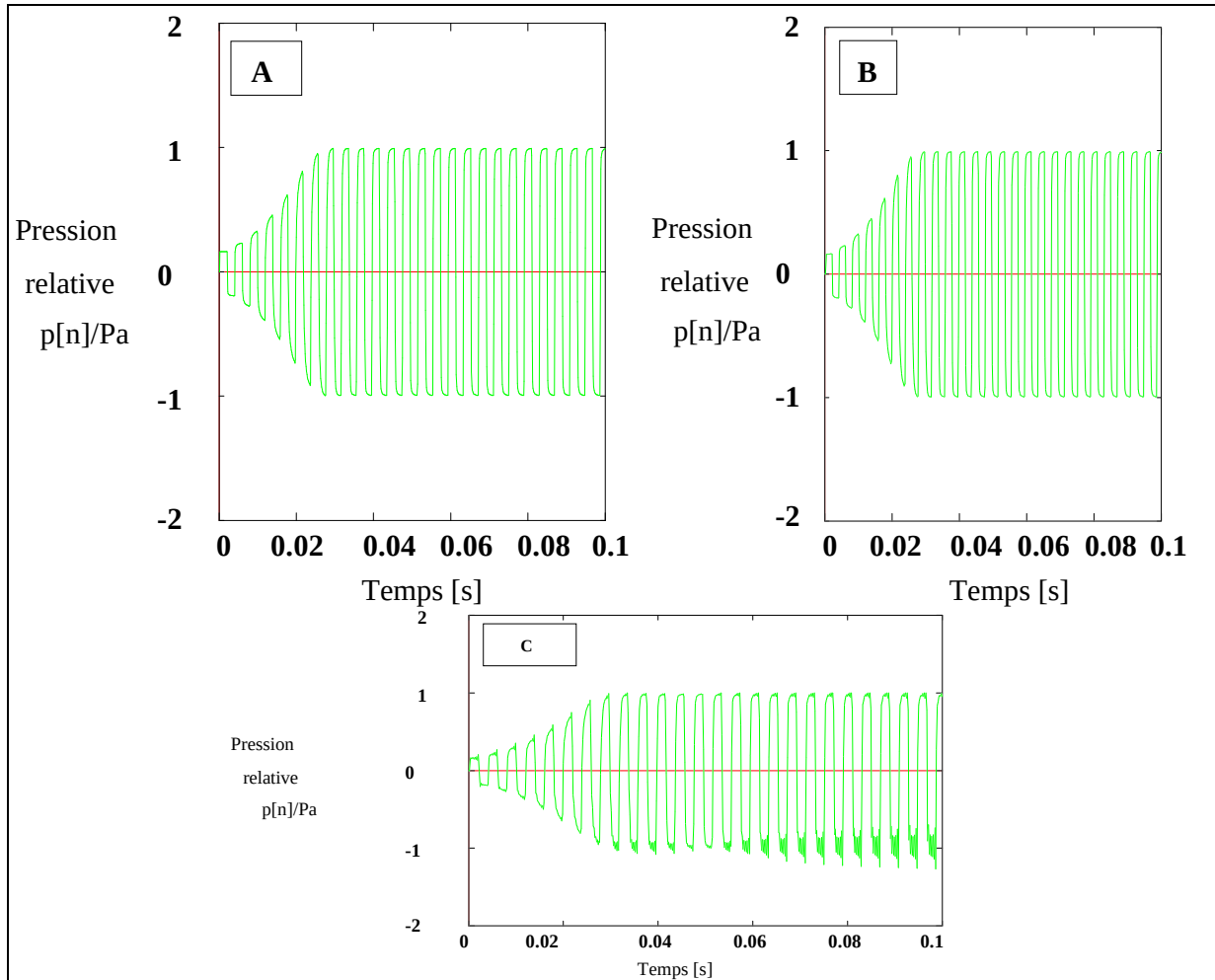


Figure II-18 : résultats de la simulation basses fréquences appliquée aux différentes fonctions de réflexions discrètes d' un tube avec pertes

Cas A : la condition de continuité énoncée au § III.2. est respectée en choisissant $F_{\max}$ égale à la neuvième fréquence de résonance de l' impédance d' entrée

Cas B : condition de continuité respectée en choisissant $F_{\max}$ identique à la cinquième fréquence d' anti-résonance de l' impédance d' entrée

Cas C : critère de continuité non respecté ; $F_{\max}$ vérifie $|Z_e(F_{\max})| \neq 0$.

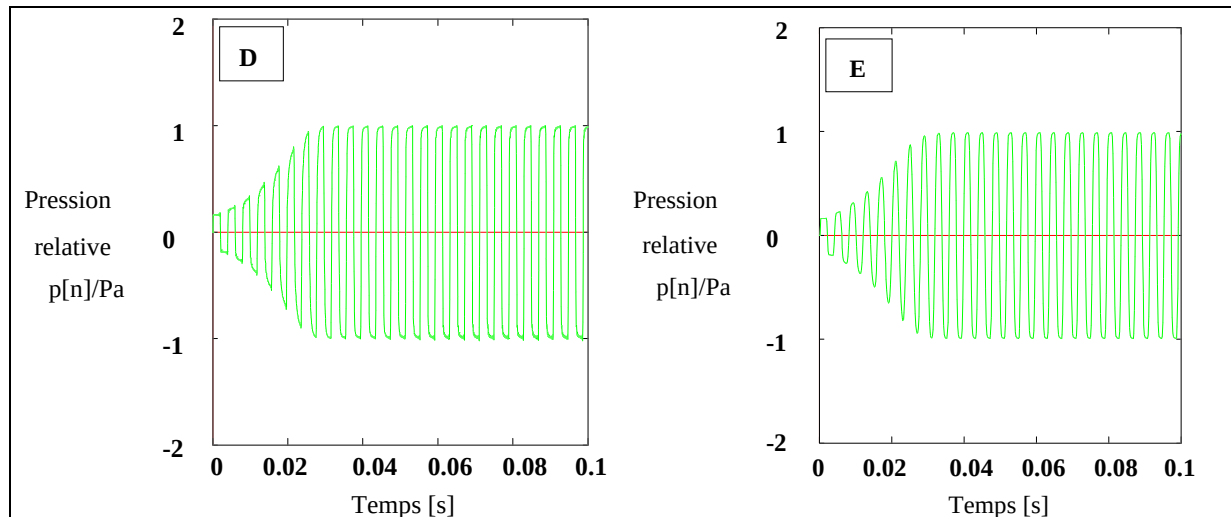


Figure II-18 : résultats de la simulation basses fréquences appliquée aux différentes fonctions de réflexions discrètes d' un tube avec pertes
Cas D : suréchantillonnage ($F_{ech} = 4 F_{max}$).
Cas E : application d' un fenêtrage de Hanning au coefficient de réflexion.

b/ Influence de l' interpolation appliquée à l' impédance d' entrée.

Dans le cas où l' impédance d' entrée du résonateur n' est pas connue par une série de $N/2$ points vérifiant $f_k = k \cdot \Delta f$, $k = 1, \dots, N/2$ où f_k représente la fréquence du point k , les points utiles à la transformée de Fourier rapide doivent être recalculés à l' aide d' une interpolation. De plus, s' il est nécessaire de connaître précisément la valeur de l' impédance au voisinage d' une résonance ou d' une anti-résonance, une interpolation par modèle physique, supposant que chaque pic de résonance est assimilable à un pic de Lorentz, est applicable à l' impédance dans le plan de Nyquist (Le Roux, 1994). Nous montrons maintenant les effets de telles interpolations sur le signal de pression simulé. Les résultats sont présentés à la figure (II-19) et montrent que l' interpolation de l' impédance d' entrée ne peut pas être utilisée dans un processus de simulation dédié à l' analyse fine du comportement d' un instrument à vent. De plus, il est intéressant de noter que cette interpolation agit essentiellement sur les caractéristiques du signal de pression calculé pour de faibles pressions d' alimentation.

Si l' utilisation d' une méthode d' interpolation pour tous les points de l' impédance d' entrée engendre de graves problèmes pour les faibles pressions d' alimentation, Il apparaît, par contre, que l' interpolation linéaire appliquée à l' impédance pour des fréquences inférieures à F_{min} , où F_{min} est la fréquence du premier point mesuré, ne modifie pas considérablement le signal de pression calculé si la fréquence F_{min} est petite par rapport à la première fréquence de résonance du résonateur (cf. figure II-20).



Figure II-19 : effet des différentes interpolations de l' impédance d' entrée sur les caractéristiques du signal de pression calculé (Pression d' alimentation $P_a = 1400$ Pa , Pression de seuil $P_s \approx 1350$ Pa). Cas A : Pas d' interpolation Cas B : interpolation parabolique pour obtenir un pas fréquentiel $\Delta f' = 3,72$ Hz à partir d' un pas fréquentiel $\Delta f = 5$ Hz. Cas C : interpolation parabolique pour obtenir un pas fréquentiel $\Delta f' = 3,72$ Hz à partir d' un pas fréquentiel $\Delta f = 10$ Hz. Cas D : interpolation parabolique et interpolation par modèle physique autour des pics de résonance (Le Roux, 1994) pour obtenir un pas fréquentiel $\Delta f' = 3,72$ Hz à partir d' un pas fréquentiel $\Delta f = 5$ Hz.

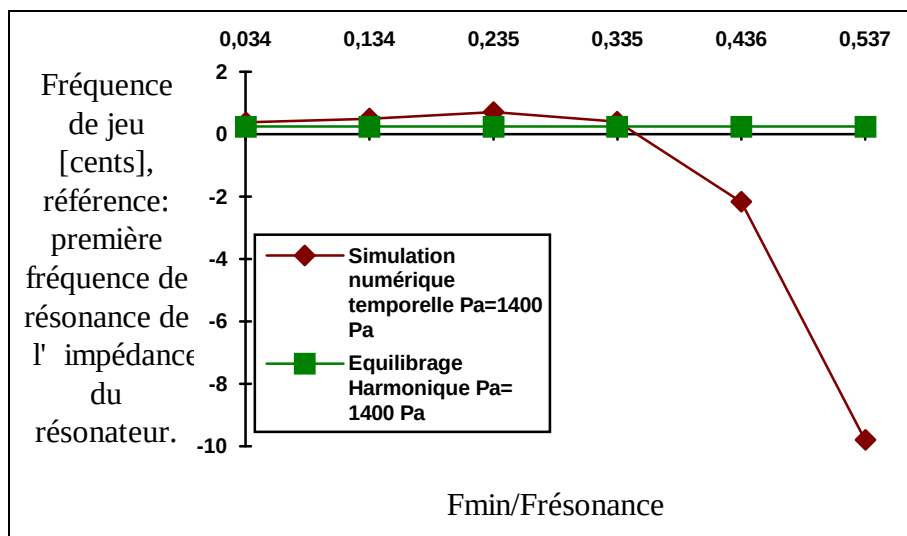


Figure II-20 : Effet de l' interpolation linéaire entre $f=0$ et $f=F_{\min}$ de l' impédance d' entrée sur la fréquence fondamentale du signal de pression pour une pression d' alimentation proche de la pression de seuil.

N.B. Tous ces résultats sont obtenus à l' aide d' une fonction de réflexion de longueur $T_0 = \frac{N}{2.LBU}$, où N est le nombre de points utilisés pour la F.F.T. et LBU la largeur de bande utile à la mesure ou au calcul de l' impédance d' entrée (cf. § III.). L' utilisation d' une telle fonction de réflexion discrète conduit souvent à des temps de calcul relativement élevés (environ 2,5 ms par échantillon pour une fonction de réflexion de 2048 points). Si la fonction de réflexion discrète est calculée en respectant tous les critères énoncés dans cette partie (continuité du coefficient de réflexion en $f=F_{max}$, pas d' interpolation,...), il est possible de réaliser les simulations à l' aide d' une fonction de réflexion tronquée étant donné que de nombreux échantillons de $r_d[n]$ sont quasi-nuls pour n suffisamment grand, ce qui n' affecte en rien le signal calculé (cf. § III.5, partie B). Dans ce cas, les temps de calcul sont notablement réduits (environ 0,1 ms par échantillon pour une fonction de réflexion tronquée de 2048 points à 38 points).

VI.3. Comparaison des résultats de simulations pour les méthodes fréquentielles et temporelles. Utilisation des diverses anches discrètes.

La procédure de calcul de la fonction de réflexion discrète étant vérifiée, il est nécessaire de contrôler l' effet des différentes anches numériques décrites au paragraphe IV sur les signaux simulés. Nous utilisons alors le modèle élémentaire tenant compte de la dynamique de l' anche décrit par le système d' équations (I-9) :

$$\begin{aligned} p(\omega) &= Z_e(\omega).U_e(\omega) \\ \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \xi_a(t) \\ U_a(t) \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{S_a} \\ -\omega_a^2.S_a & -g_a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \xi_a(t) \\ U_a(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{S_a.p(t)}{\mu_a} \end{pmatrix} \\ U_e(t) &= \sqrt{\frac{2}{\rho}} b \sqrt{P_a - p(t)} \left[\xi_a(t) + H - \frac{P_a}{\mu_a \omega_a^2} \right] - U_a(t) \end{aligned} \quad (I-9)$$

et l' appliquons à un tube avec pertes visco-thermiques dont les caractéristiques sont énoncées au paragraphe VI.1.2. Les anches discrètes utilisées sont les anches découlant des méthodes de discrétisation stables décrites au paragraphe IV Leur implantation dans la simulation est effectuée grâce aux équations aux différences données à l' annexe B.

Les résultats de ces simulations sont comparés à ceux de la méthode d' équilibrage harmonique et sont analysés en fonction de la fréquence d' échantillonnage. Ils sont présentés aux figures (II-21) pour l' étude de l' évolution de la fréquence fondamentale du signal de pression calculé et aux figures (II-22) pour l' étude de l' amplitude du fondamental de la pression calculée.

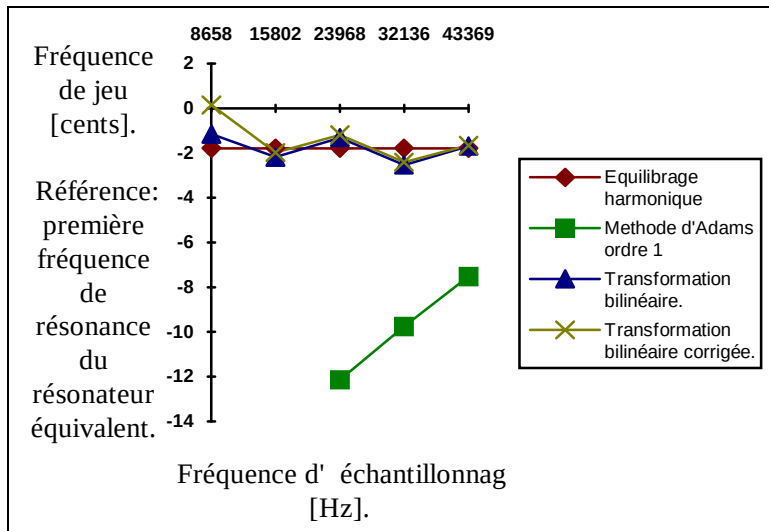


Figure II-21a : Evolution de la fréquence de jeu du signal de pression calculé en fonction de la fréquence d' échantillonnage pour diverses anches numériques ($P_a = 1400$ Pa). Le résonateur équivalent est celui dont l' impédance d' entrée est l' impédance du résonateur en parallèle avec l' impédance d' anche.

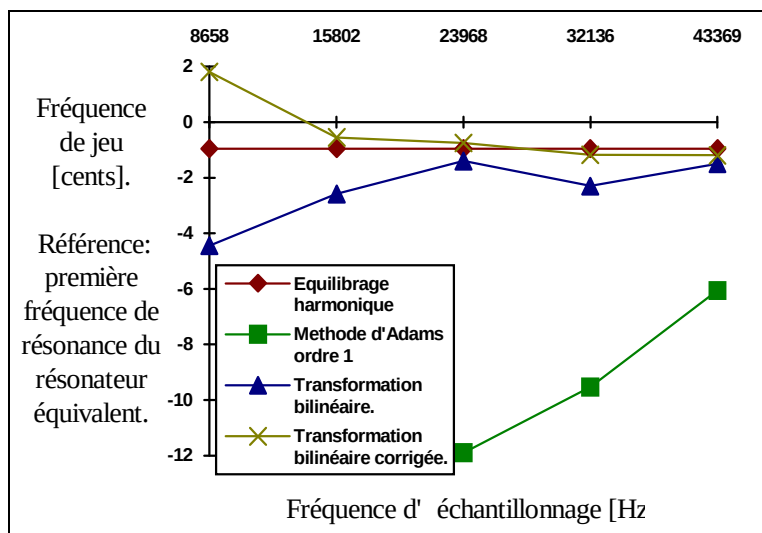


Figure II-21b : évolution de la fréquence de jeu du signal de pression calculé en fonction de la fréquence d' échantillonnage pour diverses anches numériques ($P_a = 1800$ Pa). Le résonateur équivalent est celui dont l' impédance d' entrée est l' impédance du résonateur en parallèle avec l' impédance d' anche.

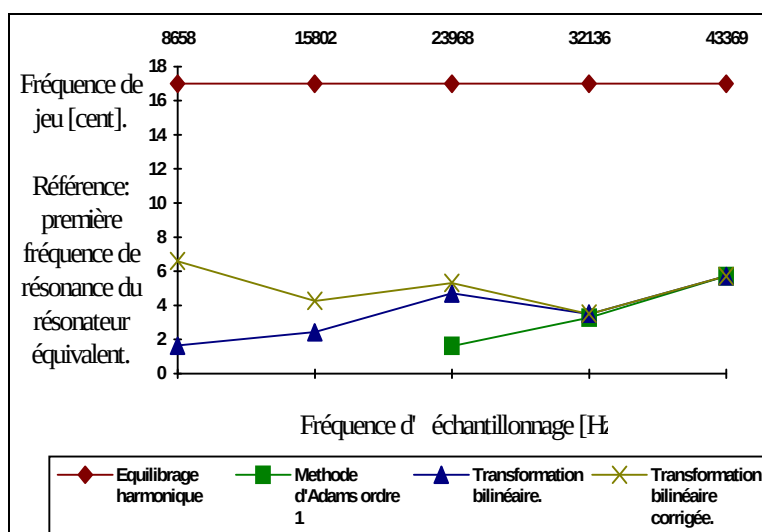


Figure II-21c : évolution de la fréquence de jeu du signal de pression calculé en fonction de la fréquence d' échantillonnage pour diverses anches numériques ($P_a = 2500$ Pa). Le résonateur équivalent est celui dont l' impédance d' entrée est l' impédance du résonateur en parallèle avec l' impédance d' anche.

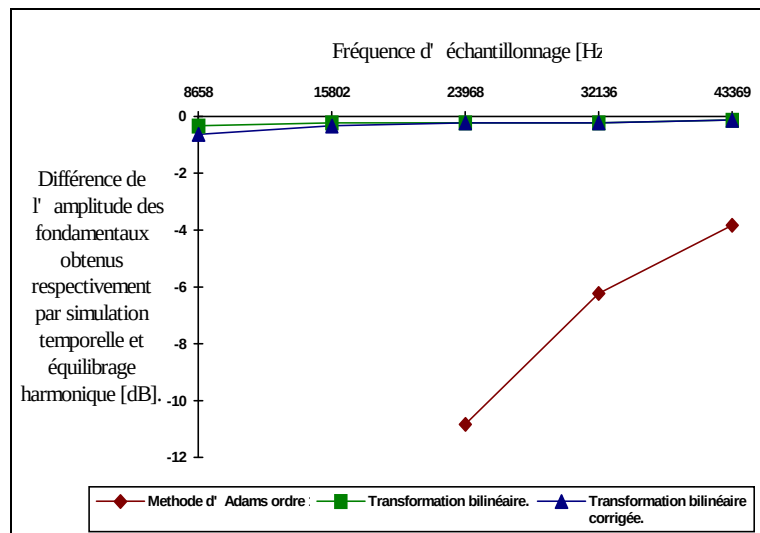


Figure II-22a : évolution de la différence d' amplitude des fondamentaux des signaux de pression calculés respectivement par simulation temporelle et équilibrage harmonique en fonction de la fréquence d' échantillonnage pour diverses anches numériques ($P_a = 1400$ Pa).

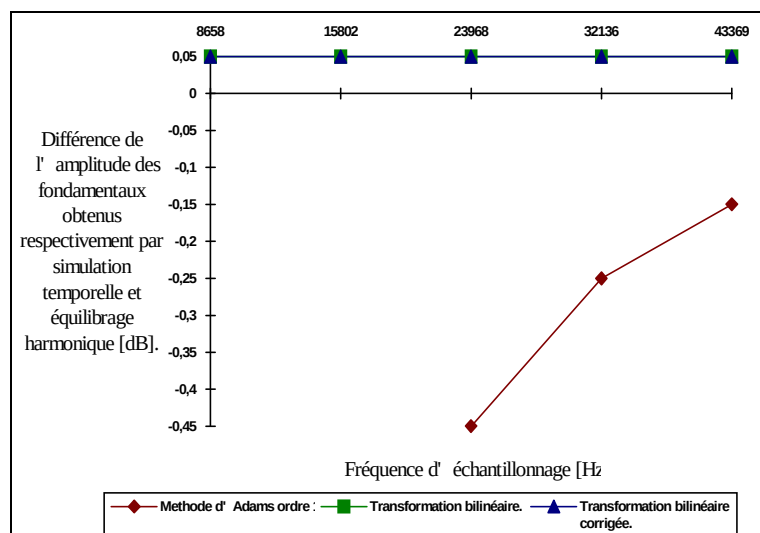


Figure II-22b : évolution de la différence d' amplitude des fondamentaux des signaux de pression calculés respectivement par simulation temporelle et équilibrage harmonique en fonction de la fréquence d' échantillonnage pour diverses anches numériques ($P_a = 1800$ Pa).

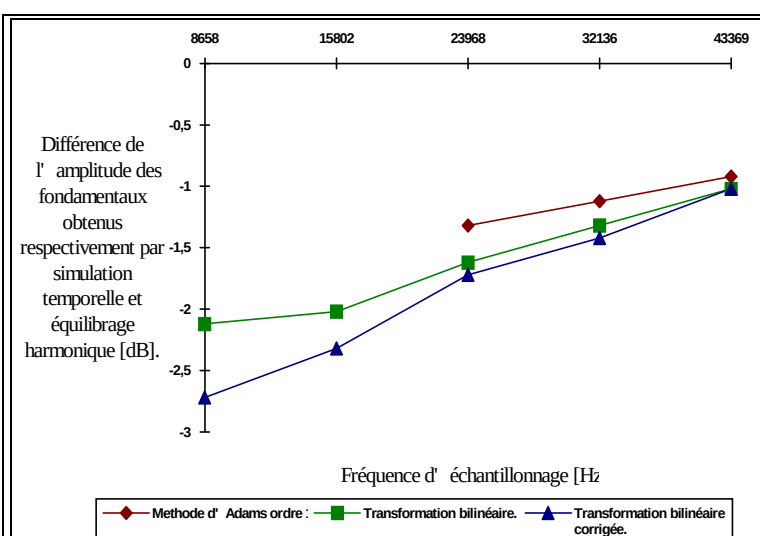


Figure II-22c : évolution de la différence d' amplitude des fondamentaux des signaux de pression calculés respectivement par simulation temporelle et équilibrage harmonique en fonction de la fréquence d' échantillonnage pour diverses anches numériques ($P_a = 2500$ Pa).

Les figures (II-21) et (II-22) montrent que l' anche discrète obtenue à partir de la méthode d' Adams du premier ordre permet un fonctionnement de l' instrument numérique pour de

grandes fréquences d'échantillonnage. Ce fonctionnement est cependant anormal : la fréquence de jeu ainsi que l'amplitude du fondamental sont sous-estimées.

Il apparaît donc que, parmi les méthodes étudiées dans cette partie, seules les méthodes de l'équivalence de l'intégrale (corrigée ou non) créent un instrument numérique au comportement "correct". La méthode retenue est donc la méthode de l'équivalence de l'intégrale (ou transformation bilinéaire), comme le laissaient penser les considérations du paragraphe IV.4.2. Une question se pose alors : doit-on implanter la méthode brute ou la méthode corrigée? Les résultats des figures (II-21) et (II-22) montrent que les pressions acoustiques simulées à l'aide de la méthode corrigée et de la méthode non corrigée ont des comportements similaires en ce qui concerne la fréquence de jeu et l'amplitude du fondamental. Le choix de l'une des deux méthodes est alors conditionné par le type de simulation à réaliser. S'il s'agit d'une simulation d'instrument à anche simple, les termes de raideur et d'amortissement de l'anche sont prépondérants pour l'évaluation des auto-oscillations et de la pression de seuil du système. Dans ce cas, on favorisera une bonne représentation de la raideur et de l'amortissement dans le domaine discret. Par contre, pour une simulation appliquée à un instrument à embouchure, les lèvres du musicien peuvent être assimilées à un oscillateur à un degré de liberté pour lequel la fréquence de résonance est de la plus grande importance, puisqu'elle conditionne la hauteur de la note jouée. Dans ce cas, une bonne détermination de la fréquence de résonance discrète est indispensable, l'utilisation de la transformation bilinéaire corrigée s'avère nécessaire.

Le choix de la méthode non corrigée semble évident pour des simulations dédiées aux instruments à anche simple, cependant, pour des applications futures concernant la simulation des cuivres, nous avons choisi d'implanter la transformation bilinéaire corrigée, étant donné les résultats quasi-identiques présentés aux figures (II-21) et (II-22) pour les deux méthodes. L'inconvénient de la transformation bilinéaire corrigée est de doter l'instrument numérique d'une anche trop peu amortie, ce qui influence la pression de seuil de ce dernier. La simulation temporelle n'est cependant pas vouée à l'étude précise des pressions de seuil. Cette étude est confiée à l'analyse linéaire au seuil (cf. § III.1. de la première partie), ce qui peut motiver l'implantation de la transformation bilinéaire corrigée.

VII. Méthodes de simulation.

VII.1. Méthode choisie.

Les études présentées au cours des paragraphes précédents nous amènent à proposer une méthode générale de résolution du système d'équations (I-9) dans le domaine discret (cf. figure II-23).

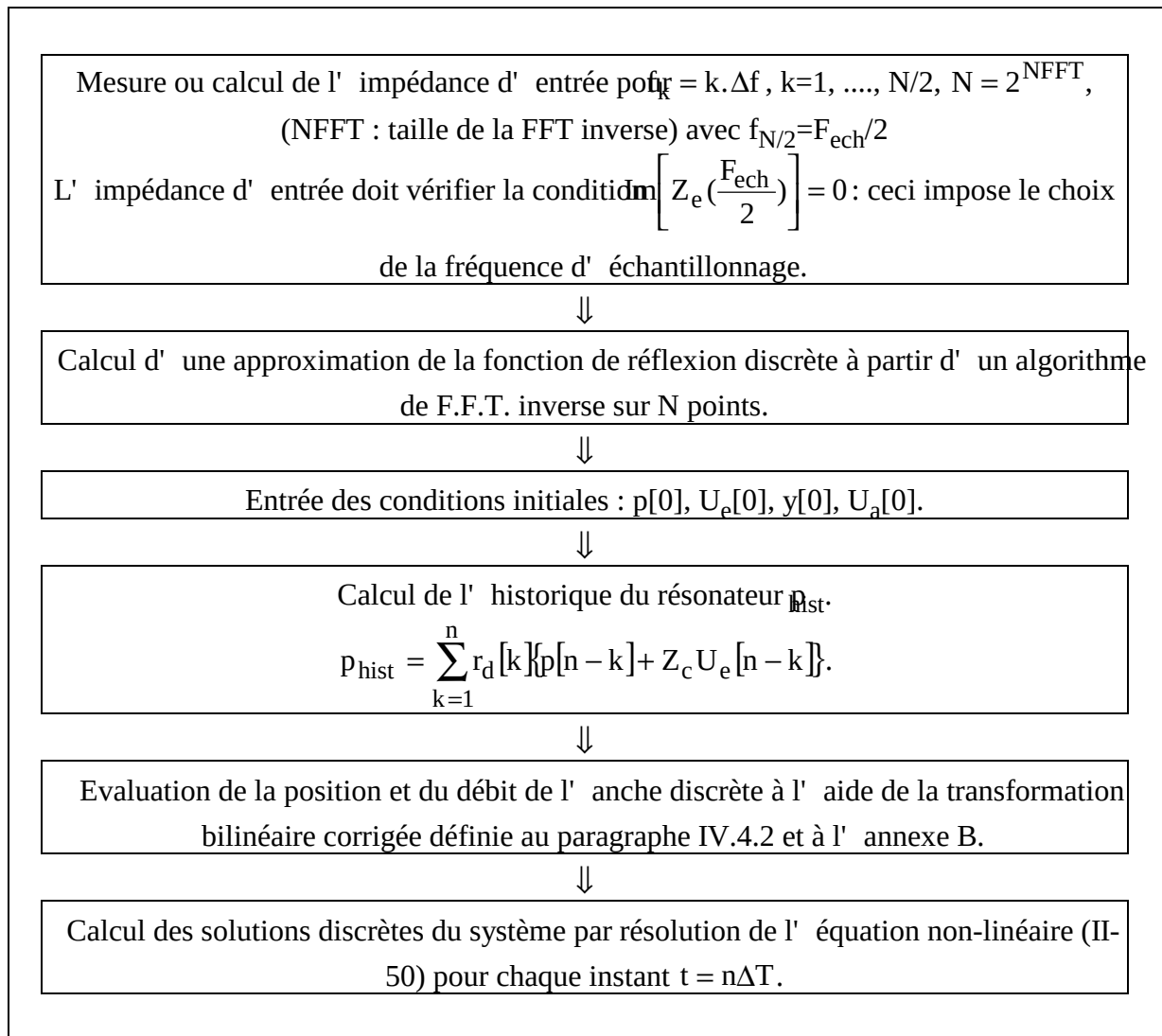


Figure II-23 : principe de la méthode de simulation choisie.

VII.2. Une méthode inadaptée

Nous proposons ici de construire une méthode de résolution numérique utilisant certaines des techniques proscrites au cours de cette partie. Cette manipulation montre qu' il est possible de construire un instrument numérique oscillant dont les caractéristiques s' éloignent fort du modèle analogique si aucune précaution n' est prise.

La méthode de résolution choisie est la suivante:

- Calcul de la fonction de réflexion avec suréchantillonnage,
- Description de l' anche discrète par la méthode d' Adams à l' ordre 1.

Les résultats de simulation obtenus par ce procédé sont comparés aux résultats obtenus par équilibrage harmonique. La figure (II-24) montre que la fréquence fondamentale du signal calculé à l' aide de cette méthode temporelle peut atteindre des écarts de l' ordre du quart de ton par rapport à celle du signal obtenu par équilibrage harmonique. L' utilisation d' une telle méthode pour l' aide à la facture, notamment pour la prédiction de la justesse, n' est évidemment pas envisageable.

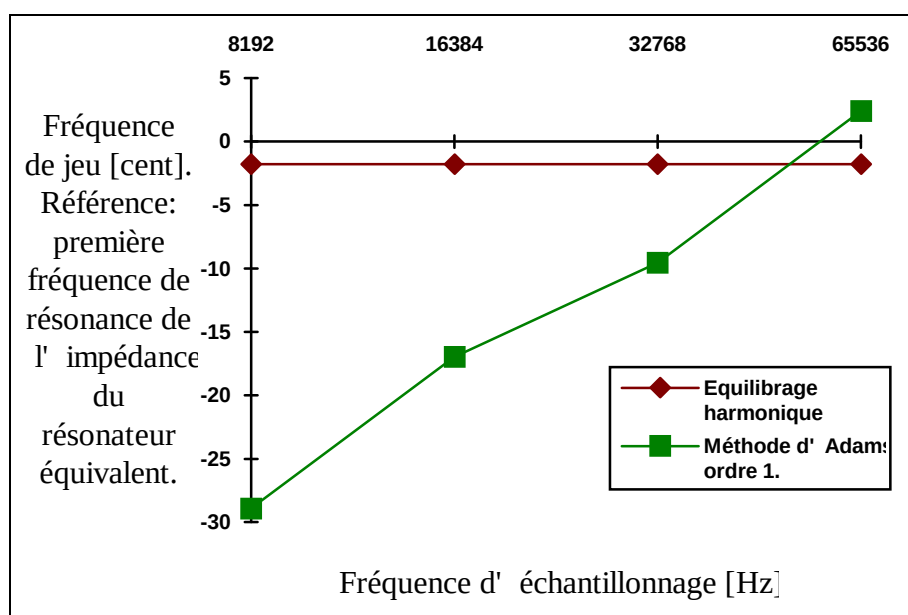


Figure II-24 : évolution de la fréquence fondamentale du signal de pression calculé à l' aide d' une méthode inadaptée ($P = 1400$ Pa). Le résonateur équivalent est celui dont l' impédance d' entrée est l' impédance du résonateur en parallèle avec l' impédance d' anche.

VIII. Application.

Nous proposons dans ce paragraphe d' utiliser la méthode de simulation choisie (cf. § VII.1.) pour l' appliquer à un doigté, le Sol grave d' un saxophone alto modifié. Ce saxophone est modifié de telle façon que les doigté de Sol grave puisse être joué un quart-de-ton plus bas que nature, ceci grâce à l' ajout de deux tubes montés en dérivation sur le bocal. Dalmont et Gilbert (1993) montrent que ces deux tubes ont pour effet de décaler, d' une part la valeur de la fréquence de résonance du premier pic d' impédance sans modifier celle du second pic (modification 1), d' autre part de décaler la valeur des fréquences de résonances des deux pics sans modifier leur harmonicité relative (modification 2). Pour le doigté de Sol, dont l' amplitude du second pic est de l' ordre de grandeur de celle du premier, la modification 1 a pour conséquence l' établissement d' une "note qui roule", alors que la modification 2 entraîne un abaissement de la fréquence fondamentale du signal de pression interne. Ces résultats dépendent bien sûr de l' embouchure de l' instrumentiste. Pour une embouchure "pincée", c' est à dire une faible correction de longueur associée (cf. § III.2, partie A) la modification 1 a pour

conséquence l' établissement d' un régime quasi-périodique (note qui roule) ; pour une embouchure "relâchée", cette modification n' entraîne qu' un changement de hauteur et de timbre. A partir des impédances mesurées de ce doigté affecté des modifications citées ci-dessus, nous souhaitons analyser dans quelle mesure la simulation est apte à reproduire ces effets. Nous utilisons, pour la simulation, outre les impédances mesurées (suivant le cheminement décrit au § III. et VII.) du doigté de Sol modifié (modifications 1 et 2) et normal, les paramètres d' anches suivants:

$$\mu_a = 0,0231 \text{ kg / m}^2, \omega_a = 20000 \text{ rad / s}, g_a = 3000 \text{ s}^{-1}.$$

La surface efficace S_a employée prend ici plusieurs valeurs de façon à mettre en évidence les effets de l' embouchure sur le signal de pression calculé :

$$S_a = 4.10^{-5}, 6.10^{-5}, 8.10^{-5} \text{ m}^2,$$

ce qui correspond respectivement à des corrections de longueur (cf. § III.2, partie A) :

$$\Delta l_a = 3,5 \text{ mm} ; 5,2 \text{ mm} ; 7 \text{ mm}.$$

Nous présentons à la figure (II-25) les résultats de la simulation pour le doigté de Sol non modifié, le doigté de Sol affecté de la modification 2 (cf. figure II-25a) et le doigté de Sol affecté de la modification 1 (cf. figure II-25b). La figure (II-26) montre l' effet de l' embouchure sur le signal temporel calculé pour la modification 1 ("note qui roule", caractéristique lors d' une écoute).

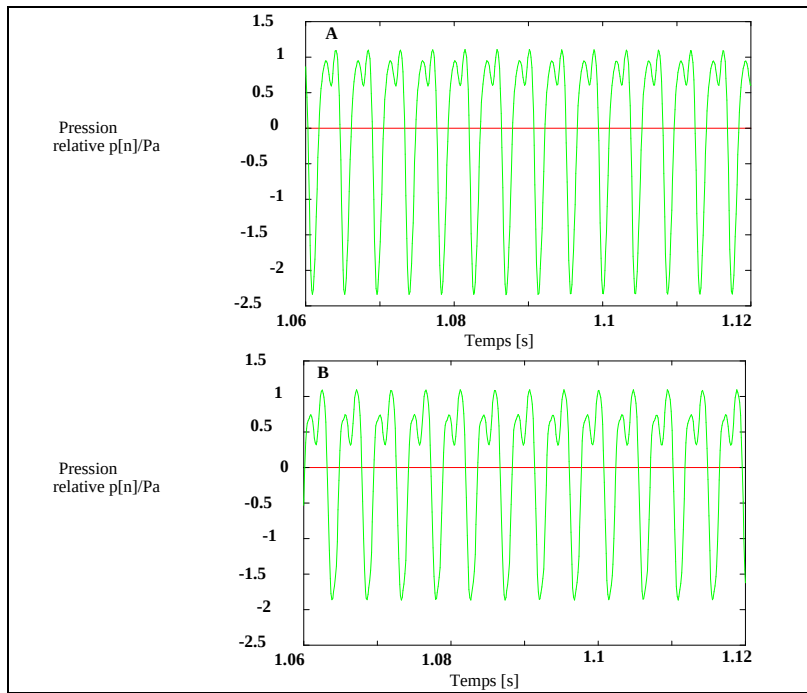


Figure II-25a : Résultats de simulation pour le doigté de Sol grave du saxophone alto ; la pression d' alimentation est $P_a = 1500$ Pa, la surface efficace de l' anche $S_a = 4.10^{-5} m^2$. Cas A : impédance d' entrée non modifiée, fréquence de jeu $f_j = 229,9$ Hz. Cas B : impédance d' entrée modifiée de façon à conserver une harmonicité constante (modification 2), fréquence de jeu $f_j = 212,9$ Hz.

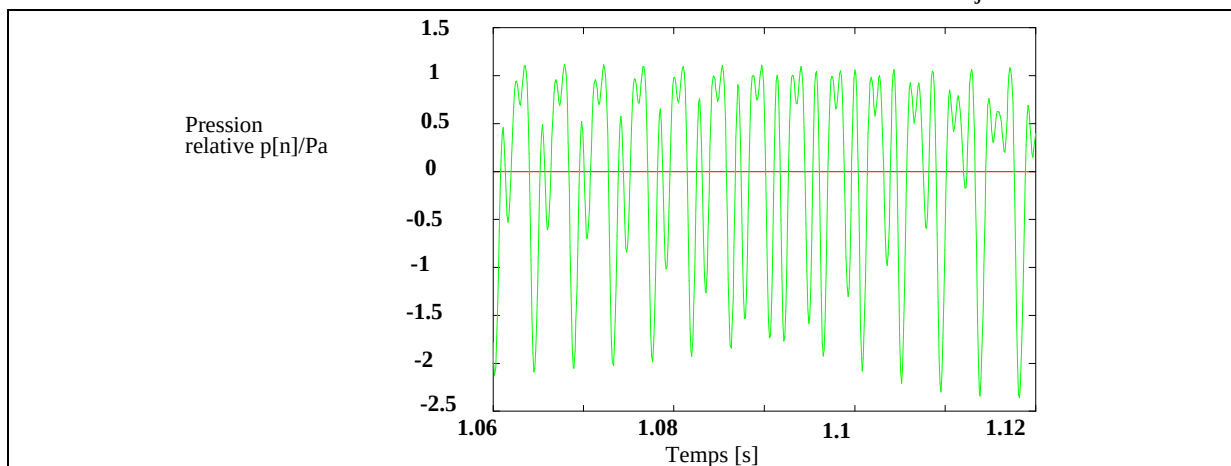


Figure II-25b : Résultats de simulation pour le doigté de Sol grave du saxophone alto ; la pression d' alimentation est $P_a = 1500$ Pa, la surface efficace de l' anche $S_a = 4.10^{-5} m^2$.

L' impédance d' entrée est modifiée de façon à changer l' harmonicité (modification 1) : il y a existence d' un régime quasi-périodique.



Figure II-26 : effet de l' embouchure sur le signal temporel calculé pour le doigté de Sol affecté de la modification 1. Cas A : $S_a = 4.10^{-5} \text{ m}^2$, il y a existence du régime 1 : régime quasi-périodique dont la fréquence des "battements" est élevée. Cas B : $S_a = 6.10^{-5} \text{ m}^2$, il y a existence d' un régime 2 : régime quasi-périodique dont la fréquence des "battements" est moyenne. Cas C : $S_a = 8.10^{-5} \text{ m}^2$, il n' existe plus de régime quasi-périodique.

IX. Conclusion.

Nous avons développé, au cours de cette partie, un système de simulation du fonctionnement des instruments à anche simple dont les résultats sont confrontés à des résultats expérimentaux à la partie C de ce document. Ceci nous a conduit à évaluer les différents points critiques qui existent pour calculer les solutions discrètes du modèle à partir de la mesure de l' impédance d' entrée et des paramètres d' embouchure. Ces points sont les suivants.

- Dans le but de développer un système numérique dont les temps de calcul sont minimisés, nous avons choisi une méthode de simulation utilisant la fonction de réflexion (et non sur la réponse impulsionnelle) du résonateur.

- Le calcul de la fonction de réflexion doit être réalisé à l' aide d' une impédance dont la partie imaginaire (ou la phase) s' annule pour la fréquence maximale mesurée et connue sur un nombre de points, équidistants fréquentiellement, égal à une puissance de 2. L' utilisation d' une fréquence d' échantillonnage supérieure à $2F_{\max}$, où $F_{\max}$ est la fréquence maximale mesurée, s' avère impossible pour obtenir une fonction de réflexion discrète représentative de la fonction analogique. La fréquence d' échantillonnage est par conséquent toujours identique à $2F_{\max}$.

- L' utilisation des faibles fréquences d' échantillonnages mises en jeu vis-à-vis des caractéristiques de l' anche nous amène à choisir une technique de discrétisation du système d' équations modélisant le comportement dynamique de l' anche : la transformation bilinéaire corrigée. Cette technique permet d' obtenir une anche numérique dont la raideur statique et la fréquence propre sont identiques à leurs homologues analogiques. Cependant la valeur de l' amortissement équivalent à l' anche numérique obtenue est toujours inférieur à celle de l' amortissement analogique. Cette différence est d' ailleurs d' autant plus grande que la fréquence propre de l' anche analogique est élevée.

- La résolution du système complet pose quelquefois des problèmes de convergence numérique que nous résolvons à l' aide de la méthode exposée au paragraphe V.2.

Cependant, cette technique impose le choix d' une fréquence d' échantillonnage, paramètre critique lors de la simulation numérique temporelle, dépendant des caractéristiques du résonateur. Pour chaque doigté d' un instrument simulé, une fréquence d' échantillonnage différente peut être choisie, créant ainsi une anche numérique différente ; ceci peut apparaître comme un handicap de la méthode. A terme, cette technique pourrait être modifiée (par exemple en annulant artificiellement la phase de l' impédance d' entrée lors de la mesure) pour conserver une fréquence d' échantillonnage constante quelque soit le doigté étudié.

Les premiers résultats obtenus dans cette partie montrent néanmoins que la méthode proposée est un outil adéquat pour la recherche des solutions approchées du modèle élémentaire appliqué à des cas réels.

PARTIE C :

**JUSTESSE, TIMBRE ET FACILITE
D'EMISSION.**

I. Avant-propos.

L'objectif du travail exposé dans ce mémoire est, rappelons le, de valider deux méthodes de caractérisation des qualités acoustiques des instruments à vent à anche simple. Ces méthodes consistent, d'une part à étudier le résonateur seul, d'autre part à simuler les auto-oscillations de l'instrument en situation de jeu. Au cours de cette partie, nous proposons donc de réaliser cette validation en comparant les grandeurs physiques qui sont issues des deux méthodes citées à un ensemble de grandeurs de référence, la justesse, le timbre et la facilité d'émission évalués sur des instruments réels.

A ce stade, il s'avère difficile d'effectuer une telle comparaison, celle-ci consistant à confronter des grandeurs physiques à des grandeurs subjectives. C'est pourquoi nous proposons un parti pris simplificateur permettant de traduire les critères de justesse, de timbre et de facilité d'émission en un ensemble de grandeurs physiques, utilisées par la suite comme grandeurs de références.

Le parti pris simplificateur.

La justesse, le timbre et la facilité d'émission d'un instrument à anche simple sont des paramètres subjectifs liés à la perception de l'instrumentiste et de l'auditeur. Si la justesse, liée essentiellement à la sensation de hauteur et le timbre sont des sujets d'études toujours d'actualité de la psychoacoustique (Botte et coll., 1988), la sensation de la facilité d'émission est délicate à définir clairement et demanderait une étude générale qui prenne en compte l'analyse des transitoires et de la pression de seuil. Woodhouse (1993) propose une telle approche pour les instruments à cordes frottées. Une analyse exhaustive de ces critères subjectifs n'entre pas dans le cadre de ces travaux. Nous adoptons le parti pris simplificateur suivant : l'étude de la justesse est ici ramenée à une étude de la fréquence fondamentale du signal de pression interne au bec de l'instrument réel ou de l'instrument simulé. Cette fréquence fondamentale est alors désignée comme la fréquence de jeu de l'instrument, qu'il s'agisse de jeu "artificiel" (bouche artificielle) ou "numérique" (simulation). A défaut d'une analyse du timbre et de la facilité d'émission pour un doigté donné, il faudrait mieux parler de l'analyse de l'homogénéité de timbre pour une série de doigtés dont certains sont d'émission difficile. Cette analyse repose essentiellement sur une analyse spectrale et sur une écoute de la pression acoustique interne (en régime permanent) correspondant à la série de doigtés étudiés.

Les grandeurs de référence utilisées au cours de cette partie sont alors la fréquence fondamentale et le spectre de la pression mesurée dans le bec d'instruments réels joués à l'aide de la bouche artificielle.

La validation que nous souhaitons réaliser nécessite, outre un ensemble de grandeurs de référence, un ensemble de paramètres équivalents à chaque partie de l' instrument étudié, qui permettent "d' alimenter" les deux méthodes de caractérisation évoquées. Ces paramètres équivalents, constituant trois familles, sont obtenus comme suit.

Les paramètres équivalents à chaque partie de l' instrument.

- Le résonateur est caractérisé par son impédance d' entrée, que nous choisissons ici de mesurer de façon à éviter les erreurs cumulées (dus à la mesure de la perce préalable au calcul de l' impédance et à certaines approximations des modèles de calcul d' impédance) intervenant si elle est calculée. La mesure précise de cette dernière est, d' ailleurs, plus simple à réaliser qu' une mesure précise de la géométrie interne du résonateur.
- Les paramètres relatifs à la description de l' air entrant dans le bec sont des paramètres géométriques et thermodynamiques facilement accessibles à l' aide de mesures classiques.
- Enfin, les paramètres équivalents à l' anche sont aujourd' hui inaccessibles par la mesure. Cependant, nous montrons dans la suite de ce document qu' il est possible d' évaluer de façon semi-empirique une quantité représentative de l' embouchure, utilisée pour les évaluer.

La validation.

Une fois les grandeurs de référence et les paramètres équivalents à chaque partie de l' instrument connus, nous réalisons deux types de confrontations (cf. Figure III-1):

- La comparaison des informations extraites de l' étude du résonateur seul (fréquence de résonance issue de la mesure d' impédance d' entrée) aux résultats obtenus pour l' instrument joué sur bouche artificielle (fréquence fondamentale).
- La comparaison des informations extraites des résultats de la simulation (solutions du modèle élémentaire) aux résultats obtenus pour l' instrument joué sur bouche artificielle.

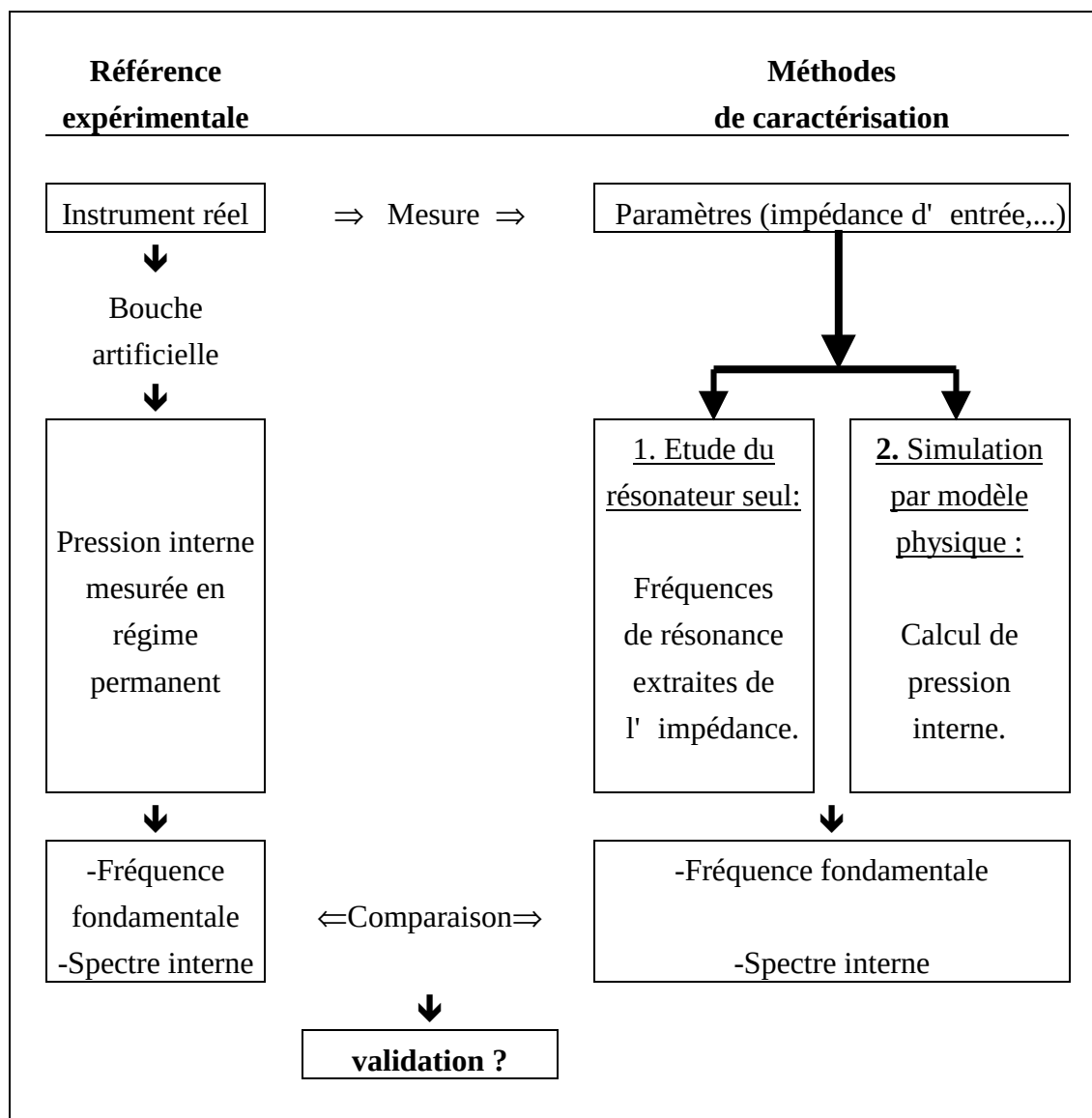


Figure III-1: principe de validation des deux méthodes de caractérisation (étude du résonateur seul, simulation des auto-oscillations).

Nous présentons au chapitre II suivant la validation de ces deux méthodes utilisées comme outil de prédiction de la justesse. Nous comparons les fréquences de résonance mesurées et les fréquences de jeu mesurées correspondantes pour les deux premiers registres de la clarinette et du saxophone alto. Nous montrons que l' écart relatif entre fréquence de jeu et fréquence de résonance peut être caractérisé par une quantité invariante associée à chaque registre (correction de longueur indépendante du doigté et donc caractéristique de l' embouchure de la bouche artificielle). De plus, un certain nombre d' informations sur l' effet du trou de registre, la comparaison de doigtés usuels et factices, l' analyse de doigtés suraigu sont extraits des nombreuses mesures des fréquences de résonance.

Des simulations de pression interne sont réalisées pour les doigtés de gorge de la clarinette (sol, la, sib et sib-cadence) du premier registre ; elles sont obtenues à partir du modèle

élémentaire en respectant scrupuleusement la démarche proposée à la fin de la partie B de ce mémoire (mesures de l'impédance d'entrée et schéma numérique) et l'embouchure est caractérisée par son paramètre équivalent "correction de longueur" mesuré précédemment. Une analyse comparative des fréquences fondamentales des pressions internes obtenues par ces simulations et des pressions internes mesurées (clarinette en situation de jeu sur la bouche artificielle) permet de reconnaître dans les deux cas l'inhomogénéité de justesse du doigté de Si bémol par rapport au La et au Si bémol cadence.

Au cours du chapitre III, nous nous intéressons à évaluer dans quelle mesure les deux méthodes de caractérisation utilisées peuvent prédire les qualités de timbre et d'émission d'une clarinette. En ce qui concerne la méthode de simulation, nous comparons les spectres des pressions mesurées et calculées pour les doigtés de gorge de la clarinette et montrons que la simulation permet d'isoler le doigté particulier de Si bémol.

Les résultats obtenus entre autres par Meynial (1987) et Gilbert (1991) sur les instruments à anche simple lors de l'étude des systèmes quart-de-ton mettent en évidence expérimentalement que l'inharmonicité des premières fréquences de résonance est un paramètre critique quant à la nature des régimes d'oscillations en général et à leur contenu spectral en particulier. Nous avons calculé l'inharmonicité entre les deux premières fréquences de résonance mesurées des doigtés du premier registre d'une clarinette. Nous montrons une assez bonne corrélation entre la variation d'inharmonicité et l'existence de "notes difficiles" parmi les notes enregistrées à partir de la gamme chromatique obtenue avec la bouche artificielle. Pour terminer cette partie nous présentons une étude comparative de deux modèles différents de clarinettes à partir de l'inharmonicité.

N.B. dans toute cette partie, les instruments étudiés sont transpositeurs. Afin d'éviter toute confusion les doigtés de clarinette seront désignés par l'indice_{ac}, les doigtés de saxophone par l'indice_{ds}, les notes exprimées en ut n'auront aucun indice. Les nombreux résultats expérimentaux présentés dans cette partie apparaissent dans Dalmont et coll. (1994) et Gilbert et coll. (1994).

II. Analyse de la justesse.

Nous nous intéressons, au cours de ce paragraphe, à évaluer dans quelle mesure les méthodes de caractérisation évoquées dans ce mémoire (étude du résonateur seul, simulation numérique des auto-oscillations) sont aptes à prévoir la justesse d' un instrument.

II.1. Comparaison entre les fréquences de jeu et les fréquences de résonance pour la clarinette et le saxophone alto.

La validation de la première méthode de caractérisation (analyse du résonateur seul) en tant qu' outil de prévision de la justesse d' un instrument nous conduit à comparer les fréquences de résonances extraites de l' impédance d' entrée à la fréquence fondamentale de la pression mesurée dans le bec de l' instrument joué sur bouche artificielle. Afin de déterminer les limitations de l' utilisation de l' impédance pour la détermination de la justesse d' un instrument, nous proposons donc la démarche suivante.

L' impédance d' entrée de la clarinette et du saxophone alto est mesurée pour chacun des doigtés des deux premiers registres de ces instruments. Ces mesures, dont le principe est décrit à l' annexe C1, permettent d' extraire, entre autres, la valeur des deux premières fréquences de résonance correspondant à chaque doigté. Parallèlement à cela, chacun des deux instruments est joué à l' aide de la bouche artificielle.

Pour la clarinette, il est très difficile d' obtenir un réglage de l' embouchure de la bouche artificielle permettant un fonctionnement de l' instrument sur toute sa tessiture. Cette difficulté nous amène à choisir un réglage différent pour chacun des registres. L' obtention d' un réglage stable sur un seul registre demande déjà un entraînement non négligeable de la part du manipulateur. Pour le saxophone, il est connu de tout saxophoniste débutant que l' émission des notes graves est très difficile (l' octavation est assez naturellement obtenue) et qu' un long travail d' embouchure est nécessaire à leur obtention. Nous avons rencontré les mêmes problèmes avec la bouche artificielle, à l' aide de laquelle nous n' avons pu jouer de notes plus graves que le $Fa3_{ds}$, les notes les plus graves octaviant naturellement.

L' utilisation de la bouche artificielle est ici justifiée par le fait que nous mesurons de faibles écarts de fréquence fondamentale par rapport à la gamme tempérée de référence. Pour cela, une embouchure constante, maîtrisée et reproductible sur tout un registre s' avère nécessaire, ce qui est possible à l' aide de la bouche artificielle. Cette dernière permet alors de déceler les légers défauts de justesse de l' instrument et non ceux dus aux modifications éventuelles (conscientes ou inconscientes) de l' embouchure d' un musicien. Le principe de la bouche artificielle est décrit à l' annexe C2. Les fréquences fondamentales (ou fréquences de jeu) des

signaux de pression internes mesurés dans le bec de la clarinette et du saxophone alto sont extraits après acquisition de ces signaux.

N.B. Pour faciliter la lecture et l'interprétation des résultats, les fréquences (en ordonnée) sont repérées en cent par rapport à des fréquences de référence (les fréquences de référence sont les fréquences de la gamme à tempérament égal et à octave juste à partir du diapason à 440 Hz, cf. l'annexe C3.)

Pour la clarinette étudiée, nous avons regroupé sur la figure III-2(a) la première fréquence de résonance et la fréquence de jeu (pour une embouchure donnée) de chacun des doigts du premier registre (du Mi_{2dc} au Sib_{3dc}). Sur la figure III-2(b) sont reportées la seconde fréquence de résonance et la fréquence de jeu de chacun des doigts du second registre (du Si_{3dc} au Do#_{5dc}, doigts identiques aux doigts du premier registre, du Mi_{2dc} au Fa#_{3dc}, avec la clé de registre actionnée).

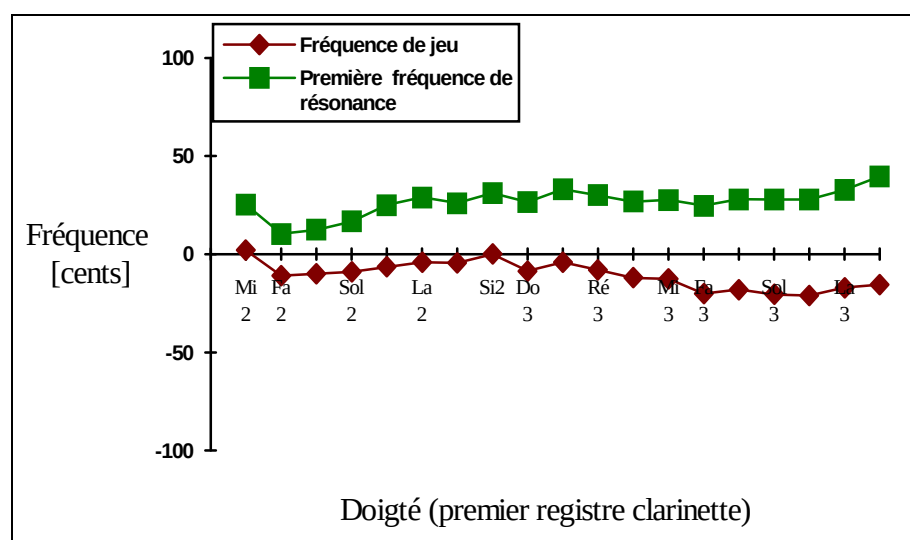


Figure III-2(a) : comparaison (en cents) fréquence de jeu, première fréquence de résonance pour le premier registre de la clarinette. La référence utilisée est la gamme tempérée (cf. annexe C3).

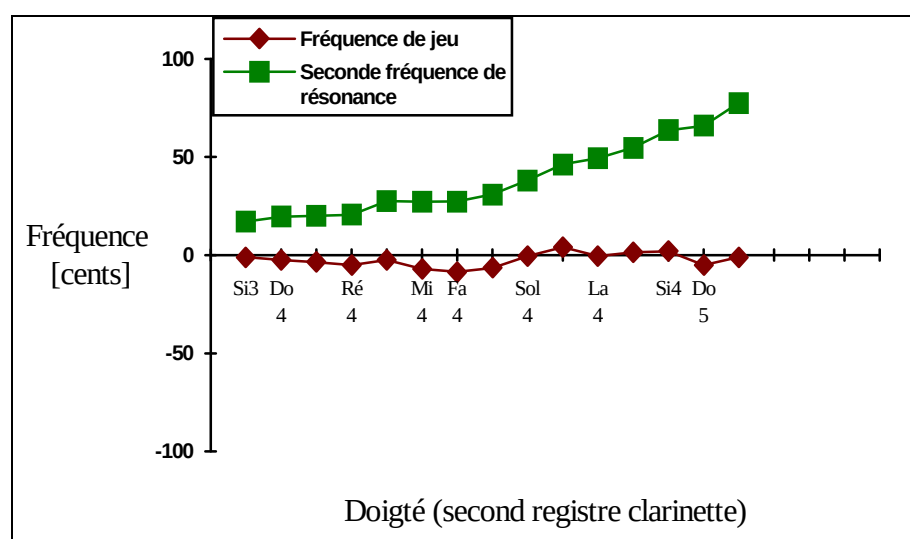


Figure III-2(b) : comparaison (en cents) fréquence de jeu, seconde fréquence de résonance pour le second registre de la clarinette. La référence utilisée est la gamme tempérée (cf. annexe C3).

Nous avons obtenu des résultats de même nature pour le premier (cf. figure III-3(a)) et le second registre (cf. Figure III-3(b)) du saxophone alto.

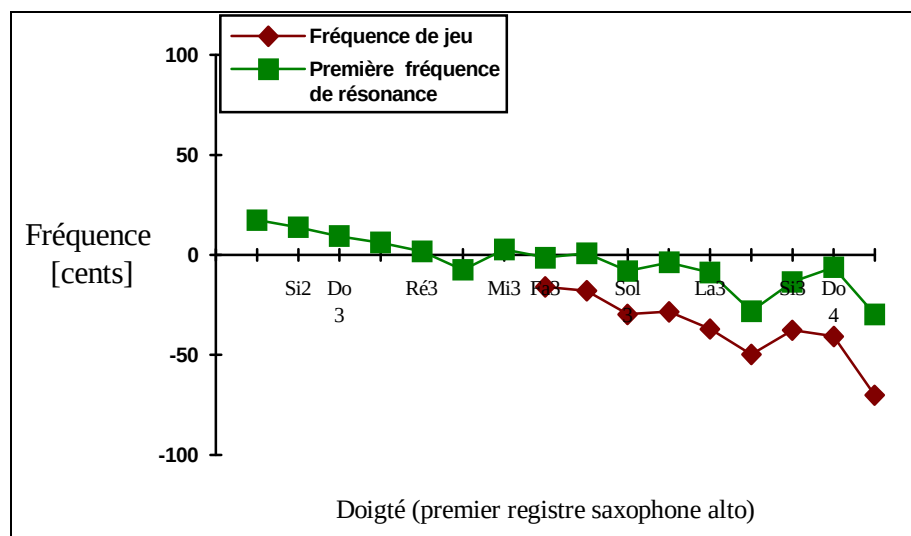


Figure III-3(a) :
comparaison (en cent) fréquence de jeu, première fréquence de résonance pour le premier registre du saxophone alto. La référence est la gamme tempérée (cf. annexe C3).

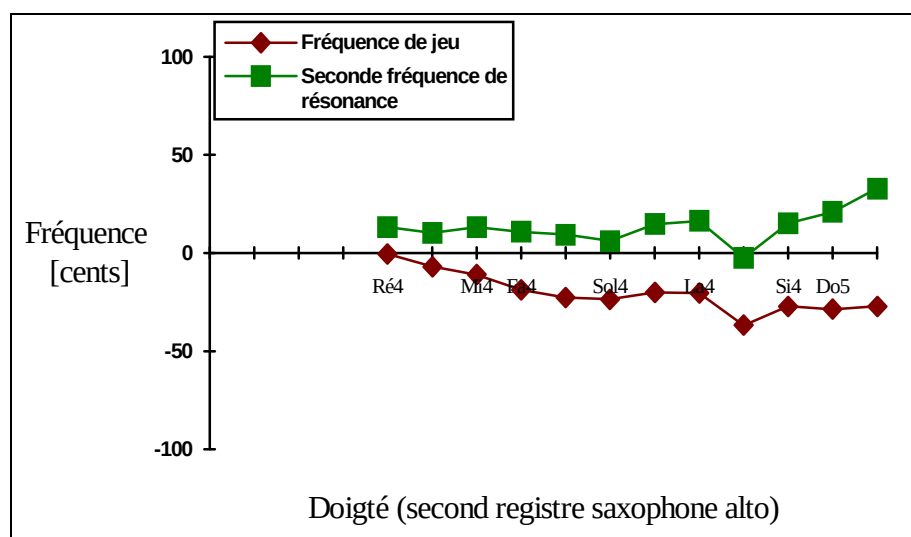


Figure III-3(b) :
comparaison (en cent) fréquence de jeu, seconde fréquence de résonance pour le second registre du saxophone alto. La référence est la gamme tempérée (cf. annexe C3).

Il apparaît déjà que la connaissance des fréquences de résonance extraites de l'impédance d'entrée d'un instrument est une bonne source d'information sur la qualité de justesse de ce dernier en fonctionnement. En effet, on peut vérifier que les variations locales de justesse des fréquences de jeu sont semblables à celles des fréquences de résonances correspondantes : voir par exemple l'évolution de la fréquence de jeu et de la fréquence de résonance des doigtés chromatiques Si2_{dc}-Do3_{dc}-Do#3_{dc}-Ré3_{dc} du premier registre de la clarinette (cf. Figure III-1(a)). Pour une embouchure donnée, contrôler la justesse de la clarinette revient bien à contrôler la justesse de ses fréquences de résonance. Ceci justifie a posteriori tout l'intérêt que l'on peut porter au calcul prévisionnel des fréquences de résonances à partir de la perce d'un nouvel instrument.

En outre, il est important de remarquer (cf. figures III-2 et III-3) que les valeurs des fréquences de jeu sont toujours inférieures à celles des fréquences de résonances mesurées pour la clarinette et le saxophone alto. De plus, il est à noter que l' écart relatif $\Delta f/f_i$ entre ces dernières augmente lors d' un chromatisme ascendant : $\Delta f/f_i$ est une fonction négative décroissante de la fréquence. Cette propriété entre fréquences de jeu et de résonance est de même nature que la propriété théorique issue de l' analyse du modèle élémentaire au seuil linéaire présentée au paragraphe III.2. de la partie A. Nous y avons montré que la fréquence de jeu au seuil est reliée à la fréquence de résonance du résonateur par l' intermédiaire d' une correction de longueur indépendante de la fréquence et caractéristique de l' embouchure du musicien. Cette correction de longueur dépend aux basses fréquences essentiellement du débit d' anche et de l' amortissement de l' anche. Elle est déduite de l' écart relatif par :

$$\frac{\Delta f}{f_i} = -2\pi f_i \frac{\Delta \ell}{c} \frac{1}{2Q_i/Z_{mi}}, \quad (\text{III-1})$$

où f_i , Q_i , et Z_{mi} représentent respectivement la fréquence de résonance, le coefficient de qualité et l' amplitude maximale du pic d' impédance i . Il est à noter que $\Delta \ell$ est la somme de deux corrections de longueur ($\Delta \ell = \Delta \ell_a + \Delta \ell_g$) dues respectivement au débit d' anche et à la non-linéarité d' entrée (cf. § III.2., partie A). Cette correction de longueur $\Delta \ell$ correspond à la longueur d' un cylindre fictif de diamètre égal au diamètre du bec qu' il faudrait ajouter à l' entrée du résonateur pour translater la fréquence de résonance jusqu' à la fréquence de jeu au seuil.

Par analogie avec les résultats issus de l' étude théorique du modèle élémentaire au seuil linéaire, nous estimons, pour chacun des doigtés, une correction de longueur expérimentale à l' aide de la relation (III-1) à partir de la fréquence de jeu et des paramètres f_i , Q_i , et Z_{mi} de la résonance i correspondante. L' évaluation de $\Delta \ell$ est d' autant plus intéressante qu' elle est invariante par rapport au doigté (indépendante de la fréquence). Dans ce cas, nous obtenons une première caractérisation semi-empirique de "l' embouchure".

N.B. Pour relier fréquence fondamentale et fréquence de résonance, notre démarche s' appuie sur une analogie avec les résultats issus de l' analyse au seuil linéaire à partir du modèle élémentaire. Les expériences que nous réalisons ne correspondent pas à des oscillations au voisinage du seuil linéaire, l' hypothèse de signaux quasi-sinusoïdaux n' est absolument pas garantie. En effet, lors de l' acquisition des signaux de pression, un réglage d' embouchure stable sur tout un registre ne permet pas de s' approcher du seuil pour chaque note, même si cela est vrai pour certaines d' entre elles.

Nous présentons ci dessous les corrections de longueur $\Delta\ell$ estimées à l' aide de l' équation (III-1) pour les deux premiers registre de la clarinette (cf. Figures III-4(a) et III-4(b)).

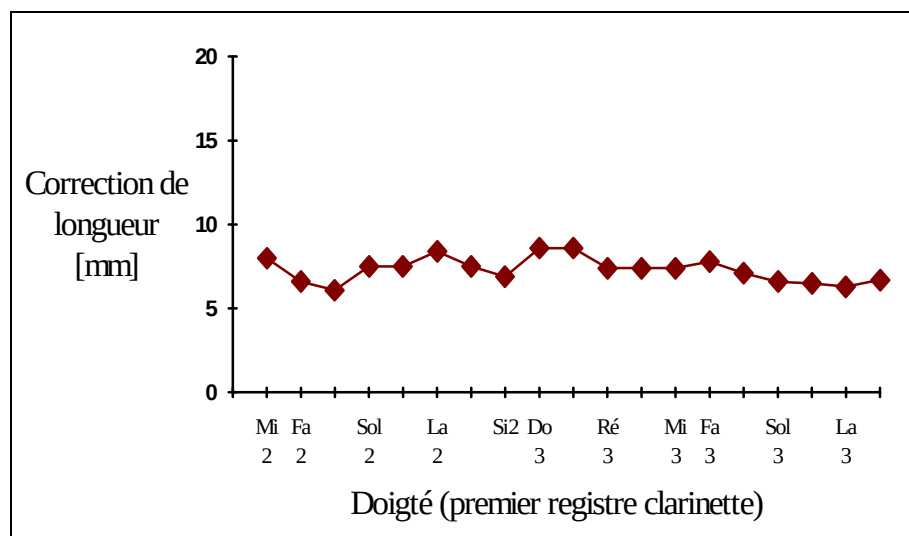


Figure III-4(a) :
correction de longueur $\Delta\ell$ (en mm) des notes du premier registre de la clarinette estimée à l' aide de l' équation (III-1).

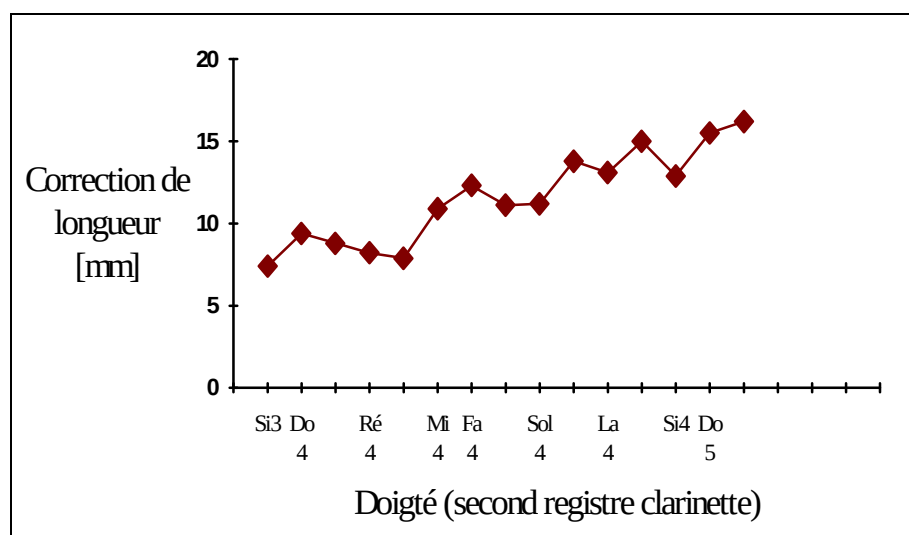


Figure III-4(b) :
correction de longueur $\Delta\ell$ (en mm) des notes du second registre de la clarinette estimée à l' aide de l' équation (III-1).

Pour le premier registre de la clarinette (cf. Figure III-4(a)), la correction de longueur est estimée à 7 mm avec une dispersion des mesures de 2 mm. Contrairement au premier registre, il est très difficile d' affirmer que la correction de longueur est indépendante des doigtés du second registre (cf. Figure III-4(b)). Peut-être peut on interpréter la croissance de la correction de longueur avec la fréquence lorsque l' approximation basses fréquences du comportement mécanique de l' anche n' est plus valide (analogie avec les équations (I-28) et (I-30), du paragraphe III.2 de la partie A).

De la même manière nous présentons la correction de longueur équivalente mesurée pour le premier registre (cf. Figure III-5(a)) et le second registre (cf. Figure III-5(b)) d' un saxophone alto. Pour le premier registre, la correction de longueur est estimée à 7,5 mm (sur un cylindre

de diamètre 16 mm correspondant au diamètre intérieur du bec) avec une dispersion des mesures de 3 mm. Pour le second registre, nous avons expérimenté deux embouchures différentes, pour lesquelles nous trouvons respectivement 6 mm avec une dispersion de 2 mm et 5 mm avec une dispersion de 1 mm. La deuxième embouchure est légèrement plus pincée que la première. On peut observer une croissance significative de la correction de longueur dans le haut du second registre. Ce phénomène est d'ailleurs remarquable pour la première embouchure (cf. Figure III-5(b)), mais moins marqué que pour la clarinette (cf. Figure III-4(b)).

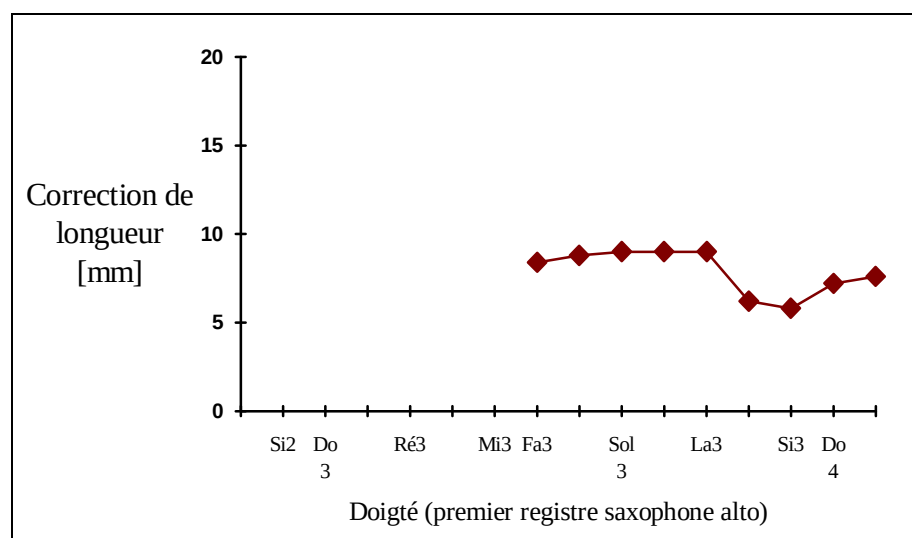


Figure III-5(a) :
correction de
longueur (en mm)
des notes du premier
registre du
saxophone alto.

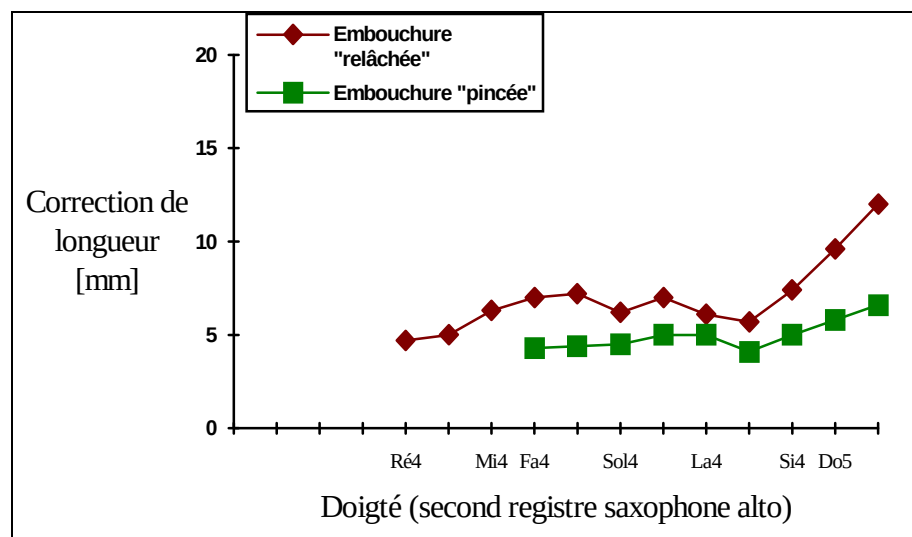


Figure III-5(b) :
correction de
longueur (en mm)
des notes du second
registre du
saxophone alto pour
deux embouchures
différentes
("relâchée" et
"pincée").

Au vu des résultats présentés ci-dessus, la caractérisation d'une embouchure stable par la correction de longueur $\Delta\ell$, une quantité semi-empirique invariante, n'est pas déraisonnable. Rappelons que ces résultats ont été obtenus hors du cadre théorique restrictif des petites oscillations quasi-sinusoïdales étudiées au paragraphe III.2. de la partie A de ce mémoire. Si la cause de cette correction de longueur est essentiellement le débit d'anche, la mesure de cette correction

s' avère être une mesure de l' impédance d' anche ; elle permet donc de prévoir la justesse d' un instrument à anche simple à partir du calcul ou de la mesure des fréquences de résonances du résonateur muni d' un bec rallongé d' une longueur de l' ordre de 5 à 10 mm. Cependant, cette notion de correction de longueur ne permet pas de connaître la valeur de chacun des paramètres équivalents à l' anche $\mathfrak{S}_a, \mu_a, \omega_a, \dots$) mais celle d' un seul paramètre équivalent, $\frac{S_a}{\mu_a \omega_a^2}$, défini par (cf. § III.2, partie A) :

$$\Delta \ell = \Delta \ell_a = \frac{\rho c^2}{S} \frac{S_a}{\mu_a \omega_a^2} \quad (\text{III-2})$$

Dans les trois paragraphes suivants, nous nous intéressons à décrire certaines caractéristiques de la clarinette au regard des fréquences de résonance mesurées.

II.2. L'effet du trou de registre.

Le trou de registre (trou de douzième pour la clarinette, trou d' octave pour le saxophone alto) est une petite cheminée latérale de petit diamètre et de hauteur importante (typiquement 3 et 10 mm pour la clarinette) dont le rôle est de faciliter l' émission des partiels d' ordre supérieur, même si ceux ci sont jouables sans ce dispositif. A priori, à chaque doigté, correspond une position optimale du trou de registre (position optimale : noeud de pression du deuxième mode du résonateur) qui, une fois ouvert, ne décale pas la valeur de la deuxième fréquence de résonance.

Si cette solution était adoptée, l' instrument serait muni d' un nombre de trous de registre identique au nombre de notes existant pour le premier registre. Les facteurs n' ont bien sûr pas choisi une telle solution, mais ont conçu un instrument possédant un ou deux trous de registre optimisés pour un ou deux doigtés intermédiaires. Nous discutons ici l' effet du trou de registre sur la seconde fréquence de résonance et vérifions expérimentalement que le trou de registre ouvert provoque un décalage fréquentiel non négligeable de la seconde fréquence de résonance ; les décalages théoriques peuvent être estimés à partir de l' équation extraite de la référence (Kergomard et Meynial, 1988) :

$$\frac{\Delta f}{f} = \frac{\ell \cdot s}{S h'} \frac{c^2}{k \ell} \quad (\text{III-3})$$

où ℓ est la distance séparant le trou de registre de l' entrée du résonateur, $k\omega/c$ est le nombre d' ondes en ondes planes, s et S sont respectivement les sections du trou et du résonateur, h' est défini par $h' = h + 0,7d$. h représente la hauteur du trou de registre.

Les résultats expérimentaux sont présentés à la Figure (III-6) ; nous vérifions que le trou de registre de la clarinette mesurée, placé environ au niveau du noeud de pression situé au tiers de la longueur du tube cylindrique constituant le résonateur, est optimum pour le Fa_{4dc}. L' effet du trou de registre sur les secondes fréquences de résonance des doigtés de Fa_{3dc} à Sib_{3dc} est important mais sans gravité pour la justesse de l' instrument. En effet ces doigtés ne sont pas utilisés dans la fin du second registre, mais remplacés par les doigtés de suraigu (cf. § II.4.).

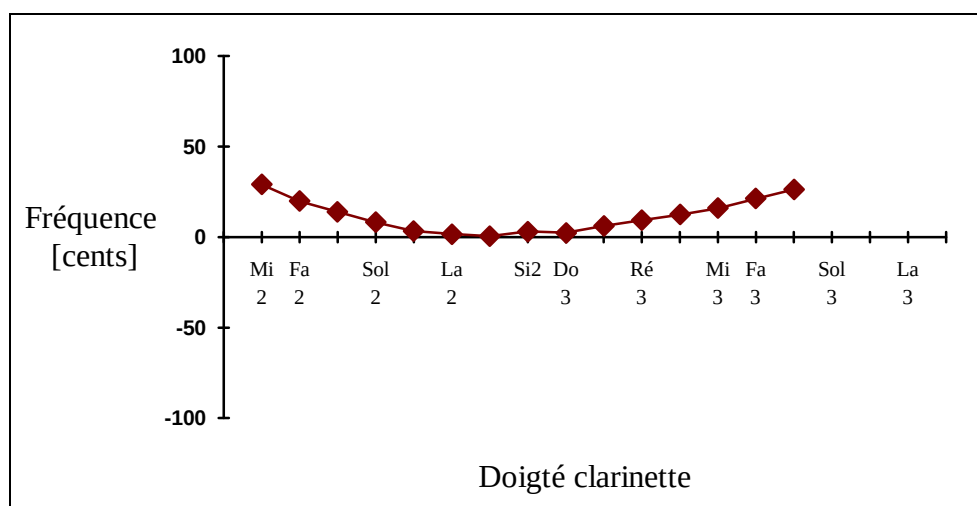


Figure III-6 : effet du trou de registre sur la seconde fréquence de résonance (mesurée) pour la clarinette. L' écart fréquentiel représenté correspond à la différence entre la seconde fréquence de résonance mesurée pour le trou de registre ouvert (doigté de second registre) et la seconde fréquence de résonance mesurée pour le trou de registre fermé (doigté de premier registre).

En ce qui concerne le saxophone alto, nous présentons sur la figure (III-7) l' écart fréquentiel mesuré de la seconde fréquence de résonance, résultant de l' ouverture de deux trous de registre. Le premier est utilisé pour les doigtés de Ré_{4ds} à Sol_{4ds}, le second de La_{4ds} à Do_{5ds} en utilisant les mêmes doigtés que ceux du premier registre. Le contrôle mécanique de ces deux trous est réalisé à l' aide d' une seule clé, le changement entre le Sol_{4ds} et le La_{4ds} étant automatique. On peut d' ailleurs remarquer que la position du premier est optimale pour le doigté de Fa_{4ds}, celle du second pour le doigté de Do_{5ds}. Il est a priori surprenant d' optimiser le doigté de Do_{5ds}, fin de la "gamme de base". Cependant, ce dernier est un doigté moyen entre le Sol_{4ds}, premier doigté affecté par ce trou de registre et le Fa_{5ds}, dernier doigté affecté. Le doigté de Fa_{5ds} est d' ailleurs un doigté de suraigu pour lequel le premier partiel n' est pas joué.

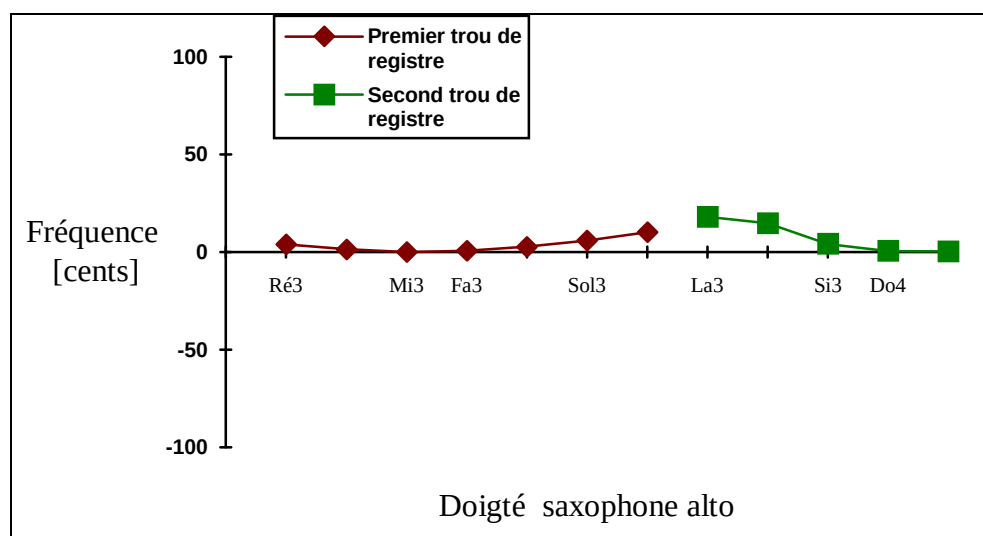


Figure III-7 : effet des deux trous de registre sur la seconde fréquence de résonance pour le saxophone alto (doigtés de la gamme de base).

II.3. Doigtés

usuels, doigtés factices : exemple de la clarinette.

La clarinette est munie de systèmes mécaniques permettant de jouer la même note à l' aide de plusieurs doigtés. Ces doigtés s' avèrent utiles lors de passages difficiles ou techniques. Pour une note donnée, nous qualifions d' usuel le doigté le plus joué, les autres étant appelés factices. Les doigtés usuels du premier registre sont : le Si2_{dc}, le Mib3_{dc} cadence, le Fa#3_{dc} et le Sib3_{dc}. Les doigtés factices du premier registre analysés ici sont : le Si2_{dc} fourche, le Mib3_{dc} clé, le Fa#3_{dc} cadence et le Sib3_{dc} cadence.

La succession des notes peut se faire par l' ouverture progressive des trous latéraux dans l' ordre (système BOEHM), mais peut aussi se faire de façon plus complexe. Dans ce cas, un trou fermé peut se trouver entre deux trous ouverts, ce qui correspond à un doigté communément dit "de fourche". La perturbation créée par ces particularités géométriques est notable à l' analyse de la courbe de justesse de la première fréquence de résonance donnée à la Figure (III-8) pour les doigtés de Si2_{dc}, Fa#3_{dc} et Sib3_{dc}.

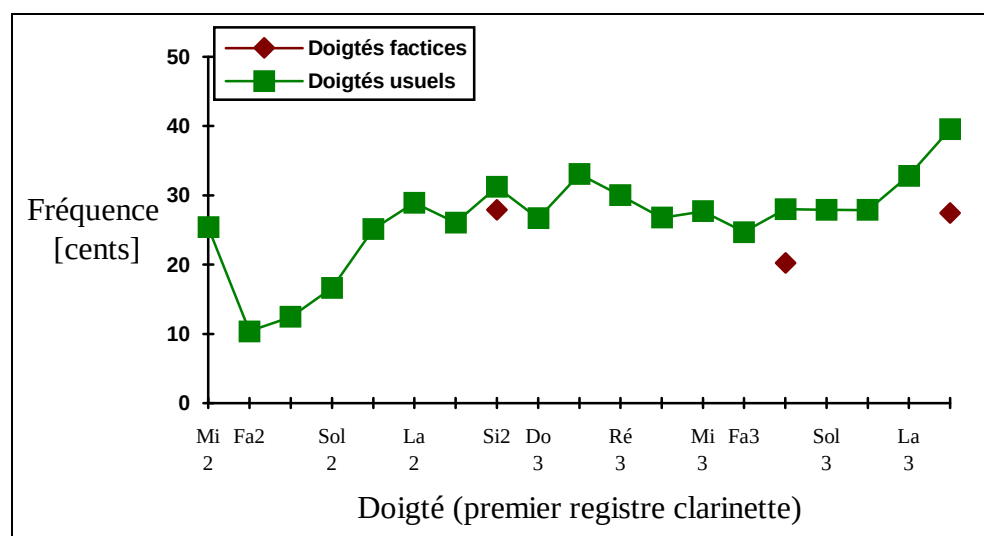


Figure III-8 :
première
fréquence de
résonance de
doigtés factices
de la clarinette :
comparaison
avec celle des
doigtés usuels.

II.4. Doigtés de suraigu :

application à la clarinette.

Les doigtés de suraigu de la clarinette peuvent être obtenus à l' aide de doigtés de fin de second registre (doigtés factices) ou de doigtés de troisième registre (doigtés usuels). Etant donné l' influence du trou de registre sur les fréquences fondamentales des notes du haut du second registre (cf. § II-2), les doigtés de troisième registre sont utilisés fréquemment. Un exemple frappant est le doigté de $\text{Do}\#5_{\text{dc}}$ qui peut s' obtenir avec les deux doigtés (cf. annexe C3). Un des deux doigtés est celui du $\text{Fa}\#3_{\text{dc}}$ complété de l' ouverture du trou registre ; l' autre est le doigté usuel (cf. Figure III-9(b)). L' analyse des courbes d' impédance d' entrée de ces deux doigtés permet de vérifier que le doigté factice (figure III-9(a)) utilise la deuxième résonance de l' impédance et que le doigté usuel utilise la troisième résonance. Les fréquences de résonance correspondant à ces deux pics d' impédance sont d' ailleurs quasi-identiques. On peut vérifier que le doigté de cadence, le $\text{Fa}\#3_{\text{dc}}$ (988,88 Hz en suivant la gamme tempérée) est plus haut que le doigté de $\text{Do}\#5_{\text{dc}}$ (987,76 Hz en suivant la gamme tempérée) (propriété de justesse bien connue des clarinettistes).

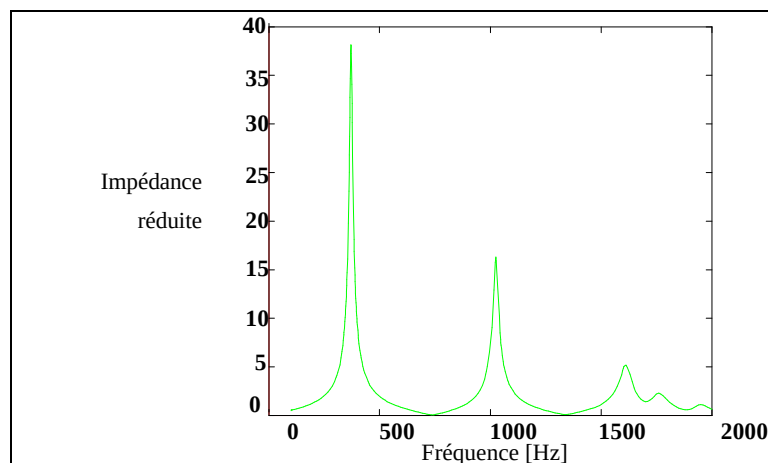


Figure III-9(a) : Module de l' impédance d' entrée réduite du Do#5_{dc} factice, utilisant le doigté de Fa#3_{dc} complété de l' ouverture du trou de registre.

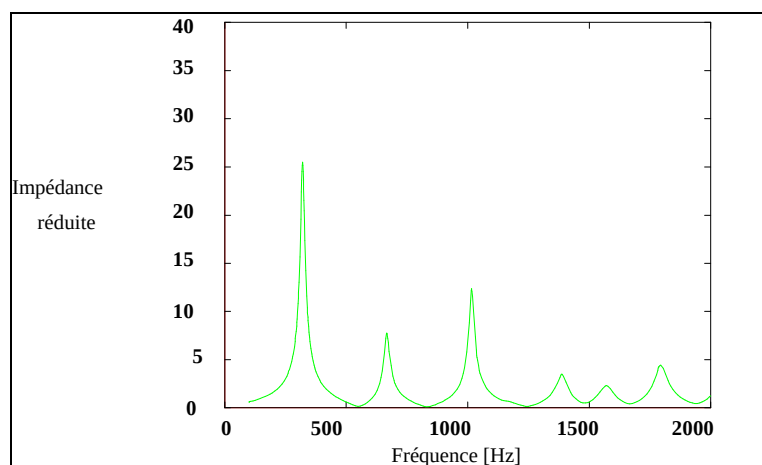


Figure III-9(b) : Module de l' impédance d' entrée réduite du Do#5_{dc} usuel.

II.5. Comparaison expérience, simulation numérique : application aux doigtés de gorge de la clarinette.

Dans ce paragraphe, nous étudions le comportement des doigtés de gorge de la clarinette afin de valider la méthode de simulation construite à partir du modèle élémentaire (cf. partie B de ce mémoire). S' il est bien représentatif du comportement de la clarinette en situation de jeu, ce modèle doit permettre de mettre en évidence la justesse de la famille de notes simulées : Sol3_{dc}, La3_{dc}, Sib3_{dc} et Sib3_{dc} cadence.

Etant donné la caractéristique particulièrement marquée du doigté de Sib3_{dc} usuel, nous proposons de mettre en évidence l' inhomogénéité de justesse de ce doigté en jouant ces quatre notes à l' aide de la bouche artificielle (décrite à l' annexe C2) et par simulation numérique. Cette mélodie permettra donc de détecter les différences de hauteur pouvant exister entre le Sib3_{dc} et le Sib3_{dc} cadence. Le Sib3_{dc}, considéré comme la note la "plus mauvaise" du premier registre de la clarinette, nous permet de savoir dans quelle mesure le modèle élémentaire est robuste.

La mesure du signal de pression interne obtenu pour les quatre notes permet de calculer les fréquences fondamentales ainsi que le spectre de chacune d' entre elles. Ces mesures sont différentes de celles présentées au paragraphe II de cette partie, pour lequel l' embouchure est adaptée à l' ensemble du premier ou du second registre. Pour cette expérience, nous choisissons une embouchure permettant de jouer les quatre notes du haut du premier registre sans se préoccuper des autres doigtés ; nous pouvons cependant noter qu' il a toujours été difficile de trouver une embouchure pour laquelle le Sib3_{dc} est d' émission aisée : il existe une embouchure convenant à l' émission facile du Si bémol, qui ne nous permet pas de jouer les autres notes aisément et réciproquement. On peut vérifier à la figure (III-10) que le Sib3_{dc} est la note la plus haute des quatre.

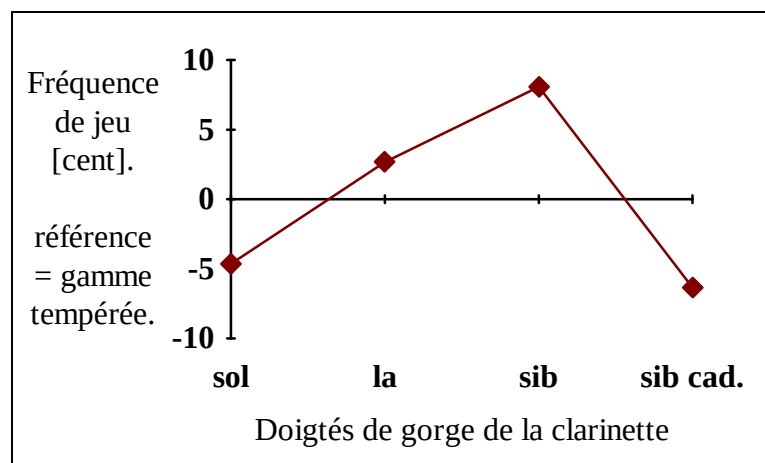


Figure III-10 : fréquence fondamentale de la pression acoustique résultant des quatre notes Sol3_{dc}-La3_{dc}-Sib3_{dc}-Sib3_{dc} cadence (signaux mesurés sur bouche artificielle).

La mesure de l' impédance

d' entrée de ces quatre notes est réalisée en respectant les conditions imposées par la simulation numérique décrites dans la partie B de ce mémoire afin d' utiliser l' impédance mesurée de chaque doigté pour la simulation. De ces impédances mesurées, sont extraites les premières fréquences de résonances, ainsi que les paramètres caractéristiques des pics de résonance (coefficient de qualité, amplitude, ...).

La connaissance des caractéristiques des premiers pics d' impédances et la comparaison entre fréquence fondamentale du signal de pression mesuré et première fréquence de résonance de l' impédance d' entrée donne accès à la correction de longueur définie par la relation (III.1.) de cette partie. Les résultats sont présentés à la table III-1 et nous permettent une estimation du paramètre $\frac{S_a}{\mu_a \omega_a^2}$ à l' aide de la relation (III-2) pour la simulation numérique.

Notes	Sol _{3dc}	La _{3dc}	Sib _{3dc}	Sib _{3dc} cadence
1ere Fréquence de résonance de l'impédance d'entrée (Hz).	354,9	400,3	425,8	422,8
Fréquence de jeu (Hz).	348,3	392,5	417,1	413,8
Correction de longueur (mm).	9,2	5,3	5,4	5,6

Table III-1 : évaluation de la correction de longueur équivalente à l' embouchure de la clarinette sur bouche artificielle.

Nous proposons un choix arbitraire de μ_a et ω_a (valeurs typiques citées dans la littérature, par exemple $\mu_a = 0,0231 \text{ kg/m}^2$, $\omega_a = 20000 \text{ rad/s}$) et nous en déduisons le paramètre S_a , surface équivalente de l' anche, de la correction de longueur à l' aide de l' équation (III-4) :

$$\frac{S_a}{\mu_a \omega_a^2} = \frac{S \Delta \ell}{\rho c^2} \quad (\text{III-4})$$

Nous choisissons pour la simulation, la correction de longueur moyenne de 5,5 mm (après élimination de la valeur aberrante de 9,2 mm du tableau (III-1)). La surface efficace de l' anche utilisée est alors $S_a = 6,4 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2$. Le choix de la fréquence de résonance de l' anche ω_a dépend cependant de la fréquence maximale du fichier impédance mesuré pour chacune des notes. Nous montrons en effet dans la partie B de ce mémoire (cf. paragraphe IV.4.2.) qu' une fréquence de résonance de l' anche élevée conduit à une moins bonne approximation de l' anche analogique par l' anche numérique. Un compromis est donc nécessaire dans le choix de ces

paramètres. Le choix de l' amortissement équivalent de l' anche est, quant à lui, réalisé en prenant les valeurs typiques issues de la littérature. Nous choisissons, par exemple $g_a = 3000 \text{ s}^{-1}$ (Worman, 1971).

La simulation numérique est alors réalisée à l' aide de l' impédance d' entrée des quatre doigtés, des paramètres d' embouchure (ou d' anche) évalués par la méthode décrite ci-dessus et des paramètres relatifs à la non-linéarité d' entrée (largeur de l' anche, densité de l' air). Cette simulation est effectuée pour diverses pressions d' alimentation P_a allant de la pression de seuil à des pressions correspondant à des oscillations anche-battante.

Une écoute comparative des signaux de pression obtenus par synthèse d' une part et mesurés (acquisition à l' aide de la bouche artificielle) d' autre part, tend à prouver que la simulation est réaliste pour de faibles pressions d' alimentation, c' est à dire des pressions d' alimentation dont les valeurs sont proches de la pression de seuil, estimée à l' aide de l' analyse au seuil linéaire. Nous avons remarqué que la simulation du modèle élémentaire tend à créer un instrument "numérique" dont la pression de seuil est inférieure à celle estimée. Cet effet est dû a la sous-estimation de la valeur de l' amortissement de l' anche "numérique" (cf. § IV.4.1. de la partie B). Afin de confirmer les résultats obtenus par l' écoute, nous présentons une comparaison entre fréquence fondamentale du signal mesuré et fréquence fondamentale du signal simulé pour diverses pressions d' alimentation à la figure (III-11). Il est important de remarquer que les résultats de simulation obtenus par l' application du modèle élémentaire aux impédances mesurées sont proches de ceux obtenus par l' expérience pour de faibles pressions d' alimentation appliquée à la simulation, en ce qui concerne la fréquence de jeu, ce qui confirme les résultats de l' écoute préliminaire.

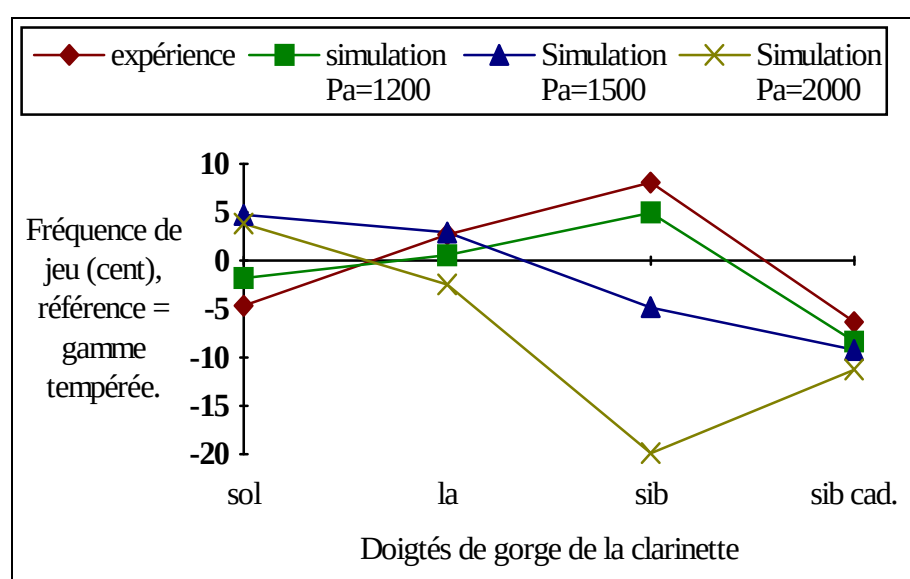


Figure III-11 :
évolution de la
fréquence
fondamentale de la
pression acoustique
résultant des quatre
notes Sol-La-Si
bémol- Si bémol
cadence.
Comparaison entre
résultats de mesure et
résultats de
simulation.

III. Exemples d' analyses du timbre et de la facilité d' émission appliquées à la clarinette.

Connaissant les limites de validité des deux méthodes de caractérisation pour prévoir la justesse d' un instrument, nous nous intéressons désormais à savoir dans quelle mesure ces méthodes sont aptes à prédire l' homogénéité de timbre et d' émission des instruments étudiés. Cette démarche nous permet alors d' estimer dans quelle mesure la simulation par modèle physique et la connaissance de l' impédance d' entrée sont de bons indicateurs de l' homogénéité de timbre et d' émission de la clarinette.

Nous proposons dans la suite de ce document (§ III.1) d' estimer la limite de validité de la méthode de simulation (et donc du modèle élémentaire) en comparant les spectres des pressions mesurées (sur bouche artificielle) et calculées (par simulation numérique) pour les doigtés de gorge de la clarinette. De plus, nous proposons au paragraphe III.2. une analyse conjointe de l' inharmonicité des deux premières fréquences de résonance des doigtés du premier registre de la clarinette et des résultats de l' écoute de la clarinette jouée sur la bouche artificielle.

III.1. Comparaison expérience, simulation numérique : application aux doigtés de gorge de la clarinette.

A partir des simulations réalisées (cf. § II.5.) afin d' évaluer leur aptitude à prédire la justesse des doigtés de gorge de la clarinette, nous présentons une analyse comparative des spectres de la pression calculée et de la pression mesurée pour ces doigtés.

La figure (III-12) montre l' évolution des divers harmoniques de la pression interne mesurée et calculée. Dans ce cas, nous analysons les amplitudes relatives des divers harmoniques par rapport au fondamental. Les résultats de la figure (III-12) ne permettent pas de corréler facilement le spectre du signal de pression mesurée et celui du signal de pression calculée. En effet, l' allure des spectres obtenus pour la pression simulée à l' aide de faibles pressions d' alimentations est semblable à celle des spectres de la pression mesurée. Cependant, les amplitudes relatives des harmoniques est sous-évaluée par rapport aux amplitudes obtenues pour la pression mesurée. Pour de plus grandes pressions d' alimentation, le signal de pression simulé présente des amplitudes dont les ordres de grandeur sont proches de celles obtenues par l' expérience, mais ne mettent plus en évidence la particularité du doigté de Sib³_{dc}. L' hypothèse "anche battante", à la base de la description du comportement mécanique de l' anche vis-à-vis de la table du bec est ici une des raisons du "masquage" des inhomogénéités de timbre existant pour la note difficile étudiée.

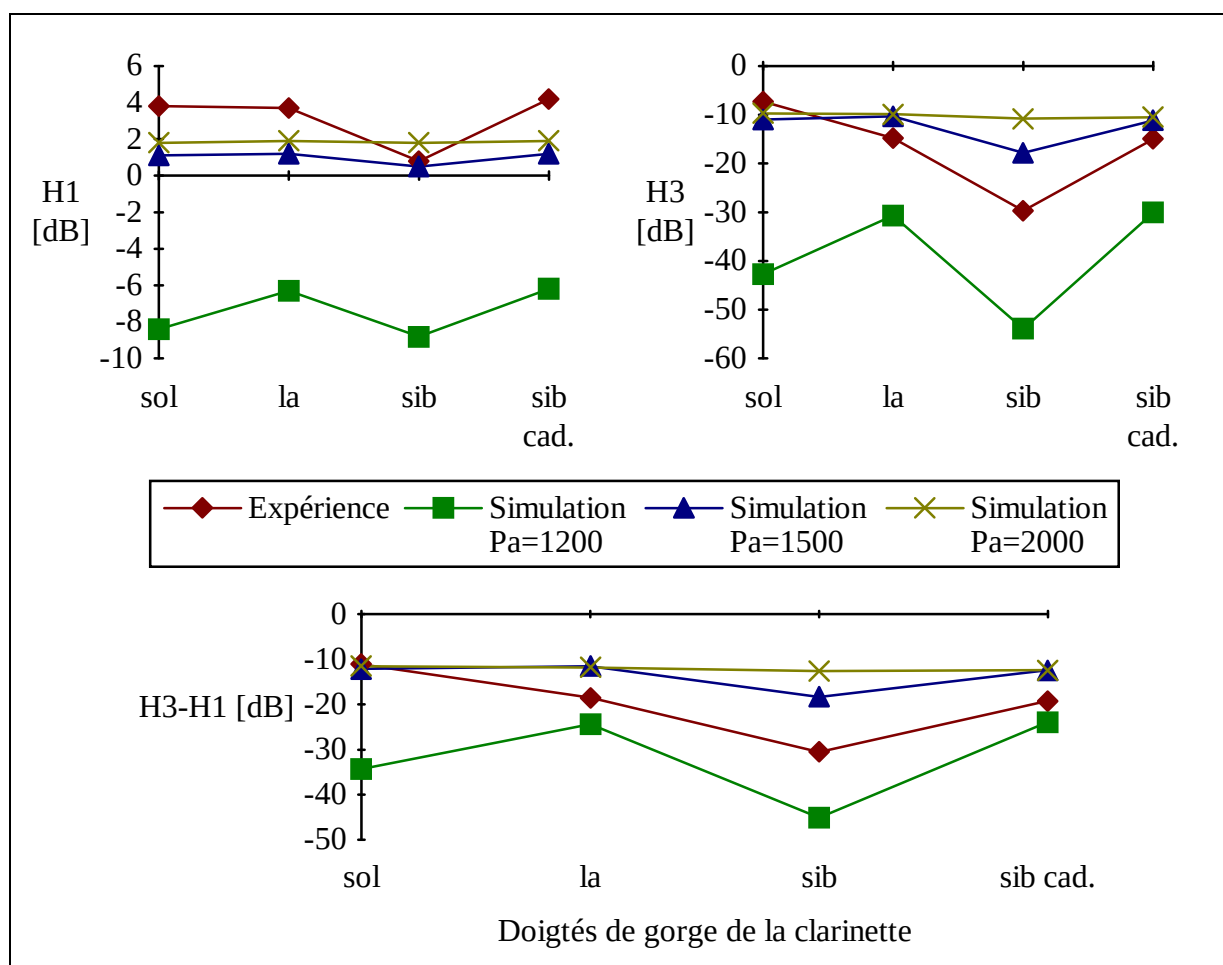


Figure III-12 : évolution de l' amplitude des divers l' harmoniques de la pression acoustique résultant des quatre notes Sol3_{dc}-La3_{dc}-Sib3_{dc}- Sib3_{dc} cadence. Comparaison entre résultats de mesure et résultats de simulation.

III.2. L'i nharmonicité.

Il est couramment admis (Bouasse, 1929 ; Benade, 1976 ; Fletcher, 1978) qu' une bonne harmonicité des fréquences de résonance d' ordre supérieur est favorable à l' entretien des oscillations mettant en jeu plusieurs résonances d' un même doigté. Un exemple frappant, qui constitue une démonstration par l' absurde de ce fait est le "Tacet Horn" mis au point par Benade et Gans (1968). Les travaux de Gilbert (1991) concernant le développement d' un système quart-de-ton sur le saxophone alto vérifient l' efficacité pratique de ce principe. Il propose l' ajout de deux tubes fermés montés en dérivation sur le bocal du saxophone permettant de décaler la valeur de la première fréquence de résonance sans modifier la deuxième, ou de décaler les valeurs des deux premières fréquences de résonances en conservant une harmonicité constante pour le Sol3_{ds} ou le Do#4_{ds}. Pour le Do#4_{ds}, note pour laquelle le deuxième pic de résonance est d' amplitude inférieure à celle du premier, l' effet d' une inharmonicité croissante se traduit par un appauvrissement du timbre. Pour le Sol3_{ds}, présentant une deuxième résonance d' amplitude comparable à celle de la première, la

croissance de l' inharmonicité se traduit par un appauvrissement du timbre puis un changement de nature du régime d' oscillations : l' établissement d' un régime quasi périodique. Kergomard et Meynial (1988) ne rencontrent pas ce genre de difficultés pour la mise au point de systèmes quart-de-ton appliqués à la flûte ou à la clarinette, pour lesquelles les résonances d' ordre supérieur présentent de faibles amplitudes vis-à-vis de l' amplitude de la première résonance.

Ces résultats expérimentaux nous suggèrent de voir s' il est possible de corréler l' inharmonicité obtenue à l' aide de la mesure d' impédance aux inhomogénéités de timbre et de facilité d' émission relevées sur l' instrument étudié (notes difficiles détectées à l' aide de la bouche artificielle).

III.2.1. Quelques considérations.

L' inharmonicité des deux premières fréquences de résonance des doigtés du premier registre de la clarinette est définie par :

$$I = \frac{f_2}{3f_1} - 1, \quad (\text{III-5})$$

où f_1 et f_2 représentent respectivement les valeurs de la première et de la deuxième fréquence de résonance. I , exprimée en cent, est présentée sur la figure (III-13) et suivantes. L' inharmonicité est d' ailleurs obtenue comme la courbe différence des courbes de justesse de f_1 et f_2 présentées à Figure (III-14).

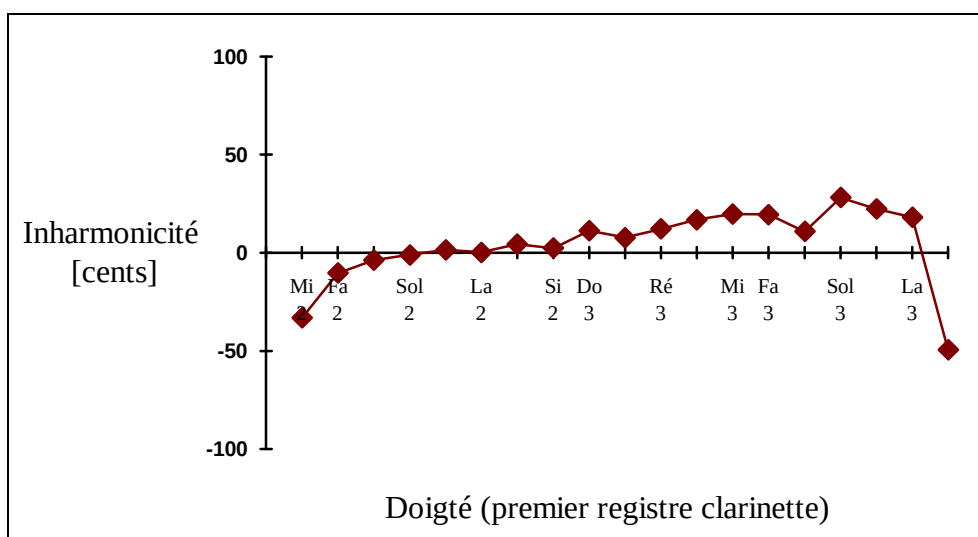


Figure III-13 : inharmonicité des deux premières fréquences de résonance des doigtés du premier registre de la clarinette.

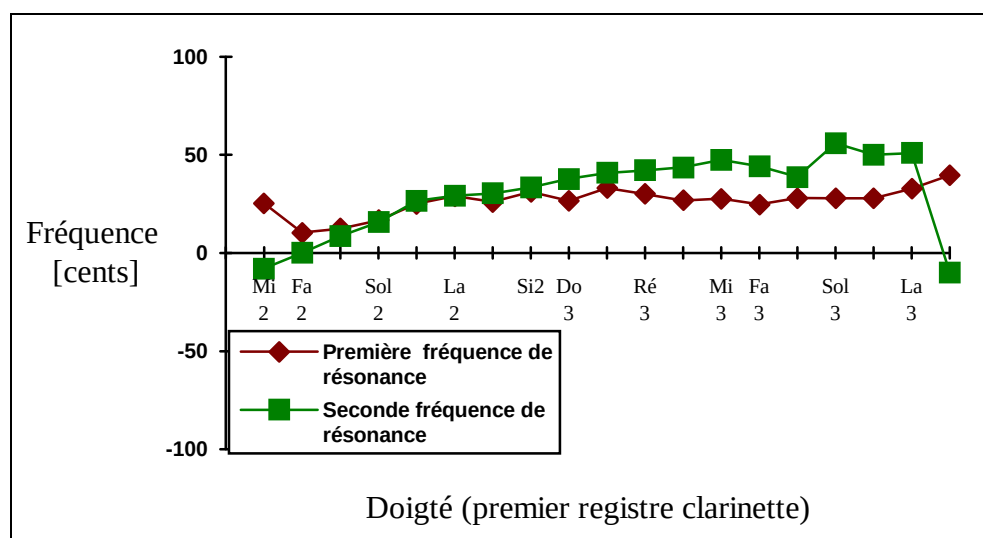


Figure III-14 :
courbes de
justesse des
deux premières
fréquences de
résonances des
doigtés du
premier registre
de la clarinette.

Nous avons reporté les valeurs de l' inharmonicité correspondant aux doigtés factices du $Si2_{dc}$ dit doigté de "fourche", $Fa\#3_{dc}$ dit doigté de "cadence" et du $La\#3_{dc}$ dit "cadence" sur la figure (III-15). L' utilisation d' un doigté factice à la place du doigté usuel n' est en général pas sans conséquence sur la justesse et le timbre de la note jouée. Contrairement au doigté $La\#3_{dc}$ usuel, le doigté $La\#3_{dc}$ cadence possède un spectre plus homogène avec les doigtés voisins $Sol3_{dc}$ et $La3_{dc}$. Cette homogénéité est en relation étroite avec la valeur de l' inharmonicité du $La\#3_{dc}$ cadence, proches des valeurs obtenues pour le $Sol3_{dc}$ et le $La3_{dc}$ (cf. Figure III-15).

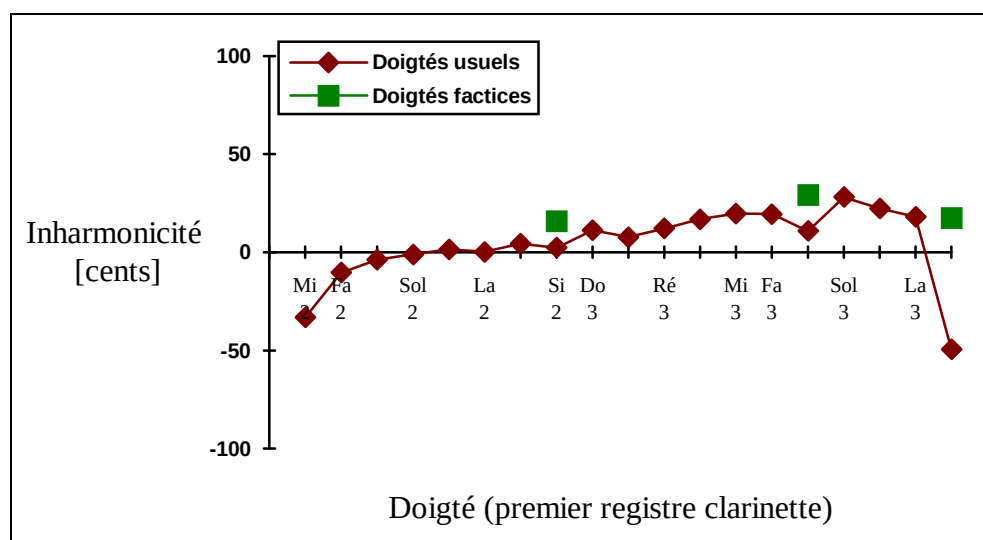


Figure III-15 :
inharmonicité
des doigtés
usuels et
factices pour le
premier registre
de la clarinette.

Afin de corréler l' inharmonicité mesurée (cf. Figure III-15) avec les notes difficiles du premier registre de la clarinette, nous avons joué celui-ci en gamme chromatique ascendante avec la bouche artificielle. Il est aisé de remarquer certaines notes à l' émission et au timbre particulier : les doigtés de $La\#3_{dc}$, $Fa\#3_{dc}$, $Do\#3_{dc}$ et $Si2_{dc}$. La dernière note du registre, le $La\#3_{dc}$ est d' ailleurs la plus marquante. Nous vérifions (cf. figure III-13) que ces notes correspondent à

des valeurs particulières de l' inharmonicité I. L' écoute est ici le seul moyen utilisé pour relever les notes d' émission difficiles sur la bouche artificielle.

En jouant le premier registre chromatiquement, nous remarquons aisément les notes particulièrement difficiles que sont le Do#3_{dc} et le Sib3_{dc}. Le Sib3_{dc} est la note la plus critique de toute la gamme (elle va même jusqu' à s' éteindre pour l' embouchure moyenne utilisée sur tout le premier registre) ; le Do#3_{dc} apparaît comme une note très différente de la note voisine, le Do3_{dc}.

La bouche artificielle est un outil puissant pour détecter les notes difficiles d' un instrument. En effet, l' embouchure stable, ainsi que la pression d' alimentation constante qu' elle confère, permettent de mettre en évidence très aisément les notes difficiles d' émission, certaines allant même jusqu' à s' éteindre si aucune modification de l' embouchure n' est apportée.

L' analyse de l' inharmonicité du doigté de Sib3_{dc} (cf. Figure III-13), montre que ce doigté possède une inharmonicité très importante, qu' il est possible de corrélérer avec l' émission difficile rencontrée lors de l' expérience sur bouche artificielle. Par contre, l' analyse de l' inharmonicité du Do#3_{dc} ne met pas cette caractéristique en évidence, alors qu' à l' écoute cette note s' avère très différente de sa voisine. Une grande inharmonicité apparaît donc comme une condition suffisante à une émission difficile. Cependant, d' autres paramètres non maîtrisés provoquent aussi cette difficulté d' émission. Nous voyons là une des limites de l' analyse objective de l' instrument à partir de l' inharmonicité.

III.2.2. Comparaison de deux clarinettes.

Des chapitres précédents, nous pouvons retenir que la connaissance de l' impédance d' entrée du résonateur est une quantité physique utile à la caractérisation des propriétés de justesse, de timbre et de facilité d' émission : l' analyse de l' exemple des doigtés de gorge nous encourage à traiter d' autres cas particuliers. Il est intéressant de savoir si les dispositifs expérimentaux sont suffisamment précis pour mettre en évidence des différences notables entre deux clarinettes de modèle différent à partir de la mesure d' impédance.

Après comparaison des fréquences de résonance mesurées de deux clarinettes A et B, nous avons constaté de grandes similitudes. Cependant les résultats expérimentaux font apparaître des différences significatives quant à l' inharmonicité du bas et du haut du premier registre (cf. Figure III-16). Les compromis choisis par les facteurs A et B pour le haut du premier registre sont différents : le facteur A a visiblement choisi de tolérer une inharmonicité positive pour les doigtés Sol3_{dc}-Sol#3_{dc}-La3_{dc} afin de limiter l' inharmonicité importante du La#3_{dc} (inharmonicité inhérente à l' utilisation du trou de registre en trou de note pour ce doigté). Ceci a pour effet de rendre plus homogène le timbre du haut du premier registre ("doigtés de

gorge") par rapport à la clarinette B. Cet effet est aussi notable pour les notes du bas du registre : le facteur A fait en sorte que l' inharmonicité varie "progressivement" pour les notes allant du Mi2_{dc} au Sol2_{dc} ; le facteur B tolère une discontinuité plus importante entre le Mi2_{dc} et le Fa2_{dc}. Notons que les différences d' inharmonicité des doigtés de gorge entre les clarinettes A et B ont été corrélées avec les perces correspondantes (perce de la partie haute du résonateur : barillet et partie supérieure du corps du haut).

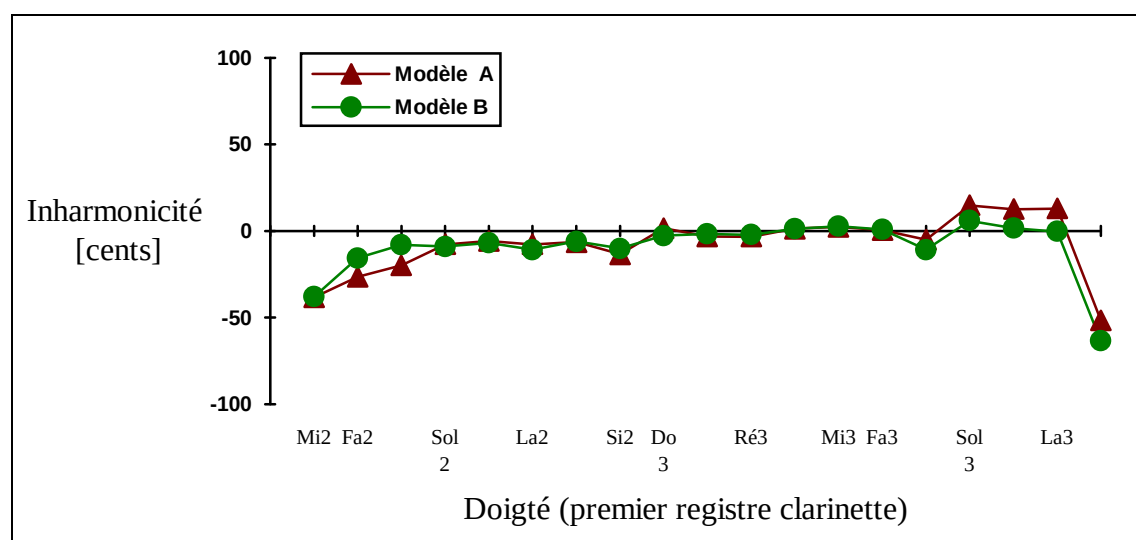


Figure III-16 : inharmonicité mesurée entre les deux premières fréquences de résonances. Comparaison entre deux clarinettes de modèle différent pour les doigtés du premier registre.

IV. Conclusion et perspectives.

Les travaux présentés au cours de cette partie apportent un certain nombre de résultats permettant de savoir dans quelle mesure l' analyse de l' impédance d' entrée et celle des résultats obtenus par simulation du modèle élémentaire sont représentatives du comportement de l' instrument étudié en situation de jeu.

En ce qui concerne l' analyse de l' impédance d' entrée, toutes les mesures d' impédances réalisées (avec soin afin de mettre en évidence de faibles écarts de fréquence de l' ordre de 0,3%) sur la clarinette et le saxophone alto ainsi que les relevés de pression interne pour ces instruments joués sur la bouche artificielle permettent d' affirmer que celle-ci est une technique fiable pour prévoir la justesse de l' instrument étudié. En effet la correction de longueur, paramètre invariant et représentatif de l' embouchure, mis en évidence grâce à ces mesures, permet d' estimer la fréquence fondamentale de l' instrument en situation de jeu à partir de la connaissance des fréquences de résonance du résonateur. L' analyse de l' inharmonicité des deux premières fréquences de résonance a permis de déceler certaines notes difficiles existant sur un registre. Cependant, il s' avérera utile lors de prochaines études, d' analyser pour chaque

note "difficile", la valeur de la pression de seuil et la nature des transitoires de façon à quantifier la notion de facilité d' émission.

L' utilisation de la simulation (reposant sur le modèle élémentaire) est possible grâce à la connaissance de l' impédance d' entrée du résonateur de l' instrument étudié et des paramètres relatifs à l' embouchure. L' évaluation de chaque paramètre équivalent à l' anche, inexistante aujourd' hui, est basée sur la connaissance d' un paramètre semi-empirique global, (la correction de longueur), supposé être caractéristique de l' embouchure. L' utilisation de chacun de ces paramètres permet alors de comparer la pression acoustique interne mesurée (pour l' instrument joué sur bouche artificielle) et simulée. Cette analyse montre que la méthode développée est réaliste dans l' évaluation de la fréquence fondamentale et du spectre de la pression acoustique interne pour des valeurs de la pression d' alimentation (appliquées à la simulation) proches de la pression de seuil. Cependant, les valeurs de pression d' alimentation utilisées lors de la simulation ne sont pas, a priori, identiques à celles mesurées au cours des expériences réalisées sur bouche artificielle, les valeurs des paramètres d' anche (ϕ_a, μ_a, g_a) étant choisies arbitrairement. La prise en compte, dans la simulation, de pressions d' alimentation aux valeurs réalistes ne sera possible que si les paramètres équivalents à l' anche sont mesurés indépendamment les uns des autres.

CONCLUSION GENERALE

A travers les différentes études décrites dans ce mémoire, nous nous sommes attachés à caractériser objectivement les qualités de justesse, de timbre et d' émission des instruments de musique à anche simple. Pour cela, nous avons choisi deux méthodes de caractérisation dont nous avons cherché à déterminer les limites de validité :

- la caractérisation des qualités acoustiques des instruments à anche simple par étude du résonateur seul,
- la caractérisation des qualités acoustiques des instruments à anche simple par simulation de l' instrument en situation de jeu.

Nous avons validé ces deux méthodes en comparant les grandeurs physiques qui en sont issues à des grandeurs de référence. Celles-ci sont la justesse, le timbre et la facilité d' émission. Elles dépendent de l' instrumentiste et restent purement subjectives. Nous avons donc choisi les parti-pris suivants : nous assimilons l' étude de la justesse à une étude de la fréquence fondamentale. Nous réalisons l' étude du timbre par analyse du spectre en régime permanent. En outre ces caractéristiques sont extraites de la pression interne au bec de l' instrument étudié en situation de jeu réelle. Pour placer l' instrument dans de telles conditions, nous avons choisi de jouer l' instrument à l' aide d' une machine à souffler (appelée aussi bouche artificielle). Celle-ci permet de reproduire l' embouchure du musicien de façon stable et de travailler dans des conditions expérimentales reproductibles. Ce dispositif ne permet cependant pas de placer l' instrument dans des conditions parfaitement identiques à celles imposées par un instrumentiste. Il n' existe pas de gradient de température le long du corps de l' instrument ; l' anche est soumise à un air sec, ce qui modifie notablement ses propriétés mécaniques.

Pour valider la première méthode (étude du résonateur), nous avons comparé, pour des instruments réels joués à l' aide de la bouche artificielle sur des registres complets, les fréquences de résonance mesurées aux fréquences fondamentales de l' auto-oscillation. Ces comparaisons montrent bien l' existence d' un terme correctif, appelé "correction de longueur", caractéristique de l' embouchure et indépendant du doigté (et donc de la fréquence). La confrontation de l' inharmonicité des deux premiers pics de résonances (calculée à partir de l' impédance mesurée) et des caractéristiques de la pression interne au bec montre que l' inharmonicité a un effet important sur la nature de l' auto-oscillation. En effet, une grande variation d' inharmonicité entre deux doigtés successifs tend à provoquer l' établissement d' une "note difficile". Nous voyons, par ces deux analyses, tout l' intérêt que l' on peut porter à l' impédance d' entrée du résonateur d' un instrument à modifier ou à concevoir. Celle-ci permet d' évaluer aisément la justesse de l' instrument à l' aide de la correction de longueur due à l' embouchure ainsi que les "notes difficiles" qui peuvent exister.

Nous avons retenu, à la partie A, un modèle physique dit "élémentaire" qui décrit l' instrument comme un système couplant un résonateur (linéaire) à un système excitateur (bec et anche) non-linéaire. Nous avons alors développé (partie B) une technique de résolution numérique s' appuyant sur l' utilisation d' impédances mesurées. Ce choix impose l' utilisation de fréquences d' échantillonnage dont les valeurs sont faibles au regard de la fréquence propre de l' anche. En outre ces valeurs sont fixées par les caractéristiques de l' impédance d' entrée du résonateur. Nous montrons en effet qu' il est souhaitable de choisir la fréquence de Nyquist de telle façon que la partie imaginaire (ou la phase) de l' impédance d' entrée s' annule pour celle-ci. Ceci permet de minimiser les erreurs d' approximation existant entre la fonction de réflexion discrète et la fonction de réflexion analytique. Pour chaque doigté étudié, une fréquence d' échantillonnage différente peut être utilisée, créant ainsi différentes anches "discrètes". Néanmoins, l' utilisation de fréquences d' échantillonnage de valeurs proches d' une valeur moyenne et de la transformation bilinéaire corrigée nous permet d' obtenir des anches "discrètes" dont les caractéristiques (raideur, fréquence propre, amortissement) sont proches de leurs homologues analytiques quel que soit le doigté simulé.

La comparaison des résultats de simulation et des résultats expérimentaux pour quelques cas concrets (doigtés de gorge de la clarinette) sont encourageants quant à l' utilisation de la simulation. Celle-ci permet de calculer la pression interne à l' aide de l' impédance mesurée et des paramètres d' embouchure évalués par la correction de longueur. Les caractéristiques (fréquence fondamentale, spectre) de la pression simulée sont en accord avec celles du signal mesuré pour de faibles pressions d' alimentation appliquées au modèle physique. Pour de grandes pressions d' alimentation, les résultats issus du modèle sont de moins en moins en accord avec l' expérience. On peut voir ici une faiblesse du modèle : la description du comportement mécanique de l' anche lors de son "enroulement" sur la table du bec n' est pas intégrée au modèle. La prise en compte de ce phénomène, étudié de façon théorique pour un cas particulier à l' annexe A, devrait permettre une estimation plus réaliste des solutions pour de grandes pressions d' alimentation. Cependant, il est nécessaire d' approfondir l' étude théorique entreprise et de la compléter par une étude expérimentale, ce qui permettra de développer une simulation numérique ou l' effet de "l' enroulement" existe. La description numérique de cet effet n' est cependant pas sans conséquence sur la technique de résolution numérique qui deviendra sans doute plus complexe.

Afin de confirmer les résultats présentés dans ce mémoire, des prolongements à ces travaux sont envisageables. Nous ne nous sommes pas intéressés, dans cette étude, à caractériser objectivement la facilité d' émission. C' est pourquoi, à terme, il est souhaitable d' établir une corrélation entre la nature des transitoires, la valeur de la pression de seuil et la sensation de l' instrumentiste. Cette analyse permettra sans doute de mieux évaluer dans quelle mesure on

peut caractériser la facilité d' émission. La méthode de simulation que nous proposons dans ce document s' appuie sur l' utilisation de fréquences d' échantillonnage dont les valeurs diffèrent en fonction du doigté étudié. Il semble intéressant de chercher à conserver une fréquence d' échantillonnage de valeur constante, voire fixée par un système audionumérique, en annulant artificiellement la phase de l' impédance d' entrée pour la fréquence de Nyquist lors de la mesure. Cependant, la méthode proposée apporte déjà un ensemble de résultats significatifs. Il est ainsi très souhaitable de la transposer aux instruments à embouchure (cuivres) même si le modèle physique que nous avons isolé ne semble pas bien adapté, notamment pour la description du système excitateur. A long terme, il sera souhaitable d' affiner la modélisation des phénomènes non-linéaires pouvant intervenir au niveau du résonateur pour de grandes amplitudes. Enfin, l' analyse de problèmes concrets ponctuels, permettant de mieux valider les méthodes proposées est, sans doute, le prolongement le plus motivant que pourraient connaître ces travaux.

ANNEXE A :

**APPROCHE THEORIQUE DE
L'ENROULEMENT D'UNE POUTRE
ENCASTREE. APPLICATION A LA
NON-LINEARITE D'ENROULEMENT
ANCHE-TABLE DU BEC.**

A.I. Introduction.

Un des problèmes courants rencontrés lors de l'étude des instruments à vent à anche simple est l'influence de la pression d'alimentation sur la fréquence fondamentale de l'oscillation. En effet, pour une embouchure constante, une augmentation de la pression d'alimentation tend à modifier la position moyenne de l'anche et notamment à diminuer la valeur de la surface efficace (notée S_a) à cause du phénomène d'enroulement de l'anche sur la table du bec.

Le modèle élémentaire décrit au paragraphe II.3 de la partie A de ce mémoire assimile l'anche à un simple oscillateur harmonique à paramètres constants. La fermeture de l'anche est, de plus, représentée par une condition "anche battante" qui induit une forte non-linéarité (cf. figure I-3, partie A) entre la pression appliquée à l'anche et le déplacement de son extrémité. En réalité, la forme incurvée de la table du bec provoque une non-linéarité pression déplacement plus "douce" et s'avère importante lors des grands déplacements de l'anche vers l'intérieur du bec. Afin de prendre cet effet en compte, Stewart et Strong (1980), Sommerfeld et Strong (1988) assimilent l'anche à une poutre encastrée de section variable dont le déplacement est calculé par une méthode numérique de différences finies en espace et en temps (cf. § II.1.1, partie A). Ducasse (1990), quant à lui, représente l'anche par un oscillateur harmonique dont les paramètres équivalents dépendent de la pression appliquée, c'est à dire du déplacement.

A partir des travaux cité ci-dessus, nous souhaitons connaître analytiquement, dans des cas simples, l'effet de la géométrie de l'anche (assimilée à une poutre encastrée) et du bec sur la valeurs des paramètres équivalents à l'oscillateur harmonique représentant le mouvement de l'extrémité de la poutre. Nous nous intéressons donc à modéliser le comportement d'une poutre de section connue s'enroulant sur un profil de forme connue.

Cette étude a pour but à long terme d'évaluer l'influence de la pression d'alimentation sur la fréquence de jeu pour des configurations bec-anche parfaitement connues. Cependant ce sujet n'est pas traité dans ce document.

A.II. Modélisation mécanique usuelle du système anche-bec-musicien.

A.II.1. Modèle élémentaire: rappels des paramètres équivalents.

D'un point de vue mécanique, le système anche-bec-musicien est assimilé à un système à un degré de liberté, oscillant à une fréquence inférieure à la fréquence du premier mode propre de l'anche. Il est représenté, en première approximation, par un oscillateur harmonique équivalent à la position de l'extrémité de l'anche de fréquence propre la première fréquence de résonance de l'anche (cf. figure A-1) dont l'équation s'écrit :

$$m_a \frac{d^2 y(L)}{dt^2} + \alpha_a \frac{dy(L)}{dt} + k_a y(L) = F_a, \quad (A-1)$$

où m_a , α_a , k_a , F_a représentent respectivement la masse, l'amortissement, la raideur et la force appliquée de l'oscillateur harmonique équivalent au déplacement $y(L)$.

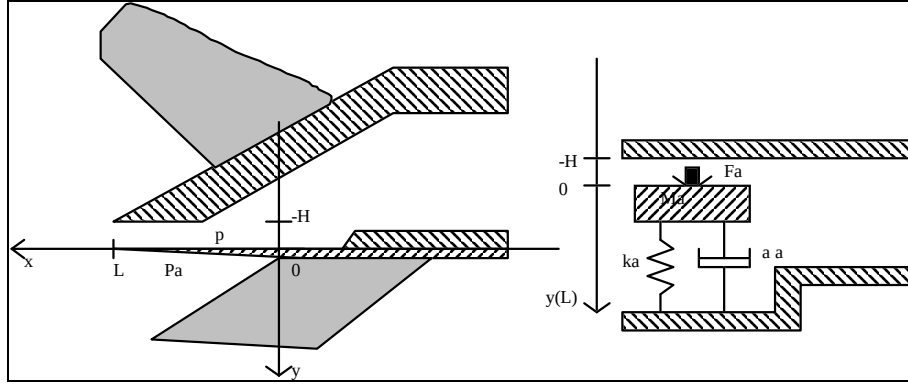


Figure A-1 : oscillateur harmonique équivalent au mouvement de l'extrémité de l'ancre. En $x=0$, l'ancre est supposée encastrée.

N.B. il existe une infinité d'oscillateurs équivalents au déplacement de chacun des points d'abscisse x de l'ancre. Pour chacun d'entre eux, les variables équivalentes décrites ci-dessus sont des fonctions de la position x . Un cas extrême est celui de l'oscillateur harmonique équivalent au déplacement de l'ancre en $x=0$; pour ce dernier, la raideur équivalente est infinie, l'ancre ne pouvant pas se déplacer.

Dans le cadre du modèle élémentaire, la pression est supposée uniforme sur l'ancre. La force équivalente F_a est une force hydrodynamique F_{hyd} appliquée sur l'ancre dans la direction du déplacement. Elle s'écrit :

$$F_{hyd} = S_{hyd}(p - P_a),$$

où S_{hyd} est la surface équivalente de l'ancre.

Ce modèle conduit à l'expression courante :

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + g_a \frac{dy}{dt} + \omega_a^2 y = \frac{p - P_a}{\mu_a}, \quad \text{où} \quad (A-2)$$

$$\omega_a^2 = \frac{k_a}{m_a}, \quad g_a = \frac{\alpha_a}{m_a}, \quad \mu_a = \frac{m_a}{S_{hyd}}$$

La prise en compte du débit "pompe" par l'ancre est exprimée à l'aide de la section efficace S_a , définie par l'évaluation du débit d'ancre (Thompson, 1979) :

$$S_a = \frac{U_a}{\frac{dy(L)}{dt}}, \quad (A-3)$$

$$U_a = b \int_0^L \frac{\partial y(x,t)}{\partial t} dx$$

où b est la largeur de l' anche.

Cette surface n' est pas, à priori, identique à la surface équivalente S_{hyd} caractérisant la force hydrodynamique F_{hyd} qui s' applique à l' oscillateur harmonique équivalent.

A.II.2. Principe de détermination des paramètres équivalents.

Nous présentons dans ce paragraphe la méthode générale permettant d' obtenir par le calcul les paramètres équivalents cités ci dessus.

Détermination de la masse et de la raideur équivalentes.

Afin de déterminer une approximation de la masse et de la raideur équivalentes au système bec-anche-musicien, nous appliquons la méthode de Rayleigh. Le principe de cette méthode est le suivant : dans le but de calculer les fréquences propres d' un système en vibration, on fait une hypothèse sur la déformée du système à la fréquence cherchée. L' étude de l' énergie du système permet de trouver la fréquence correspondante (Timoshenko, 1954). Une extension de cette méthode permet de déterminer la masse et la raideur de l' oscillateur équivalent au système vibrant sur un de ses modes avec une bonne précision (Stuifmeel, 1989). En effet l' énergie cinétique du système s' écrit :

$$T = \frac{1}{2} m_a \left(\frac{dy(L)}{dt} \right)^2, \quad (A-5)$$

l' énergie potentielle :

$$V = \frac{1}{2} k_a y(L)^2 \quad (A-6)$$

Afin d' utiliser cette méthode et de trouver l' oscillateur harmonique équivalent au déplacement de l' anche pour son premier mode propre, nous faisons l' hypothèse que la déformée du premier mode propre est identique à la déformée statique de l' anche.

Détermination de l' amortissement équivalent.

La détermination de l' amortissement équivalent est possible grâce l' évaluation de la réponse impulsionnelle de l' anche en situation de jeu. Cette réponse peut alors être assimilée à la réponse impulsionnelle de l' oscillateur harmonique équivalent :

$$h_a(t) = e^{-\delta_a t} \sin(\omega_a t), \quad \delta_a = \frac{\alpha_a}{2m_a} \quad \text{pour } t \geq 0 \quad (\text{A-7})$$

Le facteur de décroissance exponentielle δ_a donne accès aux paramètres α_a et g_a .

Détermination des surfaces équivalentes S_{hyd} et S_a .

La valeur de la surface équivalente S_{hyd} résulte de la connaissance de la déformée statique de l' anche chargée par une pression statique $\varphi - P_a = -\Delta p$. Il vient :

$$S_{hyd} = k_a \frac{y(L)}{-\Delta p} \quad (\text{A-8})$$

La surface efficace S_a est calculée à partir de la connaissance de la déformée de l' anche :

$$S_a = \frac{\int_0^L b \frac{\partial y(x,t)}{\partial t} dx}{\frac{dy(L)}{dt}} \quad (\text{A-9})$$

Hypothèses simplificatrices.

Il est possible de déterminer les paramètres équivalents à partir des définitions exposées ci-dessus à condition de connaître une expression analytique de la déformée statique de l' anche. Une telle évaluation n' est possible qu' en faisant des hypothèses simplificatrices sur le comportement mécanique du système bec-anche-musicien. Ces hypothèses sont les suivantes :

- L' anche est supposée être constituée d' un matériau isotrope décrit par son module d' Young E_a ainsi que sa densité ρ_a , ce qui est une simplification notable de son comportement mécanique complexe.
- La géométrie de l' anche est supposée simple, l' épaisseur de l' anche $e(x)$ est constante sur sa largeur et connue (sous forme d' un polynôme) sur sa longueur ; cette hypothèse est assez bien vérifiée en réalité.
- La poutre modélisant l' anche est supposée chargée par une pression uniforme Δp . Cette pression se traduit en termes de force par unité de longueur (charge linéique) notée $f = b\Delta p$ où b représente la largeur de l' anche (ou de la poutre) ; nous pouvons supposer que cette

hypothèse est réaliste, étant donné les grandes longueurs d' onde de la pression résidant dans le bec (vis-à-vis des dimensions du bec).

- Les conditions aux limites de l' anche sont simplifiées, l' anche est supposée encastrée au niveau de la lèvre du musicien. Cette hypothèse a pour conséquence de créer un modèle pour lequel l' amortissement est réparti uniformément sur toute la surface de l' anche alors qu' en réalité cet amortissement est majoritairement localisé sur une partie de l' anche (par la lèvre du musicien) et un peu distribué sur toute la surface de l' anche (amortissement inhérent au matériau constituant l' anche).

En résumé, nous assimilons dans cette première étude l' anche à une poutre isotrope encastrée à section constante.

A.II.3. Application à une poutre encastrée, d'épaisseur constante et isotrope.

Le système étudié dans ce paragraphe est une poutre à section constante A_a , d' épaisseur e_p de module d' Young E de densité ρ_a , de longueur L , encastrée et soumise à une charge linéique répartie constante $f_a(x,t) = \Delta p(t).b$, où $\Delta p(t)$ représente la pression appliquée et b la largeur de la poutre.

Nous nous intéressons à déterminer l' oscillateur harmonique équivalent au déplacement $y(L,t)$ de l' extrémité de la poutre.

L' équation du mouvement de la poutre s' écrit, en négligeant l' amortissement :

$$E_a I_a \frac{\partial^4 y(x,t)}{\partial x^4} + \rho_a A_a \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} = f_a(x,t), \quad (A-10)$$

où I_a est le moment d' inertie de la poutre défini par $I_a = \frac{b.e_p^3}{12}$ pour une poutre à section rectangulaire et $A_a = b.e_p$.

La déformée statique d' une poutre dans de telles conditions est bien connue (Timoshenko, 1968). Elle s' exprime par :

$$y(x,t) = \frac{\Delta p(t)b}{E_a I_a} \cdot \left(\frac{x^4}{24} - \frac{Lx^3}{6} + \frac{L^2 x^2}{4} \right) \quad (A-11)$$

Pour une poutre en flexion, les énergies potentielles et cinétiques sont respectivement :

$$V = \frac{1}{2} \int_0^L E_a I_a \left(\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} \right) dx \quad \text{et} \quad T = \frac{1}{2} \int_0^L \rho_a A_a \left(\frac{\partial y(x,t)}{\partial t} \right)^2 dx \quad (\text{A-12a})$$

Elle s' écrivent, dans le cas de la poutre à section constante :

$$V = \frac{8}{5} \frac{E_a I_a}{L^3} y(L)^2 \quad \text{et} \quad T = \frac{104}{810} \rho_a A_a L \left(\frac{dy(L)}{dt} \right)^2 \quad (\text{A-12b})$$

La raideur et la masse de l' oscillateur équivalent au déplacement de l' extrémité de la poutre s' écrivent alors :

$$k_a = \frac{2 \cdot V}{y(L)^2}$$

$$m_a = \frac{2 \cdot T}{\left(\frac{dy(L)}{dt} \right)^2} \quad (\text{A-13})$$

Il vient, après calcul :

$$k_a = \frac{16}{5} \frac{E_a I_a}{L^3}$$

$$m_a = \frac{104}{405} \rho_a A_a L \quad (\text{A-14})$$

La détermination de la surface équivalente est réalisée grâce à la connaissance de la déformée statique et au moyen de l' équation (A-8). Il vient :

$$S_{hyd} = \frac{2bL}{5} \quad (\text{A-15})$$

Enfin, la surface efficace S_a , responsable du débit pompé par l' anche est obtenue à l' aide de l' équation (A-9) :

$$S_a = \frac{2bL}{5} \quad (\text{A-16})$$

N.B. On remarque que la surface efficace S_a et la surface équivalente S_{hyd} sont identiques, ce qui n' est pas un résultat général.

Le mouvement de l' extrémité de la poutre à section constante, encastrée, soumise à une différence de pression uniforme $\Delta p(t)$, et de largeur b peut être décrit par le mouvement de l' oscillateur harmonique équivalent :

$$\frac{d^2 y(L, t)}{dt^2} + g_a \frac{dy(L, t)}{dt} + \omega_a^2 y(L, t) = \frac{\Delta p(t)}{\mu_a}, \quad (A-17)$$

où $\omega_a^2 = \frac{k_a}{m_a}$, $\mu_a = \frac{m_a}{S_a}$, soit :

$$\omega_a^2 = \frac{162}{13} \frac{E_a I_a}{\rho_a A_a L^4} \quad (A-18)$$

$$\mu_a = \frac{52}{81} \rho_a e p$$

de plus, g_a est choisi comme étant une constante.

Le calcul de la raideur surfacique $\frac{1}{\mu_a \omega_a^2}$ conduit bien à l' expression donnée par l' équation (A-11) :

$$y(L) = \frac{\Delta p}{\mu_a \omega_a^2} = \frac{b L^4}{8 E_a I_a} \cdot \Delta p \quad (A-19)$$

L' équation (A-17) s' écrit, dans le domaine de Fourier :

$$y(L, j\omega) = \frac{b L^4 \Delta p(j\omega)}{8 E_a I_a \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_a^2} + j \frac{\omega g_a}{\omega_a^2}\right)} \quad (A-20)$$

A.III. Enroulement d'une poutre encastrée sur un profil connu : étude théorique.

A.III.1. Détermination de la non linéarité d'enroulement : principe général.

Nous présentons ici le principe général de détermination de la non linéarité pression déplacement due au phénomène d' enroulement. Ce principe est exposé par Timoshenko (1968) dans le cas d' une poutre chargée statiquement. Il est alors possible de l' appliquer à une étude du mouvement de la poutre en dynamique en utilisant la méthode de Rayleigh.

Les hypothèses générales utilisées dans la suite de ce document sont les suivantes :

- La table du bec est décrite par une expression polynomiale du type $y_b(x) = \sum_n a_n \cdot x^n$. Celle-ci a un rayon de courbure $R_b(x)$ ou une courbure $C_b(x)$ connue en fonction de la longueur vibrante de la poutre x par $C_b(x) = \frac{\partial^2 y_b(x)}{\partial x^2} = \sum_n n(n-1)a_n x^{n-2}$.

- Nous supposons que la courbure de la poutre modélisant l'anche est parfaitement connue à partir de la déformée de la poutre à l'aide de l'approximation :

$$C_p(x) = \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2}. \quad (A-21)$$

Le phénomène d'enroulement peut alors s'exprimer comme suit (figures A-2) :

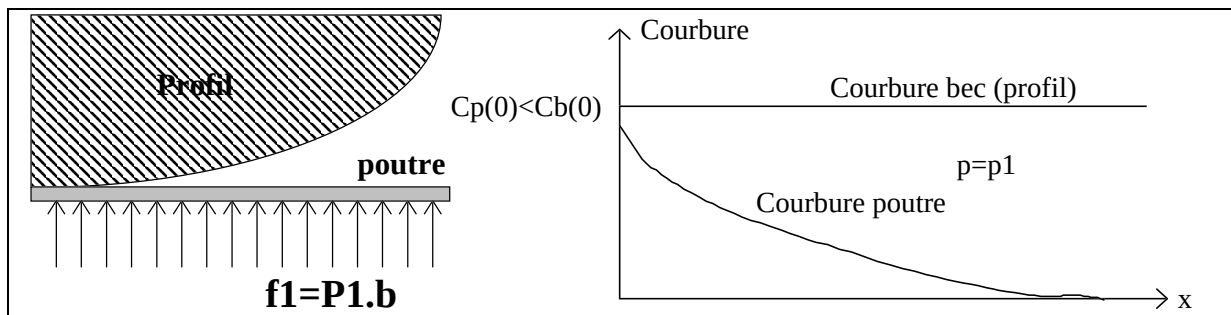


Figure (A-2a) : principe de l'enroulement. La courbure de la poutre en $x=0$ est inférieure à la courbure du bec en $x=0$: il n'y a pas d'enroulement.

- si, pour une pression p_1 appliquée sur la poutre, la courbure de la poutre en $x=0$ est inférieure à la courbure du bec en $x=0$, la poutre ne s'enroule pas sur le profil. Sa flèche peut alors être déterminée à l'aide des techniques usuelles : son comportement est linéaire (cf. Figure A-2a).

- si, pour une pression p_2 , les courbures de la poutre et du bec sont identiques en $x = 0$, alors la poutre commence à s'enrouler. A ce stade, l'évaluation de l'amplitude du déplacement d'un de ses points est identique à celle utilisée lorsqu'il n'y a pas d'enroulement.

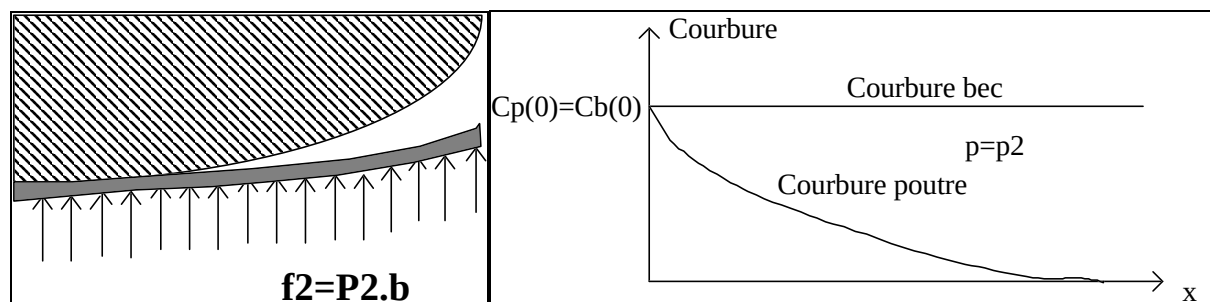


Figure (A-2b) : principe de l'enroulement. La courbure de la poutre en $x=0$ est égale à la courbure du bec en $x=0$: il y a début de l'enroulement.

- enfin, si pour une pression p_3 , les courbures de la poutre et du profil sont identiques en un point dont l' abscisse x_1 est pas nulle et vaut, le phénomène d' enroulement à lieu. La poutre est alors enroulée de $x=0$ à $x=x_1$, elle est libre pour $x \geq x_1$. La détermination de la zone de contact nécessite la résolution du problème $C_b(x) = C_p(x)$.

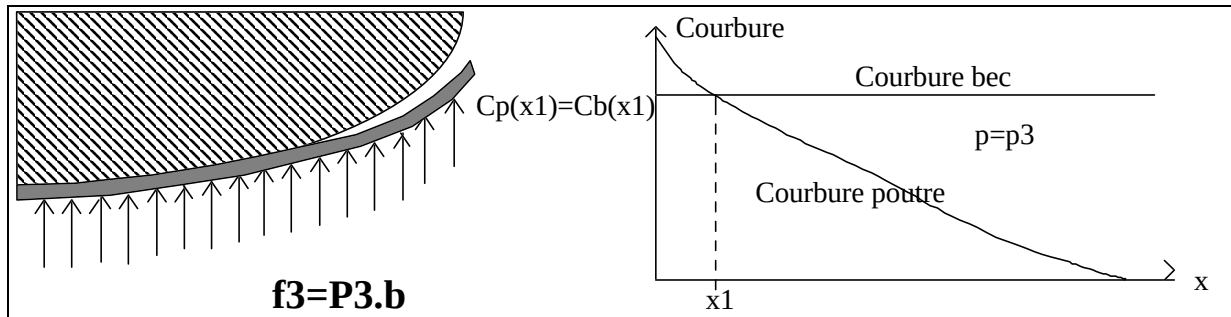


Figure A-2c : principe de l' enroulement. La courbure de la poutre en $x=0$ est supérieure à la courbure du bec en $x=0$, il n' y a enroulement sur la longueur x .

La détermination de la flèche de la poutre en situation d' enroulement est alors effectuée de la façon suivante (cf. figure A-3) :

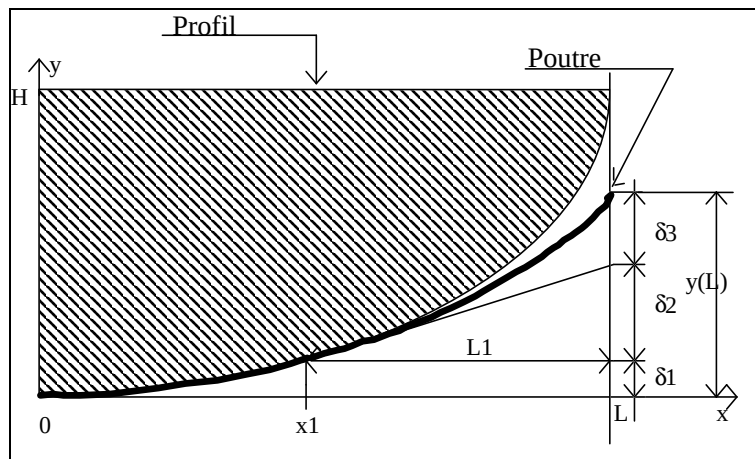


Figure A-3 : principe de détermination de $y(L)$ en situation d' enroulement.

L' amplitude $y(L)$ peut s' exprimer comme la somme de trois hauteurs δ_1 , δ_2 , δ_3 correspondant respectivement à :

- la hauteur du profil en $x = x_1$,
- la hauteur de la tangente au profil en $x = x_1$ pour l' abscisse $x = L$,
- la flèche de la poutre de longueur $L_1 = L - x_1$, supposée encastrée en $x = x_1$, chargée par la pression résidant dans le bec.

Cette technique permet donc de connaître le déplacement de l' extrémité de la poutre en fonction de la pression appliquée.

Il faut cependant noter que l' application de ce principe à n' importe quel système poutre-profil peut conduire à des configurations où l' enroulement n' existe pas. Si l' évolution du point de contact d' abscisse x_n est pas une fonction croissante de la pression appliquée et nulle pour $x=0$, il n' y a pas enroulement mais simple contact (cf. figures A-4).

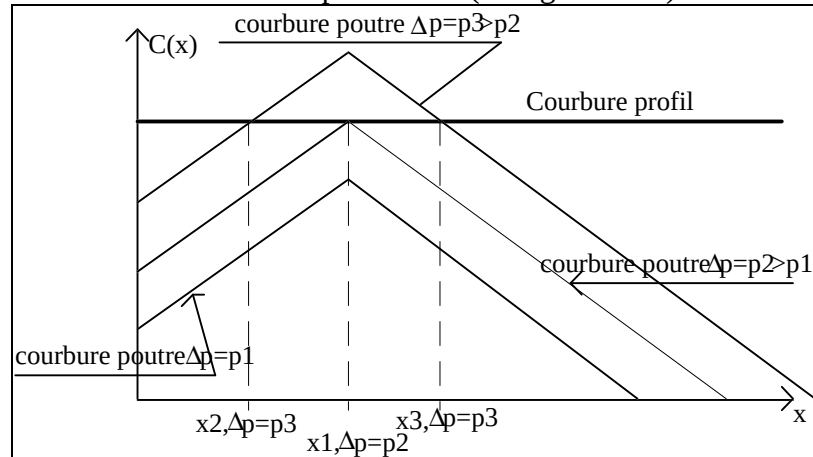


Figure A-4a : cas où l' enroulement n' existe pas. L' abscisse du point pour lequel les courbures sont identiques n' est pas une fonction croissante de la pression. Il y a "écrasement" de la poutre.

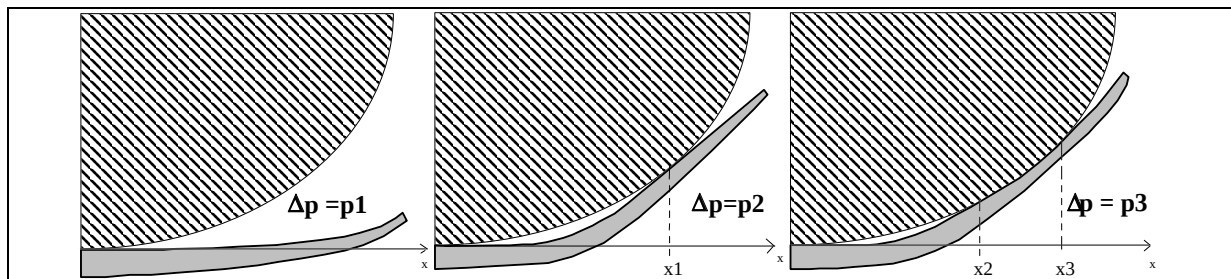


Figure A-4b : cas où l' enroulement n' existe pas. Illustration du phénomène "d' écrasement" de la poutre.

L' analyse conjointe des courbures de la poutre et du profil est nécessaire de façon à prévoir s' il y a ou non un phénomène d' enroulement. Le phénomène d' enroulement peut donc être décrit simplement à partir de la connaissance des courbures du profil et de la poutre. Nous appliquons ce principe à un système pour lequel la poutre est supposée de section constante, le profil de forme circulaire.

A.III.2. Enroulement d' une poutre à section constante sur un profil circulaire.

A.III.2.1. Détermination de la non linéarité statique d' enroulement.

L' étude des courbures de la poutre et du profil (supposé circulaire) nous permet maintenant de déterminer la non-linéarité statique due à l' enroulement. La courbure du bec

est définie par une constante $C_b(x) = \frac{1}{R_b}$, R_b étant le rayon du profil (ou du bec), et la courbure de la poutre par l' équation (A-21). Le profil du bec est donc défini par l' équation :

$$y_b(x) = R_b \left(1 - \sqrt{1 - \frac{x^2}{R_b^2}}\right), \text{ et peut s' écrire, en faisant l' hypothèse que } \frac{x^2}{R_b^2} \ll 1 :$$

$$y_b(x) = \frac{x^2}{2 \cdot R_b} \quad (A-22)$$

L' analyse des trois phases d' enroulement décrites au § III.1. conduit donc à exposer les faits suivants :

- L' enroulement de la poutre commence à prendre effet à partir du moment où la courbure de la poutre en $x=0$ est identique à la courbure du profil pour l' abscisse $x=0$. Ceci nous permet d' évaluer la pression limite P_{lim} avant enroulement. Cette pression définit la limite pour laquelle l' enroulement a ou n' a pas lieu. Si $\Delta p \leq P_{lim}$, l' enroulement n' existe pas, la poutre se comporte "naturellement", si $\Delta p \geq P_{lim}$, l' enroulement existe et le déplacement de l' extrémité de la poutre n' est plus proportionnel à la pression appliquée. La pression limite s' exprime à l' aide de la relation $C_b(0) = C_p(0)$, soit :

$$P_{lim} = \frac{2E_a I_a}{b \cdot R_b \cdot L^2}. \quad (A-23)$$

- Une fois le phénomène d' enroulement engagé, la connaissance de la non-linéarité pression-déplacement nécessite le calcul de la longueur libre L_1 de la poutre. Cette longueur est déterminée en évaluant le point d' abscisse x pour lequel les courbures $C_b(x_1)$ et $C_p(x_1)$ sont identiques (cf. figure A-2b).

D' après l' équation (A-21), la courbure de la poutre de longueur L , supposée encastrée en $x=x_1$ s' écrit :

$$C_p(x) = \frac{b \Delta p}{2E_a I_a} \cdot (L - x)^2.$$

En identifiant cette dernière à la courbure du bec $C_b = \frac{1}{R_b}$, la longueur libre L_1 est :

$$L_1 = \sqrt{\frac{2E_a I_a}{R_b b \Delta p}}. \quad (A-24)$$

Celle-ci donne accès à la non linéarité existant entre la pression et le déplacement lors de l' enroulement. Le déplacement de la poutre à l' abscisse x s' évalue à l' aide de la technique exposée au § III.1. et s' écrit :

$$y(x) = \frac{x^2}{2R_b} \quad x \leq x_1 \quad (A-25a)$$

$$y(x) = \frac{x_1^2}{2R_b} + \frac{x_1 \Delta x}{R_b} + \frac{b \Delta p}{E_a I_a} \left(\frac{\Delta x^4}{24} - \frac{L_1 \Delta x^3}{6} + \frac{L_1^2 \Delta x^2}{4} \right) \quad x \geq x_1 \quad (A-25b)$$

où $\Delta x = x - x_1$.

Le déplacement de l' extrémité de la poutre est donc :

$$y(L) = \frac{x_1^2}{2.R_b} + \frac{L_1 x_1}{R_b} + \frac{b L_1^4}{8 E_a I_a} \Delta p = \frac{2L^2 - L_1^2}{4R_b}, \text{ soit} \quad (A-25c)$$

$$y(L) \approx H - \frac{E_a I_a}{2R_b^2 b} \frac{1}{\Delta p},$$

où $H \approx \frac{L^2}{2R_b}$ et représente l' ouverture du bec. Cette condition est bien sûr valide pour une pression supérieure à la pression limite. Pour des pressions inférieures, le déplacement est obtenu via la relation (A-11) :

$$y(L) = \frac{b L^4}{8 E_a I_a} \Delta p.$$

En conclusion, le phénomène d' enroulement se traduit, en statique, par (cf. Figure A-5) :

$$\begin{aligned} y(L) &= \frac{b L^4}{8 E I} \Delta p \text{ si } \Delta p \leq P_{\text{lim}} \\ y(L) &= \frac{L^2}{2.R_b} - \frac{E I}{2R_b^2 b} \frac{1}{\Delta p} \text{ si } \Delta p \geq P_{\text{lim}} \end{aligned} \quad (A-26)$$

N.B. L' enroulement existe pour une position de l' extrémité de la poutre supérieure ou égale à la moitié de l' ouverture H.

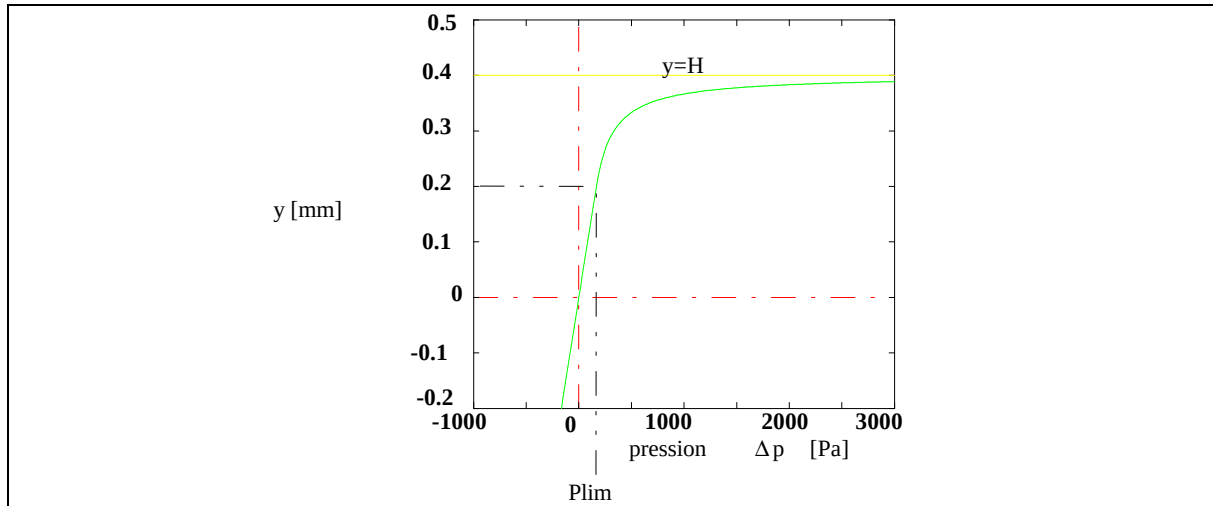


Figure A-5 : non-linéarité pression déplacement due à l' enroulement d' une poutre à section constante sur un profil circulaire. Les paramètres géométriques sont :
largeur $b=12$ mm, longueur $L=20$ mm, épaisseur $e_p=0.1$ mm, ouverture du bec $H=0,4$ mm,
Module d' Young $E_a = 2.10^{11}$ Pa.

A.III.2.3. Détermination de l' oscillateur harmonique équivalent en situation d' enroulement.

Afin de connaître le comportement de la poutre en quasi-statique, il est intéressant de représenter le mouvement de l' extrémité de la poutre s' enroulant par le mouvement d' un oscillateur harmonique équivalent dont les coefficients dépendent de la pression appliquée à la poutre. Nous nous intéressons maintenant à déterminer les coefficients de cet oscillateur.

Détermination de la raideur équivalente.

La raideur équivalente à la poutre en situation d' enroulement est déterminée par la méthode de Rayleigh en considérant la déformée de la poutre donnée par les équations (A-25a) et (A-25b). Le calcul de l' énergie potentielle conduit à séparer la poutre en deux tronçons correspondant à la partie "enroulée" et à la partie libre de la poutre. Les deux énergies V_1 et V_2 correspondant respectivement à l' énergie potentielle de la partie enroulée et à l' énergie potentielle de la partie libre sont calculées à l' aide du processus suivant :

- La déformée de la poutre sur sa partie enroulée est identique à la forme du profil sur la portion $[0, x_1]$. L' énergie potentielle V_s écrit :

$$V_1 = \frac{1}{2} E_a I_a \frac{x_1}{R_b^2}.$$

- La déformée de la poutre sur sa partie libre est connue en fonction de la flèche $y(L)$.
L' énergie potentielle V_2 s' écrit :

$$V_2 = \frac{1}{10} E_a I_a \frac{L_1}{R_b^2}.$$

La raideur équivalente définie par $k_a = \frac{2.(V_1 + V_2)}{y(L)^2}$ s' écrit :

$$k_a = \frac{16}{5} E_a I_a \frac{5L - 4L_1}{(2L^2 - L_1^2)^2}, \quad (A-28)$$

où L_1 est la longueur libre de la poutre définie par :

$$L_1 = \sqrt{\frac{2E_a I_a}{R_b b P}}.$$

Détermination de la masse équivalente.

La méthode de Rayleigh est à nouveau utilisée afin de calculer la masse équivalente.
L' évaluation de l' énergie cinétique T sur les deux tronçons de poutre définis pour le calcul de l' énergie potentielle conduit au calcul de T correspondant à l' énergie de la partie "enroulée" de la poutre et au calcul de T_2 correspondant à l' énergie de la partie libre.

- L' énergie cinétique T est nulle étant donnée que la poutre ne se déplace pas sur le tronçon $[0, x_1]$.

- l' énergie cinétique totale est alors égale à l' énergie cinétique de la partie libre de la poutre.
Elle s' écrit :

$$T = T_2 = \frac{104}{810} \rho_a A_a L_1 \frac{dy(L)}{dt}^2$$

La masse équivalente est alors :

$$m_a = \frac{104}{405} \rho_a A_a L_1. \quad (A-29)$$

Détermination de la surface équivalente.

La surface équivalente est déterminée à fréquence nulle par l' équation (A-8). Sachant qu' à fréquence nulle, la pression et la longueur libre L_1 sont liées par $L_1^2 = \frac{2E_a I_a}{R_b b} \frac{1}{\Delta p}$, la surface équivalente s' écrit :

$$S_{hyd} = \frac{2b}{5} \frac{(5L - 4L_1) \cdot L_1^2}{(2L^2 - L_1^2)}. \quad (A-30)$$

Détermination du débit d' anche U_a et de la surface S_a .

Le débit "pompé" par l' anche lors de l' enroulement est déterminé à l' aide de l' équation (A-3). Sachant que la vitesse de la poutre est nulle sur la portion $[0, x_1]$, la surface efficace S_a est déduite du débit U_a à l' aide de :

$$\frac{\partial y(x, t)}{\partial t} = \frac{8}{L_1^4} \frac{dy(L)}{dt} \left\{ \frac{(x - x_1)^4}{24} - \frac{L_1(x - x_1)^3}{6} + \frac{L_1^2(x - x_1)^2}{4} \right\} \text{ et } s' \text{ exprime par}$$

$$S_a = \frac{2}{5} b L_1 \quad (A-31)$$

La masse surfacique ainsi que la fréquence propre se déduisent de la raideur, de la masse et de la surface équivalente :

$$\omega_a^2 = \frac{162}{13} \frac{E_a I_a}{\rho_a A_a L_1 (2L^2 - L_1^2)^2} \quad (A-32)$$

$$\mu_a = \frac{52}{81} \rho_a e_p \frac{(2L^2 - L_1^2)}{L_1 (5L - 4L_1)}$$

Le calcul de la raideur surfacique $\frac{1}{\mu_a \omega_a^2}$ conduit bien à l' expression décrite par l' équation (A-25c) en situation d' enroulement.

En conclusion, le déplacement de l' extrémité d' une poutre encastrée à section constante peut être décrit par un oscillateur harmonique équivalent dont les coefficients s' écrivent (cf. Tableau A-1) :

Δp	$\leq P_{lim}$	$\geq P_{lim}$
k_a	$\frac{16}{5} \frac{E_a I_a}{L^3}$	$\frac{16}{5} E_a I_a \frac{5L - 4L_1}{(2L^2 - L_1^2)^2}$
m_a	$\frac{104}{405} \rho_a A_a L$	$\frac{104}{405} \rho_a A_a L_1$
S_{hyd}	$\frac{2bL}{5}$	$S_{hyd} = \frac{2b}{5} \frac{(5L - 4L_1) \cdot L_1^2}{(2L^2 - L_1^2)}$
ω_a^2	$\frac{162}{13} \frac{E_a I_a}{\rho_a A_a L^4}$	$\omega_a^2 = \frac{162}{13} \frac{E_a I_a}{\rho_a A_a L_1} \frac{(5L - 4L_1)}{(2L^2 - L_1^2)^2}$
μ_a	$\frac{52}{81} \rho_a e p$	$\mu_a = \frac{52}{81} \rho_a e p \frac{(2L^2 - L_1^2)}{L_1(5L - 4L_1)}$
S_a	$\frac{2bL}{5}$	$\frac{2bL_1}{5}$

Tableau A-1 : valeurs des paramètres de l' oscillateur harmonique équivalent au déplacement de l' extrémité d' une poutre encastree isotrope de section constante, qui s' enroule sur un profil circulaire. L' enroulement existe si $\Delta p \geq \frac{2E_a I_a}{b \cdot R_b \cdot L^2}$; dans ce cas la longueur libre est

$$L_1 = \sqrt{\frac{2E_a I_a}{R_b b \Delta p}}.$$

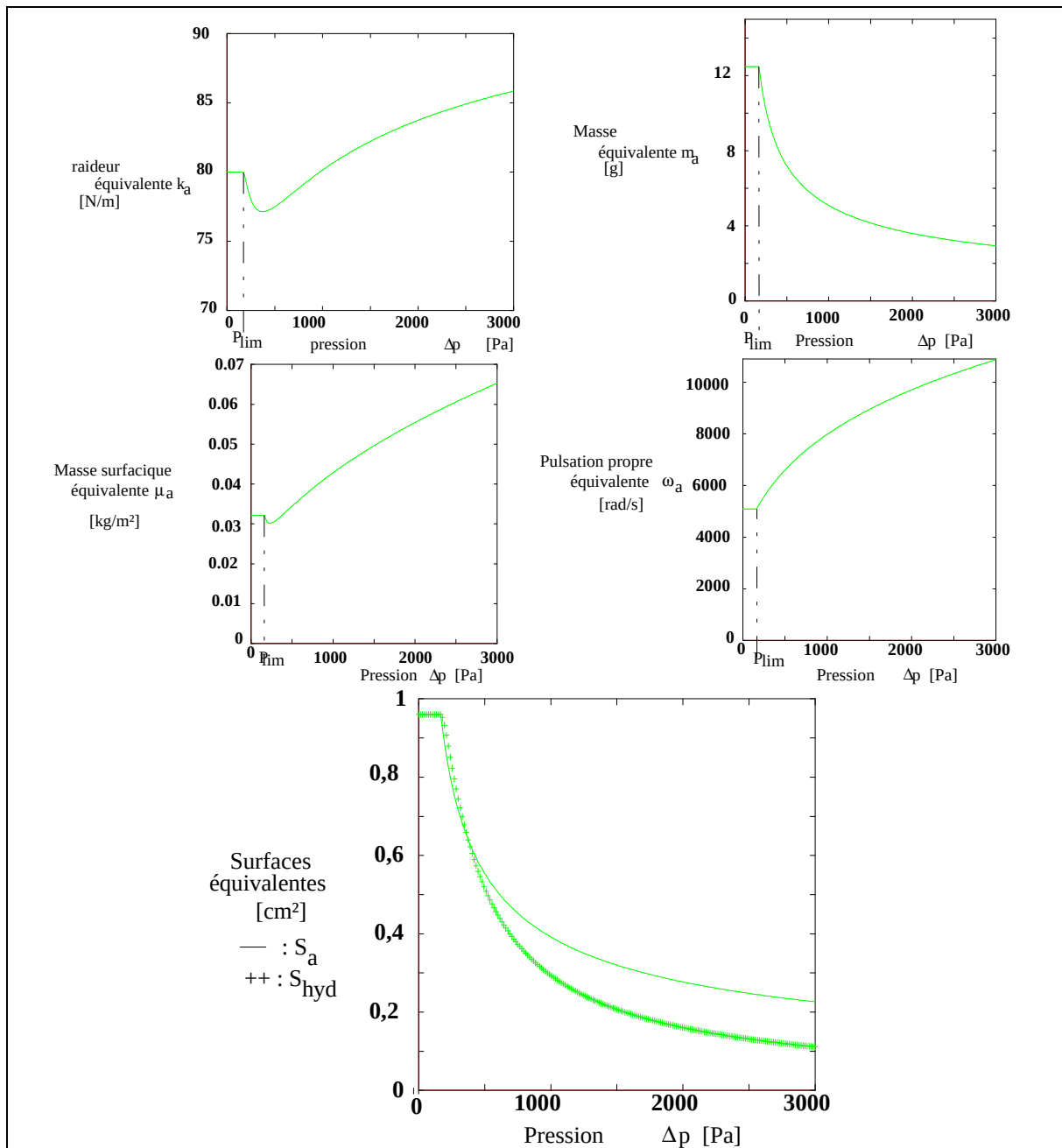


Figure A-6 : évolution des paramètres de l' oscillateur harmonique équivalent au déplacement de l' extrémité de la poutre en fonction de la pression. Les caractéristiques de la poutre sont :

Longueur : $L=20$ mm, largeur : $b=12$ mm, épaisseur : $e_p=0,1$ mm, module d' Young : $E_a = 2.10^{11}$ Pa, densité : $\rho_a = 500$ kg / m³, hauteur du profil : $H=0,4$ mm.

A.III.2.4. Validité de l' oscillateur harmonique équivalent.

L' oscillateur harmonique équivalent au déplacement de la poutre en condition d' enroulement décrit au paragraphe précédent n' est représentatif du comportement de cette dernière qu' aux basses fréquences. En effet, pour des fréquences plus élevées, la pression

limite avant enroulement, P_{lim} , n' est plus une constante mais dépend de la fréquence via l' équation :

$$P_{lim} = \frac{2E_a I_a}{b \cdot R_b \cdot L^2} |H(j\omega)|,$$

où $|H(j\omega)| = \sqrt{(1 - \frac{\omega^2}{\omega_a^2})^2 + (\frac{\omega g_a}{\omega_a^2})^2}$. Ceci traduit le fait que la poutre s' enroule d' autant plus facilement que sa fréquence de vibration est proche de sa fréquence de résonance. De plus, le déplacement de l' anche n' est plus en phase avec la pression appliquée ; l' enroulement ne se produit plus exactement pour un maximum de pression (cf. Figure A-7).

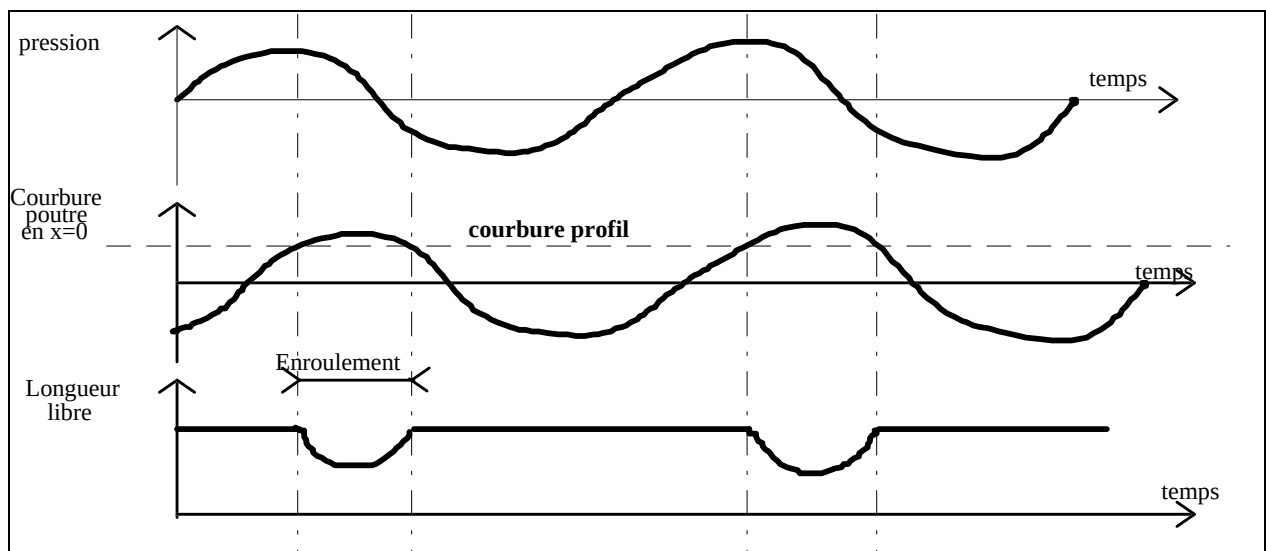


Figure A-7 : enroulement pour des fréquences proches de la première fréquence propre de la poutre.

Dans ce cas, la détermination de l' oscillateur harmonique équivalent s' avère difficile. Les divers modèles que nous avons développés dans le but de comprendre le phénomène d' enroulement à la fréquence de résonance de la poutre encastree n' ont pas conduit à des résultats probants. L' étude de ce phénomène doit être précisée, notamment si l' on s' intéresse au comportement des lames vibrantes s' enroulant à une fréquence identique à leur fréquence propre (cas des anches de tuyaux d' orgues). Dans le cas des instruments à vent tels que la clarinette ou le saxophone, l' étude basses fréquences proposée peut être utilisée étant donné le mode de fonctionnement de ces instruments.

A.III.3. Enroulement d' une poutre à section variable sur un profil quelconque.

A.III.3.1. Conditions d' enroulement.

Dans le cas d' une poutre à section variable et d' un profil quelconque, l' enroulement n' est pas toujours possible. Nous avons signalé au § III.1. que l' analyse conjointe des courbures de la poutre et du profil est nécessaire afin de prévoir le comportement de ce système mécanique. Si l' abscisse x du point d' intersection des deux courbures est une fonction croissante de la pression appliquée, et nulle pour une pression inférieure à la pression limite avant enroulement définie au paragraphe III.2.1, le phénomène d' enroulement a lieu.

A.III.3.2. Poutre à section variant linéairement.

Nous nous intéressons au comportement d' une poutre à section variant linéairement en fonction de la longueur. Ce type de poutre est intéressant dans la mesure où sa géométrie se rapproche de celle d' une ancre. Cette étude est réalisée uniquement en statique.

La poutre est supposée encastrée, chargée uniformément, de longueur L , d' épaisseur e_0 à la base et d' épaisseur e_1 à l' extrémité ($e_1 < e_0$) (cf. Figure A-8).

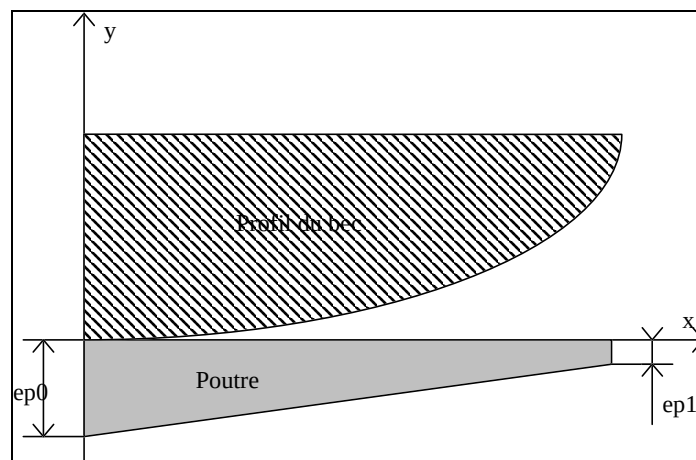


Figure A-8: Modélisation du système bec ancre par une poutre isotrope encastrée de section variable sur un profil circulaire.

Son moment d' inertie est alors une fonction de la longueur, il s' écrit :

$$I_a(x) = \frac{b \cdot e_p(x)^3}{12}$$

La flèche de cette poutre est exprimée par :

$$y(L) = \frac{6L^4}{E_a e_{p0}^3 (1 - \frac{e_{p1}}{e_{p0}})^3} \left[\frac{3e_{p1}}{e_{p0} - e_{p1}} \ln\left(\frac{e_{p1}}{e_{p0}}\right) + \frac{5}{2} \frac{e_{p1}}{e_{p0}} - \frac{1}{2} \left(\frac{e_{p1}}{e_{p0}}\right)^2 \right] \Delta p.$$

Une approximation de la courbure de cette poutre se déduit de la charge appliquée par :

$$C_p(x) = \frac{b(L-x)^2}{E_a \cdot I_a(x)} \Delta p = \frac{6L^3(L-x)^2}{E_a e_{p0}^3 (L - x(1 - \frac{e_{p1}}{e_{p0}}))^3} \Delta p$$

L' étude de cette courbure en fonction du rapport e_{p1}/e_{p0} montre qu' il existe une limite pour laquelle cette poutre ne pourra pas s' enrouler sur un profil circulaire (cf. Figure A-9).

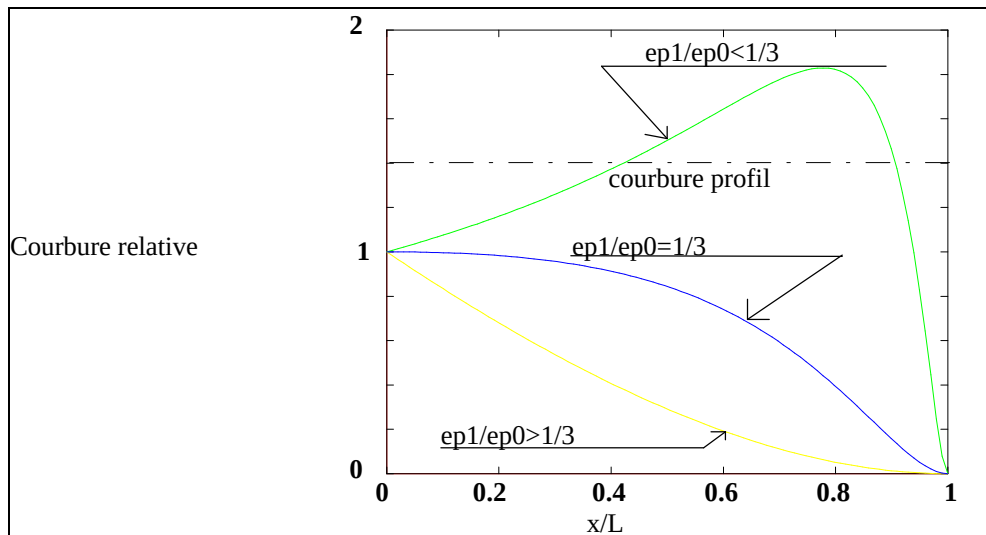


Figure A-9 : courbure relative d' une poutre isotrope encastrée d' épaisseur variant

linéairement de e_{p0} à e_{p1} . La courbure relative C_r est définie par $C_r(x) = C_p(x) \frac{E_a e_{p0}^3}{6\Delta p L^2}$.

Cette limite est définie par la valeur de e_{p1}/e_{p0} : si $e_{p1}/e_{p0} < 1/3$, le point de contact entre la poutre et le profil est situé au milieu de la poutre, l' enroulement n' est pas possible. Si $e_{p1}/e_{p0} \geq 1/3$, l' enroulement est possible.

La détermination de la zone de contact poutre profil $[0, x_1]$, définie par $C_b(x_1) = C_p(x_1)$ doit être réalisée, pour une poutre de ce type et un profil quelconque à l' aide d' une technique de résolution numérique. En effet, si le profil est défini par $y_b(x) = \sum_{i=0}^n a_i x^i$, la courbure est

$C_b(x) = \sum_{i=2}^n i.(i-1).a_i x^{i-2}$. La détermination de la solution de l' équation $\zeta(x)=C_b(x)$ donne accès à l' abscisse x_1

La déformée statique en situation d' enroulement peut donc être calculée à l' aide de la technique exposée au § III.1. Cette déformée est égale à la somme des trois hauteurs $\delta_1, \delta_2, \delta_3$ valant respectivement:

$$\delta_1 = y_b(x_1) = \sum_{i=0}^n a_i x_1^i$$

$$\delta_2 = (L - x_1) \left. \frac{dy_b(x)}{dx} \right|_{x=x_1} = (L - x_1) \cdot \sum_{i=1}^n i.a_i x_1^{i-1}$$

$$\delta_3 = \frac{6L_1^4}{Ee_p(x_1)^3(1-\frac{e_{p1}}{e_{p0}})^3} \left[\frac{3e_{p1}}{e_p(x_1) - e_{p1}} \ln\left(\frac{e_{p1}}{e_p(x_1)}\right) + \frac{5}{2} \frac{e_{p1}}{e_p(x_1)} - \frac{1}{2} \left(\frac{e_{p1}}{e_p(x_1)}\right)^2 \right],$$

avec $e_p(x_1) = e_{p1} + \frac{(L - x_1)}{L} (e_{p0} - e_{p1})$.

La résolution numérique de ce type de problème donne accès à la non-linéarité d' enroulement existant pour une poutre à section variant linéairement en fonction de la longueur et un profil connu.

A.IV. Application aux Simulations numériques dans un cas simple : la poutre a section constante s' enroulant sur un profil circulaire.

A.IV.1. Modèle basses fréquences.

La détermination de la non-linéarité d' enroulement en statique définie par l' équation (A-26) nous permet de redéfinir le modèle "basses fréquences" exposé au paragraphe II.3 de la première partie à l' aide de nouvelles équations. En effet, le comportement de l' anche, vue comme un ressort à raideur variable, s' écrit dans le cadre du modèle "basses fréquences" :

$$y = \frac{bL^4}{8E_a I_a} (p - P_a) \quad P_a - p \leq P_{lim}$$

$$y = -\frac{L^2}{2R_b} - \frac{E_a I_a}{2bR_b^2} (p - P_a) \quad P_a - p \geq P_{lim}$$

où $P_{lim} = \frac{2E_a I_a}{bR_b L^2}$. Sachant que $\frac{1}{\mu_a \omega_a^2} = \frac{bL^4}{8E_a I_a}$ et $H \approx \frac{L^2}{2R_b}$, l'équation représentant le débit entrant dans le bec s'écrit (cf. Figure A-10) :

$$U = b \sqrt{\frac{2}{\rho}} \sqrt{P_a - p} \left(\frac{p - P_a}{\mu_a \omega_a^2} + H \right) \quad P_a - p \leq \frac{P_p}{2}$$

$$U = b \sqrt{\frac{2}{\rho}} \frac{\mu_a \omega_a^2 H^2}{4 \sqrt{P_a - p}} \quad P_a - p \geq \frac{P_p}{2},$$

où P_p est la pression d'alimentation de plaquage définie par $P_p = \mu_a \omega_a^2 H$.

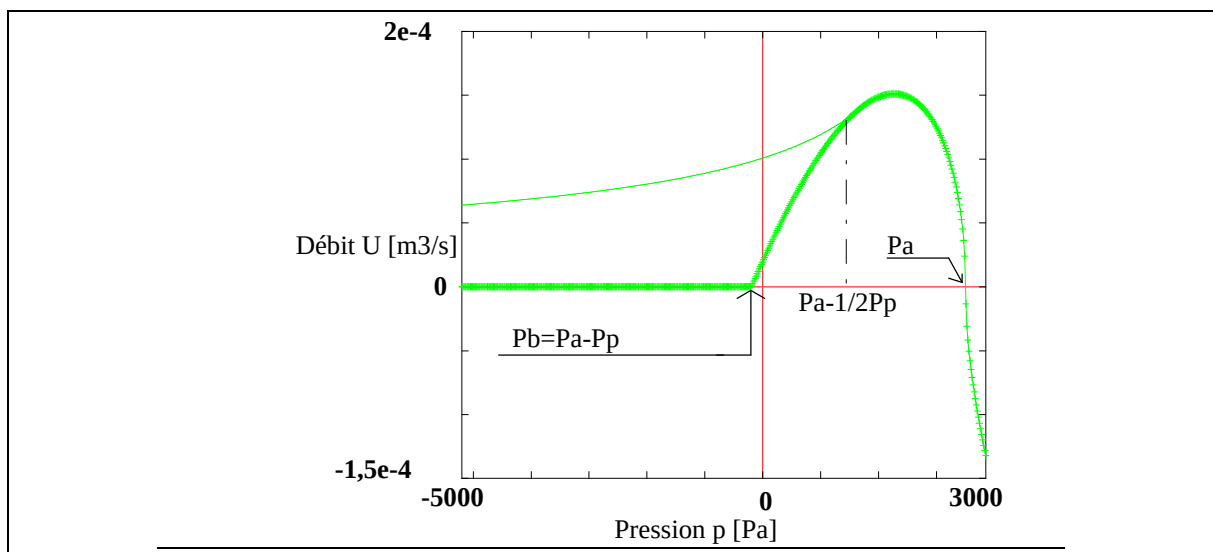


Figure A-10: Non linéarité pression débit à l'entrée du bec en tenant compte du phénomène d'enroulement de l'anche sur le bec vu comme l'enroulement d'une poutre isotrope encastree de section constante sur un profil circulaire (trait gras : sans enroulement, trait fin : avec enroulement). Les paramètres d'anche sont $\mu_a = 0,0231 \text{ kg/m}^2$, $\omega_a = 20000 \text{ rad/s}$, $b = 12 \text{ mm}$. L'ouverture du bec est $H=0,4 \text{ mm}$.

N.B. il est important de noter que ce modèle conduit à l'évaluation d'un débit toujours différent de zéro, quel que soit la pression existant dans le bec. La prise en compte des phénomènes visqueux est alors nécessaire pour construire un modèle plus réaliste aux faibles ouvertures.

A.IV.2. Simulations numériques : utilisation du modèle d'enroulement quasi statique.

Le modèle analytique établi à partir de l'étude du comportement d'une poutre encastree à section constante s'enroulant sur un profil circulaire conduit à exprimer le déplacement de l'extrémité de l'anche à l'aide d'un oscillateur harmonique équivalent à la position de

L' extrémité de cette anche (cf. § A.III.2.3.). En situation d' enroulement, les paramètres de cet oscillateur sont des fonctions de la pression appliquée à l' anche. Nous montrons au § A.III.2.3. que la pulsation propre équivalente est une fonction croissante de la pression. En fonctionnement normal (jeu d' une note), l' anche oscille et s' enroule sur le bec à une période identique à celle de la pression dans le bec. La pulsation propre équivalente de l' anche est alors une fonction périodique du temps.

L' application d' un tel modèle à la simulation numérique décrite dans la partie B de ce mémoire est alors possible en calculant, à chaque instant $n\Delta T$, les valeurs des paramètres de l' oscillateur équivalent à l' anche à partir de la longueur libre de la poutre L . Cependant l' emploi de cette technique nécessite de prendre quelques précautions.

L' évaluation de la longueur libre L à l' instant ΔT ne peut être réalisée qu' à partir de la connaissance de la pression à l' instant $(n-1)\Delta T$, la pression à l' instant ΔT étant l' inconnue du problème. Les considérations de la deuxième partie de ce mémoire laissent penser que cette approximation peut conduire à des résultats surprenants, notamment pour de faibles fréquences d' échantillonnage.

Nous montrons dans la partie B (§ IV) que la simulation numérique d' un filtre du second ordre (oscillateur harmonique) est réalisable à l' aide de la transformation bilinéaire corrigée. Cette simulation permet alors d' obtenir une anche numérique dont les caractéristiques sont proches de l' anche analogique. Ces caractéristiques sont d' ailleurs quasi identiques pour de grandes fréquences d' échantillonnage. Dans le cas où la simulation est réalisée à partir d' impédances mesurées, la fréquence d' échantillonnage est relativement peu élevée vis à vis de la fréquence propre de l' anche. Ceci conduit à créer, en situation d' enroulement, des oscillateurs harmoniques (ou anches) numériques dont les caractéristiques diffèrent notablement de celles de l' anche analogique.

En nous référant au principe de simulation exposé à la partie B de ce mémoire, nous pouvons estimer les réponses fréquentielles des anches numériques en situation d' enroulement à chaque instant ΔT pour une fréquence d' échantillonnage peu élevée à partir de la transformation bilinéaire corrigée (cf. figure A-11).

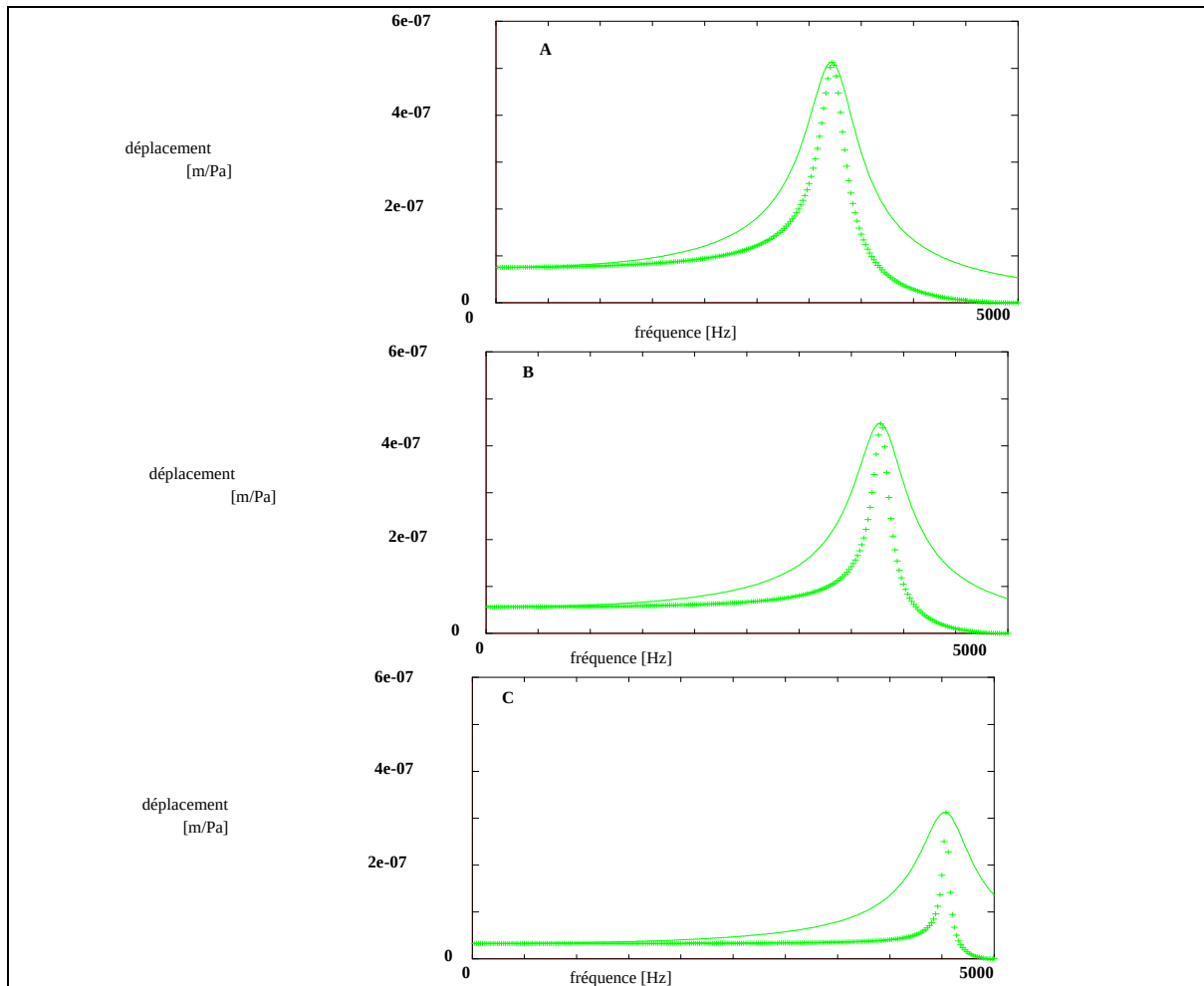


Figure A-11: réponses fréquentielles des divers oscillateurs harmoniques équivalents (trait : analogiques, + : discrets) en situation d' enroulement
Cas A : à l' instant ΔT , la pression appliquée est égale à la pression limite avant enroulement ($p = P_{lim}$) : il y a début d' enroulement
Cas B : à l' instant $(n+1)\Delta T$, $p = 2P_{lim}$: il y a enroulement "moyen". **Cas C :** à l' instant $(n+2)\Delta T$, $p = 4P_{lim}$: il y a enroulement "important". Les paramètres de la poutre sont : Longueur $L=10$ mm, largeur $b : 12$ mm, épaisseur $e_p=0,1$ mm, Module d' Young $E_a = 2.10^{11}$ Pa, masse volumique $\rho_a = 500$ kg / m³. La fréquence d' échantillonnage est $F_{ech} = 10$ kHz.

L' application d' un tel modèle à la simulation numérique conduit à modifier l' amortissement de l' ancre numérique au fur et à mesure qu' elle s' enroule. Cet amortissement est alors une fonction décroissante de la pression appliquée.

L' utilisation de la transformation bilinéaire non corrigée provoque, quant à elle, un décalage fréquentiel entre fréquence de résonance analogique et numérique. Lors de l' enroulement la fréquence propre de l' ancre numérique est alors une fonction croissante de la pression appliquée, différente cependant du comportement de la fréquence propre analogique. La caractéristique d' enroulement "numérique" est différente de la caractéristique

analogique (cf. Figure A-12). Dans ce cas l' amortissement de l' oscillateur numérique n' est, par contre, pas modifié de façon aussi brutale que pour la transformation bilinéaire corrigée.

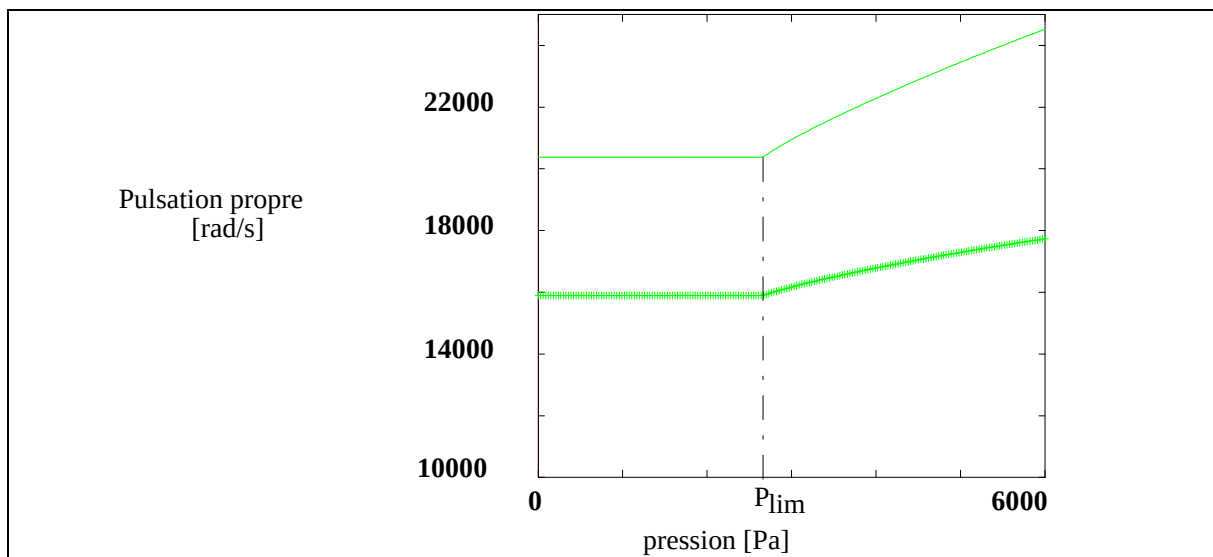


Figure A-12: Caractéristiques non linéaires pression-fréquence propre de la poutre (trait: analogique, + : numérique). Les paramètres de la poutre sont : Longueur $L=10$ mm, largeur $b=12$ mm, épaisseur $e_p=0,1$ mm, Module d' Young $E_a = 2.10^{11}$ Pa, masse volumique $\rho_a = 500$ kg / m³. La fréquence d' échantillonnage est $F_{ech} = 10$ kHz.

Seule l' utilisation d' une grande fréquence d' échantillonnage peut conduire à une simulation numérique reproduisant le modèle analogique correctement. Le modèle d' enroulement peut donc être facilement implanté à des fins de synthèse, pour lesquelles la fréquence d' échantillonnage est en général fixée par le système de travail à des valeurs élevées et correspondant à des standards audio (22.05 kHz, 32 kHz). Son utilisation lors de simulations effectuées à partir de mesures d' impédance s' avère plus délicate !

ANNEXE B :

METHODES NUMERIQUES
APPLIQUEES A LA DESCRIPTION DU
COMPORTEMENT DE L'ANCHE DANS
LE DOMAINE DISCRET.

B.I. Introduction.

Dans le modèle élémentaire décrit au paragraphe III.2. de la partie A, l'anche est assimilée à un oscillateur harmonique dont le mouvement peut être décrit par :

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \xi_a(t) \\ U_a(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{S_a} \\ -\omega_a^2 S_a & -g_a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \xi_a(t) \\ U_a(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{S_a \cdot p(t)}{\mu_a} \end{pmatrix}, \text{ soit} \quad (B-1)$$

$$\frac{d\vec{X}(t)}{dt} = M_a \cdot \vec{X}(t) + \vec{P}(t) \quad (B-2)$$

$$\text{où } M_a = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{S_a} \\ -S_a \omega_a^2 & -g_a \end{pmatrix} \text{ et } \vec{P}(t) = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{S_a p(t)}{\mu_a} \end{pmatrix}.$$

La description de son comportement dans le domaine discret peut être réalisée à l'aide de différentes approximations conduisant à différentes "anches discrètes". Nous présentons dans cette annexe, quelques méthodes de filtrage numérique classiques que nous n'avons pas choisies pour la simulation mais qui conduisent à des systèmes auto-oscillants discrets dont les solutions diffèrent des solutions exactes par leurs fréquences fondamentales et leur spectre. Nous présentons donc ci-dessous le principe général de ces techniques numériques et rappelons leur stabilité. Nous montrons, de plus, l'influence de ces méthodes sur les anches discrètes puis sur la fréquence fondamentale et l'amplitude du fondamental de la pression obtenue par la méthode générale de simulation (utilisant non pas la transformation bilinéaire mais ces méthodes) présentée à la partie B de ce mémoire. Nous terminons en donnant les équations aux différences finies permettant de calculer le déplacement et le débit d'anche pour chacune des méthodes énumérées.

B.II. Quelques techniques classiques de filtrage numérique.

B.II.1. Principe général.

Méthode de l'échantillonnage de la réponse impulsionnelle.

Lors de la transformation d'un filtre analogique en filtre numérique, la première idée consiste à échantillonner régulièrement la réponse impulsionnelle du filtre analogique. Dans ce cas, la réponse impulsionnelle du filtre discret $h_d[n]$ s'écrit :

$$h_d[n] = \Delta T \cdot h_a(n\Delta T), \quad (B-3).$$

où $h_a(t)$ représente la réponse impulsionnelle du filtre analogique.

Oppenheim (1975) montre que cette technique n' est adaptée qu' aux filtres à bande limitée pour lesquels le phénomène de repliement ne vient pas biaiser la réponse du filtre numérique. En ce qui concerne le filtre analogique décrivant le mouvement de l' ancre, sa réponse impulsionnelle s' écrit :

$$h_a(t) = e^{M_a t} \quad (B-4)$$

La réponse impulsionnelle du filtre discret s' écrit alors :

$$h_d[n] = \Delta T \cdot e^{M_a \cdot n \Delta T} \quad (B-5)$$

Conception d' un filtre discret par équivalence de la dérivée.

La deuxième façon de construire un filtre discret à partir de l' équation (B-1) représentant le mouvement de l' oscillateur équivalent à l' ancre consiste à remplacer la dérivée $\frac{d\vec{X}(t)}{dt}$ par une équation aux différences finies. Cette approximation peut être réalisée entre autres de deux manières :

- dérivée à droite (ou progressive) :

$$\left. \frac{d\vec{X}(t)}{dt} \right|_{t=n\Delta T} \Leftrightarrow \vec{V}_d^{(1)} = \frac{\vec{X}[n+1] - \vec{X}[n]}{\Delta T} \quad (B-6)$$

- dérivée à gauche (ou rétrograde) :

$$\left. \frac{d\vec{X}(t)}{dt} \right|_{t=n\Delta T} \Leftrightarrow \vec{V}_g^{(1)} = \frac{\vec{X}[n] - \vec{X}[n-1]}{\Delta T} \quad (B-7).$$

En appliquant ces deux expressions à l' équation (B-2), il vient respectivement :

$$\vec{X}[n+1] = \vec{X}[n] + \Delta T \cdot M_a \cdot \vec{X}[n] + \Delta T \cdot \vec{P}[n] \quad (B-8)$$

et

$$\vec{X}[n] = \vec{X}[n-1] + \Delta T \cdot M_a \cdot \vec{X}[n] + \Delta T \cdot \vec{P}[n] \quad (B-9)$$

La première expression est dite explicite : la variable $\vec{X}[n+1]$ est déterminée par la connaissance des instants antérieurs. La deuxième expression est, quant à elle, implicite.

B.II.2. Stabilité.

Méthode de l' échantillonnage de la réponse impulsionnelle.

Cette méthode exprime directement la réponse impulsionnelle du système discret à partir des échantillons équidistants dans le temps de la réponse impulsionnelle analogique. Le système discret obtenu est par conséquent stable.

Méthode de l' équivalence de la dérivée.

En utilisant la technique présentée au paragraphe IV.3.2 de la partie B, les ouvrages spécialisés (Oppenheim, 1975 ; Kundt, 1980) montrent que :

- la méthode de l' équivalence de la dérivée à gauche (rétrograde) est stable;
- la méthode de l' équivalence de la dérivée à droite (progressive) est stable si la fréquence d' échantillonnage est suffisamment élevée en fonction des paramètres du filtre. Par exemple, il est aisé de montrer que l' anche numérique obtenue par la méthode de l' équivalence de la dérivée à droite est stable si $F_{ech} \geq \frac{\omega_a^2}{g_a}$ (Gazengel et coll., 1994b).

B.II.2. Réponse en fréquences des anches numériques équivalentes.

Méthode de l' échantillonnage de la réponse impulsionnelle.

La réponse fréquentielle du filtre discret découlant de cette technique s' écrit sous la forme de la somme du spectre analogique initial et des spectres repliés (Oppenheim, 1975) :

$$H_d(e^{j\omega}) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} H_a(j\frac{\omega}{\Delta T} + jk\frac{2\pi}{\Delta T}) \quad (B-10).$$

Dans l' intervalle de fréquence $[0, F_{ch}/2]$, une approximation de cette réponse peut être écrite sous la forme :

$$H_d(e^{j\omega}) = H_a(j\frac{\omega}{\Delta T}) + H_a(j\frac{\omega}{\Delta T} - j\frac{2\pi}{\Delta T}), \quad (B-11)$$

en supposant que $H_a(j\omega)$ tend vers zéro pour les hautes fréquences, ce qui est vrai dans le cas du modèle d' anche considéré ici. Cette réponse représente alors la contribution du spectre original et du spectre replié. Nous présentons l' exemple de la réponse de l' oscillateur harmonique à la Figure B-1.

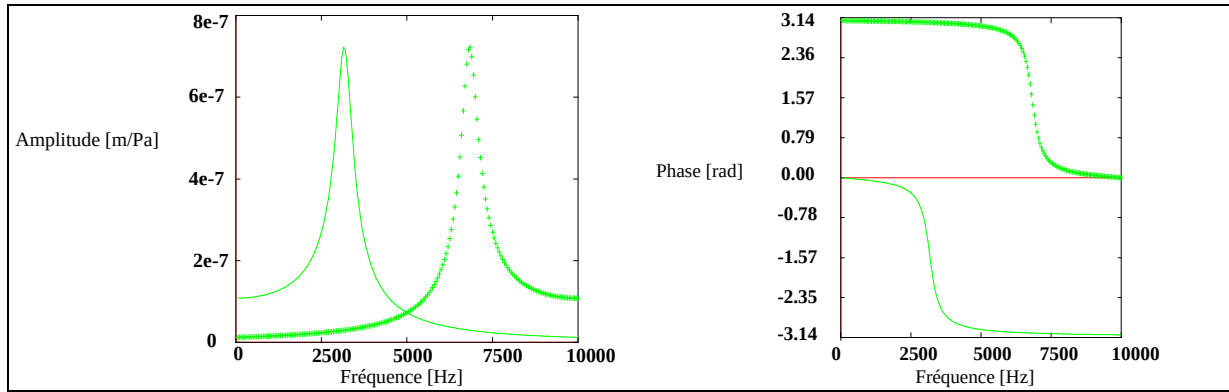


Figure B-1 : repliement résultant de la méthode de l' échantillonnage de la réponse impulsionnelle. (trait : spectre analogique, + : spectre "replié"). La réponse de l' anche numérique est égale à la somme du spectre initial et du spectre replié. La souplesse (inverse de la raideur) statique de l' anche numérique devient inférieure à celle de l' anche analogique.

Le phénomène de repliement apparaît nettement aux basses fréquences, créant ainsi une anche discrète dont la raideur est beaucoup plus importante que celle de l' anche analogique. Dans ce cas, la pression de seuil de l' instrument numérique s' avère plus élevée que la pression de seuil réelle. Il est d' ailleurs important de noter que la raideur équivalente de l' anche discrète, et donc la pression de seuil (définie au paragraphe III.1 de la première partie) dépend de la fréquence d' échantillonnage.

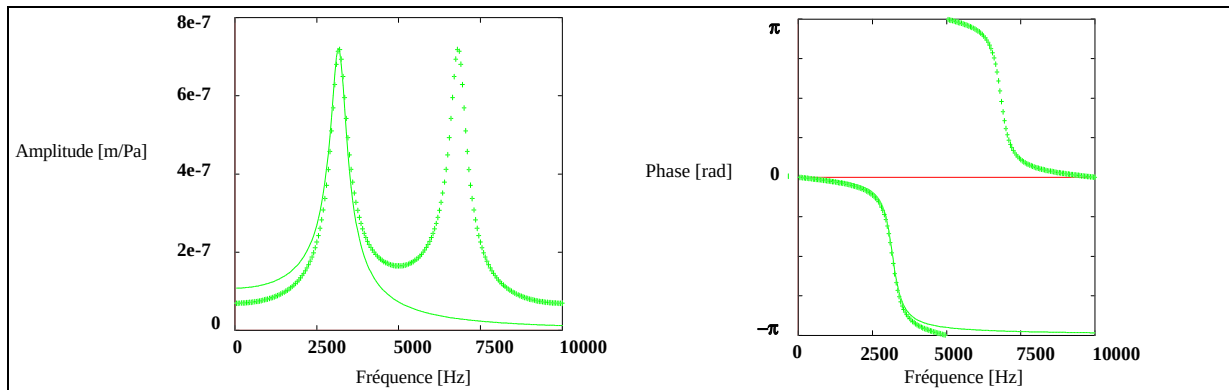


Figure B-2 : réponse fréquentielle $H_{d\xi_a}$ de l' anche numérique obtenue par la méthode de l' échantillonnage de la réponse impulsionnelle, (trait : analogique, + : numérique).

Méthode de l' équivalence de la dérivée à gauche (rétrograde).

Pour cette technique, Kundt (1980) montre qu' il est possible d' établir une équivalence entre le domaine de Laplace et le plan des z par :

$$s = \frac{1 - z^{-1}}{\Delta T}. \quad (B-12).$$

La matrice de transfert discrète peut alors se déduire aisément de la matrice de transfert analogique par :

$$H_d(z) = H_a(s) \Big|_{s=\frac{1-z^{-1}}{\Delta T}} = \Delta T \left[(1-z^{-1}) - \Delta T M_a \right]^{-1} \quad (\text{B-13}).$$

Il est intéressant de noter que :

$$H_d(z) = z \cdot H_{AD1}(z), \quad (\text{B-14}).$$

où $H_{AD1}(z)$ est la réponse du filtre obtenu par la méthode d' Adams à l' ordre 1 (cf. § IV.4.1, partie B)

Les fonctions de transfert discrètes $H_{d\xi_a}(z)$ et $H_{dU_a}(z)$ s' écrivent alors :

$$H_{d\xi_a}(z) = \frac{\xi_a(z)}{p(z)} = \frac{1}{\mu_a} \frac{1}{\left[\frac{1-z^{-1}}{\Delta T} \right]^2 + \frac{g_a(1-z^{-1})}{\Delta T} + \omega_a^2} \quad (\text{B-15}),$$

$$H_{dU_a}(z) = \frac{U_a(z)}{p(z)} = \frac{S_a}{\mu_a} \frac{(1-z^{-1})}{\left[\frac{1-z^{-1}}{\Delta T} \right]^2 + \frac{g_a(1-z^{-1})}{\Delta T} + \omega_a^2} \quad (\text{B-16}).$$

En posant $z = e^{j\omega\Delta T}$, les fonctions de transfert ci-dessus peuvent être comparées aux réponses fréquentielles de l' anche analytique (cf. Figure B-3).

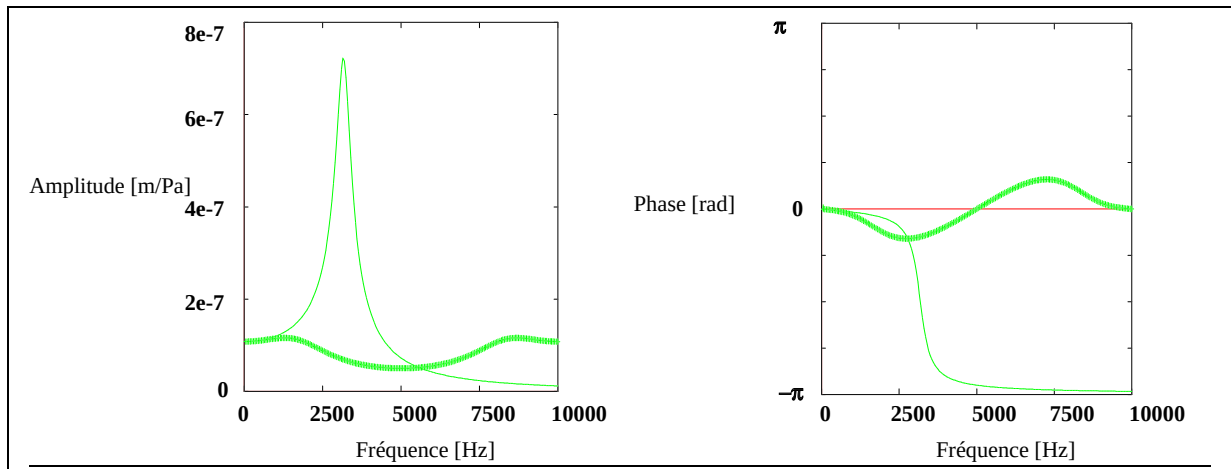


Figure B-3 : Réponse fréquentielle $H_{d\xi_a}$ de l' anche numérique obtenue par la méthode de l' équivalence de la dérivée, (trait : analogique, + : numérique).

La méthode de l' équivalence de la dérivée à gauche donne naissance à une anche discrète dont la réponse fréquentielle est proche de la réponse analogique seulement aux basses fréquences. La réponse en amplitude montre qu' un amortissement très exagéré existe. En effet, le pic de résonance de l' anche discrète présente un coefficient de qualité beaucoup plus faible que celui du système analogique.

B.III. Influence de la technique retenue sur les caractéristiques de la pression calculée.

Nous présentons dans ce paragraphe l' influence des techniques numériques stables sur la pression calculée à l' aide de la méthode de résolution proposée au paragraphe VII.1. de la partie B (en utilisant non pas la transformation bilinéaire mais la méthode étudiée).

Méthode de l' échantillonnage de la réponse impulsionnelle.

L' application de cette méthode à la technique de résolution proposée à la partie B de ce mémoire fait que les auto-oscillations du système numérique ne sont possibles que si la raideur équivalente de l' anche numérique est corrigée afin de compenser les effets du repliement. Si tel n' est pas le cas, même de très grandes fréquences d' échantillonnage (100 kHz) ne permettent pas au système d' osciller.

Méthode de l' équivalence de la dérivée à gauche.

L' utilisation de la méthode de l' équivalence de la dérivée conduit à réaliser un système discret auto-oscillant dont la fréquence fondamentale de la pression est en bon accord avec celle de la pression obtenue par la méthode d' équilibrage harmonique (cf. figures B-4).

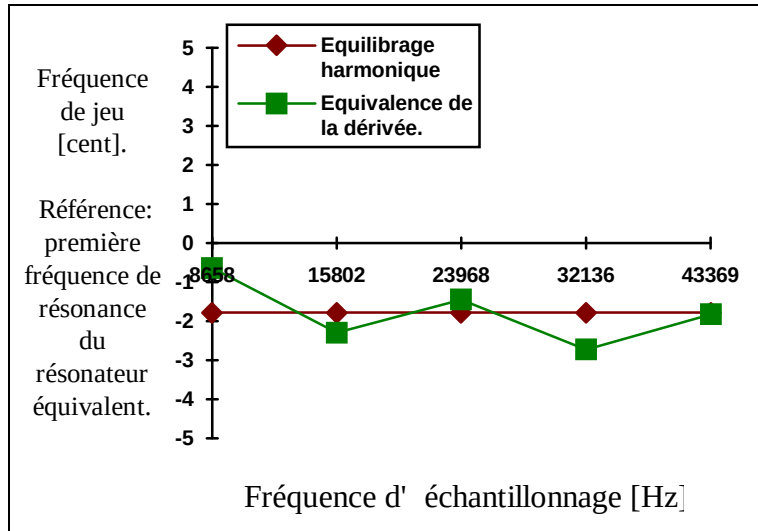


Figure B-4a : évolution de la fréquence de jeu du signal de pression calculé en fonction de la fréquence d' échantillonnage pour l' anche numérique obtenue par la méthode de l' équivalence de la dérivée ($P_a = 1400$ Pa). Le résonateur équivalent est celui dont l' impédance d' entrée est l' impédance du résonateur en parallèle avec l' impédance d' anche.

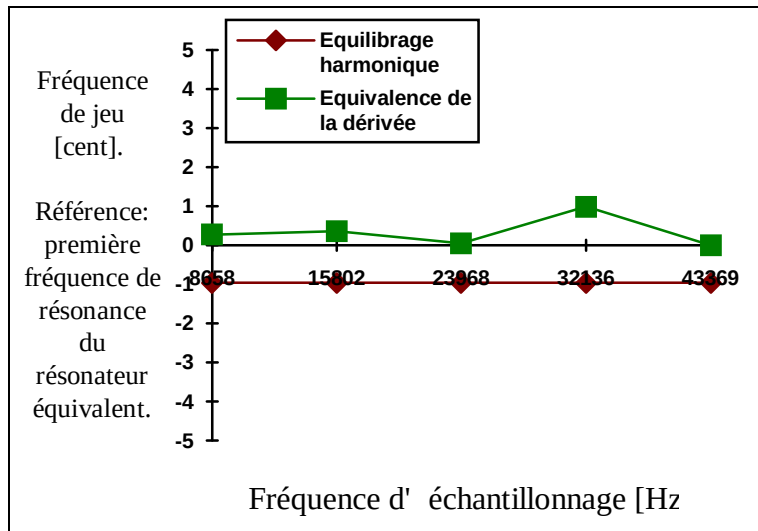


Figure B-4b : Evolution de la fréquence de jeu du signal de pression calculé en fonction de la fréquence d' échantillonnage pour l' anche numérique obtenue par la méthode de l' équivalence de la dérivée ($P_a = 1800$ Pa). Le résonateur équivalent est celui dont l' impédance d' entrée est l' impédance du résonateur en parallèle avec l' impédance d' anche.

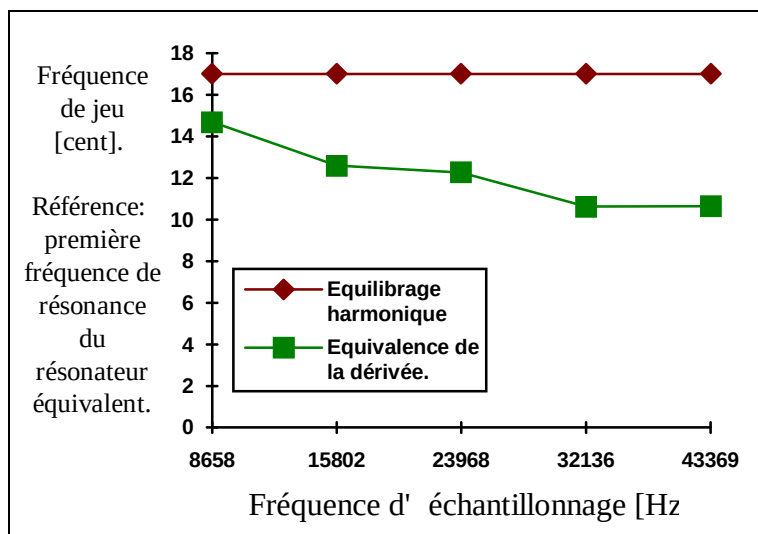


Figure B-4c : Evolution de la fréquence de jeu du signal de pression calculé en fonction de la fréquence d' échantillonnage pour l' anche numérique obtenue par la méthode de l' équivalence de la dérivée ($P_a = 2500$ Pa). Le résonateur équivalent est celui dont l' impédance d' entrée est l' impédance du résonateur en parallèle avec l' impédance d' anche.

Cependant une analyse de l' évolution de l' amplitude du fondamental en fonction de la fréquence d' échantillonnage (cf. figure B-5) montre que l' anche discrète issue de la méthode de l' équivalence de la dérivée possède un amortissement trop important.

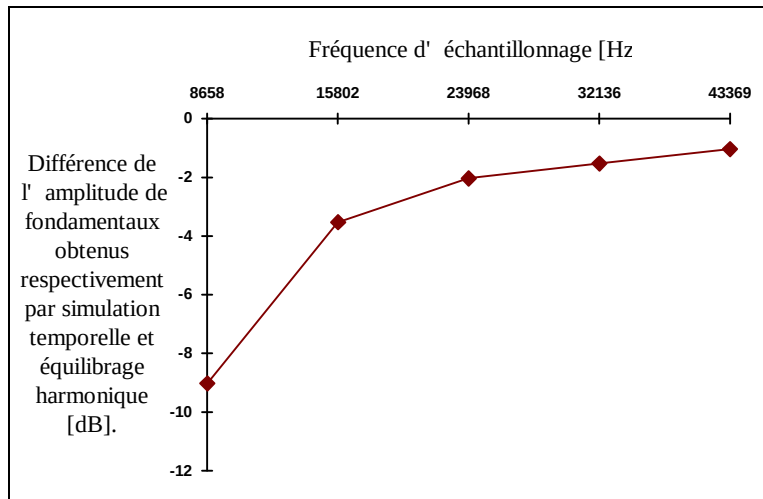


Figure B-5a: Evolution de la différence d'amplitude des fondamentaux des signaux de pression calculés respectivement par simulation temporelle et équilibrage harmonique pour l'anche numérique obtenue par la méthode de l'équivalence de la dérivée ($P_a = 1400$ Pa).

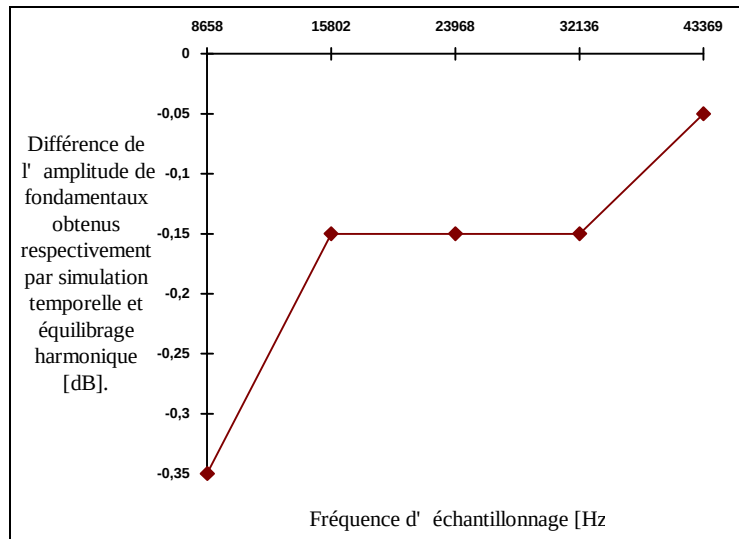


Figure B-5b: Evolution de la différence d'amplitude des fondamentaux des signaux de pression calculés respectivement par simulation temporelle et équilibrage harmonique pour l'anche numérique obtenue par la méthode de l'équivalence de la dérivée ($P_a = 1800$ Pa).

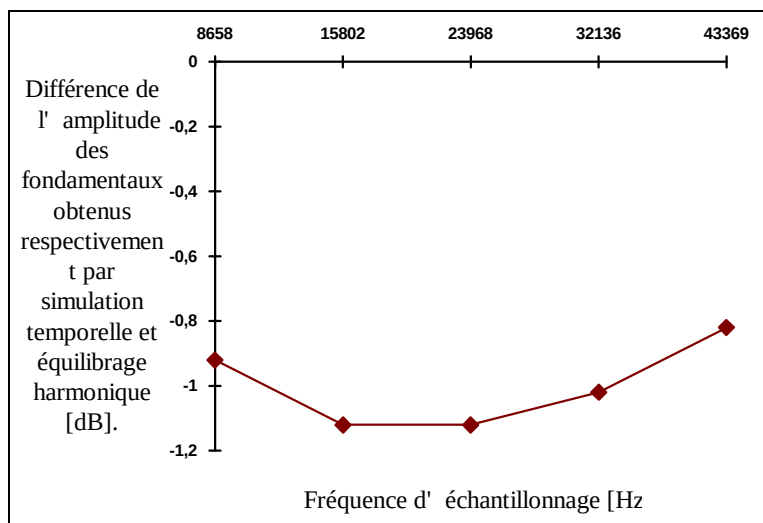


Figure B-5c: Evolution de la différence d'amplitude des fondamentaux des signaux de pression calculés respectivement par simulation temporelle et équilibrage harmonique pour l'anche numérique obtenue par la méthode de l'équivalence de la dérivée ($P_a = 2500$ Pa).

Il est intéressant de noter que les différences obtenues entre la simulation temporelle et l'équilibrage harmonique sont importantes pour de faibles pressions d'alimentation. Pour de

grandes pressions d' alimentation, l' anche numérique obtenue par la méthode de l' équivalence de la dérivée ne vient pas biaiser les résultats de simulation temporelle.

B.IV. Equations aux différences finies pour les diverses techniques numériques présentées.

Le système d' équations (B-1) modélisant le comportement de l' anche se traduit, dans le domaine discret par :

$$\begin{pmatrix} \xi_a[n] \\ U_a[n] \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ p[n] \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \xi_{a0} \\ U_{a0} \end{pmatrix}. \quad (B-16)$$

La discrétisation de l' équation différentielle représentant le mouvement de l' anche s' écrit donc :

$$\begin{cases} \xi_a[n] = \xi_{a0} + M_{12} \cdot p[n] \\ U_a[n] = U_{a0} + M_{22} \cdot p[n] \end{cases} \quad (B-17)$$

Le déplacement de l' extrémité de l' anche $y[n]$ est déduit de $\xi_a[n]$ par:

$$\begin{cases} y[n] = \xi_a[n] - \frac{P_a}{\mu_a \omega_a^2} \\ y[n] = y_0 + M_{12} \cdot p[n], y_0 = \xi_{a0} - \frac{P_a}{\mu_a \omega_a^2} \end{cases} \quad (B-18)$$

Pour chacune des méthodes de discrétisation exposées au paragraphe IV de la seconde partie de ce mémoire, il vient :

Méthode d' Adams du premier ordre.

$$\xi_a[n] = \frac{1}{\Delta} \left\{ (1 + g_a \Delta T) \cdot \xi_a[n-1] + \frac{\Delta T}{S_a} \cdot U_a[n-1] + \frac{\Delta T^2}{\mu_a} \cdot p[n-1] \right\} = \xi_{a0}, M_{12} = 0.$$

$$U_a[n] = \frac{1}{\Delta} \left\{ -\Delta T \cdot S_a \omega_a^2 \cdot \xi_a[n-1] + U_a[n-1] + \frac{\Delta T \cdot S_a}{\mu_a} \cdot p[n-1] \right\} = U_{a0}, M_{22} = 0$$

$$\Delta = 1 + g_a \Delta T + \omega_a^2 \Delta T^2$$

Méthode de l' équivalence de la dérivée.

$$\xi_a[n] = \frac{1}{\Delta} \left\{ (1 + g_a \Delta T) \cdot \xi_a[n-1] + \frac{\Delta T}{S_a} \cdot U_a[n-1] + \frac{\Delta T^2}{\mu_a} \cdot p[n] \right\}$$

$$U_a[n] = \frac{1}{\Delta} \left\{ -\Delta T \cdot S_a \omega_a^2 \cdot \xi_a[n-1] + U_a[n-1] + \frac{\Delta T \cdot S_a}{\mu_a} \cdot p[n] \right\}$$

$$\Delta = 1 + g_a \Delta T + \omega_a^2 \Delta T^2$$

$$\xi_{a0} = \frac{1}{\Delta} \left\{ (1 + g_a \Delta T) \cdot \xi_a[n-1] + \frac{\Delta T}{S_a} \cdot U_a[n-1] \right\}, M_{12} = \frac{1}{\Delta} \frac{\Delta T^2}{\mu_a}$$

$$U_{r0} = \frac{1}{\Delta} \left\{ -\Delta T \cdot S_a \omega_a^2 \cdot \xi_a[n-1] + U_a[n-1] \right\}, M_{22} = \frac{1}{\Delta} \frac{\Delta T \cdot S_a}{\mu_a}$$

Transformation bilinéaire.

$$\xi_a[n] = \frac{1}{\Delta} \left\{ \left(1 + g_a \frac{\Delta T}{2} - \frac{\omega_a^2 \Delta T^2}{4} \right) \cdot \xi_a[n-1] + \frac{\Delta T}{S_a} \cdot U_a[n-1] + \frac{\Delta T^2}{4\mu_a} \cdot (p[n] + p[n-1]) \right\}$$

$$U_a[n] = \frac{1}{\Delta} \left\{ -\Delta T \cdot S_a \omega_a^2 \cdot \xi_a[n-1] + \left(1 - g_a \frac{\Delta T}{2} - \frac{\omega_a^2 \Delta T^2}{4} \right) U_a[n-1] + \frac{\Delta T \cdot S_a}{2\mu_a} \cdot (p[n] + p[n-1]) \right\}$$

$$\Delta = 1 + g_a \frac{\Delta T}{2} + \omega_a^2 \frac{\Delta T^2}{4}$$

$$\xi_{a0} = \frac{1}{\Delta} \left\{ \left(1 + g_a \frac{\Delta T}{2} - \frac{\omega_a^2 \Delta T^2}{4} \right) \cdot \xi_a[n-1] + \frac{\Delta T}{S_a} \cdot U_a[n-1] + \frac{\Delta T^2}{4\mu_a} p[n-1] \right\}, M_{12} = \frac{1}{\Delta} \frac{\Delta T^2}{4\mu_a}$$

$$U_{a0} = \frac{1}{\Delta} \left\{ -\Delta T \cdot S_a \omega_a^2 \cdot \xi_a[n-1] + \left(1 - g_a \frac{\Delta T}{2} - \frac{\omega_a^2 \Delta T^2}{4} \right) U_a[n-1] + \frac{\Delta T \cdot S_a}{2\mu_a} p[n-1] \right\}, M_{22} = \frac{1}{\Delta} \frac{\Delta T \cdot S_a}{2\mu_a}$$

Transformation bilinéaire corrigée.

$$\omega_{ac} = \frac{2}{\Delta T} \tan \left[\frac{\omega_a \Delta T}{2} \right]$$

$$\mu_{ac} = \mu_a \frac{\omega_a^2}{\omega_{ac}^2}$$

$$g_{ac} = g_a \frac{\omega_{ac}}{\omega_a}$$

$$\begin{aligned}\xi_a[n] &= \frac{1}{\Delta} \left\{ \left(1 + g_{ac} \frac{\Delta T}{2} - \frac{\omega_{ac}^2 \Delta T^2}{4} \right) \xi_a[n-1] + \frac{\Delta T}{S_a} U_a[n-1] + \frac{\Delta T^2}{4\mu_{ac}} (p[n] + p[n-1]) \right\} \\ U_a[n] &= \frac{1}{\Delta} \left\{ -\Delta T S_a \omega_{ac}^2 \xi_a[n-1] + \left(1 - g_{ac} \frac{\Delta T}{2} - \frac{\omega_{ac}^2 \Delta T^2}{4} \right) U_a[n-1] + \frac{\Delta T S_a}{2\mu_{ac}} (p[n] + p[n-1]) \right\} \\ \Delta &= 1 + g_{ac} \frac{\Delta T}{2} + \omega_{ac}^2 \frac{\Delta T^2}{4} \\ \xi_{a0} &= \frac{1}{\Delta} \left\{ \left(1 + g_{ac} \frac{\Delta T}{2} - \frac{\omega_{ac}^2 \Delta T^2}{4} \right) \xi_a[n-1] + \frac{\Delta T}{S_a} U_a[n-1] + \frac{\Delta T^2}{4\mu_{ac}} p[n-1] \right\}, M_{12} = \frac{1}{\Delta} \frac{\Delta T^2}{4\mu_{ac}} \\ U_{a0} &= \frac{1}{\Delta} \left\{ -\Delta T S_a \omega_{ac}^2 \xi_a[n-1] + \left(1 - g_{ac} \frac{\Delta T}{2} - \frac{\omega_{ac}^2 \Delta T^2}{4} \right) U_a[n-1] + \frac{\Delta T S_a}{2\mu_{ac}} p[n-1] \right\}, M_{22} = \frac{1}{\Delta} \frac{\Delta T S_a}{2\mu_{ac}}\end{aligned}$$

Echantillonnage de la réponse impulsionnelle.

$$\begin{aligned}\xi_a[n] &= e^{-\frac{g_a}{2} \Delta T} \left\{ (\cos \beta \Delta T + \frac{g_a}{2\beta} \sin \beta \Delta T) \xi_a[n-1] + \frac{\sin \beta \Delta T}{\beta S_a} U_a[n-1] \right\} = \xi_{a0}, M_{12} = 0. \\ U_a[n] &= e^{-\frac{g_a}{2} \Delta T} \left\{ -\left(\frac{S_a \omega_a^2}{\beta} \sin \beta \Delta T \right) \xi_a[n-1] + \left(\cos \beta \Delta T - \frac{g_a}{2\beta} \sin \beta \Delta T \right) U_a[n-1] \right\} + \frac{\Delta T S_a}{\mu_a} p[n] \\ \beta &= \sqrt{\omega_a^2 - \frac{g_a^2}{4}} \\ U_{a0} &= e^{-\frac{g_a}{2} \Delta T} \left\{ -\left(\frac{S_a \omega_a^2}{\beta} \sin \beta \Delta T \right) \xi_a[n-1] + \left(\cos \beta \Delta T - \frac{g_a}{2\beta} \sin \beta \Delta T \right) U_a[n-1] \right\}, M_{22} = \frac{\Delta T S_a}{\mu_a}.\end{aligned}$$

ANNEXE C :

DISPOSITIFS EXPERIMENTAUX.

**TABLATURES DE LA CLARINETTE ET
DU SAXOPHONE ALTO.**

ANNEXE C1.

Le pont d'impédance.

Le pont d'impédance peut être décrit schématiquement comme un système possédant une entrée pour le signal d'excitation et deux sorties e_1 , e_2 représentatives de la charge acoustique à mesurer. Il faut remarquer que l'entrée peut être considérée comme l'une des deux sorties. Si le système de mesure est linéaire (c'est à dire si la pression et le débit sont liés linéairement aux tensions e_1 et e_2), la relation entre e_1 et e_2 s'écrit (Kergomard et Caussé, 1986 ; Gibiat, 1990) :

$$\frac{e_2}{e_1} = R \frac{Z + \beta}{1 + Z\delta} \quad (C1-1)$$

où Z représente l'impédance à mesurer et R , β et δ trois paramètres de calibration dépendant de la fréquence. Si β et δ sont petits, ces paramètres de calibration peuvent être interprétés comme suit : R est la réponse au premier ordre, devant être déterminée en amplitude et en phase ; β et δ sont des coefficients complexes qui influencent respectivement les valeurs des minimums et des maximums de e_2 / e_1

Ces trois paramètres peuvent être déterminés à l'aide d'une calibration utilisant des tubes fermés (Dalmont et Herzog, 1993). Dans certains cas, β et δ peuvent être négligés mais cette approximation induit une erreur sur les valeurs des fréquences et des amplitudes à la résonance. Les mesures d'impédances d'entrée d'instruments de musique (cf. partie C) sont particulièrement sensibles à ce problème dans la mesure où les fréquences de résonance doivent être déterminées avec une grande précision (au moins 3%, c'est à dire 5 cent). Cette précision implique une calibration précise du paramètre δ et une bonne résolution fréquentielle.

Trois types de systèmes de mesure sont essentiellement utilisés. Tout d'abord, les systèmes utilisant une source de débit calibrée et un unique microphone (Benade et Ibisi, 1987). Deuxièmement, des systèmes où le débit acoustique est directement mesuré (par exemple à l'aide d'un fil chaud, Pratt et coll., 1977); enfin, des systèmes utilisant au moins deux microphones (Chung et Blaser 1980 ; Gibiat 1990). Tous ces systèmes sont supposés linéaires et sont basés sur l'utilisation de l'équation (C1-1). Le pont d'impédance utilisé pour réaliser les mesures présentées dans ce mémoire utilise un transducteur électrostatique comme source de débit calibrée (Dalmont et Bruneau, 1991). Dans cet appareil, les paramètres β et δ peuvent

être considérés comme des termes correctifs à la mesure. Le principe de la mesure est donné à la figure (C1-1).

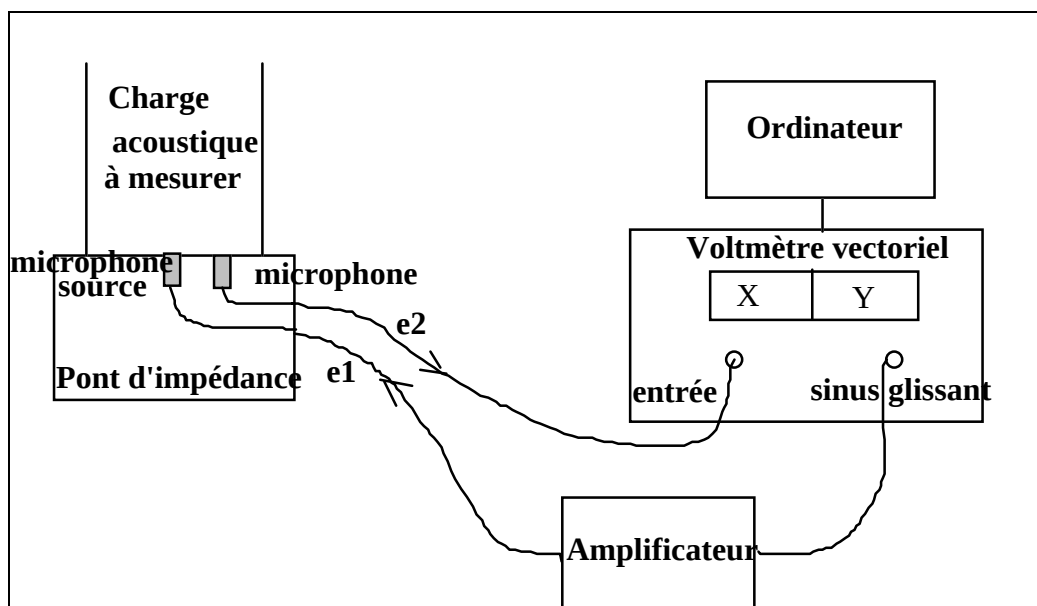


Figure C1-1 : principe de la mesure d' impédance.

Ces mesures utilisent en général différents types d' excitation : bruit blanc, bruit rose, sinus glissant. Les mesures que nous réalisons utilisent un sinus glissant, le signal microphonique étant analysé à l' aide d' un démodulateur synchrone (voltmètre vectoriel) assurant ainsi une bonne réjection du bruit. La durée de chaque mesure est plus importante que si l' on utilisait un bruit blanc (typiquement, la mesure d' un doigté nécessite environ trois minutes). Afin d' obtenir une bonne précision de la valeur de la fréquence de résonance, nous utilisons une méthode basée sur l' interpolation d' un pic de résonance par un pic de Lorentz (Le Roux, 1994). Cette méthode permet de déterminer la fréquence de résonance à partir d' au moins trois points. On obtient une précision estimée à environ $\pm 0,1$ Hz pour un pas fréquentiel des points de mesure de 1 Hz.

Les mesures d' impédances d' instruments de musique à vent supposent la bonne connaissance de la section d' entrée du résonateur. Celle-ci est facilement définie dans le cas d' instruments tels que les cuivres même si les lèvres du musicien, placées à l' intérieur de l' embouchure, modifient le volume de cette dernière. Il est cependant plus difficile de définir une section d' entrée dans le cas d' instruments tels que la clarinette ou le saxophone. Dans ce cas, nous remplaçons le bec, de forme complexe, par un cylindre de diamètre égal au diamètre intérieur du bec et de volume identique à celui du bec.

Pour comparer précisément divers instruments à l' aide de la mesure d' impédance, les mesures doivent être réalisées rigoureusement et la température doit toujours être contrôlée :

pour toutes les mesures que nous réalisons en chambre anéchoïque, la température ne varie pas plus de $\pm 0,5^\circ$.

Le principal problème de ces mesures est le bouchage des trous latéraux du résonateur. Pour nos mesures, ce bouchage est réalisé à l' aide d' élastiques, de morceaux de liège et, pour la clarinette, de pâte à modeler. Si aucune précaution n' est prise, la reproductibilité des résultats peut être très imparfaite. Un problème identique se pose pour le bouchage manuel. C' est pourquoi dans nos campagnes de mesure, l' impédance d' entrée de chacun des doigtés d' un instrument est mesurée en un jour en allant de la note la plus grave du premier registre à la note la plus haute du registre. Les mesures d' un doigté et de son homologue du second registre (octave ou douzième) sont réalisées consécutivement : ceci permet d' obtenir des erreurs relatives entre les valeurs des résonances des deux doigtés inférieures à 3 cent.

Annexe C2.

La bouche artificielle.

Quelques auteurs (Mc Ginnis, 1941 ; Backus, 1961, 1963 ; Wilson et Beavers, 1974 ; Bak et Domler 1987 ; Idogawa et coll., 1991, 1993) utilisent des systèmes mécaniques divers pour étudier expérimentalement le comportement des instruments de musique en situation de jeu. Afin d' analyser les auto-oscillations des instruments décrits au cours de ce mémoire dans des conditions de jeu stables, nous avons choisi de construire un système semblable, la bouche artificielle. Nous avons conçu et réalisé cet appareil à partir d' un mécanisme mis au point au Laboratoire d' Acoustique de l' Université du Maine par X. Meynial (1987).

C2.I. Principe général

La bouche artificielle est une boîte parallélépipédique étanche alimentée en air sous pression, permettant de simuler l' embouchure d' un musicien avec une grande reproductibilité. Elle est constituée d' une cavité parallélépipédique de volume $V \approx 640 \text{ mm}^3$ dont chaque face est fixée sur une "ossature". Chacune des faces de cette structure est usinée dans du Plexiglas et est facilement démontable. Ce choix de construction donne alors une grande flexibilité au système : chaque face peut être remplacée par un système annexe permettant de modifier la structure globale. Le dispositif est constitué de six faces utilisées comme suit (cf. Figure C2-1).

La face supérieure supporte un mécanisme permettant un déplacement précis et étanche de la lèvre artificielle dans un plan vertical. Le pas de ce mécanisme est fixé à 1 mm/tour. La lèvre artificielle, d' épaisseur approximative 10 mm, est actuellement réalisée grâce un matériau de type silicone. Le choix de ce matériau s' avère très critique et détermine la facilité de jeu de l' instrument pour les notes difficiles de ce dernier (par exemple, les notes graves du saxophone).

La face arrière supporte un mécanisme permettant un déplacement précis et étanche de l' ensemble bec-anche dans le cas du saxophone ou de l' ensemble bec-anche-barillet dans le cas de la clarinette. Pour la clarinette, la bouche artificielle que nous avons conçue impose l' utilisation d' un barillet spécial, différent du barillet original. Toutes les expériences réalisées sur la clarinette utilisent donc ce barillet. Pour les comparaisons entre les fréquences de résonance et les fréquences de jeu, les mesures d' impédances sont effectuées pour la clarinette équipée de ce nouveau barillet. Cependant, les mesures d' impédances destinées à comparer deux clarinettes de modèles différents sont réalisées à l' aide des barillets originaux.

La face avant comporte une vitre anti-reflet montée dans un cadre de Plexiglas, pouvant permettre une visualisation et une mesure optique du comportement de l' anche.

Une des faces latérales comporte quatre connecteurs de types B.N.C. étanches permettant de véhiculer les informations nécessaires de l' intérieur vers l' extérieur, l' autre face une prise de pression statique permettant de mesurer la valeur de la pression d' alimentation.

Enfin la face inférieure supporte l' admission d' air comprimé.

Figure C2.1 : principe de la bouche artificielle. (1) Structure métallique supportant les faces de Plexiglas, (2) mécanisme de positionnement vertical de la lèvre artificielle, (3) lèvre artificielle, (4) mécanisme de positionnement horizontal du bec et de l' instrument, (5) vitre anti-reflet, (6) connecteurs B.N.C., (7) prise de pression statique, (8) alimentation en air sec, (9) microphone piezocéramique, (10) résonateur de l' instrument.

C2.II. Environnement

Ce dispositif est connecté au réseau d' air comprimé via un détendeur permettant ainsi de travailler avec des pressions d' alimentation allant de 0 à 150 mBar (cf. Figure C2-2).

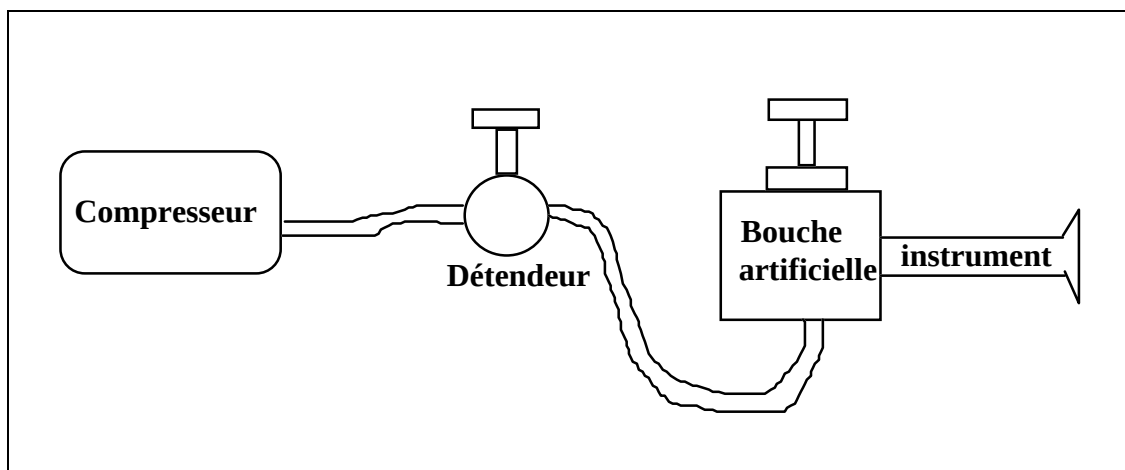


Figure C2.2 : Environnement de la bouche artificielle.

C2.III. Les capteurs.

La bouche artificielle est actuellement équipée de trois capteurs :

- Un capteur de pression statique dans la cavité. Ce capteur est constitué d' un simple tube à eau en U.
- Un capteur de pression acoustique dans le bec. Celui ci est un microphone piezocéramique. Ses avantages sont les suivants :
 - linéarité en réponse et en phase jusqu' à plus de 5 kHz pour des niveaux très élevés (180 dB),
 - grande robustesse,
 - petite taille,
 - très faible coût.

Ce dernier est inséré sur le bec dans un trou de 7 mm de diamètre. Les fuites entre le bec et le microphone sont évitées à l' aide de vernis. Le signal de pression mesuré est enregistré à l' aide d' un magnétophone D.A.T. Un traitement de signal numérique en permet alors l' analyse (fréquence fondamentale et spectre). Parallèlement à ces mesures, la fréquence de jeu est mesurée à l' aide d' un accordeur électronique (T.L.A. Tuning set CTS-4) qui permet de calculer l' écart de la fréquence fondamentale à la gamme tempérée avec une précision de 0,5 cent.

- Un capteur de déplacement et (ou) de vitesse permettant de mesurer le comportement d' un point de l' anche. Celui-ci est un vibromètre laser POLYTEC OFV 3000, placé face à la boîte suivant la configuration décrite à la figure (C2-3). Son utilisation n' est pas mentionnée dans ce mémoire, mais nous avons réalisé quelques mesures informelles pour tenter d' évaluer les paramètres équivalents à l' anche. Son utilisation s' avérera sans doute intéressante pour des expériences futures.

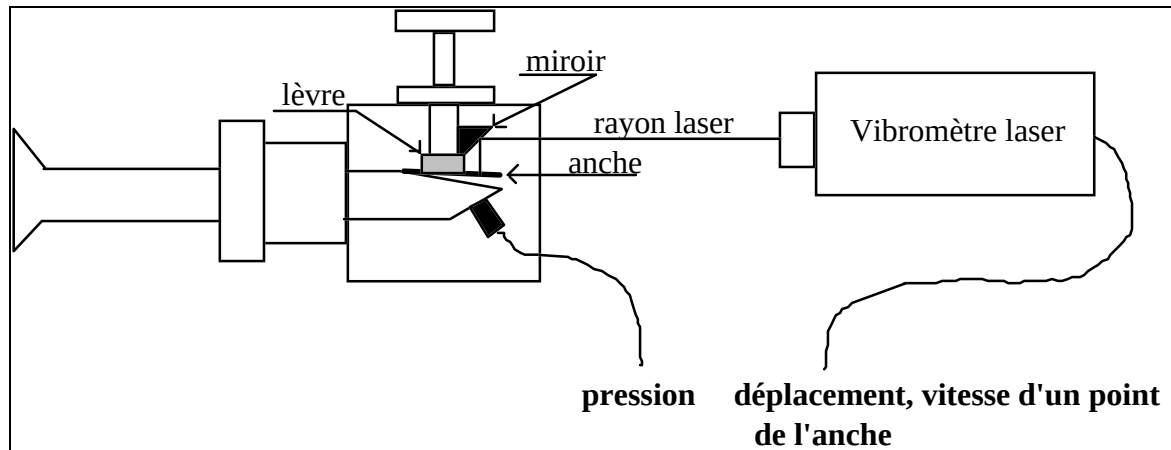


Figure C2.3 : principe de mesure de la position ou de la vitesse d' un point particulier de l' anche.

N.B. Toutes les parties métalliques de la bouche artificielle sont reliées à la masse signal afin de minimiser les effets de pollution par les rayonnements extérieurs (50 Hz).

C2.IV. Critique du dispositif expérimental.

L' utilisation d' un tel dispositif permet de conserver une embouchure stable. Cependant, cette machine diffère du musicien par certaines caractéristiques :

- L' air utilisé pour ces expériences est à température ambiante (20 °C). Ceci crée un système instrument-bouche artificielle jouant "faux" dans le haut de chaque registre. Cet effet doit être pris en considération lors de l' analyse des résultats mais n' affecte pas la validité des comparaisons réalisées entre fréquences de résonance et fréquences de jeu.

De plus cet air est sec. Sachant que les anches de roseau utilisées par les instrumentistes sont soumises à un air à hygrométrie importante, il apparaît que, dans ce dispositif, les anches de roseau n' ont pas le même comportement. L' utilisation de ces dernières est alors difficile et provoque souvent des difficultés d' émission. Il est possible de d' éviter ce problème en munissant le bec d' une anche en plastique, dont les caractéristiques sont à priori indépendantes de hygrométrie.

- Le dispositif de positionnement de la lèvre ne s' avère pas assez précis, malgré le soin apporté à sa fabrication. En effet, il comporte un très petit jeu mécanique qui peut être intolérable pour des réglages d' embouchure fins. La conception d' un mécanisme sans jeu et à pas plus petit (par exemple 0,2 mm/tour) s' avère indispensable pour la facilité d' émission de notes critiques (grave du saxophone).

- Le matériau utilisé pour simuler la lèvre est un silicone. Pour des mesures en série, une étude utilisant une grande variété de matériaux semble utile. Le choix de ce matériau est en effet déterminant pour la qualité d' émission.
- Dans le cas de la clarinette, la bouche artificielle est équipée d' un barillet d' adaptation qui, par conception, ne peut pas être le barillet original de l' instrument.
- La boîte utilisée est de géométrie parallèlèpipédique avec des surfaces latérales réfléchissantes. Ce dispositif ne reproduit alors pas la géométrie de la cavité buccale des musiciens. Cependant, sa conception permet d' ajouter, par exemple, un volume annexe sur une des faces latérales de façon à étudier l' influence du volume de la cavité buccale.

ANNEXE C3.

Tablature de la clarinette et du saxophone.

C3.I. La gamme de référence utilisée.

Pour tous les résultats présentés dans ce mémoire, les fréquences de résonance et les fréquences de jeu relevées sont ramenées à une référence permettant de connaître leur écart vis-à-vis de cette dernière. Cette référence est la gamme tempérée définie par (cf. Figure C3-1) le diapason standard international $\text{La}_3 = 440 \text{ Hz}$, l' intervalle d' octave juste correspondant à un rapport fréquentiel de 2 et le demi-ton tempéré correspondant à un rapport fréquentiel de $2^{1/12}$.

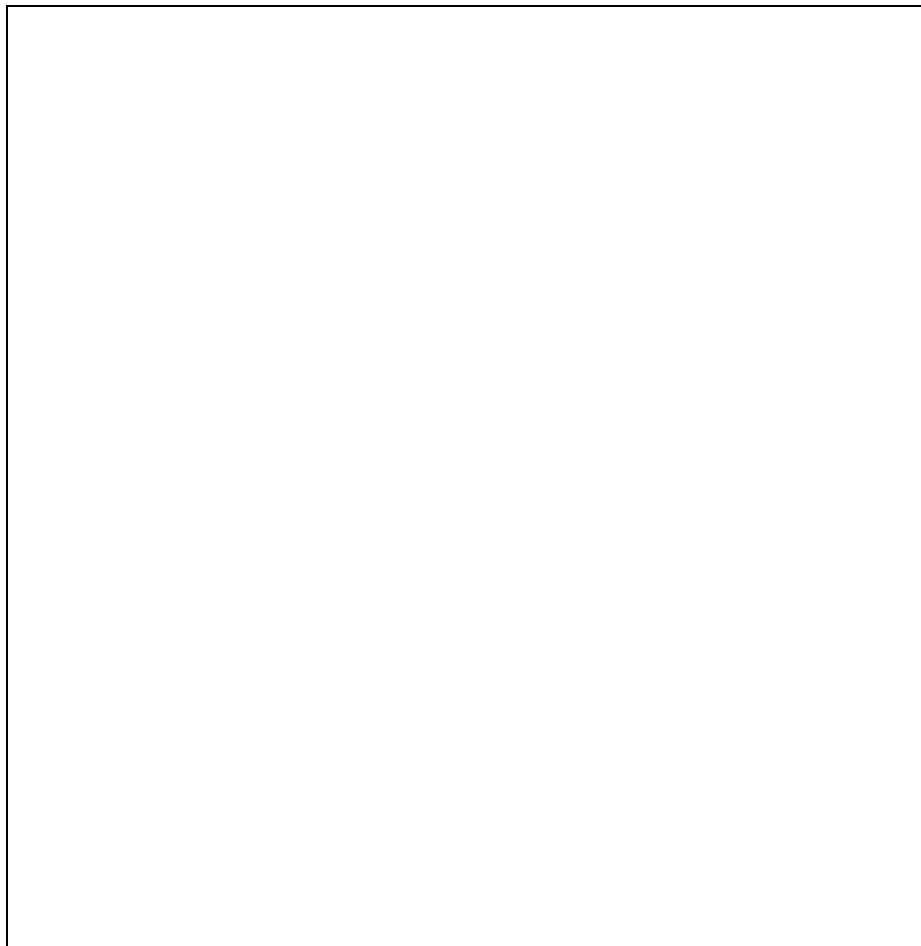


Figure C3-1 : la gamme tempérée.

Le cent, une unité plus précise, est toujours utilisée dans ce mémoire de façon à montrer les faibles écarts de fréquence existant sur un instrument de musique. Le cent est le centième de demi ton tempéré : il correspond à un rapport fréquentiel de $2^{1/1200}$. La différence (en cent)

entre la fréquence f_1 et la fréquence f_2 est $1200 \frac{\log(f_2/f_1)}{\log(2)}$.

C3.II. Instruments transpositeurs.

Une quelconque étude d' instruments à vent tels que la clarinette ou le saxophone se doit de mentionner le problème de la transposition. Nous présentons ici le système de notation que nous adoptons au cours de ce mémoire.

Les instruments à vent sont joués à l' aide des six doigts (trois pour chaque main) placés sur six trous (ou plateaux) positionnés symétriquement par rapport au milieu du corps de l' instrument. Des clés supplémentaires peuvent être utilisées par des doigts tels que le petit doigt ou le pouce de façon à ouvrir des trous supplémentaires. Une clé bien particulière, utilisée à l' aide du pouce gauche est la clé de registre commandant l' ouverture ou la fermeture du (ou des) trou de registre. Une fois ouvert, le trou de registre permet l' octavation pour un instrument à perce conique, le douzolement pour un instrument à perce cylindrique. La représentation schématique de ces doigtés est la même que celle proposée par Baines (1962), qui utilise le principe des tablatures. Ces tablatures représentent un trou fermé à l' aide d' un point noir, un trou ouvert à l' aide d' un cercle. Si le pouce gauche est utilisé pour ouvrir la clé de registre, le signe **C.R.** est utilisé. Si une clé particulière est ouverte, le nom de la clé est donné à l' aide des désignations proposées par Baines (1962).

La transposition peut être résumée de la façon suivante. En jouant avec les six trous fermés (• • • / • • •), un saxophone joue un Ré, une clarinette un Sol mais font entendre une note identique, le Fa. Il est donc important, pour le musicien, que chaque note soit écrite suivant la règle de transposition correspondant à chacun de ces deux instruments. Cette note peut cependant être écrite sans prendre la transposition en compte : on parle dans ce cas d' écriture en Ut. En conclusion, une même note peut être désignée de deux façons:

- par sa désignation (ou notation) en Ut (par exemple Fa),
- par sa désignation (ou notation) transposée pour l' instrument (par exemple Ré pour le saxophone et Sol pour la clarinette, correspondant à un Fa en Ut).

Toutes les figures présentées au cours de la troisième partie de ce mémoire utilisent la notation transposée et distinguent la transposition de la clarinette et du saxophone en notant les doigtés correspondant à la clarinette par le symbole **dc** (doigtés de clarinette) et les notes correspondant au saxophone par le symbole **ds** (doigtés de saxophone).

Il est de plus nécessaire de repérer, pour une désignation de note donnée, la hauteur à laquelle est jouée cette note. En effet, une note désignée par La en Ut, par exemple, peut être jouée à 440 Hz mais aussi à 220 Hz ou 880 Hz. Partant de la désignation $A_3 = 440$ Hz, le phénomène de transposition nous amène à noter les doigtés correspondant aux six trous fermés (• • • / • • •) :

Ré_{3ds} pour le saxophone alto,

Sol2_{dc} pour la clarinette.

C3.III. La clarinette.

Le premier registre de la clarinette utilise une gamme dite "de base" et cinq notes supplémentaires (Fa3_{dc} à Sib3_{dc}). La gamme de base est ensuite réutilisée pour jouer le second registre. Le premier registre de la clarinette comporte les doigtés allant de Mi2_{dc} à Sib3_{dc} ; pour des conditions de jeu "standard", seuls les doigtés usuels sont utilisés (cf. Figures C3-2a et C3-2b).

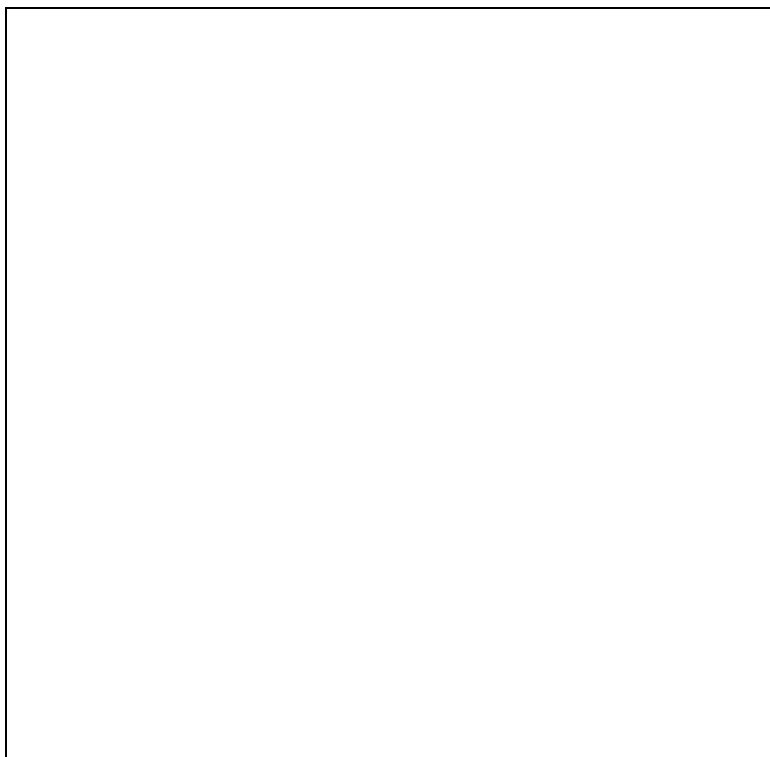


Figure C3-2a : étendue du premier registre de la clarinette.

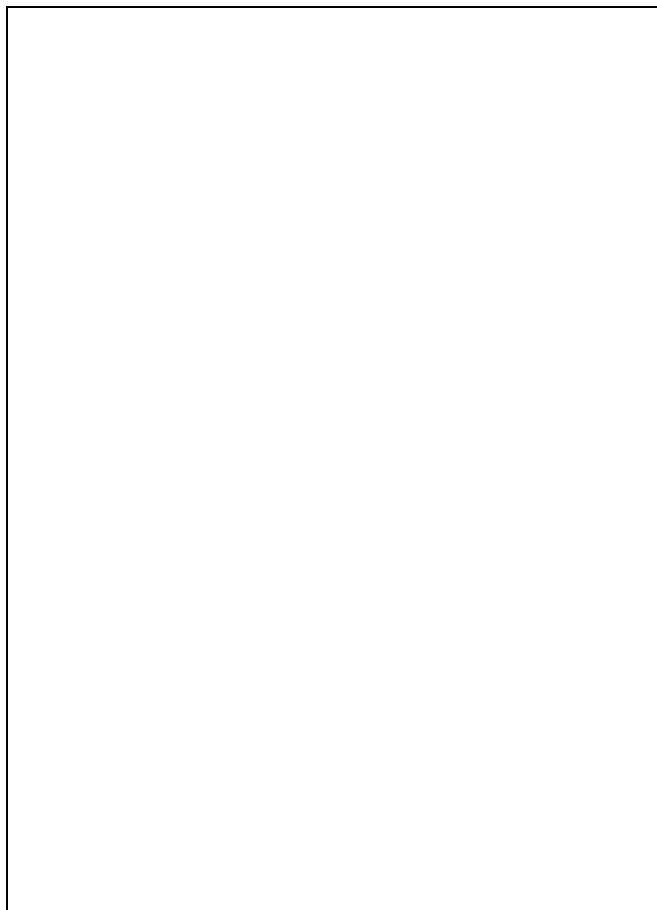


Figure C3-2b : doigtés usuels du premier registre de la clarinette.

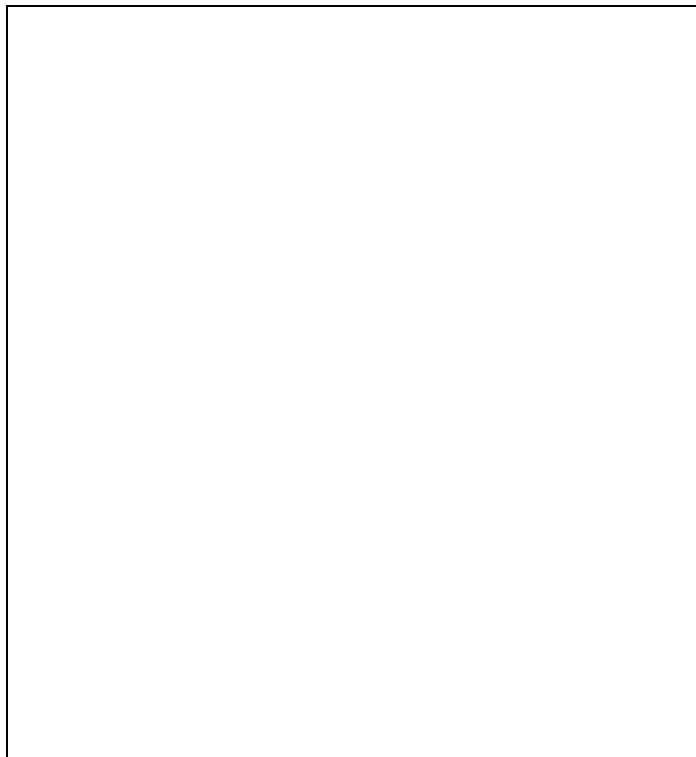


Figure C3-3a : étendue du second registre de la clarinette.

Le jeu du second registre nécessite l' utilisation de la gamme de base et l' ouverture du trou de registre. Ce deuxième registre s' étend de Si_{2dc} à Do_{5dc}.(cf. figure C3-3a et C3-3b).

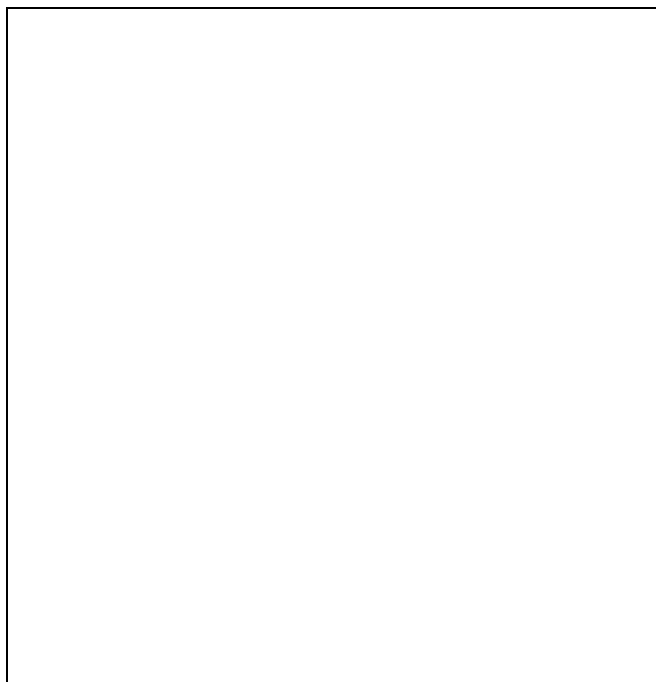


Figure C3-3b : doigtés usuels du second registre de la clarinette.

Afin de jouer des phrases musicales particulières, d' autres doigtés peuvent être utilisés de façon à faciliter le jeu du musicien. Ces doigtés, appelés doigtés factices, sont pour le premier registre de la clarinette le Si_{2dc}, Ré_{3dc}, Fa_{3dc} et Sib_{3dc}. Pour le second registre, ces doigtés sont le Fa_{4dc} et le Sib_{4dc}. (cf. Figure C3-4). La tablature du doigté de C_{5dc}, première note du troisième registre, est présentée à la figure C3-4 pour les doigtés usuels et factices.

C3.IV. Le saxophone alto.

Le premier registre du saxophone alto utilise aussi un gamme de base allant du Ré_{3ds} au C_{4ds} et quelques notes supplémentaires complétant la gamme de base par des notes plus graves (Sib_{2ds} au Do_{3ds}). Cette gamme de base est aussi utilisée pour jouer le second registre. Le premier registre du saxophone alto permet donc de jouer des notes allant du Sib_{2ds} au Do_{4ds} (cf. Figures C3-5a et C3-5b).

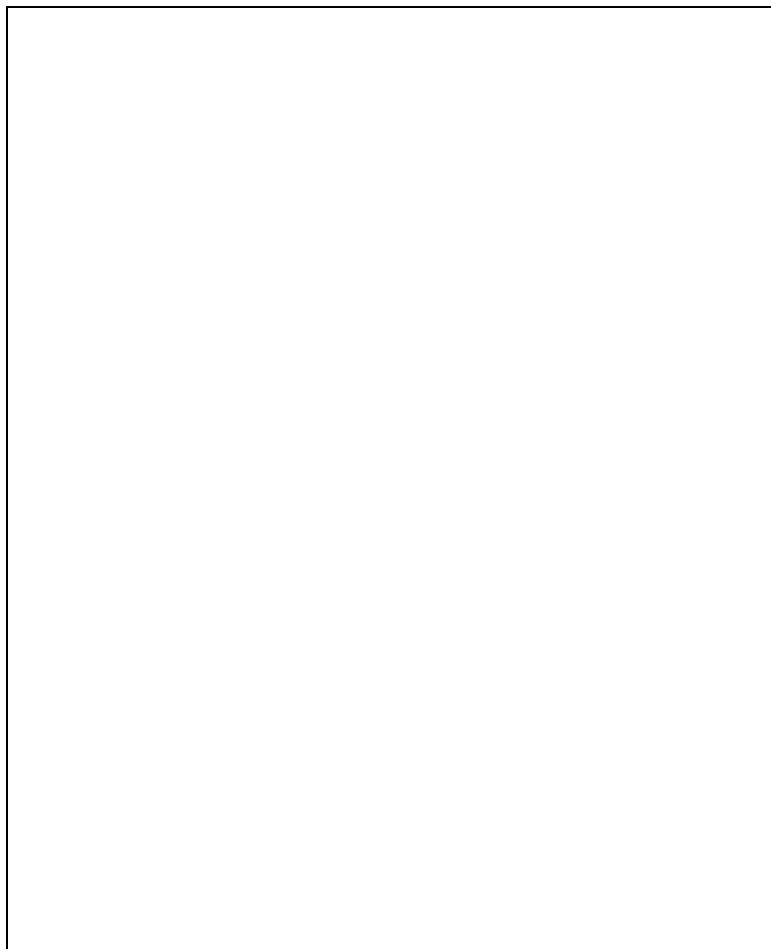


Figure C3-4 : doigtés factices de la clarinette.



Figure C3-5a : étendue du premier registre du saxophone alto.

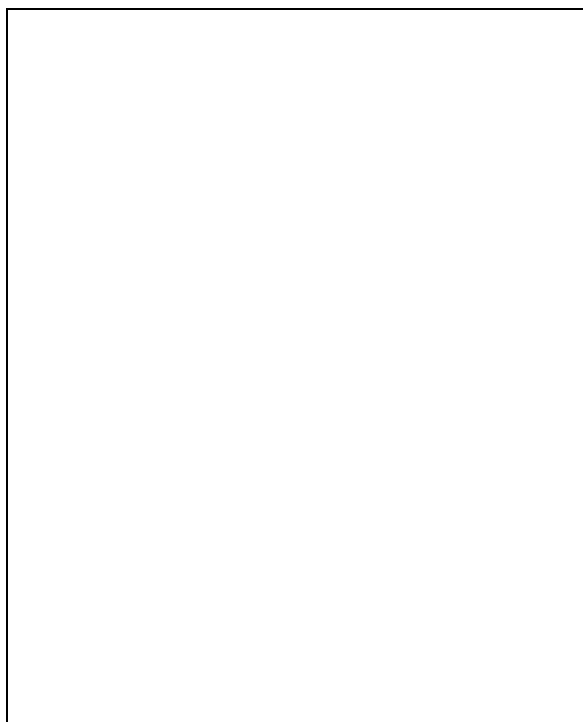


Figure C3-5b : doigtés usuels du premier registre du saxophone alto.

Le second registre est joué à l' aide de la clé de registre, permettant ainsi d' exécuter la gamme de base une octave plus haut, du Ré₄_{ds} au C#₅_{ds} (cf. Figures C3-6a et C3-6b). Pour ces deux registres, seuls les doigtés usuels sont présentés.

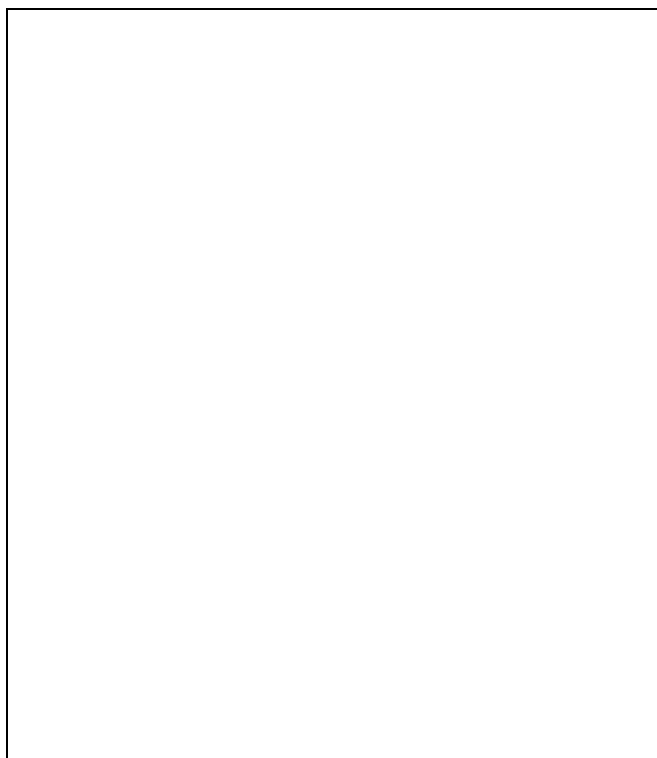


Figure C3-6a : étendue du second registre du saxophone alto.

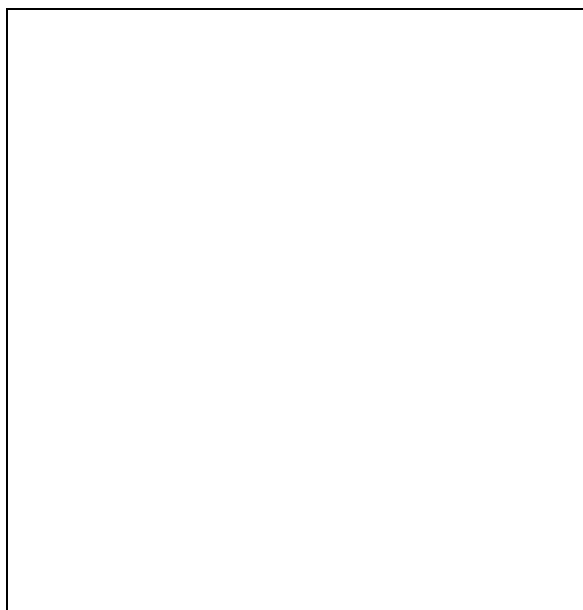


Figure C3-6b : doigtés usuels du second registre du saxophone alto.

LISTE DES SYMBOLES

CONVENTION.

Dans tout ce mémoire, les variables (x par exemple) sont notées $x(t)$ si elles décrivent des phénomènes temporels analogiques, $x(j\omega)$ si elles décrivent des phénomènes fréquentiels analogiques. Pour les systèmes discrets, une variable x est notée $x[n]$ dans le domaine temporel, $x(z)$ ou $x(e^{j\omega})$ dans le domaine fréquentiel.

A,B,C	Trois premiers coefficients du développement de Taylor de la non-linéarité en fonction de la pression acoustique dans le bec.	
A_a	Section transversale de la poutre modélisant l' anche.	m^2
b	largeur de l' anche.	m
c	célérité du son.	m/s
C_a	Compliance équivalente au débit d' anche	$kg^{-1}.m^{-4}.s^2$
C_b	Courbure du bec	m^{-1}
C_p	Courbure de la poutre modélisant l' anche.	m^{-1}
E_a	Module d' Young de la poutre modélisant l' anche.	$N.m^{-2}$
e_p	Epaisseur de la poutre modélisant l' anche.	m
e_{p0}	Epaisseur maximale de la poutre modélisant l' anche dans le cas d' une poutre à section non constante.	m
e_{p1}	Epaisseur minimale de la poutre modélisant l' anche dans le cas d' une poutre à section non constante.	m
f	Fréquence	Hz
F_a	Force appliquée à l' oscillateur harmonique équivalent à l' anche.	N
f_a	force linéique appliquée à la poutre modélisant l' anche.	N/m
f_c	Fréquence de coupure du résonateur	Hz
F_{ech}	Fréquence d' échantillonnage.	Hz
F_{hyd}	Force hydrodynamique appliquée à l' anche.	N
f_i	Fréquence de résonance i du résonateur.	Hz
f_j	Fréquence de jeu (fréquence fondamentale de l' oscillation)	Hz
f_k	fréquence discrète.	Hz
F_{max}	Fréquence maximale utilisée pour le calcul ou la mesure de l' impédance d' entrée du résonateur.	Hz

$F_{\min}$	Fréquence minimale utilisée pour le calcul ou la mesure de l' impédance d' entrée du résonateur.	Hz
f_s	Fréquence de seuil.	Hz
g	réponse impulsionnelle du résonateur.	$\text{kg.m}^{-4}.\text{s}^{-2}$
g_a	Coefficient d' amortissement de l' oscillateur harmonique équivalent à l' anche analogique.	s^{-1}
g_{ac}	Coefficient d' amortissement corrigé de l' oscillateur harmonique équivalent à l' anche analogique.	s^{-1}
g_d	coefficient d' amortissement de l' oscillateur harmonique équivalent à l' anche discrète.	s^{-1}
H	Ouverture du bec pour une pression d' alimentation nulle.	m
H_a	Matrice de transfert de l' oscillateur harmonique équivalent l' anche analogique.	
h_a	Réponse impulsionnelle de l' oscillateur harmonique équivalent l' anche analogique	$\text{kg}^{-1}.\text{m}^2.\text{s}^3$
$H_{a\xi a}$	Fonction de transfert analogique du déplacement de l' oscillateur harmonique équivalent à l' anche vis-à-vis de la pression.	
H_{AD1}	Matrice de transfert de l' oscillateur harmonique équivalent l' anche discrète. Cette matrice résulte de la méthode d' Adam l' ordre 1.	
H_{aUa}	Fonction de transfert analogique du débit d' anche vis-à-vis de la pression.	
H_{Bil}	Matrice de transfert de l' oscillateur harmonique équivalent l' anche discrète. Cette matrice résulte de la transformation bilinéaire.	
H_d	Matrice de transfert discrète de l' oscillateur harmonique équivalent à l' anche vis-à-vis de la pression.	
h_d	Réponse impulsionnelle de l' oscillateur harmonique équivalent l' anche.	$\text{kg}^{-1}.\text{m}^2.\text{s}^3$
H_j	Hauteur du jet d' air entrant dans le bec.	m
H_t	Fonction de transfert du système linéaire modélisant l' instrument au seuil linéaire.	
I	Inharmonicité des deux premières fréquences de résonance.	% ou cent
I_a	Moment d' inertie de la poutre modélisant l' anche.	kg.m^2
k_a	Raideur de l' oscillateur harmonique équivalent à l' anche.	N/m
L	Longueur libre de la poutre modélisant l' anche	m

L_1	Longueur libre de la poutre modélisant l' anche en situation d' enroulement.	m
LBU	Largeur de bande fréquentielle utile.	Hz
L_t	Longueur du tube (résonateur)	m
M_a	Matrice de transition de l' oscillateur harmonique équivalent ' anche analogique	
m_a	Masse de l' oscillateur harmonique équivalent à l' anche.	kg
m_{hyd}	Masse du volume d' air situé dans le canal d' entrée du bec.	kg
M_{ij}	Coefficients de la matrice de transition de l' équation aux différences finies modélisant le comportement de l' anche dans le domaine discret.	
N	Nombre de points de la F.F.T. inverse	
NFFT	Taille de la F.F.T.	
$\vec{P}$	Vecteur colonne représentant la pression appliquée à l' oscillateur harmonique équivalent au déplacement de l' extrémité de l' anche	Pa
p	pression acoustique dans le bec.	Pa
p_+	pression représentant l' onde acoustique aller.	Pa
p_-	Pression représentant l' onde acoustique retour.	Pa
p^o	Pression acoustique moyenne dans le bec.	Pa
P_a	Pression statique d' alimentation.	Pa
P_b	Pression acoustique dans le bec correspondant à la condition anche battante.	Pa
P_{hist}	Pression acoustique dans le bec résultant de l' historique du résonateur.	Pa
P_{lim}	Pression limite avant enroulement.	Pa
p_n	Coefficient de Fourier (complexe) de la pression acoustique dans le bec.	Pa
P_p	Pression d' alimentation de plaquage de l' anche.	Pa
P_s	Pression de seuil.	Pa
Q_a	Coefficient de qualité analogique de l' oscillateur harmonique équivalent à l' anche.	
Q_d	Coefficient de qualité discret de l' oscillateur harmonique équivalent à l' anche.	
Q_i	Coefficient de qualité du pic d' impédance i pour le résonateur.	

R_{σ}	Coefficient de réflexion en ondes planes filtré passe bas, du résonateur.	
R_a	Coefficient d' amortissement de la poutre modélisant l' anche.	$\text{kg.m}^{-1}.\text{s}^{-3}$
R_b	Rayon de courbure du bec.	m
r_d	Fonction de réflexion discrète en ondes planes du résonateur.	s^{-1}
R_p	Coefficient de réflexion en ondes planes du résonateur.	
r_p	Fonction de réflexion en ondes planes du résonateur.	s^{-1}
$\hat{R}_{\sigma}$	Coefficient de réflexion en ondes planes filtré passe bas échantillonné, du résonateur.	
R_{σ}	Coefficient de réflexion en ondes planes filtré passe-bas du résonateur	
$\tilde{r}_d$	Fonction de réflexion discrète idéale en ondes planes du résonateur.	s^{-1}
r_{σ}	Fonction de réflexion en ondes planes filtrée passe-bas du résonateur	s^{-1}
$\hat{r}_{\sigma}$	Fonction de réflexion en ondes planes filtrée passe-bas, échantillonnée, du résonateur	s^{-1}
S	Section d' entrée du résonateur.	m^2
S_a	Section efficace de l' anche.	m^2
S_{hyd}	Section équivalente de l' anche.	m^2
T	Energie cinétique de l' oscillateur harmonique équivalent a déplacement de l' extrémité de l' anche.	J
t	variable "temps"	s
T_0	Longueur temporelle de la fonction de réflexion discrète	s
t_0	Retard appliqué à la fonction de réflexion discrète du résonateur après rotation de phase du coefficient de réflexion.	s
T_1	Longueur temporelle de la fonction de réflexion réellement utilisée pour la simulation.	s
$T_{\text{fenêtre}}$	Longueur de la fenêtre rectangulaire utilisée pour réaliser la F.F.T. du signal temporel.	s
T_{repli}	Durée pour laquelle on observe le phénomène de repliement temporel sur la fonction de réflexion discrète.	s
T_{utile}	Durée "utile" de la fonction de réflexion analogique	s
U	Débit entrant dans le bec.	m^3/s
U°	Débit moyen entrant dans le bec.	m^3/s

U_a	Débit d' anche.	m^3/s
U_{a0}	Variable utilisée lors de la discrétisation de l' équatio différentielle modélisant le comportement de l' anche.	m^3/s
U_e	Débit acoustique entrant dans le résonateur.	m^3/s
U_n	Coefficients de Fourier du débit entrant dans le bec.	
V	Energie potentielle de l' oscillateur harmonique équivalent a déplacement de l' extrémité de l' anche.	J
V_a	Volume équivalent au débit d' anche.	m^3
$\bar{X}$	Vecteur colonne représentant l' état de l' oscillateur harmonique équivalent au déplacement de l' extrémité de l' anche.	
x	Abscisse d' un point de l' anche	m
x_1	Abscisse du point de contact anche, bec en situation d' enroulement	m
Y	Admittance du résonateur équivalent ($Y=Y_e+Y_a$).	
y	Position verticale de l' extrémité de l' anche	m
Y°	Admittance du résonateur équivalent à la résonance.	$kg^{-1}.m^4.s$
y°	Position d' équilibre de l' anche.	m
Y_a	Admittance de l' anche.	$kg^{-1}.m^4.s$
y_b	Ordonnée de la table courbée du bec	m
Y_e	Admittance d' entrée du résonateur	$kg^{-1}.m^4.s$
Y_g	Admittance du générateur équivalent à la non-linéarité d' entrée.	$kg^{-1}.m^4.s$
Y_i	Admittance du résonateur au voisinage de la résonance i	
Y_i°	Admittance du résonateur à la résonance i	
Z	Impédance d' entrée du résonateur équivalent ($Z=1/Y$).	$kg.m^{-4}s^{-1}$
Z_a	Impédance d' anche	$kg.m^{-4}s^{-1}$
Z_c	Impédance caractéristique.	$kg.m^{-4}s^{-1}$
Z_e	Impédance d' entrée du résonateur.	$kg.m^{-4}s^{-1}$
Z_i	Impédance d' entrée du résonateur au voisinage de la résonance i	$kg.m^{-4}s^{-1}$
Z_{mi}	Amplitude maximale du pic d' impédance i.	

α	Coefficient de "vena-contracta" de l' air entrant dans le bec	
α_a	amortissement de l' oscillateur harmonique équivalent à l' anche	kg.s ⁻¹
δ	impulsion de dirac	
δ_a	Facteur de décroissance exponentielle de l' anche $\delta_a = \frac{g_a}{2}$	s ⁻¹
Δf	pas fréquentiel	Hz
$\Delta l'_a$	Correction de longueur équivalente au débit d' anche	m
Δl_a	Correction de longueur équivalente eu débit d' anche dar l' hypothèse "basses fréquences"	m
$\Delta l'_g$	Correction de longueur équivalente à la non-linéarité d' entrée	m
Δl_g	Correction de longueur équivalente à la non-linéarité d' entré dans l' hypothèse "basses fréquences"	m
Δp	Saut de pression entre la cavité buccale et le bec	Pa
ΔT	Période d' échantillonnage	s
Γ	Coefficient de réflexion temporel du résonateur	s ⁻¹
Γ_σ	Coefficient de réflexion temporel filtré passe-bas du résonateur	s ⁻¹
μ_a	masse surfacique l' oscillateur harmonique équivalent à l' anche	kg.m ⁻²
μ_{ac}	Masse surfacique corrigée de l' anche analogique	kg.m ⁻²
μ_d	Masse surfacique de l' anche discrète	kg.m ⁻²
ρ	Masse volumique de l' air	kg/m ³
ρ_a	Masse volumique de la poutre équivalente à l' anche	kg.m ⁻³
τ	Temps de propagation dans le tube	s
ω	pulsation	s ⁻¹
ω_{ac}	Pulsation propre corrigée de l' anche analogique.	s ⁻¹
ω_a	pulsation propre de l' oscillateur harmonique équivalent à l' anc	s ⁻¹
ω_{analog}	Pulsation dans le domaine analogique	s ⁻¹
ω_d	Pulsation propre de l' anche discrète	s ⁻¹
$\omega_{discret}$	Pulsation dans le domaine discret.	s ⁻¹
ξ_a	déplacement relatif de l' oscillateur harmonique équivalent l' anche	m
ξ_{a0}	Variable utilisée lors de la discrétisation de l' équatio différentielle modélisant le comportement de l' anche.	m

BIBLIOGRAPHIE

AMIR N., ROSENHOUSE G., SHYMONY U. (1993) "Losses in tubular acoustic systems. Theory and experiments in the sampled time and frequency domains", accepté par Acustica.

BACKUS J. (1961) "Vibrations of the reed and air column in the clarinet", J. Acoust. Soc. Am. 33, 806-809.

BACKUS J. (1963) "Small-vibration theory of the clarinet", J. Acoust. Soc. Am. 35, 305-313.

BACKUS J. (1964), "Effect of steady air flow on the resonance frequencies and the Q 's of the clarinet", J. Acoust. Soc. Am. 36, 2014-

BACKUS J., HUNDLEY T.C. (1965), "Wall vibrations in flue organ pipes and their effect on tone", J. Acoust. Soc. Am. 39, 936-945.

BACKUS J. (1974) "Input impedance curves for the reed woodwind instruments", J. Acoust. Soc. Am. 56, 1266-1279.

BACKUS J. (1985) "The effect of the player's vocal tract on woodwind instrument tone", J. Acoust. Soc. Am. 78, 17-20.

BAINES A. (1962) "Woodwind Instruments and their history", Faber, London.

BAK N., DOMLER P. (1987) "The relation between blowing pressure and blowing frequency in clarinet playing", Acustica 63, 238-241.

BARJAU A., AGULLO J. (1989) "Calculation of the starting transients of a double reed conical woodwind", Acustica 69, 204-210.

BEAUCHAMP J.W. (1980) "Analysis of simultaneous mouthpiece and output waveforms of wind instruments", conférence présentée au 66eme meeting de "l' Audio Engineering Society", L.A.

BENADE A.H., GANS D.J. (1968) "Sound production in wind instruments", Ann. N.Y. Acad. Sci. 155, 247-263.

BENADE A.H. (1973) "The physics of brasses", Sci. Am. 229, 24-35

BENADE A.H. (1976) "Fundamentals of musical acoustics", Oxford Univ. Press, New York.

BENADE A.H., HOEKJE P.L. (1982) "Vocal tract effects in wind instrument regeneration", J. Acoust. Soc. Am. 71, S91.

BENADE A.H. (1985), "From the instrument to ear in a room : direct or via recording", J.Audio Eng. Soc., 33, 218-233.

BENADE A.H., LARSON (1985) "Requirements and techniques for measuring the musical spectrum of the clarinet", J. Acoust. Soc. Am. 78, 1475-1498.

BENADE A.H., IBISI I. (1987) "Survey of impedance methods and a new piezo-disk driven impedance head for air columns", J. Acoust. Soc. Am. 81, 1152-1167.

BENADE A.H., KOUZOUPIS N. (1988) "The clarinet spectrum : theory and experiment", J. Acoust. Soc. Am. 83, 292-304.

BERGE P, POMMEAU Y, VIDAL Ch. (1988) "L' ordre dans le chaos", Hermann, Paris.

BERNOULLI D. (1763) "Sur le son et sur les tons des tuyaux d' orgue différemment construits", Mém. Acad. Sci., Paris.

BOTTE M.C., CANEVET G., DEMANY L, SORIN C. (1988), "Psychoacoustique et perception auditive", INSERM, Paris.

BOUASSE H. (1929) "Instruments à vent" , Delagrave, réédition Blanchard (1986), Paris.

BOUTILLON X. (1991) "Analytical Investigation of the flattening effect : The reactive power balance rule", J. Acoust. Soc. Am. 90, 754-763.

BOUTILLON X., GIBIAT V. (1994) "Application expérimentale du bilan de puissance réactive à la mesure de l' anche de saxophone", 3ième Congrès Français d' Acoustique, Toulouse, Suppl. J. Physique III, 4, C5, 665-668.

CAMPBELL D.M., PARKS R., SHARP D., (1994), "Acoustic pulse reflectometry in musical wind instrument research", 3ième Congrès Français d' Acoustique, Toulouse, Suppl. J. Physique III, 4, C5, 657-660.

CASTELLENGO M. (1982) "Sons multiphoniques aux instruments à vent", Rapports IRCAM 34/82, Centre Georges Pompidou, Paris.

CAUSSE R, KERGOMARD J., LURTON X. (1984) "Input impedance of brass musical instruments - Comparison between experiment and numerical models", J. Acoust. Soc. Am. 75, 241-254.

CHUNG J.Y., BLASER D.A. (1980) "Transfer function method of measuring in duct acoustic properties. I Theory, II Experiment." J. Acoust. Soc. Am. 68, 907-921.

CLINCH P.G., TROUP G.J., HARRIS. L. (1982) "The importance of vocal tract resonance in clarinet and saxophone performance, a preliminary account", Acustica 5, 280-284.

COLTMAN J.W. (1968) "Sounding mechanism of the flute and organ pipe", J. Acoust. Soc. Am. 44, 983-992.

DALMONT J.P. (1988) "Etude et réalisation de capteurs d'impédance. Application à la mesure d'éléments localisés. Etude et réalisation d'une terminaison anéchoïque basses fréquences", Thèse de 3ème cycle, Université du Maine, Le Mans.

DALMONT J.P., BRUNEAU A.M. (1991) "Acoustic impedance measurement : plane-wave mode and first helicoid-mode contributions", J. Acoust. Soc. Am. 91, 3026-3033.

DALMONT J.P., GILBERT J., (1993), "Inharmonicity and ease of playing of the saxophone", Actes de colloque, S.M.A.C. 93, Stockholm, 28 Juillet-1 août 1993, publications issued by the Royal Swedish Academy of Music N° 79.

DALMONT J.P., HERZOG Ph. (1993) "Improved analysis of impedance measurements" Proceedings of the institute of acoustics, Southampton, Vol 15, Part 3, 681-688.

DALMONT J.P., GAZENGEL B., GILBERT J., KERGOMARD J. (1994) "Some aspects of tuning and clean intonation in woodwinds ", accepté par Applied Acoustics.

DAS P. (1931) "Theory of the clarinet", Indian J. Physics, 6, 225-232.

DUCASSE E. (1990) "Modélisation d'instruments de musique pour la synthèse sonore : application aux instruments à vent", Premier Congrès Français d'Acoustique, Lyon, supplément au J. de Physique II, C2, 837-840.

ELLIOTT S.J., BOWSER J.M. (1982) "Regeneration in brass wind instruments", J. Sound Vib. 83, 181-217.

FLETCHER N.H. (1978) "Mode locking in nonlinearly excited inharmonic musical oscillators", J. Acoust. Soc. Am. 64, 1566-1569.

FLETCHER N.H. (1979) "Air flow and sound generation in musical wind instruments", Ann. Rev. Fluid. Mech. 11, 123-146.

FLETCHER N.H. (1979) "Excitation mechanisms in woodwind and brass instruments", Acustica 43, 63-72.

FLETCHER N.H. (1990) "Nonlinear theory of musical wind instruments", Applied Acoustics 30, 85-115.

FLETCHER N.H., ROSSING T.D. (1990) "The physics of musical instruments", Springer-Verlag, New York.

FLETCHER N.H. (1993) "Autonomous vibration of simple pressure-controlled valves in gas flows", J. Acoust. Soc. Am. 93, 2172-2180.

GAUTIER F. (1994) "Influence des vibrations de parois sur les fréquences de résonance d' un tube cylindrique", rapport de D.E.A., Université Pierre et Marie CURIE (Paris 6), Paris.

GAZENGE B., GILBERT J. (1994a) "Simulations numériques dans les domaines temporels et fréquentiels. Etude comparative, application aux instruments à vent à anche simple", 3ième Congrès Français d' Acoustique, Toulouse, Suppl. J. Physique III, 4, C5, 577-580.

GAZENGE B., GILBERT J., AMIR N., (1994b) "Time domain simulation of single reed wind instrument. From the input impedance to the synthesis signal. Where are the traps?", soumis à Acta Acustica.

GERADIN M., RIXEN D., (1992) "Théorie des vibrations (application à la dynamique des structures)", Masson, Paris.

GIBIAT V. (1988) "Phase space representations of musical acoustical signals", J.Sound and Vibration 123, 529-536.

GIBIAT V., LALOE F. (1990) "Acoustical impedance measurements by the two microphone three calibration (TMTC) method", J. Acoust. Soc. Am. 88, 2533-2545.

GILBERT J., KERGOMARD J., NGOYA E. (1989) "Calculation of the steady state oscillations of a clarinet using the harmonic balance technique", J. Acoust. Soc. Am. 86, 35-41.

GILBERT J. (1991) "Etude des instruments de musique à anche simple : extension de la méthode d' équilibrage harmonique, rôle de l' inharmonicité des résonances, mesure des grandeurs d' entrée", Thèse de 3ème cycle, Université du Maine, Le Mans.

GILBERT J., DALMONT J.P., GAZENGEL B., GIROUD F., DURAND F. (1994) "Etude de la clarinette à partir de la mesure de l' impédance d' entrée", 3ième Congrès Français d' Acoustique, Toulouse, Suppl. J. Physique III, 4, C5, 581-584.

GIROUD F., DURAND F., "Etude de la justesse, du timbre et de la facilité d' émission de la clarinette", Rapport de Maîtrise, Université du Maine, Le Mans.

GRAND N. (1994) "Etude du seuil des systèmes acoustiques non-linéaires de type instruments à vent", Thèse de Doctorat, Université de Paris VII, Paris.

GRAND N., GILBERT J., LALOE F. (1994) "Influence des nonlinéarités sur les caractéristiques des oscillations des instruments à vent", 3ième Congrès Français d' Acoustique, Toulouse, Suppl. J. Physique III, 4,C5, 577-580

GRAND N., GILBERT J., LALOE F. (1994) "Oscillations threshold in models of woodwind instruments", article en préparation.

HEINRICH J.M., (1986), "Recherche du mécanisme régulateur de la qualité musicale de l' anche double confectionnée en canne de Provence", Thèse de Doctorat, Université de Paris VI, Paris.

HELMHOLTZ (1860, réédité en 1954) "On the sensation of tone", Réédition Dover, New York.

HIRSCHBERG A., VAN DE LAAR R.W.A., MARROU-MAURRIERES J.P., WIJNANDS A.P.J. (1990) "A quasi stationnary model of the air flow in the reed channel of single reed woodwind instruments", *Acustica* 70, 146-154.

HIRSCHBERG A., GILBERT J., WIJNANDS A.P.J., HOUTSMA A.J.M. (1991) "Non-linear behaviour of single reed woodwind musical instrument", *Nederlands Akoestisch Genootschap* 107, 31-43.

HIRSCHBERG A., GILBERT J., WIJNANDS A.P.J., VALKERING A.M.C. (1994a), 3ième Congrès Français d' Acoustique, Toulouse, Suppl. *J. Physique III*, 4,C5, 559-568.

HIRSCHBERG A. (1994b), Notes de cours, Université d' été "Mechanics of Musical Instruments", Udine, 18-22 Juillet 1994.

HOWE M.S. (1975) "Contribution to the theory of aerodynamics sound, with application to excess jet noise and the theory of the flute", *J. Fluid Mech.* 71, 625-673.

IDOGAWA T., SHIMIZU M., IWAKI M. (1991) "Acoustical behavior of an oboe and a soprano saxophone artificially blown", in *Proceedings of the Symposium on Some Problems on the Theory of Dynamical Systems in Applied Science* (World Scientific, Singapore, 1991), Vol. 10.

IDOGAWA T., KOBATA T., KOMURO K., IWAKI M. (1993) "Nonlinear vibrations in the air column of a clarinet artificially blown", *J. Acoust. Soc. Am.* 93, 540-551.

INGARD U., ISING H. (1967) "Acoustic nonlinearity of an orifice", *J. Acoust. Soc. Am.* 42, 6-17.

JOHNSTON R., CLINCH P.G., TROUP G. (1986) "The role of vocal tract resonance in clarinet playing", *Acoustics Australia* 14, 67-69.

KEEFE D.H. (1981) "Woodwind tone hole acoustics and the spectrum transformation function", Ph.D. Thesis, Case Western Reserve University, Cleveland.

KEEFE D.H. (1982) "Theory of single woodwind tone hole", *J. Acoust. Soc. Am.* 72, 676-687.

KEEFE D.H. (1983) "Acoustic streaming, dimensional analysis of non-linearities, and tone hole mutual interactions in woodwinds", J. Acoust. Soc. Am. 73, 1804-1820.

KEEFE D.H. (1990a) "Woodwind air column models", J. Acoust.Soc. Am. 88, 35-51.

KEEFE D.H. (1990b) " On sound production in reed-driven wind instruments", Technical Report Series N° 9003, School of music DN-10, University of Washington, Seattle.

KEEFE D.H. (1992) "Physical modeling of wind instruments", Computer music journal 6, 57-73.

KEEFE D.H., LADEN B. (1991), "Corrélation dimension of woodwind multiphonic tones", J. Acoust. Soc. Am. 90, 1754-1765.

KERGOMARD J. (1981) "Champ interne et champ externe des instruments à vent", Thèse de Doctorat d' Etat, Université P. et M. Curie, Paris.

KERGOMARD J., CAUSSE R. (1986) "Measurement of acoustic impedance using a capillary : an attempt to achieve optimization", J. Acoust. Soc. Am. 79, 1129-1140.

KERGOMARD J., MEYNIAL X. (1988) "Systèmes micro-intervalles pour les instruments de musique à vent avec trous latéraux", J. Acoustique 1, 255-270.

KERGOMARD J. (1994), Notes de cours, Université d' été "Mechanics of Musical Instruments", Udine, 18-22 Juillet 1994.

KHETTABI A. (1994), "Etudes de discontinuités dans les guides d' ondes acoustiques bidimensionnels par décomposition modale et transformation conforme", Thèse de Doctorat, Université du Maine, Le Mans.

KUNT M. (1980) "Traitement numérique des signaux", Presse Polytechnique de Lausanne, éditions Georgi, Lausanne.

LE ROUX J.C. (1994) "Le haut-parleur électrodynamique : estimation des paramètres électroacoustiques et modélisation de la suspension." Thèse de Doctorat, Université du Maine, Le Mans.

MAGANZA C., CAUSSE R., LALOE F. (1986) "Bifurcations, period doubling and chaos in clarinet like systems", Europhysics Letters 1 (6), 295-302.

MARANDAS E., GIBIAT V., BESNAINOU C., GRAND N. (1994) "Caractérisation mécanique des anches simples d' instruments à vent", 3ième Congrès Français d' Acoustique, Toulouse, Suppl. J. Physique III, 4,C5, 633-636.

MAURIN L. (1992) "Confrontation théorie expérience des grandeurs d' entrée d' un excitateur à anche simple", rapport de D.E.A., Université du Maine, Le Mans.

Mc GINNIS C.S., GALLAGHER C. (1941) "The mode of Vibration of a Clarinet Reed", J. Acoust. Soc. Am. 12, 529-531.

Mc INTYRE M.E., SCHUMACHER R.T., WOODHOUSE J. (1983) "On the oscillations of musical instruments", J. Acoust. Soc. Am. 74, 1325-1345.

Mc INTYRE M.E., WOODHOUSE J. (1979) "On the fundamentals of bowed string dynamics", Acoustica 43, 93-108.

MEYNIAL X. (1987) "Systèmes micro-intervalles pour les instruments de musique à vent avec trous latéraux et oscillations d' une anche simple à un résonateur de forme simple", Thèse de Docteur Ingénieur, Université du Maine, Le Mans.

NEDERVEEN C.J. (1969) "Acoustical aspects of woodwind instruments", Fritz Knuf pub., Amsterdam.

NOUGIER J.P. (1987) "Méthodes de calcul numérique", Masson, Paris.

OPPENHEIM A.V., SCHAFFER R.W. (1975) "Digital signal processing", Prentice Hall International Inc., Englewood Cliffs, New Jersey.

PAPOULIS A. (1984) "Signal Analysis", International student edition, Mc Graw Hill Book Company.

PARK M., KEEFE D.H. (1988) "Woodwind instrument simulation in real time", J. Acoust. Soc. Am. 83, S120.

PAVAGEAU M (1993) "Synthèse d' un modèle physique d' anche double", rapport de D.E.A., Université du Maine, Le Mans.

PELORSON X., HIRSCHBERG A., WIJNANDS A.P.J., AUREGAN Y. (1994), "Theoretical and experimental study of quasi steady flow separation within the glottis during phonation. Application to a two mass model", accepté par J. Acoust. Soc. Am.

PLITNIK G.R., STRONG W.J. (1979) "Numerical method for calculating input impedance of the oboe", J. Acoust. Soc. Am. 65, 816-825.

PRATT R.L., ELLIOTT S.J., BOWSER J.M. (1977) "The measurement of the acoustic impedance of brass instruments", Acustica 38, 236-246.

PRESS W.H., FLANNERY B.P., TEUKOLSKY S.A., VETTERLING, W.T. (1986), "Numerical recipes, the Art of scientific computing", Cambridge University Press, Cambridge.

RESONANS: logiciel pour la conception d' instruments à vent, développé au LAUM (Le Mans) en collaboration avec l' IRCAM (Paris), distribué par le CTTM (Le Mans).

SANEYOSHI J., TERAMURA H., YOSHIKAWA S. (1987) "Feedback oscillations in reed woodwind and brasswind instruments", Acustica 62, 194-210.

SCHUMACHER R.T. (1978) "Self-sustained oscillations of the clarinet: an integral equation approach", Acustica 40, 298-309.

SCHUMACHER R.T. (1981) "Ab initio calculations of the oscillation of a clarinet", Acustica 48, 71-85.

SMITH J.O. (1992) "Physical modeling using digital waveguides", Computer music journal 16, 74-87.

SOMMERFELD S.D., STRONG W.J. (1988) "Simulation of a player-clarinet system", J. Acoust. Soc. Am. 83, 1908-1918.

STEWART S.E., STRONG W.J. (1980) "Functional model of a simplified clarinet", J. Acoust. Soc. Am. 68, 109-120.

STUIFMEEL R. (1989), "Vibrations modes of a metal reed of a reed organ pipe: theory and experiment", Report R-992-S, Vak groep Transport Fysica, TUE, Eindhoven.

THOMPSON S.C. (1979) "The effect of the reed resonance on woodwind tone production", J. Acoust. Soc. Am. 66, 1299-1307.

TIMOSHENKO S. (1954) "Théorie des vibrations", Librairie Polytechnique Ch. Béranger, Paris.

TIMOSHENKO S.P. (1968) "Résistance des matériaux", tomes 1 et 2, Dunod, traduit par Bordas, Paris.

VALEAU V. (1994), "Etude expérimentale des petites oscillations dans un système acoustique non-linéaire de type clarinette", Rapport de D.E.A., Université du Maine, Le Mans.

VALKERING (1993) "Characterization of a clarinet mouthpiece", Report A.M.C. N° R-1219-S Vak groep Transport Fysica, TUE, Eindhoven.

WAEFFLER S. (1992) "Mechanics of single reed woodwind musical instrument mouthpieces", Rapport de D.E.A., Université du Maine, Le Mans.

WATSON A.P., BOWSHER J.M. (1988), "Impulse measurements on brass musical instruments", Acustica 66, 171-174.

WEBER W. (1829) "Theorie der Zungenpfeifen", Pog. Ann. Phys. Chem. 17, 193

WILSON T.A., BEAVERS G.S. (1974) "Operating modes of the clarinet", J. Acoust. Soc. Am. 56, 653-658.

WOODHOUSE J, (1993), "On the playability of violons, Part 1 Reflection functions", Acustica 78, 125-136.

WOODHOUSE J, (1993), "On the playability of violons, Part 2 Minimum bow force and transients", Acustica 78, 137-153.

WORMAN W.E. (1971) "Self-sustained non-linear oscillations of medium amplitude in clarinet-like systems", Ph.D. Thesis, Case Western Reserve Univ., Cleveland, Ohio

TITRE.

Caractérisation objective de la qualité de justesse, de timbre et d' émission des instruments à vent à anche simple.

RESUME.

Deux méthodes de caractérisation des qualités acoustiques (justesse, timbre, facilité d' émission) des instruments de musique à anche simple sont développées et partiellement validées. Ces méthodes consistent, d' une part à étudier le résonateur seul, d' autre part à simuler les auto-oscillations résultant du couplage entre le résonateur (supposé linéaire) et l' excitateur (non-linéarité supposée localisée à l' entrée du bec). Nous nous limitons à évaluer la fréquence fondamentale et le spectre de la pression interne au bec des instruments étudiés. Dans tout le document, nous supposons ces grandeurs représentatives de la justesse et du timbre. Pour la validation, nous comparons, pour des instruments réels, ces grandeurs aux grandeurs mesurées sur l' instrument en situation de jeu. Pour obtenir de telles conditions, nous avons réalisé une bouche artificielle, reproduisant l' embouchure du musicien avec stabilité et reproductibilité.

Nous présentons une revue bibliographique et isolons un modèle physique élémentaire. Par analyse de ses solutions, on vérifie que la fréquence fondamentale de l' oscillation se déduit des fréquences de résonances au seuil linéaire grâce à un terme correctif. Celui-ci est la correction de longueur. Il est représentatif de l' embouchure et indépendant du doigté.

Nous calculons les solutions discrètes du modèle à l' aide de l' impédance d' entrée mesurée ainsi que des paramètres équivalents à l' embouchure. La valeur de la fréquence d' échantillonnage est fixée par les caractéristiques de l' impédance d' entrée du résonateur. Ceci permet de minimiser les erreurs numériques de la fonction de réflexion "discrète". Les valeurs de la fréquence d' échantillonnage s' avèrent faibles vis à vis de la fréquence propre de l' anche. La transformation bilinéaire corrigée est choisie pour obtenir une anche "discrète" aux caractéristiques proches celles de l' anche "analogique".

Les impédances d' entrées et les fréquences fondamentales de la pression dans le bec sont mesurées pour tous les doigtés des deux premiers registres de la clarinette et du saxophone alto. Les fréquences de résonance et les fréquences fondamentales sont comparées pour chacun des doigtés, une correction de longueur caractéristique de l' embouchure est estimée pour chaque registre. La comparaison des pressions simulées et mesurées dans le bec montre que la simulation permet de détecter les "notes difficiles" pour les doigtés de gorge de la clarinette. Cette détection est satisfaisante si on applique de faibles pressions d' alimentation au modèle. Le phénomène d' enroulement de l' anche sur la table du bec, omis dans le modèle physique, serait ici une des causes principales de ce désaccord. Une première approche théorique de ce phénomène est proposée à l' annexe A.

MOTS-CLE

Acoustique musicale, instrument à vent, simulation numérique, impédance d' entrée, fréquence de résonance

TITLE

Objective characterisation of pitch, timber and ease of playing qualities for single reed woodwind instruments.

ABSTRACT

Two methods for characterising the acoustic features (pitch, timber, easiness of playing) of single reed woodwind instruments are developed and tested. On one hand, we study the resonator, and on the other hand we make a numerical simulation of the auto-oscillations resulting from the coupling between the resonator (supposed linear) and the excitor (supposed to be a non linearity at the mouthpiece input). The studied physical variables are the fundamental frequency and the spectrum of the pressure in the mouthpiece. In all the study, these variables represent respectively the pitch and the timber. In order to test the two methods, we compare these variables with variables measured in the mouthpiece of real instruments. These are played with the help of a blowing machine that we built to reproduce the musician embouchure accurately.

We begin with a historical background and choose a physical model. The analysis of the solutions resulting from the model enables to show that the fundamental frequency can be deduced from resonance frequencies for the linear threshold. This is possible by means of a corrective term, called the length correction. This term represents the effect of the embouchure and does not depend on the frequency.

The discrete solutions of the model are calculated with the help of the measured input impedance and embouchure characteristics. We choose the sampling frequency values with respect to the resonator input impedance. This enables to minimise numerical errors on the discrete reflection function. Since the simulation uses measured input impedance, sampling frequency values are small with respect to the reed resonance frequency. We chose the compensated bilinear transformation which gives a "discrete" reed whose properties are near from those of the "analog" reed.

Input impedance and fundamental frequencies of the pressure in mouthpiece are measured for all the fingerings of the two first registers of a clarinet and an alto saxophone. The resonance frequencies and the fundamental frequencies are compared for each fingering. For each register, we evaluate a length correction, due to the embouchure. Comparisons between measured and calculated pressures in a clarinet mouthpiece for some fingerings show that the simulation detects "difficult fingerings" if low blowing pressures are used in the model. The bending of the reed against the curved lay of the mouthpiece is not taken into account in the model and seems to be the major reason for this discrepancy. A first theoretical approach of this mechanical phenomenon is proposed in appendix A.

KEYWORD

Musical acoustics, woodwind instrument, numerical simulation, input impedance, resonance frequency.