



HAL
open science

Méthodologies de conception optimale de systèmes de conversion électromécanique

Maya Hage-Hassan

► **To cite this version:**

Maya Hage-Hassan. Méthodologies de conception optimale de systèmes de conversion électromécanique. Autre [cond-mat.other]. Université Paris Sud - Paris XI, 2014. Français. NNT : 2014PA112048 . tel-01002008

HAL Id: tel-01002008

<https://theses.hal.science/tel-01002008v1>

Submitted on 5 Jun 2014

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITE PARIS-SUD
ÉCOLE DOCTORALE : STITS
Laboratoire de de Génie Electrique de Paris

DISCIPLINE PHYSIQUE

THÈSE DE DOCTORAT

Soutenue le 14/03/2014

par

Maya HAGE HASSAN

Méthodologies de conception optimale de systèmes de conversion électromécanique

Directeur de thèse : Claude MARCHAND

Professeur (Université Paris-Sud)

Composition du jury :

Président du jury : Jean BIGEON

Directeur de recherche CNRS (GSCOP-UMR 5272)

Rapporteurs : Christophe ESPANET
Stéphane BRISSET

Professeur (Université de Franche-Comté)
Maître de Conférences (Ecole Centrale de Lille)

Examineurs : Ghislain REMY

Maître de Conférences (Université Paris-Sud)

Membres invités : Sid-Ali RANDI
Guillaume KREBS

Docteur ingénieur Renault
Maître de Conférences (Université Paris-Sud)

Remerciements

Les travaux de recherche présentés dans ce mémoire de thèse ont été réalisés au LGEP (Laboratoire de Génie Electrique de Paris) au sein de l'équipe COCODI (Conception, Commande et Diagnostic) du département MOCOSEM (Modélisation et Contrôle de Systèmes Électromagnétiques).

Je remercie M. Jean BIGEON, Directeur de recherche CNRS au laboratoire G-SCOP, d'avoir accepté de présider le jury. Je remercie également M. Stéphane BRISSET, Maître de conférences HDR à l'Ecole Centrale de Lille et M. Christophe ESPANET, Professeur à l'Université de Franche-Comté, pour m'avoir fait l'honneur de rapporter sur mes travaux, pour leur apports scientifiques et leurs remarques précieuses qui ont enrichi ces travaux.

Je tiens aussi à remercier M. Sid-Ali RANDI, Docteur Ingénieur à Renault Technocentre, pour sa participation en qualité d'examineur et pour l'intérêt qu'il a marqué à différentes reprises pour mes travaux.

Je remercie M. Frédéric BOUILLAULT, Professeur à l'Université Paris-Sud et directeur du LGEP, pour m'avoir accueillie au laboratoire.

J'exprime ma profonde gratitude à mes co-encadrants M. Guillaume KREBS, Maître de conférences à l'Université Paris-Sud et M. Ghislain REMY, Maître de conférences à l'IUT de Cachan pour leur soutien durant ces trois années de thèse. Je les remercie aussi pour leur confiance, leur patience et leur disponibilité tout au long de la thèse.

J'adresse ma reconnaissance à M. Olivier HUBERT, administrateur du réseau informatique ainsi qu'à toute l'équipe administrative pour l'aide apportée.

Sont associés également à ces remerciements mes collègues de l'équipe COCODI pour leurs soutiens et encouragements, ainsi que tout le personnel du laboratoire qui m'a accompagnée durant ces trois années et avec qui j'ai passé d'agréables moments.

Je remercie chaleureusement M. Claude MARCHAND, Professeur à l'Université Paris-Sud et responsable du département MOCOSEM, qui a encadré ces travaux de thèse pour sa disponibilité, ses remarques pertinentes et son soutien tout au long de cette thèse. Je le remercie de m'avoir fait découvrir le monde fascinant de l'électrotechnique, j'ai eu un grand plaisir à travailler avec lui.

Je remercie enfin ma famille et mes amis, pour m'avoir suivie, encouragée et soutenue durant cette longue aventure.

Table des matières

INTRODUCTION GENERALE.....	10
CHAPITRE 1 METHODOLOGIE DE CONCEPTION	13
1.1 INTRODUCTION	14
1.2 L'ACTIVITE DE CONCEPTION	14
1.2.1 <i>En quoi consiste l'activité de conception</i>	14
1.3 CARACTERISATION DE L'ACTIVITE DE CONCEPTION	15
1.3.1 <i>Processus de conception</i>	16
1.4 MODELISATION	18
1.4.1 <i>Objectifs de la modélisation</i>	18
1.4.2 <i>Orientation des modèles pour la conception</i>	19
1.4.3 <i>Nature des modèles</i>	21
1.5 RESOLUTION DES PROBLEMES DE CONCEPTION ET DE DIMENSIONNEMENT	23
1.5.1 <i>Résolution par un modèle inverse</i>	23
1.5.2 <i>Résolution par un modèle direct</i>	24
1.5.3 <i>Approches de résolution par un modèle direct</i>	25
1.6 METHODES ET TECHNIQUES D'OPTIMISATION.....	26
1.6.1 <i>Problème d'optimisation</i>	26
1.6.2 <i>Classifications des problèmes d'optimisation</i>	29
1.6.3 <i>Problèmes équivalents</i>	29
1.7 METHODES DE RESOLUTION.....	30
1.7.1 <i>Optimisation déterministe</i>	31
1.7.2 <i>Optimisation stochastique</i>	31
1.7.3 <i>Optimisation multi-objectif</i>	32
1.8 TECHNIQUE DE RESOLUTION MULTI-NIVEAU	32
1.8.1 <i>A base de modèle de substitution</i>	33
1.8.2 <i>Efficient Global Optimization</i>	34
1.8.3 <i>Space Mapping</i>	35
1.9 APPROCHE ABORDEE POUR LE DEVELOPPEMENT D'UN OUTIL DE CONCEPTION.....	38
1.9.1 <i>Contexte d'étude</i>	38
1.9.2 <i>Conclusions</i>	39
CHAPITRE 2 FORMULATION DU PROBLEME DE CONCEPTION.....	41
2.1 INTRODUCTION	42
2.2 MOTORISATION DU VEHICULE ELECTRIQUE	42
2.2.1 <i>Machine asynchrone</i>	43
2.2.2 <i>Machines synchrones à aimants permanents</i>	43
2.2.3 <i>Machines à réluctance</i>	45
2.3 COMPARAISON DES TROIS FAMILLES DE MACHINES ELECTRIQUES.....	46
2.4 MACHINES A AIMANTS PERMANENTS A FLUX AXIAL.....	47
2.4.1 <i>Machine « Simple-face »</i>	48
2.4.2 <i>Machines « Double rotor/ simple stator » (Torus)</i>	48
2.4.3 <i>Machines « Double stator/ simple rotor » (AFIR)</i>	51
2.4.4 <i>Machines « Multi-étages »</i>	52
2.4.5 <i>Machines à flux axial à bobinage concentré</i>	52
2.5 CONCLUSION	56
2.6 MACHINES ETUDIEES	57
2.7 MODELISATION NUMERIQUE.....	58
2.7.1 <i>Logiciel FEMM 4.2</i>	59

2.8	NATURE DES MATERIAUX.....	60
2.8.1	Les aimants permanents.....	60
2.8.2	Les matériaux ferromagnétiques.....	62
2.9	MODELISATION ANALYTIQUE.....	64
2.9.1	Modélisation par équations de dimensionnement.....	64
2.9.2	Résolution formelle des équations de Maxwell.....	65
2.10	MODELISATION SEMI-NUMERIQUE.....	67
2.10.1	Principes.....	67
2.10.2	Analogie électrique/ magnétique.....	68
2.10.3	Application à un circuit magnétique.....	69
2.11	RESEAU DE PERMEANCES (METHODE DES NOEUDS).....	70
2.11.1	Réseau de perméances : prise en compte de la saturation.....	70
2.11.2	Réseau de perméances : prise en compte du mouvement.....	72
2.12	RESEAU DE RELUCTANCES (METHODE DES MAILLES).....	74
2.12.1	Réseau de reluctances : prise en compte de la saturation.....	74
2.12.2	Réseau de réductances : prise en compte du mouvement.....	76
2.13	CONCLUSION.....	77
CHAPITRE 3 RESOLUTION DU PROBLEME DE CONCEPTION.....		79
3.1	INTRODUCTION.....	80
3.2	MISE EN EQUATIONS D'UN MODELE SEMI NUMERIQUE.....	80
3.2.1	Théorie des graphes.....	80
3.2.2	Formulation de base des systèmes matriciels.....	81
3.2.3	Application sur un circuit magnétique simple.....	82
3.3	PRISE EN COMPTE DE LA CARACTERISTIQUE NON-LINEAIRE DES MATERIAUX.....	87
3.3.1	Application non-linéaire sur un circuit magnétique simple.....	87
3.4	RESEAUX RELUCTANCES APPLIQUEES AUX MACHINES A FLUX AXIAL.....	88
3.4.1	Hypothèses simplificatrices.....	88
3.4.2	Description des géométries.....	89
3.4.3	Modélisation de l'entrefer et prise en compte du mouvement.....	90
3.4.4	Machine double rotor-simple stator.....	92
3.4.5	Machine double rotor-simple stator.....	95
3.4.6	Prise en compte d'effets 3D.....	96
3.5	DETERMINATION DES GRANDEURS CARACTERISTIQUES.....	97
3.5.1	Forces électromotrices.....	97
3.5.2	Couple.....	97
3.6	VALIDATIONS NUMERIQUE ET EXPERIMENTALE.....	99
3.6.1	Flux magnétique.....	99
3.6.2	Induction normale et couple électromagnétique.....	101
3.6.3	Validation expérimentale.....	102
3.7	EXTENSION AUX MACHINES A FLUX RADIAL.....	103
3.8	MODELISATION DES PERTES.....	104
3.8.1	Modélisation des pertes Joules.....	104
3.8.2	Modélisation des pertes fer.....	105
3.8.3	Modélisation des pertes aimants.....	105
3.8.4	Modélisation des convertisseurs.....	106
3.9	DIMENSIONNEMENT SUR CYCLE.....	106
3.9.1	Cycle de fonctionnement du véhicule.....	107
3.9.2	Caractérisation d'un point de fonctionnement.....	107
3.9.3	Modélisation des pertes sur cycle.....	108
3.9.4	Intégration du réseau de réductances dans le dimensionnement sur cycle.....	109
3.10	CONCLUSION.....	111

CHAPITRE 4 RESOLUTION DU PROBLEME D'OPTIMISATION	113
4.1 INTRODUCTION	114
4.2 FORMULATION DU PROBLEME D'OPTIMISATION	114
4.2.1 <i>Analyse de l'influence des variables : technique du screening</i>	114
4.2.2 <i>Principe</i>	114
4.2.3 <i>Plan factoriel complet</i>	116
4.2.4 <i>Application</i>	116
4.3 PROBLEMES D'OPTIMISATION	119
4.3.1 <i>Mono-objectif sous contraintes</i>	119
4.3.2 <i>Multi-objectifs sous contraintes</i>	120
4.4 CHOIX DE LA METHODE DE RESOLUTION	120
4.4.1 <i>Méthodes déterministes SQP</i>	120
4.5 METHODES STOCHASTIQUES	122
4.5.1 <i>Principe</i>	122
4.5.2 <i>Exemple</i>	123
4.5.3 <i>Conclusion</i>	123
4.6 LE SPACE MAPPING	123
4.6.1 <i>Principe et historique</i>	124
4.6.2 <i>Output Space Mapping</i>	125
4.7 LES MODELES DE SUBSTITUTION	127
4.7.1 <i>Surfaces de réponses</i>	127
4.7.2 <i>Modèles kriging</i>	129
4.7.3 <i>Exemple</i>	130
4.7.4 <i>Modèles RBF</i>	131
4.7.5 <i>Exemple</i>	134
4.8 COMPARAISON	134
4.9 RADIAL OUTPUT SPACE MAPPING	135
4.9.1 <i>Principe</i>	135
4.9.2 <i>Exemple</i>	137
4.10 APPLICATIONS	139
4.10.1 <i>Couplage de modèle à granularité différentes</i>	139
4.10.2 <i>Couplage linéaire/saturé</i>	141
4.11 ADAPTATION DU SPACE MAPPING AUX MODELES PAR RESEAUX DE RELUCTANCES	142
4.12 PRINCIPE	142
4.12.1 <i>Applications</i>	144
4.12.2 <i>Couplage linéaire/saturé</i>	144
4.13 OPTIMISATION MULTI-OBJECTIF	145
4.14 CONCLUSIONS	147
CONCLUSION GENERALE	149
BIBLIOGRAPHIE	152
ANNEXE	163

Table des figures

Figure 1-1— Arbre typologique de conception	14
Figure 1-2— Matrice activités/ressources [Wurt08]	16
Figure 1-3— Processus de conception	17
Figure 1-4— Processus de conception itérative	18
Figure 1-5— Modèle direct	19
Figure 1-6— Modèle inverse.....	20
Figure 1-7— Circuit magnétique	20
Figure 1-8— Réseau de réluctances direct	21
Figure 1-9— Réseau de réluctances inverse.....	21
Figure 1-10— Comparaison de méthodes de modélisation	23
Figure 1-11— Problème inverse de dimensionnement	24
Figure 1-12— Problème inverse de conception	24
Figure 1-13— Problème inverse par optimisation.....	25
Figure 1-14— Approche multidisciplinaire mono-niveaux (MDF)	25
Figure 1-15— Approche multidisciplinaire multi-niveaux	26
Figure 1-16— Optima locaux et globaux.....	29
Figure 1-17— Les principales méthodes déterministes.....	31
Figure 1-18— Les principales méthodes stochastiques.....	32
Figure 1-19— Les principales méthodes multi-objectif	32
Figure 1-20— Les principales méthodes multi-niveaux.....	33
Figure 1-21— Optimisation PE, Direct	34
Figure 1-22— EGO, $g = 7$; $g = 1$	35
Figure 1-23— Bobine à air sous FEMM	37
Figure 1-24— Inductance, évolution du modèle grossier	37
Figure 1-25— Historique de convergence	37
Figure 1-26— Dynamisme mondial de la mobilité électrique [Jeha10]	38
Figure 1-27— Besoins en infrastructures selon le plan national en France [Jeha10]	39
Figure 1-28— Chaîne de traction [Bere10]	39
Figure 2-1— Evolution de l'électrification du véhicule [Bere10].....	42
Figure 2-2— Caractéristiques couple-vitesse machine asynchrone	43
Figure 2-3— Différents types de machines [Fodo09]	44
Figure 2-4— Caractéristiques couple-vitesse machine synchrone à aimants permanents [Zera06]	44
Figure 2-5— Différentes structures rotoriques pour une MSAPFR [Fodo09].....	45
Figure 2-6— Différentes structures statoriques pour une MSAPFR.....	45
Figure 2-7— Caractéristiques couple-vitesse machine à réluctance variable [Zera06]	46
Figure 2-8— Comparaison des différentes structures.....	46
Figure 2-9— Chemin de flux de machines à flux radial et axial [Ran12]	47
Figure 2-10— Machines à flux radial et axial [Gier08].....	48
Figure 2-11— Structures d'une machine à flux axial, simple face.....	48
Figure 2-12— Différentes structures de machines à flux axial à aimants en surface (TORUS)	49
Figure 2-13— Machine Torus sans culasse statorique	50
Figure 2-14— Différentes structures de machines à flux axial à aimants en surface (AFIR).....	51
Figure 2-15— Machines à flux axial multi-étages.....	52
Figure 2-16— Comparaison entre bobinages réparti et concentré [Parv05]	53
Figure 2-17— Machine simple stator double rotor à aimants en surface avec deux types de bobinages [Dona10]	53
Figure 2-18— Structure d'une machine double rotor simple stator à bobinage concentré double couche [DiGe05].....	54
Figure 2-19— Structure d'une machine double rotor simple stator à denture feuilletée en SMC [Fei11].....	54
Figure 2-20— Comparaison entre les lignes de champs dans le cas d'une encoche semi-fermée et une encoche ouverte [Lind09].....	55

Figure 2-21— Structure du stator et répartition du bobinage d'une machine 12/10 [Juss09].....	55
Figure 2-22— Structure du rotor et disposition des aimants d'une machine 12/10 [Juss09].....	55
Figure 2-23— Machine à flux axial à aimants enterrés [Bomm09]	56
Figure 2-24— Comparaison de différentes grandeurs de machines radial et axial en fonction de la puissance [Sita00]	57
Figure 2-25— Structures des machines à étudier.....	58
Figure 2-26— Maillage et ligne de champs d'une demi-MSAF 6-encoches-2 paires pôles.....	60
Figure 2-27— Courbes caractéristiques des aimants permanents.....	60
Figure 2-28— Droite de charge et point de fonctionnement des aimants permanents [Mira12].....	61
Figure 2-29— Circuit magnétique.....	62
Figure 2-30— Courbes caractéristiques des matériaux ferromagnétiques.....	62
Figure 2-31— Courbes de première aimantation de matériaux ferromagnétiques [Duba06]	63
Figure 2-32— Discrétisation en régions d'une machine à flux axial [Bell10]	66
Figure 2-33— Tube d'induction [Rami06].....	68
Figure 2-34— Représentation de l'analogie entre les circuits magnétique et électrique.....	69
Figure 2-35— Architecture de réseaux pour un électroaimant.....	70
Figure 2-36— Organigramme de résolution en non-linéaire [Nedj12]	71
Figure 2-37— Détermination et interpolation des perméances [Hecq96].....	72
Figure 2-38— Modélisation uni- et bi-directionnelle [Nedj12]	73
Figure 2-39— Représentation de la zone de chevauchement [Rami06].....	74
Figure 2-40— Réseau de réluctances d'entrefer unidirectionnel-identification des formes [Bash10].....	76
Figure 2-41— Maillage d'une machine pour un pas dentaires de stator et du rotor [Poug09].....	77
Figure 3-1— Exemple de matrices d'incidence et de structure.....	81
Figure 3-2— Lois de Kirchhoff matricielle.....	81
Figure 3-3— Exemple d'un électroaimant [Gren03].....	82
Figure 3-4— Réseau de réluctances de l'électroaimant.....	83
Figure 3-5— Cartographie de flux de l'électroaimant sous FEMM	83
Figure 3-6— Validation de la modélisation par réseau de réluctances.....	84
Figure 3-7— Réseau de réluctances de l'entrefer	86
Figure 3-8— Mailles de prise en compte de la périodicité au rotor et de liaison rotor/entrefer.....	86
Figure 3-9— Organigramme de résolution du système non-linéaire.....	87
Figure 3-10— Courbe B-H et induction de la branche centrale de l'électroaimant (e=0.05mm)	88
Figure 3-11— Equivalence et linéarisation	88
Figure 3-12— Machine double rotor simple stator	89
Figure 3-13— Données géométriques de la machine à double rotor	89
Figure 3-14— Machine double stator simple rotor	90
Figure 3-15— Représentation des variables géométriques	90
Figure 3-16— Représentation de la discrétisation bidirectionnelle de l'entrefer.....	91
Figure 3-17— Illustration du changement de réseau en fonction de la position.....	92
Figure 3-18— Organigramme de résolution du système non-linéaire en fonction de la position.....	92
Figure 3-19— Réseau de réluctances du rotor de la machine double rotor	92
Figure 3-20— Réseau de réluctances simplifié du stator de la machine double rotor	93
Figure 3-21— Réseau de réluctances amélioré du stator de la machine double rotor.....	94
Figure 3-22— Mise en phase de la Fem à vide et du courant d'alimentation.....	95
Figure 3-23— Réseau de réluctances du rotor de la machine double stator.....	95
Figure 3-24— Réseau de réluctances du stator de la machine double rotor, avec épanouissement dentaire	95
Figure 3-25— Représentation des effets 3D dus à la différence de rayons stator/rotor.....	96
Figure 3-26— Co-énergie à courant constant.....	98
Figure 3-27— Comparaisons des flux RelNet/FEMM pour la machine 6/4 à différentes valeurs de courant.....	99
Figure 3-28— Comparaisons des flux RelNet/FEMM pour la machine 6/8 à différentes valeurs de courant.....	99
Figure 3-29— Comparaison des résolutions locale et globale machine 6/4 et 6/8	100
Figure 3-30— Distribution des lignes de champs dans l'état linéaire à 200 A	100
Figure 3-31— Distribution des lignes de champs dans l'état saturé à 200 A.....	100

Figure 3-32— Comparaison en non-linéaire des flux, EF : rouge, RelNet : bleu	101
Figure 3-33— Comparaison en non-linéaire des dérivées de flux, EF : rouge, RelNet : bleu	101
Figure 3-34— Comparaison de l'induction normale RelNet/FEMM pour différentes valeurs de courant	102
Figure 3-35— Ondulation de couple par FEMM, RelNet à travers TdM et Co-Energie.....	102
Figure 3-36— Comparaison RelNet/expérimentale	103
Figure 3-37— Cartographie de champ magnétique d'une machine à flux radial à concentration de flux	103
Figure 3-38— Données géométriques de la machine à flux radial.....	103
Figure 3-39— Comparaison à vide RelNet/Femm des flux captés	104
Figure 3-40— Bilan des pertes	104
Figure 3-41— Cycle routier/ Urbain vitesse Artemis	107
Figure 3-42— Cycle routier/ Urbain couple Artemis	107
Figure 3-43— Cartographie couple/ vitesse	108
Figure 3-44— Organigramme de l'établissement de la cartographie de flux 4D	109
Figure 3-45—Cartographies de flux	110
Figure 3-46— Organigramme de détermination des grandeurs caractéristiques des machines.....	110
Figure 3-47— Cartographies couple et Fem	111
Figure 4-1— Domaine d'un facteur [Goup06]	115
Figure 4-2— Exemple de graphe de tendance [Goup06]	115
Figure 4-3— Cartographie couple-vitesse.....	117
Figure 4-4— Graphes de tendances des pertes.....	118
Figure 4-5— Graphes de tendances du couple à la vitesse de base.....	118
Figure 4-6— Graphes de tendances de la Fem à haute vitesse.....	119
Figure 4-7— Graphes de tendances de la masse.....	119
Figure 4-8— Déroulement du NSGA-II [Deb02].....	122
Figure 4-9— Illustration des fronts de Pareto	123
Figure 4-10— Organigramme de l'Output Space Mapping	125
Figure 4-11— Modélisation polynomiale.....	129
Figure 4-12— Modélisation par kriging	131
Figure 4-13— Un neurone.....	131
Figure 4-14— Illustration des effets de poids dans une interpolation RBF.....	132
Figure 4-15— Modélisation RBF	134
Figure 4-16— Comparaison des modélisations	135
Figure 4-17— Organigramme du Radial Output Space Mapping	136
Figure 4-18— Représentation des fonctions fine et grossière	137
Figure 4-19— Représentation des itérations de l'OSM	138
Figure 4-20— Représentation de l'itération 0 de ROSM	138
Figure 4-21— Représentation de l'itération 1 de ROSM	138
Figure 4-22— Représentation de l'itération 2 de ROSM	139
Figure 4-23— Historique de convergence de ROSM	140
Figure 4-24— Historique de convergence de OSM.....	141
Figure 4-25— Historique de convergence couplage linéaire/ non-linéaire ROSM.....	142
Figure 4-26— Organigramme de la méthode de correction de flux	143
Figure 4-27— Cartographies de Flux et du correcteur	144
Figure 4-28— Historique de convergence couplage linéaire/ non-linéaire correction de flux.....	145
Figure 4-29— Front de Pareto linéaire et non-linéaire.....	146
Figure 4-30— Cartographies des pertes fer sur cycle pour les optimums A et A'.....	146
Figure 4-31— Cartographies des pertes par effet Joule sur cycle pour les optimums A et A'	147
Figure 4-32— Cartographies des courants nominaux sur cycle pour les optimums A et A'	147
Figure A-1— Réseau horizontal de l'entrefer et sa matrice correspondante.....	163
Figure A-2— Réseau vertical supérieur de l'entrefer et sa matrice correspondante.....	163
Figure A-3— Réseau de la partie supérieure et sa matrice correspondante	163
Figure A-4— Réseau vertical inférieur de l'entrefer et sa matrice correspondante	163

Figure A-5— Réseau de la partie inférieure et sa matrice correspondante	164
Figure A-6— Réseau de mailles de l'entrefer et la partie supérieure et leurs matrices correspondantes	164
Figure A-7— Réseau de mailles de l'entrefer et la partie inférieure et leurs matrices correspondantes	164
Figure A-8— Illustration de l'algorithme Newton-Raphson	166

Liste des tableaux

Tableau 2-1 — Comparaison entre Torus de type NN et NS	50
Tableau 2-2— Equations de Maxwell	59
Tableau 2-3 — Caractéristiques des aimants permanents [Mult04]	61
Tableau 2-4 — Valeurs des coefficients représentant la courbe $H(B)$ pour différents matériaux	63
Tableau 2-5— Equations de dimensionnement de machine à flux axial	65
Tableau 2-6— Présentation et exemple de différents facteurs de forme de courant et de puissance [Kaho13]	65
Tableau 2-7 — Analogie électrique/ magnétique	69
Tableau 3-1 — Dimension de l'électroaimant	83
Tableau 3-2—Expressions des variables	89
Tableau 3-3— Expression des variables de la machine 12/10	90
Tableau 3-4 — Paramètres géométriques des machines double rotor	91
Tableau 3-5—Diamètres de la machine 12/10 double stator-simple rotor	96
Tableau 3-6—Dimensions des machines utilisées pour la validation	99
Tableau 3-7—Caractéristiques des modèles	101
Tableau 3-8— Expressions des variables de la machine à flux radial	103
Tableau 3-9—Paramètres associés aux barycentres	108
Tableau 3-10—Exemple de détermination de couple et Fem	110
Tableau 4-1— Domaine de variation des facteurs	117
Tableau 4-2— Niveaux et valeurs des divers facteurs	117
Tableau 4-3— Caractéristiques des barycentres	117
Tableau 4-4— Problèmes d'optimisation multiobjectifs	123
Tableau 4-5— Type de fonctions bases	132
Tableau 4-6— Historique des convergences des points de départ de l'OSM et ROSM	137
Tableau 4-7— Historique de convergence du deuxième objectif de l'OSM et ROSM	138
Tableau 4-8— Caractéristique des modèles grossier et fin	139
Tableau 4-9— Erreur entre les réponses des modèles grossier et fin pour $X= [105, 80, 6.25, 57.5, 40, 14]$	140
Tableau 4-10— Historique de convergence de ROSM pour divers objectifs	140
Tableau 4-11— Historique de convergence de OSM pour divers objectifs	141
Tableau 4-12— Points de départ de SM	142
Tableau 4-13— Dimensions optimaux par ROSM	142
Tableau 4-14— Dimensions optimaux par correction de flux	144
Tableau A-1 — Convergence Newton-Raphson	165

Introduction générale

Afin de faire face à plusieurs défis sociétaux dont les enjeux énergétiques et environnementaux, un engagement mondial vers la mobilité électrique est engagé depuis une dizaine d'années. De nouvelles normes sont à respecter afin de limiter les émissions de gaz à effet de serre dont le CO₂ est l'un des éléments essentiels. Ces émissions sont liées aux activités humaines et en particulier, pour 34%, le secteur de transport. C'est pourquoi des engagements d'innovation dans le domaine de l'électrification des véhicules sont pris afin de réduire les émissions de CO₂ à un niveau de 95g CO₂/km en 2020. De ce fait, les groupes moto propulseurs se complexifient et les ingénieurs de conception sont confrontés aux défis d'amélioration et d'optimisation de l'ensemble des constituants des chaînes de conversion d'énergie dans des délais réduits.

Il est donc essentiel de proposer de nouveaux outils et méthodologies de conception dans l'objectif d'accompagner le concepteur dans la phase de pré-dimensionnement de l'objet et sa validation grâce à la modélisation et simulation.

Dans le domaine de la recherche, plusieurs auteurs ont proposés des contributions sur les diverses étapes de la conception qui peuvent se résumer comme suit :

1. L'analyse du besoin, rédaction d'un cahier des charges
2. La formulation du problème de conception
3. La résolution du problème de conception
4. L'interprétation des résultats obtenus

Dans cette thèse, nous intervenons après la traduction des besoins en un cahier des charges sur les étapes de formulation et résolution du problème de conception, afin de proposer au concepteur des méthodologies et des outils à exploiter. Nous nous intéresserons de plus près à la conception des machines dédiées pour la traction. Dans le cadre d'un dimensionnement sur un cycle routier, l'objectif est de permettre la réduction des pertes totales et respecter un certain nombre de contraintes dont le temps de calcul.

Les questions auxquelles nous avons proposé des réponses et des contributions scientifiques sont :

Quelle est la structure la mieux adaptée au cahier des charges ?

Suite à une étude bibliographique sur les actionneurs électriques, des machines électriques synchrones à aimants permanents à flux axial triphasées ont été sélectionnées, pour des raisons de compacité.

Comment les modéliser?

Un modèle est une illustration mathématique des phénomènes réels. Il existe trois grandes familles de modèles, classées par ordre croissant de complexité (fidélité) et temps de calcul: les modèles analytiques, les modèles semi-numériques (réseaux de réductances) et les modèles numériques. Les méthodes semi-numériques se situent à mi-chemin entre la description analytique mise en place grâce à des hypothèses simplificatrices et les méthodes de calcul par éléments finis non adaptées au dimensionnement par des stratégies itératives telles que celles utilisées pour l'optimisation. Nous avons proposé un modèle générique adaptable à tout type de structures.

Comment résoudre le problème ?

Les modèles reposant sur les réseaux de réluctances présentent d'emblée un bon compromis entre la précision et le temps de calcul. Cependant, bien que le temps de calcul soit réduit par rapport à la méthode des éléments finis, le problème de temps de simulation subsiste si on considère les caractéristiques non-linéaires des matériaux.

L'objectif de notre travail consiste donc à utiliser une technique d'optimisation multi-niveau le Space Mapping afin d'aboutir à un compromis entre la précision de la solution finale (structure de machine) et le temps de calcul nécessaire. Deux variantes de cette technique sont proposées dans le cadre de la modélisation par réseau de réluctances permettant d'associer des modèles de granularités différentes.

Les réponses à ces questions sont étalées sur quatre chapitres :

Le premier chapitre introductif, dans lequel nous abordons les différentes problématiques de conception, à travers la description de cette activité et de ses différents enjeux. Par la suite, les tâches à accomplir sont identifiées telles que la formulation et la résolution du problème de conception. Les définitions sur l'orientation et la nature des modèles sont expliquées, ainsi que les méthodes de résolution du problème grâce à l'optimisation.

Le deuxième chapitre est consacré à la formulation du problème, une brève description des différentes machines électriques sera établie, plus particulièrement un état de l'art non exhaustif des machines à aimants permanents à flux axial qui feront l'objet de notre étude. Dans le domaine de la conception des machines comme décrit précédemment, il existe trois approches de modélisation classées selon leurs précisions et les temps de calcul nécessaires pour une simulation. Ainsi ces différentes approches sont détaillées afin de justifier le choix de la modélisation par réseau de réluctances. Enfin, le contexte considéré de dimensionnement des machines se situe dans le domaine de la de traction, de ce fait différents cycles routiers sont décrits ainsi que la modélisation des pertes sur le cycle Artemis en particulier.

Le troisième chapitre est consacré à la modélisation de machines à aimants permanents à flux axial. On procède à la mise en équations d'un modèle semi-numérique adapté à la modélisation des machines, son application sur deux structures différentes en tenant compte de la rotation de la machine et les effets de saturation locales. On présente également l'adaptabilité de ce modèle pour les machines à flux radial. Enfin, la modélisation est validée par l'intermédiaire de modèles en éléments finis et des données expérimentales.

Le quatrième et dernier chapitre est dédié à la résolution du problème par optimisation. La formulation mathématique du problème est introduite pour répondre aux exigences d'un cahier des charges. Les différentes méthodes d'optimisation déterministes et stochastiques utilisées sont décrites méthodes. Dans le cadre d'une optimisation multi-niveau, la technique du Space Mapping est retenue.

De ce fait, un état de l'art du Space Mapping est présenté. Deux variantes de cette technique sont proposées en s'appuyant sur des modélisations par réseaux de réluctances. Enfin l'application des méthodologies de conception proposées afin de dimensionner les machines sur le cycle routier est présentée.

Chapitre 1 Méthodologie de conception

Sommaire

1.1	INTRODUCTION	14
1.2	L'ACTIVITE DE CONCEPTION	14
1.2.1	<i>En quoi consiste l'activité de conception</i>	14
1.3	CARACTERISATION DE L'ACTIVITE DE CONCEPTION	15
1.3.1	<i>Processus de conception</i>	16
1.4	MODELISATION	18
1.4.1	<i>Objectifs de la modélisation</i>	18
1.4.2	<i>Orientation des modèles pour la conception</i>	19
1.4.2.1	Modèle direct	19
1.4.2.2	Modèle inverse	19
1.4.2.3	Comparaison : modèle direct – modèle inverse	20
	Simulation par modèle direct	20
	Simulation par modèle inverse	21
1.4.3	<i>Nature des modèles</i>	21
1.4.3.1	Modèles analytiques	22
1.4.3.2	Modèles semi-numériques	22
1.4.3.3	Modèles numériques	22
1.4.3.4	Comparaison des modèles	22
1.5	RESOLUTION DES PROBLEMES DE CONCEPTION ET DE DIMENSIONNEMENT	23
1.5.1	<i>Résolution par un modèle inverse</i>	23
1.5.2	<i>Résolution par un modèle direct</i>	24
1.5.3	<i>Approches de résolution par un modèle direct</i>	25
1.6	METHODES ET TECHNIQUES D'OPTIMISATION	26
1.6.1	<i>Problème d'optimisation</i>	26
1.6.1.1	Les variables de conception	26
1.6.1.2	Les paramètres constants	27
1.6.1.3	Les critères d'optimisation	27
1.6.1.4	Les contraintes	28
1.6.1.5	Formulation générique	28
1.6.1.6	Types d'optima	28
1.6.2	<i>Classifications des problèmes d'optimisation</i>	29
1.6.3	<i>Problèmes équivalents</i>	29
1.7	METHODES DE RESOLUTION	30
1.7.1	<i>Optimisation déterministe</i>	31
1.7.2	<i>Optimisation stochastique</i>	31
1.7.3	<i>Optimisation multi-objectif</i>	32
1.8	TECHNIQUE DE RESOLUTION MULTI-NIVEAU	32
1.8.1	<i>A base de modèle de substitution</i>	33
1.8.2	<i>Efficient Global Optimization</i>	34
1.8.3	<i>Space Mapping</i>	35
1.8.3.1	Exemple	36
1.9	APPROCHE ABORDEE POUR LE DEVELOPPEMENT D'UN OUTIL DE CONCEPTION	38
1.9.1	<i>Contexte d'étude</i>	38
1.9.2	<i>Conclusions</i>	39

1.1 Introduction

Cette thèse s'inscrit dans un contexte de mise en place d'une méthodologie de conception appliquée au domaine du génie électrique. Ce chapitre introductif, fera une brève description de la démarche de conception, et sera composé de trois grandes parties.

La première intitulée activité de conception, caractérise la démarche à suivre sur la base d'une étude bibliographique. Elle passera dans un premier temps par la description au sens large des différentes tâches à accomplir dans le processus de conception. Une fois le cahier des charges mis en place, nous nous intéresseront à sa traduction sous forme d'un problème, sa résolution, et à la fin, à l'analyse des résultats.

Par la suite, la modélisation, une des activités de la formulation du problème, sera décrite. Dans cette section, les objectifs de la modélisation seront exposés (la définition de l'orientation des modèles dans le sens direct et inverse ainsi que son influence sur la résolution du problème). A la fin nous nous intéressons au choix de la nature du modèle selon trois déclinaisons: analytique, semi-numérique et numérique. Le troisième axe consiste en la description des méthodes de résolution notamment par optimisation. L'objectif de cette section sera de définir dans un premier temps le lexique à employer, par la suite répertorier les diverses méthodes d'optimisation rencontrées dans la littérature ainsi que de se focaliser sur certaines techniques d'optimisation multi-niveau qui orienteront nos choix de résolution.

Enfin, les approches utilisées dans les chapitres suivants sont introduites dans un contexte de développement de méthodologie de conception d'actionneurs électriques pour la traction.

1.2 L'activité de conception

1.2.1 En quoi consiste l'activité de conception

La tâche de conception consiste à spécifier comment réaliser un objet à l'aide de ces composants, de manière à satisfaire un ensemble d'exigences [BelH00]. Il existe différents types de conception décrit par l'arbre typologique (cf. **Figure 1-1**). Le processus de conception dans certains domaines (par exemple celui des machines électriques) consiste de nos jours à une activité de reconception étant donné que les lois physiques qui régissent le principe de fonctionnement des machines électriques sont bien établies.

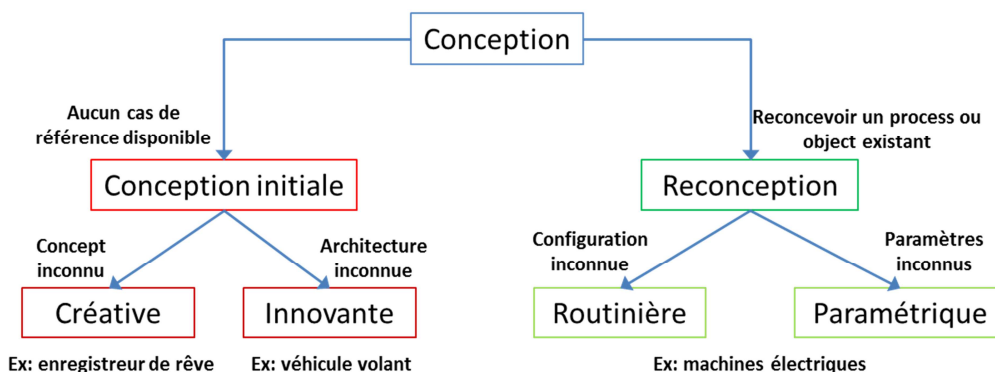


Figure 1-1— Arbre typologique de conception

En génie électrique, plusieurs auteurs [Bris07] [Hecq06] [Bomm09] [Azzo07] [Fasq07] [Gasc04] [duPe06] ont développé des outils d'aide à la conception limités soit à une discipline telle que le magnétisme, des approches multidisciplinaires prenant en compte plusieurs phénomènes (électrique-magnétique-thermique-mécanique) ou des approches systémiques multi-domaine et multidisciplinaire pour la conception d'un ensemble de composants comme une chaîne de traction.

Ainsi dans les paragraphes suivants, suite à la définition des différentes tâches (activités) à accomplir dans une activité de conception, nous développons l'état de l'art du processus de conception à l'aide de l'optimisation qui comporte, suite à l'analyse du cahier des charges, les éléments suivants:

1. La formulation du problème de conception, qui tient compte de l'orientation et la nature du modèle.
2. La formulation mathématique du problème de conception.
3. La démarche à suivre en vue de la résolution du problème.

1.3 Caractérisation de l'activité de conception

Tout projet de conception est fondé sur trois appuis [BelH00] :

1. Les performances à atteindre (le cahier des charges)
2. Les éléments constitutifs du produit à concevoir (structures, compositions, dimensions)
3. Les relations qui définissent la sensibilité des performances du système par rapport à ses éléments (équations analytiques, loi de comportement).

Dans un contexte lié à la conception trois problématiques complémentaires sont souvent relevées et permettent la liaison entre les trois fondements cités ultérieurement.

- Comment formuler (poser) le problème de conception ?

Etant données les performances à atteindre, un choix se pose sur l'identification des paramètres d'entrées à prendre en compte et comment établir les relations qui régissent entre eux et les objectifs au niveau performance.

- Comment résoudre le problème ?

Quelles sont les éléments qui permettront aux concepteurs d'atteindre les objectifs, en termes de structures, compositions et dimensions ? Et comment y parvenir à les retrouver ?

- Comment interpréter les résultats ?

C'est le retour aux deux questions précédentes afin de vérifier les décisions prises.

La définition du problème avec sa formulation peuvent être vues comme une stratégie alors que sa résolution comme une tactique pour aboutir aux finalités de la conception. Les deux problématiques sont étroitement liées et influent l'une sur l'autre. Ainsi le choix de la formulation du problème doit prendre en considération la façon avec laquelle il doit être résolu. L'interprétation des résultats rend le processus de conception itératif et consiste en un retour aux étapes de formulation et résolution.

La démarche de conception en génie électrique est formalisée par [Wurt08] en distinguant deux types d'activités : les activités dites compliquées qu'il est nécessaire d'automatiser et les activités dites complexes qui requièrent l'intervention du concepteur.

L'identification de ces deux activités dans la démarche de conception permet la mise en place d'une stratégie d'aide à la conception efficace. Face à ces deux activités, l'auteur relève trois types de ressources illustrées par la matrice de la **Figure 1-2**:

1. Les systèmes formels finis : Cette définition mathématique de ressources évoque les méthodes automatisables dans les ordinateurs tels les logiciels de simulation, les algorithmes d'optimisation.
2. Les stratégies : La stratégie consiste à la définition d'une ligne de conduite définie par des actions intervenant selon une logique pour atteindre un ou des objectifs. Elle nécessite ainsi l'intervention d'acteurs humains afin de l'adapter aux contextes et buts fixés. Deux types de stratégies sont identifiés :
 - a. Les stratégies rationnelles : Ce sont les activités menées en vue de mettre en œuvre des ressources formelles. Cette formulation consiste en la formulation du problème en définissant les hypothèses à considérer, une reformulation d'un problème mal posé, tranché entre différents objectifs. Comme par exemple la formulation des contraintes et objectifs de la méthode d'optimisation choisie, les hypothèses simplificatrices pour un type de modélisation.
 - b. Les stratégies heuristiques, empiriques et opportunistes : au niveau de ce type d'activités on distingue deux exemples typiques [Gill09] : les raisonnements par analogie et par intuition. Ces raisonnements sont développés et capitalisés suite à l'observation de concepteurs en situation de conception. Par exemple le choix d'un rotor à concentration de flux pour avoir plus de puissance massique.
3. La chance et le hors rationnel : Ces ressources sont mobilisées dans les processus d'innovation. Par exemple le déploiement d'une nouvelle méthodologie de dimensionnement, une nouvelle structure de machine, un nouveau composant.

Cette caractérisation générique des activités et ressources dans le domaine de la conception nous permet d'identifier les différentes étapes à accomplir afin de décrire un processus de conception.





Ressources Activités	Type 1°: Systèmes formels finis	Type 2°: Stratégies		Type 3°: Chance et hors rationalité
		Type 2 a: Rationnelles	Type 2 b: Heuristiques, empiriques, opportunistes	
Type c: compliquée		X		X
Type C: complexe	X			

Figure 1-2— Matrice activités/ressources [Wurt08]

1. 3. 1 Processus de conception

Ainsi, nous distinguons dans les activités complexes la formulation du problème [Daan06] [Bris07] qui peut être divisée en deux étapes :

1. D'abord la formulation du problème de conception [Gong11] [Gill09] [Tran09] est souvent décrite par les terminologies modélisation ou approche de conception [Gong11] [Nedj12]. Elle comporte le choix du modèle, de ces entrées et sorties. La deuxième étape est la formulation du problème d'optimisation, elle comporte la transcription du problème de conception en un problème mathématique ainsi que le choix de la méthode d'optimisation à appliquer afin de résoudre ce problème.
2. La résolution du problème fait partie des activités compliquées qui nécessite la mise en œuvre de systèmes formels finis automatisables par un ordinateur, d'une part, afin de résoudre le problème de conception définis auparavant (Quel type de modèle choisir ?), et d'autre part la mise en place d'un algorithme d'optimisation adapté afin de résoudre le problème d'optimisation.

Suite à ces activités le concepteur doit ré-intervenir dans la phase de l'analyse des résultats, il définit alors les critères nécessaires afin de valider le concept obtenu. Cette phase peut ainsi comporter des activités compliquées comme la mise en œuvre d'une méthode d'analyse de sensibilité afin de trancher entre différents résultats obtenus. Enfin, la prise de décision revient au concepteur qui doit valider les résultats obtenus.

Bien que cette démarche de conception semble séquentielle (cf. **Figure 1-3**), en pratique les choses ne sont pas si simples [Bris07].

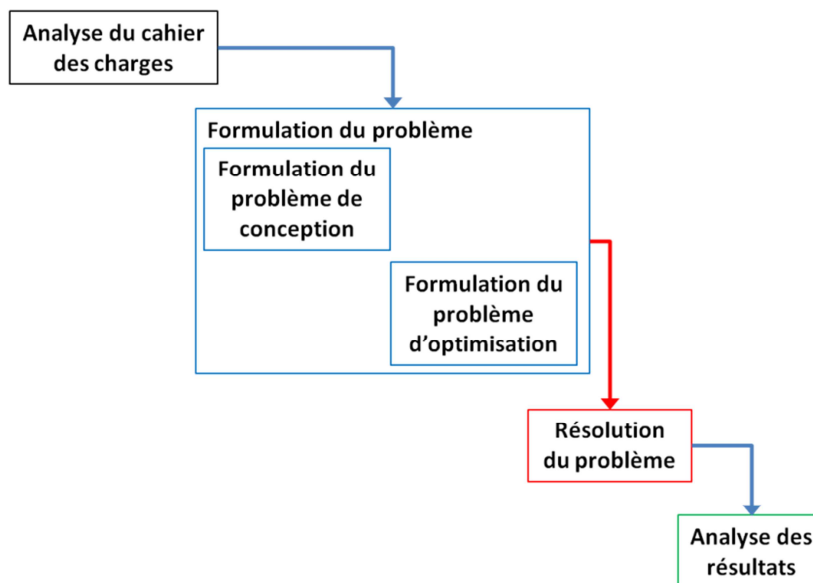


Figure 1-3— Processus de conception

Il existe de multiples itérations qui peuvent apparaître dans un processus de conception (cf. **Figure 1-4**) :

1. Le retour vers la résolution du problème, c'est le cas lors d'un problème de convergence de l'algorithme d'optimisation ou un temps excessif d'optimisation. Le concepteur peut ainsi opter pour des solutions suivantes : le changement des paramètres de réglages de l'algorithme employé, le changement du point de départ dans le cas où l'algorithme employé est déterministe ou le changement de la méthode d'optimisation si elle n'est pas adaptée.
2. Le retour vers la formulation du problème, c'est le cas lorsque la résolution du problème est satisfaite. Ce retour permet au concepteur d'apprendre les limites de son modèle et d'explorer des pistes qui n'ont pas été définies à priori. Il peut ainsi élargir son domaine d'étude, ajouter des contraintes afin d'avoir des solutions plus pertinentes.

3. Le retour vers le cahier des charges, c'est le cas quand aucune solution faisable n'est retrouvée. Dans ce cas, une relaxation des contraintes est nécessaire. D'autres cas de figure existent tels le choix de critères non pertinents, (par exemple lorsque le concepteur choisit deux critères linéairement lié (masse/volume)), ou le choix de différents objectifs pondérés, il est alors intéressant de changer la pondération afin de cerner l'ensemble de compromis le plus tangible.

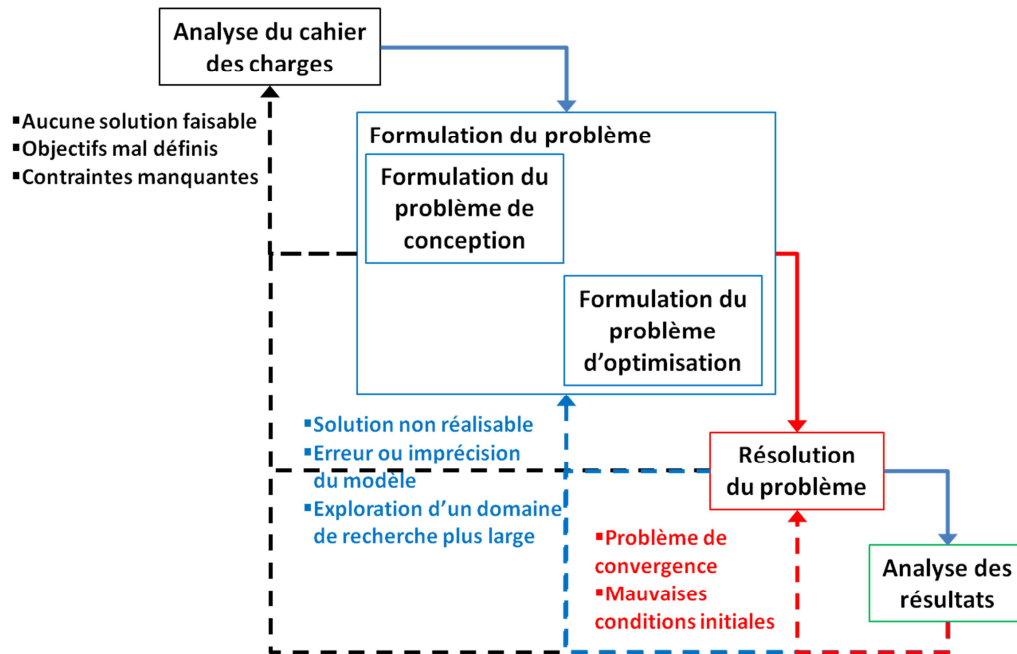


Figure 1-4— Processus de conception itérative

Dans cette thèse nous intervenons après la définition du besoin en un cahier des charges. Notre objectif est d'assister le concepteur dans la phase de conception préliminaire, sur les étapes de :

1. La formulation du problème.
2. La résolution du problème.

Ainsi en traitant dans un premier temps la formulation du problème, particulièrement d'un composant, les questions à se poser dans le cadre de sa reconception sont :

1. Quelle est la structure de ce composant la mieux adaptée au cahier des charges ?
2. Comment le modéliser?
3. Quel type de modèle choisir dans le cadre d'une résolution bien adaptée ?

Afin de pouvoir répondre à ces questions, il faut tout d'abord définir en quoi consiste un modèle. Puis par la suite, comment orienter et choisir le modèle le mieux adapté afin de satisfaire le choix de la méthode de résolution, et enfin comment résoudre le problème.

1.4 Modélisation

1.4.1 Objectifs de la modélisation

Un modèle peut être défini comme une description mathématique d'un processus réel, mis en place dans un objectif bien précis. Le but d'un modèle pourra alors être [Walt94] :

1. Analyser des phénomènes dans le but de mieux les comprendre
2. Estimer des grandeurs pour lesquelles il n'y a pas de capteurs, à travers des mesures indirectes

3. Tester des hypothèses dans le but de les valider.
4. Des fins pédagogiques
5. Prévoir un comportement à long ou court terme
6. Développer des processus de contrôle
7. Effectuer la synthèse d'une loi de commande.

Les finalités de la modélisation doivent être explicites et bien précises, car cela impliquera le choix de la méthode de modélisation. Par exemple, un modèle prédictif permet à partir des connaissances que l'on a d'un état du système, de déduire son comportement dans des situations nouvelles. Ainsi, le modèle sera jugé satisfaisant par ses utilisateurs si les objectifs de cette modélisation sont atteints ou non [Moue10].

Plusieurs caractéristiques doivent être évaluées afin de juger de la pertinence, de la fiabilité et de la fidélité d'un modèle, dont :

1. L'adaptabilité à une démarche de conception
2. La précision du modèle afin de prévoir le comportement du système aux différentes sollicitations
3. La rapidité au niveau du temps de calcul pour réduire le coût de la conception
4. L'exhaustivité dans la description du système (couplage entre différentes physiques)

Pour répondre à la première exigence, il faut définir en quoi consiste l'orientation du modèle pour la conception. La précision et la rapidité du modèle repose sur les différents types de modélisation existante. Alors que l'exhaustivité tient compte de l'ampleur et de la pluridisciplinarité des phénomènes décrits par le modèle.

1.4.2 Orientation des modèles pour la conception

Une des activités dans une démarche de conception réside dans la construction de modèles. Dans la littérature on rencontre souvent deux terminologies afin de décrire l'orientation du modèle ou en d'autres termes la relation cause à effet [Mest07] :

1. Les modèles directs ou modèles de comportement.
2. Les modèles inverses ou modèles de conception.

1.4.2.1 Modèle direct

Le modèle direct permet au concepteur de simuler et d'analyser les performances d'un dispositif à partir des connaissances d'entrées (causes) (cf. **Figure 1-5**), telles que : la structure, les dimensions et le type de matériaux. Ce type de modèle se base sur des phénomènes et des lois de la physique afin de trouver à partir des causes les effets (performances) [Fita04].

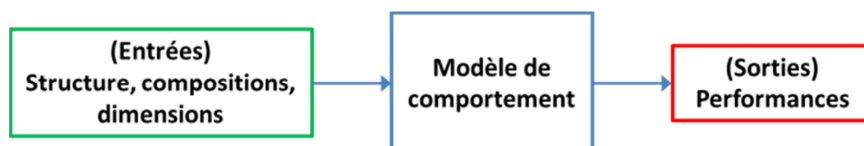


Figure 1-5— Modèle direct

1.4.2.2 Modèle inverse

Dans le processus de conception, généralement le problème à résoudre est dit un problème inverse, en d'autres termes les performances souhaitées font partie du cahier des charges alors que la structure, la nature des

matériaux ainsi que les dimensions sont les inconnues à retrouver. Selon [Mess98] [Fita04] [Mest07] [Bris07] le processus de conception (problème idéal de conception) est décrit par la **Figure 1-6**.

Le modèle inverse est souvent de type analytique, c'est-à-dire les phénomènes physiques sont décrits par des équations algébriques exprimant les sorties en fonction des entrées.

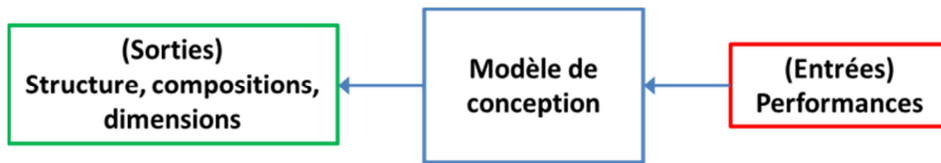


Figure 1-6— Modèle inverse

1.4.2.3 Comparaison : modèle direct – modèle inverse

Afin de se faire une idée claire sur la définition des modèles direct et inverse, nous allons prendre un exemple simple de circuit magnétique (cf. **Figure 1-7**) à résoudre. Dans la littérature les modèles inverses sont généralement de types analytiques. Cependant, nous choisissons de modéliser ce circuit par la méthode des réseaux de réductances (méthode semi-numérique). En effet, le choix de cet outil de modélisation est intéressant il est possible de l'utiliser en modèle direct ou inverse à condition de savoir comment choisir les entrées et sorties.

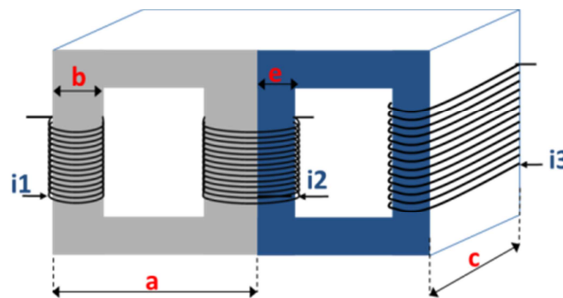


Figure 1-7— Circuit magnétique

Ce circuit magnétique peut-être représenté par un réseau de réductances, les bobines sont composées de n spires ($n=12$) et parcourues par les courants i_1 ($i_1 = -1A$), i_2 ($i_2 = 2A$), i_3 ($i_3 = -1A$). La perméabilité des matériaux μ est supposée constante ($\mu = 1000 \cdot \mu_0$) et les fuites sont négligées.

Simulation par modèle direct

Le modèle direct vise à trouver les inductions dans les différentes parties du circuit et les inductances. Pour résoudre ce problème, le circuit magnétique est modélisé à l'aide d'un réseau de réductances.

Les détails d'une telle modélisation seront décrits par la suite. Par analogie électrique-magnétique, le circuit de la **Figure 1-7** peut être représenté par la **Figure 1-8**. Dans cette modélisation, les réductances R_1, R_2, R_7 sont identiques de même pour R_4 et R_6 . F_1, F_2 et F_3 représentent les termes sources ($F_1 = n \cdot i_1, F_2 = n \cdot i_2, F_3 = n \cdot i_3$). Les résultats obtenus pour les inductions dans chaque réductance pour les dimensions indiquées sont représentés sur la **Figure 1-8**.

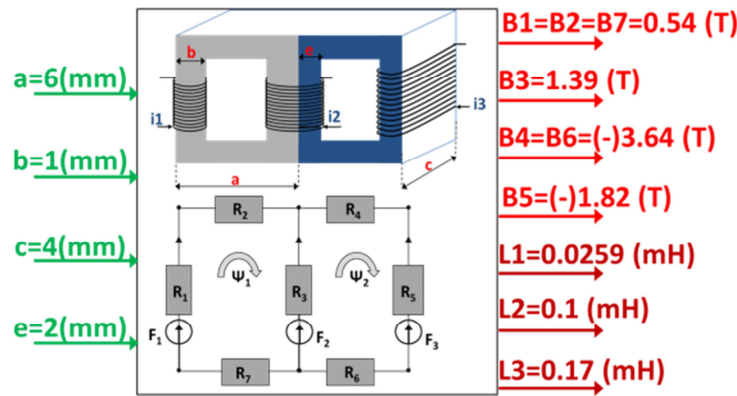


Figure 1-8— Réseau de réluctances direct

Simulation par modèle inverse

Le modèle précédent est utilisé comme modèle inverse. Dans un premier temps, nous cherchons les variables géométriques (a , b , c , e) avec les entrées $B1$, $B3$ et $B5$, et une valeur d'inductance ($L1$, ou $L2$ ou $L3$) afin de mettre en place un système ayant une solution unique. Si le nombre de spires est un paramètre égal à 12, nous retrouvons les valeurs indiquées dans la **Figure 1-8**, sur la **Figure 1-9-b**.

A la fin, pour vérifier la validité de ce modèle inverse, nous procédons à la recherche des données géométriques qui correspondent aux sorties, par ailleurs le nombre de spires est variable. Sur la **Figure 1-9** est représentées les 4 dimensions qui permettent d'atteindre les performances requises en fonction du nombre de spires. La simulation par les modèles direct ou inverse peut se traiter en tenant compte de la non-linéarité des matériaux. L'exemple traité ci-dessus a pour objectif d'illustrer les idées apportées sur l'orientation des modèles.

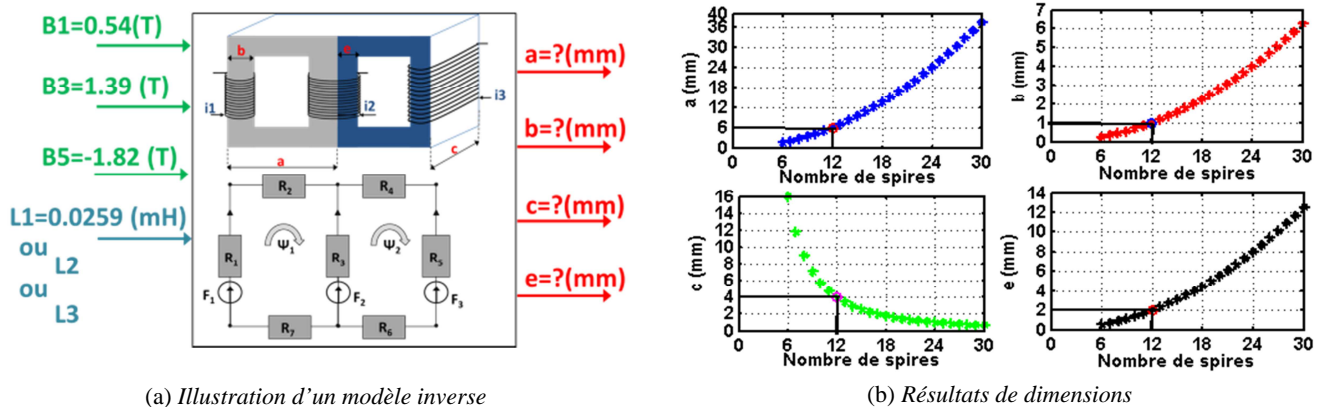


Figure 1-9— Réseau de réluctances inverse

1. 4. 3 Nature des modèles

Le modèle du dispositif est un élément essentiel dans la démarche de conception. Il est au centre de l'analyse. Il est lié à ce que l'on souhaite en faire. Dans le domaine du dimensionnement, les modèles sont de types prédictifs. Ils sont mis en place afin de maîtriser les coûts, de réduire le temps de développement et de limiter le recours à la réalisation de prototypes réels [Poug09], c'est ainsi que [Hecq06] identifie les modèles comme faisant partie d'un prototypage virtuel. On peut distinguer trois approches principales de modélisation appliquées au génie électrique classées par ordre croissant de précision (ou ordre décroissant de rapidité).

1.4.3.1 Modèles analytiques

Les méthodes analytiques présentent de nombreux avantages comme la facilité de manipulation, la géométrie paramétrée, la rapidité, mais elles nécessitent des hypothèses comme la simplification de la structure, l'écart de certains phénomènes comme la saturation magnétique des matériaux [Tieg13]. La construction du modèle analytique de machines repose sur le retour d'expérience, elle nécessite la connaissance experte de la machine à dimensionner ainsi que son domaine d'application. Généralement ces modèles sont recalés par l'intermédiaire de prototype réel ou des modèles plus fins qui peuvent décrire des phénomènes plus locaux [Bris07].

1.4.3.2 Modèles semi-numériques

Les modèles semi-numériques dits hybrides [Gill09] se situent à mi-chemin entre les méthodes numériques et les méthodes analytiques. Ils permettent de prendre en compte la saturation, le mouvement dans le cas des machines électriques, ainsi que le couplage avec d'autres réseaux tels que les réseaux thermique ou électrique. Cette méthode est basée sur le découpage de la structure à modéliser en un nombre d'éléments, appelés tubes de flux ou reluctances, généralement très inférieur à celui rencontré en EF. L'intérêt d'une telle modélisation est le fait de présenter un compromis entre le temps de calcul et la précision de la solution. La modélisation par des circuits magnétiques équivalents repose sur le principe de dualité électrique/magnétique [Cher49]. Deux techniques de résolution des réseaux peuvent être distinguées la résolution par la méthode des nœuds et la résolution par la méthode des mailles, faisant analogie avec les lois de Kirchhoff.

1.4.3.3 Modèles numériques

Ces méthodes sont basées sur la résolution locale du champ magnétique dans la structure réelle de la machine. Le principe de ces méthodes est de discrétiser l'objet à étudier en petits éléments. Les modèles de calcul correspondent à la discrétisation des équations de la physique dans l'espace et le temps. Grâce à cette méthodologie, une étude des phénomènes locaux (magnétique, électriques, mécaniques, thermiques) peut être menée. Cette méthode permet ainsi le couplage entre divers domaines de la physique. Par contre, cette grande précision est pénalisée par un temps de calcul important. Parmi ces outils mathématiques [Peir05], on distingue entre autres la méthode des éléments finis (EF) proposée dans les années 40, la méthode des différences finis, la méthode des éléments finis de frontières [Ruim01] ou encore la méthode des volumes finis [Eyma06].

1.4.3.4 Comparaison des modèles

[Gill09] propose la comparaison des trois méthodes en y rajoutant le prototypage réel, sous la forme d'un diagramme à quatre pôles (cf. **Figure 1-10-a**): le temps, l'exhaustivité, la précision et la finesse. On remarque que les modèles hybrides (semi-numériques) remportent une bonne moyenne au niveau des différents critères. Une autre comparaison est proposée dans [Li11] [Bris07] [Tran09] dans le plan temps de calcul/erreur de modélisation (cf. **Figure 1-10-b**). Un front de compromis formé par les trois modèles apparaît. Les modèles analytiques sont rapides au profit de l'erreur alors que les modèles EF présente le cas inverse. Afin de remédier à ce problème, les modèles à réseau de réductances apparaissent comme des bons candidats.

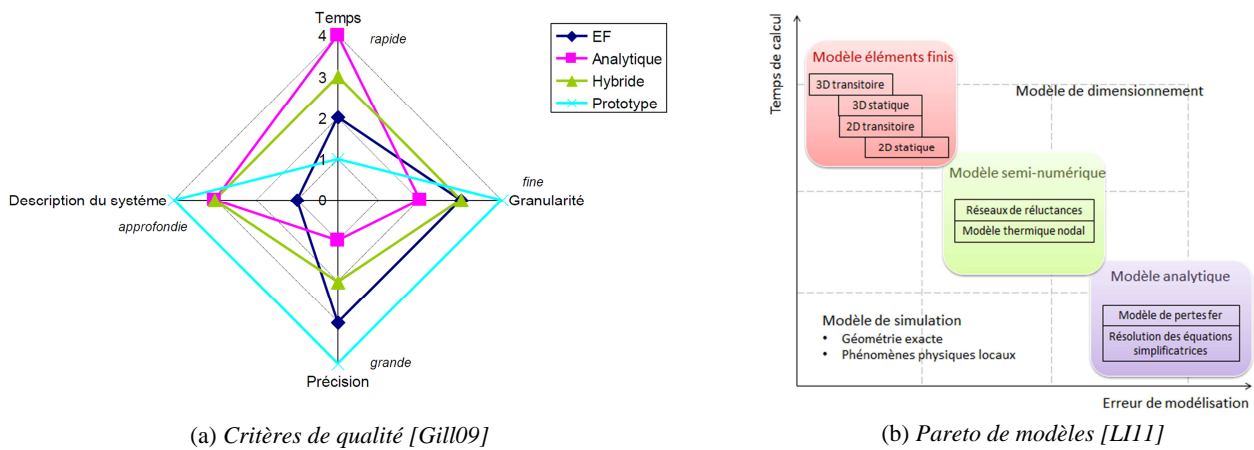


Figure 1-10— Comparaison de méthodes de modélisation

Dans la section suivante nous détaillerons l'approche de conception retenue ainsi que sa validation qui se fera au fur et à mesure des chapitres suivants.

1.5 Résolution des problèmes de conception et de dimensionnement

La procédure de conception d'un système est considérée comme étant la résolution d'un problème inverse, pour se faire différentes approches sont possibles :

1. Résolution d'un problème inverse de conception
2. Résolution d'un problème inverse de dimensionnement
3. Résolution d'un problème inverse avec un modèle direct

1.5.1 Résolution par un modèle inverse

Un modèle de comportement inverse peut ne pas être retranscrit en un problème inverse car le système décrivant le modèle peut être sous déterminé : le nombre d'équations à résoudre est inférieur au nombre de variables. Dans ce cas, il n'existe pas une solution unique au problème à résoudre et il sera considéré comme étant mal posé ou mal conditionné. Un problème est considéré comme bien posé si on a :

1. Existence d'une solution du problème
2. Unicité de cette solution
3. Stabilité par rapport aux données du problème

Par ailleurs, si les conditions citées ne sont pas satisfaites, [Bris07] propose trois approches possibles :

1. La première consiste à analyser davantage les phénomènes physiques au sein du dispositif électrotechnique afin de déterminer et d'ajouter d'autres équations en fonction de ce qu'il reste de variables indéterminées. Suite à cette modification le modèle se transforme en modèle inverse idéal, il ne se préoccupe d'aucun critère d'optimalité. Il ne fournira pas « le meilleur dispositif » mais « le dispositif répondant aux critères exigés ». Il sera plus intéressant d'avoir des degrés de liberté et un espace de solution infinie.
2. La deuxième consiste à compléter les modèles par des équations de types variable=valeur. Dans ce cas le problème inverse ne possède pas une solution unique.

3. La dernière approche est d'associer le modèle inverse à un algorithme d'optimisation. Cette approche utilise l'optimisation seulement pour les parties du modèle qui ne peuvent pas être explicitement inversées.

En suivant la dernière approche, on distingue un problème inverse de dimensionnement **Figure 1-11** et un problème inverse de conception voir **Figure 1-12** (La notion d'une formulation d'un problème de conception en un problème mathématique sera décrite dans 1.6.1.5).

Dans le premier cas, les modèles utilisés sont souvent des modèles analytiques qui permettent de déterminer à partir des performances souhaitées, les dimensionnements du système à concevoir dont la structure et la composition sont connues.

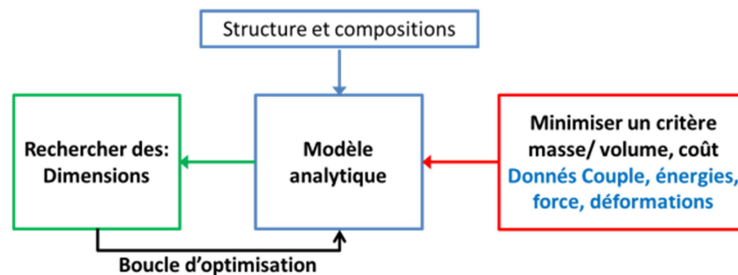


Figure 1-11— Problème inverse de dimensionnement

Dans le deuxième cas, la structure et la composition font parties des inconnues du modèle. Généralement, en plus des dimensions qui peuvent être décrites comme des variables continues réelles, d'autres types de variables peuvent-être identifiées : telles que les variables discrètes qui identifient le nombre de paires de pôles, le nombre de dents, des booléennes afin de décrire la présence ou non d'encoches, des variables de catégories qui permettent d'identifier à titre d'exemple le type d'aimant.

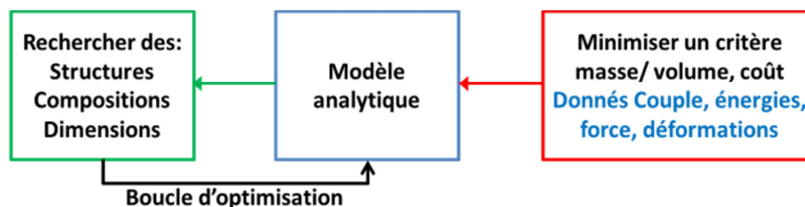


Figure 1-12— Problème inverse de conception

On trouve ainsi dans la littérature des modèles pour la conception optimal de machines électriques : [Fita04] propose un modèle analytique orienté complètement dans le sens inverse pour décrire une machine synchrone à aimants permanents à flux radial. Cette méthode de résolution a été proposée par la suite par [Bris07] [Mest07] [Font07].

1. 5. 2 Résolution par un modèle direct

Le deuxième grand axe de conception est l'utilisation d'un modèle direct de type numérique ou semi-numérique ou encore analytique afin de résoudre le problème inverse. Cette méthode constitue l'approche la plus utilisée dans le domaine du génie électrique, surtout quand l'objectif de conception a comme priorité la finesse de la solution optimale. Pour résoudre un problème inverse avec un modèle direct, la démarche itérative est décrite dans la **Figure 1-13**. Cette approche est probablement la plus utilisée lors de dimensionnement dans le domaine du génie électrique.

Dès lors, deux méthodologies de conception [Tran09] [Poug09] peuvent-être distinctement répertoriées, la première « conventionnelle » qui dépend de l'expérience et l'intuition du concepteur. Elle marginalise la phase de formulation rigoureuse du problème de conception.

La deuxième est dite « optimale » où une formulation mathématique du problème de conception conduit à sa résolution à travers d'un algorithme d'optimisation bien adapté. Ainsi, l'algorithme d'optimisation manipule les entrées (dimensions, matériaux, structure...) du modèle direct afin de faire converger les performances (sorties) du modèle direct à celles souhaitées (définies dans le modèle mathématique). L'ensemble constituera un problème inverse (cf. **Figure 1-13**)

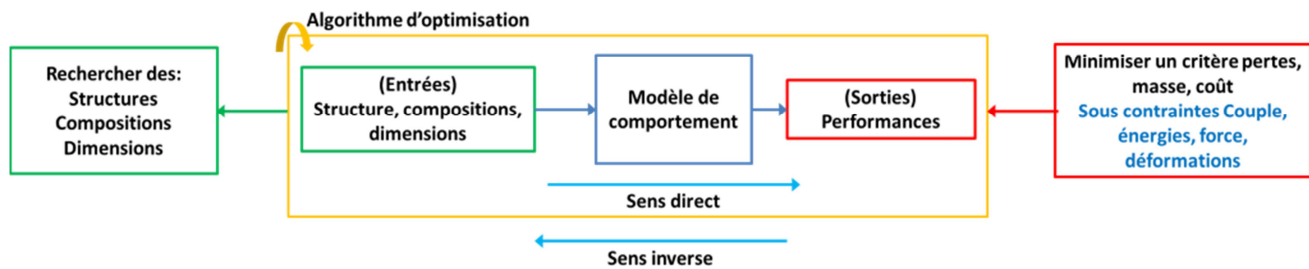


Figure 1-13— Problème inverse par optimisation

1. 5. 3 Approches de résolution par un modèle direct

La résolution du problème de conception optimale peut prendre plusieurs formes selon les objectifs [Gill09] [Kroo04], ainsi les différentes approches qui peuvent être identifiées sont :

1. L'approche classique mono disciplinaire : un modèle de comportement électrique magnétique, thermique ou mécanique est associé à une méthode d'optimisation.
2. L'approche multidisciplinaire mono-niveau : les données du problème sont centralisées. La résolution du problème se fait à l'aide d'un seul optimiseur [Moue10]. Plusieurs approches peuvent être distinguées : Multi-Discipline Feasible (MDF) **Figure 1-14**, All-At-Once (AAO) et Individual-Discipline Feasible (IDF). Ces trois méthodes de résolution ont été comparées pour une application sur un transformateur de sécurité dans [BenA12]

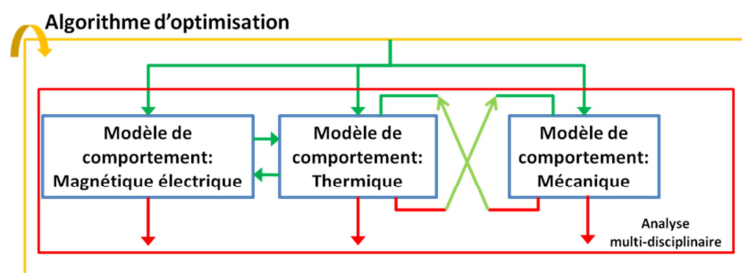


Figure 1-14— Approche multidisciplinaire mono-niveaux (MDF)

3. L'approche multidisciplinaire multi-niveaux : le principe général de ces approches est un optimiseur global et un optimiseur local pour chaque discipline (cf. **Figure 1-15**) [Clém09]. Les variantes les plus répandues dans ce domaine sont : Collaborative Optimization (CO), Collaborative SubSpace Optimization (CSSO), Bi-Level Integrated System Synthesis (BLISS), Disciplinary Interaction Variable Elimination (DIVE).

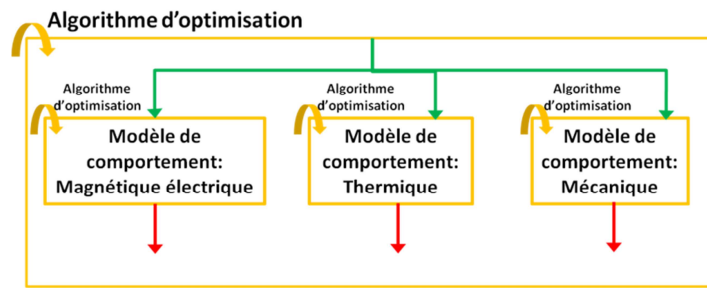


Figure 1-15— Approche multidisciplinaire multi-niveaux

Dans cette thèse, nous proposerons des contributions sur l'approche de conception classique. Pour y parvenir, il est important de décrire la phase de résolution du problème par l'intermédiaire des techniques d'optimisation.

1.6 Méthodes et techniques d'optimisation

L'optimisation est le fait de déterminer par une démarche algorithmique les « meilleures » solutions faisables, parmi un ensemble de solutions possibles.

1. les solutions possibles : décrites par des variables d'optimisation et des paramètres de conception
2. les meilleures solutions : définies au sens d'une fonction objectif, ou critère
3. les solutions faisables (admissibles) : définies par les contraintes du problème

L'optimisation peut être vue comme une démarche d'aide à la décision pour améliorer le produit et explorer les meilleures alternatives. C'est un outil interactif à disposition du concepteur. Les outils d'optimisation ne sont pas destinés à remplacer le concepteur, mais ce sont des outils supplémentaires à sa disposition afin de lui permettre de :

1. Générer de nombreuses variantes du produit.
2. Fournir un ensemble de solutions pertinentes.
3. Acquérir une compréhension précise du comportement et des performances du produit grâce à une masse d'information lui permettant de prendre une décision.
4. Prendre des décisions objectives en termes de compromis.

D'autres outils complémentaires à l'optimisation existent et servent à faire une analyse a priori ou a posteriori tels que : la méthode des plans d'expériences, les surfaces de réponses, les outils d'analyse statistique, les outils de robustesse, les outils d'analyse graphique ou de représentation de solutions.

1.6.1 Problème d'optimisation

L'objectif est de retrouver dans l'espace des variables de conception délimité par les fonctions contraintes, les valeurs des variables qui conduisent aux meilleures performances (techniques et/ou économiques). L'étape de formalisation du problème sous forme d'optimisation est aussi importante que la solution obtenue, Il s'agit de définir les variables de conception, les paramètres constants, les critères d'optimisation et les contraintes.

1.6.1.1 Les variables de conception

Appelées aussi variables de décision (1.1), ce sont des grandeurs physiques (géométriques, thermiques, électriques, mécaniques, magnétiques) choisies à priori à titre d'exemple par plan d'expériences (PE) (dites facteurs dans la méthode des PE) pour leur effets importants sur les sorties (réponses) fixées par le concepteur.

Elles sont transformées en variables mathématiques sur lesquelles le concepteur peut agir pour améliorer le produit ou le système.

Les variables peuvent être de plusieurs types : continues ou discrètes. La nature d'une variable influe sur la formulation du problème d'optimisation et le choix de la méthode de résolution du problème.

$$x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{pmatrix} \quad (1.1)$$

Les variables continues peuvent prendre une infinité de valeurs. Dans le cas des problèmes d'optimisation, un domaine de variation est fixé pour chaque variable, avec une borne haute et basse. Ceci crée un domaine de recherche appelé aussi domaine d'étude ou de conception noté \mathbf{D} (1.2).

$$D: \quad x \in [lb, ub] \subset \mathbb{R}^n \quad (1.2)$$

Les variables discrètes ont un ensemble fini de valeurs dans un intervalle déterminé. Elles peuvent prendre n'importe quelle valeur numérique appartenant à cet intervalle noté \mathbf{S} (1.3).

$$S: \quad x \in \{d_k, k \in K \subset \mathbb{N}\} \quad (1.3)$$

1.6.1.2 Les paramètres constants

Ce sont des données non modifiables pour un problème donné, ces paramètres résultent d'une décision préalable provenant d'une autre discipline ou d'une étape de dimensionnement précédente. Elles peuvent correspondre aussi à des variables non pertinentes, par exemple le choix du matériau, choix de certaines dimensions. L'ensemble des paramètres est noté \mathbf{P} (1.4).

$$p = (p_1, p_2, \dots, p_n)^T = \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ \dots \\ p_n \end{pmatrix} \quad (1.4)$$

1.6.1.3 Les critères d'optimisation

Le critère appelé encore fonction coût est évalué en fonction des variables de décision et des paramètres de conception et permet de différencier entre les différentes alternatives. Chaque alternative est associée à un point x de l'espace de conception.

Le critère (1.5) peut être d'ordre : économique tels que le coût matière, coût fabrication ; technique tels que performance, robustesse ; énergétique telles que les pertes énergétiques (fer, joule, aimants, convertisseurs) sur un cycle de fonctionnement dans le cas du dimensionnement des machines électriques pour la traction.

$$f(x, p) = f(x_1, x_2, \dots, x_n, p_1, p_2, \dots, p_n) \quad (1.5)$$

Dans le cas de plusieurs objectifs la notation est la suivante :

$$F(x, p) = [f_1(x, p), f_2(x, p), \dots, f_q(x, p)]^T = \begin{bmatrix} f_1(x, p) \\ f_2(x, p) \\ \dots \\ f_q(x, p) \end{bmatrix} \quad (1.6)$$

1.6.1.4 Les contraintes

Les contraintes sont définies comme étant l'ensemble de relations qui permettent de délimiter l'espace de conception. Ce sont les conditions que la solution doit respecter pour répondre au cahier des charges.

Il existe des contraintes d'inégalités et des contraintes d'égalités. Les limites des variables de décision font parties des contraintes d'inégalités.

Contraintes d'inégalités :

$$g(x) = [g_1(x), g_2(x), \dots, g_l(x)]^T \quad \text{où } g_i(x) \leq 0, \quad i = 1, \dots, l \quad (1.7)$$

Une contrainte d'inégalité est dite active au point x^* si : $g_i(x^*) = 0$

Elle est inactive si : $g_i(x^*) < 0$

Contraintes d'égalités :

$$h(x) = [h_1(x), h_2(x), \dots, h_m(x)]^T \quad \text{où } h_i(x) = 0, \quad i = 1, \dots, m \quad (1.8)$$

1.6.1.5 Formulation générique

Le problème (P) est défini tel que :

$$(P) = \begin{cases} \text{Trouver les valeurs optimales des variables de décision } x \\ \text{appartenant à l'ensemble } \Omega \text{ qui minimise la fonction critère } f(x, p) \\ \text{où l'ensemble (domaine) } \Omega \text{ est défini par les contraintes} \\ h(x, p) = 0 \text{ et } g(x, p) \leq 0 \end{cases} \quad (1.9)$$

La formulation mathématique suivante est la plus souvent rencontrée dans la littérature :

$$(P) = \begin{cases} \text{Trouver les valeurs optimales des variables de décision } x : \\ x^* = \min f(x, p) \\ \text{Sous contraintes :} \\ h(x, p) = 0 \\ g(x, p) \leq 0 \end{cases} \quad (1.10)$$

1.6.1.6 Types d'optima

L'ensemble Ω des points vérifiant toutes les limitations est appelé le domaine admissible. L'optimum (dans le cas un minimum) global x^* , s'il existe il vérifie :

$$f(x^*) \leq f(x) \quad \forall x \in \Omega \subset \mathbb{R}^n \quad (1.11)$$

x^* est un optimum local de f s'il est un minimum dans une région limitée (voisinage) seulement, c'est-à-dire s'il existe $\eta \geq 0$ tel que :

$$f(x^*) \leq f(x) \quad \forall x \in \Omega, \text{ vérifiant } \|x - x^*\| \leq \eta \quad (1.12)$$

Le minimum global est le minimum local pour lequel la valeur de f est la plus faible comparée à celle des autres minimums. (cf. **Figure 1-16**). Afin de vérifier qu'un candidat de l'ensemble de solution soit un optimum, il suffit de satisfaire aux équations nommées « conditions d'optimalité » :

1. Condition nécessaire pour un extremum local : Soit x^* un minimum local de la fonction f ; si f est différentiable en x^* , alors $f'(x^*) = 0$. Cas particulier : si f est 2 fois continûment dérivable et si x^* est un minimum local alors : $f'(x^*) = 0$ et $f''(x^*) > 0$
2. Condition suffisante pour un extremum local : Si f est dérivable sur O , et si x^* est un point intérieur à O où la dérivée de f s'annule en changeant de signe, alors f atteint un extremum local en x^* .

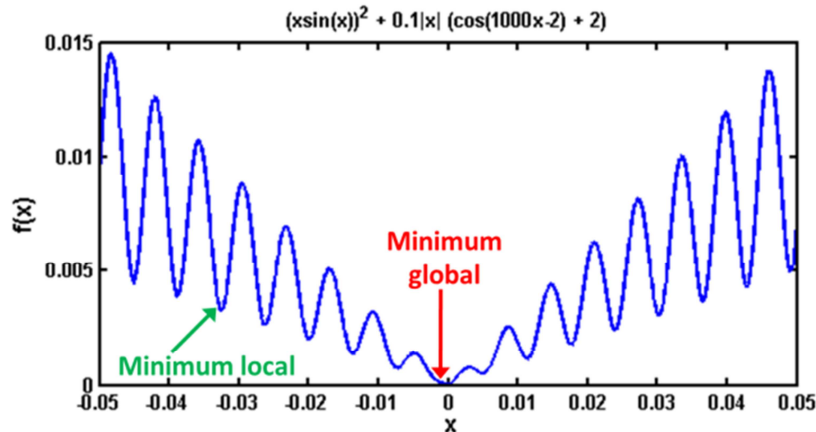


Figure 1-16— Optima locaux et globaux

1. 6. 2 Classifications des problèmes d'optimisation

En tenant compte des définitions présentées ci-dessous, il est possible de trouver plusieurs classifications des problèmes d'optimisation. Elles sont ainsi répertoriées selon:

1. Le nombre de variables : monovariante ou multivariante
2. La nature des variables : réelles, entières, binaires, continues ou discrètes, combinatoire.
3. Le nombre de critères : mono-objectif ou multi-objectif.
4. L'existence ou non des contraintes.
5. Le type d'équations du critère et des contraintes : linéaires ou non-linéaires, continues ou non, quadratique.

Il est souvent commun de reformuler un problème d'optimisation par faute de résolution numérique ou la non disponibilité d'algorithme d'optimisation apte à résoudre le problème. Deux notions peuvent être distinguées, la première est celle des problèmes équivalents et la deuxième celle du changement de formulation afin de transformer un problème avec contrainte en un problème sans contrainte ou un problème d'optimisation multi-objectifs en mono-objectif. Cette dernière notion sera traitée dans la section suivante.

1. 6. 3 Problèmes équivalents

Plusieurs formulations théoriquement équivalentes peuvent être très différentes sur le plan de leur efficacité numérique. Le choix d'une formulation efficace est souvent le premier problème à résoudre. Deux problèmes (P1) et (P2) sont dits équivalents si l'on peut construire un point admissible de (P2) à partir d'un point admissible de (P1) avec la même valeur pour la fonction objectif (et réciproquement).

Il est donc possible de construire une solution optimale de (P2) à partir de la solution optimale de (P1). Il est toujours préférable d'écrire le problème sous forme adimensionnelle.

Les exemples les plus courants de problèmes équivalents sont :

1. Minimum-Maximum :

$$\begin{aligned} \max[f(x)] &\Leftrightarrow -\min[-f(x)] \\ \min[f(x)] &\Leftrightarrow -\max[-f(x)] \end{aligned} \quad (1.13)$$

Un exemple commun à cette équivalence (min-max) est la transformation d'un problème de maximisation d'un rendement à une minimisation de pertes.

2. Contraintes égalités-inégalités :

a. Inégalité :

$$g(x) \leq 0 \Leftrightarrow -[g(x)] \geq 0 \quad (1.14)$$

b. Egalité-Inégalité :

$$g(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) \leq 0 \\ g(x) \geq 0 \end{cases} \quad (1.15)$$

3. Variables d'écart : une variable introduite afin de transformer des contraintes d'inégalités en contraintes d'égalités :

$$g(x) \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) + y = 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \quad (1.16)$$

4. Modèle Min/Max :

$$(P1) = \begin{cases} \text{Trouver les valeurs optimales} \\ \text{des variables de décision } x : \\ x^* = \min \max(e_1(x), e_2(x), \dots, e_n(x)) \\ \text{Sous contraintes :} \\ h(x) = 0 \\ g(x) \leq 0 \end{cases}, (P2) = \begin{cases} \text{Trouver les valeurs optimales} \\ \text{des variables de décision } x : \\ x^* = \min y \\ \text{Sous contraintes :} \\ h(x) = 0 \\ g(x) \leq 0 \\ y(x) \geq e_1, y(x) \geq e_2, \dots, y(x) \geq e_n \end{cases} \quad (1.17)$$

Si les expressions de e_i sont linéaires et les contraintes du problème sont linéaires, cette transformation permet de ramener un problème non-linéaire (problème min/max) en un problème linéaire.

1.7 Méthodes de résolution

Les motivations actuelles pour l'utilisation d'un processus d'optimisation résident dans la capacité de ce dernier à améliorer les performances d'un système en un temps réduit. Par rapport aux méthodes de recherche exhaustives dans lesquelles le concepteur explore tout son espace de recherche pour exploiter toutes les combinaisons possibles. Cette stratégie est efficace si le nombre de variables discrètes est faible. Dans le cas contraire, le nombre de combinaison explose et la recherche d'un optimum s'avère être une mission quasi-impossible. Selon la nature de la fonction objectif et de l'ensemble des contraintes, on distingue les problèmes convexes et non-convexes.

Dans le premier cas, il existe un nombre important de méthodes numériques qui permettent de résoudre ce type de problème ainsi que de donner des preuves théoriques sur la globalité de l'optimum retrouvé. Alors que pour l'optimisation non convexe, son étude est en plein expansion du fait que les problèmes non convexes font partis de la vie courante. On distingue face à ces deux problèmes deux grandes familles de méthodes d'optimisation qui peuvent être utilisées de façon complémentaire dans le cas de problème non-convexe : les méthodes déterministes et les méthodes stochastiques.

1. 7. 1 Optimisation déterministe

Une méthode d'optimisation déterministe suppose que le problème d'optimisation est convexe ainsi que son domaine de recherche.

L'évolution des méthodes déterministes vers une solution est toujours la même pour un même contexte initial donné [2006, Bouallagui]. Il existe deux classifications selon le type du problème : avec ou sans contraintes. Dans le cas d'un problème d'optimisation avec contraintes, les méthodes de transformations représentent une famille de méthodes qui transforment le problème original avec contraintes en un problème équivalent sans contraintes, en introduisant les contraintes de conception dans la fonction objectif. Une fois que le problème équivalent est mis en place, le problème peut être résolu avec des méthodes sans contraintes, **Figure 1-17**. Les méthodes directes travaillent à partir du problème d'origine en le reformulant en une suite de sous-problèmes approchés, comme dans le cas de la programmation récursive ou une suite de minimisations unidirectionnelles. Les méthodes déterministes globales telles que la méthode des plans d'expériences [Vivi02] [Wurt96] sont moins répandues du fait du nombre important d'évaluation qu'exigent ce type de méthode.

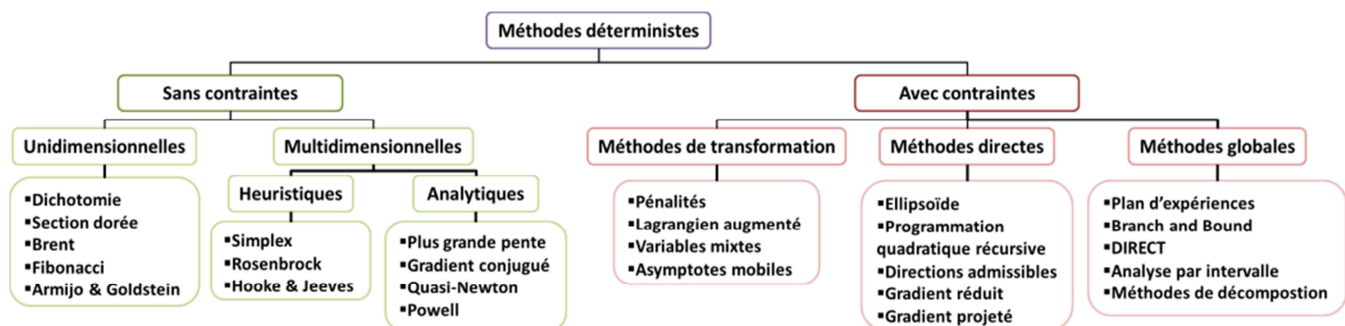


Figure 1-17— Les principales méthodes déterministes

1. 7. 2 Optimisation stochastique

Les méthodes d'optimisation stochastiques, **Figure 1-18**, sont de natures aléatoires ou probabilistes. Par ailleurs, plusieurs exécutions successives de ces méthodes peuvent conduire à des résultats différents pour un même contexte initial donné. Les méthodes stochastiques ne dépendent pas d'un point de départ et sont des méthodes d'ordre 0 : aucune connaissance sur les valeurs de gradients n'est nécessaire. Elles ont une grande capacité de trouver l'optimum global à contrario avec les méthodes déterministes, mais elles demandent un nombre important d'évaluations de la fonction objectif.

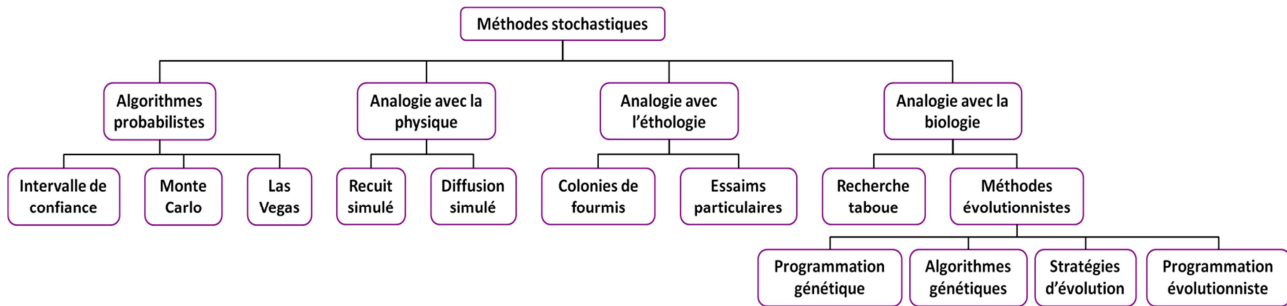


Figure 1-18— Les principales méthodes stochastiques

1. 7. 3 Optimisation multi-objectif

L’optimisation multi-objectif autorise des degrés de liberté supplémentaires par rapport à celles en optimisation mono-objectif [Coll02]. Cette optimisation donne une multitude de solutions. Ces solutions sont dites front optimal de Pareto qui représente une surface de compromis entre les différents objectifs.

Il existe plusieurs méthodes d’optimisation qui peuvent être classées selon [Coll02] en cinq groupes :

1. Les méthodes scalaires
2. Les méthodes interactives
3. Les méthodes floues
4. Les méthodes métaheuristiques (stochastiques)
5. Les méthodes d’aide à la décision.

Ces méthodes (cf. **Figure 1-19**) sont classées par [VanV99] en trois grandes familles selon la définition du compromis entre les différents objectifs. On y retrouve ainsi :

1. Les méthodes a priori : La définition du compromis est réalisée avant la méthode d’optimisation. Les méthodes scalaires font parties de cette famille
2. Les méthodes progressives : Le choix du compromis se fait au fur et à mesure du déroulement de l’optimisation. Les méthodes interactives y sont les principaux constituants.
3. Les méthodes a posteriori : Le choix du compromis se fait à la fin de l’optimisation. On y retrouve ainsi les méthodes stochastiques.

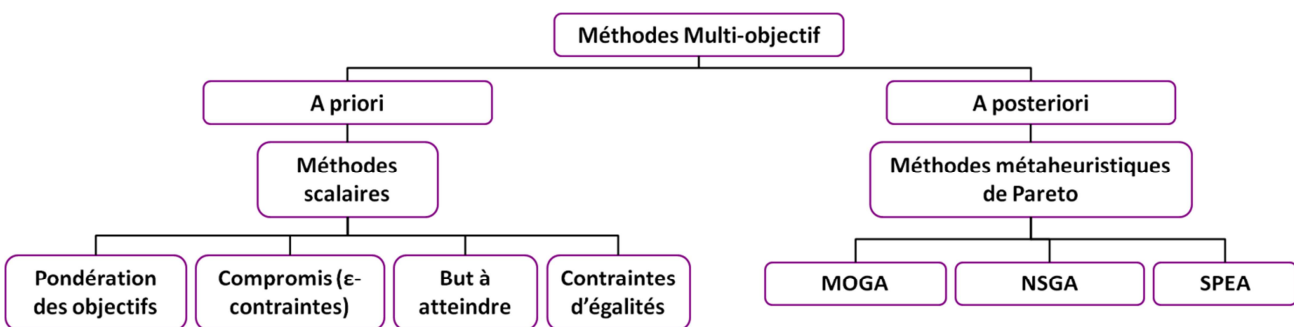


Figure 1-19— Les principales méthodes multi-objectif

1. 8 Technique de résolution multi-niveau

Dans le but de réduire le temps de calcul, d’autres catégories de techniques d’optimisation existent. Elles s’appuient sur des modèles de précisions différentes.

On peut distinguer principalement trois familles (cf. **Figure 1-20**):

- La première repose sur la construction d'un modèle de substitution (ex : surface de réponse) [Cald01] [Gong11]
- La deuxième dénommée Efficient Global Optimization (EGO) [Jone98]
- La technique du Space Mapping [Band94].

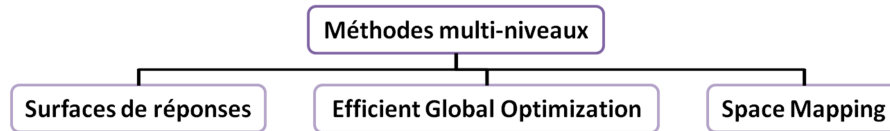


Figure 1-20— Les principales méthodes multi-niveaux

1. 8. 1 A base de modèle de substitution

La modélisation par l'intermédiaire de modèles de substitution s'est répandue dans la plupart des domaines. Afin de diminuer le temps de calcul dû à de lourdes simulations un modèle de substitution peut être établi.

Un modèle de substitution est une représentation mathématique du modèle fin construite à partir de points supports évalués par le modèle de simulation ou simplement des données expérimentales.

L'utilisation des surfaces de réponses n'est pas restreinte à substituer un modèle, elle peut nous permettre de déterminer les effets des entrées et de leurs interactions sur les sorties. Ces modèles peuvent être utilisés aussi dans une approche d'optimisation globale. Les modèles de substitution ou les surfaces de réponses peuvent être de deux natures :

- Les non-interpolées (ne passe pas nécessairement par les points supports) à titre d'exemple les fonctions polynomiales.
- Les interpolées (passe par les points supports : les bases) comme les fonctions à bases radiales (RBF) ou le modèle de krigeage.

Dans une stratégie d'optimisation les modèles substituant sont affinés au fur et à mesure du processus afin de converger à un extremum. Nous distinguons ainsi différentes approches dont la méthode des plans d'expériences. [Vivi02] décrit notamment une approche exhaustive reposant sur une série de plans d'expériences, zooms et la définition des surfaces de réponse par intervalle. Le domaine est discrétisé de manière grossière puis affiné localement selon les variations des signes des effets des variables sur des domaines juxtaposés. Suite à la mise en place de cette méthode, plusieurs exemples ont été traités dont la recherche du minimum global de la fonction Goldstein-Price [Mol05]. La **Figure 1-21-a** représente la fonction interpolée et la **Figure 1-21-b** la discrétisation finale du domaine d'étude. Le minimum retrouvé correspond au minimum global avec $f(x^*)=3$ en $(x_1, x_2)^* = (0,-1)$. (cf. **Figure 1-21**).

L'algorithme DIRECT constitue une stratégie de recherche semblable dans lequel la fonction objectif est minorée par une fonction linéaire par partie [Fink03]. La **Figure 1-21-c** représente la subdivision du domaine (normalisée) par l'algorithme DIRECT pour la recherche du minimum global de la fonction Goldstein-Price.

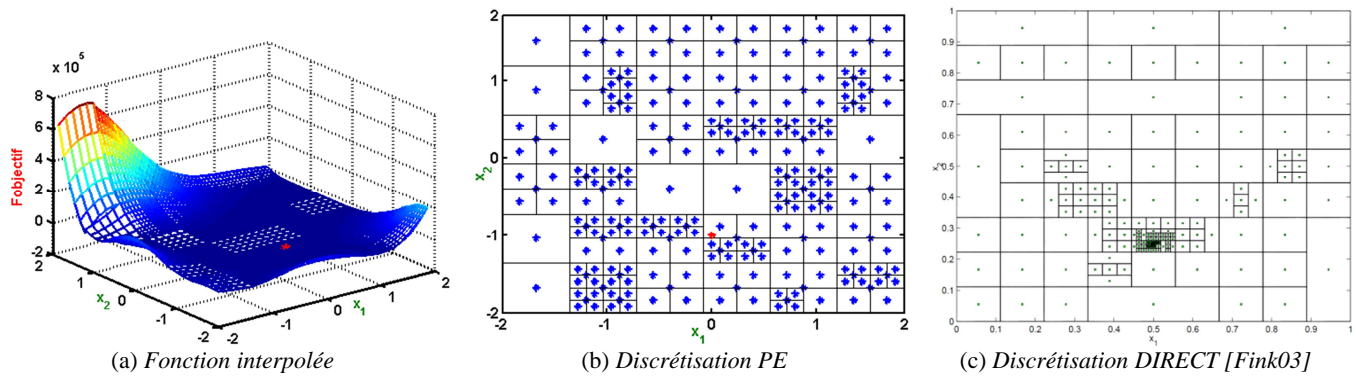


Figure 1-21— Optimisation PE, Direct

$$f(x^*)=3 \text{ en } (x_1, x_2)^* = (0,-1)$$

D'autres approches consistent à la mise en place de modèles de substitution utilisés comme support à l'optimisation : [Cald01] met en place un modèle de substitution par éléments diffus puis procède à l'optimisation par algorithme génétique ; [Fann03] [Gong11] utilisent le modèle de krigeage, [Coul03] utilise les fonctions à bases radiales ; [Shan04] utilise les modèles de substitution dans une optimisation multi-objectifs et affine le modèle de substitution à partir des fronts Pareto. Malgré l'efficacité de cette stratégie, elle reste coûteuse en temps de calcul, notamment avec l'accroissement du temps accordé au modèle fin ou si le nombre de variables d'optimisation est assez élevé.

1. 8. 2 Efficient Global Optimization

Plus récemment, la méthode Efficient Global Optimization (EGO) est apparue [Jone98]. L'EGO construit une surface de réponse par krigeage tout en minimisant la fonction objectif. Le principe est de rajouter les points d'amélioration au modèle de kriging, ces points permettent de maximiser un certain critère « l'Expected Improvement » (EI) qui représente la probabilité que la réponse de prédiction $\hat{y}(x)$ soit inférieure (dans le cas de la minimisation) à la réponse de la valeur minimale actuelle de la « vrai » fonction objectif f_{min} calculée à partir du modèle élément finis à titre d'exemple. L'équation généralisée de EI présente une récursivité par rapport à un paramètre g (1.18), avec s qui représente l'erreur quadratique moyenne pour un modèle de krigeage, $\phi(f')$ la densité de probabilité, elle exprime la probabilité que ($f'_{min} \leq 0$) et $\Phi(f')$ la fonction de répartition.

Récemment, cette méthode a été appliquée par [Gong11] pour la conception d'un moteur linéaire et dans [Berb12] pour l'optimisation multi-objectif d'un transformateur de sécurité. Plusieurs difficultés sont à relever en ce qui concerne cette méthode :

1. Le nombre de points initiaux à évaluer par le modèle fin pour mettre en place un modèle de substitution par krigeage.
2. Le réglage du paramètre « g » dans l'équation, qui a un impact important sur la nature de la convergence de l'algorithme.

$$\begin{cases} EI = s^g \cdot \sum_{k=0}^g (-1)^k \left(\frac{g!}{k!(g-k)!} \right) (f'_{\min})^{g-k} T_k \\ f'_{\min} = \frac{f_{\min} - \hat{y}}{s} \\ T_k = -\phi(f'_{\min}) \cdot (f'_{\min})^{k-1} + (k-1)T_{k-2} \\ T_0 = \Phi(f'_{\min}) \quad T_1 = -\phi(f'_{\min}) \end{cases} \quad (1.18)$$

3. Un autre point faible de cette méthode est la prise en compte des contraintes, ainsi [Scho97] propose la multiplication de EI par la probabilité de faisabilité, dans le cas de plusieurs contraintes, c'est le produit des probabilités qui sera multiplié par EI. Un inconvénient de cette stratégie est que dans un produit une valeur peut dominer l'ensemble et ainsi affecter le facteur de sélection EI. Ainsi, [Sase02] propose la transformation du problème d'optimisation en mettant les contraintes comme des pénalités au niveau de la fonction objectif. [Aude00] propose la détermination d'un critère dit « Expected violation » qui sera multiplier par la suite par EI. Une autre amélioration récente reposant sur « support vector machines » est proposée par [Basu12] afin de déterminer le domaine de faisabilité des solutions.

Ces deux problèmes sont liés respectivement, si à titre d'exemple les points initiaux choisis sont concentrés dans une zone et le facteur « g » est faible, l'algorithme favorisera la zone où la fonction est bien représentée **Figure 1-22**. Par ailleurs, si « g » est suffisamment élevé alors l'algorithme favorisera l'intervalle le moins discrétisé. Ainsi un « g » élevé signifie une recherche global et un « g » petit signifie une recherche locale.

Cet algorithme a été mis en place, nous illustrons sur la **Figure 1-22**, un exemple provenant de [Sase02]. La figure à gauche, montre que pour $g = 7$, le facteur « EI » a un maximum dans le domaine le moins discrétisé, celle de droite est pour un $g = 1$, « EI » est maximum proche de la concentration de points supports.

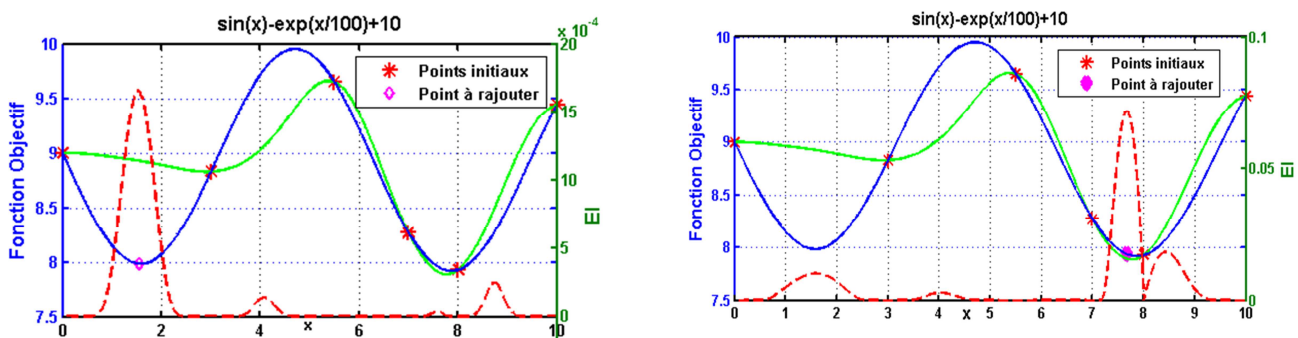


Figure 1-22— EGO, $g = 7$; $g = 1$

Afin de trouver un moyen de régler ce facteur [Sasena02] propose une diminution de la valeur de ce facteur par analogie à la méthode de simulated annealing (recuit simulé). [Xiao13] propose une méthode de pondération adaptative afin de remédier à ce problème.

1. 8. 3 Space Mapping

La technique d'optimisation multi-niveau, par le biais du Space Mapping (SM), permet de parvenir à un compromis entre le temps de calcul et la précision de la solution obtenue. A défaut d'utiliser un modèle fin pour assurer la précision requise, l'optimisation est réalisée sur un modèle de substitution : le modèle grossier corrigé régulièrement par un modèle fin.

Il convient de mentionner clairement la distinction entre l'approche de SM exploitant un modèle physique existant capable d'être évalué sur l'ensemble du domaine [Kozi09] et les techniques d'optimisation en utilisant les surfaces de réponses. Ces derniers établissent une approximation locale de réponses du modèle fin à l'aide d'un ensemble de simulations, cependant une extrapolation sur tout le domaine n'est pas possible.

Cette technique est largement utilisée pour la conception de dispositifs RF et micro-ondes [Band04]. Par la suite, elle a été appliquée pour le dimensionnement d'une machine électrique à aimants insérés [Choi01] [Eche08] et pour l'optimisation des performances d'un transformateur de sécurité [Tran09].

Le problème d'optimisation à résoudre sur le modèle fin est défini comme la recherche de l'ensemble x_f^* qui minimise le critère des moindres carrés ou autres définis entre m sorties du modèle fin f_m et m objectifs Y_m à atteindre tels que :

$$x_f^* = \arg \min_{x \in X} \|f_m(x) - Y_m\|_2^2 \quad (1.19)$$

Ce problème est reformulé sur un modèle de substitution S_m (1.20). Ce modèle est corrigé au fur et à mesure de l'optimisation. Au départ ce modèle est identique au modèle grossier.

$$x_s^* = \arg \min_{x \in X} \|S_m^i(x) - Y_m\|_2^2 \quad (1.20)$$

Il existe plusieurs variantes de cette méthode afin de mettre en place le modèle de substitution dont principalement, l'Input Space Mapping, l'Output Space Mapping, Implicit Space Mapping, Frequency Space Mapping [Kozi11], Agressive Space Mapping, Trust region Agressive Space Mapping, Hybrid Space Mapping, Manifold Space Mapping [Eche08], Neural Space Mapping [Bakr00], Adaptive response [Kozi09] et Support Vector Regression [Kozi08] pour l'Output Space Mapping.

D'autres adaptations de la méthode de SM existent telles que l'utilisation de plusieurs niveaux de modèles rapides [Kozie10] [BenA12]. En électromagnétique, l'output Space Mapping a été utilisé largement, vu la simplicité de sa mise en place [BenA12] [Vivi11]. Afin d'illustrer cette technique, nous proposons d'appliquer l'Output Space Mapping pour déterminer l'inductance d'une bobine à air. L'exemple provient du logiciel FEMM.

La correction par l'OSM, peut être traduite par un coefficient de correction multiplicative locale θ qui est établi en minimisant le résiduel entre les réponses des modèles grossier C et fin f . A l'itération i , il est donné par :

$$x_s^* = \arg \min_{x \in X} \|S_m^i(x) - Y_m\|_2^2, S_j^i = \theta_j^i \cdot C_j^i(x), \theta_j^i = \frac{f_j^i(x)}{C_j^i(x)} \text{ avec } 1 \leq j \leq m \quad (1.21)$$

1.8.3.1 Exemple

Nous disposons de deux modèles. Le premier est un modèle en EF 2D modélisé sous FEMM **Figure 1-23** et le deuxième un modèle analytique (1.22). Les variables sont \mathbf{z} qui représente la hauteur de la bobine, \mathbf{ro} la largeur de la bobine, \mathbf{ri} est une constante égale à 1 (mm) qui représente le rayon interne de la bobine. Le nombre de spires considéré est $\mathbf{n}=100$.

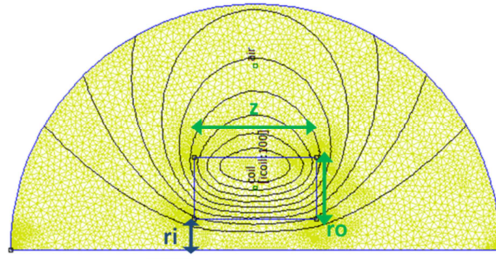


Figure 1-23— Bobine à air sous FEMM

Le modèle analytique est donné par le système d'équation suivant :

$$a = (ri + ro)/2 \quad b = z \quad c = |ro - ri| \quad L = \left(\frac{0.8 n^2 a^2}{6a + 9b + 10c} \right) \quad (1.22)$$

Les deux fonctions objectifs issues du modèle fin et du modèle grossier sont représentées sur la **Figure 1-24-a**. La différence entre les deux modèles est réduite au fur et à mesure de l'optimisation, cette évolution est représentée sur la **Figure 1-24-b**.

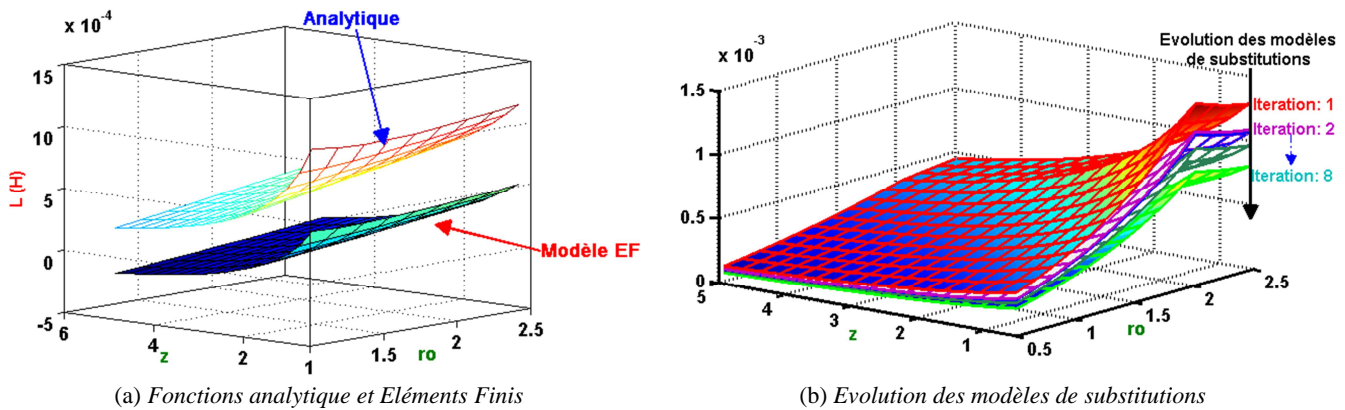


Figure 1-24— Inductance, évolution du modèle grossier

La convergence de l'inductance vers la valeur cible est illustrée sur la **Figure 1-25-a**, ainsi que l'évolution du coefficient correcteur θ sur la **Figure 1-25-b**.

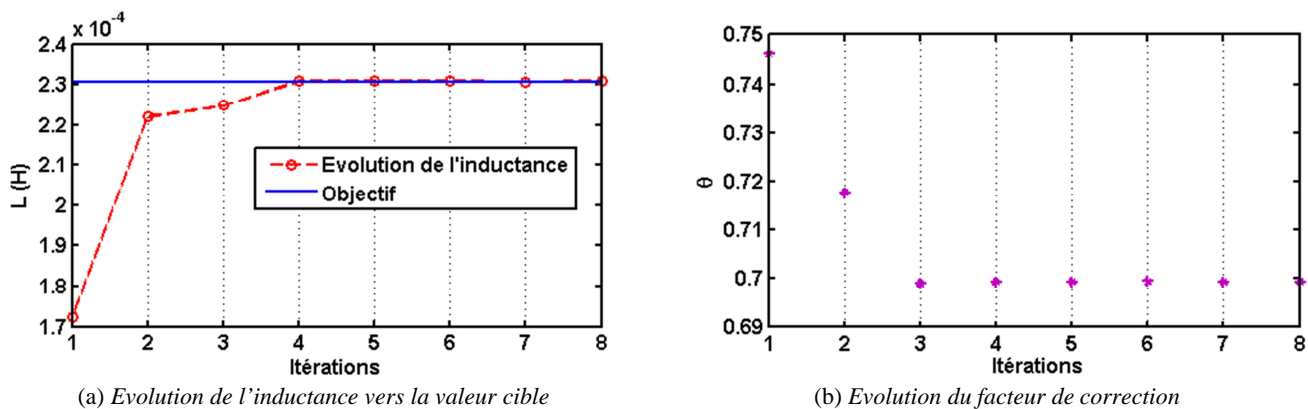


Figure 1-25— Historique de convergence

Suite à cette brève analyse des techniques multi-niveau existantes, nous avons montré l'inconvénient de l'utilisation de modèles de substitution au niveau temps de calcul et la validité du modèle sur l'ensemble du domaine. Pour la technique EGO, le problème majeur réside dans la complexité de l'algorithme notamment pour le réglage de certains de ces paramètres. La technique du Space Mapping est une méthode qui a prouvé sa fiabilité dans le domaine de la RF et de l'électrotechnique. Elle sera retenue pour une analyse plus détaillée et nous proposerons ainsi des améliorations dans le chapitre IV.

1.9 Approche abordée pour le développement d'un outil de conception

1.9.1 Contexte d'étude

Les motivations actuelles pour la conception des véhicules électriques (VE) résident dans la nécessité d'un changement radical dans le transport (terrestre, aérien, ferroviaire) afin de faire face à plusieurs enjeux dont énergétique, mais aussi à des enjeux environnementaux, sociétaux et industriels. Un dynamisme mondial de la mobilité électrique est en œuvre impliquant un fort soutien public afin de faire face à ces enjeux (cf. **Figure 1-26**).

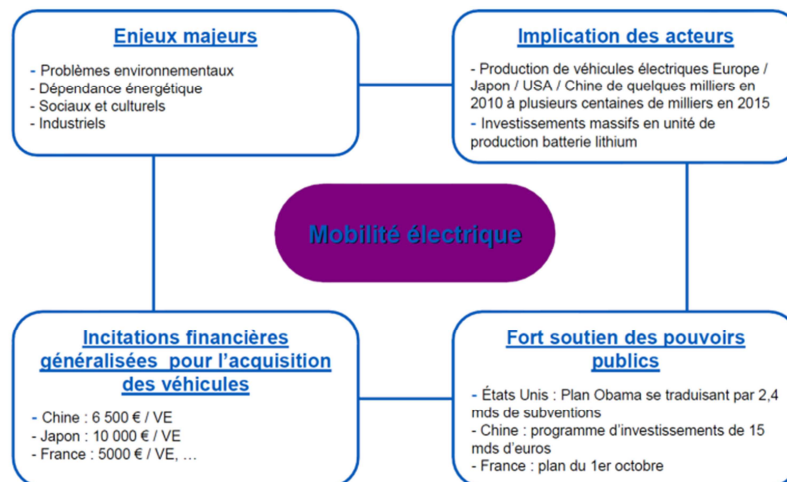


Figure 1-26— Dynamisme mondial de la mobilité électrique [Jeha10]

Dans le domaine des composants et systèmes électriques des progrès considérables ont vu le jour. Des marges considérables d'amélioration existent encore du fait de nouveaux matériaux, du contrôle/commande temps réel et de l'intégration de l'électronique de puissance.

Ainsi les systèmes sont de plus en plus complexes et les ingénieurs de conception sont confrontés à des défis plus grands et un temps de réponse à un large panel de critères plus court. Il est donc indispensable d'innover et d'intégrer de nouveaux outils et méthodologies dans la démarche de conception.

Plus particulièrement, des développements récents dans le domaine des machines électriques comme [Tako08] [Bomm09] ont apporté des contributions répondant à certaines des exigences de l'électrification du véhicule (les attentes du consommateur, les contraintes liées au véhicule comme l'autonomie du véhicule ainsi que les sources d'énergies telles que le développement d'une infrastructure de recharge (cf. **Figure 1-27**)).

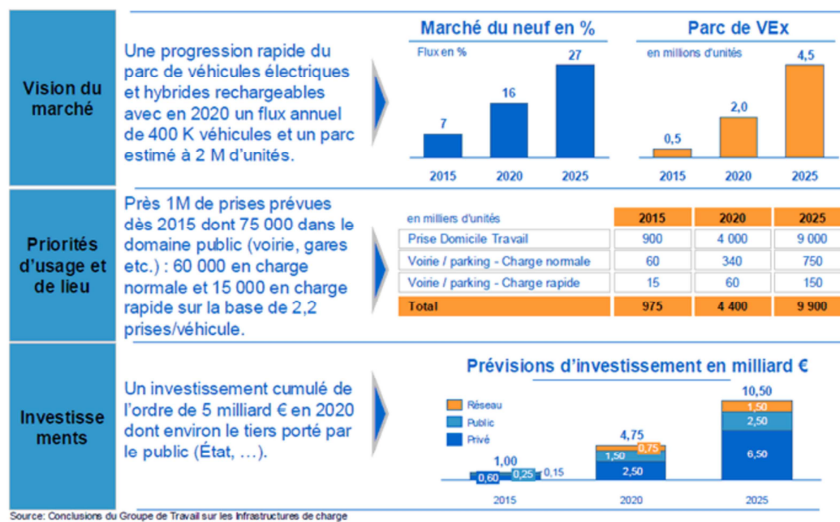


Figure 1-27— Besoins en infrastructures selon le plan national en France [Jeha10]

Simultanément, la démarche de conception de ces composants électriques a évolué avec l'intensification de la concurrence industrielle. Cette dernière exige, pour la pérennité des entreprises, la satisfaction de l'utilisateur par la maîtrise de la qualité, la maîtrise du coût de production ainsi que de l'innovation. De ce fait le concepteur a à sa disposition de nos jours des outils de calcul performants, des logiciels d'aide à la conception (CATIA, Simulink), des outils de simulations multiphysiques. Ces outils ne sont qu'une aide au concepteur et le facteur humain restera au sein du processus de conception. La démarche de conception s'avère être une suite d'activités à mettre en œuvre dans le but de créer un produit pour des finalités déterminées, pour ce faire elle repose sur: le choix des modèles capables de fournir des informations sur le produit à concevoir, le choix du concept de développement ainsi que le choix d'outils numériques appropriés.

Dans le cadre de nos travaux, notre objectif est d'assister le concepteur dans la phase de conception préliminaire au niveau des méthodologies et des outils qui peuvent être exploitées. Nous nous intéresserons de plus près à la conception des machines synchrones particulièrement des machines à flux axial dédiées pour la traction. Le moteur électrique fait partie de la chaîne de traction **Figure 1-28** et assure la conversion de l'énergie sortant du générateur en énergie mécanique. Ainsi, dans le cadre d'un dimensionnement de moteur électrique sur un cycle routier, l'objectif est de mettre une méthodologie de conception afin de réduire les pertes totales et respecter un certain nombre de contraintes dont le temps de calcul.

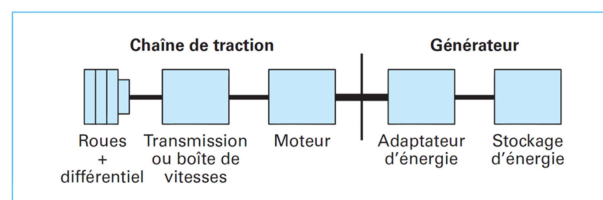


Figure 1-28— Chaîne de traction [Bere10]

1. 9. 2 Conclusions

Dans ce chapitre introductif, nous avons abordé les différentes problématiques de conception dans le domaine du génie électrique. Dans un premier temps une description de l'activité de conception et de ses différents enjeux ont été exposés. Par la suite, les tâches à accomplir dans l'activité de conception sont identifiées, nous nous sommes intéressés en particulier à la formulation et résolution du problème.

Nous avons définis en quoi consiste l'orientation d'un modèle (direct, inverse) la nature du modèle (analytique, semi-numérique, éléments finis). Les méthodes d'optimisation qui servent à la résolution du problème ont été définies en particulier les méthodes multi-niveau.

Dans la suite de cette thèse nous nous intéressons plus particulièrement au cas des machines électriques. Ainsi, nous allons traiter un problème de dimensionnement par modèle direct. La structure et la composition de la machine sont choisies a priori, la modélisation sera réalisée par l'intermédiaire de modèle semi-numérique. La résolution du problème inverse s'effectuera par l'intermédiaire de l'optimisation plus particulièrement. Nous nous intéressons aux méthodes d'optimisation multi-niveau. La méthodologie de conception proposée sera décrite sur les trois chapitres suivants tel que :

Le deuxième chapitre est consacré à la formulation du problème de dimensionnement, une brève description des différentes machines électriques sera établie, plus particulièrement un état de l'art non exhaustif des machines à aimants permanents à flux axial qui fera l'objet de notre étude. Dans le domaine des machines comme décrit précédemment, il existe trois approches de modélisation classées selon leurs précisions et le temps de calcul nécessaire pour une simulation, nous nous intéressons en particulier aux modèles semi-numériques. Dans le cadre de la formulation du problème, les modèles analytiques et les semi-numériques seront décrits en détail afin de justifier le choix de la modélisation. Enfin, le contexte de dimensionnement des machines est celui de la traction, de ce fait les différents cycles routiers seront décrits ainsi que la modélisation des différentes pertes sur le cycle Artemis en particulier.

Le troisième chapitre est consacré à la modélisation de machines à aimants permanents à flux axial, où l'on procèdera à la mise en équations d'un modèle semi-numérique adapté à la modélisation des machines, son application sur deux structures différentes en tenant compte de la rotation de la machine et les effets de saturation locale. On présentera également l'adaptabilité de ce modèle pour les machines à flux radial. Enfin, ce modèle est utilisé dans le cadre de dimensionnement sur cycle et sera validé par l'intermédiaire de modèles éléments finis.

Le quatrième et dernier chapitre est consacré à la résolution du problème par optimisation. La formulation mathématique du problème sera introduite pour répondre aux exigences d'un cahier des charges. La description des différentes méthodes d'optimisation déterministes et stochastiques ainsi que le choix des méthodes abordées. Dans le cadre d'une optimisation multi-niveau, la technique du Space Mapping a été retenue.

De ce fait, un état de l'art de cette technique sera présenté. Deux variantes de cette technique seront proposées dans le cadre de la modélisation par réseau de réductances. Enfin l'application des méthodologies de conception proposées de dimensionnement sur cycles routiers sera présentée.

Chapitre 2 Formulation du problème de conception

Sommaire

2.1	INTRODUCTION	42
2.2	MOTORISATION DU VEHICULE ELECTRIQUE	42
2.2.1	<i>Machine asynchrone</i>	43
2.2.2	<i>Machines synchrones à aimants permanents</i>	43
2.2.3	<i>Machines à réluctance</i>	45
2.3	COMPARAISON DES TROIS FAMILLES DE MACHINES ELECTRIQUES.....	46
2.4	MACHINES A AIMANTS PERMANENTS A FLUX AXIAL.....	47
2.4.1	<i>Machine « Simple-face »</i>	48
2.4.2	<i>Machines « Double rotor/ simple stator » (Torus)</i>	48
2.4.2.1	Torus à bobinage non-encoché	48
2.4.2.2	Torus à bobinage encoché.....	49
2.4.3	<i>Machines « Double stator/ simple rotor » (AFIR)</i>	51
2.4.4	<i>Machines « Multi-étages »</i>	52
2.4.5	<i>Machines à flux axial à bobinage concentré</i>	52
2.4.5.1	Machines à flux axial à aimants en surface et à bobinage concentré	53
2.4.5.2	Machines à flux axial à aimants insérés et à bobinage concentré	55
2.5	CONCLUSION	56
2.6	MACHINES ETUDIEES	57
2.7	MODELISATION NUMERIQUE.....	58
2.7.1	<i>Logiciel FEMM 4.2</i>	59
2.8	NATURE DES MATERIAUX.....	60
2.8.1	<i>Les aimants permanents</i>	60
2.8.2	<i>Les matériaux ferromagnétiques</i>	62
2.9	MODELISATION ANALYTIQUE.....	64
2.9.1	<i>Modélisation par équations de dimensionnement</i>	64
2.9.2	<i>Résolution formelle des équations de Maxwell</i>	65
2.10	MODELISATION SEMI-NUMERIQUES	67
2.10.1	<i>Principes</i>	67
2.10.2	<i>Analogie électrique/ magnétique</i>	68
2.10.3	<i>Application à un circuit magnétique</i>	69
2.11	RESEAU DE PERMEANCES (METHODE DES NOEUDS).....	70
2.11.1	<i>Réseau de perméances : prise en compte de la saturation</i>	70
2.11.2	<i>Réseau de perméances : prise en compte du mouvement</i>	72
2.12	RESEAU DE RELUCTANCES (METHODE DES MAILLES)	74
2.12.1	<i>Réseau de reluctances : prise en compte de la saturation</i>	74
2.12.2	<i>Réseau de reluctances : prise en compte du mouvement</i>	76
2.13	CONCLUSION	77

2.1 Introduction

Nous avons décrit au chapitre 1 les méthodologies de conception abordées en génie électrique. Nous avons abordé trois questions dans le cadre de la reconception des machines électriques. Le chapitre 2 est consacré à la formulation du problème de conception. La première partie décrira différentes machines électriques dans le cadre d'une application de traction. Dans la deuxième partie, nous nous intéresserons à une structure de machine électrique (à flux axial), ainsi qu'aux matériaux utilisés dans ce type de machine. Suite à la brève description faite au chapitre 1 des différentes méthodes de modélisation (numérique, analytique, semi-numérique), dans ce chapitre nous rentrons plus en détail sur les avantages et inconvénients de ces trois grandes familles. A la fin, nous proposerons le type de modélisation choisi dans le cadre du dimensionnement par optimisation. Les détails de notre proposition seront présentés dans le chapitre suivant.

2.2 Motorisation du véhicule électrique

Il y a plus de 30 ans la motorisation du VE (Berlingo-PSA) utilisait des moteurs à courant continu à balais grâce à la facilité de contrôle de ces moteurs. Aujourd'hui, ces machines électriques ne répondent plus aux exigences du marché vu leur rendement inférieur à 90%, leur vitesse maximale limitée, les pertes thermiques dissipées au rotor. Afin d'accompagner les évolutions de l'électrification du véhicule (cf. **Figure 2-1**), de nouvelles machines électriques évoluées ont pris le relais, grâce au développement du contrôle/commande et l'électronique de puissance, mais aussi pour leurs fiabilités et leurs fonctionnements sans entretien [Li11].

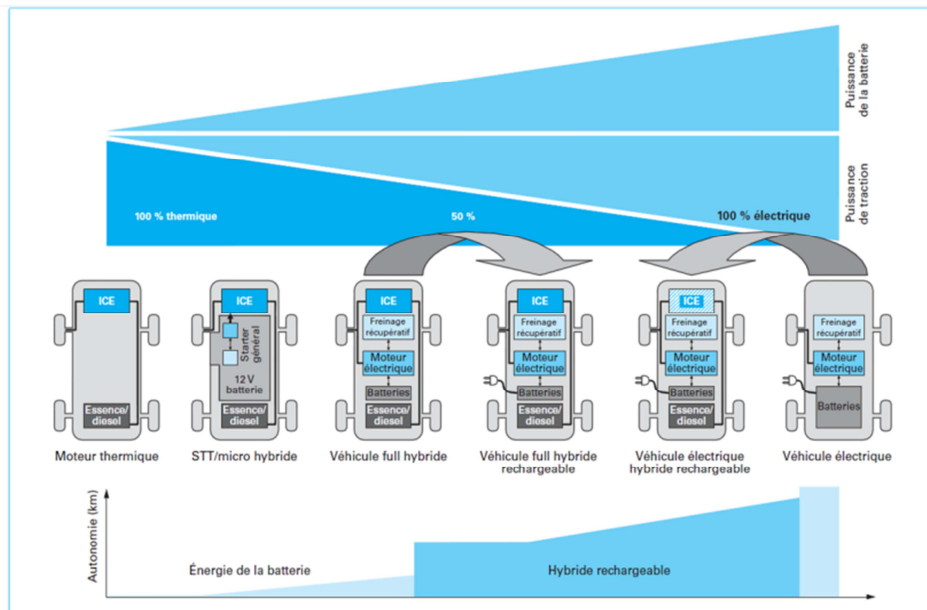


Figure 2-1— Evolution de l'électrification du véhicule [Bere10]

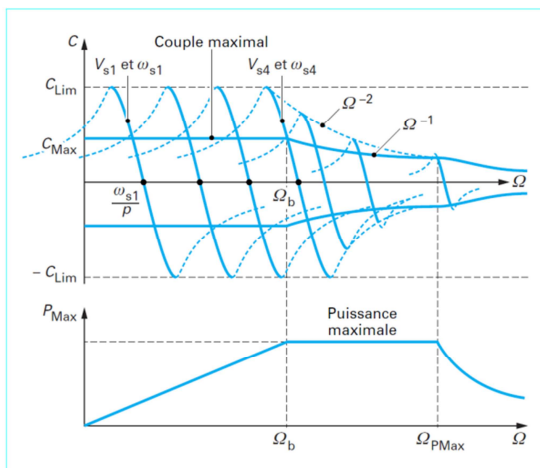
Du point de vue industriel, les développements actuels reposent essentiellement sur trois types de motorisation des VE et VEH. Les machines asynchrones (machines à induction), les machines synchrones à aimants permanents et les machines à réductance pour ce que chacune de ces machines possèdent comme avantages.

Ces différents types de motorisation sont présentés dans les paragraphes suivants. Ces machines sont intégrées au sein du véhicule selon plusieurs principes [Dagu12], le montage sous le capot (Honda Insight), montage sur deux essieux (PSA Hybrid 4), montage sous caisse et enfin le montage sur les roues (Michelin).

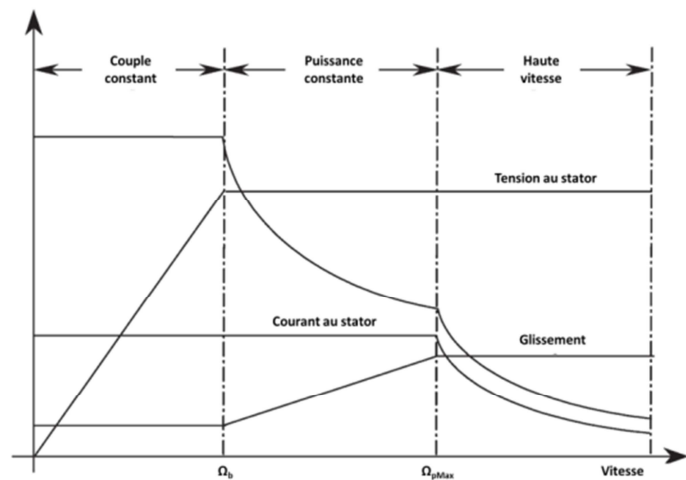
2.2.1 Machine asynchrone

Ce type de machine est considéré par les constructeurs automobiles comme un candidat potentiel pour la traction. D'une part en raison de leur fiabilité, le peu d'entretien, le faible coût ainsi que les performances qu'elles démontrent dans des milieux hostiles. Par ailleurs, les machines asynchrones sont confrontées à un certain nombre d'inconvénients tels que : les pertes élevées (pertes joules supplémentaires au rotor à cause des courants induits), le faible couple massique, le facteur de puissance réduit par rapport aux machines à aimants permanents. Afin de remédier à ces problèmes, de nouvelles techniques de contrôle ont été proposées [kou05].

Une autre grandeur caractéristique de ce type de machine est la valeur du couple limite C_{Lim} . Elle constitue une limite électromagnétique de la conversion d'énergie de la machine asynchrone. C_{Max} (Couple mécanique) est le couple maximal que pourrait fournir la machine en déduisant toutes les pertes. Afin d'étendre la plage de fonctionnement à puissance constante, il faut étendre la plage de vitesse entre $[\Omega_b, \Omega_{pMax}]$ (cf. **Figure 2-2**). Ω_{pMax} est proportionnel au rapport C_{Lim}/C_{Max} , une augmentation de ce rapport passe par la maximisation du couplage magnétique entre le rotor et le stator. Cela passe soit par l'optimisation de la forme d'encoche au rotor ou un surdimensionnement de la machine [Mult01].



(a) Zone de fonctionnement d'une machine asynchrone [Mult01]



(b) Caractéristique couple-vitesse [Zera06]

Figure 2-2— Caractéristiques couple-vitesse machine asynchrone

2.2.2 Machines synchrones à aimants permanents

Dans la catégorie des machines synchrones, il existe plusieurs types de machines, dont les machines synchrones à rotor bobiné (cf. **Figure 2-3-b**), les machines synchrones à double excitation et les machines synchrones à aimants permanents [Ama01] (cf. **Figure 2-3-d**). Les machines synchrones à aimants permanents développées depuis l'introduction des aimants Nd-FeB sont abondamment étudiées dans le cadre de la traction électrique. Grâce à la présence des aimants ces machines peuvent être plus compactes et plus légères que les machines asynchrones et présentent une puissance massique élevée et un bon rendement. Comme dans le cas des machines asynchrones lorsque la tension atteint le maximum disponible, la caractéristique couple-vitesse se trouve a priori limitée, ce qui offre une zone de fonctionnement limitée par le couple maximal [Mult01].

Afin d'étendre la plage de fonctionnement à puissance constante de ce type de machine (étendre la plage de vitesse) le déphasage du courant doit être contrôlé (cf. **Figure 2-4**).

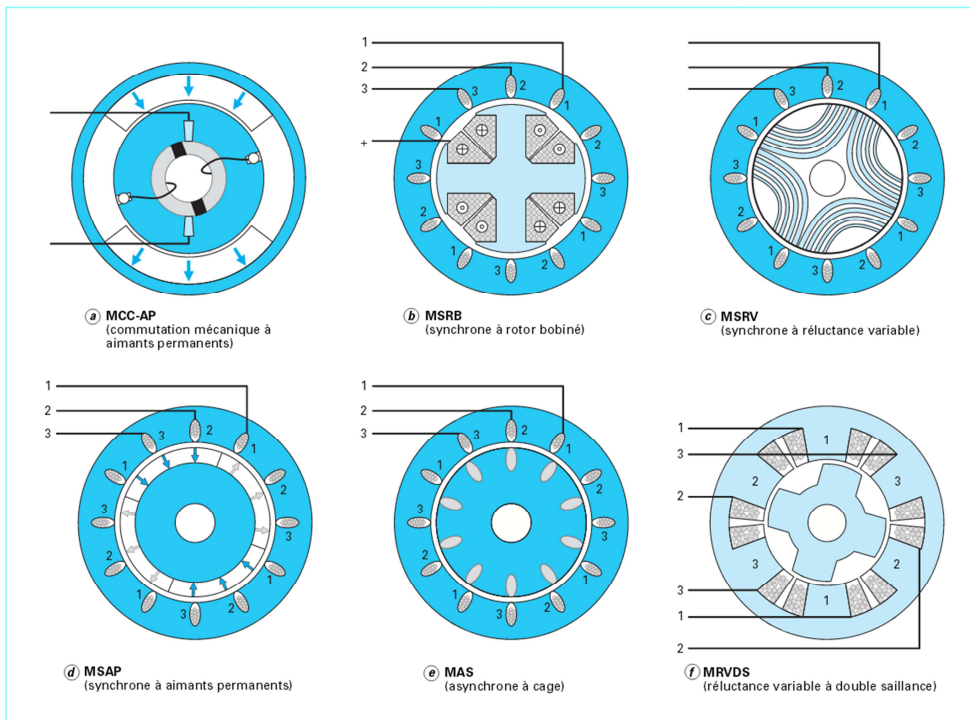


Figure 2-3— Différents types de machines [Fodo09]

La haute vitesse peut passer à 3 fois la vitesse de base, mais un inconvénient majeur de ce type de machines est que le rendement à très haute vitesse est faible et que les aimants risquent de subir une démagnétisation non réversible liée au courant d'alimentation qui s'oppose au champ des aimants.

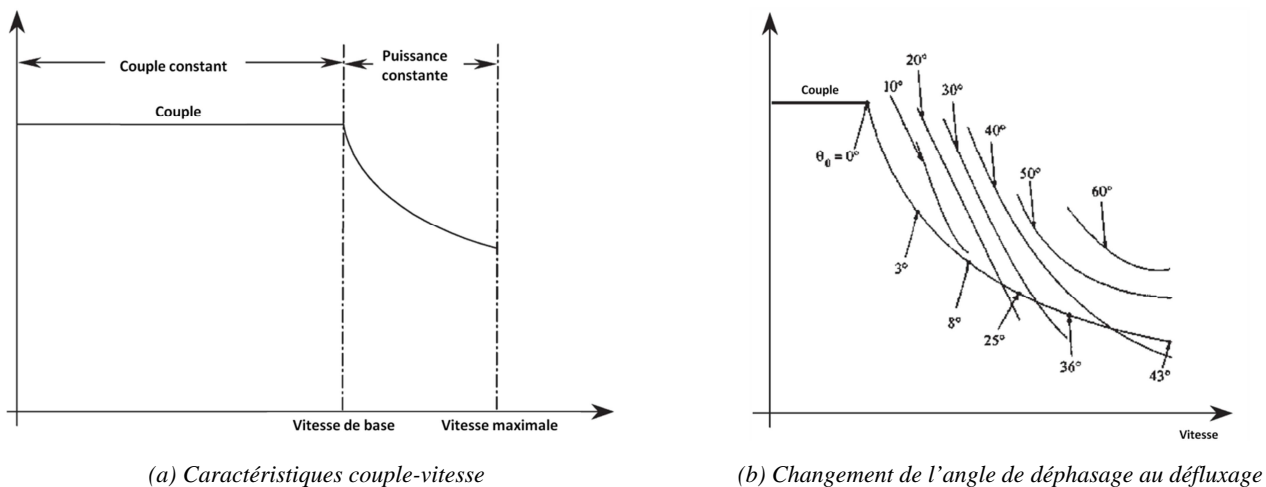


Figure 2-4— Caractéristiques couple-vitesse machine synchrone à aimants permanents [Zera06]

Dans la catégorie des machines à aimants permanents, trois types sont notamment classés selon la direction du flux dans la machine :

1. Machines synchrones à aimants permanents à flux radial (MSAPFR)
2. Machines synchrones à aimants permanents à flux axial (MSAPFA)
3. Machines synchrones à aimants permanents à flux transverse (MSAPFT)

Les MSAPFR peuvent être classées selon l'emplacement des aimants :

1. MSAPFR avec aimants sur le rotor : le rotor peut être interne ou externe, et les aimants peuvent être surfaciques ou enterrés (cf. Figure 2-5).

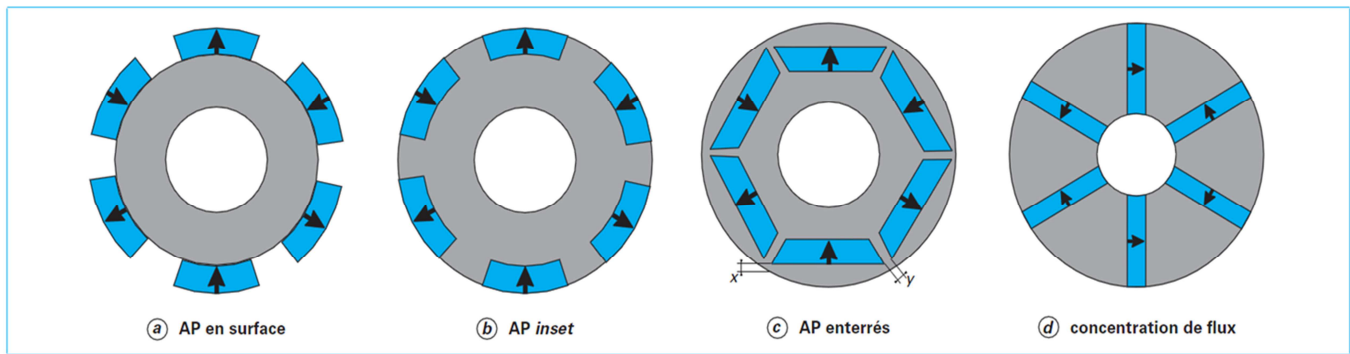


Figure 2-5— Différentes structures rotoriques pour une MSAPFR [Fodo09]

2. MSAPFR avec aimants sur le stator, aussi dite machine à commutation de flux, les aimants sont soit placés sur la surface des dents [Deod97], soit enterrés dans la culasse [Lian95] ou pris en sandwich au niveau d'une dent [Hua05] plusieurs structures sont décrites dans [Zhu07] (cf. **Figure 2-6**). Les inconvénients de ces machines sont le bruit acoustique et l'ondulation du couple. Par ailleurs, les aimants sont soumis à un champ alternatif et peuvent être le siège de pertes supplémentaires.

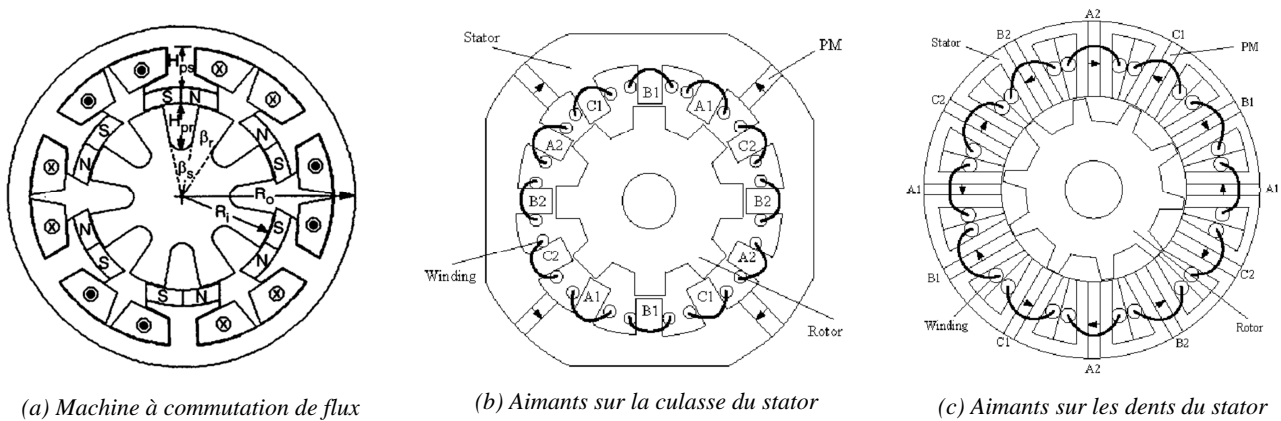


Figure 2-6— Différentes structures statoriques pour une MSAPFR

2. 2. 3 Machines à réluctance

Le fonctionnement de ces machines repose sur la variation de la réluctance au niveau de l'entrefer. On distingue deux grandes familles, les machines à réluctances synchro-réductantes (MSRV) (à simple saillance) (cf. **Figure 2-3-c**) et les machines synchrones à réluctance variable à double saillance (MRVDS) (cf. **Figure 2-3-f**).

1. Pour le premier type de machines, la structure présente une simple saillance au rotor. Afin d'avoir de bonnes performances en termes de puissance, couple et facteur de puissance, il est nécessaire d'augmenter le rapport d'inductances L_d/L_q . Afin d'augmenter ce rapport une construction spéciale du rotor est nécessaire, une configuration consiste à ce que le rotor soit constitué de paquets de tôles intercalés entre des couches amagnétiques et montés axialement [2001, Multon]
2. Pour les machines à double saillance, la structure présente une double saillance à la fois au rotor et au stator. Le rotor ne possède pas de sources d'excitation comme pour la MSRV. Le stator seul est excité par des courants en créneaux ou sinusoïdaux. Le couple présent est un couple purement réluctant.

Les MRVDS ont des performances semblables à celles de la machine à induction au niveau du rendement et de la puissance massique. Leur construction est simple, elles présentent une bonne évacuation de la chaleur du fait de l'absence de bobinage au rotor et un bobinage concentrique au stator. Afin d'augmenter leur puissance massique, un entrefer plus petit est recommandé. Un avantage des MRVDS est une caractéristique couple-vitesse (cf. **Figure 2-7**) adaptée au fonctionnement des VE et des VEH, par un fonctionnement à puissance constante plus étendue. Par contre, les machines à réluctance variables présentent des ondulations de couple assez élevées à basse vitesse, ce qui induit un bruit acoustique.

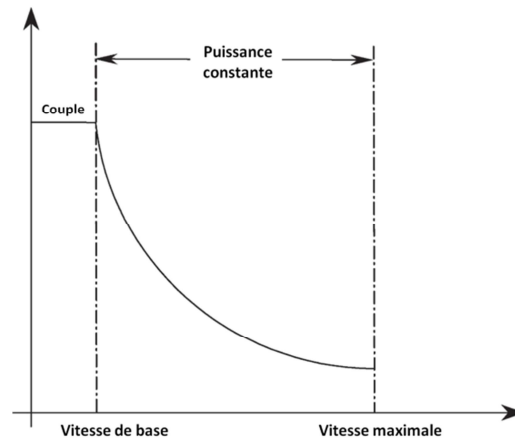










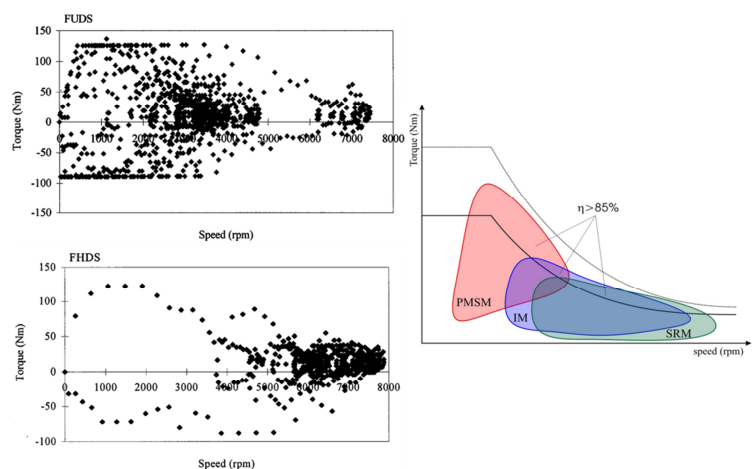
Figure 2-7— Caractéristiques couple-vitesse machine à réluctance variable [Zera06]

2.3 Comparaison des trois familles de machines électriques

Une comparaison entre les différentes structures des machines est donnée dans la **Figure 2-8-a** [Chan02] [Zera06]. Sur la **Figure 2-8-b**, les cycles urbain et routier [Chan02] sont représentés, ainsi que la comparaison des trois structures de machine sur un cycle de fonctionnement [Fink09]. La machine synchrone à aimants permanents (PMSM) a son meilleur rendement à faible vitesse alors que la machine à induction (IM) et la machine à réluctance variable SRM ont leur meilleur rendement à vitesses plus élevées et sur une grande plage de vitesse. Dans ce cas, le choix de la structure de machine dépendra du cycle de fonctionnement sur lequel l'utilisateur souhaite dimensionner son modèle.

Propulsion Systems				
Characteristics	DC	IM	PM	SRM
Power Density	2.5	3.5	5	3.5
Efficiency	2.5	3.5	5	3.5
Controllability	5	5	4	3
Reliability	3	5	4	5
Technological maturity	5	5	4	4
Cost	4	5	3	4
Σ Total	 22	 27	 25	 23

(a) Comparaison des performances des machines [Zera06]



(b) Comparaison des machines sur cycle [Fink09]

Figure 2-8— Comparaison des différentes structures

Dans le cadre de cette thèse, la structure à aimant permanent est choisie du fait de son bon rapport couple massique, sa simplicité de contrôle par rapport aux deux autres machines. Par ailleurs, nous nous orientons notre choix sur une structure à flux axial en particulier, les détails de ce choix sont décrits dans les sections suivantes.

2.4 Machines à aimants permanents à flux axial

Dans les applications où la longueur de la machine est un facteur contraignant du point de vue design, les machines à flux axial (discoïdes) ayant la possibilité de réduire l'encombrement grâce à leur longueur axiale faible constituent une alternative intéressante face aux machines à flux radial (cf. **Figure 2-10**). Le chemin de flux est représenté dans la **Figure 2-9**. Les applications de telles machines peuvent être des moteurs de roues [Espa99] pour véhicules électriques ou des moteurs pour l'entraînement direct [Prof97] [Mahm12] [Bomm09] [Yang02] [Rahm04] [Asgh11] [Cari96]. Les machines à flux axial sont généralement intégrées dans des applications où une valeur de couple élevée est demandée.

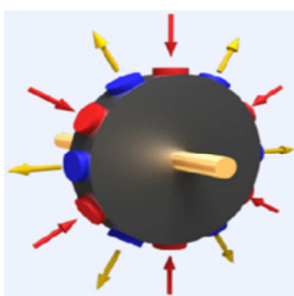
Plusieurs configurations de machine à flux axial peuvent être répertoriées, selon :

1. Le type de structure : le nombre de stator et de rotor. La disposition du stator par rapport au rotor
2. Support du bobinage : encoché, non encoché
3. Le type du bobinage réalisé : réparti, concentré, anneau Gramme
4. La disposition des aimants : en surface, enterrés radialement, enterrés tangentiellement

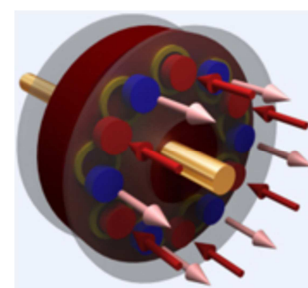
Ainsi, les quatre grandes familles trouvées dans la littérature, peuvent être classées selon le type de structure :

1. Machine « Simple face » ou encore une machine à 1 rotor et 1 stator.
2. Machine « Torus » où le stator se trouve entre 2 rotors
3. Machine « AFIR » où le rotor se trouve entre 2 stators.
4. Machine multi-étage qui comporte plusieurs stators et rotors.

Le bobinage de ces différentes machines peut être de type toroidal ou réparti. Nous classons aussi les machines à flux axial à bobinage concentrique qui sont apparues plus tard [Kurr03] [Mari06] [Hwan09] [Bomm09] dans une cinquième grande famille.



(a) Flux radial



(b) Flux axial

Figure 2-9— Chemin de flux de machines à flux radial et axial [Ran12]



Figure 2-10— Machines à flux radial et axial [Gier08]

2. 4. 1 Machine « Simple-face »

Cette machine de structure basique, est la première à être apparue [Camp74] [Plat89]. Elle est composée d'un stator et un rotor (cf. **Figure 2-11**). Malgré la simplicité et le coût avantageux de fabrication, cette machine souffre d'un déséquilibre de force axiale (d'attraction) entre le stator et le rotor, avec toutes les conséquences sur la tenue mécanique (roulements, points de suspension) pour supporter les contraintes. Cela peut induire une augmentation de la masse de la machine.

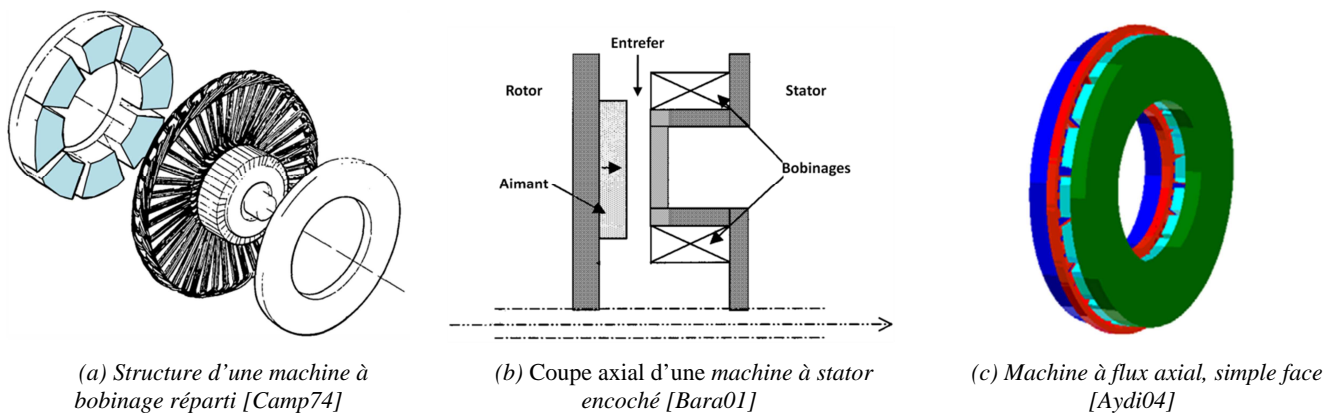


Figure 2-11— Structures d'une machine à flux axial, simple face

Afin de remédier au problème d'attraction axiale et augmenter le couple, des machines présentant une structure à plusieurs étages disposés sur le même arbre sont apparues [Azzo03].

2. 4. 2 Machines « Double rotor/ simple stator » (Torus)

Ces machines ont une structure comprenant un stator et deux rotors, telle que le stator est pris en sandwich entre les deux rotors. Pour cette configuration de machine à flux axial, nous distinguons deux sous-familles présentées sur la **Figure 2-12** :

1. Stator non-encoché (cf. **Figure 2-12-a-b**)
2. Stator encoché : à bobinage toroïdal (cf. **Figure 2-12-c-d**), à bobinage réparti (cf. **Figure 2-12-e**)

2.4.2.1 Torus à bobinage non-encoché

Le stator constitué par un feuilletage d'acier laminé, autour duquel est enroulé le bobinage en une connexion "back to back" ou forme toroïdal, **Figure 2-12-e**, en plaçant une résine époxy entre les enroulements pour dans un premier temps augmenter la robustesse et maintenir le bobinage et dans un deuxième temps permettre une bonne évacuation de la chaleur.

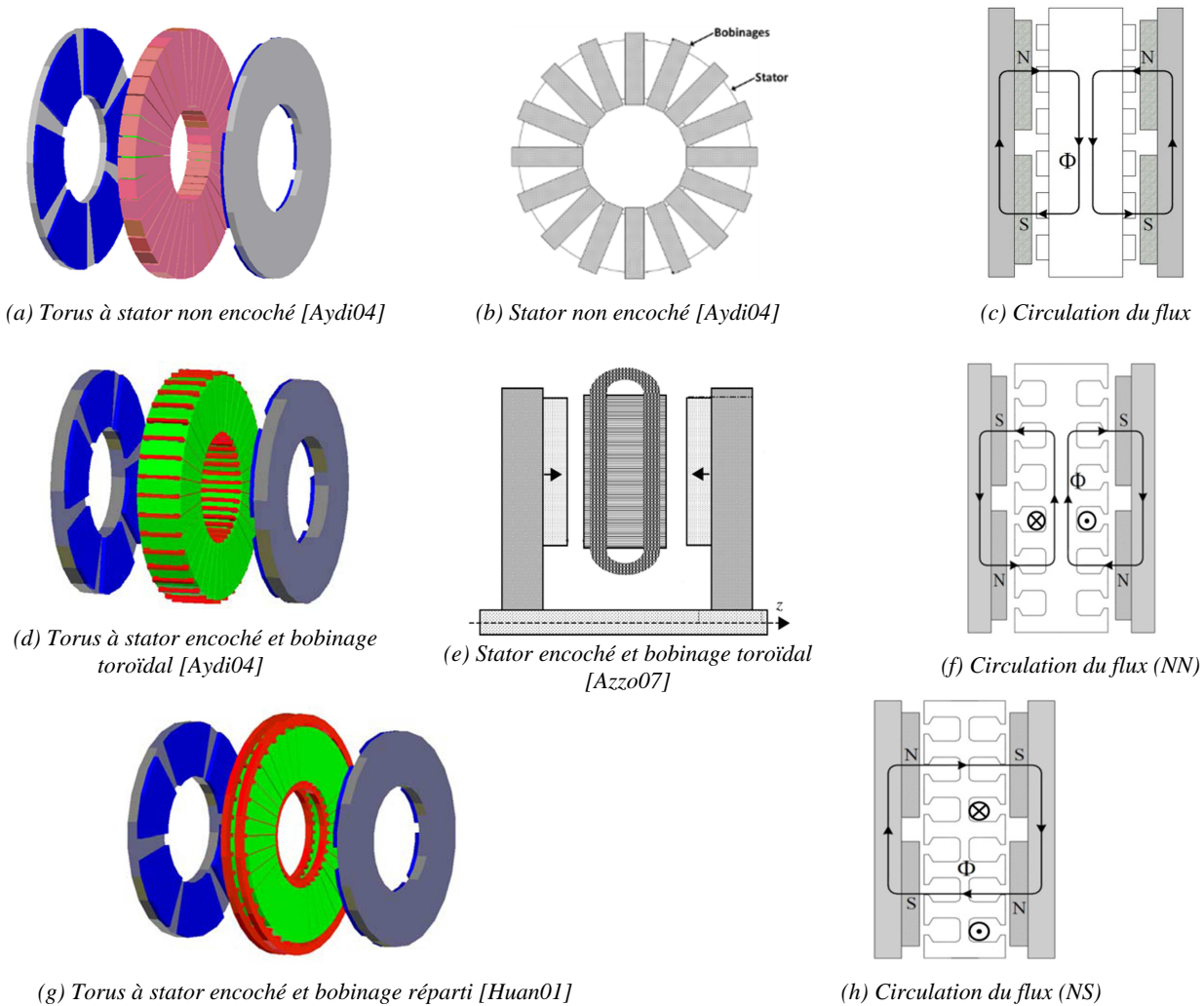


Figure 2-12— Différentes structures de machines à flux axial à aimants en surface (TORUS)

Dans une structure de machine Torus non encochée, la forme de bobinage toroïdal est avantageuse à cause de l'encombrement réduit des têtes de bobines. Cela induit à une réduction des pertes cuivre et par la suite une augmentation du rendement et un transfert de chaleur plus aisé. En plus, cette machine Torus à bobinage non encochée possède un ratio « poids/puissance » ou « poids/couple » élevé du fait de sa faible longueur axiale.

D'autres avantages de cette machine à stator non-encoché, proviennent du faible flux de fuite et de la réduction des effets qui sont dus aux encoches tels que : les ondulations de couple, les effets de saillance et la diminution de saturation au niveau des dents du stator. Cela engendre une diminution du bruit de la machine. [Aydi04].

La direction du flux dans cette machine **Figure 2-12-c**, est telle que le pôle « N » conduit le flux à travers l'entrefer vers le stator, pour se refermer dans la culasse statorique vers le pôle « S » se retrouvant sur la même culasse rotorique de départ. Ainsi dans ce type de machines, l'épaisseur de la culasse statorique est importante afin de permettre le rebouclage du flux ce qui engendre une augmentation des pertes fer [Bomm09].

2.4.2.2 Torus à bobinage encoché

Pour les machines à stator interne encoché, nous distinguons 2 types qui sont caractérisés selon la façon avec laquelle le flux circule [Huan01] dans la machine : NN ou NS. (cf. **Figure 2-12-d-g**)

Type NN : Les aimants placés face à face sont de même polarités.

Type NS : Les aimants placés face à face sont de polarités différentes.

Les machines Torus à bobinage encoché de type NN, ont le même sens de passage du flux que les machines Torus à bobinage non-encoché ou celles à bobinage toroïdal, ce qui implique les mêmes caractéristiques citées ci-dessus. Alors que pour le type NS, la direction du flux change telle que le flux se déplace le long de l'axe du stator ; en d'autres termes, le flux se déplace du premier rotor au stator vers le deuxième rotor sans circuler le long de la culasse statorique.

Nous distinguons alors deux principales différences entre les deux types :

- La première au niveau de l'épaisseur de la culasse statorique, qui dans le type NS est considérablement réduite **Figure 2-13** conduisant donc à une diminution de la masse globale de la machine, des pertes fer et par conséquent une augmentation du rendement de la machine.
- La deuxième différence réside dans le type de bobinage, dans les machines Torus de type NS le bobinage est réparti, par conséquent les têtes de bobines engendrent une augmentation des pertes par effet Joule.

Ainsi une comparaison des principales différences est proposée dans le **Tableau 2-1**.

Type	Diamètre extérieur	Pertes cuivre	Pertes fer	Longueur
NN	-	-	+	+
NS	+	+	-	-

Tableau 2-1 — Comparaison entre Torus de type NN et NS

Dans le cas des machines Torus type NS, la partie magnétique du stator peut être éliminée. Dans ce cas, le bobinage est placé sur un disque de matériau non conducteur et amagnétique [Gier08], ce qui implique une diminution considérable des pertes fer et l'élimination du couple de détente qui peut être responsable d'ondulations de couple gênantes. Ainsi, cette machine possède un couple massique assez avantageux [Cari98]. Par ailleurs, les bobinages sont placés au niveau de l'entrefer et sont en exposition directe au champ magnétique. Ces machines ne présentent pas une plage à puissance constante [Cari98] et les pertes cuivre générées par les courants induits sont considérables [Rahm04].

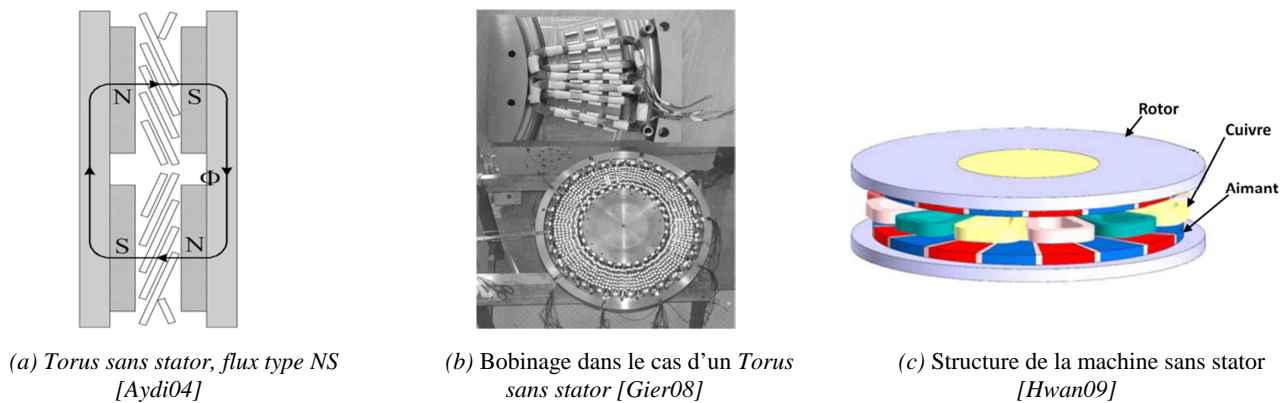


Figure 2-13— Machine Torus sans culasse statorique

Les machines Torus englobent toutes sortes d'applications allant de la vitesse lente à la motorisation des véhicules électriques. Les plus communes, pour les machines de type NN, sont celles à vitesse lente ; comme les ascenseurs, les éoliennes. Alors que pour les machines NS, leur supériorité au niveau de la réduction d'encombrement face au NN, les place comme de meilleures candidates dans le domaine des véhicules électriques. Notamment, dans la référence [Mahm12] une machine de type NN est présentée pour un véhicule électrique.

2.4.3 Machines « Double stator/ simple rotor » (AFIR)

Axial Flux Internal Rotor (AFIR), le rotor dans ce cas est pris entre deux stators, cette machine trouve aussi ses applications dans le domaine du véhicule électrique [Sahi01]. Elle est apparue pour la première fois dans [Prof98]. Comme pour le Torus, nous distinguons les machines à bobinage non-encoché et encoché. Au niveau du rotor deux configurations sont possibles.

La première utilise un matériau ferromagnétique [Weh84] [Parv05] et la deuxième un matériau non-ferromagnétique [Plat89] [Aydi01]. Cela impliquera une distribution de flux différente dans chacun des cas.

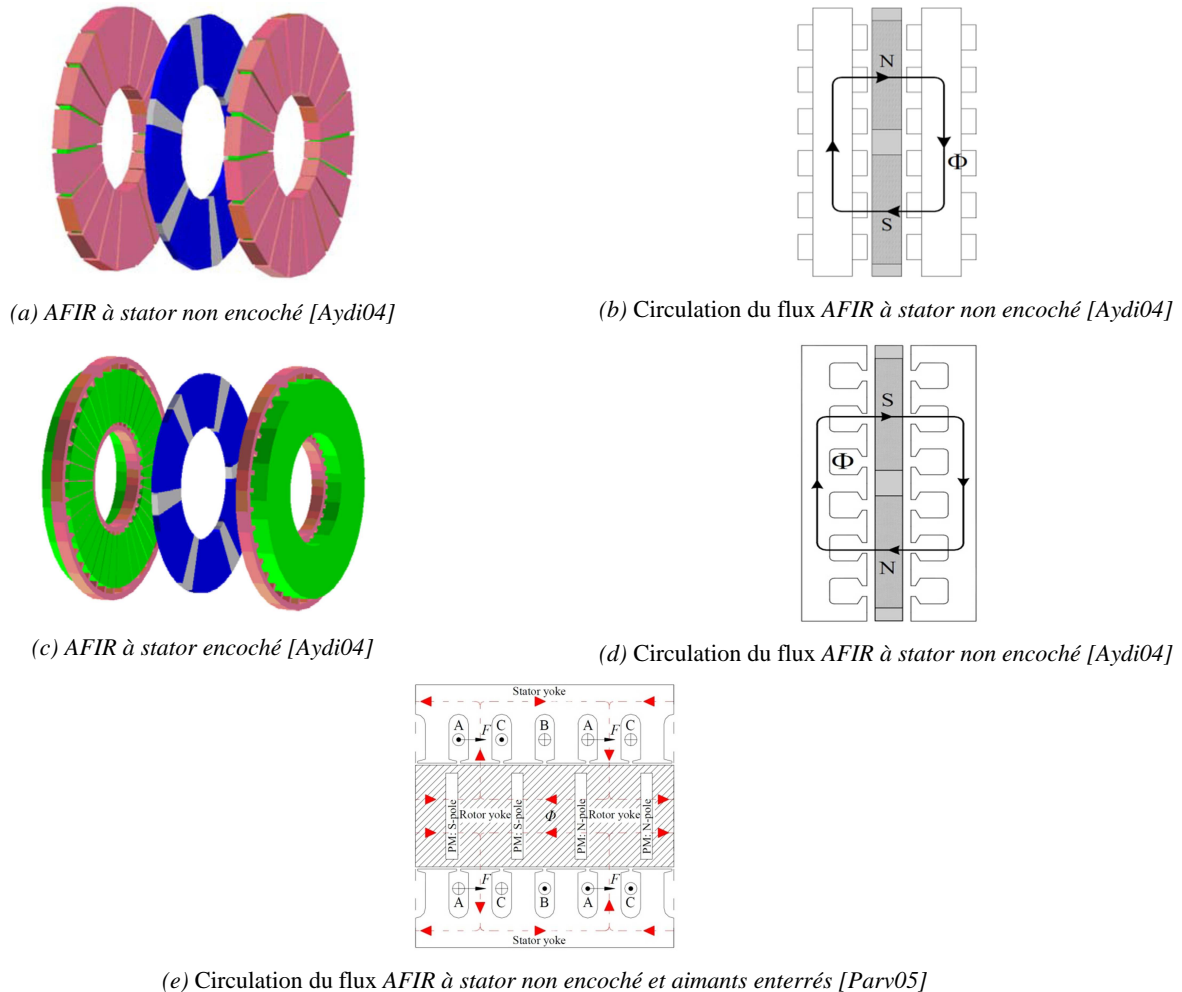


Figure 2-14— Différentes structures de machines à flux axial à aimants en surface (AFIR)

Dans le premier cas, les aimants sont généralement enterrés (insérés), alors que dans le deuxième les aimants sont déposés en surface. Pour les aimants enterrés, les effets de court-circuit magnétique sur les bords d'aimants sont généralement élevés, ainsi que la saturation dans la zone intérieure « au niveau du rayon intérieur » des pôles rotoriques, si la forme des aimants est constante sur la longueur du rayon de la machine et si les aimants se rapprochent au niveau du rayon intérieur **Figure 2-14-e**.

Cela induira une diminution de la densité du flux au niveau du rayon extérieur de la machine ; c'est-à-dire une distribution de flux magnétique non constante au niveau de l'entrefer. C'est pour cela que dans ce type de structure la forme des aimants est non parallélépipédique.

Un autre point faible lié à l'utilisation d'un matériau ferromagnétique (cf. **Figure 2-14-e**) par rapport à un matériau non-ferromagnétique (cf. **Figure 2-14-d**), est le fait d'enterrer les aimants dans une culasse plus épaisse, ce qui par conséquent implique une diminution de la puissance massique. Mais au niveau de la protection (robustesse), l'enterrement des aimants les protégera des effets de corrosion, et assurera un bon maintien.

Les deux types de structures décrites précédemment, peuvent être adaptées à un montage en une version multi-étages ou multi-disques.

2. 4. 4 Machines « Multi-étages »

De façon générale, ces machines comportent $N+1$ rotors montés sur le même axe et N stators mis en parallèle ou en série. La machine est dite à N étages. Ce type de structure est utilisé afin d'augmenter la puissance ou le couple de la machine. Le fonctionnement reste le même et on distingue les deux structures « Torus » les orientations « NN » et « NS » et les machines « AFIR ».

L'assemblage compliqué de ce type de machine est l'un des principaux inconvénients. Afin de pouvoir aligner sur le même axe les différents étages, il est nécessaire d'ajouter des renforts mécaniques contre l'attraction stator/rotor. Deux méthodes sont possibles afin de monter le rotor. Le stator est coupé diamétralement en deux, permettant ainsi son assemblage autour du rotor. Dans ce cas, le rotor peut-être construit en une pièce équilibrée dynamiquement en dehors de la machine. Le montage alternatif des anneaux rotoriques et statoriques, ainsi que le montage du stator peut-être admis en une seule pièce.

Un exemple d'une machine à flux axial qui développe un couple de 8000 N.m à une vitesse de 682 tr/min (entraînement d'un train) est donné dans la **Figure 2-15**. Cette machine est de type NS, le matériau utilisé pour les rotors externes est un matériau ferromagnétique pouvant supporter les fortes contraintes axiales que subissent les parties extérieures. Alors que pour les étages intermédiaires, les parties rotoriques sont utilisées simplement comme support des aimants, alors un matériau non-ferromagnétique léger est utilisé.

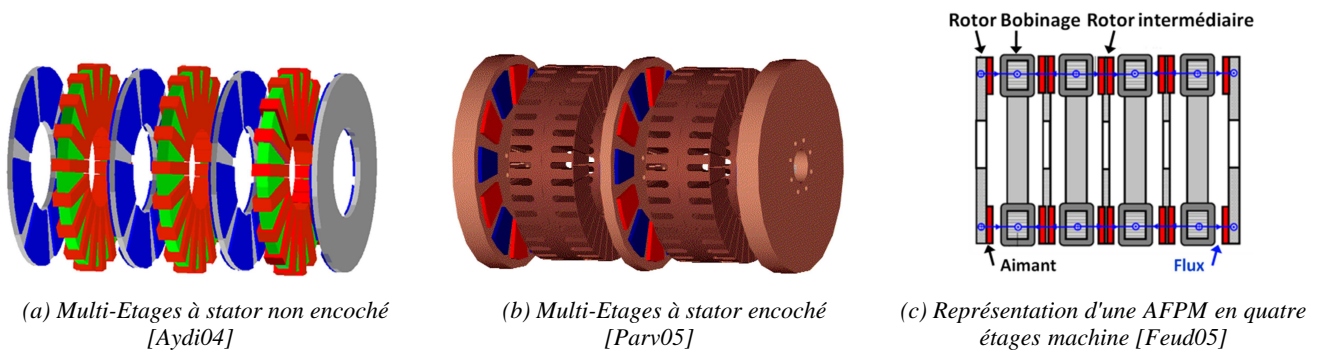
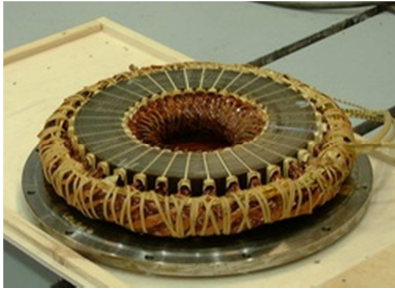


Figure 2-15— Machines à flux axial multi-étages

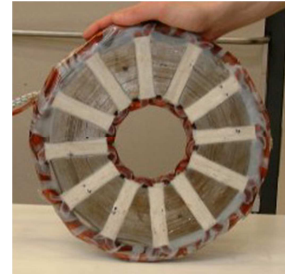
2. 4. 5 Machines à flux axial à bobinage concentré

L'intérêt du bobinage concentré ou bobinage sur dents est souligné par plusieurs auteurs [Bomm09] [Nguy11] [Cros02] [Hung12] du fait d'un meilleur coefficient de remplissage, une tenue mécanique plus robuste [Dona10] et la réduction de l'encombrement allié à la diminution de la longueur des têtes de bobines (cf. **Figure 2-16**). Cela induit une diminution des pertes cuivre et une amélioration de la densité de puissance pour la même densité de courant.

D'autre part le bobinage sur dents présente une facilité d'isolation et de mise en œuvre industrielle à moindre coût [Bris08]. Comme pour tout type de machines, la disposition des aimants peut être en surface ou enterrés. Les paragraphes suivants décrivent ces machines plus en détails.



(a) Stator à bobinage réparti



(b) Stator à bobinage concentré

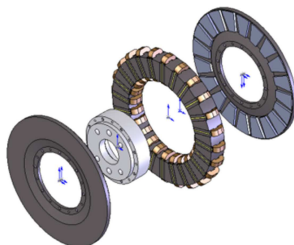
Figure 2-16— Comparaison entre bobinages réparti et concentré [Parv05]

2.4.5.1 Machines à flux axial à aimants en surface et à bobinage concentré

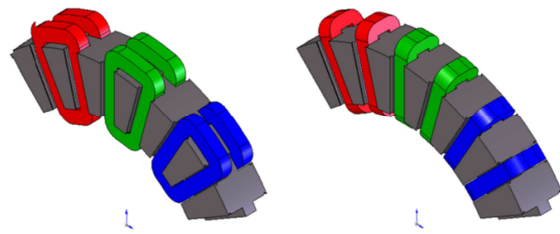
Une analyse de la littérature sur ces machines, permet d'identifier les avantages et inconvénients d'une telle structure. Une première machine simple de ce type a été proposée par [Parv05] d'une puissance de 1.6kW pour une éolienne, composé d'un rotor et un stator à bobinage sur dent. L'auteur a souligné, la facilité de fabrication ainsi que de meilleures performances grâce au bobinage. [Mari06] souligne le problème au niveau de la tenue mécanique et une augmentation des pertes au niveau du rotor. Le stator de cette structure est fabriqué à partir de poudres de fer (SMC) [Shok07]. Une autre structure de machine simple stator et rotor à pôles centrés est proposé dans [Liu06].

Dans [Dona10], l'auteur propose la comparaison des performances d'une machine à flux axial simple stator et double rotor, entre un bobinage toroïdal et un bobinage fractionnaire sur dent (cf. **Figure 2-17**), l'auteur conclut que le bobinage toroïdal utilise moins de cuivre. Par contre, cette étude a été menée dans le cadre d'un stator qui comprend une culasse. L'auteur souligne l'intérêt du bobinage sur dents dans le cas où les dents statoriques sont construites individuellement. Les conducteurs sont bobinés directement sur les dents. Cette mise en place augmentera le facteur de remplissage et permet une bonne isolation.

Dans [DiGe05], l'auteur analyse une machine à simple stator et double rotor de 36 encoches et 19 paires de pôles à aimants en surface. Le stator ne présente pas de culasse, la structure de cette machine est présentée dans la **Figure 2-18**, le bobinage présent est à double couche.



(a) Machine simple stator double rotor à aimants en surface



(b) Bobinage sur dent et bobinage toroïdal

Figure 2-17— Machine simple stator double rotor à aimants en surface avec deux types de bobinages [Dona10]

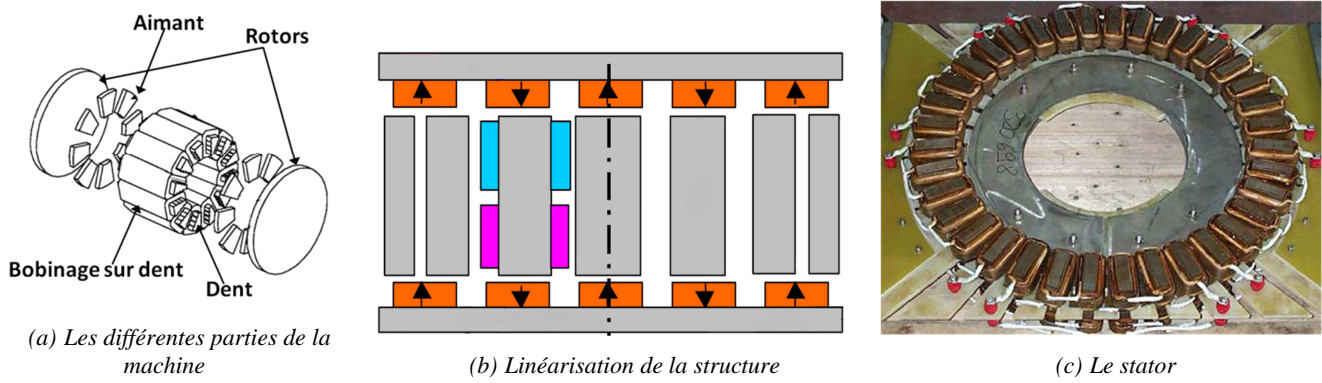


Figure 2-18— Structure d'une machine double rotor simple stator à bobinage concentré double couche [DiGe05]

La structure du stator est intéressante du côté faisabilité car un tel bobinage peut être mis en place facilement, il n'y a pas de chevauchement au niveau des têtes de bobines, la masse du cuivre est réduite ainsi que les pertes fer dans le stator en absence d'une culasse statorique. Une structure similaire est présentée dans [Fei08] [Fei11] pour la réalisation d'un moteur roue, l'originalité du stator réside est en un feuilletage de SMC (Soft Magnetic Composite), la structure de la machine est donnée dans la **Figure 2-19**.

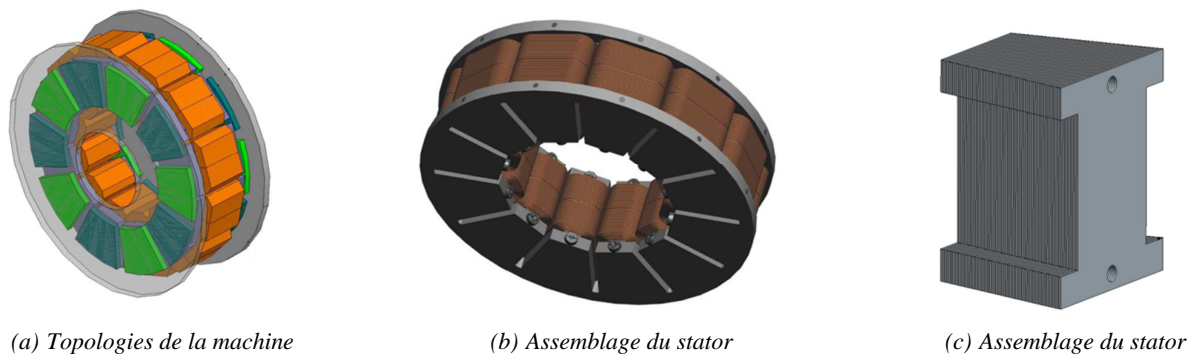
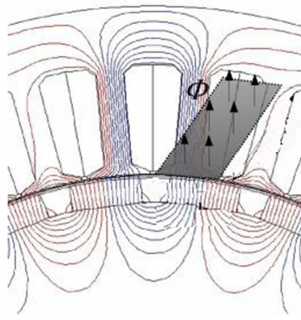


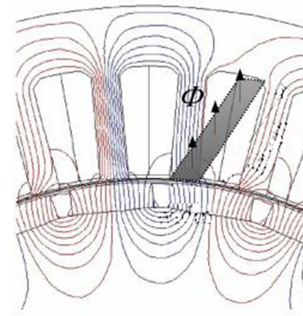
Figure 2-19— Structure d'une machine double rotor simple stator à denture feuilletée en SMC [Fei11]

Dans [Juss08] [Juss09] l'auteur propose une structure double stator simple rotor triphasée de 37 kW pour l'entraînement direct d'une voiture électrique. La machine est à 12 encoches et 10 pôles, les épanouissements dentaires ou pied de dent sont nécessaires afin de produire un couple plus élevé. Ceci est dû à une augmentation de la section de passage de flux en face de l'entrefer. Ainsi pour obtenir le même couple avec les deux configurations (cf. **Figure 2-20**) le nombre de conducteurs varie de 120 dans le cas où il n'y a pas présence de pied de dent et 84 dans le cas contraire [Lind09].

Dans le cas des aimants en surface, la structure tenant compte d'épanouissements dentaires sera modélisée dans le cadre de ces travaux de thèse afin de valider expérimentalement les résultats de la modélisation, ainsi les détails de la structure du stator sont donnés sur la **Figure 2-21** et ceux du rotor sur la **Figure 2-22**.

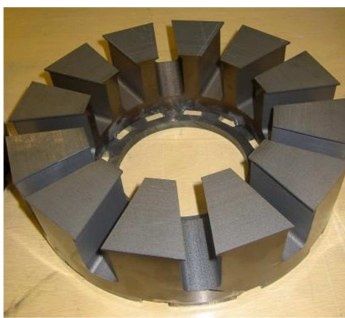


(a) Ligne de champs en présence des pieds de dents



(b) Ligne de champs dans le cas d'encoche ouverte

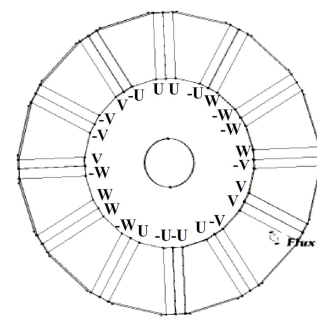
Figure 2-20— Comparaison entre les lignes de champs dans le cas d'une encoche semi-fermée et une encoche ouverte [Lind09]



(a) Structure du stator sans bobinage



(b) Stator à bobinage concentré

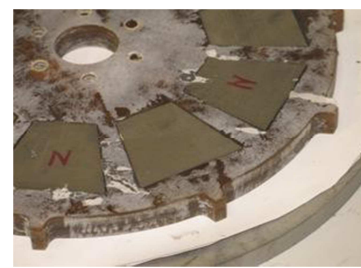


(c) Distribution des différentes phases

Figure 2-21— Structure du stator et répartition du bobinage d'une machine 12/10 [Juss09]



(a) Structure du rotor sans aimants



(b) Emplacement des différents aimants

Figure 2-22— Structure du rotor et disposition des aimants d'une machine 12/10 [Juss09]

2.4.5.2 Machines à flux axial à aimants insérés et à bobinage concentré

Dans [Zhan96] l'auteur a présenté pour la première fois ce type de machine à aimants enterrés à concentration de flux. La machine proposée pour des applications de véhicules électriques est une machine double rotor et simple stator. Par contre le bobinage était un bobinage toroïdal (ainsi l'auteur a mis en évidence les inconvénients d'un tel bobinage cités précédemment). Plus récemment, [Bomm09] a étudié deux structures de machines à flux axial à aimant enterrés (cf. **Figure 2-23**). Les pièces polaires et les dents du stator sont réalisées en poudre de fer.



(a) Machine à flux axial à aimants enterrés et bobinage réparti (b) Machine à flux axial à aimants enterrés et bobinage concentré

Figure 2-23— Machine à flux axial à aimants enterrés [Bomm09]

Les machines discoïdes présentent des efforts axiaux dus à l'attraction entre le stator et le rotor. Afin de pouvoir déterminer la combinaison du nombre d'encoches et nombre de pôles le plus adapté, [Bomm09] a analysé les efforts radiaux pour 6 machines différentes et a conclu que la compensation des efforts radiaux se fait dans le cas où le nombre d'encoches et le nombre de pôle ne sont pas premiers entre eux. Outre les efforts radiaux, une étude est menée sur une machine double rotor et simple stator à bobinage sur dent dans [Miri12]. L'étude consiste à analyser l'influence de la variation de l'épaisseur de l'entrefer sur les efforts axiaux qui eux aussi constituent un problème majeur dans les machines à flux axial.

Afin de valider ses résultats expérimentalement, [Bomm09] a eu recours à une machine (12 encoches et 8 pôles avec un entrefer de 1 mm) développée par Leroy-Somer. Cette machine a une puissance de 45 kW pour une vitesse nominale 6500 rpm et un couple de 70 N.m. Suite à la validation, l'auteur procède à la comparaison des deux machines et met ainsi en évidence le défaut de la machine à bobinage réparti du point de vue de l'utilisation importante de cuivre pour le bobinage. Cela impacte l'encombrement et le couple volumique de la machine ainsi que le rendement. Par ailleurs, la puissance massique et le coût des deux machines sont pratiquement proches. On trouve d'autres structures de machines à bobinage sur dent dans le cas d'une machine double stator simple rotor à bobinage sur dents : [Miu10] présente une machine à aimants en Ferrite, [Bris06] présente une machine à 9 phases pour l'entraînement d'éolienne.

2.5 Conclusion

Dans cette première partie, nous avons décrit brièvement différentes configurations de machine à flux axial. Nous nous intéressons à ces machines à cause de certains de leurs avantages (face aux radiales):

1. La possibilité d'augmenter la puissance massique, ce qui induit l'utilisation de moins de matériaux ferromagnétiques (réduction des pertes et donc augmentation du rendement [Aydi04]). Sur la **Figure 2-24-a-c**, on remarque que la machine à flux radial nécessite le maximum de masse de fer et de volume, leur augmentation est liée à l'augmentation de la puissance.
2. La possibilité d'augmenter le couple massique [Aydi04]
3. Selon la **Figure 2-24-b**, le moment d'inertie de la machine à flux radial est nettement supérieur à celui à flux axial, ceci est dû au rayon du rotor qui dans le cas d'une machine radial est grand [Sita00]. Ainsi pour des applications qui nécessitent une montée ou descente en vitesse rapide, la machine à flux axial est mieux adaptée.

Enfin, comme indiqué sur la **Figure 2-24-d**, la masse du cuivre dans les machines à flux axial dépend de leurs structures et peut dépasser celle d'une machine radiale, comme dans le cas d'une machine simple face non-encochée. Par ailleurs, comme illustré sur la **Figure 2-24**, les machines à stator encoché à deux entrefers sont plus intéressantes à cause de leur supériorité par rapport aux autres types.

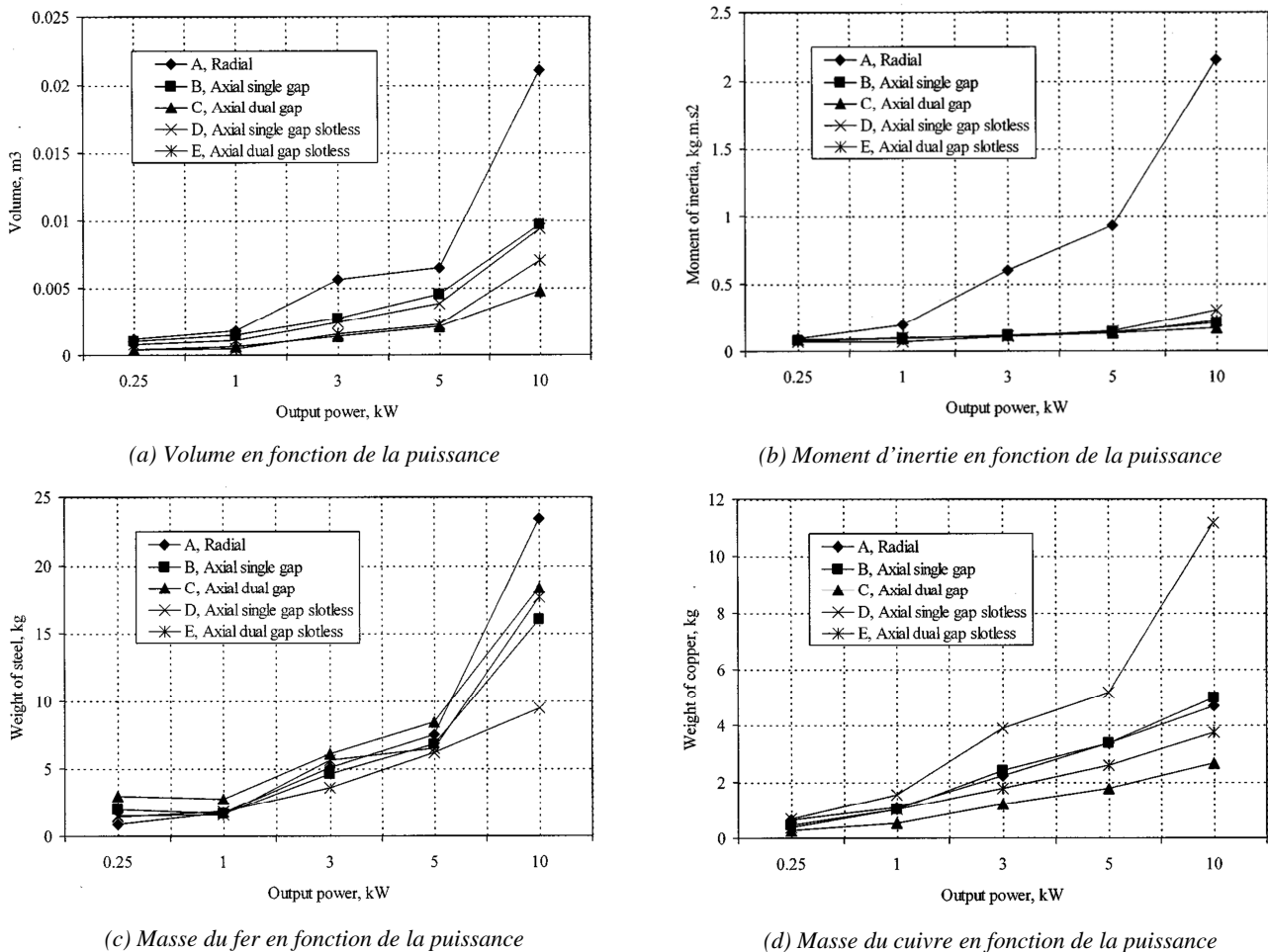


Figure 2-24— Comparaison de différentes grandeurs de machines radial et axial en fonction de la puissance [Sita00]

Nous avons montré l'intérêt du bobinage sur dents pour certaines structures (2. 4. 5) et de l'aimant inséré en concentration de flux (2.4.5.2). Ainsi, nous nous intéressons particulièrement à une des structures étudiées par [Bomm09] **Figure 2-23-b**, une machine à flux axial double rotor et simple stator. Elle fera l'objet de notre modélisation et par la suite d'une mise en œuvre d'une optimisation multi-niveau. La modélisation de la machine à flux axial double stator simple rotor décrite dans [Lind09] présentant des isthmes (épanouissements dentaires) et des aimants en surface sera également aussi présentée. Elle fera l'objet d'une validation expérimentale. Dans ce qui suit, nous détaillerons les machines étudiées.

2.6 Machines étudiées

Nous nous intéressons plus particulièrement aux machines triphasées à double rotor et simple stator (cf. **Figure 2-25-a**) et celles à double stator et simple rotor à encoches fractionnaires (**Figure 2-25-b**). Le rotor de la première machine est constitué d'aimants permanents enterrés de forme trapézoïdale afin de concentrer le flux créé par le rotor.

Le stator quant à lui est à bobinage sur dent, ainsi cette machine combine les avantages de la concentration de flux à ceux du bobinage concentré et bien évidemment les propriétés d'une machine à flux axial. Ainsi deux cas de figures seront modélisés, une première structure à 12 encoches et 2 paires de pôles, soit un nombre d'encoches par pôle par phase (N_{pp}) unitaire et une deuxième structure à 12 encoches et 4 paires de pôles qui conduit à une structure à encochage fractionnaire avec $N_{pp}=1/2$. Les intérêts de telle structure ont été mis en évidence dans plusieurs références [Zhu11] [Nguy11] tels que la réduction de l'ondulation de couple et la diminution du bruit acoustique. Pourtant ces machines peuvent présenter des pertes fer importantes due à l'augmentation de la fréquence électrique à cause d'un nombre de pôles plus élevé. Cette machine sera modélisée et étudiée dans le cadre d'une optimisation multi-niveau au dernier chapitre.

La deuxième machine est constituée 12 encoches 5 paires de pôles, elle est classée comme étant une machine à encochage fractionnaire avec un $N_{pp}=0.4$. Le rotor de cette machine est constitué d'aimants permanents enterrés dans un matériau amagnétique mais conducteur (aluminium) qui sera à l'origine de pertes joules. Le stator est à pôle saillant et présente un épanouissement des dents.

Cette machine a été retenue afin de pouvoir, dans un premier temps, valider l'adaptabilité de la modélisation choisie mais aussi pour valider expérimentalement.

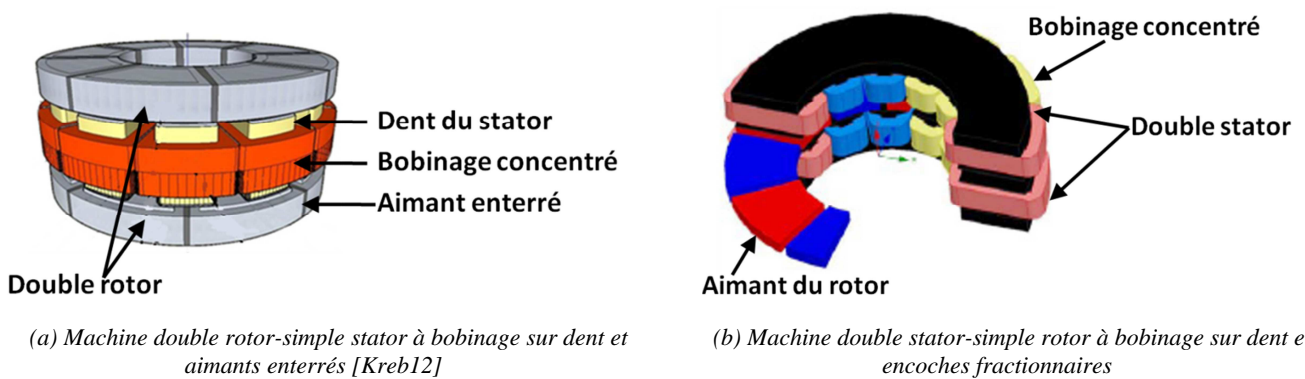


Figure 2-25— Structures des machines à étudier

Dans ce qui suit, nous traitons les différentes méthodologies de modélisation magnétique des machines, ainsi nous décrivons en particulier deux méthodes qui ont été adaptées à la modélisation d'une machine à flux axial de type « Torus » à bobinage encoché, et aimants enterrés. Par la suite, une description des différentes méthodes de modélisation des machines électriques sera présentée.

2.7 Modélisation numérique

La modélisation numérique par éléments finis des phénomènes magnétique repose sur la résolution numérique de la formulation intégrale des équations de Maxwell (cf. **Tableau 2-2**) sur un domaine d'étude borné. La formulation intégrale de ces équations provient de l'application des théorèmes de Stokes et de divergence qui permettent l'intégration des formes différentielles.

Les équations de Maxwell sont mises en place pour lier les différentes grandeurs électriques et magnétiques et sont aux nombres de quatre. En régime quasi statique (basse fréquence), les courants de déplacement électrique, introduit par le terme ∂D , sont négligés [LeCo00]. A ces équations s'ajoutent deux autres relations afin de prendre en compte les caractéristiques magnétiques et électriques des matériaux.

Equations de Maxwell	
Lois de couplage et conservation	Equation
Maxwell – Ampère	$\overline{\text{rot}} \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ (2.1)
Maxwell - Faraday	$\overline{\text{rot}} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ (2.2)
Maxwell – Thomson (conservation du flux)	$\overline{\text{div}} \vec{B} = 0$ (2.3)
Maxwell - Gauss	$\overline{\text{div}} \vec{D} = \rho$ (2.4)
Lois de comportement	Equation
Relation électrique (Loi d'Ohm)	$\vec{J} = \sigma \vec{E}$ (2.5)
Relation magnétique	$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M})$ (2.6)

Tableau 2-2— Equations de Maxwell

La relation magnétique (2.6) après plusieurs substitutions peut se mettre sous la forme [Duba06]:

$$\vec{B} = \mu(\vec{H}) \cdot \vec{H} + \vec{B}_r \quad (2.7)$$

Avec,

$$\mu(\vec{H}) = \mu_0 \cdot \mu_r(\vec{H}) \quad (2.8)$$

Les modèles par éléments finis sont classés dans la catégorie des modèles directs, ou modèle de simulation, bien que ces modèles soient malléables, précis et permettent la prise en compte de phénomènes physiques fortement couplés [Bris07]. Néanmoins, leur usage dans la phase de pré-dimensionnement par optimisation n'est pas judicieux car ils sont gourmands en temps de calcul.

Par contre, ce type de modélisation sera utilisé à deux fins. Dans un premier temps, vérifier la distribution des lignes de champs dans les différentes machines et comme référence de comparaison afin de valider la précision de la modélisation choisie et décrite par la suite.

2. 7. 1 Logiciel FEMM 4.2

Ainsi pour y faire, nous avons utilisé le logiciel FEMM 4.2, qui est un logiciel en deux dimensions développé par David Meeker. Il réalise un maillage automatique et permet notamment de résoudre des problèmes de magnétostatique non-linéaires. La méthode du gradient conjugué est utilisée afin de déterminer le potentiel vecteur A [Meek10]. Une représentation de la modélisation d'une demi-machine à flux axial 6 encoches et 2 paires de pôles est donnée dans la **Figure 2-26-a**, ainsi que la densité et les lignes de champs dans la **Figure 2-26-b**. Dans le logiciel FEMM, des conditions aux limites peuvent être mises en place afin de déterminer la nature du domaine d'étude. Ainsi sur la **Figure 2-26**, les bords en bleu sont des conditions de Dirichlet qui imposent dans le cas d'un problème en magnétostatique une valeur de zéro au potentiel vecteur afin d'interdire le flux de franchir les bords.

Les bords en rouge sont des conditions dites de périodicité qui permettent de relier deux limites ensemble. Dans ce type de condition aux limites, les valeurs du potentiel vecteur sur des points correspondants des deux limites sont égales les unes aux autres [Meek10].

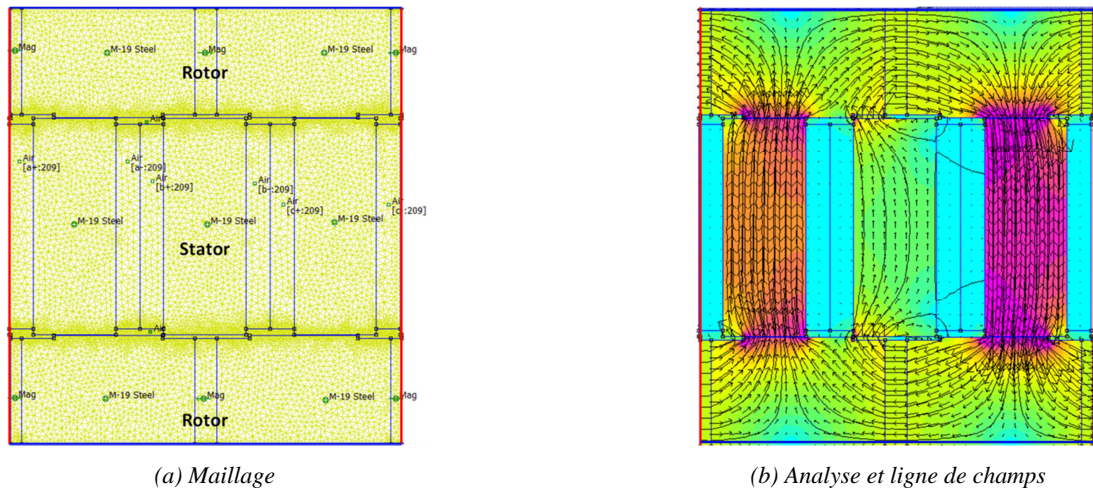


Figure 2-26— Maillage et ligne de champs d'une demi-MSAF 6-encoches-2 paires pôles

2.8 Nature des matériaux

Avant d'aborder la modélisation des machines électriques par réseaux de ré reluctances, il est nécessaire de définir les matériaux qui participent à la conversion électromécanique tels que les matériaux magnétiques et le cuivre. Dans un premier temps nous abordons, les matériaux magnétiques durs connus (aimants permanents) puis les matériaux ferromagnétiques doux isotropes.

2.8.1 Les aimants permanents

Les aimants utilisés dans le domaine des machines électriques sont de majorités des aimants magnétiques durs (aimants permanents). Ils sont caractérisés par leurs cycles d'hystérésis (cf. **Figure 2-27-a**) [Bouk12] qui permet à partir de la valeur de H_c de distinguer entre aimants durs ($H_c > 1000$ A/m) et doux ($H_c < 1000$ A/m) [Bloc99] et leurs courbes de désaimantation qui se situent dans le deuxième quadrant du cycle (cf. **Figure 2-27-b**). La caractéristique $B(H)$ est considérée linéaire pour les aimants durs (hors Alnico) [Mult04]. Il existe plusieurs types d'aimants dont un bref résumé de leurs différentes caractéristiques est donné dans le **Tableau 2-3**.

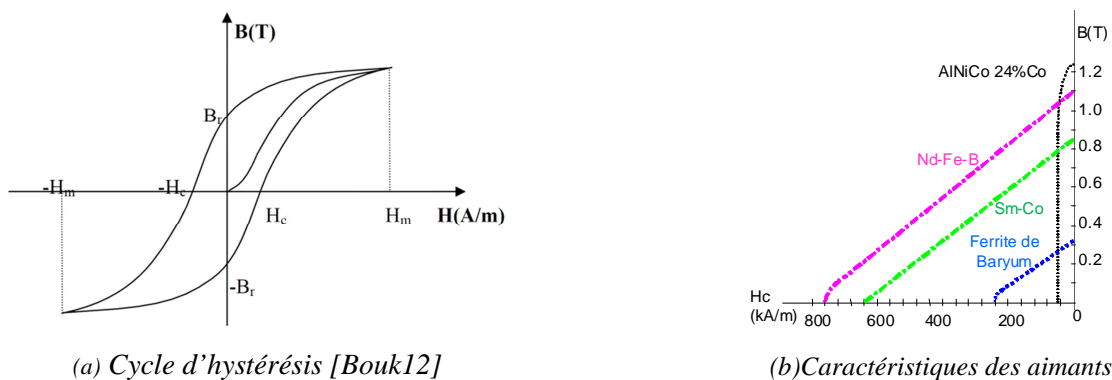


Figure 2-27— Courbes caractéristiques des aimants permanents

En comparant les différents types d'aimants (c.f **Tableau 2-3**) et compte tenu de l'application désirée nécessitant un couple massique assez élevé, les Néodymes Fer Bore (NdFeB) seront privilégiés. Grâce à leur induction rémanente élevée, ils permettront l'obtention d'une machine plus compacte satisfaisant le couple déterminé et un bon rendement.

Type	Année	BHmax (kJ/m ³)	Br à 25°C (T)	HcJ (kA/m)	coeff B %/K	Coeff HcJ%/K	Tmax_op
NdFeB	1983	200-380	1,2 à 1,5	900 à 2000	-0,1	- 0,4 à- 0,6	140 à 210
SmCo5	1966	140-200	1	2000	-0,04	-0,25	250
Sm2Co17		180-240	1,05	2000	- 0,03		350
Alnico	1932	50-85	1,1 à 1,3	130	-0,02	+0,01	500
Ferrites strontium	1950	27-35	0,3 à 0,4	250	-0,2	+0,4	250
Ferrites barium		8 à 30	0,2 à 0,4	170	-0,2		

Tableau 2-3 — Caractéristiques des aimants permanents [Mult04]

La majorité des aimants permanents fonctionnent dans le deuxième quadrant (cf. **Figure 2-27-b**) par l'intersection de cette courbe de démagnétisation décrite selon l'équation (2.9) [Mira12] et d'une droite de charge (cf. **Figure 2-28-a**) définie par le circuit magnétique à travers sa forme et ses dimensions. Dans le cas d'un système à géométrie variable, la droite de charge pivote autour de l'origine, le point de fonctionnement du système change (cf. **Figure 2-28-b**) selon l'évolution de l'entrefer. Un autre cas de figure plus courant, qui induit un changement du point de fonctionnement est l'évolution à champ variable. Cela ce fait grâce à une alimentation à courant variable d'une bobine, comme dans le cas des machines électriques. Dans ce cas, la droite de charge se déplace le long de l'axe des champs, parallèle à elle-même (cf. **Figure 2-28-c**).

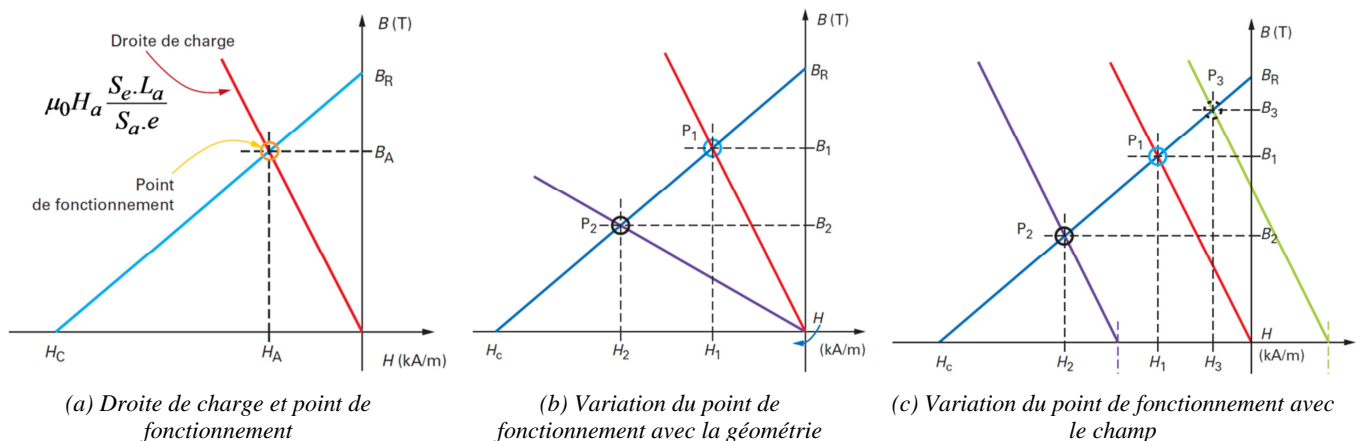


Figure 2-28— Droite de charge et point de fonctionnement des aimants permanents [Mira12]

Afin d'illustrer cette droite de charge, nous considérons le circuit magnétique (cf. **Figure 2-29**). L'aimant représente la source du champ magnétique, il est de section S_a et de longueur L_a . Le flux est canalisé par le circuit magnétique composé de matériau ferromagnétique dont la perméabilité est supposée infinie ($H_{fer}=0$) et par la suite par l'entrefer supposé être la zone utile.

L'entrefer est d'épaisseur e et de section S_e . Afin d'établir la droite de charge de l'aimant, il suffit d'appliquer la loi d'Ampère (2.1) et la loi de conservation du flux (2.3) au circuit magnétique, ainsi l'équation de la droite de charge est donnée par l'équation (2.10) et représentée dans la **Figure 2-28-a**.

$$B_a = B_R + \mu_0 \mu_a H_a \quad (2.9)$$

$$B_a = -\mu_0 H_a \frac{S_e \cdot L_a}{S_a \cdot e} \quad (2.10)$$

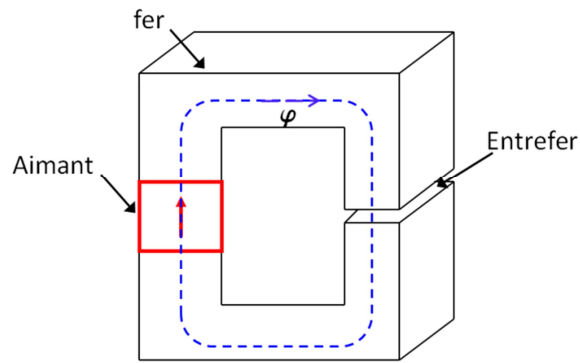


Figure 2-29— Circuit magnétique

2. 8. 2 Les matériaux ferromagnétiques

Le circuit magnétique d'une machine formée par le stator et le rotor est constitué de matériaux ferromagnétiques doux. Les caractéristiques magnétiques de ces matériaux vérifient l'équation (2.9), par ailleurs, ils présentent une perméabilité très élevée (100 à 10000) [Fons00] et leur induction rémanente est très faible ainsi leur cycle hystérésis est très étroit (c.f **Figure 2-30-a**) et peut être assimilé à leur courbe de première aimantation (c.f **Figure 2-30-b**) [Espa99].

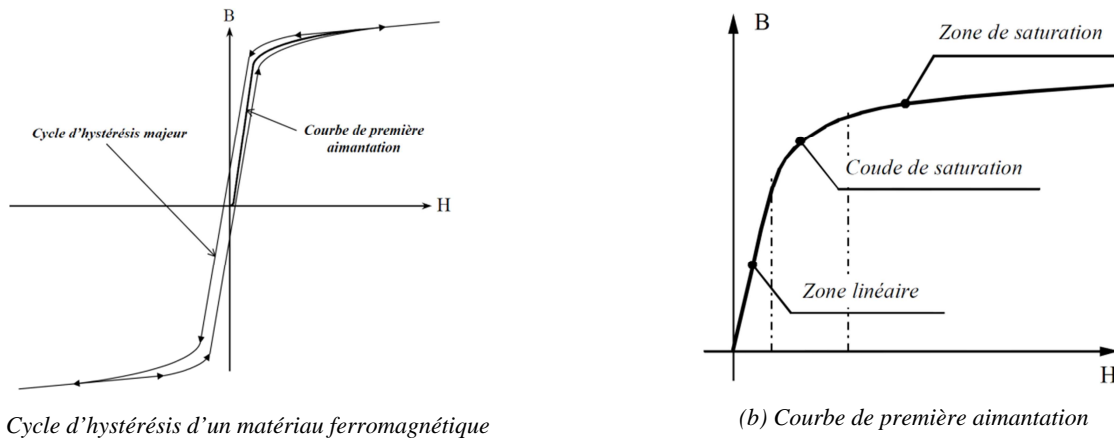


Figure 2-30— Courbes caractéristiques des matériaux ferromagnétiques

Il est ainsi commode de caractériser les tôles statoriques et rotoriques par l'intermédiaire de cette courbe de première aimantation qui peut-être décomposée en plusieurs zones [Duba06]:

La zone linéaire caractérisée par l'équation :

$$\begin{cases} B_{fer} = \mu_{fer} \cdot H_{fer} \\ \mu_{fer} = \mu_0 \cdot \mu_{rfer} \end{cases} \quad (2.11)$$

Le coude de saturation est défini selon l'équation :

$$B_{fer} = \mu_{fer} (H_{fer}) \cdot H_{fer} \quad (2.12)$$

La zone de saturation est définie selon l'équation (2.13) où B_{satfer} représente l'induction de saturation qui fait partie des caractéristiques importantes lors du choix des matériaux ferromagnétiques.

$$B_{fer} = \mu_0 \cdot H_{fer} + B_{satfer} \quad (2.13)$$

La courbe est généralement donnée par les constructeurs, il existe ainsi différents modèles mathématiques qui peuvent être utilisés afin de caractériser cette fonction $B(H)$. La mise en place d'équations peut se faire soit :

1. Par interpolation linéaire des différentes zones de la courbe [Espa99]
2. Par un modèle numérique à titre d'exemple les fonctions splines [Duba06]
3. Par des équations explicites inversibles de la courbe $H(B)$ telles que la fonction dite à champ faible [Wurt96] donnée selon (2.14) et la fonction à saturation dite de Marrocco [Hech90] donnée dans (2.15) qui permet d'établir une relation entre la reluctivité ν et l'induction B et une fonction $H(B)$ qui peut être alors déduite [Duba06] (2.16).

$$H(B) = k_1 \cdot B^{k_2} + k_5 \cdot B^{k_6} \frac{e^{(B-k_3)^{k_4}}}{1 + e^{(B-k_3)^{k_4}}} \quad (2.14)$$

$$\nu(|B|) = \frac{1}{\mu_r}(|B|) = \nu_0 \left(\varepsilon + (c - \varepsilon) \cdot \frac{|B|^{2\alpha}}{|B|^{2\alpha} + \tau} \right) \quad (2.15)$$

$$H(B) = \nu_0 \cdot B \cdot \left(\varepsilon + (c - \varepsilon) \cdot \frac{|B|^{2\alpha}}{|B|^{2\alpha} + \tau} \right) \quad (2.16)$$

En comparant la modélisation (c.f **Figure 2-31**) par l'intermédiaire des équations (2.14) et (2.16), nous adoptons l'équation à champ faible (2.14). Dans la littérature plusieurs auteurs [Espa99] [Poug09] [Mate04] ont interpolé cette équation afin d'en déduire les différents coefficients qui permettent de suivre au mieux les données constructeurs. Les valeurs des coefficients pour différents matériaux sont résumées dans le **Tableau 2-4**.

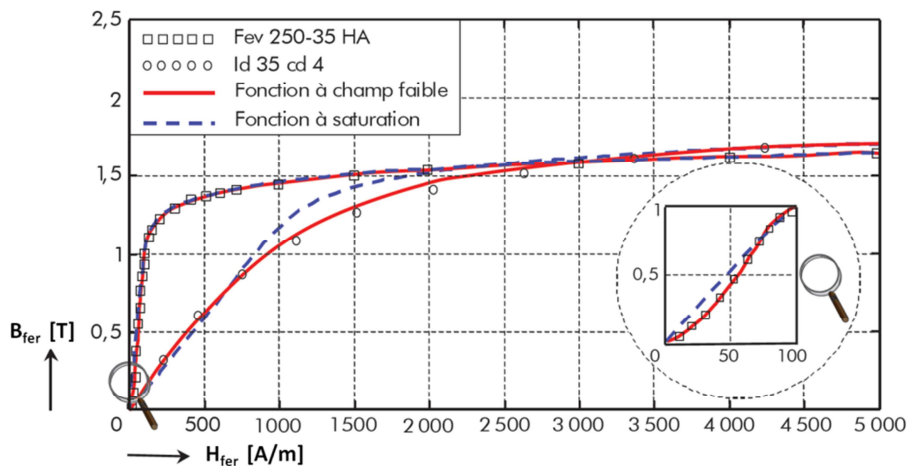


Figure 2-31— Courbes de première aimantation de matériaux ferromagnétiques [Duba06]

Matériau	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5	k_6
Fev 250 35 HA	87.3	0.673	2.387	4.976	10210	6.073
Fev 470 P 50	103.8	0.409	2.594	4.975	10072	6.005
AFK 502	51.3	0.484	3.924	4.967	10567	8.086
Acier Id 35 cd 4	241.6	4.357	2.341	4.524	2891	5.431
M 400 50 A	112.85	0.54	1.87	5.74	1051.83	6.03
M 1000 65D	300	0.506	2.385	4.706	2500	5.839

Tableau 2-4 — Valeurs des coefficients représentant la courbe $H(B)$ pour différents matériaux

2.9 Modélisation analytique

Nous distinguons dans cette catégorie deux types de modèles :

1. Les modèles basés sur une modélisation électromagnétique, soit simplifiée car fondée sur la mise en place d'équations dites de dimensionnement, soit évoluée et basée sur la résolution formelle des équations de Maxwell [DlaB10]
2. les modèles dits de substitution qui peuvent être mis en place à partir de données expérimentales ou numériques, dans le but d'établir une relation entrées/sorties et ainsi formaliser la réponse du système en question.

Nous faisons une brève description du premier type, les méta-modèles ou modèle de substitution seront détaillés dans le dernier chapitre.

2.9.1 Modélisation par équations de dimensionnement

Deux formalismes de modélisation analytique des phénomènes électromagnétiques peuvent être décrits, une modélisation simplifiée et une modélisation évoluée [DlaB10].

Le premier a été développé dans le but de mettre en place des équations de dimensionnement. Il est basé sur un raisonnement sur le bilan de puissances de la machine afin de pouvoir analyser, comparer et pré-dimensionner des machines de structures différentes. Ces modèles sont rapides, cependant un compromis sur la précision de la solution est à faire. Les règles de dimensionnement établies permettent de relier les grandeurs d'entrées telles que la géométrie et l'alimentation à des grandeurs de sorties qui sont les performances de ces machines en termes de couple, de pertes, de rendement.

Ce formalisme a été introduit par [Hons87] en considérant que la force électromotrice générée est de forme sinusoïdale. [Huan96] a introduit des facteurs (cf. **Tableau 2-6-b**), tenant compte de l'allure du courant et de la puissance, ainsi il a mis en place des équations de dimensionnement des machines à induction et des machines à double saillance afin de les comparer. [Huan99] a présenté les équations de dimensionnement de machines à flux axial et des comparaisons entre une machine double stator et simple rotor et une machine double rotor et simple stator. Un exemple est donné dans le **Tableau 2-5**, les différents coefficients sont donnés sur le **Tableau 2-6** [Luo98] introduit une nouvelle machine à flux axial et présente sa comparaison avec une machine à induction.

D'autres comparaisons et améliorations de ce principe de dimensionnement de machines apparaissent dans [Tapi03] [Aydi04] [AyYa04]. Plus récemment, afin de procéder à un dimensionnement plus précis des machines à flux axial [Mahm12] a procédé au couplage de ce type de modélisation avec la méthode des éléments finis.

Grandeur	Equation
Puissance d'une machine	$P_{tot} = \eta \cdot \frac{m}{T} \int_0^T e(t) \cdot i(t) dt = \eta \cdot m \cdot K_p \cdot E_{pk} \cdot I_{pk} \quad (2.17)$
Diamètre moyen de la machine	$D_g = \frac{D_o + D_i}{2} = \frac{1 + \lambda}{2} D_o \quad (2.18)$
Fem max dans l'entrefer	$E_{pk} = K_e \cdot N_{ph} \cdot B_g \cdot \frac{f}{p} (1 - \lambda^2) \cdot D_o^2 \quad (2.19)$
Valeur maximale de du courant	$I_{pk} = \frac{1}{1 + K_\phi} \cdot K_i \cdot A \cdot \pi \cdot \frac{D_g}{2 m_1 N_{ph}} \quad (2.20)$
Puissance d'une machine à flux axial	$P_{ta} = \frac{1}{1 + K_\phi} \cdot \eta \cdot \frac{m}{m_1} \cdot \frac{\pi}{2} \cdot A K_p \cdot K_e \cdot K_i \cdot B_g \cdot \frac{f}{p} (1 - \lambda^2) \cdot \frac{1 + \lambda}{2} \cdot D_o^3 \quad (2.21)$

Tableau 2-5— Equations de dimensionnement de machine à flux axial

Paramètre	Représentation
η	Rendement de la machine
m	Nombre de phases de la machine
K_p	Facteur de forme de puissance
D_o	Diamètre externe de la machine à flux axial
D_i	Diamètre interne de la machine à flux axial
λ	D_i / D_o : pris comme paramètre pour améliorer la puissance de la machine [Huang]
K_e	Facteur de forme de la tension en tenant compte du type de bobinage
N_{ph}	Nombre de spire par phase
B_g	Induction dans l'entrefer, pris comme paramètre pour améliorer le couple massique [Aydin]
f	Fréquence d'alimentation de la machine
p	Nombre de paire de pôle
K_ϕ	$K_\phi = 0$, dans une machine à aimant permanent
K_i	Facteur de forme du courant
A	Charge électrique de la machine
m_1	Nombre de phase dans chaque stator

(a)Présentation des coefficients

Model	$e(t)$	$i(t)$	K_i	K_p
sinusoidal			$\sqrt{2}$	$0.5 \cos \phi$
sinusoidal			$\sqrt{2}$	0.5
rectangular			1	1
trapezoidal			1.134	0.777
triangular			$\sqrt{3}$	0.333

(b)Coefficients tenant compte de l'allure du courant et Fem

Tableau 2-6— Présentation et exemple de différents facteurs de forme de courant et de puissance [Kaho13]

2. 9. 2 Résolution formelle des équations de Maxwell

Un autre formalisme de modélisation, décrit comme évolué, est basé sur la résolution analytique des équations de Maxwell. L'estimation du potentiel vecteur se ramène à la détermination d'une fonction scalaire dans différentes régions de la machine. Afin de pouvoir mettre en place les différentes conditions de bords et de résoudre les équations, des hypothèses simplificatrices sont à considérer dont la plus importante (et reste non résolue analytiquement) est la prise en compte des effets de saturation locale.

Dans [Boul84], l'auteur a présenté une méthode de modélisation en 2D suivant les coordonnées cartésiennes en tenant compte des flux de fuites des aimants ainsi que des différentes variations géométriques des aimants dans une structure de machine cylindrique. Dans [Boul85], afin d'améliorer la qualité représentative de cette modélisation, l'auteur a procédé au développement de ces équations en coordonnées polaires. L'apogée de cette représentation réside dans l'utilisation de ce modèle pour le dimensionnement des machines par optimisation, [Boul90].

Depuis, plusieurs modélisations analytiques de différentes structures de machines ont été développées [Zhu11] [Holm07] [Tieg12] [Amar12] afin de réduire un certain nombre d'hypothèses simplificatrices. A titre d'exemple l'effet de saillance pris en compte dans [Bell10] [Wu11] [Tieg12] était souvent négligé en simplifiant la géométrie de l'entrefer par l'introduction du coefficient de Carter. [Fur197], [Zhil98] introduisent une modélisation analytique en 3D basée sur des méthodes d'intégrale et une transformation de Fourier dans des sous-régions élémentaires.

Afin d'illustrer ce type de modélisation, la **Figure 2-32**, montre une représentation linéarisée d'une machine à flux axial à aimants en surface. Différentes régions supposées continues et isotropes sont identifiées (les encoches (I), les ouvertures d'encoches (II), l'entrefer (III) et les aimants (IV)) où les équations différentielles sont établies (2.22) et des solutions analytiques exactes sont calculées. Par ailleurs, des hypothèses simplificatrices sont à considérer comme la linéarité de matériaux ferromagnétiques. De plus, afin de pouvoir résoudre le système d'équations dans (2.22), des conditions de bords (qui concernent les valeurs de l'induction B et le champ magnétique H) doivent être définies sur chacune des régions [Amar12].

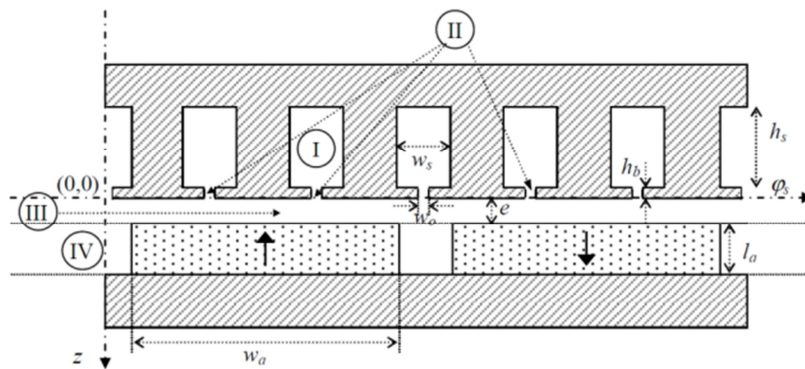


Figure 2-32— Discretisation en régions d'une machine à flux axial [Bell10]

$$\begin{cases} \nabla^2 A = -\mu_0 J & \text{dans la région I} \\ \nabla^2 A = 0 & \text{dans les régions II et III} \\ \nabla^2 A = -\mu_0 \nabla \times M & \text{dans la région IV} \end{cases} \quad (2.22)$$

D'autres modélisations analytiques 3D sont apparues, dans [Azzo03] l'auteur présente une méthode dite Quasi 3D car elle est basée sur un modèle 2D précis et afin de prendre en considération les effets de bords 3D, une fonction 3D issues d'une analyse par éléments finis est mise en place par interpolation des résultats numériques.

Plus récemment dans [Gu05] et [DlaB10] les auteurs ont présenté la modélisation d'une machine linéaire à aimants circulaire. Par contre la caractéristique magnétique des matériaux ferromagnétiques est considérée linéaire de perméabilité infinie.

Pour prendre en compte la saturation magnétique locale, deux principales approches peuvent être répertoriées. La première procède au couplage des modèles analytiques avec des modèles de type EF [Abde81] [Chao94] [Yuej11] et la deuxième propose le couplage avec une méthode numérique moins coûteuse en temps de calcul telle que la méthode de réseaux de ré reluctances [Ghol06]. Un article récent [Tieg13] expose les avantages et les limitations de telles modélisations comme la saturation, la prise en compte des effets 3D de certaines machines ainsi que les simplifications nécessaires au niveau de la géométrie quel que soit le type de machine.

La modélisation, par l'intermédiaire de méthodes se situant à mi-chemin entre les modèles numériques et analytiques peut s'avérer être une solution envisageable afin d'obtenir des résultats assez précis, ainsi un modèle de dimensionnement fiable et peu coûteux en temps de calcul. Dans le paragraphe suivant, nous exposerons les principes de cette modélisation et les différentes contributions scientifiques dans ce domaine.

2. 10 Modélisation semi-numérique

2. 10. 1 Principes

Les modèles semi-numériques (circuit magnétique équivalent) se situent à mi-chemin entre les modèles numériques et les modèles analytiques et peuvent être couplés avec l'un ou l'autre. Ils permettent de prendre en compte la saturation, dans le cas des machines électriques la prise en compte du mouvement, ainsi que le couplage avec d'autres réseaux tel que le réseau nodal thermique.

De ce fait, il existe des logiciels d'aide à la conception basés sur la méthode des réseaux de ré reluctances. A titre d'exemples : RMXprt de ANSOFT/ANSYS, SPEED du laboratoire de l'université de Glasgow commercialisé par Cedrat en France où l'ingénieur choisit des modèles existants, Reluctool [duPe06] [duPe10] développé au sein du G2Elab à Grenoble et Turbo-TCM [Petr07] développé au L2EP à Lille. Par ailleurs, afin de permettre l'étude de nouvelles machines à flux axial, et pour proposer des contributions au niveau de la modélisation semi-numériques nous développerons notre propre code.

La modélisation par des circuits magnétiques équivalents repose sur le principe de dualité électrique/magnétique [Cher49]. Deux approches de modélisation par circuits magnétiques équivalents (CME) peuvent être décrites en faisant l'analogie avec les lois de Kirchoff [Will82] [Bela08] [Dela04] [Derb09] [Bash10]:

1. La résolution par la méthode des nœuds (réseau de perméances)
2. La résolution par la méthode des mailles (réseau de ré reluctances)

Cette méthodologie est basée sur le découpage de la structure à modéliser en un nombre d'éléments que l'on désigne par tubes de flux ou d'induction. Il est ainsi défini comme une région d'espace s'appuyant sur deux contours fermés S_1 et S_2 , à l'intérieur duquel l'induction magnétique est supposée uniforme et dirigée dans le sens de la longueur. Ainsi les deux surfaces S_1 et S_2 sont dites des surfaces équipotentielles.

Généralement, un tube de flux peut avoir une forme quelconque [Ramin06]. Afin de le simplifier, il peut être remplacé par un tube de flux équivalent possédant la même caractéristique physique en termes de ré reluctances.

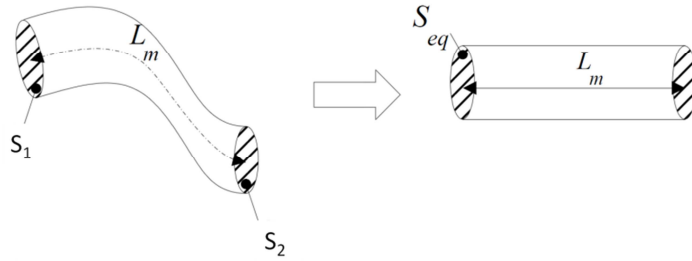


Figure 2-33— Tube d'induction [Rami06]

L'application du théorème de la divergence sur la loi de Maxwell-Thomson nous permet de déterminer l'équation du flux magnétique φ sous forme scalaire (2.23). De même, l'application du théorème de Stokes sur la loi Maxwell-Ampère, nous permet de déterminer l'équation du potentiel magnétique du tube de flux sous sa forme scalaire selon l'équation (2.24). Dans le cas où le potentiel magnétique est défini pour un bobinage de N spires traversées par un courant I on le désignera par force magnétomotrice (2.25).

$$\varphi = \int \vec{B} \cdot d\vec{S} = B \cdot S_{eq} \quad (2.23)$$

$$V = \oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = H \cdot L_m \quad (2.24)$$

$$F_{mm} = H \cdot L_m = N \cdot I \quad (2.25)$$

Dans le cas des matériaux ferromagnétiques, (ce sont les matériaux qui ne présentent des propriétés magnétiques qu'en présence d'une excitation extérieure) la relation magnétique $B(H)$ est conforme à l'équation (2.26) sauf que leur induction rémanente est très faible et leur perméabilité est très élevée, ainsi pour ces matériaux il est commun de retrouver la fonction $B(H)$ sous la forme suivante :

$$B = \mu_0 \cdot \mu_r(H) \cdot H \quad (2.26)$$

D'après les relations (2.23), (2.24), (2.25), (2.26), on peut établir la relation entre la force magnétomotrice et le flux résultant tel que :

$$F_{mm} = N \cdot I = \frac{L_m}{\mu_0 \cdot \mu_r(H) \cdot S_{eq}} \varphi \quad (2.27)$$

La réluctance du circuit est ainsi donnée par l'équation (2.28) d'après la loi de Hopkinson appliquée à (2.27):

$$\mathfrak{R} = \frac{L_m}{\mu_0 \cdot \mu_r(H) \cdot S_{eq}} \quad (2.28)$$

2. 10. 2 Analogie électrique/ magnétique

Le principe de dualité électrique/magnétique est reconnu depuis plus de 50 ans [Cher49]. Ce principe permet d'affecter une représentation électrique pour étudier le comportement d'un circuit magnétique à l'aide de relations électriques. La force magnétomotrice F_{mm} est analogue de la tension U , la réluctance à la résistance ainsi que le flux magnétique φ au courant I . Le **Tableau 2-7** résume l'analogie entre les deux circuits illustrée sur la **Figure 2-34**.

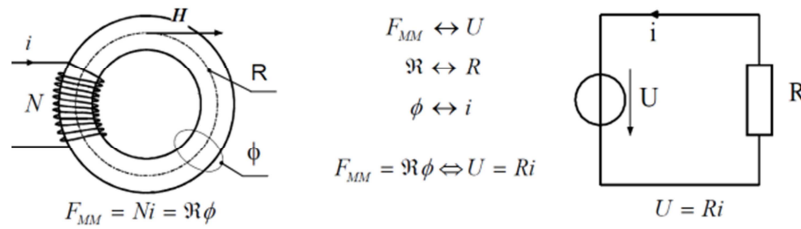


Figure 2-34— Représentation de l’analogie entre les circuits magnétique et électrique

Grandeurs	Circuit électrique	Circuit magnétique
Excitation	$E \text{ (V. m}^{-1}\text{)}$	$H \text{ (A. m}^{-1}\text{)}$
Réponse	$J \text{ (A. m}^{-2}\text{)}$	$B \text{ (T)}$
Equation de milieu	$\vec{J} = \sigma \vec{E}$	$\vec{B} = \mu_r \cdot \vec{H}$
Loi de conservation	$\text{div} \vec{J} = 0$	$\text{div} \vec{B} = 0$
Circuit	Résistance : $R = \frac{L}{\sigma \cdot S} \text{ (}\Omega\text{)}$	Réductance : $\mathfrak{R} = \frac{L}{\mu_0 \cdot \mu_r(H) \cdot S} \text{ (H}^{-1}\text{)}$
	Conductance : $G = \frac{1}{R}$	Perméance : $P = \frac{1}{\mathfrak{R}}$
Différence de potentiel	Loi d’Ohm $U = R \cdot i \text{ (V)}$	Loi d’Hopkinson $F_{mm} = \mathfrak{R} \phi \text{ (A)}$
	$U = \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} \text{ (V)}$	$F_{mm} = \oint \vec{H} \cdot d\vec{l} \text{ (A)}$
Force	Electromotrice : $E_m \text{ (V)}$	Magnétomotrice : $F_{mm} = NI \text{ (A)}$

Tableau 2-7 — Analogie électrique/ magnétique

Afin de définir la géométrie et la nature du matériau, ces réductances sont reliées entre elles afin de schématiser la trajectoire du flux magnétique. Les sources considérées dans ce réseau sont les forces magnétomotrices dues à la présence d’un bobinage parcouru par un courant i ou d’un aimant permanent.

Généralement, le nombre d’éléments (réductances) est largement inférieur à celui rencontré lors d’un maillage en EF. Ce type de modélisation est alors adapté pour un pré-dimensionnement rapide ou pour comparer des machines entre elles. En effet, l’intérêt de cette modélisation est de présenter un compromis entre le temps de calcul et la précision de la solution. Les difficultés de cette approche sont :

- De prédire le parcours du flux quel que soit le point de fonctionnement
- D’aboutir à une modélisation robuste des phénomènes de saturation
- De prendre en compte le phénomène de mouvement avec une discrétisation bien adaptée de l’entrefer, tout en respectant la première pénalité du temps de calcul restreint
- De construire un réseau paramétré en fonction de la géométrie pour l’utiliser dans l’optimisation
- D’interagir avec d’autres réseaux et types de modélisation (Analytique, EF).

2. 10. 3 Application à un circuit magnétique

L’objectif de cet exemple est d’illustrer les deux méthodes de résolution par réseau de réductances, afin de pouvoir introduire les différentes approches rencontrées dans la littérature.

Les lois de Kirchhoff (2.29), peuvent être mises en place sous forme matriciel (2.30), avec \mathbf{A} une matrice d'incidence qui traduit la relation au niveau des nœuds et \mathbf{S} une matrice de structure qui traduit la relation au niveau de mailles. La construction de ces matrices sera détaillée dans le chapitre suivant.

$$\text{Loi des nœuds: } \sum_k I_k = 0 \quad \text{Loi des mailles: } \sum_k U_k = 0 \quad (2.29)$$

$$\text{Loi des nœuds: } \mathbf{A}^T \cdot \mathbf{I} = 0 \quad \text{Loi des mailles: } \mathbf{S} \cdot \mathbf{U} = 0 \quad (2.30)$$

On se propose de montrer l'architecture d'un réseau sur un exemple d'électroaimant (cf. **Figure 2-35**), on distingue ainsi 30 nœuds, 19 branches et 12 mailles. Dans le cas de la résolution par réseau de perméances, l'inconnue à trouver afin de pouvoir déterminer les grandeurs magnétiques est le potentiel aux nœuds V . Alors que dans le cas de la résolution par réseau de réluctances, l'inconnue à chercher est le flux de mailles Ψ .

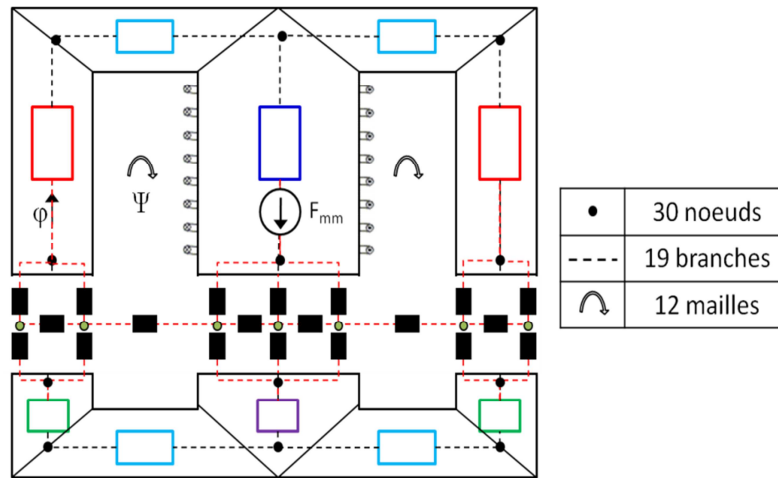


Figure 2-35— Architecture de réseaux pour un électroaimant

2. 11 Réseau de perméances (Méthode des nœuds)

L'approche des circuits magnétiques équivalents (CME) a été améliorée avec [Lait65] [Carp68]. Plus particulièrement, [Carp68] a proposé un modèle fondé sur une méthode nodale en tenant compte de l'évolution temporelle du flux magnétique par analogie au courant électrique.

On s'intéresse particulièrement à deux caractéristiques prises en compte lors de la modélisation par CME ; la prise en compte de la saturation magnétique et le mouvement du rotor par rapport au stator. Ces deux effets sont décrits dans les paragraphes suivants. Il faut noter que les méthodes de prise en compte de la saturation ou du mouvement (bien qu'elles soient définies dans le cadre de réseau de perméances) sont aussi applicables à la deuxième méthode (réseau de réluctances).

2. 11. 1 Réseau de perméances : prise en compte de la saturation

Dans [Hecq96], l'auteur a appliqué cette approche pour la modélisation d'un alternateur à griffes en 3D. Dans un premier temps, l'auteur a eu recours à la MEF en 3D afin de déterminer et de délimiter les différentes surfaces équipotentielles et ainsi localiser les perméances principales et de fuites, en fonctionnement linéaire. Il en déduit les valeurs des différents perméances (2.31).

$$P_L = \frac{\varphi}{\Delta V} \quad (2.31)$$

Les différentes perméances sont supposées constantes en fonctionnement linéaire. Afin de tenir compte de la saturation magnétique, l'auteur propose de considérer le comportement magnétique des matériaux selon la courbe de saturation moyenne (2.26). Ainsi la perméance en fonctionnement est linéaire par morceau et est donnée selon l'équation (2.32). Dans cette équation μ_r la perméabilité relative des matériaux en linéaire utilisée dans le modèle en EF et μ_{NLr} déterminée selon l'équation (2.26).

$$P_{NL} = P_L \frac{\mu_{NLr}}{\mu_r} \quad (2.32)$$

Lors de la prise en compte de la saturation, le système qui représente le modèle magnétique est dit système non-linéaire. Ainsi, Plus récemment des auteurs [Kano05] [Nedj12] proposent la prise en compte de la saturation par une méthode itérative de mise à jour des perméances représentant l'ensemble de la machine. L'organigramme de cette méthode est donné dans **Figure 2-36**.

Une telle résolution n'est pas une résolution directe du système non-linéaire, ainsi des problèmes de convergence peuvent apparaître et le temps de calcul peut être élevé. Une autre méthode assez semblable est décrite dans [Fodo09] pour mettre en place une stratégie de dimensionnement rapide de machine synchrone.

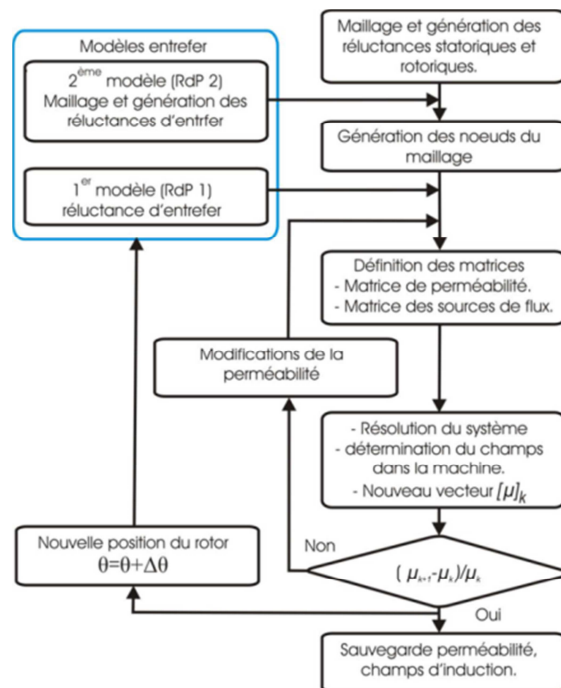


Figure 2-36— Organigramme de résolution en non-linéaire [Nedj12]

Dans [Derb09] un modèle de circuit magnétique d'une machine à griffes, est décrit par un système non-linéaire représentant le circuit magnétique équivalent que l'auteur résout par un algorithme d'optimisation (Newton-Raphson) qui tient compte du gradient.

Cette résolution du système est rendue générique dans [Rami06] (2.33) où l'auteur cherche à appliquer cette résolution pour la modélisation d'une machine synchro-réductante. La fonction $\phi(V)$ est connue sous forme d'une série de point déduite de la caractéristique $B(H)$. L'auteur utilise une interpolation par des fonctions splines afin de pouvoir calculer formellement la fonction et sa dérivée en tout point.

$$[\mathbf{A}] \phi([\mathbf{A}]^T \cdot \tilde{\mathbf{V}} + \mathbf{E}) - [\mathbf{A}] (\mathbf{F}_{mm}) = 0 \quad (2.33)$$

Une autre stratégie de prise en compte de la saturation sur un modèle de perméances a été décrite dans [Osto89] où l'auteur met en place un système non-linéaire et procède à sa résolution avec la méthode de Broyden.

Dans cette section, nous avons fait une description des méthodes de prises en compte de la saturation dans le cas d'un réseau de perméances. La méthode de résolution directe du système non-linéaire est la méthode retenue, par ailleurs elle sera détaillée dans le cadre d'une résolution par réseau de reluctances.

2. 11. 2 Réseau de perméances : prise en compte du mouvement

Dans [Hecq96] l'auteur met en avant l'intérêt de la modélisation de l'entrefer (lieu essentiel d'échanges d'énergie). D'autre part la prise en compte du mouvement de rotation est faite par l'intermédiaire des perméances qui représentent l'entrefer. La zone d'entrefer est constituée d'un nombre de réluctances équivalent aux connections griffes dents existantes, tel que chaque demi-griffe est reliée à une dent (cf. **Figure 2-37**). Afin de pouvoir prendre en considération le mouvement, une loi d'évolution de perméances de liaison dents/griffes est déterminée par des calculs éléments finis magnétostatique pour différentes positions stator/rotor.

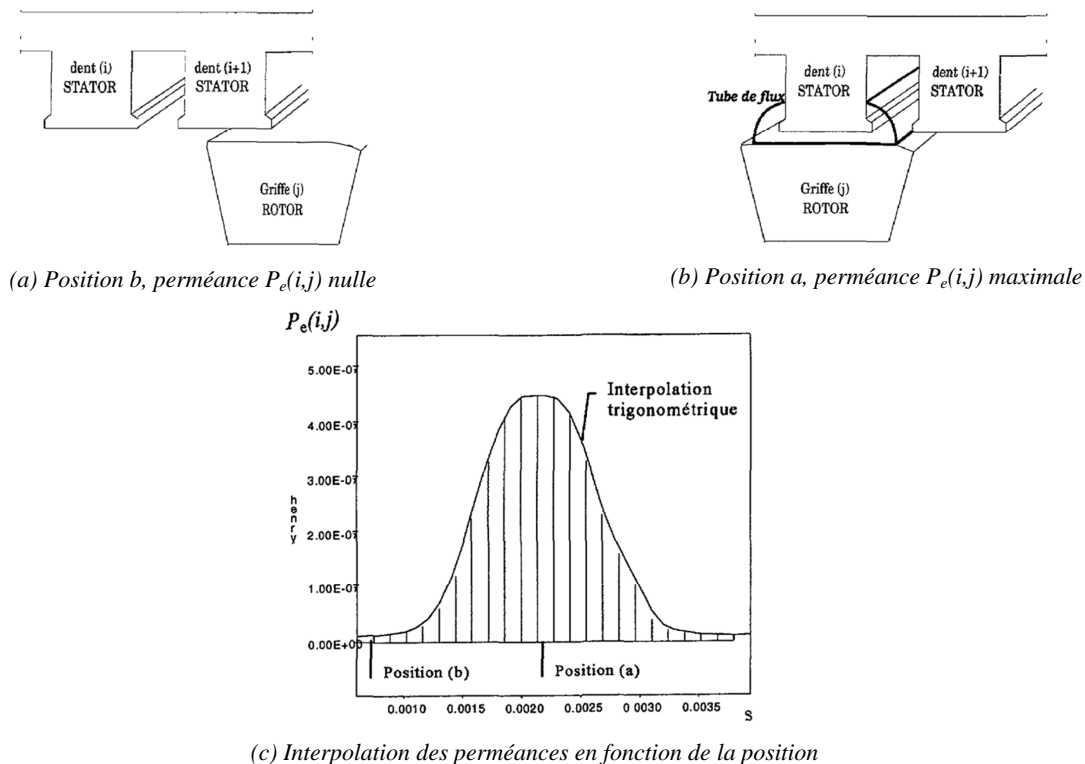
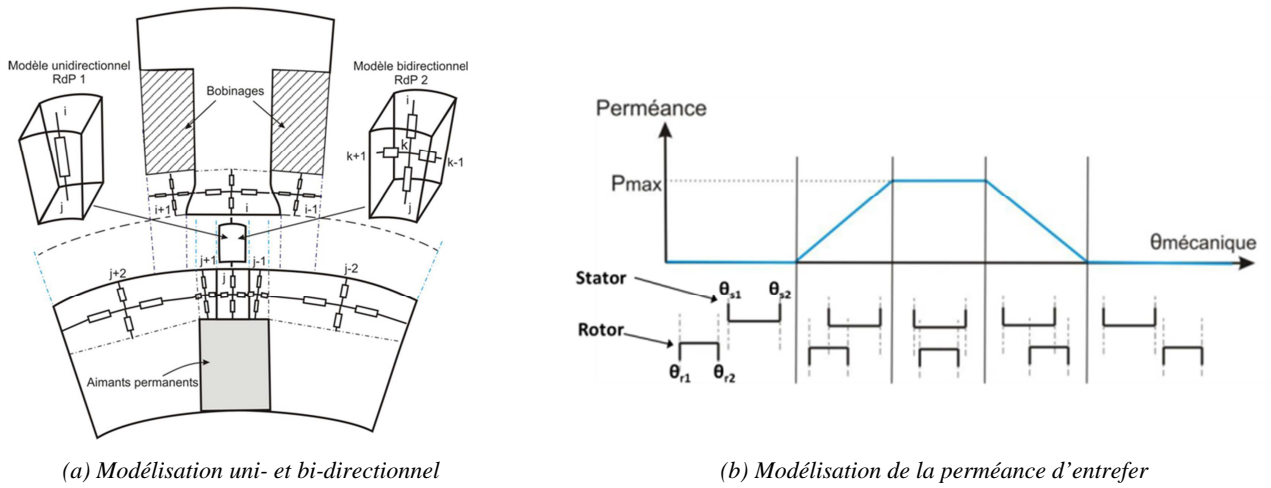


Figure 2-37— Détermination et interpolation des perméances [Hecq96]

Une analyse similaire est effectuée pour la modélisation d'une machine asynchrone dans [Delf95]. Plus récemment, [Nedj12] a proposé plusieurs stratégies de modélisation de l'entrefer d'une machine à flux radial à double excitation. Nous distinguons essentiellement le modèle unidirectionnel, le modèle bidirectionnel (cf. **Figure 2-38**) et le couplage avec la méthode des EF.

Cette hybridation Réseaux et EF a été aussi présentée dans de nombreux travaux dont [Petr07]. Le principe de détermination des perméances de l'entrefer (dans le modèle unidirectionnel et bidirectionnel) se fait par une fonction de forme linéaire par segmentation.


Figure 2-38— Modélisation uni- et bi-directionnelle [Nedj12]

Les différentes perméances sont déterminées en fonction de la position du rotor par rapport au stator et sont données selon l'équation (2.34), avec e l'épaisseur de l'entrefer qui correspond aussi à la longueur de passage de flux. $\Delta\theta$ est une fonction linéaire qui dépend de l'angle d'ouverture des dents et des pôles rotoriques donnée suivant (2.35) Une fois le réseau est généré, une mise à jour des valeurs perméances de l'entrefer est ainsi possible pour simuler un mouvement.

$$P_e = \mu_0 \frac{\Delta\theta \cdot R_{\text{entrefer}} \cdot L_{\text{active}}}{e} \quad (2.34)$$

$$\Delta\theta = K_1(\theta_{s2} - \theta_{r1}) + K_2(\theta_{r2} - \theta_{s1}) - K_1 K_2(\theta_{s2} - \theta_{s1}) \quad (2.35)$$

Enfin, dans un souci d'amélioration de la modélisation l'auteur propose le couplage entre le réseau de réductance et la méthode des EF. Une autre méthode proposée par [Rami06] consiste à modéliser la machine en trois parties essentielles : deux réseaux de réductances fixes (non-linéaires) modélisant le stator et le rotor, et un troisième réseau de réductances linéaires modélisant l'entrefer et connectés aux deux premiers, et dont la topologie dépend de la position relative du stator et du rotor.

Ainsi, cette méthode permet le calcul automatique de la topologie et des valeurs des réductances du réseau d'interconnexion modélisant l'entrefer quelle que soit la position relative du rotor et du stator. Pour ce faire, l'auteur définit une fonction dite largeur d'entrefer $e(\theta_s)$. Ainsi, la perméance d'entrefer dépend de la fonction longueur d'entrefer et de la zone de chevauchement entre le stator et le rotor (2.36). Plus cette zone de chevauchement (cf. **Figure 2-39**) est large, plus la perméance de connexion est importante.

$$\Lambda_{i,j} = \mu_0 \cdot I_{\text{active}} \cdot \left(R + \frac{e}{2}\right) \cdot \int_{\text{zone de chevauchement}} \frac{d\theta_s}{e(\theta_s)} \quad (2.36)$$

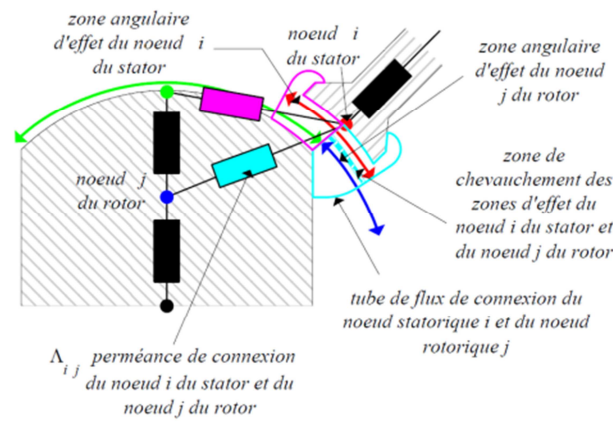


Figure 2-39—Représentation de la zone de chevauchement [Rami06]

D'autres auteurs, comme [N'tsh11] choisissent le développement du réseau de réluctance sous des logiciels comme Reluctool. Il permet le couplage magnétique électrique ainsi que la simulation temporelle [Do10]. Par contre, la prise en compte de la rotation de la machine n'est pas encore introduite. Ainsi pour pouvoir déterminer les performances de la machine, les auteurs calculent pour des positions bien déterminées les forces électromotrices, les inductances d'axe direct et en quadrature à vide et en charge.

La modélisation bidirectionnelle de l'entrefer proposée par [Nedj12] est intéressante et sera retenue dans la modélisation des machines dans un autre contexte que nous présenterons dans le chapitre suivant. Elle permettra de déterminer deux composantes principales (B_n et H_t) du tenseur de Maxwell.

2. 12 Réseau de réluctances (Méthode des mailles)

[Derb09] présente une comparaison récente entre l'analyse par la méthode nodale et celle par la méthode de mailles. Elle met en évidence l'utilité de cette dernière qui est numériquement plus stable. Spécifiquement, il démontre la stabilité de la méthode Newton-Raphson utilisée pour la résolution du système non-linéaire, ainsi que la minimisation du nombre d'itérations par rapport à la méthode des nœuds. La différence entre le nombre d'itérations entre ces deux méthodes est due essentiellement à une matrice jacobienne (J) souvent mal conditionnée dans l'espace nœuds-branches.

Cette modélisation est basée sur la résolution du réseau de réluctances par la méthode des mailles. Elle a été introduite par [Law96] [Busc96] en s'appuyant sur une machine à réluctance variable. Cette modélisation est présentée dans les paragraphes suivants.

2. 12. 1 Réseau de réluctances : prise en compte de la saturation

Cette méthode décrite comme originale par plusieurs auteurs a été appliquée par [Chil01] dans la modélisation d'un moteur linéaire. Un système non-linéaire est mis en place et résolu sous Mathcad. D'autre part, les réluctances des parties ferromagnétiques sont fonctions d'une courbe $H(B)$ interpolée :

$$\mathfrak{R} = \frac{L_m}{\mu_0 \cdot \mu_r(H) \cdot S_{eq}} = \frac{1}{\varphi} \cdot L_m \cdot H(B) \quad (2.37)$$

Dans [Shim03] est proposée la modélisation d'une machine synchrone à pôles saillants par la méthode des mailles. L'auteur a simplifié certains aspects de la géométrie de l'entrefer en tenant compte du coefficient de Carter.

D'autre part, l'auteur se base sur la résolution du système non-linéaire et détermine les courants selon les axes i_d et i_q et par la suite les inductances selon ces deux axes. Les détails de la résolution ne sont pas décrits.

La prise en compte de l'effet d'hystérésis (et la saturation) est faite par la méthode des parallélogrammes décrite dans [Cope63]. Aucune méthode de résolution itérative de système non-linéaire n'est nécessaire, car la réluctance de saturation est approximée par des réluctances linéaires.

La résolution du système non-linéaire par une méthode d'optimisation, telle que Newton-Raphson, est la solution que nous adopterons du fait que la convergence d'un tel système est assurée dans le cas d'une fonction B-H inversible et continue.

Ainsi, dans [Bash10] est proposée la mise en place d'un modèle fondé sur la méthode des mailles, le système que l'auteur résout est :

$$\mathbf{C}_R^{(n1 \times n1)} \boldsymbol{\varphi}_1^{(n1 \times 1)} = \mathbf{F}_1^{(n1 \times 1)} \quad (2.38)$$

Avec $n1$ le nombre de mailles, \mathbf{C}_R la matrice contenant les différentes réluctances (\mathbf{C}_{st} : statorique, \mathbf{C}_{rt} : rotorique, \mathbf{C}_{ag} : entrefer) de taille $(n1 \times n1)$ est donné par :

$$\mathbf{C}_R^{(n1 \times n1)} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{st}^{(ns \times ns)} & 0 & \mathbf{C}_{ag,st}^{(ns \times na)}(\theta_r) \\ 0 & \mathbf{C}_{rt} & \mathbf{C}_{ag,rt}^{(1 \times na)}(\theta_r) \\ \mathbf{C}_{ag,st}^T & \mathbf{C}_{ag,rt}^T & \mathbf{C}_{ag}^{(na \times na)}(\theta_r) \end{bmatrix} \quad (2.39)$$

$\boldsymbol{\varphi}_1$ le vecteur de flux traversant un ensemble de réluctances dit maille, \mathbf{F}_1 le vecteur des sources (forces magnétomotrices). La méthode de Newton-Raphson (une méthode itérative pour la résolution de systèmes non-linéaires, Annexe.B) est utilisée afin de mettre à jour le vecteur flux (2.40) avec k le nombre d'itérations et \mathbf{J} la matrice jacobienne qui représente les dérivées partielles du système (2.38) en fonction de $\boldsymbol{\varphi}$.

$$\boldsymbol{\varphi}_1^{(k+1)} = \boldsymbol{\varphi}_1^{(k)} - (\mathbf{J}^{(k)})^{-1} (\mathbf{C}_R^{(k)} \boldsymbol{\varphi}_1^{(k)} - \mathbf{F}_1) \quad (2.40)$$

Bien que cette méthode repose sur une résolution d'un système qui décrit la structure, la représentation du système par la matrice \mathbf{C}_R complique la dérivation du système. La caractéristique des matériaux choisie pour ce type de modélisation est $\mu(B)$. Ainsi à titre d'exemple, soit R_b la reluctance d'une branche b , φ_M le flux de maille à laquelle R_b appartient, φ_b le flux passant par la branche b et $\mu_r(B)$ la perméabilité relative en fonction de B , ainsi la dérivée partielle de R_b par rapport à φ_M est donné par :

$$\frac{\partial R_b}{\partial \varphi_M} = \frac{\partial R_b}{\partial \mu_r} \frac{\partial \mu_r}{\partial B} \frac{\partial B}{\partial \Phi_b} \frac{\partial \Phi_b}{\partial \varphi_M} \quad (2.41)$$

Le détail du calcul de la matrice jacobienne est donné dans [Derb09]. La mise en place de cette matrice ne permet pas de disposer d'un modèle générique et simple au niveau utilisation.

Par ailleurs, dans [Poug09] l'auteur a modélisé une machine asynchrone avec un modèle générique en tenant compte de la saturation. Afin de pouvoir développer ce modèle, l'auteur a eu recours à un formalisme développé par [Dela04] [duPe06] établi lors de la mise en place du logiciel de modélisation par réseau de reluctance Reluctool.

L'originalité de la méthode réside dans la construction de la matrice C_R . Cette matrice sera déterminée grâce à deux autres matrices: une qui représentera l'architecture du réseau de mailles \mathbf{S} (2.29) et l'autre les différentes reluctances présentes de façon simple. Ainsi, la mise en équation du modèle permet de découpler la structure du réseau de l'expression des reluctances. Cette méthode simple et efficace, prouvée par les résultats de comparaison [duPe06] [Poug09] sera notre méthode de référence et l'objet du troisième chapitre.

2. 12. 2 Réseau de reluctances : prise en compte du mouvement

Dans [Shao07] la prise en compte du mouvement est réalisée à partir d'une méthode dite « méthode du flux de dent » : le réseau reste inchangé mais les éléments constituant l'entrefer sont mis à jour pour chaque position du rotor. Le calcul des reluctances de l'entrefer est déduit d'une expression analytique.

Dans [Bash10], le modèle proposé prend en compte la position du rotor avec un algorithme de forme. Grâce à la symétrie, la modélisation d'un seul pôle est possible. Les reluctances du stator et du rotor sont figées. L'entrefer est modélisé par un réseau unidirectionnel et est représenté dans la matrice C_R (2.39). Le nombre de mailles et des reluctances appartenant aux différentes mailles changent pour chaque position.

Afin de modéliser le mouvement, il faut mettre à jour les différentes reluctances de l'entrefer, l'auteur définit trois géométries de maille possible (cf. **Figure 2-40**). La première est en forme de triangle dont la base est du côté du rotor, représentée en vert sur la **Figure 2-40**, cette géométrie est rencontrée quand deux reluctances d'entrefer sont reliées à 1 point de stator et 2 dents rotoriques consécutives. La deuxième est un triangle dont la base est du côté du stator, représentée en bleu sur la **Figure 2-40**, cette maille définie par la liaison de deux reluctances d'entrefer à une dent rotorique et une statorique. La dernière forme est un parallélogramme apparaît lors de la connexion de 2 dents rotoriques distinctes à 2 dents statoriques distinctes.

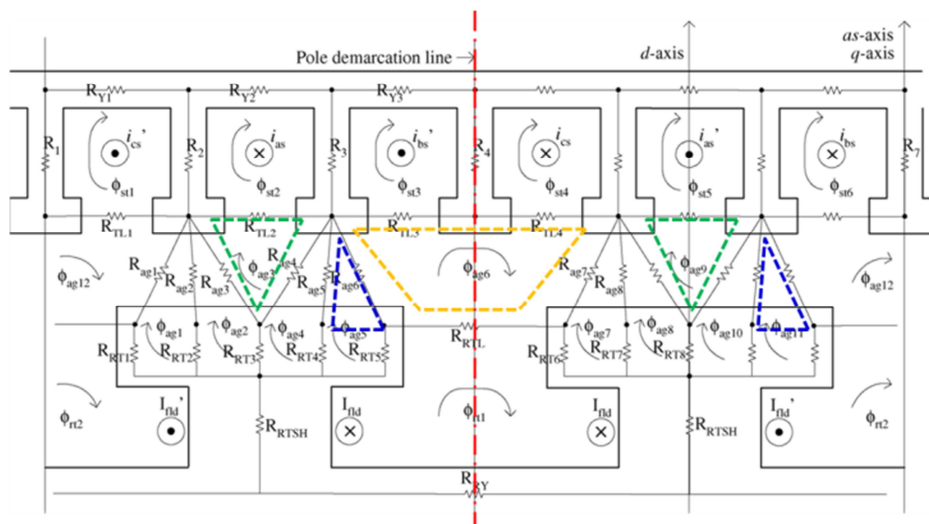


Figure 2-40— Réseau de reluctances d'entrefer unidirectionnel-identification des formes [Bash10]

Dans le même esprit, (méthode des mailles et prise en compte de la rotation), une machine asynchrone a été modélisée dans [Poug09]. L'auteur se propose de mettre en place un maillage élémentaire qui sera dupliqué pour le rotor, le stator et l'entrefer (cf. **Figure 2-41**). Ce dernier fera la jonction entre le rotor et le stator, ainsi l'auteur définit deux zones de jonction : entrefer-stator et entrefer-rotor. Dans cette zone, le maillage élémentaire (cf. **Figure 2-41**) ne peut pas être applicable. L'entrefer sera alors décomposé en 3 zones, deux zones de jonction fixe, et une zone centrale qui permettra le mouvement (cf. **Figure 2-41**).

Le maillage de cette zone est dupliqué avec un pas fixe (N fois) afin de faciliter la génération automatique du réseau à chaque pas de mouvement.

Nous nous inspirons de cette méthode afin de mettre en place notre stratégie de modélisation. Par contre, nous jugeons que dans une procédure de pré-dimensionnement, un maillage grossier doit prendre place dans certaines zones de la machine qui sont peu ou pas pénalisante au niveau précision.

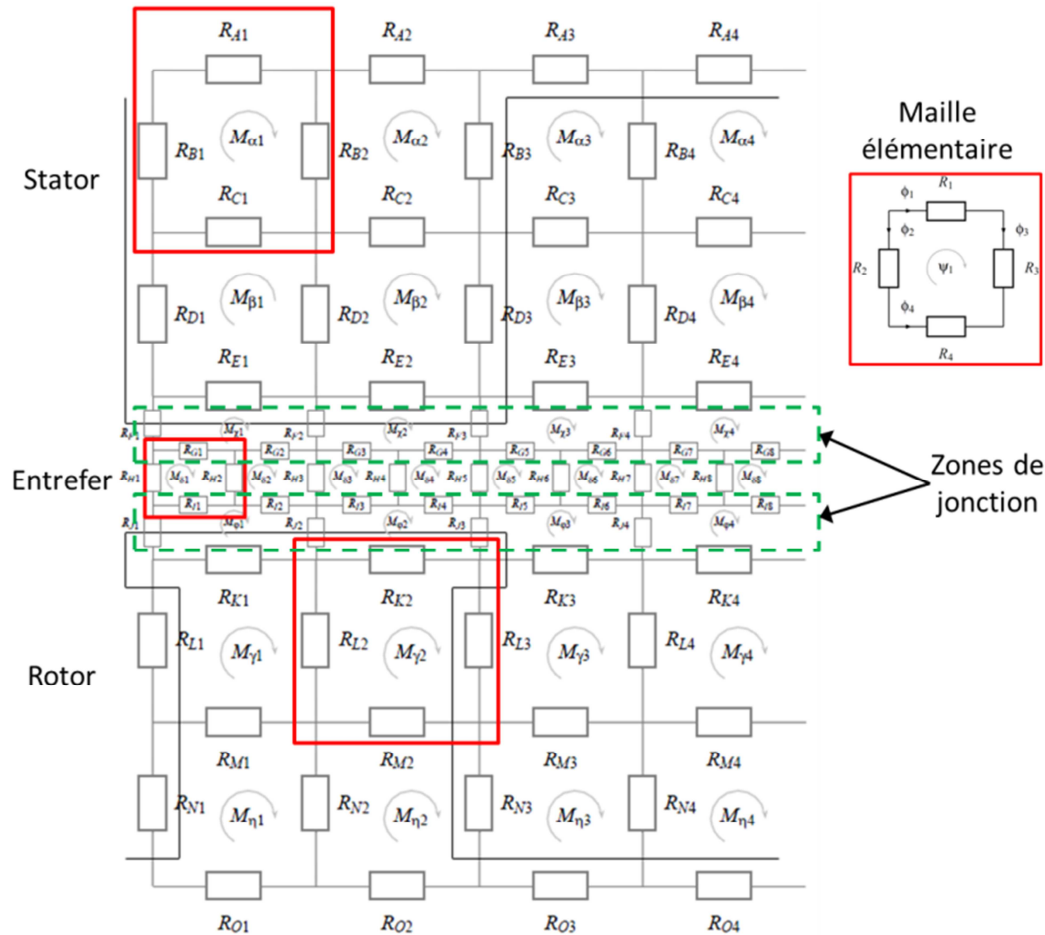


Figure 2-41— Maillage d'une machine pour un pas dentaires de stator et du rotor [Poug09]

2. 13 Conclusion

Ce deuxième chapitre a permis de revoir les différentes formulations propres à la modélisation des phénomènes électromagnétiques. Nous nous intéressons plus particulièrement à la modélisation par circuit magnétique équivalent du fait de sa précision par rapport aux modèles analytiques, la prise en compte de la saturation et de sa rapidité de calcul par rapport aux modèles de type éléments finis.

Nous avons fait le point sur les différentes stratégies de prise en compte du phénomène de saturation magnétique et du mouvement. Cette analyse nous a permis d'exploiter la différence entre deux méthodologies de modélisation par réseau de perméances et par réseau de réluctances.

Ainsi avec cette dernière méthode, il est possible d'envisager une élaboration d'un réseau dissociant la structure du maillage de l'expression des réluctances. Le système sous sa forme généralisée sera décrit dans le chapitre suivant, ainsi que sa résolution par l'algorithme itératif de Newton-Raphson dans le cadre d'une prise en compte de la caractéristique non-linéaire des matériaux.

Différentes méthodes de prise en compte du mouvement ont été décrites. Ainsi, nous nous inspirons de la modélisation de [Poug09] pour proposer une nouvelle stratégie, tout en permettant la génération automatique du système matriciel à chaque pas de mouvement.

L'application de cette modélisation sera effectuée sur les machines à flux axial retenues dans la première partie. L'objectif de la mise en place de la modélisation est de pouvoir proposer une méthodologie de dimensionnement des machines électriques sur un cycle de fonctionnement. Ainsi, le chapitre 3, sera consacré à la mise en place d'un modèle de réseau de réductances pour les machines à flux axial et à l'exploitation des grandeurs électromagnétiques afin d'établir le bilan énergétique de la machine.

Chapitre 3 Résolution du problème de conception

Sommaire

3.1	INTRODUCTION	80
3.2	MISE EN EQUATIONS D'UN MODELE SEMI NUMERIQUE.....	80
3.2.1	<i>Théorie des graphes</i>	80
3.2.2	<i>Formulation de base des systèmes matriciels</i>	81
3.2.3	<i>Application sur un circuit magnétique simple</i>	82
3.2.3.1	Mise en place de la matrice d'incidence.....	84
3.2.3.2	Mise en place de la matrice de structure	85
3.3	PRISE EN COMPTE DE LA CARACTERISTIQUE NON-LINEAIRE DES MATERIAUX	87
3.3.1	<i>Application non-linéaire sur un circuit magnétique simple</i>	87
3.4	RESEAUX RELUCTANCES APPLIQUEES AUX MACHINES A FLUX AXIAL	88
3.4.1	<i>Hypothèses simplificatrices</i>	88
3.4.2	<i>Description des géométries</i>	89
3.4.3	<i>Modélisation de l'entrefer et prise en compte du mouvement</i>	90
3.4.4	<i>Machine double rotor-simple stator</i>	92
3.4.5	<i>Machine double rotor-simple stator</i>	95
3.4.6	<i>Prise en compte d'effets 3D</i>	96
3.5	DETERMINATION DES GRANDEURS CARACTERISTIQUES	97
3.5.1	<i>Forces électromotrices</i>	97
3.5.2	<i>Couple</i>	97
3.5.2.1	Couple instantané	97
3.5.2.2	Couple moyen	98
3.6	VALIDATIONS NUMERIQUE ET EXPERIMENTALE	99
3.6.1	<i>Flux magnétique</i>	99
3.6.2	<i>Induction normale et couple électromagnétique</i>	101
3.6.3	<i>Validation expérimentale</i>	102
3.7	EXTENSION AUX MACHINES A FLUX RADIAL.....	103
3.8	MODELISATION DES PERTES	104
3.8.1	<i>Modélisation des pertes Joules</i>	104
3.8.2	<i>Modélisation des pertes fer</i>	105
3.8.3	<i>Modélisation des pertes aimants</i>	105
3.8.4	<i>Modélisation des convertisseurs</i>	106
3.9	DIMENSIONNEMENT SUR CYCLE	106
3.9.1	<i>Cycle de fonctionnement du véhicule</i>	107
3.9.2	<i>Caractérisation d'un point de fonctionnement</i>	107
3.9.3	<i>Modélisation des pertes sur cycle</i>	108
3.9.4	<i>Intégration du réseau de réductances dans le dimensionnement sur cycle</i>	109
3.10	CONCLUSION	111

3.1 Introduction

Dans le chapitre précédent, nous avons fait le point sur la modélisation par les méthodes semi-numériques, ce chapitre sera donc consacré à la modélisation des machines à flux axial par l'intermédiaire de ces méthodes. Dans un premier temps, le système formel décrivant le comportement magnétostatique par analogie au circuit électrique sera exposé et détaillé.

Par la suite, la prise en compte du comportement non-linéaire des matériaux magnétiques doux sera introduite ainsi que le mouvement de rotation et ou de translation à travers le réseau de réluctances établi dans l'entrefer. Afin d'illustrer ces différentes étapes, un exemple simple de circuit magnétique sera traité puis rendu complexe au fur et à mesure de l'étude.

Puis la modélisation des différentes parties des machines à flux axial sera exposée, ainsi qu'une validation à l'aide des éléments finis. Afin de prendre en compte certains effets 3D, une particularité de la modélisation de l'entrefer sera expliquée ainsi que la possibilité d'appliquer la modélisation sur des machines à flux radial.

Pour terminer, dans un contexte de dimensionnement sur cycle, nous définissons alors les modèles choisis pour la détermination des différentes pertes et l'utilisation du modèle à réseau de réluctances dans un dimensionnement sur cycle.

3.2 Mise en équations d'un modèle semi numérique

L'automatisation du calcul des réseaux électriques est rendue possible par l'utilisation systémique de la théorie des graphes. En effet, la description d'un réseau électrique à l'aide d'un graphe orienté permet d'établir des systèmes matriciels basés sur les lois de Kirchhoff tout en séparant l'architecture réseau de ses éléments constituants.

Ce formalisme peut ainsi être développé dans le cadre de la modélisation d'un circuit magnétique grâce à l'analogie électrique/magnétique. Dans cette section, nous abordons la théorie des graphes afin de décrire certains éléments tels que les matrices d'incidence. Par la suite, nous décrivons la mise en place des réseaux dans le cadre des analyses par nœuds et par mailles. Finalement, un exemple simple est proposé afin d'illustrer les deux méthodes d'analyses.

3.2.1 Théorie des graphes

La théorie des graphes est née en 1736, avec la communication d'Euler, dans laquelle il proposait une solution au problème des ponts de Königsberg. En 1847, Kirchhoff développa la théorie des arbres pour l'appliquer à l'analyse de circuits électriques. Une des méthodes de représentation d'un graphe est la méthode matricielle [Maqu03]. On distingue la matrice d'incidence qui permet d'exploiter la relation entre l'orientation des arêtes (branches) et sommets (nœuds) (3.1). Par analogie la matrice de mailles aussi appelée matrice de structures est obtenue selon (3.2). Un exemple est donné sur la **Figure 3-1**.

$$a_{ij} \begin{cases} +1 \text{ nœud } j \text{ extrémité initiale de l'arête } i \\ -1 \text{ nœud } j \text{ extrémité terminale de l'arête } i \\ 0 \text{ nœud } j \text{ n'est pas une extrémité } i \end{cases} \quad (3.1)$$

$$s_{ij} \begin{cases} +1 \text{ arête } j \in \text{Maille}_i^+ \\ -1 \text{ arête } j \in \text{Maille}_i^- \\ 0 \text{ arête } j \notin (\text{Maille}_i^+ \cup \text{Maille}_i^-) \end{cases} \quad (3.2)$$

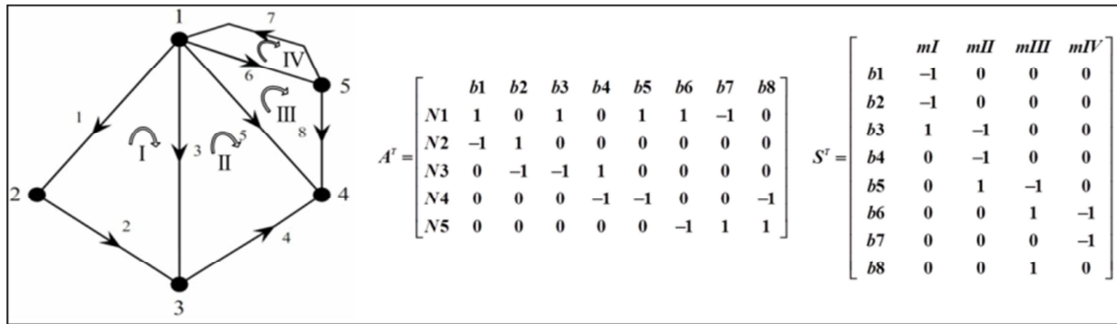


Figure 3-1— Exemple de matrices d'incidence et de structure

En s'appuyant sur cette théorie, il est ainsi possible de mettre en place un circuit magnétique ou électrique ou thermique équivalent d'un composant. Dans la partie suivante, nous exposerons le système matriciel dans le cas d'une modélisation par réseau de perméances ou de réluctances.

3. 2. 2 Formulation de base des systèmes matriciels

À partir de l'analyse des différents travaux cités dans le chapitre 2, nous avons fait le choix de nous orienter sur le formalisme matriciel développé dans [duPe06]. Les raisons de ce choix s'appuient sur le fait que la mise en équations du modèle permet de découpler la structure du réseau de l'expression des réluctances, la possibilité d'avoir un système à taille réduite ainsi que les critères de stabilité et de rapidité de convergence soulignés par [Derb09] lors de la résolution du système non-linéaire fondé sur la loi des mailles. Le formalisme de base, pour une application aux machines électriques, va être exposé dans ce qui suit. Il est préalablement illustré à travers la modélisation d'un circuit magnétique. Le principe de modélisation de l'entrefer sera ensuite décrit et mis en valeur car il nous permettra la déduction du couple (grâce à une méthode rapide) et la prise en compte du mouvement de la machine. La mise en place des systèmes matriciels est basée sur la loi des nœuds et la loi des mailles de Kirchhoff. Elle est illustrée en **Figure 3-2** pour un circuit électrique.

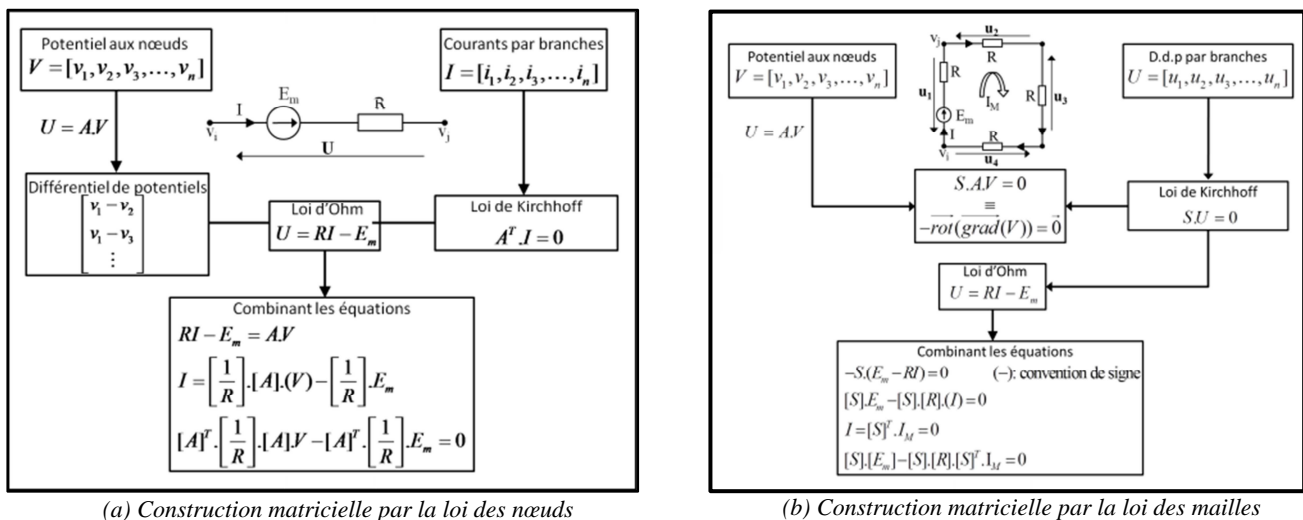


Figure 3-2— Lois de Kirchhoff matricielle

Il suffit d'appliquer le principe de dualité électrique/magnétique afin de déduire les modèles de comportement à mettre en place pour les réseaux de perméances (3.3) (3.4) et de réluctances (3.5) (3.6) (3.7).

Dans le cas d'une résolution avec la méthode des nœuds, le système à résoudre est donné dans (3.3). $[P]$ est une matrice diagonale contenant les différentes perméances des arêtes. Les variables du système sont les potentiels aux nœuds (V). Les sources présentes sont les forces magnétomotrices (F_{mm}) et Φ étant les flux d'arêtes.

$$[A]^T [P] [A](V) - [A]^T [P] (F_{mm}) = 0 \quad (3.3)$$

$$\Phi = [P] [A](V) - [P] (F_{mm}) \quad (3.4)$$

Le système à résoudre dans le cas de la méthode des mailles est (3.5). $[S]$ est la matrice de structure, $[R]$ est une matrice diagonale avec pour éléments les réluctances attribuées à chaque arête et Ψ_L sont les flux de maille en régime non saturé. Le vecteur source des différentes mailles est déduit selon la relation (3.6) et le flux par branche selon (3.7).

$$(F_{mm}^M) - [S] [R] [S]^T (\Psi^L) = 0 \quad (3.5)$$

$$F_{mm}^M = [S] (F_{mm}) \quad (3.6)$$

$$\Phi = [S]^T \Psi \quad (3.7)$$

3.2.3 Application sur un circuit magnétique simple

On se propose d'appliquer les notions des circuits magnétiques équivalents à un exemple de convertisseur électromécanique simple donné sur la **Figure 3-3** est issu de [Gren03]. On distingue deux parties séparées par un entrefer de largeur e . La branche centrale de la partie supérieure est bobinée. Le flux est supposé confiné dans les pièces ferromagnétiques et dans l'entrefer, ainsi les conditions aux limites sont de type Dirichlet sur les bords extérieurs du convertisseur. Dans un premier temps, nous supposons que la caractéristique $B-H$ est linéaire avec une perméabilité relative μ_r de 5000. Les différentes dimensions sont représentées sur la **Figure 3-3-b**.

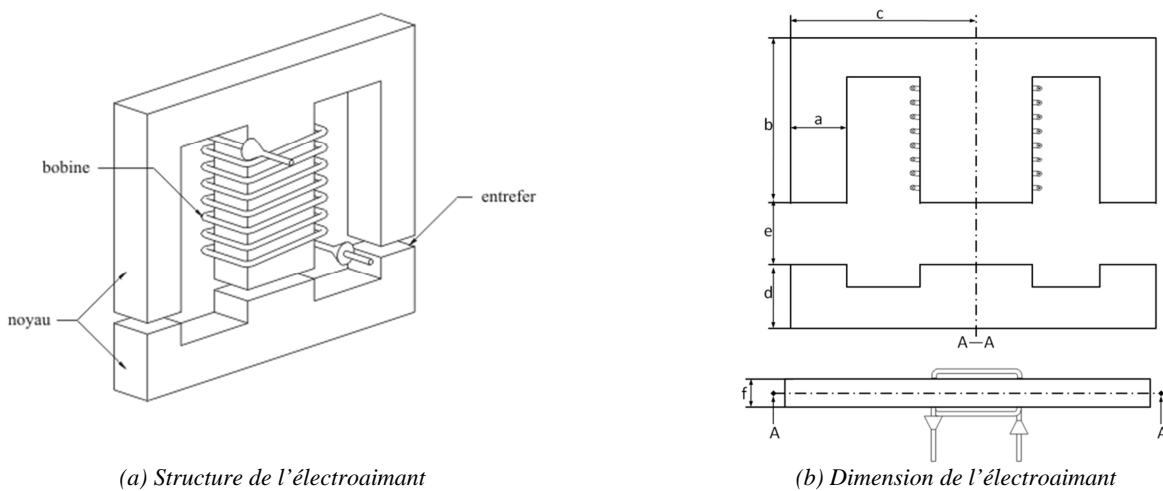


Figure 3-3— Exemple d'un électroaimant [Gren03]

Bien que ce modèle soit simple, ainsi que sa modélisation par réseau de réductances (cf. **Figure 3-4-a**), nous traiterons ce problème comme dans le cas des machines électriques. Ainsi l'entrefer est maillé par un réseau bidirectionnel, une réductance correspondra à chacune des parties ferromagnétiques. Les fuites entre les bras ne sont pas considérées. Le même modèle est repris sous FEMM afin de valider la modélisation. Une comparaison du flux ϕ_b embrassé par la bobine entre le modèle éléments finis (EF) et réseau de réductances est proposée sur la **Figure 3-6**. Les dimensions sont données dans le **Tableau 3-1**.

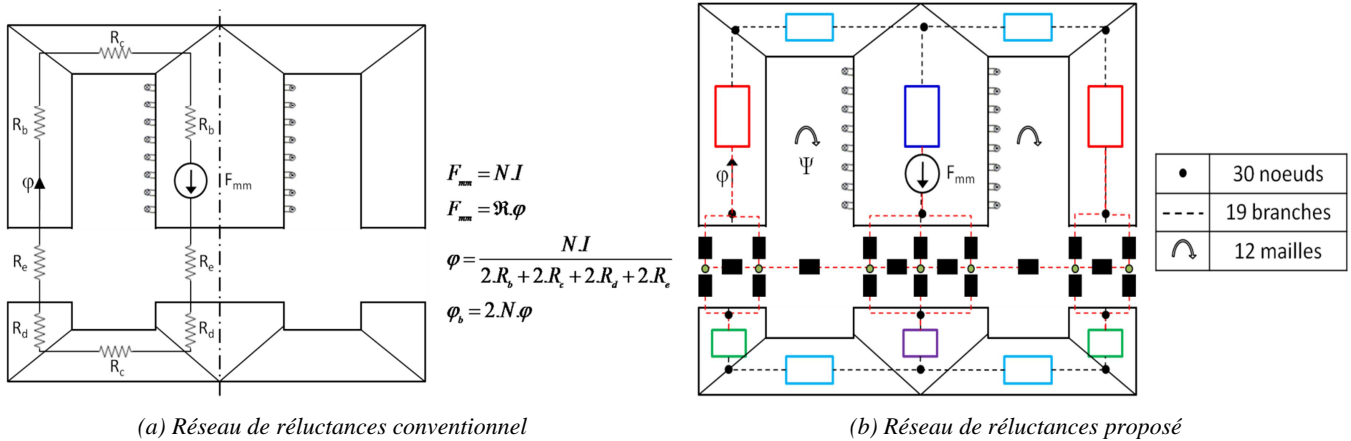


Figure 3-4 — Réseau de réductances de l'électroaimant

a (mm)	b (mm)	c (mm)	d (mm)	e (mm)	f (mm)	Nbr. Spires	Courant i (A)
2	3	6	4	[0.025 : 0.025 : 0.5]	2	10	10

Tableau 3-1 — Dimension de l'électroaimant

Au fur et à mesure de l'augmentation de l'entrefer, les flux de fuite augmentent (cf. **Figure 3-5**), ce qui induit une augmentation de l'erreur entre les deux types de modélisation jusqu'à atteindre une valeur de 16% pour un entrefer de 0.5mm et 18% pour une modélisation conventionnelle (cf. **Figure 3-6-b**). Il faut noter qu'en comparaison avec les diverses dimensions du système une valeur de $e=0.5\text{mm}$, est énorme, ce cas ne se produira pas dans une machine électrique.

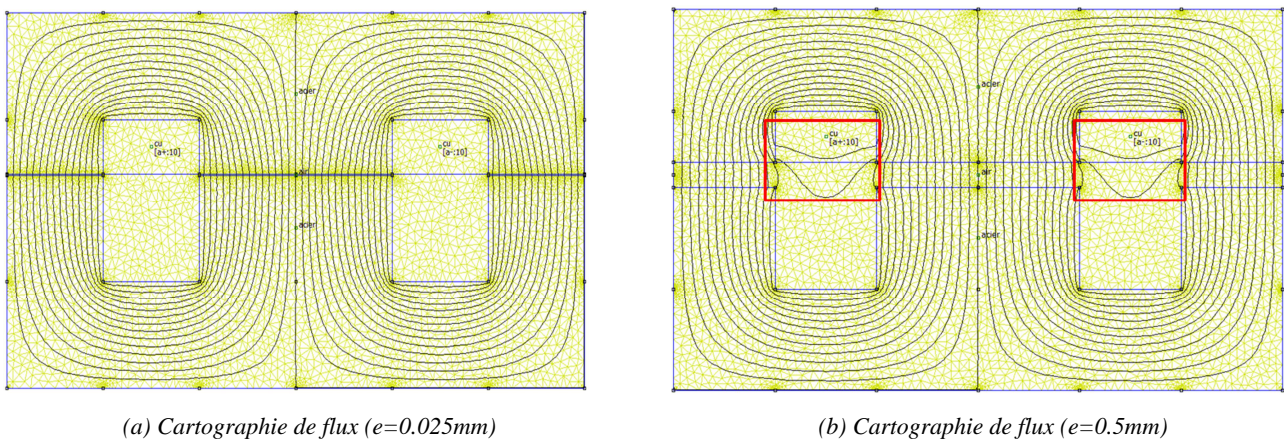
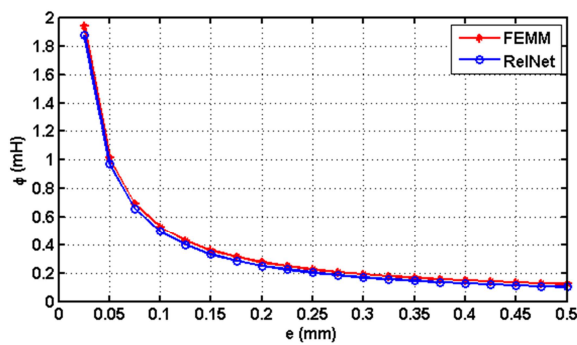


Figure 3-5 — Cartographie de flux de l'électroaimant sous FEMM

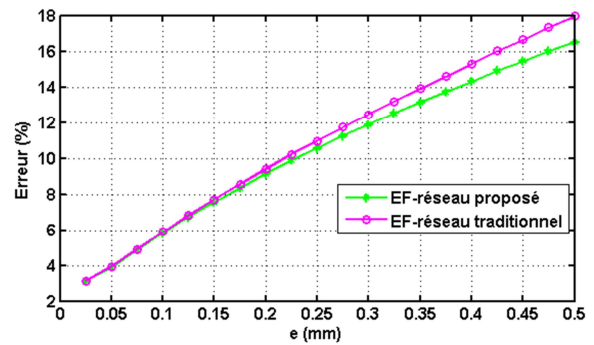
L'intérêt d'une modélisation bidirectionnelle au niveau de l'entrefer, est le fait de pouvoir retirer les inductions normales B_n (cf. **Figure 3-6-c**) et tangentielles B_t , qui sont les deux composantes essentielles pour déterminer le couple et les oscillations de couple à partir du tenseur de Maxwell (TdM). Cette méthode est une alternative à celle des travaux virtuels.

Ces deux méthodes peuvent être utilisées lors d'une modélisation par EF, et c'est généralement intéressant de pouvoir les reporter à une modélisation plus simplifiée, par ailleurs une troisième méthode de calcul du couple existe, qui consiste en une équation analytique. Ces différentes méthodes seront détaillées par la suite.

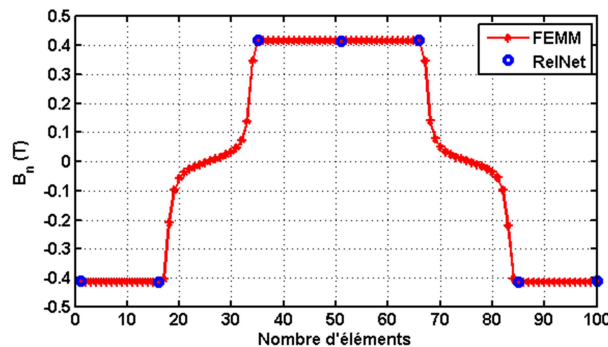
Afin de résoudre le système décrit sur la **Figure 3-4-b**, les équations (3.3-3.4) permettent de trouver les potentiels aux nœuds, puis les flux dans les diverses branches, alors que les équations (3.5-3.6) permettent de retrouver les flux de mailles et d'en déduire les flux de branches. L'objectif de cette partie outre la validation d'une telle modélisation, est la mise en place des matrices d'incidence et de structure. Les composantes de ces matrices sont données en Annexe. L'identification des deux matrices nous servira dans la suite à la prise en compte de la rotation. Dans [duPe06] l'auteur décrit comment déduire la matrice de structure par l'intermédiaire de la matrice d'incidence. Dans notre cas on se servira de la matrice d'incidence pour valider la matrice de mailles grâce à l'équation décrite sur la **Figure 3-2-b**.



(a) Comparaison (EF-RelNet) du flux capté



(b) Erreur entre EF-réseau : proposé et traditionnel



(c) Induction normale dans l'entrefer ($e=0.15\text{mm}$)

Figure 3-6— Validation de la modélisation par réseau de réductances (RelNet)

3.2.3.1 Mise en place de la matrice d'incidence

Nous décrivons brièvement la matrice d'incidence pour le réseau donné sur la **Figure 3-4-b**. La partie supérieure a comme indice R et la partie inférieure S . Sous sa forme globale la matrice A est donnée dans (3.8), elle est composée à partir des relations au niveau de :

L'entrefer :

- A_e : Représente les relations d'incidences au niveau des branches horizontales A_e (n_e le nombre de nœuds dans l'entrefer et n_{be} le nombre de branches horizontales dans l'entrefer)
- A_{eR1} : Représente les relations d'incidences entre les branches horizontales et les branches verticales du côté supérieur.

- A_{eS1} : Représente les relations d'incidences entre les branches horizontales et les branches verticales du côté inférieur.

Entrefer-partie supérieure :

- A_{eR2} : Représente les relations d'incidence entre les branches verticales du côté supérieure et la partie supérieure (n_{RP} nombre de nœuds de jonction R-entrefer)

Entrefer-partie inférieure :

- A_{eS2} : Représente les relations d'incidence entre les branches verticales du côté inférieure et la partie inférieure (n_{RP} nombre de nœuds de jonction rotor-entrefer, n_{SD} nombre de nœuds de jonction S-entrefer)

Partie supérieure et inférieure

- A_R : Représente les relations d'incidence au niveau de la partie supérieure
- A_S : Représente les relations d'incidence au niveau de la partie inférieure.

La matrice d'incidence du modèle traité est donnée dans l'Annexe.

$$A = \begin{bmatrix} A_e^{(n_{be} \times n_e)} & 0 & 0 \\ A_{eR1}^{(n_{bVRe} \times n_e)} & A_{eR2}^{(n_{bVRe} \times n_{RP})} & 0 \\ 0 & A_R^{(n_{bR} \times n_R)} & 0 \\ A_{eS1}^{(n_{bVSe} \times n_e)} & 0 & A_{eS2}^{(n_{bVSe} \times n_{SD})} \\ 0 & 0 & A_S^{(n_{bS} \times n_S)} \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

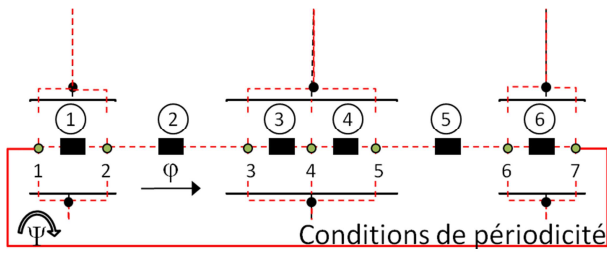
3.2.3.2 Mise en place de la matrice de structure

La matrice de structure sous sa forme globale est donnée par l'équation (3.9). Les différentes composantes de cette matrice correspondent aux conventions de signe de flux de mailles et celles des branches ou arêtes. Elles sont rendues explicites en Annexe.

$$S = \begin{bmatrix} S_{pe}^{1 \times n_{be}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \{Pôle\} S^{(nbv^1 - 1) \times n_{be}} & S^{(nbv^1 - 1) \times n_{bVRe}} & 0 & 0 & 0 \\ \{Entre-Pôles\} S^{1 \times n_{be}} & S^{1 \times n_{bVRe}} & S^{1 \times n_{bR}} & 0 & 0 \\ \{Pôle\} S^{(nbv^2 - 1) \times n_{be}} & S^{(nbv^2 - 1) \times n_{bVRe}} & 0 & 0 & 0 \\ \{Entre-Pôles\} S^{1 \times n_{be}} & S^{1 \times n_{bVRe}} & S^{1 \times n_{bR}} & 0 & 0 \\ \{Pôle\} S^{(nbv^3 - 1) \times n_{be}} & S^{(nbv^3 - 1) \times n_{bVRe}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & S_{PR}^{1 \times n_{bR}} & 0 & 0 \\ \{Dent\} S^{(nbVS^1 - 1) \times n_{be}} & 0 & 0 & S^{(nbVS^1 - 1) \times n_{bVSe}} & 0 \\ \{Encoche\} S^{1 \times n_{be}} & 0 & 0 & S^{1 \times n_{bVSe}} & S^{1 \times n_{bS}} \\ \{Dent\} S^{(nbVS^2 - 1) \times n_{be}} & 0 & 0 & S^{(nbVS^1 - 1) \times n_{bVSe}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{PS}^{1 \times n_{bS}} \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

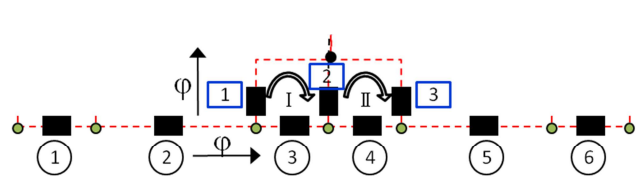
Les différents composants de cette matrice sont :

- $S_{pe}^{1 \times nbe}$, correspond à une seule maille, ainsi c'est un vecteur de taille nbe , avec nbe le nombre de réluctances horizontales a_x . L'existence de ce vecteur signifie la prise en compte des conditions de périodicité dans l'entrefer. Une illustration est donnée sur la **Figure 3-7-a**.
- $S^{(nbv-1) \times nbe}$ et $S^{(nbv-1) \times nbVRe}$ sont les matrices qui ensemble constitue les mailles en dessous d'un pôle. Avec nbv le nombre de réluctances verticales au-dessous d'un pôle à une position donnée et $nbVRe$ le nombre de réluctances verticales qui décrivent la largeur d'un pôle. les colonnes de la matrice $S^{(nbv-1) \times nbe}$ décrivent les branches horizontales appartenant aux mailles et ceux de $S^{(nbv-1) \times nbVRe}$ décrivent les branches verticales appartenant aux mailles. Les détails sont donnés sur la **Figure 3-7-b**.



$$S_{pe}^{1 \times nbe} = [111111], \text{ avec } nbe = 6$$

(a) Maille de prise en compte de la périodicité dans l'entrefer



$$S^{(nbv-1) \times nbe} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

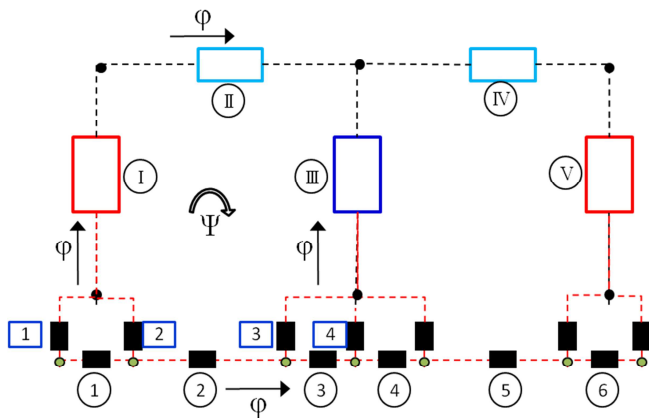
$$S^{(nbv-1) \times nbVRe} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}, \text{ avec } \begin{cases} nbVRe = 3 \\ nbv = nbVRe \end{cases}$$

(b) Mailles de liaison des réluctances verticales et horizontales

Figure 3-7— Réseau de réluctances de l'entrefer

- Une maille qui tient compte de l'espace entre pôle est décrite par la composition des matrices $S^{1 \times nbVRe}$, $S^{1 \times nbe}$ et $S^{1 \times nbR}$ illustrée sur la **Figure 3-8**.
- Finalement, la matrice $S^{1 \times nbR}$ représente une maille composée des réluctances de culasses et permet de tenir compte des conditions de périodicité. D'autre part, si l'on tient compte des fuites, d'autres mailles seront présentes au niveau du rotor.

L'indice (1) signifie premier pôle. Ainsi, si l'on a 3 pôles, $S^{(nbv-1) \times nbe}$ apparaîtront trois fois dans la matrice de structure (3.9).



$$S^{1 \times nbe} = [0 \ -1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$$

$$S^{1 \times nbVRe} = [0 \ 1 \ -1 \ 0]$$

$$S^{1 \times nbR} = [1 \ 1 \ -1 \ 0 \ 0], \text{ avec } \begin{cases} nbVRe = 4 \\ nbR = 5 \end{cases}$$

Figure 3-8— Mailles de prise en compte de la périodicité au rotor et de liaison rotor/entrefer

3.3 Prise en compte de la caractéristique non-linéaire des matériaux

Comme décrit dans le chapitre précédent, les matériaux ferromagnétiques présentent une caractéristique B-H non-linéaire. Afin d'intégrer cette non-linéarité dans le système (3.5), il suffit de remplacer la relation $1/(\mu_0 \mu_r)$ par son équivalent en fonction du champ magnétique H, du flux Φ , ainsi que des sections des différentes réluctances. La réluctance dans le cas d'un matériau non-linéaire est alors donnée selon (3.10).

$$R^{NL} = \left(H \left(\frac{\Phi}{Section} \right) / \Phi \right) \cdot L \quad (3.10)$$

Le système non-linéaire est donné par (3.11). $[C_g]$ représente une matrice diagonale dont les éléments sont les longueurs attribuées aux réluctances des différentes branches.

$$f(\Psi) = (F_{mm}^M) - [S][C_g]H \left([Section^{-1}][S]^T \Psi^{NL} \right) = 0 \quad (3.11)$$

Ce système non-linéaire est résolu d'une façon itérative par la méthode de Newton-Raphson (N-R) (3.12).

$$\Psi_{k+1}^{NL} = \Psi_k^{NL} - \lambda \cdot J(\Psi_k^{NL})^{-1} \cdot f(\Psi_k^{NL}) \quad (3.12)$$

Le point de départ correspond à la solution obtenue en linéaire $\Psi_0^{NL} = \Psi^L$. J est la matrice jacobienne (3.13) et $[Section]$ est une matrice diagonale contenant les sections des différentes réluctances, λ est un facteur de relaxation qui permet d'améliorer la convergence de N-R. Le déroulement de la résolution du système non-linéaire est illustré sur la **Figure 3-9**.

$$J(\Psi) = -[S][C_g] \left[\frac{dH \left([Section][S]^T \Psi^{NL} \right)}{dB} \right] [Section][S]^T \quad (3.13)$$

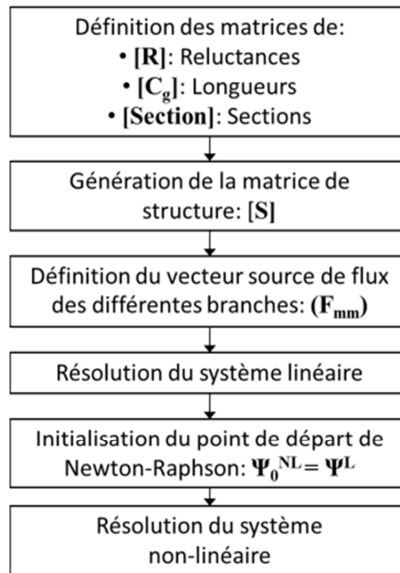
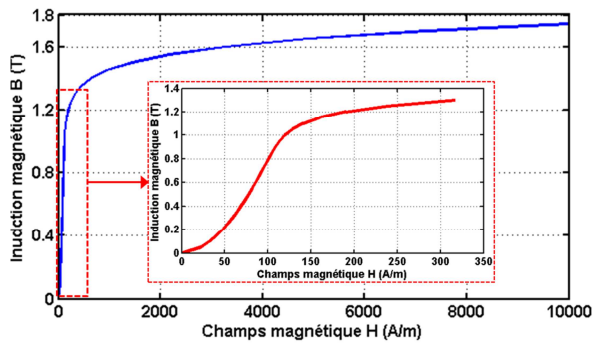


Figure 3-9— Organigramme de résolution du système non-linéaire

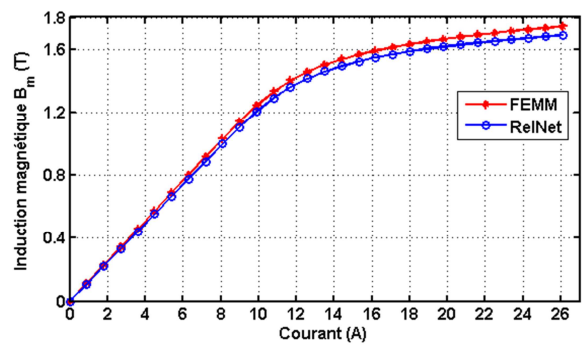
3.3.1 Application non-linéaire sur un circuit magnétique simple

En appliquant la méthode de prise en compte du phénomène de saturation, les inductions obtenues dans la branche du milieu par élément finis et par réseau de réluctances (RelNet) pour différentes valeurs de courant sont représentées sur la **Figure 3-10-b**.

La courbe B-H utilisée est donnée dans la **Figure 3-10-a**. L'erreur maximale entre l'induction (branche centrale) donnée par RelNet et celle par FEMM est de 3%.



(a) Courbe B-H



(b) Induction dans la branche centrale en fonction du courant

Figure 3-10— Courbe B-H et induction de la branche centrale de l'électroaimant ($e=0.05\text{mm}$)

3.4 Réseaux réductances appliquées aux machines à flux axial

3.4.1 Hypothèses simplificatrices

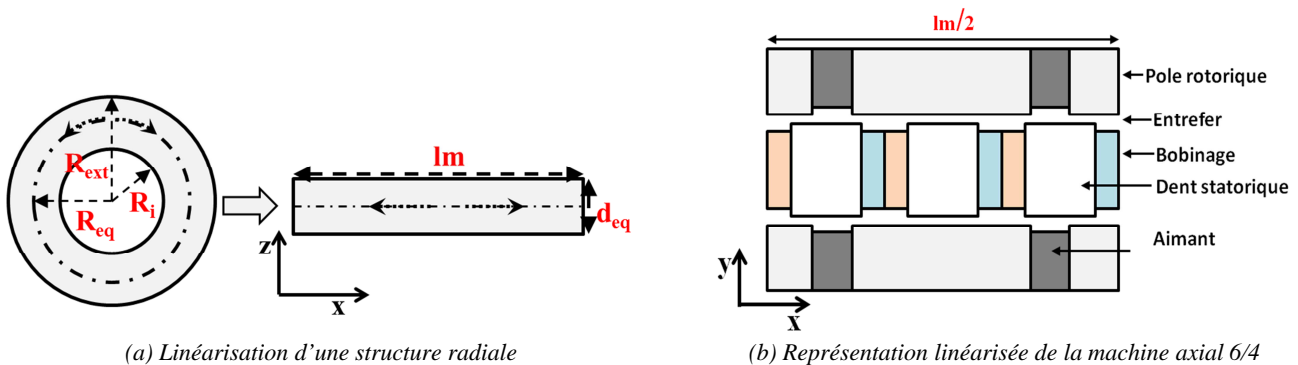
Pour modéliser une machine à flux axial, un modèle 2D "linéaire" (au sens géométrique) équivalent est proposé [Krebs12]. La **Figure 3-11-a** représente la surface active de la machine et le passage "couronne – rectangle". La transformation considère la conservation des surfaces actives équivalentes ainsi, le rayon quadratique moyen donné dans (3.14) comme rayon équivalent R_{eq} .

$$R_{eq} = \sqrt{(R_{ext}^2 + R_i^2)} / 2 \quad (3.14)$$

La longueur lm et la profondeur d_{eq} équivalentes peuvent être calculées selon (3.15) et (3.16). La **Figure 3-11-b** représente la moitié d'une machine double rotor et simple stator 6 dents, 4 pôles. Suite à cette linéarisation, l'approximation géométrique des réductances est parallélépipédique. Le changement de la géométrie des réductances en termes de longueur de passage du flux (L) et de sa section de passage (S) n'affectent pas la mise en place du système car elles sont gérées séparément et adaptées à la géométrie choisie.

$$lm = 2\pi R_{eq} \quad (3.15)$$

$$d_{eq} = (R_{ext}^2 - R_i^2) / (2R_{eq}) \quad (3.16)$$



(a) Linéarisation d'une structure radiale

(b) Représentation linéarisée de la machine axial 6/4

Figure 3-11— Equivalence et linéarisation

Afin de limiter le nombre de réluctances et simplifier le système dans le cas des machines « simple stator et double rotor », grâce aux symétries géométriques et magnétiques présentes, seul le quart de la machine est modélisé, alors que dans le cas de la machine à double stator et simple rotor, la moitié de la machine est considérée.

D'autres simplifications concernent le nombre de réluctances dédié au stator et au rotor, ce point sera détaillé par la suite. Le réseau au niveau du rotor et du stator est figé, alors que le réseau de l'entrefer constitue une bande de mouvement qui permettra de prendre en compte la rotation de la machine. La dernière hypothèse concerne les effets de bords qui sont négligés.

3.4.2 Description des géométries

La méthode décrite dans les parties précédentes est appliquée afin de modéliser deux machines triphasées à flux axial à bobinage sur dent. Dans un premier temps, nous faisons un rappel des deux géométries (cf. **Figure 3-12**, **Figure 3-14**), notamment des circulations de flux correspondantes et des différents paramètres pris en compte lors du dimensionnement.

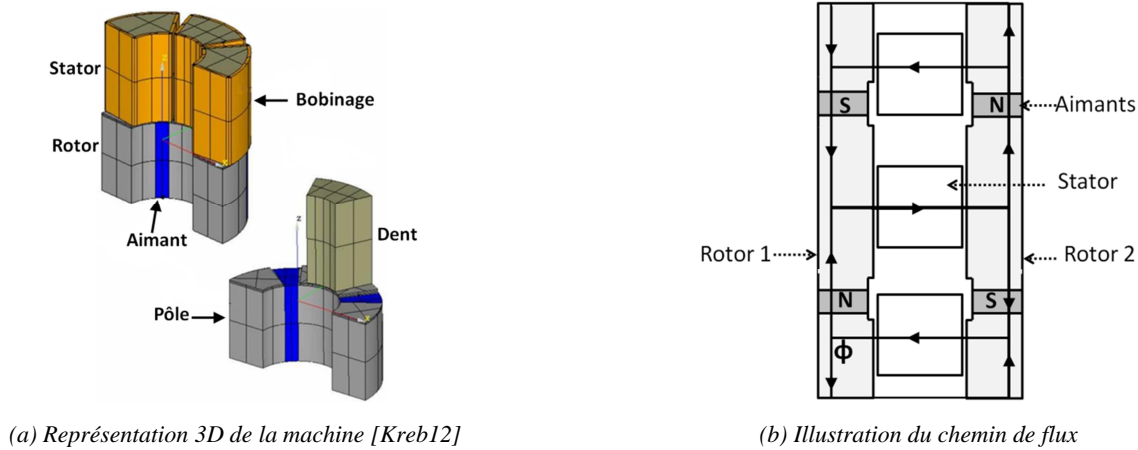
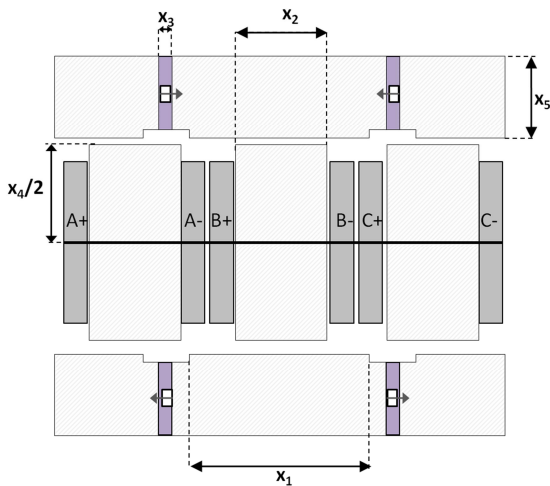


Figure 3-12— Machine double rotor simple stator

Les différents paramètres liés à cette machine sont représentés sur la **Figure 3-13**, et identifiés dans le **Tableau 3-2**. Les différentes réluctances sont paramétrées en fonction de ces variables. Le bobinage est sur dent à une bobine par phase.



Variables	Expression
x_1	Largeur de pôle rotorique (l_p)
x_2	Largeur de dent statorique (l_d)
x_3	Largeur d'aimant (l_a)
x_4	Hauteur de la dent statorique (h_d)
x_5	Hauteur du pôle rotorique (h_p)
x_6	Nombre de spires des bobines (nbs)

Tableau 3-2—Expressions des variables

Figure 3-13— Données géométriques de la machine à double rotor

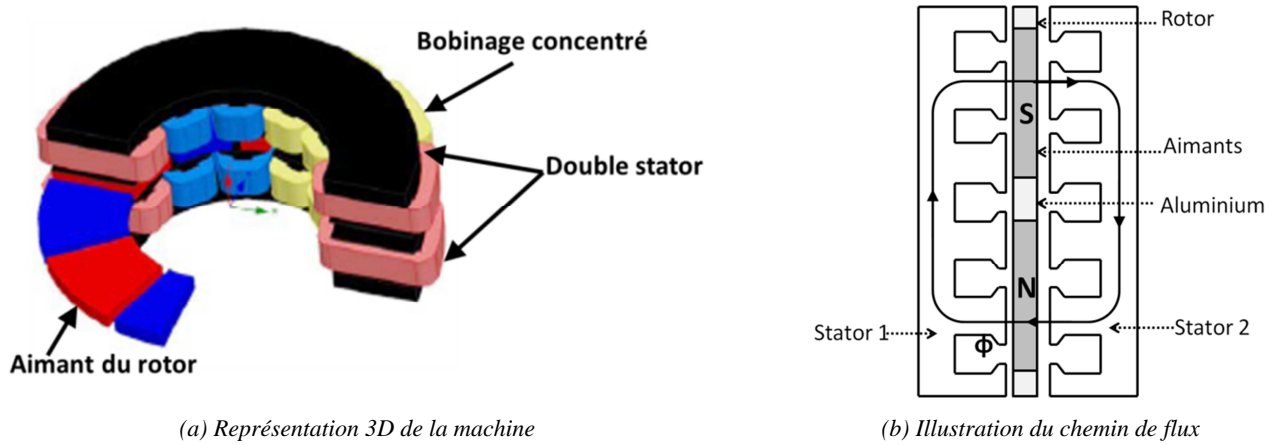


Figure 3-14— Machine double stator simple rotor

Dans le cas de la machine 12/10 le bobinage est concentrique avec deux bobines en série par phase. Les différentes données géométriques de cette machine sont représentées sur la **Figure 3-15** et le **Tableau 3-3**.

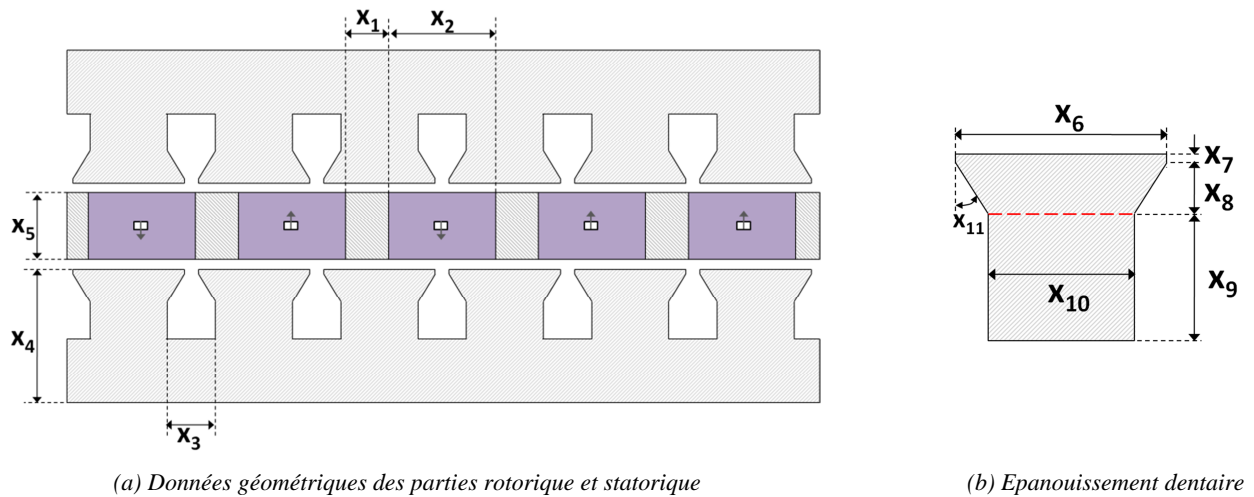


Figure 3-15— Représentation des variables géométriques

Variables	Expression
x_1	Largeur de l'aluminium entre aimants
x_2	Largeur aimant
x_3	Largeur espace entre dents statoriques
x_4	Hauteur stator
x_5	Hauteur aimant
x_6	Largeur épanouissement dentaire (ed)
x_7	Embase rectangulaire de l'ed
x_8	Embase trapézoïdale de l'ed
x_9	Hauteur dent statorique
x_{10}	Largeur dent statorique
x_{11}	Ouverture de l'ed

Tableau 3-3— Expression des variables de la machine 12/10

3. 4. 3 Modélisation de l'entrefer et prise en compte du mouvement

Le réseau qui décrit l'entrefer doit prendre en compte la rotation du rotor par rapport au stator (cf. **Figure 3-16**). Il est discrétisé avec un pas dx donné selon (3.17) avec p le nombre de pair de pôle et nb le nombre de pas de rotation pendant une période. Ce réseau est constitué de trois couches :

les réluctances horizontales (a_x) (3.18) dont le nombre dépend du pas de discrétisation et de la longueur active lm , forment la couche centrale. Les réluctances verticales (a_y) (3.19), avec e la largeur d'entrefer, forment deux couches ; une couche fixe ancrée au stator et sur la couche horizontale et une couche mobile reliant la couche centrale au rotor. Le nombre de ces réluctances verticales dépend également du pas de discrétisation dx . Ainsi au niveau d'une dent, le nombre de réluctances correspond à la largeur de cette dent divisée par dx ($nb_{VD}=largeurdent/dx$), de même pour les pôles rotoriques. Afin de pouvoir prendre en compte la rotation de la machine, des conditions de périodicité doivent être imposées. Cette périodicité est illustrée au niveau de l'entrefer par une maille (en rouge) qui tient compte de toutes les réluctances horizontales (cf. **Figure 3-16**).

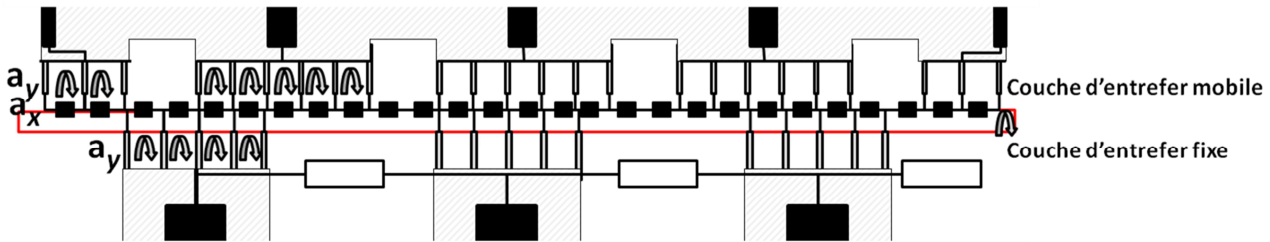


Figure 3-16— Représentation de la discrétisation bidirectionnelle de l'entrefer

$$dx = \frac{lm}{nb \cdot p} \quad (3.17)$$

$$a_x = dx / (\mu_0 \cdot e \cdot d_{eq}) \quad (3.18)$$

$$a_y = (e/2) / (\mu_0 \cdot dx \cdot d_{eq}) \quad (3.19)$$

Le **Tableau 3-4** représente les paramètres géométriques des machines double rotor, tels que les rayons intérieur et extérieur sont calculés grâce à (3.14) (3.15). L'épaisseur de l'entrefer est donnée ainsi que les valeurs de dx et ce qu'elles induisent comme nombre d'éléments dans l'entrefer.

Rayon extérieur R_{ext} (mm)	Rayon intérieur R_{int} (mm)	Longueur équivalente L_m (mm)	Entrefer (mm)	Machine	Discrétisation dx (mm)	Nombre d'éléments a_x
150	51	704	0.5	6/4	$1.95 \cdot 10^{-3}$	180
				6/8	$0.9778 \cdot 10^{-3}$	352

Tableau 3-4 — Paramètres géométriques des machines double rotor

L'exemple traité dans la section précédente (cf. **Figure 3-4-b**) est modélisé en tenant compte des conditions de périodicité et d'une discrétisation uniforme de l'entrefer (la description détaillée de la matrice d'incidence est en Annexe). La **Figure 3-17** montre l'exemple du circuit magnétique en 3 positions différentes. Le diagramme représentatif du déroulement du calcul du flux en fonction de la position est donné sur la **Figure 3-18**.

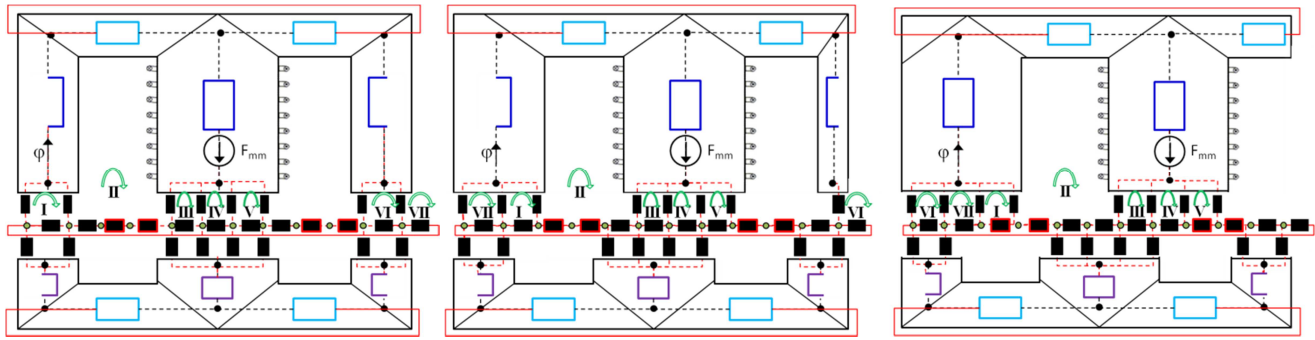


Figure 3-17— Illustration du changement de réseau en fonction de la position

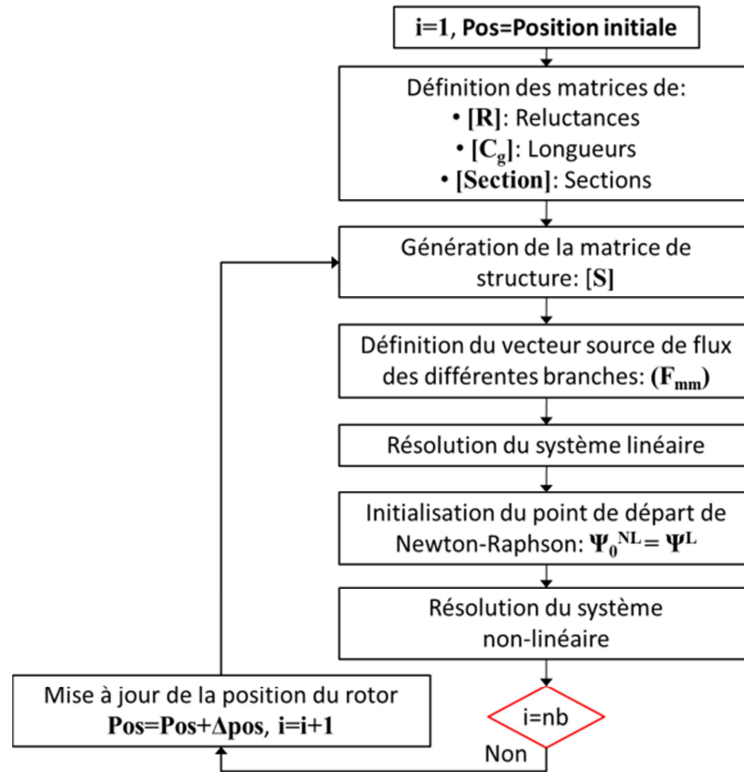


Figure 3-18— Organigramme de résolution du système non-linéaire en fonction de la position

3. 4. 4 Machine double rotor-simple stator

La mise en place du réseau de réluctances n'a pas pour objectif de remplacer le modèle EF, mais de pouvoir établir un modèle suffisamment précis et rapide en temps de calcul. Les réluctances qui décrivent les différentes parties de la machine sont simplifiées, et ont une forme parallélépipédique.

Pour la partie rotorique, les pôles, la moitié de la culasse et les aimants sont respectivement représentés par les réluctances ; R_p , R_y , R_m (cf. Figure 3-19).

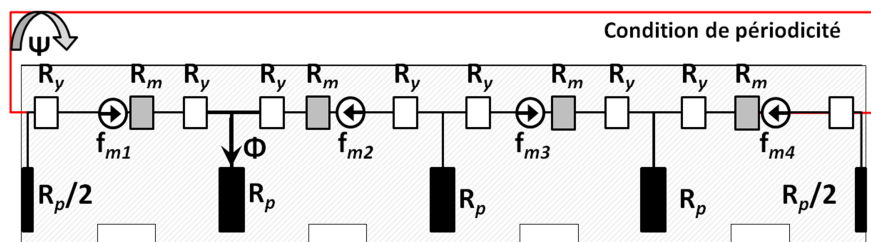


Figure 3-19— Réseau de réluctances du rotor de la machine double rotor

Les forces magnétomotrices sont représentées par f_{m1}, \dots, f_{m4} , et sont calculées selon (3.20), avec B_r l'induction rémanente de l'entrefer, μ_a la perméabilité de l'aimant dans notre cas est considérée comme égale à 1.

$$f_{ma} = \frac{1}{\mu_a \cdot \mu_0} \cdot B_r \cdot e \quad (3.20)$$

Pour le stator, deux représentations sont mises en place (cf. **Figure 3-20**, **Figure 3-21**). Dans la première (**Figure 3-20**), la moitié de la dent est modélisée par une réluctance R_t , le flux de fuite entre les dents est canalisé par R_l . Dans la seconde (**Figure 3-21**), une petite longueur de la dent est représentée par une réluctance R'_t , alors que la majeure partie de la dent est reportée aux réluctances verticales qui représentent l'entrefer. La réluctance verticale sera une combinaison de réluctances de fer et de l'air. La taille de la matrice de structure reste ainsi la même. Ainsi, le temps de calcul n'est pas influencé. La différence entre ces deux modélisations réside dans la prise en compte de la saturation locale dans les dents.

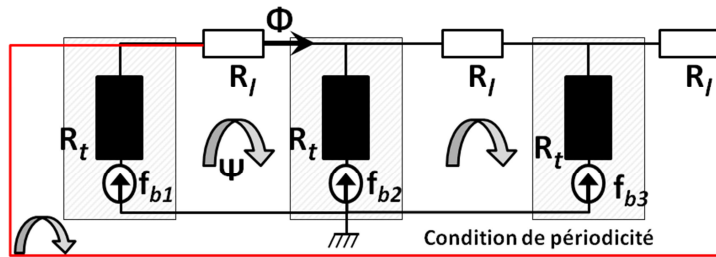


Figure 3-20— Réseau de réluctances simplifié du stator de la machine double rotor

Soit une dent discrétisée en n_p éléments, si l'on considère que le matériau ferromagnétique est linéaire (perméabilité relative μ_r constante), une réluctance élémentaire est donnée par (3.21) avec L_i la longueur de passage S_i la section de passage du flux dans une réluctance. Ce qui implique que dans ce cas l'ensemble des réluctances élémentaires (en parallèle) peut être remplacé par R_t donné selon (3.22).

Par ailleurs, si l'on considère le comportement du matériau ferromagnétique, la perméabilité relative élémentaire μ_{ri} est fonction de φ/S_i ainsi en substituant les n_p réluctances élémentaires par une réluctance de dent nous considérons que le flux est uniformément distribué sur la largeur de la dent. Dans ce cas, la résolution du système non-linéaire nous conduit à une résolution globale de la saturation notamment dans les dents. Alors qu'en utilisant des réluctances élémentaires, la résolution est plutôt locale.

$$\mathfrak{R}_i = \frac{1}{\mu_0 \cdot \mu_r} \cdot \frac{L_i}{S_i}, \quad i \in [1, n_p]$$

Avec, $L_1 = L_2 = \dots = L_{n_p}$

et, $S_1 = S_2 = \dots = S_{n_p}$

(3.21)

$$\frac{1}{\mathfrak{R}_t} = \sum_{i=1}^{n_p} \frac{1}{\mathfrak{R}_i} \quad (3.22)$$

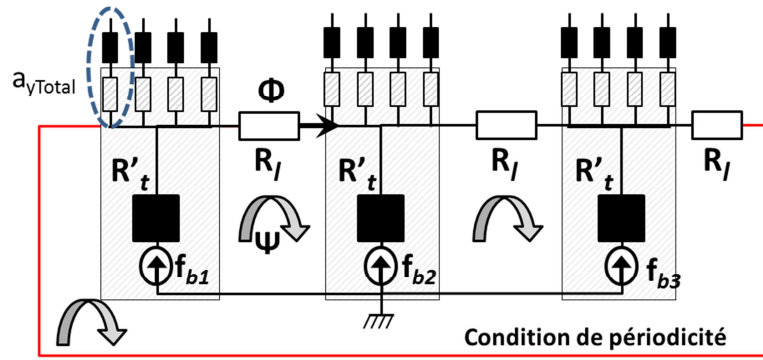


Figure 3-21— Réseau de réductances amélioré du stator de la machine double rotor

L'expression de la réductance verticale élémentaire a_{yTotal} est donnée selon (3.23).

$$a_{yTotal} = a_y + hd / (\mu_0 \cdot \mu_r \cdot dx \cdot d_{eq}) \quad (3.23)$$

Afin de pouvoir prendre en compte les conditions de périodicité, deux boucles doivent être définies : la première, au niveau du stator, prend en compte les réductances de fuite R_l (Figure 3-21). La deuxième au niveau du rotor, prend en compte les réductances de culasse R_y et des aimants R_m (cf. Figure 3-19).

f_{b1} , f_{b2} , et f_{b3} représentent les forces magnétomotrices créées par les 3 bobinages à nbs spires. Elles sont maintenues sur une branche centrale (Figure 3-21), sans être discrétisées et distribuées sur les réductances a_{yTotal} pour ne pas imposer un chemin de flux au niveau de la dent. La machine est alimentée par un système de courants triphasé sinusoïdal (3.24), avec ω la pulsation électrique, γ l'angle de déphasage (courant-force électromotrice induite), et I_{max} l'amplitude du courant.

$$\begin{bmatrix} ia \\ ib \\ ic \end{bmatrix} = I_{max} \begin{bmatrix} \cos(\omega \cdot t + \gamma + 2\pi/3) \\ \cos(\omega \cdot t + \gamma) \\ \cos(\omega \cdot t + \gamma - 2\pi/3) \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

Les performances de la machine sont déterminées par la régulation des deux variables I_{max} et γ . Si l'on se place sur le repère tournant lié au rotor, d'après la transformation de Park le système triphasé est réduit à un système diphasé avec i_q le courant sur l'axe de quadrature perpendiculaire à l'aimant et i_d sur l'axe direct (lui est colinéaire). Ainsi afin de déterminer le couple maximal que peut délivrer une machine, le courant doit être injecté selon l'axe q uniquement pour ne pas s'opposer au champ créé par les aimants suivant l'axe d.

Si l'on revient à notre système triphasé, afin de se placer sur l'axe de quadrature et annuler le courant de conjonction i_d . L'angle γ est mis à zéro, et les trois courants sont mis en phase avec la force électromotrice (F_{em}) à vide. Un exemple est donné sur la Figure 3-22 pour la machine 6/4, le nombre de déplacement est égal à 60, la valeur maximale du courant est prise à 100 A et la vitesse à vide est de 3000 tour/min. Les détails de calcul de la F.E.M sont expliqués dans les parties suivantes.

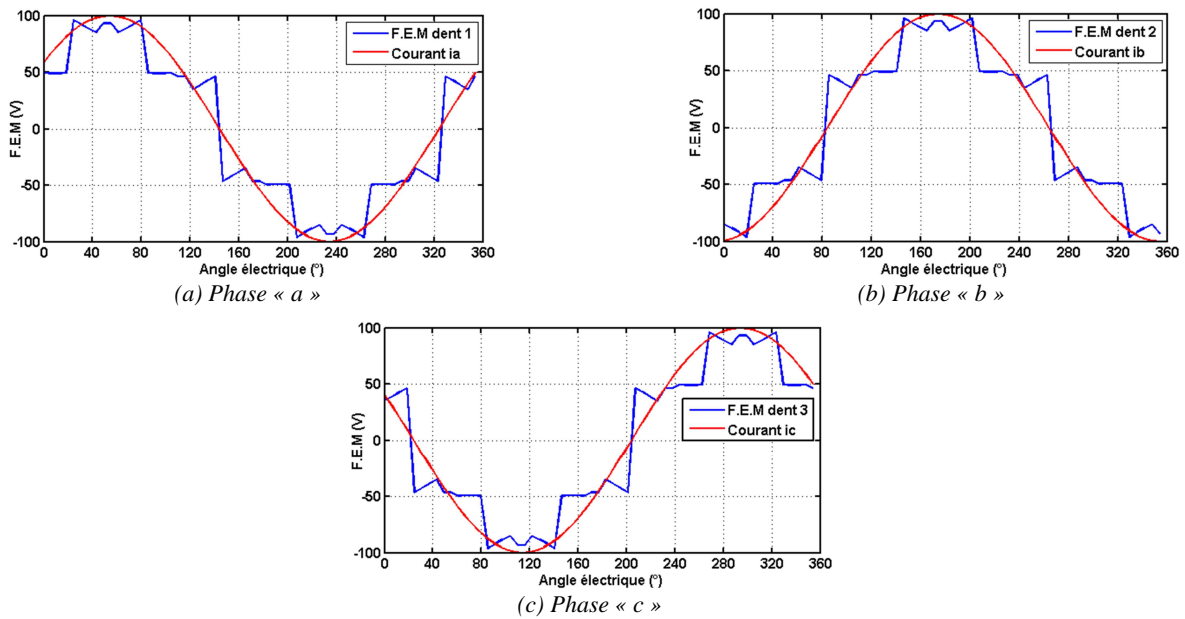


Figure 3-22— Mise en phase de la Fem à vide et du courant d'alimentation

3. 4. 5 Machine double stator-simple rotor

La stratégie de modélisation de cette machine est semblable à la précédente. Les aimants sont insérés dans un matériau amagnétique (aluminium) modélisé par une réluctance R_{alu} . De la même manière, les réluctances des aimants déposés sont partiellement reportées sur celles de l'entrefer (cf. **Figure 3-23**) pour respecter une distribution du flux plus réaliste. Afin de prendre en compte les conditions de périodicité une boucle comprenant les réluctances de l'aluminium est définie.

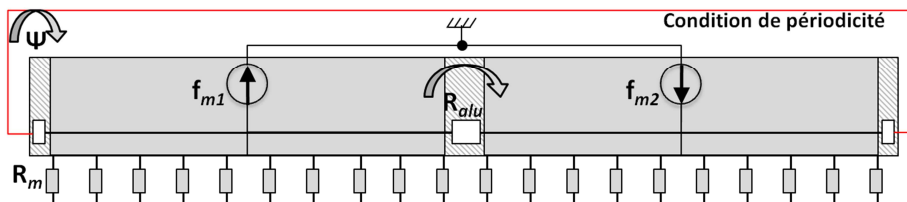


Figure 3-23— Réseau de réluctances du rotor de la machine double stator

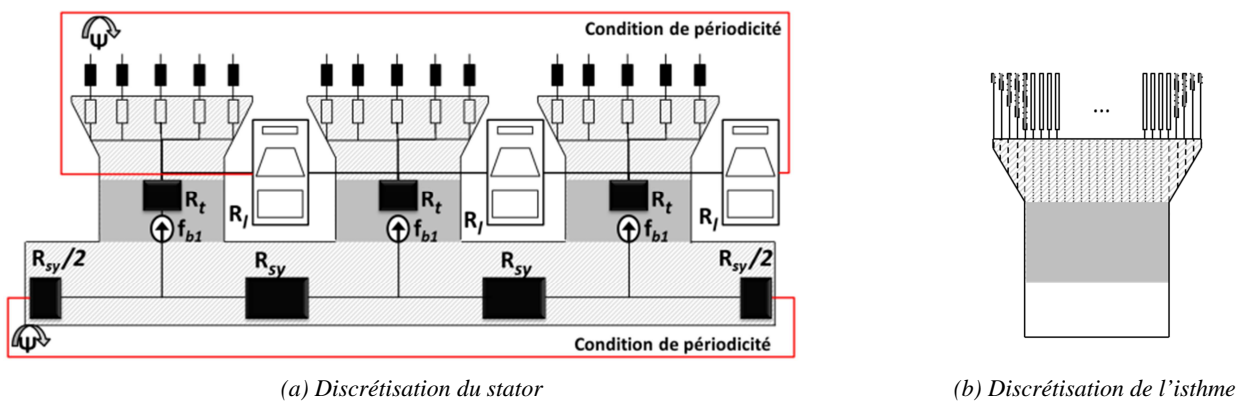


Figure 3-24— Réseau de réluctances du stator de la machine double rotor, avec épanouissement dentaire

Le stator de cette machine comprend la culasse (cf. **Figure 3-24**) et les dents présentent des épanouissements dentaires (isthmes). De nouveau, les réluctances « fer » de la partie supérieure des dents sont reportées sur les réluctances verticales. La longueur associée à ces réluctances est variable afin de prendre en compte la forme des isthmes.

Des réluctances R_t sont affectées aux parties inférieures des dents et les réluctances R_{sy} sont affectées à chaque partie de culasse entre les dents. La réluctance de fuite entre dents est composée de 3 réluctances mises en parallèles. Deux mailles doivent être définies afin de tenir compte des conditions de périodicité (cf. **Figure 3-24**). Le bobinage de la machine est un bobinage sur dent, dans le cas d'une structure 12/10 triphasée, deux bobines de dents successives constitueront une phase.

3. 4. 6 Prise en compte d'effets 3D

Dans le cas de la machine 12/10, un effet 3D dû à une concentration du flux des aimants doit être pris en compte lors de la modélisation de la machine. En effet les dimensions des rayons du stator et du rotor comme illustré sur la **Figure 3-25** et précisé dans le **Tableau 3-5** sont différents. Dans ce cas la profondeur de la machine n'est plus uniforme. Ainsi pour la section de passage de flux au niveau des aimants, la profondeur de l'aimant est calculée selon (3.16) avec les rayons internes Rot_{int} et externe Rot_{ext} .

	Rotor	Stator
Diamètre intérieur	100 (mm)	117 (mm)
Diamètre extérieur	230 (mm)	217 (mm)

Tableau 3-5—Diamètres de la machine 12/10 double stator-simple rotor

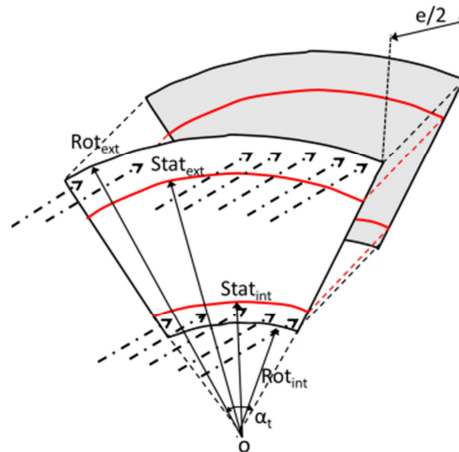


Figure 3-25— Représentation des effets 3D dus à la différence de rayons stator/rotor

Afin de tenir compte de l'excédent d'entrefer existant, sur la **Figure 3-25**, la schématisation de la direction du flux d'entrefer, des réluctances parallèles aux réluctances verticales liant le rotor et l'entrefer sont prises en compte. Les réluctances parallèles sont données selon (3.25) et la réluctance verticale liée à l'entrefer selon (3.26). Avec nb_{VR} le nombre de réluctances verticales par pôle rotorique et α_t l'ouverture d'une dent statorique.

$$\begin{cases} a_{y1} = (e/2) / \left(\mu_0 \cdot (\alpha_t / nb_{VR}) \cdot (Rot_{ext}^2 - Stat_{ext}^2) \right) \\ a_{y2} = (e/2) / \left(\mu_0 \cdot (\alpha_t / nb_{VR}) \cdot (Stat_{int}^2 - Rot_{int}^2) \right) \end{cases} \quad (3.25)$$

$$\frac{1}{a_{yTotal}} = \frac{1}{a_y} + \frac{1}{a_{y1}} + \frac{1}{a_{y2}} \quad (3.26)$$

3.5 Détermination des grandeurs caractéristiques

Pour analyser les performances des machines électriques, certaines caractéristiques électromagnétiques telles que le couple développé, la force électromotrice ou les oscillations de couple sont à déterminer. Ainsi dans les paragraphes suivants, la détermination de ces grandeurs est présentée.

3.5.1 Forces électromotrices

La force électromotrice par phase est due à la variation temporelle du flux par phase Φ_{ph} en fonction du temps. Elle s'exprime selon la loi de Faraday (3.27). Le flux par phase est le flux capté par le bobinage statorique φ_s à nbs spires sur une dent et déterminé selon (3.28).

$$e_{ph} = -\frac{d\Phi_{ph}}{dt} \quad (3.27)$$

$$\Phi_{ph} = nbs \cdot \varphi_s \quad (3.28)$$

L'équation (3.27) peut être décomposée selon :

$$e_{ph} = -\frac{d\Phi_{ph}}{d\theta} \cdot \frac{d\theta}{dt} = -\frac{d\Phi_{ph}}{d\theta} \cdot \Omega \quad (3.29)$$

Avec $d\theta$ le pas de rotation mécanique, dans le cas de la linéarisation de la géométrie il est assimilable à dx , Ω la vitesse de rotation en radians par seconde (rad/s).

3.5.2 Couple

Dans une machine synchrone à aimants permanents la valeur du couple instantané peut être décomposée en un couple réactif (lié à la variation de la réluctance du circuit magnétique), un couple hybride résultant de l'interaction entre les flux créés par les aimants et les enroulements statoriques et un couple de détente lié à l'attraction des parties saillantes statoriques avec les aimants. Ce dernier couple (responsable d'ondulations gênantes) [Nguy11] peut-être déterminé à vide (sans alimentation des bobinages), sa valeur moyenne est nulle.

3.5.2.1 Couple instantané

Généralement deux méthodes sont utilisées pour le calcul du couple instantané : la variation de la co-énergie entre deux positions instantanées (méthode des travaux virtuels) et la méthode du tenseur de Maxwell.

La première méthode est reconnue comme stable numériquement. Elle dépend moins de la discrétisation de l'entrefer mais nécessite un temps de calcul important. Pour un système magnétique en mouvement à courant constant, le couple électromagnétique est donné selon l'équation (3.30).

$$\Gamma = \frac{\Delta W_c}{\Delta \Theta} = R_{eq} \cdot \frac{\Delta W_c}{\Delta x} \quad (3.30)$$

La **Figure 3-26**, illustre pour un circuit, la relation entre la déformation du circuit magnétique et la variation de la co-énergie pour un courant i constant. Dans un circuit magnétique, le calcul des différentes co-énergies dépend du type de matériau présent. Dans le cas d'un matériau non-linéaire, la co-énergie est déterminée selon l'équation (3.31), le calcul numérique de l'intégral a été effectué par la méthode de trapèze. Les équations (3.32) (3.33) permettent de calculer respectivement les co-énergies dans les matériaux linéaires tel le cuivre ou l'air, et ceux des aimants [Lova99].

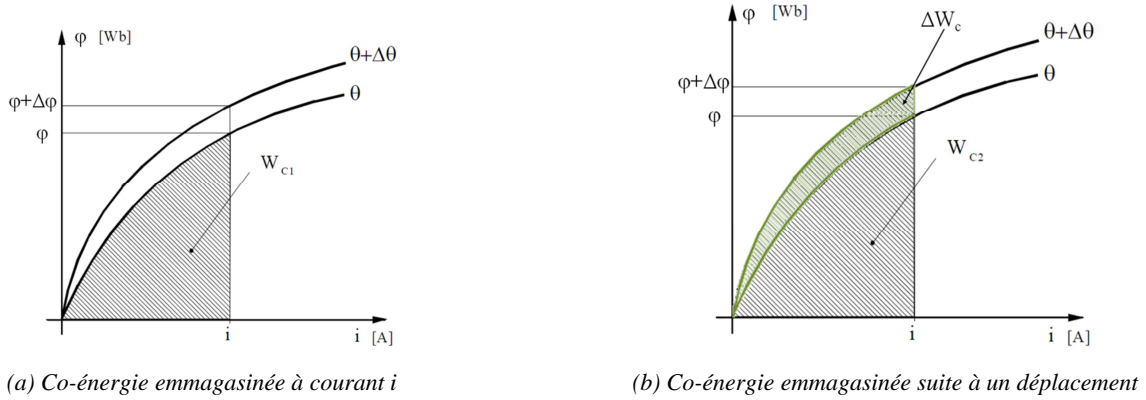


Figure 3-26— Co-énergie à courant constant

$$W_c^{NL} = \sum_{i=1}^{Nb_{NL}} Vol_i \left(B_i H_i - \int_0^{B_i} H(B_i) . dB_i \right) \quad (3.31)$$

$$W_c^L = \sum_{j=1}^{Nb_L} \left(\frac{1}{2} R_j \Phi_j^2 \right) \quad (3.32)$$

$$W_c^m = \frac{1}{2} Vol. (h_c - h_a) . B_a \quad (3.33)$$

La deuxième méthode dite méthode du tenseur de Maxwell (TDM) (3.34) permet de calculer directement le couple suite à la détermination des forces d'origine magnétique à partir de la distribution du champ [Barr03]. Dans le cadre de la modélisation par réseau de ré reluctances la détermination d'un contour fermé autour de la partie mobile est possible grâce aux conditions de périodicité. La discrétisation de l'entrefer permet de déterminer les valeurs de l'induction normale B_n (**Figure 3-16**) sur la couche verticale reliée au rotor et le champ tangentiel H_t peut être calculé sur la couche centrale.

$$\Gamma = R_{eq} d_{eq} \oint_C B_n . H_t . dl \quad (3.34)$$

3.5.2.2 Couple moyen

Le couple moyen peut être déduit à partir de la puissance électromagnétique, qui est fonction de la force électromotrice et des courants de phase (3.35). Le couple de détente est supposé de moyenne nulle.

$$P_{em} = e_a . i_a + e_b . i_b + e_c . i_c = \Gamma . \Omega \quad (3.35)$$

3.6 Validations numérique et expérimentale

Nous procédons à la validation numérique des différents modèles par l'intermédiaire du logiciel éléments finis FEMM. Dans un premier temps, cette validation concerne les machines à flux axial à double rotor. Les dimensions des deux machines 6/4 et 6/8 sont données dans le **Tableau 3-6** :

Variables	Machines (6/4) Valeurs	Machines (6/8) Valeurs
x1 Largeur de pôle rotorique	150 (mm)	75 (mm)
x2 Largeur de dent statorique	110 (mm)	110 (mm)
x3 Largeur d'aimant	3.195 (mm)	3.195 (mm)
x4 Hauteur de la dent statorique	41.7 (mm)	41.7 (mm)
x5 Hauteur du pôle rotorique	95.7 (mm)	95.7 (mm)
x6 Nombre de spires de bobines	10 (spires)	10 (spires)

Tableau 3-6—Dimensions des machines utilisées pour la validation

3.6.1 Flux magnétique

Une comparaison en linéaire des flux captés par les bobines des 3 phases des machines 6/4 et 6/8 est donnée sur les **Figure 3-27** et **Figure 3-28**. L'erreur maximale de modélisation pour la machine 6/4 est de 0.06% à 350A, le flux maximal donné par éléments finis est de 0.3746 (Wb) et celui par réseau de réductances est de 0.3769 (Wb).

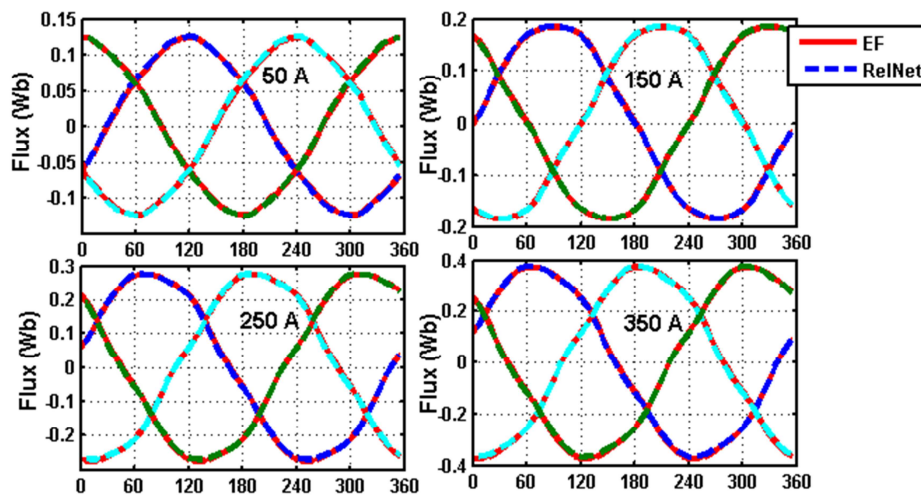


Figure 3-27— Comparaisons des flux RelNet/FEMM pour la machine 6/4 à différentes valeurs de courant

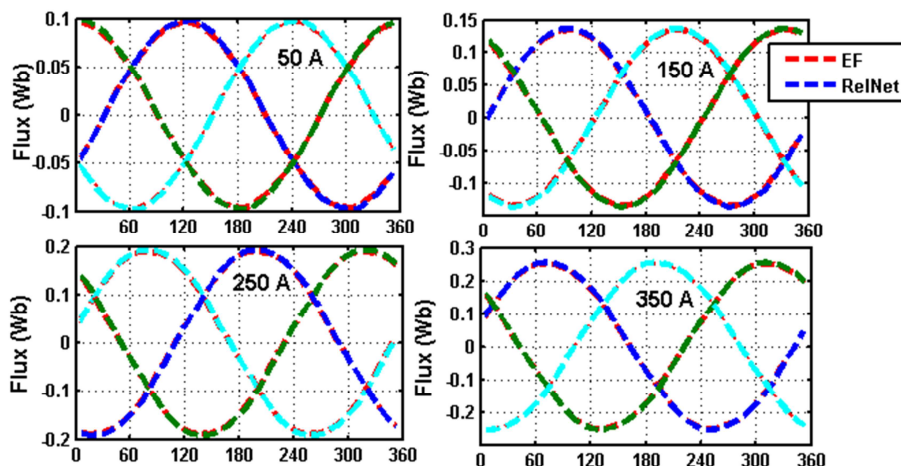


Figure 3-28— Comparaisons des flux RelNet/FEMM pour la machine 6/8 à différentes valeurs de courant

Afin de montrer l'intérêt de la discrétisation des dents du stator, on considère le flux obtenu pour un courant d'alimentation de 200 A sur la **Figure 3-29**. La comparaison entre les différents flux permet de mettre en valeur l'existence d'un déphasage qui se crée en état saturé et qui ne peut être pris en compte qu'avec le réseau de réductances qui discrétise la partie supérieure des dents. Sur les **Figure 3-30** et **Figure 3-31**, nous représentons la distribution des lignes de champs entre l'état non saturé et saturé issu de FEMM pour la machine 6/4.

Dans le cas saturé (cf. **Figure 3-31**), la zone la plus sollicitée possède une perméabilité très faible, le flux ϕ_1 ainsi dévie sa trajectoire en passant par la première dent et s'oppose au flux ϕ_2 , les lignes de champs dévient et passe par la dent 1, c'est pour cela on observe un déphasage du flux dans le cas saturé (cf. **Figure 3-9-b**).

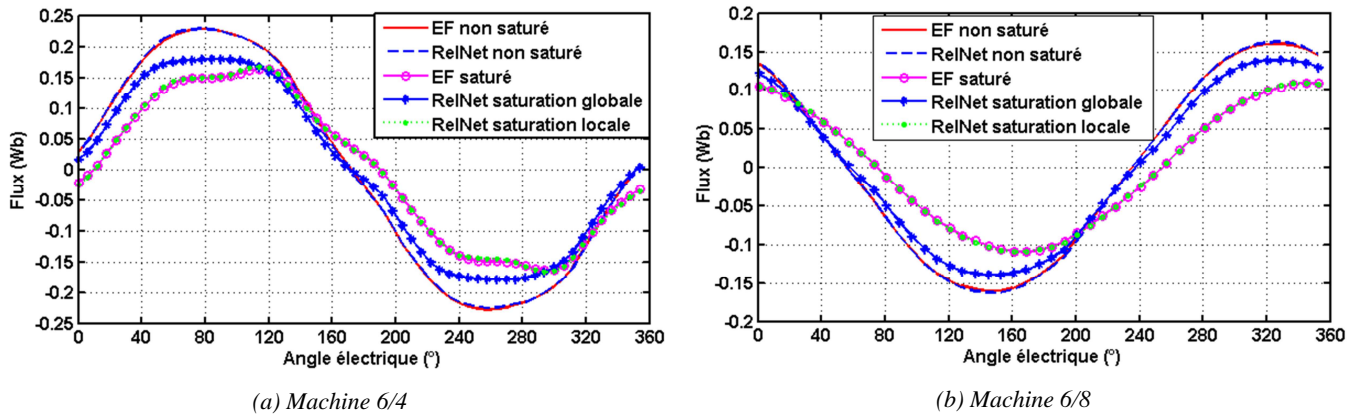


Figure 3-29— Comparaison des résolutions locale et globale machine 6/4 et 6/8

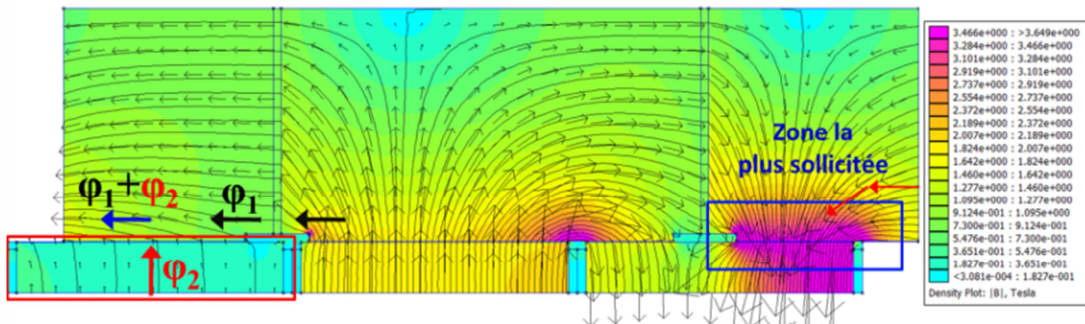


Figure 3-30— Distribution des lignes de champs dans l'état linéaire à 200 A

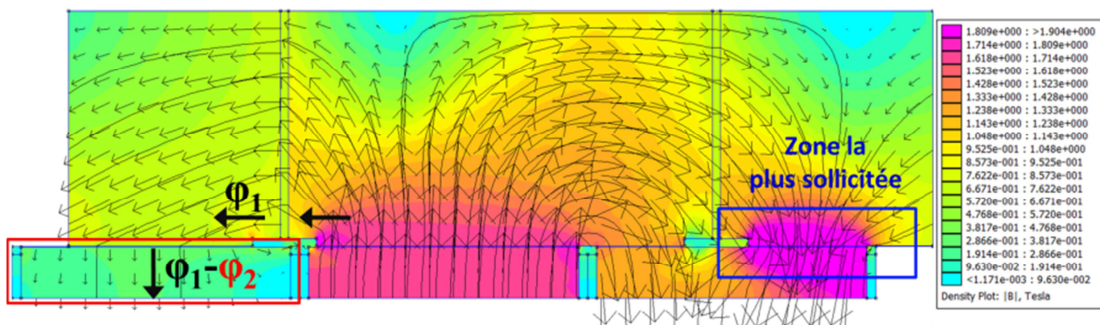


Figure 3-31— Distribution des lignes de champs dans l'état saturé à 200 A

Sur la **Figure 3-32**, une comparaison est donnée entre la modélisation par RelNet et le logiciel EF 2D (FEMM) pour les deux machines (une 6-dents/4-pôles et une 6-dents/8-pôles). Avec l'augmentation de la valeur de courant et l'influence de la saturation magnétique un écart entre les deux modèles EF/RelNet apparaît, mais reste très raisonnable car inférieur à 5%. Afin de mieux évaluer le modèle RelNet, une comparaison de la dérivée du flux (allure de la Fem) est représentée sur la **Figure 3-33**.

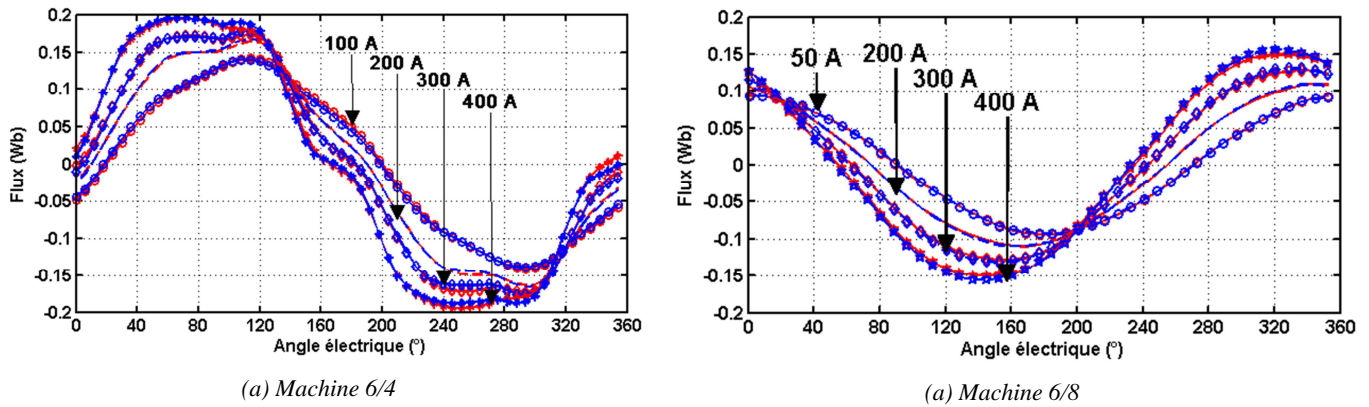


Figure 3-32— Comparaison en non-linéaire des flux, EF : rouge, RelNet : bleu

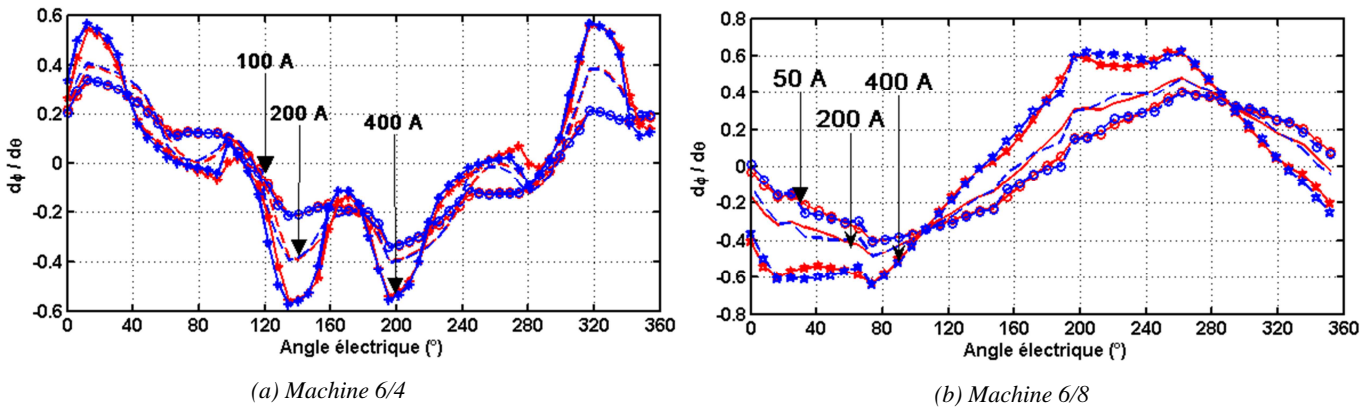


Figure 3-33— Comparaison en non-linéaire des dérivées de flux, EF : rouge, RelNet : bleu

Dans le **Tableau 3-7**, les temps de calcul des différents modèles sont donnés, on remarque que la précision du modèle par réseau de réductances à des temps de calcul intéressants par rapport au temps nécessaire en EF. Ainsi, ce modèle peut être utilisé dans une procédure d'optimisation.

Machine	Modèle	Nbr. d'éléments	Nbr. de pas	Temps	Temps EF
6/4	Non saturé	555	60	1.5 s	30 s
6/4	Saturé	555	60	30 s	8 min
6/8	Non Saturé	1078	45	7 s	70 s
6/8	Saturé	1078	45	130 s	10 min

Tableau 3-7—Caractéristiques des modèles

3. 6. 2 Induction normale et couple électromagnétique

L'induction est déterminée dans l'entrefer grâce aux réductances verticales au niveau du rotor. En comparant les niveaux d'induction (cf. **Figure 3-34**) dans l'entrefer pour différentes valeurs de courant, nous retrouvons une bonne estimation assurée par le modèle à réseau de réductances par rapport au modèle sous FEMM. Pour 700 A, le niveau de saturation est très élevée ce qui explique l'écart remarquable par rapport aux autres valeurs d'induction. Il faut noter que la valeur de courant est limitée à 150 A, le dépassement de cette valeur dans nos comparaisons a pour but de montrer la robustesse de la modélisation choisie à différents niveaux de saturation.

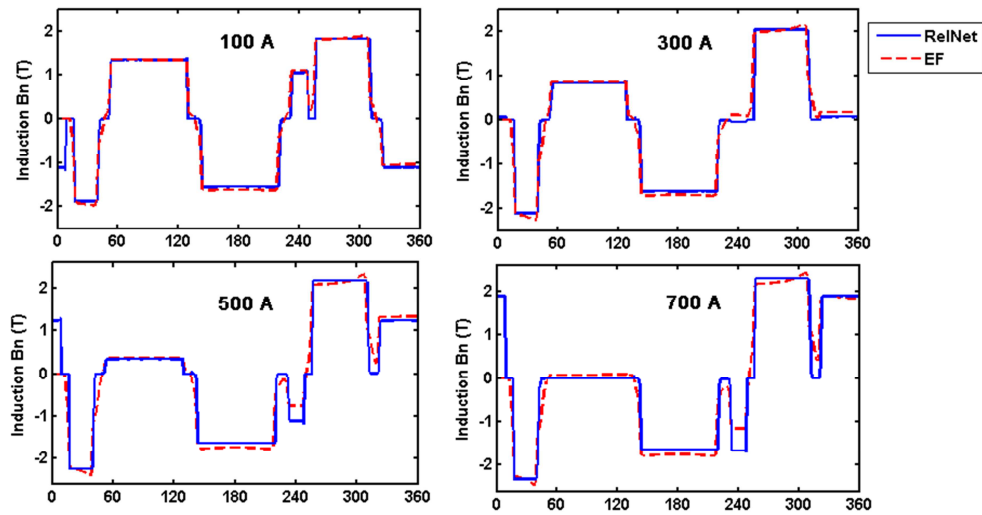


Figure 3-34— Comparaison de l'induction normale RelNet/FEMM pour différentes valeurs de courant

Une comparaison est donnée sur la **Figure 3-35**, entre l'allure du couple instantané déterminée par le TdM, la méthode des travaux virtuels et par éléments finis sous FEMM, montre la robustesse de la méthode que nous proposons grâce à la régularité des courbes et leur cohérence à différentes valeur du courant.

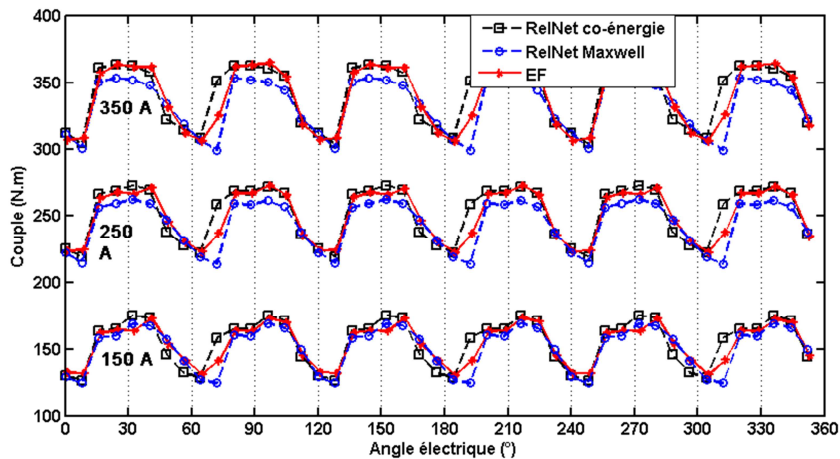


Figure 3-35— Ondulation de couple par FEMM, RelNet à travers TdM et Co-Energie

3. 6. 3 Validation expérimentale

Afin de confirmer davantage le choix de la modélisation établie, nous avons eu accès à des résultats expérimentaux. Ainsi, sur la **Figure 3-36** est montrée la comparaison de la Fem entre phases pour une vitesse de 502 tr.min⁻¹ entre le modèle de réseau de réductances et des mesures pour la machine 12-dents/10-pôles (cf. **Figure 3-13**). La Fem composée calculée avec le réseau de réductances est de 60 (V) alors que l'expérimentation indique 65 (V) ce qui donne une marge d'erreur inférieure à 8%. Avec un courant de 110 (A), les résultats expérimentaux donnent un couple de 216 (N.m), alors que par réseau de réductances le couple déduit est de 213 (N.m).

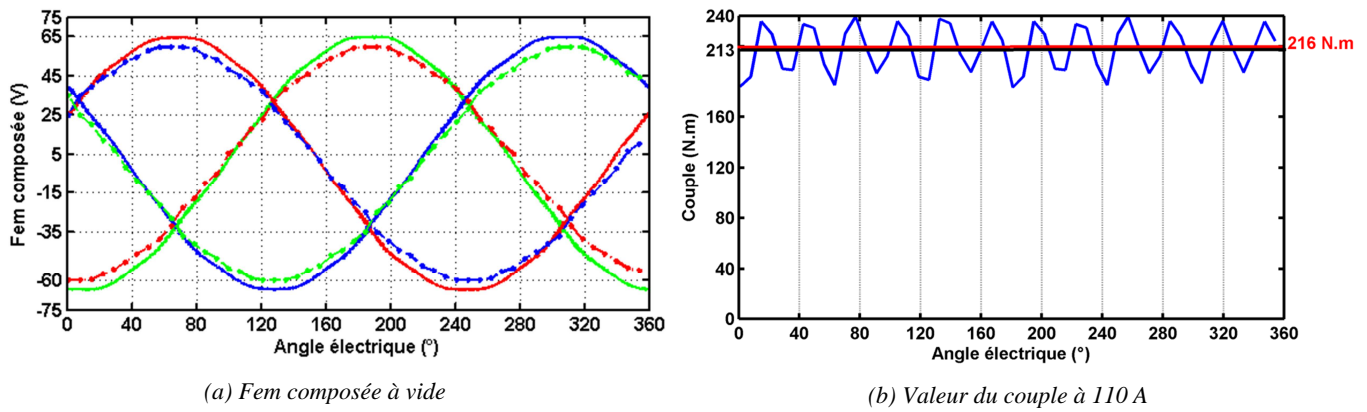


Figure 3-36— Comparaison RelNet/expérimentale

3.7 Extension aux machines à flux radial

Les modèles présentés précédemment sont transposables aux machines à flux radial. Afin de donner une idée, nous représentons une machine radiale 6/4. Par des effets de symétrie, la moitié de la machine est seulement modélisée (cf. **Figure 3-37**). Les paramètres géométriques pris en compte sont représentés dans la **Figure 3-38** et leurs significations dans le **Tableau 3-8**. La **Figure 3-39** présente la comparaison du flux à vide de deux machines à flux radial de dimensions différentes.

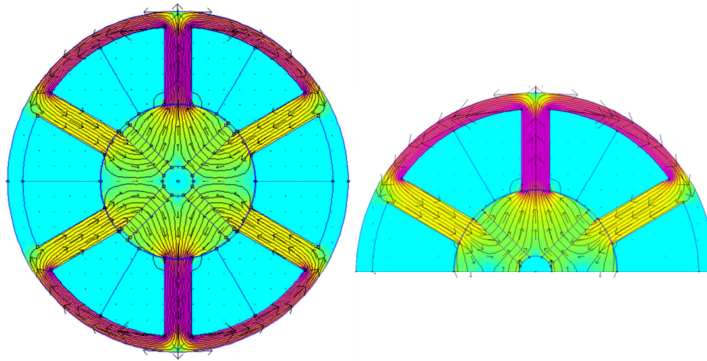


Figure 3-37— Cartographie de champ magnétique d'une machine à flux radial à concentration de flux

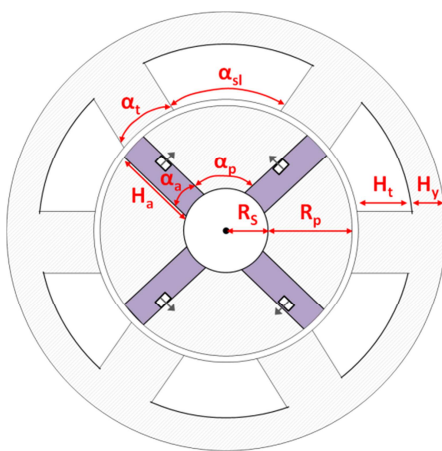
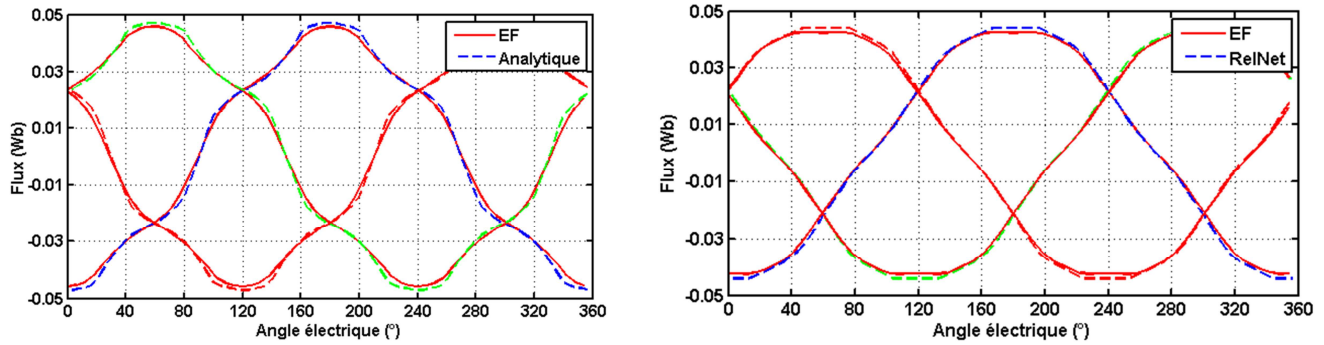


Figure 3-38— Données géométriques de la machine à flux radial

Variables	Expressions
α_t	Ouverture dent stator
α_{sl}	Ouverture encoche
α_p	Ouverture pôle rotor
α_a	Ouverture aimant
R_s	Rayon d'arbre
R_p	Rayon rotor
H_a	Hauteur aimant
H_t	Hauteur dent
H_v	Hauteur culasse
e	Largeur entrefer
prof.	Profondeur de la machine
nbs	Nombre de spires

Tableau 3-8— Expressions des variables de la machine à flux radial

Les comparaisons de flux entre résultats obtenus par éléments finis et réseau de réductances (cf. **Figure 3-39**), présentent une erreur maximale est de 2%. Cela montre l'efficacité du modèle proposé dans cette thèse, ainsi que de son adaptabilité à différentes structures.



(a) $X1=[(\pi/9), 6*\pi/9, (\pi-2*\pi/4)/2, \pi/4, 10, 40, 38, 50, 0.8, 10, 88, 10]$

(b) $X2=[(5*\pi/18), \pi/18, (\pi-2*\pi/4)/2, \pi/4, 5, 40, 38, 50, 0.5, 30, 88, 10]$

Figure 3-39— Comparaison à vide RelNet/Femm des flux captés

Dans le cadre de la conception des machines électriques destinées aux entraînements à vitesse variable tels que les VE ou VEH, il est nécessaire d'établir un bilan énergétique. Nous allons donc nous intéresser à l'évaluation des pertes afin de déterminer du système convertisseur-machine.

3.8 Modélisation des pertes

Les pertes du système convertisseur-machine se décomposent en pertes convertisseurs et celles qui sont dans la machine électrique, c'est-à-dire, les pertes cuivre, les pertes fer, les pertes dans les aimants et les pertes mécaniques, un bilan de puissance est donné dans la **Figure 3-40**.

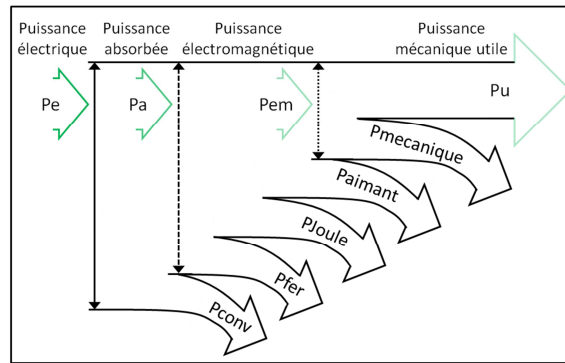


Figure 3-40— Bilan des pertes

Les pertes mécaniques (frottement, ventilation) provoquées par le déplacement du rotor ne seront pas considérées. La modélisation des différentes pertes électromagnétiques requiert leur localisation ainsi que la mise en place des modèles bien adaptés au type de modélisation choisie par réseau de réductances.

3.8.1 Modélisation des pertes Joules

Nous tenons compte des pertes joules localisées dans les conducteurs statoriques. Les pertes joules se manifestent à un passage de courant électrique dans un conducteur de résistance R sous la forme de dissipation forme de chaleur. Elles sont déterminées par phase tel que :

$$P_J = R I_{eff}^2 \tag{3.36}$$

3. 8. 2 Modélisation des pertes fer

Les pertes localisées dans les matériaux ferromagnétiques doux sont très complexes et nécessitent de modèles plus ou moins détaillés et précis afin de fournir une estimation correcte et viable vis-à-vis du rendement de la machine. Dans le cas des machines à aimants enterrés, les pertes fer sont souvent supérieures à celles des aimants en surface. Ceci est dû à l'anisotropie du rotor qui accroît les harmoniques de champ dans l'entrefer. Plusieurs modèles d'estimation des pertes fer existent, ils sont résumés dans [Krin12].

Les phénomènes dissipatifs font partie des problèmes qui nécessitent différentes approches et se produisent lors de la variation d'état du matériau à l'échelle microscopique. Par contre, l'analyse des grandeurs physiques mises en jeu dans les matériaux ferromagnétiques ne peut se faire qu'au niveau macroscopique. La formulation classique des pertes fer décompose celles-ci en trois termes : On distingue ainsi les pertes par hystérésis, les pertes par courants de Foucault et les pertes par excès qui ne sont pas prises en compte dans notre analyse.

Les pertes volumiques par hystérésis sont données suivant l'équation suivante :

$$P_{hyst} = (k_{h1} \cdot \Delta B + k_{h2} \cdot \Delta B^2) f \quad (3.37)$$

Les pertes volumiques par courant de Foucault peuvent être généralisées sous la forme (3.38), dans le cas particulier d'une induction sinusoïdale, l'équation des pertes est donnée selon (3.39).

$$P_{cf} = k_f \frac{1}{T} \int_0^T \left(\frac{dB}{dt} \right)^2 dt \quad (3.38)$$

$$P_{cf} = k_f \cdot 2 \cdot \pi^2 \cdot f^2 \cdot B_{max}^2 \quad (3.39)$$

Pour calculer les pertes fer, l'allure de l'induction est influente ainsi que les caractéristiques des tôles utilisées. Elles se matérialisent par la détermination des trois coefficients K_{h1} , k_{h2} , k_f . La valeur de K_{h1} est considérée comme négligeable car l'influence de k_{h2} est généralement prépondérante [Hoan95].

$$K_f = \frac{e_p^2}{12 \cdot \rho} \quad (3.40)$$

Les coefficients k_f et k_{h2} et sont calculés respectivement d'après (3.40) et (3.41), e_p représente l'épaisseur de tôle, ρ la résistivité électrique, B_m l'induction maximale à une fréquence donnée f , ρ_v la masse volumique, et P_{spec} des pertes volumiques spécifiques données par le constructeur.

$$K_{h2} = \frac{P_{spec} \cdot \rho_v - 2 \cdot \pi^2 \cdot K_f \cdot B_m^2 \cdot f^2}{4 \cdot B_m^2 \cdot f} \quad (3.41)$$

3. 8. 3 Modélisation des pertes aimants

Les pertes dans les aimants permanents d'une machine synchrone sont essentiellement dues aux courants induits macroscopiques créés par la variation de l'induction $B(t)$ sur le matériau conducteur massif [Bena07]. Ces pertes augmentent la température de l'aimant [Mili86] [Bena07], elles peuvent modifier les propriétés et notamment provoquer la démagnétisation de l'aimant si sa température dépasse le point de Curie [Bett10]. Afin d'estimer les pertes par courants de Foucault dans les aimants plusieurs modèles ont été développés, dont des modèles analytiques [Poli99] et des modèles numériques.

[Bett10] compare trois formulations analytiques afin d'estimer les pertes dans les aimants avec la méthode des éléments finis. Le premier cas de figure est présent lorsque l'aimant est de forme rectangulaire très long telle que ($l > 5d$) avec l la longueur de l'aimant et d sa largeur. L'équation analytique des pertes volumiques adaptée à cette forme est :

$$P_a = \frac{\pi^2 f^2 B_{max}^2 d^2}{6 \rho_m} \quad (3.42)$$

Avec, ρ_m la densité volumique. Le deuxième cas, quand l'aimant est de forme carré :

$$P_a = \frac{\pi^2 f^2 B_{max}^2 d^2}{16 \rho_m} \quad (3.43)$$

Et afin de généraliser l'auteur en déduit une formule dans un cas général donné par :

$$P_a = \frac{\pi^2 f^2 B_{max}^2}{8 \rho_m} \cdot \frac{l^2 d^2}{(l^2 + d^2)} \quad (3.44)$$

Dans le cas des machines à flux axial, la forme des aimants peut être approximée en une forme rectangulaire longue. En comparant (3.42) à (3.44) [Bett10] déduit que la première équation est plus précise dans le cas des aimants longs et l'erreur au niveau des pertes comparées avec les EF est inférieure à 15%. Ainsi nous retenons la première équation afin d'évaluer les pertes dans les aimants.

3.8.4 Modélisation des convertisseurs

Le convertisseur de puissance utilisé est de type IGBT et nous tenons compte des pertes par commutation (3.45), par recouvrement (3.46) et par conduction (3.47) [Casa94]. Avec V_{cc} la tension de bus, f_{sw} la fréquence de commutation, I le courant au stator, I_n le courant nominal de l'IGBT, t_{rn} le temps de montée et t_{fn} le temps de descente du courant, t_{rr} le temps de recouvrement, V_{co} tension de seuil de l'IGBT, V_{cen} tension nominale de l'IGBT. Les différentes grandeurs peuvent être retrouvées dans des données de constructeurs [STMi06].

$$P_{com} = \left(\frac{1}{8} V_{cc} t_{rn} \frac{I^2}{I_n} f_{sw} + V_{cc} I t_{fn} f_{sw} \left(\frac{1}{3\pi} + \frac{1}{24} \frac{I}{I_n} \right) \right) \quad (3.45)$$

$$P_{rr} = V_{cc} f_{sw} \left[\left(0.28 + \frac{0.38}{\pi} \frac{I}{I_n} + 0.015 \left(\frac{I}{I_n} \right)^2 \right) Q_{rr} + \left(\frac{0.8}{\pi} + 0.05 \frac{I}{I_n} \right) I t_{rr} \right] \quad (3.46)$$

$$P_{cond} = \left(\frac{V_{cen} - V_{co}}{I_n} \cdot \frac{1}{8} I^2 \right) \cdot 2 + \left(\frac{1}{2\pi} V_{co} I \right) \quad (3.47)$$

3.9 Dimensionnement sur cycle

Dans le cadre de notre étude, le dimensionnement des machines à flux axial se fera sur un cycle caractéristique de véhicules. Dans cette partie, nous décrivons dans un premier temps les profils de vitesse retenus, l'exploitation de ces cycles afin de dimensionner des machines, la modélisation des pertes sur ces cycles par la méthode des barycentres et à la fin l'utilisation du modèle par réseau de réductances dans le cadre de ce dimensionnement.

3.9.1 Cycle de fonctionnement du véhicule

Un cycle routier représente le comportement d'un véhicule (accélération, freinage, temps morts,...). Il existe plusieurs cycles réglementés, dont les cycles dits « européens », « américains » et « japonais ». Les cycles Artemis sont des cycles de conduite européens qui représentent un ensemble de points de vitesse du véhicule en fonction du temps. Ces cycles sont qualifiés de transitoires car ils représentent de nombreuses variations de vitesse à contrario au cycle NEDC. Les cycles Artemis sont issus d'un projet à l'échelle européenne [Boul07] débuté en 2000 qui a deux objectifs :

Le premier est de comprendre les causes des différents modèles de prédiction des émissions basées sur les modèles réglementés ; Le deuxième est de développer une méthodologie harmonisée pour estimer les émissions de tous les modes de transport aux niveaux national et international.

Ainsi, nous distinguons 3 configurations de cycle différentes : autoroute, urbain et routier, dans le contexte de notre étude, les cycles urbain et routier seront combinés afin de constituer un seul cycle (cf. **Figure 3-41-Figure 3-42**).

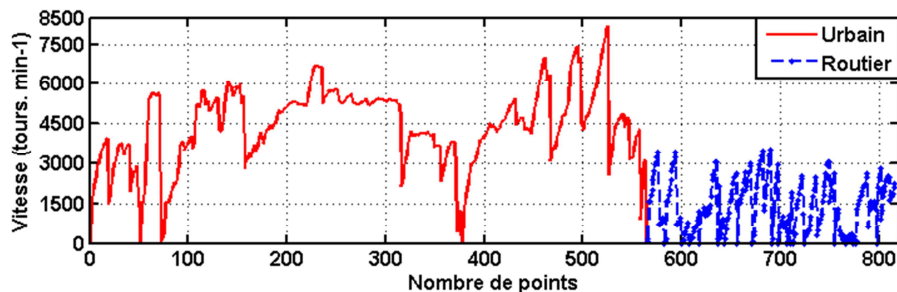


Figure 3-41— Cycle routier/ Urbain vitesse Artemis

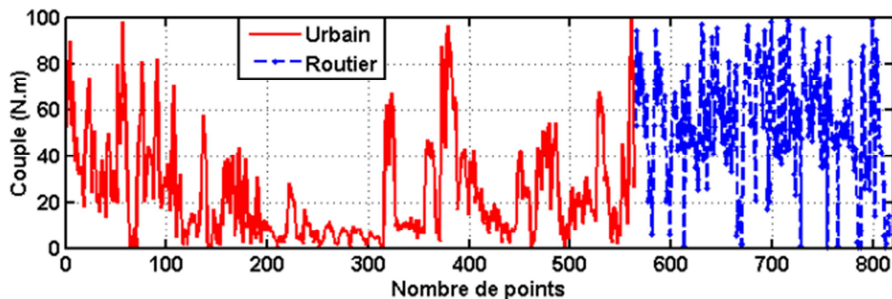


Figure 3-42— Cycle routier/ Urbain couple Artemis

3.9.2 Caractérisation d'un point de fonctionnement

Dans le cadre du dimensionnement des machines électriques, les cycles sont projetés sur un plan couple vitesse, où les différentes pertes seront calculées par l'intermédiaire de deux méthodes : la première requiert le calcul des pertes sur différents points dits points de fonctionnement. Dans ce cas, nous obtenons plus de 800 points de fonctionnement (cf. **Figure 3-41**). La deuxième méthode consiste à calculer les différentes pertes par l'intermédiaire de la méthode des barycentres [Kreb12] (cf. **Figure 3-43**). Chaque barycentre est représenté par différents paramètres résumés dans le **Tableau 3-9**. La courbe enveloppe est déduite pour une puissance constante de 31 kW.

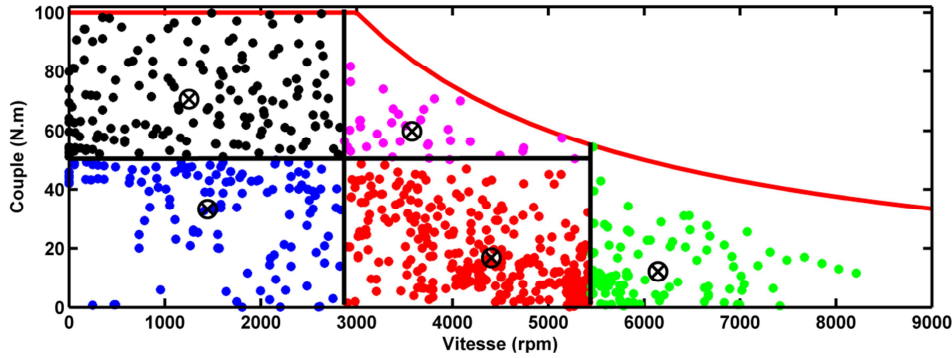


Figure 3-43— Cartographie couple/ vitesse

Expression	Paramètre par barycentre i
Vitesse moyenne et vitesse moyenne quadratique	$\langle \Omega \rangle_i, \langle \Omega^2 \rangle_i^{1/2}$
Couple moyen et couple moyen quadratique	$\langle T \rangle_i, \langle T^2 \rangle_i^{1/2}$
Nombre de points associé à chaque barycentre	N_i

Tableau 3-9—Paramètres associés aux barycentres

Dans ce qui suit, nous procédons à la description des différents modèles de pertes sur un cycle de fonctionnement.

3. 9. 3 Modélisation des pertes sur cycle

Afin de réduire au mieux le temps de calcul, la détermination des pertes sur l'ensemble des points de fonctionnement est substituée par un nombre faible de barycentre. Les équations de pertes décrites précédemment sont réadaptées afin que les barycentres soient représentatifs de l'ensemble qu'ils substituent.

Le couple est une caractéristique dépendante du courant (3.48), ainsi en la remplaçant dans l'équation des énergies sur une région « i » représentée par un barycentre (3.49), on en déduit l'équation des pertes par effet Joule (3.50).

$$T_k = \alpha_k I_k \quad (3.48)$$

$$(E_J)_i = \Delta t \cdot \sum_{k=1}^{N_i} R \cdot I_k^2 \quad (3.49)$$

$$(E_J)_i = N_i R I_i^2 \frac{\langle T^2 \rangle_i}{\langle T \rangle_i^2} \quad (3.50)$$

La pulsation électrique ω est donnée en fonction du nombre de pair de pôles et la vitesse angulaire Ω et en fonction de la fréquence électrique f tel que :

$$\omega = p \cdot \Omega, \quad \omega = 2 \cdot \pi \cdot f \quad (3.51)$$

Afin de déduire l'équation des pertes fer (3.52) lors du calcul sur barycentre, la substitution des équations (3.51) dans (3.37) et (3.38). Les pertes aimants sont déduites de la même manière et représentées par (3.53).

$$(E_{fer})_i = \left(k_h \frac{2p}{\pi} \langle \Omega \rangle B_{\max}^2 + k_f \frac{2}{p^2} \langle \Omega^2 \rangle B_{\max}^2 \right) N_i \quad (3.52)$$

$$(E_{aimant})_i = \left(\frac{e_m^2}{12\rho_m} \langle \Omega^2 \rangle B_{max}^2 \right) N_i \quad (3.53)$$

3.9.4 Intégration du réseau de réductances dans le dimensionnement sur cycle

L'objectif final du modèle développé est d'être intégré dans une méthodologie de dimensionnement sur cycles. Afin de calculer les performances souhaitées, trois cartographies différentes peuvent être mises en place:

- 1) La première la plus générale, est une cartographie de flux en fonction de la position du rotor, de la valeur du courant et de l'angle de déphasage. Elle est illustrée par le diagramme sur la **Figure 3-44**
- 2) On en déduit une cartographie de couple moyen en fonction du courant et de l'angle de déphasage.
- 3) La dernière est une cartographie de coefficient de F.E.M ($d\varphi/d\theta$).

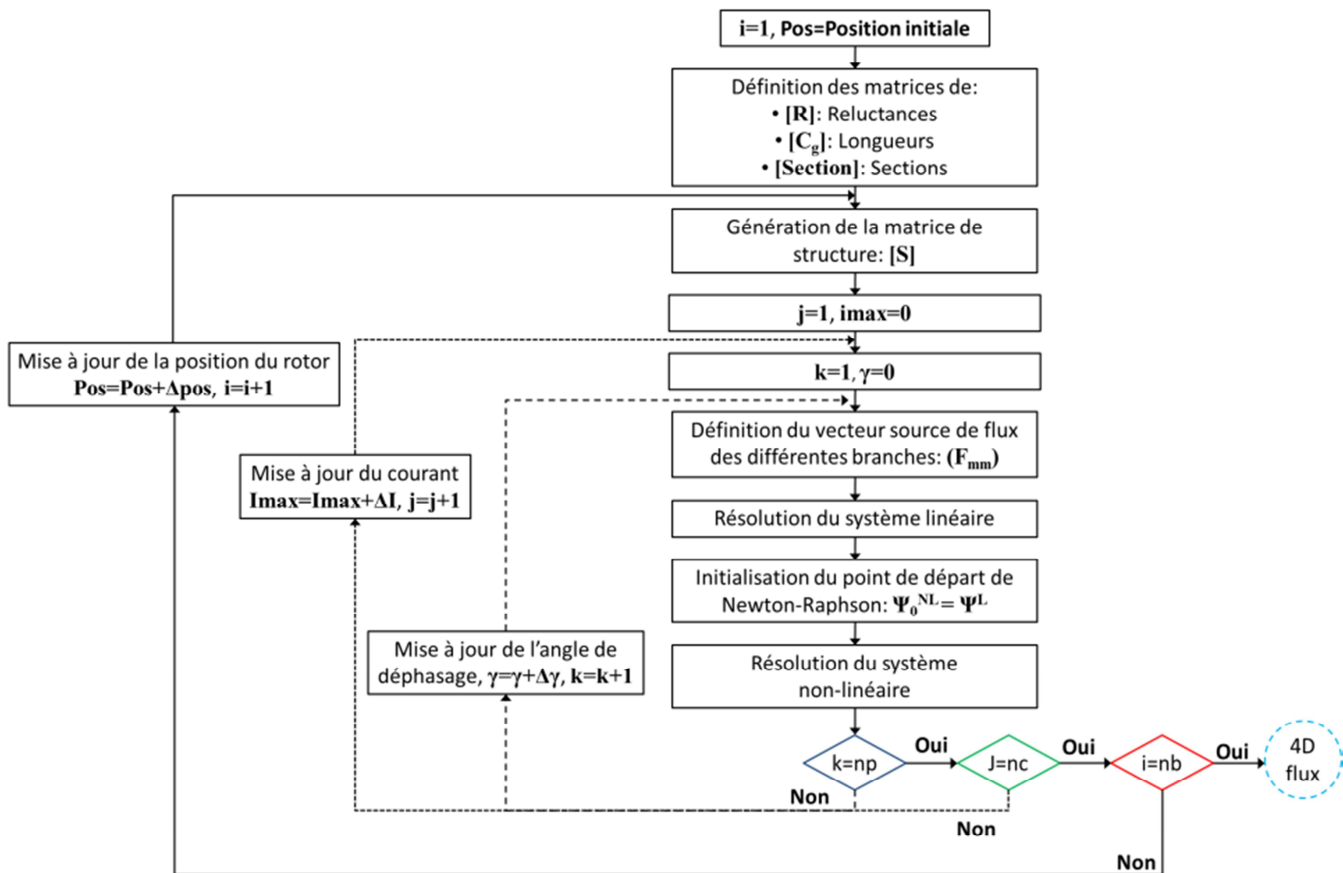


Figure 3-44— Organigramme de l'établissement de la cartographie de flux 4D

A titre d'exemple, nous reprenons la machine 6/4 (dont les dimensions sont représentées dans le **Tableau 3-6**), les cartographies de flux (linéaire et non-linéaire) correspondant à ceux captés par la première dent sont données sur la **Figure 3-45**. Si l'on se place à 150 A et 0° de déphasage, nous obtenons l'allure du flux donné sur la **Figure 3-45-c**. L'utilité de ces cartographies sera mise en valeur dans le chapitre suivant, dans une procédure d'optimisation multi-niveau.

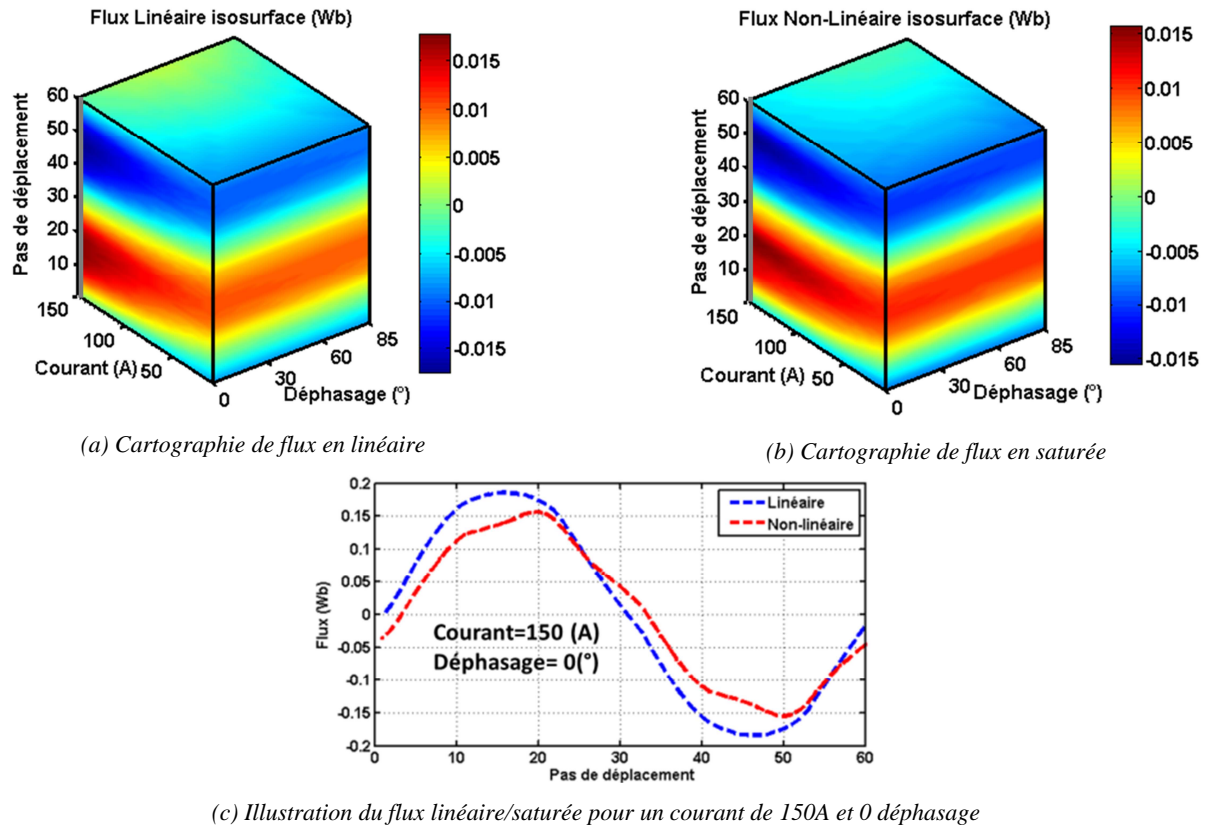


Figure 3-45—Cartographies de flux

Des cartographies de couple moyen et de coefficient de Fem en charge (cf. **Figure 3-47**) en fonction du courant et de l'angle de déphasage peuvent être aussi déduites. La caractérisation d'un point de fonctionnement se fait par l'intermédiaire de ces cartographies selon le diagramme illustré sur la **Figure 3-46**.

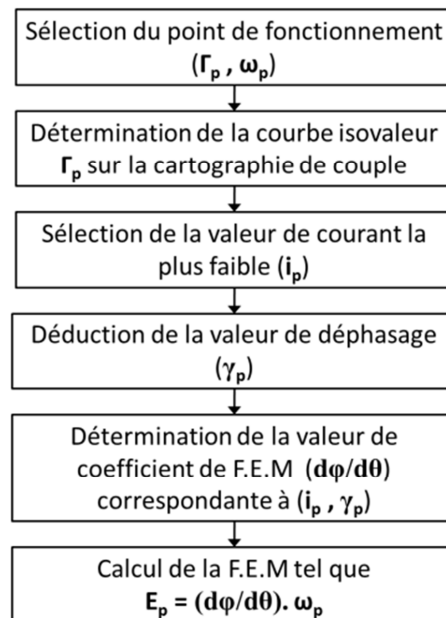


Figure 3-46— Organigramme de détermination des grandeurs caractéristiques des machines

Un exemple est donné dans le **Tableau 3-10** et est illustré sur les cartographies dans la **Figure 3-47**.

Couple demandé	Vitesse	Courant i_p	Déphasage γ_p	Coefficient Fem	Fem
80 (N.m)	500 (tr/min)	117,06 (A)	20 (°)	0,339	17,775 (V)

Tableau 3-10—Exemple de détermination de couple et Fem

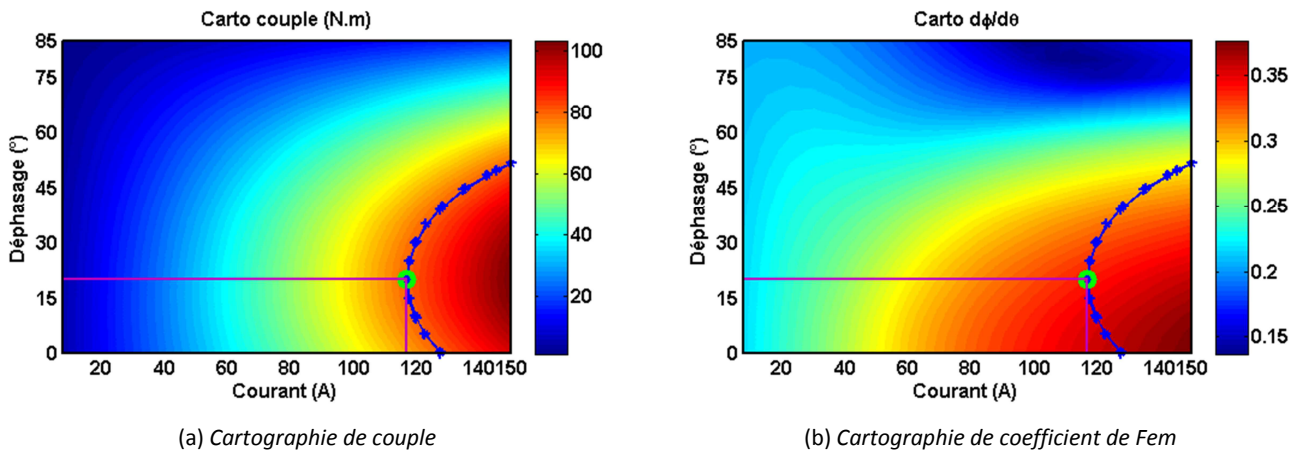


Figure 3-47— Cartographies couple et Fem

3.10 Conclusion

Les études abordées dans ce troisième chapitre, reposent sur la modélisation magnétique et énergétique des machines synchrones. Ces aspects correspondent aux besoins d'un modèle de pré-dimensionnement sur un cycle de fonctionnement d'un véhicule électrique. Pour ce faire, le modèle semi-numérique adopté à base de réseau de réluctances intègre les problématiques de :

Modélisation générique : suite au découplage de la structure du réseau représenté par la matrice S et l'expression des différentes dimensions à travers les réluctances représentées par R .

Modélisation du phénomène de saturation magnétique : cette problématique est résolue grâce à l'introduction d'un système non-linéaire dérivable, dont la jacobienne a été identifiée. Cela permet de le résoudre par l'intermédiaire d'une méthode itérative d'ordre 1, par exemple : Newton-Raphson.

Prise en compte du mouvement : ceci est rendue possible grâce à une modélisation en 3 couches de l'entrefer, dont une horizontale et deux verticales. Une couche verticale ancrée au stator et une couche mobile fixée au rotor.

Modélisation des grandeurs magnétiques : grâce à la modélisation de l'entrefer, outre la méthode des travaux virtuels, l'ondulation de couple et le couple moyen peuvent être calculés par l'intermédiaire du tenseur de Maxwell, ce qui permet de réduire le temps de calcul. Suite à la prise en compte du mouvement, la force électromotrice peut être déterminée.

Modélisation intégrable dans un processus d'optimisation : le temps de calcul nécessaire est nettement inférieur à celui obtenu par la méthode des éléments finis. Par ailleurs, la précision du modèle est loin d'être dégradée. Lors d'un dimensionnement par optimisation sur un cycle de fonctionnement de véhicule électrique, le nombre de sollicitations du modèle est très élevé, ainsi en combinant rapidité et précision, le modèle proposé prend tout son intérêt.

La validation numérique grâce à un logiciel EF (FEMM) est proposée sur deux machines à flux axial à double rotor et simple stator (6/4 et 6/8) ainsi qu'une validation expérimentale d'une autre structure de double stator et simple rotor. Par ailleurs, outre les grandeurs comparées, d'autres caractéristiques doivent être validées dans le futur. Bien que l'étude qui suivra dans le chapitre 4 porte sur le dimensionnement des machines à flux axial, nous avons proposé de valider la modélisation adoptée sur une machine à flux radial afin de montrer l'adaptabilité de l'architecture réseau choisie.

La modélisation énergétique est illustrée grâce à la modélisation des différentes pertes dans la machine ainsi que dans l'onduleur. Le modèle énergétique tient compte des pertes par effet Joules, des pertes fer au stator et au rotor ainsi que des pertes dans les aimants. Afin d'intégrer ce modèle sur un dimensionnement sur cycle, nous avons adopté le calcul des pertes sur barycentre.

Enfin, nous avons montré l'intégration du modèle semi-numérique dans le cadre d'un dimensionnement sur cycle. Des cartographies de couple moyen et de Fem sont déterminées afin de pouvoir caractériser les grandeurs électriques des machines sur tout point de fonctionnement.

Dans le chapitre suivant, nous aborderons la problématique de dimensionnement sur cycle couplé à une technique d'optimisation multi-niveau.

Chapitre 4 Résolution du problème d'optimisation

Sommaire

4.1	INTRODUCTION	114
4.2	FORMULATION DU PROBLEME D'OPTIMISATION	114
4.2.1	<i>Analyse de l'influence des variables : technique du screening</i>	114
4.2.2	<i>Principe</i>	114
4.2.3	<i>Plan factoriel complet</i>	116
4.2.4	<i>Application</i>	116
4.3	PROBLEMES D'OPTIMISATION	119
4.3.1	<i>Mono-objectif sous contraintes</i>	119
4.3.2	<i>Multi-objectifs sous contraintes</i>	120
4.4	CHOIX DE LA METHODE DE RESOLUTION	120
4.4.1	<i>Méthodes déterministes SQP</i>	120
4.5	METHODES STOCHASTIQUES	122
4.5.1	<i>Principe</i>	122
4.5.2	<i>Exemple</i>	123
4.5.3	<i>Conclusion</i>	123
4.6	LE SPACE MAPPING	123
4.6.1	<i>Principe et historique</i>	124
4.6.2	<i>Output Space Mapping</i>	125
4.7	LES MODELES DE SUBSTITUTION	127
4.7.1	<i>Surfaces de Réponses</i>	127
4.7.1.1	<i>Exemple</i>	128
4.7.2	<i>Modèles kriging</i>	129
4.7.3	<i>Exemple</i>	130
4.7.4	<i>Modèles RBF</i>	131
4.7.5	<i>Exemple</i>	134
4.8	COMPARAISON	134
4.9	RADIAL OUTPUT SPACE MAPPING	135
4.9.1	<i>Principe</i>	135
4.9.2	<i>Exemple</i>	137
4.10	APPLICATIONS	139
4.10.1	<i>Couplage de modèle à granularité différentes</i>	139
4.10.2	<i>Couplage linéaire/saturé</i>	141
4.11	ADAPTATION DU SPACE MAPPING AUX MODELES PAR RESEAUX DE RELUCTANCES	142
4.12	PRINCIPE	142
4.12.1	<i>Applications</i>	144
4.12.2	<i>Couplage linéaire/saturé</i>	144
4.13	OPTIMISATION MULTI-OBJECTIF	145
4.14	CONCLUSIONS	147

4.1 Introduction

Résoudre un problème de conception réside principalement dans le choix d'une méthode adaptée à cette fin. Dans le cadre d'un dimensionnement par optimisation, la méthode de résolution est un algorithme de nature déterministe ou stochastique. Par ailleurs, l'approche de résolution dépendra du cahier des charges, des objectifs de la conception, de la formulation du problème de conception.

Ce dernier chapitre a pour objectif, dans un premier temps de formuler le problème d'optimisation. Nous traitons le cas d'une optimisation mono-objectif. Elle consiste en une minimisation des pertes sur l'ensemble des points de fonctionnement du cycle routier sous certaines contraintes au niveau du couple et de la tension. Ce problème est résolu grâce à une méthode d'optimisation déterministe (SQP) couplée avec la technique du Space Mapping (SM).

Un problème d'optimisation multi-objectif est également formulé sur la base de deux objectifs contradictoires (la masse et les pertes) tout en maintenant les contraintes évoquées précédemment. La résolution de ce problème est abordée par une méthode d'optimisation stochastique (NSGA-II) couplé avec le SM.

Nous nous orientons vers une approche multi-niveau ou multi-granularité. Comme annoncé au premier chapitre, la technique du Space Mapping sera abordée comme technique d'optimisation multi-niveau, du fait de sa simplicité de mise en œuvre et de son efficacité. Cette technique sera combinée avec d'autres algorithmes d'optimisation afin de résoudre les problèmes considérés.

Nous proposons dans ce chapitre, deux contributions afin d'améliorer la technique du SM et de répondre au mieux aux besoins de la conception.

La première consiste à aborder cette technique par l'intermédiaire d'une méthode de modélisation (les méthodes à base radiale). Nous décrivons les méthodes les plus connues et les comparons sur la base d'un exemple. La deuxième consiste à coupler la technique du SM et le réseau de réluctances grâce à la matrice de flux définie en fin du chapitre 3.

4.2 Formulation du problème d'optimisation

4.2.1 Analyse de l'influence des variables : technique du screening

La méthode de screening par l'intermédiaire des plans d'expériences est une technique utilisée afin de déterminer les effets des variables (facteurs) sur les sorties (réponses) [Goup06]. Il existe une multitude de plans d'expériences dont les plans factoriels complets. La simplicité de la mise en place de ces plans et leur simple exploitation pour calculer les effets et interactions des variables sont les raisons qui nous ont conduits à les utiliser dans le cas de l'étude des machines à flux axial.

4.2.2 Principe

La technique du screening permet une analyse quantitative des facteurs considérés. Elle permet de classer les facteurs entre eux, relativement à leurs effets sur les sorties. Ainsi lorsqu'on veut étudier l'influence d'un facteur, on limite ses variations entre la borne inférieure et la borne supérieure. L'ensemble des valeurs entre les deux constitue le domaine de variation du facteur. Lorsqu'il y a plusieurs facteurs, les plages de variations sont différentes. Il est ainsi nécessaire de normaliser les domaines.

La méthode la plus prisée est la transformation en valeurs centrées réduites. Ainsi, les domaines de variations seront compris entre -1 (niveau bas) et 1 (niveau haut) (cf. **Figure 4-1**).

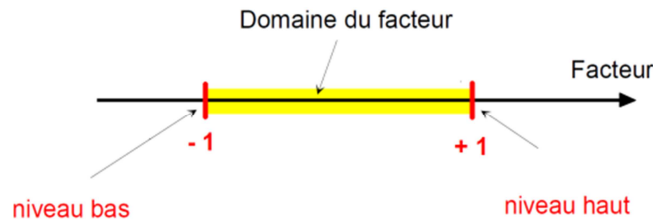


Figure 4-1— Domaine d'un facteur [Goup06]

A titre d'exemple, pour tester l'influence d'un facteur, il suffit de considérer 2 niveaux, [-1,1], et d'analyser la réponse du modèle sur ces niveaux. On peut déduire un graphe de tendance (cf. **Figure 4-2**) qui illustre au mieux l'action des facteurs sur les réponses et permet une sélection rapide des plus influents. L'effet d'un facteur apparaît comme une variation de la réponse quand on passe du niveau zéro au niveau haut du facteur [Goup06]. Si plusieurs facteurs existent, cette opération est répétée pour chaque facteur. On parle alors de plan factoriel complet à 2 niveaux. Une autre influence réside dans l'effet de l'action combinée de deux ou plusieurs variables sur la réponse. Cet effet est dit interaction.

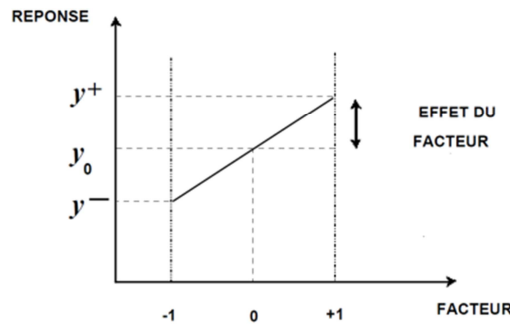


Figure 4-2— Exemple de graphe de tendance [Goup06]

La méthode de plan d'expériences indique grâce à une matrice d'expériences (ME), les expériences à réaliser qui seront par la suite étudiées afin d'analyser les effets des divers facteurs. Suite à la mise en place de la ME, un système est à résoudre pour calculer les divers effets et interactions. Il existe plusieurs types de plan, dont les plus classiques :

1. Plans factoriels complets : ce sont les plans les plus intuitifs. Ils sont obtenus par combinaison de tous les niveaux des facteurs considérés. Le nombre d'expériences, si l'on considère k facteurs à n niveaux chacun est :

$$N_{exp} = n^k \quad (4.1)$$

2. Plans fractionnaires : ils sont issus des plans factoriels. Par contre, ils sont plus économes du fait de combinaisons de certains effets afin de réduire le nombre de variables (effets et interactions) à retrouver. La taille du système à résoudre est réduite et par conséquent le nombre d'expériences. Cela peut se faire en fractionnant le plan factoriel r fois, ainsi le nombre d'expériences est :

$$N_{exp} = n^{k-r} \quad (4.2)$$

Par ailleurs, cette diminution du nombre d'expériences est accompagnée d'une complexité d'interprétation des résultats. Un certain nombre d'hypothèses sont relevées dans [Goup06] qui peut aider l'expérimentateur durant cette phase.

3. Plan de Taguchi : Ce sont des plans fractionnaires développés pour une utilisation industrielle [Vivi02]. Dans ces plans, les interactions d'ordre supérieur à deux sont négligées, seules quelques interactions d'ordre deux jugées importantes sont retenues. Afin de déterminer le nombre d'expériences, il existe deux outils, les tables de Taguchi, note $L(n^k)$ et les triangles d'interactions [deCec05][Gill97].

En vue de simplifier les interprétations des résultats, ainsi que d'analyser les facteurs à plusieurs niveaux, nous réalisons un plan factoriel complet. Au préalable, le paragraphe suivant a pour objectif de décrire brièvement la méthode de détermination des effets et des interactions.

4. 2. 3 Plan factoriel complet

La matrice d'expériences dans ce type de plan est représentée dans (4.3) dans le cas de deux facteurs (A et B) à 3 niveaux (-1, 0, 1), dans ce cas le nombre d'expériences est 9 (3^2). Les variables sont représentées sous leur forme de variables centrées réduites [Goup06].

$$\text{Matrice d'expérience} = \begin{pmatrix} \begin{matrix} \text{Facteur A} & \text{Facteur B} \\ \hline -1 & -1 \\ -1 & 0 \\ -1 & 1 \\ 0 & -1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & -1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{matrix} & \begin{matrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \\ y_5 \\ y_6 \\ y_7 \\ y_8 \\ y_9 \end{matrix} \end{pmatrix} \quad (4.3)$$

La moyenne générale des réponses Y est donnée selon :

$$M = \frac{1}{N_{exp}} \sum_{i=1}^{N_{exp}} y_i \quad (4.4)$$

L'effet du facteur à un niveau i [Gill97] est :

$$E_{Ai} = (\text{Moyenne des réponses lorsque A est au niveau } i) - M \quad (4.5)$$

L'interaction de A au niveau i et de B au niveau j est :

$$I_{(Ai)(Bj)} = (\text{Moyenne des réponses lorsque A est au niveau } i \text{ et B au niveau } j) - E_{Ai} - E_{Bj} - M \quad (4.6)$$

4. 2. 4 Application

Le modèle retenu pour l'analyse est la machine 6 encoches et 4 paires de pôles, sous l'hypothèse de linéarité des matériaux ferromagnétiques. Nous avons 6 facteurs continus dont le domaine de variation est présenté dans le **Tableau 4-1** et pour lesquels nous considérons 5 niveaux par facteur comme indiqué sur le **Tableau 4-2**.

Le nombre d'expériences est égal à 5^6 . Le domaine de variation des variables est normalisé entre [-1,1].

Facteurs	Domaine de variation
Largeur de pôle rotorique (l_p)	[20,150] (mm)
Largeur de dent statorique (l_d)	[20,110] (mm)
Largeur d'aimant (l_a)	[1,10] (mm)
Hauteur de la dent statorique (h_d)	[10,200] (mm)
Hauteur du pôle rotorique (h_p)	[20,100] (mm)
Nombre de spires des bobines (n_{bs})	[2,20] (tour)

Tableau 4-1— Domaine de variation des facteurs

Niveau	Largeur pôle rotor x_1 (mm)	Largeur dent x_2 (mm)	Largeur aimant x_3 (mm)	Hauteur dent x_4 (mm)	Hauteur dent x_5 (mm)	Nombre de spires x_6
1 (-1)	20	20	1	10	20	3
2 (-0.5)	52.5	42.5	3.25	57.5	40	7.25
3 (0)	85	65	5.5	105	60	11.5
4 (0.5)	117.5	87.5	7.75	152.5	80	15.75
5 (1)	150	110	10	200	100	20

Tableau 4-2— Niveaux et valeurs des divers facteurs

Les réponses retenues pour l'analyse sont :

- les pertes sur cycle routier calculées avec la méthode des barycentres (cf. **Figure 4-3**) dont les caractéristiques sont données dans le **Tableau 4-3**.
- le couple à la vitesse de base 3000 tr/min et la force électromotrice à haute vitesse 9000 tr/min
- la masse

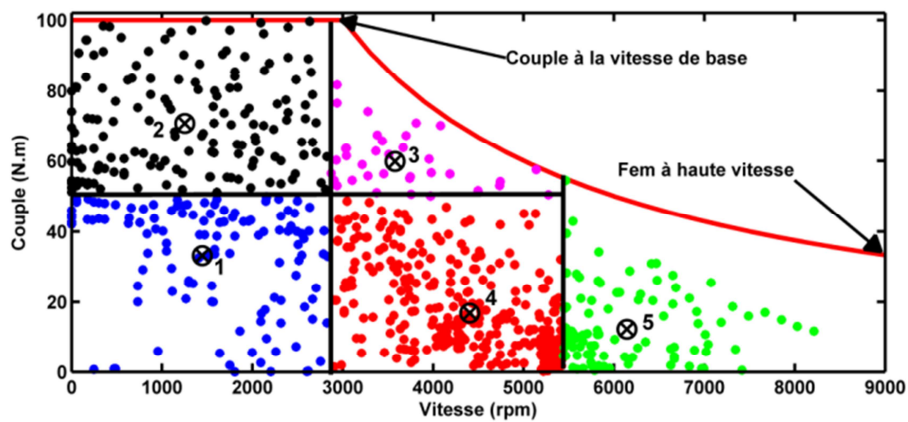


Figure 4-3— Cartographie couple-vitesse

Barycentre	Nombre de points	Vitesse moyenne (rpm)	Vitesse quadratique (rpm)	Couple moyen (N.m)	Couple quadratique (N.m)
1	143	1445	1678	33,2	36,3
2	165	1252	1538	70,6	72
3	39	3578	3632	59,8	60,3
4	360	4406	4471	16,8	21
5	109	6143	6178	12,2	16

Tableau 4-3— Caractéristiques des barycentres

À partir de ces expériences la moyenne générale de chaque réponse est calculée selon (4.4) et elle est représentée sur les divers graphes de tendance (cf. **Figure 4-4**-**Figure 4-7**).

D'après la **Figure 4-4**, on remarque qu'à partir du troisième niveau du facteur largeur de pôle, les pertes totales diminuent. Les pertes sont composées de pertes fer, aimants, effet joule et convertisseur. Les pertes dans les aimants dépendent en partie de l'induction prise au carré. L'augmentation de la largeur de pôle diminue le niveau d'induction ce qui induit la diminution des pertes aimants (à volume constant). Les pertes Joule et convertisseur diminuent avec l'augmentation de la largeur de pôle, car avec l'augmentation de la section de passage du flux, ce dernier augmente, cela implique la diminution de la valeur de courant nécessaire afin d'atteindre le couple demandé.

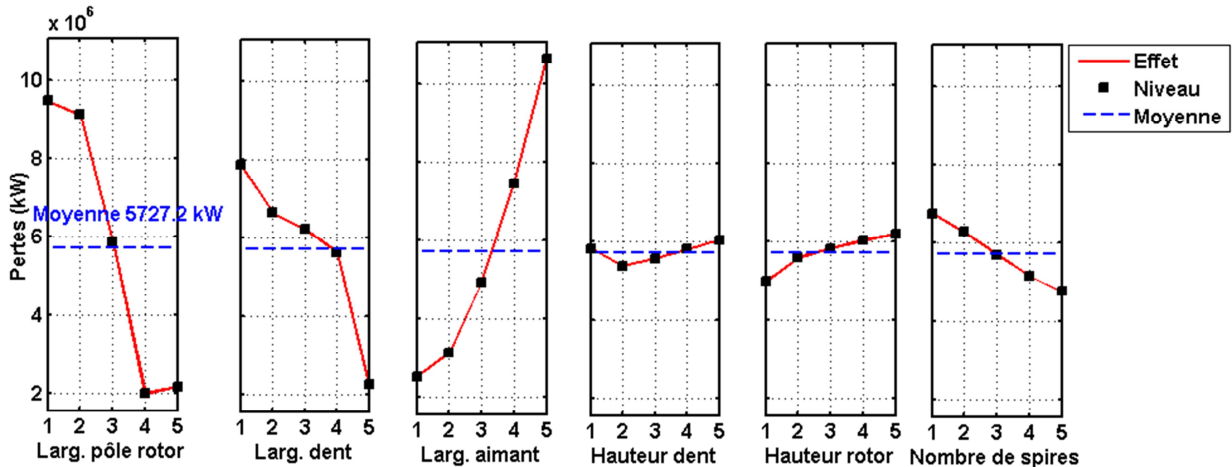


Figure 4-4— Graphes de tendances des pertes

Le couple à la vitesse de base continue à augmenter (cf. **Figure 4-5**), et la force électromotrice à haute vitesse diminue (cf. **Figure 4-6**). Ainsi une réduction de l'intervalle de variation de ce facteur est intéressante si l'on considère le problème d'optimisation mono objectif. La même analyse peut être effectuée à propos de la hauteur des dents. Par contre, ce facteur a moins d'effet à cause de la structure de la machine (un stator et double rotor). L'intervalle de variation de cette variable est aussi réduit.

On remarque que la largeur d'aimant peut contribuer à une augmentation significative des pertes, ceci est dû à l'augmentation de l'induction magnétique. Par ailleurs, ce facteur est aussi responsable d'une augmentation du couple à la vitesse de base. De ce fait, l'intervalle de variation de ce facteur sera conservé. Il en est de même pour la hauteur du rotor.

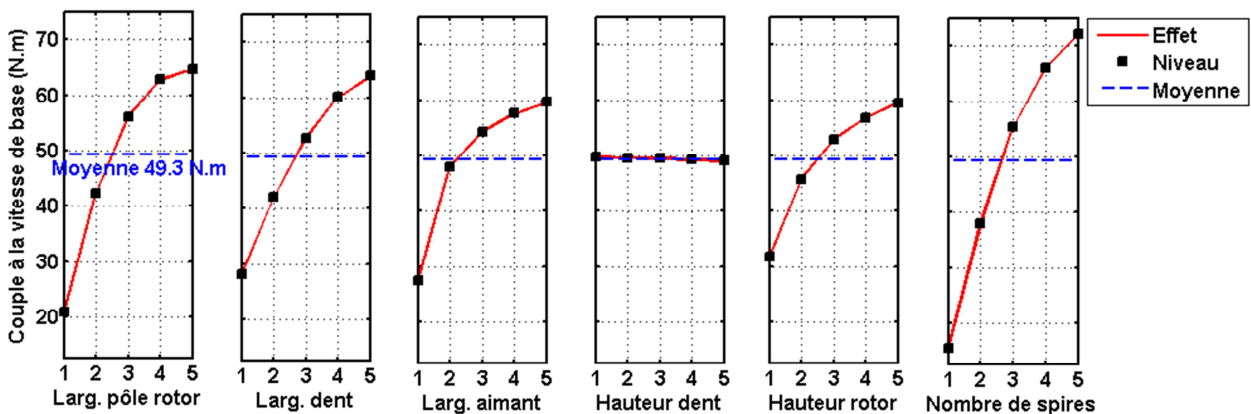


Figure 4-5— Graphes de tendances du couple à la vitesse de base

Le facteur le plus influent sur le couple et la Fem est le nombre de spires (cf. **Figure 4-5-Figure 4-6**). Les réponses respectives de ces deux sorties sont opposées, ainsi quand le nombre de spires augmente le flux

augmente ce qui induit une augmentation de couple, mais d'un autre côté cela signifie une augmentation de la Fem. De ce fait, l'intervalle de variation du nombre de spires ne sera pas réduit.

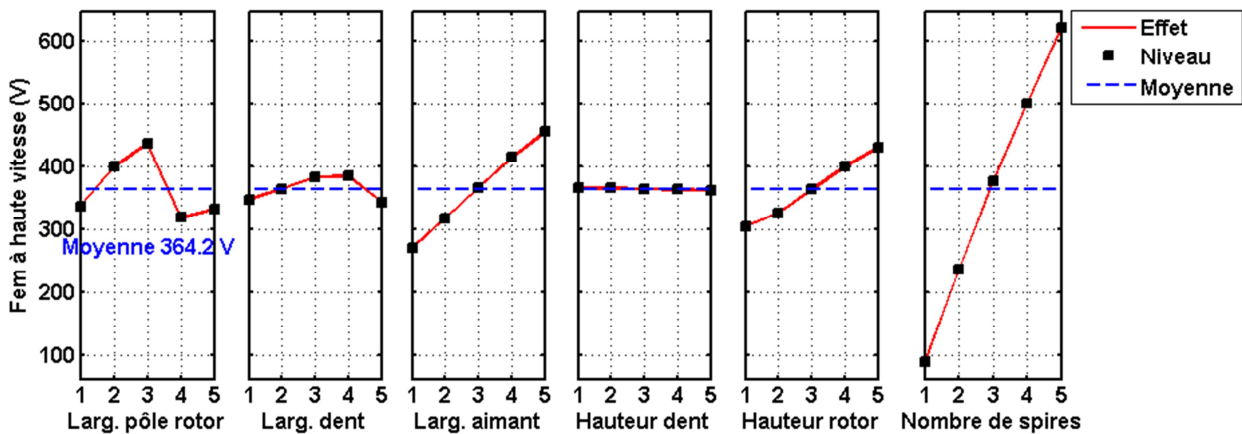


Figure 4-6— Graphes de tendances de la Fem à haute vitesse

La hauteur de dent est un facteur qui a le moins d'effet sur les grandeurs électromagnétiques (cf. Figure 4-4 à Figure 4-6). Ce facteur est le plus influent sur la masse de la machine (cf. Figure 4-7. Son domaine de variation ne sera pas réduit.

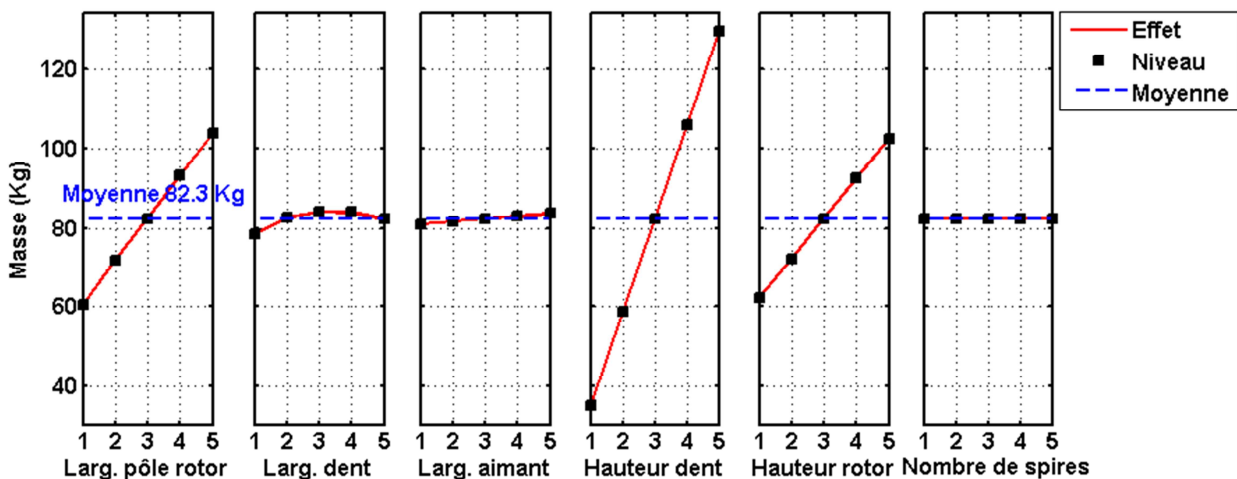


Figure 4-7— Graphes de tendances de la masse

Nous avons mis en évidence l'effet des divers facteurs sur les réponses d'un modèle et sur la définition des intervalles de variation de chaque facteur. Par ailleurs, une autre caractéristique (l'interaction) entre facteurs existe et affecte positivement ou négativement les réponses. Dans ce qui suit nous procédons aux formulations mono et multi-objectif adoptées.

4.3 Problèmes d'optimisation

4.3.1 Mono-objectif sous contraintes

L'application proposée porte sur l'optimisation des machines électriques à aimants permanents à flux axial (2 rotors et un stator). La fonction objectif est de minimiser les énergies perdues sur un cycle rotatif, les contraintes à respecter sont les couples et forces électromotrices à la vitesse de base et en survitesse, ainsi que la densité de courant. Le problème est donné selon (4.7), le domaine de variations des variables étant défini dans le **Tableau 4-1**

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Trouver } X = [x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6], \text{ qui} \\ \text{Minimise } E_{total} = E_{cuivre} + E_{fer} + E_{onduleur} + E_{aimant} \\ \text{Sous Contraintes: } Fem_{VB} \leq 200(\text{V}) \quad Fem_{HV} \leq 260(\text{V}) \quad J \leq 9(\text{A.mm}^{-2}) \\ \Gamma_{VB} = 100(\text{N.m}) \quad \Gamma_{HV} = 33.3(\text{N.m}) \end{array} \right. \quad (4.7)$$

Avec, la réduction de l'intervalle de variation des deux premières variables telle que :

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1 \in [90,150] \text{ (Largeur de pôle rotorique (mm))} \\ x_2 \in [70,110] \text{ (Largeur de dent statorique (mm))} \end{array} \right. \quad (4.8)$$

4. 3. 2 Multi-objectifs sous contraintes

Dans le cas d'un problème multi-objectifs, le deuxième objectif considéré est la masse de la machine électrique. Le domaine de variation des variables est celui décrit dans le **Tableau 4-1**. La contrainte sur la densité de courant est relaxée, elle passe de 9 A.mm⁻² à 13 A.mm⁻² de manière à permettre une réduction de la masse.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Trouver } X = [x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6], \text{ qui} \\ \text{Minimise } \begin{cases} E_{total} = E_{cuivre} + E_{fer} + E_{onduleur} + E_{aimant} \\ M_{total} \end{cases} \\ \text{Sous Contraintes: } Fem_{VB} \leq 200(\text{V}) \quad Fem_{HV} \leq 260(\text{V}) \quad J \leq 13(\text{A.mm}^{-2}) \\ \Gamma_{VB} = 100(\text{N.m}) \quad \Gamma_{HV} = 33.3(\text{N.m}) \end{array} \right. \quad (4.9)$$

4. 4 Choix de la méthode de résolution

Il existe une multitude de méthodes d'optimisation qui permettent la résolution des problèmes décrits précédemment. Dans le cas d'un seul objectif, on distingue les méthodes déterministes qui nécessitent moins de temps de calcul que les méthodes stochastiques. En présence des contraintes, deux types de méthodes pour traiter les problèmes existent : les méthodes indirectes et directes. Les méthodes indirectes transforment le problème d'optimisation avec contraintes en un problème sans contraintes en utilisant des fonctions de pénalités extérieures ou intérieures. Les méthodes directes jugées plus performantes permettent la prise en compte des contraintes en les intégrant dans une reformulation de la fonction objectif. La méthode SQP est l'une des méthodes directes jugées efficaces pour résoudre les problèmes à variables continues de petite et moyenne taille [Gill09].

4. 4. 1 Méthodes déterministes SQP

La méthode de programmation quadratique séquentielle (sequential quadratic programming, SQP) [Noced06] correspond à une méthode quasi-Newton. SQP est une des méthodes de type descente, qui permet de trouver une solution à un problème d'optimisation sous contraintes (4.10). Elle est dite quasi-Newton car l'Hessien à déterminer est approximé par la méthode Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno (BFGS) [Noced06].

$$(P) = \left\{ \begin{array}{l} \text{Trouver les valeurs optimales des variables de décision } x : \\ x^* = \min f(x, p) \\ \text{Sous contraintes :} \\ h(x, p) = 0 \\ g(x, p) \leq 0 \end{array} \right. \quad (4.10)$$

L'idée est de trouver la direction de recherche d_k , et le pas optimal α_k à chaque itération, afin de générer le point à l'itération suivante :

$$x_{k+1} = x_k + \alpha_k \cdot d_k \quad (4.11)$$

La fonction objectif est reformulée pour prendre en compte les contraintes. La fonction substituant est dite le lagrangien et prend la forme :

$$\mathcal{L}(x, \lambda, \mu) = f(x) + \sum_{i=1}^l \lambda_i \cdot h_i(x) + \sum_{j=1}^m \mu_j \cdot g_j(x) \quad (4.12)$$

La condition nécessaire d'optimalité est lorsque x^* est un extremum local et si la fonction f , les contraintes d'égalité h et inégalité g , sont deux fois différentiables, le gradient du Lagrangien est alors :

$$\nabla \mathcal{L}(x^*, \lambda, \mu) = \nabla f(x^*) + \sum_{i=1}^l \lambda_i \cdot \nabla h_i(x^*) + \sum_{j=1}^m \mu_j \cdot \nabla g_j(x^*) = 0 \quad (4.13)$$

Avec λ_i , μ_j , les multiplicateurs Lagrangiens. Deux conditions complémentaires sont à rajouter (4.14), l'ensemble des conditions présentées dans (4.13), (4.14) est connu sous le terme des conditions nécessaires de Krush-Kuhn-Tucker.

$$\begin{cases} h_i(x^*) = 0 \\ \mu_j \cdot g_j(x^*) = 0, \mu_j \geq 0, \mu_j = 0 \text{ si } g_j(x^*) < 0 \end{cases} \quad (4.14)$$

Le problème d'optimisation (P) est transformé en un problème quadratique en :

- supposant le domaine de variation des variables convexe,
- formulant une fonction d'objectif convexe (l'hessien du Lagrangien)
- linéarisant les contraintes

Il est défini comme étant un sous problème (4.15) à résoudre afin de déterminer la direction de recherche d_k , l'hessien de la fonction de Lagrange est estimé à chaque itération par la méthode BFGS.

$$(SP) = \begin{cases} \min_{d_k} \nabla f(x_k) \cdot d_k + \frac{1}{2} d_k^T \cdot \nabla^2 \mathcal{L}(x_k, \lambda_k, \mu_k) \cdot d_k \\ \nabla h_i(x_k)^T \cdot d_k + h_i(x_k) = 0 \\ \nabla g_j(x_k)^T \cdot d_k + g_j(x_k) \leq 0 \end{cases} \quad (4.15)$$

Le pas α_k est déterminé par une méthode de recherche linéaire ou une méthode de région de confiance [Noced06]. Nous ne détaillerons pas plus cet algorithme, nous nous sommes basés sur la méthode SQP avec recherche linéaire développée sous l'environnement Matlab. SQP est une méthode locale qui fonctionne mieux lorsque le point initial est faisable (les contraintes étant satisfaites) [Gill09].

Cependant, si le problème est complexe, la recherche de ce point de départ n'est pas judicieuse. Ainsi afin de remédier à ce problème, cet algorithme est généralement lancé avec plusieurs points de départ choisis aléatoirement dans le domaine d'étude.

4.5 Méthodes stochastiques

Dans le cadre d'une résolution d'un problème d'optimisation multi-objectif, l'algorithme NSGA-II (Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm II) [Deb02] est le plus répandu de la classe des algorithmes évolutionnaires multi-objectif (EMO). C'est une version améliorée de la méthode NSGA [Srin94]. Comme tout autre EMO, NSGA-II permet de retrouver un ensemble de solution « Pareto-Optimal ».

4.5.1 Principe

Cette méthode repose sur la notion de classement selon le rang de dominance. Dans le cas d'une optimisation multi-objectif sans contraintes, soit « m » fonctions critères ($F_1, F_2, F_3, \dots, F_m$) traduisant les évaluations de différentes variables possibles (a, b, c, \dots). La variable « a » domine la variable « b » si et seulement si $F_j(a) \geq F_j(b)$ avec au moins une inégalité stricte. Sous contraintes, la variable « a » domine la variable « b » si et seulement si :

1. La solution « a » est faisable et la solution « b » est non faisable,
2. « a » et « b » ne sont pas faisables et « a » possède le plus faible taux de violation sur l'ensemble des contraintes.
3. « a » et « b » sont faisables, la dominance de « a » revient à la notion citée précédemment.

L'approche de génération de population est celle de l'algorithme génétique, le déroulement est représenté sur la **Figure 4-8**. Deux processus de tri sont à distinguer : le tri non-dominant « non-dominated sorting », et le tri de distance de remplissage « crowding distance », ils interviennent à deux étapes différentes des trois principales dans le NSGA-II :

1. La première étape, consiste à générer à partir d'une population P_t de taille N , une population Q_t de taille N , en utilisant les opérateurs de mutation et croisement [Whit94]. Ces deux populations se combinent ensemble pour former une population R_t de taille $2N$.
2. La deuxième étape, consiste à appliquer le processus de tri non-dominant, afin de classer les $2N$ individus en plusieurs rangs selon la notion de dominance évoquée précédemment. Ainsi les meilleurs individus appartiennent au rang F_1 , suivi de F_2 , etc...
3. Les individus sont sélectionnés à partir du meilleur rang pour former la nouvelle population P_{t+1} d'élite de taille N . Ainsi $F_1 + F_2 + \dots + F_i$ doivent être de taille égale à N , les rangs qui restent sont rejetés. Dans le cas où cette population dépasse la taille de N , la notion de « crowding distance » est appliquée sur les individus du dernier rang F_i . Ils sont ainsi triés par ordre de dominance et le reste d'individus sera rejeté.

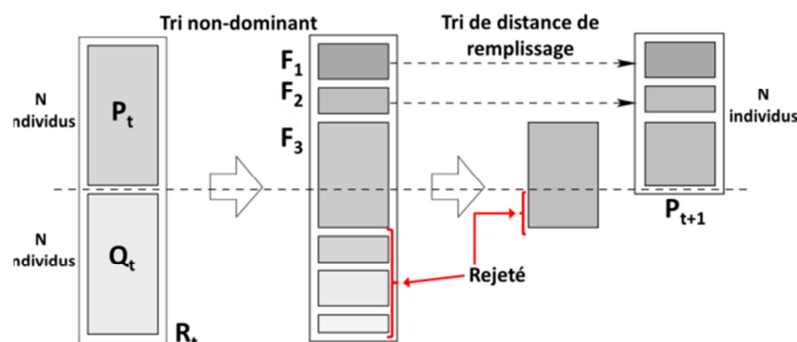


Figure 4-8— Déroulement du NSGA-II [Deb02]

4. 5. 2 Exemple

NSGA-II est un algorithme qui existe sous Matlab. Par contre, pour prendre en compte des contraintes non-linéaires, nous les avons modifiés repris selon le principe décrit précédemment. Ainsi afin de valider cette méthode nous sommes appuyés aux exemples décrits dans [Deb02], ci-dessous (cf. **Tableau 4-4**). Le premier exemple est connu sous le nom de TNK proposé par Tanaka [Tana95] et le deuxième sous le nom SRN [Srin94]. Les fronts de Pareto correspondants aux deux problèmes sont illustrés sur la **Figure 4-9**. A cause des contraintes présentes dans le problème TNK, une discontinuité apparaît au niveau du front de Pareto (cf. **Figure 4-9-a**).

Problème	Domaines des variables	Fonctions objectives	Contraintes
TNK	$\begin{cases} x_1 \in [0.1, 1] \\ x_2 \in [0, 5] \end{cases}$	$\begin{aligned} f_1(x) &= x_1 \\ f_2(x) &= (1+x_2)/x_1 \end{aligned}$	$\begin{aligned} g_1(x) &= x_2 + 9x_1 \geq 6 \\ g_2(x) &= -x_2 + 9x_1 \geq 1 \end{aligned}$
SRN	$\begin{cases} x_1 \in [-20, 20] \\ x_2 \in [-20, 20] \end{cases}$	$\begin{aligned} f_1(x) &= (x_1 - 2)^2 + (x_2 - 1)^2 + 2 \\ f_2(x) &= 9x_1 - (x_2 - 1)^2 \end{aligned}$	$\begin{aligned} g_1(x) &= x_1^2 + x_2^2 \leq 225 \\ g_2(x) &= x_1 - 3x_2 \leq -10 \end{aligned}$

Tableau 4-4— Problèmes d'optimisation multiobjectifs

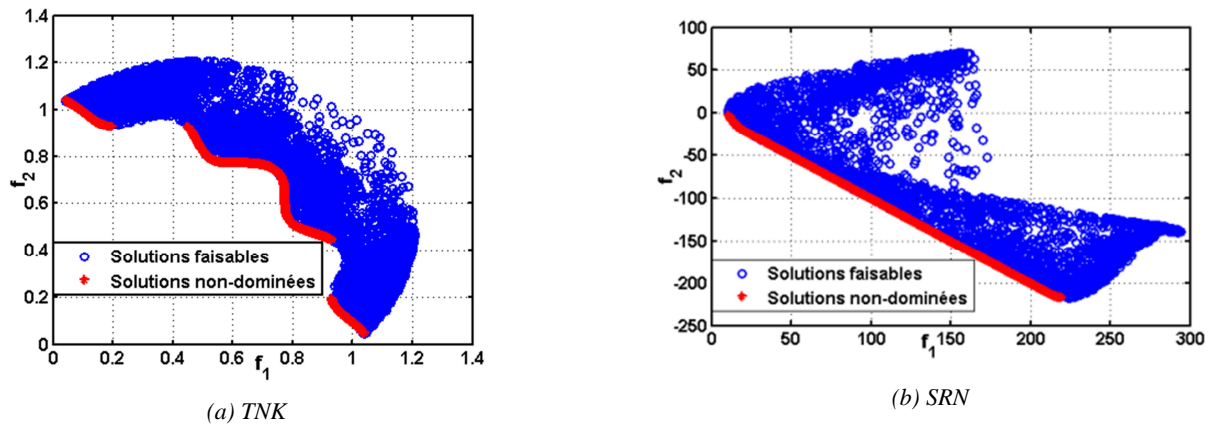


Figure 4-9— Illustration des fronts de Pareto

4. 5. 3 Conclusion

La méthode NSGA-II est une méthode stochastique utilisée fréquemment dans le domaine du génie électrique. [Regn03] et [Sare00] l'appliquent dans le cadre de dimensionnement d'un système électromécanique. Le modèle étant analytique, le temps de calcul reste faible. [LeBe08] utilise cet algorithme pour la conception d'un moteur asynchrone : Le modèle était analytique et la nature des variables étaient mixtes.

De façon générale, cet algorithme est économe en temps de calcul si le modèle utilisé est analytique. [Tran09] propose l'utilisation de cette algorithme avec une technique d'optimisation multi-niveau, l'Output Space Mapping afin de réduire le temps de calcul. Il couple ainsi un modèle analytique d'un transformateur de sécurité et son modèle EF. Dans le cadre de ce travail, le NSAG-II modifié sera couplé avec deux techniques d'optimisation multi-niveau qui seront détaillées par la suite.

4. 6 Le Space Mapping

La technique d'optimisation multi-niveau, par le biais du Space Mapping (SM), permet de parvenir à un compromis entre le temps de calcul et la précision de la solution obtenue.

A défaut d'utiliser directement un modèle fin pour assurer la précision requise, l'optimisation est réalisée sur un modèle de substitution : le modèle grossier corrigé régulièrement par un modèle fin. L'algorithme d'optimisation utilisant le modèle simple ou grossier peut être déterministe ou stochastique.

4. 6. 1 Principe et historique

La technique du Space Mapping (SM) [Band04], proposée par Bandler en 1994 [Band94] dans le domaine des hyperfréquences, est considérée comme une méthode efficace d'optimisation basée sur les modèles de substitution. Elle propose l'utilisation conjointe de deux modèles de granularités différentes. Il s'agit de combiner la rapidité de simulation d'un modèle simple et la précision des résultats d'un modèle plus complexe. Le SM suggère la substitution du problème d'optimisation sur le modèle fin par celui du grossier :

- Le problème d'optimisation à résoudre sur le modèle fin est défini comme la recherche de l'ensemble x_f^* qui minimise le critère des moindres carrés ou autres définis entre m sorties du modèle fin f_m et m objectifs Y_m à atteindre tel que :

$$x_f^* = \arg \min_{x \in X} \|f_m(x) - Y_m\|_2^2 \quad (4.16)$$

Le problème d'optimisation propre au modèle grossier est défini comme la recherche de l'ensemble x_c^* qui minimise entre m sorties du modèle grossier C_m et m objectifs Y_m à atteindre telle que :

$$x_c^* = \arg \min_{x \in X} \|C_m(x) - Y_m\|_2^2 \quad (4.17)$$

Les variables optimales x_c et x_f ne sont pas identiques, afin de compenser cet écart, une fonction de projection (mapping) est établie entre l'espace des variables des deux modèles. Elle est définie tel que :

$$x_c = p(x_f) = \arg \min_{x_c \in X} \|C_m(x_c) - f_m(x_f)\|_2^2 \quad (4.18)$$

Ainsi, l'optimisation est établie sur un modèle de substitution tel que :

$$x_f^* = \arg \min_{x_f \in X} \|C_m(p(x_f)) - Y_m\|_2^2 \quad (4.19)$$

Cette technique est connue sous le nom d'Input Space Mapping (ISM). Plusieurs approches visant son élaboration sont apparues, plus particulièrement des approches qui tentent d'améliorer l'étape d'extraction des paramètres $p(x)$ qui constitue la clé pour établir la projection entre les espaces des modèles fin et grossier.

L'approche originale [Band94] consistait à évaluer le modèle fin sur un ensemble d'expériences afin d'établir la fonction $p(x)$. Par la suite, une approche qui consiste à linéariser cette fonction par un développement de Taylor de 1^{er} ordre et sa mise à jour par l'intermédiaire de la méthode BFGS est apparue sous le nom d'Aggressive Space Mapping (ASM). D'autres variantes ont été proposées dans le but d'améliorer cette étape d'extraction de paramètres (PE) telles le Trust Region Aggressive Space Mapping, Gradient PE et d'autres [Band04]. La majorité des variantes ont été développées dans le domaine de l'hyperfréquence.

Une autre technique a été introduite comme une méthode complémentaire à l'ISM [Band03], qui consiste à aligner les réponses des modèles simple et grossier. Cette technique est connue sous le nom d'Output Space Mapping : la projection dans ce cas est sur l'espace des sorties ou des réponses.

Dans le domaine de l'électrotechnique, le Manifold Space Mapping est la première variante à avoir été introduite dans [Eche05]. L'algorithme repose sur une fonction de transformation entre les réponses des modèles fin et grossier. Cette transformation utilise une correction de défaut telle qu'à chaque point intermédiaire x^* elle connecte $C(x^*)$ à $f(x^*)$ et les tangentes respectives. Les auteurs dans [Choi01] introduisent cette technique par le biais de l'ASM en électromagnétisme pour le dimensionnement de deux dispositifs modélisés en EF dont un actionneur électrique à aimants insérés. Par la suite l'ASM a été appliqué dans [Enci07] et dans [Tran07] [Tran09] l'auteur a appliqué cette variante pour le dimensionnement d'un transformateur de sécurité et l'a comparé avec d'autres variantes dont le Manifold Space Mapping et l'Output Space Mapping. Nous nous intéressons plus particulièrement à l'Output Space Mapping du fait de sa simplicité par rapport aux autres méthodes ainsi qu'une efficacité sous certaines conditions (proximités des deux modèles).

4. 6. 2 Output Space Mapping

Dans le but de réduire l'écart entre les deux modèles, les sorties du modèle fin en un point x_c^* sont utilisées pour corriger le modèle grossier au même point. Le diagramme qui représente le déroulement de cet algorithme est donné sur la **Figure 4-10**.

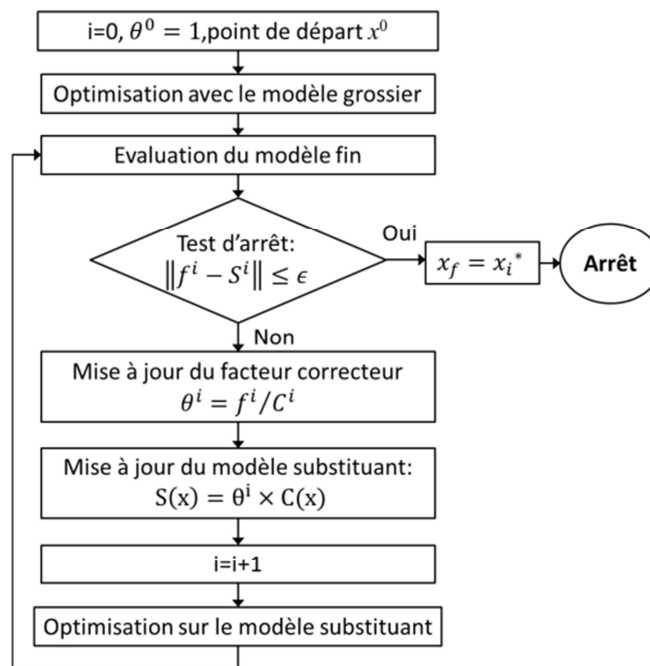


Figure 4-10— Organigramme de l'Output Space Mapping

L'OSM a été appliqué dans le domaine de l'électromécanique, on trouve récemment le dimensionnement d'une machine synchrone à aimants insérés présentée dans [Vivi11] et l'application de cette technique dans une stratégie à 3 niveaux de précision est effectuée dans [Gong11] [BenA12]. Il existe des variantes de cette technique, comme l'Aggressive Output Space Mapping (AOSM) [Enci08].

Afin d'améliorer la technique de correction de l'OSM, [Enci08] propose le Polynomial Output Space Mapping (POSM) basé sur l'utilisation de méta-modèles ou modèles de substitution, la minimisation de la masse d'un moteur linéaire. La correction entre les modèles est appliquée au niveau des contraintes.

C'est une méthode d'ordre supérieur, l'objectif est la mise à jour à chaque itération du SM par un modèle polynomial de la sortie. L'optimisation sur le modèle fin est remplacée par (4.20). Le $Pol(Y_m)$ est un polynôme de degré r (4.21), dont les coefficients b sont déduits des réponses fin f_i et grossier C_i . Les détails du calcul des coefficients sera exposé par la suite.

L'auteur relève deux avantages, dont le principal est l'amélioration de l'approximation de l'erreur entre les modèles fin et grossier. Bien que l'auteur note la bonne adaptation de cette méthode au dimensionnement avec couplage magnétique-thermique. Les corrections des différentes sorties sont indépendantes sous hypothèse que ces dernières ne soient pas couplées. Ce qui n'est pas toujours le cas (par exemple deux grandeurs électromagnétiques telles que couple/Fem sont couplées). Des sorties fortement non-linéaires affecteront la convergence de cet algorithme.

$$x_{opsm}^* = \arg \min_{x_c \in X} \|C_m(x_c) - Pol(Y_m)\|_2^2 \quad (4.20)$$

$$Pol(Y_m) = \sum_{i=1}^r b_i Y_m^i \quad (4.21)$$

[Kozio7] propose dans le domaine de la RF, une correction adaptée basée d'une part sur l'ISM et d'autres part sur un modèle de substitution particulier, le modèle à bases radiales, ainsi la correction prend la forme (4.22).

$$S(x) = \underbrace{\theta \cdot C_m(B \cdot x + a)}_{\tilde{R}_s(x)} + \tilde{R}_s(x) \quad (4.22)$$

Le modèle à base radial $\tilde{R}(x)$ est établi comme une couche supplémentaire au modèle de substitution mis en place par ISM de la forme $\tilde{R}(x)$ (4.22). Par ailleurs, afin de implémenter ces deux modèles, les réponses du modèles fin sont connues sur N points dans une région de confiance de rayon δ autour d'un point référence. L'auteur compare la méthode proposée avec d'autres techniques telles que l'ISM et l'optimisation par un modèle RBF sans couplage avec SM, il note ainsi la supériorité de la méthode proposée. Par ailleurs, dans le cas du pré-dimensionnement de machines électriques, l'évaluation a priori (>20 évaluations) d'un modèle fin est couteuse en temps de calcul.

L'OSM est une technique qui peut être interprétée simplement comme une correction locale par un simple coefficient multiplicateur à chaque itération (cf. **Figure 4-10**). Ainsi, l'utilisation des modèles de substitution s'avère être une stratégie de correction intéressante. Cependant pour un écart important entre les réponses des deux modèles, la technique de correction doit être plus raffinée.

Une mise en place d'un méta-modèle dépendant des variables de conception évitera les problèmes décrits pour le POSM. Ainsi, deux stratégies de correction sont proposées :

1. La première est basée sur la mise en place d'une approximation de l'erreur à partir d'un modèle de substitution
2. La deuxième repose sur un facteur de correction intégré dans le modèle de réseau de réductances.

Dans la section suivante, les méthodes de modélisation par méta modèle sont donc détaillées et illustrées à travers un exemple, pour être à la fin comparées en vue d'être combinées avec le Space Mapping.

4.7 Les modèles de substitution

Dans un processus d'optimisation, un modèle analytique simple et dérivable est préférable. Les modèles de substitution, ont pour rôle d'approximer les réponses du système. Ce type de modélisation consiste en une représentation mathématique simple d'un modèle numérique, un modèle boîte noire, un modèle comportemental (données expérimentales).

Il existe une variété de modèles mathématiques classés sous cette catégorie. Les plus connus sont les surfaces de réponses (ex. modèles polynomiaux), les réseaux de neurones à bases radiales ou des approximations à base de techniques statistiques telles le krigeage.

Ces méthodes sont communément utilisées pour les avantages qu'elles apportent:

1. Une connaissance des relations qui régissent entre les entrées et les sorties du modèle
2. Un outil d'analyse rapide adapté à l'optimisation
3. Un couplage simple et rapide entre domaines et disciplines dépendantes.

Cette approximation par l'intermédiaire de modèles mathématiques implique trois exigences classées et caractérisées dans [Simp01] :

1. Le choix des points d'expériences, l'ensemble des points forme le plan d'expériences.
2. Le choix de la nature du modèle le mieux adapté à la représentation de données
3. L'approximation des expériences (fitting), la détermination des paramètres inconnus des équations du modèle.

Dans les paragraphes suivants, nous décrivons les trois approches de modélisation les plus répandues :

1. Modélisation polynomiale (par surface de réponses)
2. Modélisation par krigeage
3. Modélisation par réseau de neurone simple couche : réseau à base radiale (RBF)

Elles seront illustrées à travers un exemple. Elles seront ensuite comparées afin de déterminer laquelle de ces méthodes est adaptée à une procédure d'optimisation multi-niveau.

4.7.1 Surfaces de réponses

Cette technique vise à quantifier les variations de la fonction réponse vis-à-vis des variables d'entrées ou facteurs d'influences [Vivi02]. La technique de surface de réponses repose classiquement sur des modèles polynomiaux. Selon [Vivi02] la méthode de surface de réponse correspond à un ensemble d'outils qui permet la compréhension et l'exploitation d'objets simplificateurs. Une surface de réponse est mise en place après :

1. La détermination des facteurs influents : en d'autres termes la technique du screening. Elle consiste ensuite à la mise en place d'un plan d'expériences (factoriel, fractionnaire) pour déterminer l'influence et l'interaction des paramètres d'entrées sur les sorties.
2. Le choix du modèle polynomial : linéaire, quadratique ou plus rarement de degré supérieur.
3. Le choix du plan d'expériences : le nombre d'expériences à réaliser, l'existence de contraintes dans le domaine d'études.

Un modèle polynomial de degré n se met sous la forme :

$$\hat{y}(x) = b_0 + \sum_{i=1}^n b_i \cdot x_i + \sum_{ii=1}^n b_{ii} \cdot x_{ii}^2 + \sum_i^{j=1} \sum_{j=1}^n b_{ij} \cdot x_i \cdot x_j \quad (4.23)$$

Où x_i représente les variables d'entrées, b_i les coefficients de la modélisation polynomiale de la réponse.

Un plan d'expériences doit être construit et à chaque point expérimental correspond une réponse. L'ensemble des réponses constitue le vecteur $y(x)$ et est donné selon (4.24) dans le cas d'une modélisation linéaire.

Avec X la matrice d'expérimentations, β le vecteur comportant les coefficients du polynôme et e l'erreur entre la modélisation et l'expérimentation. Ainsi, afin de déterminer les coefficients b_i , un critère J est mis en place qui représente la norme du vecteur résidu e à annuler. Les détails sur le rôle que joue ce critère seront abordés dans les sections suivantes.

$$\begin{cases} y(x) = X \cdot \beta + e \\ e = y - \hat{y} \end{cases} \quad (4.24)$$

Plusieurs auteurs ont déjà montré les avantages de cette méthode : comme la simplicité de son utilisation dans des méthodes de plans d'expérience, son intégration de nombreux logiciels. Par ailleurs, cette méthode de substitution représente des inconvénients tels que la faible précision du modèle dans la représentation de fonctions [Simp01], ainsi que le nombre d'évaluations nécessaire qui est proportionnel au nombre de coefficients du modèle d'approximation, qui lui-même dépend du nombre de variables et du degré du polynôme [Goup06]. Ce dernier point, contraindra l'utilisation de cette méthode par la suite.

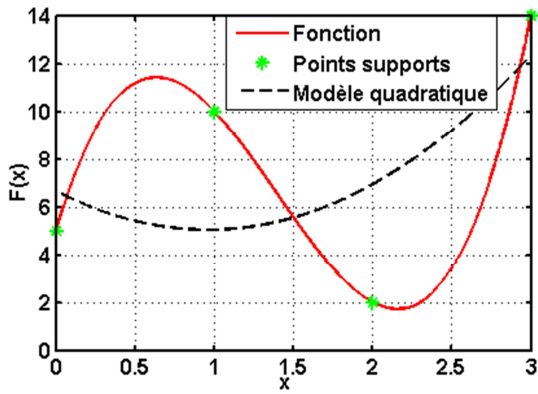
4.7.1.1 Exemple

Afin d'illustrer l'approximation par modèle polynomial, nous procédons à un exemple servira de référence par la suite pour comparer les différentes méthodes de modélisation. La fonction $F(x)$ est représentée sur la **Figure 4-11**, en rouge. Le modèle polynomial est d'ordre 2 ou quadratique de la forme (4.26). Les coefficients $[b_0, b_1, b_2]$ sont retrouvés afin d'approximer la fonction en se basant sur des exemples de répartition différente des points supports.

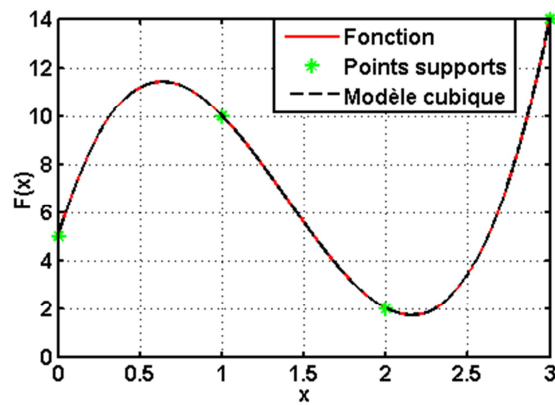
$$F(x) = (11/2) \cdot x^3 - 23 \cdot x^2 + (45/2) \cdot x + 5 \quad (4.25)$$

On distingue deux cas représentés sur la **Figure 4-11-a-b** avec 4 points supports uniformément distribués. Nous notons dans ce cas qu'une modélisation polynomiale par une approximation cubique nous permet de retrouver notre fonction **Figure 4-11-b**. Par ailleurs, nous avons fixé notre approximation au degré 2, ceci nous permet ainsi d'approximer très grossièrement la fonction. La **Figure 4-11-c** des points concentrés autour d'une zone et la **Figure 4-11-d** avec 3 points supports uniformément distribués sur une partie du domaine.

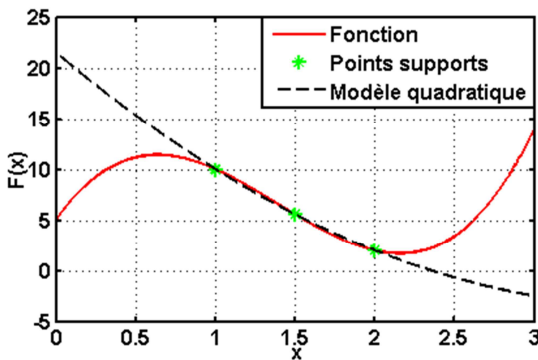
$$\hat{y} = b_0 + b_1 x + b_2 \cdot x^2 \quad (4.26)$$



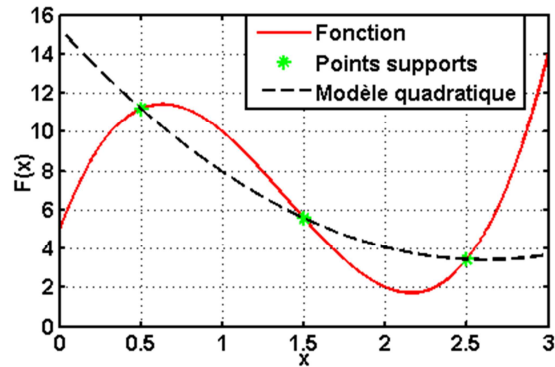
(a) Exemple 1 : 4 points supports, modèle quadratique



(b) Exemple 1 : 4 points supports, modèle cubique



(c) Exemple 2 : 3 points supports, modèle quadratique



(d) Exemple 3 : 3 points supports, modèle quadratique

Figure 4-11— Modélisation polynomiale

On peut en déduire que l'approximation polynomiale non adaptée à la forme de la fonction peut induire des erreurs d'approximations majeures (cf. **Figure 4-11-a**), cette fonction d'approximation ne passant même pas par les points expérimentaux. L'augmentation de l'ordre du polynôme nous a conduits à la fonction recherchée (cf. **Figure 4-11-b**), ainsi un ordre non adapté du polynôme pourra nous induire en erreur.

Dans le cas de concentration de points supports, la fonction polynomiale s'aligne bien avec le modèle à approximer, par ailleurs les erreurs sur les bords du domaine sont assez élevées. Enfin, pour une distribution de points uniformes **Figure 4-11-d**, l'approximation constitue en une fonction qui passe par les points sans aucune approximation de l'allure de la fonction. De plus, la contrainte de temps de calcul liée au nombre des points d'expériences (nombre d'évaluations de la fonction fine) nous conduit à ne pas utiliser ce type de modélisation dans une procédure d'optimisation multi-niveau.

4. 7. 2 Modèles kriging

Le krigeage est une méthode d'approximation ou de modélisation basée sur un modèle statistique. Cette technique est connue sous le nom de Design and Analysis of Computer Experiments (DACE) [Sack89]. Elle permet une interpolation entre les points expérimentaux. Le modèle peut être écrit sous la forme:

$$\hat{y}(x) = f(x) + Z(x) \quad (4.27)$$

Le terme $f(x)$ est généralement défini comme une constante. Il représente une approximation globale du domaine d'expériences. Alors que $Z(x)$ est défini comme étant des réalisations distribuées normalement de moyennes zéro et de variance σ^2 .

Il permet de créer des déviations locales afin que le modèle kriging passe par les points supports. Cette approche stochastique repose sur le principe que les erreurs mesurées entre les réponses du modèle et la fonction réelle sont corrélées.

Sous l'hypothèse de continuité de la fonction réelle et du modèle, un modèle continu de l'erreur peut être mis en place en fonction des points de supports. Ainsi si deux points expérimentaux x_i et x_j sont proches, la corrélation entre les erreurs $e(x_i)$ et $e(x_j)$ est élevée, et réciproquement [Jone98]. La fonction de corrélation entre les différents points supports est donnée selon :

$$R(x_i, x_j) = \sum_{k=1}^n \theta^k |x_i^k - x_j^k|^{p^k} \quad (4.28)$$

Le terme $f(x)$ est ainsi remplacé par la moyenne du processus stochastique donné par :

$$\hat{\mu} = \frac{\mathbf{1}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{y}}{\mathbf{1}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{1}} \quad (4.29)$$

$e(x)$ suit la loi normale $N(0, \sigma^2)$, la variance est donnée selon :

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{(\mathbf{y} - \mathbf{1}\hat{\mu})^T \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{y} - \mathbf{1}\hat{\mu})}{n} \quad (4.30)$$

Les coefficients θ sont déterminés en minimisant un certain critère de maximum de vraisemblance [Jone98]. Afin de déduire le modèle de prédiction, \hat{y} est mise en place en minimisant l'erreur moyenne quadratique MSE (4.31). Les détails de la déduction de cette grandeur sont présentés dans [Sack89].

$$s^2(x) = \sigma^2 \left[1 - r^T \mathbf{R}^{-1} r + \frac{(\mathbf{1} - \mathbf{1}^T \mathbf{R}^{-1} r)^2}{\mathbf{1}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{1}} \right] \quad (4.31)$$

Avec \mathbf{R} la matrice de corrélation entre les différents points supports dont les éléments sont décrits dans (4.28) et $r(x)$ le vecteur qui représente la correction entre les n points supports et la variable non évaluées x :

$$r(x) = [R(x_1, x), R(x_2, x), \dots, R(x_n, x)]^T \quad (4.32)$$

L'équation (4.27) est donc remplacée par:

$$\hat{y}(x) = \hat{\mu} + r^T(x) \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{y} - \mathbf{1}\hat{\mu}) \quad (4.33)$$

4.7.3 Exemple

Nous traitons l'exemple dont l'équation de la fonction est donnée dans (4.25). La **Figure 4-12** représente l'approximation de la fonction test par la méthode de krigeage pour les trois distributions des points expérimentaux. L'erreur moyenne quadratique est ainsi illustrée et on remarque que sur les points supports sa valeur est nulle.

Par ailleurs sur les extrémités du domaine pour les exemples 2 et 3, les erreurs sont très élevées. Dans les cas traités, le modèle de krigeage n'a pas pu reproduire une approximation fidèle de la fonction. Par ailleurs, une augmentation du nombre de points supports permettra une modélisation nettement améliorée ce qui se traduira par une augmentation significative du temps de calcul.

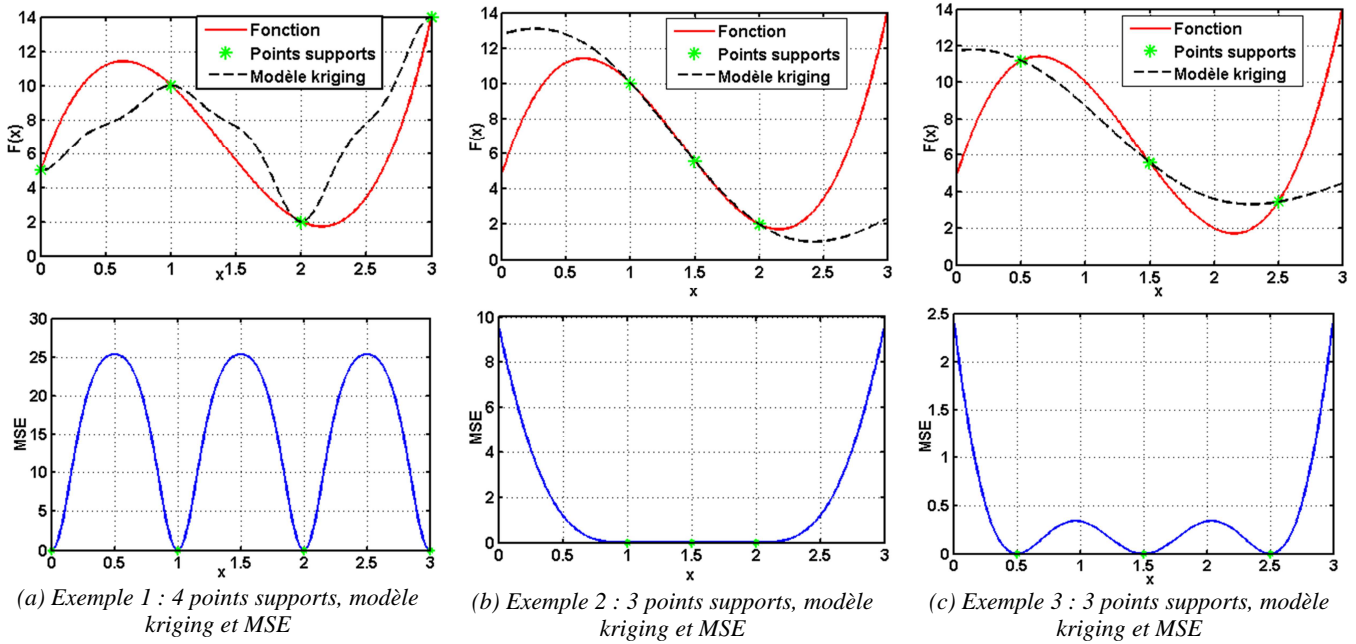


Figure 4-12— Modélisation par kriging

4. 7. 4 Modèles RBF

Le réseau de fonctions à base radiale fait partie de la famille des réseaux de neurones. Un neurone est défini comme étant une fonction algébrique non-linéaire, paramétrée, à valeurs bornées. Une représentation graphique d'un neurone est donnée sur la **Figure 4-13**.

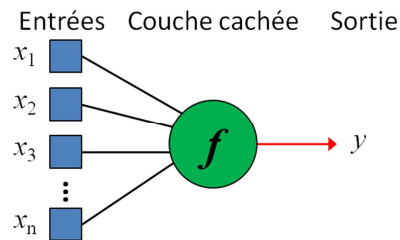


Figure 4-13— Un neurone

Une fonction de base radiale permet d'établir une relation qui dépend de manière non-linéaire de la distance entre la variable d'entrée et des variables dites de références. La sortie du neurone est donnée selon (4.34).

$$\hat{y}(x) = \sum_{k=1}^N w_k h_k(x) \quad (4.34)$$

Avec \hat{y} est une combinaison linéaire de N fonctions non-linéaires fixes dites les fonctions de bases h , déterminées en analogie aux variables de références x_k et pondérées avec des coefficients w_k dits poids. Ces fonctions peuvent ainsi avoir plusieurs formes dont :

Types de la fonction	Représentation
Multiquadriques	$h(x) = (r^2 + c^2)^{1/2} \quad r = \ x - x_k\ _2$ (4.35)
Multiquadriques inverses	$h(x) = (r^2 + c^2)^{-1/2} \quad r = \ x - x_k\ _2$ (4.36)
Gaussiennes	$h(x) = \exp(-cr^2) \quad r = \ x - x_k\ _2$ (4.37)
Thin plate	$h(x) = r^2 \cdot \ln(r) \quad r = \ x - x_k\ _2$ (4.38)

Tableau 4-5— Type de fonctions bases

Les points de bases sont des points de références qui permettent l'apprentissage des fonctions de base radiale, les poids associés indiquent l'effet de chacune des références comme illustré sur la **Figure 4-14**. Le vecteur noir est interpolé à l'aide des trois vecteurs verts, leur contribution dépend de leur distance du point Noir et de leur poids w .

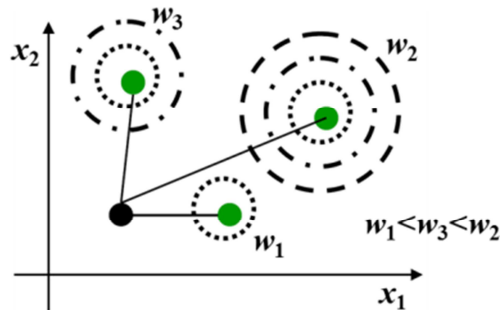


Figure 4-14— Illustration des effets de poids dans une interpolation RBF

L'apprentissage du réseau de neurones, est la procédure qui consiste à estimer les poids des neurones afin qu'il puisse remplir au mieux la tâche qui leur est confiée. Dans le cas où la fonction recherche est connue analytiquement, le réseau réalise une tâche d'approximation de fonction. Dans le cas contraire, le réseau réalise alors une tâche de modélisation statique ou une régression en disposant d'un nombre fini de points de bases.

Plusieurs algorithmes d'apprentissage sont possibles, ils consistent à trouver :

1. Les centres (les points de bases) peuvent être fixés aléatoirement, déterminés par un algorithme de regroupement type cluster, ou en appliquant une méthode itérative pour trouver aussi bien les centres, les constantes c et les poids, de manière à minimiser un critère J .
2. La constante c peut être représentée par l'étendue (la dispersion entre la distance la plus élevée entre les centres et celles la plus faible) ou l'écart-type.
3. Les poids w

Afin de déterminer les paramètres w , on suppose la présence de n points de bases fixés a priori $[x_1, \dots, x_n]$, les réponses $[\hat{y}_1, \dots, \hat{y}_n]$ issues du modèle d'un réseau de neurone à une couche doivent approcher au mieux leur valeur cible $[y_1, \dots, y_n]$ forme le système matricielle suivant :

$$\begin{cases} \hat{y}(x_1) = w_1 h_1(x_1) + w_2 h_2(x_1) + w_3 h_3(x_1) + \dots + w_n h_n(x_1) \\ \hat{y}(x_2) = w_1 h_1(x_2) + w_2 h_2(x_2) + w_3 h_3(x_2) + \dots + w_n h_n(x_2) \\ \vdots \\ \hat{y}(x_n) = w_1 h_1(x_n) + w_2 h_2(x_n) + w_3 h_3(x_n) + \dots + w_n h_n(x_n) \end{cases} \quad (4.39)$$

Qui se traduit par :

$$\hat{y} = \underbrace{\begin{bmatrix} h_{1,1} & h_{1,2} & h_{1,3} & \cdots & h_{1,n} \\ h_{2,1} & h_{2,2} & h_{2,3} & \cdots & h_{2,n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ h_{n,1} & h_{n,2} & h_{n,3} & \cdots & h_{n,n} \end{bmatrix}}_H \times \underbrace{\begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_n \end{pmatrix}}_W \quad (4.40)$$

Minimiser l'écart entre le modèle et la cible, revient à chercher les paramètres optimaux W . Il est ainsi commode de définir un critère qui représente l'erreur à minimiser. D'où le recours au critère des moindres carrés qui est couramment utilisé pour sa notion intuitive basée sur la distance. La simplicité de mise en œuvre et le fait que la meilleure estimation dans le sens d'une fonction quadratique peut être obtenue analytiquement. Soit $e(w)$ l'erreur entre les deux modèles telle que : le critère de moindre carré tient compte de la distance euclidienne entre le modèle \hat{y} et la cible y . Il est défini sous la forme (4.41), avec Q une matrice identité (projection orthogonale):

$$\begin{aligned} J(w) &= e^T(w) \cdot Q \cdot e(w) = (\hat{y} - y)^T (\hat{y} - y) \\ \arg \min_{w \in \mathbb{R}^n} J(w) &= \arg \min_{w \in \mathbb{R}^n} \|H \cdot w - y\|^2 \end{aligned} \quad (4.41)$$

L'optimum \hat{w} de J existe lorsque le gradient de J tends vers 0. Il peut ainsi être écrit tel que :

$$\frac{\partial J}{\partial w} = 2 \cdot H^T \cdot H \cdot \hat{w} - 2H^T \cdot y = 0 \quad (4.42)$$

Les poids peuvent ainsi déterminer selon l'équation :

$$\hat{w} = (H^T \cdot H)^{-1} H^T y \quad (4.43)$$

Par ailleurs, afin d'éviter les erreurs numériques liées au conditionnement de la matrice H et les perturbations de données, deux solutions sont communément utilisées : la factorisation QR ou la décomposition en valeur singulière de la matrice H . Nous avons fait le choix de passer par la deuxième reconnue dans le cas d'un mauvais conditionnement de la matrice H [walter]. L'équation (4.43) est substituée par (4.44), en supposant que les colonnes de la matrice H sont linéairement indépendantes. U est une matrice de mêmes dimensions que F telle que $U^T U = I$, Σ une matrice diagonale dont les éléments sont les valeurs singulières de H et V est une matrice carrée telle que $V^T V = I$

$$\begin{cases} H = U \Sigma V^T \\ \hat{w} = V \Sigma^{-1} U^T y \end{cases} \quad (4.44)$$

Parmi les fonctions les plus utilisées, on retrouve les gaussiennes [Baxters], elles permettent une régression lisse et régulière de la fonction. Dans le cas où les centres d'apprentissage sont différents, la matrice d'interpolation est stable numériquement (inversible, définie positive), donc la méthode est adaptée aux méthodes itératives. [Baxt92] [Orr96] [Bouk07].

La constante c retenue est l'étendue exprimée par normalisation selon l'équation (4.45) qui constitue la méthode la plus intuitive et la plus utilisée [Kozi07].

$$c = \frac{dmax}{\sqrt{\text{nombre de centres}}} = \frac{\max_{i=1..n, j=1..n, i \neq j} \|x_i - x_j\|_2}{n} \quad (4.45)$$

4.7.5 Exemple

Le même exemple traité précédemment est utilisé dans le cas de la modélisation par RBF. Sur la **Figure 4-15** une représentation de la modélisation effectuée pour les trois exemples. On remarque dans le cas d'expérimentations uniformément distribuées **Figure 4-15-a** le modèle RBF a pu reproduire avec un bon degré de fidélité la fonction test. Pour les deux autres exemples le modèle RBF est comparable à celui de kriging.

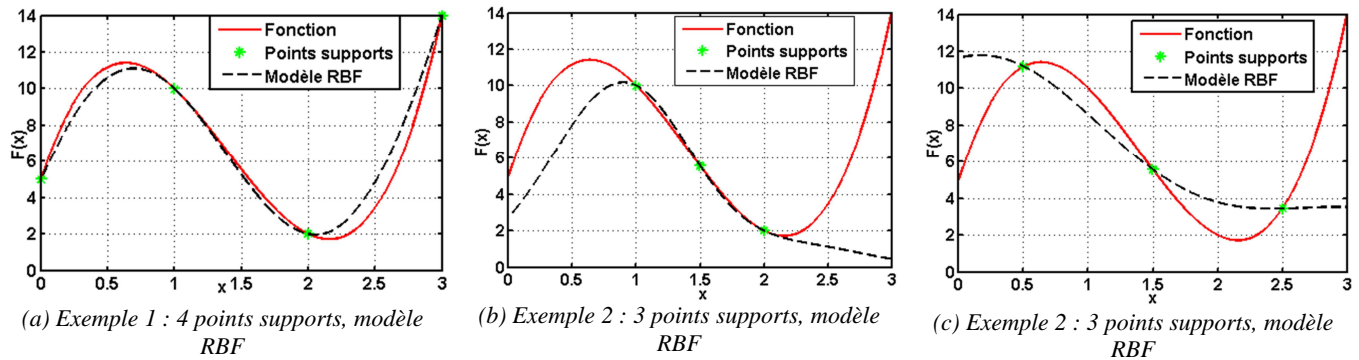


Figure 4-15— Modélisation RBF

4.8 Comparaison

Il existe une multitude de tests qui permettent de vérifier l'efficacité ou la validité d'une méthode de modélisation, telle que le facteur de corrélation [Vivi02], la distance maximale, l'erreur moyenne absolue, l'erreur moyenne quadratique et l'erreur maximale en valeur absolue [Gong11].

L'erreur moyenne quadratique (RMSE) (écart quadratique moyen, RMSD) est fréquemment utilisée comme mesure de la différence entre les valeurs prédites par le modèle et les valeurs réellement observées. Ces différences individuelles sont aussi appelés résidus et l'erreur quadratique moyenne sert à les agréger en une seule mesure de pouvoir prédictif. Cette mesure globale de l'erreur est donnée selon l'équation :

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n}} \quad (4.46)$$

La forme adimensionnelle de l'erreur quadratique moyenne est utile pour comparer les différentes méthodes d'approximation elle est donnée selon :

$$NRMSE = \frac{RMSE}{\hat{y}} \quad (4.47)$$

L'erreur maximale absolue (EMAX) mesure l'erreur locale en cherchant l'erreur maximale entre l'ensemble des valeurs prédites par le modèle et les valeurs réellement observées. Cette erreur sous sa forme normalisée ou adimensionnelle (NEMAX) est donnée par [kreua08]:

$$NEMAX = \frac{\max_{i=1..n} |y_i - \hat{y}_i|}{\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}} \quad (4.48)$$

Divers auteurs ont démontré grâce à des comparaisons entre les modèles polynomiaux et le krigeage [Simp01] la supériorité de cette dernière en termes de précision. Cette hypothèse ne sera pas contredite dans notre cas. Sur la **Figure 4-16**, il est clair que le modèle polynomial récolte les valeurs des erreurs les plus élevées.

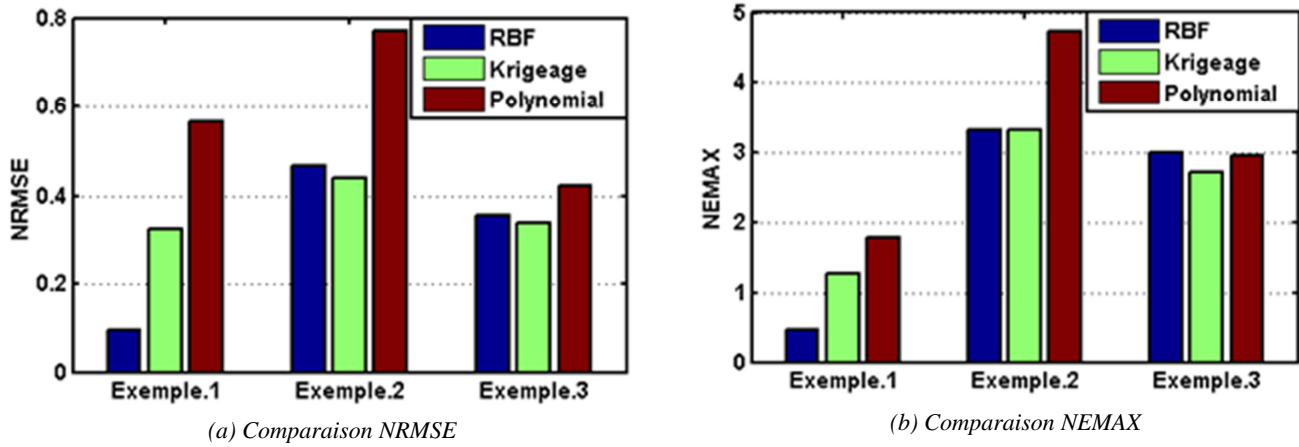


Figure 4-16— Comparaison des modélisations

Par ailleurs, nous avons pour notre modélisation deux objectifs : la mise en place d'un modèle correct avec un minimum d'erreur, qui soit simple et rapide. Pour ce dernier point, nous avons limité le nombre d'expérimentations. Ceci a conduit à mettre à pied d'égalité les modèles RBF et le kriging sur les exemples 2 et 3. Dans l'exemple deux, les points sont concentrés autour d'une zone et les approximations ont pu reproduire la courbe en question, par contre sur les extrémités du domaine l'erreur augmente.

Pour l'exemple 3, les trois types de modélisation n'arrivent pas à reproduire la forme de la fonction en question. Alors que pour le premier exemple, une supériorité du modèle RBF est remarquable par rapport aux autres modèles. Le modèle kriging peut reproduire une approximation fidèle à la fonction mais le nombre de points supports nécessaires doit être élevés. Le modèle RBF semble cumuler de bons avantages par rapport aux deux autres modèles il est ainsi retenu pour une procédure d'optimisation multi-niveau.

4.9 Radial Output Space Mapping

L'utilisation de la méthodologie d'approximation par la fonction de base radiale a pour but d'affiner la correction entre le modèle fin et grossier. Il est à noter la nette distinction entre le Space Mapping à travers lequel un modèle physique existant capable de simuler le système sur une large plage de valeur du paramètre est exploité, et l'optimisation en utilisant des modèles d'approximation mise en place à travers un nombre fini de réponses (pas d'extrapolation).

4.9.1 Principe

L'Output Space Mapping Additive, permet la mise en place du modèle de substitution en corrigeant les réponses du modèle grossier avec un terme additif qui tient compte du résidu entre les réponses du modèle fin et grossier. A la $i^{\text{ème}}$ itération le modèle de substitution est donné par (4.49).

$$S^i = C^i(x) + d^i \quad (4.49)$$

$$d^i = f^i(x) - C^i(x) \quad (4.50)$$

Par les fonctions à base radiale (RBF), une fonction résiduelle dépendant des variables x de conception est construite par un processus itératif, qui prend la forme de l'équation (4.51). Les RBF se distinguent par leur nature de régression non-paramétrique. Le résidu entre les deux modèles est construit avec une combinaison linéaire de fonctions gaussiennes. Le modèle de substitution est donné selon :

$$S^i(x) = C^i(x) + \sum_{k=0}^i w_k h_k(x) \quad (4.51)$$

« i » est le nombre d'itérations du Space Mapping. Ainsi cette valeur correspond au nombre de points d'apprentissage de la fonction RBF. Les fonctions de pondérations sont évaluées à chaque itération.

Si on se positionne à l'itération 2, le système linéaire à résoudre afin de déduire les poids w_0 , w_1 et w_2 est :

$$\begin{bmatrix} \exp(-c \|x_0 - x_0\|_2^2) & \exp(-c \|x_0 - x_1\|_2^2) & \exp(-c \|x_0 - x_2\|_2^2) \\ \exp(-c \|x_1 - x_0\|_2^2) & \exp(-c \|x_1 - x_1\|_2^2) & \exp(-c \|x_1 - x_2\|_2^2) \\ \exp(-c \|x_2 - x_0\|_2^2) & \exp(-c \|x_2 - x_1\|_2^2) & \exp(-c \|x_2 - x_2\|_2^2) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} w_0 \\ w_1 \\ w_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f^0 - C^0 \\ f^1 - C^1 \\ f^2 - C^2 \end{bmatrix} \quad (4.52)$$

Avec, (x_0, x_1, x_2) les variables optimales obtenues à travers les 3 itérations en appliquant l'optimisation sur le modèle de substitution. Ce modèle à l'itération 0 est équivalent au modèle grossier et sa réponse est donnée par C^0 . Aux itérations suivantes, ce modèle est remplacé par le modèle de substitution qui est corrigé afin de ressembler au modèle fin. Par contre, pour la construction de la fonction de résidu, elle est toujours effectuée en ayant recours au modèle grossier initial (4.50). L'organigramme de cette méthode est représenté sur la **Figure 4-17**.

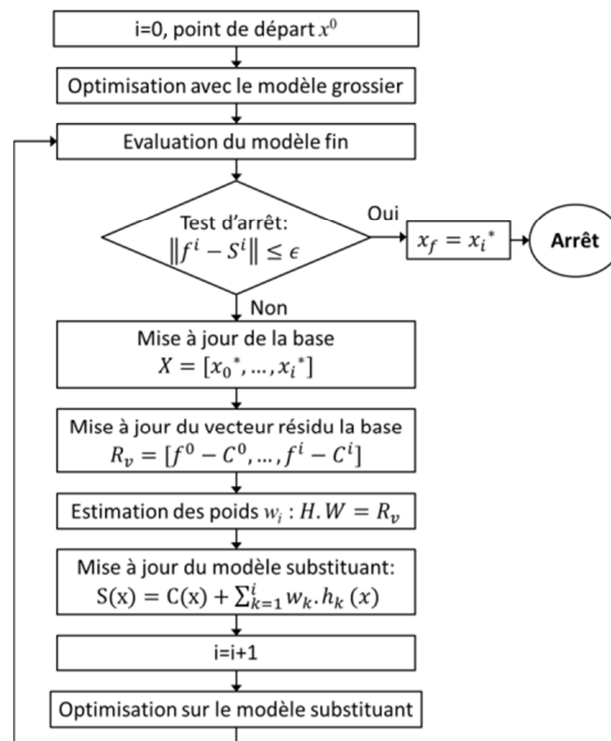


Figure 4-17— Organigramme du Radial Output Space Mapping

4.9.2 Exemple

Avant d'appliquer la méthode proposée sur les machines à flux axial étudiées précédemment, nous illustrons le ROSM à l'aide d'un exemple dans lequel la fonction fine est donnée selon l'équation (4.25) son minimum global est 1.782 situé en $x=2.155$ et la fonction grossière est donnée par (4.53), son minimum est 0.375 en $x=1.5$.

$$C(x) = 6,5 \cdot x^2 - (19,5) \cdot x + 15, \quad x \in [0, 3] \quad (4.53)$$

Les deux fonctions sont illustrées sur la **Figure 4-18**. Ces deux fonctions sont éloignées des cas idéaux où l'écart entre les modèles grossier et fin est linéaire.

La méthode du Space Mapping repose sur la minimisation de l'écart entre le résultat du modèle et l'objectif à atteindre désigné par le cahier des charges. Ainsi, nous procédons à l'illustration en se basant sur deux objectifs à atteindre : Dans le premier, cas y_1 est égale à 3 et le deuxième cas y_2 est égal à 1.7182 qui est le minimum global de la fonction fine. Une comparaison est ainsi effectuée dans les deux cas entre le ROSM et l'OSM.

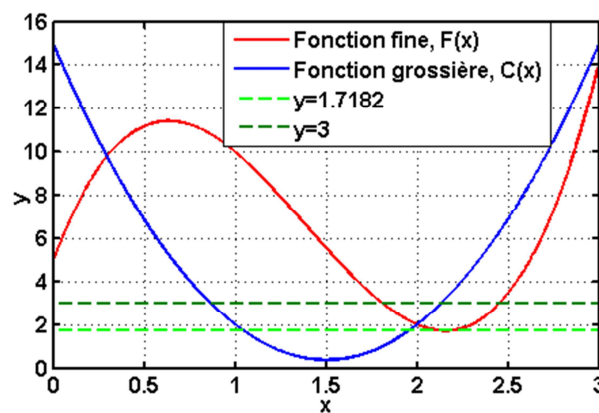


Figure 4-18— Représentation des fonctions fine et grossière

Dans le cas où l'objectif à atteindre est égale à 3, au niveau de la fonction grossière en bleu, nous avons deux solutions ainsi que pour la fonction fine (cf. **Figure 4-18**). Ainsi la convergence de l'algorithme d'optimisation déterministe dépendra du point de départ considéré. Dans le cas simple sans contrainte présenté ci-dessous un algorithme de type Newton-Raphson peut être utilisé.

Nous considérons ainsi deux points de départ différents, dans le cas où l'objectif à atteindre est égale à 3, car cette valeur correspond à deux variables différentes en 1.8083 et 2.455. Nous constatons que pour le premier point de départ $x^0=1$, l'algorithme OSM ne présente pas de convergence. Cela est dû au coefficient de correction θ qui lorsqu'il multiplie la fonction $C(x)$, rend l'objectif 3 inatteignable sur la **Figure 4-19**. Pour le deuxième point de départ $x^0=3$, ce cas ne se produit pas, par ailleurs le nombre d'itérations dans le cas de l'algorithme OSM est plus élevé par rapport au ROSM. L'historique des convergences est donné dans le **Tableau 4-6**.

Point de départ	Technique multi-niveau	Convergence	Nbr d'itérations	Valeur optimal	F(x)
$x^0=1$	ROSM	Oui	6	1.8083	3
	OSM	Non	-	-	-
$x^0=3$	ROSM	Oui	5	2.4555	3
	OSM	Oui	8	2.4563	3.007

Tableau 4-6— Historique des convergences des points de départ de l'OSM et ROSM

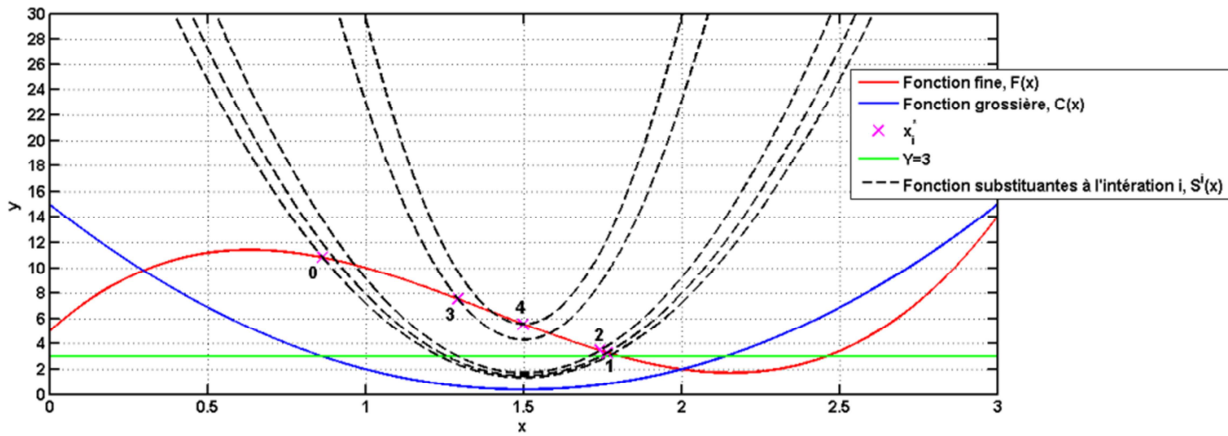


Figure 4-19— Représentation des itérations de l’OSM

Dans le deuxième cas, l’objectif à atteindre est le minimum global de la fonction fine, dans ce cas l’algorithme OSM ne permet pas une convergence vers la solution optimale. L’algorithme OSM n’est pas adapté lorsque l’erreur entre le modèle grossier et fin est grande ou non constante ou non-linéaire.

Point de départ	Technique multi-niveau	Convergence	Nbr d’itérations	Valeur optimal	F(x)
$x^0=0$	ROSM	Oui	7	2.1551	1.718
	OSM	Non	-	-	-

Tableau 4-7— Historique de convergence du deuxième objectif de l’OSM et ROSM

Sur les figures (Figure 4-20-Figure 4-21 et Figure 4-22), nous représentons l’évolution de l’algorithme ROSM. On remarque qu’au fur et à mesure des itérations le méta modèle construit à partir de la fonction grossière suit la fonction fine et la représente bien sur le domaine d’interpolation.

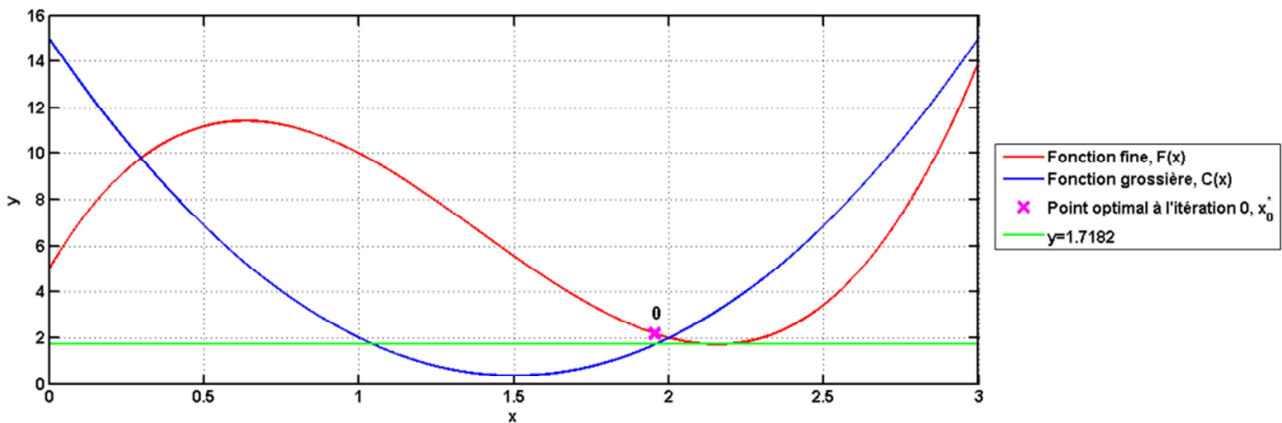


Figure 4-20— Représentation de l’itération 0 de ROSM

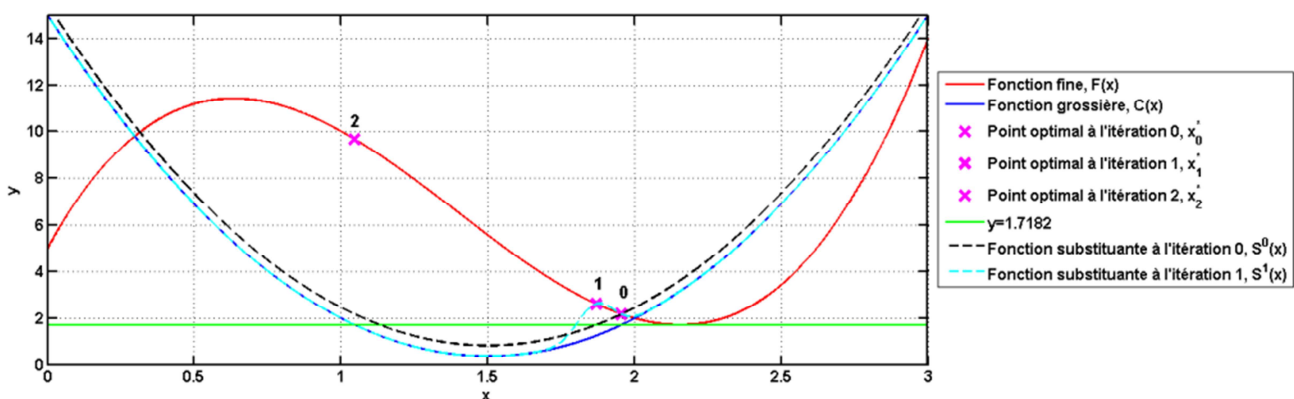


Figure 4-21— Représentation de l’itération 1 de ROSM

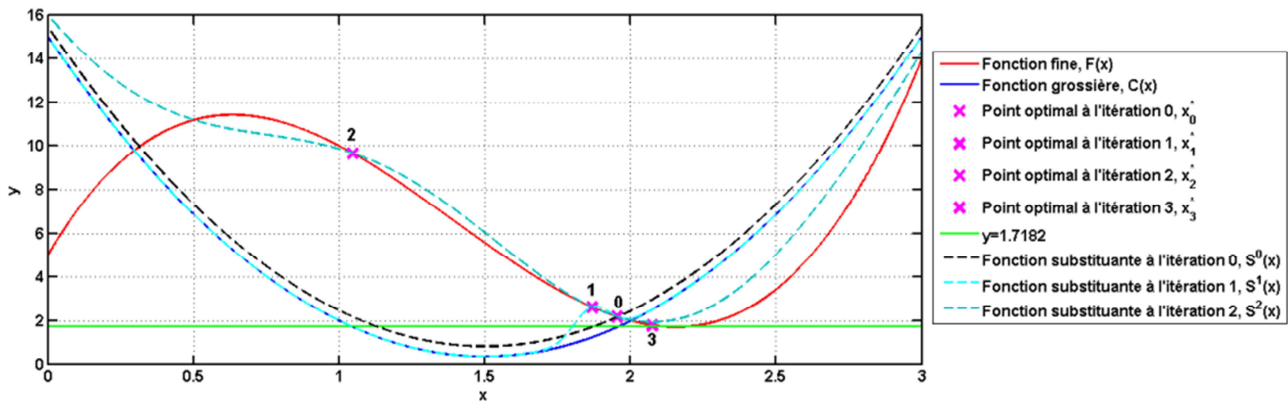


Figure 4-22— Représentation de l'itération 2 de ROSM

A travers l'exemple traité, nous avons démontré l'intérêt de l'utilisation d'une méthode qui permet d'approximer l'erreur entre les modèles fin et grossier. Le modèle substituant construit itérativement s'aligne au fur et à mesure sur le modèle fin autour de l'objectif à atteindre. Ainsi, dans les paragraphes suivants nous proposons l'application de cette technique pour la résolution du problème mono-objectif (4.7) pour le dimensionnement de la machine à flux axial à 6 encoches et 4 paires de pôle.

4. 10 Applications

Dans le but d'appliquer la méthode de ROSM, nous avons procédé dans un premier temps au dimensionnement de la machine à flux axial (6/4) sans tenir compte de la non-linéarité des matériaux. Ainsi, afin de mettre en place deux modèles de fidélité différentes, nous avons été amenés à changer quelques paramètres du modèle. Le paragraphe suivant décrit la mise en place des deux modèles, propose la comparaison entre eux ainsi que le dimensionnement par ROSM.

4. 10. 1 Couplage de modèle à granularité différentes

La différence entre le modèle grossier et fin réside dans la granularité du modèle. Dans le cadre de notre modélisation par réseau de réductances, nous différencions les deux modèles grâce au pas de discrétisation de l'entrefer dx . Le nombre de réductances du réseau augmente avec la diminution de ce pas. dx est de $2 \cdot 10^{-3}$ pour le modèle fin et 10^{-2} pour le modèle grossier. Dans le cas du modèle grossier, les pertes sont calculées par la méthode des barycentres (5 barycentres) décrite dans le chapitre 3, alors que les pertes du modèle fin sont calculées sur les 818 points de fonctionnements. Le **Tableau 4-8**, résume ces différences et les temps de calcul correspondants aux modèles. Afin de mettre en valeur l'erreur entre les différentes réponses des modèles, dans le **Tableau 4-9**.

Caractéristique	Grossier	Fin
$dx(mm)$	10^{-2}	$2 \cdot 10^{-3}$
Nombre de points de fonctionnement	5	818
Temps de calcul (s)	3.6	84.8

Tableau 4-8— Caractéristiques des modèles grossier et fin

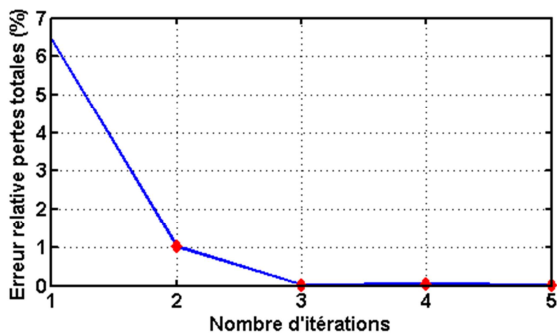
Caractéristique	Grossier	Fin	Erreur relative (%)
$E_{joule}(J)$	62484	65270	4.3
$E_{fer}(J)$	280990	293570	4.3
$E_{aimant}(J)$	34912	37507	6.9
$E_{onduleur}(J)$	573800	631380	9.1
$E_{total}(J)$	952186	1027727	7.35
$\Gamma_{VB}(N.m)$	97.1	93.1	4.1
$\Gamma_{HV}(N.m)$	33.33	33.33	0
$Emf_{VB}(V)$	198.53	214.1	7.5
$Emf_{HV}(V)$	294.61	336.9	12.55

Tableau 4-9— Erreur entre les réponses des modèles grossier et fin pour $X= [105, 80, 6.25, 57.5, 40, 14]$

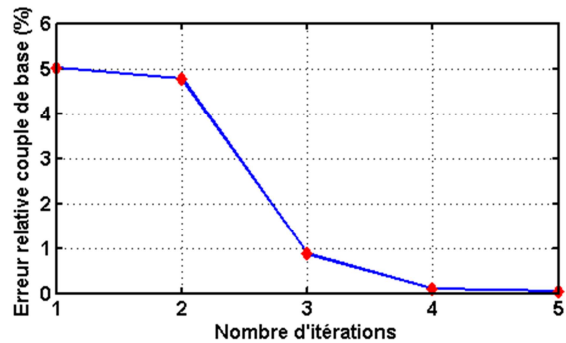
Le problème d'optimisation est reformulé d'une minimisation de l'énergie à une fonction objectif avec des buts à atteindre représentés dans le **Tableau 4-10**. Les valeurs obtenues des différentes valeurs sont représentées dans le **Tableau 4-10**. Elles reflètent la convergence rigoureuse du modèle de substitution tout au long des phases d'optimisation multi-niveau. Pour l'objectif 1300 kJ, les historiques de convergence sont illustrés sur la **Figure 4-23**. Elles montrent ainsi une convergence monotone des divers sorties vers les spécifications.

E_{total} (kJ)	x_1 (mm)	x_2 (mm)	x_3 (mm)	x_4 (mm)	x_5 (mm)	x_6 (tour)	Γ_{VB} (N.m)	Γ_{HV} (N.m)	Emf_{VB} (V)	Emf_{HV} (V)	J (A.mm ⁻²)	$N^{\circ} iter$
1000	150	94.5	9	33.665	50.53	10.77	100	33.33	123.4	256	8.99	7
1100	150	98.7	9.3	40.8	62.03	9.69	100	33.33	116.8	249.9	8.2	6
1200	150	104.4	8.9	69.6	56.138	10.6	100	33.33	124.8	258	6.8	5
1300	150	106.7	8.8	94.7	49.35	11.14	100	33.33	142.47	260	7.5	5
1400	150	109.49	8.4	106.9	51.6	11.13	100	33.33	150.59	254.7	8.5	4

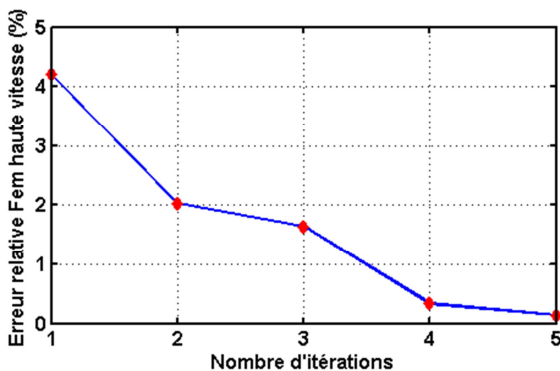
Tableau 4-10— Historique de convergence de ROSM pour divers objectifs



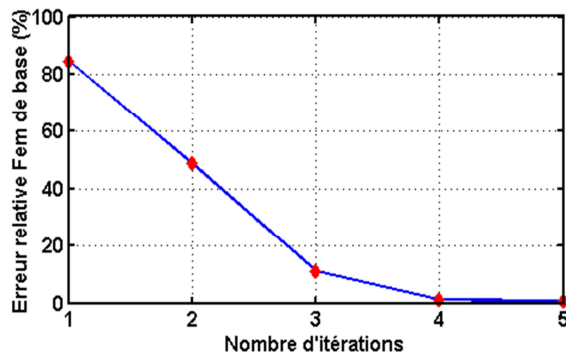
(a) Convergence des pertes



(b) Convergence du couple à la vitesse de base



(c) Convergence de la Fem en survitesse



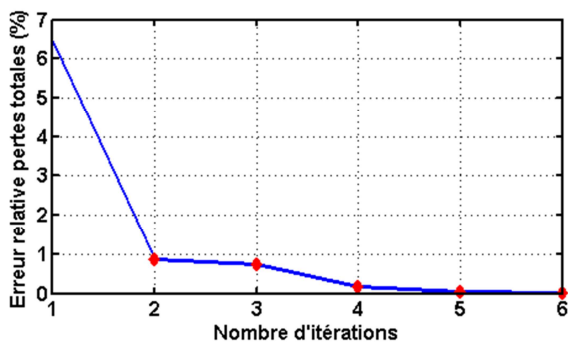
(d) Convergence de la Fem à la vitesse de base

Figure 4-23— Historique de convergence de ROSM

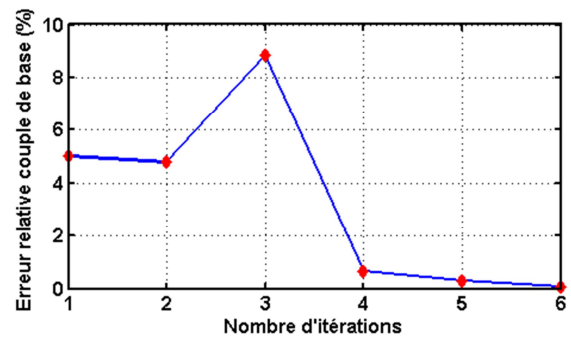
Le même problème est résolu par la méthode d'Output Space Mapping, le **Tableau 4-10** représente les différentes valeurs obtenues.

E_{total} (kJ)	x_1 (mm)	x_2 (mm)	x_3 (mm)	x_4 (mm)	x_5 (mm)	x_6 (tour)	Γ_{VB} (N.m)	Γ_{HV} (N.m)	Emf_{VB} (V)	Emf_{HV} (V)	J (A.mm ²)	N^{\bullet} iter
1000	150	94.5	9	35.665	43.8	11.4	100	33.33	129.4	259	9	7
1100	150	99	9.26	56	38.2	11.8	98.6	33.33	153.3	254	7.29	6
1200	150	104.5	8.9	64.27	51.9	10.19	93.7	33.33	114.4	241	7.13	6
1300	150	102.7	8.79	98.38	43.23	11	92.69	33.33	121.7	245.9	8.02	6
1400	150	109.56	8.4	107.15	51.54	11.15	100	33.33	150.59	255	8.5	4

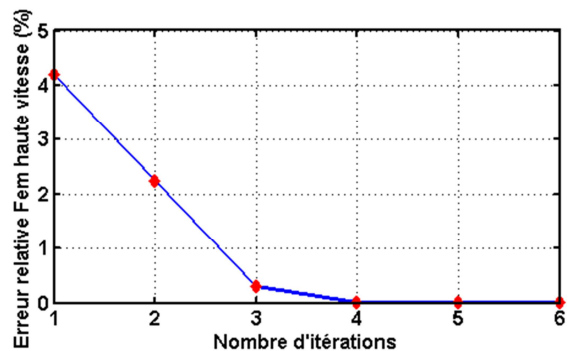
Tableau 4-11— Historique de convergence de OSM pour divers objectifs



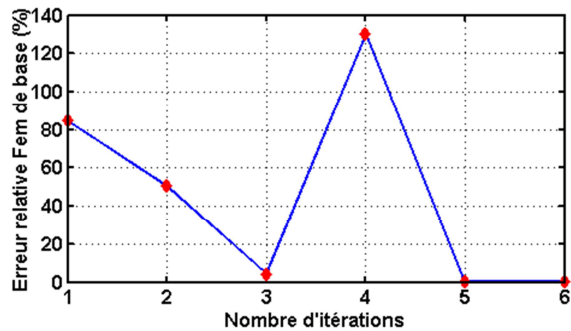
(a) Convergence des pertes



(b) Convergence du couple à la vitesse de base



(c) Convergence de la Fem en survitesse



(d) Convergence de la Fem à la vitesse de base

Figure 4-24— Historique de convergence de OSM

Nous présentons un cas où l'écart entre le modèle fin et grossier est grand, ainsi, l'alignement des deux modèles par l'intermédiaire de l'OSM peut s'avérer inadapté pour résoudre ce type de problème. Le couplage entre le couple de base et les forces électromotrices à la vitesse de base, et les écarts non-uniformes entre les sorties des modèles grossier et fin, peut être à l'origine de l'incapacité de cette méthode de converger pour la majorité des objectifs proposés dans le **Tableau 4-11**. Ainsi que les historiques de convergence illustrés sur la **Figure 4-24**, montre une fluctuation et non-uniformité de convergence notamment au niveau du couple de base et la Fem en survitesse.

4. 10. 2 Couplage linéaire/ saturé

Dans le domaine de la modélisation électromagnétique, les réseaux de réductances présentent d'emblée un bon compromis entre la précision et le temps de calcul.

Cependant, bien que le temps de calcul soit réduit par rapport à la méthode des éléments finis, le problème de temps de simulation subsiste si on considère les caractéristiques non-linéaires des matériaux.

La méthode SQP est également utilisée pour résoudre le problème d'optimisation (4.7), par ailleurs l'optimum recherché est celui du modèle saturé qui sera défini comme étant le modèle fin, et le modèle rapide est le modèle linéaire. Dans un premier temps, afin 80 points de départ de SQP de procéder à l'optimisation sur le modèle grossier. Suite à la convergence de 20 points vers des optimums locaux, ces derniers sont utilisés comme points de départ pour la technique ROSM. Les dimensions de départ sont données dans le **Tableau 4-12** correspond à l'un d'entre eux qui a conduits aux dimensions optimales (cf **Tableau 4-13**) du modèle non-linéaires. L'historique de convergence de la technique du ROSM est représenté sur la **Figure 4-25**. Ces résultats feront l'objet d'une comparaison avec une autre technique. La masse de la machine obtenue est de 64 kg.

	Largeur _{pole}	Largeur _{dent}	Largeur _{aimant}	Hauteur _{dent}	Hauteur _{culasse}	Nbr _{spires}
x_0	144.3 (mm)	92.5 (mm)	5 (mm)	70.9 (mm)	40.5 (mm)	12

Tableau 4-12— Points de départ de SM

	Largeur _{pole}	Largeur _{dent}	Largeur _{aimant}	Hauteur _{dent}	Hauteur _{culasse}	Nbr _{spires}	Fem _{HV}	Couple _{VB}	Energies totales
ROSM	144 (mm)	84.5 (mm)	5 (mm)	24 (mm)	63 (mm)	11	255(V)	100(N.m)	81.25 (KJ)

Tableau 4-13— Dimensions optimaux par ROSM

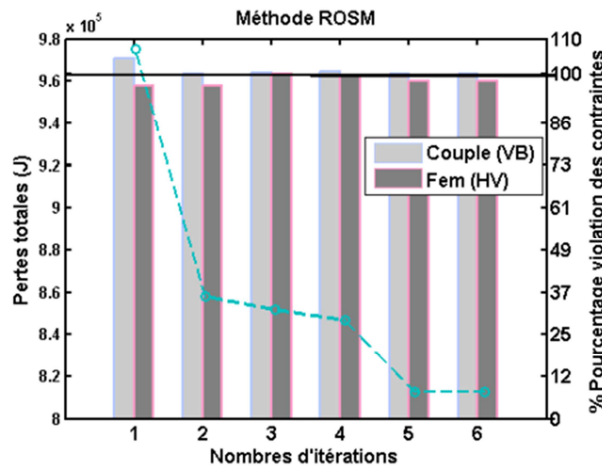


Figure 4-25— Historique de convergence couplage linéaire/ non-linéaire ROSM

4. 11 Adaptation du Space Mapping aux modèles par réseaux de réductances

Dans le but d'utiliser efficacement le réseau de réductances, nous proposons plutôt que de s'appuyer sur les sorties des modèles (couple, fem, pertes), de corriger une grandeur globale comme le flux. Ainsi, nous proposons la correction de la cartographie de flux issue du modèle linéaire (**Figure 4-27-a**) (grossier) par celle du modèle non-linéaire (**Figure 4-27-b**) (fin). La correction est additive, et l'état magnétique du système est supposé constant autour des résultats optimaux utilisés pour la correction.

4. 12 Principe

Les principales étapes de mises en place de cette méthode sont les suivantes:

1. $iter=0$, lancer l'optimisation sur le modèle grossier, $x_{iter}=x^*_{coarse}$.
2. Evaluer le modèle fin en x_{iter} et extraire la cartographie de flux $[\Phi^{NL}_{nijk}]^*$.
3. Arrêter si l'erreur normalisée entre les divers sorties entre grossier et fin est inférieure à $1e-4$.

4. Calculer le correcteur de flux ϑ au point x_{iter} . Il est fonction de n position du rotor, i valeur de courant, j valeur de déphasage et k reluctances. Cette matrice de correction est illustrée sur les **Figure 4-27-c** et **Figure 4-27-d** sous différents angles de vue.

$$[\vartheta_{nijk}^{iter}] = [\Phi_{nijk}^{NL}]^* - [\Phi_{nijk}^L]^* \quad (4.54)$$

5. $iter=iter+1$, le modèle de substitution est définis alors tel que :

$$[\Phi_{nijk}^{SL}]^x = [\Phi_{nijk}^L]^x + [\vartheta_{nijk}^{iter-1}] \quad (4.55)$$

6. lancer l'optimisation sur le modèle substituant, retourner à l'étape 2.

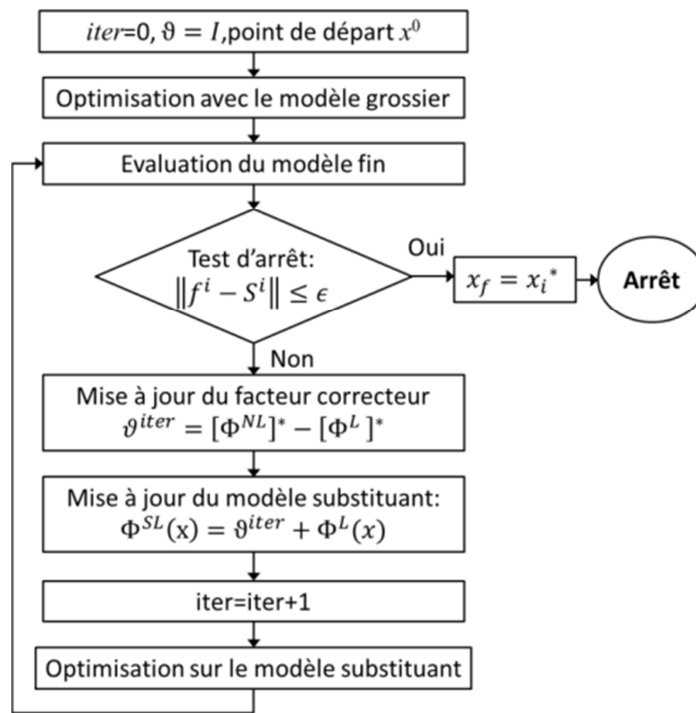


Figure 4-26— Organigramme de la méthode de correction de flux

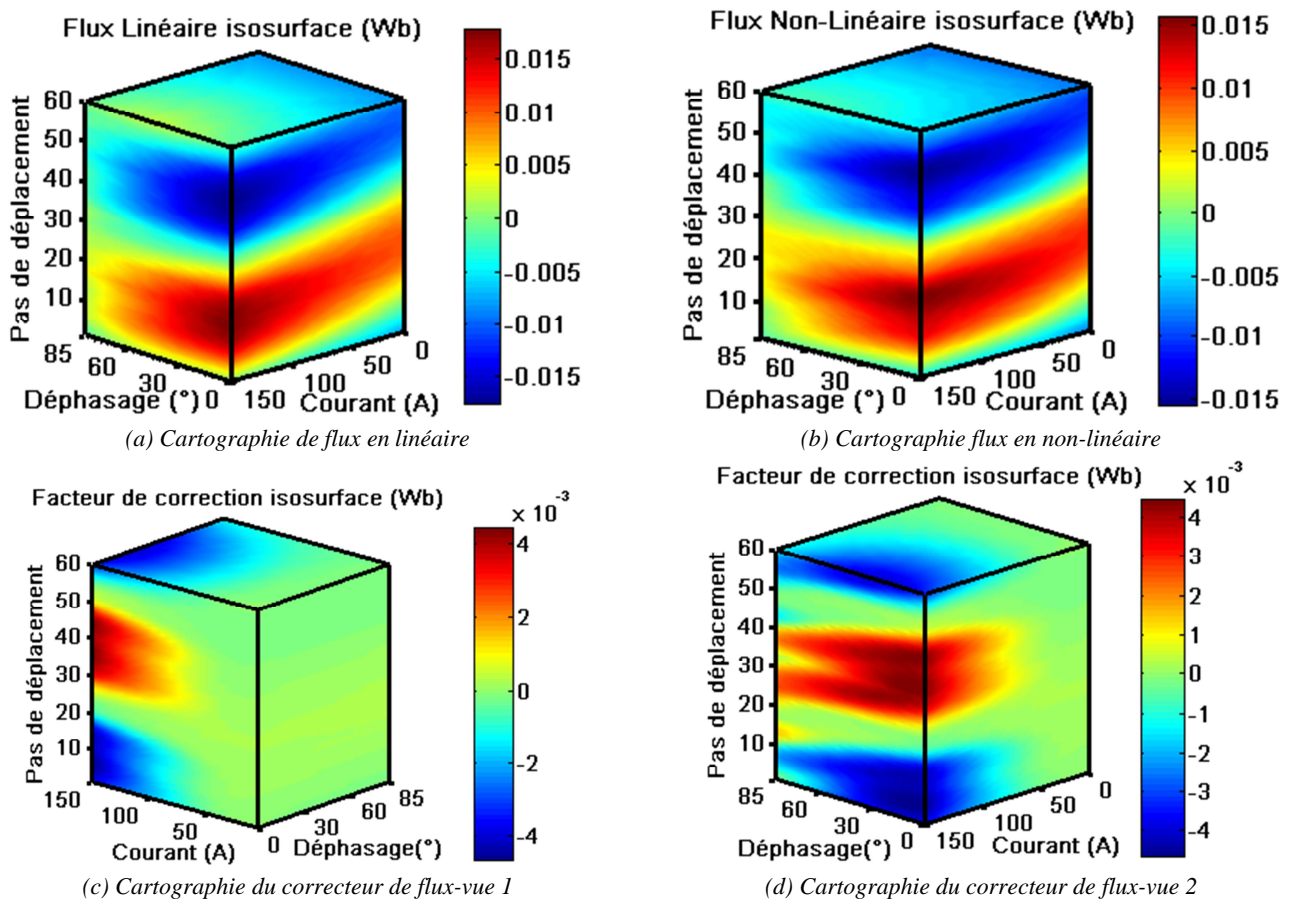


Figure 4-27— Cartographies de Flux et du correcteur

4. 12. 1 Applications

Cette méthode a été appliquée dans le cadre de couplage entre modèle linéaire et saturé ainsi que pour la résolution du problème d'optimisation multi-objectif.

4. 12. 2 Couplage linéaire/saturé

La même méthode décrite dans le paragraphe 4. 10. 2 est appliquée dans le cas de la résolution du problème mono-objectif.

Les points de départ utilisés dans le cas du ROSM sont pris afin de procéder à l'optimisation multi-niveau en corrigeant le flux. Les meilleures dimensions obtenues sont présentées dans le **Tableau 4-14**, ainsi que l'historique de convergence est illustré sur la **Figure 4-28**. La masse de la machine obtenue est supérieure au cas précédent et est de 75.78 kg.

	Largeur _{pole}	Largeur _{dent}	Largeur _{aimant}	Hauteur _{dent}	Hauteur _{culasse}	Nbr _{spires}	Fem _{HV}	Couple _{vB}	Energies totales
CorrectionFlux	144 (mm)	84.5 (mm)	5 (mm)	27 (mm)	74 (mm)	10	26 (V)	100(N.m)	81.07(KJ)

Tableau 4-14— Dimensions optimaux par correction de flux

Les deux méthodes ROSM et correction du flux ont bien convergé vers un optimum du modèle saturé. Par contre, cette convergence dépend de la présence d'optima du modèle non saturé, ainsi que du nombre d'optima locaux présent dans la région de confiance. La correction avec la méthode de flux s'avère plus efficace en nombre d'itérations (cf. **Figure 4-28**) et un minimum de pertes totales est atteint (cf. **Tableau 4-14**).

Une des raisons est le fait que d'après cette stratégie la correction des sorties du modèle sont effectuées avec le même facteur de correction, alors que par ROSM une correction est dédiée à chaque sortie du modèle.

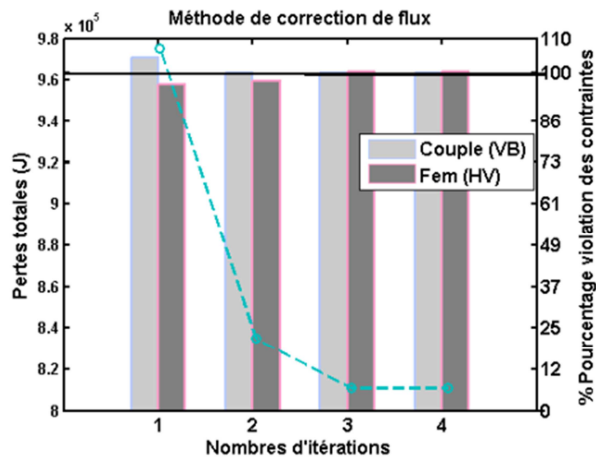


Figure 4-28— Historique de convergence couplage linéaire/ non-linéaire correction de flux

Par ailleurs, les masses des deux machines n'étaient pas prise en compte, par conséquent les valeurs obtenues pour cette grandeur suivant les deux techniques sont assez élevées.

Une résolution du problème d'optimisation en tenant compte de la masse de la machine est donc nécessaire. Afin de résoudre le problème d'optimisation multi-objectif décrit dans (4.8), la méthode NSGA-II a été retenue. Cependant, le modèle utilisé est le modèle linéaire. Afin de parvenir aux résultats du modèle saturé, nous proposons de coupler la méthode NSGA-II avec la technique de correction du flux. L'intérêt de cette méthode, outre son efficacité, est sa simplicité de mise en œuvre dans le cas de modèles semi-numériques.

4.13 Optimisation multi-objectif

L'application du problème d'optimisation multi-objectif a été traité dans le cadre de dimensionnement de la machine 6 encoches et 4 paires de pôles. La méthode NSGA-II a été lancée plusieurs fois avec des réglages différents afin d'être certain du front de Pareto obtenu. Ainsi dans un premier temps nous présentons sur la **Figure 4-31-a** le front de compromis obtenu pour le modèle linéaire. Le front dans le cas du modèle saturé est représenté sur la **Figure 4-31-b**. Il est obtenu en utilisant comme point de départ pour l'optimisation multi-niveau les points du front « linéaire » en bleu. Par ailleurs, l'optimisation multi-niveau est mise en place afin de résoudre le problème décrit dans (4.56). Le problème est reformulé en un problème mono-objectif.

La masse totale est une grandeur indépendante de la nature du modèle, ainsi cette sortie est retenue en objectif. L'énergie totale ou les pertes sur cycle est transformée en une contrainte d'inégalité, telle que la borne supérieure représentée par E_{total}^{*NL} . Cette variable est la valeur de pertes en non-linéaire du point de départ de l'optimisation multi-niveau. C'est-à-dire les pertes totales en saturé des optima représentés sur le front en bleu (cf. **Figure 4-31**). Nous avons fait le choix, dans le but d'un côté essayer de minimiser encore la masse de la machine et de l'autre améliorer les pertes ou au moins les contraindre afin qu'ils n'augmentent pas.

$$\begin{cases} \text{Trouver } X = [x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6], \text{ qui} \\ \text{Minimise } M_{total} \\ \text{Sous Contraintes: } Fem_{VB} \leq 200(\text{V}) \quad Fem_{HV} \leq 260(\text{V}) \quad J \leq 13(\text{A} \cdot \text{mm}^{-2}) \\ \Gamma_{VB} = 100(\text{N} \cdot \text{m}) \quad \Gamma_{HV} = 33.3(\text{N} \cdot \text{m}) \quad E_{total} \leq E_{total}^{*NL} \end{cases} \quad (4.56)$$

Comme illustré sur la **Figure 4-31**, le front de Pareto en non-linéaire présente un taux de pertes plus élevées que celui en linéaire. Les pertes fer et aimant, diminuent à cause de la limitation des valeurs de l'induction magnétique B, les cartographies des pertes fer en linéaires et non-linéaires pour les optimums (A-A') (cf. **Figure 4-29-b**) sont données sur la **Figure 4-30**. Les pertes Joules (cf. **Figure 4-31**) et convertisseur deviennent importantes à cause de l'augmentation de la valeur de courant (cf. **Figure 4-32**) nécessaire afin d'atteindre les points de fonctionnement désirés (cf. **Figure 4-3**).

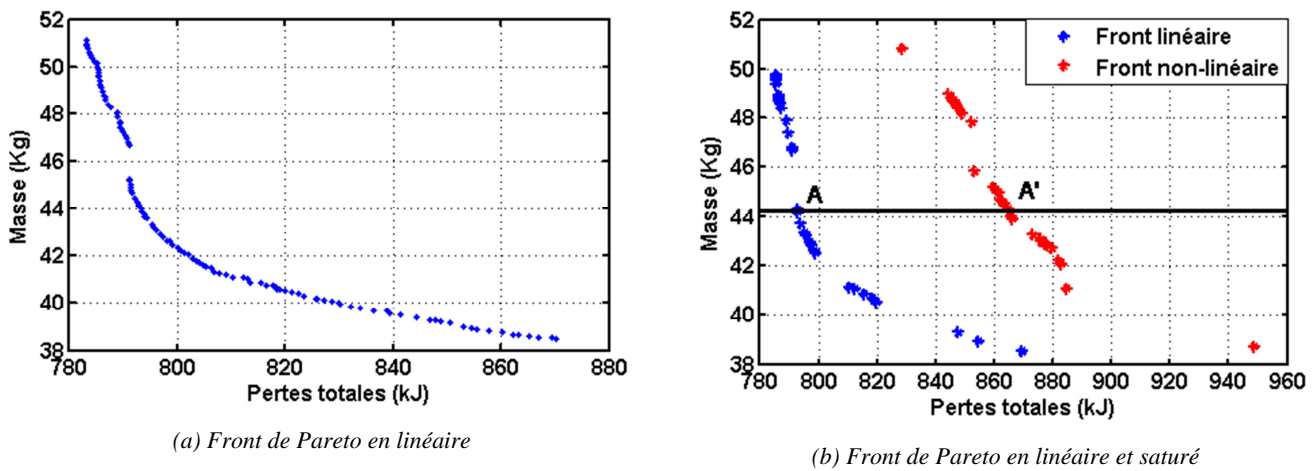


Figure 4-29— Front de Pareto linéaire et non-linéaire

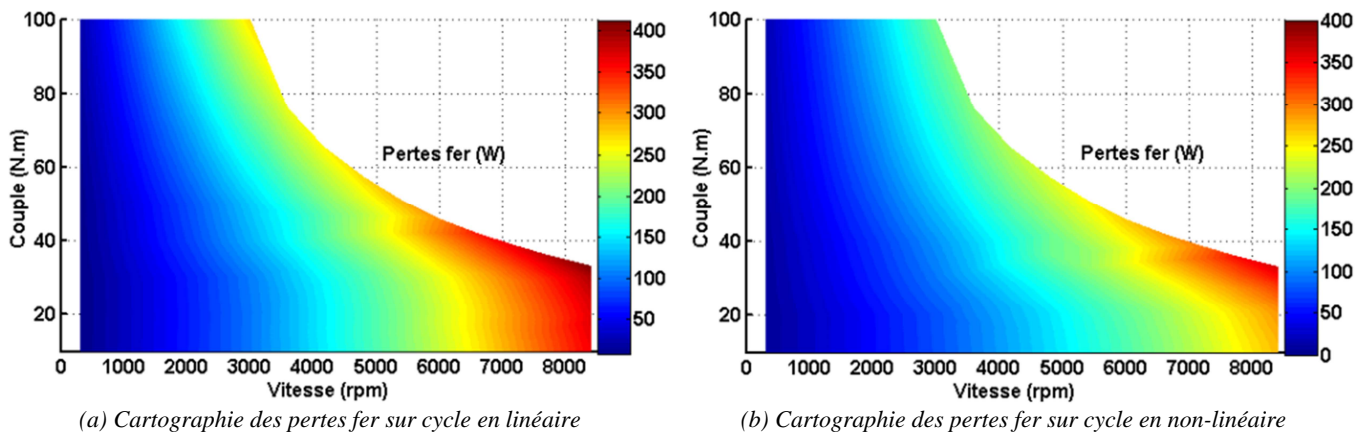


Figure 4-30— Cartographies des pertes fer sur cycle pour les optimums A et A'

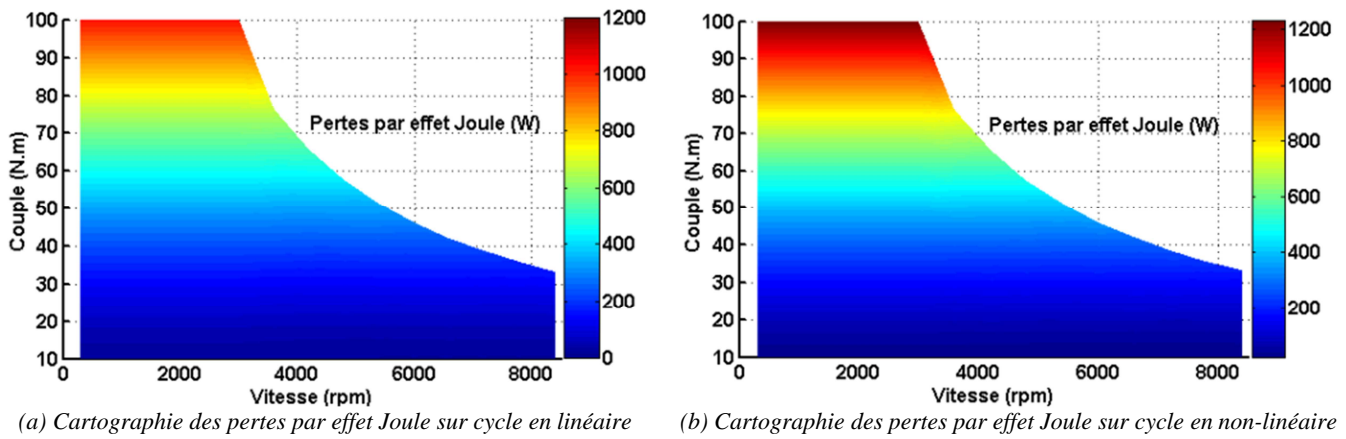


Figure 4-31— Cartographies des pertes par effet Joule sur cycle pour les optimums A et A'

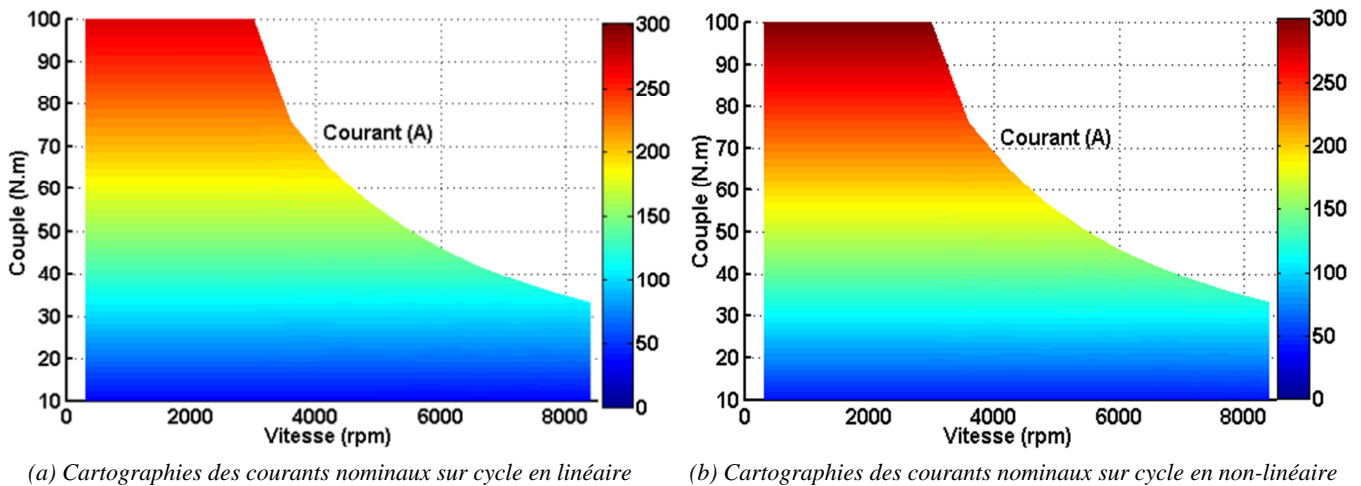


Figure 4-32— Cartographies des courants nominaux sur cycle pour les optimums A et A'

Les résultats obtenus bien que satisfaisants au niveau du temps de calcul, une application de la méthode de ROSM sera intéressante afin de comparer les deux fronts. Cette application sera l'une des perspectives à la suite de cette thèse.

4.14 Conclusions

Les études abordées dans ce dernier chapitre, porte sur la résolution du problème d'optimisation. Dans la première partie nous avons proposé une analyse par la technique du screening des différents facteurs en jeu dans le but de déterminer les plus influents par rapport aux pertes, couples, Fem et la masse. Suite à cette analyse, deux problèmes d'optimisation ont été proposés : Un problème mono-objectif, dans lequel l'objectif est la minimisation des pertes totales sur un cycle de fonctionnement routier. Un problème multi-objectif, dans lequel nous avons défini deux objectifs les pertes et la masse, qui sont généralement contradictoire.

Dans le but de résoudre de façon classique ces deux problèmes, nous avons proposé l'utilisation dans le cas mono-objectif la méthode SQP et dans le cas multi-objectif la méthode NSGA-II. Pour ce dernier algorithme, une intervention sur le code développé dans Matlab a été nécessaire afin de pouvoir prendre en compte les contraintes non-linéaires.

Afin d'améliorer la qualité de convergence en temps de calcul, nous avons proposé l'utilisation de la technique du Space Mapping, qui consiste en une technique multi-niveau. Elle permet de coupler un modèle rapide et un modèle précis. Nous avons fait le point des grands traits de la méthode plus particulièrement l'Output Space Mapping. Par ailleurs, cette dernière n'étant pas adaptée dans le cas où l'erreur entre les modèles fin et grossier est non-linéaire ou non-uniforme, nous avons proposé de l'approximer par un méta-modèle.

Ainsi, nous avons proposé d'analyser les trois méthodes d'approximation les plus connues : les surfaces de réponses, le krigeage et les fonctions à bases radiales. Cette étude nous a conduits au choix de la modélisation de l'erreur par RBF.

Une technique d'optimisation multi-niveau est proposée, elle repose sur l'OSM et RBF, intitulée ROSM. Elle a été illustrée par l'intermédiaire d'un exemple et appliqué au dimensionnement d'une machine à flux axial à 6-dents et 4-pôles.

Dans un premier temps, la mise en place des modèles fin et grossier est basé sur le modèle linéaire de la machine en changeant les paramètres de construction du réseau notamment de l'entrefer ainsi sur la méthode utilisée pour le calcul des pertes sur cycle. Suite à la comparaison des historiques de convergence, la méthode ROSM a prouvé sa robustesse par rapport à la méthode traditionnelle.

Dans un second temps, les modèles fin et grossier sont mis en place par l'intermédiaire de modèle linéaire et saturé, une fois aussi la méthode ROSM a fait preuve d'une adaptabilité. Cependant, le modèle de machine électrique a été développé entièrement, ainsi afin d'utiliser au mieux les matrices issues de ce modèle, nous proposons une autre technique de couplage entre modèle linéaire et saturé. Elle est basée sur la correction des matrices de flux.

Le même problème résolu avec la méthode ROSM a été résolu par cette nouvelle stratégie. Les résultats obtenus sont proches, par ailleurs la rapidité et la simplicité de la technique nous ont encouragés à l'utiliser afin de résoudre un problème d'optimisation multi-objectif.

Ainsi, nous avons proposé, le couplage entre cette nouvelle technique et l'algorithme NSGA-II, dans le but de résoudre un problème multi-niveau multi-objectif. Les résultats obtenus sont encourageant. Dans le cas linéaire le front de Pareto a été obtenu suite à plusieurs lancers de NSGA-II, afin de le valider. L'optimisation multi-niveau est effectuée en reformulant le problème en un problème mono-objectif, ainsi les points de départ sont les individus qui appartiennent au front de Pareto. Les pertes obtenues dans le cas non-linéaire sont supérieures au cas linéaire et ceci est dû à l'augmentation des pertes joules et pertes convertisseurs.

Conclusion générale

Ce mémoire présente une méthodologie de conception appliquée aux machines électriques et plus particulièrement aux machines à aimants permanents à flux axial. Le modèle de ce type de machines est mis en place grâce à la méthode des réseaux de réductances et les résultats de simulation sont confrontés à ceux obtenus avec la méthode des éléments finis (outil logiciel FEMM) et validés par quelques résultats expérimentaux. Deux stratégies d'optimisation associées à une technique multi-niveau, le Space Mapping, sont proposées et appliquées dans le cadre du dimensionnement des machines sur un cycle routier.

La démarche de conception a été décrite au Chapitre 1 suivant 3 axes. Le premier intitulé "activité de conception" synthétise l'étude bibliographique qui a été menée et introduit la démarche à suivre. Le deuxième, la formulation du problème, décrit l'orientation des modèles dans le sens direct et valide le choix d'orienter notre modélisation dans le sens direct afin de l'intégrer dans une technique de résolution basée sur l'optimisation. Enfin, nous nous sommes intéressés à la nature du modèle, ainsi les modèles analytiques, semi-numérique et numérique ont donc été décrits. Au final nous nous sommes orientés sur les modèles semi-numériques grâce à la technique des réseaux de réductances. Ce type de modèles, comparés aux autres, présentent un bon compromis entre précision et temps de calcul en les comparant avec d'autres.

Dans un contexte de développement de méthodologies de conception d'actionneurs électriques, nous avons débuté le chapitre 2 par une étude bibliographique sur les grandes familles d'actionneurs électriques : les machines à réductance variable, les machines asynchrones et les machines synchrones à aimants permanents (MSAP). Nous avons fait le choix de nous orienter vers ces dernières du fait de leurs performances énergétiques sur cycles de fonctionnement et surtout de l'intérêt qu'elles suscitent dans le domaine de la traction électrique. Dans la catégorie des MSAP, nous avons distingué les structures suivant l'orientation du flux : les MSAP à flux radial et les MSAP à flux axial. Nous avons ainsi montré les avantages des machines à flux axial, tel que la réduction de l'encombrement, et nous avons proposé l'étude de deux machines à bobinages sur dent, une machine à double rotor et simple stator et une machine à double stator et simple rotor. Dans la deuxième partie de ce chapitre, sont rappelées les différentes formulations propres à la modélisation des phénomènes électromagnétiques. Du fait de sa précision plus que satisfaisante et de sa rapidité, la modélisation par circuit magnétique équivalent (CME) a été retenue.

Une étude bibliographique des points clés de cette méthode a été menée notamment sur la prise en compte du phénomène de saturation magnétique et du mouvement. Cette analyse a permis de faire le point sur la différence entre deux méthodologies de modélisation, par réseau de perméances et par réseau de réductances. Cette dernière méthode a été finalement retenue du fait de l'élaboration d'un réseau dissociant la structure du maillage de l'expression de réductances et les propriétés de convergence du calcul démontrées dans la littérature.

L'application de cette modélisation sur les machines à flux axial fait l'objet du Chapitre 3. Nous avons proposé une architecture du réseau de réductances qui permet de répondre aux problématiques de prise en compte du phénomène de saturation magnétique suite à l'introduction du système non-linéaire dérivable et l'identification de sa matrice jacobienne, pour à la fin le résoudre par l'intermédiaire de la méthode de Newton-Raphson. La prise en compte du mouvement est obtenue grâce à la modélisation de l'entrefer en 3 couches, dont une couche mobile reliée au rotor.

Afin de prendre en compte la saturation locale notamment au niveau des dents statoriques, une couche supplémentaire de réluctances en série avec la couche verticale de l'entrefer a été introduite. Cette action qui ne modifie pas la taille du système à résoudre permet d'affiner la distribution du champ principalement dans les isthmes dentaires. Les méthodes de détermination des grandeurs magnétiques telles le couple moyen, l'ondulation de couple et la force électromotrice sont détaillées.

La modélisation proposée est validée numériquement grâce à un logiciel éléments finis (FEMM) sur deux machines à flux axial à double rotor et simple stator (6/4 et 6/8) ainsi qu'une validation expérimentale d'une autre structure de double stator et simple rotor. A la fin du chapitre, la modélisation énergétique est illustrée par la détermination des différentes pertes dans la machine (pertes par effet Joule, pertes fer au stator et au rotor et pertes aimants) ainsi que dans l'onduleur. Afin d'intégrer ce modèle dans une stratégie de dimensionnement sur cycle, nous avons adopté le calcul des pertes par une méthode barycentrique.

La résolution du problème de conception et d'optimisation a été abordée dans le Chapitre 4, où nous avons dans un premier temps exploité la technique du screening afin d'analyser l'influence des différents facteurs sur les sorties du modèle. Suite à cette analyse deux problèmes d'optimisation ont été proposés : un problème mono-objectif dans lequel l'objectif est la minimisation des pertes totales sur un cycle de fonctionnement routier pour lequel nous avons choisi la méthode SQP pour la résolution. Ensuite, un problème multi-objectif, visant en l'occurrence les minimisations des pertes et de la masse, pour lequel nous avons choisi la méthode « NSGA-II modifiée ».

Le couplage de ces deux méthodes avec la technique de l'Output Space Mapping (OSM) a été réalisé, dans le but de diminuer le temps de calcul tout en utilisant un modèle qui considère la caractéristique non-linéaire des matériaux ferromagnétiques.

Nous avons décrit l'OSM et mis en évidence le manque de précision de cette technique si l'erreur entre les modèles fin et grossier est non-uniforme ou non-linéaire, ainsi nous avons proposé de l'approximer par un méta-modèle. Trois méthodes d'approximation les plus connues ont été analysées : les surfaces de réponses, le krigeage et les fonctions à bases radiales. Cette étude nous a conduits au choix de la modélisation de l'erreur par RBF. Une technique d'optimisation multi-niveau est proposée, elle repose sur l'OSM et RBF, sous l'intitulé ROSM. Elle a été illustrée par l'intermédiaire d'un exemple et appliqué au dimensionnement d'une machine à flux axial à 6-dents et 4-pôles. Suite à la comparaison des historiques de convergence, la méthode ROSM a prouvé son efficacité par rapport à la méthode traditionnelle. Cependant, afin d'utiliser au mieux les modèles par réseaux de réluctances, nous proposons une autre technique de couplage entre modèles linéaire et saturé. Plutôt que de s'intéresser aux grandeurs globales habituelles de sortie telles que couple ou fem, elle repose sur la correction des matrices de flux.

La comparaison entre les deux approches, (correction des grandeurs de sortie et stratégie de correction d'une grandeur interne comme le flux) est présentée. Les résultats obtenus sont proches, cependant la rapidité et la simplicité de la technique nous ont encouragés à l'utiliser afin de résoudre un problème d'optimisation multi-objectif.

Cette nouvelle technique a été retenue pour le couplage avec l'algorithme NSGA-II, dans le but de résoudre un problème multi-niveau, multi-objectif. Ainsi deux fronts de Pareto ont été dressés : un front de Pareto linéaire et un front de Pareto non-linéaire. Dans nos perspectives, ce même sujet pourra être abordé par ROSM et comparé les fronts obtenus.

A l'issue de ce travail plusieurs perspectives peuvent être proposées.

Pour la partie modélisation :

- Il serait intéressant de comparer les résultats de simulation avec d'autres résultats expérimentaux que ceux exploités dans la thèse.
- Valider le modèle générique en tenant compte des variables telles le nombre de paires de pôle et le nombre de dents....
- Permettre un couplage avec un circuit électrique afin d'étudier et valider des stratégies de contrôle sur différents points de fonctionnement sur cycles.

Pour la partie optimisation :

L'optimisation multi-niveau multi-objectif abordée par la technique de correction du flux, pourra être abordée par la méthode ROSM. Les individus du front linéaire serviront comme base de la fonction RBF afin de modéliser l'erreur entre les modèles fin et grossier. Ainsi, une optimisation multi-objectif est relancée sur un modèle de substitution afin d'obtenir le front du modèle non-linéaire. Au final, les fronts obtenus pourront être comparés afin de déterminer la méthode la mieux adaptée.

Bibliographie

- [Abde81] A. Abdel-Razek, J.-L. Coulomb, M. Feliachi, and J. Sabonnadiere, "The calculation of electromagnetic torque in saturated electric machines within combined numerical and analytical solutions of the field equations," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 17, no. 6, pp. 3250–3252, Nov. 1981.
- [Amae01] Y. Amara, "Contribution à la conception et à la commande des machines synchrones à double excitation. Application au véhicule hybride," Thèse de Doctorat, Université de Paris XI, 2001.
- [Amar10] Y. Amara and G. Barakat, "Analytical Modeling of Magnetic Field in Surface Mounted Permanent-Magnet Tubular Linear Machines," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 46, no. 11, pp. 3870–3884, Nov. 2010.
- [Aude00] C. Audet, J. Denni, D. Moore, A. Booker, and P. Frank, "A surrogate-model-based method for constrained optimization," in *8th Symposium on Multidisciplinary Analysis and Optimization*, 0 vols., American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2000.
- [Ayd01] M. Aydin, S. Huang, and T. A. Lipo, "Design and 3D electromagnetic field analysis of non-slotted and slotted TORUS type axial flux surface mounted permanent magnet disc machines," *IEEE International on Electric Machines and Drives Conference, IEMDC*, 2001, pp. 645–651.
- [AyYa04] M. Aydin, J. Yao, E. Kayikci, S. Huang, and T. A. Lipo, "Design Considerations and Experimental Results of an Axial Flux PM Motor With Field Control," University of Wisconsin-Madison College of Engineering Wisconsin Power Electronics Research Center, Research Report 23, 2004.
- [Azzo07] J. Azzouzi, "Contribution à la modélisation et à l'optimisation des machines synchrones à aimants permanents à flux axial. Application au cas de l'aérogénérateur," Thèse de Doctorat, Université du Havre, 2007.
- [Bakr00] M. H. Bakr, J. W. Bandler, M. A. Ismail, J. E. Rayas-Sanchez, and Qi-Jun Zhang, "Neural space-mapping optimization for EM-based design," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 48, no. 12, pp. 2307–2315, Dec. 2000.
- [Band03] J. W. Bandler, Qingsha Cheng, D. H. Gebre-Mariam, K. Madsen, F. Pedersen, and J. Sondergaard, "EM-based surrogate modeling and design exploiting implicit, frequency and output space mappings," *IEEE MTT-S International Microwave Symposium Digest*, 2003, vol. 2, pp. 1003–1006.
- [Band04] J. W. Bandler, Q. S. Cheng, S. A. Dakrouy, A. S. Mohamed, M. H. Bakr, K. Madsen, and J. Sondergaard, "Space mapping: the state of the art," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 52, no. 1, pp. 337–361, Jan. 2004.
- [Band94] J. W. Bandler, R. Biernacki, Shao Hua Chen, P. A. Grobelny, and R. H. Hemmers, "Space mapping technique for electromagnetic optimization," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 42, no. 12, pp. 2536–2544, Dec. 1994.
- [Barr03] O. Barre, "Contribution à l'étude des formulations de calcul de la force magnétique en magnétostatique, approche numérique et validation expérimentale," Thèse de Doctorat, Ecole Centrale de Lille, 2003.

- [Basu12] A. Basudhar, C. Dribusch, S. Lacaze, and S. Missoum, “Constrained efficient global optimization with support vector machines,” *Struct Multidisc Optim*, vol. 46, no. 2, pp. 201–221, Aug. 2012.
- [Baxt93] B. J. Baxter, “The Interpolation Theory of Radial Basis Functions,” Thèse de Doctorat, Trinity College, 1993.
- [BelH00] B. Bel Habib, “Méthodologie pour le Développement de Plates Formes Intégrées dédiées à la Conception en Génie Electrique,” Institut National Polytechnique de Grenoble, Thèse de Doctorat, 2000.
- [Bell10] A. Bellara, Y. Amara, G. Barakat, and P. Reghem, “Analytical modelling of the magnetic field in axial flux permanent magnet machines with semi-closed slots at no load,” XIX Electrical Machines International Conference (ICEM), 2010, pp. 1–6.
- [Bena08] A. Benabou, S. Georges, and S. Clénet, “Permanent magnet modelling for dynamic applications,” *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 320, no. 6, pp. 830–835, Mar. 2008.
- [BenA12] R. Ben Ayed, “Eco-conception d’une chaine de traction ferroviaire,” Thèse de Doctorat, Ecole Centrale de Lille, 2012.
- [Berb12] A. C. Berbecea, R. Ben-Ayed, F. Gillon, S. Brisset, and P. Brisset, “Comparison of Efficient Global Optimization and Output Space Mapping on the Biobjective Optimization of a Safety Isolating Transformer,” *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 48, no. 2, pp. 791–794, Feb. 2012.
- [Bere10] J. Beretta, “Motorisation hybride thermique-électrique,” *Techniques de l’ingénieur Groupes motopropulseurs (GMP) automobiles: contrôles et hybridation*, vol. base documentaire : TIB169DUO, no. ref. article : bm2760, Jan. 2010.
- [Bett10] A. A. Bettayeb, “Pertes à haute fréquence dans les rotors des machines synchrones à aimants alimentées par onduleur de tension,” Thèse de Doctorat, Ecole Supérieure d’Electricité (SUPELEC), 2010.
- [Bloc99] F. Bloch, “Source de Champ Intense 4 Tesla à Aimants Permanents,” Institut National Polytechnique de Grenoble, 1999.
- [Bomm09] E. Bommé, “Modélisation et Optimisation des Machines Electriques Discoïdes à Double Entrefer,” Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, 2009.
- [Bouk07] M. Boukadoum, “Réseaux de neurones à base radiale,” 2007.
- [Boul07] P. Boulter and I. McCrae, *ARTEMIS: Assessment and reliability of transport emission models and inventory systems – Final Report*. 2007.
- [Boul84] N. Boules, “Two-Dimensional Field Analysis of Cylindrical Machines with Permanent Magnet Excitation,” *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. IA-20, no. 5, pp. 1267–1277, Sep. 1984.
- [Boul85] N. Boules, “Prediction of No-Load Flux Density Distribution in Permanent Magnet Machines,” *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. IA-21, no. 3, pp. 633–643, May 1985.
- [Boul90] N. Boules, “Design optimization of permanent magnet DC motors,” *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 26, no. 4, pp. 786–792, Aug. 1990.
- [Bris07] S. Brisset, “Démarches et Outils pour la conception Optimale des Machines Electriques,” Habilitation à Diriger des Recherches, Université des Sciences et Technologies de Lille, 2007.

- [Busc96] T. J. Busch, J. D. Law, and T. A. Lipo, "Magnetic circuit modeling of the field regulated reluctance machine. Part II: saturation modeling and results," *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 11, no. 1, pp. 56–61, Mar. 1996.
- [Cald01] M. Caldora Costa, "Optimisation de Dispositifs Electromagnétiques dans un contexte d'Analyse par la méthode des Eléments Finis," Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, 2001.
- [Carpe68] C. J. Carpenter, "Magnetic equivalent circuits," *Electrical Engineers, Proceedings of the Institution of*, vol. 115, no. 10, pp. 1503–1511, Oct. 1968.
- [Casa94] F. Casanellas, "Losses in PWM inverters using IGBTs," *Electric Power Applications, IEE Proceedings -*, vol. 141, no. 5, pp. 235–239, Sep. 1994.
- [Chan02] C. C. Chan, "The state of the art of electric and hybrid vehicles," *Proceedings of the IEEE*, vol. 90, no. 2, pp. 247–275, Feb. 2002.
- [Chao94] B. Chao, S. X. Chen, Z. J. Liu, and T.-S. Low, "Electromagnetic field analysis in rotational electric machines using finite element-analytical hybrid method," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 30, no. 6, pp. 4314–4316, Nov. 1994.
- [Cher49] E. C. Cherry, "The Duality between Interlinked Electric and Magnetic Circuits and the Formation of Transformer Equivalent Circuits," *Proceedings of the Physical Society*, 1949.
- [Choi01] H.-S. Choi, D.-H. Kim, I.-H. Park, and S.-Y. Hahn, "A new design technique of magnetic systems using space mapping algorithm," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 37, no. 5, pp. 3627–3630, Sep. 2001.
- [Clém09] J. Clément, "Optimisation multidisciplinaire : étude théorique et application à la conception des avions en phase d'avant-projet," Thèse de Doctorat, Université de Toulouse, 2009.
- [Coll02] Y. Collette and P. Siarry, *Optimisation multiobjectif*, 1st ed. Eyrolles, 2002.
- [Cope63] M. A. Copeland and G. R. Slemon, "An Analysis of the Hysteresis Motor I - Analysis of the Idealized Machine," *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. 82, no. 65, pp. 34–42, Apr. 1963.
- [Coul03] J.-L. Coulomb, A. Kobetski, M. Caldora Costa, Y. Maréchal, and U. Jonsson, "Comparison of radial basis function approximation techniques," *COMPEL: The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering*, vol. 22, no. 3, pp. 616–629, 2003.
- [Daan06] A. Daanoune, "Contribution à l'Etude et à l'Optimisation d'une Machine Synchrone à Double Excitation pour Véhicules Hybrides," Thèse de Doctorat, Université de Grenoble, 2006.
- [Dagu12] B. Dagusé, "Optimisation de systèmes d'entraînement," Thèse de Doctorat, Université Paris-Sud/Supélec, 2012.
- [Deb02] K. Deb, A. Pratap, S. Agarwal, and T. Meyarivan, "A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II," *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, vol. 6, no. 2, pp. 182–197, Apr. 2002.

- [deCe05] E. de Cecco, “Contribution au développement d’un outil logiciel d’aide à la conception de systèmes électromagnétiques. Application aux machines synchrones à aimants permanents,” Thèse de Doctorat, Université Paris Sud XI, 2005.
- [Dela04] A. Delale, L. Albert, L. Gerbaud, and F. Wurtz, “Automatic generation of sizing models for the optimization of electromagnetic devices using reluctance networks,” *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 40, no. 2, pp. 830–833, Mar. 2004.
- [Delf95] C. Delforge and B. Lemaire-Semail, “Induction machine modeling using finite element and permeance network methods,” *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 31, no. 3, pp. 2092–2095, May 1995.
- [Deod97] R. P. Deodhar, S. Andersson, I. Boldea, and T. J. E. Miller, “The flux-reversal machine: a new brushless doubly-salient permanent-magnet machine,” *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 33, no. 4, pp. 925–934, Aug. 1997.
- [Derb09] H. W. Derbas, J. M. Williams, A. C. Koenig, and S. D. Pekarek, “A Comparison of Nodal- and Mesh-Based Magnetic Equivalent Circuit Models,” *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 24, no. 2, pp. 388–396, Jun. 2009.
- [DiGer05] A. Di Gerlando, G. M. Foglia, R. Perini, and M. Ubaldini, “Design and operation aspects of field regulated PM synchronous machines with concentrated armature windings,” *IEEE International Conference on Electric Machines and Drives*, 2005, pp. 1165–1172.
- [Do10] T. P. Do, “Simulation dynamique des actionneurs et capteurs électromagnétiques par réseaux de réductances : modèles, méthodes et outils,” Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, 2010.
- [duPe06] B. du Peloux de Saint Romain, “Modélisation des Actionneurs Eléctromagnétiques par réseaux de Reluctances. Création d’un Outil Métier Dédié au Prédimensionnement par Optimisation,” Thèse de Doctorat, Université Joseph Fourier, 2006.
- [Eche05] D. Echeverría and P. Hemker, “Space Mapping and Defect Correction,” *Computational Methods in Applied Mathematics*, vol. 5, no. 2, pp. 107–136, 2005.
- [Eche08] D. Echeverría, D. Lahaye, and P. Hemker, “Space Mapping and Defect Correction,” in *Model Order Reduction: Theory, Research Aspects and Applications*, vol. 13, W. A. Schilders, H. Vorst, and J. Rommes, Eds. Springer Berlin Heidelberg, 2008, pp. 157–176.
- [Enci05] L. Encica, D. Echeverría, E. A. Lomonova, A. Vandenput, P. Hemker, and D. Lahaye, “Efficient optimal design of electromagnetic actuators using space-mapping,” *6th World Congress on Structural and Multidisciplinary Optimization*, Rio de Janeiro, 2005.
- [Enci08] L. Encica, J. J. H. Paulides, E. A. Lomonova, and A. J. A. Vandenput, “Electromagnetic and Thermal Design of a Linear Actuator Using Output Polynomial Space Mapping,” *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 44, no. 2, pp. 534–542, Apr. 2008.
- [Eyma06] R. Eymard, T. Gallouet, and R. Herbin, “Finite Volume Methods,” 2006.
- [Fann03] A. Fannie and A. Montisci, “A Neural Inverse Problem Approach for Optimal Design,” *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 39, no. 3, pp. 1305–1308, 2003.

- [Fasq07] A. Fasquelle, “Contribution à la modélisation multi-physique : électro-vibro-acoustique et aérothermique de machines de traction,” Thèse de Doctorat, Ecole Centrale de Lille, 2007.
- [Fink03] D. E. Finkel, “DIRECT Optimization Algorithm User Guide,” University Raleigh, 2003.
- [Fita04] E. Fitan, F. Messine, and B. Nogarede, “The electromagnetic actuator design problem: a general and rational approach,” *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 40, no. 3, pp. 1579–1590, May 2004.
- [Fons00] A. Fonseca, “Comparaison de machines à aimants permanents pour la traction de véhicules électriques et hybrides,” Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, 2000.
- [Font07] J. Fontchastagner, “Résolution du problème inverse de conception d’actionneurs électromagnétiques par association de méthodes déterministes d’optimisation globale avec des modèles analytiques et numériques,” Thèse de Doctorat, Université de Toulouse, 2007.
- [Furl97] E. P. Furlani and M. A. Knewton, “A three-dimensional field solution for permanent-magnet axial-field motors,” *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 33, no. 3, pp. 2322–2325, May 1997.
- [Gasc04] L. Gasc, “Conception d’un actionneur à aimants permanents à faibles ondulations de couple pour assistance de direction automobile Approches par la structure et par la commande,” Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse, 2004.
- [Ghol06] H. Gholizad, M. Mirsalim, and M. Mirzayee, “Dynamic Analysis of Highly Saturated Switched Reluctance Motors Using Coupled Magnetic Equivalent Circuit and the Analytical Solution,” 6th International Conference on Computational Electromagnetics (CEM), 2006, pp. 1–2.
- [Gier08] J. F. Gieras, R. Wang, and M. Kamper, *Axial Flux Permanent Magnet Brushless Machines*, 2nd ed. Springer Netherlands, 2008.
- [Gill09] F. Gillon, “Méthodologies de Conception Optimale des Composants Electromagnétiques,” Habilitation à Diriger des Recherches, Ecole Centrale de Lille, 2009.
- [Gill97] F. Gillon, “Modélisation et Optimisation par Plans d’Expériences d’un moteur à commutations électriques,” Thèse de Doctorat, Université des Sciences et Technologies de Lille, 1997.
- [Gong11] J. Gong, “Modélisation et Conception Optimale d’un Moteur Linéaire à Induction pour Système de Traction Ferroviaire,” Thèse de Doctorat, Ecole Centrale de Lille, 2011.
- [Goup06] J. Goupy, “Les plans d’Expériences,” *Revue Modulad*, no. 34, pp. 74–116, 2006.
- [Gren03] D. Grenier and B. Dehez, “Circuit magnétique-électroaimant.” e-Learning tools for Electrical Engineering, 2003.
- [Gu05] Q. Gu and Q. Hao, “Three-dimensional analytic model for permanent magnet electric machines with finite core length,” *Electr Eng*, vol. 87, no. 6, pp. 305–314, Oct. 2005.
- [Hecq06] M. Hecquet, “Contribution à l’Instrumentation de la Démarche de Conception des Machines Electriques,” Habilitation à Diriger des Recherches, Université des Sciences et Technologies de Lille, 2006.
- [Hecq96] M. Hecquet and P. Brochet, “Modélisation d’un alternateur automobile par un réseau de perméances couplé à des circuits électriques,” *Journal of physics III*, pp. 1099–1116, Août 1996.
- [Hoan95] E. Hoang, “Etude, Modélisation et Mesure des Pertes Magnétiques dans les moteurs à Réductance Variable à Double Saillance,” Thèse de Doctorat, Ecole Normale Supérieure de Cachan, 1995.

- [Holm07] S. R. Holm, H. Polinder, and J. A. Ferreira, "Analytical Modeling of a Permanent-Magnet Synchronous Machine in a Flywheel," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 43, no. 5, pp. 1955–1967, May 2007.
- [Hons87] V. B. Honsinger, "Sizing Equations for Electrical Machinery," *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. EC-2, no. 1, pp. 116–121, Mar. 1987.
- [Hua05] W. Hua, Z. Q. Zhu, M. Cheng, Y. Pang, and D. Howe, "Comparison of flux-switching and doubly-salient permanent magnet brushless machines," Proceedings of the Eighth International Conference on Electrical Machines and Systems, ICEMS, 2005, vol. 1, pp. 165–170 Vol. 1.
- [Huan96] S. Huang, J. Luo, F. Leonardi, and T.A. Lipo, "A general approach to sizing and power density equations for comparison of electrical machines," Conference Record of the 1996 IEEE the Industry Applications Conference. Thirty-First IAS Annual Meeting, IAS '96., 1996, vol. 2, pp. 836–842.
- [Huan99] S. Huang, J. Luo, F. Leonardi, and T. A. Lipo, "A comparison of power density for axial flux machines based on general purpose sizing equations," *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 14, no. 2, pp. 185–192, Jun. 1999.
- [Jeha10] G. Jehan, "Problématique de la recharge des véhicules rechargeables (VE-VHR)." EDF, 2010.
- [Jone98] D. R. Jones, M. Schonlau, and W. I. Welch, "Efficient Global Optimization of Expensive Black-Box Functions," *Journal of Global Optimization*, pp. 455–492, 1998.
- [Juss08] H. Jussila, P. Salminen, A. Parviainen, J. Nerg, and J. Pyrhonen, "Concentrated winding axial flux permanent magnet motor with plastic bonded magnets and sintered segmented magnets," 18th International Conference on Electrical Machines, ICEM, 2008, pp. 1–5.
- [Juss09] H. Jussila, "Concentrated Winding Multiphase Permanent Magnet Machine Design and Electromagnetic Properties-Case Axial Flux Machine," Thèse de Doctorat, Lappeenranta University of Technology, 2009.
- [Kano05] Y. Kano, T. Kosaka, and N. Matsui, "Simple nonlinear magnetic analysis for permanent-magnet motors," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 41, no. 5, pp. 1205–1214, Oct. 2005.
- [Kou05] B. Kou, L. Li, S. Cheng, and F. Meng, "Operating control of efficiently generating induction motor for driving hybrid electric vehicle," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 41, no. 1, pp. 488–491, Jan. 2005.
- [Kozi07] S. Koziel and J. W. Bandler, "Microwave Device Modeling Using Space-Mapping and Radial Basis Functions," IEEE/MTT-S International Microwave Symposium, 2007., 2007, pp. 799–802.
- [Kozi08] S. Koziel and J. W. Bandler, "Support-vector-regression-based output space-mapping for microwave device modeling," IEEE MTT-S International Microwave Symposium Digest, 2008, pp. 615–618.
- [Kozi09] S. Koziel, J. W. Bandler, and K. Madsen, "Space Mapping With Adaptive Response Correction for Microwave Design Optimization," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 57, no. 2, pp. 478–486, Feb. 2009.
- [Kozi11] S. Koziel and L. Leifsson, "Low-cost parameter extraction and surrogate optimization for space mapping design using EM-based coarse models," *Progress In Electromagnetics Research B*, vol. 31, pp. 117–137, 2011.

- [Kozie10] S. Koziel, S. Ogurtov, and M. H. Bakr, "Variable-fidelity design optimization of microwave devices using multi-dimensional cauchy approximation and coarsely discretized electromagnetic models," *Progress In Electromagnetics Research B*, vol. 21, pp. 1–26, 2010.
- [Kreb12] G. Krebs, E. De Cecco, and C. Marchand, "Design approach of an axial flux motor for electrical powertrain vehicle," XXth International Conference on Electrical Machines (ICEM), 2012, pp. 2812–2817.
- [Kreua08] S. Kreuawan, "Modelling and optimal design in railway applications," Thèse de Doctorat, Ecole Centrale de Lille, 2008.
- [Krin12] A. Krings, S. Nategh, A. Stening, H. Grop, O. Wallmark, and J. Soulard, "Measurement and modeling of iron losses in electrical machines," 5th International Conference Magnetism and Metallurgy WMM'12, Gent, Belgium, 2012, pp. 101–119.
- [Kroo04] I. Kroo, "Distributed Multidisciplinary Design and Collaborative Optimization," VKI lecture series on Optimization Methods & Tools for Multicriteria/Multidisciplinary Design, 2004.
- [Lait65] E. R. Laithwaite, "Electromagnetic levitation," *Proceedings of the Institution of Electrical Engineers*, vol. 112, no. 12, pp. 2361–2375, Dec. 1965.
- [Law96] J. D. Law, T. J. Busch, and T. A. Lipo, "Magnetic circuit modelling of the field regulated reluctance machine. Part I: model development," *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 11, no. 1, pp. 49–55, Mar. 1996.
- [LeBe08] J. Le Besnerais, V. Lanfranchi, M. Hecquet, and P. Brochet, "Multiobjective Optimization of Induction Machines Including Mixed Variables and Noise Minimization," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 44, no. 6, pp. 1102–1105, Jun. 2008.
- [Leco00] V. Leconte, "Simulation des convertisseurs électromécaniques," Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, 2000.
- [Li11] L. Li, "Etude et Mise au Point d'une Nouvelle Famille d'Altern-Démarrateurs pour Véhicules Hybrides et Electriques," Thèse de Doctorat, Université de Grenoble, 2011.
- [Lian94] F. Liang, Y. Liao, and T. A. Lipo, "Shunteur pour moteur a pole doublement saillant avec aimants permanents de stator," US54554731995.
- [Liu09] C. T. Liu and S. C. Lee, "Magnetic field modeling and optimal operational control of a single-side axial-flux permanent magnet motor with center poles," *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 304, no. 1, pp. e454–e456, 2009.
- [Lova99] H. C. Lovatt and P. A. Watterson, "Energy stored in permanent magnets," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 35, no. 1, pp. 505–507, Jan. 1999.
- [Luo98] J. Luo, D. Qin, T. A. Lipo, S. Li, and S. Huang, "Axial flux circumferential current permanent magnet (AFCC) machine," IEEE Thirty-Third IAS Annual Meeting Industry Applications Conference, 1998, vol. 1, pp. 144–151 vol.1.
- [Mahm12] A. Mahmoudi, N. A. Rahim, and H. W. Ping, "Axial-flux permanent-magnet motor design for electric vehicle direct drive using sizing equation and finite element analysis," *Progress In Electromagnetics Research*, vol. 122, pp. 467–496, 2012.

- [Maqu03] D. Maquin, “Eléments de Théorie des Graphes.” Institut Polytechnique de Lorraine, 2003.
- [Mess98] F. Messine, B. Nogarede, and J.-L. Lagouanelle, “Optimal design of electromechanical actuators: a new method based on global optimization,” *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 34, no. 1, pp. 299–308, Jan. 1998.
- [Mest07] V. Mester, “Conception Optimale Systémique des Composants des Chaînes de traction Electrique,” Thèse de Doctorat, Ecole Centrale de Lille, 2007.
- [Mili86] D. Milimonfared, M. Parchemin, J. F. Rialland, and R. Bennefille, “Echauffements et pertes rotoriques d’un moteur synchrone autopiloté,” *Revue de Physique Appliquée*, vol. 21, no. 10, pp. 585–593, 1986.
- [Miura10] T. Miura, S. Chino, M. Takemoto, S. Ogasawara, A. Chiba, and N. Hoshi, “A ferrite permanent magnet axial gap motor with segmented rotor structure for the next generation hybrid vehicle,” XIX International Conference on Electrical Machines (ICEM), 2010, pp. 1–6.
- [Molg05] M. Molga and C. Smutnicki, “Test functions for optimization needs,” 2005.
- [Moue10] O. Mouelhi, “Contribution à l’optimisation multiobjectif en conception multidisciplinaire,” Thèse de Doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 2010.
- [Mult01] B. Multon, “Motorisation des véhicules électriques,” *Techniques de l’Ingénieur*, 2001.
- [Mult04] B. Multon, “Les Machines Synchrones Autopilotées,” ENS de Cachan, 2004-1993.
- [Nedj12] B. Nedjar, “Modélisation basée sur la méthode des réseaux de perméances en vue de l’optimisation de machines synchrones à simple et à double excitation,” Thèse de Doctorat, Ecole Normale Supérieure de Cachan, 2012.
- [Nguy11] P. H. Nguyen, “Impacts des modèles de pertes sur l’optimisation sur cycle d’un ensemble convertisseur – machine synchrone,” Thèse de Doctorat, Ecole Normale Supérieure de Cachan, 2011.
- [Noce06] J. Nocedal and S. J. Wright, *Numerical Optimization*, 2nd ed. 2006.
- [Orr96] M. J. L. Orr, “Introduction to Radial Basis Function Networks.” Centre for Cognitive Science, University of Edinburgh, 1996.
- [Osto89] V. Ostovic, “A novel method for evaluation of transient states in saturated electric machines,” *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 25, no. 1, pp. 96–100, Feb. 1989.
- [Peir05] J. Peiro and S. Sherwin, “Finite Difference, Finite Element and Finite Volume Methods for Partial Differential Equations,” in *Materials Modeling*, vol. I, Springer, 2005, pp. 1–32.
- [Petr07] D. Petrichenko, “Contribution à la modélisation et à la conception optimale des turbo-alternateurs de faible puissance,” Thèse de Doctorat, Ecole Centrale de Lille, 2007.
- [Poli99] H. Polinder and M. J. Hoeijmakers, “Eddy-current losses in the segmented surface-mounted magnets of a PM machine,” *IEE Proceedings Electric Power Applications*, vol. 146, no. 3, pp. 261–266, May 1999.
- [Poug09] J. Pouget, “Conception Robuste des Machines Asynchrones pour la Traction Ferroviaire,” Thèse de Doctorat, Université de Franche-Comté, 2009.
- [Prof97] F. Profumo, Zheng Zhang, and A. Tenconi, “Axial flux machines drives: a new viable solution for electric cars,” *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 44, no. 1, pp. 39–45, Feb. 1997.

- [Rami06] T. Raminosa, "Optimisation des performances des machines synchro-réductantes par réseaux de perméances," Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Lorraine, 2006.
- [Ran12] Z. Ran, O. Drouichie, and Q. Fu, "Modélisation et simulation d'un moteur roue et d'une génératrice éolienne." Polytech'Clremont-Ferrand, 2012.
- [Regn89] J. Regnier, "Conception de systèmes hétérogènes en Génie Électrique par optimisation évolutionnaire multicritère," Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse, 2003.
- [Ruim01] T. Ruimin and W. Erzhi, "A new boundary element method for calculating the magnetic field of permanent magnetic machine," Proceedings of the Fifth International Conference on Electrical Machines and Systems, ICEMS, 2001, vol. 2, pp. 1181–1183.
- [Sack89] J. Sacks, W. J. Welch, T. J. Mitchell, and H. P. Wynn, "Design and Analysis of Computer Experiments," *Statistical Science*, vol. 4, no. 4, pp. 409–423, 1989.
- [Sare00] B. Sareni, L. Krahenbuhl, and A. Nicolas, "Efficient genetic algorithms for solving hard constrained optimization problems," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 36, no. 4, pp. 1027–1030, Jul. 2000.
- [Sase02] M. J. Sasena, P. Papalambros, and P. Goovaerts, "Exploration of Metamodeling Sampling Criteria for Constrained Global Optimization," *Taylor & Francis*, vol. 34, no. 3, pp. 263–278, 2002.
- [Scho97] M. Schonlau, "Computer Experiments and Global Optimization," Thèse de Doctorat, University of Waterloo, 1997.
- [Shan04] S. Shan and G. G. Wang, "An Efficient Pareto Set Identification Approach for Multiobjective Optimization on Black-Box Functions," *Journal of Mechanical Design*, vol. 127, no. 5, pp. 866–874, Nov. 2004.
- [Shao07] H. Shaogang, X. Yonghong, and Q. Shancai, "Calculation of the third harmonic excitation of synchronous generator using tooth flux method," International Conference on Electrical Machines and Systems, ICEMS., 2007, pp. 1206–1209.
- [Shim03] K. Shima, K. Ide, M. Takahashi, and K. Oka, "Steady-state magnetic circuit analysis of salient-pole synchronous machines considering cross-magnetization," *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 18, no. 2, pp. 213–218, Jun. 2003.
- [Simp01] T. Simpson, J. Poplinski, P. N. Koch, and J. Allen, "Metamodels for computer-based engineering design : Survey and recommendations," *Engineering with Computers*, vol. 17, pp. 129–150, 2001.
- [Srin94] N. Srinivas and K. Deb, "Multiobjective Optimization Using Nondominated Sorting in Genetic Algorithms," *Evolutionary Computation*, vol. 2, no. 3, p. 1994.
- [STMi06] STMicroelectronics, "PowerMESH™ IGBTs DataSheet." 2006.
- [Tako08] A. Takorabet, "Dimensionnement d'une machine à double excitation de structure innovante pour une application alternateur automobile. Comparaison à des structures classiques," Thèse de Doctorat, Ecole Normale Supérieure de Cachan, 2008.
- [Tana95] M. Tanaka, H. Watanabe, Y. Furukawa, and T. Tanino, "GA-based decision support system for multicriteria optimization," IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics, Intelligent Systems for the 21st Century, 1995, vol. 2, pp. 1556–1561 vol.2.

- [Tapi03] J. A. Tapia, M. Aydin, S. Huang, and T. A. Lipo, "Sizing equation analysis for field controlled PM machines: a unified approach," IEEE International Electric Machines and Drives Conference, 2003. IEMDC'03, vol. 2, pp. 1111–1116.
- [Tieg13] H. Tiegna, Y. Amara, and G. Barakat, "Overview of analytical models of permanent magnet electrical machines for analysis and design purposes," *Mathematics and Computers in Simulation*, vol. 90, no. 0, pp. 162–177, Apr. 2013.
- [Tran07] T. Tran, S. Brisset, and P. Brochet, "Combinatorial and multi-level optimizations of a safety isolating transformer," *International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics*, vol. 26, no. 3–4, pp. 201–208, 2007.
- [Tran09] T. V. Tran, "Problèmes Combinatoires et Modèles Multi-Niveaux pour la Conception Optimale des Machines Électriques," Thèse de Doctorat, Ecole Centrale de Lille, 2009.
- [VanV99] D. Van Veldhuizen, "Multiobjective Evolutionary Algorithms: Classifications, Analyses and New Innovations," Thèse de Doctorat, Faculty of the Graduate School of Engineering of Air Force Institute of Technology, 1999.
- [Vivi02] S. Vivier, "Stratégies d'optimisation par la méthode des plans d'expériences et Application aux dispositifs électrotechniques modélisés par éléments finis," Thèse de Doctorat, Ecole Centrale de Lille, 2002.
- [Vivi11] S. Vivier, D. Lemoine, and G. Friedrich, "Fast optimization of an IPMSM with Space Mapping technique," presented at the Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE), 2011 IEEE, 2011, pp. 3679–3686.
- [Walt94] E. Walter and L. Pronzato, *Identification de modèles paramétriques à partir de données expérimentales*, 1st ed. Masson, 1994.
- [Whit94] D. Whitley, "A genetic algorithm tutorial," *Stat Comput*, vol. 4, no. 2, pp. 65–85, Jun. 1994.
- [Willi82] S. Williamson and A. C. Smith, "Steady-state analysis of 3-phase cage motors with rotor-bar and end-ring faults," *Electric Power Applications, IEE Proceedings B*, vol. 129, no. 3, p. 93, May 1982.
- [Wu11] L. J. Wu, Z. Q. Zhu, D. Staton, M. Popescu, and D. Hawkins, "An Improved Subdomain Model for Predicting Magnetic Field of Surface-Mounted Permanent Magnet Machines Accounting for Tooth-Tips," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 47, no. 6, pp. 1693–1704, Jun. 2011.
- [Wurt08] F. Wurtz, "Conceptions de la conception pour le génie électrique," Habilitation à Diriger des Recherches, Institut National Polytechnique de Grenoble, 2008.
- [Wurt96] F. Wurtz, "Une nouvelle approche pour la conception sous contraintes de machines électriques," Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, 1996.
- [Xiao13] S. Xiao, M. Rotaru, and J.K. Sykulski, "Adaptive Weighted Expected Improvement with Rewards Approach in Kriging Assisted Electromagnetic Design," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 49, no. 5, pp. 2057–2060, May 2013.
- [Yuej11] Z. Yuejin, J. Libing, L. Chunjiang, T. Guanzhen, and J. Jianzhong, "Semi-analytical method for air-gap main magnetic field computation of direct drive permanent magnet torque motors," International Conference on Electrical Machines and Systems (ICEMS), 2011, pp. 1–4.

- [Zera06] M. Zeraoulia, M. E. H. Benbouzid, and D. Diallo, “Electric Motor Drive Selection Issues for HEV Propulsion Systems: A Comparative Study,” *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 55, no. 6, pp. 1756–1764, Nov. 2006.
- [Zhil98] Y. N. Zhilichev, “Three-dimensional analytic model of permanent magnet axial flux machine,” *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 34, no. 6, pp. 3897–3901, Nov. 1998.
- [Zhu96] Z. Q. Zhu and D. Howe, “Electrical Machines and Drives for Electric, Hybrid, and Fuel Cell Vehicles,” *Proceedings of the IEEE*, vol. 95, no. 4, pp. 746–765, Apr. 2007.

Annexe

A.1. Mise en place de la matrice d'incidence

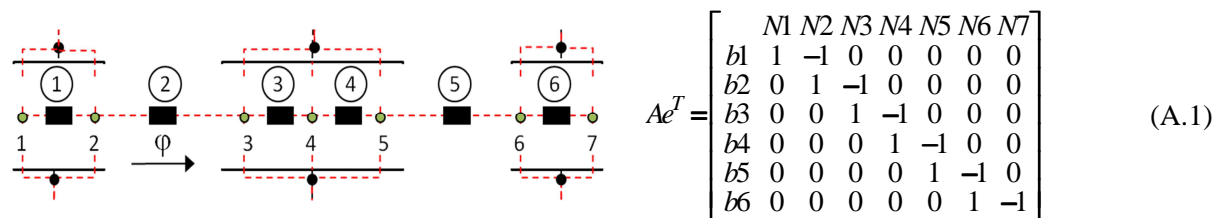


Figure A-1— Réseau horizontal de l'entrefer et sa matrice correspondante

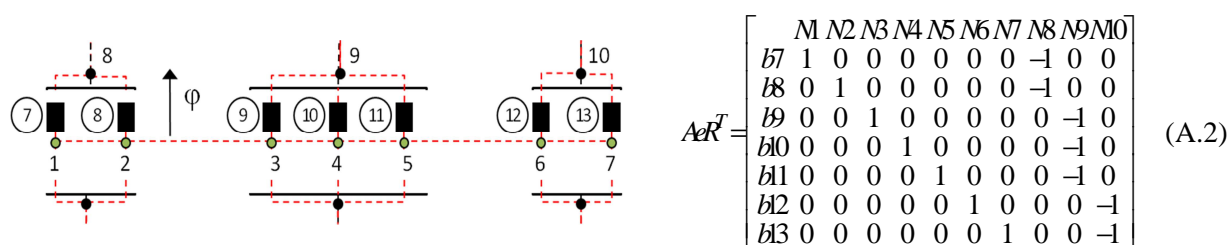


Figure A-2— Réseau vertical supérieur de l'entrefer et sa matrice correspondante

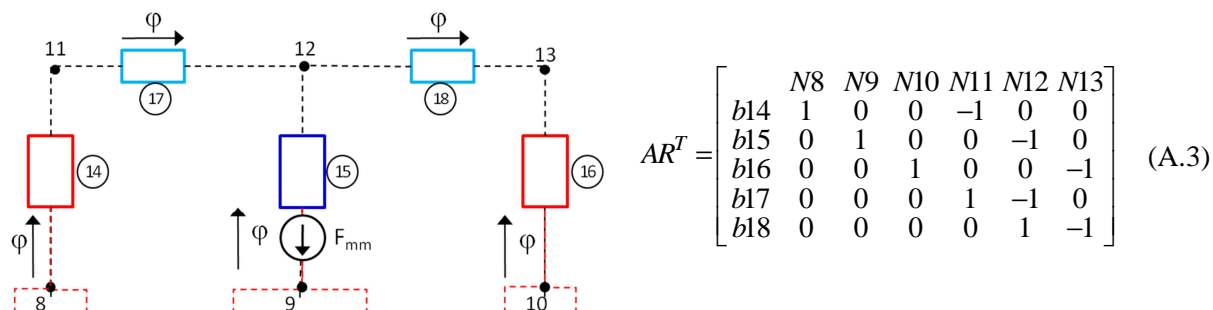


Figure A-3— Réseau de la partie supérieure et sa matrice correspondante

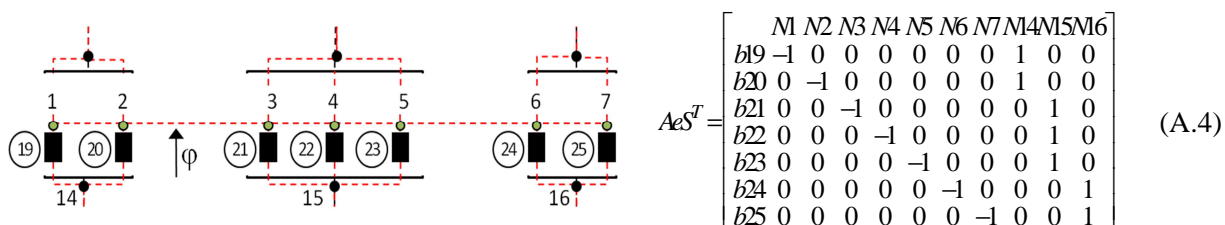


Figure A-4— Réseau vertical inférieur de l'entrefer et sa matrice correspondante

A.3. Résolution par Newton-Raphson

L'algorithme de Newton-Raphson est une méthode d'optimisation unidirectionnelle. Ces méthodes se basent sur le principe de la recherche d'un minimum ou maximum d'une fonction $f(x)$ dans une direction d , ainsi à partir d'un point initial x_0 appartenant à une droite D_0 , il est toujours de décrire l'ensemble des points de la droite sous la forme :

$$x = x_0 + \alpha d = x_0 + h \quad (\text{A.12})$$

d est le vecteur directeur généralement déduit de la dérivée de la fonction en question et α est un pas qui peut être fixe ou variable. Admettons que αd consiste en une petite perturbation h autour de x_0 , d'après le développement de Taylor d'ordre 1 l'approximation de la fonction f en x est donné par :

$$f(x_0 + h) \approx f(x_0) + h \cdot f'(x_0) \quad (\text{A.13})$$

Dans le cadre de la résolution d'un système, l'objectif est de trouver la variable x dit x^* qui annule la ou les équations du système. Soit (x_0+h) cette variable ainsi d'après l'équation (A.13) on peut déduire la valeur de h :

$$h = -\frac{f(x_0)}{f'(x_0)} \quad (\text{A.14})$$

L'idée de la méthode de Newton-Raphson est de procéder de façon itérative de x_0, x_1, \dots, x_n , pour arriver à la variable optimal qui résous le système Soit x_n une approximation du minimum de f , il est possible d'améliorer cette approximation par (A.15). Un exemple est donné dans le cas d'un système monodimensionnel (une seule équation, une seule variable).

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} \quad (\text{A.15})$$

Soit la fonction $F(x)=x^3-2x-5$, ayant comme dérivée $F'(x)=3x^2-2$, en appliquant la méthode Newton-Raphson afin de trouver la racine de cette fonction nous trouvons x^* égale à 2.094551, le point de départ x_0 est 6. Le détail des différentes itérations est représenté dans le **Tableau A-1**, ainsi qu'une représentation géométrique de l'évolution des différentes itérations sur la **Figure A-8**.

Itération	Variable (x)	Fonction F(x)
0	6	199
1	4.122642	56.823845
2	2.962699	15.079955
3	2.342961	3.175679
4	2.123470	0.328051
5	2.095012	0.005136
6	2.094552	5.7867e-006
7	2.094551	-8.881784e-016

Tableau A-1 — Convergence Newton-Raphson

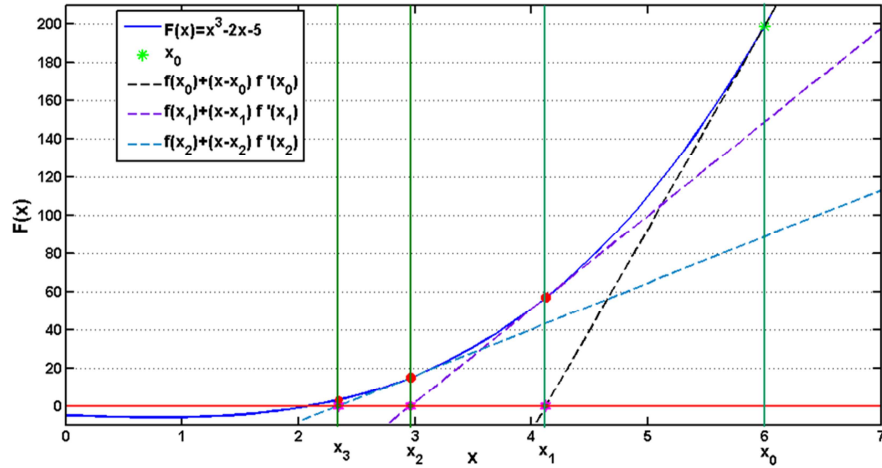


Figure A-8— Illustration de l'algorithme Newton-Raphson

Cette étude de cas bien qu'elle soit unidimensionnelle, la méthode Newton-Raphson s'adapte aussi à la résolution d'un système matriciel selon (A.16), avec X un vecteur ($N \times 1$), F un système d'équations de taille ($N \times 1$) et J la jacobéenne de taille ($N \times N$).

$$X_{n+1} = X_n - [J(X_n)]^{-1} F(X_n) \quad (\text{A.16})$$

Productions scientifiques

Article dans des revues avec comité de lecture (accepté)

- [R.1] Maya Hage Hassan, Ghislain Remy, Guillaume Krebs, Claude Marchand , “ Radial Output Space Mapping for Electromechanical systems design,” *The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering (COMPEL)*.

Communications internationales avec actes

- [CI.1] Maya Hage Hassan, Ghislain Remy, Guillaume Krebs, Claude Marchand, “Radial Output Space Mapping for Electromechanical systems design,” *12th International Workshop on Optimization and Inverse Problems in Electromagnetism (OIPE)*, Gand, BE, 19 September 2012, pp. 22-23. **(Présentation orale)**
- [CI.2] Maya Hage Hassan, Guillaume Krebs, Claude Marchand, “A simplified time stepping nonlinear mesh based reluctance network for machine design”, *IEEE International Electric Machines and Drives Conference (IEMDC)*, Chicago, US, 12-15 May 2013, pp.879-884. **(Présentation orale)**
- [CI.3] Maya Hage Hassan, Guillaume Krebs, Ghislain Remy, Claude Marchand, “Embedded multilevel optimization for time-stepping mesh-based reluctance network,” *Conference on the Computation of Electromagnetic Fields (COPUMAG)*, Budapest, HU, 30-4 Juillet 2013. **(Poster)**
- [CI.4] Maya Hage Hassan, Guillaume Krebs, Ghislain Remy, Claude Marchand, “Multi-Objective Optimization of an Axial-Flux PM Actuator with Space Mapping technique,” *Ninth International Conference on Computation in Electromagnetics (CEM) 2014*, Londres. **(Présentation orale et poster)**

Communications nationales avec actes (acceptées)

- [CN.1] Maya Hage Hassan, “Modélisation et optimisation de machines à flux axial,” *Journée Jeunes Chercheurs en Génie Electrique (JCGE)*, Saint-Nazaire, FR, 5-6 Juin 2013. **(Poster)**