



De l'instrumentation au contrôle optimal prédictif pour la performance énergétique du bâtiment

Nils Artiges

► To cite this version:

Nils Artiges. De l'instrumentation au contrôle optimal prédictif pour la performance énergétique du bâtiment. Energie électrique. Université Grenoble Alpes, 2016. Français. ⟨NNT : 2016GREAT003⟩. ⟨tel-01279325⟩

HAL Id: tel-01279325

<https://theses.hal.science/tel-01279325v1>

Submitted on 15 Apr 2016

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



HAL Authorization

THÈSE

Pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ GRENOBLE ALPES

Spécialité : **Génie Électrique**

Arrêté ministériel : 7 août 2006

Présentée par

Nils ARTIGES

Thèse dirigée par **Benoît DELINCHANT** et
codirigée par **Alexandre NASSIOPOULOS** et **Franck VIAL**

préparée au sein du **CEA Léti**, de l'**IFSTTAR Nantes** et du
G2ELab
dans l'**École Doctorale EEATS**

De l'instrumentation au contrôle optimal prédictif pour la performance énergétique du bâtiment

Thèse soutenue publiquement le **25 janvier 2016** ,
devant le jury composé de :

M. Bruno PEUPORTIER

Maître de recherche, MINES ParisTech, Président

M. Hervé GUÉGUEN

Professeur, Centrale Supélec, Rapporteur

M. Christian GHIAUS

Professeur, INSA Lyon, Rapporteur

M. Frédéric WURTZ

Directeur de recherche au CNRS, Examineur

M. Patrick BÉQUERY

Docteur Ingénieur, Schneider Electric, Examineur

M. Benoît DELINCHANT

Maître de conférences à l'UGA, Directeur de thèse

M. Alexandre NASSIOPOULOS

Chercheur à l'IFSTTAR de Nantes, Co-encadrant de thèse

M. Franck VIAL

Ingénieur recherche au CEA Léti, Co-encadrant de thèse



Résumé

Face aux forts besoins de réduction de la consommation énergétique et de l'impact environnemental, le bâtiment d'aujourd'hui vise la performance en s'appuyant sur des sources d'énergie de plus en plus diversifiées (énergies renouvelables), une enveloppe mieux conçue (isolation) et des systèmes de gestion plus avancés. Plus la conception vise la basse consommation, plus les interactions entre ses composants sont complexes et peu intuitives. Seule une régulation plus intégrée permettrait de prendre en compte cette complexité et d'optimiser le fonctionnement pour atteindre la basse consommation sans sacrifier le confort.

Les techniques de commande prédictive, fondées sur l'utilisation de modèles dynamiques et de techniques d'optimisation, promettent une réduction des consommations et de l'inconfort. Elles permettent en effet d'anticiper l'évolution des sources et des besoins intermittents tout en tirant parti de l'inertie thermique du bâtiment, de ses systèmes et autres éléments de stockage. Cependant, dans le cas du bâtiment, l'obtention d'un modèle dynamique suffisamment précis présente des difficultés du fait d'incertitudes importantes sur les paramètres du modèle et les sollicitations du système. Les avancées récentes dans le domaine de l'instrumentation domotique constituent une opportunité prometteuse pour la réduction de ces incertitudes, mais la conception d'un tel système pour une telle application n'est pas triviale. De fait, il devient nécessaire de pouvoir considérer les problématiques de monitoring énergétique, d'instrumentation, de commande prédictive et de modélisation de façon conjointe.

Cette thèse vise à identifier les liens entre commande prédictive et instrumentation dans le bâtiment, en proposant puis exploitant une méthode générique de modélisation du bâtiment, de simulation thermique et de résolution de problèmes d'optimisation. Cette méthodologie met en œuvre une modélisation thermique multizone du bâtiment, et des algorithmes d'optimisation reposant sur un modèle adjoint et les outils du contrôle optimal. Elle a été concrétisée dans un outil de calcul permettant de mettre en place une stratégie de commande prédictive comportant des phases de commande optimale, d'estimation d'état et de calibration.

En premier lieu, nous étudions la formulation et la résolution d'un problème de commande optimale. Nous abordons les différences entre un tel contrôle et une stratégie de régulation classique, entre autres sur la prise en compte d'indices de performance et de contraintes. Nous présentons ensuite une méthode d'estimation d'état basée sur l'identification de gains thermiques internes inconnus. Cette méthode d'estimation est couplée au calcul de commande optimale pour former une stratégie de commande prédictive.

Les valeurs des paramètres d'un modèle de bâtiment sont souvent très incertaines. La calibration paramétrique du modèle est incontournable pour réduire les erreurs de prédiction et garantir la performance d'une commande optimale. Nous appliquons alors notre méthodologie à une technique de calibration basée sur des mesures de températures in situ. Nous ouvrons ensuite sur des méthodes permettant d'orienter le choix des capteurs à utiliser (nombre, positionnement) et des paramètres à calibrer en exploitant les gradients calculés par la méthode adjointe.

La stratégie de commande prédictive a été mise en œuvre sur un bâtiment expérimental près de Chambéry. Dans le cadre de cette étude, l'intégralité du bâtiment a été modélisé, et les différentes étapes de notre commande prédictive ont été ensuite déployées de ma-

nière séquentielle. Cette mise en œuvre permet d'étudier les enjeux et les difficultés liées à l'implémentation d'une commande prédictive sur un bâtiment réel.

Cette thèse est issue d'une collaboration entre le CEA Leti, l'IFSTTAR de Nantes et le G2ELab, et s'inscrit dans le cadre du projet ANR PRECISION.

Abstract

More efficient energy management of buildings through the use of Model Predictive Control (MPC) techniques is a key issue to reduce the environmental impact of buildings. Building energy performance is currently improved by using renewable energy sources, a better design of the building envelope (insulation) and the use of advanced management systems. The more the design aims for high performance, the more interactions and coupling effects between the building, its environment and the conditions of use are important and unintuitive. Only a more integrated regulation would take in account this complexity, and could help to optimize the consumption without compromising the comfort.

Model Predictive Control techniques, based on the use of dynamic models and optimization methods, promise a reduction of consumption and discomfort. They can generate energy savings by anticipating the evolution of renewable sources and intermittent needs, while taking advantage of the building thermal inertia and other storage items. However, in the case of buildings, obtaining a good dynamic model is tough, due to important uncertainties on model parameters and system solicitations.

Recent advances in the field of wireless sensor networks are fostering the deployment of sensors in buildings, and offer a promising opportunity to reduce these errors. Nevertheless, designing a sensor network dedicated to MPC is not obvious, and energy monitoring, instrumentation, modeling and predictive control matters must be considered jointly.

This thesis aims at establishing the links between MPC and instrumentation needs in buildings. We propose a generic method for building modeling, thermal simulation and optimization. This methodology involves a multi-zone thermal model of the building, and efficient optimization algorithms using an adjoint model and tools from the optimal control theory. It was implemented in a specific toolbox to develop a predictive control strategy with optimal control phases, state estimation phases and model calibration.

At first, we study the formulation and resolution of an optimal control problem. We discuss the differences between such a control and a conventional regulation strategy, through performance indicators. Then, we present a state estimation method based on the identification of unknown internal gains. This estimation method is subsequently coupled with the optimal control method to form a predictive control strategy.

As the parameters values of a building model are often very uncertain, parametric model calibration is essential to reduce prediction errors and to ensure the MPC performance. Consequently, we apply our methodology to a calibration technique based on in situ temperature measurements. We also discuss how our approach can lead to selection techniques in order to choose calibrated parameters and sensors for MPC purposes.

Eventually, the predictive control strategy was implemented on an experimental building, at CEA INES, near Chambéry. The entire building was modeled, and the different steps of the control strategy were applied sequentially through an online supervisor. This experiment gave us a useful feedback on our methodology on a real case.

This thesis is the result of a collaboration between CEA Leti, IFSTTAR Nantes and G2ELab, and is part of the ANR PRECISION project.

Remerciements

L'exercice de la thèse a été pour moi, à tout point de vue, l'une des périodes les plus enrichissantes de ma vie. A ce titre, je tiens ici à exprimer mes remerciements à tous ceux qui m'ont accompagné dans cette épreuve. Si la nature humaine est malheureusement peu encline à l'écriture de listes exhaustives, j'espère au moins que toutes les personnes formidables qui ont croisé ma route dans cette aventure sauront se reconnaître ici.

En premier lieu, je remercie l'ensemble des membres du Jury pour avoir accepté d'évaluer ma thèse.

Ce travail est issu d'une étroite collaboration entre l'IFSTTAR de Nantes, le CEA-Leti, et le G2ELab, ce qui me vaut l'honneur de remercier trois équipes complémentaires.

Côté G2ELab, je tiens à remercier mon directeur de thèse Benoit Delinchant, pour son implication dans le projet, ses remises en question toujours judicieuses et ses nombreux conseils. Je remercie également tous les membres de l'équipe MAGE, en particulier Frédéric Wurtz pour avoir contribué à la mise en place de ces travaux, puis Audrey Le Mounier pour nos échanges et les souvenirs de conférence. Merci également à Laurent Gerbaud et Élisabeth Rulière, pour leurs conseils et m'avoir laissé une place dans leur bureau sur cette fin de thèse. Un clin d'œil également à Mylène, Damien, Binh, Marie, Laurence, Sylvie, Xavier...

Côté IFSTTAR, je remercie mon encadrant Alexandre Nassiopoulos pour la richesse de nos discussions, de ses conseils, et pour m'avoir patiemment transmis bon nombre de ses connaissances. Je remercie également Louis-Marie Cottineau pour m'avoir accueilli au sein de son équipe et lors de mes déplacements réguliers à Nantes, ainsi que Jean Dumoulin pour son regard extérieur sur la thèse, Laurent Lemarchand et William Martin pour leur aide informatique, Sophie Gros et Yveline Gourbil pour le support administratif. Un grand merci également à Jordan Brouns pour nos riches échanges et ce travail d'équipe de trois ans. Merci enfin à tous les membres de l'équipe SII.

Côté CEA, je remercie mon encadrant Franck Vial pour son support, son écoute, m'avoir aidé dans l'ouverture et la construction du projet de thèse ainsi qu'à chercher l'information directement « sur le terrain ». Je remercie également Stéphanie Riché pour m'avoir accueilli au sein de son laboratoire, ainsi que tous les membres du LSCM pour leurs conseils avisés.

Un bon nombre des travaux ont par ailleurs grandement bénéficié du projet ANR PRECISION dont je remercie l'ensemble des membres, en particulier ceux du CEA INES (Pierre Bernaud, Adrien Brun...) et de Vesta-System (Stéphane Bergeon, Xuan Hoa Binh Le...) pour leur collaboration sur la partie expérimentale.

Ces années ici m'ont par ailleurs permis de rencontrer tout un tas d'amis et camarades fantasques autour des salvatrices pauses café, et autres moments d'évasion : Rémy, Régis, Iulia, Matthias P., Andrès, Elisabeth, Edgar, Matthias G., Kersane, Felipe, Nicolas, Maxime, Vita, Tibor... Les mots me manquent, merci à vous de tout cœur !

Aussi, à ceux rencontrés en dehors de ces murs, aux amis d'école et du vieux Limousin : mes pensées sont avec vous.

Il serait également ingrat de ne pas remercier les très nombreuses contributions musicales et radiophoniques qui m'ont souvent servi de bouées de sauvetage lors des passes difficiles.

J'adresse enfin mes sentiments les plus profonds à ma famille, en particulier à mes parents et à mon frère : à travers les tempêtes et les moments de joie, vous avez toujours été présents et su me soutenir dans mes projets. Sans vous tout ceci n'aurait probablement jamais vu le jour. Une petite dédicace également à mes oncles Eric et Denis, pour m'avoir inspiré l'attrait de la recherche.

Merci à tous...

Table des matières

1	Introduction : instrumentation de l’habitat et performance énergétique	1
1.1	Du capteur à l’habitat connecté	3
1.2	Technologies pour les réseaux de capteurs	4
1.2.1	Problématiques et solutions existantes	5
1.2.1.1	Fiabilité du transfert des données	5
1.2.1.2	Autonomie énergétique du réseau	8
1.2.1.3	Intégration et interopérabilité	11
1.2.2	Solutions actuelles pour le bâtiment / exemples	12
1.2.3	Perspectives d’intégration dans le bâtiment	14
1.3	Commande prédictive et instrumentation	14
1.4	Objectifs des travaux de thèse et contributions	17
2	Modélisation thermique du bâtiment et optimisation	21
2.1	Hypothèses générales de modélisation	23
2.2	Modélisation multizone nodale	25
2.2.1	Modèle de l’environnement	25
2.2.2	Modélisation des zones	27
2.2.3	Modélisation des parois	29
2.2.3.1	Parois opaques	29
2.2.3.2	Parois vitrées	33
2.2.4	Modélisation des équipements climatiques	33
2.2.5	Modèle de concentration CO_2	35
2.3	Optimisation et méthode adjointe	35
2.3.1	Formulation et résolution des problèmes d’optimisation	36
2.3.2	Méthode adjointe pour le calcul de gradients	39
2.3.2.1	Modèle adjoint d’un système linéaire	39
2.3.2.2	Équation de la chaleur adjointe	42
2.4	Mise en œuvre	45
2.5	Cas d’étude : la maison INCAS MA	46
2.6	Conclusion	50
3	Commande optimale	51
3.1	Formulation d’un problème de commande optimale	53
3.2	Performance de la commande optimale	54
3.3	Contrôle du chauffage et de la VMC avec bornes	61
3.4	Conclusions et perspectives	64
4	Estimation d’état et commande prédictive	65
4.1	Stratégie de commande optimale prédictive	67
4.2	Impact des erreurs d’initialisation et de gains internes	68
4.3	Estimation d’état	71
4.3.1	Estimateurs pour la commande prédictive	71

4.3.2	Estimateur basé sur la reconstruction de gains internes	73
4.3.3	Performance de l'estimateur	74
4.4	Tests d'estimation en commande prédictive	80
4.4.1	Initialisation par température de zone	82
4.4.2	Initialisation par simulation sur la phase d'estimation	84
4.4.3	Initialisation avec identification des gains internes	85
4.4.4	Initialisation avec identification des gains internes inconnus	87
4.4.5	Réduction du pas de mise à jour	88
4.5	Conclusions et perspectives	89
5	Calibration et impact du modèle sur la performance	91
5.1	Introduction	93
5.2	Incertitudes du modèle et impact sur la commande optimale	94
5.3	Calibration de modèles pour la MPC	96
5.4	Méthode de calibration proposée	99
5.5	Système d'instrumentation et choix des paramètres identifiés	100
5.6	Analyse de sensibilité pour le contrôle optimal	108
5.7	Approches pour la sélection des capteurs	111
5.8	Conclusions et perspectives	114
6	Mise en œuvre expérimentale	117
6.1	Description de l'expérience	119
6.2	Résultats de calibration	120
6.3	Performance de l'estimateur d'état	124
6.4	Résultats de commande	126
6.5	Conclusions sur la mise en œuvre d'une commande MPC	128
7	Conclusion générale de la thèse	131
7.1	Bilan des travaux réalisés	133
7.2	Perspectives de recherche et d'application	134
	Appendices	137
A	Commande optimale sur un bâtiment simple	139
A.1	Présentation du cas test	141
A.2	Formulation du problème de contrôle optimal	142
A.3	Calcul du gradient par la méthode de l'adjoint	142
A.4	Calculs numériques	145
A.4.1	Méthode des éléments finis (discrétisation spatiale)	146
A.4.2	Méthode d'Euler implicite (discrétisation temporelle)	147
A.4.3	Résultats numériques	148
A.4.4	Adimensionalisation	148
A.5	Contrôle optimal et système d'optimalité	150
B	Liste des publications	153
	Bibliographie	155

Table des figures

1.1	Capteur de vibrations à récupérateur d'énergie vibratoire piezoélectrique [<i>CEA Léli</i>]	5
1.2	Profil de consommation standard d'un nœud capteur sans fil [source : rapport interne CEA]	9
1.3	Récupérateur d'énergie électromagnétique pour interrupteurs Enocan [<i>enocan.com</i>]	10
1.4	Générateur thermoélectrique et thermostat communicant et autonome Micro-pelt [<i>micropelt.com</i>]	10
1.5	P2110CSR Powerharvester® Wireless Sensor Card de Powercast	11
1.6	Diversité des protocoles sans fil les plus répandus [source : <i>inov360.com</i>]	12
1.7	Principe de la commande prédictive	15
1.8	Commande prédictive : horizon de prédiction	16
2.1	Domaine soumis à l'équation de la chaleur	24
2.2	Modélisation multizone nodale	25
2.3	Environnement d'un bâtiment	26
2.4	Modèle de zone thermique	28
2.5	Modèle de paroi multi-couches	30
2.6	Ventilation mécanique à échangeur thermique (conditions hivernales)	33
2.7	Cas test unitaire : commande optimale	42
2.8	Cas test unitaire : gradient de la commande	42
2.9	Briques de la toolbox ReTrofiT	45
2.10	INCAS-MA avant la pose d'enduit aérogel	47
2.11	INCAS modèle CAO	48
2.12	Géométrie du modèle EnergyPlus	48
2.13	Simulations ReTrofiT et EnergyPlus	49
2.14	Simulations ReTrofiT et EnergyPlus - zoom sur une semaine	49
2.15	Écarts de température entre ReTrofiT et EnergyPlus	50
3.1	Commande optimale dans une stratégie de commande prédictive	53
3.2	Grandeurs météo	55
3.3	Scénarios de présence	55
3.4	Comparaison : Contrôle PID - Commande optimale	56
3.5	Évolution des termes de la fonctionnelle de coût	57
3.6	Évolution des critères de performance suivant le ratio de pondération	59
3.7	Évolution du contrôle suivant le ratio de pondération	59
3.8	Contrôle optimal avec norme L^1 et PID	60
3.9	Commande optimale avec VMC et contraintes	62
3.10	Commande optimale avec VMC et contraintes	63
4.1	Commande prédictive : boucle d'estimation d'état / commande optimale	67
4.2	Stratégie de commande MPC	68

4.3	Évaluation d'une erreur d'initialisation ou de paramètres sur la commande optimale	69
4.4	Impact d'une erreur d'initialisation sur la commande optimale	69
4.5	Impact d'une erreur sur les gains internes	70
4.6	Tests numériques d'estimation	75
4.7	Identification des gains internes : convergence	76
4.8	Reconstruction de gains internes	76
4.9	Gains internes identifiés dans les autres zones	77
4.10	Reconstruction des gains internes avec erreur sur les capacités pariétales	78
4.11	Correction de l'erreur d'initialisation	79
4.12	Simulation d'une commande prédictive avec erreurs sur le modèle de contrôle	80
4.13	Effets de l'horizon de prédiction fini	81
4.14	Commande prédictive : initialisation par la température de la zone 1	83
4.15	Zoom sur la figure 4.14 (26/02/2015)	83
4.16	Initialisation par simulation sur la phase d'estimation	84
4.17	Initialisation par simulation libre (zoom)	85
4.18	Initialisation par calcul de gains internes correctifs	86
4.19	Initialisation par calcul de gains internes correctifs (zoom)	86
4.20	Gains internes correctifs (sur une étape mise à jour)	87
4.21	Estimation par identification des gains internes inconnus	87
4.22	Gains internes identifiés	88
4.23	Estimation par identification des gains internes inconnus ($dT = 3h$)	88
5.1	Sources d'erreurs sur la synthèse de commande optimale	93
5.2	Phase de calibration dans une stratégie de commande prédictive	93
5.3	Commande optimale - Impact d'une erreur de 30% sur la conductivité pariétale	96
5.4	Sources d'erreurs dans un problème inverse (source Techniques de l'Ingénieur, [Petit et Maillet, 2013])	99
5.5	Tests numériques de calibration	100
5.6	Expérience de calibration : intervalles de calibration et de prédiction (exemple)	101
5.7	Test 1 - Erreur de température (zone 1) avant calibration	104
5.8	Test 1 - Erreurs de température (zone 1) après calibration	104
5.9	Test 2 - Erreur de température (zone 1) avant calibration	105
5.10	Test 2 - Erreurs de température (zone 1) en calibration et prédiction	106
5.11	Test 3 - Erreurs de température (zone 1) en calibration et prédiction	107
5.12	Indices de sensibilité	110
5.13	Stratégie séquentielle de sélection de capteurs	115
6.1	Stratégie de contrôle	119
6.2	Stratégie de commande prédictive	120
6.3	Résultats de calibration : températures mesurées et simulées de la zone 1 (test 2)	122
6.4	Température de la zone 1 : erreur d'estimation après calibration (test 2)	122
6.5	Test 2 : Variation des paramètres après calibration (pourcentages)	123
6.6	Commande optimale, avec ou sans calibration	124
6.7	Compensation des gains internes et résultats en prédiction	125
6.8	Erreurs de prédiction de température au cours du pilotage	125
6.9	Erreurs de prédiction de température au cours du pilotage	126
6.10	Scénario de pilotage : bornes de températures pour les zones 1 et 2	127

6.11	Résultats de commande prédictive : températures et puissance de chauffage zone 1	128
A.1	Modèle simplifié d'un bâtiment	141
A.2	Simulation thermique et calcul des adjoints	148
A.3	Commande optimale : loi de commande et erreur résultante	151
A.4	Écart $T_{i\max} - T_{c\max}$ suivant b , avec commande optimale calculée pour $a = 1$	152

Liste des tableaux

1.1	Topologie des réseaux de capteurs sans fil	7
1.2	Protocoles courants de communication sans fil en environnement domestique [source : rapport interne CEA]	8
1.3	Transducteurs pour la récupération d'énergie dans le bâtiment (source : [Matiko <i>et al.</i> , 2014])	10
2.1	Définition des flux thermiques des zones (2.8)	28
2.2	Nomenclature du modèle des zones (2.8)	29
2.3	Définition des flux thermiques des parois (2.9)	31
2.4	Nomenclature du modèle de paroi (2.9)	31
2.5	Nomenclature du modèle des équipements thermiques (2.16)	33
2.6	Nomenclature du modèle de ventilation mécanique (2.17)(2.18)	34
2.7	Nomenclature du modèle de CO_2 (2.19)	35
2.8	Maison INCAS : Caractéristiques du système climatique	47
3.1	Performances du PID et de la commande optimale	58
3.2	Contrôle optimal avec norme L^1 et PID	61
3.3	Contrôle optimal avec et sans pilotage de la VMC	64
4.1	Impact d'une erreur d'initialisation sur la commande optimale	70
4.2	Impact d'une erreur d'initialisation sur la commande optimale	71
4.3	Critères de performance	74
4.4	Identification de gains internes Q_z inconnus	77
4.5	Correction d'une perturbation sur les conductivités pariétales (Q_z inconnu)	78
4.6	Correction d'une erreur d'initialisation : $\theta_{initial}$ et Q_z inconnus	79
4.7	Cas test de commande prédictive	82
4.8	Cas test de commande prédictive : erreurs de prédiction	89
5.1	Exemples d'incertitudes	95
5.2	Convergences pour chaque cas test / ensemble de capteurs	103
5.3	Test 1 - Erreurs d'ajustement suivant les capteurs utilisés pour la calibration (en pourcentages)	105
5.4	Test 2 - Erreurs d'ajustement suivant les capteurs utilisés pour la calibration (en pourcentages)	106
5.5	Test 3 - Erreurs d'ajustement suivant les capteurs utilisés pour la calibration (en pourcentages)	107
6.1	Test de calibrations avec mesures <i>in situ</i>	121
A.1	Paramètres de simulation en S.I.	148
A.2	Paramètres physiques adimensionnés	150

Nomenclature et abréviations

Notations mathématiques

$\frac{\partial f(x, y, \dots)}{\partial x}$ Dérivée partielle d'une fonction f par rapport à x

$\int_U f(u) du$ Intégrale d'une fonction f suivant la variable u sur un domaine U

\mathcal{L} Lagrangien associé à une fonction de coût et un système différentiel

$\nabla_u f$ Gradient d'une fonction f par rapport à u

Δ Opérateur Laplacien

Abréviations

BBC Bâtiment Basse Consommation

DGSM Derivative based Global Sensitivity Measure

EDO Équation différentielle ordinaire

EDP Équation aux dérivées partielles

FIM Fischer Information Matrix

GTB Gestion Technique du Bâtiment

MPC Model Predictive Control - Commande Prédictive

PID Contrôleur Proportionnel Intégral Dérivé

VMC Ventilation Mécanique Controlée

WSN Wireless Sensor Network - Réseau de Capteurs sans fil

Chapitre 1

Introduction : instrumentation de l'habitat et performance énergétique

"L'homme est la mesure de toutes choses"

Protagoras

Avec la complexification des systèmes climatiques dans le bâtiment, et la hausse des contraintes énergétiques, l'instrumentation du bâtiment devient un point clé pour la maîtrise des consommations. Le développement des protocoles et des réseaux pour les capteurs et actionneurs du bâtiment permet d'acquérir de plus en plus de données, et contrôler des systèmes de plus en plus variés. En particulier, les réseaux de capteurs sans fil sont très prometteurs pour une démocratisation de l'instrumentation dans l'habitat et incitent à repenser la façon dont nous maîtrisons l'énergie au sein d'un bâtiment. Nous exposons dans ce chapitre quelles sont les spécificités d'intégration de réseaux de capteurs sans fil dans le bâtiment, et en quoi de tels systèmes de capteurs ouvrent des opportunités pour l'implémentation de stratégies de contrôle avancées, telles que la commande prédictive.

Sommaire

1.1	Du capteur à l'habitat connecté	3
1.2	Technologies pour les réseaux de capteurs	4
1.2.1	Problématiques et solutions existantes	5
1.2.2	Solutions actuelles pour le bâtiment / exemples	12
1.2.3	Perspectives d'intégration dans le bâtiment	14
1.3	Commande prédictive et instrumentation	14
1.4	Objectifs des travaux de thèse et contributions	17

1.1 Du capteur à l'habitat connecté

Le thermomètre est généralement considéré comme l'un des tout premiers capteurs à avoir fait son apparition dans l'habitat et dans le monde du bâtiment. Ce dispositif, basé sur l'observation de la dilatation thermique de fluides (mercure, alcool) puis sur d'autres effets tels que la thermoresistivité ou l'effet Seebeck, a permis une première mesure objective du confort thermique. Avec l'arrivée des premiers automates, des systèmes de chauffage central et autres chaudières, le capteur de température est devenu partie intégrante des premiers systèmes de régulation de la température. Ainsi ont vu le jour les thermostats à hystérésis, appliquant une commande tout ou rien sur le système de chauffage, selon la valeur de la température par rapport à des bornes minimales et maximales. Les régulateurs à hystérésis sont aujourd'hui progressivement remplacés par des régulateurs PID (Proportionnel Intégral Dérivé) qui régulent de manière plus lisse l'écart entre une température mesurée et une température de consigne.

Les bâtiments de grande envergure (tertiaires ou industriels) présentent aujourd'hui un grand nombre d'équipements commandables (ventilation, systèmes de chauffage divers, volets et occultants solaires, portes et fenêtres, éclairage), et comportent donc un nombre conséquent de capteurs supplémentaires pour mesurer l'état du bâtiment et de ses systèmes (luxmètre, capteur de CO_2 , débitmètres, capteurs de présence...en plus des thermomètres). Les données fournies par ces capteurs sont acquises par un système informatique de Gestion Technique du Bâtiment (GTB) qui régule ensuite les équipements en conséquence. Des protocoles de communication spécifiques et des bus de terrain filaires (LonWorks, KNX, BACnet, Modbus, 1-Wire...) ont été développés pour assurer la communication entre le système de gestion, les actionneurs et les différents capteurs.

Dans le domaine du bâtiment résidentiel, l'habitant cherche de plus en plus à maîtriser sa dépense d'énergie sans sacrifier son confort. Avec l'intégration des énergies renouvelables (géothermie, panneaux solaires, pompes à chaleur), les bâtiments deviennent également plus complexes à maîtriser. De nouvelles solutions de capteurs et de thermostats connectés (Netatmo, Nest, Ecobee...) permettent de surveiller et piloter sa maison à distance, depuis un ordinateur ou un smartphone, à l'aide de capteurs de température, de CO_2 ou encore d'hygrométrie.

Au travers du compteur électrique connecté Linky (développé par ERDF), les pouvoirs publics français investissent également dans les objets communicants pour l'habitat. Ce compteur communiquant (dont le déploiement débute fin 2015) transmettra les consommations électriques par CPL (Courant Porteur de Ligne) et réseau mobile GPRS, et permettra ainsi à chacun de surveiller précisément son historique de consommation en temps réel. Il s'agit également d'une première étape vers le développement des *smart grids*.

L'acquisition de données pertinentes au sein du bâtiment devient un axe de recherche de premier plan pour la maîtrise énergétique. A cet effet, la plupart des bâtiments expérimentaux actuels (maisons INCAS du CEA-INES, plateforme Prédic du G2ELab, la maison MARIA du CSTB ...) sont largement équipés en capteurs de toute sorte. Un tel niveau d'instrumentation est lourd et est difficilement généralisable à grande échelle (pour des raisons de coût et de maintenance). Cependant, les nouvelles technologies de réseaux de capteurs sans fil autonomes promettent un déploiement et une maintenance grandement facilitée, à un coût de plus en plus réduit, et laissent même espérer une intégration plus profonde des capteurs dans le bâtiment (au sein des matériaux de construction par exemple).

Dans la section suivante, nous dressons un état de l'art de ces technologies (réseaux sans fil, récupération d'énergie...), afin d'évaluer leurs caractéristiques et leur potentiel d'intégra-

tion dans un bâtiment. Nous présenterons ensuite en quoi l'usage de capteurs et de réseaux de capteurs sans fil peut être une opportunité de choix pour le déploiement de méthodes de commande optimale prédictive, et ainsi permettre une meilleure gestion de l'habitat et de ses systèmes.

1.2 Technologies pour les réseaux de capteurs

Dans un bâtiment, intégrer un vaste réseau de capteurs filaires est une opération complexe, coûteuse et peu évolutive. Elle nécessite de préférence de concevoir l'ensemble du routage avant la construction du bâtiment. De fait, une solution filaire est limitée en termes de flexibilité : tout déplacement ou ajout de capteur nécessite une intervention conséquente (recâblages). Même dans le cas d'un réseau basé sur la technologie CPL (Courant Porteur de Ligne) utilisant le réseau électrique domestique préexistant, il est nécessaire d'utiliser des modules spécifiques (codage - décodage) et l'emplacement des capteurs est limité au niveau des prises de courant.

Les réseaux de capteurs sans fil (WSN - Wireless Sensor Networks) constituent aujourd'hui un levier d'innovation clé dans le secteur de la domotique. Débarrasser un capteur de l'ensemble de ses fils le reliant à sa centrale d'acquisition / d'agrégation des données facilite grandement le déploiement d'un grand nombre de capteurs. Ce type de solution est donc intéressante pour l'intégration des systèmes de monitoring et de contrôle de l'habitat, et peut même venir se greffer sur un système de GTB (Gestion Technique de Bâtiment) câblé préexistant [Menzel *et al.*, 2008].

Un réseau de capteurs sans fil est classiquement constitué de nœuds capteurs, de nœuds relais et d'une station de base. Les nœuds capteurs réalisent les mesures, les numérisent et les envoient sous forme d'ondes radio. Les nœuds relais assurent la propagation du signal radio jusqu'à la station de base, si cette dernière est trop éloignée d'un capteur. Les nœuds capteurs peuvent également assurer la fonction de relais si ils ont été conçus pour. Enfin, la station de base, connectée directement à un ordinateur, agrège les données de mesure et peut envoyer des requêtes au réseau (suivant la technologie du réseau). Chaque nœud capteur est typiquement constitué des éléments suivants :

- **Étage de mesure** : Il s'agit de l'ensemble des composants sensibles réalisant les mesures physiques. Ils sont accompagnés de leur électronique de conditionnement des signaux et de convertisseurs analogiques/numériques.
- **Microcontrôleur/Processeur** : Hébergeant l'intelligence d'un nœud, il réalise le traitement numérique, le stockage, et pilote la transmission et la réception des données.
- **Étage Radiofréquence** : Constitué d'une antenne adaptée à la fréquence du réseau et à sa topologie (directionnalité), ainsi que d'une puce gérant l'encapsulation et la transmission des données selon le protocole de communication choisi.
- **Élément de stockage** : Stocke l'énergie électrique nécessaire au fonctionnement du système. Il peut s'agir d'une batterie (Lithium, couche mince...), d'une pile, d'une capacité ou d'une supercapacité, généralement accompagnée d'un système de gestion de l'énergie.
- **Système de récupération d'énergie (optionnel)** : Vise à rendre le système autonome ou à étendre sa durée de fonctionnement en récupérant l'énergie ambiante.

Ce type d'assemblage est adaptable à de nombreuses applications. Par exemple, le projet de capteur de vibrations développé au Légi dans les travaux de thèse de Pierre Gasnier [Gasnier *et al.*, 2014], exploite les vibrations d'une poutre piézoélectrique pour alimenter un système complet avec un capteur de température, un accéléromètre 3 axes, un ASIC de récupération d'énergie et un système de communication Bluetooth Low Energy.

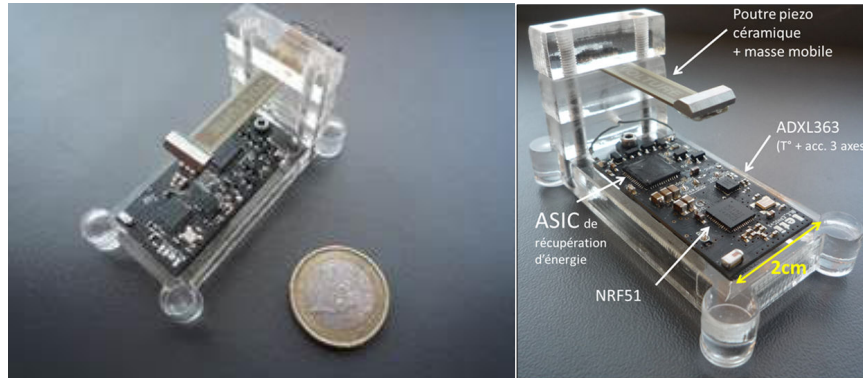


FIGURE 1.1 – Capteur de vibrations à récupérateur d'énergie vibratoire piézoélectrique [CEA Légi]

1.2.1 Problématiques et solutions existantes¹

Si remplacer le système de communication filaire par un dispositif radio-fréquence permet de s'affranchir des principales contraintes des réseaux filaires, cela amène de nouvelles problématiques de fiabilité du transfert des données, d'autonomie et d'intégration du réseau. Le bâtiment est un environnement particulier, avec des contraintes spécifiques sur la propagation des ondes radios (murs, mobilier...) , mais présente également des opportunités en termes de récupération d'énergie ambiante qui peuvent aider à concevoir des capteurs autonomes.

1.2.1.1 Fiabilité du transfert des données

Dans un réseau de capteurs, la qualité du transfert des données est un critère de premier plan. La bande de fréquences et les antennes utilisées, la structure et la gestion du réseau ainsi que le protocole de communication employé sont des paramètres interdépendants qui ont un impact direct sur la fiabilité du transfert. Concevoir un réseau de capteurs sans fil nécessite de bien connaître les besoins de l'application visée (densité/type de capteurs/étendue de la zone à instrumenter), l'environnement du réseau (architecture du bâtiment), et de disposer de moyens d'évaluer la fiabilité en phase de conception [Jang et Healy, 2010].

Fréquences et antennes : Le choix de la fréquence impacte directement la distance de transmission maximale d'un système radio. Pour évaluer l'effet de décroissance de l'énergie électromagnétique avec la distance en champ libre, le concepteur peut faire appel à l'équation de Friss simplifiée :

$$\frac{P_r}{P_t} = G_t G_r \left(\frac{\lambda}{4\pi R} \right)^2$$

1. Remarque : Les références des constructeurs/concepteurs prévalent sur ce qui est exposé ici sur des produits commerciaux.

où P_t est la puissance en watts de l'antenne d'émission, P_r celle de l'antenne de réception, G_t et G_r les gains linéaires respectifs des antennes d'émission et de réception, R la distance en mètres séparant les deux antennes et λ la longueur d'onde (en mètres) de la fréquence de transmission.

Cette équation indique que plus la fréquence sera faible, plus la portée du système sera grande. Cependant, la fréquence a également un impact sur la taille de l'antenne. L'ordre de grandeur pour la dimension d'une antenne standard est généralement du quart de la longueur d'onde utilisée. Diminuer la fréquence pour avoir une meilleure portée se fait donc au détriment de l'intégration et de la discrétion du nœud. Dans les cas où ce dernier critère est important, il est possible d'utiliser des antennes dites « électriquement petites » dont la dimension est de l'ordre de $\lambda/2\pi$. Ces antennes sont conçues selon des techniques de miniaturisation basées sur une optimisation de la géométrie, des effets capacitifs et inductifs et des matériaux utilisés [Wheeler, 1947, Wheeler, 1975, Chu, 1948].

Enfin, l'équation de Friis ne modélise que la dispersion de la puissance rayonnée dans l'espace en champ libre. Dans un bâtiment, tous les phénomènes de diffraction, réflexion, absorption et diffusion des ondes électromagnétiques entrent en jeu [Mohammed *et al.*, 2004]. Il complexifie le choix de la fréquence de communication, et surtout la conception et le positionnement des antennes à utiliser. Pour appréhender la propagation radiofréquence en environnement intérieur, le concepteur peut en premier lieu faire appel à des relations empiriques comme le modèle ITU pour l'atténuation radio [Seybold, 2005] (valable de 900 MHz à 5.2 GHz) définissant l'atténuation L en décibels par :

$$L = 20 \log(f) + N \log(d) + P_f(n) - 28$$

Avec f la fréquence de transmission en mégahertz, d la distance entre l'émetteur et le récepteur en mètres, N le coefficient de pertes de puissance (coefficient empirique en dB dépendant de la fréquence et du type de bâtiment), n le nombre d'étages les séparant (jusqu'à 3), et $P_f(n)$ le coefficient (empirique) de pénétration du sol entre étages (les coefficients empiriques sont tabulés pour différentes classes de situations courantes).

Par ailleurs, l'intégration d'une antenne sur ou dans une paroi peut changer son impédance, son gain et sa directivité, ce qui doit être pris en compte lors de la conception si l'on veut en garantir les performances [Shams et Ali, 2007]. Le problème de l'interaction des antennes avec des objets proches est également souvent rencontré dans le domaine de la RFID (Radio Frequency IDentification) [Dobkin et Weigand, 2005, Foster et Burberry, 1999].

Pour une analyse plus fine de la propagation, des méthodes statistiques [Saleh et Valenzuela, 1987] ou encore par lancer de rayons (logiciel Wireless InSite® par exemple) sont de plus en plus utilisées, mais nécessitent de bien caractériser le milieu de propagation.

Topologie du réseau : La topologie et la gestion du réseau joue également beaucoup sur sa fiabilité. Chaque nœud peut être soit émetteur, soit récepteur, ou bien les deux à la fois. Pour une configuration donnée, il existe plusieurs manières de faire transiter les données entre les différents nœuds suivant leur portée et leur capacité. On peut ainsi classer différents types de topologies :

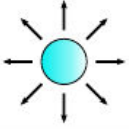
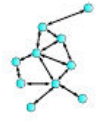
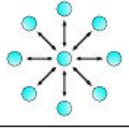
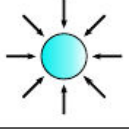

	<i>Broadcast Network</i> : Émission aveugle d'un message dans l'espoir d'une réception par un autre nœud.
	<i>Mesh Network</i> : Les messages peuvent transiter d'un bout à l'autre du réseau en passant par plusieurs nœuds. Ce mode autorise plusieurs chemins et plusieurs sens de transit des données. L'étendue du réseau n'est pas limitée à la portée d'un nœud central.
	<i>Star Network</i> : Communication dans les deux sens avec un nœud central. Les nœuds périphériques n'échangent pas de données entre eux.
	<i>Scanning Network</i> : Ecoute permanente de tous les signaux dans la bande de fréquence du réseau.
	<i>Point-to-Point Network</i> : Connexion bidirectionnelle exclusive. Similaire au réseau étoile mais avec seulement deux nœuds.

TABLE 1.1 – Topologie des réseaux de capteurs sans fil

Chaque fonction d'émission et d'écoute coûtent de l'énergie. De plus, la communication ne peut s'établir que s'il y a écoute en même temps qu'émission. Sans dispositif de synchronisation (système d'horloge par exemple), il faut donc avoir des nœuds dédiés à l'écoute ou à l'émission continue/régulière reliés à une source d'énergie suffisante et/ou illimitée. De fait, beaucoup de réseaux sont configurés en mode « scanning » pour plus de simplicité (l'intelligence du réseau et les traitements associés sont ici principalement concentrés au niveau du récepteur).

Les réseaux maillés (Mesh networks) sont très intéressants en termes de couverture (qui peut s'étendre d'autant que le nombre de capteurs supportés par le protocole est grand) et de résilience (si un nœud se désactive, l'information peut circuler par un chemin alternatif). Ils peuvent également faire l'objet de nombreuses optimisations de configuration (topologie, fréquence d'utilisation des nœuds, reconfiguration dynamique) pouvant améliorer sa durée de vie et sa robustesse [Shah et Rabaey, 2002, Wang *et al.*, 2005, Suomela, 2005].

Protocoles de communication : Tout réseau de communication s'appuie sur un protocole particulier. Les réseaux de capteurs sans fil ne font pas exception à la règle. Le choix d'un protocole impacte non seulement la forme des trames de données envoyées, mais contraint également les choix de fréquences et de topologies. Le tableau 1.2 donne les caractéristiques générales de réseaux parmi les plus répandus dans un environnement domestique.





















	 ZigBee®	 Bluetooth®	 Wi-Fi	 Green Smart Wireless enocean	 KNX	 Z-WAVE	 INSTEON®
	600 produits certifiés (400 entreprises)      	technique radio courte distance destinée à simplifier les connexions entre les appareils électroniques 	Protocole de communication permettant de créer des réseaux locaux sans fil à haut débit	technologie sans pile plus de 1000 produits plus de 300 membres      	600 produits certifiés (400 entreprises)	Protocole propriétaire développé par Sigma Design alliance: 900 produits certifiés (250 entreprises)	protocole de communication utilisant un double media: courant porteur et RF
Norme	IEEE 802.15.4	IEEE 802.15.1	IEEE 802.11a/b/g/n...	ISO/IEC 14543-3-10	IEC 870-5-2	ITU-T G.9959	??
Autonomie	++	-	--	+++ / sans batterie	++	++	??
# nœuds	65 000 +	7	32	>1M	64	232	>1M
débit	250 kb/s	1 Mb/s	11-300 Mb/s	120 kb/s	20 kb/s	9,6 kb/s	38,4 kb/s (RF)
Portée champ libre	30 m	10 m	100 m	30 m	30 m	30 m	15 m
Bandes	868/915 MHz, 2,4GHz	2,4 GHz	2,4 GHz / 5,8 GHz	868 MHz	868 MHz (europe)	868 MHz (europe)	868 MHz (europe)

TABLE 1.2 – Protocoles courants de communication sans fil en environnement domestique
[source : rapport interne CEA]

Chaque protocole présente également différentes configurations et déclinaisons, ce qui lui donne une certaine flexibilité. En particulier, il existe des déclinaisons basse consommation qui sont particulièrement intéressantes dans le cadre du bâtiment (voir le rapport [Smith, 2011] comparant les protocoles basse consommation Bluetooth low energy, ANT, ANT+, RF4CE, ZigBee, Wi-Fi, Nike+, IrDA et NFC). Le Wifi étant déjà très répandu dans les environnements domestiques, c'est un protocole de choix pour les capteurs peu nombreux connectés au réseau électrique (thermostats par exemple). Le Bluetooth est également assez répandu pour connecter un ordinateur/smartphone à un objet communicant au sein d'une pièce. Les autres protocoles (zigBee, EnOcean, KNX, Zwave, Insteon) semblent plus pertinents sur des réseaux maillés relativement denses de capteurs peu gourmands énergie (voire autonomes).

1.2.1.2 Autonomie énergétique du réseau

L'autonomie d'un capteur sans fil est caractérisée par la durée sur laquelle il possède suffisamment d'énergie pour remplir sa fonction. Recharger la batterie ou remplacer les piles est une opération contraignante sur un tel système, et l'arrêt trop fréquent d'un capteur par manque d'énergie nuit fortement à l'usage et à la fiabilité du réseau de capteurs. Après la fiabilité de transfert des données, l'autonomie est une caractéristique cruciale que l'on cherche à augmenter au maximum si ce n'est la rendre illimitée. L'accroître nécessite d'intervenir sur tous les composants du système, sur les éléments matériels et logiciels, de l'échelle du composant à celle du réseau complet [Raghunathan *et al.*, 2002].

Consommation : Pour un nœud capteur standard, l'ordre de grandeur de consommation pour une mesure et son envoi est de quelques centaines de microjoules réparti sur différentes phases de fonctionnement (figure 1.2). Cette consommation est impactée autant par la nature de la mesure et le choix des différents composants que par leur mise en œuvre, le protocole RF ou encore la topologie du réseau.

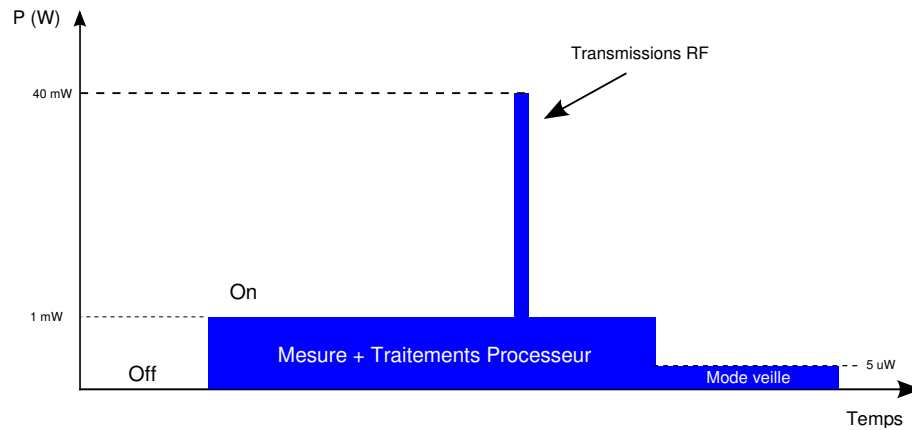


FIGURE 1.2 – Profil de consommation standard d'un nœud capteur sans fil [source : rapport interne CEA]

Réduire la consommation peut se faire sur plusieurs plans :

- Choisir les composants les plus économes. Le processeur doit disposer également d'un mode de veille profonde et d'une basse consommation générale. Si certains composants sont naturellement peu consommateurs (thermocouples par exemple) d'autres issus de technologies souvent plus complexes comme les capteurs de CO_2 font encore l'objet de recherches pour les miniaturiser et en faire des composants basse consommation [Barritault *et al.*, 2013].
- Disposer d'un système de gestion énergétique embarqué pour optimiser l'utilisation de l'énergie dans les différents composants du nœud. Proposé au moins partiellement dans des SoC (System On Chip) dédiés, il peut également faire l'objet de développement d'un ASIC (Application-specific integrated circuit) et/ou d'un sous programme dédié au sein du processeur du nœud.
- Réduire au maximum le nombre de mesures et de transmissions RF, tout en respectant les exigences de l'application finale visée. Optimiser les chemins de communication empruntés par les données capteurs.
- Réduire la puissance d'émission radio (au détriment de la portée, ce qui peut nécessiter d'augmenter le nombre de nœuds).

Récupération d'énergie : En complément des stratégies de réduction de la consommation, l'ajout d'un système de récupération d'énergie permet d'accroître encore la durée de vie du nœud capteur. Ces systèmes visent à récupérer l'énergie ambiante dans l'environnement du capteur pour la convertir en énergie électrique. Cette énergie peut être présente sous toutes ses formes : thermique (flux thermique), solaire, mécanique (mouvements vibratoires), hydraulique et électromagnétique (radiofréquences). Dans le cadre du bâtiment, les fréquences d'échantillonnage n'ont pas besoin d'être élevées : suite à la dynamique lente des phénomènes thermiques, 10 minutes sont suffisantes (la plupart des logiciels de simulation thermique du bâtiment proposent un pas de temps minimal aux alentours de 5 à 10 minutes). Le nœud capteur reste alors majoritairement en mode veille, ce qui pourrait permettre à des systèmes de récupération d'énergie adéquats de les rendre parfaitement autonomes.

Dans un bâtiment, bien que leur répartition soit assez inégale, de nombreuses sources d'énergies sont disponibles :

Transduction mechanism	Calculated maximum power density	Advantages	Disadvantages
Photovoltaic	$399 \mu\text{W cm}^{-3}$	Well-established and known technology, simple to install	Needs to be installed in a visible location to give incident light
Thermal	7.1 mW cm^{-3}	Capable of harvested powers in the mW range	Needs mounting to a suitable source, many of which are likely to be seasonal in nature (such as heating radiators)
Periodic kinetic	$459.8 \mu\text{W cm}^{-3}$	Simple installation methods	Requires suitable sources such as plant equipment for the input energy
EM wave	57.37 nW cm^{-3}	Widespread availability of EM wave sources	Very low realizable harvested powers due to propagation losses as a function of distance between RF source and energy harvester
Airflow	6.0 mW cm^{-3}	Well-established and known technology, capable of powers in the mW range	Mounting may be intrusive and affect the distribution of the source airflow

TABLE 1.3 – Transducteurs pour la récupération d'énergie dans le bâtiment (source : [Matiko et al., 2014])

La récupération d'énergie mécanique se fera préférentiellement sur les interrupteurs ou autres parties mobiles (tel que l'interrupteur Enocean figure 1.3, ou le variateur sans fil Enerbee [Enerbee, 2015]). Les mouvements de fluides ne peuvent être exploités qu'à l'extérieur ou dans les conduits d'aération/hydrauliques, et les récupérateurs thermoélectriques ne sont utilisables qu'en cas de gradient thermique suffisamment important (radiateur, conduites d'eau chaude...). La société Micropelt par exemple, commercialise des thermostats sans fil autonomes exploitant le gradient thermique en surface d'un radiateur par des modules peltier. Les microgénérateurs à effet Peltier commercialisés par Micropelt produisent environ 1 mW pour un gradient de 15 K . Les sources d'énergie solaire et électromagnétique (radio FM, bornes Wifi) semblent très répandues dans le secteur, mais là encore, une étude fine de l'environnement reste nécessaire avant toute mise en œuvre.

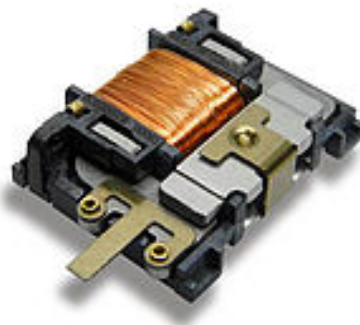


FIGURE 1.3 – Récupérateur d'énergie électromagnétique pour interrupteurs Enocean [enocean.com]



FIGURE 1.4 – Générateur thermoélectrique et thermostat communicant et autonome Micropelt [micropelt.com]

D'après [Wang *et al.*, 2010, Wang *et al.*, 2009], l'énergie solaire représente de par sa disponibilité et sa densité, un levier particulièrement intéressant pour l'autonomie des capteurs dans l'habitat. Cela nécessite cependant un choix des composants et de l'architecture du circuit de récupération d'énergie adapté aux conditions lumineuses (spectre, intensité, intermittence). Le spectre lumineux de l'éclairage intérieur est différent de celui en extérieur. En environnement intérieur, les cellules solaires en silicium amorphes présentent généralement un spectre d'absorption mieux adapté que celui des cellules en silicium cristallin et offrent donc un meilleur rendement. Alliant en outre bas coût et souplesse au niveau de ses facteurs de forme, cette technologie photovoltaïque est logiquement très utilisée pour les applications en intérieur [Reich *et al.*, 2005]. Par exemple, la société Solems commercialise des panneaux en silicium amorphe de $16 \times 48 \text{ mm}$ produisant une puissance max indiquée de $20.4 \mu\text{W}$ sous un éclairage de 200 lux .

Les systèmes de récupération d'énergie électromagnétique sont plus difficiles à mettre en œuvre. En particulier, les densités d'énergie radio peuvent être très inégales et sont généralement très faibles. Les tailles d'antenne requises pour une performance acceptable sont particulièrement grandes (pour un signal TV, une antenne de 40 cm permettrait de récupérer $2.5 \mu\text{W}$ à 10 km de distance en champ libre [vom Boegel *et al.*, 2012]). Il est également possible de s'inspirer des technologies RFID (Radio-frequency identification) pour des solutions d'alimentation à distance où un émetteur vient focaliser des ondes radios dans une zone spécifique contenant les capteurs à alimenter. Des améliorations restent toutefois à réaliser en termes de distance maximale d'alimentation [Le *et al.*, 2008] et d'adaptations spécifiques à un réseau de capteurs [Seah et Olds, 2013]. Des sociétés comme Powercast commercialisent déjà des nœuds radio-alimentés utilisables dans le bâtiment ($8 \mu\text{W}$ @ 4.5 m récupérables par la carte Powerharvester® dans le champ d'un émetteur Powercast à 3 W).



FIGURE 1.5 – P2110CSR Powerharvester® Wireless Sensor Card de Powercast [www.powercastco.com]

Enfin, une hybridation des sources d'énergie (panneau solaire et générateur thermoélectrique par exemple) peut également être envisagée pour accroître encore l'autonomie du système [Viehweiger *et al.*, 2012].

1.2.1.3 Intégration et interopérabilité

Il existe aujourd'hui une grande diversité de protocoles de communication sans fil, qui se distinguent par les débits de données atteignables, leur complexité, la consommation standard des modules et les coûts de déploiement (figure 1.6, et tableau 1.2 pour le cas

particulier du bâtiment). Assurer l'interopérabilité entre différents systèmes filaires et non filaires issus de différents constructeurs représente un véritable défi.

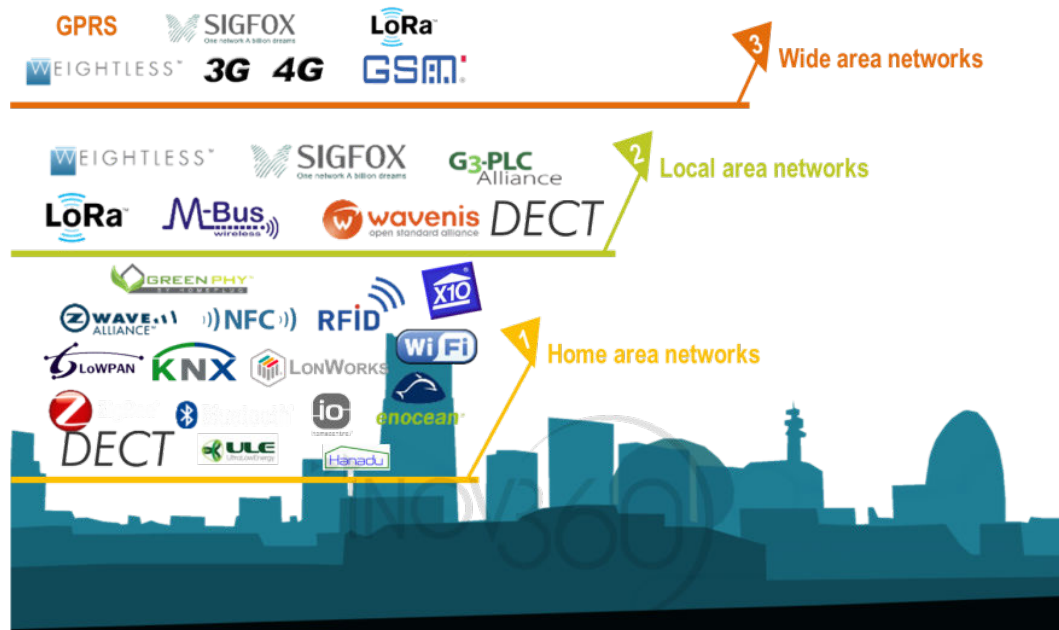


FIGURE 1.6 – Diversité des protocoles sans fil les plus répandus [source : inov360.com]

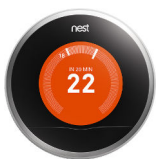
L'identification et l'intégration de nouveaux capteurs au sein d'un réseau devrait dans l'idéal être automatique et « plug and play ». Des intergiciels tels que OpenHAB proposent déjà des solutions interopérables pour le monitoring et le contrôle de l'habitat. D'autres projets tels SCUBA FP7 [Scuba FP7, 2014] proposent de pousser le concept plus loin en construisant une suite logicielle couvrant à la fois les besoins de conception, d'installation et de gestion réseau en prenant en compte les contraintes d'interopérabilité.

1.2.2 Solutions actuelles pour le bâtiment / exemples

Des solutions de réseaux de capteurs sans fil clé en main pour l'habitat sont déjà commercialisées. Les mesures réalisées sont généralement des mesures de température, de luminosité, d'humidité, ouverture/fermeture des portes et fenêtre, de présence et de puissance consommée aux niveau des prises électriques. Le marché propose également de nombreuses solutions de développement facilitant la conception de nœuds capteurs personnalisés.

Exemples de solutions commerciales de capteurs sans fil pour l'habitat ² :

Solutions clé en main :



Thermostat Nest : Le thermostat Nest embarque des capteurs de température, d'humidité, de présence et de luminosité ambiante. Connecté à internet par Wi-Fi (mais alimenté par le secteur), il peut également communiquer avec d'autres équipements compatibles (détecteur de fumée, de CO₂, fil pilote de chaudière) via les protocoles 802.15.4 et Bluetooth Low

2. Visuels des produits issus des sites web des sociétés respectives : nest.com, ecobee.com, netatmo.com, insteon.com, castorama.fr, ijenko.com, enOcean.com, ti.com

Energy. Il embarque un service de gestion intelligente du chauffage et une interface de gestion en ligne.



Thermostat Ecobee : Ce thermostat connecté via Wi-Fi propose également une interface de pilotage en ligne et une stratégie de gestion dédiée. Il est équipé de capteurs de température, de mouvement, de proximité et d'humidité, et peut être connecté à des capteurs de température satellites sur piles via un protocole 915MHz (avec une autonomie moyenne annoncée de 4 ans).



Station météo Netatmo : Station météo domestique connectée via Wi-Fi, permettant de surveiller son environnement domestique intérieur et extérieur à distance via deux modules. Elle fournit des mesures de température, de CO_2 , de pression, d'humidité et de niveau sonore. Le module extérieur, sur piles, propose une autonomie de 2 ans.



Système Insteon : Le système Insteon est constitué d'un nœud central, communiquant sans fil à un ensemble d'objets et de capteurs (ampoules, prises, détecteurs de présence, thermostats, caméras IP...) via un réseau maillé peer-to-peer propriétaire (868 MHz pour la version européenne), mais également par CPL (Courant Porteur de Ligne), Internet et Intranet. Les nœuds ne disposent pas forcément de récupérateur d'énergie. L'accent est mis sur la facilité de déploiement et d'utilisation, la société proposant également une application smartphone permettant de surveiller et contrôler son habitat à distance.



Blyssbox Castorama : « Box » communiquant sans fil avec un ensemble de produits domotiques classiques (caméra de surveillance, thermostat réglable...) pour lesquels un module RF a été rajouté. La principale fonction de ce système est de permettre un contrôle de ces systèmes directement via une interface web.



Système IJENKO et services associés : Ijenko propose un système de « box » communicante (Wi-Fi, 3G, USB, Ethernet et ZigBee) interagissant avec un ensemble d'objets communicants (thermostats, détecteurs de présence, wattmètres). Ces objets ne disposent pas forcément d'éléments de récupération d'énergie. Ijenko se différencie sur un panel de solutions logicielles permettant à l'utilisateur et aux distributeurs d'énergie de mieux surveiller et gérer l'énergétique de l'habitat.

Solutions de développement :



Capteurs autonomes EnOcean : La société EnOcean à l'origine du protocole propriétaire du même nom propose également des kits de développement de réseaux sans fil, des nœuds capteurs prêts à l'emploi et des SoC pour la conception de nœuds compatibles EnOcean. Leurs solutions sont conçues pour favoriser l'usage d'un récupérateur d'énergie. Les nœuds finis qu'ils commercialisent utilisent l'énergie solaire comme source d'énergie, à l'exception des interrupteurs qui utilisent un récupérateur mécanique.



SoC CC2530 Texas Instruments : SoC pour la réalisation de nœuds capteurs personnalisés. Il intègre une puce de transmission RF ZigBee 2.4GHz, un microcontrôleur basse consommation ainsi que différents modes de fonctionnement basse consommation.

1.2.3 Perspectives d'intégration dans le bâtiment

Grâce aux technologies pour les réseaux de capteurs sans fil, le marché s'enrichit de plus en plus de solutions grand public permettant de surveiller l'ambiance de l'habitat et maîtriser ses équipements climatiques. Cependant, l'usage de systèmes de récupération d'énergie pour accroître l'autonomie des capteurs est encore peu répandu. Les formats propriétaires ne favorisent pas non plus la mutualisation des données de mesure pour des applications à portée plus large et l'interconnexion de différents systèmes.

Le positionnement et le déploiement de capteurs est souvent crucial pour la performance du système de gestion [Painter *et al.*, 2012]. Malgré les efforts à poursuivre pour améliorer l'autonomie, la fiabilité et l'ouverture de ces réseaux, les technologies pour les WSN sont suffisamment matures pour proposer des solutions facilitant le déploiement de capteurs dans le bâtiment. Des développements futurs pourraient même envisager une augmentation de la connectivité des équipements climatiques (Internet des objets), une fonctionnalisation d'éléments constitutifs du bâtiment (capteurs disséminés dans les parois, toitures mesurant les conditions météorologiques...), voire une conception plus poussée du système d'instrumentation en vue d'une amélioration des performances de la GTB et pour l'usage de stratégies de contrôle avancées (usage plus varié de capteurs, redondance, positionnement précis...).

En vérité, ce sont même les besoins d'instrumentation pour le contrôle-commande qui doivent induire les spécifications d'un réseau de capteurs, dans la limite des contraintes technologiques. In fine, étudier les besoins de mesures pour des stratégies de commande avancées pourraient induire des développements spécifiques sur les capteurs sans fil : si l'on se rend compte par exemple qu'insérer des capteurs dans les vitrages induit un gain de performance important, il serait judicieux de développer des récupérateurs d'énergie adaptés pour le rendre autonome (panneaux solaires ? module Peltier ?). De même, si l'on doit noyer des capteurs dans une paroi, il faudra concevoir des antennes spécifiques à cet environnement.

1.3 Commande prédictive et instrumentation

La plupart des contrôleurs classiques sont des systèmes dynamiques (le plus souvent numériques) conçus pour garantir un asservissement à une consigne et une régulation face aux diverses perturbations. Cependant, ils ne peuvent pas anticiper l'évolution des besoins ni des conditions météorologiques. La commande prédictive est une stratégie de contrôle anticipatif fondée sur la théorie de la commande optimale, qui permet de minimiser un critère de performance à partir d'un modèle dynamique et d'une prédiction de ses entrées. Les premiers algorithmes de commande prédictive ont été développés en 1978 par [Richalet *et al.*, 1978] puis généralisés par [Clarke *et al.*, 1987], et intégrés depuis lors sur de nombreuses applications industrielles. Ces algorithmes se trouvent généralement dans la littérature anglophone sous le nom de MPC (Model Predictive Control algorithms), et se basent sur la réalisation séquentielle de plusieurs étapes (figure 1.7) :

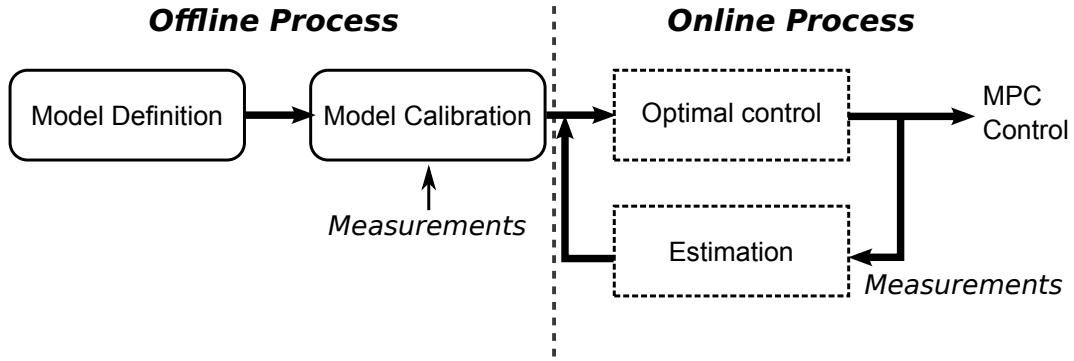


FIGURE 1.7 – Principe de la commande prédictive

Étapes « hors ligne » :

- **Construction du modèle :** Au préalable, il est nécessaire de concevoir un modèle dynamique du système que l'on cherche à piloter. Ce modèle peut être conçu à partir d'une analyse fine des propriétés physiques du système (équations différentielles) ou être plus empirique (modèle statistique, réseau de neurones).
- **Calibration du modèle :** Dès lors que l'on connaît la structure mathématique de notre modèle, il est essentiel de s'assurer que sa réponse est proche de la réalité. Une étape de calibration, reposant sur des *mesures in situ*, est alors nécessaire pour trouver le bon paramétrage. Cette calibration peut être réitérée plusieurs fois au cours du cycle de vie du bâtiment.

Étapes « en ligne » : Une fois que l'on dispose d'un modèle représentant suffisamment bien le système piloté, ce dernier est utilisé dans des étapes successives de calcul de commande optimale et d'estimation d'état [Maciejowski, 2002].

- **La phase de commande optimale** vise à calculer une loi de commande minimisant un critère donné sur un horizon de temps futur (horizon de prédiction). Un problème de contrôle optimal se formule généralement comme un problème d'optimisation [Trélat, 2008] :

$$\left\{ \begin{array}{ll} u_{opt} = \underset{u \in \mathcal{U}_{t_f}}{\operatorname{argmin}} J(t_f, u) \\ \dot{x}(t) = f(t, x(t), u(t)), x(t_0) = x_0 & u \in \mathcal{U}_{t_f}, t \in [t_0, t_f] \\ J(t_f, u) = \int_{t=t_0}^{t_f} c(t, x_u(t), u(t)) dt + g(t_f, x_u(t_f)) & u \in \mathcal{U}_{t_f} \\ \varphi_i(u, x_u) \leq 0 & u \in \mathcal{U}_{t_f} \end{array} \right. \quad (1.1)$$

On cherche à trouver une loi de commande u appartenant à l'espace des commandes admissibles \mathcal{U}_{t_f} (c'est-à-dire l'espace des commandes pour lesquelles la trajectoire $x(t)$ est définie sur l'horizon de prédiction $[t_0, t_f]$), minimisant une fonction de coût J associée, et respectant les fonctions de contraintes φ_i . Cette fonction de coût dépend du modèle utilisé, et des objectifs de contrôle. Un cas particulier courant consiste à considérer c comme l'écart entre la trajectoire d'une commande u et une trajectoire de consigne, et g comme l'écart pondéré entre la valeur finale de la trajectoire et la valeur finale désirée. Dans le cas d'un bâtiment, c peut être la somme pondérée d'un critère de confort thermique et de la consommation énergétique globale. La résolution de ce type de problème d'optimisation a donné

lieu à des développements mathématiques spécifiques, tels que le principe du maximum de Pontryagin [Pontryagin, 1987], la théorie de la programmation dynamique [Bellman, 1963] ou encore la théorie du contrôle optimal pour des systèmes gouvernés par des équations aux dérivées partielles [Lions, 1971].

- **La phase d'estimation d'état** permet d'introduire une boucle de rétroaction dans le processus de contrôle. La commande optimale est en effet une commande de type « boucle ouverte » qui suppose de connaître parfaitement à l'avance le comportement du système, l'évolution de ses sollicitations, et ses conditions initiales x_0 . Ceci est malheureusement impossible en pratique : même en supposant les conditions initiales parfaitement connues, l'accumulation d'erreurs de modèle et de prédiction des sollicitations vont détériorer la pertinence de la commande avec le temps. L'usage d'observateurs d'état (observateur de Luenberger, filtre de Kalman..) permet à l'aide de *mesures* d'estimer les conditions initiales du système avant un calcul de commande optimale. Estimer régulièrement l'état du système permet alors de recalculer régulièrement la commande optimale et d'absorber ainsi les perturbations et autres erreurs de prédiction.

L'imbrication de ces phases peut se résumer par le schéma suivant (figure 1.8) :

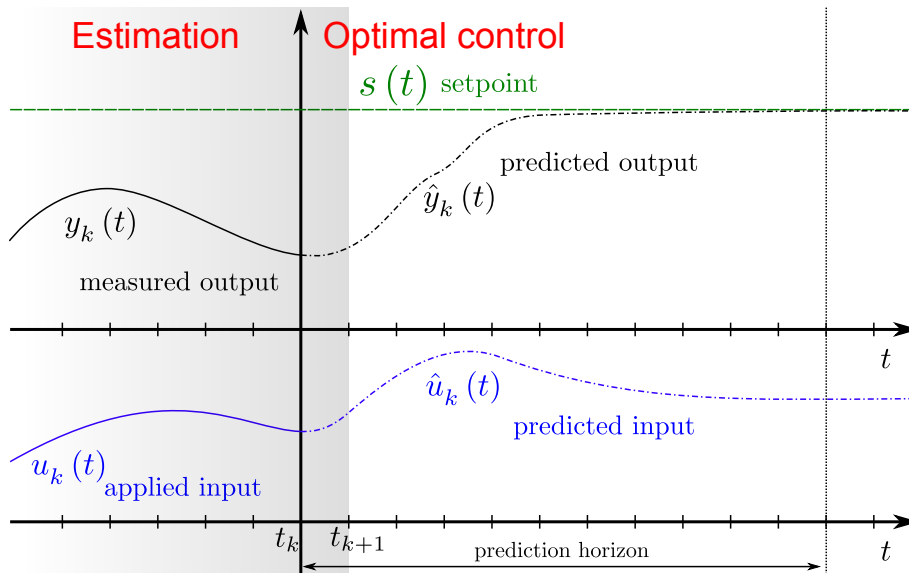


FIGURE 1.8 – Commande prédictive : horizon de prédiction

À chaque instant t_k , on réalise une estimation d'état à partir des mesures précédentes et de la connaissance des lois de commande précédemment appliquées. En prenant l'état estimé comme condition initiale, on calcule alors une loi de commande optimale sur un horizon de prédiction $[t_k, t_k + t_f]$. Cette commande est appliquée jusqu'à la nouvelle estimation d'état à l'instant $t_{k+1} < t_k + t_f$.

L'introduction de la commande prédictive dans le secteur du bâtiment s'avère très prometteuse pour générer des économies d'énergie. En formulant le problème de contrôle comme un problème d'optimisation portant sur la maximisation du confort et la minimisation des dépenses, on peut espérer tirer meilleur parti des sources d'énergies passives (gains solaire, énergie dégagée par les occupants) et/ou naturelles (flux d'énergie extraits par les pompes à chaleur, panneaux solaires...) et des systèmes de stockage (batteries, ballons thermiques, matériaux à changement de phase) qu'avec des systèmes de régulation classique (contrôleur

PID). L'étude [Privara *et al.*, 2010] par exemple, annonce des gains énergétiques d'environ 20% par rapport à un contrôleur boucle ouverte compensé par la température extérieure durant une période hivernale. Les travaux de [Lamoudi, 2012] sur la commande prédictive distribuée laissent également espérer entre 5% et 20% de gains énergétiques. Ces ordres de grandeur se retrouvent régulièrement dans la littérature ([Mantovani et Ferrarini, 2015, Hazyuk, 2011]).

Cependant, dans le cadre du bâtiment, le déploiement du contrôle prédictif est rendu difficile par deux principaux obstacles techniques :

- L'obtention d'un modèle dynamique du bâtiment est une tâche complexe. Les logiciels de simulation thermique du bâtiment (EnergyPlus, Comfie Pléiades, TRNSYS...) permettent de construire de tels modèles (de type multizone-nodal), mais nécessitent de connaître parfaitement sa géométrie, les propriétés thermiques exactes de ses matériaux et la prédiction des entrées dont la connaissance est souvent entachée d'incertitudes [Spitz, 2012, Macdonald et Clarke, 2007, Macdonald, 2002, Merheb, 2013]. Ceci rend dans de nombreux cas l'estimation de la performance énergétique d'un bâtiment difficile [Norford *et al.*, 1994, Bordass et Associates, 2004].
- Il est également difficile de prédire l'évolution des sollicitations thermiques du bâtiment. Si les services météo permettent de prédire l'évolution des conditions extérieures, leur fiabilité reste limitée [Tracton et Kalnay, 1993, Murphy, 1993, Murphy, 1977]. La prédiction des conditions d'usage (impact des occupants, génération de gains internes, ouverture de fenêtres...) est encore plus complexe à obtenir et a un fort impact sur la thermique [Nguyen et Aiello, 2013].

Face à de telles incertitudes, il devient complexe de garantir la performance réelle d'une stratégie de contrôle prédictif. Les étapes de calibration et d'estimation d'état sont donc cruciales pour obtenir une commande prédictive fiable. Comme ces étapes font appel à des données de mesure *in situ*, concevoir le système d'instrumentation adéquat est une tâche ayant un impact certain sur la performance de la commande prédictive. Utiliser des réseaux de capteurs sans fil disséminés dans le bâtiment ouvre alors des opportunités en matière de *calibration de modèle et d'estimation d'état*, et peuvent donc être un levier potentiel à la démocratisation de stratégies de contrôle prédictif en contribuant à la réduction des erreurs de calcul de commande optimale.

1.4 Objectifs des travaux de thèse et contributions

Les réseaux de capteurs sans fil présentent une réelle opportunité pour le déploiement de la commande prédictive dans le bâtiment, par une simplification de la maintenance et une plus grande souplesse d'intégration que les systèmes filaires. Cependant, l'établissement des spécifications du réseau (protocole, autonomie...) doit dépendre des besoins de mesures spécifiques au contrôle-commande, lesquels sont difficiles à déterminer pour une commande prédictive faisant appel à des phases d'estimation d'état et de calibration.

La littérature comporte plusieurs exemples d'utilisation de mesures *in situ* pour calibrer des modèles énergétiques du bâtiment à des fins d'audit [Heo *et al.*, 2012, Zayane, 2011], mais la complexité paramétrique de modèles détaillés du bâtiment de type multizone-nodal reste un obstacle. Pour de la commande prédictive, cette difficulté est souvent contournée par l'usage de modèles sans signification physique (dits de type « boîte noire ») tels que les réseaux de neurones [Kalogirou, 2000, Kalogirou et Bojic, 2000] ou des modèles statistiques

[Yiu et Wang, 2007]. Il est également courant de faire appel à des modèles physiques simplifiés, dits de type « boîte grise », souvent issus d'une discrétisation grossière de l'équation de la chaleur et de bilans thermiques et analogues aux systèmes résistifs-capacitifs électriques [Akander *et al.*, 2000, Široký *et al.*, 2011]. De tels modèles sont plus faciles à calibrer (moins de paramètres), et permettent un calcul rapide de commande optimale. Néanmoins, en s'éloignant de la physique du modèle, le lien entre les capteurs à utiliser et les objectifs de prédiction devient moins direct. Le choix des capteurs pour la calibration devient alors plus arbitraire. De plus, un modèle trop simplifié se limitera à la prédiction des données mesurées et ne permettra pas l'extrapolation de données utiles, tels que les bilans énergétiques au niveau des pièces ou encore le calcul de la température opérative. Enfin, il est fréquent qu'un modèle détaillé ait déjà été construit sur un logiciel de simulation en phase de conception du bâtiment (pour les bâtiments récents), et les méthodes utilisant des modèles simplifiés peuvent faire appel à une pré-calibration sur un modèle détaillé [Cole *et al.*, 2014, Lamoudi, 2012].

Certains travaux cherchent à connecter des logiciels de simulation du bâtiment et des outils d'optimisation, permettant d'effectuer des tâches de calibration paramétrique, de calcul de commande optimale, voire d'optimisation structurelle du bâtiment. C'est par exemple le cas de la toolbox Matlab MLE+ [Bernal *et al.*, 2012], qui permet à Matlab de communiquer avec EnergyPlus via le port logiciel BCVTB, ou encore le logiciel GenOpt, qui propose un ensemble d'algorithmes d'optimisation génériques et une interface avec EnergyPlus, Modelica ou le port BCVTB [Coffey *et al.*, 2010]. Malheureusement, comme il n'est pas possible d'extraire un quelconque gradient sur les modèles utilisés (hormis par de coûteuses méthodes de différences finies), les stratégies d'optimisation sont limitées aux algorithmes sans gradient qui requièrent souvent beaucoup d'itérations pour converger.

Une autre voie, qui est celle que nous explorons ici, consiste à exploiter des algorithmes itératifs fondés sur l'exploitation du gradient, à condition de pouvoir calculer ce dernier avec un coût de calcul raisonnable. La théorie du contrôle optimal [Lions, 1971] fournit un cadre adéquat pour le calcul rapide de gradients dans le cas de systèmes gouvernés par des équations aux dérivées partielles, en s'appuyant sur l'écriture d'un modèle adjoint. Les travaux de thèse de Jordan Brouns [Brouns, 2014, Brouns *et al.*, 2013, Nassiopoulos et Bourquin, 2012] proposent une méthode d'audit thermique du bâtiment à partir de mesures *in situ*. Cette méthode est fondée sur l'utilisation la théorie du contrôle optimal dans l'inversion de modèles thermiques du bâtiment.

Dans la continuité de ces travaux et dans le cadre du projet ANR PRECISION, cette thèse contribue à faire évoluer ces outils pour répondre aux besoins de la commande prédictive dans le bâtiment et analyser les besoins d'instrumentation au travers d'une stratégie de commande prédictive. En particulier :

- Nous proposons une méthode unifiée pour la commande prédictive du bâtiment. Cette méthode est construite sur une reformulation des différentes phases d'une commande optimale par des problèmes d'optimisation et une modélisation zonale-nodale du bâtiment.
- Nous étudions l'impact d'une formulation quadratique sur le contrôle optimal de radiateurs, en comparaison avec un contrôleur PID et une formulation non quadratique. Nous étudions également l'ajout de bornes sur les températures et l'ajout du débit d'air d'une VMC double flux dans les variables de contrôle.
- Concernant la phase d'estimation d'état, nous proposons une méthode fondée sur l'identification de gains internes correctifs avec uniquement des mesures de tempé-

rature de zones. Cette méthode permet d'estimer une variable d'entrée généralement difficile à mesurer et est testée dans le cadre d'une stratégie de commande prédictive.

- Pour la phase de calibration, nous étudions l'impact du choix des *paramètres calibrés* / *capteurs utilisés* sur les performances prédictives du modèle calibré. A cet effet, nous proposons une méthode rapide pour la sélection des paramètres influents pour la commande optimale à partir d'indices de sensibilité locale.
- Enfin, nous mettons en œuvre notre stratégie de commande prédictive dans le pilotage en temps réel d'un bâtiment expérimental. Cette expérience nous permet de valider la démarche abordée et d'étudier l'importance des phases de calibration et d'estimation (reposant sur des mesures *in situ*).

Le présent manuscrit est organisé comme suit :

Dans le chapitre suivant, nous présentons le formalisme de modélisation adopté, ainsi que les méthodes d'optimisation et de calcul de gradient par méthode adjointe utilisés au cours de cette thèse. En particulier, pour les besoins de la thèse, le modèle zonal-nodal a été enrichi par une modélisation multicouche des parois du bâtiment, un modèle de VMC (Ventilation Mécanique Contrôlée) double-flux et un modèle de concentration CO_2 . Nous exposons également le cas d'étude sélectionné pour cette thèse : la maison expérimentale INCAS-MA du CEA INES.

Le chapitre 3 traite de l'application de ces méthodes au calcul de commande optimale des radiateurs de deux chambres sur notre cas d'étude. La commande optimale présentée est basée sur la minimisation d'une fonction de coût quadratique portant sur la consommation énergétique et l'écart à une consigne de température lors des périodes de présence des occupants. Nous comparons cette commande en simulation avec un contrôleur PID. Nous étudions également la prise en compte d'une norme L^1 (valeur absolue) en lieu et place d'une norme quadratique, ainsi que la prise en compte du débit de la VMC dans les variables de contrôle et de bornes sur les états.

Dans le chapitre 4 nous développons notre méthodologie sur une technique d'estimation d'état par identification de gains internes inconnus. Cette technique, couplée à un calcul de commande optimale, permet de construire une stratégie de commande prédictive que nous validons en simulation.

Les erreurs de modèle pouvant avoir un impact conséquent sur la performance de la commande prédictive, il est nécessaire de mettre en place une méthode de calibration. Le chapitre 5 expose, au travers d'une méthode de calibration des paramètres du modèle basée sur des mesures de température, en quoi le choix des paramètres à calibrer et des capteurs est crucial. Face à cette problématique nous présentons une technique de sélection rapide de paramètres pour la calibration du modèle en vue d'un contrôle optimal. Nous ouvrons également sur des axes de recherche permettant de mettre au point des méthodes de sélection de capteurs pour la calibration.

Enfin, le chapitre 6 met en application les différentes méthodes développées sur le pilotage de la maison INCAS-MA sur un mois en période hivernale. Cette étude expérimentale nous a permis de valider l'implémentabilité des méthodes, et de les confronter aux difficultés réelles du terrain.

Chapitre 2

Modélisation thermique du bâtiment et optimisation

*"The more real you get, the more
unreal the world gets"*

John Lennon

Nous présentons dans ce chapitre une méthodologie qui s'appuie sur la théorie du contrôle optimal des équations aux dérivées partielles (EDP) et sur des modèles thermiques de type multizone, largement répandus dans les outils de simulation les plus utilisés aujourd'hui. Cette méthodologie nous permettra par la suite de construire une stratégie complète de commande prédictive et d'analyser les besoins d'instrumentation pour une mise en œuvre efficace.

Sommaire

2.1	Hypothèses générales de modélisation	23
2.2	Modélisation multizone nodale	25
2.2.1	Modèle de l'environnement	25
2.2.2	Modélisation des zones	27
2.2.3	Modélisation des parois	29
2.2.4	Modélisation des équipements climatiques	33
2.2.5	Modèle de concentration CO_2	35
2.3	Optimisation et méthode adjointe	35
2.3.1	Formulation et résolution des problèmes d'optimisation	36
2.3.2	Méthode adjointe pour le calcul de gradients	39
2.4	Mise en œuvre	45
2.5	Cas d'étude : la maison INCAS MA	46
2.6	Conclusion	50

2.1 Hypothèses générales de modélisation

Le bâtiment est constitué d'une multitude d'éléments et systèmes hétérogènes (murs, équipement climatique, fenêtres, mobilier...) aux interactions multi-physiques (thermique, aérodynamique, électrique, hydraulique...), ce qui le rend complexe à modéliser. La conception d'un modèle thermique suffisamment détaillé, mais conservant une complexité abordable (du point de vue de l'utilisateur et du coût numérique de simulation) a donné lieu à des recherches intensives qui ont abouti sur l'offre actuelle des logiciels de simulation du bâtiment (Energy Plus, TRNSYS, Comfie Pléiades, IDA ICE... pour n'en citer que quelques uns).

La mise en place de tels outils a été possible suite au développement d'hypothèses simplificatrices éprouvées [Clarke, 2001, Hagendoft, 2001]. Celles-ci découlent du découpage du bâtiment en sous ensembles distincts (parois, zones, équipements), modélisés individuellement sous des hypothèses propres et interconnectés par des relations de couplage. On cherche généralement à obtenir des modèles linéaires dynamiques aux paramètres invariants ou dépendants du temps, pouvant être décrits sous forme matricielle par la dite représentation d'état (équation (2.1)). L'assemblage des différents modèles est alors simplifié : il suffit de concaténer diagonalement les matrices A_i et B_i des différents systèmes dans les matrices A et B du bâtiment puis d'ajouter les coefficients de couplage k_{ij} à la matrice d'état A (équation (2.2)).

$$\frac{d\theta}{dt} = A\theta + Bu \quad (2.1)$$

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \theta_1 \\ \vdots \\ \theta_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_1 & & \times & k_{ij} & \times \\ & \ddots & & \times & \\ \times & \times & \ddots & \times & \\ & \times & \times & \times & A_n \\ \times & & & & \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \theta_1 \\ \vdots \\ \theta_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B_1 & & \\ & \ddots & \\ & & B_n \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_n \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

L'état thermique θ du bâtiment est alors la concaténation des vecteurs des températures θ_n des sous systèmes du bâtiment (de matrices d'état A_n). u , le vecteur des sollicitations du bâtiment, contient les températures et flux thermiques issus de la météo, des équipements climatiques et autres perturbations des usages (gains thermiques internes). La matrice de commande B modélise les relations linéaires entre les sollicitations et l'état thermique.

Cette méthode permet de simuler plusieurs systèmes couplés en même temps, avec la même discrétisation temporelle. Lorsqu'un système est fortement non linéaire (et pour lequel la linéarisation est une trop mauvaise approximation), que ses constantes de temps sont très différentes de celles des autres systèmes ou qu'il est décrit dans un environnement de simulation différent des autres, il peut être judicieux de faire appel à des techniques de cosimulation [Sana Gaaloul Chouikh, 2012].

Pour construire de tels modèles, il faut considérer les échanges diffusifs (équation de la chaleur), radiatifs (loi de Stefan-Boltzmann) et aérodynamiques (équations de Navier-Stokes) qui se produisent au sein du bâtiment.

L'équation de la chaleur (équation (2.3)), telle que définie par Fourier en 1822 [Fourier, 1822], permet de modéliser l'évolution de la température θ (ou état thermique) au sein d'un milieu continu sur un domaine Ω , de conductivité k , de capacité thermique massique c et de masse volumique ρ :

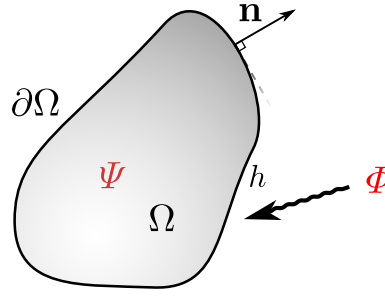


FIGURE 2.1 – Domaine soumis à l'équation de la chaleur

Les échanges entre ce domaine et l'extérieur sont définis par des conditions aux limites mixtes (dites de Robin, combinaison linéaire des conditions de Neumann et de Dirichlet) sur la frontière $\partial\Omega$ de normale \mathbf{n} , avec un coefficient d'échanges convectif h :

$$\begin{cases} \rho c \frac{\partial \theta}{\partial t} - \nabla \cdot (k \nabla \theta) = \Psi & (x, t) \in \Omega \times \mathbb{R}^+ \\ h\theta + k \nabla \theta \cdot \mathbf{n} = \Phi & (x, t) \in \partial\Omega \times \mathbb{R}^+ \\ \theta(x, 0) = \theta_0(x) & x \in \Omega \end{cases} \quad (2.3)$$

Les grandeurs Ψ et Φ représentent les sources thermiques volumiques et surfaciques auxquelles est soumis le domaine (en $J.s^{-1}.m^{-3}$ et $J.s^{-1}.m^{-2}$).

Les transferts radiatifs entre solides sont représentés par la loi de Stefan-Boltzmann pour les corps gris (équation (2.4)), qui définit l'émittance M (puissance radiative surfacique) d'un corps gris d'émissivité ε et de température θ à l'interface $\partial\Omega^*$ d'un milieu opaque et d'un milieu transparent (avec σ la constante de Stefan-Boltzmann) :

$$\{ M(x, t) = \varepsilon \sigma \theta^4 \quad (x, t) \in \partial\Omega^* \times \mathbb{R}^+ \quad (2.4)$$

Cette équation doit s'accompagner des facteurs de forme et de la prise en compte des inter-réflexions pour obtenir les flux nets.

Enfin, le champ des vitesses de l'air et des autres fluides (qui intervient dans le calcul des échanges thermiques) est soumis aux relations de Navier-Stokes. Résoudre les équations de Navier-Stokes est généralement une tâche ardue et coûteuse en calculs. Dans le cas du bâtiment, on se limite généralement à de simples calculs de pertes de charges (équation de Bernoulli), ou des bilans de masse ou de pression.

Le principe de base de la modélisation multizone consiste à décomposer le bâtiment en différentes zones thermiques et éléments simples physiquement couplés.

Nous avons ici abordé la modélisation en décomposant le bâtiment par les éléments suivants :

- **Environnement** : Ensemble des conditions météo constituant les conditions aux limites du modèle du bâtiment.
- **Zones** : Volumes dont l'ensemble des propriétés et états (température, pression) sont considérés homogènes. Une pièce et son mobilier sont souvent considérés comme une zone, mais il est également possible de simplifier en assimilant un ensemble de pièces et cloisons à une zone, ou de complexifier en considérant plusieurs zones dans une pièce (utile dans le cas de grands espaces).
- **Parois** : Parois de l'enveloppe telles que les murs, les cloisons ou les fenêtres. La conduction thermique dans ces éléments est considérée unidirectionnelle.

- **Équipements climatiques** : Ensemble des systèmes ayant une influence thermique par convection, rayonnement ou échange aéraulique (chauffage, VMC, climatisation...).

Les modèles thermiques de chaque élément sont obtenus en discrétisant l'équation de la chaleur (équation (2.3)) pour les échanges conductifs et en linéarisant la loi de Stefan-Boltzmann (équation (2.4)) pour les échanges radiatifs. Pour simplifier, les échanges aérauliques sont réduits à de simples bilans de masse (conservation des volumes avec hygrométrie et pression constante). Nous considérons que la quantité de chaleur contenue dans un volume d'air échangé d'une zone à l'autre est transmise intégralement. Cela revient à négliger les pertes dans les conduites et les parois. Pour un flux d'air de débit q et de masse volumique c_a , sortant d'une zone de température T , le flux thermique transporté vaut $q \cdot c_a \cdot T$. Ainsi, le flux *échangé* entre deux zones de températures T_1 et T_2 avec un débit d'échange q vaudra $q \cdot c_a \cdot (T_2 - T_1)$.

La simulation temporelle est obtenue de diverses manières (méthode d'Euler, d'Euler implicite, de Runge-Kutta...). En considérant le champ de températures comme représentant l'état du système (pour les nœuds de température disposant d'une capacité thermique), nous obtenons ainsi un modèle numérique par discrétisation temporelle et spatiale d'un ensemble d'équations aux dérivées partielles paraboliques. Chaque température est considérée comme un « nœud » du modèle (figure 2.2) : on parle alors de modélisation multizone-nodale.

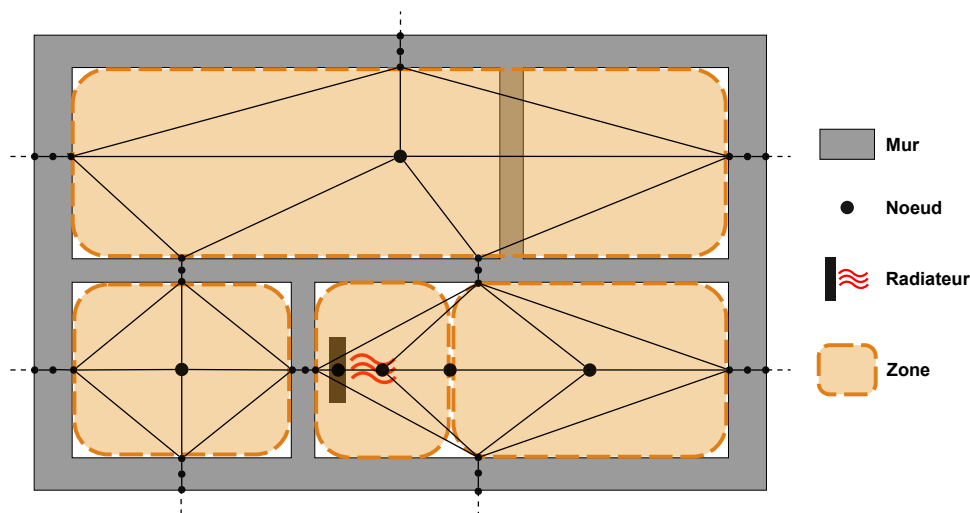


FIGURE 2.2 – Modélisation multizone nodale

2.2 Modélisation multizone nodale

2.2.1 Modèle de l'environnement

L'environnement constitue l'ensemble des conditions aux limites du bâtiment. Il est défini par les conditions météo, géographiques, topologiques et urbaines (ombrage et albédo lié au relief et constructions environnantes). Par souci de simplification, nous avons défini l'environnement par six variables temporelles :

- T_g la température du sol en contact avec les parois du bâtiment.
- T_e la température de l'air extérieur.

- ϕ^b et ϕ^d les flux solaires directs et diffus. Le flux solaire direct représente les rayonnements de courte longueur d'onde reçues directement par le bâtiment, alors que le flux diffus représente ceux transmis indirectement par le ciel et le reste de l'environnement.
- T^∞ la température radiative du ciel. Cette température permet de modéliser par la loi de Stefan-Boltzmann les échanges de grande longueur d'onde entre le bâtiment et la voûte céleste.
- CC la nébulosité du ciel. Cet indice compris entre 0 et 1 représente le taux de couverture nuageuse (1 : ciel totalement couvert).

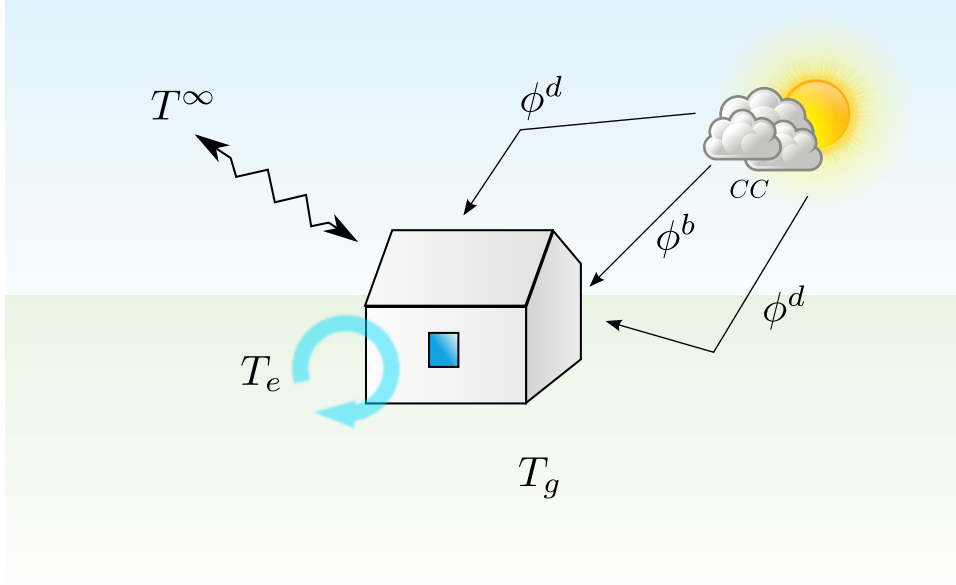


FIGURE 2.3 – Environnement d'un bâtiment

Dans certains cas les stations météorologiques ne mesurent que le flux solaire total sur le plan horizontal. Nous cherchons alors dans ce cas un moyen de remonter à une approximation des flux directs et diffus à partir de cette mesure et de la position du soleil. Les flux ϕ^b et ϕ^d peuvent être déduits du rayonnement solaire total ϕ^t par des relations de corrélation [Duffie et Beckman, 2013]. Nous avons ici adopté la corrélation d'Erbs et al. [Erbs et al., 1982] :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \frac{\phi_d}{\phi_t} = 1 - 0.09k_t & 0 < k_t < 0.25 \\ \frac{\phi_d}{\phi_t} = 0.9511 - 0.1604k_t + 4.388k_t^2 - 16.638k_t^3 + 12.336k_t^4 & 0.25 < k_t < 0.80 \\ \frac{\phi_d}{\phi_t} = 0.165 & k_t > 0.80 \\ \phi_t = \phi_d + \phi_b \end{array} \right. \quad (2.5)$$

Avec k_t l'indice de clarté horaire fourni par la relation $k_t = \frac{\Phi_t}{\Phi_{sc}}$, où Φ_{sc} est le rayonnement solaire extraterrestre donné par :

$$\Phi_{sc}(n) = I_0 \left[1 + 0.033 \cos \left(\frac{360}{365} (n - 3) \right) \right] \quad (2.6)$$

où $I_o = 1367W.m^{-2}$ est la constante solaire moyenne et n le numéro du jour de l'année ($n = 1$ correspondant au premier janvier).

Également, la mesure de la température radiative du ciel n'est pas disponible. Dans le même esprit, nous cherchons à en fournir une estimation à partir de mesures usuellement réalisées par une station météo. T^∞ est calculé à partir de T_e et d'une mesure de la nébulosité $CC \in [0, 1]$ via le modèle de Swinbank [Swinbank, 1963, Cole, 1976, Martin et Berdahl, 1984] :

$$\left\{ \begin{array}{l} T^\infty = \{ 9,365574.10^{-6} (1 - CC) . T_e^6 \\ + T_e^4 . CC . (1 - 0.84CC) . [(0,527 + 0,161e^{[8,45(1-273/T_e)])} + 0,84.CC] \} \end{array} \right. \quad (2.7)$$

Nous verrons dans les sections suivantes comment ces grandeurs physiques interviennent sur les conditions aux limites des zones et des parois.

2.2.2 Modélisation des zones

L'équation des zones s'obtient en considérant négligeables les gradients de température au sein du volume délimitant la zone, ce qui permet de représenter son état par un seul nœud de température T_z . Cette hypothèse se vérifie dans le cas d'échanges convectifs importants.

On note $z \in \llbracket 1, N_z \rrbracket$ l'indice des zones et $s \in \llbracket 1, N_s \rrbracket$ l'indice des parois. Nous notons également L_s l'épaisseur de la paroi et S_s son aire, $t \in \mathbb{R}^+$ la variable temporelle (avec t le temps actuel), et $x \in [0, L_s]$ la variable spatiale (abscisse dans les sens de l'épaisseur) de la paroi s . T_z est la température d'une zone z et $\theta_s(x)$ la température d'une paroi au point d'abscisse x (suivant l'épaisseur). L'équation différentielle ordinaire décrivant l'évolution de la température de la zone z s'écrit :

$$\left\{ \begin{array}{l} C_z \frac{dT_z}{dt} = \sum_{k=1}^{N_z} \mathcal{A}_{zk} + \overline{\mathcal{A}}_z + \mathring{\mathcal{A}}_z + \sum_{s=1}^{N_s} S_s (C_{sz}^0 + C_{sz}^{L_s}) + \Phi_z^d + \Phi_b^b + \mathcal{Q}_z + \mathcal{W}_z \\ T_z(t=0) = T_z^0 \end{array} \right. \quad t \in \mathbb{R}^+ \quad (2.8)$$

Chaque zone est couplée aux autres éléments du bâtiments par des termes de couplage (table 2.1). Le terme de gains internes \mathcal{Q}_z représente la puissance des gains thermiques issus d'éléments non modélisés (chaleur corporelle des habitants, énergie thermique issue des appareils électroménagers...). Les gains solaires sont considérés ici comme ayant une influence directe sur la zone, ce qui est une hypothèse très simplificatrice (en réalité, ils chauffent indirectement la zone par le biais des parois).

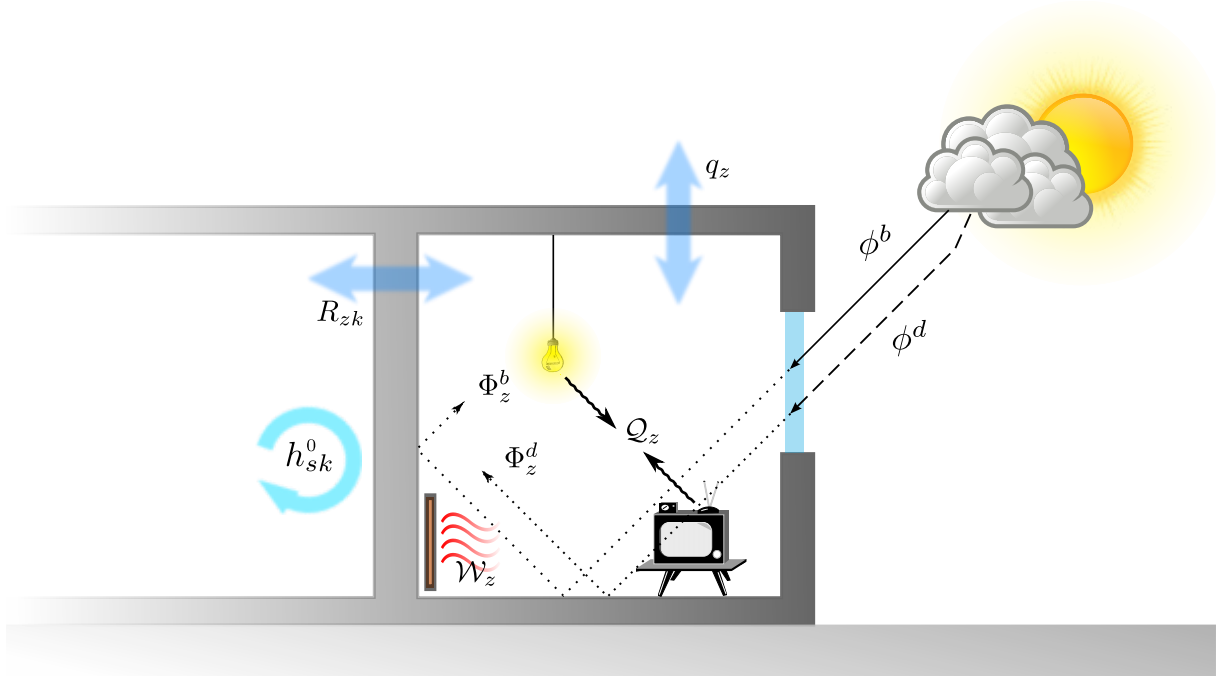


FIGURE 2.4 – Modèle de zone thermique

Expression	Définition
$\mathcal{C}_{sz}^x = h_{sz}^x (\theta_s(x, t) - T_z)$	Échanges convectifs entre la zone z et la paroi s sur la face d'abscisse x valant 0 ou L_s
$\mathcal{A}_{zk} = c_a R_{zk} (T_k - T_z)$	Échange thermique aéraulique entre les zones z et k
$\overline{\mathcal{A}}_z = c_a q_z (T_e - T_z)$	Échange thermique aéraulique entre les zones z et l'extérieur
$\dot{\mathcal{A}}_z$	Apports de chaleur par le système de ventilation
$\Phi_z^b = \sum_{w=1}^{N_{wz}} A_z \tau_w \gamma_w^b \phi^b$	Gains solaires directs dans la zone z (courte longueur d'onde) par la fenêtre w
$\Phi_z^d = \sum_{w=1}^{N_{wz}} A_w \tau_w \gamma_w^d \phi^d$	Gains solaires diffus dans la zone z (courte longueur d'onde) par la fenêtre w
\mathcal{Q}_z	Gains internes convectifs, hormis les émetteurs
$\mathcal{W}_z = \lambda_z (\Theta_z - T_z)$	Gains convectifs des émetteurs

TABLE 2.1 – Définition des flux thermiques des zones (2.8)

Paramètre	Unité	Définition
A_w	m^2	Aire de la fenêtre w de la zone z
c_a	$J.K^{-1}.m^{-3}$	Capacité calorifique volumique de l'air
C_z	$J.K^{-1}$	Capacité thermique de la zone z
γ_w^b et γ_w^d	—	Coefficients d'exposition solaire direct (b) et diffus (d) de la fenêtre w
h_{sz}^x	$J.K^{-1}.m^{-2}.s^{-1}$	Coefficient d'échange convectif entre la paroi s et la zone z sur la face d'abscisse x valant 0 ou L_s
λ_z	$J.K^{-1}.s^{-1}$	Coefficient de couplage convectif entre la température Θ_z de l'émetteur z et de la zone z
ϕ^b et ϕ^d	$J.m^{-2}.s$	Flux solaires direct (b) et diffus (d)
q_z	$m^3.s^{-1}$	Débit de renouvellement d'air dans la zone z
R_{zk}	$m^3.s^{-1}$	Échanges aérauliques entre les zones z et r
S_s	m^2	Aire de la paroi s
τ_w	—	Coefficient de transmittance de la fenêtre w
T_e	K	Température ambiante extérieure
T_z^0	K	Température initiale de la zone

TABLE 2.2 – Nomenclature du modèle des zones (2.8)

Chacun des termes d'échange est lié à un modèle décrivant chacun d'autres éléments du bâtiment interagissant avec les zones. Ces modèles sont explicités dans la suite de ce chapitre.

2.2.3 Modélisation des parois

2.2.3.1 Parois opaques

Les transferts thermiques au sein de chaque paroi sont considérés unidirectionnels. Cette hypothèse est justifiée par le fait que l'épaisseur des parois est généralement bien plus faible que leur hauteur ou largeur, ce qui permet de négliger les effets de bord du champ de températures. Chaque paroi est elle même constituée de plusieurs couches homogènes différentes. L'équation aux dérivées partielles parabolique qui décrit l'évolution de la chaleur à travers

la profondeur de la paroi $s \in \llbracket 1, N_s \rrbracket$ s'écrit alors :

$$\left\{ \begin{array}{ll} c_s \frac{\partial \theta_s}{\partial t} - k_s \frac{\partial^2 \theta_s}{\partial x^2} = 0, & (x, t) \in [0, L_s] \times \mathbb{R}^+ \\ \forall x \in [x_m, x_{m+1}[\setminus x_0 = 0 < x_1 \cdots < x_L = L_s, (c_s, k_s)(x) = (c_{ms}, k_{ms}) & x \in [0, L_s] \\ -k_s \frac{\partial \theta_s}{\partial x}(0, t) = \sum_{p=1}^{N_s} (\mathcal{R}_{sp}^{00} + \mathcal{R}_{sp}^{0L_s}) + \mathcal{R}_s^{0\infty} & t \in \mathbb{R}^+ \\ \quad - \sum_{z=1}^{N_z} \mathcal{C}_{sz}^0 + \overline{\mathcal{C}}_s^0 + \underline{\mathcal{C}}_s^0 + \Phi_s^{b0} + \Phi_s^{d0} \\ k_s \frac{\partial \theta_s}{\partial x}(L_s, t) = \sum_{p=1}^{N_s} (\mathcal{R}_{sp}^{L_s 0} + \mathcal{R}_{sp}^{L_s L_s}) + \mathcal{R}_s^{L_s \infty} & t \in \mathbb{R}^+ \\ \quad - \sum_{z=1}^{N_z} \mathcal{C}_{sz}^{L_s} + \overline{\mathcal{C}}_s^{L_s} + \underline{\mathcal{C}}_s^{L_s} + \Phi_s^{bL_s} + \Phi_s^{dL_s} \\ \theta_s(x, t = 0) = \theta_s^0(x) & x \in [0, L_s] \end{array} \right. \quad (2.9)$$

Chaque couche étant homogène, la conductivité et la capacité thermique linéique de chaque paroi sont des fonctions constantes par morceaux. On a donc $(c_s, k_s)(x)$ égal à une constante (c_{ms}, k_{ms}) sur chaque intervalle $[x_m, x_{m+1}[$ correspondant à une couche m de la surface s . Chaque paroi est couplée aux autres éléments du bâtiment par des termes de couplage (conditions aux limites). Chacune des deux faces d'une paroi possède des coefficients de couplage propres.

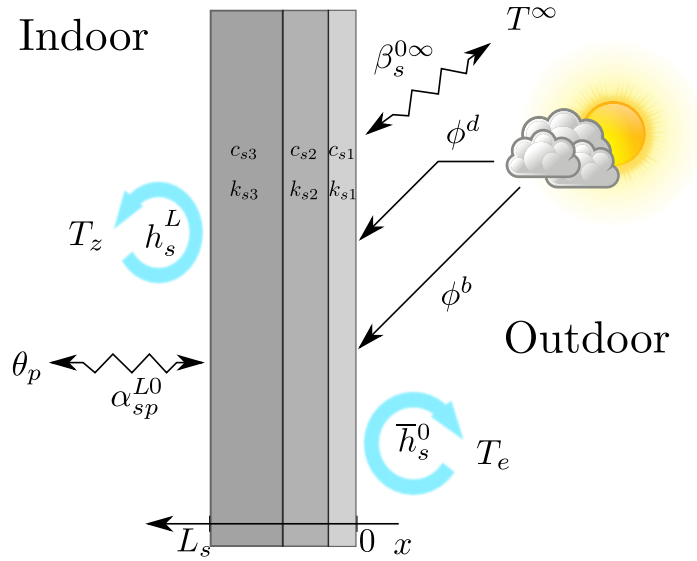


FIGURE 2.5 – Modèle de paroi multi-couches

Expression	Définition
$\mathcal{R}_{sp}^{x_1x_2} = (\alpha_{ps}^{x_2x_1}\theta_p(x_2, t) - \alpha_{sp}^{x_1x_2}\theta_s(x_1, t))$	Rayonnement de grande longueur d'onde entre deux parois s et p sur les faces respectives d'abscisses x_1 et x_2 (x_1 valant 0 ou L_s et x_2 valant 0 ou L_p)
$\mathcal{R}_s^\infty = \beta_s^\infty (T^\infty - \theta_s(x, t))$	Rayonnement de grande longueur d'onde entre la face d'abscisse x d'une paroi s (valant 0 ou L_s) et le ciel
$\mathcal{C}_{sz}^x = h_s^x (\theta_s(x, t) - T_z)$	Convection entre la paroi s et l'air de la zone z
$\overline{\mathcal{C}}_s^x = \overline{h}_s^x (T_e - \theta_s(x, t))$	Convection entre les parois et l'air extérieur
$\underline{\mathcal{C}}_s^x = \underline{h}_s^x (T_g - \theta_s(x, t))$	Conduction entre les parois et le sol
$\Phi_s^{bx} = a_s^x \gamma_q^{xb} \phi^b$	Rayonnement solaire direct (courte longueur d'onde)
$\Phi_s^{dx} = a_s^x \gamma_q^{xd} \phi^d$	Rayonnement solaire diffus (courte longueur d'onde)

TABLE 2.3 – Définition des flux thermiques des parois (2.9)

Paramètre	Unité	Définition
a_s^x	—	Facteur d'absorption de la face abscisse x de la paroi s (valant 0 ou L_s)
$\alpha_{sp}^{x_1x_2}$	$J.K^{-1}.m^{-2}.s^{-1}$	Coefficient d'échange radiatif entre les parois s et p sur les faces respectives d'abscisses x_1 et x_2 (x_1 valant 0 ou L_s et x_2 valant 0 ou L_p)
$\beta_s^{x\infty}$	$J.K^{-1}.m^{-2}.s^{-1}$	Coefficient d'échange radiatif entre les parois s et le ciel sur la face abscisse x
γ_s^{xb} et γ_s^{xd}	—	Coefficients d'exposition solaire direct (b) et diffus (d)
h_{sz}^x	$J.K^{-1}.m^{-2}.s^{-1}$	Coefficient d'échange convectif entre la paroi s et la zone z
\overline{h}_s^x	$J.K^{-1}.m^{-2}.s^{-1}$	Coefficient d'échange convectif avec l'air extérieur
\underline{h}_s^x	$J.K^{-1}.m^{-2}.s^{-1}$	Coefficient d'échange diffusif avec le sol
k_{ms}	$J.K^{-1}.m^{-1}.s^{-1}$	Conductivité thermique de la couche m
ϕ^b et ϕ^d	$J.m^{-2}.s^{-1}$	Flux solaires directs (b) et diffus (d)
c_{ms}	$J.K^{-1}.m^{-3}$	Capacité thermique volumique de la couche m (masse volumique ρ_{ms})
S_s	m^2	Aire de la paroi s
T_e	K	Température ambiante extérieure
T_g	K	Température du sol
T^∞	K	Température radiative équivalente du ciel
θ_s^0	K	Température initiale au sein de la paroi s

TABLE 2.4 – Nomenclature du modèle de paroi (2.9)

Couplages radiatifs : L'application directe de la loi de Stefan-Boltzmann sur les parois permet de construire des termes de couplage radiatif dépendant de l'orientation des parois entre elles et de leurs émittances respectives [Duffie et Beckman, 2013]. Soit $\Phi_{1 \rightarrow 2}$ le flux radiatif échangé entre deux parois (sans obstacle intermédiaire), nous avons :

$$\Phi_{1 \rightarrow 2} = S_1 F_{12} \sigma (\varepsilon_1 \theta_1^4 - \varepsilon_2 \theta_2^4) \quad (2.10)$$

Avec S_1 l'aire de la paroi 1, F_{12} le facteur de forme de la paroi 1 vers la paroi 2 (respectant la relation de réciprocité $S_1 F_{12} = S_2 F_{21}$ et σ la constante de Boltzmann. Ces termes de couplage peuvent facilement être linéarisés autour de la valeur moyenne de la température des parois pour obtenir l'approximation suivante :

$$\Phi_{1 \rightarrow 2} \simeq (\alpha_{12} \theta_1 - \alpha_{21} \theta_2) \quad (2.11)$$

L'environnement extérieur peut également être considéré comme une surface concave éloignée de température radiative équivalente T^∞ , ce qui permet également d'approximer les échanges radiatifs entre la face d'abscisse q d'une surface s et le ciel par la relation suivante :

$$\Phi_{\infty \rightarrow 2} \simeq \beta_s^{x\infty} (T^\infty - \theta_s(x, t)) \quad (2.12)$$

Couplages convectifs : Le flux d'échange convectif entre la surface d'une paroi et l'air ambiant est habituellement considéré comme proportionnel à la différence de température entre l'air et la surface de la paroi de températures respectives T et θ :

$$\Phi_c = Sh(T - \theta) \quad (2.13)$$

Le coefficient d'échanges convectifs h , dont l'inverse est homogène à une résistance thermique surfacique, dépend du fluide, de l'écoulement au voisinage de la paroi et de la géométrie. Ce coefficient est complexe à calculer analytiquement. Il est généralement déduit à l'aide de relations empiriques basées sur le nombre de Nusselt, avec un ordre de grandeur de $10 \text{ J.K}^{-1}.\text{m}^{-2}.\text{s}^{-1}$.

Pour les parois extérieures, nous utilisons ici une corrélation avec la vitesse du vent v (en m.s^{-1}) [Hagentoft, 2001] :

$$\begin{cases} h = 6 + 4v & v \leq 5 \text{ m.s}^{-1} \\ h = 7.41v^{0.78} & v \geq 5 \text{ m.s}^{-1} \end{cases} \quad (2.14)$$

Couplages diffusifs : Lorsque le plancher est considéré comme étant en contact parfait avec le sol, le terme de conduction se simplifie par une condition aux limites de Dirichlet : $\theta_s(q, t) = T_g$. Dans le cas contraire, on considère un coefficient de couplage diffusif \underline{h}_s . La conduction au sein du sol lui-même est négligée par souci de simplification.

Rayonnement solaire : Le flux radiatif de courte longueur d'onde reçu par une surface est directement proportionnel à son coefficient d'absorption a_s^x et ses coefficients d'orientation par rapport au soleil γ_s^{xb} et γ_s^{xd} pour les flux solaires directs et diffus.

2.2.3.2 Parois vitrées

Les parois vitrées sont considérées comme des parois monocouches soumises à la même équation (2.9). Cependant, chaque paroi vitrée laisse passer dans sa zone un flux solaire proportionnel à sa transmittance τ_w et son aire A_w . Les coefficients d'absorption, de réflexion r et de transmission des vitrages sont compris entre 0 et 1 (adimensionnels) et respectent la relation [Duffie et Beckman, 2013] :

$$a + r + \tau = 1 \quad (2.15)$$

2.2.4 Modélisation des équipements climatiques

Modèle de chauffage / climatiseur : Les équipements climatiques contrôlables simples (climatiseur, radiateur) sont modélisés par une équation différentielle du premier ordre par zone, avec un terme de couplage convectif \mathcal{W}_z représentant la puissance échangée entre le chauffage et la zone :

$$\begin{cases} \mathfrak{d}_z \frac{d\Theta_z}{dt} = \eta_z P_z - \mathcal{W}_z \\ \Theta_z(t=0) = \Theta_z^0 \end{cases} \quad (2.16)$$

Paramètre	Unité	Définition
\mathfrak{d}_z	$J.K^{-1}$	Capacité thermique équivalente de l'équipement
λ_z	$J.K^{-1}.s^{-1}$	Couplage convectif avec la zone z
η_z	—	Rendement du système
P_z	$J.s^{-1}$	Puissance brute consommée par le système
Θ_z^0	K	Condition initiale
$\mathcal{W}_z = \lambda_z (\Theta_z - T_z)$	$J.s^{-1}$	Couplage convectif des émetteurs de la zone z

Table 2.5 – Nomenclature du modèle des équipements thermiques (2.16)

Modèle de ventilation mécanique double-flux à échangeur thermique : Un système de ventilation impacte également le bilan thermique des zones. Un système de ventilation mécanique classique comporte un circuit d'extraction et un circuit d'injection d'air, connectés à un boîtier créant les dépressions nécessaires à la mise en mouvement de l'air (ventilateurs) et disposant d'un échangeur thermique récupérant l'énergie thermique de l'air extrait pour l'injecter dans l'air entrant dans le bâtiment.

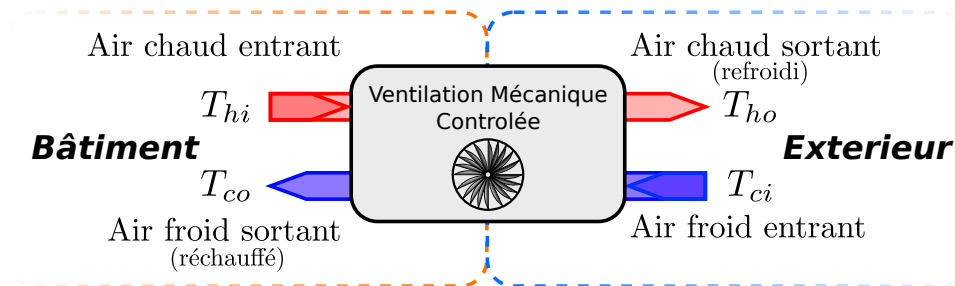


FIGURE 2.6 – Ventilation mécanique à échangeur thermique (conditions hivernales)

Pour un échangeur thermique, l'efficacité E est définie par la relation $E = \frac{q}{Q_{max}}$ où $q = D_h C_h (T_{hi} - T_{ho}) = D_c C_c (T_{co} - T_{ci})$ est le flux thermique échangé entre les deux fluides (avec D_h et D_c les débits volumiques imposés par le système, et C_h et C_c les capacités thermiques volumiques des fluides entrants et sortants).

$Q_{max} = \min \{D_h C_h, D_c C_c\} \cdot (T_{hi} - T_{ci})$ est le flux thermique maximal pouvant être échangé (correspondant à un échangeur théoriquement idéal) [Wetter, 1999, Kay et Nedderman, 1985].

Dans notre cas, nous supposons que les circuits aérauliques sont parfaitement isolés, que les débits entrants et sortants sont identiques ($D_h = D_c = D$) de même que les capacités thermiques ($C_h = C_c = c_a$). La température T_{ci} de l'air froid entrant est supposée égale à celle de l'air extérieur T_e . Généralement, l'efficacité $E = f(c_E)$ est pilotable par l'utilisateur au travers d'une consigne sur l'échangeur c_E (orientation, rotation des pales et ailettes). Si l'on considère un système de distribution d'air avec une bouche de soufflage et d'extraction par zone, nous pouvons alors écrire un modèle thermique du système de ventilation couplé au reste de notre modèle en négligeant les échanges aérauliques inter-zones :

$$\begin{cases} DT_{hi} = \sum_z^{N_z} d_{zh} T_z \\ T_{co} = T_e + E \cdot (T_{hi} - T_e) \\ E = f(c_E) \\ \dot{\mathcal{A}}_z = d_{zc} c_a T_{co} - d_{zh} c_a T_z \end{cases} \quad (2.17)$$

La première ligne de ce système correspond au mélange des flux d'air provenant des bouches d'extraction des zones avant de pénétrer dans la VMC double flux. La deuxième modélise le transfert thermique au niveau de l'échangeur. $\dot{\mathcal{A}}_z$ est le gain thermique généré au niveau de la zone z par le système de ventilation (bilan sur l'air extrait et insufflé).

Paramètre	Unité	Définition
d_{kz}	$m^3.s^{-1}$	Débit aéraulique de la zone k vers la zone z généré par le système de ventilation
D	$m^3.s^{-1}$	Débit global de ventilation
d_{zc}	$m^3.s^{-1}$	Débit d'air froid insufflé dans la zone z par le système de ventilation
d_{zh}	$m^3.s^{-1}$	Débit d'air chaud extrait de la zone z par le système de ventilation
$T_{hi}, T_{ho}, T_{ci}, T_{co}$	K	Températures d'air chaud (h) et froid (c) à l'entrée (i) et sortie (o) du boîtier du système
E	—	Efficacité de l'échangeur thermique

TABLE 2.6 – Nomenclature du modèle de ventilation mécanique (2.17)(2.18)

Si l'on considère le système de distribution d'air sans fuite, nous pouvons considérer les débits de soufflage et d'aspiration comme des fractions du débit global de ventilation D . Nous avons alors :

$$\begin{cases} 1 = \sum_z^{N_z} r_{zc} = \sum_z^{N_z} r_{zh} \\ d_{zc} = r_{zc}D, d_{zh} = r_{zh}D \end{cases} \quad (2.18)$$

Avec r_{zh} et r_{zc} les fractions du débit global D respectivement sortant et entrant dans une zone z .

2.2.5 Modèle de concentration CO_2

Pour vérifier si le système de ventilation garantit un air de qualité, nous calculons en parallèle la concentration de CO_2 dans les différentes zones. Le modèle utilisé pour le calcul de concentration est obtenu par un simple bilan de matière [Wang et Wang, 2012] :

$$\begin{cases} \mathcal{V}_z \frac{d\mathfrak{C}_z}{dt} = q_z (\mathfrak{C}_{out} - \mathfrak{C}_z) + \mathcal{S}_z \end{cases} \quad (2.19)$$

Paramètre	Unité	Définition
\mathfrak{C}	<i>ppmv</i>	Concentration de CO_2
\mathcal{V}_z	m^3	Volume de la zone z
\mathcal{S}_z	$ppmv.m^3.s^{-1}$	Débit de CO_2 émit par les occupants de la zone z
n_z	—	Nombre d'occupants de la zone z
q_z	$m^3.s^{-1}$	débit total entre la zone z et l'extérieur
d_{kz}	$m^3.s^{-1}$	Débit de la zone k vers la zone z

TABLE 2.7 – Nomenclature du modèle de CO_2 (2.19)

Suite au bilan de matière, la quantité $\mathcal{V}_z \frac{d\mathfrak{C}_z}{dt}$ représente trivialement la variation de concentration de CO_2 dans la zone z . Sur cette même zone, les flux d'air sont entrants ou sortants. $q_z (\mathfrak{C}_{out} - \mathfrak{C}_z)$ modélise l'échange total de CO_2 entre l'intérieur et l'extérieur. Les échanges inter-zones sont ici négligés.

La quantité de CO_2 émise par les occupants dépend de leur nombre et de leur activité métabolique (en particulier, le débit respiratoire). La quantité de CO_2 dans l'atmosphère se situe aux alentours de 400 *ppmv* [Wikipedia, 2015b]. Sachant que l'air que l'on expire contient environ 5% de CO_2 [Wikipedia, 2015a] soit environ 50000 *ppmv*, on peut déduire pour un débit respiratoire moyen de 0.5 *L/min* :

$$\mathcal{S}_z / \text{personne} \simeq \frac{0.5}{1000 \times 60} (50000) \simeq 0.4 \text{ ppmv.m}^3.s^{-1} \quad (2.20)$$

2.3 Optimisation et méthode adjointe

Résoudre un problème de commande optimale sur le modèle de bâtiment que nous venons de présenter revient à résoudre un problème d'optimisation portant sur la réponse du modèle et des variables de contrôle telles que la puissance électrique de chauffage ou le débit de la VMC. Résoudre un problème de calibration peut également se ramener à un problème

d'optimisation, où l'on cherche à trouver les valeurs de paramètres minimisant l'écart entre la réponse du modèle et des mesures réelles.

Nous présentons dans cette section une méthode générique d'optimisation adaptée au modèle de bâtiment présenté plus haut. Cette méthode se base sur une application de la théorie du contrôle optimal de systèmes d'équations aux dérivées partielles [Lions, 1971]. Elle consiste à utiliser des algorithmes à base de descente de gradient, où le gradient d'une fonction de coût est calculé à l'aide de la méthode adjointe. La méthode adjointe est en effet une technique très efficace pour le calcul de gradient, qui requiert un coût de calcul numérique de deux simulations du modèle, là où les méthodes aux différences finies nécessitent au moins une simulation pour chaque paramètre scalaire.

2.3.1 Formulation et résolution des problèmes d'optimisation

Formulation générale : Soit f le modèle du bâtiment, tel que nous venons précédemment de le définir. f est une application de l'espace des entrées/paramètres \mathcal{U} vers l'espace des états \mathcal{S} (dans notre cas, le champ des températures et les concentrations de CO_2). Pour notre modèle nodal, les espaces \mathcal{U} et \mathcal{S} sont des espaces de fonctions de carré intégrable sur un intervalle temporel $T = [0, t_f]$, munis de leurs produits scalaires et normes classiques (f et g appartenant à \mathcal{U} ou \mathcal{S}) :

$$\begin{aligned} \mathcal{U} &= [L^2(T)]^i \times \mathbb{R}^j, \mathcal{S} = [L^2(T)]^k \\ \langle f, g \rangle_{\mathcal{U}} &= \sum_n^{i+j} \int_T f_n g_n dt, \|f\|_{\mathcal{U}}^2 = \sum_n^{i+j} \int_T f_n(x, t)^2 dt \\ \langle f, g \rangle_{\mathcal{S}} &= \sum_n^k \int_T f_n g_n dt, \|f\|_{\mathcal{S}}^2 = \sum_n^k \int_T f_n(x, t)^2 dt \end{aligned} \quad (2.21)$$

Nous définissons de même l'espace des mesures et des consignes \mathcal{M} . Cet espace contient toutes les mesures pouvant être réalisées sur le bâtiment. Comme les mesures sont issues de capteurs ponctuels, \mathcal{M} est un sous espace de \mathcal{S} . \mathcal{M} est également muni de son produit scalaire et de ses normes classiques :

$$\begin{aligned} \mathcal{M} &= [L^2(T)]^l \\ \langle f, g \rangle_{\mathcal{M}} &= \sum_n^l \int_T f_n g_n dt, \|f\|_{\mathcal{M}}^2 = \sum_n^l \int_T f_n(x, t)^2 dt \end{aligned} \quad (2.22)$$

Nous nous plaçons ici dans cadre de la programmation quadratique (fonctionnelles de coût quadratiques). Ce cas est rencontré de manière récurrente dans le monde de l'optimisation et de l'inversion de modèles [Chavent, 2010, Ozisik et Orlando, 2000, Nassiopoulos et Bourquin, 2010a, Tarantola et Valette, 1982]. C'est également le cas pour de nombreux problèmes de contrôle optimal [García et al., 1989, Bartlett et al., 2002, Clarke et al., 1987][Privara et al., 2010]. En effet, une fonction de coût quadratique possède généralement des propriétés de différentiabilité et de convexité très intéressantes lorsqu'il s'agit de résoudre un problème d'optimisation. Aussi, nous avons choisi de ramener nos problèmes d'optimisation au problème quadratique générique suivant :

$$\begin{cases} u^* = \underset{u \in \mathcal{U}}{\arg \min J(u)} \\ J = \|\mathcal{O}f(u) - m\|_{\mathcal{M}}^2 + \|\mathcal{T}(u - u_0)\|_{\mathcal{U}}^2 \\ \varphi_i(\mathcal{O}f(u)) \leq 0, \psi_j(u) \leq 0 \end{cases} \quad (2.23)$$

Dans le problème (2.23), J est une fonction de coût à minimiser, sous respect des fonctions de contraintes φ et ψ portant respectivement sur la réponse du modèle et les entrées du modèle. \mathcal{O} , l'opérateur d'observation, est une application de \mathcal{S} vers \mathcal{M} qui permet de modéliser une mesure m réalisée sur le bâtiment. m peut également être une consigne, sa valeur n'est alors pas connue par la mesure mais par les spécifications des usagers. \mathcal{T} est un opérateur linéaire appliqué sur les paramètres du modèle et une valeur *a priori* u_0 .

Précisions sur la fonction de coût : Le terme $\|\mathcal{O}f(u) - m\|_{\mathcal{M}}^2$ correspond à une erreur quadratique (résidu) entre la réponse du modèle et les mesures réalisées sur le bâtiment réel, ou l'erreur entre les consignes et l'état du modèle.

Le terme $\|\mathcal{T}(u - u_0)\|_{\mathcal{U}}^2$ est une pénalisation quadratique sur les entrées du modèle. Ce terme de pénalisation peut avoir plusieurs usages. Pour un problème de contrôle, il peut imposer un coût sur la puissance consommée. Il est également particulièrement utile pour introduire des termes de régularisation de Tikhonov dans les problèmes d'identification paramétrique [Engl et al., 1996, Golub et al., 1999], ces derniers étant souvent « mal posés » (au sens de Hadamard [Hadamard, 1902]). En effet, un problème mathématique bien posé possède une solution unique qui dépend continûment des données, et dans notre cas l'unicité est rarement vérifiée.

Un terme de régularisation Tikhonov s'exprime généralement comme une faible pénalisation quadratique sur l'écart entre les paramètres et leur valeur *a priori*. \mathcal{T} doit alors être un vecteur de scalaires ϵ choisis très petits devant la valeur initiale de la fonction de coût.

$$\|\mathcal{T}(u - u_0)\|_{\mathcal{U}}^2 = \epsilon^T (c_p - c_{p_0})^2 \quad (2.24)$$

Cette formulation générique peut se comprendre plus facilement au travers de cas particuliers simples. Prenons par exemple un problème de contrôle optimal, où le but est de minimiser l'écart quadratique entre la température d'une pièce et sa valeur de consigne sur une plage de temps donnée, tout en minimisant un coût quadratique sur la puissance électrique P du radiateur. Nous pouvons écrire $J = \frac{1}{2} \int_{t=0}^{t_f} [a \cdot (T_{zone} - T_{consigne})]^2 dt + \frac{\epsilon}{2} \int_{t=0}^{t_f} P^2 dt$, avec $a(t)$ une fonction valant 1 pour les instants de présence et 0 dans le cas contraire, et ϵ un scalaire pondérant le coût sur la puissance par rapport au coût sur la consigne. La puissance optimale calculée P^* doit être comprise entre 0 et 1000W. Ainsi, nous avons :

$$\begin{cases} u = P \\ \|\mathcal{O}f(u) - m\|_{\mathcal{M}}^2 = \frac{1}{2} \int_{t=0}^{t_f} [a \cdot (T_{zone} - T_{consigne})]^2 dt \\ m = a \cdot T_{consigne} \\ \|\mathcal{T}(u - u_0)\|_{\mathcal{U}}^2 = \frac{\epsilon}{2} \int_{t=0}^{t_f} P^2 dt \\ \psi = (\psi_1, \psi_2), \psi_1 = -P, \psi_2 = P - 1000 \end{cases} \quad (2.25)$$

Si dans un autre cas nous cherchons à calculer la conductivité c_p d'une paroi telle que sa valeur minimise l'écart entre la température simulée et la température mesurée d'une zone (problème d'identification), nous écrivons cette fois $J = \frac{1}{2} \int_{t=0}^{t_f} [T_{zone} - T_{mesurée}]^2 dt + \frac{\epsilon}{2} (c_p - c_{p_0})^2$ (avec le terme de régularisation ϵ choisi suffisamment petit pour avoir un terme de régularisation représentant environ un millièème de la fonction de coût), ce qui donne :

$$\begin{cases} u = c_p \\ \|\mathcal{O}f(u) - m\|_{\mathcal{M}}^2 = \frac{1}{2} \int_{t=0}^{t_f} [T_{zone} - T_{mesurée}]^2 dt \\ m = T_{mesurée} \\ \|\mathcal{T}(u - u_0)\|_{\mathcal{U}}^2 = \frac{\epsilon}{2} (c_p - c_{p_0})^2 \end{cases} \quad (2.26)$$

Algorithmes d'optimisation : Le problème (2.23) peut se résoudre efficacement par des algorithmes de gradient conjugué et de Levenberg-Marquardt. Ces algorithmes de type descente de gradient ont fait leurs preuves sur des problèmes inverses thermiques pour des solides finis [Ozisik et Orlande, 2000], et sur des problématiques d'inversion de modèles thermiques du bâtiment [Brouns *et al.*, 2013, Brouns, 2014, Bourquin et Nassiopoulos, 2011].

L'algorithme du gradient conjugué fait appel au gradient $\nabla_u J$ de la fonction de coût suivant les paramètres du modèle pour définir la direction d'évolution des paramètres à chaque itération. Dans le cas d'un modèle linéaire suivant les paramètres recherchés, d'un espace des entrées \mathcal{U} convexe, et d'une fonction de coût quadratique elliptique, la méthode du gradient conjugué garantit la convergence vers la solution du problème d'optimisation en un nombre fini d'itérations [Ciarlet, 1989, Adams et Nazareth, 1996]. Cependant, dans le cas d'un problème non linéaire, la convergence n'est plus garantie. Les méthodes de Levenberg-Marquardt [Moré, 1978, Jin, 2009] sont à base de linéarisations successives, à mi chemin entre la descente de gradient et l'algorithme de Gauss-Newton. L'algorithme de Levenberg-Marquardt que nous utilisons ici permet la convergence vers un minimum local en alternant linéarisations du modèle et résolutions par gradient conjugué du problème linéarisé.

Pour un bâtiment standard, le nombre de paramètres peut être très élevé. Il est donc impensable de calculer un tel gradient par une méthode de différences finies. Cela impliquerait en effet de calculer, pour chaque itération de l'algorithme d'optimisation, $n+1$ simulations directes du modèle (n étant le nombre de paramètres scalaires du modèle discrétisé), ce qui par exemple peut devenir critique pour un calcul de commande récurrent (application en temps réel). En effet, si l'entrée intervenant dans le problème d'optimisation dépend du temps, le nombre d'entrées scalaires correspondantes dans le modèle discrétisé peut rapidement être très élevé. Pour remédier à ce problème, nous avons fait appel à la méthode adjointe pour calculer le gradient en un coût numérique minimal de seulement deux simulations du modèle [Blayo et Nodet, 2012]. Cette méthode, explicitée dans [Lions, 1971], fait appel à une formulation variationnelle du problème d'optimisation et à la définition d'un modèle adjoint au modèle (dit « direct ») d'équations aux dérivées partielles.

Prise en compte des contraintes : La fonction ψ de contrainte sur les paramètres peut être facilement prise en compte à l'aide d'une méthode de projection sur u . Entre chaque itération de l'algorithme d'optimisation (descente de gradient), tout paramètre en dehors de ses bornes est ramené à la valeur de sa borne la plus proche. Cette méthode ne compromet pas la convergence de la méthode du gradient à pas variable [Ciarlet, 1989].

Les contraintes φ sur l'état du système sont plus complexes à prendre en compte. Pour ce faire, on peut faire appel à une méthode de pénalisation quadratique et à la méthode d'Uzawa [Bacuta, 2006].

La méthode de pénalisation consiste à appliquer un coût quadratique sur l'état avec un fort coefficient de pondération ξ lorsque ce dernier se retrouve en dehors des bornes souhaitées. Par exemple, si l'on souhaite qu'une température de zone ne dépasse pas une valeur donnée T_z^{max} , il suffira de rajouter à J le terme J_c suivant :

$$J_c = \xi \max(0, T_z - T_z^{max})^2 \quad (2.27)$$

Toutefois, le choix des paramètres de pondération n'est pas toujours évident, en particulier lorsque la pénalisation génère de trop grandes valeurs de la fonction de coût pouvant amener à des instabilités numériques. Les méthodes à base de Lagrangien augmenté, telles que la méthode d'Uzawa, peuvent être une alternative intéressante.

La méthode d'Uzawa consiste à définir une suite $(u^k, \lambda^k)_{k \geq 0}$, où λ^0 est choisi arbitrairement, et telle que pour chaque $k \geq 0$:

$$\begin{cases} J(u^k) + \sum_{i=1}^m \int \lambda_i^k(t) \varphi_i(\mathcal{O}f(u^k)) dt = \inf_{v \in \mathcal{U}} \left\{ J(v) + \sum_{i=1}^m \int \lambda_i^k(t) \varphi_i(\mathcal{O}f(v)) dt \right\} \\ \lambda_i^{k+1} = \max \left\{ \lambda_i^k + \rho \varphi_i(\mathcal{O}f(u^k)), 0 \right\}, 1 \leq i \leq m \end{cases} \quad (2.28)$$

La difficulté d'application de la méthode réside dans le choix d'un $\rho_c \in \mathbb{R}^{+*}$ tel que la suite converge. L'existence d'une valeur maximale de ρ_c permettant la convergence est garantie si J est elliptique et \mathcal{U} convexe. Cette méthode est également utile pour les contraintes sur les paramètres lorsqu'on ne sait pas construire l'opérateur de projection associé à ψ .

2.3.2 Méthode adjointe pour le calcul de gradients

La méthode adjointe consiste à écrire explicitement le gradient d'une fonction de coût suivant chaque paramètre comme une fonction dépendant de la réponse directe du modèle et de la réponse d'un autre modèle de structure similaire : le modèle adjoint. La construction du modèle adjoint dépend ainsi du modèle direct et de la fonction de coût du problème d'optimisation considéré. Le modèle adjoint ne possède pas de conditions initiales, mais des conditions finales : sa réponse doit donc être simulée de manière rétrograde.

Nous présentons ici la méthode adjointe sur deux cas particuliers facilement généralisables à un modèle complet de bâtiment. Le premier est le cas d'un système linéaire invariant, souvent rencontré dans les problèmes de contrôle, assimilable à un modèle nodal linéaire du bâtiment. Le deuxième est le cas de l'équation de la chaleur sur un milieu continu.

2.3.2.1 Modèle adjoint d'un système linéaire

Nous cherchons ici à calculer une loi de commande optimale sur un horizon temporel $[0, t_f]$ pour un système linéaire invariant en temps. Ce cas correspond à notre modèle de bâtiment, après une discrétisation spatiale des parois et dans le cas particulier de paramètres invariants en temps (hormis les températures et les variables de contrôle).

Soit le système linéaire suivant :

$$\begin{cases} \frac{d\theta}{dt} = A.\theta + B.u & t \in [0, t_f] \\ \theta(0) = 0 \end{cases} \quad (2.29)$$

avec θ vecteur des températures, u le vecteur de contrôle, A la matrice d'état et B la matrice de commande.

Le problème de contrôle optimal consiste à trouver la valeur de $u(t)$ sur $[0, t_f]$ minimisant la fonction de coût :

$$J = \frac{1}{2} \int_{t=0}^{t_f} \left((\theta - c)^T \cdot P \cdot (\theta - c) + u^T \cdot Q \cdot u \right) dt \quad (2.30)$$

P et Q étant des matrices de pondération symétriques définies positives. Le modèle étant linéaire, nous pouvons directement écrire le Lagrangien associé au problème d'optimisation :

$$\mathcal{L} = J + \int_0^{t_f} \theta^{*T} \cdot \left[\frac{d\theta}{dt} - (A \cdot \theta + B \cdot u) \right] dt \quad (2.31)$$

Le Lagrangien est ici la somme entre la fonction de coût et le produit scalaire entre l'équation du système différentiel et un multiplicateur de Lagrange θ^* , de même dimension que θ .

Une solution du problème d'optimisation doit être telle que :

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \theta} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \theta^*} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial u} = 0 \quad (2.32)$$

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \theta^*} = 0$ est garanti car θ est solution de (2.29). Si l'on reformule (2.31) à l'aide d'une intégration par partie, nous avons :

$$\mathcal{L} = J + \int_0^{t_f} \theta^T \cdot \left[-\frac{d\theta^*}{dt} - A^T \cdot \theta^* \right] dt + \int_0^{t_f} \theta^{*T} \cdot [-B \cdot u] dt + [\theta^{*T} \cdot \theta]_0^{t_f} \quad (2.33)$$

Aussi, l'égalité $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \theta} = 0$ permet de faire apparaître la forme variationnelle (ou formulation faible) du modèle adjoint suivant :

$$\begin{cases} -\frac{d\theta^*}{dt} = A^T \cdot \theta^* - P \cdot (\theta - c) & t \in [0, t_f] \\ \theta^*(t_f) = 0 \end{cases} \quad (2.34)$$

Ce système différentiel possédant des conditions finales au lieu de conditions initiales, sa résolution numérique doit se faire de façon rétrograde.

De plus, comme θ est solution de (2.29), nous avons nécessairement :

$$J(u) = \mathcal{L}(\theta, \theta^*, u) \quad (2.35)$$

Ce qui permet d'écrire le gradient de J suivant u en fonction du Lagrangien :

$$\nabla_u J = \frac{\partial \mathcal{L}(\theta, \theta^*, u)}{\partial u} \quad (2.36)$$

Nous obtenons alors une expression explicite du gradient de la fonction de coût en fonction de l'état adjoint θ^* :

$$\nabla_u J(t) = Q^T u(t) - B^T \theta^*(t) \quad (2.37)$$

D'un point de vue numérique, le calcul du gradient s'obtient donc en deux simulations successives de systèmes différentiels : le système direct puis le système adjoint. Ce résultat est valable quel que soit l'horizon temporel et le pas de discrétisation. Dans une approche de type différences finies, il faudrait résoudre le système direct pour une petite variation de u à chaque instant discret, ce qui serait bien plus coûteux.

Exemple d'application : cas test unitaire : Le cas test unitaire permet de valider numériquement la résolution d'un problème d'optimisation. Seul un bilan thermique de zone est modélisé (pas de modélisation des parois), et les grandeurs physiques sont adimensionnalisées (valeurs unitaires). Le système de chauffage est réduit à un gain interne pur W . Le modèle s'écrit donc :

$$\begin{cases} C_z \frac{dT_z}{dt} = c_a q (T_o - T_z) + \alpha \phi_s + W & t \in [0, \tau] \\ T_z(0) = 0 \end{cases} \quad (2.38)$$

En considérant les grandeurs météo (température extérieure T_o et flux solaires ϕ_s) nulles, ceci est équivalent au système (2.29), avec $A = -\frac{c_a q}{C_z}$, $B = 1$, $\theta = T_z$ et $u = W$. Pour une fonction de coût d'expression :

$$J = \frac{p(t)}{2} [T_z - c(t)]^2 + \frac{q}{2} W^2 \quad (2.39)$$

Le premier terme de J représente l'écart à une fonction de consigne en cas de présence, et le deuxième un coût sur la puissance consommée. $p(t)$ est une fonction valant 1 en cas de présence, et 0 sinon. $c(t)$ est la consigne de température, à 20°C en cas de présence. q est un coefficient de pondération (pour doser l'importance du coût sur la puissance W lors du contrôle), réglé ici à une valeur de 10^{-3} (pour favoriser le respect de la consigne). Ceci revient à choisir $P = p(t)$ et $Q = q$.

La simulation du modèle est réalisée pour un intervalle de temps de 3 jours, avec un pas de temps de 600s. Le calcul de W_{opt} minimisant J par un algorithme de gradient conjugué converge en environ 15s (soit environ 5 itérations), sur un processeur Intel®Core™i5-2430M 2.4GHz. La figure 2.7 compare le résultat de commande ainsi calculé (courbe bleue), avec un simple créneau de puissance durant les périodes de présence. Pour des raisons de lisibilité, la consigne (courbe rouge) est affichée à 0 en cas d'absence (mais sa valeur sur ces périodes n'influe en rien le résultat).

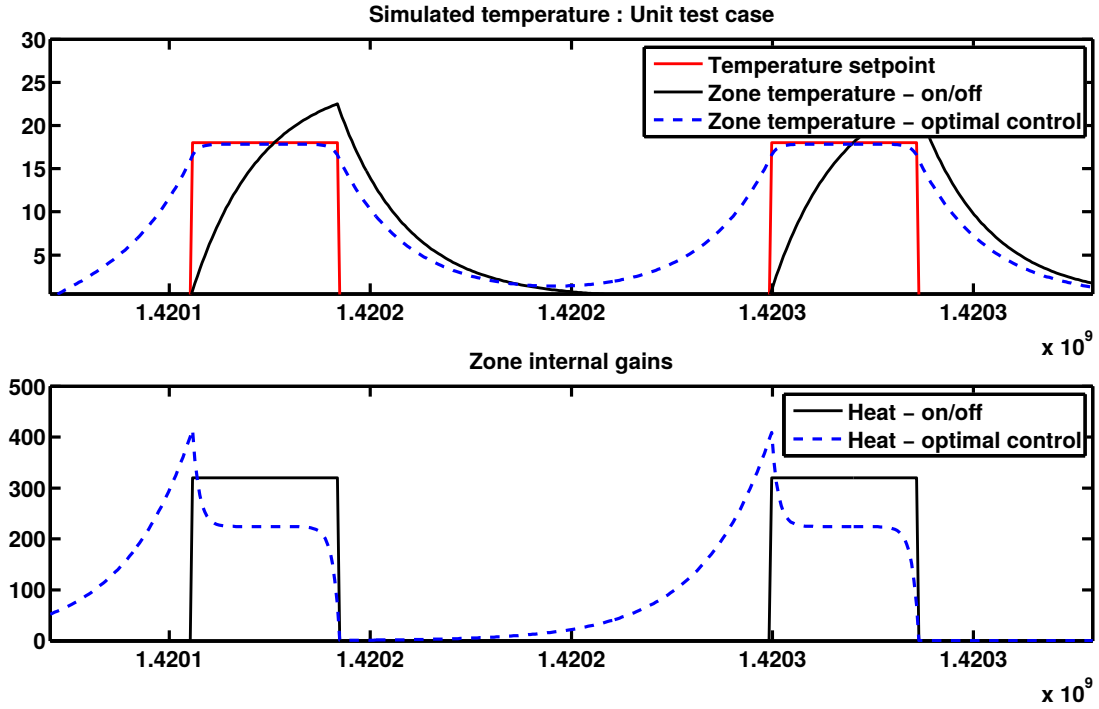


FIGURE 2.7 – Cas test unitaire : commande optimale

L'anticipation de la consigne sur la phase de présence est ici clairement visible, avec un pic de puissance juste avant l'arrivée des occupants. Durant ces phases, la puissance se maintient au niveau suffisant pour assurer le respect de la consigne.

Il est également intéressant d'observer le gradient obtenu à la première itération de l'algorithme d'optimisation (figure 2.8), soit pour une valeur nulle de W . La valeur négative du gradient indique un besoin de chauffage (la descente s'effectue dans le sens opposé du gradient). La valeur absolue du gradient est également maximale aux instants d'arrivée des occupants.

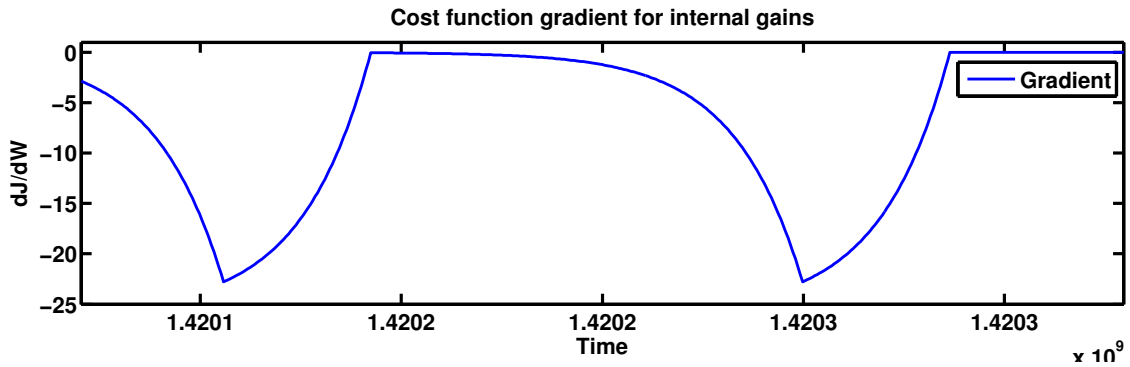


FIGURE 2.8 – Cas test unitaire : gradient de la commande

2.3.2.2 Équation de la chaleur adjointe

Nous considérons ici le cas de l'équation de la chaleur, à la base de nombreux modèles thermiques du bâtiment.

Soit l'équation de la chaleur (2.3) définie sur un domaine spatial Ω de volume V , dont nous rappelons ici l'expression :

$$\begin{cases} \rho c \frac{\partial \theta}{\partial t} - \nabla \cdot (k \nabla \theta) = \Psi & (x, t) \in \Omega \times \mathbb{R}^+ \\ h\theta + k \nabla \theta \cdot \mathbf{n} = \Phi & (x, t) \in \partial\Omega \times \mathbb{R}^+ \\ \theta(x, 0) = \theta_0(x) & x \in \Omega \end{cases} \quad (2.40)$$

Nous supposons inconnu le vecteur $u = (\rho c, k, h)$ des paramètres de l'équation. Nous supposons également que h est une constante réelle positive, et $(\rho c, k)(x)$ une fonction invariante en temps, de carré sommable sur le domaine Ω et l'intervalle de temps $T = [0, t_f]$. Nous avons $u \in \mathcal{U}$, muni de son produit scalaire et ses normes classiques (2.41).

$$\begin{aligned} \mathcal{U} &= [L^2(\Omega, T)]^2 \times [L^2(T)], \quad \langle f, g \rangle = \int_{\Omega \times T} f g \, dx dt \\ \|f\|_{\mathcal{U}} &= \int_{\Omega \times T} (f(x, t)^2)^{\frac{1}{2}} \, dx dt, \quad \|f\|_{\mathcal{U}}^2 = \int_{\Omega \times T} f(x, t)^2 \, dx dt \end{aligned} \quad (2.41)$$

Nous cherchons ici à calculer les paramètres u permettant d'obtenir une réponse du modèle correspondant à des mesures ponctuelles de température.

Considérons une fonction de coût $J(\theta(u), u)$ dépendant du champ de température et des paramètres.

$$J = \frac{1}{2} \|\mathcal{O}(\theta - m)\|_{\mathcal{M}}^2 + \frac{1}{2} \|\mathcal{T}(u - u_0)\|_{\mathcal{U}}^2 \quad (2.42)$$

Avec $\mathcal{M} = L^2(\Omega \times T)$. Pour le cas particulier de mesures locales m réalisées aux points x_i , l'opérateur d'observation devient une somme de distributions de Dirac $\mathcal{O} = \sum_i \delta_{x_i}$. Pour une régularisation simple sur la valeur *a priori* (u_0) de u , nous prenons un scalaire $\epsilon \in \mathbb{R}^+$ tel que $\frac{1}{2} \|\mathcal{T}(u - u_0)\|_{\mathcal{U}}^2 = \frac{\epsilon}{2} \|(u - u_0)\|_{\mathcal{U}}^2$ soit très petit devant la valeur initiale de J .

Le problème d'optimisation consiste ici à trouver u minimisant J . Comme il s'agit d'un problème non linéaire, nous calculons le gradient du modèle linéarisé, qui est une approximation du gradient $\nabla_u J(u, \theta)$ au point de linéarisation. Soit δu une petite variation de u . Une telle variation entraîne une perturbation du champ de températures (2.43).

$$\theta(u + \delta u) \simeq \theta(u) + \delta \theta(u + \delta u) \quad (2.43)$$

$\delta \theta(u)$ est la solution du modèle linéaire tangent en u :

$$\begin{cases} \rho c \frac{\partial \delta \theta}{\partial t} - \nabla \cdot (k \nabla \delta \theta) = -\delta \rho c \frac{\partial \theta}{\partial t} + \nabla \cdot (\delta k \nabla \theta) & (x, t) \in \Omega \times T \\ h \delta \theta + k \nabla \delta \theta \cdot \mathbf{n} = -\delta h \theta - \delta k \nabla \theta \cdot \mathbf{n} & (x, t) \in \partial\Omega \times T \\ \delta \theta(x, 0) = 0 & x \in \Omega \end{cases} \quad (2.44)$$

Nous introduisons également la fonction de coût perturbée au point de linéarisation u :

$$\bar{J}(\delta u) = J(\theta(u) + \delta \theta(u + \delta u), u + \delta u) \quad (2.45)$$

Soit \mathcal{L} le Lagrangien associé à \bar{J} et (2.44), avec $\delta \theta^*$ le multiplicateur de Lagrange associé au champ $\delta \theta$:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= \bar{J} + \int_{\Omega \times T} \delta \theta^* \left(\rho c \frac{\partial \delta \theta}{\partial t} - \nabla \cdot (k \nabla \delta \theta) + \delta \rho c \frac{\partial \theta}{\partial t} - \nabla \cdot (\delta k \nabla \theta) \right) dx dt \\ &\quad + \int_{\partial\Omega \times T} \delta \theta^* (h \delta \theta + k \nabla \delta \theta \cdot \mathbf{n} + \delta h \theta + \delta k \nabla \theta \cdot \mathbf{n}) dx dt \end{aligned} \quad (2.46)$$

L'équation (2.46) peut se reformuler par application d'une double intégration par parties et du théorème de Green-Ostrogradski.

$$\begin{aligned}
\mathcal{L} = & \bar{J} + \int_{\Omega \times T} \delta\theta \left(-\rho c \frac{\partial \delta\theta^*}{\partial t} - \nabla \cdot (k \nabla \delta\theta^*) \right) \\
& + \int_{\partial\Omega \times T} k (\delta\theta \nabla \delta\theta^* - \delta\theta^* \nabla \delta\theta) \cdot \mathbf{n} dx dt + \int_T [\rho c \delta\theta \delta\theta^*]_0^{t_f} dx \\
& + \int_{\Omega \times T} \delta\theta^* \left(\delta\rho c \frac{\partial \theta}{\partial t} - \nabla \cdot (\delta k \nabla \theta) \right) dx dt \\
& + \int_{\partial\Omega \times T} \delta\theta^* (h \delta\theta + k \nabla \delta\theta \cdot \mathbf{n} + \delta h \theta + \delta k \nabla \theta \cdot \mathbf{n}) dx dt
\end{aligned} \tag{2.47}$$

ce qui se simplifie, à cause des conditions initiales nulles et de l'annulation des termes $k \delta\theta^* \nabla \delta\theta \cdot \mathbf{n}$:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L} = & \bar{J} + \int_{\Omega \times T} \delta\theta \left(-\rho c \frac{\partial \delta\theta^*}{\partial t} - \nabla \cdot (k \nabla \delta\theta^*) \right) \\
& + \int_{\partial\Omega \times T} k (\delta\theta \nabla \delta\theta^*) \cdot \mathbf{n} dx dt + \rho c \delta\theta \delta\theta^* (x, t_f) \\
& + \int_{\Omega \times T} \delta\theta^* \left(\delta\rho c \frac{\partial \theta}{\partial t} - \nabla \cdot (\delta k \nabla \theta) \right) dx dt \\
& + \int_{\partial\Omega \times T} \delta\theta^* (h \delta\theta + \delta h \theta + \delta k \nabla \theta \cdot \mathbf{n}) dx dt
\end{aligned} \tag{2.48}$$

Comme dans le cas précédent, nous cherchons à annuler le gradient du Lagrangien. L'égalité $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \delta\theta} = 0$ permet de faire apparaître la forme variationnelle du modèle adjoint suivant :

$$\begin{cases} -\rho c \frac{\partial \delta\theta^*}{\partial t} - \nabla \cdot (k \nabla \delta\theta^*) = -\frac{\partial \mathcal{O}(\theta + \delta\theta - m)}{\partial \delta\theta} \mathcal{O}(\theta + \delta\theta - m) & (x, t) \in \Omega \times T \\ h \delta\theta^* + k \cdot \nabla \delta\theta^* \cdot \mathbf{n} = 0 & (x, t) \in \partial\Omega \times T \\ \delta\theta^*(x, t_f) = 0 & x \in \Omega \end{cases} \tag{2.49}$$

Le gradient de $\bar{J}(\delta u)$ est défini par sa dérivée Fréchet au point δu :

$$\bar{J}(\delta u + \delta \tilde{u}) = \bar{J}(\delta u) + \langle \nabla \bar{J}(\delta u), \delta \tilde{u} \rangle + o(\delta \tilde{u}) \tag{2.50}$$

Dans ce cas, nous avons également :

$$\nabla_{\delta u} \bar{J} = \frac{\partial \mathcal{L}(\delta\theta, \delta\theta^*, \delta u)}{\partial \delta u} \tag{2.51}$$

Nous pouvons alors écrire explicitement le gradient en fonction de $\delta\theta$ et de l'état adjoint $\delta\theta^*$:

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla_{\delta u} \bar{J} = (\nabla_{\delta \rho c} \bar{J}, \nabla_{\delta k} \bar{J}, \nabla_{\delta h} \bar{J}) \\ \nabla_{\delta \rho c} \bar{J} = \frac{\partial \mathcal{T}(\delta \rho c + \rho c - \rho c_0)}{\partial \delta \rho c} \mathcal{T}(\delta \rho c + \rho c - \rho c_0) + \int_T \delta \theta^* \frac{\partial \theta}{\partial t} dt \\ \nabla_{\delta k} \bar{J} = \begin{cases} \frac{\partial \mathcal{T}(\delta k + k - k_0)}{\partial \delta k} \mathcal{T}(\delta k + k - k_0) - \int_T \delta \theta^* \Delta \theta dx dt & \text{si } x \in [\Omega - \partial \Omega] \\ \frac{\partial \mathcal{T}(\delta k + k - k_0)}{\partial \delta k} \mathcal{T}(\delta k + k - k_0) - \int_T \delta \theta^* (\Delta \theta - \nabla \theta \cdot \mathbf{n}) dx dt & \text{si } x \in \partial \Omega \end{cases} \\ \nabla_{\delta h} \bar{J} = \frac{\partial \mathcal{T}(\delta h + h - h_0)}{\partial \delta h} \mathcal{T}(\delta h + h - h_0) + \int_{\Omega \times T} \delta \theta^* \theta dx dt \end{array} \right. \quad (2.52)$$

Dans le cas particulier où $\frac{1}{2} \|\mathcal{T}(u - u_0)\|_{\mathcal{U}}^2 = \frac{\epsilon}{2} \|(u - u_0)\|_{\mathcal{U}}^2$, on aura par exemple $\nabla_{\delta h} \bar{J} = \epsilon(\delta h + h - h_0) + \int_{\Omega \times T} \delta \theta^* \theta dx dt$, ce qui implique d'avoir calculé la réponse du modèle direct $\theta(x, t)$ et la réponse du modèle adjoint $\delta \theta^*(x, t)$ (avec une méthode d'éléments finis par exemple).

Le calcul de $\nabla_u \bar{J}$ peut permettre de résoudre le problème d'optimisation sur le modèle linéaire tangent avec un algorithme de gradient conjugué. Pour résoudre le problème sur le modèle non linéaire, nous devons faire appel à plusieurs linéarisations successives (algorithme de Levenberg-Marquardt). Le lecteur peut se référer à [Jarny *et al.*, 1990] pour une application du gradient conjugué et de la méthode adjointe sur l'équation de la chaleur.

2.4 Mise en œuvre

L'ensemble des modèles et des méthodes présentés a été implémenté dans une toolbox Matlab dénommée ReTrofit [Nassiopoulos *et al.*, 2014, Brouns, 2014], développée à l'IFST-TAR. Cette toolbox permet de générer automatiquement un modèle numérique de bâtiment à partir d'un fichier descriptif (au format gbXML [gbXML Organization, 2014]), de simuler la réponse de ce modèle sur des données météo, et de définir et résoudre divers problèmes d'optimisation quadratiques. Les modèles implémentés ont été testés et validés par notre équipe sur plusieurs cas tests, et en particulier au travers de la procédure BESTEST [Alexander *et al.*, 2008].

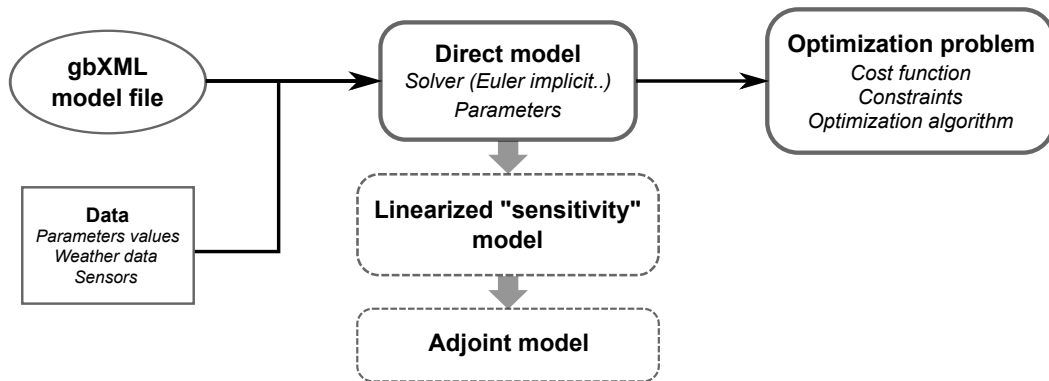


FIGURE 2.9 – Briques de la toolbox ReTrofit

La toolbox ReTrofiT a été conçue dans une approche orientée objet. Une fois le modèle direct du bâtiment conçu, on peut alors lui associer un solveur temporel (Euler implicite, explicite, ou Crank-Nicolson), divers capteurs virtuels (température ou température opérative) ainsi qu'un ensemble de données (valeurs des paramètres et des variables de commande ou météorologiques). Il est également possible de définir un problème d'optimisation associé, contenant la description de la fonction de coût, des paramètres à optimiser, l'algorithme d'optimisation retenu et ses paramètres. Le modèle direct et le problème d'optimisation servent ensuite à générer la réponse du modèle adjoint au modèle linéarisé pour le calcul du gradient.

Le travail de cette thèse a en bonne partie contribué à l'évolution de cet outil, au fur et à mesure des besoins expérimentaux. En particulier, des contributions ont été apportées sur la modélisation multicouche des parois (avec discrétisation par éléments finis dans le cas multicouche), la prise en compte des gains solaires (en particulier, l'intégration d'une corrélation sur les gains directs et diffus, et la température du ciel), la modélisation d'un système de VMC double flux et de CO_2 , et divers autres points au cours du développement.

Le reste des développements présentés dans ce manuscrit s'appuient principalement sur cet outil pour les expérimentations numériques et sur cas réel.

2.5 Cas d'étude : la maison INCAS MA

La maison INCAS-MA est une maison expérimentale instrumentée et info-gérée de l'INES (Institut National de l'Énergie Solaire) construite au Bourget du Lac, France. Ce bâtiment en deux étages est conçu sur le modèle d'un habitat résidentiel : un rez-de-chaussée faisant office de pièce de vie, et de trois chambres à l'étage (dont deux donnant sur un balcon). Les murs extérieurs en brique (Monomur R42) sont recouverts d'un enduit aérogel. La maison est également équipée de radiateurs électriques (un par pièce), de volets électriques pilotables, et d'une VMC double flux (avec échangeur désactivable). La VMC comporte 6 bouches de soufflage et 4 d'aspiration réparties dans les différentes pièces, dont les débits individuels en fonction du débit principal ont été mesurés.

Ce cas d'étude permet de confronter nos travaux à un cas réel instrumenté et dont toutes les caractéristiques sont connues.



FIGURE 2.10 – INCAS-MA avant la pose d'enduit aérogel

Pour ce cas d'application, nous avons restreint l'étude au pilotage des deux chambres de l'étage orientées sud (chambres 1 et 2), avec un pilotage de la puissance électrique injectée dans les radiateurs et du débit de la VMC. En ce qui concerne la VMC, ces chambres ne disposent que d'une bouche de soufflage, l'évacuation de l'air se faisant par les portes et autres aérations. Nous disposons également de mesures de température dans les pièces et les parois des murs extérieurs, ainsi qu'un pyrgéomètre pour la mesure du flux solaire. Un superviseur a été mis en place (par l'INES et la société Vesta Systems) pour assurer l'échange des données de mesure, de commande, et des prévisions météorologiques. Le modèle adopté pour les tests numériques et sur site réel est un modèle de 5 zones (rez-de-chaussé, chambres et combles). Le modèle du circuit aéraulique de la VMC a été simplifié, avec une entrée et une sortie par zone (hors combles) respectant les ratios sur les débits d'air mesurés. Les parois internes du modèle sont considérées homogènes et uniformes, et nous modélisons les trois couches des murs extérieurs (plaques de plâtre, brique et enduit aérogel). Dans ces travaux, nous nous intéressons seulement au pilotage des zones 1 et 2, correspondant aux chambres de l'étage orientées sud.

Radiateurs : Puissance max	VMC : Débit max	VMC : Efficacité échangeur	VMC : Ratio Débit aération / Débit total
1000 W	$180 \text{ m}^3/\text{s}$	91.5%	1/6

TABLE 2.8 – Maison INCAS : Caractéristiques du système climatique

Un modèle architectural est d'abord réalisé sous une application de CAO permettant de générer un fichier gbXML contenant la définition des zones et des parois. Cette maquette numérique nous permet de calculer automatiquement les coefficients d'échanges convectifs et radiatifs (avec facteurs de forme) entre les parois et les zones, et la course du soleil à partir de la position géographique et de l'orientation des parois.

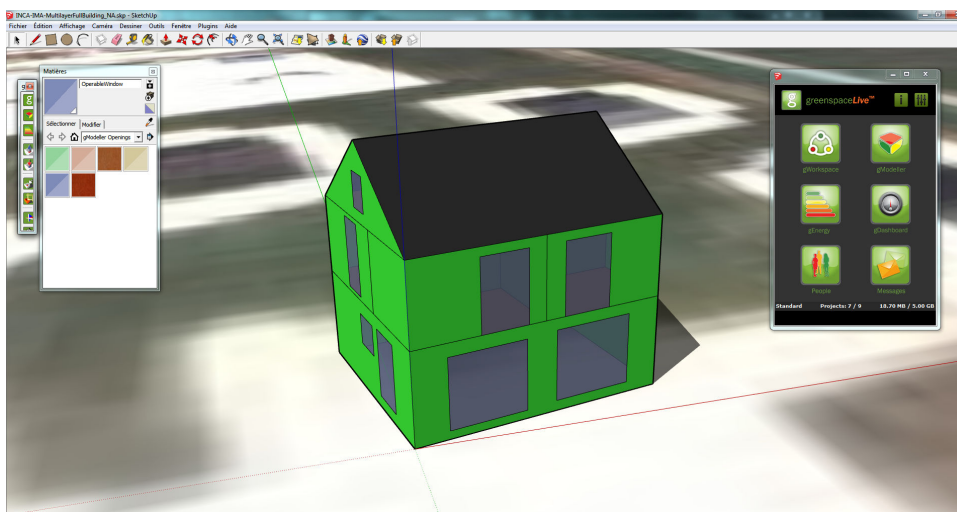


FIGURE 2.11 – INCAS modèle CAO

Afin de valider la cohérence de ce modèle, les résultats de simulation annuelle ont été comparés à la réponse d'un modèle EnergyPlus, conçu par l'INES. Les paramètres du modèle ReTroiT ont été choisis au plus proche du modèle EnergyPlus et ajustés manuellement, avec une discrétisation de 15 éléments finis par paroi.

Le modèle EnergyPlus possède une description plus détaillée des parois et une modélisation du vide sanitaire.

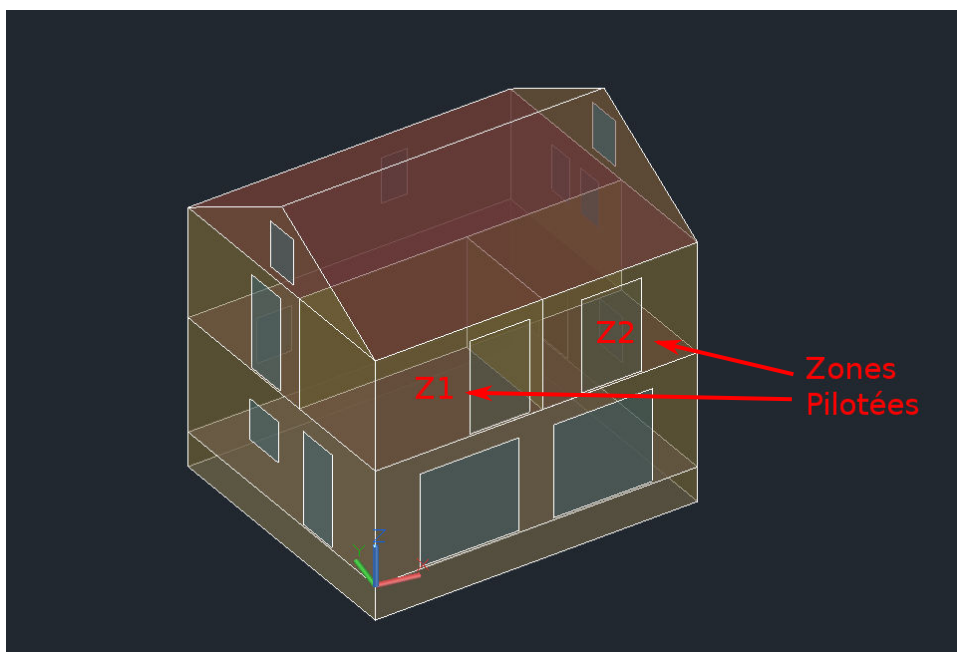


FIGURE 2.12 – Géométrie du modèle EnergyPlus

La résolution numérique sur notre outil est assez rapide, avec un temps de calcul inférieur à 5 minutes pour une année sur un ordinateur de bureau récent. Les résultats entre les deux outils sont assez proches sur les températures des zones des pièces de vie. L'ajustement des températures simulées par les deux programmes pour les chambres 1 et 2 présente en effet un écart moyen de 0.067°C et un écart type de $0,9^{\circ}\text{C}$.

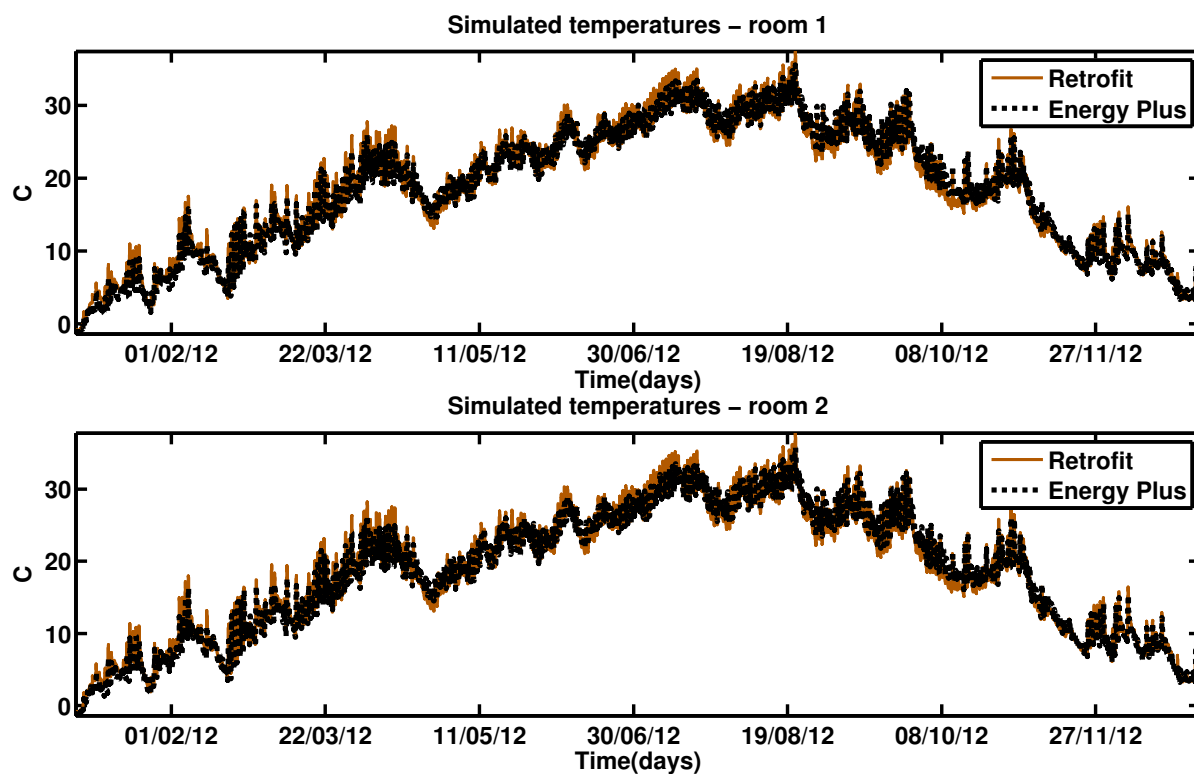


FIGURE 2.13 – Simulations ReTrofit et EnergyPlus

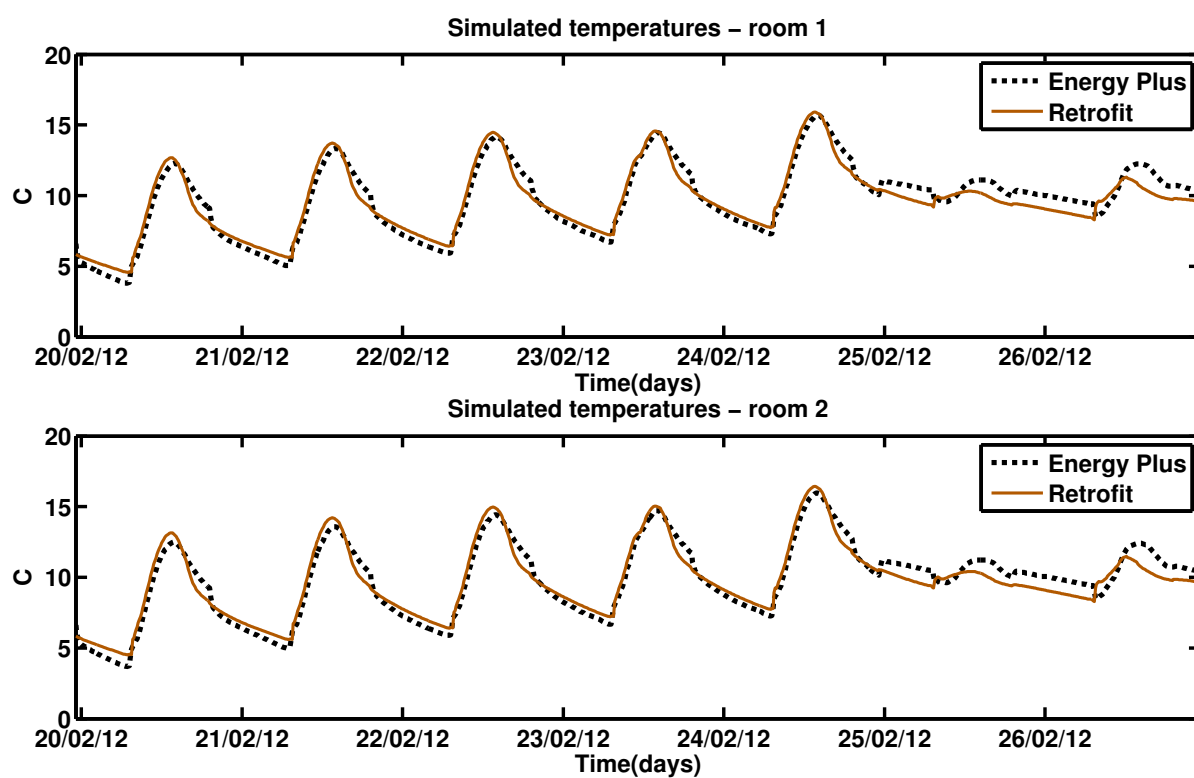


FIGURE 2.14 – Simulations ReTrofit et EnergyPlus - zoom sur une semaine

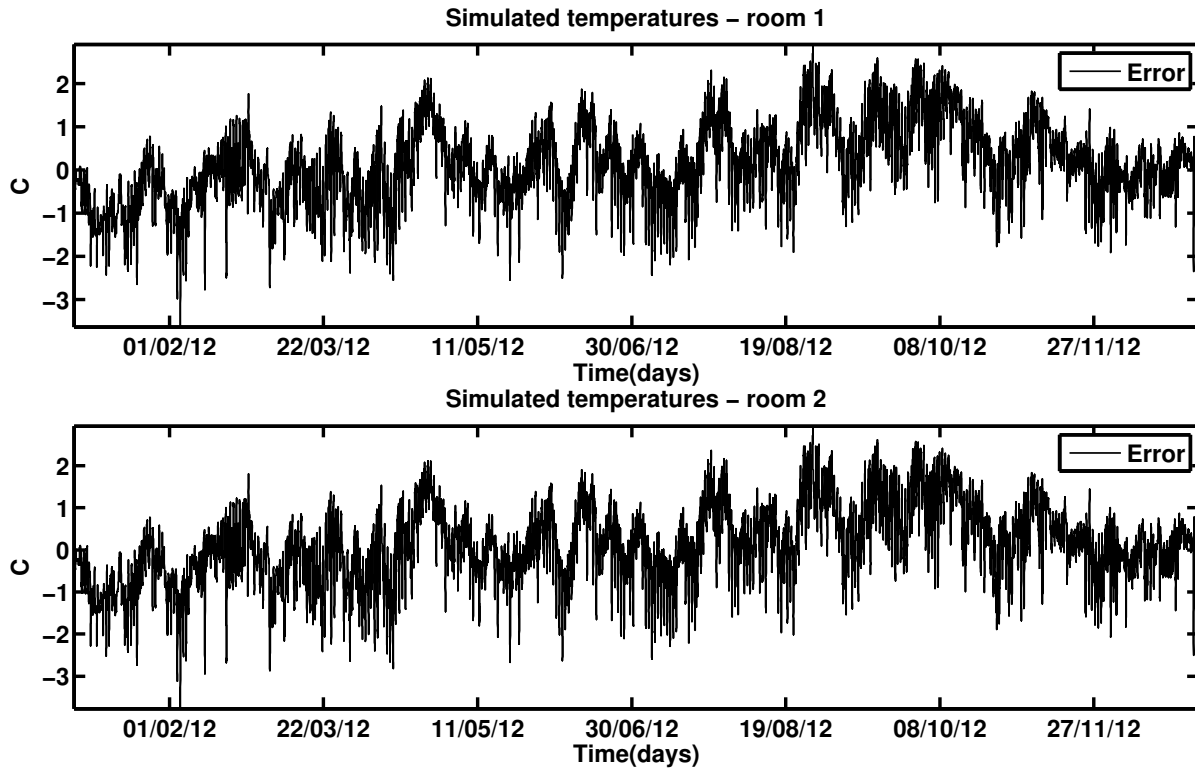


FIGURE 2.15 – Écarts de température entre ReTrofiT et EnergyPlus

2.6 Conclusion

Nous présentons dans ce chapitre un modèle générique détaillé de la thermique du bâtiment. Ce modèle, sans toutefois être aussi complet que ceux des logiciels existants (moins de modèles de systèmes disponibles à ce stade du développement), reprend les mêmes bases et principes de modélisation que ceux employés dans l'état de l'art des logiciels de simulation thermique-dynamique du bâtiment.

Nous montrons également comment un tel modèle peut être directement utilisé dans toute une catégorie de problèmes d'optimisation grâce à la méthode adjointe. Cette méthode permet en effet de calculer de manière efficace le gradient de fonctions de coût quadratique, ce qui rend possible l'utilisation d'un modèle détaillé dans un algorithme d'optimisation basé sur une descente de gradient.

En particulier, nous allons voir dans le chapitre suivant comment cette méthode peut permettre de calculer des lois de commande optimale à partir de ce modèle détaillé (et donc sans avoir besoin de réduire l'ordre du modèle, ou concevoir un modèle plus simplifié). Nous appliquerons également cette méthodologie sur les phases d'estimation d'état et de calibration, afin de constituer une approche unifiée pour la commande prédictive.

L'intégralité de ces modèles et outils ont été implémentés par notre équipe dans une toolbox Matlab permettant de mettre en place les diverses expériences de simulation et d'optimisation développées au cours de cette thèse. Cet outil pourra à l'avenir être enrichi par de nouveaux modèles, ainsi que par des méthodes de dérivation automatique de code pour en augmenter la flexibilité [Courty *et al.*, 2003, Griesse et Walther, 2004].

Chapitre 3

Commande optimale

Pour mettre en place une stratégie de commande prédictive en ligne, il est indispensable de pouvoir calculer rapidement des lois de commande optimale. L'objectif de ce chapitre est de montrer comment notre formalisme peut permettre de poser et résoudre des problèmes de commande optimale sur un modèle détaillé de bâtiment, en un temps de calcul compatible avec d'éventuels besoins temps-réel. Nous exposerons les limites de cette approche et les perspectives d'amélioration, au travers d'une comparaison avec un contrôleur classique (PID). Cette approche du contrôle optimal nous servira de base dans les chapitres suivants pour explorer les besoins d'instrumentation dans le bâtiment.

Sommaire

3.1	Formulation d'un problème de commande optimale	53
3.2	Performance de la commande optimale	54
3.3	Contrôle du chauffage et de la VMC avec bornes	61
3.4	Conclusions et perspectives	64

3.1 Formulation d'un problème de commande optimale

Le calcul de lois de commande optimale est une étape essentielle de toute stratégie de commande prédictive. Elle consiste à prédire la meilleure commande possible par rapport à un critère de performance sur un horizon de temps futur (horizon de prédiction). Sur cet horizon de prédiction, les sollicitations du bâtiment sont des estimations, fournies généralement par un service de prédiction météorologique et par les occupants eux mêmes (planning d'utilisation).

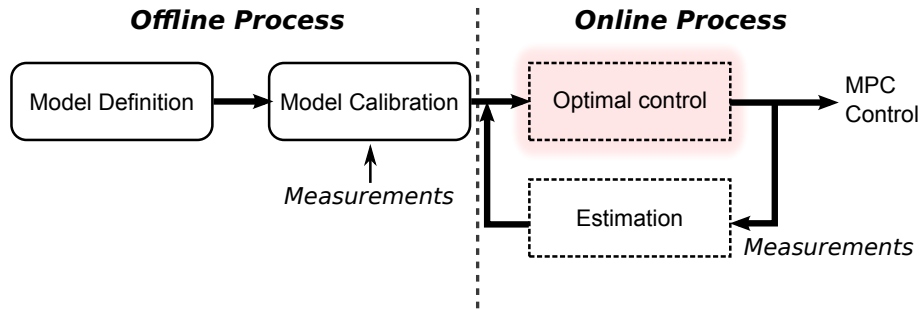


FIGURE 3.1 – Commande optimale dans une stratégie de commande prédictive

Nous proposons ici d'étudier et de résoudre un cas de commande optimale avec une fonction de coût quadratique, dont le but est de réduire l'écart à une consigne de température lors des périodes de présence des occupants et de réduire la consommation énergétique globale sur un intervalle de temps $T = [0, t_f]$. Nous contrôlons ici la puissance électrique (bornée entre 0 et $P_{max} = 1000 W$) des radiateurs des deux chambres pilotées de la maison INCAS MA (chambres orientées sud à l'étage). Nous supposons également parfaitement connaître le scénario d'occupation des chambres, les gains internes et les sollicitations (ce qui est une hypothèse forte).

Le problème de contrôle est alors formulé par :

$$\left\{ \begin{array}{l} J_c(P^*) = \inf_{P \in \mathcal{U}} J_c(P) \\ J_c = aJ_{TC} + bJ_E \\ J_E = \frac{1}{2} \sum_{z=1}^2 \int_T P_z^2 dt \\ J_{TC} = \frac{1}{2} \sum_{z=1}^2 \int_T (o_{c_z}(t) (T_z - T_{zc}))^2 dt \\ 0 \leq P \leq P_{max} \end{array} \right. \quad (3.1)$$

J_{TC} représente l'écart quadratique entre les températures des zones T_z (soit la température de l'air des pièces) et les températures de consigne T_{zc} lors des périodes de présence. De fait $o_{c_z}(t)$ est l'occupation de la zone z , valant 1 aux instants de présence et 0 sinon. Aucune consigne n'est donc considérée sur les périodes d'absence.

J_E est le coût quadratique associé à la consommation électrique des radiateurs. Si le coût quadratique sur la puissance électrique tend vers 0, alors la consommation électrique tend vers 0 également. Par ailleurs, minimiser le carré de la puissance aura plus tendance à pénaliser les puissances élevées que les puissances faibles.

Les scalaires (positifs ou nuls) a et b sont des coefficients de pondération permettant de doser l'importance que l'on accorde entre le respect de la consigne et la consommation

électrique. Cette pondération permet ainsi de ramener un problème multi-objectifs à un problème mono-objectif.

Les résultats de contrôle calculés sont obtenus en simulation sur le modèle thermique de la maison INCAS MA sur une période T de 14 jours, avec une discrétisation temporelle de 10 minutes. Le problème (3.1) étant quadratique, et le modèle linéaire par rapport à la puissance électrique, il peut être résolu à l'aide de l'algorithme du gradient conjugué en l'absence de contraintes. En cas de contraintes cependant, il faudra faire appel à l'algorithme de Levenberg-Marquardt ou à la méthode d'Uzawa.

3.2 Performance de la commande optimale

Pour comparer la commande optimale avec un contrôleur classique, nous avons implémenté sur notre modèle numérique un contrôle PID sur chacune des deux chambres orientées sud ainsi qu'une commande optimale pour les mêmes sollicitations. Cette comparaison permet de mettre en évidence les différences entre les deux stratégies de contrôle, leurs avantages et inconvénients et leurs performances respectives.

Formulation d'un PID : Le contrôleur proportionnel intégral dérivée, communément appelé PID, est couramment utilisé pour l'asservissement et la régulation. Il comporte une action proportionnelle jouant sur la rapidité du régulateur, une action intégrale réduisant l'erreur statique et une action dérivée améliorant la stabilité de la réponse. Soit ε l'erreur par rapport à un signal de consigne, u la commande du système à contrôler, et K_p , T_i , T_d les coefficients proportionnel, intégral et dérivé du contrôleur. Un PID de structure mixte vérifiera l'équation intégral-différentielle :

$$u(t) = K_p \left(\varepsilon(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t \varepsilon(\tau) d\tau + T_d \frac{d\varepsilon}{dt}(\tau) \right) \quad (3.2)$$

Pour pouvoir intégrer un PID à notre modèle de bâtiment, il est nécessaire de l'écrire sous forme discrète. Soit le pas de discrétisation temporelle T_e , en utilisant des différences finies arrière d'ordre 1 (après dérivation pour pouvoir les appliquer sur le terme intégral), nous obtenons :

$$u_n = u_{n-1} + K_p \left[\left(1 + \frac{T_e}{T_i} + \frac{T_d}{T_e} \right) \varepsilon_n - \left(1 + \frac{2T_d}{T_e} \right) \varepsilon_{n-1} + \frac{T_d}{T_e} \varepsilon_{n-2} \right] \quad (3.3)$$

Une telle formulation est également couramment utilisée pour l'implémentation d'un PID dans un micro-contrôleur. Nous avons ici couplé cette équation aux modèles des zones et des convecteurs (calcul de la commande à chaque pas de temps lors de la simulation). Pour chaque zone, ε_n est l'erreur par rapport à la consigne de température de zone, et u_n est la puissance électrique du chauffage à l'instant n . Il est également nécessaire de prendre en compte les contraintes sur la commande en bornant u_n entre les valeurs minimales et maximales tolérées par le radiateur (ici, 0 et 1000W).

Comme chacune des deux chambres pilotées sont de nature similaire, nous avons réglé les deux PID de manière identique. Le réglage a été effectué manuellement sur le modèle du bâtiment : K_p a tendance à augmenter la rapidité. Réduire T_i augmente la rapidité et la précision au détriment des dépassements. Augmenter T_d permet de réduire les dépassements. Les coefficients sont ajustés progressivement de manière à obtenir une réponse présentant un léger dépassement et une faible erreur statique (ce qui assure rapidité, stabilité et précision du contrôleur) pour des créneaux de consigne de 20°C.

Comparaison avec la commande optimale : Nous présentons ici des résultats de simulation sur les deux stratégies de contrôle, obtenus pour les mêmes conditions météorologiques hivernales (3.2), et en assignant la VMC à son débit maximal en cas de présence. Pour simplifier, les gains internes liés à l'occupation des chambres sont dans ce chapitre considérés comme nuls. La température extérieure et le flux solaire ont été directement mesurés sur le site, et la couverture nuageuse est fournie par une base de données météorologiques.

Pour étudier le comportement de la commande, nous utilisons un scénario où chaque chambre est occupée par une personne un jour sur quatre (consigne présente un jour sur quatre). Un tel scénario permet de bien observer les transitoires entre deux périodes d'occupation et l'impact de la météo sur la commande en cas de présence sur une journée complète.

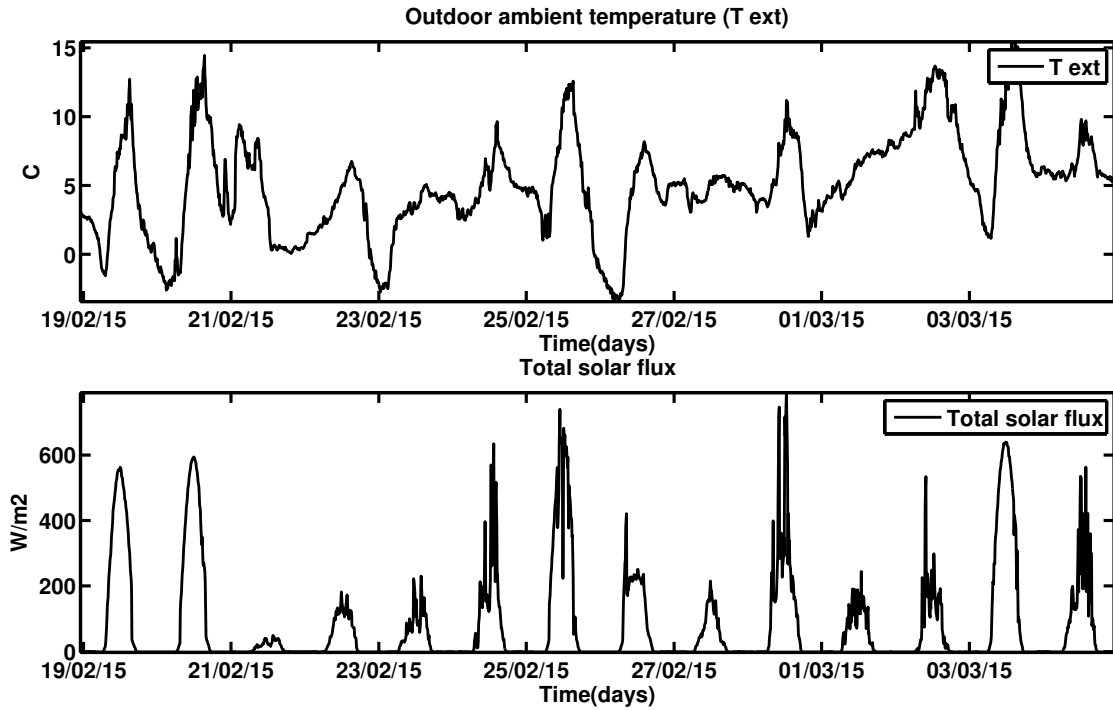


FIGURE 3.2 – Grandeurs météo

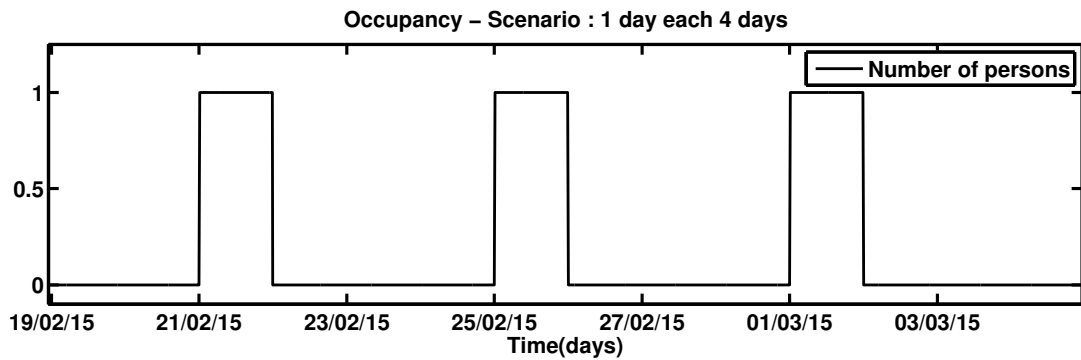


FIGURE 3.3 – Scénarios de présence

Pour évaluer la performance du contrôle, nous disposons des critères suivants :

- Termes J_{TC} et J_E de la fonction de coût.
- Température opérative moyenne $\overline{T_{oz}}$ sur les périodes de présence. La température opérative représente une mesure plus proche de la température effectivement ressentie par

l'occupant que la température d'air d'une zone. La température opérative T_{oz} de la zone z prend en compte la température de l'air et la température radiative des surfaces entourant le sujet [Nilsson, 2004]. Soit $T_{mr} = \sqrt[4]{\sum_j (F_{hj} T_j^4)} \simeq \sum_j (F_{hj} T_j)$ la température moyenne radiative, nous avons alors $T_{oz} = \frac{h_r T_{mr} + h_c T_z}{h_r + h_c}$ ce que l'on simplifie généralement par $T_{oz} = \frac{T_{mr} + T_z}{2}$ pour des vitesses d'air inférieures à 20 m.s^{-1} . Considérant que chaque zone est une cavité fermée de N parois, $\sum_{j=1}^N F_{hj} = 1$ et $F_{hj} \sum_{j=1}^N S_j = S_j$.

- Temps d'inconfort t_{out} , où la température de zone se trouve en dehors d'une plage de $[18^\circ\text{C} - 22^\circ\text{C}]$ (sur les périodes d'occupation).
- La consommation électrique des radiateurs (en joules) sur la durée du contrôle.
- La moyenne et l'écart type de l'erreur de consigne, respectivement $\bar{\varepsilon}$ et $\sigma(\varepsilon)$.

Sur 14 jours, nous avons choisi un rapport de pondération favorisant fortement le respect de la consigne de température, soit a très grand devant b ($\frac{a}{b} \approx 10^3$). La figure 3.4 représente le résultat ainsi obtenu sur 8 jours (soit 2 jours de présence) pour la zone 1 (puissance électrique calculée et température de zone) pour le contrôle PID (courbe orange) et la commande optimale (courbe noire pointillée). La courbe en créneau (Setpoint) donne la valeur de consigne lors des phases de présence (20°C).

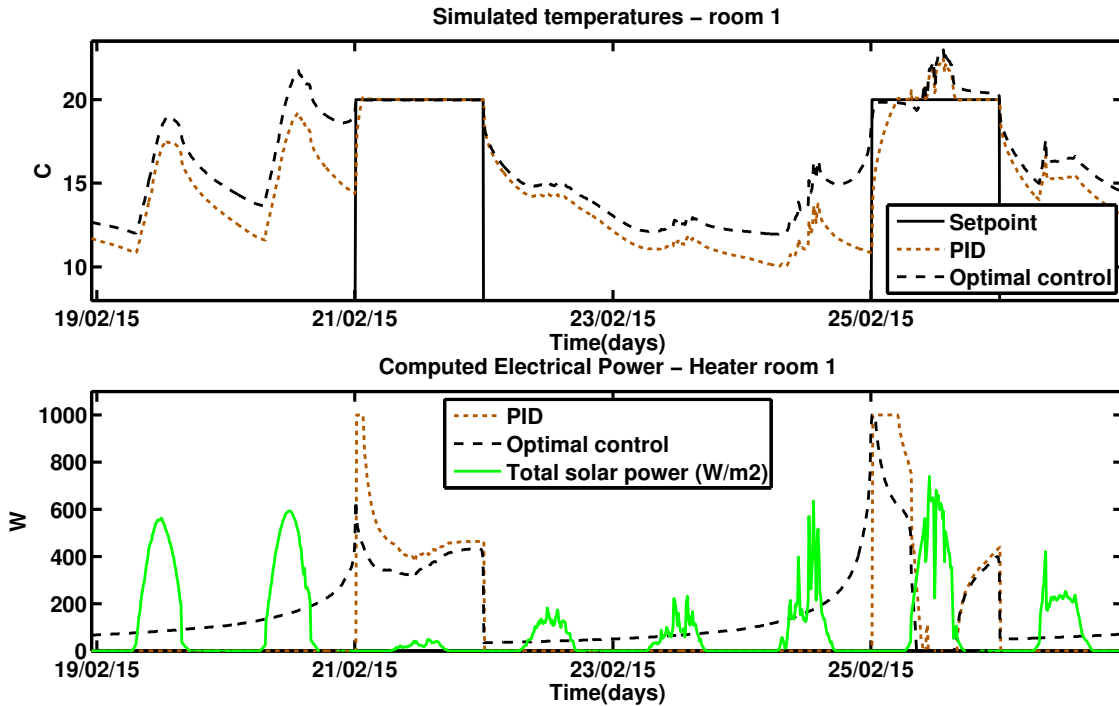


FIGURE 3.4 – Comparaison : Contrôle PID - Commande optimale

Le PID a été réglé avec $K_p = 10$, $T_i = 1s$ et $T_d = 10s$. Le temps de montée est assez rapide sur le premier jour d'occupation (21 février) et la température met 1h30 pour passer de 14°C à 20°C . Par contre, pour le jour d'occupation du 25 février, la limitation en puissance ne permet d'atteindre la consigne qu'en 5h (ce jour étant plus froid, la température doit passer

de 10°C à 20°C). Ceci indique un certain sous-dimensionnement des radiateurs au vu des paramètres de notre modèle.

La commande optimale présente des différences notables par rapport au PID. On constate premièrement l'effet anticipatif de la commande optimale, avec la génération de profils de préchauffage avant l'arrivée des occupants. Ainsi, le chauffage n'arrive pratiquement jamais en saturation et la température est déjà proche de la consigne dès l'arrivée des occupants. Ceci se paie cependant au prix d'une consommation électrique plus importante (de 50% environ). D'autre part, à l'instar du PID, les gains solaires sont également pris en compte sur le 25 février avec un arrêt du chauffage sur une période ensoleillée.

Sur un tel problème d'optimisation, la convergence de l'algorithme de Levenberg-Marquardt est assez rapide. Si l'on trace l'évolution de la fonction de coût (figure 3.5 a) et de ses composantes J_{TC} et J_E (figures 3.5 b et c), on remarque une convergence asymptotique dont la limite est pratiquement atteinte en 5 itérations de Levenberg-Marquardt (avec environ 10 itérations de gradient conjugué entre chaque linéarisation). Avec une discrétisation temporelle de 600 s, la convergence prend environ 750 s avec un processeur Intel®Core™i5-3340M 2.7GHz utilisé à 25% de ses capacités (1 cœur de processeur sur quatre). Ceci permet donc un temps mise à jour de la commande optimale de l'ordre du pas de discrétisation temporelle, ce qui est très intéressant pour une application temps-réel.

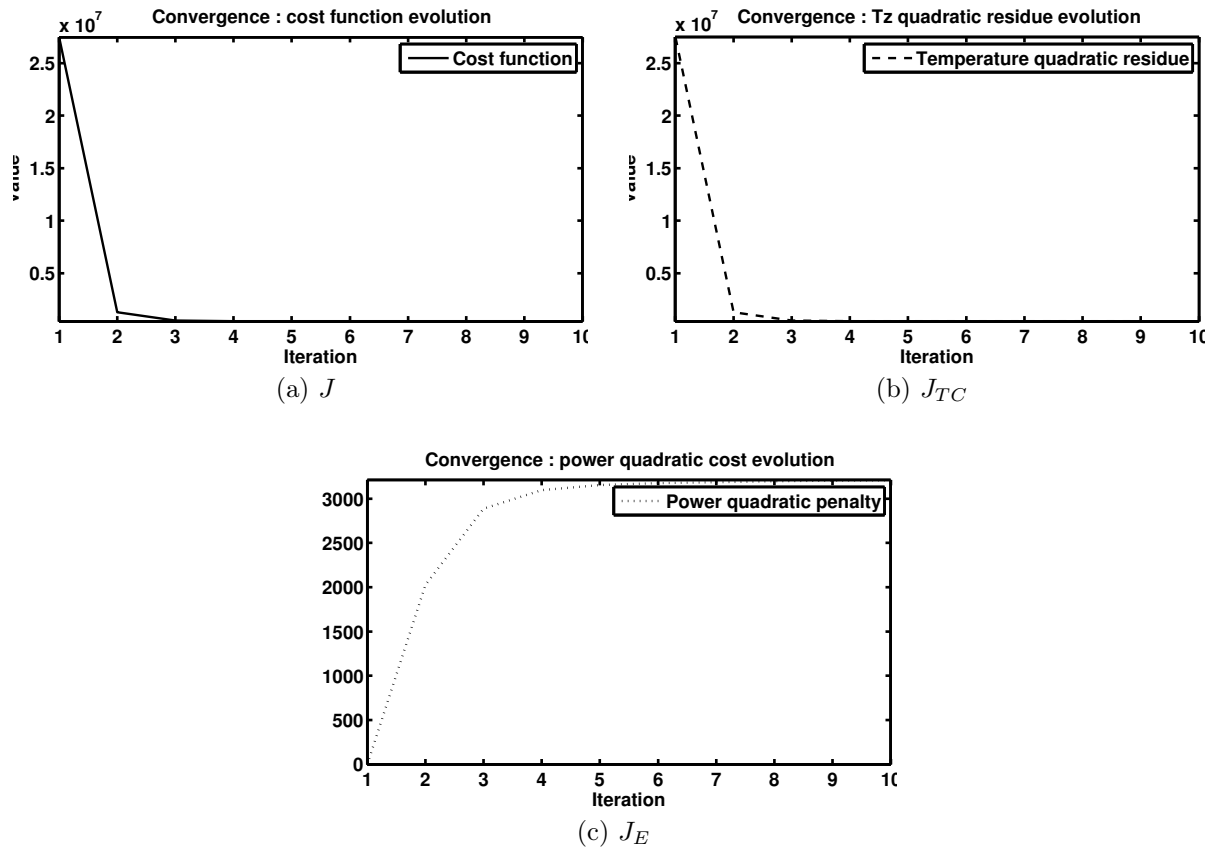


FIGURE 3.5 – Évolution des termes de la fonctionnelle de coût

Les performances des deux stratégies sont résumées dans le tableau suivant :

	Consommation Chauffages (W)	J_{TC}	J_E	$\overline{T_{oz}}$ (°C)	$\bar{\varepsilon}$ (°C)	$\sigma(\varepsilon)$ (°C)	t_{out} (s)
PID	222	$2.1e+04$	$8.1e+10$	19.4	-0.0645	1.1968	33600
Contrôle Optimal	328	$8.4e+03$	$6.4e+10$	19.8	0.2716	0.7706	27000

TABLE 3.1 – Performances du PID et de la commande optimale

Si l'erreur de consigne ε est en moyenne plus faible avec le PID, sa variance est au contraire plus élevée. Par ailleurs, le temps de dépassement est plus faible pour la commande optimale (de 110 minutes) et la température opérative plus élevée : l'anticipation de la présence et de la météo permettent donc à la commande optimale de fournir un meilleur confort.

Par rapport aux critères J_E et J_{TC} , la commande optimale fournit de meilleurs résultats. Cependant, la consommation est nettement plus élevée pour la commande optimale. En effet, une inégalité entre deux fonctions pour une norme quadratique (norme L^2) n'implique pas la même inégalité sur une autre norme telle que la norme L^1 (consommation réelle). La norme quadratique pénalisant moins les faibles valeurs de puissance, la consommation électrique en période d'absence semble trop élevée.

La non-conservation d'une inégalité entre plusieurs normes entraîne un autre inconvénient : pour ce cas test particulier et cette formulation quadratique de la fonction de coût, il n'existe pas de couple de pondération (a, b) fournissant une solution à la fois meilleure sur les critères de confort et sur la consommation électrique.

En effet, pour plusieurs ratios $\frac{a}{b}$ (de 10^{-1} à 10^3), nous pouvons tracer l'évolution de J_{TC} , J_E , et d'autres critères plus parlants pour l'utilisateur tels que l'erreur de consigne moyenne $\bar{\varepsilon}$, le temps d'inconfort t_{out} et la consommation éclectique. On constate que si il existe un ensemble de valeurs de $\frac{a}{b}$ pour lesquelles J_{TC} et J_E sont plus faibles avec la commande optimale que pour le PID (figure 3.6 a), ce n'est pas le cas pour les autres critères (les zones grisées correspondent aux plages où une commande serait meilleure que le PID). Sur la figure 3.6 b par exemple, on constate clairement qu'il faut faire une concession sur la consommation électrique si l'on désire un écart quadratique à la consigne meilleur que pour le PID. Ce même constat s'observe également pour les « critères de confort » $\bar{\varepsilon}$ et t_{out} (figures 3.6 c et d).

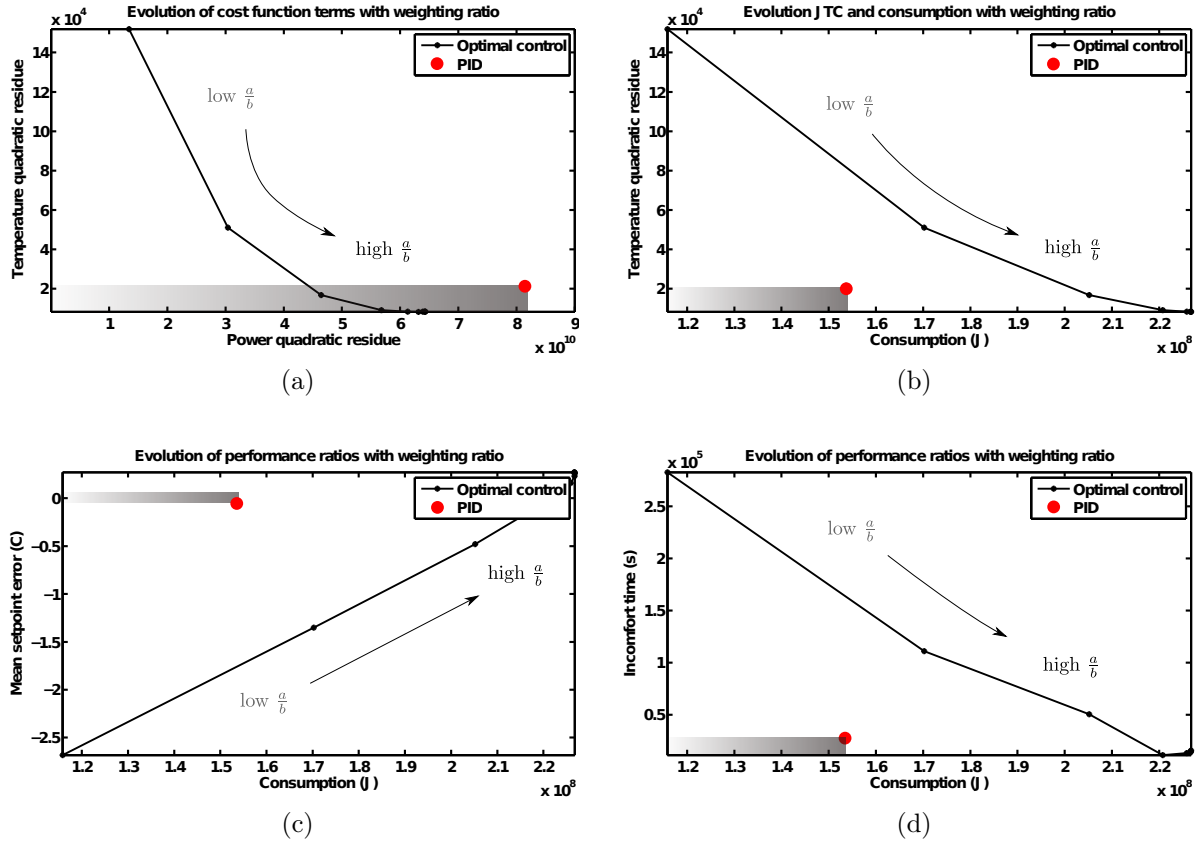


FIGURE 3.6 – Évolution des critères de performance suivant le ratio de pondération

La figure suivante trace les différents résultats de commande obtenus pour les différents rapports $\frac{a}{b}$:

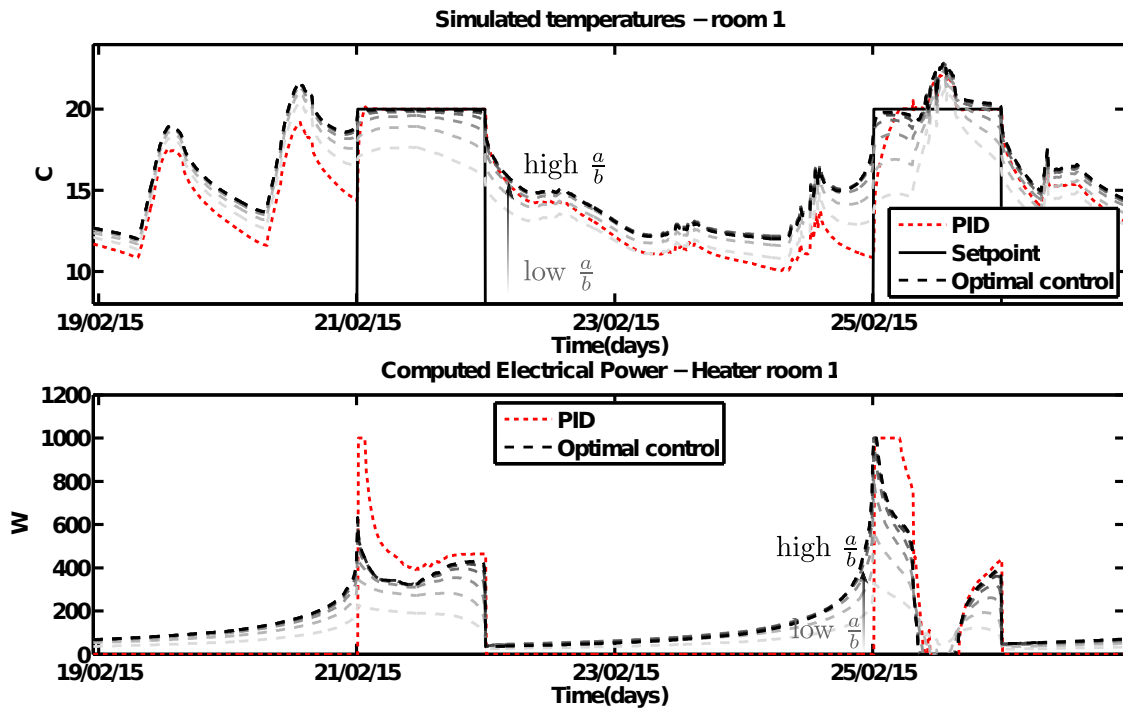


FIGURE 3.7 – Évolution du contrôle suivant le ratio de pondération

Prise en compte de la consommation réelle : fonction de coût non quadratique :

Pour prendre en compte la consommation électrique réelle lors de l'optimisation de la commande, nous pouvons remplacer J_E dans le problème (3.1) par la consommation réelle des radiateurs, soit une norme L^1 sur la puissance :

$$J_{EL1} = \frac{1}{2} \sum_{z=1}^{N_z=2} \int_0^{t_f} |P_z| dt \quad (3.4)$$

Cependant, le problème n'étant plus quadratique, il devient hasardeux d'appliquer l'algorithme du gradient conjugué (qui intervient également dans l'algorithme de Levenberg-Marquardt). Il nous faut donc utiliser un algorithme de descente à pas fixe, ou à calcul de pas par recherche linéaire (line search), ce qui met généralement plus de temps à converger. La figure 3.8 montre le résultat obtenu avec une telle fonction de coût. Nous avons ici utilisé un algorithme de descente à pas fixe (steepest gradient), qui a convergé en 250 itérations (soit environ 1h de calculs sur notre processeur).

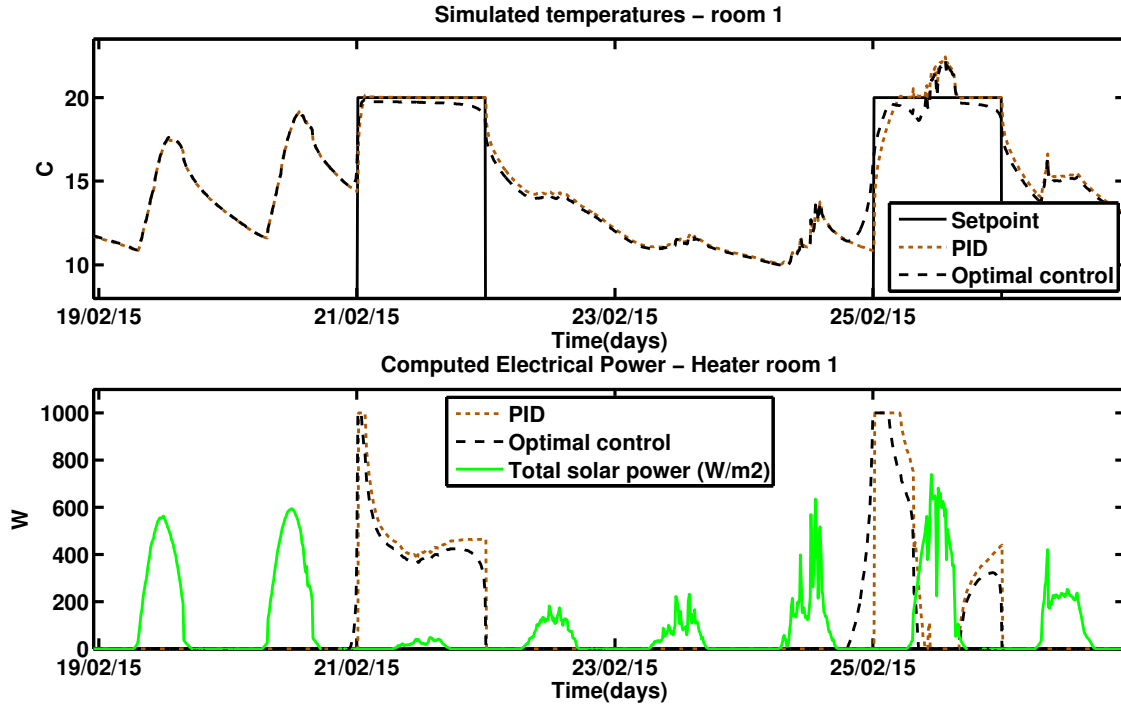


FIGURE 3.8 – Contrôle optimal avec norme L^1 et PID

	Consommation Chauffages (W)	J_{TC}	J_E	$\overline{T_{oz}}$ (°C)	$\bar{\varepsilon}$ (°C)	$\sigma(\varepsilon)$ (°C)	t_{out} (s)
PID	222	$2.1e+04$	$8.1e+10$	19.4	-0.06	1.1968	33600
Contrôle Optimal L^2	328	$8.4e+03$	$6.4e+10$	19.8	0.27	0.77	27000
Contrôle Optimal L^1	210	$1.1e+04$	$7.2e+10$	19.2	-0.32	0.8	16200

TABLE 3.2 – Contrôle optimal avec norme L^1 et PID

Nous avons bien ici un cas de commande optimale permettant d’atteindre de meilleures performances sur le respect de la consigne et la consommation électrique (tableau 3.2). Sur cet exemple, en remplaçant J_E par J_{EL1} dans le problème (3.1) et en ajustant les pondérations, la consommation électrique pour la commande optimale est inférieure de 4.5% par rapport au PID et le critère J_{TC} inférieur de 50%. On constate par ailleurs que les phases de préchauffage ont été nettement réduites. Cependant, toujours du fait de la non-conservation d’inégalités entre les indicateurs, la réduction de J_{TC} n’implique pas une amélioration de tous les autres critères de confort : si t_{out} a été réduit par rapport au PID et au contrôle quadratique, la moyenne et l’écart type de l’erreur de consigne sont légèrement plus élevés. Le faible gain énergétique par rapport au PID peut s’expliquer par l’aspect purement résistif du système de chauffage. En effet, il y a ici peu de variables de contrôle, nous ne manipulons pas de sources d’énergies renouvelables ou des systèmes de stockage, et l’inconfort est représenté par un écart brut à une consigne (J_{TC}) ce qui laisse peu de marge d’optimisation.

Comme la convergence est assez lente et que nous ne disposons pas à l’heure actuelle d’algorithme plus efficace, nous garderons dans la suite des développements une formulation quadratique. Cela n’influera pas les conclusions car notre démarche est suffisamment générique pour pouvoir supporter différentes formulations/évolutions de la fonction de coût du contrôle optimal, qui pourront aisément être introduites dans des travaux ultérieurs. Nous allons par ailleurs montrer qu’il est possible de générer plus de gains énergétiques avec une formulation quadratique en utilisant des bornes à la place d’une consigne de température, et en ajoutant le débit de ventilation aux variables de contrôle.

3.3 Contrôle du chauffage et de la VMC avec bornes

Nous rajoutons ici D le débit de la VMC dans les variables de contrôle. Contrairement au PID, la commande optimale permet de prendre en compte des contraintes sur la température au lieu d’une température de consigne. Cette approche a l’avantage d’être moins restrictive sur la température des zones et permet de dégager plus de gains énergétiques potentiels. Comme le débit de la VMC intervient dans la recherche d’une loi de commande, il faut s’assurer que ce dernier respecte bien les consignes sanitaires de concentration de CO_2 : il convient donc d’ajouter des contraintes sur la concentration de CO_2 calculée pour éviter que le CO_2 dégagé par les occupants dépasse un seuil de confort (typiquement, 1500 *ppmv*).

De ces considérations, le problème de contrôle optimal sur un intervalle temporel T peut se reformuler de la manière suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} J_c(P^*, D^*) = \inf_{(P, D) \in \mathcal{U}} J_c(P, D) \\ J_c = aJ_{TB} + bJ_E + cJ_{CO_2} \\ J_{TB} = \frac{1}{2} \sum_{z=1}^{N_z=2} \int_T o_{c_z}(t) \left[\min(0, T_z - T_z^{min})^2 + \max(0, T_z - T_z^{max})^2 \right] dt \\ J_E = \frac{1}{2} \sum_{z=1}^{N_z=2} \int_T P_z^2 dt \\ J_{CO_2} = \frac{1}{2} \sum_{z=1}^{N_z=2} \int_T o_{c_z}(t) \left[\max(0, \mathfrak{C}_z - \mathfrak{C}_z^{max})^2 \right] dt \end{array} \right. \quad (3.5)$$

J_{TB} est un terme pénalisant le dépassement de la température de zone sur des bornes fixées à $T_{min} = 18^\circ\text{C}$ et $T_{max} = 22^\circ\text{C}$. J_{CO_2} est également une fonction barrière avec $\mathfrak{C}_z^{max} = 1500 \text{ ppmv}$.

a et c sont les coefficients de pondération sur les fonctions barrières portant sur la température et la concentration de CO_2 des zones 1 et 2, et b le coefficient de pondération sur le coût quadratique de la puissance électrique des radiateurs. Par rapport au cas précédent, nous rajoutons un débit d'infiltration d'air arbitraire de $2 \text{ m}^3 \cdot \text{h}^{-1}$ afin de prendre en compte l'évacuation naturelle du CO_2 (ce qui va avoir pour effet d'augmenter légèrement les consommations) due aux défauts d'étanchéité et aérations. La concentration extérieure de CO_2 est fixée à 400 ppmv et le débit de CO_2 par personne à $0.4 \text{ ppmv} \cdot \text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ (voir équation 2.20 page 35).

Pour que les contraintes sur l'état soient bien respectées, a et c sont choisis grands ($> 10^2$), et b conserve une valeur peu élevée (≈ 10). Le problème d'optimisation étant ici non-linéaire (à cause des contraintes sur l'état, mais également par rapport au débit de la VMC), nous le résolvons avec un algorithme de Levenberg-Marquardt. Le temps de convergence est ici plus long (avec 17 itérations le Levenberg-Marquardt, avec 10 itérations de gradient conjugué intermédiaires, soit environ 25 minutes sur notre processeur).

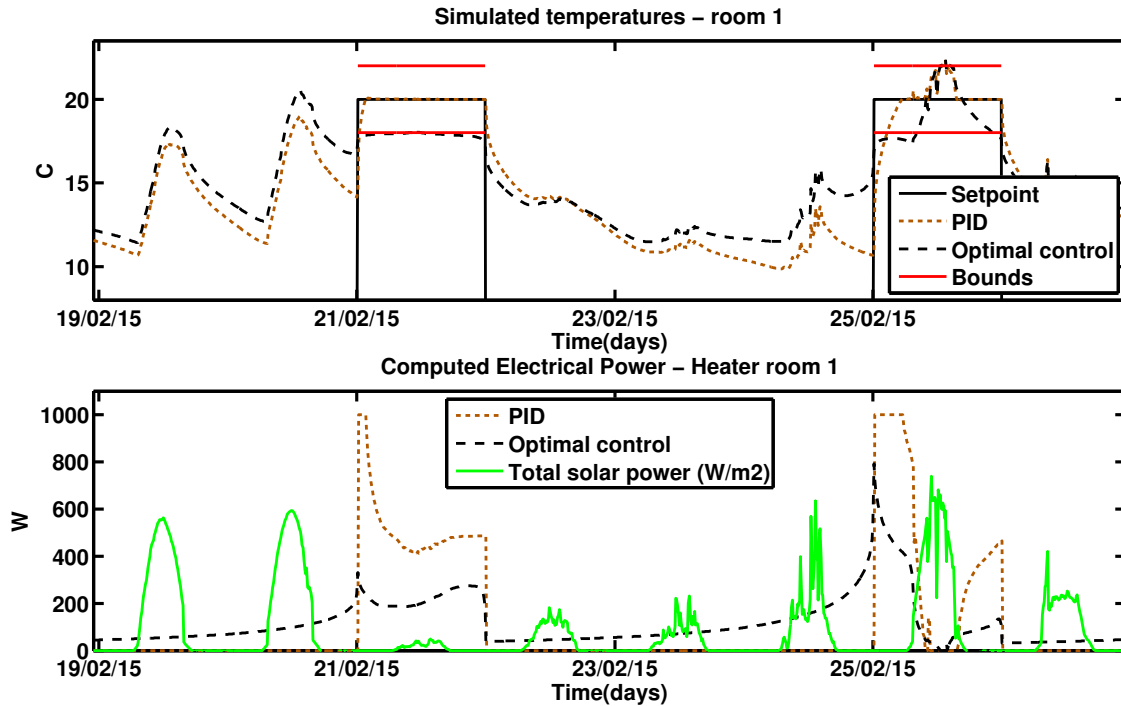


FIGURE 3.9 – Commande optimale avec VMC et contraintes

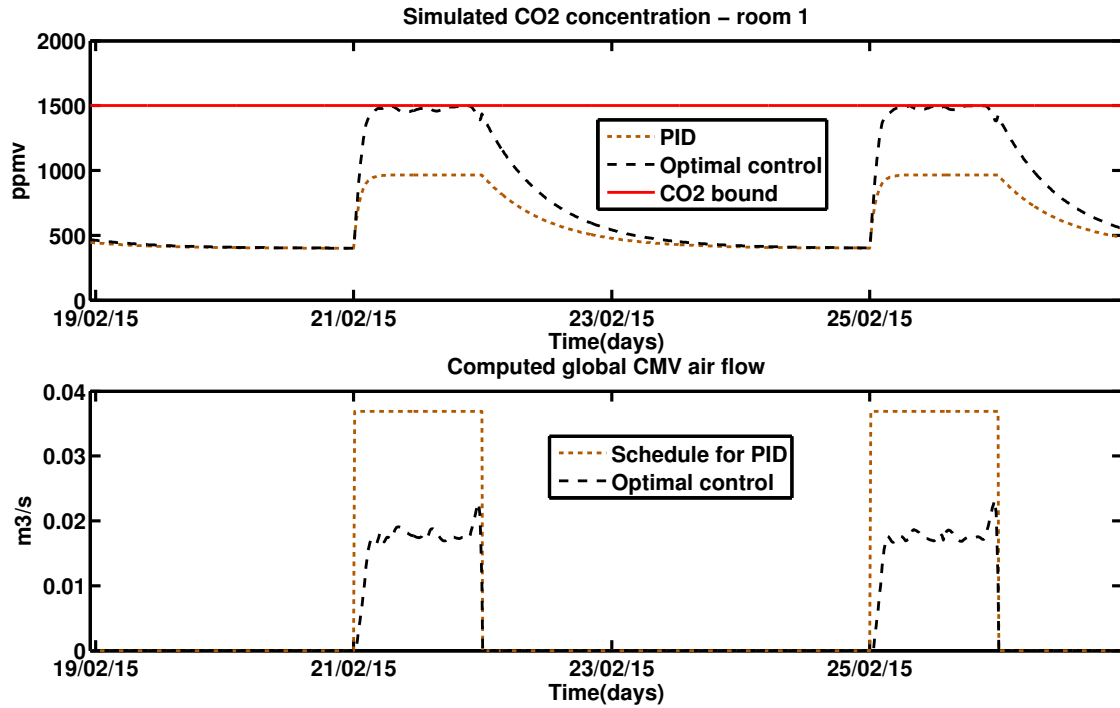


FIGURE 3.10 – Commande optimale avec VMC et contraintes

Pour le contrôle PID, on conserve un pilotage de la VMC avec un débit maximal lors de la présence (soit $0.037 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$), et nul sinon. Dans le cas du contrôle optimal, on peut constater que la température des zones se retrouve proche de la borne inférieure de température. De plus, le débit de la VMC est automatiquement minimisé pour réduire au maximum les pertes thermiques tout en respectant la contrainte sur la concentration de CO_2 .

Le tableau (3.3) permet de comparer les performances de ce contrôle avec le PID, et la commande optimale présentée plus haut section 3.2 (commande optimale « L^2 », avec seulement les termes J_E et J_{TC} dans la fonction de coût). Dans ce cas, il a été possible d'obtenir une pondération permettant d'obtenir une consommation inférieure au PID. La température de zone étant très légèrement en dessous des bornes, t_{out} est bien plus élevé, mais la température moyenne reste au dessus de 18°C (en particulier grâce au jour du 25/02). La consommation a cependant été réduite de 3.5% par rapport au PID, et de 36% par rapport à la commande optimale précédente. De plus, la réduction du débit de la VMC entraîne une réduction de sa consommation (réduction de la puissance de ventilation, non calculée ici).

	Consommation Chauffages (W)	J_E	$\overline{T_{oz}}$ (°C)	$\overline{T_z}$ (°C)	t_{out} (s)
PID	232	$8.7e+10$	19.4	19.9	29400
Contrôle Optimal L^2	354	$6.8e+10$	19.8	20.2	27000
Contrôle Optimal VMC + Bornes	224	$2.8e+10$	18.1	18.5	240600

TABLE 3.3 – Contrôle optimal avec et sans pilotage de la VMC

3.4 Conclusions et perspectives

Dans ce chapitre, nous avons présenté une approche pour calculer des lois de commande optimale sur un modèle détaillé de bâtiment. Nous montrons qu’une formulation quadratique d’un problème de contrôle optimal permet de prendre en compte des objectifs portant sur le respect de consigne et la puissance électrique consommée (3.1). Cependant, la formulation quadratique semble peu adaptée à la prise en compte de la consommation énergétique réelle. Introduire d’autres formulations du coût prenant mieux en compte la consommation et le confort ne change pas notre méthodologie, mais peut éventuellement nécessiter des développements supplémentaires pour une résolution efficace. On pourrait par exemple considérer l’utilisation d’un optimiseur linéaire, comme c’est le cas dans l’étude [Lefort *et al.*, 2013], utilisant le programme CPLEX sur une stratégie de commande prédictive hiérarchisée.

Par ailleurs, les gains énergétiques dégagés en intégrant la consommation réelle des radiateurs dans la fonction de coût sont assez faibles (environ 5%) par rapport au PID. En effet, un tel problème présente peu de marge d’optimisation (peu de variables de contrôle, pas de systèmes de stockage et un confort simplement basé sur l’écart d’une consigne).

Un intérêt majeur de la commande optimale reste dans la flexibilité de sa formulation. Il est ainsi possible de prendre en compte de manière conjointe divers types de critères de confort et de consommation, ainsi que des variables de contrôle de différents systèmes. Nous illustrons cette propriété au travers d’une commande optimale quadratique portant sur le respect de bornes de température et de CO_2 avec pilotage des puissances des radiateurs et du débit central de la VMC double flux. Du point de vue de l’utilisateur final, la commande optimale peut permettre à ce dernier de gérer différemment son confort et sa consommation, en ajustant ses tolérances (bornes) et l’importance qu’il accorde au confort (coefficients de pondération) pour réduire ses dépenses. Utiliser un modèle pour prédire une commande peut également avoir un intérêt pédagogique pour l’utilisateur, et l’aider à mieux anticiper et gérer sa consommation.

L’étude présentée dans ce chapitre pourra aisément être étendue en intégrant des dispositifs énergétiques plus complexes (géothermie, pompes à chaleur, plancher chauffant), des variables de contrôle plus nombreuses et diverses (volets roulants, rendement de VMC double flux...) et le coût de l’énergie (par le biais d’une pondération temporelle sur la puissance consommée).

Chapitre 4

Estimation d'état et commande prédictive

Lorsque l'on souhaite implémenter une commande optimale sur un cas réel, on se heurte généralement à la méconnaissance des perturbations du système et de son état initial. Nous présentons dans ce chapitre comment nous pouvons estimer les gains internes et le champ de température à l'aide de quelques mesures de température. Nous illustrons ensuite l'intégration de cette méthode d'estimation dans une stratégie de contrôle proche d'une stratégie de MPC classique.

Sommaire

4.1	Stratégie de commande optimale prédictive	67
4.2	Impact des erreurs d'initialisation et de gains internes	68
4.3	Estimation d'état	71
4.3.1	Estimateurs pour la commande prédictive	71
4.3.2	Estimateur basé sur la reconstruction de gains internes	73
4.3.3	Performance de l'estimateur	74
4.4	Tests d'estimation en commande prédictive	80
4.4.1	Initialisation par température de zone	82
4.4.2	Initialisation par simulation sur la phase d'estimation	84
4.4.3	Initialisation avec identification des gains internes	85
4.4.4	Initialisation avec identification des gains internes inconnus	87
4.4.5	Réduction du pas de mise à jour	88
4.5	Conclusions et perspectives	89

4.1 Stratégie de commande optimale prédictive

Sans mise à jour régulière, la commande optimale est de type « boucle ouverte » et est vulnérable à trois types d'erreurs :

- **Erreur de conditions initiales** : Comme nous venons de le voir au chapitre précédent, tout calcul de commande optimale nécessite de connaître les conditions initiales sur l'intervalle temporel de contrôle (soit l'état thermique à l'instant initial de cet intervalle). Comme il n'est pas possible de mesurer le champ thermique en tout point, on commet alors une erreur d'estimation ou d'approximation de l'état initial.
- **Erreur de prédiction des sollicitations** : Les sollicitations thermiques du bâtiment provenant des utilisateurs et de la météo sont de nature difficile à prévoir. La fiabilité des prédictions météorologiques dépasse rarement deux ou trois jours. Le comportement exact des usagers est par ailleurs difficile à planifier.
- **Erreurs de modélisation** : Enfin, le modèle lui même peut être sujet à de nombreuses erreurs de modélisation. Ces erreurs peuvent être réduites par une phase de calibration, mais ne peuvent jamais être complètement annulées et biaisent le bilan thermique des zones. Les origines de ces erreurs et les méthodes de calibration seront abordées au chapitre suivant.

Même si l'on suppose les conditions initiales parfaitement connues lors d'un calcul de commande optimale, les erreurs vont inévitablement s'accumuler avec le temps. Par ailleurs, obtenir une bonne initialisation est en soi une tâche délicate dès lors qu'on ne peut disposer d'une instrumentation omnisciente. Une stratégie de commande prédictive permet de contourner ces difficultés au travers d'une séquence d'estimation d'état / commande optimale. On recalcule ainsi régulièrement la commande optimale sur un horizon de temps futur avec une initialisation fournie par un estimateur d'état utilisant des mesures passées, ce qui permet d'introduire une rétroaction.

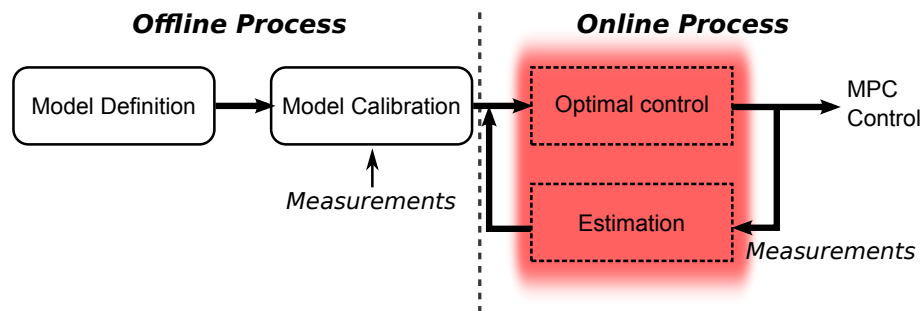


FIGURE 4.1 – Commande prédictive : boucle d'estimation d'état / commande optimale

La boucle d'estimation d'état / commande optimale, se déroule en différentes phases illustrées figure 4.2 :

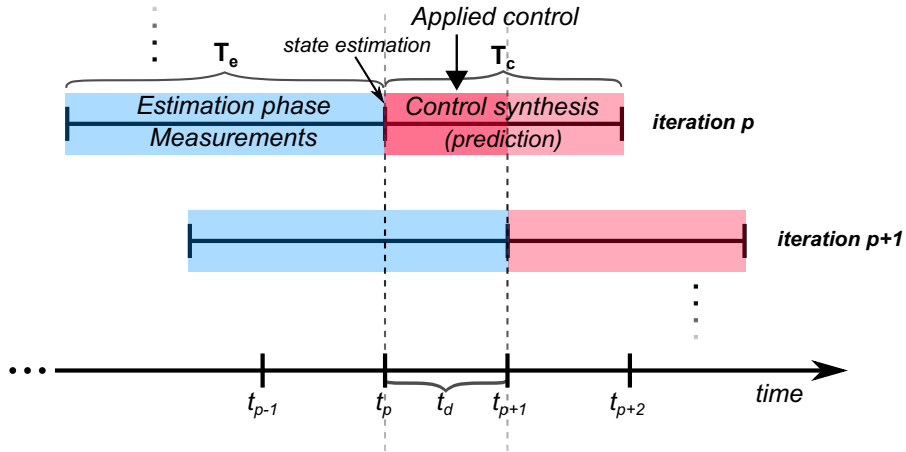


FIGURE 4.2 – Stratégie de commande MPC

- A chaque instant de mise à jour t_p , nous procédons à une étape d'estimation d'état et à une étape de calcul de commande optimale sur un horizon de temps fini.
- L'estimation d'état repose sur des mesures réalisées sur un intervalle de temps passé $[t_p - \mathbf{T}_e, t_p]$. A cet effet, plusieurs méthodes peuvent être mises en œuvre et seront présentées dans la suite de ce chapitre.
- La commande optimale est obtenue par résolution du problème quadratique 3.1 page 53 sur l'intervalle $[t_p, t_p + \mathbf{T}_c]$.
- Les mises à jour sont réitérées régulièrement sur un pas de temps $t_d < \mathbf{T}_c$. De fait, la commande effectivement appliquée au bâtiment est celle calculée sur l'intervalle $[t_p, t_p + t_d]$.

Dans le cas de la commande prédictive d'un bâtiment, l'estimation d'état peut se ramener à l'identification des sollicitations thermiques inconnues, en général importantes mais difficilement mesurables directement. En raison de leur couplage direct avec les températures des zones, on peut envisager de chercher à identifier des gains internes pour à la fois représenter les apports thermiques directs au sein d'une zone, mais aussi compenser les erreurs de bilan thermique dues aux erreurs de conditions initiales et de modèle.

L'impact d'une erreur sur les conditions initiales ou les gains internes (et donc, par extension, d'un bilan thermique de zone) peut être facilement vérifié en simulation.

4.2 Impact des erreurs d'initialisation et de gains internes

Pour évaluer l'impact d'une erreur d'initialisation ou de gains internes (grandeurs de nature différente), nous pouvons appliquer un biais sur les entrées du modèle et calculer la loi de commande optimale résultante. Il faut ensuite calculer la loi de commande pour le cas parfait (sans biais sur les entrées) puis observer et comparer la réponse du modèle thermique pour chacune de ces deux lois.

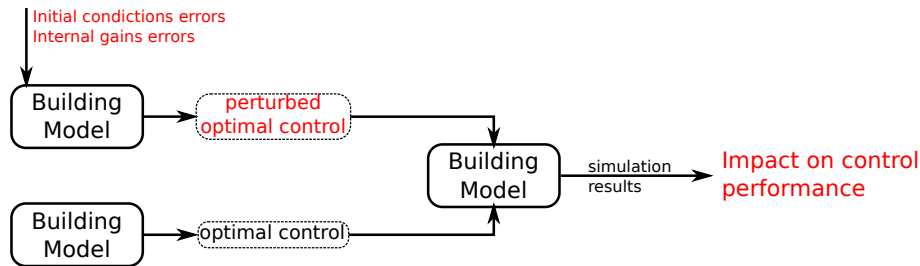


FIGURE 4.3 – Évaluation d’une erreur d’initialisation ou de paramètres sur la commande optimale

Erreur de conditions initiales : Si l’on ne dispose d’aucune mesure de température sur le bâtiment, nous sommes contraints de choisir les conditions initiales de manière arbitraire (0 par exemple). Si l’on possède au moins les températures d’air des zones pilotées, une initialisation grossière consiste à initialiser les états correspondants (zones) aux mesures, et tous les autres (températures des parois, des radiateurs et de la VMC) à une des températures des zones mesurées.

Nous testons ici deux cas d’erreur d’initialisation, avec une commande optimale calculée suivant le problème (3.1), un scénario d’occupation de 21h à 6h50 et une consigne de 20°C sur les zones 1 et 2 :

- **Cas 1 :** Toutes les températures sont initialisées à la première mesure de température de la zone 1 (« IC1 error » figure 4.4)
- **Cas 2 :** Conditions initiales nulles (« IC2 error » figure 4.4)

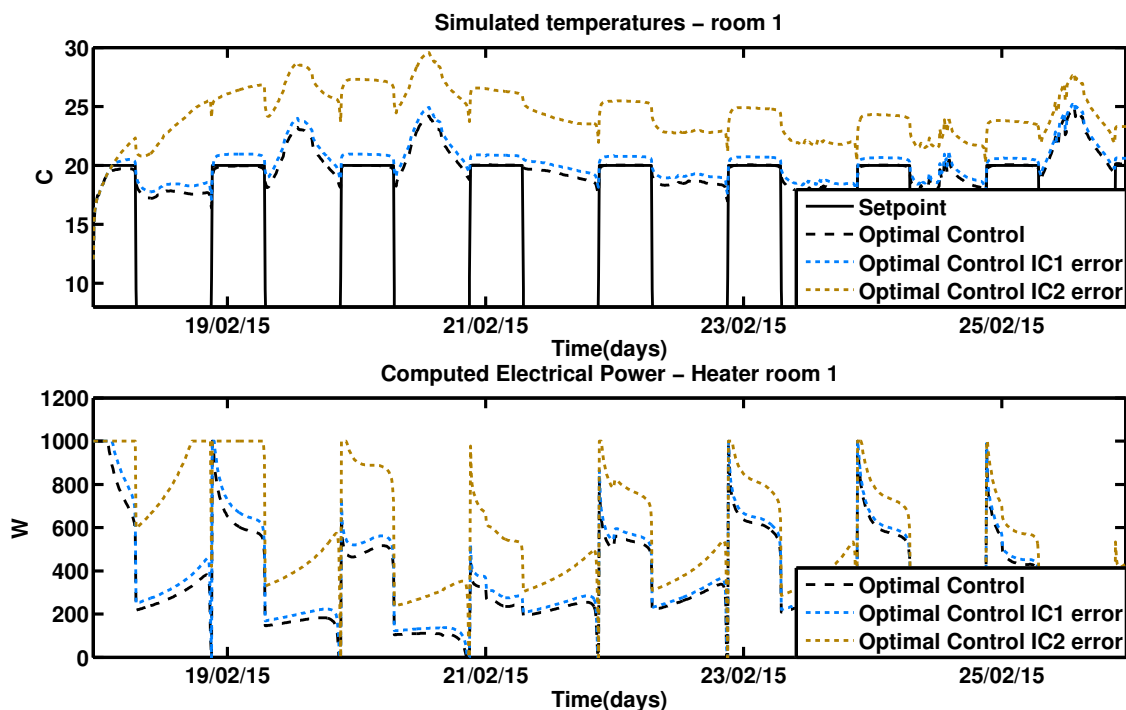


FIGURE 4.4 – Impact d’une erreur d’initialisation sur la commande optimale

On constate bien que plus l’erreur sur les conditions initiales est importante, plus l’erreur sur la commande optimale l’est également. De plus, cette erreur se propage sur plusieurs

jours consécutifs. Dans les deux cas, l'erreur induite sur l'erreur de consigne moyenne $\bar{\varepsilon}$ (°C) et la consommation n'est pas négligeable :

	Consommation Chauffages (W)	$\bar{\varepsilon}$ (°C)
Initialisation parfaite	683	0.1
Initialisation T_{z1}	743	0.85
Initialisation nulle	1120	5.4

TABLE 4.1 – Impact d'une erreur d'initialisation sur la commande optimale

Erreur sur les gains internes : Les gains internes des zones sont également difficilement mesurables et prédictibles. En effet, ils sont dus à l'activité des occupants et à l'usage des équipements qui dégagent de l'énergie (par effet joule dans le cas des équipements électriques). Si nous ne prenons pas en compte les gains internes dans le modèle (ici imposés arbitrairement à 150 W en cas de présence), le contrôle optimal calculé se retrouve également bien moins performant : la puissance de chauffage est surestimée de 255W ce qui induit une erreur de consigne moyenne de 2.65°C (figure 4.5 et tableau 4.2).

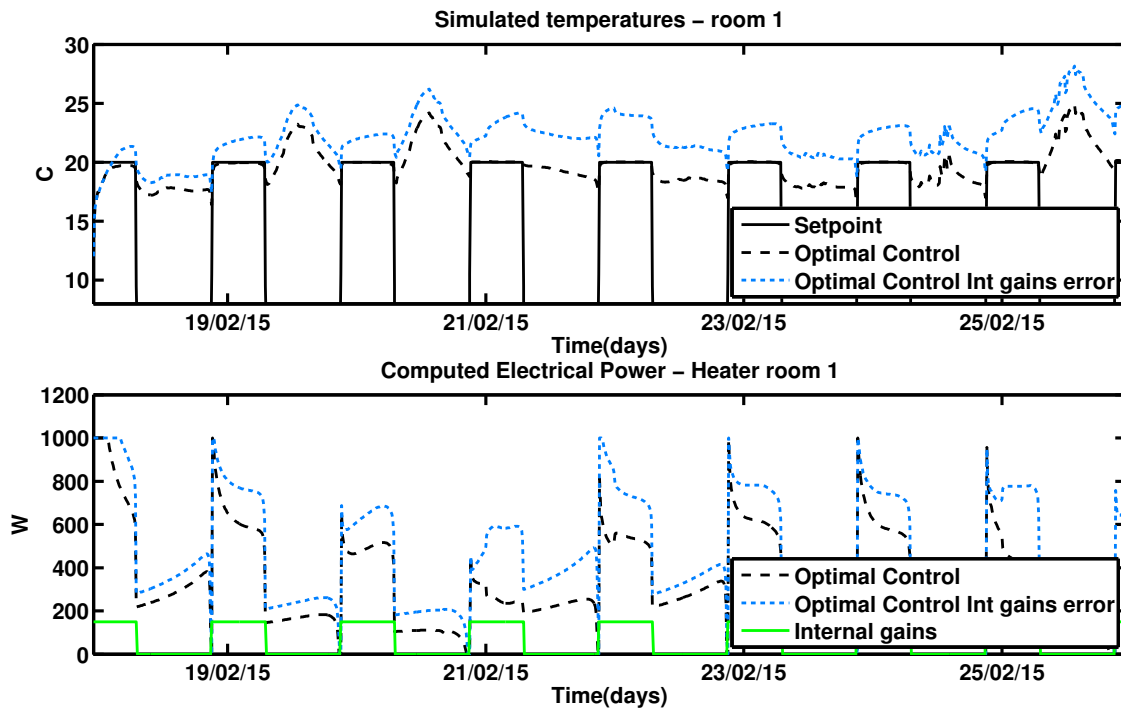


FIGURE 4.5 – Impact d'une erreur sur les gains internes

	Consommation Chauffages (W)	$\bar{\varepsilon}$ (°C)
Gains internes connus	683	0.1
gains internes supposés nuls	937	2.65

TABLE 4.2 – Impact d'une erreur d'initialisation sur la commande optimale

4.3 Estimation d'état

Il existe dans la littérature de nombreuses techniques d'estimation d'état pour la commande prédictive, utilisées également dans la plupart des stratégies de commande par retour d'état. Après un bref exposé de l'état de l'art sur ces techniques, nous montrons comment il est possible de ramener le problème d'estimation d'état à un problème d'estimation de gains internes à partir de mesures de température de zone. Nous intégrerons ensuite cet estimateur dans une stratégie de commande prédictive.

4.3.1 Estimateurs pour la commande prédictive

Pour faire face au problème de conditions initiales, une technique classique consiste à mettre en œuvre des observateurs d'état. Le principe d'un observateur d'état est d'utiliser l'information *a priori* contenue dans un modèle et issue des mesures (lacunaires) réalisées sur le système pour en déduire les états nécessaires au pilotage (commande par retour d'état). Ce dernier peut être construit de différentes manières. Dans le cas d'un système linéaire invariant :

$$\begin{cases} \frac{d\theta}{dt} = A\theta + Bu \\ m = C\theta \end{cases} \quad (4.1)$$

avec u le vecteur de commande et de sollicitations (dans le cas du bâtiment : les flux d'énergie de la météo et des systèmes climatiques), θ l'état (matrice d'état A), et m le vecteur de mesures (matrice de mesure C). Un observateur classique (dit de Luenberger [Luenberger, 1964]) sera un système linéaire de la structure suivante :

$$\begin{cases} \frac{d\hat{\theta}}{dt} = A\hat{\theta} + Bu - L(m - \hat{m}) \\ \hat{m} = C\hat{\theta} \end{cases} \quad (4.2)$$

L'état $\hat{\theta}$ de ce système est une estimation de θ si la matrice L est choisie de manière à ce que l'erreur d'estimation $(\theta(t) - \hat{\theta}(t))$ tende vers 0 au fil du temps. Une condition nécessaire et suffisante est que la matrice $(A - LC)$ ait toutes ses valeurs propres à partie réelle négative. La valeur de ces valeurs propres (ou « pôles »), conditionne la dynamique de l'estimateur : le choix de L doit permettre de placer les pôles de l'estimateur de manière judicieuse [Brockett, 2015]. Cette technique d'estimation consiste en fait, ni plus ni moins, à mettre en œuvre une commande par retour d'état sur l'erreur d'estimation des mesures afin de l'asservir à 0.

En pratique, il n'est pas possible de reconstruire tous les états. On parle d'états non observables lorsqu'il n'est pas possible de remonter à leur valeur initiale par l'observation des entrées et sorties du système sur un intervalle de temps fini [Kalman, 1959, Hwang et Seinfeld, 1972]. Pour le système (4.1) d'ordre n , l'observabilité de tous les états est garantie si et seulement si le rang de la matrice d'observabilité est égal à n [Brockett, 2015] :

$$\text{rang} \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix} = n \quad (4.3)$$

Pour les états observables, le choix de L conditionne la dynamique et la stabilité de l'observateur. Comme il s'agit d'une estimation dynamique, une variation sur u ou m génère une erreur temporaire sur l'état estimé. À noter qu'un tel estimateur ne permet pas de rejeter n'importe quelle perturbation sur u , et ne permet pas non plus d'estimer u . Dans le cadre du bâtiment, cela peut vite s'avérer problématique. Les sollicitations u contiennent en effet les grandeurs météorologiques et les gains internes qui sont des entrées souvent incertaines.

Le filtre de Kalman est un observateur d'état stochastique. Il est construit à partir d'un processus gaussien linéaire discret (qui est la version stochastique variante en temps de (4.1)) :

$$\begin{cases} \theta_k = A_d \theta_{k-1} + B_d u_{k-1} + \omega_{k-1} & \omega_{k-1} \sim \mathcal{N}(0, Q) \\ m_k = C_d \theta_k + D_d u_k + \nu_k & \nu_k \sim \mathcal{N}(0, R) \end{cases} \quad (4.4)$$

où les perturbations ω sur les sollicitations et ν sur les mesures suivent des lois gaussiennes centrées de matrices de covariance Q et R .

Chaque itération du filtre de Kalman estime l'état $\hat{\theta}_{k|k}$ à l'instant k en deux phases :

- Phase de prédiction :

1. Prédiction de l'état : $\hat{\theta}_{k|k-1} = A_d \hat{\theta}_{k-1|k-1} + B_d u_{k-1}$
2. Prédiction de la covariance : $P_{k|k-1} = A_d P_{k-1|k-1} A_d^T + Q$

- Phase de mise à jour

1. Innovation : $\tilde{y}_k = m_k - C_d \hat{\theta}_{k|k-1} - D_d u_k$
2. Mise à jour de la covariance : $S_k = C_d P_{k|k-1} C_d^T + R$
3. Gain de Kalman : $K_k = P_{k|k-1} C_d^T S_k^{-1}$
4. mise à jour de l'état : $\hat{\theta}_{k|k} = \hat{\theta}_{k|k-1} + K_k \tilde{y}_k$
5. mise à jour de la covariance : $P_{k|k} = (I - K_k A_d) P_{k|k-1}$

Avec P la covariance de l'état, et S de la mesure. Ainsi, un filtre de Kalman peut se ramener au système linéaire suivant :

$$\begin{cases} \hat{\theta}_k = (I - K_k C_d) A_d \hat{\theta}_{k-1} + B_d u_{k-1} - K_k D_d u_k \\ K_k = (A_d P_{k-1} A_d^T + Q) C_d^T S_k^{-1} \\ P_{k-1} = (I - K_{k-1} A_d) (A_d P_{k-2} A_d^T + Q) \end{cases} \quad (4.5)$$

Ce qui s'apparente à une version discrète et variante en temps de (4.2). La similitude avec un observateur d'état déterministe ne s'arrête d'ailleurs pas là : l'étape d'innovation

est en effet équivalente au calcul de l'erreur d'estimation, et l'étape de mise à jour de l'état à une action rétroactive de gain variable K_k . En tant que système dynamique, il présente également des limites en temps de réponse, stabilité, et réjection des perturbations. A la différence d'un observateur de Luenberger, le filtre de Kalman prend en compte une perturbation sur les sollicitations en l'assimilant à un bruit blanc. Cependant, comme c'est le cas pour de nombreuses grandeurs dans le bâtiment (gains internes par exemple), la modélisation d'une perturbation par un bruit peut être inappropriée. Les performances du filtre de Kalman peuvent alors s'en retrouver dégradées [Nassiopoulos, 2008]. En linéarisant le modèle par rapport à une perturbation à chaque pas de temps, il est possible de considérer une perturbation comme un état du modèle et ainsi chercher à l'estimer (filtre de Kalman étendu), mais cela s'applique également plus naturellement à un bruit blanc.

Dans le domaine du bâtiment, l'estimation d'état par filtrage de Kalman est assez populaire. Dans [Radecki et Hancey, 2012] un filtre de Kalman UKF (Unscented Kalman Filter) est utilisé pour l'estimation de l'état thermique et de paramètres statiques (validation en simulation sur EnergyPlus). [Oldewurtel et al., 2012] utilise un filtre de Kalman dans une optique de contrôle prédictif, pour corriger une erreur liée à la différence de localisation entre le bâtiment et la station météo de référence. De même, dans [Široký et al., 2011, Privara et al., 2010], un filtre de Kalman permet l'estimation d'état dans une stratégie de commande prédictive. [Lamoudi, 2012] propose également un filtre de Kalman estimant des perturbations dynamiques sur le modèle du bâtiment.

Nous proposons ici une méthode permettant d'estimer à la fois les gains internes et l'état thermique du bâtiment sur un intervalle de temps donné, en réutilisant les outils d'optimisation présentés au chapitre 2. Cette méthode d'estimation repose sur la résolution d'un problème d'optimisation quadratique (problème inverse), et ne nécessite pas une approche probabiliste des gains ni de mettre en œuvre un placement de pôles. Le temps de résolution du problème d'estimation est similaire à celui d'un calcul de contrôle optimal quadratique. De fait, cette méthode n'est pas dynamique (mais peut être réitérée plusieurs fois en s'initialisant sur les résultats de la dernière estimation) et présente le temps de latence nécessaire à la résolution numérique du problème, qui peut être peu éloigné du pas de temps utilisé en simulation thermique du bâtiment. Nous montrons également que les gains internes identifiés ont un effet correctif sur les erreurs de modélisation et d'initialisation du modèle.

4.3.2 Estimateur basé sur la reconstruction de gains internes

La procédure d'estimation consiste ici à identifier les gains internes \mathcal{Q} des zones pilotées afin de réduire l'écart quadratique J_e entre les températures T_z simulées pour ces zones et les températures mesurées T_{mz} sur un intervalle de temps \mathbf{T}_e . Nous nous retrouvons avec le problème d'optimisation quadratique :

$$\begin{cases} \theta(t_p) = \theta(t_p, \mathcal{Q}^*) \\ \mathcal{Q}^* = \underset{\mathcal{Q} \in \mathcal{U}}{\operatorname{argmin}} (J_e + \mathcal{S}) \\ J_e = \frac{1}{2} \sum_z^{N_z} \int_{t \in \mathbf{T}_e} (T_z(u_e, t) - T_{mz}(t))^2 dt \\ \mathcal{S} = \frac{\varepsilon}{2} \sum_{z=1}^{N_z} \int_{t \in \mathbf{T}_e} \mathcal{Q}_z^2 dt \end{cases} \quad (4.6)$$

avec ε un coefficient du terme de régularisation de Tikhonov \mathcal{S} choisi très petit ($\approx 10^{-6}$). Ce problème reste de nature très similaire au problème de contrôle optimal (3.1), et se résout ici efficacement à l'aide d'un algorithme de gradient conjugué. Une simulation du modèle

après résolution du problème d'identification fournit une estimation de l'état thermique $\theta(t_p)$. Si la reconstruction des gains internes est parfaite et que les gains internes constituent la seule erreur, on retrouve alors le champ de température exact.

Pour quantifier les erreurs d'ajustement relatif (écart quadratique normalisé), nous utilisons les indicateurs suivants :

- e_Q l'erreur relative d'un vecteur de gains internes $\mathcal{Q}^*(t) = [\mathcal{Q}_z^*(t)]_{z=1}^{N_z}$ par rapport à un autre $\mathcal{Q}(t) = [\mathcal{Q}_z(t)]_{z=1}^{N_z}$ sur un intervalle de temps \mathbf{T}_e par la formule :

$$e_Q = \sqrt{\frac{\sum_{z=1}^{N_z} \int_{t \in \mathbf{T}_e} (\mathcal{Q}_z - \mathcal{Q}_z^*)^2 dt}{\sum_{z=1}^{N_z} \int_{t \in \mathbf{T}_e} \mathcal{Q}_z^2 dt}} \quad (4.7)$$

- L'erreur d'ajustement relatif e_θ du vecteur $\tilde{\theta}(t) = [\tilde{\theta}_n(t)]_{n=1}^N$ de N températures par rapport à un vecteur $\theta(t) = [\theta_n(t)]_{n=1}^N$ par la relation suivante :

$$e_\theta = \sqrt{\frac{\sum_{n=1}^N \int_{t \in \mathbf{T}_e} (\theta_n - \tilde{\theta}_n)^2 dt}{\sum_{n=1}^N \int_{t \in \mathbf{T}_e} \theta_n^2 dt}} \quad (4.8)$$

- Cette relation peut être trivialement étendue à une erreur instantanée afin de mesurer l'ajustement à un instant t :

$$e_\theta(t) = \sqrt{\frac{\sum_{n=1}^N (\theta_n(t) - \tilde{\theta}_n(t))^2}{\sum_{n=1}^N \theta_n^2(t)}} \quad (4.9)$$

Pour les cas tests suivants, nous étudierons l'impact de l'identification des gains internes sur les critères suivants :

Critère	Définition
e_Q	Erreur relative entre les gains internes réels et les gains <i>a priori</i> ou identifiés
$e_{\theta \text{ zones } 1,2}$	Erreur relative entre la température réelle des zones 1 et 2 et leur température <i>a priori</i> ou après identification des gains sur l'intervalle \mathbf{T}_e
$e_{etat}(t_p)$	Erreur relative sur l'ensemble des températures à l'instant final t_p

TABLE 4.3 – Critères de performance

4.3.3 Performance de l'estimateur

La performance de cet estimateur peut être testée au préalable en simulation. Nous nous munissons ici d'un modèle de référence. La réponse de ce modèle peut être assimilée à

des mesures réelles sur le terrain. Nous introduisons ensuite un biais sur les paramètres du modèle, les gains internes ou les conditions initiales. L'application de la stratégie d'estimation va permettre de calculer des gains internes correctifs sur le modèle biaisé, et de fournir une estimation de l'état à la fin de l'intervalle temporel \mathbf{T}_e des mesures.

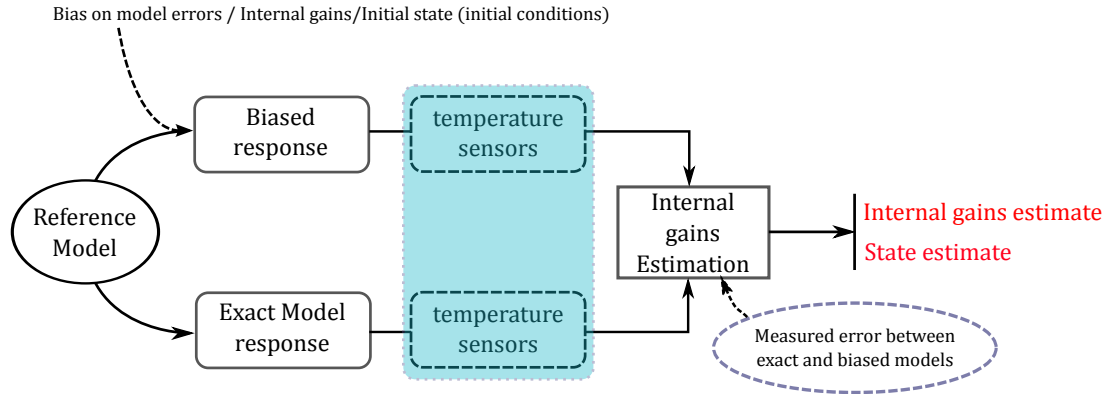


FIGURE 4.6 – Tests numériques d'estimation

Pour la réponse exacte (de référence) du modèle (assimilée donc à des mesures de terrain), nous reprenons ici le scénario d'occupation d'un jour sur quatre étudié précédemment (section 3.2 page 54), avec un contrôle PID des chauffages (choix arbitraire), à la différence que la loi de commande est calculée ici avec des gains internes liés à la présence des occupants, à hauteur de 150 W par personne. Pour l'intervalle \mathbf{T}_e considéré, nous reprenons la période de 14 jours du chapitre précédent. Nous considérons ensuite trois cas tests pour l'estimation de l'état et des gains, en utilisant uniquement les températures des deux zones pilotées :

- **Gains internes inconnus** : Dans ce cas, seuls les gains internes sont inconnus. Le « biais » introduit porte donc sur les gains internes, dont la valeur *a priori* est considérée nulle.
- **Compensation d'erreurs de modèle** : En plus de la méconnaissance des gains internes, nous rajoutons un biais sur des paramètres physiques du modèle de bâtiment (conductivités pariétales).
- **Correction d'une erreur d'initialisation** : Enfin, nous considérons le cas courant où ni les gains internes, ni les conditions initiales sur l'intervalle \mathbf{T}_e ne sont connues.

Les performances d'estimation sont évaluées dans chaque cas par les indicateurs d'erreur présentés plus haut et en traçant la réponse de référence (measured response), la réponse du modèle suite au biais introduit (perturbed response), et la réponse après estimation des gains internes (identified response).

Identification de gains inconnus : Si nous considérons les gains internes nuls lors de la simulation du modèle, nous nous retrouvons avec une sous-estimation de la température (réponse perturbée figure 4.8). La résolution de (4.6) permet de reconstruire les gains internes des zones avec seulement 16% d'erreur (contre 100% si considérés nuls) et en utilisant uniquement les mesures de température dans les chambres 1 et 2. Un tel résultat est obtenu après 40 itérations de gradient conjugué, qui présente ici une convergence satisfaisante (figure 4.7).

Avec ces gains reconstruits, nous obtenons une erreur e_θ sur les températures deux zones sur l'intervalle \mathbf{T}_e de 0.15%, alors que l'erreur avant identification était de 7.72% (soit une

erreur moyenne d'environ 2°C en présence de gains réduite à moins de 0.1°C). Sur l'intégralité des températures du modèle, à l'instant final de la simulation, nous passons d'une erreur $e_{etat}(t_p)$ sur l'état (ensemble des températures) de 0.77% à une erreur de 0.16%.

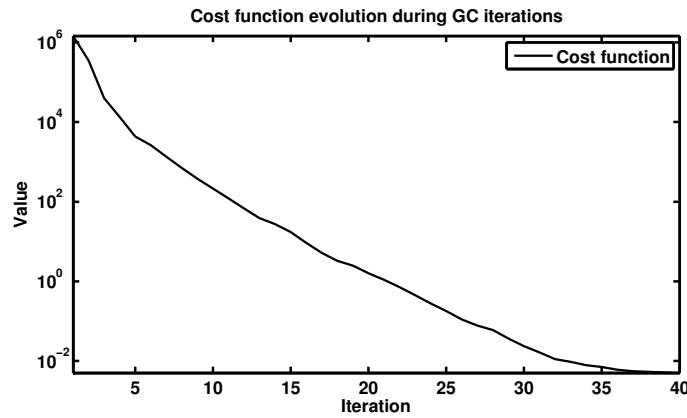


FIGURE 4.7 – Identification des gains internes : convergence

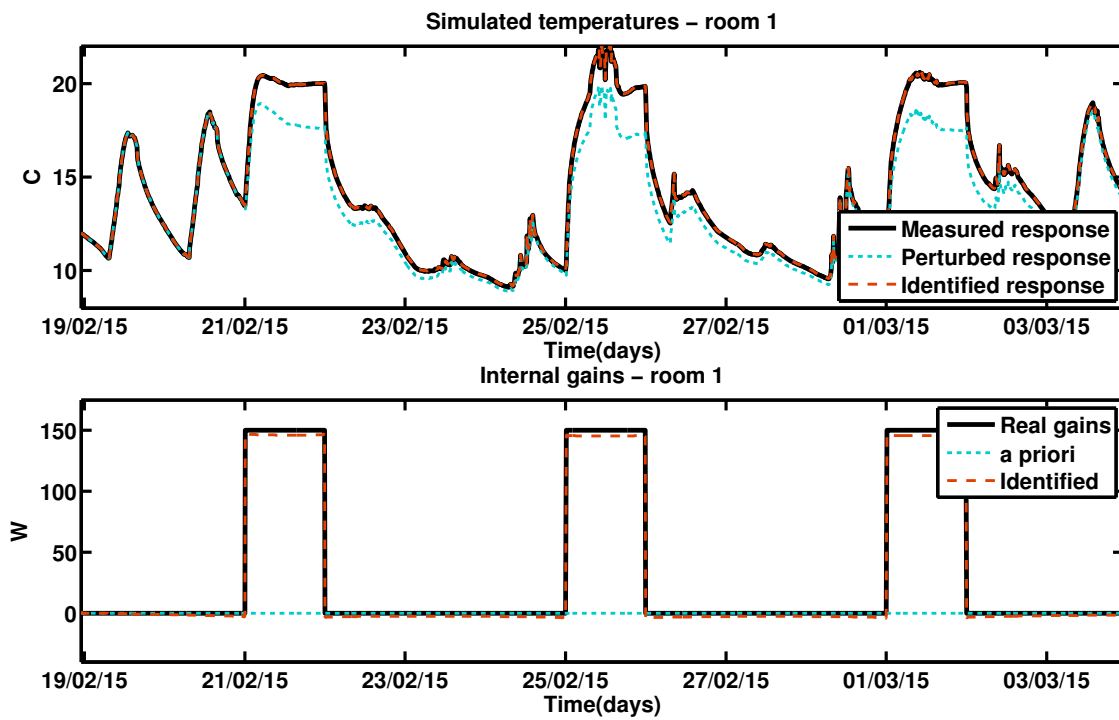


FIGURE 4.8 – Reconstruction de gains internes

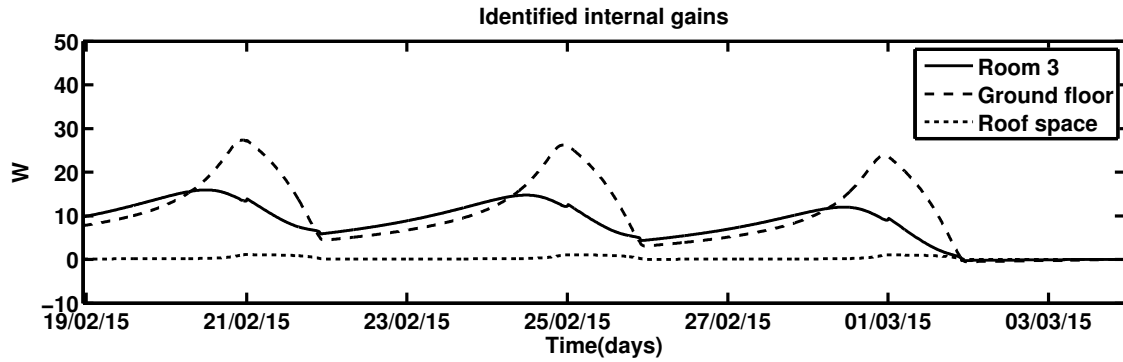


FIGURE 4.9 – Gains internes identifiés dans les autres zones

Une partie des 16% d'erreur sur la reconstruction des gains est probablement liée au fait que les gains des autres zones ont été également considérés inconnus, ce qui se traduit par une erreur sur les zones vides d'occupation (figure 4.9). En effet, ces gains n'interviennent pas directement sur les températures des zones mesurées. Ce résultat pourrait donc être amélioré sur ce cas très particulier en identifiant seulement les gains des zones considérées ou en rajoutant des mesures de température dans les autres zones.

	Avant identification	Après identification
e_Q	100%	16%
$e_{\theta \text{ zones } 1,2}$	7.72%	0.15%
$e_{etat}(t_p)$	0.77%	0.16%

TABLE 4.4 – Identification de gains internes Q_z inconnus

Compensation d'erreurs de modèle : Identifier les gains sur l'ensemble des zones peut cependant avoir un avantage dans le cas d'erreurs de modélisation du bâtiment. Les gains ainsi identifiés constituent un flux thermique correctif des erreurs de modélisation au niveau des zones. Par exemple, si nous perturbons les capacités pariétales de -30% , les gains internes identifiés permettent de passer d'une erreur de 3.53% à 0.16% sur les températures des deux chambres. Cela se fait au détriment d'une plus grande erreur sur les gains (erreur de 58%), mais qui préserve néanmoins une allure qui laisse deviner les gains réels, ici sous forme de créneaux (figure 4.10). Étant donné l'erreur de modélisation, la réduction de l'erreur sur l'état final est moins importante (on passe de 0.98% à 0.90%).

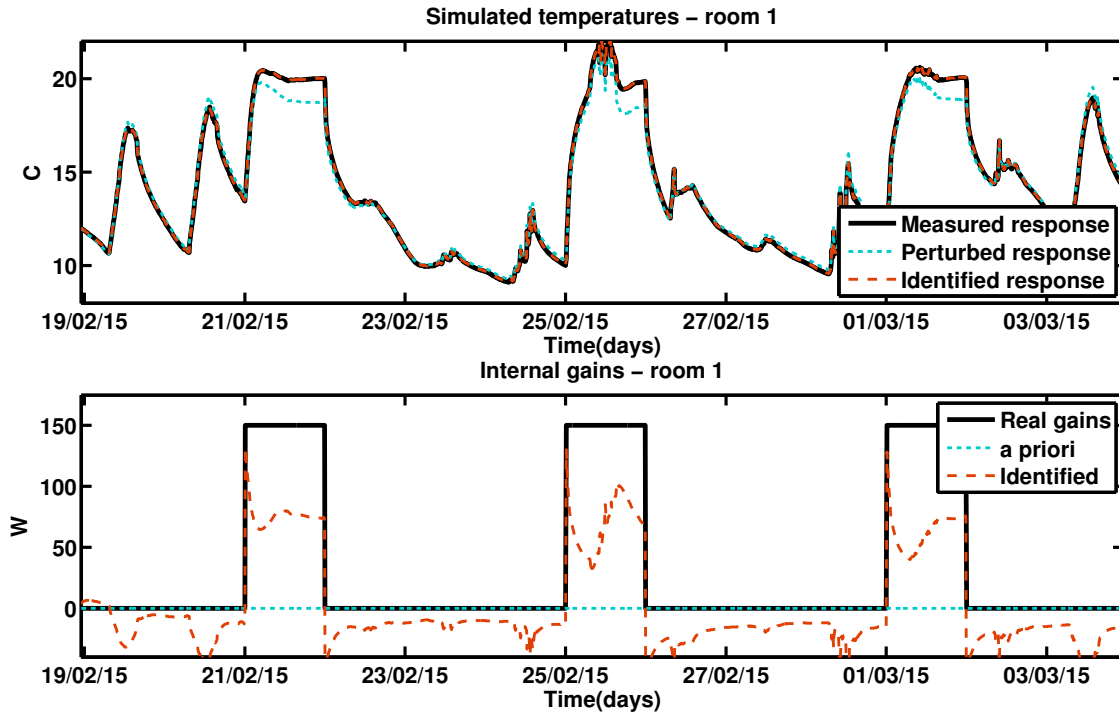


FIGURE 4.10 – Reconstruction des gains internes avec erreur sur les capacités pariétales

	Avant identification	Après identification
e_Q	100%	58%
$e_{\theta \text{ zones } 1,2}$	3.53%	0.16%
$e_{etat}(t_p)$	0.98%	0.90%

TABLE 4.5 – Correction d'une perturbation sur les conductivités pariétales (Q_z inconnu)

Correction d'une erreur d'initialisation : Un autre intérêt majeur de l'identification de gains internes correctifs réside dans la correction d'une erreur sur les conditions initiales de température. Dans ce cas, si l'on choisit d'initialiser l'ensemble des températures du modèle à 10°C (soit une erreur d'environ 2°C sur les zones) il s'ensuit une erreur sur les températures qui peut être assez longue à se résorber (suivant l'inertie thermique du bâtiment). Les gains internes identifiés seront alors la somme des gains non connus et de gains correctifs compensant cette erreur initiale. On peut en effet voir figure 4.11 (exemple sans chauffage) des gains internes calculés sont très élevés aux instants initiaux, et convergent avec le temps vers le profil réel des gains liés à l'occupation.

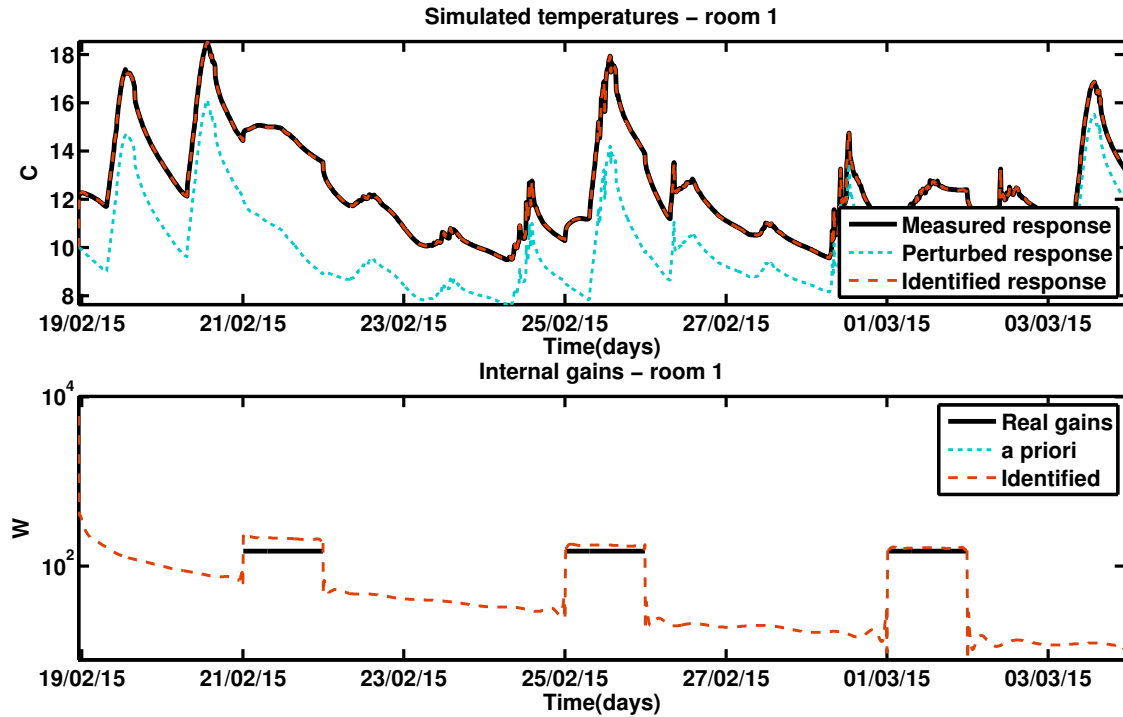


FIGURE 4.11 – Correction de l'erreur d'initialisation

Pour cet exemple, l'erreur de 20.5% sur les températures des deux zones a été réduite à 0.24%. De même, l'erreur de 2% sur l'état final (soit après 14 jours) a été ramenée à 0.6%. Cette stratégie permet donc de réduire l'erreur sur l'état thermique pour des conditions initiales et des gains internes inconnus. En réalisant cette identification sur des mesures réalisées *in situ*, il est donc possible d'estimer l'état thermique en vue d'un calcul de commande optimale avec un temps de calcul généralement peu éloigné de l'ordre de grandeur du pas temporel de simulation ($\approx 10 \text{ min}$).

	Avant identification	Après identification
e_Q	100%	143%
$e_{\theta_{\text{zones } 1,2}}$	20.5%	0.24%
$e_{\text{etat}}(t_p)$	2%	0.6%

TABLE 4.6 – Correction d'une erreur d'initialisation : θ_{initial} et Q_z inconnus

Conclusion sur les tests d'estimation : Sans erreur sur le modèle et les mesures, la méthode proposée montre bien son efficacité pour la reconstruction de gains internes. En cas d'erreurs sur les conditions initiales ou sur le modèle, les gains estimés ne correspondent plus aux gains réels, mais permettent néanmoins de réduire l'erreur sur l'état thermique. Par ailleurs, les variations réelles des gains restent visibles, ce qui est une information potentiellement exploitable pour détecter la présence d'occupants par exemple.

Pour mieux juger de l'efficacité de cette méthode en tant qu'estimateur d'état, nous allons tester son intégration dans une stratégie de commande prédictive.

4.4 Tests d'estimation en commande prédictive

Comme nous étudions ici principalement la stratégie d'estimation d'état, nous choisissons volontairement un calcul de commande optimale simple, tel que présenté au chapitre précédent (problème quadratique (3.1)).

Les résultats de simulation de commande prédictive (MPC) sont obtenus à l'aide d'un protocole d'essais numériques établi entre deux modèles simulés en parallèle : un modèle de contrôle utilisé pour les phases d'estimation d'état et de calcul de commande optimale, et un autre identique faisant office de bâtiment virtuel contrôlé sur lequel sont réalisées les mesures. Cette structure permet d'introduire différentes techniques d'initialisation et des erreurs d'*a priori* sur les gains internes sur le processus de contrôle (c'est à dire, en entrée du modèle de contrôle, « MPC model » figure 4.12).

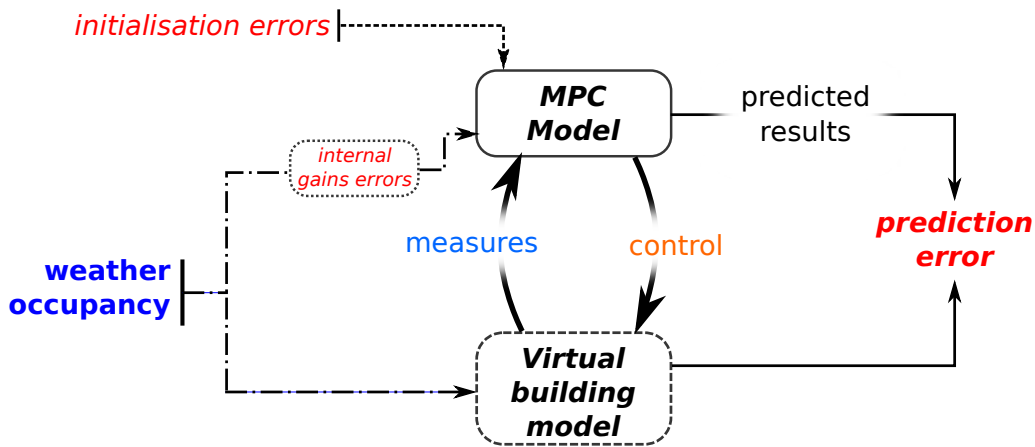


FIGURE 4.12 – Simulation d'une commande prédictive avec erreurs sur le modèle de contrôle

A chaque fois qu'une loi de commande est calculée, le programme de simulation l'applique au bâtiment virtuel et simule sa réponse sur le nouvel intervalle de temps $[t_p, t_p + t_d]$, stocke les données de mesure, puis attend qu'une nouvelle étape d'estimation et de calcul de commande soient réalisées pour reprendre la simulation (voir schéma 4.2).

Il faut noter que dans le cas idéal où le modèle et ses sollicitations sont parfaitement connus et où l'étape d'estimation d'état est sans erreur, une stratégie de commande prédictive ne fournit pas nécessairement une commande identique à la commande optimale appliquée calculée sur toute la durée du contrôle. Ceci est directement lié au choix de l'horizon de prédiction. La figure (4.13) correspond à un cas d'initialisation parfaite et sans erreur, avec une présence d'une journée sur 4. L'horizon de prédiction t_h est de 1 jour et l'intervalle de mise à jour t_d de 12h. La commande prédictive (MPC) impose une puissance nulle sur les chauffages pendant les périodes d'absence, jusqu'à ce qu'un front de consigne se retrouve dans l'intervalle de prédiction. La commande optimale P^* appliquée sur tout l'intervalle de simulation (courbe orange) présente au contraire bien le préchauffage observé au chapitre 3 sur les périodes d'absence.

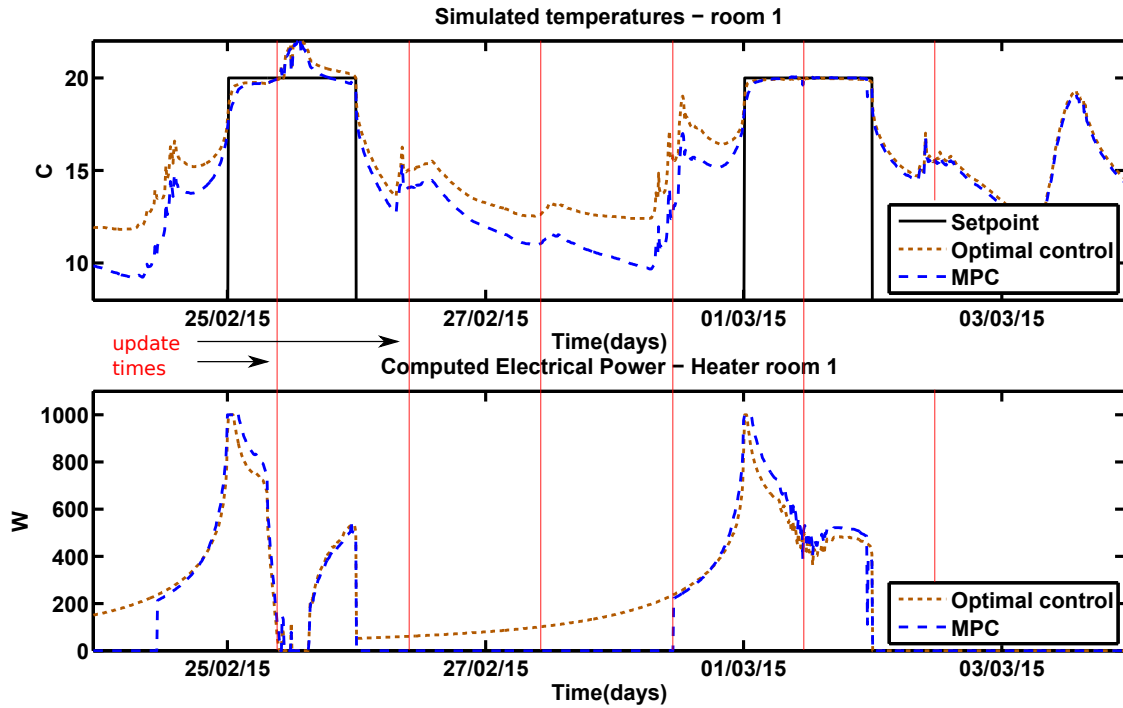


FIGURE 4.13 – Effets de l'horizon de prédiction fini

Pour valider la performance de notre estimateur, nous réalisons différents tests, avec différentes initialisations pour la commande optimale et un pas de mise à jour t_d de 12h (pouvant ici être choisi arbitrairement suite à l'absence de perturbations). Ces tests permettent d'analyser son comportement dans une stratégie de commande prédictive, et de vérifier si il fournit de meilleures performances qu'une initialisation basique. Nous considérons ici trois types d'initialisation :

- I_t : Initialisation des températures sur une mesure de température de zone. Toutes les températures du modèle sont assignées à la température de la zone 1.
- I_s : Initialisation des températures après une simulation du modèle sur l'intervalle T_e de 5 jours. Le modèle utilisé pour le contrôle est simulé sur chaque période d'estimation $[t_p - T_e, t_p]$ (avec la même initialisation qu'au cas I_1 aux instants $t_p - T_e$). En l'absence d'autres erreurs, l'erreur initiale sur cette phase de simulation est absorbée avec le temps, et fournit à la fin une estimation de l'état pour la commande.
- I_g : Initialisation des températures par estimation des gains internes sur chaque intervalle $[t_p - T_e, t_p]$ (fixés à 5 jours). Sur chaque intervalle d'estimation, les températures sont initialisées à une mesure de la zone 1.

Nous choisissons ici un scénario d'occupation typique du mode de vie d'une personne active, avec une présence le soir et la nuit de 21h à 6h50. Les gains internes sont volontairement non-concordants avec ce scénario (gains de 150W un jour sur quatre) pour observer l'impact de leur méconnaissance de façon plus localisée. En entrée du modèle de contrôle, nous pouvons imposer des gains identiques à ceux appliqués sur le bâtiment virtuel, ou alors les considérer inconnus et appliquer une valeur *a priori* nulle. Nous pouvons également faire varier le temps de mise à jour t_d pour étudier son impact sur le contrôle.

Ces différentes initialisations et *a priori* sur les gains internes permettent de composer 5 tests différents (de la section 4.4.1 à la section 4.4.5) :

Cas test	Initialisation	<i>a priori</i> sur les gains internes	Intervalle de mise à jour
Section 4.4.1	I_t	exact	12h
Section 4.4.2	I_s	exact	12h
Section 4.4.3	I_g	exact	12h
Section 4.4.4	I_g	nul	12h
Section 4.4.5	I_g	nul	3h

TABLE 4.7 – Cas test de commande prédictive

Pour chaque test nous traçons les courbes suivantes, pour la puissance du radiateur et la température de la zone 1 :

- **Setpoint** : Température de consigne sur les périodes de présence.
- **Optimal control** : Résultats de commande optimale appliquée sur la totalité de l'intervalle de simulation, pour une initialisation parfaite et un modèle sans erreur. Ce résultat « idéal » fournit seulement un « repère » pour résultats de commande prédictive. La température est issue de « mesures » sur le bâtiment virtuel.
- **MPC** : Résultats de commande prédictive appliquée au bâtiment virtuel. La température est issue de « mesures » sur le bâtiment virtuel.
- **Predicted temperatures** : Températures prédites par la commande prédictive (et donc sujettes aux erreurs d'initialisation et de gains internes).

Nous évaluons également l'erreur de prédiction e_θ des températures des deux zones contrôlées sur la durée de la simulation complète, suivant la formule (4.8).

4.4.1 Initialisation par température de zone

L'ensemble du modèle est initialisé à la température de la zone 1 aux instants de mise à jour (toutes les 12h) : dans ce cas, l'initialisation n'est pas parfaite. On se place ici dans le cas d'un scénario de 12h de présence journalière, avec un horizon de prédiction pour la commande de 24h. La simulation est réalisée sur 5 jours en hiver. Nous représentons figure 4.14 les résultats sur 4 jours de commande optimale (modèle supposé sans erreur), de commande prédictive (MPC) et les températures prédites par le modèle utilisé pour la commande prédictive. Les instants de mise à jour (traits rouges) correspondent aux instants t_p où l'on estime/réinitialise l'état du modèle et où l'on recalcule une loi de commande optimale.

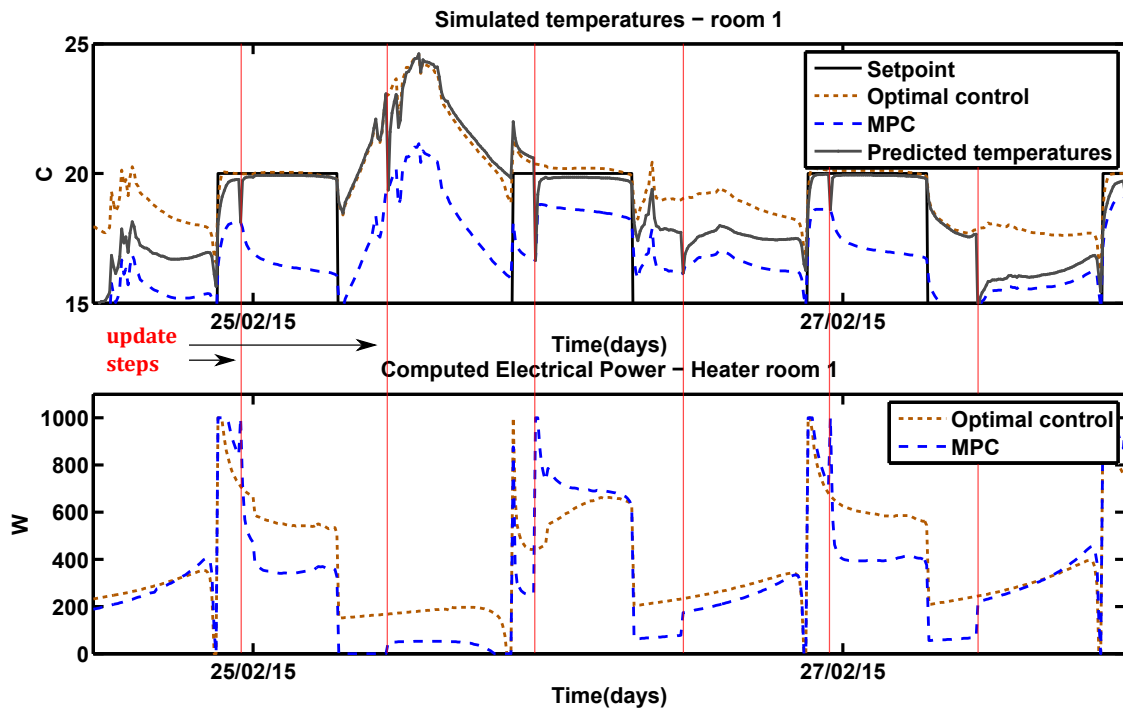


FIGURE 4.14 – Commande prédictive : initialisation par la température de la zone 1

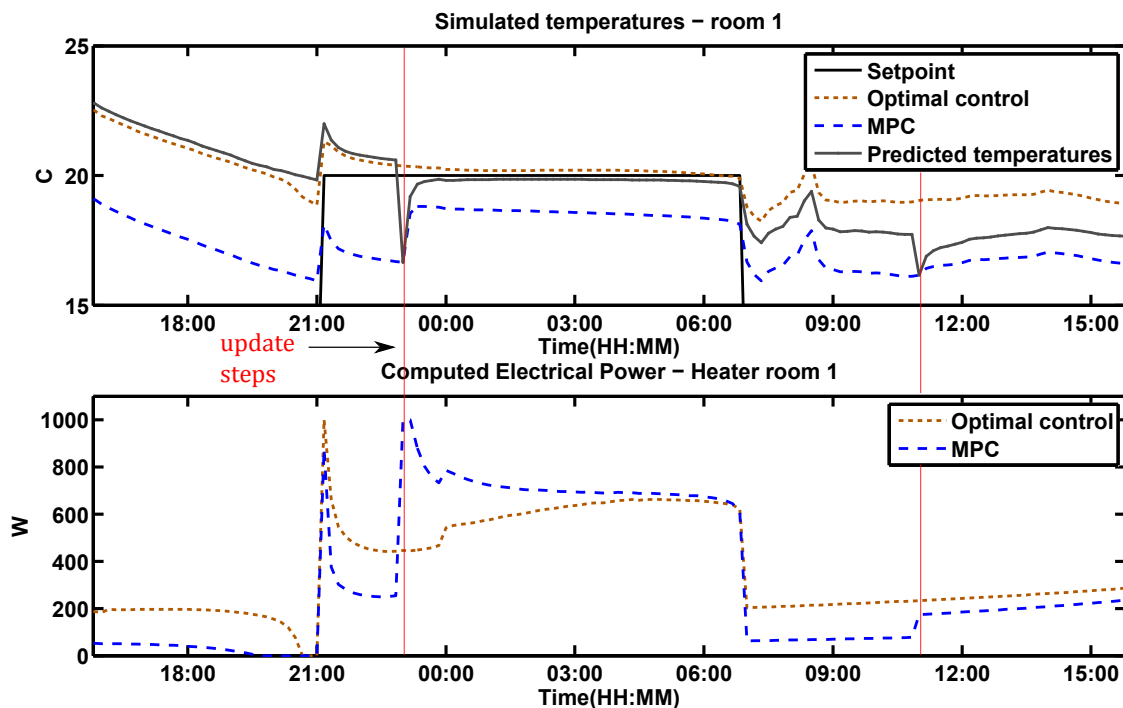


FIGURE 4.15 – Zoom sur la figure 4.14 (26/02/2015)

On remarque ici que la température prédite lors de la phase de commande prédictive présente une erreur importante (écart quadratique entre la température prédite et la température après application de la commande de 12.38%) due à la propagation de l'erreur d'initialisation. On peut constater (sur le zoom du premier jour) que l'initialisation utilisée génère d'importants transitoires sur la puissance calculée, suite aux erreurs de prédiction des

températures. Une telle initialisation ne permet donc pas d'obtenir une commande prédictive performante.

4.4.2 Initialisation par simulation sur la phase d'estimation

A chaque instant de mise à jour, les conditions initiales sont obtenues en prenant l'état courant du modèle après sa simulation sur l'intervalle \mathbf{T}_e (de 5 jours, avec initialisation à $t_p - \mathbf{T}_e$ par la température de la première zone). En l'absence d'autre erreur, l'erreur initiale s'atténue avec le temps, ce qui donne à l'instant t_p une estimation de l'état. Avec une telle estimation, l'erreur de prédiction sur les températures des deux zones est ramenée à 2.46%. La commande prédictive calculée est ici moins chaotique et plus proche du résultat de commande optimale, suite à une meilleure prédiction des températures :

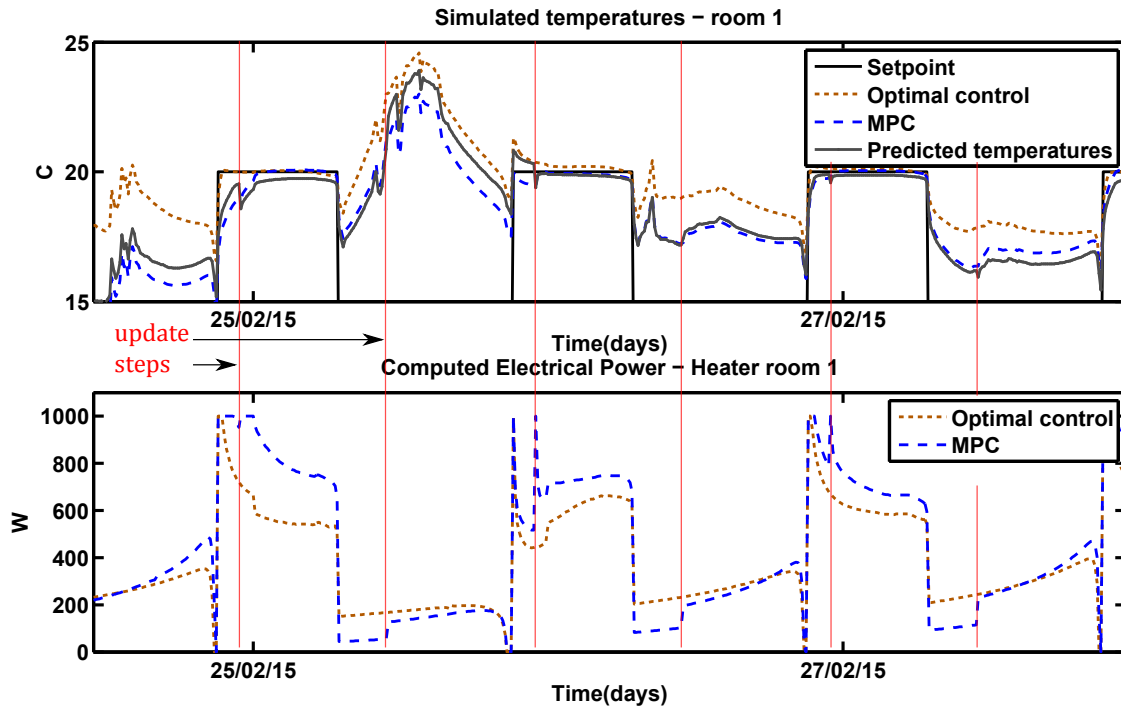


FIGURE 4.16 – Initialisation par simulation sur la phase d'estimation

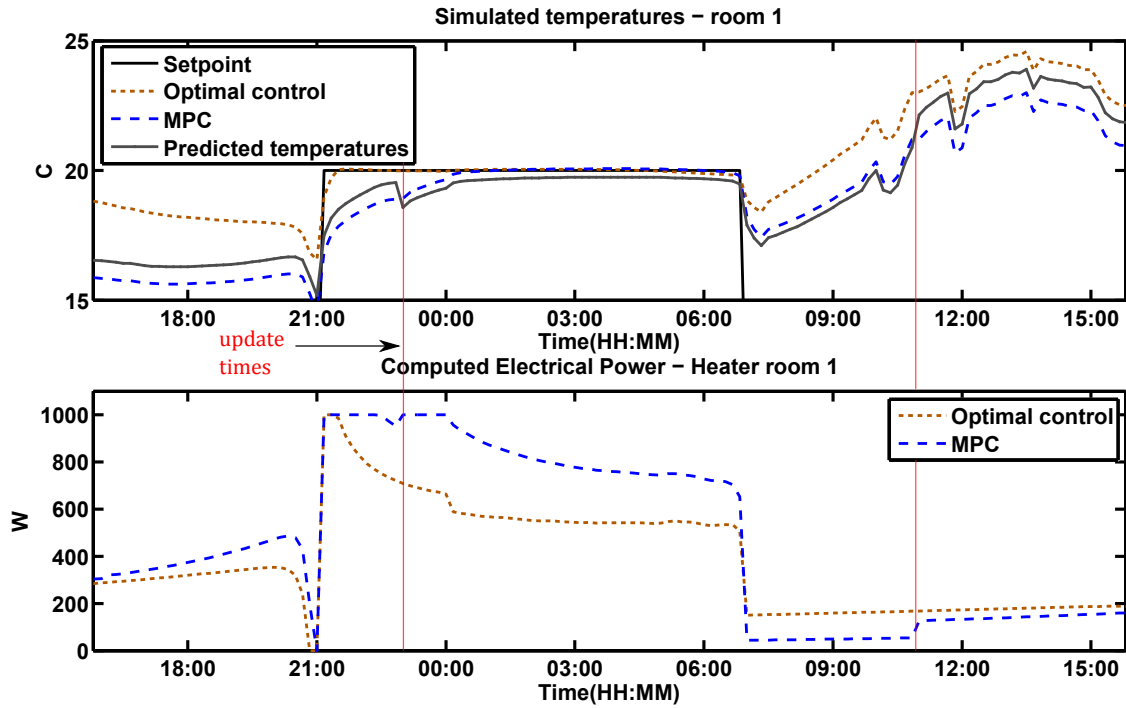


FIGURE 4.17 – Initialisation par simulation libre (zoom)

À noter que cette méthode n'est pas applicable en cas d'erreurs de modèle car dans ce cas, le champ de température simulé ne peut converger vers sa vraie valeur.

4.4.3 Initialisation avec identification des gains internes

Enfin, nous remplaçons la phase de simulation sur 5 jours par une phase d'estimation par identification de gains internes correctifs. La valeur *a priori* des gains pour la commande prédictive est ici exacte, la résolution du problème d'identification va donc calculer des gains corrigeant l'erreur d'initialisation de la phase d'estimation. Cette phase permet d'améliorer encore les résultats en passant à une erreur de prédiction de 0.8%. Les gains internes correctifs conservent une forme relativement proche du profil initial théorique (figure 4.20). Les pics de puissance observés sur les gains identifiés sont des artefacts numériques de séquençage, liés à la différence entre le schéma d'intégration temporelle utilisé pour l'estimation des gains internes et la concaténation en ligne du vecteur temporel de températures (instants de mise à jour).

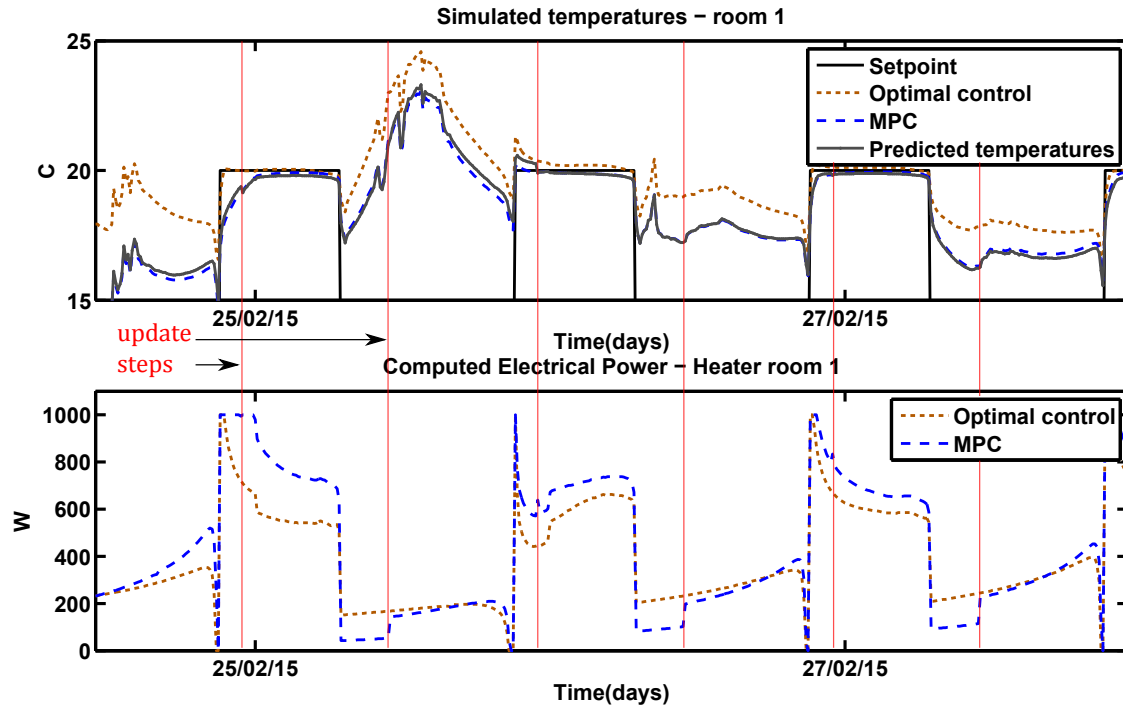


FIGURE 4.18 – Initialisation par calcul de gains internes correctifs

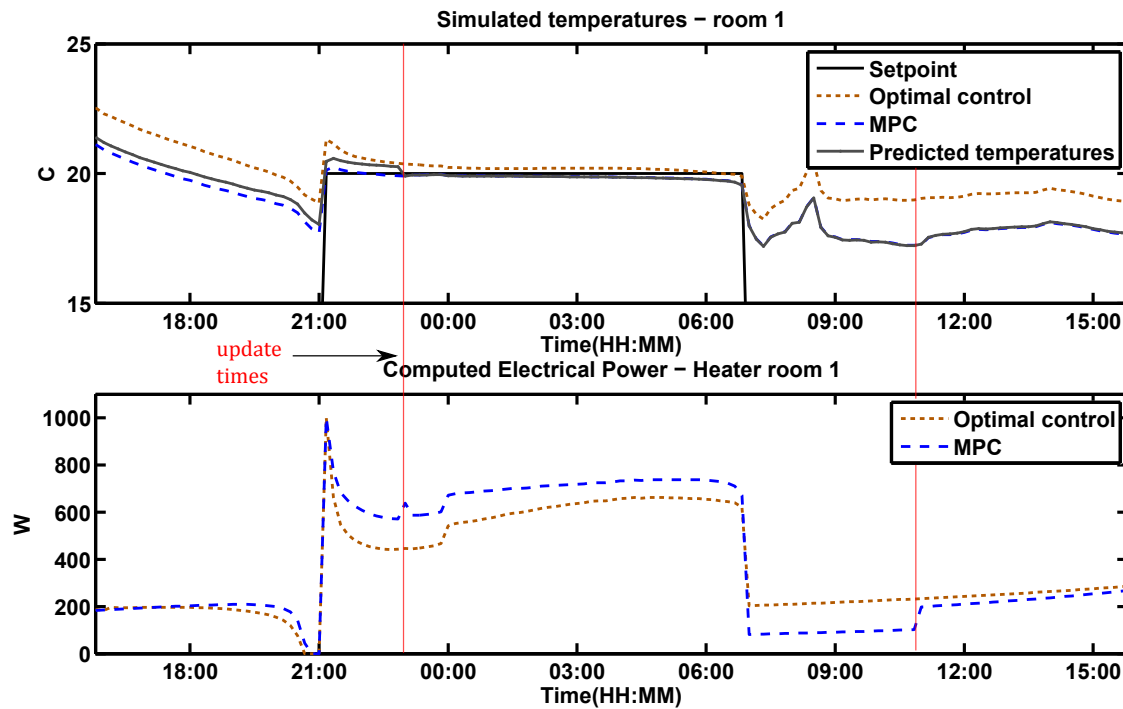


FIGURE 4.19 – Initialisation par calcul de gains internes correctifs (zoom)

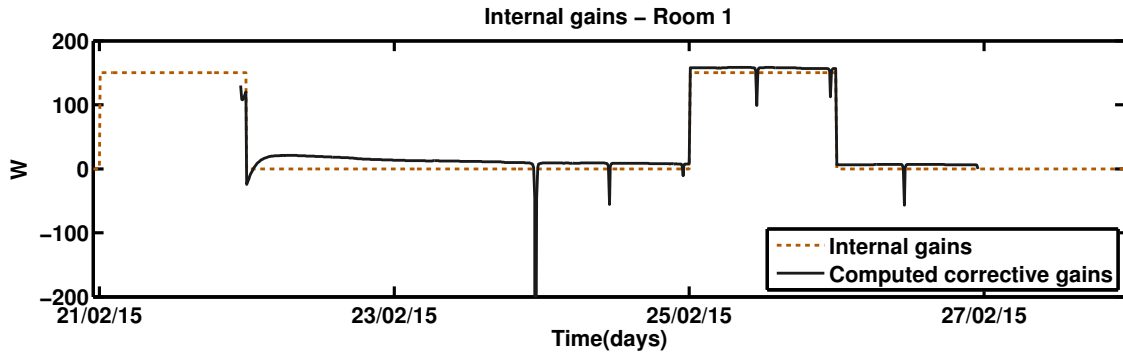


FIGURE 4.20 – Gains internes correctifs (sur une étape mise à jour)

4.4.4 Initialisation avec identification des gains internes inconnus

Cependant, les gains internes sont généralement inconnus. Nous réitérons ici l'expérience précédente en considérant la valeur *a priori* des gains comme nulle. La méconnaissance des gains internes génère une erreur de prédiction de 4% sur les températures des zones. Cette détérioration se remarque sur les deux jours présentant des gains internes (écart entre les courbes bleues et grises sur le 25 et 26 février).

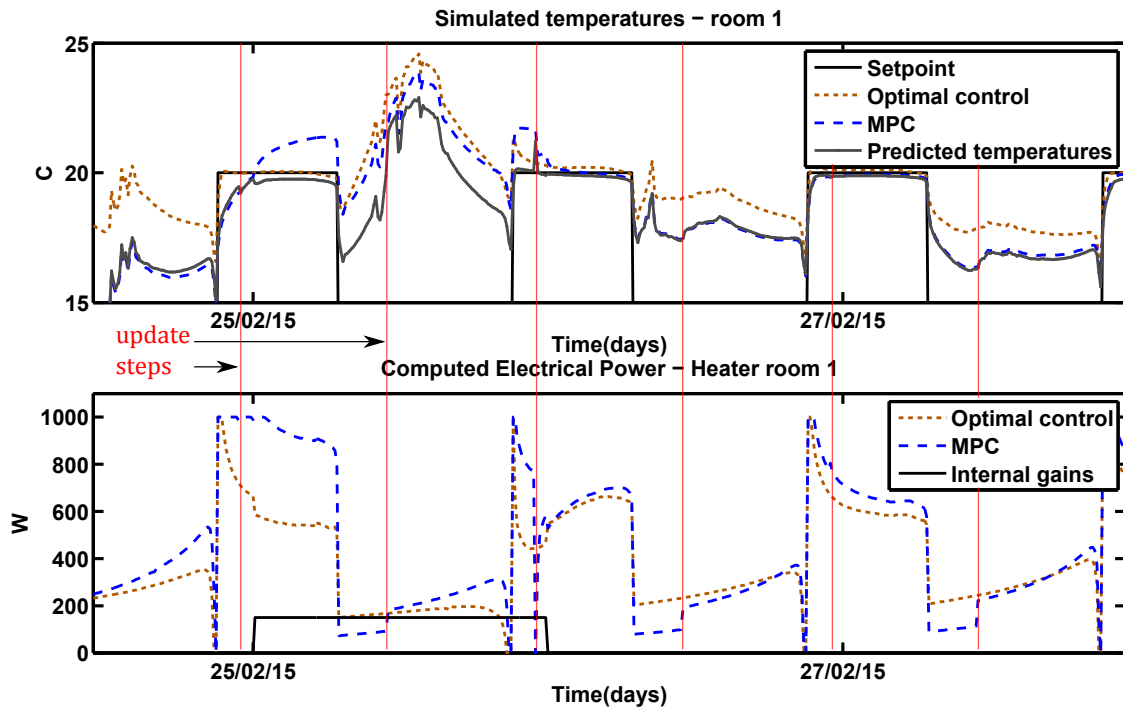


FIGURE 4.21 – Estimation par identification des gains internes inconnus

Comme dans le cas illustré figure 4.11, les gains internes correctifs présentent un profil proche des gains internes réels (figure 4.22).

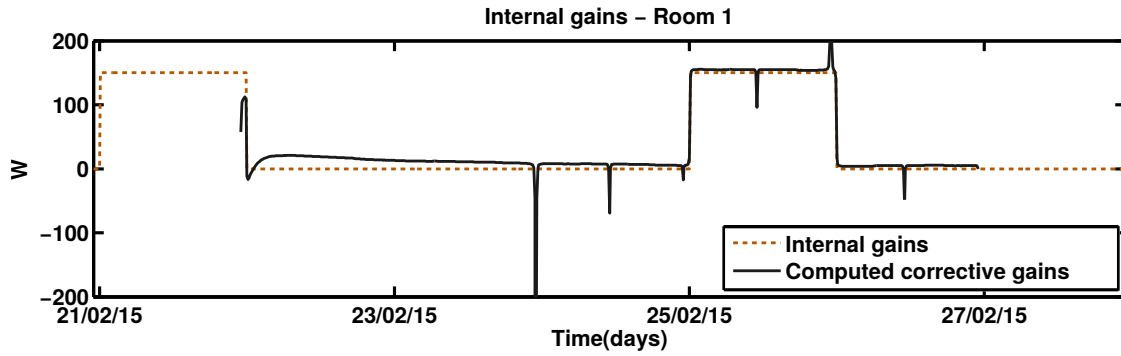
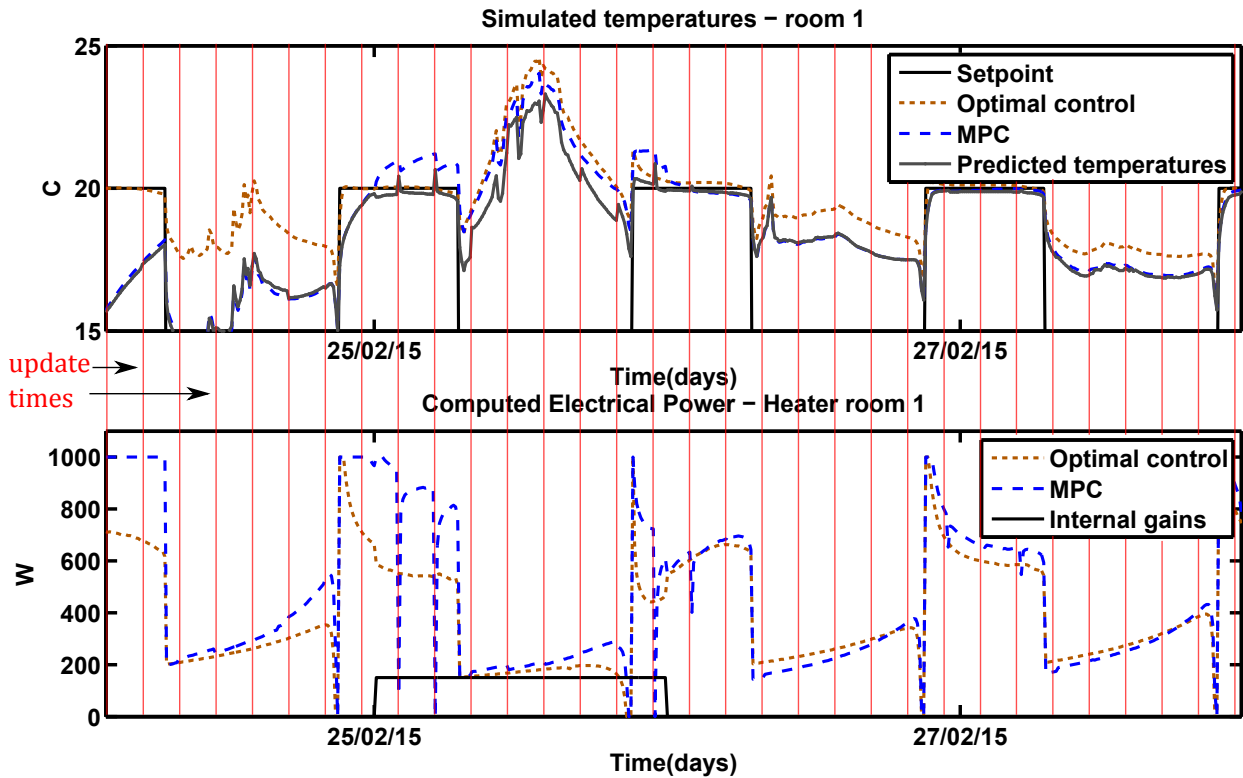


FIGURE 4.22 – Gains internes identifiés

Par conséquent, l'erreur de prédiction est ici principalement liée à une prédiction des gains nulle.

4.4.5 Réduction du pas de mise à jour

Dans le cas précédent, la mise à jour n'a eu lieu qu'à deux instants sur les créneaux de gains internes (entre le 25 et le 26 février, figure 4.21). Le résultat peut être amélioré en augmentant la fréquence de mise à jour. En passant à un intervalle de mise à jour t_d de 3h, l'erreur de prédiction avec estimation des gains est réduite à 2.6% (contre 4% dans le cas précédent).

FIGURE 4.23 – Estimation par identification des gains internes inconnus ($dT = 3h$)

Réduire le pas de mise à jour augmente l'effet rétroactif dans la stratégie de commande prédictive. Cela permet de rendre la commande plus robuste aux perturbations ou aux erreurs de modèle, mais implique un nombre de calculs plus important.

4.5 Conclusions et perspectives

L'estimation d'état est une étape incontournable d'une stratégie de commande prédictive, en particulier dans le cas du contrôle thermique d'un bâtiment, ce dernier étant sujet à de nombreuses perturbations.

Nous présentons dans ce chapitre une méthode alternative au filtrage de Kalman, fréquemment utilisé pour l'estimation d'état dans le bâtiment. Cette méthode consiste à identifier des gains internes correctifs sur une plage de temps donnée. Elle permet en particulier de corriger les erreurs sur les valeurs *a priori* des gains internes et des conditions initiales, avec peu de mesures de température (dans notre cas, deux températures de zones). Nous avons ici validé cette approche en simulation, en la comparant à des méthodes d'initialisation simples.

D'un point de vue général, la méthode d'estimation des gains permet d'obtenir de meilleures prédictions de température que les méthodes d'initialisation simples, que les gains internes soient connus ou inconnus (tableau 4.8).

Cas test	Initialisation	<i>a priori</i> sur les gains internes	Intervalle de mise à jour	Erreur de prédiction
Section 4.4.1	I_t	exact	12h	12.4%
Section 4.4.2	I_s	exact	12h	2.4%
Section 4.4.3	I_g	exact	12h	0.8%
Section 4.4.4	I_g	nul	12h	4%
Section 4.4.5	I_g	nul	3h	2.6%

TABLE 4.8 – Cas test de commande prédictive : erreurs de prédiction

Enfin, la technique d'estimation des gains internes comporte peu de paramètres de réglages (coefficient de régularisation et temps de mesure).

Dans notre cas, les gains internes sont difficilement assimilables à un bruit (profil en créneau). Si il a été montré que, dans un cas d'inversion thermique, cela pouvait rendre le filtre de Kalman moins efficace [Nassiopoulos, 2008], il serait intéressant de réitérer une comparaison approfondie de notre méthode avec un filtre de Kalman dans le cadre du bâtiment. Une autre étude complémentaire pourrait viser à augmenter notre problème d'estimation de gains internes, pour reconstruire d'autres paramètres supplémentaires en ligne. En effet, des paramètres tels que les grandeurs météorologiques ou les coefficients de convection sont sujets à de nombreuses incertitudes, évoluant au cours du temps. Les conditions initiales de la phase d'estimation seraient également un paramètre que l'on pourrait chercher à estimer, pour avoir des gains correctifs plus justes. Si l'erreur sur ces paramètres est réduite, l'estimation de l'état thermique n'en sera que meilleure. Enfin, il serait intéressant de voir dans quelle mesure les profils de gains internes identifiés peuvent être exploités en prédiction. Il existe en effet des algorithmes d'apprentissage de séries temporelles (modèles ARIMA - AutoRegressive Integrated Moving Average) qui pourraient permettre de prédire l'évolution des gains internes à partir de ceux estimés, et donc de réduire l'erreur en prédiction de commande.

Pour finir, comme la phase d'estimation permet de compenser des erreurs de modèle dans une commande prédictive, il serait intéressant de voir quelles erreurs sont les mieux compensées. Cela permettrait à terme d'en déduire des tolérances sur les erreurs paramétriques du modèle.

Chapitre 5

Calibration et impact du modèle sur la performance

De manière générale, la construction d'un modèle de bâtiment s'accompagne de nombreuses incertitudes paramétriques. Ces incertitudes peuvent avoir un impact majeur sur la performance des lois de commande optimale calculées. Nous présentons ici une méthode de calibration permettant d'identifier un ensemble de paramètres inconnus. Nous explorons au travers de cette méthode, les liens que l'on peut établir entre la performance d'un contrôle optimal, les paramètres à calibrer et les capteurs nécessaires pour une calibration suffisante pour la commande optimale.

Sommaire

5.1	Introduction	93
5.2	Incertitudes du modèle et impact sur la commande optimale .	94
5.3	Calibration de modèles pour la MPC	96
5.4	Méthode de calibration proposée	99
5.5	Système d'instrumentation et choix des paramètres identifiés .	100
5.6	Analyse de sensibilité pour le contrôle optimal	108
5.7	Approches pour la sélection des capteurs	111
5.8	Conclusions et perspectives	114

5.1 Introduction

Dans le chapitre précédent, nous avons présenté une méthode pour corriger les erreurs d'initialisation du modèle et identifier les gains internes au niveau des zones thermiques. En pratique, la méconnaissance des conditions initiales et des gains internes s'accompagne également de nombreuses erreurs de modélisation introduisant un biais entre la réponse du modèle du bâtiment et la réalité. Ces erreurs ont inévitablement un impact sur la commande optimale prédite, et génèrent un écart par rapport à la commande que fournirait un modèle parfait et sans erreur (figure 5.1). Par ailleurs, une trop grande erreur de modèle ne saurait être efficacement corrigée par la phase d'estimation d'état dans une stratégie de commande prédictive.

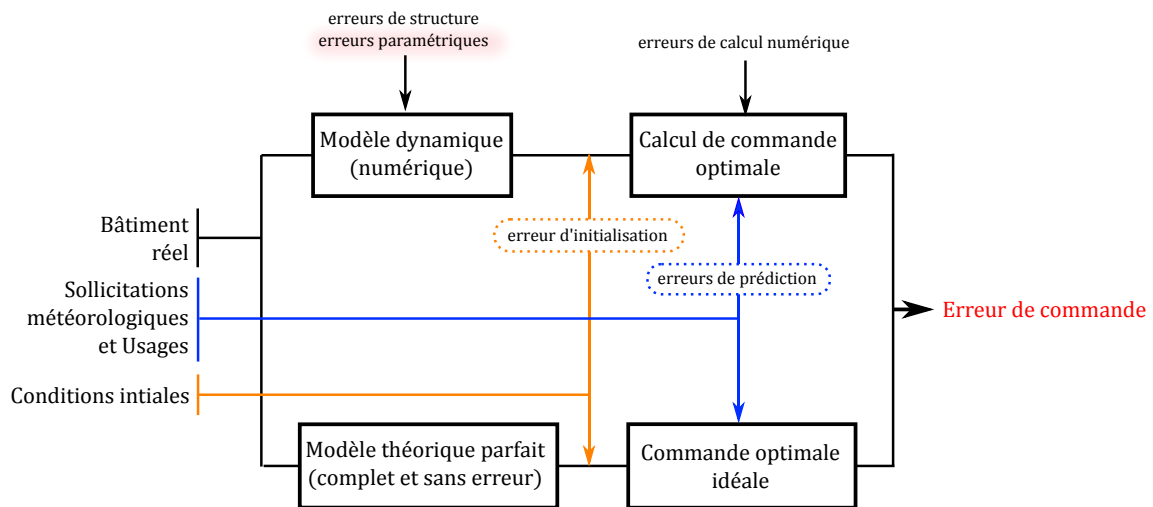


FIGURE 5.1 – Sources d'erreurs sur la synthèse de commande optimale

Il convient donc de réduire cette erreur en calibrant les paramètres statiques (non dépendants du temps) de notre modèle avant d'envisager d'appliquer une commande prédictive (figure 5.2).

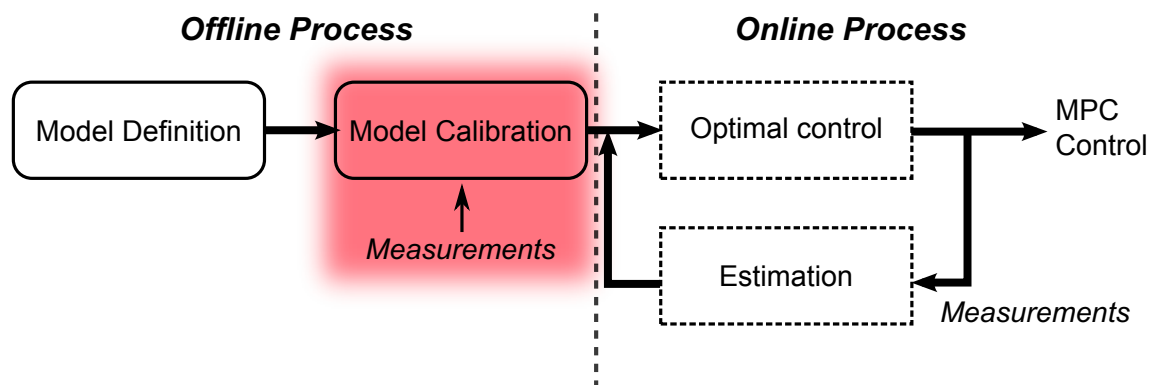


FIGURE 5.2 – Phase de calibration dans une stratégie de commande prédictive

Trouver une stratégie de calibration adaptée à une application de commande optimale est un problème de premier plan. L'objectif de ce chapitre est de poser les difficultés d'un tel problème dans le cas d'un modèle zonal-nodal, et de donner les premières clés pour le résoudre. Nous aborderons ici :

- Les sources d’erreurs dans un modèle thermique de bâtiment, et leur impact sur un calcul de commande optimale.
- Les méthodes classiques de calibration de modèle pour la commande optimale.
- Nous présenterons ensuite une méthode pour la calibration de notre modèle zonal-nodal.
- A travers la mise en œuvre de cette méthode sur plusieurs cas tests, nous montrerons comment la problématique de calibration peut se résumer au choix des paramètres à estimer et des capteurs à installer sur le bâtiment. Ce problème étant de nature combinatoire, il est indispensable de se munir d’outils permettant d’évaluer rapidement les couples *paramètres estimés/capteurs* les plus opportuns.
- A cet effet, nous présentons une méthode pour le calcul d’indices de sensibilité directement liés à la commande optimale, dans le but de sélectionner les paramètres les plus influents dans une stratégie de commande prédictive.
- Bien que non testées au cours de cette thèse, nous ouvrons également sur des méthodes permettant de sélectionner au mieux les capteurs par rapport aux paramètres à estimer.

5.2 Incertitudes du modèle et impact sur la commande optimale

En pratique, les erreurs de modèle sont très fréquentes lorsqu’il s’agit de modéliser un bâtiment. Ces incertitudes ont des origines variées :

- **Méconnaissance des données architecturales et des éléments constitutifs du bâtiment** : Cette source d’erreur est très commune, et provient du manque d’informations dans les données du concepteur, des libertés prises par le maître d’œuvre sur les plans originaux, de ponts thermiques et fuites non maîtrisées, et plus généralement des problèmes de mise en œuvre (construction qui ne respecte parfois pas les recommandations).
- **Erreurs liées aux choix de modélisation** : Modéliser physiquement un bâtiment nécessite de fixer un certain niveau de détail dans la modélisation, ce qui est à l’origine d’erreurs. Par exemple, si l’on simplifie les parois par des éléments uniformes soumis à une conduction thermique unidirectionnelle, la conductivité thermique équivalente de cet élément doit faire intervenir les effets individuels de chaque couche de la paroi et de chaque pont thermique. On peut donc avoir des erreurs liées au calcul de la conductivité équivalente et à l’hypothèse même de modélisation.
- **Évolution du bâtiment au cours du temps** : Le vieillissement des matériaux, l’hygrométrie, les modifications apportées par les occupants (meubles, peintures..) peuvent modifier significativement les propriétés thermiques.

Entre autres, les travaux de [Spitz, 2012], [Merheb, 2013], et initialement les travaux de thèse de Macdonald [Macdonald, 2002, Macdonald et Clarke, 2007], fournissent des ordres de grandeur sur les pourcentages d’incertitude (voir exemples tableau 5.1) obtenus en considérant la nature des matériaux, leur fabrication et les procédés de mesure directe des propriétés physiques.

Paramètre	Incertitude (%)
Conductivité d'une couche constitutive d'une paroi (laine de verre, carrelage)	+/-10%
Masse volumique d'un matériau	+/-10%
Chaleur spécifique	+/-10%
Épaisseur d'une couche constitutive d'une paroi	+/-5% à +/-10%
Transmittance des vitrages	+/-8%
Gains internes	supérieure à +/-10%, suivant la connaissance des usages
Répartition des débits du système de ventilation	+/-20%

TABLE 5.1 – Exemples d'incertitudes

Ces incertitudes donnent la plage de variation des paramètres (allant souvent de 5% à 60%), et peuvent être utilisées dans la construction de lois de probabilité : Loi normale pour des paramètres issus de mesures, Log-normale pour des produits de paramètres suivant des lois normales, ou uniforme (voire triangulaire) lorsque l'on connaît seulement le domaine de valeurs admissibles.

Lorsque l'on calcule une loi de commande optimale, cette dernière est entièrement dépendante de la réponse du modèle dynamique utilisé. Une erreur sur le modèle entraîne donc une erreur sur la commande, qui suivant les cas peut fortement dégrader sa performance. Par exemple, si l'on reprend le problème de contrôle (3.1), on constate qu'une erreur de -30% sur les conductivités a un impact important sur la performance de la commande optimale calculée, comme on peut le voir figure (5.3). Celle-ci représente les résultats de simulation du modèle non perturbé, pour une commande optimale calculée avec le modèle sans erreur (courbe noire) et celle calculée avec le modèle perturbé (courbe orange). Dans ce cas, l'erreur sur les conductivités lors du calcul de commande optimale entraîne une baisse de la température moyenne de 2.4°C et une sous estimation de la puissance électrique moyenne de 27% par rapport à une commande optimale calculée avec un modèle non perturbé.

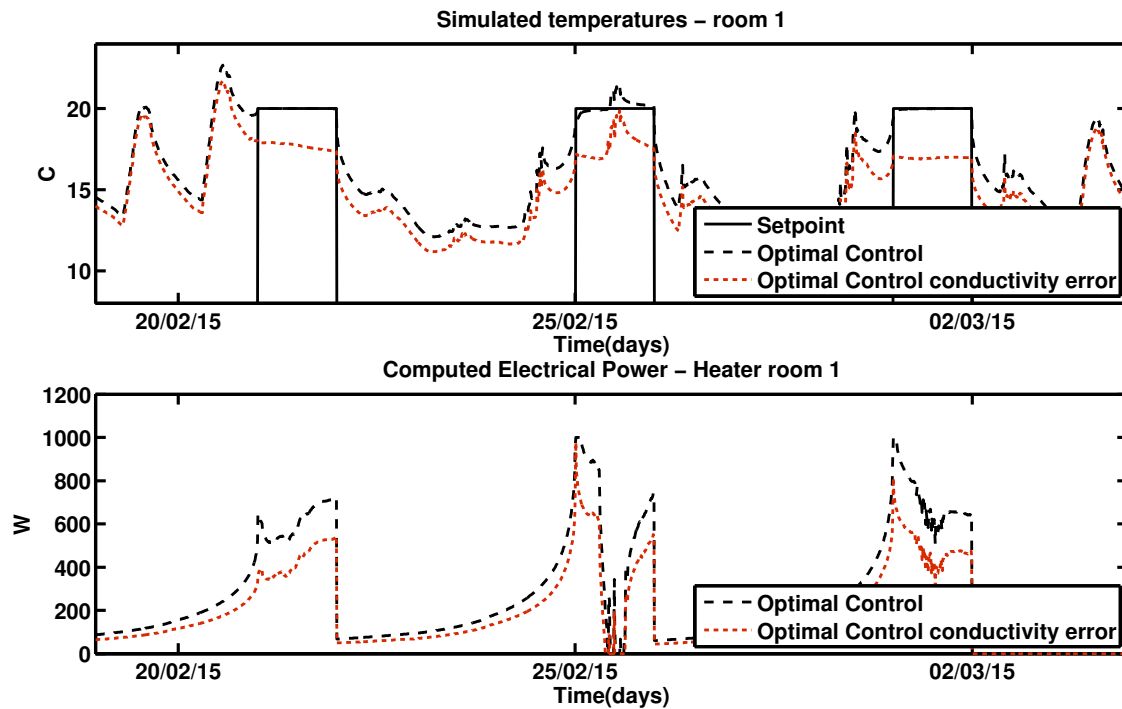


FIGURE 5.3 – Commande optimale - Impact d'une erreur de 30% sur la conductivité pariétale

Pour corriger les erreurs paramétriques, et assurer une réponse du modèle proche de la réalité, il est nécessaire de faire appel à des méthodes de calibration faisant intervenir des mesures réalisées sur le bâtiment réel. Dans notre cas, l'objectif est de trouver une méthode de calibration réduisant au mieux l'erreur de calcul sur la commande optimale.

5.3 Calibration de modèles pour la MPC

Il peut y avoir diverses motivations à calibrer un modèle. Dans le cas où le but recherché est de réaliser un audit thermique du bâtiment, on peut chercher à estimer la valeur exacte des paramètres physiques, ou encore seulement chercher des valeurs équivalentes (indices d'isolation...) fournissant au modèle la même efficacité énergétique que le bâtiment réel. Lorsque l'on désire calculer une loi de commande optimale, on cherche finalement seulement à s'assurer que les grandeurs intervenant dans la fonction de coût correspondent à la réalité, ou que les erreurs de modèle n'aient pas d'impact sur le calcul de commande (commande robuste).

Une stratégie de calibration est intimement liée au type de modèle utilisé. Si l'on cherche uniquement à prédire l'évolution de grandeurs mesurées, il est tout à fait possible de faire appel à des modèles purement mathématiques et sans signification physique, dits « boîte noire ». Les stratégies de type « boîte noire » sont assez séduisantes, car elles permettent d'éviter tout le processus de modélisation physique. L'écart entre les mesures et la réponse du modèle est réduit par un processus tirant généralement parti des propriétés particulières du type de modèle propre à la méthode de calibration. On retrouve le plus fréquemment :

- **Les réseaux de neurones** : Un réseau de neurones modélise mathématiquement le comportement de neurones biologiques. Un neurone artificiel fournit en sortie la réponse d'une fonction d'activation (généralement, fonction sigmoïde) prenant en entrée une somme pondérée des données de mesure ou les sorties d'autres neurones. L'appren-

tissage d'un réseau se fait par des mécanismes spécifiques calculant les pondérations et seuils de chaque neurone (« feed-forward back propagation » par exemple). Dans le bâtiment, les réseaux de neurones peuvent être utilisés pour la prédiction météorologique, pour la prédiction des usages, pour approcher des modèles de systèmes HVAC ou encore pour synthétiser des lois de commande [Krarti, 2003]. [Karatasou *et al.*, 2006] par exemple, présente une méthode utilisant des outils statistiques pour construire des réseaux de neurones prédisant la charge électrique de bâtiments.

- **Les méthodes « Subspace » :** Ce type de méthode permet de construire automatiquement un système dynamique linéaire stochastique d'un ordre fixé par l'utilisateur, en utilisant des moindres carrés et des méthodes de projection orthogonales et obliques. [Privara *et al.*, 2010] en donne un exemple d'application pour la commande prédictive d'un bâtiment universitaire, puis dans [Privara *et al.*, 2011] une méthodologie pour l'application de méthodes « subspace » pour extraire des modèles linéaires à partir de logiciels de simulation standard du bâtiment.
- **Modèles de régression :** Les modèles autorégressifs sont des modèles discrets dont la sortie à un instant t est une combinaison linéaire des valeurs de sortie précédentes et d'un bruit blanc. Il en existe plusieurs catégories (ARX, ARMAX, ARIMAX ...), à sélectionner suivant la structure des entrées/sorties et la nature des signaux. Le calcul des paramètres se fait généralement par des algorithmes utilisant des techniques de maximum de vraisemblance ou de moindres carrés. Cet type d'approche trouve également des cas d'applications intéressants dans le bâtiment. [Yiu et Wang, 2007] par exemple, présentent une application d'un modèle ARMAX sur des systèmes de conditionnement de l'air. [Wu et Sun, 2012] présentent un modèle ARMAX dont l'ordre et la structure sont construits à partir d'un modèle thermique de bâtiment. [Mustafaraj *et al.*, 2010] présente une comparaison entre des modèles ARX, ARMAX, et Box-Jenkins sur un bureau d'un bâtiment commercial.

Généralement, ces modèles possèdent peu de paramètres ce qui rend leur identification plus aisée. Il faut toutefois faire attention aux cas de sur-apprentissage, où le modèle « apprend » plus la forme des courbes mesurées que le réel comportement dynamique du système.

Un modèle physique complet comporte une modélisation 3D du bâtiment, avec une discrétisation dans toutes les directions de l'espace, une prise en compte de tous les effets physiques (équation de Navier-Stokes, équation de la chaleur...) et de leurs couplages. Dans le cas du bâtiment, ce type de modélisation est généralement évité, car trop complexe, présentant trop de paramètres et trop long à simuler.

Aussi, la littérature fait souvent référence au terme de « boîte grise » pour désigner des modèles physiques simplifiés avec un faible nombre de variables, associés à une procédure d'identification des paramètres. Les modèles thermiques RC, construits par analogie entre la thermique et les circuits électriques en sont un exemple fréquent. Le modèle que nous utilisons au cours de cette thèse présente un niveau de détail supérieur aux modèles RC habituels et autres bilans énergétiques : il se trouve à mi-chemin entre un modèle complet et un modèle « boîte grise » (paramètres beaucoup plus nombreux, dont certains tels que les débits d'air dépendent du temps, discrétisation des parois par éléments finis).

La calibration d'un modèle physique consiste à mettre en œuvre un algorithme d'estimation sur un ensemble de paramètres donnés. De nombreux types d'algorithmes peuvent être employés, autant stochastiques que déterministes. [Lundin *et al.*, 2004] et [Olofsson et Andersson, 2002] exposent une méthode pour estimer la capacité thermique globale, le coefficient de pertes et le facteur de gains thermiques d'un bâtiment à l'aide d'un réseau de

neurones (dans ce cas, le réseau ne sert pas à modéliser le comportement dynamique mais seulement à déduire les paramètres d'un modèle à partir de mesures). [Široký *et al.*, 2011] applique une méthode d'estimation du maximum de vraisemblance sur un modèle RC utilisé pour de la commande prédictive d'un bâtiment universitaire. [Radecki et Hencsey, 2012] présentent une méthode de calibration d'un modèle RC par un filtre de Kalman UKF (Unscented Kalman Filtering). Il est aussi possible de faire appel à des méthodes de calibration Bayésienne (comme dans [Heo *et al.*, 2012]), mais le nombre de paramètres peut rapidement faire exploser la complexité du calcul. Les méthodes de calibration déterministes basées sur des algorithmes d'optimisation sont aussi souvent considérées pertinentes. Liu et Henze [Liu et Henze, 2005] par exemple, réalisent la calibration d'un modèle de simulation (type EnergyPlus) en vue du contrôle optimal, à l'aide de méthodes de Quasi-Newton, Nelder-Mead ou Hooke-Jeeves. L'article [Dinh *et al.*, 2015] présente une calibration d'un modèle RC à partir de simulations EnergyPlus en utilisant un algorithme d'optimisation basé sur le gradient et la méthode SQP. La théorie du contrôle optimal d'équations aux dérivées partielles [Lions, 1971] a également été appliquée avec succès sur des problèmes de conduction thermique [Ozisik et Orlande, 2000].

Estimer les paramètres d'un modèle physique peut être utile à des fins d'audit, et peut permettre par exemple de localiser les portions les plus déperditives d'un bâtiment [Heo *et al.*, 2012]. Dans un modèle thermique, chaque état correspond à une température dans le bâtiment, ce qui n'est pas le cas pour un modèle boîte noire. Dans le cas de notre modèle par exemple, chaque température simulée peut être localisée dans le bâtiment réel (plus ou moins précisément suivant le niveau de détail). Aussi, sur un modèle physique, une erreur de référencement de capteur sera plus facile à détecter qu'avec un modèle « boîte noire », ce type d'erreur entraînant des problèmes de convergence ou des résultats aberrants sur les paramètres estimés.

De manière générale, au cœur de ces études, il apparaît que le choix des données, de la structure du modèle et des paramètres à identifier restent un enjeu de taille. En effet, une mauvaise structure du modèle peut être une source d'erreur importante. De même, trop de paramètres peut impliquer une trop grande complexité du modèle et une accumulation d'erreurs paramétriques rendant difficile la calibration. L'étude [Le Mounier *et al.*, 2014] illustre bien ce compromis : une approche est proposée pour déterminer l'ordre idéal d'un modèle RC (nombre de composants) en vue d'une identification des paramètres du modèle. Le graphe 5.4 synthétise les sources d'erreur pouvant compromettre l'estimation des paramètres dans le cas d'un modèle physique. On retrouverait également le même type d'erreurs dans le cas d'un modèle « boîte noire ».

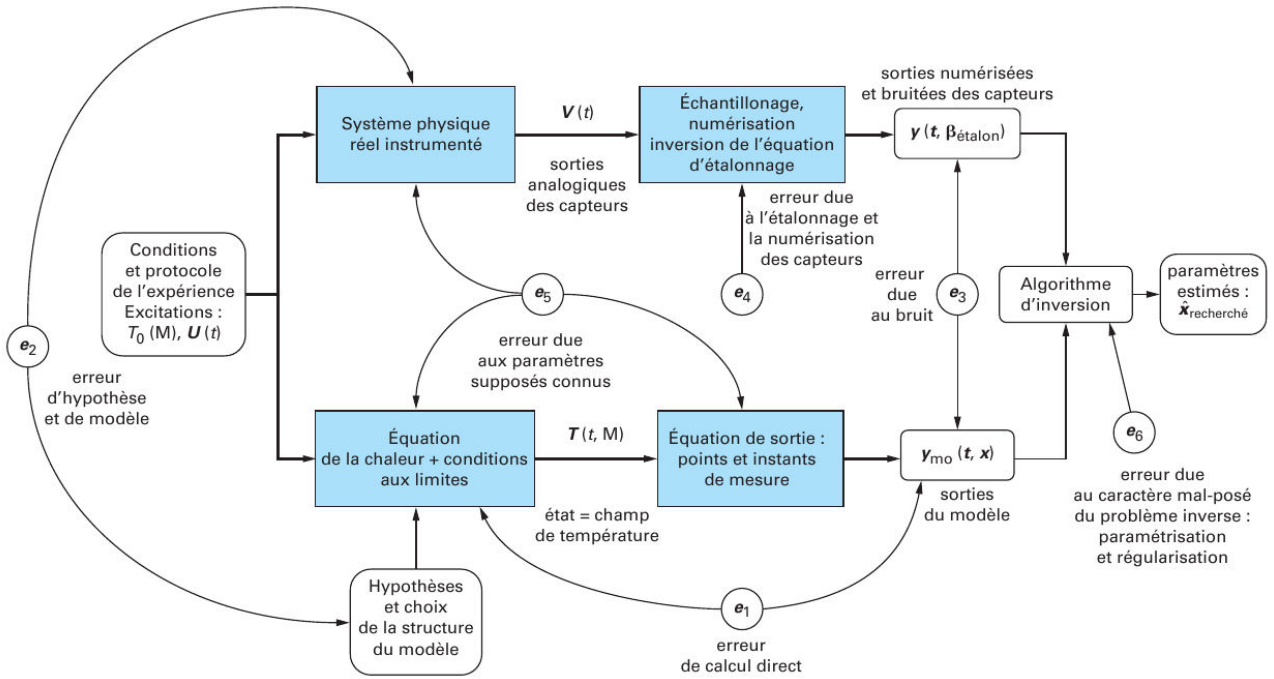


FIGURE 5.4 – Sources d’erreurs dans un problème inverse (source Techniques de l’Ingénieur, [Petit et Maillet, 2013])

Dans les chapitres précédents, nous avons validé la faisabilité d’un calcul de contrôle optimal et d’une stratégie de commande prédictive sur notre modèle détaillé de la maison I-MA. Comme il nous est possible de calculer le gradient d’une fonction de coût suivant chacun des paramètres, nous pouvons chercher à investir ce calcul de gradient dans une technique de calibration déterministe. Nous pourrions ensuite explorer quels sont les enjeux inhérents à la calibration d’un tel modèle, et comment nous pouvons orienter la calibration dans un objectif spécifique de commande optimale.

5.4 Méthode de calibration proposée

Nous cherchons ici à calibrer directement notre modèle physique du bâtiment (cf chapitre 2), à partir de mesures de températures réalisées sur le bâtiment lui-même. La méthode choisie est issue de travaux précédemment réalisées dans un objectif d’audit [Brouns *et al.*, 2013, Brouns, 2014, Nassiopoulos et Bourquin, 2010b]. Il s’agit de réduire l’écart entre les mesures de températures T_{mi} et leurs valeurs simulées par le modèle thermique, sur une période $[0, t_i]$ de plusieurs jours. Ceci revient à résoudre le problème d’optimisation (5.1), où les n paramètres recherchés u_i sont choisis parmi l’ensemble des paramètres statiques (conductivités et capacités thermiques, coefficients d’échanges convectifs et radiatifs, rendements des chauffages et ratios des débits d’air), à valeurs dans l’espace $\mathcal{U}_s = \{u_i \in \mathbb{R}^n / u_{min} \leq u_i \leq u_{max}\}$.

$$\begin{cases} J_i(u_i) = \inf_{\mathcal{U}_s} J_i(u_i) \\ J_i = \frac{1}{2} \int_0^{t_i} (T(t) - T_{mi}(t))^2 dt + \mathcal{R} \\ \mathcal{R} = \frac{\varepsilon}{2} \int_0^{t_i} (u_i - \hat{u})^2 dt \end{cases} \quad (5.1)$$

Ce problème d’optimisation est par nature mal-posé (des paramètres ont des influences

similaires ce qui ne garantit pas l'unicité de la solution), nous utilisons donc des termes de régularisation de Tikhonov \mathcal{R} sur les paramètres recherchés (ε doit être choisi très petit pour que les termes de régularisation restent petits devant les autres termes de J_i). Ces termes permettent d'intégrer l'information *a priori* sur la valeur des paramètres, et ont un effet lissant sur le bruit des mesures [Engl et al., 1996].

Le problème d'optimisation étant ici non-linéaire, nous faisons appel à un algorithme de Levenberg-Marquardt pour sa résolution.

5.5 Système d'instrumentation et choix des paramètres identifiés

Pour mettre en œuvre cette technique de calibration, il est nécessaire de faire un choix sur les mesures T_{mi} et sur les paramètres u_i à reconstruire. Ce choix est particulièrement délicat car il impacte directement la performance de la méthode. Pour illustrer son importance, nous réalisons ici plusieurs tests de calibration sur des données de mesures virtuelles. En premier lieu nous calculons la réponse de notre modèle de bâtiment pour un ensemble de valeurs paramétriques de référence. Nous appliquons ensuite une perturbation sur les valeurs de certains paramètres, et appliquons l'algorithme de calibration sur un ensemble de paramètres et de capteurs donné (figure 5.5).

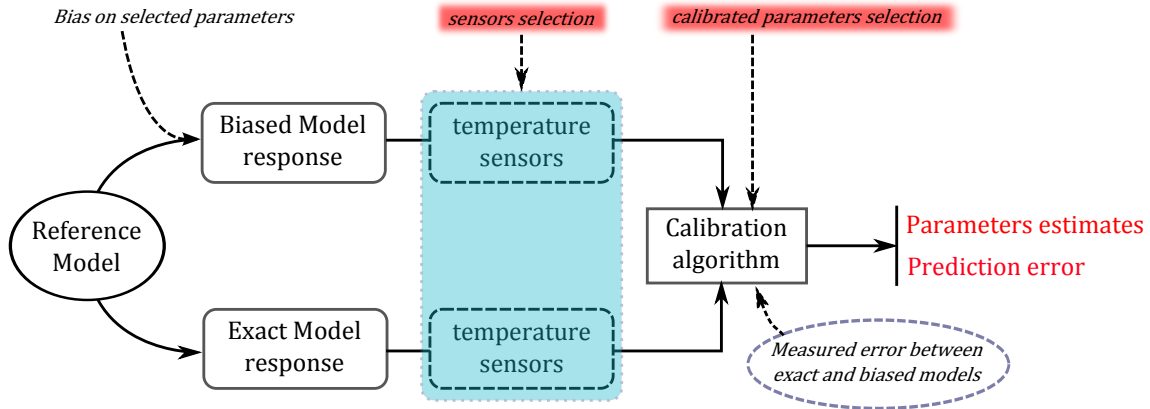


FIGURE 5.5 – Tests numériques de calibration

Le choix des perturbations, des paramètres à estimer et des capteurs varie pour chaque expérience. Nous définissons en premier lieu trois cas tests (simulations) :

- Test 1** Nous imposons ici une erreur de -30% sur les conductivités pariétales. Nous cherchons à identifier uniquement les coefficients de conductivité.
- Test 2** L'erreur de -30% est cette fois imposée sur les conductivités et les coefficients de couplage convectif. Ce sont également ces paramètres que nous cherchons à estimer.
- Test 3** Ce test est identique au précédent, à la différence que seules les conductivités sont identifiées. Cela correspond au cas courant où l'on ne cherche à calibrer qu'un sous ensemble des paramètres dont l'*a priori* est faux.

Pour chaque cas test, nous faisons varier le set de capteurs de température utilisés pour la calibration :

Set ZP Capteurs positionnés sur toutes les zones et sur les surfaces de chaque paroi (intérieure et extérieure), soit un total de 55 capteurs.

Set Z Capteurs mesurant la température des 5 zones du bâtiment.

Set $Z_{1,2}$ Capteurs mesurant uniquement la température des deux pièces contrôlées.

Chaque calibration est réalisée par un algorithme de Levenberg-Marquardt, avec 300 linéarisations successives. Sur l'ensemble des 300 itérations, seule la meilleure valeur est retenue (la convergence peut s'arrêter avant d'atteindre la 300ème itération). Chaque calibration est réalisée sur 7 jours de données. Elle est ensuite testée en prédiction sur un intervalle de 7 jours supplémentaires consécutifs à la période de calibration (figure 5.6).

Pour chaque calibration, nous calculons l'erreur relative d'ajustement des températures sur chacun des sets de capteurs (voir équation (4.8), dont nous rappelons ici l'expression pour tout jeu de N mesures) :

$$e_{\theta} = \sqrt{\frac{\sum_{n=1}^N \int_{t \in \mathbf{T}_e} (\theta_n - \tilde{\theta}_n)^2 dt}{\sum_{n=1}^N \int_{t \in \mathbf{T}_e} \theta_n^2 dt}} \quad (5.2)$$

e_i Erreur de réponse sur l'intervalle de calibration, avant calibration.

e_c Erreur sur l'intervalle de calibration, après calibration.

e_{p1} Erreur de prédiction consécutive : La réponse du modèle calibré est calculée sur 14 jours (l'intervalle de calibration et de prédiction consécutivement). L'erreur est calculée sur l'intervalle de prédiction.

e_{p2} Erreur de prédiction absolue : Le modèle calibré est simulé sur l'intervalle de prédiction. L'état initial est issu de la réponse du modèle non perturbé. L'erreur calculée sur l'intervalle de prédiction est donc, contrairement à l'erreur de prédiction consécutive, seulement due à l'erreur paramétrique. Dans un cas réel, cet état initial ne peut pas être mesuré, mais cette erreur correspond plus à ce qui serait observé si une stratégie d'estimation d'état telle que celle présentée au chapitre 4 était suivie.

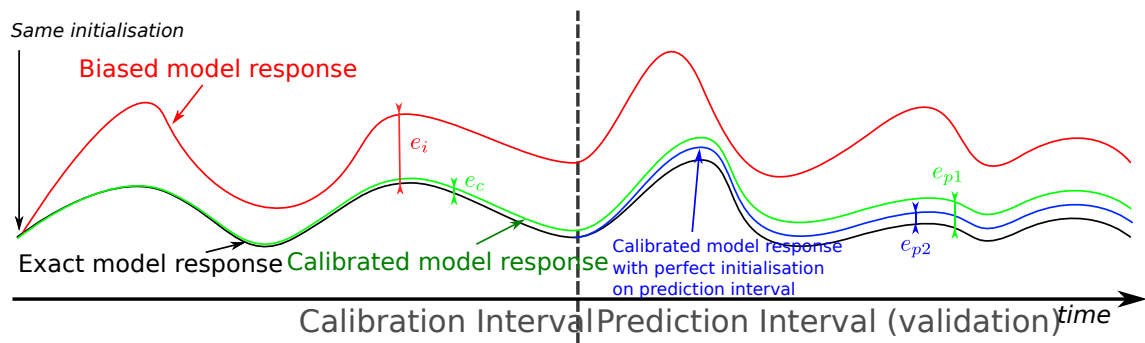


FIGURE 5.6 – Expérience de calibration : intervalles de calibration et de prédiction (exemple)

Les erreurs (quadratiques) d'ajustement sur les paramètres et les mesures sont rassemblées pour chaque cas test dans les tableaux 5.3, 5.4 et 5.5. Chaque colonne (ZP , Z , et $Z_{1,2}$) correspond à un set de capteurs utilisé pour la calibration. Les premières lignes correspondent aux erreurs d'ajustement sur les conductivités pariétales et coefficients de transfert

convectifs h (avec la valeur minimale surlignée en vert). Les lignes suivantes sont consacrées aux erreurs e_i , e_c , e_{p1} et e_{p2} obtenues pour les mesures réalisées par les différents sets de capteurs en fonction de ceux utilisés pour la calibration (avec en rouge les valeurs minimales en prédiction, et en jaune les erreurs initiales).

Pour chaque test nous présentons également les résultats de convergence dans le tableau 5.2. Chaque colonne de ce tableau correspond à un des trois tests, et chaque ligne aux capteurs utilisées pour la calibration. Dans chaque case du tableau est représentée l'évolution de la fonction de coût utilisée pour la calibration, au cours des itérations de l'algorithme d'optimisation.

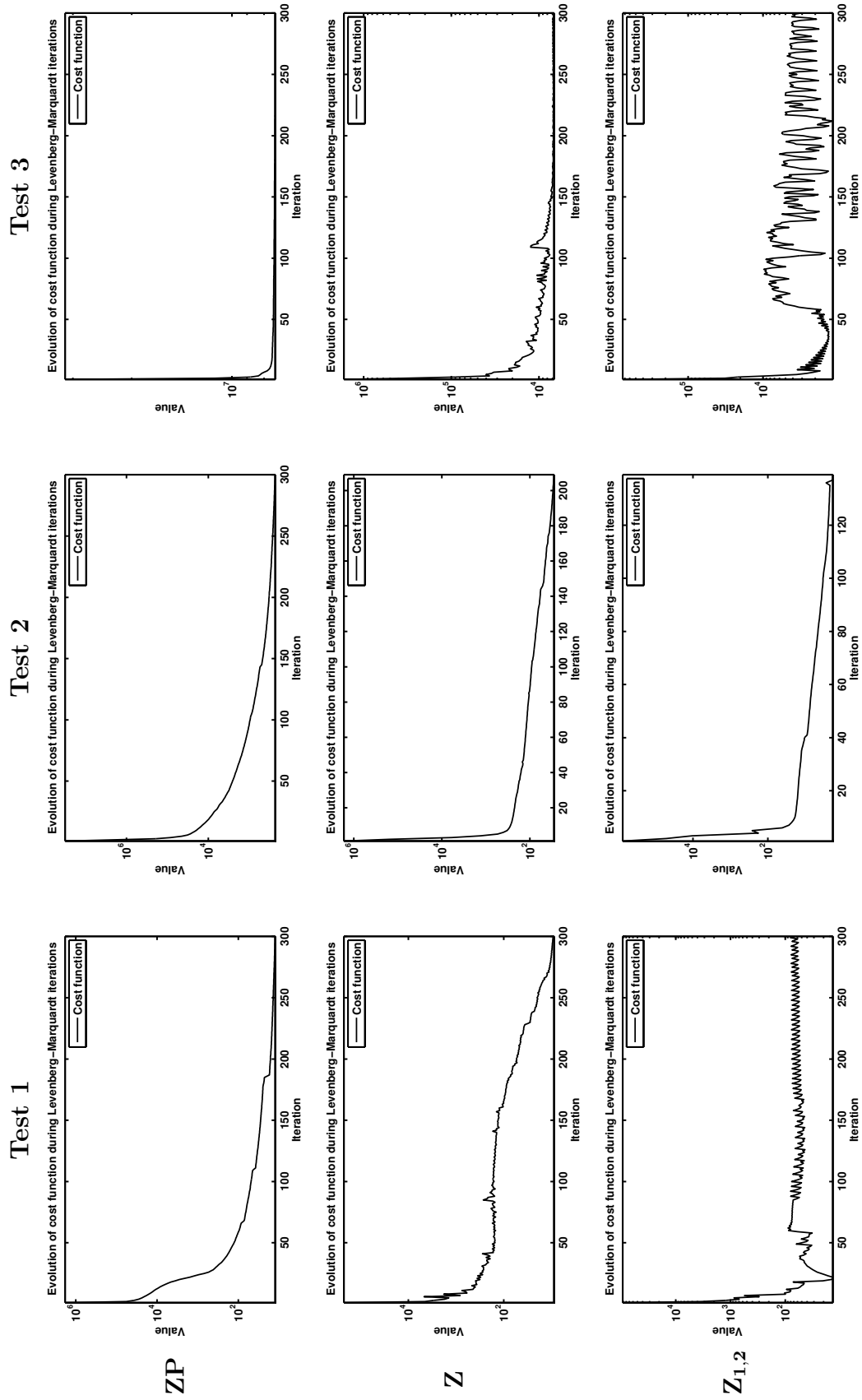


TABLE 5.2 – Convergences pour chaque cas test / ensemble de capteurs

Cas Test 1 : Nous imposons ici une erreur de -30% sur les conductivités pariétales, et cherchons à identifier uniquement les coefficients de conductivité. Cette erreur paramétrique génère une erreur conséquente sur les températures simulées (figure 5.7).

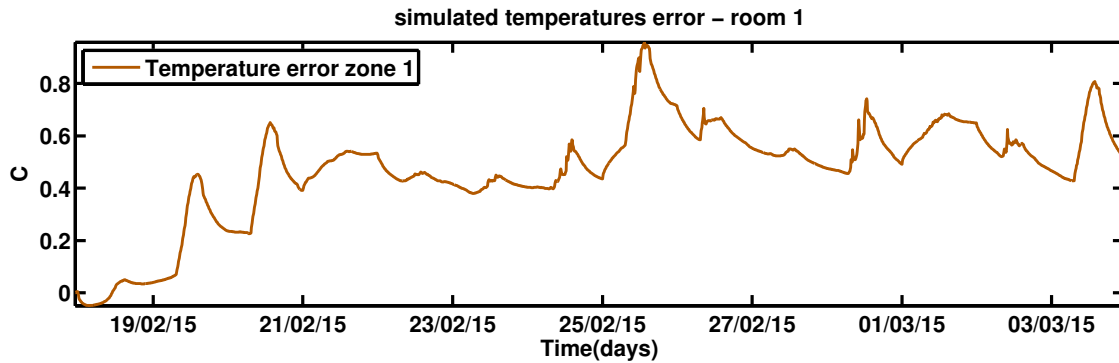


FIGURE 5.7 – Test 1 - Erreur de température (zone 1) avant calibration

Sur ce premier cas test, nous pouvons constater qu'augmenter le nombre de capteurs fournit une meilleure estimation du paramètre, ainsi que de meilleurs résultats en prédiction des températures. La figure 5.8 représente l'erreur sur la température de la zone 1 du modèle après calibration (température présente dans chaque set de capteurs), simulée sur les périodes de calibration et de prédiction. On constate ici la différence entre l'erreur sur la phase de calibration et l'erreur sur la phase de prédiction consécutive, ainsi que son augmentation avec la réduction du nombre de capteurs.

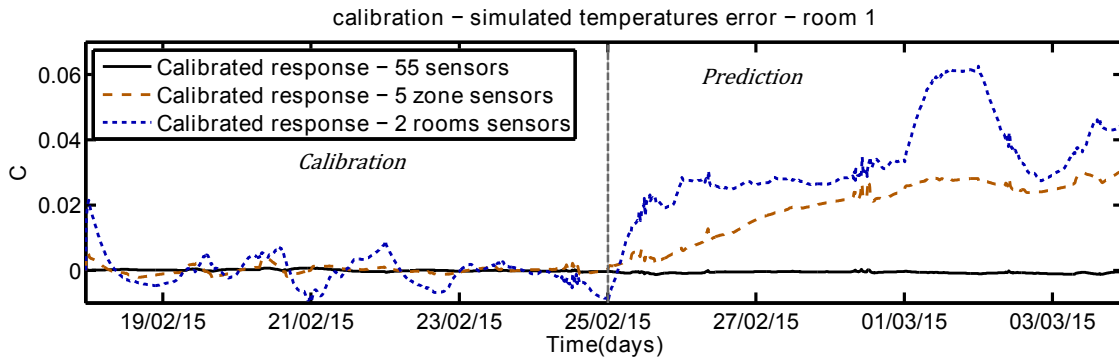


FIGURE 5.8 – Test 1 - Erreurs de température (zone 1) après calibration

On constate également sur le tableau 5.3 que les erreurs de prédiction et d'ajustement des conductivités pariétales sont en effet plus faibles lorsque l'on calibre le modèle à l'aide des capteurs ZP (colonne de gauche). Par exemple, l'erreur e_{p2} sur les valeurs des capteurs Z prédites est près de 8 fois plus faible en utilisant les mesures ZP en calibration (colonne 1 : 0.01) plutôt que les mesures Z (colonne 2 : 0.08). Par ailleurs, le profil de convergence devient plus erratique lorsque l'on réduit le nombre de capteurs (tableau 5.2, colonne gauche).

Capteurs pour calibration =>			ZP	Z	$Z_{1,2}$
Erreur d'ajustement	Conductivités		9.28	12.18	25.51
	Capteurs ZP	e_i	4.03	-	-
		e_c	0.0086e	1.03	1.66
		e_{p1}	0.0096	1.15	1.58
		e_{p2}	0.0093	1.10	1.65
	Capteurs Z	e_i	4.60	-	-
		e_c	0.0096	0.0228	1.18
		e_{p1}	0.0106	0.36	1.03
		e_{p2}	0.0107	0.0805	1.20
	Capteurs $Z_{1,2}$	e_i	4.46	-	-
		e_c	0.0024	0.0109	0.0419
		e_{p1}	0.0062	0.18	0.32
		e_{p2}	0.0032	0.0616	0.33

TABLE 5.3 – Test 1 - Erreurs d'ajustement suivant les capteurs utilisés pour la calibration (en pourcentages)

Ce cas test reste cependant un cas idéal où seul un type de paramètre est perturbé et reconstruit.

Cas Test 2 : Pour ce second cas test, nous imposons ici une erreur de -30% sur les conductivités pariétales et également sur les coefficients de couplage convectif. Cette erreur paramétrique génère également une erreur sur les températures simulées, plus importante que dans le cas précédent (figure 5.9).

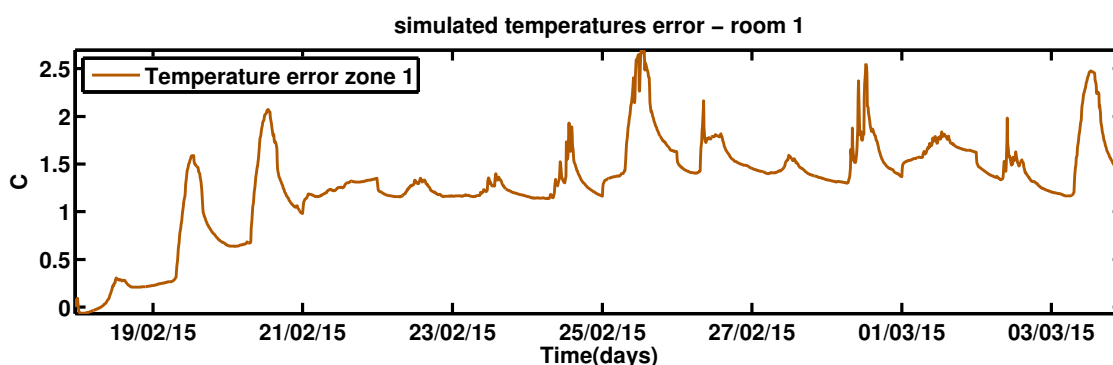


FIGURE 5.9 – Test 2 - Erreur de température (zone 1) avant calibration

Nous cherchons ensuite à estimer ces paramètres. Le meilleur résultat pour la prédiction des températures des zones 1 et 2 et d'identification des paramètres est également obtenu pour le plus grand ensemble de capteurs (ZP). L'erreur après calibration (figure 5.10) présente un profil très similaire au précédent test, et l'ensemble des erreurs d'ajustement sont meilleurs pour le set de capteurs ZP (colonne de gauche du tableau 5.4). De plus, le nombre maximal d'itérations réduit avec le nombre de capteurs (tableau 5.2, colonne centrale).

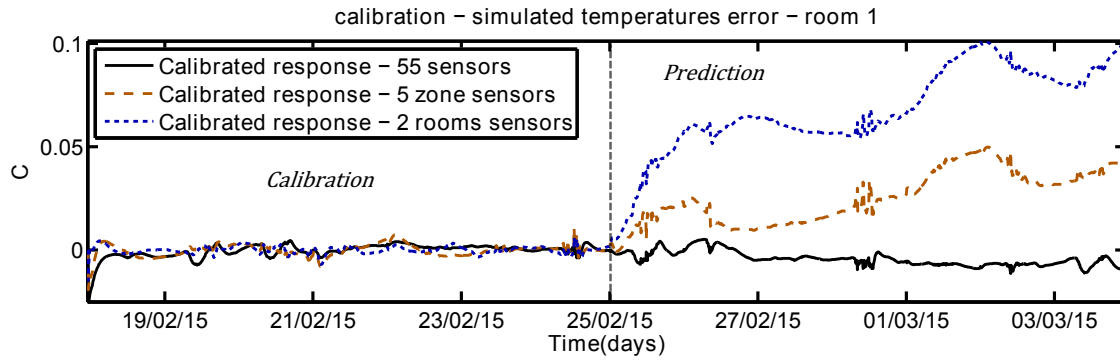


FIGURE 5.10 – Test 2 - Erreurs de température (zone 1) en calibration et prédiction

Cependant, les résultats sont globalement moins bons que dans le cas précédent (erreur plus importante). Ceci est dû au fait que l'on cherche à identifier plus de paramètres, ayant une influence similaire sur les températures mesurées (convection et conduction), ce qui les rend plus difficiles à estimer. En effet, l'algorithme s'arrête de converger avant d'atteindre la 300ème itération pour les ensembles de capteurs Z et $Z_{1,2}$ (voir tableau 5.2).

Capteurs pour calibration =>		ZP	Z	$Z_{1,2}$
Erreur d'ajustement	Conductivités	18.69	24.05	28.19
	h intérieur	7.03	18.84	29.63
	h extérieur	5.18	15.48	29.39
	Capteurs ZP	e_i	-	-
		e_c	6.16	10
		e_{p1}	6.97	11.22
		e_{p2}	6.96	11.22
	Capteurs Z	e_i	-	-
		e_c	0.041	2.70
		e_{p1}	0.40	2.32
		e_{p2}	0.0951	2.49
	Capteurs $Z_{1,2}$	e_i	-	-
		e_c	0.0247	0.0154
		e_{p1}	0.25	0.62
		e_{p2}	0.0753	0.17

TABLE 5.4 – Test 2 - Erreurs d'ajustement suivant les capteurs utilisés pour la calibration (en pourcentages)

Cas Test 3 : Enfin, pour le dernier cas test, nous appliquons une erreur de -30% sur les conductivités pariétales et les coefficients de couplage convectif, mais cherchons seulement à estimer les conductivités pariétales. Dans ce cas, les meilleurs résultats de prédiction pour un set de capteurs donné sont obtenus lorsque ce même set est utilisé pour la calibration. Parallèlement, plus on utilise de capteurs, plus l'erreur d'estimation des conductivités devient grande (tableau 5.5). On peut donc en déduire que l'erreur sur les coefficients convectifs se retrouve compensée dans les conductivités identifiées.

Par ailleurs, l'erreur sur les températures après calibration reste plus élevée que dans le cas où on identifie également les coefficients convectifs (cas test précédent), et la différence d'erreur entre les phases de calibration et de prédiction n'est plus aussi flagrante (figure 5.11).

On se retrouve ainsi avec une erreur moyenne de prédiction des températures $Z_{1,2}$ d'environ 0.2°C sur 7 jours (contre moins de 0.1°C dans le cas précédent). Malgré tout, cette erreur est d'un ordre de grandeur similaire à celle des capteurs habituellement implantés dans les bâtiments, et reste donc très raisonnable.

Capteurs pour calibration =>		ZP	Z	$Z_{1,2}$
Erreur d'ajustement	Conductivités	95.92	44.76	31.98
	Capteurs ZP	e_i	15.59	-
		e_c	6.70	11.70
		e_{p1}	6.7	13.10
		e_{p2}	6.87	12.98
	Capteurs Z	e_i	12.42	-
		e_c	1.92	0.64
		e_{p1}	2.90	2.41
		e_{p2}	3.27	1.29
	Capteurs $Z_{1,2}$	e_i	12.19	-
		e_c	1.91	0.50
		e_{p1}	2.55	1.94
		e_{p2}	2.91	0.89

TABLE 5.5 – Test 3 - Erreurs d'ajustement suivant les capteurs utilisés pour la calibration (en pourcentages)

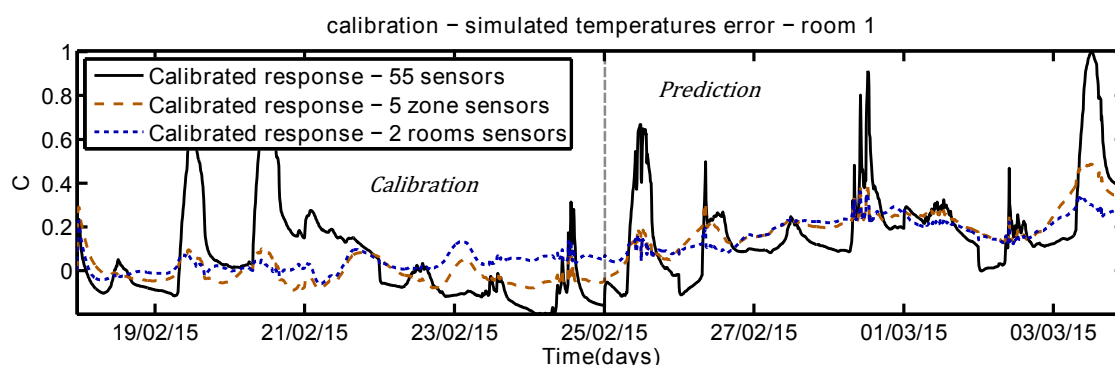


FIGURE 5.11 – Test 3 - Erreurs de température (zone 1) en calibration et prédiction

Conclusions sur les tests réalisés : De manière générale, moins on utilise de capteurs, plus la convergence de l'algorithme d'optimisation devient erratique (tableau 5.2). Lorsque l'on connaît quels paramètres sont effectivement perturbés, la calibration est améliorée en identifiant ces mêmes paramètres. Si l'on ne calibre pas tous les paramètres perturbés, il est possible d'obtenir des résultats satisfaisants, mais trop de capteurs peut alors nuire à la qualité de la prédiction.

Comme en pratique l'erreur effective sur les paramètres est mal connue, choisir le couple *paramètres à calibrer / capteurs*, tout en limitant le nombre de capteurs (pour des raisons de coût) n'est pas trivial. Même si l'on fixe les paramètres à calibrer, la combinaison de capteurs idéale pour un nombre de capteurs donné est difficile à trouver. Par exemple, si on se limite dans notre cas à utiliser 5 capteurs de température sur les parois ou les zones, cela fait 3478761 combinaisons de capteurs différentes possibles (55 positions possibles par

capteur). Il est donc impensable de les tester individuellement (l'algorithme mettant environ 3h à converger, cela mettrait plus de 1000 ans sur un ordinateur de bureau pour des tests de simulation uniquement).

Il est donc nécessaire de se munir de méthodes à faible coût de calcul, permettant d'identifier quels paramètres sont les plus susceptibles de nuire à l'exactitude du contrôle optimal calculé et quels capteurs sont les plus pertinents pour estimer ces paramètres : c'est le sujet de la section suivante.

5.6 Analyse de sensibilité pour le contrôle optimal

Comme nous venons de le voir, les performances en calibration sur un set de capteurs donné dépendent de l'ensemble de paramètres à calibrer et des erreurs sur ces paramètres. Le choix de ces paramètres doit donc être effectué judicieusement. Il s'avère que certains paramètres ont plus d'influence que d'autres sur le confort, les températures ou encore la performance énergétique. Un secteur spécifique de recherche s'intéresse aux études de sensibilité pour déterminer les paramètres impactant le plus ces propriétés ([Macdonald, 2002][Merheb, 2013][Spitz, 2012][Lam et Hui, 1996]).

Il existe trois principaux types d'indices de sensibilité, fournissant une information locale ou globale :

- **Indices de sensibilité locale (gradient)** : Les indices locaux sont basés sur une différenciation directe du modèle en un point donné. Avec un gradient calculé par la méthode de l'adjoint, il est possible d'évaluer rapidement la sensibilité locale des sorties du modèle (températures par exemple) [Aude *et al.*, 2000]. Cependant, les indices locaux ne prennent pas en compte les non-linéarités du modèle et les interactions entre les paramètres.
- **Indices qualitatifs basés sur le *screening*** : Ce type d'indices permet d'obtenir une première évaluation (approximative) des paramètres globalement les plus influents. Les méthodes de *screening* font appel à une discrétisation plus ou moins grossière de l'espace des paramètres. Dans la méthode de Morris [Morris, 1992], les effets individuels (de type différences finies) de chaque paramètre sont évalués sur différents points de l'espace en respectant les distributions de probabilité des paramètres (méthode OAT : One-At-a-Time). Les indices de Morris sont alors construits en évaluant la moyenne et la variance des effets individuels. Pour la méthode des « plans d'expériences », on cherche à approximer la réponse du modèle par une fonction polynomiale dont les coefficients peuvent être vus comme des indices de sensibilité. L'identification des coefficients se fait pour des réalisations de l'expérience (ou simulation du modèle) suivant des plans factoriels bien choisis (souvent une combinaison des valeurs min et max des paramètres). Ces méthodes sont souvent sujettes à des problèmes d'explosion combinatoire. Le lecteur pourra se référer à [Wit, 1997] pour une comparaison des méthodes de *screening* appliquées à des modèles thermiques du bâtiment.
- **Indices basés sur une analyse de la variance** : Les indices de sensibilité globale de Sobol se basent sur une définition probabiliste des entrées et sorties du modèle et une méthode de décomposition de la variance (décomposition ANOVA - ANalysis Of VAriance) explicitant l'impact de chaque combinaison de paramètres sur la sortie [Sobol, 2001]. Leur évaluation s'appuie généralement sur des méthodes de Monte-Carlo ou quasi-Monte-Carlo, ce qui s'avère souvent très coûteux en nombre de calculs.

Comme nous cherchons ici à garantir la performance du contrôle optimal, il semble logique de chercher à sélectionner les paramètres ayant le plus d'influence sur ce dernier. Comme le problème de contrôle optimal met ici quelques minutes à être résolu, et que nous avons dans notre cas 750 paramètres scalaires non nuls (plus de 1500 paramètres dans le modèle), il est impensable de faire appel à des techniques classiques de sensibilité globale (calcul d'indices de Sobol, ou méthode de Morris).

Il s'avère cependant possible de calculer rapidement le gradient du minimum de la fonction de coût afin d'en déduire des indices de sensibilité liés au contrôle optimal [Artiges *et al.*, 2014]. En effet, soit J_c la fonction de coût du contrôle optimal, p l'ensemble des paramètres du modèle de bâtiment, c la loi de commande et c^* la loi de commande optimale. c^* , inclus dans l'espace de contrôle \mathcal{C} est une fonction dépendant de p :

$$c^* = \arg \min_{c \in \mathcal{C}} J_c(p, c) \quad (5.3)$$

Le minimum de J_c s'écrit :

$$J_{c \min} = J_c(p, c^*(p)) \quad (5.4)$$

Par dérivation des fonctions composées, le gradient $\nabla_p J_{c \min}$ en un point p_0 s'écrit :

$$\nabla_p J_{c \min}(p_0) = \frac{dJ_{c \min}}{dp}(p_0) = \frac{\partial J_c}{\partial p}(p_0, c^*(p_0)) + \frac{\partial J_c}{\partial c^*}(p_0, c^*) \cdot \frac{\partial c^*}{\partial p}(p_0) \quad (5.5)$$

Ce qui peut se simplifier par :

$$\nabla_p J_{c \min}(p_0) = \frac{\partial J_c}{\partial p}(p_0, c^*(p_0)) \quad (5.6)$$

En effet, $\frac{\partial J_c}{\partial c^*}(p_0, c^*) = \frac{\partial J_{c \min}}{\partial c^*}(p_0)$ est nul si la fonction de coût est convexe et continûment différentiable sur l'espace de contrôle \mathcal{C} pour tout p . En pratique, nous ne disposons que d'une valeur approchée du contrôle optimal : $\frac{\partial J_c}{\partial c}(p_0)$ tend vers 0 au fil des itérations de l'algorithme d'optimisation. c étant continu et borné, $\frac{\partial c}{\partial p}(p_0)$ l'est également et le terme $\frac{\partial J_c}{\partial c}(p_0) \cdot \frac{\partial c}{\partial p}(p_0)$ tend alors également vers 0. En présence de contraintes sur les paramètres et l'état, le gradient doit correspondre à la dérivée partielle du Lagrangien augmenté prenant en compte les termes relatifs aux contraintes (voir méthode d'Uzawa (2.28)), sans quoi l'annulation de $\frac{\partial J_{c \min}}{\partial c^*}(p_0)$ n'est pas garantie (dans le cas de prise en compte des contraintes par projection par exemple).

Soit un paramètre scalaire p_i donné (c'est à dire, un élément du vecteur des paramètres p). Nous pouvons utiliser $\nabla_p J_{c \min}$ pour construire l'indice de sensibilité locale :

$$\Upsilon_i = \nabla_{p_i} J_{c \min} \cdot p_i \quad (5.7)$$

Plus Υ_i est élevé, plus une variation relative de p_i influera sur la performance théorique de la commande optimale. Cet indice ne donne pas le gradient par rapport à une erreur paramétrique sur le modèle utilisé pour le calcul de la commande optimale, mais permet déjà de construire une première approximation du classement des paramètres influents sur la qualité du contrôle. Un tel indice serait aussi d'un grand intérêt pour la conception de bâtiments, en permettant de localiser les parois à mieux isoler par exemple. Dans notre cas,

cet indice peut être évalué très rapidement (coût calculatoire d'environ deux simulations) après un calcul de commande optimale grâce à la méthode de l'adjoint, ce qui est un avantage non négligeable.

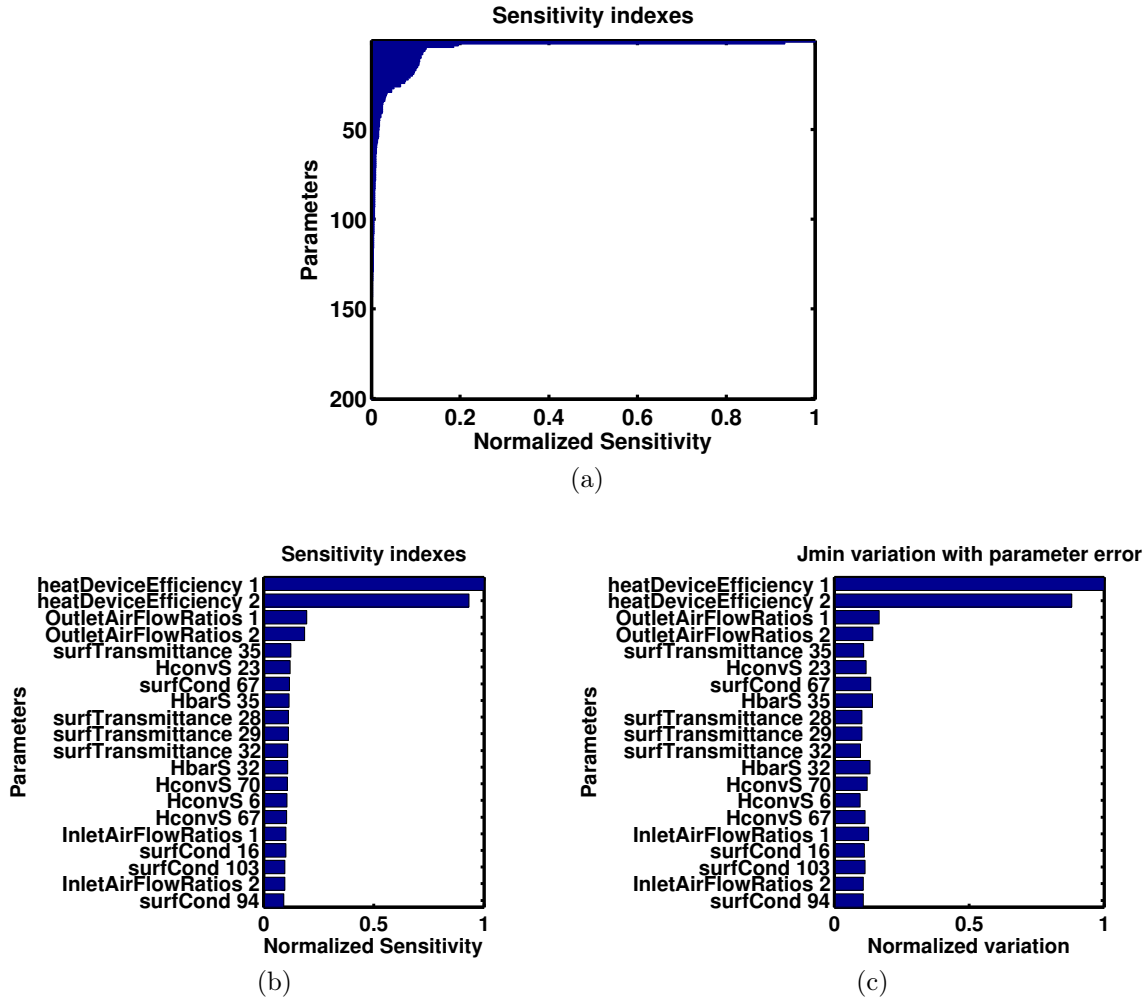


FIGURE 5.12 – Indices de sensibilité

Les figures 5.12 *a* et *b* correspondent aux indices de sensibilité calculés selon les équations (5.6) et (5.7) pour les paramètres scalaires de notre modèle. Sur l'histogramme *a*, seuls les 200 paramètres les plus influents sont affichés : on remarque que seulement 50 paramètres se démarquent des 735 autres. L'histogramme *b* représente le classement pour les 20 paramètres les plus influents :

- Les rendements des radiateurs des deux zones apparaissent de loin comme les paramètres les plus influents, ce qui est logique car ils sont directement en relation avec la puissance injectée dans les zones.
- Viennent ensuite les ratios des débits d'air extraits par la VMC (OutletAirFlowRatios). Les ratios d'air entrant sont moins influents car l'air insufflé est réchauffé par l'échangeur de la VMC double flux.
- Enfin, on retrouve les coefficients de conduction des parois (surfCond), de convection intérieure et extérieure (HconvS et HbarS) transmittance des fenêtres (SurfTransmittance), relatifs ou à proximité des zones 1 et 2. Ces coefficients correspondent à l'isolation des zones et à la quantité de gains solaires entrants.

La figure *c* correspond au calcul des indices par différences finies. Nous calculons ici la variation de J_{cmin} pour une petite variation de chacun des paramètres (soit $J_c(p + \delta p, c^*(p + \delta p)) - J_c(p, c^*(p))$). Cela implique de recalculer une commande optimale pour chacun d'entre eux. Malgré les erreurs d'approximation, nous retrouvons toutefois les mêmes ordres de grandeurs pour les indices de sensibilité. Ce calcul par différences finies est également bien plus long, il a fallu en effet plus de 15 minutes pour calculer les indices de seulement 20 paramètres, contre quelques secondes pour l'ensemble des paramètres du modèle avec le calcul du gradient par méthode adjointe.

Nous avons également calculé la variation de J_c pour une erreur de paramètre δp sur la commande optimale (soit $J_c(p, c^*(p + \delta p)) - J_c(p, c^*(p))$) afin de la comparer à la variation de J_{cmin} . Dans ce cas précis, la différence entre les deux variations n'est pas notable, mais elle peut être aussi occultée par les erreurs d'approximation, voire être plus présente sur un autre modèle ou une autre fonction de coût.

Pour évaluer l'impact exact d'un paramètre p_i sur la commande optimale, il faut calculer $\frac{\partial c^*}{\partial p_i}$, soit la sensibilité du contrôle optimal à un paramètre donné. Il est possible d'évaluer un tel gradient en écrivant le système d'optimalité linéarisé au point optimal. Ce type d'approche a par exemple été éprouvé sur le contrôle optimal d'un système de réaction-diffusion chimique dans un domaine 3D [Griesse et Volkwein, 2006]. Un exemple sur un modèle de bâtiment a été testé dans [Brouns et al., 2013], mais nécessite à l'heure actuelle des développements supplémentaires pour être implémenté dans notre outil de simulation.

Il faut également noter que l'indice de sensibilité (5.7) est construit en considérant le même pourcentage d'incertitude sur chaque paramètre. Le gradient pourrait également être utilisé dans un calcul de propagation d'incertitudes (via un modèle de sensibilité), prenant en compte les incertitudes réelles de tous les paramètres, y compris ceux dépendant du temps. Cela permettrait de quantifier localement l'incertitude de la commande optimale sur l'ensemble de l'intervalle de prédiction.

Enfin, les gradients du minimum de la fonction de coût du contrôle, voire du contrôle optimal lui-même, pourraient éventuellement être utilisés dans le calcul d'indices de sensibilité DGSM (Derivative Global Sensitivity Measure). Ces indices de sensibilité globale (en réalité, des majorants de certains indices de Sobol) sont obtenus en appliquant une intégration de Monte-Carlo sur les gradients calculés suivant les densités de probabilité des paramètres, et permet de converger plus rapidement et efficacement qu'une méthode de Sobol ou de Morris [Sobol et Kucherenko, 2009, Kucherenko et al., 2009, Touzani et Busby, 2013]. Ce type d'indices permettrait de mieux prendre en compte les non linéarités et les incertitudes des paramètres dans leur classement par ordre d'influence.

5.7 Approches pour la sélection des capteurs

Lorsque l'on a déterminé quels paramètres estimer, une approche classique pour la sélection de capteurs réside dans l'exploitation de la matrice d'information de Fisher M (ou FIM - Fisher Information Matrix). En effet, l'inverse de la matrice de Fisher fournit une borne inférieure à la matrice de covariance des paramètres estimés \hat{p} (borne de Cramer-Rao), et permet donc d'identifier quels paramètres estimés seront potentiellement les plus incertains :

$$\text{cov}(\hat{p}) \geq M^{-1} \quad (5.8)$$

Les travaux de Uciniski [Uciniski, 1999] s'intéressent en particulier au cas où le système mesuré peut s'écrire sous la forme d'un ensemble d'équations aux dérivées partielles. Dans ce

cas, il est possible d'écrire une version déterministe de la FIM. Pour un ensemble de capteurs réalisant une mesure (vectorielle) $z(t)$ continue en temps, nous avons :

$$z(t) = \mathcal{H}(y(p, t)) + \varepsilon(t) \quad (5.9)$$

avec $\varepsilon(t)$ un bruit supposé gaussien centré, de matrice de covariance C . \mathcal{H} est ici l'opérateur de mesure appliqué à l'état $y(t)$ du système. On cherche alors à estimer p en minimisant J l'écart quadratique entre les mesures et la réponse simulée du modèle :

$$J = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \int_{t=0}^{t_f} [z_i(t) - \mathcal{H}_i(y(p, t))]^2 dt \quad (5.10)$$

La FIM peut s'interpréter comme la Hessienne de J . On peut alors montrer qu'elle se calcule de la manière suivante :

$$M = \sum_{i=1}^N \int_{t=0}^{t_f} G_i^T C^{-1} G_i dt \quad (5.11)$$

avec N le nombre de capteurs, et G_i la Jacobienne associée aux mesures d'un capteur i :

$$G_i = \left. \frac{\partial \mathcal{H}_i(y(p, t))}{\partial p} \right|_{p_0} \frac{\partial y(p, t)}{\partial p} \quad (5.12)$$

G pourrait être obtenue efficacement grâce à la méthode adjointe, ou par différences finies si la dimension du vecteur de paramètres est faible. Il est ensuite possible d'optimiser un système de capteur en minimisant un critère Ψ portant sur M :

- **A-Optimalité :**

$$\Psi(M) = \text{trace}(M^{-1})$$

Ce critère réduit la variance des paramètres estimés, mais néglige leur corrélation.

- **D-Optimalité :**

$$\Psi(M) = -\ln \det(M)$$

Minimiser ce critère permet de minimiser l'incertitude sur les paramètres estimés.

- **E-Optimalité :**

$$\Psi(M) = \lambda_{\max}(M^{-1})$$

Le critère d'E-Optimalité est la valeur propre la plus élevée de l'inverse de M . Ce critère minimise l'incertitude sur \hat{p} dans sa plus grande direction.

- **Critère de sensibilité :**

$$\Psi(M) = -\text{trace}(M)$$

Ce critère maximise la sensibilité des mesures aux paramètres estimés.

Choisir un critère approprié au vu de l'application visée n'est pas trivial. Il est de plus possible de construire d'autres critères à partir de la FIM. Cependant, pour sélectionner les capteurs les plus complémentaires, il semble préférable de sélectionner un critère prenant en compte les différentes corrélations entre les paramètres et les mesures, tel que le critère de D-Optimalité.

Dans notre cas, le modèle du bâtiment est non linéaire pour de nombreux paramètres (conductivités, débits aérauliques...), et ces derniers sont sujets à d'importantes incertitudes. Or les critères calculés sont de nature locale, et ne peuvent donc généralement pas être utilisés

tels quels. Dans ce cas, plusieurs stratégies peuvent être abordées [Uciński, 1999, Patan, 2004] :

- **Conception séquentielle** : Déploiement des capteurs sur le terrain, et raffinement du système d'instrumentation après chaque estimation \hat{p}_k en minimisant $\Psi(M(\hat{p}_k))$. La nécessité de déployer les capteurs sur le terrain et de modifier le système ensuite peut vite s'avérer lourde et coûteuse.
- **Stratégie Min Max** : L'idée ici est de sélectionner les capteurs pour les valeurs de paramètres les plus défavorables dans l'ensemble de valeurs admissibles P_{Ad} . Il faut donc trouver l'ensemble de capteurs minimisant $\max_{p \in P_{Ad}} \Psi(M(p))$. On s'assure ainsi que toute autre valeur de paramètres ne fournira pas de plus mauvais résultat d'identification pour l'ensemble de capteurs choisis. Pour appliquer cette méthode, la connaissance des densités de probabilité des paramètres n'est pas nécessaire. Ce problème d'optimisation est coûteux en calcul, mais peut être résolu par des méthodes de relaxation.
- **Design au sens moyen** : Si l'on connaît la distribution de probabilité des paramètres, on peut alors chercher à minimiser l'espérance du critère de design $E_p \{\Psi(M(p))\}$. Cette méthode a l'avantage d'être moins conservatrice que la stratégie Min-Max (qui a tendance à sélectionner plus de capteurs), mais peut être également coûteuse en calculs.

Ce type de méthodes pour la sélection de capteurs ne se limite pas à de simples capteurs de température, mais peut aussi s'étendre à tout type de capteurs thermiques tels que des fluxmètres ou des capteurs de rayonnement infrarouge (voire même de CO_2 , puisque notre modèle prend également en compte cette grandeur physique). La prise en compte de tels capteurs implique d'en écrire le modèle détaillé.

En effet, dans cette thèse, le modèle de capteurs \mathcal{H} est extrêmement simple, puisqu'il s'agit de mesures idéales de températures (sans bruit et sans biais). En pratique, les mesures des températures de zone ne sont pas exactes car le capteur est généralement dans un boîtier directement vissé à une paroi. Cet environnement proche du capteur introduit un biais par rapport à la température moyenne de la pièce. Utiliser de bons modèles pour les capteurs permettra de limiter ce type de biais, ou du moins quantifier l'incertitude sur les mesures et propager son impact sur la calibration comme c'est le cas dans l'étude [Behl *et al.*, 2014].

Modéliser et utiliser différents types de capteurs permettrait également d'extraire des informations plus diverses et complémentaires, et ainsi améliorer les performances en estimation. Dans [Revel *et al.*, 2012] par exemple, une caméra thermique est mise en œuvre pour remonter aux températures des différentes parois d'un bureau, au nombre d'occupants et autres sources de chaleur. Dans [Bouchié *et al.*, 2014], les auteurs proposent un capteur permettant de fournir une mesure de la température extérieure équivalente (fonction de la température d'air extérieur et de la température radiative du ciel) en analysant les températures de deux plaques d'émissivité différentes (noire et blanche). Utiliser un fluxmètre en complément de capteurs de températures sur une paroi permettrait d'avoir une information directe sur le flux la traversant, et donc pourrait améliorer l'identification de la conductivité [Flanders, 1991].

De même que pour l'identification de paramètres scalaires, il est possible d'adapter cette technique à des paramètres dépendants du temps (par exemple, estimation de gains internes à l'instar du paragraphe précédent). Il est également possible de considérer le cas de mesures ponctuelles dans le temps (échantillonnage faible ou inconstant). Ce cas serait particulièrement intéressant dans le cadre de capteurs autonomes, car il permettrait d'élaborer une

stratégie d'échantillonnage optimal maximisant la durée de vie des batteries du système capteur.

Ce type de méthodes pour la sélection de capteurs n'a pas été testé dans le cadre de cette thèse, mais des travaux allant dans ce sens pourraient rapidement être initiés. Les problématiques à traiter en premier lieu doivent viser à concevoir un outil de sélection de capteurs pour un ensemble de paramètres à estimer donné. En particulier, il sera nécessaire de :

- Construire un modèle générique de capteurs thermiques, afin de pouvoir jouer également sur la nature et la conception des capteurs
- Définir quel critère de sélection basé sur la FIM est le plus approprié dans le cas du bâtiment
- Déterminer quelle stratégie permet de mieux prendre en compte les non-linéarités et incertitudes paramétriques du modèle (stratégie Min-Max, sens moyen, ou dérivée de ces approches)

5.8 Conclusions et perspectives

Les erreurs d'*a priori* sur les paramètres de notre modèle de bâtiment peuvent se propager de manière plus ou moins importante sur le calcul de commande optimale. Les sources d'erreur sont malheureusement fréquentes et variées, et cela peut compromettre fortement la performance d'une stratégie de commande prédictive.

Pour faire face à ce problème, nous avons proposé une méthode de calibration déterministe, basée sur la méthode de l'adjoint et la minimisation de l'écart quadratique entre différentes températures au sein du bâtiment. Cependant, l'efficacité de cette méthode n'est pas garantie pour tous les couples de paramètres à estimer et de capteurs. En particulier, plus l'on cherche à estimer de paramètres et plus la performance se dégrade. Par ailleurs, estimer un sous ensemble des paramètres perturbés peut donner de bons résultats en prédiction des températures mesurées, mais l'erreur d'estimation du sous-ensemble peut augmenter (et potentiellement d'autant plus que le nombre de capteurs est élevé, comme c'est le cas pour le test 3 page 106) ce qui peut être gênant pour des fins d'audit.

Pour des raisons de coût de calcul numérique, il est impensable de tester individuellement chaque couple de *paramètres estimés/capteurs* pour chaque erreur d'*a priori* possible. Il peut être cependant judicieux d'exploiter le gradient pour construire rapidement des critères de sélection sur les paramètres et les capteurs :

- Pour la sélection des paramètres, nous avons montré qu'il est possible de calculer rapidement le gradient du minimum de la fonction de coût du contrôle optimal. Ce gradient permet de construire un premier classement sur les indices influant le plus la performance du contrôle. Des études ultérieures pourraient être poursuivies dans ce sens en cherchant à calculer directement le gradient du contrôle optimal par rapport aux paramètres du modèle.
- Une fois les paramètres à estimer sélectionnés, il est possible de modéliser un système de capteurs et de l'évaluer à partir d'un critère construit sur la Matrice d'Information de Fisher (FIM), elle même construite à partir d'une matrice Jacobienne. Le calcul de la FIM n'a pas été implémenté à l'heure actuelle dans nos outils, mais le calcul du modèle adjoint pourrait être directement exploité à ce niveau.

Ces critères peuvent ainsi permettre de construire une première stratégie séquentielle pour la conception d'un système de capteurs adapté à la calibration de modèles pour la commande prédictive (figure 5.13) qui pourra être testée dans des études futures.

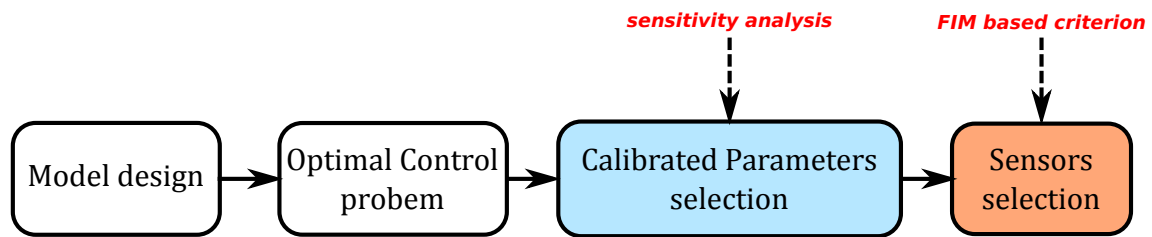


FIGURE 5.13 – Stratégie séquentielle de sélection de capteurs

Ces critères pourraient également être testés dans une stratégie plus globale d'optimisation combinatoire (algorithme génétique par exemple), les indices calculés pouvant fournir des informations susceptibles d'aider la convergence vers un couple *paramètres estimés/capteurs* satisfaisant.

D'autre part, un certain nombre de pistes complémentaires mériteraient également d'être testées :

- La stratégie de calibration présentée ici pourrait être améliorée, en ajoutant par exemple des contraintes sur les paramètres supposés proches ou identiques. Il serait également intéressant d'étudier l'impact de l'intégration de paramètres dépendants du temps dans l'ensemble des paramètres estimés.
- Ce type d'étude pourrait également être mené sur la phase d'estimation. La seule différence dans ce cas est que les paramètres estimés sont dynamiques (gains internes).
- Enfin, il pourrait être judicieux d'intégrer des techniques de réduction de modèle (MOR - Model Order Reduction). Ces techniques, souvent basées sur des méthodes de décomposition spectrale ou de projection, permettent de réduire le nombre d'états et de paramètres du système. Avec moins de paramètres et un ordre de modèle plus faible, l'identification du modèle est facilitée et la simulation plus rapide [Petit et Maillet, 2013][Mejri *et al.*, 2011], au prix d'une perte du sens physique des paramètres. Dans [Gouda *et al.*, 2002], une méthode d'optimisation est utilisée pour identifier les paramètres d'un modèle RC de complexité réduite par rapport à un modèle RC de référence. Dans [Cole *et al.*, 2014], une méthode est proposée pour construire des modèles d'ordre réduit à partir de modèles EnergyPlus pour de la commande prédictive. Dans notre cas, la réduction de modèle serait une approche intéressante pour réduire la complexité de la calibration.

Chapitre 6

Mise en œuvre expérimentale

*“Let me put it this way, Mr. Amor.
The 9000 series is the most reliable
computer ever made. No 9000
computer has ever made a mistake or
distorted information. We are all, by
any practical definition of the words,
foolproof and incapable of error.”*

HAL 9000, 2001 : A Space Odyssey

Nous exposons ici les résultats d’application d’une stratégie de commande prédictive sur la maison INCAS MA sur environ 3 semaines en hiver 2015. Ces tests nous ont permis d’évaluer l’implémentabilité et les contraintes de l’approche proposée dans cette thèse sur un cas réel et concret.

Sommaire

6.1	Description de l’expérience	119
6.2	Résultats de calibration	120
6.3	Performance de l’estimateur d’état	124
6.4	Résultats de commande	126
6.5	Conclusions sur la mise en œuvre d’une commande MPC . . .	128

6.1 Description de l'expérience

La maison INCAS MA a été équipée d'un superviseur informatique développé par la société Vesta Systems, intégré dans un serveur Web. Ce superviseur agrège et permet d'accéder à toutes les mesures en temps réel. Il permet également d'appliquer des lois de commande sur les différents actionneurs du bâtiment. Le serveur embarque un ordonnanceur lançant séquentiellement l'exécution de fonctions réalisant les tâches d'initialisation, d'identification de modèle, d'estimation d'état et de calcul de commande optimale (figure 6.1) :

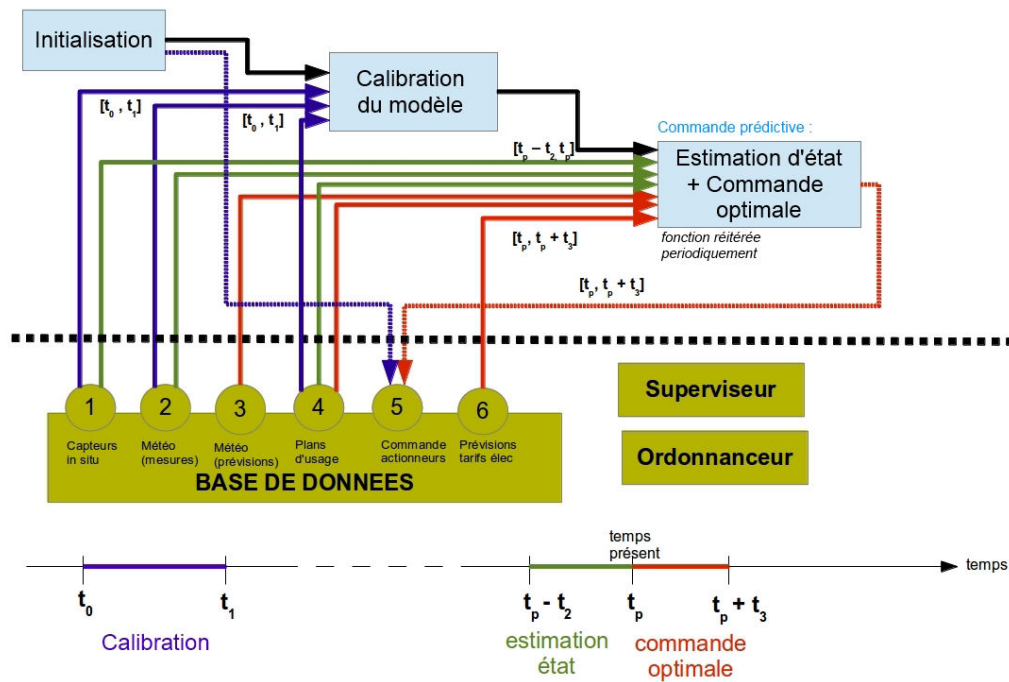


FIGURE 6.1 – Stratégie de contrôle

Grâce au superviseur, nous stockons en temps réel les différentes mesures du site dans une base de données :

- Le flux solaire total, mesuré par un pyrgéomètre, et fourni par un service météo pour les prédictions.
- La température ambiante extérieure est mesurée par un capteur de température, et également fournie par un service météo pour les prédictions.
- Les températures aux interfaces de chaque couche pour les murs extérieurs Sud et Est de la zone 2, et pour le mur extérieur Ouest de la zone 1.
- Les températures des zones 1 et 2, du rez-de-chaussée et des combles.

Les différentes fonctions que nous avons embarquées dans le serveur réalisent les actions suivantes :

- **Initialisation** : La fonction d'initialisation charge le fichier gbXML contenant la structure et les paramètres du modèle.
- **Calibration du modèle** : La fonction de calibration récupère les données de mesure sur un intervalle de temps $[t_0, t_1]$ prédéfini, puis résout le problème d'optimisation

tel que défini au chapitre 5 (5.1 page 99). Cette étape peut également être réalisée indépendamment, avant même d’initialiser l’ordonnanceur. Il faut alors s’assurer de bien charger le modèle calibré au moment de l’initialisation.

- **Estimation d’état** : La fonction d’estimation d’état récupère également les données de mesure sur un intervalle de temps $[t_p - t_2, t_p]$ (t_p étant l’instant présent à l’exécution de la fonction), et résout sur ce même intervalle le problème d’estimation des gains internes défini au chapitre 4 (4.6 page 73).
- **Commande optimale** : Enfin, la fonction de commande optimale calcule une loi de commande sur un intervalle de temps consécutif $[t_p, t_p + t_3]$. Le problème de contrôle ici retenu est similaire au problème 3.5 page 62 (coût quadratique sur la puissance et bornes de température), la différence d’un résidu quadratique supplémentaire par rapport à la borne minimale des températures. Nous commandons ici directement la puissance électrique des zones 1 et 2 (deux chambres orientées sud à l’étage), afin d’obtenir une température respectant les contraintes et proche de la borne inférieure (pour favoriser les économies d’énergie) . La puissance de chauffage est ici limitée à 1000W par zone suite aux limitations des équipements.

Ces fonctions sont exécutées séquentiellement, suivant la stratégie de commande prédictive (rappelée sur le schéma 6.2).

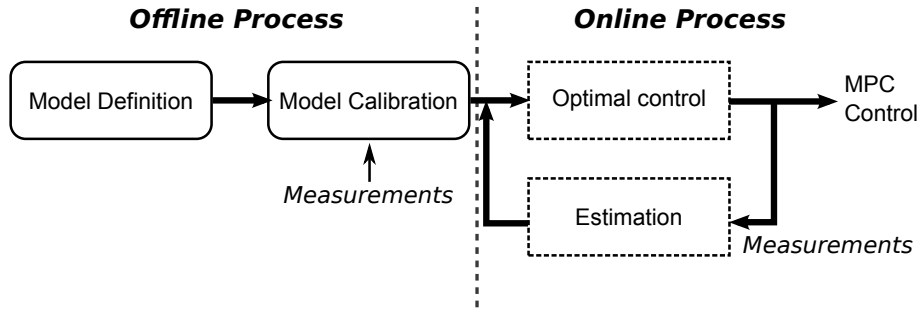


FIGURE 6.2 – Stratégie de commande prédictive

A chaque exécution, la fonction d’estimation est réalisée sur les 48 dernières heures de mesures ($t_2 = 48h$). De même la fonction de calcul de commande optimale est réalisée sur les 48h de prédiction météo consécutives ($t_3 = 48$). Ces deux étapes sont répétées toutes les 3h (intervalle de mise à jour), pour une durée totale de test d’environ 3 semaines.

Pour ces tests, nous avons utilisé un modèle de la maison INCAS de même structure qu’au chapitre 2 (voir section 2.5 page 46), mais avec une modélisation monocouche des parois (avec calcul de capacités et conductivités équivalentes). Comme dans les cas tests précédents, nous cherchons seulement à contrôler la température des deux chambres orientées sud. La présence dans ces chambres est fictive : aucun gain thermique interne n’est généré et la production de CO_2 est simulée.

6.2 Résultats de calibration

Pour des raisons techniques, nous ne disposons au début des tests que de quatre mesures de température, sur deux périodes de six et trois jours : les températures d’air des deux zones pilotées, d’une surface intérieure d’une des chambres, et de la température extérieure. De manière générale, récupérer des données fiables n’est pas toujours une tâche facile. Nous

avons par la suite, et à plusieurs reprises, dû faire face à des problèmes de référencement de capteurs et de données lacunaires. La comparaison entre les simulations et les mesures a d'ailleurs été d'une grande aide pour identifier les erreurs de référencement. A ce stade des études, et sans l'aide d'aucune analyse de sensibilité pour sélectionner les paramètres, les résultats de calibration étaient assez infructueux, la moindre erreur sur les données pouvant compromettre la calibration. Nous nous sommes donc contentés d'un modèle ajusté manuellement pour les tous premiers résultats de pilotage.

Par la suite, nous avons pu extraire de nouvelles données lors de la phase de pilotage (utilisant le modèle ajusté manuellement), et pour plus de capteurs. Sur la fin des travaux de thèse, nous avons utilisé les calculs d'indices de sensibilité Υ_i (5.7) pour la calibration du modèle avec parois multicouches sur des données réelles, en sélectionnant grâce à ces indices les paramètres à calibrer. Nous avons ici considéré quatre cas test de calibration, basés sur la résolution du problème 5.1 page 99 :

- Test 1** Calibration avec seulement les mesures de température des zones 1 et 2, sur les 10 paramètres les plus « influents » (indices de sensibilité Υ_i les plus élevés).
- Test 2** Calibration avec les températures des zones 1 et 2, sur les 50 paramètres les plus influents.
- Test 3** Ce cas test est identique au précédent, avec usage de 3 capteurs supplémentaires pour les surfaces extérieures des murs sud, est et ouest.
- Test 4** Calibration avec les températures des zones 1 et 2, sur les 1500 paramètres les plus influents.

Nous avons ici choisi les mêmes phases de calibration et de prédiction (validation) que dans le chapitre 5 (de 7 jours chacune). La performance de chaque calibration est évaluée par les critères suivants, sur les mesures des capteurs des zones 1 et 2 :

- e_c Erreur quadratique entre la température de zone calculée après calibration et la température mesurée, sur l'intervalle de calibration (évaluée suivant la formule (4.8))
- e_p Erreur de prédiction consécutive : La réponse du modèle calibré est calculée sur 14 jours (l'intervalle de calibration et de prédiction consécutivement). L'erreur sur les températures de zone entre la simulation et la mesure après calibration est calculée sur l'intervalle de prédiction.
- E_p Valeur moyenne de l'erreur entre la réponse du modèle calibré et les mesures sur l'intervalle de prédiction.
- σ_p Écart type de l'erreur entre la réponse du modèle calibré et les mesures sur l'intervalle de prédiction (moyenne sur les deux capteurs).

Pour chaque test de calibration, les températures initiales du modèle sont obtenues en interpolant les données de mesure sur les zones et les parois (interpolation spatiale linéaire). Le tableau (6.1) synthétise les résultats obtenus :

	Avant calibration	Test 1	Test 2	Test 3	Test 4
e_c	0.1703	0.0800	0.0332	0.0424	0.0458
e_p	0.2706	0.1281	0.0015	0.0616	0.0632
E_p	-5.2728	-2.4938	0.0077	-1.2048	-1.2184
σ_p	1.5289	1.2747	0.4509	0.4870	0.4017

TABLE 6.1 – Test de calibrations avec mesures *in situ*

Le meilleur résultat est ici obtenu en utilisant seulement les deux capteurs de zone pour calibrer les 50 paramètres les plus influents (test 2). Dans ce cas, ajouter des capteurs a détérioré les résultats (test 3). De même, calibrer trop de paramètres (test 4), ou en réduire (test 1) ne donne pas de bonnes performances. Les résultats du test de calibration 2 fournissent un jeu de paramètres offrant une erreur de prédiction dont la moyenne est inférieure à 0.1°C avec un écart type inférieur à 0.5°C , ce qui est comparable à la précision de mesure d'un capteur de température du commerce (figures 6.3 et 6.4). La variation des paramètres avant/après calibration va de $+350\%$ à -100% (annulation) : les valeurs ainsi calculées ne correspondent donc pas vraiment aux véritables valeurs physiques et compensent les erreurs sur les autres paramètres (voir tableau 6.5, avec variations positives en rouge et négatives en bleu). On retrouve alors un phénomène similaire à celui observé en simulation au chapitre 5 lors de l'estimation d'un sous-ensemble des paramètres perturbés.

Si seuls les deux capteurs de zone fournissent ici les meilleurs résultats, il faut garder à l'esprit que toutes les combinaisons de capteurs possibles n'ont pas été traitées, et que les erreurs et biais de mesure peuvent éventuellement rendre l'ajout de capteurs supplémentaires difficile.

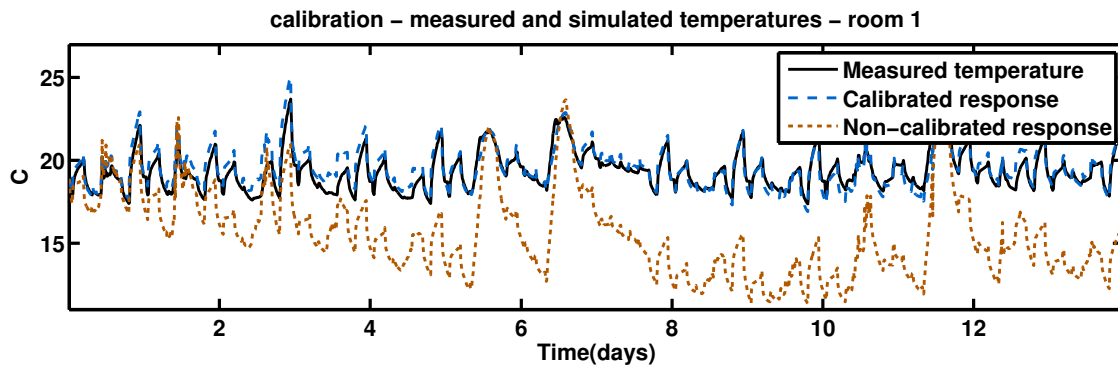


FIGURE 6.3 – Résultats de calibration : températures mesurées et simulées de la zone 1 (test 2)

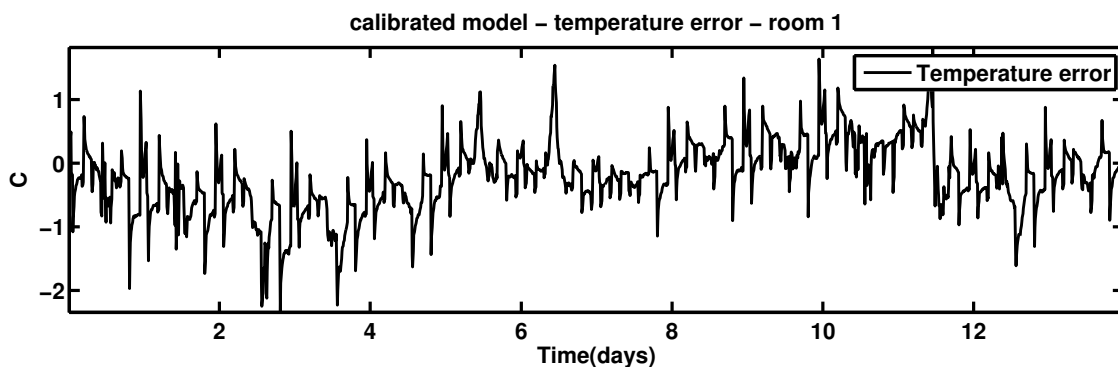


FIGURE 6.4 – Température de la zone 1 : erreur d'estimation après calibration (test 2)

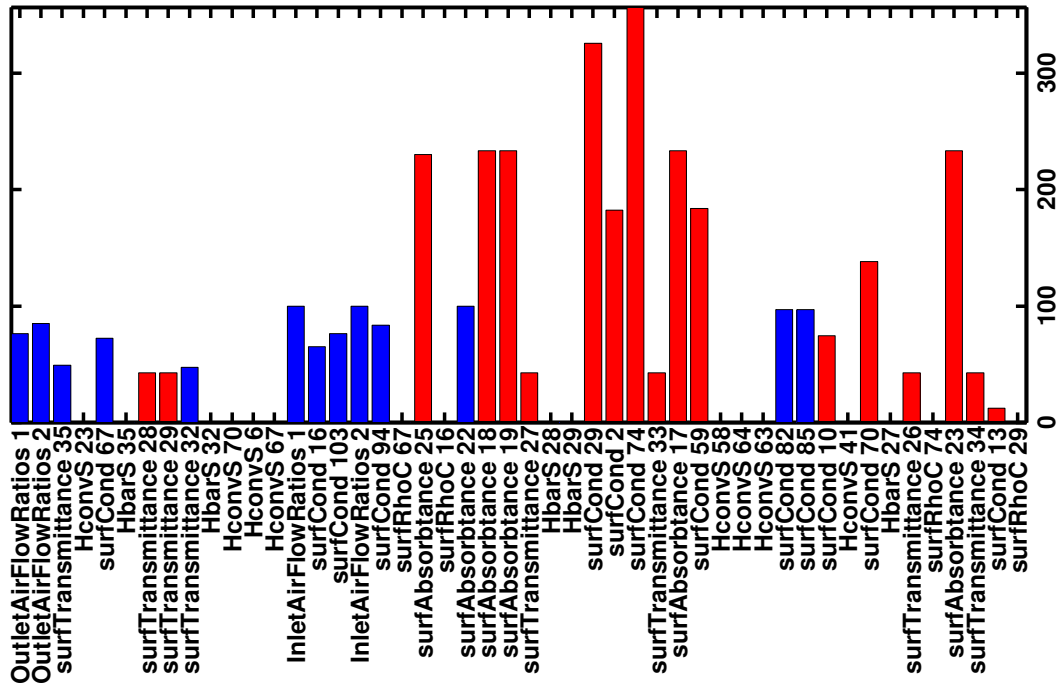


FIGURE 6.5 – Test 2 : Variation des paramètres après calibration (pourcentages)

Une telle calibration a un réel impact sur la performance du contrôle optimal. La figure 6.6 compare la loi de commande calculée avec le modèle calibré par le test 2 (courbe orange) et celle sur le modèle non calibré (courbe noire). La commande optimale est ici calculée selon le problème (3.1), avec une présence intermittente et une consigne de 21°C en cas d'occupation des zones. Les réponses des deux lois de commande sont calculées sur le modèle calibré, pour s'approcher au plus de l'impact que l'on aurait sur le bâtiment réel. On constate que la loi de commande calculée avec le modèle non calibré entraîne ici une nette sur-consommation, de plus de 200W dans les périodes de présence.

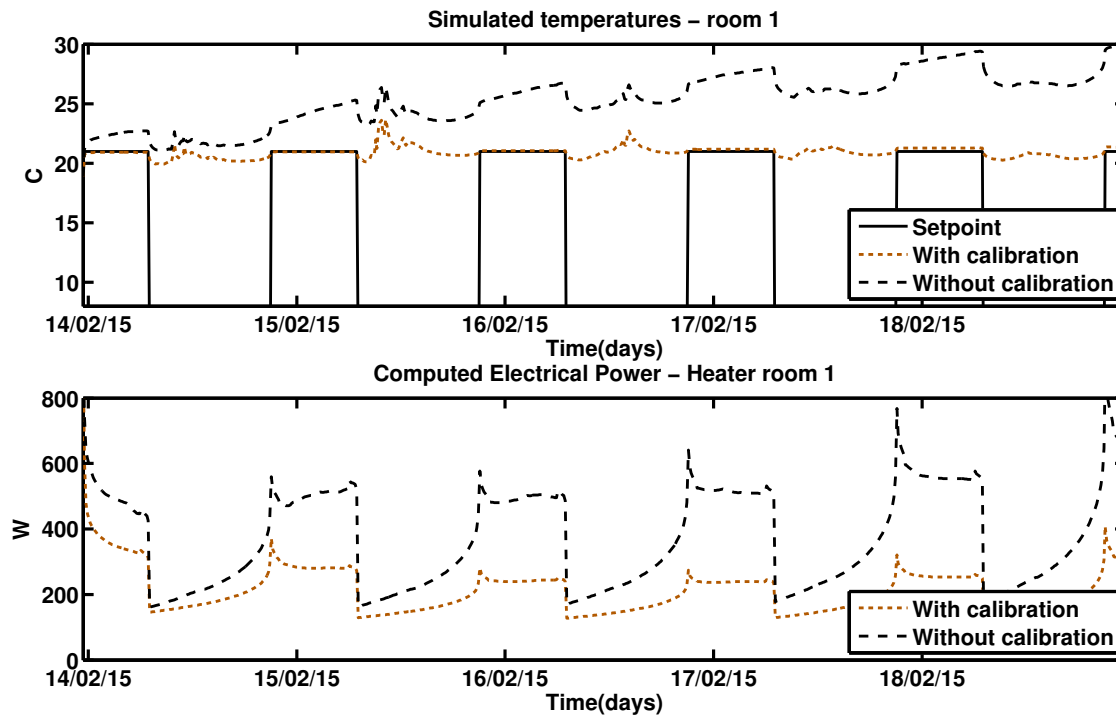


FIGURE 6.6 – Commande optimale, avec ou sans calibration

Ces résultats de calibration n'étant pas disponibles au moment des tests de commande prédictive, les résultats qui suivent sont obtenus à partir d'un modèle ajusté manuellement : les valeurs des paramètres sont obtenues à partir des données constructeur et d'un ajustement manuel sur quelques données de mesure. D'un point de vue expérimental, cela a l'intérêt de tester le comportement de la commande prédictive pour un modèle peu précis.

6.3 Performance de l'estimateur d'état

Sur les tests d'application, la fonction d'estimation d'état et des gains internes a donné des résultats satisfaisants. La figure 6.7 donne les résultats d'une phase d'estimation des gains pour la zone 1 (en vert), les mesures de température pour cette même zone (en rouge) et les résultats de simulation du modèle après estimation des gains (en bleu).

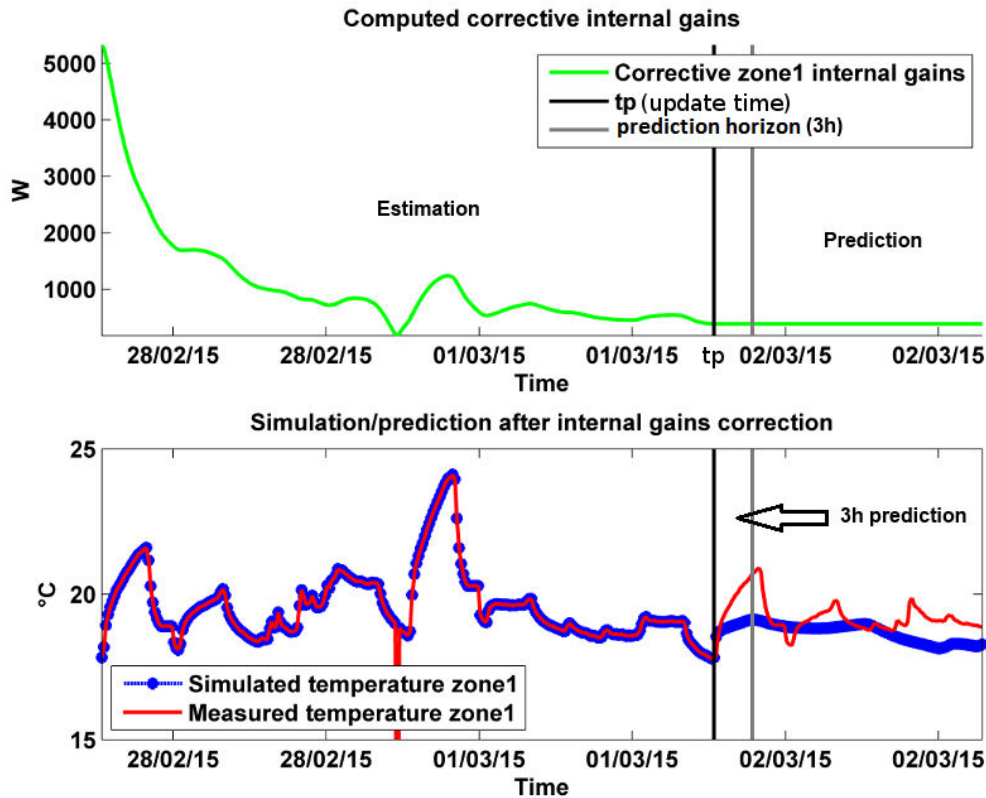


FIGURE 6.7 – Compensation des gains internes et résultats en prédiction

Les gains identifiés sont très importants au début de la phase d'estimation, afin de compenser l'erreur d'état initial. Pour la phase de prédiction, nous considérons les gains constants et égaux à la dernière valeur calculée sur la phase d'estimation pour mieux compenser les erreurs de modèle. Cette valeur finale n'est pas nulle, et vaut en moyenne 500W (figure 6.8). A cause des erreurs de modèle, il n'est en effet pas possible d'avoir une estimation des gains internes qui tende vers une constante nulle (valeur nulle attendue du fait de l'absence effective de gains internes dans la maison INCAS).

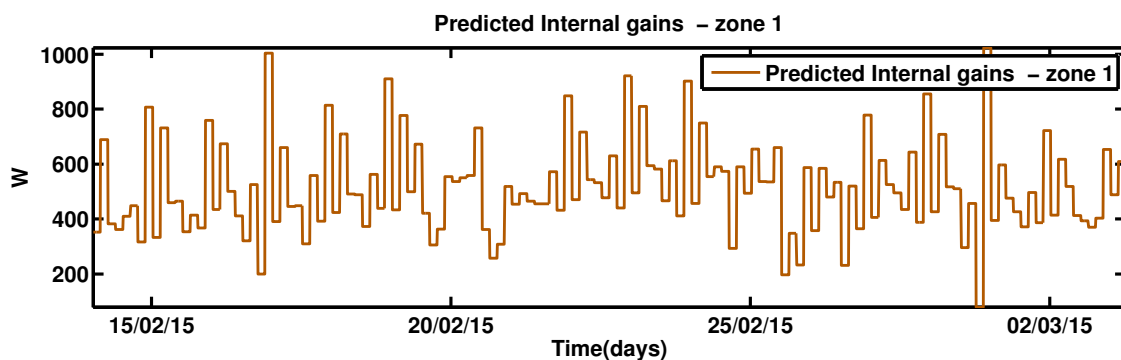


FIGURE 6.8 – Erreurs de prédiction de température au cours du pilotage

Les erreurs de prédiction de température sur la zone 1 (avec mise à jour des gains internes correctifs toutes les 3h) sont représentées figure 6.9. Dans le cas d'un contrôle prédictif, ces erreurs impactent directement la performance.

Les 4 pics de variation observés sur les mesures (courbe rouge) sont liés à des dysfonctionnements des capteurs. Ils sont supprimés par interpolation linéaire pour le calcul de l'erreur de prédiction (courbe noire). Malgré les erreurs du modèle, grâce à la phase d'estimation des gains internes, l'erreur de prédiction des températures des zones pilotées sur des phases de 3h reste contenue avec une moyenne de 0.5°C , un écart type de 1°C et une valeur absolue maximale ne dépassant pas les 5°C . On peut en déduire que grâce à la phase d'estimation, nous avons une certaine tolérance acceptable sur les erreurs paramétriques. Il serait intéressant de voir dans quelle mesure le modèle calibré section 6.2 permettrait d'améliorer les résultats.

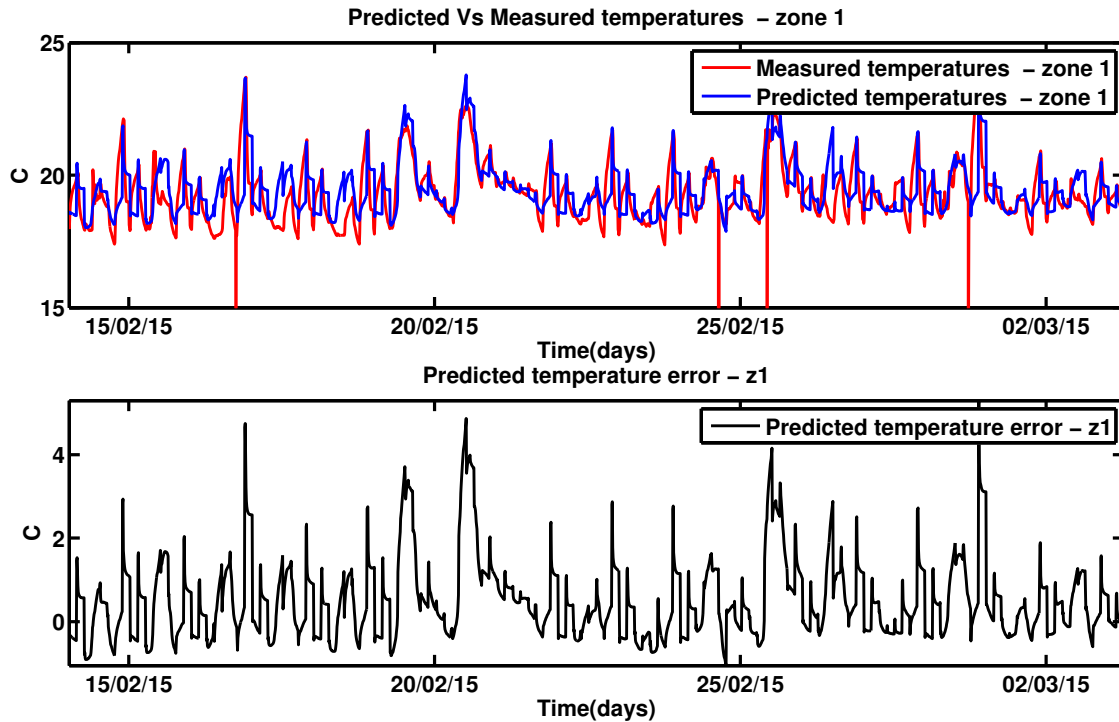


FIGURE 6.9 – Erreurs de prédiction de température au cours du pilotage

6.4 Résultats de commande

Le scénario d'occupation (différent des cas précédents) est périodique, et correspond aux bornes minimum et maximum de température représentées figure 6.10. Il modélise une présence nocturne et en soirée. En cas d'absence, les contraintes de température sont placées à 5°C et 28°C . Les courtes plages à 21°C permettent de complexifier le profil des contraintes.

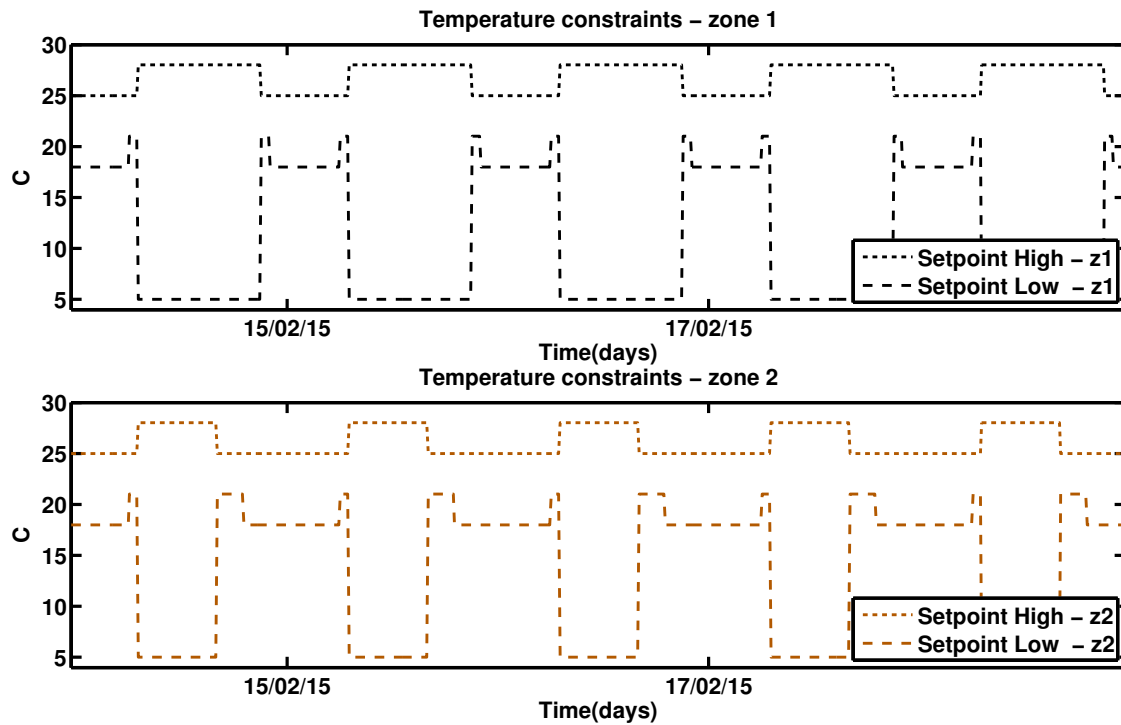


FIGURE 6.10 – Scénario de pilotage : bornes de températures pour les zones 1 et 2

La loi de commande pour la puissance des chauffages présente une structure en créneaux d'apparence assez chaotique (figure 6.11 bas). Cela est dû aux erreurs de modélisation, et probablement en bonne partie aux importantes variations de la valeur des gains internes utilisées en prédiction (assignés à la dernière valeur de gains estimés). Malgré tout, les contraintes en température ont été assez bien respectées (figure 6.11 haut, courbe rouge pour la température de la zone mesurée, vertes et bleues pour les contraintes) et les plus fortes valeurs de puissance sont généralement observées peu avant l'arrivée de personnes, ce qui témoigne de l'aspect prédictif de la commande.

Si les températures atteintes restent proches de la borne inférieure, des dépassements sont notables sur les courtes périodes où la borne inférieure monte à 21°C. Il est probable que la commande prédictive ait ici du mal à prendre en compte des variations de consigne sur des durées inférieures au temps de mise à jour. Un meilleur modèle devrait améliorer les capacités de prédiction et permettre de réduire ces dépassements. Une réduction du temps de mise à jour devrait permettre également de réduire ces erreurs, mais sans forcément améliorer l'aspect prédictif.

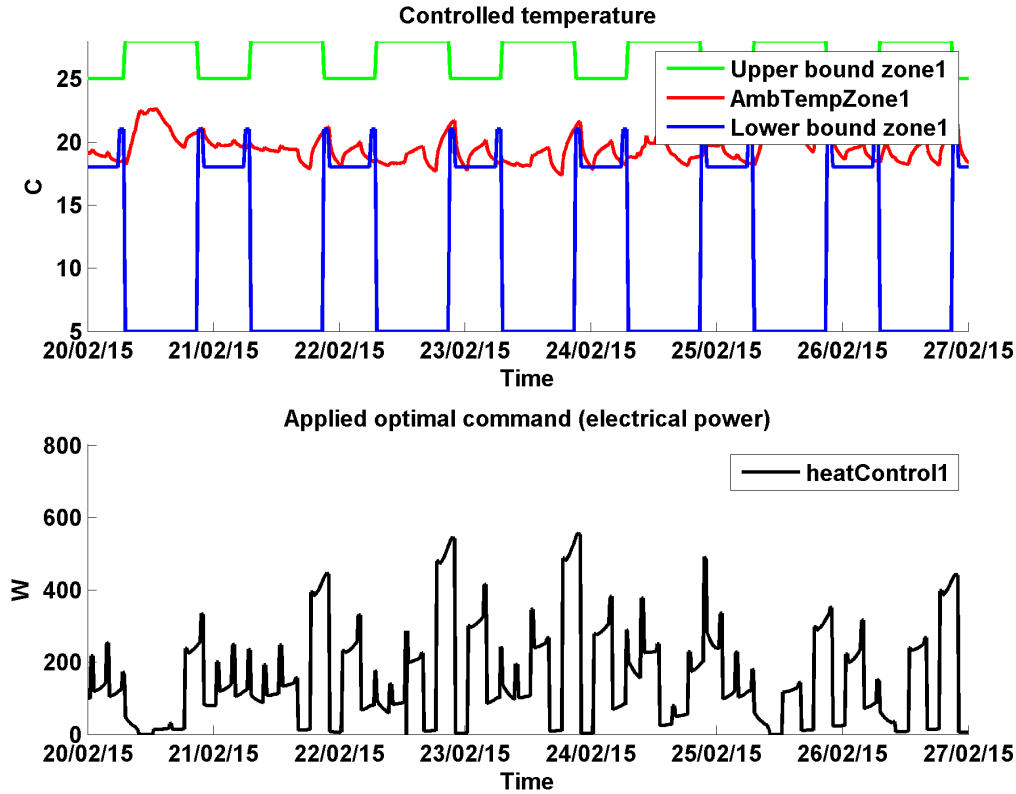


FIGURE 6.11 – Résultats de commande prédictive : températures et puissance de chauffage zone 1

Sur ces essais, il reste cependant bien difficile d'évaluer les économies d'énergie ou l'amélioration du confort par rapport à une autre stratégie de contrôle sur une aussi courte période, étant donné que la météo n'est pas un élément reproductible. L'idéal serait de pouvoir comparer les stratégies sur des bâtiments rigoureusement identiques, ou sur deux (ou plusieurs) années consécutives tout en s'assurant qu'une année n'a pas été significativement plus rude qu'une autre. Les études ultérieures devront viser à mettre en œuvre un modèle mieux calibré (tel que présenté dans la section 6.2), et d'envisager une prévision plus fine des gains internes pour améliorer les résultats de prédiction (en utilisant les valeurs des gains estimés dans un modèle ARMA par exemple).

6.5 Conclusions sur la mise en œuvre d'une commande MPC

Cette première mise en pratique expérimentale a permis d'étudier la mise en œuvre sur un bâtiment réel d'une stratégie de commande prédictive basée sur un modèle thermique zonal-nodal de bâtiment et la théorie du contrôle optimal [Lions, 1971]. Les données de mesure recueillies ont également permis de tester la stratégie de calibration présentée au chapitre 5, en sélectionnant les paramètres calibrés suivant un calcul d'indices de sensibilité.

En premier constat, il peut être difficile d'obtenir des données fiables (sans autre source d'erreur que le bruit de mesure), à cause d'erreurs de référencement, de lacunes dans les données, de défaillances du serveur ou des capteurs. Ce type d'erreurs peut fortement com-

promettre la phase de calibration. Si des comparaisons avec le modèle simulé peuvent aider à identifier des erreurs de référencement, il est essentiel de construire une procédure permettant de les éliminer à tous les niveaux de l'acquisition des données. Par ailleurs, des méthodes de détection d'erreur de mesures (analyse des variations du signal par exemple) permettraient de supprimer les données erronées et de mettre en place des méthodes de calibration robustes.

Malgré un modèle mal calibré, les résultats de contrôle respectent finalement assez bien les consignes, en particulier grâce à la phase d'estimation des gains internes. Des travaux ultérieurs sur la méthode de commande prédictive développée devront viser à évaluer la différence obtenue sur la commande prédictive du bâtiment réel en utilisant le modèle calibré suivant les paramètres sélectionnés par analyse de sensibilité. En particulier, il serait intéressant d'évaluer la tolérance sur les erreurs de modèle apportée par la phase d'estimation.

Par ailleurs, les tests de calibration sur données réelles confirment les conclusions du chapitre 5 sur l'importance du choix des capteurs et des paramètres à calibrer. En particulier, nous obtenons ici de bons résultats de prédiction en sélectionnant des paramètres à l'aide de l'analyse de sensibilité locale présentée au chapitre 5 et avec deux capteurs de températures. Cependant, les paramètres ainsi calibrés absorbent les erreurs d'autres paramètres, et les tentatives d'ajout de capteurs supplémentaires semblent détériorer les résultats. En effet, si l'on cherche à ajuster la réponse du modèle sur des mesures plus nombreuses, la compensation des erreurs des paramètres non calibrés sera plus importante ce qui induit un plus grand biais par rapport à leur valeur réelle : l'erreur de prédiction sera minimisée sur l'ensemble des mesures mais risque au final d'être plus importante sur les grandeurs d'intérêt que sont les températures des zones pilotées. Par ailleurs, trop ou trop peu de paramètres calibrés ne semble pas donner de bons résultats. Un meilleur choix des paramètres permettrait peut être de réduire cet effet et d'utiliser plus de capteurs.

Pour la stratégie de commande prédictive, l'utilisation de seulement deux capteurs de température de zone ainsi que d'un capteur de flux solaire et de température extérieure semblent fournir des résultats satisfaisants. Ces résultats sont à nuancer par le fait que les capteurs de température de zone sont ici bien positionnés au centre de la pièce et sont probablement moins biaisés que dans des installations domotiques classiques (auquel cas ces mesures ne seraient peut-être pas suffisantes). Par ailleurs, seulement quatre choix de *paramètres calibrés / capteurs* ont été testés ici, ce qui est très peu par rapport à l'ensemble des combinaisons possibles, et le gain énergétique apporté reste à valider.

Enfin, l'inclusion d'habitants réels dans la boucle serait également une expérience très pertinente. Ces derniers permettraient en effet d'étudier l'impact de perturbations non planifiées. De plus, en fournissant aux utilisateurs le profil des plans de commande prévisionnels (avec une prédiction du confort, des températures et de la consommation), ces derniers pourraient adapter leur usage du bâtiment en conséquence (réglage de l'importance accordée au confort par exemple). Nous pourrions alors voir si la commande prédictive peut avoir une action positive sur le comportement des usagers.

Chapitre 7

Conclusion générale de la thèse

*“Begin at the beginning,” the King
said, very gravely, “and go on till you
come to the end : then stop.”*

***Lewis Carroll**, *Alice in Wonderland**

Sommaire

7.1	Bilan des travaux réalisés	133
7.2	Perspectives de recherche et d’application	134

7.1 Bilan des travaux réalisés

L'ensemble des travaux de cette thèse ont été menés dans le but démocratiser la conception et l'utilisation de contrôleurs prédictifs dans le domaine du bâtiment, encore actuellement peu répandus.

Mettre en place une stratégie de commande prédictive nécessite de construire un modèle numérique du bâtiment, de le calibrer, de pouvoir estimer l'état du système en temps réel et calculer des lois de commande optimale, ce qui requiert des mesures thermiques en temps réel. Les avancées technologiques récentes dans le domaine des réseaux de capteurs sans fil (WSN) promettent un développement des capacités d'instrumentation du bâtiment (facilité et flexibilité d'intégration, baisse des coûts...) et pourraient ainsi favoriser le déploiement de stratégies de commande prédictive dans l'habitat. Cependant, la spécification d'un système d'instrumentation dédié à la commande prédictive du bâtiment n'est pas triviale.

Face à ce constat, nous proposons une méthode unifiée pour la commande prédictive du bâtiment. Cette méthode est fondée sur la reformulation des différentes phases d'une commande optimale par des problèmes d'optimisation, et une modélisation zonale-nodale du bâtiment. Chaque problème d'optimisation est résolu efficacement par l'écriture d'un modèle adjoint et l'utilisation des outils du contrôle optimal. Cette méthode est explorée tout au long de cette thèse sur le cas d'un bâtiment expérimental basse consommation, après avoir enrichi le modèle avec une modélisation multicouche des parois, du système de VMC double flux et des échanges de CO_2 .

En particulier, nous proposons une méthode d'estimation d'état basée sur l'identification de gains internes correctifs avec uniquement des mesures de température de zones. Cette méthode se démarque des observateurs d'état standards (Luenberger, Kalman) et permet d'estimer une variable d'entrée généralement difficile à mesurer. Elle permet également de réduire l'impact d'erreurs paramétriques. Cette méthode pourrait éventuellement être étendue par l'identification de variables supplémentaires telles que des grandeurs météorologiques.

Nous montrons également qu'un coût quadratique sur la puissance électrique consommée ne permet pas de bien prendre en compte la consommation dans le problème de contrôle optimal, en particulier à cause de la non conservation d'inégalités d'une norme à une autre. Cependant, la norme quadratique présente un réel avantage du point de vue de la résolution numérique. Il faudrait donc reformuler le problème d'optimisation pour allier une bonne prise en compte de la consommation énergétique et la facilité de résolution d'un problème quadratique. D'autre part, pour un confort similaire, notre meilleur résultat de commande optimale offre une réduction de la consommation d'environ 5%. Aussi, dans un cas où le système piloté est aussi simple qu'un radiateur électrique, l'intérêt de la commande optimale réside plutôt dans la façon de prendre en compte les consignes (ratio confort/consommation, bornes de température, anticipation des périodes de présence) que dans le gain énergétique.

En ce qui concerne la phase de calibration, nous montrons que le choix du couple *paramètres calibrés / capteurs utilisés* est particulièrement crucial. En effet, nous montrons qu'augmenter le nombre de capteurs n'est pas toujours efficace, en particulier si des paramètres perturbés ne sont pas calibrés (ce qui est généralement le cas).

Face à cette problématique, nous proposons une méthode rapide pour la sélection des paramètres influents. Cette méthode se base sur l'évaluation du gradient de la fonction de coût du contrôle à son minimum. Cette méthode de sélection des paramètres est ensuite testée avec succès sur la calibration du bâtiment expérimental à partir de données réelles. Elle pourrait également être couplée dans des travaux futurs avec une méthode de sélection de capteurs basée sur la FIM.

Le bâtiment qui a été le sujet d'étude de cette thèse a par ailleurs fait l'objet d'une campagne de tests durant laquelle nous avons appliqué notre stratégie de commande prédictive sur plusieurs semaines avec un modèle ajusté manuellement. Ce contrôle a fourni un bon respect des contraintes de température, malgré un modèle entaché d'erreurs, ce qui souligne le rôle de la phase d'estimation d'état dans la régulation. Malgré tout, la performance effective de la commande prédictive n'a pas encore pu être évaluée.

Sur les tests réalisés, autant pour les phases de calibration que d'estimation d'état, l'utilisation des capteurs de température de zone, de la température extérieure et du flux solaire semble ici suffisante. Cependant, peu de variables de contrôle sont en jeu et l'objectif de confort concerne ici seulement la température des zones contrôlées. De plus, les mesures de température de zone sont ici de bonne qualité, et il n'est pas dit qu'aussi peu de mesures soient suffisantes dans le cas de biais de mesure plus importants, d'un environnement moins contrôlé ou d'une commande plus complexe.

7.2 Perspectives de recherche et d'application

De nombreux travaux restent encore à mener pour l'obtention d'un outil logiciel fiable permettant une conception simple et fiable de contrôleurs prédictifs du bâtiment. L'utilisation de modèles de type zonal-nodal pour la commande prédictive est une approche assez opportuniste : beaucoup de modèles de ce type sont disponibles car déjà conçus pour les besoins de bureaux d'études. Ils conservent également un bon sens physique et une représentation du champ de température, ce qui peut être intéressant pour l'étude de l'instrumentation. L'approche de modélisation/simulation/optimisation et calcul de gradient par méthode adjointe adoptée au cours de cette thèse permet de construire une stratégie de commande prédictive, et présente également un potentiel intéressant pour la construction d'outils de sélection de paramètres à calibrer ou de capteurs pour la calibration, en vue d'un contrôle prédictif. Suite à cette thèse, les principaux travaux de recherche à poursuivre sont les suivants :

- Améliorer la prise en compte de fonctions de coût non quadratiques, en particulier du point de vue des algorithmes d'optimisation à employer, afin de prendre directement en compte des objectifs de consommation énergétique ou des indices de confort plus sophistiqués (tels que le PMV - Predicted Mean Vote).
- L'analyse de sensibilité locale pour le contrôle optimal n'a été testée que sur un cas particulier, pour un jeu de paramètres donnés. Cette approche gagnerait à être expérimentée plus en profondeur, sur différents cas tests et ensembles de paramètres. Par ailleurs, cela permettrait de savoir si il est pertinent de l'étendre à la construction d'indices de sensibilité globale DGSM.
- Dans le but d'aboutir à un outil de conception de réseau de capteurs pour la calibration en vue de la commande prédictive, les pistes basées sur l'exploitation de la FIM et des analyses de sensibilité pour la calibration de modèle doivent être poursuivies. En parallèle, des travaux de modélisation de systèmes capteurs doivent être entrepris pour pouvoir prendre en compte différents types de capteurs, et même tester de nouveaux designs. Cet aspect pourrait également être étendu aux contraintes d'intégration des capteurs (propagation radiofréquence et prise en compte de l'autonomie pour les réseaux sans fils), dans une stratégie d'optimisation de réseau.
- La même approche doit être abordée sur le cas de l'estimation d'état. Ce problème étant de nature similaire à la calibration, il présente également un besoin d'instrumentation spécifique. L'estimation d'état permettant d'absorber en partie les erreurs de

modélisation, il serait intéressant d'établir un lien explicite entre les deux phases (par exemple, pour savoir quelles tolérances la phase d'estimation induit sur les erreurs de modèle). Ce lien dépend également des paramètres de la commande prédictive (fréquence de mise à jour, temps d'estimation et de prédiction). La conception de système de capteurs devra alors se situer à deux niveaux d'instrumentation complémentaires (mais aux spécifications techniques différentes) : un ensemble pour l'estimation d'état et un autre pour la calibration.

- En complément, d'autres améliorations techniques peuvent être abordées, telles que l'enrichissement du modèle du bâtiment (volets roulants, planchers chauffants...), ou encore l'intégration d'outils de différentiation automatique pour rendre les modèles plus faciles à implémenter.

Annexes

Annexe A

Commande optimale sur un bâtiment simple

Cet annexe développe de manière détaillée notre méthodologie de contrôle optimal quadratique sur un modèle de bâtiment simplifié. Nous explicitons ici la mise en équation d'un bâtiment comportant une zone et une paroi, la discrétisation de la paroi, et l'écriture du modèle adjoint et la méthode de résolution temporelle (Euler implicite). Nous montrons dans un tel cas qu'il est possible d'écrire directement un système d'optimalité relatif au contrôle optimal.

Sommaire

A.1	Présentation du cas test	141
A.2	Formulation du problème de contrôle optimal	142
A.3	Calcul du gradient par la méthode de l'adjoint	142
A.4	Calculs numériques	145
A.4.1	Méthode des éléments finis (discrétisation spatiale)	146
A.4.2	Méthode d'Euler implicite (discrétisation temporelle)	147
A.4.3	Résultats numériques	148
A.4.4	Adimensionalisation	148
A.5	Contrôle optimal et système d'optimalité	150

A.1 Présentation du cas test

Dans le cas présent, nous cherchons à commander de manière optimale (d'un point de vue énergétique et thermique) le système de chauffage d'un bâtiment. Ce bâtiment sera assimilé à une habitation domestique standard, et sa modélisation physique sera très simplifiée afin de mieux mettre en évidence les problèmes de base de contrôle et d'identification des paramètres.

Ce bâtiment sera représenté par un cube constitué d'une enveloppe uniforme (à l'exception d'une fenêtre), situé dans un milieu isotherme de température T_o , et pourvu d'une aération de débit d connu ainsi que d'un radiateur électrique (figure A.1). La température T_i de l'air intérieur sera considérée comme étant homogène. Les échanges radiatifs entre les parois seront négligés et on considérera que le rayonnement solaire traversant la fenêtre ne chauffe que l'atmosphère intérieure. Il s'agit ici d'une hypothèse très simplificatrice sur les gains solaires, fausse en pratique car les rayonnements ne chauffent que les parois (qui chauffent alors indirectement l'air par convection). Les parois sont de largeur L paramétrée par le réel $x \in [0, L]$, un point de paramètre $x = 0$ (respectivement $x = L$) se situant sur la face de la paroi à l'intérieur du bâtiment (respectivement, à l'extérieur).

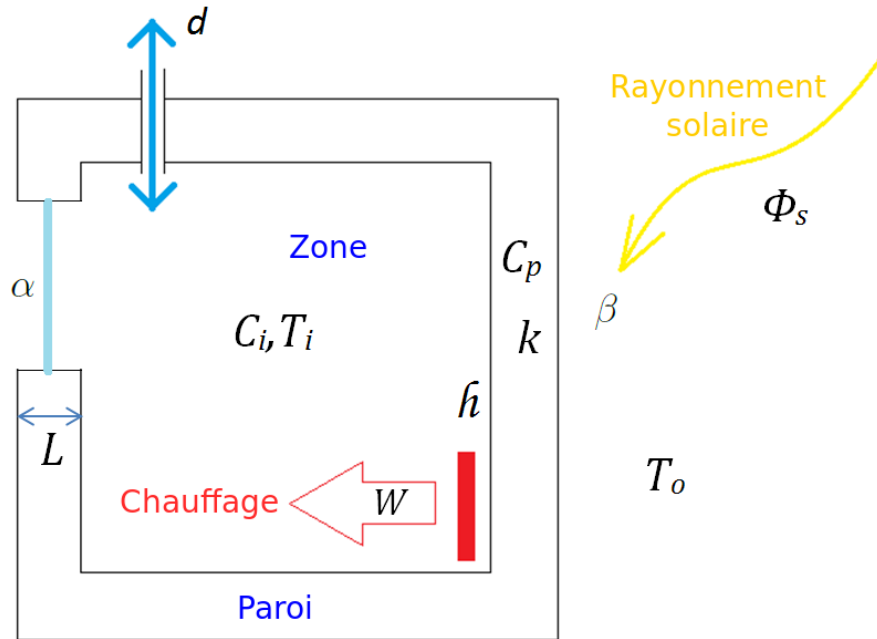


FIGURE A.1 – Modèle simplifié d'un bâtiment

Suite à ces hypothèses de modélisation, nous pouvons établir les équations représentatives du système :

$$\begin{cases}
C_i \frac{dT_i(t)}{dt} + (Sh + C_a d) T_i(t) = Sh\theta_0(t) + \underbrace{C_a d T_o + \alpha(t)\phi_s(t)}_{f(t)} + W(t) & t \in [0, \tau] \\
T_i(t=0) = T_i^0 \\
c_p \frac{\partial \theta}{\partial t} - k \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} = 0 & x \in [0, L], t \in [0, \tau] \\
k \frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_{x=0} = h(\theta_0 - T_i) & t \in [0, \tau] \\
k \frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_{x=L} = -h\theta_L + \underbrace{hT_o + \beta\phi_s}_{g(t)} & t \in [0, \tau] \\
\theta(x, t=0) = \theta^0(x)
\end{cases} \quad (\text{A.1})$$

Dans le système d'équations (A.1), c_p représente la capacité thermique volumique de l'enveloppe, C_i celle de l'intérieur du bâtiment, h le coefficient d'échanges convectifs, W la puissance du chauffage électrique, ϕ_s le flux radiatif solaire avec α et β coefficients de transfert radiatif le liant respectivement à la puissance solaire reçue indirectement par l'atmosphère intérieure et l'enveloppe du bâtiment. $\phi_c = C_a d \cdot (T_o - T_i)$ modélise le flux d'échanges thermiques dû au système d'aération (C_a est la capacité thermique volumique de l'air et d le débit volumique supposé constant). θ est la température au sein de la paroi. La conduction thermique n'étant considérée que dans le sens de l'épaisseur de la paroi, on a $\theta = \theta(x, t)$, $x \in [0, L]$, $t \in \mathbb{R}^+$ avec $\theta_0(t) = \theta(0, t)$ et $\theta_L(t) = \theta(L, t)$. Le coefficient de conductivité thermique ici noté k est exprimé en $W.m^{-1}.K^{-1}$ et S est la surface totale de la paroi.

A.2 Formulation du problème de contrôle optimal

Dans le cas présent, la variable de contrôle du système est la puissance du chauffage électrique. On cherche à commander cette puissance de manière à avoir la température intérieure T_i la plus proche possible de la température de confort $T_c(t)$ à chaque instant t , tout en réduisant un coût quadratique sur la puissance. Ceci peut donc se ramener à un problème de contrôle optimal sur un intervalle de temps $[0, T]$, $T \in \mathbb{R}^+$, ce qui revient à trouver une fonction $W (=W_{opt})$ sur $[0, T]$ qui minimise la fonctionnelle J :

$$J(W) = \frac{1}{2} \int_{t=0}^T [aW(t)^2 + b(T_i - T_c)^2] dt \quad (\text{A.2})$$

a et b sont des coefficients de pondération, positifs ou nuls. Le chauffage est ici considéré comme réversible (fonction climatisante), ce qui autorise des valeurs de W négatives.

A.3 Calcul du gradient par la méthode de l'adjoint

Le problème de contrôle optimal présenté précédemment est un problème d'optimisation portant sur $J(W)$. Or il se trouve que de nombreux algorithmes d'optimisation font appel à des méthodes de descente de gradient. Le gradient peut également intervenir dans des études de sensibilité, d'où l'importance de réussir à bien le calculer.

Nous définissons le gradient de la fonctionnelle J par rapport à la commande W par la relation suivante :

$$J(W + \delta W) - J(W) = (\nabla J, \delta W) + o\|\delta W\|^2$$

Une méthode classiquement employée dans ce cas de figure est celle du calcul par différences centrées, en réalisant un rapport d'accroissements finis pour chacun des paramètres :

$$J'_i(s, \dots, s_n) = \frac{dJ}{ds_i}(s, \dots, s_n) \simeq \frac{J(s_1, \dots, s_i + \Delta s_i, \dots, s_n) - J(s_1, \dots, s_i - \Delta s_i, \dots, s_n)}{2\Delta s_i} \quad (\text{A.3})$$

Le calcul de ∇J pour un ensemble de scalaires s donnés nécessite donc $2n$ calculs réalisés pour de faibles variations de ces paramètres (ou $n+1$ dans le cas de différences finies du premier ordre), ce qui peut vite s'avérer gourmand en ressources lorsque n devient grand (comme c'est le cas pour des modèles complets d'un bâtiment). De plus, si l'on veut par cette méthode calculer le gradient ∇J par rapport à W , il devient nécessaire de projeter W dans une base finie, dont la dimension augmentera d'autant le nombre de calculs requis.

Pour palier à ces problèmes, on peut alors avoir recours à la méthode de l'adjoint pour le calcul du gradient. Cette méthode se prête en effet particulièrement bien aux fonctions de coût quadratiques dont les variables sont régies par un système d'EDP.

Le problème de contrôle optimal que l'on s'est posé peut être vu comme contraint par le système (A.1) avec (A.2) comme critère d'optimisation. Si l'on considère les conditions initiales nulles, on peut alors écrire le Lagrangien de J au vu de cette contrainte :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(W) = J(W) &+ \int_{t=0}^{t=T} p \left[C_i \frac{\partial T_i}{\partial t} + (Sh + C_a d) T_i - (Sh\theta_0(t) + f(t) + W(t)) \right] dt \\ &+ \int \int_{x=0, t=0}^{x=L, t=T} qS \left[C_p \frac{\partial \theta}{\partial t} - k \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} \right] dx dt \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

où $p(t)$ et $q(x, t)$ sont les multiplicateurs de Lagrange par rapport à cette contrainte, que l'on appellera par la suite états adjoints du système. Par souci de simplification des calculs, W à été considéré comme non contraint. Après intégration par parties en temps et double intégration par parties en espace, nous obtenons alors :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(W) = J(W) &+ \int_{t=0}^{t=T} \left[-C_i T_i \frac{dp}{dt} + p(Sh + C_a d) T_i - p(f(t) + W(t)) \right] dt \\ &+ \int \int_{x=0, t=0}^{x=L, t=T} S \left[-c_p \theta \frac{\partial q}{\partial t} - k \theta \frac{\partial^2 q}{\partial x^2} \right] dx dt \\ &+ C_i p(T_i(t=T) - T_i^0) + \int_{x=0}^{x=L} S c_p q(\theta(t=T) - \theta^0) dx \\ &+ \int_{t=0}^{t=T} \left(kS \left[\frac{\partial q}{\partial x} \theta - q \frac{\partial \theta}{\partial x} \right]_{x=0}^{x=L} - pSh\theta_0(t) \right) dt \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

Soit :

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}(W) = & J(W) + \int_{t=0}^{t=T} \left[-C_i T_i \frac{dp}{dt} + p(Sh + C_a d) T_i - q_0 Sh T_i - S_{qL} g(t) - p(f(t) + W(t)) \right] dt \\
& + \int \int_{x=0, t=0}^{x=L, t=T} S \left[-c_p \theta \frac{\partial q}{\partial t} - k \theta \frac{\partial^2 q}{\partial x^2} \right] dx dt \\
& + C_i p(T_i(t=T) - T_i^0) + \int_{x=0}^{x=L} S c_p q(\theta(t=T) - \theta^0) dx \\
& + \int_{t=0}^{t=T} S \left(\left[k \frac{\partial q}{\partial x} \right]_{x=L} \theta_L + q_L h \theta_L \right) - \left[k \frac{\partial q}{\partial x} \right]_{x=0} \theta_0 - q_0 h \theta_0 - p h \theta_0 \Big) dt
\end{aligned} \tag{A.6}$$

Résoudre notre problème d'optimisation sous contraintes revient à chercher les points tels que $\nabla L(W, T_i, \theta, p, q) = 0$ soit $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial W} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial T_i} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \theta} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial p} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q} = 0$. Par construction, $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial p} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q} = 0$ nous redonne l'EDP et l'EDO de (A.15).

Si on choisit pour conditions initiales et aux limites :

$$\begin{cases} p(t=T) = 0 \\ q(x, t=T) = 0 & x \in [0, L] \\ k \frac{\partial q}{\partial x} \Big|_{x=L} = -h q_L & t \in [0, T] \\ k \frac{\partial q}{\partial x} \Big|_{x=0} = h(q_0 - p) & t \in [0, T] \end{cases}$$

On a alors :

$$\begin{aligned}
\left\langle \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial T_i}, t_i \right\rangle &= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\mathcal{L}(T_i + \varepsilon t_i) - \mathcal{L}(T_i)}{\varepsilon} \\
&= \int_0^T b(T_i - T_c) t_i \cdot dt + \int_{t=0,}^{t=T} \left[(Sh + C_a d)p - Sh q_0 - C_i \frac{\partial p}{\partial t} \right] t_i \cdot dt = 0
\end{aligned} \tag{A.7}$$

$$\begin{aligned}
\left\langle \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \theta}, u \right\rangle &= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\mathcal{L}(\theta + \varepsilon u) - \mathcal{L}(\theta)}{\varepsilon} \\
&= \int \int_{x=0, t=0}^{x=L, t=T} S \left[-c_p \frac{\partial q}{\partial t} - k \frac{\partial^2 q}{\partial x^2} \right] u \cdot dx dt = 0
\end{aligned} \tag{A.8}$$

p et q sont alors solution du système :

$$\begin{cases} C_i \frac{dp}{dt} = (Sh + C_a d)p - Sh q_0 + b(T_i - T_c) & t \in [0, T] \\ -c_p \frac{\partial q}{\partial t} - k \frac{\partial^2 q}{\partial x^2} = 0 & x \in [0, L], t \in [0, T] \\ p(t=T) = 0 \\ q(x, t=T) = 0 & x \in [0, L] \\ k \frac{\partial q}{\partial x} \Big|_{x=L} = -h q_L & t \in [0, T] \\ k \frac{\partial q}{\partial x} \Big|_{x=0} = h(q_0 - p) & t \in [0, T] \end{cases} \tag{A.9}$$

En remplaçant t par $T - t$ on obtient :

$$\left\{ \begin{array}{ll} C_i \frac{dp(T-t)}{dt} = Shq_0(T-t) - (Sh + C_a d)p(T-t) - b(T_i(T-t) - T_c(T-t)) & t \in [0, T] \\ c_p \frac{\partial q(T-t)}{\partial t} - k \frac{\partial^2 q(T-t)}{\partial x^2} = 0 & x \in [0, L], t \in [0, T] \\ p(t=0) = T_i^0 & \\ q(x, t=0) = \theta^0(x) & x \in [0, L] \\ k \frac{\partial q(T-t)}{\partial x} \Big|_{x=L} = -h q_L(T-t) & t \in [0, T] \\ k \frac{\partial q(T-t)}{\partial x} \Big|_{x=0} = h(q_0(T-t) - p(T-t)) & t \in [0, T] \end{array} \right. \quad (\text{A.10})$$

Ce changement de variables permet de simplifier les calculs en évitant de résoudre (A.9) de manière rétrograde [Lions, 1971].

$$\left\langle \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial W}, w \right\rangle = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\mathcal{L}(W + \varepsilon w) - \mathcal{L}(W)}{\varepsilon} = \int_0^T a W w dt - \int p w dt \quad (\text{A.11})$$

Or $\nabla J(W) = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial W}(W, T_i, \theta, p, q)$. En effet, $J(W) = \mathcal{L}(W, T_i, \theta, p, q)$ car (T_i, θ) est l'état de (A.1). On a donc :

$$\begin{aligned} \langle \nabla J(W), w \rangle &= \left\langle \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial W}(W, u, \hat{a}), w \right\rangle + \left\langle \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial T_i}(W, T_i, \theta, \hat{p}, \hat{q}), \frac{\partial T_i}{\partial W}(w) \right\rangle + \left\langle \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \theta}(W, T_i, \theta, \hat{p}, \hat{q}), \frac{\partial \theta}{\partial W}(w) \right\rangle \\ &+ \left\langle \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \hat{p}}(W, T_i, \theta, \hat{p}, \hat{q}), \frac{\partial \hat{p}}{\partial W}(w) \right\rangle + \left\langle \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \hat{q}}(W, T_i, \theta, \hat{p}, \hat{q}), \frac{\partial \hat{q}}{\partial W}(w) \right\rangle \\ &= \left\langle \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial W}(W, T_i, \theta, \hat{p}, \hat{q}), w \right\rangle \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

si on prend $\hat{p} = p$, $\hat{q} = q$ (les adjoints) . Nous obtenons alors par identification :

$$\nabla J(W) = aW - p \quad (\text{A.13})$$

Ce qui est une formulation explicite du gradient suivant W .

A.4 Calculs numériques

D'après ce que nous venons de voir, calculer $\nabla J(W)$ par la méthode de l'adjoint se fait assez simplement en résolvant numériquement le système (A.1) puis en investissant ces résultats (l'évolution des températures) dans la résolution numérique du système adjoint (A.9), ceci afin de pouvoir au final calculer $\nabla J(W) = aW - p$.

Dans le cas de résolution numérique de problèmes liés à l'équation de la chaleur, la méthode des éléments finis est en général particulièrement bien adaptée. C'est donc cette méthode que nous allons présentement mettre en place pour résoudre successivement nos deux systèmes d'EDP. Le problème étant à la fois spatial et temporel, nous allons d'abord le discrétiser et le résoudre dans son domaine spatial par la méthode des éléments finis à un instant quelconque t , puis le résoudre en temps via une méthode classique de résolution des ODE (méthode d'Euler implicite).

La résolution ne sera présentée ici que sur le système (A.1), la résolution du système des adjoints étant très similaire.

A.4.1 Méthode des éléments finis (discrétisation spatiale)

Soit $V = \{v \in C^0([0, L]), v' \text{ continue par morceaux}\}$. On peut alors écrire :

$$\int_0^L \left[c_p \frac{\partial \theta}{\partial t} - k \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} \right] v \cdot dx = 0 \quad \forall v \in V$$

Une intégration par partie permet alors de faire apparaître les conditions aux limites dans la forme intégrale :

$$\int_0^L \left[k \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial \theta}{\partial x} + c_p \frac{\partial \theta}{\partial t} v \right] \cdot dx - \left[k \frac{\partial \theta}{\partial x} v \right]_{x=0}^{x=L} = 0 \quad \forall v \in V$$

On approxime alors θ par un vecteur $\tilde{\theta} \in \tilde{V}$, sous espace de V de dimension finie N et de base $\{\phi_j, j \in [1, N]\}$:

$$\tilde{\theta}(x, t) = \sum_{j=1}^N u_j(t) \cdot \phi_j(x)$$

Il vient alors :

$$\sum_{j=1}^N \left[u_j \int_0^L k \frac{\partial \tilde{v}}{\partial x} \frac{\partial \phi_j}{\partial x} dx + \frac{\partial u_j}{\partial t} \int_0^L c_p \phi_j \tilde{v} \cdot dx \right] = \left[k \frac{\partial \theta}{\partial x} \tilde{v} \right]_{x=0}^{x=L} \quad \forall \tilde{v} \in \tilde{V}$$

Soit :

$$\sum_{j=1}^N \left[u_j \left(\int_0^L \left[k \frac{\partial \phi_i}{\partial x} \frac{\partial \phi_j}{\partial x} \right] \cdot dx \right) + \frac{\partial u_j}{\partial t} \left(\int_0^L c_p \phi_j \phi_i \cdot dx \right) \right] = [-h\theta_L + g(t)] \delta_{Ni} - h(\theta_0 - T_i) \delta_{1i} \quad \forall i \in [1, N]$$

Ce qui peut s'écrire sous la forme matricielle $AU + B \frac{\partial U}{\partial t} = C$, avec U vecteur des éléments u_j et :

$$a_{i,j} = \left(\int_0^L \left[k \frac{\partial \phi_i}{\partial x} \frac{\partial \phi_j}{\partial x} \right] \cdot dx \right), \quad b_{i,j} = \int_0^L c_p \phi_j \phi_i \cdot dx, \quad c_i = [-h\theta_L + g(t)] \delta_{Ni} - h(\theta_0 - T_i) \delta_{1i}$$

On discrétise ensuite l'intervalle $[0, L]$ en N points de coordonnées $x_i, i \in [0, N]$ avec un pas de longueur l . On choisit alors les fonctions ϕ_i telles que :

$$\phi_i(x) = \begin{cases} \frac{x - x_{i-1}}{x_i - x_{i-1}} & \text{si } x_{i-1} \leq x \leq x_i \\ \frac{x - x_{i+1}}{x_i - x_{i+1}} & \text{si } x_i \leq x \leq x_{i+1} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Ce qui donne des matrices A et B tridiagonales symétriques, classiques des éléments finis, avec :

$$\begin{cases} a_{i,i} = \frac{k}{l} \text{ si } i = 0 \text{ ou } N, 2\frac{k}{l} \text{ sinon} \\ a_{i,i+1} = a_{i,i-1} = -\frac{k}{l} \end{cases} \quad \begin{cases} b_{i,i} = 2\frac{c_p l}{6} \text{ si } i = 0 \text{ ou } N, 4\frac{c_p l}{6} \text{ sinon} \\ b_{i,i+1} = b_{i,i-1} = \frac{c_p l}{6} \end{cases}$$

De même, on trouve pour expression de C :

$$\begin{cases} c_0 = h(T_i - \theta_0) \\ c_i = 0 \\ c_N = -h\theta_L + g(t) \end{cases} \quad \forall i \neq (0, N) \quad (\text{A.14})$$

A.4.2 Méthode d'Euler implicite (discrétisation temporelle)

Pour compléter la résolution numérique de notre problème, il ne reste plus qu'à résoudre le système d'EDO aux conditions initiales nulles :

$$\begin{cases} C_i \frac{\partial T_i(t)}{\partial t} + (Sh + C_a d) T_i(t) = Sh\theta_0(t) + f(t) + W(t) \\ B \frac{\partial U(t)}{\partial t} + AU(t) = C(t, T_i(t), \theta_0(t), \theta_L(t)) \end{cases}$$

avec U le vecteur des températures de la paroi, et C le vecteur source de la paroi défini par (A.14) contenant également les conditions aux limites. Nous pouvons alors écrire :

$$\begin{cases} C_i \frac{\partial T_i(t)}{\partial t} + (Sh + C_a d) T_i(t) + DU = f(t) + W(t) \\ B \frac{\partial U(t)}{\partial t} + (A + C_1)U(t) + C_2 T_i = C_0 \end{cases}$$

$C_0 = (0 \ \dots \ 0 \ g(t))$, C_1 matrice diagonale de diagonale $(h \ 0 \ \dots \ 0 \ h)$, $C_2 = (-h \ 0 \ \dots \ 0)^T$, $D = (-Sh \ 0 \ \dots \ 0)$ tous de dimension N et enfin $e = f(t) + W(t)$.

Soit, en posant $X = \begin{pmatrix} T_i(t) \\ U(t) \end{pmatrix}$, $M \frac{\partial X}{\partial t} + \Theta X = \Psi(t)$ avec $M = \begin{pmatrix} C_i & 0 \\ 0 & B \end{pmatrix}$, $\Theta = \begin{pmatrix} (Sh + C_a d) & D \\ C_2 & A + C_1 \end{pmatrix}$ et $\Psi = \begin{pmatrix} e \\ C_0 \end{pmatrix}$

La méthode d'Euler implicite trouve son origine dans l'application de la méthode d'intégration numérique des rectangles supérieurs. Elle est inconditionnellement stable, avec le coût de résolution d'un système d'équations à chaque pas de temps. On discrétise le temps par un intervalle Δt , l'instant m se situant alors à $t = m \cdot \Delta t$. L'application de la méthode donne alors, si $(M + \Delta t \Theta)^{-1}$ inversible (ou pseudo-inversible à gauche) :

$$\begin{cases} X_0 = \begin{pmatrix} T_i^0 \\ \theta^0(0) \\ \vdots \\ \theta^0(N.l) \end{pmatrix} \\ X_{m+1} = (M + \Delta t \Theta)^{-1} \cdot (MX_m + \Delta t \Psi(m+1)) \end{cases}$$

A.4.3 Résultats numériques

Dans la figure suivante, nous pouvons voir les résultats de simulation et de calcul de l'adjoint pour une configuration donnée.

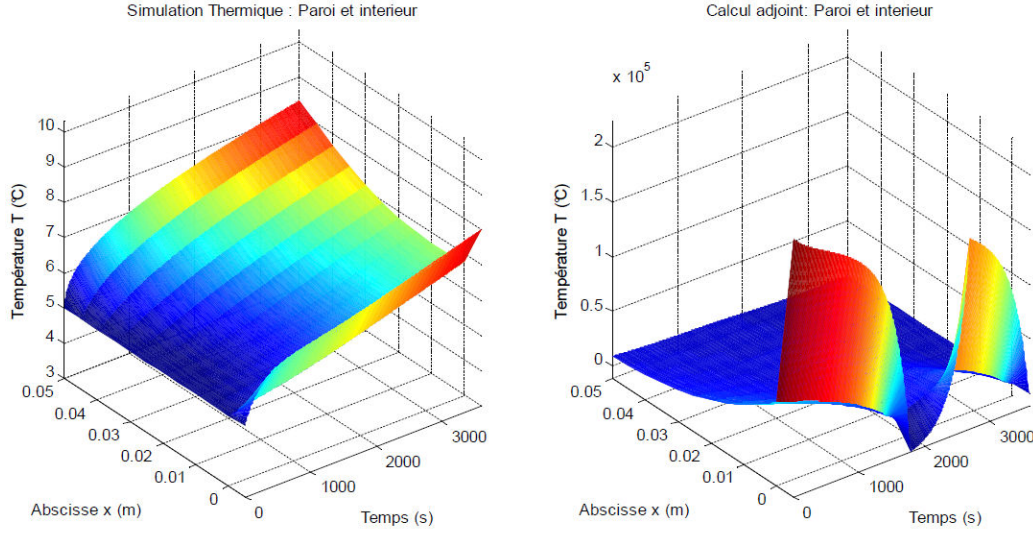


FIGURE A.2 – Simulation thermique et calcul des adjoints

La simulation est réalisée sur une heure avec un pas de temps de 7.2 secondes (choix arbitraire), et un mur épais de 5 centimètres avec une discrétisation spatiale de 5mm. Les paramètres physiques sont les suivants :

$C_i = 1,5404 \times 10^5$	$h = 5$
$c_p = 1140000$	$k = 0,3$
$\alpha = 5$	$\beta = 0,4$
$\phi_s(t) = 51 \times \left(\left\ \cos\left(\frac{2\pi t}{3600 \times 24}\right) \right\ + \cos\left(\frac{2\pi t}{3600 \times 24}\right) \right)$	$T_i^0 = \theta^0 = 5$
$S = 150$	$W = 500$
$d = 0,1.10^{-2}$	C_a

TABLE A.1 – Paramètres de simulation en S.I.

A.4.4 Adimensionalisation

En pratique, il est toujours plus intéressant de travailler avec des grandeurs adimensionnelles. Ceci permet en effet de s'affranchir d'effets d'échelle lors des calculs numériques et de pouvoir comparer entre elles les variations de grandeurs n'ayant à la base pas les mêmes unités. Dans le cas présent, nous effectuons le changement de variables suivant :

$$\tilde{t} = \frac{t}{\tau}, \quad \tilde{x} = \frac{x}{L}, \quad \tilde{T}_i = \frac{T_i}{v}, \quad \tilde{\theta} = \frac{\theta}{v}$$

v est ici un ordre de grandeur représentatif des températures considérées (par exemple, 1 K), τ de la constante de temps du système et L de l'épaisseur des parois. On obtient alors :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \tilde{T}_i}{\partial \tilde{t}} + (Sh + C_a d) \frac{\tau}{C_i} \tilde{T}_i = Sh \frac{\tau}{C_i} \tilde{\theta}_0 + \frac{\tau}{v C_i} f + \frac{\tau}{v C_i} W \quad \tilde{t} \in [0, 1] \\ \tilde{T}_i(\tilde{t} = 0) = \frac{T_i^0}{v} \\ \frac{c_p}{C_i} \frac{\partial \tilde{\theta}}{\partial \tilde{t}} - \frac{k \tau}{C_i L^2} \frac{\partial^2 \tilde{\theta}}{\partial \tilde{x}^2} = 0 \quad \tilde{x} \in [0, 1], \tilde{t} \in [0, 1] \\ \left. \frac{\partial \tilde{\theta}}{\partial \tilde{x}} \right|_{\tilde{x}=0} = \frac{hL}{k} (\tilde{\theta}_0 - \tilde{T}_i) \quad \tilde{t} \in [0, 1] \\ \left. \frac{\partial \tilde{\theta}}{\partial \tilde{x}} \right|_{\tilde{x}=1} = -\frac{hL}{k} \tilde{\theta}_L + \frac{L}{kv} g \quad \tilde{t} \in [0, 1] \\ \tilde{\theta}(\tilde{x}, \tilde{t} = 0) = \frac{\theta^0(\tilde{x})}{v} \end{array} \right. \quad (\text{A.15})$$

Ce qui donne le système adimensionnel suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{t}} + (S\bar{h} + \bar{C}_a d) \tilde{T}_i = S\bar{h} \tilde{\theta}_0 + \bar{f} + \bar{W} \quad \tilde{t} \in [0, 1] \\ \tilde{T}_i(\tilde{t} = 0) = \frac{T_i^0}{v} \\ \bar{C} \frac{\partial \tilde{\theta}}{\partial \tilde{t}} - \bar{k} \frac{\partial^2 \tilde{\theta}}{\partial \tilde{x}^2} = 0 \quad \tilde{x} \in [0, 1], \tilde{t} \in [0, 1] \\ \left. \frac{\partial \tilde{\theta}}{\partial \tilde{x}} \right|_{\tilde{x}=0} = B_i (\tilde{\theta}_0 - \tilde{T}_i) \quad \tilde{t} \in [0, 1] \\ \left. \frac{\partial \tilde{\theta}}{\partial \tilde{x}} \right|_{\tilde{x}=1} = -B_i \tilde{\theta}_L + \bar{g} \quad \tilde{t} \in [0, 1] \\ \tilde{\theta}(\tilde{x}, \tilde{t} = 0) = \frac{\theta^0(\tilde{x})}{v} \end{array} \right. \quad (\text{A.16})$$

Les expressions des paramètres du système adimensionnel (A.16) en fonction des anciens paramètres sont détaillées dans le tableau A.2. Ce système est entièrement équivalent au système (A.1) et sa résolution numérique est identique. On remarquera l'apparition du nombre de Biot B_i représentant le rapport du temps caractéristique du transfert thermique vers l'extérieur de la paroi sur son temps caractéristique de diffusion interne.

Paramètre	Expression
Coefficient d'échange convectif	$\bar{h} = \frac{h\tau}{C_i}$
Capacité thermique de l'air	$\bar{C}_a = \frac{C_a\tau}{C_i}$
« Perturbations » thermiques	$\bar{f} = \frac{\tau}{vC_i}f, \bar{g} = \frac{L}{kv}g$
Puissance de chauffage	$\bar{W} = \frac{\tau}{vC_i}W$
Capacité thermique de la paroi	$\bar{C} = \frac{C_p}{C_i}$
Conductivité thermique	$\bar{k} = \frac{k\tau}{C_i L^2}$
Nombre de Biot	$B_i = \frac{hL}{k}$

TABLE A.2 – Paramètres physiques adimensionnés

A.5 Contrôle optimal et système d'optimalité

Grâce au calcul de l'adjoint nous sommes à présent en mesure de calculer numériquement et rapidement $\nabla J(W)$, et donc de mettre en place des algorithmes d'optimisation basés sur une descente de gradient. Il se trouve que dans le cas où a est non nul, nous pouvons exprimer la solution exacte de notre problème de contrôle optimal comme étant celle d'un système aux EDO et EDP dont le coût de calcul est sensiblement le même que celui d'un calcul d'adjoints.

En effet, sous réserve de l'existence d'une commande optimale et en l'absence de contraintes sur la commande, on est au point optimal lorsque $\nabla J(W) = aW - p = 0$ soit $W = \frac{p}{a}$.

En introduisant cette égalité dans (A.1), on obtient alors pour $x \in [0, L], t \in [0, T]$ le système augmenté :

$$\begin{cases}
 C_i \frac{\partial T_i(t)}{\partial t} + (Sh + C_a d)T_i(t) = Sh\theta_0(t) + f(t) + \frac{p}{a} \\
 T_i(t=0) = T_i^0 \\
 c_p \frac{\partial \theta}{\partial t} - k \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} = 0 \\
 k \frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_{x=0} = h(\theta_0 - T_i) \\
 k \frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_{x=L} = -h\theta_L + g(t) \\
 \theta(x, t=0) = \theta^0 \\
 C_i \frac{dp}{dt} = (Sh + C_a d)p - Shq_0 + b(T_i - T_c) \\
 p(t=T) = T_i^0 \\
 -c_p \frac{\partial q}{\partial t} - k \frac{\partial^2 q}{\partial x^2} = 0 \\
 q(x, t=T) = \theta^0 \\
 k \frac{\partial q}{\partial x} \Big|_{x=L} = -hq_L \\
 k \frac{\partial q}{\partial x} \Big|_{x=0} = h(q_0 - p)
 \end{cases} \quad (\text{A.17})$$

En résolvant numériquement ce système qui présente deux conditions aux limites tem-

porelles (avec, par exemple, des éléments finis ou différences finies en espace et en temps prenant en compte les conditions initiales et finales), nous obtenons une solution pour p qui nous permet de calculer $W = \frac{p}{a}$ et nous garantit de fait $\nabla J(W) = 0$. La figure A.3 représente la commande calculée et l'erreur résultante par rapport à la température de consigne pour , $a = 1$ et $b = 10^6$ et :

$$T_c = \left\{ T_{osit} \in \left[\frac{T}{2}, \frac{3T}{4} \right], 18^\circ\text{C} \text{ sinon} \right\}$$

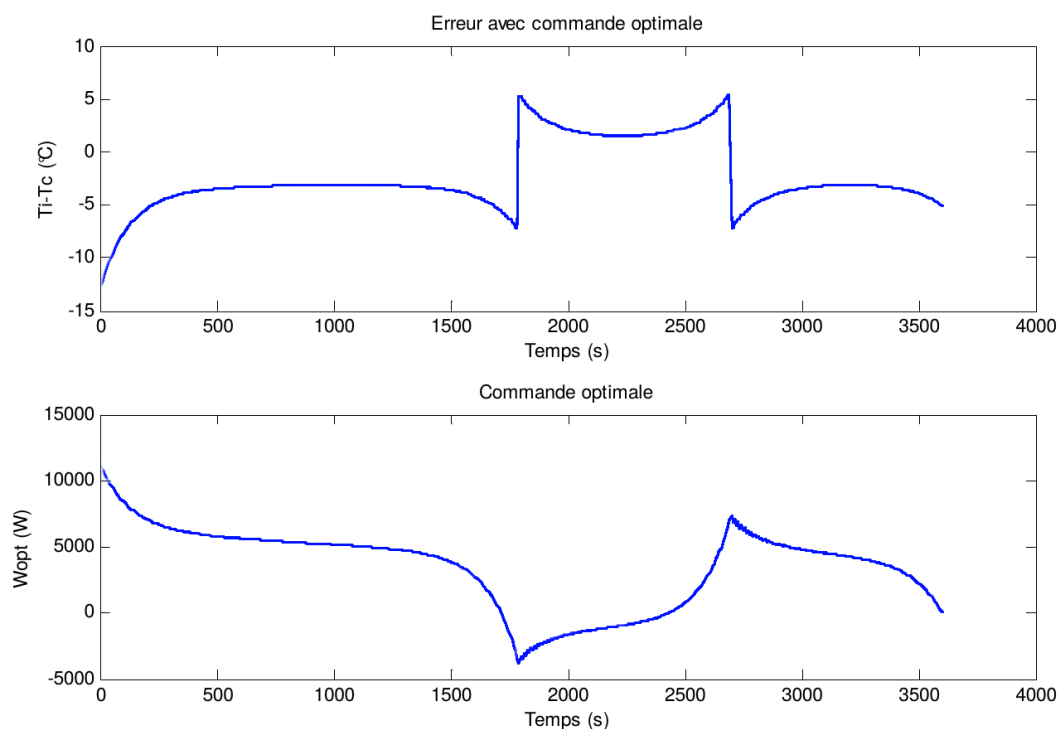


FIGURE A.3 – Commande optimale : loi de commande et erreur résultante

Ici, on remarque que la température maximale atteinte n'est que de 3°C environ en dessous de la température maximale de consigne. Il faudrait multiplier le paramètre b par 10 pour réduire cet écart à 0.4°C . En réalité, le rapport $\frac{b}{a}$ est un critère d'ajustement pour la commande que l'on synthétise. Il doit être choisi pour se conformer à l'écart maximal que l'on s'autorise par rapport à la consigne.

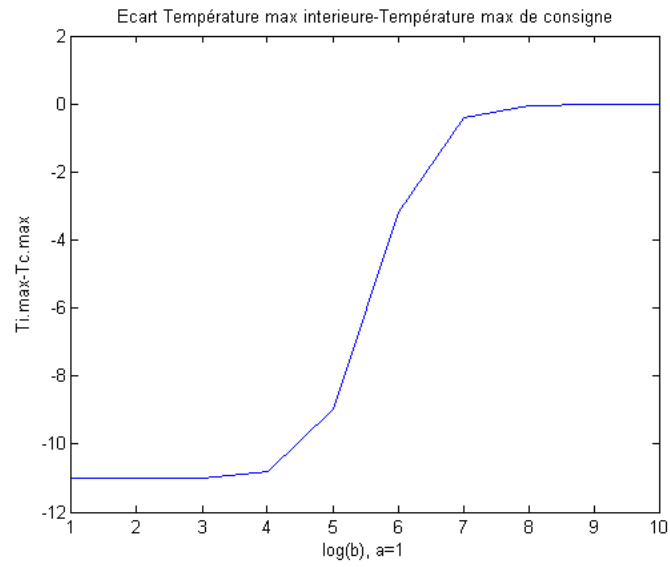


FIGURE A.4 – Écart $T_{i,max} - T_{c,max}$ suivant b , avec commande optimale calculée pour $a = 1$

Annexe B

Liste des publications

- Artiges, N., Nassiopoulos, A., Vial, F. et Delinchant, B. (2014). *Optimal control and sensitivity analysis of a building using adjoint methods*. In Building Simulation Optimisation Conference, London, United Kingdom.
- Artiges, N., Nassiopoulos, A., Vial, F. et Delinchant, B. (2014). *Commande optimale et analyse de sensibilité par méthode adjointe pour l'identification paramétrique de modèles du bâtiment*. Conférence IBPSA France 2014, Arras.
- Artiges, N., Nassiopoulos, A., Vial, F. et Delinchant, B. (2015). *Optimal Energy Management Using Model Predictive Control : Application on an Experimental Building*. Climamed 2015 Conference, Juan-les-Pins.
- Nassiopoulos, A., Brouns, J., Artiges, N., Smail, M. et Azerou, B. (2014). *ReTrofiT, a software to solve optimisation and identification problems applied to building energy management*. In EWSHM 7th European workshop on structural health monitoring, Nantes, France.

Bibliographie

- [Adams et Nazareth, 1996] ADAMS, L. M. et NAZARETH, J. L. (1996). *Linear and Nonlinear Conjugate Gradient-related Methods*. SIAM.
- [Široký et al., 2011] ŠIROKÝ, J., OLDEWURTEL, F., CIGLER, J. et PRÍVARA, S. (2011). Experimental analysis of model predictive control for an energy efficient building heating system. *Applied Energy*, 88(9):3079–3087.
- [Akander et al., 2000] AKANDER, J., HÖGSKOLAN, K. T., AVHANDLING, A. et HÖGSKOLAN, K. T. (2000). *The ORC Method - Effective Modelling of Thermal Performance of Multilayer Building Components*.
- [Alexander et al., 2008] ALEXANDER, D., FELSMANN, C., STRACHAN, P. et WIJSMAN, A. (2008). International Energy Agency Building Energy Simulation Test and Diagnostic Method (IEA BESTEST) Multi-Zone Non-Airflow In-Depth Diagnostic Cases : MZ320–MZ360.
- [Artiges et al., 2014] ARTIGES, N., NASSIOPOULOS, A., VIAL, F. et DELINCHANT, B. (2014). Optimal control and sensitivity analysis of a building using adjoint methods. *In Building Simulation Optimisation Conference*, London, United Kingdom.
- [Aude et al., 2000] AUDE, P., TABARY, L. et DEPECKER, P. (2000). Sensitivity analysis and validation of buildings' thermal models using adjoint-code method. *Energy and Buildings*, 31(3):267–283.
- [Bacuta, 2006] BACUTA, C. (2006). A Unified Approach for Uzawa Algorithms. *SIAM Journal on Numerical Analysis*, 44(6):2633–2649.
- [Barritault et al., 2013] BARRITAULT, P., BRUN, M., LARTIGUE, O., WILLEMIN, J., OUVRIER-BUFFET, J.-L., POCAS, S. et NICOLETTI, S. (2013). Low power CO₂ NDIR sensing using a micro-bolometer detector and a micro-hotplate IR-source. *Sensors and Actuators B : Chemical*, 182:565–570.
- [Bartlett et al., 2002] BARTLETT, R. A., BIEGLER, L. T., BACKSTROM, J. et GOPAL, V. (2002). Quadratic programming algorithms for large-scale model predictive control. *Journal of Process Control*, 12(7):775–795.
- [Behl et al., 2014] BEHL, M., NGHIEM, T. et MANGHARAM, R. (2014). Model-IQ Uncertainty propagation from sensing to modeling and control in buildings. *In 2014 ACM/IEEE International Conference on Cyber-Physical Systems (ICCPS)*, pages 13–24.
- [Bellman, 1963] BELLMAN, R. E. (1963). *Dynamic programming and mathematical economics*. the Rand Corp.
- [Bernal et al., 2012] BERNAL, W., BEHL, M., NGHIEM, T. et MANGHARAM, R. (2012). MLE : A Tool for Integrated Design and Deployment of Energy Efficient Building Controls. *Real-Time and Embedded Systems Lab (mLAB)*.
- [Blayo et Nodet, 2012] BLAYO, E. et NODET, M. (2012). Introduction a l'assimilation de donees variationnelle.
- [Bordass et Associates, 2004] BORDASS, B. et ASSOCIATES, W. B. (2004). Energy performance of non-domestic buildings : closing the credibility gap. *In in Proceedings of the 2004 Improving Energy Efficiency of Commercial Buildings Conference*, pages 21–22.

- [Bouchié *et al.*, 2014] BOUCHIÉ, R., DEROUINEAU, S., ABELE, C. et MILLET, J.-R. (2014). Conception et validation d'un capteur de mesurage de la température extérieure équivalente d'une paroi opaque d'un bâtiment. *In Conférence IBPSA France*, Arras.
- [Bourquin et Nassiopoulos, 2011] BOURQUIN, F. et NASSIOPOULOS, A. (2011). Inverse reconstruction of initial and boundary conditions of a heat transfer problem with accurate final state. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 54(15 16):3749–3760.
- [Brockett, 2015] BROCKETT, R. W. (2015). *Finite Dimensional Linear Systems*. SIAM.
- [Brouns, 2014] BROUNS, J. (2014). *Développement d'outils numériques pour l'audit énergétique des bâtiments*. Thèse de doctorat, Paris Est.
- [Brouns *et al.*, 2013] BROUNS, J., NASSIOPOULOS, A., BOURQUIN, F. et LIMAM, K. (2013). State-parameter identification problems for accurate building energy audits.
- [Chavent, 2010] CHAVENT, G. (2010). *Nonlinear Least Squares for Inverse Problems*. Scientific Computation. Springer Netherlands, Dordrecht.
- [Chu, 1948] CHU, L. J. (1948). Physical Limitations of Omni-Directional Antennas. *Journal of applied physics*, 19(12):1163–1175.
- [Ciarlet, 1989] CIARLET, P. G. (1989). *Introduction to Numerical Linear Algebra and Optimisation*. Cambridge University Press.
- [Clarke *et al.*, 1987] CLARKE, D. W., MOHTADI, C. et TUFFS, P. S. (1987). Generalized predictive control—Part I. The basic algorithm. *Automatica*, 23(2):137–148.
- [Clarke, 2001] CLARKE, J. (2001). *Energy Simulation in Building Design*. Taylor & Francis.
- [Coffey *et al.*, 2010] COFFEY, B., HAGHIGHAT, F., MOROFSKY, E. et KUTROWSKI, E. (2010). A software framework for model predictive control with GenOpt. *Energy and Buildings*, 42(7):1084–1092.
- [Cole, 1976] COLE, R. J. (1976). Direct solar radiation data as input into mathematical models describing the thermal performance of buildings—I. A review of existing relationships which predict the direct component of solar radiation. *Building and Environment*, 11(3):173–179.
- [Cole *et al.*, 2014] COLE, W. J., POWELL, K. M., HALE, E. T. et EDGAR, T. F. (2014). Reduced-order residential home modeling for model predictive control. *Energy and Buildings*, 74:69–77.
- [Courty *et al.*, 2003] COURTY, F., DERVIEUX, A., KOOBUS, B. et HASCOËT, L. (2003). Reverse Automatic Differentiation for Optimum Design : From Adjoint State Assembly to Gradient Computation. *Optimization Methods and Software*, 18(5):615–627.
- [Dinh *et al.*, 2015] DINH, V.-B., DELINCHANT, B. et WURTZ, F. (2015). Optimal sizing a complex energy system integrating management strategies for a grid-connected building. *In Building Simulation Conference*, Hyderabad, India.
- [Dobkin et Weigand, 2005] DOBKIN, D. M. et WEIGAND, S. M. (2005). Environmental effects on RFID tag antennas. *In Microwave Symposium Digest, 2005 IEEE MTT-S International*, pages 4–pp. IEEE.
- [Duffie et Beckman, 2013] DUFFIE, J. A. et BECKMAN, W. A. (2013). *Solar engineering of thermal processes*. John Wiley & Sons.
- [Enerbee, 2015] ENERBEE (2015). EnerBee - Energy Harvesting Technology.
- [Engl *et al.*, 1996] ENGL, H. W., HANKE, M. et NEUBAUER, A. (1996). *Regularization of Inverse Problems*. Springer.

- [Erbs *et al.*, 1982] ERBS, D. G., KLEIN, S. A. et DUFFIE, J. A. (1982). Estimation of the diffuse radiation fraction for hourly, daily and monthly-average global radiation. *Solar Energy*, 28(4):293–302.
- [Flanders, 1991] FLANDERS, S. N. (1991). In-Situ Heat Flux Measurements in Buildings. Rapport technique, Stephen N.Flanders.
- [Foster et Burberry, 1999] FOSTER, P. et BURBERRY, R. A. (1999). Antenna problems in RFID systems. In 1999/123), *IEE Colloquium on RFID Technology (Ref. No.* pages 3/1–3/5.
- [Fourier, 1822] FOURIER, J. (1822). *Theorie analytique de la chaleur*, par M. Fourier. chez Firmin Didot, pere et fils.
- [García *et al.*, 1989] GARCÍA, C. E., PRETT, D. M. et MORARI, M. (1989). Model predictive control : Theory and practice—A survey. *Automatica*, 25(3):335–348.
- [Gasnier *et al.*, 2014] GASNIER, P., WILLEMIN, J., BOISSEAU, S., DESPESSE, G., CONDEMINE, C., GOUVERNET, G. et CHAILLOUT, J.-J. (2014). An Autonomous Piezoelectric Energy Harvesting IC Based on a Synchronous Multi-Shot Technique. *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, 49(7):1561–1570.
- [gbXML Organization, 2014] GBXML ORGANIZATION (2014). gbxml.org.
- [Golub *et al.*, 1999] GOLUB, G., HANSEN, P. et O’LEARY, D. (1999). Tikhonov Regularization and Total Least Squares. *SIAM. J. Matrix Anal. & Appl.*, 21(1):185–194.
- [Gouda *et al.*, 2002] GOUDA, M., DANAHER, S. et UNDERWOOD, C. (2002). Building thermal model reduction using nonlinear constrained optimization. *Building and Environment*, 37(12):1255–1265.
- [Griesse et Volkwein, 2006] GRIESSE, R. et VOLKWEIN, S. (2006). Parametric sensitivity analysis for optimal boundary control of a 3d reaction-diffusion system. In *Large-Scale Nonlinear Optimization*, pages 127–149. Springer.
- [Griesse et Walther, 2004] GRIESSE, R. et WALTHER, A. (2004). Evaluating Gradients in Optimal Control : Continuous Adjoints Versus Automatic Differentiation. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 122(1):63–86.
- [Hadamard, 1902] HADAMARD, J. (1902). Sur Les Problèmes Aux Dérivées Partielles et Leur Signification Physique. *Princeton University Bulletin*, 13:49–52.
- [Hagentoft, 2001] HAGENTOFT, C.-E. (2001). *Introduction to Building Physics*. Lighthouse Source.
- [Hazyuk, 2011] HAZYUK, I. (2011). *Dynamical optimisation of renewable energy flux in buildings*. Thèse de doctorat, INSA Lyon.
- [Heo *et al.*, 2012] HEO, Y., CHOUDHARY, R. et AUGENBROE, G. A. (2012). Calibration of building energy models for retrofit analysis under uncertainty. *Energy and Buildings*, 47:550–560.
- [Hwang et Seinfeld, 1972] HWANG, M. et SEINFELD, J. H. (1972). Observability of nonlinear systems. *J Optim Theory Appl*, 10(2):67–77.
- [Jang et Healy, 2010] JANG, W. S. et HEALY, W. M. (2010). Wireless sensor network performance metrics for building applications. *Energy and Buildings*, 42(6):862–868.
- [Jarny *et al.*, 1990] JARNY, Y., OZISIK, N. et BARDON, J. (1990). General Optimization Method Using Adjoint Equation For Solving Multidimensional Inverse Heat Conduction.

- [Jin, 2009] JIN, Q. (2009). On a regularized Levenberg–Marquardt method for solving nonlinear inverse problems. *Numer. Math.*, 115(2):229–259.
- [Kalman, 1959] KALMAN, R. (1959). On the general theory of control systems. *IRE Transactions on Automatic Control*, 4(3):110–110.
- [Kalogirou, 2000] KALOGIROU, S. A. (2000). Applications of artificial neural-networks for energy systems. *Applied Energy*, 67(1–2):17–35.
- [Kalogirou et Bojic, 2000] KALOGIROU, S. A. et BOJIC, M. (2000). Artificial neural networks for the prediction of the energy consumption of a passive solar building. *Energy*, 25(5):479–491.
- [Karatasou et al., 2006] KARATASOU, S., SANTAMOURIS, M. et GEROS, V. (2006). Modeling and predicting building’s energy use with artificial neural networks : Methods and results. *Energy and Buildings*, 38(8):949–958.
- [Kay et Nedderman, 1985] KAY, J. M. et NEDDERMAN, R. M. (1985). *Fluid Mechanics and Transfer Processes*. CUP Archive.
- [Krarti, 2003] KRARTI, M. (2003). An overview of artificial intelligence-based methods for building energy systems. *J. Sol. Energy Eng. Trans.-ASME*, 125(3):331–342.
- [Kucherenko et al., 2009] KUCHERENKO, S., RODRIGUEZ-FERNANDEZ, M., PANTELIDES, C. et SHAH, N. (2009). Monte Carlo evaluation of derivative-based global sensitivity measures. *Reliability Engineering & System Safety*, 94(7):1135–1148.
- [Lam et Hui, 1996] LAM, J. C. et HUI, S. C. M. (1996). Sensitivity analysis of energy performance of office buildings. *Building and Environment*, 31(1):27–39.
- [Lamoudi, 2012] LAMOUDI, M. Y. (2012). *Distributed model predictive control for energy management in buildings*. Thèse de doctorat, Université de Grenoble.
- [Le et al., 2008] LE, T., MAYARAM, K. et FIEZ, T. (2008). Efficient Far-Field Radio Frequency Energy Harvesting for Passively Powered Sensor Networks. *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, 43(5):1287–1302.
- [Le Mounier et al., 2014] LE MOUNIER, A., DELINCHANT, B. et PLOIX, S. (2014). Determination of relevant model structures for self-learning energy management system. In *Building Simulation Optimisation Conference*, Londres.
- [Lefort et al., 2013] LEFORT, A., BOURDAIS, R., ANSANAY-ALEX, G. et GUÉGUEN, H. (2013). Hierarchical control method applied to energy management of a residential house. *Energy and Buildings*, 64:53–61.
- [Lions, 1971] LIONS, J. L. (1971). *Optimal control of systems governed by partial differential equations*. Springer-Verlag.
- [Liu et Henze, 2005] LIU, S. et HENZE, G. (2005). Calibration of building models for supervisory control of commercial buildings. In *Proceedings of the 9th International Building Performance Simulation Association (IBPSA) Conference*.
- [Luenberger, 1964] LUENBERGER, D. (1964). Observing the State of a Linear System. *IEEE Transactions on Military Electronics*, 8(2):74–80.
- [Lundin et al., 2004] LUNDIN, M., ANDERSSON, S. et ÖSTIN, R. (2004). Development and validation of a method aimed at estimating building performance parameters. *Energy and Buildings*, 36(9):905–914.
- [Macdonald, 2002] MACDONALD, I. A. (2002). *Quantifying the effects of uncertainty in building simulation*. Thèse de doctorat, University of Strathclyde.

- [Macdonald et Clarke, 2007] MACDONALD, I. A. et CLARKE, J. A. (2007). Applying uncertainty considerations to energy conservation equations. *Energy and buildings*, 39(9):1019–1026.
- [Maciejowski, 2002] MACIEJOWSKI, J. M. (2002). *Predictive Control : With Constraints*. Pearson Education.
- [Mantovani et Ferrarini, 2015] MANTOVANI, G. et FERRARINI, L. (2015). Temperature Control of a Commercial Building With Model Predictive Control Techniques. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 62(4):2651–2660.
- [Martin et Berdahl, 1984] MARTIN, M. et BERDAHL, P. (1984). Characteristics of infrared sky radiation in the United States. *Solar Energy*, 33(3–4):321–336.
- [Matiko et al., 2014] MATIKO, J. W., GRABHAM, N. J., BEEBY, S. P. et TUDOR, M. J. (2014). Review of the application of energy harvesting in buildings. *Meas. Sci. Technol.*, 25(1):012002.
- [Mejri et al., 2011] MEJRI, O., PALOMO DEL BARRIO, E. et GHRAB-MORCOS, N. (2011). Energy performance assessment of occupied buildings using model identification techniques. *Energy and Buildings*, 43(2–3):285–299.
- [Menzel et al., 2008] MENZEL, K., PESCH, D., O’FLYNN, B., KEANE, M. et O’MATHUNA, C. (2008). Towards a wireless sensor platform for energy efficient building operation. *Tsinghua Science & Technology*, 13:381–386.
- [Merheb, 2013] MERHEB, R. (2013). *Fiabilité des outils de prévision du comportement des systèmes thermiques complexes*. Thèse de doctorat, Université de Bordeaux 1.
- [Mohammed et al., 2004] MOHAMMED, Y., YUAN-AN, L. et ABDALLAH, A. S. (2004). Mechanisms of electromagnetic wave propagation in indoor environment at 2.4 GHz ISM band. In *Radio Science Conference, 2004. Proceedings. 2004 Asia-Pacific*, pages 340–343.
- [Moré, 1978] MORÉ, J. J. (1978). The Levenberg-Marquardt algorithm : implementation and theory. In *Numerical analysis*, pages 105–116. Springer.
- [Morris, 1992] MORRIS, M. D. (1992). Factorial sampling plans for preliminary computational experiments. *Quality control and applied statistics*, 37(6):307–310.
- [Murphy, 1977] MURPHY, A. H. (1977). The Value of Climatological, Categorical and Probabilistic Forecasts in the Cost-Loss Ratio Situation. *Mon. Wea. Rev.*, 105(7):803–816.
- [Murphy, 1993] MURPHY, A. H. (1993). What Is a Good Forecast ? An Essay on the Nature of Goodness in Weather Forecasting. *Wea. Forecasting*, 8(2):281–293.
- [Mustafaraj et al., 2010] MUSTAFARAJ, G., CHEN, J. et LOWRY, G. (2010). Development of room temperature and relative humidity linear parametric models for an open office using BMS data. *Energy and Buildings*, 42(3):348–356.
- [Nassiopoulos, 2008] NASSIOPOULOS, A. (2008). *Identification rapide de la température dans les structures du génie civil*. Thèse de doctorat, Ecole des Ponts ParisTech.
- [Nassiopoulos et Bourquin, 2010a] NASSIOPOULOS, A. et BOURQUIN, F. (2010a). Fast three-dimensional temperature reconstruction. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 199(49–52):3169–3178.
- [Nassiopoulos et Bourquin, 2010b] NASSIOPOULOS, A. et BOURQUIN, F. (2010b). Real-time monitoring of building energy behaviour : a conceptual framework.
- [Nassiopoulos et Bourquin, 2012] NASSIOPOULOS, A. et BOURQUIN, F. (2012). Inverse modelling for the assessment of energy performance : estimation of envelope thermal characteristics.

- [Nassiopoulos *et al.*, 2014] NASSIOPOULOS, A., BROUNS, J., ARTIGES, N., SMAIL, M. et AZEROU, B. (2014). ReTrofit, a software to solve optimisation and identification problems applied to building energy management. In *EWSHM 7th European workshop on structural health monitoring*, Nantes, France.
- [Nguyen et Aiello, 2013] NGUYEN, T. A. et AIELLO, M. (2013). Energy intelligent buildings based on user activity : A survey. *Energy and Buildings*, 56:244–257.
- [Nilsson, 2004] NILSSON, H. O. (2004). *Comfort climate evaluation with thermal manikin methods and computer simulation models*. Arbetslivsinstitutet, Stockholm.
- [Norford *et al.*, 1994] NORFORD, L. K., SOCOLOW, R. H., HSIEH, E. S. et SPADARO, G. V. (1994). Two-to-one discrepancy between measured and predicted performance of a "low energy" office building : insights from a reconciliation based on the DOE-2 model. *Energy and Buildings*, 21(2):121–131.
- [Oldewurtel *et al.*, 2012] OLDEWURTEL, F., PARISIO, A., JONES, C. N., GYALISTRAS, D., GWERDER, M., STAUCH, V., LEHMANN, B. et MORARI, M. (2012). Use of model predictive control and weather forecasts for energy efficient building climate control. *Energy and Buildings*, 45:15–27.
- [Olofsson et Andersson, 2002] OLOFSSON, T. et ANDERSSON, S. (2002). Overall heat loss coefficient and domestic energy gain factor for single-family buildings. *Building and Environment*, 37(11):1019–1026.
- [Ozisik et Orlande, 2000] OZISIK, N. et ORLANDE, H. R. B. (2000). *Inverse Heat Transfer : Fundamentals and Applications*. Taylor & Francis Group.
- [Painter *et al.*, 2012] PAINTER, B., BROWN, N. et COOK, M. J. (2012). Practical application of a sensor overlay system for building monitoring and commissioning. *Energy and Buildings*, 48:29–39.
- [Patan, 2004] PATAN, M. (2004). *Optimal Observation Strategies for Parameter Estimation of Distributed Systems*. Thèse de doctorat, Zielona Gora.
- [Petit et Maillet, 2013] PETIT, D. et MAILLET, D. (2013). Techniques inverses et estimation de parametres. Partie 2. *Techniques de l'ingénieur Mécanique physique*, base documentaire : TIB110DUO.(ref. article : af4516).
- [Pontryagin, 1987] PONTRYAGIN, L. S. (1987). *Mathematical Theory of Optimal Processes*. CRC Press.
- [Privara *et al.*, 2010] PRIVARA, S., SIROKY, J., FERKL, L. et CIGLER, J. (2010). Model predictive control of a building heating system : The first experience. *Energy and Buildings*, 43(2-3):564–572.
- [Privara *et al.*, 2011] PRIVARA, S., VANA, Z., GYALISTRAS, D., CIGLER, J., SAGERSCHNIG, C., MORARI, M. et FERKL, L. (2011). Modeling and identification of a large multi-zone office building. In *2011 IEEE International Conference on Control Applications (CCA)*, pages 55–60.
- [Radecki et Hency, 2012] RADECKI, P. et HENCEY, B. (2012). Online building thermal parameter estimation via Unscented Kalman Filtering. In *American Control Conference (ACC), 2012*, pages 3056–3062.
- [Raghunathan *et al.*, 2002] RAGHUNATHAN, V., SCHURGERS, C., PARK, S. et SRIVASTAVA, M. (2002). Energy-aware wireless microsensor networks. *IEEE Signal Processing Magazine*, 19(2):40–50.

- [Reich *et al.*, 2005] REICH, N. H., VAN SARK, W., ALSEMA, E. A., KAN, S. Y., SILVESTER, S., Van der HEIDE, A. S. H., LOF, R. W. et SCHROPP, R. E. I. (2005). Weak light performance and spectral response of different solar cell types. In *Presented at : 20th European Photovoltaic Solar Energy Conference and Exhibition*, volume 6, page 10. by : Publication date : ECN Solar Energy 1-6-2005.
- [Revel *et al.*, 2012] REVEL, G. M., SABBATINI, E. et ARNESANO, M. (2012). Development and experimental evaluation of a thermography measurement system for real-time monitoring of comfort and heat rate exchange in the built environment. *Measurement Science and Technology*, 23(3):035005.
- [Richalet *et al.*, 1978] RICHALET, J., RAULT, A., TESTUD, J. L. et PAPON, J. (1978). Model predictive heuristic control : Applications to industrial processes. *Automatica*, 14(5):413–428.
- [Saleh et Valenzuela, 1987] SALEH, A. A. M. et VALENZUELA, R. (1987). A Statistical Model for Indoor Multipath Propagation. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 5(2):128–137.
- [Sana Gaaloul Chouikh, 2012] SANA GAALOUL CHOUIKH (2012). *Interopérabilité basée sur les standards Modelica et composant logiciel pour la simulation énergétique des systèmes de bâtiment*. Thèse de doctorat, Université de Grenoble.
- [Scuba FP7, 2014] SCUBA FP7 (2014). Scuba FP7 project.
- [Seah et Olds, 2013] SEAH, W. et OLDS, J. (2013). Data delivery scheme for Wireless Sensor Network powered by RF energy harvesting. In *2013 IEEE Wireless Communications and Networking Conference (WCNC)*, pages 1498–1503.
- [Seybold, 2005] SEYBOLD, J. S. (2005). *Introduction to RF propagation*. Wiley, Hoboken, N.J.
- [Shah et Rabaey, 2002] SHAH, R. et RABAEY, J. (2002). Energy aware routing for low energy ad hoc sensor networks. In *2002 IEEE Wireless Communications and Networking Conference, 2002. WCNC2002*, volume 1, pages 350–355 vol.1.
- [Shams et Ali, 2007] SHAMS, K. et ALI, M. (2007). Wireless Power Transmission to a Buried Sensor in Concrete. *IEEE Sensors Journal*, 7(12):1573–1577.
- [Smith, 2011] SMITH, P. (2011). Comparisons between low power wireless technologies. *Whitpaper*.
- [Sobol et Kucherenko, 2009] SOBOL, I. et KUCHERENKO, S. (2009). Derivative based global sensitivity measures and their link with global sensitivity indices. *Mathematics and Computers in Simulation*, 79(10):3009–3017.
- [Sobol, 2001] SOBOL, I. M. (2001). Global sensitivity indices for nonlinear mathematical models and their Monte Carlo estimates. *Mathematics and Computers in Simulation*, 55(1–3):271–280.
- [Spitz, 2012] SPITZ, C. (2012). *Analysis of simulation tools reliability and measurement uncertainties for Energy Efficiency in Buildings*. Thèse de doctorat, MINES ParisTech.
- [Suomela, 2005] SUOMELA, J. (2005). Relay placement in sensor networks. *Master's thesis, University Of Helsinki, Department of Computer Science*.
- [Swinbank, 1963] SWINBANK, W. C. (1963). Long-wave radiation from clear skies. *Q.J.R. Meteorol. Soc.*, 89(381):339–348.

- [Tarantola et Valette, 1982] TARANTOLA, A. et VALETTE, B. (1982). Generalized nonlinear inverse problems solved using the least squares criterion. *Reviews of Geophysics*, 20(2):219–232.
- [Touzani et Busby, 2013] TOUZANI, S. et BUSBY, D. (2013). Screening method using the derivative-based global sensitivity indices with application to reservoir simulator.
- [Tracton et Kalnay, 1993] TRACTON, M. S. et KALNAY, E. (1993). Operational Ensemble Prediction at the National Meteorological Center : Practical Aspects. *Wea. Forecasting*, 8(3):379–398.
- [Trélat, 2008] TRÉLAT, E. (2008). *Contrôle optimal : théorie et applications*. Vuibert.
- [Uciński, 1999] UCIŃSKI, D. (1999). *Measurement optimization for parameter estimation in distributed systems*. Thèse de doctorat, Zielona Góra, Zielona Góra.
- [Viehweger et al., 2012] VIEHWEGER, C., BALDAUF, M., KEUTEL, T. et KANOUN, O. (2012). Hybrid energy harvesting for autonomous sensors in building automation. In *Instrumentation and Measurement Technology Conference (I2MTC), 2012 IEEE International*, pages 610–613.
- [vom Boegel et al., 2012] vom BOEGEL, G., MEYER, F. et KEMMERLING, M. (2012). Batteryless sensors in building automation by use of wireless Energy Harvesting. In *Wireless Systems (IDAACS-SWS), 2012 IEEE 1st International Symposium on*, pages 72–77. IEEE.
- [Wang et al., 2009] WANG, W., O'DONNELL, T., RIBETTO, L., O'FLYNN, B., HAYES, M. et O'MATHUNA, C. (2009). Energy harvesting embedded wireless sensor system for building environment applications. In *1st International Conference on Wireless Communication, Vehicular Technology, Information Theory and Aerospace Electronic Systems Technology, 2009. Wireless VITAE 2009*, pages 36–41.
- [Wang et al., 2010] WANG, W. S., O'DONNELL, T., WANG, N., HAYES, M., O'FLYNN, B. et O'MATHUNA, C. (2010). Design considerations of sub-mW indoor light energy harvesting for wireless sensor systems. *ACM Journal on Emerging Technologies in Computing Systems*, 6(2):1–26.
- [Wang et al., 2005] WANG, Y.-C., HU, C.-C. et TSENG, Y.-C. (2005). Efficient deployment algorithms for ensuring coverage and connectivity of wireless sensor networks. In *Wireless Internet, 2005. Proceedings. First International Conference on*, pages 114–121.
- [Wang et Wang, 2012] WANG, Z. et WANG, L. (2012). Indoor air quality control for energy-efficient buildings using CO2 predictive model. In *2012 10th IEEE International Conference on Industrial Informatics (INDIN)*, pages 133–138.
- [Wetter, 1999] WETTER, M. (1999). Air-to-Air Plate Heat Exchanger.
- [Wheeler, 1947] WHEELER, H. (1947). Fundamental Limitations of Small Antennas. *Proceedings of the IRE*, 35(12):1479–1484.
- [Wheeler, 1975] WHEELER, H. (1975). Small antennas. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 23(4):462–469.
- [Wikipedia, 2015a] WIKIPEDIA (2015a). Breathing.
- [Wikipedia, 2015b] WIKIPEDIA (2015b). Carbon dioxide in Earth's atmosphere.
- [Wit, 1997] WIT, M. S. D. (1997). Identification of the important parameters in thermal building simulation models. *Journal of Statistical Computation and Simulation*, 57(1-4):305–320.

-
- [Wu et Sun, 2012] WU, S. et SUN, J.-Q. (2012). A physics-based linear parametric model of room temperature in office buildings. *Building and Environment*, 50:1–9.
- [Yiu et Wang, 2007] YIU, J. C.-M. et WANG, S. (2007). Multiple ARMAX modeling scheme for forecasting air conditioning system performance. *Energy Conversion and Management*, 48(8):2276–2285.
- [Zayane, 2011] ZAYANE, C. (2011). *Identification d’un modèle de comportement thermique de bâtiment à partir de sa courbe de charge*. Thèse de doctorat, MINES ParisTech.

« De l'instrumentation au contrôle optimal prédictif pour la performance énergétique du bâtiment »

Thèse de Doctorat - Université Grenoble Alpes

Nils Artiges

Dans un souci croissant de réduction de l'impact environnemental, la commande prédictive du bâtiment apparaît comme un levier de la maîtrise énergétique dans ce secteur.

Cette thèse vise à identifier les liens entre commande prédictive et instrumentation dans le bâtiment, au travers d'une stratégie de commande prédictive basée sur une méthode générique de simulation et d'optimisation de modèles de bâtiments détaillés. Cette méthode met en œuvre un calcul rapide de gradient par méthode adjointe.

La stratégie de commande est ici testée sur le cas d'une maison expérimentale instrumentée, en simulation et sur le bâtiment réel, ce qui nous permet d'explorer les besoins d'instrumentation. Par ailleurs, nous montrons que notre approche du contrôle optimal et du calcul de gradients ouvre la voie à des études de sensibilité permettant de sélectionner les paramètres à calibrer, et à terme les capteurs les plus pertinents pour la calibration de modèles prédictifs.

Mots clés : Commande optimale/prédictive, modélisation zonale-nodale, calibration de modèle de bâtiment, estimation d'état, analyse de sensibilité, méthode adjointe

«From instrumentation to optimal predictive control for buildings energy efficiency»

Ph.D. Thesis - Grenoble Alps University

Nils Artiges

More efficient energy management of buildings through the use of Model Predictive Control techniques is a key issue to reduce the environmental impact of buildings.

This thesis explores the links between MPC techniques and on site sensor measurements in buildings, and in particular a MPC strategy based on a generic simulation and optimization method using detailed building models. This method implements the adjoint approach to provide a fast computation of gradients used for optimization.

The control strategy is here tested on the case of an experimental house, both in simulation and on the real building, which is used as a benchmark to explore instrumentation needs. We show that the developed approach for optimal control and gradients computation can lead to sensitivity studies for selecting the parameters to calibrate and choose the most relevant sensors for predictive models calibration.

Keywords: Model Predictive Control, zonal-nodal models, buildings models calibration, state estimation, sensitivity analysis, adjoint method