



**HAL**  
open science

# Capteur de courants innovant pour des systèmes polyphasés : application aux câbles multiconducteurs

Menad Bourkeb

► **To cite this version:**

Menad Bourkeb. Capteur de courants innovant pour des systèmes polyphasés : application aux câbles multiconducteurs. Energie électrique. Université Claude Bernard - Lyon I, 2014. Français. NNT : 2014LYO10053 . tel-01128224

**HAL Id: tel-01128224**

**<https://theses.hal.science/tel-01128224>**

Submitted on 9 Mar 2015

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

ÉCOLE DOCTORALE EEA

« *Electronique, Electrotechnique, Automatique de Lyon* »

Présentée par :

**Menad BOURKEB.****Capteur de courants innovant pour des  
systèmes polyphasés****Application aux câbles multiconducteurs**

Pour obtenir le grade de :

**DOCTEUR**

(Arrêté du 7 août 2006)

Discipline : Génie Electrique

Délivré par :

**L'Université De Lyon**

Soutenue publiquement le : 17 / 04 / 2014 devant la commission d'examen

**JURY :**

---

<b>Olivier CHADEBEC</b>	CR HDR, G2ELab Grenoble	Rapporteur
<b>Gérard BERTHIAU</b>	Pr, Université, IREENA, Nantes	Rapporteur
<b>Mustapha. NADI</b>	Pr, Université, IJL, Nancy	Président du jury
<b>Charles JOUBERT</b>	Pr, Université Lyon 1,	Directeur de thèse
<b>Olivier ONDEL</b>	MCF, Université Lyon 1	Co-encadrant
<b>Riccardo SCORRETTI</b>	CR, CNRS, Lyon	Co-encadrant

**INVITES**

---

<b>Laurent MOREL</b>	MCF, Ampère, Lyon
<b>Hamed YAHOUI</b>	MCF HDR Ampère, Lyon,
<b>Linda OUKACINE</b>	Dr, Chargée de mission scientifique ANR, Paris
<b>Christophe COILLOT</b>	IR HDR, Coulomb, Montpellier
<b>Malik MANSOUR</b>	IR, LPP, Paris

---

*A ma famille et à mon épouse.*

# Remerciements

Les travaux présentés dans ce mémoire de thèse ont été réalisés au laboratoire Ampère.

Je tiens avant tout, à remercier la direction du laboratoire Ampère ainsi que le personnel de l'école doctorale Electronique, Electrotechnique, Automatique de Lyon à laquelle le laboratoire est rattaché, pour m'avoir permis de travailler dans d'excellentes conditions pendant ces trois dernières années.

Ensuite, je voudrais remercier plus particulièrement tous les membres du laboratoire Ampère qui ont participé à ce projet "CHIC" et que j'ai l'honneur de nommer ici :

Pr. Charles JOUBERT	Professeur, Université Lyon 1, Directeur de thèse
M. Olivier ONDEL	Maître de conférences, Université Lyon 1, Encadrant
M. Riccardo SCORRETTI	Chargé de recherche, CNRS, Lyon, Co-encadrant.
M. Hamed YAHOUÏ	Maître de conférences, Ampère, Lyon, Co-encadrant
M. Laurent MOREL	Maître de conférences, Ampère, Lyon, Co-encadrant

J'adresse ma profonde reconnaissance à Charles JOUBERT pour qui j'ai eu l'honneur de travailler, et dont j'ai beaucoup appris. Merci pour son écoute et ses conseils éclairés, sans quoi ce travail n'aurait pas été possible. Je lui exprime ici mon respect et ma profonde gratitude.

Olivier ONDEL, merci pour ton soutien, ta disponibilité et ta rigueur lors de ces trois années. Merci aussi pour toutes les corrections que tu as apportées à mes documents.

Riccardo SCORRETTI !. Je te dédie ce travail auquel tu as largement participé dans une ambiance sympathique et enthousiaste. Merci pour m'avoir intégré à l'équipe avec tes invitations fréquentes.

Merci à Hamed YAHOUÏ pour sa contribution et pour avoir pu trouver du temps à consacrer pour le projet malgré un emploi du temps des plus chargés.

Laurent Morel a toujours été disponible pour répondre à mes questions et pour tous ses conseils pertinents. Ton aide m'a été précieuse tant sur la partie pratique que sur la partie expérimental de mon travail. Je t'exprime ici mes vifs remerciements.

Merci aux partenaires du projet "CHIC", pour tous les apports de votre part qui nous ont permis d'avancer.

Je remercie aussi à toutes les personnes qui font la vie du labo et que j'ai eu le plaisir de côtoyer dans une ambiance conviviale pendant toutes ces années. Je pense en particulier à Michelle et Younes.

Je n'oublie pas mon premier maître de stage : Alain FONTANET, pour son soutien et ses motivations pour mon inscription en thèse lors de mon emploi au sein de "Continental Automotive". Toute ma reconnaissance va également au responsable du site Ampère UCBL qui a été le responsable de ma formation de master : Pr. Noel BURAIIS pour m'avoir présenté le sujet de thèse.

Un grand merci à mes amis, collègues et cousins, avec qui j'ai passé de très très bons moments inoubliables, au-delà de la simple convivialité. Je ne cite pas vos noms car la liste est trop longue et je vais sûrement en oublier certains, mais je pense très fort à vous (quelques minutes de remémoration, vraiment !).

Mes plus grands remerciements sont à peine suffisants pour mes parents et mes grands frères Yacine et Idir pour leurs soutiens tout au long de mon parcours. En ce moment particulier, je pense à toute ma famille et ma belle-famille. Mais surtout, merci à toi mon épouse Tassadit, tes encouragements et ton sourire ont toujours été là pour me motiver. Ton doctorat et tes sacrifices nous ont permis de nous rapprocher géographiquement. Notre mariage aura précédé de peu ma soutenance de thèse. J'espère qu'on poursuivra le reste du chemin l'un à côté de l'autre aussi longtemps que la vie le permettra.

## Résumé

Cette thèse porte sur l'étude et la réalisation d'un prototype de capteur de courants innovant pour câbles multiconducteurs. Outre le caractère non-intrusif de ce capteur (i.e. mesure sans contact), il permet de réaliser une mesure sur un système polyphasé dont la position des conducteurs est inconnue. L'approche adoptée est basée sur la résolution d'un problème inverse. En effet, à partir d'une mesure de la signature des champs magnétiques autour du câble, des algorithmes de reconstruction appropriés permettent de remonter aux courants circulant dans le câble. En plus des résultats de simulation, un banc de tests a été conçu et une validation expérimentale de ce concept est présentée pour répondre à un cahier des charges, notamment pour une structure comportant un blindage en matériau ferromagnétique pour atténuer les perturbations extérieures

## Abstract

This thesis presents the study and realization of an innovative currents sensor prototype for multi-core cables. The two main advantages of this sensor compared to existing devices on the electrical equipment market are: firstly, it is no longer necessary to interrupt the system's electrical power supply to install the sensor. This is due to contactless measure (non-intrusive sensor). Another feature of our device is its capability to measure the currents in a multi-core system with unknown positions of conductors. This currents sensor operates in a way to find firstly the conductor positions, and then reconstructing the currents using the retrieved positions. In order to meet specifications, simulation results, test bench measurements and experimental results are presented with a ferromagnetic shielding.

# Table des matières

Remerciements .....	3
Résumé .....	5
Abstract .....	5
Table des matières .....	6
Liste des tableaux .....	9
1 Chapitre I : Contexte, motivation et état de l'art. ....	15
1.1 Introduction .....	16
1.2 Cahier des charges.....	18
1.3 Etat de l'art.....	20
1.3.1 Etat de l'art des capteurs de courant .....	20
1.3.2 Conclusion sur les capteurs de courant .....	28
1.3.3 Etat de l'art des magnétomètres.....	30
1.3.4 Conclusion sur les magnétomètres:.....	40
1.4 Conclusion.....	42
2 Chapitre II : Problème inverse et algorithme de résolution. ....	44
2.1 Introduction .....	45
2.2 Généralités sur les problèmes inverses.....	45
2.3 Modélisation du capteur en absence d'écran magnétique.....	50
2.3.1 Problème direct .....	51
2.3.2 Problème inverse .....	53
2.4 Modélisation du capteur en présence d'écran magnétique.....	55
2.5 Rejection des perturbations .....	58
2.6 Conclusion.....	62
3 Chapitre III: Modélisations et résultats de simulations .....	63

3.1	Introduction .....	64
3.2	Modélisation du capteur de courants sans blindage .....	64
3.2.1	Résultats de reconstruction.....	66
3.3	Modélisation du capteur de courants avec blindage.....	71
3.3.1	Génération de la table de données éléments finis ( <i>lookup table</i> ).....	72
3.3.2	Résultats de reconstructions avec blindage .....	73
3.3.3	Résultat de l'algorithme de réjection des perturbations.....	75
3.3.4	Limite de l'algorithme de réjection des perturbations .....	78
3.4	Influence des paramètres du capteur de courants.....	79
3.4.1	Positionnement des magnétomètres avec blindage .....	79
3.4.2	Nombre de magnétomètres nécessaires.....	83
3.4.3	Influence de la sensibilité des magnétomètres sur la reconstruction des courants	85
3.4.4	Analyse des inductions magnétiques avec l'influence de la perméabilité du blindage	87
3.4.5	Influence de l'entrefer du blindage : .....	90
3.4.6	Position des conducteurs .....	93
3.5	Conclusion.....	94
4	Chapitre IV : Banc de tests et résultats expérimentaux.....	96
4.1	Introduction .....	97
4.2	Description des moyens expérimentaux.....	97
4.2.1	Banc de tests.....	97
4.2.2	Structure du capteur de courants .....	99
4.2.3	Expérimentation pour le test des magnétomètres.....	100
4.3	Test de reconstruction des courant avec un seul magnétomètre sur le banc de test et sans blindage .....	103



4.4	Calibration des magnétomètres .....	107
4.4.1	Calibration des magnétomètres avec un câble mono conducteur .....	107
4.4.2	Calibration des magnétomètres soumis à un champ uniforme.....	109
4.5	Test du démonstrateur capteur de courants avec blindage.....	111
4.5.1	Comparaisons des mesures aux simulations. ....	111
4.5.2	Résultats de reconstructions et validation expérimentale .....	113
4.6	Perspective pour l'amélioration de la calibration du capteur.....	115
4.6.1	Développement d'un nouveau prototype sur support souple.....	116
4.6.2	Calibration "in situ" des magnétomètres .....	117
5	Conclusion générale .....	120
6	Bibliographie.....	123
7	Communications.....	128
8	Annexes.....	130
8.1	Formulation magnétostatique du modèle Eléments Finis .....	130
8.2	Schéma électrique du magnétomètre inductif Chic.....	133
	Résumé .....	134
	Résumé en anglais .....	134

## Liste des tableaux

Tableau 1.1 : Caractéristiques générales d'un micro-magnétomètre à effet Hall [37] .....	32
Tableau 1.2 Comparaison entre les différentes technologies des magnétomètres .....	40
Tableau 3.1: liste des grandeurs paramétrées dans le modèle sans blindage ferromagnétique	65
Tableau 3.2 : Paramètres des configurations.....	67
Tableau 3.3 : Reconstruction des courants en présence d'un bruit magnétique $\sigma$ .....	69
Tableau 3.4: liste des paramètres additionnels pour le modèle EF avec blindage.....	72
Tableau 3.5 : Paramètre du blindage utilisé pour le calcul de la table de données .....	73
Tableau 3.6 : Résultat de reconstruction avec blindage et en présence d'un bruit magnétique	74
Tableau 3.7 : Résultats de reconstruction des courants avec et sans POD.....	76
Tableau 3.8 : Paramètres du modèle simulé.....	82
Tableau 3.9 : Paramètres relatifs à la simulation du nombre de magnétomètres nécessaires ..	84
Tableau 3.10 : Paramètres du modèle de simulation de l'entrefer.....	90
Tableau 4.1 : Eléments constituant la structure du banc .....	97
Tableau 4.2 : Reconstruction des courants à deux degrés de libertés. ....	104
Tableau 4.3 : Reconstruction des courants à six degrés de libertés .....	105

# Liste des figures

Figure 1.1 Courbe d'évolution de la consommation d'énergie entre 2008 et 2012 en France [1] .....	16
Figure 1.2 : Capteur de courants de type « shunt » et schéma associé [13].....	21
Figure 1.3 : Transformateur de courant [15] et son principe de fonctionnement à droite .....	23
Figure 1.4 : Schéma d'une sonde de Rogowski.....	24
Figure 1.5 : Sonde de Rogowski produite par la société LEM [16].....	25
Figure 1.6 : Capteur de courant PRiME développé par LEM [17] .....	26
Figure 1.7 : Schéma électronique du capteur « PRiME »[17] .....	27
Figure 1.8 : Capteur optique de courant commercialisé par la société ABB [19].....	28
Figure 1.9 : Principe de l'effet Hall .....	30
Figure 1.10 Capteur à effet Hall et électronique associée [35] .....	31
Figure 1.11 Structure d'un magnéto transistor [39].....	33
Figure 1.12 : Schéma d'un capteur de courant utilisant un magnétomètre Fluxgate.....	35
Figure 1.13 : Micro-Fluxgate 2D réalisé par l'EPFL avec noyau ferromagnétique, bobines et électronique associée [47]. .....	36
Figure 1.14 Réalisation MEMS micro-Fluxgate [56] .....	37
Figure 1.15 Magnétomètre tri-axes inductif (V0.2) réalisé par le LPP.....	39
Figure 1.16 : Sonde inductive utilisée par un gaussmètre Brockhaus [63] .....	40
Figure 1.17 : Dessin du capteur de courants à réaliser.....	43
Figure 2.1: Scanner pour imagerie médicale aux rayons X [82].....	48
Figure 2.2: Illustration du capteur de courant .....	48
Figure 2.3 : Induction magnétique créée par un courant en un point A. ....	51
Figure 2.4 : Schéma d'étude du capteur de courants – Représentation d'un seul conducteur et huit magnétomètres dans un repère de coordonnées polaires. ....	52
Figure 2.5 : Organigramme de la méthode de reconstruction des courants .....	55

Figure 2.6 : Champ magnétique du conducteur perturbateur dans la région de mesure sans blindage (en haut) et avec blindage (en bas).....	56
Figure 2.7 : Représentation du modèle Eléments Finis pour le calcul de la <i>lookup table</i> . Le chemin de calcul passe par les points de mesure des magnétomètres.....	57
Figure 2.8 : Exemple de calcul de $[K]$ à partir d'un capteur avec quatre magnétomètres (à chaque fois, les conducteurs non actifs sont marqués par une croix).....	58
Figure 2.9 : Sommes cumulées normalisées des valeurs propres .....	60
Figure 3.1: Géométrie du modèle de capteur de courants : conducteurs (petits cercles), magnétomètres (carrées) et contour du câble multiconducteur.....	65
Figure 3.2 : Deux configurations réalistes. Gauche : un câble écrasé. Droite : un câble normal (non écrasé). .....	66
Figure 3.3 : Reconstruction des positions des conducteurs de la première configuration (o = positions réelles, * = positions estimées) .....	67
Figure 3.4 : Reconstruction des positions des conducteurs de la deuxième configuration (o = positions réelles, * = positions estimées) .....	68
Figure 3.5 : Reconstruction des positions des conducteurs de la troisième configuration (o = positions réelles, * = positions estimées) .....	69
Figure 3.6 : Reconstruction des positions des conducteurs.....	70
Figure 3.7 : Norme du résidu en fonction de $R_{cond}$ et $\theta_{cond}$ .....	71
Figure 3.8: Modèle du capteur de courant avec un blindage ferromagnétique. ....	72
Figure 3.9 : Variation de la norme du résidu $\ R\ $ en nuancé de couleurs en fonction des coordonnées des conducteurs $R_{cond}$ et $\theta_{cond}$ . (+ position estimée, o = position réelle) .....	75
Figure 3.10 : Reconstruction du courant dans un conducteur, courant réel (rouge), courant estimé sans bruit et sans POD (vert), courant estimé avec bruit (Signal/Bruit = 10) et sans POD (bleu), courant estimé avec bruit et avec POD (noir).....	77
Figure 3.11 : Influence de l'intensité du courant perturbateur sur l'erreur de reconstruction en utilisant l'algorithme de rejection des perturbations avec les différents nombres de vecteurs de la base réduite employées. ....	79

Figure 3.12 : Position angulaire initiale des magnétomètres (à gauche) et finale (à droite) pour la simulation ( $R_{cap} = 30$ mm).....	80
Figure 3.13 : Influence de la position des magnétomètres (abscisses) sur la reconstruction des courants – Eloignement progressif des magnétomètres par rapport aux conducteurs .....	80
Figure 3.14 : Positionnement idéal des magnétomètres pour un capteur de courants à huit capteurs de champ magnétique .....	81
Figure 3.15 : Induction magnétique $B$ radiale autour du câble pour différents rayons de mesure .....	83
Figure 3.16 : Induction magnétique $B$ tangentielle pour différents rayons de calcul.....	83
Figure 3.17 : Influence du nombre de magnétomètres utilisés sur la reconstruction des courants .....	84
Figure 3.18 : Influence d'un bruit blanc ajouté aux inductions $B$ sur la reconstruction des courants. ....	85
Figure 3.19 : Reconstruction des courants des trois conducteurs triphasés .....	86
Figure 3.20 : Induction magnétique $B$ tangentielle autour du câble et calculée à une distance $r = 20$ mm ( $E = 0.4$ %) .....	88
Figure 3.21 : Induction magnétique $B$ radiale autour du câble et calculée à une distance $r = 20$ mm du centre du capteur ( $E = 0.4$ %).....	88
Figure 3.22 : Induction magnétique $B$ tangentielle pour un diamètre $R_{Blind} = 30$ mm du blindage $E = 1.24$ % .....	89
Figure 3.23 : Induction magnétique $B$ radiale pour un diamètre $R_{Blind} = 30$ mm du blindage $E = 0.94$ %.....	89
Figure 3.24 : Induction magnétique $B$ radiale pour un entrefer de 0.4 mm (en bleu) et 0.2 mm (en rouge) du blindage $E = 0.0035$ %.....	90
Figure 3.25 : Induction magnétique $B$ tangentielle pour un entrefer du blindage de $AG_{Blind} = 0.4$ mm (en bleu) et $AG_{Blind} = 0.2$ mm (en rouge). $E = 0.0021$ % .....	91
Figure 3.26 : Induction magnétique $B$ radiale pour un entrefer du blindage de $AG_{Blind} = 0.4$ mm (en bleu) et $AG_{Blind} = 0.2$ mm (en rouge). $E = 0.1$ % .....	91

Figure 3.27 : Induction magnétique $B$ tangentielle pour un entrefer du blindage de $AG\_Blind = 0.4$ mm (en bleu) et $AG\_Blind = 0.2$ mm (en rouge). $E = 0.2$ %.	92
Figure 3.28 : Induction magnétique $B$ radiale pour un entrefer du blindage de $AG\_Blind = 0.4$ mm (en bleu) et $AG\_Blind = 0.2$ mm (en rouge). $E = 0.1$ %.	92
Figure 3.29 : Induction magnétique $B$ tangentielle pour un entrefer du blindage de $AG\_Blind = 0.4$ mm (en bleu) et $AG\_Blind = 0.2$ mm (en rouge). $E = 0.4$ %.	93
Figure 3.30 : Ecart type de la reconstruction des courants en fonction du rayon des conducteurs (étoile : $B$ tangentielle, carré : $B$ radiale).	94
Figure 4.1 : Illustration de la structure du banc avec les dimensions de la face avant.	98
Figure 4.2 : Dessin de conception 3D de la structure interne du capteur de courants montée sur un câble réalisé au LPP [10].	99
Figure 4.3 : Version V02 du magnétomètre inductif conçu par le LPP [10]	101
Figure 4.4 : Photo de la structure du banc de test.	102
Figure 4.5 : Tracé de la composante normale (amplitude en haut et phase en bas) en fonction de la rotation du câble [Bleu = expérimentale, Rouge = Théorique]	103
Figure 4.6 : Reconstruction des positions des conducteurs à deux degrés de libertés	104
Figure 4.7 : Reconstruction des positions des conducteurs à six degrés de libertés.	105
Figure 4.8 : Version V04 du magnétomètre inductif conçu par le LPP [10]	106
Figure 4.9 : Calibration avec un câble mono conducteur	108
Figure 4.10 : Tracés des inductions magnétiques mesurées par la couronne de huit magnétomètres autour d'un conducteur central	108
Figure 4.11 : Vue externe de la bobine de calibration	109
Figure 4.12 : Vue interne de la bobine de calibration	110
Figure 4.13 : Réponse des magnétomètres pour la calibration soumis à un champ magnétique uniforme	110
Figure 4.14: coefficients des huit magnétomètres pour deux mesures différentes (rouge et bleu)	111
Figure 4.15 : dimension du câble	112

Figure 4.16 : capteur de courants avec blindage monté sur le banc de test. ....	112
Figure 4.17 : Comparaison entre les inductions mesurées (en rouge - -) et celles simulées (en bleu --) pour les trois conducteurs.....	113
Figure 4.18 : Décomposition d'un système déséquilibré en système direct inverse et homopolaire.....	114
Figure 4.19 : Erreur pour différentes positions du câble.....	115
Figure 4.20 : Magnétomètres sur support souple [10] .....	116
Figure 4.21 : Câble aux caractéristiques connus de huit conducteurs.....	117
Figure 4.22 : Carte relais pour la réalisation des différentes combinaisons de passage des courants. ....	118
Figure 8.1 : Représentation du domaine de calcul .....	130

# 1 Chapitre I : Contexte, motivation et état de l'art.

1.1	Introduction .....	16
1.2	Cahier des charges.....	18
1.3	Etat de l'art.....	20
1.3.1	Etat de l'art des capteurs de courant .....	20
1.3.2	Conclusion sur les capteurs de courant .....	28
1.3.3	Etat de l'art des magnétomètres .....	30
1.3.4	Conclusion sur les magnétomètres: .....	40
1.4	Conclusion.....	42



## 1.1 Introduction

L'économie d'énergie électrique est souvent assimilée à l'utilisation d'appareils à basse consommation, ou à des travaux de rénovation coûteux. Mais ces considérations ne sont pas suffisantes si le dysfonctionnement de certains dispositifs ou si une consommation anormale n'est pas décelée rapidement. Plus particulièrement en industrie, un défaut électrique non décelé par les disjoncteurs ou les relais, ou un défaut de type mécanique, sont autant de sources de gaspillage d'énergie électrique non négligeables. De même, le facteur de puissance d'une installation électrique est crucial car son défaut est facturé pour l'industriel, et oblige le fournisseur d'énergie à surdimensionner la puissance de ses installations. Toutes ces défaillances peuvent perdurer dans le temps si aucune analyse énergétique n'est effectuée, et compromettre l'efficacité énergétique d'une installation.

Il existe donc un fort potentiel d'économie d'énergie dans le domaine industriel, d'où la nécessité de la recherche d'une solution de mesure innovante et à bas coût, à même de répondre aux besoins d'efficacité et de suivi énergétique. Une analyse de la consommation ne sera pertinente que si une mesure durable, voire permanente, est mise en place.

De plus, en dépit de la crise économique, la consommation des particuliers et des professionnels continue de progresser. En France, la consommation globale d'énergie est en hausse et elle s'élève en moyenne de 2.4 % par an [1] tel que représenté sur la Figure 1.1.

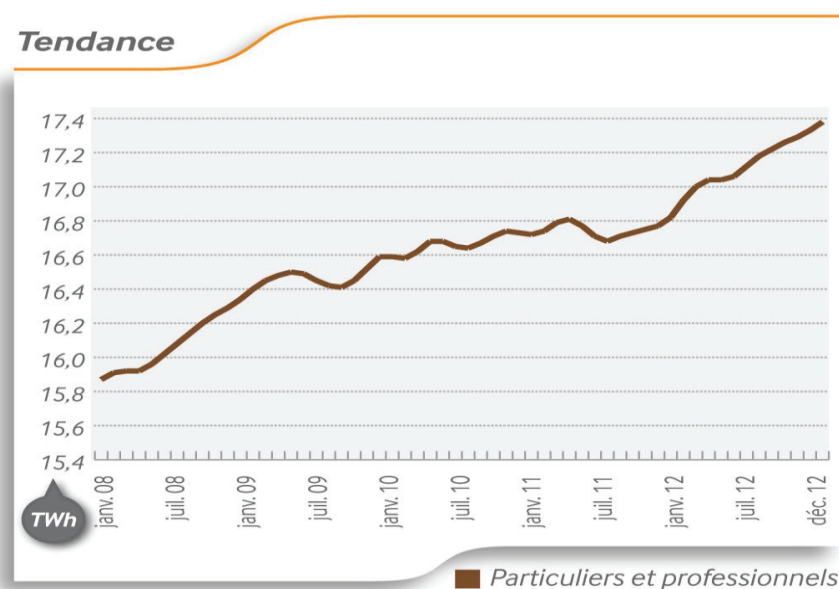


Figure 1.1 Courbe d'évolution de la consommation d'énergie entre 2008 et 2012 en France [1]

## Chapitre I : Contexte, motivation et état de l'art.

Visiblement, cette croissance rapide et presque continue, montre que nous avons de plus en plus besoin d'énergie dans le monde dans lequel nous vivons. Mais par ailleurs, les ressources utilisées pour maintenir cette avancée deviennent de plus en plus rares. Une des solutions qui s'offre à cette conjoncture est la maîtrise des consommations énergétiques. Dans ce contexte de maîtrise de l'énergie, la capacité de mesurer, suivre et contrôler une consommation énergétique est une étape incontournable. Pour identifier les solutions d'économie d'énergie et, en amont de toute démarche d'efficacité énergétique, il faut avoir un bilan clair des flux énergétiques dans une installation.

En ce qui concerne la mesure des grandeurs électriques, les solutions existantes à ce jour permettent la mesure sur un seul conducteur à la fois. Actuellement, il est donc nécessaire d'intervenir dans les armoires électriques ou d'isoler les conducteurs d'un câble gainé afin d'avoir les mesures. Ces opérations sont coûteuses car elles impliquent l'intervention de personnes habilitées à l'intérieur des armoires électriques, qui sont parfois dans l'obligation d'effectuer une coupure de l'alimentation électrique du système et donc d'interrompre le processus industriel.

Afin de trouver des solutions économiquement acceptables pour des mesures d'énergie durables dans le domaine industriel, EDF R&D a lancé un projet d'une durée de trois ans de recherche collaborative appelé : CHAîne de mesure Innovante à bas Coût (CHIC), pour maîtriser et pérenniser l'efficacité énergétique dans l'industrie [2]. Ce projet est financé par l'Agence Nationale française de Recherche (ANR) et implique plusieurs partenaires : EDF R&D [3], laboratoire Ampère [4], les sociétés Kapteos [5] et Socomec [6], CEA [7], laboratoire LAII [8], Supélec [9], Laboratoire de Physique des Plasma de l'Ecole Polytechnique de Paris [10]. L'objectif du projet est de concevoir et d'expérimenter une chaîne de mesure innovante à bas coût permettant de suivre et d'analyser les consommations énergétiques d'installations industrielles.

Le laboratoire Ampère est leader dans la tâche du projet qui a pour objectif d'étudier la faisabilité de capteurs de courants, travaillant autour de câbles multiconducteurs non blindés, et ne nécessitant ni le démontage, ni l'interruption de l'alimentation électrique de ces câbles (capteurs non-intrusifs).

La détermination des courants est effectuée à partir de la mesure des champs magnétiques en divers points autour du câble multiconducteur. Les grandeurs électriques sont reconstituées, par des méthodes apparentées aux problèmes inverses, à partir de ces mesures.

## Chapitre I : Contexte, motivation et état de l'art.

Le problème serait relativement simple si la position des conducteurs par rapport aux capteurs était connue. Malheureusement ceci n'est pas le cas de notre système : du fait du caractère non intrusif de notre capteur, les positions des conducteurs du câble font partie des inconnues qu'il faudra déterminer à partir des mesures. En effet, de manière générale, un câble multiconducteur est opaque et les positions des conducteurs sont fixées lors de la pose du capteur, mais elles sont complètement aléatoires du fait d'un écrasement ou d'une contrainte quelconque sur le câble. Observons que le champ magnétique rayonné par le câble dépend de manière non linéaire des positions des conducteurs ; par contre, une fois ces positions déterminées, la dépendance entre le champ magnétique et les courants dans les conducteurs est linéaire. Le Tableau suivant résume la situation que nous venons de décrire :

Inconnue	Dépendance du champ magnétique	Variable dans le temps
Position des conducteurs	<b>Non linéaire</b>	<b>Non</b>
Courants	<b>Linéaire</b>	<b>Oui</b>

Les indicateurs de succès seront liés aux précisions avec lesquelles l'amplitude et la phase des courants seront déterminés sur les différents conducteurs.

Une analyse de la valeur réalisée par EDF indique que le prix des solutions existantes actuellement sur le marché, permet un retour sur investissement à l'issue de deux années après installation [11]. Ces solutions étant intrusives, l'enjeu principal est de réaliser une mesure des courants sans interruption du processus client, avec une précision moindre ou égale à celle d'aujourd'hui (2% au niveau des capteurs) [11] et un risque de pose quasi-nul pour l'opérateur de la mesure. Ainsi, un gain considérable sera réalisé au niveau du coût de mise en œuvre de la mesure car l'opérateur n'aura plus besoin d'un niveau d'habilitation élevée. Aussi, l'interruption de l'alimentation électrique n'est plus nécessaire.

### 1.2 Cahier des charges

L'objectif principal de ce projet est de développer des prototypes qui vont mener à des capteurs de courants à bas coût et répondant à des attentes à caractères novateurs et ambitieux [12]. Les principales caractéristiques recherchées du capteur et les besoins spécifiques à la mesure pour la gestion de l'énergie sont les suivants :

## Chapitre I : Contexte, motivation et état de l'art.

- Capteur non-intrusif : facile à installer (installer un capteur de courant ne nécessitera plus d'habilitation électrique) – l'idéal étant d'aboutir à un système « Plug and Play ».
- Mesure autour d'un câble multiconducteur (câble triphasé, avec éventuellement un conducteur de neutre ou de terre) : c'est cette caractéristique qui montre l'originalité de notre capteur de courants. Mais c'est aussi une difficulté majeure dans cette réalisation, car les positions des conducteurs dans le câble sont complètement inconnues.
- Economique (à la réalisation comme à l'installation).
- Robuste : résistant aux contraintes imposées par les environnements industriels (faible rapport signal / bruit, contrainte thermique etc.).
- Fiable.
- Caractère continu de la mesure.
- Maintenance réduite.
- Faible consommation.
- Cassure franche sur le prix de revient de l'électronique et des sondes.

Dans le cadre du projet CHIC, EDF a réalisé une analyse de la valeur qui montre un besoin de suivi énergétique pour les niveaux de puissance compris entre 50kW et 1MW [11]. Les capteurs seront installés sur des câbles basse tension seuls : à ce jour, la pose sur des câbles moyenne et haute tension pose encore trop de problèmes de sécurité. De plus, les câbles de moyenne et haute tension sont généralement mono-conducteur (pas d'intérêt pour notre projet). Dans ce cadre de mesure, la plage des courants à mesurer par notre capteur est comprise entre 0 A et 3 kA [11]. Les capteurs sont destinés aux installations 50 Hz uniquement, et dans un premier temps, nous nous intéressons seulement à la mesure du fondamental à 50 Hz.

Pour le capteur de puissance final, la linéarité de la mesure sera plus importante que la précision, qui est souhaitée de 3 % : ce qui nous laisse une précision de 1 % par capteur de courants. Observons quand même que dans un système électrique, c'est essentiellement le courant qui varie le plus pendant le fonctionnement, la tension étant généralement fixe. Les capteurs qui seront développés grâce à ce projet seront soumis aux contraintes d'un environnement de mesure industriel, souvent hostile en termes de perturbations électromagnétiques, poussière, variations de température, vibrations etc. Le temps réel n'est pas une des premières caractéristiques recherchées pour les capteurs du projet : l'essentiel sera d'avoir une mesure ininterrompue.

## Chapitre I : Contexte, motivation et état de l'art.

Afin de couvrir la plage de courants qui est ciblée par le projet CHIC, une gamme de 8 à 10 capteurs est commercialisée pour des mesures mono-conducteurs. Notre capteur de courants devra être unique pour cette gamme. Sa consommation énergétique, son encombrement et son poids devront être minimums dans la limite du possible.

D'une manière générale, la détermination des courants est effectuée à partir de mesures « indirectes ». On peut citer les capteurs dotés de magnétomètres, qui mesurent les champs magnétiques ou encore les capteurs type « shunt » où l'on mesure la tension aux bornes d'une résistance de faible valeur. A partir de ces mesures et moyennant diverses méthodes, il est possible de déterminer l'amplitude et la phase du courant au moment de la mesure.

Dans la suite, une étude bibliographique a été menée pour répertorier les différentes technologies pouvant servir à la détermination du courant. Cette étude nous permettra de nous positionner dans le contexte général et de définir la technologie la plus appropriée pour nos besoins.

### 1.3 Etat de l'art

Les capteurs sont des éléments essentiels dans la maîtrise (et donc la réduction) de la consommation énergétique. Cet état de l'art se décompose en deux parties :

1. La première énumérant les différentes technologies de capteurs de courant actuels que l'on peut retrouver sur le marché de la mesure de courant.
2. La deuxième axée sur les magnétomètres permettant de mesurer les champs magnétiques émis par un câble, et donc indirectement de déterminer le courant.

#### 1.3.1 Etat de l'art des capteurs de courant

Les différents capteurs de courant existant actuellement sont présentés dans cette partie ainsi que les avancées actuelles résultant de travaux de recherche sur la mesure de courants. Il est aujourd'hui possible de mesurer le courant électrique au moyen de différents principes. Dans la plupart des cas, on fait appel à des technologies à isolement galvanique, qui mesurent indirectement le courant en détectant le champ magnétique qui lui est associé. Les méthodes de mesure du courant sont assez nombreuses. Il existe plusieurs principes allant du plus complexe, souvent réservé aux laboratoires ou à des applications très spécifiques, au plus simple, d'emploi courant en milieu industriel. Les principaux types de capteurs rencontrés sont :

## Chapitre I : Contexte, motivation et état de l'art.

- Shunt
- Transformateur de courant
- Capteurs à sonde de Rogowski
- Capteurs optiques

### 1.3.1.1 Le Shunt

La méthode « shunt » est la plus basique pour mesurer un courant. Elle consiste à mesurer la tension aux bornes d'une résistance (parfaitement connue) afin de déterminer le courant la traversant (cf. Figure 1.2).

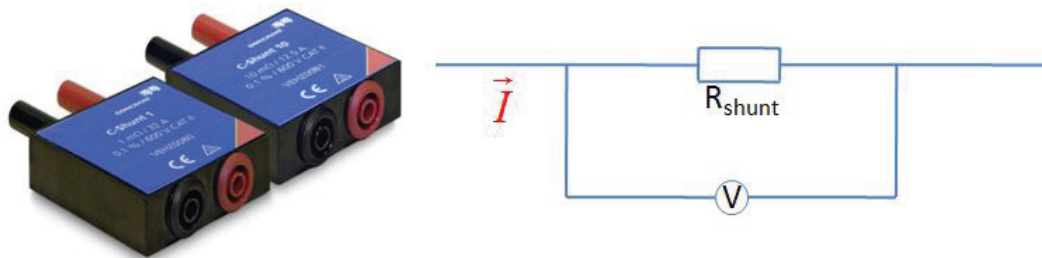


Figure 1.2 : Capteur de courants de type « shunt » et schéma associé [13]

Cette méthode permet une bonne précision en basse et moyenne fréquences. La résistance de mesure et le circuit qui lui est associé doivent présenter une bonne stabilité en température ainsi qu'une bonne précision. Les impédances parasites (inductance série, capacité répartie) ainsi que l'effet de peau doivent être négligeables afin de ne pas dégrader les performances en haute fréquence. La limitation essentielle du shunt est donc due à l'absence d'isolation. Les autres limitations sont dues aux pertes d'insertion pour la mesure de forts courants et à la bande passante limitée vers les hautes fréquences. Il existe essentiellement deux technologies : Le shunt en couche épaisse et le shunt coaxial utilisé en haute fréquence.

Pour la réalisation de notre dispositif, les environnements qui se prêtent à la technique de mesure du courant de type « shunt » sont assez restreints [14] : ceci est dû au fait de la nécessité d'ouvrir le circuit électrique pour poser le capteur.

#### 1.3.1.1.1 Shunt en couches épaisses

Les résistances en couche épaisse peuvent supporter une puissance de l'ordre de la centaine de Watts avec une inductance globale de l'ordre de 10 nH, essentiellement due à la connectique

extérieure du boîtier. Ces composants présentent une bonne stabilité ainsi qu'une faible capacité parasite. La difficulté d'utilisation est liée à la connectique du capteur. La fréquence de coupure de ce type de composant est déterminée par la relation suivante :

$$f_c = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{R_{shunt}}{L_p} \quad (1.1)$$

- $f_c$  : fréquence de coupure.
- $R_{shunt}$  : résistance de shunt.
- $L_p$  : inductance parasite de la connectique du shunt aux points de prélèvement de la tension.

La mesure du courant par shunt doit se faire en respectant des contraintes électromagnétiques et thermiques. Il s'agit d'implanter la résistance shunt en créant une faible inductance de connexion, tout en permettant d'évacuer efficacement la chaleur dissipée. Pour limiter le problème des impédances parasites, il est intéressant d'employer la mesure quatre points qui consiste à différencier les connexions du courant et les connexions de mesure de la tension : l'effet de l'inductance parasite sur la mesure de tension est minimisé dans ce cas.

#### 1.3.1.1.2 Le shunt coaxial (haute fréquence)

Un shunt coaxial est une solution qui est toujours mise en œuvre pour mesurer des courants en hautes fréquences (1 à 100 MHz). Le matériau du composant est choisi de façon à présenter un faible effet de peau. La géométrie du shunt étant bien définie, il est possible de corriger les mesures obtenues en haute fréquence par la fonction de transfert du dispositif. Ainsi, les performances en haute fréquence sont bonnes et facilement pré-déterminables. Toutefois, pour la mesure des forts courants, le shunt coaxial devient encombrant et onéreux.

#### 1.3.1.2 Transformateur de courant

Le transformateur de courant est une des solutions les plus simples pour mesurer un courant avec l'assurance d'une isolation galvanique. Il permet de mesurer l'intensité dans un seul conducteur à la fois et il ne permet pas de mesurer un courant continu. Les transformateurs de courant sont classés en deux catégories :

- Les transformateurs de courant à faible coût pour la mesure industrielle à fréquence fixe 50 Hz, 60 Hz et 400 Hz (réseau avionique)

## Chapitre I : Contexte, motivation et état de l'art.

- Les transformateurs de courant appelés transformateurs d'instrumentation qui ont une bande passante beaucoup plus importante, de l'ordre de 20 MHz pour les modèles standard et une précision de 0,1 % à 0,5 %.

Le principe de son fonctionnement est indiqué par la Figure 1.3 suivante.

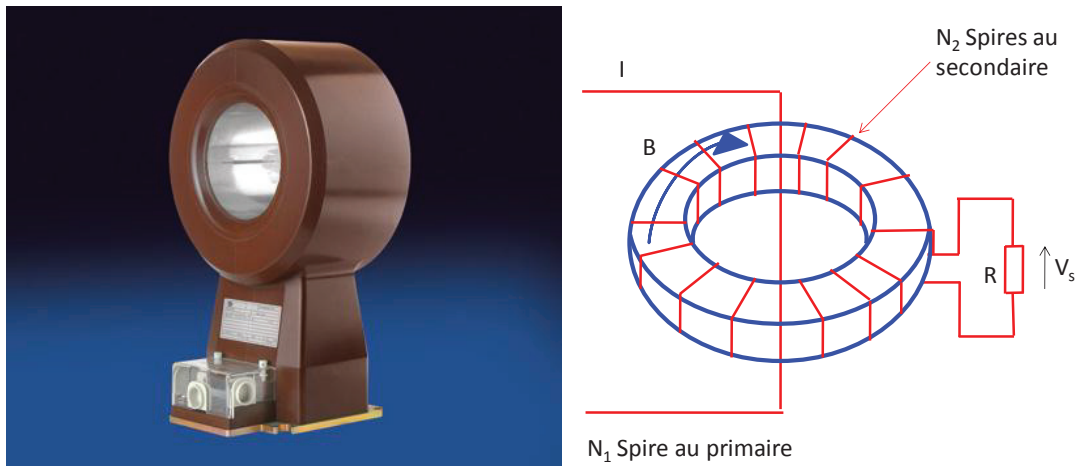


Figure 1.3 : Transformateur de courant [15] et son principe de fonctionnement à droite

Le conducteur parcouru par le courant à mesurer  $I$  passe à l'intérieur d'un circuit magnétique sur lequel sont bobinées  $N_2$  spires. Le secondaire est soit en court-circuit, ou alors il peut être fermé sur une charge dotée d'une faible valeur d'impédance. En général, le circuit primaire ne comporte qu'une spire (il est constitué d'un fil de section importante :  $N_1=1$ ). Le circuit magnétique peut être soit de forme torique soit d'une autre forme et il est éventuellement ouvrable. Le transformateur est caractérisé par sa sensibilité  $S_0$  : rapport de la tension  $V_s$  mesurée aux bornes de la résistance  $R$  sur le courant à mesurer  $I$  (eq. (1.2)).

$$S_0 = \frac{V_s}{I} = \frac{R}{N_2} \quad (1.2)$$

Il est intéressant d'utiliser des matériaux à forte perméabilité pour le noyau magnétique afin d'obtenir une bonne précision de l'appareil.

La bande passante du transformateur de courant peut s'étendre jusqu'à quelques centaines de MHz. La précision peut être meilleure que 0,1 %. La capacité en courant s'étend au-delà de 20 kA.



### 1.3.1.3 Capteur à sonde de Rogowski

Les performances des capteurs de courant sont fréquemment limitées par les perturbations introduites par les matériaux magnétiques (saturation, hystérésis, non-linéarités et pertes). C'est pourquoi la conception des capteurs sans circuit magnétique a été envisagée. Pour cela, il faut tenir compte des points suivants :

- La mesure isolée d'un courant utilise fréquemment un détecteur de champ magnétique. En l'absence d'une zone d'amplification et de concentration du champ (comme l'entrefer d'un tore en matériau magnétique) il faut recourir à un élément d'une très haute sensibilité (par exemple une magnétorésistance géante).
- Les circuits magnétiques, lorsqu'ils sont utilisés, servent entre autres à protéger le capteur des perturbations magnétiques externes (champ terrestre, conducteurs voisins...). Dans les capteurs sans circuit magnétique, cette protection doit être assurée différemment, par exemple en utilisant un pont de magnétorésistances plutôt qu'une seule magnétorésistance isolée ou, lorsqu'on travaille avec des bobines, par la manière de disposer le fil de retour. Cette protection est un des points délicats des capteurs sans circuit magnétique.

Les capteurs à sonde de Rogowski sont dépourvus de noyau ferromagnétique et le circuit secondaire est ouvert comme le montre la Figure 1.4.

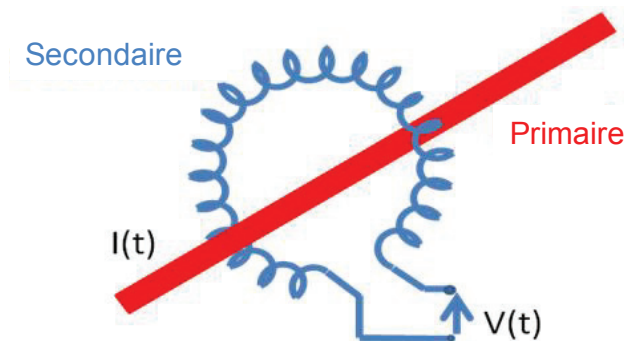


Figure 1.4 : Schéma d'une sonde de Rogowski

Le couplage magnétique de la bobine de détection avec le flux magnétique créé par le conducteur donne une tension induite  $V(t)$  aux bornes de la bobine, qui est proportionnelle à la dérivée du courant comme le montre l'équation (eq. (1.3)).

$$V(t) = L \frac{d I(t)}{d t} \quad (1.3)$$

## Chapitre I : Contexte, motivation et état de l'art.

Tel que :

- $V(t)$  : Tension induite aux bornes de la bobine de mesure.
- $I(t)$  : Courant primaire à mesurer.
- $L$  : Inductance mutuelle entre le primaire et la bobine de mesure.

Une intégration de la tension induite est nécessaire pour déterminer le courant traversant le conducteur. Un exemple de produit commercialisé par la société LEM est présenté dans la Figure 1.5 ci-dessous.



Figure 1.5 : Sonde de Rogowski produite par la société LEM [16]

Un autre capteur sans circuit magnétique destiné à la mesure des courants alternatifs est la sonde dite « PRiME » (ou sonde de Rogowsky planaire), qui est un dispositif plus performant que la sonde de Rogowski filaire, et basée sur le même principe que cette dernière. Il s'agit d'une bobine de détection qui est couplée magnétiquement au flux créé par le courant à mesurer. Une tension est induite dans la bobine de mesure, proportionnelle à la dérivée temporelle du flux et donc à la dérivée temporelle du courant à mesurer. Tout comme le transformateur de courant ou la sonde de Rogowsky filaire, ce capteur ne peut être utilisé pour mesurer une éventuelle composante continue du courant.

Le capteur de courant « PRiME » est commercialisé aujourd'hui par la société LEM. Cette technologie est une amélioration par rapport à celle utilisée par les sondes de Rogowski, notamment en raison d'une plus grande immunité aux perturbations extérieures. Le capteur comprend un circuit imprimé principal (cf. Figure 1.6) sur lequel sont disposés N capteurs élémentaires (réalisés sur des circuits imprimés multicouches). Chacun des capteurs élémentaires comprend deux bobines distinctes qui sont perpendiculaires au circuit imprimé

principal. Les  $N$  capteurs élémentaires sont connectés en série, formant deux boucles concentriques : la boucle intérieure et la boucle extérieure. Le nombre  $N$  de capteurs élémentaires dépend des exigences en matière de précision, de sensibilité à la position du conducteur et de réjection des champs externes.

Le conducteur primaire passe par l'ouverture du circuit imprimé principal (cf. Figure 1.6). Son champ magnétique induit dans le capteur une tension proportionnelle à sa variation  $dI/dt$ . On peut montrer que pour les courants parasites externes, le rapport des tensions induites  $V_{\text{int}}$  et  $V_{\text{ext}}$  dans chacune des boucles, est beaucoup plus faible que pour le conducteur primaire, indépendamment de l'amplitude et de la position de la source externe. L'effet des champs externes peut ainsi être supprimé en soustrayant (cf. Figure 1.7) la proportion correcte de tension induite dans la boucle externe ( $V_{\text{ext}}$ ), de celle induite dans la boucle interne ( $V_{\text{int}}$ ) : en pratique, ceci revient à déterminer le courant dans le conducteur à partir du gradient du champ magnétique rayonné. La majeure immunité aux perturbations extérieures vient du fait que, lorsqu'on s'éloigne du conducteur, le gradient du champ magnétique rayonné décroît beaucoup plus rapidement que le champ magnétique lui-même ( $1/r^2$  au lieu de  $1/r$  – cf. paragraphe 2.3). Le circuit électronique comporte en plus un intégrateur permettant ainsi d'obtenir le courant  $I$  à partir de sa dérivée temporelle  $dI/dt$ .

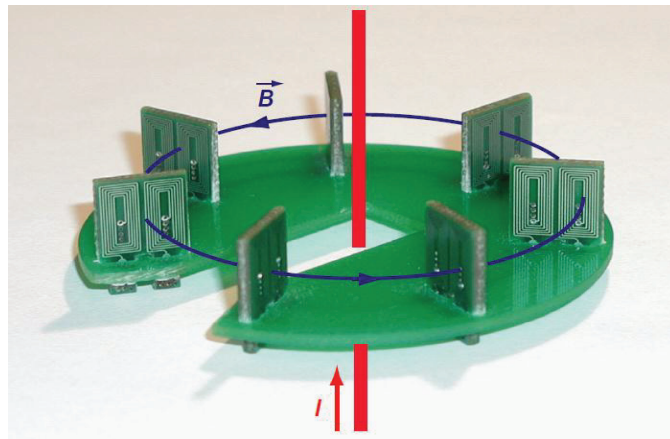


Figure 1.6 : Capteur de courant PRiME développé par LEM [17]

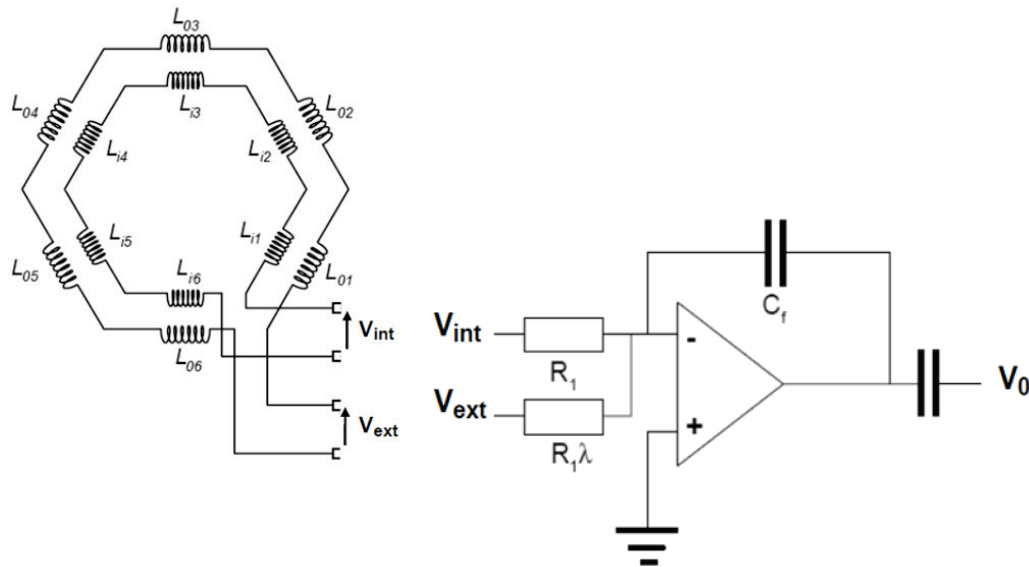


Figure 1.7 : Schéma électronique du capteur « PRiME »[17]

Ce système, présente de bonnes performances en termes de précision, d'erreur de mesure (généralement inférieure à  $\pm 0,8$  % de la lecture), et la variation de gain en température est faible, typiquement de 0,01 % par °C. La bande passante typique varie de 10 Hz à 100 kHz, mais des modèles spéciaux sont à l'étude pour atteindre plusieurs MHz. Le facteur limitant la réponse en haute fréquence est la fréquence de résonance des bobines, alors que la réponse en basse fréquence dépend de l'électronique.

Les autres avantages des capteurs « PRiME » sont :

- Mesure des courants alternatifs et impulsionnels
- Faible consommation
- Plage de mesure : 0 à 10 kA et une linéarité de :  $\pm 0.2$  %
- Produits légers en comparaison avec leurs homologues les transformateurs de courant

Ces capteurs peuvent être utilisés pour des applications portables et la surveillance de la qualité des réseaux, où le poids et la durée de vie des batteries sont des paramètres importants.

#### 1.3.1.4 Capteur de courant Optique

Les techniques utilisant une fibre optique sont basées sur l'effet de Faraday [18] qui est défini par l'observation d'une rotation du plan de polarisation d'une onde lumineuse qui se propage dans un milieu optique, en présence d'un champ magnétique  $H$  appliqué parallèlement à la direction de propagation de la lumière. Voici ci-dessous (Figure 1.8) un exemple d'un dispositif de mesure de courant de type optique commercialisé par la société ABB.

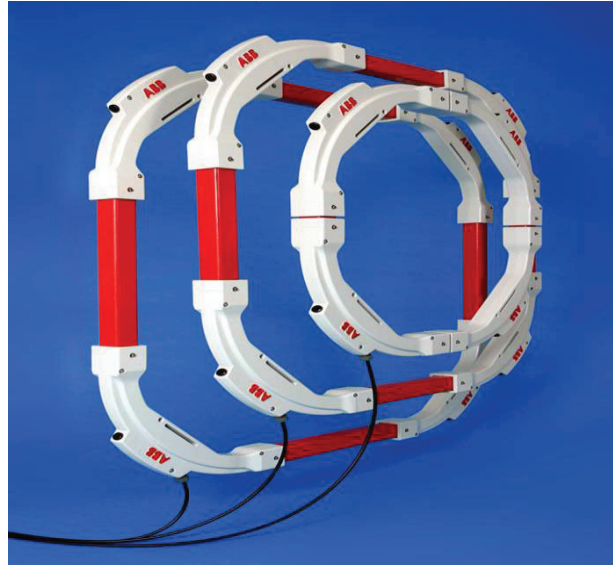


Figure 1.8 : Capteur optique de courant commercialisé par la société ABB [19]

Cet exemplaire est plus adapté pour des applications hautes tensions où il est difficile de fabriquer un transformateur de courant. Ce capteur présente une bonne sensibilité aux variations de température : l'erreur de mesure est inférieure à 1% même après une modification des offsets dus à la variation de température [20]. Cependant, ce capteur reste un moyen de mesure du courant assez onéreux pour l'instant. Afin d'éviter des contraintes sur la fibre optique qui entoure ce dispositif, une armature de taille considérable emballe la fibre. Cette technologie est réservée pour l'instant à la mesure de courants de fortes amplitudes (quelques centaines de kA) du fait du nombre de tours nécessaires pour avoir de bons résultats [19].

### 1.3.2 Conclusion sur les capteurs de courant

Le champ magnétique créé par un courant a longtemps été utilisé comme un moyen pour mesurer l'intensité du courant à travers divers dispositifs, tels que les transformateurs de courant, sondes à effet Hall et les dispositifs à effet Faraday [21-23]. Ces méthodes fournissent des résultats avec une bonne précision (1 %), mais ne conviennent que lorsque la somme des courants dans un câble polyphasé doit être mesurée. En d'autres termes, si on utilise une pince ampère-métrique pour mesurer le courant dans un câble avec phase et neutre, elle va nous afficher un courant nul, car le même courant passe dans les deux sens : ainsi leur somme s'annule. Ce n'est pas ce qui est attendu dans l'application que nous visons, car elle exige au contraire de déterminer pour chaque conducteur individuellement la valeur des courants.

## Chapitre I : Contexte, motivation et état de l'art.

A côté des capteurs commerciaux que nous venons de présenter, d'autres solutions (toujours basées sur une mesure de champ magnétique) ont été proposées par la communauté académique. Dans [24], les auteurs proposent un nouveau principe pour la mesure simultanée de courants polyphasés circulant dans des conducteurs parallèles, qui est basé sur le traitement des signaux de capteurs magnétiques. Dans ce travail, la position des conducteurs par rapport aux capteurs de champ est supposée connue. Dans [25], ces mêmes auteurs confirment expérimentalement leur principe avec des mesures réalisées sur des barres de cuivre, et optimisent le placement et l'orientation des magnétomètres. De manière similaire, [26] présente un algorithme qui permet de calculer l'intensité d'un courant continu circulant dans des barres de cuivre rectangulaires, en présence de perturbations.

Plusieurs applications de mesure de courant exigent une technologie de capteur qui ne nécessite pas de déconnexion de la charge à partir de sa source d'alimentation au moment de l'installation. Une analyse détaillée de l'étude de plusieurs technologies est donnée dans [27-29]. Toutes ces méthodes sont basées sur la connaissance des positions des conducteurs, ou alors il s'agit de méthodes de reconstruction du courant moyennant la mesure du champ magnétique autour d'un seul conducteur comme dans [30], ou encore dans [31] où un capteur de courant AC et DC est présenté.

La majorité des réseaux de magnétomètres présentés pour la reconstruction de courant utilisent des modèles temporels ou fréquentiels [24, 26, 32-34]. Une fois la technologie des magnétomètres choisie, il est nécessaire d'associer des méthodes d'optimisation et de reconstruction pour pouvoir en déduire le courant traversant le ou les conducteurs. En effet, à partir de la mesure des champs magnétiques qui est réalisée, il est possible de déterminer la valeur du courant (phase et amplitude) en se basant sur les paramètres internes du ou des câbles ainsi que ceux de l'environnement de mesure. Seulement, dans notre problématique, tous ces paramètres sont inconnus ! Plus particulièrement, les positions des conducteurs par rapport aux magnétomètres sont complètement inconnues. Mais pour obtenir la mesure des courants d'une manière non intrusive, il est primordial de passer par cette solution de reconstruction des courants à partir de la mesure des champs magnétiques.

Pour orienter notre choix sur la manière de mesurer les champs magnétiques rayonnés par les conducteurs, la partie suivante présente un état de l'art des magnétomètres.

### 1.3.3 Etat de l'art des magnétomètres

Suivant l'utilisation des magnétomètres, plusieurs caractéristiques définissent leurs performances :

- La sensibilité : elle traduit les variations du signal de sortie par rapport aux variations du signal d'entrée,
- La bande passante : elle définit la gamme de fréquences dans laquelle le magnétomètre est utilisable,
- La dynamique : c'est le rapport entre la plus grande et la plus petite valeur de la gamme de mesure du magnétomètre.
- La résolution spatiale : distance limite de distinction de deux sources magnétiques séparées.
- La détectabilité : c'est la plus petite mesure dont est capable le magnétomètre.
- La dérive en température.
- La consommation.
- Le prix.

Ce recueil bibliographique n'est pas exhaustif, néanmoins il nous permet d'avoir une vision assez globale des technologies les plus communes et qui pourraient se prêter aux besoins de notre application.

#### 1.3.3.1 Effet Hall

Soit une plaquette d'un matériau semi-conducteur d'épaisseur  $e$ , traversée par un courant électrique  $I$  et soumise à l'induction magnétique  $B$  qui lui est perpendiculaire comme représenté sur la Figure 1.9.

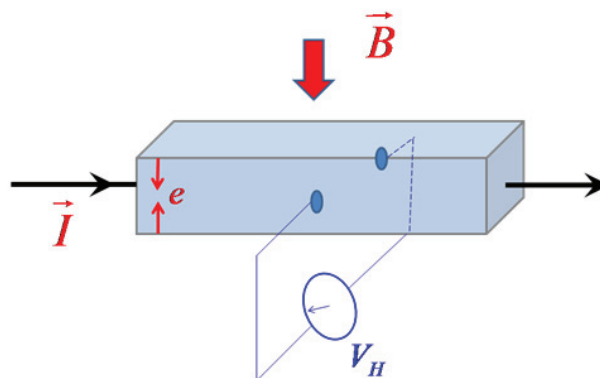


Figure 1.9 : Principe de l'effet Hall

## Chapitre I : Contexte, motivation et état de l'art.

L'effet Hall correspond à l'apparition d'une différence de potentiel  $V_H$  appelée « tension de Hall » aux bornes du semi-conducteur :

$$V_H = \frac{B \cdot I}{q \cdot n \cdot e} \quad (1.4)$$

Avec :

- $q$  : Charge de l'électron.
- $n$  : Densité d'électrons présents dans le matériau semi-conducteur.
- $e$  : Epaisseur de la plaquette du matériau semi-conducteur.

Cependant, la mobilité et la densité des porteurs de charge dans le semi-conducteur étant très sensibles à la variation de température, il est indispensable d'utiliser un capteur de température et une électronique appropriée aux magnétomètres à effet Hall, dès lors qu'ils sont utilisés dans des milieux à température variable. L'avantage de ce type de magnétomètres est que la majorité de ses défauts peuvent être corrigés par de l'électronique embarquée.

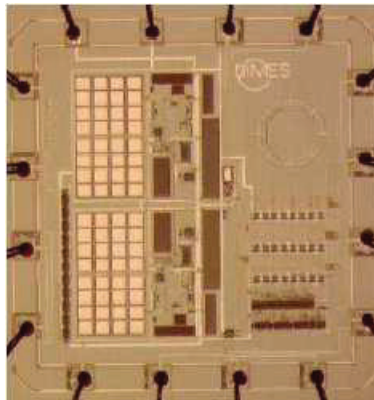


Figure 1.10 Capteur à effet Hall et électronique associée [35]

Du fait de son faible coût et de sa petite structure, cette technologie de magnétomètre est la plus utilisée. Elle est employée pour des applications de capteur de position [36] comme dans le milieu automobile par exemple: capteur PMH (Point Mort Haut) qui se monte sur les boîtes à vitesses.

Une publication [37] fait le point sur les performances atteintes par les micro-magnétomètres à effet Hall et leurs applications. Leurs caractéristiques générales sont reprises dans le Tableau 1.1.



Tableau 1.1 : Caractéristiques générales d'un micro-magnétomètre à effet Hall [37]

Critères	Valeurs
Zone active	(100 nm × 100 nm) à (10 μm × 100 μm)
Résistance	10 Ω à 100 kΩ
Bruit en champ magnétique ( $B_{\min}$ )	(1 nT/√Hz) à (100 μT/√Hz)
Bande passante	DC à 1 GHz
Température	1 - 500 K
Gamme de mesure	$B_{\min}$ - 30 Tesla

Une manière d'accroître leur gamme d'utilisation en température est d'employer des techniques d'auto-calibration [38], en intégrant des micro-bobines dans la structure du capteur à effet Hall.

Pour résumer, les avantages des micro-capteurs magnétiques à effet Hall sont :

- Une bande passante importante.
- Une tension de sortie directement proportionnelle au champ que l'on souhaite mesurer, tout en étant basée sur des structures simples et peu coûteuses.
- Compatibles avec l'intégration d'une électronique sur une même puce.

Tous ces avantages expliquent que ces capteurs soient très répandus.

### 1.3.3.2 Magnétotransistor

Ces dispositifs sont basés sur la force de Lorentz ( $dF = i dl B$ ) qui résulte de l'interaction entre un courant électrique et un champ magnétique. Un brevet a été publié en 2004 [39] sur ce type de magnétomètres.

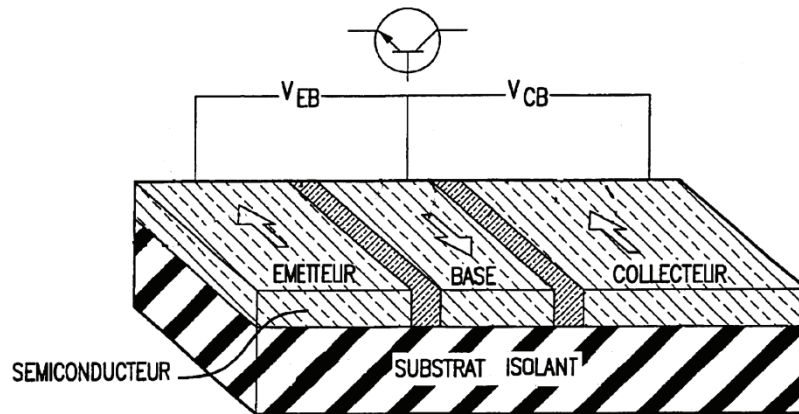


Figure 1.11 Structure d'un magnéto-transistor [39]

La plupart des structures comprennent un émetteur (la source) et un collecteur (le drain) comme le montre la Figure 1.11. En présence d'un champ magnétique, un déséquilibre est créé entre les courants circulant entre l'émetteur et le drain. Pour un dispositif à deux drains, le courant différentiel est alors directement proportionnel au flux magnétique traversant le dispositif. Les transistors peuvent être réalisés en empilement vertical ou horizontal. Leur sensibilité peut être grande comparée à celle des dispositifs à effet Hall classiques. Leur comportement est en revanche assez similaire. Un mauvais alignement des structures base-émetteur peut également provoquer un important offset de courant, équivalent à un champ de un Tesla, ce qui est bien supérieur aux offsets que l'on retrouve dans les capteurs à effet Hall classiques. Les niveaux de bruits classiques sont de quelques  $100 \text{ nT}/\sqrt{\text{Hz}}$ .

### 1.3.3.3 Magnéto-résistance

Il existe plusieurs types de capteurs basés sur des effets magnéto-résistifs [40]. Les principaux sont les AMR (Anisotropic Magneto Resistance), les GMR (Giant Magneto Resistance), et les TMR (Tunnel Magneto Resistance). Les empilements GMR et TMR peuvent être utilisés dans des structures appelées « transistors à effet vanne de spin ». Tous exploitent une variation de résistance d'un ou plusieurs éléments sensibles sous l'effet d'un champ magnétique extérieur. La technologie TMR n'est pas encore aboutie, car les recherches se concentrent principalement au niveau des difficultés de leur fabrication.

#### 1.3.3.3.1 Magnéto-résistance anisotropique

L'effet magnéto-résistif a été découvert par Lord Kelvin il y a plus d'un demi-siècle [41], en appliquant un champ magnétique parallèle ou perpendiculaire à la direction d'un courant

électrique, dans un matériau ferromagnétique fer ou nickel. Il a observé une variation de la résistance de ce dernier. Bien que cette technologie ait permis un grand pas dans le développement des capacités des disques durs dans les années 1990, elle a néanmoins un grand désavantage qui est la variation de sa réponse en fonction de la température.

Cette technologie est d'ailleurs employée par [42] où les auteurs utilisent notamment un magnétomètre AMR trois axes, disponible dans le commerce, afin de diagnostiquer les défauts de courants dans les câbles de neutre souterrain.

#### 1.3.3.3.2 Magnétorésistance géante

Bien que les premiers magnétomètres GMR aient été découverts il y a plus de deux décennies [43], [44], les densités spectrales de puissance de bruit de cette technologie de magnétomètres sont encore un peu supérieures à celles des AMR mais à terme, les capteurs GMR devraient être plus performants avec des niveaux de bruit inférieurs à  $1 \text{ nT}/\sqrt{\text{Hz}}$ . Il est montré que les magnétomètres GMR sont plus sensibles que les AMR, mais, en revanche, ils ont une hystérésis plus importante et une moins bonne linéarité [45]. La résolution d'un magnétomètre GMR est limitée par le bruit : les GMR sont surtout utilisés pour les détections binaires comme les têtes de lecture de certains disques durs ou encore certains capteurs de position. A terme, les capteurs GMR devraient remplacer les capteurs AMR : ils offrent des amplitudes de signal plus élevées et une dynamique de mesure variant entre  $1 \text{ }\mu\text{T}$  et  $50 \text{ mT}$ , et surtout consomment moins, sont moins encombrants et moins onéreux que les capteurs magnétiques de types AMR.

#### 1.3.3.4 Les micro-Fluxgates

La grande précision des magnétomètres de type Fluxgate font que ces instruments sont très utilisés aussi bien sur terre que dans l'espace pour mesurer les composantes vectorielles d'un champ magnétique. Cette technologie est constituée d'un noyau ferromagnétique doux entouré d'une bobine. Le principe de ce type de magnétomètre est basé sur la variation de la perméabilité magnétique du noyau en fonction de l'excitation magnétique. Le principe, appliqué pour un capteur de courant, est présenté dans la Figure 1.12 ci-dessous.

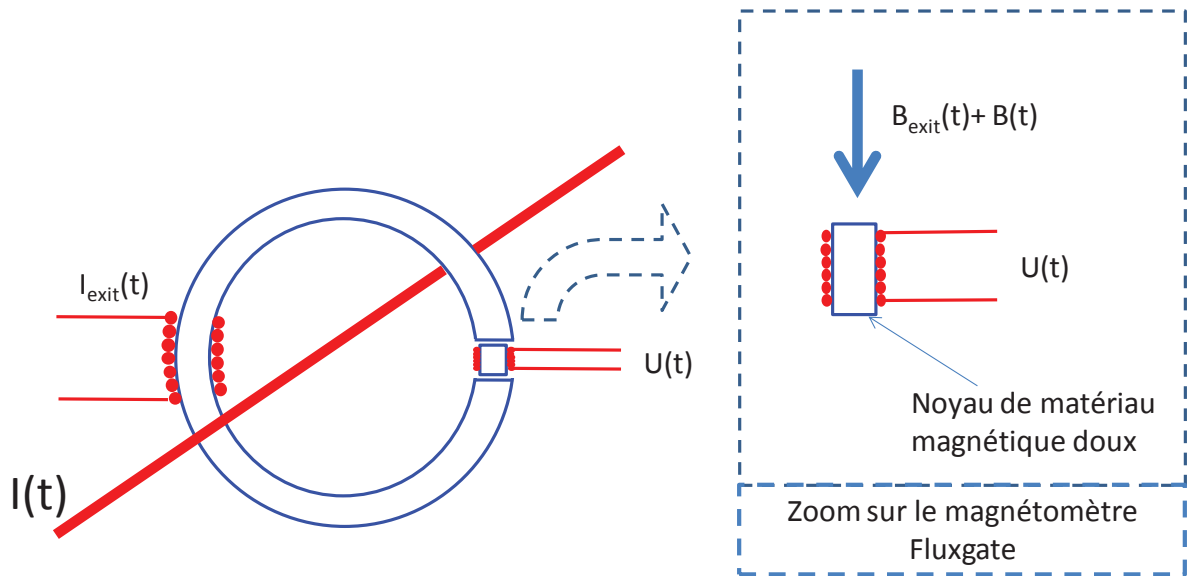


Figure 1.12 : Schéma d'un capteur de courant utilisant un magnétomètre Fluxgate

L'inductance du magnétomètre dépend des propriétés du noyau ferromagnétique :

- Quand le flux est important, le noyau est saturé : sa perméabilité apparente est faible, et l'inductance est petite.
- Inversement, quand le flux magnétique est faible, l'inductance est élevée.

Ainsi la présence d'un champ magnétique extérieur va modifier le cycle d'hystérésis du noyau, et sera ainsi détectée. Ce type de magnétomètre est détaillé dans [46]. Leur plage typique de mesure s'étend de 0.1 nT à environ 1 mT et du continu à quelques kHz pour des résolutions allant jusqu'à 100 pT. Ils sont particulièrement appréciés des géologues pour la mesure des champs géomagnétiques (entre 20 et 75  $\mu$ T), par les militaires pour la détection des mines antipersonnel, ainsi que dans le domaine spatial pour contrôler l'orientation d'un satellite.

Les sources de bruit à prendre en compte pour ce type de système sont le bruit issu du noyau ferromagnétique et celui provenant de l'électronique. Pour des dispositifs macroscopiques, les bobines de détection comprenant des centaines de tours et ayant donc de très grands facteurs de qualité, l'influence de l'électronique est très limitée, et c'est le bruit blanc magnétique qui devient la principale source de bruit avec des valeurs faibles autour de quelques  $\text{pT}/\sqrt{\text{Hz}}$ . Malheureusement, l'intégration des noyaux ferromagnétiques réduit les performances des matériaux et abaisse considérablement le facteur de qualité des bobines de détection. Ce qui fait qu'en pratique le bruit de l'électronique devient alors prépondérant, avec la contribution en  $1/f$  en basse fréquence des étages d'amplification ( $f$ : la fréquence).

## Chapitre I : Contexte, motivation et état de l'art.

Jusqu'à aujourd'hui, aucun magnétomètre Fluxgate réalisé en micro-technologie n'a encore été commercialisé. On trouve donc sur le marché uniquement des composants macroscopiques dont les performances restent supérieures aux dispositifs micro-technologiques.

Cependant beaucoup de ces micro-capteurs ont été développés dans le milieu académique et dans les instituts de recherche. L'EPFL (l'Ecole Polytechnique Fédéral de Lausanne) a développé une technologie pour la réalisation de micro-Fluxgates planaires compatibles CMOS [47-48]. Nous pouvons voir l'illustration de ce magnétomètre (cf. Figure 1.13). Le noyau ferromagnétique, réalisé par un procédé de collage, a une structure en croix pour permettre une détection 2D dans le plan de la structure. Une électronique intégrée adaptée a été développée également. L'excitation se fait par impulsions de courant de 20 mA avec un ratio 1/8 à 250 kHz et la modulation à 2.5 kHz.

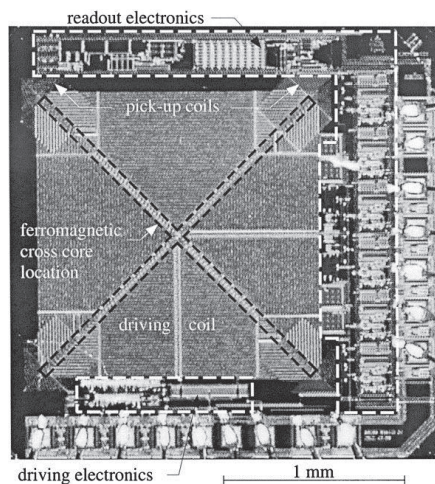


Figure 1.13 : Micro-Fluxgate 2D réalisé par l'EPFL avec noyau ferromagnétique, bobines et électronique associée [47].

Sa gamme de fonctionnement linéaire est de  $\pm 60 \mu\text{T}$  avec une sensibilité de  $2.7 \text{ V/mT}$  et une erreur de linéarité de  $1.4 \%$  de la pleine échelle. La densité de bruit est de  $6 \text{ nT}/\sqrt{\text{Hz}}$  à  $1 \text{ Hz}$ , et la consommation est de  $35 \text{ mW}$  pour une alimentation de  $5 \text{ V}$ .

#### 1.3.3.4.1 Les micro-magnétomètres MEMS

Les micro-magnétomètres à base de structure MEMS (MicroElectroMechanical Systems) restent encore au niveau de développements académiques. Ils utilisent pour la plupart la force de Lorentz, et ils comportent des matériaux magnétiques.

Des capteurs quasi-statiques ou résonants ont été réalisés avec différents modes de détection :

- Détection capacitive [49-51]
- Détection piezo-résistive [52-53]
- Détection optique [54]

Les principaux avantages des magnétomètres MEMS sont les suivants :

- Bonne sensibilité et linéarité
- Basse consommation
- Multi-gammes et jusqu'à trois axes sur le même composant

Il existe aussi des magnétomètres réalisant les mesures de champ magnétique sur trois axes : par exemple le dispositif développé dans [55] a une consommation de seulement 300  $\mu\text{W}$  et une résolution angulaire des trois axes de  $0.8^\circ$ .

Voici sur la Figure 1.14, l'illustration d'une réalisation MEMS micro-Fluxgate avec bobine d'excitation et bobine de détection [56]

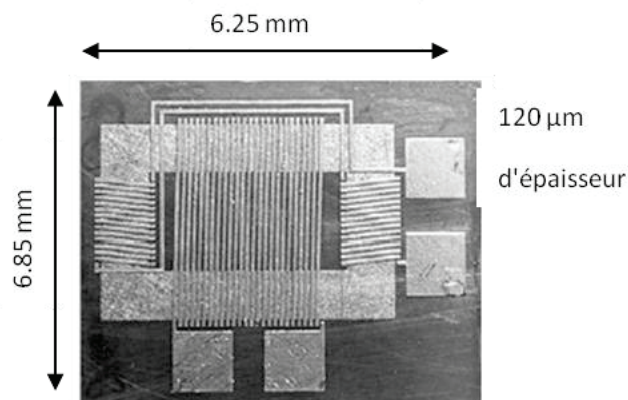


Figure 1.14 Réalisation MEMS micro-Fluxgate [56]

Ce système offre une plage de mesure de 0 à 80  $\mu\text{T}$  et une sensibilité de 6.7 V/T à une fréquence de 40 kHz.

#### 1.3.3.4.2 Magnétomètres inductifs

En raison de leur faible coût de mise en œuvre, les magnétomètres inductifs, appelés aussi bobines de capture (« search coil »), sont souvent utilisés dans des dispositifs nécessitant une production à grande échelle. Leur technologie est employée par exemple dans les têtes de lecture des magnétophones et des magnétoscopes, ou encore dans diverses antennes magnétiques servant à la communication ou à la navigation.

Un magnétomètre inductif fonctionne sur la base de la loi de Faraday :

$$V_i = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{d(NS\mu_0\mu_r H(t))}{dt} \quad (1.5)$$

Tel que  $V_i$  représente la tension instantanée induite dans une bobine de  $N$  spires qui embrassent un flux magnétique  $\Phi$ .  $S$  est la surface de la section et  $H$  le champ magnétique dans le noyau de la bobine ayant une perméabilité relative  $\mu_r$ .

Il est possible de structurer cette technologie de magnétomètre en deux parties :

➤ Les magnétomètres sans noyau ferromagnétique (à air):

Ils sont plus stables et possèdent une bonne linéarité. La sensibilité et les dimensions de ces magnétomètres étaient leurs principaux inconvénients, en effet pour accroître leur sensibilité il était nécessaire d'augmenter leur surface  $S$ . Mais du fait des avancées de l'électronique (plus particulièrement les Amplificateurs Opérationnels), leur sensibilité est devenue largement comparable aux autres technologies de magnétomètres. Il n'est donc plus nécessaire de réaliser des dispositifs à grande surface active.

➤ Les magnétomètres inductifs avec un noyau ferromagnétique :

Le noyau ferromagnétique est présent justement pour accroître la sensibilité d'une bobine de capture, mais celles-ci deviennent moins stables en présence du noyau ferromagnétique. Afin d'avoir une faible démagnétisation, leurs structures doivent être longues et fines. Un exemple de ce type de magnétomètre est présenté par Haustler [57]. Avec un prototype utilisant un noyau ferromagnétique de  $1 \text{ cm}^2$  et fonctionnant sur une bande de fréquence de 10 kHz à 2 MHz, l'auteur est arrivé à un niveau de bruit en champ magnétique de 10 fT à 10 kHz.

En fonction de la surface  $S$ , il est possible que des composantes de champ magnétique statique, ajoutées à la vibration du dispositif, viennent perturber la mesure (surtout pour les

dispositifs à air). Il est donc nécessaire que le dispositif soit bien stable et non soumis à des vibrations.

Bien que le principe de base ait été défini il y a bien longtemps, ces magnétomètres sont quand même toujours d'actualité. Une revue fait un état de l'art des différentes réalisations de bobines de capture avant 2007 [58]. Dans [59] et [60] il est présenté des petits dispositifs ayant une densité spectrale de bruit autour de  $100 \text{ fT}/\sqrt{\text{Hz}}$  [61].

Il est aussi possible de réaliser des magnétomètres inductifs allant jusqu'à 3 axes de mesure. Ils sont réalisés en utilisant des PCB (Printed Circuit Board) multicouches, tels que la première bobine planaire de capture est gravée sur une première couche, la deuxième, grâce à des connexions inter-couches (via), est gravée sur les deux couches externes mais déportée pour ne pas se croiser avec la première. Un troisième axe de mesure du champ magnétique est fourni par une bobine dont les spires sont gravées sur chaque couche du PCB. Un magnétomètre tri-axes est présenté sur la Figure 1.15. Sur ce prototype, afin de rajouter un troisième axe, une troisième bobine planaire est intégrée sur l'une des sous-couches de ce PCB. Ce prototype a été réalisé par le LPP (Laboratoire de Physique des Plasmas), et il a été employé au cours de notre projet afin d'avoir des premières mesures de champs magnétiques sur le banc de tests.

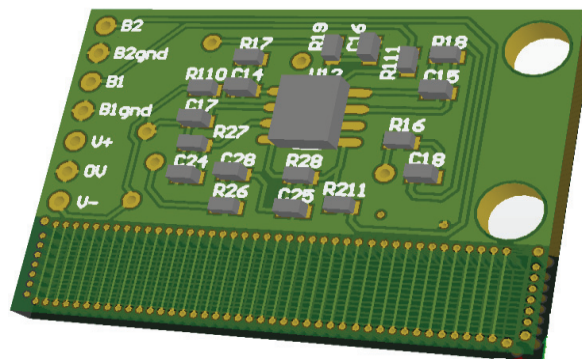


Figure 1.15 Magnétomètre tri-axes inductif (V0.2) réalisé par le LPP.

Un autre type de magnétomètre trois axes est généralement employé pour déterminer les valeurs totales du champ magnétique, en effectuant une moyenne des trois valeurs efficaces mesurées par les trois bobines orthogonales [62].

Voici dans la Figure 1.16 un exemple d'une sonde inductive employée par un gaussmètre.





Figure 1.16 : Sonde inductive utilisée par un gaussmètre Brockhaus [63]

### 1.3.4 Conclusion sur les magnétomètres:

Les données présentées dans le Tableau 1.2, sont en partie extraites de la thèse [64] et de [65]. Dans ces documents, la réalisation d'un micro capteur de courants pour un disjoncteur triphasé, ainsi qu'une synthèse des différents magnétomètres existants sur le marché sont illustrés. Les données présentées dans ce tableau sont néanmoins réactualisées et complétées.

Tableau 1.2 Comparaison entre les différentes technologies des magnétomètres

	Effet Hall	AMR	GMR	MI*	$\mu\text{fg}^*$ LETI	Inductive
<b>Etendue de mesure</b>	10 <sup>3</sup> mT	1 mT	10 mT	1 mT	8 mT	10 <sup>6</sup> mT
<b>Dérive en Température</b>	100-1000 ppm/C	3000 ppm/C	3000 ppm/C	_____	<100 ppm/C	faible
<b>Bruit en champ magnétique (nT/<math>\sqrt{\text{Hz}}</math>)</b>	(1 – 10) x 10 <sup>4</sup>	1 – 10	1 – 10	1 – 10	1	(0.2 – 1) x10 <sup>-6</sup>
<b>Précision</b>	Mauvaise (50 $\mu\text{T}$ )	Moyenne (10 $\mu\text{T}$ )	Moyenne (10 $\mu\text{T}$ )	Bonne (0.1-1 $\mu\text{T}$ )	Bonne (100 nT)	Bonne et adaptable
<b>Sensibilité au choc magnétique</b>	faible	forte	forte	faible	Faible	Faible / forte (sans /avec noyau)
<b>Consommation</b>	100 $\mu\text{W}$ – 100 mW	20 – 70 mW	1 – 5 mW	1 – 10 mW	10 mW	40 mW
<b>Bande passante</b>	DC – 1 GHz	DC – 1 MHz	DC – 1 MHz	0.1 – 1 MHz	DC – 1 MHz	3*10 <sup>-4</sup> Hz – 1 GHz
<b>Coût unitaire</b>	1-5 €	5 -20 €	3 – 5 €	10-20 €	Comparaison non significative	1-6 €

\*MI : Magnéto-Impédance.

$\mu\text{fg}$  : Micro-Fluxgate

## Chapitre I : Contexte, motivation et état de l'art.

Dans [66], un recueil des progrès récents (ayant fait leur apparition au cours de la dernière décennie) dans la technologie et les applications de capteurs magnétiques est présenté. De nombreux travaux de recherche sont en cours pour développer ou améliorer les solutions technologiques de capteurs magnétiques existantes :

- Pour ce qui est des capteurs Hall, il n'y a pas d'évolutions majeures prévues. Des travaux autour de l'amélioration de l'électronique et du packaging, pour améliorer le conditionnement du signal et gagner ainsi en précision sont en cours.
- Du côté des AMR, on cherche à obtenir une meilleure précision, et des travaux sont en cours pour miniaturiser davantage le capteur.
- Le transfert de la technologie GMR au niveau industriel est en cours. Les travaux de recherche portent principalement sur la limitation de la dépendance en température et l'amélioration de la linéarité.

Enfin, de nouveaux capteurs magnétiques à base de structure MEMS sont en développement, visant l'intégration de magnétomètres avec des centrales inertielles. Ces nouveaux capteurs multi-axes et multi-gammes, tout en offrant une bonne sensibilité et une bonne linéarité, sont très prometteurs et visent le marché de la géolocalisation par exemple. Aujourd'hui le degré de maturité technologique est le premier facteur qui impacte le coût des capteurs, celui-ci étant directement lié aux coûts de fabrication et aux volumes de composants fabriqués. Ainsi les développements autour de la technologie GMR s'axent vers une intégration directe sur ASIC CMOS pour limiter les coûts. La proportion d'électronique impacte également le coût. Les capteurs à effet Hall ont besoin de plus d'électronique pour combler leurs lacunes en sensibilité par rapport aux capteurs GMR. Une fois que la technologie GMR sera distribuée en grand volume, celle-ci devrait être compétitive en termes de coût par rapport à la technologie Hall tout en offrant de meilleures performances.

## 1.4 Conclusion

Comme nous avons pu le constater au cours de ce recueil bibliographique, différents dispositifs pour la détermination de courants via la mesure de champ magnétique rayonné ont vu le jour. Cette démarche de reconstruction du courant par la mesure du champ magnétique requiert la résolution d'un problème inverse – sujet qui sera traité dans le chapitre suivant. Seulement, une application a échappé à cette vague d'innovation, et il devient nécessaire d'appliquer ces différentes connaissances à la réalisation d'un capteur de courants à bas coût visant les câbles multiconducteurs. C'est justement ce à quoi nous avons travaillé tout au long de ces trois années du projet CHIC. Il existe certains brevets déposés concernant cette application [67-72], mais à notre connaissance, aucun prototype n'a vu le jour actuellement. Notre équipe de recherche, ainsi que les autres partenaires du projet CHIC, avons déposé un brevet [73] [73 b] et nous nous sommes lancés dans l'étude et la réalisation du prototype.

La solution que nous avons envisagée consiste en deux étapes :

1. Dans un premier temps, un problème inverse non linéaire est résolu afin de déterminer ces paramètres (en plus des courants dans les conducteurs). Ce problème non linéaire doit être résolu une seule fois, idéalement lors de la pose du capteur.
2. Par la suite, la position des conducteurs issue de la première étape est considérée connue et constante : les courants dans les conducteurs sont alors déterminés au fil du temps par résolution d'un problème inverse linéaire, beaucoup plus simple que le premier.

La reconstruction des courants est fournie par des mesures simultanées des champs magnétiques en divers points autour du câble. Notre dispositif est destiné à être utilisé principalement en milieu industriel. L'une des contraintes est que la mesure soit établie autour d'un câble multiconducteur, qui est potentiellement positionné à proximité d'autres câbles de même catégorie émettant des champs magnétiques tout aussi importants (voire même plus importants). En effet, si l'on considère un chemin de câbles, les magnétomètres vont mesurer des champs magnétiques émis par le câble ciblé, mais aussi ceux des autres câbles du chemin de câbles. Le dispositif final doit donc être protégé par un blindage ferromagnétique qui rejettera en partie les perturbations extérieures à notre environnement de mesure. Au final, le capteur de courant souhaité devra ressembler à la Figure 1.17.

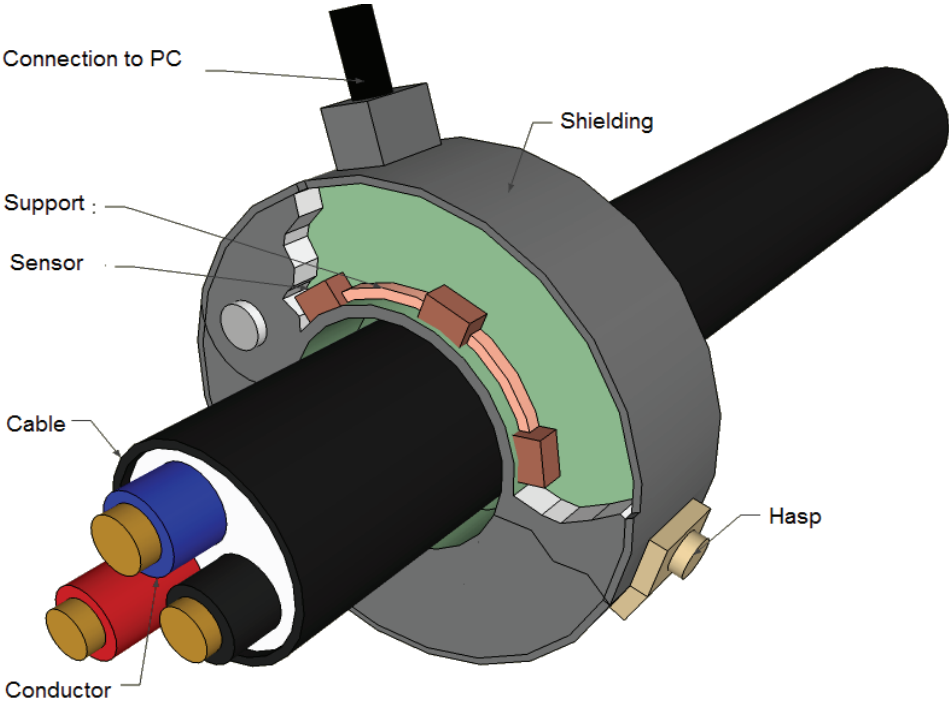


Figure 1.17 : Dessin du capteur de courants à réaliser.

## 2 Chapitre II : Problème inverse et algorithme de résolution.

2.1	Introduction .....	45
2.2	Généralités sur les problèmes inverses.....	45
2.3	Modélisation du capteur en absence d'écran magnétique.....	50
2.3.1	Problème direct .....	51
2.3.2	Problème inverse .....	53
2.4	Modélisation du capteur en présence d'écran magnétique.....	55
2.5	Rejection des perturbations .....	58
2.6	Conclusion.....	62

## 2.1 Introduction

Dans la présentation du capteur de courants décrite dans le chapitre 1, nous ne sommes pas rentrés dans les détails du fonctionnement du dispositif de mesure (cf. Figure 1.17). Les fondements théoriques du problème inverse, sur lequel se base le fonctionnement de notre dispositif, sont développés dans ce deuxième chapitre. Ainsi, après avoir décrit ce qu'est un problème inverse, suit un passage sur les bases théoriques, puis les détails du fonctionnement des algorithmes de reconstruction des courants. Deux cas seront traités :

- Le cas sans écran magnétique
- Le cas où un écran magnétique en mu-métal est ajouté au dispositif.

La première approche faisant abstraction des perturbations électromagnétiques, nous permettra une compréhension plus aisée de la démarche de reconstruction des courants électriques. La deuxième configuration est tout de même plus réaliste, du fait de la présence incontournable de perturbations dans les milieux de mesures industriels. Le dispositif final comportera bien un blindage ferromagnétique.

## 2.2 Généralités sur les problèmes inverses

Dans un problème inverse, nous ne recherchons pas « l'effet d'une cause ». C'est même la démarche opposée : à partir de « l'effet » (observable) d'un phénomène, il faut retrouver sa « source » (sa cause). D'un autre point de vue, la résolution d'un problème inverse peut être exprimée par la détermination de l'état interne d'un système à partir de l'observation externe.

Les problèmes inverses peuvent être bien ou mal posés. D'après la définition dans [74], un problème bien posé est un problème dont la solution :

- 1) existe,
- 2) est unique,
- 3) dépend continûment des données.

A l'inverse, un problème qui n'est pas bien posé est dit « mal posé ».

La première de ces conditions est généralement prise en défaut lorsque l'ensemble de données à disposition pour résoudre le problème inverse, est plus important que le nombre de paramètres à déterminer (problème surdéterminé) : dans cette situation, des petites imprécisions dans la modélisation du problème font en sorte que, d'un point de vue purement mathématique,

## Chapitre II : Problème inverse et algorithme de résolution.

il n'existe pas de solution au problème. En pratique, cette difficulté peut être surmontée assez facilement en calculant la solution au sens des moindres carrées.

A l'inverse, la deuxième condition est prise en défaut lorsque l'ensemble des données à disposition pour résoudre le problème inverse est trop petit (problème sous-déterminé). Cela implique que plusieurs jeux de paramètres différents peuvent mener aux mêmes observables. Dans ce cas, il faut choisir de manière « judicieuse » une solution parmi toutes les solutions admissibles, souvent sur la base d'autres connaissances sur le problème disponibles à priori.

De ces trois conditions, la troisième est souvent la plus problématique : les problèmes inverses sont souvent mal posés, dans la mesure où une « petite » erreur (incertitude, bruit de mesure) sur les données d'entrée engendre de très grandes variations sur la solution du problème inverse. De ce fait, même des très petites erreurs de mesure, inévitables dans la pratique, provoquent des écarts considérables entre la vraie solution et la solution numérique du problème inverse<sup>1</sup>.

La parade pour surmonter ces difficultés consiste à régulariser le problème : cela signifie que nous nous résignerons à résoudre un problème qui « ressemble beaucoup » au problème original, et dont nous savons dès le départ que la solution n'est pas juste (dans le sens que même en absence de toute erreur ou perturbation, elle ne correspond pas à la vraie solution), mais qui possède l'avantage d'être beaucoup mieux posé. Dans la pratique, en présence de bruit sur les données d'entrée la solution du problème régularisé sera beaucoup plus proche de la vraie solution que celle du problème non régularisé.

Soit l'écriture mathématique du problème inverse suivante (eq. (2.1) ):

$$A(x) = B \quad (2.1)$$

Où :

- $A$  : fonction qui décrit la relation entre les paramètres inconnus et les observables.
- $x$  : paramètres à identifier du système.
- $B$ : grandeur observable, comme des mesures de capteurs.

---

<sup>1</sup> Il est important de souligner que le caractère « mal posé » d'un problème inverse ne dépend pas de la présence d'un bruit de mesure : il s'agit vraiment d'une caractéristique intrinsèque au problème, et il n'y a rien à faire du côté de la mesure : même avec le meilleur système de mesure possible, un problème mal posé reste (et restera toujours) un problème mal posé !

## Chapitre II : Problème inverse et algorithme de résolution.

Afin de quantifier « l'instabilité » d'un problème mal conditionné, il existe une grandeur  $\xi(A)$  appelée le conditionnement, qui exprime le lien entre variations des observables ( $\Delta B$ ) et variations des paramètres à identifier ( $\Delta x$ ) :

$$\frac{\|\Delta x\|}{\|x\|} \leq \xi(A) \frac{\|\Delta B\|}{\|B\|} \quad (2.2)$$

Lorsque la relation (2.1) est linéaire (c'est-à-dire :  $A(x) = Ax = B$ ) il est possible de démontrer que le conditionnement est toujours supérieur à 1, et peut s'exprimer comme [75]:

$$\xi(A) = \|A^{-1}\| \cdot \|A\| \quad (2.3)$$

Plus le conditionnement est supérieur à 1 plus le problème est mal conditionné. Par contre, si le conditionnement est égal à 1, cela implique que l'incertitude sur les observables n'est pas « amplifiée », dans le sens que (par exemple) un bruit de mesure de l'ordre de 1% ne produira pas une erreur sur les paramètres à identifier supérieure à 1%.

Durant ces dernières années, et du fait du large domaine de leur application, les problèmes inverses ont connu un développement impressionnant. Certains sont bien connus comme : les problèmes inverses en sismique [76], le problème de conductivité inverse [77], ou encore des problèmes inverses en thermique [78] où la théorie des problèmes inverses est largement étudiée.

Un exemple classique d'un problème inverse est l'imagerie médicale réalisée par un scanner [79]. La Figure 2.1 montre justement le fonctionnement de cet appareil. Ce problème inverse est traité dans [80-81], et il consiste à reconstruire la densité massique en tout point à l'intérieur du corps humain présent dans l'anneau, à partir de l'analyse des signaux collectés par les capteurs situés en face des tubes émetteurs de rayons X. Le principe physique à la base du scanner est que des zones de densité plus élevée produiront une absorption d'autant plus élevée des rayons X :

- Le problème direct consiste à calculer le signal réceptionné par les détecteurs (ou plutôt la fonction d'atténuation des signaux) tout en connaissant les caractéristiques du corps humain.
- Le problème inverse consiste à déterminer la tomographie du corps, en connaissant les signaux des détecteurs et ceux des émetteurs.



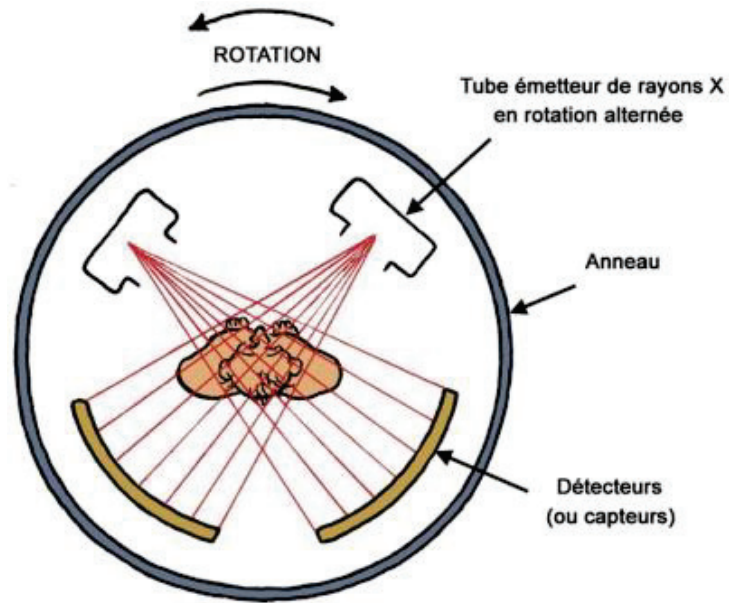


Figure 2.1: Scanner pour imagerie médicale aux rayons X [82]

De manière similaire, la résolution de notre problème inverse de reconstruction des courants d'un câble multiconducteur et la position de ces derniers (paramètres à déterminer), se fera par l'analyse des signaux collectés par les magnétomètres qui mesurent le champ magnétique (observable) généré par les courants qui traversent les conducteurs du câble (cf. Figure 2.2).

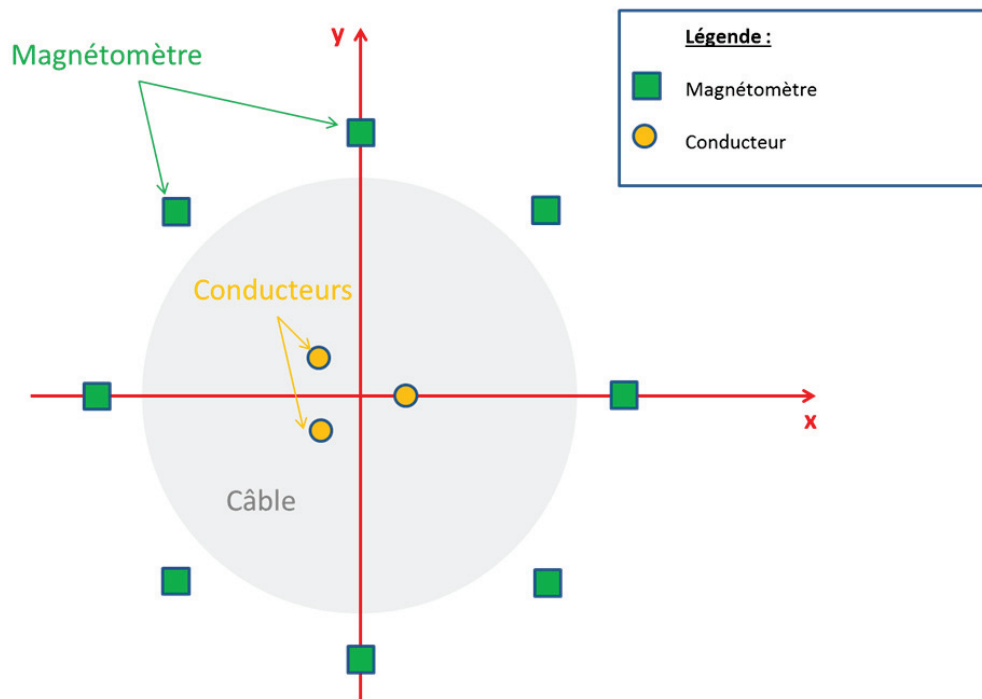


Figure 2.2: Illustration du capteur de courant

Cela revient aussi, en d'autres termes, à résoudre l'équation liant les champs magnétiques des différents magnétomètres aux courants qui l'ont engendré.

**Terminologie** : afin de simplifier la lecture, il peut être utile de préciser la signification de certains termes que nous allons employer tout le long du manuscrit :

- Le terme « **capteur** » fait référence au capteur de courant, qui est réalisé à partir de plusieurs **magnétomètres**.
- Le terme « **câble** » désigne bien le câble multiconducteur qui est l'objet de la mesure de courant, et qui est bien évidemment composé de plusieurs **conducteurs**.

Les questions qui se posent pour la résolution de notre problème inverse sont les suivantes :

- Comment construire un modèle mathématique de notre système, qui se prête à la résolution du problème inverse ?
- Combien de points de mesure de champ magnétique sont nécessaires ?
- La solution de ce problème est-elle unique ?
- Avec quelle précision pouvons-nous déterminer les courants dans les conducteurs ?
- Quelle est l'influence de sources de perturbations extérieures au câble multiconducteur, et comment s'en affranchir ?

La littérature scientifique sur la reconstruction de sources de nature électrique à partir de mesures de champ magnétique est très abondante, avec des applications dans des domaines extrêmement variés, comme le biomédical (exemple : MEG, ou magnétoencéphalographie) ou le contrôle non destructif.

Certaines méthodes de reconstruction visent à imager la densité de courant  $J$  sur un plan ou dans un volume, comme par exemple[83] ; dans ce travail, l'approche consiste à écrire chaque composante de l'induction magnétique  $B$  sous la forme d'une convolution entre la densité de courant  $J$  dans une plaque d'épaisseur  $d$ , et une fonction de Green  $G(x,y)$ , par exemple :

$$B_x(x, y) = d \frac{\mu_0}{4\pi} \iint \frac{J_y(x', y')}{((x-x')^2 + (y-y')^2 + z^2)^{3/2}} dx' dy' = J_y(x, y) \otimes G(x, y) \quad (2.4)$$

Avec :  $G(x, y) = d \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{1}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}}$  = fonction de Green. Par conséquent, la relation entre

les transformées de Fourier de la densité de courant ( $J_y(x, y) \longleftrightarrow j_y(k_x, k_y)$ ) et de l'induction

magnétique ( $B_x(x, y) \longleftrightarrow b_x(k_x, k_y)$ ) est linéaire et peut s'écrire par l'intermédiaire de la transformée de Fourier  $g(k_x, k_y)$  de la fonction de Green :

$$b_x(k_x, k_y) = j_y(k_x, k_y) \cdot g(k_x, k_y) \quad (2.5)$$

Cette approche de type « image » (dans le sens qu'on cherche à reconstruire une image de la source) est très élégante, mais n'est pas adaptée à nos besoins. Dans notre formulation du problème on aura à déterminer un nombre discret et limité de sources « ponctuelles » (le courant dans les conducteurs).

Notre démarche consiste à partir d'un modèle simple, sans écran magnétique, qui peut être décrit de manière analytique par la loi de Biot-Savart. Nous allons utiliser ce modèle simple pour démontrer la faisabilité et explorer l'effet de différents paramètres (par exemple, le bruit de mesure) sur la précision de la solution. Par la suite, nous allons passer à un modèle plus complexe, purement numérique, dans lequel la méthode des Eléments Finis sera utilisée pour quantifier le lien entre les courants dans les conducteurs et le champ magnétique.

### 2.3 Modélisation du capteur en absence d'écran magnétique

Les hypothèses à la base de notre modélisation simplifiée sont les suivantes :

- 1) Aucune perturbation extérieure n'est prise en compte.
- 2) Le câble est composé d'un nombre  $M$  de conducteurs rectilignes, infiniment longs, dont la section se réduit à un point.
- 3) Les  $M$  conducteurs sont répartis uniformément sur une circonférence.
- 4) Le capteur de courant est composé de  $N$  magnétomètres identiques, uniformément répartis sur une circonférence.
- 5) Aucun matériau magnétique n'est présent ( $\mu_r = 1$  partout).

Sous ces hypothèses, les équations du champ magnétique se réduisent à :

$$\int_{\Gamma} \vec{H} \cdot d\vec{l} = I \quad (2.6)$$

$$\int_{\Gamma} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \cdot I \quad (2.7)$$

Avec :

## Chapitre II : Problème inverse et algorithme de résolution.

- $\mu_0$  : Perméabilité magnétique du vide =  $4\pi \cdot 10^{-7}$  H/m.
- $H$  : Champ magnétique.
- $B$  : Induction magnétique.
- $\Gamma$  : Contour passant par le point A où on souhaite le calcul de l'induction magnétique.
- $I$  : Courant traversant le conducteur.

Dans le cas d'un conducteur infiniment long de section négligeable (cf. Figure 2.3), ces équations donnent lieu à :

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2 \cdot \pi \cdot r} \quad (2.8)$$

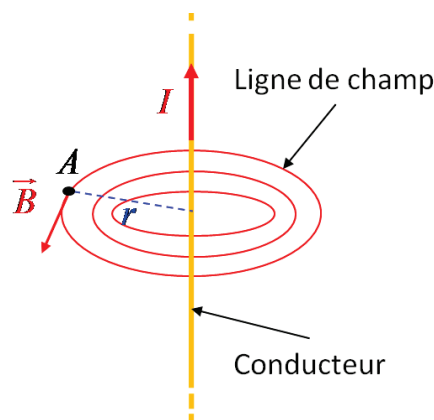


Figure 2.3 : Induction magnétique créée par un courant en un point A.

La distance qui sépare le point de mesure A du conducteur est notée  $r$ . Observons que l'induction magnétique, mesurée par les magnétomètres du capteur de courants, décroît de manière inversement proportionnelle à la distance des conducteurs (c'est-à-dire comme  $1/r$ ) alors que le gradient de l'induction magnétique décroît plus rapidement (comme  $1/r^2$ ).

### 2.3.1 Problème direct

Le schéma présenté sur la Figure 2.4 montre la géométrie du système. Les magnétomètres sont représentés par des carrés répartis uniformément le long d'un cercle entourant le câble. Pour mieux illustrer le repère, seul un conducteur est représenté sur cette figure :

- La position des magnétomètres est déterminée par le couple de paramètres  $(R_{cap}, \theta_{cap})$ , que nous supposons connus.
- La position des conducteurs du câble est déterminée par le couple de paramètres  $(R_{cond}, \theta_{cond})$  sur le repère polaire, situé dans un plan perpendiculaire à l'axe du

## Chapitre II : Problème inverse et algorithme de résolution.

câble, et qui a pour origine l'axe du câble. Ces paramètres sont inconnus, pour les raisons exposées plus haut (cf. paragraphe 1.1), et doivent être déterminés lors de la pose du capteur.

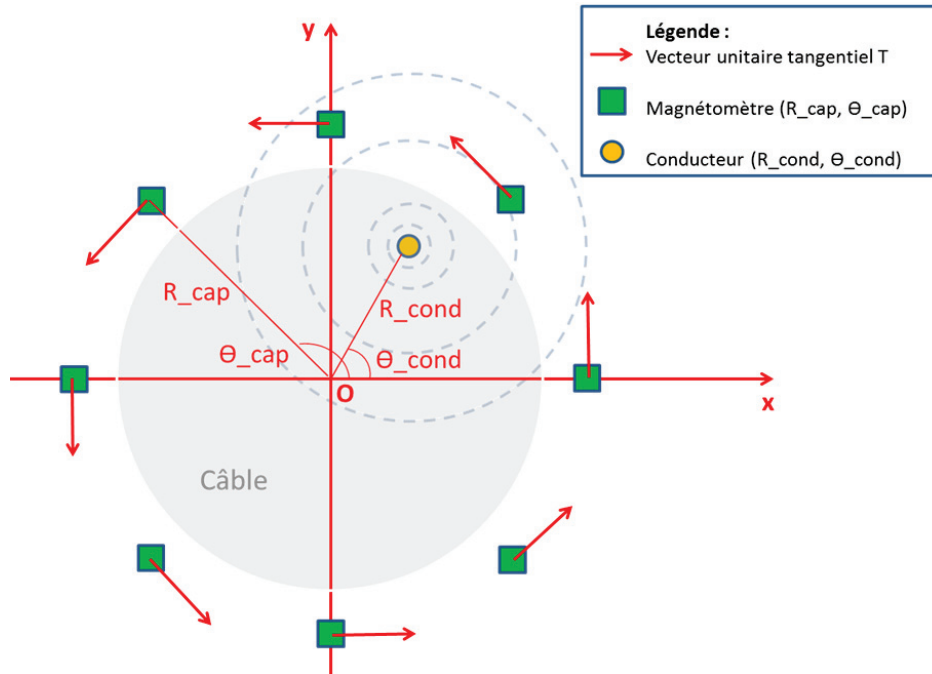


Figure 2.4 : Schéma d'étude du capteur de courants – Représentation d'un seul conducteur et huit magnétomètres dans un repère de coordonnées polaires.

Si nous appelons  $N$  le nombre de magnétomètres et  $M$  le nombre de conducteurs du câble, la relation entre les champs magnétiques mesurés par les magnétomètres et les courants dans les conducteurs peut être exprimée de la manière suivante :

$$B_i = \sum_{j=1}^{j=M} \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I_j}{r_{ij}} \quad (2.9)$$

Avec :  $i \in \{1, \dots, N\}$  et  $j \in \{1, \dots, M\}$  et :

- $B_i$  : Induction magnétique mesurée par l' $i$ -ème magnétomètre.
- $I_j$  : Courant traversant le  $j$ -ème conducteur.
- $r_{ij}$  : Distance qui sépare le magnétomètre  $i$  du conducteur  $j$ .

Chaque magnétomètre va mesurer la somme des inductions magnétiques créées par l'ensemble des conducteurs (pour l'instant on ne prend pas en compte d'éventuelles perturbations extérieures). Notre problème direct peut donc s'écrire de la manière suivante :

$$\begin{pmatrix} B_1 \\ \vdots \\ B_N \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} k_{11} & \cdots & k_{1M} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{N1} & \cdots & k_{NM} \end{pmatrix}}_{[K]} \cdot \begin{pmatrix} I_1 \\ \vdots \\ I_M \end{pmatrix} \quad (2.10)$$

Avec :

$$k_{ij} = \frac{\mu_0}{2\pi \cdot r_{ij}} \quad (2.11)$$

Ou encore, pour simplifier l'écriture :

$$\{B\} = [K] \cdot \{I\} \quad (2.12)$$

Observons que les paramètres  $(R\_cond, \theta\_cond)$  inconnus sont « cachés » dans le terme  $r_{ij}$ , et que le vecteur  $\{B\}$  des inductions magnétiques mesurées dépend de manière non linéaire de ces paramètres. Nous allons appeler  $[K]$  la matrice de configuration de notre capteur, dans le sens qu'elle est déterminée par la position des conducteurs  $(R\_cond$  et  $\theta\_cond)$  et des magnétomètres  $(R\_cap$  et  $\theta\_cap)$ .

### 2.3.2 Problème inverse

Les courants dans les conducteurs peuvent être estimés en résolvant l'équation(2.12). Supposons dans un premier temps que la configuration du capteur soit connue : le problème devient alors linéaire. Nous nous arrangerons pour avoir plus de données que d'inconnues : dans notre capteur le nombre de valeurs fournies par les magnétomètres<sup>2</sup> sera supérieur au nombre de conducteurs + 2 (car nous devons déterminer aussi les deux paramètres  $R\_cond$  et  $\theta\_cond$ ). Ainsi la matrice  $[K]$  n'est pas carrée, car le nombre de conducteurs  $M$  (= nombre de colonnes) est inférieur au nombre de capteurs  $N$  (= nombre de lignes). Le système (2.12) est surdéterminé, et peut être résolu au sens des moindres carrés :

$$\{\hat{I}\} = [K]^+ \cdot \{B\} \quad (2.13)$$

---

<sup>2</sup> Un magnétomètre qui mesure l'induction magnétique sur 2 axes fournit 2 valeurs. Le choix des composantes à mesurer sera précisé dans le chapitre suivant.

où la notation  $[K]^+$  indique la pseudo-inverse de Moore-Penrose de  $[K]$  (cf. [84], chapitres 4 et l'annexe pour une description plus complète).

**Notation** : par la suite nous allons systématiquement indiquer par des lettres avec le symbole « ^ » les estimations. En particulier nous écrivons :

- $I$  = « vrais » courants dans les conducteur
- $\hat{I}$  = estimation des courants fournis par notre capteur

Dans le cas idéal on aurait bien entendu :  $I = \hat{I}$ .

Cependant, il n'est pas suffisant de résoudre le système (2.13) pour résoudre le problème, car il est nécessaire d'identifier aussi la position réelle des conducteurs, sans quoi les distances  $r_{ij}$  – et donc les coefficients  $k_{ij}$  de la matrice de configuration – sont inconnus. Notre approche consiste à procéder en deux étapes (Figure 2.5) :

- 1) Calibration du capteur : nous allons résoudre le système (2.13) à l'intérieur d'une boucle d'optimisation non linéaire, qui a pour objectif de déterminer la configuration du système, et en particulier les deux paramètres  $R\_cond$  et  $\theta\_cond$  en minimisant l'écart entre les mesures d'induction magnétique  $\{B\}$  et les valeurs d'induction calculées avec notre modèle à partir des estimations des courants. Ce vecteur sera appelé aussi vecteur résidu et nous minimisons la norme de ce vecteur :

$$\begin{aligned} \hat{p} &= \arg \min_p \left\| \{B\} - \{\hat{B}(p)\} \right\| = \arg \min_p \left\| \{B\} - [K(p)] \{\hat{I}\} \right\| = \\ &= \arg \min_p \left\| \{B\} - [K(p)][K(p)]^+ \{B\} \right\| \end{aligned} \quad (2.14)$$

Où :  $\hat{p} = (R\_cond, \theta\_cond)$  est le vecteur des paramètres de configuration du capteur. Cette étape peut être relativement lente, mais elle ne doit être exécutée qu'une seule fois, lors de la pose du capteur.

- 2) Fonctionnement normal : la matrice de configuration  $[K]$  étant fixée, les courants sont estimés en résolvant le système linéaire(2.13). Cette étape, très rapide, sera exécutée en temps réel.

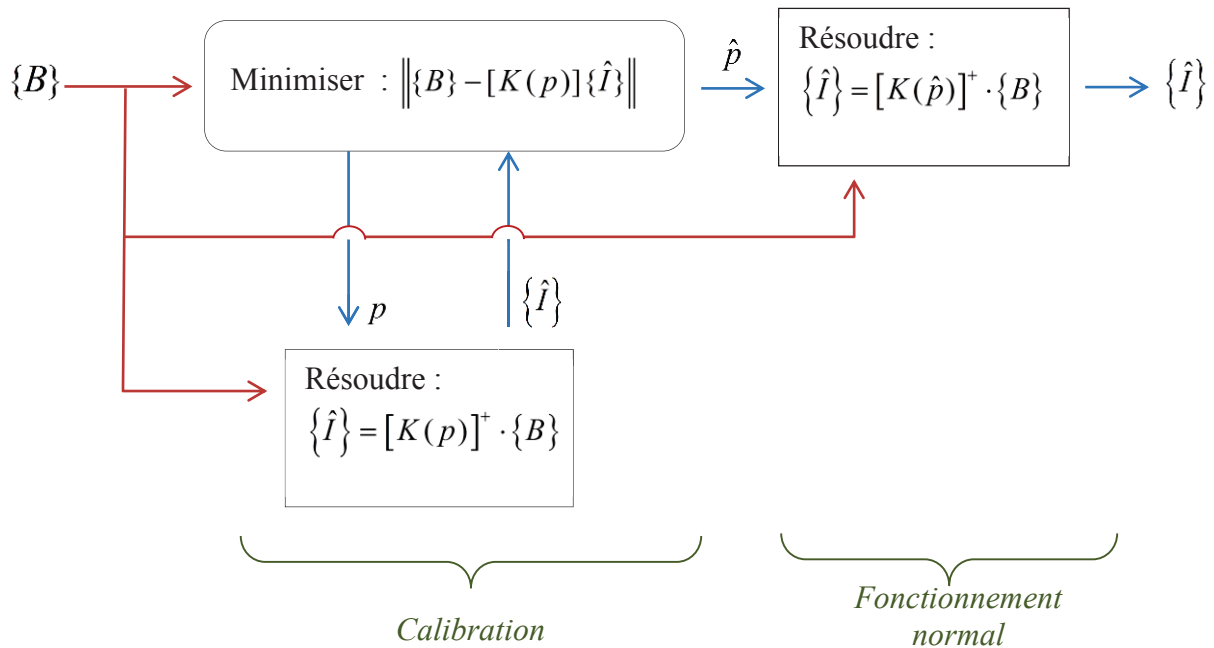


Figure 2.5 : Organigramme de la méthode de reconstruction des courants

## 2.4 Modélisation du capteur en présence d'écran magnétique

En pratique, vu les contraintes du milieu de la mesure industrielle auquel les capteurs de courants sont destinés, la mesure sera perturbée par des sources de rayonnement électromagnétique extérieures. La source des perturbations peut être la présence d'autres câbles et/ou des appareils électriques placés à proximité. Afin de rendre le dispositif de mesure moins sensible à une telle perturbation, nous avons opté pour l'utilisation d'un blindage ferromagnétique, qui est composé d'un matériau de perméabilité magnétique très élevée.

La présence de l'écran ferromagnétique invalide l'hypothèse (5) de notre modélisation précédente. L'effet le plus important sur les calculs est qu'il n'est plus possible d'utiliser la simple loi de Biot-Savart (2.8) pour calculer l'induction magnétique ; par contre, l'équation (2.12) reste valable, à condition de savoir calculer les coefficients de la matrice de configuration  $[K]$ . Il existe plusieurs méthodes numériques qui permettent de calculer avec précision le champ magnétique en présence de matériaux ferromagnétiques ; nous avons opté pour les logiciels Flux [85] (commercial) et GetDP [86] (libre). Dans nos modélisations, l'écran magnétique (ou blindage) est constitué d'un cylindre en mu-métal (perméabilité approximative :  $\mu_r = 20000$ ) dont l'axe coïncide avec celui du câble multiconducteur. Les magnétomètres se trouvent bien évidemment entre le câble et l'écran magnétique.



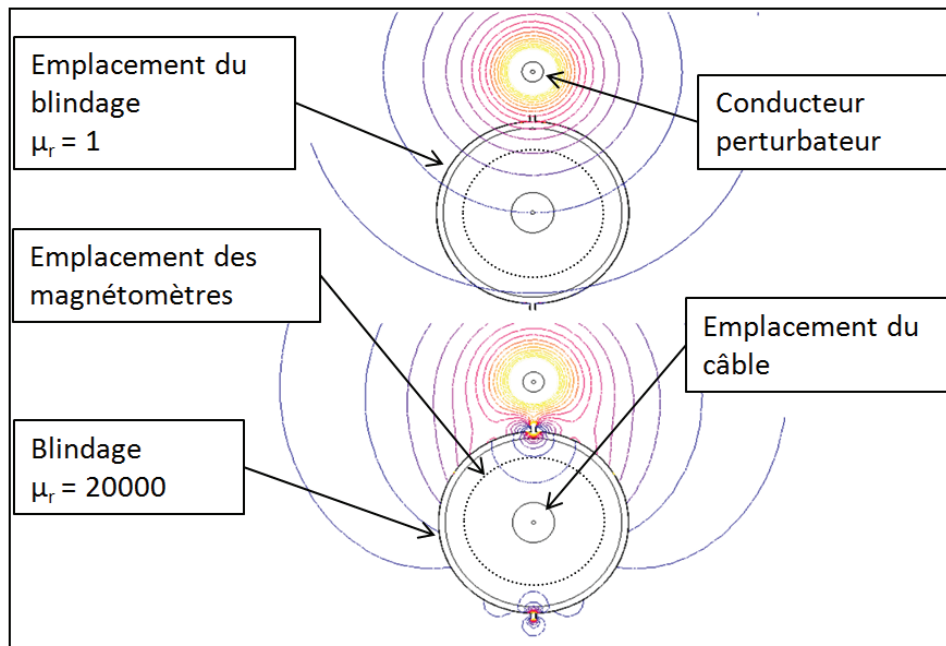


Figure 2.6 : Champ magnétique du conducteur perturbateur dans la région de mesure sans blindage (en haut) et avec blindage (en bas)

Sur la Figure 2.6 ci-dessus sont illustrées à titre d'exemple les lignes de champs calculées avec une modélisation 2D en absence et en présence de l'écran magnétique. Ce blindage est réalisé par deux tôles qui enveloppent la couronne de magnétomètres de manière à former deux demi-cylindres espacés par deux entrefers. Ces entrefers sont inévitables lors de la réalisation du blindage : dans la réalisation pratique on essaiera de les minimiser. Cependant, aussi petit que cet espace puisse être, nos simulations indiquent que son effet n'est pas négligeable à cause de la très haute perméabilité de l'écran, et que donc, en représentant la géométrie avec une symétrie de révolution, on introduit une erreur. Des résultats quantitatifs seront présentés au chapitre 3.

Le problème qui se pose est qu'il n'est pas possible d'embarquer un logiciel d'éléments finis dans un microprocesseur intégrable dans notre capteur – du moins, pas pour un capteur à bas coût et faible consommation comme l'indique notre cahier des charges. Une solution est possible grâce à l'hypothèse que le blindage magnétique n'est pas saturé : dans ce cas, il devient possible de réaliser hors ligne les calculs pour un certain nombre de positions d'un seul conducteur, et utiliser le principe de superposition pour calculer la matrice  $[K]$  pour une configuration quelconque du capteur. Il n'est pas nécessaire de stocker les détails des calculs réalisés hors ligne : seule l'induction mesurée par les magnétomètres est importante : ainsi il

est possible d'embarquer dans une mémoire de taille réduite l'ensemble des valeurs nécessaires pour calculer  $[K]$  sous la forme d'un tableau de données (*lookup table*).

La table de données est réalisée à partir du modèle 2D représenté Figure 2.7. Ce modèle est paramétrable de la manière suivante :

- Paramètres du blindage : Rayon, largeur des entrefers, épaisseur de la tôle, perméabilité magnétique.
- Paramètres du conducteur actif : position  $(R_{cond}, \theta_{cond})$ , intensité du courant fixée à 1 A.

Grâce à ce modèle il est possible de calculer la réponse de tous les magnétomètres pour un couple de paramètres  $(R_{cap}, \theta_{cap})$  quelconque, et des conducteurs en nombre  $M$  quelconque, dans n'importe quelle position  $(R_{cond}, \theta_{cond})$ . Les détails de la modélisation par Eléments Finis sont reportés en annexe.

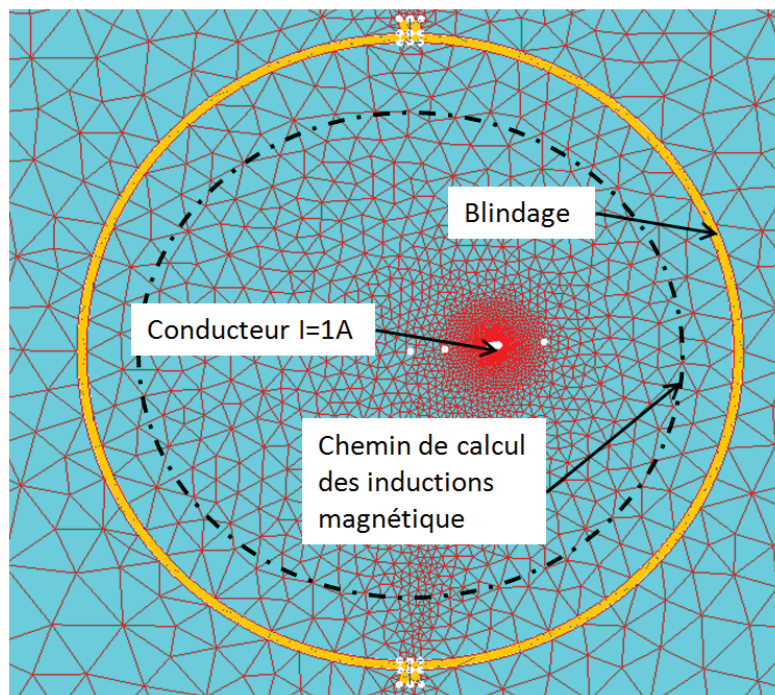
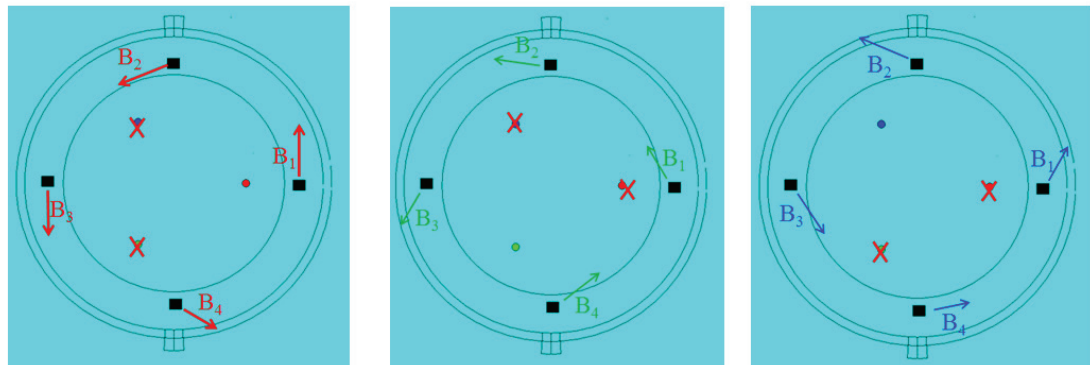


Figure 2.7 : Représentation du modèle Eléments Finis pour le calcul de la *lookup table*. Le chemin de calcul passe par les points de mesure des magnétomètres



$$\begin{pmatrix} B_1 & B_1 & B_1 \\ B_2 & B_2 & B_2 \\ B_3 & B_3 & B_3 \\ B_4 & B_4 & B_4 \end{pmatrix} \xrightarrow{I=1A} \begin{pmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} \\ K_{41} & K_{42} & K_{43} \end{pmatrix}$$

Figure 2.8 : Exemple de calcul de  $[K]$  à partir d'un capteur avec quatre magnétomètres (à chaque fois, les conducteurs non actifs sont marqués par une croix).

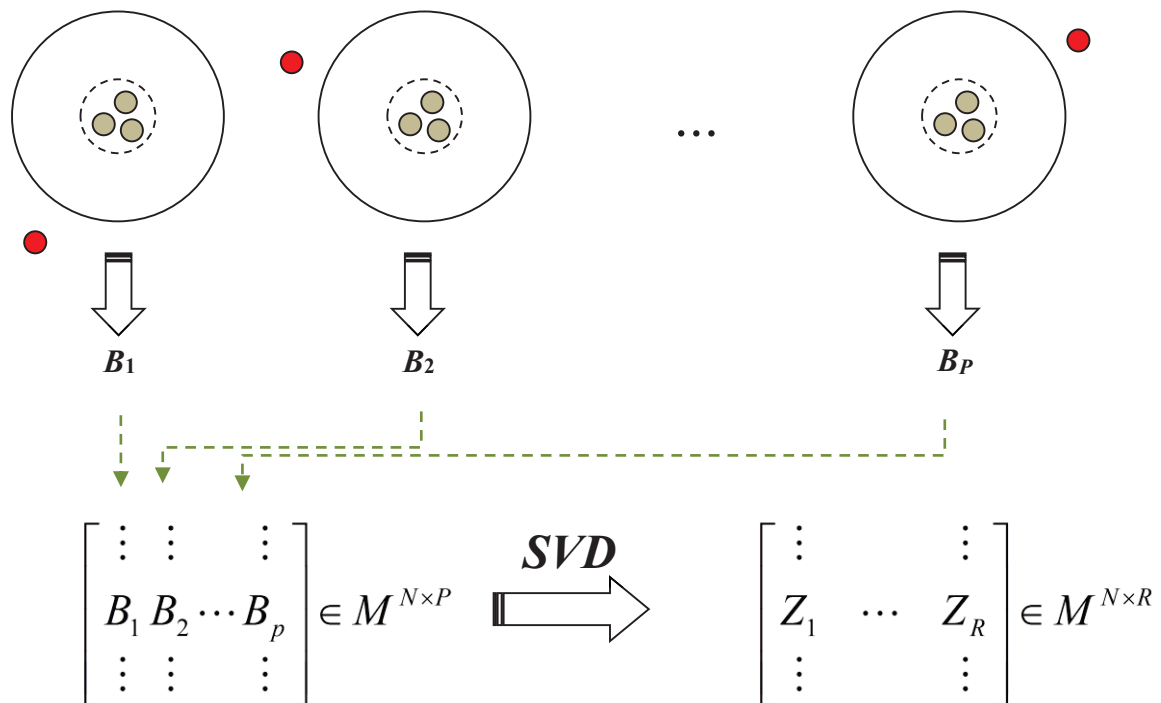
A titre d'illustration, un exemple de construction de la matrice  $[K]$  à partir de valeurs d'induction stockées dans la *lookup table* est présenté sur la Figure 2.8. Chaque colonne de même couleur représente les résultats de calculs des champs pour un conducteur à une position donnée. Pour cet exemple, la matrice  $[K]$  est de dimension  $4 \times 3 = (\text{nombre de magnétomètres mesurant une composante du champ}) \times (\text{nombre de conducteurs})$ . Puisque chaque conducteur actif est parcouru par un courant de 1 A, la matrice des coefficients  $[K]$  contient les valeurs de l'induction magnétique calculées à l'emplacement de chaque magnétomètre<sup>3</sup>.

## 2.5 Rejection des perturbations

Une fois la première étape de la résolution du problème inverse en présence du blindage et via la *lookup table* effectuée, le deuxième point à résoudre est la réjection des perturbations venant de l'extérieur du blindage. Ces perturbations sont issues de conducteurs qui pourraient

<sup>3</sup> Observation : en réalité dans ce cas le nombre de magnétomètres (= 4 valeurs) ne serait pas suffisant pour résoudre le problème, car il faudrait au minimum 5 valeurs (= 3 conducteurs + 2)

se situer dans des câbles à proximité du câble sur lequel la mesure doit s'effectuer. En effet, bien que la fonctionnalité du blindage soit de rejeter les perturbations extérieures, il y a forcément des entrefers qui vont provoquer des perturbations aux mesures de champs des magnétomètres. Les conducteurs perturbateurs ayant aussi une position inconnue, il est impossible de rechercher cette position parmi une infinité de cas possibles. Pour réussir cette réjection des perturbations extérieures, nous avons utilisé l'ACP (Analyse par Composante Principale) connue aussi par POD (Proper Orthogonale Decomposition). Cette méthode est employée dans divers domaines [87]. Cette méthode consiste à construire une base de dimension réduite capable de représenter l'effet d'une perturbation dont la source se trouve à l'extérieur du blindage [88-89].



Concrètement, nous avons d'abord généré un grand nombre  $P$  de simulations, qui sont réalisées pour calculer l'induction magnétique générée par un conducteur « perturbateur » situé dans une position choisie aléatoirement (à l'extérieur du blindage, comme dans le dessin ci-dessus). Les vecteurs colonnes contenant les différentes valeurs d'induction mesurées par les  $N$  magnétomètres sont groupés dans une matrice rectangulaire  $\mathbf{Q}$  de taille  $N \times P$  :

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \vdots & \vdots & \vdots \\ B_1 & B_2 & \cdots & B_p \\ \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} \in M^{N \times P} \quad (2.15)$$

Avec  $N = P$ . L'hypothèse à la base de notre démarche est que l'espace image des colonnes de cette matrice peut contenir toute perturbation extérieure : c'est à partir de cette matrice que va être construite une base constituée d'un nombre réduit de vecteurs (appelés modes) capables de représenter les perturbations extérieures. Pour déterminer le nombre de mode, nous avons déterminé la décomposition en valeurs singulières (SVD) de cette matrice  $\mathbf{Q}$ , et nous n'avons retenu que les  $R$  premiers vecteurs singuliers gauches  $\{\mathbf{u}_k\}_{k=1 \dots R}$ , qui vont constituer notre base réduite :

$$\mathbf{Q} = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^t = \sum_{k=1}^P \sigma_k \mathbf{u}_k \mathbf{v}_k^t \cong \sum_{k=1}^R \sigma_k \mathbf{u}_k \mathbf{v}_k^t \quad (2.16)$$

Le calcul de la somme cumulée normalisée des valeurs singulières, illustré sur la Figure 2.9, montre que les deux premiers modes « expriment » 95 % des données et les 4 premiers dépassent les 99 %. Donc, pour nos simulations, nous n'avons pas utilisé plus que 4 modes.

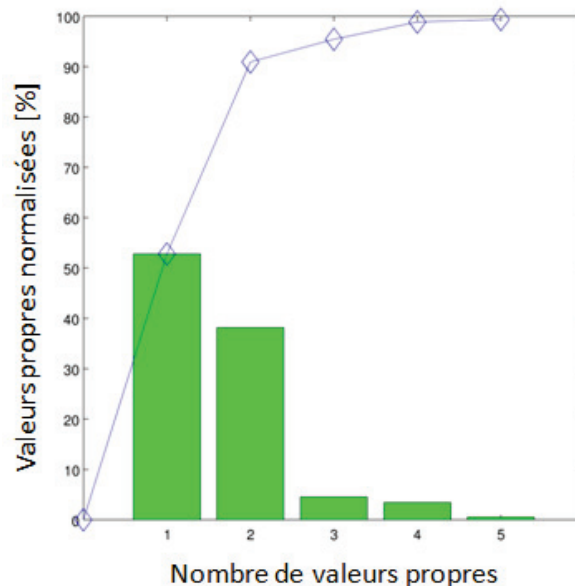


Figure 2.9 : Sommes cumulées normalisées des valeurs propres

Grâce à cette base réduite, qui va constituer les signatures magnétiques des perturbations extérieures, toutes les perturbations extérieures seront exprimées sous une combinaison linéaire des modes issue de cette POD.

## Chapitre II : Problème inverse et algorithme de résolution.

En ajoutant cette information dans notre problème, nous obtenons une nouvelle équation :

$$\{B\} = [K(p) Z] \cdot \begin{Bmatrix} i \\ \lambda \end{Bmatrix} \quad (2.17)$$

Où  $Z$  est une matrice dont les colonnes contiennent la base réduite  $\{\mathbf{u}_k\}_{k=1\dots R}$ , et le vecteur  $\lambda$  n'a pas de signification physique évidente, et correspond aux degrés de liberté supplémentaires qui sont nécessaires pour tenir compte des perturbations extérieures. Cette nouvelle équation est résolue au sens des moindres carrés, en considérant la valeur estimée des paramètres  $\hat{p}$  correspondant au résidu.

Au final, on calcule une estimation pour les courants ( $\hat{i}$ ) et pour le vecteur relatif aux degrés de liberté supplémentaires ( $\hat{\lambda}$ ) qui n'a pas beaucoup d'intérêt pratique, mais qui est nécessaire pour la reconstruction des courants.

## 2.6 Conclusion

Dans ce chapitre, les différents algorithmes de reconstruction que nous avons utilisés pour notre capteur ont été présentés. Les principes de fonctionnement du capteur de courants sont maintenant établis. Dans la suite (Chapitre 3), nous présenterons les résultats des algorithmes et des simulations que nous avons effectuées, afin d'obtenir les informations indispensables pour orienter la conception du capteur. Par de nombreuses simulations nous avons cherché à répondre à des interrogations, parmi elles les suivantes :

- Combien de magnétomètres sont nécessaires pour obtenir une précision donnée ?
- Quelle composante du champ magnétique est-il nécessaire de mesurer ?

Pour cela, nous allons présenter l'influence du nombre et de la position des magnétomètres (= distance à l'axe des magnétomètres et leurs positions angulaires autour du câble). Nous étudierons la différence entre les deux composantes de champs pour orienter le choix du magnétomètre ainsi que la précision des magnétomètres (sensibilité et orientation). Une partie sera consacrée aussi à l'influence d'une perturbation de la mesure de champ (intensité et position d'un conducteur perturbateur) et au traitement de cette contrainte. Et enfin nous verrons l'influence des caractéristiques du matériau du blindage ainsi que l'effet de la présence de l'entrefer.

## 3 Chapitre III: Modélisations et résultats de simulations

3.1	Introduction .....	64
3.2	Modélisation du capteur de courants sans blindage .....	64
3.2.1	Résultats de reconstruction.....	66
3.3	Modélisation du capteur de courants avec blindage.....	71
3.3.1	Génération de la table de données éléments finis ( <i>lookup table</i> ).....	72
3.3.2	Résultats de reconstructions avec blindage .....	73
3.3.3	Résultat de l'algorithme de réjection des perturbations.....	75
3.3.4	Limite de l'algorithme de réjection des perturbations .....	78
3.4	Influence des paramètres du capteur de courants.....	79
3.4.1	Positionnement des magnétomètres avec blindage .....	79
3.4.2	Nombre de magnétomètres nécessaires.....	83
3.4.3	Influence de la sensibilité des magnétomètres sur la reconstruction des courants	85
3.4.4	Analyse des inductions magnétiques avec l'influence de la perméabilité du blindage	87
3.4.5	Influence de l'entrefer du blindage : .....	90
3.4.6	Position des conducteurs .....	93
3.5	Conclusion.....	94



### 3.1 Introduction

Dans ce troisième chapitre, nous nous intéressons aux résultats de simulation obtenus lors de diverses modélisations réalisées à l'aide des algorithmes que nous avons précédemment décrit (cf. chapitre II). Ce troisième chapitre se décompose de la manière suivante :

- Dans un premier temps, nous présentons les résultats de reconstruction des courants en absence du blindage ferromagnétique autour du capteur.
- Ensuite, nous présentons les résultats de reconstruction de courant en présence du blindage ferromagnétique.
- Enfin, nous montrerons l'influence de différents paramètres du capteur sur la précision de la reconstruction des courants.

### 3.2 Modélisation du capteur de courants sans blindage

Tout au long de nos travaux de simulations du capteur de courants, les conducteurs sont considérés comme ayant une forme cylindrique, de longueur infinie, et parallèles les uns aux autres. Pour démontrer le fonctionnement de l'algorithme de reconstruction des courants, nous nous plaçons dans un cas idéal, où seuls les magnétomètres et les conducteurs du câble sont présents dans l'environnement de mesure (sans blindage), en absence de toute perturbation extérieure.

La Figure 3.1 représente la géométrie de notre modélisation du capteur de courants, que nous avons réalisé à l'aide du logiciel de calcul Matlab<sup>®</sup>. Ce modèle est constitué d'un câble à trois conducteurs (cercles) associé à quatre magnétomètres (carrés). Il est doté d'une géométrie paramétrée, qui peut aisément être adaptée pour tester différentes configurations.

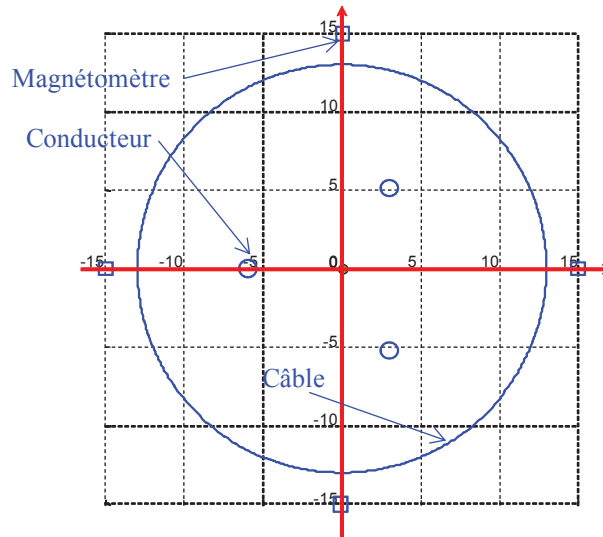


Figure 3.1: Géométrie du modèle de capteur de courants : conducteurs (petits cercles), magnétomètres (carrés) et contour du câble multiconducteur.

Une configuration du système (capteur + câble) est déterminée par :

- le nombre et le positionnement des conducteurs et des magnétomètres,
- la valeur des courants passant dans chaque conducteur.

Les différents paramètres ajustables de ce modèle sont décrits dans le Tableau 3.1. En faisant varier ces paramètres, il est possible de tester l'influence du nombre de magnétomètres utilisés, ou encore la possibilité de reconstruire les courants pour différents nombres de conducteurs, et à des positions aléatoires.

Tableau 3.1: liste des grandeurs paramétrées dans le modèle sans blindage ferromagnétique

$I_i$ :	Valeur efficace du courant traversant le $i^{\text{ème}}$ conducteur.
$\theta_{cond_i}$ :	Angle du $i^{\text{ème}}$ conducteur par rapport au repère polaire situé au centre du câble.
$R_{cond_i}$ :	Rayon du $i^{\text{ème}}$ conducteur par rapport au repère polaire situé au centre du câble.
$R_{cap}$ :	Distance des magnétomètres par rapport au centre du câble

La variation de ces paramètres nous renseigne sur le comportement du capteur de courants dans des configurations que nous pouvons trouver sur le terrain, comme (à titre d'exemple) celles illustrées dans la Figure 3.2 ci-dessous :

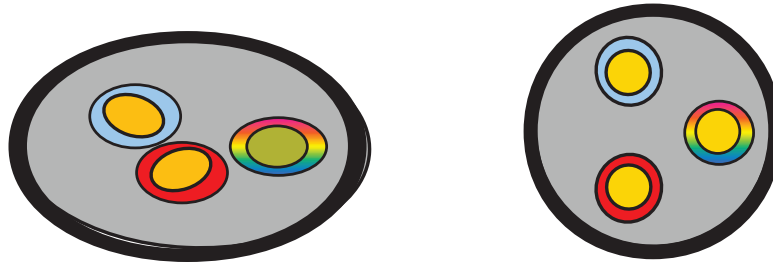


Figure 3.2 : Deux configurations réalistes. Gauche : un câble écrasé. Droite : un câble normal (non écrasé).

La position des conducteurs du câble à droite représente le cas idéal d'un câble triphasé avec les conducteurs répartis sur une circonférence (rayon  $R_{cond}$ ), uniformément espacés l'un de l'autre de  $120^\circ$ . La configuration de gauche, représentant le cas d'un câble écrasé, qui diffère de la configuration idéale, car les positions  $(R_{cond_i}, \theta_{cond_i})$  sont différentes pour chaque conducteur.

### 3.2.1 Résultats de reconstruction

Comme nous avons vu au chapitre précédent, notre approche pour reconstruire les courants dans les conducteurs est composée de deux étapes :

- 1) Recherche des positions des conducteurs (calibration)
- 2) Calcul des courants dans chaque conducteur du câble (fonctionnement normal).

Dans un premier temps nous avons testé notre algorithme avec des mesures simulées : c'est-à-dire que les valeurs d'induction magnétique ne sont pas issues de vraies mesures, mais de calculs numériques. Ainsi nous avons pu comparer précisément les « vraies » positions et courants des conducteurs avec les résultats fournis par notre algorithme dans les conditions suivantes :

- par différentes positions des conducteurs,
- en présence d'un bruit de mesure (simulé).

### 3.2.1.1 Reconstruction pour différentes positions des conducteurs

Nous présentons dans ce qui suit quelques configurations préliminaires pour montrer le bon fonctionnement de l'algorithme de reconstruction. Il est primordial que pour toutes les simulations le nombre de magnétomètres ( $N$ ) soit supérieur au nombre de conducteurs ( $M$ ), soit :  $N > M$ . Le Tableau 3.2 montre les paramètres adoptés pour toutes les configurations testées :

Tableau 3.2 : Paramètres des configurations

$N$	$M$	$I_1[A]$	$I_2[A]$	$I_3[A]$	$R_{cap}$
4	3	10	-5	-5	15 mm

Ainsi, pour les trois configurations suivantes, le nombre de magnétomètres  $N = 4$  est suffisant en absence de perturbations. Les magnétomètres captent la composante tangentielle. Leurs positions sont choisies de telle manière à ce qu'ils soient espacés de  $90^\circ$ . Seules les positions des trois conducteurs sont variées.

#### 3.2.1.1.1 Première configuration

Cette configuration représente le cas d'un câble idéal. Dans les figures suivantes, les conducteurs sont illustrés par des cercles bleus pour les positions réelles, et par des étoiles rouges pour les positions estimées par notre algorithme. Comme le montre la Figure 3.3, les trois positions sont bien retrouvées avec une erreur négligeable.

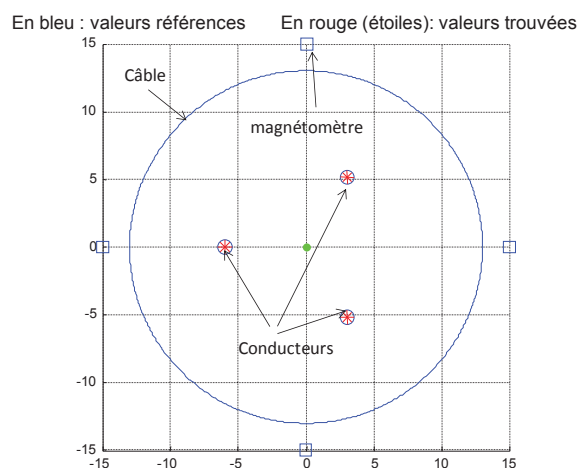


Figure 3.3 : Reconstruction des positions des conducteurs de la première configuration  
(o = positions réelles, \* = positions estimées)

### 3.2.1.1.2 Deuxième configuration

Ici, les positions angulaires des conducteurs ( $\theta_{cond}$ ) ainsi que les distances entre chaque conducteur du centre du câble ( $R_{cond}$ ) sont différentes. Cette simulation se rapproche du cas d'une mesure sur un câble qui a subi un écrasement par exemple. Les positions sont aussi retrouvées sans aucune erreur.

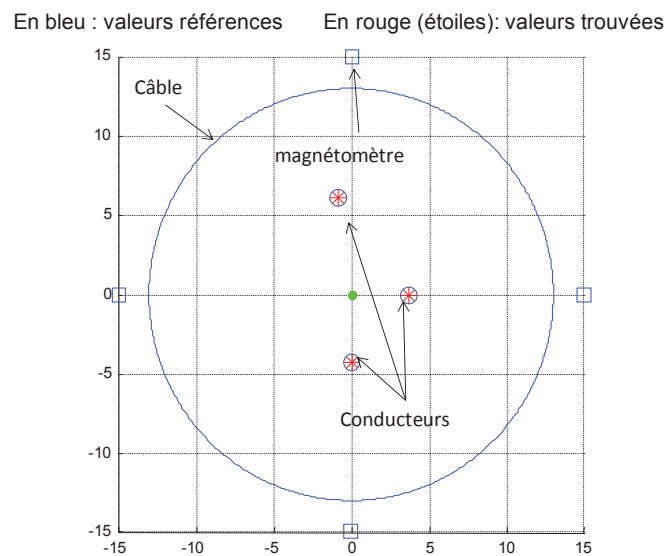


Figure 3.4 : Reconstruction des positions des conducteurs de la deuxième configuration (o = positions réelles, \* = positions estimées)

### 3.2.1.1.3 Troisième configuration

Lors de cette troisième configuration, en plus de la variation des deux paramètres  $\theta_{cond}$  et  $R_{cond}$  comme pour la configuration précédente, nous avons aussi introduit la notion de décentrage du capteur. Ce cas de figure peut facilement se présenter si le câble ne se trouve pas au centre lors de la mise en place du capteur de courants. La Figure 3.5 montre le résultat obtenu pour cette configuration et on note une erreur toujours nulle sur la reconstruction géométrique du câble par l'algorithme.

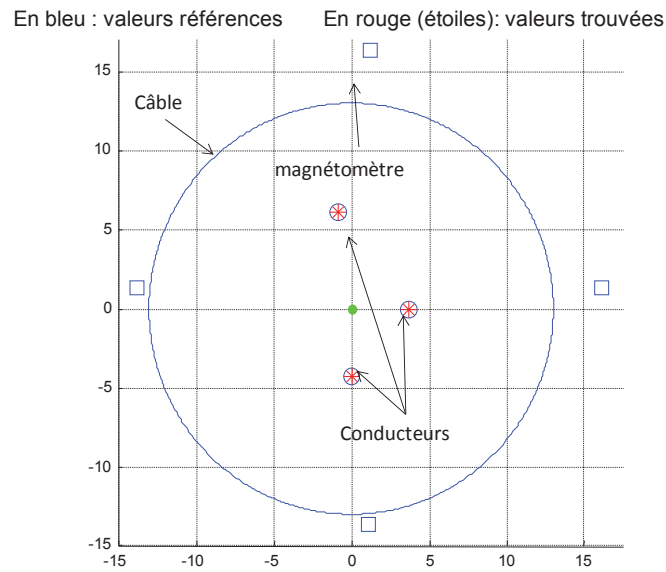


Figure 3.5 : Reconstruction des positions des conducteurs de la troisième configuration  
(o = positions réelles, \* = positions estimées)

### 3.2.1.2 Reconstruction avec un bruit de mesure

Afin de simuler la présence d'un bruit de mesure de l'induction magnétique, nous avons additionné aux valeurs « exactes » d'inductions magnétiques une variable aléatoire Gaussienne, de moyenne nulle, dont l'écart-type représente 5% du maximum des inductions mesurées par les magnétomètres. Elle est égale à un pourcentage du maximum des inductions magnétiques calculées par les magnétomètres. La simulation avec ce bruit de  $0.05 \times \max(B_i)$  est réalisée, avec les paramètres du Tableau 3.3 et le résultat obtenu est illustré sur la Figure 3.6.

Tableau 3.3 : Reconstruction des courants en présence d'un bruit magnétique  $\sigma$

$N$	$M$	$I_1[A]$	$I_2[A]$	$I_3[A]$	$\sigma$
8	3	9.5	-4.6	-4.5	$0.05 * \max(B_i)$

Afin d'obtenir des résultats de reconstruction satisfaisants en présence de bruit magnétique, on remarque que le nombre de magnétomètres  $N$  est passé de 4 dans les simulations précédentes à 8 ici. Ce choix est fait à cause de la présence du bruit  $0.05 \times \max(B_i)$  de manière à répondre au cahier des charges car la précision de reconstruction des courants est meilleure en augmentant le nombre de magnétomètres du capteur (cf. 3.4.2).

### Chapitre III: Modélisations et résultats de simulations

Plus loin dans ce chapitre nous verrons aussi comment nous avons choisi la composante de l'induction magnétique utilisée.

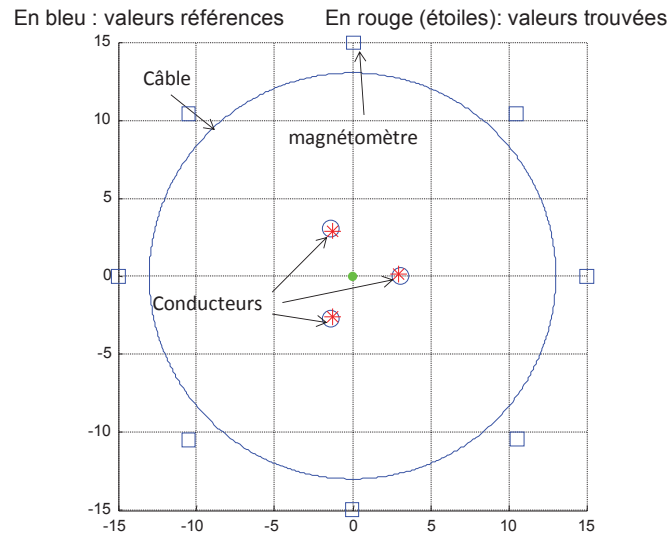


Figure 3.6 : Reconstruction des positions des conducteurs

On note que la reconstruction des positions est toujours valable mais avec une erreur relative sur l'estimation des courants efficaces qui peut atteindre 10 % (soit le double du bruit de l'induction magnétique  $B$ ).

Comme nous l'avons vu au chapitre II (cf. 2.3.2), la recherche des positions des conducteurs  $\hat{p}$  se fait en identifiant le minimum de la fonction résidu :

$$\|R\| = \arg \min \left\| \{B\} - [K(p)] \{\hat{I}\} \right\| = \left\| \{B\} - [K(p)] [\hat{K}(p)]^+ \cdot \{B\} \right\| \quad (3.1)$$

Sur la Figure 3.7 la norme du résidu  $R$  pour toutes les positions  $(R_{cond}, \theta_{cond})$  possibles est tracée.

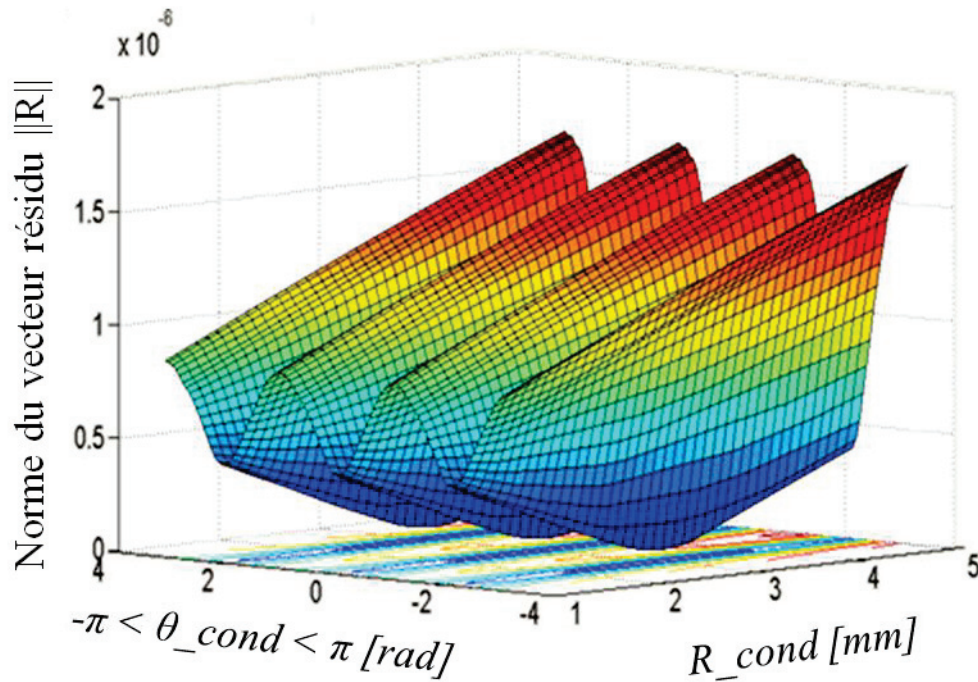


Figure 3.7 : Norme du résidu en fonction de  $R_{cond}$  et  $\theta_{cond}$

Nous remarquons que cette courbe possède trois minimums qui se situent aux trois coordonnées correspondant aux positions des trois conducteurs :

$$\begin{cases} (R_{cond_1}, \theta_{cond_1}) = (3 \text{ mm}, 0^\circ) \\ (R_{cond_2}, \theta_{cond_2}) = (3 \text{ mm}, 120^\circ) \\ (R_{cond_3}, \theta_{cond_3}) = (3 \text{ mm}, 240^\circ) \end{cases} \quad (3.2)$$

### 3.3 Modélisation du capteur de courants avec blindage

La Figure 3.8 représente le modèle du capteur de courants que nous avons simulé à l'aide du logiciel de calcul Eléments Finis (EF) FLUX<sup>®</sup> & GetDP [86]. Il est constitué d'un câble à trois conducteurs et d'une coque en matériau ferromagnétique, qui sert de blindage pour les perturbations extérieures. Cette coque est composée de deux parties, séparées par un entrefer d'épaisseur aussi réduite que possible. Ce modèle possède des paramètres additionnels (réf. table 4) par rapport à notre modèle précédent sans blindage magnétique (réf. table paramètres sans blindage).



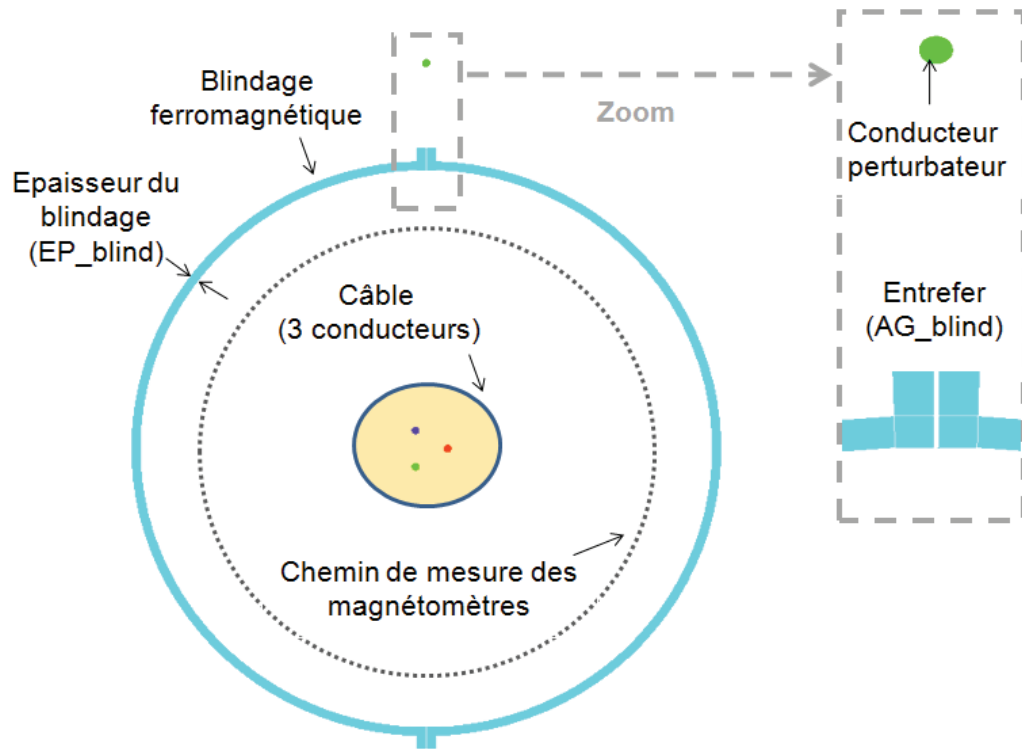


Figure 3.8: Modèle du capteur de courant avec un blindage ferromagnétique.

Tableau 3.4: liste des paramètres additionnels pour le modèle EF avec blindage

$R\_Blind$	Rayon du blindage ferromagnétique.
$AG\_Blind$	Entrefer du blindage qui relie les deux demis cercle du blindage.
$EP\_Blind$	Epaisseur du blindage ferromagnétique
$\mu_r$	Perméabilité relative du blindage ferromagnétique.

### 3.3.1 Génération de la table de données éléments finis (*lookup table*)

La reconstruction des courants en présence d'un blindage ferromagnétique nécessite la création d'un modèle éléments finis au préalable pour le calcul des inductions magnétiques en présence de matériaux ferromagnétiques (blindage). Comme il n'est pas envisageable de lancer les calculs éléments finis en temps réel au niveau du capteur de courants, nous avons opté pour la solution de la *lookup table* présentée au chapitre II. Une fois que nous avons cette table d'interpolation, nous pouvons envisager l'intégration de cette dernière dans un système embarqué aux capteurs de courant avec un algorithme de reconstruction et ainsi avoir un capteur de courant autonome sans l'aide d'un ordinateur.

Dans le Tableau 3.5, sont les valeurs des paramètres du blindage utilisées pour la création de la *lookup table* qui est issue de plusieurs simulations de référence. En l'occurrence, il s'agit de simulations où un certain nombre de positions d'un conducteur ( $I = 1 \text{ A}$ ) sont balayées à l'intérieur du câble. On fait varier ainsi la distance au centre du câble de 1 mm à 10 mm avec un pas de 1 mm. Puis, à chaque pas, nous effectuons aussi un tour de  $360^\circ$  avec un pas de  $1^\circ$ . Pour chaque position de ce conducteur les mesures des magnétomètres (composante tangentielle et radiale des inductions magnétiques) sont enregistrées dans la table de données. Cette table est ensuite interpolée afin de compléter la cartographie des inductions magnétiques.

Tableau 3.5 : Paramètre du blindage utilisé pour le calcul de la table de données

$R\_blind$	$AG\_blind$	$EP\_blind$	$\mu_r$
15 mm	0.2 mm	2 mm	20000

### 3.3.2 Résultats de reconstructions avec blindage

Après avoir développé la *lookup table* qui sera utilisée aussi par le prototype expérimentalement, nous allons tester l'algorithme de reconstruction avec blindage afin de voir si la méthode est toujours valable en présence du blindage. Comme pour les simulations de reconstruction sans blindage, nous ne disposons pas à ce stade des mesures magnétiques nécessaires pour une reconstruction des courants. Donc les inductions magnétiques doivent être calculées au préalable en fixant les positions et les courants des conducteurs. Il est possible de rajouter aux inductions magnétiques pré-calculées du bruit magnétique qui reflète le bruit de mesure des magnétomètres.

Nous rappelons que la reconstruction avec blindage est aussi constituée de deux parties :

- 1) Recherche des positions des conducteurs estimées.
- 2) Calcul des courants estimés grâce aux positions préalablement obtenues en 1)

Pour valider la méthode de reconstruction avec blindage nous présentons l'exemple suivant :

Les courants traversant les conducteurs d'un câble triphasé ( $M = 3$ ) sont utilisés pour la simulation de l'algorithme de reconstruction avec blindage. Ces courants sont équilibrés tel que :

$$\begin{aligned} i_{Max,1} = i_{Max,2} = i_{Max,3} &= 50 \text{ A} \\ i_{eff,1} = i_{eff,2} = i_{eff,3} &= 35,4 \text{ A} \end{aligned} \quad (3.3)$$

Cette situation de courants équilibrés reflète le cas où le câble serait la source de l'alimentation d'une charge triphasée équilibrée, avec 120° de déphasage entre les trois phases des courants. 8 magnétomètres ont été utilisés. Comme on pouvait s'y attendre, le résultat obtenu sans bruit magnétique est aussi bon que la méthode n'utilisant pas de blindage. Le fait d'ajouter un blindage ne dégrade pas les performances de l'algorithme. Donc nous avons rajouté le bruit blanc Gaussien pour mieux nous rendre compte de la robustesse de l'algorithme.

Le Tableau 3.6 ci-dessous présente le résultat sur l'estimation des courants de cette simulation pour deux niveaux de bruit rajoutés. (Signal/Bruit = 3.3 et Signal/Bruit = 10.

Tableau 3.6 : Résultat de reconstruction avec blindage et en présence d'un bruit magnétique

	$I_{eff,1}$ [A]	$I_{eff,2}$ [A]	$I_{eff,3}$ [A]
Courant réel efficace	35.4	35.4	35.4
Signal/Bruit = 10	36.1	35.8	35.8
Signal/Bruit = 3.3	36	38.9	39.2

Le résultat de reconstruction de la position apparait sur la Figure 3.9. Elle représente la norme du résidu en nuancé de couleurs en fonction des positions des conducteurs. On note qu'il y a un minimum retrouvé par notre algorithme qui correspond aux valeurs des positions des conducteurs avec une bonne précision pour  $R_{cond}$  et 5° d'erreur pour  $\theta_{cond}$ .

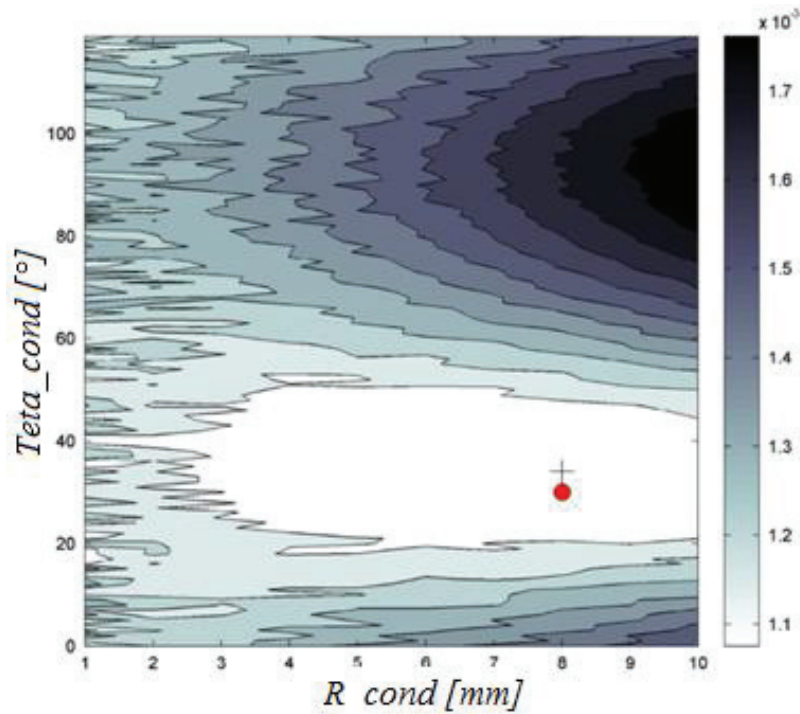


Figure 3.9 : Variation de la norme du résidu  $\|R\|$  en nuancé de couleurs en fonction des coordonnées des conducteurs  $R_{cond}$  et  $\theta_{cond}$ . (+ position estimée, o = position réelle)

Seule la composante tangentielle des magnétomètres est utilisée pour cette simulation aussi. Ce choix s'est établi car la matrice  $[K]$  créée par l'analyse des inductions magnétiques en composantes tangentielles, fournit un conditionnement inférieur à celui calculé avec les composantes radiales. Nous verrons par la suite d'autres raisons de ce choix.

### 3.3.3 Résultat de l'algorithme de réjection des perturbations

Soit la configuration suivante : les valeurs des courants efficaces dans trois conducteurs d'un câble :

$$\begin{aligned} i_{Max,1} &= i_{Max,2} = i_{Max,3} = 50 \text{ A} \\ i_{eff,1} &= i_{eff,2} = i_{eff,3} = 35,4 \text{ A} \end{aligned} \quad (3.4)$$

Valeur du courant dans un conducteur perturbateur à une fréquence de 150 Hz:

$$i_{Max,pert} = 1000 \text{ A} \quad (3.5)$$

### Chapitre III: Modélisations et résultats de simulations

Cette fréquence de 150 Hz a été choisie dans le seul but de simplifier l'analyse visuelle des résultats pour distinguer la perturbation des courants qui nous intéressent car la méthode est programmée dans le domaine temporel.

Les résultats des reconstructions qui sont présentés dans le Tableau 3.7 nous permettent une analyse comparative de la méthode avec et sans l'algorithme de rejection des perturbations.

Ce tableau indique qu'en présence d'un conducteur extérieur perturbateur, les courants estimés sont imprécis : 48% en erreur relative moyenne des trois courants pour un rapport signal / bruit de 3.3 si la résolution de l'algorithme standard est utilisée, et ils s'améliorent considérablement (16% d'erreur relative) en utilisant les deux premiers vecteurs de la méthode POD (*Proper Orthogonal Decomposition*) comme base réduite (cf. Chapitre II).

Tableau 3.7 : Résultats de reconstruction des courants avec et sans POD

	$I_{\text{eff},1}$ [A]	$I_{\text{eff},2}$ [A]	$I_{\text{eff},3}$ [A]
Courant réel efficace	35.4	35.4	35.4
Signal/Bruit = 3.3	55.3	54.5	48.7
Signal/Bruit = 3.3 (avec POD)	31.5	29.0	32.1
Signal/Bruit = 10	43.2	48.4	48.3
Signal/Bruit = 10 (avec POD)	48.5	47.4	43.8

Ce résultat est aussi confirmé par l'observation visuelle du courant dans la Figure 3.10.

Lorsque les bases réduites obtenues à partir de l'algorithme POD sont utilisées, la composante à 150 Hz, qui est caractéristique de la perturbation externe introduite, est filtrée dans le courant estimé. A l'inverse, elle peut être clairement visualisée lorsque l'algorithme POD n'est pas utilisé (courbe en bleu et en vert dans la Figure 3.10).

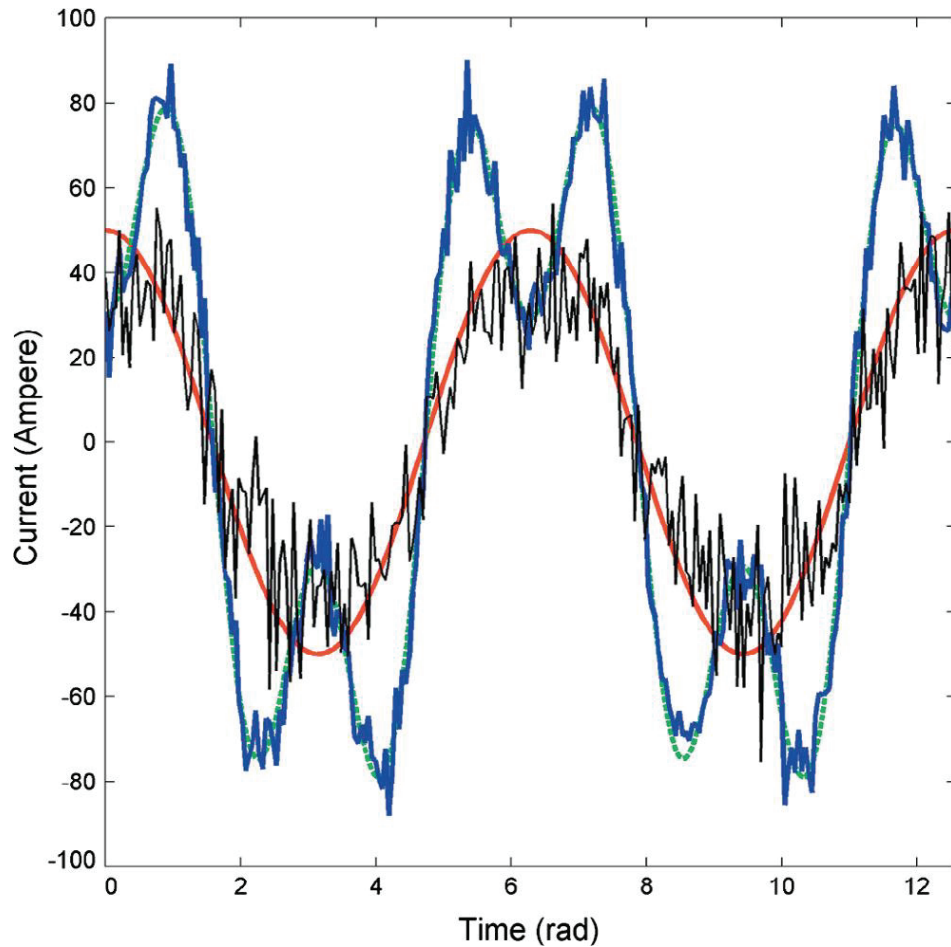


Figure 3.10 : Reconstruction du courant dans un conducteur, courant réel (rouge), courant estimé sans bruit et sans POD (vert), courant estimé avec bruit (Signal/Bruit = 10) et sans POD (bleu), courant estimé avec bruit et avec POD (noir)

Lorsque le rapport signal sur bruit diminue, ou quand un plus grand nombre de vecteurs sont utilisés pour la base réduite, nous observons un certain avantage à utiliser l'algorithme POD pour rejeter les perturbations externes par rapport à l'algorithme classique. Cela peut s'expliquer par le fait que la matrice étendue du système linéaire a généralement un plus mauvais conditionnement  $\kappa$ . Pour un rapport signal sur bruit = 10, nous avons calculé un certain nombre de conditionnements :  $\kappa = 63,7$  pour la matrice  $K$ ,  $\kappa = 572$  pour la matrice étendue avec une base réduite de deux vecteurs, et même  $\kappa = 3440$  lorsque quatre vecteurs sont utilisés. Dans ce dernier cas, l'estimation obtenue en utilisant l'algorithme POD est pire que celle obtenue en utilisant l'algorithme classique.

Ces résultats obtenus avec  $N = 8$  magnétomètres ne semblent pas changer avec l'augmentation du nombre de magnétomètres utilisés.

### 3.3.4 Limite de l'algorithme de réjection des perturbations

Comme nous l'avons vu au chapitre II, pour modéliser l'effet de perturbations extérieures nous avons construit une base réduite grâce à la table de données issue d'une multitude de simulations de positions d'un conducteur perturbateur extérieur par la méthode POD, Puis nous traçons l'erreur sur la reconstruction des courants pour différentes (0,1,2,3 ou 4) valeurs singulières ajoutées à la matrice  $K$  tel que :

$$\{B\} = [K] \cdot \{I\} \quad (3.6)$$

Les courants à retrouver sont :  $(I_1, I_2, I_3) = (100 \text{ A}, -50 \text{ A}, -50 \text{ A})$  et les conducteurs correspondants sont situés à une distance de 4 mm par rapport au centre du câble. Le bruitage des mesures prises par les magnétomètres est nul.

Les erreurs relatives de reconstruction des courants sont enregistrées pour différentes valeurs du courant perturbateur (axe des abscisses). Elles sont présentées par la Figure 3.11. Ces points de mesures montrent que la méthode utilisant les bases réduites pour rejeter les perturbations, commence à devenir instable à partir de 3 valeurs singulières (trois bases réduites). En effet, les courbes montrent que l'erreur diminue pour un nombre de vecteurs de la base réduite de 0 à 2, mais à partir de 3, l'erreur commence à augmenter.

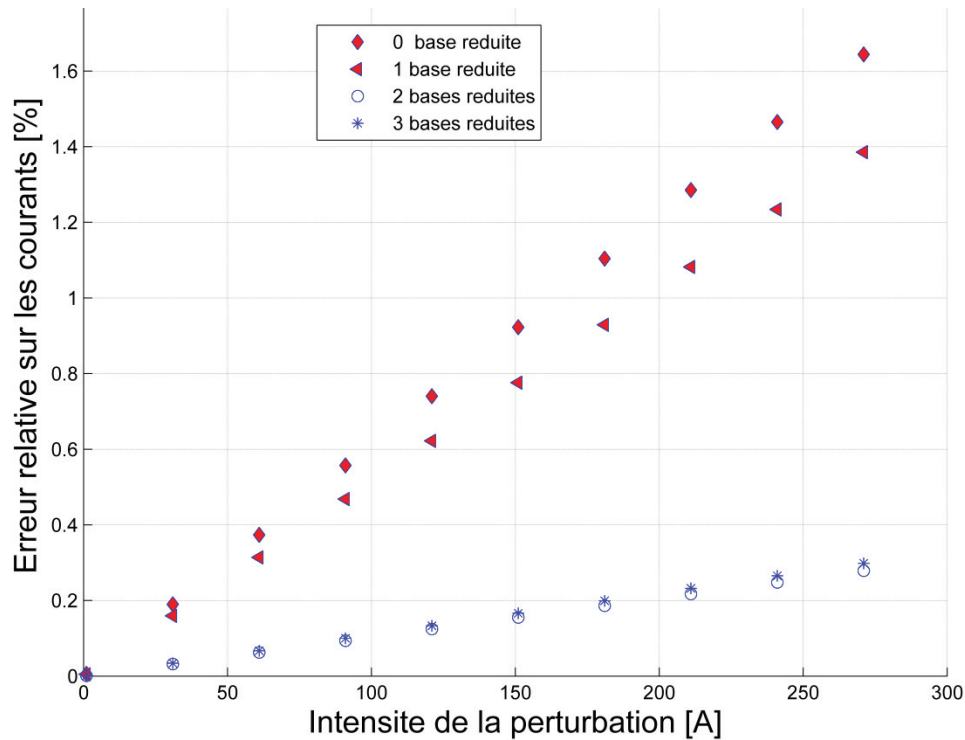


Figure 3.11 : Influence de l'intensité du courant perturbateur sur l'erreur de reconstruction en utilisant l'algorithme de rejection des perturbations avec les différents nombres de vecteurs de la base réduite employées.

## 3.4 Influence des paramètres du capteur de courants

### 3.4.1 Positionnement des magnétomètres avec blindage

#### 3.4.1.1 Position angulaire des magnétomètres :

La répartition des magnétomètres autour du câble a un impact sur la précision de l'estimation des courants. Afin de savoir quelle est l'erreur dans l'estimation des courants en fonction du positionnement des magnétomètres par rapport aux conducteurs, Nous avons réalisé une suite de simulations où nous avons changé le positionnement angulaire des magnétomètres avec un pas de  $5^\circ$  (cf. Figure 3.12), afin de déterminer quel est l'arrangement des magnétomètres idéal. Il s'avère qu'une position optimale des magnétomètres existe pour chaque configuration du câble. C'est-à-dire que les positions des magnétomètres sont liées aux positions des conducteurs du câble pour avoir une bonne reconstruction des courants.

La Figure 3.12 ci-dessous montre la position initiale (à gauche) et finale (à droite) des magnétomètres lors de cette simulation. Puis la Figure 3.13 montre le résultat sur l'erreur de



reconstruction des courants pour les différents pas angulaires (de 1 à 20). Pour chaque pas angulaire, un espacement de 2 ° est réalisé pour chacun des deux groupes de magnétomètres.

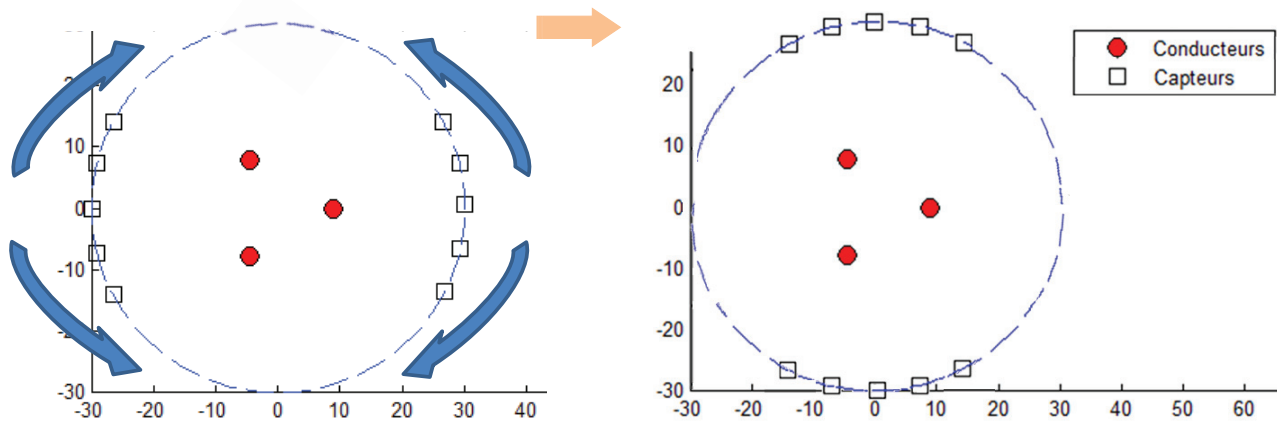


Figure 3.12 : Position angulaire initiale des magnétomètres (à gauche) et finale (à droite) pour la simulation ( $R_{cap} = 30$  mm)

La Figure 3.13 montre les simulations de reconstructions des courants. Elles sont réalisées avec la composante tangentielle car c'est celle qui donne le résultat le plus précis. L'erreur est calculée de la manière suivante :

$$Err[\%] = \frac{1}{3} \times \sum_{i=1}^3 \frac{|\hat{I}_i - I_i|}{I_i} \times 100 \quad (3.7)$$

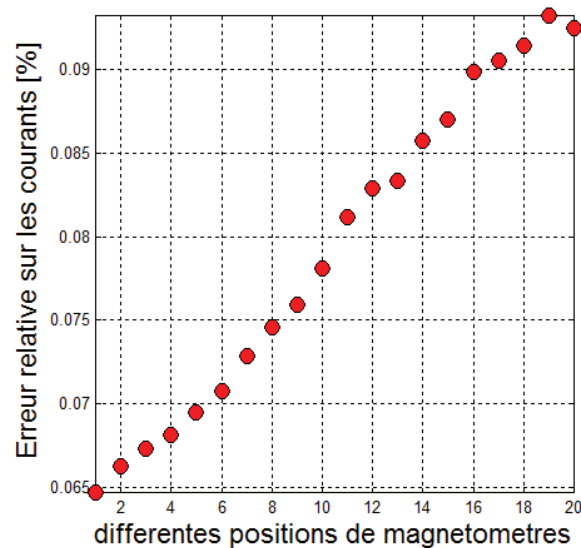


Figure 3.13 : Influence de la position des magnétomètres (abscisses) sur la reconstruction des courants – Eloignement progressif des magnétomètres par rapport aux conducteurs

La configuration des conducteurs du câble étant inconnue avant de monter le capteur de courants, nous en déduisons que pour minimiser l'erreur il faudrait que les magnétomètres soient les plus proches possible des conducteurs. Comme nous ne pouvons pas savoir à l'avance où sont les conducteurs, nous avons choisi de répartir de manière homogène les magnétomètres. Donc il faut que les positions des magnétomètres se répartissent uniformément sur les 360° autour du câble comme le montre la Figure 3.14

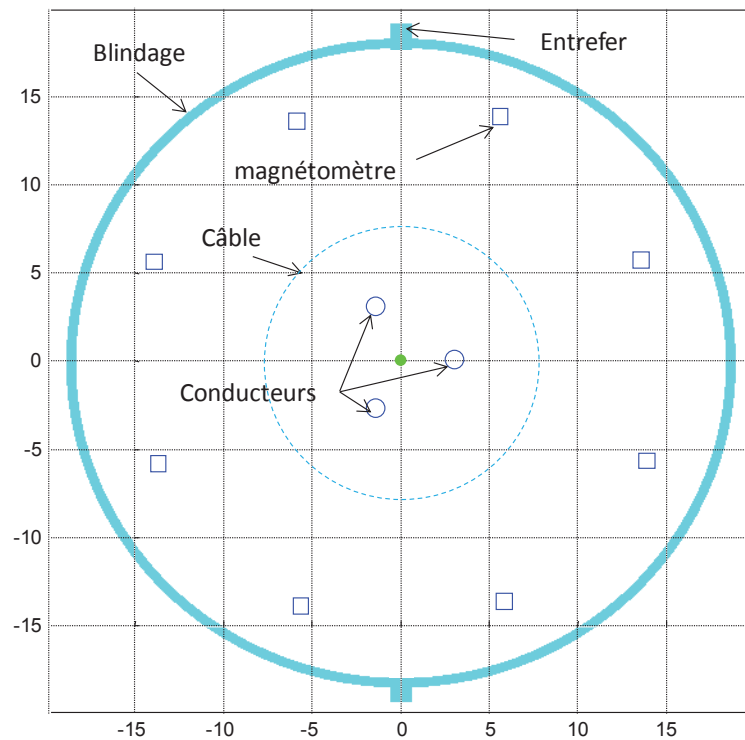


Figure 3.14 : Positionnement idéal des magnétomètres pour un capteur de courants à huit capteurs de champ magnétique

La seconde étape est de trouver le bon positionnement des magnétomètres par rapport aux entrefers. Nous les faisons donc pivoter d'un pas fixe sachant qu'ils sont initialement uniformément répartis sur 360°. Et nous notons s'il y a une amélioration de la reconstruction des courants  $(I_1, I_2, I_3) = (100 \text{ A}, -50 \text{ A}, -50 \text{ A})$ . Nous obtenons le résultat de reconstruction à une variation de 0.003 % sur l'erreur commise à chaque fois. Toutefois, nous nous arrangerons pour éloigner la position des magnétomètres par rapport aux entrefers pour éviter l'influence des inductions magnétiques extérieures au blindage mais qui peuvent s'introduire aux mesures des magnétomètres à travers les entrefers.

### 3.4.1.2 Position radiale des magnétomètres :

Nous pouvons voir l'influence du changement du rayon de la couronne des magnétomètres sur les mesures de champ magnétique.

Le Tableau 3.8 indique les valeurs des paramètres utilisées pour cette simulation statique.

Tableau 3.8 : Paramètres du modèle simulé

$I_1$	$I_2$	$I_3$	$AG\_Blind$	$EP\_Blind$	$R\_Blind$	$R\_cond$	$\theta\_cond_1$	$\theta\_cond_2$	$\theta\_cond_2$
1 A	-0.5 A	-0.5 A	0.2 mm	2 mm	65 mm	4 mm	0 °	120 °	240 °

Les courbes sur la Figure 3.15 et la Figure 3.16, montrent respectivement la variation des inductions du champ magnétique  $B$  radiale et  $B$  tangentielle calculées par les magnétomètres. Les inductions magnétiques sont tracées sur 360 ° autour du câble. Sur les deux figures, trois mesures sont réalisées pour trois niveaux de distance par rapport au centre du câble ( $R\_cap = 20$  mm en bleu,  $R\_cap = 30$  mm en rouge et  $R\_cap = 40$  mm en jaune). Ces calculs sont réalisés en présence d'une perturbation à la position (90 mm, 90 °) et de valeur efficace  $I=1$  A (même valeur que le courant  $I_1$ ). Il apparait que la position idéale est celle où la mesure est la plus dominante. Cette position se situe à la distance minimale entre les capteurs et le centre du câble (ie :  $R\_cap = 20$  mm).

Une perturbation relative de 2.8 % sur les mesures de la composante tangentielle du champ magnétique est notée pour l'effet d'un conducteur perturbateur situé juste en face de l'entrefer à ( $R = 80$  mm et  $Téta = 90$  °) et d'une intensité égale à celle du conducteur dans le câble.

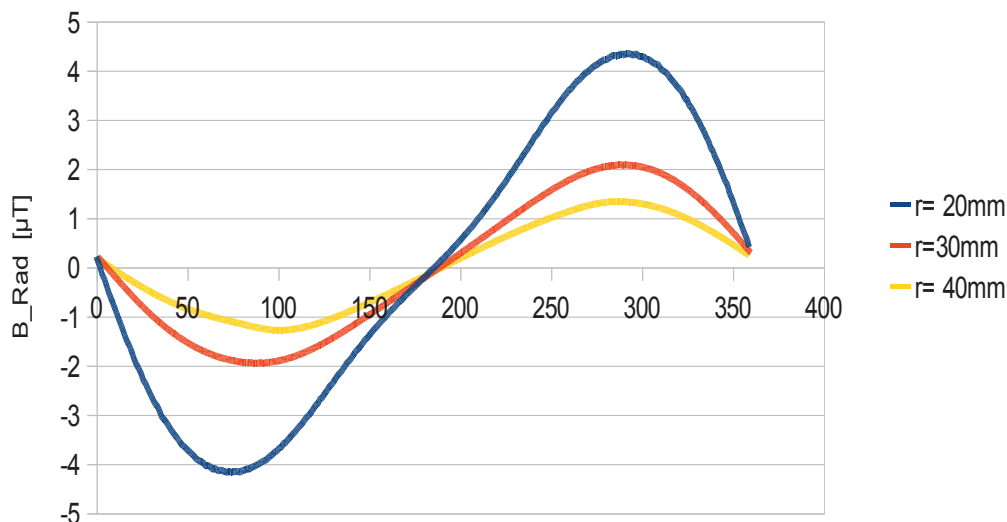


Figure 3.15 : Induction magnétique  $B$  radiale autour du câble pour différents rayons de mesure

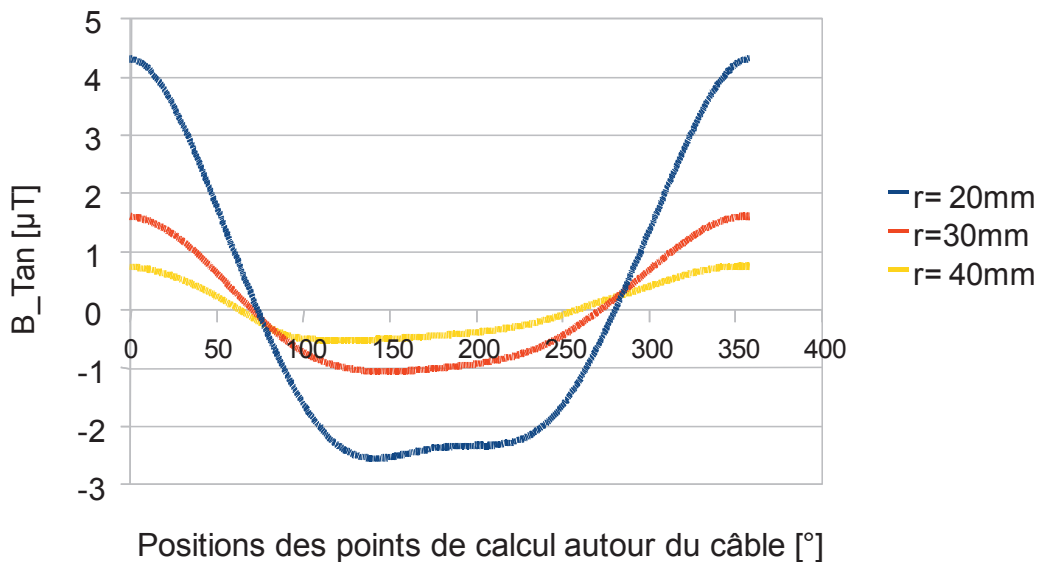


Figure 3.16 : Induction magnétique  $B$  tangentielle pour différents rayons de calcul

### 3.4.2 Nombre de magnétomètres nécessaires

Le nombre de magnétomètres disposés autour du câble a une influence majeure sur la reconstruction de la structure de ce câble et donc de la position des conducteurs. Cependant, il est à noter qu'à partir d'un certain nombre de magnétomètres, l'amélioration de la reconstruction des courants dans chaque conducteur est peu significative (cf. Figure 3.17).

Le Tableau 3.9 présente les paramètres de la simulation de l'influence du nombre de magnétomètres utilisés sur l'erreur relative des courants reconstruits.

Tableau 3.9 : Paramètres relatifs à la simulation du nombre de magnétomètres nécessaires

$R\_Blind$	$AG\_Blind$	$EP\_Blind$	$R\_cond$	$\theta\_cond_1$	$\theta\_cond_2$	$\theta\_cond_3$
65 mm	0.2 mm	2 mm	4 mm	0 °	120 °	240 °

Pour cette simulation, la Figure 3.17 montre le résultat de reconstruction des courants obtenu pour différents nombres de magnétomètres autour du câble (Les points en bleus = Erreur relative de la reconstruction obtenue avec la composante tangentielle ; Les étoiles rouges = Erreur relative de la reconstruction obtenue avec la composante radiale).

Cette simulation comprend aussi un bruit Gaussien sur les mesures des magnétomètres (d'un écart type de  $\delta = 1 \mu\text{T}$ ) représentant ainsi les imprécisions de mesures de ces derniers. Ce bruit permet aussi de voir une différence sur la reconstruction des courants en fonction du nombre de magnétomètres.

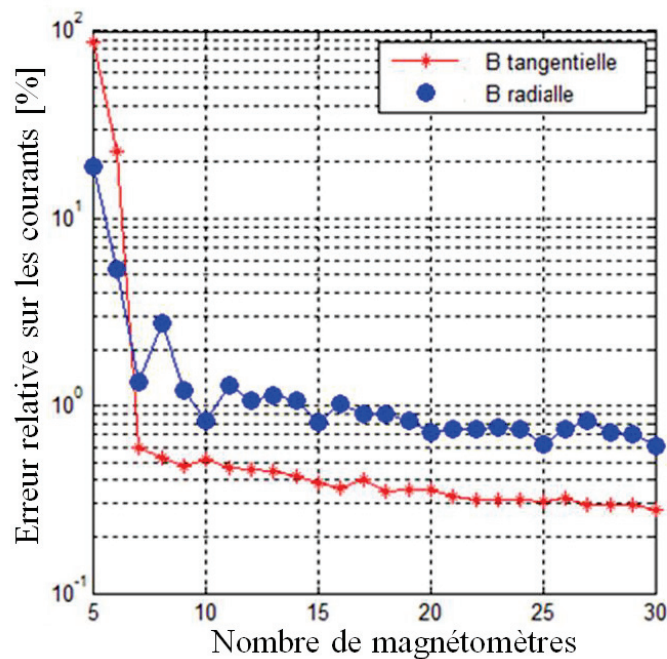


Figure 3.17 : Influence du nombre de magnétomètres utilisés sur la reconstruction des courants

En comparant ces deux courbes, nous pouvons remarquer que la composante tangentielle fournit une « meilleure information » que la composante radiale, dans le sens que pour un même nombre de magnétomètres l'erreur sur l'estimation des courants obtenue à partir des seules composantes tangentielles est inférieure à celle obtenue à partir des seules composantes radiales (tout autre paramètre étant égal par ailleurs).

A partir de huit magnétomètres le résultat commence à se stabiliser : l'erreur sur l'estimation des courants diminue de manière beaucoup moins prononcée au fur et à mesure que le nombre de magnétomètres augmente. Par conséquent, nous avons choisi d'utiliser 8 magnétomètres pour notre capteur de courant.

### 3.4.3 Influence de la sensibilité des magnétomètres sur la reconstruction des courants

La Figure 3.18 représente l'influence que peut avoir une erreur de mesures des magnétomètres sur l'erreur relative de la reconstruction des courants. L'erreur sur les mesures des magnétomètres est représentée par un bruit Gaussien qui varie de  $1 \mu\text{T}$  à  $10 \mu\text{T}$  avec un pas de  $1 \mu\text{T}$  pour cette simulation (visible sur l'axe des abscisses et équivalent à une variance allant de  $\delta^2 = 1$  à  $\delta^2 = 100$ ) et nous avons calculé l'erreur relative sur la reconstruction des courants pour chacune de ces valeurs.

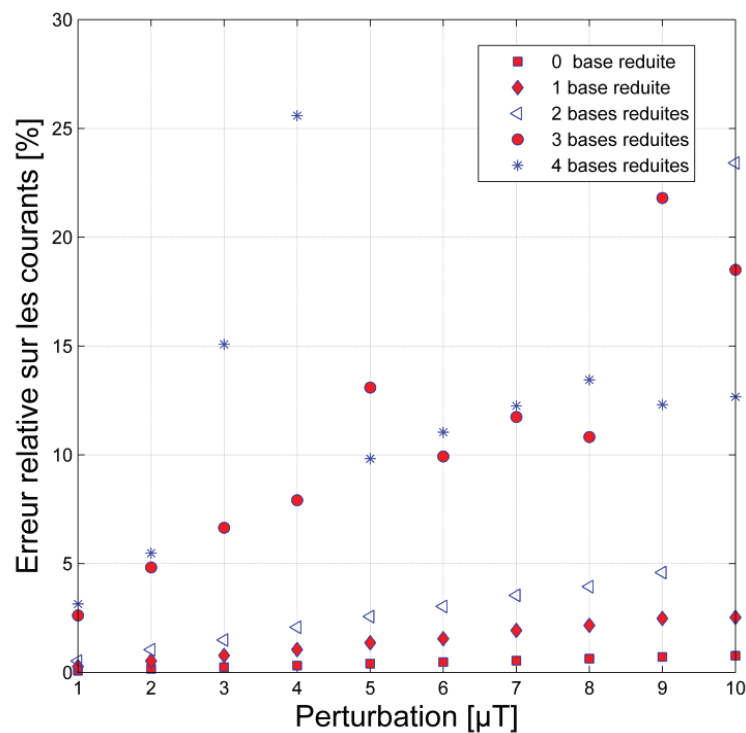


Figure 3.18 : Influence d'un bruit blanc ajouté aux inductions  $B$  tangentielles sur la reconstruction des courants.

La Figure 3.19 illustre la reconstruction des trois courants du système triphasé.

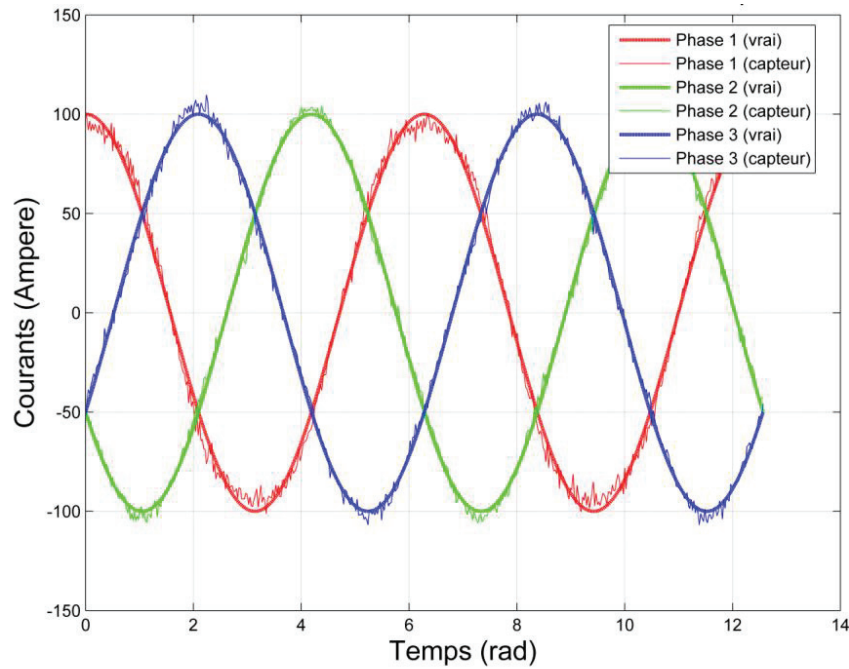


Figure 3.19 : Reconstruction des courants des trois conducteurs triphasés

Le bruit blanc introduit peut être assimilé à l'erreur due à la précision des magnétomètres. Sachant que la mesure maximale perçue par ces magnétomètres pour des courants de  $(I_1, I_2, I_3) = (100 \text{ A}, -50 \text{ A}, -50 \text{ A})$  est de  $150 \mu\text{T}$ , la loi normale de bruit blanc introduit sur les inductions de cette simulation peut atteindre un écart type de  $10 \mu\text{T}$  et donc 6 % de la mesure réalisée.

Afin de rester dans la gamme de reconstitution des courants de notre projet Chic (3 %), le résultat dans la Figure 3.18 indique que la précision des magnétomètres qui seront utilisés devra être meilleur que  $3 \mu\text{T}$  ou 0.7 % de la valeur mesurée car :

$$\text{Pour des courants } I = 100 \text{ A} \rightarrow \max(B) = 420 \mu\text{T}$$

$$\text{Et : } (3 \mu\text{T}/420 \mu\text{T}) = 0.7 \% \text{ pour la configuration adoptée ici.}$$

### 3.4.4 Analyse des inductions magnétiques avec l'influence de la perméabilité du blindage

Le blindage magnétique aura certainement une variation de sa perméabilité relative, elle ne sera jamais identique sur toute sa surface. Pour montrer l'influence de la perméabilité relative  $\mu_r$  du blindage, nous l'avons faite varier de 50 % et nous avons relevé les calculs de champ magnétique. Nous présentons ici quelques résultats :

Avec :

$B_{1000}$  : l'induction du champ magnétique calculé par les magnétomètres avec une perméabilité relative  $\mu_r = 1000$ .

$B_{500}$  : l'induction du champ magnétique calculé par les magnétomètres avec une perméabilité relative  $\mu_r = 500$ .

Soit E, l'écart relatif maximum entre les deux champs  $B_{1000}$  et  $B_{500}$  par rapport à la valeur maximale de  $B_{1000}$ .

L'écart E entre les deux courbes est calculé de la manière suivante :

$$E = 100 \times (\text{Max}(B_{1000}) - \text{Max}(B_{500})) / \text{max}(B_{1000}). \quad (3.8)$$

La Figure 3.20 et la Figure 3.21 représentent respectivement les composantes tangentielle et radiale mesurées autour du câble, à une distance  $R_{cap} = 20$  mm et pour les deux perméabilités relative de  $\mu_r = 1000$  et  $\mu_r = 500$ .



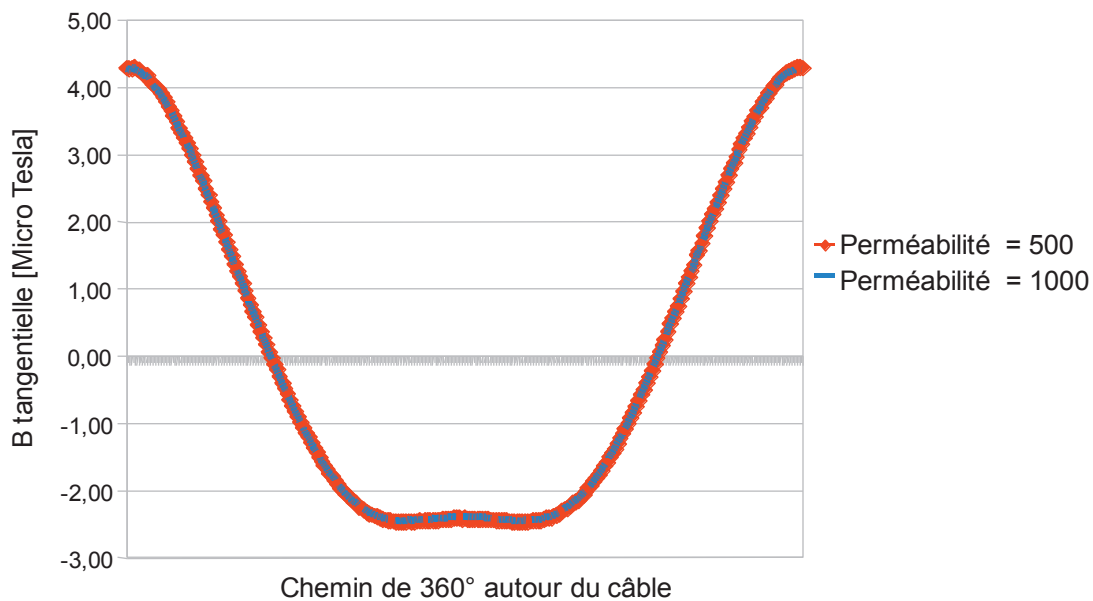


Figure 3.20 : Induction magnétique  $B$  tangentielle autour du câble et calculée à une distance  $r = 20$  mm ( $E = 0.4 \%$ )

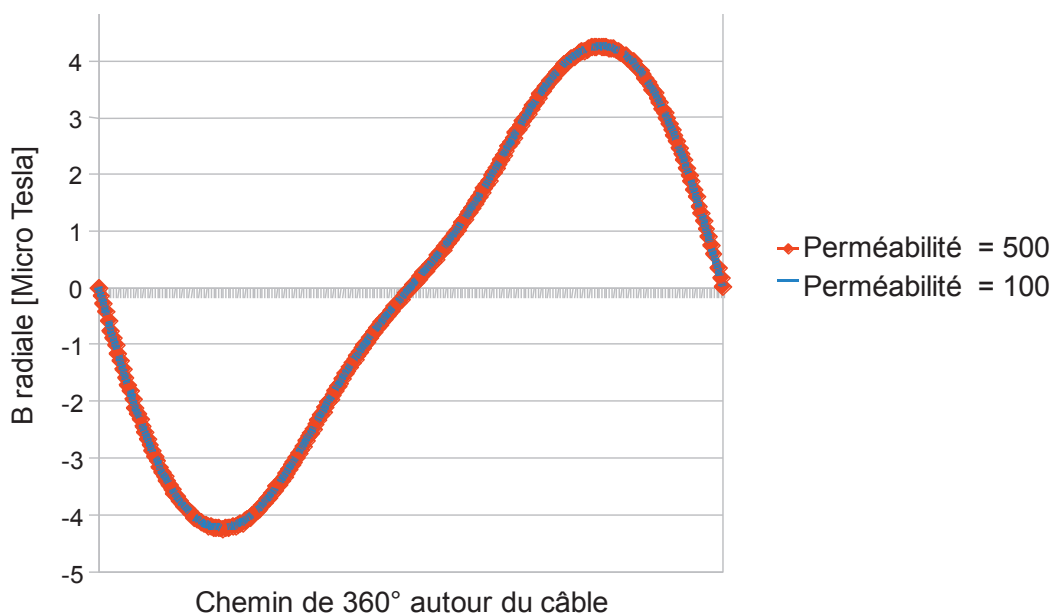


Figure 3.21 : Induction magnétique  $B$  radiale autour du câble et calculée à une distance  $r = 20$  mm du centre du capteur ( $E = 0.4 \%$ )

La Figure 3.22 et la Figure 3.23 représentent aussi respectivement les composantes tangentielle et radiale autour du câble mais contrairement à la simulation précédente, la distance ici est de :  $R_{cap} = 30$  mm.

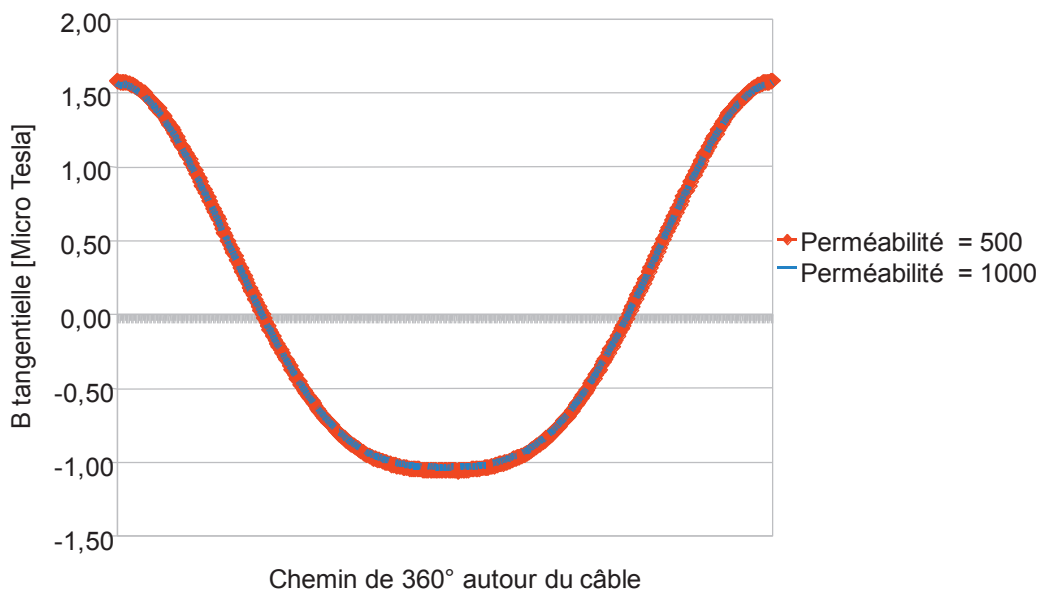


Figure 3.22 : Induction magnétique  $B$  tangentielle pour un diamètre  $R_{\text{Blind}}=30$  mm du blindage  $E = 1.24$  %

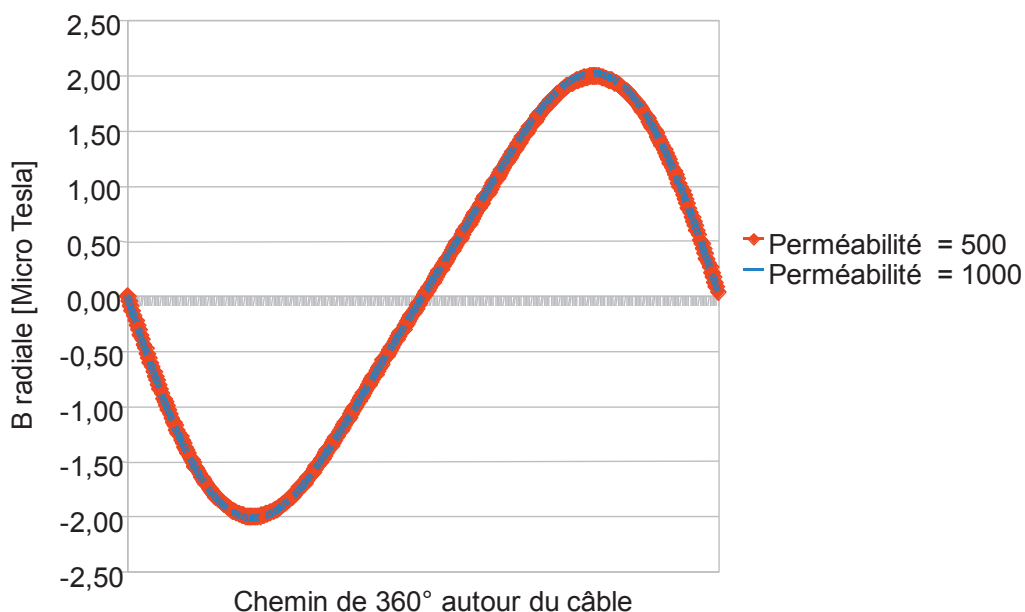


Figure 3.23 : Induction magnétique  $B$  radiale pour un diamètre  $R_{\text{Blind}}=30$  mm du blindage  $E = 0.94$  %.

Ces simulations montrent que l'influence de la perméabilité du blindage sur les valeurs de champ mesurées par les capteurs est négligeable. Ces simulations nous confirment également que le choix de rapprocher un maximum les magnétomètres de l'axe du capteur est pertinent : autrement dit, de minimiser la valeur de  $R_{\text{cap}}$  tant que la conception du capteur le permet.

D'une façon générale, plus les magnétomètres sont proches du câble, plus les valeurs sont pertinentes.

### 3.4.5 Influence de l'entrefer du blindage :

Le paramètre étudié ici est l'entrefer du blindage. Il est désigné par  $AG\_blind$  et il représente la distance entre les deux parties du blindage. Les paramètres du modèle sont dans le Tableau 3.10. Nous rappelons que  $EP\_Blind$  représente l'épaisseur du blindage.

Tableau 3.10 : Paramètres du modèle de simulation de l'entrefer

$R\_cap$	$EP\_Blind$	$R\_Blind$	$R\_cond$	$R\_pert$	$\theta\_cond_1$	$\theta\_cond_2$	$\theta\_cond_3$	$\mu_r$
30 mm	2 mm	65 mm	4 mm	90 mm	0°	120°	240°	1000

#### 3.4.5.1 Sans perturbation :

Dans la Figure 3.24 et la Figure 3.25, les valeurs respectives de la composante radiale et tangentielle, du champ magnétique émis autour du câble, sont tracées pour les deux valeurs d'entrefer de 0.2 mm (en discontinu bleu) et de 0.4 mm (en continu rouge).

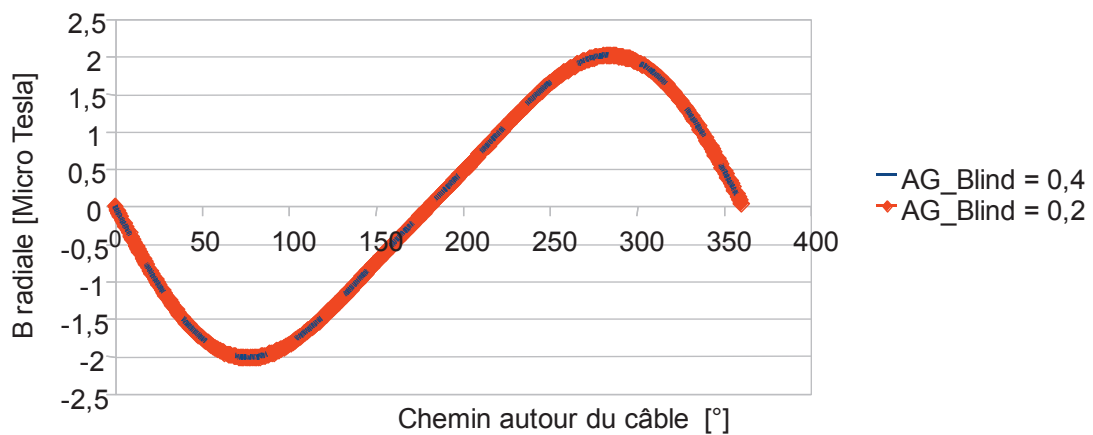


Figure 3.24 : Induction magnétique  $B$  radiale pour un entrefer de 0.4 mm (en bleu) et 0.2 mm (en rouge) du blindage  $E = 0.0035$  %.

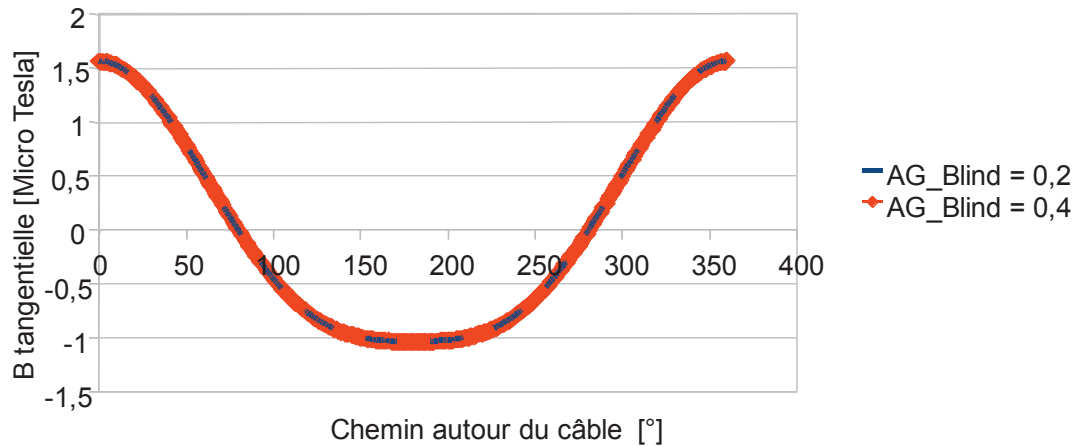


Figure 3.25 : Induction magnétique  $B$  tangentielle pour un entrefer du blindage de  $AG\_Blind = 0.4$  mm (en bleu) et  $AG\_Blind = 0.2$  mm (en rouge).  $E = 0.0021$  %.

Les deux figures (Figure 3.24 et Figure 3.25) sont réalisées par des simulations sans perturbations. L'écart relatif des champs magnétiques maximum reste très faible :  $E = 0.0035$  % pour les deux entrefers simulés.

### 3.4.5.2 Avec perturbation

Traçons maintenant la variation de ces composantes mais en présence du conducteur perturbateur situé à l'extérieur du blindage et à la position ( $R = 90$  mm,  $\theta_{cond_{pert}} = 90^\circ$ ) traversé par un courant d'une intensité égale à celle que l'on souhaite mesurer ( $I_{pert} = 1$  A):

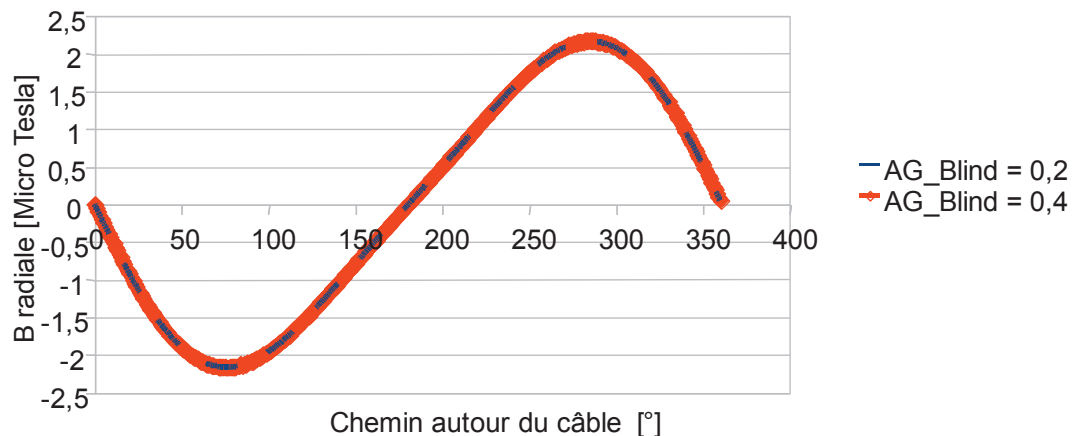


Figure 3.26 : Induction magnétique  $B$  radiale pour un entrefer du blindage de  $AG\_Blind = 0.4$  mm (en bleu) et  $AG\_Blind = 0.2$  mm (en rouge).  $E = 0.1$  %.

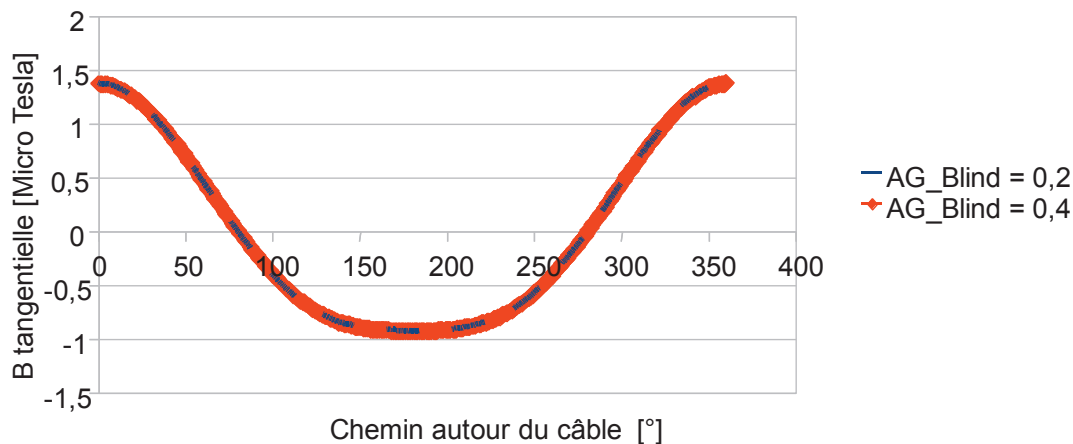


Figure 3.27 : Induction magnétique  $B$  tangentielle pour un entrefer du blindage de  $AG\_Blind = 0.4$  mm (en bleu) et  $AG\_Blind = 0.2$  mm (en rouge).  $E = 0.2$  %.

Ces deux figures suivante (Figure 3.28 & Figure 3.29) sont les résultats de simulations avec une perturbation de 1 A situé à ( $R = 90$  mm et  $\theta_{cond\_pert} = 0^\circ$ ).

On remarque que l'effet de l'entrefer du blindage sur l'induction magnétique augmente en présence d'une perturbation (avec  $I_{pert} = 1$  A perturbation et  $I_1 = 1$  A pour le courant dans le câble).

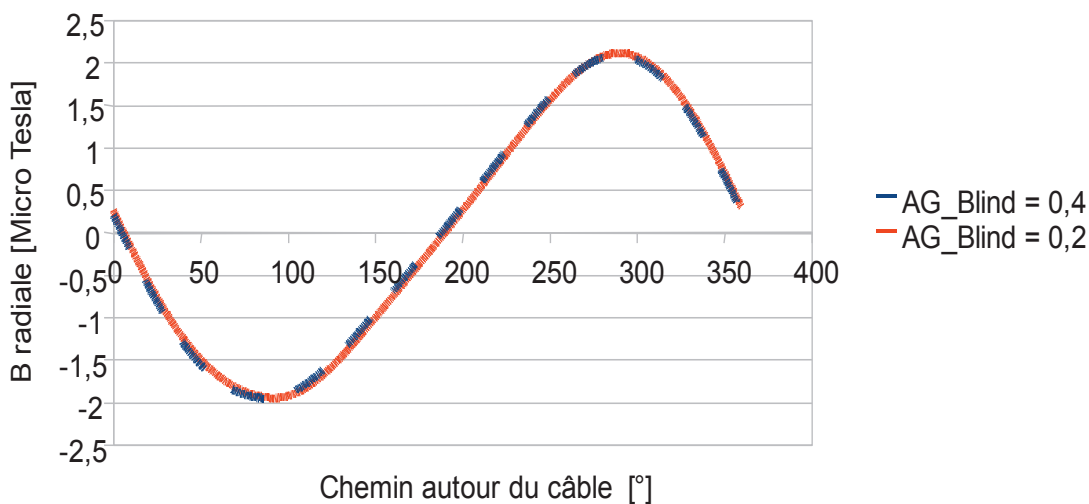


Figure 3.28 : Induction magnétique  $B$  radiale pour un entrefer du blindage de  $AG\_Blind = 0.4$  mm (en bleu) et  $AG\_Blind = 0.2$  mm (en rouge).  $E = 0.1$  %.

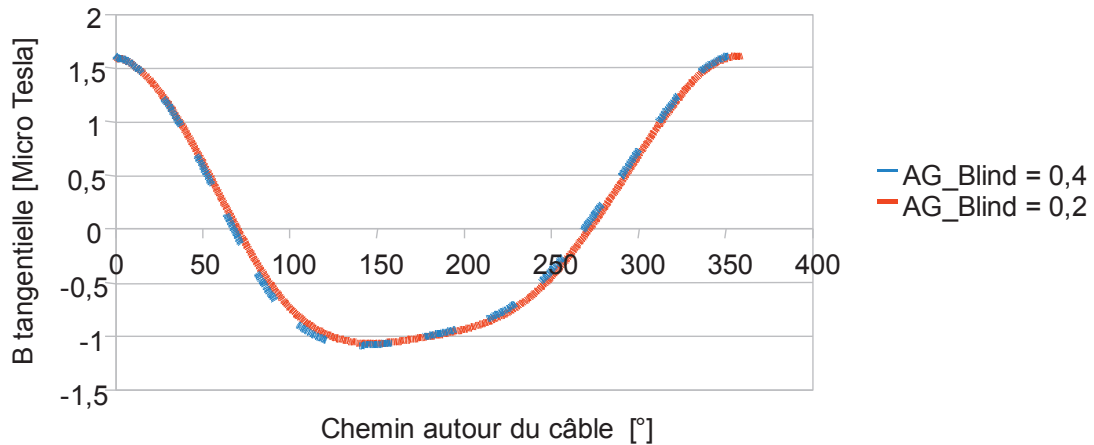


Figure 3.29 : Induction magnétique  $B$  tangentielle pour un entrefer du blindage de  $AG\_Blind = 0.4$  mm (en bleu) et  $AG\_Blind = 0.2$  mm (en rouge).  $E = 0.4$  %.

L'influence de cette perturbation reste assez faible ( $0.4\% < 0.7\%$ ), même dans le cas extrême où le conducteur perturbateur se situe en face de l'entrefer, et qu'il est parcouru par un courant d'intensité identique au courant du conducteur  $I_1$  à mesurer (1 A). De plus, l'algorithme de rejection des perturbations extérieures n'est pas appliqué dans ce cas.

### 3.4.6 Position des conducteurs

Nous présentons ici l'effet de la position initiale des conducteurs ainsi que la comparaison des composantes de l'induction magnétique  $B$ :

Pour toutes les simulations précédentes la position des conducteurs à retrouver était située à 4 mm. Sur la Figure 3.30 nous montrons que la reconstruction s'améliore nettement lorsque les conducteurs du câble s'éloignent les uns des autres.

Lors de cette simulation, les courants à retrouver sont :  $(I_1, I_2, I_3) = (100 \text{ A}, -50 \text{ A}, -50 \text{ A})$  une perturbation sous forme de bruit gaussien de variance ( $\delta^2 = 3^2 = 9$ ) est introduite aux mesures des magnétomètres ( $10 \mu\text{T}$ ). Un conducteur perturbateur est situé à l'extérieur du blindage à la position ( $R\_cond = 78 \text{ mm}$  et  $\theta\_cond = 0^\circ$ ).

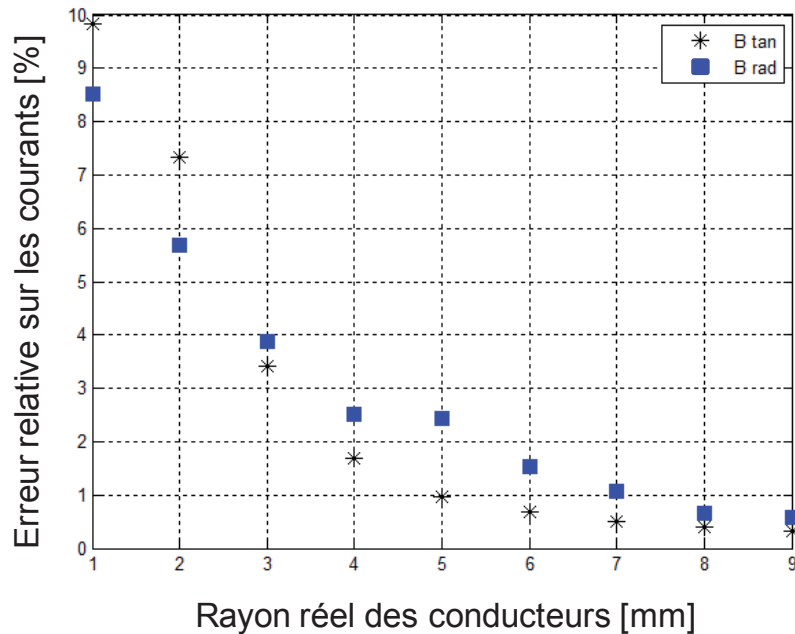


Figure 3.30 : Ecart type de la reconstruction des courants en fonction du rayon des conducteurs (étoile : B tangentielle, carré : B radiale).

La Figure 3.30 nous montre qu'à partir d'une distance entre les conducteurs et le centre du câble de  $R_{cond} = 3$  mm, la composante tangentielle du champ magnétique est plus intéressante à exploiter, car elle donne une erreur inférieure à celle de la composante radiale (par ailleurs, les distances réelles de 1 mm et 2 mm sont impossibles du point de vue physique à cause de l'encombrement dans le câble).

### 3.5 Conclusion

Au terme de ce travail, nous proposons la réalisation du dispositif dédié à la mesure des trois courants d'un câble triphasé. Pour sa conception, les points suivants doivent être pris en compte :

- Le nombre de magnétomètres qui répond au compromis coût/précision du capteur de courants est de 8 voire plus par rapport au coût réel d'un magnétomètre si nous voulons améliorer les précisions du capteur de courants.
- L'entrefer du blindage *EP* doit être le plus faible possible. L'étude d'autres formes d'entrefer peut être envisagée (chevauchement).
- Suite aux différentes simulations faites sur le blindage, il apparaît que si nous restons dans ces proportions géométriques de réalisation, l'influence du blindage sur les mesures de champ est négligeable.

### Chapitre III: Modélisations et résultats de simulations

- La mesure de la composante tangentielle du champ magnétique est plus avantageuse que la mesure de la composante radiale du champ magnétique. Cette conclusion est établie suite à l'influence des perturbations extérieures sur la reconstruction des courants via la table de valeurs de simulation Élément Finis.
- La distance magnétomètre – câble doit être minimisée et la distance blindage – magnétomètres doit être maximisée.
- Comme les simulations (EF) ont été faites en deux dimensions, l'influence de la longueur du blindage n'est pas prise en compte. Des simulations pour estimer son influence et connaître sa longueur minimale sont à prévoir.

Nous avons présenté une méthode de reconstruction des courants pour les systèmes polyphasés d'une configuration inconnue. Lors de l'installation, cette méthode retrouve d'abord la configuration du système (c'est-à-dire la position des conducteurs), puis elle est capable d'estimer en temps réel les courants traversant les conducteurs, cela même en présence d'autres conducteurs venant perturber l'environnement de mesure des magnétomètres.

Dans le chapitre suivant, une description détaillée d'un banc d'essais nous permet de présenter des résultats expérimentaux pour valider les grandeurs précédemment simulées.



## 4 Chapitre IV : Banc de tests et résultats expérimentaux

4.1	Introduction .....	97
4.2	Description des moyens expérimentaux.....	97
4.2.1	Banc de tests.....	97
4.2.2	Structure du capteur de courants .....	99
4.2.3	Expérimentation pour le test des magnétomètres.....	100
4.3	Test de reconstruction des courant avec un seul magnétomètre sur le banc de test et sans blindage .....	103
4.4	Calibration des magnétomètres .....	107
4.4.1	Calibration des magnétomètres avec un câble mono conducteur .....	107
4.4.2	Calibration des magnétomètres soumis à un champ uniforme.....	109
4.5	Test du démonstrateur capteur de courants avec blindage.....	111
4.5.1	Comparaisons des mesures aux simulations. ....	111
4.5.2	Résultats de reconstructions et validation expérimentale .....	113
4.6	Perspective pour l'amélioration de la calibration du capteur.....	115
4.6.1	Développement d'un nouveau prototype sur support souple.....	116
4.6.2	Calibration "in situ" des magnétomètres .....	117

## 4.1 Introduction




Les résultats des simulations présentées dans le chapitre précédent, associés au cahier des charges du projet, nous amènent à la partie expérimentale de notre travail que nous présentons ici. Ainsi, ce chapitre commence par une présentation des moyens expérimentaux utilisés pour le banc de tests, puis par la description du magnétomètre inductif conçu spécialement pour notre prototype. Enfin les tests effectués pour la validation du concept sont présentés.

## 4.2 Description des moyens expérimentaux

### 4.2.1 Banc de tests

L'objectif du banc de tests est de mesurer, via des magnétomètres, les valeurs des inductions magnétiques expérimentales émises pour une configuration du câble. En effet, cela va nous permettre dans un premier temps, de tester les différentes versions des magnétomètres afin de choisir la plus adaptée à notre application et dans un deuxième temps, une fois ce choix effectué, de tester le capteur de courants, constitué de la couronne de magnétomètres. Initialement, nous avons réalisé la structure qui nous a permis de tester un seul magnétomètre à la fois pour réaliser la cartographie du champ magnétique autour d'un câble. Cette démarche nous a permis de finaliser d'abord la conception du magnétomètre inductif avec le LPP [10], puis nous avons lancé la production de la version finale du magnétomètre en huit exemplaires nécessaires au capteur de courants. Cette structure qui est illustrée sur la Figure 4.1, permet de faire passer un câble au travers de deux roulements disposés l'un en face de l'autre. Ainsi nous pouvons le faire tourner sur lui-même de manière précise et positionner un magnétomètre à la distance voulue du centre du câble. Cette structure est constituée des éléments décrits dans le Tableau 4.1 suivant :

Tableau 4.1 : Eléments constituant la structure du banc

	Deux moteurs pas à pas couplé à un réducteur.
	Une carte électronique de commandes des moteurs pas à pas.
	Deux roulements pour faciliter la rotation du câble.



Deux moteurs pas à pas commandés permettent de faire pivoter le câble sur lui-même. Ce choix de faire tourner le câble au lieu de mettre en place un support permettant la rotation du magnétomètre autour du câble, est fait pour minimiser l'influence d'une perturbation externe sur la mesure des inductions magnétiques. Cette configuration facilite aussi la mise en œuvre du banc et elle peut orienter notre choix sur le nombre de magnétomètres nécessaires pour un nombre de conducteurs  $M$  ( $N=8$  pour  $M = 3$ ). En effet, pour chaque réglage du pas de rotation du câble, c'est un nouveau nombre de magnétomètres qui est expérimenté. Ainsi nous pouvons obtenir, grâce à ce dispositif doté d'un seul magnétomètre et grâce à une acquisition des signatures de champs magnétiques à chaque pas de rotation du câble de  $10^\circ$ , des acquisitions sur 360 degrés qui seraient l'équivalent d'une mesure réalisée par un capteur de courants doté de 36 magnétomètres.

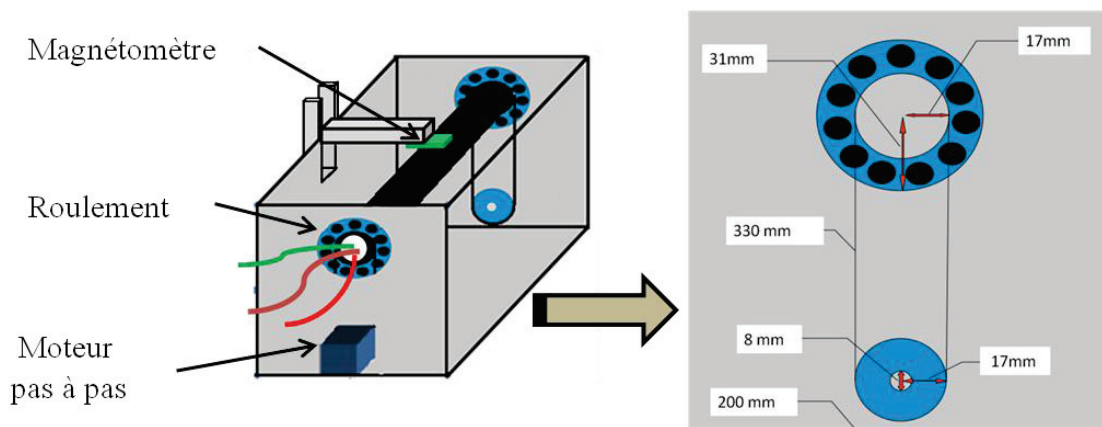


Figure 4.1 : Illustration de la structure du banc avec les dimensions de la face avant.

La connaissance des dimensions du câble mis en place sur le banc permet de vérifier s'il est possible de retrouver les positions des conducteurs de façon précise grâce aux algorithmes de reconstruction.

Nous avons réalisé deux câbles "parfaits" aux caractéristiques connues :

- Le premier est un câble réalisé à l'aide de trois tiges rigides en cuivre parallèles et espacées uniformément de  $\theta_{cond} = 120^\circ$  l'une de l'autre. Ces trois tiges sont

## Chapitre IV : Banc de tests et résultats expérimentaux

introduites dans un tube en plexiglas et elles sont toutes à une distance de  $R_{cond} = 6$  mm du centre du câble.

- Le second est un câble mono-conducteur, il est réalisé de la même manière que le premier et il sert à la calibration des magnétomètres (cf.4.4).

Tous les matériaux utilisés pour cette structure, ainsi que ceux employés à proximité de cet environnement de mesure, sont amagnétiques pour éviter les sources de perturbations au niveau des champs magnétiques mesurés. Les engrenages sont en aluminium, le câble traversant la structure à travers les deux roulements est fixé de chaque côté par trois vis en laiton.

Le banc de tests est aussi composé des éléments suivants :

- Charge résistive triphasée, qui est alimentée par le câble aux caractéristiques connues.
- PC pour la commande des pas de rotation et l'enregistrement des données.

### 4.2.2 Structure du capteur de courants

Pour maintenir les magnétomètres autour du câble, nous avons conçu en collaboration avec le LPP [10] une structure en PVC qui maintient les huit magnétomètres autour du câble (cf. Figure 4.2), avec un système de glissières qui leur permet de se serrer simultanément pour se rapprocher uniformément autour du câble. Cette structure a été élaborée dans l'optique de servir pour différents diamètres de câble dans une gamme de 25 mm à 35 mm et pour différents tests.

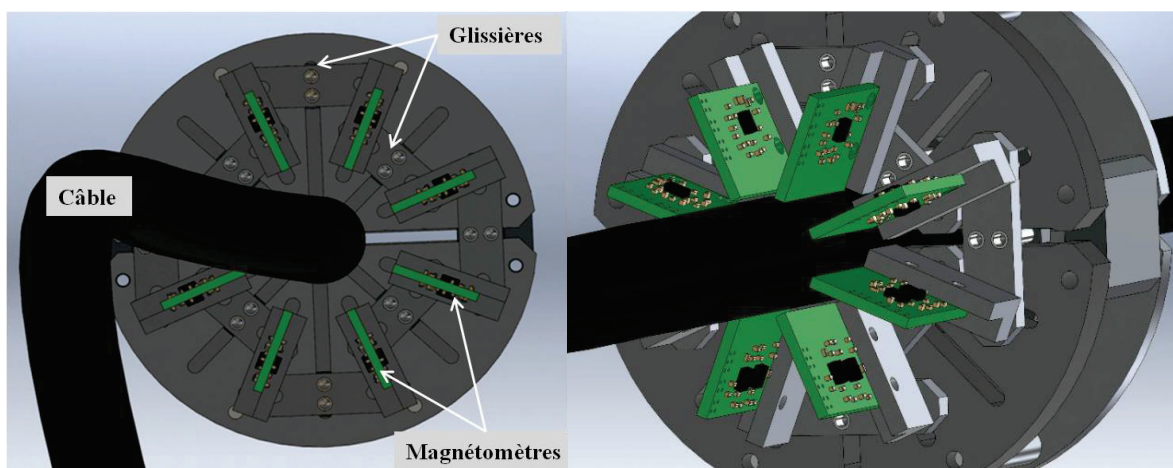


Figure 4.2 : Dessin de conception 3D de la structure interne du capteur de courants montée sur un câble réalisé au LPP [10]

Toutes les parties de cette structure sont en matériaux amagnétiques et fixées par des vis en laiton. Elles sont démontables de manière à ce qu'elles puissent se placer autour du câble d'une façon non intrusive tel qu'il est demandé dans le cahier des charges.

### 4.2.3 Expérimentation pour le test des magnétomètres

Les magnétomètres inductifs que nous avons choisi d'utiliser pour notre application ont été mis en œuvre par nos partenaires du LPP [10].

Notre choix s'est orienté vers ce type de magnétomètre pour les raisons suivantes :

- Grâce au développement de l'électronique actuel, il n'est plus nécessaire de réaliser une grande surface  $S$  de la section des bobines de ces magnétomètres pour obtenir une bonne sensibilité.
- La possibilité de faire une sonde à détection mixte du champ magnétique et du champ électrique en utilisant les bobines de détection semble intéressante.
- La conception du magnétomètre qui sert à notre prototype de capteur de courant, nous permet de l'adapter aux changements au cours de notre projet (notamment pour les composantes du champ magnétique à mesurer).
- La mesure qui est demandée dans le cahier des charges du projet est une mesure sur un réseau alternatif et à bas coût. Ces deux critères correspondent parfaitement aux magnétomètres inductifs.

Les magnétomètres que nous avons réalisés sont composés de deux ou trois bobines de capture, suivant le nombre de composantes du champ magnétique à mesurer. Elles sont implantées sur un circuit imprimé PCB de manière à mesurer plusieurs composantes de l'induction magnétique.

**Rappel de terminologie** : Nous rappelons ici la signification des termes « **induction magnétique tangentielle** » et « **induction magnétique radiale** » employés :

- Le terme « **induction magnétique tangentielle** » fait référence à la composante tangentielle de l'induction magnétique qui serait émise par un conducteur au centre du câble.
- Le terme « **induction magnétique radiale** » désigne la composante radiale de l'induction magnétique émise par un conducteur au centre du câble.

## Chapitre IV : Banc de tests et résultats expérimentaux

Les différences entre une version et une autre sont majoritairement issues du positionnement des bobines de capture des inductions magnétiques radiale ou tangentielle. Aussi, suivant l'évolution des versions, les composants utilisés sont de plus en plus adaptés à notre application. L'amplificateur opérationnel étant le composant le plus cher sur la carte électronique de ces magnétomètres, nous l'avons choisis avec un bon rapport qualité / prix. Nous avons testé les magnétomètres sous plusieurs versions. La Figure 4.3 montre la version V02 du magnétomètre implanté sur un PCB à deux couches. Une première bobine dont les spires sont gravées sur le plan du PCB mesure la composante tangentielle (à gauche de la figure) et une seconde bobine est réalisée sur la tranche du PCB en communiquant entre une couche et l'autre par des vias (via : canal conducteur qui traverse le PCB pour aller d'une couche à l'autre). Il est possible, sur un circuit multicouche, de combiner les deux sur la même place et d'augmenter le nombre de spires de la bobine tangentielle sur une même surface.

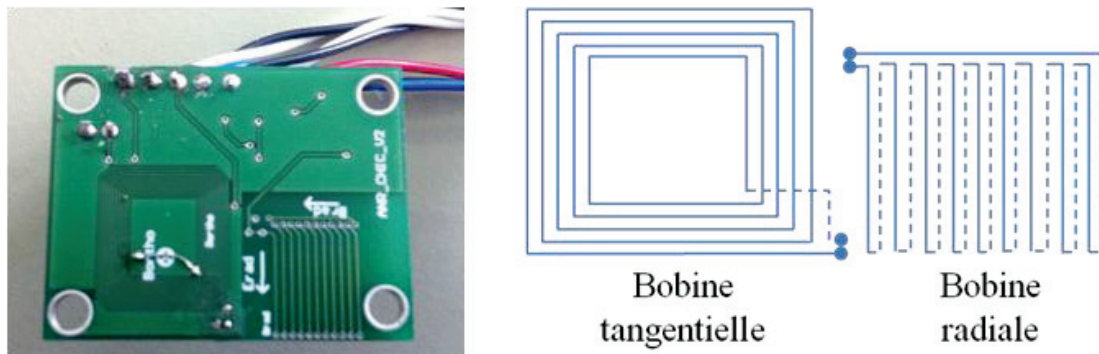


Figure 4.3 : Version V02 du magnétomètre inductif conçu par le LPP [10]

La Figure 4.4 présente la structure donnée après l'assemblage de tous les composants du banc de test avec la version V02. Le magnétomètre est positionné ici afin d'obtenir une mesure de la composante radiale.

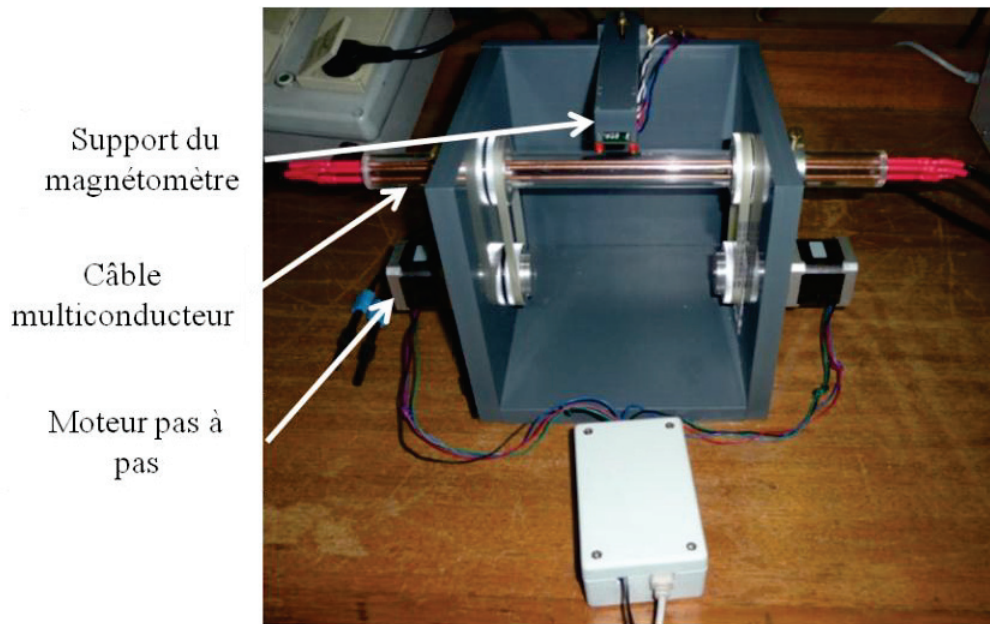


Figure 4.4 : Photo de la structure du banc de test.

Lors de ce test nous avons voulu mesurer la tension de sortie du magnétomètre lors de la rotation du câble aux caractéristiques connues, et comparer les formes d'ondes obtenues à la signature théorique (obtenue par simulation) du champ rayonné autour des trois conducteurs.

Pour une fréquence d'échantillonnage de 5 KHz et 100 points d'acquisitions, nous obtenons une période de 20 ms de mesure de champ magnétique  $B$  à chaque pas de rotation des moteurs. Ce pas est réglé ici à  $10^\circ$ , ce qui nous donne l'équivalent de 36 magnétomètres répartis autour du câble sur  $360^\circ$ .

La charge résistive monté en triangle impose une amplitude de  $I_{\max} = 11.5$  A sur les trois conducteurs et les résultats des mesures de champs sont présentés sur la Figure 4.5.

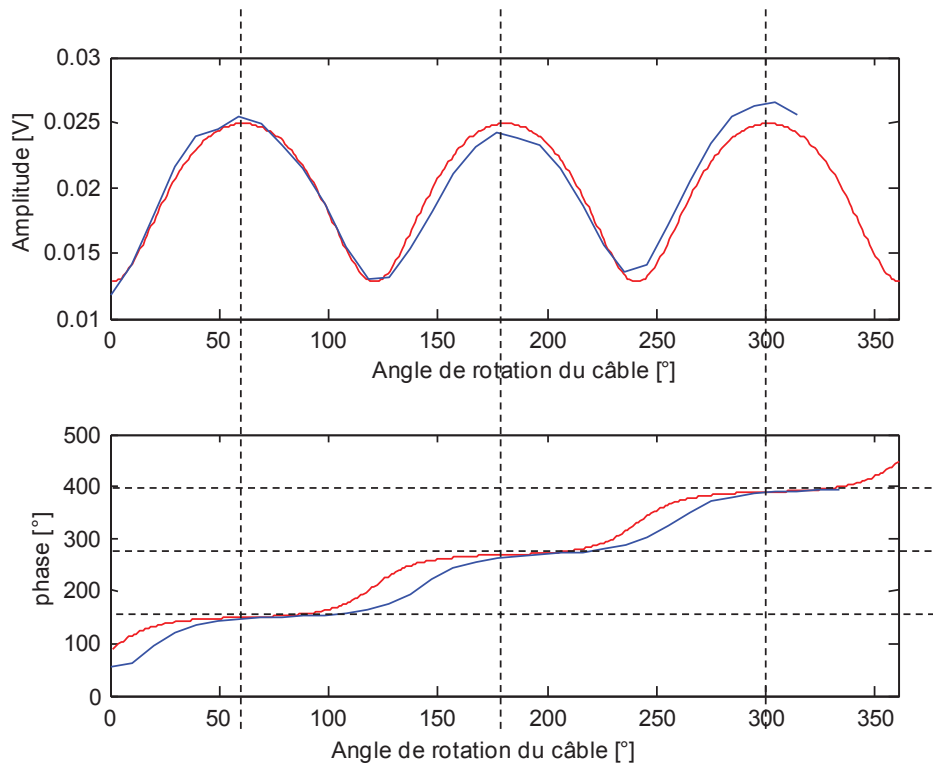


Figure 4.5 : Tracé de la composante normale (amplitude en haut et phase en bas) en fonction de la rotation du câble [Bleu = expérimentale, Rouge = Théorique]

La forme de l'amplitude de sortie du magnétomètre se rapproche de celle que nous devons avoir en théorie avec une erreur maximale relative de 8 % sur la mesure de l'amplitude. Nous avons noté qu'il y avait bien un maximum de l'amplitude à chaque rotation de  $120^\circ$ . Les lignes verticales en pointillées font référence à la position des conducteurs dans le câble et montrent qu'il y a bien un déphasage de  $120^\circ$  entre deux conducteurs qui se suivent.

### 4.3 Test de reconstruction des courant avec un seul magnétomètre sur le banc de test et sans blindage

Le résultat de mesure montré sur la Figure 4.5 est traité par l'algorithme de reconstruction des courants et des positions. Ces premiers résultats sont obtenus avec des contraintes sur le balayage des valeurs possibles des paramètres qui définissent la position des conducteurs. Les conducteurs sont donc définis comme espacés de  $120^\circ$  les uns des autres. La distance au centre du câble est identique pour les trois conducteurs. Nous faisons varier deux paramètres (deux degrés de liberté) qui sont :

- $R_{\text{cond}}$  : La distance du conducteur au centre du câble varie entre des valeurs comprises entre 1 mm et 10 mm avec un pas de 1 mm.



## Chapitre IV : Banc de tests et résultats expérimentaux

➤  $\theta_{cond}$  : L'angle qui sépare deux conducteurs varie de  $0^\circ$  à  $360^\circ$  avec un pas de  $1^\circ$ .

Le résultat de la reconstruction des positions est montré sur la Figure 4.6. Les trois cercles bleus représentent les positions initiales des conducteurs observées sur le banc, et les étoiles rouges correspondent aux positions retrouvées par l'algorithme en utilisant les mesures du magnétomètre et sa position.

En bleu : valeurs références      En rouge (étoiles): valeurs trouvées

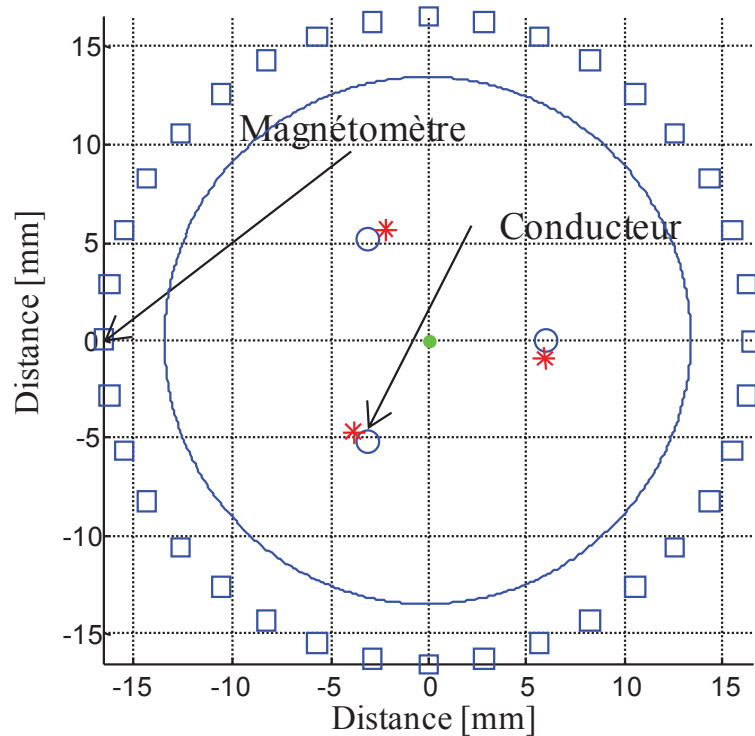


Figure 4.6 : Reconstruction des positions des conducteurs à deux degrés de libertés

Les courants retrouvés ainsi que leurs erreurs de reconstruction sont présentés dans le tableau suivant :

Tableau 4.2 : Reconstruction des courants à deux degrés de libertés.

$N$	$M$	$R_{cap}$ [mm]	$I_1[A]$		$I_2[A]$		$I_3[A]$	
			Ref	retrouvé	Ref	retrouvé	Ref	retrouvé
36	3	16	11.5	12.7	11.5	11.6	11.5	13.54

## Chapitre IV : Banc de tests et résultats expérimentaux

Les courants retrouvés  $I_1$ ,  $I_2$  et  $I_3$  sont proches de la valeur de l'amplitude réelle du courant qui parcourt les conducteurs avec des erreurs relatives respectives de 10%, 1% et 17%.

La Figure 4.7 suivante montre les résultats obtenus avec la reconstruction par l'algorithme à six degrés de libertés : les distances des trois conducteurs par rapport au centre du tube en plexiglas peuvent varier de façon indépendante les uns par rapport aux autres (entre 5 mm et 7 mm) et les angles, de la même manière, peuvent varier indépendamment avec un pas de  $10^\circ$ .

En bleu : valeurs références      En rouge (étoiles): valeurs trouvées

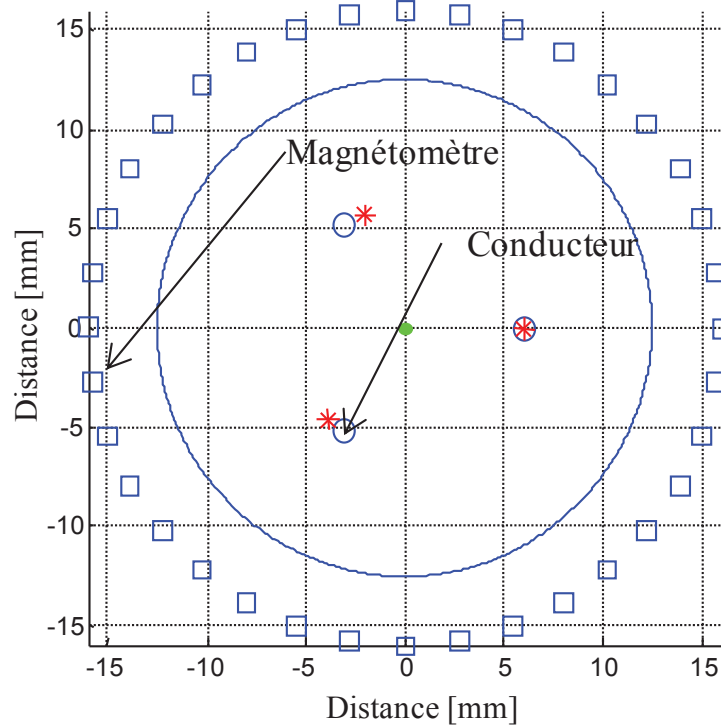


Figure 4.7 : Reconstruction des positions des conducteurs à six degrés de libertés.

Les courants retrouvés ainsi que leurs erreurs de reconstruction sont présentés dans le tableau suivant :

Tableau 4.3 : Reconstruction des courants à six degrés de libertés

$N$	$M$	$R_{cap}$ [mm]	$I_1[A]$		$I_2[A]$		$I_3[A]$	
			Ref	retrouvé	Ref	retrouvé	Ref	retrouvé
36	3	16	11.5	12.51	11.5	10.82	11.5	12.83

Les courants retrouvés  $I_1$ ,  $I_2$  et  $I_3$  sont aussi proches de la valeur de l'amplitude réelle du courant qui parcourt les conducteurs avec des erreurs relatives respectives de 8%, 6% et 11%.

Bien que nous ayons triplé le nombre d'inconnues avec cette reconstruction à six degrés de libertés, on constate tout de même que l'algorithme arrive à retrouver correctement l'angle entre les conducteurs (ici  $120^\circ$ ) ainsi que la distance de ces conducteurs par rapport au centre du câble.

Nous supposons que ces erreurs sont dues aux imperfections du tube en plexiglas. En effet nous avons pu constater un balourd au niveau du tube (excentricité dynamique) et une flexion des conducteurs en cuivre lors de la rotation du tube sous l'effet de leur poids.

Comme les tests de cette version V02 du magnétomètre sont satisfaisants en termes de qualité du signal, nous avons agrandi les sections des bobines en utilisant toute la longueur du PCB et nous avons opté pour un AOP de moindre coût pour la version V04 présentée sur la Figure 4.8.

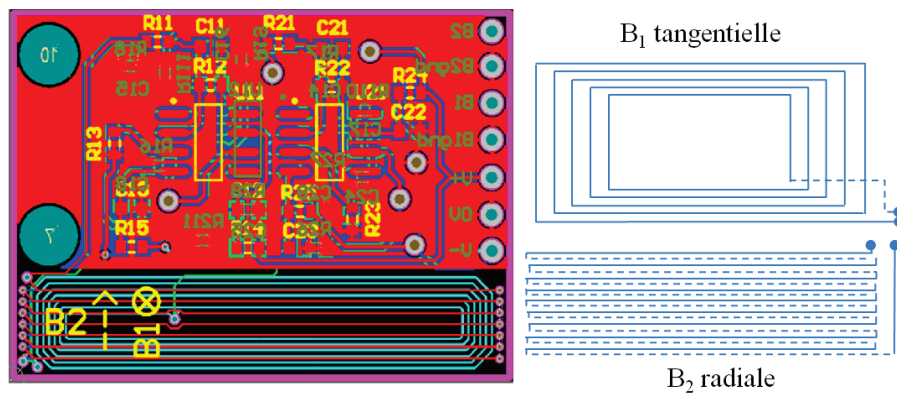


Figure 4.8 : Version V04 du magnétomètre inductif conçu par le LPP [10]

Nous sommes aussi parvenus à la réalisation d'un magnétomètre tri-axes en utilisant un PCB à huit couches. Les deux premiers axes sont de même type que sur cette version V04 avec une bobine plane et l'autre sur la tranche du PCB, et le troisième axe est fourni par une autre bobine orthogonale dont la section est sur l'autre tranche du PCB et dans la même zone du typon.

La version qui a été choisie pour notre capteur de courant est la V04 car pour notre prototype nous n'avons pas besoin des trois axes de mesure des inductions magnétiques mais seulement des deux axes tangentiel et radial. Nous l'avons réalisé en huit exemplaires afin de constituer le démonstrateur du capteur de courants. Le schéma électrique de l'électronique qui correspond à ce magnétomètre que nous avons utilisé figure dans l'annexe 8.2.

## 4.4 Calibration des magnétomètres

Il est fondamental de procéder à une calibration précise des magnétomètres avant l'opération proprement dite de reconstruction des courants. Cette étape permet de déterminer la fonction de transfert de chacun des magnétomètres. Au lieu d'une calibration individuelle de chaque magnétomètre, il s'agit ici d'une calibration avec les magnétomètres préalablement montés sur le capteur. Cette calibration permet de réaliser la compensation des erreurs éventuelles, comme celle du positionnement des magnétomètres lors de leur montage sur le capteur de courants.

Nous avons procédé de deux manières pour ce type de calibration :

- Calibration des magnétomètres avec un câble mono conducteur.
- Calibration des magnétomètres avec un champ magnétique uniforme.

**Note** :

Comme nous l'avons vu dans le chapitre III, la composante la plus avantageuse pour la reconstruction des courants est la composante tangentielle. De ce fait, les résultats expérimentaux qui seront présentés dans la suite de ce chapitre sont obtenus en utilisant exclusivement cette composante.

### 4.4.1 Calibration des magnétomètres avec un câble mono conducteur

Afin de calibrer les magnétomètres nous avons réalisé un câble mono conducteur aux dimensions connues. Nous l'avons placé sur le banc de tests avec le capteur de courants sans blindage afin d'obtenir les données de mesure du capteur (cf. Figure 4.9). Une fois les mesures effectuées, nous les avons comparés aux données de simulations du système avec des dimensions identiques. Cette méthode nous est apparue comme la plus évidente du fait de sa facilité de mise en œuvre.

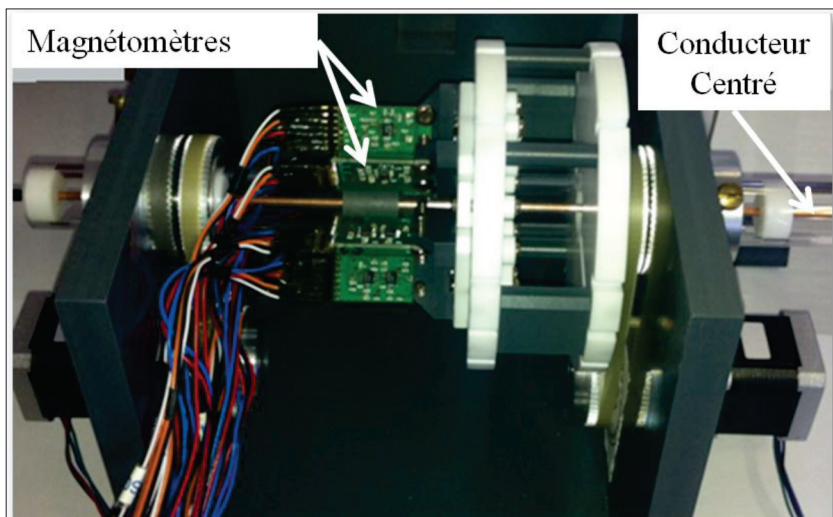


Figure 4.9 : Calibration avec un câble mono conducteur

Les tracés des inductions magnétiques des huit magnétomètres obtenus lors de la mesure réalisée par le capteur après la calibration, montrent une variation en amplitude et en phase entre la réponse d'un magnétomètre et un autre. Cette variation peut atteindre jusqu'à 5.6 % en amplitude et 1.7 % en phase comme il est présenté sur la Figure 4.10.

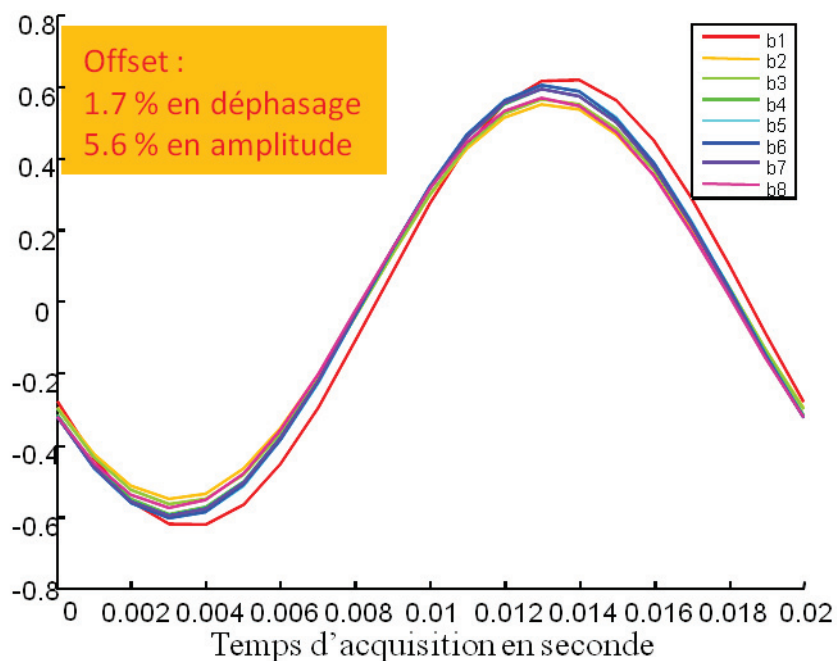


Figure 4.10 : Tracés des inductions magnétiques mesurées par la couronne de huit magnétomètres autour d'un conducteur central

Cette variation entre une réponse d'un magnétomètre à une autre est pénalisante pour le résultat de reconstruction des courants. Pour trouver la provenance de ces différences, nous avons essayé une autre méthode de calibration décrite dans le paragraphe suivant. Cette méthode permet d'écarter les erreurs dues à une mauvaise position des magnétomètres sur la couronne. Cette erreur de positionnement implique des distances au centre du câble différentes et ne sont pas prises en compte par les algorithmes de reconstruction.

#### 4.4.2 Calibration des magnétomètres soumis à un champ uniforme

Le capteur de courants est placé à l'intérieur d'un solénoïde de manière à ce qu'il soit soumis à un champ magnétique uniforme. La bobine de calibration est en série avec une résistance de puissance et le tout est alimenté par un générateur 50 Hz pour obtenir une induction magnétique uniforme  $B_{cal}$  :

$$B_{cal} = 1 \mu T \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot t) \quad (4.1)$$

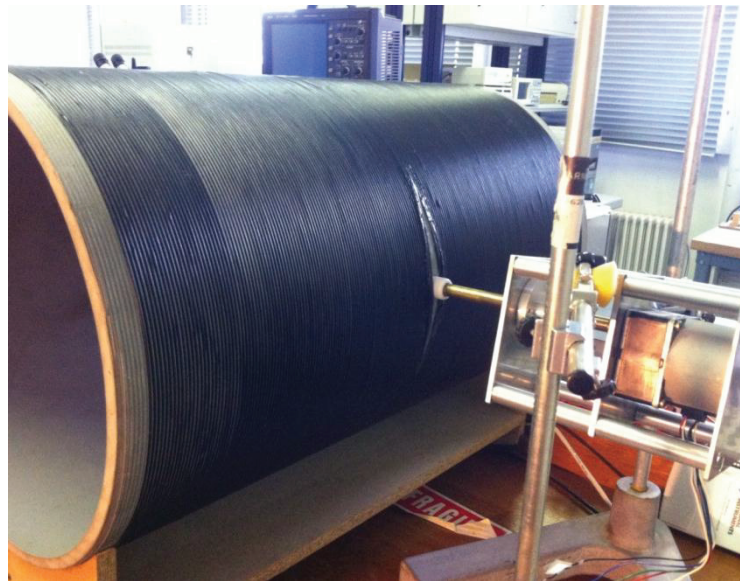


Figure 4.11 : Vue externe de la bobine de calibration

La rotation du capteur est pilotée par un moteur pas à pas afin d'obtenir la réponse des magnétomètres pour différentes orientations du champ magnétique.

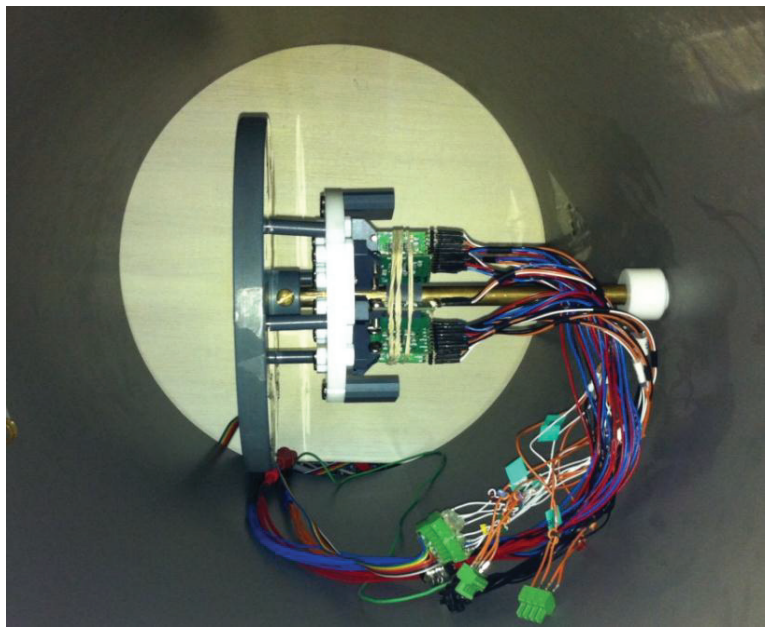


Figure 4.12 : Vue interne de la bobine de calibration

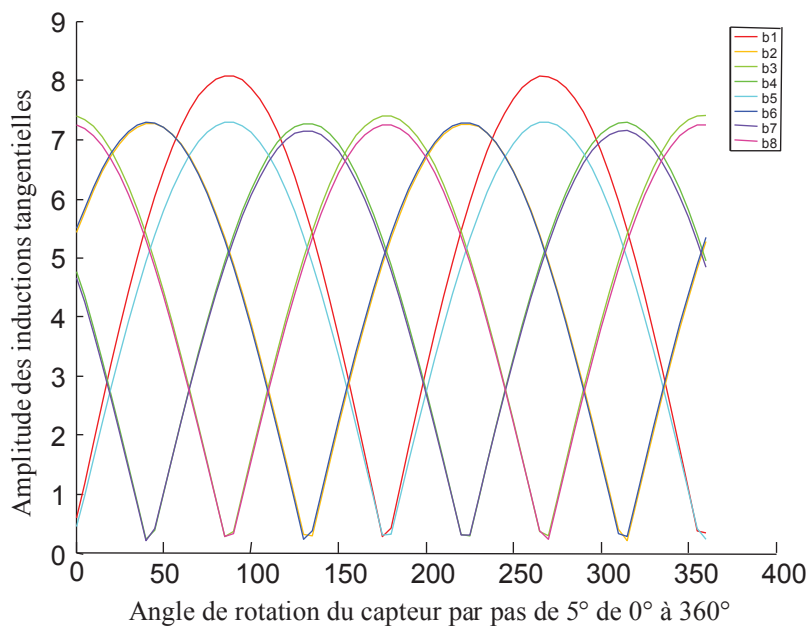


Figure 4.13 : Réponse des magnétomètres pour la calibration soumis à un champ magnétique uniforme

Comme le capteur de courants est constitué de huit magnétomètres, nous enregistrons une induction maximale chaque 45°. Cette manipulation de calibration des magnétomètres par champ uniforme nous confirme l'anomalie que présente un des magnétomètres. L'amplitude de

l'induction mesurée par ce magnétomètre présente un offset de 10,6 % par rapport à l'amplitude moyenne.

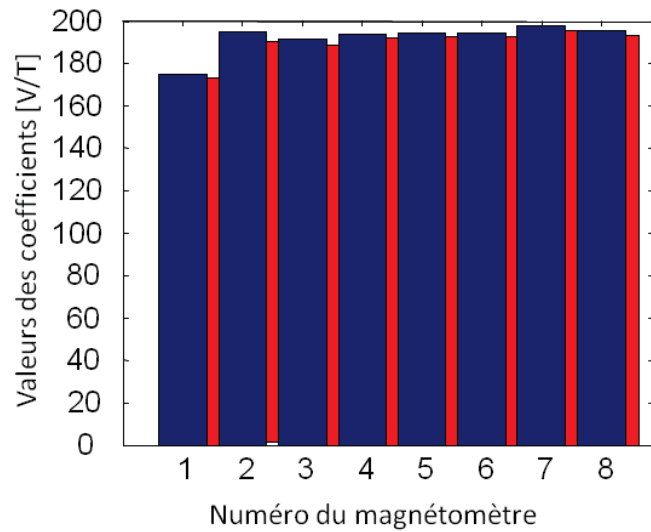


Figure 4.14: coefficients des huit magnétomètres pour deux mesures différentes (rouge et bleu)

## 4.5 Test du démonstrateur capteur de courants avec blindage

### 4.5.1 Comparaisons des mesures aux simulations.

La configuration du câble pour les tests est la suivante :

- Les courants traversant les trois conducteurs  $I = 7$  A efficace (triphase équilibré 9.87 A crête).
- Les trois conducteurs sont espacés de  $120^\circ$ .
- Les conducteurs sont à une même distance  $R = 6$  mm du centre.
- La position des conducteurs par rapport aux magnétomètres est inconnue.



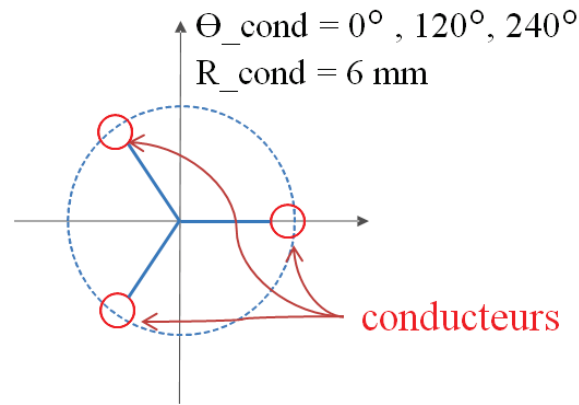


Figure 4.15 : dimension du câble

Le dispositif du capteur de courants avec blindage mis en place sur le banc de tests est montré sur la Figure 4.16.

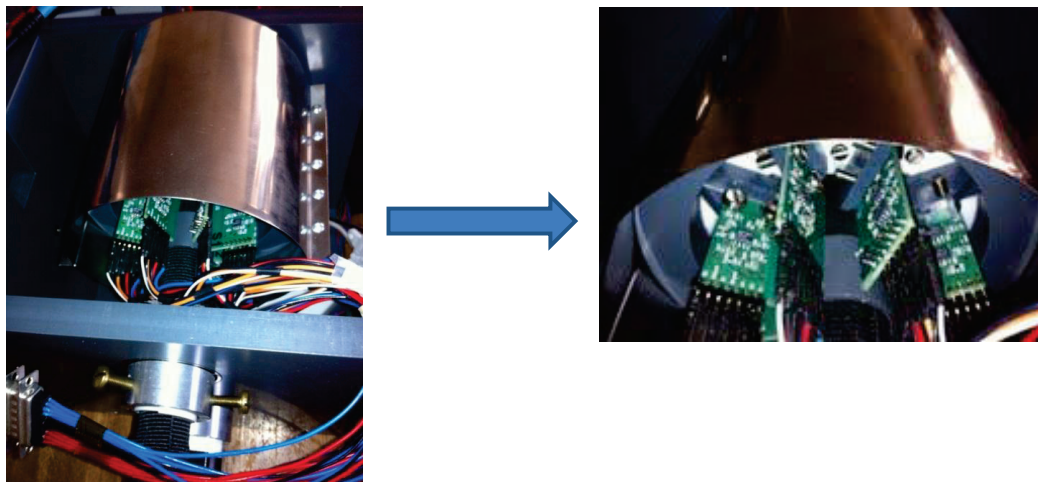


Figure 4.16 : capteur de courants avec blindage monté sur le banc de test.

Les résultats de mesures des inductions magnétiques émises par le câble sont comparés avec les résultats de simulation du modèle éléments finis que nous avons enregistré dans la *lookup table*. Ils sont présentés sur le graphique de la Figure 4.17.

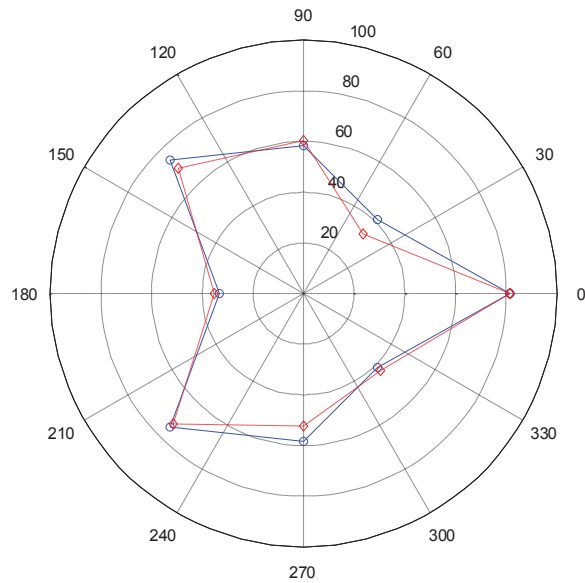


Figure 4.17 : Comparaison entre les inductions mesurées (en rouge - -) et celles simulées (en bleu --) pour les trois conducteurs.

Nous remarquons que malgré la calibration des magnétomètres nous n'arrivons toujours pas à obtenir une superposition totale des points de mesure avec les points de simulation. Ces imperfections peuvent être dues à la structure non figée du capteur de courants (système de glissières) qui implique des changements de positions des magnétomètres qui ne sont pas maîtrisables.

#### 4.5.2 Résultats de reconstructions et validation expérimentale

Pour présenter l'erreur de reconstruction nous sommes passés par la décomposition du système déséquilibré en composantes symétriques. Le passage par ces composantes est une pratique courante pour les constructeurs d'équipements électriques [89].

Tout système de trois vecteurs déséquilibré (système triphasé) peut être considéré comme la somme de trois systèmes de trois vecteurs équilibrés : un système direct, un système inverse et un système homopolaire comme il est illustré sur la Figure 4.18 suivante :

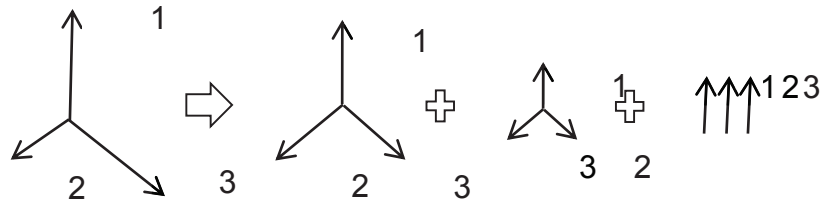


Figure 4.18 : Décomposition d'un système déséquilibré en système direct inverse et homopolaire.

Les trois composantes sont les suivantes :

➤ Une composante directe :  $A_d = \begin{bmatrix} 1 \\ w^2 \\ w \end{bmatrix}$ , avec :  $w = e^{-j\frac{2\pi}{3}}$

➤ Une composante inverse :  $A_i = \begin{bmatrix} 1 \\ w \\ w^2 \end{bmatrix}$

➤ Une composante homopolaire :  $A_h = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ .

Un système triphasé se décompose donc de la manière suivante :

$$\begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{bmatrix} = A_d \begin{bmatrix} 1 \\ w^2 \\ w \end{bmatrix} + A_i \begin{bmatrix} 1 \\ w \\ w^2 \end{bmatrix} + A_h \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & w^2 & w \\ 1 & w & w^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_h \\ A_d \\ A_i \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

Le calcul de la puissance devient :

Puissance active :

$$P = V_d I_d \cos \phi_d + V_i I_i \cos \phi_i + V_h I_h \cos \phi_h \quad (4.3)$$

Puissance réactive :

$$Q = V_d I_d \sin \phi_d + V_i I_i \sin \phi_i + V_h I_h \sin \phi_h \quad (4.4)$$

Bien que la puissance indirecte ne soit pas négligeable, la puissance dans un système triphasé se concentre sur la composante directe. Ainsi, même avec une erreur importante sur la composante indirecte du système, elle ne conduira qu'à une faible erreur sur la puissance totale.

C'est donc l'erreur sur l'estimation de la composante directe qui prime sur les autres, et c'est à cette erreur que nous nous sommes intéressés lors de la reconstruction des courants.

Pour obtenir la reconstruction des courants, nous appliquons les algorithmes de reconstruction présentés dans le chapitre précédent aux mesures des inductions magnétiques enregistrées.

Nous avons réalisé la reconstruction des courants à partir de plusieurs mesures des inductions magnétiques correspondant à différentes positions aléatoires des conducteurs du câble aux caractéristiques connues. Ces positions sont fixées par la rotation du câble sur lui-même. La Figure 4.19 présente les différentes erreurs relatives obtenues sur la composante directe du système triphasé pour chacune de ces positions.

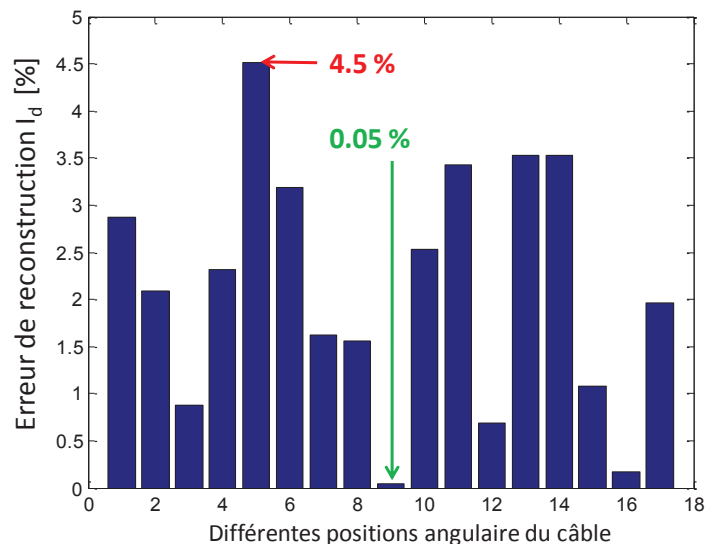


Figure 4.19 : Erreur pour différentes positions du câble

Sur les 17 positions différentes aléatoires des conducteurs, il résulte une erreur moyenne de 1.83 % sur la reconstruction des composantes directes des courants. Ces résultats ne sont pas ceux attendus par le cahier des charges (1%) mais ils sont encourageants d'autant plus que la calibration du capteur peut être améliorée comme nous allons le voir dans la partie suivante.

### 4.6 Perspective pour l'amélioration de la calibration du capteur

Bien que nous ayons démontré la faisabilité d'un capteur de courants sans contact pour un câble multiconducteur, il reste quelques travaux qui seraient souhaitable d'accomplir dans la suite de cette thèse.

## Chapitre IV : Banc de tests et résultats expérimentaux

- Réaliser des campagnes de mesures prenant en compte plusieurs conducteurs, car tous les test expérimentaux réalisés lors de ce travail de thèse, ont porté sur un maximum de trois conducteurs.
- Valider les mesures de courants sur un câble quelconque et non juste sur un câble aux caractéristiques connues comme nous l'avons fait.
- Finaliser un nouveau système de calibration qui ne nécessite pas de dissocier le capteur de courants de son blindage et qui permettrait d'identifier plus de paramètres.

De plus, certaines améliorations peuvent être opérées sur le prototype comme nous allons le voir par la suite.

### 4.6.1 Développement d'un nouveau prototype sur support souple

Un développement a été envisagé avec nos partenaires du LPP [10] pour une version future du capteur de courants. Les magnétomètres seront implantés sur un support souple comme le montre la Figure 4.20.

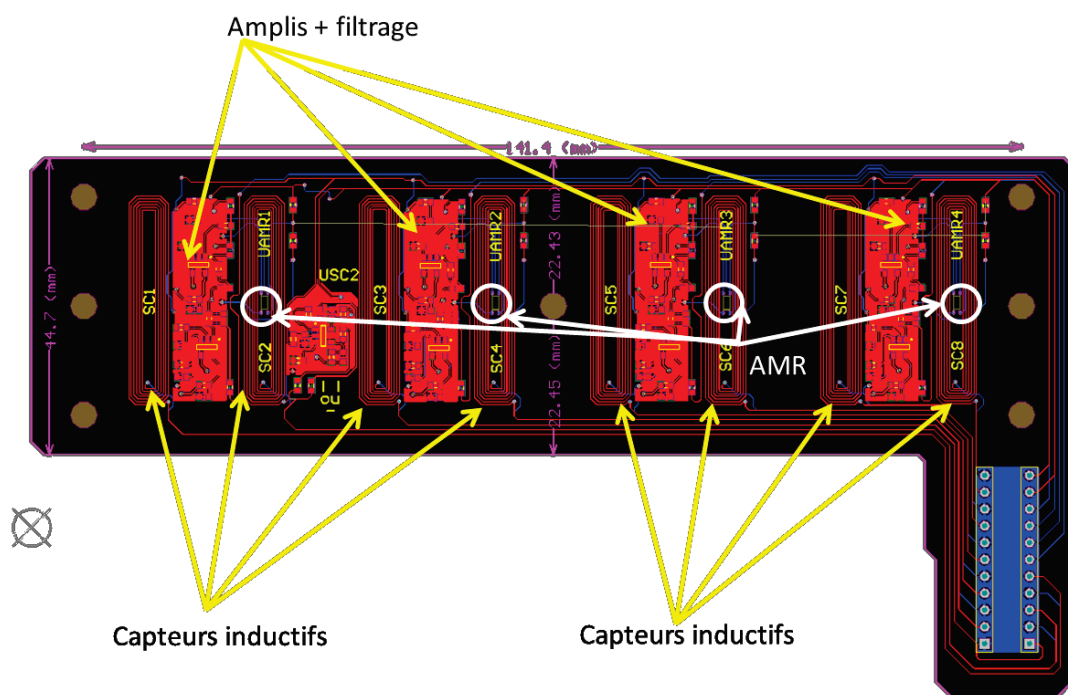


Figure 4.20 : Magnétomètres sur support souple [10]

## Chapitre IV : Banc de tests et résultats expérimentaux

Ce support sera accolé sur un cylindre rigide doté d'une ouverture pour introduire le câble à mesurer. Cette version sera dotée de magnétomètres AMR pour la mesure du champ magnétique continu en plus des bobines de capture et permettra ainsi :

- La reconstruction des courants continus aussi via des magnétomètres AMR.
- Supprimer les problèmes d'instabilité de la fixation des magnétomètres sur la structure du capteur de courants.
- Eliminer les nombreux fils électriques qui s'emmêlent et se limiter au branchement d'un seul connecteur pour l'alimentation et l'acquisition.
- Un gain de volume.

### 4.6.2 Calibration "in situ" des magnétomètres

Nous avons commencé à mettre en place une autre méthode qui permettra la calibration des magnétomètres " in situ " : c'est-à-dire que nous allons retrouver un maximum de paramètres physiques et géométriques du capteur de courants sans dissocier les magnétomètres du prototype capteur de courants avec blindage. Cette calibration se fera à l'aide d'un câble aux caractéristiques connues doté de huit conducteurs répartis uniformément sur un cylindre plein, tel que présenté sur la Figure 4.21.



Figure 4.21 : Câble aux caractéristiques connus de huit conducteurs

Les courants qui traverseront ces huit conducteurs seront commandés par une carte relais (cf. Figure 4.22) afin de réaliser toutes les configurations possibles de passages des courants à travers les conducteurs.

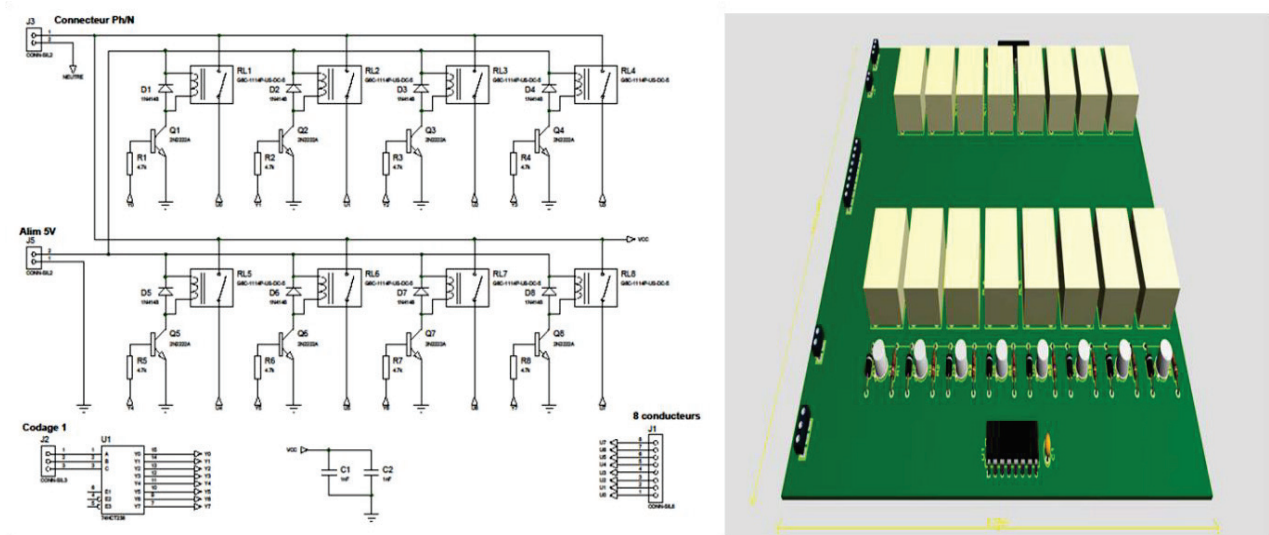


Figure 4.22 : Carte relais pour la réalisation des différentes combinaisons de passage des courants.

Grâce au 16 relais commandés automatiquement par un PC, nous pourrons réaliser les 28 combinaisons des couples (conducteur courant aller et conducteur courant retour), donc deux conducteurs parmi les huit conducteurs du câble de la Figure 4.21 pour une combinaison :

1 & 2	2 & 3	3 & 4	4 & 5	5 & 6	6 & 7	7 & 8
1 & 3	2 & 4	3 & 5	4 & 6	5 & 7	6 & 8	
1 & 4	2 & 5	3 & 6	4 & 7	5 & 8		
1 & 5	2 & 6	3 & 7	4 & 8			
1 & 6	2 & 7	3 & 8				
1 & 7	2 & 8					
1 & 8						

Le nombre d'acquisitions des réponses des magnétomètres pour chacune de ces combinaisons est égal à 16 (8 composantes tangentielles + 8 composantes radiales). Ce qui fait un nombre total de données de :  $16 \times 28 = 448$  données, et les paramètres que nous chercherons à identifier sont :

- La distance réelle des huit magnétomètres par rapport au centre du câble :  $R_{cap} * 8$ .
- Le positionnement angulaire réelle des huit magnétomètres :  $\theta_{cap} * 8$ .

#### Chapitre IV : Banc de tests et résultats expérimentaux

- Les fonctions de transfert des composantes tangentielle et radiale des huit magnétomètres, soit 16 coefficients.

La somme de toutes ces inconnues à identifier donne 32 paramètres. Cette valeur est inférieure au nombre de données (448) qui seront collectées via la carte relais. Nous pouvons donc espérer une bonne identification des inconnues.



## 5 Conclusion générale

## Conclusion générale

Le suivi précis des flux énergétiques est l'une des priorités pour les économies d'énergie dans un système industriel. C'est grâce à un suivi des flux énergétiques qu'il sera possible d'effectuer un bilan et d'identifier les surconsommations d'une installation. Le projet de recherche dans lequel s'inscrit notre travail a justement pour objectif de maintenir le meilleur point de fonctionnement d'une usine par la mesure des grandeurs physiques, parmi lesquelles le courant circulant dans les équipements électriques. Il existe plusieurs instruments dans le commerce permettant la mesure précise du courant, mais leur installation représente un coût élevé pour les industriels. Elle nécessite une ouverture du circuit électrique et donc une interruption de l'alimentation électrique (arrêt de la chaîne de production). Nous nous sommes donc intéressés à la mesure sans contact des courants dans un câble polyphasé

Le démonstrateur du capteur de courants que nous avons réalisé est composé d'une couronne de magnétomètres, enveloppée d'une coque ferromagnétique faisant office de blindage magnétique contre les émissions de champ extérieur. Ainsi, par la mesure d'une signature des champs magnétiques rayonnés par les conducteurs à l'intérieur du câble, ce dispositif associé à des algorithmes de reconstruction que nous avons développés, permet de remonter aux intensités et aux phases individuelles des conducteurs dans le câble totalement opaque.

Comme nous l'avons vu au chapitre II, la reconstruction des courants en présence d'un blindage ferromagnétique se fait par l'intermédiaire d'une *lookup table* : cette table est calculée hors-ligne par un modèle éléments finis, puis interpolée en temps réel afin d'avoir le plus de valeurs intermédiaires possibles. Avec cette table d'interpolation, nous pouvons envisager l'intégration de cette dernière dans un système embarqué aux capteurs de courant avec un algorithme de reconstruction, et ainsi obtenir une réalisation autonome du capteur de courant, avec un temps de calcul réduit, compatible avec les capacités d'un microcontrôleur.

La méthode utilisée pour rejeter des perturbations dues à des conducteurs extérieurs à l'environnement de mesure est aussi présentée au chapitre II. Car bien que le blindage ferromagnétique soit présent, il n'est pas d'une efficacité totale à cause de la présence inévitable des entrefers.

Un banc de tests ainsi que les résultats expérimentaux du dispositif sont présentés dans le chapitre IV. Les résultats que nous avons obtenus montrent qu'une reconstruction des courants est possible, avec des erreurs de reconstruction par rapport à la composante directe des courants comprises entre 0.05% et 4.5%, suivant le positionnement du capteur de courants.

## Conclusion générale

Des solutions pour améliorer le système sont proposées en perspective, notamment sur une méthode de calibration du capteur plus appropriée. La possibilité pour la création d'un dispositif réalisé sur un support souple est aussi envisagée pour la suppression des problèmes dus à l'instabilité de la position des magnétomètres, pour un gain en volume du capteur, et enfin pour la possibilité de mesurer les courants continus en ajoutant des magnétomètres adaptés.

## 6 Bibliographie

- [1] Bilan électrique 2012 [Online]. Available: <http://www.rte-france.com/>
- [2] A. Le Mouel, *et al.*, "Fostering Energy Efficiency in manufacturing plants through economical breakthroughs in power and flow rate measurement", in *Proceedings of the ECEEE'12 Summer Study on Industry*, ArnhemGermany, p. Proceedings ( 14 ).
- [3] EDF. Available: [www.edf.com/](http://www.edf.com/)
- [4] Ampère. Available: [www.ampere-lab.fr](http://www.ampere-lab.fr)
- [5] Kapteos. Available: <http://www.kapteos.com/fr/>
- [6] Socomec. Available: [www.socomec.fr](http://www.socomec.fr)
- [7] Cea. Available: [www.cea.fr](http://www.cea.fr)
- [8] LAII. Available: <http://www.lias-lab.fr/>
- [9] Supélec. Available: [www.supelec.fr](http://www.supelec.fr)
- [10] LPP. Available: [www.lpp.fr/](http://www.lpp.fr/)
- [11] EDF, "Analyse de la valeur d'un capteur de Puissance", 2011.
- [12] EDF, "Document scientifique du projet CHIC", 2010.
- [13] *Schunt*. Available: [www.omicron.at/fr/products/all/secondary-testing-calibration/accessories/c-shunt-precision-shunts/](http://www.omicron.at/fr/products/all/secondary-testing-calibration/accessories/c-shunt-precision-shunts/)
- [14] K. Iwansson, *et al.*, *Measuring Current, Voltage and Power*: Elsevier, 1999.
- [15] Ritz. *Ritz instrument transformers*. Available: [www.ritz-international.com](http://www.ritz-international.com)
- [16] LEM. Available: <http://www.lem.com/docs/products/rt%20500.pdf>
- [17] M. Correvo. *Systèmes électroniques* Available: <http://www.chireux.fr/mp/cours/electronique/Chap14.pdf>
- [18] R. Taillet, *Optique physique: Propagation de la lumière*: De Boeck Supérieur, 2006.
- [19] S. Ziegler, *et al.*, "Current Sensing Techniques: A Review", *Sensors Journal, IEEE*, vol. 9, pp. 354-376, 2009.
- [20] A. Cruden, *et al.*, "Optical current measurement system for high-voltage applications", *Measurement*, vol. 24, pp. 97-102, 1998.
- [21] K. Bohnert, *et al.*, "Fiber-optic dc current sensor for the electro-winning industry", pp. 210-213, 2005.
- [22] *Optical current and voltage sensors*. Available: <http://www.empf.org/empfasis/apr05/busbar405.htm>
- [23] Y. W. Lee, *et al.*, "A simple fiber-optic current sensor using a long-period fiber grating inscribed on a polarization-maintaining fiber as a sensor demodulator", *Sensors and Actuators A: Physical*, vol. 112, pp. 308-312, 2004.
- [24] G. D. R. D'Antona, L. Ottoboni, R. Manara, A., "Processing magnetic sensor array data for AC current measurement in multiconductor systems", *Instrumentation and Measurement, IEEE Transactions on*, vol. 50, pp. 1289-1295, 2001.

## Bibliographie

- [25] Z. Zhang and L. D. Rienzo, "Optimization of magnetic sensor arrays for current measurement based on swarm intelligence and D-optimality", *COMPEL: Int J for Computation and Maths. in Electrical and Electronic Eng.*, vol. 28, pp. 1179-1190, 2009.
- [26] L. Di Rienzo, *et al.*, "Circular arrays of magnetic sensors for current measurement", *Instrumentation and Measurement, IEEE Transactions on*, vol. 50, pp. 1093-1096, 2001.
- [27] P. Ripka., "Current sensors using magnetic materials", *Journal of Optoelectronics and Advanced Materials*, pp. pp:587-592, June 2004.
- [28] X. Chucheng, *et al.*, "An overview of integratable current sensor technologies", in *Industry Applications Conference, 2003. 38th IAS Annual Meeting. Conference Record of the*, 2003, pp. 1251-1258 vol.2.
- [29] C. Kun-Long and C. Nanming, "A New Method for Power Current Measurement Using a Coreless Hall Effect Current Transformer", *Instrumentation and Measurement, IEEE Transactions on*, vol. 60, pp. 158-169, 2011.
- [30] C. Kun-Long, *et al.*, "Design of a Novel Power Current Micro-Sensor for Traction Power Supply Using Two Hall ICs", in *Vehicular Technology Conference Fall (VTC 2009-Fall), 2009 IEEE 70th*, 2009, pp. 1-5.
- [31] A. Aktham, *et al.*, "A High Dynamic Range GMI Current Sensor", *Journal of Sensor Technology*, vol. 02, pp. 165-171, 2012.
- [32] L. D. Rienzo, *et al.*, "Reconstruction of transient currents from magnetic data", *COMPEL: Int J for Computation and Maths. in Electrical and Electronic Eng.*, vol. 24, pp. 1200-1212, 2005.
- [33] A. Msaed, *et al.*, "A Simple and Accurate Magnetic Gradient Sensor Configuration Dedicated to Electrical Currents Measurements", *Sensor Letters*, vol. 7, pp. 497-502, 2009.
- [34] L. Di Rienzo and Z. Zhang, "Spatial Harmonic Expansion for Use With Magnetic Sensor Arrays", *Magnetics, IEEE Transactions on*, vol. 46, pp. 53-58, 2010.
- [35] C. Coutier, "Identification de nouvelles pistes de solutions technologiques", CEA2011.
- [36] *honeywell*. Available: [www.honeywell.com/sensing](http://www.honeywell.com/sensing)
- [37] G. Boero, *et al.*, "Micro-Hall devices: performance, technologies and applications", *Sensors and Actuators A: Physical*, vol. 106, pp. 314-320, 2003.
- [38] P. L. C. Simon, *et al.*, "Autocalibration of silicon Hall devices", *Sensors and Actuators A: Physical*, vol. 52, pp. 203-207, 1996.
- [39] M. E. Flatté, Vignale, Giovanni "Methods for operating a unipolar spin transistor and applications of same", 01/30/2004.
- [40] B. D. e. J. M. Fedeli, "Capteurs magnétorésistifs", in *Techniques de l'ingénieur*, ed.
- [41] P. Wisniewski, "Giant anisotropic magnetoresistance and magnetothermopower in cubic 3:4 uranium pnictides", *Applied Physics Letters*, vol. 90, pp. 192106-3, 2007.
- [42] M. Seidel, *et al.*, "AMR current sensors for evaluating the integrity of concentric neutrals in in-service underground power distribution cables", in *Electrical Insulation*

## Bibliographie

- (ISEI), *Conference Record of the 2010 IEEE International Symposium on*, 2010, pp. 1-5.
- [43] M. N. Baibich, *et al.*, "Giant Magnetoresistance of (001)Fe/(001)Cr Magnetic Superlattices", *Physical Review Letters*, vol. 61, pp. 2472-2475, 1988.
- [44] G. Binasch, *et al.*, "Enhanced magnetoresistance in layered magnetic structures with antiferromagnetic interlayer exchange", *Physical Review B*, vol. 39, pp. 4828-4830, 1989.
- [45] M. Vopálenský, *et al.*, "Improved GMR sensor biasing design", *Sensors and Actuators A: Physical*, vol. 110, pp. 254-258, 2004.
- [46] M. J. s. Pavel Ripka, "Advances in Magnetic Field Sensors", *IEEE SENSORS*, vol. VOL. 10, , JUNE 2010.
- [47] L. Chiesi, *et al.*, "CMOS planar 2D micro-fluxgate sensor", *Sensors and Actuators A: Physical*, vol. 82, pp. 174-180, 2000.
- [48] L. Chiesi, "Planar 2D Fluxgate Magnetometer for CMOS Electronic Compass", ed: Hartung-Gorre, 1999.
- [49] Z. Kádár, *et al.*, "Magnetic-field measurements using an integrated resonant magnetic-field sensor", *Sensors and Actuators A: Physical*, vol. 70, pp. 225-232, 1998.
- [50] H. Emmerich and M. Schofthaler, "Magnetic field measurements with a novel surface micromachined magnetic-field sensor", *Electron Devices, IEEE Transactions on*, vol. 47, pp. 972-977, 2000.
- [51] J. Kynnäräinen, *et al.*, "A 3D micromechanical compass", *Sensors and Actuators A: Physical*, vol. 142, pp. 561-568, 2008.
- [52] V. Beroulle, *et al.*, "Monolithic piezoresistive CMOS magnetic field sensors", *Sensors and Actuators A: Physical*, vol. 103, pp. 23-32, 2003.
- [53] N. Dumas, *et al.*, "Design of a micromachined CMOS compass", in *Solid-State Sensors, Actuators and Microsystems, 2005. Digest of Technical Papers. TRANSDUCERS '05. The 13th International Conference on*, 2005, pp. 405-408 Vol. 1.
- [54] D. K. Wickenden, *et al.*, "Micromachined polysilicon resonating xylophone bar magnetometer", *Acta Astronautica*, vol. 52, pp. 421-425, 2003.
- [55] M. J. Thompson, *et al.* " Low power 3-axis Lorentz force navigation magnetometer", in *Micro Electro Mechanical Systems (MEMS), 2011 IEEE 24th International Conference on*, 2011, pp. 593-596.
- [56] E. S. Leland, *A Mems Sensor for Ac Electric Current*, 2011.
- [57] B. Hausler, *et al.*, "The Plasma Wave Instrument on Board the AMPTE IRM Satellite", *Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on*, vol. GE-23, pp. 267-273, 1985.
- [58] S. Tumanski, "Induction coil sensors a review", *Measurement Science and Technology (2007)*, p. R31. R46, 2007.
- [59] E. Paperno and A. Grosz, "A miniature and ultralow power search coil optimized for a 20 mHz to 2 kHz frequency range", *Journal of Applied Physics*, vol. 105, pp. 07E708-07E708-3, 2009.

## Bibliographie

- [60] R. J. Prance, *et al.*, "Compact broadband gradiometric induction magnetometer system", *Sensors and Actuators A: Physical*, vol. 76, pp. 117-121, 1999.
- [61] M. Timofeeva, "Sonde magnétique inductive de haute sensibilité et conditionneur adapté très faible impédance. Perspectives de détection mixte Électrique – Magnétique, sans contact, à haute sensibilité, pour impédance-métrie résolue en volume.", Université de Caen, 2012.
- [62] E. P. Asaf Grosz, Shai Amrusi, Tal Szpruch, "Minimizing crosstalk in three-axial induction magnetometers", *Review of Scientific Instruments*, vol. 81, pp. 125106-9, 2010.
- [63] Brockhaus. Available: <http://www.brockhaus.com/>
- [64] A. M. MSAED, "Micro capteur magnetique de mesure de courant et traitement intedre", PhD thesis, PhD thesis, 2009.
- [65] LEM, "Isolated current and voltage transducers", 2004.
- [66] P. Ripka and M. Janosek, "Advances in Magnetic Field Sensors", *Sensors Journal, IEEE*, vol. 10, pp. 1108-1116, 2010.
- [67] Y. W. Joel M. Libove, Fremont, Calif. 94539; Jerome R. Singer, 2917 Avalon Ave., Berkeley, Calif. 94705, "Apparatus for measureing voltages and currents using non-contacting sensors", 1994.
- [68] G. I. Cavagnolo, Bottauscio, Oriano (IT), Crotti, Gabriella (IT), Zucca, Mauro (IT), Chiampi, Mario (IT), "Method and apparatus for measuring electric currents in conductors", Herholdt, Controls S. R. L. (IT) Patent, 2006.
- [69] Gerard L. Cullen; Michael V. Smith, "Current and voltage measurement device", Austin, TX (US) Patent, 2007.
- [70] T. C. T. N.-M. C. Kun-Long Chen, Taipei (TW), "METHOD AND APPARATUS FOR CURRENT MEASUREMENT USING HALL SENSORS WITHOUT IRON CORES", 2008.
- [71] T. C. Joseph Yossi Harlev, TX (US); Leonard Johnson, Leander, TX (US); Rhad Veazey, Paradise, TX (US); Theo dore Konetski, Azle, TX (US), "OPTICAL SEN SOR ASSEMBLY FOR INSTALLATION ON A CURRENT CARRYING CABLE", 2012.
- [72] A. P. F. Wael El-Essawy, Thomas Walter Keller, "Multi-conductor cable current and voltage sensors", 2012.
- [73] Menad BOURKEB et al, "Dispositif de mesure de courants dans les conducteurs d'un cable gaine d'un reseau polyphase", FR Patent FR1103443, 10 novembre 2011, 2011.
- [73 bis] M. BOURKEB, C. Joubert, R. SCORRETTI, O. ONDEL, H. YAHOU, L. Morel, L. Duvillaret, C. Kern, and G. SCHMITT, "Dispositif de mesure de courants dans les conducteurs d'un cable gaine d'un reseau polyphase", May 2013.
- [74] J. Hadamard, *Lectures on Cauchy's Problem in Linear Partial Differential Equations*, 1923.
- [75] A. S. Quarteroni, F. Gervasio, P., *Scientific Computing with MATLAB and Octave*: Springer, 2010.
- [76] J. K. C. N. Bleistein, and J. J. W. Stockwell., *Mathematics of Multidimensional Seismic Imaging, Migration and Inversion*, 2000.

## Bibliographie

- [77] Céline Hollandts-Lechevalier, "*Un problème inverse de conductivité*", PhD thesis, 2009.
- [78] C. Le Niliot and F. Lefèvre, "A method for multiple steady line heat sources identification in a diffusive system: application to an experimental 2D problem", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 44, pp. 1425-1438, 2001.
- [79] A. K. Louis, "Medical imaging: state of the art and future development", *Inverse Problems*, vol. 8, p. 709, 1992.
- [80] F. Natterer, in *The Mathematics of Computerized Tomography*, ed: Vieweg+Teubner Verlag, 1986, pp. 158-179.
- [81] G. T. Herman, "Image Reconstruction From Projections», *Real-Time Imaging*, vol. 1, pp. 3-18, 1995.
- [82] *Photo scanner*. Available: <http://tpe-rayonsx-imagerie-medicale.e-monsite.com/album/i-b-l-imagerie-medicale/63833335sans-titre-1-bmp.html>
- [83] J. Herrmann, *et al.*, "Nondestructive evaluation of current flow in flat electrical conductors using scanning Hall probe magnetometry", *AIP Conference Proceedings*, vol. 497, pp. 214-219, 1999.
- [84] A. J. Laub, *Matrix Analysis For Scientists And Engineers*: Society for Industrial and Applied Mathematics, 2004.
- [85] Cedrat, "Flux, Finite Element software", ed.
- [86] C. G. Patrick Dular "GetDP", 1997.
- [87] D. J. Lucia, *et al.*, "Reduced-order modeling: new approaches for computational physics", *Progress in Aerospace Sciences*, vol. 40, pp. 51-117, 2004.
- [88] Christian Gogu, *et al.*, "Dimensionality reduction of full fields by the principal components analysis", presented at the 17th International Conference on Composite Materials,, Edinburgh : Royaume-Uni (2009), 2009.
- [89] M. Bourkeb, O. Ondel, R. Scorretti, C. Joubert, L. Morel, and H. Yahoui, "Improved AC current measurement approach in multiphase cable using proper orthogonal decomposition," *Eur. Phys. J. - Appl. Phys.*, vol. 64, no. 02, p. null-null, 2013.



## 7 Communications

### **Brevet national accepté le 10/11/2011 et étendu à l'international le 16/05/2013:**

Menad Bourkeb, Charles Joubert, Riccardo Scorretti, Olivier Ondel, Hamed Yahoui, Laurent Morel, Lionel Duvillaret, Christian Kern, Gilbert Schmitt. Dispositif de mesure de courants dans les conducteurs d'un câble gainé d'un réseau polyphasé. Patent n° :WO2013/068360 A1, 16/05/2013.

### **Article publié dans une revue internationale:**

Menad Bourkeb, Olivier Ondel, Riccardo Scorretti, Charles Joubert, Laurent Morel, and Hamed Yahoui. "Improved AC current measurement approach in multiphase cable using Proper Orthogonal Decomposition", *EPJ Applied Physics*, 2013.

### **Articles présentés en conférence internationale:**

Menad Bourkeb, Olivier Ondel, Charles Joubert, Laurent Morel, Riccardo Scorretti. "AC Current Measurement In Multi-conductor Systems With Magnetic Sensor Array". SMFG 2011.Smart Measurements for Future Grids, 14-16 November 2011, *Bologna, Italy*.

Menad Bourkeb, Olivier Ondel, Charles Joubert, Laurent Morel, Riccardo Scorretti. Méthodes numériques pour la mesure de courant dans un système polyphasé, Numélec 2012. European conference on numerical methods and electromagnetism, 3-5 July, 2012, *Marseille, France*.

### **Co-auteur d'articles présentés en conférence internationale:**

Anne Le Mouel, Gilbert Schmitt, Maxime Dupont, Charles Joubert, Menad Bourkeb, Olivier Ondel and al.."Fostering Energy Efficiency in manufacturing plants through economical breakthroughs in power and flow rate measurement", Published in ECEEE 12 Summer Study on Industry", 2012, Arnhem: Germany.

Anne Grau ,Gilbert Schmitt, Frédéric Lecoche, Lionel Duvillaret, Gwenael Gaborit, Menad Bourkeb and Agnès Henri, "Low cost power and flow rates measurements for manufacturing plants" , International Congress of Metrolog 2013, Paris, France.

## Communications

### **Article de conférence nationale:**

Menad BOURKEB, Techniques innovantes de mesures des courants, tensions et puissances. JCGE2011, Conférence Jeunes Chercheurs en Génie Electrique. 13 Décembre 2011, *Belfort, France*.

### **Présentations poster :**

Menad Bourkeb, Olivier Ondel, Charles Joubert, Anne Le-Mouel, Laurent Levacher, Innovative techniques for curent, voltage and power measurement. Ecleer 2011, 8-9 Septembre 2011, *Lausanne, Suisse*.

Menad Bourkeb, Olivier Ondel, Charles Joubert, Anne Le-Mouel, Laurent Levacher, Innovative Techniques For Current Measurement. Ecleer 2012, 27-28 Septembre 2012, *EDF Renardières, France*.

## 8 Annexes

### 8.1 Formulation magnétostatique du modèle Eléments Finis

Les simulations 2D ont été conduites avec les logiciels GetDP (code Eléments Finis) et Gmsh (génération du maillage). Ces programmes sont pilotés par Matlab<sup>®</sup> afin de générer des tableaux d'interpolation, qui permettent d'éviter d'avoir à résoudre un problème EF à la volée.

Les calculs Eléments Finis sont basés sur une formulation magnétostatique 2D, dans sa forme la plus simple. Le domaine de calcul  $\Omega$  est composé de :

- Une région magnétique ( $\mu_r \neq 1$ ) nommée  $\Omega_m$
- Des sources de courant  $\Omega_j$ , avec une densité de courant  $\mathbf{j}_0$  imposée
- Une région non magnétique  $\Omega_v$

Nous allons appeler  $\Omega = \Omega_m \cup \Omega_j \cup \Omega_v$  le domaine de calcul, et  $\Gamma = \partial\Omega$  sa frontière.

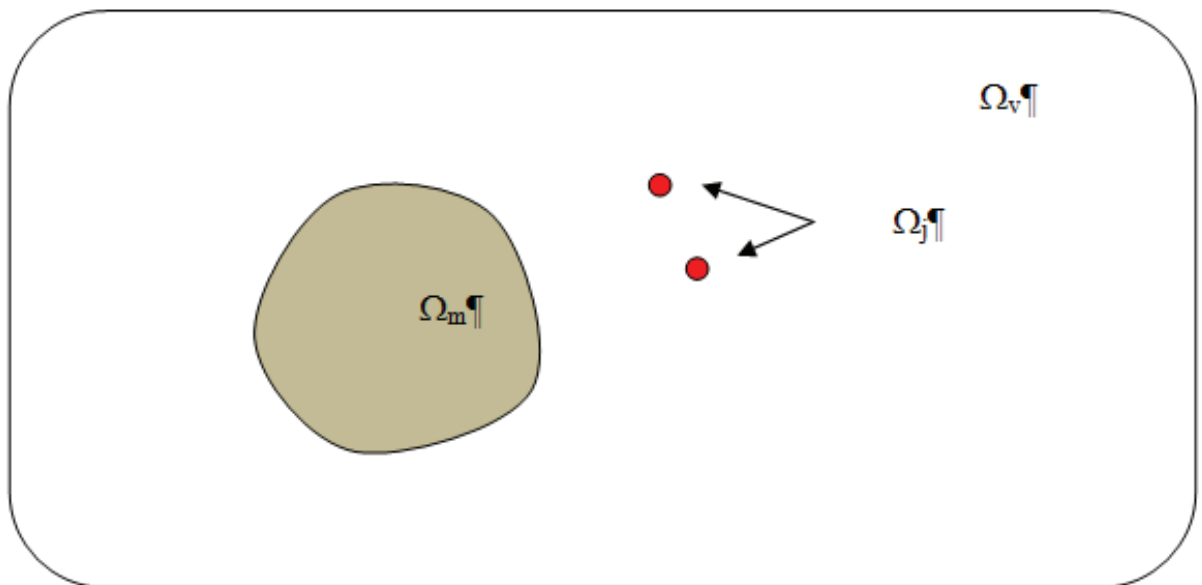


Figure 8.1 : Représentation du domaine de calcul

Soit :  $\mathbf{B} = \text{rot } \mathbf{A}$  l'induction magnétique, et  $\mathbf{H}$  le champ magnétique. La perméabilité magnétique est supposée constante – c'est-à-dire que le problème est linéaire. Les équations à résoudre sont les suivantes :

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0 \quad ; \quad \operatorname{rot} \mathbf{H} = \mathbf{j}_0 \quad ; \quad \mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad (8.1)$$

Pour que le problème soit bien posé, il faut ajouter à ces équations les conditions à la frontière :

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{B}|_{\Gamma} = 0 \quad (8.2)$$

Et les conditions à l'interface entre deux matériaux différents :

$$\mathbf{n} \cdot (\mathbf{B}_1 - \mathbf{B}_2) = 0 \quad ; \quad \mathbf{n} \times (\mathbf{H}_1 - \mathbf{H}_2) = 0 \quad (8.3)$$

Soit  $\mathbf{H}(\operatorname{rot}, \Omega)$  l'espace des fonctions  $\mathbf{A} : \Omega \rightarrow \mathbb{R}^3$  définies sur  $\Omega$  avec énergie finie, telles que leur rotationnel est bien défini, et ait une énergie finie, soit :

$$\mathbf{H}(\operatorname{rot}, \Omega) = \left\{ \mathbf{A} \in L^2(\Omega) \text{ t.q. : } \int_{\Omega} \|\mathbf{A}\|^2 < \infty \text{ dv et } \int_{\Omega} \|\operatorname{rot} \mathbf{A}\|^2 < \infty \right\} \quad (8.4)$$

Soit  $\mathbf{H}_0(\operatorname{rot}, \Omega)$  l'espace très similaire à celui-ci, la seule différence étant que sur la frontière nous avons :

$$\mathbf{n} \times \mathbf{A}|_{\Gamma} = 0 \quad (8.5)$$

Soit :

$$\mathbf{H}_0(\operatorname{rot}, \Omega) = \left\{ \mathbf{A} \in L^2(\Omega) \text{ t.q. : } \int_{\Omega} \|\mathbf{A}\|^2 < \infty \text{ dv et } \int_{\Omega} \|\operatorname{rot} \mathbf{A}\|^2 < \infty \text{ et } \mathbf{n} \times \mathbf{A}|_{\Gamma} = 0 \right\} \quad (8.6)$$

La formulation du problème en forme faible se construit comme suit : soit  $\mathbf{A} \in \mathbf{H}_0(\operatorname{rot}, \Omega)$  le potentiel vecteur, et  $\mathbf{A}' \in \mathbf{H}_0(\operatorname{rot}, \Omega)$  une fonction test :

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \mathbf{j}_0 \quad \Leftrightarrow \quad \int_{\Omega} \operatorname{rot} \mathbf{H} \cdot \mathbf{A}' \text{ dv} = \int_{\Omega} \mathbf{j}_0 \times \mathbf{A}' \text{ dv} \quad \forall \mathbf{A}' \in \mathbf{H}_0(\operatorname{rot}, \Omega) \quad (8.7)$$

Après application de la formule de Green de type rot-rot<sup>4</sup> nous obtenons :

---

<sup>4</sup> Il existe deux formules dites « de Green » très utilisées dans la formulation de problèmes Éléments Finis :

## Annexes

$$\int_{\Omega} \mathbf{H} \cdot \text{rot } \mathbf{A}' \, dv + \int_{\Gamma} \mathbf{n} \times \mathbf{H} \cdot \mathbf{A}' \, dv = \int_{\Omega} \mathbf{j}_0 \cdot \mathbf{A}' \, dv \quad \forall \mathbf{A}' \in \mathbf{H}_0(\text{rot}, \Omega) \quad (8.8)$$

Observons que :

$$\mathbf{n} \times \mathbf{A}'|_{\Gamma} = 0 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{n} \cdot \mathbf{A}'|_{\Gamma} = 0 \quad (8.9)$$

Mais l'inverse n'est généralement pas vrai<sup>5</sup>. Au niveau numérique, cette condition permet d'imposer de manière très simple que l'induction magnétique est tangentielle à la frontière  $\Gamma$ , puisqu'elle permet tout simplement d'éliminer l'intégrale surfacique :

$$\int_{\Gamma} \mathbf{n} \times \mathbf{H} \cdot \mathbf{A}' \, dv = - \int_{\Gamma} \mathbf{n} \times \mathbf{A}' \cdot \mathbf{H} \, dv = 0 \quad \text{puisque : } \mathbf{n} \times \mathbf{A}'|_{\Gamma} = 0 \quad (8.10)$$

En conclusion, le problème à résoudre se résume à :

Trouver  $\mathbf{A} \in \mathbf{H}_0(\text{rot}, \Omega)$  tel que :

$$\int_{\Omega} \mathbf{H} \cdot \text{rot } \mathbf{A}' \, dv = \int_{\Omega} \mathbf{j}_0 \cdot \mathbf{A}' \, dv \quad \forall \mathbf{A}' \in \mathbf{H}_0(\text{rot}, \Omega) \quad (8.11)$$

Dans le cas 2D cette formulation peut être programmée très simplement, car le potentiel vecteur  $\mathbf{A}$  peut être orthogonal au plan du domaine :  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ a_z \end{pmatrix}$ . La programmation des calculs en résulte énormément simplifiée.

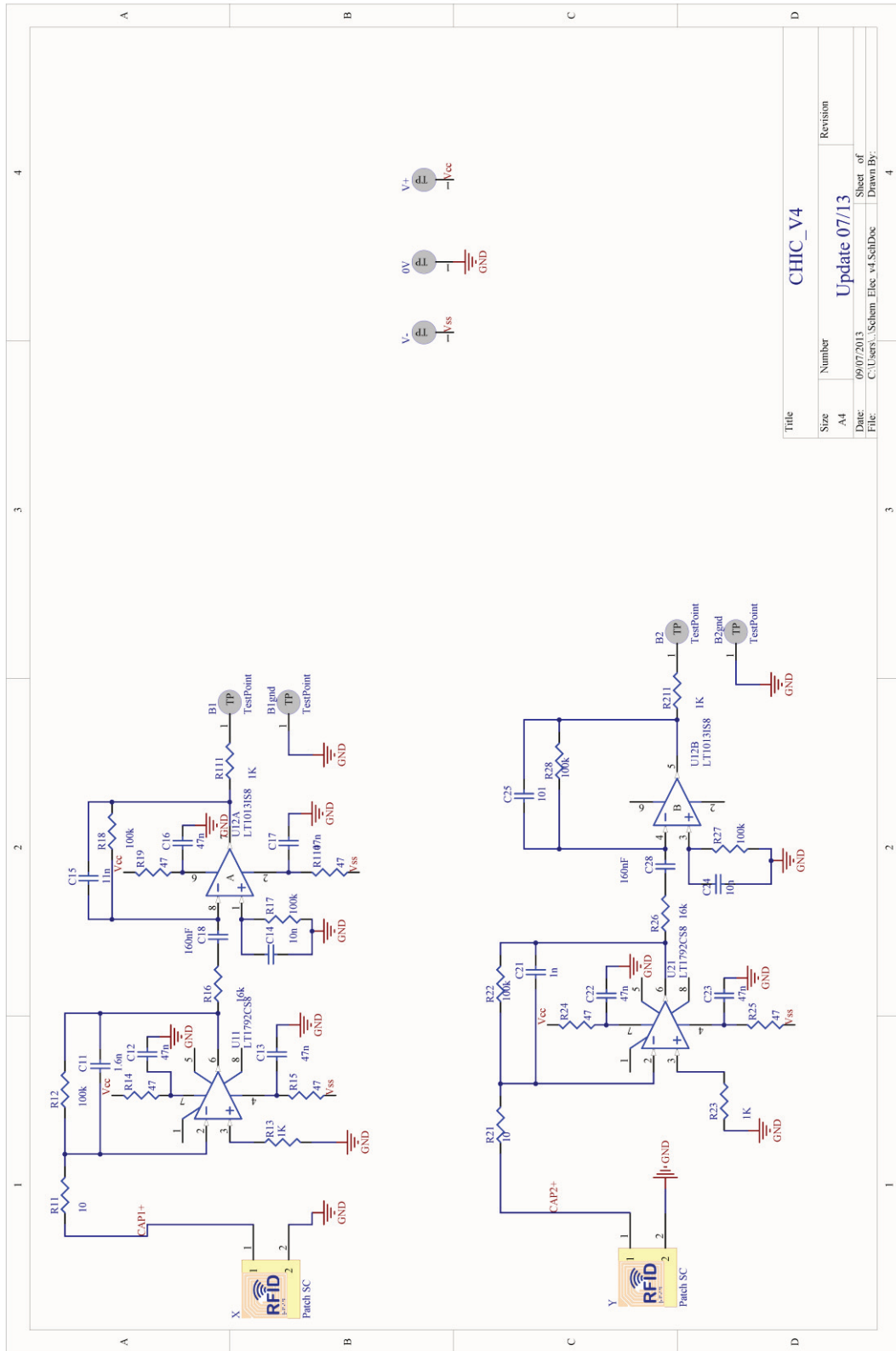
---


$$\text{Formule de type div-grad : } \int_{\Omega} \text{div } \mathbf{F} v \, dv = - \int_{\Omega} \mathbf{F} \cdot \text{grad } v \, dv + \int_{\partial\Omega} \mathbf{n} \cdot \mathbf{F} v \, dv$$

$$\text{Formule de type rot-rot : } \int_{\Omega} \text{rot } \mathbf{F} \cdot \mathbf{G} \, dv = \int_{\Omega} \mathbf{F} \cdot \text{rot } \mathbf{G} \, dv + \int_{\partial\Omega} \mathbf{n} \times \mathbf{F} \cdot \mathbf{G} \, dv$$

<sup>5</sup> Cette condition est généralement bien trop forte : en fait elle implique que :  $\oint_S \mathbf{b} \cdot d\mathbf{s} = 0$  où  $S$  est une surface quelconque, dont le contour se trouve sur la frontière  $\Gamma$ . Dans notre ceci ne pose pas de problème.

## 8.2 Schéma électrique du magnétomètre inductif Chic



**Menad BOURKEB**

**Capteur de courants innovant  
pour des systèmes polyphasés  
Application aux câbles  
multiconducteurs**

**Résumé**

Cette thèse porte sur l'étude et la réalisation d'un prototype de capteur de courants innovant pour câbles multiconducteurs. Outre le caractère non-intrusif de ce capteur (i.e. mesure sans contact), il permet de réaliser une mesure sur un système polyphasé dont la position des conducteurs est inconnue. L'approche adoptée est basée sur la résolution d'un problème inverse. En effet, à partir d'une mesure de la signature des champs magnétiques autour du câble, des algorithmes de reconstruction appropriés permettent de remonter aux courants circulant dans le câble. En plus des résultats de simulation, un banc de tests a été conçu et une validation expérimentale de ce concept est présentée pour répondre à un cahier des charges, notamment pour une structure comportant un blindage en matériau ferromagnétique pour atténuer les perturbations extérieures

**Résumé en anglais**

This thesis presents the study and realization of an innovative currents sensor prototype for multi-core cables. The two main advantages of this sensor compared to existing devices on the electrical equipment market are: firstly, it is no longer necessary to interrupt the system's electrical power supply to install the sensor. This is due to contactless measure (non-intrusive sensor). Another feature of our device is its capability to measure the currents in a multi-core system with unknown positions of conductors. This currents sensor operates in a way to find firstly the conductor positions, and then reconstructing the currents using the retrieved positions. In order to meet specifications, simulation results, test bench measurements and experimental results are presented with a ferromagnetic shielding.