HAL
open science

Optimisation multi-objectif et aide à la décision pour la conception robuste. : Application à une structure industrielle sur fondations superficielles

Nicolas Piegay

To cite this version:

Nicolas Piegay. Optimisation multi-objectif et aide à la décision pour la conception robuste. : Application à une structure industrielle sur fondations superficielles. Mécanique des structures [physics.class-ph]. Université de Bordeaux, 2015. Français. NNT : 2015BORD0393 . tel-01288261

HAL Id: tel-01288261

https://theses.hal.science/tel-01288261

Submitted on 14 Mar 2016

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE PRÉSENTÉE

POUR OBTENIR LE GRADE DE

DOCTEUR DE

L'UNIVERSITÉ DE BORDEAUX

ÉCOLE DOCTORALE SCIENCES PHYSIQUES ET DE L'INGENIEUR

SPÉCIALITÉ : Mécanique

Par Nicolas PIEGAY

OPTIMISATION MULTI-OBJECTIF ET AIDE A LA DECISION POUR LA CONCEPTION ROBUSTE

Application à une structure industrielle sur fondations superficielles

Sous la direction de : Richard FABRE
(co-directeur : Halidou NIANDOU)

Soutenue le 17 décembre 2015

Membres du jury :

M. DECK, Olivier	Professeur, Ecole des Mines de Nancy	Président
M. EL HAMI, Abdelkhalak	Professeur, INSA de Rouen	Rapporteur
M. SOUBRA, Abdul-Hamid	Professeur, Université de Nantes	Rapporteur
M. BREYSSE, Denys	Professeur, Université de Bordeaux	Examinateur
M. PERRY, Nicolas	Professeur, ENSAM de Bordeaux	Examinateur
M. FABRE, Richard	Professeur, Université de Bordeaux	Directeur de thèse
M. COUDRAIS, Michel	Responsable R&D, ASTF	Invité

Optimisation multi-objectif et aide à la décision pour la conception robuste : application à une structure industrielle sur fondations superficielles

Résumé :

La conception des ouvrages en Génie Civil se fait habituellement de manière semi-probabiliste en employant des valeurs caractéristiques auxquelles sont associées des facteurs partiels de sécurité. Toutefois, de telles approches ne permettent pas de garantir la robustesse de l'ouvrage conçu vis-à-vis des sources d'incertitudes susceptibles d'affecter ses performances au cours de sa réalisation et de son fonctionnement.

Nous proposons dans ce mémoire une méthodologie d'aide à la décision pour la conception robuste des ouvrages qui est appliquée à une structure métallique reposant sur des fondations superficielles. La conception de cet ouvrage est conduite en intégrant le phénomène d'interaction sol-structure qui implique que les choix de conception faits sur la fondation influencent ceux faits sur la structure supportée (et réciproquement).

La démarche de conception proposée fait appel à des outils d'optimisation multi-objectif et d'aide à la décision afin d'obtenir une solution qui offre le meilleur compromis entre l'ensemble des préférences énoncées par le décideur sur chaque critère de conception.

Des analyses de sensibilité sont menées parallèlement dans le but d'identifier et de quantifier les sources d'incertitude les plus influentes sur la variabilité des performances de l'ouvrage. Ces sources d'incertitude représentées sous une forme probabiliste sont intégrées dans la procédure de conception et propagées à l'aide d'une méthode d'échantillonnage par hypercube latin.

Une partie du mémoire est consacrée à l'analyse des effets de l'incertitude relative à la modélisation des paramètres géotechniques sur la réponse de l'ouvrage et sur la démarche plus globale d'optimisation.

Mots clés : *Conception robuste - Optimisation multi-objectif - Aide multicritère à la décision - Fondation superficielle - Structure métallique - Incertitude - Variabilité spatiale du sol - Interaction sol-structure- Approche probabiliste - Analyse de sensibilité*

Unité de recherche

Institut de Mécanique et d'Ingénierie, UMR 5295, département Génie Civil Environnemental.
Bâtiment B18, Allée Geoffroy Saint-Hilaire, CS 50023, 33615 Pessac Cedex

Multi-objective optimization and decision aid for robust design: application to an industrial structure on spread foundations

Abstract:

Design in Civil Engineering is usually performed in a semi-probabilistic way using characteristic values which are associated with partial safety factors. However, this approach doesn't guarantee the structure robustness with regard to uncertainties that could affect its performance during construction and operation.

In this thesis, we propose a decision aid methodology for robust design of steel frame on spread foundations. Soil-structure interaction is taken into consideration in the design process implying that the design choices on foundations influence the design choices on steel frame (and vice versa).

The proposed design approach uses multi-objective optimization and decision aid methods in order to obtain the best solution with respect to the decision-maker's preferences on each criterion.

Furthermore, sensitivity analyzes are performed in order to identify and quantify the most influencing uncertainty sources on variability of the structure performances. These uncertainties are modeled as random variables and propagated in the design process using latin hypercube sampling.

A part of this dissertation is devoted to the effects of uncertainties involved in soil properties on the structure responses and on the design global approach.

Keywords: *Robust design - Multi-objective optimization - Multi-criteria decision aid - Shallow foundation - Steel frame - Uncertainty - Soil spatial variability - Soil-structure interaction - Probabilistic approach - Sensitivity analysis*

Unité de recherche

Institut de Mécanique et d'Ingénierie, UMR 5295, département Génie Civil Environnemental.
Bâtiment B18, Allée Geoffroy Saint-Hilaire, CS 50023, 33615 Pessac Cedex

Remerciements

Le travail présenté ici est l'aboutissement de recherches financées par le conseil régional d'Aquitaine et menées dans le cadre du projet SolR² porté par la société ASTF. Je tiens ainsi à remercier la région Aquitaine ainsi que l'ensemble des partenaires industriels (ASTF, CEA INES, RESCOLL) et académiques (les laboratoires I2M, IMS et ICMCB de l'Université de Bordeaux) impliqués dans ce projet et qui ont ainsi contribué au bon déroulement de mes recherches. En particulier, je tiens à manifester toute ma reconnaissance à Vincent Lascaux et Michel Coudrais, respectivement chef de projet et responsable R&D chez ASTF, ainsi qu'à Nicolas Perry, responsable universitaire du projet SolR², avec qui j'ai pu engager des échanges fructueux et réciproques afin de rendre ce travail moins conceptuel et davantage tourné vers l'application industrielle. J'adresse également ma sincère sympathie à l'ensemble des doctorants impliqués dans le projet SolR² (Mehdi, Youssef, Elodie, Mohammed et Maxime) qui, grâce à leurs compétences diverses, ont contribué à une ouverture de mon travail vers des champs de recherche peu classiques en Génie Civil. Merci également à Béatrice Desoudin pour avoir toujours trouvé réponse à mes demandes administratives (parfois tardives).

Je tiens à remercier mes encadrants, Richard Fabre et Halidou Niandou, pour la confiance qu'ils m'ont témoignée ainsi que pour les nombreux conseils et encouragements qu'ils m'ont prodigués tout au long de mes travaux de recherche.

Ma reconnaissance envers Denys Breysse va bien au-delà des remerciements d'usage : merci pour votre précieux soutien, pour votre implication constante, pour votre disponibilité bienveillante et pour la qualité de nos échanges qui ont permis l'aboutissement de ce travail.

J'exprime toute ma gratitude à Abdelkhalak El Hami, Professeur à l'INSA de Rouen, et à Abdul-Hamid Soubra, Professeur à l'Université de Nantes, pour avoir accepté d'être les rapporteurs de mes travaux de thèse. Que Olivier Deck, Professeur à l'Ecole des Mines de Nancy, soit également remercié pour avoir accepté de présider le jury. Merci à Michel Coudrais pour avoir accepté de participer au jury en tant que membre invité. J'associe dans ces remerciements, Nicolas Perry, Denys Bresse et Richard Fabre pour avoir accepté d'être examinateurs de mes travaux. Je remercie l'ensemble des membres du jury pour leurs remarques constructives et leurs marques d'estimes.

J'adresse toute ma sympathie à l'ensemble des membres du département « Génie Civil Environnemental » du laboratoire I2M de l'Université de Bordeaux dans lequel a été réalisée cette thèse de doctorat. Je pense chaleureusement à tous les doctorants que j'ai eu le plaisir de côtoyer au quotidien et qui ont permis que mon travail se déroule dans les meilleures conditions possibles.

Je remercie tous mes proches d'avoir encouragé mes progrès, écouté mes doutes et supporté mes changements d'humeur durant ces trois années.

Mes dernières pensées vont à ceux qui ne sont plus là et qui me manquent.

SOMMAIRE

INTRODUCTION GENERALE…….……..…….…….……1

PARTIE A : Conception et décision en environnement incertain……..5

Chapitre I : Variabilité et incertitudes en géotechnique 7

I.1. Introduction du chapitre 7

I.2. Incertitudes aléatoires et épistémiques 7

I.3. Représentation probabiliste des propriétés du sol 9

I.3.1. Variables aléatoires continues 10

I.3.2. Distributions usuelles de probabilité en géotechnique 10

I.3.3. Théorie des champs aléatoires 11

I.3.4. Caractérisation de la variabilité spatiale des propriétés du sol 18

I.4. Méthodes probabilistes pour la propagation de l'incertitude 24

I.4.1. Méthode FORM 25

I.4.2. Simulations de Monte Carlo 27

I.4.3. Méthode d'échantillonnage par hypercube latin 28

I.5. Analyse de sensibilité 29

I.5.1. Indices de Sobol 30

I.5.2. Indices multidimensionnels de Sobol 32

I.5.3. Méthode McKay 32

I.6. Conclusion du chapitre 33

Chapitre II : Aide à la décision et optimisation multi-objectif pour la conception sous incertitudes 35

II.1. Introduction du chapitre 35

II.2. Optimisation multi-objectif 35

II.2.1. Formulation générale d'un problème d'optimisation multi-objectif 35

II.2.2. Métaheuristiques pour l'optimisation multi-objectif 37

II.3. Optimisation sous incertitudes 46

II.3.1. Sources d'incertitudes 46

II.3.2. Optimisation pour la conception basée sur la fiabilité 47

II.3.3. Optimisation pour la conception robuste 50

II.4. Aide multicritère à la décision 53

II.4.1. Principes fondamentaux de l'aide multicritère à la décision 54

II.4.2. Problématiques et approches opérationnelles pour l'aide multicritère à la décision . 56

II.4.3. Pondération des critères 59

II.4.4. La méthode AHP 60

II.4.5. La méthode PROMETHEE 62
II.5. Conclusion du chapitre 65

PARTIE B : Formulation du problème de conception sous incertitudes……67

Chapitre III : Méthodologie d'aide à la décision pour la conception sous incertitudes 69
III.1. Introduction du chapitre 69
III.2. Terminologie 69
III.2.1. Système 69
III.2.2. Variables de conception 70
III.2.3. Variables de projet 71
III.2.4. Variables environnementales 71
III.2.5. Variables de description 71
III.2.6. Critère 72
III.2.7. Objectif 72
III.2.8. Identification et structuration des objectifs 73
III.3. Méthodologie d'aide à la décision pour la conception 76
III.3.1. Modèle d'évaluation 79
III.3.2. Modèle d'interprétation 79
III.3.3. Modèle d'optimisation 84
III.3.4. Modèle de décision 86
III.4. Adaptation de la méthodologie pour la conception sous incertitudes 86
III.4.1. Propagation des incertitudes dans le processus 86
III.4.2. Prise en compte de la dispersion dans l'évaluation : fonction objectif robuste 87
III.4.3. Prise en compte de la fiabilité : fonction contrainte probabiliste 89
III.4.4. Formulation du problème d'optimisation sous incertitudes 90
III.4.5. Aide multicritère à la décision 91
III.5. Conclusion du chapitre 92

Chapitre IV : Formulation du problème de conception pour une structure métallique reposant sur des fondations superficielles 95
IV.1. Introduction du chapitre 95
IV.2. Démarche probabiliste pour le dimensionnement des ouvrages 95
IV.3. Conception de l'ossature métallique 96
IV.3.1. Assemblages et modélisation de la raideur 97
IV.3.2. Etats limites de service 101
IV.3.3. Etats limites ultimes 101
IV.3.4. Coût et durée de construction 101
IV.4. Conception des fondations superficielles isolées 102

IV.4.1. Etats limites de service 104
IV.4.2. Etats limites ultimes 104
IV.4.3. Coût et durée de construction 105
IV.5. Interaction sol-structure 108
IV.6. Synthèse sur les variables de description et sur les variables critère 111
IV.6.1. Variables de description 111
IV.6.2. Variables critère 113
IV.7. Conclusion du chapitre 114

PARTIE C : Analyses de sensibilité et effets des incertitudes sur le comportement de l'ouvrage 115

Chapitre V : Effets des incertitudes sur le comportement des fondations superficielles 117
V.1. Introduction du chapitre 117
V.2. Présentation du cas d'étude 117
V.3. Analyse de sensibilité 120
V.4. Effets de la caractérisation probabiliste des paramètres de résistance au cisaillement du sol sur la capacité portante 123
V.4.1. Effets des coefficients de variation incertains 124
V.4.2. Effets de l'incertitude portant sur le coefficient de corrélation entre la cohésion et l'angle de frottement 133
V.4.3. Effets de l'incertitude portant sur le type de distribution de probabilité 138
V.4.4. Sensibilité des moments statistiques de la capacité portante vis-à-vis de la l'incertitude portant sur la caractérisation probabiliste de *c'* et *φ'* 141
V.5. Conclusion du chapitre 143

Chapitre VI : Effets des incertitudes sur le comportement de la structure métallique 145
VI.1. Introduction du chapitre 145
VI.2. Présentation du cas d'étude 145
VI.3. Effets des raideurs d'appui et d'assemblage 146
VI.3.1. Effets des raideurs d'assemblage poteau-poutre 146
VI.3.2. Effets des raideurs d'appui 148
VI.3.3. Effets des contrastes de raideurs d'appui 152
VI.4. Effets de la variabilité spatiale du sol 153
VI.5. Analyse de sensibilité 158
VI.6. Conclusion du chapitre 161

PARTIE D : Conception robuste appliquée au projet SOLR² 163

Chapitre VII : Robustesse du choix de la solution optimale vis-à-vis du comportement du décideur 165
VII.1. Introduction du chapitre 165

VII.2. Présentation du cas d'application 165
VII.2.1. Le projet SolR² 165
VII.2.2. Hypothèses de projet 166
VII.2.3. Objectifs et contraintes de conception 170
VII.3. Présentation de la solution optimale robuste 171
VII.3.1. Identification des solutions non-dominées 171
VII.3.2. Choix d'une solution de conception 174
VII.4. Robustesse de la décision 175
VII.4.1. Effets des paramètres de décision 175
VII.4.2. Effets de la dispersion des variables aléatoires 185
VII.5. Effets de la prise en compte de l'interaction sol-structure 188
VII.6. Conclusion du chapitre 190

Chapitre VIII : Vers une globalisation de la démarche de conception 191
VIII.1. Extension de la démarche à d'autres systèmes de fondation 191
VIII.2. Vers une optimisation globale du champ solaire 193
VIII.2.1. Contexte du projet 193
VIII.2.2. Objectifs de l'analyse multi-experte 194
VIII.2.3. Structuration de la démarche collaborative 195
VIII.2.4. Un outil d'appui à la démarche collaborative : le « paramétreur » 197

CONCLUSION GENERALE et PERSPECTIVES 201

BIBLIOGRAPHIE 205

NOTATIONS 219

Annexe I : Améliorations de l'algorithme PSO III

Annexe II : Fonctions de répartition de la capacité portante pour plusieurs paramètres statistiques de *c'* et *φ'* VII

Annexe III : Formulaire pour la construction des courbes de désirabilité IX

Annexe IV : Représentations en deux dimensions du front de Pareto XI

Annexe V : Diagrammes des efforts intérieurs et de la déformée de la structure optimale XIII

Annexe VI : Modèle d'évaluation pour les fondations profondes XV

LISTE DES FIGURES

Chapitre I

Figure I.1. Incertitudes dans l'estimation des propriétés du sol (d'après Phoon et Kulhawy, 1999a) 8

Figure I.2. Effet de la grandeur T sur la variance du processus aléatoire (d'après Fenton et Griffiths, 2008) 13

Figure I.3. Approche étagée de subdivisons du domaine selon la technique LAS (d'après Fenton et Vanmarcke, 1990) 15

Figure I.4. Voisinage des cellules mères considérées pour l'estimation des cellules filles Z_{2j}^{i+1} et Z_{2j-1}^{i+1} 15

Figure I.5. Réalisations du processus aléatoire pour trois longueurs de corrélation distinctes 16

Figure I.6. Représentation de l'indice d'Hasofer-Lind (d'après Lemaire, 2005) 25

Figure I.7. Comparaison des échantillonnages par MCS et par LHS représentés (a) sur la fonction de répartition de X_1 et (b) sur l'espace bidimensionnel des deux variables aléatoires X_1 et X_2 28

Figure I.8. Réorganisation des réalisations de deux variables aléatoires échantillonnés par LHS pour respecter une corrélation ρ=0,9 29

Chapitre II

Figure II.1. Notion de dominance au sens de Pareto 39

Figure II.2. Exemple de fronts de Pareto suivant différents scénarios d'optimisation de deux FO (d'après Berro, 2001) 40

Figure II.3. Répartition des solutions non-dominées au sens de Pareto dans l'espace de conception et dans l'espace des objectifs 41

Figure II.4. Déplacement d'une particule suivant trois composantes 42

Figure II.5. Identification des classes d'incertitude dans un problème de conception 47

Figure II.6. Fiabilité de deux configurations de conception 48

Figure II.7. Approche à deux niveaux imbriqués pour la résolution d'un problème RBDO 49

Figure II.8. Robustesse de deux configurations de conception 51

Figure II.9. Optimums de f pouvant être obtenus par les approches déterministe et RDO 51

Figure II.10. Stratégie d'optimisation selon différents scénarios Fréquence/Impact de l'évènement risqué 53

Figure II.11. Les différents types de critère (d'après Hammami, 2003) 56

Figure II.12. Décomposition hiérarchique de l'AHP 60

Figure II.13. Fonctions de préférence (d'après Brans et Vincke, 1985) 63

Figure II.14. Flux de surclassement de la méthode PROMETHEE (d'après Brans et Mareschal, 2005) 64

Chapitre III

Figure III.1. Liens entre objectifs de fin et de moyen (d'après Rousval et Bouyssou, 2009) 75

Figure III.2. Questions menant à la structuration des objectifs (d'après Rousval et Bouyssou, 2009) . 76

Figure III.3. Méthodologie d'aide à la décision pour la conception 77
Figure III.4. Sens de simulation versus sens de formalisation du problème de conception 78
Figure III.5. Méthodologie d'évaluation et d'interprétation des variables critères 78
Figure III.6. Fonction de désirabilité one-sided croissante 82
Figure III.7. Fonction de désirabilité one-sided décroissante..... 82
Figure III.8. Fonction de désirabilité two-sided 82
Figure III.9. Effet du coefficient de dispersion sur les valeurs de la fonction objectif robuste..... 88
Figure III.10. Construction d'une FOR vis-à-vis d'un critère de conception..... 89
Figure III.11. Zones de satisfaction associées à une fonction de désirabilité one-sided croissante 90
Figure III.12. Fonction de désirabilité associée à un critère du type (R-S) 90

Chapitre IV

Figure IV.1. Schéma de la structure métallique étudiée..... 96
Figure IV.2. Type d'assemblages poteau-poutre: (a) articulé, (b) rigide, (c) semi-rigide (d'après Diaz et al., 2011)..... 97
Figure IV.3. Idéalisation bilinéaire d'un assemblage élasto-plastique..... 98
Figure IV.4. Types d'assemblage considérés (d'après Bel Hadj Ali et al., 2009)..... 99
Figure IV.5. Bras de leviers les plus défavorables selon le type d'assemblage considéré en pied de poteau 100
Figure IV.6. Schéma d'une fondation superficielle isolée 102
Figure IV.7. Surface comprimée de la fondation sous une charge verticale excentrée..... 103
Figure IV.8. Abaque de Taylor-Biarez (d'après Philipponnat et Hubert, 2011)..... 106
Figure IV.9. Courbes d'apprentissage pour différents taux d'apprentissage..... 108
Figure IV.10. Modélisation de l'interaction sol-structure par des éléments ressort..... 109
Figure IV.11. Schéma d'une fondation superficielle enterrée 109
Figure IV.12. Evolution des raideurs de translation (exprimées en N/mm) et de balancement (exprimées en N.mm/rad) en fonction des côtés d'une semelle carrée..... 110
Figure IV.13. Schéma global de l'ouvrage à optimiser 111

Chapitre V

Figure V.1. Schéma de la fondation étudiée..... 117
Figure V.2. Position des quatre configurations de sol dans le repère (φ', c') et par rapport aux iso-valeurs de capacité portante (q)..... 118
Figure V.3. Position des nuages de points (φ', c') simulés par LHS par rapport aux iso-valeurs de capacité portante (q) 120
Figure V.4. Analyse de sensibilité sur CP pour quatre configurations de sol à partir de l'indice de McKay..... 121
Figure V.5. Fonctions de répartition de la capacité portante et des termes contributeurs pour chaque configuration de sol 121

Figure V.6. Analyse de sensibilité sur RG pour quatre configurations de sol à partir de l'indice de McKay 122

Figure V.7. Analyse de sensibilité sur Exc pour quatre configurations de sol à partir de l'indice de McKay 123

Figure V.8. Evolution de l'estimation (a) du coefficient de variation et (b)de la moyenne de la capacité portante en fonction du nombre de réalisations de LHS 124

Figure V.9. Evolution de la moyenne de la capacité portante en fonction du coefficient de variation de l'angle de frottement 125

Figure V.10. Position des nuages de points (φ', c') pour les configurations A et D ainsi que pour deux valeurs de V(φ') 125

Figure V.11. Evolution de la moyenne de la capacité portante en fonction du coefficient de variation de la cohésion 126

Figure V.12. Position des nuages de points (φ', c') pour les configurations A et D ainsi que pour deux valeurs de V(c') 126

Figure V.13. Effets couplés des coefficients de variation de la cohésion et de l'angle de frottement sur la moyenne de la capacité portante 127

Figure V.14. Evolution de la variabilité de la capacité portante en fonction du coefficient de variation (a) de la cohésion et (b) de l'angle de frottement 128

Figure V.15. Position du nuage de points (φ', c') de la configuration B pour trois valeurs de V(c') . 129

Figure V.16. Effets couplés des coefficients de variation de la cohésion et de l'angle de frottement sur la variabilité de la capacité portante 129

Figure V.17. Effets couplés de V(c') et V(φ') sur l'analyse de sensibilité de la capacité portante réalisée pour la configuration B à partir de l'indice de McKay 130

Figure V.18. Transformation du coefficient de corrélation entre deux variables aléatoires X1 et X2 lors du passage d'un espace gaussien à un espace log-normal 131

Figure V.19. Evolution de l'indice de fiabilité de la capacité portante en fonction du coefficient de variation (a) de l'angle de frottement et (b) de la cohésion 132

Figure V.20. Effets couplés des coefficients de variation de la cohésion et de l'angle de frottement sur l'indice de fiabilité de la capacité portante 132

Figure V.21. Position du nuage de points (φ', c') de la configuration B pour deux valeurs de V(c') qui minimisent la variabilité de q (nuage bleu) et qui maximisent l'indice de fiabilité (nuage rouge) 133

Figure V.22. Relation entre q d'une part, et c'et φ' d'autre part pour deux valeurs du coefficient de corrélation (Configuration B) 134

Figure V.23. Position des nuages de points (φ', c') et de P* pour quatre configurations de sol ainsi que pour trois valeurs de ρ(φ',c') 135

Figure V.24. Effets du coefficient de corrélation entre la cohésion et l'angle de frottement sur (a) le coefficient de variation de la capacité portante et sur (b) l'indice de fiabilité de la capacité portante 135

Figure V.25. Fonctions de répartition de la capacité portante en configuration A pour quatre valeurs de coefficient de corrélation entre c' et φ' 136

Figure V.26. Effets de la variation du coefficient de corrélation entre la cohésion et l'angle de frottement sur la moyenne de la capacité portante 136

Figure V.27. Evolution des valeurs de cohésion et d'angle de frottement associées au point de défaillance le plus probable en fonction de ρ(φ',c') 137

Figure V.28. Evolution des « facteurs de sensibilité d'omission » (a) de la cohésion et (b) de l'angle de frottement en fonction du coefficient de corrélation ρ(φ',c') 138

Figure V.29. Représentation (a) de la cohésion et (b) de l'angle de frottement par trois types de distribution de probabilité 138

Figure V.30. Effets de la variation du coefficient de corrélation entre la cohésion et l'angle de frottement sur l'indice de fiabilité de la capacité portante et pour trois types de distribution de probabilité..... 139

Figure V.31. Position des nuages de points (φ', c') pour les configurations A et D ainsi que pour deux types de distribution de probabilité (loi normale et loi log-normale)..... 140

Figure V.32. Effets de la variation du coefficient de corrélation entre la cohésion et l'angle de frottement sur (a) le coefficient de variation et sur (b) la moyenne de la capacité portante pour trois types de distribution de probabilité 141

Figure V.33. Effets des incertitudes portant sur la caractérisation probabiliste de la cohésion et de l'angle de frottement vis-à-vis du coefficient de variation de la capacité portante..... 142

Figure V.34. Effets des incertitudes portant sur la caractérisation probabiliste de la cohésion et de l'angle de frottement vis-à-vis de la moyenne de la capacité portante 143

Chapitre VI

Figure VI.1. Schéma de la structure métallique étudiée..... 145

Figure VI.2. Déplacements horizontaux et verticaux maximaux dans les éléments poutre en fonction de la raideur en rotation des assemblages poteau-poutre 147

Figure VI.3. Contrainte normale ($N+M_f$) maximale dans les éléments poutre et poteau en fonction de la raideur en rotation des assemblages poteau-poutre 147

Figure VI.4. Evolution des raideurs d'appui (a) de translation (exprimées en N/mm) et (b) de rotation (exprimées en N.mm/rad) en fonction de la largeur d'une semelle carrée..... 148

Figure VI.5. Evolution des raideurs d'appui (a) de translation (exprimées en N/mm) et (b) de rotation (exprimées en N.mm/rad) en fonction du module du sol 149

Figure VI.6. Contribution des raideurs participant à la raideur d'appui 150

Figure VI.7. (a) Déplacements maximaux et (b) contraintes normales ($N+M_f$) maximales en fonction de la raideur d'appui en rotation..... 150

Figure VI.8. (a) Déplacements maximaux et (b) contraintes normales ($N+M_f$) maximales en fonction des raideurs d'appui en translation 151

Figure VI.9. (a) Déplacements maximaux et (b) contraintes normales ($N+M_f$) maximales en fonction du rapport k_v/k_h considéré aux appuis 151

Figure VI.10. (a) Déplacements maximaux et (b) contraintes normales ($N+M_f$) maximales en fonction du rapport $k_{v,1/3}/k_{v,2}$ 152

Figure VI.11. (a) Déplacements maximaux et (b) contraintes normales ($N+M_f$) maximales en fonction du rapport $k_{r,1/3}/k_{r,2}$ 153

Figure VI.12. Evolution (a) du coefficient de variation et (b) de la moyenne des déplacements horizontaux et verticaux aux appuis en fonction du nombre de réalisations du champ aléatoire du module élastique du sol 154

Figure VI.13. Influence du rapport λ sur le coefficient de variation (a) des tassements absolus et (b) des tassements différentiels pour différentes largeurs de fondation..... 155

Figure VI.15. Influence du rapport λ sur le coefficient de variation (a) des déplacements verticaux maximaux et (b) des déplacements horizontaux maximaux atteints au niveau des poutres pour trois largeurs de fondation 156

Figure VI.14. Influence du rapport λ sur le coefficient de variation des contraintes normales ($N+M_f$) maximales atteintes dans (a) les poteaux (1 et 2) et (b) les poutres pour trois largeurs de fondation . 157

Figure VI.16. Influence du rapport λ sur le coefficient de variation des contraintes normales ($N+M_f$) maximales atteintes dans (a) les poteaux (1 et 2) et (b) les poutres pour trois largeurs de fondation lorsque les pieds de poteaux sont « articulés » 157

Figure VI.17. Résultats de l'analyse de sensibilité par les indices multidimensionnels de Sobol vis-à-vis du déplacement horizontal maximal pour six configurations d'assemblage en tête et en pied de poteau 159

Figure VI.18. Résultats de l'analyse de sensibilité par les indices multidimensionnels de Sobol vis-à-vis du déplacement vertical maximal pour six configurations d'assemblage en tête et en pied de poteau 160

Figure VI.19. Résultats de l'analyse de sensibilité par les indices multidimensionnels de Sobol vis-à-vis de la contrainte normale ($N+M_f$) maximale pour six configurations d'assemblage en tête et en pied de poteau 160

Chapitre VII

Figure VII.1. Schéma d'un module à miroirs de Fresnel 166

Figure VII.2. Schéma d'une structure porteuse de réflecteurs 166

Figure VII.3. Représentations en deux dimensions de la distribution des solutions potentielles sur le front de Pareto avec (a) Vobj(C_T) en fonction de Vobj($d_{v,max}$) et (b) Vobj(C_T) en fonction de Vobj(CP_{min}) 172

Figure VII.4. Représentation des Vobj des solutions optimales identifiées pour quatre scénarios de préférence 177

Figure VII.5. Représentation des Vobj des solutions optimales identifiées pour trois valeurs du coefficient de dispersion 179

Figure VII.6. Vobj sur les déplacements de l'ouvrage en fonction (a) de la profondeur des fondations et (b) de la longueur des fondations extérieures pour trois valeurs du coefficient de dispersion 180

Figure VII.7. Vobj sur les critères économiques en fonction (a) de la profondeur des fondations et (b) de la longueur des fondations extérieures pour trois valeurs du coefficient de dispersion 180

Figure VII.8. Vobj sur les critères S et Exc_{min} en fonction (a) de la profondeur des fondations et (b) de la longueur des fondations extérieures pour trois valeurs du coefficient de dispersion 181

Figure VII.9. Représentation des Vobj des solutions optimales identifiées pour trois valeurs du coefficient de courbure 183

Figure VII.10. Représentation des Vobj des solutions optimales identifiées pour trois degrés de dispersion des variables aléatoires 187

Figure VII.11. Représentation des Vobj des solutions optimales identifiées selon que l'ISS est ou non prise en compte 189

Chapitre VIII

Figure VIII.1. Schéma de l'« approche 1 » pour la prise en compte de plusieurs systèmes de fondation dans le problème de conception 191

Figure VIII.2. Schéma de l'« approche 2 » pour la prise en compte de plusieurs systèmes de fondation dans le problème de conception 192

Figure VIII.3. Schéma synthétique du système de réflecteur-récepteur solaire 193

Figure VIII.4. Interactions entre domaines, acteurs, données 195

Figure VIII.5. Répartition des critères et sous-critères associés..... 196

Figure VIII.6. Description de l'activité Génie Civil 197

Figure VIII.7. Sorties du « paramétreur » 198

Annexes

Figure Annexe-I.1. Exemples d'initialisation aléatoire et régulière de la position des particules V

Figure Annexe-I.2. Stratégies de confinement des particules V

Figure Annexe-II.1. Fonctions de répartition de la capacité portante pour quatre coefficients de variation de la cohésion ainsi que pour quatre configurations de sol VII

Figure Annexe-II.2. Fonctions de répartition de la capacité portante pour quatre coefficients de variation de l'angle de frottement ainsi que pour quatre configurations de sol..... VII

Figure Annexe-II.3. Fonctions de répartition de la capacité portante pour quatre valeurs de V(c')=2V(φ') ainsi que pour quatre configurations de sol VIII

Figure Annexe-II.4. Fonctions de répartition de la capacité portante pour quatre coefficients de corrélation entre c' et φ' ainsi que pour quatre configurations de sol VIII

Figure Annexe-IV.1. Représentations du front de Pareto (Vobj du coût en fonction d'une des neuf autres Vobj) XI

Figure Annexe-V.1. Déformée de la structure XIII

Figure Annexe-V.2. Diagramme des efforts tranchants XIII

Figure Annexe-V.3. Diagramme des efforts normaux XIV

Figure Annexe-V.4. Diagramme des moments fléchissants..... XIV

Figure Annexe-V.5. Diagramme des contraintes normales ($N+M_f$) XIV

Figure Annexe-VI.1. Schéma d'un pieu XV

Figure Annexe-VI.2. Evolution des raideurs de translation (à gauche) et de balancement (à droite) en fonction du diamètre du pieu XVII

Figure Annexe-VI.3. Evolution des raideurs de translation (à gauche) et de balancement (à droite) en fonction de la hauteur du pieu XVIII

LISTE DES TABLEAUX

Chapitre I

Tableau I.1. Indices d'ordre 1 de McKay et indices multidimensionnels de Sobol 33

Chapitre II

Tableau II.1. Matrice des performances 57

Tableau II.2. Problématiques de référence des MAMCD (d'après [Roy, 1985; Guitoni et Martel, 1998 ; Lemaire, 2006]) 58

Tableau II.3. Approches opérationnelles des MAMCD (d'après [Guitoni et Martel, 1998 ; Lemaire, 2006]) 58

Tableau II.4. Structures de préférence utilisées par les MAMCD (d'après [Guitoni et Martel, 1998 ; Lemaire, 2006]) - *selon la formulation 58

Tableau II.5. Niveaux de compensation des critères des MAMCD (d'après [Colson et De Bruyn, 1989 ; Guitoni et Martel, 1998]) 59

Tableau II.6. Echelle de notation et interprétation des préférences (d'après Saaty, 1980) 60

Tableau II.7. Indice aléatoire en fonction du nombre d'entités considérées 61

Chapitre III

Tableau III.1. Caractéristiques des variables de description 72

Tableau III.2. Echelle sémantique associée à différents niveaux quantifiés de désirabilité 83

Chapitre IV

Tableau IV.1. Expressions des raideurs initiales suivant le type d'assemblage considéré (d'après Steenhuis et al., 1994 et Wald et al., 2001) - *hypothèse de travail non-tirée des références précédentes 100

Tableau IV.2. Quantification des tâches de travail pour la mise en œuvre de fondations superficielles (d'après Wang et Kulhawy, 2008) 106

Tableau IV.3. Coefficients majorant ou minorant appliqués sur le coût et la durée de construction .. 107

Tableau IV.4. Valeurs de k_{exc} en fonction de la classe d'excavabilité du sol 107

Tableau IV.5. Valeurs de k_{temp} en fonction de la température et de l'humidité relative (d'après Dozzi et AbouRizk, 1993) 107

Tableau IV.6. Expressions des raideurs verticale, horizontale et de rotation dans le cas de fondations superficielles enterrées 110

Tableau IV.7. Récapitulatif des variables de description 112

Tableau IV.8. Récapitulatif des variables critère 113

Chapitre V

Tableau V.1. Valeurs moyennes de la cohésion et de l'angle de frottement pour quatre configurations de sol (*Unified Soil Classification System) 118

Tableau V.2. Paramètres statistiques des variables aléatoires 119

Tableau V.3. Matrice de corrélation entre les variables aléatoires 119

Tableau V.4. Intervalles de valeurs des paramètres statistiques de la cohésion et de l'angle de frottement 123

Tableau V.5. Intervalles de valeurs des paramètres statistiques de la cohésion et de l'angle de frottement 141

Chapitre VI

Tableau VI.1. Raideurs en rotation pour trois types d'assemblage poteau-poutre..... 146

Tableau VI.2. Raideurs en rotation pour deux types d'assemblage en pied de poteau 148

Tableau VI.3. Paramètres statistiques des variables aléatoires employés pour l'analyse de sensibilité 158

Chapitre VII

Tableau VII.1. Synthèse des variables de conception et des contraintes latérales 167

Tableau VII.2. Synthèse des variables de projet 167

Tableau VII.3. Longueurs de travées en fonction du nombre de poteaux considérés 168

Tableau VII.4. Synthèse des variables de l'environnement naturel 169

Tableau VII.5. Données économiques utilisées pour l'évaluation des coût et durée de construction des structures métalliques 169

Tableau VII.6. Données économiques utilisées pour l'évaluation des coût et durée de construction des fondations 170

Tableau VII.7. Synthèse des paramètres de décision associés à chaque critère 170

Tableau VII.8. Matrice de jugement..... 171

Tableau VII.9. Variables de conception associées à trois solutions présentes sur le front de Pareto.. 173

Tableau VII.10. Description de trois solutions présentes sur le front de Pareto 173

Tableau VII.11. Description statistique de la solution optimale 174

Tableau VII.12. Pondération associée à trois scénarios de préférence..... 175

Tableau VII.13. Variables de conception optimales pour trois scénarios de préférence..... 176

Tableau VII.14. Description des solutions optimales identifiées pour trois scénarios de préférence . 176

Tableau VII.15. Variables de conception optimales pour trois valeurs du coefficient de dispersion . 178

Tableau VII.16. Description des solutions optimales identifiées pour trois valeurs du coefficient de dispersion 178

Tableau VII.17. Variables de conception optimales pour trois valeurs du coefficient de courbure.... 182

Tableau VII.18. Description des solutions optimales identifiées pour trois valeurs du coefficient de courbure..... 183

Tableau VII.19. Valeurs minimales (comportement optimiste) et maximales (comportement pessimiste) attribuées aux coefficients de variation de certaines propriétés du sol et des raideurs d'assemblage 185

Tableau VII.20. Variables de conception optimales pour trois degrés de dispersion des variables aléatoires..... 186

Tableau VII.21. Description des solutions optimales identifiées pour trois degrés de dispersion des variables aléatoires 186

Tableau VII.22. Variables de conception optimales selon que l'ISS est ou non prise en compte..... 188

Tableau VII.23. Description des solutions optimales identifiées selon que l'ISS est ou non prise en compte 189

Annexes

Tableau Annexe-VI.1. Expressions des raideurs de translation et de rotation pour le cas de fondations profondes XVII

INTRODUCTION GENERALE

Contexte et Problématiques de la Thèse

Ce travail de thèse s'inscrit dans le cadre d'un projet d'installation industrielle de grande ampleur, pour lequel plusieurs centaines de structures métalliques et de fondations doivent être construites. La finalité de ce mémoire est d'apporter une aide à l'industriel pour la conception de tels ouvrages en mettant en balance d'une part les enjeux économiques et d'autre part, les exigences fonctionnelles et de sécurité. Le critère économique apporte une dimension multi-objectif au problème de conception qui prend toute son importance lorsque de nombreux ouvrages sont à réaliser.

Le problème de conception auquel nous sommes confrontés fait donc intervenir plusieurs objectifs contradictoires (minimiser le coût et maximiser la sécurité de l'ouvrage), ce qui nécessite l'emploi d'une méthode d'optimisation capable de gérer le caractère multi-objectif du problème. Nous nous sommes plus particulièrement intéressés à l'algorithme d'optimisation multi-objectif par essaims particulaires qui permet, à l'issue de la procédure, de proposer un grand nombre de solutions de conception à l'industriel. Ces solutions constituent les « meilleurs » compromis identifiés entre les objectifs et parmi lesquels pourront être sélectionnées une ou plusieurs solutions finales. Des méthodes d'aide multicritère à la décision sont ensuite employées pour assister l'industriel dans le choix des solutions qui se rapprochent le plus de ses préférences. Ces dernières doivent être énoncées en amont de la procédure afin de rendre possible la comparaison des alternatives vis-à-vis des différents critères de conception.

Une problématique spécifique à ce cas d'étude est la gestion d'un environnement de connaissances immatures qui se traduit par exemple par un manque de spécification dans le cahier des charges. Il faut donc aborder une démarche de décision qui intègre cette spécificité en introduisant par exemple des fonctions de désirabilité. Ces dernières permettent d'enrichir la notion de « seuil acceptable » sur une performance et de proposer des niveaux de satisfaction intermédiaires qui résultent de l'incomplétude des informations en possession du décideur (et/ou de sa tolérance relative à la dégradation des performances).

Dans la démarche usuelle d'ingénierie, les calculs de conception itérés dans une procédure d'optimisation sont effectués sur la base de valeurs déterministes, par l'intermédiaire de mesures statistiques telles qu'une moyenne ou un fractile, multipliées par des facteurs de sécurité. De telles approches ne permettent pas d'assurer la robustesse de la solution optimale vis-à-vis des sources d'incertitudes qui peuvent affecter les performances de l'ouvrage. L'ouvrage conçu peut alors être très sensible aux variations susceptibles d'apparaître lors de sa réalisation ou de son fonctionnement. La solution obtenue, même si elle suffisamment sécuritaire, peut alors se révéler en pratique moins performante et donc moins optimale que prévu.

Afin d'anticiper ce problème, nous employons une approche de conception qui, au-delà des seules exigences économiques et de sécurité, prend en compte la robustesse de manière plus explicite dans la formulation du problème. La conception robuste permet de réduire les effets des incertitudes sur les réponses de l'ouvrage en intégrant dans la formulation du problème d'optimisation des mesures de performance (par exemple, la moyenne) et de dispersion (par exemple, l'écart-type). Il s'agit alors d'ajuster certaines variables (appelées variables de conception) afin de trouver un compromis entre les objectifs « maximiser les performances moyennes de l'ouvrage » et « minimiser la variabilité de ces performances ».

La conception robuste ne consiste donc pas à diminuer la variabilité des paramètres incertains mais à réduire les effets de ces variations sur les performances de l'ouvrage. Ces incertitudes peuvent être de différentes natures et provenir, par exemple, de l'environnement qui est soumis à des variabilités intrinsèques comme celles des propriétés du sol. Il est en effet bien reconnu que la variabilité des propriétés du sol constitue un aspect incontournable dans le traitement des problèmes de conception relatifs aux ouvrages géotechniques.

Dans ce contexte, l'objectif de ce travail est triple pour assister l'industriel dans la conception de ces installations: (a) développer une méthodologie d'évaluation, d'optimisation et d'aide à la décision pour le choix d'une solution de conception qui se rapproche le mieux possible des préférences énoncées par l'industriel; (b) tenir compte des incertitudes de projet et de la variabilité des paramètres environnementaux dans la prise de décision; (c) identifier les paramètres qui contrôlent la prise de décision afin de s'assurer non pas de la robustesse des performances de la solution optimale (déjà prise en compte dans la procédure de conception robuste), mais de la robustesse du choix de cette solution vis-à-vis des incertitudes portant sur la caractérisation probabiliste des paramètres incertains ou sur l'expression des préférences de l'industriel.

Par ailleurs, la procédure de conception doit être menée en considérant l'ouvrage dans son ensemble (Structure métallique + Fondations). Habituellement, l'ingénieur structure conçoit son ouvrage sous l'hypothèse d'appuis fixes et fournit les efforts aux appuis au géotechnicien qui détermine les dimensions des fondations en fonction des caractéristiques géotechniques du site. Même si les campagnes de reconnaissance géotechnique et l'utilisation de coefficients de sécurité permettent d'assurer un certain niveau de fiabilité à l'ouvrage, les déplacements et la redistribution des efforts dans la structure peuvent parfois dépasser les valeurs prévues. Des pistes d'amélioration peuvent être une meilleure prise en compte : (a) du phénomène d'interaction sol-structure, lequel permet de considérer aussi bien l'influence du sol sur la structure que celle de la structure sur le sol et (b) des raideurs d'assemblage en tête et pied de poteaux. En outre, la qualification et la quantification de ces aspects permettront d'identifier les paramètres qui gouvernent la redistribution des efforts dans la structure.

Organisation du document

La première partie présentera quelques approches et méthodes relatives à la conception des ouvrages en environnement incertain. Dans un premier temps, nous montrerons comment les propriétés du sol peuvent être représentées sous une forme probabiliste, comment cette variabilité peut être propagée dans une démarche de conception et comment il est possible de quantifier leur influence sur les performances de l'ouvrage. Dans un second temps, nous détaillerons quelques notions et méthodes rattachées à l'optimisation multi-objectif et à l'aide multicritère à la décision. Les différentes formulations des problèmes d'optimisation sous incertitudes retrouvées dans la littérature y seront également présentées.

La seconde partie présentera la méthodologie d'aide à la décision développée pour la conception sous incertitudes ainsi que les différents modèles et variables qui la composent. Nous introduirons notamment la notion de désirabilité qui permet d'intégrer plus finement les préférences du décideur. Le problème de conception sera ensuite formulé de manière plus explicite pour l'exemple d'une structure métallique reposant sur des fondations superficielles et pour lequel on considérera le phénomène d'interaction sol-structure.

La troisième partie présentera les analyses de sensibilité menées pour quantifier l'effet des incertitudes sur les performances de l'ouvrage. Dans un premier temps, et après avoir conduit une analyse de sensibilité pour identifier les sources d'incertitudes les plus influentes sur le

comportement des fondations superficielles, nous montrerons comment la caractérisation probabiliste (moyenne, coefficient de variation, corrélation, type de distribution) des paramètres de résistance au cisaillement du sol affecte les réponses statistiques et la fiabilité de la capacité portante des fondations. Dans un second temps, nous montrerons comment les incertitudes portant sur les raideurs d'assemblage et sur la variabilité spatiale des propriétés élastiques du sol influencent les réponses de la structure métallique en matière d'efforts et de déplacements.

La quatrième partie présentera l'application de la méthodologie de conception robuste au contexte particulier du projet industriel SolR² en y intégrant les sources d'incertitudes identifiées précédemment. Nous montrerons comment le choix de la solution optimale est sensible à certains paramètres de modèle et nous verrons en particulier comment il peut être modifié selon que l'on considère ou pas le phénomène d'interaction sol-structure. L'extension de la méthodologie à d'autres systèmes de fondations et à une échelle du projet plus globale sera enfin brièvement traitée.

<u>PARTIE A</u> : CONCEPTION ET DECISION EN ENVIRONNEMENT INCERTAIN

Partie A

Chapitre I : Variabilité et incertitudes en géotechnique

I.1. Introduction du chapitre

Les désordres structuraux et géotechniques des ouvrages proviennent en grande partie des incertitudes non ou mal considérées en phase de conception. Les sources d'incertitudes susceptibles d'affecter l'ouvrage en phase d'exécution ou d'exploitation sont multiples. Elles peuvent être classées en deux grandes catégories selon qu'elles sont de nature épistémique ou de nature aléatoire.

Les incertitudes aléatoires résultent de la variabilité intrinsèque du phénomène et ne peuvent être réduites. Si elles sont significatives, il faut les quantifier et en apprécier les effets. Les incertitudes épistémiques proviennent généralement d'un manque de connaissance sur la nature du phénomène incertain ou d'approximations des outils permettant de l'évaluer (mesures, études statistiques, modélisations...).

S'il parait pour l'heure difficile d'intégrer l'ensemble des phénomènes aléatoires de manière qualitative et quantitative dans un processus de conception, certaines incertitudes sont couramment considérées dans les études fiabilistes des ouvrages (propriétés du sol et des matériaux de construction, chargements appliqués sur l'ouvrage...).

Dans ce chapitre introductif, nous expliquerons tout d'abord que les incertitudes associées aux caractéristiques géotechniques peuvent être de nature aléatoire ou épistémique. Cependant, celles-ci sont généralement confondues dans les études fiabilistes des ouvrages car la variabilité estimée d'une propriété résulte en fait de la combinaison des incertitudes aléatoires et épistémiques. Nous aborderons ensuite la représentation probabiliste des propriétés du sol par des variables aléatoires ou par des champs aléatoires lorsque la variabilité spatiale est considérée. Nous montrerons également que les paramètres statistiques disponibles dans la littérature pour décrire le caractère probabiliste des propriétés du sol doivent être manipulés avec précaution. Nous détaillerons les moyens permettant de propager l'incertitude aléatoire afin d'estimer la réponse statistique d'une performance ou la fiabilité d'un ouvrage. Enfin, nous présenterons quelques techniques d'analyse de sensibilité permettant d'identifier les incertitudes influençant le plus la variabilité des réponses de l'ouvrage.

I.2. Incertitudes aléatoires et épistémiques

La distinction de deux types d'incertitude est bien établie dans la littérature (Faber et Stewart, 2003 ; de Rocquigny, 2006 ; Der Kiureghian, 2008) avec :

- l'incertitude aléatoire : elle représente la nature aléatoire d'un phénomène physique aussi appelée variabilité intrinsèque. Ce type d'incertitude ne peut être réduit avec l'augmentation d'informations ou l'amélioration de la connaissance ;

- l'incertitude épistémique : elle résulte de la connaissance imparfaite d'un phénomène physique présentant une valeur déterministe certaine mais sur laquelle on porte un jugement imprécis, incomplet ou vague (Favre, 2004). Cette imprécision peut découler d'une méconnaissance « délibérée » ou « non maîtrisée » (Nilsen et Aven, 2003) selon qu'il y ait la volonté ou non d'introduire une source d'erreur en connaissance de causes (protocole de mesure utilisé, approximation mathématique, simplification de modèle, jugement subjectif...). Ces incertitudes peuvent être réduites avec, par exemple, une meilleure compréhension des phénomènes étudiés, avec la collecte et l'analyse de données supplémentaires, ou avec l'amélioration des modèles prédictifs.

Le type de modélisation de l'incertain peut directement être relié à la nature de l'incertitude considérée. La théorie des probabilités est généralement utilisée pour caractériser l'incertitude aléatoire alors que d'autres approches de représentation de l'incertain comme la théorie des probabilités imprécises (Walley, 1991), la théorie des fonctions de croyance (Dempster, 1967 ; Shafer, 1976), ou la théorie des possibilités (Zadeh, 1965, 1978 ; Dubois et Prade, 1988) peuvent être employées pour représenter l'incertitude épistémique. Dans ces approches de représentation de la connaissance imprécise, l'incertitude est caractérisée par une famille de distributions de probabilité pour lesquelles l'écart entre deux distributions basse et haute résulte de la nature imprécise du phénomène.

Si le seul cadre probabiliste s'avère être insuffisant pour traiter à la fois des incertitudes aléatoires et épistémiques (Zouhal, 1997 ; Baudrit, 2005 ; Le Duy, 2011), la pratique fait qu'il est parfois difficile de les dissocier. En ingénierie géotechnique, la variabilité des propriétés physiques et mécaniques du sol, estimée à l'issue des essais et des études statistiques, dépend de plusieurs paramètres (cf. figure I.1) tels que les conditions de site (contexte géologique, hétérogénéités locales, variabilité propre du matériau...), les techniques de mesures employées (nombre, nature, qualité et représentativité des essais) ou le modèle statistique utilisé (Phoon et Kulhawy, 1999a). Les paramètres statistiques des propriétés du sol déterminés à l'issue de l'étude géotechnique ne sont donc valables et applicables que dans les conditions précises pour lesquelles ils ont été évalués et résultent probablement de la combinaison d'incertitudes aléatoires et épistémiques.

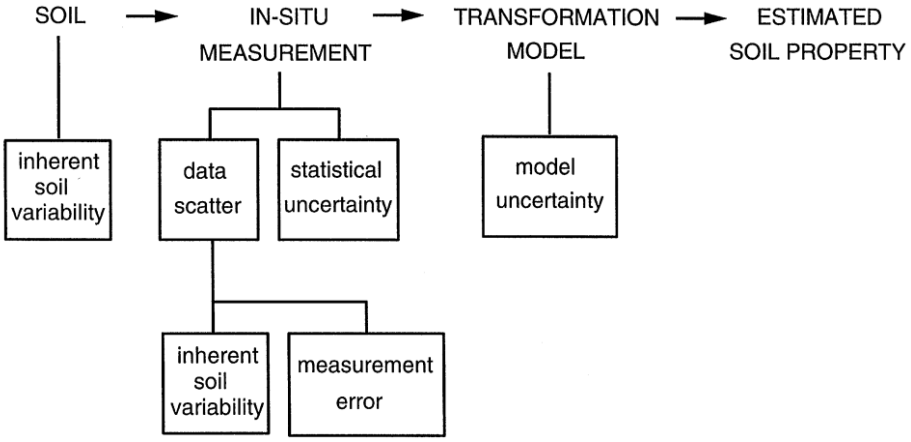


Figure I.1. Incertitudes dans l'estimation des propriétés du sol (d'après Phoon et Kulhawy, 1999a)

Si quelques travaux se sont intéressés au traitement de l'incertitude sur les ouvrages géotechniques par la logique floue (Juang *et al.*, 1998 ; Dodagoudar et Venkatachalam, 2000 ; Giasi *et al.*, 2003 ; Peschl et Schweiger, 2003 ; Sickert *et al.*, 2003 ; Schweiger et Peschl, 2007), la grande majorité des études fiabilistes représente l'incertitude par la théorie des probabilités, supposant ainsi que la méconnaissance sur les propriétés du sol est de nature aléatoire. Dans ce cas, il faut s'assurer que les paramètres statistiques utilisés pour représenter le caractère probabiliste des caractéristiques géotechniques résultent exclusivement de la variabilité intrinsèque du sol. Sur la base d'une étude approfondie de la littérature, les travaux de Phoon et Kulhawy (1999a, 1999b) ont permis de quantifier la part d'incertitude résultant de la variabilité intrinsèque, de l'erreur de mesure et de l'erreur de transformation sur les principales propriétés du sol. Cependant, comme nous le décrirons à la section I.3.4 et sous peine d'introduire une nouvelle source d'incertitude, ce type de résultat peut difficilement être généralisé pour plusieurs sites et pour différents cas d'étude. Ainsi, les incertitudes aléatoires

et épistémiques peuvent difficilement être démêlées pour une analyse rigoureuse du risque et de la fiabilité des ouvrages.

Dans ce travail, les variables incertaines relatives à la description de l'ouvrage à concevoir et relatives à la description de l'environnement (au sens large) dans lequel celui-ci s'insère seront traitées par la théorie des probabilités. Si la nature aléatoire de telles incertitudes peut être discutée, nous nous reportons aux travaux de Faber (2005) et de Der Kiureghan et Ditlevsen (2009) qui suggèrent que la nature de l'incertitude peut évoluer avec l'avancée d'un projet et avec les moyens pouvant être mis en œuvre pour la réduire.

Considérons l'exemple d'un ouvrage industriel à préconcevoir pour lequel les clauses techniques ne sont pas totalement identifiées et pour lequel le lieu de construction n'est pas encore défini (ce qui est notre problématique). Tant que les promoteurs du projet n'auront pas trouvé d'acquéreurs/investisseurs, aucun complément d'informations susceptible d'améliorer la connaissance (et donc de réduire l'incertitude) sur les caractéristiques de chargement, sur les propriétés des matériaux ou sur l'évaluation économique de l'ouvrage ne pourra être exploité ou exploré par le concepteur. Le caractère irréductible de telles incertitudes, à cette phase du projet et du point de vue du concepteur, permet de les qualifier d'aléatoires. Cependant, avec l'avancement du projet et l'attribution du marché, certains moyens pourront être mis en œuvre pour réduire certaines incertitudes. En ce sens, la capacité et/ou la possibilité du concepteur à collecter certaines données/informations sur le contexte environnemental et économique du site d'implantation font que, parmi les incertitudes aléatoires et irréductibles initialement, certaines « se transforment » en incertitudes épistémiques.

D'autres sources d'incertitude, plus difficiles à quantifier et à propager, pourront être considérées en marge du processus de conception. Elles peuvent notamment porter sur la caractérisation probabiliste des variables aléatoires (moyenne, coefficient de variation, type de distribution...) ou sur certains paramètres de modèle. L'effet de telles incertitudes sur la robustesse du comportement mécanique de l'ouvrage et sur la prise de décision pourra être analysé de manière paramétrique ou par l'intermédiaire d'analyses de sensibilité.

I.3. Représentation probabiliste des propriétés du sol

La représentation des incertitudes en géotechnique s'effectue couramment dans le cadre de la théorie des probabilités par la génération de variables aléatoires. Cette approche peut être étendue à la théorie des champs aléatoires pour la représentation de la variabilité spatiale des propriétés du sol. La variabilité spatiale signifie que même au sein d'une couche « relativement homogène », les propriétés du sol peuvent présenter des variations substantielles d'un point à un autre mais que ces variations ne sont pas complètement aléatoires. En effet, comme nous le décrirons plus en détail par la suite, la génération d'un champ aléatoire doit respecter une certaine structure de corrélation spatiale qui fait qu'une valeur prise en un point peut être dépendante des valeurs prises en d'autres points. D'autres techniques mathématiques peuvent être utilisées pour modéliser la variabilité spatiale des sols à partir d'observations expérimentales telles que la géostatistique, la régression, ou la modélisation fractale (Imanzadeh, 2013), mais ces méthodes dépassent le cadre de cette thèse.

Pour analyser les effets de la variabilité il est nécessaire de disposer d'une panoplie de techniques de modélisation et de simulation qui permettent de reproduire les variabilités observées et/ou présumées des propriétés du sol : distribution statistique, corrélation spatiale, corrélation entre propriétés. Nous synthétiserons dans les paragraphes suivants les bases de ces outils et méthodes.

Nous décrirons tout d'abord ce qu'est une variable aléatoire et comment elle peut être modélisée par une distribution de probabilité. Nous aborderons ensuite la théorie des champs aléatoires et les outils permettant de modéliser la variabilité spatiale des propriétés du sol. Enfin, nous montrerons que les données issues de la littérature peuvent être utilisées pour caractériser la variabilité aléatoire des sols en première approche mais qu'elles doivent être manipulées avec précaution sous peine de biaiser l'analyse probabiliste qui en est faite.

I.3.1. Variables aléatoires continues

Une variable aléatoire *X* représente un nombre réel aléatoire dont une valeur *x*, appelée évènement de *X*, est issue d'une expérience aléatoire. Le support d'une variable aléatoire définit l'ensemble des valeurs pouvant être prises par *X*. Un support fini ou infini dénombrable caractérisera le domaine associé à une variable aléatoire discrète alors qu'une variable aléatoire continue sera définie sur un support indénombrable. Dans le cadre de ce travail, nous nous intéressons exclusivement aux processus aléatoires continus où la variable aléatoire *X(z)* peut prendre un nombre infini de valeur à chaque point *z*.

La densité de probabilité $f_X(x)$ d'une variable aléatoire continue caractérise la probabilité qu'un évènement de *X* se situe dans un intervalle infiniment petit [*x* , *x*+*dx*] telle que :

$$f_X(x) = P[x < X < x + dx] \qquad \textbf{(I.1)}$$

La fonction de répartition $F_X(x)$ décrit la probabilité que la variable aléatoire continue prenne une valeur inférieure ou égale à *x*. Elle définit ainsi l'aire sous la densité de probabilité à gauche de *x* telle que :

$$F_X(x) = P[X \leq x] = \int_{-\infty}^{x} f_X(z)\, dz \qquad \textbf{(I.2)}$$

On note que l'aire totale sous $f_X(x)$ est toujours égale à *1* telle que :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f_X(x)\, dx = 1 \qquad \textbf{(I.3)}$$

Les variables aléatoires sont ainsi définies par une distribution de probabilité et par des paramètres de distribution, aussi appelés moments, tels que la moyenne et la variance. Comme nous le décrirons plus en détail dans la section I.3.4.1, les propriétés du sol peuvent être représentées par plusieurs types de distributions continues, les lois normale et log-normale étant les plus répandues.

I.3.2. Distributions usuelles de probabilité en géotechnique

I.3.2.1. Loi normale

La loi normale est probablement le type de distribution le plus utilisé de nos jours. Une variable aléatoire *X* suit une loi normale (aussi appelée loi Gaussienne) d'espérance μ_X et d'écart-type σ_X si sa densité de probabilité est de la forme :

$$f_X(x) = \frac{1}{\sigma_X . \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x - \mu_X}{\sigma_X}\right)\right] \; pour \; -\infty < x < +\infty \qquad \textbf{(I.4)}$$

On utilise généralement la notation $X \sim N(\mu_X, \sigma_X)$ pour nommer une variable aléatoire gaussienne. On parle de loi standard (aussi appelée loi normale centrée réduite) lorsque la moyenne est nulle et l'écart type vaut 1 tel que $X \sim N(0,1)$.

La distribution normale est symétrique autour de sa moyenne et présente deux points d'inflexion en $\mu_X \pm \sigma_X$. La loi normale permet d'obtenir des valeurs négatives, ce qui peut être un inconvénient lorsque les propriétés à modéliser sont strictement positives. Une alternative peut être l'emploi d'une loi normale tronquée en $x \leq 0$ ou le recours à un autre type de distribution tel que la loi log-normale ou la loi beta qui n'admettent que des valeurs positives.

I.3.2.2. Loi log-normale

La loi log-normale est très utilisée pour représenter le caractère stochastique des phénomènes naturels, notamment parce qu'elle n'admet que des valeurs positives et qu'elle présente une queue de distribution étendue vers les fortes valeurs. Elle est donc bien adaptée pour représenter des paramètres positifs et possédant une importante variabilité intrinsèque.

Une variable aléatoire X suit une loi log-normale d'espérance μ_{lnX} et d'écart-type σ_{lnX} si sa densité de probabilité est de la forme :

$$f_X(x) = \frac{1}{\sigma_{lnX}.\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln x - \mu_{lnX}}{\sigma_{lnX}}\right)\right] \quad pour\ 0 < x < +\infty \qquad \textbf{(I.5)}$$

Une variable aléatoire X suit donc une loi log-normale si le logarithme népérien de la variable X suit une loi normale. Le lien entre les moments de la loi normale et ceux de la loi log-normale est donné par :

$$\sigma_{lnX} = \sqrt{log\left(1 + \frac{\sigma_X^2}{\mu_X^2}\right)} = \sqrt{log\left(1 + {V_X}^2\right)} \quad et \quad \mu_{lnX} = \ln \mu_X - \frac{1}{2}\sigma_{lnX}^2 \qquad \textbf{(I.6)}$$

avec $V_X = \sigma_X / \mu_X$ le coefficient de variation de la variable aléatoire X.

I.3.3. Théorie des champs aléatoires

Soit X une variable aléatoire représentant une propriété du sol. La théorie des champs aléatoires tient compte du fait que la valeur aléatoire X^* de la propriété X observée en un point z^* peut ne pas être complètement indépendante de la valeur aléatoire X' de cette même propriété prise en un point z'. Cette hypothèse semble d'autant plus vraie que la distance $\tau = z^* - z'$ séparant les deux points est faible.

Pour simplifier la formulation du problème, on peut introduire trois hypothèses communément posées (Christakos, 1992 ; Fenton et Griffiths, 2008) :

- le processus aléatoire $X(z)$ suit une loi normale, on alors parle de processus aléatoire gaussien,
- les deux premiers moments statistiques (moyenne et écart-type) sont constants dans l'espace et la covariance dépend uniquement de la distance séparant deux points, on parle alors de processus stationnaire de second ordre,
- la corrélation entre deux points z^* et z' dépend uniquement de la distance τ qui les sépare et non de l'orientation relative entre eux, on parle alors de processus isotrope.

Dans le cadre d'un champ aléatoire gaussien, la fonction d'auto-covariance permet de quantifier un certain lien statistique entre les valeurs X^* et X' et peut s'exprimer :

$$\begin{aligned} C(z^*, z') = Cov[X^*, X'] &= E\big[\big(X^* - \mu_X(z^*)\big)\big(X' - \mu_X(z')\big)\big] \\ &= E[X^* X'] - \mu_X(z^*)\mu_X(z') \end{aligned} \quad \textbf{(I.7)}$$

où *Cov(.)* et *E(.)* correspondent respectivement aux fonctions de covariance et d'espérance, et $\mu_X(z)$ est la moyenne de X à la position z.

Une mesure plus significative et sans unité du degré de dépendance entre les valeurs aléatoires X^* et X' est la fonction d'auto-corrélation $\rho(z^*,z')$ définie par :

$$\rho(z^*, z') = \frac{C(z^*, z')}{\sigma_X(z^*).\sigma_X(z')} \quad \textbf{(I.8)}$$

où $\sigma_X(z)$ est l'écart-type de X à la position z. Les valeurs aléatoires X^* et X' sont dites non corrélées lorsque $\rho(z^*, z') = 0$ et parfaitement corrélées lorsque $\rho(z^*, z') = 1$.

Comme nous l'avons défini précédemment, sous l'hypothèse d'un processus stationnaire, la moyenne et la variance sont indépendantes de la position spatiale. Dans ces conditions les fonctions d'auto-covariance et d'auto-corrélation deviennent :

$$C(z^*, z') = E[X^* X'] - \mu_X^2 \qquad et \qquad \rho(z^*, z') = \frac{C(z^*, z')}{\sigma_X^2} \quad \textbf{(I.9)}$$

Au-delà d'une certaine distance, appelée longueur de corrélation l_c, la fonction d'auto corrélation tend vers 0 c'est-à-dire que la corrélation établie entre deux points séparés par une distance $\tau > l_c$ devient alors négligeable (moins de 10% [Fenton et Griffiths, 2008]). Vanmarcke (1984) définit la longueur de corrélation comme étant l'aire sous la fonction d'auto-corrélation, ce qui la rend donc sensible au modèle de corrélation considéré (Baroth, 2005) :

$$l_c = \int_{-\infty}^{+\infty} \rho(\tau) d\tau = 2 \int_{0}^{+\infty} \rho(\tau) d\tau \quad \textbf{(I.10)}$$

En pratique, la valeur attribuée en un point z du sol représente la « moyenne locale » observée via la mesure sur un volume élémentaire du sol de taille T telle que :

$$X_T(z) = \frac{1}{T} \int_{z-T/2}^{z+T/2} X(\xi) d\xi \quad \textbf{(I.11)}$$

où $X_T(z)$ est définie comme la « moyenne locale » de $X(z)$ sur une largeur T centrée en z. La grandeur T ne peut pas être définie explicitement mais peut être exprimée en fonction des dimensions de la zone d'intérêt qui gouverne l'occurrence des états limites (Breysse, 2011). Comme le montre la figure I.2, une fenêtre glissante de largeur T a un effet de réduction de variance et de lissage sur le processus aléatoire $X(z)$.

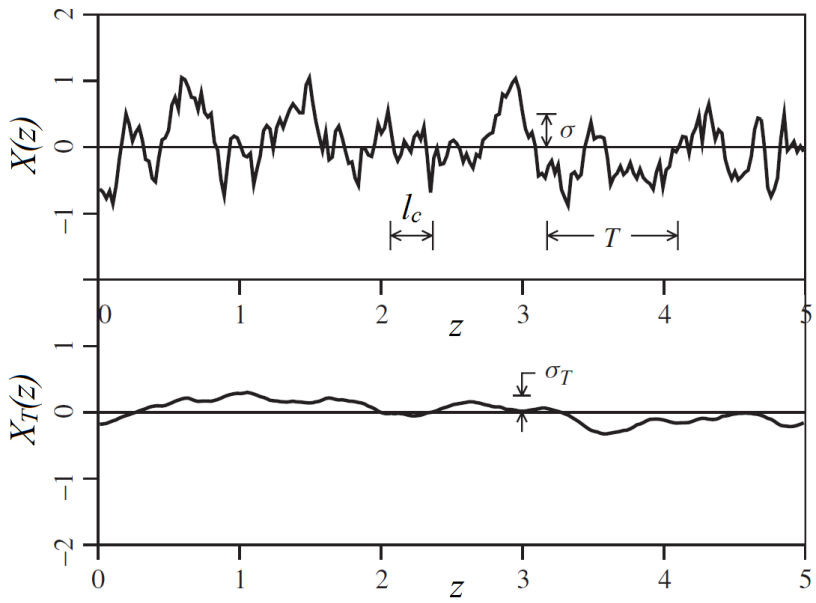


Figure I.2. Effet de la grandeur T sur la variance du processus aléatoire (d'après Fenton et Griffiths, 2008)

On introduit par la suite la fonction de réduction de variance $\Gamma^2(T)$ qui quantifie la manière dont la variance est réduite lorsque *X(z)* est « moyennée » sous une longueur *T*. La variance du processus aléatoire $X_T(z)$ s'exprime alors :

$$Var\big(X_T(z)\big) = \sigma_X^2\,\Gamma^2(T) \qquad \textbf{(I.12)}$$

La fonction de réduction de variance vaut 1 lorsque *T=0* de telle sorte que l'on obtient $X_T(z) = X(z)$. Dans un problème unidimensionnel, la fonction de réduction de variance est définie comme :

$$\Gamma^2(T) = \frac{2}{T}\int_0^T \left(1 - \frac{\tau}{T}\right)\rho(\tau)d\tau \qquad \textbf{(I.13)}$$

Plusieurs modèles de structure de corrélation spatiale peuvent être utilisés tels que les modèles constant, triangulaire, gaussien ou exponentiel, ce dernier étant le plus utilisé en géotechnique. La fonction d'auto-corrélation de forme exponentielle est définie par :

$$\rho_{exp}(\tau) = \exp\left(-2\frac{|\tau|}{l_c}\right) \qquad \textbf{(I.14)}$$

Il en résulte une fonction de réduction de variance de la forme :

$$\Gamma_{exp}^2(T) = \frac{l_c^2}{2T^2}\left[\frac{2|T|}{l_c} - 1 + exp\left(-\frac{2|T|}{l_c}\right)\right] \qquad \textbf{(I.15)}$$

Il existe de nombreux algorithmes de génération de champs aléatoires respectant les hypothèses de stationnarité et d'isotropie parmi lesquels on peut citer les méthodes Moving-Average (MA), Discrete Fourier Transform (DFT), Fast Fourier Transform (FFT), Turning Band Method (TBM), Local Average Subdivision (LAS), et la décomposition de Cholesky (LU). Ces méthodes se distinguent de celles issues de la géostatistique ou de la génération de champs aléatoires sous conditions (Huber, 2013) qui intègrent des données issues de campagnes de mesures par exemple.

Fenton (1994) a comparé trois des algorithmes les plus couramment utilisés pour générer des champs aléatoires, à savoir les méthodes FFT, TBM et LAS. Si les trois méthodes présentent des résultats satisfaisants en termes de temps de calcul et de précision sur l'estimation des paramètres statistiques du champ aléatoire, la LAS ne nécessite aucun paramétrage et se base sur la fonction de réduction de variance pour estimer les moyennes locales du processus aléatoire. Cette dernière caractéristique est particulièrement utile lorsque l'on cherche à estimer la valeur d'une propriété géotechnique représentative d'un volume de sol situé, par exemple, sous une fondation superficielle isolée. Pour ces raisons, nous aborderons plus précisément dans les sections suivantes la méthode LAS utilisée dans un contexte unidimensionnel pour générer des champs aléatoires corrélés et non gaussiens.

I.3.3.1. La méthode « Local Average Subdivision » unidimensionnelle

La méthode LAS a été développée par Fenton et Vanmarcke (1990) pour la génération de champs aléatoires gaussiens. Elle permet de prendre en compte le phénomène de « moyenne locale » qui peut être observé lorsque l'on estime la valeur d'une propriété géotechnique sur un échantillon de taille définie. En général, plus le volume des échantillons sera important plus la variabilité estimée pour une propriété sera réduite sous l'effet des « moyennes locales » qui tend à lisser les fluctuations à une échelle inférieure. L'algorithme proposé permet ainsi de générer dans le domaine D, un processus aléatoire de « moyennes locales » discrètes observées dans les sous-domaines de taille D^i. L'algorithme LAS unidimensionnel, dont les détails des calculs peuvent être retrouvés dans Fenton et Vanmarcke (1990), a été implémenté sous Matlab ©.

Soit un domaine de taille D et Z_j^i une réalisation de la propriété Z à l'étape i dans le sous-domaine j de taille $D^i=D/2^i$. L'algorithme procède de la manière suivante (cf. figure I.3) :

1. A l'étape $i=0$, on génère une réalisation Z_1^0 de la variable aléatoire gaussienne de moyenne nulle et de variance réduite par la fonction de réduction de variance (théorie de la « moyenne locale »).

2. On subdivise le domaine en deux parties de tailles égales.

3. A l'étape $i=1$, on génère deux réalisations gaussiennes Z_1^1 et Z_2^1 de telle sorte que les critères suivants soient satisfaits : (1) que leur variance soit en accord avec la théorie de la « moyenne locale » ; (2) qu'elles soit correctement corrélées entre elles ; (3) que la moyenne de leur valeur soit égale à la valeur de la cellule mère telle que $(1/2)(Z_1^1 + Z_2^1)= Z_1^0$.

4. On subdivise chaque cellule de l'étape 1 en deux parties égales.

5. A l'étape $i=2$, on génère deux réalisations gaussiennes Z_1^2 et Z_2^2 de telle sorte que les critères suivants soient satisfaits : (1) que leur variance soit en accord avec la théorie de la « moyenne locale » ; (2) qu'elles soit correctement corrélées entre elles ; (3) que la moyenne de leur valeur soit égale à la valeur de la cellule mère telle que $(1/2)(Z_1^2 + Z_2^2)= Z_1^1$; (4) qu'elles soit correctement corrélées à Z_3^2 et Z_4^2. Les distributions des cellules filles sont donc conditionnées par les valeurs des cellules mères Z_1^1 et Z_2^1. Les réalisations Z_3^2 et Z_4^2 sont générées de la même manière à partir de la cellule mère Z_2^1.

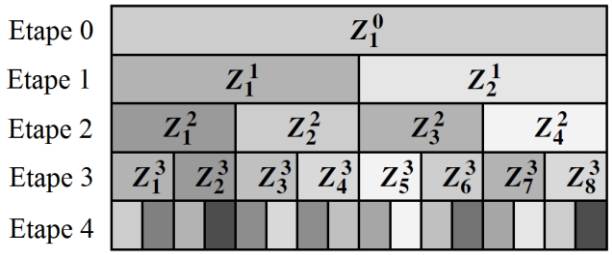


Figure I.3. Approche étagée de subdivisons du domaine selon la technique LAS (d'après Fenton et Vanmarcke, 1990)

L'algorithme se poursuit jusqu'à ce que l'on obtienne le nombre de cellules souhaité ou une taille de cellule ciblée. Comme nous venons de le voir, chaque cellule fille est conditionnée par la valeur prise par les cellules mères. Cependant, le nombre de cellules mères conditionnant la distribution des cellules filles Z_{2j}^{i+1} et Z_{2j-1}^{i+1} est limité à un voisinage de taille *(2n+1)* où 2*n* correspond au nombre de cellules voisines sélectionnées de part et d'autre de la cellule mère Z_j^i tel que représenté en figure I.4.

Z_{j-n}^i		Z_{j-k}^i		Z_{j-1}^i		Z_j^i		Z_{j+1}^i		Z_{j+k}^i		Z_{j+n}^i	
$Z_{2j-2n-1}^{i+1}$	Z_{2j-2n}^{i+1}	$Z_{2j-2k-1}^{i+1}$	Z_{2j-2k}^{i+1}	Z_{2j-3}^{i+1}	Z_{2j-2}^{i+1}	Z_{2j-1}^{i+1}	Z_{2j}^{i+1}	Z_{2j+1}^{i+1}	Z_{2j+2}^{i+1}	Z_{2j+2k}^{i+1}	$Z_{2j+2k+1}^{i+1}$	Z_{2j+2n}^{i+1}	$Z_{2j+2n+1}^{i+1}$

Figure I.4. Voisinage des cellules mères considérées pour l'estimation des cellules filles Z_{2j}^{i+1} et Z_{2j-1}^{i+1}

En raison de la monotonie des fonctions d'auto-corrélation généralement utilisées pour la génération des champs aléatoires en géotechnique, une taille de voisinage égale à 3 (*n=1*) peut raisonnablement être choisie (Fenton et Vanmarcke, 1990). Cependant, lorsque *n>0*, la réalisation des cellules près des frontières nécessite des valeurs de l'étape précédente dont les cellules mères peuvent se trouver en dehors du domaine. Le nombre de cellules mères utilisées pour la réalisation d'une cellule fille doit donc être ajusté dans ces conditions.

Nous proposons en figure I.5 une illustration de l'effet de la réduction de variance sur un champ aléatoire gaussien de moyenne nulle et de variance 1 réalisé par la technique LAS. Le champ aléatoire est généré sur un domaine de 30m en prenant *T*=0,5m, la longueur sous laquelle agit la réduction de variance. La courbe rouge correspond à une réalisation aléatoire du champ pour une longueur de corrélation de 10m. Les courbes noires et bleues correspondent à 10 réalisations du champ aléatoire générées par la technique d'échantillonnage par hypercube latin (cf. §I.4.3) et pour des longueurs de corrélation extrêmes ($lc=10^5$m pour les courbes noires et $lc=10^{-5}$m pour les courbes bleues). Pour une longueur de corrélation qui tend vers 0, le champ aléatoire devient un bruit blanc. Les fluctuations sont alors importantes dans l'espace et les valeurs prises en chaque point du domaine varient indépendamment de la distance séparant 2 points (c'est-à-dire que tous les points du champ deviennent non-corrélés). Cependant ces grandes variations observées à une très petite échelle sont moyennées dans l'approche LAS sous l'effet de la réduction de variance. Dans ces conditions, les valeurs prises en chaque point du domaine discrétisé tendent vers la moyenne et la variabilité de la propriété sur plusieurs simulations tend vers 0. Les courbes sont alors confondues et ne révèlent aucune variance significative (ni dans le signal, ni entre les simulations). Considérer une longueur de corrélation infiniment petite (ici $lc=10^{-5}$m) revient donc à rendre le problème déterministe. A l'inverse, une longueur de corrélation infiniment grande suppose que tous les points du domaine sont étroitement liés par la structure de corrélation spatiale. Les fluctuations du signal sont alors très faibles et les

valeurs tendent à devenir uniformes dans tout le domaine. Dans ce cas, le champ aléatoire se comporte comme une variable aléatoire où chaque valeur tirée permet de caractériser une réalisation du champ. Il n'y a aucune variabilité interne visible, mais chaque réalisation conduit à une valeur différente, la variance entre réalisations étant égale à la variance initiale (ici égale à 1).

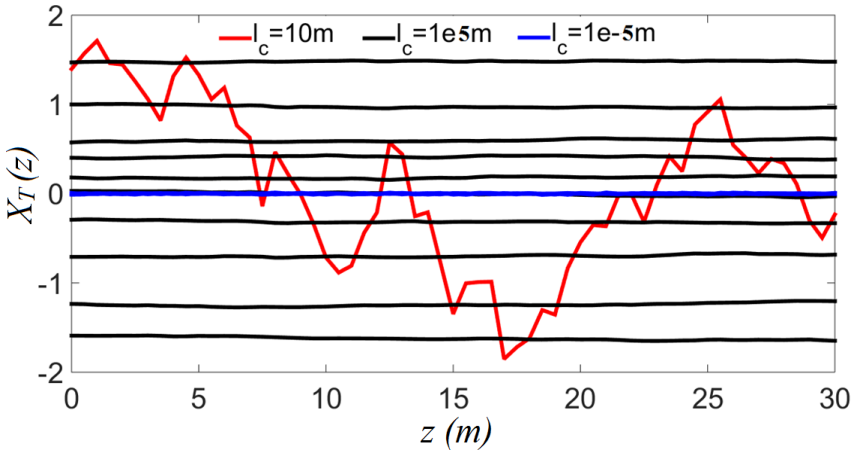


Figure I.5. Réalisations du processus aléatoire pour trois longueurs de corrélation distinctes

La méthode LAS permet, dans le cadre général, de générer des champs aléatoires gaussiens centrés réduits dont les valeurs obtenues doivent être adaptées aux distributions statistiques plus réalistes des propriétés géotechniques à modéliser. Par exemple, lorsque le champ aléatoire gaussien de moyenne nulle et de variance unitaire doit être transformé en un champ aléatoire log-normal, l'expression suivante peut directement être appliquée :

$$X(z_i) = exp[\mu_{lnX} + \sigma_{lnX} Y(z_i)] \qquad \textbf{(I.16)}$$

où $Y(z_i)$ correspond à la moyenne locale de l'élément centré en z_i du champ aléatoire gaussien centré réduit.

Le passage de l'espace normé (aussi appelé espace standard) vers un espace physique non-gaussien peut être généralisé par des méthodes de transformation isoprobabiliste. Nous présentons dans ce qui suit la transformation de Nataf, à partir de laquelle deux champs aléatoires quelconques peuvent être corrélés.

I.3.3.2. Transformation isoprobabiliste

Les champs aléatoires générés à l'issue de l'algorithme LAS suivent des distributions normales centrées réduites qui ne correspondent pas à l'espace physique des propriétés que l'on cherche à modéliser. Une transformation isoprobabiliste est alors nécessaire pour passer de l'espace normé à l'espace physique (et inversement).

Soit un vecteur de variables aléatoires indépendantes $X=\{X_1,...,X_i,...,X_n\}$ dans l'espace physique à transformer en un vecteur de variables aléatoires normales centrées réduites $U=\{U_1,...,U_i,...,U_n\}$.

La transformation T est effectuée par :

$$x_i \xrightarrow{T} u_i = \Phi^{-1}[F_{X_i}(x_i)], \qquad i = 1, \dots, n \qquad \textbf{(I.17)}$$

$$u_i \xrightarrow{T^{-1}} x_i = F_{X_i}^{-1}[\Phi(u_i)], \qquad i = 1, \dots, n \qquad \textbf{(I.18)}$$

où $\Phi(.)$ représente la fonction de répartition de la loi normale centrée réduite et $F_{X_i}(.)$ correspond à la fonction de répartition de la variable aléatoire X_i.

Comme nous le décrirons plus précisément dans la section I.3.4.4, certaines propriétés du sol peuvent être corrélées entre elles, ce qui nécessite de générer des champs aléatoires corrélés (Fenton et Griffiths, 2007). Dans ce contexte, il est nécessaire d'utiliser des méthodes qui tiennent compte de la structure de dépendance de X, telles que la transformation de Rosenblatt ou la transformation de Nataf. La transformation de Rosenblatt (Rosenblatt, 1952) ne sera pas détaillée car elle requiert la connaissance de la densité conjointe des variables physiques, ce qui est peu fréquent dans la réalité.

Une alternative est la transformation de Nataf (Nataf, 1962 ; Der Kiureghian et Liu, 1986) qui ne demande que la connaissance des moyennes, des écart-types, et des distributions marginales des variables physiques X. On introduit le vecteur aléatoire $Y=\{Y_1,...,Y_i,...,Y_n\}$ de variables normales centrées réduites dont les composantes corrélées sont obtenues par :

$$y_i = \Phi^{-1}\left[F_{X_i}(x_i)\right] \qquad \textbf{(I.19)}$$

Selon la théorie introduite par Nataf (1962), la fonction de densité conjointe des variables aléatoires X_i *et* X_j $(i,j=1,...,n)$ peut être exprimée par :

$$f_{X_iX_j} = f_{X_i}(x_i) f_{X_j}(x_j) \frac{\phi_n(y_i, y_j, \rho_{0,ij})}{\phi(y_i)\phi(y_j)} \qquad \textbf{(I.20)}$$

où $\phi_n(y_i, y_j, \rho_{0,ij})$ est la densité de probabilité d'un vecteur aléatoire centré réduit de dimension 2 et de coefficient de corrélation $\rho_{0,ij}$.

Le coefficient de corrélation ρ_{ij} entre les variables X_i et X_j peut être obtenu par :

$$\rho_{ij} = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\left(\frac{F_{X_i}^{-1}[\Phi(y_i)] - \mu_i}{\sigma_i}\right)\left(\frac{F_{X_j}^{-1}\left[\Phi(y_j)\right] - \mu_j}{\sigma_j}\right)\phi_n(y_i, y_j, \rho_{0,ij})dy_i dy_j \qquad \textbf{(I.21)}$$

Le coefficient de corrélation ρ_{ij} est une composante de la matrice de corrélation ρ établie pour le vecteur aléatoire des variables physiques X. De même, $\rho_{0,ij}$ est une composante de la matrice de corrélation ρ_0 établie pour le vecteur aléatoire des variables centrées réduites Y. Lorsque la matrice de corrélation dans l'espace gaussien est connue, la décomposition de Cholesky peut être appliquée à ρ_0 :

$$\rho_0 = L_0 L_0^T \qquad \textbf{(I.22)}$$

où L_0 correspond à la matrice triangulaire inférieure obtenue à partir de la décomposition de Cholesky.

Le vecteur de variables aléatoires centrées réduites et indépendantes noté U peut être obtenu en opérant la transformation suivante :

$$U = L_0^{-1} Y \qquad \textbf{(I.23)}$$

La transformation inverse de Nataf est donnée par :

$$Y = L_0 U \qquad \textbf{(I.24)}$$

On obtient finalement :

$$x_i = F_{X_i}^{-1}[\Phi(y_i)], \qquad i = 1, \dots, n \tag{I.25}$$

La matrice de corrélation ρ_0 dans l'espace gaussien étant rarement connue, Liu et Der Kiureghian (1986) ont proposé des formules approchées du type :

$$\rho_{0,ij} = F.\rho_{ij} \quad avec \;\; F \geq 1 \tag{I.26}$$

où F est fonction du coefficient de corrélation ρ_{ij} et des fonctions de densité marginales des variables aléatoires X_i *et* X_j. Si les formules empiriques proposées par Liu et Der Kiureghian (1986) donnent de bonnes approximations sur les valeurs exactes de $\rho_{0,ij}$, un inconvénient peut être leur implémentation dans un code de calcul informatique. Li *et al.* (2008) ont proposé un algorithme généralisé qui repose sur les transformations de Nataf et sur la méthode de quadrature de Gauss.

Li *et al.* (2008) proposent de résoudre l'équation (1.27) en prenant ρ_{ij} comme valeur initiale de $\rho_{0,ij}$:

$$\rho_{0,ij} - \sum_{l=1}^{m}\sum_{k=1}^{m} P_l P_k \left(\frac{x_{il} - \mu_i}{\sigma_i}\right)\left(\frac{x_{jk} - \mu_j}{\sigma_j}\right) = 0 \tag{I.27}$$

où m représente le nombre de points de Gauss z considérés et P_l, P_k sont les poids correspondants donnés dans Li *et al.* (2008).

Les composantes (x_{il}, x_{jk}) des variables X_i et X_j caractérisées respectivement par leur moyenne μ_i et μ_j et par leur écart-type σ_i et σ_j peuvent être obtenues en appliquant les équations (I.28) et (I.29) :

$$(y_{il}, y_{jk})^T = L_0(z_{il}, z_{jk})^T \tag{I.28}$$

$$(x_{il}, x_{jk})^T = \left(F_{X_i}^{-1}[\Phi(y_{il})], F_{X_j}^{-1}\left[\Phi(y_{jk})\right]\right) \tag{I.29}$$

I.3.4. Caractérisation de la variabilité spatiale des propriétés du sol

Les sols sont des matériaux complexes issus de la combinaison de processus physico-chimiques, géologiques et climatiques continus dans le temps (Phoon et Kulhawy, 1999a). Cette perpétuelle évolution multi-échelle confère aux propriétés du sol une certaine variabilité spatiale même au sein d'une couche relativement homogène. La variabilité spatiale des sols peut être représentée par l'expression suivante (Phoon et Kulhawy, 1999a) :

$$X(z) = Y(z) + W(z) \tag{I.30}$$

où $X(z)$ est la valeur de la propriété du sol au point z, $Y(z)$ est la moyenne de la propriété du sol au point z, et $W(z)$ est le résidu au point z. La fonction W est une variable aléatoire de moyenne nulle et de variance égale quel que soit le point z considéré. Elle correspond à la fluctuation de la valeur $X(z)$ autour de sa moyenne $Y(z)$. La fonction W présente une structure de corrélation spatiale, ce qui implique que la différence de fluctuation ($W(z^*) - W(z')$) entre deux points z^* et z' est fonction de la distance $\tau = z^* - z'$. La valeur de la moyenne $Y(z)$ peut être considérée constante en tous points z du domaine ou évolutive avec la profondeur par

exemple. La variable X correspond ainsi à une variable aléatoire dont la valeur prise en chaque point du domaine dépend uniquement des distances entre chaque point.

En général, la propriété du sol mesurée en un point résulte de la combinaison d'incertitudes aléatoires et épistémiques et s'écrit alors (De Groot et Baecher, 1993) :

$$X_m(z) = X(z) + \varepsilon(z) = Y(z) + W(z) + \varepsilon(z) \quad \textbf{(I.31)}$$

où $\varepsilon(z)$ est le bruit de la mesure $X(z)$, dû aux incertitudes épistémiques de mesure, de modélisation et d'interprétation.

Les résultats de l'analyse statistique d'une propriété du sol peuvent donc varier fortement selon le contexte environnemental du site, les conditions d'essai mises en œuvre ou les modèles d'interprétation utilisés. Cherubini (2000) rappelle les principaux paramètres statistiques utilisés pour représenter la variabilité spatiale des propriétés du sol avec (a) les valeurs moyennes, (b) les coefficients de variation, (c) les types de distribution de probabilité, (d) les longueurs de corrélation, et (e) les corrélations existant entre certaines propriétés physiques et mécaniques du sol.

Lorsque l'on ne dispose pas de données expérimentales pour caractériser la variabilité spatiale du sol sur un site bien documenté, la démarche usuelle consiste à se référer à la littérature. Cependant, comme nous le montrerons dans cette section, il faut faire preuve de jugement lorsque l'on manipule ce type de données car il n'existe pas de valeurs statistiques de référence permettant de générer aveuglement un champ aléatoire. Nous ne donnerons pas ici de listes exhaustives des valeurs retrouvées dans la littérature pour chaque propriété du sol et pour chaque paramètre statistique. Nous les indiquerons au fil du document pour répondre à un besoin ciblé.

I.3.4.1. Type de distribution

L'application de la théorie des champs aléatoires repose sur l'hypothèse que la variabilité spatiale d'une propriété observée sur un site résulte de la réalisation d'un champ aléatoire associé à une distribution de probabilité marginale (Christakos, 1992 ; Baecher et Christian, 2003).

Lorsque l'on dispose d'une quantité suffisante de données pour un site d'étude, les distributions de probabilité associées aux propriétés mesurées peuvent directement être utilisées pour la génération des champs aléatoires (El-Ramly *et al.*, 2002). Cependant, les observations expérimentales sont généralement incomplètes ou absentes. On peut alors se reporter aux nombreuses études publiées dans la littérature dans lesquelles différents types de distributions de probabilité sont utilisées pour représenter la variabilité des propriétés du sol.

Physiquement, il est impossible de retrouver dans la nature des propriétés géotechniques négatives, ce qui exclut a priori la distribution gaussienne qui, lorsqu'elle est mal paramétrée ou lorsque le coefficient de variation est trop important, peut générer des valeurs négatives en queue de distribution inférieure. Cependant plusieurs études indiquent que certaines propriétés du sol suivent des distributions symétriques et que la distribution gaussienne est ainsi bien adaptée (Rethati, 1988 ; Cherubini, 2000 ; Forrest et Orr, 2010). Pour cette même raison, Popescu *et al.* (2005) suggèrent d'utiliser une loi beta symétrique qui présente également l'avantage de pouvoir être bornée par des valeurs maximales et minimales respectant les éventuelles limites physiques de la propriété à modéliser (Harr, 1987 ; El-Ramly *et al.*, 2002 ; Lacasse et Nadim, 2007). Par exemple, Fenton et Griffiths (2003) rappellent que l'angle de frottement du sol doit être encadré par une limite inférieure (φ'=0) et une limite supérieure

(φ'=90°). Des distributions qui tendent vers des valeurs infinies peuvent alors ne pas être adaptées pour représenter certaines propriétés du sol. Même si la loi beta est parfois utilisée pour sa capacité à être bornée et pour sa symétrie, sa mise en œuvre dans le cadre des champs aléatoires peut être lourde et son implémentation numérique difficile (Fenton et Griffiths, 2003).

Si d'autres distributions telles que la loi gamma (Popescu *et al.*, 2005 ; Jimenez et Sitar, 2009 ; Forrest et Orr, 2010), la loi triangulaire, la loi normale tronquée (Most et Knabe, 2010) ou la loi uniforme (Pula, 2007) peuvent être employées, la loi log-normale reste la plus répandue (Griffiths et Fenton, 2001 ; Fenton et Griffiths, 2002 ; Youssef et al., 2008 ; Babu et Singh, 2009 ; Cho et Park, 2010). Elle présente l'avantage de contenir des valeurs strictement positives, d'avoir une relation analytique simple avec la distribution gaussienne et d'être décrite par des paramètres statistiques familiers (moyenne et variance). Si l'asymétrie de la loi log-normale peut ne pas toujours être en accord avec les observations expérimentales, celle-ci est atténuée pour les propriétés présentant une faible dispersion rendant la distribution log-normale assez similaire à la distribution normale. De plus, la loi log-normale possède une queue de distribution étendue vers la droite et est ainsi bien adaptée pour les propriétés présentant une grande dispersion et ne possédant pas de limite supérieure. Si la nature illimitée de l'extrémité supérieure de la distribution log-normale peut être discutable, Griffiths et Fenton (2001) pensent qu'elle peut parfois être justifiée dans le cas de sols avec une structure très erratique et comportant des inclusions de matériaux très cimentés qui augmentent localement la résistance au cisaillement du sol. De plus, lorsque l'on traite des problèmes avec de très faibles probabilités de défaillance, la loi log-normale peut être bien adaptée, en particulier pour représenter les variables de chargement, car elle conduit pour de très faibles probabilités d'occurrence à tirer des valeurs excessivement éloignées des valeurs centrales mais pas forcément réalistes.

Quelques études (Low, 2005 ; Popescu *et al.*, 2005 ; Low *et al.*, 2007 ; Pula, 2007 ; Jimenez et Sitar, 2009 ; Wang *et al.*, 2011) ont montré que le type de distribution employé pouvait avoir un impact important sur l'estimation de la fiabilité des ouvrages géotechniques. Cependant, en cas de manque ou d'absence de données pour privilégier un type de distribution plutôt qu'un autre, le choix de la distribution log-normale semble assez raisonnable.

I.3.4.2. Coefficients de variation

L'autre paramètre statistique important pour la génération des champs aléatoires est l'intensité de la dispersion des propriétés autour de leur valeur moyenne. Plutôt que de parler d'écart-type ou de variance qui varient proportionnellement à la moyenne, nous caractérisons la dispersion d'une propriété autour de sa moyenne par son coefficient de variation.

Les coefficients de variation des propriétés du sol peuvent être estimés à partir de différentes procédures d'essais in-situ ou en laboratoire (Lacasse et Nadim, 1996 ; Duncan, 2000). Lorsque l'on dispose de peu ou pas d'observations expérimentales, on peut se référer à la littérature dans laquelle on retrouve, pour différentes propriétés géotechniques, de très larges plages de valeurs de coefficients de variation et issues de nombreux tests sur des sols et sites différents (Harr, 1987; Kulhawy, 1992 ; Becker, 1996 ; Lacasse et Nadim, 1996 ; Cherubini, 1997 ; Orr et Farell, 1999 ; Duncan, 2000 ; Baecher et Christian, 2003 ; Baker et Calle, 2006). Comme nous l'avons précisé auparavant, une part de la dispersion des propriétés du sol estimée à partir des études expérimentales et statistiques peut provenir de sources d'incertitudes autres que la variabilité intrinsèque du sol (relatives à la méthode d'identification, aux erreurs de mesure, à la taille des spécimens...). Dans ce sens, les travaux

de Phoon et Kulhawy (1999a, 1999b) ont permis d'estimer pour différentes propriétés du sol les coefficients de variation résultant de la variabilité intrinsèque des matériaux en la séparant des autres facteurs d'incertitudes.

Toutefois, il faut garder à l'esprit que les plages de valeurs des coefficients de variation fournis par la littérature pour différentes caractéristiques géotechniques sont relatives à un ensemble de paramètres tels que les conditions d'échantillonnages, les procédures d'essais ou les méthodes d'analyse mises en œuvre. Le coefficient de variation observé peut également être très variable selon la quantité d'échantillonnages réalisée sur le site d'étude et selon le facteur d'échelle existant entre le volume de sol échantillonné et le volume du domaine à échantillonner (Fenton, 1999 ; Fenton et Griffiths, 2003). En effet, plus le nombre d'investigations sur le domaine étudié sera important, plus le coefficient de variation estimé tendra à se rapprocher de la valeur « vraie » de la dispersion de la propriété concernée. Cependant, cette valeur « vraie » n'est pas la même selon la taille des échantillons considérés. Des échantillons de taille microscopique pourront être très différents entre eux avec parfois des particules de roche très solides et d'autres contenant beaucoup de porosité, ce qui pourra induire une forte variabilité de la propriété étudiée. Dans un sol relativement homogène et à des échelles plus usuelles (centimétrique), le coefficient de variation devrait être plus faible sous l'effet lissé (*local average* en anglais) de la variabilité de la propriété. Cet effet lissé est lié à la notion de réduction de variance vue précédemment qui tend à atténuer les fortes variations observées à une échelle plus locale. Ainsi, plus le volume des échantillons sera important plus le coefficient de variation estimé pour une propriété tendra vers 0 si le sol est homogène. Il existe donc une incertitude d'un niveau supérieur sur le coefficient de variation, c'est l'échelle sur laquelle il doit être déterminé. Fenton et Griffiths (2003) suggèrent, lorsque l'on étudie les effets de la variabilité, de couvrir une large plage de valeurs pour les coefficients de variation (de 10% à 500%) pour prendre en compte à la fois la variabilité pouvant être observée à l'échelle microscopique où s'initient les mécanismes de rupture du sol et à la fois l'échelle usuelle des essais en laboratoire.

Nous devons donc faire preuve de jugement lorsque l'on applique des données issues de la littérature, en particulier quand celles-ci ont un impact significatif sur les résultats attendus. Plusieurs études ont montré l'influence de l'incertitude relative aux coefficients de variation sur l'estimation de la fiabilité des ouvrages géotechniques tels que les fondations superficielles (Cherubini, 2000 ; Griffith et Fenton, 2001 ; Griffith *et al.*, 2002 ; Fenton et Griffiths, 2003 ; Nobahar, 2003 ; Popescu *et al.*, 2005 ; Fenton et Griffiths, 2007 ; Orr et Breysse, 2008 ; Griffith et Fenton, 2009 ; Cho et Park, 2010 ; Forrest et Orr, 2010 ; Kasama et Whittle, 2011 ; Wang *et al.*, 2011 ; Huber, 2013), la stabilité des pentes (Chowdhury et Xu, 1992 ; Malkawi *et al.*, 2000 ; Griffith et Fenton, 2004 ; Suchomel et Masin, 2010) ou les ouvrages de soutènement (Low, 2005 ; Babu et Basha, 2008 ; Babu et Singh, 2009). En règle générale, plus la dispersion sur les propriétés du sol est grande plus la variabilité de la réponse de l'ouvrage est importante réduisant ainsi la fiabilité estimée. Si les valeurs présentées dans la littérature sont incertaines, certaines tendances qualitatives peuvent être respectées. Par exemple, l'angle de frottement est généralement caractérisé par une plus grande dispersion dans les argiles (10-50%) que dans les sables (5-15%) (Phoon et Kulhawy, 1999a ; Cherubini, 2000). De plus, la cohésion effective (20-40%) et le module d'Young (15-65%) peuvent présenter de plus fortes dispersions que le poids volumique du sol (1-10%) ou que le coefficient de Poisson (1-15%) (Orr et Farell, 1999 ; Phoon et Kulhawy, 1999b ; Pula et Rybak, 2007).

I.3.4.3. Structure de corrélation spatiale

Comme énoncé précédemment, les propriétés du sol ne varient pas aléatoirement dans l'espace mais sont plutôt sujettes à une variabilité progressive quantifiée par une structure de corrélation spatiale (Elkateb *et al.*, 2003). Cette dernière est définie par une fonction d'auto-corrélation qui permet de définir le degré de dépendance entre deux points distincts de l'espace. On rappelle que la longueur de corrélation est un indicateur fondamental pour représenter la variabilité spatiale d'une propriété et qu'elle mesure la distance unidimensionnelle au-delà de laquelle deux points de l'espace ne sont plus corrélés significativement.

Plusieurs expressions de fonctions d'auto-corrélation sont utilisées dans les problèmes géotechniques (Vanmarcke, 1984 ; Rackwitz 2000), celle de forme exponentielle étant la plus répandue. Si l'impact de la longueur de corrélation sur la fiabilité des ouvrages géotechniques a fait l'objet de nombreuses études (Cherubini, 2000 ; Fenton et Griffiths, 2002 ; Griffith *et al.*, 2002 ; Fenton et Griffiths, 2003 ; Nobahar, 2003 ; Griffith et Fenton, 2004 ; Popescu *et al.*, 2005 ; Cho, 2007 ; Low *et al.*, 2007 ; Pula, 2007 ; Griffith et Fenton, 2009 ; Cho et Park, 2010 ; Fenton et Naghibi, 2011 ; Kasama et Whittle, 2011 ; Wang et Cao, 2013), l'effet du choix du modèle d'auto-corrélation reste une piste de recherche. L'effet de la longueur de corrélation sur la fiabilité dépend du type d'ouvrage étudié et du type de performance analysé. D'une manière générale, une longueur de corrélation prise infiniment grande ou infiniment petite mènera à considérer un sol quasi-homogène avec de très faibles fluctuations spatiales. Cependant, dans le cas où la longueur de corrélation tend vers plus l'infini, l'effet de réduction de variance est négligeable et la variabilité globale des réponses de l'ouvrage peut être importante.

Dans le cadre de ce travail, nous n'aborderons que des champs aléatoires unidimensionnels pouvant être caractérisés par une longueur de corrélation verticale ou horizontale. La longueur de corrélation horizontale (10m-30m) est souvent supposée plus grande que la longueur de corrélation verticale (0,5m-2m) en raison de la structure généralement stratifiée des sols. La longueur de corrélation peut également varier selon la propriété du sol. Si les longueurs de corrélation peuvent être estimées à partir de l'analyse statistique des données obtenues dans le domaine de variation spatiale (Fenton, 1999), plusieurs études donnent des plages de valeurs pour différentes propriétés (Lacasse et Nadim, 1996 ; Cherubini, 1997 ; Phoon et Kulhawy, 1999a ; El-Ramly *et al.*, 2003 ; Huber et al., 2009). Cependant, la longueur de corrélation obtenue par l'analyse des données expérimentales dépend de la distance sur laquelle elle a été estimée (Fenton et Griffiths, 2002). En effet, les propriétés du sol varient à plusieurs échelles et les paramètres descriptifs de la variabilité du sol (le coefficient de variation et la longueur de corrélation) peuvent être très différents selon que l'on réalise un échantillonnage tous les centimètres sur quelques mètres ou que l'on échantillonne toutes les dizaines de mètres sur quelques kilomètres (Guekie, 2012). Plusieurs études (De Groot et Baecher, 1993 ; Lacasse et Nadim, 1996) montrent que l'incertitude sur l'estimation de la longueur de corrélation décroît significativement avec le nombre d'observations expérimentales. La longueur de corrélation est, comme le coefficient de variation des propriétés du sol, étroitement liée aux processus géologiques et climatiques à l'origine de la formation des couches de sol (Fenton et Vanmarcke, 1991). En effet, un sol issu de dépôts de sédiments marins présentera une structure géologique plus homogène et continue qu'un sol erratique composé de débris rocheux présentant une grande variabilité sur de faibles distances (El-Ramly *et al.*, 2003) ou qu'un sol qui a été remanié par des processus ultérieurs.

Cela confirme une nouvelle fois que les données issues de la littérature doivent être manipulées avec un regard critique et qu'il est préférable de les utiliser lorsqu'elles sont

accompagnées d'informations supplémentaires notamment sur les conditions d'expérimentation, sur le contexte géologique et sur la taille du domaine d'étude.

I.3.4.4. Corrélations entre les propriétés du sol

Dans notre travail, une attention particulière sera accordée à la corrélation entre la cohésion effective et l'angle de frottement interne du sol. Si cette corrélation est généralement supposée négative, sa valeur n'est pas clairement identifiée dans la littérature car elle dépend certainement du type de sol considéré et car ses effets sur la fiabilité des ouvrages géotechniques prêtent encore à discussion (Popescu, 2004 ; Fenton et Griffiths, 2004). Une corrélation négative implique qu'une valeur relativement grande de cohésion aura une plus grande probabilité d'être associée à une valeur relativement faible d'angle de frottement (et inversement). Selon la loi de Mohr-Coulomb $\{\tau = c + \sigma.\tan\varphi\}$, la résistance au cisaillement d'un sol croît à la fois avec la cohésion et avec l'angle de frottement. De fortes valeurs de cohésion seront donc compensées par de faibles valeurs d'angle de frottement (et inversement) réduisant ainsi la variance de la résistance au cisaillement du sol par rapport à une situation sans corrélation où la dispersion de la résistance au cisaillement résulte de la combinaison aléatoire de la variabilité de chacune des deux propriétés indépendantes. L'introduction d'une corrélation positive aurait l'effet inverse, c'est-à-dire que de fortes (ou faibles) valeurs de cohésion seront associées à de fortes (ou faibles respectivement) valeurs d'angle de frottement impliquant une augmentation de la dispersion de la résistance au cisaillement du sol par le cumul des variances de chaque paramètre.

Breysse (2011) a donné deux raisons différentes d'ordre statistique et géotechnique qui vont dans le sens de l'existence d'une corrélation négative entre ces deux propriétés du sol. D'une part, il rappelle que lorsque l'on cherche à construire l'enveloppe des cercles de Mohr obtenus à l'issu d'essais de cisaillement, une infinité de droites peuvent être tracées en raison de la variabilité du sol et des incertitudes d'essais. Chaque droite étant caractérisée par son ordonnée à l'origine (définie par la valeur de cohésion effective c') et par sa pente (définie par la valeur de l'angle de frottement φ'), les estimations sur c' et φ' sont donc liées : si l'on retient une valeur relativement grande pour la cohésion, cela conduit à une valeur relativement faible pour l'angle de frottement (et inversement). D'autre part, la seconde raison avancée par Breysse (2001) pour expliquer physiquement la corrélation négative entre c' et φ' consiste à prendre l'exemple d'un sol contenant une fraction plus ou moins élevée de fines argileuses. Lorsque celle-ci augmente, la valeur d'angle de frottement tend à diminuer et la valeur de cohésion tend à augmenter.

Plusieurs valeurs de corrélation ρ entre ces deux propriétés du sol sont citées dans la littérature ($-0{,}70 \leq \rho \leq -0{,}37$ pour Lumb, 1970 ; $-0{,}49 \leq \rho \leq -0{,}24$ pour Yucemen *et al.*, 1973 ; $-0{,}49 \leq \rho \leq 0{,}10$ pour Magnan et Baghery ; 1982 ; $\rho = -0{,}47$ pour Wolff, 1985 ; $\rho = -0{,}61$ pour Cherubini, 1997). Quelques études ont montré l'effet de la variation du coefficient de corrélation entre la cohésion et l'angle de frottement du sol sur la fiabilité des fondations superficielles (Cherubini, 2000 ; Fenton et Griffiths, 2003 ; Babu et Srivastava, 2007 ; Pula, 2007 ; Youssef *et al.*, 2008 ; Cho et Park, 2010 ; Forrest et Orr, 2010 ; Breysse, 2011 ; Pouya *et al.*, 2014), sur la fiabilité des ouvrages de soutènement (Babu et Singh, 2009) et sur la stabilité des pentes (Low, 2007). D'une manière générale, l'introduction d'une corrélation négative entre la cohésion et l'angle de frottement du sol mène à surévaluer la fiabilité d'un ouvrage géotechnique, ce qui n'est pas conservatif par rapport au cas où l'on considère une indépendance de ces deux propriétés.

Dans le cadre de ce travail, d'autres structures de dépendance entre certaines propriétés du sol peuvent nous intéresser telles qu'une corrélation positive entre les paramètres de

résistance au cisaillement et le poids volumique (Chowdhury et Xu, 1992 ; Babu et Srivastava, 2007 ; Babu et Singh, 2009) ou une corrélation négative entre le module d'Young et le coefficient de Poisson (Pula et Rybak, 2007).

I.4. Méthodes probabilistes pour la propagation de l'incertitude

Un ouvrage de Génie Civil doit être conçu de manière à ce que la probabilité d'occurrence des états limites soit en accord avec le niveau de fiabilité visé et avec la faisabilité économique du projet. On appelle état limite l'état au-delà duquel l'ouvrage ne respecte pas les critères de conception (Orr et Breysse, 2008). Plusieurs niveaux d'analyse de la sécurité peuvent être distingués (Favre, 2005) :

- L'analyse purement déterministe où les incertitudes sont prises en compte sous la forme de facteurs de sécurité globaux F_S fixés de manière empirique dans le but de vérifier que $\{Résistance/Sollicitation \geq F_S\}$;

- L'analyse semi-probabiliste, proposée par les Eurocodes, qui distingue les différentes sources d'incertitude. Des facteurs partiels de sécurité sont appliqués sur les variables d'action, de matériaux et de résistance afin de majorer les valeurs de calcul des paramètres ayant une action défavorable et de minorer les valeurs de calcul des paramètres ayant une action favorable. Ces facteurs partiels de sécurité sont combinés et calibrés de manière à ce que la fiabilité ciblée soit assurée pour différentes configurations d'ouvrage et différentes conditions de mise en œuvre. Les facteurs partiels de sécurité sont obtenus par les analyses probabilistes définies ci-après ;

- L'analyse probabiliste approchée qui, à partir d'hypothèses simplificatrices, consiste à déterminer la probabilité de défaillance (ou l'indice de fiabilité) à un certain point de la surface d'état limite (méthode FORM) ;

- L'analyse purement probabiliste qui consiste à estimer la fonction de répartition de la fonction de performance et à considérer ainsi la défaillance comme une fonction continue (méthode Monte Carlo) ;

- L'analyse probabiliste à l'échelle du projet qui assure la recherche des paramètres de conception optimaux pour minimiser les risques sur différents enjeux (sécurité, économique...) en tenant compte des différentes sources d'incertitude.

Nous nous intéressons ici aux méthodes probabilistes qui, par rapport à l'approche semi-probabiliste, permettent d'analyser le niveau de fiabilité de l'ouvrage vis-à-vis des sources d'incertitude suggérées. Pour illustrer l'intérêt de ces méthodes, considérons le cas élémentaire $R(X)-S(X)$ où R et S sont respectivement les fonctions de résistance et de sollicitation évaluées à partir d'un vecteur de variables aléatoires $X=\{X_1,...,X_i,...,X_p\}$. La variable aléatoire X_i est une entrée du modèle de résistance et/ou de sollicitation du système qui peut par exemple décrire des paramètres de résistance des matériaux, de géométrie ou de chargement.

La fonction de performance $G(X)$ peut s'écrire sous la forme d'une marge de sécurité $G(r,s)=r-s$ ou $G(r,s)=r/s-1$ où r et s sont deux réalisations de R et S. Le scénario $G(r,s)>0$ décrit la sécurité du système alors que $G(r,s)\leq 0$ correspond à un scénario de défaillance.

La probabilité de défaillance P_f du système peut alors s'écrire :

$$P_f = Prob(\{R(X) - S(X) \leq 0\}) = Prob(\{G(X) \leq 0\}) \qquad \textbf{(I.32)}$$

La fiabilité du système peut s'exprimer :

$$Fiabilité = 1 - P_f \qquad \textbf{(I.33)}$$

Nous allons décrire deux techniques distinctes d'estimation de la probabilité de défaillance couramment utilisées pour la conception sous incertitudes des ouvrages. Nous présenterons tout d'abord la méthode FORM qui est une technique d'approximation de la surface d'état limite $G(X)=0$ à partir de laquelle est estimée un indice de fiabilité. Nous aborderons ensuite la méthode de simulation de Monte Carlo qui permet notamment d'obtenir la densité de probabilité et les moments statistiques de la fonction de performance $G(X)$ par échantillonnage des distributions d'entrées. D'autres techniques d'analyse probabiliste, présentées dans Baecher et Christian (2003) et non détaillées ici, permettent d'estimer de manière efficiente les moments statistiques de la fonction de performance par un ensemble de points discrets (Point Estimate Method) ou à partir de la série de Taylor (First Order Second Moment, Second Order Second Moment).

I.4.1. Méthode FORM

La méthode FORM (First Order Reliability Method) s'applique dans l'espace normé *U* où les variables sont normales centrées réduites et indépendantes. Les transformations isoprobabilistes, comme la transformation de Nataf décrite à la section I.3.3.2, permettent le passage de l'espace physique vers l'espace normé (et inversement). Soit *G(X)=0* la surface d'état limite réelle dans l'espace physique, on définit *H(u)=0* son équivalent dans l'espace normé comme indiqué à la figure I.6. Les ellipses illustrées sur cette figure représentent les « courbes de niveau » d'iso-densité de probabilité. La corrélation entre les variables physiques est traduite par des ellipses inclinées, c'est-à-dire par la rotation des axes principaux des ellipses par rapport aux axes de coordonnées des variables aléatoires.

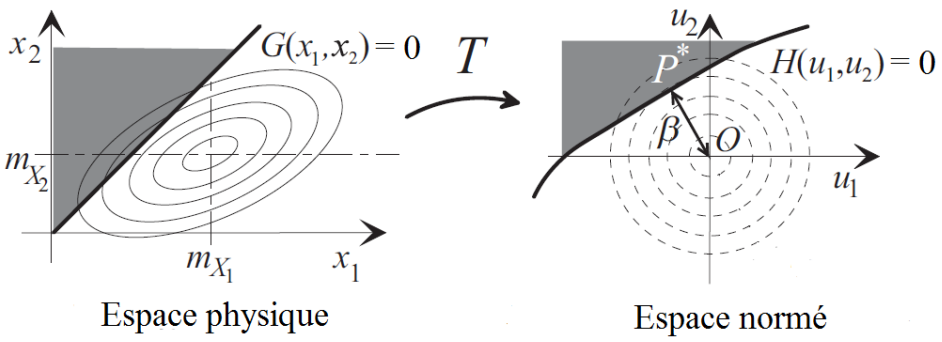


Figure I.6. Représentation de l'indice d'Hasofer-Lind (d'après Lemaire, 2005)

La méthode FORM propose d'approcher la surface d'état limite réelle *H(u)=0* par un hyper-plan tangent au point de conception. Le point de conception correspond au point de défaillance le plus probable, noté *P**. Parmi tous les points appartenant à la surface d'état limite réelle, le point de conception est celui qui est le plus proche de l'origine *O* de l'espace normé. L'indice de fiabilité β au sens d'Hasofer et Lind correspond à la distance entre *P** et *O*, c'est-à-dire la distance minimale entre l'origine de l'espace normé et la surface d'état limite comme représenté à la figure I.6. Le point de conception *P** est défini dans l'espace normé par ses coordonnées $u^*=\{u_1^*,..., u_n^*\}$.

Deux formulations de FORM peuvent être présentées (Youn et Choi, 2004) : l'approche par l'indice de fiabilité (AIF) et l'approche par la mesure de performance (AMP). L'AIF

consiste à rechercher le point de conception qui minimise la distance OP^* en résolvant le problème d'optimisation sous contrainte suivant :

$$minimiser\ \beta = \left(\sqrt{\sum_{i=1}^{n} u_i^2}\right) sous\ la\ contrainte: H(u) \leq 0 \qquad \textbf{(I.34)}$$

Plusieurs techniques d'optimisation peuvent être appliquées pour résoudre ce problème, les plus répandues étant l'algorithme Hassofer-Lind-Rackwitz-Fiessler (Rackwitz et Fiessler, 1979) et l'algorithme iHLRF (Zhang et Der Kiureghian, 1995). Des méthodes d'optimisation métaheuristiques, tel que l'algorithme *PSO* qui sera présenté au Chapitre II, peuvent aussi être utilisées (Rojas, 2008) et ne nécessitent pas le calcul de gradients.

Lorsque l'on cherche à atteindre un indice de fiabilité cible β_t, on parle d'AMP ou de FOIRA (First Order Inverse Reliability Approach) et le problème d'optimisation devient :

$$minimiser\ H(u)\ sous\ la\ contrainte: \sqrt{\sum_{i=1}^{n} u_i^2} = \beta_t \qquad \textbf{(I.35)}$$

L'équation de l'hyper-plan tangent au point de conception s'exprime :

$$\widetilde{H}(u) = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i u_i + \beta \qquad \textbf{(I.36)}$$

où α_i représente le cosinus directeur de la droite P^*O associé à la variable u_i et peut être relié à l'indice de fiabilité par :

$$u_i^* = -\beta\alpha_i \qquad \textbf{(I.37)}$$

L'approximation au premier ordre de la surface d'état limite permet finalement d'approcher la probabilité de défaillance par :

$$P_f \approx \Phi(-\beta) = 1 - \Phi(\beta) \qquad \textbf{(I.38)}$$

où $\Phi(.)$ représente la fonction de répartition de la loi normale centrée réduite.

Pour augmenter la précision de la probabilité de défaillance approximée par FORM, la méthode SORM (Second Order Reliability Method) peut être employée. Elle permet d'approcher l'état limite réel au point de conception par une hyper-surface d'ordre 2. En cas de fortes non-linéarités ou de fortes courbures de l'état limite, les probabilités de défaillance estimées par FORM et SORM peuvent être différentes. Cependant, dans les problèmes géotechniques la probabilité de défaillance obtenue avec SORM est souvent très proche de celle obtenue avec FORM (Nadim, 2007).

Madsen (2008) propose un facteur de sensibilité d'omission exprimant l'erreur commise sur l'indice de fiabilité lorsqu'une variable aléatoire est remplacée par sa valeur moyenne. Ce facteur de sensibilité, exprimé par l'équation (I.39), donne l'importance relative des variables aléatoires sur l'estimation de l'indice de fiabilité.

$$\gamma(x_i) = \frac{\beta(x_i = \mu_i)}{\beta} \quad \textbf{(I.39)}$$

où β est l'indice de fiabilité calculé lorsque tous les paramètres sont représentés par des variables aléatoires et $\beta(x_i = \mu_i)$ est l'indice de fiabilité déterminé lorsque le paramètre x_i est remplacé par sa valeur moyenne μ_i.

I.4.2. Simulations de Monte Carlo

Les simulations de Monte Carlo (notées MCS) permettent de générer par tirages aléatoires un grand nombre *N* de valeurs respectant les distributions marginales des variables aléatoires associées. A chaque tirage la réponse du système peut être évaluée, ce qui permet après *N* tirages d'effectuer un traitement statistique de la fonction de performance. A partir de la distribution de probabilité obtenue pour la fonction de performance, il est alors possible d'estimer ses moments statistiques et la probabilité de défaillance.

Considérant $f_X(x)$ la fonction de densité conjointe d'un vecteur $X=\{X_1,...,X_i,...,X_p\}$ composé de *p* variables aléatoires, la probabilité de défaillance s'exprime :

$$P_f = \int_{D_f = G(X) \leq 0} f_X(x) dx_1 \dots dx_p = \int_D f_X(x) I_{D_f}(x)\, dx_1 \dots dx_p \quad \textbf{(I.40)}$$

où D_f et D correspondent respectivement au domaine de défaillance et au domaine d'intégration et où I_{D_f} est un indicateur de défaillance valant 1 lorsque *G(X)≤0 (domaine de défaillance du système)* et valant 0 lorsque *G(X)>0 (domaine de sécurité du système).*

La probabilité de défaillance peut être approchée par la moyenne de I_{D_f} telle que :

$$P_f \approx \tilde{P}_f = \frac{1}{N} \sum_{r=1}^{N} I_{I_{D_f}}^{(r)} = \frac{N_f}{N} \quad \textbf{(I.41)}$$

où N_f est le nombre de cas parmi les *N* tirages où l'on obtient *G(X)≤0*.

La moyenne empirique de la fonction de performance *G(X)* peut être obtenue par l'estimateur suivant :

$$E[G(X)] \approx \bar{G}(X) = \frac{1}{N} \sum_{r=1}^{N} G\left(x^{(r)}\right) \quad \textbf{(I.42)}$$

$$var[G(X)] \approx \frac{1}{N-1} \sum_{r=1}^{N} \left(G\left(x^{(r)}\right) - \bar{G}(X)\right)^2 \quad \textbf{(I.43)}$$

Des formulations d'intervalles de confiance sur les paramètres statistiques de $G(X)$ peuvent être retrouvées dans Harding *et al.* (2014).

La méthode MCS peut être employée quelle que soit la complexité du modèle déterministe et la forme de la surface d'état limite mais le nombre de simulations ainsi que les temps de calculs peuvent être très importants selon la nature du modèle utilisé et le niveau de précision recherché. Lorsque la probabilité de défaillance recherchée est très faible, des méthodes de réduction de variance de l'estimateur comme les tirages d'importance, les tirages conditionnés ou les tirages adaptatifs sont des alternatives à la méthode MCS classique et permettent

d'effectuer des tirages ciblés au voisinage du point de conception P^* (Lemaire, 2005 ; Sudret, 2007). Ces méthodes nécessitent l'identification préalable du point de conception mais permettent de réduire considérablement les temps de calcul et la variance de la probabilité de défaillance estimée. Des stratégies d'échantillonnage dirigées vers la surface d'état limite, telles que les simulations directionnelles ou la méthode des Subsets, sont une alternative aux méthodes basées sur le point de conception lorsque celui-ci n'est pas connu.

Si ces méthodes sont bien adaptées pour l'estimation de la probabilité de défaillance, elles ne sont pas conçues pour couvrir l'ensemble du domaine des variables aléatoires et estimer ainsi les moments statistiques de la fonction de performance. Pour cela nous présentons ci-après une méthode de réduction de variance répandue et simple à mettre en œuvre : la méthode d'échantillonnage par hypercube latin.

I.4.3. Méthode d'échantillonnage par hypercube latin

La résolution des problèmes de conception robuste abordés dans le prochain chapitre nécessite l'estimation des paramètres statistiques (distribution, moments) de la fonction de performance. Pour cela, nous suggérons d'utiliser la technique d'échantillonnage par hypercube latin (McKay *et al.*, 1979 ; Stein, 1987), notée LHS (Latin Hypercube Sampling), qui est une méthode de simulation plus efficiente que la méthode MCS.

Cette méthode consiste à subdiviser le domaine de variation de chaque variable aléatoire X_i, $i=1...k$ en N sous-intervalles équiprobables. Un tirage aléatoire uniforme est ensuite réalisé à l'intérieur de chaque sous intervalle sur toutes les dimensions $i=1..k$. La dernière étape consiste à combiner de manière uniforme et aléatoire les N valeurs obtenues pour chaque variable X_i avec les N valeurs obtenues pour les autres variables $X_{i\neq j}$ $i,j=1..k$.

Par rapport à MCS, la méthode LHS permet de mieux couvrir l'espace des variables aléatoires X, même avec un nombre limité d'échantillons, et mène ainsi à une meilleure estimation sur l'espérance de la fonction de sortie $Y=f(X)$ (Saltelli *et al.*, 2004). La figure I.7 représente cinq tirages issus de variables normales centrées réduites par les techniques MCS (points rouges) et LHS (points bleus). La figure I.7.a illustre la fonction de répartition d'une variable aléatoire X_1 ainsi que les sous-intervalles équiprobables dans lesquels ont été tirées uniformément cinq valeurs par la méthode LHS. La figure I.7.b illustre un échantillonnage réalisé en dimension $k=2$ dans cinq sous-intervalles équiprobables. Ces observations montrent bien que les simulations par LHS recouvrent mieux l'espace des variables aléatoires par rapport à la méthode MCS pour laquelle les points sont échantillonnés aléatoirement et conformément aux densités de probabilité marginales des variables aléatoires.

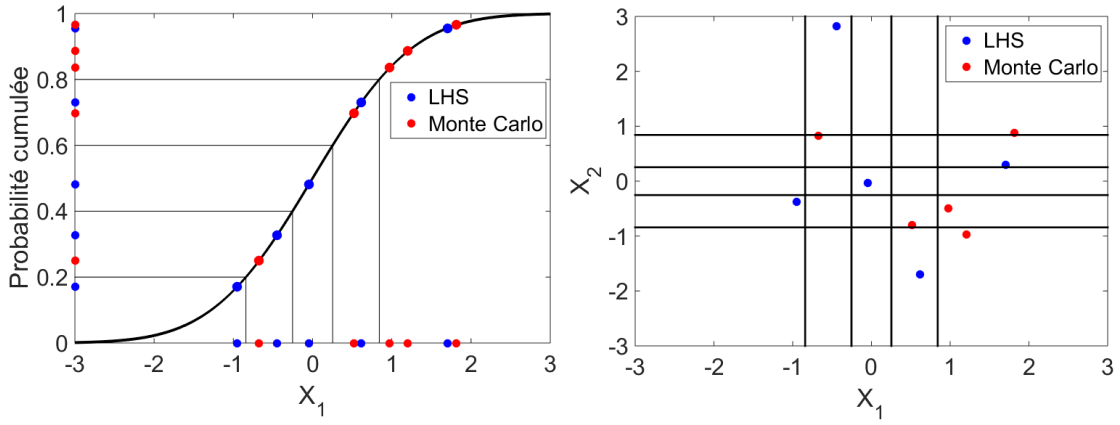


Figure I.7. Comparaison des échantillonnages par MCS et par LHS représentés (a) sur la fonction de répartition de X_1 et (b) sur l'espace bidimensionnel des deux variables aléatoires X_1 et X_2

Plusieurs variantes de LHS permettent d'optimiser les permutations entre les composantes des variables aléatoires afin de mieux répartir les N points sur l'espace à k dimensions. Dans tous les cas, une condition préalable pour l'application de la méthode LHS est l'indépendance des variables aléatoires.

Lorsque les variables aléatoires sont corrélées, les permutations ne peuvent pas être effectuées de manière aléatoire et indépendante. Pour ceci, nous proposons d'utiliser la méthode d'Iman et Connover (1982) qui permet de créer une structure de dépendance entre les variables aléatoires indépendantes X_i d'un vecteur $X=\{X_1,...,X_i,...,X_p\}$ généré par LHS. Cette méthode, qui ne sera pas détaillée ici, consiste à remanier toutes les composantes de chaque variable pour approcher au mieux une matrice de corrélation de référence. L'avantage d'une telle méthode est de conserver toutes les composantes générées par LHS et de préserver ainsi les distributions marginales introduites pour chaque variable aléatoire. La figure I.8 illustre deux variables aléatoires centrées réduites générées par LHS (points noirs) dont les 100 composantes ont été ensuite réorganisées (points rouges) par la méthode d'Iman et Connover pour respecter un coefficient de corrélation ρ égal à 0,9. Le coefficient de corrélation finalement obtenu entre les deux variables aléatoires est égal à 0,8971.

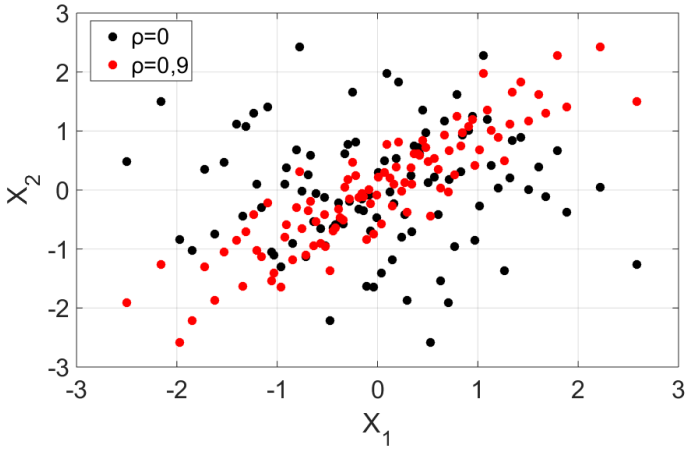


Figure I.8. Réorganisation des réalisations de deux variables aléatoires échantillonnés par LHS pour respecter une corrélation ρ=0,9

D'autres méthodes de simulation plus élaborées de type quasi Monte Carlo permettent de converger plus rapidement qu'avec MCS ou LHS. A l'inverse des échantillons aléatoires de MCS, ces méthodes reposent sur des suites déterministes de points répartis plus uniformément dans l'espace. Ces méthodes, plus lourdes à mettre en œuvre, ne seront pas détaillées ici.

I.5. Analyse de sensibilité

Les analyses de sensibilité (notées AS) sont utilisées pour quantifier l'importance relative de chaque paramètre d'entrée d'un modèle sur la variabilité des réponses. En d'autres mots, elles visent à montrer comment la variation de chaque entrée aléatoire contribue à la variation de la sortie du modèle. On pourra ainsi réduire la variabilité de la sortie du modèle en concentrant les efforts sur une meilleure connaissance des variabilités des entrées les plus influentes. En effet, s'il existe des incertitudes épistémiques sur les paramètres statistiques des variables aléatoires prédominantes dans l'AS, alors ces incertitudes doivent être réduites sous peine de sous-évaluer ou surévaluer la variance du modèle. Comme nous l'avons défini précédemment, les incertitudes aléatoires ne peuvent pas être réduites mais une diminution de la méconnaissance de la variance des variables d'entrée peut conduire à une réduction de la dispersion de la variable de sortie. Les AS permettent également d'identifier les variables les

moins influentes qui pourront ainsi être considérées comme déterministes dans un souci d'allègement des codes informatiques.

Les méthodes d'AS sont nombreuses et peuvent être classées en trois catégories :

- Les méthodes de screening sont des techniques d'AS qualitative dont la plus couramment utilisée est la méthode de Morris. Elles permettent d'établir une tendance sur la hiérarchie des variables d'entrée en les classant des plus influentes aux moins influentes. Ces techniques sont généralement utilisées lorsque le nombre de variables d'entrée est important. Le screening permet ainsi d'identifier un nombre limité de variables sur lesquelles pourra porter une analyse quantitative de la sensibilité ;

- Les méthodes d'AS locale (Turanyi, 1990) sont des techniques d'AS quantitative utilisées pour étudier l'impact de petites perturbations autour d'une valeur nominale fixée pour chaque entrée sur la valeur de sortie ;

- Les méthodes d'AS globale sont également des techniques d'AS quantitative qui, contrairement aux approches locales, peuvent être utilisées lorsque les variables d'entrées sont très dispersées. Elles permettent ainsi de quantifier la contribution de chaque variable d'entrée sur la variabilité de la réponse dans le domaine entier de variation. Comme les techniques d'AS locale, elles permettent de quantifier les écarts au sein de la hiérarchie établie entre les variables d'entrée. Il existe un grand nombre de méthodes d'AS globale, les plus répandues étant celles basées sur la variance.

Nous présentons ci-dessous la méthode de Sobol qui est une technique courante d'AS globale basée sur la variance. Cette technique est plus facile à implémenter que la méthode FAST (Fourier Amplitude Sensitivity Test), elle requiert un nombre de simulations moins élevé que la méthode McKay et, contrairement aux méthodes de régression, elle ne nécessite pas d'hypothèses de linéarité ou de monotonie sur le modèle (Jacques, 2005). La méthode de Sobol permet également d'évaluer des indices d'ordre supérieur à 1 pour tenir compte des interactions entre les données d'entrée.

I.5.1. Indices de Sobol

Les indices de Sobol sont déterminés à partir de simulations de Monte Carlo et permettent de quantifier la part de variance de la sortie Y due à la variable d'entrée X_i. L'indice de sensibilité de premier ordre de Y à X_i est défini par :

$$S_i = \frac{var(E[Y|X_i])}{var(Y)} \qquad \textbf{(I.44)}$$

où $var(E[Y|X_i])$ est la variance de Y si elle était uniquement fonction de X_i. Plus cette quantité est proche de la variance de Y notée $var(Y)$, plus la variable X_i contribue à la variance de la sortie.

Les simulations de Monte Carlo consistent à estimer la quantité suivante :

$$V_i = var(E[Y|X_i]) = U_i - E[Y]^2 \qquad \textbf{(I.45)}$$

Soit $X_i^{(1)}=(x_{i,1}^{(1)},\ldots,x_{i,k}^{(1)},\ldots,x_{i,N}^{(1)})_{i=1\ldots P}$ et $X_i^{(2)}=(x_{i,1}^{(2)},\ldots,x_{i,k}^{(2)},\ldots,x_{i,N}^{(2)})_{i=1\ldots P}$, deux réalisations de N échantillons des P variables d'entrée. Sobol propose d'estimer la quantité U_i par :

$$U_i = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} f(x_{1,k}^{(1)}, \ldots, x_{i-1,k}^{(1)}, x_{i,k}^{(1)}, x_{i+1,k}^{(1)}, \ldots x_{P,k}^{(1)} \times f(x_{1,k}^{(2)}, \ldots, x_{i-1,k}^{(2)}, x_{i,k}^{(1)}, x_{i+1,k}^{(2)}, \ldots x_{P,k}^{(2)}) \quad \textbf{(I.46)}$$

où *f(.)* représente la fonction du modèle

Les indices de sensibilité de premier ordre sont alors estimés par :

$$S_i = \frac{U_i - E[Y]^2}{var(Y)} \quad \textbf{(I.47)}$$

Les indices d'ordre 2 sont estimés par :

$$S_{i,j} = \frac{U_{i,j} - E[Y]^2 - V_i - V_j}{var(Y)} \quad \textbf{(I.48)}$$

où la quantité $U_{i,j}$ est estimée par :

$$U_{i,j} = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} f(x_{1,k}^{(1)}, \ldots, x_{i-1,k}^{(1)}, x_{i,k}^{(1)}, x_{i+1,k}^{(1)}, \ldots, x_{j-1,k}^{(1)}, x_{j,k}^{(1)}, x_{j+1,k}^{(1)}, \ldots x_{P,k}^{(1)}) \times f(x_{1,k}^{(2)}, \ldots, x_{i-1,k}^{(2)}, x_{i,k}^{(1)}, x_{i+1,k}^{(2)}, \ldots, x_{j-1,k}^{(2)}, x_{j,k}^{(1)}, x_{j+1,k}^{(2)}, \ldots x_{P,k}^{(2)}) \quad \textbf{(I.49)}$$

Les indices d'ordre supérieur peuvent être estimés de la même manière.

Les indices totaux peuvent être estimés directement par :

$$S_{Ti} = 1 - \frac{U_{\sim i} - E[Y]^2}{var(Y)} \quad \textbf{(I.50)}$$

où la quantité $U_{\sim i}$ est estimée par :

$$U_{\sim i} = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} f(x_{1,k}^{(1)}, \ldots, x_{i-1,k}^{(1)}, x_{i,k}^{(1)}, x_{i+1,k}^{(1)}, \ldots x_{P,k}^{(1)}) \times f(x_{1,k}^{(1)}, \ldots, x_{i-1,k}^{(1)}, x_{i,k}^{(2)}, x_{i+1,k}^{(1)}, \ldots x_{P,k}^{(1)}) \quad \textbf{(I.51)}$$

Si les écarts entre les indices de premier ordre et les indices totaux sont importants, cela signifie que l'effet des interactions entre les variables n'est pas négligeable et il peut alors être utile d'estimer les indices d'ordres intermédiaires.

La grande majorité des méthodes d'AS sont valables sous l'hypothèse d'indépendance entre les variables d'entrées (Saltelli *et al.*, 2004 ; Jacques, 2005 ; Da Veiga , 2007). Jacques (2005) propose de regrouper les variables corrélées en groupes de variables pour estimer des indices multidimensionnels. Ces indices s'inspirent de la méthode de Sobol et sont décrits ci-après.

I.5.2. Indices multidimensionnels de Sobol

Soit un vecteur $X=(X_1,...,X_i,...,X_P)$ de P variables d'entrée. La méthode proposée par Jacques (2005) consiste à regrouper les variables non-indépendantes de telle manière que l'on obtient un vecteur $U=(U_1,...,U_m,...,U_Q)$ de Q groupes indépendants de variables corrélées. A titre d'illustration, on considère 6 variables $\{X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6\}$ liées entre elles par la matrice de corrélation suivante :

$$\theta = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \rho_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \rho_2 & \rho_3 \\ 0 & \rho_1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \rho_2 & 0 & 1 & \rho_4 \\ 0 & 0 & \rho_3 & 0 & \rho_4 & 1 \end{bmatrix}$$

Les six variables d'entrée unidimensionnelles non indépendantes peuvent être exprimées en trois variables multidimensionnelles $U_1=\{X_1\}$, $U_2=\{X_2,X_4\}$ et $U_3=\{X_3,X_5, X_6\}$.

Les équations définies en section I.5.1 peuvent être utilisées pour calculer les indices de sensibilité des variables multidimensionnelles U_m. Une limite de cette méthode est le nombre restreint d'indices multidimensionnels estimés lorsque beaucoup de variables sont corrélées entre elles. Dans ces conditions, nous proposons d'utiliser la méthode McKay qui est adaptée aux problèmes à entrées dépendantes et qui permet d'associer un indice de sensibilité à chaque variable.

I.5.3. Méthode McKay

La méthode d'estimation des indices de sensibilité de premier ordre proposée par McKay (1995) repose sur l'échantillonnage par hypercube latin répliqué (r-LHS). Cette technique consiste à créer r réplications de chaque échantillon de taille N obtenu par la méthode LHS (cf. §I.4.3) et pour chaque variable aléatoire X_i. Lorsque toutes les entrées sont indépendantes, les réplications peuvent être obtenues en permutant aléatoirement et indépendamment les N valeurs de chaque variable (Jacques, 2011). Dans le cas d'entrées corrélées, Saltelli *et al.* (2004) suggèrent de générer les r réplications en conservant la structure de dépendance des variables. Pour cela, nous réalisons les r réplications aléatoirement et indépendamment pour chaque variable puis nous appliquons à chaque réplication la méthode d'Iman et Conover (1982). Cette dernière (cf. §I.4.3) permet de réorganiser les N réalisations des entrées corrélées en respectant la structure de dépendance souhaitée.

L'indice de sensibilité de premier ordre associé à chaque variable X_i est obtenu en fixant les valeurs $x_{i,j}^k$ pour toutes les réplications $k=1...r$ tel que $(x_{i,j}^1 = x_{i,j}^2 = \cdots = x_{i,j}^r = x_{i,j}^*)$ pour tout $1 \leq j \leq N$. On peut ainsi évaluer les échantillons $y_{i,j}^k = f(x_{1,j}^k, \dots, x_{i,j}^*, \dots, x_{p,j}^k)$ tirés selon la loi conditionnelle de $Y|X_i = x_{i,j}^*$. Les moyennes conditionnelles et non-conditionnelles peuvent respectivement être estimées par :

$$E\left(Y\middle|X_i = x_{i,j}^*\right) = \bar{y}_{i,j} = \frac{1}{r}\sum_{k=1}^{r} y_{i,j}^k \qquad et \qquad E(Y) = \bar{y} = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} \bar{y}_{i,j} \qquad \textbf{(I.52)}$$

L'indice de sensibilité de la variable X_i peut être estimé par :

$$S_i = \frac{r\sum_{j=1}^{n}(\bar{y}_{i,j} - \bar{y})^2}{\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{r}(y_{i,j}^k - \bar{y})^2} \qquad \textbf{(I.53)}$$

Saltelli *et al.* (2004) suggèrent de prendre un nombre *N* de réalisations plus grand que le nombre *r* de réplications avec une valeur de *r* plafonnée à 50.

Pour illustrer la complémentarité des informations données par les indices multidimensionnels de Sobol et par la méthode McKay, considérons à titre d'exemple le modèle suivant :

$$Y = X_1 + X_2 X_3 + X_4$$

où $\{X_1\ X_2\ X_3\ X_4\}$ est un vecteur gaussien d'espérance $\{1\ 1\ 1\ 1\}$ et de variance $\{4\ 3\ 2\ 1\}$ avec un coefficient de corrélation $\rho=0,5$ introduit entre X_1 et X_2.

Les indices de sensibilité présentés dans le tableau I.1 ont été obtenus pour 10000 réalisations des variables aléatoires et pour 30 réplications de LHS (pour la méthode McKay).

Tableau I.1. Indices d'ordre 1 de McKay et indices multidimensionnels de Sobol

Variable aléatoire	McKay Indices d'ordre 1	Indices multidimensionnels de Sobol	
		Indices d'ordre 1	Indice totaux
X_1	0,257	0,541	0,845
X_2	0,196		
X_3	0,111	0,104	0,407
X_4	0,061	0,060	0,050

Les résultats obtenus avec les indices multidimensionnels d'ordre 1 montrent que les variables X_1 et X_2 expliquent une grande partie de la variance de Y et que la variable X_4 n'a quasiment aucune influence. Les indices de McKay confirment cette tendance et apportent un complément d'information en indiquant la plus grande influence de X_1 par rapport à X_2. Les indices multidimensionnels totaux révèlent que la variable X_3 a également une influence non négligeable en raison des interactions avec le couple $\{X_1\ X_2\}$. Une part importante de la variance due aux variables X_1 et X_2 est également expliquée par l'interaction avec X_3.

Lorsque certaines variables sont corrélées entre elles, la méthode de Sobol n'est plus valable mais les indices de sensibilité multidimensionnels couplés à ceux obtenus selon McKay permettent d'obtenir des informations complémentaires sur l'influence de la variabilité de chaque entrée sur la variance totale de la sortie.

I.6. Conclusion du chapitre

Dans ce chapitre, nous avons montré que la variabilité des propriétés du sol peut être caractérisée par des paramètres statistiques tels que la loi de probabilité, la moyenne, le coefficient de variation, les corrélations croisées et la structure de corrélation spatiale. Des valeurs de référence des paramètres statistiques peuvent être obtenues à partir de la littérature mais elles doivent être manipulées avec précaution car la variabilité estimée d'une propriété résulte généralement de la combinaison d'incertitudes aléatoires et épistémiques propres au site et aux conditions dans lesquels elle a été évaluée. Chaque propriété du sol peut ainsi être représentée par une variable aléatoire ou par un champ aléatoire lorsque la variabilité spatiale du sol est considérée. La méthode LAS est bien adaptée pour la création de processus aléatoires grâce à la prise en compte des effets de réduction de variance.

Plusieurs réalisations du champ aléatoire peuvent être obtenues par des échantillonnages par hypercube latin. Nous avons montré que cette technique est plus performante que la méthode de simulation classique de Monte Carlo grâce à une stratégie de tir plus homogène. Avec un nombre de simulations suffisamment grand, les paramètres statistiques de la fonction de performance et la probabilité de défaillance peuvent ainsi être obtenus. Une autre technique mieux adaptée pour l'estimation de la probabilité de défaillance et pour la recherche du point de défaillance le plus probable est la méthode FORM. Ces deux méthodes (LHS et FORM) pourront donc être utilisées de manière complémentaire selon que l'on recherche plutôt des informations sur la distribution statistique de la fonction de performance ou plutôt un indice de fiabilité (associée à une probabilité de défaillance).

Des méthodes quantitatives d'AS pourront également être utilisées pour identifier les variables les plus influentes sur la variabilité des réponses du système. Nous avons montré que deux méthodes complémentaires étaient bien adaptées aux problèmes à entrées dépendantes, la méthode McKay et les indices multidimensionnels de Sobol. Ces AS doivent permettre d'améliorer l'estimation de la robustesse ou de la fiabilité d'un système en concentrant les efforts sur une meilleure connaissance des sources d'incertitude les plus préjudiciables.

Le prochain chapitre aborde la notion de conception sous incertitudes dans un contexte d'optimisation multi-objectif.

Chapitre II : Aide à la décision et optimisation multi-objectif pour la conception sous incertitudes

II.1. Introduction du chapitre

Un ouvrage de Génie Civil doit être conçu pour respecter plusieurs exigences de sécurité (stabilité et résistance de l'ouvrage, durabilité...) et de performance (déformation de l'ouvrage, enjeux économiques...). L'optimisation multi-objectif associée à l'aide à la décision consiste à trouver la configuration de conception présentant le meilleur compromis entre différents objectifs de conception et respectant un ensemble de contraintes. C'est le caractère contradictoire entre certains objectifs (par exemple, le coût versus la sécurité) qui pousse le décideur à faire des compromis pour choisir une solution qui soit le plus possible en accord avec ses préférences/exigences.

Le système à optimiser peut être affecté par plusieurs sources d'incertitude, ce qui engendre en sortie une certaine incertitude sur les réponses du système. Comme nous le montrons dans ce chapitre, plusieurs approches basées sur la notion de fiabilité et/ou de robustesse peuvent être utilisées pour résoudre un problème d'optimisation sous incertitudes.

L'objectif de ce chapitre est de présenter les différents outils et concepts pouvant être employés pour concevoir un système dans un environnement incertain. Nous aborderons tout d'abord les notions de base de l'optimisation multi-objectif puis nous détaillerons l'algorithme méta-heuristique utilisé dans ce travail. Nous présenterons ensuite différentes approches d'optimisation sous incertitudes qui se distinguent par des formulations différentes des objectifs et des contraintes de conception. Enfin, nous décrirons les approches et problématiques de quelques méthodes d'aide multicritère à la décision pouvant être employées pour sélectionner une ou plusieurs solutions de conception.

II.2. Optimisation multi-objectif

Dans un problème mono-objectif, il existe une seule fonction objectif bien définie pour laquelle on fait évoluer le système dans une certaine direction afin d'aboutir à une unique solution optimale. Cependant, dans certains cas, le recours à une seule fonction objectif ne permet pas d'appréhender l'ensemble des points de vue ou aptitude d'un système, ce qui peut conduire à étendre le problème d'optimisation au cadre multi-objectif.

En effet, dans la plupart des problèmes de conception plusieurs objectifs doivent être optimisés simultanément pour aboutir à une solution satisfaisante. Le caractère multi-objectif du problème est donné par l'existence d'objectifs contradictoires signifiant que l'amélioration d'un objectif implique la détérioration d'un autre. Ce conflit entre les objectifs est souvent rencontré lorsque l'on cherche à obtenir les meilleures performances possibles pour un faible coût. Plus une structure sera complexe et performante plus son coût sera élevé. L'optimisation multi-objectif consiste alors à rechercher l'ensemble des solutions qui correspondent aux meilleurs compromis entre les objectifs de sécurité à maximiser et de coût à minimiser.

II.2.1. Formulation générale d'un problème d'optimisation multi-objectif

Un problème d'optimisation multi-objectif est caractérisé par un ensemble de fonctions objectif (notées FO) à maximiser ou à minimiser et par un certain nombre de contraintes de conception à satisfaire. Contrairement au cas mono-objectif pour lequel une unique FO est à optimiser, l'optimisation multi-objectif consiste à trouver les meilleurs compromis entre

différents objectifs contradictoires. Les problèmes d'optimisation multi-objectif peuvent être formulés ainsi :

$$\begin{cases} Maximiser/Minimiser\ f_m(\vec{x}), m = 1,2,\dots,M \\ soumis\ \text{à}\ g_j(\vec{x}) \geq 0, j = 1,2,\dots,J \\ et\ \text{à}\ h_k(\vec{x}) = 0, k = 1,2,\dots,K \\ avec\ \vec{x} = (x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n) \in X^n \end{cases} \quad \textbf{(II.1)}$$

Le vecteur de conception $\vec{x}$ regroupe les *n* variables de conception utilisées pour évaluer les FO et les fonctions contraintes du problème. Les variables de conception sont les variables qui seront ajustées tout au long du processus d'optimisation pour la recherche des meilleurs compromis sur les objectifs. Elles sont définies dans l'espace de conception X^n de dimension égale au nombre de variables de conception considérées. Chaque dimension *i* de l'espace de conception est définie par une borne inférieure x_i^{inf} et par une borne supérieure x_i^{sup} telle que $x_i^{inf} \leq x_i \leq x_i^{sup}$.

Le vecteur objectif $f(\vec{x}) = (f_1(\vec{x}), \dots, f_m(\vec{x}), \dots, f_M(\vec{x}))$ est défini par l'ensemble des FO considérées dans le problème d'optimisation. Une FO représente un but à atteindre et résulte d'un besoin ou d'une préférence exprimée par le décideur. Les FO sont définies dans l'espace des objectifs, aussi appelé espace image de l'espace de conception, de dimension égale au nombre de FO considérées et délimité par les valeurs extrêmes pouvant être prises par les FO. Les FO étant exprimées en fonction des variables de conception, chaque configuration de conception mène a priori à un jeu de FO différent. Les alternatives peuvent ainsi être différenciées non seulement dans l'espace de conception mais aussi dans l'espace des objectifs. Chacune des *m* FO est soit à maximiser soit à minimiser, le but de l'optimisation étant de rechercher les vecteurs de conception pour lesquels on obtient les meilleurs compromis sur les *M* objectifs. Selon le principe de dualité, une FO à minimiser peut être ramenée à un problème de maximisation en la multipliant par -1.

Les fonctions $g_j(\vec{x})$ et $h_k(\vec{x})$ correspondent aux fonctions contraintes du problème et supposent une restriction dans l'espace de conception. Certaines contraintes peuvent directement être appliquées dans l'espace des objectifs (Avila, 2006) mais ne sont pas considérées ici. Les fonctions contraintes, exprimées sous forme d'égalité ou d'inégalité, permettent de distinguer le domaine réalisable du domaine non-réalisable selon que les contraintes sont respectées ou non. On appelle *alternative* ou *solution potentielle* un jeu de variables de conception définies dans le domaine réalisable X_f^n de l'espace X^n pour lequel l'ensemble des contraintes d'inégalité et d'égalité sont respectées telle que :

$$X_f^n = \{\vec{x} \in X^n \mid \vec{g}(\vec{x}) \geq 0 \wedge \vec{h}(\vec{x}) = 0\} \quad \textbf{(II.2)}$$

Dans cette partie, les contraintes d'égalité sont exprimées sous la forme normalisée $h(\vec{x}) = 0$ et les contraintes d'inégalité sont formalisées de manière à ce qu'elles soient satisfaites lorsque $g(\vec{x}) \geq 0$.

Une contrainte d'égalité est dite active s'il existe au moins deux points de l'espace de conception pour lesquels l'égalité est respectivement vérifiée et non-vérifiée. Elle est dite inactive si elle est vérifiée en tous points de l'espace de conception et dite violée si l'égalité n'est pas respectée en tous points de l'espace ($h(\vec{x}) \neq 0$). De même, une contrainte d'inégalité est dite active s'il existe un point de l'espace de conception pour lequel on atteint

l'état limite $g(\vec{x}) = 0$. Elle est dite inactive ou violée si pour tous points de l'espace de conception on obtient respectivement $g(\vec{x}) > 0$ ou $g(\vec{x}) < 0$.

Lorsqu'il existe une contrainte violée, le domaine réalisable est dit vide et implique une reformulation du problème d'optimisation en enlevant la contrainte violée ou en redéfinissant une ou plusieurs contraintes plus flexibles. A l'inverse une contrainte inactive ne contraint pas l'espace de conception et ne contribue ainsi pas au choix d'une solution. Dans ce sens, seules les contraintes actives doivent être considérées pour garantir la faisabilité d'une solution et assurer l'efficience de l'algorithme d'optimisation.

II.2.2. Métaheuristiques pour l'optimisation multi-objectif

Trois principales approches peuvent être utilisées pour traiter les problèmes d'optimisation multi-objectif (Berro, 2001) :

- Les méthodes agrégées consistent à ramener un problème multi-objectif à un problème mono-objectif. Les FO pouvant présenter des unités de mesures et des intervalles de valeurs différentes, elles doivent alors être normalisées à l'aide d'une fonction d'utilité. Des opérateurs tels que le continuum d'agrégation, le min-max, le ε-contrainte ou le goal programming peuvent ensuite être utilisés pour transformer l'ensemble des fonctions en une unique FO à optimiser. Ces méthodes nécessitent préalablement l'expression des préférences entre objectifs pour établir la pondération. Le choix de la solution optimale est donc conditionné avant même le début du processus de recherche (méthodes *a priori*) ;

- Les méthodes non-Pareto traitent les objectifs séparément dans le processus d'optimisation, la méthode lexicographique et la méthode VEGA étant les plus utilisées. La méthode lexicographique optimise séquentiellement les FO selon un ordre préétabli alors que la méthode VEGA conduit l'optimisation de chaque FO indépendamment des autres ;

- Les méthodes Pareto sont fondées sur la notion de dominance et d'optimalité au sens de Pareto pour traiter simultanément tous les objectifs. Ces méthodes fournissent un ensemble de solutions présentant des compromis différents entre les objectifs et à partir desquelles le décideur pourra choisir la solution la mieux adaptée à ses besoins/préférences. Par opposition aux méthodes agrégatives et à certaines méthodes non-Pareto pour lesquelles le choix de la solution se fait *a priori*, les méthodes Pareto sont des méthodes *a posteriori* car le choix de la solution finale revient à l'utilisateur à l'issue du processus d'optimisation.

Par opposition aux méthodes Pareto, la notion de compromis entre les objectifs est perdue en utilisant les deux premières approches. Si les méthodes Pareto ne permettent pas de choisir une solution plutôt qu'une autre, elles exposent au décideur l'ensemble des meilleurs compromis entre les objectifs et lui apportent ainsi un éclaircissement certain pour le choix à venir d'une solution de conception. Pour ces raisons nous présentons par la suite les méthodes Pareto fondées sur les techniques métaheuristiques.

II.2.2.1. Les métaheuristiques pour l'optimisation multi-objectif

Les métaheuristiques ont été conçues à l'origine pour résoudre les problèmes mono-objectif difficiles, c'est-à-dire ceux pour lesquels la FO présente des caractéristiques particulières de non-convexité, de non-dérivabilité, de multi-modalité, de discontinuité ou la présence de bruit. Ces techniques d'optimisation sont adaptées aux problèmes complexes pour lesquels les méthodes d'optimisation classiques (méthodes déterministes basées sur les gradients) ne sont pas efficaces.

Les méthodes métaheuristiques sont définies par plusieurs caractéristiques :

- elles sont inspirées de processus et comportements identifiés dans la nature tels que la physique, la biologie ou l'éthologie,

- ce sont des méthodes dites stochastiques, c'est-à-dire qu'elles s'appuient en partie sur des mécanismes aléatoires qui font que les résultats peuvent être différents d'une résolution à l'autre (à l'inverse des méthodes déterministes),

- ce sont des méthodes approchées, c'est-à-dire que l'on ne peut pas garantir l'optimalité de la solution trouvée à la fin du processus de recherche (à l'inverse de l'optimisation par énumération exhaustive pour laquelle chaque point de l'espace de conception est investigué),

- elles sont directes, c'est-à-dire qu'elles ne font pas appel au calcul du gradient de la FO mais elles associent à chaque point de l'espace de recherche une valeur de la FO,

- elles ont un comportement itératif, c'est-à-dire que le processus de recherche reproduit plusieurs fois un même schéma jusqu'à ce que le critère d'arrêt soit atteint.

Si ces techniques présentent beaucoup d'avantages, la convergence vers l'optimum global est en revanche fortement conditionnée par les paramètres de contrôle (qui correspondent aux paramètres de fonctionnement de l'algorithme) et par les conditions initiales (attachées à l'initialisation du processus de recherche) du problème. Leur convergence est également relativement lente et demande un nombre important d'évaluations de la FO, celle-ci étant appelée pour chaque individu de la population courante et à chaque itération du processus de recherche. De plus, l'optimisation avec les métaheuristiques ne permet pas de savoir avec quelle précision relative l'optimum global est atteint (El Hami, 2012).

Un grand nombre d'algorithmes métaheuristiques existent parmi lesquels on peut citer les plus utilisés tels que les algorithmes génétiques (AG), l'optimisation par essaims particulaire (PSO), la méthode du recuit simulé (RS), la méthode de recherche tabou (RT), ou l'optimisation par colonie de fourmis (ACO). Parmi les méthodes métaheuristiques, certaines mènent le processus de recherche avec un seul individu (RS, RT) alors que d'autres font appel à une population d'individus (AG, PSO, ACO). Les méthodes de recherche par population travaillent simultanément avec un ensemble de solutions courantes (appelée population courante), ce qui les rend moins défaillantes vis-à-vis de la convergence vers les optimums locaux.

Nous nous sommes intéressés plus particulièrement à l'optimisation par essaim particulaire (*Particle Swarm Optimization* notée PSO) et à sa « version » multi-objectif (*Multi-Objective Particle Swarm Optimization* notée MOPSO) qui sont des méthodes relativement intuitives et simples à implémenter. Si une méthode d'optimisation ne permet pas de résoudre tous les problèmes de conception avec la même efficience (Wolpert et Macready, 1997), la méthode par essaim particulaire a toutefois démontré son efficacité au travers de nombreuses applications dans le Génie Civil en partie relatées par les revues bibliographiques de Lu *et al.* (2012) et Gopalakrishnan (2013). La méthode PSO a récemment été appliquée (Fontan *et al.*, 2011 ; Armand-Decker *et al.*, 2015) au sein du département GCE (« Génie Civil et Environnemental ») du laboratoire I2M (« Institut de Mécanique et d'Ingénierie » de l'Université de Bordeaux) pour optimiser la métrologie mise en place sur un ouvrage et pour l'optimisation multi-objectif de planchers intermédiaires bois.

Quelques études l'ont comparé à d'autres métaheuristiques tels que les AG (Eberhart et Shi, 1998 ; Panda et Padhy, 2008 ; Hammouche *et al.*, 2010 ; Clarke *et al.*, 2014 ; Dey *et al.*, 2014). De manière générale, les algorithmes PSO et AG présentent des performances comparables en termes de convergence et de précision. Cependant, la méthode PSO peut être jugée plus robuste que les AG qui présentent une structure plus complexe et qui font

intervenir de nombreux opérateurs de sélection, de croisement et de mutation que l'on ne retrouve pas dans PSO.

Avant de présenter plus en détails les méthodes PSO et MOPSO, nous introduisons tout d'abord les notions de dominance et d'optimalité au sens de Pareto.

II.2.2.2. Notions de dominance et d'optimalité au sens de Pareto

Les algorithmes d'optimisation basés sur Pareto (1896) utilisent les notions de dominance pour comparer les alternatives deux à deux. Une solution potentielle *A* définie par un vecteur de conception $\vec{x}^A$ *domine* l'alternative *B* définie par $\vec{x}^B$ si et seulement si les conditions suivantes sont respectées (dans un contexte de maximisation des FO) :

$$\begin{cases} \forall\, m \in \{1, \dots, M\}, f_m(\vec{x}^A) \geq f_m(\vec{x}^B) \\ \exists\, m \in \{1, \dots, M\} \setminus f_m(\vec{x}^A) > f_m(\vec{x}^B) \end{cases} \Rightarrow A \succ B \qquad \textbf{(II.3)}$$

On dit que *A domine strictement B* si et seulement si :

$$\forall\, m \in \{1, \dots, M\}, f_m(\vec{x}^A) > f_m(\vec{x}^B) \Rightarrow A \succ\succ B \qquad \textbf{(II.4)}$$

On dit que *A domine faiblement B* si et seulement si :

$$\forall\, m \in \{1, \dots, M\}, f_m(\vec{x}^A) \geq f_m(\vec{x}^B) \Rightarrow A \succcurlyeq B \qquad \textbf{(II.5)}$$

On dit que *A est équivalent (ou indifférent) à B* si et seulement si :

$$\forall\, m \in \{1, \dots, M\}, f_m(\vec{x}^A) \ngeq f_m(\vec{x}^B) \wedge f_m(\vec{x}^B) \ngeq f_m(\vec{x}^A) \Rightarrow A \sim B \qquad \textbf{(II.6)}$$

La figure II.1 illustre les zones pour lesquelles une alternative située dans l'espace des objectifs (défini par deux FO à maximiser) est soit dominée, dominante ou indifférente par rapport à n'importe quelle autre alternative (matérialisée sur la figure par un point noir).

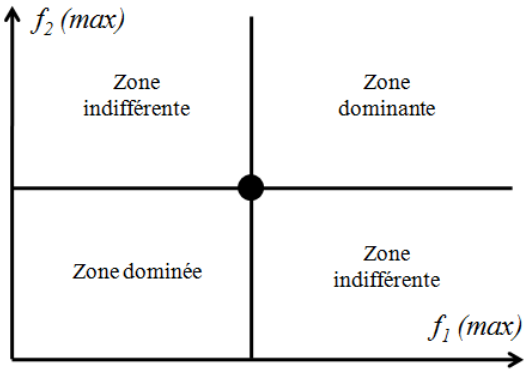


Figure II.1. Notion de dominance au sens de Pareto

Les solutions non-dominées au sens de Pareto dans l'espace de conception sont dites Pareto-optimales et se situent sur le *front de Pareto* dans l'espace des objectifs. Les solutions non-dominées sont les solutions qui, comparées à n'importe quelle autre alternative, présentent une meilleure évaluation sur au moins l'un des objectifs. Une solution $\vec{x} \in X_f^n$ est dite non dominée ou Pareto-optimale si :

$$\nexists \vec{a} \in X_f^n : \vec{a} \succ \vec{x} \qquad \textbf{(II.7)}$$

La figure II.2 présente les *fronts de Pareto* obtenus pour un problème à deux objectifs et pour différents scénarios de maximisation et de minimisation des FO.

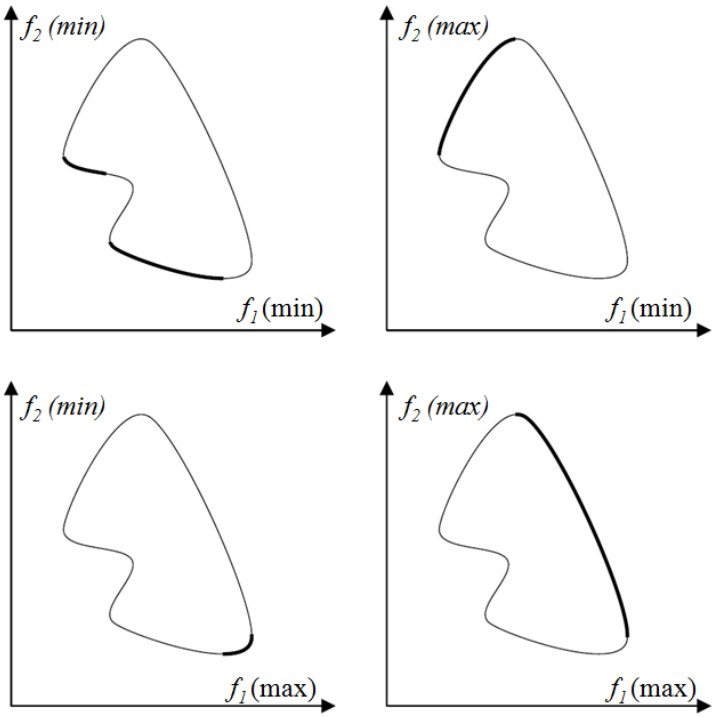


Figure II.2. Exemple de fronts de Pareto suivant différents scénarios d'optimisation de deux FO (d'après Berro, 2001)

Soit S l'ensemble des alternatives disponibles dans l'espace de conception, on appelle *ensemble optimal de Pareto* l'ensemble S^* des vecteurs de conception non-dominés dans S. Chaque solution de l'*ensemble optimal de Pareto* représente alors un compromis optimal du problème multi-objectif et ne peut être améliorée sur un objectif sans en dégrader au moins un autre. L'*ensemble optimal de Pareto* S^* et le *front de Pareto* F sont définis par :

$$S^* = \{\vec{x} \in S \mid x \; est \; Pareto - optimal\} \quad \textbf{(II.8)}$$

$$F = \{\vec{f}(\vec{x}) \in \mathbb{R}^M \mid \vec{x} \in S^*\} \quad \textbf{(II.9)}$$

La figure II.3 illustre le passage de l'*ensemble optimal de Pareto* dans l'espace de conception vers le *front de Pareto* dans l'espace des objectifs. Tous les compromis optimaux sont équivalents entre eux au sens de Pareto de telle sorte qu'il est impossible de privilégier une solution par rapport à une autre sans introduire une information supplémentaire de préférence entre les objectifs. La résolution d'un problème d'optimisation multi-objectif ne consiste donc pas rechercher une unique solution optimale mais plutôt un ensemble de solutions Pareto-optimales.

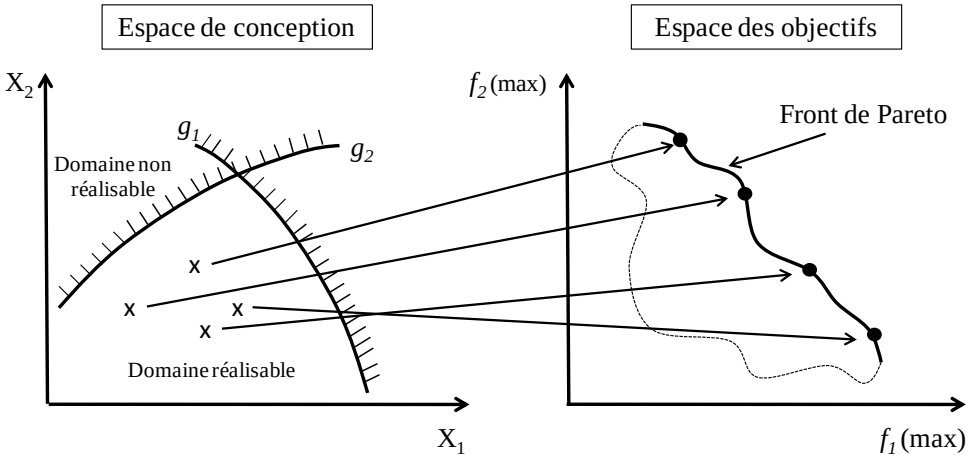


Figure II.3. Répartition des solutions non-dominées au sens de Pareto dans l'espace de conception et dans l'espace des objectifs

Dans un espace de conception continu, l'*ensemble optimal de Pareto* peut être un ensemble infini dont on cherchera à maximiser la taille pour couvrir au mieux l'espace des objectifs. A l'inverse, certaines variables de conception ne peuvent avoir du sens que si elles sont entières ou tronquées. Dans le cas où toutes les variables de conception sont discrètes (et prennent leurs valeurs dans un intervalle fini), l'*ensemble optimal de Pareto* possède un nombre fini de solutions et le *front de Pareto* peut alors présenter quelques discontinuités.

II.2.2.3. Optimisation mono-objectif par essaim particulaire (PSO)

La méthode d'optimisation mono-objectif par essaim particulaire a été initialement proposée par Eberhart et Kennedy (1995). Elle est inspirée du mouvement collectif des animaux évoluant par groupe, tels que les bancs de poissons, les volées d'oiseaux ou les essaims d'abeilles. Les dynamiques de déplacement global de telles populations d'animaux sont en effet très complexes et résultent des informations prises localement par chaque individu. Le déplacement de chaque individu résulte en effet du comportement de ses plus proches voisins (vitesse et direction de déplacement) et des informations qu'il a mémorisées (« il est préférable de rester proche de mes voisins », « ma position précédente était meilleure », « ma vitesse de déplacement n'est pas adaptée » ...). Les décisions prises localement par chaque individu donne ainsi une cohésion et une intelligence globale au groupe.

Un essaim est une population de solutions candidates au problème d'optimisation, appelées particules. A l'itération *t*, la particule *p* est définie par sa position $\vec{X}_p^t$ et par sa vitesse $\vec{V}_p^t$:

$$\vec{X}_p^t = (x_{p,1}^t, x_{p,2}^t, x_{p,k}^t \dots, x_{p,n}^t) \quad \textbf{(II.10)}$$

$$\vec{V}_p^t = (v_{p,1}^t, v_{p,2}^t, v_{p,k}^t \dots, v_{p,n}^t) \quad \textbf{(II.11)}$$

où $\vec{X}_p^t$ correspond au vecteur position des *n* variables de conception et $\vec{V}_p^t$ est le vecteur des vitesses associées aux *n* variables de conception. Remarquons que le vecteur $\vec{V}_p^t$ n'est pas homogène à une vitesse et que le terme *direction de déplacement* serait mieux adapté (El Dor, 2013) mais l'analogie au monde animal fait que l'on emploie usuellement le terme *vitesse*.

A chaque itération, les particules se déplacent dans l'espace de conception de dimension *n* pour converger vers la solution optimale. Le déplacement des particules est influencé par trois composantes comme illustré en figure II.4 :

- une composante physique qui influence la particule à suivre la direction courante de déplacement de l'essaim,
- une composante cognitive qui incite la particule à se diriger vers la meilleure position qu'elle a obtenue par le passé,
- une composante sociale qui incite la particule à se diriger vers la meilleure position déjà obtenue par l'essaim.

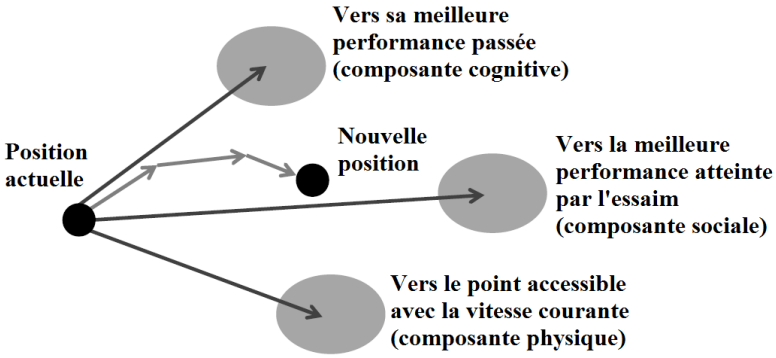


Figure II.4. Déplacement d'une particule suivant trois composantes

La position et la vitesse de chaque particule sont mises à jour à l'itération *t+1* par les expressions suivantes :

$$x_{p,k}^{t+1} = x_{p,k}^{t} + v_{p,k}^{t+1}, k = 1, \dots, n \qquad \textbf{(II.12)}$$

$$v_{p,k}^{t+1} = wv_{p,k}^{t} + c_1 r_1 \left(Pbest_{p,k} - x_{p,k}^{t}\right) + c_2 r_2 \left(Gbest_k - x_{p,k}^{t}\right), k = 1, \dots, n \qquad \textbf{(II.13)}$$

où *w* est le *poids d'inertie*, c_1 et c_2 sont les *constantes d'accélération*, r_1 et r_2 sont des valeurs aléatoires tirées uniformément dans l'intervalle [0, 1] à chaque itération et pour chaque position, $Pbest_{p,k}$ (appelée *guide personnel*) représente la $k^{ième}$ variable de conception de la meilleure position actuelle ou passée atteinte par la particule *p*, $Gbest_k$ (appelée *guide global*) représente la $k^{ième}$ variable de conception de la meilleure position obtenue par l'essaim entier depuis le début de la procédure.

Les paramètres *w*, c_1 et c_2 contrôlent respectivement les comportements physique, cognitif et social des particules et pondèrent ainsi le déplacement d'une particule suivant les trois tendances illustrées en figure II.4. Après détermination des nouvelles positions, chaque particule peut être tronquée sur les dimensions qui le nécessitent, ceci sans affecter le comportement du processus de recherche (Laskari *et al.*, 2002).

Une fois les nouvelles positions évaluées pour les *N* particules, les vecteurs position des *guides personnels* et du *guide global* sont mis à jour, dans un contexte de maximisation de la FO, avec les équations suivantes :

$$\overrightarrow{Pbest_p} = \begin{cases} \overrightarrow{Pbest_p} \text{ si } f(\vec{X}_p^t) \leq f(\overrightarrow{Pbest_p}) \\ \vec{X}_p^t \; sinon \end{cases} \qquad \textbf{(II.14)}$$

$$\overrightarrow{Gbest} = \arg max_{\overrightarrow{Pbest_p}} f\left(\overrightarrow{Pbest_p}\right), p = 1, \dots, N \qquad \textbf{(II.15)}$$

La qualité de la particule *n* à l'itération *t* est déterminée par la valeur de la FO $f(\vec{X}_p^t)$. La procédure d'optimisation itérative est présentée dans l'Algorithme 1. Le critère d'arrêt de l'algorithme peut être un nombre d'itérations maximal, une variation de la vitesse des particules proche de 0 ou une performance suffisante de la solution *guide global*.

Algorithme 1. Algorithme PSO (cas de maximisation de la FO)

Initialisation aléatoire des positions et des vitesses de chaque particule
$\boldsymbol{t = 0}$
Pour chaque particule *p*, $\overrightarrow{Pbest_p} = \vec{X}_p^t$
Evaluation de $\overrightarrow{Gbest}$ à l'aide de l'équation (II.15)
Tant que le critère d'arrêt n'est pas atteint **faire**
    Pour *p=1 à N* ***faire***
        Déplacement de la particule à l'aide des équations (II.12) et (II.13)
        Evaluation des positions $f(\vec{X}_p^t)$
        Si $f(\vec{X}_p^t) \geq f(\overrightarrow{Pbest_p})$
            Alors $\overrightarrow{Pbest_p} = \vec{X}_p^t$
        Fin Si
        Si $f(\overrightarrow{Pbest_p}) \geq f(\overrightarrow{Gbest})$
            Alors $\overrightarrow{Gbest} = \overrightarrow{Pbest_p}$
        Fin Si
    Fin Pour
$\boldsymbol{t = t + 1}$
Fin Tant que

Nous rapportons en Annexe I quelques améliorations de l'algorithme PSO permettant d'augmenter son efficacité et/ou son efficience.

II.2.2.4. Optimisation multi-objectif par essaim particulaire (MOPSO)

Pour la résolution d'un problème mono-objectif un seul *guide global*, mis à jour à chaque itération, est utilisé pour guider toutes les particules de l'essaim. Dans le cas d'un problème multi-objectif, il existe un ensemble de solutions non-dominées (*ensemble optimal de Pareto*) parmi lesquelles un *guide global* doit être attribué spécifiquement à une particule. Cet *ensemble optimal de Pareto* est généralement stocké dans une *archive extérieure* mise à jour à chaque itération. L'*archive extérieure,* notée *A,* contient ainsi toutes les solutions non-dominées au sens de Pareto vis-à-vis de toutes les positions atteintes par les particules de l'essaim au cours des itérations successives. En d'autres mots, il s'agit de toutes les particules non-dominées vis-à-vis de la population courante et des populations passées. Une alternative non-dominée vis-à-vis du contenu de l'archive sera ajoutée dans *A* et tous membres de *A* dominés par une nouvelle arrivante seront retirés de l'archive. Des règles d'inclusion à l'archive peuvent être introduites afin de limiter la taille de l'archive. En effet, le nombre de solutions non-dominées peut croître rapidement avec les itérations et augmenter ainsi les temps de calcul nécessaires aux mises à jour de l'archive. Le choix de telles règles doit cependant être adapté au problème traité sous peine d'affecter l'efficacité du processus de recherche (Fieldsend *et al.,* 2003).

Un enjeu majeur des problèmes d'optimisation multi-objectif est donc la sélection d'un *guide personnel* et d'un *guide global* pour chaque particule afin :

- de maximiser le nombre de solutions Pareto-optimales,

- de maintenir la diversité de l'*ensemble optimal de Pareto* et d'assurer une répartition homogène des solutions sur le *front de Pareto* afin d'éviter la convergence prématurée vers une région localisée de l'espace des objectifs,

- de minimiser la distance entre le *front de Pareto* généré et le *front de Pareto* réel.

Plusieurs adaptations de l'algorithme PSO aux problèmes multi-objectifs sont recensées dans (Reyes-Sierra et Coello-Coello, 2006). Nous nous intéresserons plus en détail à l'approche développée par Alvarez-Benitez *et al.* (2005), dans laquelle la sélection des leaders est basée exclusivement sur la dominance au sens de Pareto.

La stratégie employée pour le choix du *guide personnel* est relativement simple : si la position courante $\vec{X}_p^t$ de la particule p domine faiblement $\overrightarrow{Pbest_p}$ ou si $\vec{X}_p^t$ et $\overrightarrow{Pbest_p}$ sont équivalents alors le *guide personnel* est choisi comme étant la position courante telle que :

$$\overrightarrow{Pbest_p} = \begin{cases} \vec{X}_p^t \text{ si } \vec{X}_p^t \succcurlyeq \overrightarrow{Pbest_p} \\ \vec{X}_p^t \text{ si } \vec{X}_p^t \sim \overrightarrow{Pbest_p} \\ \overrightarrow{Pbest_p} \; sinon \end{cases} \qquad \textbf{(II.16)}$$

Trois stratégies décrites dans (Alvarez-Benitez *et al.*, 2005) peuvent être employées pour attribuer un *guide global* présent dans *A* à chaque particule de l'essaim :

- L'approche *alentour* contribue à la diversité de l'essaim en attirant les particules vers les zones les moins peuplées dans l'espace des objectifs. Les solutions de *A* qui dominent le moins de particules (définies par leur position courante $\vec{X}_p^t$) seront alors privilégiées dans la sélection des leaders. En effet, Alvarez-Benitez *et al.* (2005) constatent que les particules situées dans les régions peu peuplées ou aux extrémités du *front de Pareto* sont susceptibles de dominer moins de particules que celles localisées au centre du front ou dans des régions plus peuplées. L'idée est d'identifier successivement le membre de l'archive qui domine le moins de positions courantes et de choisir aléatoirement, parmi les particules qu'il domine, celle qu'il guidera. Le membre de l'archive ainsi sélectionné comme guide est ensuite retiré de la liste des leaders potentiels (pour d'autres particules) tant que tout le contenu de *A* n'a pas été épuisé ;

- L'approche *aléatoire* consiste à choisir aléatoirement un leader pour la position courante $\vec{X}_p^t$ de la particule *p* parmi les membres de l'archive qui la dominent tel que :

$$\overrightarrow{Gbest_p} = \begin{cases} \vec{X}_a \in A \; avec \; la \; probabilité \; |A|^{-1} \; si \; \vec{X}_p^t \in A \\ \vec{X}_a \in A_p \; avec \; la \; probabilité \; |A_p|^{-1} \; sinon \end{cases} \qquad \textbf{(II.17)}$$

où $A_p = \{\vec{X}_a \in A \mid \vec{X}_a \succ \vec{X}_p^t\}, \forall a = 1, \dots, |A|$ est l'ensemble des membres de l'archive qui dominent $\vec{X}_p^t$. Si $\vec{X}_p^t \in A$, le guide pour la particule *p* est sélectionné aléatoirement et uniformément (c'est-à-dire avec la même probabilité) dans le contenu entier de l'archive ;

- L'approche *probabiliste* est un compromis entre l'approche *alentour* et l'approche *aléatoire*. Elle consiste à guider les particules de l'essaim vers les régions les moins peuplées dans l'espace des objectifs en favorisant les membres de l'archive qui dominent le moins de positions courantes. Alors que dans l'approche aléatoire toutes les solutions contenues dans

A_p ont la même probabilité d'être choisies en tant que guide de la particule p, leur probabilité d'être sélectionnée dans l'approche probabiliste est inversement proportionnelle au nombre de particules qu'elles dominent tel que :

$$\overrightarrow{Gbest_p} = \begin{cases} \vec{X}_a \in A \; avec \; la \; probabilité \; \propto |D_a|^{-1} \; si \; \vec{X}_p^t \in A \\ \vec{X}_a \in A_p \; avec \; la \; probabilité \; \propto |D_a|^{-1} \; sinon \end{cases} \quad \textbf{(II.18)}$$

où $D_a = \{\vec{X}_p^t \in X^t \mid \vec{X}_a \succ \vec{X}_p^t\}, \forall p = 1, \dots, N$ est l'ensemble des positions courantes dominées par $\vec{X}_a$. Ainsi les membres de l'archive qui dominent le plus de positions courantes contenues dans X^t ont moins de chances d'être sélectionnés en qualité de leader.

Alvarez-Benitez *et al.* (2005) suggèrent de privilégier l'approche *probabiliste* qui conduit à une meilleure couverture du front de Pareto par rapport aux approches *alentour* et *aléatoire* ainsi qu'à une relativement bonne convergence. L'approche *probabiliste* sera ainsi utilisée pour les applications de la méthode MOPSO de ce travail.

Le pseudo-code de la méthode MOPSO est donné dans l'Algorithme 2.

Algorithme 2. Algorithme MOPSO

Initialisation aléatoire des positions et des vitesses de chaque particule
$\boldsymbol{t = 0}$
Pour chaque particule p, $\overrightarrow{Pbest_p} = \vec{X}_p^t$
Stockage des solutions non-dominées dans A
Evaluation de $\overrightarrow{Gbest_p} = selectGuide(\vec{X}_p^t, \mathrm{A})$
Tant que le critère d'arrêt n'est pas atteint **faire**
    Pour *p=1 à N* ***faire***
        Déplacement de la particule à l'aide des équations (II.12) et (II.13)
        (Turbulence)
        Evaluation des positions $f_m(\vec{X}_p^t), \forall\, m \in \{1, \dots, M\}$
        Mise à jour des solutions non-dominées dans A
        Mise à jour de $\overrightarrow{Pbest_p}$ avec l'équation (II.16)
    Fin Pour
    Mise à jour de $\overrightarrow{Gbest_p} = selectGuide(\vec{X}_p^t, \mathrm{A})$
$\boldsymbol{t = t + 1}$
Fin Tant que

L'ajout d'un facteur de turbulence a été proposé dans plusieurs versions de MOPSO (Fieldsend et Singh, 2002 ; Mostaghim et Teich, 2003 ; Alvarez-Benitez *et al.*, 2005 ; Ho *et al.*, 2005) afin d'éviter les états de stagnation des particules et afin d'augmenter la capacité exploratoire de l'algorithme. Plusieurs opérateurs ont été proposés avec des approches différentes, ceux-ci pouvant s'appliquer avec une certaine probabilité soit sur les composantes de position soit sur les composantes de vitesse d'une ou plusieurs particules de l'essaim. Un tel facteur doit cependant être employé avec précaution car il peut avoir des effets différents selon le problème multi-objectif traité. De nombreuses applications de l'algorithme PSO n'intègrent pas de facteurs de turbulence et semblent tout de même obtenir de bons résultats (Reyes-Sierra et Coello-Coello, 2006). Dans le souci d'utiliser un algorithme faisant intervenir un nombre limité de paramètres de contrôle, nous ne considérons pas de facteurs de turbulence dans ce travail.

II.3. Optimisation sous incertitudes

Dans la plupart des cas le processus d'optimisation est déterministe, c'est-à-dire que la FO et les contraintes de conception qu'il fait intervenir ne tiennent pas compte des incertitudes pouvant affecter le système. L'utilisation de facteurs partiels de sécurité, comme le préconisent les Eurocodes, est une approche semi-probabiliste qui permet de réduire localement (lorsqu'ils sont appliqués sur les caractéristiques de résistance des propriétés des matériaux par exemple) ou globalement (lorsqu'ils sont appliqués directement sur la fonction de performance) la performance estimée d'un système pour augmenter sa fiabilité. Les facteurs partiels de sécurité peuvent facilement être introduits dans une démarche d'optimisation déterministe mais une telle approche ne permet pas d'atteindre la conception optimale d'un système ni d'assurer un niveau de fiabilité requis. En effet, les facteurs de sécurité sont généralement calibrés de manière à assurer la sécurité globale d'un ensemble de systèmes aux configurations et aux caractéristiques environnementales pouvant être très différentes.

Nous présentons dans cette section deux formulations d'optimisation sous incertitudes qui font intervenir explicitement les notions de fiabilité et de robustesse d'un système.

II.3.1. Sources d'incertitudes

Dans la plupart des études d'optimisation, il existe au cœur du problème un système physico-industriel qui est l'objet même de l'évaluation des FO vis-à-vis de différents enjeux (sécurité, environnement, performance, durabilité, coût...) (De Rocquigny, 2006). Cependant, comme le montre la figure II.5, l'évaluation des FO peut être soumise à différentes sources d'incertitude parmi lesquelles on distingue (Beyer et Sendhoff, 2007) :

- Les incertitudes de type A : dues à la méconnaissance et à la variabilité des conditions environnementales dans lesquelles le système s'intègre. Les conditions environnementales sont représentées par un ensemble e de variables environnementales non contrôlables ;
- Les incertitudes de type B : dues aux imprécisions sur les variables de conception à optimiser. En effet, l'ensemble x des variables de conception du système réel ne peuvent être atteintes lors de la réalisation qu'avec un certain degré de précision rattaché à un seuil de tolérance ;
- Les incertitudes de type C : dues aux approximations et aux erreurs de modèle affectant l'évaluation des FO.

Une quatrième source d'incertitude pouvant être considérée, appelée incertitude de faisabilité, concerne le respect des contraintes de conception. Cependant, ce type d'incertitude n'affecte pas l'évaluation des FO mais seulement les restrictions dans l'espace de conception (et/ou dans l'espace des objectifs). Dans ce sens, les incertitudes de faisabilité ne sont pas considérées dans cette partie.

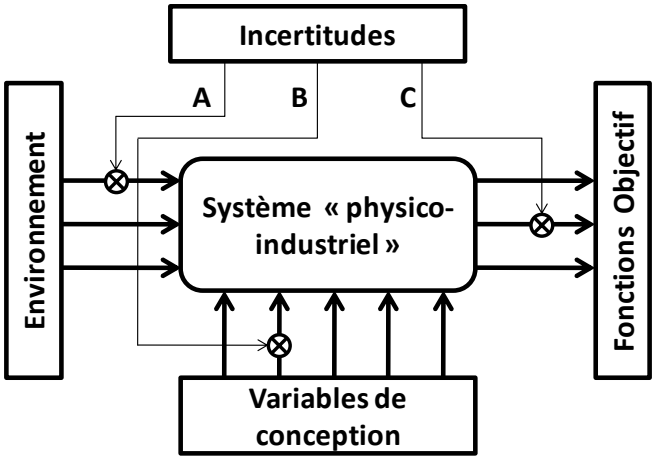


Figure II.5. Identification des classes d'incertitude dans un problème de conception

Les variables de conception et les variables environnementales constituent l'ensemble $\{e \cup x\}$ des données d'entrées du problème. Parmi cet ensemble, nous distinguons le vecteur v des variables entachées d'incertitudes (de type A ou B) et le vecteur d des variables déterministes considérées bien connues. Comme cela est illustré en figure II.5, l'évaluation de la FO $f(d, v)$ est soumise aux incertitudes de type C telle que l'on considère par la suite :

$$f(d, v) = \tilde{f}(d, v) + \xi \qquad \textbf{(II.19)}$$

où ξ représente l'incertitude de modèle.

Comme cela a été exposé dans le Chapitre I, les incertitudes peuvent être modélisées de manière déterministe (intervalle de valeurs), probabiliste (théorie des probabilités) ou possibiliste (logique floue) selon la nature irréductible ou non de l'incertitude. Dans le cadre de ce travail, nous nous concentrons uniquement sur la théorie des probabilités permettant de représenter le vecteur v par un vecteur de variables aléatoires.

II.3.2. Optimisation pour la conception basée sur la fiabilité

L'approche d'optimisation basée sur la fiabilité (Reliability-Based Design Optimization, notée RBDO) consiste généralement à trouver la solution optimale qui minimise une FO (parfois aussi appelée fonction coût), notée C, et qui respecte un certain nombre de contraintes probabilistes en plus des contraintes déterministes conventionnelles. L'introduction des contraintes probabilistes dans le problème d'optimisation assure un niveau de fiabilité satisfaisant pour la solution optimale identifiée à l'issus du processus de recherche. La figure II.6 illustre deux densités de probabilité de la fonction de performance f associées à deux configurations de conception dont une seule respecte la contrainte probabiliste requise sur le niveau de fiabilité.

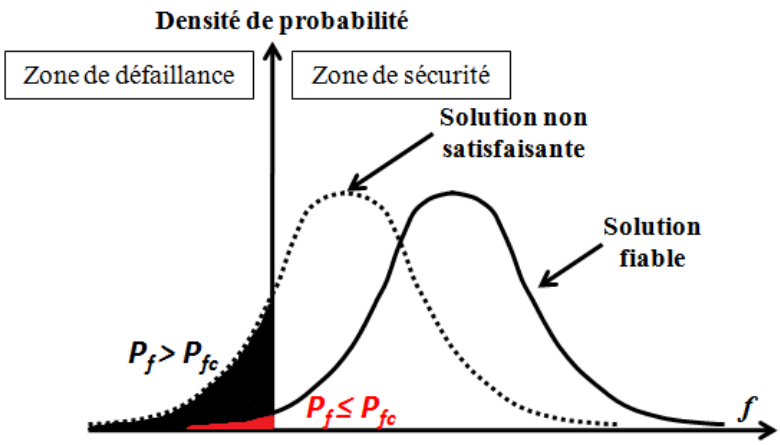


Figure II.6. Fiabilité de deux configurations de conception

La formulation mono-objectif classique d'un problème RBDO à minimiser s'écrit :

$$\begin{cases} Minimiser\ C(d, \mu_v) \\ soumis\ \text{à}\ P_{f_j} \leq P_{fc_j}, j = 1,2, \dots, J \\ et\ \text{à}\ h_k(d, \mu_v) \leq 0, k = 1,2, \dots, K \\ avec\ \vec{x} = (x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n) \in X^n \end{cases} \quad \textbf{(II.20)}$$

où C représente la fonction coût à minimiser définie par le vecteur $\vec{x}$ des variables de conception ($x_i \in \{d \cup v\}$) et par le vecteur μ_v des moyennes associées aux variables aléatoires v. P_{f_j} et P_{fc_j} correspondent respectivement à la probabilité de défaillance estimée et à la probabilité de défaillance critique sur la performance j. La contrainte $P_{f_j} \leq P_{fc_j}$ est dite probabiliste car leur évaluation nécessite une analyse de fiabilité. Toutes les contraintes probabilistes doivent être compatibles entre elles de sorte que la combinaison des J contraintes respecte les conditions suivantes (Lemaire, 2005) :

- d'existence : tous les scénarios de défaillance peuvent exister de manière simultanée,

- d'admissibilité : l'intersection entre certains scénarios ne viole pas d'autres états limites.

Dans l'approche classique de RBDO, la fonction coût C et les K fonctions contraintes structurales h sont donc obtenues de manière déterministe en considérant uniquement les valeurs moyennes sur les variables aléatoires.

En rappelant $[P_f \approx \Phi(-\beta)]$ donné par FORM, le système d'équations (II.20) peut être formulé en termes d'indices de fiabilité par :

$$\begin{cases} Minimiser\ C(d, \mu_v) \\ soumis\ \text{à}\ \beta_j(d, v) \geq \beta_{c,j}, j = 1,2, \dots, J \\ et\ \text{à}\ h_k(d, \mu_v) \leq 0, k = 1,2, \dots, K \\ avec\ \vec{x} = (x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n) \in X^n \end{cases} \quad \textbf{(II.21)}$$

où $\beta_{c,j}$ est l'indice de fiabilité critique pour la performance j en dessous duquel l'indice de fiabilité β_j n'est pas satisfaisant.

D'autres formulations de RBDO sont proposées dans Chateauneuf (2008) et consistent :

- soit à maximiser la fiabilité (en maximisant les indices de fiabilité ou en minimisant les probabilités de défaillances des fonctions de performance) sous les contraintes déterministes structurales et de coût,

- soit à maximiser la fiabilité par unité de coût (du type $[\beta/C]$ ou $[1/(C.P_f)]$), soit à minimiser le ratio coût/fiabilité (du type $[C/\beta]$ ou $[C.P_f]$) sous les contraintes déterministes structurales lorsqu'il n'existe pas de limitations sur la fonction coût.

La solution directe d'un problème RBDO est donnée par une approche à deux niveaux imbriqués, dans laquelle une boucle extérieure permet de résoudre le problème d'optimisation en termes de variables de conception et une boucle intérieure mène à la résolution du problème fiabiliste en termes de variables aléatoires. Le processus d'optimisation fait ainsi directement appel à l'analyse fiabiliste pour l'évaluation des contraintes probabilistes comme illustré en figure II.7. Deux formulations distinctes sont proposées pour traiter les contraintes probabilistes :

- L'approche par l'indice de fiabilité (AIF) qui consiste à utiliser l'approximation FORM pour conduire l'analyse fiabiliste. Dans cette approche, les contraintes probabilistes sont exprimées en matière d'indice de fiabilité comme cela est formulé par le système d'équations (II.21) ;

- L'approche par la mesure de performance (AMP) qui implique la résolution d'un problème fiabiliste inverse (cf. §I.4.1) où les contraintes probabilistes sont transformées en mesures de performance correspondant à un niveau de fiabilité cible. Dans cette approche, la formulation RBDO devient (Tu *et al.*, 1999 ; Lee *et al.*, 2002) :

$$\begin{cases} Minimiser\ C(d,\mu_v) \\ soumis\ \text{à}\ g_j(d,v) \geq 0, j = 1,2,\dots,J \\ et\ \text{à}\ h_k(d,\mu_v) \leq 0, k = 1,2,\dots,K \\ avec\ \vec{x} = (x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n) \in X^n \end{cases} \quad \textbf{(II.22)}$$

où $[g_j(d,v) > 0]$ et $[g_j(d,v) = 0]$ correspondent respectivement au domaine de sécurité et à la zone d'état limite du système suivant la performance j.

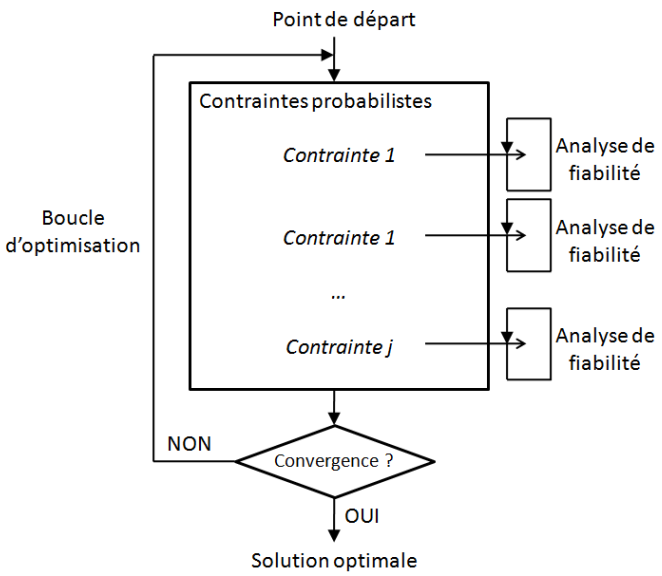


Figure II.7. Approche à deux niveaux imbriqués pour la résolution d'un problème RBDO

L'AMP est généralement plus efficace et plus robuste pour l'évaluation des contraintes probabilistes que l'AIP et permet de réduire considérablement le nombre d'appels aux fonctions de performance dans la résolution d'un problème RBDO (Tu *et al.*, 1999 ; Lee *et al.*, 2002 ; Du et Chen 2004 ; Agarwal, 2004 ; Chateauneuf et Aoues, 2008 ; Aoues et Chateauneuf, 2010). Ces observations sont cependant relatives au problème traité (nombre de contraintes probabilistes, nombre de variables de conception...) et peuvent être différentes selon la procédure d'optimisation utilisée dans l'analyse fiabiliste pour la recherche du point de défaillance le plus probable (pour l'AMP) ou du point cible de performance minimum (pour l'AIP).

Pour réduire le coût calculatoire de l'analyse fiabiliste, certaines contraintes probabilistes peuvent-être écartées du problème RBDO lorsqu'elles ne sont pas actives pour l'ensemble du domaine réalisable.

Dans l'approche à deux niveaux imbriqués, les analyses fiabilistes associées à toutes les contraintes probabilistes doivent être conduites à chaque itération de l'algorithme d'optimisation et pour chaque configuration de conception testée. Cette procédure nécessite l'évaluation des fonctions de performance un grand nombre de fois, ce qui peut poser problème lorsque l'appel au modèle numérique est coûteux en temps de calcul.

Pour remédier à cette difficulté, un problème RBDO peut être résolu par deux autres approches :

- par une approche séquentielle découplée où le processus d'optimisation est résolu sans faire directement appel à l'analyse fiabiliste. L'idée est de transformer les contraintes probabilistes issues de l'analyse fiabiliste réalisée préalablement, en contraintes déterministes utilisées ensuite dans le processus d'optimisation. L'analyse fiabiliste et la procédure d'optimisation sont donc menées séparément, la première fournissant les informations nécessaires pour contraindre la seconde. Cette procédure séquentielle est répétée un certain nombre de fois jusqu'à atteindre un critère de convergence. La difficulté d'une telle approche réside dans la construction des critères déterministes à partir des informations probabilistes disponibles ;
- par une approche mono-niveau qui consiste à introduire la fiabilité dans la même boucle que l'optimisation. Dans une telle approche, les contraintes probabilistes sont généralement remplacées par les conditions de Karush-Kuhn-Tucker.

Des méthodes utilisées dans le cadre de ces approches peuvent être retrouvées dans Chateauneuf et Aoues (2008) et dans El Hami et Radi (2013). Si ces méthodes permettent d'augmenter l'efficience de la résolution du problème RBDO, elles ne garantissent toutefois pas l'équivalence mathématique avec l'approche classique à deux niveaux pour la recherche de la solution optimale (Agarwal, 2004).

II.3.3. Optimisation pour la conception robuste

L'approche d'optimisation basée sur la robustesse (Robust Design Optimization, notée RDO) consiste généralement à rechercher une solution qui maximise une fonction de performance f tout en minimisant les effets des incertitudes aléatoires sur la variabilité de la réponse du système. En d'autres termes, la RDO permet de rechercher la solution optimale offrant le meilleur compromis entre la performance moyenne (à maximiser) et la dispersion (à minimiser) de f de manière à ce qu'elle soit peu sensible aux variabilités du système. La figure II.8 illustre deux densités de probabilité de la fonction de performance f rattachées à deux configurations de conception distinctes. La moyenne des performances est équivalente pour ces deux configurations mais la variabilité de la performance est plus importante pour celle

représentée par des pointillés, ce qui la rend moins robuste vis-à-vis de *f* par rapport à la configuration en trait continu.

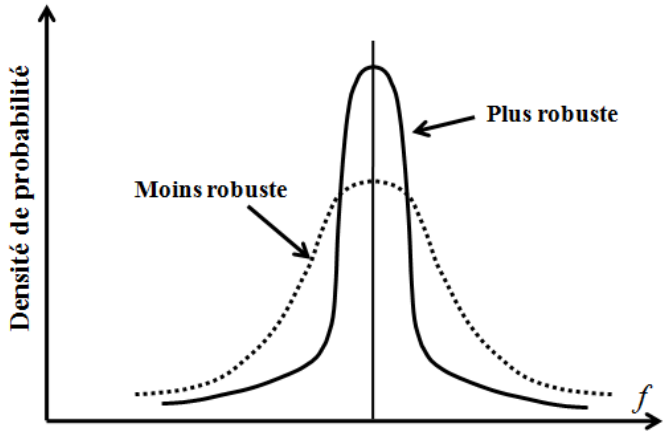


Figure II.8. Robustesse de deux configurations de conception

Comme nous l'avons vu à la section II.3.1, les variables de conception peuvent être incertaines en raison des imprécisions de fabrication. La figure II.9 illustre les optimums qui pourraient être trouvés par une approche déterministe (optimum A) et RDO (optimum B) lorsque l'on cherche à maximiser une fonction *f*. Dans l'approche RDO, l'incertitude sur la variable de conception X_1 est considérée afin de rechercher le meilleur compromis entre les objectifs « maximiser *f* » et « minimiser Δf ».

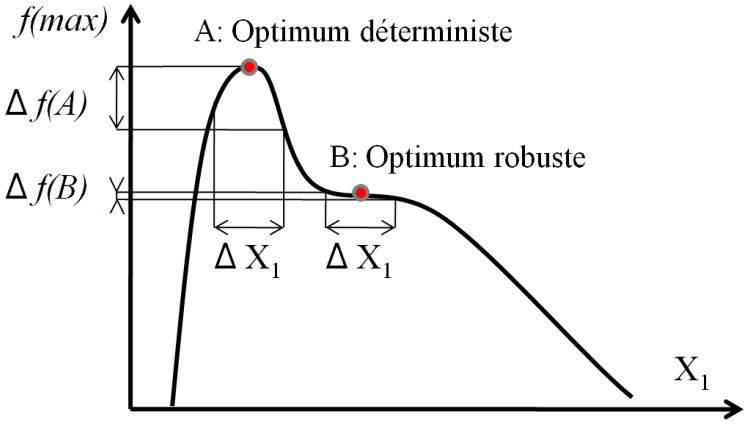


Figure II.9. Optimums de f pouvant être obtenus par les approches déterministe et RDO

L'approche RDO nécessite ainsi l'utilisation d'une fonction objectif robuste $\rho\big(f(d,v)\big)$ (notée FOR) telle que le problème d'optimisation devient :

$$\begin{cases} Maximiser/Minimiser\ \rho\big(f(d,v)\big) \\ soumis\ \text{à}\ h_k(d,\mu_v) \leq 0, k = 1,2,\dots,K \\ avec\ \vec{x} = (x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n) \in X^n \end{cases} \quad \textbf{(II.23)}$$

La FOR peut intégrer :

- soit un indicateur de performance (à maximiser) : il peut par exemple s'agir d'une mesure d'espérance, d'une mesure de quantile ou du pire cas, respectivement :

$$\rho\big(f(d,v)\big) = \begin{cases} E[f(d,v)] \\ ou \quad Q_k[f(d,v)] \\ ou \quad \inf\limits_{z \in supp(v)} f(d,z) \end{cases} \qquad \textbf{(II.24)}$$

- soit un indicateur de dispersion (à minimiser) : il peut par exemple s'agir d'une mesure de variance (ou d'écart type) ou d'une différence de quantiles, respectivement :

$$\rho\big(f(d,v)\big) = \begin{cases} var[f(d,v)] \;\; ou \;\; \sigma[f(d,v)] \\ ou \; \big(Q_{k_1}[f(d,v)] - Q_{k_2}[f(d,v)]\big) \end{cases} \qquad \textbf{(II.25)}$$

- soit les deux : il peut par exemple s'agir d'une agrégation (à maximiser) de l'espérance et de la variance telle que, lorsque *f* est à maximiser, l'on peut définir :

$$\begin{aligned} \rho\big(f(d,v)\big) &= w_1.E[f(d,v)] - w_2.\sqrt{var[f(d,v)]} \\ &= w_1.E[f(d,v)] - w_2.\sigma[f(d,v)] \end{aligned} \qquad \textbf{(II.26)}$$

L'équation (II.26) peut être normalisée de manière à obtenir :

$$\rho\big(f(d,v)\big) = w_1.\frac{E[f(d,v)]}{\mu^*} - w_2.\frac{\sigma[f(d,v)]}{\sigma^*} \qquad \textbf{(II.27)}$$

où μ^* et σ^* sont respectivement les valeurs obtenues à l'optimum en considérant uniquement la moyenne (à maximiser) et l'écart-type (à minimiser) dans la FOR ; où $[0 \leq w_1 \leq 1]$ et $[0 \leq w_2 \leq 1]$ sont les poids associés respectivement aux indicateurs de performance et de dispersion, avec $[w_1 + w_2 = 1]$.

Dans la formulation (II.23) d'un problème RDO, il est préférable d'utiliser une FOR associant un indicateur de performance et un indicateur de dispersion afin que la notion de compromis entre performance effective et dispersion des performances soit bien intégrée dans le problème d'optimisation.

La notion de compromis peut également être conservée en ajoutant une FOR (Baudoui, 2012) au problème d'optimisation déterministe initial, l'expression (II.23) devenant :

$$\begin{cases} Optimiser \left\{\rho\big(f(d,v)\big), f(d,\mu_v)\right\} \\ soumis \text{ à } h_k(d,\mu_v) \leq 0, k = 1,2,\dots,K \\ avec \; \vec{x} = (x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n) \in X^n \end{cases} \qquad \textbf{(II.28)}$$

Dans cette formulation multi-objectif de RDO, le nombre de FO à optimiser est multiplié par deux (au moins) avec d'une part les FO initiales $f(d,\mu_v)$ et d'autre part les FOR $\rho\big(f(d,v)\big)$. Ces dernières sont généralement construites à partir d'une mesure de dispersion et peuvent être agrégées lorsque le nombre d'objectifs du problème initial est déjà conséquent.

De nouvelles contraintes probabilistes construites à partir des indicateurs de performance ou de dispersion peuvent également être ajoutées aux formulations déterministes ou RDO du problème d'optimisation. Celles-ci permettent d'introduire un seuil qui limite la sensibilité d'une solution vis-à-vis des incertitudes affectant le système.

Lorsque les contraintes probabilistes utilisées dans le cadre de la RBDO et nécessitant une analyse fiabiliste sont ajoutées dans la formulation (II.23), on parle alors d'optimisation pour la conception robuste basée sur la fiabilité (Reliability-Based Robust Design Optimization, notée RBRDO). La formulation classique de RBRDO peut s'écrire :

$$\begin{cases} Maximiser/Minimiser\ \rho\big(f(d,v)\big) \\ soumis\ \text{à}\ P_f \leq P_{fc} \\ et\ \text{à}\ h_k(d,\mu_v) \leq 0, k = 1,2,\dots,K \\ avec\ \vec{x} = (x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n) \in X^n \end{cases} \quad \textbf{(II.29)}$$

D'autres formulations de la RDO et des méthodes de résolution sont présentées dans (Phadke, 1989 ; Zang *et al.*, 2005 ; Beyer et Sendhoff, 2007 ; Arvidsson et Gremyr, 2008 ; Schuëller et Jensen, 2008 ; Yu, 2013).

Alors que la RDO permet de réduire la sensibilité d'un système vis-à-vis des différentes sources d'incertitudes, la RBDO est utilisée pour limiter la probabilité de défaillance du système par un seuil critique. Il faut cependant noter que lorsque l'on réduit la variabilité des réponses d'un système on réduit dans le même temps les probabilités de défaillance sans pour autant garantir un niveau de fiabilité minimal (Hurtado, 2007). Plus généralement la RDO est adaptée pour contenir la perte de performance du système vis-à-vis des fluctuations fréquentes de l'environnement (au sens large) alors que la RBDO permet de contrôler la sécurité du système vis-à-vis d'évènements risqués avec une faible probabilité d'occurrence. Zang *et al.* (2002) propose différents scénarios *Fréquence de l'évènement risqué/Impact de l'évènement* dans lesquels peuvent s'insérer les stratégies d'optimisation comme illustré en figure II.10. Précisons que lorsque la perte de performance du système n'est provoquée que par l'apparition d'un évènement extrême, alors la fiabilité et la robustesse du système n'est pas remise en cause. On peut dans ce cas se ramener à la résolution d'un problème d'optimisation déterministe.

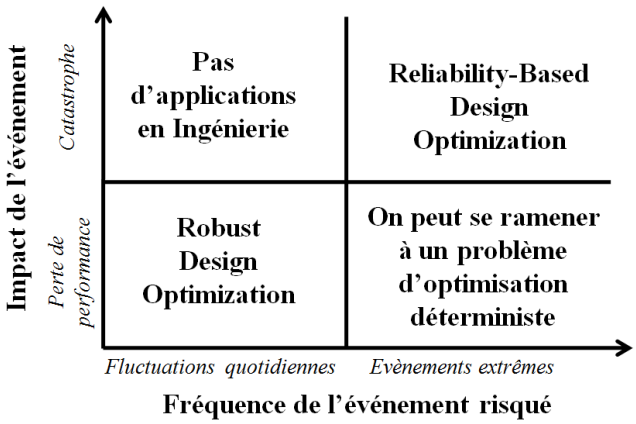


Figure II.10. Stratégie d'optimisation selon différents scénarios Fréquence/Impact de l'évènement risqué

II.4. Aide multicritère à la décision

La résolution d'un problème d'optimisation multi-objectif basée sur Pareto conduit à identifier un ensemble de solutions parmi lesquelles aucune ne peut être privilégiée. L'aide à la décision est alors utile pour éclairer et justifier les choix du décideur, sans pour autant prendre les décisions à sa place. Elle permet d'impliquer le décideur dans le processus de décision en lui offrant la possibilité de faire prévaloir ses préférences/exigences/jugements dans l'évolution de la procédure.

Le décideur est l'acteur au compte de qui la décision s'exerce et qui prend la responsabilité de la prise de décision. Un individu ou un groupe d'individus est qualifié de décideur s'il a la capacité/possibilité d'influencer directement ou indirectement la prise de décision par l'expression de ses préférences. Pour qu'un groupe d'individus soit considéré comme un seul et même décideur, il faut que les systèmes de valeurs des divers membres du groupe soient identiques (Lemaire, 2006). Dans ce travail de thèse nous nous plaçons dans le cadre mono-décideur, c'est-à-dire où la décision relève d'un seul décideur. Par opposition au décideur, l'homme d'étude n'a pas pour fonction de prendre des décisions mais il a plutôt un rôle de conseiller auprès du décideur dans le processus d'aide à la décision. C'est lui qui a la connaissance des outils mis en œuvre en vue d'obtenir des éléments de réponse. Il a notamment pour mission de guider le décideur dans la formulation du problème et de lui expliciter le modèle utilisé de manière à ce que le décideur soit mieux averti sur les conséquences de tel ou tel comportement.

Pour un problème multicritère, il n'existe pas de « meilleure décision » puisqu'il n'existe pas, en général, de solutions meilleures que toutes les autres simultanément sur tous les critères (Chakhar, 2006). Dans une approche multicritère, c'est-à-dire avec plusieurs critères, l'aide à la décision, alors nommée aide multicritère à la décision, va permettre de construire une décision satisfaisante et appropriée résultant d'une série de compromis et que le décideur va être capable de justifier (Henriet, 2000).

L'analyse multicritère permet de fournir un cadre théorique à la modélisation d'un problème de décision multicritère, ce dernier pouvant être résolu par diverses Méthodes d'Aide Multicritère à la Décision (notée MAMCD). Les MAMCD permettent, à partir de l'expression des préférences du décideur, d'établir des relations de dominance au sein d'un jeu de solutions connu a priori. Nous présentons dans cette section les principaux concepts de la théorie de la décision multicritère ainsi que les familles de méthodes pouvant être utilisées pour traiter de tels problèmes. Les méthodes AHP et PROMETHEE seront également décrites avec plus de détails.

II.4.1. Principes fondamentaux de l'aide multicritère à la décision

II.4.1.1. Modélisation des préférences

On appelle action une solution potentielle au problème de décision, qui va faire l'objet de comparaisons dans l'analyse multicritère. Les actions potentielles, notées $\{a_1,a_2,...\}$, peuvent être identifiées en tant qu'objet, évènement ou personne et sont définies dans l'ensemble A. L'ensemble des actions est supposé stable et globalisé, c'est-à-dire qu'il n'est pas susceptible d'être modifié au cours de la procédure (par opposition à un ensemble évolutif) et que toutes les actions qu'il contient sont mutuellement exclusives (par opposition à un ensemble fragmenté).

Quatre situations de préférence peuvent être identifiées lorsque l'on compare deux actions :

- « a_1 et a_2 sont indifférentes », noté $a_1\mathbf{I}\,a_2$, où la relation d'indifférence est symétrique ($a_1\mathbf{I}a_2 \leftrightarrow a_2\mathbf{I}a_1$) et réflexive ($a_1\mathbf{I}a_1$ et $a_2\mathbf{I}a_2$).
- « a_1 est préférée à a_2 », noté $a_1\mathbf{P}a_2$, où la relation de préférence est asymétrique et irréflexive.
- « a_1 est faiblement préférée à a_2 », noté $a_1\mathbf{Q}a_2$, où la relation de préférence faible est asymétrique et irréflexive. Il s'agit d'une situation où le décideur hésite entre préférence et indifférence.

- « a_1 est incomparable à a_2 », noté $a_1\mathbf{R}a_2$, où la relation d'incomparabilité est symétrique et irréflexive. Il s'agit d'une situation où le décideur ne peut privilégier une action plutôt qu'une autre sans pour autant être indifférent.

L'expression des préférences entre deux actions a_1 et a_2 nécessite leurs évaluations sur chaque critère g_j, notées respectivement $g_j(a_1)$ et $g_j(a_2)$. Précisons que dans cette partie dédiée à l'aide multicritère à la décision, tous les critères sont considérés être à maximiser. De plus, les critères sont qualifiés de direct c'est-à-dire que la préférence de a_1 sur a_2 est d'autant plus marquée que la valeur $g_j(a_1)$ est grande par rapport à $g_j(a_2)$ (à l'inverse de critères indirects).

Les relations de préférence {P,Q,I,R} peuvent être exprimées différemment selon le modèle utilisé dont voici les trois principaux :

- Modèle traditionnel :

$$\forall a_1, a_2 \in A \begin{cases} a_1 \boldsymbol{P} a_2 \Leftrightarrow g_j(a_1) > g_j(a_2) \\ a_1 \boldsymbol{I} a_2 \Leftrightarrow g_j(a_1) = g_j(a_2) \end{cases} \quad \textbf{(II.30)}$$

La structure de préférence associée au modèle traditionnel est qualifiée d'ordre total lorsque tous les éléments de A peuvent être rangés du « meilleur » au moins « bon » sans ex-æquo et de pré-ordre total (ou complet) lorsque l'indifférence est permise. On parle d'ordre partiel ou de pré-ordre partiel lorsque l'incomparabilité est autorisée.

- Modèle à seuil (seuil sur le critère j noté q_j) :

$$\forall a_1, a_2 \in A \begin{cases} a_1 \boldsymbol{P} a_2 \Leftrightarrow g_j(a_1) - g_j(a_2) > q_j \\ a_1 \boldsymbol{I} a_2 \Leftrightarrow \left| g_j(a_1) - g_j(a_2) \right| \leq q_j \end{cases} \quad \textbf{(II.31)}$$

La structure de préférence associée au modèle à seuil est qualifiée de quasi-ordre. On parle de quasi-ordre partiel lorsque l'incomparabilité est autorisée.

- Modèle à deux seuils (seuil d'indifférence noté q_j et seuil de préférence noté p_j) :

$$\forall a_1, a_2 \in A \begin{cases} a_1 \boldsymbol{P} a_2 \Leftrightarrow g_j(a_1) - g_j(a_2) > p_j \\ a_1 \boldsymbol{Q} a_2 \Leftrightarrow p_j \geq g_j(a_1) - g_j(a_2) \geq q_j \\ a_1 \boldsymbol{I} a_2 \Leftrightarrow \left| g_j(a_1) - g_j(a_2) \right| \leq q_j \end{cases} \quad \textbf{(II.32)}$$

La structure de préférence associée au modèle à deux seuils est qualifiée de pseudo-ordre.

On dit que l'action a_1 surclasse l'action a_2 ($a_1\mathbf{S}a_2$) en introduisant une relation de surclassement $\boldsymbol{S} = (P \cup Q \cup I)$ telle que l'on peut admettre que a_1 est au moins aussi bonne que a_2. La relation **S** est parfois appelée « préférence au sens large » par opposition à la relation **P** de « préférence stricte » (Lemaire, 2006).

II.4.1.2. Notion de critère

Un critère correspond à une fonction de mesure quantitative dotée d'une échelle et d'une structure de préférence utilisée pour évaluer les attributs/performances d'une action potentielle (Lemaire, 2006). On distingue (cf. figure II.11) :

- le vrai critère défini par la structure de pré-ordre total : il permet d'introduire une situation de préférence ou d'indifférence lorsque l'on obtient respectivement une relation de supériorité ou d'égalité entre l'évaluation de deux actions sur ce critère ;

- le quasi-critère défini par la structure de quasi-ordre : il se distingue du vrai critère par l'introduction d'une plage de valeurs pour laquelle la différence des évaluations entre deux actions correspond à une situation d'indifférence ;

- le pseudo-critère défini par la structure de pseudo-ordre : il introduit en plus d'une plage d'indifférence du quasi-critère, une plage de préférence faible ;

- le pré-critère est un vrai critère sur lequel on introduit une plage de préférence faible.

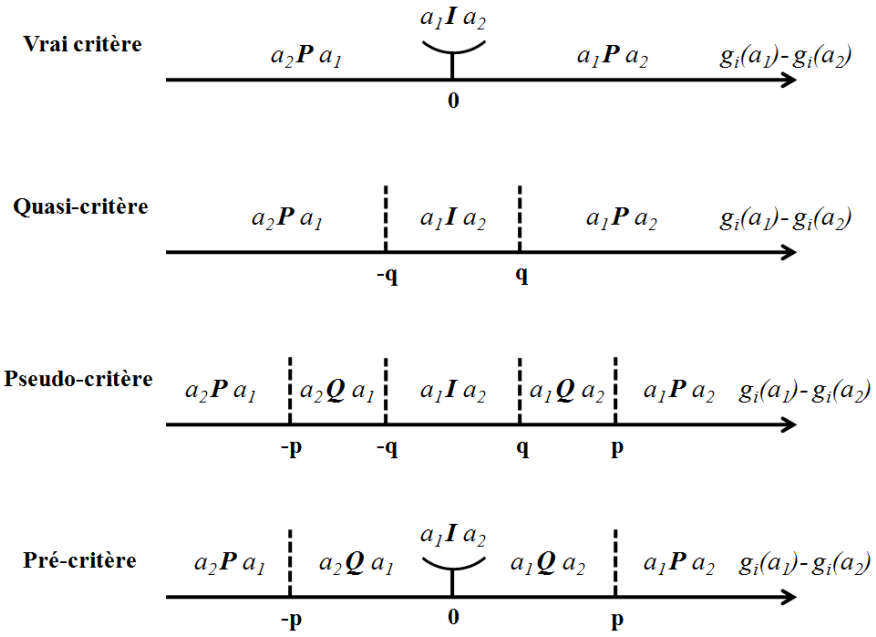


Figure II.11. Les différents types de critère (d'après Hammami, 2003)

Les critères doivent respecter trois exigences de manière à ce que l'on puisse parler de « famille cohérente de critères » (Maystre *et al.*, 1994) :

- l'exhaustivité : le nombre de critères doit être suffisant grand pour mener à une représentation globale et à une appréciation complète du problème multicritère. Les relations de préférence entre les actions potentielles doivent pouvoir être émises sans que l'apparition de nouveaux critères puisse les remettre en cause ;

- la cohérence : les préférences exprimées localement doivent être cohérentes avec les préférences observées globalement, c'est-à-dire que si, par exemple, deux actions sont indifférentes sur tous les critères sauf un où a_1 est meilleure que a_2 alors on doit pouvoir émettre l'affirmation « a_1 est préférée à a_2 » ;

- la non-redondance : les informations fournies par les critères ne doivent pas être dupliquées ou superflues (mais complémentaires) de manière à ce que, si l'on supprime un des critères, alors la famille de critères ne satisfait plus à au moins une des deux exigences précédentes.

II.4.2. Problématiques et approches opérationnelles pour l'aide multicritère à la décision

Après avoir élaboré la liste des actions potentielles et après avoir défini une famille cohérente de critères, il est possible d'établir la matrice des performances. Comme le montre le tableau II.1, les composantes de la matrice correspondent à l'évaluation de chaque action sur chaque critère sous la forme de rangs, de valeurs cardinales ou de termes lexicographiques. Les seuils et poids associés à chaque critère peuvent être annexés à la

matrice des performances qui rassemble ainsi toute l'information nécessaire pour résoudre le problème d'aide multicritère à la décision.

Tableau II.1. Matrice des performances

	Critère *1*	**Critère *2***	**Critère *j***	**Critère *m***
Poids (facultatif)	P_1	P_2	P_j	P_m
Seuils (facultatif)	p_1, q_1	p_2, q_2	p_j, q_j	p_m, q_m
Action a_1	$g_1(a_1)$	$g_2(a_1)$	$g_j(a_1)$	$g_m(a_1)$
Action a_i	$g_1(a_i)$	$g_2(a_i)$	$g_j(a_i)$	$g_m(a_i)$
Action a_n	$g_1(a_n)$	$g_2(a_n)$	$g_j(a_n)$	$g_m(a_n)$

Une fois la matrice des performances renseignée, l'agrégation des performances peut être réalisée suivant un modèle de préférence globale prédéfini. Pour ce faire, une multitude de MAMCD répondant à une grande diversité de situations décisionnelles peuvent être utilisées mais il n'existe pas de procédure universelle menant à la résolution de n'importe quel problème d'aide à la décision (Guitouni *et al*, 1999a). Plusieurs auteurs ont proposé des procédures pour le choix d'une MAMCD appropriée sous la forme de matrice (Guitoni et Martel, 1998 ; Guitouni *et al*, 1999b), de questionnaire (Roy et Slowinski, 2013) ou d'arbre de décision (Lemaire, 2006).

Les MAMCD peuvent être regroupées dans des catégories construites à partir des caractéristiques liées :

- à la problématique de l'aide à la décision (cf. tableau II.2),
- à l'approche opérationnelle de l'analyse multicritère (cf. tableau II.3),
- à la modélisation des préférences (cf. tableau II.4),
- au niveau de compensation des critères (cf. tableau II.5).

Les tableaux II.2 à II.5 citent les MAMCD les plus couramment utilisées et dont les détails peuvent être retrouvés dans la littérature (Roy, 1985 ; Shärlig, 1985, Vincke, 1989 ; Roy et Bouyssou, 1993 ; Figueira *et al.*, 2005 ; Mateo, 2012). Toutes les MAMCD peuvent être distinguées en introduisant d'autres informations sur la nature des données issues de l'évaluation des performances, sur les hypothèses et contraintes émises, sur la complexité de la procédure, sur la praticité de mise en œuvre, sur le niveau d'implication du décideur, etc. Toutes ces méthodes possèdent des limites de validité et des conditions d'application qui doivent être indiquées au cas par cas par l'homme d'étude.

Tableau II.2. Problématiques de référence des MAMCD (d'après [Roy, 1985; Guitoni et Martel, 1998 ; Lemaire, 2006])

Problématique	Objectif	Résultat	Procédure	MAMCD
α	Choix d'un sous-ensemble contenant les actions « les meilleures » ou, à défaut, « satisfaisantes »	Choix	Sélection	Somme Pondérée (SP), Max/Min, TOPSIS, AHP, MAUT, UTA, ELECTRE I, ELECTRE IS
β	Tri par affectation des actions à des catégories prédéfinies	Tri	Affectation	ELECTRE TRI
γ	Rangement de classes d'équivalence, composées d'actions, ces classes étant ordonnées de façon complète ou partielle	Rangement	Classement	AHP, ELECTRE II, ELECTRE III, ELECTRE IV, PROMETHEE
δ	Description, dans un langage approprié, des actions et de leurs conséquences	Description	Cognition	/

Tableau II.3. Approches opérationnelles des MAMCD (d'après [Guitoni et Martel, 1998 ; Lemaire, 2006])

Approche	Objectif	MAMCD
Critère unique de synthèse évacuant toute incomparabilité	Agrégation (via une fonction) de l'ensemble des critères en un unique critère synthétique sur lequel sont jugées les actions.	SP, Max/Min, TOPSIS, AHP, MAUT, UTA
Surclassement de synthèse acceptant l'incomparabilité	Comparaison deux à deux des actions fondée sur la notion de surclassement dont les relations sont établies critère par critère puis agrégées en une relation de surclassement de synthèse.	ELECTRE, PROMETHEE
Jugement local interactif avec itérations essai-erreur	Description des relations de préférence au sein d'un petit nombre d'actions suivant un protocole organisant l'interaction entre d'une part le décideur et d'autre part l'homme d'étude. Il s'agit d'une alternance d'étapes de calcul pour fournir des compromis successifs et d'étapes de dialogue pour cibler les préférences du décideur.	UTA interactive

Tableau II.4. Structures de préférence utilisées par les MAMCD (d'après [Guitoni et Martel, 1998 ; Lemaire, 2006]) - *selon la formulation

Structure de préférence	MAMCD
Pré-ordre total	SP, Max/Min, TOPSIS, AHP, MAUT, UTA, ELECTRE I, PROMETHEE II*
Pré-ordre partiel	ELECTRE II, PROMETHEE I*
Quasi-ordre/Pseudo-ordre	PROMETHEE II*
Quasi-ordre partiel	ELECTRE III, ELECTRE IV, ELECTRE IS, ELECTRE TRI, PROMETHEE I*

Tableau II.5. Niveaux de compensation des critères des MAMCD (d'après [Colson et De Bruyn, 1989 ; Guitoni et Martel, 1998])

Niveau de compensation	Signification	MAMCD
Total	Compensation absolue entre les différentes évaluations. Une bonne performance sur un critère peut facilement être contrebalancée par une faible performance sur un autre critère.	SP, TOPSIS
Partiel	Une sorte de compensation est acceptée entre les différents critères. La difficulté majeure est d'évaluer le degré de compensation.	AHP, MAUT, UTA, ELECTRE, PROMETHEE
Non	Aucune compensation n'est acceptée entre les différents critères. Le décideur peut considérer que toutes les dimensions du problème sont suffisamment importantes pour refuser toute sorte de compensation ou de compromis.	Max/Min

II.4.3. Pondération des critères

La pondération consiste à attribuer une valeur d'importance relative à chaque critère en respectant les préférences exprimées par le décideur. Pour la définition du poids des critères, nous renvoyons le lecteur intéressé à l'article de Choo *et al.* (1999) dans lequel sont décrits plusieurs interprétations et cadres d'application de la pondération selon la MAMCD utilisée. L'établissement de la pondération n'est pas toujours une chose aisée, en particulier lorsque le nombre de critères est important ou lorsque les préférences ne sont pas entièrement formées dans l'esprit du décideur. De plus, la pondération des critères peut avoir une influence non négligeable sur les résultats et, lorsqu'elle n'est pas adaptée, peut biaiser les conclusions qui en sont faites. Pour ces raisons, cette étape doit être réalisée sérieusement et de façon transparente selon un cadre théorique amenant l'homme d'étude à accompagner le décideur dans la formalisation et la précision de ses préférences.

Trois principales stratégies, relatives à l'établissement de la pondération, peuvent être suivies par le décideur :

- utiliser une MAMCD (ELECTRE IV, Max/Min, Méthode lexicographique) qui ne requiert pas de pondération tel qu'aucun critère n'est considéré prépondérant ou négligeable,
- évaluer intuitivement l'importance relative des critères par des poids directement utilisables dans une MAMCD (peu recommandé),
- fournir des informations (portant le plus souvent sur des comparaisons d'actions spécifiques) à partir desquelles sera déduite la pondération (via des méthodes de pondération).

Nous nous appuierons sur ce dernier point pour établir la pondération des critères sans contraindre le décideur à la fournir directement. De nombreuses méthodes décrites dans (Mousseau, 1992 ; Pomerol et Barba-Romero, 1993 ; Maystre *et al.*, 1994) permettent d'assister le décideur dans cette étape. Toutes ces méthodes débutent par une procédure de recueil d'informations (de natures différentes selon les méthodes) auprès du décideur, à partir desquelles seront ensuite inférés les poids d'importance relative des critères.

Dans le cadre de ce travail, nous nous intéressons plus particulièrement à la méthode AHP (Saaty, 1980) qui propose un protocole de questionnements basé sur des comparaisons par paires des critères et qui permet de vérifier la cohérence des jugements émis par le décideur.

II.4.4. La méthode AHP

La méthode AHP (Analytic Hierarchy Process) a été développée par Saaty (1980) en vue d'effectuer un classement cardinal d'un ensemble d'actions. La procédure peut être décomposée en cinq étapes :

1. Décomposition hiérarchique du problème avec au moins trois niveaux telle que l'on retrouve de haut en bas l'objectif du problème, les *m* critères d'évaluation, et les *n* actions à classer (cf. figure II.12).

2. Construction des matrices de jugement avec des comparaisons par paires entre les différentes entités des niveaux hiérarchiques. Une matrice de jugement *(m* x *m)* sera relative à la comparaison des critères entre eux et *m* autres matrices *(n* x *n)* proviendront de la comparaison des actions suivant chaque critère.

3. Evaluation de la priorité de chaque entité par transformations mathématiques des matrices de jugement. On obtient *(m+1)* vecteurs poids issus des *(m+1)* matrices de jugement. On note w_j^c le poids accordé au critère *j* et $w_{i,j}^a$ le poids accordé à l'action *i* sur le critère *j*.

4. Vérification de la cohérence des résultats.

5. Détermination de la priorité généralisée w_i^G de l'action *i* telle que $w_i^G = \sum_{j=1}^{m}\left(w_j^c . w_{i,j}^a\right)$.

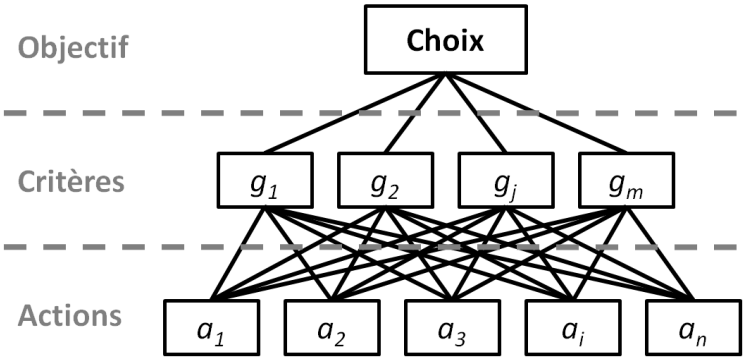


Figure II.12. Décomposition hiérarchique de l'AHP

Pour construire les matrices de jugement, on propose au décideur de décrire ses préférences (par comparaisons deux à deux des entités) en langage naturel de manière à ce que les réponses puissent être interprétées sur une échelle numérique (cf. tableau II.6).

Tableau II.6. Echelle de notation et interprétation des préférences (d'après Saaty, 1980)

Echelle verbale	Echelle
Importance égale des deux entités	***1***
L'entité est un peu plus importante que l'autre	***3***
L'entité est plus importante que l'autre	***5***
L'entité est beaucoup plus importante que l'autre	***7***
L'entité est extrêmement plus importante que l'autre	***9***
Valeurs intermédiaires entre deux jugements, utilisées pour affiner le jugement	***2, 4, 6, 8***

Les valeurs d'importance relative sont reportées dans la matrice de jugement de telle sorte que :

- la diagonale de la matrice de jugement soit constituée de valeurs unitaires pour représenter l'égale importance d'une entité par rapport à elle-même,
- la matrice de jugement soit inversement symétrique c'est-à-dire qu'une évaluation $e_{l,k}$ d'une entité l par rapport à une entité k doit être inversée par rapport à la diagonale de manière à obtenir $e_{l,k}=1/e_{k,l}$.

La méthode de normalisation de la matrice de jugement permet ensuite de calculer la priorité affectée à chaque entité. Chaque vecteur colonne de la matrice de jugement est adimensionné par rapport à la somme de ses éléments. Les moyennes des vecteurs lignes de la matrice normalisée sont ensuite calculées afin d'obtenir le vecteur poids des entités (dont la somme doit être égale à 1).

La cohérence de la matrice de jugement peut être évaluée par le ratio de cohérence *RC*. Cette étape est importante pour vérifier que les préférences émises par le décideur respectent bien certaines règles logiques telles que la transitivité (si $a_1\boldsymbol{P}a_2$ et $a_2\boldsymbol{P}a_3$ alors $a_1\boldsymbol{P}a_3$). Afin de comparer *RC* à un niveau de cohérence minimum, les vecteurs colonnes de la matrice de jugement doivent être multipliés par leurs poids respectifs puis additionnés. La moyenne du vecteur résultant, qui aura été auparavant divisé par le vecteur poids, constitue ainsi la plus grande valeur propre λ_{max}. L'indice de cohérence *IC* est défini par :

$$IC = \frac{\lambda_{max} - n_e}{n_e - 1} \qquad \textbf{(II.33)}$$

où n_e est le nombre d'entités considérées dans la matrice de jugement

RC est obtenu en divisant l'indice de cohérence par un indice aléatoire *IA* dont la valeur dépend du nombre d'entités n_e (cf. tableau II.7). Les indices aléatoires furent établis en effectuant des jugements aléatoires pour un nombre élevé de réplications et pour différentes dimensions de la matrice de jugement. Le nombre IA représente la moyenne des indices de cohérence calculés à chaque réplication. Le ratio de cohérence est finalement obtenu par l'expression suivante :

$$RC = IC/IA \qquad \textbf{(II.34)}$$

Tableau II.7. Indice aléatoire en fonction du nombre d'entités considérées

n_e	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
IA	0	0,58	0,9	1,12	1,24	1,32	1,41	1,45	1,49	1,51	1,53	1,56	1,57	1,59

Le *RC* peut être interprété comme étant la probabilité que le décideur ait rempli la matrice de jugement de manière totalement aléatoire (Collignan, 2011). Si le *RC* est trop grand, alors les comparaisons effectuées par le décideur ne sont probablement pas assez cohérentes pour que la pondération déduite puisse être appliquée. Saaty (1980) a proposé un seuil égal à 0,1 (10%) en dessous duquel doit se situer le *RC* sous peine de réviser les jugements émis lors de la construction de la matrice de jugement. Les interactions entre le décideur et l'homme d'étude, nécessaires à la construction des matrices de jugement, peuvent être nombreuses et fastidieuses pour aboutir à un ratio de cohérence satisfaisant, particulièrement lorsque la quantité d'entités à comparer est importante. Plusieurs approches citées dans Benitez *et al.*

(2011) et basées sur des techniques d'optimisation permettent d'augmenter la cohérence de la matrice de jugement lorsque le *RC* n'est pas acceptable. De manière pratique, l'ajustement du *RC* peut être réalisé en recherchant le jugement le plus inconsistant dans la matrice (pour lequel on maximise $\varepsilon = e_{l,k}.w_k/w_l$ [Saaty, 2003] par exemple) et en déterminant l'intervalle de valeurs dans lequel le jugement peut être changé pour augmenter la cohérence. Si le décideur est réticent à revoir complètement son jugement, on peut également s'intéresser à la révision des autres jugements les plus incohérents.

Les mesures d'importance relative estimées entre les critères par la méthode AHP peuvent être utilisées par les MAMCD qui ne possèdent pas de procédure intégrée pour l'établissement de la pondération. L'approche AHP peut par exemple être intégrée à la méthode PROMETHEE (Dagdeviren, 2008), qui sera la MAMCD utilisée dans nos travaux et que l'on présente ci-après.

II.4.5. La méthode PROMETHEE

La MAMCD adoptée dans ce travail se base sur la méthode PROMETHEE (Preference Ranking Organization METHod for Enrichment Evaluation) développée par Brans et Vincke (1985). Cette méthode est largement utilisée dans différents domaines d'application (Behzadian *et al*., 2010) et possède un faible niveau de complexité, ce qui la rend parfaitement claire et compréhensible pour le décideur. Elle utilise la notion de surclassement pour classer (problématique γ) un nombre fini d'actions en synthétisant les préférences établies face à différents critères souvent conflictuels. Si les méthodes de sélection (problématique α) permettent d'identifier, mieux que toutes les autres, la solution assimilée comme étant l'action la plus satisfaisante, les méthodes de classement (problématique γ) offrent une meilleure restitution globale des conflits pouvant exister entre les critères (Maystre *et al.*, 1994). Une telle procédure permet de bien différencier la limite entre les « bonnes » et les « mauvaises » actions. L'approche de surclassement sur laquelle repose PROMETHEE permet de nuancer les relations de préférences établies entre paires d'actions avec l'introduction de seuils de préférence et d'indifférence (avec un possible passage progressif de l'indifférence à la préférence).

La méthodologie de PROMETHEE repose sur des comparaisons deux à deux des actions et requiert des interactions avec le décideur pour établir la structure de préférence constituée (De Keyser et Peeters, 1996) :

- des informations sur l'importance relative des critères (c'est-à-dire les poids) pour laquelle PROMETHEE ne fournit pas de procédure d'évaluation,
- des informations sur l'expression des préférences entre deux actions sur un critère donné (pour la construction des fonctions de préférence détaillées ci-après).

La différence z_j entre les évaluations des actions a_i et a_k sur le critère j, aussi appelé critère généralisé, est donnée par :

$$z_j(a_i, a_k) = g_j(a_i) - g_j(a_k) \qquad \textbf{(II.35)}$$

La fonction de préférence G_j permet de transformer le critère généralisé évalué entre deux actions sur une échelle de préférence comprise entre 0 et 1. On obtient ainsi pour chaque comparaison un degré de préférence P_j exprimé par :

$$P_j(a_i, a_k) = G_j\left(z_j(a_i, a_k)\right) \; avec \; 0 \leq P_j(a_i, a_k) \leq 1 \qquad \textbf{(II.36)}$$

Lorsque le critère est à minimiser, l'équation (II.36) devient :

$$P_j(a_i, a_k) = G_j\left(-z_j(a_i, a_k)\right) \; avec \; 0 \leq P_j(a_i, a_k) \leq 1 \qquad \textbf{(II.37)}$$

Une valeur de 0 exprime une complète indifférence entre les deux actions sur le critère concerné alors qu'une valeur de 1 exprime une préférence stricte de a_i et a_k. De plus, la préférence de a_i sur a_k devient nulle lorsque $z_j(a_i, a_k) < 0$. De manière générale, plus la valeur du critère généralisé est importante plus la préférence est marquée. Lorsque la différence des évaluations est faible, le décideur peut allouer une faible préférence de la meilleure action voire même une indifférence entre les deux actions si la valeur du critère généralisé est négligeable. Dans ce sens, le décideur peut sélectionner pour chaque critère un type particulier de fonction de préférence parmi celles proposées par Brans et Vincke (1985) (cf. figure II.13). Pour chaque critère, on introduit ainsi un seuil d'indifférence q ainsi qu'un seuil de préférence strict p entre lesquels les valeurs de préférence évoluent différemment avec z_j selon la courbe adoptée. Le seuil d'indifférence correspond au plus grand écart (entre les évaluations des actions sur un critère donné) considéré comme étant négligeable alors que le seuil de préférence strict est le plus petit écart à partir duquel on génère une préférence absolue.

Sur la figure II.13, on remarque que le critère usuel est un vrai-critère, que le critère en U est un quasi-critère, que le critère en V est un pré-critère et que les autres (mis à part le critère gaussien) sont des pseudo-critères. La méthode PROMETHEE propose ainsi au décideur un large choix de modélisation des préférences qui peut varier d'un critère à l'autre.

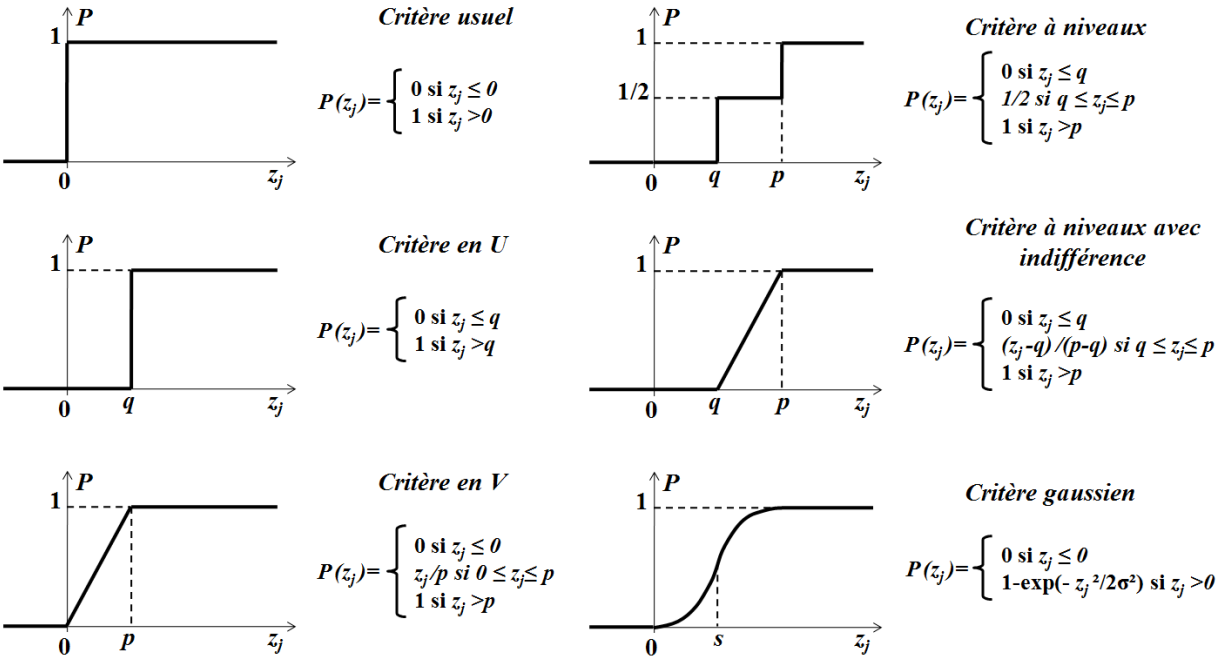


Figure II.13. Fonctions de préférence (d'après Brans et Vincke, 1985)

Pour chaque paire d'actions a_i et a_k définie dans A, le degré de surclassement sur l'ensemble des critères peut être défini par :

$$\begin{cases} \pi(a_i, a_k) = \sum_{j=1}^{m} w_j^c . P_j(a_i, a_k) \\ \pi(a_k, a_i) = \sum_{j=1}^{m} w_j^c . P_j(a_k, a_i) \end{cases} \quad \textbf{(II.38)}$$

où w_j^c, $j \in \{1, \dots, m\}$ représentent les poids normalisés des m critères définis par la méthode AHP tels que :

$$\sum_{j=1}^{m} w_j^c = 1 \quad \textbf{(II.39)}$$

Les flux sortants (ou flux de surclassement positif) $\emptyset^+$, les flux entrants (ou flux de surclassement négatif) $\emptyset^-$, et les flux nets (ou flux de surclassement net) $\emptyset$ peuvent être déterminés respectivement pour les n actions par :

$$\begin{cases} \emptyset^+(a_i) = \frac{1}{n-1} \sum_{k=1, k \neq i}^{n} \pi(a_i, a_k) \\ \emptyset^-(a_i) = \frac{1}{n-1} \sum_{k=1, k \neq i}^{n} \pi(a_k, a_i) \\ \emptyset(a_i) = \emptyset^+(a_i) - \emptyset^-(a_i) \end{cases} \quad \textbf{(II.40)}$$

Le flux sortant $\emptyset^+(a_i)$ reflète le caractère de surclassement de a_i c'est-à-dire l'intensité suivant laquelle l'action a_i domine toutes les autres actions. Plus $\emptyset^+$ est grand, meilleure est l'alternative. Le flux entrant $\emptyset^-(a_i)$ représente le caractère surclassé de a_i c'est-à-dire dans quelle mesure l'action a_i est dominée par toutes les autres actions. Plus $\emptyset^-$ est faible, meilleure est l'alternative. La terminologie de flux sortant et entrant est illustrée en figure II.14.

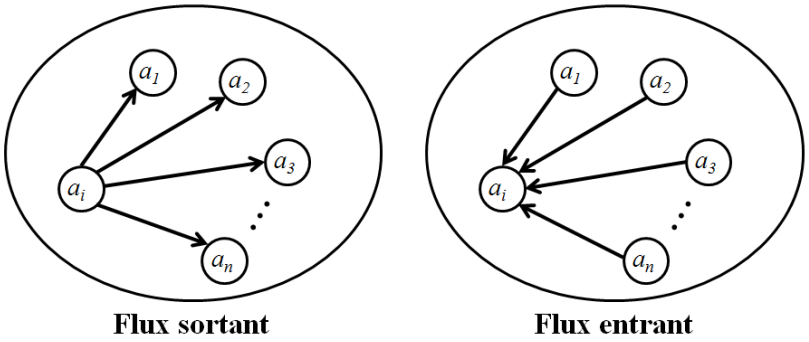


Figure II.14. Flux de surclassement de la méthode PROMETHEE (d'après Brans et Mareschal, 2005)

Plusieurs approches appartenant à la famille de la méthode PROMETHEE peuvent être retrouvées dans la littérature (Brans et Mareschal, 2005 ; Behzadian *et al.*, 2010). Deux d'entre elles sont couramment employées pour classer les actions, PROMETHEE I et PROMETHEE II. La première fournit un classement partiel des actions, en tenant compte du fait que certaines actions peuvent être incomparables, alors que la seconde procure un classement complet pour ranger les actions de la meilleure à la moins bonne.

Le classement partiel issu de PROMETHEE I est établi en comparant deux à deux les flux entrant et sortant des actions :

$$\begin{cases} a_i \boldsymbol{P} a_k \leftrightarrow \emptyset^+(a_i) \geq \emptyset^+(a_k) \; et \; \emptyset^-(a_i) \leq \emptyset^-(a_k) \; avec \; une \; des \; deux \; inégalités \; stricte \\ a_i \boldsymbol{I} a_k \leftrightarrow \emptyset^+(a_i) = \emptyset^+(a_k) \; et \; \emptyset^-(a_i) = \emptyset^-(a_k) \\ a_i \boldsymbol{R} a_k \; dans \; les \; autres \; cas \end{cases} \quad \textbf{(II.41)}$$

Le flux net est utilisé par PROMETHEE II pour fournir un classement complet tel que :

$$\begin{cases} a_i \boldsymbol{P} a_k \leftrightarrow \emptyset(a_i) > \emptyset(a_k) \\ a_i \boldsymbol{I} a_k \leftrightarrow \emptyset(a_i) = \emptyset(a_k) \end{cases} \quad \textbf{(II.42)}$$

II.5. Conclusion du chapitre

Dans ce chapitre, nous avons présenté comment un problème d'optimisation multi-objectif peut être résolu par une métaheuristique. De par sa facilité d'implémentation et son utilisation courante dans les problèmes d'optimisation, l'algorithme par essaim particulaire pourra être employé pour traiter de tels problèmes.

Nous avons vu que la procédure d'optimisation peut être effectuée en tenant compte des sources d'incertitude susceptibles d'affecter la robustesse et la fiabilité du système étudié. Plusieurs approches de conception sous incertitudes peuvent être employées selon que l'on souhaite garantir pour la solution optimale une probabilité de défaillance limite (RBDO), une sensibilité réduite vis-à-vis des incertitudes (RDO), ou bien les deux (RBRDO).

L'optimisation multi-objectif permet de rechercher l'ensemble des solutions non-dominées au sens de Pareto parmi lesquelles une solution, correspondant à un compromis entre les objectifs conflictuels, pourra être sélectionnée. Pour assister le décideur dans le choix d'une solution, une multitude de MAMCD répondant à des problématiques et à des approches opérationnelles distinctes peuvent être employées. La méthode PROMETHEE II, facilement compréhensible par le décideur et utilisant la notion de surclassement pour classer les actions potentielles, sera appliquée dans le cadre de ce travail. La méthode AHP sera préalablement utilisée afin de formaliser l'importance relative attribuée à chaque critère.

Les outils et méthodes présentés dans ce chapitre sont intégrés dans notre méthodologie d'aide à la décision pour la conception sous incertitudes, que nous allons détailler dans la partie suivante.

<u>PARTIE B</u> : Formulation du problème de conception sous incertitudes

Partie B

Chapitre III : Méthodologie d'aide à la décision pour la conception sous incertitudes

III.1. Introduction du chapitre

Nous avons exposé dans le chapitre précédent quelques approches et outils employés pour l'aide multicritère à la décision, pour l'optimisation multi-objectif et pour la conception sous incertitudes. En s'appuyant sur ces concepts, une méthodologie d'aide à la décision pour la conception sous incertitudes sera présentée dans ce chapitre.

Cette méthodologie est mise en œuvre pour définir un cadre à la conception tout en gardant une certaine souplesse sur le contenu et le paramétrage des modèles qui la constituent. Quatre principaux objectifs ont guidé la construction de la méthode :

- obtenir un outil parfaitement compréhensible par les acteurs du projet et plus particulièrement par le décideur ;
- offrir, à chaque étape du processus, la possibilité au décideur d'exprimer ses préférences et ses exigences ;
- obtenir des résultats robustes vis-à-vis d'un ensemble d'incertitudes portant sur l'environnement du projet au sens large. Cela couvre aussi bien de la variabilité des caractéristiques du site dans lequel s'insère le système que l'imprécision portant sur la formulation des objectifs de conception ;
- obtenir une solution de conception fiable pour sa capacité à satisfaire les exigences de performance, ceci vis-à-vis des différents niveaux d'incertitudes.

Les FO, utilisées durant les processus d'optimisation et de comparaison des solutions potentielles, sont construites et évaluées séquentiellement par le modèle d'évaluation, par le modèle d'interprétation, puis par le modèle d'optimisation. Ces trois modèles sont employés de manière itérative sous l'impulsion d'un algorithme d'optimisation afin d'aboutir à un ensemble de solutions non dominées au sens de Pareto et respectant un certain nombre de contraintes. Un modèle de décision sera finalement utilisé pour choisir une ou plusieurs solutions parmi celles représentant les meilleurs compromis entre les objectifs.

Avant de présenter plus en détail le fonctionnement et la logique d'enchaînement de ces quatre modèles, nous définirons tout d'abord les principaux termes nécessaires à la compréhension du processus de conception. Nous décrirons enfin comment les quatre modèles cités ci-dessus peuvent être employés pour la résolution d'un problème de conception sous incertitudes.

III.2. Terminologie

III.2.1. Système

On définit par « système », l'ouvrage qui fait l'objet de l'évaluation vis-à-vis de différents critères de conception. L'état du système regroupe l'ensemble des caractéristiques observables ou prévisibles du système à l'instant où on l'évalue. L'état du système évalué à un instant *t* dépend (Clivillé, 2004) :

- des finalités du système, c'est-à-dire de ce qui est attendu du système ou de ce pourquoi il est conçu. Les finalités sont exprimées en termes de critères et sont concrétisées par l'atteinte des objectifs ;

- du comportement du système, c'est-à-dire de la manière dont il fonctionne pour quantifier les critères et dont il se transforme en modifiant son organisation pour atteindre les objectifs ;

- de l'organisation du système, c'est-à-dire des valeurs prises par les variables de conception et qui contrôlent le comportement du système ;

- de l'environnement du système (au sens large de ce qui environne), c'est-à-dire l'entité constituée de l'ensemble des variables exogènes à l'organisation du système, qui regroupent les variables de projet et les variables environnementales (définies ci-après). La frontière entre l'environnement et l'organisation du système peut être décalée selon le point de vue de l'observateur et selon les moyens d'action que possède l'homme d'étude pour peser sur l'organisation du système. On parle de système ouvert lorsque l'environnement influence le comportement du système et de système fermé dans le cas contraire.

Afin de rendre cette partie un peu moins conceptuelle, nous prendrons dans ce qui suit l'exemple du système « fondation superficielle ».

III.2.2. Variables de conception

Les variables de conception (notées *Vco*) sont les variables à optimiser, c'est-à-dire les variables sur lesquelles l'homme d'étude a la capacité d'agir pour rechercher les meilleurs compromis entre les objectifs. Les *Vco* différencient entre elles les alternatives (aussi appelées actions, solutions potentielles ou configurations de conception), chacune d'elles étant définie par un vecteur particulier de *Vco*. Ces variables peuvent être de nature qualitative (nominale ou cardinale) ou quantitative (continue ou discrète) et représentées de manière déterministe ou probabiliste selon le degré de précision pour lequel elles peuvent être atteintes lors de la réalisation. On associe à chaque *Vco* un intervalle de valeurs $x_k \in \left[x_k^{inf}, x_k^{sup}\right]$ à l'intérieur duquel elles pourront varier tout au long du processus d'optimisation. L'union de ces intervalles mène à la construction de l'espace de conception (ou espace de recherche) X^n, de dimension *n*, égale au nombre de *Vco* considérées. Selon la caractéristique étudiée du système, une *Vco* peut être continue ou discrète. Les *Vco* continues peuvent prendre n'importe quelle valeur définie à l'intérieur de l'espace de conception, alors que les *Vco* discrètes ne peuvent être que des valeurs sélectionnées parmi un ensemble de valeurs admissibles. Comme nous le détaillerons par la suite, des restrictions supplémentaires sur l'espace de conception permettent de distinguer le domaine réalisable du domaine non-réalisable selon que les contraintes sont respectées ou non. Chaque point localisé dans le domaine réalisable X_f^n de l'espace de conception constitue une solution potentielle *j* définie par le vecteur de conception $\vec{x}^j$ des *Vco* :

$$\vec{x}^j = \left[\bar{x}_1^j, \dots \bar{x}_k^j, \dots \bar{x}_n^j\right]^T \; avec\; n \in \mathbb{N}^* \; et\; \vec{x}^j \in X_f^n \qquad \textbf{(III.1)}$$

Les *Vco* constituent les degrés de liberté laissés au système pendant le processus d'optimisation. Ceux-ci doivent être indépendants entre eux de telle manière que la valeur prise par une *Vco* ne conditionne pas celle prise par une autre. De plus, les FO du problème doivent être suffisamment sensibles aux variations de toutes les *Vco* à l'intérieur du domaine réalisable de l'espace de conception. Si l'influence d'une *Vco* sur les FO est négligeable alors celle-ci peut être maintenue fixe durant tout le processus d'optimisation. L'identification des *Vco* peu influentes peut être effectuée par une AS et permet d'alléger les temps de calcul en réduisant la dimension de l'espace de recherche.

Le système « fondation superficielle » peut être définit par les variables de conception « largeur de la fondation », « longueur de la fondation », « hauteur de la fondation » et « profondeur de la fondation ».

III.2.3. Variables de projet

Les variables de projet (notées *Vpro*) correspondent aux données imposées dans le cahier des charges. Elles sont relatives à la définition globale du système et à la stratégie du décideur en matière de ressources mobilisées. A l'inverse des *Vco*, l'homme d'étude n'a aucun contrôle direct sur les *Vpro*. La frontière séparant les *Vco* des *Vpro* est définie préalablement par un accord tacite ou formalisé entre le décideur et l'homme d'étude. Cette frontière peut être déplacée en fonction de la capacité de l'homme d'étude à peser sur les choix du projet à plus haut niveau. En phase de conception préliminaire, le décideur peut se positionner de manière incomplète ou imprécise sur certains choix stratégiques. Dans ce cas, toutes les *Vpro* ne sont pas nécessairement déterministes et certaines peuvent évoluer au cours du projet.

Les variables de projet associées au système « fondation superficielle » et imposées par le cahier des charges pourront notamment porter sur le nombre de fondations à réaliser ou sur les charges permanentes à reprendre par les fondations.

III.2.4. Variables environnementales

Les variables environnementales (notées *Venv*) décrivent les caractéristiques naturelles (climatiques, propriétés physico-chimiques de l'air, de l'eau, du sol...) du milieu environnant dans lequel s'insère le système étudié ainsi que le contexte (social, économique, politique, règlementaire...) dans lequel celui-ci sera intégré durant son cycle de vie (conception, réalisation, utilisation, fin de vie). L'intensité de la variabilité et de la méconnaissance de l'environnement dicte la façon dont les *Venv* doivent être représentées (déterministe ou probabiliste). Au même titre que les *Vpro*, les *Venv* sont fixées et identiques pour l'ensemble des alternatives.

Des variables environnementales telles que les charges climatiques (appliquées sur la structure supportée) ou les propriétés du sol sont susceptibles d'influencer le comportement de la « fondation superficielle ».

III.2.5. Variables de description

On appelle variables de description (notées *Vdes*), l'ensemble des *Vco*, des *Vpro* et des *Venv* qui permettront par la suite d'évaluer les performances et les propriétés du système à concevoir.

Le tableau III.1 récapitule les caractéristiques des *Vdes* où seules les *Vco* peuvent être ajustées pour aboutir à une conception optimale du système. Si les *Venv* et les *Vpro* sont fixées pour l'ensemble des alternatives, les *Vpro* peuvent toutefois évoluer au cours de projet suite, par exemple, à une révision des choix stratégiques du décideur. La nature incertaine ou non des *Vdes* dépend, entre autres, du système étudié, de la capacité du décideur à formaliser ses exigences, de l'avancement du projet ou de l'environnement dans lequel s'inscrit le système. Nous nous limiterons à la théorie des probabilités pour représenter les sources d'incertitudes, et les *Vdes* incertaines seront assimilées à des variables aléatoires.

Tableau III.1. Caractéristiques des variables de description

Variables de description	Contrôlées	Fixées	Changeantes	Potentiellement Incertaines
Variable de Conception	X			X
Variable de Projet		X	X	X
Variable Environnementale		X		X

Les *Vdes* sont identifiées de manière à ce qu'elles respectent les exigences d'exhaustivité et de non-redondance. Elles doivent être suffisamment nombreuses pour contribuer à l'évaluation du système suivant tous les critères mis en jeu dans le problème de décision. Les informations fournies par ces variables ne doivent pas être dupliquées ou superflues mais doivent contribuer de manière complémentaire à l'évaluation du système.

III.2.6. Critère

On appelle critère une aptitude ou un point de vue physique, technique, économique, ou environnemental jugé important par le décideur pour décrire l'état du système. En d'autres mots, il s'agit d'un facteur de jugement sur la base duquel on évalue quantitativement un aspect de l'état du système. Un critère est mesuré ou estimé par l'intermédiaire d'un modèle empirique, expérimental, analytique ou numérique. La valeur approximée sur un critère est appelée variable critère (notée *Vcri*) et permet de décrire quantitativement une fonction, une propriété ou une performance du système.

Pour qu'un critère mesure du mieux possible l'atteinte d'un objectif, il est préférable qu'il soit scientifiquement valide, robuste face aux hypothèses, pertinent à l'échelle du système, représentatif des attentes, explicite, clair (i.e. pas d'ambiguïté entre les critères), simple à exploiter, adaptable avec d'autres systèmes, techniquement quantifiable ou encore accessible pour tous. Le choix d'un critère ne dépend pas uniquement de ses caractéristiques intrinsèques mais également de la famille de critères considérée et de la relation entre ces critères (Cherqui, 2005). En effet, comme décrit au en section II.4.1.2, les critères doivent respecter les exigences d'exhaustivité, de cohérence et de non-redondance de manière à ce que l'on puisse parler de « famille cohérente de critères ». De plus, un critère doit être sensible aux changements opérés sur les *Vco* de manière à ce que chaque alternative puisse être distinguée sur chaque dimension de l'espace des objectifs.

Les critères usuellement considérés pour l'exemple d'une « fondation superficielle » soumise à un effort vertical descendant sont le tassement et la capacité portante.

III.2.7. Objectif

Un critère est sélectionné de manière à ce qu'il mesure du mieux possible l'atteinte d'un objectif. Keeney (1992) définit l'objectif comme étant l'état du système que l'on (le décideur) désire atteindre et qui se caractérise par (a) un contexte décisionnel (relatif au système), (b) un objet de préoccupation (c'est-à-dire un critère), et (c) une direction de préférence.

En d'autres mots, un objectif représente la volonté de maximiser, de minimiser ou de cibler la *Vcri* qui lui est associée. On parle de but lorsque l'atteinte d'un niveau souhaité est spécifiée pour l'objectif. Les notions d'objectif et de but étant souvent confondues dans la pratique, nous ne retiendrons par la suite que le terme objectif.

Prenons l'exemple du contexte décisionnel « le dimensionnement d'une fondation superficielle » dont un objet de préoccupation (ou critère) peut être « le tassement de la fondation » et pour lequel on suggère la direction de préférence « diminuer ». Dans ce contexte, l'objectif est donc de « réduire le tassement de la fondation ». Un but associé à cet objectif aurait pu être « réduire le tassement de la fondation à 5mm »

Pour que l'atteinte d'un objectif soit appréhendée correctement, il est nécessaire d'identifier un critère censé le représenter au mieux (Rousval et Bouyssou, 2009). Toutefois, il est parfois difficile de trouver un critère parfaitement représentatif de l'objectif. Dans ce cas, trois possibilités sont envisageables :

- L'atteinte de l'objectif est appréhendée de manière incomplète par l'intermédiaire d'un critère dont la signification se rapproche du mieux possible de celle de l'objectif ;

- L'objectif est subdivisé en plusieurs sous-objectifs dont l'atteinte de chacun peut être appréhendée par un critère quantifiable. Afin d'anticiper cette situation, nous suggérons de suivre la méthode de Keeney (1992) présentée par la suite et qui contribue à l'identification et à la structuration préalable des objectifs ;

- Des transformations et des opérations mathématiques sont réalisées sur les valeurs issues des caractéristiques mesurables/estimables du système (appelés données brutes) afin de construire un critère synthétique non quantifiable par une grandeur physique. Dans ce cas, ce que l'on appelle des fonctions critère devront être employées pour agréger les données brutes. La fonction critère peut, entre autres, prendre la forme d'une somme pondérée, d'un produit pondéré, d'une agrégation par le minimum ou par le maximum. Les données brutes agrégées ne doivent pas être dupliquées ou superflues mais doivent contribuer de manière complémentaire à l'évaluation du critère synthétique. Les valeurs manipulées par la fonction critère doivent être comparables entre elles. Or, les données brutes peuvent être comprises sur des unités et intervalles de valeurs différentes, ce qui exclut leur utilisation directe dans les fonctions critère. Une étape de normalisation des données, telle que celle présentée par la suite dans le modèle d'interprétation, doit alors être appliquée au préalable. D'autres approches de normalisation statistique, empirique, axiologique et mathématique sont présentées dans Boulanger (2004). Cette étape d'agrégation doit ainsi être réalisée si la pertinence du système vis-à-vis d'un objectif s'exprime à un niveau plus global que celui des *Vcri*.

Considérons l'objectif « maximiser la qualité de la fondation ». Le critère « qualité » associé à cet objectif est non quantifiable et on peut alors choisir de traiter le problème soit :

- en substituant l'objectif « maximiser la qualité de la fondation » soit par l'objectif « maximiser la capacité portante de la fondation » soit par l'objectif « minimiser le tassement de la fondation » ;

- en considérant à la fois l'objectif « maximiser la capacité portante de la fondation » mais aussi l'objectif « minimiser le tassement de la fondation » ;

- en agrégeant les valeurs de capacité portante et de tassement par l'intermédiaire d'une fonction critère.

III.2.8. Identification et structuration des objectifs

Plusieurs approches d'identification et de structuration des objectifs ont été proposées par Keeney (1992). Ces démarches permettent d'alimenter la réflexion et le discours du décideur (Rousval et Bouyssou, 2009) afin de modéliser au mieux le problème décisionnel. Lors de

cette étape de recherche des objectifs, on ne doit pas se préoccuper de la manière dont les critères vont être construits pour appréhender leur atteinte.

Les objectifs ne peuvent être révélés que si une phase de dialogue est assurée entre les différents acteurs du projet. L'identification des objectifs peut reposer sur « différents angles d'attaque » tels que les principaux proposés par Keeney (1992) :

- une liste de souhaits : il est demandé au décideur d'établir une liste d'objectifs qualitatifs qu'il souhaite atteindre dans le contexte décisionnel prédéterminé. Cette liste est dressée sans y apporter d'informations supplémentaires sur l'importance relative entre chaque objectif ;

- les alternatives : considérant un ensemble d'alternatives réelles ou fictives, il peut être demandé au décideur « qu'est-ce qui permet de différencier telle alternative de telle autre ? » ou « qu'est-ce qui caractérise l'alternative parfaite ou la pire alternative ? » ;

- les problèmes et lacunes : il est demandé au décideur d'identifier les problèmes auxquels il peut être confronté lors de la réalisation de son projet. On peut alors lui demander « comment les choses pourraient ou devraient être améliorées ? » ;

- les conséquences : il est demandé au décideur d'identifier les effets et les impacts résultant de la mise en œuvre du système en le questionnant par exemple sur les effets qu'il juge inacceptables ou ceux qu'il juge primordiaux ;

- les buts et contraintes : plutôt que de questionner le décideur sur une liste qualitative d'objectifs, il peut lui être demandé d'apporter des jugements de valeurs quantifiés sur un but à atteindre ou sur une contrainte à respecter ;

- les différents points de vue : l'identification des objectifs peut être réalisée en demandant au décideur de changer de perspectives sur le contexte décisionnel ou en interrogeant, ponctuellement, des experts possédant leur propre vision des choses ;

- la structuration des objectifs : l'étape d'identification des objectifs ne peut pas complètement être séparée de la phase de structuration car celle-ci permet fréquemment de mettre en lumière de nouveaux objectifs. En effet, comme nous le décrirons succinctement par la suite, la structuration des objectifs consiste à relier entre eux les objectifs révélés précédemment. Or, la nouvelle manière de se questionner et les interfaces révélées entre les objectifs lors de la phase de structuration peut amener le décideur à faire apparaitre de nouveaux objectifs ;

- la quantification des objectifs : un objectif peut parfois être quantifié sur différentes unités et échelles de mesure. Ainsi la possibilité de représenter un objectif par plusieurs critères peut conduire à l'identification de nouveaux objectifs dont les significations sont relativement proches.

Parmi les objectifs révélés, il s'agit d'identifier ceux qui représentent une fin en soi pour le décideur (appelés objectifs de fin) et ceux qui constituent un moyen d'atteindre ces derniers (appelés objectifs de moyen) (Rousval et Bouyssou, 2009). Pour les distinguer, on peut poser la question suivante au décideur : « pourquoi cet objectif est-il important dans le contexte décisionnel ? ». Deux réponses sont alors envisageables. La première est que l'objectif constitue une raison essentielle de ce pourquoi le processus décisionnel est mis en œuvre, on parle alors d'objectif de fin. La seconde est que l'objectif est important en raison de sa contribution à l'atteinte d'au moins un autre objectif, on parle alors d'objectif de moyen.

Comme le montre la figure III.1, plusieurs objectifs de fin peuvent être liés à un objectif de fin d'un plus haut niveau s'ils en constituent diverses facettes. L'atteinte des objectifs de fin

des plus bas niveaux peut passer par la mise en œuvre d'un ou plusieurs objectifs de moyen. De plus, les objectifs de moyen ne sont pas nécessairement exclusifs à un objectif de fin mais peuvent influer, positivement ou négativement, sur plusieurs objectifs de fin.

Considérons à présent l'objectif de fin « diminuer le coût de l'ouvrage », celui-ci peut se décomposer en objectifs de fin de plus bas niveaux tels que « diminuer les coûts de la superstructure » et « diminuer le coût de l'infrastructure ». A ces deux objectifs peuvent être respectivement rattachés les objectifs « diminuer le volume de la fondation » et « diminuer la section des poteaux ». Ces objectifs correspondent à des objectifs de moyen qui participent à l'atteinte de l'objectif de fin de plus haut niveau « diminuer le coût de l'ouvrage ».

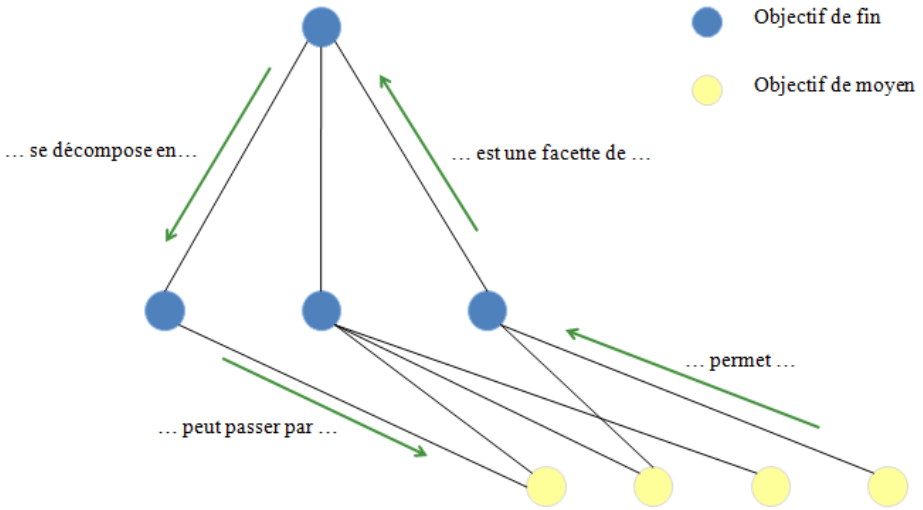


Figure III.1. Liens entre objectifs de fin et de moyen (d'après Rousval et Bouyssou, 2009)

La structuration des objectifs permet de relier les objectifs de fin et de moyen identifiés préalablement. D'autres objectifs peuvent être révélés pendant cette phase de hiérarchisation (au sens des niveaux de spécificité et pas des préférences) des objectifs qui peut être réalisée suivant deux principales approches (cf. figure III.2) :

- L'approche descendante (« top-down ») consiste, à partir d'un objectif de fin global, à identifier les sous-objectifs qui contribuent à l'objectif du niveau supérieur. Un objectif de fin peut ainsi être décomposé en un ou plusieurs objectifs de fin plus détaillés ou en un ou plusieurs objectifs de moyen. On construit ainsi une structure hiérarchique des objectifs jusqu'à ce que l'on atteigne un niveau mesurable. Lorsque l'on cherche à développer la structure hiérarchique des objectifs de fin, on peut par exemple se demander « en quoi cet objectif est important ? » ou « quels sont les composants principaux de cet objectif ? ». Lorsque l'on cherche à relier les objectifs de fin aux objectifs de moyen, on peut par exemple se demander « comment cela se produit-il ? » ou « comment pourrait-on y parvenir ? » ;

- L'approche ascendante (« bottom-up ») consiste à établir la hiérarchie supérieure des conséquences et des effets pouvant résulter de la mise en œuvre du système. Cette approche présente l'avantage de prendre en compte les paramètres accessibles dès le départ mais ne conduit pas forcément à une vision exhaustive des attentes. L'approche ascendante consiste donc, à partir d'un ensemble de problèmes et préoccupations, à obtenir les objectifs de fin de plus haut niveaux en se posant par exemple des questions telles que « pourquoi voulons-nous faire cela ? », « pourquoi cet objectif est-il important ? », ou encore « qu'est-ce que cet évènement provoque ou permet ? ».

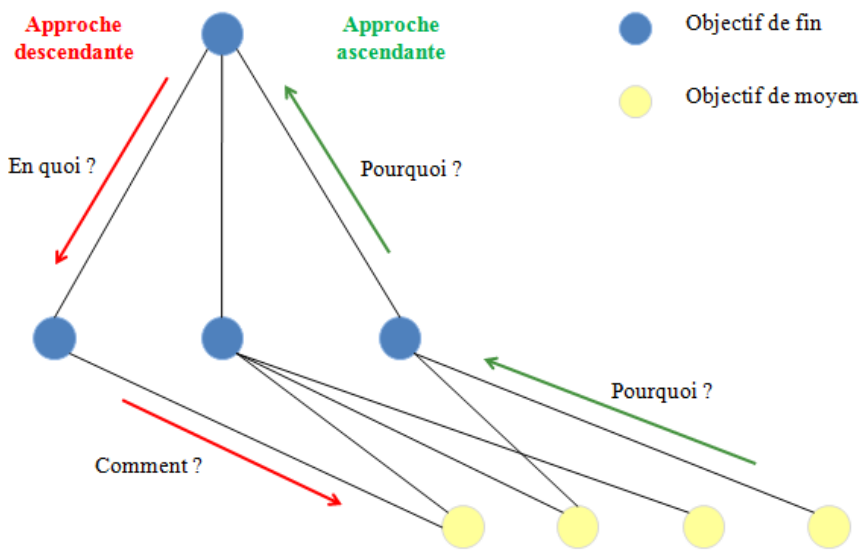


Figure III.2. Questions menant à la structuration des objectifs (d'après Rousval et Bouyssou, 2009)

Un objectif de fin devient suffisamment spécifique si des objectifs de moyen qui contribuent à sa réalisation peuvent être identifiés ou si des outils (numériques, analytiques, expérimentaux...) peuvent être mis en œuvre pour le quantifier. L'étape de structuration des objectifs permet d'identifier (de manière exhaustive mais non redondante) les objectifs sur lesquels reposera le processus d'évaluation et d'optimisation multi-objectif du système. Il pourra s'agir d'objectifs de fin (de plus bas niveau) et/ou d'objectifs de moyen. Le caractère multi-objectif du problème ne peut être justifié que si l'on se trouve en présence d'au moins deux objectifs contradictoires. Le conflit entre deux objectifs est attesté lorsque l'un influence négativement, c'est-à-dire dans la direction inverse de la préférence, le second.

Dans tous les cas, l'atteinte de ces objectifs doit pouvoir être appréhendée de manière quantifiée par un critère représentatif. Le décideur peut parfois faire appel à des experts pour retenir les critères dont les définitions s'approchent le plus possible de celles définies pour les objectifs.

III.3. Méthodologie d'aide à la décision pour la conception

La méthodologie d'aide à la décision pour la conception proposée dans cette partie définit un cadre à suivre par l'homme d'étude afin d'aboutir au choix d'une ou plusieurs solutions de conception. Ces solutions correspondent à différentes configurations de conception du système étudié, c'est-à-dire que chacune d'elles est définie par un jeu de *Vco* qui lui est propre. Les solutions du problème ne peuvent être identifiées que s'il s'est instauré au préalable une phase de dialogue entre les différents acteurs du projet pour formaliser le problème de conception. Il s'agit notamment :

- de définir le système à concevoir et de délimiter le cadre de l'étude,
- de décrire qualitativement et quantitativement les objectifs vis-à-vis desquels le système doit être conçu et évalué,
- de sélectionner les critères permettant d'appréhender au mieux l'atteinte des objectifs,
- de déterminer les contraintes que doivent respecter les alternatives pour être jugées réalisables,
- d'identifier les *Vdes* permettant d'évaluer les performances du système sur chaque critère,

- de pondérer les critères afin de choisir une ou plusieurs solutions parmi l'ensemble des alternatives présentant les meilleurs compromis entre les objectifs conflictuels.

La méthodologie d'aide à la décision résulte de l'enchaînement de quatre types de modèle : (1) le modèle d'évaluation, (2) le modèle d'interprétation, (3) le modèle d'optimisation, et (4) le modèle de décision. La figure III.3 illustre la manière dont les modèles s'articulent entre eux.

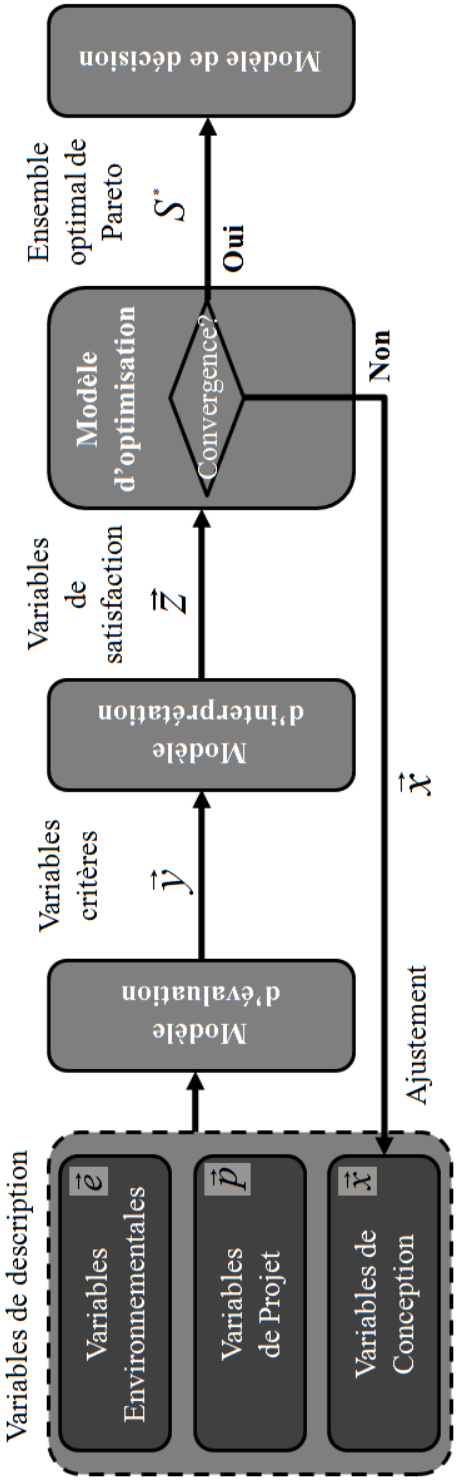


Figure III.3. Méthodologie d'aide à la décision pour la conception

Il faut noter que le sens de parcours du processus de simulation allant des *Vdes* à l'évaluation des performances du système est inversé par rapport à celui de la formalisation du problème de conception (cf. figure III.4). En effet, la construction des modèles et l'identification des *Vdes* nécessitent au préalable de définir quels sont les objectifs à atteindre et les critères permettant de les représenter au mieux. Les modèles seront détaillés dans la suite en suivant le sens du processus de simulation utilisé de manière itérative par l'algorithme d'optimisation.

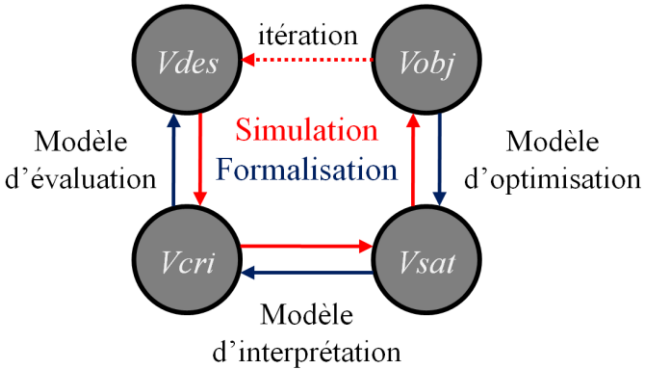


Figure III.4. Sens de simulation versus sens de formalisation du problème de conception

La figure III.5 illustre les liens pouvant être établis entre les différentes variables mises en jeu dans le processus de conception. Le modèle d'évaluation consiste, à partir des *Vdes*, à évaluer quantitativement un aspect de l'état du système (tel qu'une propriété/caractéristique physique, technique, économique ou environnementale) par l'intermédiaire des *Vcri*. Ces dernières peuvent ensuite être interprétées en termes d'acceptabilité vis-à-vis des attentes du décideur. Les variables issues de la transformation des variables critère par le modèle d'interprétation seront appelées variables de satisfaction (notées *Vsat*) et normalisées sur une échelle unique de désirabilité comprise entre 0 et 1. Les modèles d'évaluation et d'interprétation sont utilisés de manière itérative par le modèle d'optimisation afin d'aboutir, via la construction de FO (dont l'évaluation aboutie à des variables objectif notées *Vobj*) et de fonctions contrainte, à un ensemble de solutions non dominées au sens de Pareto. C'est parmi cet ensemble qu'il sera possible de choisir, par l'intermédiaire du modèle de décision, une ou plusieurs solutions de conception.

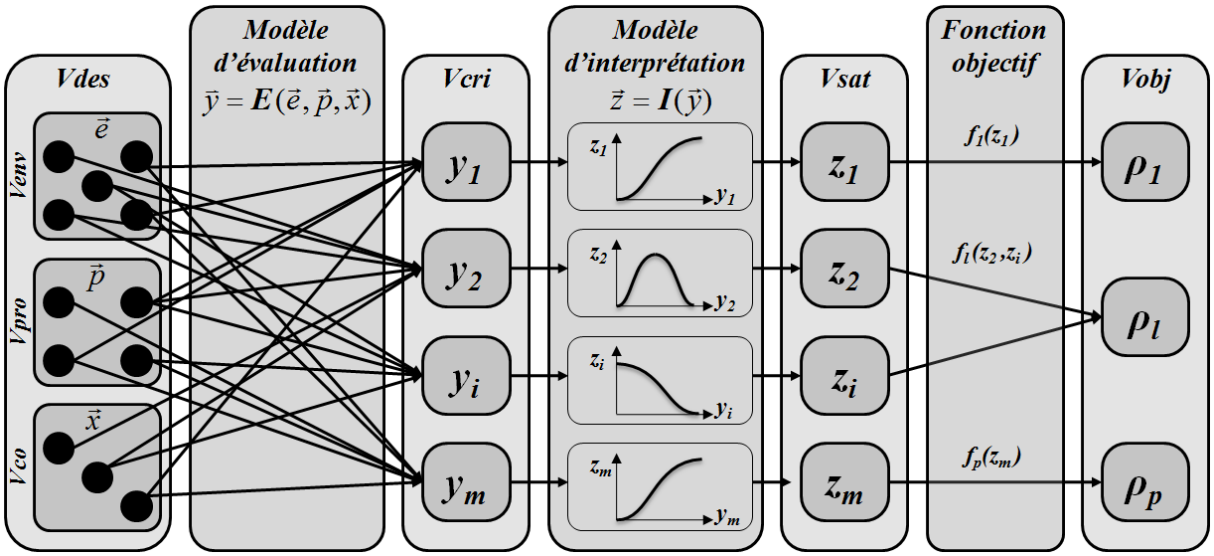


Figure III.5. Méthodologie d'évaluation et d'interprétation des variables critères

Nous allons maintenant décrire plus en détail ces quatre modèles et comment ils peuvent être adaptés à un problème de conception sous incertitudes.

III.3.1. Modèle d'évaluation

Les *Vdes* sont les données d'entrée du modèle d'évaluation employé pour évaluer le système vis-à-vis des différents critères mis en jeu. Le modèle d'évaluation est construit à partir de l'ensemble des connaissances expertes, de la règlementation et des outils (expérimentaux ou numériques) disponibles et accessibles.

Le modèle d'évaluation $\boldsymbol{E}$ permet de lier les *Vdes* aux *Vcri* tel que :

$$\vec{y} = \boldsymbol{E}(\vec{x}, \vec{p}, \vec{e}) \qquad \textbf{(III.2)}$$

où $\vec{y}$ est le vecteur des *Vcri*, $\vec{x}$ est le vecteur des *Vco*, $\vec{p}$ est le vecteur des *Vpro*, et $\vec{e}$ est le vecteur des *Venv*.

Comme illustré en figure III.5, toutes les *Vdes* ne sont pas nécessairement utilisées pour évaluer une *Vcri*. Cependant, cette dernière doit être exprimée en fonction d'au moins une *Vco*.

On peut attacher à une alternative *j*, le vecteur de ses *m Vcri* :

$$\vec{y}^j = \left[\bar{y}_1^j, \dots \bar{y}_i^j, \dots \bar{y}_m^j\right]^T \; avec\; m \in \mathbb{N}^* \; et\; \bar{y}_i^j \in \mathbb{R} \qquad \textbf{(III.3)}$$

Le degré d'exactitude et de précision des *Vcri* dépend de la qualité du modèle d'évaluation employé et de sa capacité à retranscrire la réalité. Lorsque le modèle original est lourd à mettre en œuvre et coûteux en temps de calcul, comme cela peut par exemple être le cas pour des calculs aux éléments finis tridimensionnels, on peut avoir recours à des méta-modèles (par exemple construits par approximations polynomiales, par réseaux de neurones ou par krigeage). De tels modèles permettent d'avoir en tout point de l'espace de conception une estimation de la valeur de la fonction coûteuse tout en réduisant les temps de calculs. En se substituant au modèle d'origine (sous contrôle de leur capacité à retranscrire de manière fiable les comportements physiques mis en en jeu initialement), les méta-modèles (aussi appelés modèles de substitution) autorisent un nombre d'évaluation plus important et sont ainsi bien adaptés pour l'application à des méthodes probabilistes ou d'optimisation.

III.3.2. Modèle d'interprétation

Une *Vcri* ne permet pas de formaliser la manière dont le décideur perçoit l'état du système. Pour cela il est nécessaire de spécifier quantitativement un niveau souhaité d'atteinte sur l'objectif (appelée but) et d'interpréter, en terme de satisfaction, la *Vcri* vis-à-vis de ce but.

Le modèle d'interprétation est employé pour formaliser les préférences exprimées par le décideur sur chaque *Vcri* et juger ainsi du niveau d'acceptabilité d'une alternative. En d'autres mots, il s'agit d'associer à chaque valeur pouvant être prise sur un critère, une note chiffrée comprise sur une échelle adimensionnée et correspondant à un certain niveau de satisfaction. Les unités et intervalles de mesure des critères étant généralement différents, l'introduction d'une échelle de satisfaction *S* présente, entre autres, l'intérêt de normaliser l'ensemble des *Vcri* sur cette échelle unique sans dimension et de faciliter ainsi les comparaisons.

Les variables obtenues en sortie du modèle d'interprétation ***I*** sont appelées variables de satisfaction (notées *Vsat*) telles que :

$$\vec{z} = \boldsymbol{I}(\vec{y}) \qquad \textbf{(III.4)}$$

où $\vec{z}$ est le vecteur des *Vsat* et $\vec{y}$ est le vecteur des *Vcri*.

On peut donc attacher à toute alternative *j*, le vecteur de ses *m Vsat* :

$$\vec{z}^j = \left(\bar{z}_1^j, \dots \bar{z}_i^j, \dots \bar{z}_m^j\right) \; avec \; m \in \mathbb{N}^* \; et \; \bar{z}_i^j \in S \qquad \textbf{(III.5)}$$

Les *Vsat* reflètent la capacité d'une alternative à répondre aux attentes du décideur vis-à-vis de chaque critère. Leur élaboration nécessite ainsi une « confrontation » entre les *Vcri* et les objectifs (plus précisément les buts) qui leur sont associés.

En pratique, l'interprétation d'une *Vcri* y_i peut être effectuée soit :

- en la comparant à un indicateur de référence $y_{i,ref}$. L'indicateur de référence peut soit être fixé par la norme ou le décideur, soit relatif aux valeurs minimales ou maximales pouvant être prises par une *Vcri* ;

- en la situant dans un intervalle de satisfaction du type [0 ,1], où 0 correspond à la valeur minimale acceptable $y_{i,min}$ et où 1 est donnée à la meilleure valeur $y_{i,max}$. L'intervalle de valeurs $[y_{i,min}\,, y_{i,max}]$ peut être défini soit empiriquement en anticipant les valeurs minimale et maximale qui pourront être prises par les *Vcri*, soit axiologiquement en définissant la pire évaluation dont on cherchera à s'éloigner et en définissant l'évaluation idéale que l'on souhaitera approcher.

Dans les deux approches, l'interprétation peut être menée soit en se référant à une échelle sémantique, soit en utilisant des expressions mathématiques simples (rapport, différence, différence relative...). D'autres fonctions, plus complexes (non linéaires et/ou non monotones), permettent d'interpréter une *Vcri* en termes de satisfaction. Dans le cadre de ce travail, nous nous intéressons plus particulièrement aux fonctions de désirabilité qui offrent une grande liberté dans la formalisation des préférences du décideur.

III.3.2.1. Fonctions de désirabilité

A chaque critère est associée une fonction de désirabilité qui traduit le degré de satisfaction accordé à la valeur prise sur ce critère par rapport à l'atteinte de l'objectif considéré. La *Vsat*, issue de l'interprétation d'une *Vcri* par l'intermédiaire d'une fonction de désirabilité, peut prendre des valeurs comprises entre 0 et 1. Une valeur de 0 traduit un non-respect total du critère alors que 1 exprime une pleine satisfaction.

Traditionnellement, une performance est jugée soit satisfaisante soit non-satisfaisante selon que l'estimation quantitative qui est faite respecte ou non une inégalité (ou plus généralement une fonction contrainte). L'utilisation des courbes de désirabilité permet d'enrichir cette notion de « seuil acceptable » en introduisant des niveaux de satisfaction intermédiaires. Le caractère non déterministe de la valeur seuil résulte notamment de l'imprécision et/ou de l'incomplétude des informations en possession du décideur. Celles-ci ne permettent pas toujours d'affirmer qu'une performance est parfaitement valable au-dessus d'une valeur cible et complètement insatisfaisante en dessous.

A titre d'exemple, on peut citer les recommandations des normes Eurocode portant sur les déformations des structures (flèches horizontales et verticales) et les mouvements des fondations (tassements absolus et différentiels). Les valeurs maximales qui y sont indiquées

ne doivent pas être considérées comme des contraintes au-delà desquelles une configuration de conception pourrait être jugée totalement insatisfaisante. En effet, les intervalles de valeurs admissibles pour les critères portant sur les déformations d'un ouvrage dépendent plutôt de l'usage auquel celui-ci est destiné.

Les fonctions de désirabilité ont initialement été introduites par Harrington (1965) puis modifiées par Derringer et Suich (1980). Dans ce travail, nous nous appuierons sur les fonctions proposées par ces derniers, plus simples d'utilisation et présentant une grande diversité de forme. Cette flexibilité dans le paramétrage des fonctions de désirabilité permet de représenter le plus finement possible les préférences du décideur.

Outre la normalisation des *Vcri* sur une échelle unique de désirabilité, ces fonctions permettent de contrôler la manière dont va évoluer la satisfaction vis-à-vis d'une performance. Trois types de fonctions sont présentées par Derringer et Suich (1980) :

- la fonction one-sided croissante (cf. figure III.6) qui traduit un souhait de maximisation de la *Vcri* : elle est de forme unilatérale gauche telle que la désirabilité z_i obtenue sur le critère *i* pour une *Vcri* y_i s'exprime :

$$z_i = \begin{cases} 0 & pour\ y_i \leq y_i^- \\ \left[\dfrac{y_i - y_i^-}{\hat{y_i} - y_i^-}\right]^r & pour\ y_i^- < y_i < \hat{y_i} \\ 1 & pour\ y_i \geq \hat{y_i} \end{cases} \qquad \textbf{(III.6)}$$

- la fonction one-sided décroissante (cf. figure III.7) qui conduit à une minimisation de la *Vcri* : elle est de forme unilatérale droite telle que la désirabilité z_i obtenue sur le critère *i* pour une *Vcri* y_i s'exprime :

$$z_i = \begin{cases} 1 & pour\ y_i \leq \hat{y_i} \\ \left[\dfrac{y_i - y_i^+}{\hat{y_i} - y_i^+}\right]^r & pour\ \hat{y_i} < y_i < y_i^+ \\ 0 & pour\ y_i \geq y_i^+ \end{cases} \qquad \textbf{(III.7)}$$

- la fonction two-sided (cf. figure III.8) qui permet le ciblage de la *Vcri* : elle est de forme bilatérale telle que la désirabilité z_i obtenue sur le critère *i* pour une *Vcri* y_i s'exprime :

$$z_i = \begin{cases} \left[\dfrac{y_i - y_i^-}{\hat{y_i} - y_i^-}\right]^r & pour\ y_i^- < y_i < \hat{y_i} \\ \left[\dfrac{y_i - y_i^+}{\hat{y_i} - y_i^+}\right]^t & pour\ \hat{y_i} < y_i < y_i^- \\ 0 \quad pour\ y_i \leq y_i^- \text{ ou } y_i \geq y_i^+ \end{cases} \qquad \textbf{(III.8)}$$

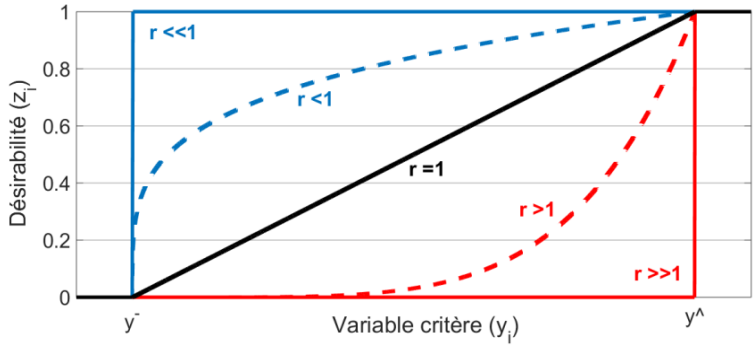


Figure III.6. Fonction de désirabilité one-sided croissante

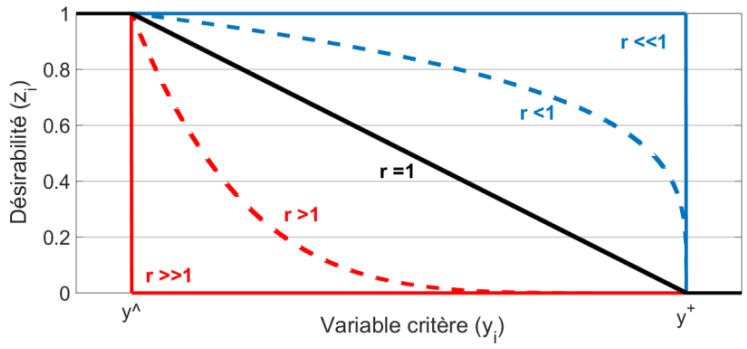


Figure III.7. Fonction de désirabilité one-sided décroissante

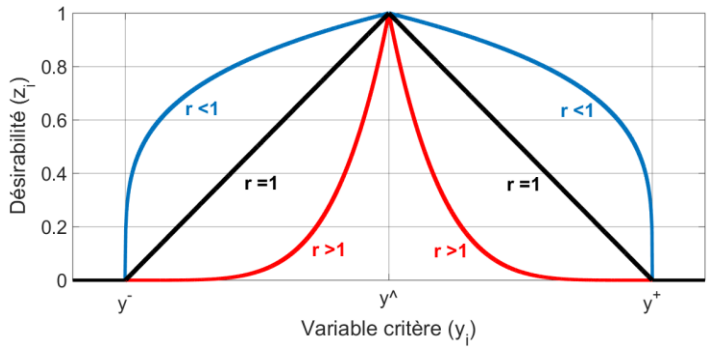


Figure III.8. Fonction de désirabilité two-sided

Dans le cas d'une fonction one-sided croissante, le paramètre y_i^- correspond à la valeur en dessous de laquelle la *Vcri* est non satisfaisante et le paramètre $y_i^{\wedge}$ représente la valeur cible au-dessus de laquelle une pleine satisfaction est obtenue sur le critère considéré (et inversement pour une fonction one-sided décroissante). La fonction two-sided intègre les paramètres y_i^- et y_i^+ qui bornent l'intervalle des *Vcri* acceptables et en-dehors duquel la désirabilité est nulle. Le paramètre $y_i^{\wedge}$ constitue la valeur cible pour laquelle on obtient une pleine satisfaction sur le critère et hors de laquelle la désirabilité décroît (de part et d'autre de $y_i^{\wedge}$).

Les paramètres *r* et *t* permettent d'ajuster la courbure de la fonction de désirabilité, c'est-à-dire la manière dont varie la désirabilité entre les bornes (cf. figures III.6 à III.8). Pour une valeur fixée de y_i, plus le paramètre *r* (ou *t*) est grand, plus la désirabilité associée tend vite vers 0, ce qui traduit une faible tolérance aux écarts en dehors du domaine de pleine satisfaction. La diversité de formes de la fonction de désirabilité apportée par les paramètres

de courbure permet d'introduire trois comportements du décideur face au risque de non-atteinte des exigences de performance :

- lorsque $r < 1$, la fonction de désirabilité est concave. La valeur cible y est considérée indicative, c'est-à-dire que la désirabilité diminue peu si la réponse est légèrement inférieure (pour une fonction one-sided croissante) à $\hat{y_i}$. Ce n'est qu'au voisinage de la valeur y_i^- que la désirabilité diminue fortement. Dans cette situation, le décideur est dit « preneur de risque » ;

- lorsque $r = 1$, la désirabilité croît linéairement jusqu'à la valeur cible. Dans cette situation, le décideur est dit « neutre face au risque » ;

- lorsque $r > 1$, la fonction de désirabilité est convexe. Le décideur n'est prêt à accepter une valeur inférieure (pour une fonction one-sided croissante) à la valeur cible que si celle-ci est très proche de $\hat{y_i}$. En d'autres mots, la désirabilité diminue fortement au voisinage de $\hat{y_i}$. Dans cette situation, le décideur est dit « averse au risque ».

En pratique la valeur de r est choisie en spécifiant une valeur intermédiaire entre y_i^- (et/ou y_i^+) et $\hat{y_i}$ par laquelle il est souhaité que la fonction de désirabilité passe. Pour assister les acteurs du projet dans le paramétrage des fonctions de désirabilité, Collignan (2011) propose d'associer une échelle sémantique aux niveaux quantifiés de désirabilité (cf. tableau III.2). En s'appuyant sur cette échelle sémantique, il est en effet plus aisé de définir les trois points (pour les fonctions one-sided) ou les cinq points (pour la fonction two-sided) par lesquels la fonction de désirabilité doit passer.

Tableau III.2. Echelle sémantique associée à différents niveaux quantifiés de désirabilité

Niveau de satisfaction	Niveau de désirabilité
Extrêmement haut	1
Très haut	0,9
Haut	0,8
Assez haut	0,7
Moyennement haut	0,6
Moyen	0,5
Moyennement bas	0,4
Assez bas	0,3
Bas	0,2
Très bas	0,1
Nul	0

Les fonctions de désirabilité permettent d'apprécier, à partir d'un comportement attendu, le niveau de satisfaction vis-à-vis des performances estimées d'un système. Afin que la description des configurations de conception en termes de désirabilité reflète du mieux possible les points de vue des différents acteurs du projet, les courbes doivent être construites conjointement avec :

- le décideur, qui à partir de sa connaissance globale du projet et des attentes qui en découlent, exprime, lorsqu'il dispose des compétences et des connaissances nécessaires (sinon il s'en remet à l'expert), ses préférences et exigences de manière à garantir l'intégrité du projet à plus ou moins long terme ;

- l'homme d'étude, qui à partir de sa connaissance de l'outil mis en œuvre, guide les utilisateurs dans le paramétrage des courbes de désirabilité de manière à les avertir sur les conséquences de tel ou tel comportement ;

- l'expert, qui à partir de son expérience et de sa connaissance technique et règlementaire sur une fonction, une propriété ou un comportement du système, exprime ponctuellement ses jugements et recommandations afin que le système se comporte tel que ce pourquoi il a été conçu.

L'existence de paliers (pour z_i=0 et z_i=1) présents dans les fonctions de Derringer induit que deux alternatives ayant des performances distinctes peuvent être indifférentes en termes de désirabilité. Ainsi, deux alternatives entièrement satisfaisantes (z=1) sur chaque critère ne peuvent être distinguées. Ceci peut être perçu comme un inconvénient lorsque l'on cherche à comparer deux solutions en vue de dégager la meilleure. Les fonctions de désirabilité de Harrington (1965) apportent une réponse à ce problème en tendant, à chaque extrémité, vers 1 et 0 mais en n'atteignant jamais ces valeurs. Ainsi, deux alternatives distinctes ne peuvent, a priori, jamais avoir les mêmes niveaux de satisfaction, tel qu'il est toujours possible d'en dégager « la meilleure ». Cependant ces fonctions sont moins intuitives à utiliser et proposent une moins grande diversité de formes que celles de Derringer et Suich (1980). De plus, comme nous le verrons par la suite, une valeur nulle obtenue sur un critère peut ne pas être un problème si l'on considère qu'une telle valeur coïncide avec une contrainte non satisfaite. Enfin, par l'intermédiaire du modèle de décision et de la méthode PROMETHEE employée, nous introduirons des zones d'indifférence dans lesquelles nous considérons qu'aucune alternative ne peut être préférée à une autre. Ces zones d'indifférence peuvent être justifiées par l'existence d'incertitudes résiduelles de modèle susceptibles de fausser sensiblement le niveau de satisfaction attribué à une alternative vis-à-vis d'un critère. Ainsi, la non-différenciation entre certaines alternatives très proches les unes des autres dans l'espace des objectifs ne constitue pas en soi un problème.

III.3.3. Modèle d'optimisation

Comme nous venons de le voir, les modèles d'évaluation et d'interprétation sont employés successivement pour mesurer l'acceptabilité d'une alternative vis-à-vis de chaque objectif. Afin d'identifier un ensemble de solutions optimales, ces modèles doivent être intégrés dans un processus itératif d'optimisation multi-objectif permettant d'ajuster au mieux les *Vco*. Le comportement du modèle d'optimisation, c'est-à-dire la manière dont il fonctionne, est donc étroitement lié au type d'algorithme d'optimisation utilisé.

Nous nous intéressons préférentiellement à l'approche d'optimisation multi-objectif fondée sur la notion de dominance et d'optimalité au sens de Pareto. Par rapport à d'autres méthodes non-Pareto ou d'agrégation, cette approche permet de conserver la notion de compromis entre les objectifs contradictoires (ou conflictuels) et ne nécessite pas d'informations supplémentaires sur les préférences relatives entre les objectifs.

L'algorithme d'optimisation multi-objectif par essaim particulaire employé dans ce travail, conduit à chaque itération :

- à formaliser et à évaluer les FO ainsi que les fonctions contrainte du problème d'optimisation,

- à comparer les solutions potentielles,

- à archiver les solutions non-dominées au sens de Pareto,

- à ajuster les *Vco* de manière à ce que les membres de l'archive couvrent du mieux possible le *front de Pareto*.

L'archive obtenue à la fin de l'optimisation constitue l'*ensemble optimal de Pareto* regroupant les vecteurs de conception non-dominés parmi tous ceux explorés durant le processus de recherche. Nous définissons dans la suite les notions de FO et de fonctions contrainte sur lesquelles repose, à chaque itération de l'algorithme, la démarche de comparaison des alternatives.

III.3.3.1. Fonction objectif

Les FO permettent de comparer les alternatives entre elles et sont exprimées en fonction des *Vsat*. Les valeurs issues des FO sont appelées variables objectif (notées *Vobj*). Nous distinguons les *Vsat* et les *Vobj* car ces dernières peuvent être le résultat d'une agrégation de plusieurs *Vsat* (dans ce cas la FO prend la forme d'une fonction d'agrégation). Cela peut par exemple être le cas lorsque l'on cherche à se ramener à un problème mono-objectif en utilisant une seule et unique FO synthétique. Toutefois, une *Vobj* peut aussi directement correspondre à la valeur d'une *Vsat*. Par ailleurs, comme cela sera précisé dans le §III.4.2, les FO peuvent être construites avec une approche probabiliste de manière à propager l'incertitude dans le processus de décision et à apporter une dimension robuste au problème de conception.

Compte tenu de ces remarques, la forme mathématique d'une FO peut être différente d'un objectif à l'autre telle que :

$$\rho_l^j = f_l(\vec{z}^j) \qquad \textbf{(III.9)}$$

où ρ_l^j est la $l^{\text{ième}}$ *Vobj*, où $\vec{z}^j$ est le vecteur de satisfaction de l'alternative j et où f_l correspond à l'expression mathématique de la FO associée à l'objectif *l*.

On peut donc attacher à toute alternative *j*, le vecteur de ses *p Vobj* :

$$\vec{\rho}^j = (\rho_1^j, \dots \rho_l^j, \dots \rho_p^j) \; avec \; p \in \mathbb{N}^* \qquad \textbf{(III.10)}$$

III.3.3.2. Fonction contrainte

On appelle contrainte, un objectif avec un niveau d'atteinte requis. Les fonctions contrainte permettent de les formaliser et sont exprimées en fonction des *Vco*, des *Vcri* ou des *Vsat*. Toutefois, afin que leur contribution au problème d'optimisation soit pertinente, les fonctions contrainte doivent être liées à au moins une *Vco*. Les contraintes permettent de distinguer, dans l'espace de conception, le domaine réalisable où les contraintes sont respectées et le domaine non réalisable où les contraintes sont violées. Les contraintes représentent ainsi les exigences que doivent respecter les alternatives pour être considérées acceptables.

On appelle contraintes latérales, les contraintes qui fournissent les limites inférieures et supérieures sur chaque dimension *k* de l'espace de conception tel que :

$$x_k^{inf} \leq x_k \leq x_k^{sup} \qquad \textbf{(III.11)}$$

D'autres contraintes peuvent être formalisées sous la forme de relations d'égalité ou d'inégalité. Elles peuvent être de nature différente selon que l'on veuille apporter un niveau de restriction sur la fiabilité, la robustesse, l'organisation ou le comportement moyen du système. On distingue ainsi deux types de contrainte :

- les contraintes déterministes lorsqu'elles sont directement exprimées en fonction des *Vco* ou lorsqu'elles sont employées dans un cadre purement déterministe ;

- les contraintes probabilistes lorsque leur évaluation nécessite une analyse fiabiliste ou une estimation des paramètres statistiques de l'état du système. De telles contraintes peuvent être employées dans les approches d'optimisation sous incertitudes (cf. §II.3).

Afin d'illustrer quelles pourraient être les contraintes à considérer dans un problème de conception, nous prenons l'exemple d'une fondation superficielle isolée de largeur B et de longueur L. Les dimensions B et L définissent les variables de conception. L'objectif est de « minimiser le coût de la fondation » (et donc les variables B et L) tout en respectant un certain nombre de contraintes déterministes et probabilistes. Les valeurs B et L doivent être contenues dans l'intervalle [0,5m, 3m] qui représente les contraintes latérales du problème de conception. A ces contraintes latérales peuvent s'ajouter d'autre contraintes déterministes portant sur l'admissibilité du rapport L/B telles que : B<L<5.B. Dans la formulation RBDO, des contraintes probabilistes permettent d'assurer un certain niveau de fiabilité de la fondation vis-à-vis de l'occurrence d'un certain nombre d'états limites (tassement excessif, « rupture » du sol, glissement ou basculement de la fondation...). Les contraintes probabilistes permettent ainsi d'introduire, pour chaque état limite, une probabilité de défaillance maximale à ne pas dépasser.

III.3.4. Modèle de décision

A l'issue du modèle d'optimisation, on obtient un *ensemble optimal de Pareto* au sein duquel aucune solution ne peut être privilégiée. Le modèle de décision est alors employé pour assister le décideur dans le choix d'une ou plusieurs solutions de conception.

Dans le cadre de ce travail nous nous appuyons sur la méthode PROMETHEE II qui utilise la notion de surclassement pour classer un nombre fini de solutions potentielles. L'intérêt d'employer une MAMCD répondant à une problématique de classement, plutôt qu'à une méthode de sélection, réside dans la capacité d'offrir au décideur la possibilité de choisir une ou plusieurs solutions parmi les « meilleures ». De plus, ce type de méthode offre une meilleure restitution globale des conflits pouvant exister entre les objectifs (Maystre *et al.*, 1994).

La méthode PROMETHEE II ne dispose pas d'une démarche intégrée pour l'élaboration de la pondération des critères, pourtant nécessaire à l'application de la méthode. Pour assister le décideur dans cette tâche, nous suggérons d'appliquer la méthode AHP qui propose un protocole de questionnements basé sur des comparaisons par paires des critères et qui permet de vérifier la cohérence des jugements émis.

III.4. Adaptation de la méthodologie pour la conception sous incertitudes

La méthodologie générale d'aide à la décision pour la conception que nous venons de présenter peut être adaptée pour la résolution d'un problème de conception sous incertitudes.

III.4.1. Propagation des incertitudes dans le processus

Certaines *Vdes* sont potentiellement incertaines (*propriétés du sol, charges climatiques*) et peuvent ainsi être représentées par des variables aléatoires (ou par des champs aléatoires le cas échéant). Chaque variable aléatoire est alors définie par une distribution de probabilité, par une moyenne et par un coefficient de variation.

Pour propager cette variabilité dans l'ensemble du processus de décision, des tirages aléatoires sont effectués dans la distribution marginale de chaque variable. La stratégie de tir employée pour générer *N* valeurs sur chaque variable aléatoire repose sur la méthode LHS. Lorsque certaines variables aléatoires sont corrélées, la méthode d'Iman et Connover (1982) est employée pour remanier toutes les composantes générées aléatoirement sur chaque variable afin d'approcher au mieux une matrice de corrélation de référence.

Chaque tirage effectué sur les *Vdes* probabilistes conduit à une quantification des critères par l'intermédiaire du modèle d'évaluation. On obtient ainsi, après *N* tirages sur chaque variable aléatoire, un vecteur de *N* valeurs (*Vcri*) associé à chaque critère. Toutefois, un critère peut être purement déterministe s'il n'est fonction d'aucune *Vdes* probabiliste.

A chaque valeur pouvant être prise par une *Vcri*, lui est associée une valeur de désirabilité (*Vsat*) par l'intermédiaire du modèle d'interprétation. Ainsi lorsque l'entrée est une distribution statistique de *Vcri*, la sortie est une distribution de *Vsat*.

III.4.2. Prise en compte de la dispersion dans l'évaluation : fonction objectif robuste

Dans l'optique de choisir une solution optimale performante et robuste, le modèle d'optimisation introduit des FO combinant, pour chaque vecteur de satisfaction, un indicateur de performance et un indicateur de dispersion. Les indicateurs de performance sont choisis comme étant les moyennes de chaque vecteur de satisfaction et les indicateurs de dispersion correspondent à leurs écart-types. Les indicateurs de performance et de dispersion sont agrégés dans une seule fonction objectif robuste (notée FOR) à la manière d'une somme pondérée :

$$\rho_i^j = w_1 . E\left[\vec{z}_i^j\right] - w_2 . \sigma\left[\vec{z}_i^j\right] \qquad \textbf{(III.12)}$$

où $\vec{z}_i^j$ correspond au vecteur de satisfaction associé au critère *i* et à l'alternative *j*. w_1 et w_2 sont les poids associés respectivement à l'indicateur de performance et à l'indicateur de dispersion avec $w_1 \in [0, 1]$ et $w_2 = 1 - w_1$.

La FOR exprimée par l'équation (III.12) est à maximiser de telle manière que, durant le processus d'optimisation, l'indicateur de performance soit maximisé et que l'indicateur de dispersion soit minimisé. La pondération (w_1, w_2) doit être ajustée de manière à ce que la FOR exprime du mieux possible le compromis attendu entre la performance et la dispersion.

Dans le cadre de ce travail, nous proposons de remplacer la fonction (III.12) par la FOR suivante (Apley *et al.*, 2006 ; Jurecka, 2007) :

$$\rho_i^j = E\left[\vec{z}_i^j\right] - \beta_i . \sigma\left[\vec{z}_i^j\right] \qquad \textbf{(III.13)}$$

où β_i est un multiple de la mesure de dispersion, appelé coefficient de dispersion.

La FOR (III.13) est obtenue en multipliant l'expression (III.12) par le scalaire ($1/w_1$) tel que ($\beta = w_2 / w_1$). Cette opération ne modifie par le contenu de l'*ensemble optimal de Pareto* (seule la valeur des FOR change) mais facilite la compréhension et le paramétrage de la FOR. En effet, l'influence de l'indicateur de dispersion sur la FOR est simplement contrôlée par le coefficient de dispersion indépendamment du poids affecté à l'indicateur de performance, ce poids étant maintenu égal à 1. Un coefficient de dispersion pris égal à 0 correspond à une aversion neutre du décideur face au risque, alors que ($\beta > 0$) traduit une aversion au risque d'autant plus forte que le coefficient de dispersion est grand. En effet, plus la part de la robustesse considérée dans les FOR sera grande, plus la dispersion des vecteurs de

satisfaction tendra à être minimisée dans le processus d'optimisation, cela potentiellement au détriment de la performance. A l'inverse, un coefficient de dispersion nul conduit à une maximisation de la moyenne des *Vsat*, ceci en négligeant complètement leur dispersion. Prendre une valeur de β inférieure à 0 n'a pas de sens dans une démarche d'optimisation robuste pour laquelle on cherche plutôt à minimiser la dispersion des réponses du système. La figure III.9 illustre l'effet du coefficient de dispersion sur les valeurs de la FOR (représentées en termes d'isovaleurs) pour des moyennes et des écart-types des vecteurs de satisfaction variant dans l'intervalle [0, 1]. En considérant un point fixe dans le repère (défini par une moyenne et un écart-type), plus le coefficient de dispersion est grand, plus l'écart-type a d'influence et plus la valeur de la FOR diminue.

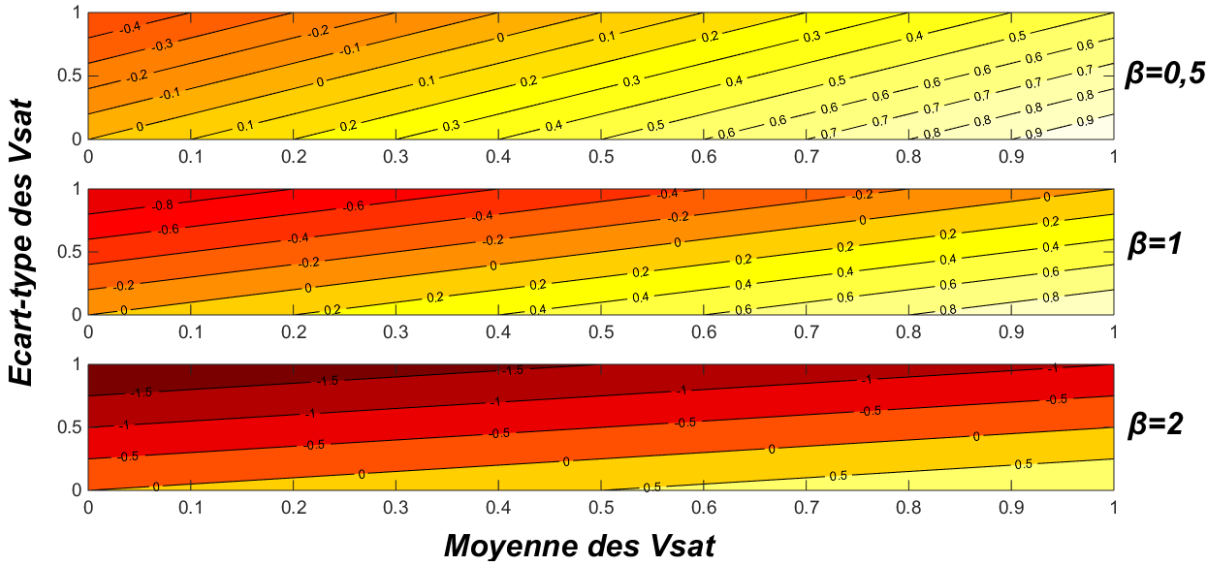


Figure III.9. Effet du coefficient de dispersion sur les valeurs de la fonction objectif robuste

On peut noter qu'avec le coefficient de courbure *r* des fonctions de désirabilité et avec le coefficient de dispersion β, on dispose de deux paramètres permettant de contrôler le degré d'aversion au risque du décideur. Le coefficient de courbure agit sur les valeurs prises par les *Vsat* dans l'intervalle $[y_i^-, \hat{y_i}]$ (et/ou $[\hat{y_i}, y_i^+]$) et influence l'estimation des moyennes et des écart-types des vecteurs de satisfaction. Le coefficient de dispersion exprime quant à lui la part de robustesse (en termes de désirabilité et non directement vis-à-vis des *Vcri*) prise en compte dans l'évaluation des solutions potentielles (via les FOR).

Une alternative à l'agrégation des indicateurs de performance et de dispersion peut être de considérer deux objectifs distincts, l'un consistant à maximiser la moyenne du vecteur de satisfaction et l'autre à minimiser l'écart type du vecteur de satisfaction. Cependant cette formulation multiplie par deux le nombre d'objectifs considérés initialement, ce qui induit une augmentation des temps de calcul et une complexification du traitement décisionnel effectué par le décideur. C'est pourquoi cette approche ne sera pas retenue dans ce travail.

La figure III.10 résume la manière dont, à partir de *Vdes* probabilistes, il est possible d'obtenir une FOR par l'intermédiaire des modèles d'évaluation, d'interprétation et d'optimisation. Notons que les *Vdes* ne sont pas nécessairement toutes probabilistes.

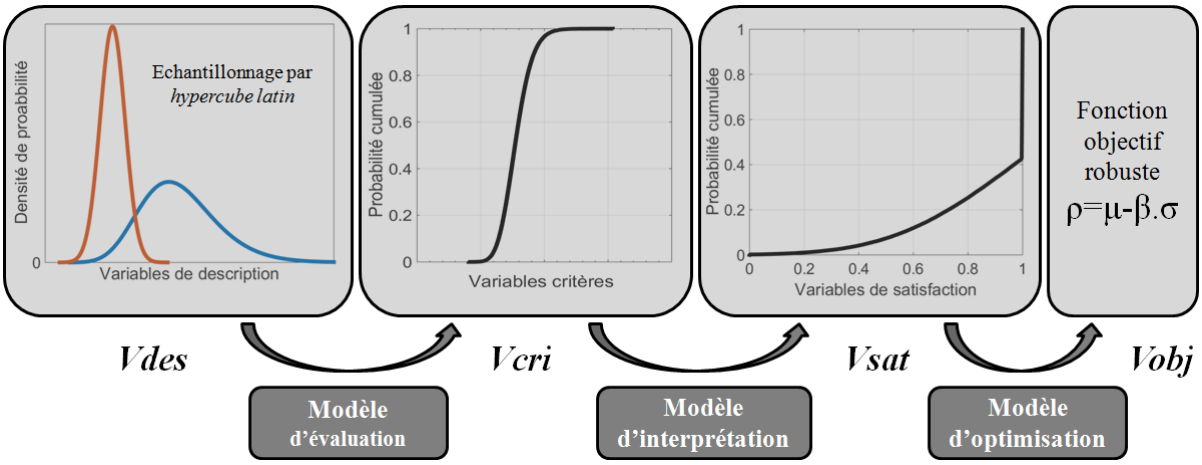


Figure III.10. Construction d'une FOR vis-à-vis d'un critère de conception

III.4.3. Prise en compte de la fiabilité : fonction contrainte probabiliste

Aux fonctions contraintes usuelles définissant l'espace de conception, on peut ajouter des contraintes relatives à la fiabilité. La fiabilité d'une alternative est mise en défaut si, du fait des incertitudes se propageant dans le système, la probabilité qu'une *Vcri* ait une désirabilité nulle dépasse une probabilité maximale (ou critique) d'insatisfaction.

Cette contrainte probabiliste peut être exprimée par :

$$\left[P_{i,j}^{insat} = Prob(z_i^j = 0)\right] \leq P_i^{insat,c} \qquad \textbf{(III.14)}$$

où P_i^{insat} est la probabilité d'insatisfaction et $P_i^{insat,c}$ est la probabilité d'insatisfaction critique définies pour chaque critère *i*.

Cette contrainte ne constitue pas à proprement dit une contrainte sur la fiabilité du système au sens où elle est définie dans le Chapitre I. En effet, elle ne porte pas sur la probabilité de défaillance du système vis-à-vis d'un état limite mais plutôt sur la probabilité d'insatisfaction de l'alternative vis-à-vis d'un critère de conception. Dans ce sens, le risque est vu ici comme l'incapacité d'une alternative à satisfaire les exigences de performance considérant différent niveaux d'incertitudes.

La probabilité d'insatisfaction peut simplement être obtenue par l'expression :

$$P_{i,j}^{insat} = \frac{N_{i,j}^{insat}}{N} \qquad \textbf{(III.15)}$$

où *N* est le nombre de valeurs générées par LHS et N_i^{insat} est le nombre de tirages où l'on obtient une valeur nulle sur une *Vsat* vis-à-vis du critère *i* tel que $(z_i = 0)$. Une alternative peut alors être jugée inacceptable si la probabilité d'insatisfaction $P_{i,j}^{insat}$ sur un critère *i* dépasse une probabilité critique $P_i^{insat,c}$.

A l'inverse, on entend par satisfaction la capacité d'une alternative à satisfaire complètement $(z_i^j = 1)$ ou partiellement $(0 < z_i^j < 1)$ les exigences de performance (cf. figure III.11) tel que :

$$P_{i,j}^{sat} = Prob(z_i^j > 0) = 1 - P_{i,j}^{insat} \qquad \textbf{(III.16)}$$

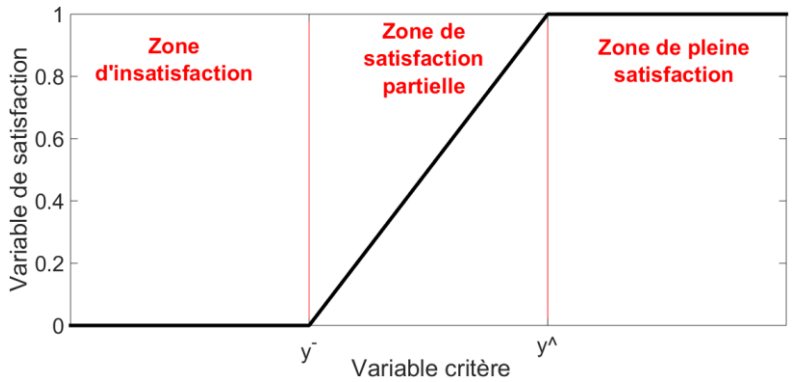


Figure III.11. Zones de satisfaction associées à une fonction de désirabilité one-sided croissante

III.4.4. Formulation du problème d'optimisation sous incertitudes

Au vu des FOR définies précédemment, notre formulation du problème d'optimisation sous incertitudes s'inspire de l'approche d'optimisation basée sur la robustesse (approche RDO). Toutefois, elle intègre des contraintes probabilistes peu classiques dans la formulation RDO et qui portent sur les probabilités d'insatisfaction des critères. Elles restreignent ainsi la probabilité d'être insatisfait vis-à-vis d'un critère.

Toutefois, comme nous le verrons dans le prochain chapitre, un critère peut prendre la forme d'une marge de sécurité du type {*R-S*} ou {*R/S-1*}. La courbe de désirabilité associée à un tel critère prendra alors la forme d'une fonction one-sided croissante de manière à maximiser la marge de sécurité (cf. figure III.12). Si la fonction de désirabilité est paramétrée de manière à ce que la borne inférieure y_i^- correspond à l'état limite $\{y_i=0\}$ alors la contrainte probabiliste exprimée par l'équation (III.14) revient à contraindre la probabilité de défaillance du système vis-à-vis de cet état limite. Dans une telle situation, notre formulation du problème de conception se rapproche de celle utilisée pour une optimisation robuste basée sur la fiabilité (approche RBRDO).

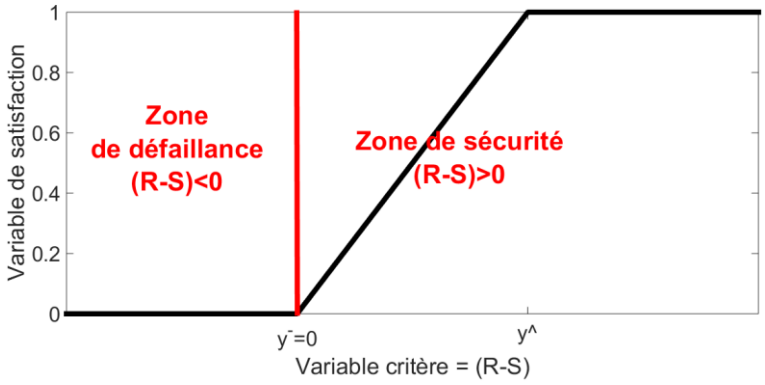


Figure III.12. Fonction de désirabilité associée à un critère du type (R-S)

Le problème d'optimisation sous incertitudes peut finalement être exprimé par :

$$\begin{cases} optimiser\ \vec{\rho} = \{\rho_1 \dots \rho_i \dots \rho_m\}, \quad m \in \mathbb{N}^* \\ soumis\ \text{à}\ P_i^{insat} \leq P_i^{insat,c}, \qquad i = 1 \dots m \\ avec\ \vec{x} = [x_1, \dots x_k, \dots x_n]^T, n \in \mathbb{N}^*\ et\ \vec{x} \in X_f^n \end{cases} \qquad \textbf{(III.17)}$$

où $\vec{\rho}$ est le vecteur des *Vobj* et $\vec{x}$ est le vecteur de conception qui peut être défini par des *Vco* déterministes ou par les paramètres statistiques de *Vco* aléatoires.

III.4.5. Aide multicritère à la décision

La méthode PROMETHEE II employée dans le modèle de décision utilise des fonctions de préférence (cf. §II.4.5) pour classer les éléments de l'*ensemble optimal de Pareto*.

Alors qu'une fonction de désirabilité évalue le niveau de satisfaction d'une alternative vis-à-vis d'un critère, les fonctions de préférence expriment le degré de préférence d'une alternative par rapport à une autre vis-à-vis d'un critère. Le degré de préférence est exprimé en fonction d'un critère généralisé qui correspond dans notre étude à:

$$\Delta\rho_i(a_j, a_l) = \rho_i^j - \rho_i^l = \Delta E_i^{j,l} - \beta_i.\Delta Sd_i^{j,l} \qquad \textbf{(III.18)}$$

où $\Delta\rho_i(a_j, a_l)$ correspond à la différence de la *Vobj* de l'alternative a_j à celle de l'alternative a_l vis-à-vis d'un critère *i*. Les écarts $\Delta E_i^{j,l}$ et $\Delta Sd_i^{j,l}$ correspondent respectivement à la différence des moyennes et des écart-types des vecteurs de satisfaction des alternatives a_j et a_l vis-à-vis d'un critère *i*.

C'est ce critère généralisé qui est interprété par une des six fonctions de préférence tel que :

$$P_i(a_j, a_l) = G_i\left(\Delta\rho_i(a_j, a_l)\right) \; avec \; 0 \leq P_i(a_j, a_l) \leq 1 \qquad \textbf{(III.19)}$$

où $P_i(a_j, a_l)$ correspond au degré de préférence de a_j sur a_l et G_i est la fonction de préférence employée pour le critère *i*.

Selon le type de fonction de préférence employé, un seuil d'indifférence *q* et éventuellement un seuil de préférence stricte *p* doivent être définis pour chaque critère. Le seuil d'indifférence définit la valeur $\Delta\rho_i(a_j, a_l)$ en-dessous de laquelle aucune des deux alternatives ne peut être préférée par rapport à l'autre et le seuil de préférence stricte correspond à la valeur au-dessus de laquelle l'alternative a_j est préférée de manière absolue à a_l. Ces seuils permettent de nuancer l'intensité de la préférence établie pour une alternative vis-à-vis d'une autre. Avec une fonction à deux seuils, on distingue ainsi trois zones d'évolution de la préférence :

- une zone d'indifférence où l'écart $\Delta\rho_i(a_j, a_l)$ est tellement faible que rien ne légitime la préférence d'une alternative par rapport à une autre. Cette zone d'indifférence permet de se prémunir, au moins partiellement, des incertitudes de modèle non quantifiées et pouvant affecter localement la robustesse de la comparaison ;

- une zone de transition où la préférence est d'autant plus forte que l'écart $\Delta\rho_i(a_j, a_l)$ est grand ;

- une zone de préférence stricte où l'écart $\Delta\rho_i(a_j, a_l)$ est tellement grand que rien ne peut remettre en cause la préférence absolue d'une alternative par rapport à une autre.

Les seuils *q* et *p* doivent être déterminés relativement aux valeurs pouvant être prises par les *Vobj*. Or, celles-ci sont fonction du coefficient de dispersion *β* de telle manière que ces seuils peuvent être exprimés par les relations suivantes :

$$\begin{cases} q^i = (\Delta E_i)^- - \beta_i.(\Delta\sigma_i)^- \\ p^i = (\Delta E_i)^+ - \beta_i.(\Delta\sigma_i)^+ \end{cases} \qquad \textbf{(III.20)}$$

où $[(\Delta E)^- \geq 0]$ et $[(\Delta\sigma)^- \leq 0]$ correspondent respectivement aux écarts limites sur la moyenne et sur l'écart-type du vecteur de satisfaction au-dessous et au-dessus desquels les alternatives a_j et a_l sont jugées indifférentes. $[(\Delta E)^+ \geq 0]$ et $[(\Delta\sigma)^+ \leq 0]$ correspondent respectivement aux écarts limites sur la moyenne et sur l'écart-type du vecteur de satisfaction au-dessus et au-dessous desquels l'alternative a_j est préférée strictement à l'alternative a_l.

Pour déterminer les valeurs d'écarts limites on peut se reporter dans un premier temps à l'encadrement général des écarts ΔE_i et $\Delta\sigma_i$ défini par :

$$\begin{cases} \Delta E_{max} \geq |\Delta E_i| \geq 0 \\ \Delta\sigma_{max} \geq |\Delta\sigma_i| \geq 0 \end{cases} \quad \textbf{(III.21)}$$

La borne inférieure égale à 0 correspond au cas où les deux alternatives ont la même moyenne ou le même écart-type sur le vecteur de satisfaction concerné.

L'écart maximal ΔE_{max} pouvant être observé sur la moyenne tend vers 1 lorsqu'une alternative est pleinement satisfaisante sur un critère (désirabilité égale à 1 sur toutes les composantes du vecteur de satisfaction) et que la moyenne des *Vsat* d'une autre tend vers 0 (selon la dispersion autour de la moyenne). L'écart $\Delta E_{\max}$ n'atteindra jamais une valeur égale à 1 dans le sens où l'on ne peut pas observer une moyenne nulle sur les *Vsat* en raison des contraintes portant sur la probabilité d'insatisfaction.

L'écart maximal $\Delta\sigma_{\max}$ observable sur l'écart-type du vecteur de satisfaction dépend davantage de la forme de la fonction de désirabilité mais aussi de la distribution statistique du vecteur de satisfaction. Le cas le plus défavorable pour la robustesse (mais envisageable) revient à considérer une fonction one-sided avec un coefficient de courbure égal à 1 et un vecteur de satisfaction prenant uniformément ses valeurs dans l'intervalle]0, 1]. Dans une telle situation et avec un nombre de simulations *N* suffisamment élevé, on obtient ($\Delta\sigma_{\max} = 0{,}289$). Un autre scénario encore plus défavorable, où cette fois aucune contrainte n'est considérée sur la probabilité d'insatisfaction (ce qui reste peu envisageable), consiste à prendre une fonction de désirabilité en marche d'escalier (désirabilité seulement égale à 1 ou à 0). Dans ce cas, le coefficient de courbure est infiniment grand ou infiniment petit. Si l'on considère encore une fois que le nombre de simulations est suffisamment élevé et que les *Vsat* se partagent équitablement les valeurs nulles et unitaires, on obtient ($\Delta\sigma_{\max} = 0{,}500$).

III.5. Conclusion du chapitre

Nous avons mis en place dans ce chapitre une méthodologie d'aide à la décision pour la conception sous incertitudes. La démarche est adaptée aux problèmes de conception multi-objectif et le partenaire industriel a la possibilité d'intervenir à toutes les étapes du processus pour faire valoir ses préférences et exigences.

La démarche est composée de trois modèles (le modèle d'évaluation, le modèle d'interprétation et le modèle d'optimisation) utilisés pour construire les FO et les fonctions contrainte du problème de conception. Ces modèles sont employés de manière itérative par l'algorithme d'optimisation afin de converger vers l'*ensemble optimal de Pareto*. Cet ensemble contient les meilleurs compromis entre les objectifs conflictuels explorés durant le processus d'optimisation. Le modèle de décision permet ensuite d'éclairer le décideur dans le choix d'une ou plusieurs solutions de conception parmi celles présentes dans cet ensemble.

En raison des incertitudes affectant certaines données d'entrée du problème et des imprécisions pouvant émaner des préférences du décideur, cette méthodologie peut être adaptée pour la conception sous incertitudes. Ces incertitudes peuvent être propagées dans le

processus de décision en utilisant la méthode d'échantillonnage par LHS et en construisant des FOR ainsi que des contraintes probabilistes.

Le risque est vu dans ce travail comme l'incapacité d'une alternative à satisfaire les exigences de performance technique et non-technique considérant différent niveaux d'incertitudes. La formulation du problème d'optimisation sous incertitudes s'éloigne ainsi de la formulation classique issue de la RBDO dans laquelle les contraintes probabilistes portent sur la fiabilité du système vis-à-vis de différents états limites physiques. Cependant, ces deux approches peuvent être semblables lorsque la formulation des critères et des objectifs de conception dans notre méthodologie est adaptée à une analyse fiabiliste du problème.

Le chapitre suivant détaillera le type d'ouvrage sur lequel cette méthodologie sera mise en œuvre pour optimiser la conception en environnement incertain. Dans cette logique, nous exposerons ce qu'est l'ensemble des variables ainsi que le modèle d'évaluation employé sur ce cas concret.

Partie B

Chapitre IV : Formulation du problème de conception pour une structure métallique reposant sur des fondations superficielles

IV.1. Introduction du chapitre

Le champ solaire thermodynamique étudié dans le cadre de ce projet est composé de mille cinq cents structures métalliques reposant sur au moins deux fois plus de massifs de fondations. Nous décrivons dans ce chapitre le modèle d'évaluation utilisé pour mener à une conception optimale de ces ouvrages.

On rappelle que le modèle d'évaluation permet à partir d'un ensemble de *Vdes* d'évaluer quantitativement les performances de l'ouvrage vis-à-vis de différents critères. Comme nous le verrons par la suite, ces derniers sont représentatifs des états limites pouvant être atteints par l'ouvrage ainsi que des exigences économiques. La grande quantité de structures élémentaires et la répétitivité des opérations justifient la prise en compte des enjeux économiques parmi les critères à évaluer (en plus des exigences de sécurité et de déformation de la structure), ce qui apporte une dimension multi-objectif au problème.

En plus du modèle d'évaluation sont détaillées dans ce chapitre les *Vco* qui seront ajustées tout au long du processus de conception pour conduire aux meilleurs compromis entre les objectifs. Une partie de ces variables est spécifique à l'ossature métallique et une autre aux fondations superficielles. Toutefois, et du fait de l'intégration du phénomène d'interaction sol-structure dans le modèle d'évaluation, les choix de conception fait sur l'infrastructure auront une incidence sur le comportement de la superstructure (et inversement). Ainsi, structure et fondations ne peuvent être optimisées séparément.

IV.2. Démarche probabiliste pour le dimensionnement des ouvrages

Outre les critères non-techniques liés aux exigences économiques d'un projet, deux catégories de critère limitant sont généralement adoptées en ingénierie civile :

- les états limites ultimes (ELU) qui sont les états limites au-delà desquels la résistance de l'ouvrage et la sécurité des personnes qu'il abrite ne sont plus assurées. Les ELU comprennent les différents modes de défaillance de la structure ainsi que les déformations excessives du sol susceptibles d'entrainer la ruine de l'ouvrage ;

- les états limites de service (ELS) qui sont les états limites au-delà desquels les déformations du sol et de la structure, en conditions normales d'utilisation et de chargement, sont telles que l'ouvrage ne remplit plus les fonctions pour lesquelles il a été conçu.

Une autre famille d'états limites, dite de « durabilité » peut être définie. Cet aspect de ne sera pas étudié ici.

Afin de s'assurer que l'occurrence de tels états limites soit suffisamment improbable, deux démarches peuvent être adoptées, la démarche semi-probabiliste et la démarche probabiliste. La première concerne la démarche présentée dans les Eurocodes et qui fait intervenir des coefficients partiels de sécurité (CPS) appliqués sur les valeurs caractéristiques des paramètres (rattachés aux actions, aux propriétés des matériaux et/ou aux résistances selon les approches). Les CPS sont utilisés dans des modèles de calculs déterministes de manière à vérifier qu'aucun ELU ni ELS ne sera dépassé durant une période de référence spécifiée. Les CPS étant calibrés de manière à couvrir une grande diversité de configurations de conception et de situations environnementales, une telle approche ne permet pas de garantir le même

niveau de sécurité pour différentes applications et pour différents niveaux d'incertitudes. Cette non-uniformité des niveaux de sécurité est notamment due au fait que les CPS restent inchangés quelle que soit l'influence des paramètres incertains sur les réponses de l'ouvrage vis-à-vis des états limites. Une telle démarche n'est donc pas adaptée pour la recherche d'une configuration de conception optimale dans le sens où elle peut conduire à une solution surdimensionnée ou, éventuellement, sous dimensionnée.

Pour ces raisons, une démarche probabiliste est adoptée dans ce travail, celle-ci étant plus flexible vis-à-vis de la caractérisation de l'environnement incertain. En effet, la démarche probabiliste permet de décrire librement les variables aléatoires à partir des informations statistiques disponibles (valeur moyenne, coefficient de variation, corrélation croisée entre certains paramètres, structure de corrélation spatiale), ces dernières pouvant varier d'un site à l'autre. Cette démarche peut ainsi s'insérer dans un processus d'optimisation pour la conception robuste et/ou basée sur la fiabilité d'un ouvrage tout en garantissant un niveau de sécurité uniforme quel que soit le cas d'application et le niveau d'incertitude considéré. De nombreux travaux traitent de l'optimisation des fondations superficielles (Wang, 2009 ; Wang, 2011 ; Zhang *et al.*, 2011 ; Juang et Wang, 2013 ; Khoshnevisan *et al.*, 2014 ; Low et Phoon, 2015) et des structures métalliques (Papadrakis *et al.*, 2005 ; Lagaros *et al.*, 2007) en utilisant une approche probabiliste.

Les approches probabilistes ont cependant deux inconvénients majeurs : la lourdeur des calculs d'une part, et le fait qu'elles nécessitent de nombreuses données statistiques, dont l'obtention peut être difficile et/ou coûteuse.

Nous présentons, dans la suite de ce chapitre, le modèle d'évaluation déterministe associé à l'ouvrage étudié et qui sera employé dans le processus de conception sous incertitudes par une approche probabiliste.

IV.3. Conception de l'ossature métallique

La structure métallique à concevoir, schématisée en figure IV.1, est chargée verticalement et horizontalement de manière uniforme sur les éléments structuraux horizontaux. Les poutres et les poteaux de l'ouvrage sont des profilés métalliques en I ou en H liés entre eux par des assemblages boulonnés et fixés aux fondations par des tiges d'ancrage. Des câbles de contreventement travaillant en traction peuvent être disposés dans le plan de l'ouvrage et au plus proche du milieu de l'ouvrage pour limiter les déformations et assurer la stabilité statique de la structure.

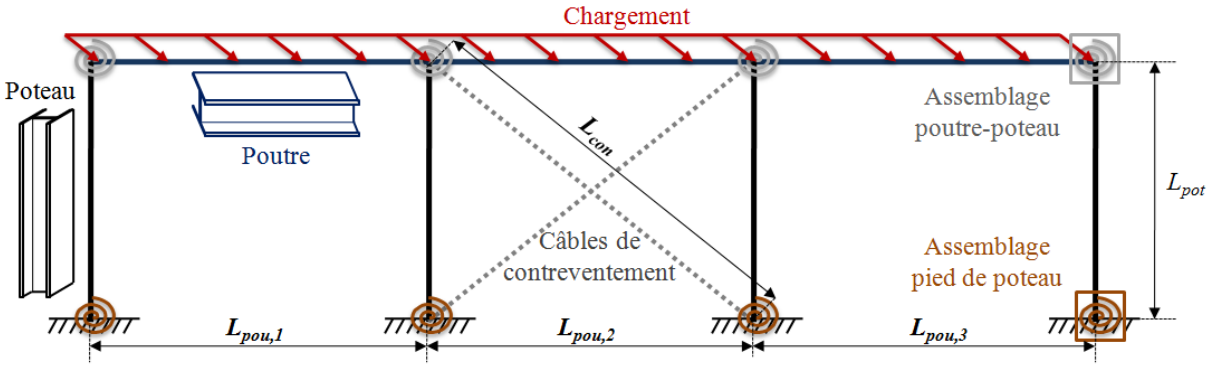


Figure IV.1. Schéma de la structure métallique étudiée

Les efforts et les déplacements dans la structure sont obtenus par des calculs aux éléments finis implémentés sous Matlab © en modélisant les composantes de la structure par des

éléments poutre. Les assemblages poteau-poutre et les assemblages en pied de poteaux sont modélisés par des éléments ressort. Les raideurs verticales et horizontales de ces assemblages sont supposées infiniment grandes et seules les raideurs en rotation peuvent être ajustées. Les câbles de contreventement ne participent à la stabilité de la structure que lorsqu'ils sont tendus et sont supposés parfaitement articulés à leurs extrémités.

Le modèle d'évaluation employé pour estimer les performances techniques (vis-à-vis des ELU et des ELS) et non-techniques (Coût, Durée) de l'ossature métallique repose respectivement sur les préconisations de l'Eurocode 3 (NF EN 1993-1-1, 2005) et sur les règles métier du domaine de la construction.

IV.3.1. Assemblages et modélisation de la raideur

Comme illustré à la figure IV.1, nous distinguons les assemblages poteau-poutre et les assemblages en pied de poteau. La partie 1-8 de l'Eurocode 3 (NF EN 1993-1-8, 2005) propose une classification de ces assemblages du point de vue de leur raideur initiale $S_{j,ini}$.

Pour les assemblages poteau-poutre, il distingue les assemblages rigide, semi-rigide et articulé. Un assemblage articulé parfait implique que sa résistance flexionnelle est suffisamment faible pour qu'aucun moment significatif ne soit transmis entre les éléments assemblés (cf. figure IV.2.a). A l'inverse, un assemblage encastré (ou rigide) a une raideur en rotation suffisamment élevée pour transmettre toutes formes d'efforts entre les éléments assemblés et pour observer une rotation absolue équivalente de tous les éléments dans la zone d'assemblage (cf. figure IV.2.b). En pratique, les assemblages ont une raideur finie et peuvent ainsi être considérés comme semi-rigides. Ces assemblages ont un comportement intermédiaire de manière à ce qu'une rotation relative ϕ puisse être observée entre les éléments assemblés tout en permettant la transmission d'un moment (cf. figure IV.2.c).

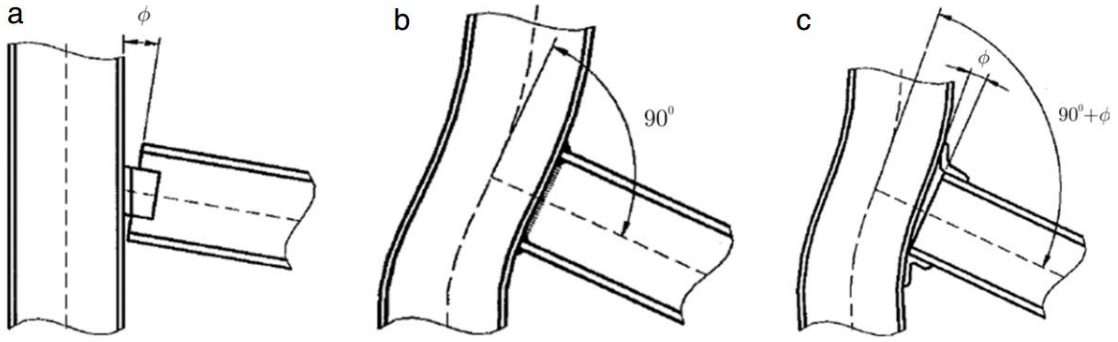


Figure IV.2. Type d'assemblages poteau-poutre : (a) articulé, (b) rigide, (c) semi-rigide (d'après Diaz et al., 2011)

L'Eurocode 3 propose une idéalisation bilinéaire simplifiée de la relation non-linéaire entre le moment et la rotation dans l'assemblage (cf. figure IV.3). La raideur sécante en rotation S_j peut être prise égale à $S_{j,ini}/\eta$ où η représente le coefficient modificateur de raideur avec $\eta=2$ pour les assemblages poteau-poutre et $\eta=3$ pour les assemblages en pied de poteau.

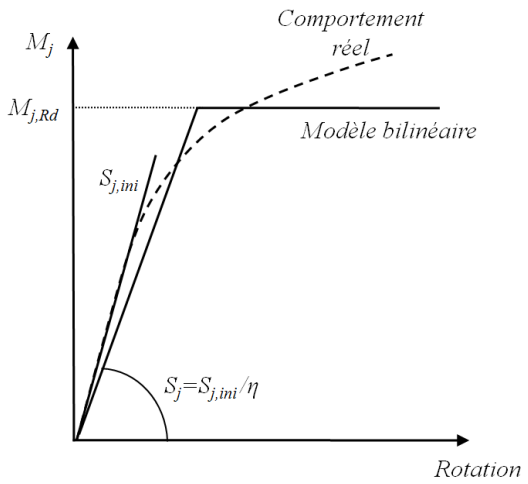


Figure IV.3. Idéalisation bilinéaire d'un assemblage élasto-plastique

Nous présentons en figure IV.4 quelques illustrations d'assemblages boulonnés couramment utilisés en construction métallique (Bel Hadj Ali *et al.*, 2009) et qui seront considérés dans ce travail. En pratique, les assemblages de construction métallique usuellement dits articulés ou encastrés ne sont pas forcément classés « articulés » ou « rigides » selon les critères de classification de l'Eurocode 3. Ainsi, la dénomination courante de ces assemblages n'est pas nécessairement concordante avec la classification des Eurocodes.

L'assemblage par double cornière boulonnée sur l'âme de la poutre et sur l'aile du poteau peut être considéré articulé car la flexibilité des cornières de liaison autorise une faible rotation. La liaison boulonnée avec raidisseurs transversaux disposés entre les deux ailes du poteau et soudés au niveau des semelles de la poutre peut être assimilée à un encastrement. Enfin, la liaison boulonnée par platine d'extrémité (débordante ou non débordante) peut être considérée semi-rigide.

Concernant les assemblages en pied de poteau, les dispositions les plus courantes sont composées d'une platine soudée sous le poteau (pour répartir la charge verticale de compression sur la fondation) et de tiges d'ancrage (pour reprendre par frottement les efforts de traction) disposées de manière différente selon que l'on veuille observer un comportement articulé ou encastré. Pour une articulation, deux tiges d'ancrage sont disposées de part et d'autre de l'âme du poteau. Pour un encastrement, quatre tiges d'ancrage sont placées à l'extérieur des semelles et disposées sur ou entre les lignes passant par l'extrémité des deux semelles du poteau. En autorisant les rotations du poteau au niveau de la fondation, les assemblages articulés impliquent des fondations plus légères mais peuvent induire des déplacements en tête de poteau nécessitant la disposition d'éléments de contreventement dans le sens longitudinal. A l'inverse, les assemblages encastrés doivent être suffisamment résistants et rigides pour reprendre les moments de flexion en pied de poteau et ils sont donc plus coûteux à mettre en œuvre. Cependant ces assemblages peuvent être nécessaires lorsque les poteaux doivent assurer seuls la stabilité horizontale de l'ouvrage ou lorsqu'il existe des critères de déformation horizontale très sévères. Précisons que lorsque l'effort tranchant en pied de poteau est trop grand pour être repris par frottement entre la platine et le béton (les tiges d'ancrage ne doivent pas exercer de pression diamétrale sur le béton), des bêches d'ancrage peuvent être soudées sous la platine et noyées dans le béton afin d'exercer une pression latérale sur le béton. De même, d'autres dispositifs peuvent être mis en œuvre sur la platine et/ou sur les tiges d'ancrage pour raidir l'assemblage en pied de poteaux. Dans le

cadre de cette étude, nous nous limiterons aux assemblages illustrés en figure IV.4 et usuellement mis en œuvre pour les ossatures légères de construction métallique.

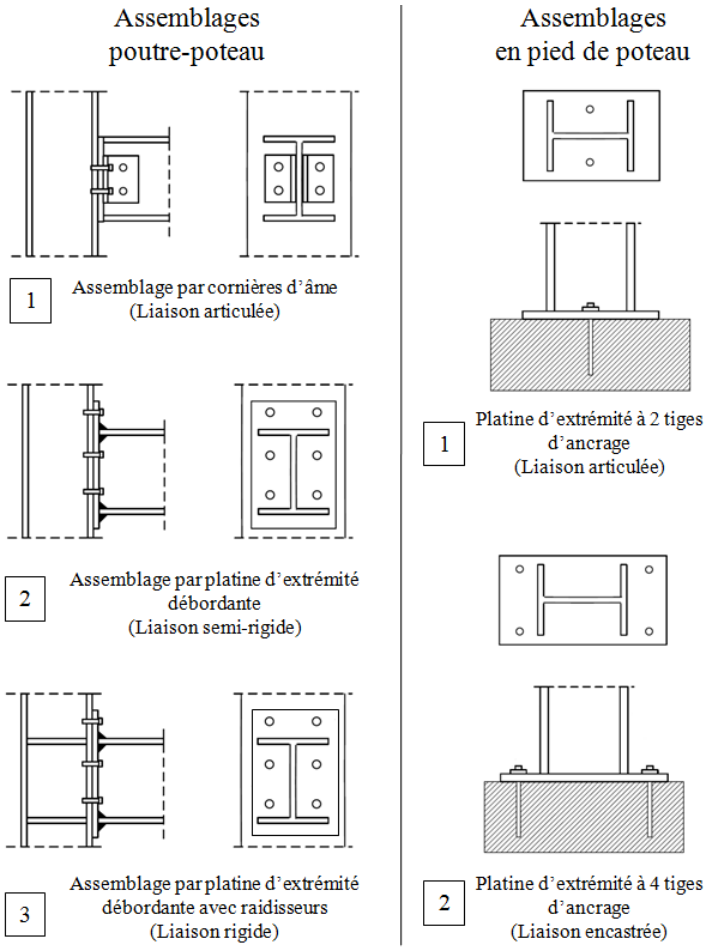


Figure IV.4. Types d'assemblage considérés (d'après Bel Hadj Ali et al., 2009)

Les règles pour la détermination des $S_{j,ini}$ proposées par l'Eurocode 3 sont fastidieuses et difficiles à mettre en œuvre dans le cadre d'un processus d'optimisation. Pour cette raison, nous nous appuierons sur les travaux de Steenhuis *et al.* (1994) et Wald *et al.* (2001) qui proposent des expressions analytiques simplifiées construites sur la base de l'Eurocode 3. Ces expressions, décrites dans le tableau IV.1, donnent de bonnes estimations des raideurs initiales de différents types d'assemblage (Steenhuis *et al.*, 1994) et peuvent ainsi être utilisées en phase de calculs préliminaires. Seules les expressions des raideurs d'assemblage poteau-poutre articulé (1) n'ont pas pu être retrouvées dans la littérature. Afin d'éviter l'hypothèse extrême d'une articulation parfaite pour de tels assemblages, nous procédons à un ajustement à la hausse des valeurs du dénominateur des expressions de l'assemblage (2), conduisant à de plus faibles raideurs pour l'assemblage (1).

Tableau IV.1. Expressions des raideurs initiales suivant le type d'assemblage considéré (d'après Steenhuis et al., 1994 et Wald et al., 2001) - *hypothèse de travail non-tirée des références précédentes

Type d'assemblage	Configuration	$S_{j,ini}$
Poteau-poutre	1. Assemblage par cornière d'âme sur une seule face (semelle) du poteau	$(E.h_b^2.t_{f,c}) / 30$ *
	1. Assemblage par cornière d'âme sur les deux faces du poteau	$(E.h_b^2.t_{f,c}) / 15$ *
	2. Assemblage par platine d'extrémité débordante sur une seule face du poteau	$(E.h_b^2.t_{f,c}) / 13$
	2. Assemblage par platine d'extrémité débordante sur les deux faces du poteau	$(E.h_b^2.t_{f,c}) / 7,4$
	3. Assemblage par platine d'extrémité débordante sur une seule face du poteau avec raidisseurs	$(E.h_b^2.t_{f,c}) / 8,3$
	3. Assemblage par platine d'extrémité débordante sur les deux faces du poteau avec raidisseurs	$(E.h_b^2.t_{f,c}) / 2,7$
Pied de poteau	1. Platine d'extrémité à 2 tiges d'ancrage	$(E.z^2.t_p) / 20$
	2. Platine d'extrémité à 4 tiges d'ancrage	$(E.z^2.t_p) / 20$

Dans le tableau IV.1, E est le module d'Young de l'acier, h_b correspond à la hauteur de section de la poutre, $t_{f,c}$ représente l'épaisseur de l'aile du poteau, t_p est l'épaisseur de plaque d'assise et z est le bras de levier le plus défavorable séparant la tige d'ancrage de la semelle comprimée comme illustré par la figure IV.5. Contrairement à la configuration articulée, les quatre tiges d'ancrage transmettent les moments de flexion à la fondation et n'autorisent donc pas la rotation relative du pied de poteau par rapport à l'arase de la fondation.

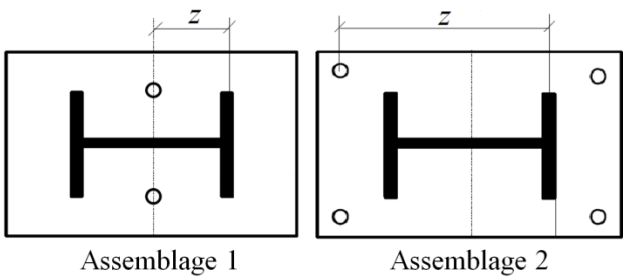


Figure IV.5. Bras de leviers les plus défavorables selon le type d'assemblage considéré en pied de poteau

IV.3.2. Etats limites de service

On note respectivement $d_{h,max}$ et $d_{v,max}$ le déplacement horizontal maximal et le déplacement vertical maximal atteint sur l'ensemble des nœuds des poutres de la structure. C'est sur la base de ces deux valeurs que la performance de l'ouvrage en matière de déplacements sera jugée.

IV.3.3. Etats limites ultimes

La vérification de la résistance des sections transversales en flexion composée est faite sans la prise en compte des instabilités structurales de flambement et de déversement.

La marge de sécurité déterministe vis-à-vis de la contrainte en flexion composée dans les sections de chaque élément porteur est donnée par :

$$FC = 1 - \left(\frac{N}{A_s \cdot f_y} + \frac{M_y}{W_{el,y} \cdot f_y}\right) \quad \textbf{(IV.1)}$$

où N est l'effort axial de compression ; M_y est le moment fléchissant suivant l'axe fort y de la section transversale ; A_s est l'aire de la section ; f_y est la limite élastique du matériau ; $W_{el,y}$ est le module élastique de la section suivant l'axe fort.

La marge de sécurité déterministe vis-à-vis de l'effort tranchant dans chaque section des éléments structuraux est donnée par la relation suivante :

$$ET = \frac{A_w \cdot f_y}{V \cdot \sqrt{3}} - 1 \quad \textbf{(IV.2)}$$

où A_w est l'aire de cisaillement de la section.

Le câble de contreventement tendu (sous un effort N_t) est dimensionné de manière à respecter :

$$N_t \leq \beta_c \cdot A_{net} \cdot f_u \quad \textbf{(IV.3)}$$

où A_{net} est la section transversale résistante nette d'acier ; f_u est la résistance à la rupture en traction ; β_c est un coefficient minorateur qui rend compte des contraintes existantes entre les fils du câble (égal à 0,9 pour un câble torsadé).

IV.3.4. Coût et durée de construction

On suppose que le coût de la structure métallique est composé du coût matière et du coût de montage. Le coût matière comprend le coût des profils ainsi que le coût des différents composants élémentaires des assemblages poteau-poutre et en pied de poteau (platines, boulons, cornières, raidisseurs, goujons, câbles de contreventement). Les coûts de fabrication en atelier des différents éléments de la structure (coupe, soudage, fraisage...) sont considérés ici sous la forme de coefficients appliqués au coût matière. En pratique, le coût de montage inclut la main d'œuvre et le matériel nécessaires pour décharger, lever, positionner et assembler les composants de la structure métallique. Il peut directement être estimé à partir de la masse totale de la structure (Pavlovcic *et al.*, 2004 ; Bel Hadj Ali *et al.*, 2009 ; Kravanja et Zula, 2010) et n'est ainsi pas affecté par les choix de conception faits sur les assemblages. Ceci peut être justifié par le fait que seuls des assemblages boulonnés sont considérés dans cette étude et qu'aucune opération de soudage n'est à effectuer sur le terrain. Ainsi, la durée de construction de la structure est simplement le temps nécessaire à l'assemblage des différents composants métalliques.

Le coût et la durée de construction de la structure métallique peuvent finalement être estimés par :

$$\begin{cases} C_s = \left(k_{fab}.C_{mat} + k_{mon}.T_{mon}.M_{str}\right).N_s \\ D_s = k_{temp}.k_{app}.T_{mon}.M_{str}.\dfrac{N_s}{N_{eq,s}.T} \end{cases} \quad \textbf{(IV.4)}$$

où k_{fab} (sans unité) et k_{mont} (€/h) sont respectivement les facteurs de coût pour la fabrication des composants métalliques et pour le montage de la structure ;

où C_{mat} (€), T_{mon} (h/kg), et M_{str} (kg) sont respectivement le coût matière, le temps de montage par unité de masse d'éléments métalliques et la masse totale de la structure ;

où N_s et $N_{eq,s}$ sont respectivement le nombre de structures à réaliser et le nombre d'équipes de travail présentes simultanément sur le chantier pour la construction de la structure ;

où T est la durée de travail par unité de temps (journalier, hebdomadaire, mensuel...) ;

où k_{temp} et k_{app} sont des coefficients permettant respectivement de tenir compte des conditions de température et d'humidité ainsi que de la durée d'apprentissage de la main d'œuvre (cf. §IV.4.3).

Le prix unitaire de montage k_{mon} tient compte des coûts liés à la main d'œuvre et au matériel impliqués dans l'opération de montage de la structure. De plus, la durée de construction des structures métalliques, telle qu'elle est exprimée ici, suppose que toutes les équipes de travail œuvrent en simultané et que les tâches de travail s'enchainent séquentiellement.

IV.4. Conception des fondations superficielles isolées

Les fondations superficielles isolées sont considérées à base rectangulaire ou carrée (non-inclinée) de largeur B (plus petit côté), de longueur L (plus grand coté), de hauteur H et de profondeur d'encastrement D (cf. figure IV.6). Les dimensions d'une fondation superficielle rectangulaire ou carrée doivent respecter les contraintes géométriques suivantes :

$$\begin{cases} B \leq L < 5.B \\ (D < 3m)\ ou\ (H/B < 6) \\ (L - l)/4 \leq H \leq (B - b) \end{cases} \quad \textbf{(IV.5)}$$

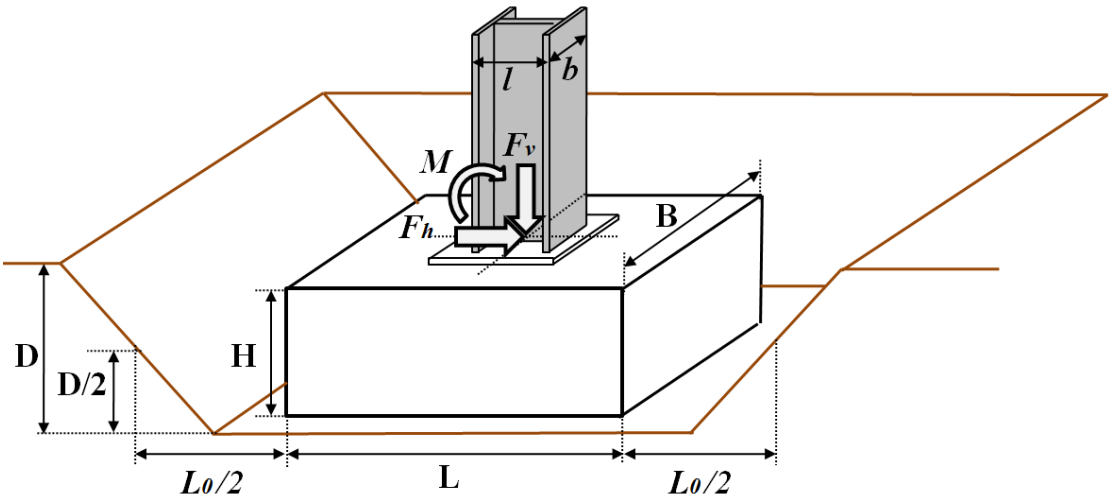


Figure IV.6. Schéma d'une fondation superficielle isolée

Selon la nature des efforts appliqués en pied de poteaux, les fondations peuvent être soumises à :

- Un effort vertical F_v centré sur la fondation comprenant la charge verticale transmise par la superstructure, le poids du sol reposant sur la fondation et le poids propre de la semelle tel que :

$$F_v = G + Q + \gamma'.(D - H).(B - b).(L - l) + \gamma_{BA}.B.L.H \qquad \textbf{(IV.6)}$$

où b et l sont les dimensions du poteau supporté par la fondation ; γ_{BA} est le poids volumique du massif de fondation fixé de manière déterministe à 25 kN/m^3. La charge permanente G est composée du poids propre de la superstructure et la charge d'exploitation Q comprend le poids propre des éventuels équipements fixes et les charges climatiques verticales. L'effort vertical F_v est supposé ici descendant ;

- Un effort horizontal F_h suivant l'axe parallèle à la longueur L de la fondation et passant par le centre de l'arase supérieure de la fondation ;

- Un moment M agissant autour de l'axe parallèle à la largeur B de la fondation.

Lorsque F_H et/ou M existe, la charge verticale F_v est excentrée, de telle façon que seules les dimensions effectives de la fondation doivent être utilisées dans les calculs de vérification aux états limites. L'excentricité e de la charge suivant l'axe parallèle à L est obtenue par :

$$e = (M + H.F_h)/F_v \qquad \textbf{(IV.7)}$$

La surface effective A', la longueur effective L', et la largeur effective B' de la fondation sont données par (cf. figure IV.7) :

$$\begin{cases} A' = B'.L' \\ L' = L - 2.e \\ B' = B \end{cases} \qquad \textbf{(IV.8)}$$

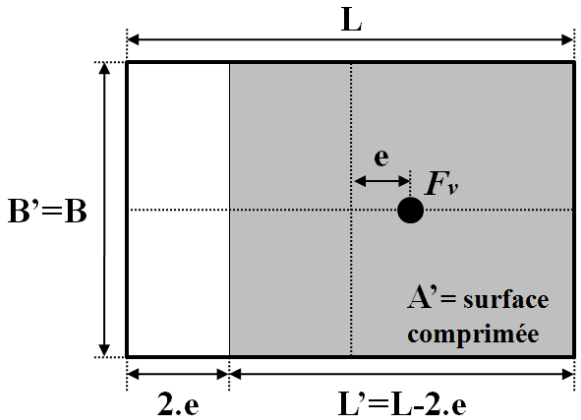


Figure IV.7. Surface comprimée de la fondation sous une charge verticale excentrée

Le modèle d'évaluation employé pour estimer les performances techniques (vis-à-vis des ELU et des ELS) et non-techniques (Coût, Durée) des fondations repose respectivement sur les préconisations de l'Eurocode 7 (NF EN 1997-1, 2005) et sur les règles métier du domaine de la construction.

IV.4.1. Etats limites de service

Les déplacements absolus ou différentiels des fondations susceptibles d'excéder des valeurs limites de service ou susceptibles de conduire à un état limite ultime de la structure supportée sont considérés à l'échelle globale de l'ouvrage.

IV.4.2.Etats limites ultimes

Les ELU des fondations concernent principalement les défaillances vis-à-vis de la capacité portante et du glissement de la fondation ainsi que de l'excentricité excessive de la charge verticale. Dans l'absolu, une charge fortement excentrée n'est pas un ELU mais elle peut causer un ELU de « rupture » du sol ou de basculement de la fondation.

Dans des conditions drainées, la capacité portante d'une fondation superficielle est évaluée conformément à :

$$q = \underbrace{c'.N_c.s_c.i_c}_{\text{Terme de cohésion}} + \underbrace{(\gamma'.D).N_q.s_q.i_q}_{\text{Terme de profondeur}} + \underbrace{0{,}5.\gamma'.B'.N_\gamma.s_\gamma.i_\gamma}_{\text{Terme de surface}} \qquad \textbf{(IV.9)}$$

où γ' est le poids volumique déjaugé du sol ; c' est la cohésion effective du sol ; N_c, N_q, N_γ sont les facteurs de capacité portante ; s_c, s_q, s_γ sont les facteurs de forme de la fondation ; i_c, i_q, i_γ sont les facteurs d'inclinaison de la charge.

Les facteurs de capacité portante, liés respectivement aux termes de cohésion, de profondeur et de surface, sont donnés par :

$$\begin{cases} N_c = (N_q - 1).\cot\varphi' \\ N_q = \tan^2\ (\pi/4 + \varphi'/2).e^{\pi.tan(\varphi')} \\ N_\gamma = 2.(N_q - 1).\tan\varphi' \end{cases} \qquad \textbf{(IV.10)}$$

où φ' est l'angle de frottement effectif du sol.

Les facteurs de forme d'une fondation superficielle rectangulaire sont définis par :

$$\begin{cases} s_c = (s_q.N_q - 1)/(N_q - 1) \\ s_q = 1 + (B'/L').\sin\varphi' \\ s_\gamma = 1 - 0.3.(B'/L') \end{cases} \qquad \textbf{(IV.11)}$$

Les facteurs dus à l'inclinaison de la charge verticale causée par un effort horizontal sont donnés ci-dessous :

$$\begin{cases} i_c = i_q - (1 - i_q)/(N_c.tan\,\varphi') \\ i_q = [1 - F_H/(F_V + A'.c'.cotan\,\varphi')]^m \\ i_\gamma = [1 - F_H/(F_V + A'.c'.cotan\,\varphi')]^{m+1} \end{cases} \qquad \textbf{(IV.12)}$$

avec $m = [2 + (L'/B')]/[1 + (L'/B')]$ dans notre cas où F_H agit dans la direction de L.

Plusieurs modèles analytiques de la capacité portante peuvent être retrouvés dans la littérature. Breysse (2011) a montré que les incertitudes du modèle mécanique (expressions des coefficients N_c, N_q, N_γ) ont un effet négligeable sur l'évaluation de la capacité portante par rapport à celles des propriétés du sol. Ce type d'incertitude sera négligé par la suite.

Finalement, la marge de sécurité déterministe vis-à-vis d'une défaillance de la capacité portante est donnée par :

$$CP = \frac{q}{F_v/A'} - 1 \qquad \textbf{(IV.13)}$$

L'Eurocode 7 spécifie que des précautions spéciales doivent être prises lorsque l'excentricité de la charge dépasse un tiers de la longueur de la semelle. Dans ce sens, la marge de sécurité vis-à-vis de l'excentricité excessive de la charge est donnée par :

$$Exc = \frac{L}{3.e} - 1 \qquad \textbf{(IV.14)}$$

Dans des conditions drainées, la marge de sécurité déterministe vis-à-vis du glissement de la semelle est donné par :

$$RG = \frac{F_v.tan(\delta) + F_R}{F_h} - 1 \qquad \textbf{(IV.15)}$$

où δ est l'angle de frottement à l'interface sol-fondation pris égal à 2/3.φ'. Dans l'équation (IV.15), F_R est la force résistante due à pression des terres sur la largeur de la fondation.

Dans le cas où la semelle est soumise à une force de soulèvement $F_v < 0$, le soulèvement de la fondation en condition drainée peut être vérifié par (Phoon *et al.*, 2003) :

$$F_f = [(B + L).D^2.\gamma'.K.tan\,\varphi'] + W > |F_v| \qquad \textbf{(IV.16)}$$

où F_f est la force de résistance au soulèvement, où W comprend le poids de la semelle et le poids du sol reposant sur la fondation, où K est le coefficient de pression horizontale des terres compris entre $K_0=1-sin(\varphi')$ et $(2/3)K_p=(2/3)tan^2(45+\varphi'/2)$ (Phoon *et al.*, 2003).

IV.4.3. Coût et durée de construction

Wang and Kulhawy (2008) ont identifié cinq tâches contribuant au coût d'une fondation superficielle avec l'excavation, le coffrage, le ferraillage, le béton et les remblais compactés. Ces tâches sont exprimées en termes de quantités Q et de prix unitaires c.

Le coût et la durée de construction d'un nombre N_f de fondations superficielles peuvent ainsi être exprimées par :

$$\begin{cases} C_f = (Q_e.c_e + Q_c.c_c + Q_a.c_a + Q_b.c_b + Q_r.c_r)\,.N_f \\ D_f = (Q_e.t_e + Q_c.t_c + Q_a.t_a + Q_b.t_b + Q_r.t_r)\,.\dfrac{N_f}{N_{eq,f}.T} \end{cases} \qquad \textbf{(IV.17)}$$

où (Q_e, Q_c, Q_a, Q_b, Q_r), (c_e, c_c, c_a, c_b, c_r) et (t_e, t_c, t_a, t_b, t_r) correspondent respectivement aux quantités (cf. tableau IV.2), aux prix unitaires et aux temps unitaires des cinq tâches citées précédemment ; $N_{eq,f}$ est le nombre d'équipes de travail mobilisées pour la construction des fondations ; T est la durée de travail par unité de temps (journalier, hebdomadaire, mensuel...).

Les prix unitaires doivent tenir compte des coûts liés à la main d'œuvre, au matériel et aux matériaux. Les prix unitaires des matériaux peuvent comprendre un pourcentage de perte (supposé égal à 10% pour le béton et l'acier) ou un ratio achat/réemploi (supposé égal à 1/10 pour les planches de coffrage). La durée de construction des fondations, telle qu'elle est

exprimée ici, suppose que toutes les équipes de travail œuvrent en simultané et que les tâches de travail s'enchainent séquentiellement.

Tableau IV.2. Quantification des tâches de travail pour la mise en œuvre de fondations superficielles (d'après Wang et Kulhawy, 2008)

Dénomination	Formulation
Volume de déblais à excaver	$Q_e = (B + B_0).(L + L_0).D$
Surface de panneaux de coffrage	$Q_c = 2.H.(B + L)$
Volume de béton	$Q_b = B.L.H$
Masse d'armatures	$Q_f = k.Q_b$ avec $k = 29{,}67\ kg/m^3$
Volume de remblais compactés	$Q_r = Q_c - Q_b$

Dans le tableau IV.2, B_0 et L_0 sont les distances d'excavation nécessaires à la stabilité des pentes du talus et à l'aire de travail en fond de fouille (cf. figure IV.6). Comme illustré en figure IV.8, la pente du talus β peut notamment être déterminée par les abaques de Taylor et Biarez (Philipponnat et Hubert, 2011) qui sont fonction de la cohésion, du poids volumique, de l'angle de frottement et de la profondeur d'excavation du sol.

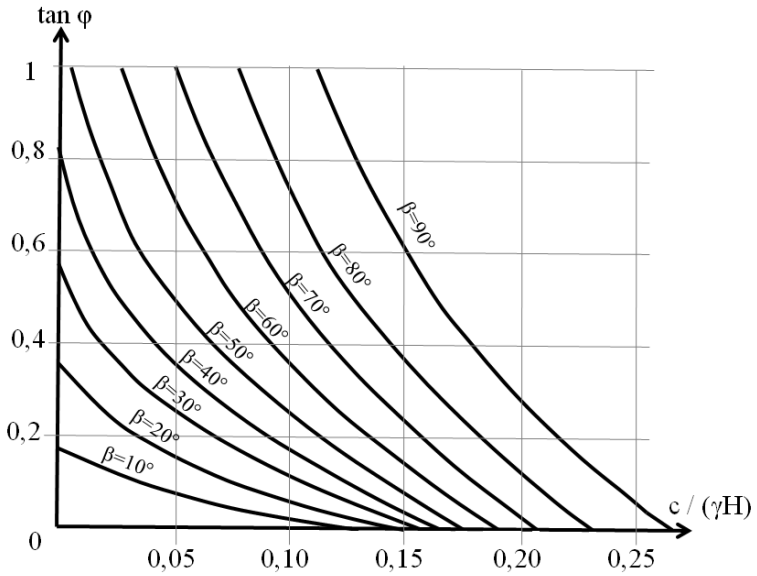


Figure IV.8. Abaque de Taylor-Biarez (d'après Philipponnat et Hubert, 2011)

Lorsque le nombre de fondations à réaliser est important ou lorsque les conditions d'exécution sont particulières, des coefficients majorant ou minorant (cf. tableau IV.3) peuvent être appliqués aux expressions de coût et de durée de telle manière que l'équation (IV.17) devient :

$$\begin{cases} C_f = (\boldsymbol{k_{exc}}.Q_e.c_e + Q_c.c_c + (Q_a.c_a + Q_b.c_b) + Q_r.c_r).N_f \\ D_f = \boldsymbol{k_{temp}}.\boldsymbol{k_{app}}.(Q_e.t_e + Q_c.t_c + Q_a.t_a + Q_b.t_b + Q_r.t_r).\dfrac{N_f}{N_{eq}.T} \end{cases} \quad \textbf{(IV.18)}$$

Bien évidemment, beaucoup d'autres facteurs peuvent impacter l'estimation des coûts et durées de construction (Dozzi et AbouRizk, 1993) mais nous nous limiterons à ceux-ci dans ce travail.

Tableau IV.3. Coefficients majorant ou minorant appliqués sur le coût et la durée de construction

Coefficient	Signification	Valeurs possibles
k_{exc}	Minore le rendement pour tenir compte de la difficulté d'extraction du sol	cf. tableau IV.4
K_{temp}	Minore le rendement pour tenir compte des conditions de température et d'humidité relative	Selon les conditions moyennes mensuelles : cf. tableau IV.5
k_{app}	Majore le rendement pour tenir compte du temps d'apprentissage de la main d'œuvre non qualifiée	Courbe d'apprentissage

Tableau IV.4. Valeurs de k_{exc} en fonction de la classe d'excavabilité du sol

Classe d'excavabilité	Poids volumique (kN/m³)	k_{exc}
Très facile	< 17	1,0
Facile	17 - 19	0,8 - 1,0
Normal	18 - 20	0,6 - 0,8
Difficile	20 - 22	0,5 - 0,6
Très difficile	> 22	< 0,5

Tableau IV.5. Valeurs de k_{temp} en fonction de la température et de l'humidité relative (d'après Dozzi et AbouRizk, 1993)

H.R. (%)	Température (°C)												
	-23	**-18**	**-12**	**-7**	**1**	**4**	**10**	**16**	**21**	**27**	**32**	**38**	**43**
90	0,56	0,71	0,82	0,89	0,93	0,96	0,98	0,98	0,96	0,93	0,84	0,57	0,00
80	0,57	0,73	0,84	0,91	0,95	0,98	1,00	1,00	0,98	0,95	0,87	0,68	0,15
70	0,59	0,75	0,86	0,93	0,97	0,99	1,00	1,00	0,99	0,97	0,90	0,76	0,50
60	0,60	0,76	0,87	0,94	0,98	1,00	1,00	1,00	1,00	0,98	0,93	0,80	0,57
50	0,61	0,77	0,88	0,94	0,98	1,00	1,00	1,00	1,00	0,99	0,94	0,82	0,60
40	0,62	0,78	0,88	0,94	0,98	1,00	1,00	1,00	1,00	0,99	0,94	0,84	0,63
30	0,62	0,78	0,88	0,94	0,98	1,00	1,00	1,00	1,00	0,99	0,93	0,83	0,62
20	0,62	0,78	0,88	0,94	0,98	1,00	1,00	1,00	1,00	0,99	0,93	0,82	0,61

Le facteur k_{app} peut être déterminé par une courbe d'apprentissage telle que (Yelle, 1979) :

$$k_{app} = X^{\log(r)/\log(2)} \; avec \; r \in [0,1] \qquad \textbf{(IV.19)}$$

où X correspond au nombre cumulé de fondations jusqu'ici réalisé ; r est le taux d'apprentissage.

Les courbes d'apprentissage permettent de représenter le fait qu'une personne peu qualifiée travaille lentement à ses débuts puis, après quelques répétitions, augmente peu à peu son rendement. Après de nombreuses répétitions, le rendement stagne pour tendre vers une asymptote correspondant à la durée minimale d'exécution de la tâche. Il a ainsi été constaté que chaque fois que le rang de l'unité de production était doublé, le temps unitaire d'exécution était multiplié par une constante, appelée taux d'apprentissage, comprise entre 0 et 1. A titre illustratif et en considérant un taux d'apprentissage de *90%* ($r = 0,9$) et un facteur $k_{app,X}$ défini pour un nombre X de fondations, la valeur de $k_{app,2X}$ pour $2X$ est égale à $0,9.k_{app,X}$. En d'autres termes le taux d'apprentissage conditionne la valeur du facteur k_{app} à chaque fois que le nombre X de fondations réalisées double.

Des exemples de courbes d'apprentissage pour différentes valeurs de r sont donnés dans la figure IV.9. Précisons que la valeur de X peut également correspondre à des unités de mesure comptées en dizaines tel que $X=1$ représente par exemple un lot de dix fondations. La détermination du taux d'apprentissage est réalisée de manière empirique et dépend, entre autres, de la qualification de la main d'œuvre, de la complexité d'exécution ou du temps séparant deux répétitions d'une même tâche.

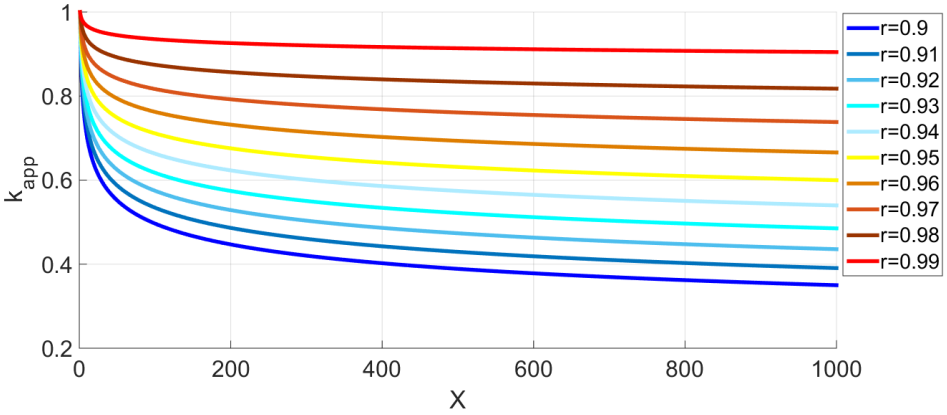


Figure IV.9. Courbes d'apprentissage pour différents taux d'apprentissage

IV.5. Interaction sol-structure

Généralement, le processus de conception d'un ouvrage est segmenté en deux avec d'une part l'ingénieur de structure en charge du dimensionnement de la superstructure et d'autre part l'ingénieur géotechnicien qui s'occupe du comportement des fondations. En pratique, l'ingénieur de structure conduit ses calculs en définissant des conditions d'appuis (rotule, encastrement) supposées fixes puis, à partir de la descente de charge, l'ingénieur géotechnicien définit le dimensionnement des fondations.

L'hypothèse d'appuis fixes ne correspond pas au comportement réel car le sol se déforme sous l'action des efforts générés par la structure aux appuis. Les efforts exercés sur le sol (et donc ses déformations) dépendent en fait de la raideur relative de la structure et du sol (Breysse, 2001). Plus la raideur d'un ouvrage est grande face à celle du terrain, plus la réponse du sol affecte la répartition des efforts dans l'ouvrage. Ainsi les hypothèses de l'ingénieur de structure sur les conditions limites peuvent engendrer des approximations dans l'évaluation des réponses de l'ouvrage et ces erreurs peuvent être importantes dans le cas d'un sol très déformable. En effet, en réalité le sol se déforme sous l'action des efforts générés par la structure, ce qui induit des déplacements différentiels entre les appuis et affectent en retour la distribution des efforts dans la structure. Ainsi, il y a une influence aussi bien du sol sur la structure que de la structure sur le sol. Ce phénomène est appelé interaction sol-structure (noté

ISS). Dans ce sens, l'introduction de l'ISS dans le modèle d'évaluation implique que les choix de conception faits sur les fondations influencent ceux faits sur la structure supportée (et réciproquement).

Les méthodes et les modèles proposés pour la prise en compte de l'ISS sont nombreux et permettent de se placer dans des conditions plus proches de la réalité par rapport aux hypothèses de l'ingénieur. Outre les méthodes orientées vers une résolution numérique par éléments finis, d'autres approches simplifiées sont basées sur des modèles à ressorts tels que celui représenté en figure IV.10. Le concept de raideur d'appui (aussi appelé impédance statique) permet de modéliser simplement l'interaction entre le sol et l'ouvrage, localement sous chaque appui. Dans le cadre de ce travail, nous nous baserons sur ce type de représentation de l'ISS en négligeant les aspects non-linéaires liés au sol, aux matériaux de la structure et à l'interface sol-semelle. La résolution du problème sous chargement statique est réalisée en modélisant l'ensemble sol (dans la zone de chargement associée)-fondation par des appuis élastiques de raideur verticale k_v, de raideur horizontale k_h, et de raideur en rotation k_r.

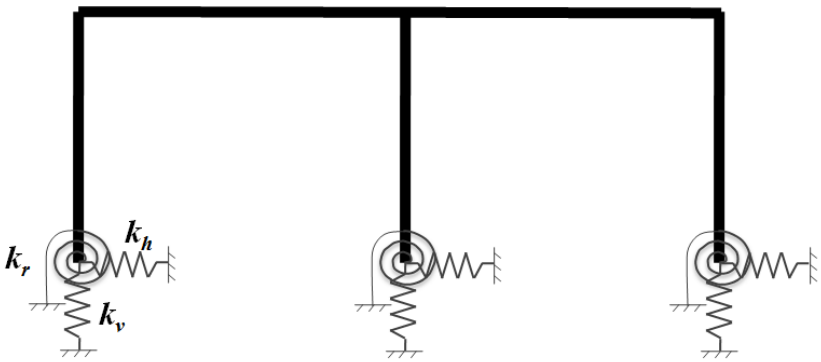


Figure IV.10. Modélisation de l'interaction sol-structure par des éléments ressort

De nombreuses expressions analytiques sont disponibles dans la littérature (Pecker, 1984 ; Pais et Kausel, 1988 ; Sieffert et Cevaer, 1992 ; Mylonakis *et al.*, 2006) pour estimer les raideurs associées à l'ensemble sol-fondation. Dans le cadre d'une application aux fondations superficielles rectangulaires enterrées, nous nous baserons sur les expressions présentées dans le tableau IV.6 et pour lesquelles les grandeurs géométriques sont illustrées en figure IV.11.

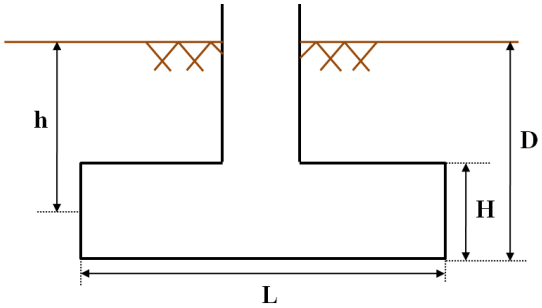


Figure IV.11. Schéma d'une fondation superficielle enterrée

Tableau IV.6. Expressions des raideurs verticale, horizontale et de rotation dans le cas de fondations superficielles enterrées

Mode de raideur	**Expression analytique où *B'=B/2* et *L'=L/2***	**Références**
Raideur de translation verticale : $k_v = k'_v.\eta_v$	$k'_v = \frac{2.G.L'}{1-\nu}\left[0{,}73 + 1{,}54.\left(\frac{B'}{L'}\right)^{0{,}75}\right]$ $\eta_v = \left[1 + \frac{D}{21.B'}\left(1 + 1{,}3.\frac{B'}{L'}\right)\right].\left[1 + 0{,}2\left(\frac{H.(B'+L')}{B'L'}\right)^{2/3}\right]$	[Gazetas *et al.*, 1985]
Raideur de translation horizontale : $k_h = k'_h.\eta_h$	$k'_h = \frac{2.G.L'}{2-\nu}\left[2 + 2{,}5.\left(\frac{B'}{L'}\right)^{0{,}85}\right] - \frac{0{,}2}{0{,}75-\nu}.GL'\left(1 - \frac{B'}{L'}\right)$ $\eta_h = \left[1 + 0{,}15.\sqrt{\frac{D}{B'}}\right].\left[1 + 0{,}52.\left(\frac{h.H.(4B'+4L')}{B'.L'^2}\right)^{0{,}4}\right]$	[Gazetas et Tasoulas, 1987]
Raideur de balancement : $k_r = k'_r.\eta_r$	$k'_r = \frac{3.G}{1-\nu}\left[\frac{2.B'.(2.L')^3}{12}\right]^{0{,}75}.\left(\frac{L'}{B'}\right)^{0{,}15}$ $\eta_r = 1 + 0{,}92.\left(\frac{H}{L'}\right)^{0{,}6}\left[1{,}5 + \left(\frac{H}{L'}\right)^{1{,}9}\left(\frac{D}{H}\right)^{0{,}6}\right]$	[Hatzikonstantinou *et al.*, 1989]

Les valeurs de raideurs associées aux expressions du tableau IV.6 dépendent de la géométrie de la semelle, de la profondeur d'encastrement de la fondation et des propriétés élastiques du sol (via le module de cisaillement du sol $G_s=E_s/[2(1+\nu)]$). Nous illustrons en figure IV.12, l'évolution des raideurs verticales (en bleu), horizontales (en rouge) et de rotation (en noir) en fonction de la largeur d'une semelle carrée ($B=L$) pour $E_s=40$ MPa et $\nu=0{,}3$. Sur cette figure, la fondation est supposée reposer à la surface du sol afin de pouvoir comparer les résultats obtenus avec ceux issus des formules préconisées dans l'Eurocode 7 (NF P 94-261, 2013) (représentés par les croix), ces dernières n'étant pas fonction de la profondeur d'encastrement de la semelle.

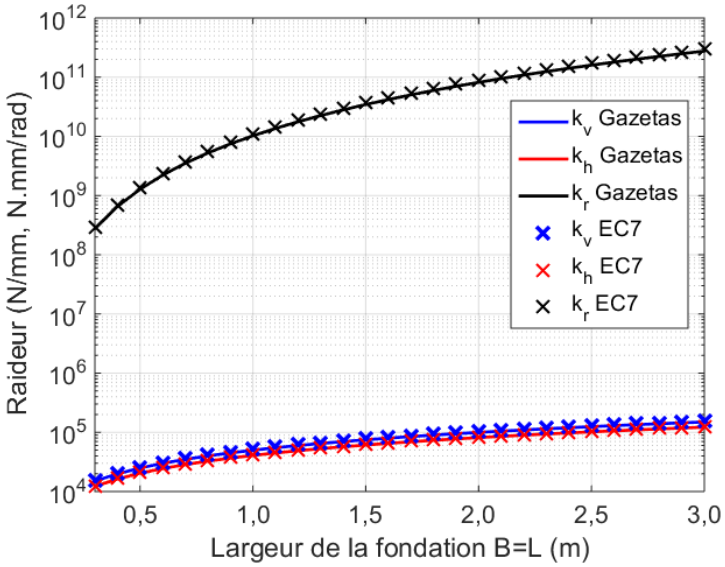


Figure IV.12. Evolution des raideurs de translation (exprimées en N/mm) et de balancement (exprimées en N.mm/rad) en fonction des côtés d'une semelle carrée

Précisons que la raideur $k_{r,cb}$ en rotation effectivement considérée à la base du poteau lors du calcul aux éléments finis doit à la fois tenir compte de l'ISS mais aussi du type d'assemblage en pied de poteau. On suppose un montage en série des deux ressorts représentant respectivement la souplesse à l'interface sol/béton et la souplesse à l'interface béton/acier. Ainsi, la raideur $k_{r,cb}$ peut être exprimée par :

$$k_{r,cb} = \frac{1}{\frac{\eta}{S_{j,ini}} + \frac{1}{k_r}} \qquad \textbf{(IV.20)}$$

IV.6. Synthèse sur les variables de description et sur les variables critère

IV.6.1. Variables de description

Nous avons défini au Chapitre III les différents types de *Vdes* en distinguant les *Vco*, les *Vpro* et les *Venv*. Les *Vdes* considérées dans ce travail sont récapitulées dans le tableau IV.7 et en partie illustrées en figure IV.13. Les éléments structuraux sont sélectionnés à partir des profilés métalliques standards tels que les poutres sont choisies parmi les 18 IPE disponibles (IPE 80 → IPE 600) et les poteaux parmi 24 HEB (HEB 100 → HEB 1000). Le nombre de poteaux est également identifié comme une *Vco* à laquelle pourra être associée un agencement particulier du portique (c'est-à-dire une longueur de travée prédéterminée séparant chaque poteau). L'ensemble des dispositions possibles des poteaux sur la longueur du portique est identifié comme une *Vpro*.

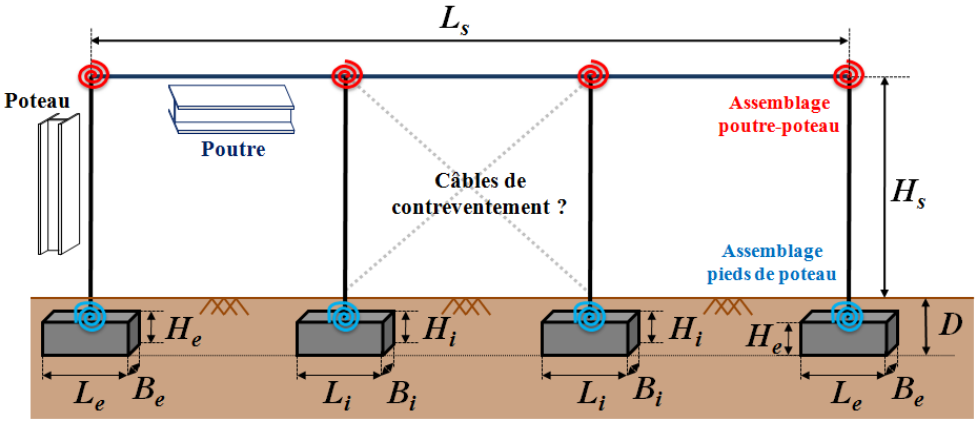


Figure IV.13. Schéma global de l'ouvrage à optimiser

Pour des raisons de cohérence de conception et de facilité de mise en œuvre sur le chantier, tous les types d'assemblage poteau-poutre (à choisir parmi 3) d'une part et tous les types d'assemblage en pied de poteau (à choisir parmi 2) d'autre part sont considérés identiques sur l'ensemble de la structure. Par ailleurs, pour des raisons pratiques d'assemblage entre les poutres et poteaux, nous posons la contrainte selon laquelle la largeur b_c de la semelle des poteaux doit être supérieure ou égale à la largeur b_b de la semelle des poutres ($b_c \geq b_b$). De même pour les assemblages en pied de poteau, la fondation devra être conçue afin de respecter les dimensions minimales suivantes :

$$\begin{cases} L \geq 1{,}5.\,h_p \\ B \geq 1{,}5.\,b_p \\ H \geq 0{,}5.\,h_p \end{cases} \qquad \textbf{(IV.21)}$$

où h_p et b_p correspondent respectivement à la hauteur et à la largeur de la platine. Des informations sur les dimensions des platines d'extrémité et sur la disposition des tiges sont disponibles dans le guide Eurocode du CSTB (2010) pour différents profils métalliques et différents assemblages en pied de poteau.

Deux ensembles de fondations sont distingués avec d'une part les fondations supportant les poteaux extérieurs (de dimensions d'indice *e* sur la figure IV.13) et d'autre part les fondations supportant les poteaux intérieurs (de dimensions d'indice *i* sur la figure IV.13). Toutes les fondations intérieures sont considérées de même dimension (L_i, B_i, H_i) et les deux fondations extérieures le sont également (L_e, B_e, H_e). De plus, la profondeur d'ancrage D est supposée égale pour ces deux ensembles et doit respecter la contrainte $\{D \geq max(H_e, H_i)\}$. Pour des questions évidentes de mise en œuvre, seules des valeurs discrètes arrondies au centimètre sont considérées pour ces variables géométriques de conception. Outre les contraintes géométriques exprimées par le système d'équations (IV.5), il est bien évident que les longueurs L des fondations doivent être conçues de manière à ce que la distance séparant deux semelles ne soit pas trop petite (auquel cas une semelle filante pourra être adoptée).

L'ensemble des conditions citées ici sont identifiées comme des contraintes technologiques à respecter pour qu'une alternative soit considérée comme faisable et restreignent ainsi le domaine réalisable dans l'espace de conception.

Tableau IV.7. Récapitulatif des variables de description

	Variables de conception	**Variables de projet**	**Variables de l'environnement**	
			naturel	socio-économique
Structure métallique	- Type de poteau - Type de poutre - Nombre de poteaux - Type d'assemblage poteau-poutre - Type d'assemblage en pied de poteau - Disposition ou non d'éléments de contreventement	- Largeur de la structure L_s - Hauteur de la structure H_s - Nombre de structures à réaliser N_s - Agencement du portique (en fonction du nombre de poteaux) - Surcharge des équipements fixes (notée G) - Nombre $N_{eq,s}$ et composition des équipes de travail de structure - Durée de travail par unité de temps T	- Charges climatiques (notées Q_v pour la composante verticale et Q_h pour la composante horizontale) - Coefficient de Poisson ν du sol - Module de Young E_s du sol - Coefficient de température/humidité k_{temp}	- Données économiques k_{mont}, k_{fab}, T_{mont}, C_{mat} - Taux d'apprentissage r_s
Fondations	- Largeur B_i, longueur L_i et hauteur H_i des fondations intérieures - Largeur B_e, longueur L_e et hauteur H_e des fondations extérieures - Profondeur d'encastrement des fondations D	- Nombre $N_{eq,f}$ et composition des équipes de travail de fondations	- Poids volumique γ' du sol - Cohésion effective c' - Angle de frottement φ' - Angle de frottement à l'interface sol/fondation δ - Coefficient d'excavabilité k_{exc}	- Prix unitaires c_e, c_c, c_a, c_b, c_r - Temps unitaires t_e, t_c, t_a, t_b, t_r - Taux d'apprentissage r_f

Tels que les coûts et les durées de construction sont exprimés (cf. équations (IV.4) et (IV.18)), il apparait que le nombre d'équipes de travail considéré (pour la structure et pour les fondations) n'influence que dans un seul sens l'évaluation de ces critères. En effet plus le nombre d'équipes sera important, plus les durées de construction seront réduites sans affecter en retour l'évaluation des coûts. Dans ce sens, les variables $N_{eq,s}$ et $N_{eq,f}$ ne sont pas considérées comme des *Vco* mais comme des *Vpro* fixées de manière à ce que les exigences de délais soient respectées pour toutes les configurations de conception faisables. Précisons que la composition de chaque équipe (ratio d'encadrement, nombre d'ouvriers, matériel disponible...) est déterminée par les règles métier et doit être prise en compte dans l'estimation des prix et temps unitaires de construction. De plus, les temps de travail des équipes (par jour, par semaine, ou par mois) sont fixés par les décideurs de projet mais doivent être conformes à la règlementation en vigueur dans le pays d'implantation.

IV.6.2. Variables critère

Les dix *Vcri* considérées sont associées aux critères d'ELU, aux critères d'ELS et aux critères non-techniques, et sont récapitulées dans le tableau IV.8. Le coût et la durée de construction liés à la mise en œuvre des fondations sont respectivement agrégés à ceux de la superstructure par une fonction somme et par une fonction maximum. De plus, pour les critères associés aux ELU et aux ELS, les valeurs considérées correspondent aux valeurs maximales (pour les déplacements) ou minimales (pour les marges de sécurité) atteintes sur l'ensemble des fondations ou des nœuds des éléments structuraux.

Tableau IV.8. Récapitulatif des variables critère

	Critère	Notation	Objectif	Remarques
ELU Structure	Marge de sécurité vis-à-vis de la résistance à la flexion composée	FC_{min}	à maximiser	valeur minimale trouvée sur l'ensemble des nœuds de la structure
	Marge de sécurité vis-à-vis de la résistance à l'effort tranchant	ET_{min}	à maximiser	valeur minimale trouvée sur l'ensemble des nœuds de la structure
	Marge de sécurité vis-à-vis du soulèvement de la structure	S	à maximiser	-
ELU Fondation	Marge de sécurité vis-à-vis de la capacité portante	CP_{min}	à maximiser	valeur minimale trouvée pour l'ensemble des fondations
	Marge de sécurité vis-à-vis de l'excentricité excessive de la charge	Exc_{min}	à maximiser	valeur minimale trouvée pour l'ensemble des fondations
	Marge de sécurité vis-à-vis de la résistance au glissement	RG_{min}	à maximiser	valeur minimale trouvée pour l'ensemble des fondations
ELS	Déplacement horizontal	$d_{h,,max}$	à minimiser	valeur maximale trouvée sur l'ensemble des nœuds des poutres
	Déplacement vertical	$d_{v,,max}$	à minimiser	valeur maximale trouvée sur l'ensemble des nœuds des poutres
Critères non-techniques	Coût de construction	C_T	à minimiser	somme des coûts de construction des structures et des fondations : $C_T = C_s + C_f$
	Durée de construction	D_T	à minimiser	maximum des durées de construction des structures et des fondations : $D_T = max(D_s, D_f)$

Lorsque la structure est soumise à un effort vertical ascendant $Q_v<0$, La marge de sécurité vis-à-vis du soulèvement de l'ouvrage peut s'exprimer par :

$$S = \frac{W_s + G + \sum_{i=1}^{nb\ poteau} F_{f,i}}{|Q_v|} - 1 \qquad \textbf{(IV.22)}$$

où W_s est le poids de la structure, où G est le poids des équipements fixes supportés par la structure, où $F_{f,\,i}$ est la force de résistance au soulèvement mobilisée par la fondation i.

IV.7. Conclusion du chapitre

Nous avons décrit dans ce chapitre les hypothèses de dimensionnement à partir desquelles l'ouvrage étudié pourra être optimisé. Les *Vcri* sont évaluées à partir de modèles analytiques et numériques reposant sur la traduction des recommandations Eurocode et des règles métier. S'il est d'usage de distinguer d'une part la conception de l'ossature métallique et d'autre part celle des fondations superficielles, nous avons fait le choix d'intégrer le phénomène d'ISS dans le modèle mécanique d'évaluation afin de nous placer dans des conditions plus proches de la réalité.

Résoudre le problème que nous traitons reviendra à trouver l'ensemble des *Vco* satisfaisant au mieux l'ensemble des objectifs. Pour tenir compte de manière pertinente des incertitudes, entre autres sur les *Venv*, l'appréciation de la satisfaction des critères devra être conduite dans un contexte incertain. Nous allons, dans ce qui suit, analyser l'effet de l'ensemble des incertitudes sur les performances de l'ouvrage et, par conséquent, sur l'optimalité de conception.

<u>PARTIE C</u> : Analyses de sensibilité et effets des incertitudes sur le comportement de l'ouvrage

Chapitre V : Effets des incertitudes sur le comportement des fondations superficielles

V.1. Introduction du chapitre

Nous avons décrit au chapitre précédent les variables à partir desquelles peuvent être évaluées les performances d'une fondation superficielle. Dans ce chapitre, nous nous intéressons plus particulièrement aux variables de chargement et aux propriétés du sol dont la variabilité peut affecter l'évaluation de la sécurité de l'ouvrage en termes de capacité portante, de résistance au glissement et d'excentricité excessive de la charge.

Par l'intermédiaire d'une AS, nous proposons d'identifier tout d'abord les sources d'incertitude les plus influentes. Cette analyse sera menée pour plusieurs configurations de sol. Une attention particulière sera ensuite portée sur les effets de la caractérisation probabiliste des paramètres de résistance au cisaillement du sol. Outre les incertitudes portant sur les coefficients de variation et sur le type de distribution employé, nous étudierons les effets de la corrélation considérée entre la cohésion et l'angle de frottement du sol. Si cette corrélation est généralement admise comme étant négative, sa valeur est incertaine et sujet à discussion, notamment à cause de ses effets mal connus sur la fiabilité des fondations. Dans ce sens, nous analyserons les effets de la variation du coefficient de corrélation sur la variabilité et la fiabilité de la capacité portante des fondations.

V.2. Présentation du cas d'étude

Le cas étudié, illustré en figure V.1, est celui d'une semelle superficielle isolée à base rectangulaire de largeur B = 0,8m, de longueur L = 1m, de hauteur H = 0,4m et fondée à une profondeur D = 1m. La fondation est soumise à un effort vertical et à un effort horizontal agissant dans la direction de L qui confère un excentrement e à la charge tel que :

$$e = H.F_v/Q_h \quad avec\ F_v = G + Q_v + W \qquad \textbf{(V.1)}$$

où G, Q_v et Q_h sont respectivement la charge permanente, la charge d'exploitation verticale et la charge d'exploitation horizontale transmises aux fondations par la structure supportée ; W est la charge comprenant le poids propre du massif de fondation et le poids du sol reposant sur la fondation.

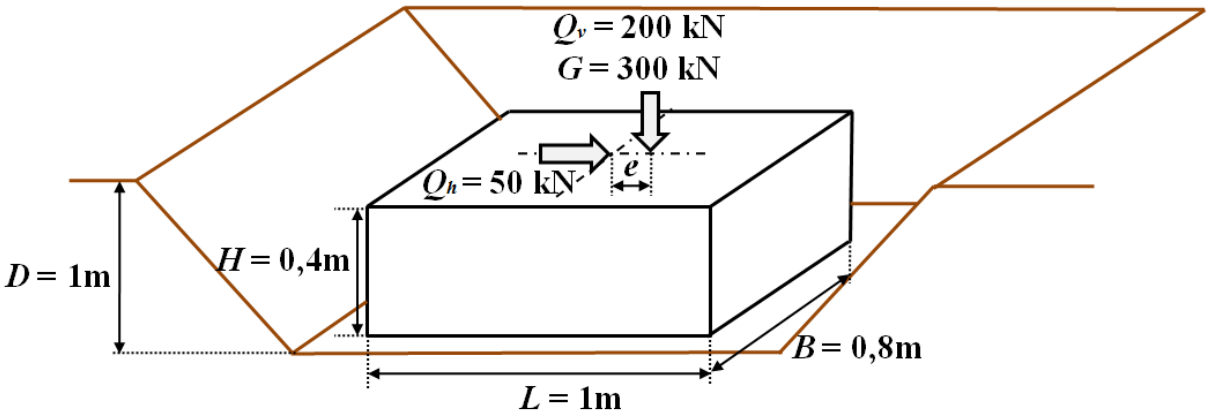


Figure V.1. Schéma de la fondation étudiée

Nous étudions ici le cas d'une semelle reposant sur un sol cohérent et frottant en condition drainée. Quatre configurations de sol sont considérées, chacune étant décrite par un jeu de valeurs de cohésion *c'* et d'angle de frottement *φ'*. Les valeurs moyennes de *c'* et *φ'* sont choisies de manière à ce qu'elles soient représentatives de types de sols pouvant être retrouvés dans la nature (base de données *geotechdata.info*) et de manière à ce qu'elles soient toutes situées sur la même iso-valeur de capacité portante q = 2000 kPa (cf. figure V.2). Les courbes de la figure V.2 correspondent aux iso-valeurs de capacité portante pour les dimensions L et B données précédemment, une même valeur de q pouvant être atteinte pour différentes combinaisons de cohésion et d'angle de frottement. Les valeurs moyennes des paramètres de résistance au cisaillement des quatre configurations de sol sont récapitulées dans le tableau V.1.

Tableau V.1. Valeurs moyennes de la cohésion et de l'angle de frottement pour quatre configurations de sol (*Unified Soil Classification System)

Configuration	Classification USCS*	*φ'*	*c'*
A	CH (argile compacte)	20°	103 kPa
B	MH (limon compact)	25°	67 kPa
C	SM, SC (limon argilo-sableux)	30°	38 kPa
D	SM (sable limoneux)	35°	15,5 kPa

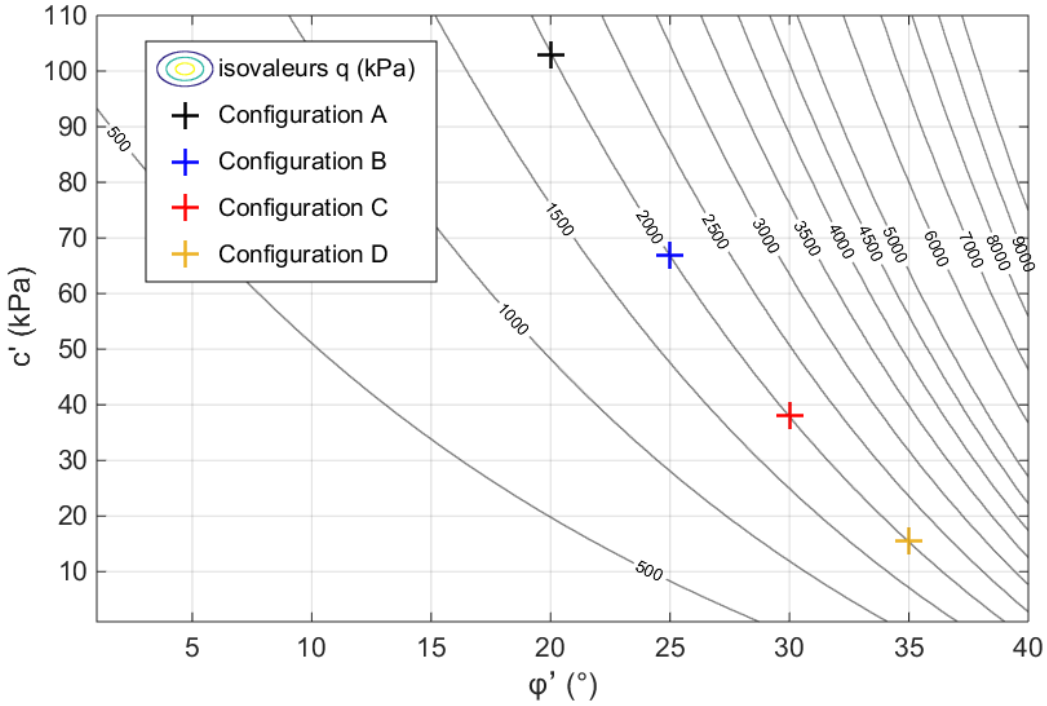


Figure V.2. Position des quatre configurations de sol dans le repère (φ', c') et par rapport aux iso-valeurs de capacité portante (q)

Les paramètres de sol et de chargement sont représentés par des variables aléatoires dont les informations statistiques sont données dans le tableau V.2. Seule la charge permanente G est supposée déterministe telle que son coefficient de variation (noté V) est nul ($V(G)$=0). Lorsque l'on ne dispose pas de données expérimentales pour privilégier un type de distribution par rapport à un autre, la loi log-normale peut raisonnablement être choisie. En

effet, elle présente entre autres l'avantage de ne contenir que des valeurs strictement positives et est ainsi bien adaptée pour modéliser aussi bien les propriétés du sol que les variables de chargement (Forrest et Orr, 2010). Le coefficient de variation pour les charges d'exploitation est pris égal à 15 % (Orr et Breysse, 2008) et celui du poids volumique à 5% (Forrest et Orr, 2010). Les coefficients de variation de *c'* et *φ'* sont supposés identiques pour les quatre configurations de sol avec *V(c')*=0,2 (Babu et Singh, 2009) et *V(φ')*=0,1 (Orr et Breysse, 2008). Certains auteurs (Orr et Breysse, 2008 ; Forrest et Orr, 2010 ; Breysse, 2011) font le choix de représenter *tan(φ')* par une variable aléatoire plutôt que *φ'* directement. Un tel choix peut être motivé par le fait que l'on retrouve *tan(φ')* dans le critère de rupture de Mohr-Coulomb et que ce soit sous cette forme qu'est réalisée l'analyse statistique relative à l'angle de frottement. Toutefois, Phoon et Kulhawy (1999a), qui fournissent des paramètres statistiques pour *φ'* et *tan(φ')*, précisent qu'il n'y a pas de différence apparente entre les coefficients de variation de ces deux paramètres.

Tableau V.2. Paramètres statistiques des variables aléatoires

Variable	Moyenne μ	Coefficient de variation V	Type de distribution
G	300 kN	0	-
Q_v	200 kN	0,15	Log-normale
Q_h	50 kN	0,15	Log-normale
γ	20 kN/m^3	0,05	Log-normale
φ'	20° ; 25° ; 30° ; 35°	0,10	Log-normale
c'	103 kPa ; 67 kPa ; 38 kPa ; 15,5 kPa	0,20	Log-normale

Les corrélations considérées entre les variables aléatoires sont données dans la matrice de corrélation du tableau V.3. On suppose une corrélation positive entre les variables de chargement horizontal et vertical (Forrest et Orr, 2010) et une corrélation négative entre *c'* et *φ'* (Cherubini, 2000). De plus, l'angle de frottement à l'interface sol-fondation δ étant pris égal à 2/3.*φ'*, elle se comporte également comme une variable aléatoire corrélée positivement et parfaitement à *φ'* telle que $\rho(\varphi',\delta)=1$.

Tableau V.3. Matrice de corrélation entre les variables aléatoires

	Q_v	Q_h	γ	φ'	c'
Q_v	1	0,5	0	0	0
Q_h	0,5	1	0	0	0
γ	0	0	1	0	0
φ'	0	0	0	1	-0,5
c'	0	0	0	-0,5	1

La figure V.3 illustre les nuages de points dans le repère (*φ'*, *c'*) associés aux quatre configurations de sol ainsi que leur position par rapport aux iso-valeurs de capacité portante (calculée par l'expression (IV.9)). Les 5000 points de chaque nuage sont générés par la technique d'échantillonnage LHS.

Cette figure permet de remarquer :

- que la dispersion sur *c'* et *φ'* induit une dispersion significative sur *q*,

- que la « pente moyenne » des quatre nuages diffère selon la configuration et que l'effet sur la dispersion de *q* peut s'en trouver modifié. Nous reviendrons plus en détail sur ce point par la suite.

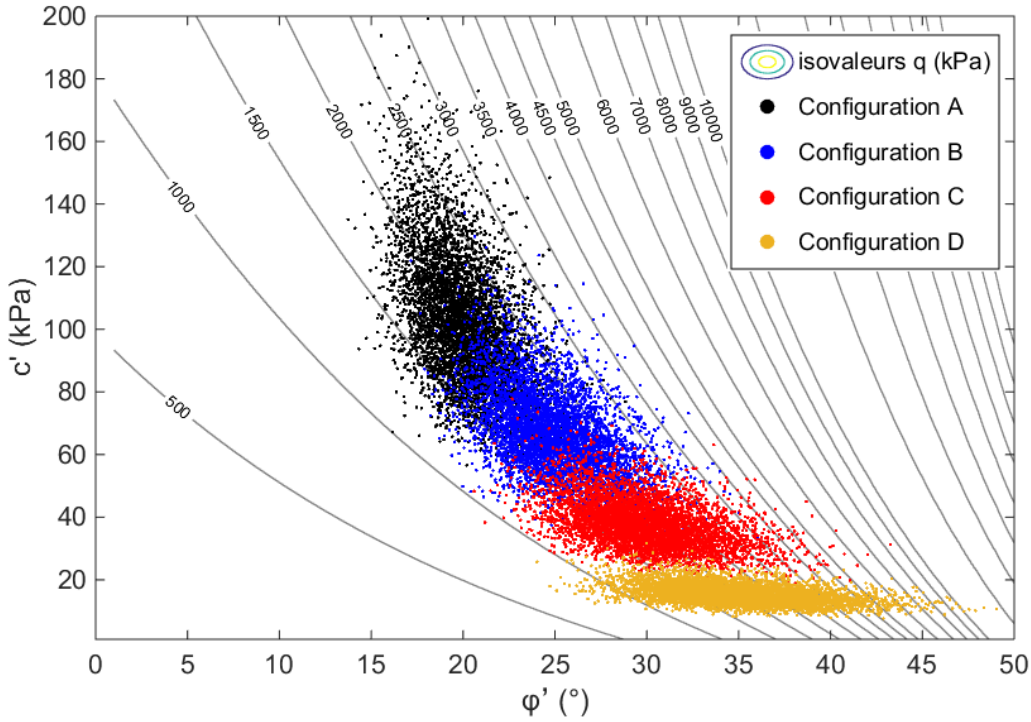


Figure V.3. Position des nuages de points (φ', c') simulés par LHS par rapport aux iso-valeurs de capacité portante (q)

V.3. Analyse de sensibilité

Une AS est menée afin d'identifier quelles variables ont le plus d'influence sur la variabilité des réponses de l'ouvrage. Les réponses étudiées sont les marges de sécurité vis-à-vis de la défaillance de la capacité portante, de l'excentricité excessive de la charge et du glissement de la fondation.

En raison des corrélations introduites entre certaines variables aléatoires, au moins deux méthodes peuvent être utilisées pour réaliser l'AS (cf. §I.5) : la méthode basée sur les indices multidimensionnels de Sobol et la méthode McKay. Nous nous limiterons ici à la seconde mieux adaptée à notre problème où le nombre de variables corrélées est relativement important par rapport au nombre total de variables considérées (5 sur 6 au total).

La figure V.4 illustre les indices de sensibilité obtenus pour la marge de sécurité de la capacité portante (notée *CP*) ainsi que pour les quatre configurations de sol A, B, C et D. On constate que parmi les cinq variables aléatoires desquelles elle est fonction, la marge *CP* est principalement sensible aux variables de cohésion et d'angle de frottement. Mise à part ce qui peut être observé pour la configuration A (valeur de cohésion extrême) où la sensibilité à *c'* est supérieure à celle de *φ'*, la marge *CP* semble globalement plus sensible à la variabilité sur l'angle de frottement. Cette figure permet également de remarquer que l'influence de l'angle de frottement augmente linéairement de la configuration A jusqu'à la configuration D. L'effet inverse est observé pour la cohésion.

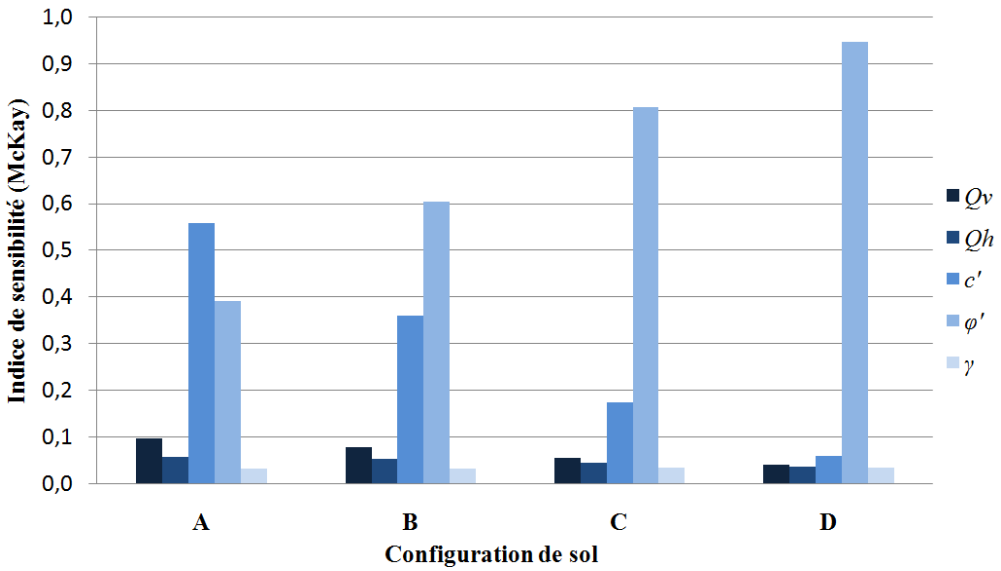


Figure V.4. Analyse de sensibilité sur CP pour quatre configurations de sol à partir de l'indice de McKay

La forte non-linéarité de l'expression de la capacité portante (notée q) de la fondation fait que la contribution respective de c' et φ' à la valeur de q varie fortement. La figure V.5 illustre les fonctions de répartition associées aux termes de cohésion (q_c), de profondeur (q_q) et de surface (q_γ) ainsi qu'à la valeur totale de q pour les quatre configurations de sol. Ces courbes rejoignent les observations faites sur la figure V.4, à savoir que l'influence de la cohésion et de l'angle de frottement ne sont pas les mêmes pour tous les types de sol. En effet, le terme de cohésion, le seul à être significativement lié à c', semble jouer un rôle prépondérant dans l'évaluation de q pour le sol A, ce qui est moins vrai pour le sol D.

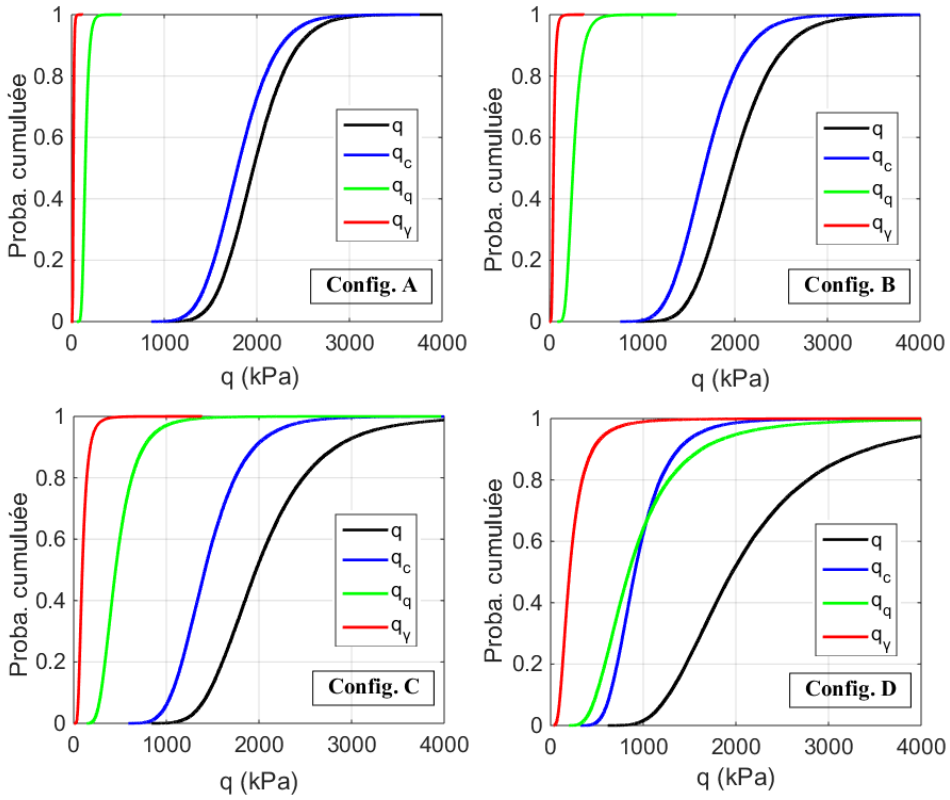


Figure V.5. Fonctions de répartition de la capacité portante et des termes contributeurs pour chaque configuration de sol

Ces constatations sont à mettre en parallèle avec ce qui peut être observé sur la figure V.3 où la forme des nuages de points et leur position par rapport aux iso-valeurs de capacité portante explique en partie l'influence de la variabilité de *c'* et *φ'* sur celle de *CP*. Par exemple, pour la configuration D, le nuage s'étend davantage suivant l'axe de *φ'* avec un angle proche de 45° par rapport aux iso-valeurs de *q*. La variabilité observée sur la capacité portante est donc principalement due à celle introduite sur l'angle de frottement. A l'inverse, pour la configuration A, le nuage et les iso-valeurs sont « quasiment colinéaires ». Nous reviendrons plus en détail dans ce qui suit, sur les raisons qui expliquent ces différences de sensibilité à *c'* et *φ'* entre les configurations de sol.

Les figures V.6 et V.7 exposent les résultats de l'AS effectuée respectivement sur la marge de sécurité vis-à-vis du glissement (notée *RG*) et sur celle vis-à-vis de l'excentricité excessive de la charge (notée *Exc*). Il est constaté que RG est, pour toutes les configurations de sol, surtout sensible à la variabilité de l'effort horizontal et, dans une moindre mesure, à celle sur l'angle de frottement à l'interface sol/fondations. Toutefois l'influence de δ augmente légèrement de la configuration A à la configuration D. Cette observation peut notamment être expliquée par la relation $\delta = 2/3.\varphi'$ et pour laquelle l'écart-type de l'angle de frottement croît avec l'augmentation de la moyenne ($\sigma=\mu.V$) de la configuration A vers la configuration D. D'où une contribution de δ légèrement supérieure en configuration D par rapport à ce qui peut être observé en configuration A.

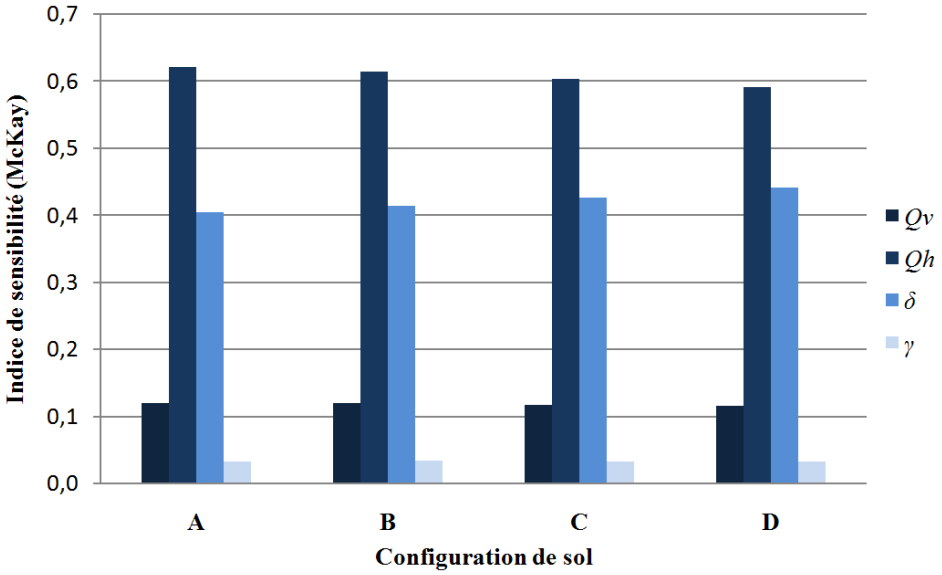


Figure V.6. Analyse de sensibilité sur RG pour quatre configurations de sol à partir de l'indice de McKay

En revanche, la marge *Exc* n'étant pas fonction des paramètres de résistance au cisaillement du sol, les résultats de l'AS restent inchangés d'une configuration de sol à l'autre. De plus, la figure V.7 montre que seule la variabilité de l'effort horizontal semble avoir une influence prépondérante sur *Exc*, l'influence de Q_v et de γ étant secondaire.

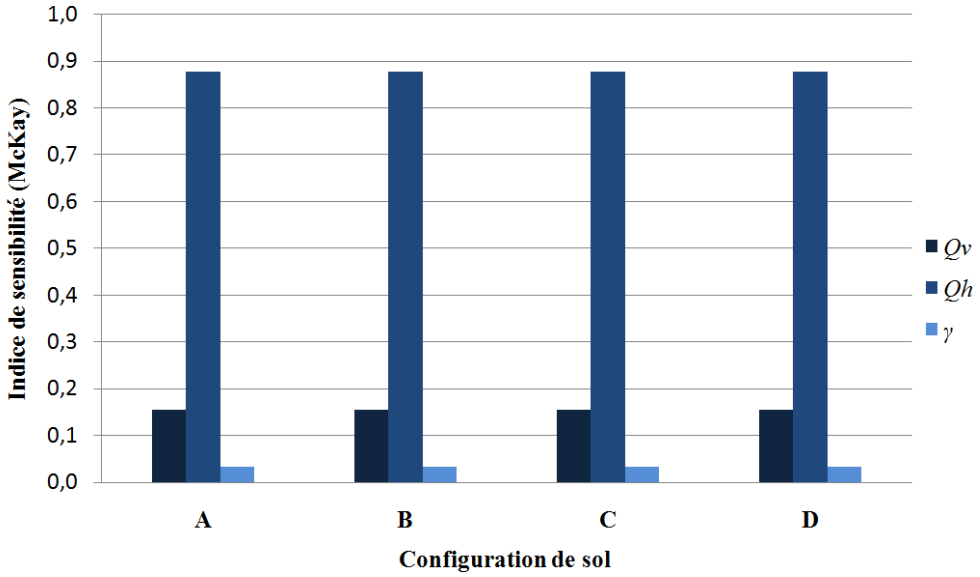


Figure V.7. Analyse de sensibilité sur Exc pour quatre configurations de sol à partir de l'indice de McKay

L'AS est généralement employée dans le but de réduire la variabilité des sorties du modèle (ici les marges de sécurité) en concentrant les efforts sur une meilleure connaissance des variabilités des entrées les plus influentes. Si la variabilité intrinsèque des variables aléatoires ne peut être réduite, en revanche la diminution de l'incertitude portant sur les paramètres statistiques des propriétés les plus influentes peut avoir un impact non négligeable sur l'estimation de la fiabilité et de la robustesse de la fondation. A cet effet, la suite de ce chapitre est consacrée aux effets des incertitudes portant sur la caractérisation probabiliste des paramètres de résistance au cisaillement du sol vis-à-vis de la capacité portante de la fondation.

V.4. Effets de la caractérisation probabiliste des paramètres de résistance au cisaillement du sol sur la capacité portante

Les informations statistiques rapportées dans la littérature pour décrire la variabilité des propriétés du sol doivent être manipulées avec précaution car leur variabilité résulte généralement de la combinaison d'incertitudes aléatoires et épistémiques propres d'une part au site et d'autre part aux conditions dans lesquelles elles ont été estimées. Afin d'apprécier leur influence sur la fiabilité et la robustesse de la capacité portante de la fondation, les paramètres statistiques de la cohésion et de l'angle de frottement, ainsi que leur degré de corrélation, sont considérés incertains. Alors que les valeurs de référence sont celles fournies précédemment dans le tableau V.2, les plages de variation des paramètres statistiques utilisées dans cette étude sont données dans le tableau V.4. Comme vu précédemment, l'influence des variables de chargement et du poids volumique sur la variabilité de la capacité portante étant moindre que celle de la cohésion et de l'angle de frottement, nous nous limiterons à l'étude de ces deux propriétés.

Tableau V.4. Intervalles de valeurs des paramètres statistiques de la cohésion et de l'angle de frottement

Variable	*V*	*ρ(φ',c')*	Type de distribution
φ'	[0 ; 0,15]	[0 ; -0,75]	{Normale, Log-normale, Gamma}
c'	[0 ; 0,50]		

Tous les calculs nécessaires à l'évaluation statistique de la capacité portante ont été réalisés par la technique d'échantillonnage LHS et pour un nombre de tirages N=5000. La précision des résultats dépendant du nombre de réalisations effectuées pour chaque variable aléatoire, nous montrons en figure V.8 l'influence de N sur l'estimation de la moyenne $\mu(q)$ et du coefficient de variation $V(q)$ de la capacité portante. L'analyse est menée pour les quatre configurations de sol et pour les valeurs hautes des coefficients de variation de c' et φ' ($V(c')$=0,5 et $V(\varphi')$=0,15), c'est-à-dire celles qui sont susceptibles de mener à de fortes variabilités de la capacité portante. Un nombre maximal de 10 000 réalisations est effectué pour inspecter la convergence des paramètres statistiques de la capacité portante. De manière générale, il est observé qu'un nombre de 5000 réalisations semble suffisant pour obtenir des estimations statistiques stables et précises. Toutefois, l'estimation de $V(q)$ en configuration D lorsque $V(\varphi')$>0,13 apparait en revanche trop instable pour un nombre raisonnable de réalisations. La raison d'un tel comportement pour la seule configuration D et pour une forte variabilité de l'angle de frottement fera, entre autres, l'objet des paragraphes suivants.

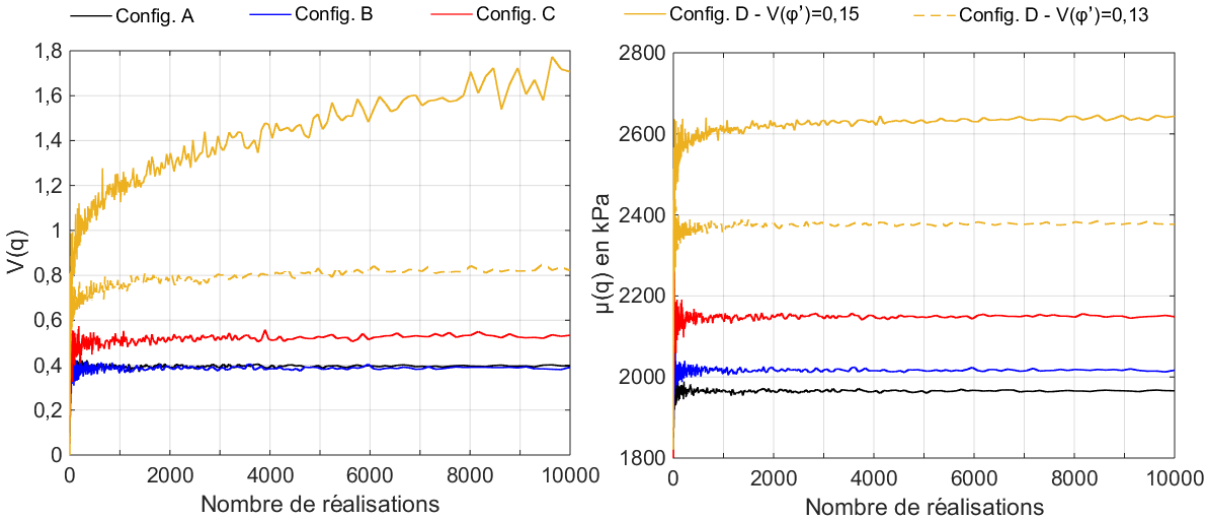


Figure V.8. Evolution de l'estimation (a) du coefficient de variation et (b)de la moyenne de la capacité portante en fonction du nombre de réalisations de LHS

On propose en Annexe II les fonctions de répartition de la capacité portante pour les quatre configurations de sol et pour différents jeux de coefficients de variation, de coefficient de corrélation et de distributions de probabilité employés pour représenter les variables aléatoires c' et φ'. L'étude des effets de ces paramètres sur l'évaluation statistique et fiabiliste de la capacité portante fait l'objet des paragraphes suivants.

V.4.1. Effets des coefficients de variation incertains

V.4.1.1. Analyse de la moyenne de la capacité portante

La figure V.9 illustre la manière dont évolue la moyenne de la capacité portante en fonction du coefficient de variation de l'angle de frottement. De manière générale, on observe que plus la variabilité de φ' est grande plus la moyenne de q augmente, cette croissance étant d'autant plus marquée que l'angle de frottement moyen est élevé.

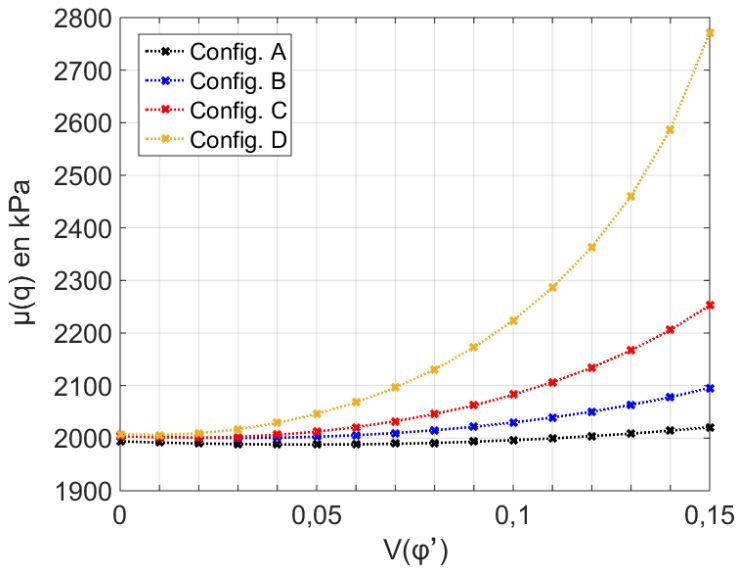


Figure V.9. Evolution de la moyenne de la capacité portante en fonction du coefficient de variation de l'angle de frottement

Le fait que l'influence de *V(φ')* sur *μ(q)* soit plus marquée pour la configuration D que pour la configuration A peut être expliqué par la figure V.10. Pour la configuration D, on constate qu'une forte variabilité de *φ'* mènera à l'atteinte de valeurs élevées de capacité portante, ce qui aura pour conséquence d'allonger la queue de la densité de probabilité de *q* vers la droite, augmentant dans le même temps sa moyenne. Les iso-valeurs de *q* étant moins resserrées en se dirigeant vers les faibles valeurs d'angle de frottement, les plus faibles valeurs de capacité portante (situées dans la partie inférieure gauche) ne compensent pas celles atteintes vers les fortes valeurs de *q*. L'atteinte de valeurs élevées de *q* susceptibles d'augmenter sa moyenne est moins évidente pour la configuration A qui présente un nuage de points avec une forme s'étendant plutôt dans le sens des iso-valeurs de *q* et qui se trouve dans une zone du domaine (*φ'*, *c'*) où les iso-valeurs de *q* sont moins resserrées.

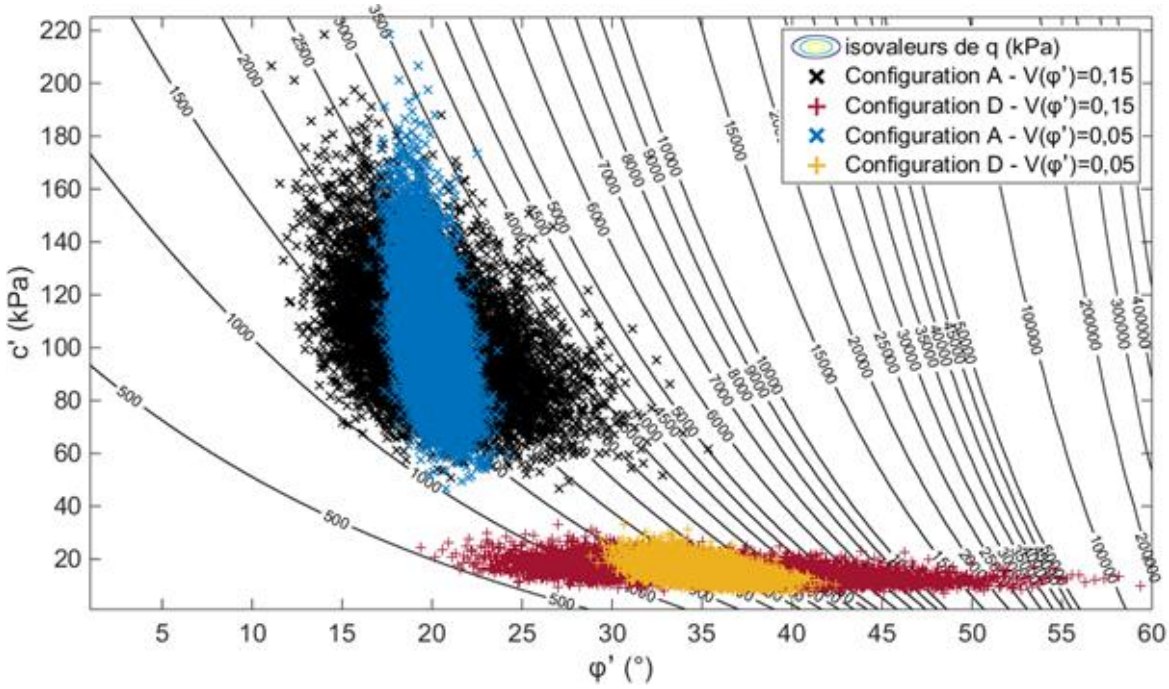


Figure V.10. Position des nuages de points (φ', c') pour les configurations A et D ainsi que pour deux valeurs de V(φ')

A l'inverse, l'augmentation du coefficient de variation de *c'* dans l'intervalle de valeurs considéré tend à diminuer la moyenne de la capacité portante de manière linéaire et équivalente pour toutes les configurations de sol (cf. figure V.11).

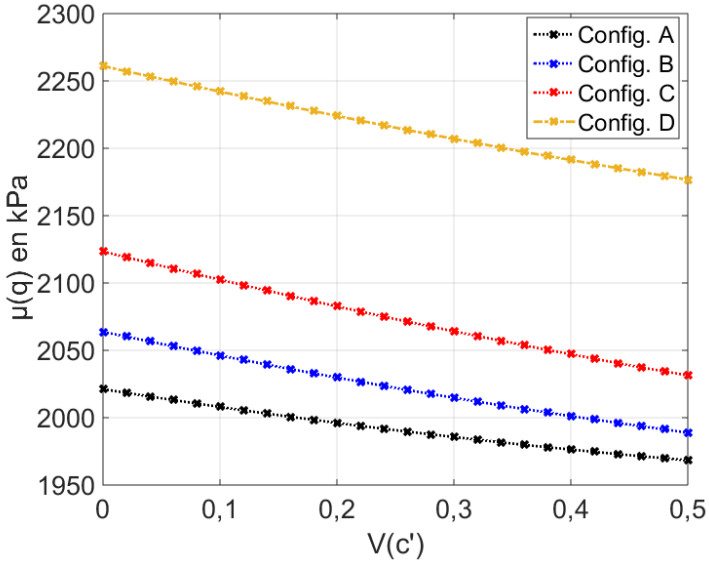


Figure V.11. Evolution de la moyenne de la capacité portante en fonction du coefficient de variation de la cohésion

Comme on peut le voir sur la figure V.12, l'augmentation de *V(c')* semble amplifier la concentration des points vers les faibles valeurs de capacité portante. Ceci a pour conséquence d'augmenter l'inertie de la fonction de densité vers la gauche induisant ainsi une légère baisse de la moyenne.

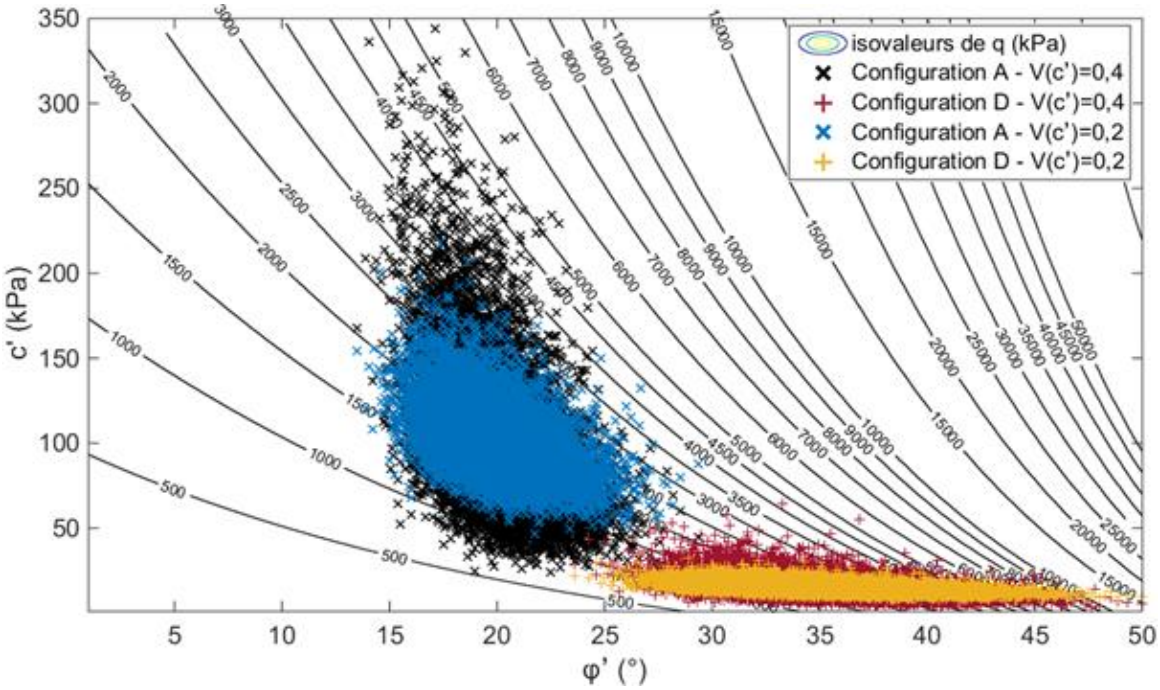


Figure V.12. Position des nuages de points (φ', c') pour les configurations A et D ainsi que pour deux valeurs de V(c')

Comme le confirme la figure V.13, il semble que l'incertitude sur le coefficient de variation de *c'* ait moins d'impact sur *μ(q)* que celle sur *V(φ')*. En effet, lorsque les coefficients de variation de la cohésion et de l'angle de frottement varient simultanément (en

conservant *V(c')*=2.*V(φ')*), l'évolution de *μ(q)* est semblable à celle observée lorsque seule l'incertitude sur le coefficient de variation de l'angle de frottement est considérée. Cela induit que la moyenne de la capacité portante est davantage influencée par les hautes valeurs de *q* atteintes grâce à la dispersion de *φ'* plutôt que par la concentration de plus faibles valeurs de *q* due à la variabilité combinée de *φ'* et de *c'*. L'intensité de l'influence de *V(φ')* est toutefois relative à la configuration de sol considérée, celle-ci étant d'un degré moindre pour la configuration A par rapport à ce qui peut être observé pour la configuration D.

Les effets opposés de *V(c')* et *V(φ')* sur la moyenne de la capacité portante ne peuvent être compris sans garder à l'esprit qu'il existe une corrélation négative entre la cohésion et l'angle de frottement.

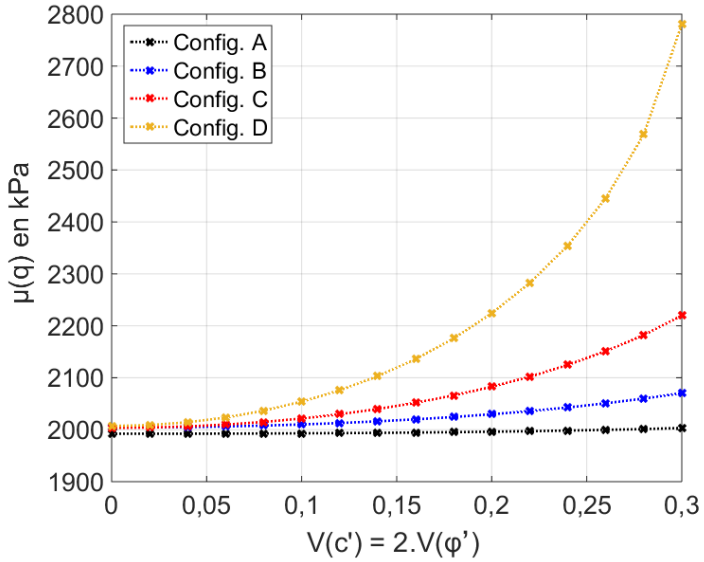


Figure V.13. Effets couplés des coefficients de variation de la cohésion et de l'angle de frottement sur la moyenne de la capacité portante

V.4.1.2. Analyse du coefficient de variation de la capacité portante

Lorsque l'on s'intéresse à la capacité portante, l'attention doit être portée sur la moyenne, mais aussi sur la variabilité des propriétés du sol mises en jeu, et ce d'autant plus que l'approche sécuritaire du génie civil exige d'identifier les valeurs dites « caractéristiques », c'est-à-dire celles qui influencent l'occurrence de l'état limite et qui possèdent une probabilité donnée (fractile à 5% par exemple) de ne pas être atteinte (ou dépassée dans le sens défavorable).

La figure V5.14 illustre l'influence de la dispersion de la cohésion et de l'angle de frottement sur la variabilité de la capacité portance. Elle nous permet tout d'abord d'observer que les effets de l'incertitude sur le coefficient de variation de *c'* ou *φ'* n'ont pas la même intensité selon la configuration de sol étudiée. Ainsi, la variabilité de *q* associée à la configuration A semble davantage sensible aux variations de *V(c')* que pour les autres types de sol, notamment par rapport aux configurations C et D. L'augmentation de *V(q)* passe par la capacité des nuages de point du domaine (*φ'*, *c'*) à atteindre des valeurs extrêmes de capacité portante. Comme évoqué précédemment, les augmentations de *V(c')* et de *V(φ')* permettent respectivement d'étendre le nuage de points verticalement et horizontalement. Or, et comme cela a été montré dans les figures V.10 et V.12, l'atteinte des valeurs hautes et basses de *q* nécessite une direction d'extension différente des nuages de points selon leur forme et leur position dans le repère (*φ'*, *c'*).

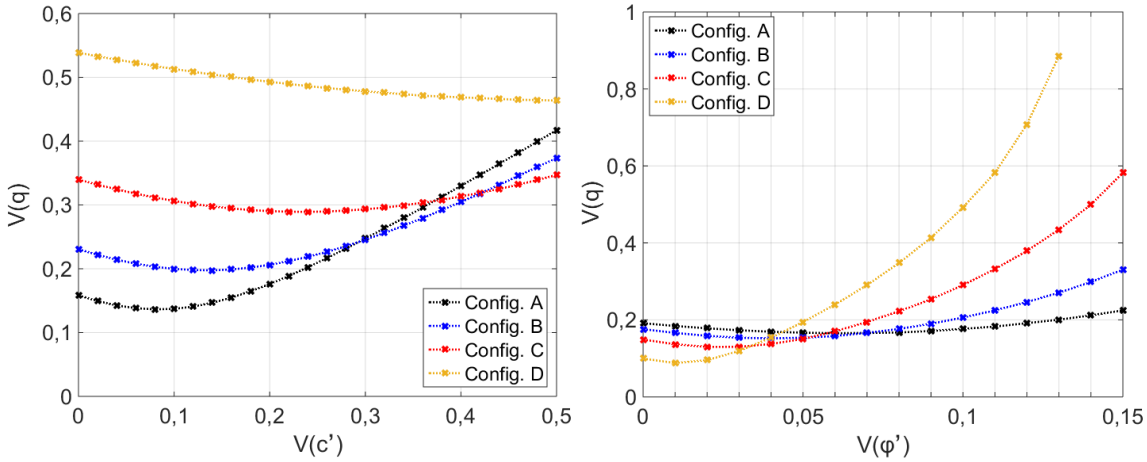


Figure V.14. Evolution de la variabilité de la capacité portante en fonction du coefficient de variation (a) de la cohésion et (b) de l'angle de frottement

Par ailleurs, l'évolution du coefficient de variation de la capacité portante illustrée en figure V.14 est moins évidente que celle de la moyenne. Elle est non-monotone : lorsque *V(q)* est tracé en fonction du coefficient de variation de la cohésion ou de l'angle de frottement, on distingue pour chaque configuration de sol une phase de décroissance suivie d'une phase de croissance de *V(q)*. Comment expliquer qu'augmenter la variabilité d'une propriété du sol induise une diminution de la variabilité de la capacité portante ? La réponse est une fois de plus à rechercher dans le domaine (*φ', c'*) où la forme du nuage de points et sa position par rapport aux iso-valeurs de *q* est déterminante.

Comme le montre la figure V.15 pour l'exemple de la configuration B, lorsque *V(φ')* et *ρ(φ',c')* sont fixés il existe une valeur particulière de *V(c')* (ici égale à 0,14) pour laquelle la forme du nuage de points et sa position par rapport aux iso-valeurs de *q* minimise la dispersion de la capacité portante c'est-à-dire, pour parler grossièrement, « minimise l'étendue du nuage dans la direction perpendiculaire aux iso-valeurs ». Sur cette figure, on constate que plus le coefficient de variation est grand, plus la pente du nuage tend à se « redresser » et plus les points sont dispersés de part et d'autre de la courbe de régression. La valeur de *V(c')* qui minimise la variabilité de *q* est donc celle qui offre au nuage de points le meilleur compromis entre une pente voisine de celle des iso-valeurs et une faible dispersion autour de sa courbe de régression. Pour la configuration D, on constate que la valeur de *V(c')* qui minimiserait *V(q)* n'est pas atteinte dans l'intervalle de valeurs étudié, d'où une variation monotone sur [0, 0,5]. L'explication est similaire lorsque *V(φ')* varie, au détail près que de fortes valeurs *V(φ')* tendent cette fois à « coucher » la pente du nuage de points dans le domaine (*φ', c'*).

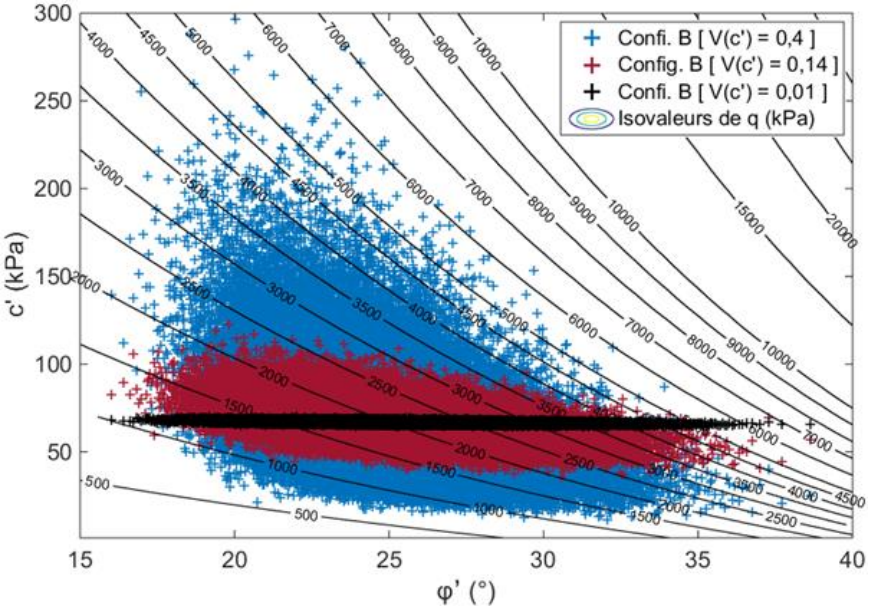


Figure V.15. Position du nuage de points (φ', c') de la configuration B pour trois valeurs de V(c')

La figure V.16 illustre l'évolution de *V(q)* lorsque *V(c')* et *V(φ')* varient simultanément en conservant *V(c')*=2.*V(φ')*. La valeur non-nulle obtenue lorsque la cohésion et l'angle de frottement sont pris déterministes est causée par la variabilité du chargement et du poids volumique du sol. Les effets de la variabilité de la cohésion et de l'angle de frottement se cumulant, on observe une augmentation du coefficient de variation de *q* lorsque *V(c')* et *V(φ')* croissent. La part de cette augmentation due à la variabilité de la cohésion ou à celle de l'angle de frottement, est différente selon la configuration de sol étudiée et est évolutive suivant la forme prise par le nuage (*φ', c'*) pour un jeu particulier de valeurs [*V(c')* ; *V(φ')*].

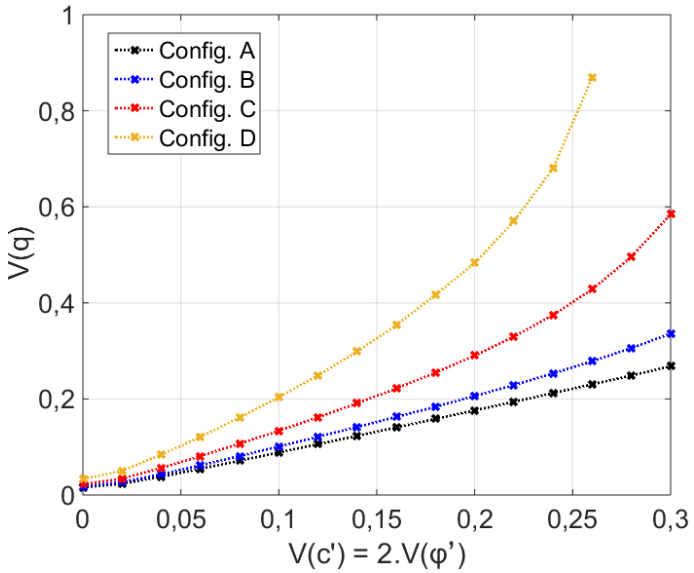


Figure V.16. Effets couplés des coefficients de variation de la cohésion et de l'angle de frottement sur la variabilité de la capacité portante

Cette évolution de la sensibilité de *q* vis-à-vis de la cohésion et de l'angle de frottement est illustrée par la figure V.17 qui expose, pour l'exemple de la configuration B, les résultats de l'AS sur la capacité portante pour plusieurs valeurs de *V(c')*=2.*V(φ')*. Ainsi, on constate que pour ce type de sol, plus la variabilité des paramètres de résistance au cisaillement augmente,

plus la part de *V(q)* due à la variabilité de l'angle de frottement est grande. A l'inverse, la part de la variabilité due à *c'* est non-monotone mais tend à se réduire. Ce n'est que pour des sols très peu variables (*V*=5% ou moins) que l'influence du chargement horizontal est significative, voire prépondérante. C'est au niveau des facteurs liés à l'inclinaison de la charge que les variables de chargement influencent l'évaluation de la capacité portante.

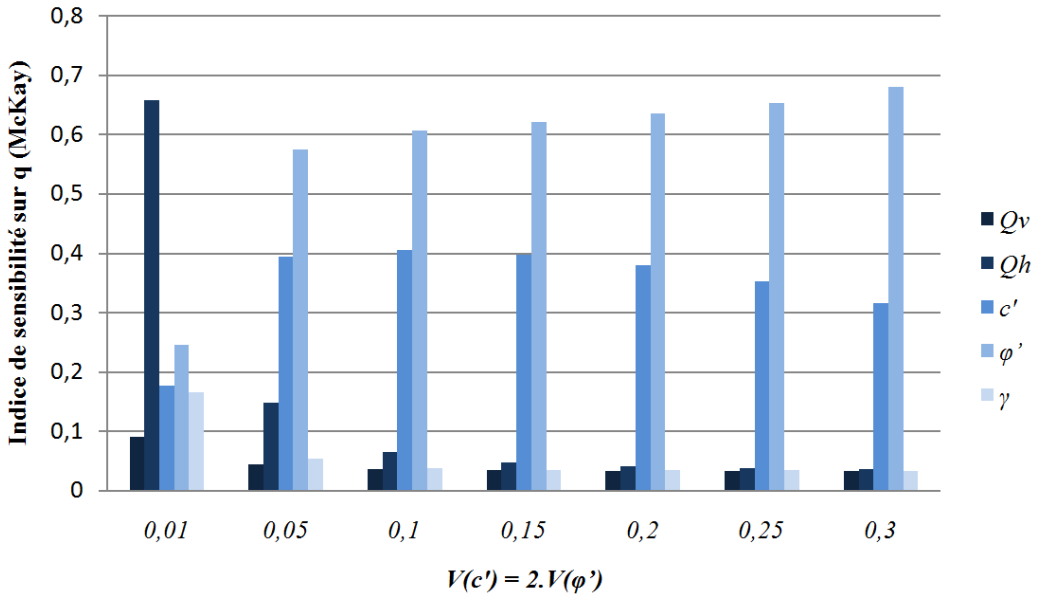


Figure V.17. Effets couplés de V(c') et V(φ') sur l'analyse de sensibilité de la capacité portante réalisée pour la configuration B à partir de l'indice de McKay

V.4.1.3. Analyse de l'indice de la fiabilité de la capacité portante

Après avoir étudié les effets des coefficients de variation de la cohésion et de l'angle de frottement sur la moyenne et sur la dispersion de la capacité portante, analysons à présent leurs effets sur la fiabilité de la capacité portante de la fondation. Alors que l'analyse sur *V(q)* permet de comprendre dans quelle mesure *V(c')* et *V(φ')* induisent l'atteinte de valeurs relativement hautes et/ou relativement basses de *q*, l'analyse de la fiabilité permet de mesurer comment ils conditionnent l'atteinte de valeurs critiques de capacité portante.

Les indices de fiabilité sont estimés par la méthode FORM en prenant soin de réaliser les transformations iso-probabilistes adéquates et nécessaires pour passer de l'espace normé à l'espace physique lors de la recherche du point de défaillance le plus probable. En raison du caractère non-linéaire de la transformation iso-probabiliste, les coefficients de corrélation liant des propriétés physiques non-gaussiennes peuvent être sensiblement différents dans l'espace gaussien (dans lequel s'opère la recherche du point de défaillance le plus probable). L'algorithme de Li *et al.* (2008) décrit dans la section I.3.3.2, consiste, à partir d'une structure de corrélation de référence liant des variables non-gaussiennes, à retrouver la matrice de corrélation équivalente dans un espace gaussien. La figure V.18 donne quelques exemples d'évolution du coefficient de corrélation pour une loi log-normale et pour différents coefficients de variation des variables corrélées *X1* et *X2*.

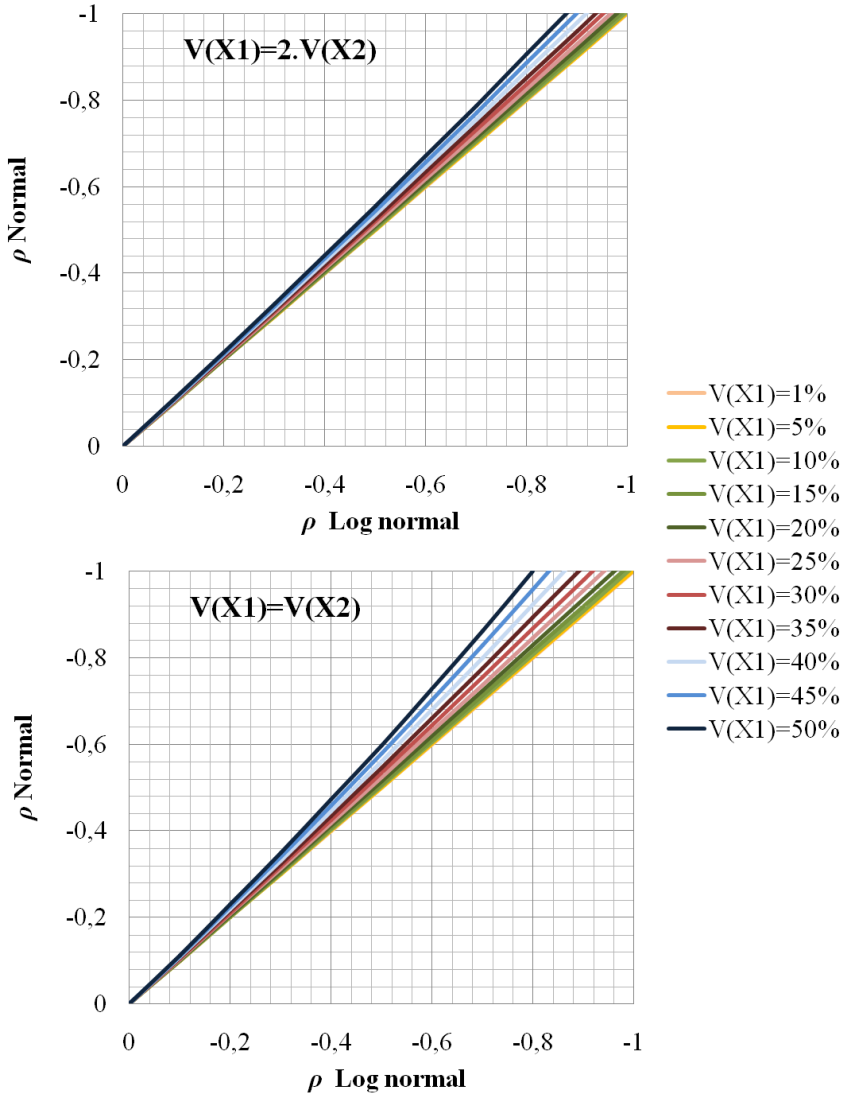


Figure V.18. Transformation du coefficient de corrélation entre deux variables aléatoires X1 et X2 lors du passage d'un espace gaussien à un espace log-normal

L'abscisse de ces graphiques donne la valeur du coefficient de corrélation estimée dans l'espace physique (par exemple par l'analyse statistique d'observations expérimentales), c'est-à-dire dans l'espace des variables log-normales, et l'ordonnée indique son équivalent dans l'espace gaussien. On remarque que le coefficient de corrélation négatif liant deux variables log normales prend une valeur plus négative dans l'espace des variables normales, l'importance des écarts étant fonction des coefficients de variation pris par les variables corrélées. Lorsque les paramètres corrélés ont une variabilité relativement faible et proche, les coefficients de corrélation log-normal et normal sont équivalents. En revanche, lorsque les coefficients de variation des paramètres sont égaux et relativement grands, la relation entre les coefficients de corrélation log-normal et normal devient non-linéaire et les écarts de valeurs peuvent être importants pour une corrélation fortement négative. Ces observations montrent la nécessité d'adapter les coefficients de corrélation dans l'espace des variables gaussiennes de manière à respecter la matrice de corrélation de référence qui lie les variables physiques.

Les évolutions de l'indice de fiabilité en fonction d'une part de la variation de *V(φ')* et de *V(c')* considérés séparément et d'autre part des deux variations simultanées, sont présentées respectivement dans les figures V.19 et V.20. Les analyses et les conclusions pouvant être

tirées de tels résultats sont équivalentes à celles obtenues sur *V(q)*. En effet, lorsque l'un des deux coefficients de variation de *c'* ou de *φ'* croît et que l'autre est fixé, l'indice de fiabilité augmente légèrement puis diminue ensuite. De plus, la sensibilité de l'indice de fiabilité à *V(c')* et à *V(φ')* selon la configuration de sol considérée, est comparable à celle observée précédemment : la fiabilité de la fondation en configuration A est davantage sensible à la variation de *V(c')* alors qu'en configuration D, c'est *V(φ')* qui semble contrôler la fiabilité.

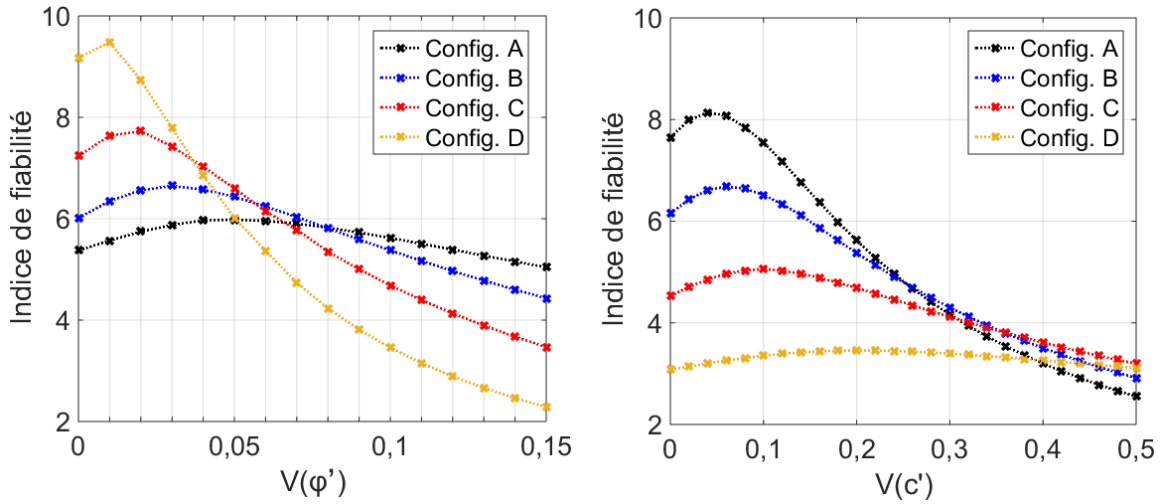


Figure V.19. Evolution de l'indice de fiabilité de la capacité portante en fonction du coefficient de variation (a) de l'angle de frottement et (b) de la cohésion

Lorsque les deux coefficients de variation croissent simultanément selon *V(c')*=2.*V(φ')*, l'indice de fiabilité diminue avec une pente d'autant plus faible que la variabilité de *c'* et *φ'* est grande (cf. figure V.20).

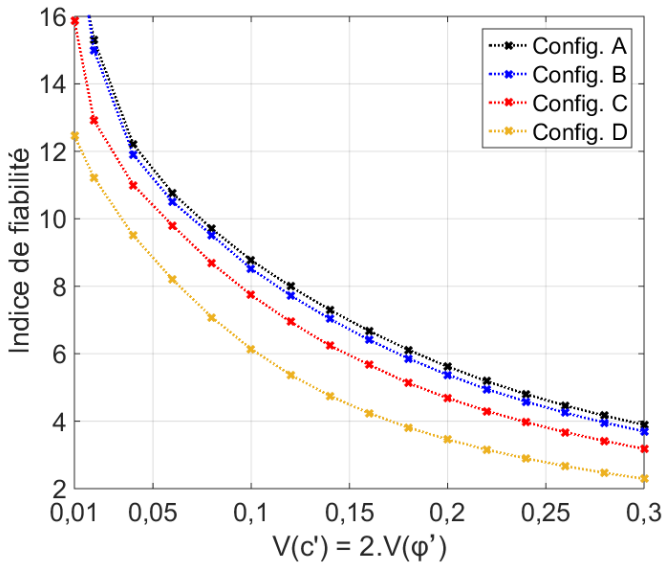


Figure V.20. Effets couplés des coefficients de variation de la cohésion et de l'angle de frottement sur l'indice de fiabilité de la capacité portante

On remarque seulement que les valeurs particulières de *V(c')* (avec *V(φ')* fixé) ou de *V(φ')* (avec *V(c')* fixé) qui maximisent l'indice de fiabilité diffèrent légèrement de celles qui minimisent la variabilité de la capacité portante. La figure V.21 illustre les nuages de points associés à la configuration B et aux valeurs de *V(c')* (lorsque *V(φ')*=0,1) qui minimisent la

variabilité de q ($V(c')$=0,14 pour le nuage bleu) et qui maximisent l'indice de fiabilité ($V(c')$=0,06 pour le nuage rouge). Si la variabilité de q obtenue avec le nuage rouge est supérieure à celle qui résulte du nuage bleu (en raison de l'atteinte de fortes valeurs de q dans la partie droite), la probabilité d'atteindre des valeurs critiques de q dans la partie inférieure gauche y est en revanche réduite. Précisons que les valeurs particulières de $V(c')$ (ou de $V(\varphi')$) qui minimisent $V(q)$ et qui maximisent la fiabilité, ne sont valables que pour des valeurs particulières de $V(\varphi')$ (ou de $V(c')$ respectivement) et de $\rho(\varphi',c')$ pour lesquelles elles sont observés.

Les aspects identifiés jusqu'à présent et relatifs au comportement de la capacité portante (en termes de valeur moyenne, de variabilité et de fiabilité) vis-à-vis de la variabilité de c' et φ' révèlent un caractère général quel que soit le type de sol considéré :

- l'augmentation de $\mu(q)$ lorsque $V(\varphi')$ augmente,
- la diminution de $\mu(q)$ lorsque $V(c')$ augmente,
- l'augmentation de $\mu(q)$ lorsque $V(\varphi')$ et $V(c')$ augmentent conjointement,
- la non-monotonie de la variabilité de q et de la fiabilité lorsque $V(c')$ et $V(\varphi')$ varient indépendamment,
- la différence apparente de réponse selon que les variabilités sont étudiées séparément ou conjointement.

Toutefois, les poids respectifs des variabilités de c' et φ' ainsi que les valeurs spécifiques des coefficients de variation « optimaux » demeurent en revanche propres à la configuration étudiée.

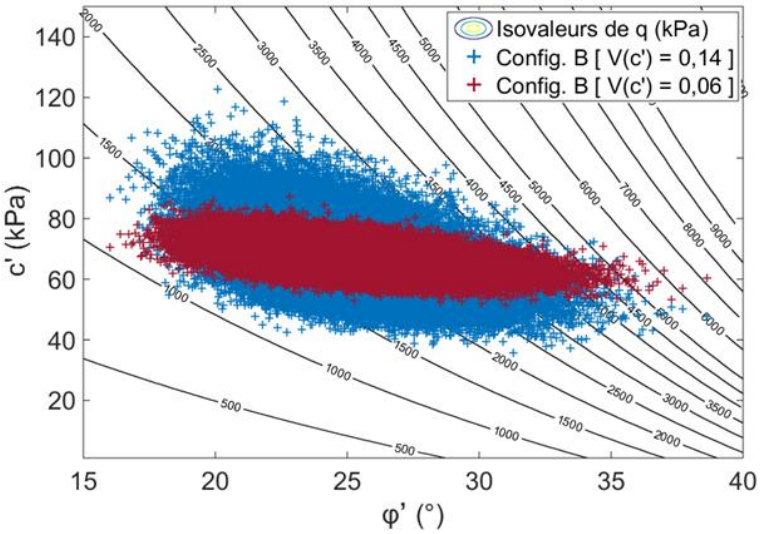


Figure V.21. Position du nuage de points (φ', c') de la configuration B pour deux valeurs de V(c') qui minimisent la variabilité de q (nuage bleu) et qui maximisent l'indice de fiabilité (nuage rouge)

V.4.2. Effets de l'incertitude portant sur le coefficient de corrélation entre la cohésion et l'angle de frottement

La corrélation négative existant entre la cohésion et l'angle de frottement (notée $\rho(\varphi',c')$) induit qu'une valeur relativement grande de cohésion aura une plus grande probabilité d'être associée à une valeur relativement faible d'angle de frottement (et inversement). En l'absence de corrélation, le caractère monotone croissant des expressions du modèle mécanique (Breysse, 2011) induit une corrélation positive entre les valeurs de cohésion et d'angle de frottement d'une part, et les valeurs de capacité portante d'autre part. Une corrélation négative

entre *c'* et *φ'* contrarie cet effet comme l'illustre la figure V.22 pour l'exemple de la configuration A. C'est au niveau du terme de cohésion de l'expression de *q* que l'interaction entre *c'* et *φ'* a lieu, si bien que l'influence de la corrélation sur le comportement de la fondation dépend de l'importance de ce terme dans l'évaluation de *q*. Nous avons vu en figure V.5 que q_c avait une influence différente selon la configuration de sol considérée, ce qui implique que les effets de la corrélation seront plus ou moins intenses d'un type de sol à l'autre.

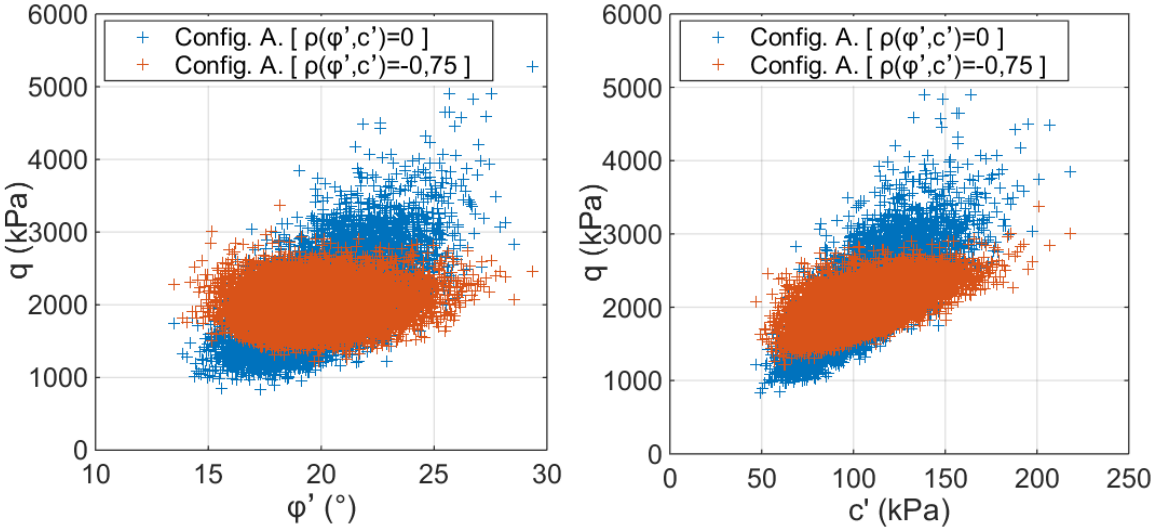


Figure V.22. Relation entre q d'une part, et c'et φ' d'autre part pour deux valeurs du coefficient de corrélation (Configuration B)

Comme le montre la figure V.23, le degré de corrélation introduit entre *c'* et *φ'* conditionne la forme des nuages de points dans le domaine (*φ'*, *c'*) (illustré ici pour toutes les configurations de sol et pour trois valeurs de *ρ(φ',c')*). La position du point de défaillance le plus probable P* est également représentée sur cette figure et fera l'objet des paragraphes à suivre. Par opposition à la perception donnée en figure V.3, cette figure nous permet d'observer que les nuages de points représentés localement (à plus ou moins *n* fois leur écart-type de part et d'autre de leur valeur moyenne respective) présentent une forme semblable quel que soit le type de sol considéré mais qu'en revanche, leurs orientations par rapport aux isovaleurs de capacité portante diffèrent.

Plus la valeur de *ρ(φ',c')* tend vers -1, plus la dispersion des points autour de la courbe de régression du nuage diminue, la pente de ce dernier évoluant aussi sensiblement. Ce double effet limite l'atteinte de valeurs relativement basses et hautes de capacité portante. Cela se traduit, pour toutes les configurations de sol, par une diminution de la variabilité de *q* et par une augmentation de la fiabilité lorsque la corrélation négative est plus marquée (cf. figure V.24). Au vu de ces résultats, ne pas tenir compte de la corrélation négative entre la cohésion et l'angle de frottement apparaît donc conservatif, mais en conséquence, nuit à l'économie de la solution.

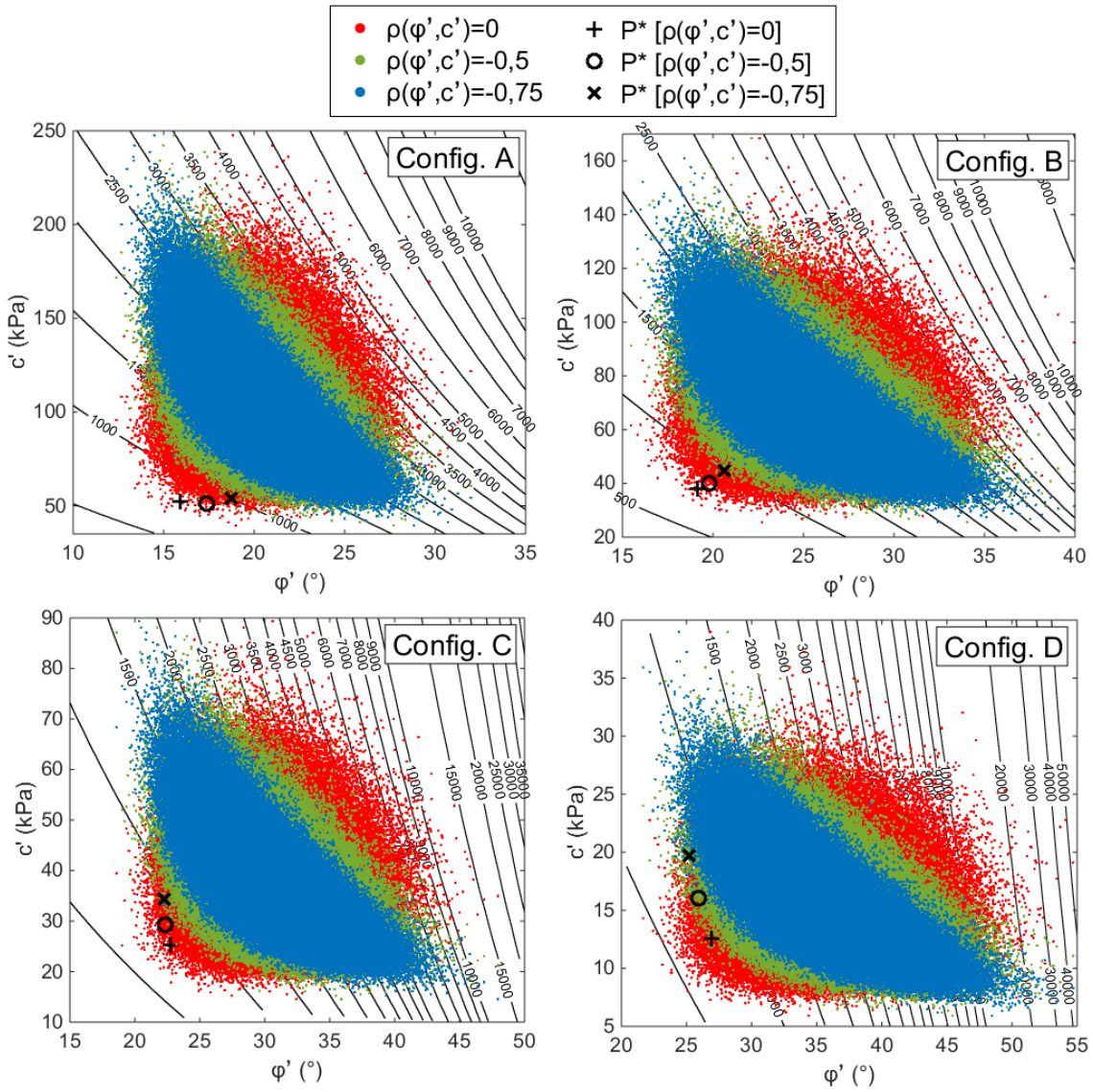


Figure V.23. Position des nuages de points (φ', c') et de P* pour quatre configurations de sol ainsi que pour trois valeurs de ρ(φ',c')

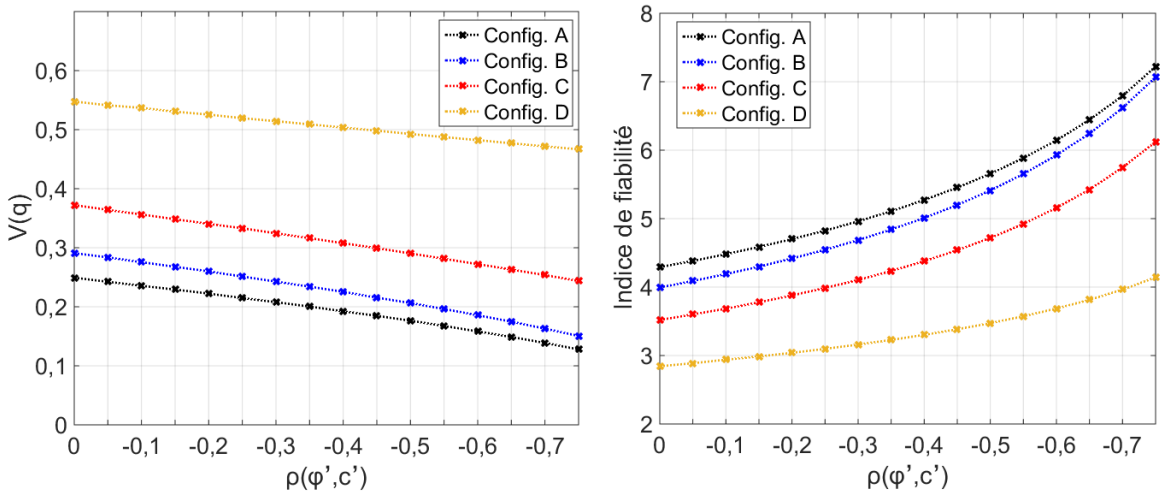


Figure V.24. Effets du coefficient de corrélation entre la cohésion et l'angle de frottement sur (a) le coefficient de variation de la capacité portante et sur (b) l'indice de fiabilité de la capacité portante

La figure V.25 expose les fonctions de répartition de la capacité portante pour l'exemple de la configuration A obtenues pour quatre valeurs de coefficient de corrélation. On constate que plus $\rho(\varphi',c')$ tend vers -1 plus les queues de distribution de q se raccourcissent. En raison d'une queue de distribution plus étendue à droite vers les fortes valeurs de capacité portante qu'à gauche, la valeur moyenne de q est davantage sensible à la variation de celle-ci : plus la probabilité d'atteindre des valeurs extrêmement élevées de q diminue, plus la valeur $\mu(q)$ s'affaiblit. Cela explique la légère diminution de $\mu(q)$ observée à la figure V.26 (pour toutes les configurations de sol) quand $\rho(\varphi',c')$ augmente négativement.

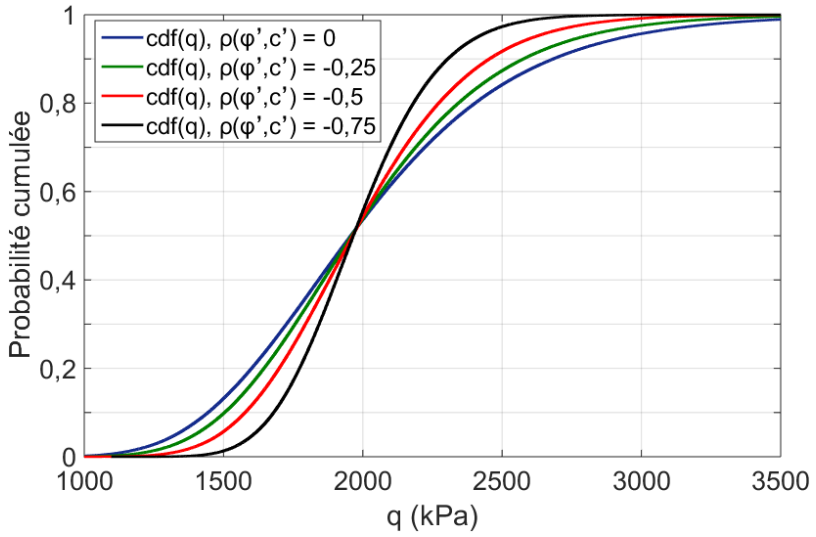


Figure V.25. Fonctions de répartition de la capacité portante en configuration A pour quatre valeurs de coefficient de corrélation entre c' et φ'

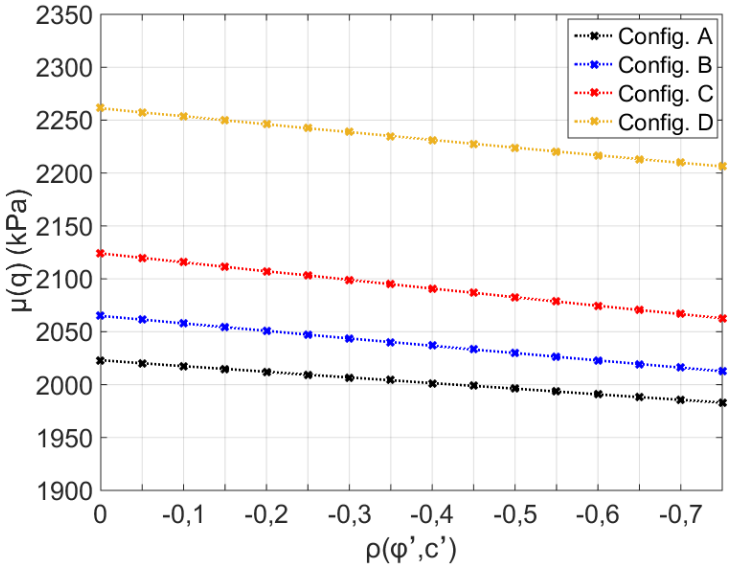


Figure V.26. Effets de la variation du coefficient de corrélation entre la cohésion et l'angle de frottement sur la moyenne de la capacité portante

En raison des interactions complexes et non-linéaires existant entre les valeurs moyennes, les coefficients de variation et le coefficient de corrélation de c' et φ', l'approche semi-probabiliste des Eurocodes apparaît inapte à prendre en compte les effets de la corrélation au travers de simples CPS. En effet, une corrélation négative induit qu'une faible valeur de φ' aura tendance à se produire avec une forte valeur de c', et inversement. Dans de telles

circonstances, les valeurs de calcul (après application des CPS) de la cohésion et de l'angle de frottement ne peuvent pas être prises indépendamment l'une de l'autre. La figure V.27 expose la difficulté à calibrer des CPS pour tenir compte des effets de la corrélation. A chaque valeur pouvant être prise par le coefficient de corrélation, lui est associée une position différente du point de défaillance le plus probable *P** (cf. §I.4.1), représentée en figure V.27 par ses valeurs de cohésion *c** et d'angle de frottement *φ**. On constate que la position de *P** en termes de *c'* et *φ'* évolue différemment selon le type de sol étudié.

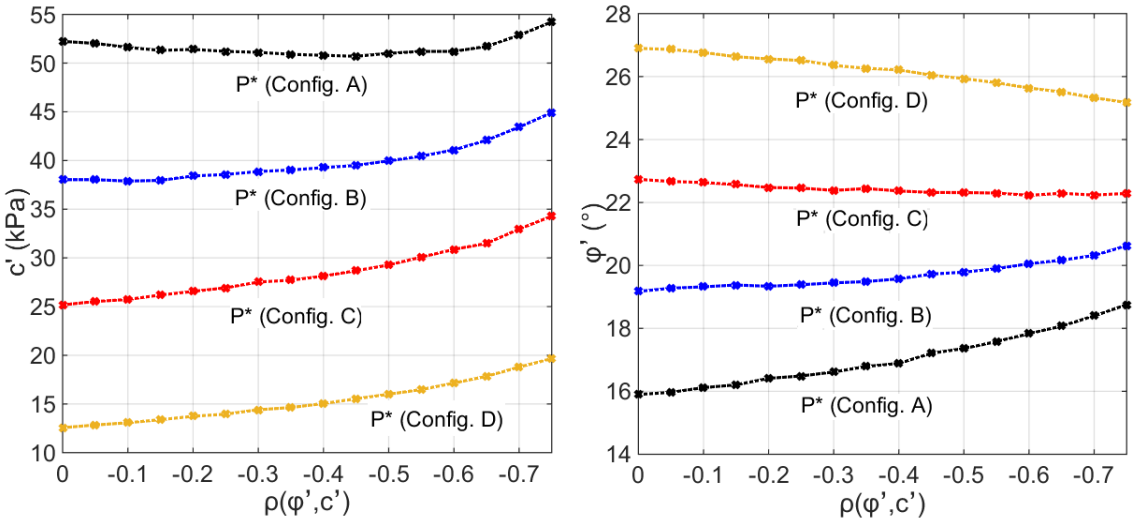


Figure V.27. Evolution des valeurs de cohésion et d'angle de frottement associées au point de défaillance le plus probable en fonction de ρ(φ',c')

De manière générale, plus *ρ(φ',c')* tend vers -1, plus la valeur *c** augmente, ceci de manière à atteindre une valeur relativement faible d'angle de frottement. On constate même que la valeur de *c** dépasse celle de la cohésion moyenne (15,5 kPa) en configuration D lorsque la corrélation est inférieure à *-0,45*. L'évolution de *φ** est plus complexe, son comportement étant différent pour les configurations A et B d'une part, et les configurations C et D d'autre part. Pour les deux premières, *φ** augmente lorsque la corrélation augmente négativement, alors que l'effet inverse est observé pour les deux autres. Cette différence de comportement est liée au fait que lorsque la corrélation varie, la forme du nuage de points (*φ',c'*) et la zone de recherche de *P** évoluent. La figure V.23 fournie précédemment illustre, pour chaque configuration de sol et pour trois valeurs de *ρ(φ',c')*, la position de *P** dans le domaine (*φ', c'*). A partir de cette figure, on observe bien que la zone d'atteinte des valeurs critiques de *q* n'est pas la même lorsque la corrélation évolue. De plus, la position relative de *P** par rapport au nuage de points est différente d'une configuration de sol à l'autre. Ainsi, la forme et la position relative du nuage de points par rapport aux iso-valeurs sont déterminantes pour comprendre où se situe la zone de recherche de *P**.

La figure V.28 présente, pour chaque configuration de sol, l'évolution des « facteurs de sensibilité d'omission » de Madsen (cf. §I.4.1) associés à *c'* et *φ'* en fonction du coefficient de corrélation. Les conclusions qui peuvent en être tirées rejoignent les observations faites jusqu'à présent, à savoir que l'influence de la variabilité de cohésion grandit lorsque l'on passe de la configuration A à la configuration D (et inversement pour l'angle de frottement). De plus, par rapport aux autres types de sol, la fiabilité de la fondation en configuration A est nettement plus sensible à la variabilité de la cohésion qu'à celle de l'angle de frottement.

Quelle que soit la configuration de sol, l'influence relative de *c'* et *φ'* sur l'estimation de l'indice de fiabilité diminue lorsque la corrélation est plus négative. Nous avons vu en figure

V.23 que la position du point de défaillance le plus probable à tendance à se déplacer vers des valeurs de capacité portante plus grandes lorsque la corrélation négative est plus marquée. Cela induit que, dans le même temps, les valeurs de chargement associées à P^* sont de plus en plus grandes de manière à atteindre l'état limite. En ce sens, la contribution de la variabilité des charges d'exploitation sur l'estimation de l'indice de fiabilité augmente lorsque $\rho(\varphi',c')$ tend vers -1, cela paraissant affecter les facteurs de sensibilité associés à c' et φ'.

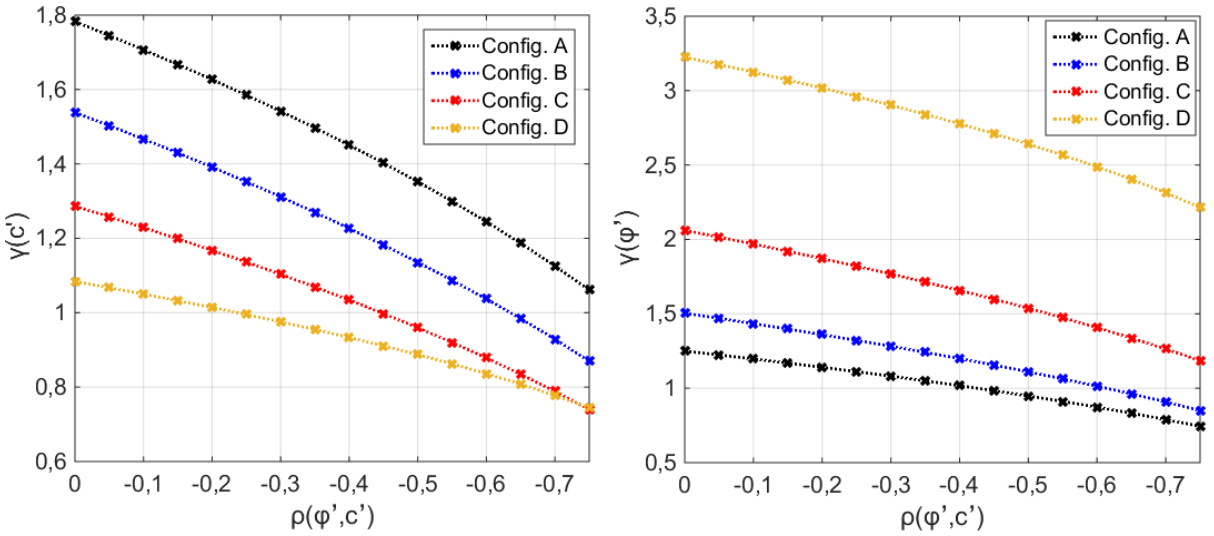


Figure V.28. Evolution des « facteurs de sensibilité d'omission » (a) de la cohésion et (b) de l'angle de frottement en fonction du coefficient de corrélation ρ(φ',c')

V.4.3. Effets de l'incertitude portant sur le type de distribution de probabilité

Trois types de distribution, couramment utilisés pour décrire les propriétés géotechniques, sont testés ici avec la loi normale, la loi log-normale et la loi gamma, les paramètres de cette dernière ayant été estimés par le maximum de vraisemblance. La figure V.29 illustre les fonctions de répartition de la cohésion et de l'angle de frottement de la configuration B pour les trois types de distribution.

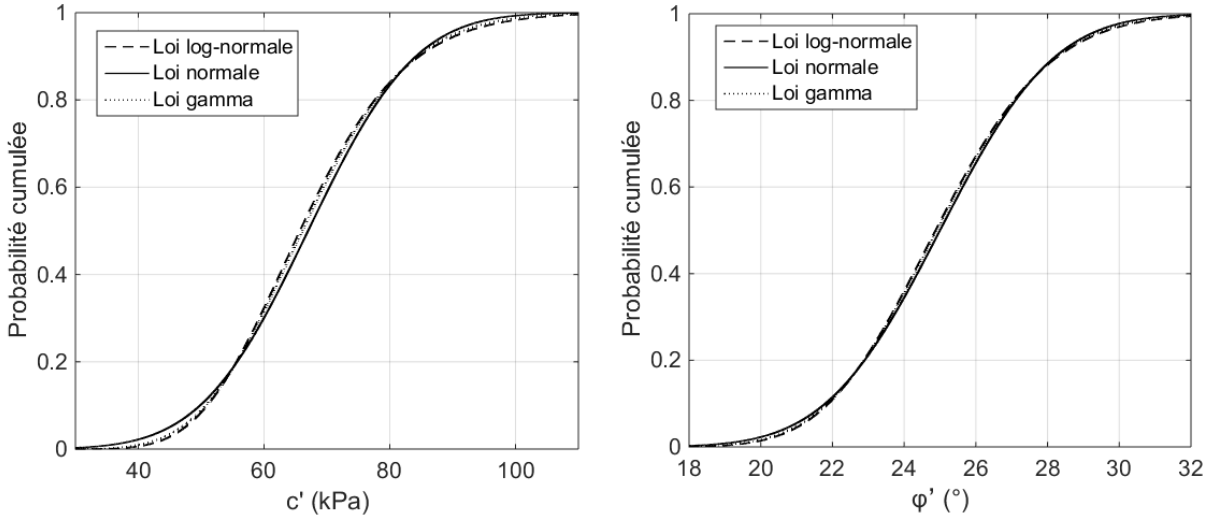


Figure V.29. Représentation (a) de la cohésion et (b) de l'angle de frottement par trois types de distribution de probabilité

La figure V.30 illustre comment le type de distribution employé pour représenter la cohésion et l'angle de frottement influence la fiabilité de la capacité portante. L'analyse est menée pour différentes valeurs de $\rho(\varphi',c')$ et pour les quatre configurations de sol. On observe que quelle que soit la configuration de sol considérée, la loi normale apparaît être la plus conservative alors que les lois log-normale et gamma ont un comportement similaire, cette dernière étant toutefois plus conservative. La sensibilité au type de distribution n'est pas la même pour toutes les configurations, les écarts entre les indices de fiabilité de la configuration A estimés par la loi normale et la loi log-normale étant même relativement importants lorsque la corrélation tend vers -1. De plus, on constate que pour la loi normale, la fondation de la configuration B apparaît plus fiable que celle de la configuration C jusqu'à une valeur de corrélation égale à (-0,6), mais que la situation inverse se produit au-delà. Un comportement similaire est observé entre les configurations A et B lorsque la loi gamma est employée.

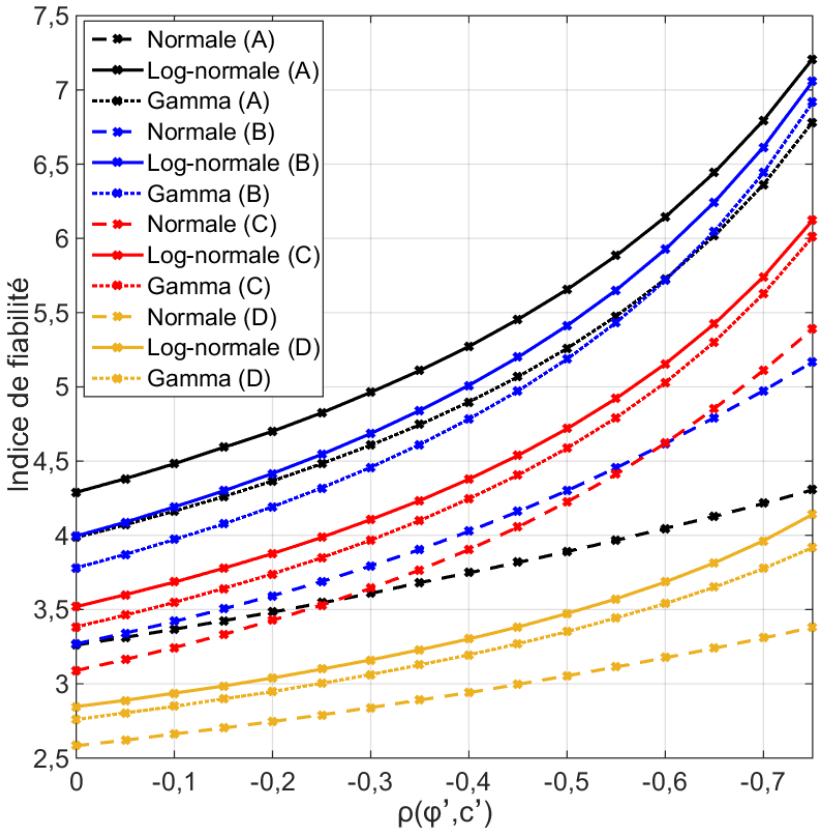


Figure V.30. Effets de la variation du coefficient de corrélation entre la cohésion et l'angle de frottement sur l'indice de fiabilité de la capacité portante et pour trois types de distribution de probabilité

La figure V.31 illustre les nuages de points des configurations A et D pour une corrélation égale à -0,75 ainsi que pour deux types de distribution (normale et log-normale). On constate que l'utilisation d'une loi log-normale diminue la probabilité d'atteindre des valeurs critiques de capacité portante par rapport à la loi normale (dans la partie inférieure droite du nuage A et dans la partie inférieure gauche du nuage D), ce qui explique l'estimation d'une meilleure fiabilité lorsqu'une telle distribution est employée.

Pour la configuration A, la loi log-normale confère à l'extrémité droite du nuage une pente qui avoisine celle des iso-valeurs de q (par rapport au cas où c' et φ' sont normalement distribués). Ceci limite la probabilité d'atteindre des valeurs critiques de capacité portante susceptibles d'affecter la fiabilité de la fondation. En revanche, la distribution employée pour le sol D a une influence moindre sur la répartition du nuage dans la zone des faibles valeurs

de *q*. Ceci se traduit par une plus faible sensibilité de la fiabilité vis-à-vis du type de distribution utilisé.

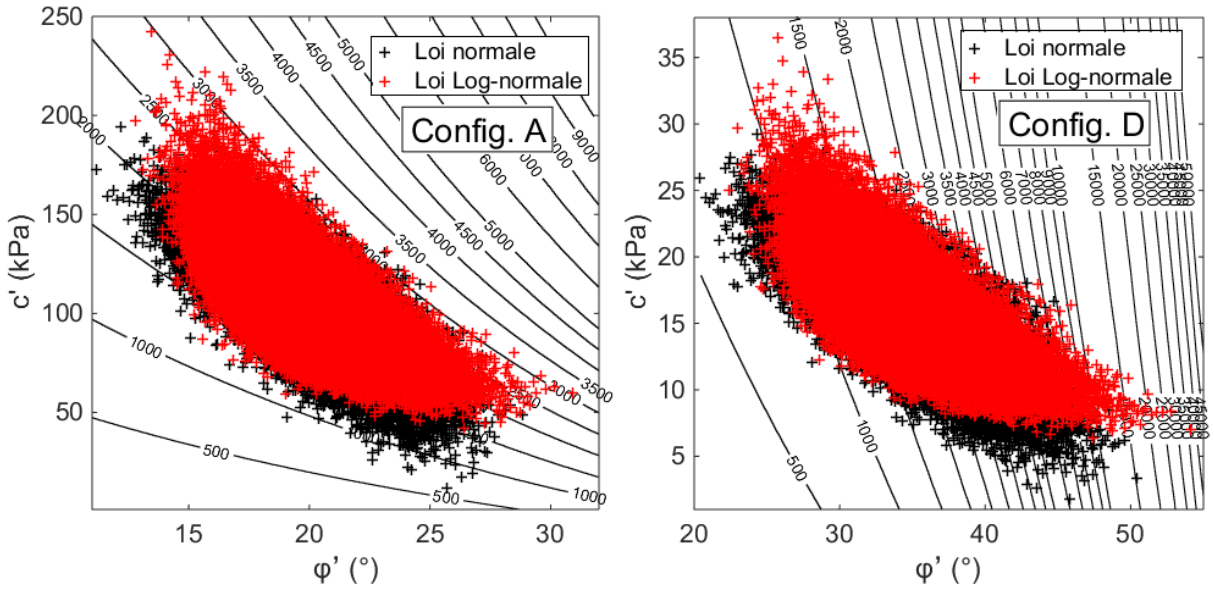


Figure V.31. Position des nuages de points (φ', c') pour les configurations A et D ainsi que pour deux types de distribution de probabilité (loi normale et loi log-normale)

Les effets du type de distribution employé se font davantage ressentir aux extrémités des nuages de points là où sont susceptibles de se trouver les faibles et fortes valeurs de capacité portante. En raison d'une queue de distribution étendue vers la droite, l'utilisation de la loi log-normale augmente la probabilité d'observer de fortes valeurs de cohésion et d'angle de frottement par rapport à la loi normale. Comme la figure V.32 l'illustre, ceci se traduit globalement par une variabilité et une moyenne de capacité portante supérieures à ce qui est observé avec une loi normale. La loi gamma confère à la capacité portante des paramètres statistiques intermédiaires.

Toutefois, alors que la fiabilité des fondations en configurations A et B semblait assez sensible au type de distribution employé, ceci n'est plus valable pour *V(q)* et *μ(q)*. A l'inverse, pour la configuration D, la loi log-normale confère à l'extrémité droite du nuage de points un sens quasi-perpendiculaire aux iso-valeurs qui se traduit par l'atteinte de hautes valeurs de *q*. Cela explique la plus grande sensibilité de *V(q)* et *μ(q)* en configuration D vis-à-vis du type de distribution employé.

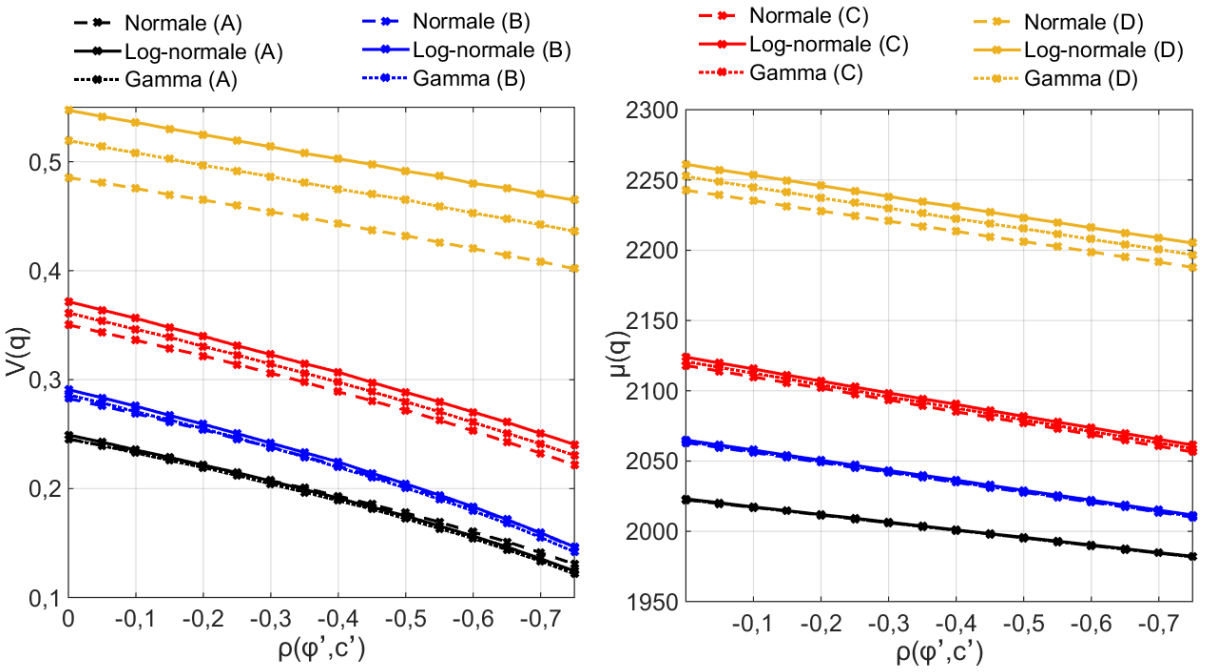


Figure V.32. Effets de la variation du coefficient de corrélation entre la cohésion et l'angle de frottement sur (a) le coefficient de variation et sur (b) la moyenne de la capacité portante pour trois types de distribution de probabilité

V.4.4. Sensibilité des moments statistiques de la capacité portante vis-à-vis de la l'incertitude portant sur la caractérisation probabiliste de *c'* et *φ'*

Les figures V.33 et V.34 synthétisent l'influence sur *V(q)* et *μ(q)* des incertitudes portant sur l'ensemble des grandeurs utilisées pour décrire les variables aléatoires *c'* et *φ'* : (a) les coefficients de variation, (b) le coefficient de corrélation *ρ(φ',c')*, et (c) le type de distribution de probabilité. L'analyse est menée pour les quatre configurations de sol.

Les quatre premiers diagrammes en boîte présentés sur ces figures sont construits en considérant un seul de ces paramètres incertain, les autres étant fixés par leurs valeurs de référence (cf. tableaux V.2 et V.3). Le dernier diagramme présente l'influence conjuguée de ces quatre sources d'incertitude. Le tableau V.5 donne les intervalles de valeurs à l'intérieur desquels sont réalisés 5000 tirages de manière uniforme par la méthode LHS. En raison de l'instabilité et du manque de précision des résultats au-delà (cf. figure V.8), une valeur maximale de *V(φ')* égale à 0,13 est considérée pour la configuration D.

Sur chaque diagramme en boîte, la marque centrale rouge définit la médiane et les bords représentent les 25ème et 75ème centiles (notés respectivement Q_1 et Q_3). Les moustaches s'étendent jusqu'aux limites inférieure [Q_3+1,5.(Q_3-Q_1)] et supérieure [Q_1-1,5.(Q_3-Q_1)] au-delà desquelles les valeurs sont jugées extrêmes et représentées par des croix rouges.

Tableau V.5. Intervalles de valeurs des paramètres statistiques de la cohésion et de l'angle de frottement

	V	*ρ(φ',c')*	Type de distribution
φ'	[0,05 ; 0,15]	[-0,25 ; -0,75]	{Normale, Log-normale, Gamma}
c'	[0,10 ; 0,50]		

Les observations tirées de ces figures synthétisent une partie des résultats présentés dans ce chapitre :

- les effets de la variabilité de *c'* et *φ'* sur les réponses statistiques de la capacité portante diffèrent d'une configuration de sol à l'autre. L'influence de *V(φ')* est prépondérante pour les configurations C et D, alors que c'est *V(c')* qui prédomine pour la configuration A notamment vis-à-vis de *V(q)*. Les effets de *V(c')* et *V(φ')* sont davantage partagés pour la configuration B ;

- la sensibilité de *V(q)* et *μ(q)* vis-à-vis de l'incertitude sur le coefficient de corrélation *ρ(φ',c')* est non-négligeable ;

- le type de distribution employé semble avoir une influence moindre (mis à part éventuellement pour le sol D) mais il ne faut pas perdre de vue que celle-ci peut, en revanche, avoir un impact important sur l'estimation de l'indice de fiabilité.

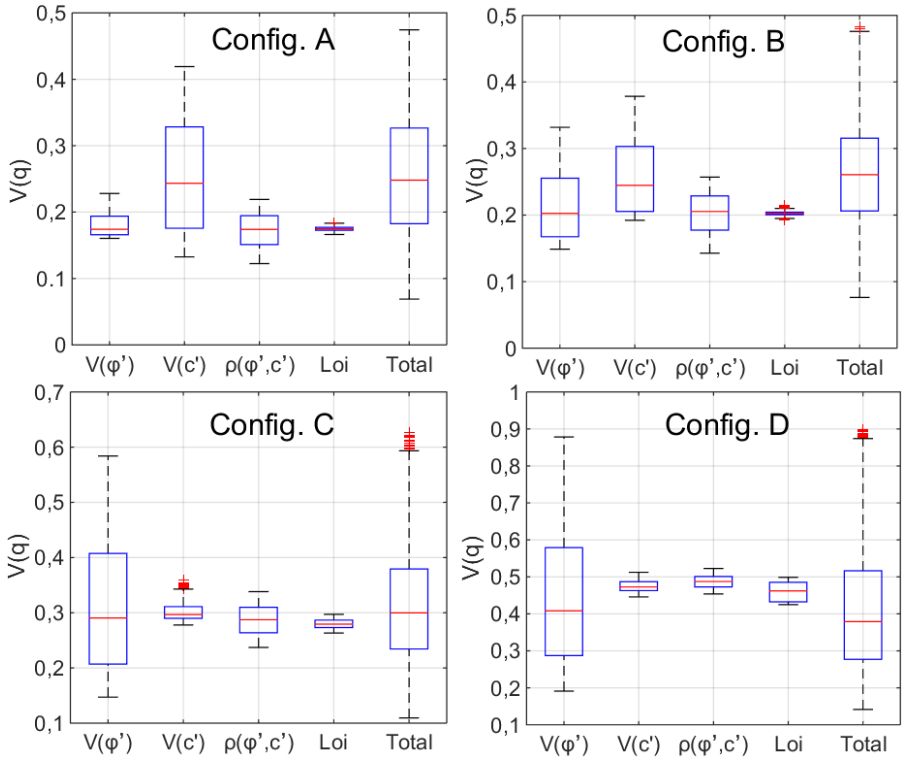


Figure V.33. Effets des incertitudes portant sur la caractérisation probabiliste de la cohésion et de l'angle de frottement vis-à-vis du coefficient de variation de la capacité portante

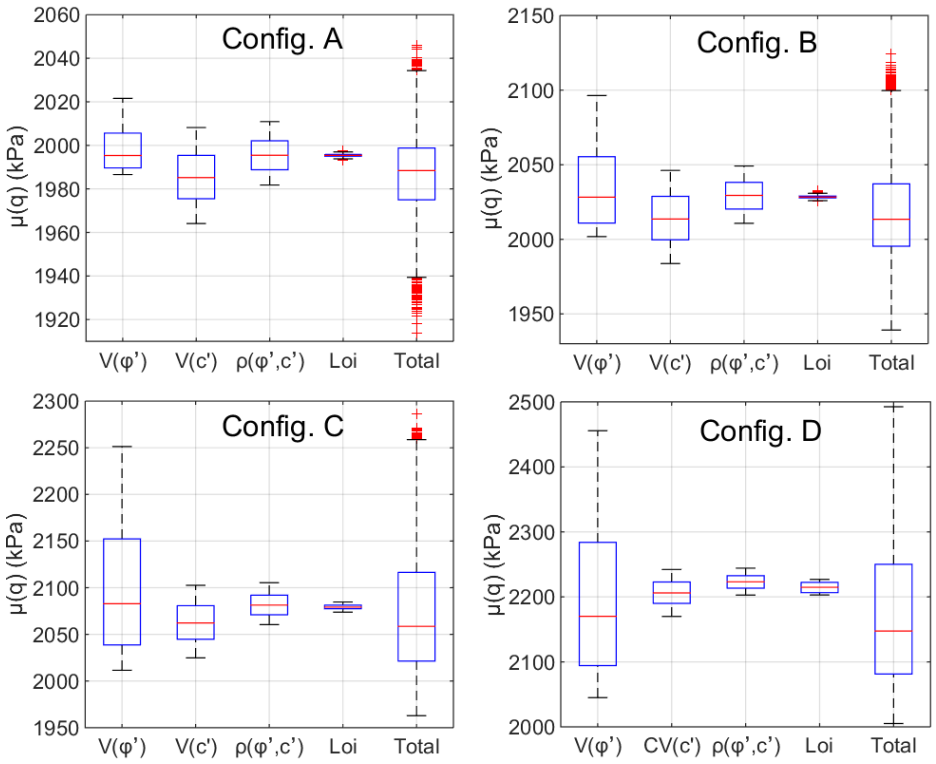


Figure V.34. Effets des incertitudes portant sur la caractérisation probabiliste de la cohésion et de l'angle de frottement vis-à-vis de la moyenne de la capacité portante

V.5. Conclusion du chapitre

Dans ce chapitre, nous avons montré que la variabilité des paramètres de résistance au cisaillement du sol a une influence prépondérante sur la variabilité de la capacité portante des fondations et qu'elle doit à ce titre être considérée dans une démarche de conception sous incertitudes. L'influence relative de la cohésion et de l'angle de frottement est plus ou moins importante selon la configuration de sol étudiée.

Si dans de nombreux travaux existant dans la littérature les auteurs se sont focalisés sur le rôle de *V(c')* et *V(φ')*, nous avons montré ici que l'effet de la variabilité de la cohésion et de l'angle de frottement sur l'évaluation de la capacité portante ne peut être apprécié correctement sans considérer aussi la corrélation existant entre ces deux propriétés. En effet, nous avons montré qu'il existe un lien fort entre coefficients de variation, corrélation et fiabilité des fondations. De manière générale, on observe que, pour des coefficients de variation de cohésion et d'angle de frottement fixés, plus la corrélation est négative, plus la fiabilité de la fondation en terme de capacité portante augmente. Négliger cette corrélation est donc conservatif mais de fait, non-économique. De plus, s'il est admis de représenter les propriétés du sol par des distributions log-normales, l'utilisation de celles-ci s'avère être moins conservative que l'affectation de distributions normales par exemple. Les écarts entre les indices de fiabilité estimés par ces deux distributions peuvent être plus ou moins importants selon la configuration de sol considérée.

Ces observations renforcent l'idée selon laquelle les paramètres statistiques utilisés pour caractériser la variabilité des propriétés du sol doivent être choisis avec une attention particulière sous peine de sous-estimer ou de surévaluer la fiabilité et/ou la robustesse d'une solution de conception.

Partie C

Après avoir analysé le comportement des fondations superficielles face à la variabilité des propriétés du sol, le chapitre suivant aborde l'effet de quelques sources d'incertitude sur l'évaluation des performances de la structure métallique.

Chapitre VI : Effets des incertitudes sur le comportement de la structure métallique

VI.1. Introduction du chapitre

Ce chapitre a pour but d'exprimer et de quantifier les effets de quelques sources d'incertitude sur le comportement mécanique de la structure métallique. Si les caractéristiques techniques (géométriques et mécaniques) des profilés métalliques peuvent être considérées comme bien maîtrisées, il n'en est pas forcément de même pour les raideurs d'assemblages et pour les propriétés élastiques du sol.

Nous analyserons tout d'abord les effets de la variation des raideurs en rotation des assemblages poteau-poutre et en pied de poteau sur les performances de l'ossature en termes de sollicitation et de déformation. Nous montrerons ensuite que les contrastes de raideur entre appuis peuvent également affecter la redistribution des efforts dans la structure. Ces contrastes de raideur peuvent notamment être la conséquence de la variabilité spatiale du module de Young du sol qui est susceptible d'accentuer les déplacements différentiels observés entre appuis. Dans la même logique, nous étudierons également les effets de la longueur de corrélation sur la variabilité des réponses de l'ouvrage. Après que ces observations aient justifié la prise en compte d'un certain nombre d'incertitudes, nous mènerons une AS pour identifier lesquelles sont les plus influentes.

VI.2. Présentation du cas d'étude

On considère une structure à ossature métallique, illustrée à la figure VI.1, d'une largeur de 18m et d'une hauteur de 2m chargée uniformément par une charge verticale $G+Q_v$=10 kN/ml et par une charge horizontale Q_h=5 kN/ml. La structure est constituée de trois poteaux HEB180 et de deux poutres IPE 240 de longueurs de travées égales à 9m. Le module de Young de l'acier est pris égal à 210 000 MPa. Le cas de référence est celui d'un portique hyperstatique dont les trois appuis ainsi que les assemblages poteau-poutre sont supposés parfaitement encastrés (raideurs en rotation infiniment grandes).

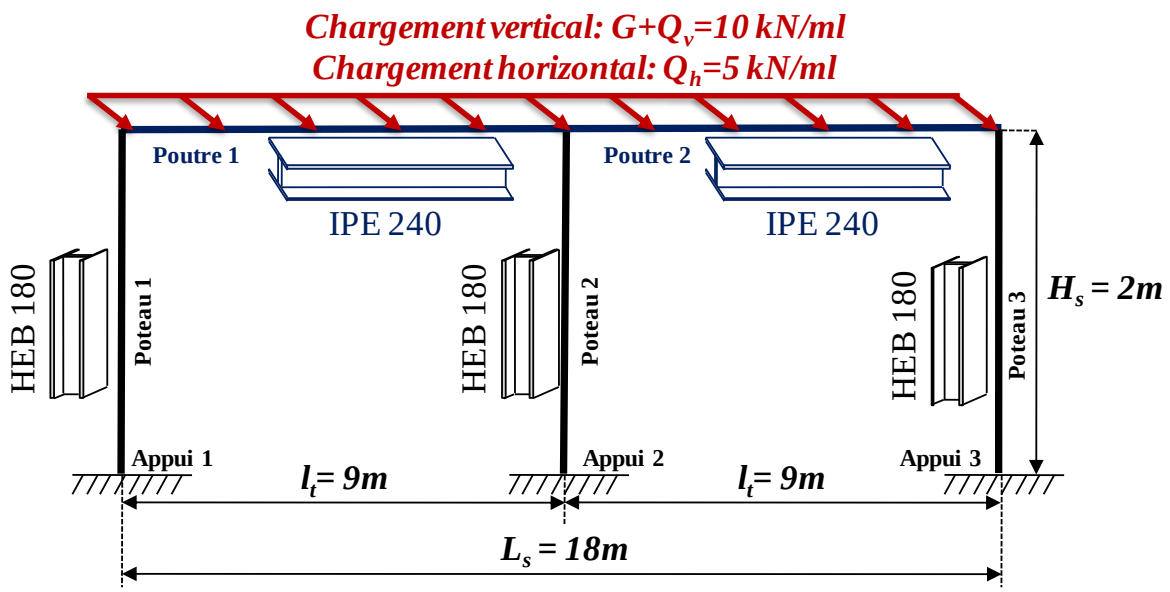


Figure VI.1. Schéma de la structure métallique étudiée

VI.3. Effets des raideurs d'appui et d'assemblage

L'objectif de cette partie est de montrer comment les hypothèses faites sur la raideur des assemblages peuvent impacter l'étude du comportement mécanique de l'ouvrage, et de justifier l'intérêt de considérer les incertitudes attachées à cette raideur.

VI.3.1. Effets des raideurs d'assemblage poteau-poutre

Les assemblages usuellement dits articulés ou encastrés ne se comportent pas dans la réalité comme des articulations ou encastrements parfaits mais ils ont plutôt un comportement intermédiaire, dit semi-rigide. Les expressions analytiques du tableau IV.1 peuvent être utilisées en première approche pour estimer la raideur initiale $S_{j,ini}$ de différents assemblages poteau-poutre. Nous donnons dans le tableau VI.1 les valeurs de raideurs initiales et réduites par le coefficient modificateur de raideur $\eta=2$ pour trois types d'assemblage. Pour chaque assemblage, on distingue deux valeurs de raideur distinctes selon qu'il est disposé sur les poteaux extérieurs ou sur les poteaux intérieurs, la première étant toujours inférieure à la seconde.

Tableau VI.1. Raideurs en rotation pour trois types d'assemblage poteau-poutre

Types d'assemblage poteau-poutre		$S_{j,ini}/\eta$ *(N.mm/rad) avec* $\eta=2$
Assemblage 1 (articulé)	Cornière d'âme (poteau extérieur)	$2{,}82.10^{9}$
	Cornière d'âme (poteau intérieur)	$5{,}64.10^{9}$
Assemblage 2 (semi-rigide)	Platine d'extrémité débordante (poteau extérieur)	$6{,}51.10^{9}$
	Platine d'extrémité débordante (poteau intérieur)	$1{,}14.10^{10}$
Assemblage 3 (rigide)	Platine d'extrémité débordante avec raidisseurs (poteau extérieur)	$1{,}02.10^{10}$
	Platine d'extrémité débordante avec raidisseurs (poteau intérieur)	$3{,}13.10^{10}$

Les figures VI.2 et VI.3 illustrent la manière dont les déplacements maximaux (atteints au niveau des poutres) et les contraintes normales maximales dues à la flexion composée évoluent dans les éléments structuraux lorsque la raideur des assemblages poteau-poutre varie. Les valeurs des raideurs d'assemblage y sont également indiquées.

Sur ces figures, on remarque que lorsque la raideur est inférieure à 10^{7}*N.mm/rad* les assemblages se comportent comme des articulations parfaites et que, lorsqu'elle est supérieure à 10^{12}*N.mm/rad*, les assemblages peuvent être assimilés à des encastrements parfaits. Les raideurs approchées analytiquement comprises entre $2{,}8.10^{9}$*N.mm/rad* et $3{,}1.10^{10}$*N.mm/rad* ne permettent pas d'atteindre de tels comportements et confèrent bien un comportement intermédiaire aux assemblages poteau-poutre.

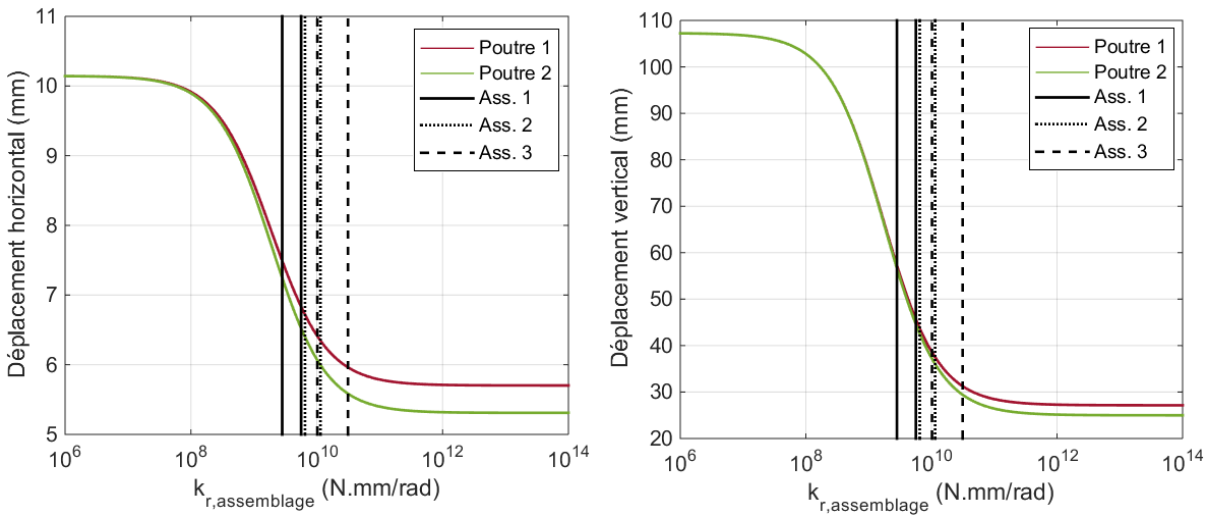


Figure VI.2. Déplacements horizontaux et verticaux maximaux dans les éléments poutre en fonction de la raideur en rotation des assemblages poteau-poutre

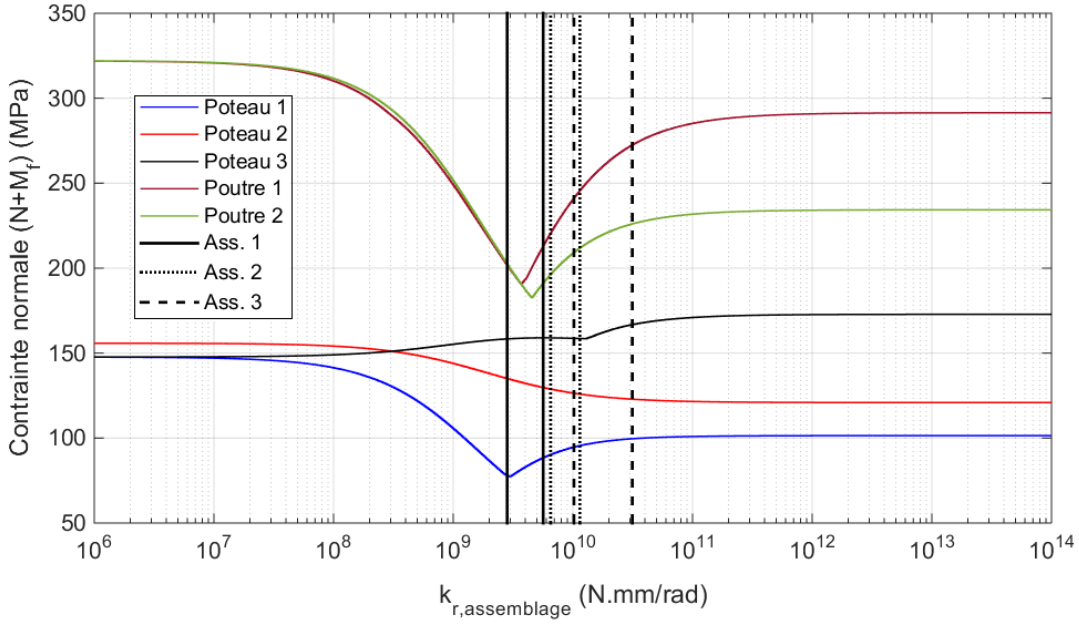


Figure VI.3. Contrainte normale (N+M_f) maximale dans les éléments poutre et poteau en fonction de la raideur en rotation des assemblages poteau-poutre

De manière générale, plus les assemblages tendent à se comporter comme des encastrements parfaits plus les déplacements horizontaux et verticaux maximaux atteints au niveau des poutres diminuent. Toutefois, ce sont les déplacements verticaux (ici par le biais de la flèche des poutres) qui semblent plus sensibles aux variations de la raideur d'assemblage. La contrainte normale maximale due à la flexion composée dans les éléments poutre et poteau évolue de manière plus complexe et non monotone, difficilement prévisible sans modélisation.

Ainsi, les erreurs d'approximation de la raideur des assemblages poteau-poutre peuvent avoir une influence non-négligeable sur l'estimation des efforts et des déplacements dans la structure.

VI.3.2. Effets des raideurs d'appui

Les raideurs d'appui dépendent à la fois des caractéristiques du sol, du massif de fondation et de l'assemblage en pied de poteau. Les raideurs verticale k_v, horizontale k_h et en rotation k_r des appuis dues à l'ISS peuvent être estimées par les expressions analytiques décrites dans le tableau IV.6 (appelées par la suite expressions de Gazetas). La raideur en rotation $k_{r,cb}$ effectivement considérée aux appuis doit également tenir compte du type d'assemblage disposé en pied de poteau et dont la raideur peut être estimée par les expressions du tableau IV.1 (avec z=83mm et t_p=16mm pour l'assemblage articulé et avec z=210,5mm et t_p=20mm pour l'assemblage encastré). Les valeurs de raideurs de deux types d'assemblage (articulé et encastré) en pied de poteau sont données dans le tableau VI.2.

Tableau VI.2. Raideurs en rotation pour deux types d'assemblage en pied de poteau

Types d'assemblage en pied de poteau		$S_{j,ini}/\eta$ (N.mm/rad) avec η=3
Articulation	Platine d'extrémité à deux tiges d'ancrage	$3{,}86.10^8$
Encastrement	Platine d'extrémité à quatre tiges d'ancrage	$3{,}10.10^9$

La figure VI.4 illustre l'évolution des raideurs d'appui en fonction de la largeur d'une semelle carrée (B=L). Les fondations sont supposées être de hauteur H=0,4m et ancrées à une profondeur D=H=0,4m dans un sol de module de Young E_s=40MPa et de coefficient de Poisson ν= 0,3. Mis à part les raideurs obtenues par les expressions de Gazetas, deux autres modèles (Pais et Kausel, 1988 ; ASCE 41-13, 2014) permettant d'estimer les raideurs de semelles rectangulaires enterrées ont également été employés et représentés en figure VI.4. La figure VI.5 représente également pour ces trois modèles, l'évolution des raideurs d'appui en fonction du module du sol en fixant cette fois B=L=0,5m.

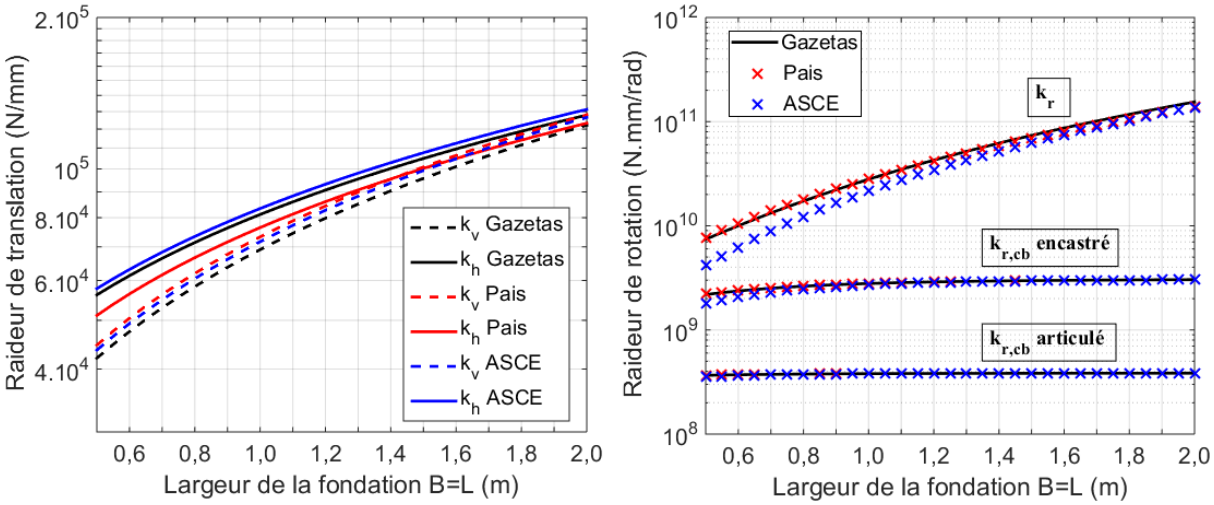


Figure VI.4. Evolution des raideurs d'appui (a) de translation (exprimées en N/mm) et (b) de rotation (exprimées en N.mm/rad) en fonction de la largeur d'une semelle carrée

On constate que la raideur horizontale exprimée par les expressions de Gazetas est toujours supérieure à la raideur verticale avec, toutefois, une diminution des écarts entre k_v et k_h lorsque la largeur B augmente. La même tendance est observée pour les deux autres modèles avec toutefois un rapport k_v entre k_h qui s'inverse avec le modèle de Pais lorsque B>1,5m. De manière générale, plus la largeur de la fondation et/ou plus le module de sol augmentent, plus les raideurs de translation sont importantes. De plus, on constate que les valeurs obtenues pour les trois modèles sont relativement proches.

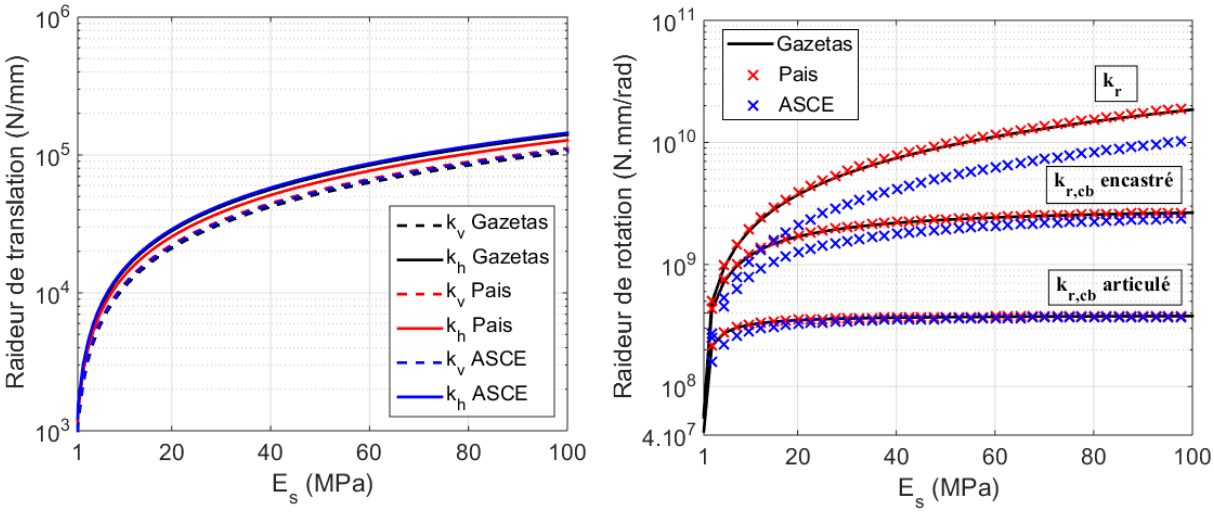


Figure VI.5. Evolution des raideurs d'appui (a) de translation (exprimées en N/mm) et (b) de rotation (exprimées en N.mm/rad) en fonction du module du sol

Les raideurs en rotation $k_{r,cb}$ sont données en figures VI.4.b et VI.5.b pour les assemblages articulés et encastrés. Les raideurs k_r correspondent à la situation où un encastrement parfait (raideur infiniment grande) est considéré à la base du poteau. On observe que la raideur k_r croît considérablement lorsque B et/ou E_s augmentent dans le même temps. Cet effet est atténué lorsque la raideur d'assemblage en pied de poteau est prise en compte, une atténuation d'autant plus marquée que la raideur de la liaison diminue. En effet, pour un assemblage dit articulé, la variation de la largeur de la fondation ou du module du sol ne semble n'avoir qu'une influence négligeable sur la raideur en rotation effectivement obtenue aux appuis : ce sont les caractéristiques de l'assemblage qui conditionnent totalement la raideur d'appui. De plus, les écarts observés entre les estimations de $k_{r,cb}$ par les trois modèles se réduisent lorsque l'on se rapproche d'un assemblage articulé en pied de poteau.

La figure VI.6 quantifie les contributions de la raideur d'assemblage d'une part et de la raideur liée à l'ISS (sol+fondation) d'autre part sur la raideur d'appui (pour E_s=40MPa et $B=L=0,5m$). Au vu de ces résultats, la part d'incertitude sur $k_{r,cb}$ due à la représentation de l'ISS semble moins impactant que celle apportée par l'estimation de la raideur d'assemblage. Nous verrons par la suite que les incertitudes portant sur ces valeurs de raideur peuvent avoir une influence non négligeable sur le comportement de la structure.

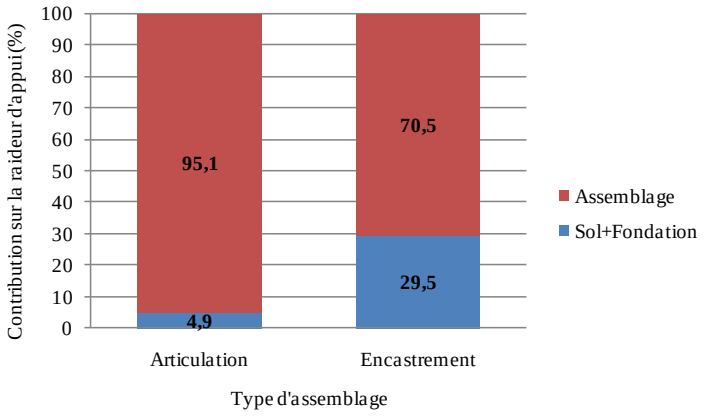


Figure VI.6. Contribution des raideurs participant à la raideur d'appui

La figure VI.7 illustre les effets de la variation de k_r sur les contraintes normales maximales due à la flexion composée (notées $\sigma(N+M_f)_{max,j}$) dans les éléments structuraux et sur les déplacements maximaux verticaux (notés $dv_{max,i}$) et horizontaux (notés $dh_{max,i}$) atteints au niveau des poutres. Les raideurs de translation sont fixées telles que $k_h=k_v=8.10^4$ *N/mm*. On constate que, dans la gamme de raideur pouvant être atteinte par $k_{r,cb}$, la raideur en rotation peut avoir un impact non négligeable sur l'estimation de $dh_{max,i}$ et $\sigma(N+M_f)_{max,j}$, l'impact sur $dv_{max,i}$ étant moindre. Par ailleurs, un comportement purement articulé semble être atteint pour $k_r<10^7$ *N.mm/rad* et un comportement purement encastré peut être considéré pour $k_r>10^{12}$ *N.mm/rad*. Toutefois, au vu des valeurs pouvant être prises par $k_{r,cb}$ de tels comportements ne seront a priori jamais atteints.

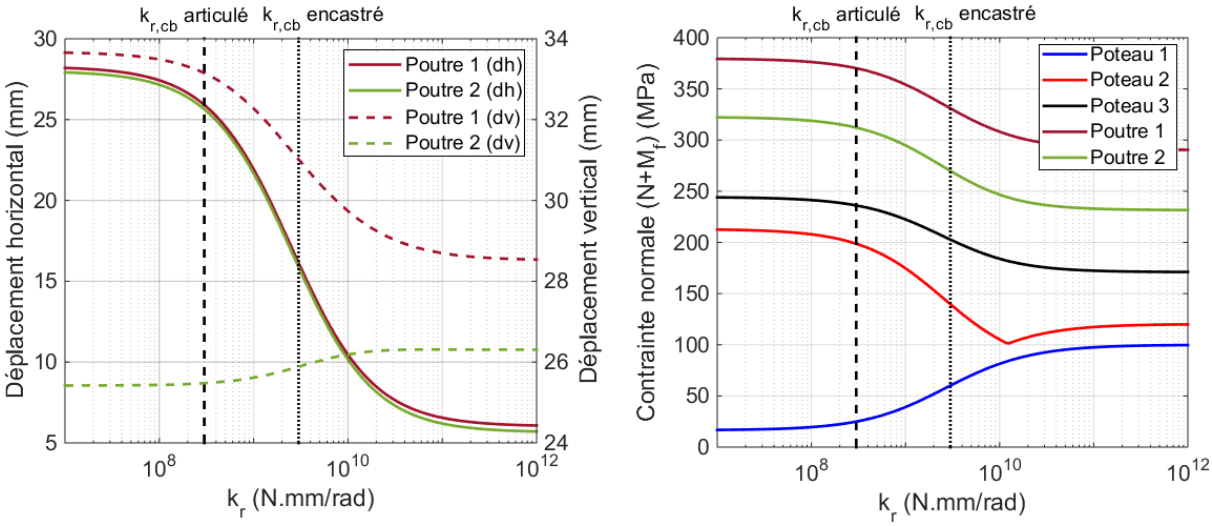


Figure VI.7. (a) Déplacements maximaux et (b) contraintes normales ($N+M_f$) maximales en fonction de la raideur d'appui en rotation

La figure VI.8 illustre les effets de la variation de k_h et k_v (avec $k_h=k_v$) sur $dh_{max,i}$, $dv_{max,i}$ et $\sigma(N+M_f)_{max,j}$ lorsque $k_r=3.10^9$ *N.mm/rad*. Dans la gamme de raideur en translation pouvant être atteinte par les expressions de Gazetas lorsque E_s=40 MPa (matérialisée sur la figure par les lignes verticales en tirets), les effets de k_h et k_v semblent être négligeables sur $dh_{max,i}$ et $\sigma(N+M_f)_{max,j}$. Ce n'est seulement pour des valeurs inférieures à 10^4 *N/mm* que des déplacements élevés de la structure, surtout verticalement, peuvent être observés et perturber ainsi la répartition des efforts dans la structure. Toutefois, de telles valeurs de raideur ne peuvent être atteintes que pour de très faibles valeurs de module du sol (inférieures à 5 MPa).

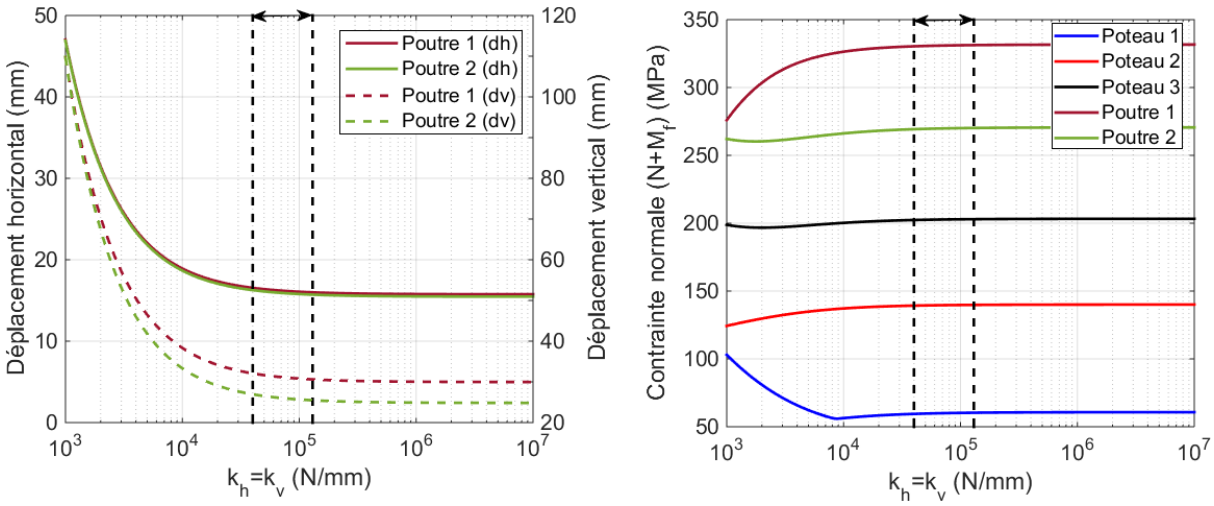


Figure VI.8. (a) Déplacements maximaux et (b) contraintes normales (N+M$_f$) maximales en fonction des raideurs d'appui en translation

La figure VI.9 illustre les effets de la variation du rapport k_v/k_h ($k_h=8.10^4$ *N/mm*) sur $dh_{max,i}$, $dv_{max,i}$ et $\sigma(N+M_f)_{max,j}$ lorsque $k_r=3.10^9$ *N.mm/rad*. Les écarts entre les raideurs verticales et horizontales restent relativement proches selon les expressions de Gazetas (rapport k_v/k_h compris entre 0,69 et 0,95 et matérialisé sur la figure par les lignes verticales en tirets). Dans cette gamme de valeurs, les effets du rapport k_v/k_h sur le comportement mécanique de la structure semblent négligeables.

Au vu des résultats présentés ici, on constate que l'incertitude susceptible d'entacher les valeurs des raideurs d'appui peut avoir une influence non négligeable sur l'évaluation statistique des réponses de l'ouvrage en matière de sollicitation et de déformation, surtout pour ce qui relève de la raideur en rotation. De plus, ce ne sont pas tant les incertitudes portant sur l'expression des impédances statiques de Gazetas qui sont susceptibles d'affecter la raideur $k_{r,cb}$ mais plutôt les incertitudes se rapportant aux raideurs d'assemblage en pied de poteaux. L'influence non-négligeable des raideurs d'assemblage poteau-poutre a également été mise en lumière au paragraphe précédent. Dans ce sens, les raideurs d'assemblage seront par la suite considérées comme des variables aléatoires susceptibles d'affecter la variabilité des performances de l'ouvrage.

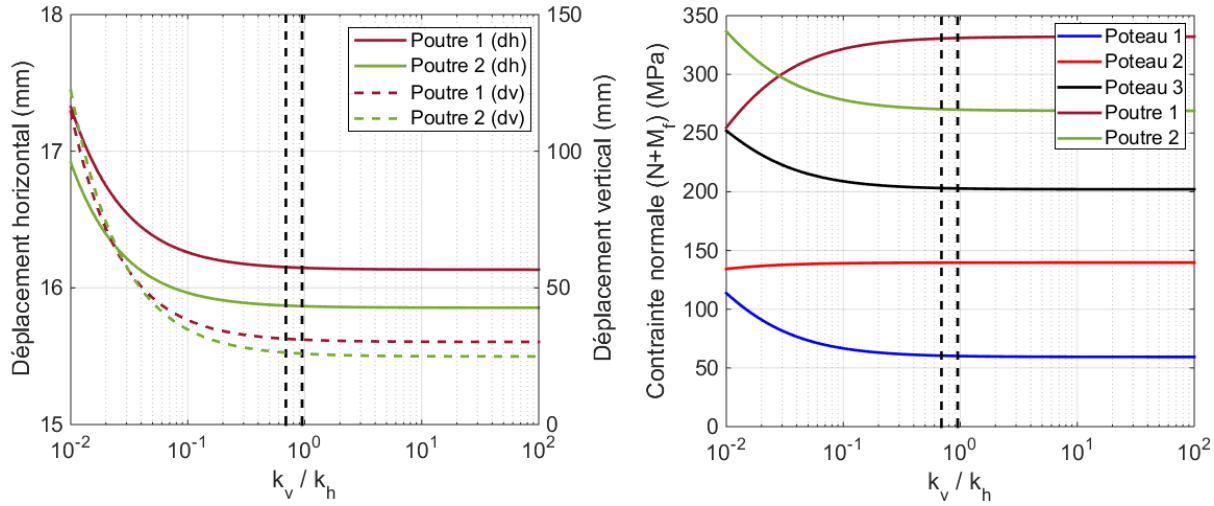


Figure VI.9. (a) Déplacements maximaux et (b) contraintes normales (N+M$_f$) maximales en fonction du rapport k_v/k_h considéré aux appuis

VI.3.3. Effets des contrastes de raideurs d'appui

Dans les résultats précédents, les raideurs étaient considérées identiques pour tous les appuis. Dans ce paragraphe, nous cherchons à mettre en évidence l'influence du contraste de raideur entre les appuis sur $dh_{max,i}$, $dv_{max,i}$, et $\sigma(N+M_f)_{max,j}$. Les raideurs sous l'appui intérieur sont gardées constantes ($k_{h,2}=k_{v,2}=8.10^4$ *N/mm* et $k_{r,2}=3.10^9$ *N.mm/rad*) et seules les raideurs en translation, dans un premier temps, et de rotation, dans un second temps, des appuis latéraux sont considérées variables.

La figure VI.10 illustre les effets du rapport $k_{v,1/3}/k_{v,2}$ en prenant pour chaque appui $k_h=k_v$ et $k_r=3.10^9$ *N.mm/rad*. Lorsque ce rapport de raideur est inférieur à 1, des déplacements différentiels entre les appuis induisent une redistribution des efforts dans la structure et une augmentation des déplacements. A l'inverse, pour $k_{v,1/3}/k_{v,2}$ >1, les valeurs de raideur en translation sont trop importantes pour que l'on puisse observer des déplacements différentiels entre les appuis. La part des efforts dans les éléments structuraux dus aux déplacements différentiels des appuis dépend en fait de la raideur relative de la structure et du sol, la redistribution des efforts dans la structure étant d'autant plus importante que la raideur de l'ouvrage est grande face à celle du terrain.

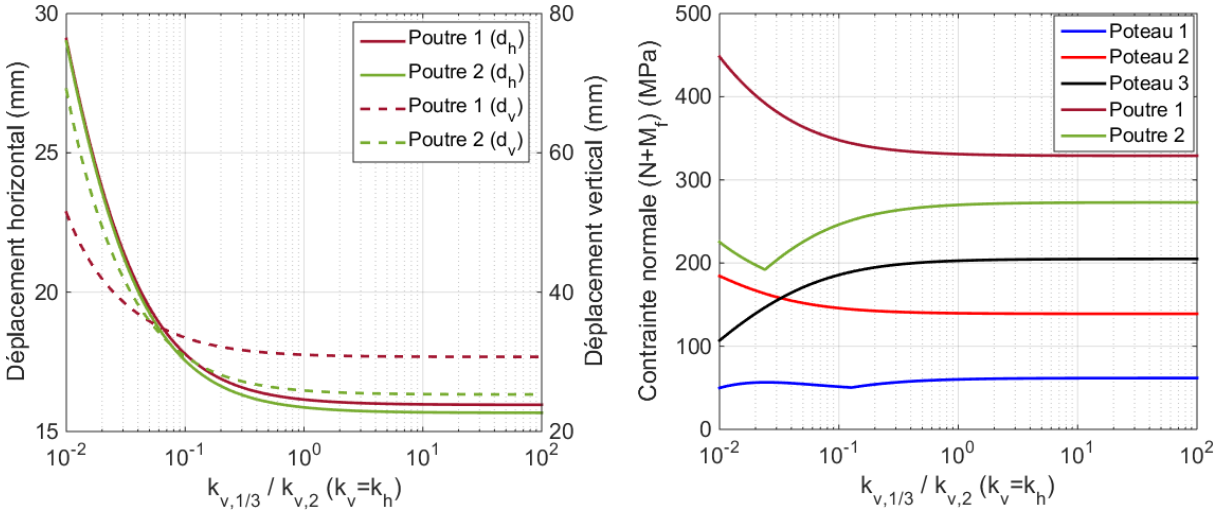


Figure VI.10. (a) Déplacements maximaux et (b) contraintes normales ($N+M_f$) maximales en fonction du rapport $k_{v,1/3}/k_{v,2}$

La figure VI.11 illustre les effets du rapport $k_{r,1/3}/k_{r,2}$ en prenant pour chaque appui $k_h=k_v=8.10^4$ *N/mm*. Comme nous l'avons vu précédemment, les déplacements et les contraintes normales peuvent, dans les intervalles plausibles déduits des expressions de Gazetas, être très sensibles aux variations de la raideur. Par conséquent, plus le contraste de raideurs entre l'appui central et les appuis latéraux est grand, plus son influence sur le comportement de la structure sera marquée. Toutefois, pour ce qui relève de k_r et compte tenu de ce qui a été dit précédemment, ces effets devraient être masqués par la raideur d'assemblage.

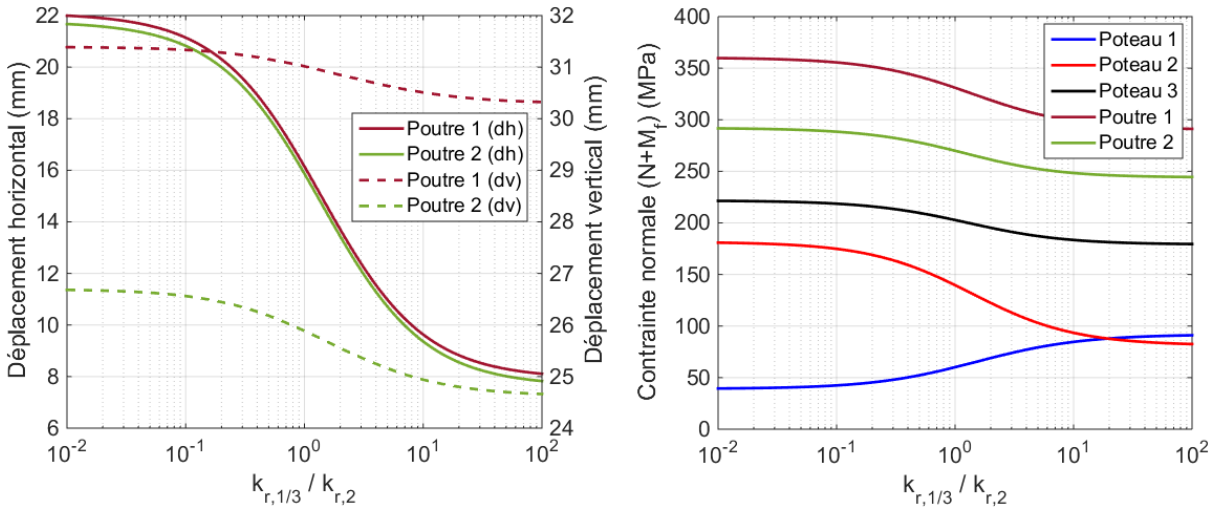


Figure VI.11. (a) Déplacements maximaux et (b) contraintes normales ($N+M_f$) maximales en fonction du rapport $k_{r,1/3}/k_{r,2}$

En pratique, le contraste de raideur peut résulter de la géométrie différente des fondations et/ou de la variabilité spatiale des propriétés élastiques du sol (module de Young et coefficient de Poisson). Ces contrastes de raideur peuvent accentuer les tassements différentiels entre appuis (ils peuvent aussi exister en raison d'un chargement différent des fondations) et donc modifier la redistribution des efforts dans la structure. Toutefois, comme nous l'avons vu précédemment, la prise en compte des raideurs d'assemblage en pied de poteau tend à diminuer les effets de l'ISS sur $k_{r,cb}$ et réduit ainsi les contrastes de raideurs en rotation susceptibles d'être observés entre les appuis (c'est-à-dire que l'on doit avoir $k_{r,1/3}/k_{r,2}$ proche de 1 si tous les assemblages sont de même type et fabriqués de manière identique).

VI.4. Effets de la variabilité spatiale du sol

Comme évoqué précédemment, la variabilité spatiale des propriétés élastiques du sol peut accentuer le rapport de raideur entre appuis et induire ainsi des déplacements différentiels plus ou moins préjudiciables pour la structure. Afin d'apprécier l'influence de la variabilité spatiale du module de Young E_s du sol sur le comportement de l'ouvrage en matière de sollicitations et de déformations, 5000 réalisations du champ aléatoire de E_s sont générées par la méthode « Local Average Sampling ».

La figure VI.12 montre que ce nombre de réalisations semble suffisant pour obtenir des estimations statistiques stables des déplacements (horizontaux et verticaux) aux appuis. Le module E_s est représenté par une distribution log-normale de moyenne 40MPa et de coefficient de variation 30%. Le coefficient de Poisson du sol étant connu pour avoir une relativement faible variabilité spatiale et une importance secondaire sur la réponse statistique des tassements, ce paramètre est fixé à 0,3 pour tout le volume de sol et pour chaque simulation.

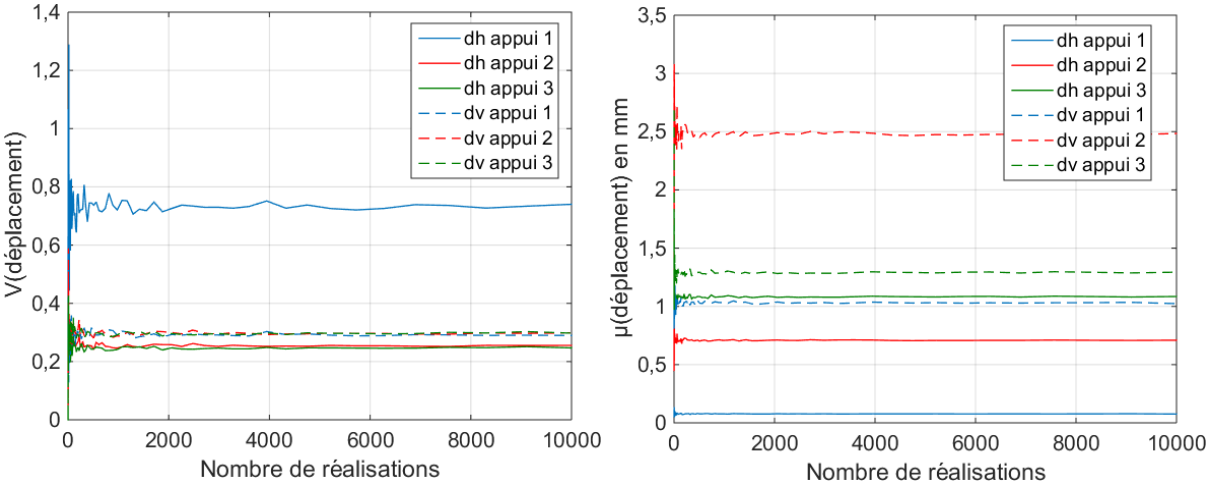


Figure VI.12. Evolution (a) du coefficient de variation et (b) de la moyenne des déplacements horizontaux et verticaux aux appuis en fonction du nombre de réalisations du champ aléatoire du module élastique du sol

Les raisons de la dispersion des réponses de l'ouvrage vis-à-vis de la variabilité de E_s sont doubles. La première provient de la variabilité aléatoire de E_s sous chaque appui qui, à chaque génération du champ aléatoire, conduit à des raideurs d'appui différentes. La seconde est le fait de la variabilité spatiale de E_s qui induit des contrastes de raideurs entre les appuis et donc, à des déplacements différentiels susceptibles d'affecter le comportement de l'ouvrage.

La structure de corrélation spatiale est définie par une fonction d'auto-corrélation, ici prise de la forme exponentielle, qui permet de définir le degré de dépendance entre deux points distincts du sol, et par une longueur de corrélation qui est la distance au-delà de laquelle les deux points ne sont plus corrélés significativement. Nous supposons ici un champ aléatoire unidimensionnel pour lequel une longueur de corrélation horizontale l_c doit être fixée. La valeur de ce paramètre dépend du type de sol, du contexte géologique et des conditions d'expérimentations pour lesquels il a été évalué. Ainsi, les valeurs données dans la littérature doivent être manipulées avec précaution. Afin d'étudier les effets de la longueur de corrélation sur les réponses statistiques du comportement de l'ouvrage, nous faisons varier le rapport dimensionnel λ entre l_c et la longueur de travée l_t (ici égale à 9 m). De plus, l'analyse est menée pour trois largeurs distinctes (B=[0,5m ; 1m ; 1,5m]) d'une fondation carrée de hauteur H=0,4m et ancrée à une profondeur D=H=0,4m. On suppose ici que la réduction de variance s'opère sur une longueur égale à la largeur de la semelle. Les assemblages en pied de poteau et les liaisons poteau-poutre sont supposés dans un premier temps parfaitement encastrés (raideur en rotation infiniment grande).

La figure VI.13 illustre les coefficients de variation des déplacements verticaux absolus et différentiels obtenus pour les trois appuis et pour les trois largeurs de fondation. Lorsque la longueur de corrélation tend vers 0, les fluctuations spatiales de E_s sont très importantes dans le sol sur de petites distances et les valeurs prises en chaque point du domaine varient indépendamment de la distance séparant chacun de ces points. Cependant, en raison de l'effet de « moyenne locale » s'opérant sous la largeur de la semelle, les déplacements absolus obtenus sous chaque appui tendent à être ceux qui auraient été estimés de manière déterministe avec E_s=μ_{Es} en chaque point du domaine. Ainsi, lorsque la longueur de corrélation est prise infiniment petite, la dispersion des déplacements différentiels et absolus observés entre chaque appui devient négligeable.

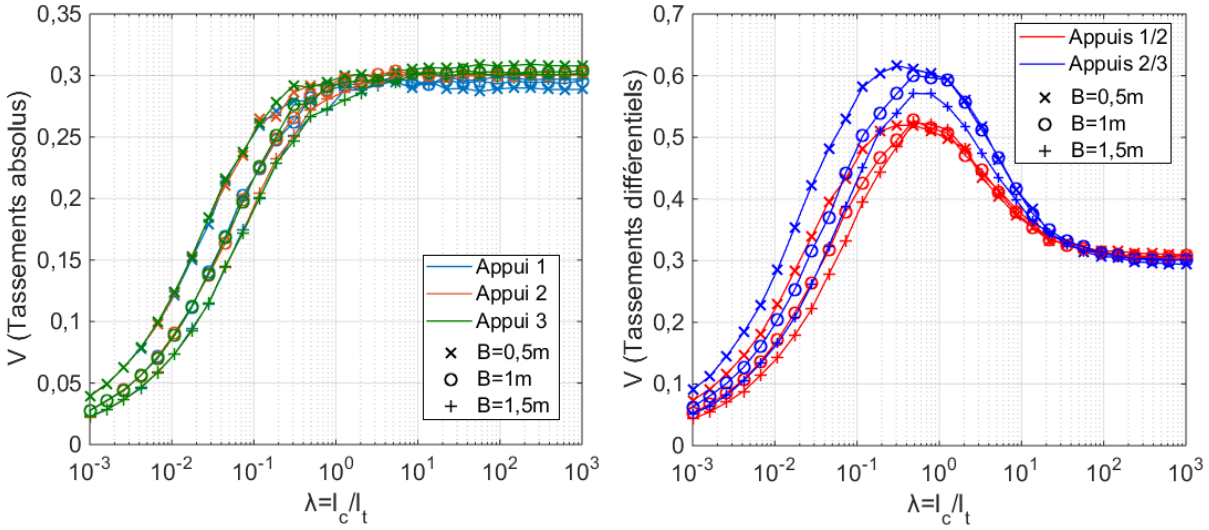


Figure VI.13. Influence du rapport λ sur le coefficient de variation (a) des tassements absolus et (b) des tassements différentiels pour différentes largeurs de fondation

A l'inverse, lorsque la longueur de corrélation est prise infiniment grande les fluctuations spatiales sont très lentes et les valeurs de E_s tendent à être les mêmes en chaque point du sol. Dans ce cas, les réponses statistiques de la structure en matière de déplacements aux appuis tendent à être celles qui auraient été obtenues en utilisant simplement une variable aléatoire E_s pour modéliser le sol (c'est-à-dire sans structure de corrélation spatiale). Ainsi, lorsque $\lambda \rightarrow \infty$ le coefficient de variation des déplacements absolus sous chaque appui devient proche de celui de la variable aléatoire E_s. Pour ces mêmes raisons, la part des déplacements différentiels entre les appuis dus à la variabilité spatiale de E_s devient négligeable lorsque $\lambda \rightarrow \infty$. Cependant, la figure VI.13 montre que pour une longueur de corrélation infiniment grande, la variabilité des tassements différentiels ne s'annule pas.

En effet, l'apparition de ces déplacements différentiels n'est pas seulement la conséquence de la variabilité spatiale de E_s mais provient également de la différence de chargement entre les fondations. Les déplacements différentiels dus aux contrastes de chargement étant fonction des raideurs d'appui, leurs valeurs sont directement liées à celle de E_s. Ainsi, à chaque génération du champ aléatoire pour $\lambda \rightarrow \infty$ on obtient une valeur particulière de E_s, sensiblement la même sous chaque appui, à laquelle pourra être associée une valeur particulière de raideur d'appui et donc de déplacement différentiel (dû aux écarts de chargement entre appuis). Ainsi, le coefficient de variation des déplacements différentiels obtenu pour 5000 simulations tend à s'approcher de celui du module de Young du sol lorsque $\lambda \rightarrow \infty$. Une des raisons qui explique que l'on ne fait que l'approcher provient de la relation inversement proportionnelle entre les valeurs de tassement et de E_s telle que le coefficient de variation d'une variable X n'est pas égal à celui de $1/X$.

Entre les deux situations extrêmes décrites ci-dessus ($\lambda \rightarrow 0$ et $\lambda \rightarrow \infty$), l'influence de la variabilité spatiale de E_s sur les déplacements différentiels est plus complexe. On constate que la dispersion des tassements différentiels est maximale lorsque le rapport λ est proche de 1. C'est en effet aux alentours de cette valeur que les effets combinés de la réduction de variance et des fluctuations spatiales de E_s autorisent des déplacements différentiels « extrêmes » entre les appuis. De plus, on observe que le rapport λ qui maximise cette dispersion dépend de la largeur de la semelle sous laquelle agit la réduction de variance. En effet, les fluctuations spatiales de E_s étant moins filtrées lorsque la largeur de la fondation est petite, la fluctuation spatiale maximale de E_s sera obtenue pour un rapport λ plus faible que dans le cas de plus

larges fondations. Pour cette même raison, les déplacements différentiels observés entre des fondations de faibles largeurs seront plus dispersés.

Les figures VI.14 et VI.15 montrent l'influence du rapport λ sur les coefficients de variation de $dv_{max,i}$, $dh_{max,i}$ et $\sigma(N+M_f)_{max,j}$ pour les trois largeurs de fondations données précédemment (dans un souci de lisibilité, seuls les poteaux 1 et 2 sont représentés dans la figure VI.14.a). Sur ces figures, on constate que l'évolution de la variabilité des réponses de l'ouvrage en matière de contraintes normales et de déplacements maximaux en fonction du rapport λ n'est pas forcément la même que celle observée pour les tassements différentiels entre appuis. Cela provient en fait de la sensibilité plus ou moins prononcée de ces paramètres vis-à-vis de la variabilité du module du sol sous chaque appui d'une part, et de sa variabilité spatiale d'autre part. Deux principaux cas de figures peuvent être observés :

- le premier cas correspond à la situation où le coefficient de variation des réponses mécaniques de l'ouvrage est maximal pour λ≈1. Cette dispersion maximale résulte alors principalement de la variabilité spatiale de E_s qui accentue la variabilité des contrastes de raideurs entre appuis ;

- le second cas correspond à la situation où le coefficient de variation des réponses de l'ouvrage est maximal pour $l_c >> l_t$. Cette dispersion maximale provient alors de la variabilité des déplacements absolus de chaque appui, cette dernière étant sensiblement la même pour tous les appuis.

Toutefois, la part de variabilité due à la variabilité des déplacements absolus ou à celle des déplacements différentiels entre appuis peut être différente selon (a) l'élément structural étudié, (b) la largeur de semelle considérée et (c) le rapport λ observé.

On remarque par exemple que la variabilité maximale de $dv_{max,i}$ ou de $dh_{max,i}$ (cf. figure VI.14) est plus sensible à la variabilité des valeurs absolues des raideurs d'appui plutôt qu'aux fluctuations spatiales de E_s. A l'inverse, la variabilité maximale de la contrainte $\sigma(N+M_f)_{max,j}$ (cf. figures VI.15) atteinte dans certains éléments de poutre et de poteau sont davantage sensibles à la variabilité spatiale du module du sol. C'est par exemple le cas pour le *poteau 2* (poteau intérieur) ou pour la *poutre 2* lorsque la largeur de la fondation est supérieure ou égale à 1m. Dans tous les cas les coefficients de variations tendent vers 0 lorsque λ→0 et vers ceux qui auraient été trouvés avec E_s modélisé par une variable aléatoire lorsque λ→∞.

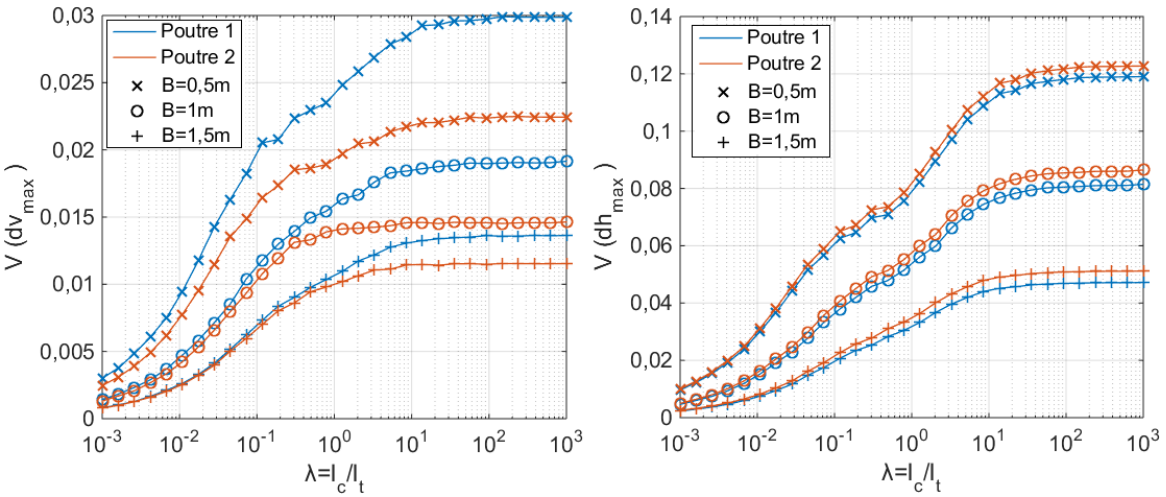


Figure VI.14. Influence du rapport λ sur le coefficient de variation (a) des déplacements verticaux maximaux et (b) des déplacements horizontaux maximaux atteints au niveau des poutres pour trois largeurs de fondation

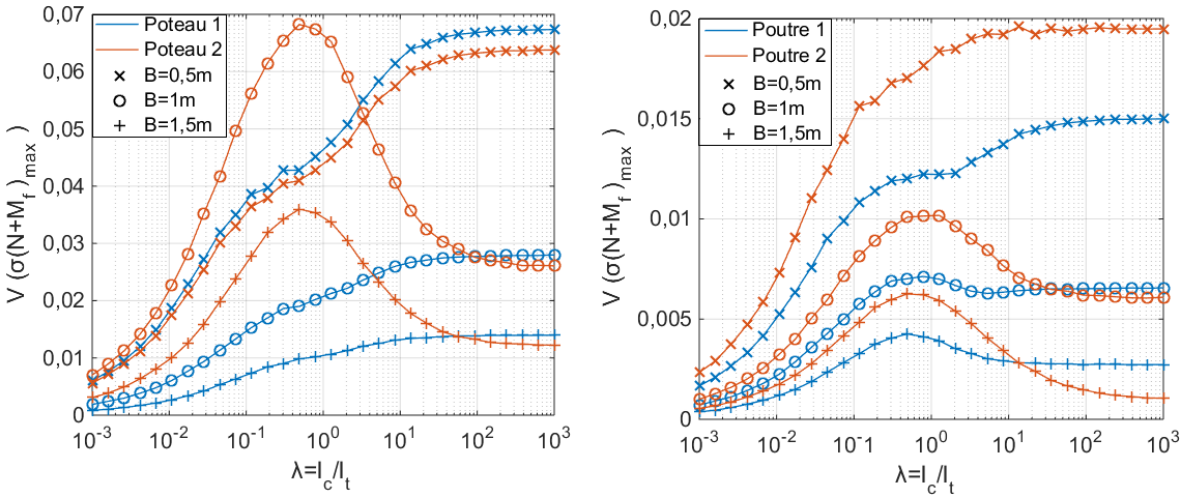


Figure VI.15. Influence du rapport λ sur le coefficient de variation des contraintes normales (N+M$_f$) maximales atteintes dans (a) les poteaux (1 et 2) et (b) les poutres pour trois largeurs de fondation

La figure VI.16 illustre les effets du rapport λ sur le coefficient de variation de $\sigma(N+M_f)_{max,j}$ lorsqu'un assemblage articulé (de raideur $S_j = 3{,}86.10^8$ *N.mm/rad*) est considéré en pied de poteau. On constate que par rapport à un encastrement parfait, l'influence des fluctuations spatiales de E_s est ici prédominante sur la variabilité maximale de $\sigma(N+M_f)_{max,j}$. Toutefois, cette dernière y est moins élevée en raison de la raideur d'assemblage qui, pour ce qui relève de la raideur en rotation, diminue les effets de l'ISS sur le comportement de l'ouvrage. Cette diminution de la variabilité est particulièrement marquée pour le *poteau 2*.

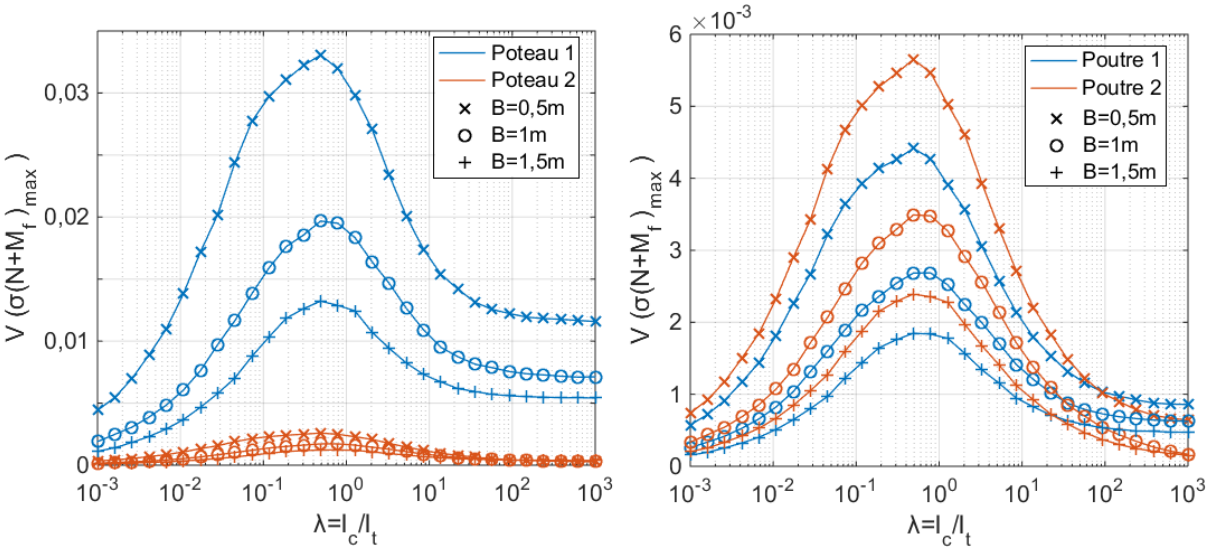


Figure VI.16. Influence du rapport λ sur le coefficient de variation des contraintes normales (N+M$_f$) maximales atteintes dans (a) les poteaux (1 et 2) et (b) les poutres pour trois largeurs de fondation lorsque les pieds de poteaux sont « articulés »

Précisons que les valeurs moyennes de $dh_{max,i}$, $dv_{max,i}$ et $\sigma(N+M_f)_{max,j}$ restent dans tous les cas constantes lorsque la longueur de corrélation varie et qu'elles sont proches de celles qui auraient été obtenues par un calcul purement déterministe.

VI.5. Analyse de sensibilité

Dans les paragraphes précédents, nous avons montré que la variabilité du module de Young du sol ainsi que celle des raideurs d'assemblage pouvaient avoir un impact significatif sur la dispersion des réponses de la structure en matière de sollicitations et de déformations. Nous allons à présent conduire une AS basée sur les indices multidimensionnels de Sobol en considérant aussi la variabilité des charges d'exploitation appliquées sur l'ouvrage. Les paramètres statistiques des variables aléatoires sont décrits dans le tableau VI.3 et la structure étudiée est celle dont la géométrie est donnée en figure VI.1. La charge permanente G et le coefficient de Poisson sont supposés déterministes et une corrélation positive entre les variables de chargement horizontal Q_v et vertical Q_h égale à 0,5 est considérée.

Les coefficients de variation du module du sol et des raideurs d'assemblage pouvant être incertains, nous considérons pour chacun d'eux une valeur de référence (V(E_s)=0,3 et V(S_j)=0,1) ainsi qu'une valeur pessimiste (V(E_s)=0,6 et V(S_j)=0,2).

Tableau VI.3. Paramètres statistiques des variables aléatoires employés pour l'analyse de sensibilité

Variable	Moyenne μ	Coefficient de variation V	Type de distribution	Autres grandeurs
G	5 kN/ml	0	-	-
Q_v	5 kN/ml	0,15	Log-normale	$\rho(Q_v, Q_h)$=0,5
Q_h	5 kN/ml	0,15	Log-normale	$\rho(Q_v, Q_h)$=0,5
E_s	40 MPa	0,30 - 0,60	Log-normale	l_c=10m
v	0,3	0	-	-
S_j	cf. tableaux VI.1 et VI.2	0,10 - 0,20	Log-normale	B=L=0,5m ; H=D=0,4m

Les AS sont menées pour les six configurations possibles d'assemblages en tête et en pied de poteaux, à savoir :

- cas 1 : Assemblages poteau-poutre rigides et assemblages rigides en pied de poteaux,
- cas 2 : Assemblages poteau-poutre rigides et assemblages articulés en pied de poteaux,
- cas 3 : Assemblages poteau-poutre semi-rigides et assemblages rigides en pied de poteaux,
- cas 4 : Assemblages poteau-poutre semi-rigides et assemblages articulés en pied de poteaux,
- cas 5 : Assemblages poteau-poutre articulés et assemblages rigides en pied de poteaux,
- cas 6 : Assemblages poteau-poutre articulés et assemblages articulés en pied de poteaux.

Les figures suivantes exposent les résultats de l'AS menée vis-à-vis des déplacements maximaux ($d_{h,max}$, $d_{v,max}$) et des contraintes normales maximales ($\sigma(N+M_f)_{max}$) atteints dans la structure. Globalement, on constate que la variabilité du chargement est la source d'incertitude la plus influente sur la dispersion des performances de l'ouvrage. Toutefois, l'influence des autres variables aléatoires peut ne pas être négligeable pour autant, notamment lorsque de forts coefficients de variation sont employés pour les caractériser.

Nous avons vu que le déplacement horizontal de la structure était fortement influencé par la raideur en rotation $k_{r,cb}$ qui est à la fois fonction du module du sol mais aussi de la raideur

d'assemblage en pied de poteau. Cette observation se confirme à la figure VI.17 où la sensibilité de $d_{h,max}$ vis-à-vis de E_s et de la raideur d'assemblage en pied de poteau est non négligeable. Toutefois, cette affirmation est vraiment vérifiée que lorsqu'un assemblage rigide est considéré en pied de poteaux (cas C1, C3 et C5). Cela va dans le sens des remarques précédentes, à savoir que plus la raideur d'assemblage est faible, plus les effets de la variabilité du module du sol sur la redistribution des efforts dans la structure sont atténués.

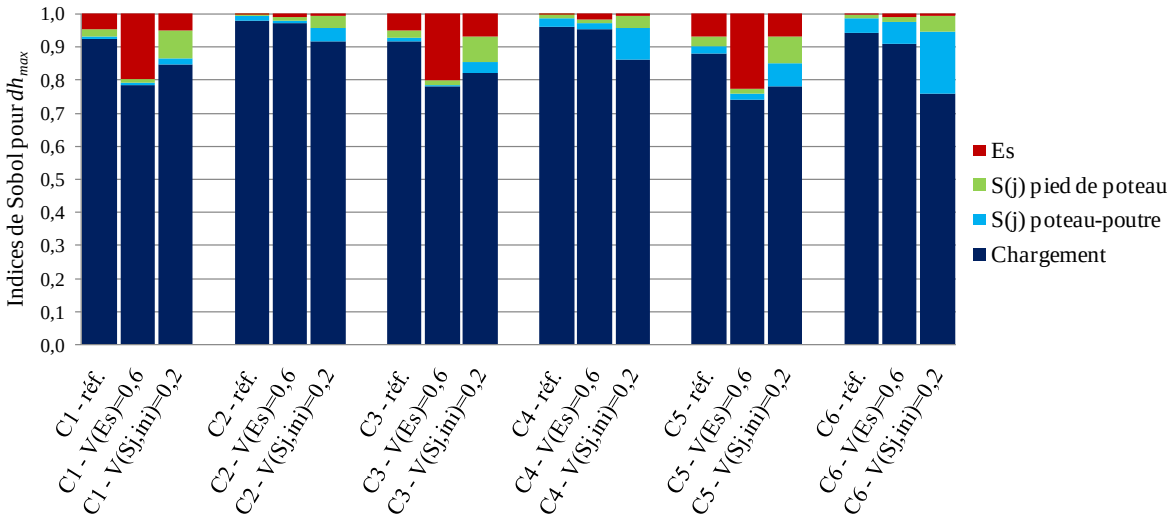


Figure VI.17. Résultats de l'analyse de sensibilité par les indices multidimensionnels de Sobol vis-à-vis du déplacement horizontal maximal pour six configurations d'assemblage en tête et en pied de poteau

Comme l'illustre la figure VI.18, la variabilité du module du sol a également une influence non négligeable sur la variabilité du déplacement vertical de la structure. Cette observation s'explique par l'influence des raideurs d'appuis qui, par l'intermédiaire des expressions de Gazetas, sont fonction de E_s. On constate que la raideur d'assemblage en pied de poteau n'a ici qu'une infime influence, qu'il soit pris articulé ou encastré. Cela permet d'affirmer que la sensibilité de $d_{v,max}$ à E_s provient essentiellement de la variabilité des raideurs de translation des appuis, qui peuvent fortement affecter les déplacements verticaux de la structure lorsque de faibles valeurs de module du sol sont atteintes.

De plus, on constate que la sensibilité de $d_{v,max}$ vis-à-vis des raideurs d'assemblage poteau-poutre est d'autant plus marquée que cette dernière est prise faible (c'est-à-dire que l'on se rapproche d'un comportement articulé). Cela confirme ce qui a pu être observé en figure VI.2 et pour laquelle on constate qu'une faible variation de la raideur d'assemblage autour de sa valeur moyenne peut entrainer une grande variabilité sur l'estimation de la flèche maximale, cet effet étant plus marqué pour un assemblage articulé que pour un assemblage rigide. Ainsi lorsqu'une grande variabilité de S_j est considérée, l'influence de la raideur d'assemblage poteau-poutre sur $d_{v,max}$ peut même dépasser celle due à la variabilité du chargement (cas C5 et C6).

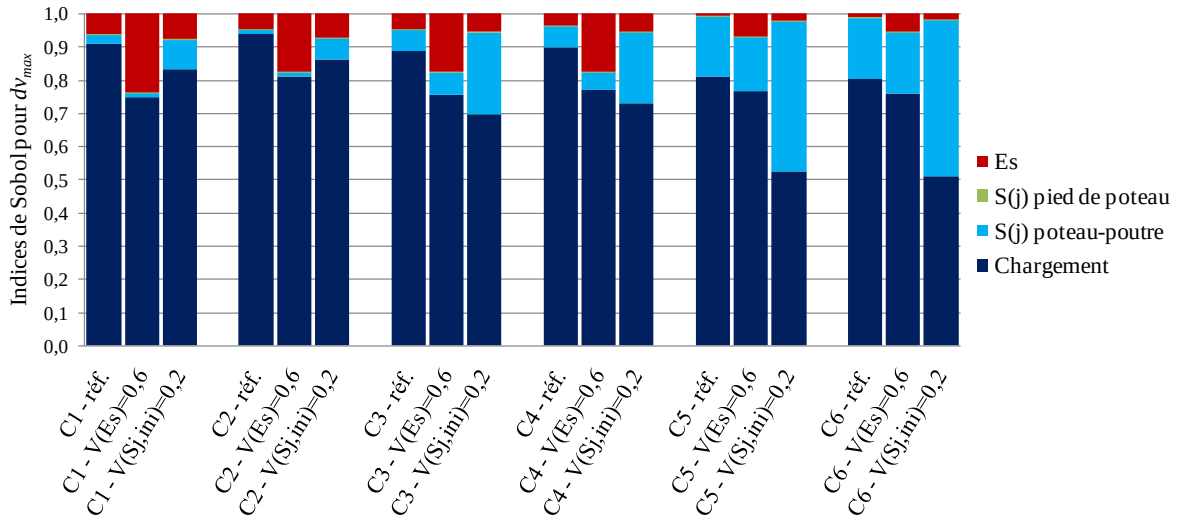


Figure VI.18. Résultats de l'analyse de sensibilité par les indices multidimensionnels de Sobol vis-à-vis du déplacement vertical maximal pour six configurations d'assemblage en tête et en pied de poteau

D'après la figure VI.19, on observe que la variabilité de la contrainte $\sigma(N+M_f)_{max}$ est principalement due à la variabilité du chargement. Toutefois, la sensibilité vis-à-vis de la raideur d'assemblage poteau-poutre peut ne pas être négligeable, notamment pour une grande variabilité de S_j et lorsque l'on se rapproche d'un comportement articulé.

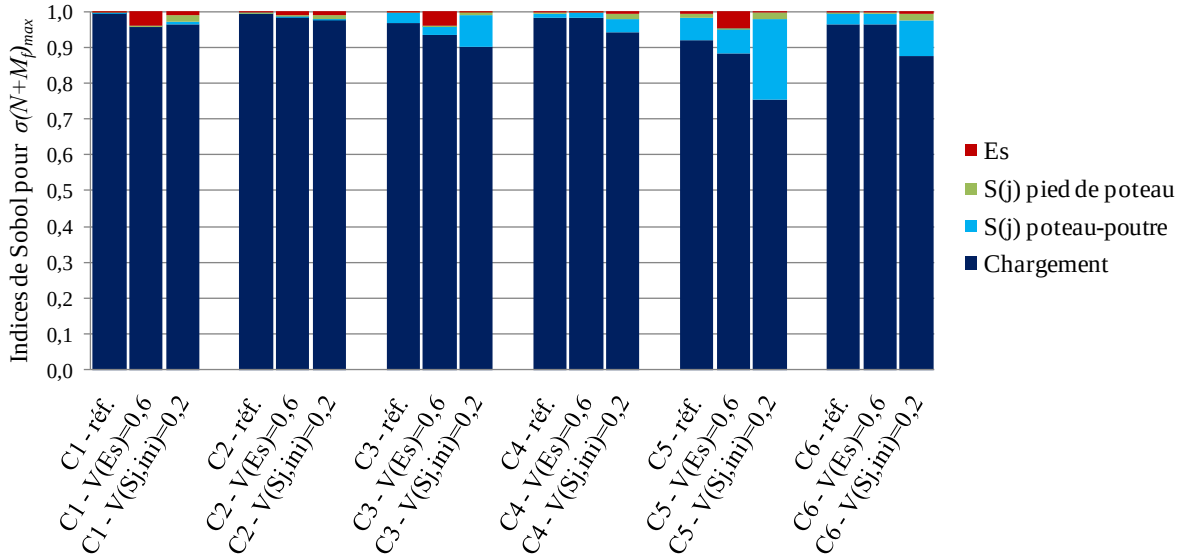


Figure VI.19. Résultats de l'analyse de sensibilité par les indices multidimensionnels de Sobol vis-à-vis de la contrainte normale ($N+M_f$) maximale pour six configurations d'assemblage en tête et en pied de poteau

VI.6. Conclusion du chapitre

Dans ce chapitre nous avons montré que la résistance et la déformation de la structure métallique étaient sensibles aux variations des raideurs d'assemblage poteau-poutre et aux variations des raideurs d'appui. Ces dernières sont à la fois fonction de la raideur d'assemblage en pied de poteau mais aussi des impédances statiques dues au phénomène d'ISS. En supposant un assemblage en série de ces deux types de raideur et en employant des modèles analytiques pour les estimer, nous avons mis en lumière le fait que les effets des incertitudes relatifs à la représentation de l'ISS étaient atténués par l'intégration des raideurs d'assemblage en pied de poteaux. Toutefois, la valeur moyenne de ces dernières conditionne fortement le comportement de la structure.

Nous avons également montré que la variabilité des réponses de l'ouvrage due à la l'incertitude sur E_s provenait à la fois de la variabilité absolue des raideurs d'appui et des fluctuations spatiales de E_s. L'influence relative de ces deux sources dépend notamment de la raideur d'assemblage considérée en pied de poteaux et de la largeur de la fondation sous laquelle s'exerce la réduction de variance. Pour mettre en évidence cette propriété, nous avons fait varier la longueur de corrélation dans un large intervalle de valeurs afin de visualiser quelles valeurs du rapport λ maximisaient la dispersion de chaque performance. Cela nous a également permis de confirmer que l'incertitude sur la longueur de corrélation pouvait impacter la dispersion du comportement mécanique de la structure.

Nous avons finalement mené une AS en représentant entre autres les raideurs d'assemblage par des variables aléatoires. De manière générale, nous avons montré que la variabilité du chargement appliqué sur la structure a un rôle prépondérant sur la dispersion des réponses mécaniques de l'ouvrage. Selon les configurations d'assemblage en tête et en pied de poteau, la sensibilité des déplacements de la structure vis-à-vis de E_s et des raideurs d'assemblage peut également être non négligeable.

Si les effets des incertitudes considérées dans ce chapitre peuvent être plus ou moins prononcés selon la configuration de l'ouvrage, ils nous ont permis de justifier l'introduction de telles incertitudes dans le processus de conception. Maintenant que les effets des incertitudes sur le comportement de l'ouvrage sont mieux maitrisés, la méthodologie d'aide à la décision pour la conception sous incertitudes peut être appliquée dans la partie suivante à un cas concret issu d'un projet industriel.

PARTIE D : Conception robuste appliquée au projet SOLR²

Chapitre VII : Robustesse du choix de la solution optimale vis-à-vis du comportement du décideur

VII.1. Introduction du chapitre

La démarche de conception robuste décrite au Chapitre III est appliquée dans le cadre du projet SolR2 afin de déterminer une solution optimale et de qualifier sa robustesse en montrant comment cette solution peut être modifiée selon : (a) des formalisations différentes des préférences/exigences du décideur, et (b) des valeurs extrêmes de dispersion sur les *Venv*.

Nous présenterons tout d'abord les hypothèses du projet SolR2 et le contexte environnemental pour lesquels une solution optimale sera finalement obtenue. Nous montrerons ensuite la sensibilité de ce choix vis-à-vis de trois paramètres de décision : (a) la forme des courbes de désirabilité, (b) l'importance accordée à la mesure de dispersion introduite dans les FOR, (c) la pondération établie entre les critères de conception. Pour chaque paramètre, nous considérerons trois comportements possibles du décideur selon son niveau d'aversion au risque et ses priorités en termes d'objectifs de conception.

Nous avons vu dans les chapitres précédents que l'incertitude sur les valeurs de dispersion des *Venv* peut avoir des effets non négligeables sur la variabilité des réponses de l'ouvrage. Dans ce sens, nous étudierons également l'effet de ces incertitudes sur la robustesse de la décision.

VII.2. Présentation du cas d'application

VII.2.1. Le projet SolR²

Le projet SolR² est un projet de recherche et de développement collaboratif initié sous l'impulsion de la société ASTF du groupe ALCEN. Plusieurs partenaires participent à la phase *R&D* avec l'Université de Bordeaux, le CEA Ines (Institut national de l'énergie solaire) et le laboratoire de recherche RESCOLL. Des soutiens financiers ont été alloués par l'Europe, la BPI et la région Aquitaine pour mener à bien ce projet.

La finalité du projet SolR² est de concevoir un démonstrateur d'usine mobile pour la fabrication de champs solaires utilisant la technologie des miroirs de Fresnel. Un champ solaire permet de produire de la chaleur qui sera soit utilisée directement, soit convertie en énergie électrique. Pour cela, le champ solaire doit élever la température d'un fluide caloporteur en utilisant l'énergie calorifique des rayons du soleil. Un champ solaire est composé d'une succession de modules, chacun se décomposant en trois sous-ensembles principaux comme illustré en figure VII.1 :

- les réflecteurs, qui ont pour fonction de rediriger et de concentrer l'énergie lumineuse le long d'une ligne de concentration,

- le récepteur, qui est situé le long de la ligne de concentration et centré au-dessus des lignes de réflecteurs pour capter les rayons réfléchis et pour chauffer le fluide caloporteur,

- les structures porteuses qui supportent l'ensemble réflecteurs/récepteur. La structure porteuse du récepteur est toutefois indépendante de celles sur lesquelles reposent les réflecteurs.

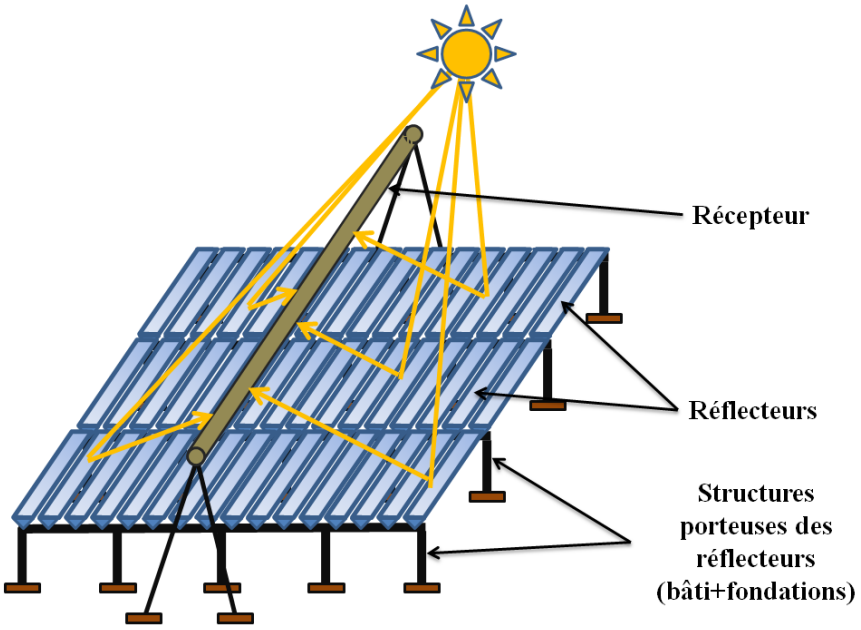


Figure VII.1. Schéma d'un module à miroirs de Fresnel

Six doctorants de l'Université de Bordeaux ont été recrutés pour contribuer à la conception optimale et à la maîtrise des risques associés à de tels ouvrages. Ce travail repose plus spécifiquement sur la conception de la structure porteuse des réflecteurs, laquelle correspond à une section transversale d'un module solaire (cf. figure VII.2).

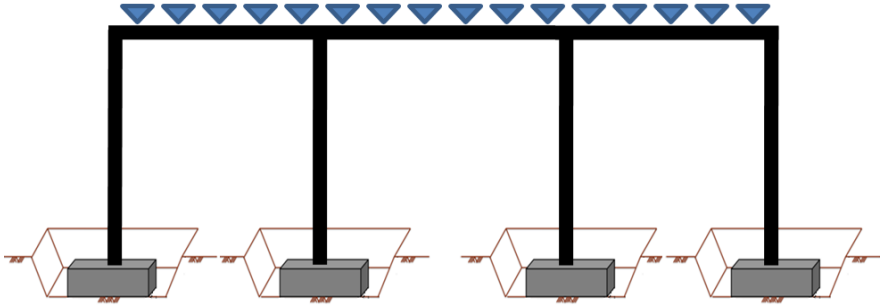


Figure VII.2. Schéma d'une structure porteuse de réflecteurs

VII.2.2. Hypothèses de projet

VII.2.2.1. Variables de conception

Les *Vco*, qui sont ajustées tout au long du processus d'optimisation pour la recherche des meilleurs compromis entre les objectifs, ont été décrites dans le chapitre IV et sont récapitulées dans le tableau VII.1. Toutes ces variables sont ici admises comme discrètes et sélectionnables parmi un ensemble fini de valeurs possibles. Ces dernières définissent les contraintes latérales associées à chaque *Vco* et sont également données dans le tableau VII.1. Comme nous l'avons vu dans le chapitre précédent, la variabilité des raideurs d'assemblage (associées à un type particulier d'assemblage) peut affecter l'évaluation statistique des performances de l'ouvrage et ces raideurs sont, en conséquence, modélisées par des variables aléatoires. Toutes *Vco* sont jugées suffisamment maîtrisées pour être admises déterministes.

On rappelle que les géométries des fondations supportant les poteaux extérieurs d'une part et les poteaux intérieurs d'autre part, peuvent être différentes. De plus, outre les contraintes latérales qui fournissent les limites sur chaque dimension de l'espace de conception, d'autres

contraintes technologiques exprimées en section IV.6.1 sont susceptibles de réduire le domaine réalisable de cet espace. La nuance d'acier utilisée est la S235 avec une limite d'élasticité de 235MPa et un module d'élasticité de 210 000MPa.

Tableau VII.1. Synthèse des variables de conception et des contraintes latérales

Variables de conception	Contraintes latérales	Nature
Type de poteau	(HEB 100 → HEB 1000)	déterministe
Type de poutre	(IPE 80 → IPE 600)	déterministe
Nombre de poteaux par ligne	[3 ;4 ;5 ;6 ;7]	déterministe
Type d'assemblage poteau-poutre	[articulé ;semi-rigide ;rigide]	probabiliste (loi log-normale et $V(S_j)$=0,1)
Type d'assemblage en pied de poteau	[articulé ;encastré]	probabiliste (loi log-normale et $V(S_j)$=0,1)
Disposition ou non d'éléments de contreventement	[oui ;non]	déterministe
Largeur des fondations	(0,3m → 3m) par incrément de 0,05m	déterministe
Longueur des fondations	(0,3m → 3m) par incrément de 0,05m	déterministe
Hauteur des fondations	(0,4m → 1m) par incrément de 0,05m	déterministe
Profondeur d'encastrement des fondations	(0,4m → 3m) par incrément de 0,05m	déterministe

VII.2.2.2. Variables de projet

A l'inverse des *Vco*, les *Vpro* sont imposées par l'industriel et nous n'avons à ce titre aucun pouvoir d'agir sur leurs valeurs. Toutes les *Vpro* données dans le tableau VII.2 sont considérées déterministes. Les efforts apportés par le poids propre des réflecteurs et par celui des autres éléments permettant leur rotation sont assimilés à une charge verticale descendante répartie sur les travées de la structure.

Tableau VII.2. Synthèse des variables de projet

Variables de projet	Valeur
Largeur de structure	18,2m
Hauteur de la structure	1,50m
Nombre de structures à réaliser	1433
Agencement du portique	Cf. Tableau D7.3
Surcharge des équipements fixes	2,7 kN/ml
Nb d'équipes de travail chargées de la structure	10
Nb d'équipes de travail chargées des fondations	10
Durée de travail par unité de temps	8h / jour

Les longueurs de travées à considérer en fonction du nombre de poteaux sont données dans le tableau VII.3. Elles ont été choisies par l'industriel de manière à ce qu'aucun réflecteur ne soit disposé sur une tête de poteau et de sorte à ce que l'écart moyen entre les longueurs de travées soit le plus faible possible.

Tableau VII.3. Longueurs de travées en fonction du nombre de poteaux considérés

Nombre de poteaux	Travée 1	Travée 2	Travée 3	Travée 4	Travée 5	Travée 6
3	9,1m	9,1m				
4	5,5m	7,2m	5,5m			
5	4,3m	4,8m	4,8m	4,3m		
6	3,1m	3,6m	4,8m	3,6m	3,1m	
7	3,1m	3,6m	2,4m	2,4m	3,6m	3,1m

VII.2.2.3. Variables environnementales

- *Variables de l'environnement naturel*

Des liaisons pivots situées aux extrémités des réflecteurs assurent une inclinaison variable des miroirs afin de suivre, tout au long de la journée, la course du soleil et de rediriger ainsi les rayons lumineux sur le récepteur. Une inclinaison maximale de 45° peut être atteinte par les réflecteurs. Une telle position favorise l'exposition des réflecteurs à une charge de vent transmise à la structure selon une composante verticale (descendante ou ascendante) et horizontale. Pour des vitesses de vent supérieures à 21 m/s (75,6 km/h), les réflecteurs sont mis en position de survie (inclinaison de 0° par rapport à l'horizontale) et sont supposés ne plus transmettre d'efforts liés au vent à la structure. Ainsi, une charge répartie verticale de 2,8 kN/m et une charge répartie horizontale de 3,1 kN/m ont été calculées selon les préconisations de l'Eurocode 0 pour représenter les efforts de vent transmis à la structure lorsque les réflecteurs sont inclinés à 45° et exposés à des vents de 21 m/s.

Le volume de sol impacté par l'installation du champ solaire est supposé relativement homogène, c'est-à-dire que les variations des propriétés du sol peuvent être considérées comme aléatoires autour de leurs valeurs moyennes. Les paramètres statistiques associés aux variables de chargement climatique et aux propriétés du sol sont donnés dans le tableau VII.4. Un coefficient de corrélation négatif de -0,5 est supposé entre la cohésion et l'angle de frottement du sol. De même, un coefficient de corrélation positif de 0,5 est considéré entre les charges climatiques verticales et horizontales. Le module de Young du sol est représenté par un champ aléatoire unidimensionnel avec une longueur de corrélation prise égale à 10m.

Tableau VII.4. Synthèse des variables de l'environnement naturel

Variables environnementales	Valeur moyenne	Coefficient de variation	Type de distribution
Charges climatiques verticales (ascendantes ou descendante)	2,8 kN/m	0,15	Log-normale
Charges climatiques horizontales	3,1 kN/m	0,15	Log-normale
Module d'Young du sol	40 MPa	0,30	Log-normale
Poids volumique du sol	20 kN/m^3	0,05	Log-normale
Cohésion effective du sol	38 kPa	0,20	Log-normale
Angle de frottement du sol	30°	0,10	Log-normale
Coefficient de Poisson	0,3	0	-

➢ *Variables de l'environnement socio-économique*

Les *Venv* socio-économique concernent principalement les coûts et temps unitaires de construction. Ces derniers ont été estimés en se référant à la base de données Batiprix (2012).

Les tableaux VII.5 et VII.6 fournissent respectivement les données économiques utilisées pour estimer les coûts et durées de construction des structures métalliques et des fondations (les détails de leur utilisation sont donnés dans le Chapitre IV).

Tableau VII.5. Données économiques utilisées pour l'évaluation des coût et durée de construction des structures métalliques

Données économiques (structures métalliques)		Unité	Valeurs
k_{mont}		€/h	125
k_{fab}	Assemblage articulé	-	1,3
	Assemblage semi-rigide	-	1,5
	Assemblage rigide	-	1,7
T_{mont}		h/kg	0,005
C_{mat}	Platine	€/kg	1,24
	Boulon	€/U	1,26
	Cornière	€/U	0,55
	Raidisseur	€/kg	1,24
	Goujon	€/U	2,21
	Contreventement	€/ml	1,68

Tableau VII.6. Données économiques utilisées pour l'évaluation des coût et durée de construction des fondations

Tâches de travail (fondations)	Unité	Prix unitaire (€/Unité)	Temps unitaire (h/Unité)
Excavation	m^3	29,10	0,294
Coffrage	m^2	25,30	0,317
Ferraillage	kg	1,37	0,003
Béton	m^3	183,03	0,500
Remblais compactés	m^3	11,54	0,133

Les données de coût et de productivité peuvent être très variables en fonction du lieu d'implantation, de la qualification de la main d'œuvre ou du contexte économique. Dans ce sens, nous choisissons de représenter ce type de données par des variables aléatoires supposées suivre des distributions triangulaires. Le support de ces distributions est défini par les valeurs à +/- 10% pour les prix unitaires (Wang et Kulhawy, 2008) et à +/-5% pour les temps unitaires autour des valeurs moyennes données dans les tableaux VII.5 et VII.6.

VII.2.3. Objectifs et contraintes de conception

Nous donnons dans le tableau VII.7 pour chaque critère, les paramètres de décision utilisés pour construire les courbes de désirabilité (type de fonction, r, $y^{\wedge}$, y^{-} *ou* y^{+}), les FOR (β), les fonctions contraintes ($p^{insat,c}$) et afin d'appliquer la méthode PROMETHEE II (q, p, w). La fonction de préférence employée dans la méthode PROMETHEE pour tous les critères, est celle à niveaux avec indifférence.

Tableau VII.7. Synthèse des paramètres de décision associés à chaque critère

Critères	Fonction de désirabilité	r	$y^{\wedge}$	y^{-} *ou* y^{+}	β	$p^{insat,c}$	q	p	w
FC_{min}	One-sided croissante	1	0,5	0,05	1	0	0,005	0,995	0,0690
ET_{min}	One-sided croissante	1	1	0,1	1	0	0,005	0,995	0,0690
CP_{min}	One-sided croissante	1	1	0,1	1	0	0,005	0,995	0,0690
Exc_{min}	One-sided croissante	1	1	0,1	1	0	0,005	0,995	0,0690
RG_{min}	One-sided croissante	1	1	0,1	1	0	0,005	0,995	0,0690
S	One-sided croissante	1	1	0,1	1	0	0,005	0,995	0,0690
$d_{h,\,max}$	One-sided croissante	1	0	5 mm	1	0	0,005	0,995	0,0690
$d_{v,\,max}$	One-sided croissante	1	0	10 mm	1	0	0,005	0,995	0,0690
C_T	One-sided croissante	1	0	5000 k€	1	0	0,005	0,995	0,4305
D_T	One-sided croissante	1	0	180 j	1	0	0,005	0,995	0,0175

Une série d'entretiens avec les experts impliqués dans le projet SolR² a permis d'identifier leurs préférences vis-à-vis des différents critères et, par conséquent, de fixer conjointement les paramètres de décision. On propose en Annexe III un exemple de formulaire pouvant être soumis au décideur afin de construire les courbes de désirabilité de manière ciblée et cohérente (vis-à-vis des attentes et préférences du décideur).

La pondération entre les critères a également été définie en accord avec le décideur en utilisant la méthode AHP. On rappelle que cette dernière permet de construire une matrice de jugement à partir de la comparaison deux à deux des critères en attribuant une note chiffrée pour formaliser l'importance relative que l'on accorde à un critère par rapport à un autre. La matrice de jugement finalement construite est donnée dans le tableau VII.8. Le ratio de cohérence obtenu pour cette matrice est égal à 0,0124 et est ainsi en-dessous du seuil 0,1 au-delà duquel les jugements émis ne sont pas jugés suffisamment cohérents.

Tableau VII.8. Matrice de jugement

	FC_{min}	ET_{min}	CP_{min}	Exc_{min}	RG_{min}	S	$d_{h,\ max}$	$d_{v,\ max}$	C_T	D_T
FC_{min}	1	1	1	1	1	1	1	1	1/7	5
ET_{min}	1	1	1	1	1	1	1	1	1/7	5
CP_{min}	1	1	1	1	1	1	1	1	1/7	5
Exc_{min}	1	1	1	1	1	1	1	1	1/7	5
RG_{min}	1	1	1	1	1	1	1	1	1/7	5
S	1	1	1	1	1	1	1	1	1/7	5
$d_{h,\ max}$	1	1	1	1	1	1	1	1	1/7	5
$d_{v,\ max}$	1	1	1	1	1	1	1	1	1/7	5
C_T	7	7	7	7	7	7	7	7	1	9
D_T	1/5	1/5	1/5	1/5	1/5	1/5	1/5	1/5	1/9	1

VII.3. Présentation de la solution optimale robuste

VII.3.1. Identification des solutions non-dominées

Au terme du processus d'optimisation, on obtient un ensemble de solutions de conception potentielles et non-dominées entre elles au sens de Pareto. Quelques représentations en deux dimensions (c'est-à-dire suivant deux critères) du *front de Pareto* sont données en Annexe IV et en figure VII.3. Chaque point présent sur le *front de Pareto* constitue une alternative de conception définie par un jeu de *Vco* qui lui est propre. Les objectifs sont représentés par les valeurs des *Vobj* (issues de l'évaluation des FOR) qui leur sont associées. On rappelle que dans notre problème d'optimisation, toutes les *Vobj* sont à maximiser de manière à maximiser la moyenne des désirabilités et à minimiser leur dispersion. Les paramètres statistiques sont estimés par la technique LHS et pour 5000 simulations. Ce nombre de simulations ne permet pas de se substituer à une analyse de fiabilité ultérieure mais permet en revanche d'assurer une certaine robustesse de la solution vis-à-vis des incertitudes aléatoires introduites.

Le *front de Pareto* représente la limite au-dessus de laquelle aucune solution faisable n'existe. S'il devait en exister une, c'est que celle-ci n'aurait alors pas été identifiée par l'algorithme de recherche. Pour 100 particules et 300 itérations, nous obtenons un ensemble de 3878 solutions potentielles parmi lesquelles pourront être sélectionnées une ou plusieurs solutions finales.

L'épaisseur du nuage et la forme du *front* s'expliquent par le caractère multi-objectif du problème (tel qu'une représentation en deux dimensions est partielle) et par la discrétisation

de l'espace de recherche. Pour l'exemple de la figure VII.3.a, deux critères contradictoires sont représentés avec un déplacement vertical maximal d'autant plus satisfaisant que le coût augmente. En conséquence, la désirabilité de dv_{max} augmente quand celle du coût diminue, et inversement. Sur cette figure, un code couleur permet de distinguer les solutions comportant quatre, cinq, six ou sept poteaux. Plus le nombre de poteaux est important, plus les longueurs de travées sont diminuées et donc plus l'amplitude des déplacements verticaux est satisfaisante. Toutefois, un nombre élevé de poteaux tend à augmenter le coût de construction (et donc à diminuer leur désirabilité).

Des *fronts de Pareto* représentés dans d'autres dimensions peuvent être moins dispersés comme c'est par exemple le cas entre les critères de coût et de capacité portante des fondations (cf. figure VII.3.b). Dans cette représentation du *front de Pareto*, on constate que toutes les solutions de conception satisfont le critère CP_{min}, ceci quel que soit le coût de construction engagé. Une telle observation peut conduire le décideur, s'il le juge utile, à rehausser ses exigences sur ce critère. Toutefois, un tel comportement peut conduire à un surdimensionnement de l'ouvrage. Il apparait donc que certains critères guident le processus de conception, principalement ceux relatifs aux déplacements, au soulèvement et aux aspects économiques de l'ouvrage, d'autres étant pleinement satisfaits (FC_{min}, ET_{min}, CP_{min}) quelle que soit la solution envisagée (parmi l'*ensemble optimal de Pareto*).

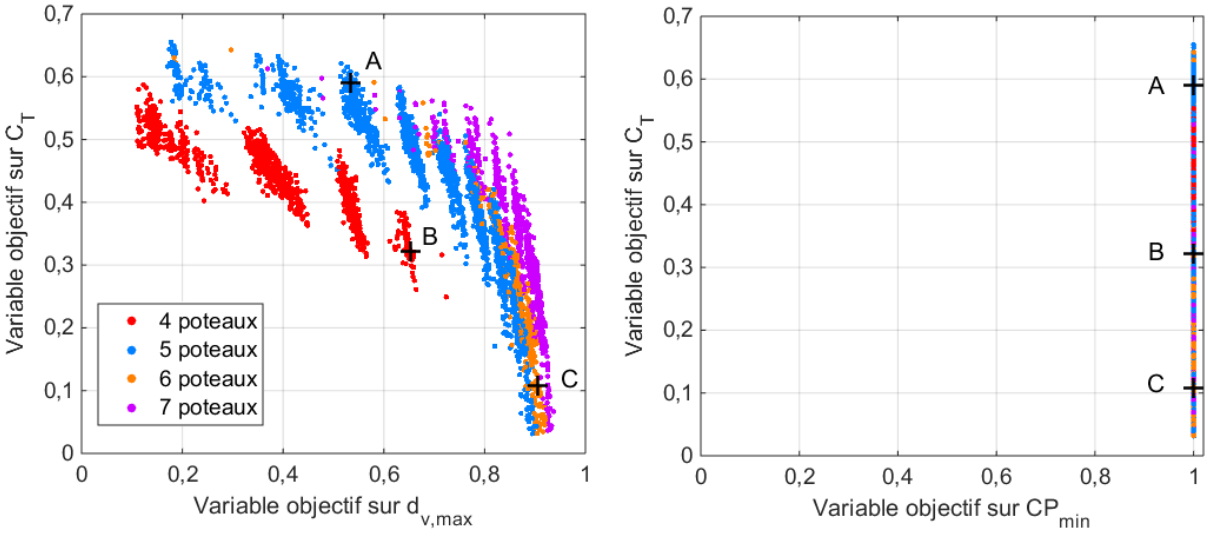


Figure VII.3. Représentations en deux dimensions de la distribution des solutions potentielles sur le front de Pareto avec (a) Vobj(C_T) en fonction de Vobj($d_{v,max}$) et (b) Vobj(C_T) en fonction de Vobj(CP_{min})

Nous donnons à titre d'exemple trois solutions potentielles au problème (notées A, B et C) et positionnées sur le *front de Pareto* en figure VII.3. Les *Vco* associées à chacune d'elles sont données dans le tableau VII.9.

Tableau VII.9. Variables de conception associées à trois solutions présentes sur le front de Pareto

Solution	**A**	**B**	**C**
Poutre	IPE 200	IPE 300	IPE 360
Poteau	HEB 100	HEB 180	HEB 180
Contreventement	OUI	OUI	OUI
Nombre de poteau	5	4	6
Assemblage poteau-poutre	Semi-rigide	Rigide	Semi-rigide
Assemblage pied de poteau	Articulé	Articulé	Encastré
(L_e ; B_e ;H_e)	(1,0 m ; 0,50m ; 0,4m)	(1,40m ; 0,95m ; 0,4m)	(1,25m ; 1,10m ; 0,4m)
(L_i ; B_i ;H_i)	(0,50m ; 0,50m ; 0,4m)	(1,20m ; 0,75m ; 0,4m)	(1,15m ; 0,80m ; 0,4m)
D	1,25 m	0,70 m	0,50 m

Le tableau VII.10 donne pour chaque solution et vis-à-vis de chaque critère, les valeurs moyennes des *Vcri* et des *Vsat* ainsi que les valeurs des *Vobj*. Dans ce tableau, un code couleur permet de différencier de manière relative les trois solutions sur chaque critère : (a) la couleur verte correspond à la meilleure évaluation parmi les trois, (b) la couleur orange représente une évaluation intermédiaire et (c) la couleur rouge correspond à la moins bonne évaluation parmi les trois.

Tableau VII.10. Description de trois solutions présentes sur le front de Pareto

		FC_{min}	ET_{min}	CP_{min}	Exc_{min}	RG_{min}	S	$d_{h,\,max}$	$d_{v,\,max}$	C_T	D_T
Variables critères (moyenne)	*A*	0,778	12,620	11,409	1,553	4,227	1,337	1,30 mm	4,34 mm	2018,1 k€	87 j
	B	0,813	16,481	25,515	2,608	1,569	1,839	1,10 mm	3,34 mm	3334,3 k€	97 j
	C	0,922	35,418	34,006	2,620	1,990	1,943	0,81 mm	0,85 mm	4386,8 k€	135 j
Variables de satisfaction (moyenne)	*A*	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,972	0,740	0,566	0,596	0,519
	B	1,000	1,000	1,000	1,000	0,999	0,999	0,780	0,666	0,333	0,464
	C	1,000	1,000	1,000	1,000	0,992	0,999	0,839	0,915	0,123	0,253
Variables objectif	*A*	1,000	1,000	1,000	0,998	1,000	0,888	0,686	0,529	0,590	0,513
	B	1,000	1,000	1,000	1,000	0,986	0,983	0,741	0,637	0,322	0,454
	C	1,000	1,000	1,000	0,994	0,942	0,989	0,808	0,904	0,107	0,238

Pour ces trois solutions potentielles, certains critères (FC_{min}, ET_{min}, CP_{min}) sont pleinement satisfaits (*Vobj* égales à 1) malgré le fait que les valeurs moyennes des *Vcri* qui leur sont associées diffèrent d'une solution à l'autre. Cependant, l'évaluation de ces solutions vis-à-vis d'autres critères met en relief le caractère multi-objectif du problème de conception étudié, comme c'est par exemple le cas entre S, $d_{h,max}$, $d_{v,max}$ d'une part et C_T, D_T d'autre part. La solution C présente un nombre de poteaux ainsi que des sections de profils métalliques supérieurs aux deux autres. Cela lui confère, entre autre, une meilleure résistance au soulèvement ainsi que de plus faibles déplacements, qu'ils soient horizontaux ou verticaux. Toutefois, le coût et la durée de construction sont fortement dégradés par rapport à la solution A et dans une moindre mesure, à la solution B.

Pour l'exemple du critère Exc_{min}, la différence de valeurs des *Vobj* lorsque l'on passe d'une solution à une autre est ici moins évidente. En observant la valeur moyenne des *Vcri*, on constate que la marge de sécurité moyenne vis-à-vis de l'excentricité excessive de la charge est plus importante pour la solution C que pour les deux autres. Toutefois, la satisfaction moyenne sur ce critère est maximale (désirabilité égale à 1) pour ces trois solutions et il n'y a donc pas, à ce niveau, de différences apparentes entre chacune d'elles. En analysant à présent les *Vobj* sur ce même critère, on constate que la solution B est cette fois plus satisfaisante que la solution C et dans une moindre mesure, que la solution A. En ce sens, et même si elle ne possède pas la meilleur performance moyenne (en terme de *Vcri*) vis-à-vis de Exc_{min}, la solution B semble être la plus robuste sur ce critère parmi les trois solutions, c'est-à-dire celle présentant le meilleur compromis entre moyenne et dispersion des désirabilités.

VII.3.2. Choix d'une solution de conception

Après l'application de la méthode PROMETHEE II et l'utilisation de la matrice de jugement du tableau VII.8, nous obtenons la solution optimale suivante (elle correspond à la solution A identifiée précédemment dans le §VII.3.1) : une structure métallique contreventée constituée de 5 poteaux HEB 100 assemblés à des poutres IPE 200 par des assemblages semi-rigides. Les pieds de poteaux sont articulés et liaisonnés à des fondations profondes de 1,25m, de hauteur 0,4m, de largeur 0,5m et de longueurs 1m (pour les fondations extérieures) ou 0,5m (pour les fondations intérieures). Les diagrammes des efforts intérieurs et de la déformée de la structure sont donnés en Annexe V.

Le tableau VII.11 décrit les paramètres statistiques des *Vcri* et des *Vsat* de la solution optimale. Les valeurs des *Vobj* associées à chaque critère y sont également indiquées.

Tableau VII.11. Description statistique de la solution optimale

		FC_{min}	ET_{min}	CP_{min}	Exc_{min}	RG_{min}	S	$d_{h,\,max}$	$d_{v,\,max}$	C_T	D_T
Variables critères	μ	0,778	12,620	11,409	1,553	4,227	1,337	1,30 mm	4,34 mm	2018,1 k€	87 j
	V (%)	1,54	7,41	32,12	8,61	11,69	26,50	21,04	8,53	1,54	1,24
Variables de satisfaction	μ	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,972	0,740	0,566	0,596	0,519
	σ	0,000	0,000	0,000	0,002	0,000	0,084	0,055	0,037	0,006	0,006
Variables objectif		1,000	1,000	1,000	0,998	1,000	0,888	0,686	0,529	0,590	0,513

Comme nous l'avons remarqué précédemment, certains critères sont pleinement satisfaits (FC_{min}, ET_{min}, CP_{min}, RG_{min}), cela même si la dispersion des *Vcri* associées peut être relativement importante ($V(CP_{min})=32$ %). D'autres critères, tels que les critères économiques (C_T, D_T) et de déplacements ($d_{h,max}$, $d_{v,max}$) sont plus dégradés. Cela provient du caractère multi-objectif du problème, qui met en balance les critères de résistance et de faible déformation de l'ouvrage d'une part et les critères économiques d'autre part, de telle sorte que l'amélioration globale du premier ensemble dégrade le second (et inversement).

VII.4. Robustesse de la décision

La solution retenue comme optimale a été identifiée comme le « meilleur compromis » dans la situation de référence étudiée. Cependant, nombre d'hypothèses ont été faites pour définir cette situation de référence, et il convient de s'interroger sur la robustesse de cette solution si ces hypothèses s'avéraient fausses : (a) les performances espérées seraient-elles fortement détériorées ? (b) d'autres solutions offriraient-elles de meilleurs compromis ?

Nous allons examiner cette problématique en étudiant plus particulièrement l'effet des hypothèses de modèle d'une part et celles relatives à la variabilité des sols d'autre part.

VII.4.1. Effets des paramètres de décision

Nous nous intéresserons en premier lieu à la sensibilité de la solution optimale vis-à-vis de quelques paramètres de décision : la valeur des poids attribués à chaque critère, la valeur du coefficient de dispersion β utilisé pour construire les FOR (relatif à la prise en compte de la dispersion sur la désirabilité), et la valeur du coefficient de courbure r qui contrôle la forme des courbes de désirabilité. Les valeurs de référence sont celles indiquées dans le tableau VII.7.

VII.4.1.1. Pondération des critères

Trois scénarios de préférences sont considérés : (a) le coût est la priorité, (b) tous les critères ont le même niveau d'importance, (c) la qualité est la priorité. La qualité est ici définie par les critères de résistance et de déformation de l'ouvrage qui vont conditionner l'efficacité du système de miroirs. Le tableau VII.12 donne les pondérations associées à chaque scénario.

Tableau VII.12. Pondération associée à trois scénarios de préférence

Scénario	FC_{min}	ET_{min}	CP_{min}	Exc_{min}	RG_{min}	S	$d_{h,\,max}$	$d_{v,\,max}$	C_T	D_T
(a)	0,25/9	0,25/9	0,25/9	0,25/9	0,25/9	0,25/9	0,25/9	0,25/9	**0,75**	0,25/9
(b)	**1/10**	**1/10**	**1/10**	**1/10**	**1/10**	**1/10**	**1/10**	**1/10**	**1/10**	**1/10**
(c)	**0,95/8**	**0,95/8**	**0,95/8**	**0,95/8**	**0,95/8**	**0,95/8**	**0,95/8**	**0,95/8**	0,025	0,025

Pour chaque scénario, on applique aux solutions du *front de Pareto* les nouveaux poids (via la méthode PROMETHEE II) afin d'identifier, parmi elles, un nouveau « meilleur compromis » entre les critères. Le tableau VII.13 donne les *Vco* optimales pour les trois scénarios de préférence. Les *Vobj* ainsi que les valeurs moyennes des *Vsat* (relatives aux désirabilités) et des *Vcri* associées à chaque solution sont décrites dans le tableau VII.14.

Partie D

Tableau VII.13. Variables de conception optimales pour trois scénarios de préférence

Scénario	***(a)***	***(b)***	***(c)***
Poutre	IPE 180	IPE 240	IPE 330
Poteau	HEB 100	HEB 120	HEB 200
Contreventement	OUI	OUI	OUI
Nombre de poteau	5	5	5
Assemblage poteau-poutre	Semi-rigide	Rigide	Rigide
Assemblage pied de poteau	Articulé	Articulé	Articulé
(L_e ; B_e ;H_e)	(0,80m ; 0,50m ; 0,4m)	(1,05m ; 0,55m ; 0,4m)	(1,30m ; 0,75m ; 0,4m)
(L_i ; B_i ;H_i)	(0,50m ; 0,50m ; 0,4m)	(0,55m ; 0,55m ; 0,4m)	(1,30m ; 0,65m ; 0,4m)
D	0,95 m	1,10 m	0,95 m

Tableau VII.14. Description des solutions optimales identifiées pour trois scénarios de préférence

		FC_{min}	ET_{min}	CP_{min}	Exc_{min}	RG_{min}	S	$d_{h,\,max}$	$d_{v,\,max}$	C_T	D_T
Variables critère (moyenne)	*(a)*	0,702	10,080	11,063	0,861	2,532	0,875	1,46 mm	5,72 mm	1737,2 k€	67 j
	(b)	0,840	16,511	13,064	1,646	3,444	1,387	1,17 mm	2,18 mm	2516,5 k€	86 j
	(c)	0,914	25,391	25,394	1,875	2,194	2,540	0,79 mm	1,05 mm	4152,3 k€	124 j
Variables de satisfaction (moyenne)	*(a)*	1,000	1,000	1,000	0,844	1,000	0,790	0,709	0,428	0,653	0,628
	(b)	1,000	1,000	1,000	0,999	1,000	0,978	0,766	0,782	0,497	0,524
	(c)	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,843	0,895	0,170	0,314
Variables objectif	*(a)*	1,000	1,000	1,000	0,754	1,000	0,578	0,648	0,381	0,647	0,623
	(b)	1,000	1,000	1,000	0,980	1,000	0,906	0,717	0,759	0,489	0,518
	(c)	1,000	1,000	1,000	0,995	0,997	1,000	0,813	0,882	0,156	0,307

La figure VII.4 représente les *Vobj* des solutions optimales identifiées pour les trois scénarios de préférence et vis-à-vis des dix critères de conception. Les *Vobj* associées à la solution de référence y sont également indiquées.

On constate que le choix de la solution optimale peut être très sensible à la pondération introduite entre les objectifs. Ainsi, la solution identifiée pour le scénario (a) possède des performances moindres en terme de qualité par rapport aux deux autres scénarios, notamment sur les critères Exc_{min}, S, $d_{v,\ max}$ et $d_{h,\ max}$. Cela provient notamment d'une section de poutre plus faible et de fondations plus légères. A l'inverse lorsque la priorité est accordée à la qualité, les critères de coût et de durée deviennent beaucoup moins satisfaisants.

Comme évoqué précédemment, le changement de solutions n'affecte toutefois pas l'évaluation de certains critères tels que FC_{min}, ET_{min} ou CP_{min}, qui demeurent pleinement satisfaits quelle que soit la pondération introduite entre les critères.

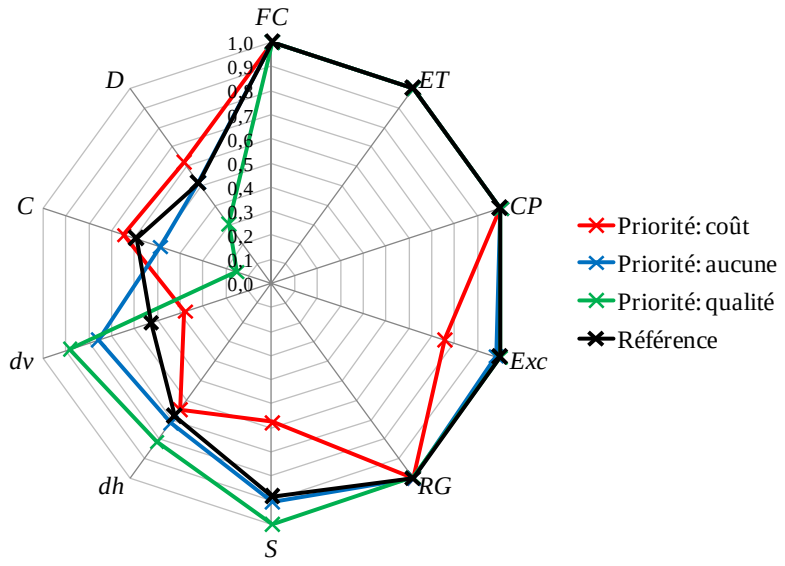


Figure VII.4. Représentation des Vobj des solutions optimales identifiées pour quatre scénarios de préférence

VII.4.1.2. Coefficient de dispersion

Trois degrés d'importance de la mesure de dispersion dans l'expression des FOR sont analysés : (a) β=0 correspond à une aversion neutre au risque, (b) β=1 exprime une aversion modérée au risque, (c) β=5 exprime une aversion prononcée au risque. On rappelle que plus le coefficient de dispersion β est grand, plus le choix de la solution optimale est dépendant de la mesure de dispersion associée à chaque critère.

Une nouvelle formulation des FOR étant susceptible de modifier l'*ensemble optimal de Pareto*, il est nécessaire de relancer le processus d'optimisation pour toutes nouvelles valeurs de β. Le tableau VII.15 donne les *Vco* optimales identifiées pour les trois valeurs du coefficient de dispersion. Les *Vobj* ainsi que les valeurs moyennes des *Vsat* et des *Vcri* associées à chaque solution sont décrites dans le tableau VII.16.

Tableau VII.15. Variables de conception optimales pour trois valeurs du coefficient de dispersion

Scénario	**β = 0**	**β = 1 (référence)**	**β = 5**
Poutre	IPE 200	IPE 200	IPE 200
Poteau	HEB 100	HEB 100	HEB 100
Contreventement	OUI	OUI	OUI
Nombre de poteau	5	5	5
Assemblage poteau-poutre	Semi-rigide	Semi-rigide	Semi-rigide
Assemblage pied de poteau	Articulé	Articulé	Articulé
(L_e ; B_e ;H_e)	(0,95m ; 0,50m ; 0,4m)	(1,0 m ; 0,50m ; 0,4m)	(1,30m ; 0,50m ; 0,4m)
(L_i ; B_i ;H_i)	(0,50m ; 0,50m ; 0,4m)	(0,50m ; 0,50m ; 0,4m)	(0,50m ; 0,50m ; 0,4m)
D	1,05 m	1,25 m	1,35 m

Tableau VII.16. Description des solutions optimales identifiées pour trois valeurs du coefficient de dispersion

		FC_{min}	ET_{min}	CP_{min}	Exc_{min}	RG_{min}	S	$d_{h,\,max}$	$d_{v,\,max}$	C_T	D_T
Variables critère (moyenne)	*β=0*	0,778	12,608	11,137	1,553	3,506	1,074	1,36 mm	4,39 mm	1924,9 k€	76 j
	β=1	0,778	12,620	11,409	1,553	4,227	1,337	1,30 mm	4,34 mm	2018,1 k€	87 j
	β=5	0,778	12,628	11,544	2,717	5,161	1,697	1,27 mm	4,32 mm	2146,0 k€	100 j
Variables de satisfaction (moyenne)	*β=0*	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,902	0,729	0,561	0,615	0,581
	β=1	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,972	0,740	0,566	0,596	0,519
	β=5	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,997	0,745	0,568	0,571	0,446
Variables objectif	*β=0*	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,902	0,729	0,561	0,615	0,581
	β=1	1,000	1,000	1,000	0,998	1,000	0,888	0,686	0,529	0,590	0,513
	β=5	1,000	1,000	1,000	0,996	1,000	0,863	0,484	0,383	0,538	0,412

La figure VII.5 représente les *Vobj* des solutions optimales identifiées pour les trois valeurs du coefficient de dispersion et vis-à-vis des dix critères de conception.

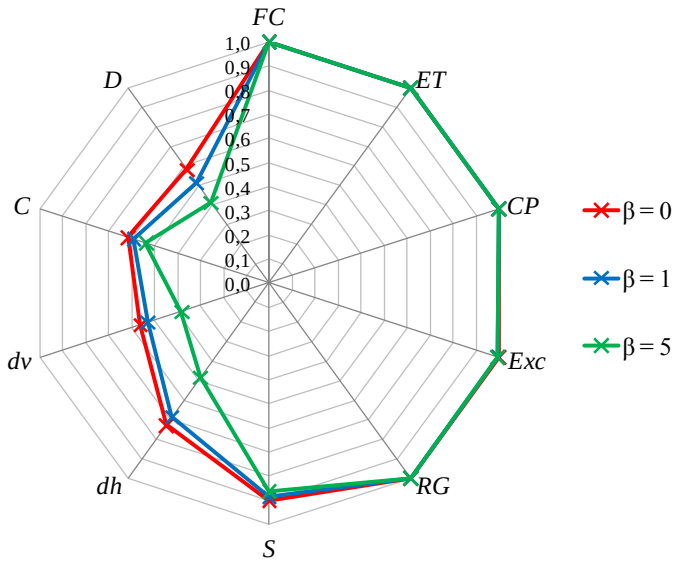


Figure VII.5. Représentation des Vobj des solutions optimales identifiées pour trois valeurs du coefficient de dispersion

On constate que les *Vco* propres à la structure métallique restent inchangées dans les trois cas et que seules les dimensions des fondations évoluent. On observe en particulier une augmentation de la profondeur d'encastrement *D* des fondations ainsi qu'une augmentation des longueurs L_e des fondations extérieures lorsque β est pris grand. De tels changements conduisent à une amélioration des performances moyennes de l'ouvrage en termes de résistance et de déplacements lorsque l'on passe de β=0 à β=5. Toutefois, l'augmentation de β, et donc de l'influence de la mesure de dispersion dans l'évaluation des FOR, mène à une dégradation des *Vobj* associées à ces critères.

Pour comprendre comment la valeur de β influence le choix de la solution optimale, nous nous appuyons sur les figures VII.6 à VII.8 qui montrent pour trois degrés d'aversion au risque, l'évolution des *Vobj* lorsque *D* et L_e varient. Les courbes pointillées, continues et tiretées représentent respectivement les valeurs des *Vobj* pour β = 0, pour β = 1, et pour β = 5. Sur ces figures, les douze autres *Vco* sont fixées et prises égales à celles de la solution de référence (c'est-à-dire lorsque β = 1).

On remarque tout d'abord que le coefficient β n'a pas la même influence sur tous les critères. En effet, plus l'écart entre les valeurs obtenues pour β = 0 et pour β = 5 est grand, plus la *Vobj* est sensible au coefficient de dispersion. Ainsi, la *Vobj* sur le déplacement horizontal est par exemple beaucoup plus sensible aux changements opérés sur β que celle sur le coût. Cet écart de sensibilité d'un critère à l'autre provient notamment de la dispersion des *Vcri* et du paramétrage des courbes de désirabilité (courbure et bornes) qui leur sont associées. La sensibilité à β est même nulle pour les critères FC_{min}, ET_{min}, CP_{min}, ou RG_{min} non représentés sur ces figures mais pour lesquels les *Vobj* restent égales à 1 sur les plages de valeurs étudiées. Cela provient du fait que la moyenne des *Vsat* est égale à 1 et que leur dispersion est nulle, signifiant que toutes les *Vcri* simulées sont pleinement satisfaisantes (désirabilités égales 1). Pour de tels critères le poids attribué à la mesure de dispersion dans la FOR n'a pas d'importance, ce terme étant nul.

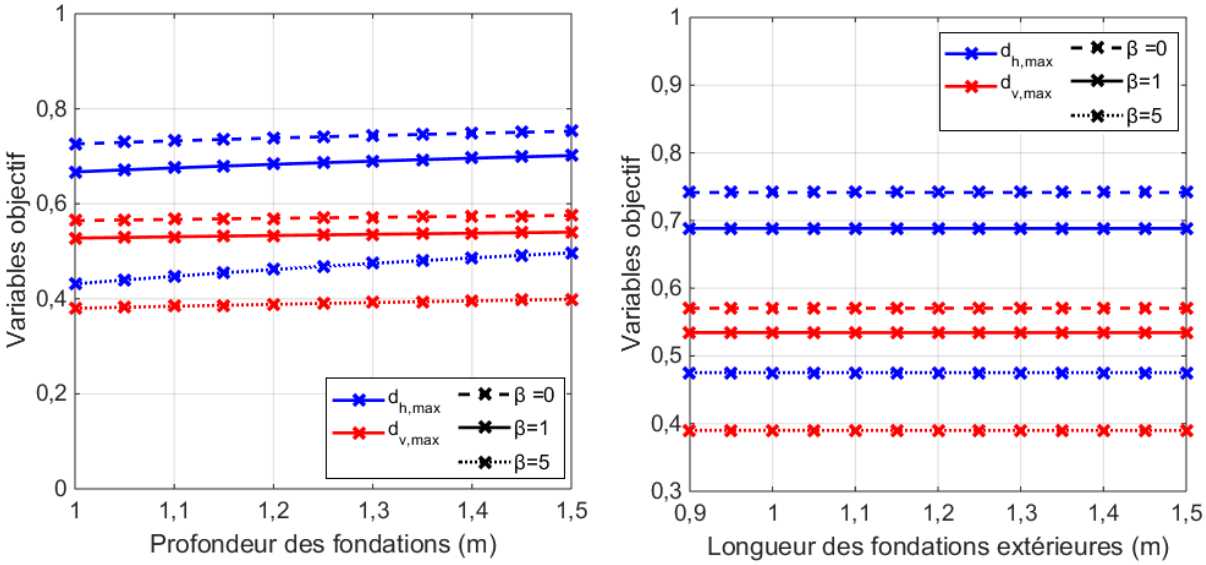


Figure VII.6. Vobj sur les déplacements de l'ouvrage en fonction (a) de la profondeur des fondations et (b) de la longueur des fondations extérieures pour trois valeurs du coefficient de dispersion

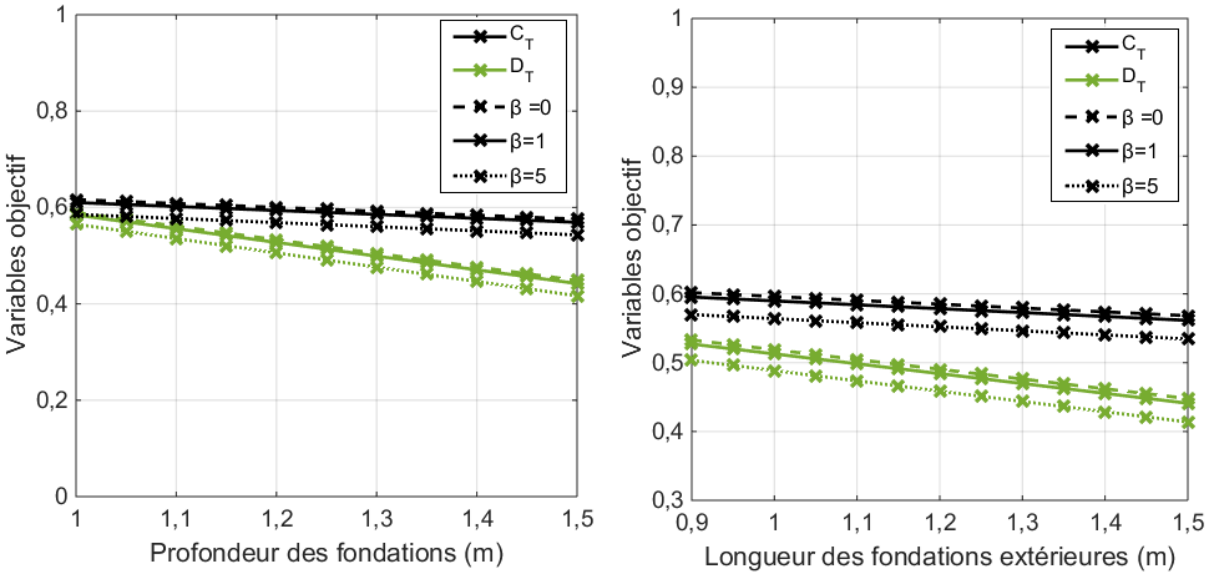


Figure VII.7. Vobj sur les critères économiques en fonction (a) de la profondeur des fondations et (b) de la longueur des fondations extérieures pour trois valeurs du coefficient de dispersion

De plus, alors que la sensibilité à β est apparemment constante quand D et L_e varient, il n'en est pas de même pour d'autres critères tels que Exc_{min} et S (cf. figure VII.8). Si l'on prend l'exemple du critère de résistance au soulèvement, on constate que l'influence de β diminue lorsque D et/ou L_e augmentent. Cela provient du fait que la probabilité d'être pleinement satisfait vis-à-vis de ce critère croît progressivement avec D et/ou L_e. En d'autres mots, la dispersion des *Vsat* vis-à-vis du critère S diminue lorsque la part des valeurs pleinement satisfaisantes (désirabilités égales à 1) augmente. Cela a pour conséquence de diminuer l'influence de la mesure de dispersion, et donc indirectement celle de β, dans l'évaluation de la FOR.

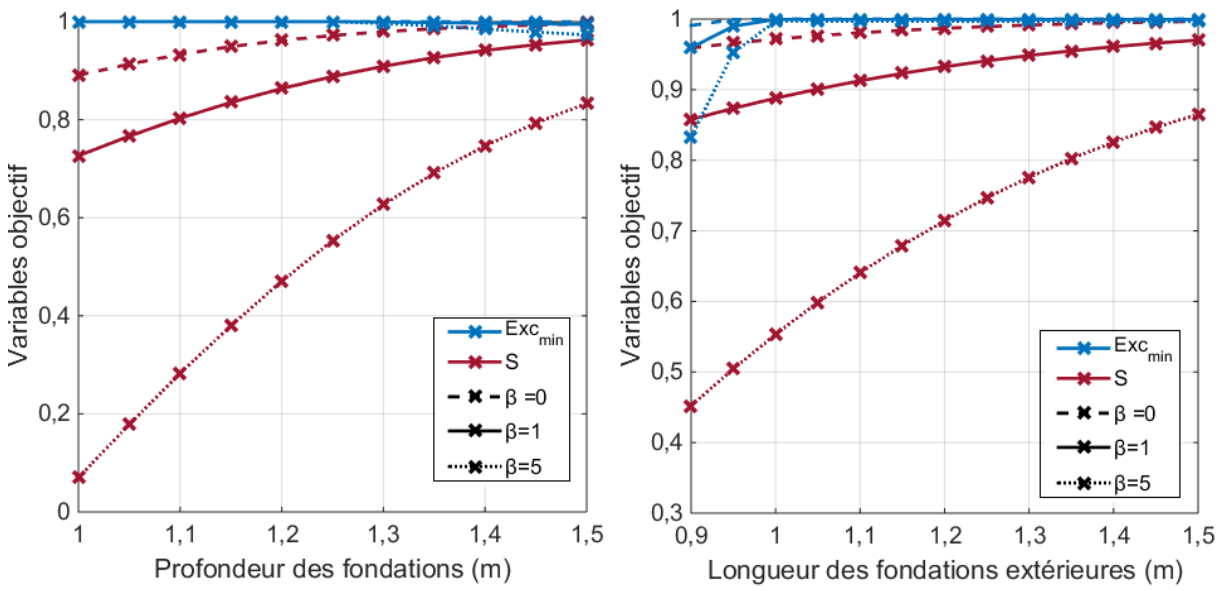


Figure VII.8. Vobj sur les critères S et Exc_{min} en fonction (a) de la profondeur des fondations et (b) de la longueur des fondations extérieures pour trois valeurs du coefficient de dispersion

Ces observations permettent de comprendre que toutes les *Vobj* associées à la solution de référence (D = 1,25m et L_e = 1,00m) ne sont pas dégradées de la même manière lorsque β est pris égal à 5. En effet, les *Vobj* relatives aux critères S, $d_{h,max}$, ou $d_{v,max}$ sont fortement atteintes par l'augmentation de β par rapport aux critères C_T, D_T et Exc_{min}. La dégradation de ces *Vobj* conduit à un réajustement à la hausse de certaines *Vco* (plus précisément D et L_e) comme cela a été présenté dans le tableau VII.15. Les raisons qui expliquent que toutes les *Vco* n'évoluent pas lorsque l'on passe de β = 1 à β = 5 sont doubles. La première est que tous les critères ne sont pas sensibles de la même manière à toutes les *Vco*. La seconde est que lorsque l'on cherche à améliorer les critères de résistance ou de déformation de l'ouvrage, on altère en retour les critères économiques. L'influence des variables D ou L_e (dans un intervalle de valeurs fixé) sur chaque objectif peut être quantifiée par la pente des courbes des figures VII.6 à VII.8. Plus celle-ci est importante en valeur absolue, plus la *Vobj* est sensible à la *Vco* concernée.

Si l'augmentation de la hauteur d'encastrement ou de la longueur des fondations conduit à l'amélioration considérable du critère de résistance au soulèvement, on peut imaginer que des changements opérés sur d'autres *Vco* (par exemple le type de poutre) conduiraient également à des perfectionnements (par exemple à réduire le déplacement vertical). Toutefois, de tels changements accompagnés ou non de modifications supplémentaires (nécessaires au respect des contraintes technologiques de conception) sont susceptibles de nuire fortement à l'évaluation des critères de coût et de durée. La possibilité ou non d'introduire ces changements réside alors dans le niveau de compensation des critères, défini entre autres par :

- la MAMCD utilisée,
- les poids attribués à chaque critère,
- le niveau de satisfaction des critères.

A l'inverse, lorsque le coefficient β est pris nul (les *Vobj* correspondent alors directement à la moyenne des *Vsat*), on constate que la profondeur d'encastrement ainsi que la longueur des fondations sont diminuées par rapport au cas de référence. En effet, l'amélioration de la plupart des *Vobj*, notamment celles relatives aux critères de qualité de l'ouvrage, autorise de

tels changements sans affecter outre mesure les critères de stabilité des fondations et en améliorant dans le même temps les critères économiques.

VII.4.1.3. Coefficient de courbure

Trois niveaux d'aversion au risque sont comparés : (a) *r*=0,25 traduit une relativement faible aversion au risque, (b) *r*=1 exprime une aversion modérée au risque, (c) *r*=4 correspond à une relativement forte aversion au risque. On rappelle que plus le coefficient de courbure *r* est pris petit, plus le niveau de satisfaction d'une *Vcri* (compris entre 0 et 1) est important.

Un nouveau paramétrage des fonctions de désirabilité étant susceptible de modifier l'*ensemble optimal de Pareto*, il est alors nécessaire de relancer le processus d'optimisation pour toutes nouvelles valeurs de *r*.

Le tableau VII.17 donne les *Vco* optimales identifiées pour les trois valeurs de *r*. Les *Vobj* ainsi que les valeurs moyennes des *Vsat* et des *Vcri* associées à chaque solution sont décrites dans le tableau VII.18.

Tableau VII.17. Variables de conception optimales pour trois valeurs du coefficient de courbure

Scénario	***r* = 0,25**	***r* = 1 (référence)**	***r* = 4**
Poutre	IPE 200	IPE 200	IPE 400
Poteau	HEB 100	HEB 100	HEB 200
Contreventement	OUI	OUI	OUI
Nombre de poteaux	5	5	5
Assemblage poteau-poutre	Semi-rigide	Semi-rigide	Rigide
Assemblage pied de poteau	Articulé	Articulé	Articulé
(L_e ; B_e ;H_e)	(1,05m ; 0,50m ; 0,4m)	(1,0 m ; 0,50m ; 0,4m)	(1,30m ; 0,75m ; 0,4m)
(L_i ; B_i ;H_i)	(0,50m ; 0,50m ; 0,4m)	(0,50m ; 0,50m ; 0,4m)	(1,30m ; 0,65m ; 0,4m)
D	1,30 m	1,25 m	0,95 m

Tableau VII.18. Description des solutions optimales identifiées pour trois valeurs du coefficient de courbure

		FC_{min}	ET_{min}	CP_{min}	Exc_{min}	RG_{min}	S	$d_{h,\ max}$	$d_{v,\ max}$	C_T	D_T
Variables critère (moyenne)	*r= 0,25*	0,778	12,623	11,477	1,708	4,488	1,435	1,29 mm	4,33 mm	2053,4 k€	91 j
	r=1	0,778	12,620	11,409	1,553	4,227	1,337	1,30 mm	4,34 mm	2018,1 k€	87 j
	r=4	0,922	33,890	24,966	1,918	2,220	2,602	0,72 mm	0,84 mm	4707,0 k€	150 j
Variables de satisfaction (moyenne)	*r= 0,25*	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,995	0,928	0,867	0,876	0,840
	r=1	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,972	0,740	0,566	0,596	0,519
	r=4	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,543	0,704	0,000	0,001
Variables objectif	*r= 0,25*	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,977	0,911	0,853	0,874	0,837
	r=1	1,000	1,000	1,000	0,998	1,000	0,888	0,686	0,529	0,590	0,513
	r=4	1,000	1,000	1,000	0,998	0,985	1,000	0,476	0,664	0,000	0,001

La figure VII.9 représente les *Vobj* des solutions optimales identifiées pour les trois niveaux d'aversion au risque et vis-à-vis des dix critères de conception.

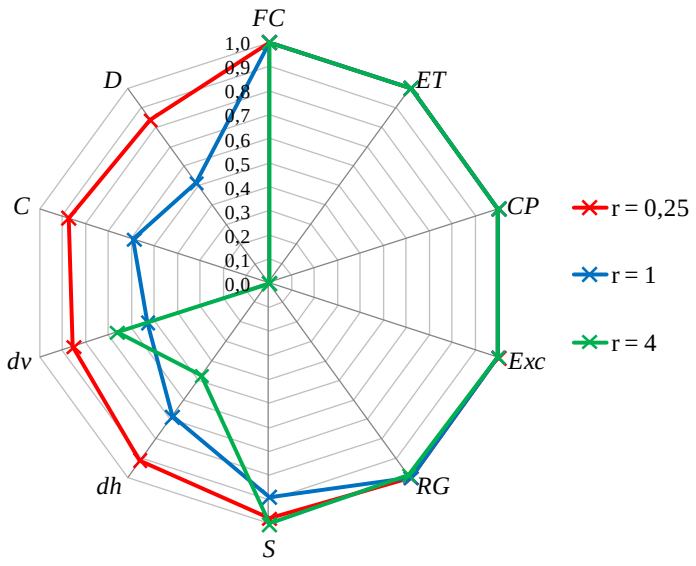


Figure VII.9. Représentation des Vobj des solutions optimales identifiées pour trois valeurs du coefficient de courbure

On constate que le choix de la solution optimale peut être très sensible à la forme des courbes de désirabilité notamment lorsque l'aversion au risque est fortement marquée (r = 4). Dans ce cas, ce sont aussi bien les *Vco* liées aux fondations que celles liées à la structure métallique qui sont modifiées. Une fois encore et comme cela a déjà pu être remarqué pour les autres paramètres de décision, tous les critères ne sont pas influencés de la même manière par

les changements opérés sur *r*. En effet, les critères dont la majorité des valeurs simulées ont une désirabilité égale à 1 sont beaucoup moins sensibles au paramètre de courbure. La sensibilité à la forme des courbes de désirabilité dépend en fait de la position des *Vcri* dans l'intervalle $[y^-, y^\wedge]$ (ou $[y^\wedge, y^+]$) qui bornent les fonctions de désirabilité. En effet, les *Vcri* situées au milieu de cet intervalle sont davantage affectées par une augmentation de *r* que celles situées aux frontières et au-delà desquelles les critères sont jugés totalement satisfaits (désirabilité égale à 1) ou insatisfaits (désirabilité nulle).

Une excessive aversion au risque (r=4) conduit à une solution optimale où les critères de coût et de durée sont totalement délaissés (désirabilité moyenne proche de 0) au profit des critères de résistance et de faible déformation de l'ouvrage. En effet, dans une telle situation, la satisfaction sur les critères de coût et durée est tellement faible qu'elle ne pourrait être compensée par une diminution massique de l'ouvrage. C'est une fois de plus le degré de compensation entre les critères contradictoires qui conduit à un tel choix.

En revanche, pour une relativement faible aversion au risque (r = 0,25), la solution optimale est relativement proche de la solution de référence (identifiée pour r=1). La profondeur d'encastrement ainsi que la longueur des fondations extérieures sont toutefois légèrement augmentées pour améliorer la résistance au soulèvement de l'ouvrage sans porter préjudice aux critères économiques.

VII.4.1.4. Synthèse sur les incertitudes relatives aux paramètres de décision

Au vu des analyses menées dans cette section, il apparaît clairement que les choix effectués sur les paramètres de décision peuvent fortement conditionner la configuration optimale de l'ouvrage. Ils peuvent même mener à des situations où le choix d'une solution ne correspond pas aux attentes initiales du décideur.

C'est par exemple le cas pour une valeur de *r* supérieure à 1 ($r>1$) censée représenter une relativement forte aversion face au risque d'obtenir une solution qui s'éloigne de trop des exigences économiques et de sécurité de l'ouvrage. Or, il a été montré qu'une trop grande valeur de *r* (r=4) pouvait conduire à une pénalisation excessive de certains critères telle que la solution finalement choisie s'avérait extrêmement coûteuse.

Dans ce sens, les paramètres de décision doivent être sélectionnés avec une attention particulière sous peine de choisir une solution finalement très peu représentative des préférences du décideur. En ce sens, et afin d'éviter d'être confronté à de telles situations, on peut suggérer de rendre la main au décideur en lui montrant les profils de performance des solutions obtenues pour qu'il valide l'optimum identifié et si ce n'est pas le cas, lui proposer de mettre à jour les paramètres de décision.

Les dialogues avec le décideur peuvent par exemple débuter en lui proposant une ou plusieurs solutions identifiées pour un comportement modéré face au risque (r=1, β=1) et lorsqu'aucun critère n'est privilégié par rapport à un autre (pondération identique pour tous les critères). Dans le cas où l'optimum identifié ne lui convient pas, on peut alors lui proposer d'opérer des changements sur les paramètres de décision en lui conseillant toutefois :

- de ne pas être trop discriminant (au départ) vis-à-vis d'un ou plusieurs critères en établissant la pondération,
- de ne pas traiter tous les critères de la même manière, la sensibilité à *r* et β pouvant être variable d'un critère à un autre.

Le critères dont les valeurs se concentrent dans l'intervalle $[y^-,y^\wedge]$ (ou $[y^\wedge, y^+]$) seront les plus affectés par les changements effectués sur *r*, cela d'autant plus que les *Vcri* se situent au

milieu de cet intervalle. Dans cette étude, il s'agit surtout des critères économiques et de ceux liés aux déplacements de l'ouvrage.

Les critères disposant d'une forte dispersion sur les désirabilités seront les plus affectés par les changements effectués sur β, de telle sorte que de grandes valeurs de ce paramètre (β>0) pourront conduire à une forte dégradation des *Vobj* associées. Dans cette étude, il s'agit principalement des critères liés aux déplacements de l'ouvrage. En revanche, l'analyse de la dispersion des *Vcri* ne constitue pas nécessairement une aide pour le paramétrage de β et pour l'appréciation de la robustesse d'une solution. En effet, toutes les *Vcri* générées pour un critère (via LHS) peuvent être pleinement satisfaisantes (désirabilités égales à 1), cela même en cas de forte de dispersion de ces variables. C'est par exemple le cas dans cette étude pour la marge de sécurité vis-à-vis d'une défaillance de la capacité portante des fondations.

VII.4.2. Effets de la dispersion des variables aléatoires

Dans les paragraphes précédents, nous avons rendu compte du fait que les paramètres de décision liés à l'établissement des préférences du décideur devaient être choisis avec prudence et en toute connaissance de cause. En effet, une pondération inappropriée ou une courbure extrême des fonctions de désirabilité peuvent conduire à une solution optimale excessivement pénalisante vis-à-vis de certains critères. Outre les incertitudes pouvant porter sur de tels paramètres, nous avons vu dans la Partie C que celles portant la caractérisation probabiliste des propriétés du sol ou des raideurs d'assemblage pouvait fortement affecter les réponses statistiques de l'ouvrage.

Nous nous proposons d'observer ici comment évolue le choix de la solution optimale lorsque l'on fait varier les coefficients de variation de la cohésion, de l'angle de frottement, du module de Young, du poids volumique ainsi que celui des raideurs d'assemblage en tête et pied de poteau. Des valeurs optimistes et pessimistes sur ces coefficients de variation sont données dans le tableau VII.19. Les valeurs représentatives du comportement neutre sont celles ayant été utilisées pour la situation de référence. Cette étude permettra d'étudier la robustesse de la solution optimale dans les cas où les hypothèses sur le contexte géotechnique sont modifiées. Ceci peut être utile dans le contexte industriel d'un projet modulable et multi-site afin d'identifier, par exemple, les composants de l'ouvrage (représentés par les *Vco*) qui resteront identiques et ceux qui seront adaptés en fonction du contexte.

Tableau VII.19. Valeurs minimales (comportement optimiste) et maximales (comportement pessimiste) attribuées aux coefficients de variation de certaines propriétés du sol et des raideurs d'assemblage

Comportement	***Optimiste***	***Neutre***	***Pessimiste***
$V(c')$	10%	20%	50%
$V(\varphi')$	5%	10%	15%
$V(E_s)$	5%	30%	60%
$V(\gamma)$	1%	5%	10%
$V(S_j)$	5%	10%	20%

Le tableau VII.20 donne les *Vco* optimales identifiées pour les trois comportements. Les *Vobj* ainsi que les valeurs moyennes des *Vsat* et des *Vcri* associées à chaque solution sont décrites dans le tableau VII.21.

Tableau VII.20. Variables de conception optimales pour trois degrés de dispersion des variables aléatoires

Comportement	***Optimiste***	***Neutre***	***Pessimiste***
Poutre	IPE 200	IPE 200	IPE 200
Poteau	HEB 100	HEB 100	HEB 100
Contreventement	OUI	OUI	OUI
Nombre de poteaux	5	5	5
Assemblage poteau-poutre	Semi-rigide	Semi-rigide	Semi-rigide
Assemblage pied de poteau	Articulé	Articulé	Articulé
(L_e ; B_e ;H_e)	(0,95 m ; 0,5m ; 0,4m)	(1,0 m ; 0,50m ; 0,4m)	(1,10m ; 0,50m ; 0,4m)
(L_i ; B_i ;H_i)	(0,50m ; 0,50m ; 0,4m)	(0,50m ; 0,50m ; 0,4m)	(0,70m ; 0,50m ; 0,4m)
D	1,20 m	1,25 m	1,10 m

Tableau VII.21. Description des solutions optimales identifiées pour trois degrés de dispersion des variables aléatoires

		FC_{min}	ET_{min}	CP_{min}	Exc_{min}	RG_{min}	S	$d_{h,\,max}$	$d_{v,\,max}$	C_T	D_T
Variables critère (moyenne)	*Optimiste*	0,778	12,627	11,011	1,425	4,017	1,244	1,25 mm	4,29 mm	1984,6 k€	83 j
	Neutre	0,778	12,620	11,409	1,553	4,227	1,337	1,30 mm	4,34 mm	2018,1 k€	87 j
	Pessimiste	0,776	12,596	14,518	2,075	3,858	1,406	1,48 mm	4,51 mm	2065,0 k€	89 j
Variables de satisfaction (moyenne)	*Optimiste*	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,956	0,750	0,571	0,603	0,540
	Neutre	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,972	0,740	0,566	0,596	0,519
	Pessimiste	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,979	0,705	0,549	0,587	0,508
Variables objectif	*Optimiste*	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,851	0,714	0,542	0,597	0,534
	Neutre	1,000	1,000	1,000	0,998	1,000	0,888	0,686	0,529	0,590	0,513
	Pessimiste	1,000	1,000	1,000	0,995	1,000	0,908	0,602	0,492	0,581	0,502

La figure VII.10 représente les *Vobj* des solutions optimales identifiées pour les trois degrés de dispersion des variables aléatoires et vis-à-vis des dix critères de conception.

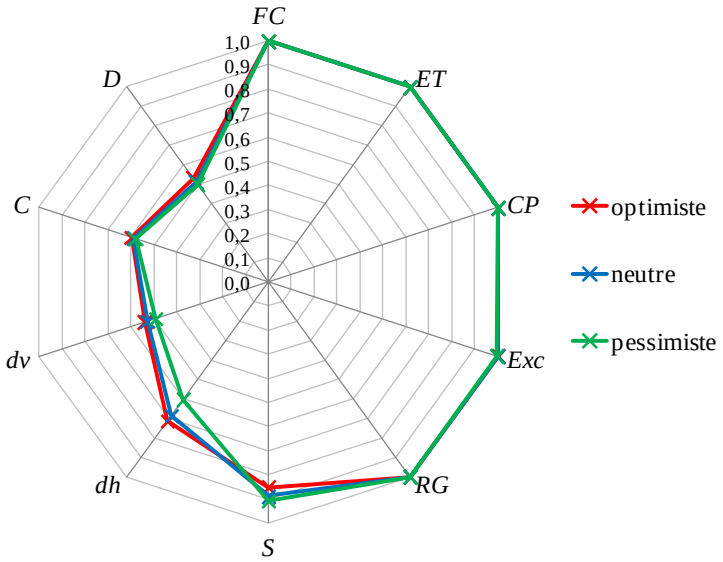


Figure VII.10. Représentation des Vobj des solutions optimales identifiées pour trois degrés de dispersion des variables aléatoires

On constate que le degré de variabilité considéré sur les propriétés du sol et sur les raideurs d'assemblage peut influencer sensiblement la configuration optimale de l'ouvrage, notamment sur le plan des fondations. Les *Vco* relatives à la structure métallique reste quant à elle inchangée pour les trois comportements. Il apparaît que les *Vobj* liées au soulèvement, au déplacement vertical et au déplacement horizontal de la structure sont les plus sensibles aux changements opérés sur les coefficients de variation.

Une variabilité importante sur le module du sol affectera, par le biais de l'ISS, les réponses statistiques de l'ouvrage en matière de déplacements (augmentation de leurs dispersions et de leurs valeurs moyennes). La dispersion de ces derniers sera d'autant plus marquée que la variabilité des raideurs d'assemblage l'est également. En ce sens, les dimensions optimales des fondations sont « réévaluées » à la hausse de manière à améliorer la robustesse de la solution et à compenser les effets d'une grande variabilité des désirabilités sur l'évaluation des *Vobj* de $d_{h,max}$ et $d_{v,max}$ (ce qui a pour effet d'augmenter dans le même temps la résistance moyenne au soulèvement). Il faut toutefois garder à l'esprit que de tels changements sont modérés par les critères économiques : une augmentation trop forte sur les critères techniques dégrade significativement la désirabilité du coût.

Les incertitudes portant sur les coefficients de variation des propriétés du sol sont susceptibles d'affecter d'autres critères. En effet, et comme nous l'avons mis en lumière dans le Chapitre V, des variabilités importantes de la cohésion et de l'angle de frottement contribueront à une forte dispersion de la capacité portante des fondations. Toutefois leurs effets sur le choix de la solution optimale sont ici masqués par une totale satisfaction de la capacité portante (aucune dispersion des *Vsat* associées à ce critère n'est observée pour les trois comportements étudiés). Des remarques analogues peuvent être portées concernant l'effet de la variabilité des raideurs d'assemblage poteau-poutre vis-à-vis de la résistance en flexion composée des éléments structuraux.

VII.5. Effets de la prise en compte de l'interaction sol-structure

Comme cela a été décrit au Chapitre IV, l'ISS considérée dans le processus de conception de l'ouvrage permet de prendre en compte les déplacements aux appuis et la redistribution des efforts induite dans la structure. Ceci nous place dans des conditions plus proches de la réalité que les hypothèses classiques d'ingénierie pour lesquelles les appuis sont supposés fixes. Nous analysons ici la manière dont évolue la solution optimale selon que l'ISS est considérée ou non.

Afin de mieux rendre compte des effets de l'ISS sur le choix de la solution optimale, nous choisissons de délaisser le critère de résistance au soulèvement de l'ouvrage. En effet, nous avons vu en figure VII.8 qu'une diminution de la profondeur et de la largeur des fondations par rapport au cas de référence, pouvaient fortement dégrader le critère *S* sans pour autant affecter les autres critères ELU et ELS. Cela mène à penser que le critère de soulèvement conditionne fortement la géométrie des fondations (sans lequel les *Vco* de la fondation pourraient être « relachées » afin d'augmenter l'intérêt économique de l'ouvrage sans dégradation excessive de la sécurité) et est ainsi susceptible de masquer l'influence de l'ISS sur le choix de la solution optimale.

Le tableau VII.22 donne les *Vco* optimales identifiées selon que l'ISS est ou non considérée. La solution *S1* est celle obtenue dans la situation où l'ISS est prise en compte et la solution *S2* est celle identifiée lorsque les appuis sont supposés fixes (c'est-à-dire sans prise en compte de l'ISS).

Tableau VII.22. Variables de conception optimales selon que l'ISS est ou non prise en compte

Scénario	***S1***	***S2***
Poutre	IPE 200	IPE 200
Poteau	HEB 100	HEB 100
Contreventement	OUI	OUI
Nombre de poteaux	5	5
Assemblage poteau-poutre	Semi-rigide	Semi-rigide
Assemblage pied de poteau	Articulé	Articulé
(L_e ; B_e ;H_e)	(0,75m ; 0,50m ; 0,4m)	(0,50 m ; 0,50m ; 0,4m)
(L_i ; B_i ;H_i)	(0,55m ; 0,50m ; 0,4m)	(0,50m ; 0,50m ; 0,4m)
D	0,55 m	0,40 m

Les *Vobj* ainsi que les valeurs moyennes des *Vsat* et des *Vcri* associées à chaque solution sont décrites dans le tableau VII.23. Dans ce tableau figure également l'évaluation de la solution *S2* lorsque l'ISS est prise en compte, ce qui correspond de manière plus réaliste à son fonctionnement effectif. De même, la figure VII.11 représente les *Vobj* associées à ces trois situations.

Tableau VII.23. Description des solutions optimales identifiées selon que l'ISS est ou non prise en compte

		FC_{min}	ET_{min}	CP_{min}	Exc_{min}	RG_{min}	$d_{h,\ max}$	$d_{v,\ max}$	C_T	D_T
Variables critère (moyenne)	*S1 avec ISS*	0,777	12,564	11,136	1,635	1,786	1,59 mm	4,50 mm	1695,3 k€	51 j
	S2 sans ISS	0,779	12,792	10,340	1,524	1,735	0,51 mm	3,63 mm	1568,2 k€	51 j
	S2 avec ISS	0,776	12,530	10,174	0,972	1,194	1,76 mm	4,58 mm	1568,2 k€	51 j
Variables de satisfaction (moyenne)	*S1 avec ISS*	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,682	0,550	0,661	0,721
	S2 sans ISS	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,897	0,637	0,686	0,721
	S2 avec ISS	1,000	1,000	1,000	0,922	0,969	0,648	0,542	0,686	0,721
Variables objectif	*S1 avec ISS*	1,000	1,000	1,000	0,999	0,997	0,612	0,511	0,655	0,715
	S2 sans ISS	1,000	1,000	1,000	1,000	0,998	0,884	0,607	0,681	0,715
	S2 avec ISS	1,000	1,000	1,000	0,816	0,891	0,568	0,501	0,681	0,715

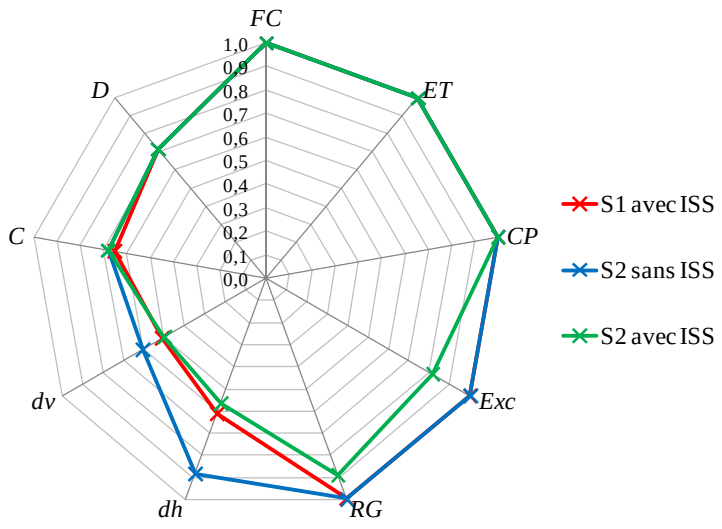


Figure VII.11. Représentation des Vobj des solutions optimales identifiées selon que l'ISS est ou non prise en compte

En raison des appuis supposés fixes dans la situation sans ISS, la solution *S2* apparaît plus performante que la solution *S1* vis-à-vis des critères de déformation de la structure. Cependant, en réalité le sol se déforme sous l'action des efforts générés par la structure de telle manière que la prise en compte de raideurs d'appui nous place dans des conditions plus proches du comportement réel de la structure. Ainsi, en raison de fondations moins conséquentes, on constate que la solution *S2* placée dans une situation avec ISS voit quelques-unes de ses performances dégradées (déplacement horizontal de la structure, résistance au glissement, excentricité de la charge) par rapport à *S1*, ceci pour un faible gain sur le critère coût.

L'obtention d'une même ossature métallique pour les deux configurations testées montre que les déplacements différentiels obtenus entre les appuis de *S1* n'engendrent pas une redistribution des efforts suffisamment grande, et donc une dégradation préjudiciable des critères de déformation et de résistance de l'ouvrage, pour réévaluer la structure métallique de *S2* obtenue en supposant des appuis fixes. On peut imaginer que dans des conditions plus extrêmes (reflétées par un chargement plus important, par un module moyen du sol plus faible et par une variabilité spatiale du module du sol plus grande), une redistribution des efforts plus préjudiciable dans la structure de *S1* ne pourrait être compensée seulement par des fondations plus importantes et nécessiterait aussi un redimensionnement de la superstructure.

La prise en compte de l'ISS dans le problème de conception apparait donc conservative, cela d'autant plus que les déplacements différentiels observés entre appuis sont importants.

VII.6. Conclusion du chapitre

Dans ce chapitre, nous avons montré que le choix de la solution optimale pouvait être très sensible à une modification de l'expression des préférences du décideur. Dans ce sens, les paramètres de décision (liés à la forme des courbes de désirabilité, au paramétrage des FOR et à la hiérarchisation des critères) doivent être sélectionnés avec une attention particulière sous peine de choisir une solution qui ne corresponde pas aux attentes initiales. En effet, des valeurs extrêmes sur ces paramètres ou une pondération inappropriée pourraient mener à une pénalisation excessive de certains critères de conception. Pour anticiper une telle situation, on peut suggérer de rendre la main au décideur en lui montrant les profils de performance des solutions obtenues pour qu'il valide l'optimum identifié ou à défaut, qu'il mette à jour les paramètres de décision. De même, les degrés de variabilité des propriétés du sol et des raideurs d'assemblage (à travers leurs coefficients de variation) peuvent impacter le choix de la solution optimale.

L'optimisation de l'ouvrage a été conduite en considérant les interactions pouvant exister entre le sol et l'ouvrage, ce qui nous place dans des conditions plus réalistes que dans les démarches classiques d'ingénierie. Les déplacements différentiels des appuis génèrent des efforts supplémentaires dans la structure susceptibles de modifier la configuration optimale de l'ouvrage par rapport au cas où la superstructure et l'infrastructure seraient optimisées séparément (c'est-à-dire lorsque les appuis de la structure sont supposés fixes).

Chapitre VIII : Vers une globalisation de la démarche de conception

Nous montrons dans ce chapitre comment la démarche de conception appliquée aux structures porteuses des réflecteurs et de leurs massifs de fondation peut être étendue :

- à un champ de solutions techniques plus large en intégrant par exemple d'autres systèmes de fondation dans la méthodologie,

- à une échelle plus globale dans le projet SolR² en intégrant des sous-systèmes techniques du champ solaire qui n'entraient pas dans le périmètre d'étude initial. Nous montrerons dans ce contexte l'intérêt de l'ingénierie collaborative qui repose sur un partage des connaissances pluridisciplinaires.

VIII.1. Extension de la démarche à d'autres systèmes de fondation

La méthodologie d'aide à la décision pour la conception sous incertitudes appliquée dans cette étude peut être étendue à d'autres systèmes de fondation, tout en conservant un format identique pour la démarche. L'intérêt est d'étendre le champ des solutions techniques disponibles lorsque l'on souhaite concevoir un produit adaptable (optimisable) à plusieurs sites d'implantation.

Parmi les typologies de fondation investiguées, notre attention s'est plus particulièrement portée sur les fondations profondes qui, associées aux fondations superficielles, permettent de couvrir un grand champ de possibilités pour l'implantation de la centrale solaire sur des sites aux conditions climatiques et aux caractéristiques géologiques/géotechniques très différentes. Nous décrivons en Annexe VI le modèle d'évaluation adapté aux fondations profondes et pouvant être employé dans la démarche de conception proposée. Ce travail ne sera pas davantage développé dans ce mémoire pour des raisons de concision.

Deux approches sont possibles pour obtenir un *ensemble optimal de Pareto* global pouvant contenir des solutions de conception rattachées à plusieurs systèmes de fondation.

La première (cf. figure VIII.1) consiste à optimiser séparément chaque système de fondation dans le but d'obtenir pour chacun un *ensemble optimal de Pareto*. Les alternatives constituant les *n* ensembles optimaux de Pareto sont ensuite confrontés les unes par rapport aux autres afin de ne retenir que les solutions non-dominées. Ces dernières pourront enfin faire l'objet de l'aide multicritère à la décision afin de sélectionner dans cet ensemble une ou plusieurs solutions finales.

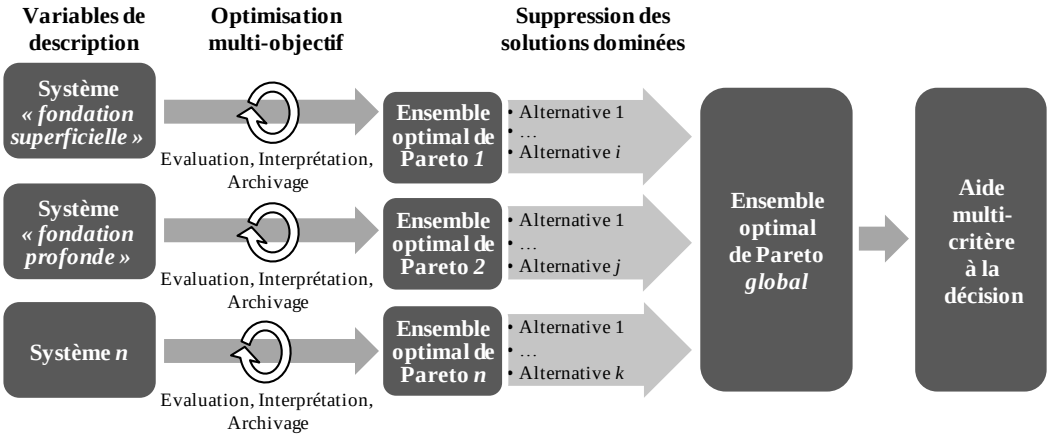


Figure VIII.1. Approche 1 pour la prise en compte de plusieurs systèmes de fondation dans le problème de conception

La seconde approche (cf. figure VIII.2) consiste à rechercher l'ensemble optimal de Pareto global en considérant, dans un même processus itératif d'optimisation, toutes les *Vdes* rattachées aux *n* systèmes de fondation. Cela revient à ajouter une *Vco* supplémentaire relative à la typologie du système de fondation et pouvant prendre des valeurs discrètes dans l'intervalle [1, *n*].

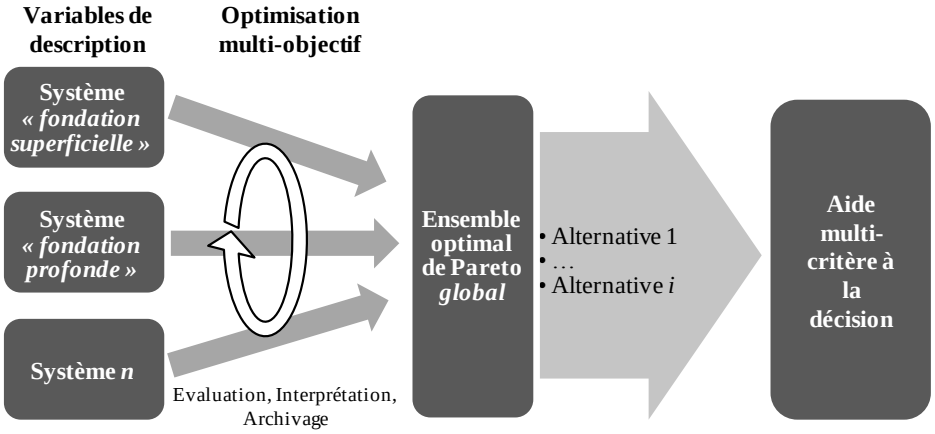


Figure VIII.2. Approche 2 pour la prise en compte de plusieurs systèmes de fondation dans le problème de conception

Une des difficultés concernant la confrontation de différents modes de fondation est la comparaison entre des critères pouvant être spécifiques à un système. C'est par exemple le cas pour le système « fondation superficielle » pour lequel des critères liés à l'excentricité excessive de la charge ou à la résistance au glissement n'ont pas lieu d'être évalués pour le système « fondation profonde ». Deux pistes peuvent ainsi être proposées pour permettre la comparaison entre des solutions correspondant à des modes de fondation distincts, et donc à des critères de performance différents :

- l'agrégation de certains critères dans une FO intermédiaire et dont la signification peut être étendue aux *n* modes de fondation étudiés. Il peut par exemple s'agir d'un critère commun nommé « résistance géotechnique de la fondation » qui pour l'exemple de la fondation superficielle agrégera les *Vsat* relatives à la capacité portante, à l'excentricité excessive de la charge et à la résistance au glissement.

- la transformation des critères spécifiques en contraintes de conception (la notion de désirabilité n'est alors plus employée pour les traiter) de telle sorte que seuls les critères dont la signification est commune aux *n* systèmes de fondation seront comparés.

Précisons que certaines *Vdes* peuvent être communes à plusieurs systèmes de fondation (certaines propriétés du sol par exemple) de telle manière qu'il convient de structurer et d'homogénéiser les données d'entrée au niveau des *n* systèmes. Cela dans le but d'empêcher la comparaison des solutions techniques « non comparables », c'est-à-dire qui n'ont pas été évaluées pour les mêmes conditions environnementales par exemple.

VIII.2. Vers une optimisation globale du champ solaire

VIII.2.1. Contexte du projet

Dans ce travail, nous avons montré que les structures porteuses des réflecteurs et les fondations pouvaient être optimisées conjointement en considérant les interactions existant entre ces éléments, la non-prise en compte de ces interactions pouvant conduire à des solutions différentes et d'une moindre optimalité. Un questionnement identique peut être fait à l'échelle du système technique « champ solaire » complet, dont la structure de Génie Civil étudiée jusqu'à présent n'est qu'un élément.

Au-delà de l'ISS, le champ solaire est constitué d'un ensemble d'éléments (cf. figure VIII.3) qui interagissent localement et qui permettent d'assurer le rendement thermique de la centrale dans le temps grâce :

- à la mise en position relative des réflecteurs (via des liaisons pivot entre réflecteurs et structure porteuse),
- au maintien en position relative des réflecteurs et du récepteur durant toute la phase d'usage (via les supports, les structures porteuses et les fondations),
- à la qualité de réflexion des surfaces réfléchissantes et de leur intégrité dans le temps vis-à-vis de l'encrassement,
- à la durabilité des matériaux et des assemblages.

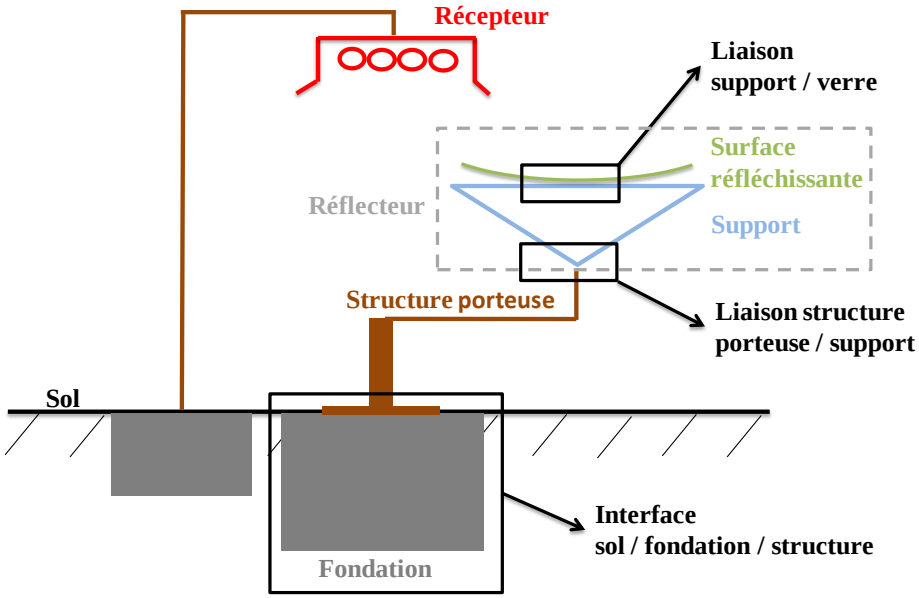


Figure VIII.3. Schéma synthétique du système de réflecteur-récepteur solaire

Dans le cas simplifié où tous ces éléments sont supposés indépendants, l'optimisation globale du champ solaire revient à évaluer séparément l'ensemble des optimums locaux. Cela ne correspond pas aux conditions réelles où existent des interactions physiques ou techniques plus ou moins complexes entre les éléments. Ainsi, un choix fait localement peut avoir des conséquences pénalisantes sur la conception des autres éléments et sur l'évaluation des objectifs globaux du projet. Typiquement, pour prendre un exemple simple, une plus grande raideur des supports des réflecteurs augmentera le poids et les tassements des fondations. Elle

pourra alors induire des déplacements relatifs plus grands entre réflecteurs et récepteur, contraires au but visé.

A cette problématique liée aux interactions entre sous-systèmes rarement prise en compte dans les problèmes de conception s'ajoute une problématique spécifique de gestion d'un environnement de connaissances incertaines qui se traduisent :

- par un manque de spécifications et de données dans le cahier des charges global et de chaque sous-système,

- par un lieu d'implantation non-défini, ce qui affecte directement (niveau de vent, nature des sols) et indirectement (modèle économique, exigences des clients, disponibilité d'infrastructures...) les choix de conception,

- par le fait qu'en phase de conception, chaque avancée et prise de décision sur la conception d'un sous-système précisent progressivement le cahier des charges des autres sous-systèmes, tout en réduisant l'espace des possibles.

Dans ce contexte d'incertitude, on peut craindre d'obtenir au final des solutions peu robustes et peu fiables vis-à-vis des exigences globales prononcées par le décideur. Il faut donc considérer le risque de non-satisfaction des objectifs de conception et l'intégrer dans la démarche de choix des solutions.

Afin de répondre à ces problématiques, un travail collaboratif a été initié par six doctorants de l'Université de Bordeaux (tous impliqués dans le projet SolR²) afin de proposer et de mettre en œuvre une approche de conception paramétrée d'une partie des éléments constitutifs du champ solaire. Cet outil, appelé par la suite « paramétreur », a pour finalité de permettre à l'industriel (qui représente ici celui que l'on appelait jusqu'alors « le décideur ») d'évaluer le niveau de satisfaction d'une solution de conception vis-à-vis des objectifs globaux du projet. L'idée est de permettre au décideur d'observer comment évoluent les performances d'une configuration de conception au cours de la vie du projet (c'est-à-dire lorsque la maturité des connaissances s'améliore) ou vis-à-vis de plusieurs sites d'implantation. La démarche qui a mené à la mise en œuvre de ce « paramétreur » est décrite dans cette partie en focalisant sur trois des sous-ensembles techniques en interaction.

Les réflexions qui suivent sont issues d'une collaboration scientifique entre Youssef BENAMA, Mehdi EL-AMINE et moi-même. La « paternité » de ces travaux ne peut être attribuée exclusivement à l'un ou l'autre d'entre nous. Cependant, du fait de nos sujets respectifs chaque doctorant peut porter un regard particulier sur ces travaux partagés. C'est ce qui sera esquissé ici dans une logique d'optimisation multi-objectif et de conception robuste.

VIII.2.2. Objectifs de l'analyse multi-experte

Les activités du processus de conception sont réalisées par plusieurs acteurs, ayant des compétences différentes, chacun étant plus particulièrement en charge de la conception de certains composants (ou sous-sytèmes) du champ solaire. L'intérêt du travail collaboratif réside dans le partage efficace des connaissances et savoir-faire dans le but d'atteindre un certain nombre d'objectifs individuels (locaux) contribuant à des objectifs communs (globaux). L'ingénierie collaborative incite les différents acteurs du projet, qui se concentrent en principe sur des périmètres d'étude et tâches spécifiques, à élaborer une vision d'ensemble du projet permettant d'exprimer les différents types et niveaux d'interaction.

Les objectifs de cette approche de conception multi-experte (ou conception globale) reposent donc sur : (a) la mise en évidence des interactions techniques entre les acteurs/activités participant à la conception, (b) l'identification et la formalisation des

interactions physiques entre les sous-systèmes constitutifs du système « champ solaire » et (c) l'évaluation de l'impact ou de la contribution de chaque activité spécifique à l'atteinte des objectifs globaux du projet.

En d'autres termes, la démarche proposée doit permettre d'apporter des éléments de réponse à la question suivante : « *comment un choix fait, dans un certain état de maturité des connaissances, et pour satisfaire au mieux un sous-objectif risque t-il d'affecter de manière irréversible l'atteinte des performances globales du projet* ? »

La figure VIII.4 illustre de manière synthétique les relations existant entre les différents domaines d'expertise du projet. Par ailleurs, trois niveaux d'interaction entre les activités peuvent être relevés :(a) lorsque les données d'entrée sont communes aux modèles des sous-systèmes, (b) lorsque la sortie d'un modèle constitue l'entrée d'un autre, (c) lorsqu'un objectif global du projet peut être rattaché à des objectifs locaux de plusieurs activités.

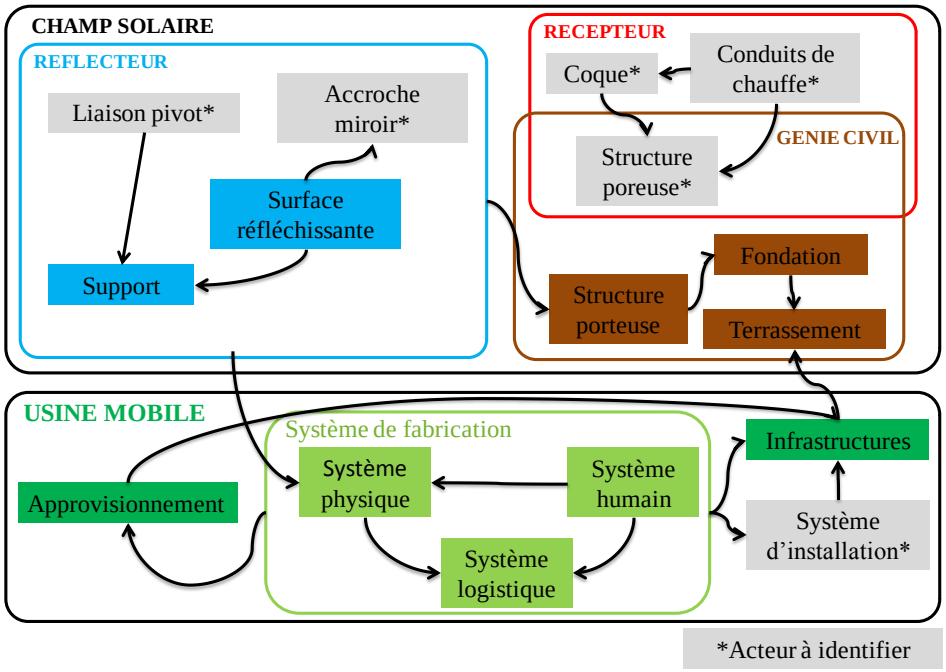


Figure VIII.4. Interactions entre domaines, acteurs, données

VIII.2.3. Structuration de la démarche collaborative

Le point de départ de la démarche est l'identification des objectifs globaux du projet qui seront ensuite déclinés (dans une approche « top-down ») en sous-objectifs attachés aux différentes activités. L'identification et la structuration des objectifs sont un préalable indispensable à l'implication des acteurs, où les différences de perception doivent être prises en compte. Cette étape permet d'une part d'identifier les acteurs qui contribuent localement à l'atteinte des objectifs globaux et d'autre part, de mettre en exergue les différentes interfaces entre activités. Une représentation globale des objectifs est proposée en figure VIII.5 afin d'affecter les responsabilités des experts par domaine et d'identifier les objectifs prioritaires.

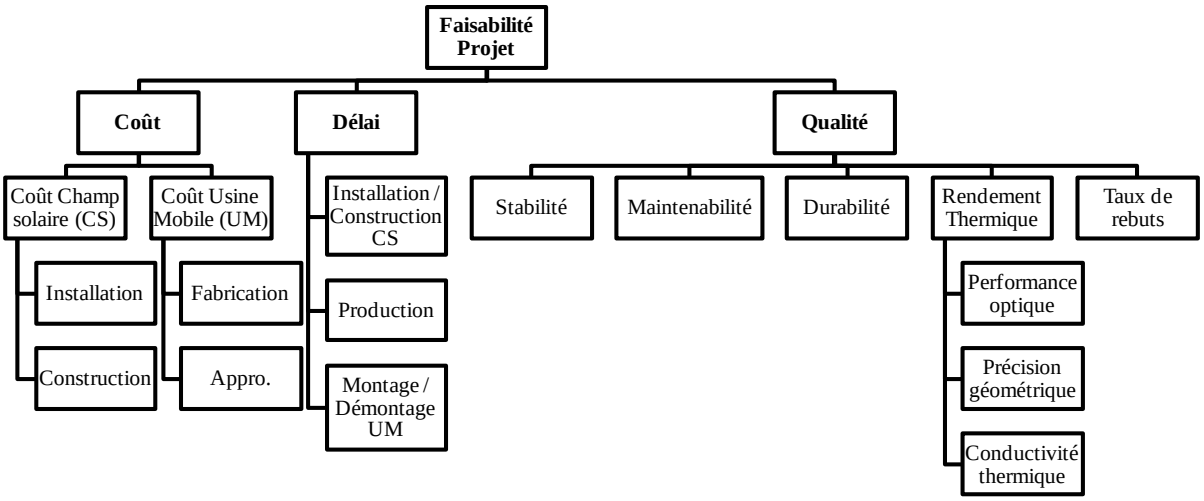


Figure VIII.5. Répartition des critères et sous-critères associés

Les activités exécutées par les différents acteurs participant au processus de conception nécessitent la manipulation, la génération et l'échange d'un certain nombre de données qui doivent être identifiées, structurées (réalisation d'une typologie) et orientées (traduction des interactions) de façon à permettre l'évaluation des objectifs. La gestion et l'échange des informations utilisées par les acteurs d'un projet permettent d'améliorer l'efficacité du processus de conception dans un contexte d'ingénierie collaborative et simultanée. Ces données sont de deux natures :

- les données internes au projet liées au système (*Vco*), à la stratégie de l'entreprise, aux ressources internes pour le développement et la réalisation, aux choix des technologies et au niveau de maitrise de ces technologies (*Vpro*),

- les données externes au projet liées au lieu d'implantation, aux conditions climatiques et géologiques, aux infrastructures existantes, aux contraintes économiques, géopolitiques, socioculturelles et légales (*Venv*).

Une fois les données structurées, il est nécessaire de prendre en compte le degré de maturité ou le niveau de confiance qui leur sont associés. Ces derniers, évolutifs au cours de l'avancement du projet, sont liés à l'ambiguïté (non identification d'un élément appartenant au système ou prise en compte d'un élément qui ne doit pas appartenir au système), à la complexité (non identification d'une interaction entre deux éléments du système ou prise en compte d'interactions qui ne doivent pas exister) et enfin à la représentativité (prise en compte de valeurs incertaines) des données.

Des AS sur les variables incertaines permettent d'identifier les données les plus influentes sur les critères de conception et de proposer des actions à mener afin d'améliorer la connaissance et d'avoir un niveau de confiance plus important sur l'évaluation des performances.

Concrètement, ces étapes d'identification et de structuration des données et des objectifs ont débuté par la description, dans un formalisme commun (*données d'entrée → modèles → données de sortie*), des activités de chaque acteur. La figure VIII.6 illustre la description de l'activité Génie civil sur l'aspect des fondations et structures porteuses des réflecteurs.

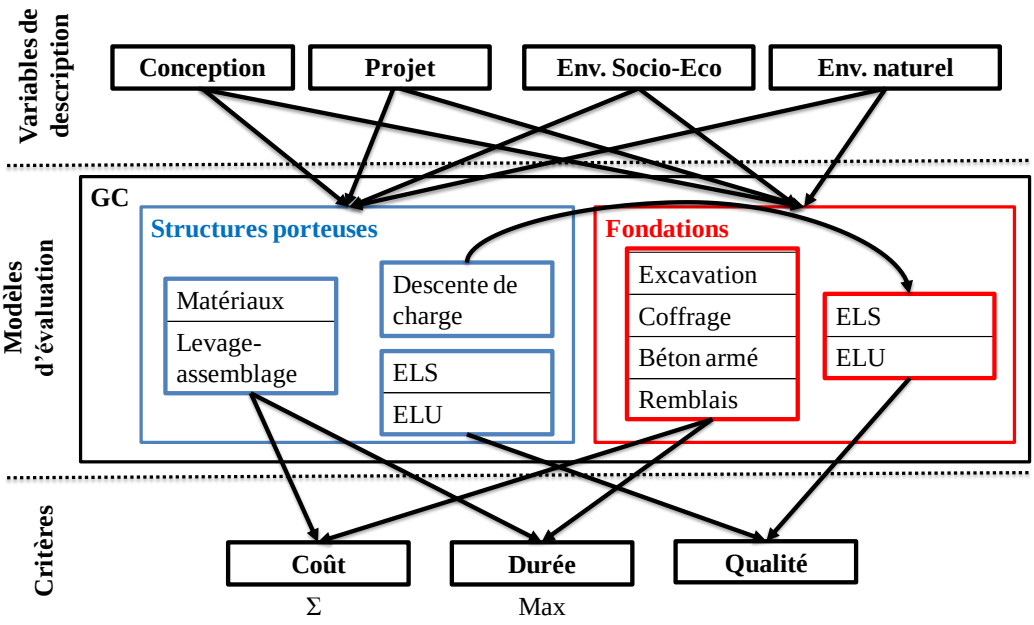


Figure VIII.6. Description de l'activité Génie Civil

L'étape suivante a été l'identification des objectifs locaux afin de vérifier la cohérence par rapport aux objectifs globaux du projet qui ont été définis conjointement avec l'industriel. Le passage des objectifs locaux aux objectifs globaux passe par une étape de normalisation et de formalisation des préférences (par l'intermédiaire des fonctions de désirabilité) et par une étape d'agrégation des *Vsat* associées à chaque objectif. Les seuils de satisfaction et la pondération des critères sont déterminés à partir des préférences et attendus de l'industriel.

VIII.2.4. Un outil d'appui à la démarche collaborative : le « paramétreur »

L'ensemble de cette démarche collaborative a donné lieu au développement d'un logiciel prototype, qualifié de « paramétreur ». Son développement actuel s'appuie sur trois onglets d'un fichier Excel © relatifs respectivement à la description :

- *des données d'entrée* utilisées en distinguant les *Vco* (contrôlables), les *Vpro* (fixées à un instant du développement) et les *Venv* (fixées pour un lieu d'implantation et pour un certain degré de maturité des données),

- *des données intermédiaires* qui sont les valeurs obtenues à la sortie des modèles d'un certain nombre d'activités et qui constituent les entrées des modèles d'autres activités (il est ainsi nécessaire d'établir une hiérarchie entre les sous-systèmes du système global),

- *des données de sortie* qui correspondent aux évaluations des objectifs globaux du projet.

Ce fichier est interfacé avec des modules spécifiques à chaque activité et renvoyant soit vers d'autres feuilles de calcul, soit vers des modules d'évaluation Matlab © ou issus de logiciels de type éléments finis. La figure VIII.7 expose à titre d'illustration la feuille de calcul relative aux sorties du « paramétreur », c'est-à-dire celle qui présente l'évaluation des objectifs locaux des sous-systèmes et des objectifs globaux du champ solaire.

L'application de la démarche proposée dans le cadre d'un projet de développement d'une centrale solaire thermodynamique à miroirs de Fresnel nous permet d'une part de mettre en évidence les avantages ainsi que les limites de cette approche par rapport à celle utilisée habituellement par l'industriel (itérations design-calculs-prototypage) et d'autre part, de

proposer des améliorations pour la suite. Le paramétrage global permet d'évaluer l'importance relative des différentes données ou des modèles d'évaluation (propre à chaque activité) et donc d'identifier quelles sont les décisions prioritaires dans la logique de développement du système. En conséquence, une telle approche améliore l'efficacité du pilotage de projet et permet d'orienter les besoins en travaux, études, ressources, prototypage pour : (a) affiner les données les plus critiques, (b) valider des modèles d'évaluation et ainsi, (c) consolider le niveau de confiance dans les solutions envisagées. La principale difficulté d'une telle approche est de proposer une représentation utilisable et intelligible par un groupe d'acteurs travaillant dans le cadre d'un même projet, à différentes échelles, mais ayant des compétences distinctes.

Support métallique des réflecteurs				
Qualité				Coût
Flèche (mm)	Déformation angulaire (°)	Résistance mécanique (Pa)	Industriabilité	Coût matière(€/m²)

Structure porteuse + fondations					
Qualité				Durée	Coût
Flexion composée	Effort tranchant	Soulèvement	Déplacement hor. (mm)	Délai constr. CS (j)	Coût constr. CS (€/m²)
Capacité portante	Excentricité de la charge	Résistance au glissement	Déplacement vert. (mm)		

Usine mobile			
Qualité	Durée		Coût
Taux de rebuts	Cadence usine (refl/j)	Délai installation CS (j)	Coût de fabr. (€/m²)

Objectifs globaux		
Qualité	Durée inst./constr. CS	Coût CS (€/m²)

Figure VIII.7. Sorties du « paramétreur »

Tel qu'il est actuellement conçu, le « paramétreur » permet d'évaluer le niveau de satisfaction d'une configuration du champ solaire vis-à-vis des objectifs globaux du projet. En faisant varier les hypothèses de projet et/ou les paramètres environnementaux du site d'implantation, il est ainsi possible d'une part de juger de la robustesse de cette configuration de conception dans un contexte de connaissances immatures et d'autre part, d'apprécier son adaptabilité à plusieurs sites d'implantation.

Des outils d'optimisation et de propagation de l'incertitude associés à ce « paramétreur » n'ont pas été mis en œuvre mais cela reste une piste d'amélioration. Toutefois, si l'optimisation globale du champ solaire peut paraître utopique de par le grand nombre de *Vco* à considérer et de par la difficulté à modéliser l'ensemble des interactions, un effort peut être fait sur la formulation des contraintes locales de conception pour rejeter les alternatives non-pertinentes à l'échelle du champ solaire. Ces contraintes correspondent, dans l'exemple de notre problème d'optimisation initial, aux valeurs limites de déplacements horizontaux (5mm) et verticaux (10mm) au-delà desquelles une alternative de conception est jugée non-satisfaisante. Des changements opérés sur ces valeurs (à la hausse ou à la baisse) pourraient conduire à une solution optimale différente de celle identifiée initialement.

CONCLUSION GENERALE et PERSPECTIVES

Cette thèse avait pour objectif le développement d'une méthodologie d'aide à la décision pour la conception robuste d'un ouvrage industriel composé de structures métalliques et de fondations. Une problématique est la prise en compte des préférences du décideur tout au long de la procédure de conception ainsi que de son degré d'aversion face au risque qu'une solution ne satisfasse pas les exigences de performance, en considérant différents niveaux d'incertitudes.

La méthodologie se décompose en quatre modèles avec :

- un modèle d'évaluation qui, à partir d'un ensemble de données d'entrée, permet de quantifier les performances du système,
- un modèle d'interprétation qui permet de confronter ces performances aux attentes du décideur,
- un modèle d'optimisation qui recourt aux deux modèles précédents de manière itérative pour obtenir un ensemble de solutions non-dominées au sens de Pareto.
- un modèle de décision qui assiste le décideur dans le choix d'une ou plusieurs solutions parmi l'ensemble des meilleurs compromis entre les objectifs identifiés à l'issue de la phase d'optimisation.

Les préférences du décideur sont formalisées dans le modèle d'interprétation sous la forme de fonctions de désirabilité dont l'utilisation présente un triple intérêt : (a) elles enrichissent la notion de « seuil acceptable » en introduisant des niveaux de satisfaction intermédiaires dus à l'imprécision des exigences du décideur, (b) elles permettent de prendre en compte une plus ou moins forte aversion au risque attachée à chaque objectif, (c) elles permettent de normaliser l'ensemble des performances sur une échelle unique de désirabilité comprise entre 0 et 1.

Les performances évaluées à l'issue du modèle d'évaluation et interprétées à l'issue du modèle d'interprétation sont de nature probabiliste en raison du caractère (pseudo) aléatoire de certaines données d'entrée. Ce sont les réponses statistiques des variables interprétées, générées par la technique LHS, qui permettent de construire et d'évaluer des FOR composées d'une mesure de performance (la moyenne des désirabilités) et d'une mesure de dispersion (l'écart-type des désirabilités). Ces FOR apportent une dimension robuste au problème de conception de manière à réduire les effets des incertitudes sur les performances de la solution optimale finalement choisie.

Pour mettre en évidence quelles pourraient être les sources d'incertitude les plus influentes sur les performances de l'ouvrage et donc sur le choix de la solution optimale, nous avons mené plusieurs analyses de sensibilité portant d'une part sur le comportement de la structure métallique et d'autre part, sur le comportement des fondations superficielles.

Sur la question des fondations, nous avons plus spécifiquement étudié l'impact de la variabilité conjointe de la cohésion (c') et de l'angle de frottement (φ') sur l'évaluation statistique et sur la fiabilité de la capacité portante. L'étude a été menée pour quatre configurations de sol définies par des valeurs de résistance au cisaillement distinctes. Il en ressort que l'influence relative de la cohésion et de l'angle de frottement sur les réponses statistiques de la capacité portante dépend des interactions complexes entre : (a) les valeurs moyennes de c' et φ', (b) leurs coefficients de variation, (c) le degré de corrélation considéré entre ces deux propriétés et (d) le type de distribution employé pour les représenter. Afin de mieux appréhender le rôle de ces paramètres statistiques sur la variabilité et la fiabilité de la

capacité portante, nous avons généré des nuages de points dans le domaine (φ', c') par l'intermédiaire de la méthode LHS. Ce type de représentation permet d'apprécier comment la caractérisation probabiliste de c' et φ' conditionne la forme des nuages ainsi que leur position relative par rapport aux iso-valeurs de capacité portante. De manière générale, la corrélation négative considérée entre c' et φ' améliore la fiabilité et diminue la variabilité de la capacité portante. Sa prise en compte apparaît moins conservative (mais plus économique) que l'approche traditionnelle où la corrélation n'est pas considérée.

En ce qui concerne les structures métalliques, nous avons montré que les raideurs en rotation des assemblages en tête et pied de poteau pouvaient fortement conditionner le comportement de la structure en matière de résistance et de déplacements. En outre, considérer la raideur d'assemblage en pied de poteau tend à réduire les effets de l'ISS sur les raideurs en rotation des appuis (qui dépendent donc à la fois des caractéristiques du sol, du massif de fondation et de l'assemblage en pied de poteau). De manière générale, les variabilités des propriétés élastiques du sol et des raideurs d'assemblage ont une influence moindre sur la variabilité du comportement de la structure que la variabilité considérée sur le chargement. Elles peuvent toutefois être non négligeables pour certaines configurations d'assemblage et lorsque de grands coefficients de variation sont employés pour représenter la dispersion de ces paramètres.

Si, pour ce qui relève de la raideur en rotation des appuis, les effets de l'ISS sont atténués par les assemblages en pied de poteau, la prise en compte de l'ISS permet toutefois d'observer des déplacements différentiels entre les appuis (en raison des raideurs de translation). Ces déplacements différentiels engendrent une redistribution des efforts dans la structure susceptible d'affecter les performances de l'ouvrage en termes de résistance et de déplacements. Le choix de la solution optimale peut ainsi être modifié par rapport au cas où les appuis sont supposés fixes (c'est-à-dire sans ISS), la prise en compte de l'ISS dans le modèle d'évaluation apparaissant conservative.

En dehors de la prise en compte ou non de l'ISS, le choix de la solution optimale peut être très sensible à certains paramètres de décision employés pour formaliser les préférences du décideur tels que : (a) la pondération des critères de conception, (b) le poids attribué à la mesure de dispersion dans les FOR, (c) la forme des courbes de désirabilité. Les valeurs de ces paramètres doivent être sélectionnées avec prudence et en toute connaissance de cause, sous peine de mener à une pénalisation excessive de certains critères et d'obtenir une solution très peu représentative des attentes initiales du décideur. Pour anticiper cette situation, on peut suggérer de rendre la main au décideur en lui montrant les profils de performance des solutions obtenues pour qu'il valide l'optimum identifié ou à défaut, lui proposer de mettre à jour les paramètres de décision.

Nous avons finalement mis au point une méthodologie et les outils de calculs correspondants en traitant les incertitudes agissant à de multiples étapes du processus de conception.

La méthodologie de conception robuste présentée dans ce travail peut être étendue à d'autres systèmes de fondation et à une échelle plus globale dans un projet de construction. Cela nécessite de prendre en compte de nouvelles interactions physiques, techniques ou organisationnelles plus ou moins complexes entre certains éléments de l'ouvrage (ou entre certaines activités) et d'homogénéiser les critères entre les différentes solutions techniques investiguées dans le but de faciliter leur comparaison. Ces pistes ont été explorées dans le cadre de ce travail et mériteraient d'être poursuivies.

D’autres perspectives à ce travail peuvent être le couplage de la méthodologie avec des outils de la logique floue afin de prendre en compte de manière plus explicite d’autres sources d’incertitude dans la démarche de conception. Il peut par exemple s’agir des incertitudes portant sur les valeurs moyennes ou sur les coefficients de variation des propriétés du sol. L’utilisation d’outils numériques plus complexes (du type éléments finis stochastiques) permettant d’affiner les réponses de l’ouvrage vis-à-vis de la variabilité spatiale du sol, constitue une autre piste d’amélioration. De telles approches de modélisation, coûteuses en temps de calcul, pourraient toutefois nécessiter l’emploi de méta-modèles pour se substituer aux modèles d’origine dans le processus d’optimisation.

Bibliographie

[A]

Agarwal H. 2004. «Reliability Based Design Optimization: Formulations and Methodologies.» Thèse de doctorat, University of Notre Dame, Indiana.

Alvarez-Benitez J.E., Everson R.M., Fieldsend J.E. 2005. «A MOPSO Algorithm Based Exclusively on Pareto Dominance Concepts.» *Third International Conference on Evolutionary Multi-Criterion Optimization* 459-473.

Aoues Y., Chateauneuf A. 2010. «Benchmark study of numerical methods for reliability-based design optimization.» *Structural and Multidisciplinary Optimization* 41: 277-294.

Apley D.W., Liu J., Chen W.,. 2006. «Understanding the Effects of Model Uncertainty in Robust Design With Computer Experiments.» *Journal of Mechanical Design* 128: 945-958.

Armand-Decker S., Garnesson T., Galimard P., Ndiaye A., Sempsey A., Lagière P., Bos F. 2015. «Optimisation multi-objectif de planchers intermédiaires bois tenant compte d'objectifs mécaniques et environnementaux.» *Rencontres Universitaires de Génie Civil.* Anglet.

Arvidsson M., Gremyr I.,. 2008. «Principles of Robust Design Methodology.» *Quality Reliability Engineering International* 24: 23-35.

ASCE 41-13. 2014. *Seismic Evaluation and Retrofit of Existing Buildings.* Norme, ASCE Standard.

Avila S.L. 2006. «Optimisation multiobjectif et analyse de sensibilité appliquées à la conception de dispositifs.» Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Lyon.

[B]

Babu G.L.S., Basha B.M. 2008. «Optimum Design of Cantilever Retaining Walls Using Target Reliability Approach.» *International Journal of Geomechanics* 8 (4): 240-252.

Babu G.L.S., Singh V.P. 2009. «Reliability analysis of soil nail walls.» *Georisk: Assesment and Management of Risk for Engineered Systems and Geohazards Vol.3, No.1* 3 (1): 44-54.

Babu G.L.S., Srivastava A. 2007. «Reliability analysis of allowable pressure on shallow foundation using response surface method.» *Computers and Geotechnics* 34: 187-194.

Baecher G.B., Christian J.T. 2003. *Reliability and Statistics in Geotechnical Engineering.* Chichester: John Wiley & Sons.

Baker J., Calle E. 2006. «Section 3.7: Soil properties.» Joint Committee on Structural Safety, Technical University of Denmark.

Banks A., Vincent J., Anyakoha C. 2007a. «A review of particle swarm optimization. Part I: background and development.» *Natural Computiong* 6: 467-484.

Banks A., Vincent J., Anyakoha C. 2007b. «A review of particle swarm optimization. Part II: hybridisation, combinatorial, multicriteria and constrained optimization, and indicative applications.» *Natural Computing* 7: 109-124.

Baroth J. 2005. «Analyse par éléments finis stochastiques de la propagation d'incertitudes dans un modèle mécanique non linéaire.» Thèse de doctorat, Université Blaise Pascal - Clermont II.

Batiprix. 2012. *Gros oeuvre - Second oeuvre.* Paris: Le Moniteur.

Baudoui V. 2012. «Optimisation robuste multiobjectifs par modèles de substitution.» Thèse de doctorat, University de Toulouse.

Baudrit C. 2005. «Représentation et propagation des connaissances imprécises et incertaines: application à l'évaluation des risques liées aux sites et aux sols pollués.» Thèse de doctorat, Université de Toulouse III.

Becker E.B. 1996. «Eighteeth Canadian Geotechnical Colloquium: Limit States Design For Foundations. Part II. Development for the National Building Code of Canada.» *Canadian Geotechnical Journal* 33: 984-1007.

Behzadian M., Kazemzadeh R.B., Albadvi A., Aghdasi M. 2010. «PROMETHEE: A comprehensive literature review on methodologies and applications.» *European Journal of Operational Research* 200: 198-215.

Bel Hadj Ali N., Sellami M., Cutting-Decelle A.F., Mangin J.C. 2009. «Multi-stage production cost optimization of semi-rigid steel frames using genetic algorithms.» *Engineering Structures* 31: 2766-2778.

Benitez J., Delgado-Galván X., Izquierdo J., Pérez-García R. 2011. «Achieving matrix consistency in AHP through linearization.» *Applied Mathematical Modelling* 35: 4449-4457.

Berro A. 2001. «Optimisation multiobjectif et stratégie d'évolution en environnement dynamique.» Thèse de doctorat, Université des sciences sociales de Toulouse I.

Beyer H.G., Sendhoff B. 2007. «Robust optimization – A comprehensive survey.» *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.* 196: 3190-3218.

Boulanger P.-M. 2004. *Les indicateurs de développement durable: un défi scientifique, un enjeu démocratique.* Les séminaires de l'Iddri, n° 12, Belgique: Institut pour un développement durable.

Brans J.P., Mareschal B. 2005. «PROMETHEE Methods.» Dans *Multiple Criteria Decision Analysis: State of the Art Surveys*, de Greco S., Ehrgott M. Figueira J., 163-195. Boston: Springer.

Brans J.P., Vincke P.H. 1985. «A preference ranking organization method.» *Management Science* 31 (6): 647-656.

Breysse D. 2001. «Les enjeux en modélisation des terrains et des structures pour décrire au mieux l'interaction sol-ouvrage.» *Conférence Albert Caquot.* Paris: Presses de l'ENPC.

Breysse D. 2011. "Reliability of a Shallow Foundation Footing." In *Construction Reliability: Safety, Variability and Sustainability*, by Schoefs F., Breysse, D. Baroth J., 97-118. Wiley-ISTE.

[C]

Chakhar S. 2006. «Cartographie décisionnelle multicritère: Formalisation et implémentation informatique .» Thèse de doctorat, Université Paris Dauphiné.

Chateauneuf A. 2008. «Principles of reliability-based design optimization.» Dans *Structural design optimization considering uncertainties*, de Lagaros N.D., Papadrakakis M. Tsompanakis Y., 3-30. Londres: Taylor & Francis.

Chateauneuf A., Aoues Y. 2008. «Advances in solution methods for reliability-based design optimization.» Dans *Structural design optimization considering uncertainties*, de Lagaros N.D., Papadrakakis M. Tsompanakis Y., 217-246. Londres: Taylor & Francis.

Cherqui F. 2005. «Méthodologie d'évaluation d'un projet d'aménagement durable d'un quartier.» Thèse de doctorat, Université de La Rochelle.

Cherubini C. 1997. «Data and Considerations on the variability of geotechnical properties of soils.» *Proceedings of the International Conference on Safety and Reliability* 2: 1583-1591.

Cherubini C. 2000. «Reliability evaluation of shallow foundation bearinc capacity on effective cohesion and friction angle soils.» *Canadian Geotechnical Journal* 37: 264-269.

Cho S.E. 2007. «Effects of spatial variability of soil properties on slope stability.» *Engineering Geology* 92: 97-109.

Cho S.E., Park H.C. 2010. «Effect of spatial variability of cross-correlated soil properties on bearing capacity of strip footing.» *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics* 34: 1-26.

Choo E.U., Schoner B., Wedley W.C. 1999. «Interpretation of criteria weights in multicriteria decision making.» *Computers & Industrial Engineering* 37: 527-541.

Chowdhury R.N., Xu D.W. 1992. «Reliability index for slope stability assessment--two methods compared.» *Reliability Engineering and System Safety* 37: 99-108.

Christakos G. 1992. *Random Field Models in Earth Sciences.* San Diego: Academic Press.

Clarke J., McLay L., McLeskey Jr. J.T. 2014. «Comparison of genetic algorithm to particle swarm for constrained simulation-based optimization of a geothermal power plant.» *Advanced Engineering Informatics* 28: 81-90.

Clerc M. 2006. *Particle Swarm Optimization.* Wiley-ISTE.

Clerc M., Kennedy J. 2002. «The particle swarm: explosion, stability, and convergence in multi-dimensional complex space.» *IEEE Transactions on Evolutionary Computation* 6: 58-73.

Clivillé V. 2004. «Approche systèmique et méthode multicritère pour la définition d'un système d'indicateurs de performance.» Thèse de doctorat, Université de Savoie.

Collignan A. 2011. «Méthode d'optimisation et d'aide à la décision en conception mécanique: Application à une structure aéronautique.» Thèse de doctorat, Université Bordeaux 1.

Colson G., De Bruyn C. 1989. «Models and methods in multiple objectives decision making.» *Mathematical and Computer Modelling: An International Journal* 12: 1201-1211.

Cooren Y. 2008. «Perfectionnement d'un algorithme adaptatif d'Optimisation par Essaim Particulaire: Applications en génie médical et en électronique.» Thèse de doctorat, Université Paris 12 Val de Marne.

CSTB. 2010. *Guide Eurocode - Assemblages des pieds de poteaux en acier.* Paris: CSTB Edition.

[D]

Da Veiga S. 2007. «Analyse d'incertitudes et de sensibilité - Application aux modèles de cinétique chimique.» Thèse de doctorat, Université Toulouse III.

Dagdeviren M. 2008. «Decision making in equipment selection: an integrated approach with AHP and PROMETHEE.» *Journal of Intelligent Manufacturing* 19: 397-406.

De Groot D., Baecher G.B. 1993. «Estimating Autocovariance of In-Situ soil properties.» *Journal Geotechnical Engineering* 119 (1): 147-166.

De Keyser W., Peeters P. 1996. «A note on the use of PROMETHEE multicriteria methods.» *European Journal of Operational Research* 89: 457-461.

De Rocquigny E. 2006. «La maîtrise des incertitudes dans un contexte industriel. 1re Partie: Une approche méthodologique globale basée sur des exemples.» *Journal de la Société Française de Statistique* 147 (3): 33-71.

Dempster E. 1967. «Upper and loxer probabilities induced by a multivalued mapping.» *Annuals of Mathematical Statistics* 325-339.

Der Kiureghian A. 2008. «Analysis of structural reliability under parameter uncertainties.» *Probabilistic Engineering Mechanics* 23: 351-358.

Der Kiureghian A., Ditlevsen O. 2009. «Aleatory or epistemic? Does it matter?» *Structural Safety* 31.

Der Kiureghian A., Liu P.L. 1986. «Structural Reliability under Incomplete Probability Information.» *ASCE Journal of Engineering Mechanics* 112 (1): 85-104.

Derringer G., Suich R. 1980. «Simultaneous Optimization of Several Response Variables.» *Journal of Quality Technology* 12 (4): 214-219.

Dey S., Saha I., Bhattacharyya S., Maulik U. 2014. «Multi-level thresholding using quantum inspired meta-heuristics.» *Knowledge-Based Systems* 67: 373-400.

Diaz C., Marti P., Victoria M., Querin O.M. 2011. «Review on the modelling of joint behaviour in steel frames.» *Journal of Constructional Steel Research* 67: 741-758.

Dodagoudar G.R., Venkatachalam G. 2000. «Reliability analysis of slopes using fuzzy sets theory.» *Computers and Geotechnics* 27: 101-115.

Dozzi S.P., AbouRizk S.M. 1993. *La productivité dans la construction.* Ottawa: Conseil national de recherches du Canada.

Du X., Chen W. 2004. «Sequential Optimization and Reliability Assessment Method for Efficient Probabilistic Design.» *Journal of Mechanical Design* 126: 225-233.

Dubois D., Prade H. 1988. *Possibility Theory: An approach to Computerized Processing of Uncertainty.* New York: Plenum Press.

Duncan J.M. 2000. «Factors of safety and reliability in geotechnical engineering.» *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental engineering* 126 (4): 307-316.

[E]

Eberhart R.C., Kennedy J. 1995. «A new optimizer using particle swarm theory.» *Proceedings of the 6th International Symposium on Micro Machine and Human Science* 39-43.

Eberhart R.C., Shi Y. 1998. «Comparison between genetic algorithms and particle swarm optimization.» *Lecture Notes in Computer Science* 1447: 611-616.

Eberhart R.C., Shi Y. 2001. «Tracking and optimizing dynamic systems with particle swarms.» *Proceedings of the 2001 IEEE Congress on Evolutionary Computation* 94-100.

Eberhart R.C., Simpson P., Dobbins R. 1996. *Computational PC Tools.* San Diego: AP Professional.

El Dor A. 2012. «Perfectionnement des algorithmes d'Optimisation par Essaim Particulaire: Applications en segmentation d'images et en électronique.» Thèse de doctorat, Université Paris-Est.

El Hami A., Radi B. 2013. *Incertitudes, optimisation et fiabilité des structures.* Paris: Lavoisier.

El Hami N. 2012. «Contribution aux méthodes hybrides d'optimisation heuristique : Distribution et application et application à l'intéropérabilité des systèmes d'information.» Thèse de doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de Rouen.

Elkateb T., Chalaturnyk R., Robertson P.K. 2003. «An overview of soil heterogenity: quantification and implications on geotechnical field problems.» *Canadian Geotechnical Journal* 40: 1-15.

El-Ramly H, Morgenstern N.R., Cruden D.M. 2002. «Probabilistic slope stability analysis for practice.» *ASCE Canadian Geotechnical Journal* 39: 665-683.

El-Ramly H., Morgenstern N.R., Cruden D.M. 2003. «Probabilistic stability analysis of a tailings dyke on presheared clay–shale.» *Canadian Geotechnical Journal* 40: 192-208.

[F]

Faber M.H. 2005. «On the Treatment of Uncertainties and Probabilities in Engineering Decision Analysis.» *Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering* 127: 243-248.

Faber M.H., Stewart M.G. 2003. «Risk assessment for civil engineering facilities: critical overview and discussion.» *Reliability Engineering and System Safety* 80: 173-184.

Favre J.L. 2004. *Sécurité des ouvrages/Risques: Modélisation de l'incertain, fiabilité, analyse des risques.* Paris: Ellipses.

Fenton G.A. 1994. «Error Evaluation of Three Random-Field Generators.» *ASCE Journal of Engineering Mechanics* 120 (12): 2478-2497.

Fenton G.A. 1999. «Estimation for Stochastic Soil Models.» *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering* 125 (6): 470-485.

Fenton G.A., Griffiths D.V. 2003. «Bearing capacity prediction of spatially random c-φ soils.» *Canadian Geotechnical Journal* 40: 54-65.

Fenton G.A., Griffiths D.V. 2002. «Probabilistic Foundation Settlement on Spatially Random Soil.» *ASCE Journal of geotechnical and geoenvironmental engineering* 128 (5): 381-390.

Fenton G.A., Griffiths D.V. 2007. «ReliabilityBased Deep Foundation Design.» *Probabilistic Applications in Geotechnical Engineering - Geotechnical Specialty Publication* (170): 1-12.

Fenton G.A., Griffiths D.V. 2004. «Reply to the discussion by R. Popescu on "Bearing capacity prediction of spatially random c-φ soils".» *Canadian Geotechnical Journal* 41: 368-369.

Fenton G.A., Griffiths D.V. 2008. *Risk Assessment in Geotechnical Engineering.* New Jersey: John Wiley and Sons.

Fenton G.A., Naghibi M. 2011. «Geotechnical resistance factors for ultimate limit state design of deep foundations in frictional soils.» *Canadian Geotechnical Journal* 48: 1742-1756.

Fenton G.A., VanMarcke E.H. 1990. «Simulation of Random Fields via Local Average Subdivision.» *ASCE Journal of Engineering Mechanics* 116 (8): 1733-1749.

Fenton G.A., Vanmarcke E.H. 1991. «Spatial variation in liquefaction risk assessment.» *ASCE Geotechnical Engineering Congress - Geotechnical Special Publication* 1 (27): 594-607.

Fieldsend J., Everson R., Singh S. 2003. «Using Unconstrained Elite Archives for Multi–Objective Optimisation.» *IEEE Transactions on Evolutionary Computation* 7: 305-323.

Fieldsend J.E., Singh S. 2002. «A multi-objective algorithm based upon Particle Swarm Optimisation, an efficient data structure and turbulence.» *Proceeding of the 2002 U.K. Workshop on Computational Intelligence* 37-44.

Figueira J., Greco S., Ehrgott M. 2005. *Multiple Criteria Decision Analysis: State of the Art Surveys.* Boston: Springer.

Fontan M., Ndiaye A., Breysse D., Bos F., Fernandez C. 2011. «Soil–structure interaction: Parameters identification using particle swarm optimization.» *Computers and structures* 89: 1602-1614.

Forrest W.S., Orr T.L.L. 2010. «Reliability of shallow foundations designed to Eurocode 7.» *Georisk: Assesment and Management of Risk for Engineered Systems and Geohazards* 10 (4): 186-207.

[G]

Gazetas G. 1991. *Foundation vibration.* Vol. 2, chez *Foundation Engineering - Handbook*, de Fang H.-Y., 553-593. New York: Springer Science + Business Media.

Gazetas G., Dobry R., Tassoulas J.L. 1985. «Vertical Response of Arbitrarily Shaped Embedded Foundations.» *Journal of Geotechnical Engineering* 111 (6): 750-771.

Gazetas G., Tassoulas J.L. 1987. «Horizontal Stiffness of Arbitrarily Shaped Embedded Foundations.» *Journal of Geotechnical* 113 (5): 440-457.

Giasi C.I., Masi P., Cherubini C. 2003. «Probabilistic and fuzzy reliability analysis of a sample slope near Aliano.» *Engineering Geology* 67: 391-402.

Giroud, J.P. 1972. *Mécanique des sols. Tables pour le calcul des fondations.* Paris: Dunod.

Gopalakrishnan K. 2013. «Particle Swarm Optimization in Civil Infrastructure Systems: State-of-the-Art Review.» Dans *Metaheuristic Applications in Structures and Infrastructures*, de Yang X.S., Talatahari S., Alavi A.H. Gandomi A.H., 49-76. Londres: Elsevier.

Griffiths D.V., Fenton G.A. 2001. «Bearing capacity of spatially random soil: the undrained clay Prandtl problem revisited.» *Géotechnique* 51 (4): 351-359.

Griffiths D.V., Fenton G.A. 2009. «Probabilistic Settlement Analysis by Stochastic and Random Finite-Element Methods.» *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering* 135 (11): 1629-1637.

Griffiths D.V., Fenton G.A. 2004. «Probabilistic slope stability analysis by finite elements.» *ASCE Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering* 130 (5): 507-518.

Griffiths D.V., Fenton G.A., Manoharan N. 2002. «Bearing Capacity of Rough Rigid Strip Footing on Cohesive Soil: Probabilistic Study.» *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering* 128 (9): 743-755.

Griffiths, D.V., et G.A. Fenton. 2007. *Probabilistic Methods in Geotechnical Engineering.* New York: Springer.

Guekie A.T. 2012. «Effets de la variation spatiale et temporelle des propriétés des terrains sur les défaillances des réseaux enterrés.» Thèse de doctorat, Université Bordeaux 1.

Guitouni A., Martel J.M. 1998. «Tentative guidelines to help choosing an appropriate MCDA method.» *European Journal of Operational Research* 109: 501-521.

Guitouni A., Martel J.M., Bélanger M.,. 1999a. «Plusieurs PAMC: Est-ce une nécessité?» Document de travail 1999-019, Faculté des sciences de l'administration de Laval (Canada).

Guitouni A., Martel J.M., Vincke P. 1999b. «Un cadre de référence pour le choix d'une procédure d'agrégation multicritère.» Document de travail 1999-013, Faculté des sciences de l'administration de Laval (Canada).

[H]

Hammami A. 2003. «Modélisation technico-économique d'une chaîne logistique dans une entreprise réseau.» Thèse de doctorat, Faculté des Sciences et de Génie de Laval (Québec, Canada).

Hammouche K., Diaf M., Siarry P. 2010. «A comparative study of various meta-heuristic techniques applied to the multilevel thresholding problem.» *Engineering Applications of Artificia lIntelligence* 23: 676-688.

Harding B., Tremblay C., Cousineau D. 2014. «Standard errors: A review and evaluation of standard error estimators using Monte Carlo simulations.» *The quantitative Methods for Psychology* 10 (2): 107-123.

Harr M.E. 1987. *Reliability based design in civil engineering.* New York: McGraw-Hill.

Harrington E.C. 1965. «The Desirability Function.» *Industrial Quality Control* 21 (10): 494-498.

Hatzikonstantinou E., Tassoulas J.L., Gazetas G., Kotsanopoulos P., Fotopoulou M. 1989. «Rocking Stiffness of Arbitrarily Shaped Embedded Foundations.» *Journal of Geotechnical Engineering* 115 (4): 457-472.

Henriet L. 2000. «Systèmes d'évaluation et de classification multicritères pour l'aide à la décision, Construction de modèles et procédures d'affectation.» Thèse de doctorat, Université Paris Dauphiné.

Ho S.L., Yang S., Ni G., Lo E.W.C., Wong H.C. 2005. «A Particle Swarm Optimization-Based Method for Multiobjective Design Optimizations.» *IEEE Transactions on Magnetics* 41 (5): 1756-1759.

Huber M. 2013. «Soil variability and its concequences in geotechnical engineering.» Thèse de doctorat, Université de Stuttgart.

Huber M., Moellmann A., Bardossy A., Vermeer P.A. 2009. «Contributions to probabilistic soil modelling.» *Proceedings of the 7th International Probabilistic Workshop.* Delft.

Hurtado J.E. 2008. *Structural robustness and its relationship to reliability.* Vol. 1, chez *Structural design optimization considering uncertainties*, de Lagaros N.D., Papadrakis M Tsompanakis Y., 435-470. Londres: Taylor & Francis.

[I]

Iman R.L., Conover W.J. 1982. «A distribution free approach to inducing rank correlation among input variables.» *Communications in Statistics - Simulation and Computation* 11 (3): 311-334.

Imanzadeh S. 2013. «Effects of uncertainties and spatial variation of soil and structure properties on geotechnical design. Cases of continuous spread footings and buried pipes.» Thèse de doctorat, Université de Bordeaux 1.

[J]

Jacques J. 2005. «Contributions à l'analyse de sensibilité et à l'analyse discriminante généralisée.» Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier Grenoble I.

Jimenez R., Sitar N. 2009. «The importance of distribution types on finite element analyses of foundation settlement.» *Computers and Geotechnics* 36: 474-483.

Juang C.H., Jhi Y.Y., Lee D.H. 1998. «Stability analysis of existing slopes considering uncertainty.» *Engineerinig Geology* 49: 111-122.

Juang C.H., Wang L. 2013. «Reliability-based robust geotechnical design of spread foundations using multi-objective genetic algorithm.» *Computers and Geotechnics* 48: 96-106.

Jurecka F. 2007. «Robust Design Optimization Based on Metamodeling Techniques.» PhD Thesis, University of Munchen.

[K]

Kachroudi S. 2010. «Commande et optimisation pour la régulation du trafic urbain multimodale sur de grands réseaux urbains.» Thèse de doctorat, Université Evry Val d'Essone.

Kasama K., Whittle A.J. 2011. «Bearing Capacity of Spatially Random Cohesive Soil Using Numerical Limit Analyses.» *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering* 137 (11): 989-996.

Keeney R.L. 1992. *Value-Focused Thinking - A Path to Creative Decisionmaking.* Cambridge: Harvard University Press.

Kendall S.M., Stuart A. 1977. *The advanced theory of statistics.* Londres: Charles Griffin & Company Limited.

Khoshnevisan S., Gong W., Wang L., Juang C.H. 2014. «Robust design in geotechnical engineering - an udpate.» *Georisk: Assessment and Management of Risk for Engineered Systems and Geohazards* 8 (4): 217-234.

Kravanja S., Zula T. 2010. «Cost optimization of industrial steel building structures.» *Advances in Engineering Software* 41: 442-450.

Kulhawy F.H. 1992. «On the evaluation of static soil properties.» *ASCE Geotechnical Special Publication* 31: 95-115.

[L]

Lacasse S., Nadim F. 2007. «Probabilistic geotechnical analyses for offshore facilities.» *Georisk: Assesment and Management of Risk for Engineered Systems and Geohazards* 1 (1): 21-42.

Lacasse S., Nadim F. 1996. «Uncertainties in characterizing soil properties.» *Proceeding of uncertainty in teh geologic environment* 58: 49-75.

Lagaros N.D., Plevris V., Papadrakakis M. 2007. «Reliability based robust design optimization of steel structures.» *International Journal for Simulation and Multidisciplinary Design Optimization* 1: 19-29.

Laskari E.C., Parsopoulos K.E., Vrahatis M.N. 2002. «Particle swarm optimization for integer programming.» *Proceedings of the IEEE* 1582-1587.

Le Duy T.D. 2011. «Traitement des incertitudes dans les applications des études probabilistes de sûreté nucléaire.» Thèse de doctorat, Universté de Technologie de Troyes.

Lee J.O., Yang Y.S., Ruy W.S. 2002. «A comparative study on reliability-index and target-performance-based probabilistic structural design optimization.» *Computers and Structures* 80: 257-269.

Lemaire M. 2005. *Fiabilité des structures: couplage mécano-fiabiliste statique.* Paris: Lavoisier.

Lemaire S. 2006. «Aide au choix des produits de construction sur la base de leurs performances environnementales et sanitaires.» Thèse de doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon.

Li H.S., Lu Z.Z., Yuan X.K. 2008. «Nataf transformation based point estimate method.» *Chinese Science Bulletin* 53 (17): 2586-2592.

Liu P.L., Der Kiureghian A. 1986. «Multivariate distribution models with prescribed marginals and covariances.» *Probabilistic Engineering Mechanics* 1 (2): 105-112.

Low B.K. 2007. «Reliability analysis of rock slopes involving correlated nonormals.» *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences* 44: 922-935.

Low B.K. 2005. «Reliability-based design applied to retaining walls.» *Géotechnique* 55 (1): 63-75.

Low B.K., Lacasse S., Nadim F. 2007. «Slope reliability analysis accounting for spatial variation.» *Georisk* 1 (4): 177-189.

Low B.K., Phoon K.K. 2015. «Reliability-based design and its complementary role to Eurocode 7 design approach.» *Computers and Geotechnics* 65: 30-44.

Lu P., Chen S., Zheng Y. 2012. «Artificial Intelligence in Civil Engineering.» *Mathematical Problems in Engineering.*

Lumb P. 1970. «Safety factors and the probability distribution of soil strength.» *Canadian Geotechnical Journal* 7: 225-242.

[M]

Madsen H.O. 1988. «Omission sensitivity factors.» *Structural Safety* 5: 35-45.

Magnan J.P., Baghery S. 1982. *Statistique et probabilités en mécanique des sols - Etat des connaissances.* Rapport de recherche LPC N°109, Paris: Laboratoire Central des Ponts et Chaussées.

Magnan, J.P. 1996. *Les applications des statistiques et des probabilités en géotechnique au LCPC.* Paris: Bulletin des laboratoires des Ponts et Chaussées n°202 p.25-35.

Malkawi A.I.H., Hassan W.F., Abdulla F.A. 2000. «Uncertainty and reliability analysis applied to slope stability.» *Structural Safety* 22: 161-187.

Mateo J.R.S.C. 2012. *Multi-Criteria Analysis in the Renewable Energy Industry.* London: Springer.

Maystre L.Y., Pictet J., Simos J. 1994. *Méthodes multicritères ELECTRE: Description, conseils pratiques et cas d'application à la gestion environnementale.* Lausanne (Suisse): Presses polytechniques et universitaires romandes.

McKay M.D. 1995. *Evaluating prediciton uncertainty.* Technical Report NUREG/CR-6311, US Nuclear Regulatory Commission and Los Alamos National Laboratory.

McKay M.D., Beckman R.J., Conover W.J. 1979. «A comparison of three methods of selecting values of input variables in the analysis of output from a computer code.» *Technometrics* 21 (2): 239-245.

Means. 1990. *Means estimating handbook.* Kingston: R.S. Means Co.

Most T., Knabe T. 2010. «Reliability analysis of the bearing failure problem considering uncertain stochastic parameters.» *Computers and Geotechnics* 37: 299-310.

Mostaghim S., Teich J. 2003. «Strategies for finding good local guides in Multi-objective Particle Swarm Optimization (MOPSO).» *Proceedings of the 2003 IEEE Swarm Intelligence Symposium* 26-33.

Mousseau V. 1992. «Analyse et classification de la littérature traitant de l'importance relative des critères en aide multicritère à la décision.» *Revue Française d'Automatique, d'Informatique et de Recherche Opérationnelle* 26 (4): 367-389.

Mylonakis G., Nikolaou S., Gazetas G. 2006. «Footings under seismic loading: Analysis and design issues with emphasis on bridge foundations.» *Soil Dynamics and Earthquake Engineering* 26: 824-853.

[N]

Nadim F. 2007. «Tools and Strategiesfor Dealing with Uncertainty in Geotechnics.» Dans *Probabilistic Methodes in Geotechnical Engineering*, de Fenton G.A. Griffiths D.V., 71-96. New York: Springer.

Nataf A. 1962. «Détermination des distributions dont les marges sont données.» *Compte Rendus de l'Académie des Sciences* 225: 42-43.

NF EN 1993-1-1. 2005. *Eurocode 3: Calcul des structures en acier - Partie 1-1: Règles générales et règles pour les bâtiments.* Norme, AFNOR.

NF EN 1993-1-8. 2005. *Eurocode 3: Calcul des structure sen acier - Partie 1-8: Calcul des assemblages.* Norme, AFNOR.

NF EN 1997-1. 2005. *Eurocode 7: Calcul géotechnique - Partie 1: Règles générales.* Norme, AFNOR.

NF P 94-261. 2013. *Justification des ouvrages géotechniques - Normes d'application nationale de l'Eurocode 7 - Fondations superficielles.* Norme, AFNOR.

Nilsen T., Aven T. 2003. «Models and model uncertainty in the context of risk analysis.» *Reliability Engineering and System Safety* 79: 309-317.

NIST GCR 12-917-21. 2012. *Soil-Structure Interaction for Building Structures.* Redwood City: NIST - NEHRP.

Nobahar A. 2003. «Effects of soil spatial variability on soil-structure interaction.» Thèse de doctorat, Université de Newfoundland.

[O]

Orr T.L.L., Farell E.R. 1999. *Geotechnical design to Eurocode 7.* Londres: Springer.

Orr, T.L, and D. Breysse. 2008. "Eurocode 7 and reliability-based design." In *Reliability-based design in geotechnical engineering*, by Phoon K.K., 298-343. New York: Taylor & Francis.

[P]

Pais A., Kausel E. 1988. «Approximate formulas for dynamic stiffnesses of rigid foundations.» *Soil Dynamics and Earthquake Engineering* 7 (4): 213-227.

Panda S., Padhy N.P. 2008. «Comparison of particle swarm optimization and genetic algorithm for FACTS-based controller design.» *Applied Soft Computing* 8: 1418-1427.

Papadrakakis M., Lagaros N.D., Plevris V. 2005. «Design optimization of steel structures considering uncertainties.» *Engineering Structures* 27: 1408-1418.

Pareto V. 1896. *Cours d'économie politique.* Lausanne: F. Rouge.

Pavlovcic L., Krajnc A., Beg D. 2004. «Cost function analysis in the structural optimization of steel frames.» *Structural and Multidisciplinary Optimization* 28: 286-295.

Pecker J.C. 1984. *Dynamique des sols.* Paris: Presses de l'ENPC.

Peschl G.M., Schweiger H.F. 2003. «Reliability Analysis in Geotechnics with Finite Elements - Comparison of Probabilistic, Stochastic and Fuzzy Set Methods.» *Imprecise Probability: Theories and Applications* 437-451.

Phadke M.S. 1989. *Quality Engineering Using Robust Design.* New Jersey: Prentice-Hall.

Philipponnat G., Hubert B. 2011. *Fondations et ouvrages en terre.* Paris: Eyrolles.

Phoon K.K., Kulhawy F.H. 1999a. «Characterization of geotechnical variability.» *Canadian Geotechnical Journal* 36: 612-624.

Phoon K.K., Kulhawy F.H. 1999b. «Evaluation of geotechnical property variability.» *Canadian Geotechnical Journal* 36: 625-639.

Phoon K.K., Kulhawy F.H., Grigoriu M.D. 2003. «Multiple Resistance Factor Design for Shallow Transmission Line Structure Foundations.» *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering* 129 (9): 807-818.

Pomerol J.C., Barba-Romero S. 1993. *Choix multicritère dans l'entreprise, Principe et pratique.* Paris: Hermès.

Popescu R. 2004. «Discussion of “Bearing capacity prediction of spatially random c-φ soils".» *Canadian Geotechnical Journal* 40: 366-367.

Popescu R., Deodatis G., Nobahar A. 2005. «Effects of random heterogeneity of soil properties on bearing capacity.» *Probabilistic Engineering Mechanics* 20: 324-341.

Pouya K.R., Zhalehjoo N., Chenari R.J. 2014. «Influence of Random Heterogeneity of Cross-Correlated Strength Parameters on Bearing Capacity of Shallow Foundations.» *Indian Geotechnical Journal* 44 (4): 427-435.

Pula W. 2007. «On some of reliability computations in bearing capacity of shallow foundations.» Dans *Probabilistic Methods in Geotechnical Engineering*, de Fenton G.A Griffiths D.V., 127-146. New York: Springer.

Pula W., Rybak J. 2007. «Application of the Response Surface Method.» Dans *Probabilistic Methods in Geotechnical Engineering*, de Fenton G.A. Griffiths D.V., 147-168. New York: Springer.

[Q]

Quirante T. 2012. «Modelling and Numerical Optimization Methods for Decision Support in Robust Embodiment Design of Products and Processes.» Thèse de doctorat, Université Bordeaux 1.

[R]

Rackwitz R. 2000. «Reviewing probabilistic soils modelling.» *Computers and geotechnics* 26: 199-223.

Rackwitz R., Fiessler B. 1979. «Structural reliability under combined random load sequences.» *Computers and Structures* 9: 489-494.

Rethati L. 1988. *Probabilistic solutions in geotechnics.* Amsterdam: Elsevier.

Reyes-Sierra M., Coello Coello C.A. 2006. «Multi-Objective Particle Swarm Optimizers : A survey of the state-of-the-art.» *International Journal of Computational Intelligence Research* 2 (3): 287-308.

Rojas J.E. 2008. «Méthodologie d'analyse de fiabilité basée sur des techniques heuristiques d'optimisation et modèles sans maillage: applications aux systèmes mécaniques.» Thèse de doctorat, Institut National des Sciences Appliquées (INSA) de Rouen.

Rosenblatt M. 1952. «Remarks on a multivariate transformation.» *The Annals of Mathematical Statistics* 23: 470-472.

Rousval B., Bouyssou D. 2009. *De l'aide multicritère à la décision à l'aide multicritère à l'évaluation - Un cadre et une application aux transports et à l'environnement.* Cahier du LAMSADE 293, Paris: Université Paris Dauphiné.

Roy B. 1985. *Méthodologie multicritère d'aide à la décision.* Paris: Economica.

Roy B., Bouyssou D. 1993. *Aide Multicritère à la Décision : Méthodes et Cas.* Paris: Economica.

Roy B., Slowinski R. 2013. «Questions guiding the choice of a multicriteria decision aiding method.» *European Journal on Decision Processes* 1: 69-97.

[S]

Saaty T.L. 2003. «Decision-making with the AHP: Why is the principal eigenvector necessary.» *European Journal of Operational Research* 145: 85-91.

Saaty T.L. 1980. *The analytic hierarchy process.* New York: McGraw-Hill.

Saltelli A., Tarantola S., Campolongo F., Ratto M. 2004. *Sensitivity Analysis in Practice - A Guide to Assessing Scientific Models.* Chichester: John Wiley and Sons.

Schuëller G.I., Jensen H.A. 2008. «Computational methods in optimization considering uncertainties – An overview.» *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.* 198: 2-13.

Schweiger H.F., Peschl G. 2007. «Basic Concepts and Applications of Random Sets in Geotechnical Engineering.» Dans *Probabilistic Methods in Geotechnical Engineering*, de Fenton G.A. Griffiths D.V., 113-126. New York: Springer.

Shafer G.A. 1976. *Mathematical Theory of Evidence.* Princeton University Press.

Shärlig A. 1985. *Décider sur plusieurs critères : Panorama de l'aide à la décision multicritère.* Lausanne (Suisse): Presses Polytechniques et Universitaires Romandes.

Shi Y., Eberhart R.C. 1999. «Empirical study of particle swarm optimization.» *Evolutionary Computation* 3: 1945-1950.

Sickert J.U., Beer M., Graf W., Möller B. 2003. *Fuzzy probabilistic structural analysis considering fuzzy random functions.* Vol. 1, chez *Applications of Statistics and Probability in Civil Engineering*, de Madanat S., Pestana J.M. Der Kiureghian A., 379-386. Rotterdam: Millpress.

Sieffert J.G., Cevaer F. 1992. *Manuel des fonctions d'impédance - Fondations superficielles.* Nantes: Ouest Editions - Presses Académiques.

Sobol I.M. 1993. «Sensitivity estimates for nonlinear mathematical models.» *Mathematical Modelling and Computational Experiments* 407-414.

Steenhuis M., Gresnight N., Weynand K. 1994. «Pre-design of Semi-rigid Joints in Steel Frame.» Dans *Proceedings of the Second State of the Art Workshop on Semi-Rigid Behaviour of Civil*, de Wald F., 131-140. Prague: COST C1.

Stein M. 1987. «Large sample properties of simulations using Latin hypercube sampling.» *Technometrics* 29 (2): 143-151.

Suchomel R., Masin D. 2010. «Comparison of different probabilistic methods for predicting stability of a slope in spatially variable c-φ soil.» *Computers and Geotechnics* 37: 132-140.

Sudret B. 2007. «Uncertainty propagation and sensivity analysis in mechanical models: Contribution to structural reliability and stochastic spectral methods.» Habilitation à Diriger des Recherches, Université Blaise Pascal - Clermont II.

[T]

Tu J., Choi K.K., Park Y. 1999. «A New Study On Reliability-Based Design Optimization.» *ASME Journal of Mechanical Design* 121 (4): 557-564.

Turanyi T. 1990. «Sensitivity analysis of complex kinetic systems.» *Journal of Mathematical Chemistry* 5: 203-248.

[V]

VanMarcke E. 1984. *Random Fields: Analysis Synthesis.* Cambridge: MIT Press.

Vincke P. 1989. *L'aide multicritère à la décision.* Bruxelles: Éditions de l'Université de Bruxelles.

[W]

Wald F., Bouduffe N., Muzeau J.P. 2001. «Preliminary Prediction of the Column-Base Stiffness.» European Convention for Constructional Steelwork, Graz.

Walley P. 1991. *Statical Reasoning with Imprecise Probabilities.* Londres: Chapman and Hall.

Wang J., Wang Y., Cao Z. 2011. «Comparative Study of Pile Design Using Eurocode 7 and RBD.» *International Symposium on Geotechnical Safety and Risk.* Munich. 481-487.

Wang Y. 2011. «Reliability-based design of spread foundations by Monte Carlo simulations.» *Geotechnique* 61 (8): 677-685.

Wang Y. 2009. «Reliability-Based Economic Design Optimization of Spread Foundations.» *Journal of geotechnical and geoenvironmental engineering* 135 (7): 954-959.

Wang Y., Au S.K., Kulhawy F.H. 2011. «Expanded Reliability-Based Design Approach for Drilled Shafts.» *ASCE Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering* 137 (2): 140-149.

Wang Y., Cao Z. 2013. «Expanded reliability-based design of piles in spatially variable soil using efficient Monte Carlo simulations.» *Soils and Foundations* 53: 820-834.

Wang Y., Kulhawy F.H. 2008. «Economic Design Optimization of Foundations.» *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Gngineering* 134 (8): 1097-1105.

Wolff T.H. 1985. «Analysis and design of embankment dam slopes: a probabilistic approach.» Thèse de doctorat, Université de Purdue.

Wolpert D.H., Macready W.G. 1997. «No Free Lunch Theorems for Optimization.» *IEEE TRANSACTIONS ON EVOLUTIONARY COMPUTATION* 1 (1): 67-82.

[Y]

Yelle L.E. 1979. «The Learning Curve: Historical Review and Comprehensive Survey.» *Decision Sciences* 10 (2): 302-328.

Youn B.D., Choi K.K. 2004. «An Investigation of Nonlinearity of Reliability-Based Design Optimization Approaches.» *Journal of Mechanical Design* 126: 403-411.

Youssef A.M., Soubra A.H., Low B.K. 2008. «Reliability-Based Analysis and Design of Strip Footings against Bearing Capacity Failure.» *ASCE Journal of geotechnical and geoenvironmental engineering* 134 (7): 917-928.

Yu H. 2013. «Optimisation fiabiliste des structures: méthodes et applications au contrôle des vibration.» Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Lyon.

Yucemen M.S., Tang W.H., Ang A.H.S. 1973. *A probabilistic study of safety and design earth slopes.* Civil Engineering Studies - Structural Research Series 402, Urbana: University of Illinois.

[Z]

Zadeh L.A. 1965. «Fuzzy sets.» *Information and Control* 8: 338-353.

Zadeh L.A. 1978. «Fuzzy sets as a basis for a theory of possibility.» *Fuzzy Sets and Systems* 1: 3-28.

Zang C., Friswell M.I., Mottershead J.E. 2005. «A review of robust optimal design and its application in dynamics.» *Computers and Structures* 83: 315-326.

Zang T.A., Hemsch M.J., Hilburger M.W., Kenny S.P., Luckring J.M., Maghami P., Padula S.L., Stroud W.J. 2002. *Needs and opportunities for uncertainty-based multidisciplinary design methods for aerospace vehicles.* NASA/ TM-2002-211462, Hampton: NASA.

Zayed T.M. 2001. «Assessment of Productivity for Concrete Bored Pile Construction.» Thèse de doctorat, Purdue University.

Zhang J., Zhang L.M., Tang W.H. 2011. «Reliability-Based Optimization of Geotechnical Systems.» *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering* 137 (12): 1211-1221.

Zhang Y., Der Kiureghian A. 1995. «Two improved algorithms for reliability analysis.» Dans *Proceedings of the 6th IFIP WG7.5 Working Conference on reliability and optimization of structural systems*, de Augusti A., Borri A. Rackwitz R. Chapman et Hall.

Zouhal L. 1997. «Contribution à l'application de la théorie des fonctions de croyance en reconnaissance des formes.» Thèse de doctorat, Université de Technologie de Compiègne.

Notations

AHP : *Analytic Hierarchy Process* **60**

AS : Analyse de sensibilité **29**

CPS : Coefficient Partiel de Sécurité **95**

ELS : Etat Limite de Service **95**

ELU : Etat Limite Ultime **95**

FO : Fonction Objectif **35**

FOR : Fonction Objectif Robuste **51**, **87**

FORM : *First Order Reliability Method* **25**

ISS : Interaction Sol-Structure **108**

LHS : *Latin Hypercube Sampling* **28**

MAMCD : Méthode d'Aide Multicritère à la Décision **54**

MOPSO : *Multi-Objective Particle Swarm Optimization* **43**

PROMETHEE : *Preference Ranking Organization METHod for Enrichment Evaluation* **62**

PSO : *Particle Swarm Optimization* **41**

RBDO : *Reliability-Based Design Optimization* **47**

RBRDO : *Reliability-Based Robust Design Optimization* **53**

RDO : *Robust Design Optimization* **50**

Vco : Variable de conception **70**

Vcri : Variable critère **72**

Vdes : Variable de description **71**

Venv : Variable environnementale **71**

Vobj : Variable objectif **78**

Vpro : Variable de projet **71**

Vsat : Variable de satisfaction **80**

ANNEXES

Annexe I : Améliorations de l'algorithme PSO

Comme toutes les métaheuristiques, l'algorithme d'optimisation par essaim particulaire possède des paramètres de contrôle (paramètres w, c_1 et c_2, taille N de l'essaim ...) et des conditions initiales (positions et vitesses initiales des particules) qui doivent être ajustés et adaptés au problème traité. Afin d'éviter une convergence rapide vers des optimums locaux ou une non-localisation de l'optimum global, il est conseillé d'ajuster préalablement et de manière empirique les paramètres de contrôle. La taille de l'essaim doit par exemple être suffisamment grande pour assurer la visite de toutes les régions du domaine de recherche en un nombre d'itérations raisonnable. Toutefois, si un nombre élevé de particules permet d'améliorer la pertinence des informations partagées entre elles, il conditionne également les temps de calcul.

Nous rapportons dans cette annexe quelques approches permettant d'améliorer l'efficacité et/ou l'efficience de l'algorithme PSO.

- Le poids d'inertie

Le *poids d'inertie* w contrôle le comportement physique de la particule et sa valeur reste généralement inchangée entre les itérations. Cependant ce paramètre peut être pris variable pour intensifier et alterner les phases d'exploration et d'exploitation. L'exploration s'apparente à une recherche imprécise de l'optimum dans l'espace de conception alors que l'exploitation correspond à une phase d'intensification et de localisation du processus de recherche. Une grande valeur du *poids d'inertie* favorisera l'exploration alors qu'une petite valeur coïncidera avec une phase d'exploitation pour laquelle sera effectuée une recherche locale plus fine. Le poids d'inertie peut être choisi uniformément dans l'intervalle [0,5, 1] à chaque itération (Eberhart et Shi, 2001) pour alterner aléatoirement les phases d'exploration et d'exploitation. Afin de privilégier l'exploration au début du processus de recherche et l'exploitation en fin de procédure, on peut adopter un *poids d'inertie* dynamique qui décroît linéairement (Shi et Eberhart 1999) avec le nombre d'itérations tel que :

$$w = w_{min} + (w_{max} - w_{min})\frac{t}{max_t}$$

où max_t est le nombre maximal d'itérations, w_{max} et w_{min} correspondent respectivement aux valeurs maximales et minimales du poids d'inertie avec en général $w_{max}, w_{min} \in [0, 1]$.

- Le coefficient de constriction

L'utilisation d'un *coefficient de constriction* χ permet de rendre dépendants les trois paramètres w, c_1 et c_2 afin de mieux contrôler la divergence de l'essaim (Clerc et Kennedy, 2002). L'équation (II.13) devient alors :

$$v_{p,k}^{t+1} = \chi\left(v_{p,k}^{t} + \phi_1 r_1\left(Pbest_{p,k} - x_{p,k}^{t}\right) + \phi_2 r_2\left(Gbest_k - x_{p,k}^{t}\right)\right)$$

Avec :

$$\chi = \frac{2}{\phi - 2 + \sqrt{\phi^2 - 4\phi}} \text{ où } \phi = \phi_1 + \phi_2 \text{ et } \phi > 4$$

En général, on utilise $\phi = 4{,}1$ et $\phi_1 = \phi_2$ tel que $\chi = 0{,}7298$ (Clerc et Kennedy, 2002). On obtient donc dans l'équation (II.13), $c_1 = c_2 = 1{,}4961$ et $w = 0{,}7298$.

- Initialisation de l'essaim particulaire

L'initialisation aléatoire de la position et de la vitesse de chaque particule se fait en tirant uniformément dans l'intervalle $[x_k^{min}, x_k^{max}]$ et $[-v_k^{max}, v_k^{max}]$ pour toutes les dimensions de l'espace de conception *k=1,...,n*. La vitesse maximale v_k^{max} sur la $k^{ième}$ dimension est définie par :

$$v_k^{max} = \lambda.(x_k^{max} - x_k^{min})$$

où λ est un coefficient généralement choisi dans l'intervalle $[0{,}1,\ 1]$.

Le paramètre v_k^{max} peut également être utilisé pour limiter la divergence des particules et contrôler la vitesse d'éclatement de l'essaim dans le domaine de recherche (Eberhart *et al.*, 1996) tel que :

$$v_{p,k}^{t+1} = \begin{cases} v_k^{max}\ si\ v_{p,k}^{t+1} > v_k^{max} \\ -v_k^{max}\ si\ v_{p,k}^{t+1} < -v_k^{max} \\ v_{p,k}^{t+1}\ sinon \end{cases}$$

La vitesse maximale doit être suffisamment grande pour éviter de converger vers des minimums locaux et suffisamment petite pour espérer visiter une région très localisée du domaine de recherche où pourrait se trouver l'optimum global. On appelle optimum local un point $f(\vec{X}_p^t)$ d'une petite région ω de l'espace des objectifs qui vérifie l'inégalité $\{f(\vec{X}_p^t) \geq f(\vec{X}_l^t)\}$ en tous points $f(\vec{X}_l^t)$ de ω et qui vérifie l'égalité $\{f(\vec{X}_p^t) = f(\vec{X}_l^t)\}$ en au moins un point. On appelle optimum global un point $f(\vec{X}_p^t)$ de l'espace des objectifs Ω qui vérifie l'inégalité $\{f(\vec{X}_p^t) \geq f(\vec{X}_l^t)\}$ en tous points $f(\vec{X}_l^t)$ de Ω et qui vérifie l'égalité $\{f(\vec{X}_p^t) = f(\vec{X}_l^t)\}$ en au moins un point.

L'initialisation de la position des particules conditionne fortement l'issue du processus de recherche. Il faut donc s'assurer que la répartition des particules dans l'espace de conception soit relativement homogène pour que toutes les régions soient survolées au moins une fois et pour éviter la convergence vers des optimums locaux. Pour résoudre ce problème, Cooren (2008) propose une initialisation régulière des particules en optimisant leur position initiale. L'idée est de maximiser la distance entre chacune d'elles ainsi que la distance les séparant des frontières de l'espace de conception. Cooren (2008) propose ainsi de maximiser la fonction suivante :

$$f = \sum_{p=1}^{N} \sum_{l=p+1}^{N} d_{p,l} + \sum_{p=1}^{N} min_{k\in\{1,\dots,n\}}(d(x_p, bound_k))$$

où $d_{p,l}$ est la distance entre la particule *p* et la particule *l*, et $d(x_p, bound_k)$ est la distance entre la particule *p* et la frontière *k*.

La figure Annexe-I.1 représente un exemple d'initialisation aléatoire (points rouges) et d'initialisation régulière (points noirs) de la position de quatre particules dans un espace de conception [0, 1] à deux dimensions.

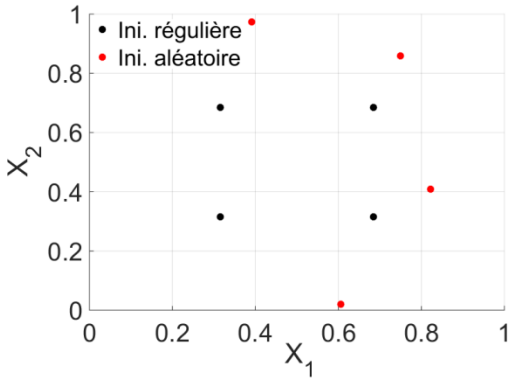


Figure Annexe-I.1. Exemples d'initialisation aléatoire et régulière de la position des particules

- Confinement des particules

Les positions des particules doivent être initialisées relativement loin des frontières pour éviter que des déplacements futurs conduisent la particule en dehors du domaine de recherche. Si une telle situation se présente, quatre principales stratégies de confinement des particules peuvent être adoptées (cf. figure Annexe-I.2) :

- les FO évaluées pour les particules sorties du domaine de recherche ne sont pas considérées pour la mise à jour des *guides personnels* et du *guide global* de l'essaim. Cela permet d'éviter qu'une position hors du domaine n'influence les déplacements futurs des particules de l'essaim,

- les coefficients aléatoires r_1 et r_2 de l'équation (II.13) sont retirés pour chaque composante k jusqu'à ce que la particule soit admise dans le domaine de recherche,

- les particules sont stoppées aux frontières de l'espace de conception de manière à garder pour chaque particule $x_{p,k}^{t+1} \in [x_k^{min}, x_k^{max}]$. Alvarez-Benitez *et al.* (2005) proposent de modifier toutes les composantes de position de la particule p telle que, si la $k^{ième}$ composante excède la frontière supérieure x_k^{max}, l'équation (II.12) devient :

$$\vec{X}_p^{t+1} = \vec{X}_p^t + \sigma.\vec{V}_p^{t+1} \; avec \; \sigma = \frac{x_{p,k}^t - x_k^{max}}{v_{p,k}^{t+1}}$$

- les particules sont stoppées aux frontières de l'espace de conception puis renvoyées dans une direction opposée à leur vitesse courante telle que $x_{p,k}^{t+1} = [(x_k^{min} \text{ou } x_k^{max}) + \alpha.\, v_{p,k}^{t+1}]$ où α est un coefficient tiré aléatoirement dans l'intervalle [-1, 0].

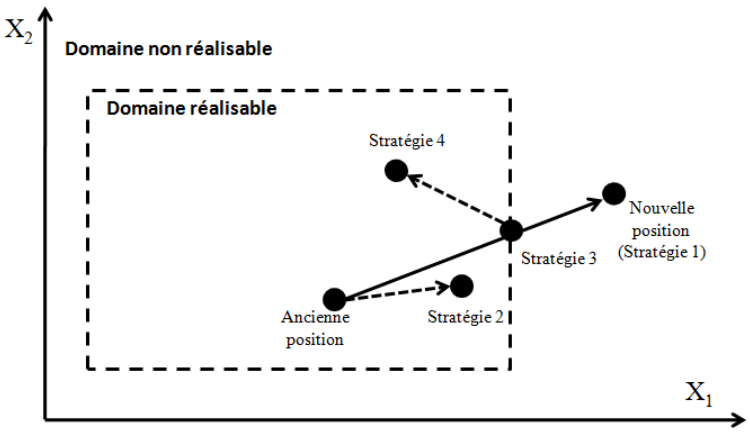


Figure Annexe-I.2. Stratégies de confinement des particules

- Variantes de l'algorithme PSO

D'autres versions de l'algorithme PSO peuvent être retrouvées dans la littérature (Clerc, 2006), notamment en modifiant la *typologie de voisinage* c'est-à-dire en adoptant un autre schéma d'interaction local entre les particules de l'essaim. Dans sa version originale, l'algorithme PSO utilise une *typologie de voisinage complète* c'est-à-dire que toutes les particules de l'essaim communiquent entre elles, on parle alors de stratégie globale. Une revue des nombreuses variantes de l'algorithme PSO et des hybridations avec d'autres méthodes a été présentée par Banks *et al.* (2007a, 2007b).

Annexe II : Fonctions de répartition de la capacité portante pour plusieurs paramètres statistiques de *c'* et *φ'*

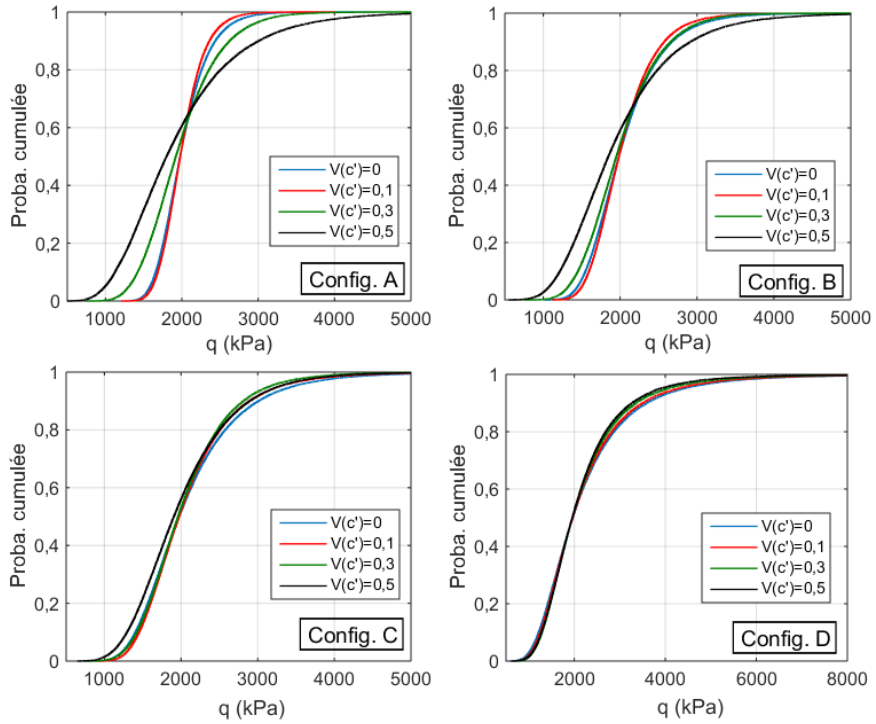


Figure Annexe-II.1. Fonctions de répartition de la capacité portante pour quatre coefficients de variation de la cohésion ainsi que pour quatre configurations de sol

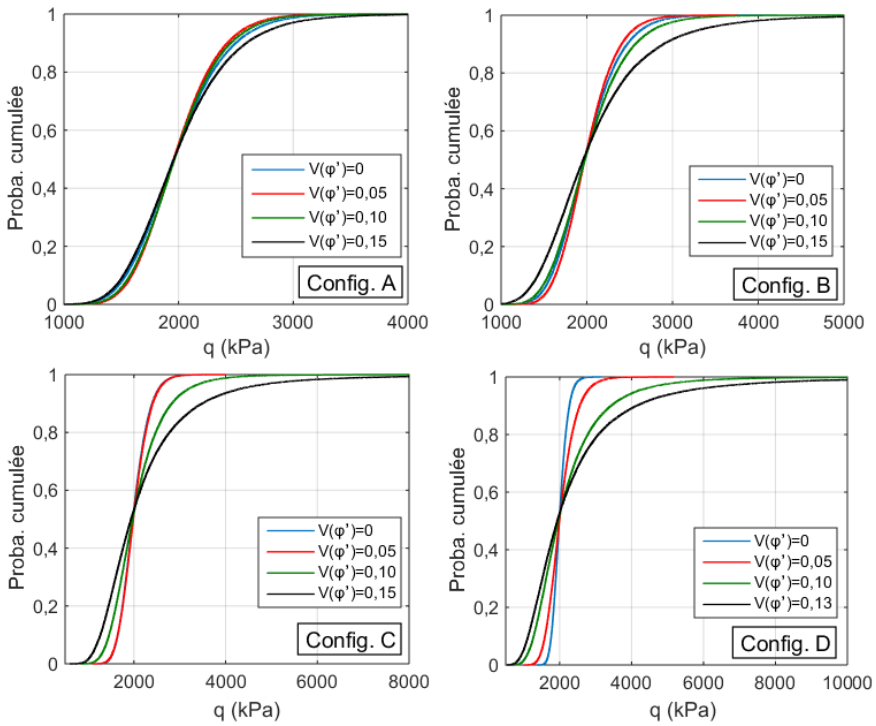


Figure Annexe-II.2. Fonctions de répartition de la capacité portante pour quatre coefficients de variation de l'angle de frottement ainsi que pour quatre configurations de sol

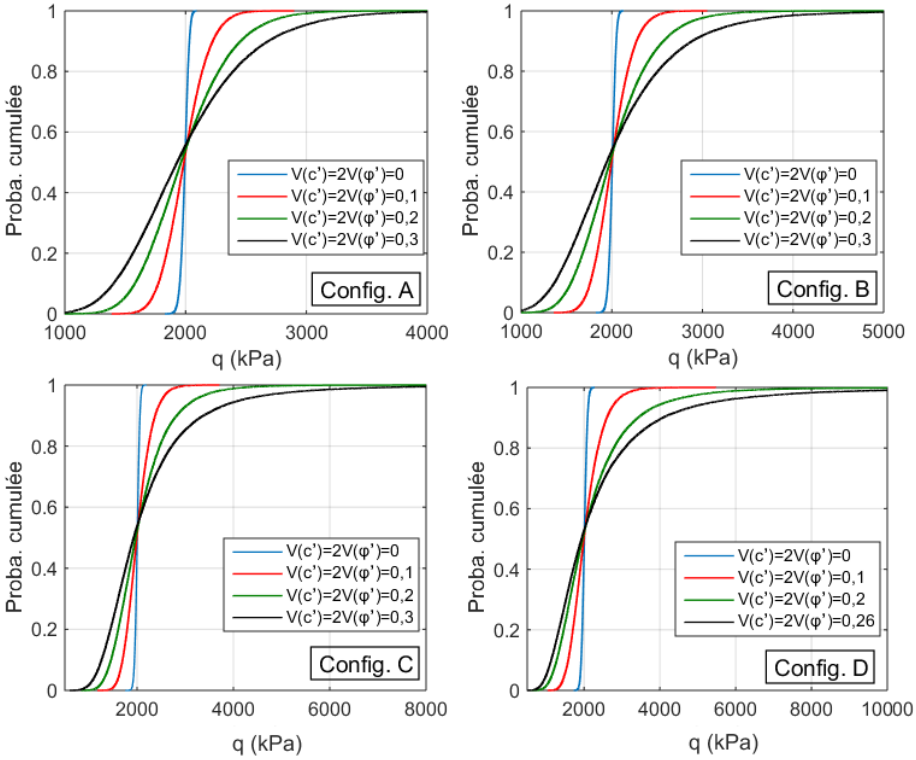


Figure Annexe-II.3. Fonctions de répartition de la capacité portante pour quatre valeurs de V(c')=2V(φ') ainsi que pour quatre configurations de sol

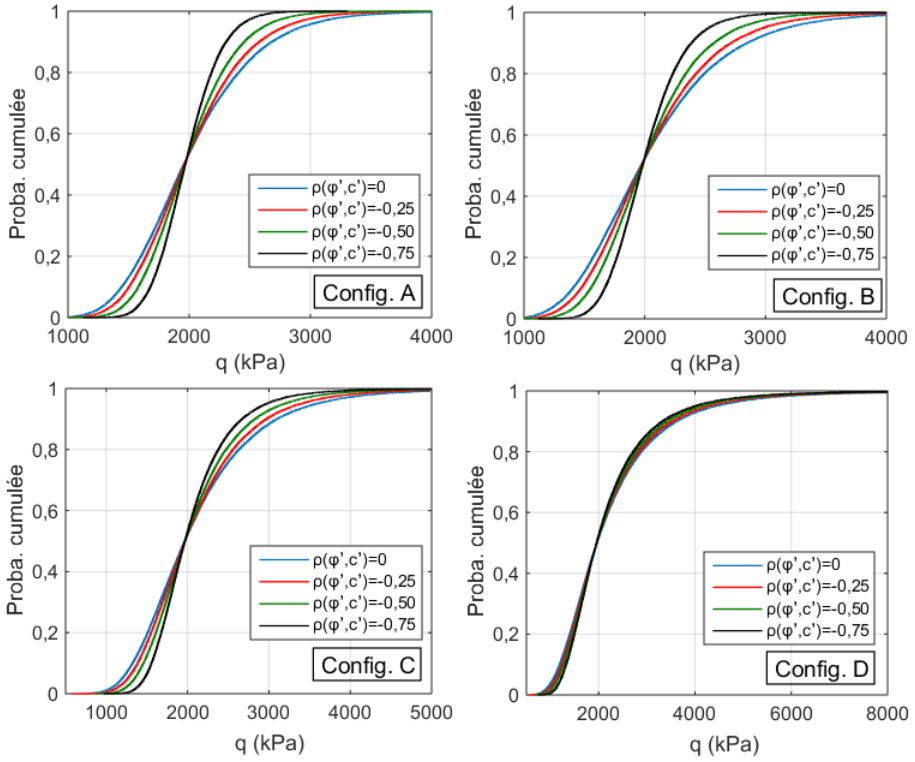


Figure Annexe-II.4. Fonctions de répartition de la capacité portante pour quatre coefficients de corrélation entre c' et φ' ainsi que pour quatre configurations de sol

Annexe III : Formulaire pour la construction des courbes de désirabilité

Notre approche d'évaluation des solutions techniques permet de prendre en compte finement les préférences du décideur par l'intermédiaire de courbes de désirabilité. Celles-ci permettent de mesurer le degré de satisfaction du décideur sur les valeurs prises par la solution vis-à-vis de chaque critère. Ce degré de satisfaction se mesure sur une échelle comprise entre 0 et 1, où 0 traduit un non-respect total du critère alors que 1 exprime une pleine satisfaction sur le critère concerné. Les valeurs intermédiaires permettent d'enrichir la notion de "seuil acceptable" de manière à traduire le caractère subjectif ou l'imprécision des préférences du décideur. Ces courbes de désirabilité sont utilisées pour comparer les différentes alternatives de conception. Afin d'assister le décideur dans la construction des courbes de désirabilité associées à chaque critère *i* de conception, nous lui proposons de compléter un questionnaire de la forme suivante :

Q1. Il n'existe qu'une seule valeur au-delà de laquelle la valeur prise sur le critère *i* est jugée pleinement satisfaisante ou insatisfaisante (on parle alors de contrainte de conception) :

☐ **NON**

☐ **OUI**

Q2. Si OUI alors quelle est cette valeur ? [.....]

Q3. Si NON alors le critère *i* doit être... (on parle alors d'objectif de conception)

☐ **minimisé (cas 1)**, plus la valeur prise sur ce critère est faible meilleure est la satisfaction

☐ **maximisé (cas 2)**, plus la valeur prise sur ce critère est grande meilleure est la satisfaction

☐ **ciblé (cas 3)**, plus la valeur prise sur ce critère se rapproche d'une valeur cible meilleure est la satisfaction

Q3.bis. Selon le cas choisi, renseigner les valeurs du critère *i* qui satisfont les différents niveaux de satisfaction suivants : Extrêmement haut (100%), Assez haut (75%), Moyen (50%), Assez bas (25%), Nul (0%)

Cas 1 : Le critère *i* est à minimiser

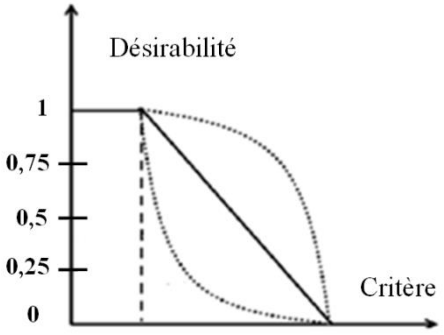
100%...[.....]

75%.....[.....]

50%.....[.....]

25%.....[.....]

0%.....[.....]



<u>Cas 2</u> : Le critère *i* est à maximiser

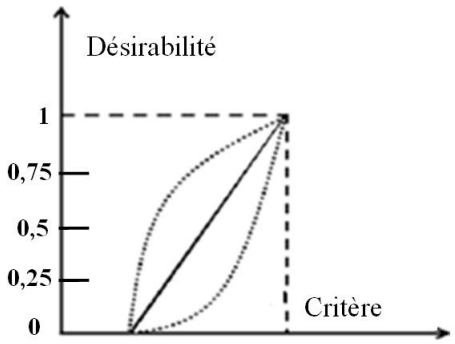
100%...[.....]

75%.....[.....]

50%.....[.....]

25%.....[.....]

0%.....[.....]



<u>Cas 3</u> : Le critère *i* est à cibler

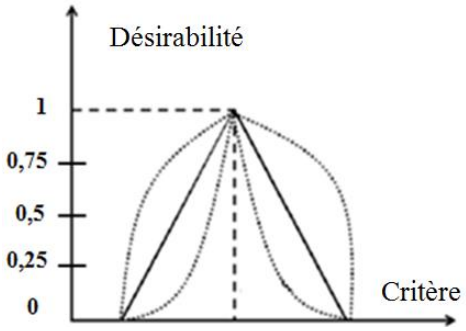
100%..[.....]

75%....[.....] et [.....]

50%....[.....] et [.....]

25%....[.....] et [.....]

0%.....[.....] et [.....]



Annexe IV : Représentations en deux dimensions du front de Pareto

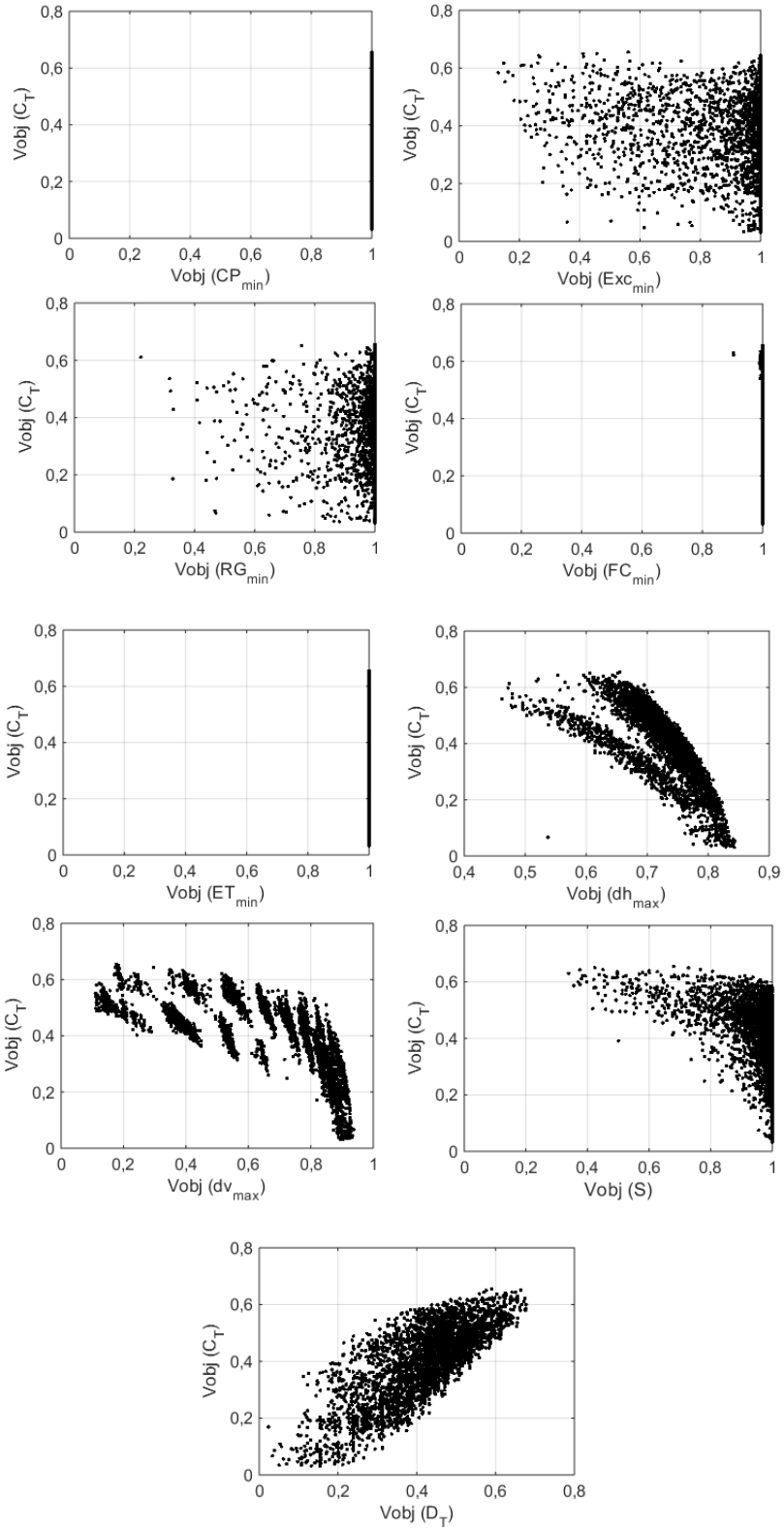


Figure Annexe-IV.1. Représentations du front de Pareto (Vobj du coût en fonction d'une des neuf autres Vobj)

Annexe V : Diagrammes des efforts intérieurs et de la déformée de la structure optimale

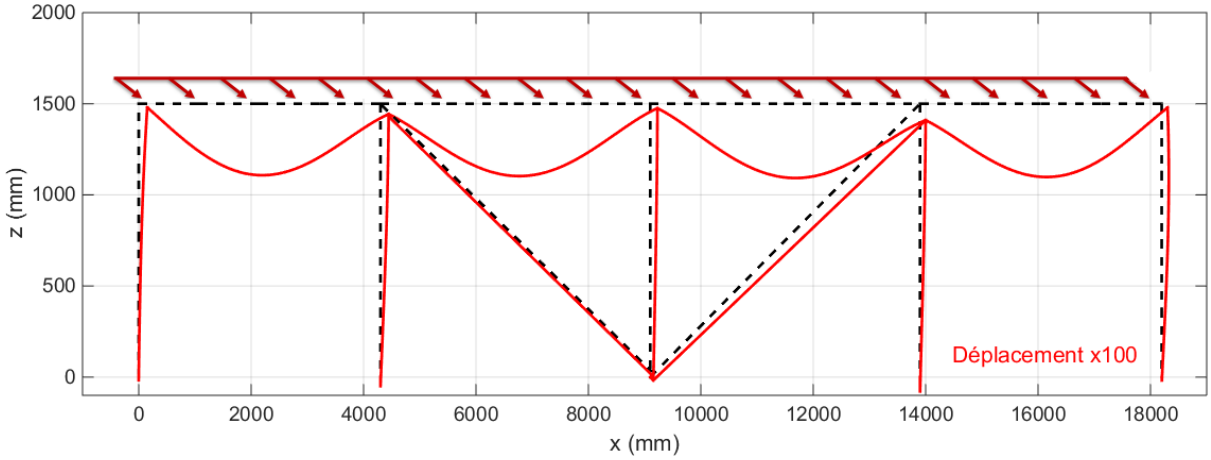


Figure Annexe-V.1. Déformée de la structure

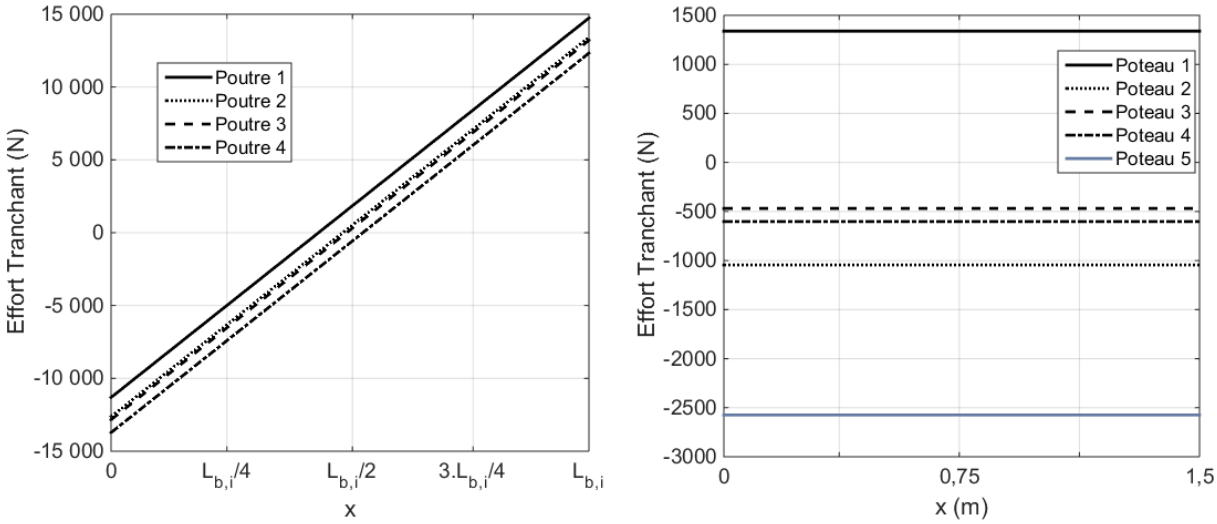


Figure Annexe-V.2. Diagramme des efforts tranchants

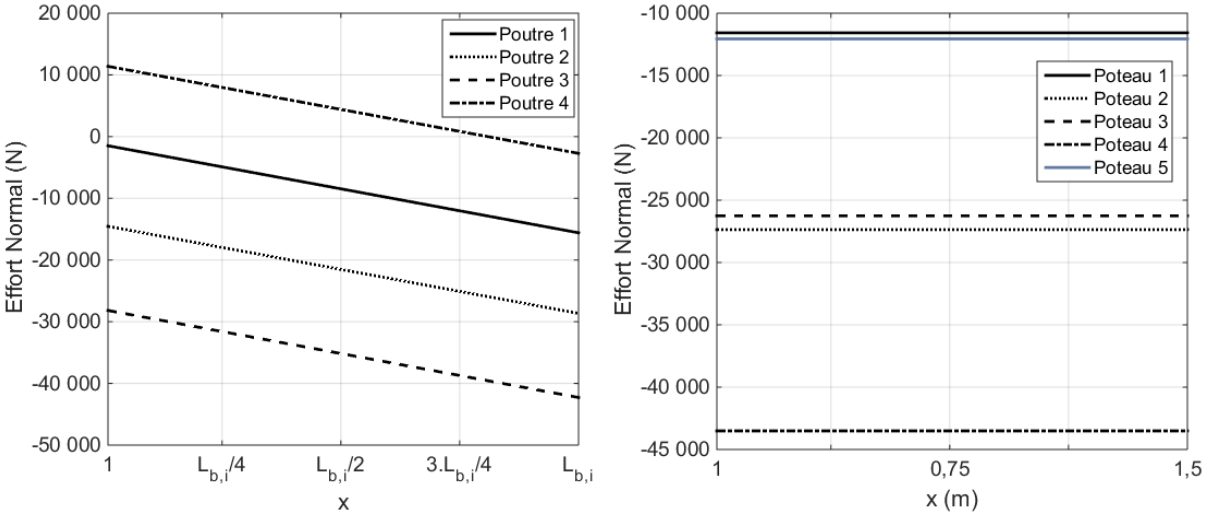


Figure Annexe-V.3. Diagramme des efforts normaux

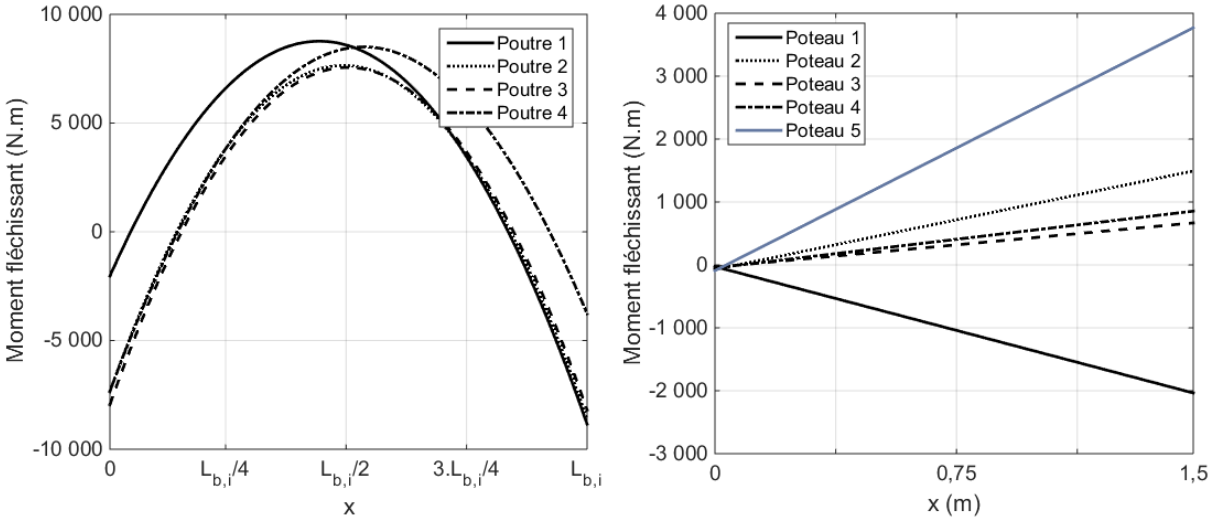


Figure Annexe-V.4. Diagramme des moments fléchissants

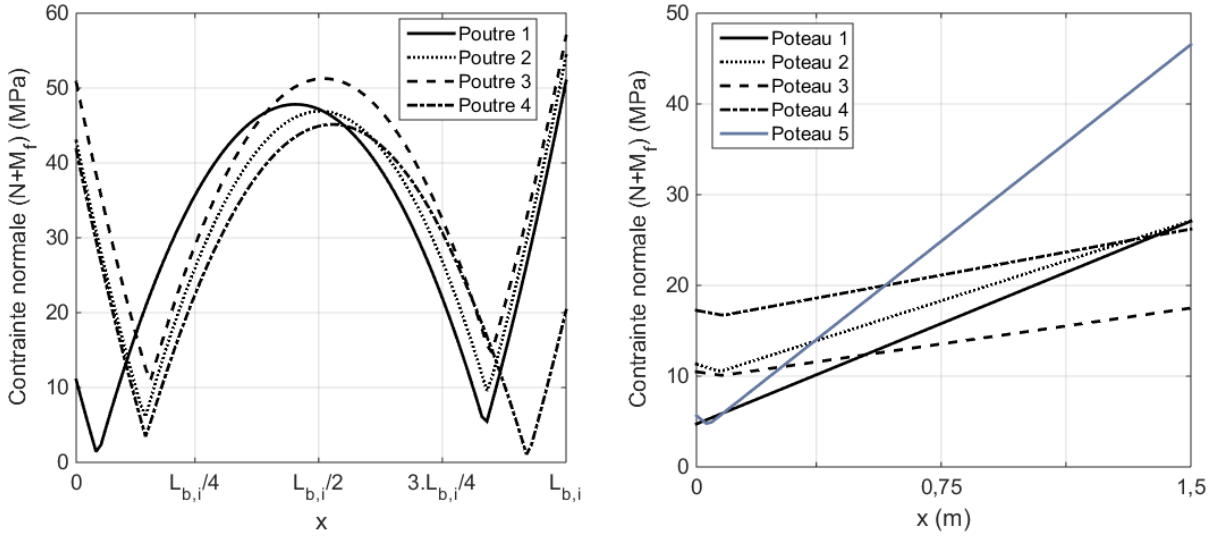


Figure Annexe-V.5. Diagramme des contraintes normales ($N+M_f$)

Annexe VI : Modèle d'évaluation pour les fondations profondes

La hauteur d'encastrement *D* et le diamètre *d* du pieu (cf. figure Annexe-VI.1) constituent les *Vco* du système.

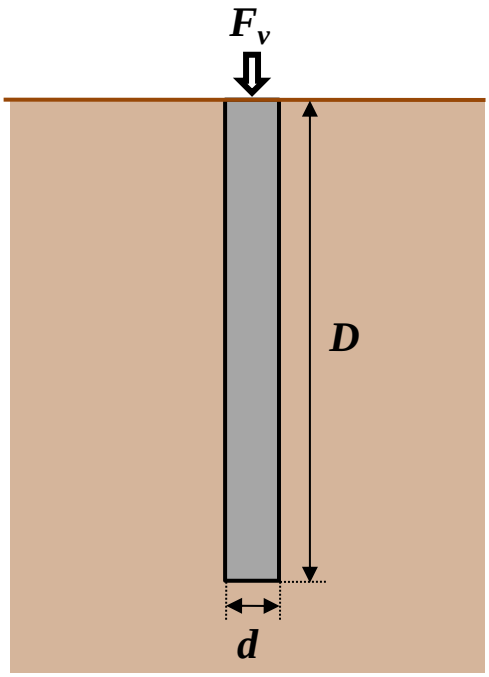


Figure Annexe-VI.1. Schéma d'un pieu

- ELS (*critères de conception*)

Les déplacements absolus et différentiels des fondations susceptibles d'excéder des valeurs limites de service ou susceptibles de conduire à un état limite de la structure supportée sont considérés à l'échelle globale de l'ouvrage.

- ELU
  - Capacité portante du pieu (*critère de conception)*

La charge limite *Q* du pieu est obtenue en additionnant la charge limite de pointe Q_p correspondant au poinçonnement du sol sous la base du pieu et la charge limite Q_s mobilisable par frottement entre le fût du pieu et le sol, c'est à dire :

$$Q = Q_p + Q_s$$

La charge limite de pointe est donnée par l'équation suivante :

$$Q_p = A.q_p$$

où *A* est l'aire de section droite du pieu et q_p est la résistance limite de pointe.

La charge limite en frottement latéral est donnée par l'équation suivante :

$$Q_s = P.q_s$$

où *P* est le périmètre de la section droite du pieu et q_s est le frottement latéral limite.

La résistance limite de pointe peut être évaluée par la formule suivante (Philipponat et Hubert, 2011) :

$$q_p = \gamma'.D.N_{qmax} + c'.N_{cmax}$$

où γ' est le poids volumique déjaugé du sol, D est la longueur d'encastrement du pieu, c' est la cohésion effective du sol.

Les valeurs de N_{qmax} et N_{cmax} sont données par les formules :

$$\begin{cases} N_{qmax} = 10^{3,04.\tan\varphi'} \\ N_{cmax} = \left(N_{qmax} - 1\right)/\tan\varphi' \end{cases}$$

où φ' est l'angle de frottement effectif du sol

Le frottement latéral limite est donné par (Philipponat et Hubert, 2011) :

$$q_s = c'.D + 0,5.D^2.\gamma'.(1 - \sin\varphi').\tan\varphi'$$

La marge de sécurité vis-à-vis d'une défaillance de la capacité portante du pieu est donnée par :

$$CP = \frac{Q}{F_v} - 1$$

où F_v est l'effort vertical centré sur la fondation

- Résistance à la compression du pieu (*contrainte de conception*)

La résistance à la compression du pieu est vérifiée si :

$$\frac{\sigma_{bc}}{F_v/A} > 1$$

où σ_b est la résistance à la compression du béton

- Coût et Durée de construction (*critères de conception*)

Le coût de construction des pieux peut être estimé par l'équation suivante :

$$C_p = \left(\left(c_f + c_c\right).A.D + c_a\right).N_f$$

où c_f (€/m^3) est le coût unitaire de forage (comprenant les coûts en matériel et de la main d'œuvre), c_c (€/m^3) est le coût unitaire du coulage du béton (comprenant les coûts en matériaux, en matériel et de la main d'œuvre), c_a (€/pieu) est le coût unitaire de mise en place des armatures (comprenant les coûts en matériaux, en matériel et de la main d'œuvre), N_f est le nombre de fondations à réaliser.

La durée de construction de pieux forés peut être estimée à partir des expressions de productivité proposées par Zayed (2001) pour plusieurs types de sol, plusieurs diamètres de pieu, et plusieurs conditions de mise en œuvre. Nous donnons ci-dessous le modèle de productivité associé à un pieu de 45cm de diamètre mis en œuvre dans un sol intermédiaire à l'argile et au sable et en utilisant une technique de forage qui nécessite le maintien des parois du sol excavé :

$$Pr\ (pieu/jour) = 1,1404 - 0,0429.D + 0,3577.H_t$$

où D est la hauteur d'encastrement du pieu (en m) et H_t est la hauteur de la tarière (en m).

Cette expression de la productivité tient compte des temps de forage, de mise en place des cages d'armature et du coulage du béton. Le lecteur intéressé se référera à Zadeh (2011) pour plus de détails.

La durée de construction des pieux peut ainsi être estimée par :

$$D_p = \frac{N_f}{N_{eq,f}.T.Pr}$$

où $N_{eq,f}$ est le nombre d'équipes de travail mobilisées pour la construction des fondations et T est le nombre d'heures travaillées par jour.

- ISS

Des expressions analytiques pouvant être employées pour estimer les raideurs associées à l'ensemble sol-fondation sont présentées dans le tableau Annexe-VI.1. Les variables ν, E_s et E_p présentes dans ces expressions correspondent respectivement au coefficient de Poisson du sol, au module de Young du sol et au module de Young du pieu.

Tableau Annexe-VI.1. Expressions des raideurs de translation et de rotation pour le cas de fondations profondes

Types de raideur	Expression analytique	Références
Raideur de translation verticale k_v	$k_v = E.d.\left(\frac{0{,}6.\pi}{2}\right)^{1/2}\left(\frac{E_p}{E_s}\right)^{1/2}\frac{\Omega+\tanh(\lambda D)}{1+\Omega\tanh(\lambda D)}$ $\Omega = \frac{2}{\sqrt{0{,}6\pi}(1-\nu^2)}\left(\frac{E_p}{E_s}\right)^{-1/2}$ $\lambda D = \left(\frac{2{,}4}{\pi}\right)^{1/2}\left(\frac{E_p}{E_s}\right)^{-1/2}\left(\frac{D}{d}\right)$	[NIST GCR 12-917-21, 2012]
Raideur de translation horizontale k_h	$k_h = E.d\frac{1}{2}\pi^{1/4}{\delta_h}^{3/4}\left(\frac{E_p}{E_s}\right)^{1/4}$ $\delta_h = 2\left(\frac{E_p}{E_s}\right)^{-3/40}$	[NIST GCR 12-917-21, 2012]
Raideur de balancement k_r	$k_r = 0{,}15d^3E\left(\frac{E_p}{E_s}\right)^{0{,}8}$	[Gazetas, 1991]

La figure Annexe-VI.2 illustre l'évolution des raideurs lorsque le diamètre de la fondation varie (D=10 m ; E_s=40 MPa ; ν=0,3 ; E_p=30 GPa).

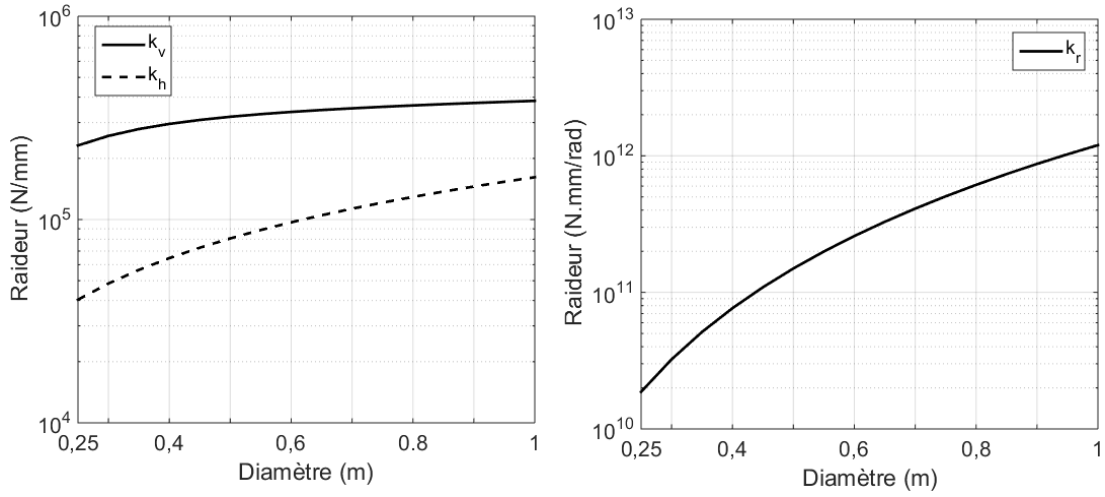


Figure Annexe-VI.2. Evolution des raideurs de translation (à gauche) et de balancement (à droite) en fonction du diamètre du pieu

La figure Annexe-VI.3 illustre l'évolution des raideurs lorsque la hauteur d'encastrement de la fondation varie (d=0,5 m ; E_s=40 MPa ; $\nu=0,3$; $E_p=30$ GPa).

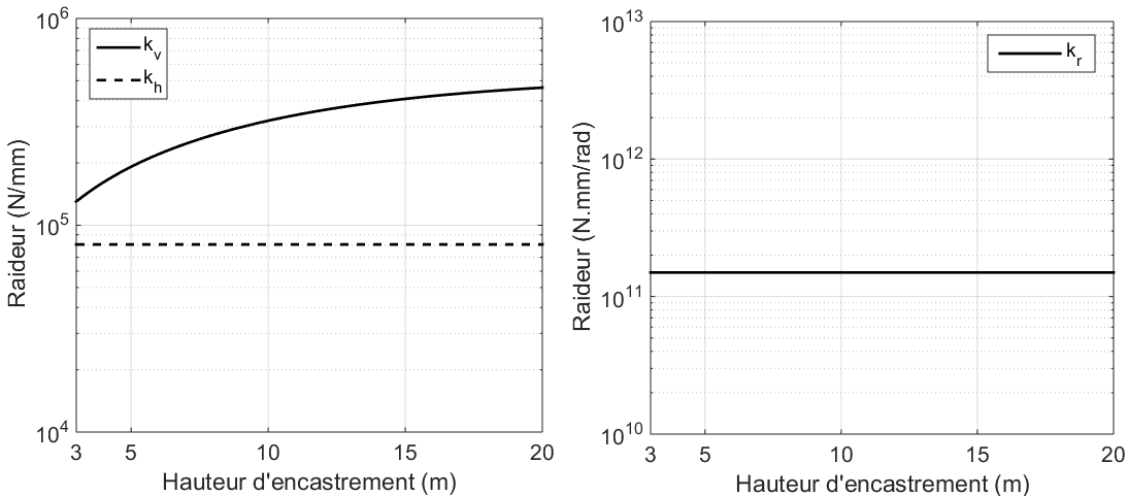


Figure Annexe-VI.3. Evolution des raideurs de translation (à gauche) et de balancement (à droite) en fonction de la hauteur du pieu