T H E S E

présentée

A L'U.F.R. DE SCIENCES DE L'UNIVERSITE DE NANTES

par

Guy ROYER

pour obtenir

LE GRADE DE DOCTEUR D'ETAT

Discipline : Sciences

Spécialité : Physique

CONTRIBUTION A LA DESCRIPTION MACROSCOPIQUE DES PHENOMENES NUCLEAIRES DE FUSION, FISSION ET FRAGMENTATION

soutenue le 27 novembre 1986, devant la Commission d'examen :

M. B. REMAUD	Président
M. C. GREGOIRE M. C. LEBRUN M. B. LEROUX M. P. LONCKE	Examinateurs

à

Annaïk

Yoann

Odile

et à mes parents

REMERCIEMENTS

Ce travail a été réalisé aux laboratoires de Physique Théorique et de Physique Nucléaire de l'Université de Nantes.

Je tiens à remercier tout particulièrement Monsieur B. REMAUD, Professeur, dont les conseils, l'enthousiasme et la ténacité m'ont permis de réaliser ce travail dans d'excellentes conditions. Je lui suis très reconnaissant d'avoir bien voulu guider mes premiers pas en Physique Nucléaire et d'avoir accepté de diriger cette thèse.

Je tiens également à remercier Monsieur C. GREGOIRE de m'avoir invité à Saclay pour débattre des nouvelles approches de la fission nucléaire.

Je suis reconnaissant à Monsieur le Professeur P. LONCKE, Directeur du Laboratoire de Physique Théorique, de m'avoir donné les moyens de travailler dans de bonnes conditions.

Je remercie Messieurs les Professeurs B. LEROUX et P. LONCKE ainsi que Messieurs C. GREGOIRE et C. LEBRUN de me faire l'honneur d'être membres du Jury.

Mes très sincères remerciements vont aussi à Messieurs J. MIGNEN, A. OUBAHADOU, Y. RAFFRAY et F. SEBILLE en raison de leur collaboration dans différentes parties de ce travail.

Je voudrais également remercier Madame C. THEBAUD qui a assuré la présentation de nos différents travaux avec beaucoup de compétence et de gentillesse.

Enfin, j'exprime toute ma reconnaissance à ma femme, Odile, et à mes enfants, Annaïk et Yoann, qui m'ont toujours compris et soutenu alors que j'empiétais pourtant sur le temps de loisirs que j'aurais pu leur consacrer.

RESUME

Les phénomènes nucléaires de transition d'un système à un corps à un système à deux corps (fusion, fission et fragmentation) sont étudiés dans le cadre d'un modèle macroscopique prenant en compte, à la fois, les forces Coulombiennes répulsives, les forces de tension superficielle attractives, les forces de proximité nucléaire et les forces de friction. Une séquence de forme à deux paramètres (distance entre les centres de masse et asymétrie) est définie pour étudier le chemin de fusion et le chemin de fission à travers des formes compactes et crevassées. Les barrières de potentiel ont alors un maximum externe correspondant à deux sphères séparées. Pour les systèmes lourds, les barrières ont deux bosses séparées par un profond minimum dû aux forces de proximité. Dans toute la gamme des masses nucléaires, les sections efficaces de fusion sont bien reproduites. Pour les systèmes de masses très élevées, les forces de friction s'opposent fortement à la fusion et une énergie cinétique supplémentaire est nécessaire pour franchir la barrière. Le chemin de fission à travers des formes compactes est compatible avec la plupart des résultats expérimentaux: hauteur des barrières, fission des actinides, barrière de scission, événements de quasi-fission et de fission froide, moment angulaire critique, énergie cinétique de translation et absence de noyaux superlourds. La fragmentation d'un projectile dans le champ d'une cible donne lieu à l'émission de deux particules dans les collisions périphériques: un quasi-projectile et un fragment très ralenti de vitesse d'environ 0.6 V_{proj}. Dans les collisions plus centrales, le fragment ralenti colle à la cible et seul le quasi-projectile peut être détecté.

MOTS CLES: fusion, extra-push, ions lourds, énergie de proximité, fragmentation, fission, barrières à deux bosses, noyaux superlourds.

ABSTRACT

The nuclear phenomena of transition between one and two-body systems (fusion, fission and fragmentation) are studied within a macroscopic model taking account both the repulsive Coulomb forces, the attractive surface tension forces, the nuclear proximity forces and the friction forces. A two-parameter shape sequence (distance between the centres of mass and asymmetry) is defined to study the fusion path and the fission path through compact and creviced shapes. The potential barriers have an external maximum corresponding to two separated spheres. For the heavy systems, the barriers have two peaks separated by a deep minimum, due to the proximity forces. In all the nuclear mass range, the fusion cross sections are well reproduced. For the heaviest systems, the friction forces hinder strongly the fusion and an additional kinetic energy is necessary to jump over the barrier. The fission path through compact shapes is compatible with most of the experimental results: barrier heights, fission of the actinides, scission barrier, quasi-fission and cold fission events, critical angular momentum, translational kinetic energy and absence of superheavy nuclei. The projectile fragmentation in the target field leads to the emission of two particules in peripheral collisions: a strongly slackened fragment (0.6 V_{beam}) and a quasi-projectile. In the more central collisions, the slackened fragment sticks at the target and only the quasi-projectile is detected.

KEY-WORDS: fusion, extra-push, heavy-ions, proximity energy, fragmentation, fission, double-humped barriers, superheavy nuclei.

TABLE DES MATIERES

INTRODUCTION 1

CHAPITRE I - MODELES DE LA GOUTTE ET DE LA GOUTTELETTE LIQUIDE 4

1. Modèle de la goutte liquide 4
a) Energie d'un système leptoderme 4
b) Energie d'un noyau déformé dans le modèle de la goutte liquide 7
c) Valeurs des paramètres 9

2. Corrections de couches 11
a) Méthode de Myers et Swiatecki 12
b) Méthode de Strutinsky 13

3. Modèle de la gouttelette liquide 14
a) Compressibilité et asymétrie protons-neutrons 14
b) Energie d'un noyau déformé 15
c) Importance des différentes contributions 17

4. Modèle semi-classique et modèle de la goutte liquide 18

CHAPITRE II - ENERGIE DE PROXIMITE ET POTENTIELS D'INTERACTION 21

1. Energie de proximité et modèle de la goutte liquide 21

2. Potentiel unifié de Krappe et al 24

3. Potentiel soudain de Blocki et al 25

4. Potentiel soudain de H. Ngô et C. Ngô 28

CHAPITRE III - SEQUENCES DE FORME ET ENERGIE DE DEFORMATION 30

1. Introduction 30

2. Rappel des principales paramétrisations utilisées 31
a) Développement en polynômes de Legendre 31
b) Sphéroïdes perturbés 31
c) Sphéroïdes généralisés 32
d) Ovales de Cassini 33
e) Surfaces de révolution à trois quadriques 34
f) Formes en haltère 35
g) Paramétrisation en cosinus 36
h) Paramétrisations à plusieurs centres 36

3. Lemniscatoïdes elliptiques 3
a) Fonctions dépendantes de la forme pour un ellipsoïde 3
b) Lemniscatoïde elliptique 4
c) Séquence variant d'une sphère à deux sphères tangentes de même rayon 4
d) Fonctions dépendantes de la forme 4
e) Energie de déformation associée aux lemniscatoïdes elliptiques 4

4. Lemniscatoïdes elliptiques généralisés au cas asymétrique 5
a) Généralisation des lemniscatoïdes elliptiques 5
b) Séquence variant d'une sphère à deux sphères tangentes de rayons différents 5
c) Fonctions dépendantes de la forme 5
d) Energie de déformation dans le cas asymétrique : potentiel à densité relaxée 5

CHAPITRE IV - FUSION NUCLEAIRE 57

1. Introduction 57

2. Potentiel à densité relaxée et potentiels ion lourd - ion lourd 58

3. Modèles dynamiques 61
a) Description du modèle utilisé 61
b) Modèle de Suomijarvi et al 64
c) Modèle de Fröbrich 65
d) Modèle de Swiatecki 66

4. Calculs des sections efficaces de fusion 67

5. Fusion de noyaux légers ou moyens ($Z_1Z_2 < 1200$) 69
a) Hauteur et position des barrières 69
b) Sections efficaces au voisinage de la barrière 72
c) Saturation des sections efficaces 75

6. Fusion de noyaux lourds 81
a) Profil des barrières de fusion 82
b) Hauteur et position des barrières de fusion statiques 87
c) Barrières de fusion dynamiques 89
d) Sections efficaces de fusion 94
e) Comparaison entre les différents modèles 98

7. Réactions inélastiques 101

8. Conclusion 104

CHAPITRE V - FRAGMENTATION DU PROJECTILE DANS LES REACTIONS ENTRE IONS LOURDS.

1. Introduction 106

2. Relations cinématiques et Hamiltonien du système à 3 corps 109

3. Classification des collisions périphériques 115

4. Distribution à un pic de l'énergie cinétique des fragments 120

5. Distribution à deux pics de l'énergie cinétique des fragments 124

6. Distribution en masse des quasi-projectiles 126

7. Conclusion 128

CHAPITRE VI - FISSION BINAIRE 130

1. Introduction 130

2. Chemin de fission à travers des formes allongées 133

3. Influence de l'énergie de proximité 136

4. Chemin de fission à travers des formes compactes et crevassées 138
a) Profil des barrières de fission binaire 138
b) Comparaison avec l'étude de Möller et Nix 140

5. Barrières de fission des noyaux lourds et superlourds 141
a) Barrières à deux bosses 141
b) Corrections microscopiques 143
c) Barrière à double bosse du noyau ^{240}Pu 143
d) Evolution des barrières à double bosse en fonction de la masse 145
e) Moments d'inertie de l'état fondamental et des isomères 148

6. Hauteur des barrières de fission 150

7. Moment angulaire critique 153

8. Scission et énergie cinétique de translation 157
a) Modèle adiabatique de Nix 158
b) Modèle statistique de Fong 159
c) Modèle moléculaire de Nörenberg 159
d) Modèle de scission deWilkins et al. 161
e) Contribution à l'étude de la scission et de l'énergie cinétique de translation 162

9. Evènements de fission froide 166

10. Conclusion 168

CHAPITRE VII - FISSION TERNAIRE 17(

1. Introduction 17(

2. Séquence de forme 17:

3. Energie potentielle et barrière de fission ternaire 17:

4. Fission ternaire et fission binaire 18(

5. Energie cinétique de translation et point de scission 18{

6. Conclusion 19(

CONCLUSION 191

INTRODUCTION

Les phénomènes nucléaires de transition d'un système à un corps à un système à deux corps (fission, fusion et fragmentation) ont été observés à des époques successives et les modèles qui ont été développés pour essayer de les expliquer reposent sur des approches très diverses.

La fission nucléaire, découverte en 1938, a été étudiée essentiellement dans le cadre du modèle de la goutte liquide de Bohr et Wheeler. L'énergie d'un noyau est alors la somme de trois contributions: l'énergie Coulombienne, l'énergie de volume et celle de surface. Si on suppose l'incompressibilité de la matière nucléaire, le processus de fission dépend uniquement de l'importance relative des forces électriques répulsives et des forces de tension superficielle attractives. La fission étant un phénomène nucléaire relativement lent ($\simeq 10^{-21}$ s), on considère que le noyau se déforme adiabatiquement. La forme du système nucléaire est déterminée, à chaque instant, en minimisant l'énergie totale du noyau fissionnant. Les calculs conduisent alors à un chemin de fission à travers des formes allongées à col très large.

L'avènement de nouveaux moyens expérimentaux a permis de réaliser, au début des années 70, la fusion nucléaire de deux noyaux. Ce phénomène rapide ($\simeq 10^{-23}$ s) conduit deux noyaux quasi-sphériques séparés au noyau composé sphérique. La durée de la réaction fait que les approximations soudaines (pas de formation de col, densités nucléaires qui s'ajoutent dans la région de recouvrement) et adiabatiques (densité constante assurée par la formation d'un col entre les noyaux) sont également justifiées. Dans les deux cas, il est absolument nécessaire d'introduire des forces de proximité nucléaire pour expliquer que des noyaux séparés puissent s'attirer mutuellement alors que la répulsion

Coulombienne est très importante. La violence de la collision entraîne que les forces de friction jouent un rôle important au voisinage du point de contact. Divers potentiels d'interaction ion lourd-ion lourd ont été proposés mais ils perdent progressivement de leur validité au fur et à mesure que les noyaux avancent dans le chemin de fusion.

Plus récemment, les grands accélérateurs d'ions lourds à Caen, à Grenoble ou au Michigan ont permis d'étudier la fragmentation d'un projectile dans le champ de la cible (pour des énergies de 10-100 MeV par nucléon). Plusieurs modèles ont été proposés pour expliquer cette cassure en deux morceaux (un quasi-projectile rapide et un deuxième fragment très ralenti) en présence d'un troisième corps (la cible): modèle d'abrasion-ablation, calculs à partir de la méthode d'Hartree-Fock dépendante du temps et modèle semi-classique utilisant les méthodes d'approximation du problème à N corps.

L'objet de ce travail est de décrire les caractéristiques essentielles (hauteur des barrières, sections efficaces, énergie cinétique des fragments,...) de ces phénomènes de transition d'un système à un corps à un système à deux corps dans le cadre d'un même modèle macroscopique, prenant en compte toutes les forces en présence: forces de tension superficielle, forces de répulsion Coulombienne, forces de proximité nucléaire et forces de friction. Les prédictions théoriques sont étroitement comparées avec les résultats expérimentaux, souvent très récents. Nous avons essayé notamment à l'aide de ce modèle simple, d'apporter quelques éléments de réponse à des problèmes encore en suspens.

En fission, parmi ces questions non encore totalement élucidées, on peut citer: la surestimation des hauteurs des barrières de fission des noyaux moyens, le manque de lien entre les barrières de fission et les barrières de scission, les événements de

fission froide et la sous-estimation du moment angulaire critique qu'un noyau peut supporter sans fissionner. Enfin, il faut souligner que les noyaux superlourds prédits théoriquement et qui devaient avoir des durées de vie se mesurant en billions d'années n'ont jamais été observés expérimentalement, en dépit de très nombreuses recherches. Rappelons que le noyau le plus lourd connu est le $^{266}109$, il a été obtenu dans une expérience de fusion ($^{209}Bi(^{58}Fe,n)^{266}109$) par l'équipe de P.Armbruster à Darmstadt et sa durée de vie se mesure en milli-secondes.

En fusion, trois problèmes principaux ont été rencontrés: la grande probabilité de fusion par effet tunnel sous la barrière Coulombienne, la saturation des sections efficaces aux hautes énergies et l'apparition de barrières dynamiques de plus en plus élevées qui s'opposent à la fusion des noyaux lourds.

Dans les réactions aux énergies de transition, l'analyse des résultats expérimentaux est difficile et encore à son début. Une approche macroscopique simple peut fournir quelques renseignements sur les liens existants entre les différentes variables collectives macroscopiques: paramètre d'impact, énergie initiale, distribution en masse et en énergie cinétique des fragments...

Le premier chapitre est consacré à des rappels sur les modèles de la goutte et de la gouttelette liquide et sur les effets de couches. L'origine de l'énergie de proximité et les moyens de la calculer font l'objet du second chapitre tandis que le troisième présente les différentes séquences de forme utilisées. Les quatre chapitres suivants sont consacrés à l'étude des phénomènes de fusion, fragmentation et fission binaire et ternaire dans le cadre de ce modèle macroscopique.

CHAPITRE I

MODELES DE LA GOUTTE ET DE LA GOUTTELETTE LIQUIDE

1.MODELE DE LA GOUTTE LIQUIDE

Comme certains fluides homogènes, les noyaux atomiques sont très peu compressibles et sont constitués de particules liées par des forces à courte portée. Leurs densités de masse et de charge sont presque constantes et la région superficielle où la densité de la matière chute vers zéro est très mince.

A partir de ces considérations, Bohr et Wheeler (BW 39) et d'autres physiciens ont développé le modèle de la goutte liquide pour expliquer le phénomène de la fission nucléaire. Ce modèle collectif présente l'énorme avantage de décrire l'évolution d'un système nucléaire à l'aide de quelques variables macroscopiques simples et explicites. Cette visualisation des processus nucléaires manque dans les modèles microscopiques ou semi-classiques.

Cependant, ce modèle ne doit pas être trop idéalisé car un noyau est aussi un fluide quantique et le principe de Pauli empêche les nucléons d'être trop près les uns des autres. Ainsi, la distance moyenne entre deux nucléons est d'environ 2.4 fm alors qu'elle ne serait que de 0.7 fm dans un fluide classique. On peut donc aussi concevoir que la matière nucléaire se comporte comme un gaz, d'où le modèle de Thomas-Fermi par exemple (BE 68).

a)Energie d'un système leptoderme

L'énergie d'un grand nombre de systèmes physiques peut être définie par une intégrale de volume de la densité d'énergie η qui est une fonctionnelle de la densité de particules ρ

$$E = \int \eta(\vec{r})\, d^3\vec{r} \qquad (I.1)$$

le nombre de particules étant:

$$A = \int \rho(\vec{r})\, d^3\vec{r} \qquad (I.2)$$

Si $\psi(\vec{r}_1, \ldots, \vec{r}_A)$ est la fonction d'onde du système, alors:

$$\rho(\vec{r}_1) = A \int_{r_2} \cdots \int_{r_A} \psi^* \psi \,, \qquad (I.3)$$

$$\eta(\vec{r}_1) = \int_{r_2} \cdots \int_{r_A} \psi^* H \psi \,, \qquad (I.4)$$

où H est l'Hamiltonien du système des A particules.

Pour un système leptoderme (à peau mince), la densité de particules est constante à l'intérieur du volume et varie rapidement à la surface (fig.1). Alors

$$E = a_B A + \int (\eta - a_B \rho)\, d^3\vec{r} \qquad (I.5)$$

où $a_B = \eta/\rho$ à l'intérieur de la matière. La deuxième intégrale est calculée sur la couche qui entoure le système. Si on divise celle-ci en tubes infinitésimaux, l'intégrale de volume est remplacée par une intégrale de surface et l'énergie totale est alors donnée par

$$E = E_{vol} + E_{surf} \qquad (I.6)$$

avec $E_{vol} = a_B A$ et $E_{surf} = \iint_S \gamma \, d\sigma$ (I.7)

où γ est le coefficient d'énergie de surface de l'élément infitésimal $d\sigma$. La surface S du système (BR 77) au voisinage d'un point P peut être définie en coordonnées cartésiennes par:

$$z(x,y) = \frac{1}{2} z_{xx} x^2 + \frac{1}{2} z_{yy} y^2 + \frac{1}{6} z_{xxx} x^3 + \qquad (I.8)$$
$$\frac{1}{2} z_{xxy} x^2 y + \frac{1}{2} z_{xyy} x y^2 + \frac{1}{6} z_{yyy} y^3 + \ldots$$

Les dérivées secondes (qui sont les inverses des rayons de courbure principaux R_x et R_y en P) ont pour dimension $(L)^{-1}$, les dérivées d'ordre trois: $(L)^{-2}$,... Ces différentes longueurs sont de l'ordre de grandeur du rayon R_0 de la sphère équivalente de

même volume.

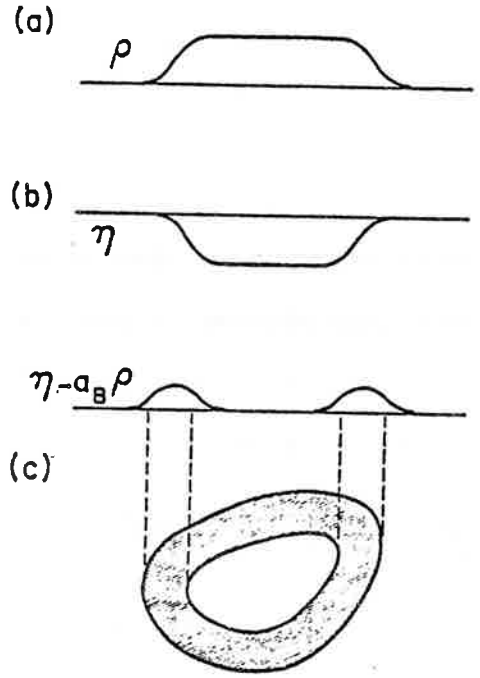


Fig. I.1. Illustration de la densité de particules (a), de la densité d'énergie dans le système (b) et de la densité d'énergie à la surface (c) dans l'hypothèse leptodermique (corps à peau mince).

Si b est l'épaisseur de la couche entourant le système, alors le coefficient local d'énergie de surface est une fonction des paramètres sans dimension bz_{xx}, bz_{yy}, b^2z_{xxx}, b^2z_{xxy}, etc...qui sont en b/R_o, $(b/R_o)^2$, etc... Comme b/R_o est petit, on peut effectuer un développement en série de Taylor et:

$$\gamma = \gamma_o + k_1 b z_{xx} + k_2 b z_{yy} + k_3 b^2 z_{xx}^2 + k_4 b^2 z_{yy}^2 + k_5 b^2 z_{xx} z_{yy} + \ldots \quad (I.9)$$

γ_o est l'énergie de surface par unité d'aire d'une surface plane. A l'aide des rayons de courbure, on obtient:

$$\gamma = \gamma_o + K_1 \left(\frac{1}{R_x} + \frac{1}{R_y}\right) + K_3 \left(\frac{1}{R_x^2} + \frac{1}{R_y^2}\right) + K_5 \frac{1}{R_x R_y} + \ldots \quad (I.10)$$

La courbure locale moyenne k et la courbure Gaussienne sont respectivement définies par:

$$k = \frac{1}{R_x} + \frac{1}{R_y} \qquad (I.11)$$

et

$$\Gamma = 1 / R_x R_y \qquad (I.12)$$

Il en résulte que:

$$\gamma = \gamma_0 + K_1 k + K_3 k^2 + (K_5 - 2K_3)\Gamma + \ldots \qquad (I.13)$$

L'énergie de surface d'un système leptoderme est alors:

$$E_{surf} = \gamma_0 . S + K_1 \int_S k\, d\sigma + K_3 \int_S k^2 d\sigma + (K_5 - 2K_3) \int_S \Gamma\, d\sigma + \ldots \qquad (I.14)$$

b)Energie d'un noyau déformé dans le modèle de la goutte liquide

Pour un noyau atomique, R_0 est proportionnel à $A^{1/3}$ en première approximation. L'énergie totale d'un noyau s'obtient à partir des relations (7) et (14):

$$E = a_B . A^1 + a_2 . A^{2/3} + a_3 A^{1/3} + a_4 A^0 + \ldots \qquad (I.15)$$

Les corrections d'ordre supérieur tendent vers zéro quand A tend vers l'infini.

Ce développement a été obtenu en supposant que les particules étaient identiques (une densité de particules dans l'expression (2)). Pour les noyaux lourds, une telle hypothèse n'est plus valable car l'asymétrie d'isospin est grande. Aussi, le développement en $A^{-1/3}$ doit être combiné avec un développement en I^2 (fig.2) où I caractérise l'excès de neutrons:

$$I = (N - Z) / A \qquad (I.16)$$

	Order in $A^{-1/3} \longrightarrow$		
Order in I^2 $\downarrow$	A	$A^{2/3}$	$A^{1/3}$
	I^2A	$I^2A^{2/3}$	
	I^4A		

Fig. I.2. Schéma du développement en fonction de $A^{-1/3}$ et de I^2 dans les modèles de type goutte liquide (d'après MS 69).

L'approximation de la matière nucléaire homogène infinie consiste à ne retenir dans ce développement que le terme en A. Le modèle original de la goutte liquide n'incluait comme termes supplémentaires que ceux d'ordre 1 (comme dans la formule de masse de Bethe et Weizsäcker): l'énergie de surface proportionnelle à $A^{2/3}$ et l'énergie de symétrie de volume proportionnelle à I^2A. Les versions plus récentes (MS 67) ont aussi introduit l'asymétrie neutrons-protons dans le calcul de l'énergie de surface (terme diagonal en $I^2A^{2/3}$). A cette énergie de type goutte liquide s'ajoute évidemment la self-énergie Coulombienne provenant de l'interaction entre les protons. En première approximation, la densité de charge est supposée constante dans le noyau.
Il en résulte que l'énergie d'un noyau sphérique dans le modèle de la goutte liquide est donnée par:

$$E = E_{vol} + E_{surf} + E_{coul} \qquad (I.17)$$

avec

$$E_{vol} = -a_v \left(1 - k_v I^2\right) . A \qquad (I.18)$$

$$E_{surf}^{sphère} = a_s \left(1 - k_s I^2\right) . A^{2/3} \qquad (I.19)$$

$$E_{coul}^{sphère} = \frac{3}{5} e^2 Z^2 / (r_0 A^{1/3}) \qquad (I.20)$$

où a_v, a_s, k_v, k_s sont respectivement les coefficients d'énergie de volume, d'énergie de surface, d'énergie de symétrie de volume et de surface. La constante r_0 est utilisée pour calculer le rayon nucléaire dans l'hypothèse de la matière nucléaire homogène infinie.

Le modèle de la goutte liquide suppose la conservation du volume et il suffit de deux fonctions dépendantes de la forme pour définir l'énergie d'un noyau déformé:

$$E_{déf} = E_{vol} + E_{surf}^{sphère} \times B_s + E_{coul}^{sphère} \times B_c \qquad (I.21)$$

avec $$B_s = \int_\sigma \frac{d\sigma}{4\pi R_0^2} \qquad (I.22)$$

et $$B_c = \frac{15}{16\pi^2 R_0^5} \int d\tau \int \frac{d\tau'}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \qquad (I.23)$$

L'énergie de déformation relativement à l'énergie du noyau sphérique est souvent écrite sous la forme suivante:

$$E_{déf/sphère} = \left\{ [B_s - 1] + 2x[B_c - 1] \right\} E_{surf}^{sphère} \qquad (I.24)$$

où x est le paramètre de fissilité.

$$x = \frac{E_{coul}^{sphère}}{2 E_{surf}^{sphère}} = \frac{Z^2/A}{[2a_s / (\frac{3e^2}{5r_0})](1 - k_s I^2)} \qquad (I.25)$$

c)Valeurs des paramètres

Myers et Swiatecki (MS 67) ont proposé les valeurs suivantes:

$$\begin{aligned} a_v &= 15.4941 \text{ MeV} \\ a_s &= 17.9439 \text{ MeV} \\ k_v &= k_s = 1.7826 \\ r_0 &= 1.2249 \text{ fm} \end{aligned} \qquad (I.26)$$

Ces valeurs sont ajustées pour reproduire les résultats expérimentaux: essentiellement les masses des noyaux atomiques et les hauteurs des barrières de fission. Elles ont donc évolué pour tenir compte de données empiriques sans cesse plus nombreuses. Elles dépendent aussi de l'importance relative qu'on donne à chaque caractéristique expérimentale c'est-à-dire de ce qu'on cherche à reproduire en priorité: masse de noyaux lourds ou légers, barrières, effet d'isospin, rayon nucléaire, densité de charge, etc...Il faut ajouter à ces données de la fission nucléaire, les résultats plus récents accumulés en fusion. De plus, l'introduction d'un terme d'énergie de proximité peut changer l'interdépendance entre ces différents paramètres. Ces questions sont intensivement discutées dans les articles de Myers et Swiatecki et aussi dans les références suivantes:BL 80, SH 75,HA 71 et KN 79. A titre d'exemple, nous indiquons quelques paramétrisations utilisées.

Seeger et Howard (SH 75) proposent de modifier légèrement l'expression de l'énergie du modèle de la goutte liquide pour tenir compte des effets de courbure et pour mieux reproduire les effets d'isospin. Ils arrivent alors à:

$$a_v = 15.2568 \text{ MeV}$$
$$a_s = 17.073 \text{ MeV}$$
$$k = 2.67 \qquad \text{(I.27)}$$
$$r_o = 1.2254 \text{ fm}$$

La différence vient donc essentiellement de la valeur de k. Le groupe de Lund suggère aussi de davantage prendre en compte l'excès de neutrons (k=2.53). Pauli et Ledergerber ont respectivement pris pour a_s, k et r_o : 19.01 MeV, 2.84 et 1.2 fm (d'après DV 82).

Nix et al (MN 76, KN 79 et MN 81,voir chap.II) ont développé un modèle de la goutte liquide où l'énergie se calcule à l'aide d'un

potentiel de Yukawa. Ils ont obtenu successivement:

a_V=16.4696 MeV; a_S=24.70 MeV; k_S=4.0; k_V=2.31; r_o=1.16 fm (I.28)

a_V=16.0120 MeV; a_S=21.70 MeV; k_S=3.0; k_V=2.04; r_o=1.18 fm (I.29)

a_V=15.9930 Mev; a_S=21.13 MeV; k_S=2.3; k_V=1.93; r_o=1.16 fm (I.30)

La simple comparaison entre ces différentes valeurs est un peu arbitraire car les modèles ont des termes correctifs légèrement différents, néanmoins de tels exemples montrent à l'évidence que ces caractéristiques de la matière nucléaire ne sont encore qu'approximativement connues et qu'elles ne sont pas des grandeurs universelles mais simplement des variables macroscopiques dépendant des modèles collectifs considérés.

2.CORRECTIONS DE COUCHES

Le modèle de la goutte liquide ne permet pas d'expliquer les anomalies dans les masses nucléaires, ni les distributions en masse asymétrique des fragments de fission des noyaux lourds ou encore la déformation des actinides dans leur état fondamental.

Strutinsky, Myers et Swiatecki ont émis pratiquement en même temps l'idée que les énergies de liaison des noyaux pouvaient être séparées en deux contributions: l'une variant régulièrement en fonction du nombre de masse A et l'autre oscillant autour de certains nombres "magiques", le modèle de la goutte liquide donnant la première contribution. La deuxième correspond à des réarrangements de la matière nucléaire qui donnent naissance à des couches. Ce processus a évidemment une origine quantique. Myers et Swiatecki ont proposé un modèle phénoménologique pour décrire ces corrections de couches tandis que Strutinsky les a calculées à partir du terme non régulier de l'énergie du modèle en couches.

a) Méthode de Myers et Swiatecki

Pour calculer ces effets de couches, Myers et Swiatecki ont utilisé la paramétrisation suivante (voir MY 77 et les références citées):

$$E_{couche} = E^{sphère}_{couche}\left(1 - 2\theta^2\right)e^{-\theta^2} \qquad (I.31)$$

Les corrections de couches, à la sphère, sont données par:

$$E^{sphère}_{couche} = C\left[\frac{F(N)+F(Z)}{\left(\frac{1}{2}A\right)^{2/3}} - cA^{1/3}\right] \qquad (I.32)$$

avec $F(N) = q_i\left(N - M_{i-1}\right) - \frac{3}{5}\left(N^{5/3} - M_{i-1}^{5/3}\right)$ pour $M_{i-1} < N < M_i$ (I.33)

Les quantités q_i sont définies par:

$$q_i = \frac{3}{5}\frac{M_i^{5/3} - M_{i-1}^{5/3}}{M_i - M_{i-1}} \qquad (I.34)$$

tandis que les nombres M_i sont respectivement: 2,8,14,28,50, 82,126,184, et 258.

C et c sont deux coefficients ajustables:

C=5.8 MeV DM et c=0.325 DM (I.35)

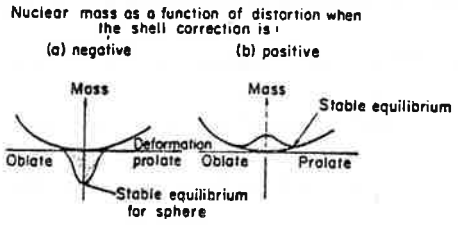


Fig. 1.3. (d'après MS 67)

Le terme d'amortissement des effets de couches en fonction de la déformation dépend d'un paramètre θ qui mesure la déviation de la forme du noyau par rapport à la sphère:

$$\theta^2 = (\delta R)^2/a^2 \qquad \text{(I.36)}$$

La portée a est égale à 0.444 r_o .

Pour un noyau magique, ces corrections DM sont négatives (fig.3) et l'état fondamental a une forme sphérique. Pour les noyaux très éloignés de ces nombres magiques, ces corrections sont positives et l'état stable correspond à un noyau déformé.

b)Méthode de Strutinsky

Quand on calcule les énergies de liaison du modèle en couches (modèle de Nilsson par exemple), on trouve bien des oscillations. La partie moyenne de ces énergies de liaison ne reproduit pas les résultats expérimentaux mais l'idée de base de Strutinsky (ST 66) a été de supposer que les grandeurs de ces oscillations étaient correctes et qu'on pouvait les ajouter à l'énergie du modèle de la goutte liquide.

Ainsi, pour un système de N particules d'énergie ϵ_n, la correction de couches est donnée par:

$$E_{couche}(N) = \sum_{n=1}^{N} \epsilon_n - \int_0^N \bar{\epsilon}(n)\,dn \qquad \text{(I.37)}$$

où $\bar{\epsilon}(n)$ est la partie moyenne de l'énergie de la $n^{ième}$ particule. L'intégration sur le nombre de particules peut être remplacée par une intégration sur l'énergie:

$$\int_0^N \bar{\epsilon}(n)dn = \int_{-\infty}^{\bar{\lambda}} \epsilon\, \bar{g}(\epsilon)d\epsilon \qquad \text{(I.38)}$$

La limite supérieure peut s'interpréter comme l'énergie de Fermi de la distribution régulière $\bar{g}$. Cette dernière est obtenue à partir de la densité exacte

$$g(\epsilon) = \sum_{n=1}^{\infty} \delta(\epsilon - \epsilon_n) \qquad \text{(I.39)}$$

en ne retenant que les premiers termes du développement de la fonction delta en série de polynômes d'Hermite.

Cette méthode a connu un grand succès car elle a permis de reproduire les barrières à double bosse des actinides. En effet, pour des séquences de formes très allongées, les effets de couches connaissent des résonances pour certaines déformations et il en résulte des pics dans la barrière de potentiel. Cette méthode appliquée à de telles séquences de formes prédit l'existence de noyaux superlourds de durées de vie qui se mesurent en billions d'années.

3.MODELE DE LA GOUTTELETTE LIQUIDE

Le modèle de la goutte liquide permet de reproduire les masses des noyaux et les hauteurs des barrières de fission mais il est trop simple pour expliquer d'autres résultats expérimentaux, par exemple: les structures dans les distributions de charge, la dépendance isotopique du rayon nucléaire, les corrections de courbure à la tension superficielle et la peau de neutrons des noyaux lourds. Aussi Myers et Swiatecki (MS 69, MS 74, MY 77) ont développé le modèle de la gouttelette liquide en ajoutant deux degrés de liberté par rapport au modèle de la goutte liquide: l'un est la compressibilité de la matière nucléaire et l'autre l'asymétrie locale protons-neutrons.

a)Compressibilité et asymétrie protons-neutrons.

Contrairement au modèle de la goutte liquide, les densités de protons ρ_z et de neutrons ρ_N ne sont pas identiques et l'asymétrie locale est définie par:

$$\delta(\vec{r}) = \frac{\rho_N(\vec{r}) - \rho_z(\vec{r})}{\rho(\vec{r})} \qquad \text{(I.40)}$$

où $\rho = \rho_N + \rho_z$ est la densité totale.

L'asymétrie protons-neutrons entraîne l'existence d'une peau de neutrons d'épaisseur t.

Le coefficient de compressibilité mesure l'écart par rapport à la

densité d'équilibre ρ_0 :

$$\epsilon(\vec{r}) = -\frac{1}{3}\,\frac{\rho(\vec{r}) - \rho_0}{\rho_0} \qquad (I.41)$$

avec

$$\rho_0 = \left(\frac{4}{3}\pi r_0^3\right)^{-1} \qquad (I.42)$$

Ces paramètres δ et ϵ sont divisés en deux parties: leurs valeurs moyennes $\bar{\delta}$, $\bar{\epsilon}$ et leurs déviations $\tilde{\delta}$ et $\tilde{\epsilon}$.

$$\delta(\vec{r}) = \bar{\delta} + \tilde{\delta}(\vec{r}) \qquad (I.43)$$

$$\epsilon(\vec{r}) = \bar{\epsilon} + \tilde{\epsilon}(\vec{r}) \qquad (I.44)$$

Au 1er ordre en $\bar{\epsilon}$, le rayon du noyau est donné par:

$$R = r_0 A^{1/3}(1+\bar{\epsilon}) \qquad (I.45)$$

Pour un noyau sphérique et en première approximation, on a:

$$\bar{\delta} = I - \frac{3}{2}(t/R) \qquad (I.46)$$

Les rayons effectifs des distributions de protons et de neutrons se calculent à l'aide des expressions:

$$R_N = R + \frac{Z}{A}\,t \qquad (I.47)$$

$$R_Z = R - \frac{N}{A}\,t \qquad (I.48)$$

C'est cette dernière quantité qui est comparable avec les résultats des expériences de diffusion d'électrons.

b)Energie d'un noyau déformé

L'énergie Coulombienne est calculée en tenant compte de la diffusivité de la surface et de l'écart entre les distributions ρ_Z, ρ_N et ρ. Une fonction d'approche est aussi introduite pour assurer l'anti-corrélation de protons de spins identiques

(principe d'exclusion de Pauli). L'énergie de liaison à l'équilibre est obtenue en minimisant l'énergie totale par rapport à $\bar{\delta}$, $\bar{\epsilon}$, $\tilde{\delta}$ et $\tilde{\epsilon}$. Seuls les termes qui correspondent au développement leptodermique à l'ordre deux en $A^{-1/3}$ et I^2 sont conservés. On obtient:

$$\begin{aligned} E = &\left[-a_1 + J\bar{\delta}^2 - \frac{1}{2}K\bar{\epsilon}^2 + \frac{1}{2}M\bar{\delta}^4\right].A \\ &+\left[a_2 + \frac{9J^2}{4Q}\bar{\delta}^2\right].A^{2/3}.B_s \quad + a_3 A^{1/3} B_k \\ &+ c_1 Z^2 A^{-1/3} B_c - c_2 Z^2 A^{1/3} B_r \\ &- c_3 Z^2 A^{-1} - c_4 Z^{4/3} A^{-1/3} - c_5 Z^2 B_w \end{aligned} \qquad \text{(I.49)}$$

où $$\bar{\delta} = \left[I + \frac{3c_1}{16Q} Z A^{-2/3} B_v\right] \Big/ \left[1 + \frac{9J}{4Q} A^{-1/3} B_s\right] \qquad \text{(I.50)}$$

et $$\bar{\epsilon} = \frac{1}{K}\left[-2a_2 A^{-1/3} B_s + c_1 Z^2 A^{-4/3} B_c + L\bar{\delta}^2\right] \qquad \text{(I.51)}$$

Les fonctions dépendantes de la forme B_k, B_r, B_v et B_w représentent respectivement les énergies de courbure, de redistribution de volume, de peau de neutrons et de redistribution de surface (relativement à la sphère). Elles sont définies par (en prenant une sphère équivalente de rayon 1):

$$B_k = \int \frac{k\,d\sigma}{8\pi} \qquad \text{(I.52)}$$

k étant la courbure locale moyenne (equat.11).

$$B_r = \int_\tau \frac{|\tilde{W}(\vec{r})|^2 d\tau}{(64\pi^3/1575)} \qquad \text{(I.53)}$$

$$B_v = \int_\sigma \frac{\tilde{W}(\vec{r})\, d\sigma}{(-16\pi^2/15)} \qquad \text{(I.54)}$$

$$B_w = \int_\sigma \frac{|\tilde{W}(\vec{r})|^2 d\sigma}{(64\pi^3/225)} \qquad \text{(I.55)}$$

où $$W(\vec{r}) = \int_\tau \frac{d\tau'}{|\vec{r}-\vec{r}'|} \quad \text{et} \quad \overline{W} = \int_\tau \frac{W(\vec{r})\,d\tau}{(4\pi/3)} \qquad \text{(I.56)}$$

avec $$\tilde{W}(\vec{r}) = W(\vec{r}) - \overline{W} \qquad \text{(I.57)}$$

Les quatre termes de l'énergie de volume représentent respectivement: l'énergie de liaison par nucléon dans la matière nucléaire infinie ($-a_1$), le terme d'asymétrie qui prend en compte l'excès de neutrons ($J\bar{\delta}^2$), l'énergie de liaison supplémentaire due à la compétition entre les différentes forces de dilatation et de compression ($-\frac{1}{2}K\bar{\epsilon}^2$) et un terme d'ordre supérieur d'énergie de symétrie ($\frac{1}{2}M\bar{\delta}^4$).

L'énergie proportionnelle à la surface se décompose en deux contributions: a_2 est le coefficient d'énergie de surface de la matière nucléaire semi-infinie et $\frac{9J^2}{4Q}\bar{\delta}^2$ un terme correctif provenant de l'excès de neutrons. Le terme suivant dans le développement représente la correction de courbure à l'énergie de surface.

L'énergie Coulombienne se décompose en cinq parties. La première est la self-énergie d'une sphère de rayon $r_0 A^{1/3}$. La seconde est une correction de réponse à la répulsion Coulombienne qui produit une dépression centrale. Le $3^{ème}$ terme provient de la diffusivité de la surface, le $4^{ème}$ de la correction d'échange et le $5^{ème}$ d'une redistribution associée à l'inhomogénéité de la peau de neutrons.

c) Importance des différentes contributions

Les valeurs des différents paramètres dans l'équation (I.49) ont été ajustées plusieurs fois (MS 69, MS 74 et MY 77) pour reproduire des résultats expérimentaux sans cesse plus nombreux et plus précis. Les dernières valeurs proposées sont les suivantes:

a_1 = 15.96 MeV	coefficient d' énergie	de volume
a_2 = 20.69 MeV	" "	de surface
a_3 = 0.0 MeV	" "	de courbure
c_1 = 0.73219 MeV	" "	de Coulomb
c_2 = 0.00016302 MeV	"	de redistribution

c_3 =1.28846 MeV coefficient de diffusivité

c_4 =0.55911 MeV " de correction d'échanges

c_5 =0.00049274 MeV " de redistribution du 2ème ordre

J =36.8 MeV " d'énergie de symétrie

K =240 MeV " de compressibilité

L =100 MeV " de symétrie de la densité

M =0.0 MeV " d'anharmonicité

Q =17 MeV " de dureté de la surface effective

La valeur de la constante du rayon nucléaire est: r_0 =1.18 fm.

A titre d'exemple, pour le noyau ^{236}U dans l'état fondamental sphérique, les énergies de volume, de surface et Coulombienne sont respectivement de: -3432.2 Mev,647.5 MeV et de 982 MeV. La contribution de toutes les corrections ne représente que: 22.8 MeV (d'après HA 71).

Ces corrections sont nécessaires pour déterminer avec précision la masse des noyaux, par contre elles sont négligeables pour calculer l'énergie de déformation et les barrières de fission. C'est pour cette raison que nous nous sommes placés dans le cadre du modèle de la goutte liquide. Ce dernier modèle donne d'ailleurs des hauteurs de barrières de fission meilleures que celles du modèle de la gouttelette liquide. La différence provient des valeurs des paramètres et non pas des corrections apportées.

4.MODELE SEMI-CLASSIQUE ET MODELE DE LA GOUTTE LIQUIDE

Ces dernières années, la description par la méthode d'Hartree-Fock des propriétés nucléaires aux basses énergies d'excitation a fait des progrès considérables. Néanmoins, cette description conduit à des temps de calculs très élevés et elle se comporte un peu comme une "boîte noire". De plus les barrières de fission prédites sont trop hautes. Aussi, parallèlement à cette

méthode, des modèles semi-classiques ont été développés (BB 80, GR 81, TB 84, TK 85, BQ 85, BB 85, BG 85), essentiellement pour les raisons suivantes: réduire le temps de calcul (d'un facteur de 50-100), permettre une meilleure transparence des calculs, assurer un lien entre les paramètres des forces effectives et ceux du modèle de la goutte liquide, calculer les corrections de couches d'une manière self-consistante et étudier les systèmes nucléaires chauds. La stratégie proposée par Brack et al est la suivante:

1)utiliser les forces de Skyrme déterminées par les calculs Hartree-Fock,

2)utiliser les fonctionnelles de la densité locale $\tau(\rho)$ et $J(\rho)$ (respectivement, densité d'énergie cinétique et densité de couplage spin-orbite) déterminées par le modèle de Thomas-Fermi généralisé,

3)obtenir les densités de nucléons $\rho_p(\vec{r})$ et $\rho_n(\vec{r})$ par des calculs variationnels.

Dans une telle approche, les propriétés nucléaires moyennes sont décrites sans introduire aucune nouvelle variable ajustable. Pour un système leptodermique, la densité varie brusquement près de la surface et, comme dans le modèle de goutte liquide, on peut effectuer un développement. L'énergie est alors donnée par (GR 81):

$$E = a_v\left(1-k_v I^2\right)A + a_s\left(1-k_s I^2\right)A^{2/3} + a_c\left(1-k_c I^2\right)A^{1/3} + a_0 + \left(\mu A^{2/3} + \nu A^{1/3} + \rho\right)e^{\left(-\lambda A^{1/3}\right)} \qquad \text{(I.58)}$$

Les trois premiers termes représentent les contributions de volume, de surface et de courbure. a_0 est un terme constant tandis que la contribution décroissant exponentiellement en $A^{1/3}$ (négligeable pour les noyaux lourds) permet de faire tendre l'énergie vers zéro pour les systèmes très légers. Les prédictions de ces modèles dépendent de la force de Skyrme considérée (voir table

1). La dernière version SkM* conduit à des valeurs de 17.51 MeV et 3 pour a_s et k_s.

	a_v	k_v	a_s	k_s	a_c	k_c	a_0
SkY II	-15.98	2.15	19.92	4.29	11.9	-6.5	-12.7
SkY III	-15.83	1.77	18.64	2.54	10.6	-3.3	-11.7
SkY IV	-15.93	1.98	19.30	5.43	14.2	-8.7	-15.5
SkY VI	-15.72	1.73	17.88	2.14	10.9	-1.9	-11.7

Table I.1. Paramètres du modèle de la goutte liquide calculés pour différentes forces de Skyrme (d'après BB 80). a_V, a_S, a_C et a_0 sont donnés en MeV.

Dans l'hypothèse de la conservation du volume, l'énergie de déformation ne dépend que des paramètres a_s, k_s, a_c et k_c. Les calculs semi-classiques redonnent à peu près la valeur de a_s proposée par Myers et Swiatecki en 1967. L'incertitude sur k_s est grande mais la valeur de 1.7826 paraît trop faible. Ces calculs semblent montrer que la contribution des effets de courbure est importante. Cette question est donc remise à jour et les différents travaux récents apportent des conclusions un peu contradictoires. Les calculs Hartree-Fock (SF 85) conduisent à des valeurs faibles pour le coefficient a_c (0-5 MeV). Il est important de souligner que, pour l'instant, les seuls modèles qui arrivent à reproduire de façon très satisfaisante à la fois la masse des noyaux et les barrières de fission sont les modèles qui considèrent que les effets de courbure sont négligeables (SH 75, MY 77 et MN 81). D'ailleurs Krappe et al ont montré, en effectuant un développement d'un potentiel de Yukawa, que ce terme était identiquement nul (KN 79).

Signalons finalement que dans cette étude (voir chap.III) nous avons pris: a_s =17.9439 MeV, k_s =2.6 et a_c =k_c =0.

CHAPITRE II

ENERGIE DE PROXIMITE ET POTENTIELS D'INTERACTION

1.ENERGIE DE PROXIMITE ET MODELE DE LA GOUTTE LIQUIDE

Le développement leptodermique de l'énergie d'un système n'est valable que si, en tout point de la surface, le rayon principal de courbure est bien plus grand que l'épaisseur de cette surface. Si celle-ci présente en certains points une courbure très accentuée, alors ce développement n'est plus suffisant. Une telle situation se produit quand le noyau est très déformé et qu'il est sur le point de fissionner ou encore quand deux noyaux entrent en collision. Dans ce dernier cas, les calculs de type goutte ou gouttelette liquide sont incapables de reproduire la forte attraction qui apparaît avant que les noyaux ne fusionnent et qu'un col ne se développe.

Il est donc nécessaire d'introduire une énergie potentielle additionnelle pour tenir compte des forces de proximité nucléaire qui s'exercent entre les nucléons des surfaces en regard. Dans l'hypothèse de formes régulières, cette énergie de proximité E_N est donnée par (BR 77):

$$E_N = \iint e(D)\, d\sigma + \text{corrections}. \qquad \text{(II.1)}$$

où e(D) est l'énergie d'interaction (par unité d'aire) de deux surfaces parallèles distantes de D (fig.1). L'intégration s'effectue sur la surface de la crevasse qui sépare les fragments. Les corrections sont faibles et s'annulent quand les courbures deviennent petites. En décomposant la surface en couronnes circulaires, on obtient:

$$E_N = \int_{h_{min}}^{h_{max}} e(D).2\pi h\, dh \qquad \text{(II.2)}$$

L'énergie d'interaction peut s'exprimer en fonction du coeffi-

cient d' énergie de surface γ (équat.I.7 et I,13) en introduisant une fonction de proximité ϕ sans dimension, de sorte que:

$$\phi(\zeta) = e(D)/2\gamma \qquad \text{où} \quad \zeta = D/b \qquad \text{(II.3)}$$

et

$$E_N(r) = 2\gamma \int_{h_{min}}^{h_{max}} \phi(D(r,h)/b)\, 2\pi h\, dh \qquad \text{(II.4)}$$

où b est un paramètre qui prend en compte la diffusivité de la surface nucléaire ($b \simeq 1$ fm). r est la distance entre les centres de masse des deux moitiés du système. La fonction de proximité ϕ (fig.2) est déterminée en utilisant le modèle nucléaire de Thomas-Fermi et des interactions nucléon-nucléon phénoménologiques (potentiel de Seyler-Blanchard).

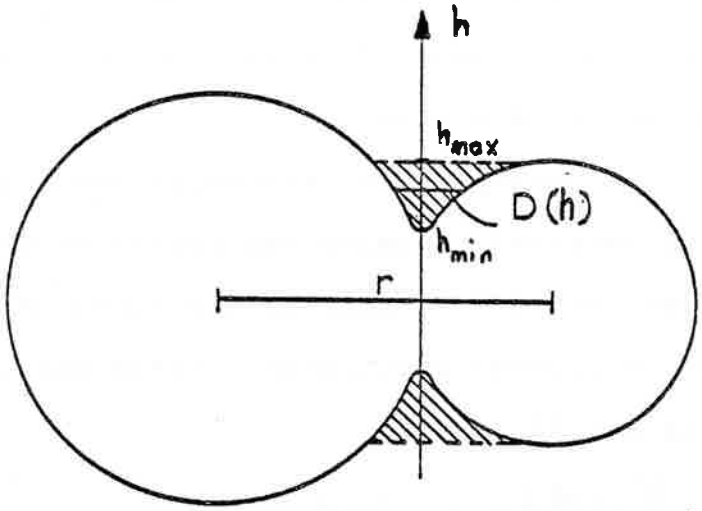


Fig. II.1. Région où s'exercent les forces de proximité (d'après FE 79).

Dans les paragraphes suivants, nous indiquons les autres méthodes proposées pour tenir compte des effets de portée finie de la force nucléaire. Signalons dès maintenant que le calcul de cette énergie de proximité à l'aide de l'intégration définie par l'équation (4) présente de nombreux avantages. D'un point de vue général d'abord, ce terme n'est qu'une correction à apporter au

modèle de la goutte liquide. Il permet donc de préserver toute l'efficacité de ce modèle quand l'énergie de proximité est négligeable (noyaux sphériques, ellipsoïdaux ou déformés et très allongés) et d'étendre sa validité à la description de l'énergie totale de systèmes compacts (à un ou deux corps) fortement crevassés, c'est-à-dire aux phénomènes de fusion nucléaire et de scission conduisant à des fragments compacts. D'un point de vue plus pratique, ce calcul prend en compte la séquence de forme considérée et permet de décrire de façon continue la transition d'un système à un corps à un système à deux corps.

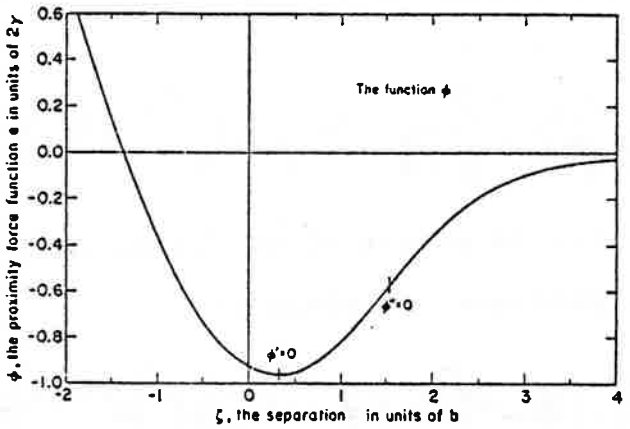


Fig. II.2. Fonction de proximité ϕ sans dimension en fonction du paramètre de séparation $\zeta = D/b$ sans dimension (d'après BR 77).

Le but de notre travail est de montrer que l'introduction de ce terme dans le modèle de la goutte liquide permet de reproduire les données expérimentales de la fusion nucléaire et permet aussi de mieux comprendre certains phénomènes observés en fission. Les paramètres et la séquence de forme utilisée sont explicitement définis aux paragraphes III.3 et III.4.

2.POTENTIEL UNIFIE DE KRAPPE ET AL

Ce potentiel, développé en 1979 (KN 79), permet de calculer très simplement les barrières de fusion et a souvent servi de référence. De plus, sur le plan théorique, il se trouve à la frontière entre les modèles purement macroscopiques et les modèles semi-classiques et permet donc de comparer les différentes approches.

Par analogie avec le calcul de l'énergie Coulombienne, Krappe et al ont d'abord proposé de calculer l'énergie de surface généralisée d'un noyau à l'aide d'une double intégration de volume d'un potentiel de Yukawa. Cela conduit à des contradictions et finalement, ils ont été amenés à définir ce terme à partir d'une différence entre une fonction exponentielle et une fonction de Yukawa:

$$E = -\frac{a_s(1-k_s I^2)}{8\pi^2 r_0^2 a^3} \iint \left(\frac{\sigma}{a} - 2\right) \frac{e^{-\sigma/a}}{\sigma} d^3\vec{r}\, d^3\vec{r}' \qquad \text{(II.5)}$$

où a est la portée du potentiel de Yukawa et $\sigma = |\vec{r} - \vec{r}'|$.
Pour un noyau sphérique, on obtient:

$$E^{sphère} = \left\{1 - 3\left(\frac{a}{R_0}\right)^2 + \left(\frac{R_0}{a} + 1\right)\left[2 + 3\frac{a}{R_0} + 3\left(\frac{a}{R_0}\right)^2\right] e^{-2R_0/a}\right\} E_S^{sphère} \qquad \text{(II.6)}$$

avec $$E_S^{sphère} = a_s(1 - k_s I^2) A^{2/3} \quad \text{et} \quad R_0 = r_0 A^{1/3} \qquad \text{(II.7)}$$

Il est très intéressant de remarquer que le 1er terme est en $A^{2/3}$ et le second en A^0 . Le terme en $A^{1/3}$ qui représente l'énergie de courbure moyenne est identiquement nul. Cela est en contradiction totale avec les prédictions des modèles semi-classiques. Le terme en A^0 et celui qui décroît exponentiellement proviennent de la diffusivité de la surface et de la portée finie des forces nucléaires.

Cette énergie de surface généralisée contient l'énergie de

proximité. Pour des noyaux sphériques séparés (de rayons R_1 et R_2), il est possible de l'extraire simplement et on obtient:

$$E_N(r) = -D\left(F + \frac{s}{a}\right)\frac{R_{12}}{r}\, e^{-s/a} \qquad \text{(II.8)}$$

où $$s = r - R_1 - R_2. \qquad \text{(II.9)}$$

La constante F est définie par:

$$F = 4 + \frac{R_{12}}{a} - \frac{f(R_1/a)}{g(R_1/a)} - \frac{f(R_2/a)}{g(R_2/a)} \qquad \text{(II.10)}$$

où $f(x) = x^2 \sinh(x)$ et $g(x) = x\cosh(x) - \sinh(x)$ (II.11)

D fixe la profondeur de ce puits de potentiel

$$D = \frac{4a^3 g(R_1/a)\, g(R_2/a)\, e^{-R_{12}/a}}{r_0^2\, R_{12}}\, c_s \qquad \text{(II.12)}$$

avec $$c_s = a_s \sqrt{(1 - k_s I_1^2)(1 - k_s I_2^2)} \qquad \text{(II.13)}$$

Les valeurs des paramètres sont les suivantes:

$r_0 = 1.18$ fm $a = 0.65$ fm $a_s = 21.7$ MeV $k_s = 3.0$ (II.14)

On obtient l'énergie totale de ces noyaux séparés en ajoutant le potentiel Coulombien. Il est alors facile de déterminer la hauteur et la position des barrières de fusion. C'est à l'aide de ces formules que nous avons comparé nos résultats avec ceux de Krappe et al (§IV.5.a). Pour un noyau déformé, les calculs de l'énergie totale sont très complexes et des approximations paraboliques ont été proposées. Ce potentiel est donc difficilement utilisable pour décrire le chemin de fusion jusqu'au noyau composé ou le chemin de fission à travers des formes compactes.

3.POTENTIEL SOUDAIN DE BLOCKI ET AL

Si on considère deux surfaces en regard, de courbure régulière, séparées par la distance minimale s, la distance D (équat.1) peut être développée en série de Taylor:

$$D(x,y) = s + \frac{1}{2}\left(x^2/R_x\right) + \frac{1}{2}\left(y^2/R_y\right) + \ldots \qquad \text{(II.15)}$$

où x et y sont les coordonnées dans un plan perpendiculaire à la droite qui joint les centres de masse des deux noyaux et R_x et R_y les rayons de courbure principaux.

En posant :

$$\xi = x/(2R_x)^{1/2} \quad , \quad \eta = y/(2R_y)^{1/2} \tag{II.16}$$

de sorte que $D = s + \rho^2$ avec $\rho^2 = \xi^2 + \eta^2$ (II.17)

on obtient successivement (BR 77):

$$\begin{aligned} E_N(s) &= \iint dx\,dy\; e(D) \\ &= 2(R_x R_y)^{1/2} \iint d\xi\, d\eta\; e(D) \\ &= 2(R_x R_y)^{1/2} \int_0^\infty 2\pi\rho\, d\rho\; e(D) \\ &= 2\pi\bar{R} \int_{D=s}^\infty dD\; e(D) \end{aligned} \tag{II.18}$$

$$E_N(s) = 2\pi\bar{R}\,\Xi(s)$$

$\bar{R}$ est la moyenne géométrique des deux rayons de courbure R_x et R_y et donc, l'inverse de la racine carrée de la courbure Gaussienne. Pour des surfaces sphériques de rayons C_1 et C_2, $\bar{R}$ est un rayon réduit (analogue à la masse réduite):

$$\bar{R} = C_1 C_2/(C_1 + C_2) \tag{II.19}$$

La force de proximité nucléaire qui s'exerce entre deux surfaces est obtenue en dérivant l'équation (18) par rapport à s:

$$F(s) = -(\partial E_N/\partial s) = 2\pi\bar{R}\,e(s) \tag{II.20}$$

C'est le théorème de proximité de Blocki et al. La force ne dépend que de la courbure moyenne de la surface et du potentiel d'interaction à la distance minimale s.

A l'aide des formules (3) et (18) on obtient finalement:

$$E_N(s) = 4\pi\gamma\bar{R}\,b.\Phi(s/b) \tag{II.21}$$

où

$$\Phi(s/b) = \int d\zeta\,\phi(\zeta) \tag{II.22}$$

On peut faire une approximation de cette fonction à l'aide d'une cubique et d'une exponentielle (BR 77):

$$\Phi(\zeta \leqslant \zeta_1) = -\frac{1}{2}(\zeta - \zeta_0)^2 - k(\zeta - \zeta_0)^3$$

$$\Phi(\zeta \geqslant \zeta_1) = -3.437 \exp(-\zeta/0.75) \qquad \text{(II.23)}$$

où $\zeta_1 = 1.2511$, $\zeta_0 = 2.54$ et $k = 0.0852$

Sous cette forme, l'énergie de proximité est alors très facile à calculer. Jusqu'au contact entre les deux noyaux séparés, les différentes approches sont sensiblement équivalentes mais, quand $r < R_1 + R_2$, on peut se placer dans le cadre de l'approximation soudaine ou dans celui de l'approximation adiabatique (fig.3). Dans le premier cas, pour $s < 0$, les densités de matière de chaque noyau sont gelées et la densité dans la région de recouvrement en est la somme; Blocki et al et Ngô et Ngô se sont placés dans cette hypothèse. Cette approximation soudaine est justifiée dans le cas de collisions violentes comme en fusion et pour des chevauchements faibles. Elle permet difficilement de décrire le chemin de fusion jusqu'au noyau composé et encore moins le chemin de fission. Ces potentiels ont d'ailleurs été développés pour reproduire l'interaction entre les ions lourds dans la phase d'approche et non pour étendre le domaine de validité du modèle de la goutte liquide. Dans le second cas, la densité de la matière nucléaire reste constante et un col se forme entre les fragments assurant ainsi une transition régulière entre les systèmes à un corps et les systèmes à deux corps. A l'aide de l'intégration effective sur les surfaces en regard (équat.4), l'approximation adiabatique permet de faire tendre régulièrement l'énergie de proximité vers zéro au fur et à mesure que la crevasse disparaît. Ainsi les chemins de fission et de fusion peuvent être explorés dans leur ensemble. Comme Feldmeier

(FE 79) nous nous sommes placés dans cette hypothèse (voir §.III.4.d).

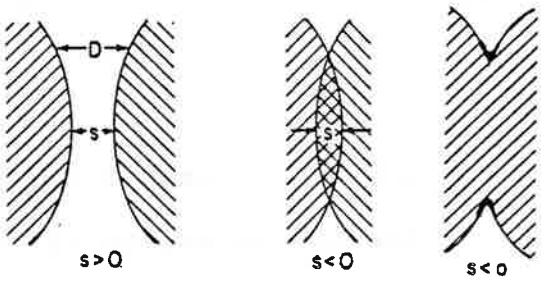


Fig. II.3. Illustration de l'approximation soudaine (à gauche) et de l'approximation adiabatique (à droite).

4.POTENTIEL SOUDAIN DE H.NGÔ ET C.NGÔ

Dans le cadre du formalisme de la densité d'énergie, l'énergie totale d'un système nucléaire est donnée par (NN 80)

$$E = \int \epsilon(\vec{r})\,d\vec{r} \qquad \text{(II.24)}$$

où $$\epsilon(\vec{r}) = \epsilon(\rho_n(\vec{r}), \rho_p(\vec{r})) \qquad \text{(II.25)}$$

est la densité d'énergie, fonctionnelle des densités de protons et de neutrons.

Le modèle de Thomas-Fermi généralisé donne:

$$\epsilon = \tau_{T.F} + \rho V(\rho,\alpha) + \eta_0(\nabla\rho)^2 + \frac{1}{2}e\rho_p V_c - 0.7386\, e^2 \rho_p^{4/3} \qquad \text{(II.26)}$$

où ρ, α, $\tau_{T.F}$ et V sont respectivement la densité totale, l'excès de neutrons, la densité d'énergie cinétique et l'énergie potentielle par particule.

Les densités nucléaires sont du type distribution de Fermi à symétrie sphérique

$$\rho_{n,p}(r) = \frac{\rho_{n,p}(0)}{1 + \exp\left[\frac{r - C_{n,p}}{0.55}\right]} \qquad \text{(II.27)}$$

où $$C = R\left(1 - \frac{1}{R^2}\right) \qquad \text{(II.28)}$$

représente le rayon central de la distribution.

Dans le cadre de l'approximation soudaine, le potentiel d'interaction entre deux ions est alors donné par:

$$V(R) = \int \left[\epsilon(\rho_{1n}+\rho_{2n}, \rho_{1p}+\rho_{2p}) - \epsilon(\rho_{1n}, \rho_{1p}) - \epsilon(\rho_{2n}, \rho_{2p})\right] d\vec{r} \qquad \text{(II.29)}$$

où ρ_1 et ρ_2 sont les densités des deux ions incidents.

La partie nucléaire peut être extraite en soustrayant la partie Coulombienne qui est triviale dans le cas de deux noyaux sphériques séparés. On arrive à (NN 80):

$$E_N(s) = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} U_N(s) \qquad \text{(II.30)}$$

où $$s = r - C_1 - C_2 \qquad \text{(II.31)}$$

La fonction $U_N(s)$ est déterminée à partir de l'équation (29). En première approximation, on a:

$$U_N(s) = -33 \exp\left[-\frac{(s-s_0)^2}{5}\right] \quad \text{pour} \quad s > s_0$$

et

$$U_N(s) = -33 + 5.4\,(s-s_0)^2 \quad \text{pour} \quad s < s_0 \qquad \text{(II.32)}$$

avec s_0 = -1.6 fm.

Ce potentiel permet de très bien reproduire les barrières de fusion. Ses prédictions sont très voisines de celles obtenues à partir du potentiel de Krappe et al et elles sont bien meilleures que celles du potentiel de proximité de Blocki et al (voir VA 81).

CHAPITRE III

SEQUENCES DE FORME ET ENERGIE DE DEFORMATION

1. INTRODUCTION

La manière la plus fondamentale d'étudier la dépendance de forme de l'Hamiltonien nucléaire est de déterminer une force nucléon-nucléon réaliste et de résoudre les équations d'un système à N corps. Pour des noyaux sphériques, des progrès considérables ont été réalisés. Pour les larges déformations rencontrées en fission et en fusion, de tels calculs microscopiques (Méthode de Hartree-Fock dépendante du temps, par exemple) sont extrêmement compliqués et sont encore loin de reproduire les caractéristiques essentielles des phénomènes de fusion et de fission nucléaire.

Une autre approche est de déterminer les tendances générales de l'énergie potentielle à l'aide d'un modèle macroscopique et de décrire les fluctuations locales dans le cadre d'un modèle microscopique. Les calculs de l'énergie de déformation d'un noyau s'effectuent alors en 4 étapes:

1) Spécification de la séquence de forme
2) Calcul de l'énergie macroscopique
3) Recherche d'un potentiel à une particule "vu" par les nucléons
4) Calcul des corrections microscopiques: effets de couches et d'appariement.

Nous nous plaçons dans cette approche. Dans ce chapitre, nous rappellerons les diverses paramétrisations de forme utilisées (voir NI 72) et nous introduirons une nouvelle séquence de forme à deux paramètres permettant de décrire simplement les déformations compactes et crevassées rencontrées en fusion, fragmentation et fission.

2.RAPPEL DES PRINCIPALES PARAMETRISATIONS UTILISEES

a) Développement en polynômes de Legendre

Les formes pas trop éloignées de la sphère et possédant un axe de révolution peuvent être décrites en développant le vecteur radial en série de polynômes de Legendre:

$$R(\theta) = \frac{R_0}{\lambda}\left[1 + \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n P_n(\cos\theta)\right] \qquad \text{(III.1)}$$

Les 3 coefficients α_2, α_3 et α_4 représentent essentiellement les degrés de liberté de fission, d'asymétrie de masse et de formation d'un col. L'asymétrie axiale peut être reproduite en introduisant une double sommation d'harmoniques sphériques $Y_n^m(\theta,\varphi)$. λ est une constante de normalisation de volume déterminée en fonction des autres coordonnées de telle manière que le volume demeure égal à $\frac{4\pi R_0^3}{3}$.

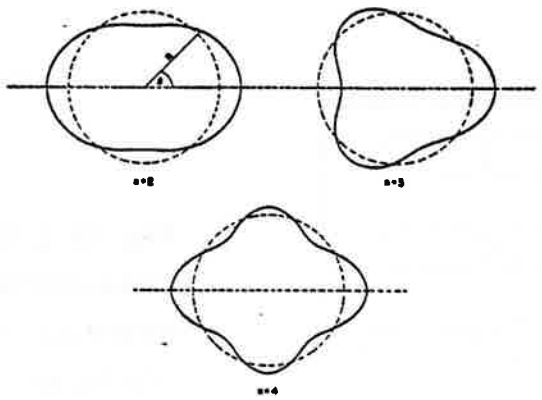


Fig. III.1. Trois premiers modes normaux d'oscillation (HW 53)

Pour de petites oscillations autour de la sphère, les coordonnées α_n représentent les modes normaux du système. Malheureusement, un très grand nombre de coefficients sont à prendre en compte pour décrire des formes plus déformées. Ainsi, cette méthode est incapable d'assurer la transition d'un noyau à deux noyaux séparés ou vice versa.

b)Sphéroïdes perturbés

Les formes proches d'un ellipsoïde de révolution sont

définies à l'aide d'une perturbation autour de cette forme.

$$R(\theta)=\frac{R_0}{\lambda}\left[\frac{1-\frac{1}{3}\epsilon+\frac{2}{3}\epsilon P_2(\cos\theta_t)}{1-\frac{2}{3}\epsilon P_2(\cos\theta_t)+2\sum_{n=1,n\neq 2}^{\infty}\epsilon_n P_n(\cos\theta_t)}\right]^{1/2} \qquad \text{(III.2)}$$

où l'angle θ_t est relié à l'angle θ par:

$$\cos\theta_t=\left[\frac{1-\frac{2}{3}\epsilon}{1+\frac{1}{3}\epsilon-\epsilon\cos^2\theta}\right]^{1/2}\cos\theta \qquad \text{(III.3)}$$

ϵ_1 est déterminé par la condition de stationnarité du centre de masse. Les formes d'aiguille et de disque sont les configurations extrêmes. Cette paramétrisation ne permet pas de reproduire les configurations de scission en fission ou d'approche dans les réactions entre ions lourds, car elle ne décrit pas le développement d'un col, mais conduit à des formes exagérément cylindriques.

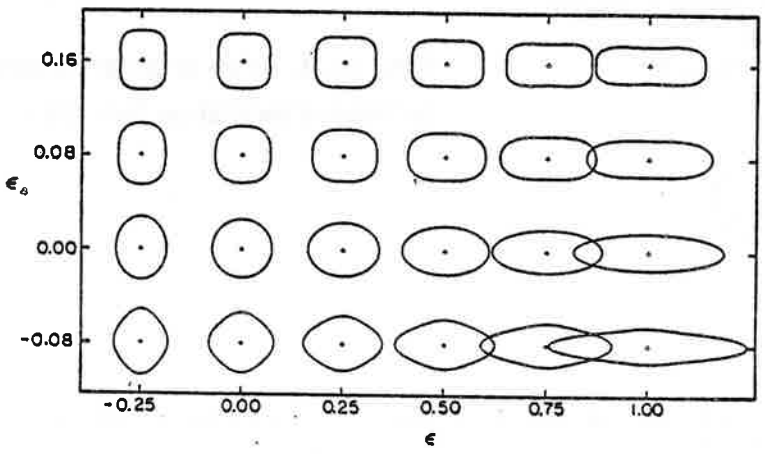


Fig. III.2. Exemples de formes décrites par les sphéroïdes perturbés (d'après Nl 69b).

c) Sphéroïdes généralisés

Cette séquence de forme est déterminée par un ensemble de trois paramètres: c, α et h. c désigne l'élongation du noyau, α l'asymétrie de masse, h une coordonnée reliée au col.

A l'aide des coordonnées cylindriques réduites:

$$v=\rho/(cR_0) \quad \text{et} \quad u=z/(cR_0) \qquad \text{(III.4)}$$

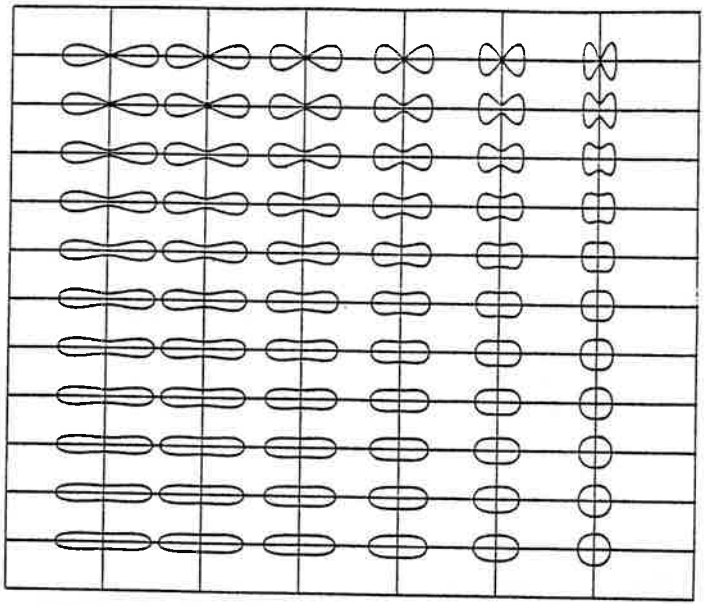


Fig. III.3. Exemples de formes décrites par les sphéroïdes généralisés (HA 71)

la surface nucléaire est définie par:

$$v^2 = \begin{cases} (1-u^2)(A+\alpha u+Bu^2) & B \geqslant 0 \\ (1-u^2)(A+\alpha u)\, e^{Bc^3u^2} & B \leqslant 0 \end{cases} \qquad \text{(III.5)}$$

où $$B = 2h + 1/2\,(c-1) \qquad \text{(III.6)}$$

et $$A = 1/c^3 - 1/5\,B. \qquad \text{(III.7)}$$

De nombreuses formes peuvent être décrites par cette paramétrisation (fig.3), notamment, pour A < 0, des fragments séparés (voir l'article de synthèse de Nix (NI 72) et les très nombreuses références citées). Néanmoins, les sphéroïdes généralisés ne reproduisent pas des formes simples telles que deux noyaux sphériques tangents.

d) Ovales de Cassini

Les ovales de Cassini ont été utilisés en fission (SR 68, PA 71), car ils décrivent d'une manière continue le passage d'une sphère à deux sphères à l'infini (fig.4). Ils sont définis en coordonnées cylindriques par:

$$(\rho^2+z^2)^2 + 2\epsilon(\rho^2-z^2)R^2 + (\epsilon^2-1)R^4 = 0 \qquad \text{(III.8)}$$

où R assure la conservation du volume en fonction de ϵ. Les fragments sont séparés pour $\epsilon > 1$.

Les ovales de Cassini sont des lemniscates particulières (lieu des points dont le produit des distances à deux foyers est constant, GO 71). La forme de scission est la lemniscate de Bernoulli: elle correspond à des fragments allongés très déformés. Les ovales de Cassini ne peuvent donc décrire la phase d'approche dans les réactions entre ions lourds.

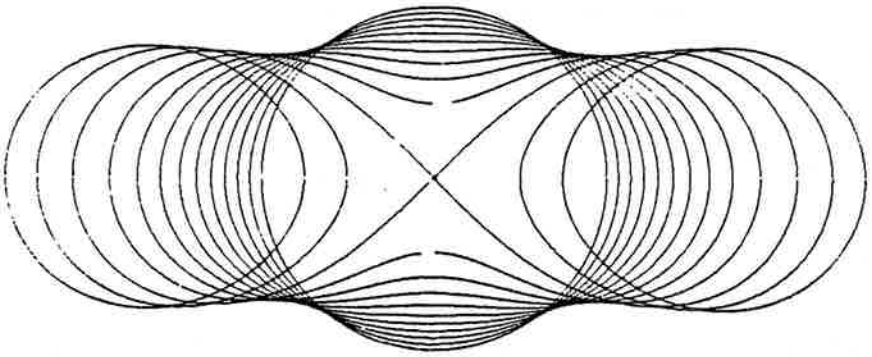


Fig. III.4. Ovales de Cassini. Le volume est conservé, le paramètre ϵ varie de 0 (sphère) à 1.2 (sphères séparées) par pas de 0.1. Pour ϵ = 1.0 on obtient la lemniscate de Bernoulli.

e) Surfaces de révolution à trois quadriques

Un moyen pour obtenir à la fois un col (système à un corps) et deux sphères en contact est de connecter deux sphéroïdes par une troisième surface quadratique de révolution (NI 69a). Cette troisième surface peut être, soit un sphéroïde, soit un hyperboloïde de révolution (fig.5).

L'équation de la surface nucléaire est alors, en coordonnées cylindriques:

$$\rho^2 = \begin{cases} a_1^2 - (a_1^2/c_1^2)(z-\ell_1)^2 & \ell_1 - c_1 \leq z \leq z_1 \\ a_2^2 - (a_2^2/c_2^2)(z-\ell_2)^2 & z_2 \leq z \leq \ell_2 + c_2 \\ a_3^2 - (a_3^2/c_3^2)(z-\ell_3)^2 & z_1 \leq z \leq z_2 \end{cases} \qquad \text{(III.9)}$$

En raison de quatre contraintes (conservation du volume, stationnarité du centre de masse, raccordement en z_1 et z_2), le nombre de coordonnées indépendantes est cinq.

Cette paramétrisation est capable de décrire la plupart des formes nucléaires rencontrées. Son gros inconvénient est d'être très difficile à utiliser et de ne pas mettre en évidence clairement les relations entre la forme et les coordonnées.

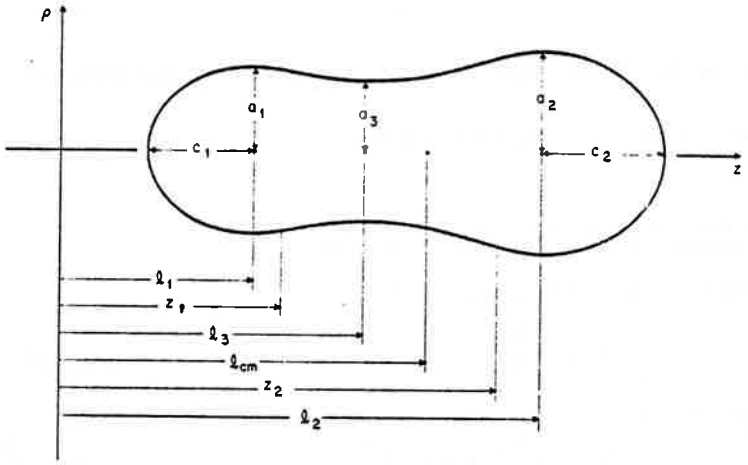


Fig. III.5. Chaque surface est spécifiée par la position ℓ_i de son centre, son demi axe transverse a_i et sa demi-élongation c_i. Les nappes se joignent en z_i et z_2. $\ell_{c.m}$ donne la position du centre de masse.

f)Formes en haltère

La surface est constituée de deux portions de sphère connectées par un cylindre.

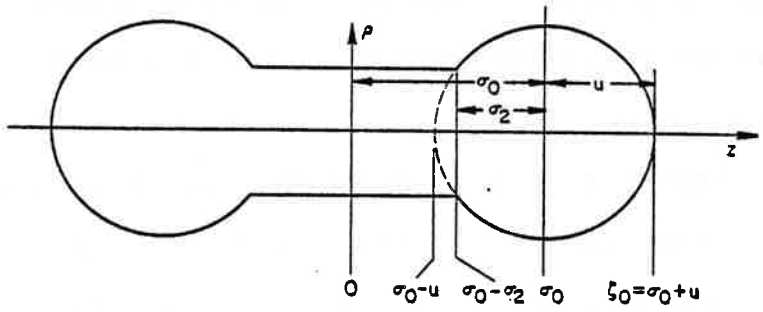


Fig. III.6. Paramétrisation de la forme en haltère. σ_0, σ_2 et u représentent respectivement l'élongation, la constriction du système et le rayon des sphères.

En coordonnées cylindriques, les équations sont définies par (fig.6):

$$\rho^2 = \begin{cases} u^2 - (\zeta + \sigma_0)^2 & -\sigma_0 - u \leqslant \zeta \leqslant -\sigma_0 + \sigma_2 \\ u^2 - \sigma_2^2 & -\sigma_0 + \sigma_2 \leqslant \zeta \leqslant \sigma_0 - \sigma_2 \\ u^2 - (\zeta - \sigma_0)^2 & \sigma_0 - \sigma_2 \leqslant \zeta \leqslant \sigma_0 + u \end{cases} \qquad \text{(III.10)}$$

Cette paramétrisation reproduit de nombreuses formes nucléaires (HA 71) mais elle n'est pas simple à utiliser et les discontinuités compliquent les calculs.

g)Paramétrisation en cosinus

Elle est définie par:

$$\rho^2 = \begin{cases} a^2 + b^2 \cos kz & 0 \leqslant |z| \leqslant z_b \\ a^2 - \frac{a^2}{c^2}(|z| - \ell)^2 & z_b \leqslant |z| \leqslant c + \ell \end{cases} \qquad \text{(III.11)}$$

Elle engendre des formes cylindriques ayant un nombre arbitraire de cols. Cette séquence de forme a été introduite par Möller et Nix (MN 76) pour étudier les vallées de fission ternaire et quaternaire.

h)Paramétrisation à plusieurs centres

Une autre manière de décrire les systèmes à un corps, où les deux (ou plusieurs) futurs fragments apparaissent déjà nettement est de faire une approximation à l'aide d'une paramétrisation à plusieurs corps. Par exemple, deux noyaux séparés peuvent être représentés par deux sphéroïdes et un noyau unique par la surface extérieure définie par deux sphéroïdes superposés (NS 65). Cette méthode introduit, a priori, une discontinuité à l'intersection des sphéroïdes. Ce problème peut être résolu en ajoutant une autre fonction pour décrire le col mais cela augmente singulièrement le nombre de paramètres. Finalement, signalons simplement que d'autres paramétrisations à plusieurs centres ont été proposées (NI 72, MB 82,WD 85).

3.LEMNISCATOIDES ELLIPTIQUES

Nous avons cherché à décrire les phénomènes nucléaires de fusion, fragmentation et fission à l'aide d'une séquence de forme aussi simple que possible où la signification des différentes grandeurs apparaissent clairement et où la transition un corps-deux corps s'effectue naturellement et sans discontinuité. Les lemniscatoïdes elliptiques nous ont semblé remplir toutes ces conditions. Cette séquence de forme se définit à partir d'ellipsoïdes et nous déterminerons d'abord les fonctions dépendantes de la forme pour des déformations ellipsoïdales. Ces dernières jouent un rôle important car elles correspondent à l'état fondamental d'un noyau et aussi au point-selle des systèmes lourds.

a)Fonctions dépendantes de la forme pour un ellipsoïde

En coordonnées cartésiennes, l'équation d'un ellipsoïde est définie par:

$$\sum_{i=1}^{3} (x_i/a_i)^2 = 1 \qquad \text{(III.12)}$$

Les coefficients a_i sont les longueurs des demi-axes. Le volume correspondant est:

$$V = \frac{4\pi a_1 a_2 a_3}{3} \qquad \text{(III.13)}$$

Les trois excentricités sont données par:

$$\begin{aligned} \varepsilon_1^2 &= 1 - (a_3/a_1)^2 \\ \varepsilon_2^2 &= 1 - (a_2/a_1)^2 \\ \varepsilon_3^2 &= 1 - (a_3/a_2)^2 \end{aligned} \qquad \text{(III.14)}$$

La paramétrisation en (u,v) est aussi très utile:

$$x_1 = a_1 \sin v \cos u \quad , \quad x_2 = a_2 \sin v \sin u \quad , \quad x_3 = a_3 \cos v \qquad \text{(III.15)}$$

avec $0 \leqslant v \leqslant \pi$ et $0 \leqslant u < 2\pi$

Quand l'ellipsoïde possède un axe de révolution, les différents paramètres prennent les valeurs suivantes:

Dans le cas prolate (forme de cigare)

$$a_1 \geqslant a_2 = a_3 \qquad \varepsilon_1 = \varepsilon_2 \, , \, \varepsilon_3 = 0 \tag{III.16}$$

Dans le cas oblate (forme aplatie)

$$a_1 = a_2 \geqslant a_3 \qquad \varepsilon_2 = 0 \, , \, \varepsilon_1 = \varepsilon_3 \tag{III.17}$$

Il est commode d'étudier les déformations, par rapport à la sphère, des distributions ellipsoïdales de matière à l'aide de moments (par exemple: déformations dipolaires, quadrupolaires, etc...) et d'intégrales elliptiques incomplètes (CH 69, RO 67, RR 81)

Les moments

$$\langle x_i^n \rangle_\omega = (4\pi)^{-1} \iint x_i^n \, d\omega \tag{III.18}$$

sont définis à partir des angles solides et alors

$$\langle r^2 \rangle_\omega = \sum_{i=1}^{3} \langle x_i^2 \rangle_\omega \tag{III.19}$$

Les intégrales elliptiques incomplètes se calculent ainsi:

$$F(\psi, k) = \int_0^\psi \Delta^{-1}(\alpha, k) \, d\alpha \tag{III.20}$$

$$E(\psi, k) = \int_0^\psi \Delta(\alpha, k) \, d\alpha \tag{III.21}$$

où $$\Delta(\alpha, k) = (1 - k^2 \sin^2 \alpha)^{1/2} \tag{III.22}$$

et $$\sin \psi = \varepsilon_1 \, , \; k = \varepsilon_2 / \varepsilon_1 \qquad k' = \varepsilon_3 / \varepsilon_1 \tag{III.23}$$

Pour la même déformation moyenne, l'énergie d'un noyau ellipsoïdal varie fortement d'une forme oblate à une forme prolate. Aussi nous avons défini (fig.7 et RR 81) une transformation qui conserve le volume, les lignes de coordonnées (u,v) et transforme, en particulier, un ellipsoïde prolate en un ellipsoïde ob-

late. Si le point $M(x_1, x_2, x_3)$ décrit la surface E_1, son trans-formé $M'(x'_1, x'_2, x'_3)$ défini par:

$$x'_i = x_i / a_i^2 \qquad \text{(III.24)}$$

engendre la surface de l'ellipsoïde réciproque E_2 d'équation:

$$\sum_i x'^2_i / (a_i^{-1})^2 = 1 \qquad \text{(III.25)}$$

Les propriétés des deux ellipsoïdes sont très fortement connectées. Cette transformation s'applique sur des ellipsoïdes triaxiaux. Dans le cas particulier où E_1 est prolate, son transformé E_2 est oblate (fig.7).

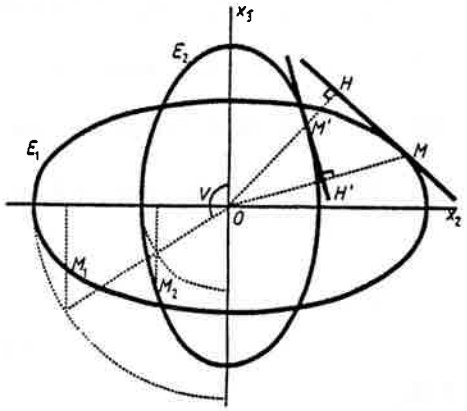


Fig. III.7. Illustration de l'inversion conduisant à l'ellipsoïde réciproque. L'ellipsoïde E_2 oblate de demi-axes a_1^{-1}, a_2^{-1} et a_3^{-1} est le réciproque de l'ellipsoïde prolate E_1. Les deux ellipsoïdes ont le même axe de révolution (axe x_2). M' et H' sont respectivement les inverses de H et M ; les points réciproques M_1 et M_2 ont les mêmes coordonnées $(\frac{3\pi}{2}, v)$.

De longs calculs (RR 81) conduisent aux formules suivantes pour les moments d'ordre deux (18):

$$\langle x_1^2 \rangle_\omega = \left(a_2 a_3 / (\varepsilon_1^3 k^2)\right)\left[F(\psi,k) - E(\psi,k)\right]$$
$$\langle x_2^2 \rangle_\omega = \left(a_2 a_3 (1-k^2\varepsilon_1^2) / [\varepsilon_1^3 k^2 (1-k^2)]\right)\left[E(\psi,k) - (1-k^2)F(\psi,k) - a_3 \varepsilon_1 k^2 / a_2\right]$$
$$\langle x_3^2 \rangle_\omega = \left(a_2 a_3 (1-\varepsilon_1^2) / [\varepsilon_1^3 (1-k^2)]\right)\left[a_2 \varepsilon_1 / a_3 - E(\psi,k)\right] \qquad \text{(III.26)}$$

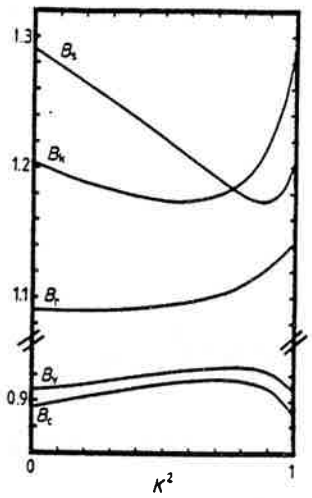


Fig. III.8. Fonctions dépendantes de la forme pour des ellipsoïdes asymétriques. Dans le cas limite oblate k = 0, $a_1 = a_2 = 1.474$ et $a_3 = 0.46$; dans le cas prolate k = 1, $a_1 = 2.173$ et $a_2 = a_3 = 0.678$.

Finalement, les fonctions B_c, B_s, B_k, B_r, B_v désignant respectivement les fonctions Coulombienne, de surface, de courbure, de redistribution Coulombienne et de redistribution de surface (voir HA 71, RR 81 et chap.1) sont définies en fonction des moments par:

$$B_c = \langle r^2 \rangle_\omega \qquad \text{(III.27)}$$

$$B_s = \frac{1}{2} B_c^* \left(\sum_i a_i^2 \right) - \frac{1}{2} \sum_i a_i^{-2} \langle x_i^{2*} \rangle_\omega \qquad \text{(III.28)}$$

$$B_k = B_s^* \qquad \text{(III.29)}$$

$$B_r = \frac{3}{2} \left(5 \sum_i \langle x_i^2 \rangle_\omega^2 - \langle r^2 \rangle_\omega^2 \right) \qquad \text{(III.30)}$$

$$B_v = \frac{3}{8} \left(B_c B_s + 5 \sum_i (2a_i^2)^{-1} \langle x_i^2 \rangle_\omega \langle (r^2 - x_i^2)^* \rangle_\omega \right. \qquad \text{(III.31)}$$

L'astérisque désigne une intégration sur l'ellipsoïde réciproque. La troisième relation est remarquable et représente une propriété moyenne mais non locale. Elle peut servir dans tous les calculs de type goutte liquide où l'on prend en compte les effets de

courbure. La fonction de courbure peut aussi être définie explicitement en fonction des intégrales elliptiques:

$$B_k = \frac{1}{2}(a_2 a_3 / a_1)\left\{1+\left[\varepsilon_1^2(1-\varepsilon_1^2)(1-\varepsilon_2^2)\right]^{-1/2}\left[(1-\varepsilon_1^2)F(\psi,k)+\varepsilon_1^2 E(\psi,k)\right]\right\} \quad \text{(III.32)}$$

Sur la figure 8, les variations des fonctions B sont exhibées pour des formes triaxiales, l'excentricité ε_1 étant fixée à 0.95. B_s, B_k et B_r sont très sensibles à l'asymétrie alors que B_c et B_v en dépendent peu.

Après avoir calculé les fonctions B pour de petites déformations, nous allons, dans le paragraphe suivant, définir les lemniscatoïdes elliptiques. Ceci nous permettra d'étudier les grandes déformations rencontrées en fusion et fission nucléaire.

b)Lemniscatoïde elliptique

Quand le point M décrit l'ellipsoïde de révolution prolate E_1 de demi-axes a, a, c (cas particulier de III.(12)), le point M' parcourt l'ellipsoïde réciproque E_2 oblate (équat.25) défini par a^{-1}, a^{-1} et c^{-1} et le point H un lemniscatoïde elliptique L (fig.9) d'équation:

$$a^2x^2+a^2y^2+c^2z^2=\left(x^2+y^2+z^2\right)^2 \quad \text{(III.33)}$$

O étant un point isolé.

Comme les ovales de Cassini qui sont aussi des lemniscates particulières, les lemniscatoïdes elliptiques sont des surfaces du quatrième degré. Sur le plan mathématique, ces surfaces sont très faciles à décrire en coordonnées sphériques (R, θ,φ). L'équation (33) se réduit à:

$$R^2 = a^2\sin^2\theta + c^2\cos^2\theta \qquad (a \leqslant c) \quad \text{(III.34)}$$

La coordonnée φ n'apparaît pas puisque le solide admet un axe de révolution.

La signification des paramètres est très claire. a représente le

rayon du col et c la demi-élongation du système. Si on suppose que le volume se conserve durant la déformation (comme dans le modèle de la goutte liquide), l'unique paramètre,

$$s = a/c \qquad 0 \leqslant s \leqslant 1 \qquad \text{(III.35)}$$

sans dimension, est suffisant pour définir la forme complètement. Ce paramètre est le diamètre du col réduit puisqu'il exprime simplement le rapport entre le diamètre du col et l'élongation du système.

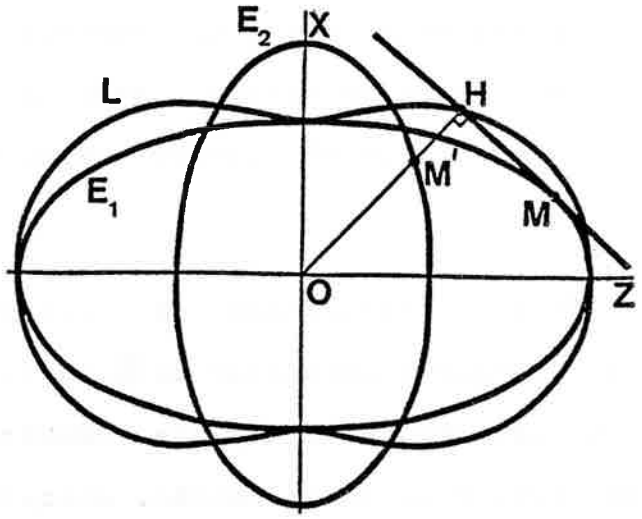


Fig. III.9. Illustration de l'inversion conduisant au lemniscatoïde elliptique L. L est l'inverse de l'ellipsoïde oblate E_2 et le lieu des pieds H des perpendiculaires abaissées de O sur les plans tangents à l'ellipsoïde prolate E_1. H est l'inverse de M'. Les trois solides ont le même axe de révolution (axe z).

c)Séquence variant d'une sphère à deux sphères tangentes de même rayon

Quand s augmente de 0 à 1, cette séquence de forme à un paramètre décrit d'une manière continue le passage de deux sphères tangentes à une sphère unique en assurant le développement progressif puis la disparition d'un col entre les fragments (fig.10).

La différence essentielle avec les ovales de Cassini est la configuration de scission. Pour ces courbes, c'est une lemniscate hyperbolique (lemniscate de Bernoulli) correspondant à deux fragments très allongés et séparés par un large col; pour les lemniscatoïdes elliptiques, ce sont deux sphères en contact avec

des surfaces en regard très proches.

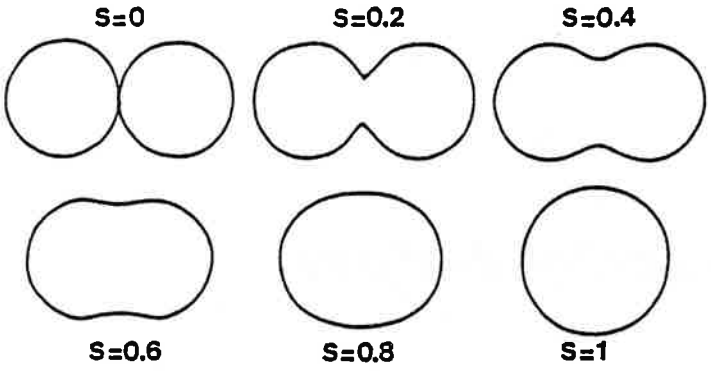


Fig. III.10. Evolution des lemniscatoïdes elliptiques en fonction du rapport des demi-axes a et c ($a \leq c$). Le volume est conservé. Le col disparaît quand $s > \frac{\sqrt{2}}{2}$. Le solide a un plan de symétrie transversal et un axe de révolution.

L'intérêt de cette séquence de forme réside donc dans sa facilité d'utilisation (un paramètre de signification claire) et dans sa capacité à reproduire simplement les formes compactes et crevassées rencontrées en fusion, fragmentation et fission nucléaire.

d)Fonctions dépendantes de la forme

Cette séquence de lemniscatoïdes elliptiques est aussi très intéressante car les fonctions dépendantes de la forme sont données par des formules analytiques (exceptée la fonction Coulombienne).

Le volume et la surface sont respectivement égaux à:

$$V=\frac{4}{3}\pi R_o^3=\frac{\pi}{12}c^3\left[4+6s^2+3s^4(1-s^2)^{-1/2}\sinh^{-1}\left[2s^{-2}(1-s^2)^{1/2}\right]\right] \qquad \text{(III.36)}$$

et

$$S=4\pi R_o^2 B_s=2\pi c^2\left[1+s^4(1-s^4)^{-1/2}\sinh^{-1}\left[s^{-2}(1-s^4)^{1/2}\right]\right] \qquad \text{(III.37)}$$

R_o est le rayon de la sphère équivalente (sphère de même volume) et B_s est la fonction de surface sans dimension.

La distance r entre les centres de masse des deux moitiés du système est définie d'une manière générale par (MN 76):

$$r = \frac{2\int_0^c z\,\rho(r)\,d^3r}{\int_0^c \rho(r)\,d^3r} \qquad \text{(III.38)}$$

On obtient:

$$r = \pi C^4 (1+s^2+s^4)/3V. \qquad \text{(III.39)}$$

Pour la sphère (s=1), la distance r se réduit à la valeur usuelle $\frac{3}{4}R_0$ (voir le très riche recueil de formules fourni par Hasse, HA 71).

La fonction de courbure de surface définie (chap.I) à l'aide des rayons de courbure principaux R_1 et R_2 est égale à:

$$B_k = C\left[2(1+s^2) + s^4(1-s^2)^{-1/2}\sinh^{-1}\left[(1-s^2)/s^2\right]^{1/2} - s(1-s^2)^{-1/2}\tan^{-1}\left[(1-s^2)/s^2\right]^{1/2}\right]/2(1+s^2)R_0 . \qquad \text{(III.40)}$$

L'inversion ne conservant pas le volume, la fonction Coulombienne B_c, sans dimension, n'a pu être exprimée à l'aide d'une formule analytique. Elle a été calculée selon la méthode proposée par Cohen et Swiatecki (CS 63):

$$B_c = \frac{1}{2}\int \frac{v(\theta_i)}{v_0}\left[\frac{R(\theta_i)}{R_0}\right]^3 \sin\theta_i\, d\theta_i \qquad \text{(III.41)}$$

avec

$$\frac{v(\theta_i)}{v_0} = \frac{3}{4\pi R_0^2}\,X \qquad \text{(III.42)}$$

$$2\int \frac{\rho\left[(\rho_i+\rho)\,dz/d\theta + (z_i-z)\,d\rho/d\theta\right]K(k) - \frac{1}{2}\left[(\rho_i+\rho)^2+(z_i-z)^2\right]dz/d\theta\; D(K)}{\left[(\rho_i+\rho)^2+(z_i-z)^2\right]^{1/2}}\,d\theta$$

et $\rho = R(\theta)\sin\theta$ et $z = R(\theta)\cos\theta$ (III.43)

$v(\theta)$ est le potentiel électrostatique à la surface du solide et v_0 le potentiel de la sphère. Les intégrales elliptiques complètes K(k) et E(k) sont définies par:

$$K(k) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1-k^2\sin^2\theta)^{-1/2}\,d\theta \qquad \text{(III.44)}$$

$$E(k)=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left(1-k^2\sin^2\theta\right)^{1/2}d\theta \qquad \text{(III.45)}$$

et

$$D(k)=\frac{K(k)-E(k)}{k^2} \qquad \text{(III.46)}$$

L'argument est donné par:

$$k^2=\frac{4\rho_i\rho}{(\rho_i+\rho)^2+(z_i-z)^2} \qquad \text{(III.47)}$$

Les variations de B_s, B_k, B_c et r sont exhibées sur la figure (11) en fonction du diamètre du col réduit s. Naturellement, quand on se rapproche de la sphère, la tension superficielle et la courbure diminuent tandis que la répulsion Coulombienne augmente.

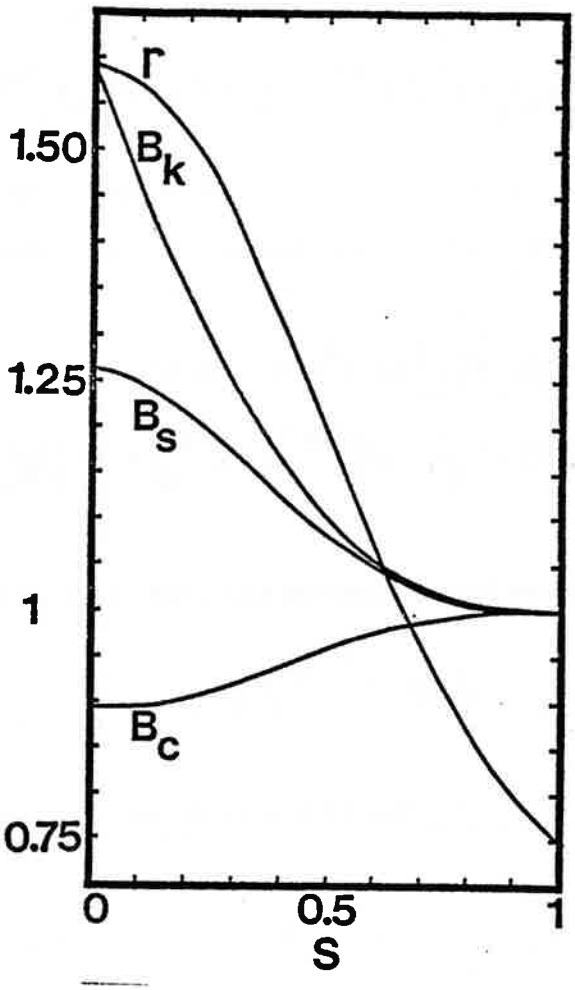


Fig. III.11. Variation de B_s, B_c, B_k et r en fonction de s. La fonction de surface B_s varie de $2^{1/3}$ = 1.26 (s = o) à 1 (s = 1), la fonction de Coulomb B_c de $2^{1/3} \times \frac{17}{24}$ = 0.8924 à 1, la fonction de courbure de $2^{2/3}$ = 1.5874 à 1 et la distance entre les centres de masse r de $2^{2/3}$ à 0.75 (voir aussi HA 71).

Au point de scission (s=0), les valeurs de B_s et B_c sont plus proches de 1 que pour les ovales de Cassini (1.2859 et 0.8017 respectivement) puisque les lemniscatoïdes elliptiques sont plus compacts . La fonction de courbure B_k varie fortement en raison de la disparition progressive de la crevasse entre les fragments.

Le moment d'inertie perpendiculaire relatif (c'est à dire divisé par $\frac{2}{5}mR_0^2$, le moment d'une sphère) est nécessaire pour calculer le moment angulaire maximum qu'un noyau peut supporter sans fissionner.

$$I_\perp = \left[c^5 s^2/512(1-s^2)R_0^5\right]\left[112s^{-2}+8+30s^2-135s^4 + (120s^4-135s^6)(1-s^2)^{-1/2}\sinh^{-1}\left[(1-s^2)/s^2\right]^{1/2}\right] \qquad \text{(III.48)}$$

Le moment quadrupolaire relatif Q est souvent utilisé comme mesure de la déformation au point-selle. Son expression analytique est:

$$Q = \left[\pi c^5 s^2/96 R_0^5(1-s^2)\right]\left[16s^{-2}-8-14s^2+15s^4 - (24s^4-15s^6)(1-s^2)^{-1/2}\sinh^{-1}\left[(1-s^2)/s^2\right]^{1/2}\right] \qquad \text{(III.49)}$$

Le moment quadrupolaire conventionnel est alors donné par:

$$Q_{conv} = \frac{3}{4} Z R_0^2 Q/\pi \qquad \text{(III.50)}$$

e)Energie de déformation associée aux lemniscatoides elliptiques

Pour une telle séquence de forme à un paramètre, il y a une correspondance biunivoque entre la distance r, entre les centres de masse des fragments et la surface nucléaire. L'énergie potentielle totale d'un système est alors fonction de l'unique variable r:

$$E(r) = E_{RLDM}(r) + E_N(r) \qquad \text{(III.51)}$$

où $E_{RLDM}(r)$ et $E_N(r)$ sont respectivement l'énergie macroscopique du modèle de la goutte liquide en rotation (voir chap.I et MS 67) et l'énergie de proximité nucléaire.

$$E_{RLDM}(r) = E_s(r) + E_c(r) + E_{rot}(r). \qquad \text{(III.52)}$$

Les énergies de surface E_s, de Coulomb E_c et de rotation E_{rot} sont respectivement égales à:

$$E_s(r) = a_s\left(1 - k_s I^2\right) A^{2/3} B_s(r/R_o) \qquad \text{(III.53)}$$

$$E_c(r) = \left(3e^2 Z^2\right) B_c(r/R_o)/5R_o \qquad \text{(III.54)}$$

$$E_{rot}(r) = \frac{1}{2}\hbar^2 \ell(\ell+1) / \left(\frac{2}{5} m_o A R_o^2 I_\perp(r/R_o)\right) \qquad \text{(III.55)}$$

A et Z sont les nombres de masse et de charge du système et I l'excès relatif de neutrons. La constante m_o vaut 931.478 MeV/c^2 et e^2=1.439976 MeV.fm.

Nous avons choisi pour le coefficient de surface a_s la valeur proposée à l'origine par Myers et Swiatecki

$$a_s = 17.9439 \text{ MeV} \qquad \text{(III.56)}$$

puisque les études semi-classiques et microscopiques récentes conduisent à des valeurs voisines de 18 MeV (voir chap.I).

Le coefficient d'asymétrie k_s a été pris égal à 2.6, valeur très proche de celle proposée par le célèbre groupe de Lund.

Le rayon du noyau sphérique s'exprime en fonction de la masse par:

$$R_o = 1.28\, A^{1/3} - 0.76 + 0.8\, A^{-1/3} \text{ Fm} \qquad \text{(III.57)}$$

formule proposée par Blocki et al (BR 77) pour reproduire les données expérimentales du rayon nucléaire.

Quand les deux noyaux sphériques (de masse et de charge: A/2 et Z/2) sont séparés, les trois contributions E_s, E_c et E_{rot} deviennent:

$$E_s = 2a_s(1-k_s I^2)(A/2)^{2/3} \qquad \text{(III.58)}$$

E_S est constante car la surface nucléaire ne varie plus.

$$E_c(r) = 2\times\frac{3}{5}e^2(z/2)^2/R_1 + e^2(z/2)^2/r \qquad \text{(III.59)}$$

Le premier terme représente la self-énergie Coulombienne des deux fragments, avec $R_1 = 2^{-1/3}R_0$. Le deuxième terme est la répulsion Coulombienne.

l'énergie cinétique de rotation est:

$$E_{rot}(r) = \frac{\hbar^2}{2}\ell(\ell+1)/\left(\frac{1}{5}m_0 A R_1^2 + \frac{m_0 A}{4}r^2\right) \qquad \text{(III.60)}$$

L'énergie de proximité nucléaire (voir chap.II) E_N prend en compte les effets de portée finie de la force nucléaire et est effectivement calculée dans la crevasse (système à un corps) qui sépare les fragments "naissants" et dans la région interfragments quand les deux noyaux sont séparés (BR 77).

$$E_N(r) = 2\gamma\int_a^{h_{max}}\phi(D(r,h)/b)\,2\pi h\,dh \qquad \text{(III.61)}$$

h est la distance radiale transversale. Elle varie de a (0 pour des corps séparés) à h_{max} donnée par:

$$h_{max} = \frac{1}{2}\frac{c^2}{\sqrt{c^2-a^2}} \qquad \text{(III.62)}$$

h_{max} est égale à R_1 pour des corps séparés.

La distance D(r,h) entre les surfaces en regard a pour expression:

$$D(r,h) = 2R(\theta)\cos\theta + S_{eff}(r) = 2\sqrt{\frac{c^2}{2}-h^2-\sqrt{\frac{c^4}{4}-h^2(c^2-a^2)}} + S_{eff}(r) \qquad \text{(III.63)}$$

La distance minimale S_{eff} entre les surfaces effectives est:

$$S_{eff} = r - 2C_{eff} \qquad \text{(III.64)}$$

où C_{eff} est la moyenne entre les rayons des distributions de densité et de potentiel (BR 77).

La fonction universelle ϕ a été calculée à l'aide de l'approximation de Feldmeier (FE 79):

$$\phi(s) = \begin{cases} -1.0 + .1889\, s^2 & 0 \leq s \leq 1.2311 \\ -0.135 - 0.1881\,\eta - 0.1581\,\eta^2 & \\ -0.1202\,\eta^3 + 0.02055\,\eta^4 \quad (\eta = 2.74 - s) & 1.2311 \leq s \leq 2.74 \\ -6.145\, e^{-s/0.7176} & 2.74 \leq s \end{cases} \qquad \text{(III.65)}$$

La largeur de la surface diffuse b est 0.99 fm.

Finalement, la valeur du paramètre de surface γ proposée par Blocki et al a été conservée:

$$\gamma = 0.9517\,(1 - k_s I^2)\ \text{MeV.Fm}^{-2} \qquad \text{(III.66)}$$

Sur la figure 12, les différentes contributions E_s, E_c et E_N sont données séparément ainsi que l'énergie potentielle totale (relativement à l'énergie du noyau sphèrique) du système ^{160}Dy.
Les fonctions E_s et E_N sont continues au point de contact mais elles varient brutalement (E_s n'est pas dérivable). En effet, la surface est constante après la séparation et l'attraction nucléaire est maximale au contact des fragments. Néanmoins, l'énergie totale varie très régulièrement et ne présente aucun point singulier. Dans notre étude, une telle barrière est aussi bien la barrière de fission du noyau $^{160}_{66}$Dy que la barrière de fusion dans la réaction $^{80}_{33}$As + $^{80}_{33}$As. Cela ne veut pas dire que ces deux phénomènes soient réversibles et correspondent à un même processus, mais simplement que la carte de potentiel considérée est la même. La différence vient essentiellement de la durée de la réaction et donc de l'importance des phénomènes dissipatifs et de relaxation.

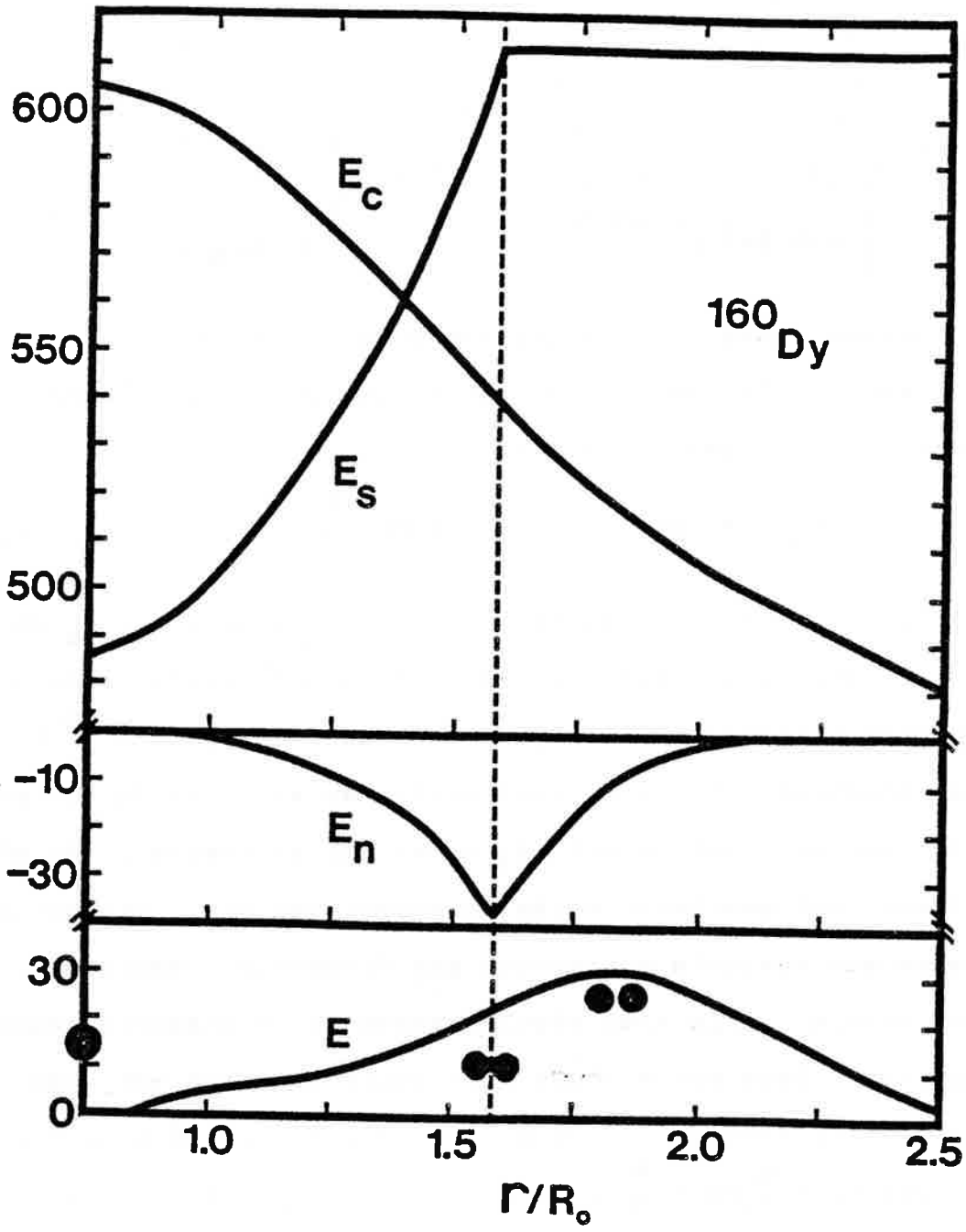


Fig. III.12. Contribution (en MeV) de l'énergie de surface E_S, de l'énergie coulombienne E_C et de l'énergie nucléaire E_N à l'énergie totale E du noyau ^{160}Dy en fonction de la distance réduite r/R_0. La droite en pointillé correspond au contact des deux fragments sphériques identiques.

4.LEMNISCATOIDES ELLIPTIQUES GENERALISES AU CAS ASYMETRIQUE

Les formes symétriques (c'est-à-dire possédant un plan de symétrie perpendiculaire à l'axe de révolution) ne peuvent évidemment pas décrire les situations rencontrées dans les réactions entre ions lourds ou en fission asymétrique. Aussi, nous avons généralisé les lemniscatoïdes elliptiques (RR 85).

a)Généralisation des lemniscatoïdes elliptiques

La forme est définie en coordonnées sphériques par (fig.13)

$$R(\theta)^2 = \begin{cases} a^2 \sin^2\theta + C_1^2 \cos^2\theta & 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2} \\ a^2 \sin^2\theta + C_2^2 \cos^2\theta & \frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \pi \end{cases} \qquad \text{(III.67)}$$

où a est le rayon du col et C_1, C_2 ($C_1 \geq C_2$) les élongations des deux noyaux interagissant. En supposant la conservation du volume, les deux paramètres, sans dimension, $s_1 = a/C_1$ et $s_2 = a/C_2$ sont suffisants pour définir complètement la forme.

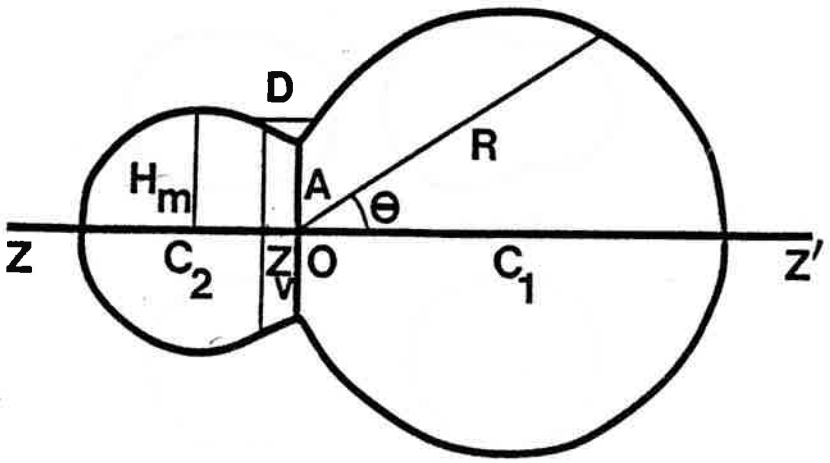


Fig. III.13. Deux moitiés de lemniscatoïdes elliptiques différents jointes par un col de rayon a. ZZ' est l'axe de révolution. z_v indique la position de la séparation entre les fragments quand on suppose la conservation du volume (de chaque fragment). D est la distance entre les éléments de surface en regard. h_m (moins a) est la profondeur de la crevasse.

Le rapport initial

$$\beta = R_2 / R_1 \qquad \text{(III.68)}$$

des rayons des deux noyaux en présence permet de connecter C_2 et C_1 et d'introduire explicitement le degré de liberté de l'asymétrie initiale tout au long de la réaction. La manière la plus simple d'exprimer C_2 en fonction de C_1 est d'utiliser l'expression quadratique suivante:

$$C_2^2 = S_1^2 C_1^2 + (1 - S_1^2)\beta^2 C_1^2 \qquad \text{(III.69)}$$

de telle sorte que:

$$S_2^2 = \frac{S_1^2}{S_1^2 + (1-S_1^2)\beta^2} \qquad \text{(III.70)}$$

b)Séquence variant d'une sphère à deux sphères tangentes de rayons différents

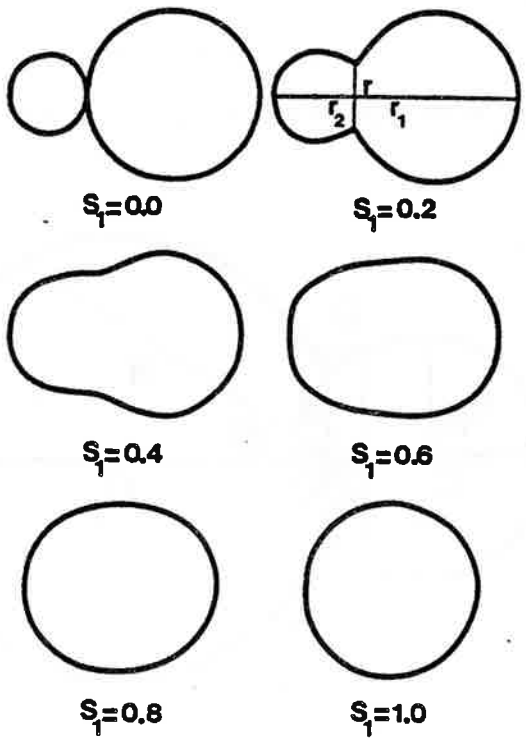


Fig. III.14. Evolution des lemniscatoïdes elliptiques généralisés en fonction du rapport S_1 entre le rayon du col a et le demi-axe c_1. Le paramètre $\beta = R_2/R_1$ a été préalablement fixé à 0.46. Le volume est conservé. La forme passe de deux sphères de rayon R_1 et R_2 ($S_1 = 0$) à une sphère ($S_1 = 1$). r_1 et r_2 donnent les positions des deux centres de masse.

Quand s_1 augmente de 0 à 1, la forme varie, d'une manière continue, de deux sphères de rayons R_1 et R_2 à une sphère unique en assurant le développement progressif puis la disparition d'un col entre les deux noyaux. Ce comportement est illustré sur la figure 14 pour un système très asymétrique.

c) Fonctions dépendantes de la forme

La forme possède encore un axe de révolution et les intégrations usuelles conduisent à des expressions analytiques pour les différentes fonctions dépendantes de la forme. Chaque expression est la somme de deux contributions puisqu'il n'y a plus de plan de symétrie transversal.

Le volume et la surface du système à un corps sont donnés par:

$$V = \frac{4\pi}{3}\left(R_1^3 + R_2^3\right) = V_1 + V_2 \qquad \text{(III.71)}$$

où $$V_i = \frac{\pi}{24} c_i^3 \left[4 + 6 s_i^2 + 3\left(s_i^4 / \sqrt{1 - s_i^2}\right) \sinh^{-1}\left(2\sqrt{1-s_i^2}/s_i^2\right)\right] \qquad \text{(III.72)}$$

et $$S = S_1 + S_2 \qquad \text{(III.73)}$$

avec $$S_i = \pi c_i^2 \left[1 + \left(s_i^4/\sqrt{1-s_i^4}\right)\sinh^{-1}\left(\sqrt{1-s_i^4}/s_i^4\right)\right] \quad (i=1,2) \qquad \text{(III.74)}$$

Dans le cas symétrique ($C_1 = C_2$), le plan de symétrie transversal coincide avec le plan de séparation entre les fragments et la distance r est facile à déterminer (équat.39). La situation est beaucoup plus compliquée quand cette symétrie est brisée. Si on suppose que les deux fragments gardent leur volume constant, le plan de séparation entre eux est à une distance Z_V de l'origine (fig.13 et 14) et r_1 et r_2 dépendent de Z_V.

La distance Z_V (RR 85) est la racine de l'équation:

$$\frac{1}{3}z^3 - \frac{1}{2}a^2 z + \frac{1}{12}\left(2c_2^3 + 3a^2 c_2\right) + \frac{1}{2}\sqrt{c_2^2 - a^2}$$
$$\times\left[D^2 \sinh^{-1}(c_2/D) - D^2 \sinh^{-1}(z/D) - z\sqrt{z^2 + D^2}\right] = \frac{4}{3}R_2^3 \qquad \text{(III.75)}$$

avec $$D^2 = a^4/4\,(c_2^2 - a^2) \qquad \text{(III.76)}$$

Les positions r_1 et r_2 des centres de masse sont alors définies par:

$$r_1 = \left(\frac{4}{3}R_1^3\right)^{-1}\left\{\frac{z_v^4 - a^2 z_v^2}{4} + \frac{c_1^4 + a^2 c_1^2 + a^4}{12} - \frac{a s_2^2}{3(1-s_2^2)}\left[\left(z_v^2\left(\frac{1-s_2^2}{s_2^2}\right) + \frac{a^2}{4}\right)^{3/2} - \frac{a^3}{8}\right]\right\} \qquad \text{(III.77)}$$

$$r_2 = \left(\frac{4}{3}R_2^3\right)^{-1}\left\{\frac{z_v^4 - a^2 z_v^2}{4} - \frac{a^4}{4}\left(\frac{1-s_2^2}{s_2^4}\right) + \frac{a s_2^2}{3(1-s_2^2)}\left[a^3\left(\frac{1}{s_2^2} - \frac{1}{2}\right)^3 - \left(z_v^2\left(\frac{1-s_2^2}{s_2^2}\right) + \frac{a^2}{4}\right)^{3/2}\right]\right\} \qquad \text{(III.78)}$$

et finalement $r = r_1 + r_2$.

La fonction Coulombienne B_C a été calculée de la même manière que dans le cas symétrique.

d)Energie de déformation dans le cas asymétrique: potentiel à densité relaxée

Pour une asymétrie initiale donnée, c'est-à-dire pour un chemin de fission asymétrique ou une réaction d'ions lourds donnée, il y a encore une correspondance biunivoque entre la distance des centres de masse des fragments et la surface du système nucléaire. L'énergie totale dépend donc de la seule variable r. Il est maintenant nécessaire de prendre en compte le terme d'énergie de volume. Dans le cas symétrique ($\frac{A}{Z} \leftrightarrow 2\frac{A/2}{Z/2}$) l'énergie de volume est constante et ne contribue pas à l'énergie de déformation. Dans le cas asymétrique général,

$$\frac{A}{Z} \leftrightarrow \frac{A_1}{Z_1} + \frac{A_2}{Z_2} \qquad \text{avec } A = A_1 + A_2 \text{ et } Z = Z_1 + Z_2 \qquad \text{(III.79)}$$

elle ne l'est plus et sa variation doit absolument être prise en considération dans l'énergie totale de déformation (voir aussi PM 79).

Finalement:

$$E(r) = E_{LDM}(r) + E_N(r) \qquad \text{(III.80)}$$

avec $$E_{LDM} = E_V + E_s + E_c \qquad \text{(III.81)}$$

Quand les deux noyaux sont séparés (phase d'approche en fusion, par exemple), ces contributions sont simplement données par:

$$E_V = -a_V\left[\left(1-k_V I_1^2\right)A_1 + \left(1-k_V I_2^2\right)A_2\right] \qquad \text{(III.82)}$$

$$E_s = a_s\left[\left(1-k_s I_1^2\right)A_1^{2/3} + \left(1-k_s I_2^2\right)A_2^{2/3}\right] \qquad \text{(III.83)}$$

$$E_c = \frac{3}{5}e^2 Z_1^2/R_1 + \frac{3}{5}e^2 Z_2^2/R_2 + e^2 Z_1 Z_2/r \qquad \text{(III.84)}$$

où A_1, A_2 et Z_1, Z_2 sont les masses et charges des noyaux en interaction. Les rayons R_1 et R_2 et les excès relatifs de neutrons I_1 et I_2 ont été calculés à l'aide des formules données dnas le cas symétrique.

a_V et k_V sont les coefficients d'énergie de volume et d'asymétrie et valent respectivement 15.494 MeV et 1.8.

Quand le col est formé, le système est traité comme un solide déformé et on a alors:

$$E_V = -a_V\left(1-k_V I^2\right)A \qquad \text{(III.85)}$$

$$E_s = a_s\left(1-k_s I^2\right)A^{2/3}\left(S/4\pi R_0^2\right) \qquad \text{(III.86)}$$

$$E_c = \frac{3}{5}e^2\left(Z^2/R_0\right)\times\frac{1}{2}\int\left(V(\theta)/V_0\right)\left(R(\theta)/R_0\right)^3\sin\theta\,d\theta \qquad \text{(III.87)}$$

A, Z et I sont la masse, la charge et l'excès relatif de neutrons du noyau composé. R_0 est défini par:

$$R_0^3 = R_1^3 + R_2^3 \qquad \text{(III.88)}$$

pour assurer la conservation du volume.

La discontinuité de quelques MeV qui apparaît au point de contact, due à la différence entre Z_1/A_1 et Z_2/A_2, a été linéarisée du point de contact à la sphère. Ceci semble raisonnable puisque cette discontinuité provient de la non prise en compte du réarrangement des charges dans la matière nucléaire et il très proba-

ble que celui-ci se fasse progressivement.

Par contre, l'énergie de proximité nucléaire est parfaitement continue et a été calculée à l'aide de la formule (III.61). Dans le cas asymétrique h_{max} est donné par:

$$h_{max} = \frac{C_2}{2\sqrt{1 - s_2^2}} \qquad \text{(III.89)}$$

La distance entre les éléments de surface est:

$$D(r,h) = D_1(h) + D_2(h) + S_{eff}(r) \qquad \text{(III.90)}$$

avec $$D_i = \sqrt{\frac{1}{2}C_i^2 - h^2 - \left(\frac{1}{4}C_i^4 - h^2 C_i^2 (1 - s_i^2)\right)^{1/2}} \quad (i = 1,2) \qquad \text{(III.91)}$$

La séparation minimale entre les surfaces effectives est égale à:

$$S_{eff}(r) = r - C_1^{eff} - C_2^{eff} \qquad \text{(III.92)}$$

où $$C_i^{eff} = R_i - b^2/2R_i \qquad (i = 1,2) \qquad \text{(III.93)}$$

Finalement le paramètre de surface γ est la moyenne géométrique entre les paramètres de surface des deux noyaux.

$$\gamma = 0.9517\sqrt{(1 - k_s I_1^2)(1 - k_s I_2^2)} \quad MeV.fm^{-2} \qquad \text{(III.94)}$$

CHAPITRE IV

FUSION NUCLEAIRE

1.INTRODUCTION

Dès que les physiciens ont pu disposer de faisceaux d'ions lourds, ils ont essayé de réaliser la fusion de deux noyaux. Cette fusion est effectuée quand le noyau composé n'a plus aucune mémoire de son origine, excepté les quantités macroscopiques qui suivent les lois de conservation habituelles: moment angulaire, énergie,etc... Au début, seuls des ions légers étaient accélérés avec des énergies voisines de la barrière Coulombienne entre le projectile et la cible. Pour de telles réactions, le point-selle dans la vallée de fusion se tient bien à l'extérieur du point de contact. Une fois cette barrière passée, le système fusionne automatiquement. Une bonne évaluation de l'énergie potentielle du système constitué par deux ions lourds séparés est suffisante pour reproduire les sections efficaces de fusion. C'est ainsi que plusieurs potentiels d'interaction ont été proposés par Blocki et al (BR 77), Krappe et al (KN 79), Satchler et Love (SL 79) et H.Ngô et C.Ngô (NN 80).

La question toujours actuelle de l'existence de noyaux superlourds et le besoin de comprendre les phénomènes dissipatifs ont conduit à entreprendre des réactions entre des ions de plus en plus lourds et à des énergies de plus en plus élevées.

Les approches précédentes se sont révélées insuffisantes dans trois domaines: fusion de noyaux très lourds, fusion à haute énergie des noyaux légers et moyens, fusion sous la barrière Coulombienne. La fusion pour des énergies sous la barrière Coulombienne est un problème délicat, non encore totalement résolu, et différentes explications ont été proposées: effets de couplage entre les différents canaux de sortie (LR 84), transfert de

nucléons (RW 85), déformations dynamiques (VA 81), formation de col et dissipation d'énergie(KM 83, JA 84). Pour les ions légers aux hautes énergies et pour les ions lourds, la connaissance de la partie externe des barrières de fusion statiques à une dimension ne suffit plus. En effet, le point-selle est alors proche du point de contact et on ne peut plus négliger la formation d'un col entre les fragments et l'effet des forces de friction. De plus, les barrières sont alors beaucoup moins hautes et la fusion complète n'est pas assurée même si le système franchit la barrière de fusion. Il est donc nécessaire de connaître le profil de ces barrières jusqu'à l'état fondamental du noyau composé.

Dans ce travail, nous étudierons le chemin de fusion qui conduit de deux noyaux sphériques séparés au système composé sphérique. Nous utiliserons les lemniscatoïdes elliptiques généralisés qui permettent d'introduire progressivement la formation du col, ceci à l'aide d'un seul paramètre. L'influence des forces de proximité dans ce col sera calculée dans le cadre de l'énergie de déformation définie au paragraphe III.4.d. Un modèle dynamique phénoménologique à un paramètre sera défini pour prendre en compte la dissipation d'énergie due aux forces de proximité.

2.POTENTIEL A DENSITE RELAXEE ET POTENTIEL ION LOURD - ION LOURD

La figure 1 montre clairement que le modèle de la goutte liquide, utilisé seul, donne des barrières de fusion complètement irréalistes. Le maximum est atteint au point de contact alors que les résultats expérimentaux (analyse des sections efficaces) ont indiqué que le point-selle correspondait à des noyaux encore nettement séparés (ou extrêmement déformés, ce qui est peu vraisemblable étant donné la rapidité de la collision). La seule manière d'expliquer ce résultat est d'admettre que les forces

nucléaires entre les nucléons proches des deux surfaces en regard arrivent à compenser les forces Coulombiennes répulsives: c'est l'énergie de proximité (chap.II). Les barrières obtenues sont alors régulières et admettent un point selle qui correspond bien à deux noyaux encore séparés.

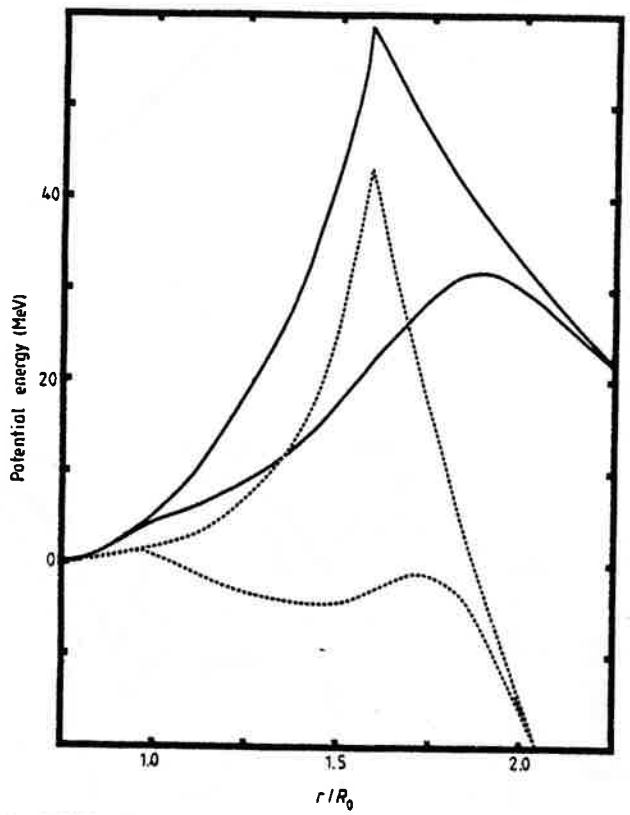


Fig. IV.1. Energie potentielle des systèmes $^{58}Ni + {}^{58}Ni$ (courbe pleine) et $^{109}Ag + {}^{109}Ag$ (ligne pointillé) en fonction de r/R_0, la distance réduite entre les centres de masse des fragments. La courbe régulière inclut les effets de proximité (FE 79) tandis que la barrière possèdant un pic très accentué (au point de contact des noyaux) donne l'énergie du modèle de la goutte liquide pure (MS 67).

Différents potentiels Coulombiens et nucléaires sont comparés sur la figure 2. Pour le potentiel Coulombien, notre potentiel se tient entre le potentiel de Bondorf et al et le potentiel de deux distributions de Fermi. Ceci est satisfaisant puisque le

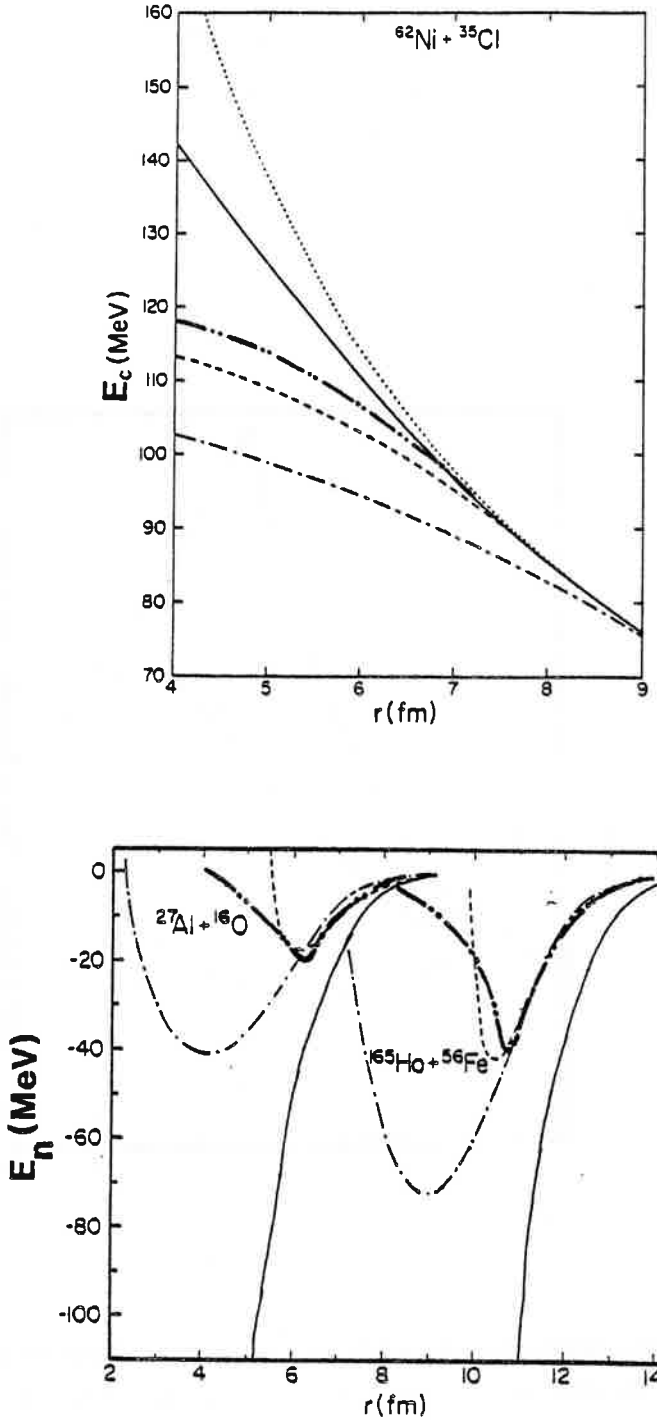


Fig. IV.2. Energie coulombienne du système $^{62}Ni + ^{35}Cl$ et énergie nucléaire dans les réactions $^{27}Al + ^{16}O$ et $^{165}Ho + ^{56}Fe$ en fonction de la distance entre les deux ions. Pour les trois réactions, nos résultats sont donnés par la courbe : _ .. _ .. Dans la figure supérieure, la courbe en pointillé est le potentiel de deux charges ponctuelles, la courbe en trait plein le potentiel de deux distributions de Fermi, la courbe discontinue le potentiel de Bondorf et al (BS 74) et la courbe (_ . _) le potentiel de Birkelund et al(BT 79). Pour l'énergie nucléaire, la courbe (_ . _) représente le potentiel de proximité de Blocki et al (BR 77), la courbe discontinue le potentiel de Krappe et al (KN 79) et la ligne en trait plein l'énergie du modèle de Fröbrich (FR 84).

potentiel de Bondorf semble sous-estimer la répulsion Coulombienne alors que le modèle de deux distributions de Fermi donne des énergies Coulombiennes trop fortes pour de petites distances de séparation r (voir Birkelund et al (BT 79)).

Les approches pour calculer l'énergie nucléaire sont bien différentes. Dans les modèles à densité gelée (BR 77, SL 84), la densité totale est la somme des densités nucléaires de chaque noyau (voir chap. II). Cette hypothèse très réaliste dans la phase d'approche perd progressivement de sa validité. Le col est grossièrement reproduit. Dans le modèle des surfaces en friction de Fröbrich (FR 84), la formation d'un col est impossible. Dans notre potentiel à densité relaxée, la densité de la matière nucléaire est supposée constante (comme dans le modèle de la goutte liquide). La formation du col se fait naturellement (pas d'introduction arbitraire d'un col parabolique) et le chemin de fusion peut être exploré entièrement. L'intégration de l'énergie d'interaction nucléaire se fait effectivement dans la crevasse qui se forme puis disparaît. Ainsi la transition entre l'énergie nucléaire d'un système à un corps et l'énergie d'un système à deux corps se fait régulièrement. C'est ce qui explique que le profil de notre potentiel soit différent des approximations paraboliques des autres potentiels. Il tend lentement vers zéro quand le col entre les noyaux qui fusionnent disparaît.

Pour des noyaux presque séparés, notre potentiel est très voisin de celui de Krappe et al.

3.MODELES DYNAMIQUES

a) Description du modèle utilisé

Dans un modèle classique, l'énergie potentielle totale d'un système est la somme de l'énergie macroscopique E(r) (§.III.4.d) et de l'énergie de rotation:

$$V_{cent}(\ell, r) = \hbar^2 \ell(\ell+1)/2\mu r^2 \qquad \text{(IV.1)}$$

où μ est la masse réduite constante.

Les équations du mouvement sont:

$$\mu \ddot{r} = -\frac{dE(r)}{dr} - \frac{\partial V_{cent}(\ell, r)}{\partial r} - C_r f(r) \dot{r} \qquad \text{(IV.2)}$$

$$\dot{\theta} = \hbar \ell / \mu r^2 \qquad \text{(IV.3)}$$

$$\dot{\ell} = -\frac{C_\theta f(r)}{\mu} (\ell - \ell_s) \qquad \text{(IV.4)}$$

où C_r et C_θ sont les coefficients de friction radiale et tangentielle et f(r) le facteur de forme de friction. l_s est la valeur limite du moment angulaire après dissipation d'énergie. Si l_i est le moment angulaire orbital initial, l_s est donné par:

$$l_s = \begin{cases} l_i & \text{condition de glissement} \\ \frac{5}{7} l_i & \text{condition de roulement} \\ \frac{I_{tot}}{I_1 + I_2 + I_{tot}} l_i & \text{condition de collage} \end{cases} \qquad \text{(IV.5)}$$

I, I_1 et I_2 étant les moments d'inertie au contact des noyaux, par rapport aux axes de rotation:

$$I_{tot} = \mu r^2 = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} (R_1 + R_2)^2$$

$$I_i = \frac{2}{5} m_i R_i^2 \qquad (i = 1, 2) \qquad \text{(IV.6)}$$

avec m_i la masse de chaque noyau.

Dans l'hypothèse du glissement, il n'y a pas de transfert du moment angulaire initial aux moments angulaires intrinsèques de chaque noyau. La condition de roulement est réalisée quand la vitesse tangentielle s'annule. Le collage est effectué quand la condition d'équilibre suivante:

$$\dot{\theta}_1 = \dot{\theta}_2 = \dot{\theta} \qquad \text{(IV.7)}$$

est atteinte. θ, θ_1 et θ_2 sont respectivement l'angle polaire du système et les orientations de chaque noyau par rapport à une direction fixe (GR 82).

Dans le cas d'une réaction symétrique ($A_1 = A_2$), le moment angulaire limite l_s a la même valeur dans les conditions de roulement et de collage.

Si on suppose que la dissipation provient essentiellement d'un flux de nucléons entre les noyaux en interaction, la force de friction radiale est le double de la force de friction tangentielle. En conséquence:

$$C_r = 2\, C_\theta \qquad \text{(IV.8)}$$

Le flux d'échange de nucléons est proportionnel au rayon de courbure moyen des deux surfaces nucléaires:

$$\bar{R} = R_1 R_2 / (R_1 + R_2) \qquad \text{(IV.9)}$$

Le seul paramètre empirique est alors le coefficient qui caractérise la valeur de la dissipation d'énergie. Une comparaison intensive avec les résultats expérimentaux conduit à:

$$C_r = 340\, \bar{R} \quad \left(10^{-23}\, s.\, MeV/fm^2\right) \qquad \text{(IV.10)}$$

Cette valeur, introduite au départ des calculs, ne sera jamais réajustée. Le facteur de forme f(r) doit prendre en compte le chevauchement progressif des deux surfaces nucléaires. La portée de ce facteur de forme est égale à deux fois le paramètre de diffusivité de la surface nucléaire ($b \simeq 1fm$) et une interpolation linéaire est faite jusqu'au point de contact entre les surfaces équivalentes à bords durs des deux noyaux. Alors:

$$f(r) = \begin{cases} 1 & r \leq R_1 + R_2 \\ -0.5(r - R_1 - R_2) + 1 & R_1 + R_2 \leq r \leq R_1 + R_2 + 2F_m \\ 0 & R_1 + R_2 + 2F_m \leq r \end{cases} \qquad \text{(IV.11)}$$

Différentes dépendances ont été proposées pour f(r): mesure de l'énergie de proximité relative $|V_N/V_0|$ (NG 83), fonction de la variation de l'énergie nucléaire $(\partial E_N/\partial r)^2$ (FR 83), forme de Woods-Saxon (SL 84) et fonction de proximité tabulée (BT 79).

b)Modèle de Suomijarvi et al

Suomijarvi et al (SL 84) considèrent deux noyaux sphériques interagissant dans le cadre d'un potentiel soudain (formalisme de la densité d'énergie). Ils résolvent les équations du mouvement (décrites précédemment) dans l'hypothèse du collage des noyaux et à l'aide du facteur de forme suivant:

$$f(r) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{s - 0.75}{0.2}\right)} \qquad \text{(IV.12)}$$

s est définie par $s = r - C_1 - C_2$ où C_i est le rayon central du noyau (voir chap.II).

Pour reproduire les résultats expérimentaux, la valeur suivante de C_r est choisie:

$$C_r = 31\,000 \ (10^{-23} s.\,MeV/fm^2) \qquad \text{(IV.13)}$$

On remarque qu'il n'y a pas de dépendance en $\bar{R}$ et que ce modèle phénoménologique suppose une très forte dissipation d'énergie.
Le potentiel d'interaction est la somme de l'énergie Coulombienne de deux charges ponctuelles et du potentiel nucléaire de H.Ngô et C.Ngô (NN 80, voir chap.II).

c) Modèle de Fröbrich (FR 83 et 84)

L'hypothèse de base de ce modèle est le couplage dissipatif du mouvement relatif des noyaux avec la déformation nucléaire. La fonction de dissipation de Rayleigh est proportionnelle au carré du gradient du potentiel nucléaire ion-ion multiplié par la vitesse relative des deux surfaces nucléaires. Il en résulte que, pendant la phase d'approche, les deux surfaces nucléaires ont un mouvement relatif plus lent que les centres des noyaux et que de grandes déformations oblates se produisent. Dans la voie de sortie, pour les mêmes raisons, les noyaux ont des formes prolates. Des déformations quadrupolaires différentes sont permises pour les deux noyaux.

La fonction de Rayleigh est donnée par :

$$R = \frac{1}{2} K_r \dot{r}^2 + \frac{1}{2} K_\phi \dot{\phi}^2 + \sum_i K_{r\alpha_i} \dot{r} \dot{\alpha}_i + \frac{1}{2} \sum_{i,j} K_{\alpha_i \alpha_j} \dot{\alpha}_i \dot{\alpha}_j \qquad \text{(IV.14)}$$

K_r et K_ϕ sont les coefficients de friction radiale et tangentielle, $K_{\alpha_i \alpha_i}$ un terme diagonal d'amortissement des vibrations. $K_{\alpha_i \alpha_j}^{(i \neq j)}$ et $K_{r \alpha_i}$ sont des coefficients non diagonaux de couplage entre les vibrations et entre le mouvement relatif et les vibrations.

$$K_r = 3.5 \times 10^{-23} \left(\frac{\partial V_N}{\partial r} \right)^2 \qquad \text{(IV.15)}$$

$$K_\phi = 0.01 \times 10^{-23} \left(\frac{\partial V_N}{\partial r} \right)^2 \qquad \text{(IV.16)}$$

Le potentiel Coulombien inclut un terme tenant compte des déformations quadrupolaires. L'énergie nucléaire est calculée à l'aide d'un potentiel convolué . Un tel modèle, très efficace dans la voie d'entrée et pour les réactions inélastiques, ne peut décrire le chemin de fusion jusqu'au noyau composé.

d) Modèle de Swiatecki (SW 81)

Ce modèle a été très utilisé pour expliquer les nouveaux phénomènes observés dans les réactions entre ions très lourds. Les ingrédients physiques sont les suivants: énergie potentielle macroscopique du modèle de la goutte liquide, énergie de dissipation macroscopique (formules du "mur" et du "mur-fenêtre") et traitement très simplifié des forces d'inertie.

L'énergie potentielle est la somme des énergies de Coulomb et de surface et ne contient pas de terme d'énergie de proximité. Elle est calculée pour la forme décrite sur la figure 3. $\sin\theta_{max}$ correspond à une ouverture complète de la fenêtre:

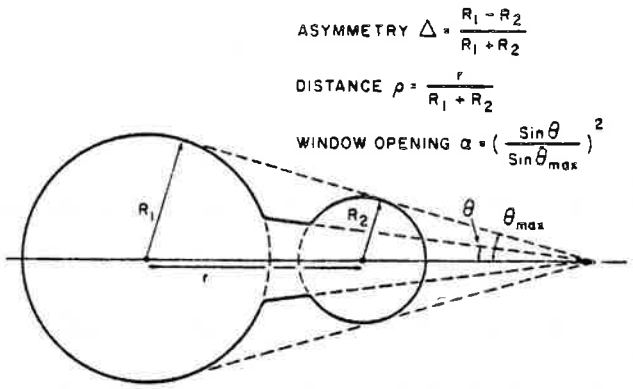


Fig. IV.3. Configuration nucléaire paramétrisée par deux sphères connectées par un col cônique. Δ, ρ et α représentent l'asymétrie, la distance réduite entre les centres de masse et le degré d'ouverture de la fenêtre. La distance entre les surfaces des sphères peut être positive ou négative. Les noyaux demeurent sphériques durant la formation du col.

$$\sin\theta_{max} = (R_1 - R_2)/r \qquad \text{(IV.17)}$$

de sorte que α varie de 0 à 1.

Dans le régime mono-nucléaire ($\alpha > \frac{1}{2}$) la variation $\dot{E}$ de l'énergie de dissipation est donnée par la formule du "mur"

(BB 78). Le noyau est supposé se comporter comme un gaz contenu dans une boîte dont les parois se déforment lentement au cours du temps. Comme le libre parcours moyen des particules est grand devant les dimensions de la boîte, la dynamique est dominée par l'interaction de ces particules avec les parois. Le taux d'énergie dissipée est alors :

$$\dot{E} = \rho \bar{v} \int (\dot{n} - D)^2 d\sigma \qquad \text{(IV.18)}$$

ρ est la densité de masse du noyau composé de particules de vitesse moyenne $\bar{v}$. $\dot{n}$ est la vitesse normale de l'élément de surface $d\sigma$. D est une vitesse introduite pour assurer la conservation des moments (de rotation et de translation).

Dans le régime di-nucléaire, le col limite le passage des nucléons entre les deux pré-fragments et agit comme une fenêtre. La variation de l'énergie dissipée est alors donnée par la formule "mur-fenetre":

$$\dot{E} = \frac{1}{4} \rho \bar{v} \Delta\sigma \left(v_t^2 + 2 v_r^2 \right) + \rho \bar{v} \int_{\text{fragment 1}} (\dot{n} - D_1)^2 d\sigma + \rho \bar{v} \int_{\text{fragment 2}} (\dot{n} - D_2)^2 d\sigma \qquad \text{(IV.19)}$$

où $\Delta\sigma$ est l'aire de la fenêtre et v_t, v_r les composantes tangentielle et radiale du mouvement relatif des deux noyaux.

Les forces d'inertie sont négligées dans le cas mono-nucléaire car elles sont petites devant les forces dissipatives. Dans le cas de deux noyaux la masse réduite classique est utilisée.

Les résultats obtenus à partir de ces différents modèles seront comparés aux résultats expérimentaux dans les prochains paragraphes.

4.CALCULS DES SECTIONS EFFICACES DE FUSION

La section efficace de fusion se calcule en utilisant la sommation en ondes partielles:

$$\sigma(E) = \pi \lambda^2(E) \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell+1) T_\ell(E) \qquad \text{(IV.20)}$$

où $$\lambda(E) = \frac{\hbar}{\sqrt{2\mu E}} \qquad \text{(IV.21)}$$

est la longueur d'onde réduite du système.

$T_\ell(E)$ est le coefficient de transmission pour l'onde l. Sous la barrière, il est déterminé à l'aide de la méthode WKB:

$$T_\ell(E) = \left[1 + exp\left(2K_\ell(E)\right)\right]^{-1} \qquad \text{(IV.22)}$$

avec $$K_\ell(E) = \int_{r_a}^{r_b} \left(\frac{2\mu}{\hbar^2}\left(E_b(\ell,r) - E\right)\right)^{1/2} dr = \int \frac{p}{\hbar} dr = \int k.dr \qquad \text{(IV.23)}$$

r_a et r_b sont les points tournants classiques de la barrière de l'onde l à l'énergie E dans le repère du centre de masse.

Au dessus de la barrière, la formule de Hill et Wheeler (voir VA 81) est généralement utilisée:

$$T_\ell(E) = \left\{1 + exp\left[\left(2\pi/\hbar\omega_\ell\right)\left(E_\ell - E\right)\right]\right\}^{-1} \qquad \text{(IV.24)}$$

où E_ℓ est le maximum de l'énergie de déformation (pour l'onde l). ω_ℓ, donné par:

$$\omega_\ell^2 = -\frac{1}{\mu}\left(\frac{\partial^2 E(\ell,r)}{\partial r^2}\right)_{sommet} \qquad \text{(IV.25)}$$

traduit la courbure de la barrière en son sommet, dans le cadre de l'approximation parabolique.

La section efficace peut aussi être calculée, avec une très bonne approximation, à l'aide de la formule de Wong (WO 73):

$$\sigma(E) = \frac{\hbar\omega_0 R_{0f}^2}{2E} Log\left[1 + exp\left(2\pi\,\frac{E - E_{0f}}{\hbar\omega_0}\right)\right] \qquad \text{(IV.26)}$$

qui n'utilise pourtant que les paramètres E_{0f} (énergie du maximum) et R_{0f} (position du pic) de la barrière Coulombienne (l=0).

Cette approche statique est bien justifiée aux basses et moyennes énergies ($E - E_{0f} \lesssim 20$ MeV). En effet, seuls les petits moments angulaires interviennent et les maximums des barrières se situent bien à l'extérieur du point de contact de sorte que les forces de friction sont négligeables.

Pour des énergies plus hautes, les grands moments angulaires contribuent aussi à la fusion. Mais alors les sommets des barrières sont très proches du point de contact et même à l'intérieur pour les systèmes très lourds. La formation du col et la dissipation d'énergie jouent le role essentiel et l'approche statique est insuffisante. Par contre les effets quantiques sont négligeables à ces énergies et le coefficient de transmission peut être pris égal à 1 pour les ondes partielles conduisant à la fusion et zéro autrement (sharp cut-off approximation). La section efficace devient:

$$\sigma(E) \simeq \pi \lambda^2(E) \sum_{l=0}^{l_{max}} (2l+1) = \pi \lambda^2(E) (l_{max}+1)^2 \qquad \text{(IV.27)}$$

La valeur maximale l_{max} conduisant à la capture de l'ion incident par la cible est alors obtenue en étudiant les différentes trajectoires du système à l'aide d'un modèle dynamique.

5.FUSION DE NOYAUX LEGERS OU MOYENS ($Z_1 Z_2 \lesssim 1200$)

a)Hauteur et position des barrières

Aux basses et moyennes énergies, une bonne reproduction de la barrière Coulombienne est suffisante pour assurer une bonne évaluation des sections efficaces de fusion (au dessus de la barrière). Cette barrière est caractérisée par E_{of} et R_{of}. Ces deux valeurs ne sont pas directement accessibles expérimentalement. Elles dépendent du modèle choisi pour les extraire des fonctions d'excitation expérimentales. Ce sont des valeurs empiriques. Dans la table 1, nos résultats sont comparés à ceux obtenus à l'aide du modèle de Krappe et al et aux données empiriques.

Nos hauteurs de barrière sont en très bon accord avec les valeurs déduites de l'expérience, ceci pour des masses et des

asymétries très différentes. Pour les systèmes légers, les calculs théoriques sont très voisins. Pour les systèmes moyens, nos résultats sont en général un peu trop élevés; le potentiel KNS donnant des valeurs encore supérieures. Rappelons que les calculs utilisant le potentiel de proximité à densité gelée conduisent aussi à des résultats trop grands de 4% pour ces masses moyennes. Néanmoins, il faut être très prudent quand on extrapole aux noyaux lourds. Par exemple, notre énergie potentielle permet d'obtenir de très bonnes caractéristiques des barrières de fusion pour les systèmes lourds et très lourds (ϕ.IV.6b et d). Plus généralement, les différents potentiels ne divergent pas à la fin de la table périodique. Ces modèles ont plutôt tendance à sous-estimer les effets de proximité pour les noyaux moyens. Le même problème a été rencontré dans l'évaluation des hauteurs des barrières de fission de ces noyaux (MN 81, RR 84a). La dépendance en isospin du terme d'énergie de surface explique, en partie, ce désaccord (Dv 82). Il semble donc que la multiplication arbitraire faite dans certains calculs des hauteurs des barrières de fusion par un facteur de 0.96 n'a pas de fondement sérieux. Ceci conduit à abaisser les barrières des systèmes lourds de 10 MeV. On doit se poser le problème de la validité d'une telle démarche, si on veut évaluer précisément l'énergie nécessaire pour faire fusionner les systèmes les plus lourds.

La comparaison de la position radiale R_{of} du sommet de la barrière prédite théoriquement et empiriquement est très difficile puisque différentes approches ont été utilisées: interpolation linéaire (CK 84), ajustement à l'aide de potentiels (VA 81) et déduction des fonctions d'excitation (BB 83). Si on compare nos résultats avec les valeurs données par Vaz et al (VA 81) l'accord est très bon.

$^{40}Ca + ^{40}Ca$ 55.5±1.0 55.6 !

Reaction	Z_1Z_2	Empirical E_{of}	Empirical R_{of}	Reference	Our results E_{of}	Our results R_{of}	KNS E_{of}	KNS R_{of}
$^{9}Be + ^{10}B$	20	3.40	7.65	a	3.36	7.79	3.36	7.77
$^{11}B + ^{10}B$	25	4.36	7.46	a	4.17	7.86	4.17	7.85
$^{12}C + ^{10}B$	30	5.24	7.45	a	5.03	7.81	5.02	7.80
$^{14}N + ^{10}B$	35	5.80	7.89	a	5.82	7.88	5.80	7.88
$^{4}He + ^{44}Ca$	40	6.37	8.25	a	6.20	8.51	6.19	8.50
$^{14}N + ^{14}N$	49	8.17	7.85	a	8.01	8.03	7.96	8.05
$^{4}He + ^{59}Co$	54	8.26	8.63	a	8.10	8.83	8.08	8.81
$^{12}C + ^{27}Al$	78	12.29	8.36	a	12.24	8.40	12.14	8.43
$^{16}O + ^{26}Mg$	96	15.24	8.29	a	14.82	8.56	14.69	8.59
$^{40}Ar + ^{12}C$	108	16.2	—	b	16.28	8.78	16.13	8.80
$^{12}C + ^{46}Ti$	132	20.7	9.0	c	19.70	8.89	19.53	8.90
$^{12}C + ^{48}Ti$	132	20.0	8.0	c	19.54	8.96	19.38	8.98
$^{12}C + ^{50}Ti$	132	19.5	7.8	c	19.41	9.02	19.25	9.05
$^{4}He + ^{164}Dy$	132	17.14	10.32	a	16.98	10.45	17.08	10.29
$^{40}Ar + ^{16}O$	144	21.0	—	b	21.35	8.95	21.17	8.97
$^{18}O + ^{44}Ca$	160	22.3	8.2	c	23.13	9.20	22.95	9.20
$^{4}He + ^{209}Bi$	166	20.52	10.88	a	20.46	10.93	20.58	10.77
$^{4}He + ^{233}U$	184	21.69	11.45	a	22.23	11.16	22.39	10.98
$^{32}S + ^{24}Mg$	192	27.93	9.20	d	28.48	8.94	28.28	8.94
$^{32}S + ^{25}Mg$	192	27.60	9.32	d	28.29	9.00	28.09	9.01
$^{32}S + ^{26}Mg$	192	27.48	9.36	d	28.12	9.06	27.92	9.06
$^{34}S + ^{24}Mg$	192	27.38	9.40	d	28.18	9.05	27.98	9.04
$^{34}S + ^{25}Mg$	192	27.26	9.45	d	28.00	9.11	27.80	9.10
$^{34}S + ^{26}Mg$	192	27.11	9.50	d	27.84	9.17	27.63	9.16
$^{28}Si + ^{30}Si$	196	28.6	8.1	c	28.71	9.07	28.51	9.05
$^{30}Si + ^{30}Si$	196	28.1	8.6	c	28.40	9.18	28.20	9.16
$^{32}S + ^{27}Al$	208	29.89	9.32	d	30.47	9.07	30.26	9.04
$^{12}C + ^{110}Pd$	276	35.1	—	b	36.59	10.11	36.50	10.03
$^{12}C + ^{124}Sn$	300	37.4	—	b	39.01	10.30	38.96	10.23
$^{12}C + ^{130}Te$	312	38.6	—	b	40.26	10.39	40.24	10.31
$^{16}O + ^{110}Pd$	368	46.2	—	b	48.05	10.26	48.00	10.17
$^{16}O + ^{144}Sm$	496	59.9	—	b	62.29	10.66	62.42	10.56
$^{16}O + ^{148}Sm$	496	60.25	—	e	61.95	10.73	62.09	10.62
$^{16}O + ^{154}Sm$	496	59.9	—	e	61.46	10.85	61.63	10.70
$^{40}Ar + ^{58}Ni$	504	65.3	—	b	66.76	10.07	66.74	9.99
$^{40}Ar + ^{60}Ni$	504	65.5	—	b	66.36	10.14	66.34	10.06
$^{40}Ar + ^{62}Ni$	504	65.1	—	b	65.98	10.20	65.97	10.12
$^{40}Ar + ^{64}Ni$	504	63.9	—	b	65.63	10.27	65.64	10.18
$^{40}Ca + ^{58}Ni$	560	73.36	10.20	a	74.72	9.98	73.89	10.02
$^{35}Cl + ^{90}Zr$	680	84.87	10.74	a	86.50	10.51	86.73	10.39
$^{40}Ar + ^{112}Sn$	900	109.1	—	e	109.55	10.97	110.15	10.85
$^{40}Ar + ^{116}Sn$	900	108.3	—	e	108.82	11.06	109.46	10.92
$^{40}Ar + ^{122}Sn$	900	107.2	—	e	107.83	11.18	108.51	11.03
$^{86}Kr + ^{58}Ni$	1008	120.8	—	b	122.77	10.95	123.55	10.82
$^{86}Kr + ^{62}Ni$	1008	119.3	—	b	121.43	11.11	122.24	10.95
$^{86}Kr + ^{64}Ni$	1008	118.3	—	b	120.82	11.16	121.66	11.00
$^{74}Ge + ^{74}Ge$	1024	120.8	—	f	123.06	11.13	123.90	10.98
$^{40}Ar + ^{144}Sm$	1116	130.2	—	e	130.96	11.37	132.01	11.23
$^{40}Ar + ^{148}Sm$	1116	129.4	—	e	130.28	11.44	131.36	11.29
$^{40}Ar + ^{154}Sm$	1116	129.3	—	e	129.3	11.55	130.44	11.39
$^{40}Ar + ^{169}Tm$	1242	139	10.5	g	142.05	11.68	143.42	11.52
$^{40}Ar + ^{174}Yb$	1260	139	9.5	g	143.39	11.76	144.83	11.58
$^{40}Ar + ^{175}Lu$	1278	140	10.0	g	145.37	11.77	146.83	11.58
$^{40}Ar + ^{176}Hf$	1296	143	9.5	g	147.35	11.75	148.83	11.59
$^{40}Ar + ^{177}Hf$	1296	145	10.5	g	147.19	11.76	148.67	11.60
$^{40}Ar + ^{178}Hf$	1296	143	10.0	g	147.03	11.78	148.52	11.62
$^{40}Ar + ^{179}Hf$	1296	144	10.2	g	146.87	11.79	148.38	11.63
$^{40}Ar + ^{180}Hf$	1296	143	10.1	g	146.71	11.81	148.23	11.64
$^{81}Br + ^{90}Zr$	1400	156	—	f	163.29	11.42	164.79	11.26
$^{81}Br + ^{94}Zr$	1400	154	—	f	162.09	11.51	163.65	11.36
$^{81}Br + ^{96}Mo$	1470	165	—	f	170.05	11.52	171.70	11.35
$^{81}Br + ^{104}Ru$	1540	174	—	f	176.18	11.61	178.01	11.48

Table IV.1. Hauteurs (E_{of}) et positions (R_{of}) de systèmes étudiés récemment. Nos résultats sont comparés avec ceux obtenus en utilisant le potentiel de Krappe et al (KN 79). Les données empiriques sont extraites de : a) VA 81 ; b) JR 82 ; c) DB 84 ; d) BB 83 ; e) RH 82 ; f) BW 84 et g) CK 84.

b)Sections efficaces au voisinage de la barrière

Aux énergies sous la barrière Coulombienne et pour certaines réactions, la section efficace de fusion expérimentale est de 10 à 100 fois plus grande que celle obtenue théoriquement. Il semble que les calculs de traversée de la barrière à une dimension par effet tunnel ne soient plus suffisants. Différentes explications ont été avancées: déformation dynamique des noyaux (VA 81), effets de couplage entre les différents canaux de sortie (LR 84, BD 83), transfert de nucléons (WB 85, RW 85), formation de col et dissipation d'énergie (KM 83, JA 84), effet de peau de neutrons qui commence à être sensible pour les noyaux mi-lourds, fluctuations dans la barrière dynamique causées par les orientations et vibrations des surfaces en regard (RH 82) et barrière à deux dimensions (LN 81). Le nombre d'explications proposées montre bien que ce problème est très délicat et dépasse le cadre de notre étude. Néanmoins, pour examiner en détail les problèmes rencontrés sous la barrière Coulombienne il est nécessaire de disposer de bonnes barrières macroscopiques (RR 83). Nous avons porté notre attention (fig.4 et 5) sur les trois réactions $^{58}Ni + {}^{58}Ni$, $^{64}Ni + {}^{64}Ni$ et $^{90}Zr + {}^{90}Zr$ qui ont été étudiées d'une manière intensive aussi bien expérimentalement que théoriquement (BS 80, LN 81, BW 84, WB 85, BD 83, RW 85).

L'énergie de déformation définie au paragraphe III.4.d permet de déterminer entièrement la barrière de fusion, c'est-à-dire jusqu'au noyau composé. Le profil de la barrière autour du point de contact dépend de la puissance relative des forces Coulombiennes et de proximité. Celles-ci s'équilibrent quand les noyaux sont séparés de quelques fm et donnent naissance à un point-selle. Quand les masses augmentent, le point-selle se rapproche du point de contact car les forces de proximité croissent moins

vite que les forces Coulombiennes.

Pour des noyaux légers ($Z_1 Z_2 < 800$), les approximations paraboliques sont suffisantes pour décrire le chemin jusqu'à l'état fondamental du système composé (NN 80, BT 79, KN 79). Pour $Z_1 Z_2 > 800$, la courbe s'infléchit autour du point de contact.

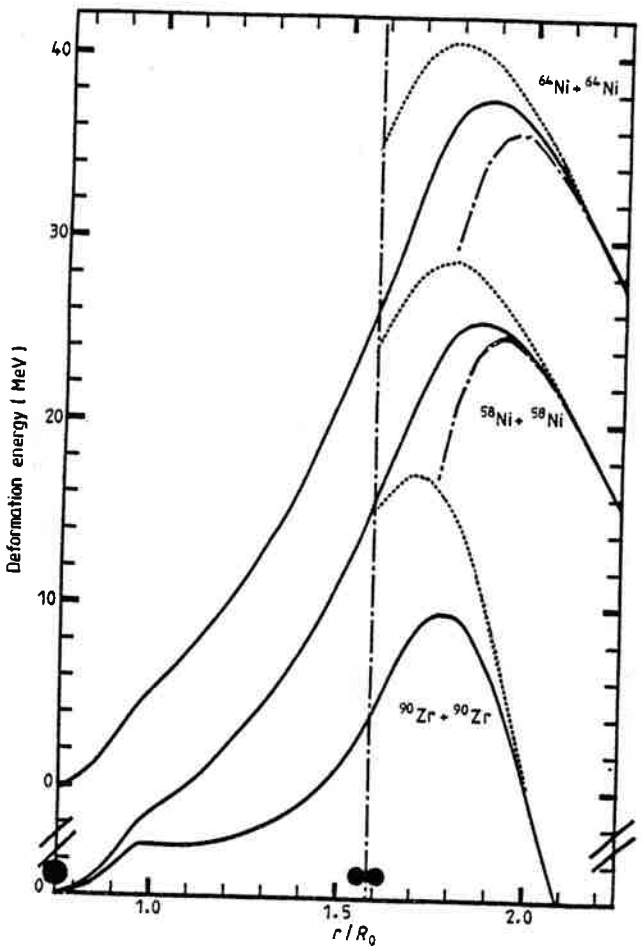


Fig. IV.4. Barrières de potentiel dans les réactions $^{64}Ni + {}^{64}Ni$, $^{58}Ni + {}^{58}Ni$ et $^{90}Zr + {}^{90}Zr$ en fonction de la distance réduite entre les centres de masses des noyaux. Nos résultats sont indiqués par la courbe continue, ceux de Landowne et Nix (LN 81) par la ligne en pointillé tandis que la courbe (_ . _) donne les résultats empiriques de Beckerman et al (BS 82b). Le trait vertical correspond au point de contact.

Ces approximations perdent de leur validité et ont tendance à prédire des barrières trop épaisses donc des sections efficaces sous la barrière trop petites. Ceci ne suffit pas à expliquer le désaccord avec les résultats expérimentaux car il faudrait des barrières très minces pour reproduire ceux-ci.

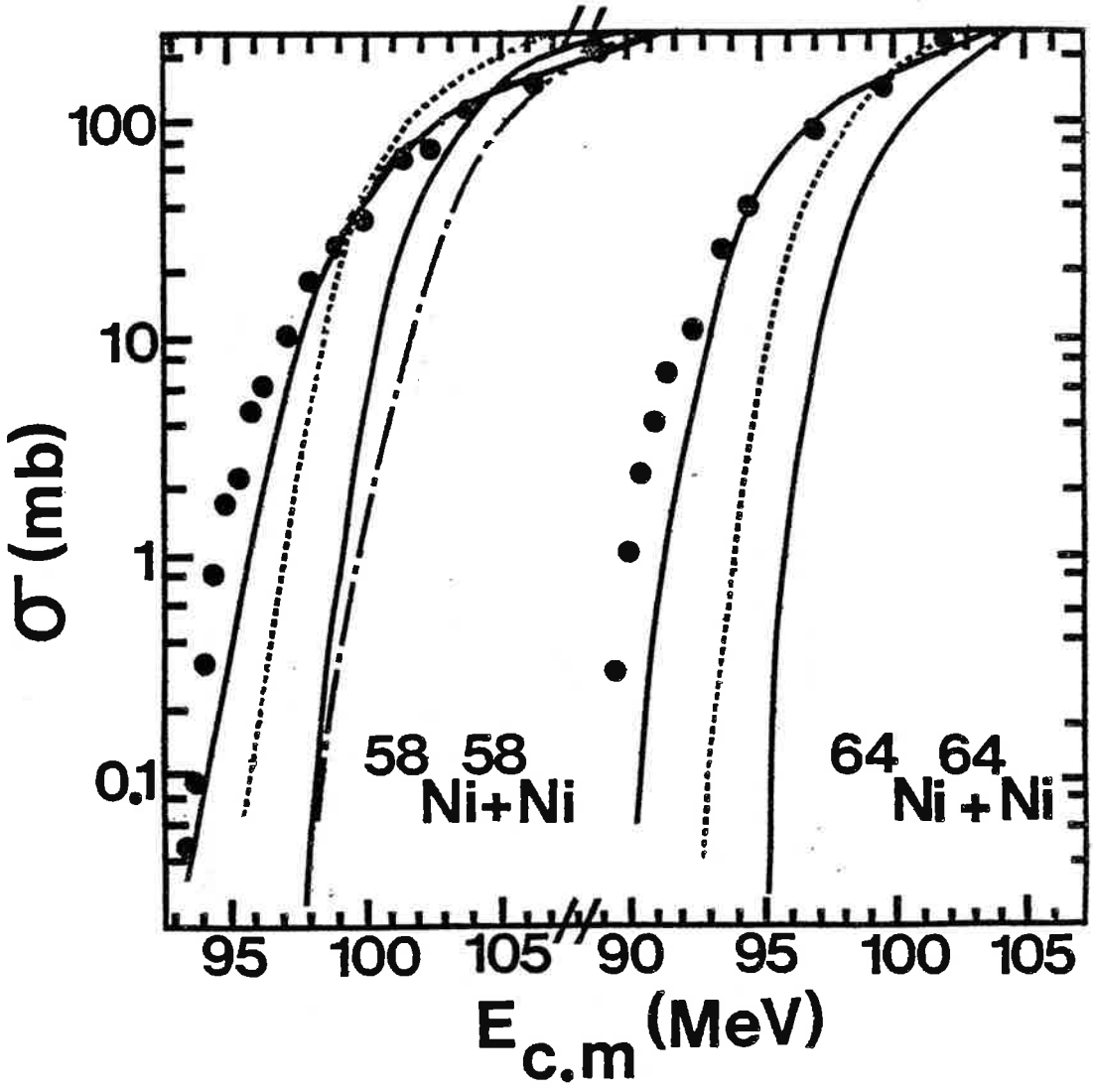


Fig. IV.5. Sections efficaces de fusion pour les réactions $^{58}Ni + {}^{58}Ni$ et $^{64}Ni + {}^{64}Ni$. Les deux lignes pleines donnent les résultats empiriques de Beckerman et al (BS 80, BS 82b) qui ont réalisés ces expériences. Nos résultats sont indiqués par les pointillés tandis que la courbe (_ . _) correspond aux calculs de Landowne et Nix (LN 81).

Un autre paramètre important est la hauteur de la barrière de fusion. La courbe discontinue (—·—, fig.4) donne les barrières obtenues par Beckerman et al pour reproduire les données expérimentales. Pour les réactions avec le Nickel, nos barrières sont trop hautes de 2 à 3 MeV, pour celles de Landowne et Nix (LN 81) de 4 à 5 MeV. Pour la réaction $^{90}Zr + ^{90}Zr$, la valeur déduite de l'expérience est E_{of} =182 MeV (BW 84) et nous obtenons 181.3 MeV (RR 83). La barrière utilisant le potentiel KNS(LN 81) est trop haute de 7 MeV ! Il semble que ce potentiel s'éloigne de plus en plus des résultats expérimentaux au fur et à mesure que les masses augmentent.

Les sections efficaces théoriques sont comparées sur la figure 5. On observe que de bonnes évaluations des barrières de fusion permettent d'obtenir des sections efficaces correctes au dessus de la barrière. En dessous, le désaccord subsiste. La meilleure reproduction des résultats expérimentaux est obtenue par Beckerman et al en ajustant une masse effective dépendante de la position. Cela permet d'augmenter la section efficace sous la barrière sans rien changer au-dessus de celle-ci. Cependant ce procédé est très empirique.

Finalement nous pensons que pour la fusion sous Coulombienne, la méthode WKB est peu valable pour les systèmes lourds. En effet, à quelques MeV au dessous de la barrière, le point tournant classique est très proche du point de contact des noyaux en interaction. Les forces de friction et de proximité sont alors très importantes et le traitement ordinaire de l'effet tunnel n'est plus suffisant. Cela pourrait être une raison du désaccord avec les résultats expérimentaux.

c)Saturation des sections efficaces

Sur les figures 6, 7 , 8 et 9 nos résultats sont comparés

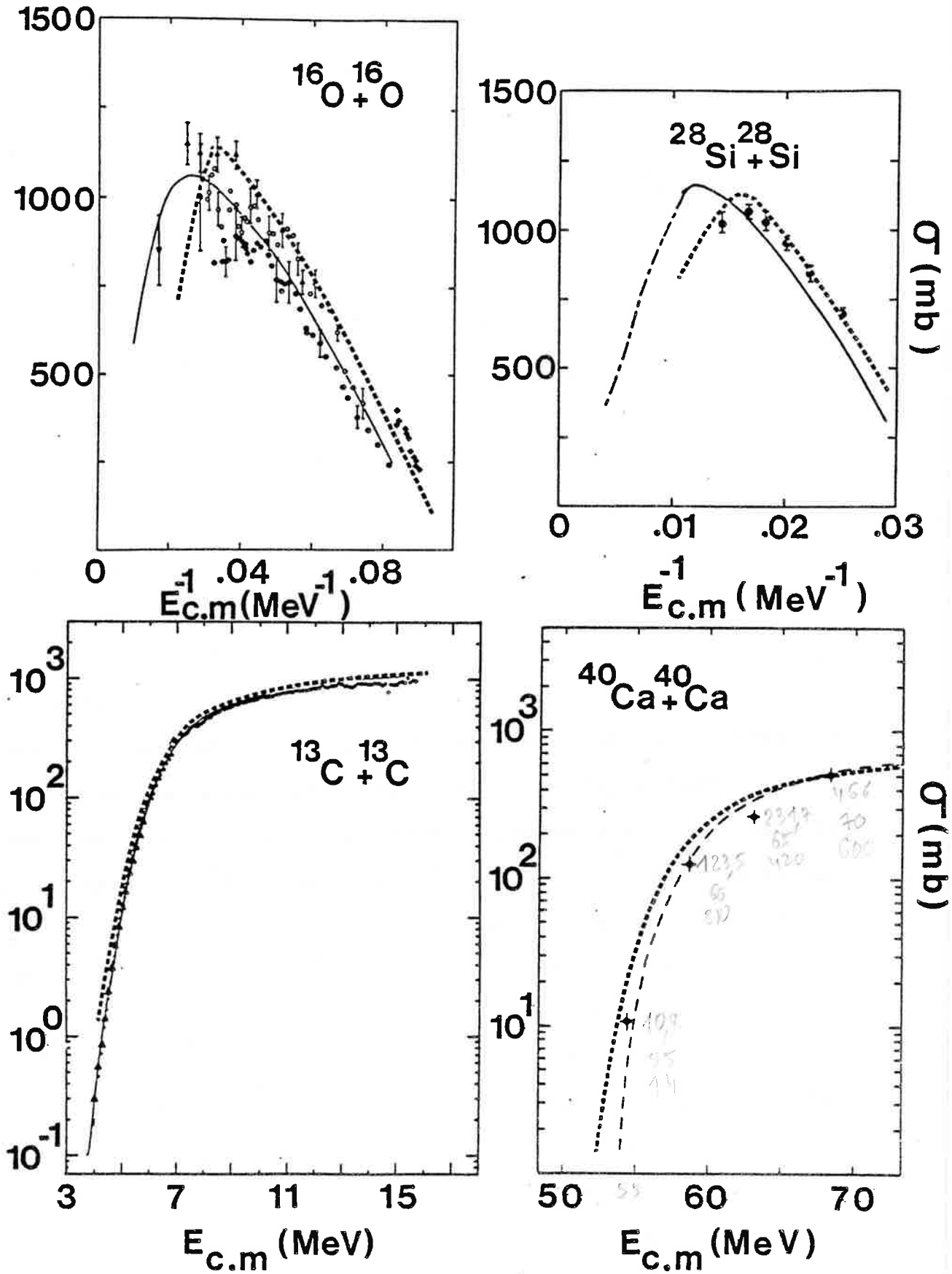


Fig. IV.6. Nos résultats (en pointillé) sont comparés avec les données de Charvet et al (CD 82) pour la réaction $^{13}C + ^{13}C$, de Birkelund et al (BT 79) pour les systèmes $^{16}O + ^{16}O$ et $^{28}Si + ^{28}Si$ et de Auger et al (AB 80) pour $^{40}Ca + ^{40}Ca$.

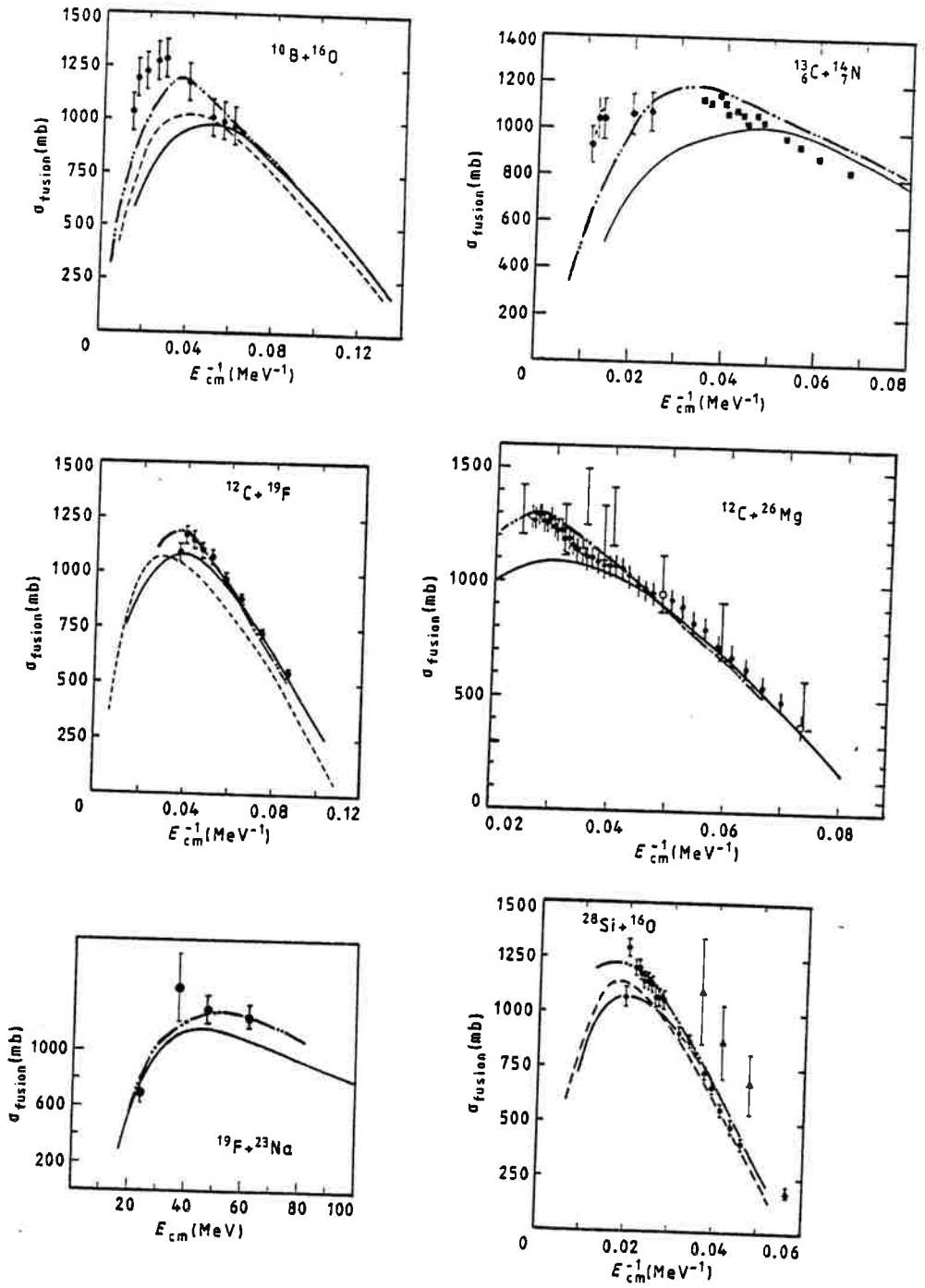


Fig. IV.7. Comparaison entre les sections efficaces de fusion expérimentales et théoriques pour les réactions $^{10}B + ^{16}O$, $^{13}C + ^{14}N$, $^{12}C + ^{19}F$, $^{12}C + ^{26}Mg$, $^{19}F + ^{23}Na$ et $^{28}Si + ^{16}O$. Les résultats expérimentaux sont extraits de FR 84. Les calculs de Birkelund et al (BT 79) sont indiqués par les tirets, ceux de Fröbrich (FR 84) par les lignes continues et les nôtres par les courbes à double pointillé (_.. _..).

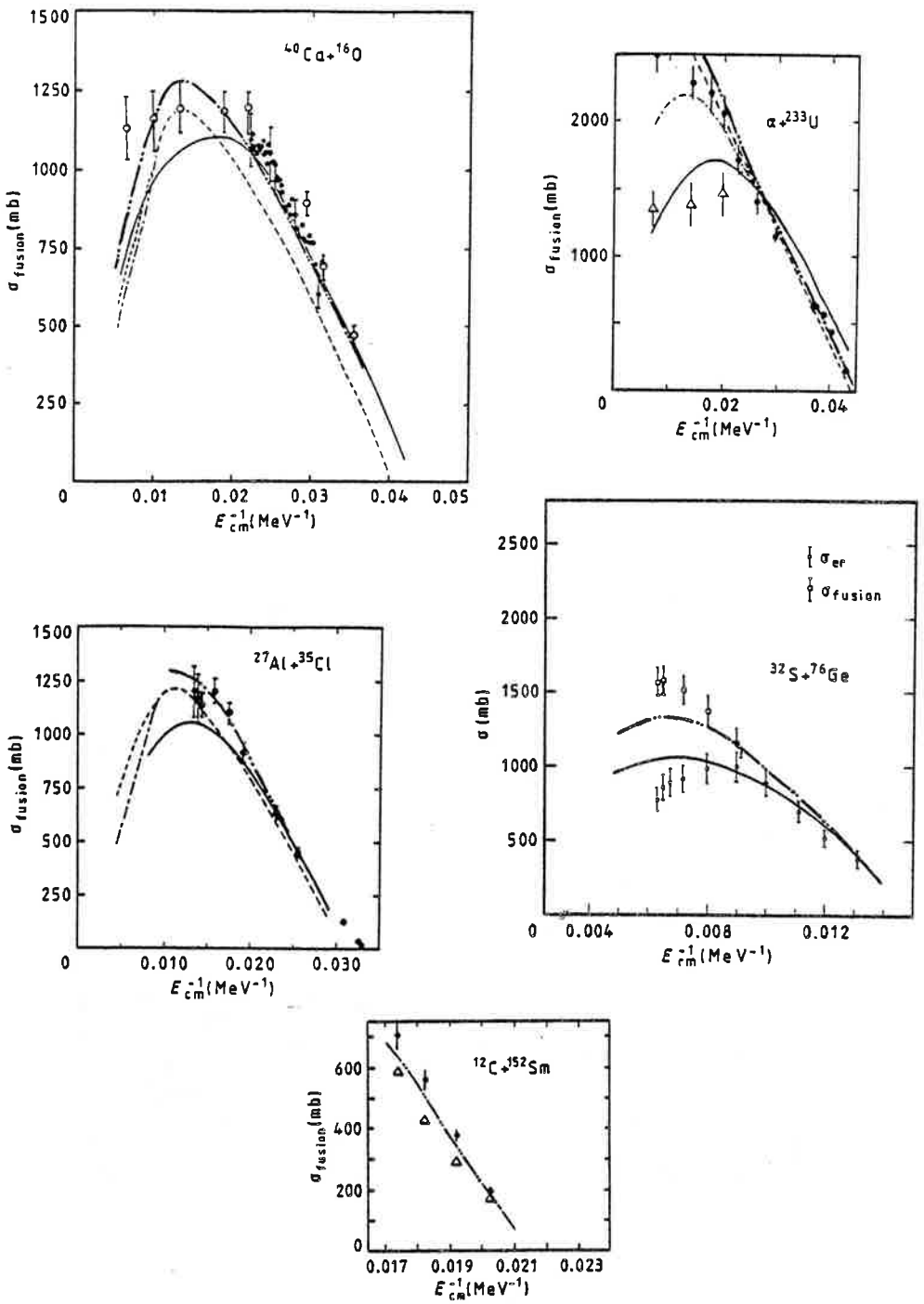


Fig. IV.8. Comparaison entre les sections efficaces de fusion expérimentales et théoriques pour les réactions $^{40}Ca + ^{16}O$, $\alpha + ^{233}U$, $^{27}Al + ^{35}Cl$, $^{32}S + ^{76}Ge$ et $^{12}C + ^{152}Sm$. Les données expérimentales sont extraites de Suomijarvi et al (SL 84) pour le système $^{12}C + ^{152}Sm$ (les triangles indiquent les résultats de leurs calculs) et de FR 84 pour les autres réactions. Nos prédictions sont données par les courbes en double pointillé (_ .. _ ..), celles de Fröbrich par les lignes en trait plein. Pour les systèmes $^{40}Ca + ^{16}O$ et $^{27}Al + ^{35}Cl$, les courbes discontinues correspondent à deux calculs de Birkelund et al (BT 79) utilisant des potentiels légèrement différents. Pour la réaction $\alpha + ^{233}U$, les sections efficaces de fusion incomplète (cercles pleins) et de fusion complète (triangles) sont comparées avec les résultats du modèle de la distance critique (ligne à tirets) et du modèle de proximité (_ . _ .).

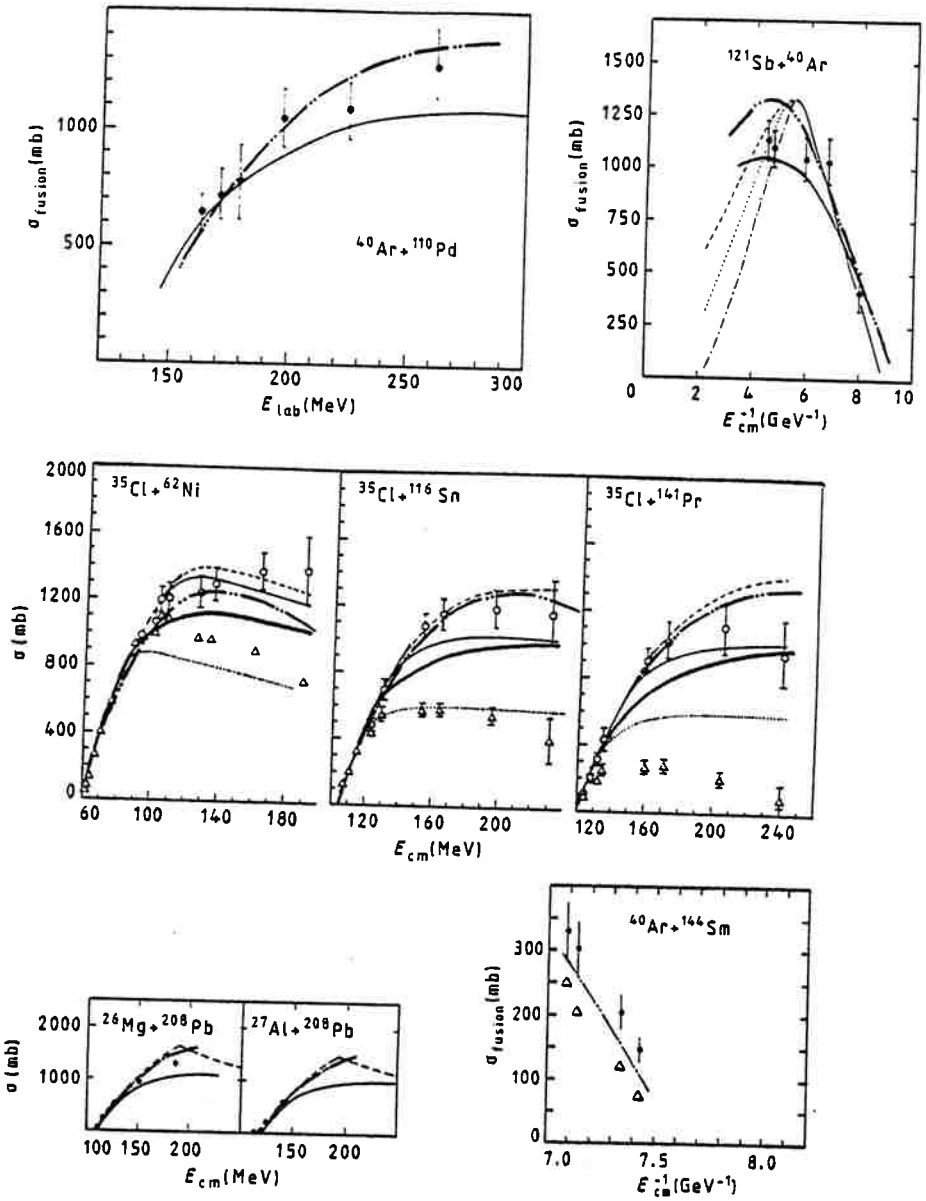


Fig. IV.9. Les données expérimentales sont extraites de Suømijarvi et al (SL 84) pour le système $^{40}Ar + ^{144}Sm$ (leurs calculs sont indiqués par les triangles) et de FR 84 pour les autres réactions. Nos prédictions sont données par les courbes en double pointillé (_ .. _ ..), celles de Fröbrich par les lignes en trait plein. Pour le système $^{121}Sb + ^{40}Ar$, les courbes en pointillé, en tirets et discontinue (_ . _ .) correspondent à trois potentiels utilisés par Birkelund et al (BT 79). Pour les réactions $^{35}Cl + ^{62}Ni$, ^{116}Sn et ^{141}Pr les triangles sont les données obtenues à partir des résidus d'évaporation (fusion complète), tandis que les cercles contiennent en plus les évènements de fragmentation symétrique (fusion incomplète). Les résultats du modèle de Bjørnholm et Swiatecki (BS 82a) sont indiqués par les courbes en tirets (hypothèse du collage), continue et en trait fin (condition de roulement) et en pointillé (glissement). Pour les réactions $^{208}Pb + ^{26}Mg$, ^{27}Al, les courbes en tirets représentent les calculs statiques utilisant le modèle de proximité conventionnel (voir BC 82).

avec les données expérimentales et les prédictions d'autres modèles. Les inerties n'étant pas trop grandes pour ces systèmes légers et moyens, le transfert de moment angulaire est décrit dans la limite du collage (la même hypothèse a été adoptée par Fröbrich (FR 84) dans son modèle de surfaces en friction). Birkelund et al (BT 79) ont calculé ces sections efficaces de fusion à l'aide du potentiel Coulombien phénoménologique de Bondorf et al (BS 74) et de la friction de proximité (densité gelée) de Randrup(RA 78).

Comme prévu les différents modèles donnent à peu près les mêmes résultats aux basses et moyennes énergies car les caractéristiques des barrières de fusion statiques jouent le rôle essentiel. Néanmoins, même à ces énergies, le potentiel à densité relaxée conduit à des résultats particulièrement précis (voir les réactions $^{12}C + ^{19}F$, $^{40}Ca + ^{16}O$, $^{12}C + ^{152}Sm$ et $^{40}Ar + ^{144}Sm$). Aux hautes énergies, les sections efficaces de fusion atteignent un point de saturation. La signification physique en est simple. Il y a nécessairement un moment angulaire maximum l_ρ pour lequel une poche de potentiel existe encore dans la voie d'entrée et donc un moment angulaire maximum l_m pour la capture du projectile par la cible ($l_m = l_\rho$ dans la limite du glissement, $l_m = \frac{7}{5} l_\rho$ dans l'hypothèse du roulement et, dans le cas du collage, l_m est le moment angulaire maximum pour lequel un minimum existe dans le potentiel effectif de deux sphères collées en rotation, voir BC 82 et l'équation(5)). Pour des énergies suffisamment grandes, tous les moments angulaires interviennent et la section efficace de fusion décroit linéairement en 1/E.

Naturellement, tous les modèles prédisent cette saturation des sections efficaces de fusion mais les positions du maximum et de la courbure autour de celui-ci dépendent fortement du modèle adopté (voir les fig.7,8 et 9). En effet la valeur de l_ρ pour

laquelle un minimum existe encore dans l'énergie de déformation du système en rotation est conditionnée par le choix des modèles d'énergies Coulombienne et de proximité. De plus, la capture d'une trajectoire dynamique par la poche du potentiel d'interaction dépend énormément de l'énergie dissipée durant la formation du col.

Comme Fröbrich l'indique lui-même, le modèle des surfaces en friction décrit essentiellement le processus de formation d'un noyau composé et perd progressivement de sa validité aux hautes énergies. Ses prédictions doivent donc être comparées aux mesures relatives aux résidus d'évaporation (qui sont les seules preuves d'une fusion complète). Notre modèle prend en compte toutes les trajectoires qui conduisent à l'intérieur de la barrière donc comptabilise les événements de fusion complète et incomplète. Les figures montrent que ce modèle de potentiel à densité relaxée et de dissipation d'énergie permet de reproduire la saturation des sections efficaces de fusion aux hautes énergies pour la plupart des réactions étudiées.

Signalons enfin que l'hypothèse du roulement pour le transfert du moment angulaire initial conduirait aussi à des résultats satisfaisants.

6.FUSION DE NOYAUX LOURDS

Les accélérateurs et l'électronique de dépouillement devenant de plus en plus performants, les physiciens ont essayé de faire fusionner des noyaux de plus en plus lourds. Les réactions entre ions très lourds représentent maintenant le seul espoir d'obtenir les systèmes nucléaires les plus massifs. En effet, toutes les expériences pour détecter ces noyaux dans la nature n'ont rien donné et on s'accorde à penser maintenant que

leurs durées de vie se mesurent en milli-secondes et non plus en billions d'années. C'est ainsi que Münzenberg et al (MR 84) ont détecté un noyau $^{266}_{109}$ dans la réaction

$$^{209}_{83}Bi + ^{58}_{26}Fe \rightarrow ^{266}_{109} + n \quad \grave{a} \quad 5.15\ MeV/u.$$

Ce noyau est le plus lourd (en masse et en charge) connu actuellement, comme le dit avec enthousiasme P.Armbruster dans un très bel article de synthèse (AR 85): "The one that may stand for all".

Ces réactions se font aux basses énergies pour minimiser le plus possible l'énergie d'excitation du système fusionnant. On observe, que même à ces basses énergies, les sections efficaces sont inférieures aux résultats obtenus à partir d'un calcul statique. De plus, pour les systèmes les plus lourds, la fusion ne se produit qu'à partir d'énergies beaucoup plus grandes que les seuils déduits des barrières de fusion statiques (HB 81, EW 82,SB 82, GB 82).

Dans ce chapitre, notre but est d'essayer d'expliquer les changements des hauteurs de barrières de fusion et du profil des sections efficaces dans le cadre du potentiel à densité relaxée (goutte liquide et forces de proximité) et du modèle dynamique phénoménologique introduit précédemment.

a)Profil des barrières de fusion

Pour des systèmes lourds (fig.10 et 11), la courbe d'énergie potentielle s'infléchit, en raison des effets de proximité dans le col et un second minimum apparaît (pour $Z_1 Z_2 \gtrsim 1800 \pm 100$ ou $Z^2/A \gtrsim 34$ dans le cas symétrique). Le maximum externe correspond toujours à deux noyaux séparés tandis que l'autre est très proche de la sphère. En fusion, ces barrières ont une origine purement macroscopique et proviennent des contraintes sur les déformations individuelles des fragments qui n'ont pas le temps de se dévelop-

per au début de la réaction. La barrière interne est la plus haute quand $Z_1 Z_2 \gtrsim 2300 \pm 100$ (ou $Z^2/A \gtrsim 39$). Le minimum externe a une forme à un corps légèrement crevassée (à peu près $s_1 = 0.4$ sur la fig.III.14).

Le concept de fusion pour les éléments lourds doit donc être étendu à la formation d'états relativement stables différents de l'état fondamental du noyau composé (qui n'existe d'ailleurs que pour $Z \leq 109$ et dû entièrement aux effets de couches). On peut supposer que, pour les formes relativement compactes (au second puits de potentiel), la plupart des transferts de charge, de masse et de moments ont été réalisés. Cet état métastable pourrait avoir un lien avec les événements de fusion-fission (où les formes aux points-selle sont très compactes,BC 82) et avec les réactions de fission rapide (GN 82a, GN 82b, GR 82, NG 83) où les produits détectés sont semblables à ceux qui proviennent de la formation d'un noyau composé.

Pour les systèmes les plus lourds, le minimum macroscopique au noyau sphérique disparaît et la formation du noyau composé n'est possible que si les effets de couches ont le temps de se stabiliser (voir §.VI.7).

De telles barrières à double bosse n'apparaissent pas dans les études de Nix et al, NS 74, MN 77, voir fig.4 et 12) bien qu'ils utilisent à peu près le même formalisme (formation de col, conservation du volume et effets de proximité). Cela vient de la différence entre les valeurs du coefficient de surface dans le modèle de la goutte liquide: a_s=24.7 MeV dans leurs travaux et a_s=17.9439 MeV dans notre étude (valeur proposée par Myers et Swiatecki). Pour la réaction ^{110}Pd + ^{110}Pd, ils obtiennent 29.7 MeV pour l'énergie du point-selle (fig.12) et nous n'obtenons que 4.8 MeV.

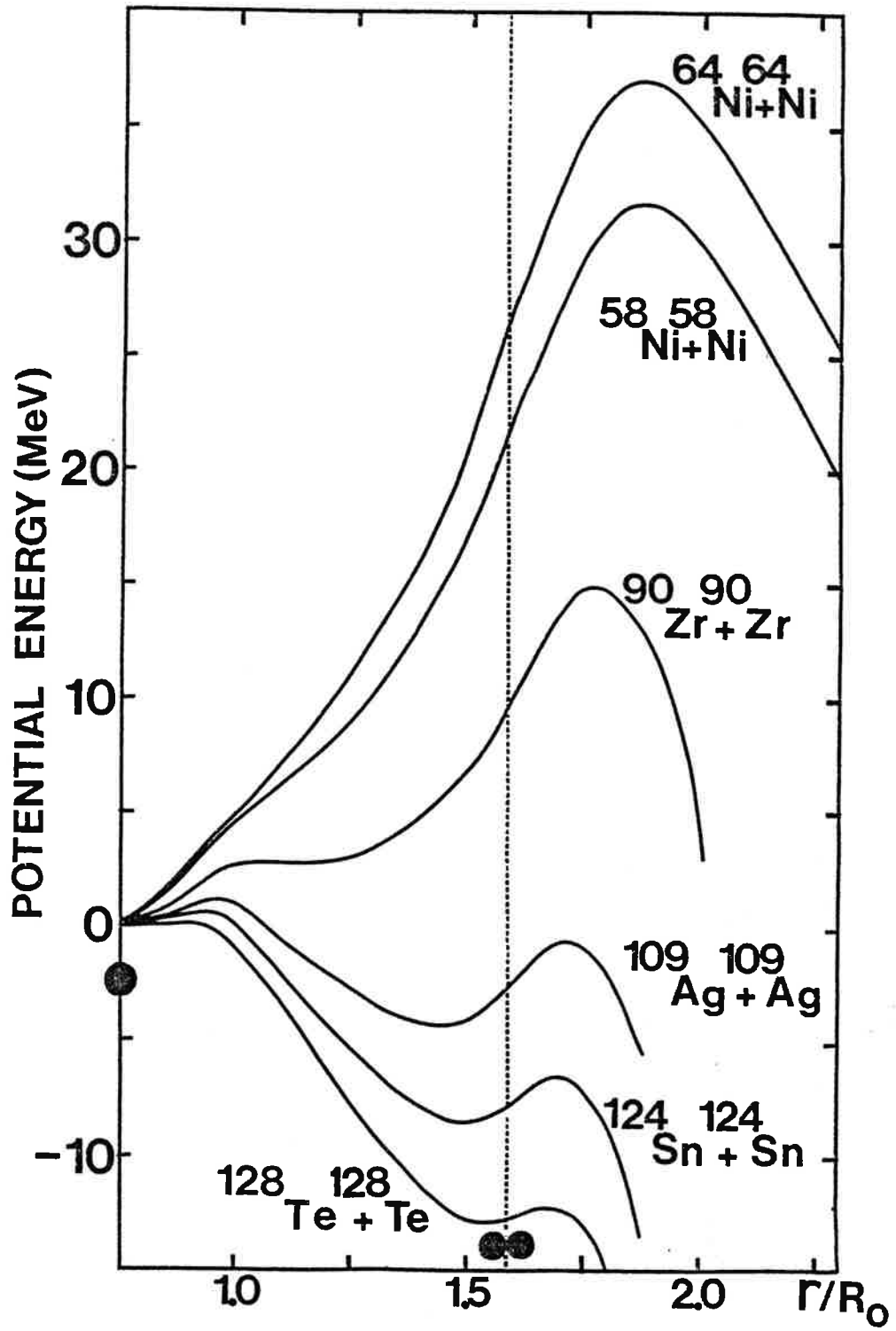


Fig. IV.10. Barrières de potentiel à une dimension pour des systèmes symétriques de masses de plus en plus élevées. La droite en pointillé correspond au point de contact entre les noyaux.

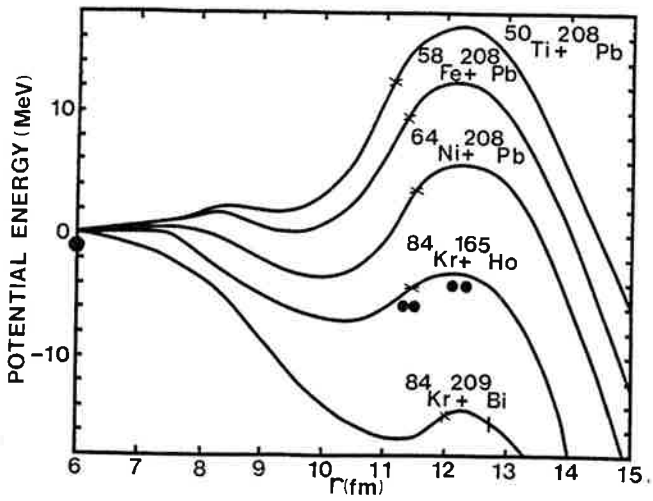


Fig. IV.11. Barrières de potentiel à une dimension pour les réactions $^{84}Kr + {}^{209}Bi$, $^{84}Kr + {}^{165}Ho$, $^{64}Ni + {}^{208}Pb$, $^{58}Fe + {}^{208}Pb$ et $^{50}Ti + {}^{208}Pb$. Le point de contact est indiqué par une croix.

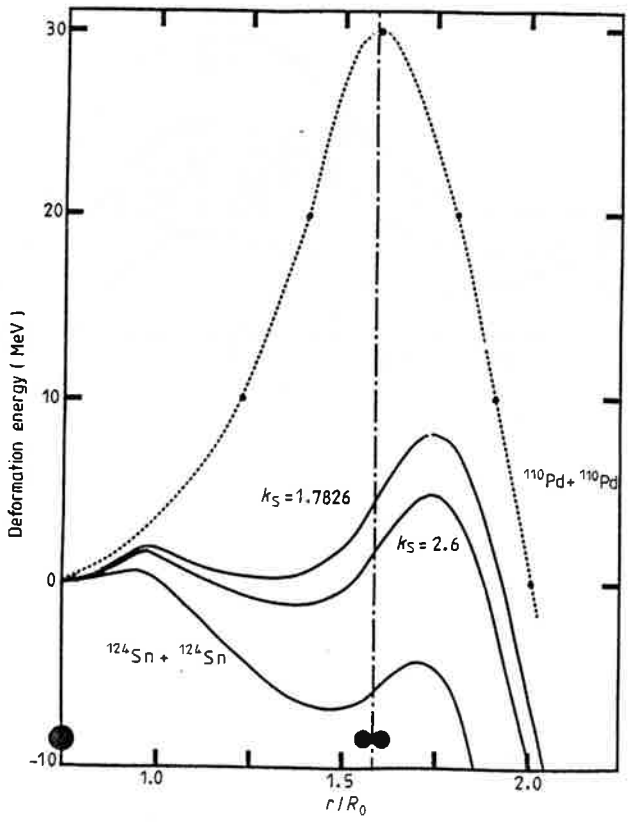


Fig. IV.12. Barrières de fusion des systèmes $^{110}Pd + {}^{110}Pd$ et $^{124}Sn + {}^{124}Sn$. Nos résultats sont donnés par les lignes continues. Pour $^{110}Pd + {}^{110}Pd$, deux valeurs du paramètre d'asymétrie de surface ont été utilisées : $k_s = 1.7826$ et $k_s = 2.6$. Les courbes obtenues sont comparées avec les calculs (ligne en pointillé) de Möller et Nix (MN 77). La barrière à double bosse du système $^{124}Sn + {}^{124}Sn$ est aussi donnée.

Plus les systèmes sont lourds, plus le rapport (N-Z)/A est éloigné de zéro et plus le coefficient d'asymétrie d'isospin augmente. Pour le système $^{110}Pd + ^{110}Pd$, les barrières correspondant aux deux valeurs principales k_s=1.7826 (MS 67) et k_s=2.6 (proposée par le groupe de Lund) ont la même structure. Ce n'est donc pas ce paramètre qui amène des changements qualitatifs.

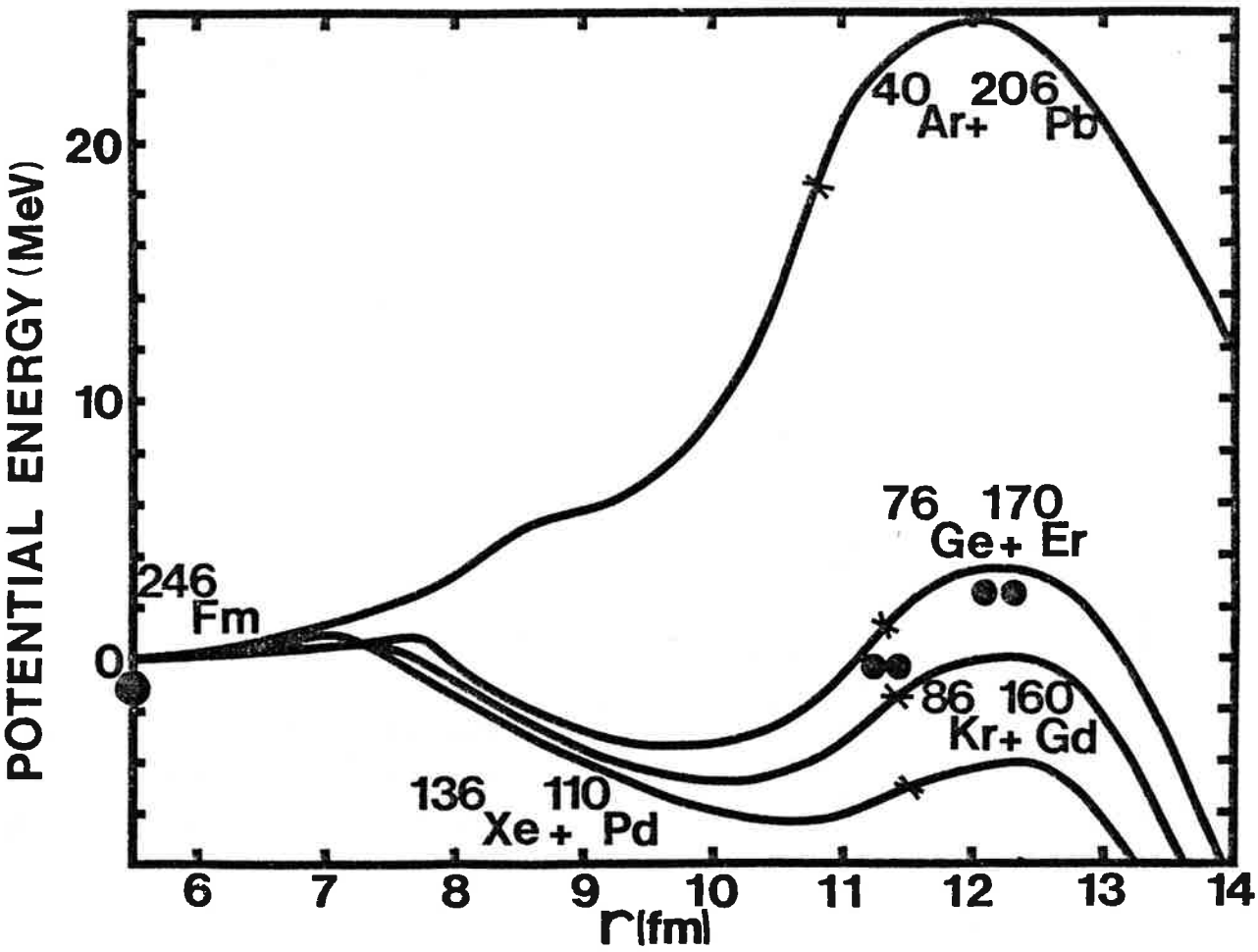


Fig. IV.13. Barrières de potentiel des systèmes $^{136}Xe + ^{110}Pd$, $^{86}Kr + ^{160}Gd$, $^{76}Ge + ^{170}Er$ et $^{40}Ar + ^{206}Pb$ conduisant au noyau ^{246}Fm. Le paramètre $\beta = R_2/R_1$ est respectivement 0.93, 0.8, 0.75 et 0.56. Le point de contact est indiqué par une croix.

La figure 13 montre que la hauteur de ces double barrières dépend fortement de l'asymètrie initiale du système. Ces quatre réactions conduisent au même noyau composé ^{246}Fm qui se fissionne très rapidement. Elles ont été étudiées par Gäggeler et al (GS 84, LK 84) pour tester la minimisation de l'énergie d'excita-

tion dans des réactions de plus en plus symétriques et pour essayer d'atteindre l'état fondamental par effet tunnel sous la barrière.

A partir de nos potentiels à deux bosses et de considérations statiques, on peut penser qu'il sera très difficile d'atteindre l'état fondamental instable dans les réactions $^{136}Xe + ^{110}Pd$ et $^{86}Kr + ^{160}Gd$ alors que le profil de la barrière du système $^{40}Ar + ^{206}Pb$ indique la possibilité d'aller jusqu'au noyau sphérique mais avec une énergie d'excitation importante (24.5 MeV). La réaction $^{76}Ge + ^{170}Er$ est plus difficile à analyser statiquement.

Expérimentalement, la meilleure preuve de la formation d'un noyau composé est l'observation de résidus d'évaporation. Pour les réactions $^{136}Xe + ^{110}Pd$ et $^{86}Kr + ^{160}Gd$ de tels résidus n'ont pas été détectés alors que beaucoup ont été observés pour le système $^{40}Ar + ^{206}Pb$. Le petit nombre d'événements de fission dans la réaction $^{76}Ge + ^{170}Er$ ne permet pas de conclure. Pour les trois systèmes $^{76}Ge + ^{170}Er$, $^{86}Kr + ^{160}Gd$ et $^{136}Xe + ^{110}Pd$ la présence d'un minimum profond indique la forte probabilité d'événements de fusion-fission. Ils ont été effectivement observés expérimentalement. Il y a donc un très bon accord entre les résultats expérimentaux et les estimations théoriques.

b)Hauteur et position des barrières de fusion statiques

Dans la table 2, les données empiriques et nos prédictions des caractéristiques des barrières de fusion statiques sont comparées pour des systèmes lourds. Pour $Z_1 Z_2 \lesssim 2100$, le potentiel à densité relaxée permet de reproduire très correctement les hauteurs E_{of} empiriques des barrières de fusion (le même accord avait été obtenu pour les noyaux légers et moyens, voir table 1).

REACTION	COMPOUND NUCLEUS	Z_1Z_2	EMPIRICAL E_{of} (MeV)	Ref	OUR STATIC BARRIER		$R_{of} - (R_1 + R_2)$ (Fm)	E^*_{min} (MeV)
					E_{of} (MeV)	R_{of} (Fm)		
$^{84}Kr + ^{209}Bi$	$^{293}_{119}SH$	2988	365±10	29*	311.7	12.19	0.2	- 13.6
$^{136}Xe + ^{110}Pd$	^{246}Fm	2484	⩾ 280	27	265.4	12.30	0.8	- 4.1
$^{84}Kr + ^{165}Ho$	^{249}Lw	2412	278±10	29*	259.1	12.18	0.75	- 3.1
$^{56}Fe + ^{238}U$	$^{294}_{118}SH$	2392	280±7	27	253.5	12.30	0.7	17.1
$^{86}Kr + ^{160}Gd$	^{246}Fm	2304	⩾ 255	27	247.4	12.28	0.9	- 0.1
$^{64}Ni + ^{208}Pb$	$^{272}_{110}SH$	2296	$267^{+4.2}_{-1.2}$	27	244.7	12.33	0.8	5.5
$^{63}Cu + ^{197}Au$	$^{260}_{108}SH$	2291	233±16	30	247.5	12.07	0.7	9.8
$^{76}Ge + ^{170}Er$	^{246}Fm	2176	237±5	28	234.5	12.29	1.0	3.5
$^{58}Fe + ^{209}Bi$	$^{267}_{109}SH$	2158	236.5^{+7}_{-2}	27	232.1	12.27	0.9	10.4
$^{58}Fe + ^{208}Pb$	$^{266}_{108}SH$	2132	$235.6^{+2.0}_{-3.0}$	27	229.4	12.26	0.9	12.4
$^{110}Pd + ^{110}Pd$	^{220}U	2116	-------	------	232.2	12.04	1.0	2.6
$^{124}Sn + ^{94}Zr$	^{218}Th	2000	219.5±3.0	27	219.9	12.06	1.05	8.4
$^{54}Cr + ^{209}Bi$	$^{263}_{107}SH$	1992	212±5	27	215.3	12.25	1.0	13.0
$^{52}Cr + ^{208}Pb$	$^{260}_{106}SH$	1968	213.4±2,2	27	214.0	12.17	1.0	20.2
$^{48}Ca + ^{248}Cm$	$^{296}_{116}SH$	1920	∿ 210	14	203.1	12.60	1.1	11.2
$^{86}Kr + ^{123}Sb$	^{209}Fr	1836	209.4±3	27	204.1	11.95	1.1	10.5
$^{50}Ti + ^{209}Bi$	$^{259}_{105}SH$	1826	190±3	14	198.4	12.21	1.1	15.6
$^{50}Ti + ^{208}Pb$	^{258}Rf	1804	191±3	14	196.1	12.25	1.1	17.2
$^{56}Fe + ^{165}Ho$	^{221}Np	1742	-----	------	194.9	11.85	1.1	21.4
$^{40}Ar + ^{238}U$	$^{278}_{110}SH$	1656	185±4	14	179.3	12.30	1.15	24.5
$^{48}Ca + ^{208}Pb$	^{256}No	1640	176±4	14	178.3	12.27	1.2	16.6
$^{90}Zr + ^{90}Zr$	^{180}Hg	1600	182	31	184.8	11.48	1.2	13.7
$^{40}Ar + ^{206}Pb$	^{246}Fm	1476	158.5	27	163.7	12.06	1.3	24.5
$^{40}Ar + ^{197}Au$	^{237}Bk	1422	164.2	1	158.8	11.97	1.3	24.8
$^{35}Cl + ^{197}Au$	^{232}Cm	1343	-----	------	152.2	11.74	1.25	34.4
$^{32}S + ^{208}Pb$	^{240}Cf	1312	153±2	32*	148.5	11.78	1.3	41.6
$^{40}Ar + ^{165}Ho$	^{205}At	1206	141.4	1	138.4	11.65	1.4	28.9

Table IV.2. Hauteurs des barrières de fusion (E_{of}) théoriques statiques et empiriques pour les systèmes les plus lourds. Les références sont les suivantes : 1) VA 81, 14) FR 84, 27) GS 84, 28) LK 84, 29) BA 82, 30) SD 82, 31) KS 84 et 32) TA 83. Les astérisques indiquent que les résultats empiriques ne sont que des extrapolations. R_{of} est la position de la barrière et $R_{of} - (R_1 + R_2)$ la distance entre la position de cette barrière et le point de contact. E^*_{min} est la différence entre E_{of} et l'énergie du noyau composé sphérique. C'est le minimum d'énergie d'excitation (quand E^*_{min} est positive).

Pour $Z_1 Z_2 \gtrsim 2100$, une nouvelle tendance apparaît. Les barrières de fusion statiques sont systèmatiquement plus basses que les barrières empiriques. Tous les modèles macroscopiques (KN 79, NN 80) ont rencontré ce problème.

Une première explication peut être avancée: plus le système est lourd, plus la distance entre le sommet de la barrière et le point de contact est petite ($R_{of} - (R_1 + R_2)$ dans la table 2). Pour $Z_1 Z_2 \gtrsim 2100$, cette distance est inférieure à 1 fm. Les forces de friction et de proximité sont alors très fortes et changent dynamiquement la nature de cette barrière. Un système placé au sommet de la barrière sans énergie d'excitation ne descend pas obligatoirement vers l'état fondamental du système composite. La même explication avait été fournie pour les noyaux plus légers, mais simplement aux hautes énergies pour lesquelles le potentiel centrifuge ramenait la barrière près du point de contact. Ainsi, alors que les considérations statiques étaient suffisantes pour les noyaux légers et moyens aux basses énergies, il est indispensable d'effectuer des calculs dynamiques pour les noyaux lourds.

c)Barrières de fusion dynamiques

En utilisant le modèle phénoménologique défini au paragraphe IV.3.a, nous arrivons à reproduire d'une manière très satisfaisante les barrières de fusion empiriques des systèmes lourds (table 3). Si on compare les tables 2 et 3, on remarque que la fusion des systèmes lourds est freinée et qu'une énergie cinétique supplémentaire est nécessaire pour compenser l'énergie absorbée par les forces de friction au passage de la barrière qui est proche du point de contact. Ainsi pour $Z_1 Z_2 \gtrsim 2100$, il apparaît une barrière dynamique qui devient très vite bien plus haute que la barrière statique. Ce complément d'énergie cinétique

SYSTEM	$(Z^2/A)_{eff}$	Z^2/A	x_{cn}	x_{eff}	Empirical Extra Push (MeV)	Empirical E_{of} (MeV)	DYNAMIC BARRIERS (in MeV)			
							our results	Ref[10]	Ref[12]	Ref[14]
$^{84}Kr + ^{209}Bi$	44.58	48.33	1.0	0.934	53	365±10	376.7	455	---	366
$^{136}Xe + ^{110}Pd$	40.59	40.65	0.852	0.851	⩾ 14.5	⩾ 280	278.8	313.7	279.7	288.5
$^{84}Kr + ^{165}Ho$	40.71	42.60	0.884	0.845	19	278±10	273.2	322	----	286
$^{56}Fe + ^{238}U$	40.26	47.36	1.0	0.850	26.5	280±7	278.1	289.6	264.4	281.7
$^{86}Kr + ^{160}Gd$	39.07	40.65	0.852	0.819	> 7.5	⩾ 255	257.4	272.6	257.2	265.9
$^{64}Ni + ^{208}Pb$	39.04	44.48	0.935	0.821	22.5	$267.2^{+4.2}_{-1.2}$	257.9	267.8	253.6	265.9
$^{63}Cu + ^{197}Au$	40.39	44.86	0.929	0.836	---	233±16	263.6	---	----	---
$^{76}Ge + ^{170}Er$	37.95	40.65	0.852	0.795	2.5	237±5	242.9	247.6	241.8	249.9
$^{58}Fe + ^{209}Bi$	38.32	44.49	0.930	0.801	4.4	236.5^{+7}_{-2}	242.7	---	----	---
$^{58}Fe + ^{208}Pb$	37.96	43.84	0.919	0.796	6	$235.6^{+20}_{-3.0}$	239.3	242.3	235.8	250.1
$^{110}Pd + ^{110}Pd$	38.47	38.47	0.794	0.794	---	---	239.7	---	----	---
$^{124}Sn + ^{94}Zr$	37.01	37.15	0.772	0.769	---	219.5±3.0	225.8	224.4	225.9	230.8
$^{54}Cr + ^{209}Bi$	36.57	43.53	0.912	0.766	---	212±5	222.9	---	----	---
$^{52}Cr + ^{208}Pb$	36.86	43.21	0.904	0.771	---	213.4±2.2	222.1	217.4	218.3	227.8
$^{48}Ca + ^{248}Cm$	33.91	45.45	0.974	0.727	6.9	∿ 210	209.1	195	----	211
$^{86}Kr + ^{123}Sb$	35.64	36.21	0.749	0.737	5.3	209.4±3	208.4	201	207.7	211.7
$^{50}Ti + ^{209}Bi$	34.73	42.56	0.893	0.729	---	190±3	203.8	194	200.3	207.2
$^{50}Ti + ^{208}Pb$	34.4	41.92	0.882	0.725	---	191±3	201.1	191.3	197.6	204.2
$^{56}Fe + ^{165}Ho$	35.66	39.13	0.805	0.734	---	---	199.7	---	---	---
$^{40}Ar + ^{238}U$	32.49	43.52	0.927	0.692	---	185±4	183.6	173.9	179	184.9
$^{49}Ca + ^{208}Pb$	31.87	40.64	0.862	0.676	---	176±4	181.5	172.9	177.8	182
$^{90}Zr + ^{90}Zr$	35.55	35.55	0.714	0.714	---	182	188.3	---	---	---
$^{40}Ar + ^{206}Pb$	31.34	40.65	0.852	0.657	---	158.5	166.5	159.0	162.6	166.6

Table IV.3. Comparaison de nos barrières de fusion dynamiques avec les résultats expérimentaux et avec les calculs d'autres modèles : 10) BS 82a, 12) GS 82, 14) FR 84. L'extra-push empirique est la différence entre les hauteurs des barrières empiriques et celles de nos barrières de fusion statiques (voir table 2). Les paramètres $(Z^2/A)_{eff}$ et x_{eff} caractérisent la voie d'entrée ; Z^2/A et x_{CN} la voie de sortie.

nécessaire pour que le système descende réellement vers le noyau composé a été appelé "extra-push" par Swiatecki (SW 81). Dans la table 3, des valeurs de cet "extra-push" déduites de notre travail sont indiquées. L'incertitude est grande car les barrières de fusion empiriques sont très mal connues pour les noyaux les plus lourds.

Swiatecki et Bjørnholm (SW 81,SW 82,BS 82a,BJ 82) en utilisant des approximations schématiques (§.3.d) ont développé un modèle qui permet une paramétrisation simple de ces nouvelles données expérimentales. L'extra-push E_x est calculé à partir de l'approximation parabolique suivante:

$$E_x = 0 \qquad \text{pour} \quad x_{eff} \leq x_{th}$$

$$E_x = E_{ch}\, a^2 (x_{eff} - x_{th})^2 \qquad \text{pour} \quad x_{eff} \geq x_{th} \qquad \text{(IV.28)}$$

x_{eff} est le paramètre de fissilité effective:

$$x_{eff} = \frac{(Z^2/A)_{eff}}{(Z^2/A)_{crit}} \qquad \text{(IV.29)}$$

où
$$(Z^2/A)_{eff} = \frac{4 Z_1 Z_2}{A_1^{1/3} A_2^{1/3} (A_1^{1/3} + A_2^{1/3})} \qquad \text{(IV.30)}$$

et
$$(Z^2/A)_{crit} = 50.883 \left(1 - 1.7826\, I^2\right) \qquad \text{(IV.31)}$$

Le paramètre x_{th} caractérise le seuil à partir duquel apparaît une énergie d'extra-push:

$$x_{th} = 0.70 \pm 0.02 \qquad \text{(d'après BS 82a)} \qquad \text{(IV.32)}$$

a est un paramètre qui permet de reproduire la courbure de la parabole:

$$a = 12 \pm 2 \qquad \text{(BS 82a)} \qquad \text{(IV.33)}$$

Les valeurs initiales de ces paramètres (SW 81) étaient respectivement: x_{th}=0.584 et a = 5.

E_{ch} est une unité d'énergie permettant de caractériser les

différents systèmes:

$$E_{ch} = 0.0007601 \frac{A_1^{1/3} A_2^{1/3} (A_1^{1/3} + A_2^{1/3})^2}{A} \left(\frac{Z^2}{A}\right)^2_{crit} \quad MeV \qquad (IV.34)$$

Z et A sont la charge et la masse du noyau composé.

La voie de sortie peut être évaluée à l'aide du paramètre de fissilité du noyau composé:

$$x_{cn} = \frac{Z^2/A}{(Z^2/A)_{crit}} \qquad (IV.35)$$

Dans le modèle de Bjørnholm et Swiatecki la valeur de l'extra-push est essentiellement déterminée par la voie d'entrée. Nos résultats (table 3) confirment cette analyse puisqu'il n'existe pas de corrélation entre les caractéristiques Z^2/A et x_{cn} et l'augmentation progressive de la barrière dynamique. L'indépendance de l'extra-push par rapport au chemin de fission du noyau composé est explicite si on examine le profil des barrières. Quand le système a atteint le point de contact, il descend vers le minimum externe de la double barrière et des phénomènes de fusion-fission ont lieu indépendamment des caractéristiques du noyau composé. De plus, les changements dans le chemin de fusion entrainés par les effets de dissipation se produisent presque entièrement en dehors du point de contact. Il est à noter que, contrairement au modèle de Swiatecki, la formation du col ne joue pas le rôle essentiel dans notre interprétation du rehaussement des hauteurs des barrières de fusion. Ceci est en accord avec les travaux de Fröbrich et Suomijarvi et al. Dans la table 3, les colonnes de droite indiquent les résultats de diverses études. Ils sont comparables, sauf pour les systèmes très lourds où le modèle de Swiatecki et Bjørnholm donne des valeurs de l'extra-push bien trop élevées.

Si on revient au problème de la formation éventuelle de noyaux superlourds, on s'aperçoit (table 3) que l'abaissement de

l'énergie d'excitation quand on augmente la symétrie du système est compensé par une augmentation correspondante de l'extra-push Ainsi, un minimum d'énergie d'excitation dynamique peut être défini par la somme de E^*_{min} et de l'extra-push. Si on regarde les expériences relatives à la production du noyau ^{246}Fm (fig.13), on obtient respectivement: 24.5,6,7.4 (ou plus) et 10.4 MeV (ou plus) pour les réactions: $^{40}Ar + ^{206}Pb$, $^{76}Ge + ^{170}Er$, $^{86}Kr + ^{160}Gd$ et $^{136}Xe + ^{110}Pd$. L'énergie d'excitation dynamique dépend donc peu de la symétrie initiale et on ne peut guère la minimiser.

La probabilité de formation d'un noyau composé une fois la barrière de fusion franchie et le système dans l'état métastable du second puits est difficile à déterminer. En effet, la barrière interne a essentiellement une origine microscopique et dépend donc de chaque système composé, de plus on ne sait pas dans quelle mesure les effets de couches ont le temps de se développer. Il faut aussi prendre en compte les effets de réajustement de charge et de masse. Il est vraisemblable que la formation d'un noyau composé dépende des paramètres Z^2/A et x_{cn}, contrairement aux événements de fusion-fission. Seuls des résultats expérimentaux sur le nombre d'événements de résidus d'évaporation permettront de mieux comprendre le passage de cette barrière interne conduisant à des noyaux très fissiles. Swiatecki et Bjørnholm ont néanmoins proposé une approximation parabolique pour un éventuel "extra-extra push" nécessaire pour franchir ce dernier obstacle avant d'atteindre le noyau composé. Ils remplacent dans l'équation (28), x_{eff} par un paramètre de fissilité qui est la moyenne entre les caractéristiques de la voie d'entrée et celles de la voie de sortie. Cela semble extrêmement approximatif.

Finalement, nous obtenons la valeur $Z_1 Z_2 \gtrsim 2100$ (ou bien $(Z^2/A)_{eff} \gtrsim 38$ ou encore $x_{eff} \gtrsim 0.8$) pour le seuil d'apparition du

phénomène d'extra-push. Pour $1500 \lesssim Z_1 Z_2 \lesssim 2100$, la différence entre les barrières statiques et dynamiques est de l'ordre de grandeur des incertitudes expérimentales et les deux barrières reproduisent les données à peu près aussi bien.

d)Sections efficaces de fusion

Sur la figure 14, nos résultats sont comparés avec les données expérimentales, les calculs de Fröbrich (dans l'hypothèse du collage) et les sections efficaces de Bjørnholm et Swiatecki qui utilisent une régle de dissipation ($l_s / l_i = 0.75$) proche de la condition de roulement. Dans tous les cas, nos calculs dans le cadre des hypothèses de roulement ou de glissement sont proches de ceux de Fröbrich. Pour les systèmes les plus légers, ils sont semblables à ceux de Bjørnholm et Swiatecki, tandis que pour les systèmes les plus lourds, ils sont systématiquement plus élevés, leurs barrières de fusion étant beaucoup plus hautes que les nôtres.

A partir de ces données, on peut tirer une conclusion intéressante pour le transfert des moments angulaires. Pour les systèmes les plus légers, l'hypothèse du collage permet de reproduire les sections efficaces de fusion, ceci pour tous les modèles. Pour les systèmes les plus lourds, la règle du glissement semble préférable. Ceci peut être compris si on sait que, pour le systèmes moyens, les calculs réalisés à partir de la condition de collage conduisent justement à des sections efficaces proches de celles obtenues en n'introduisant pas de dissipation (BC 82,RO 86). Pour les réactions les plus lourdes, la pente des fonctions d'excitation est très éloignée de celle obtenue par les calculs statiques. C'est ce qu'on obtient dans l'hypothèse du glissement. D'un point de vue physique, cela s'explique par la faible inertie des noyaux légers qui peuvent se "coller" alors

que pour les noyaux lourds, il est très difficile d'absorber leurs énergies de rotation.

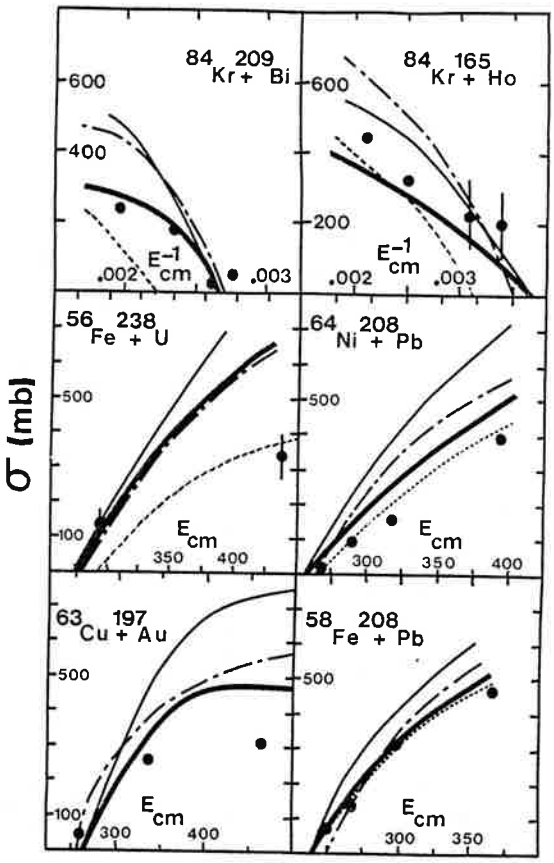


Fig. IV.14a, b, c. Comparaison entre les sections efficaces expérimentales (extraites de BS 82a et FR 84) et théoriques de 18 systèmes lourds et très lourds. E_{cm} et E_{cm}^{-1} sont données en MeV et MeV^{-1}. Les lignes en tirets courts représentent les prédictions de Swiatecki et les courbes en tirets pointillés celles de Fröbrich. Nos résultats sont indiqués par les courbes continues épaisses (hypothèse du glissement), en trait continu fin (condition de roulement) et avec de longs tirets (hypothèse du collage). La section efficace de fusion de la réaction ^{110}Pd + ^{110}Pd est donnée car elle a été étudiée théoriquement par différents auteurs (DS 83, RR 83), l'expérience n'a pas encore été réalisée. Pour la réaction ^{90}Zr + ^{90}Zr, seule la formation de résidus d'évaporation (attestant d'une fusion complète) a été mesurée et ces résultats ne peuvent pas être comparés avec notre section efficace qui comptabilise aussi les évènements de fusion incomplète (voir RR 83).

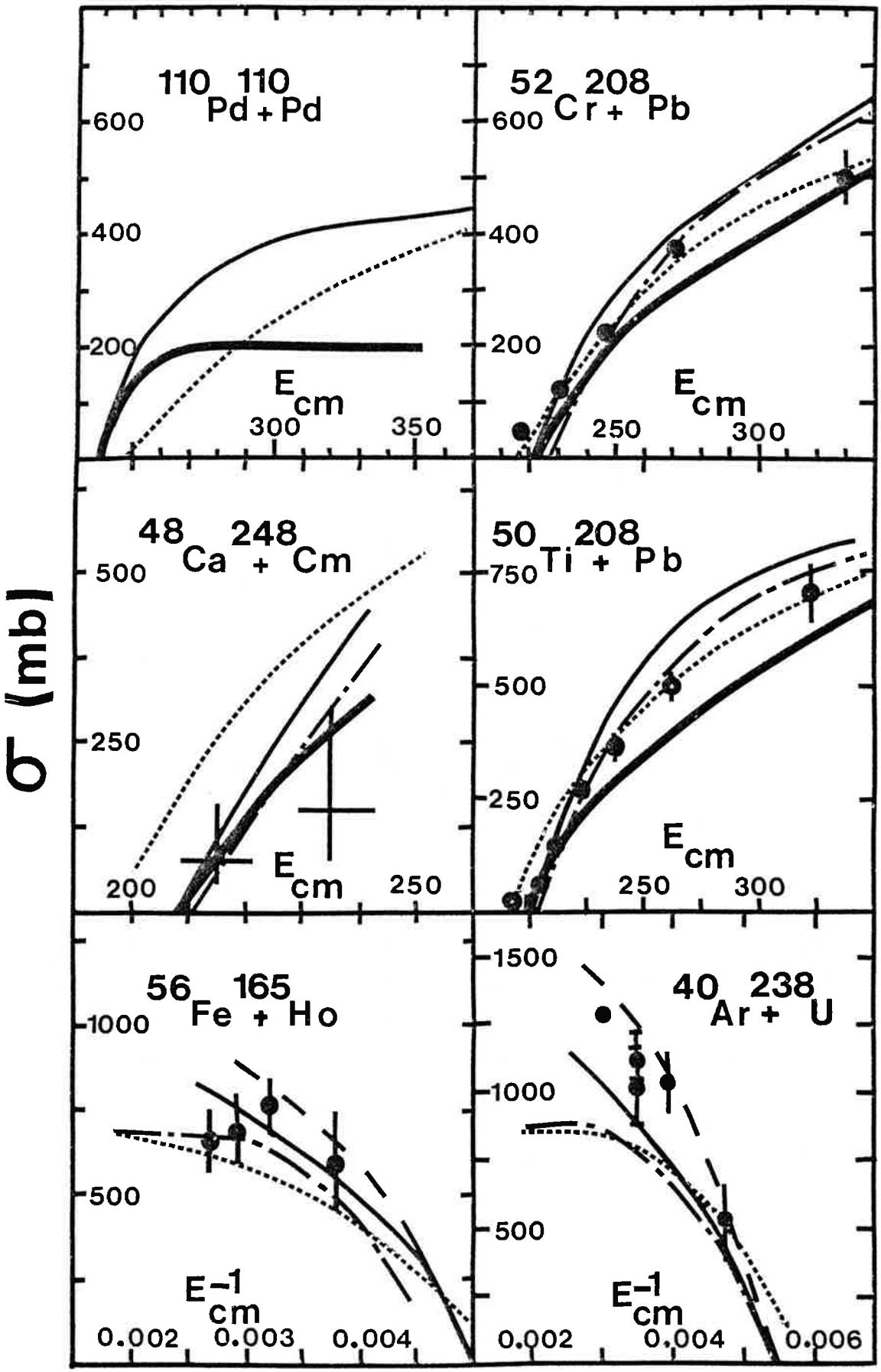

σ (mb)
110 110
Pd + Pd
600
400
200
E cm
300
350
52 208
Cr + Pb
600
400
200
E cm
250
300
48 248
Ca + Cm
500
250
200
E cm
250
50 208
Ti + Pb
750
500
250
E cm
250
300
56 165
Fe + Ho
1000
500
E-1 cm
0.002
0.003
0.004
40 238
Ar + U
1500
1000
500
E-1 cm
0.002
0.004
0.006

Fig. IV. 14b.

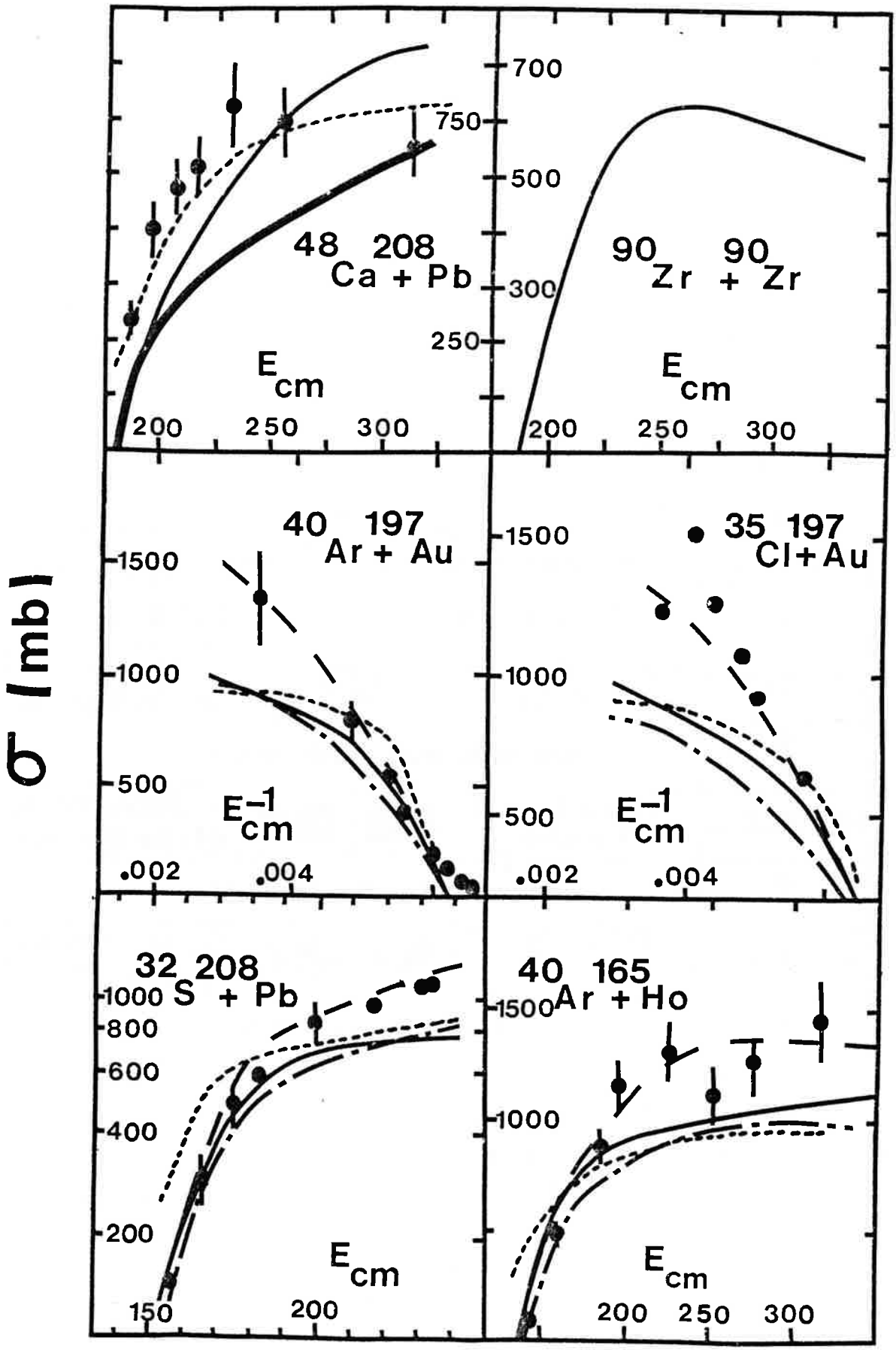

σ (mb)
48 208
Ca + Pb
E cm
90 90
Zr + Zr
E cm
40 197
Ar + Au
E-1 cm
35 197
Cl+Au
E-1 cm
32 208
S + Pb
E cm
40 165
Ar + Ho
E cm

Fig. IV. 14c.

e)Comparaison entre les différents modèles

Swiatecki et Bjørnholm (§.3.d) utilisent une configuration compacte (deux sphères connectées par un col cônique) et un modèle de dissipation à un corps (formule du mur et du mur-fenêtre). L'énergie potentielle est l'énergie du modèle de la goutte liquide pure. Les forces de proximité ne sont pas prises en compte et ils obtiennent alors des formes voisines de celles trouvées en fission: configuration de Businaro-Gallone et formes symétriques de Bohr et Wheeler. Dans un tel modèle l'étude dynamique ne commence que lorsque les noyaux sont en contact.

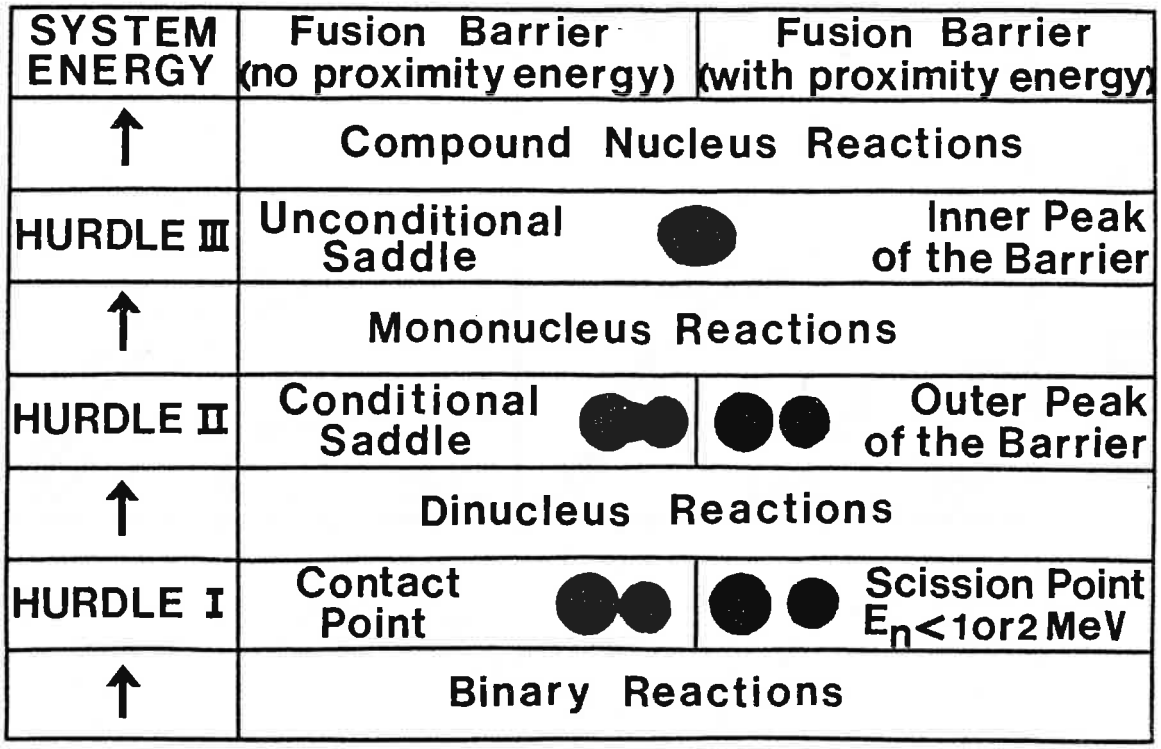


Fig. IV.15. Illustration des trois obstacles à passer pour atteindre le noyau composé : à gauche le chemin de fusion étudié par Swiatecki et Bjørnholm (SW 81, SW 82, BJ 82, BS 82a), à droite les différentes parties de nos barrières de fusion à deux bosses. Les deux barrières conduisent à quatre régions donc quatre types de réaction.

Comme l'indique la figure 15, quand les forces de proximité sont calculées, la barrière de fusion est plus externe que le point de contact et son énergie est plus élevée (de 5 MeV pour

$^{48}Ca + ^{208}Pb$, 4 MeV pour $^{50}Ti + ^{208}Pb$ et 2 MeV pour $^{56}Fe + ^{238}U$). Alors la barrière de fusion doit être franchie avant que les noyaux ne soient en contact. La frontière I qui sépare les réactions quasi-élastiques ou élastiques des régions inélastiques correspond au point de scission défini par la position radiale du système quand $E_N < 1$ ou 2 Mev (RR 84a et b). Dans les deux chemins de fusion, une énergie cinétique supplémentaire (ou extra-push) est nécessaire pour passer le deuxième obstacle .La signification physique n'est pas la même. Pour Swiatecki, cette énergie additionnelle permet de compenser l'énergie de dissipation dégagée pendant la formation du col. Dans notre étude, l'extra-push est nécessaire pour franchir la barrière et pour lutter contre les forces de friction avant que le point de contact ne soit atteint. Le développement d'un col n'est alors pas vraiment un obstacle. Le point-selle inconditionnel du modèle de la goutte liquide est la troisième barrière. L'extra-extra push de Swiatecki et Bjørnholm est une énergie supplémentaire pour pouvoir franchir ce pic interne.En fait, les effets de couches jouent un rôle largement aussi important que les effets dynamiques, au voisinage de la sphère. Une autre différence importante existe entre les deux approches. Les configurations II et III sont identiques pour des systèmes symétriques dans le modèle de Swiatecki tandis que dans notre étude, l'inflexion de la courbe de potentiel est due aux effets de proximité et le minimum externe existe toujours (voir les barrières des réactions $^{110}Pd + ^{110}Pd$ et $^{124}Sn + ^{124}Sn$).

Néanmoins, les conclusions essentielles de ces deux études sont les mêmes: nécessité d'un extra-push, prédominance de la voie d'entrée (dépendance en $(Z^2/A)_{eff}$) pour caractériser les événements de fusion-fission, apparition d'un second maximum près de la sphère et possibilité d'expliquer les résultats expérimentaux sans introduire de déformations dynamiques. Finalement, nous

proposons une valeur du paramètre de seuil b(b=50.883 π_{th}): 38.5 ± 1.5 (au lieu de 35.6) pour l'approximation parabolique de l'extra-push.

Dans le modèle développé par Suomijarvi et al (SL 84 et §.3.b), un potentiel soudain dérivé du formalisme de la densité d'énergie est utilisé pour calculer l'énergie de proximité entre deux noyaux séparés ou se chevauchant. La formation d'un col n'est pas décrite. Comme dans notre travail, ils montrent que l'essentiel de la dissipation d'énergie se fait alors que les noyaux sont encore séparés et que la formation du col ne joue pas un rôle important. Ils obtiennent un surplus d'énergie (analogue de l'extra-push) qui a la même signification physique que notre énergie cinétique additionnelle. Leur modèle dynamique phénoménologique permet de reproduire les sections efficaces d'un grand nombre de réactions, en supposant une très forte dissipation d'énergie.

Dans ces trois études, les deux extrémités du système restent sphériques pendant la réaction et ceci est suffisant pour reproduire les résultats expérimentaux. Cette absence de déformation autour de la barrière a été expliquée par Nörenberg (NO 72) dans un article relatif à la scission nucléaire: les forces de répulsion Coulombienne qui tendent à déformer des noyaux en contact sont compensées par les forces de proximité nucléaire et il en résulte des noyaux quasi-sphériques au sommet de la barrière.

Néanmoins, il faut rappeler que l'approche de Gross, Satpathy et Fröbrich (GS 82, FR 84) permet de reproduire les hauteurs des barrières et les sections efficaces de fusion d'une manière très satisfaisante, ceci dans toute la gamme des masses nucléaires. Les hypothèses sont complètement différentes (§.3.c).

Un très fort couplage est supposé entre le mouvement relatif et les déformations internes et les deux noyaux ont des formes très oblates ou prolates. Les deux surfaces nucléaires restent toujours séparées de 1 à 2 fm.

Si on compare avec les études précédentes, il semble que l'absence de formation d'un col puisse être compensée par l'introduction de fortes déformations dynamiques.

7.REACTIONS INELASTIQUES

Un modèle dynamique reproduit bien les caractéristiques de la fusion s'il décrit correctement la voie d'entrée. Les données observées dans les réactions profondément inélastiques forment un autre test pour un modèle de trajectoires car elles dépendent aussi de la voie de sortie. Dans ce paragraphe, les prédictions du potentiel à densité relaxée et du modèle dynamique phénoménologique associé sont comparées avec les résultats expérimentaux. Ces comparaisons sont très schématiques car les équations classiques du mouvement déterminent seulement la trajectoire moyenne et ne disent rien des fluctuations autour de cette moyenne (voir NW 80). Par exemple, ces fluctuations conduisent à un étalement de la distribution angulaire classique et à une perte d'énergie considérable due probablement à une succession d'excitations individuelles de chaque fragment.

Dans un modèle classique, les distributions angulaires sont calculées à l'aide de:

$$\frac{d\sigma}{d\theta} = 2\pi \lambda\!\!\!^{-2} l / (d\theta/dl) \qquad \text{(IV.36)}$$

où $\lambda\!\!\!^{-}$ est la longueur d'onde réduite de De Broglie, θ l'angle de diffusion et l le moment angulaire relatif. Sur la figure 16, nous comparons nos résultats avec les distributions angulaires mesurées dans les réactions $^{40}Ar + {}^{232}Th$, $^{84}Kr + {}^{165}Ho$

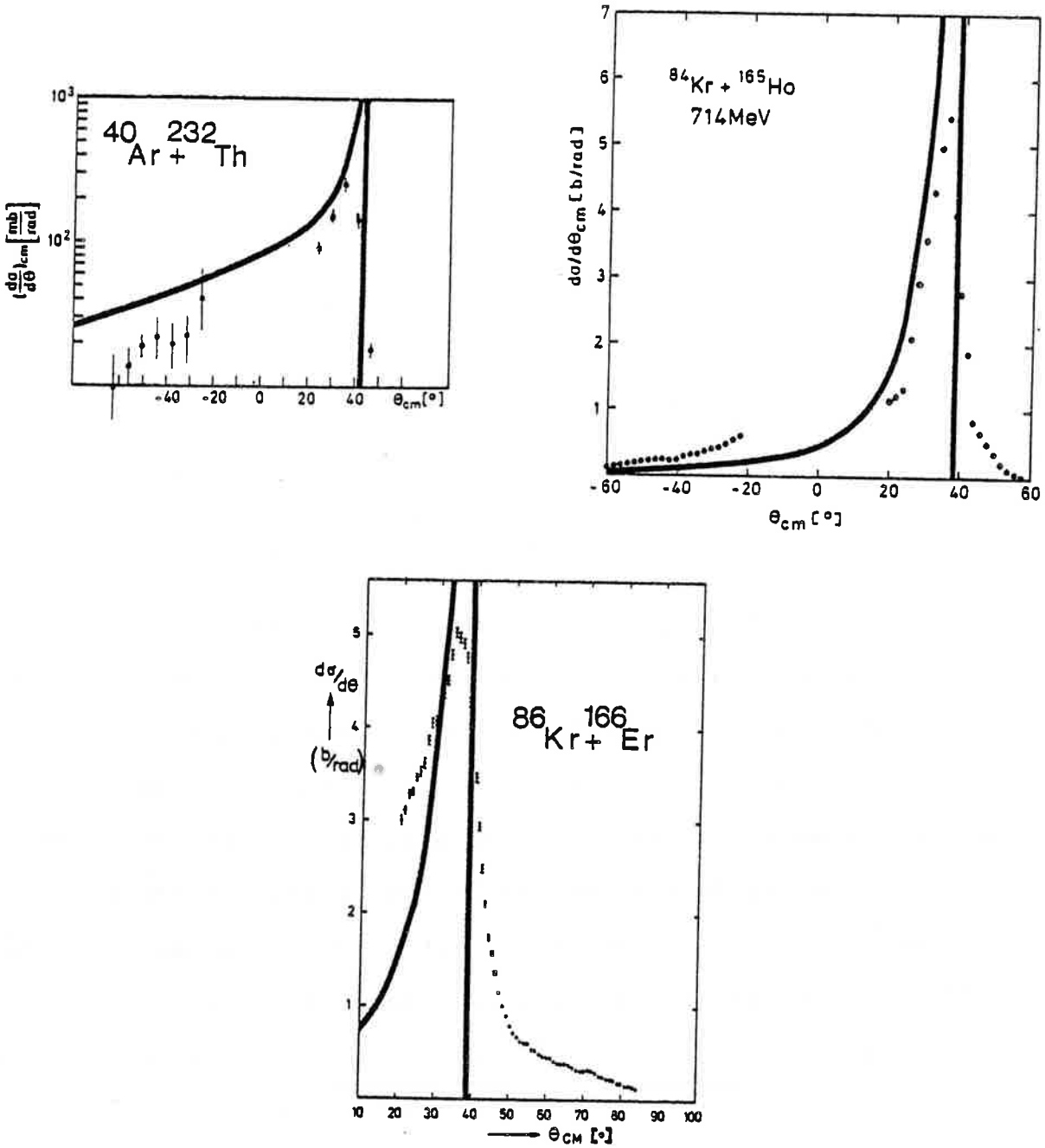


Fig. IV. 16. Distribution angulaire dans les réactions ^{40}Ar (379 MeV) + ^{232}Th, ^{84}Kr (714 MeV) + ^{165}Ho (GK 78) et ^{86}Kr (8.18 MeV/unit) + ^{166}Er (NW 80). Nos calculs sont indiqués par la courbe pleine. Pour le transfert de moment angulaire, l'hypothèse du collage est retenue pour les systèmes de masses intermédiaires (^{40}Ar + ^{232}Th) tandis que la règle du glissement semble plus réaliste pour les systèmes plus lourds (^{84}Kr + ^{165}Ho, ^{86}Kr + ^{166}Er), en raison de leurs grands moments d'inertie (RO 86).

et $^{86}Kr + ^{166}Er$. Naturellement, on obtient une singularité dans la section efficace différentielle classique à l'angle du "rainbow" car θ est stationnaire en 1, ce qui implique que beaucoup de particules sont émises dans le même angle et donc que la section efficace est très grande.

En réalité, cette singularité n'existe jamais car les effets quantiques, statistiques élargissent la distribution. La position du pic et sa largeur sont à peu près bien reproduites tandis que la distribution angulaire est très approximative.

Les données expérimentales représentées sous la forme de diagrammes de Wilczynski (WI 73) ($d^2\sigma/dEd\theta$ où E est l'énergie dans le centre de masse) ont été étudiées pour différents systèmes en utilisant les corrélations E-θ données par les trajectoires classiques. Comme tous les modèles où les voies d'entrée et de sortie sont identiques et où les déformations ne sont pas incluses, ce modèle n'arrive pas à reproduire la perte considérable d'énergie durant la collision (la différence est de 50 MeV). Comme Nörenberg et Weidenmüller (NW 80) l'ont clairement indiqué, seuls les modèles utilisant les calculs TDHF ou prenant en compte les phénomènes de transport (GN 82a) et un modèle très phénoménologique (ajustement par un potentiel de Woods-saxon:SW 76) sont capables de reproduire les résultats expérimentaux.

Finalement, l'étude des réactions très inélastiques a montré que beaucoup de phénomènes gouvernent la voie de sortie et que notre modèle de potentiel et de dissipation d'énergie est essentiellement un modèle très efficace pour dècrire la voie d'entrée, c'est-à-dire le processus de fusion.

8.CONCLUSION

Une famille de formes à deux paramètres (asymétrie initiale et distance entre les centres de masse des deux moitiés du système) est définie et permet de décrire le chemin de fusion conduisant de deux sphères (de rayons différents) jusqu'au noyau composé sphérique. La formation d'un col se fait naturellement et ne nécessite pas l'introduction d'un troisième paramètre. L'énergie potentielle est obtenue à l'aide du modèle de la goutte liquide et d'un terme de proximité calculé à partir de cette séquence de forme. Les caractéristiques empiriques des barrières de fusion: hauteur et position, sont bien reproduites dans toute la gamme des masses nucléaires.

Un modèle dynamique phénoménologique (dépendant d'un seul paramètre ajusté une fois pour toutes) permet d'étudier les trajectoires dynamiques.

Pour les systèmes légers et mi-lourds, les sections efficaces calculées sont en bon accord avec les données expérimentales et rendent bien compte du phénomène de saturation aux hautes énergies.

Pour les systèmes lourds, des barrières de fusion à double bosse apparaissent quand $Z_1 Z_2 > 1800 \pm 100$. La barrière interne est la plus haute pour $Z_1 Z_2$ $2300 \gtrsim \pm 100$. Les phénomènes de fusion-fission et de fission rapide peuvent être associés à l'existence du second minimum externe. Pour $Z_1 Z_2 > 2100 \pm 100$ (ou bien $(Z^2/A)_{eff} \gtrsim 38$, $x_{eff} \gtrsim 0.8$) une énergie cinétique supplémentaire est nécessaire pour franchir le pic externe de la barrière de fusion. Elle permet de compenser la perte d'énergie (due aux forces de friction) au sommet de la barrière qui est proche du point de contact. Une barrière de fusion dynamique apparait donc; son effet est analogue à celle de Swiatecki (le fameux extra-push)

alors que son origine physique est très différente. Cette barrière est essentiellement gouvernée par les caractéristiques de la voie d'entrée. Les hauteurs des barrières de fusion et l'allure générale des sections efficaces sont bien reproduites si on fait l'hypothèse du collage pour le transfert du moment angulaire dans le cas des systèmes légers et celui du glissement pour les réactions entre ions très lourds.

L'espoir de former des noyaux superlourds dans des réactions presque symétriques (où l'énergie d'excitation est minimisée) est très réduit, en raison de l'augmentation progressive de l'extra-push pour ces réactions. L'accord général entre les prédictions théoriques et les données expérimentales montre que les déformations dynamiques jouent un rôle peu important dans la voie d'entrée.

CHAPITRE V

FRAGMENTATION DU PROJECTILE DANS LES REACTIONS ENTRE IONS LOURDS

1. INTRODUCTION

De nombreuses données expérimentales ont été accumulées depuis longtemps dans les réactions entre ions lourds aux très hautes énergies (0.1-10 GeV/A) et aux basses énergies (5-10 MeV/A). Dans le premier cas, la réaction est essentiellement une superposition de collisions nucléon-nucléon puisque la longueur d'onde associée à un nucléon ($\simeq$0.3 fm à 1 GeV/A) est bien plus petite que les dimensions des noyaux. Dans les collisions centrales, beaucoup de nucléons sont éjectés et le système explose. Dans les collisions périphériques, les nucléons en contact forment une zone participante tandis que les autres demeurent spectateurs: c'est le processus de fragmentation à haute énergie (GO 78, MY 78 et SP 47). A basse énergie, la collision apparaît principalement comme un phénomène collectif. Les nucléons incidents "voient" beaucoup de nucléons du noyau partenaire, la longueur d' onde associée étant de l'ordre du rayon nucléaire. Les collisions centrales conduisent alors à la fusion et les collisions périphériques à la fusion incomplète ou à des réactions très inélastiques.

La région des énergies intermédiaires (10-100 MeV/A) est maintenant expérimentalement accessible (au GANIL notamment) mais l'interprétation des résultats en est encore à son début (voir l'analyse de la situation expérimentale et des prédictions théoriques par Grégoire et Tamain (GT 86), Tamain (TA 84) et Legrain (LE 85)).

Il semble que les collisions centrales, au moins pour les systèmes lourds, puissent conduire à la fusion incomplète des noyaux et à la formation de systèmes nucléaires très chauds.

Outre les diffusions élastiques et quasi-élastiques, les événements observés dans les collisions plus périphériques peuvent être interprétés à travers la formation de trois sources émettrices: une source associée aux résidus de la cible, une source associée au projectile et une source intermédiaire. Les résidus de la cible ayant une vitesse lente sont détectés essentiellement à l'arrière et à de grands angles. Les fragments ressemblant au projectile proviennent de la fragmentation du projectile dans le champ de la cible. Leur vitesse est proche de celle du projectile et ces événements sont observables à l'avant et à des angles très petits. La troisième source est principalement détectée à des angles intermédiaires et sa vitesse est approximativement la moitié de la vitesse initiale du projectile.

Les caractéristiques de ces deux derniers types de sources rencontrés dans les collisions périphériques sont souvent décrites à l'aide du modèle de la boule de feu ou du modèle d'abrasion-ablation initialement introduit pour expliquer la fragmentation aux hautes énergies (MY 78,GO 78). Le quasi-projectile est alors le projectile abrasé (partie spectatrice du projectile) qui préserve presque sa vitesse et sa direction initiale. La source intermédiaire est la zone participante, c'est-à-dire la zone de recouvrement entre les noyaux. Elle est séparée des zones spectatrices lors de la collision. Les hypothèses physiques de ce modèle (trajectoire en ligne droite, zone participante, proportionnalité de l'énergie d'excitation à la différence de surface entre le noyau abrasé et le noyau sphérique de même volume) perdent de leur validité aux énergies intermédiaires.

Deux autres approches sont possibles pour étudier ces collisions violentes. L'approche microscopique (voir, par exemple,

celle proposée par Grégoire et al (GR 86)) explique la formation de la zone participante dans la région de recouvrement entre les noyaux comme résultant de la balance entre les effets à un corps et les effets à deux corps. Aux basses énergies le champ à un corps est dominant et les noyaux se séparent après avoir dissipé un peu d'énergie et échangé quelques nucléons: c'est le domaine des réactions profondément inélastiques. Pour des énergies incidentes plus élevées, les effets à deux corps jouent le rôle essentiel et tendent à séparer les zones de recouvrement de leurs noyaux "parents" (SE 86). Une telle approche microscopique conduit à des temps de calcul extrêmement élevés.

Encouragés par les résultats expérimentaux qui semblent indiquer que les effets collectifs jouent un rôle plus important que prévu (TA 84,GT 86), nous nous sommes placés dans le cadre d'une deuxième approche: celle qui consiste à réduire l'espace des phases à quelques variables collectives sélectionnées, c'est-à-dire à considérer un modèle macroscopique (RR 86).

Cette étude est consacrée au phénomène de la fragmentation binaire du projectile dans le champ de la cible. Ce processus est un cas particulier de transition d'un système à un corps à un système à deux corps au même titre que la fusion et la fission. La différence est que cette transition est induite par le champ d'un troisième corps.

Un modèle macroscopique à trois corps a été défini en prenant en compte le champ moyen "vu" par les fragments. Ces trois corps sont: la cible (supposée inaltérable) et les deux parties du projectile. L'énergie potentielle totale du système est calculée explicitement et est la somme des énergies Coulombienne, de volume, de surface et de proximité. Les trois noyaux sont alors "lancés" sur la surface d'énergie potentielle et la cassure du projectile se produit naturellement. Elle a pour origine les

contraintes qui existent entre la partie du projectile qui est en contact avec la cible et qui est fortement ralentie par les forces de proximité et de friction et la partie située plus à l'extérieur qui tend à s'échapper presque librement.

Dans les paragraphes suivants, après avoir défini ce modèle à trois corps, on comparera ses prédictions avec les distributions en énergie cinétique des fragments et en masse obtenues expérimentalement.

2.RELATIONS CINEMATIQUES ET HAMILTONIEN DU SYSTEME A TROIS CORPS

Ce modèle dynamique à trois corps est une généralisation d'un modèle défini auparavant pour étudier l'émission de pré-équilibre des particules alpha (GR 83). Ici l'asymétrie de masse dans la fragmentation peut être quelconque.

Le projectile est considéré comme étant un système à deux corps 1 et 2 tandis que la troisième particule est la cible. Par convention, le noyau 1 est toujours le fragment le plus rapide (quand les deux fragments sont émis) ou le seul noyau émis (un fragment détecté). Ainsi, les réactions suivantes peuvent être décrites: 12+3 $\rightarrow$12+3 (pas de fragmentation : collisions élastiques ou inélastiques), 12+3 $\rightarrow$123 (fusion), 12+3 $\rightarrow$1+2+3 (fragmentation du projectile et émission des deux fragments) et 12+3 $\longrightarrow$1+23 (émission du noyau 1 et capture du fragment 2 par la cible). Naturellement une telle approche n'est valable que pour des collisions périphériques. Elle ne peut pas non plus décrire l'évolution de noyaux très chauds (après une fusion complète ou incomplète), l'explosion de la cible et l'évaporation ou l'émission rapide de nucléons pendant la collision. De tels problèmes peuvent être résolus en partie par l'approche semi-classique (GR 86). Rappelons néanmoins que les phénomènes d'évaporation

n'affectent pas la vitesse moyenne et la direction d'émission des fragments.

Les conditions initiales sont entièrement déterminées par les données suivantes: la masse et la charge du projectile et de la cible, l'énergie incidente du projectile, le paramètre d'impact et l'asymétrie en charge et en masse de l'éventuelle fragmentation.

Dans la voie d'entrée, l'orientation initiale de l'axe de la fission ($\vec{r}_{12} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2$) est fixée asymptotiquement à 90° relativement à l'axe du faisceau. Ainsi le noyau 1 est bien le fragment le plus externe relativement à la cible. Comme dans le modèle d'abrasion-ablation, un tel modèle étudie des trajectoires classiques et ne prend en compte aucune fluctuation. Il en résulte que seule la valeur moyenne des distributions expérimentales peut être comparée avec les prédictions théoriques.

Pour étudier les trajectoires décrites par les fragments, il est intéressant d'utiliser le système de coordonnées de Jacobi car il privilégie le rôle du noyau 1. Trois nouvelles coordonnées sont ainsi définies en fonction des vecteurs $\vec{r}_1$, $\vec{r}_2$ et $\vec{r}_3$ (OH 65):

$$\vec{S} = m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2 + m_3\vec{r}_3 \qquad \text{(v.1)}$$

$$\vec{S}_{1-23} = \vec{r}_1 - (m_2\vec{r}_2 + m_3\vec{r}_3)/(m_2+m_3) \qquad \text{(v.2)}$$

$$\vec{S}_{23} = \vec{r}_2 - \vec{r}_3 \qquad \text{(v.3)}$$

Les moments associés $\vec{P}$, $\vec{P}_{1-23}$ et $\vec{P}_{23}$ sont donnés en fonction des moments

$$\vec{p}_i = m_i \frac{d}{dt}(\vec{r}_i) \qquad (i=1,2,3) \qquad \text{(v.4)}$$

par les relations:

$$\vec{P} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3 \qquad \text{(v.5)}$$

$$\vec{P}_{1-23} = \frac{M_{1-23}}{m_1}\vec{p}_1 - \frac{M_{1-23}}{m_2+m_3}(\vec{p}_2 + \vec{p}_3) \qquad \text{(v.6)}$$

$$\vec{P}_{23} = \frac{M_{23}}{m_2}\vec{P}_2 - \frac{M_{23}}{m_3}\vec{P}_3 \qquad (v.7)$$

Les masses réduites sont définies par:

$$M_{1-23} = m_1(m_2+m_3)/(m_1+m_2+m_3) \qquad (v.8)$$

$$M_{23} = m_2 m_3 / (m_2+m_3) \qquad (v.9)$$

En coordonnées sphériques, l'Hamiltonien du système est:

$$H = \frac{P^2_{S_{1-23}}}{2M_{1-23}} + \frac{P^2_{S_{23}}}{2M_{23}} + \frac{P^2_{\theta_{1-23}}}{2M_{1-23}S^2_{1-23}} + \frac{P^2_{\theta_{23}}}{2M_{23}S^2_{23}}$$
$$+ \frac{P^2_{\varphi_{1-23}}}{2M_{1-23}S^2_{1-23}\sin^2\theta_{1-23}} + \frac{P^2_{\varphi_{23}}}{2M_{23}S^2_{23}\sin^2\theta_{23}} + V \qquad (v.10)$$

L'énergie potentielle V du système est la somme de trois contributions:

$$V = V_{12} + V_{13} + V_{23} \qquad (v.11)$$

Le potentiel V_{12} gouverne la fission du projectile. Il est décrit dans le cadre du modèle de la goutte liquide et des forces de proximité (ϕ III.4.d). La séquence de forme utilisée est celle définie au ϕ III.4.b (lemniscatoïdes elliptiques généralisés).

Les différentes barrières de fission symétrique et asymétrique des projectiles ^{20}Ne et ^{40}Ar sont représentées sur les figures 1 et 2.

Le maximum de ces barrières correspond toujours à deux noyaux séparés maintenus en présence par les forces de proximité nucléaire. Ce sont ces barrières que le projectile doit franchir pour se fragmenter. Les hauteurs de ces pics et des masses réduites associées dépendent fortement de l'asymétrie de la fragmentation. Par exemple, la masse réduite varie de 5 (a.m.u) pour le système $^{10}B + ^{10}B$ à 1.8 pour le système très asymétrique $^{18}F + ^{2}H$. Les forces d'inertie jouent donc un rôle important dans le phénomène de cassure du projectile.

La collision entre le projectile et la cible étant très violente, les potentiels V_{13} et V_{23} ont été définis dans le cadre

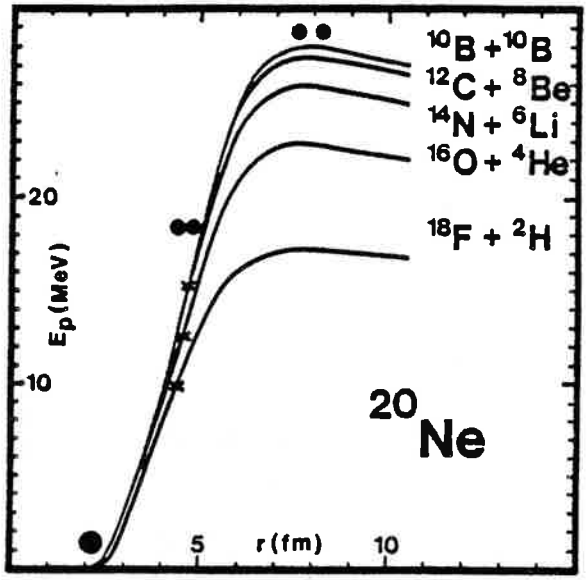


Fig. V.1. Barrières de potentiel pour la fragmentation du noyau ^{20}Ne dans les cinq voies de sorties suivantes : $^{10}B + ^{10}B$, $^{12}C + ^{8}Be$, $^{14}N + ^{6}Li$, $^{16}O + ^{4}He$ et $^{18}F + ^{2}H$. Le paramètre $\beta = R_2/R_1$ prend respectivement les valeurs 1.00, 0.87, 0.75, 0.63 et 0.48. Le point de contact est indiqué par une croix.

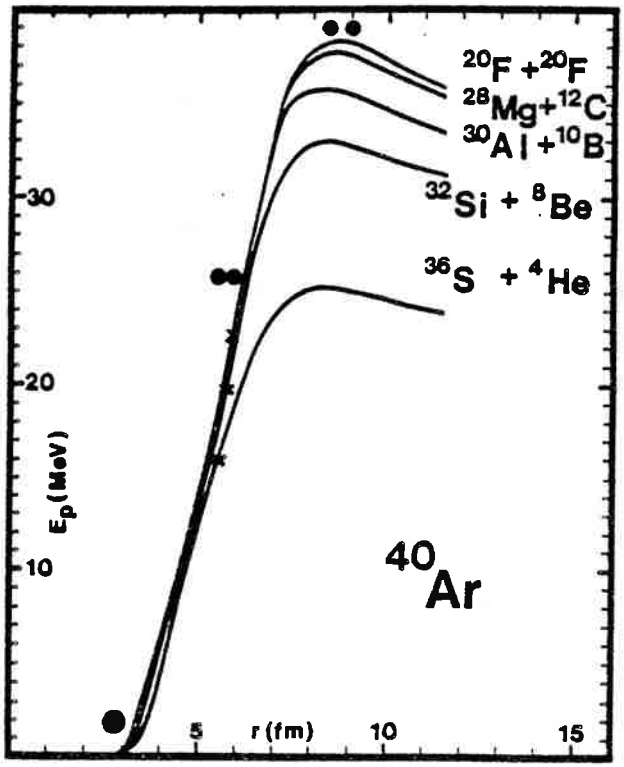


Fig. V.2. Barrières de potentiel pour la fragmentation du noyau ^{40}Ar dans les cinq voies de sortie suivantes : $^{20}F + ^{20}F$, $^{28}Mg + ^{12}C$, $^{30}Al + ^{10}B$, $^{32}Si + ^{8}Be$ et $^{36}S + ^{4}He$. β vaut respectivement : 1.00, 0.75, 0.69, 0.63 et 0.48.

de l'approximation soudaine (GR 83) : au potentiel Coulombien de Bondorf et al (BS 74) a été ajoutée l'énergie de proximité soudaine de Ngô et Ngô (NN 80).

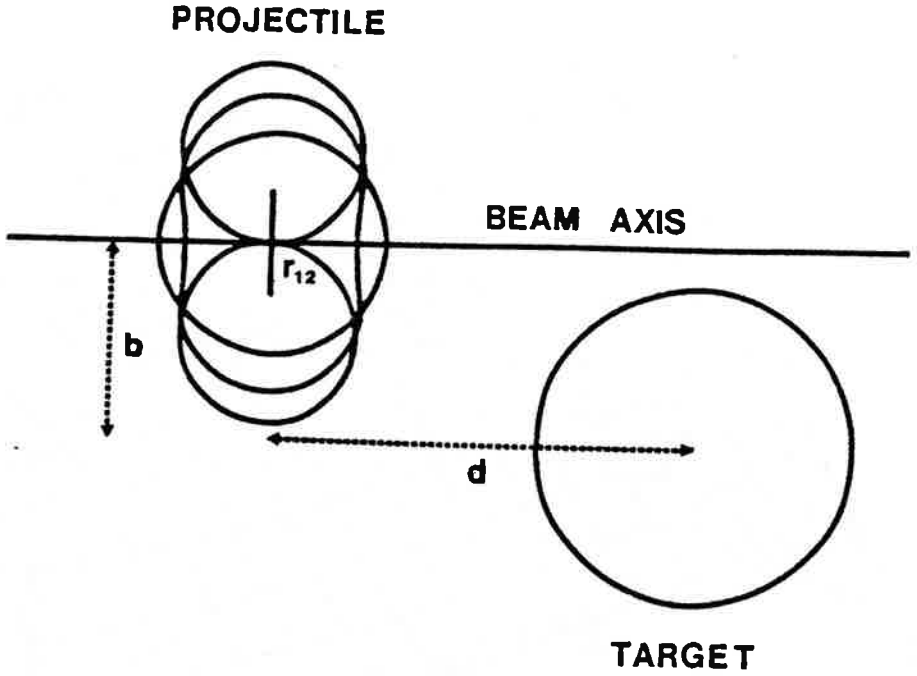


Fig. V.3. Configuration géométrique utilisée pour calculer la surface d'énergie potentielle représentée sur la figure 4. b est le paramètre d'impact et r_{12} la distance entre les centres de masse des éventuels fragments. d est la projection sur l'axe du faisceau de la distance entre le projectile et la cible. Trois configurations de la séquence de forme pour la fragmentation sont tracées (voir chap. III).

A titre d'illustration, la figure 4 représente une surface d'énergie potentielle pour la réaction $^{40}Ar + ^{109}Ag$. Pour tracer une telle figure la dimension de la surface d'énergie potentielle réelle doit être réduite. Deux degrés de liberté ont été bloqués: l'orientation du vecteur $\vec{r}_{12}$ relativement à l'axe du faisceau et la trajectoire du centre du masse du projectile qu'on a supposée rectiligne et le long de l'axe du faisceau (fig.3). Naturellement, dans nos calculs dynamiques, aucun de ces blocages n'exis-

tait. La distance d'approche a été volontairement limitée à 3.5 fm afin de bien faire apparaître le relief (la seconde moitié de la surface serait tracée par symétrie par rapport à d).

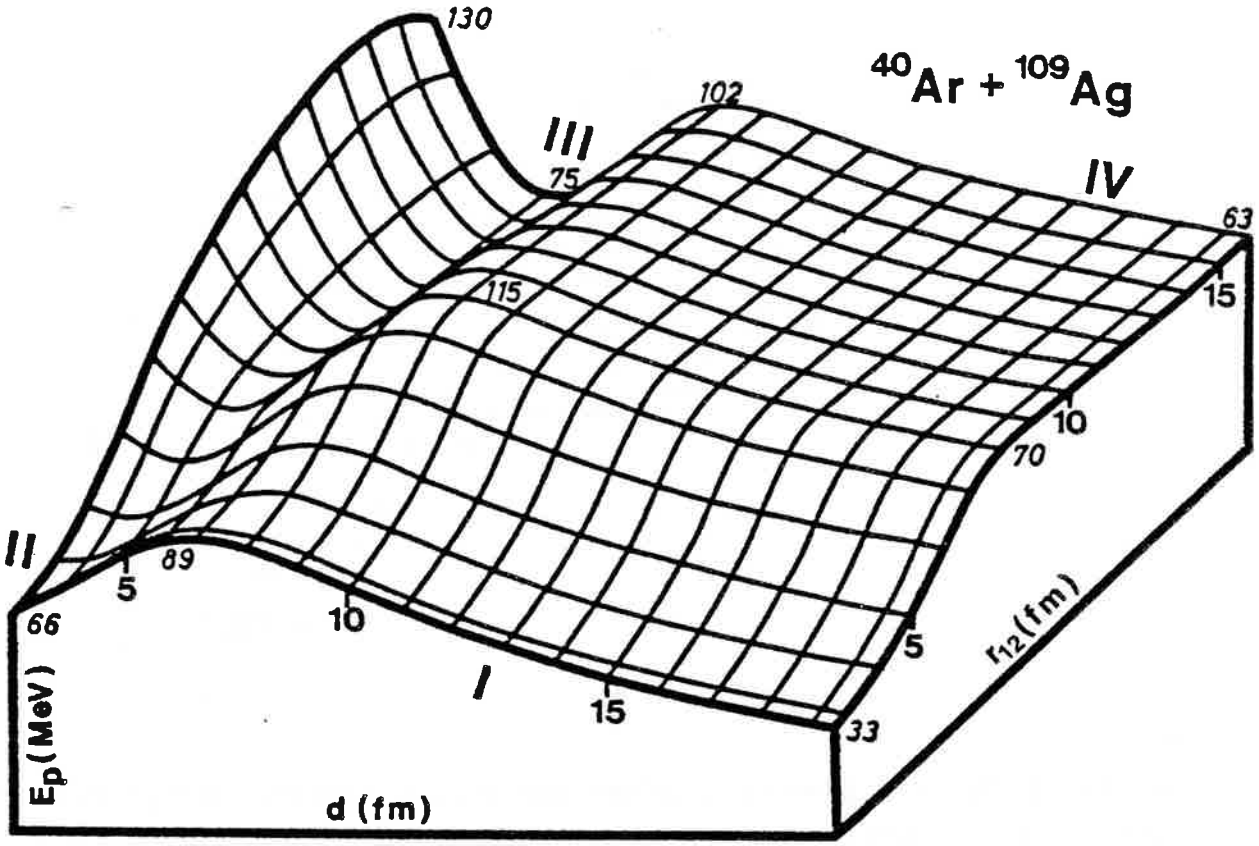


Fig. V.4. Surface d'énergie potentielle pour la réaction ^{40}Ar + ^{109}Ag et pour un paramètre d'impact de 7fm. Les caractères en italique donnent l'énergie des extrémums de la surface d'énergie potentielle.

Quatre régions apparaissent sur cette figure. La région I est la vallée des collisions profondément inélastiques: la distance r_{12} varie peu et il n'y a pas de fragmentation. Si la réaction se termine dans le fond II, c'est alors une fusion complète du projectile et de la cible. La vallée III correspond aux fragmentations à des angles intermédiaires qui sont possibles

quand l'énergie incidente du projectile n'est pas trop grande. Dans la région IV, d et r_{12} augmentent rapidement. Ce haut plateau peut être associé aux fragmentations à hautes énergies et donc aux émissions à des angles faibles.

Afin de tenir compte du caractère diabatique de l'approximation soudaine du potentiel ion-ion et de la dissipation d'énergie, des forces de friction entre la partie 2 du projectile et la cible ont été ajoutées aux forces Coulombienne, de proximité et de tension superficielle. Ces forces dissipatives ont été calculées dans le cadre du modèle dynamique phénoménologique introduit au chapitre IV. Aucun paramètre n'a été réajusté.

3.CLASSIFICATION DES COLLISIONS PERIPHERIQUES

La nature d'une réaction dans une collision périphérique dépend fortement de l'énergie et du paramètre d'impact. Deux systèmes ont été particulièrement examinés (fig.5 et 6): $^{20}Ne + ^{197}Au$ et $^{40}Ar + ^{109}Ag$. La première réaction a été étudiée par Egelhaaf et al (EB 83) à 7.5, 11, 14.5 et 20 MeV/A tandis que le système $^{40}Ar + ^{109}Ag$ l'a été à 27 MeV/A par Borderie et al (BR 84) et à 35 MeV/A (PL 85).

Les quatre types de réactions que ce modèle peut reproduire apparaissent effectivement et sont localisés dans quatre régions bien distinctes du plan (b,E). Dans la région (a), il n'y a pas de fragmentation mais seulement un peu d'énergie dissipée, c'est le domaine des collisions quasi-élastiques ou profondément inélastiques. On les observe à toutes les énergies mais, tandis qu'elles jouent un rôle primordial aux basses énergies, elles ne se produisent que pour des collisions très périphériques aux hautes énergies (grand paramètre d'impact). Pour des paramètres d'impact plus petits (région (b)), le projectile se casse et les deux fragments sont émis. Le fragment 1 (indiqué sur la figure)

qui passe loin de la cible est peu influencé par celle-ci et sa vitesse demeure élevée, c'est le quasi-projectile. Le noyau 2 qui a dissipé beaucoup d'énergie durant la collision avec la cible est émis avec une vitesse beaucoup plus faible. Dans la région (c), le projectile se casse aussi mais seul le fragment 1 peut être observé car le noyau 2 est si fortement ralenti par les forces de proximité et de friction qu'il reste collé à la cible et forme un système composite. Les parties (b) (deux fragments émis) et (c) (une particule émise) forment donc la région de la fragmentation dans le plan (b,E). Dans la partie (d), le projectile ne se casse pas et colle à la cible; c'est le domaine de la fusion complète. Ses frontières sont de simples estimations puisque, dans ce modèle, les forces de friction n'agissent que sur une partie du projectile et que, pour de petits paramètres d'impact et de faibles énergies, notre approche perd de sa validité.

Plusieurs remarques relatives aux frontières des régions de fragmentation peuvent être faites à partir des figures 5 et 6. Si la masse du quasi-projectile est proche de la masse du projectile, l'autre fragment est très léger et est facilement capturé par la cible. Il en résulte que la région (c) est très large tandis que la "fenêtre" en paramètre d'impact est très étroite pour la partie (b). Au contraire, pour des quasi-projectiles légers, la probabilité de l'émission de deux particules est plus importante. Récemment (MH 83b, GB 84), des mesures exclusives ont été réalisées car les mesures inclusives sont difficiles à analyser, le spectre inclusif des particules chargées étant une superposition de différentes contributions difficiles à séparer. Il est donc intéressant de connaitre le seuil d'émission de deux fragments quand le projectile se fragmente. Pour les deux réactions étudiées, le seuil est plus bas pour les quasi-projectiles

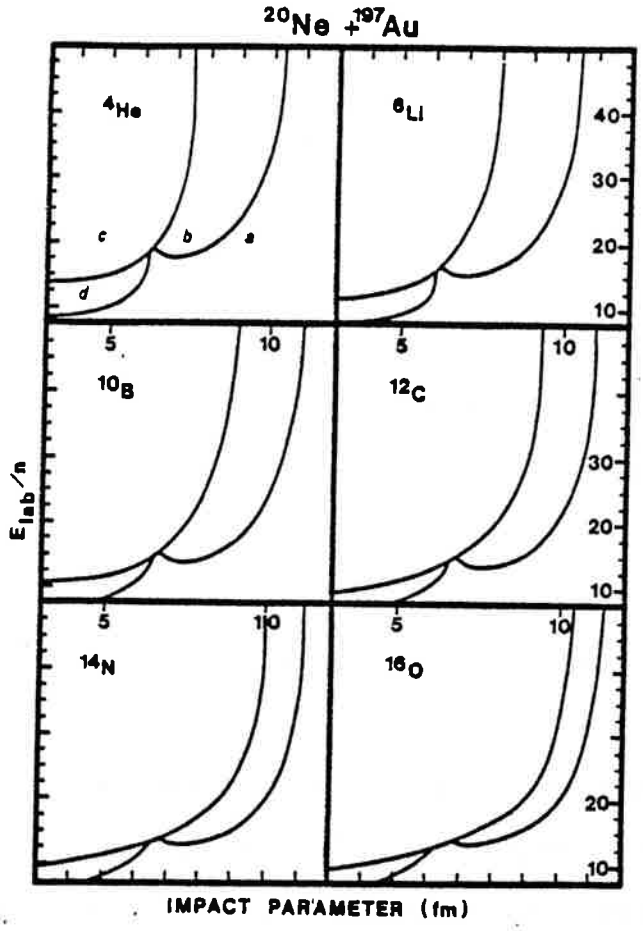


Fig.V.5. Types de réactions en fonction du paramètre d'impact et de l'énergie du projectile pour le système $^{20}Ne + ^{197}Au$. Le quasi-projectile1 émis est respectivement ^{4}He, ^{6}Li, ^{10}B, ^{12}C, ^{14}N et ^{16}O.
$R_{proj}/R_{cib} = 0.47$.

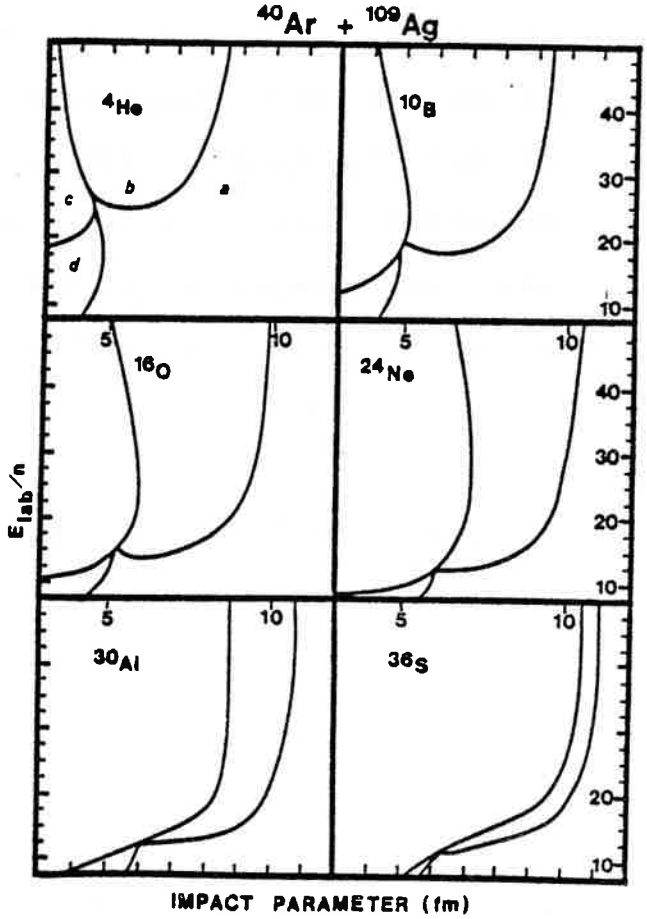


Fig. V.6. Types de réactions en fonction du paramètre d'impact et de l'énergie du projectile pour le système $^{40}Ar + ^{109}Ag$ et pour les fragments rapides suivants : ^{4}He, ^{10}B, ^{16}O, ^{24}Ne, ^{30}Al et ^{36}S. $R_{proj}/R_{cib} = 0.72$.

lourds (12 MeV/A pour ^{36}S et 24 MeV/A pour ^{4}He dans la réaction ^{40}Ar + ^{109}Ag). La même tendance se manifeste pour le seuil de fragmentation à des paramètres d'impact petits (région (c): une particule rapide émise): moins de 10 MeV/A pour l'émission d'un quasi-projectile lourd (^{36}S) et plus de 17 MeV/A pour un noyau léger (^{4}He). Finalement, la remarque la plus importante est qu'il semble que, entre 10 et 30 MeV/A, la nature de la réaction dépende fortement de l'énergie incidente alors qu'au-dessus de 30 MeV/A, on atteigne un comportement asymptotique (DA 86). Le domaine des énergies de transition est peut-être situé plus bas qu'on ne le pensait et est probablement plus proche de 10 MeV/A que de 100 MeV/A.

Les expériences exclusives ou semi-exclusives se développant, il est intéressant d'étudier plus en détail la région (b) et de suivre plus précisément les trajectoires des deux fragments émis (fig.7). Quelle que soit l'asymétrie considérée, les deux noyaux ont des vitesses bien séparées. Celle du quasi-projectile dépasse 0.9 V_{proj}, sauf pour le quasi-projectile Li qui est davantage ralenti à cause de sa faible inertie. Dans tous les cas, les fragments rapides sont émis vers l'avant à de petits angles. La vitesse du fragment 2 varie de 0.75 V_{proj} à des valeurs proches de zéro atteintes quand ce noyau est capturé par la cible. L'angle d'émission pour cette particule dépend fortement du paramètre d'impact et couvre une large plage angulaire. La pente de la courbe est très élevée et la probabilité de détecter un tel fragment à un angle donné est relativement faible. Aux angles intermédiaires, la vitesse de ce second noyau varie d'une manière continue de 0.7 à 0.5 V_{proj}. Il est tentant d'identifier ce fragment 2 lent avec le fragment relaxé obtenu expérimentalement (BR 84,PL 85,BB 86,OU 86). Les caractéristiques sont identiques. Naturellement, la composante d'énergie faible observée ne

résulte pas que d'un tel processus mais plutôt de la superposition de différentes contributions, par exemple:l'émission d'un fragment lourd après une fusion rapide et la désexcitation du système composé ou la détection du reste du projectile ou de la cible après émission de plusieurs nucléons (GR 86).

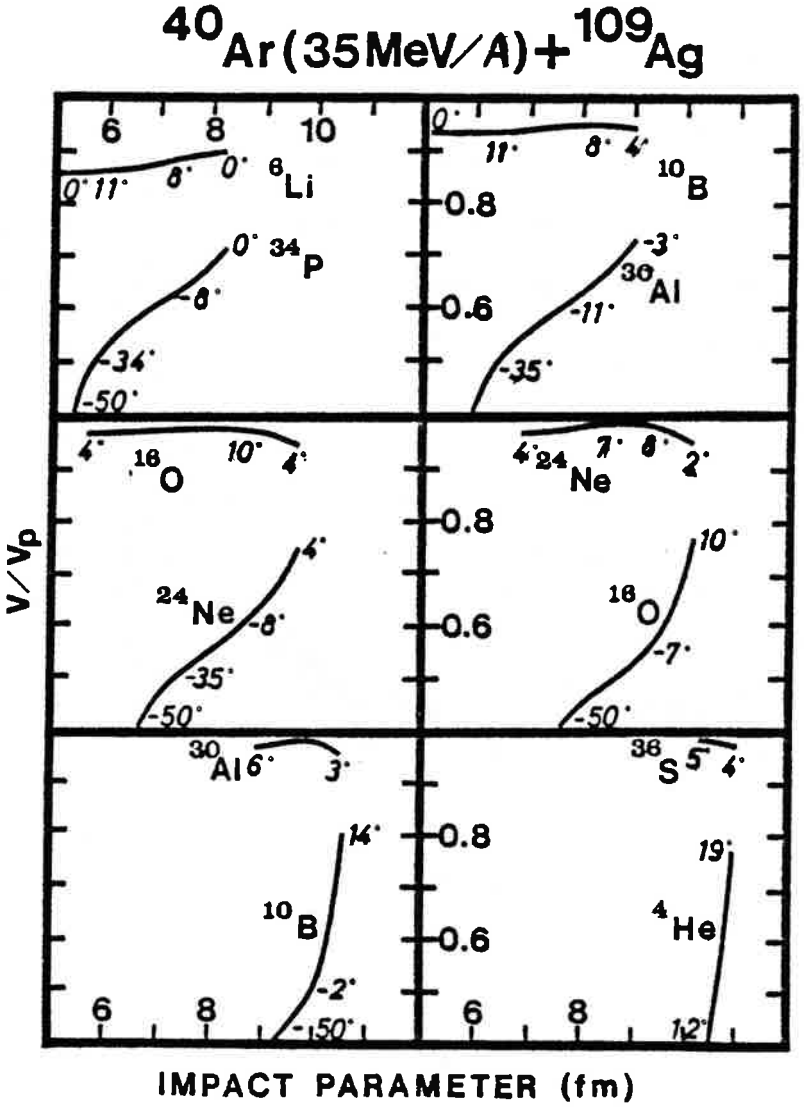


Fig. V.7. Vitesse des deux fragments émis relativement à la vitesse du projectile dans la réaction ^{40}Ar (35 MeV/A) + ^{109}Ag (région (b) de la figure 6). Les angles indiqués sont les angles d'émission dans le laboratoire.

4.DISTRIBUTION A UN PIC DE L'ENERGIE CINETIQUE DES FRAGMENTS

Ce paragraphe est consacré à la comparaison des prédictions théoriques avec les données expérimentales relatives à l'énergie cinétique des fragments. Sur la figure 8, la ligne continue est obtenue en supposant que, durant la fragmentation, les nucléons sont arrachés les uns après les autres avec, à chaque fois, une dépense d'énergie de 8 MeV (RC 85). Si on fait l'hypothèse que le nombre de liaisons cassées lors de la fragmentation est proportionnel à la surface de contact entre les fragments, on obtient la courbe tracée en tirets. Nos résultats sont donnés par la ligne en pointillé et tirets. Pour cette expérience, c'est la première description qui semble la meilleure, bien qu'elle soit la plus simple.

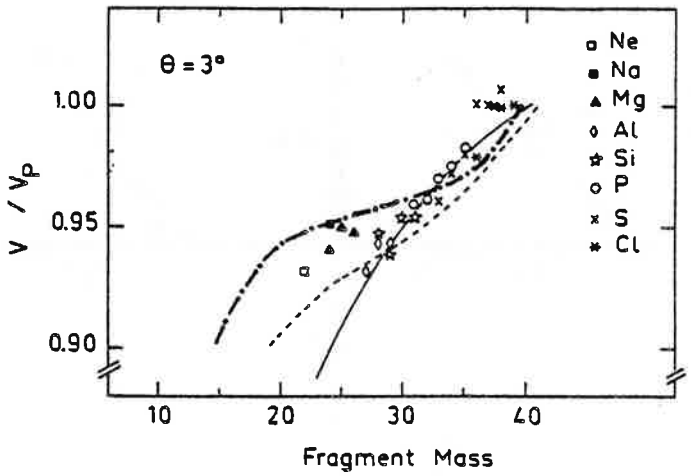


Fig. V.8. Comparaison entre les calculs de la vitesse du fragment émis (relativement à celle du projectile) et les résultats expérimentaux (RC 85) mesurés à trois degrés dans le laboratoire pour la réaction ^{40}Ar (27.6 MeV/A) + ^{68}Zn.

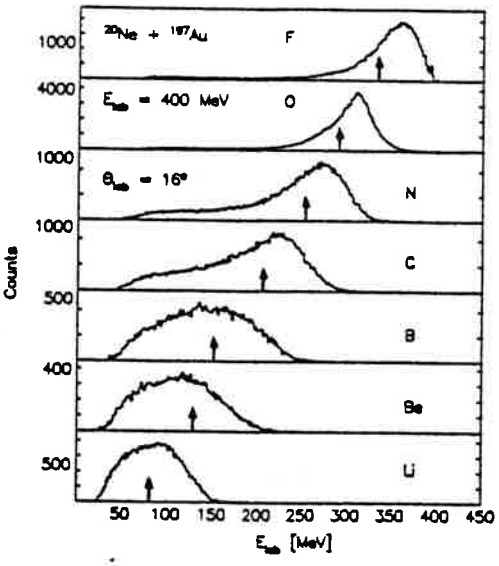


Fig. V.9. Distribution de l'énergie cinétique des quasiprojectiles F, O, N, C, B, Be et Li émis dans la réaction ^{20}Ne(20 MeV/A) + ^{197}Au à $\theta_{\ell ab}$ = 16°(EB 83).

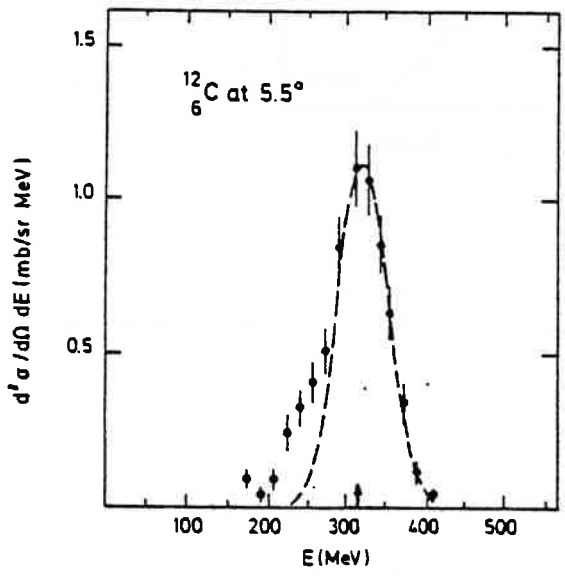


Fig. V.10. Spectre d'énergie cinétique du fragment ^{12}C détecté à 5.5° dans la réaction ^{20}Ne (30 MeV/A) + ^{27}Al (MC 85).

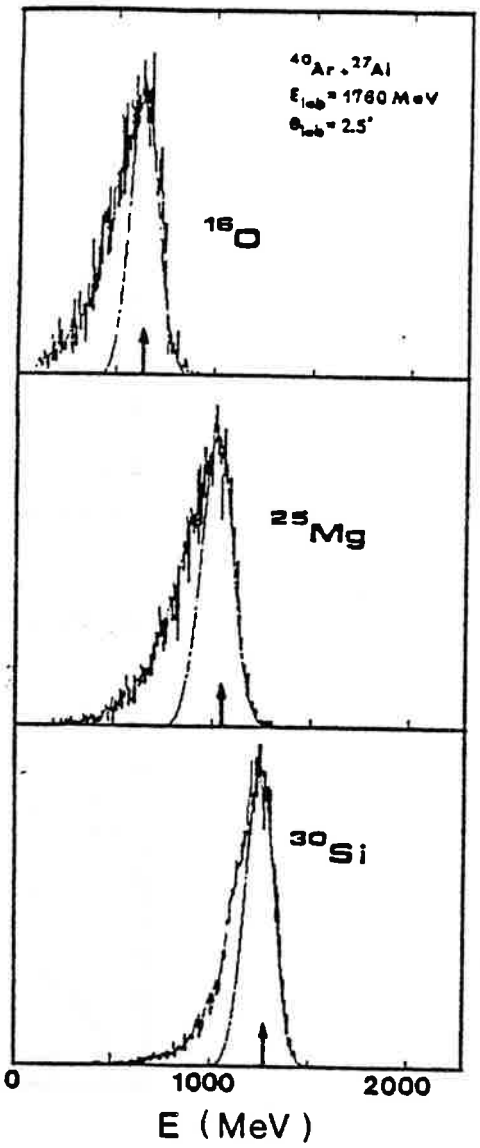


Fig. V.11. Distribution de l'énergie cinétique des quasiprojectiles ^{16}O, ^{25}Mg et ^{30}Si émis à 2.5° dans la réaction ^{40}Ar(44 MeV/A) + ^{27}Al (DB 85).

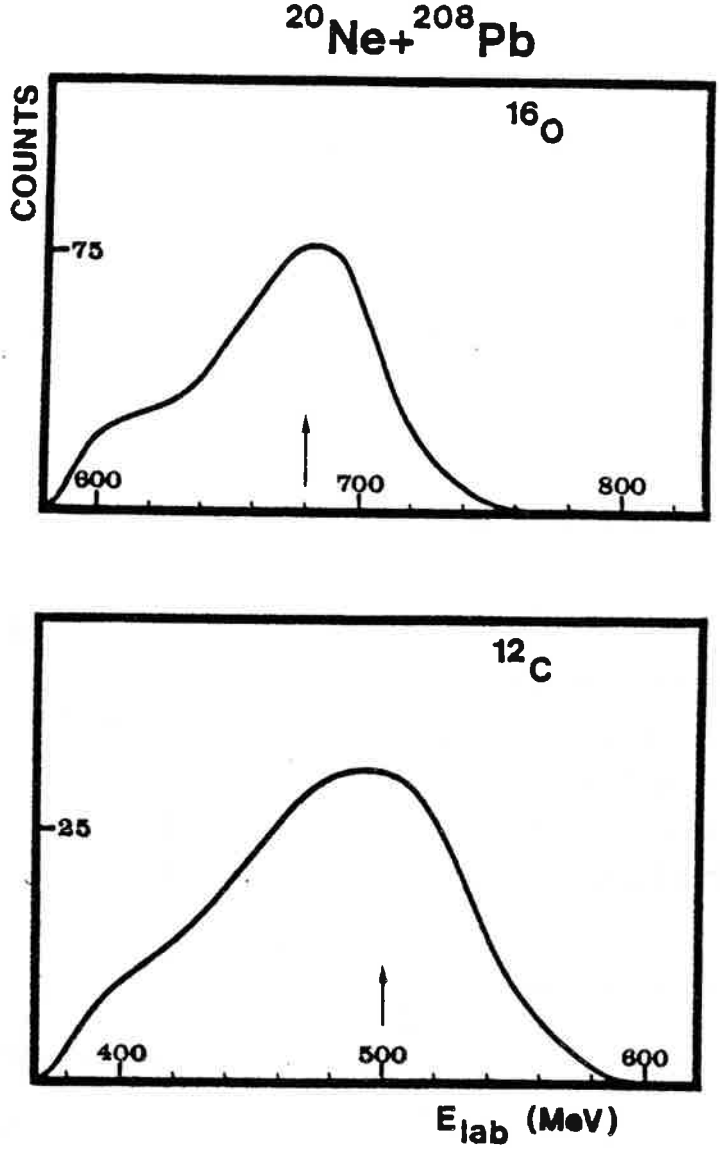


Fig. V.12. Spectre d'énergie cinétique des fragments ^{16}O et ^{12}C observés à 4° dans la réaction ^{20}Ne (44 MeV/A) + ^{208}Pb (BC 85).

Les fluctuations ne sont pas prises en compte dans notre modèle. En conséquence, nos calculs ne donnent que l'énergie cinétique moyenne des quasi-projectiles et c'est elle que nous comparerons avec la position des pics dans les spectres expéri-

mentaux (fig.9, 10, 11 et 12). Sur les figures nos prédictions sont indiquées par une flèche. Aux basses énergies et pour des des fragments proches du projectile, le modèle reproduit moyennement (fig.9) les résultats expérimentaux. L'accord est très bon pour les autres réactions alors que les angles, les fragments et les asymétries varient beaucoup d'une expérience à l'autre.

Les mesures exclusives permettent de séparer les événements correspondant aux régions (b) (deux particules émises) et (c) (un fragment détecté) prédites théoriquement (fig.5 et 6). Si on

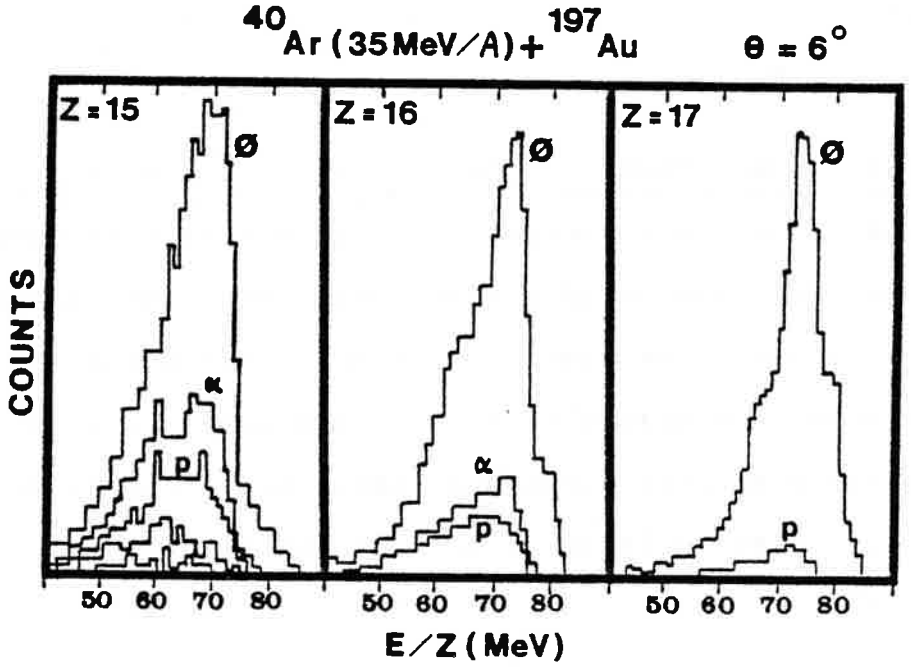


Fig. V. 13. Mesures exclusives à θ_{lab} = 6° dans la réaction ^{40}Ar (35 MeV/A) + ^{197}Au (OU 86), pour des quasi-projectiles de charge Z = 15, 16 et 17. La distribution notée ϕ correspond à la détection d'une seule particule : le quasi-projectile. α indique l'observation du quasi-projectile en coïncidence avec une particule α, p avec un proton. Les deux autres spectres pour Z = 15 représentent les évènements correspondant à la détection des noyaux Li et Li + p en coïncidence avec le quasi-projectile.

admet que l'importance d'un type de réactions est proportionnelle à la fenêtre en b^2 (b est le paramètre d'impact) correspondant à l'angle de détection, on obtient les rapports suivants:0.6 pour Z=15, 0.2 pour Z=16 et 0.2 pour Z=17 pour les largeurs des régions (b) et (c) dans la réaction ^{40}Ar (35 MeV/A) + ^{197}Au (fig.13, voir aussi les résultats obtenus par Bizard et al (BB 86) pour la réaction ^{40}Ar (35 MeV/A) + ^{109}Ag). Les données expérimentales sont respectivement 0.75; 0.4 et 0.1. L'accord est correct, si l'on veut bien tenir compte des approximations de notre modèle et de l'incertitude dans les résultats expérimentaux. Notre prédiction de l'élargissement de la région (b) quand on passe des quasi-projectiles lourds aux quasi-projectiles légers semble bien confirmée par l'expérience.

5.DISTRIBUTION A DEUX PICS DE L'ENERGIE CINETIQUE DES FRAGMENTS

Les spectres d'énergie sont souvent asymétriques et présentent parfois une contribution importante aux basses énergies (voir les queues de distribution sur les figures 9,10,11 et 12). Ce phénomène n'apparaît pas aux énergies relativistes. Cette composante d'énergie cinétique faible est d'autant plus importante que la masse du fragment détecté est plus éloignée de celle du projectile. Il nous semble que cette composante de basse énergie peut s'interpréter comme étant une contribution au spectre total d'événements où deux fragments sont émis, le deuxième ayant une vitesse d'environ $V_{proj}/2$.

Dans des expériences récentes (OU 86, BB 86, PL 85), deux pics bien séparés ont été observés dans les distributions en énergie cinétique des fragments (fig.14). Pour des angles de détection petits, la composante de grande énergie cinétique correspondant à la détection du fragment rapide 1 prédomine tandis que la composante d'énergie cinétique beaucoup plus faible (frag-

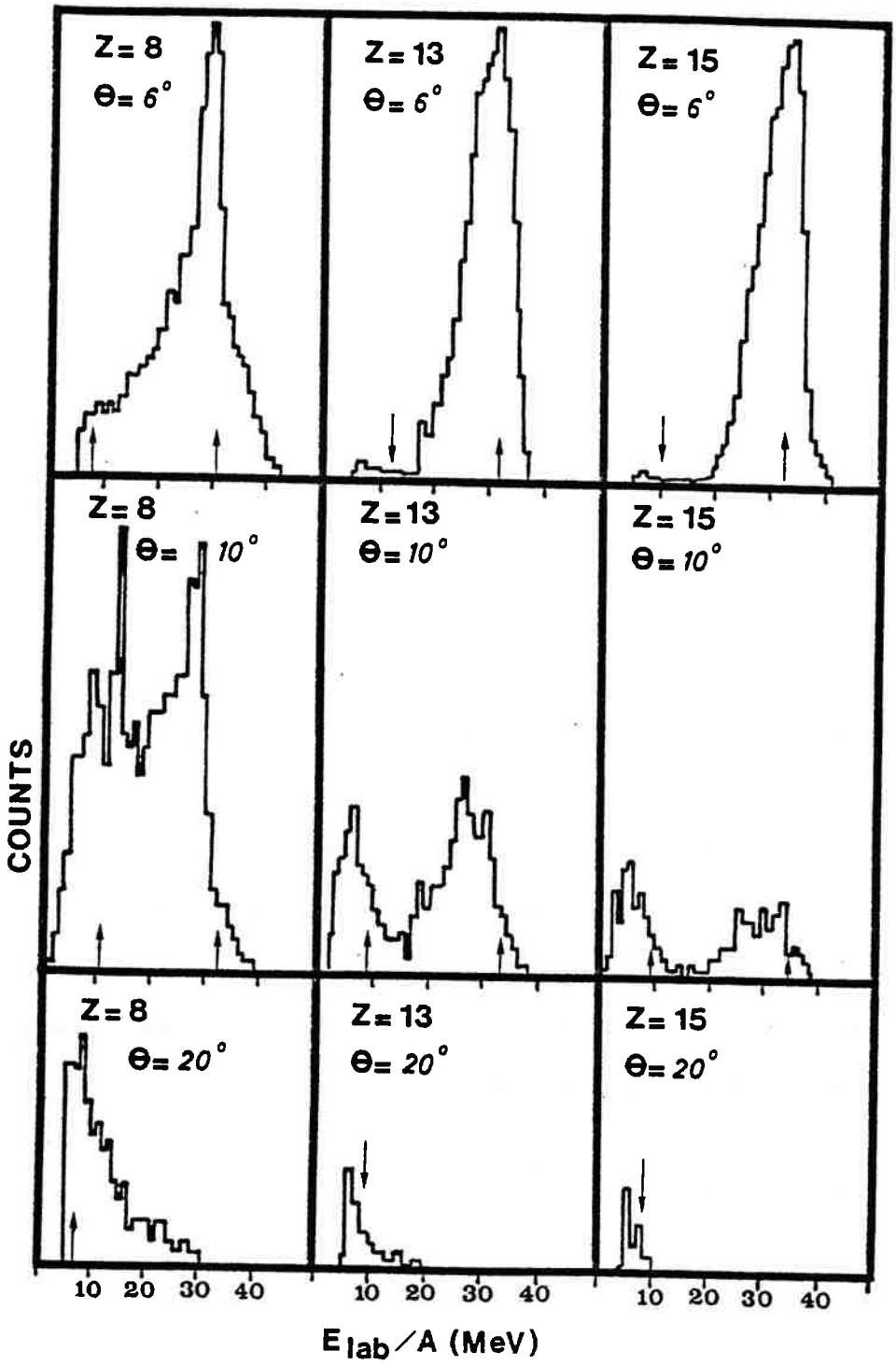


Fig. V. 14. Comparaison entre l'énergie cinétique théorique (indiquée par une flèche) des fragments émis dans la réaction ^{40}Ar (35 MeV/A) + ^{197}Au et les distributions expérimentales. Les quasi-projectiles de charge Z = 8, 13 et 15 ont été détectés à 6°, 10° et 20° dans le laboratoire (OU 86).

ment lent 2) commence simplement à apparaître. Par exemple, pour Z=8 et $\theta = 6^{\circ}$, le pic externe représente la détection d'un noyau rapide de charge Z=8 émis à 6° et éventuellement d'un autre noyau plus lent de charge Z=10 émis à un autre angle. Le pic interne, lui, correspond à la détection à 6° d'un fragment lent de charge Z=8 et à l'émission à un autre angle d'un fragment rapide de charge Z=10. L'importance relative de ces deux pics change autour de 10°. Aux angles intermédiaires, seules les particules fortement ralenties sont détectées et il ne reste plus qu'un pic dans la distribution. Nos calculs ne prédisent pas non plus d'émission de quasi-projectiles à 20°.

Expérimentalement, une jonction du télescope présente une zone morte en énergie et il y a une concentration des événements détectés affectant spécialement les produits rapides, c'est-à-dire le pic externe. Si cet effet est pris en compte, on peut considérer qu'il y a un accord semi-quantitatif entre les résultats théoriques et expérimentaux. Naturellement, de tels fragments relaxés ne sont qu'une contribution à ces composantes de basse énergie (voir aussi GR 86).

6.DISTRIBUTION EN MASSE DES QUASI-PROJECTILES

En utilisant l'hypothèse de la proportionnalité du nombre de particules détectées à la largeur de la fenêtre en b^2 (b est le paramètre d'impact) correspondant à l'angle de détection et en supposant l'équiprobabilité des différentes voies de sortie (pas de fonction de poids introduite), on obtient les résultats reproduits sur les figures 15 et 16. Ceux-ci ont été normalisés pour redonner la hauteur de la distribution expérimentale; il n'y a aucun autre ajustement.

Les calculs reproduisent semi-quantitativement les données expérimentales pour A < 36 dans la réaction $^{40}Ar + ^{27}Al$ et pour

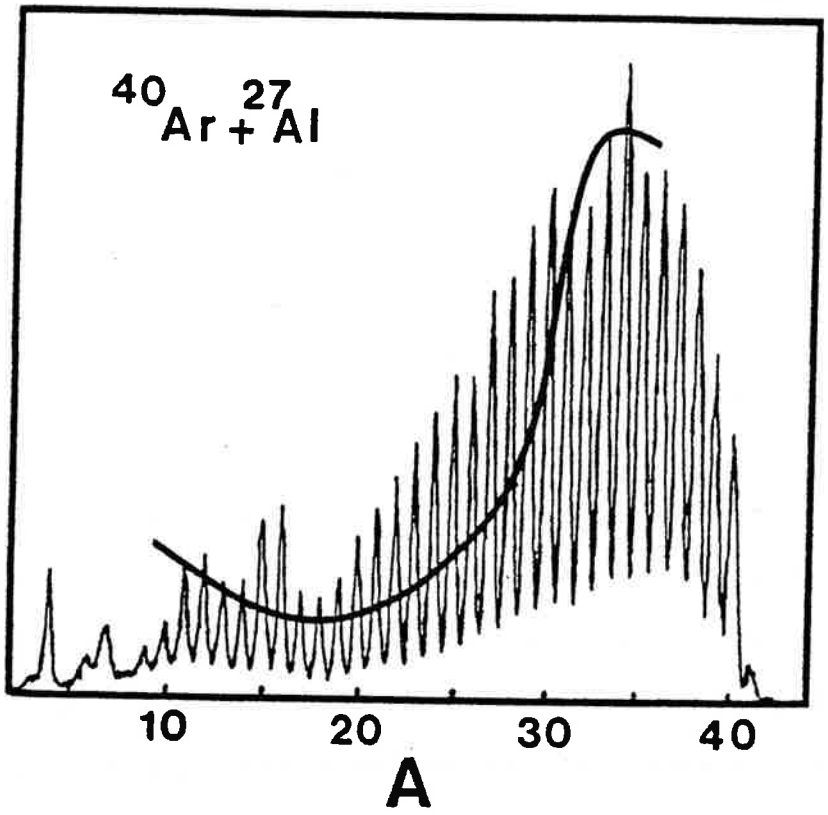


Fig. V. 15. Comparaison entre les distributions en masse des quasi-projectiles obtenues expérimentalement (DB 85) et théoriquement (ligne continue) pour la réaction ^{40}Ar(44 MeV/A) + ^{27}Al à 2.5°.

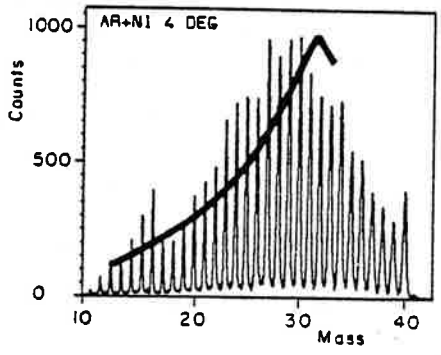


Fig. V. 16. Même légende que celle de la figure 15 mais pour la réaction ^{40}Ar(44 MeV/A) + ^{58}Ni à 4° (BG 83).

A < 33 pour le système $^{40}Ar + ^{58}Ni$. D'après nos prédictions pour les masses plus élevées, il n'y a pas de noyaux émis dans l'angle de détection. Néanmoins, signalons que le présent modèle prévoit de telles émissions à un angle très voisin de l'angle considéré expérimentalement (moins de un degré de différence). Cette étude dynamique permet d'expliquer, au moins qualitativement, l'abondance relative des quasi-projectiles.

7.CONCLUSION

Quatre types de trajectoires dynamiques apparaissent et peuvent être reliés à quatre sortes de réactions: fusion à basse énergie pour de petits paramètres d'impact,réactions élastiques et inélastiques pour de grands paramètres d'impact aux hautes énergies et pour des paramètres d'impact moyens aux plus basses énergies et deux sortes de fragmentation du projectile. Pour des collisions très périphériques, le projectile se fragmente et les deux fragments sont émis. Pour des collisions plus centrales, le fragment ralenti fusionne avec la cible. Dans le premier type de fragmentation,la partie qui a rasé la cible a dissipé beaucoup d'énergie et possède une vitesse variant de 0.7 V_{proj} pour des angles d'émission faibles à 0.5 V_{proj} pour des angles plus grands. De tels fragments pourraient être les fragments relaxés détectés aux angles intermédiaires. En accord avec les résultats expérimen--taux, la fenêtre en b^2 pour ce type de fragmentation est très étroite pour les quasi-projectiles lourds et s'élargit pour des fragments plus légers. Ce modèle permet aussi de reproduire semi-quantitativement la position des pics dans les spectres d'énergie cinétique, l'importance relative des deux types de fragmentation et la distribution en masse des quasi-projectiles. Au - dessous d'environ 27 MeV/A, le type de la réaction étudiée dépend fortement de l'énergie mise en jeu. Au-dessus de cette valeur on

atteint un comportement asymptotique et la région des énergies de transition semble se situer entre 10 et30 MeV/A plutôt qu'au-dessus de 30 MeV/A.

Finalement, la physique des réactions aux énergies intermédiaires en est encore à son début et nous pensons que notre approche macroscopique simple peut aider à préciser le lien existant entre la valeur des variables collectives principales et la nature des réactions étudiées.

CHAPITRE VI

FISSION BINAIRE

1. INTRODUCTION

La fission nucléaire, découverte il y a près de cinquante ans, a été étudiée pendant très longtemps dans le cadre du modèle de la goutte liquide. Dans ce modèle, le noyau initialement dans un puits de potentiel où il est quasi-sphérique, voit son énergie potentielle croître avec son élongation sous les effets antagonistes de la répulsion Coulombienne et de la tension superficielle. Il atteint alors un point de déformation critique (point - selle) au-delà duquel il descend irréversiblement vers le point de scission et se fragmente. La traversée de la barrière de fission est un processus lent, dominé par son aspect statique. Il est donc essentiel de connaître la variation d'énergie potentielle du noyau avec sa forme. De nombreuses surfaces nucléaires ont été étudiées (voir CS 63, SL 63, NI 72 et ϕ.III.2), il y a déjà longtemps, en minimisant la somme des énergies Coulombienne et de surface. Très souvent, ces travaux ont été faits en développant le rayon à l'aide de polynômes de Legendre, ce qui conduit naturellement à des séquences de forme très allongées. Dans le paragraphe 2, nous rappelons la structure des barrières obtenues dans un tel chemin de fission. Cette approche a permis d'expliquer l'essentiel de nos connaissances expérimentales de la fission nucléaire.

La fusion nucléaire a été étudiée plus récemment. Deux problèmes ont été rencontrés en essayant d'expliquer ce nouveau phénomène nucléaire. Le développement en polynômes de Legendre ne peut reproduire la surface nucléaire dans la phase initiale de la fusion (deux sphères tangentes) et les deux feuillets de surface d'énergie potentielle correspondant aux systèmes à un corps et à

deux corps sont difficiles à relier (fig.1). Ce problème demeure dans les approches microscopiques (fig.2 et BH 82). L'autre difficulté est d'expliquer l'attraction de deux noyaux alors qu'ils sont encore séparés de quelques fm.

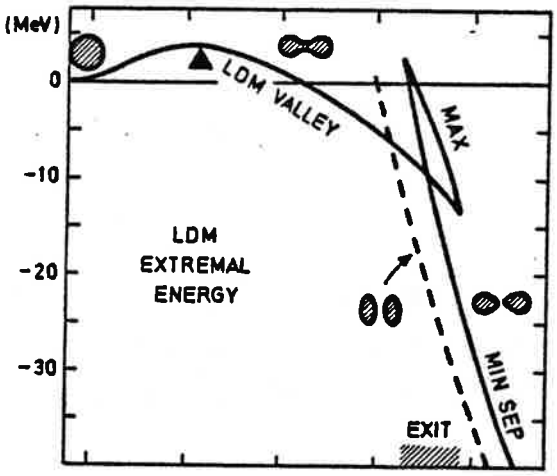


Fig. VI.1. Energie de déformation du modèle de la goutte liquide (sans contribution de proximité) pour les systèmes à un corps et à deux corps (d'après BD 72).

A ces deux problèmes, on peut ajouter quelques difficultés rencontrées en fission: surestimation des hauteurs des barrières de fission des noyaux moyens (MY 77 et MN 81), sous-estimation du moment angulaire critique qu'un noyau peut supporter sans fissionner (GN 82 et BD 80), prédictions de noyaux superlourds non observés jusqu'à présent, événements de fission froide (SM 81 et CA 85), manque de lien entre les barrières de fission et les barrières de scission prédites par Nörenberg (NO 70, NO 72) et Wilkins et al (WS 76). Les problèmes rencontrés en fusion ont été résolus en introduisant dans le modèle de la goutte liquide un terme d'énergie de proximité nucléaire qui prend en compte les effets de portée finie de la force nucléaire (voir chap.II et NS 74, BR 77, KN 79).

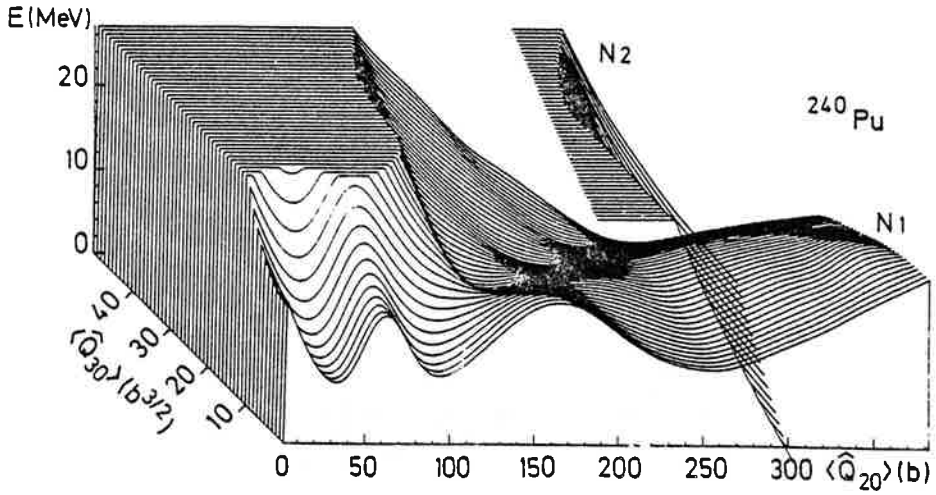


Fig. VI.2. Surface d'énergie potentielle du noyau ^{240}Pu. N_1 et N_2 sont les feuillets correspondant respectivement aux systèmes à un corps et à deux corps $\langle Q_{20} \rangle$ et $\langle Q_{30} \rangle$ mesurent l'élongation et l'asymétrie de masse(BG 81, BG 84).

En fission, la tendance générale des travaux récents (BG 84, HT 83, voir l'article de synthèse de Leroux et al(LB 80)) est de conclure que la fission conduit à des formes de scission relativement compactes.

Dans le cas des formes très allongées, le col est très large et l'énergie de proximité est faible (4 - 5 MeV). Il n'est donc pas nécessaire de reprendre l'étude de toutes ces séquences de forme. Par contre, pour des formes compactes et crevassées, l'énergie de proximité est très importante. Elle atteint 40 MeV pour des noyaux lourds et pour des fragments sphériques tangents alors que la hauteur de la barrière de fission n'est que de 5 - 10 MeV.

Notre but, dans ce travail, n'est donc pas d'étudier une nouvelle fois toute la vallée de fission mais simplement le chemin de fission à travers des formes compactes et crevassées, (les lemniscatoïdes elliptiques) en prenant en compte l'énergie

de proximité dans le modèle de la goutte liquide et d'étudier la compatibilité éventuelle d'un tel chemin avec les résultats expérimentaux.

Cette question est très ancienne. Déjà, en 1939, Fermi pensait que les vallées de fission et de fusion n'étaient pas intrinsèquement très différentes car il remarquait que la barrière de fusion de l'Uranium était très proche de l'énergie du point-selle calculée par Bohr. Bohr et Wheeler, au contraire, considéraient que le noyau avait le temps d'explorer tous les degrés de liberté et qu'il n'avait aucune raison de se réduire à la combinaison de deux sphères. Les calculs ont montré que, si on ne tient pas compte de l'influence des forces nucléaires dans les crevasses, la vallée de fusion est bien plus haute que la vallée de fission. Nous pensons que l'introduction des forces de proximité pourrait renverser cette conclusion et conduire à une dégénérescence entre l'énergie des formes très allongées et l'énergie des formes compactes et crevassées.

2.CHEMIN DE FISSION A TRAVERS DES FORMES ALLONGEES

Dans un tel chemin de fission (fig.3), l'énergie de déformation admet un maximum (point-selle) correspondant à des formes allongées ayant un col très large pour les noyaux moyens et des formes non crevassées et proches de la sphère pour les noyaux lourds et superlourds (fig.4). Le point de scission se trouve sur la pente de la barrière Coulombienne et la forme de la surface nucléaire est à peu près une lemniscate de Bernoulli (fig.III.4). Les corrections de couches et d'appariement changent sensiblement le profil de ses barrières (fig.5). L'état fondamental n'est plus nécessairement sphérique et son énergie est plus ou moins modi-

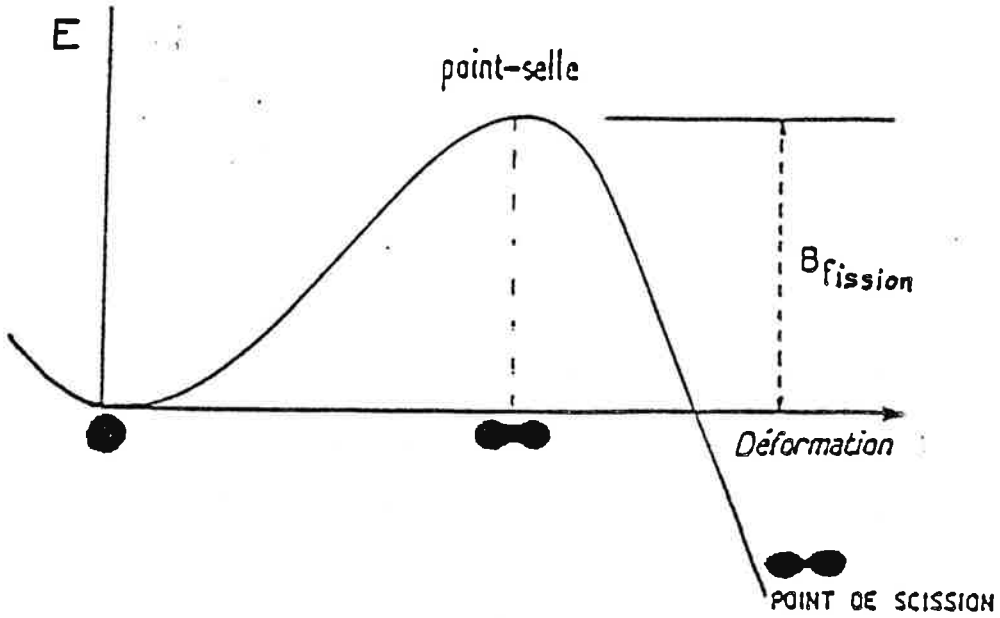


Fig. VI.3. Energie de déformation de la goutte liquide pure(CA 85)

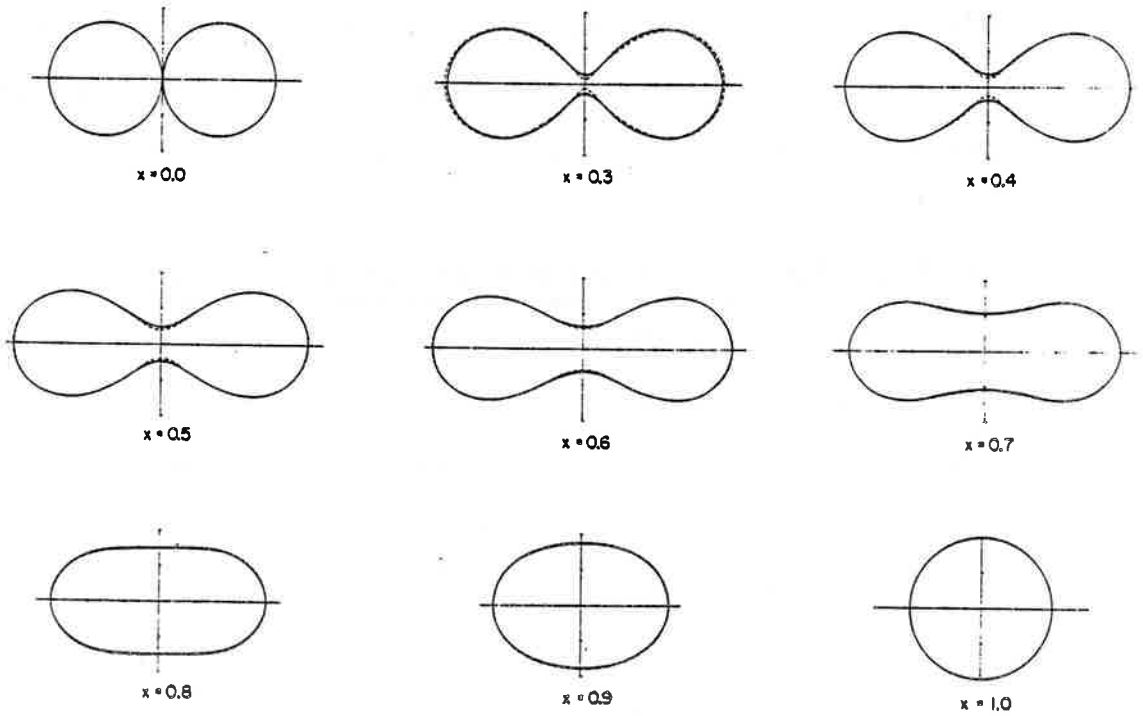


Fig. VI.4. Formes au point-selle (NI 64) en fonction du paramètre $x = \frac{E_c}{2E_s}$ (à la sphère). A titre d'exemple, $x \simeq 0.1$ pour ^{20}Ne, $\simeq 0.42$ pour ^{109}Cd, $\simeq 0.67$ pour ^{212}Po et 0.74 pour ^{240}Pu.

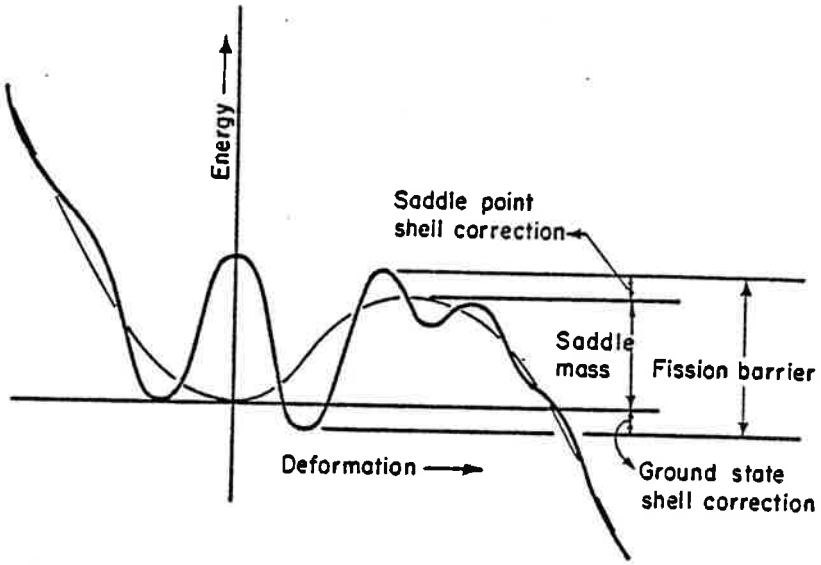


Fig. VI.5. Influence des corrections de couches sur la barrière de fission (MY 77).

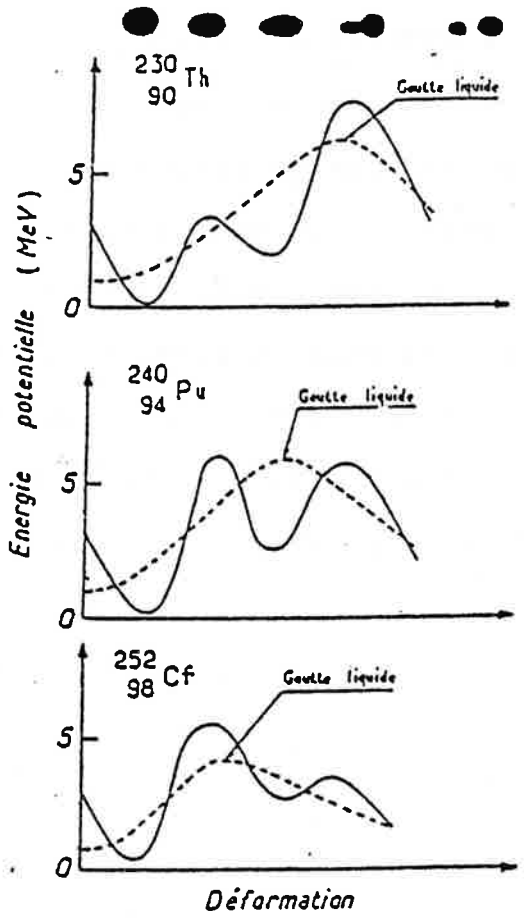


Fig. VI.6. Energie de déformation du modèle de la goutte liquide pure (ligne discontinue) et du modèle de la goutte liquide incluant les corrections de couches (courbe pleine)(CA 85)

fiée en fonction de la proximité des nombres magiques. L'énergie du point-selle varie aussi de quelques MeV.

Le phénomène le plus important est l'apparition de barrières à deux bosses pour les noyaux lourds (fig.6). Le pic interne correspond à une forme à peu près ellipsoïdale tandis que le second point-selle présente une déformation asymétrique en masse. Une barrière à trois bosses a même été prédite (MN 74) et observée pour le Thorium (BM 84). Aux états du fondamental, s'ajoutent les états isomériques du deuxième puits. Les résultats expérimentaux sont correctement reproduits. Les barrières de fission des noyaux lourds et superlourds seront examinées plus en détail au paragraphe 5.

3.INFLUENCE DE L'ENERGIE DE PROXIMITE

Sur la figure 7, nous comparons l'énergie de déformation du noyau ^{234}U pour différentes séquences de forme en incluant ou non l'énergie de proximité. La courbe en pointillé représente l'énergie potentielle calculée sans contribution de proximité et en utilisant notre séquence de forme (les lemniscatoïdes elliptiques) qui conduit le noyau d'une sphère à deux fragments sphériques en contact. Comme Hasse l'a clairement montré (HA 71), cette séquence de forme est alors très défavorable. Si on inclut un terme de proximité (ligne continue épaisse), la barrière est considérablement abaissée. Elle est alors d'une hauteur comparable à celle du modèle de la goutte liquide pure (trait continu fin). Cette figure montre à l'évidence que la comparaison entre les deux séquences de forme doit être réexaminée. On ne peut plus exclure la possibilité d'une fission qui conduirait le noyau sphérique à deux fragments en contact avant que la barrière ne soit franchie. Déjà en 1965, Nix et Swiatecki (NS 65), en utilisant un modèle à deux sphéroïdes (fig.8), étaient capables de

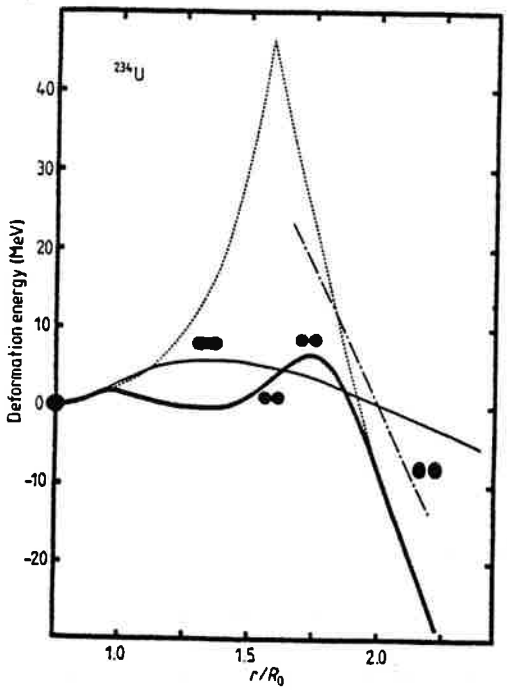


Fig. VI.7. Energie de déformation du noyau ^{234}U en fonction de la distance entre les centres de masse r. La courbe pleine large et la courbe en pointillé sont respectivement les énergies du système calculées avec et sans énergie de proximité pour les lemniscatoïdes elliptiques. La courbe pleine en trait fin donne l'énergie du modèle de la goutte liquide pure (avec les formes allongées usuelles) tandis que la courbe (_ . _) est l'énergie de deux sphéroïdes oblates séparés (SL 63) sans contribution de proximité.

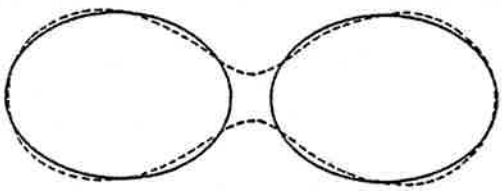


Fig. VI.8. Configuration de deux sphéroïdes séparés possédant la même énergie que le point-selle (forme à un corps) pour un noyau de masse 100 (CS 63). Le calcul est fait sans contribution de proximité.

reproduire correctement la valeur moyenne et la largeur des distributions en masse des fragments ainsi que l'énergie cinétique de translation pour des noyaux plus légers que le radium. Les barrières de fission étaient trop hautes de quelques MeV (voir NS 65 et SL 63) et ce modèle ne fut considéré que comme une approximation grossière des formes obtenues en développant le rayon en polynômes de Legendre (CS 63, HA 71, CP 74).

Cependant, la différence entre le modèle à deux sphéroïdes et la paramétrisation plus générale est inversée si on tient compte de l'énergie de proximité. En effet, celle-ci abaisse fortement la barrière pour le modèle à deux corps, puisqu'il existe un col profond alors que cette énergie est négligeable pour les formes allongées usuelles. Il en résulte que les formes décrites dans le modèle à deux sphéroïdes sont certainement aussi favorables énergétiquement que celles communément admises. Ceci se voit aussi sur la figure 7 où la courbe (—·—) donne l'énergie de deux sphéroïdes oblates séparés. Pour $r/R_o > 2$, cette forme est déjà favorable (bien que la portée finie des forces nucléaires ne soit pas introduite) et il est clair que, si on incluait l'énergie de proximité, cette forme serait très compétitive par rapport aux formes usuelles allongées.

Ce modèle à deux sphéroïdes, qui retrouve un regain d'intérêt, est une généralisation de nos fragments sphériques séparés et cela justifie notre approche.

4.CHEMIN DE FISSION A TRAVERS DES FORMES COMPACTES ET CREVASSEES

a) Profil des barrières de fission binaire

Les barrières de fission de cinq noyaux moyens et lourds sont représentées sur la figure 9. L'énergie de proximité infléchit la courbe progressivement. Pour $A < 215$, le point-selle

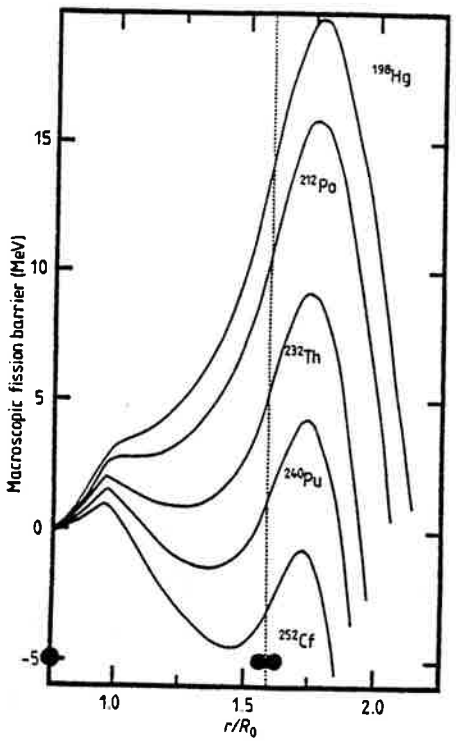


Fig. VI.9. Energie potentielle en fonction de la distance entre les centres de masse r. La droite en pointillé donne la séparation en deux fragments sphériques ($r/R_0 = 1.5874$).

correspond à deux noyaux sphériques séparés maintenus en équilibre instable par les forces nucléaires attractives qui s'opposent à la répulsion Coulombienne. Pour A > 215, il y a deux maximums: l'un proche de la sphère tandis que le plus externe a toujours la même configuration. Entre les deux, un second minimum apparaît, dû à l'énergie de proximité dans le col qui abaisse considérablement l'énergie de déformation (voir aussi fig.7). Comme Nörenberg (NO 72),on appellera barrière de scission tout maximum de l'énergie potentielle qui a lieu après la séparation des fragments. Pour les systèmes légers et moyens, l'introduction des forces de proximité sur une telle séquence de forme conduit à identifier

les barrières de fission et de scission puisque la rupture du col se fait avant que la barrière ne soit franchie. Pour les noyaux lourds, les deux barrières correspondent dans notre étude à des configurations bien différentes. La plus proche de la sphère, qui sera très amplifiée par les effets de couches (voir §.5), s'oppose à l'élongation du système et à la formation d'une crevasse alors que la seconde assure la stabilité d'états isomériques fortement déformés et crevassés.

b) Comparaison avec l'étude de Möller et Nix

Si on compare avec l'étude de Möller et Nix (MN 76) qui suit à peu près la même approche (modèle de la goutte liquide, contribution de proximité et famille de formes compactes), on peut être étonné de voir que les conclusions soient si différentes. Nous pensons que cela tient uniquement à la valeur des paramètres utilisés: 24.7 MeV pour le coefficient de surface dans leur étude (valeur la plus élevée jamais utilisée) et 17.9439 MeV dans notre travail (valeur proposée à l'origine par Myers et Swiatecki). De même, les coefficients d'asymétrie k_s sont différents mais cela a un effet beaucoup moins important (ils prennent $k_s = 4$ au lieu de 2.6).

Pour les systèmes légers, nous obtenons aussi un point-selle correspondant à deux noyaux sphériques séparés. Rappelons que, dans la limite des noyaux très légers, la forme au point-selle est deux sphères en contact (fig.4) alors qu'avec une contribution de proximité, elle devient deux sphères à l'infini. Pour des systèmes moyens l'élongation est petite et le point-selle a la forme d'haltères. Pour les systèmes lourds, ils obtiennent des formes cylindriques. Ils concluent que, pour les systèmes légers, le chemin de fission est approximativement égal au chemin de

fusion (pris dans l'autre sens). Dans nos calculs, cette conclusion reste vraie pour les systèmes lourds.

Pour bien mettre en évidence l'influence des paramètres, on peut noter par exemple que, dans le cas du ^{200}Po les deux sphères en contact ont une énergie totale de 33 MeV (par rapport à l'état fondamental) dans les calculs de Möller et Nix alors que nous obtenons simplement la valeur de 9.5 MeV, valeur déjà plus basse que leur énergie au point-selle: 12.8 MeV.

Il est important de souligner que, dès 1972, Nörenberg (NO 72) obtenait un point-selle (point de scission) pour un noyau lourd (^{240}Pu) correspondant aussi à deux fragments séparés quasi-sphériques.

5.BARRIERES DE FISSION DES NOYAUX LOURDS ET SUPERLOURDS

a)Barrières à deux bosses

Dans les années 60, divers faits expérimentaux tels que les isomères de forme (PD 62) ou les structures intermédiaires et les résonances de vibration observées sous le seuil classique de fission dans les sections efficaces des actinides (voir l'article de synthèse de Bjørnholm et Lynn (BL 80)) ont conduit à envisager l'existence de barrières à double bosse pour les systèmes lourds.

Pour expliquer ces barrières de structure complexe, il était nécessaire de sortir du cadre du modèle de la goutte liquide et de la minimisation de l'énergie en fonction des nombreuses séquences de forme envisageables. Deux approches bien distinctes ont essayé de rendre compte de ce phénomène. Strutinsky (ST 67) a calculé les corrections microscopiques: énergie due aux effets de couches et d'appariement (voir chap.I) sur les configurations très allongées prédites à cette époque. L'énergie de proximité n'est alors pas calculée mais on sait qu'elle est faible pour de

telles formes. Si on ajoute ces corrections à l'énergie macroscopique, on obtient bien des barrières à deux bosses pour les noyaux lourds (fig.5 et 6). Les premiers calculs ont donné une hauteur trop grande pour le pic externe. Des calculs plus récents, qui introduisent des paramétrisations de la forme du noyau rompant les symétries axiales et par réflexion, arrivent à reproduire correctement la hauteur des deux pics. L'existence de noyaux superlourds est alors prédite.

Nörenberg et al (RN 69, NO 70 et 72) et Wilkins (WS 76), plus récemment, ont étudié l'interaction de deux fragments c'est-à-dire le processus de fission après le point de séparation. L'énergie potentielle inclut l'énergie due aux effets de couches et d'appariement de chaque fragment et une contribution de proximité décrivant l'interaction de ces deux fragments. Ils obtiennent alors une barrière de scission et montrent que cette barrière explique bien les distributions des moments angulaires et des masses des fragments obtenues expérimentalement.

Le pic externe de nos barrières à deux bosses ressemble beaucoup aux barrières de scission évoquées par Nörenberg. Aussi notre but est-il d'inclure les corrections microscopiques sur de telles formes et d'étudier la compatibilité de nos barrières avec les résultats expérimentaux.

Finalement, on peut signaler que des contributions de courbure conduisent aussi à des barrières à double bosse (HA 71) bien qu'elles agissent différemment: l'énergie de courbure tend à augmenter la hauteur des barrières alors que l'énergie de proximité les abaisse. Dans un contexte très différent, Berger et al (BG 81) ont obtenu aussi des barrières de scission dans un calcul purement microscopique (méthode d'Hartree-Fock-Bogolyubov).

b)Corrections microscopiques

Puisque la séquence de forme utilisée ne minimise pas complètement l'énergie, nous n'avons pas calculé les corrections de couches à l'aide de la méthode de Strutinsky mais simplement dans le cadre de l'approximation exponentielle proposée par Myers (MY 77, voir chap.I).

$$E_{couche} = E^{sphère}_{couche} (1-2\alpha^2) \exp(-\alpha^2) \qquad \text{(VI.1)}$$

où

$$\alpha^2 = (\delta R)^2 / a^2 \qquad \text{(VI.2)}$$

La distorsion αa est la déviation moyenne de la surface par rapport à la sphère. Cette quantité ne fait donc aucune discrimination entre les différents types de déformation. La valeur de la portée est 0.32 r_0 . Dans cette approche, les effets de couches ne jouent un rôle qu'au voisinage de l'état fondamental et pas au second point-selle. Même si dans nos barrières la forme de ce point-selle est deux sphères séparées, nous pensons que les effets de couches sont fortement diminués car ce sont des propriétés des nucléons de valence et les orbites de ces nucléons sont très perturbées par les forces de proximité nucléaire. En utilisant un modèle à particule indépendante avec corrélations de paires, Nörenberg a bien mis en évidence ce mélange et cette perturbation des états à une particule, causés par l'interaction entre les fragments. Ainsi, dès que la forme est crevassée, l'application des corrections de couches selon la méthode de Strutinsky semble surestimer ces effets de couches. Ceci pourrait changer les prédictions relatives aux noyaux superlourds.

c)Barrière à double bosse du noyau ^{240}Pu

Sur la figure 10, sont comparées les barrières calculées par Möller et Nix pour des formes allongées et celles obtenues en utilisant les lemniscatoïdes elliptiques. Le premier minimum

(état fondamental du noyau) a la même position et la même forme (quasi-ellipsoïdale) dans les deux études. Les pics externes ont la même hauteur mais ne correspondent pas à la même distance interfragments ($r/R_0 \simeq 1.3$ pour MN 74 et $r/R_0 \simeq 1.7$ dans ce travail). Il faut souligner que pour Möller et Nix, ce deuxième pic est dû aux effets de couches pour une configuration très allongée. Dans notre étude, cette barrière externe a une origine purement macroscopique et correspond à deux fragments sphériques séparés (pour une telle forme et pour ces fragments, les corrections dues aux effets de couches ne seraient que de 1 à 2 MeV).

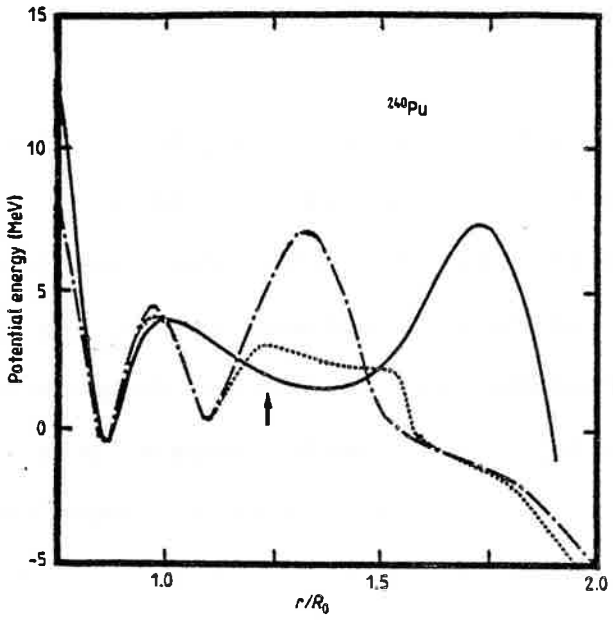


Fig. VI.10. Energie potentielle microscopique du noyau ^{240}Pu en fonction de r/R_0. Nos calculs (courbe pleine) sont comparés aux résultats de Möller et Nix (MN 74) pour des formes allongées ayant un plan de symétrie transversal (courbe : _ . _) et pour des formes asymétriques (ligne en pointillé).

La courbe en pointillé donnent les résultats obtenus par Möller et Nix en introduisant une coordonnée d'asymétrie de masse. Les résultats expérimentaux sont à peu près reproduits. Nous pouvons alors comparer les positions des deux minimums. Pour le moment quadrupolaire de l'état fondamental, on obtient Q=8.9 b (la valeur expérimentale est de 11.3+0.5 b) et pour le second minimum, Q=46.7 b (l'expérience donne à peu près 36 b pour l'état isomérique, voir BL 80). Ce dernier résultat est correct puisque le minimum se tient dans un puits très large et qu'une déformation de moment quadrupolaire Q=36 b correspond dans notre étude à la position indiquée par une flèche et ne se trouve qu'à 0.5 MeV au-dessus du minimum.

En résumé, on observe qu'il y a une certaine dégénérescence en énergie entre les formes allongées où l'énergie de proximité est négligeable et les formes compactes et crevassées où les effets de proximité sont très importants.

d)Evolution des barrières à double bosse en fonction de la masse

Le premier pic est essentiellement gouverné par les effets de couches, même si un pic de quelques MeV apparaît dans l'étude macroscopique. C'est donc l'écartement par rapport aux nombres magiques (voir chap.I) qui détermine la forme et la hauteur de ce point-selle au voisinage de la sphère.

Dans notre étude, le second point-selle évolue selon l'importance relative de la répulsion Coulombienne et de l'attraction nucléaire. Ces deux forces augmentent avec la masse mais la force électrique augmente beaucoup plus vite. En conséquence, la deuxième barrière s'affaisse régulièrement. Pour $A \simeq 250$, elle a la même hauteur que la barrière interne (fig.11 et 12) et le second minimum est au même niveau que l'état fondamental.

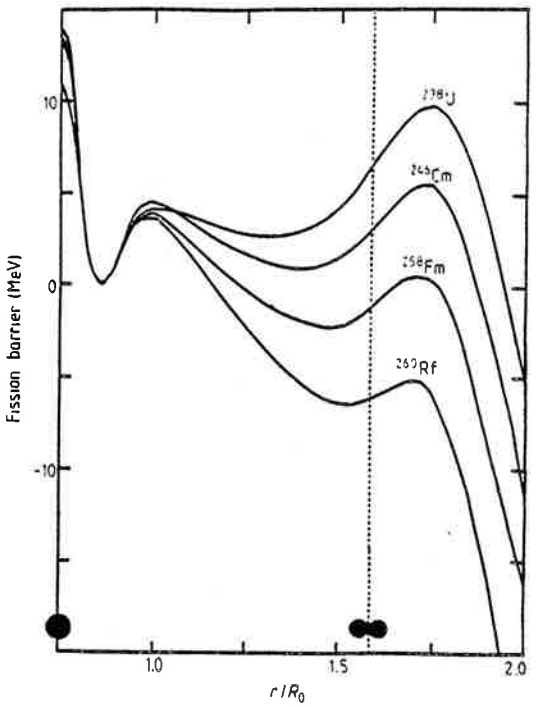


Fig. VI.11. Energie de déformation des noyaux ^{238}U, ^{246}Cm, ^{258}Fm et ^{260}Rf en fonction de la distance réduite r/R_0. La courbe en pointillé correspond à la séparation en deux fragments sphériques de même rayon.

Isotope	v_a Expt	v_a Theory	E_{II} Expt	E_{II} Theory	v_b Expt	v_b Theory
^{232}Th	5.8	3.7	≤ 4.5	2.9	6.2	11.2
^{234}Th	6.1	3.9		3.1	6.5	11.5
^{234}U	5.6	3.8		2.2	5.5	9.1
^{238}U	5.7	4.2	2.6	2.7	5.7	9.7
^{240}Pu	5.6	4.3	2.4	1.7	5.1	7.4
^{246}Cm	5.7	4.5		0.8	4.2	5.5

Table VI.1. Comparaison entre les caractéristiques expérimentales (BL 80) et théoriques des barrières de fission de six actinides. v_a et v_b et E_{II} sont respectivement la hauteur du 1^{er} pic, la hauteur du $2^{ème}$ pic et l'énergie du second minimum relativement à l'état fondamental (en MeV).

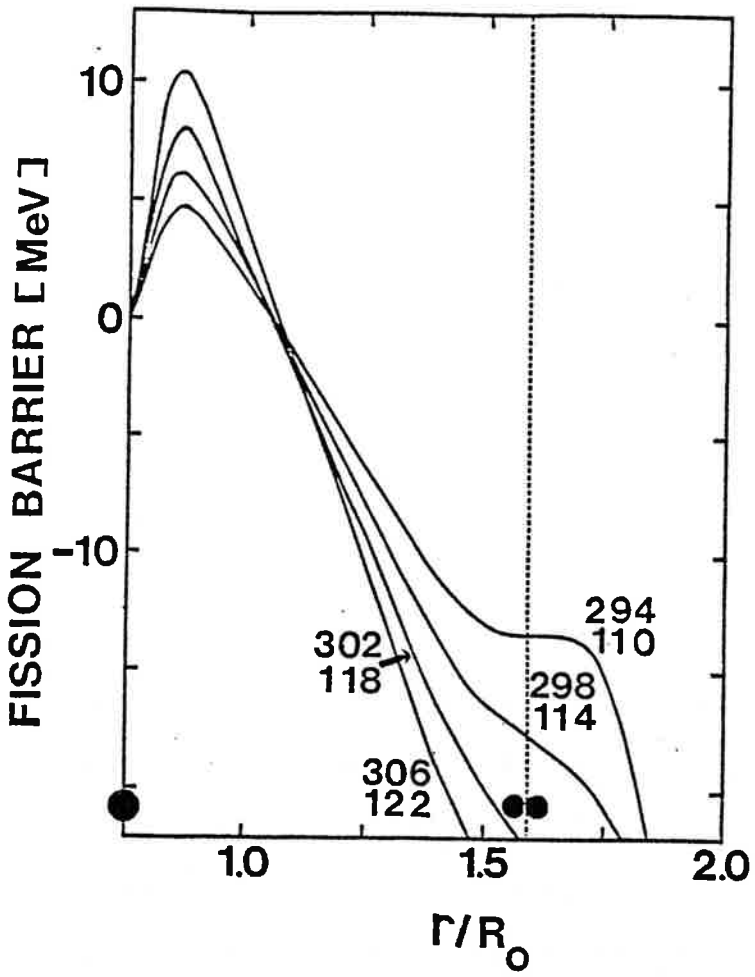


Fig. VI.12. Energie de déformation des noyaux superlourds $^{294}_{110}$SH, $^{298}_{114}$SH, $^{302}_{118}$SH et $^{306}_{122}$SH. Le pic externe macroscopique a complètement disparu.

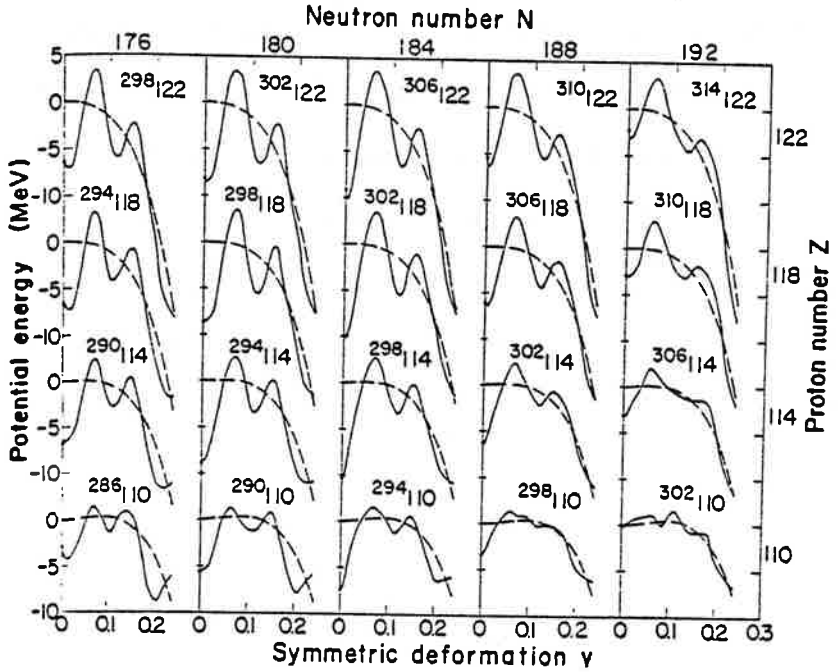


Fig. VI.13. Barrières de fission de noyaux superlourds calculées par Nix (NI 72) sur des formes allongées peu crevassées sans inclure l'énergie de proximité. La ligne en pointillé donne la contribution du modèle de la goutte liquide et celle en trait plein inclut les corrections de couches et d'appariement.

Pour Z $\gtrsim$105-110, le second pic disparaît. La connaissance de la nature de cette barrière externe est essentielle pour étudiée l'île ou la péninsule des noyaux superlourds dans le fond de la vallée de la stabilité β .

Dans notre étude, pour les noyaux superlourds, cette barrière a complètement disparu car la répulsion Coulombienne est bien plus forte que l'attraction nucléaire. De tels noyaux ne peuvent survivre que dans leur état fondamental, les états isomériques n'existant plus. Cette conclusion est complètement différente de celle qu'on obtient quand on considère des formes allongées (fig.13). Dans ce cas les deux pics subsistent et la barrière est beaucoup plus épaisse. L'introduction dans nos calculs des effets de couches au point-selle ne changerait rien à la situation car un seul pic de 2-3 MeV pourrait peut-être encore apparaître mais 20 MeV plus bas que le premier. Il serait donc complètement annihilé par la dynamique de la réaction. Si ces barrières représentent la réalité, l'espoir de former ou d'observer des noyaux superlourds est fortement réduit. Rappelons que le noyau le plus lourd détecté est un noyau de nombre de charge 109.

Les résultats théoriques et expérimentaux sont comparés dans la table 1 pour quelques actinides. La seconde barrière est trop haute pour les actinides légers mais les études de Strutinsky et Nix ont rencontré le même problème, avant de prendre en compte l'asymétrie. L'accord est satisfaisant autrement.

e)Moments d'inertie de l'état fondamental et des isomères

Dans la table 2, les différentes données des moments d'inertie sont examinées. Les calculs qui font l'hypothèse de moments d'inertie rigides ont toujours donné des résultats très éloignés des valeurs expérimentales. Il faut donc comparer les troisième et quatrième colonnes. On observe alors que les résultats sont

proches alors que les séquences de forme sont très différentes. Une autre comparaison peut être faite en considérant le noy- au ^{232}Th. Nous obtenons 587 Mev^{-1} pour le moment d'inertie au point-selle externe (deux sphères séparées). Pour un ellipsoïde dont les longueurs des axes ont un rapport de trois, le moment d'inertie vaut 568 MeV^{-1}. La valeur expérimentale correspondant au troisième minimum dans l'énergie potentielle est de 500 ± 25 MeV^{-1}. Comme pour les moments quadrupolaires, il y a donc encore une sorte de dégénérescence entre les deux séquences de forme.

Hamamoto (HA 75), en utilisant la base des oscillateurs harmoniques de Nilsson et en ajoutant un moment quadrupolaire dans les corrections d'appariement (terme de Migdal), a réussi à reproduire correctement ces moments d'inertie et a montré que la superfluidité est responsable de la forte réduction de la valeur du moment d'inertie (surtout au voisinage de la sphère).

Nucleus	Experiment (MeV^{-1})	Microscopic (MeV^{-1})	Rigid (MeV^{-1})	Our results (MeV^{-1})
^{231}Th isomer	520 ± 30	—	365	375
^{233}Th isomer	450 ± 50	—	370	380
^{236}U isomer	297 ± 1	324	378	408
^{238}U isomer	306 ± 3	—	384	414
^{239}Pu isomer	297 ± 10	—	387	442
^{240}Pu isomer	299.1 ± 0.3	332	390	445
^{236}U ground state	132 ± 0.5	131	274	263
^{240}Pu ground state	140 ± 0.5	150	283	271

Table VI.2. Comparaison des moments d'inertie $2J/\hbar^2$ théoriques et expérimentaux. Les valeurs expérimentales sont extraites de BL 80. Nos résultats doivent être comparés aux moments d'inertie rigides obtenus par Hamamoto (HA 75). Les moments obtenus en tenant compte des divers effets microscopiques sont aussi donnés par Hamamoto.

6.HAUTEUR DES BARRIERES DE FISSION

Les hauteurs des barrières de fission sont avec les masses des noyaux des données expérimentales essentielles. On sait que le modèle de la goutte liquide arrive à reproduire très précisément la masse de ces noyaux (voir SH 75 et MN 81). Il est donc fondamental de comparer les hauteurs de nos barrières avec les résultats expérimentaux et les prédictions d'autres modèles (tables 3 et 4 et fig.14). L'accord est très bon dans toute la gamme des noyaux connus. Plusieurs remarques peuvent être faites. La valeur des paramètres joue un rôle important, notamment celle du coefficient d'énergie de surface. Les résultats indiqués dans la table 3 ont été obtenus sur la même séquence de forme: les lemniscatoïdes elliptiques. Pour $A \gtrsim 160$ les différentes approches (MS 67, SH 75, MY 77, KN 79 et nos calculs) donnent à peu près les mêmes résultats. Les valeurs obtenues par Seeger et Howard sont légérement plus faibles, leurs paramètres ayant été ajustés sur des résultats expérimentaux plus anciens qui donnaient des hauteurs de barrières plus faibles de deux à trois MeV. Pour les noyaux de masse plus faible, les modèles de la goutte liquide (MS 67, SH 75) et de la gouttelette liquide (MY 77) donnent des barrières trop hautes de 10 à 20 MeV. Ces modèles n'incluent pas l'énergie de proximité.

Compound Nucleus	Experimental Barrier	Theoretical Barrier $a_s = 17.9439$ MeV $k_s = 2.6$, $r_0 = 1.2239$ fm	Theoretical Barrier $a_s = 24.7$ MeV $k_s = 4.0$, $r_0 = 1.16$ fm
$^{109}_{48}$Cd	34.0	40.8	73.8
$^{160}_{66}$Dy	27.4	33.9	69.2
$^{186}_{76}$Os	24.0	24.2	61.6
$^{198}_{80}$Hg	21.8	21.9	60.2
$^{212}_{84}$Po	19.7	21.4	58.5
$^{228}_{88}$Ra	8.1	9.9	46.3
$^{232}_{90}$Th	6.0	8.3	45.7
$^{234}_{92}$U	6.0	6.9	45.6
$^{240}_{94}$Pu	5.7	5.7	43.9
$^{246}_{96}$Cm	4.7	4.7	41.7

Table VI.3. Comparaison des hauteurs des barrières de fission expérimentales (d'après MN 81 et DV 82) et théoriques (avec inclusion des effets de couche) et influence des paramètres. Les troisième et quatrième colonnes correspondent respectivement aux paramètres utilisés dans notre étude et dans celle de Möller et Nix (MN 76). Pour les actinides, seule la hauteur du pic externe est prise en considération.

Compound nucleus	Experimental barrier (MeV)	Theoretical barriers (MeV)		
		Present study	Droplet model	Liquid-drop model
$^{149}_{63}$Eu	32.5 ± 2	33.7	40.4	—
$^{152}_{65}$Tb	29.0 ± 1	32.0	37.1	—
$^{157}_{67}$Ho	26.5 ± 2	31.3	34.5	—
$^{173}_{71}$Lu	27.1–31.5	30.0	30.4	28.5
$^{179}_{73}$Ta	25.4–29.2	27.9	27.1	26.8
$^{180}_{74}$W	23.9–28.7	26.7	25.6	—
$^{185}_{75}$Re	24.0–26.4	25.5	23.6	24.4
$^{191}_{77}$Ir	20.6–23.7	22.7	21.9	21.7
$^{195}_{79}$Au	18.6–21.6	21.1	20.9	—
$^{201}_{81}$Tl	19.5–23.5	22.8	21.3	20.2
$^{206}_{82}$Pb	26.0–26.8	25.4	23.0	—
$^{209}_{83}$Bi	21.9–25.5	25.0	22.4	21.7
$^{213}_{85}$At	14.3–17.2	19.5	16.9	16.7
$^{216}_{86}$Rn	13.1 ± 1.0	16.1	13.5	—
$^{226}_{89}$Ac	8.0	9.0	5.3	—
$^{238}_{92}$U	5.1–5.8	7.0	4.9	6.2
$^{244}_{94}$Pu	5.4 ± 0.3	5.7	4.6	5.4
$^{242}_{95}$Am	6.4	5.2	4.4	5.5
$^{250}_{97}$Bk	5.8	4.2	4.1	—
$^{253}_{98}$Cf	5.3 ± 0.3	3.7	3.9	5.0

Table VI.4. Comparaison entre les hauteurs des barrières de fission expérimentales (DV 82, les valeurs extrêmes sont indiquées) et les résultats théoriques.

L'introduction d'une contribution de proximité dans les calculs plus récents (KN 79, RR 84 a et b voir fig.14 et table 4) a permis d'abaisser les barrières d'une dizaine de MeV et donc de se rapprocher sensiblement des résultats expérimentaux. Prenons comme exemple le noyau ^{109}Cd pour lequel les effets de couches sont faibles. La hauteur de la barrière est, expérimentalement de

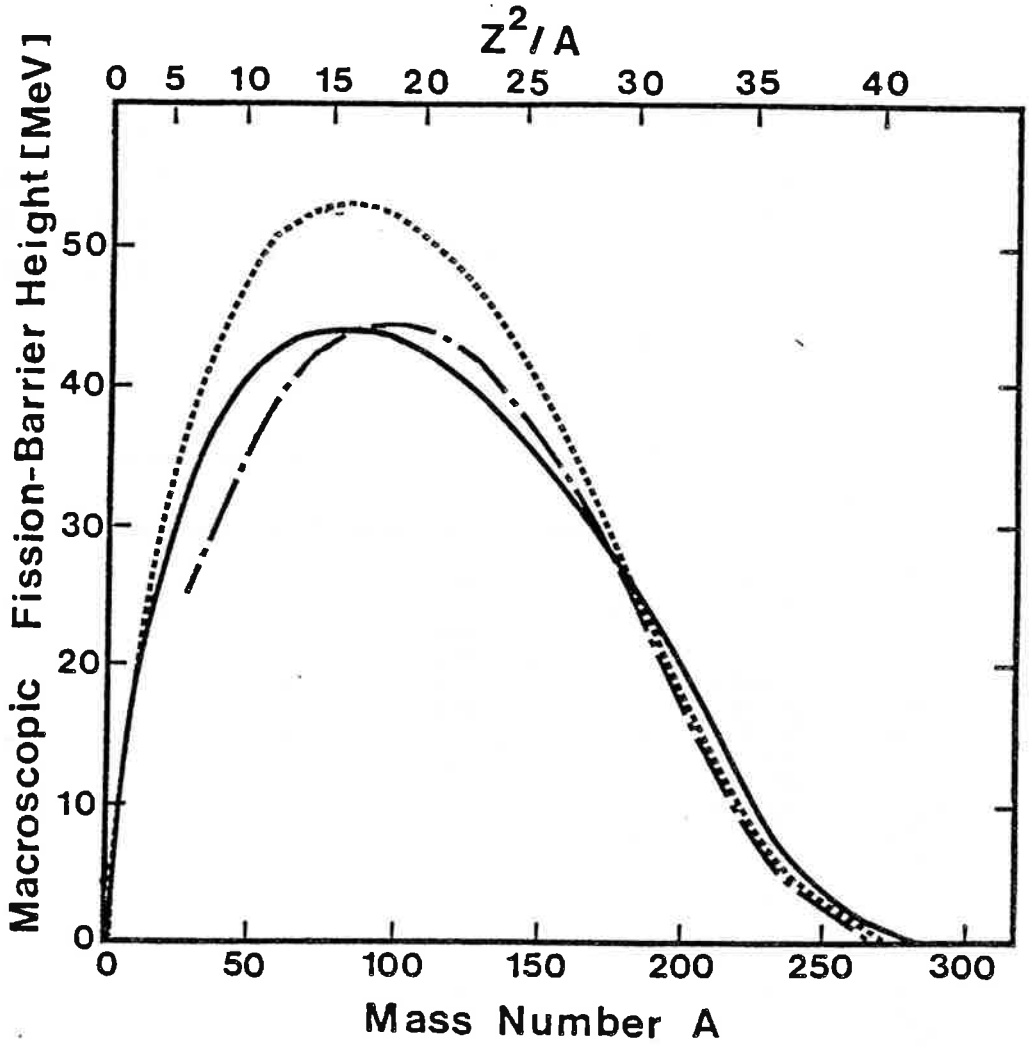


Fig. VI.14. Hauteurs des barrières de fission macroscopiques des noyaux β-stables. La courbe en pointillé indique les prédictions du modèle de la goutte liquide de Myers et Swiatecki (MS 67). Les lignes discontinues (– . –) et en trait plein sont obtenues respectivement dans le cadre du modèle de Krappe et al (KN 79) et du nôtre.

34 MeV. Nos calculs donnent 40.8 MeV, valeur très proche de celle obtenue par Möller et Nix: 41 MeV (ils obtiennent finalement 37.5 MeV après avoir ajusté a_s, k_s et les effets de couches). Dans cette région, le modèle de la goutte liquide pure donne des barrières trop hautes de 15 MeV et le modèle de la gouttelette liquide diverge encore plus. Ainsi, il semble que l'argument souvent avancé de la trop simple dépendance en asymétrie du terme de surface ne soit pas l'unique raison de cet écart avec les résultats expérimentaux. Néanmoins, nous avons testé toutes les améliorations proposées (HA 71, DV 82, SH 75) pour mieux prendre en compte cette asymétrie de surface (excès de neutrons). Elles abaissent toutes, effectivement, les hauteurs de barrières des noyaux moyens de quelques MeV, ce qui rapproche encore des résultats expérimentaux.

En conclusion, l'introduction de l'énergie de proximité dans le modèle de la goutte liquide permet de mieux reproduire les hauteurs des barrières de fission des noyaux légers et moyens.

7.MOMENT ANGULAIRE CRITIQUE

La barrière de fission d'un noyau en rotation est moins haute que la barrière de fission d'un noyau au repos. En effet, pour un moment angulaire donné, le moment d'inertie augmente avec la distance entre les centres de masse des fragments et l'énergie cinétique diminue (fig.15). A partir d'un certain moment angulaire, noté $l_{\beta f}$, la barrière de fission n'admet plus de minimum et le noyau ne peut plus supporter l'énergie cinétique correspondante. La valeur expérimentale de $l_{\beta f}$ est très incertainte puisqu'une telle énergie cinétique de rotation ne peut être communiquée au noyau que dans des réactions entre ions lourds à basse énergie (conduisant à la fusion) et que l'état initial du système est très mal défini. C'est dans ces conditions que se fait la

comparaison entre le moment angulaire critique l_{cr} (moment angulaire maximum conduisant à la fusion) et le moment $l_{\beta f}$. l_{cr} est déterminé à l'aide des sections efficaces de fusion (chap.IV). L'incertitude est grande et dépend du modèle considéré.

Sur la figure 16, les valeurs obtenues pour $l_{\beta f}$ dans nos calculs sont comparées avec les prédictions de Broglia et al (BD 80) et de Cohen et al (CP 74). Nous montrons que, pour les noyaux moyens, il est possible d'avoir à la fois de plus grands moments angulaires maximums $l_{\beta f}$ et de plus basses barrières de fission. Ceci est spécifique à la séquence de forme utilisée. Le point-selle correspond à de grandes valeurs du moment d'inertie et les forces centrifuges ne peuvent supprimer la poche de potentiel que pour de grands moments angulaires.

Les valeurs de l_{cr} et $l_{\beta f}$ sont comparées dans la table 5. Cohen et al (CP 74) utilisent les formes usuelles allongées: pour certaines réactions on a: $l_{cr} > l_{\beta f}$. Dans notre étude les valeurs de $l_{\beta f}$ et l_{cr} sont comparables. Néanmoins, pour certaines réactions, les valeurs de l_{cr} sont encore plus élevées que les valeurs de $l_{\beta f}$. Ce phénomène important a été expliqué dans le cadre du modèle de la fission rapide (GR 82, GN 82 a et b, SW 82, NG 83). Ce modèle prédit des événements de quasi-fission qui correspondent au second minimum ($Z^2/A > 34$) de notre barrière de fission. Les deux fragments peuvent en effet fusionner dans cette poche de potentiel externe, donnant naissance à un état métastable qui fissionne rapidement.

Pour étudier la péninsule des noyaux superlourds, il est fondamental de connaitre le moment angulaire $l_{\beta f}$ que ces systèmes peuvent supporter. Bien que les effets de couches soient la seule explication à l'existence éventuelle de ces noyaux superlourds, ils sont souvent négligés dans les études de fusion nucléaire.

	Compound nucleus	l_{cr}	l_{Bf} Cohen *et al* (1974)	l_{Bf} Diebel *et al* (1981)	l_{Bf} Present study
Heavy	$^{147}_{65}$Tb	150	80	—	120
	$^{161}_{69}$Tm	131	96	—	129
	$^{158}_{68}$Er	75	95	—	126
	$^{205}_{85}$At	147	78	—	135
Superheavy	$^{270}_{110}$SH	68	—	140	103
	$^{298}_{114}$SH	—	—	184	200
	$^{322}_{128}$SH	< 20	—	200	122

Table VI.5. Comparaison entre le moment angulaire critique ℓ_{cr} déduit des réactions de fusion et la valeur maximale théorique ℓ_{Bf} du moment angulaire qu'un noyau est capable de supporter sans se fragmenter. Les valeurs de ℓ_{cr} sont données par Grégoire et al (GN 82b) et Lefort (LE 74).

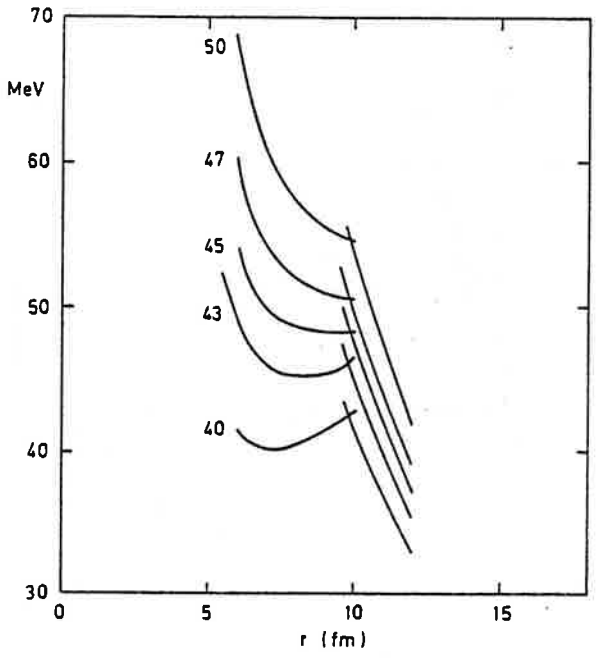


Fig. VI.15. Barrières de fission du noyau ^{52}Cr pour différentes valeurs du moment angulaire ℓ. Le moment angulaire maximum ℓ_{Bf} est à peu près égal à 45 (d'après Broglia et al, BD 80).

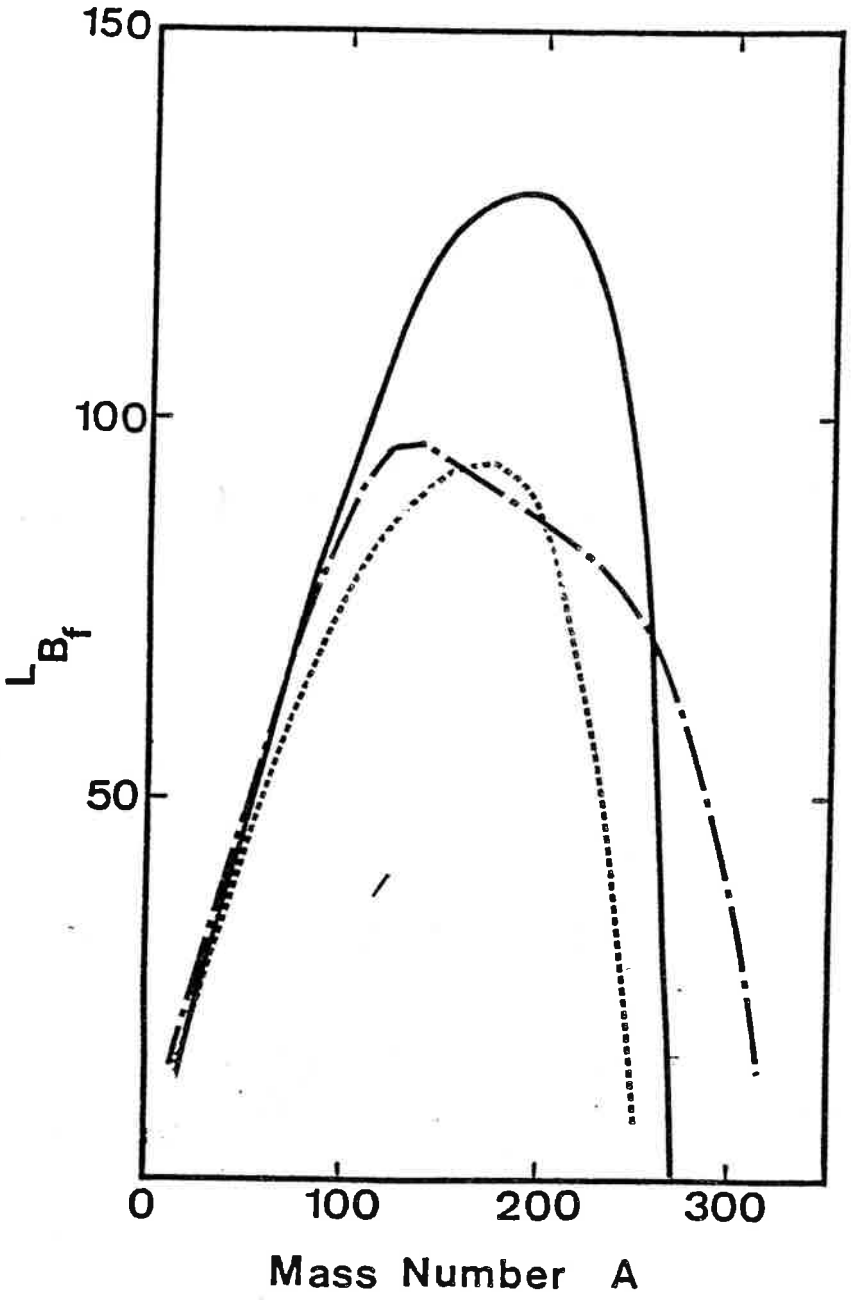


Fig. VI.16. Moment angulaire maximum ℓ_{Bf} (en unité $\hbar$) pour les noyaux β stables. Nos résultats (courbe pleine) sont comparés avec les calculs de Broglia et al (ligne en pointillé, BD 80) et ceux de Cohen et al (—·—, CP 74).

Dans la table 5, nous montrons que les calculs utilisant les corrections de couches selon Myers donnent des résultats similaires à ceux obtenus par des calculs microscopiques très élaborés (DA 81). Il est surprenant de constater que les noyaux superlourds sont capables de supporter de très grands moments angulaires. Cela vient, en fait, de leur grande inertie. Malheureusement, dans les réactions de fusion, la fenêtre en l est très étroite car les effets de couches diminuent rapidement quand $T \neq 0$ (DA 81). Pour les systèmes superlourds, les valeurs de l_{cr} déduites des sections efficaces sont discutables car on sait maintenant que pour de tels systèmes les effets dynamiques (voir chap.IV) sont très importants et que l'approche statique des sections efficaces n'est plus suffisante.

8.SCISSION ET ENERGIE CINETIQUE DE TRANSLATION

La transition du dernier point-selle au point de scission est un processus encore mal connu. Le noyau récupère une quantité d'énergie importante (40 MeV selon Nix, NI 69Q). La question est de savoir si cette énergie récupérée se distribue de façon statistique entre tous les degrés de liberté individuels ou collectifs ou si certains degrés de liberté sont privilégiés. Les données expérimentales n'ont pas encore permis d'obtenir une réponse définitive car les paramètres essentiels tels que l'énergie cinétique des fragments, les énergies collective et intrinsèque des deux fragments à l'instant de la scission ne sont pas des quantités directement observables.

Nix (NI 69Q) a étudié cette transition du point-selle au point de scission dans le cadre d'un modèle adiabatique tandis que Fong (FO 56) a développé un modèle statistique à deux corps. Ces deux études ne tiennent pas compte de l'énergie de proximité. Plus récemment, Norenberg (NO 72) et Wilkins et al (WS 76) ont

introduit ces forces de proximité dans des modèles "moléculaires" à deux corps. Ces modèles ont été largement comparés et expliqués par Leroux et al (LB 80) et Caïtucoli (CA 85).

a)Modèle adiabatique de Nix

Dans ce modèle, on suppose que les modifications subies par le noyau sont suffisamment lentes pour que les nucléons puissent s'adapter au cours de la transformation de manière à toujours rester sur les orbites d'énergies les plus basses. Dans cette hypothèse, le degré de liberté collectif associé à la fission n'est couplé ni aux degrés de liberté intrinsèques du noyau (excitation de quasi-particules), ni aux autres degrés de liberté collectifs (élongation, vibration, rotation,...). Cela suppose qu'il n'y ait pas de viscosité nucléaire.

Nix se place dans le cadre du modèle de la goutte liquide (deux termes: l'un de surface, l'autre Coulombien) et d'un fluide non visqueux irrotationnel. Le temps mis par le système pour aller du point-selle au point de scission est alors une fonction croissante du paramètre de fissilité ($x \simeq Z^2/50\ A$). Pour des nuclides légers ($x < 0.6$), la configuration au point de scission est proche de celle au point-selle et on s'attend à une division en masse symétrique. C'est ce qui est, effectivement, observé expérimentalement. Par contre pour la fission des noyaux lourds, les résultats montrent une distribution en masse non symétrique. Cette asymétrie est due aux effets de couches et ne peut être reproduite par ce modèle puisqu'il n'y a pas de terme de potentiel de particule indépendante dans l'Hamiltonien.

Dans ce modèle, toute l'énergie potentielle disponible entre le point-selle et le point de scission est absorbée par le mode d'élongation et est convertie en énergie cinétique de pré-scission. Ceci conduit à des configurations de scission extrêmement

allongées. L'introduction d'une viscosité nucléaire à deux corps permet de mieux reproduire les énergies cinétiques des fragments mais les formes nucléaires à la scission sont encore plus allongées.

b)Modèle statistique de Fong

Dans ce modèle, on suppose un couplage fort entre tous les degrés de liberté du noyau (fort couplage entre les degrés de liberté collectifs et viscosité nucléaire importante) de telle sorte qu'il y ait un équilibre statistique au point de scission. L'énergie cinétique de pré-scission est alors très faible (de l'ordre de 0.5 MeV) et la probabilité de fission est proportionnelle à la densité d'états des deux fragments accolés. Ce modèle est presque déjà un modèle à deux corps alors que, pourtant, l'énergie de proximité n'est pas introduite. Les effets de couches dans les fragments naissants sont effectivement calculés. Ce modèle fut le premier à produire des distributions en masse à deux bosses caractéristiques de la fission asymétrique des actinides. Il a aussi permis de rendre compte de nombreuses autres propriétés de la fission telles que la charge la plus probable pour un rapport de masse particulier, la distribution des neutrons prompts ainsi que le rendement en masse de la fission spontanée.

c)Modèle moléculaire de Nörenberg

Nörenberg (NO 72) a proposé un modèle faisant la synthèse des hypothèses statistique et adiabatique. Ce modèle repose sur une sélection parmi les états possibles de ceux qui jouent un rôle déterminant dans le phénomène de la fission. Le couplage entre les degrés collectifs du noyau est assez fort pour assurer leur équilibre statistique (caractérisé par une température col-

lective T_{coll}) tandis que le couplage entre les états collectifs et individuels est beaucoup plus faible (faible viscosité nucléaire) conduisant à une énergie cinétique de pré-scission de quelques MeV.

La configuration de scission est étudiée dans le cadre d'un modèle moléculaire (deux fragments maintenus en présence par les forces de proximité qui s'opposent à la répulsion Coulombienne) avec corrections de couches (selon la méthode de strutinsky) et d'appariement. Ce modèle est à deux paramètres: l'un est la distance entre les centres de masse des fragments et l'autre le rapport des masses des deux fragments. La prédiction essentielle de ce modèle est l'existence d'une barrière de scission correspondant à deux fragments séparés. Nörenberg montre qu'à ce point-selle, les effets des forces Coulombiennes et de proximité se compensent et que les déformations (par rapport à la sphère) sont très faibles. Ceci est un argument très fort en faveur de nos propres barrières. Le second pic de nos barrières à deux bosses a la même nature que la barrière de scission évoquée par Nörenberg. De plus, il montre que notre approximation de fragments sphériques est correcte en première approximation, au moins au voisinage du sommet de la barrière.

Ce modèle a permis d'expliquer la probabilité relative de la fission symétrique par rapport à la fission asymétrique. En effet, l'énergie moyenne des quasi-particules excitées est plus élevée dans le cas de la fission asymétrique. Il s'ensuit que le rendement en masse symétrique croît, alors que celui des masses asymétriques décroît, quand l'énergie d'excitation augmente; ce qui est en accord complet avec les données expérimentales.

Du fait qu'un équilibre statistique est supposé établi à la scission, l'énergie cinétique des fragments est l'énergie Coulom-

bienne à la scission. Elle dépend donc essentiellement de la distance qui sépare les centres de charge des deux fragments. Cette distance est fonction de la déformation des fragments (c'est-à-dire du nombre de quasi-particules excitées). Au voisinage des nombres magiques (N=82, Z=50), les fragments sont très déformés, ce qui explique que l'énergie cinétique moyenne des fragments dans les fragmentations asymétriques en masse soit une fonction décroissante de l'énergie d'excitation du noyau composé. En revanche, dans la fission symétrique, l'énergie cinétique des fragments est pratiquement indépendante de l'énergie d'excitation du noyau fissionnant.

Les limites et les prolongements possibles de notre travail apparaissent alors. La déformation des fragments qui semblent avoir lieu après le passage de la barrière de scission n'est pas prise en compte dans notre modèle. Si l'hypothèse des fragments sphériques semble justifiée autour de la barrière de scission, elle n'est plus très valable après car la répulsion Coulombienne est bien plus forte que l'attraction nucléaire qui devient négligeable. De plus, si les effets de couches sont très atténués par les forces de proximité au niveau de la barrière, ces effets de couches réapparaissent plus loin quand les forces de proximité ne jouent plus un grand rôle.

d)Modèle de scission de Wilkins et al

Ce modèle statistique(WS 76) a de nombreux points communs avec le modèle de Nörenberg. L'hypothèse de base est que les distributions des fragments de fission sont déterminées au voisinage de la scission à partir de l'énergie des deux fragments naissants (deux sphéroïdes coaxiaux caractérisés par des déformations quadrupôlaires). Cette énergie potentielle totale est la somme de l'énergie du modèle de la goutte liquide (avec des

termes d'appariement et de couches) pour chaque sphéroïde et des énergies Coulombienne et de proximité décrivant l'interaction entre les fragments. Une température collective T_{coll} caractérise l'équilibre quasi-statistique des degrés de liberté collectifs et une température intrinsèque T_{int} permet de déterminer la populations des états de particules indépendantes. Dans l'hypothèse d'un couplage fort entre les degrés de liberté collectifs et d'un couplage faible entre degrés collectifs et intrinsèques, Wilkins et al arrivent à T_{coll} =1 MeV et T_{int} =0.75 MeV. La distance entre les extrémités des sphéroïdes est fixée à 1.4 fm. Ces trois valeurs sont considérées comme des constantes ne dépendant pas des noyaux fissionnants.

Ce modèle reproduit de nombreuses observables du processus de fission: distributions en masse, en charge, en énergie cinétique,... Ceci conduit à penser qu'au cours de la transition du point-selle au point de scission la dynamique du processus ne joue pas un rôle de première importance.

e)Contribution à l'étude de la scission et de l'énergie cinétique de translation

Les conclusions de Nörenberg nous permettent de penser que nos barrières de scission (fragments sphériques séparés) sont une approximation correcte de la barrière réelle, au moins au sommet de cette barrière. Nous pouvons donc en tirer quelques renseignements. Pour le point-selle, la distance d entre les surfaces des fragments est reliée à la masse du noyau composé (pour A > 100 et des noyaux β-stables) par:

$$d = -0.00647A + 2.587 \quad fm \qquad (VI.3)$$

Pour le noyau ^{240}Pu, Nörenberg prédit une distance de 1.2 fm au point-selle; nous obtenons 1.05 fm. L'énergie de proximité au

point-selle est encore très importante pour ces noyaux: $\simeq$ 18 MeV.

La définition du point de scission est plus complexe. Comme nous l'avons vu, deux approches très différentes sont possibles. Dans le modèle de la goutte liquide (MS 67, NI 69a) ou même dans l'étude plus récente de Sierk et Nix (SN 77: l'énergie de proximité est calculée sur des formes très allongées et avec des paramètres très différents), le point de scission est le point de rupture du pont de matière entre les fragments.

Dans notre étude, la fragmentation du noyau composé se fait avant que la barrière externe ne soit franchie .Une telle définition n'est alors plus possible. La seule position précise qui est donnée est la position du maximum de la barrière. Il est tentant de définir le point de scission comme étant ce point-selle; c'est ce qu'a fait Nörenberg. En fait, à ce point-selle, l'énergie de proximité atteint encore 15-20 MeV et la scission n'est pas encore réalisée. Une telle définition conduit d'ailleurs à une énergie cinétique des fragments trop élevée.

Une manière plus réaliste de définir ce point de scission est de considérer que la scission est effectuée quand les forces de proximité sont négligeables. Ainsi le point de scission est bien plus bas que le point-selle. Seulement, sa position est beaucoup plus difficile à définir car la pente de l'énergie de déformation est alors grande et l'énergie de proximité tend lentement vers zéro. Wilkins et al ont défini cette position par une distance de 1.4 fm entre les extrémités des fragments; Moreau et al (MH 83a) ont pris 1.5 fm. Cette distance d dépend fortement (table.6) de la valeur de l'énergie de proximité nucléaire choisie pour définir ce point de scission. Par contre, elle dépend peu de la masse du noyau fissionnant (contrairement à la position du point-selle: d = 1.3 fm pour ^{195}Au et 0.9 fm pour ^{258}Fm). Il semble que la valeur: d = 2 fm suggérée en conclusion par Wilkins

et al soit beaucoup plus réaliste et soit une valeur minimale.

COMPOUND NUCLEUS / E_N^* (MeV)	^{195}Au	^{258}Fm
7	1.8	1.9
6	1.9	2.0
5	2.0	2.15
4	2.2	2.3
3	2.4	2.5
2	2.7	2.8
1	3.2	3.3

Table VI.6. Distance (en fm) entre les surfaces des deux fragments au point de scission, en fonction de l'énergie de proximité nucléaire E_N choisie pour définir ce point de scission ; ceci pour les deux noyaux ^{195}Au et ^{258}Fm.

Sur la figure 17, nos calculs sont comparés avec les données expérimentales et les résultats théoriques de Swiatecki. La courbe en trait plein est obtenue en supposant que l'énergie potentielle est convertie en énergie cinétique quand l'interaction nucléaire est inférieure à 0.5 MeV. Ceci revient à se placer dans les hypothèses suivantes: faible viscosité nucléaire, couplage fort entre les degrés de liberté collectifs pour assurer l'équilibre statistique au point de scission et une faible énergie cinétique de pré-scission. Ce sont les hypothèses de Nörenberg et de Wilkins et al qui semblent corroborées par l'expérience (LB 80, CA 85).

Pour les systèmes lourds, l'énergie obtenue est trop élevée de 20 à 30 MeV. L'introduction de l'énergie emmagasinée par les modes collectifs: vibration, rotation et polarisation de charge,

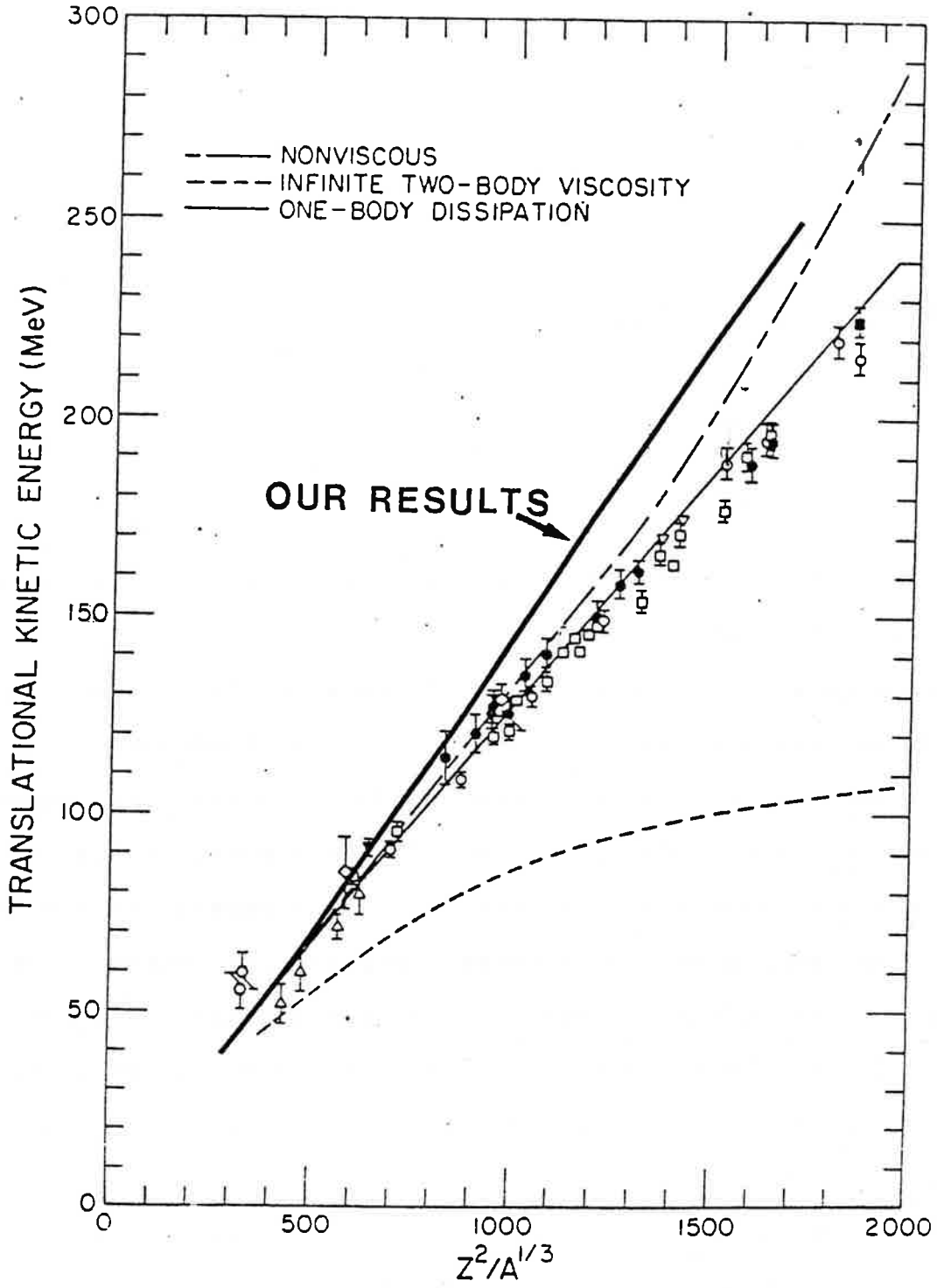


Fig. VI.17. Comparaison des énergies cinétiques de translation expérimentales et théoriques en fonction de $Z^2/A^{1/3}$ (d'après Swiatecki SW 79). Dans nos calculs l'énergie cinétique de translation est l'énergie au point de scission relativement à l'énergie des deux fragments infiniment séparés.

réduirait cet écart. Comme l'ont clairement démontré Wilkins et al et Nörenberg, c'est surtout l'introduction des déformations (par rapport à la sphère) des fragments au voisinage du point de scission qui permettent d'obtenir des résultats très proches des résultats expérimentaux.

9.EVENEMENTS DE FISSION FROIDE

Pour les actinides, certaines fragmentations conduisent à une énergie cinétique totale voisine de la chaleur de réaction (événements de fission froide). Le système reste donc froid au cours du processus, ce qui signifie que l'on doit passer d'une configuration de pré-scission dans laquelle les fragments naissants sont déformés mais forment encore un seul corps à une configuration post-scission dans laquelle les fragments ont des déformations identiques à celles de l'état fondamental dès que la distance entre les fragments excède la portée des forces nucléaires (SM 81, CA 85, CL 86). Ces événements de fission froide pourraient tout à fait correspondre à un passage du pic externe de nos barrières à deux bosses (fig.11) par effet tunnel. Un noyau très déformé en équilibre métastable dans le second puits traverserait alors cette barrière pour en sortir au voisinage du point de scission avec une énergie d'excitation très faible. De tels événements purement quantiques auraient une probabilité faible de se produire (comme l'expérience le montre) et ne seraient possibles que pour des barrières peu hautes, c'est-à-dire pour des noyaux lourds.

Une telle explication a de nombreux points communs avec celle proposée par Berger et al (BG 81 et 84) après avoir étudié la surface d'énergie potentielle à l'aide de la méthode Hartree-Fock-Bogolyubov (fig.18). Il apparaît nettement deux vallées: une vallée traditionnellement appelée la vallée de fission correspon-

dant à des formes allongées (peu d'énergie de proximité) et une autre plus basse, la vallée de fusion correspondant à des fragments séparés, sphériques en première approximation. La pente de la vallée de fusion est plus abrupte que celle de la vallée de fission. Pour de faibles élongations ($Q_{20} \lesssim 260$ barns, ce qui est proche de la sphère), le fond de la vallée de fusion est plus élevé que celui de la vallée de fission. Au-delà de $Q \simeq 260$ barns la vallée de fusion se situe en-dessous de la vallée de fission.

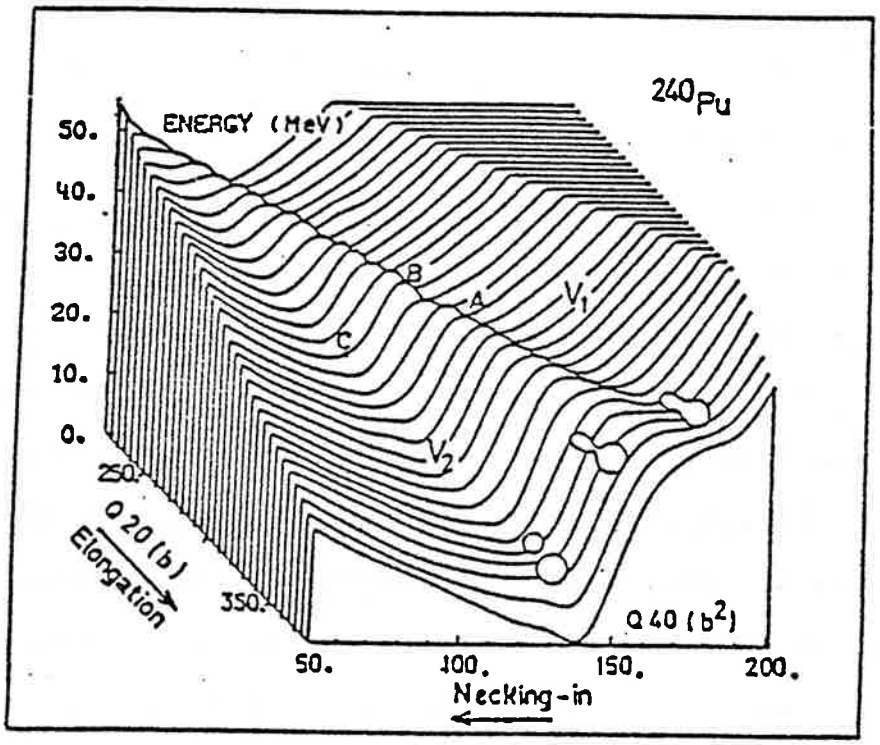


Fig. VI.18. Surface d'énergie potentielle du ^{240}Pu en fonction de l'élongation $< Q_{20} >$ et du paramètre de col $< Q_{40} >$ dans la région de scission.

Si on suit le chemin minimisant l'énergie totale, on obtient une barrière à une dimension assez voisine de la nôtre. Les événements de fission froide correspondent à des événements qui franchissent la barrière de scission très tôt, donc, pour de

faibles élongations du système fissionnant. Il en résulte que ces événements de fission ont une énergie cinétique plus élevée et une énergie d'excitation très faible.

Finalement, signalons que Hasse, Asghar et al (HT 83,AH 84 et BS 85) proposent une explication de la fission froide similaire à celle de Berger et al. En introduisant un terme de courbure dans le modèle de la goutte liquide, ils arrivent à aplatir la surface d'énergie potentielle et à favoriser les effets de passage sous les barrières.

10.CONCLUSION

Le chemin de fission à travers des formes compactes et crevassées a été étudié. La structure de la barrière de fission est différente de celle obtenue en étudiant des formes allongées car les forces de proximité jouent un rôle très important. La barrière de fission est une barrière de scission puisque la rupture entre les fragments a lieu avant que la barrière ne soit franchie. Pour les noyaux lourds, apparaît une barrière à deux bosses. Le premier pic, près de la sphère, est dû aux effets de couches. Le second point-selle résulte de la balance entre les forces de proximité attractives et les forces Coulombiennes répulsives. Les effets de couches sont très atténués par les forces de proximité au voisinage de ce second pic. Il en résulte que celui-ci disparaît, pour les noyaux superlourds.

De telles barrières de fission sont compatibles avec la plupart des résultats expérimentaux. Les hauteurs des barrières de fission sont très bien reproduites. Nörenberg et Wilkins et al ont montré que de telles barrières donnent des énergies cinétiques correctes si on prend en compte les déformations au point de scission. L'introduction des forces de proximité conduit à quelques conclusions nouvelles:

* diminution des hauteurs des barrières de fission des noyaux moyens

* augmentation du moment angulaire maximum qu'un noyau peut supporter sans fissionner.

* nouvelle définition du point de scission.

* possibilité d'événements de quasi-fission et de fission froide.

Ces résultats vont dans le sens des données expérimentales récentes et apportent quelques éléments de réponse à certains problèmes non encore résolus.

Il semble qu'il y ait une dégénérescence entre l'énergie des formes allongées et l'énergie des formes compactes et crevassées quand on tient compte de l'effet des forces de proximité. Cette même dégénérescence a été aussi observée en fusion (voir chap.IV et RR 85).

Finalement, les chemins de fission et de fusion ne sont peut-être pas très différents mais les noyaux ne les abordent pas de la même manière. La fission est un processus de descente vers la scission qui s'effectue lentement et qui dissipe peu d'énergie alors que la fusion est un phénomène rapide où les noyaux dépensent de l'énergie pour monter jusqu'à l'état fondamental du noyau composé.

CHAPITRE VII

FISSION TERNAIRE

1. INTRODUCTION

Les possibilités offertes aux physiciens par les nouveaux accélérateurs ainsi que la question toujours en suspens de la production éventuelle de noyaux superlourds ont renouvelé l'intérêt de connaître plus précisément la vallée de la fission ternaire symétrique (DG 74, FG 77, WM 84a, WM 84b, WD 85, CS 86 et MN 76). Déjà en 1958, Swiatecki (SW 58) calculait que pour les noyaux lourds, l'énergie libérée dans la fission ternaire était plus grande que dans la fission binaire. De plus, plusieurs expériences (FP 66, PS 69, KA 67) ont clairement mis en évidence la fission de noyaux en trois fragments de masse comparable. La probabilité de tels événements est de l'ordre de 0.03 (relativement aux événements de fission binaire). Par contre, dans la réaction $^{238}U + ^{238}U \rightarrow ^{476}_{184}Sh$, des événements de fission ternaire étaient attendus mais n'ont pas été observés jusqu'à présent (HF 77, SK 78, KR 83).

Rappelons les données actuelles à prendre en considération pour essayer d'apporter une contribution à notre connaissance du phénomène de fission ternaire:

* Les modèles microscopiques (méthodes d'Hartree-Fock-Bogolyubov, d'Hartree-Fock dépendant du temps, de Thomas-Fermi généralisée ou semi-classique(TK 85, BG 85, BB 85, TB 84, BQ 85, BB 80, BG 84, ND 85)) ne permettent pas de reproduire, pour l'instant, les barrières de fission d'une façon simple et valable dans toute la gamme des noyaux connus.

* Les collisions entre ions lourds aux énergies intermédiaires et les réactions de fusion à basse énergie ont clairement montré la nécessité de prendre en compte les effets de proximité nucléaire.

* La tendance générale des travaux récents (BG 84, HT 83, RR 84a, RR 84b) est de conclure que la fission conduit à des fragments moins déformés et allongés que ceux qui avaient été prédits il y a plus longtemps (CS 63, SL 63).

* De nombreux travaux ont déjà cherché à minimiser la somme des énergies Coulombienne et de surface en étudiant toutes les configurations de déformation possibles (DG 74, FG 77, WM 84a, WM 84b, WD 85).

Dans cette étude, notre but n'est donc pas d'étudier toute la vallée de la fission ternaire symétrique mais plutôt d'examiner le chemin de fission à travers des formes compactes et crevassées en prenant en compte les forces de proximité dans le modèle de la goutte liquide.

La séquence de forme définie au paragraphe III pour décrire la fission binaire symétrique a été généralisée au cas ternaire.

2.SEQUENCE DE FORME

Dans le cas binaire, il est commode de définir les lemniscatoïdes elliptiques en coordonnées polaires car le plan contenant le col entre les fragments est un plan de symétrie. Dans le cas ternaire, cette symétrie est brisée et il est préférable de définir alors la séquence de forme en coordonnées cartésiennes (RR 82, MR 86).

Dans le premier quadrant, la forme (fig.1) est définie par:

$$x^2 = 0.5\left(a^2 - 2(z-d)^2 + \sqrt{a^4 + 4(z-d)^2(c^2-a^2)}\right) \qquad \text{(VII.1)}$$

où a est le rayon du col et c la demi-élongation du système dans le cas binaire. Comme dans le modèle de la goutte liquide, le volume est supposé constant durant la déformation. L'unique paramètre s = a / c sans dimension est alors suffisant pour définir entièrement la forme (fig.2). La distance d donne la position du

col relativement à l'axe des x.

$$d = 0.5c\sqrt{\frac{1-2s^2}{1-s^2}} \qquad \text{pour} \qquad 0 \leqslant s < 0.5\sqrt{2}$$

(VII.2)

$$d = 0 \qquad \text{pour} \quad 0.5\sqrt{2} \leqslant s \leqslant 1$$

h_{max} représente le maximum de la distance radiale transversale.

$$h_{max} = 0.5c/\sqrt{1-s^2} \qquad \text{pour} \qquad 0 \leqslant s < 0.5\sqrt{2}$$

(VII.3)

$$h_{max} = a \qquad \text{pour} \quad 0.5\sqrt{2} \leqslant s \leqslant 1$$

Quand s diminue de 1 à 0, le solide associé se déforme progressivement et deux cols profonds apparaissent.
L'intérêt d'une telle séquence de forme est qu'elle permet d'obtenir des formules analytiques pour toutes les fonctions qui dépendent de la forme (sauf pour la fonction Coulombienne évidemment). Le volume est donné par:

$$V = \frac{4}{3}\pi R_o^3 = \frac{\pi c^3}{12}\left\{4 + 6s^2 + g(\alpha) + \frac{3s^4}{\sqrt{1-s^2}}\,\mathrm{Log}\left(\frac{2-s^2+2\sqrt{1-s^2}}{h(\alpha)}\right)\right\} \qquad \text{(VII.4)}$$

où

$$g(\alpha) = 6\alpha + 6\alpha s^2 - 8\alpha^3 \qquad \text{pour} \qquad 0 \leqslant s < 0.5\sqrt{2}$$

(VII.5)

$$g(\alpha) = 0 \qquad \text{pour} \quad 0.5\sqrt{2} \leqslant s \leqslant 1$$

et

$$h(\alpha) = -2\alpha\sqrt{1-s^2} + 1 - s^2 \qquad \text{pour} \qquad 0 \leqslant s < 0.5\sqrt{2}$$

(VII.6)

$$h(\alpha) = s^2 \qquad \text{pour} \quad 0.5\sqrt{2} \leqslant s \leqslant 1$$

R_o est le rayon de la sphère initiale et $\alpha = d / c$.

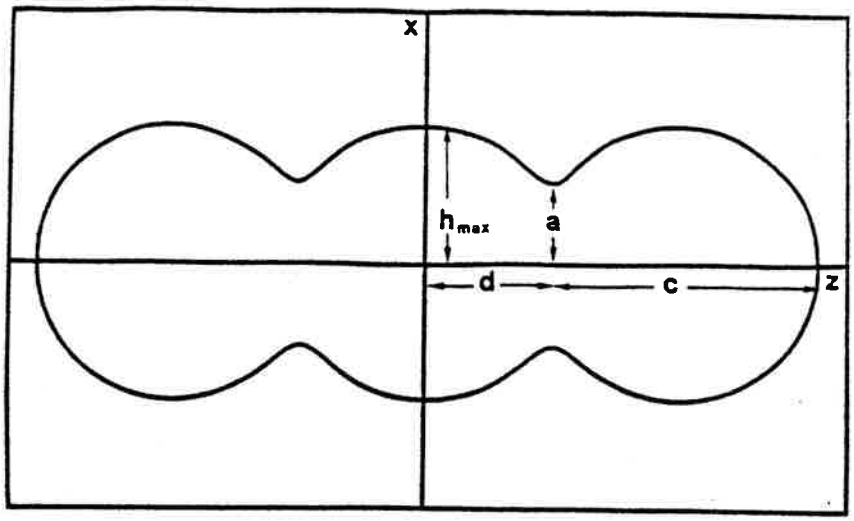


Fig. VII.1. Forme utilisée pour décrire la fission ternaire et définition des différents paramètres.

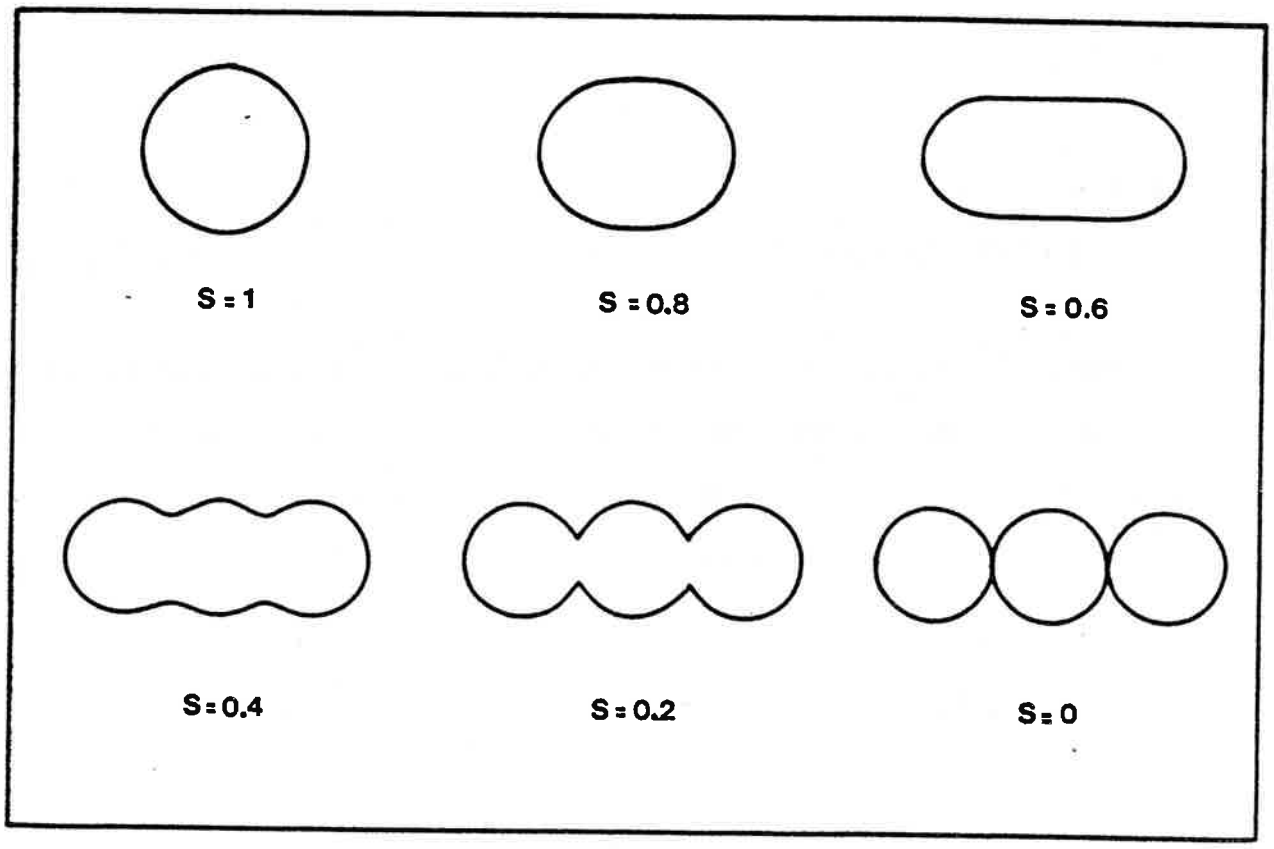


Fig. VII.2. Evolution des formes en fonction du paramètre sans dimension s. En assurant la conservation du volume, la forme varie d'une manière continue d'une sphère (s = 1) à trois sphères identiques tangentes (s = 0). Le col apparait pour $s < 0.5\sqrt{2}$. Le solide correspondant à un plan de symétrie transversal et un axe de révolution.

La surface est égale à:

$$S = 4\pi R_0^2 B_S = \begin{cases} 2\pi c^2 \left\{ 1 + \frac{\sqrt{1-2s^2}}{2} + \frac{s^4}{\sqrt{1-s^4}} \operatorname{Log} \left[\frac{\sqrt{2}\,(1+\sqrt{1-s^4})}{\sqrt{1-s^2} - \sqrt{(1+s^2)(1-2s^2)}} \right] \right\} & 0 \leqslant s < 0.5\sqrt{2} \\ 2\pi c^2 \left\{ 1 + \frac{s^4}{\sqrt{1-s^4}} \operatorname{Log} \left(\frac{1+\sqrt{1-s^4}}{s^2} \right) \right\} & 0.5\sqrt{2} \leqslant s \leqslant 1 \end{cases} \qquad \text{(VII.7)}$$

où B_S est la fonction de surface sans dimension.

La distance r entre les centres de masse des deux moitiés du système est définie par:

$$r = 2 \frac{\int_0^{c+d} z\, dv}{\int_0^{c+d} dv} \qquad \text{(VII.8)}$$

On obtient:

$$r = \begin{cases} c\left\{ 2\alpha + (\pi c^3/v)(11 - 8s^2)/48\,(1-s^2)^2 \right\} & 0 \leqslant s < 0.5\sqrt{2} \\ \frac{\pi c^4}{3v}\left(1 + s^2 + s^4\right) & 0.5\sqrt{2} \leqslant s \leqslant 1 \end{cases} \qquad \text{(VII.9)}$$

L'énergie Coulombienne relative B_C a été calculée par la méthode de Cohen et Swiatecki (CS 63) comme dans le cas binaire.

Les variations de B_S et B_C sont représentées sur la fig.3 en fonction de la distance réduite r / R_0 entre les centres de masse.

L'élongation totale du système, quand les trois fragments sphériques sont séparés, est donnée par:

$$l = 1.5\, r + 1.625\, R_1 \qquad \text{(VII.10)}$$

où $R_1 = 3^{-1/3} R_0$ est le rayon d'un fragment. La distance entre les surfaces de deux fragments séparés est alors égale à:

$$d_{frag} = l/2 - 3R_1 \qquad \text{(VII.11)}$$

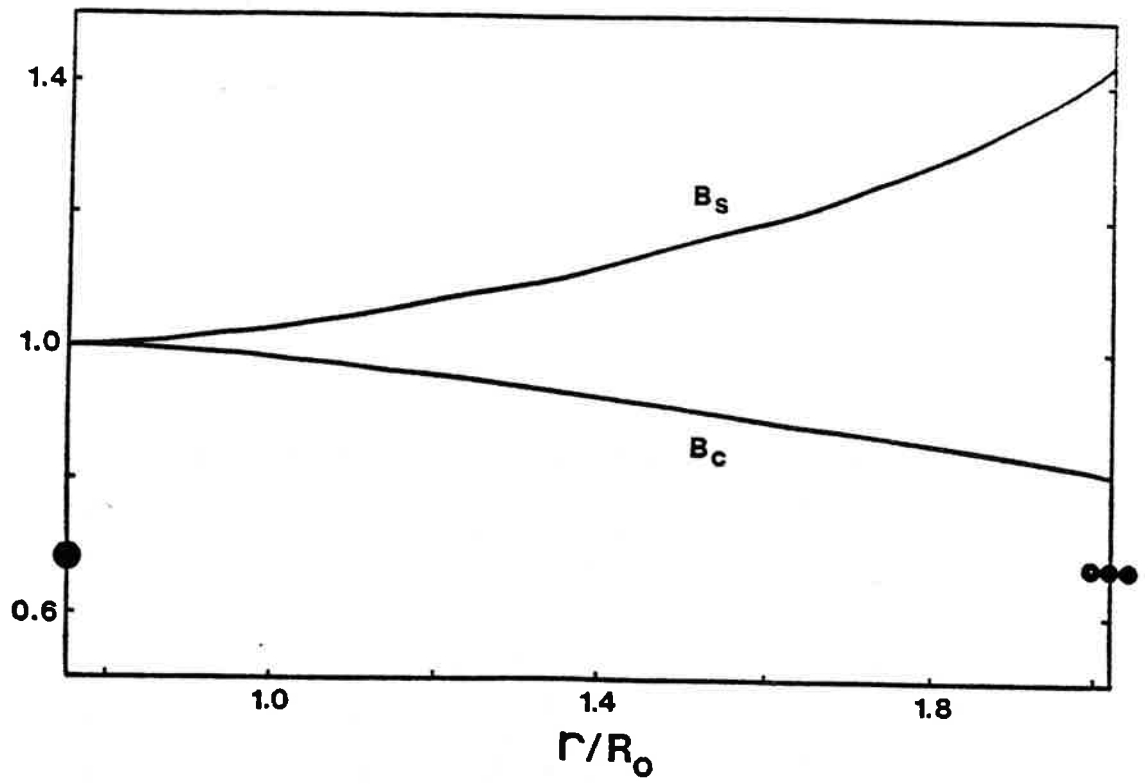


Fig. VII.3. Variation des fonctions B_S et B_C en fonction de r/R_0. B_S varie de 1 (s=1) à $3^{1/3}$ (s=0), B_C de 1(s=1) à $61/108\ 3^{1/3} \simeq 0.8146$(s=0) et r/R_0 de 0.75(s=1) à$35/12.3^{-1/3} \simeq 2.0223$(s=0).

3.ENERGIE POTENTIELLE ET BARRIERE DE FISSION TERNAIRE

Avec une telle paramétrisation à une variable, il y a une correspondance biunivoque entre la distance r et la forme considérée, comme dans le cas binaire. L'énergie totale est alors fonction de la seule variable r. L'énergie potentielle a été calculée dans le cadre du modèle de la goutte liquide et de l'énergie de proximité, de la même manière que dans le cas binaire (voir chap.III et IV). Aucun changement n'a été apporté dans les différents coefficients a_s, k_s, R_o, etc...L'énergie de proximité est effectivement calculée dans les cols qui séparent les fragments. Elle dépend donc de la séquence de forme consi-

dérée. Pour des formes très compactes où apparaissent deux crevasses, l'énergie de proximité est très importante (fig.4). Elle atteint 75 MeV pour les noyaux lourds alors que la hauteur de la barrière de fission binaire est seulement de l'ordre de 10 MeV. Ce n'est donc pas une correction mineure comme les effets de compressibilité nucléaire par exemple.

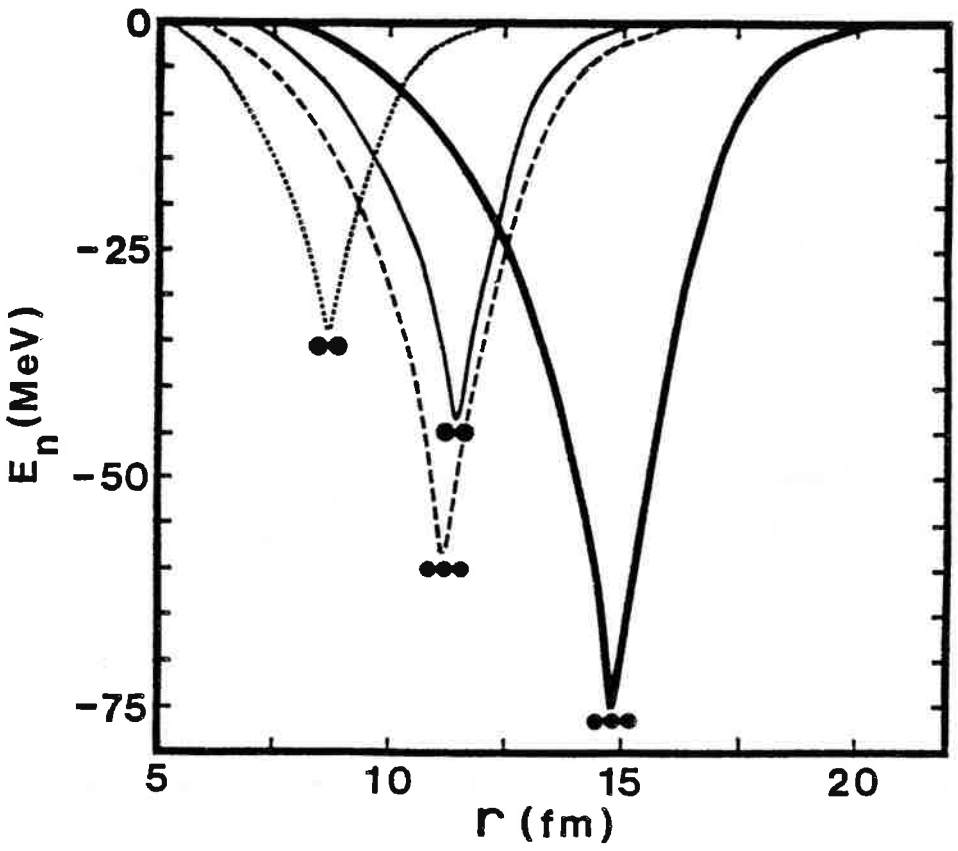


Fig. VII.4. Energie nucléaire pour les noyaux ^{109}Cd et ^{240}Pu en fonction de la distance radiale r. Les courbes continues en trait fin et épais donnent respectivement l'énergie de proximité pour le noyau ^{240}Pu dans les cas binaire et ternaire. Le minimum correspond toujours au point de contact entre les fragments. L'énergie de proximité pour le noyau ^{109}Cd est indiquée en pointillé (vallée binaire) et par les tirets (vallée ternaire).

Le profil de ce potentiel est très différent de celui des approximations paraboliques du potentiel de Krappe et al (KN 79) et des potentiels de proximité définis dans l'hypothèse des densitées gelées (NN 80). Il tend vers zéro régulièrement pour les petites déformations puisque les crevasses disparaissent alors progressivement.

Sur la figure 5, les différentes contributions E_S, E_C et E_N sont données séparément ainsi que l'énergie potentielle totale (relativement à l'énergie du noyau sphérique) du noyau ^{198}Hg. La pente des courbes donnant E_S et E_N varie brutalement au point de contact puisque la surface est constante après la séparation en trois fragments et que l'attraction nucléaire est maximale à leur contact. Néanmoins, l'énergie totale varie régulièrement et ne présente aucun point singulier.

La structure de la barrière de fission ternaire est la même que dans le cas de la fission binaire (RR 84a, RR 84b, MR 86). L'énergie de proximité infléchit la courbe et un point-selle apparaît. Il correspond à trois fragments séparés maintenus en présence par les forces de proximité nucléaire. Cette barrière de fission est en même temps une barrière de scission puisque la séparation des fragments s'effectue avant que la barrière ne soit franchie.

Pour des noyaux plus lourds (fig.6), les barrières de fission ternaire ont deux bosses. Les deux maximums (l'un proche de la sphère et l'autre ayant toujours la même configuration) sont séparés par un second minimum dû à l'énergie de proximité dans les crevasses qui diminue considérablement l'énergie de déformation. Des états isomériques correspondant à des déformations allongées et compactes sont ainsi prédits dans cette région de la vallée de la fission ternaire.

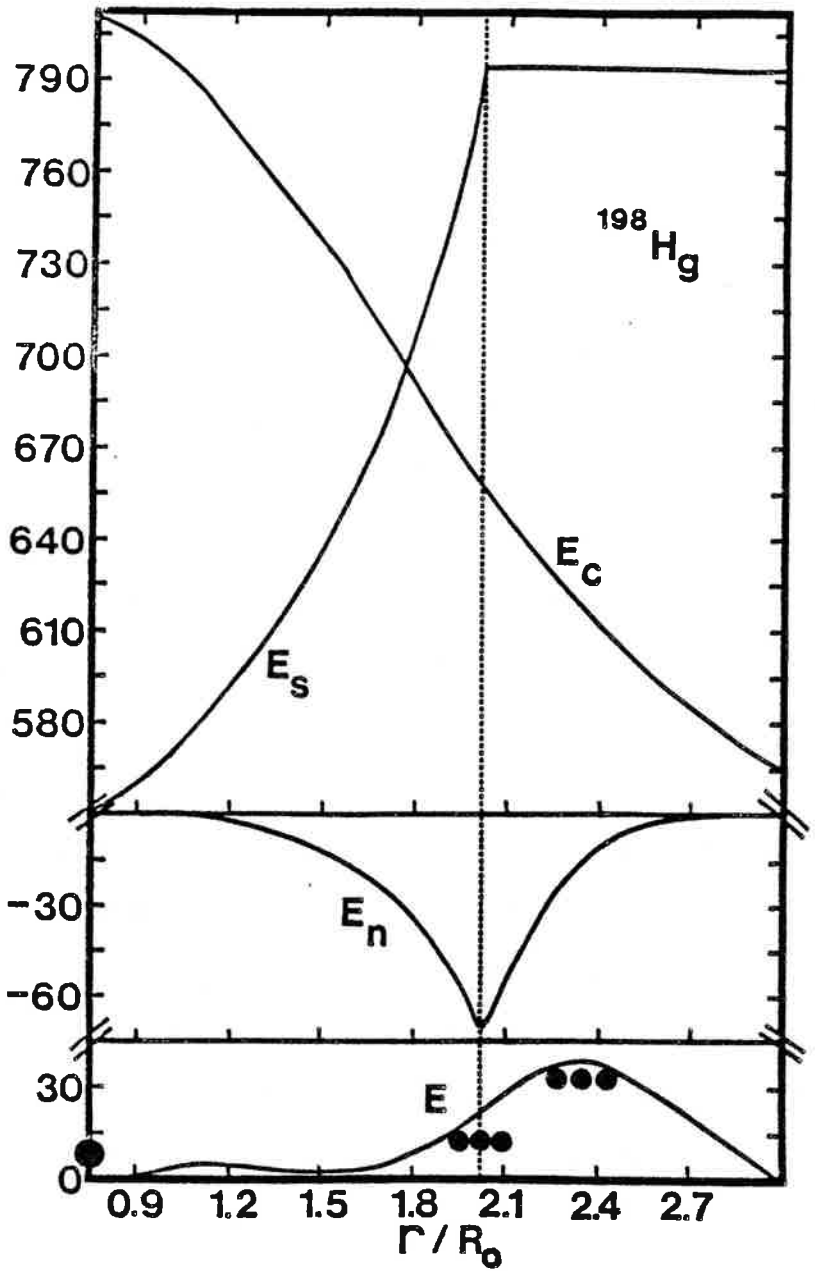


Fig. VII.5. Contribution (en MeV) de l'énergie de surface E_s, de l'énergie coulombienne E_c et de l'énergie nucléaire E_N à l'énergie totale E du noyau ^{198}Hg en fonction de la distance réduite r/R_0. La droite en pointillé correspond au contact des trois fragments sphériques identiques.

Finalement, la figure 6 indique clairement que l'introduction des forces de proximité dans le modèle de la goutte liquide est une nécessité si on veut obtenir des barrières de fission réalistes pour une telle séquence de forme.

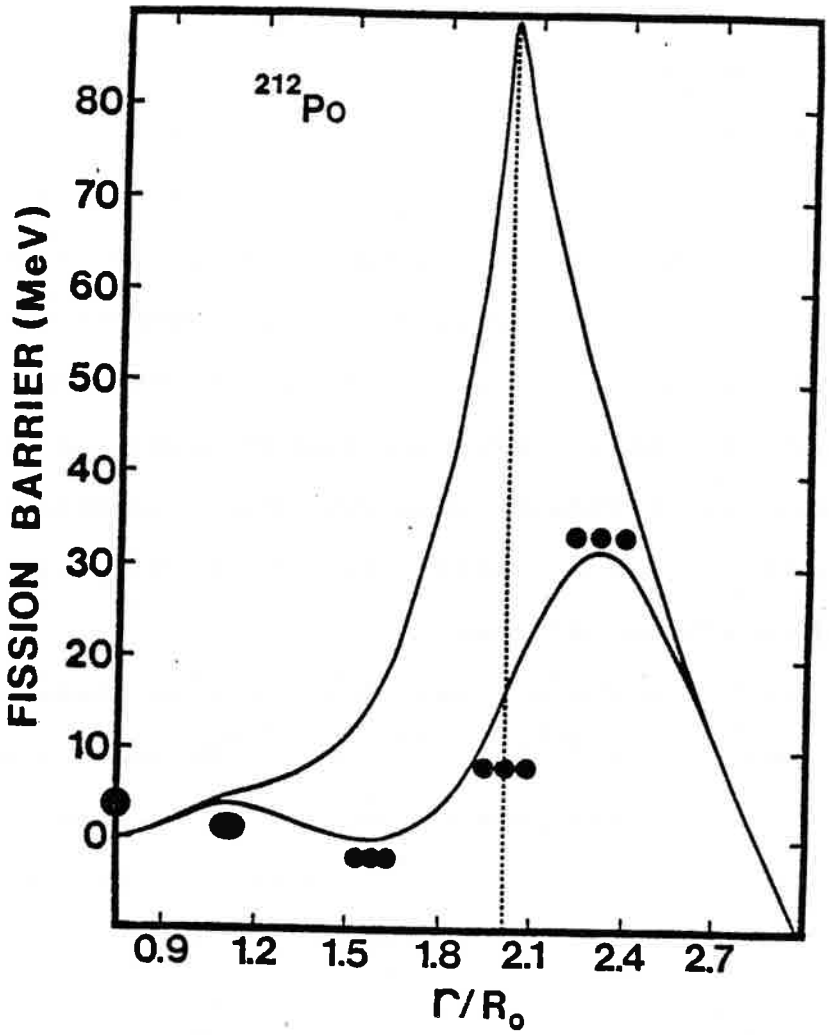


Fig. VII.6. Barrière de fission ternaire pour le noyau ^{212}Po en fonction de r/R_0. La courbe qui possède un pic très étroit représente la contribution du modèle de la goutte liquide uniquement. La courbe arrondie inclut les effets de proximité. La droite en pointillé donne la position du contact entre les trois fragments.

4.FISSION TERNAIRE ET FISSION BINAIRE

Le chemin de fission binaire à travers des formes compactes et crevassées a été étudié dans le chapitre précédent. Il est compatible avec la plupart des données expérimentales et permet d'apporter quelques éléments de réponse à certaines questions non encore totalement éclaircies: hauteur des barrières de fission des noyaux moyens, moment angulaire critique, fission froide, barrière de scission et barrière de fission des noyaux super-lourds.

Il est donc intéressant de comparer les vallées de la fission ternaire et de la fission binaire dans le cadre de notre séquence de forme. Une telle comparaison a été faite par Diehl et Greiner (DG 74) sur des formes très allongées et sans tenir compte des effets de proximité. Möller et Nix (MN 76) ont étudié ce problème, en partie, pour des formes compactes et en introduisant l'énergie nucléaire mais avec des paramètres de tension superficielle et d'asymétrie très grands et très éloignés des valeurs généralement admises.

A titre d'exemple, les barrières de fission binaire et ternaire des noyaux ^{212}Po, ^{232}Th et ^{240}Pu sont représentées sur la figure 7. L'élongation du système étant plus grande dans le cas ternaire, le deuxième pic est plus externe que pour la fission binaire. Pour de telles masses la barrière de fission ternaire est bien plus haute que la barrière de fission binaire et la fission ternaire est très défavorable énergétiquement. On ne peut cependant pas exclure totalement la possibilité d'états isomériques à trois corps correspondant au minimum profond de la barrière de fission ternaire.

Pour les noyaux plus lourds (fig 8 et 9), les contributions microscopiques ont été introduites puisqu'elles sont à l'origine

de la stabilité de ces noyaux.

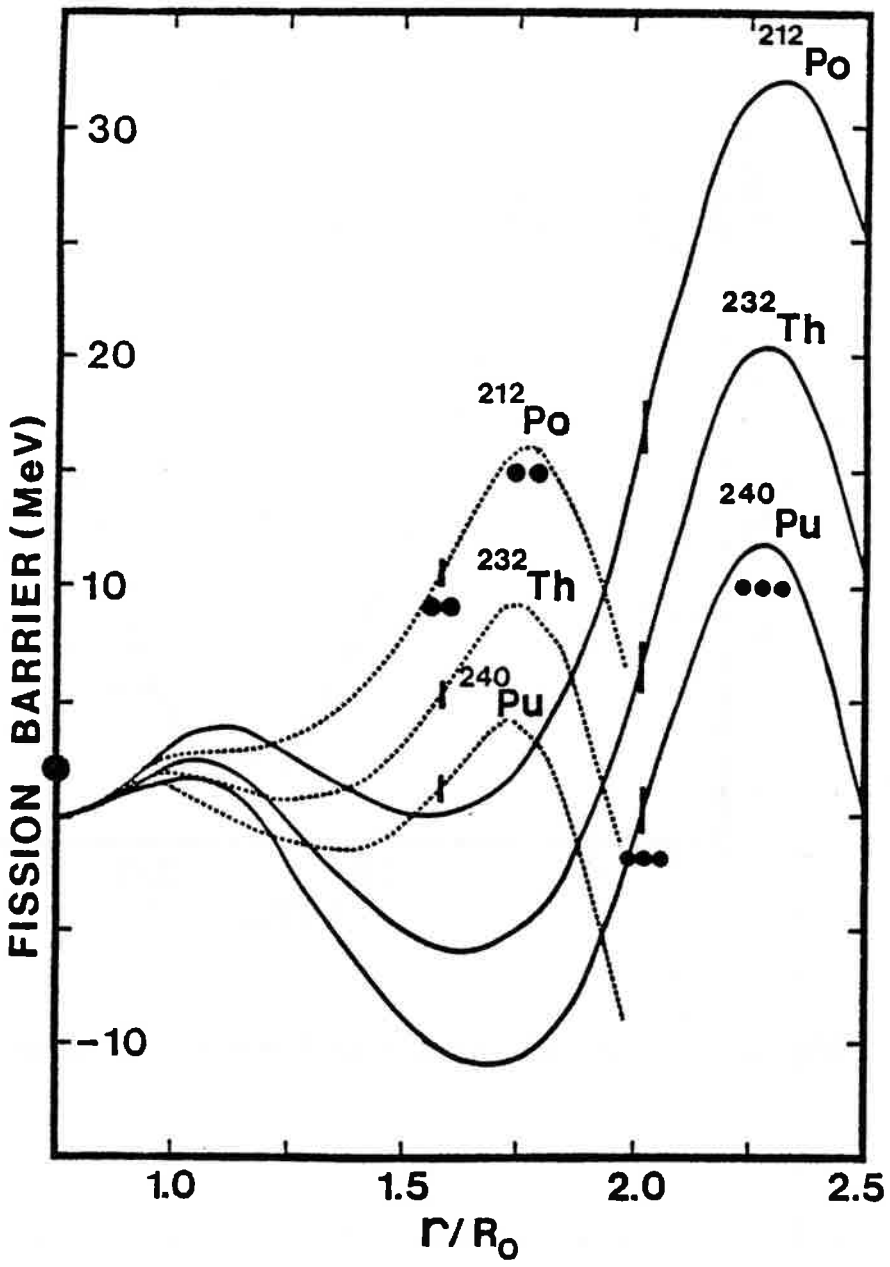


Fig. VII.7. Barrières de fission binaire (courbes en pointillé) et ternaire (coubes continues) pour les noyaux ^{212}Po, ^{232}Th et ^{240}Pu en fonction de la distance réduite r/R_0 entre les deux moitiés du système. Le trait vertical indique la position du point de contact.

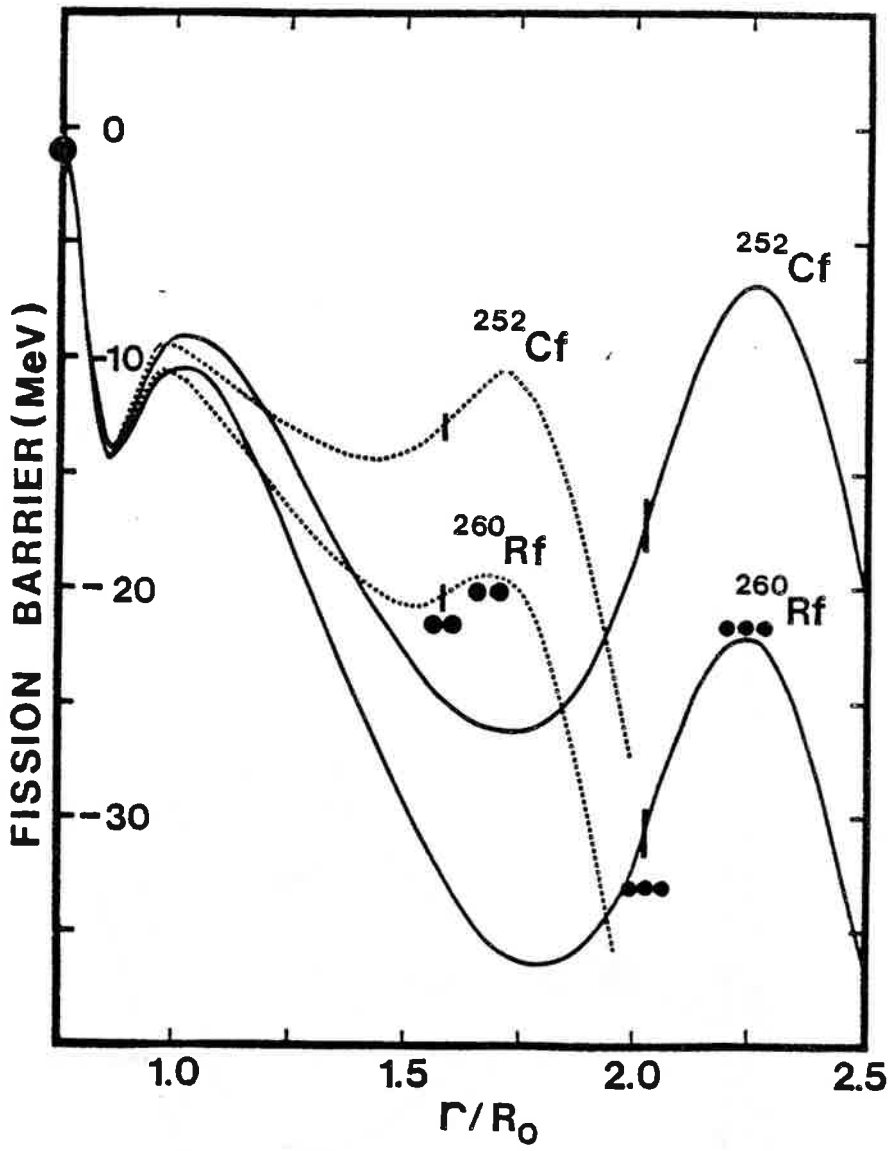


Fig. VII.8. Même chose que pour la fig. 7. mais pour les noyaux ^{252}Cf et ^{260}Rf.

Ces effets de couches ont été calculés comme dans le cas binaire par la méthode proposée par Myers (MY 77, RR 84a). Ils ne jouent donc un rôle que pour des petites déformations, c'est-à-dire au voisinage de la sphère. Les travaux de Nörenberg ont montré qu'une telle approche était justifiée puisque les forces de proximité annulent les effets de couches au point-selle (voir chap.VI).

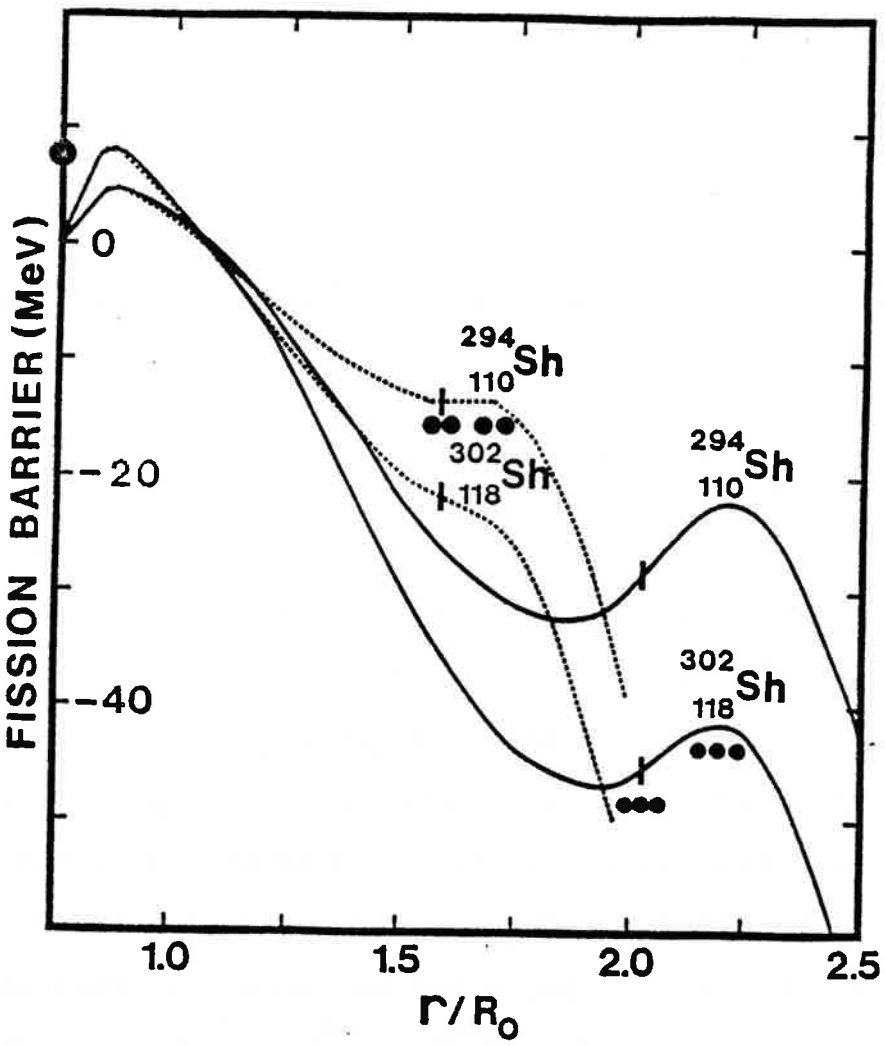


Fig. VII.9. Même commentaire que pour la fig. 7. mais pour les noyaux $^{294}_{110}Sh$ et $^{302}_{118}Sh$.

Pour $Z \gtrsim 102$, la barrière ternaire est plus basse que la barrière binaire mais elle correspond toujours à des distances inter-fragments plus grandes. La hauteur du second pic relativement au second minimum demeure importante pour $Z \lesssim 110$. Plus la masse du noyau est importante, plus la deuxième barrière est en dessous de la première. La probabilité de la fission ternaire reste encore faible. Néanmoins, des événements de fission en trois fragments de masse comparable ont été détectés (KA 67) dans

les réactions U + Ne et U + Ar conduisant respectivement à des systèmes nucléaires de charge 102 et 110. Notre approche de la fission ternaire permet de reproduire d'une manière satisfaisante l'énergie cinétique de translation mesurée dans ces deux réactions (voir §.5).

La hauteur du second pic baisse progressivement et pour $Z \gtrsim 110-115$ la fission ternaire semble autant probable que la fission binaire. Ainsi une nouvelle voie de désintégration est prédite pour les noyaux très lourds, ce qui réduit encore la probabilité de pouvoir former ou détecter des noyaux superlourds. Cependant, dans les réactions entre ions lourds qui ont été réalisées à basse énergie pour essayer d'obtenir ces systèmes superlourds, la vallée de fusion joue le rôle essentiel tandis que la vallée de la fission ternaire intervient peu. Malheureusement, nous avons vu que , dans cette vallée de fusion, un obstacle se dresse aussi contre la formation de noyaux très lourds: c'est la barrière dynamique ou encore "extra-push" (voir chap.IV).

La figure 10 donne les barrières de fission binaire et ternaire pour le système $^{238}U + {}^{238}U \rightarrow {}^{476}_{184}Sh$ qui a été étudié à la fois théoriquement et expérimentalement (WM 84b, CS 86, HF 77, SK 78, KR 83). Le but de ces expériences était de déterminer la présence ou l'absence d'événements de fission ternaire et d'observer éventuellement, des noyaux superlourds, résidus de ce système composite très lourd. Ni la fission ternaire ni les éléments superlourds n'ont été détectés jusqu'à présent. Dans notre approche, les barrières de fission ternaire et binaire sont presque identiques. Quelques traces des pics rencontrés pour des masses plus faibles apparaissent encore mais 200 et 300 MeV en dessous de l'état fondamental (les effets de couches n'étant pas pris en compte). Il n'y a plus aucun minimum relatif et la

pente des barrières est très élevée. De plus la barrière dynamique contre la fusion est considérable pour un tel système (RR 85, BS 82a, SL 84). Dans ces conditions, la probabilité de détecter des événements de quasi-fission ou de fission rapide, des résidus lourds ou d'observer des états isomériques semble extrêmement réduite.

La figure 11 présente les résultats obtenus par Wu et al (WM 84b) pour le même système. Les calculs sont faits dans le cadre du modèle de la goutte liquide uniquement, l'influence des forces de proximité n'étant pas prises en compte alors que les surfaces en regard sont pourtant très importantes. L'énergie est reportée en fonction de la longueur du système et les comparaisons sont difficiles à réaliser. La séquence de forme utilisée contient de nombreux paramètres et le but est de minimiser l'énergie totale du système . Nous pensons que si les deux barrières obtenues sont très différentes et si la fission binaire apparait beaucoup plus favorable, c'est que, le fait de négliger l'énergie de proximité nucléaire conduit à des formes très allongées dans le cas ternaire et que la scission est alors très difficile à décrire. Le même problème a été rencontré dans le cas binaire.

Finalement, il semble qu'il y ait une fenêtre en Z au fond de la vallée de la stabilité β où la fission ternaire devient aussi probable que la fission binaire. Cette fenêtre est très étroite et correspond à des noyaux extrêmement difficiles à observer dans des réactions entre ions lourds. Contrairement à d'autres études, pour des systèmes composites encore plus lourds, nous ne prévoyons pas que la fission ternaire soit de plus en plus probable mais plutôt que les barrières de fission ternaire et binaire deviennent identiques puisque la partie de ces barrières qui joue un rôle correspond à des déformations faibles et au voisinage de la sphère.

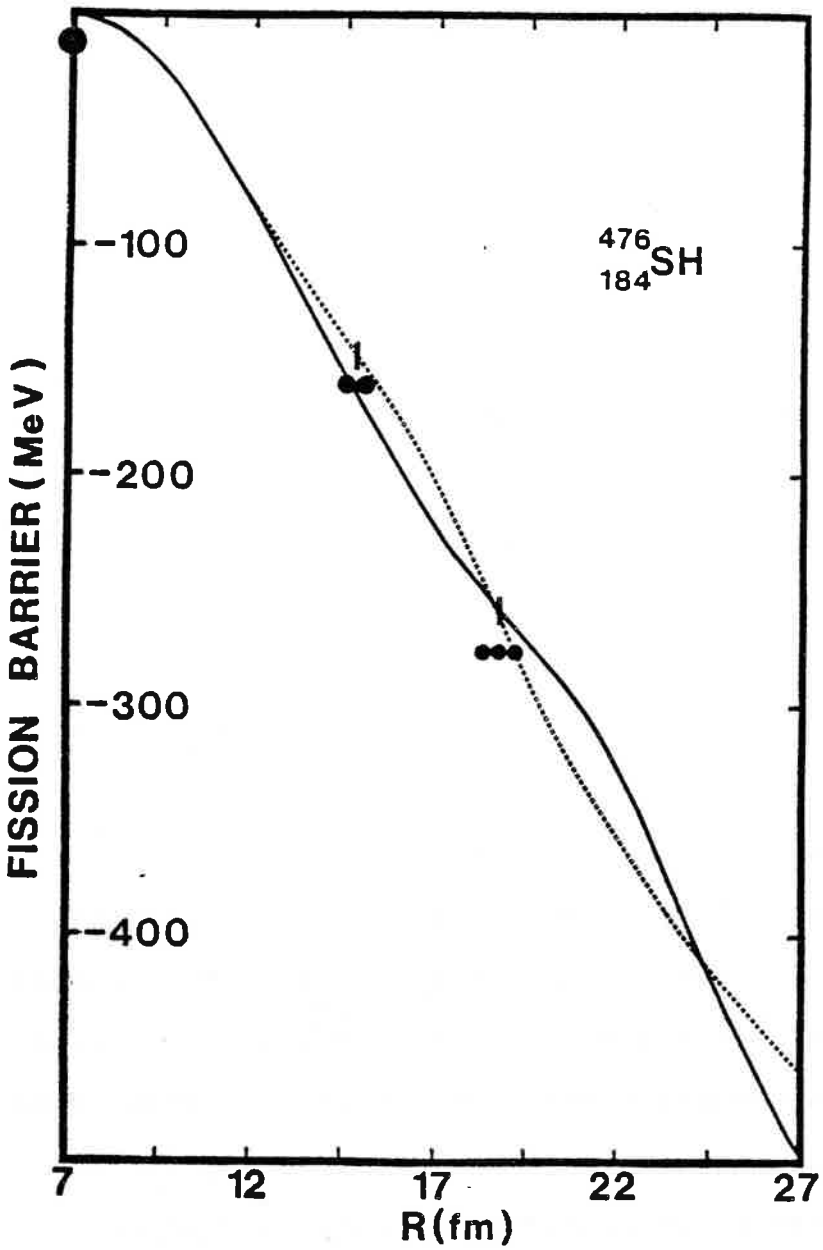


Fig. VII.10. Barrières de fission binaire (pointillés) et ternaire (courbe continue) pour le noyau $^{476}_{184}$Sh en fonction de la distance radiale. Le trait vertical indique la position du point de contact entre les fragments.

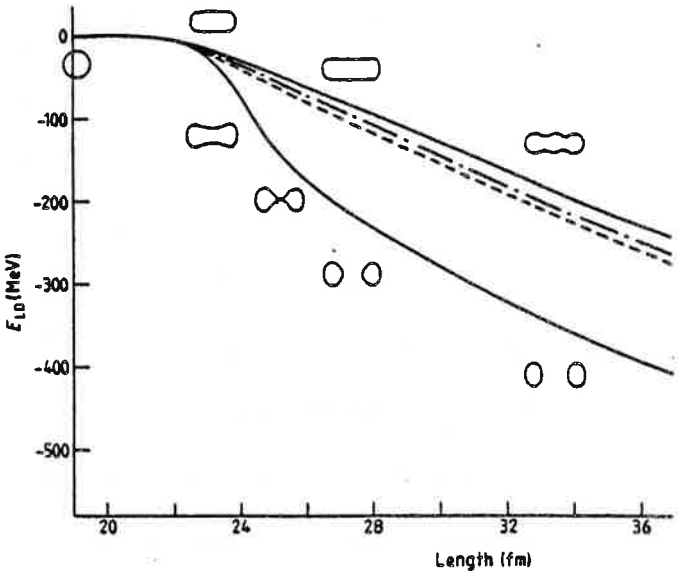


Fig. VII.11. Barrières de fission ternaire et binaire calculées par Wu et al (WM 84b) pour le système $^{238}U + ^{238}U$.

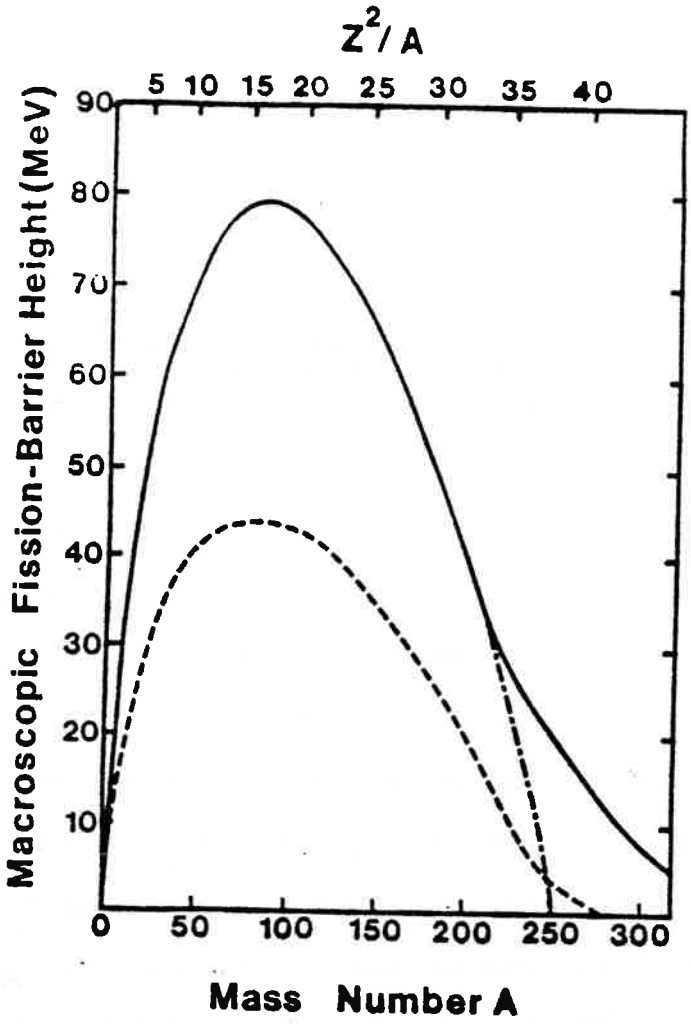


Fig. VII.12. Hauteur des barrières de fission binaire (trait discontinu) et ternaire dans la vallée de la stabilité β. La courbe pleine donne la hauteur du maximum extérieur relativement au second minimum de la barrière tandis que l'autre branche (_ . _) la donne par rapport à l'état fondamental.

Les hauteurs de barrière de fission binaire et ternaire sont comparées sur la figure 12. Les résultats sont similaires à ceux obtenus par Möller et Nix (MN 76) bien que les paramètres et les séquences de forme utilisés dans les études soient très différents. Il est clair que la fission ternaire ne peut se produire que pour des noyaux lourds, la barrière de fission ternaire étant

bien plus haute que la barrière binaire pour les noyaux légers et moyens. Pour les systèmes très lourds, les deux branches de la courbe montrent que toute la structure des barrières à double bosse doit être prise en considération et non pas uniquement la hauteur relative à l'état fondamental (voir aussi MN 81).

5.ENERGIE CINETIQUE DE TRANSLATION ET POINT DE SCISSION

L'énergie cinétique de translation (TKE) des fragments est l'énergie potentielle au point de scission plus l'éventuelle énergie cinétique de pré-scission. La définition du point de scission est encore un problème non entièrement résolu et dépend de la nature de la barrière de fission (voir ch.VI et RR 84a, RR 84b, WS 76, NO 72, SN 77, FO 56, NI 69a). Quand une barrière de scission existe, la seule possibilité est de définir le point de scission comme le point de la barrière où les forces de proximité deviennent négligeables. Ainsi le point de scission est beaucoup plus bas et plus externe que le point-selle. Sa position est plus difficile à définir que celle du point de séparation entre les fragments car la pente de l'énergie de déformation est très importante et la "queue" de l'énergie de proximité très allongée.

La table 1 montre que la distance $2d_{Frag}$ (équat.11) et l'énergie TKE dépendent fortement de l'énergie de proximité choisie pour définir ce point de scission.

Nos prédictions de l'énergie cinétique de translation sont comparées (fig.13) avec les données expérimentales pour les réactions U + Ne et U + Ar. L'accord est satisfaisant si on considère que l'énergie emmagasinée dans les différents modes collectifs (vibration, rotation et polarisation) n'est pas prise en compte et pourrait expliquer la différence de 20 à 30 MeV que l'on observe.

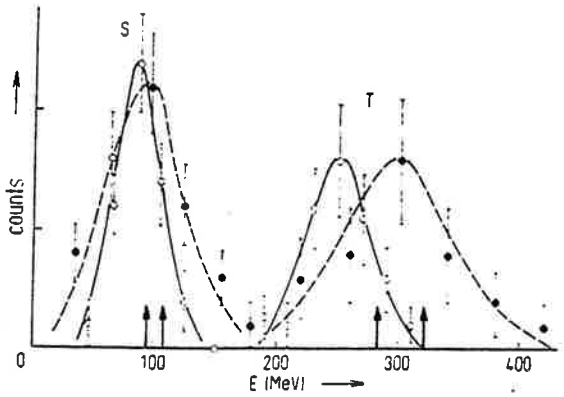


Fig. VII.13. Distribution des énergies cinétiques de translation des fragments de fission ternaire observés par Karamyan et al (KA 67). S dénote la distribution en énergie d'un fragment et T l'énergie cinétique totale. La cible est de l'Uranium et les projectiles du ^{22}Ne (o) et du ^{40}Ar (•). Les flèches indiquent nos prédictions supposant que l'énergie nucléaire au point de scission est de 0.5 MeV.

	^{172}Yb		^{244}Cm	
E_n(MeV)	d	TKE	d	TKE
7	4.31	56.1	4.51	96.2
5	4.79	55.6	4.99	95.0
3	5.42	54.5	5.71	93.0
1	7.07	51.7	7.27	88.4
0.5	8.06	49.9	8.25	85.5

Table VII.1. Distance (en fm) entre les surfaces équivalentes à bord dur des trois fragments et énergie cinétique de translation d'un fragment (en MeV) au point de scission en fonction de l'énergie de proximité E_N choisie pour définir ce point de scission. Un noyau moyen et un noyau lourd ont été considérés.

6.CONCLUSION

La fission ternaire à travers des formes compactes et crevassées a été étudiée à l'aide d'une séquence de forme à un paramètre. Dans un tel chemin, la barrière de fission est aussi une barrière de scission et deux pics séparés par un profond minimum apparaissent pour les systèmes lourds. La barrière de scission ternaire est toujours plus à l'extérieur que la barrière binaire. Pour des noyaux légers et moyens la fission ternaire semble extrêmement improbable. Pour $Z \gtrsim 110\text{-}115$, la fission ternaire devient aussi favorable que la fission binaire, ce qui offre une nouvelle voie de désintégration aux noyaux très lourds et réduit encore la probabilité de détecter des noyaux superlourds. Pour des systèmes encore plus lourds, les barrières de fission ternaire et binaire deviennent presque identiques puisque le point-selle se tient près de la sphère. Ceci pourrait expliquer l'absence de fission ternaire et de production de noyaux superlourds dans la réaction $^{238}U + {}^{238}U$. L'énergie cinétique de translation des trois fragments obtenus dans les réactions U + Ne et U + Ar est reproduite de manière satisfaisante.

Finalement, l'introduction d'un terme d'énergie de proximité dans le modèle de la goutte liquide permet de décrire la scission franche d'un noyau en trois fragments sphériques et de reproduire correctement les quelques données expérimentales actuellement disponibles.

CONCLUSION

Les phénomènes nucléaires de transition d'un système à un corps à un système à deux corps (fusion, fission et fragmentation) ont été étudiés à l'aide d'une séquence de forme à deux paramètres (distance entre les centres de masse et asymétrie du système) et d'un modèle macroscopique prenant en compte, à la fois, les forces Coulombiennes répulsives, les forces de tension superficielle attractives, les forces de proximité nucléaire et les forces de friction. Cette séquence de forme introduit progressivement la formation d'un col lors de la transition du noyau sphérique à deux noyaux sphériques séparés. Elle permet donc d'étudier à la fois le chemin de fission à travers des formes compactes et crevassées et le chemin de fusion.

Les barrières de potentiel des noyaux légers ont un maximum correspondant à deux sphères séparées, maintenues en équilibre par les forces Coulombienne et de proximité qui se compensent. Pour les systèmes plus lourds, des barrières à double bosse apparaissent car les forces de proximité infléchissent progressivement la barrière pour donner naissance à un second puits de potentiel. Un deuxième point-selle, essentiellement dû aux effets de couches, se dresse alors au voisinage de la sphère.

En fusion, les hauteurs, les positions des barrières statiques et les sections efficaces sont en bon accord avec les résultats expérimentaux. Au voisinage du point de contact, les forces de proximité et de friction ralentissent le processus de fusion et une grande quantité d'énergie est dissipée. Ceci explique la saturation des sections efficaces des systèmes légers aux hautes énergies. Pour les noyaux lourds, le point-selle est très proche du point de contact et cette dissipation a lieu à toutes les énergies. Une énergie cinétique supplémentaire est alors néces-

saire pour compenser le freinage par ces forces de friction et permettre la descente du système jusqu'au noyau composé. Ce terme correspond à l'énergie d'extra-push de Swiatecki, même si les hypothèses physiques sont un peu différentes. Ces barrières dynamiques croissent très vite avec les masses des noyaux en interaction. Leurs hauteurs sont en très bon accord avec les données expérimentales. Les pentes des sections efficaces sont bien reproduites si on suppose que le transfert de moments angulaires s'effectue selon l'hypothèse du collage pour les systèmes légers, du roulement pour les systèmes mi-lourds et du glissement pour les systèmes très lourds (en raison des inerties bien différentes dans les trois cas). Les événements de fusion incomplète et de fission rapide observés expérimentalement pourraient correspondre à un réarrangement du système fusionnant dans le second minimum de la barrière de potentiel.

En fission, il ne semble pas qu'il y ait de contradiction entre les données expérimentales et un chemin de fission à travers des formes compactes et crevassées. En effet, dans un tel chemin, les barrières rencontrées ont la hauteur des barrières expérimentales, notamment pour les noyaux de masse voisine de 100. La barrière de fission est en même temps une barrière de scission et les événements de fission froide s'expliquent par un effet tunnel à travers ce pic externe. Le moment d'inertie au point-selle étant grand, le noyau est effectivement capable de supporter de grands moments angulaires sans fissionner. Enfin, des barrières à double bosse apparaissent bien pour les actinides et sont compatibles avec les résultats expérimentaux.

Sur le plan théorique, il semble donc que, lorsqu'on inclut les forces de proximité, il y ait une certaine dégénérescence entre l'énergie des formes compactes et crevassées et l'énergie

des formes allongées à col large. Les données expérimentales ne permettent pas de lever cette dégénérescence. D'ailleurs, les calculs microscopiques indiquent que le chemin de fission réel passe peut-être un peu dans chacune de ces deux vallées de fission et de fusion.

Pour les noyaux superlourds, la barrière de potentiel ne possède plus qu'un pic au voisinage de la sphère. Le 2ème pic a complétement disparu car la répulsion Coulombienne est bien plus forte que l'attration nucléaire. La barrière de fission est alors très étroite et il est extrêmement peu probable qu'un tel noyau puisse survivre, d'autant plus que la fission ternaire devient aussi un mode de désintégration possible. D'autre part, la barrière dynamique qui se dresse brutalement dans les réactions entre ions très lourds augmente considérablement l'énergie d'excitation du système fusionnant et réduit fortement l'espoir de stabiliser les effets de couches avant que le noyau composite ne fissionne.

La fragmentation du projectile dans les réactions entre ions lourds aux énergies de transition a été étudiée dans le cadre de ce modèle généralisé, pour tenir compte de la présence de la cible. Deux sortes de fragmentation apparaissent dans les collisions périphériques: pour de grands paramètres d'impact, les deux parties du projectile sont émises tandis que, pour des collisions plus frontales, un fragment fusionne avec la cible. Dans le 1er cas, la partie qui a rasé la cible a été fortement ralentie et a une vitesse d'environ 0.6 V_{proj}. Elle pourrait correspondre aux fragments très relaxés détectés aux angles intermédiaires. Les distributions en masse et en énergie cinétique ainsi que l'importance relative des deux types de fragmentation sont reproduites de façon semi-quantitative.

Finalement l'introduction d'un terme d'énergie de proximité

dans le modèle de la goutte liquide semble redonner un grand intérêt à ce modèle macroscopique. Il permet de reproduire à la fois les masses des noyaux, les barrières de fission, l'énergie cinétique des fragments et les sections efficaces de fusion. Il semble aussi être en mesure d'expliquer des phénomènes complexes tels que la fragmentation d'un noyau dans le champ d'un autre.

REFERENCES

AB 80 G.Auger, J.Barreto, H.Doubre, M.Langevin and E.Plagnol,I.P.N Orsay, Annual Report (1980)

AH 84 M.Asghar and R.W.Hasse, J.Physique.Coll.45C6 (1984) 455

AR 85 P.Armbruster, Ann.Rev.Nucl.Part.Sci.35 (1985) 135

BA 82 M.Blann and D.Akers, Phys.Rev.C26 (1982) 465

BB 78 J.Blocki, Y.Boneh, J.R.Nix, J.Randrup, M.Robel, A.J.Sierk and W.J.Swiatecki, Ann.of.Phys.113 (1978) 330

BB 80 J.Bartel, M.Brack, and C.Guet, Journées de fission à l'Alpe d'Huez, 6-10 oct 1980

BB 83 G.M Berkowitz, P.Braun-Munzinger, J.S.Karp, R.H.Freifelder, T.R.Renner and H.W.Wilschut, Phys.Rev.C28 (1983) 667

BB 85 J.Bartel, M.Brack and M.Durand, Nucl.Phys.A445 (1985) 263

BB 86 G.Bizard, R.Brou, H.Doubre, A.Drouet, F.Guilbault, F.Hanappe, J.M.Harasse, J.L.Laville, C.Lebrun, A.Oubahadou, J.P.Patry, J.Peter, G.Ployart, J.C.Steckmeyer and B.Tamain, Phys.Lett.B172 (1986) 301

BC 82 R.Bock, Y.T.Chu, M.Dakowski, A.Gobbi, E.Grosse, A.Olmi, H.Sann, D.Schwalm, U.Lynen, W.Müller, S.Bjørnholm, H.Esbensen, W.Wölfli and E.Morenzoni, Nucl.Phys.A388 (1982) 334

BC 85 Y.Blumenfeld, Ph.Chomaz, N.Frascaria, J.P.Garron, J.C.Jacmard, J.C.Roynette, D.Ardouin and W.Mittig, I.P.N Orsay, Internal Report 35 (1985)

BD 72 M.Brack, J.Damgaard, A.S.Jensen, H.C.Pauli, V.M.Strutinsky and C.Y.Wong, Rev.Mod.Phys.44 (1972) 320

BD 80 R.A.Broglia, C.H.Dasso, H.Esbensen and A.Winther, Nucl.Phys.A349 (1980) 496

BD 83 R.A.Broglia, C.H.Dasso, S.Landowne and G.Pollarolo, Phys.Lett. 133B (1983) 34

BE 68 H.A.Bethe, Phys.Rev.167 (1968) 879

BG 81 J.F.Berger, M.Girod and D.Gogny, J.Physique Lett.42 (1981) 509

BG 83 V.Borrel, D.Guerreau, J.Gabin, B.Gatty, D,Jacquet and X.Tarrago, Z.Phys.A314 (1983) 191

BG 84 J.F.Berger, M.Girod and D.Gogny, Nucl.Phys.A428 (1984) 23c

BG 85 M.Brack, C.Guet and H.B.Hakansson, Phys.Rep.123 (1985) 275

BH 82 A.H.Blin and B.Hiller, Nucl.Phys.A391 (1982) 505

BJ 82 S.Bjørnholm, Nucl.Phys.A387 (1982) 51c

BL 80 S.Bjørnholm and J.E.Lynn, Rev.Mod.Phys.52 (1980) 725

BM 84 J.Blons, C.Mazur, D.Paya, M.Ribrag and H.Weigmann, Nucl.Phys.A414 (1984) 1

BQ 85 J.Bartel and P.Quentin, Phys.Lett 152 (1985) 29

BR 77 J.Blocki, J.Randrup, W.J.Swiatecki and C.F.Tsang, Ann.of.Phys.105 (1977) 427

BR 84 B.Borderie, M.F.Rivet, C.Cabot, D.Fabris, D.Gardes, H.Gauvin, F.Hanappe and J.Peter, Z.Phys.A318 (1984) 315

BS 74 J.P.Bondorf, M.I.Sobel and D.Sperber, Phys.Rep.15C (1974) 83

BS 80 M.Beckerman, M.Salomaa, A.Sperduto, H.Enge, J.Ball, A.Dirienzo, S.Gazes,Yan Chen, J.D.Molitoris and Mao Nai Feug, Phys.Rev.Lett 45 (1980) 1472

BS 82a S.Bjørnholm and W.J.Swiatecki, Nucl.Phys.A391 (1982) 471

BS 82b M.Beckerman, M.Salomaa, A.Sperduto, J.D.Molitoris and A.Dirienzo, Phys.Rev.C25 (1982) 837

BS 85 G.Barreau, A.Sicre, F.Caitucoli, M.Asghar, T.P.Doan, B.Leroux, G.Martinez and T.Benfoughal, Nucl.Phys.A432 (1985) 411

BT 79 J.R.Birkelund, L.E.Tubbs, J.R.Huizenga, J.N. De and D.Sperber, Phys.Rep.56 (1979) 107

BW 39 N.Bohr and J.Wheeler, Phys.Rev.56 (1939) 426

BW 84 M.Beckerman, J.Wiggins, H.Aljuwair and M.K.Saloomaa, Phys.Rev.C29 (1984) 1938

CA 85 F.Caïtucoli, Thèse de Doctorat d'Etat, Bordeaux, France (1985)
CD 82 J.L.Charvet, R.Dayras, J.M.Fieni, S.Joly and J.L.Uzureau, Nucl.Phys.A376 (1982) 292
CH 69 S.Chandrasekhar, Ellipsoïdal figures of equilibrium (New Haven and London: Yale University Press) (1969)
CK 84 H.G.Clerc, J.G.Keller, C.C.Sahm, K.H.Schmidt, H.Schulte and D.Vermeulen, Nucl.Phys.A419 (1984) 571
CL 86 H.G.Clerc, W.Lang, M.Mutterer, C.Schmitt, J.P.Theobald, U.Quade, K.Rudolph, P.Armbruster, F.Gonnenwein, H.Schrader and D.Engelhardt, Nucl.Phys.A452 (1986) 277
CP 74 S.Cohen, F.Plasil and W.J.Swiatecki, Ann.Phys.N.Y 82 (1974) 557
CS 63 S.Cohen and W.J.Swiatecki, Ann.of.Phys.22 (1963) 406
CS 86 N.Cârjan, A.J.Sierk and J.R.Nix, Nucl.Phys.A452 (1986) 381
DA 81 M.Diebel, K.Albrecht and R.W.Hasse, Nucl.Phys.A355 (1981) 66
DA 86 R.Dayras, Contribution to Hicofed, Caen, France (12-16 May 1986)
DB 84 D.M De Castro-Rizzo, E.Bozek, S.Cavalarro, B.Delaunay, J.Delaunay H.Dumont, M.G.Saint Laurent et F.Terrasi, Nucl.Phys.A427 (1984) 151
DB 85 R.A.Dayras, J.Barrette, B.Berthier, E.Chavez, D.M De Castro-Rizzo, O.Cisse, R.Legrain, M.L.Mermaz, A.Pagano, E.C.Pollaco,W.Mittig, H.Delagrange,B.Heusch, G.Lanzano et A.Palmeri, Contribution to 8th OAXTEPEC Simposium on Nuclear Physics, Mexico (8-10 january 1985)
DG 74 H.Diehl and W.Greiner, Nucl.Phys.A229 (1974) 29
DS 83 K.T.R.Davies, A.J.Sierk and J.R.Nix, Phys.Rev.C28 (1983) 679
DV 82 M.Dahlinger, D.Vermeulen and K.H.Schmidt, Nucl.Phys.A376 (1982) 94
EB 83 C.H.Egelhaaf, M.Burgel, H.Fuchs, A.Gamp, H.Homeyer, D.Kovar and W.Rauch, Nucl.Phys.A405 (1983) 397
EW 82 R.A.Esterlund, W.Westmeier, A.Rox and P.Patzelt, Nucl.Phys.A387 (1982)
FE 79 H.Feldmeier, 12th Summer School on Nuclear Physics, Mikolajki, Poland (1979)
FG 77 H.J.Fink and W.Greiner, J.of.Phys.G3 (1977) L261
FO 56 P.Fong, Phys.Rev.102 (1956) 434
FP 66 R.L.Fleischer, P.B.Price, R.M.Walker and E.L.Hubbard, Phys.Rev143 (1966) 943
FR 83 P.Fröbrich, Phys.Lett.122B (1983) 338
FR 84 P.Fröbrich, Phys.Rep.116 (1984) 337
GB 82 H.Gäggeler, W.Brüchle, J.V.Kratz, M.Schädel, K.Sümmerer, G.Wirth and T.Sikkeland, Proc.Int.Workshop X on gross properties of nuclei and nuclear excitations, Hirschegg, 1982
GB 84 D.Guinet, R.Billerey, C.Cerrutti, S.Chiodelli et A.De Meyer, Phys. Lett.137B (1984) 318
GK 78 D.H.E.Gross and H.Kalinowski, Phys.Rep.45 (1978) 175
GN 82a C.Gregoire, C.Ngô and B.Remaud, Nucl.Phys.A383 (1982) 392
GN 82b C.Gregoire, C.Ngô, E.Tomasi, B.Remaud and F.Scheuter, Nucl.Phys.A 387 (1982) 37c
GO 71 F.Gomes Teixeira, Reprint Traité des Courbes (N.Y:Chelsea Publi-shing) Vol1 (1971)
GO 78 A.S.Goldhaber, Phys.Rev.C17 (1978) 2248
GR 81 B.Grammaticos, Workshop on Semi-classics, Grenoble (1981)
GR 82 C.Gregoire, Thèse de Doctorat d'Etat, Orsay, France (1982)
GR 83 C.Gregoire and B.Remaud, Phys.Lett.127B (1983) 308
GR 86 C.Gregoire, B.Remaud, F.Sebille, L.Vinet and Y.Raffray, Preprint GANIL p86-05 à paraître dans Nucl.Phys.A
GS 82 D.H.E.Gross and L.Satpathy, Phys.Lett.110B (1982) 31
GS 84 H.Gäggeler, T.Sikkeland, G.Wirth, W.Brüchle, W.Bögl, G.Franz, G.Herrmann, J.V.Kratz, M.Schädel, K.Sümmerer and W.Weber, Z.Phys.A3 (1984) 291
GT 86 C.Gregoire and B.Tamain, Preprint GANIL p86-10 à paraitre dans Annales de Physique (Paris)

HA 71 R.W.Hasse, Ann.Phys, NY68 (1971) 377

HA 75 I.Hamamoto, Phys.Lett.56B (1975) 431

HB 81 J.R.Huizenga, J.R.Birkelund, W.U.Schröder,W.W.Wilcke and H.J.Wollersheim, Proceedings of the Europhysics Conference on the Dynamics of Heavy Ion Collisions (1981)

HF 77 K.D.Hildenbrand, H.Freiesleben, F.Pühlhofer,W.F.W.Schneider, R. Bock, D.V.Harrach and H.J.Specht, Phys.Rev.Lett.39 (1977) 1065

HT 83 R.W.Hasse, J.Treiner and P.Schuck, Sixth National Soviet Conference on Neutron Physics, Kiev, USSR, 2-6 oct 1983

HW 53 D.L.Hill and J.A.Wheeler, Phys.Rev.89 (1953) 1102

JA 84 H.R.Jaqaman, Phys.Rev.C29 (1984) 335

JR 82 U.Jahnke, H.H.Rossner, D.Hilscher and E.Holub, Phys.Rev.Lett.48 (1982) 17

KA 67 S.A.Karamyan et al, Sov.J.Nucl.Phys.5 (1967) 559

KM 83 H.J.Krappe, K.Möhring, M.C.Nemes and H.Rossner, Z.Phys.A314 (1983) 23

KN 79 H.J.Krappe, J.R.Nix and A.J.Sierk, Phys. Rev.C20 (1979) 992

KR 83 J.V.Kratz, Radiochimica acta 32 (1983) 25

KS 84 J.G.Keller, K.H.Schmidt, H.Stelzer, W.Reisdorf,Y.K.Agarwal, F.P.Hessberger, G.Münzenberg, H.G.Clerc and C.C.Sahm, Phys.Rev.C 29 (1984) 1569.

LB 80 B.Leroux, G.Barreau, T.Benfoughal, B.Bruneau, F.Caitucoli, N.Carjan, T.P.Doan and A.Sicre, J.Physique Coll.41C3 (1980) 133

LE 74 M.Lefort, Phys.Scr.10 (1974) 101

LE 85 R.Legrain, 8ème session d'études biennale de Physique Nucléaire Aussois, France (1985)

LK 84 K.Lützenkirchen, J.V.Kratz, W.Brüchle, H.Gäggeler, K.Sümmerer and G.Wirth, Z.Phys.A317 (1984) 55

LN 81 S.Landowne and J.R.Nix, Nucl.Phys.A368 (1981) 352

LR 84 R.Lindsay and N.Rowley, J.Phys.G:Nucl.Phys.10 (1984) 805

MB 82 M.G.Mustafa, P.A.Baisden and H.Chandra, Phys.Rev.C25 (1982) 2524

MC 85 M.Morjean, J.L.Charvet, J.L.Uzureau, Y.Patin, A.Peghaire,Y.Pranal, L.Sinopoli, A.Billerey, A.Chevarier, N.Chevarier, A.Demeyer, M.Stern, G.La Rana, S.Leray, R.Lucas, C.Mazur, G.Nebbia, C.Ngô and M.Ribrag, Nucl.Phys.A.438 (1985) 547

MH 83a J.Moreau, K.Heyde and M.Waroquier, Phys.Rev.C28 (1983) 1640

MH 83b M.J.Murphy, B.G.Harvey, D.L.Hendrie, W.W.Pang, K.Van Bibler and R.Legrain, Phys.Lett.120B (1983) 75

MN 74 P.Möller and J.R.Nix, Proc. Conf. on Physics and Chemistry of Fission, Rochester Vol1 (Vienna:I.A.E.A) (1974) 103

MN 76 P.Möller and J.R.Nix, Nucl.Phys.A272 (1976) 502

MN 77 P.Möller and J.R.Nix, Nucl.Phys.A281 (1977) 354

MN 81 P.Möller and J.R.Nix, Nucl.Phys.A361 (1981) 117

MR 84 G.Münzenberg, W.Reisdorf, S.Hofmann, y.K.Agarwal, F.P.Hessberger et al Z.Phys.A315 (1984) 145

MR 86 J.Mignen and G.Royer, soumis à J.Phys.G

MS 67 W.D.Myers and W.J.Swiatecki, Ark.Fys.36 (1967) 343

MS 69 W.D.Myers and W.J.Swiatecki, Ann.Phys.55 (1969) 395

MS 74 W.D.Myers and W.J.Swiatecki, Ann.Phys.84 (1974) 186

MY 77 W.D.Myers, Droplet Model of Atomic Nuclei (New-York:Plenum) (1977)

MY 78 W.D.Myers, Nucl.Phys.A296 (1978) 177

ND 85 J.Nemeth, D.Dalili and C.Ngô, Phys.Lett.154B (1985) 11

NG 83 C.Ngô, C.Gregoire, B.Remaud and E.Tomasi, Nucl.Phys.A400 (1983) 259

NI 64 J.R.Nix, Ph.D.Thesis (1964)

NI 69a J.R.Nix, Nucl.Phys.A130 (1969) 241

NI 69b S.G.Nilsson et al, Nucl.Phys.A131 (1969) 1

NI 72 J.R.Nix, Ann.Rev.Nucl.Sci.22 (1972) 65

NN 80 H.Ngô and C.Ngô, Nucl.Phys.A348 (1980) 140

NO 70 W.Nörenberg, Phys.Lett.31B (1970) 621

NO 72 W.Nörenberg, Phys.Rev.C5 (1972) 2020
NS 65 J.R.Nix and W.J.Swiatecki, Nucl.Phys.71 (1965) 1
NS 74 J.R.Nix and A.J.Sierk, Phys.Scr.A10 (1974) 94
NS 77 J.R.Nix and A.J.Sierk, Phys.Rev.C15 (1977) 2072
NW 80 W.Nörenberg and H.A.Weidenmuller, Lectures Notes in Physics: Introduction to the theory of heavy-ion Collisions (1980) (Berlin:Springer)
OH 65 G.G.Ohlsen, Nuclear instruments and methods 37 (1965) 240
OU 86 A.Oubahadou, University thesis, Nantes, France (1986)
PA 71 V.V.Pashkevich, Nucl.Phys.A169 (1971) 275
PD 62 S.M.Polikanov, V.A.Druin, V.A.Karnankhov, V.L.Mikheev,A.A.Pleve, N.K.Skobelev,V.G.Subrotin, G.M.Tor, A.Kopjan and V.A.Formichev, Sov.Phys, J.E.T.P 15 (1962) 1016
PL 85 G.Ployart, University Thesis, Caen, France (1985)
PM 79 D.N.Poenaru, D.Mazilu and M.Ivascu, J.Phys.G5 (1979) 1093
PS 69 V.P.Perelygin, N.H.Shadieva, S.P.Tretiakova, A.H.Boos and R.Brandt, Nucl.Phys.A122 (1969) 577
RA 78 J.Randrup, Ann.Phys.NY 112 (1978) 356
RC 85 F.Rami, J.P.Coffin, G.Guillaume, B.Heusch, P.Wagner, A.Fahli and P.Fintz, Nucl.Phys.A444 (1985) 325
RH 82 W.Reisdorf, F.P.Hessberger, K.D.Hildenbrand, S.Hofmann, G.Münzenberg, K.H.Schmidt, J.H.R.Schneider, W.F.W.Schneider, K.Sümmerer and G.Wirth, Phys.Rev.Lett.49 (1982) 1811
RN 69 J.O.Rasmussen, W.Nörenberg and H.J.Mang, Nucl.Phys.A136 (1969) 465
RO 67 C.E.Rosenkilde, J.Math.Phys.8 (1967) 88
RO 86 G.Royer, J.Phys.G.12 (1986) 623
RR 81 B.Remaud and G.Royer, J.Phys.A.14 (1981) 2897
RR 82 G.Royer and B.Remaud, J.Phys.G.8 (1982) L159
RR 83 G.Royer and B.Remaud, J.Phys.G.9 (1983) 1103
RR 84a G.Royer and B.Remaud, J.Phys.G.10 (1984) 1057
RR 84b G.Royer and B.Remaud, J.Phys.G.10 (1984) 1541
RR 85 G.Royer and B.Remaud, Nucl.Phys.A444 (1985) 477
RR 86 G.Royer, Y.Raffray, A.Oubahadou and B.Remaud, Nucl.Phys.A, (1986) accepté
RW 85 K.E.Rehm, F.L.H.Wolfs, A.M.Van Den Berg and W.Henning, Phys.Rev. Lett.55 (1985) 280
SB 82 B.Sikora, J.Bisplinghoff, M.Blann, W.Scobel, M.Beckerman, F.Plasil R.L.Ferguson, J.Birkelund and W.Wilcke, Phys.Rev.C25 (1982) 686
SD 82 J.S.Shea, J.L.Durrel, G.S.Foote and I.S.Grant, Nucl.Phys.A390 (1982) 351
SE 86 F.Sebille, Thèse de Doctorat d'Etat, Nantes, France (1986)
SF 85 W.Stocker and M.Farine, Ann.Phys.159 (1985) 255
SH 75 P.A.Seeger and W.M.Howard, Nucl.Phys.A.238 (1975) 491
SK 78 M.Schadel, J.V.Kratz, H.Ahrens, W.Brüchle, G.Franz, H.Gäggeler, I.Warnecke, G.Wirth, G.Herrmann, N.Trautmann and M.Weis, Phys. Rev.Let.41 (1978) 469
SL 63 V.M.Strutinsky, N.Ya.Lyashchenko and N.A.Popov, Nucl.Phys.46 (1963) 639
SL 79 G.R.Satchler and W.G.Love, Phys.Rep.55 (1979) 184
SL 84 T.Suomijarvi, R.Lucas, C.Ngô, E.Tomasi, D.Dalili and J.Matuszek, Nuovo Cimento 82A, ser 2 (1984) 51
SM 81 C.Signarbieux, M.Montoya, M.Ribrag, C.Mazur, C.Guet, P.Perrin and M.J,Maurel, J.de.Phys 42 (1981) L437
SN 77 A.J.Sierk and J.R.Nix, Phys.Rev.C16 (1977) 1048
SP 47 R.Sperber, Phys.rev.72 (1947) 1008
SR 68 V.S.Stavinskii, N.S.Rabotnov and A.A.Seregin, Sov.J.Nucl.Phys.7 (1968) 631
ST 66 V.M.Strutinsky, Sov.J.Nucl.Phys.3 (1966) 449
ST 67 V.M.Strutinsky, Nucl.Phys.A95 (1967) 420
SW 58 W.J.Swiatecki, Second UN Int.Conf on the peaceful uses of Atomic

Energy, Geneva (1958) 651
SW 76 K.Siwek-Wilczynska and J.Wilczynski, Nucl.Phys.A264 (1976) 115
SW 79 W.J.Swiatecki, Three Lectures on Macroscopic Aspects of Nuclear Dynamics, Lawrence Berkeley Laboratory Report LBL (1979) 8950
SW 81 W.J.Swiatecki, Phys.Scripta 24 (1981) 113
SW 82 W.J.Swiatecki, Nucl.Phys.A376 (1982) 275.
TA 83 M.B.Tsang, D.Ardouin, C.K.Gelbke, W.G.Lynch, Z.R.Xu, B.B.Back, R.Betts, S.Saini, P.A.Baisden and M.A.McMahan, Phys.Rev.C28 (1983) 747.
TA 84 B.Tamain, 16th Summer School on Nuclear Physics, Mikolajki, Poland (1984)
TB 84 F.Tondeur, M.Brack, M.Farine and J.M.Pearson, Nucl.Phys.A420 (1984) 297
TK 85 J.Treiner and H.Krivine, Rapport interne IPNO/TH 85-1, Orsay, France (1985)
VA 81 L.C.Vaz, J.M.Alexander and G.R.Satchler, Phys.Rep.69 (1981) 373
WB 85 J.Wiggins, R.Brooks, M.Beckerman, S.B.Gazes, L.Grodzins, A.P.Smith, S.G.Steadman, Y.Xiao and F.Videbaek, Phys.Rev.C31 (1985) 1315
WD 85 X.Z.Wu, K.Depta, R.Herrmann, J.A.Maruhn and W.Greiner, Il nuovo cim 87A (1985) 309
WI 73 J.Wilczynski, Phys.Lett.47B (1973) 484
WM 84a X.Z.Wu, J.A.Maruhn and W.Greiner, J.of.Phys.G10 (1984) L93
WM 84b X.Z.Wu, J.A.Maruhn and W.Greiner, J.of.Phys.G10 (1984) 645
WO 73 C.Y.Wong, Phys.Rev.Lett.31 (1973) 766
WS 76 B.D.Wilkins, E.P.Steinberg and R.R.Chasman, Phys.Rev.C14 (1976) 1832