Instabilité de Rayleigh-Bénard dans les fluides à seuil : critère de démarrage, expériences et modélisation

Chong Li

▶ **To cite this version:**

Chong Li. Instabilité de Rayleigh-Bénard dans les fluides à seuil : critère de démarrage, expériences et modélisation. Autre. Université Grenoble Alpes, 2015. Français. NNT : 2015GREAI050 . tel-01359193

HAL Id: tel-01359193
https://theses.hal.science/tel-01359193

Submitted on 2 Sep 2016

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITÉ GRENOBLE ALPES

THÈSE

Pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ GRENOBLE ALPES

Spécialité : **Mécanique des fluides, Procédés, Energétique**

Arrêté ministériel : 7 août 2006

Présentée par

Chong LI

Thèse dirigée par **Albert MAGNIN**
et codirigée par **Christel MÉTIVIER**

préparée au sein du **Laboratoire Rhéologie et Procédés (CNRS UMR 5520, UJF, Grenoble-INP)**
dans **l'École Doctorale IMEP2**

Instabilité de Rayleigh-Bénard dans les fluides à seuil : critère de démarrage, expériences et modélisation

Thèse soutenue publiquement le **13 octobre 2015**,
devant le jury composé de :

M. Pascal JAY
Professeur à l'Université Joseph Fourier, Président
Mme. Dominique ANNE-ARCHARD
Chargée de recherche CNRS, Rapporteur
M. Valéry BOTTON
Professeur à l'INSA de Lyon, Rapporteur
Mme. Maud LAMBERT
Responsable de recherche en génie des procédés
Fromagerie Bel, Examinateur
M. Albert MAGNIN
Directeur de recherche CNRS, Directeur de thèse
Mme. Christel MÉTIVIER
MCF à l'Université de Lorraine, Co-Directeur de thèse

à Ma Famille

Remerciements

Cette thèse a été réalisée au sein du *Laboratoire Rhéologie et Procédés de l'Université* Grenoble Alpes, dans le cadre du *projet d'ANR «* ThiM ».

Je voudrais tout d'abord remercier chaleureusement Monsieur Albert Magnin, Directeur de Recherche au CNRS, pour avoir encadré cette thèse. Merci *de m'avoir* donné ses précieux conseils pour les travaux de recherche et aussi pour ma carrière professionnelle.

Je souhaite adresser à Madame Christel Métivier, Maître de Conférences *à l'Université* de Lorraine, co-directrice de thèse, mes plus sincères remerciements pour avoir dirigé mes travaux. Son esprit scientifique rigoureux a garanti la richesse et la qualité de ce mémoire.

Je tiens à remercier Monsieur Pascal Jay, Professeur à l'Université Joseph Fourier, de m'avoir fait l'honneur de présider mon jury de thèse.

Je remercie Madame Dominique Anne-Archard, Chargée de Recherche au CNRS, et *Monsieur Valéry Botton, Professeur à l'INSA de Lyon, d'avoir accepté d'être* rapporteurs de ce manuscrit.

Je remercie également Madame Maud Lambert, Responsable de Recherche en Génie des Procédés à la *Fromagerie Bel, pour son implication dans l'évaluati*on de ce travail.

Je souhaite exprimer ma reconnaissance à la Directrice du Laboratoire Rhéologie et Procédés, Madame Nadia El-*Kissi, pour m'avoir accueilli durant ces années*, ainsi que tous les chercheurs du laboratoire pour les bon moments partagés.

Ma gratitude va *à l'équipe technique,* Didier Blésés, Eric Faivre, Hélène Galliard, Frédéric Hugenell et Mohammed Karrouch, pour leurs compétences impeccables et *leurs disponibilités à l'aboutissement des techniques expérimentales.*

Merci profondément à Augustine Alessio, François Bergerot, Manon Bautista, Sylvie Garofalo et Claudine Ly-Lap, pour leurs aides et leurs efficacités face aux dossiers administratifs.

Je souhaite remercier tous les autres membres du laboratoire, Doctorants, Stagiaires, Post-Docs, pour une vie riche et dynamique.

Enfin, je remercie *du fond du cœur* ma famille et mes amis, *c'est leurs supports et encouragements qui me permettent d'aller au bout de cette thèse.*

Table des matières

Abstract I
Résumé II
Introduction générale 1
Introduction 2
Bibliographie 11
Chapitre 1 Matériels et méthodes 13
1. Introduction 14
2. Gels de Carbopol et techniques rhéométriques 14
3. Le dispositif de convection de Rayleigh-Bénard 17
4. Durée d'expérimentations 18
5. Mesure de la perméabilité 20
Bibliographie 23
Chapitre 2 Origine et critère d'apparition des instabilités 35
1. Introduction 36
2. Structure des gels de Carbopol, seuillage et fluidification 40
3. Matériaux et rhéologie de cisaillement 44
3.1. Techniques rhéométriques et préparation des fluides 44
3.2. Régime permanent 45
3.3. Propriétés viscoélastiques 45
3.4. Fluage 46
4. Mesures de la perméabilité hydraulique 47
5. Convection de Rayleigh-Bénard 49
5.1. Dispositif 49
5.2. Conditions expérimentales d'apparition de la convection 50
6. Discussion 51
6.1. Apparition de l'instabilité et visco-plasticité au-dessous du seuil 51
6.2. Apparition de l'instabilité et fluage au-dessous du seuil 52
6.3. Critère de l'apparition de l'instabilité convective et approche milieux poreux 53
7. Conclusion 55
Bibliographie 57
Chapitre 3 Convection de Rayleigh Bénard dans une cellule cylindrique: détection et observations 77
1. Introduction 78
2. Matériels et méthodes 81

2.1. Fluides modèles et rhéométrie....81
2.2. Dispositif de Rayleigh-Bénard....82
2.3. Thermographie par cristaux liquides....83
2.4. Méthode expérimentale de la convection de Rayleigh-Bénard....84
3. Résultats et discussions....85
3.1. Influence du temps d'attente sur la détection de la convection....85
3.2. Visualisations....87
3.3. Nombres sans dimension et paramètres de contrôle....93
4. Conclusion....98
Bibliographies....99
Chapitre 4 Natural convection in shear-thinning yield stress fluids in a square enclosure (sous-forme d'article)....129
Abstract....130
1. Introduction....130
2. Mathematical formulation....132
2.1. Rayleigh-Bénard configuration....132
2.2. Constitutive equations....132
2.3. Conservation equations....134
3. Numerical procedure....137
4. Results....138
5. Discussion and conclusion....141
Acknowledgments....143
References....143
Chapitre 5 Conclusion et perspectives....149
Conclusion et perspectives....150
Bibliographies....154
Annexe A. Protocole des mesures rhéologiques des gels de Carbopol....155

Abstract

In this thesis, three main mechanisms proposed in a recent paper (Darbouli et al., Physics of fluids, 25(2) 2013) have been discussed to explain the onset of Rayleigh Bénard Convection in a yield fluid (Carbopol gels): i) the elasto-visco-plasticity behavior of the material below the yield stress, ii) a viscosity at low values of shear rates by creep measurements below the yield stress, iii) a microscopic viewpoint considering the fluid as a porous two phases system. No-slip conditions have been achieved for all the experiments. The results with different Carbopol gels have proved the importance of Y, the yield number which presents the report of the yield stress and the buoyancy effect, as the governing parameter. The critical value of Y^{-1} with no-slip condition has been found between 60 and 90. A visualization measurement with the utilization of thermochromics liquid crystals presents a global view from above. Different structures have been observed in different states of thermal conditions, which describe the evolution of the convection. For several cases the color of the liquid crystals can indicate the temperature field in the whole experiment cell. Numerical simulations with a Herschel-Bulkley model have also been discussed in this thesis. The dimensionless parameters are defined approaching the values obtained in the experiments, so that we can compare the numerical results with some of experimental ones.

Key words: Rayleigh Bénard Convection, Yield Fluid, Yield Number, Thermochromic Liquid Crystals, Herschel-Bulkley, Fluent

Résumé

La convection de Rayleigh-Bénard est étudiée expérimentalement dans une cellule circulaire. Des fluides à seuil modèles (gels aqueux de Carbopol) sont mis en œuvre. Leurs comportements rhéologiques et leurs perméabilités en relation avec leurs microstructures ont été finement caractérisés. Dans toute la thèse, les expériences ont été menées sans glissement à la paroi. L'influence du seuil d'écoulement et de la distance entre plaques chaudes et froides sur les transferts thermiques a été approfondie. Trois mécanismes sont discutés pour expliquer le déclenchement de la convection: i) les propriétés visco-élastiques au-dessous du seuil, ii) le fluage au-dessous du seuil, iii) une approche d'un milieu poreux pour les gels de Carbopol considérés comme une suspension de micro-gels. On montre que le nombre de seuil Y, représentant le rapport entre la contrainte du seuil et la contrainte de la poussée d'Archimède est un paramètre important gouvernant l'apparition de l'instabilité. Les valeurs critiques de Y^{-1} sont déterminées entre 60 et 90. La visualisation à l'aide des cristaux liquides thermo-chromiques a permis une vue globale de la cinématique. Les structures observées dans les différents états thermiques montrent l'évolution de la convection. Une analyse qualitative du champ de température est également présentée. Enfin, la simulation numérique dans une cellule carrée avec un modèle d'Herschel-Bulkley régularisé dans la gamme des nombres sans dimension utilisée dans les expérience a permis de mettre en évidence les paramètres critiques et la morphologie des champs thermiques et cinématique. Les ordres de grandeurs du nombre de seuil critique prédit se comparent raisonnablement avec les valeurs expérimentales.

Mot clé : Convection de Rayleigh-Bénard, Instabilités, Fluide à Seuil, Cristaux Liquides Thermochromiques, Carbopol.

Introduction générale

Introduction

Nous évoquons souvent la température, qui se manifeste physiquement en la sensation de chaud et de froid. Dès qu'il y a une différence de température, nous devons aborder le transfert de chaleur, le phénomène qui est au cœur de notre vie quotidienne. Parmi les différents types de transfert de chaleur, la convection est le type de mouvement de fluide le plus fréquent dans l'univers. L'étude de la convection est par conséquent un sujet majeur dans la recherche scientifique et pour les applications industrielles.

La convection de type Rayleigh-Bénard, se réfère basiquement à la convection entre deux plaques parallèles, la plaque inférieure est chauffée, la plaque supérieure est refroidie. C'est une convection induite par la poussée d'Archimède, qui s'oppose à deux effets exercés sur les particules de fluide: les effets de dissipation visqueuse et thermique qui freinent le mouvement (Figure 1). Le paramètre de contrôle qui gouverne le système est le nombre de Rayleigh. Il représente le rapport entre le terme moteur qu'est la poussée d'Archimède et les effets visqueux et thermique qui limitent l'apparition du mouvement, il s'écrit :

$$Ra = \frac{\rho g \beta \Delta T d^3}{\mu \kappa}$$

avec ρ la masse volumique
g la valeur normale de l'accélération de la pesanteur
β le coefficient d'expansion thermique
ΔT la différence de température,
d la distance entre la plaque chaude et la plaque froide
μ la viscosité dynamique
κ la diffusivité thermique.

Lorsque la différence de température est suffisamment faible, le fluide compris entre les deux plaques est au repos, le régime est purement conductif. A partir d'une certaine valeur ΔT_C, la poussée d'Archimède réussit à vaincre les effets dissipatifs et

les particules fluides se mettent en mouvement: la convection de Rayleigh-Bénard démarre. Depuis les années 1900, beaucoup d'études ont été faites pour les fluides newtoniens [1], la valeur critique pour le nombre de Rayleigh dans ce cas est environ 1708. Cette valeur a été obtenue théoriquement via une analyse linéaire de stabilité (voir [2] pour le développement), et vérifiée expérimentalement par plusieurs études, par exemple dans les travaux de Silverstone [2], différents fluides newtoniens (l'eau, l'heptan, l'ethylen glucol et l'huile de silicone) sont utilisés dans divers dispositifs, la valeur critique de Ra est trouvé environ 1708.

La plupart des fluides réels et industriels sont non newtoniens, c'est-à-dire que leur viscosité varie avec le taux de cisaillement. A ce titre, l'importance et la nécessité d'étudier la convection de Rayleigh Bénard est évidente. Il existe plusieurs catégories de comportement non-newtonien telles que (i) la rhéofluidification, qui se caractérise par une diminution de la viscosité avec le gradient de vitesse (ou la contrainte de cisaillement) qui augmente, (ii) l'existence d'une contrainte seuil d'écoulement au-dessous de laquelle le matériau est considéré comme un solide et au-dessus de laquelle le matériau s'écoule comme un fluide visqueux (généralement rhéofluidifiant), (iii) la visco-élasticité qui se caractérise par la présence d'un comportement visqueux et élastique au sein du matériau, etc.

Examinons les travaux sur les fluides rhéofluidifiants et viscoélastiques. Dans leurs travaux expérimentaux, Tien et al [3][4] ont utilisé les solutions de Carboxyl-Methyl Cellulose (CMC) et de polyacrylate (solutions de Carbopol) avec le modèle de la loi de puissance pour déterminer l'influence de la rhéofluidification sur le transfert de chaleur. Liang et Acrivos [5] ont effectué leurs expériences avec des solutions de polyacrylamide (Separan AP30) modélisées par le modèle de Carreau. Il a été observé que la rhéofluidification a tendance à favoriser le transfert de chaleur dans le régime convectif. Ces conclusions ont été confirmées par différentes études théoriques [6] [7]. Outre l'augmentation des transferts de chaleur, les études de Balmforth & Rust [8], Albaabaki & Khayat [9] [10] et Bouteraa et al. [11] ont montré par une approche faiblement non linéaire que le caractère rhéofluidifiant favorise une bifurcation surcritique lorsque le degré de rhéofluidification est faible (comme dans le cas d'un fluide newtonien), alors que pour un degré de rhéofluidification suffisamment important

une bifurcation sous-critique peut avoir lieu. Sur l'aspect numérique, Ozoe et Churchill [12] ont étudié un fluide rhéogluidifiant modélisé par la loi de puissance, l'amélioration du transfert thermique par l'effet de rhéofluidification a été retrouvée dans ces travaux.

Notre intérêt dans cette thèse se porte sur les fluides présentant une contrainte seuil d'écoulement. Ils sont la plupart du temps modélisés par le modèle viscoplastique d'Herschel-Bulkley ou de Bingham décrivant un comportement rigide au-dessous de la contrainte seuil, et un comportement rhéofluidifiant au-delà. De manière générale, ce modèle décrit bien les écoulements cisaillés en régime permanent mais il ne permet pas de rendre compte de manière réaliste la transition sol-gel des fluides à seuil réels. C'est en particulier le cas pour les gels aqueux de Carbopol qui seront largement utilisés dans cette thèse ainsi que dans la pluparts des études expérimentales de mécanique des fluides à seuil. Ce point est d'autant plus important que dans la configuration de Rayleigh-Bénard, le fluide initialement au repos (régime conductif) se met en mouvement une fois les conditions critiques dépassées. A ce titre, le comportement du fluide autour de la contrainte seuil en particulier en dessous est essentiel dans la compréhension des mécanismes favorisant la mise en mouvement du fluide. Nous verrons que pour comprendre le comportement de ce matériau dans la situation de Rayleigh Bénard, il faudra tenir compte du comportement élasto-viscoplastique du fluide. De plus, il est très utile de prendre en compte la microstructure du fluide à seuil pour interpréter les phénomènes observés. Enfin, la présence d'un fluide à seuil d'écoulement est souvent associée à la possibilité du fluide à seuil de glisser à la surface. Toutes études expérimentales de mécanique des fluides à seuil doivent se situer précisément par rapport au glissement. Cela sera fait dans cette thèse.

Dans la configuration de Rayleigh-Bénard, la contrainte seuil est un freinage supplémentaire à la mise en mouvement des particules fluide par rapport au cas d'un fluide visqueux. Dans la littérature, les approches théoriques et numériques mettant en œuvre des approches de perturbations avec des lois de comportement purement viscoplastiques (modèle de Bingham) Zhang et al [13] ainsi que Balmforth & Rust [8] (théoriquement) aboutissent à la conclusion que le démarrage de la convection ne peut se faire que si le fluide subit une perturbation d'amplitude finie. Les travaux numériques mettant en œuvre une modélisation de type Lattice-Boltzman de Vikhansky [14][15]

confirment ces conclusions. Plus récemment, une simulation numérique est mise en œuvre par Turan et al [16]. Un modèle de fluide à seuil de Bingham régularisé par la loi de Papanastatiou [17] est appliqué dans une cellule carré bidimensionnelle. La régularisation du modèle de Bingham conduisant à définir une viscosité en dessous de la contrainte seuil, la conséquence directe de ce modèle est le démarrage de la convection. En outre, les auteurs ont discuté les influences des différents nombres sans dimension gouvernant le problème de Rayleigh, Prandtl et Bingham sur l'écoulement convectif ou le régime conductif sur les cristères de démarrage de la convection.

Expérimentalement les résultats de convection naturelle pour les fluides à seuil ne sont pas nombreux. Balmforth et Rust [8] sont les premiers à montrer des résultats qualitatifs expérimentaux avec des gels de Carbopol. Pour la gamme de Carbopol testée, les auteurs montrent que pour certaines conditions, lorsque l'amplitude de la perturbation est forte, bien que non contrôlée, la convection s'initie. Ce sont les travaux de Darbouli et al. [18], qui ont pour la première fois observé le démarrage de la convection dans des gels de Carbopol. Le dispositif consiste en une configuration de Rayleigh-Bénard circulaire pour différentes valeurs de hauteur de cavité, à savoir des valeurs de rapport d'aspect allant de 6 à 17.9. Dans cet article, les auteurs ont associé les mesures globales de thermique, notamment en mesurant la différence de température critique d'apparition de l'instabilité, à des visualisations par ombroscopie et des mesures locales de vitesse de particules (PIV).

D'autre part, Darbouli et al. [18] ont montré l'influence des conditions aux limites telles qu'adhérence, glissement aux parois, sur l'apparition de l'instabilité. Les auteurs ont montré que la différence de température critique est proportionnelle à d^{-1}, au lieu de d^{-3} pour les fluides newtoniens. A ce titre, les auteurs ont mis en évidence un nombre de Rayleigh généralisé au cas des fluides viscoplastiques: Y^{-1} , qui représente le rapport entre la contrainte d'origine thermique (poussée d'Archimède par unité de surface) à la contrainte seuil d'écoulement. Les auteurs ont déterminé la valeur critique du nombre de Rayleigh généralisé ${Y_c}^{-1}$ dans le cas d'adhérence et dans le cas du glissement lorsque Y est calculé à partir de la valeur de la contrainte seuil de glissement. Dans le cas d'une étude de panaches thermiques dans les gels de

Carbopol, Davaille et al [19] ont montré que le paramètre critique à partir duquel les panaches se développent est $Y^{-1} = 120$.

Récemment, Kebiche et al. [20] ont réalisé des expériences de Rayleigh-Bénard pour les gels de Carbopol dans une cavité rectangulaire de rapport d'aspect 9.3. L'apparition de la convection est étudiée, une investigation de mesures de champ de vitesse est mise en œuvre par des techniques de PIV. Le nombre Y est aussi mentionné dans leurs travaux, mais les conditions critiques obtenus sont plus faibles (environ un ordre de grandeur) que celles obtenues dans [18], Ces différences peuvent provenir du fait que le glissement aux parois de la cavité n'est pas contrôlée dans [20] mais aussi du fait que les conditions thermiques aux parois sont différentes des conditions de [18]. En effet, dans [18], les parois horizontales sont conductrices alors que dans [20] l'utilisation de plaques de polycarbonate rend les parois faiblement conductrices, voire isolantes.

L'examen de ces travaux nous a amené à positionner notre thèse selon les axes suivants :

1) Tout d'abord, Darbouli [18] a montré l'importance du glissement à la paroi, notamment en terme de calcul du paramètre de contrôle et des conditions critiques. L'influence du glissement aux parois a été étudiée dans le cas de fluides newtonien [21] [22], de fluides rhéofluidifiants [11] et viscoplastiques [23]. Ces études montrent le caractère déstabilisant du glissement aux parois. En outre, dans le cas d'un fluide rhéofluidifiant nous savons que l'augmentation du degré de rhéofluidification peut engendrer une bifurcation sous-critique comme déjà mentionné précédemment. D'après Bouteraa et al [11], cette tendance est diminuée lorsque la longueur de glissement est augmentée.

Dans ses travaux, Darbouli a principalement établi des résultats avec glissement à la paroi. Il a établi peu de résultats dans des conditions de non glissement. Dans cette thèse, nous allons approfondir l'étude du cas non glissant (adhérent à la paroi) qui est la situation la plus fréquemment étudiée théoriquement. Pour cela, l'utilisation

d'un traitement des surfaces de PMMA comme proposé par Métivier et al. [24] permet d'obtenir des conditions d'adhérence des gels de Carbopol aux parois.

2) Les visualisations par l'ombroscopie et analyse de champs de vitesse par PIV mis en place par Darbouli ont été faite pour le cas glissant. D'autre part le champ thermique n'a pas été étudié. C'est pour cela que nous avons mis en œuvre dans ce travail de thèse la possibilité de visualiser les champs de température via l'utilisation des cristaux liquides thermochromiques. Les cristaux liquides ont été utilisés dans la configuration de Rayleigh-Bénard dans le travail de Stasiek [25]. Etant un outil convivial en possédant la propriété spéciale de correspondance couleur-température, les cristaux liquides sont utilisés souvent dans les études des champs thermiques. Dans la littérature de panache thermique par Davaille et al [19], les auteurs ont utilisé trois types de cristaux liquides qui se colorent à des températures différentes. Dans ces études, les trois isothermes correspondantes ont été mises en évidence. Dans mon travail de thèse, nous nous sommes intéressés à suivre l'évolution spatiale des variations thermiques globales, en particulier proche du démarrage de la convection. L'apparition de l'instabilité est également étudiée. Nous verrons que dans certains cas, l'utilisation des cristaux liquides peut permettre d'obtenir des informations sur le champ cinématique.

3) Les développements théoriques ne considèrent pas les comportements physiques ou rhéologiques des fluides viscosplastiques réels. Un comportement continu est observé dans les fluides à seuils réels. Alors la détermination de l'échelle de viscosité dans le nombre de Rayleigh est une des principales difficultés. Darbouli et al. [18] ont avancé trois possibles mécanismes qui permettraient de déterminer le paramètre de contrôle associé à la convection de Rayleigh-Bénard pour des fluides élastoviscoplastiques lié à la transition solide-liquide. Ils proposent :

(i) de considérer le matériau comme un matériau élasto (visco) plastique sous le seuil d'écoulement
(ii) de déterminer une viscosité à faible taux de cisaillement par mesure de fluage.
(iii) de considérer un point de vue microscopique le gel comme un milieu poreux. Le matériau est représenté par un système biphasique. Les microgels seraient la

phase solide et le solvant (eau) serait la phase liquide. Différents auteurs ont montré que la diffusion brownienne de l'eau est restreinte aux interstices dus à la présence des microgels de Carbopol qui se comportent comme des obstacles. Le mouvement pourrait apparaître en premier dans le bain de solvant imposant alors une contrainte aux microgels lesquels la transmette à tout le matériau.

Pour la plupart, ces mécanismes restent au niveau de l'hypothèse. Seule l'approche (i) liée à la définition d'une viscosité via la viscoélasticité a reçu un début de validation toutefois sur la base de peu de données expérimentales. Les deux dernières hypothèses restent à évaluer.

L'objectif de ce travail de thèse est d'approfondir ces différentes voies.

Dans le **chapitre 1**, nous présentons les méthodes expérimentales et les protocoles mis en œuvre dans cette thèse. Nous avons particulièrement détaillé les apports nouveaux concernant la thèse. Pour connaître plus de détail sur le dispositif de Rayleigh-Bénard y compris sa construction, le choix des matériaux on se réfèrera aux thèses d'Abdelali [26] et Darbouli [27]. Une introduction aux cristaux liquides thermochromiques utilisés et la modification au dispositif pour la capture d'image des cristaux liquides sont décrites. En outre, les mesures de perméabilité sont aussi détaillées dans ce chapitre.

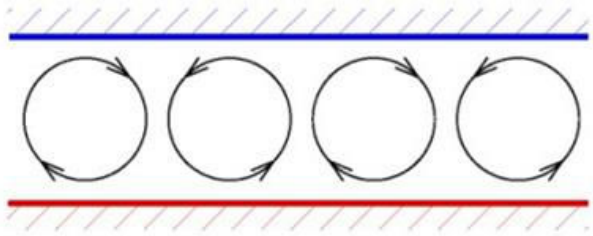
Dans le **chapitre 2**, nous nous attachons évaluer la validité de ces trois hypothèses exposées. Dans un premier temps, la structure des gels aqueux de Carbopol sera décrite. En effet, la connaissance de la structure des gels de Carbopol est essentielle pour la compréhension des phénomènes. Nous présenterons ensuite, les résultats d'une étude rhéométrique qui a permis de caractériser finement les propriétés viscoélastiques au-dessous du seuil d'écoulement, les contraintes en régime permanent ainsi que le fluage en dessous du seuil sur des temps longs mettant en évidence l'effet de durcissement cinématique. Plusieurs gels de Carbopol de seuil différents seront étudiés. Les expériences relatives à la convection de Rayleigh-Bénard pour ces fluides à seuil seront présentées pour différentes hauteurs de couche de fluide. Les différences de température critiques d'apparition de l'instabilité seront

mesurées mettant en évidence l'influence du seuil et de la géométrie. A partir de ces données expérimentales, une discussion sur les trois mécanismes avancés et la construction du nombre de Rayleigh critique associé sera proposée complétée par une argumentation micro-structurelle.

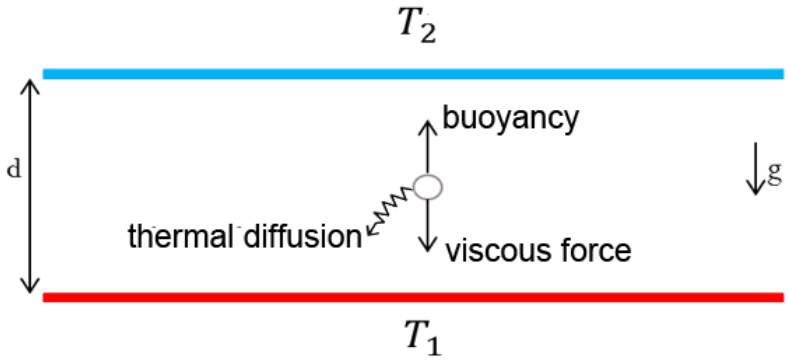
Le **chapitre 3** se concentre sur la détection et la morphologie de la convection de Rayleigh Bénard dans une cellule circulaire par des méthodes thermiques et par visualisation du champ de température avec des cristaux liquides thermochromiques. Les conditions limites aux parois seront maîtrisées pour s'assurer de l'adhérence du fluide. Ceci est une situation fondamentale pour laquelle il existe que très peu de résultats sûrs. Nous nous concentrons sur l'influence (i) du rapport d'aspect et (ii) des paramètres rhéologiques telle que la contrainte seuil. Nous discuterons sur l'influence du temps d'attente sur le critère d'apparition de la convection. Nous relierons les conditions critiques d'apparition de l'instabilité aux nombres sans dimension gouvernant le phénomène.

Le **chapitre 4** présente une modélisation numérique du problème de Rayleigh-Bénard d'un fluide d'Herschell-Bulkley dans une géométrie adimensionnelle carré simplifiée. Cette partie est une extension des travaux de Turan et al [16] qui ont étudié la convection naturelle d'un fluide de Bingham (modèle régularisé). Le but est d'identifier le rôle de la rhéofluidification pour un fluide à seuil modélisé par un fluide d'Herschel-Bulkley régularisé. Comme ces auteurs nous avons utilisé un logiciel du type Fluent (Ansys) et le modèle régularisé de Papanastasiou. L'influence de la rhéofluidification et l'influence de contrainte de seuil sont présentées et discutées. Les valeurs critiques de l'indice de rhéofluidification et du nombre d'Oldroyd sont déterminées pour une large gamme de nombre de Rayleigh et de Prandtl englobant le domaine d'étude expérimental.

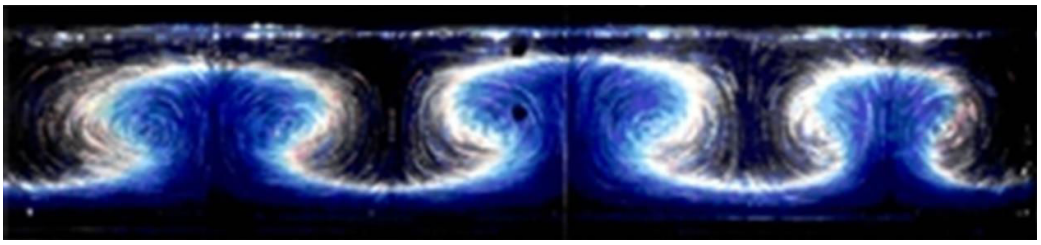
Le **chapitre 5** propose une conclusion générale et des perspectives.



(a)



(b)



(c)

Figure 1 La convection de Rayleigh-Bénard schématisée: (a) les rouleaux de convection schématisés entre un plaque chaude et une plaque froide. (b) les forces exercées d'une particule de fluide dans une configuration de Rayleigh-Bénard. (c) une visualisation de la convection de Rayleigh-Bénard par Stasiek [25]

Bibliographie

[1] E. L. Koschmieder, *Bénard Cells and Taylor Vortices*. Cambridge University Press, 1993.

[2] S. Chandrasekhar, *Hydrodynamic and Hydromagnetic Stability*. Dover Publications, 1961.

[3] C. S. Pierre et C. Tien, « Experimental investigation of natural convection heat transfer in confined space for non-Newtonian fluid », *Can. J. Chem. Eng.*, vol. 41, n° 3, p. 122‑127, juin 1963.

[4] H.-S. Tsuei et C. Tien, « Free convection heat transfer in a horizontal layer of non-newtonian fluid », *Can. J. Chem. Eng.*, vol. 51, n° 2, p. 249‑251, avr. 1973.

[5] D. S. F. Liang et P. D. A. Acrivos, « Experiments on buoyancy driven convection in non-Newtonian fluid », *Rheol. Acta*, vol. 9, n° 3, p. 447‑455, sept. 1970.

[6] H. S. T. Tien Chi, « Thermal instability of a horizontal layer of non-Newtonian fluid heated from below », *Int. J. Heat Mass Transf.*, vol. 12, n° 9, p. 1173–1178, 1969.

[7] K. Roger E., « Chaos in the thermal convection of weakly shear-thinning fluids », *J. Non-Newton. Fluid Mech.*, vol. 63, n° 2‑3, p. 153‑178, avr. 1996.

[8] N. J. Balmforth et A. C. Rust, « Weakly nonlinear viscoplastic convection », *J. Non-Newton. Fluid Mech.*, vol. 158, n° 1‑3, p. 36‑45, mai 2009.

[9] B. Albaalbaki et R. E. Khayat, « Pattern Selection in the Thermal Convection of Non-Newtonian Fluids », *J. Fluid Mech.*, vol. 668, p. 500‑550, 2011.

[10] B. Albaalbaki et R. E. Khayat, « Finite-amplitude Rayleigh- Bénard convection for weakly shear thinning fluids », *J. Phys. Conf. Ser.*, vol. 137, p. 012024, nov. 2008.

[11] M. Bouteraa, C. Nouar, E. Plaut, C. Métiver, et A. Kalck, « Weakly nonlinear analysis of Rayleigh-Bénard convection in shear-thinning fluids: nature of the bifurcation and pattern selection », *J. Fluid Mech.*

[12] H. Ozoe et S. W. Churchill, « Hydrodynamic stability and natural convection in Ostwald-de Waele and Ellis fluids: The development of a numerical solution », *AIChE J.*, vol. 18, n° 6, p. 1196‑1207, nov. 1972.

[13] J. Zhang, D. Vola, et I. A. Frigaard, « Yield Stress Effects on Rayleigh–Bénard Convection », *J. Fluid Mech.*, vol. 566, p. 389‑419, 2006.

[14] A. Vikhansky, « Thermal convection of a viscoplastic liquid with high Rayleigh and Bingham numbers », *Phys. Fluids*, vol. 21, p. 103103, 2009.

[15] A. Vikhansky, « On the stopping of thermal convection in viscoplastic liquid », *Rheol. Acta*, vol. 50, n° 4, p. 423‑428, avr. 2011.

[16] O. Turan, N. Chakraborty, et R. J. Poole, « Laminar Rayleigh-Bénard convection of yield stress fluids in a square enclosure », *J. Non-Newton. Fluid Mech.*, vol. 171‑172, n° 0, p. 83‑96, mars 2012.

[17] T. C. Papanastasiou, « Flows of Materials with Yield », *J. Rheol. 1978-Present*, vol. 31, n° 5, p. 385‑404, juill. 1987.

[18] M. Darbouli, C. Métivier, J.-M. Piau, A. Magnin, et A. Abdelali, « Rayleigh-Bénard convection for viscoplastic fluids », *Phys. Fluids 1994-Present*, vol. 25, n° 2, p. 023101, févr. 2013.

[19] A. Davaille, B. Gueslin, A. Massmeyer, et E. D. Giuseppe, « Thermal instabilities in a yield stress fluid: Existence and morphology », *J. Non-Newton. Fluid Mech.*, vol. 193, p. 144‑153, mars 2013.

[20] Z. Kebiche, C. Castelain, et T. Burghelea, « Experimental investigation of the Rayleigh–Bénard convection in a yield stress fluid », *J. Non-Newton. Fluid Mech.*, vol. 203, p. 9‑23, janv. 2014.
[21] M. Webber, « The destabilizing effect of boundary slip on Bénard convection », *Math. Methods Appl. Sci.*, vol. 29, n° 7, p. 819‑838, mai 2006.
[22] L.-S. Kuo et P.-H. Chen, « Effects of Slip Boundary Conditions on Rayleigh-Bénard Convection », *J. Mech.*, vol. 25, n° 02, p. 205–212, juin 2009.
[23] C. Métivier et A. Magnin, « The effect of wall slip on the stability of the Rayleigh–Bénard Poiseuille flow of viscoplastic fluids », *J. Non-Newton. Fluid Mech.*, vol. 166, n° 14‑15, p. 839‑846, août 2011.
[24] C. Métivier, Y. Rharbi, A. Magnin, et A. Bou Abboud, « Stick-slip control of the Carbopol microgels on polymethyl methacrylate transparent smooth walls », *Soft Matter*, vol. 8, n° 28, p. 7365‑7367, juin 2012.
[25] J. Stasiek, « Thermochromic liquid crystals and true colour image processing in heat transfer and fluid-flow research », *Heat Mass Transf.*, vol. 33, n° 1‑2, p. 27‑39, sept. 1997.
[26] A. Abdelali, « Etude expérimentale des instabilités thermoconvectives de Rayleigh-Bénard dans les fluides viscoplastiques. », thèse, 2012
[27] M. Darbouli, « Contrôle des transferts thermiques et du développement d'instabilité de Rayleigh-Bénard dans les fluides à seuil. », thèse, 2013

Chapitre 1
Matériels et méthodes

1. Introduction

Dans ce chapitre, nous présentons les méthodes expérimentales et les matériels utilisés concernant l'étude de la convection de Rayleigh-Bénard dans un fluide à seuil (les gels de Carbopol). Le protocole pour préparer les gels, les méthodologies rhéométriques, le dispositif expérimental d'étude de la convection de Rayleigh-Bénard et la méthode permettant de mesurer la perméabilité pour le gel sont décrit en détail ci-dessous.

2. Gels de Carbopol et techniques rhéométriques

Le gel de Carbopol est un fluide à seuil modèle très largement utilisé en mécanique des fluides complexes expérimentale. Ils se comportent comme un fluide élasto-visco-plastique (Piau [1]). Les gels de Carbopol sont obtenus par mélange de résine d'acide polyacrylique réticulé dans de l'eau déminéralisée, après neutralisation. Le fluide obtenu est une suspension de microgels. Les microgels peuvent être considérés comme des éponges déformables. Les structures et l'agencement varient selon la concentration des gels [1] (Figure.1- 1). Ici nous allons nous intéresser au Carbopol C940. C'est le Carbopol qui montre le plus fort épaississement à concentration fixée. Pour une concentration massique inférieure à 0,035%, nous obtenons une solution visco-élastique sans plasticité (sans seuil d'écoulement Figure.1- 1(a)). Pour des concentrations comprises entre 0,035% et 0,12%, les microgels se connectent entre eux, l'apparition d'une contrainte seuil d'écoulement est observée (Figure.1- 1(b)). Ensuite en augmentant la concentration, les microgels occupent la plupart de l'espace (Figure.1- 1(c)). Finalement pour des concentrations massiques supérieures à 0,21%, les microgels envahissent tout l'espace. (Figure.1- 1(d)). Ces données correspondent à un pH de 7 environ. Le changement de pH ou l'ajout d'un sel modifient la valeur de la contrainte seuil d'écoulement.

Dans cette étude, nous avons pris la valeur de la contrainte seuil comme paramètre caractéristique pour les différents gels de Carbopol C940. Pour les

concentrations massiques comprises entre 0,035% et 0,12%, la corrélation entre la contrainte seuil et la concentration est donnée par Piau [1] et s'écrit :

$$\tau_y = \left(\frac{c}{0{,}0335} - 1\right)^3$$

Cette relation est bien vérifiée dans le cas des différents gels considérés dans cette thèse. Nous rappelons que les gels de Carbopol étudiés dans cette thèse sont dans la gamme de faibles concentrations, soit dans l'état d'une dispersion percolée de microgels gonflés présentant un seuil d'écoulement (Figure.1- 1(b)).

Pour préparer les gels à différentes concentrations, nous utilisons une solution mère de concentration massique 0,2%. La poudre de Carbopol C940 de *BF Goodrich* est ajoutée soigneusement en la tamisant avec une grille rigide de maille 2 mm (afin de réduire les agrégats) dans de l'eau déminéralisée. L'agitation est assurée par un mélangeur équipé d'une pale défloculeuse dont l'axe est incliné de 60° et tournant avec une vitesse de 750 tr/min. Le récipient est recouvert d'un film plastique pour éviter l'évaporation. Le mélange dure 12h jusqu'à disparition de tout agrégat. Cette solution est laissée au repos pendant au moins 12h, puis gardée à l'abri de la lumière. Plusieurs solutions sont préparées par dilution de cette solution avec de l'eau déminéralisée. La solution obtenue est ensuite neutralisée avec de la soude NaOH à 1mol/litre à l'aide d'un agitateur tournant avec une vitesse de 500tr/min. Les valeurs de pH pour tous les gels fabriqués dans cette thèse sont comprises entre 6,8~7,2.

Dans la littérature, le modèle d'Herschel-Bulkley est souvent appliqué pour décrire le comportement des gels de Carbopol en régime permanent :

$$\begin{cases} \dot{\gamma} = 0 \quad pour\ \tau \leq \tau_y \\ \boldsymbol{\tau} = \left(K\dot{\gamma}^{n-1} + \dfrac{\tau_y}{\dot{\gamma}}\right)\dot{\boldsymbol{\gamma}} \quad pour\ \tau > \tau_y \end{cases}$$

avec τ_y la contrainte seuil, K la consistance et n l'indice de rhéofluidification, $\boldsymbol{\tau}$ et $\dot{\boldsymbol{\gamma}}$ le tenseur des contraintes et le tenseur des taux de cisaillement, τ et $\dot{\gamma}$ leurs seconds invariants respectifs. Dans nos études, les paramètres rhéologiques tels que τ_y, n, K sont caractérisés par rhéomètrie et ajustés pour décrire ce modèle.

Les mesures rhéologiques ont été réalisées avec un rhéomètre DHR-3 de *TA Instrument* qui permet une mesure de couple minimum de $5\ nN \cdot m$ en écoulement et $0{,}5\ nN \cdot m$ en oscillation, les géométries utilisées sont des plan-plan de 60mm de diamètre pour le plan supérieur. Le contrôle en température est assuré par le plan inférieur qui est régulé par effet Peltier. Les conditions d'adhérence sur les plans sont obtenues par collage de papier de verre de rugosité $120\mu m$ [2]. Sous ces conditions, différentes mesures rhéologiques ont été effectuées :

- Mesures en écoulement, pour caractériser les valeurs de la contrainte seuil en prenant le modèle d'Herschel-Bulkley. La valeur de la contrainte mesurée à faibles taux de cisaillement (de l'ordre de $10^{-4}\ s^{-1}$) est une bonne approximation de la valeur de la contrainte seuil. Voir par exemple la Figure.1-3.

- Mesure en oscillation, pour caractériser les propriétés visco-élastiques des gels de Carbopol. Le module élastique G' et le module visqueux G'' sont mesurés en fonction de la déformation dans le domaine linéaire et de la fréquence.

- Mesure en fluage, pour caractériser les propriétés du gel en dessous de la contrainte seuil. La déformation est mesurée pendant une durée longue (de 600s jusqu'à 10800s, selon l'échantillon) en imposant une contrainte qui est inférieure à la valeur du seuil.

Nous rappelons que les mesures prises sont toutes avec un couple mesuré au moins 100 fois plus grand que la valeur minimale de l'appareil. Les détails de protocole se trouvent dans l'Annexe A.

Il a été montré que les gels de Carbopol glissaient sur des surfaces lisses (Barnes [3] , Magnin & Piau [2]) et que le glissement pouvait avoir un effet sur le démarrage de la thermoconvection (Métivier & Magnin [4], Darbouli et al. [5]). La thèse se concentre principalement sur des conditions d'adhérence. Afin de vérifier l'adhérence des gels

de Carbopol sur les surfaces utilisées dans le dispositif expérimental, des mesures rhéomètriques ont été effectuées avec chaque surface utilisée dans les expériences de Rayleigh Bénard.

3. Le dispositif de convection de Rayleigh-Bénard

La cavité est constituée de deux plaques circulaires, une chauffée en bas et l'autre refroidie en haut. Nous avons choisi une cellule circulaire de diamètre D dans notre étude afin d'éviter les complexités dynamiques aux coins d'une cavité parallélépipédique. Les distances utilisées entre la plaque chaude et froide sont d= 10mm, 17mm et 30mm, avec les rapports d'aspect $\Gamma = D/d$ correspondants à 17, 10 et 6.

Le dispositif est décrit en détail dans la thèse d'Abdelali [6] et dans la thèse de Darbouli [7], La plaque inférieure en laiton (CuZn5%) est chauffée par effet Joule à l'aide d'une résistance électrique. Le flux imposé est contrôlé avec une précision de $10^{-3}W$. La plaque supérieure en verre est refroidie via une circulation d'eau froide réalisée par un cryostat (*Thermo scientific*). La température de l'eau est fixée à 5,00$\pm$0,05℃. Les thermocouples sont positionnés au contact avec des deux plaques chaude et froide pour la mesure de température, l'acquisition est effectuée par le logiciel Keithley. Le dispositif est schématisé dans la Figure.1- 4 et la Figure.1- 5.

Nous rappelons que notre étude s'intéresse au cas adhérent à la paroi. Cependant les matériaux utilisés dans le dispositif sont lisses. Afin d'éviter le glissement, les surfaces ont été traitées de la même manière que Darbouli [7]. Les surfaces en PMMA (parois latérales) et en verre (paroi supérieure) sont traitées avec une solution de polyethylenemine (PEI) comme indiqué dans Métivier et al. [8]. Les conditions de non-glissement sont vérifiées par rhéométrie. On observe sur la Figure.1- 6 la superposition des résultats obtenus avec papier de verre (référence pour la courbe d'écoulement) et ceux obtenus avec la surface de verre traitée. La plaque inférieure étant en laiton, le traitement n'est pas adapté. Pour contourner cette difficulté,

une fine feuille de PMMA traitée est appliquée sur le laiton. Le contact entre le PMMA et le laiton est assuré en utilisant une pâte thermique de résistance thermique négligeable. La Figure.1- 7 résume de manière schématique les différentes surfaces et traitements utilisés dans le dispositif.

Le traitement de surface en verre ne change pas la transparence de la paroi supérieure. De ce fait, nous pouvons poursuivre une visualisation de l'expérience. Dans le chapitre 3, nous précisons une méthode de visualisation avec les cristaux liquides thermochromiques.

4. Durée d'expérimentations

La durée d'expérimentation est un paramètre important pour la détermination de l'apparition de l'instabilité. A chaque flux imposé, nous allons observer un régime permanent, le temps d'attente pour ce régime est lié au temps caractéristique de la diffusion.

Nous rappelons l'équation de la chaleur dans le cas purement conductif

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \kappa \Delta T$$

Avec une analyse dimensionnelle, on peut indiquer que l'ordre de grandeur du temps t_{diff} permettant d'obtenir le régime permanent est

$$t_{diff} \sim \frac{d^2}{\kappa}$$

De cette manière, les temps de diffusion pour les trois valeurs différentes de *d* sont respectivement 700s, 2000s et 6300s. La solution de l'équation de chaleur dans

le cas purement conductif et avec une condition de flux imposé est indiquée par Carslaw et Jaeger [9] et s'écrit :

$$T_c - T_f = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{Q_t}{S\lambda} \sqrt{\kappa t_{diff}}$$

avec

Q_t la puissance fournie
λ la conductivité thermique
S l'aire de plaque chauffante
κ la diffusivité thermique
T_c et T_f la température chaude et froide

On obtient finalement,

$$t_{diff} = \frac{\pi (T_c - T_f)^2 \lambda^2}{4 Q_t^2} \frac{S^2}{\kappa}$$

Avec cette méthode, on peut estimer le temps de diffusion est environ 600s pour 10mm et 1400s pour 17mm. On remarque que cette solution est valable dans le cas 2D et en régime de conduction.

Dans l'étude de la convection de Rayleigh-Bénard, le temps d'attente pour obtenir un régime thermique permanent doit être une à deux fois le temps de diffusion évalué précédemment. Par contre, au niveau du démarrage de la convection, le temps d'attente doit être augmenté afin de ne pas surestimer le critère de démarrage de l'instabilité.

5. Mesure de la perméabilité

Comme proposé par Darbouli et al. [5], la suspension de microgels de Carbopol au repos peut être traitée comme un milieu poreux. Ainsi, la perméabilité du gel de Carbopol est une grandeur fondamentale à connaître. Pour mesurer la perméabilité des gels nous avons conçu le dispositif expérimental représenté dans la Figure.1- 8, un cathétomètre est installé devant le dispositif constitué d'une cellule de perméabilité avec les tubes d'entrée et de sortie. Le champ de vision du cathétomètre nous permet de suivre des ménisques de liquide dans les deux tubes. La précision est de 10 micromètres à l'aide d'un lecteur optique.

La cellule de perméabilité est détaillée dans la Figure.1- 9. L'échantillon de gels de Carbopol est contenu dans une cellule cylindrique fermée à ses deux extrémités par deux membranes en esters de cellulose mixtes (MF-Millipore, référence GSWP04700). La taille des pores des membranes est de 0,22 micromètres donc beaucoup plus petite que la taille des microgels entre 2 et 20 micromètres. Chaque membrane est soutenue mécaniquement par un support poreux de perméabilité très grande devant celle de la membrane.

Lors des essais préliminaires nous avons observé une déformation de l'échantillon ou plutôt un tassement du gel. Par exemple, la Figure.1- 11 montre l'interface supérieure du gel sous une pression initiale de 62cm de l'eau déminéralisée. Ce phénomène provient de la déformabilité des microgels. Cela peut être accentué également par un réarrangement des microgels sous l'effet de l'écoulement du liquide pour aboutir à un arrangement plus compact des microgels. D'autre part, nous avons observé lorsque nous enlevons la pression un regonflement du gel c'est à dire que l'interface remonte jusqu'à presque 90% de la hauteur initiale. C'est la conséquence de l'élasticité des microgels qui reprennent leur forme initiale en l'absence de cette contrainte de compression.

En considérant la déformation des solutions de faible concentration sous pression, Ambari et al. [10] utilisent deux tubes parallèles pour que le liquide puisse traverser par le milieu poreux dans deux sens inverses. Le dispositif dans notre expérience est

finalement défini avec deux tubes identiques parallèles (Figure.1- 11). Cette configuration nous permet :

- d'avoir une différence de pression contrôlée sans prendre en compte les longueurs des éléments constituant le dispositif (l'entrée de la cellule, les valves introduites pour contrôler le débit etc.), la différence de hauteur d'eau dans les deux tubes plus la hauteur de l'échantillon génèrent la différence de pression entre les deux surfaces supérieure et inférieure de l'échantillon ;

- de diminuer la pression initiale appliquée à l'échantillon, la différence de hauteur initiale des deux tubes est fixée à environ 2cm pour éviter la déformation des gels le long de l'écoulement ;

- de réduire l'influence du liquide traversant l'échantillon dans la mesure où l'écoulement se fait dans deux sens opposés (réalisé par inversant les hauteurs initiales dans les deux tubes)

Le calcul des perméabilités est donné par la loi de Darcy:

$$K = \frac{Q\mu e}{S\Delta P}$$

avec Q le débit de liquide qui passe dans l'échantillon, μ la viscosité de l'eau, e l'épaisseur de l'échantillon, S la section droite de l'échantillon et ΔP la différence de pression des surfaces supérieure et inférieure de l'échantillon. Le débit et la différence de pression s'écrivent

$$Q = \frac{h(t)\Sigma}{t}$$

$$\Delta P = \rho g \Delta h$$

Σ la section droite de tube, $h(t)$ le déplacement de ménisque dans le tube du côté de l'entrée, dans notre cas (voir Figure.1- 10)

$$\Delta h = \Delta h_0 + e - \Delta h_1(t) - \Delta h_2(t)$$

Or

$$\Delta h_1(t) = \Delta h_2(t) = h(t)$$

$$\Delta P = \rho g(\Delta h_0 + e - 2h(t))$$

Donc

$$K = \frac{\Sigma \mu e}{S \rho g} \cdot \frac{h(t)}{\Delta h_0 (1 + \frac{e}{\Delta h_0} - \frac{2h(t)}{\Delta h_0}) \cdot t}$$

La valeur $t^* = (1 + \frac{e}{\Delta h_0} - \frac{2h(t)}{\Delta h_0}) \cdot t$ étant connue, nous pouvons tracer la courbe de h(t) en fonction de t^*. En définissant $a = h(t)/t^*$, on peut écrire une nouvelle expression de la perméabilité comme suit :

$$K = \frac{\Sigma \mu e}{S \rho g} \cdot \frac{a}{\Delta h_0}$$

En pratique, on calcule la perméabilité en régime permanent. Avec la valeur de la perméabilité connue, on peut ensuite construire le nombre de Rayleigh dans un milieu poreux. Cette approche sera discutée dans le chapitre suivant.

Bibliographie

[1] J. M. Piau, « Carbopol gels: Elastoviscoplastic and slippery glasses made of individual swollen sponges: Meso- and macroscopic properties, constitutive equations and scaling laws », *J. Non-Newton. Fluid Mech.*, vol. 144, n° 1, p. 1-29, juin 2007.

[2] H. A. Barnes, « A review of the slip (wall depletion) of polymer solutions, emulsions and particle suspensions in viscometers: its cause, character, and cure ».

[3] A. Magnin et J. M. Piau, « Cone-and-plate rheometry of yield stress fluids. Study of an aqueous gel », *J. Non-Newton. Fluid Mech.*, vol. 36, p. 85-108, déc. 1990.

[4] C. Métivier et A. Magnin, « The effect of wall slip on the stability of the Rayleigh–Bénard Poiseuille flow of viscoplastic fluids », *J. Non-Newton. Fluid Mech.*, vol. 166, n° 14-15, p. 839-846, août 2011.

[5] M. Darbouli, C. Métivier, J.-M. Piau, A. Magnin, et A. Abdelali, « Rayleigh-Bénard convection for viscoplastic fluids », *Phys. Fluids 1994-Present*, vol. 25, n° 2, p. 023101, févr. 2013.

[6] A. Abdelali, « Etude expérimentale des instabilités thermoconvectives de Rayleigh-Bénard dans les fluides viscoplastiques ».

[7] M. Darbouli, « Contrôle des transferts thermiques et du développement d'instabilité de Rayleigh-Bénard dans les fluides à seuil ».

[8] C. Métivier, Y. Rharbi, A. Magnin, et A. Bou Abboud, « Stick-slip control of the Carbopol microgels on polymethyl methacrylate transparent smooth walls », *Soft Matter*, vol. 8, n° 28, p. 7365-7367, juin 2012.

[9] H. S. Carslaw et J. C. Jaeger, *Conduction of Heat in Solids*. Clarendon Press, 1986.

[10] A. Ambari, B. Gauthier-Manuel, et E. Guyon, « An Experimental Measurement of the Permeability of Deformable Porous Media », *MRS Online Proc. Libr.*, vol. 85, p. null-null, 1986.

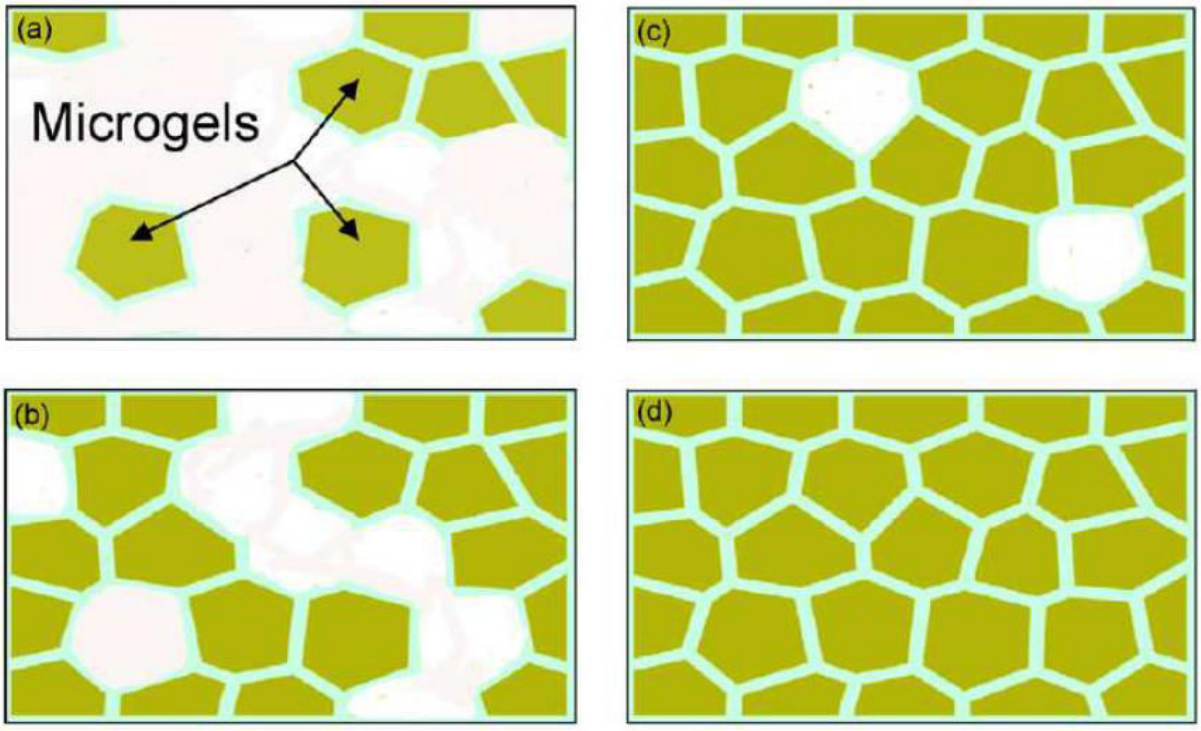


Figure.1- 1 Les structures et l'empilement des microgels de Carbopol dans les cas des différentes concentrations, vue microscopique donnée par Piau [1] (a) c<0.035wt% (b)0.035wt%<c<0.12wt% (c) 0.12wt%<c<0.21wt% (d) 0.21wt%<c

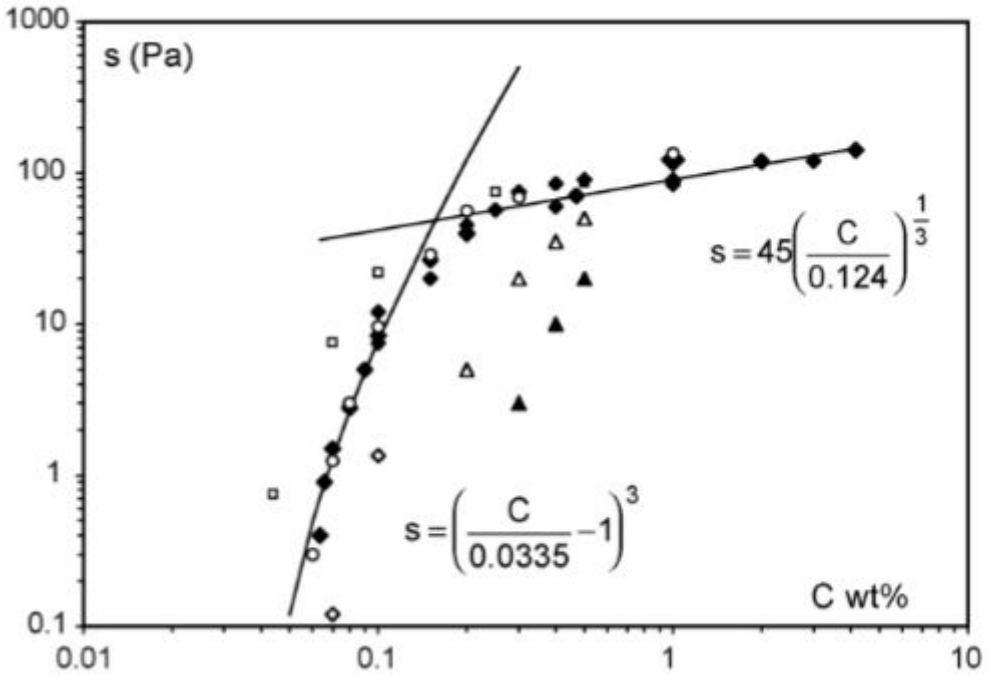


Figure.1- 2 Seuil d'écoulement en fonction de la concentration en masse, deux régimes avec leurs formules respectives, s signifie la valeur de seuil et C pour la concentration. Figure empruntée à Piau [1]

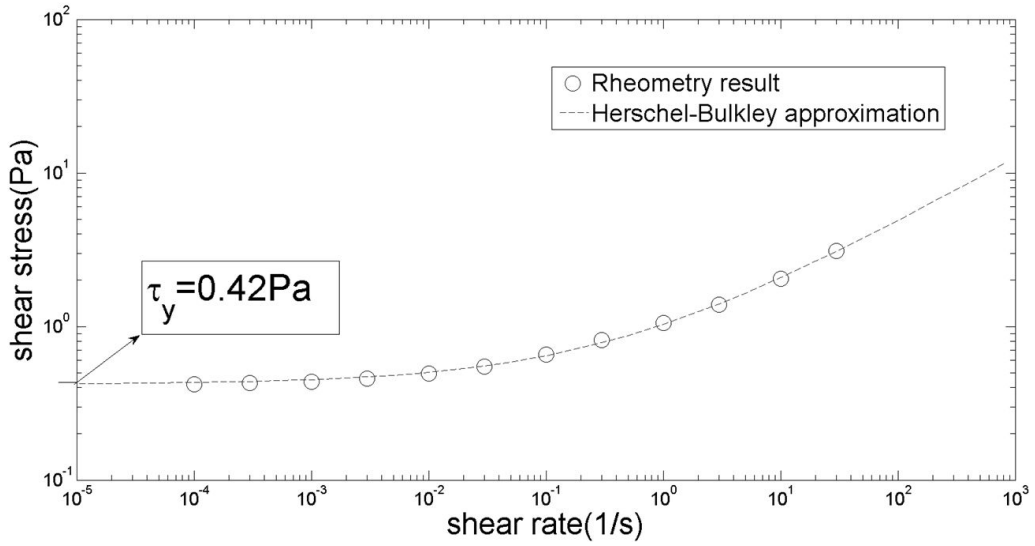


Figure.1- 3 Evolution de la contrainte de cisaillement en fonction de la vitesse de cisaillement. Comparaison des mesures expérimentales et du calage de la loi de Herschel-Bulkley pour un gel de Carbopol de concentration 0.059% en masse à pH=7

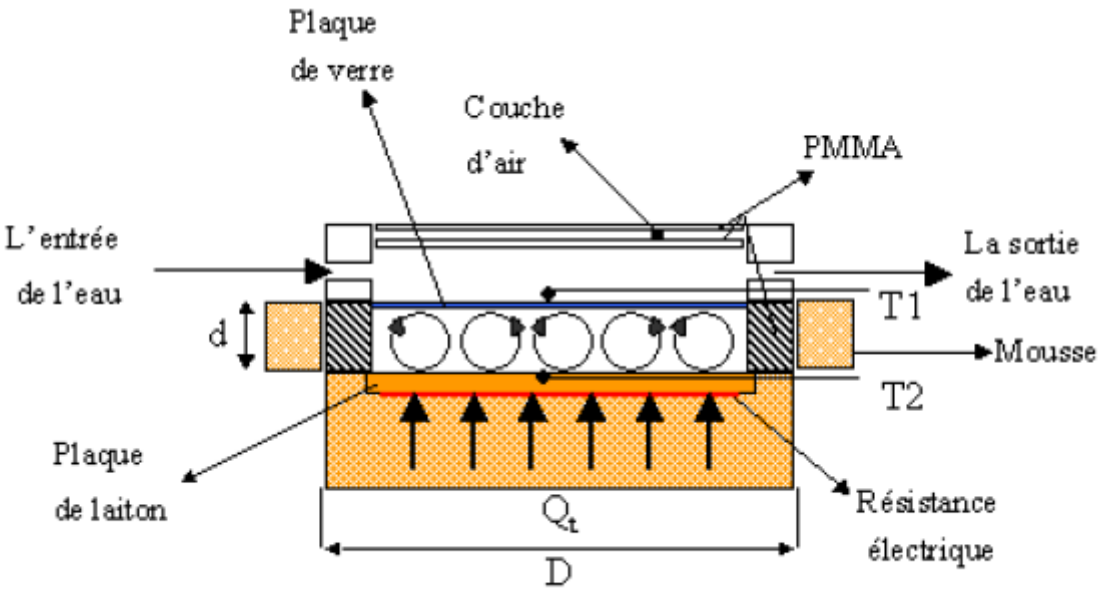


Figure.1- 4 Représentation schématique de la cellule de la convection de Rayleigh-Bénard [7]

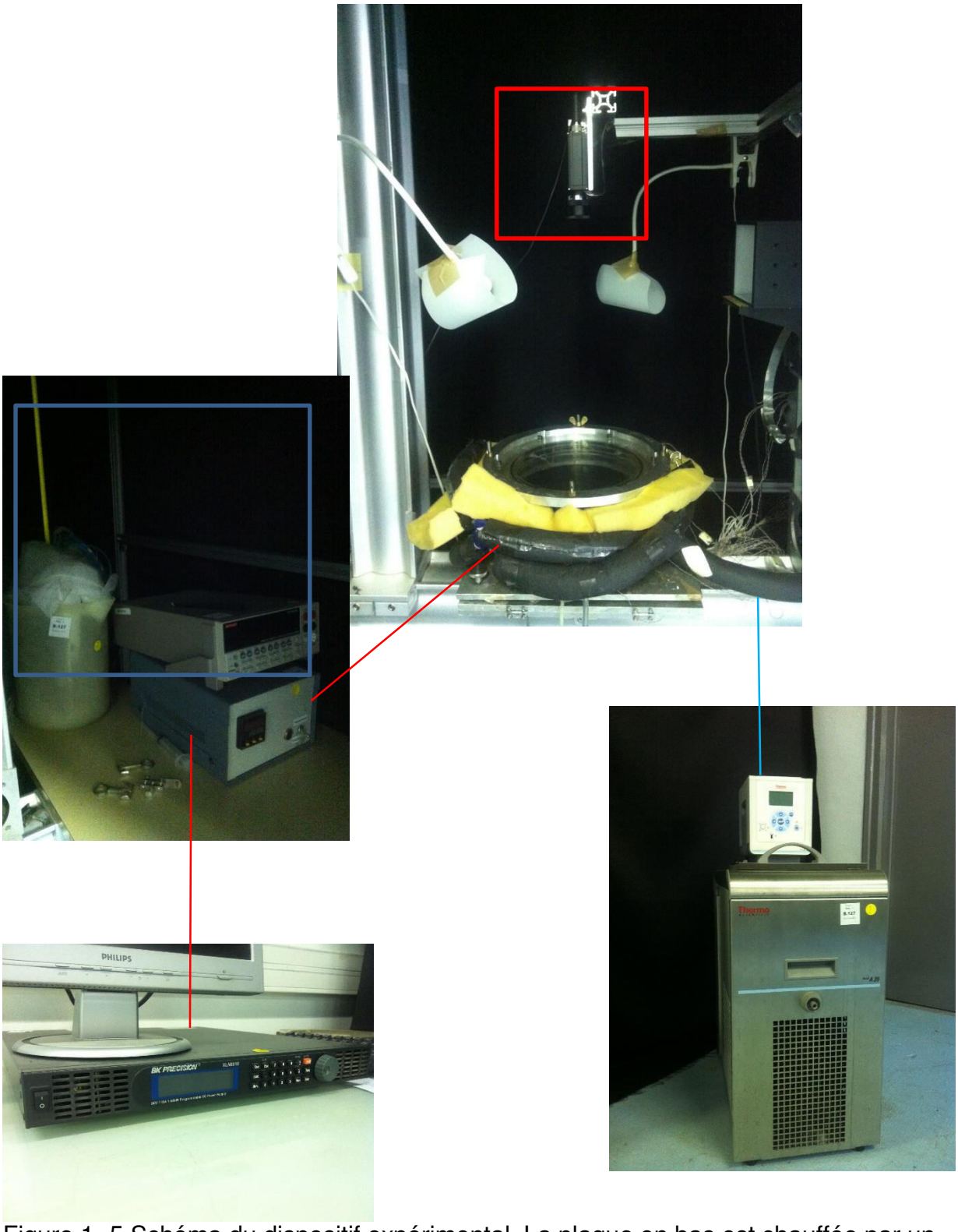


Figure.1- 5 Schéma du dispositif expérimental. La plaque en bas est chauffée par un flux imposé (appareils connectés par les lignes rouges), la circulation d'eau froide est réalisée par le thermostat, connecté avec la ligne bleue. Dans le carré bleu, il y a le bain isotherme des thermocouples et l'appareil pour l'acquisition de température. La caméra couleur (carré rouge) est mise en dessus de la cellule de Rayleigh-Bénard directement.

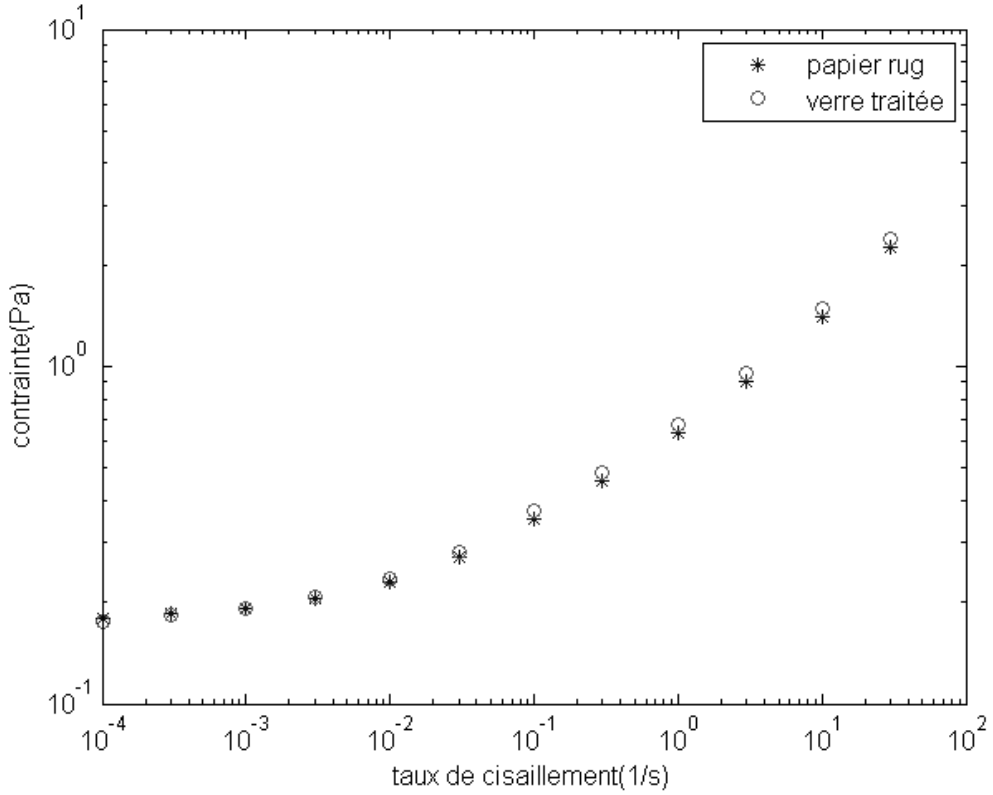


Figure.1- 6 Evolution de la contrainte de cisaillement en fonction de la vitesse de cisaillement en régime permanent pour un gel de Carbopol de seuil $\tau_y = 0.17\text{Pa}$ et deux types d'interface : rugueuse et lisse traitées avec du PEI.

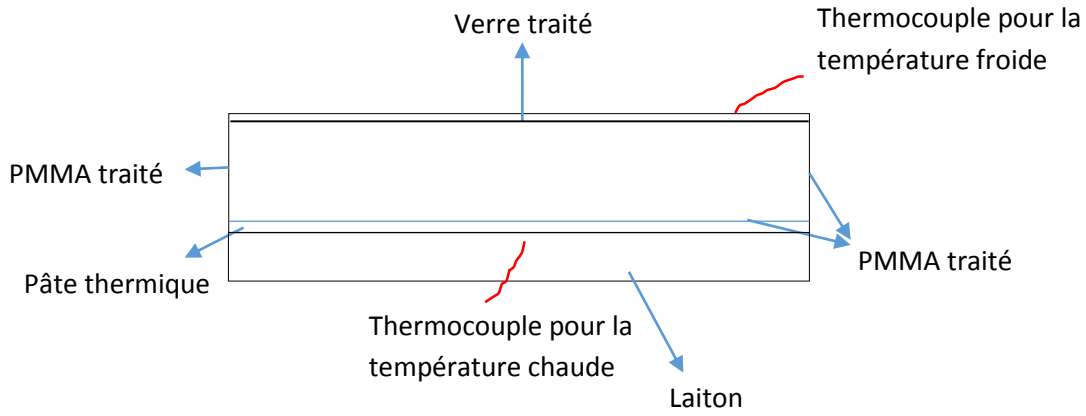


Figure.1- 7 Schéma de la cellule de Rayleigh Bénard représentant les différentes surfaces en contact avec le fluide

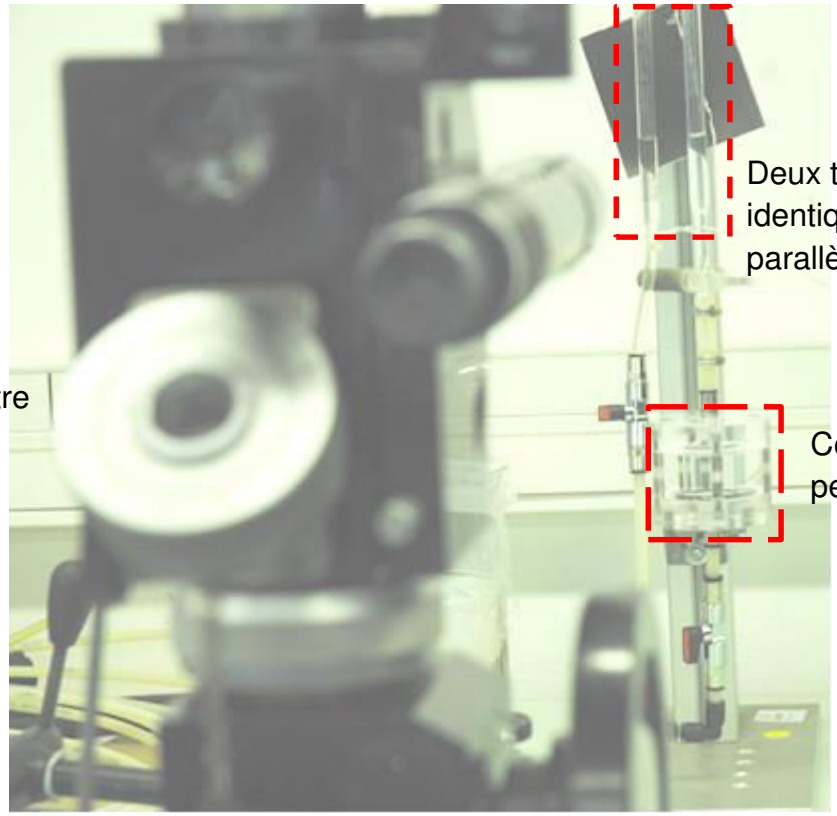


Figure.1- 8 Dispositif de l'expérience de la perméabilité

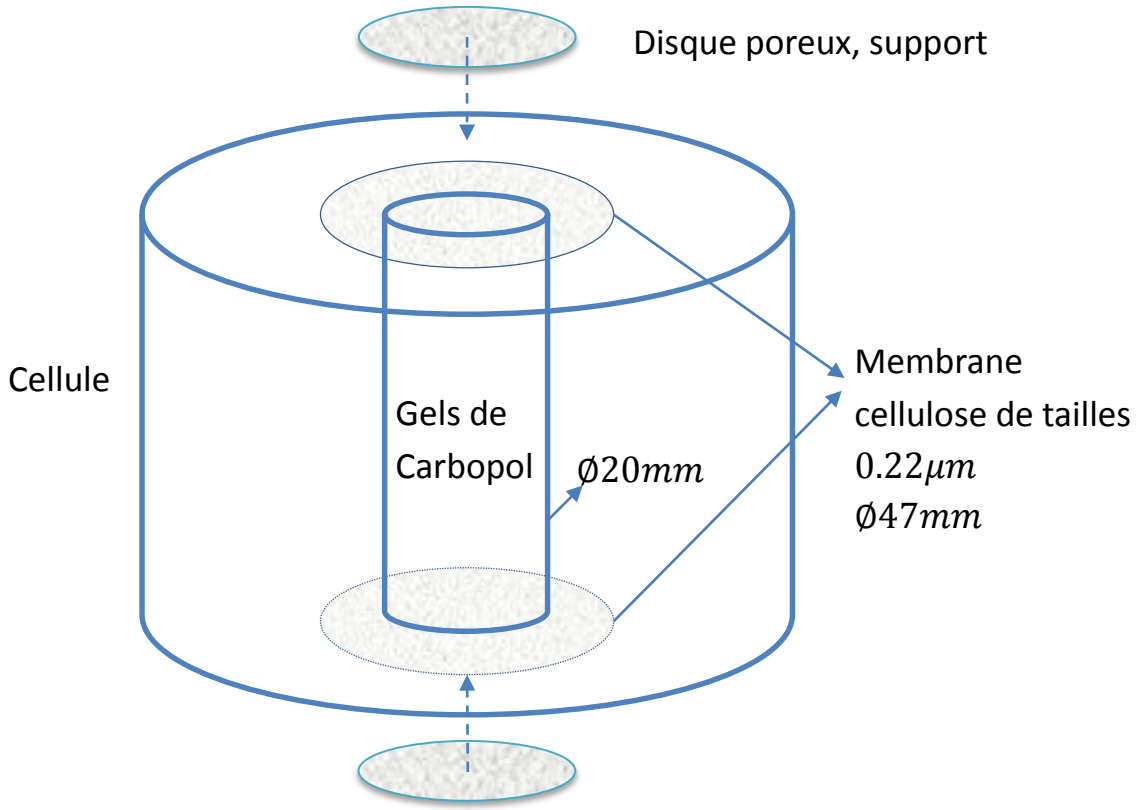


Figure.1- 9 Détail de la cellule de perméabilité

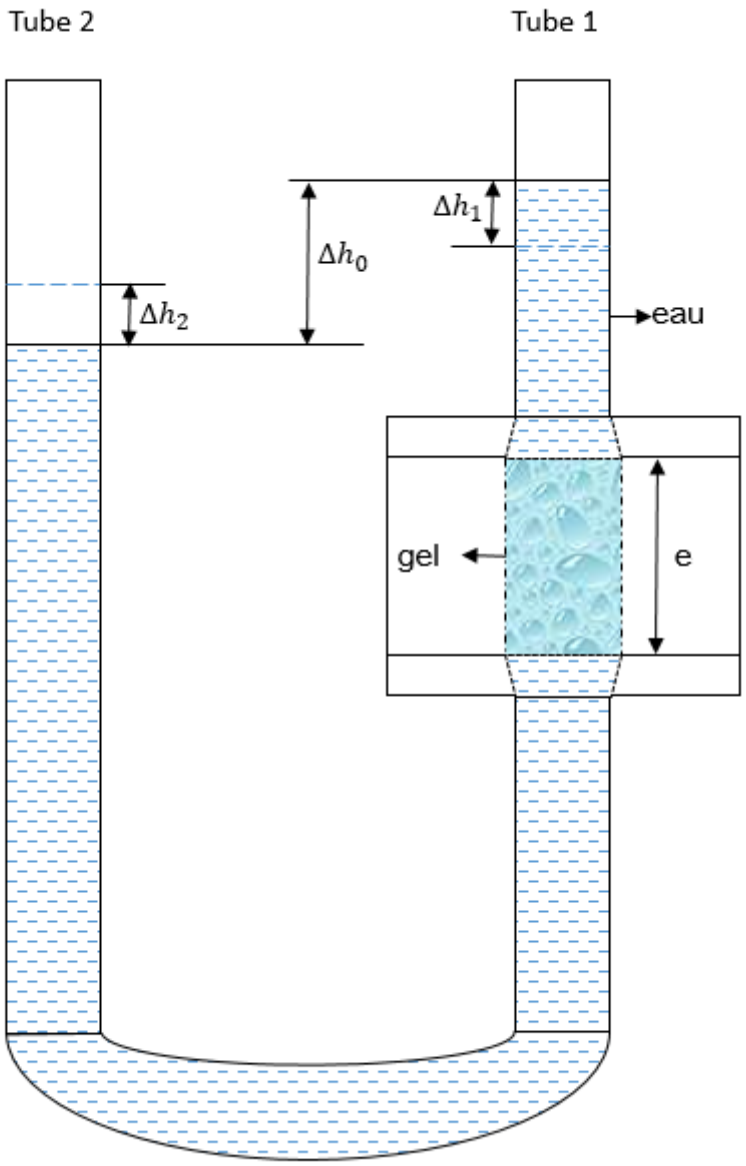


Figure.1- 10 Schéma du dispositif de mesure de la perméabilité avec deux tubes identiques parallèles

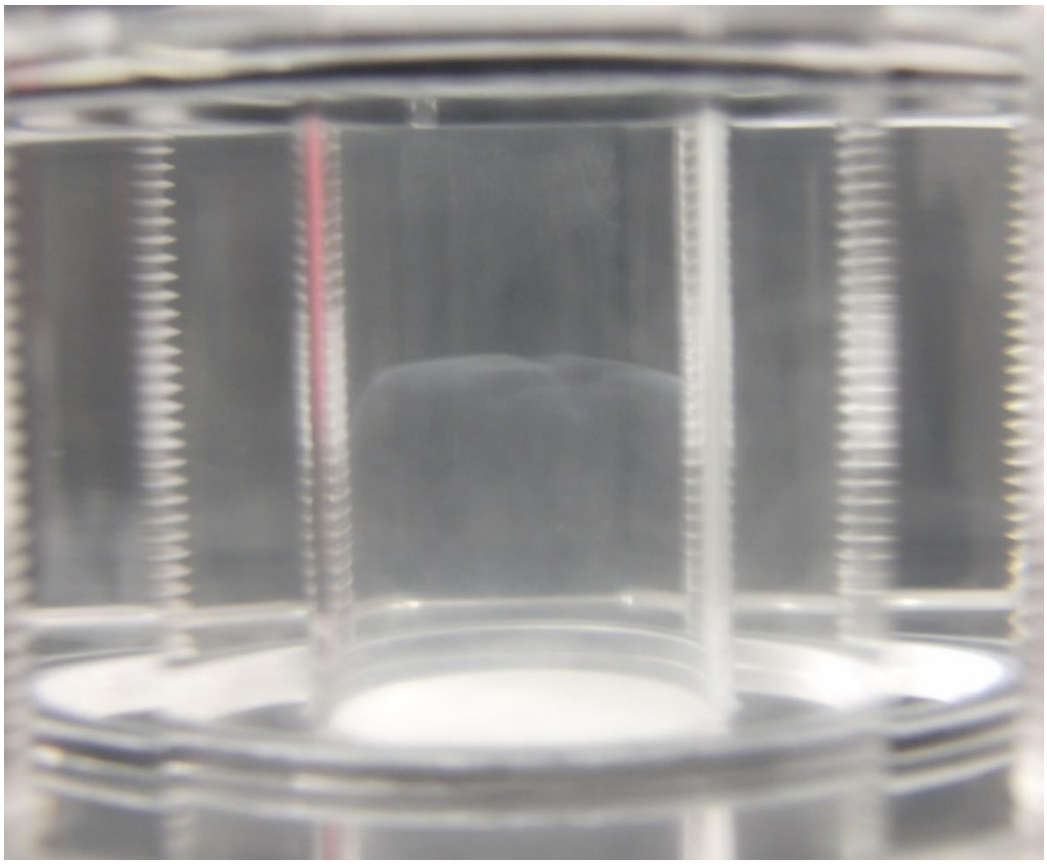


Figure.1- 11 Déformation de l'échantillon sous une pression trop élevée, le tassement visible (une frontière irrégulière au milieu de l'image) correspond à un réarrangement des microgels ainsi qu'une déformation des microgels. Il apparaît un regonflement des microgels après avoir enlevé la pression, ce qui est en accord avec une élasticité des microgels de Carbopol.

Chapitre 2
Origine et critère d'apparition des instabilités

1. Introduction

L'instabilité de Rayleigh-Bénard est une instabilité d'origine thermique. Elle fait passer le transfert de chaleur du régime conductif à convectif. Elle est donc associée au déclenchement de mouvement dans le fluide qui aboutit à des structures thermo-convectives plus ou moins complexes. Si les critères de déclenchement de l'instabilité sont bien connus expérimentalement pour les liquides newtoniens, cela est différent quand le fluide possède un seuil d'écoulement. La présence d'une plasticité qui confère au fluide soit un caractère de solide ou un caractère de fluide lorsque la contrainte seuil est dépassée introduit une complexité particulière.

Pour les fluides newtoniens, la convection de Rayleigh-Bénard est gouvernée par le rapport des effets de flottabilité aux effets de diffusion thermique et aux effets visqueux. Le nombre de Rayleigh est défini comme

$$Ra = \frac{\rho g \beta \Delta T \, d^3}{\kappa \mu} \qquad (2.1)$$

avec ρ la masse volumique, β le coefficient d'expansion thermique, κ la diffusivité thermique et μ la viscosité dynamique, d la distance entre la surface chaude et la surface froide. Pour un fluide newtonien, le choix des échelles de viscosité et de la température est évident. Pour les fluides non-newtoniens, le choix de l'échelle de viscosité est une question importante. En général, la viscosité à taux de cisaillement nuls est choisie comme échelle de viscosité, par exemple pour les fluides pseudo-plastiques. Considérons les fluides viscoplastiques. Ils sont souvent décrits par le modèle d'Herschel-Bulkley utilisant sur le critère de Von Mises pour définir le seuil de contrainte. Ce modèle est très souvent utilisé pour décrire le comportement des gels de Carbopol. Il s'écrit comme :

$$\begin{cases} \underline{\boldsymbol{\tau}} = \left(K\dot{\gamma}^{n-1} + \dfrac{\tau_y}{\dot{\gamma}} \right) \underline{\dot{\boldsymbol{\gamma}}} & pour\ \tau > \tau_y \\ \dot{\gamma} = 0 & pour\ \tau \leq \tau_y \end{cases} \qquad (2.2)$$

avec τ_y la contrainte seuil, K la consistance et n l'indice de rhéofluidification, $\underline{\boldsymbol{\tau}}$ le tenseur déviatoire des contrainte, $\underline{\dot{\boldsymbol{\gamma}}}$ le tenseur des taux de cisaillement, τ et $\dot{\gamma}$ leurs seconds invariants respectifs.

Dans ce modèle, la viscosité apparente $\mu = K\dot{\gamma}^{n-1} + \frac{\tau_y}{\dot{\gamma}}$ tend vers l'infini aux faibles valeurs des taux de cisaillement et elle est indéterminée lorsque la contrainte de cisaillement est plus petite que le seuil d'écoulement.

Dans le régime conductif, le matériau est au repos et se comporte comme un solide. Dans ce régime, l'équation d'équilibre en tenant compte de l'approximation de Boussinesq s'écrit comme :

$$\nabla.\underline{\sigma} + \rho\big(1 - \beta(T - T_m)\big)g = 0 \qquad (2.3)$$

avec $\underline{\sigma}$ le tenseur des contrainte, Tm la température moyenne entre les parois chaude et froide, $T = -\Delta T/d \cdot z + Tm$ la température du fluide issue de l'équation de l'énergie et $z \in [-d/2, d/2]$ la coordonnée verticale. L'équation 2.3 fait apparaître le rapport $\frac{\mathrm{g\rho\beta\Delta Td}}{\sigma}$ comme échelle de comparaison entre les forces de flottabilité et les forces de cisaillement. L'équation 2.3 permet de déterminer le tenseur des contraintes. Le second invariant de sa partie déviatoire peut être évalué par le critère de Von Mises. Avec cela, il est possible de déterminer les zones dans lesquelles la valeur du seuil d'écoulement est atteinte. Toutefois, une petite perturbation du système entraine des zones où la contrainte est indéterminée où la viscosité apparente est infinie entrainant un problème linéairement stable (Zhang et al. [1]). Les développements théoriques ne considèrent pas les comportements physiques ou rhéologiques des fluides viscosplastiques réels. Un comportement continu est observé dans les fluides à seuils réels. Alors la détermination de l'échelle de viscosité dans le nombre de Rayleigh est une des principales difficultés et une question largement ouverte.

La caractérisation expérimentale de la convection de Rayleigh-Bénard dans les fluides à seuil est très éparse. On notera que toutes les études expérimentales ont été menées avec des gels aqueux de Carbopol. C'est un fluide modèle largement utilisées

dans la mécanique des fluides expérimentale. Il possède de nombreuses qualités dont la transparence et l'absence marquée de thixotropie. Il sera utilisé également dans notre étude expérimentale. Balmforth et al. [2] est semble-t-il le premier à avoir obtenu une instabilité par ajout d'une perturbation externe dans des conditions peu contrôlées et notamment sans fournir de visualisation. C'est Darbouli et al. [3] qui ont pour la première fois proposé une étude expérimentale contrôlée de la convection de Rayleigh-Bénard dans des gels. Plus récemment, Kébiche et al. [4] ont étudié la convection de Rayleigh-Bénard dans une géométrie rectangulaire avec un rapport d'aspect de 9,3 ($\Gamma = longeur\ /\ hauteur$). Ces auteurs n'ont jamais intégré l'existence de glissement à la paroi de leur cellule. A ce jour, l'étude expérimentale la plus complète a été donnée par Darbouli [5] et Darbouli et al. [3] dans une cellule de Rayleigh-Bénard cylindrique. Tout d'abord, les auteurs ont montré l'importance du glissement à la paroi sur l'apparition de l'instabilité. Ils ont développé une technique permettant de faire adhérer les gels aux parois tout en conservant les parois lisses et transparentes pour permettre des visualisations. Ils ont mis en évidence par mesures thermiques et visualisations, l'apparition de l'instabilité thermo-convective. Ils ont reconnu l'importance du seuil et proposé une première approche d'établissement d'un critère d'apparition de l'instabilité.

Darbouli et al. [3] ont avancé trois mécanismes possibles qui permettraient de déterminer le paramètre de contrôle associé à la convection de Rayleigh-Bénard pour des fluides élasto-visco-plastiques. Ils proposent :

(i) de considérer le matériau comme un matériau élasto (visco) plastique sous le seuil d'écoulement

(ii) de déterminer une viscosité de fluage aux temps longs. Darbouli et al. [3] avaient plutôt considérés une viscosité de fluage pour les très bas taux de cisaillement pour les contraintes au-dessus du seuil pour préciser l'évolution de la viscosité. Les auteurs ont montré que cette hypothèse liée au comportement visqueux ne pouvait pas être retenue car elle ne permettait pas de représenter les résultats des expériences de convection. Nous allons considérer, ici, des essais de fluage sur des temps longs pour des contraintes dont la valeur est en-dessous de la contrainte seuil du gel.

(iii) de considérer les gels d'un point de vue microscopique comme un milieu poreux.

Le matériau est représenté par un système diphasique. Les microgels seraient la phase solide et le solvant (eau) serait la phase liquide. En effet, Piau [6] et Oppong & De Bruyn [7] ont montré que la diffusion brownienne de l'eau est restreinte aux interstices dus à la présence des microgels de Carbopol qui se comportent comme des obstacles. Le mouvement pourrait apparaître en premier dans le bain de solvant imposant alors une contrainte aux microgels lesquels la transmettaient à tout le matériau.

Pour la plupart, ces mécanismes restent au niveau de l'hypothèse. Seule l'approche (i) liée à la définition d'une viscosité via la visco-élasticité ou l'élasto-plasticité a reçu un début de validation toutefois sur la base de peu de données expérimentales. Les deux autres hypothèses restent à évaluer.

Dans la présente étude, nous cherchons à évaluer la validité de ces trois hypothèses. Nous nous intéresserons au cas où le fluide adhère (sans glissement) aux parois. L'état de glissement est un paramètre qui influence beaucoup les mouvements dans un fluide à seuil en rhéométrie (Barnes [8], Magnin et Piau [9]) et dans les instabilité de Rayleigh-Bénard (Métivier et Magnin [10] et Darbouli et al. [3]). Pour cela, le glissement aux parois de la cellule de Rayleigh-Bénard ou aux surfaces des outils de rhéométrie sera contrôlé et éliminé. Dans un premier temps, une revue bibliographique sur la structure des gels et leurs comportements rhéologiques sera établie. Nous présenterons ensuite, les résultats de la caractérisation des propriétés rhéométriques et de perméabilité des gels utilisés dans les expériences de convection. Puis, la convection de Rayleigh-Bénard dans une cellule cylindrique pour ces fluides à seuil sera étudiée. Le passage du mode conductif au mode convectif sera caractérisé. Les différences de température critiques d'apparition de l'instabilité seront mesurées mettant en évidence l'influence du seuil et de la distance entre les parois chaude et froide. A partir de ces données expérimentales, nous discuterons des relations entre les comportements rhéologiques et milieux poreux avec les conditions critiques d'apparition de l'instabilité de Rayleigh-Bénard. La construction d'un nombre de Rayleigh adapté aux fluides à seuil sera proposée et complétée par une argumentation micro-structurelle.

2. Structure des gels de Carbopol, seuillage et fluidification

Pour la compréhension des phénomènes, il est utile de donner les principales informations sur la structure des gels de Carbopol. Parmi ce type de polymère, nous prendrons les gels aqueux de Carbopol C940 comme exemple. Piau [6] a donné une revue très complète des propriétés structurelles et rhéologique de ces gels de Carbopol.

Les gels de Carbopol sont utilisés depuis 50 ans dans d'innombrables applications. Ce sont des matériaux peu chers, stables, faciles à préparer et transparents. Les gels aqueux de Carbopol sont des fluides très populaires auprès des chercheurs en rhéologie et mécanique des fluides non-newtoniens. En particulier, les gels de Carbopol sont très souvent utilisés comme fluides modèles des fluides à seuil d'écoulement. Le Carbopol est une résine réticulée de l'acide polyacrylique. Sous forme de poudre anhydre, il se présente comme des particules polydisperses plus ou moins agglomérées. Quand les particules sont mélangées à l'eau, on obtient une dispersion turbide présentant un pH acide. Lors de la neutralisation, les groupes carboxylates s'ionisent provoquant des répulsions ioniques des polymères. Les molécules occupent alors largement l'espace et un seuil d'écoulement apparaît.

Les gels de Carbopol sont des suspensions concentrées, percolées et désordonnées d'éponges élastiques individuelles (microgels) (Piau [6], Ketz et al. [11]). Les microgels absorbent l'eau et gonflent tout en maintenant une pression osmotique. Les forces colloïdales de surface ne semblent pas dominer leurs comportements en écoulement. Les gels aqueux de Carbopol ont donc une structure de verre mou, i.e. une structure désorganisée, amorphe.

Les microgels gonflés ont une taille s'étendant de 2 à 20μm (Piau [6], Oppong et al. [12], Lee et al. [13]). Cette taille dépend du pH et de la force ionique. Dans le domaine de concentration étudié dans cet article 0,035<C<0,12 pour le Carbopol 940, le matériau se présente comme une dispersion avec une percolation lâche de micro

gels complétement gonflés. Les gels présentent un comportement élasto-viscoplastique. Piau [6], sur la base d'un modèle élastohydrodynamique de frottement entre les microgels déformables, a démontré les lois d'échelle reliant les comportements rhéologiques et concentration massique C en polymère : le seuil d'écoulement ($\tau_y \propto (C - Co)^3$, le seuil en termes de contrainte normale $N \propto (C - Co)^{2.5}$, l'élasticité en cisaillement $G \propto (C - Co)^3$, et l'exposant de rhéofluidification de la loi d'Herschel-Bulkley (n=0.34 ou 0.4) avec C_0 la concentration massique de percolation ($C_0 = 0{,}035\%$ pour le Carbopol C940 dans l'eau distillée).

Les fluides à seuil ont été catégorisés en deux groupes (Møller et al.[14], Ragouilliaux et al. [15]). Une première catégorie de fluides qui présentent des effets de mémoire et de vieillissement et donc qui montrent des propriétés thixotropes. La deuxième catégorie correspond aux fluides pour qui ces effets sont négligeables et qui sont appelé fluides à seuil simples telles que les gels Carbopol considérées dans le présent travail.

De très nombreux auteurs (Piau [6], Coussot et al. [16], Divoux et al. [17], et beaucoup d'autres…) ont montré que la contrainte en régime permanent peut être bien décrite par la loi d'Herschel-Bulkley (Eq. 2.2) au-dessus de la contrainte seuil.

En dessous de la contrainte seuil, on observe un régime viscoélastique linéaire, sous sollicitation dynamique oscillatoire, qui montre que le gel a un comportement de solide viscoélastique à petite déformation. Le module élastique G' est environ un ordre de grandeur plus élevé que le module visqueux G''. Le module élastique dépend faiblement de la fréquence.

Il est particulièrement intéressant de faire une synthèse des connaissances sur des mécanismes de seuillage et de fluidification lorsque l'état du matériau passe d'un comportement solide à fluide notamment sous contrainte imposée. Cette situation se rapproche des expériences de convection naturelle qui seront menées en augmentant les contraintes liées à la poussée d'Archimède jusqu'à l'apparition des mouvements de la convection.

Divoux et al. ([18], [19]) et Caton et Baravian ([20]) ont étudié le processus de fluidification induit par le cisaillement lorsque un gel de Carbopol est soumis à une contrainte imposée. Ils observent 3 régimes avant d'atteindre un écoulement en régime permanent modélisé par la loi d'Herschel-Bulkley (Eq. 2.2)

1) Une première phase correspond à une réponse rapide élastique du matériau.

2) Dans un deuxième temps, sous une contrainte imposée, ils observent sous le seuil d'écoulement, d'abord un fluage dont la vitesse de cisaillement varie en puissance du temps. Ils le comparent au fluage primaire (fluage d'Andrade) observé dans les matériaux solides (Andrade [21]; Nechad et al. [22]). Divoux et al. [18] [19] trouvent que le taux de cisaillement évolue comme $\dot{\gamma} \propto t^{-2/3}$ tandis que Caton et Barravian [20] en accord avec Coussot et al. [23] et Nechad et al. [22] trouvent $\dot{\gamma} \propto t^{-1}$. Le fluage d'Andrade avait été attribué à la dynamique collective de dislocation dans les métaux (voir par exemple Miguel et al. [24]). Selon ces auteurs, comme dans le fluage primaire des métaux, les matériaux hétérogènes et les gels faibles partageraient des mécanismes fondamentaux similaires. Møller et al. [14], Møller et al. [25] ont mesuré un fluage en dessous de la contrainte seuil caractérisé par un accroissement de la viscosité instantanée μ^+ suivant une loi puissance en fonction du temps ($\mu^+ \propto t^m$).La viscosité est calculée à partir du taux de cisaillement instantané. Dimitriou et al. [26] avec la technique du cisaillement de grande amplitude (LAOS) sous contrainte contrôlée ont trouvé le même type d'évolution avec $m = 0{,}9$. Dimitriou et al. [26] interprète ce phénomène comme un durcissement cinématique (kinematic hardening). Le durcissement cinématique prend en compte la variation dynamique de la surface seuil (dans l'espace des contraintes) du matériau. Il en résulte un accroissement du seuil d'écoulement (ou durcissement) dans la direction de la contrainte. C'est un concept largement utilisé dans le domaine de la plasticité et dans la mécanique des solides (voir par exemple Lemaitre et Chaboche [27]).

3) Dans un troisième temps, après ce régime de fluage d'Andrade et sous contrainte imposée, Divoux et al. [28] [19], Caton et Baravian [20], Coussot et al. [23] observent un minimum dans la valeur du taux de cisaillement. A ce minimum correspond un temps appelé « temps de transition » puis il y a une augmentation plus

ou moins abrupte du taux de cisaillement pour atteindre un régime permanent en écoulement. Cette zone correspond à la fluidification complète du gel de Carbopol. Dans cette zone, Divoux et al. [18]-[19], [28], par une technique d'échographie ultrasonore, observent un régime de « transient shear banding » avant l'atteinte du régime permanent caractérisé par un champ de vitesse homogène dans l'entrefer. Ce comportement est observé à taux de cisaillement imposé ainsi qu'à contrainte imposée. Pour Divoux et al. ([18] [19]), ce temps de transition (temps du processus de fluidification) décroît en loi puissance du taux de cisaillement selon une loi $t_f \sim 272/\dot{\gamma}^{2.3}$ pour leurs gels de Carbopol. A partir de ce temps, l'écoulement est homogène dans tout l'entrefer. Divoux et al. [18] [19] trouvent également que $t_f = B(\tau - \tau_y)^{\beta_1}$. Les paramètres B et β_1 sont des fonctions de la concentration en Carbopol : entre 0,5% et 3%, B varie de $1{,}48.10^5$ à $1{,}19.10^{21}$ et β_1 entre 3,4 et 8.

Dimitriou et al. [26] ont proposé une loi de comportement sophistiquée qui incorpore le concept de durcissement cinématique et permet de représenter l'essentiel des comportements montrés par les gels de Carbopol : le fluage et la dépendance temporelle de la viscosité en dessous d'une contrainte critique, une bifurcation en viscosité à une contrainte critique et le comportement d'Herschel-Bulkley aux grandes contraintes.

Enfin, Mougin et al. [29] en étudiant la dynamique lente des bulles dans les gels de Carbopol observent des contraintes résiduelles dans le fluide qui persistent pendant une très longue durée dans le fluide revenu au repos. Elles peuvent avoir des conséquences importantes dans les écoulements, notamment si les contraintes mises en œuvre sont proches du seuil. En effet, pour les fluides à seuil notamment les gels de Carbopol, les mesures rhéométriques en relaxation démontre que les contraintes de cisaillement relaxent à des niveaux non nuls (Piau [6]).

3. Matériaux et rhéologie de cisaillement

3.1. Techniques rhéométriques et préparation des fluides

La caractérisation rhéologique a été réalisée sur un rhéomètre à contrainte imposée DHR-3 de TA instrument. Nous avons utilisé une géométrie plan-plan de diamètre 60mm. Pour éliminer le glissement à la paroi du papier de verre rugueux a été collé sur les surfaces des plans ([9], [30]). La procédure dite de «mapping» est mise en place avant chaque mesure pour avoir une précision maximale sur le couple. Le couple minimum mesurable est 5 nN·m ($9\ 10^{-5} Pa$) en écoulement et 0.5nN·m ($9\ 10^{-5} Pa$) en oscillation. Pour les plus faibles seuils d'écoulement mesurés (0,002 Pa) cela fait une incertitude de 10% sur la contrainte. La température est fixée à 25℃ régulée à +/- 0,1 ℃ pour les mesures en écoulement et en oscillation.

Pour préparer les gels à différentes concentrations, nous utilisons une solution mère à 0,2wt%. La poudre de Carbopol C940 de *BF Goodrich* est ajoutée soigneusement en la tamisant avec une grille rigide de maille 2 mm (afin de réduire les grumeaux) dans de l'eau déminéralisée. L'agitation est assurée par un mélangeur équipé d'une pale défloculeuse dont l'axe est incliné de 60° et tournant avec une vitesse de 750 tr/min. Le récipient est recouvert d'un film plastique pour éviter l'évaporation. Le mélange dure 12h jusqu'à disparition de tout agrégat. Cette solution est laissée au repos pendant au moins 12h, puis gardée à l'abri de la lumière. Plusieurs solutions sont préparées par dilution de cette solution avec de l'eau déminéralisée. La solution obtenue est ensuite neutralisée avec de la soude NaOH à 1mol/litre à l'aide d'un agitateur tournant avec une vitesse de 500tr/min. Les valeurs de pH pour tous les gels fabriqués dans cette thèse sont comprises entre 6.8~7.2. Les gels utilisés seront désignés par la valeur de leur contrainte seuil d'écoulement respective.

3.2. Régime permanent

La Figure.2- 1 montre l'évolution de la contrainte de cisaillement en fonction du taux de cisaillement en régime permanent pour tous les gels utilisés dans cette étude. Les courbes peuvent être ajustées par le modèle d'Herschell-Bulkley (Eq. 2.4).

Concernant la thermo-dépendance des gels de Carbopol, Forrest et Wilkinson [31] ont montré que la contrainte seuil ne dépendait pas de la température. En effet, le seuil d'écoulement est principalement créé par les propriétés mécaniques de contact des microgels. Par ailleurs, la température dans notre domaine d'étude a une faible influence sur les paramètres du modèle d'Herschell-Bulkley K et n. l'influence la plus sensible est sur la consistance K (Forrest et Wilkinson [31], Naimi et al. [32], Nouar et al. [33], Peixinho et al. [34]). Dans la thèse de Darbouli [5], cette indépendance a été vérifiée expérimentalement.

3.3. Propriétés viscoélastiques

La Figure.2- 2 représente les valeurs de module élastique G' et module visqueux G'' pour les gels de 0,05Pa et de 0,02Pa avec une fréquence angulaire $\omega = 10 rad/s$. Jusqu'à une déformation de 1%, les modules G' et G'' sont constants, correspondant au domaine linéaire. Puis les modules diminuent pour les déformations plus élevées. Les valeurs de G' et G'' se croisent à une valeur critique de la déformation γ_c. Ici la déformation critique γ_c est de l'ordre de 0,1. Il a été montré que la contrainte mesurée à γ_c c'est à dire $\tau_c = G'\gamma_c$, est une bonne approximation du seuil de contrainte τ_y. Les valeurs indiquées dans le Tableau.2- 1 confirme cette observation $\tau_y \approx \tau_c$. En effet, on trouve une contrainte τ_c de 0,047 Pa pour le gel de seuil 0,05 Pa en régime permanent et une contrainte de 0,022 Pa pour le gel de seuil $\tau_y = 0{,}02 Pa$ en régime permanent.

La Figure.2- 3 montre les mesures de G' et G'' en fonction de la fréquence d'oscillation à une déformation fixée $\gamma = 0{,}5\%$, pour le gel de Carbopol de contrainte

seuil 0,05 Pa. La contrainte maximale appliquée à l'échantillon est 0,01Pa qui est inférieure à la valeur de la contrainte seuil. La Figure.2- 3 montre que les gels de Carbopol possèdent des propriétés viscoélastiques. Les modules ne se croisent pas dans la gamme de mesure. Dans le domaine linéaire, le module élastique G' est largement plus élevé que le module visqueux G'' caractérisant le comportement d'un gel.

Les gels de Carbopol sont largement reconnus comme ne possédant pas de thixotropie significative. On peut se rapporter aux revues de Piau [6] et de Dimitriou et al. [26]. Toutefois, Putz et Bulgherea [35] avancent que les gels de Carbopol pourraient être thixotropes. Pour évaluer la thixotropie dans les fluides utilisés, des mesures rhéométriques en oscillation ont été menées à valeur de contrainte fixée avec différents pré-cisaillements. Les résultats sont présentés dans la Figure.2- 4. La valeur de contrainte imposée est choisie plus grande que celle de la valeur de la contrainte seuil. Le temps de pré-cisaillement est fixé à 60s avec un temps de repos 20s. On voit que pour des pré-cisaillements d'intensités différentes, les réponses restent les mêmes. La thixotropie n'est pas observée.

3.4. Fluage

Des mesures de fluage en dessous de la valeur de contrainte seuil ont été effectuées comme dans les travaux de Møller et al. [25] et Dimitriou et al. [26]. La Figure.2- 5 montre l'évolution des contraintes en fonction du gradient de cisaillement en fluage. Nous avons sélectionné différentes échelles du temps pour la durée des essais de fluage : 10800s, 3600s, 2000s et 1200s. Ces temps ont été choisis pour être plus grand ou du même ordre de grandeur que les temps de diffusion dans les expériences de convection. On observe une pente 1 entre la contrainte et le gradient de cisaillement correspondant à une valeur constante de la viscosité μ^+ dans la Figure.2- 6. Lorsque la contrainte appliquée est plus grande que la contrainte seuil, on retrouve la viscosité en régime permanent modélisé par la loi d'Herschel-Bulkley.

La Figure.2- 7 montre tous les points de mesure de viscosité de fluage en fonction du temps pour le gel de contrainte seuil 0,05 Pa., Les points se regroupent autour de la loi $\mu^+ = B\ t^m$ avec $m \approx 1$, comme on peut le voir sur la Figure.2- 7. La valeur m=1 est proche des résultats de Dimitriou et al. [26] qui trouvent un exposant de 0,9 ainsi que de Caton & Barravian [20] et Coussot et al. [23] qui trouvent 1. Il paraît difficile de préciser dans nos expériences la valeur de m entre 0,9 et 1 étant donné les incertitudes expérimentales.

4. Mesures de la perméabilité hydraulique

Une cellule transparente de mesure de perméabilité a été construite. L'échantillon cylindrique de Carbopol d'épaisseur 30mm et de diamètre 20mm est confiné dans la cellule de mesure entre membranes en esters de cellulose mixtes (MF-Millipore, référence GSWP04700) sur ses faces horizontales inférieure et supérieure. La taille des pores de ces membranes est 0,22 µm. Pour tenir les membranes et éviter leur déformation et endommagement, elles sont supportées par des grilles de porosité très grande par rapport aux membranes. Les gels de Carbopol sont injectés doucement dans la cellule de mesure de perméabilité afin de ne pas inclure de bulles d'air. Toute la tuyauterie est remplie l'eau distillée (ou par la phase liquide du gel) en vérifiant l'absence d'air dans tout le circuit. Les pressions à l'entrée et à la sortie de l'échantillon sont mesurées par des tubes manométriques de diamètres identiques. Initialement, on impose une différence de pression en imposant une différence de hauteur initiale Δh_0 entre les deux ménisques de chaque tube (voir chapitre 1 pour plus de détails). La vanne est ensuite ouverte, entrainant l'écoulement dans les tubes et la cellule de perméabilité. Le débit Q est obtenu au cours du temps en suivant l'évolution de $h(t)$, la position du ménisque de liquide du tube situé à l'amont de la cellule de perméabilité, par un cathétomètre permettant d'obtenir une précision de lecture de $100\ \mu m$. Typiquement, la différence de hauteur Δh_0 entre les deux ménisques est environ 2cm pour éviter le tassement des gels. On peut étudier les deux sens d'écoulement. Cette technique a été utilisée pour la mesure de la perméabilité dans les milieux fragiles [36].

La perméabilité K est obtenue de la manière suivante :

$$K = \frac{\Sigma \mu e}{S \rho g} \cdot \frac{a}{\Delta h_0} \qquad (2.5)$$

avec e l'épaisseur de l'échantillon, S la section droite, Σ la section droite du tube, a la pente de la courbe $h(t)$ en fonction de t^* (temps caractéristique lié à la différence des hauteurs défini au chapitre 1) dans le régime permanent et Δh_0 la différence des hauteurs initiales.

Il est nécessaire de connaitre la résistance hydraulique intrinsèque du système. La résistance hydraulique R_h est définie par [37] $R_h = \frac{e}{K}$. On peut la calculer par la loi de Darcy $R_h = \frac{S\Delta P}{Q\mu}$. Les essais avec de l'eau déminéralisée ont permis de démontrer que la résistance hydraulique du système est 100 fois plus petite que la résistance hydraulique des gels de Carbopol. Ainsi, nous pouvons négliger l'influence de la résistance du système pour les résultats de la perméabilité des gels.

De l'eau déminéralisée ayant servie à la fabrication des gels a été utilisée comme phase liquide pour mesurer la perméabilité. Toutefois nous avons voulu évaluer la différence entre l'utilisation de la phase liquide extraite des gels de Carbopol et l'utilisation d'eau déminéralisée. La phase liquide extraite est plus proche de l'état physico-chimique des gels. Grâce à un procédé d'extraction en mettant un gel de Carbopol de 0,42Pa dans une cellule de filtrage de 0,22 µm sous pression, on a pu isoler la phase liquide des gels de Carbopol, c'est-à-dire la phase liquide sans les microgels. L'expérience de mesure de perméabilité avec cette phase liquide est effectuée pour des gels de 0,039Pa et de 0,42Pa. Les résultats sont représentés sur la Figure.2- 8. On ne constate pas de différence significative par rapport à l'eau déminéralisée.

Pour tester, l'influence de la hauteur initiale et de la quantité de liquide, des mesures ont été réalisées avec une différence de hauteur initiale à 12cm. Le liquide utilisé est de l'eau déminéralisée. L'échantillon est celui du gel de Carbopol de

contrainte seuil 0,42Pa. Les résultats montrés sur la Figure.2- 8 font apparaître des valeurs de perméabilité similaires. Aucun tassement dans les gels n'a été observé sous les hauteurs initiales de 2 et 12 cm

Nous avons mesuré la perméabilité de 5 échantillons de gels de Carbopol. Les résultats donnant la perméabilité K sont présentés dans le Tableau.2- 2. La perméabilité en fonction de la valeur du seuil est représentée Figure.2- 8. La valeur de la perméabilité K diminue quand la valeur du seuil augmente. La loi qui permet d'ajuster au mieux les points expérimentaux est $K \propto {\tau_y}^{-0.23}$.On constate que la perméabilité varie relativement peu avec la valeur du seuil de contrainte. Rappelons que le seuil évolue en fonction de la concentration $\tau_y \propto (C - Co)^3$ donc la perméabilité evolue en fonction de la concentration comme $K \propto (C - Co)^{0,7}$.

Nous avons cherché si des chemins privilégiés d'écoulement du solvant entre microgels existent. L'existence de ces chemins modifierait la valeur de la perméabilité des gels. La Figure.2- 9 montre un essai avec de l'eau déminéralisée colorée comme fluide filtrant. Nous avons suivi la pénétration de ce fluide dans le gel initialement transparent. Nous n'avons pas observé un chemin privilégié, dans la mesure où la diffusion du fluide est homogène.

5. Convection de Rayleigh-Bénard

5.1. Dispositif

Le déclenchement de la convection de Rayleigh-Bénard dans un fluide à seuil a été étudié dans une cellule de Rayleigh-Bénard cylindrique. On se reportera à Darbouli [5] pour le plus de détails techniques. Le dispositif de la convection de Rayleigh-Bénard est constitué par une plaque chauffante en bas et une plaque refroidie en haut (Figure.2- 10). La cellule est fermée latéralement par un cylindre creux en PMMA (Plexiglas) peu conducteur de la chaleur pour atteindre une condition adiabatique dans la paroi latérale. La cavité est circulaire de diamètre 179mm. La plaque inférieure est

chauffée par une résistance électrique, la plaque supérieure est refroidie par une circulation d'eau à température fixée 5°C. Trois valeurs de d (la distance entre les deux plaques) sont choisies pour les expériences, 10mm, 17mm et 30mm, avec les rapports d'aspect respectifs de 18, 10 et 6. Le principe de Schmidt-Milverton est utilisé pour caractériser l'apparition de l'instabilité thermo-convective (Schmidt et Milverton [38]). En suivant l'évolution de la différence de température ΔT entre les surfaces chaude et froide, on trouve que dans le régime conductif, ΔT varie linéairement avec la puissance thermique apportée au système Q_t. Le démarrage de la convection se traduit par un changement de pente de la variation de ΔT en fonction de Q_t. Ce passage du mode conductif au mode convectif se fait à une température critique ΔT_c.

Nous avons préparé 4 gels de Carbopol avec le seuil 0,002Pa, 0,008Pa, 0,02Pa et 0,05Pa dont les courbes d'écoulement peuvent être modélisées par modèle de Herschel-Bulkley (Tableau.2- 3). Les surfaces sont traitées avec une solution de polyethylenemine (PEI) avant chaque mesure afin d'avoir une condition de non glissement sur les parois [30].

5.2. Conditions expérimentales d'apparition de la convection

Les Figure.2- 11, Figure.2- 12, Figure.2- 13 montrent l'évolution de la différence de températures ΔT en fonction de la puissance appliquée Q_t pour les trois hauteurs 10mm 17mm et 30mm. Chaque point a un état permanent caractérisé par des valeurs des températures de paroi indépendantes du temps. On observe deux régimes. Le premier avec une évolution linéaire de ΔT de la puissance appliquée caractéristique du régime de conduction. Puis on observe de la convection avec une pente $\Delta T(Q_t)$ moins élevée. Pour une valeur constante de ΔT_c augmente avec le seuil d'écoulement**.**

Sur la Figure.2- 14, les valeurs de $\beta \Delta T_c/\tau_y$ sont tracées en fonction de d. Comme Darbouli et al. [3], nous observons que $\beta \Delta T_c/\tau_y$ est proportionnel à d^{-1} à l'intérieur des

incertitudes de mesure. L'évolution de $\beta\Delta T_c/\tau_y \propto d^{-1}$ implique que le nombre de Rayleigh varie en d plutôt qu'en d^3 comme pour les fluides purement visqueux.

6. Discussion

Nous allons discuter successivement les trois hypothèses avancées dans l'introduction pour construire un nombre Rayleigh contrôlant l'apparition de la convection dans les fluides viscoplastiques.

6.1. Apparition de l'instabilité et visco-plasticité au-dessous du seuil

Tout d'abord considérons que les gels sont élasto-plastiques en dessous de la contrainte seuil et que leur comportement est dominé par la réponse élastique. L'équation d'équilibre (Eq.2.3) fait apparaître le rapport entre les forces de flottabilité et les force de cisaillement $\frac{g\rho\beta\Delta Td}{\sigma}$. Dans le régime élastique, la contrainte peut s'écrire $\sigma = G'\gamma$. L'étude en rhéométrie oscillatoire a montré que l'échelle de contrainte au démarrage de l'écoulement est $\sigma = G'\gamma_c$ et que $G'\gamma_c = \tau_y$. En combinant ces relations, on obtient alors un nombre de Rayleigh généralisé :

$$Ra_g = \frac{\rho g\beta\Delta Td}{\tau_y} = Y^{-1} \qquad (2.6)$$

avec $\mathrm{Y} = \frac{\tau_y}{\rho g\beta\Delta Td}$ le nombre de seuil représentant le rapport des forces de seuil de contrainte aux forces de flottabilité.

Le nombre de Rayleigh généralisé Ra_g évolue comme d en cohérence avec les expériences sur le critère d'apparition de la convection montrant que l'évolution de $\beta\Delta T_c/\tau_y \propto d^{-1}$. Il est donc pertinent de considérer dans les expériences de Rayleigh

Bénard les gels comme un matériau élasto-plastique c'est à dire un solide avec une réponse élastique et plastique lorsque la contrainte (ou déformation) augmente jusqu'à la valeur de la contrainte seuil. Le nombre de Rayleigh Ra_g (ou Y^{-1}) est le paramètre de contrôle de l'apparition de la convection dans les gels. L'apparition de la convection est principalement gouvernée par l'équilibre entre les effets de flottabilité et les effets dus au seuil d'écoulement. Au-delà d'une valeur critique, le système devient instable.

Pour chaque expérience menée, nous avons évalué les valeurs de $Ra_g = Y^{-1}$ au niveau du démarrage de la convection. Ces valeurs sont reportées dans le Tableau.2-4. Elles sont comprises entre 65 et 90. Ces valeurs sont proches de celle de Darbouli et al. [3] qui indiquait la valeur $Y_c^{-1} = 80$ dans le cas d'adhérence aux parois. Le même raisonnement a été appliqué dans les autres études thermiques dans un fluide à seuil [39] [4], les auteurs ont aussi utilisé le nombre Y comme le paramètre gouvernant du problème. Davaille et al. [39] ont obtenu une valeur de 120 dans le cas de l'étude d'un panache thermique dans les gels de Carbopol.

L'approche élasto-plastique a montré sa pertinence. Une approche élasto visqueuse a aussi été considérée dans Darbouli et al. [3] .Néanmoins, les auteurs montrent que cette approche n'est pas triviale et nécessiterait d'être approfondie. De notre point de vue, l'approche élasto-plastique apparaît plus pertinente.

6.2. Apparition de l'instabilité et fluage au-dessous du seuil

L'étude rhéométrique a montré que pour les gels utilisés la viscosité de fluage évoluait comme $\mu^+ \propto t^m = t^1$. Si on prend comme temps caractéristique le temps de diffusion thermique $t_d = \frac{d^2}{\kappa}$ pour lequel le démarrage de l'instabilité est observé, on obtient à cet instant la viscosité $\mu^+ \propto \frac{d^{2m}}{\kappa^m} = \frac{d^2}{\kappa}$. Si on considère cette échelle de viscosité dans le nombre de Rayleigh établi pour un fluide visqueux (Eq. 2.1), on obtient

$$Ra_f = \frac{\rho g \beta \Delta T_c \, d^{3-2m}}{B\kappa^{m-1}} = \frac{\rho g \beta \Delta T_c \, d^1}{B} \qquad (2.9)$$

B est le préfacteur de la viscosité de fluage $\mu^+ = Bt^m$ de dimension Pa.s$^{1\text{-}m}$. Dans notre cas, $m = 1$, ainsi B a la dimension d'une contrainte. Dans nos expériences de fluage en-dessous de la valeur de la contrainte seuil, τ_y apparaît comme la borne supérieure de B. Si on considère la contrainte seuil comme échelle caractéristique pour B, i.e. $B = \tau_y$ dans l'Equation (2.9), alors on retrouve le nombre de Rayleigh généralisé Ra_g (Equation (2.6)). Par ailleurs, la viscosité de fluage a pour échelle caractéristique $\mu^+ = Bt = \tau_y d^2/\kappa$ qui revient à une échelle de viscosité caractéristique de la transition solide-liquide.

6.3. Critère de l'apparition de l'instabilité convective et approche milieux poreux

Dans ce paragraphe, nous allons considérer la convection de Rayleigh-Bénard dans un fluide à seuil lorsque ce dernier est modélisé par un milieu poreux. Supposons que dans nos gammes de concentration testées, la suspension de microgels peut être représentée par une suspension de sphères solides proche de l'empilement compact. La perméabilité d'une suspension de sphères peut être approchées par la théorie de Kozeny-Carman (Kozeny, 1995; Carman, 1956), elle s'écrit :

$$K = \frac{\varepsilon^3}{36\, b\, (1-\varepsilon)^2} Dc^2 = \frac{(1-\emptyset)^3}{36\, b\, \emptyset^2} Dc^2 \qquad (2.10)$$

avec b la constante de Kozeny-Carman (b= 5 pour des particules sphériques empilées), ε la porosité, $\emptyset$ la fraction volumique en microgels ($\emptyset = 1 - \varepsilon$), Dc le diamètre caractéristique des microgels. La fraction volumique $\emptyset$ est proportionnelle à la concentration massique C via le coefficient de voluminosité qui dépend notamment du pH et de la force ionique.

La Figure.2- 15 montre les perméabilités obtenues en fonction de la concentration massique C de Carbopol. La perméabilité varie avec une pente de $-1{,}8$. Rappelons que dans le modèle de Kozeny-Carman, la pente est de -2 dans le cas idéal où la matrice solide du milieu poreux correspond à un empilement de sphères. En effet $K \propto \frac{{D_c}^2(1-C)^3}{C^2}$ et vue que dans les expériences $C \ll 1$, la perméabilité K est par conséquent proportionnelle à ${D_c}^2/C^2$, ce qui est proche de nos résultats expérimentaux. La perméabilité hydraulique des suspensions de microgel semble suivre une loi de Kozeny-Carman. Evaluons la valeur de la perméabilité dans le cas d'un empilement de sphères. Si on suppose que le diamètre moyen des microgels est de 6 µm, l'empilement est aléatoire très lâche ($\emptyset = 0{,}56, \mathcal{E} = 0{,}44$) donne une perméabilité $K = 5{,}4\ 10^{-14} m^{-2}$, l'empilement aléatoire lâche ($\emptyset = 0{,}60, \mathcal{E} = 0{,}4$) $K = 3{,}5\ 10^{-14} m^{-2}$ et l'empilement aléatoire compact ($\emptyset = 0{,}64, \mathcal{E} = 0{,}375$) $K = 2.7\ 10^{-14} m^{-2}$. Si on compare avec les perméabilités mesurées (Figure.2- 15, Figure.2-8) on constate que ces ordres de grandeur sont cohérents avec nos valeurs.

Dans le cas de la convection de Rayleigh-Bénard dans un milieu poreux, le nombre de Rayleigh est donné par Nield et Bejan [40] :

$$Ra_p = \frac{K \rho_l g \beta_l \Delta T d}{\kappa_l \mu_l} \qquad (2.11)$$

avec K la perméabilité, ρ, β, κ, μ respectivement la masse volumique, le coefficient de dilatation thermique, le coefficient de diffusivité thermique et la viscosité dynamique. Les index l et s désignent les phases liquide et solide respectivement $\kappa_* = \mathcal{E}.\kappa_l + (1-\mathcal{E}).\kappa_s$ est la diffusivité thermique équivalente avec $\mathcal{E}$ la porosité. Dans notre cas la diffusivité thermique de l'eau et des microgels doivent être très proches car les microgels sont composés presque exclusivement d'eau donc $\kappa_* = \kappa_l$

Sur la base d'une analyse de stabilité linéaire pour un fluide newtonien, la valeur critique (pour lequel on observe le passage durégime conductif au régime convectif) de ce nombre de Rayleigh se trouve égale à $4\pi^2$ (environ 39,48) (Nield et Bejan [40]). Plusieurs études expérimentales ont confirmé cette valeur [41] [42]. Grâce aux mesures de perméabilité des gels présentée plus haut, tous les paramètres dans

l'Equation 2.11 peuvent être estimés. Pour le gel de seuil= 0,02Pa, on obtient $Ra_p = 0{,}0003$. (où d=17mm, $K \approx 3 \times 10^{-14} m^2$, $\rho = 996{,}43\ kg/m^3$, $g = 9{,}81\ m/s^2$, $\beta = 0{,}00028\ K^{-1}$, $\Delta T = 36{,}1\ K$, $d = 0{,}017m$, $\kappa = 1{,}47 \times 10^{-7}\ m^2/s$, $\mu = 0{,}001\ Pa \cdot s$)

On constate que les valeurs obtenues sont très éloignées de la valeur théorique $4\pi^2$. Il y a environ 5 décades de différence. Il faudrait des perméabilités beaucoup plus grande pour s'approcher de $4\pi^2$. D'après les mesures de perméabilité, aucun chemin privilégié d'écoulement de fluide n'a été observé Cela aurait eu pour effet d'augmenter les valeurs de K car la section de passage aurait été plus faible. Néanmoins, la mesure de perméabilité comme réalisée dans nos expériences pourrait, peut-être, introduire un biais en homogénéisant la suspension de microgels déformables. En effet, l'écoulement de fluide à travers l'échantillon de gel de Carbopol peut réorganiser le milieu déformable faiblement percolé pour l'amener vers un milieu plus organisé et compact. Cela entrainerait une perméabilité plus petite. La perméabilité pourrait être diminuée par la déformabilité des microgels. Cet ensemble de phénomènes peut entrainer des perméabilités moins représentatives de celles réellement mises en œuvre dans la cavité de Rayleigh-Bénard. Il se pourrait également que la mise en mouvement du gel sous les effets de contrainte soit prépondérante devant la mise en mouvement du liquide dans le milieu poreux. L'approche milieux poreux pour prédire l'apparition de l'instabilité de Rayleigh-Bénard ne semble pas pertinent et en tous les cas beaucoup plus complexe.

7. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons mis en relation les propriétés rhéologiques des fluides à seuil sur l'apparition de la convection de Rayleigh-Bénard pour des conditions d'adhérence du fluide aux parois. Le glissement à la paroi, phénomènes caractéristiques importants des fluides à seuil, a été maîtrisé et éliminé.

L'apparition de la convection dans les fluides à seuil a été mise en évidence. L'apparition de la convection est gouvernée $\beta \Delta T_c / \tau_y \propto d^{-1}$ i.e. le nombre de Rayleigh critique varie en d

La prise en compte du comportement élasto-plastique en dessous du seuil a permis d'établir que le nombre de seuil $Y = \frac{\tau_y}{\rho g \beta \Delta T d}$ était le paramètre pertinent. Pour la géométrie de Rayleigh Bénard circulaire, on trouve ${Y_c}^{-1} = 80 \pm 10\%$. C'est l'hypothèse la plus robuste. L'approche élasto-visqueuse ne donne pas des résultats claires et demanderait à être approfondie.

L'approche prenant en compte le fluage lent d'Andrade en dessous du seuil de contrainte et faisant intervenir le concept d'écrouissage cinématique permet de construire un critère cohérent avec les résultats sur l'apparition de la convection.

L'approche microscopique de l'instabilité de Rayleigh Bénard en considérant les gels utilisées comme un milieu poreux ne semble pas pertinente et dans tous les cas plus complexe. Les perméabilités mesurées des gels sont très éloignées des perméabilités nécessaires pour valider cette approche.

Cette étude montre qu'il faut considérer un modèle plus réaliste de la transition solide-liquide pour comprendre l'apparition de la convection dans les fluides à seuil. Pour établir théoriquement un critère d'apparition d'instabilité il apparaît nécessaire de déployer une modélisation faisant intervenir un modèle d'Herschell-Bulkley élastoviscoplastique ou une loi plus complexe faisant intervenir la notion d'écrouissage cinématique. Ces lois permettent des représentations plus réalistes du comportement en dessous du seuil et la transition solide-liquide.

Bibliographie

[1] J. Zhang, D. Vola, et I. A. Frigaard, « Yield Stress Effects on Rayleigh–Bénard Convection », *J. Fluid Mech.*, vol. 566, p. 389-419, 2006.

[2] N. J. Balmforth et A. C. Rust, « Weakly nonlinear viscoplastic convection », *J. Non-Newton. Fluid Mech.*, vol. 158, n° 1-3, p. 36-45, mai 2009.

[3] M. Darbouli, C. Métivier, J.-M. Piau, A. Magnin, et A. Abdelali, « Rayleigh-Bénard convection for viscoplastic fluids », *Phys. Fluids 1994-Present*, vol. 25, n° 2, p. 023101, févr. 2013.

[4] Z. Kebiche, C. Castelain, et T. Burghelea, « Experimental investigation of the Rayleigh–Bénard convection in a yield stress fluid », *J. Non-Newton. Fluid Mech.*, vol. 203, p. 9-23, janv. 2014.

[5] M. Darbouli, « Contrôle des transferts thermiques et du développement d'instabilité de Rayleigh-Bénard dans les fluides à seuil. »

[6] J. M. Piau, « Carbopol gels: Elastoviscoplastic and slippery glasses made of individual swollen sponges: Meso- and macroscopic properties, constitutive equations and scaling laws », *J. Non-Newton. Fluid Mech.*, vol. 144, n° 1, p. 1-29, juin 2007.

[7] F. K. Oppong, J. R. de Bruyn, « Microrheology and jamming in a yield-stress fluid », *Rheol. Acta*, vol. 50, n° 4, p. 317-326, 2011.

[8] H. A. Barnes, « A review of the slip (wall depletion) of polymer solutions, emulsions and particle suspensions in viscometers: its cause, character, and cure. »

[9] A. Magnin et J. M. Piau, « Cone-and-plate rheometry of yield stress fluids. Study of an aqueous gel », *J. Non-Newton. Fluid Mech.*, vol. 36, p. 85-108, déc. 1990.

[10] C. Métivier et A. Magnin, « The effect of wall slip on the stability of the Rayleigh–Bénard Poiseuille flow of viscoplastic fluids », *J. Non-Newton. Fluid Mech.*, vol. 166, n° 14-15, p. 839-846, août 2011.

[11] R. J. Ketz Jr, R. K. Prud'homme, et W. W. Graessley, « Rheology of concentrated microgel solutions », *Rheol. Acta*, vol. 27, n° 5, p. 531-539, sept. 1988.

[12] F. K. Oppong, L. Rubatat, B. J. Frisken, A. E. Bailey, et J. R. de Bruyn, « Microrheology and structure of a yield-stress polymer gel », *Phys. Rev. E Stat. Nonlin. Soft Matter Phys.*, vol. 73, n° 4 Pt 1, p. 041405, avr. 2006.

[13] D. Lee, I. A. Gutowski, A. E. Bailey, L. Rubatat, J. R. de Bruyn, et B. J. Frisken, « Investigating the microstructure of a yield-stress fluid by light scattering », *Phys. Rev. E Stat. Nonlin. Soft Matter Phys.*, vol. 83, n° 3 Pt 1, p. 031401, mars 2011.

[14] P. Moller, A. Fall, V. Chikkadi, D. Derks, et D. Bonn, « An attempt to categorize yield stress fluid behaviour », *Philos. Trans. R. Soc. Math. Phys. Eng. Sci.*, vol. 367, n° 1909, p. 5139-5155, déc. 2009.

[15] A. Ragouilliaux, G. Ovarlez, N. Shahidzadeh-Bonn, B. Herzhaft, T. Palermo, et P. Coussot, « Transition from a simple yield stress fluid to a thixotropic material », *Phys. Rev. E Stat. Nonlin. Soft Matter Phys.*, vol. 76, p. 051408, 2007.

[16] P. Coussot, L. Tocquer, C. Lanos, et G. Ovarlez, « Macroscopic vs. local rheology of yield stress fluids », *J. Non-Newton. Fluid Mech.*, p. 85-90, 2009.

[17] T. Divoux, D. Tamarii, C. Barentin, et S. Manneville, « Transient Shear Banding in a Simple Yield Stress Fluid », *Phys. Rev. Lett.*, vol. 104, n° 20, mai 2010.

[18] T. Divoux, C. Barentin, et S. Manneville, « From stress-induced fluidization processes to Herschel-Bulkley behaviour in simple yield stress fluids », *Soft Matter*, vol. 7, nº 18, p. 8409-8418, sept. 2011.
[19] T. Divoux, C. Barentin, et S. Manneville, « Stress overshoot in a simple yield stress fluid: an extensive study combining rheology and velocimetry », *Soft Matter*, vol. 7, nº 19, p. 9335, 2011.
[20] F. Caton, C. Baravian « Plastic behavior of some yield stress fluids: From creep to long-time yield », *Rheol. Acta*, vol. 47, nº 5, p. 601-607, 2008.
[21] E. N. da C. Andrade, « On the Viscous Flow in Metals, and Allied Phenomena », *Proc. R. Soc. Lond. Math. Phys. Eng. Sci.*, vol. 84, nº 567, p. 1-12, juin 1910.
[22] H. Nechad, A. Helmstetter, R. El Guerjouma, et D. Sornette, « Creep Ruptures in Heterogeneous Materials », *Phys. Rev. Lett.*, vol. 94, nº 4, p. 045501, janv. 2005.
[23] P. Coussot, H. Tabuteau, X. Chateau, L. Tocquer, et G. Ovarlez, « Aging and solid or liquid behavior in pastes. J Rheol », *J. Rheol.*, vol. 50, nº 6, p. 975, 2006.
[24] M.-C. Miguel, A. Vespignani, M. Zaiser, et S. Zapperi, « Dislocation Jamming and Andrade Creep », *Phys. Rev. Lett.*, vol. 89, nº 16, p. 165501, sept. 2002.
[25] P. C. F. Møller, A. Fall, et D. Bonn, « Origin of apparent viscosity in yield stress fluids below yielding », *EPL Europhys. Lett.*, vol. 87, nº 3, p. 38004, août 2009.
[26] C. J. Dimitriou, R. H. Ewoldt, et G. H. McKinley, « Describing and prescribing the constitutive response of yield stress fluids using large amplitude oscillatory shear stress (LAOStress) », *J. Rheol. 1978-Present*, vol. 57, nº 1, p. 27-70, janv. 2013.
[27] J. Lemaitre et J.-L. Chaboche, *Mechanics of Solid Materials*. Cambridge University Press, 1994.
[28] D. T. Thibaut Divoux, « Yielding dynamics of a Herschel-Bulkley fluid: A critical-like fluidization behaviour », *Soft Matter*, vol. 8, nº 15, 2011.
[29] N. Mougin, A. Magnin, « The significant influence of internal stresses on the dynamics of bubbles in a yield stress fluid », *J. Non-Newton. Fluid Mech.*, vol. s 171-172, p. 42–55, 2012.
[30] C. Métivier, Y. Rharbi, A. Magnin, et A. Bou Abboud, « Stick-slip control of the Carbopol microgels on polymethyl methacrylate transparent smooth walls », *Soft Matter*, vol. 8, nº 28, p. 7365-7367, juin 2012.
[31] G. Forrest et W. L. Wilkinson, « Laminar heat transfer to temperature-dependent Bingham fluids in tubes », *Int J Heat Mass Transf.*, vol. 16, p. 2377-2391, 1973.
[32] M. Naimi, R. Devienne, et M. Lebouché, « Etude dynamique et thermique de l'écoulement de Couette-Taylor-Poiseuille: cas d'un fluide présentant un seuil d'écoulement », *Int. J. Heat Mass Transf. - INT J HEAT MASS Transf.*, vol. 33, nº 2, p. 381-391, 1990.
[33] C. Nouar, R. Devienne, et M. Lebouché, « Convection thermique pour un fluide de Herschel—Bulkley dans la région d'entrée d'une conduite », *Int. J. Heat Mass Transf. - INT J HEAT MASS Transf.*, vol. 37, nº 1, p. 1-12, 1994.
[34] J. Peixinho, C. Desaubry, et M. Lebouché, « Heat transfer of a non-Newtonian fluid (Carbopol aqueous solution) in transitional pipe flow », *Int. J. Heat Mass Transf.*, vol. 51, nº 1-2, p. 198-209, janv. 2008.
[35] A. M. V. Putz et T. I. Burghelea, « The solid–fluid transition in a yield stress shear thinning physical gel », *Rheol. Acta*, vol. 48, nº 6, p. 673-689, juill. 2009.

[36] A. Ambari, B. Gauthier-Manuel, et E. Guyon, « An Experimental Measurement of the Permeability of Deformable Porous Media », *MRS Online Proc. Libr.*, vol. 85, p. null-null, 1986.
[37] V. Lelièvre, *Rhéologie et filtration de dispersions aqueuses de nanoparticules d'hectorite en relation avec la structuration des dépôts*. Grenoble, INPG, 2005.
[38] R. J. Schmidt et S. W. Milverton, « On the Instability of a Fluid when Heated from below », *Proc. R. Soc. Lond. Ser. Math. Phys. Sci.*, vol. 152, n° 877, p. 586-594, nov. 1935.
[39] A. Davaille, B. Gueslin, A. Massmeyer, et E. D. Giuseppe, « Thermal instabilities in a yield stress fluid: Existence and morphology », *J. Non-Newton. Fluid Mech.*, vol. 193, p. 144-153, mars 2013.
[40] D. A. Nield et A. Bejan, *Convection in Porous Media*, 3rd ed. .
[41] Y. Katto et T. Masuoka, « Criterion for the onset of convective flow in a fluid in a porous medium », *Int. J. Heat Mass Transf.*, vol. 10, n° 3, p. 297-309, mars 1967.
[42] T. Kaneko, M. F. Mohtadi, et K. Aziz, « An experimental study of natural convection in inclined porous media », *Int. J. Heat Mass Transf.*, vol. 17, n° 4, p. 485-496, avr. 1974.

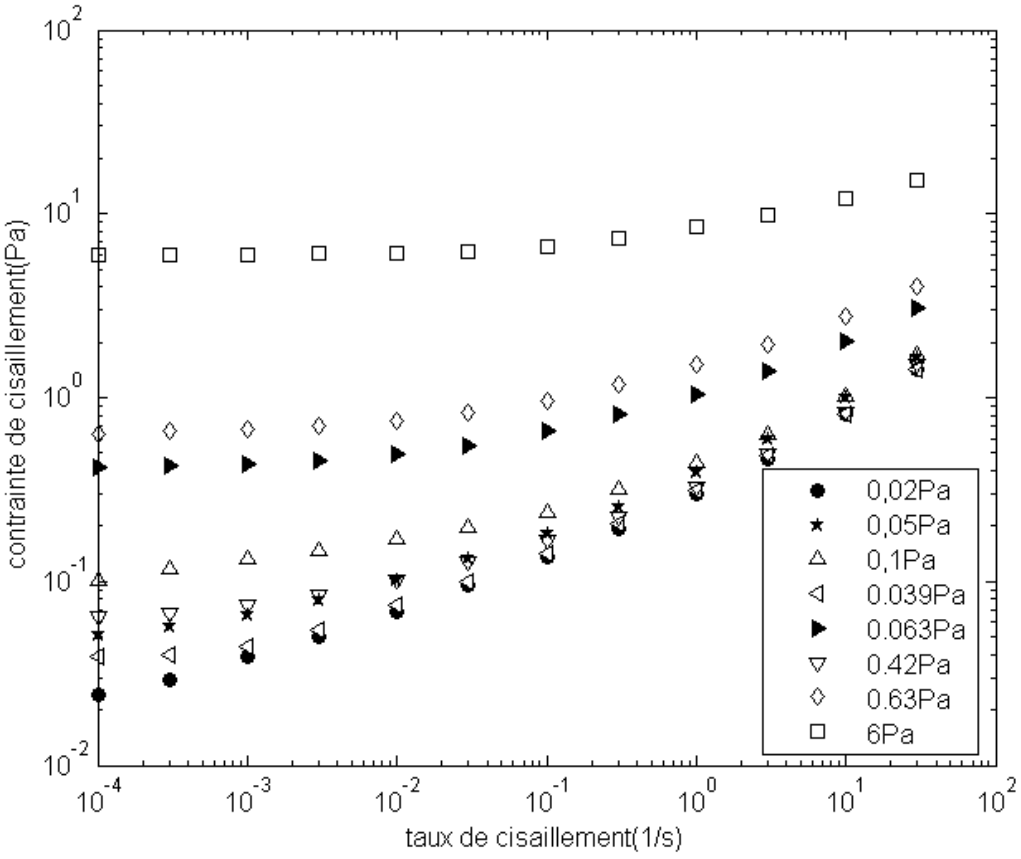


Figure.2- 1 Evolution de la contrainte en fonction du gradient de cisaillement en régime permanent des gels de Carbopol utilisés dans les mesures rhéomètriques (0,02Pa, 0,05Pa, 0.1Pa) et de la perméabilité (0,039Pa, 0,063Pa, 0,42Pa, 0,63Pa et 6Pa), Température : 25°C

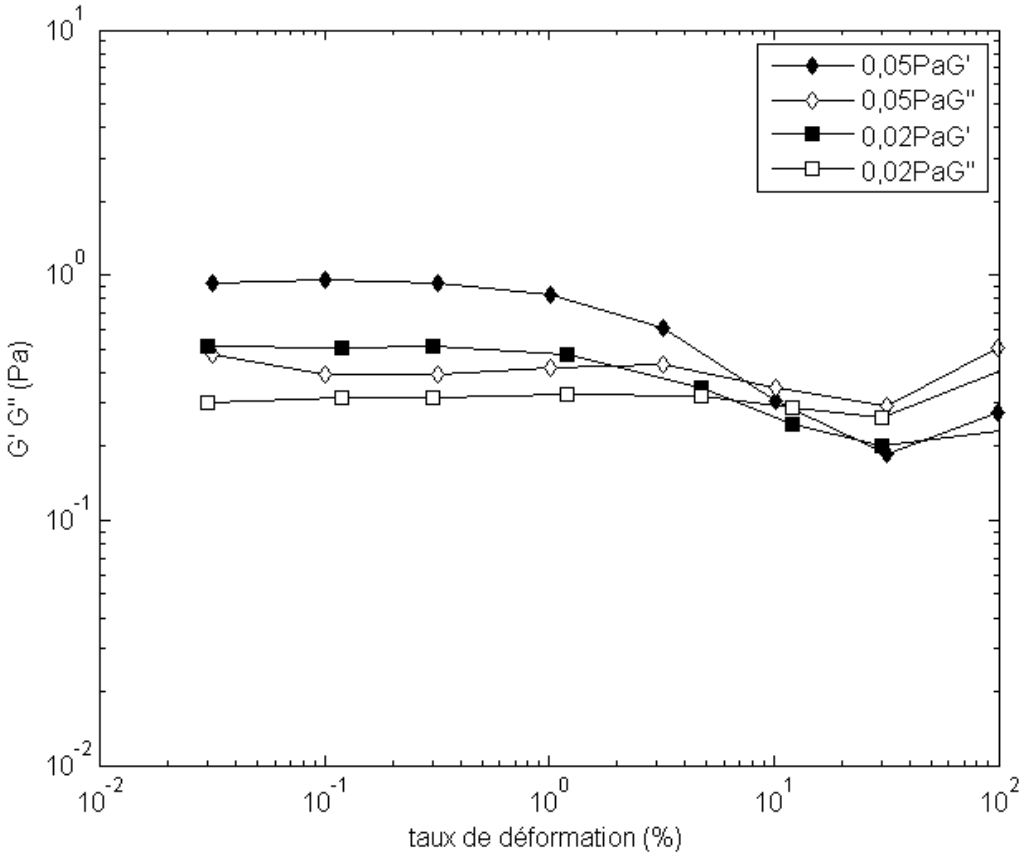


Figure.2- 2 Evolution des modules élastique et visqueux G' et G'' en fonction de la déformation pour 2 gels de Carbopol à $\boldsymbol{\omega = 10\, rad/s}$.

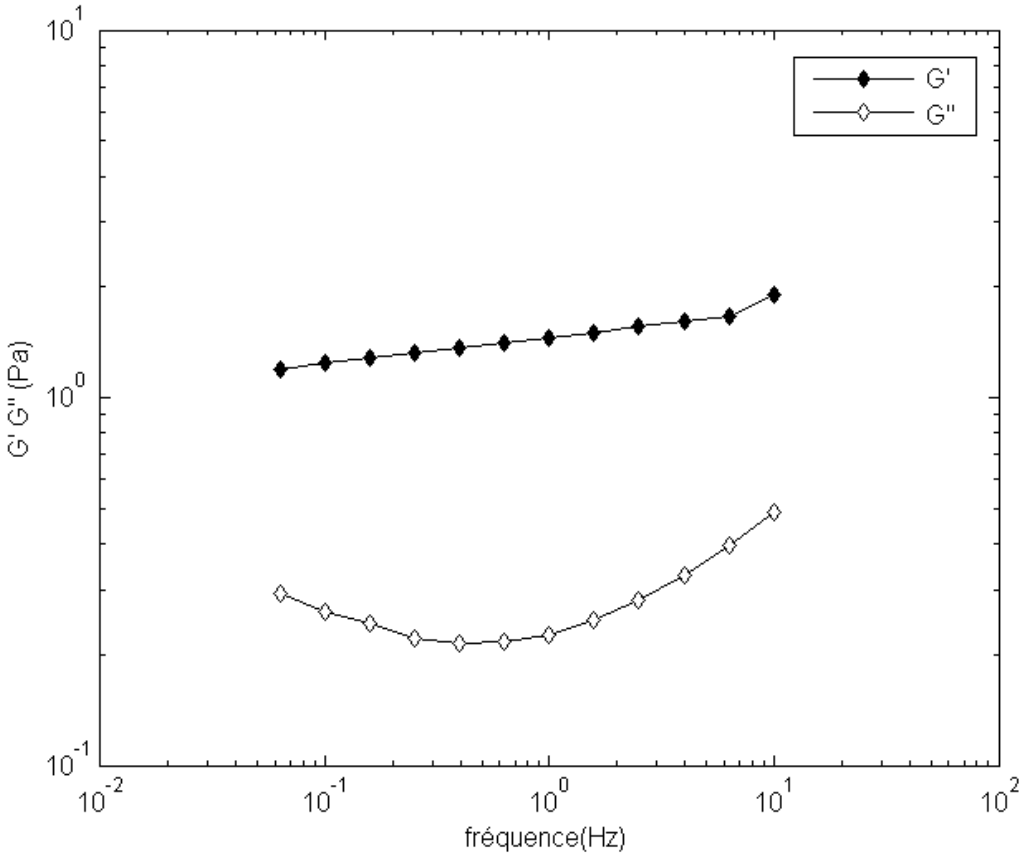


Figure.2- 3 Evolution des modules élastique et visqueuxG' et G'' en fonction de la fréquence pour le gel de Carbopol de 0.05Pa à une déformation $\boldsymbol{\gamma = 0.5\%}$

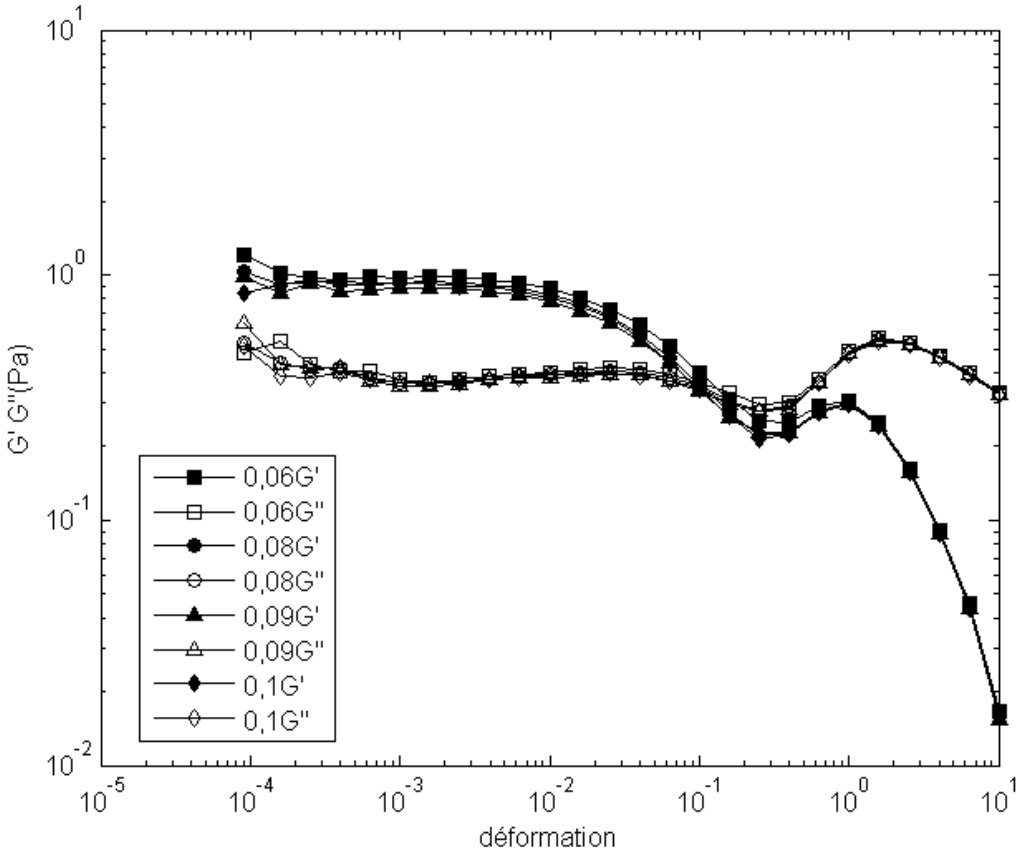


Figure.2- 4 Evolution des modules élastique et visqueux G' et G'' en fonction de la déformation pour différentes de l'intensité des précisaillements, 0,06Pa (carré), 0,08Pa (cercle), 0,09Pa (triangle) et 0,1Pa (diamant). On constate que les valeurs de G' et G'' sont superposées dans les différents cas de précisaillement. ($\boldsymbol{\omega} = \mathbf{10}\,\boldsymbol{rad/s}$)

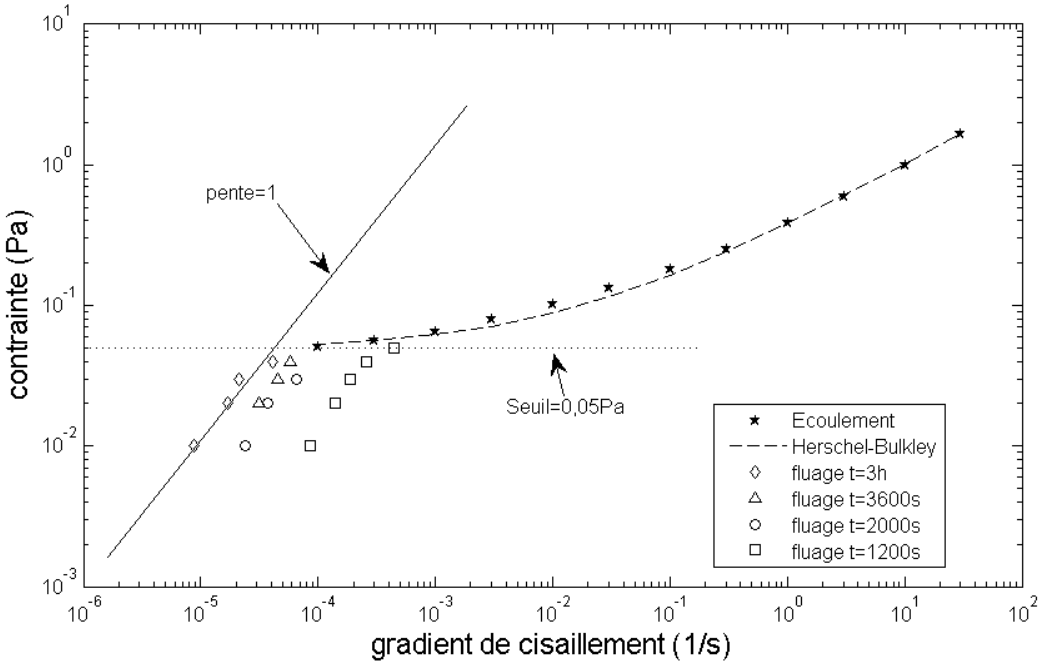


Figure.2- 5 Evolution de la contratite de cisaillement en fonction du gradient de cisaillement pour des éxpériences de fluage en fonction du temps des essais de fluages pour un gel de Carbopol de seuil 0.05 Pa. Les courbes de fluage sont finalement connectées avec la courbe obtenue par la mesure en écoulement (étoile) qui est adaptée à la loi d'Herschel-Bulkley

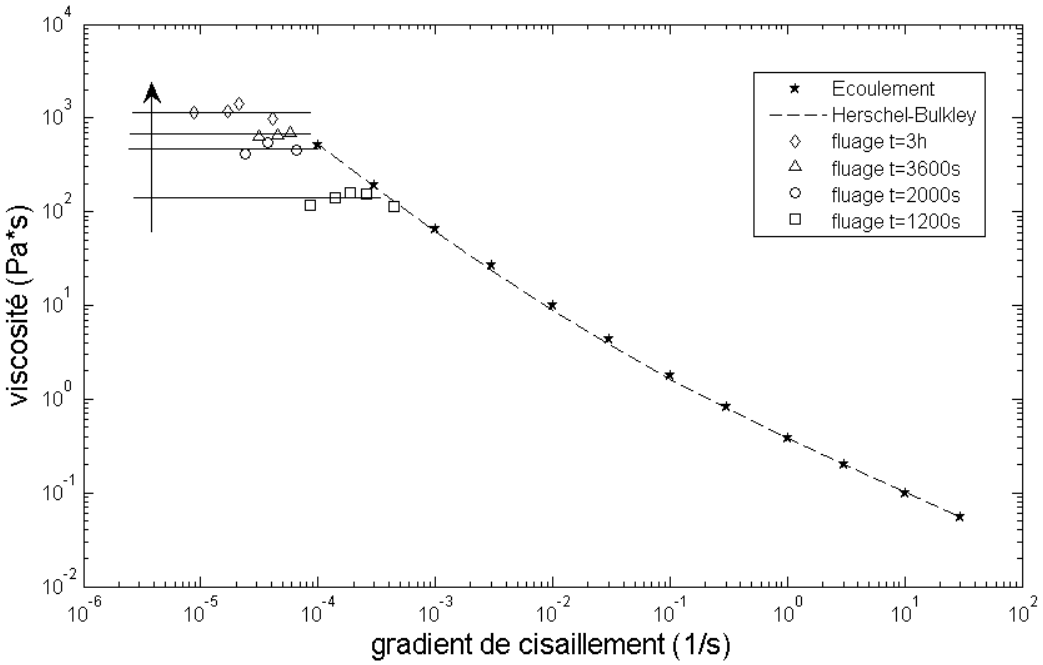


Figure.2- 6 Evolution de la viscosité en fonction du gradient de cisaillement mesurée par fluage pour le gel de Carbopol de seuil 0.05 Pa. Les étoiles correspondent au régime permanent en écoulement

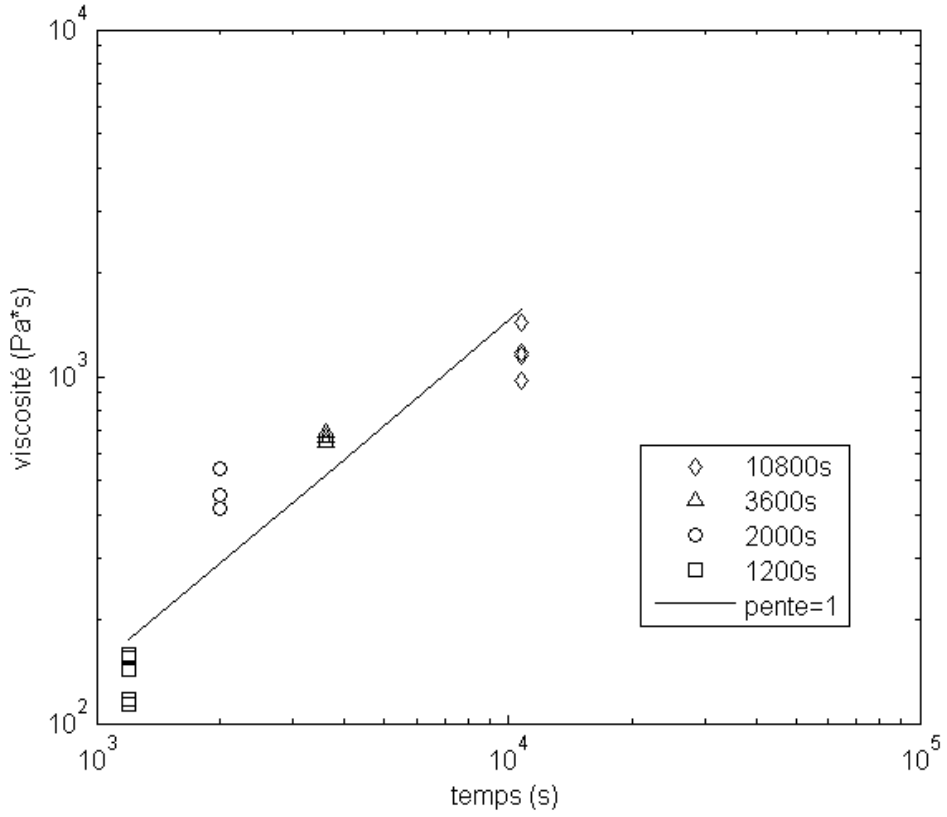


Figure.2- 7 Viscosité de fluage en-dessous de la contrainte seuil en fonction de temps à 25℃

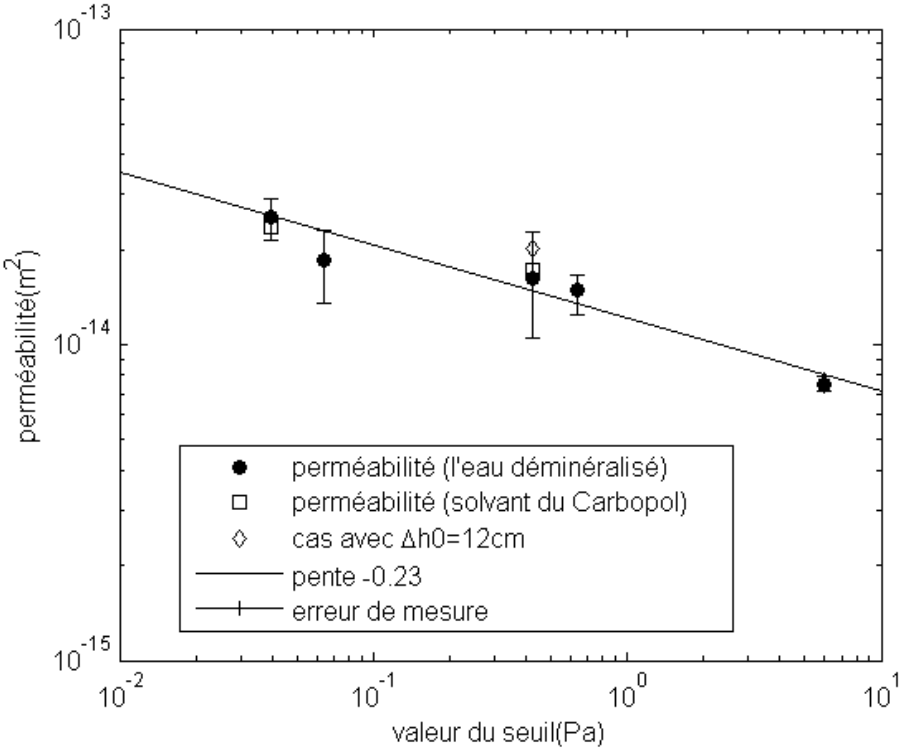


Figure.2- 8 Evolution de la perméabilité en fonction du seuil d'écoulement des gels de Carbopol en fonction de la nature de la phase liquide (par l'eau déminéralisée ou par le solvant de Carbopol) et de la hauteur initiale de fluide (2cm et un cas de 12cm). (Température ambiante)

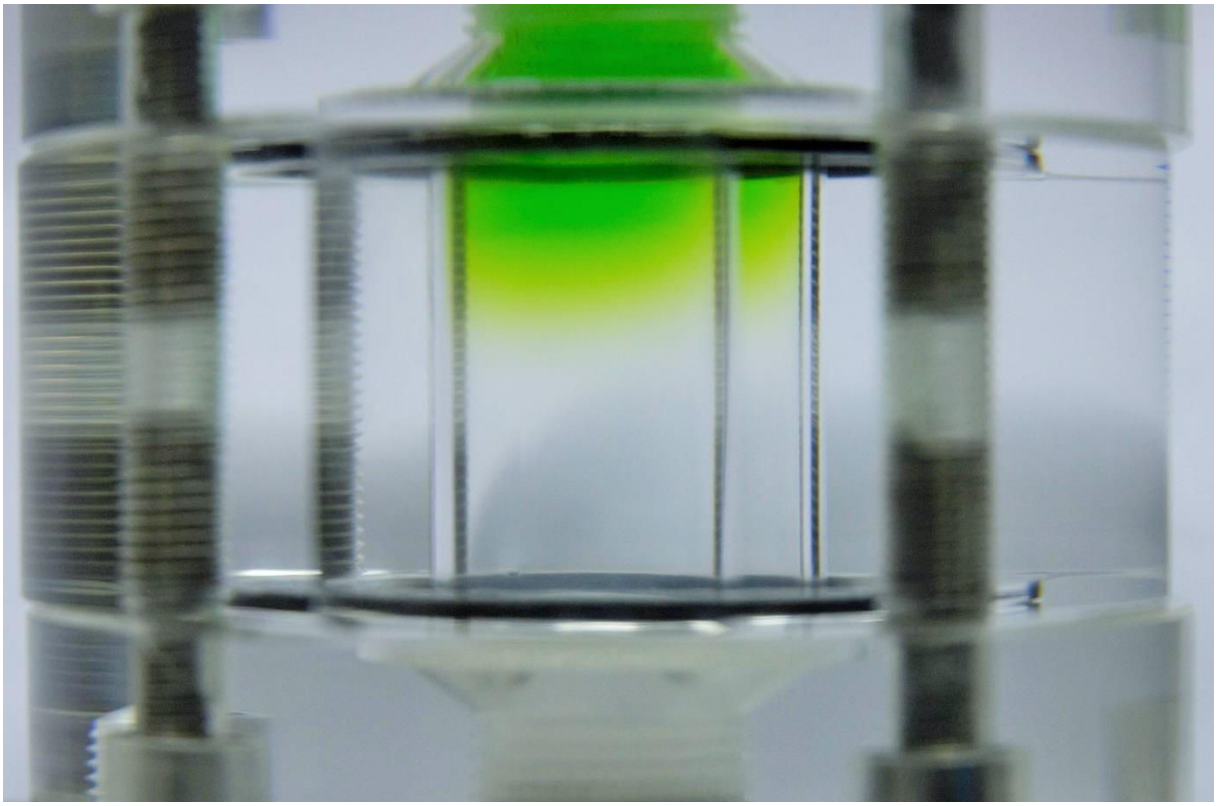


Figure.2- 9 Expérience de la perméabilité avec l'eau coloré. On n'observe pas de chemin privilégié. Le déplacement du fluide mouvement est homogène

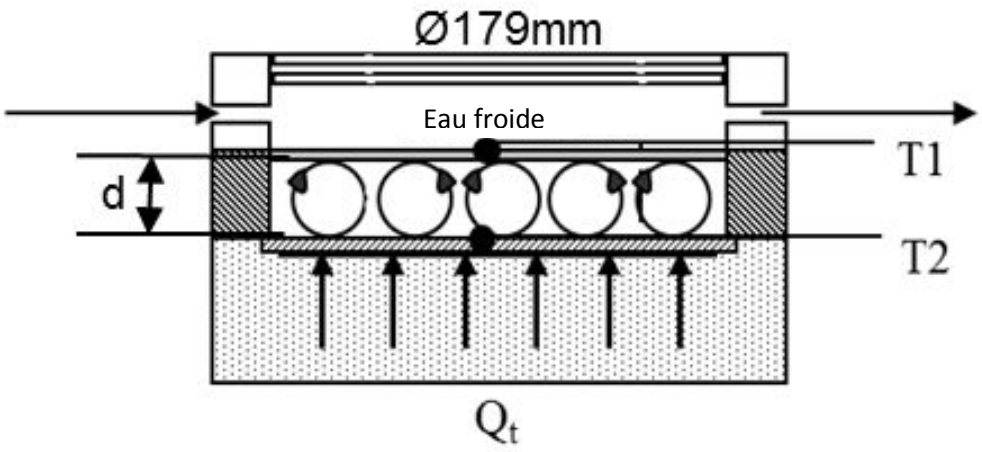


Figure.2- 10 Cellule circulaire de Rayleigh-Bénard, T1 pour le thermocouple de côté froid, T2 pour le thermocouple de côté chaud.

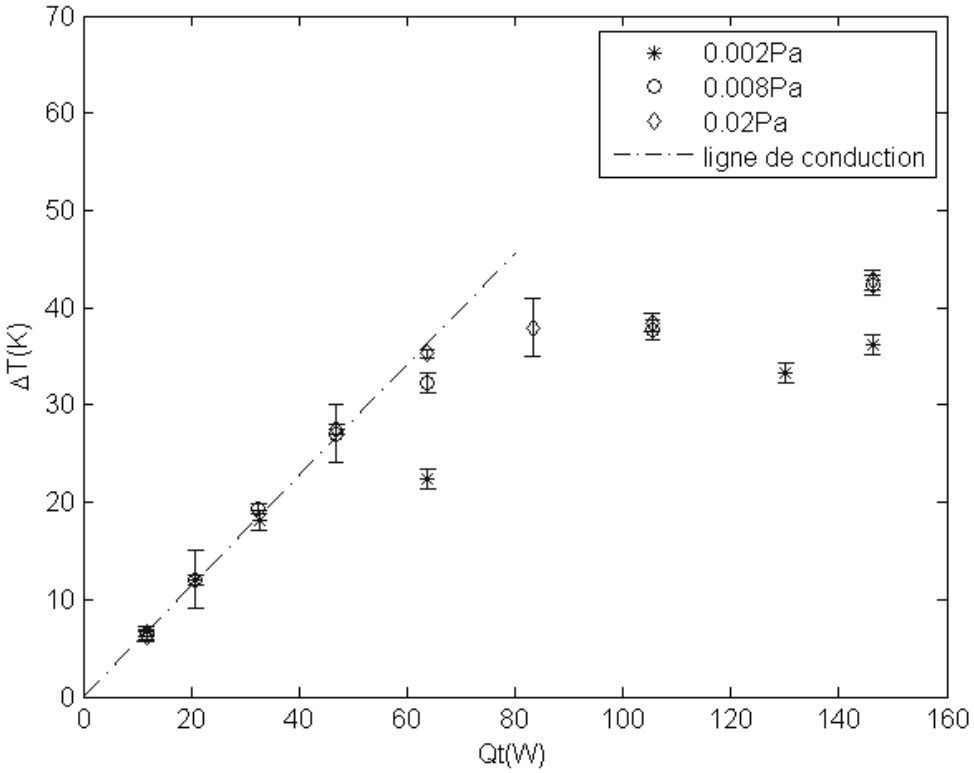


Figure.2- 11 d=10mm, la différence de température en fonction de la puissance, la ligne pointillée représente le régime conductif, dans lequel toutes les échantillons partagent la même pente avec d fixée

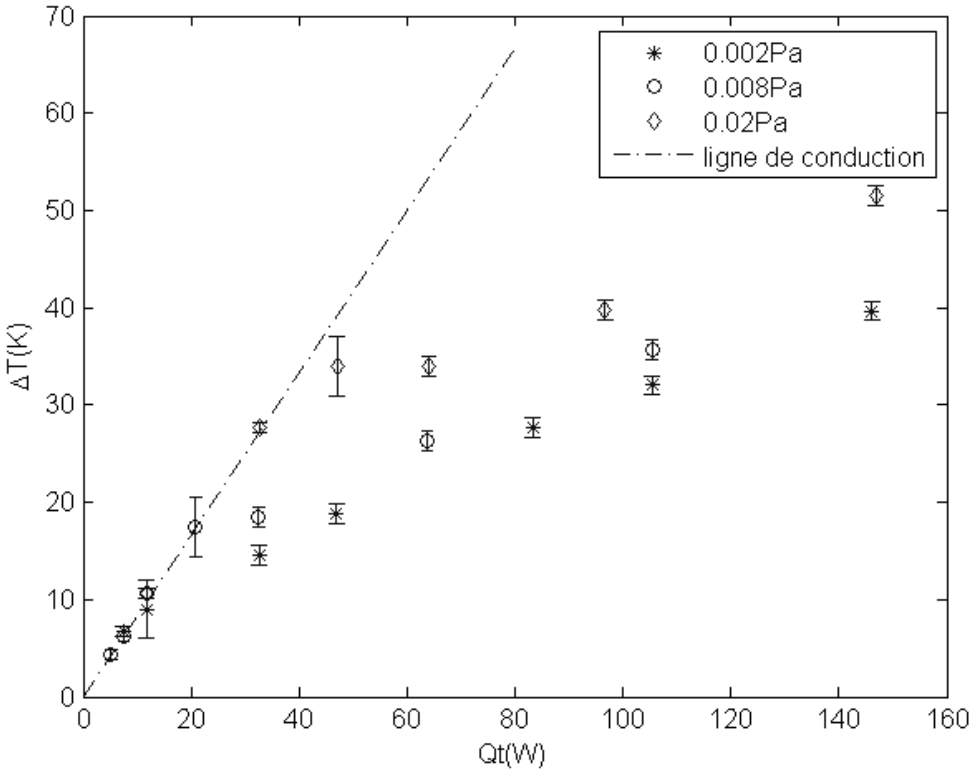


Figure.2- 12 d=17mm, la différence de température en fonction de la puissance, la ligne pointillée représente le régime conductif

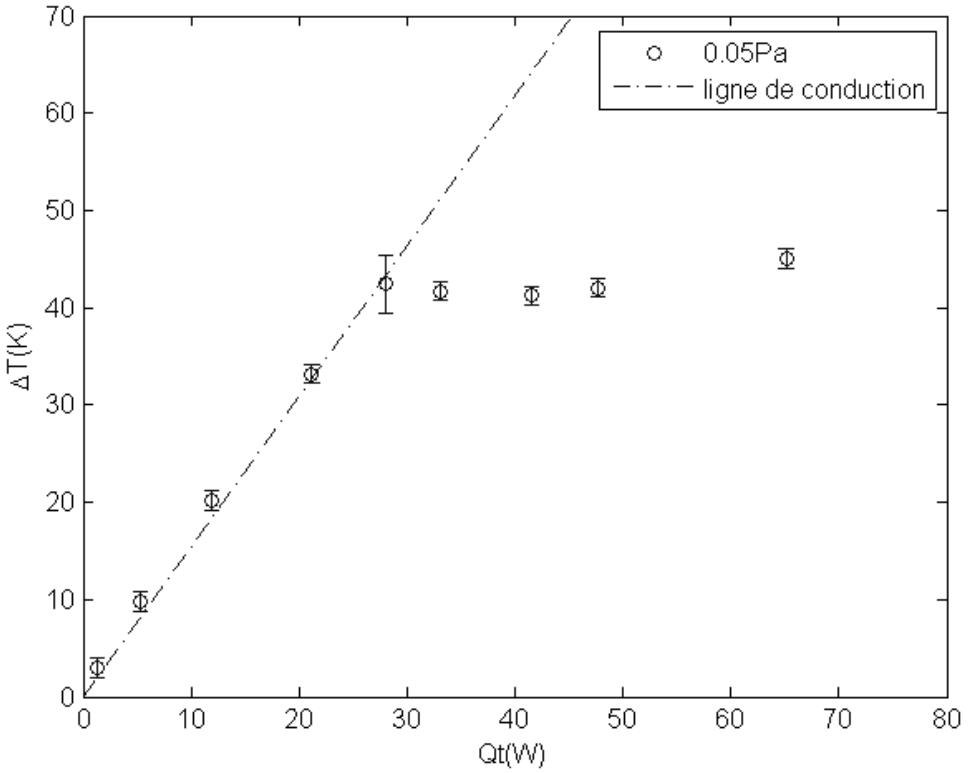


Figure.2- 13 d=30mm, la différence de température en fonction de la puissance, la ligne pointillée représente le régime conductif

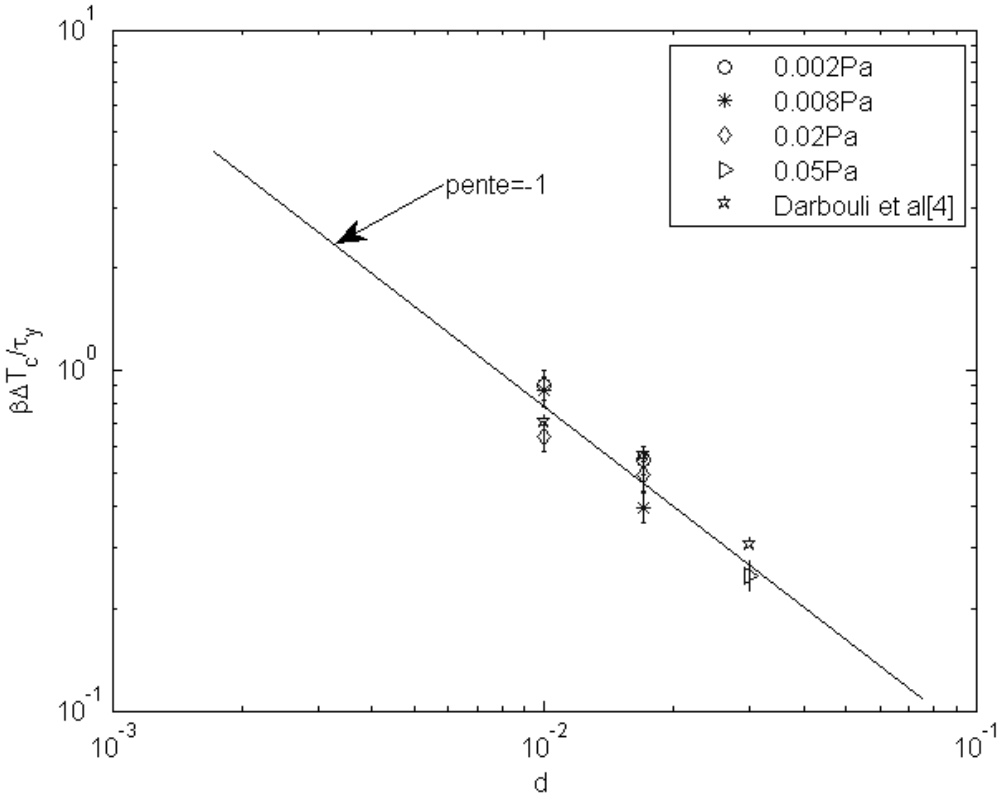


Figure.2- 14 Variation de $\boldsymbol{\beta\Delta T_c/\tau_y}$ en fonction de d en comparaison avec les résultats de Darbouli et al. [3], on a retrouvé un ordre -1 dans les erreurs considérables (vu les barres des erreurs) pour $\boldsymbol{\beta\Delta T_c/\tau_y}$ par rapport à d

τ_y(Pa)	K	n	G' (Pa)	G" (Pa)	τ_c(Pa)
0,02	0,27	0,47	0,51	0,31	0,022
0,05	0,34	0,46	0,95	0,39	0,047

Tableau.2- 1 Paramètres des gels de Carbopol utilisés pour les mesures viscoélastiques et de fluage

τ_y(Pa)	c	$\Delta h_0(cm)$	K (m^2)
0.039	0.045%	2.06386	2.54E-14
0.063	0.047%	2.06295	1.86E-14
0.42	0.059%	2.05459	1.62E-14
0.63	0.062%	2.20107	1.50E-14
5.99	0.094%	2.19150	7.46E-15

Tableau.2- 2 Résultats des valeurs de perméabilité pour les différents gels de Carbopol

Carbopol	concentration	K	n
0,002Pa	0,038%wt	0,095	0,6
0,008Pa	0,041%wt	0,27	0,49
0,02Pa	0,042%wt	0,37	0,46
0,05Pa	0,046%wt	0,43	0,44

Tableau.2- 3 Paramètres des modèles de Herschel-Bulkley pour les gels Carbopol utilisé dans les expériences de la convection de Rayleigh-Bénard (mélangés avec les cristaux liquides, plus de détails voir chapitre 3)

Y_c^{-1}	0,002Pa	0,008Pa	0,02Pa	0,05Pa
10mm	**88**	**85**	**62**	
17mm	**90**	**65**	**81**	
30mm				**68**

Tableau.2- 4 Y_c^{-1} calculés pour les gels de Carbopol avec les trois hauteurs

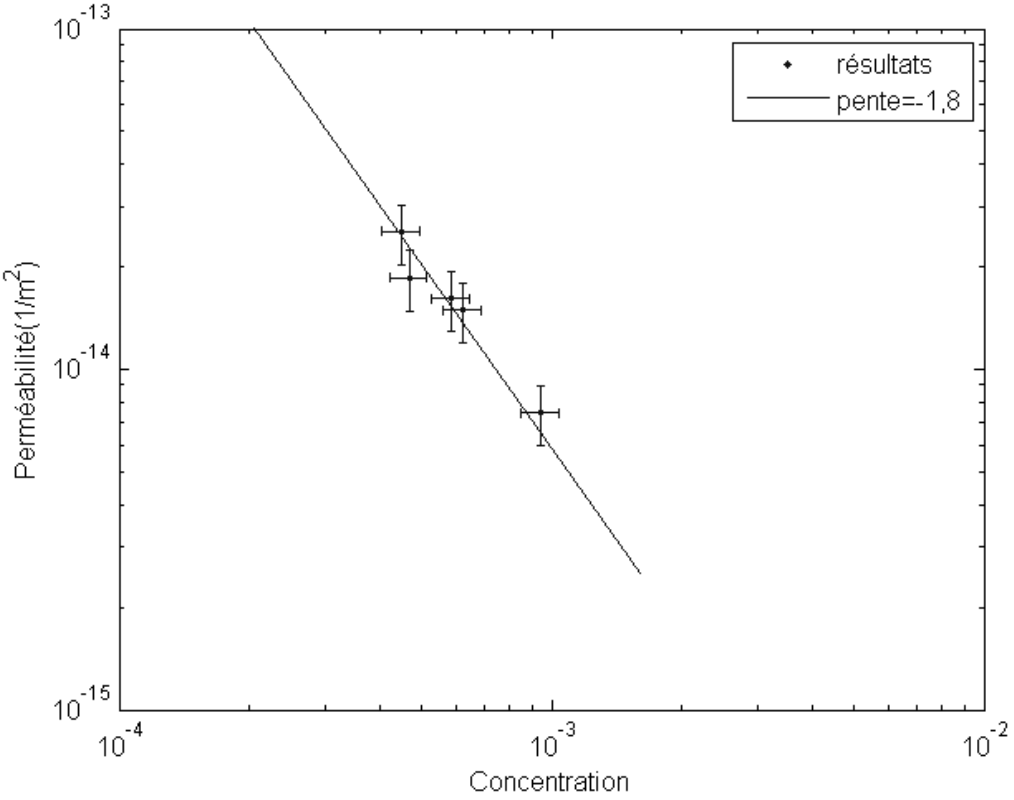


Figure.2- 15 Perméabilité en fonction de la concentration massique, l'ordre de la pente est de -1,8

Chapitre 3

Convection de Rayleigh Bénard dans une cellule cylindrique: détection et observations

1. Introduction

La convection de Rayleigh-Bénard est un problème classique des transferts thermiques. Depuis les années 1900, les études pour les fluides newtoniens ont été largement développées dans ce domaine et les phénomènes bien compris [1]-[2]. Par contre la complexité du comportement non-newtonien rend le nombre d'études beaucoup moins élevé. Parmi les comportements non newtoniens, les études sur les fluides à seuil d'écoulement sont encore plus rares. La spécificité de la nature du seuil d'écoulement rend la compréhension du démarrage de l'instabilité de Rayleigh-Bénard caractérisant le passage du régime conductif à convectif plus complexe. De plus, les fluides à seuil du fait de leur structure peuvent glisser aux parois [3]-[4], ce phénomène introduit une nouvelle complexité.

Les expérimentateurs comme Balmforth et al. [5], Darbouli [6] et Kebiche [7], ont détecté le démarrage de convection dans les gels de Carbopol. Ces fluides sont très souvent utilisés car ils sont considérés comme des fluides à seuil modèle, notamment, pour leur absence de thixotropie significative et leur transparence. Balmforth et Rust [5] sont les premiers à montrer que pour une perturbation d'amplitude forte, la convection s'initie. Avec une configuration cylindrique, Darbouli et al. [6] sont les premiers à mener des études expérimentales bien contrôlées. Ils ont mené des expériences et ont observé l'apparition d'instabilités thermoconvectives dans des gels de Carbopol sans l'ajout de perturbation contrairement à [5]. Darbouli et al. [6] ont par ailleurs mis en évidence l'influence du seuil et des conditions aux limites sur le démarrage de la convection. En termes de conditions aux limites, ces auteurs se sont principalement consacrés à l'influence du glissement aux parois. Toutefois, ils ont étudiés un cas avec adhérence à la paroi permettant de démontrer l'influence significative des conditions aux limites. Kebiche et al. [7] ont étudié le problème de Rayleigh-Bénard dans une configuration rectangulaire avec un rapport d'aspect de 9,3 ($\Gamma = longeur/hauteur$). Les valeurs critiques liées au déclenchement de l'instabilité se trouvent différentes de celles de Darbouli et al. [6]. Dans leur étude, les conditions limites sont différentes et, notamment, ils ne tiennent pas compte du glissement aux parois. Pourtant, l'effet de glissement est connu pour jouer un rôle important sur les écoulements [3] [4]. Il influence beaucoup le démarrage de l'instabilité [6] [8] [9].

Sur la base d'une approche élasto-plastique du comportement du fluide, Darbouli et al. [6] ont introduit un nombre sans dimension $Y_c{}^{-1} = \frac{\rho g \beta \Delta T_c d}{\tau_y}$ qui est le paramètre de contrôle de l'apparition de la convection dans un fluide à seuil. Le nombre de seuil Y représente la contrainte de seuil d'écoulement sur la contrainte de poussée d'Archimède. Ce nombre a été également identifié comme paramètre de contrôle pour l'apparition des panaches thermiques dans un fluide à seuil [10]. Darbouli et al. [6] ont trouvé que les différences de température critiques pour lesquelles apparaît l'instabilité évoluent en d^{-1} alors que pour un fluide newtonien elles évoluent en d^{-3}. Ils ont établi la valeur critique de Y^{-1} environ 80 dans le cas non glissement à la paroi. Pour le cas de panache thermique [10], cette valeur est environ 120.

Du point de vue de la visualisation des phénomènes locaux, Darbouli et al. [6] ont réalisé des visualisations par l'ombroscopie dans le cas glissant et les visualisations par PIV dans une tranche dans le cas glissant et adhérent. Toutefois, le cas adhérent a été beaucoup moins approfondi. Par ailleurs, le champ de température global au sein du fluide n'a fait l'objet d'aucune étude ni dans les travaux de Balmforth et al. [5] ni ceux de Kebiche et al. [7].

Généralement, il existe deux méthodes pour mesurer les champs de températures, la méthode de fluorescence induite par laser et la méthode utilisant des cristaux liquides thermochromiques. Nous avons choisi les cristaux liquides pour nos expériences. L'intérêt des cristaux liquides thermochromiques (en anglais *Thermochromic liquid crystals* (TLC)) est que des couleurs visibles sont émises par les cristaux liquides lorsque leurs températures entrent dans leur gamme d'utilisation. Cet affichage de couleurs est réversible grâce aux propriétés physiques et chimiques stables des cristaux liquides. Il y a unicité de la correspondance couleur-température. Développés depuis le début des années 70, les cristaux liquides sont largement utilisés dans les laboratoires et aussi dans l'industrie.

Pour les utilisations en laboratoires, surtout dans les études thermiques, les cristaux liquides sont un des meilleurs indicateurs du champ de température. Nous pouvons les appliquer directement sur une surface ou les mélanger dans une

suspension. Si l'on les mélange avec la solution à étudier, les cristaux liquides sont souvent préparés sous forme d'une suspension chiral-nématique encapsulé. Par exemple, Stasiek [11] a ajouté des cristaux liquides dans une solution de glycérol et a réussi à extraire une isotherme dans le cas de la convection de Rayleigh-Bénard. On voit dans la Figure.3- 1 (extraite de son travail) clairement les lignes de courant ainsi qu'une isotherme (courbe la plus claire). Théoriquement, les cristaux liquides ont la capacité de montrer toutes les couleurs du rouge au violet dans la gamme de température choisie par l'utilisateur. La formulation du cristal liquide est spécifiquement adaptée à cette gamme. Les cristaux liquides qui ont une seule couleur et une température associée sont souvent utilisés dans les littératures pour tracer une ligne d'isotherme correspondante à la température demandée, et alors une caméra monochrome est suffisante pour la détection de champs thermique. Par exemple, dans le travail de Davaille et al. [10], ils ont mélangé trois suspensions des cristaux liquides de couleur vert et chacune correspondant à une température différente. Les lignes isothermes sont observées dans leur expérience du panache thermique. Vejrazka et al. [12] ont développé une méthode de calibration des couleurs des cristaux liquides pour qu'on puisse avoir une gamme plus large de température. Ils ont atteint une précision de 0,1℃.

Le but de cette étude est de se concentrer sur la détection et la morphologie de la convection de Rayleigh Bénard dans une cellule cylindrique par des méthodes thermiques et par visualisation du champ de température avec des cristaux liquides thermochromiques. Les conditions limites aux parois seront maîtrisées pour s'assurer de l'adhérence du fluide. Ceci est une situation fondamentale pour laquelle il existe que très peu de résultats sûrs. Nous nous concentrons sur l'influence (i) du rapport d'aspect et (ii) des paramètres rhéologiques telle que la contrainte seuil. Nous discuterons sur l'influence du temps d'attente sur le critère d'apparition de la convection. Nous relierons l'apparition de l'instabilité aux nombres sans dimension gouvernant le phénomène.

2. Matériels et méthodes

2.1. Fluides modèles et rhéométrie

Quatre gels de Carbopol C940 sont préparés et mélangés avec une suspension de cristaux liquides thermochromiques microencapsulés (*LRC Hallecrest)*. Les gels de Carbopol utilisés sont tous à une valeur de pH environ 7. La concentration en masse des cristaux liquides dans les quatre gels est 0,2%. Les différents gels de Carbopol utilisés seront désignés par la valeur de leur seuil d'écoulement.

La caractérisation rhéologique a été effectuée avec une géométrie plan-plan de diamètre 50mm sur le rhéomètre DHR-3 de TA instrument. Ce rhéomètre permet de mesurer le couple minimum de $5\ nN \bullet m$ en écoulement, en considérant les conditions d'expérience, nous prenons compte des résultats à partir de $1\ \mu N \bullet m$, par conséquent, la précision pour la mesure des contraintes de cisaillement est jusqu'à 10^{-3}Pa. Les deux surfaces du plan-plan sont rendues rugueuse avec du papier de verre collé pour éviter le glissement à la paroi [13]. La température est régulée par effet Peltier à +/- 0,1 ℃.

Les courbes d'écoulement sont présentées sur la Figure.3- 2. En régime permanent, les gels de Carbopol suivent le modèle Herschel-Bulkley (Piau [14]),

$$\begin{cases} \dot{\gamma} = 0 \quad pour\ \tau \leq \tau_y \quad (3.1) \\ \boldsymbol{\tau} = \left(K\dot{\gamma}^{n-1} + \dfrac{\tau_y}{\dot{\gamma}}\right)\dot{\boldsymbol{\gamma}} \quad pour\ \tau > \tau_y \quad (3.2) \end{cases}$$

avec τ_y la contrainte seuil, K la consistance et n l'indice de rhéofluidification, $\boldsymbol{\tau}$ et $\dot{\boldsymbol{\gamma}}$ le tenseur des contraintes et le tenseur des taux de cisaillement, τ et $\dot{\gamma}$ leurs seconds invariants respectifs. Dans nos études, les paramètres rhéologiques tels que τ_y, n, K sont caractérisés à la température 25 C, ils sont indiqués dans le Tableau.3- 3.

2.2. Dispositif de Rayleigh-Bénard

Nous avons utilisé une cellule cylindrique de Rayleigh-Bénard de diamètre 179mm. Elle est chauffée en bas par une résistance électrique et refroidie en haut avec une circulation d'eau froide à température fixée à 5℃. Trois distances *d* entre les deux plaques ont été utilisées, 10mm, 17mm et 30mm, dont le rapport d'aspect est 18, 10 et 6 respectivement.

Sur la surface inférieure en laiton chauffée par la résistance chauffante, nous avons déposé une feuille fine en PMMA d'épaisseur $20\mu m$ (fabriquée par *Goodfellow*) traitée pour obtenir des conditions interfaciales maîtrisées. En effet, selon les recommandations de Métivier et al. [15], la condition de non-glissement est réalisée par un traitement des surfaces de PMMA par une solution de polyethylenemine (PEI). Une très fine couche de pâte thermique a été intercalée entre la surface en laiton et la feuille en PMMA pour optimiser le transfert de chaleur. La surface de la feuille de PMMA en contact avec la surface de laiton a été peinte en noir pour améliorer la visualisation. Pour la visualisation du dessus de la cellule avec les cristaux liquides, une surface de verre transparent pour la surface supérieure a été utilisée. La condition de non-glissement est obtenue après le même traitement par PEI de la surface du verre. .La qualité du traitement a été vérifiée en rhéométrie (Figure.3- 3). Les résultats obtenus avec des surfaces en verre traitées et ceux obtenus avec des surfaces rugueuses connues pour éliminer le glissement montrent aucune différence.

La Figure.3- 5 donne un schéma de la cellule de Rayleigh-Bénard le dispositif avec les traitements des surfaces et le système de visualisation. Avec les températures mesurées T_2 et T_1 par les thermocouples qui sont placés un peu en retrait des interfaces fluides-parois, on accède à la température chaude (T_c) et froide (T_f) à l'interface solide-fluide en prenant les formules ci-dessous qui prennent en compte la conduction dans les matériaux séparant les thermocouples des interfaces :

$$T_c = T_2 - \frac{Q_t}{S}\left(\frac{e_l}{\lambda_l} + \frac{e_p}{\lambda_p}\right) \qquad (3.3)$$

$$T_f = T_1 + \frac{Q_t}{S} \cdot \frac{e_v}{\lambda_v} \qquad (3.4)$$

Avec e est l'épaisseur entre le thermocouple et la surface et λ la conductivité, les indices utilisés correspondent à l pour le laiton, p pour le PMMA et v pour le verre.

L'erreur de mesure pour la puissance Q_t est inférieure à 0,01W, celle pour la température est de l'ordre de 0,08K (Abdelali [16]).

2.3. Thermographie par cristaux liquides

Les cristaux liquides *R52C20W* de *LRC Hallecrest* utilisés sont sous forme liquide microencapsulés, Ces cristaux thermochromiques changent de couleurs selon la température. La gamme de température pour afficher les couleurs est de 52℃ à 72℃, soit du rouge au violet successivement. Les cristaux liquides sont mélangés directement dans les gels de Carbopol à l'aide des agitateurs pendant une demi-heure à une vitesse de 750tr/min. Des agrégats de tailles petites mais visibles à l'œil nu sont laissés dans les gels afin de suivre le mouvement des particules et de visualiser les structures de convection. L'observation par microscopie optique des cristaux liquides dans un gel de Carbopol de 0,05Pa est montrée dans la Figure.3- 4. La granulométrie des cristaux liquides s'étale de quelques micromètres à 200 micromètres.

Schématisé dans la Figure.3- 5, une caméra de couleurs réelles est installée en dessus de la cellule de Rayleigh-Bénard avec une distance de 30cm pour avoir une vue de toute la cavité de Rayleigh-Bénard. L'enregistrement par image au plus vite est de 1000 images/seconde. Deux lampes LEDs de 3W sont mises symétriquement en haut de la cellule avec un angle de 45° de la surface horizontale.

Avant de commencer les expériences avec les cristaux liquides, il apparait nécessaire de calibrer le système afin de chercher la correspondance température-

couleur des cristaux liquides. Pour cela, un échantillon de Carbopol de seuil 0,008Pa dans lequel les cristaux liquides sont dispersés a été utilisé. L'échantillon est enfermé dans une cellule de diamètre 5cm et d'épaisseur 3mm. La cellule est placée dans la partie supérieure du dispositif de Rayleigh-Bénard où passe habituellement la circulation de l'eau froide et dans laquelle une eau à température d'étalonnage est injectée. Ceci permet d'utiliser la même caméra d'acquisition dans la même condition de l'éclairage que pour l'étude de la convection de Rayleigh-Bénard. La Figure.3- 6 montre les images capturées de l'étalonnage. Une barre aux couleurs est illustrée dans Figure.3- 6(b) avec une précision de température de $\pm 1℃$. On observe que la plupart des couleurs sont dans les gammes de vert et de bleu. La température de 52℃ correspond bien une couleur rouge, 54℃ correspond à jaune vert, la couleur de 56℃ est plus verte que les autres températures, à partir de 58℃, la couleur devient un mélange de vert et de bleu, et à partir de 66℃, un mélange de bleu et de violet. Les couleurs disparaissent après le violet soit 72℃.

2.4. Méthode expérimentale de détection de la convection de Rayleigh-Bénard

Dans les expériences présentées, nous utiliserons trois hauteurs différentes entre la paroi chaude et la paroi froide: d=10mm, d=17mm et d=30mm, donc trois rapports d'aspect ($\Gamma = D/d$ $(diamètre\ de\ cellule/hauteur)$) de valeurs 18, 10 et 6. Pour atteindre le régime permanent, soit une température constante, le temps d'attente doit être suffisamment grand et au moins plus long que le temps de diffusion, soit 700s, 2000s et 6500s, respectivement pour les trois valeurs de *d*. Proche du démarrage de l'instabilité, le temps d'attente peut être beaucoup plus long que le temps de diffusion. Néanmoins dans le régime purement conductif et le régime convectif établi, on peut regarder le temps de diffusion comme un temps caractéristique pour obtenir le régime permanent.

Pour chaque distance *d* fixée, les valeurs de la différence de température ΔT entre la paroi chaude et la paroi froide et de la puissance appliquée Q_t sont suivies. Dans le régime conductif, la différence de température est proportionnelle à la puissance

fournie. Le régime convectif se caractérise par une diminution de la pente donnant ΔT en fonction de Q_t. Le point de croisement des deux courbes est la différence de température critique ΔT_c (Méthode de Schmidt-Milverton [17]). Cette méthodologie constitue une première manière de déterminerΔT_c. Par ailleurs, l'acquisition du champ de température au cours du temps et la visualisation des cristaux liquides thermochromiques, nous permettent de détecter le démarrage de la convection par deux moyens supplémentaires. Premièrement, dans le cas de l'acquisition des températures, on constate lors du démarrage de la convection une diminution de la température chaude, se traduisant par une diminution de la différence de température à Q_t fixé, par rapport au cas conductif, une fois le régime permanent atteint. Deuxièmement, pour certains cas, la convection est détectée par observation directe des mouvements des cristaux liquides.

3. Résultats et discussions

3.1. Influence du temps d'attente sur la détection de la convection

La question peut se poser «Qu'elle est l'influence du temps d'attente sur la détection de l'apparition de la convection ?». Pour tenter de répondre à cette question, nous avons mis en place une expérience sur une longue durée pour déterminer l'influence du temps sur les résultats mesurés. Un gel de Carbopol de seuil 0,02Pa mélangé avec 0.2wt% de cristaux liquides est mis en place dans la cellule de Rayleigh-Bénard avec une distance d=17mm. Les surfaces sont toutes traitées avec du PEI pour assurer la condition d'adhérence du fluide aux parois.

Le résultat de cette expérience est montré dans la Figure.3- 7. De même, nous avons suivi la différence de température entre surfaces chaude et froide en fonction de la puissance de chauffe. Pour les premiers deux points (1 et 2 sur la figure) de la conduction, le régime permanent est atteint après une durée du même ordre de grandeur que le temps de diffusion (2000s dans ce cas). Les valeurs de mesures ont été prises après 1h30 et 3h. A partir du troisième point, nous avons commencé

l'expérience de durée longue. Pour le point (3), nous avons relevé les valeurs à 1h30, 3h et 10h. Les différences de température sont superposées dans la Figure.3- 7. On peut avancer que dans le régime de conduction, le régime est permanent stable. Le temps d'attente ne modifie pas d'état du transfert de chaleur. Pendant les 10h d'expérience, on a observé un léger contraste sur les visualisations mais pas de démarrage de convection. Pour le point (4), nous avons fait une expérience qui a duré 24h. Deux cellules de convection apparaissent vers 7h après une augmentation de 2W pour la puissance (Figure.3- 8). Une descente de température correspondante à ce démarrage est notée par l'acquisition de température (voir le cercle rouge dans la Figure.3- 9). Mais la température remonte et revient constante après deux heures, les différentes valeurs de ΔT sont notées pendant les 24h et associées avec la puissance 35W. La valeur critique de ΔT est obtenue égale à 33,8℃. Dans le régime convectif, la température mesurée varie environ 1℃ pendant 10h (le point 5). On a augmenté la puissance pour le dernier point afin de tracer les courbes de conduction (les points 1 2 3) et de convection (les points 4 5 6) dans la Figure.3- 7.

En comparaison avec les résultats obtenus avec le critère utilisé c'est à dire d'attendre un temps de l'ordre 1h30 plus longue que le temps de diffusion (2000s pour d=17mm), on constate que lorsque l'expérience se situe loin de la valeur critique d'apparition de la convection ΔT_c, le temps d'attente est suffisant car le régime est stable avec le champ de température établi. Pour des conditions expérimentales proches du démarrage de l'instabilité, il est nécessaire d'attendre assez longtemps pour trouver le point critique précisément. En fait, dans le cas similaire (d=17mm) utilisant un temps d'attente un peu plus long (environ 2h) que le temps de diffusion (voir Figure.3- 16), la valeur critique de la différence de température trouvée est 36℃ L'écart sur ΔT_c par rapport à l'expérience de longue durée (Figure.3- 7) est de 6%.L'ordre de grandeur de cet écart nous confirme que nos estimations pour les valeurs critiques données dans l'étude sont raisonnables.

3.2. Visualisations

Nous rappelons que toutes les mesures portées dans les figures $\Delta T - Q_t$ correspondent aux états permanents. Toutes les expériences sont effectuées en augmentant la puissance à chaque étape. Nous allons examiner les résultats pour les trois hauteurs et pour chaque hauteur nous examinerons l'influence de la valeur du seuil de contrainte.

a) Hauteur $d = 10mm$

Nous avons suivi la différence de température en fonction de la puissance appliquée (voir la Figure.3- 10) pour trois gels de Carbopol différents (différentes valeurs de contrainte seuil). Toutes les mesures sont prises au moins au bout d'une heure (temps de diffusion 700s) après avoir augmenté la puissance. Le régime permanent est observé car la température acquise par les thermocouples est constante. On peut observer les deux régimes de transfert de chaleur. Le régime conductif est caractérisé par une évolution linéaire. L'apparition de la convection est caractérisée par une pente moins forte. La différence entre les deux régimes sur la figure $\Delta T - Q_t$ (Figure.3- 10) est claire. Comme attendu, la valeur critique de différence de température ΔT_c pour le démarrage de l'instabilité augmente avec la valeur de seuil. Pour les trois gels de Carbopol de 0,002Pa 0,008Pa et 0,02Pa, les valeurs estimées de ΔT_c sont environs 13K, 28K et 39K (voir Tableau.3- 1).

Les Figure.3- 11, Figure.3- 14 et Figure.3- 15 montrent, grâce des cristaux liquides thermochromiques en suspension dans les gels, l'évolution des structures de convection lorsque Q_t est augmentée pour les trois gels.

La Figure.3- 11 montre 4 images pour le gel de Carbopol de seuil à 0,002Pa. La première image (Figure.3- 11(a)) représente l'état proche du déclenchement de la convection. L'observation de structures convectives proche des parois latérales est rendue difficile à cause de zones sombres dans cette région. Néanmoins, on peut

observer sur la Figure.3- 11(a) quelques taches sombres localisées en périphérie de la cavité qui s'étendent lorsque Q_t augmente (Figure.3- 11(b)). Ces zones sombres correspondent à des zones de convection descendantes (du froid vers le chaud) et sont observées par variation de l'indice de réfraction (ombroscopie) avec la température. On notera par ailleurs, que l'observation visuelle du démarrage de l'instabilité est moins précise que par mesure de température et flux de chaleur. Ceci est dû au fait que le dispositif n'est pas utilisé ici pour faire des visualisations ombroscopiques fines. Lorsque la valeur de ΔT augmente, par augmentation de la température chaude, cette dernière atteint une valeur à partir de laquelle les cristaux liquides commencent à réfléchir la lumière avec une longueur d'onde qui dépend de la température. C'est notamment ce que l'on observe dans le cas de la Figure.3- 11(c), où l'on distingue des zone claires dans toutes la cavité. Ces zones correspondent à des mouvements ascendants de fluide. Sur cette même figure, on réussit à distinguer les frontières des cellules convectives (zones sombres encore visibles). Les structures observées ne sont pas des rouleaux comme dans le cas de fluides Newtoniens, mais la forme des structures se rapproche d'héxagones de type L [18], c'est-à-dire que le centre de l'hexagone correspond à un mouvement fluide ascendant et que les frontières correspondent à un mouvement descendant tel que représenté sur la Figure.3- 12. On observe que les agrégats des cristaux liquides sont piégés dans ces zones qui correspondent à des zones de faibles gradients de vitesse. Il est bien connu que les particules ont tendance à migrer vers les zones de faibles gradients de vitesse. De plus, ces zones correspondent aux faibles contraintes de cisaillement qui peuvent être en dessous du seuil d'écoulement (zone rigides statiques). Les agrégats solides sont piégés de façon forte par le seuil d'écoulement.

Pour mieux comprendre les phénomènes par rapport aux zones seuillées, une simulation numérique de la convection de Rayleigh-Bénard pour un fluide Bingham dans un rectangle de rapport d'aspect 10 est effectuée sous logiciel Fluent. Le chapitre 4 donne en détail la méthodologie de simulation qui valide la simulation avec la loi de Bingham. La Figure.3- 13 montre les résultats pour le cas $\tau_y = 0{,}03Pa$. Les zones seuillées correspondent aux explications indiquées ci-dessus pour les taches blanches vues dans les gels de Carbopol (Figure.3- 11(c) par exemple), ils se situent dans les zones avec moins de gradient de cisaillement soit des zones rigides en mouvement

dans les rouleaux de convection, soit des zones rigides statiques dans les coins de cellule, près des parois en haut et en bas (où on voit les taches blanches des cristaux liquides).

Lorsque Q_t est augmentée (Figure.3- 11(d)), les différences d'indice de réfraction ne sont plus visibles car la réflexion des cristaux liquides s'est étendue dans toute la cavité et concerne différentes longueurs d'onde. En effet, la température de la plaque chaude a atteint 56℃ et à l'extérieur des zones colorées, nous observons un bord de rouge qui est à 52℃. Sur cette figure, il est alors possible de distinguer les zones de fluide plus chaudes, c'est-à-dire les centres des cellules. Les zones réfléchissant les longueurs d'onde associées au vert correspondent, dans ce cas, aux zones les plus chaudes là où la vitesse du fluide est maximale (centre des cellules de convection). L'apparition de traits plus clairs (longueurs d'onde plus faibles) qui relient certains centres de cellules entre eux laisse à penser à une réorganisation des structures convectives vers des structures plus rectangulaires, voire des rouleaux (déformés).

De la même manière, la Figure.3- 14 présente l'évolution des structures thermoconvectives dans le cas du gel de Carbopol de seuil 0,008Pa. Comme précédemment, le démarrage est perçu à des valeurs de ΔT supérieures à ΔT_c mesuré par thermocouples. Néanmoins, proche du démarrage de l'instabilité (Figure.3- 14(a)), on observe des zones sombres localisées proches des parois latérales mais aussi au centre de la cavité sous la forme de taches noires. Lorsque la différence de température est augmentée, on observe plus nettement (Figure.3- 14 (b)) des cellules convectives qui se sont développées à partir des zones sombres précédentes. On observe par ailleurs une plus forte concentration de cellules convectives proche des parois latérales, laissant à penser que la convection démarre dans cette région. Lorsque la température de la paroi inférieure est suffisamment augmentée, les cristaux liquides commencent à réfléchir la lumière dans le visible et les visualisations ombroscopiques ne sont plus possibles. La Figure.3- 14(c) présente le même type de structures que dans le cas précédent. L'augmentation de ΔT permet d'observer l'évolution des centres des cellules (zones vert-bleu) ainsi qu'un gradient de température autour de ces centres via les variations de longueurs d'onde (du vert-bleu vers le jaune). On remarque que la couleur au centre (mélange du vert et du bleu) de

ces domaines colorés correspond à la température près de la paroi chauffante (environ 62℃).

La Figure.3- 15 représente une image dans le régime conductif (Figure.3- 15 (a)) et trois images dans le régime convectif pour le Carbopol de 0,02Pa. Les taches blanches sur l'image Figure.3- 15 (b) sont, comme il a été décrit plus haut, les centres des cellules de convection. On remarque que dans le régime convectif (au-delà du démarrage) la différence de température mesurée pour les gels de contrainte seuil 0,02Pa et 0,008Pa est très proche pour une valeur de Q_t donnée comme on peut le constater sur la Figure.3- 10. Par ailleurs, on note que les structures convectives sont similaires. Les différences observées entre les deux gels de contrainte seuil 0,02 Pa et 0,008Pa se situent au démarrage de l'instabilité, c'est-à-dire au niveau des valeurs de ΔT_c. Au-delà de cette valeur, les résultats en termes de transferts thermiques, structures thermoconvectives sont très proches. Ces observations sont à rapprocher des propriétés rhéologiques mesurées pour ces deux gels (Tableau.3- 3). En effet, la différence réside dans leur valeur de contrainte seuil. Par contre, on observe que les valeurs de K sont du même ordre de grandeur et que les valeurs de n obtenues sont très proches. En d'autres termes, nous montrons que le démarrage de l'instabilité est gouverné par la contrainte seuil, ce qui est en accord avec la littérature [6]-[7], [10] et que les transferts thermiques au-delà des conditions critiques sont gouvernés par le degré de rhéofluidification tels que observés et prédits par un certain nombre d'études [4], [19]-[20].

b) Hauteur $d = 17mm$

Le cas où $d = 17mm$ est présenté sur les Figures 3-16 – 3-19. Les résultats (ΔT en fonction de Q_t) sont montrés dans la Figure.3- 16.

Le temps d'attente pour le régime permanent est environ 5400s (temps de diffusion 2000s). L'effet du seuil donne une différence importante sur les valeurs de ΔT_c , environs 8K, 19K et 35K pour les trois gels de Carbopol utilisés (0,002Pa 0,008Pa

et 0,02P) (voir Tableau.3- 2) . Les contrastes sont observés près du démarrage de l'instabilité par ombroscopie et par réflexion des cristaux liquides (Figure.3- 17(a) et Figure.3- 17(b)). Néanmoins, les résultats présentés sur cette figure ne mettent pas en évidence un large spectre de longueurs d'onde différentes pour les cristaux liquides du fait de valeurs similaires pour la température de la plaque inférieure.

Sur la Figure.3- 17(b) qui correspond au cas d'un gel de Carbopol de 0,002Pa, on voit que les cellules de convection sont hexagonales non parfaites car les côtés des polygones sont compris entre 5 et 6 au centre de la cavité. Ces polygones sont déformés au niveau des parois latérales. Pareillement les particules de fluide montent au centre des cellules et descendent au bord où se voient les contrastes (type L). La largeur de chaque cellule est environ deux fois la hauteur d (voir la barre rouge sur la Figure.3- 17(b)). Avec une augmentation de puissance, le centre des cellules devient visible grâce aux cristaux liquides (Figure.3- 17(c) et Figure.3- 17(d)). On remarque que la répartition des centres des cellules convectives est homogène et telle que les centres des cellules sont situés sur deux cercles de rayon environ $D/4$ et $D/2$ respectif. Par ailleurs, il semble que les structures évoluent vers des rouleaux de longueur d'onde environ la différence des deux rayons des cercles.

Pour le Carbopol de 0,002Pa, on voit que les cellules de convection ont une forme hexagonale (au milieu) et carrée (près de la paroi latérale). Pareillement les particules de fluide montent au centre des cellules et descendent au bord où se voient les contrastes (type L). La largeur de chaque cellule est environ deux fois la hauteur *d*, c'est-à-dire si l'on regarde de côté latéral, les rouleaux de convection sont de taille *d*. Avec une augmentation de puissance, le mouvement des particules devient plus rapide (Figure.3- 17(c)). Les structures commencent à se connecter entre elles. Ils se forment des rouleaux longs. A $Qt = 46.8W$ (Figure.3- 17(d)), on observe deux rouleaux principaux au milieu de la cellule et des carrés au bord.

Dans le cas du gel de contrainte seuil 0,008Pa, on observe que proche du démarrage de la convection, les cellules présentent sont polygonales caractérisées par une variété de rectangle et hexagones d'après la Figure.3- 18.

Concernant le gel de Carbopol de contrainte seuil 0,02Pa, les résultats sont présentés sur la Figure.3- 19. Le démarrage de l'instabilité se caractérise par l'apparition de structures polygonales (hexagones) comme observé pour les gels précédents. Les couleurs apparaissent dans la Figure.3- 19(c) correspondants à la température chaude 55℃ sur la paroi inférieure. L'augmentation de la puissance thermique (et de la différence de température) laisse place à des rouleaux (déformés), comme le montre la Figure.3- 19(d), avec la puissance de 146,8W, la valeur de température 72℃ est atteinte et toute la gamme des couleurs est affichée.

Les lignes rouges dans la Figure.3- 19(d) représentent les centres des 5 paires de rouleaux possibles où les particules de fluide montent. Quelques cellules polygonales subsistent dans la cavité, notamment proche des parois.

c) Hauteur $d = 30mm$

Dans cette partie, on considère le cas où le rapport d'aspect est 6. Dans le cas d'un fluide Newtonien, cette valeur correspond à une limite entre une configuration bidimensionnelle et tridimensionnelle [21]-[22] dans la mesure où des rouleaux longitudinaux sont observés. L'analyse linéaire de stabilité permet de montrer que le nombre de Rayleigh critique augmente avec le rapport d'aspect qui diminue [23]-[24]. Cela signifie que la diminution du rapport d'aspect a un effet stabilisant dans le cas de fluides Newtoniens. Néanmoins, la valeur critique $Ra_c = 1708$ est obtenue pour des rapports d'aspect supérieur à 10. Les conditions limites thermiques aux parois latérales ont aussi une influence dans la mesure où Charlson et Sani [23] montrent que le nombre de Rayleigh critique obtenu dans le cas de conditions adiabatiques est plus petit que dans le cas de parois latérales conductrices. L'approche théorique proposée par Charlson et Sani [23] n'étudie que des solutions axisymétriques, menant à des structures convectives sous forme de rouleaux circulaires. Charlson et Sani [23] ont étendu leur étude à des solutions non axisymétriques. Les auteurs montrent ainsi que pour des petites valeurs de rapport d'aspect, les rouleaux circulaires ne sont pas toujours les structures préférées dans le cas de perturbations non axisymétriques.

Leurs calculs dans les cas axisymétrique et non-axisymétrique permettent de retrouver des rouleaux circulaires pour des rapports d'aspect supérieurs à 10.

Dans le cas de 30mm, nous avons utilisé un gel de Carbopol de 0,05Pa, vue que la valeur de d est beaucoup plus grande que les deux cas précédents, nous avons effectué les expériences avec le temps d'attente environ 4h pour chaque étape (temps de diffusion 6000s). La Figure.3- 21 montre l'évolution de la différence de température en fonction de la puissance. Le déclenchement de la convection se trouve près de la paroi latérale à la puissance 28,3W, une cellule de convection est capturée dans la Figure.3- 22. La température chaude est environ 42℃ en dehors de la gamme des cristaux liquides pour afficher les couleurs. Dans les étapes suivantes, les structures de convection ne sont pas très claires à observer certainement du fait de la hauteur de cavité plus importante.

3.3. Nombres sans dimension et paramètres de contrôle

Nous allons définir les nombres sans dimension mesurant le rapport des différentes forces mises en jeu dans le problème considéré ici et issus des équations de base (chapitre 4). Le fluide à seuil est supposé obéir au modèle rhéologique d'Herschel-Bulkley (Eqs 3.1 et 3.2). Ces nombres sans dimension vont permettre de situer le domaine dans lequel se situe notre étude. Les valeurs critiques de ces nombre pour lesquels la convection démarre seront calculées.

Les contraintes sont adimensionnalisées à partir des échelles de viscosité $\mu = K \cdot \dot{\gamma}^{n-1}$, de vitesse $\sqrt{g\beta\Delta T d}$, de longueur d, et des taux de cisaillement $\dot{\gamma} = \sqrt{g\beta\Delta T d}/d$ [25].

Les nombres sans dimension sont les suivant :

- le nombre de seuil Y qui représente le rapport entre la contrainte du seuil et la contrainte de la poussée d'Archimède

$$Y^{-1} = \frac{\rho g \beta \Delta T d}{\tau_y}$$

- le nombre de Nusselt, qui est le rapport entre la puissance thermique totale et la puissance thermique par conduction, est donné par :

$$Nu = \frac{Q_t}{S\lambda\Delta T/d}$$

- le nombre de Rayleigh, qui est le rapport entre la poussée d'Archimède et les effets visqueux et thermique

$$Ra = \frac{\rho g \beta \Delta T d^3}{\mu\kappa} = \frac{\rho g \beta \Delta T d^3}{K \cdot \dot{\gamma}^{n-1}\kappa}$$

- le nombre de Prandtl, qui représente le rapport entre l'effet visqueux et celui de diffusion

$$Pr = \frac{\mu}{\rho\kappa}$$

- le nombre d'Oldroyd, qui est le rapport entre l'effet du seuil et l'effet visqueux

$$Od = \frac{\tau_y}{K\dot{\gamma}^n}$$

- l'indice de rhéofluidification

$$n$$

Avec

ρ, la masse volumique

g, la valeur normale de l'accélération de la pesanteur

β, le coefficient d'expansion thermique

ΔT, la différence de température

d, la distance entre la plaque chaude et la plaque froide

κ, la diffusivité thermique

λ, la conductivité thermique

S, l'aire de la cavité cylindrique

Q_t, la puissance appliquée

3.3.1. Nombre de seuil et nombre de Nusselt

La Figure.3- 23 montre $\beta\Delta T_c/\tau_y$ en fonction de d pour l'apparition de la convection pour les gels de Carbopol et trois distances d entre la paroi chaude et la paroi froide. Rappelons que les conditions aux limites sont l'adhérence du fluide aux parois. Surs les figure nous avons reporté les quelques valeurs de Darbouli et al. [6] obtenues dans le cas de non-glissement.

La Figure.3- 23 les valeurs de $\beta\Delta T_c/\tau_y$ en fonction de d. On peut observer sur cette figure que les valeurs décroissent en d^{-1}. Rappelons que pour un fluide newtonien la décroissance est en d^{-3}. Par une approche élasto-plastique, nous avons montré dans le chapitre 2 que le paramètre ${Y_c}^{-1} = \frac{\rho g \beta \Delta T_c d}{\tau_y}$ était un paramètre de contrôle pertinent pour décrire l'apparition de la convection. Il est cohérent avec l'évolution expérimentale de $\beta\Delta T_c/\tau_y$ en d^{-1}.

Sur la base de ces résultats, la Figure.3- 24 montre l'évolution de Nu en fonction de Y^{-1} pour les trois distances de 10mm, de 17mm et de 30mm, les valeurs critiques de Y^{-1} correspondant au passage du mode conductif au mode convectif sont consignés dans le Tableau.3- 5. Les valeurs sont situées entre 65 et 95 avec une

valeur moyenne de 78 dans le cas de 10mm. La seule expérience effectuée par Darbouli en cas adhérent avait donné environ 80 qui correspond bien nos résultats dans le cas de d=17mm. Dans le cas de 30mm, la valeur se trouve autour de 70.

3.3.2. Corrélation entre nombres sans dimension critiques

Le Tableau.3- 6 indique les valeurs des trois nombres adimensionnels Pr, Ra et Od calculées aux conditions critiques correspondantes au passage du régime conductif au régime convectif. Pour toutes les expériences effectuées, nous avons une gamme de nombre de Rayleigh comprise entre 1500 et 20000, pour le nombre de Prandtl de 600 à 2400 et pour le nombre Oldroyd Od de 0,01 à 0,05. Pour les gels de Carbopol utilisés dans les expériences, nous remarquons que les effets visqueux sont plus importants que les effets de diffusion (Pr de l'ordre de 10^3), et les seuils d'écoulement des gels sont petits devant leurs viscosités plastiques, compte tenu des échelles caractéristiques choisies (Od de l'ordre de 10^{-2}).

Dans le chapitre suivant consacré à la modélisation numérique suivant l'approche de Turan [25], des corrélations entre ces nombres critiques (Pr de 0,1 à 100, Ra de 10^3 à 10^5) pour les fluides de Bingham sont estimés comme :

$$Od_c = (0.0019 \ln(Ra_c) - 0.0128) \cdot Ra^{0,55} \cdot Pr^{-0,5}$$

Nous recherchons des corrélations similaires avec les résultats expérimentaux en gardant la même forme d'équation, surtout l'indice exponentiel pour le nombre de Rayleigh (environ 0,5) pour une meilleure approche, et nous obtenons, dans le cas de $n \approx 0{,}5$ en utilisant les valeurs des gels de 0,008Pa et de 0,02Pa (l'indice de rhéofluidification 0,49 et 0,46 respectivement, presque constant), une corrélation expérimentale ci-dessous

$$Od_c = (-0{,}000018 \ln(Ra_c) + 0{,}0003183) \cdot {Ra_c}^{0,5} \cdot {Pr_c}^{0,11}$$

Le coefficient de détermination est 0,91, en considérant les erreurs d'expérience, nous constatons que le fonctionnement de cette formule est possible et à vérifier avec les autres résultats dans la même gamme de nombre de Rayleigh et de Prandtl.

Bien entendu, cette corrélation constitue une première approche qui devrait être enrichie par des expériences plus nombreuses. Il serait intéressant de la confronter à la modélisation numérique prenant en compte la géométrie circulaire de la cellule de Rayleigh-Bénard.

4. Conclusion

Dans cette étude, nous avons porté notre attention sur l'étude du passage du régime conductif au régime convectif dans une cavité cylindrique de Rayleigh-Bénard dans des gels de Carbopol. Les conditions limites fluide-interface ont été maitrisées pour obtenir des conditions d'adhérence aux parois.

Le déclenchement de l'instabilité a été détecté par des mesures thermiques mais également par visualisations des mouvements convectifs et des champs de température par l'utilisation de cristaux liquides thermochromiques.

Le nombre de seuil Y est confirmé comme étant le paramètre de contrôle de l'apparition de l'instabilité thermo-convective de Rayleigh-Bénard. La valeur critique de Y^{-1} est entre 65 et 95 dans le cas adhérent.

Nous avons aussi discuté l'influence de temps d'attente sur la détermination des conditions critiques d'apparition de la convection. Pour des conditions proches du déclenchement de l'instabilité, pour trouver une valeur critique précise, il faut que le temps d'attente soit de l'ordre de 10h.

Les cristaux liquides nous ont donné des premiers résultats qualitatifs de visualisation des champs de température avec une vue globale des structures convectives dans la cavité. Les structures de convection sont observées dans les différents états de convection. Les zones seuillées se caractérisent par une accumulation des cristaux liquides dans des zones particulières. Cela est en accord avec les résultats numériques.

Dans le futur, il faudra effectuer un étalonnage plus précis des cristaux liquides thermochromes afin de déterminer des champs de températures quantitatifs. Par ailleurs, les cristaux liquides sont également des particules traceuses des mouvements cinématiques, donc des mesures par PIV seraient envisageables dans les études futures.

Bibliographies

[1] S. Chandrasekhar, *Hydrodynamic and Hydromagnetic Stability*. Dover Publications, 1961.

[2] E. L. Koschmieder, *Bénard Cells and Taylor Vortices*. Cambridge University Press, 1993.

[3] C. Métivier et A. Magnin, « The effect of wall slip on the stability of the Rayleigh–Bénard Poiseuille flow of viscoplastic fluids », *J. Non-Newton. Fluid Mech.*, vol. 166, n° 14‑15, p. 839‑846, août 2011.

[4] M. Bouteraa, C. Nouar, E. Plaut, C. Métiver, et A. Kalck, « Weakly nonlinear analysis of Rayleigh-Bénard convection in shear-thinning fluids: nature of the bifurcation and pattern selection », *J. Fluid Mech.*

[5] N. J. Balmforth et A. C. Rust, « Weakly nonlinear viscoplastic convection », *J. Non-Newton. Fluid Mech.*, vol. 158, n° 1‑3, p. 36‑45, mai 2009.

[6] M. Darbouli, C. Métivier, J.-M. Piau, A. Magnin, et A. Abdelali, « Rayleigh-Bénard convection for viscoplastic fluids », *Phys. Fluids 1994-Present*, vol. 25, n° 2, p. 023101, févr. 2013.

[7] Z. Kebiche, C. Castelain, et T. Burghelea, « Experimental investigation of the Rayleigh–Bénard convection in a yield stress fluid », *J. Non-Newton. Fluid Mech.*, vol. 203, p. 9‑23, janv. 2014.

[8] L.-S. Kuo et P.-H. Chen, « Effects of Slip Boundary Conditions on Rayleigh-Bénard Convection », *J. Mech.*, vol. 25, n° 02, p. 205–212, juin 2009.

[9] M. Webber, « The destabilizing effect of boundary slip on Bénard convection », *Math. Methods Appl. Sci.*, vol. 29, n° 7, p. 819‑838, mai 2006.

[10] A. Davaille, B. Gueslin, A. Massmeyer, et E. D. Giuseppe, « Thermal instabilities in a yield stress fluid: Existence and morphology », *J. Non-Newton. Fluid Mech.*, vol. 193, p. 144‑153, mars 2013.

[11] J. Stasiek, « Thermochromic liquid crystals and true colour image processing in heat transfer and fluid-flow research », *Heat Mass Transf.*, vol. 33, n° 1‑2, p. 27‑39, sept. 1997.

[12] J. Vejrazka et P. Marty, « An Alternative Technique for the Interpretation of Temperature Measurements Using Thermochromic Liquid Crystals », *Heat Transf. Eng.*, vol. 28, n° 2, p. 154‑162, 2007.

[13] A. Magnin et J. M. Piau, « Cone-and-plate rheometry of yield stress fluids. Study of an aqueous gel », *J. Non-Newton. Fluid Mech.*, vol. 36, p. 85‑108, déc. 1990.

[14] J. M. Piau, « Carbopol gels: Elastoviscoplastic and slippery glasses made of individual swollen sponges: Meso- and macroscopic properties, constitutive equations and scaling laws », *J. Non-Newton. Fluid Mech.*, vol. 144, n° 1, p. 1‑29, juin 2007.

[15] C. Métivier, Y. Rharbi, A. Magnin, et A. Bou Abboud, « Stick-slip control of the Carbopol microgels on polymethyl methacrylate transparent smooth walls », *Soft Matter*, vol. 8, n° 28, p. 7365‑7367, juin 2012.

[16] A. Abdelali, « Etude expérimentale des instabilités thermoconvectives de Rayleigh-Bénard dans les fluides viscoplastiques. »

[17] R. J. Schmidt et S. W. Milverton, « On the Instability of a Fluid when Heated from below », *Proc. R. Soc. Lond. Ser. Math. Phys. Sci.*, vol. 152, n° 877, p. 586‑594, nov. 1935.

[18] A. V. Getling, *Rayleigh-Benard Convection: Structures and Dynamics*. Singapore ; River Edge, NJ: World Scientific Pub Co Inc, 1997.
[19] D. S. F. Liang et P. D. A. Acrivos, « Experiments on buoyancy driven convection in non-Newtonian fluid », *Rheol. Acta*, vol. 9, n° 3, p. 447‑455, sept. 1970.
[20] B. Albaalbaki et R. E. Khayat, « Pattern Selection in the Thermal Convection of Non-Newtonian Fluids », *J. Fluid Mech.*, vol. 668, p. 500‑550, 2011.
[21] F. Hébert, R. Hufschmid, J. Scheel, et G. Ahlers, « Onset of Rayleigh-Bénard convection in cylindrical containers », *Phys. Rev. E*, vol. 81, n° 4, p. 046318, avr. 2010.
[22] D.-I. K. R. Kirchartz, P. D.-I. U. Müller, P.-D. D.-I. habil H. O. Jr, et P. D.-I. J. Zierep, « Axisymmetric and non-axisymmetric convection in a cylindrical container », *Acta Mech.*, vol. 40, n° 3‑4, p. 181‑194, sept. 1981.
[23] G. S. Charlson et R. L. Sani, « Thermoconvective instability in a bounded cylindrical fluid layer », *Int. J. Heat Mass Transf.*, vol. 13, n° 9, p. 1479‑1496, sept. 1970.
[24] J. C. Buell et I. Catton, « The Effect of Wall Conduction on the Stability of a Fluid in a Right Circular Cylinder Heated From Below », *J. Heat Transf.*, vol. 105, n° 2, p. 255‑260, mai 1983.
[25] O. Turan, N. Chakraborty, et R. J. Poole, « Laminar Rayleigh-Bénard convection of yield stress fluids in a square enclosure », *J. Non-Newton. Fluid Mech.*, vol. 171‑172, n° 0, p. 83‑96, mars 2012.

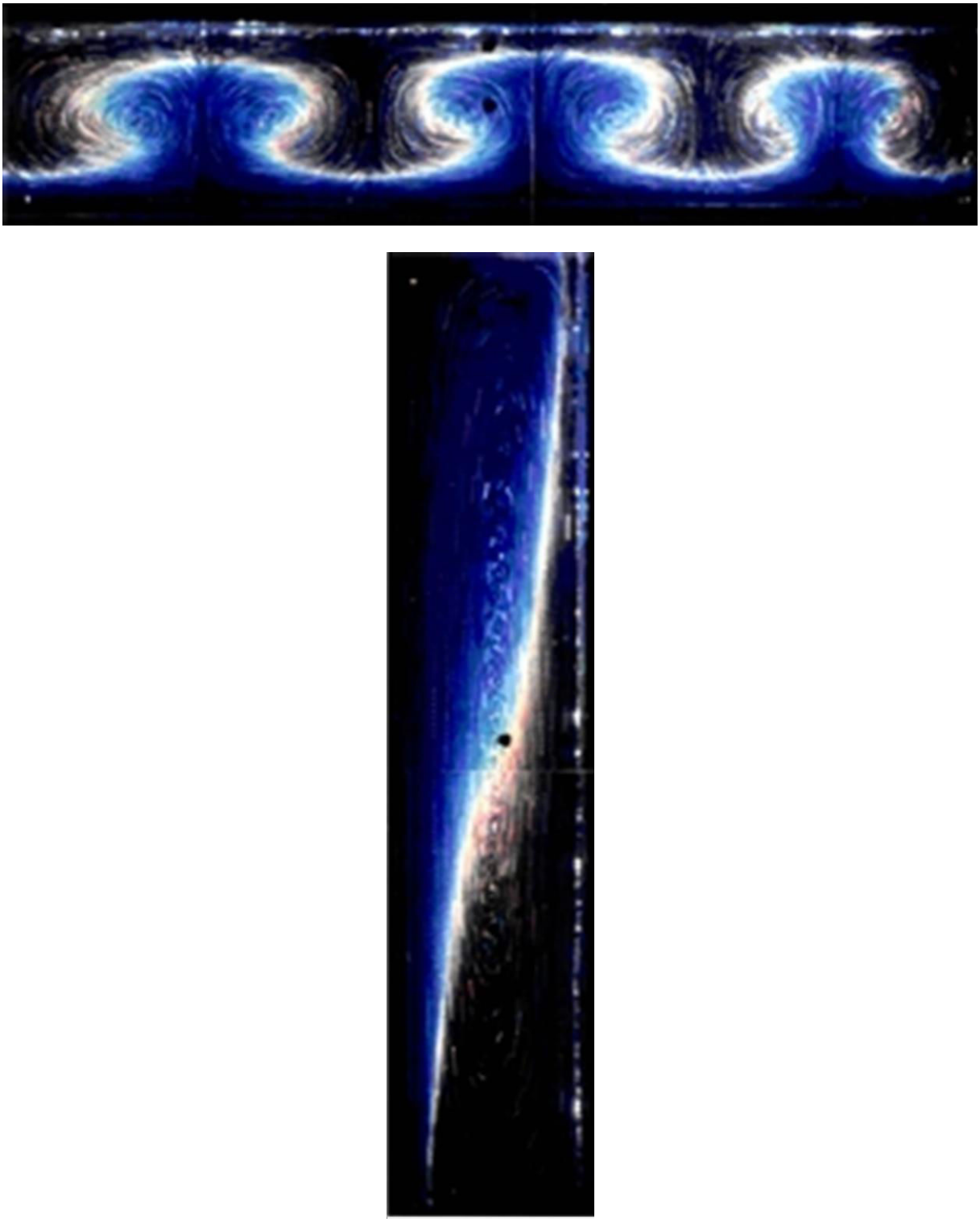


Figure.3- 1 La convection naturelle de mélange glycérol-cristaux liquides, vue champs de température et champs de vitesse pour un cavité en position horizontale et verticale, fait par Stasiek[11]

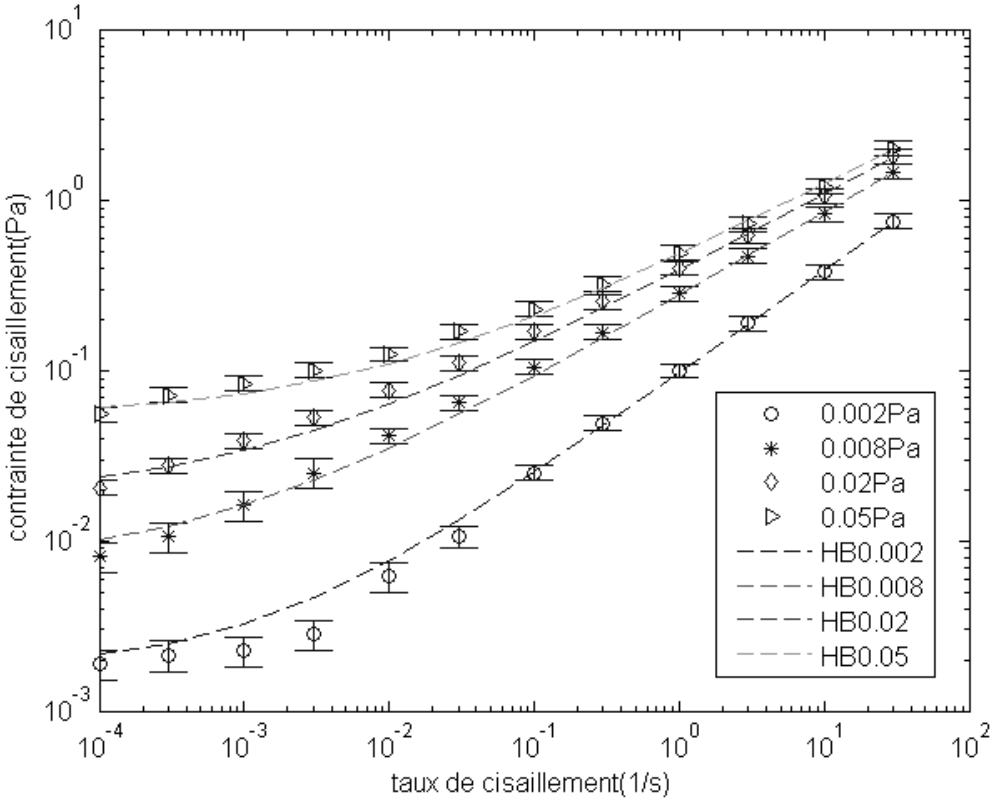


Figure.3- 2 Courbes d'écoulement des gels de Carbopol utilisés

Carbopol	concentration	Seuil(HB)	K	n
0,002Pa	0,038%wt	0,0018Pa	0,095	0,6
0,008Pa	0,041%wt	0,0075Pa	0,27	0,49
0,02Pa	0,042%wt	0,018Pa	0,37	0,46
0,05Pa	0,046%wt	0,048Pa	0,43	0,44

Tableau.3- 3 Paramètres du modèle de Herschel-Bulkley pour les trois gels de Carbopol utilisés dans les expériences de convection de Rayleigh-Bénard

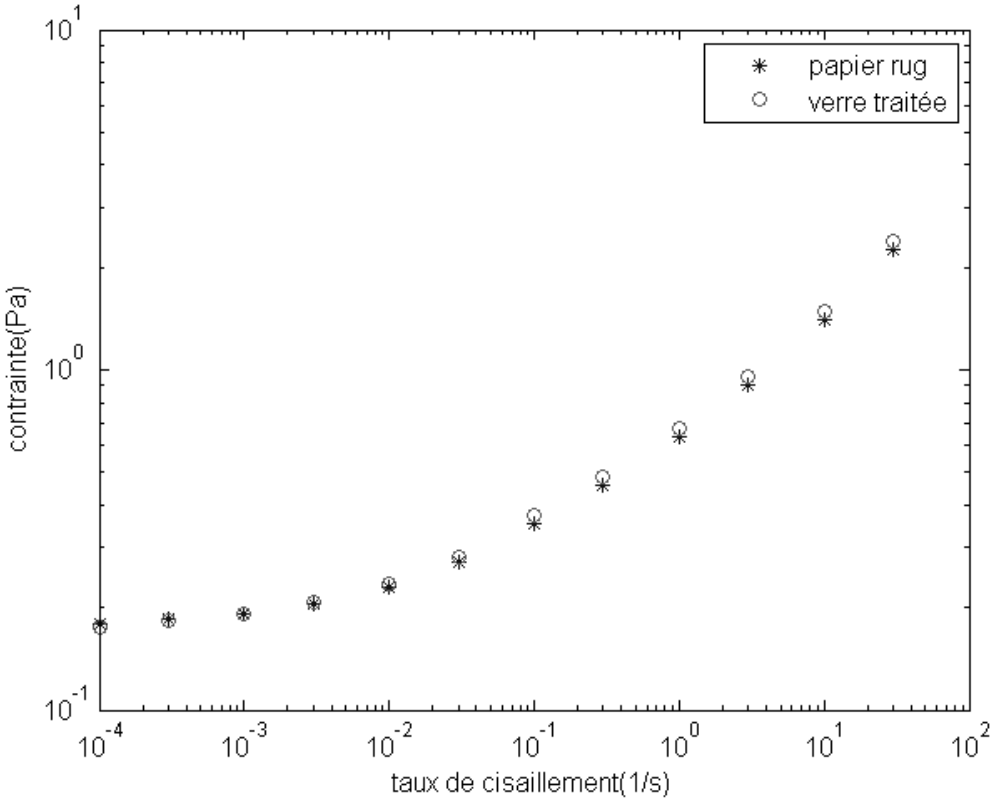


Figure.3- 3 Contrainte de cisaillement en fonction du taux de cisaillement en régime permanent du gel de Carbopol de seuil $\boldsymbol{\tau_y = 0.17Pa}$ pour des surfaces en verre traité par une solution de PEI et des surfaces rugueuses pour éliminer le glissement

(a)

(b)

(c)

(d)

Figure.3- 4 Observation de dispersions des cristaux liquides dans un gel de Carbopol de 0,05Pa par microscopie, les cristaux liquides bien dispersés sont de l'ordre de $\mathbf{10}\boldsymbol{\mu m}$ (a), les agrégats de taille moyenne sont de $\mathbf{30}\sim\mathbf{60}\boldsymbol{\mu m}$ (b) et (c), les agrégats plus gros (vu à l'œil nu) sont de l'ordre de $\mathbf{200}\boldsymbol{\mu m}$

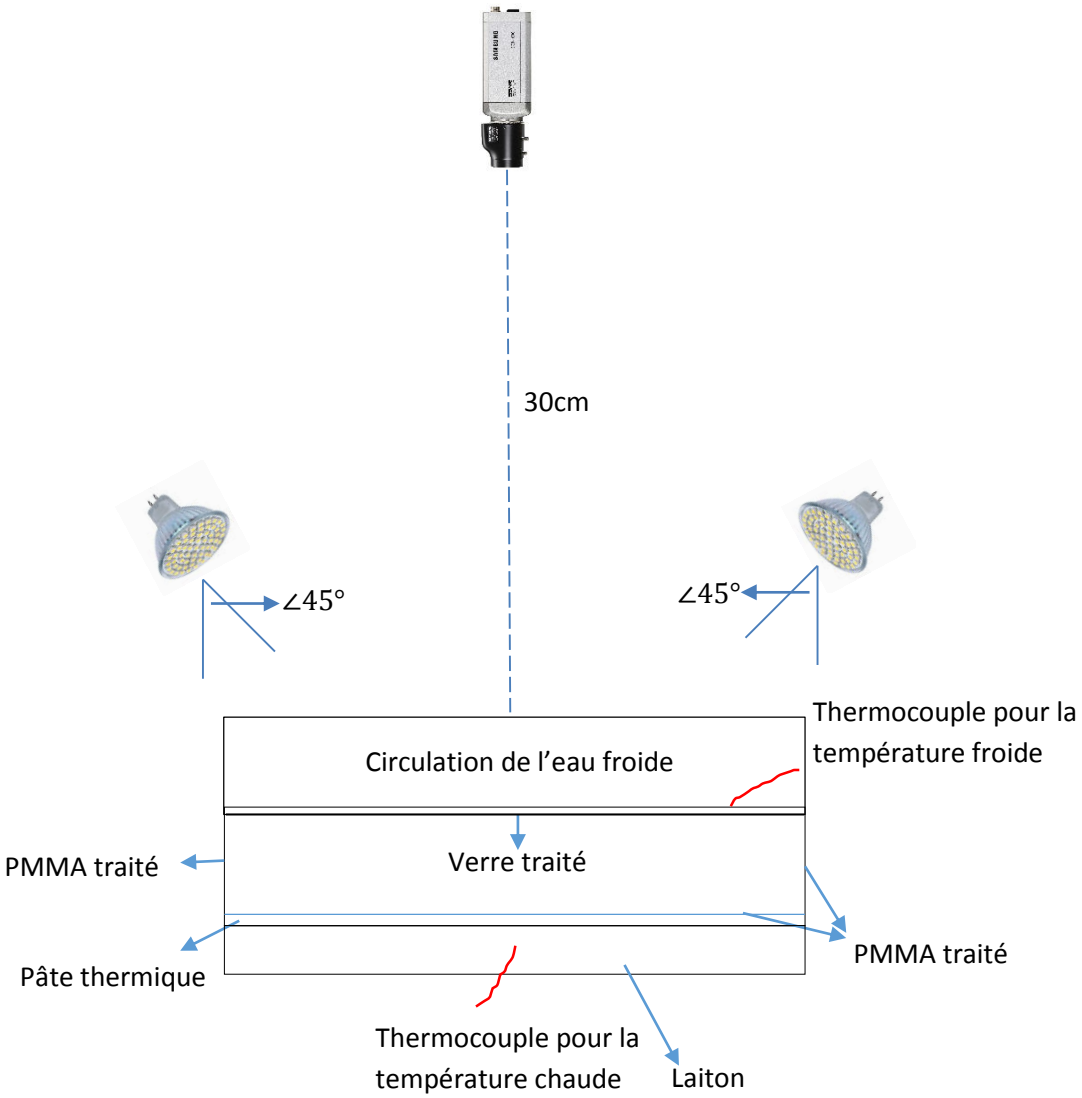
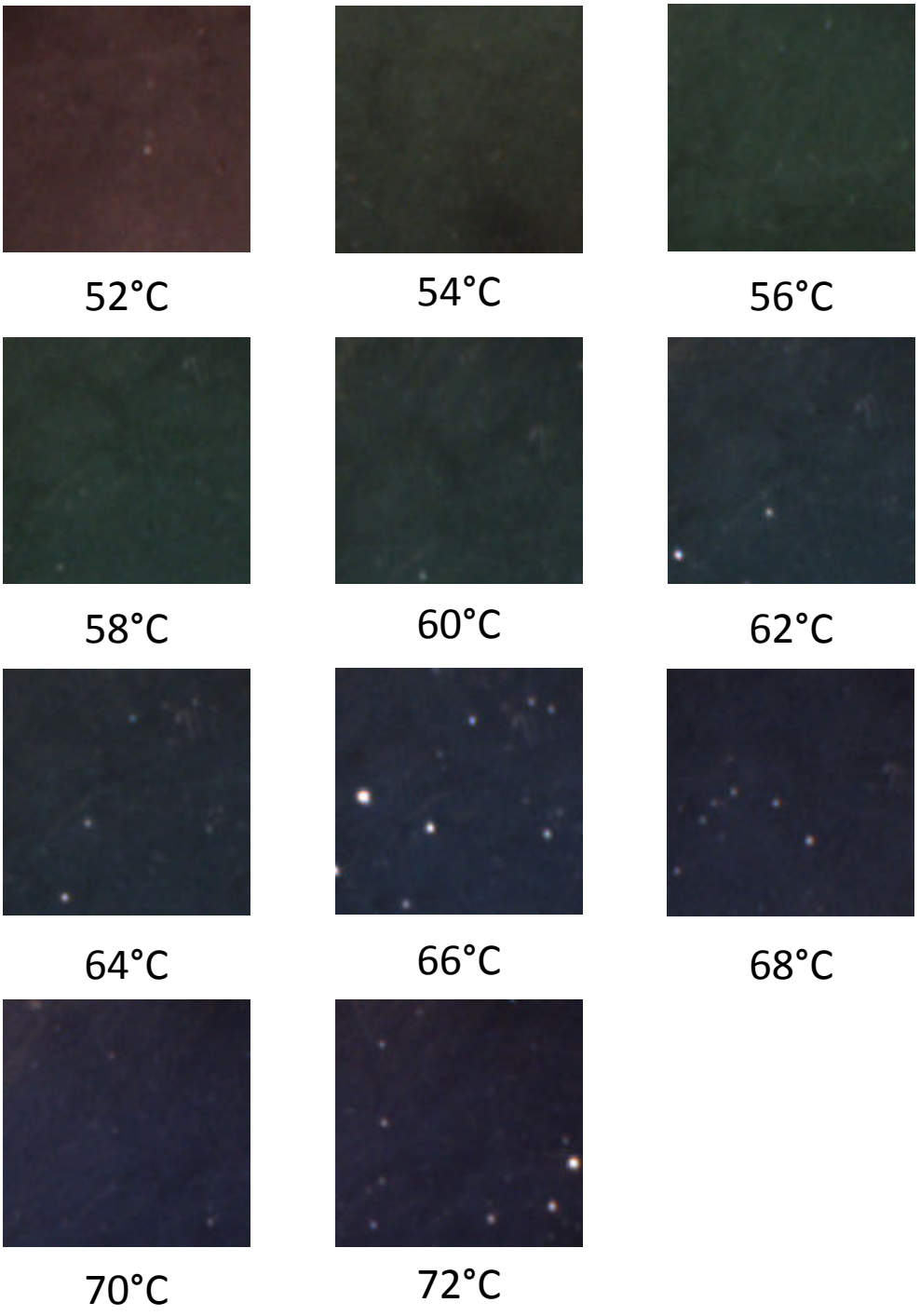


Figure.3- 5 Schéma de la cellule cylindrique de Rayleigh-Bénard avec les surfaces traitées contre le glissement à la paroi et le système de visualisation avec l'éclairage



(a)

(b)

Figure.3- 6 Etalonnage des cristaux liquides de 52℃ au 72℃ avec un mélange de Carbopol 0,008Pa et une suspension des cristaux liquides encapsulées de 0.2%wt, (b) barre aux couleurs avec une correspondance de température

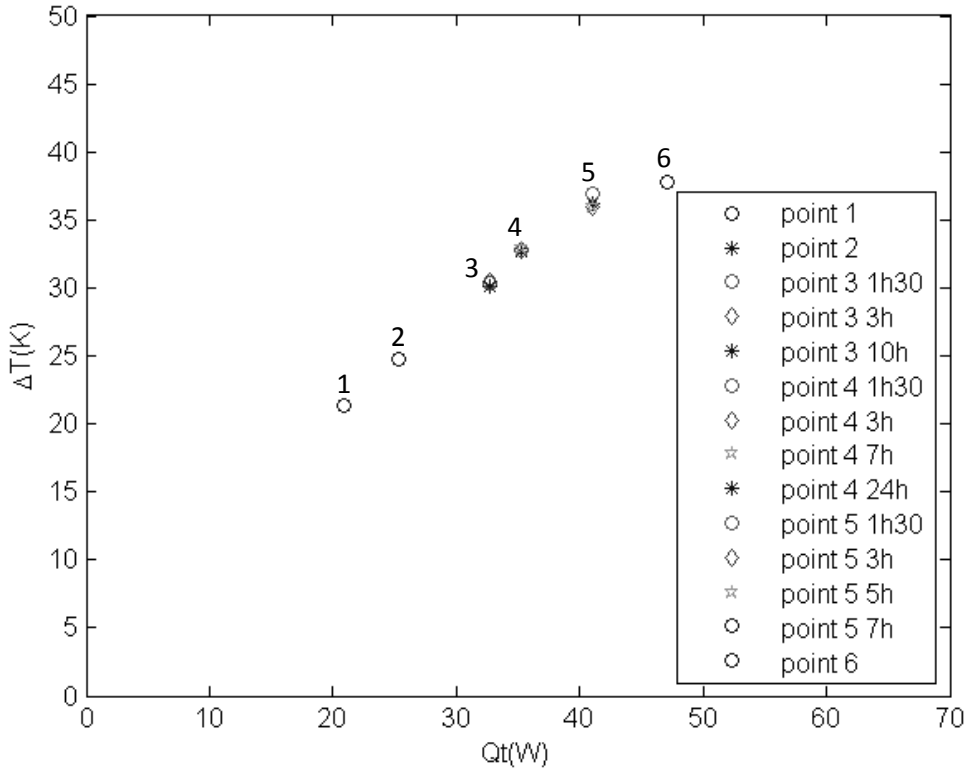


Figure.3- 7 Différence de température entre les surfaces chaudes et froides en fonction de la puissance de chauffe pour des expériences de longue durée. Le point (4) est la première mesure dans le régime convectif. Il est constitué de 4 mesures superposées à des temps différents. Le point (5) est la deuxième mesure dans le régime convectif. Il est constitué de 4 mesures superposées à des temps différents.

Figure.3- 8 Image capturée des visualisations avec les cristaux liquides thermochromiques montrant l'apparition de l'instabilité après 7h d'attente à partir de l'augmentation de la puissance Qt=35W, les cercles rouges indiquent les premières cellules de convections. (les bulles d'air capturés dans l'image sont tous dans la circulation de l'eau froide)

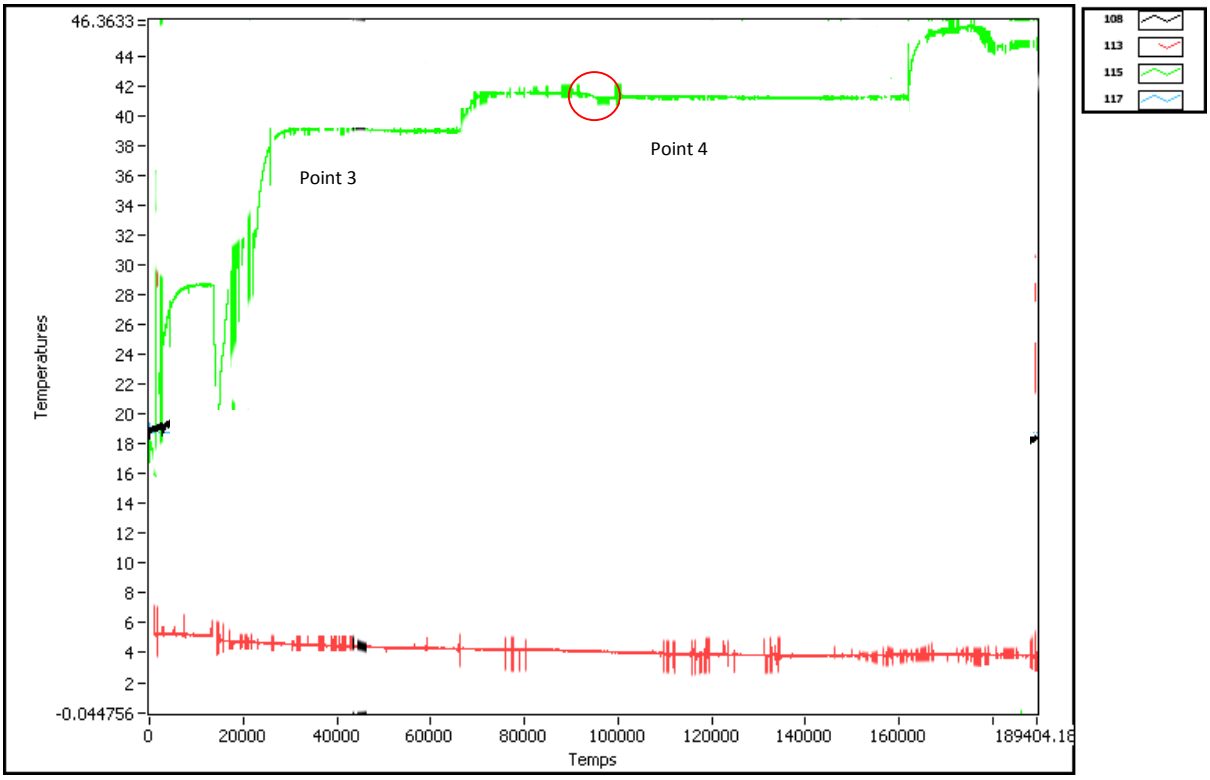


Figure.3- 9 L'acquisition de température (℃) chaude (ligne verte) et froide (ligne rouge) en fonction du temps (s) pour l'expérience de longue durée. Pour le point 3 la température reste constante. Pour le point 4, il y a une descente de température après un temps d'attente vers 7h, et puis la température remonte (voir le rond rouge)

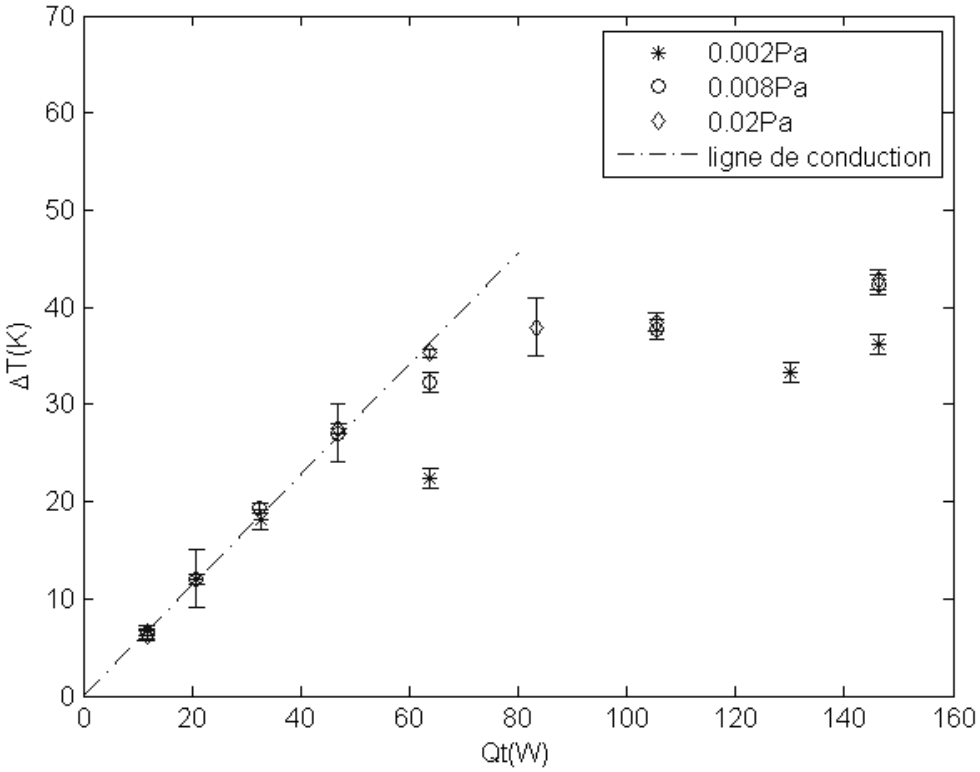


Figure.3- 10 Distance d=10mm. Différence de température en fonction de la puissance de chauffage pour trois gels de Carbopol de seuil différents. La ligne pointillée représente le régime conductif, dans lequel tous les échantillons partagent la même pente avec d fixées

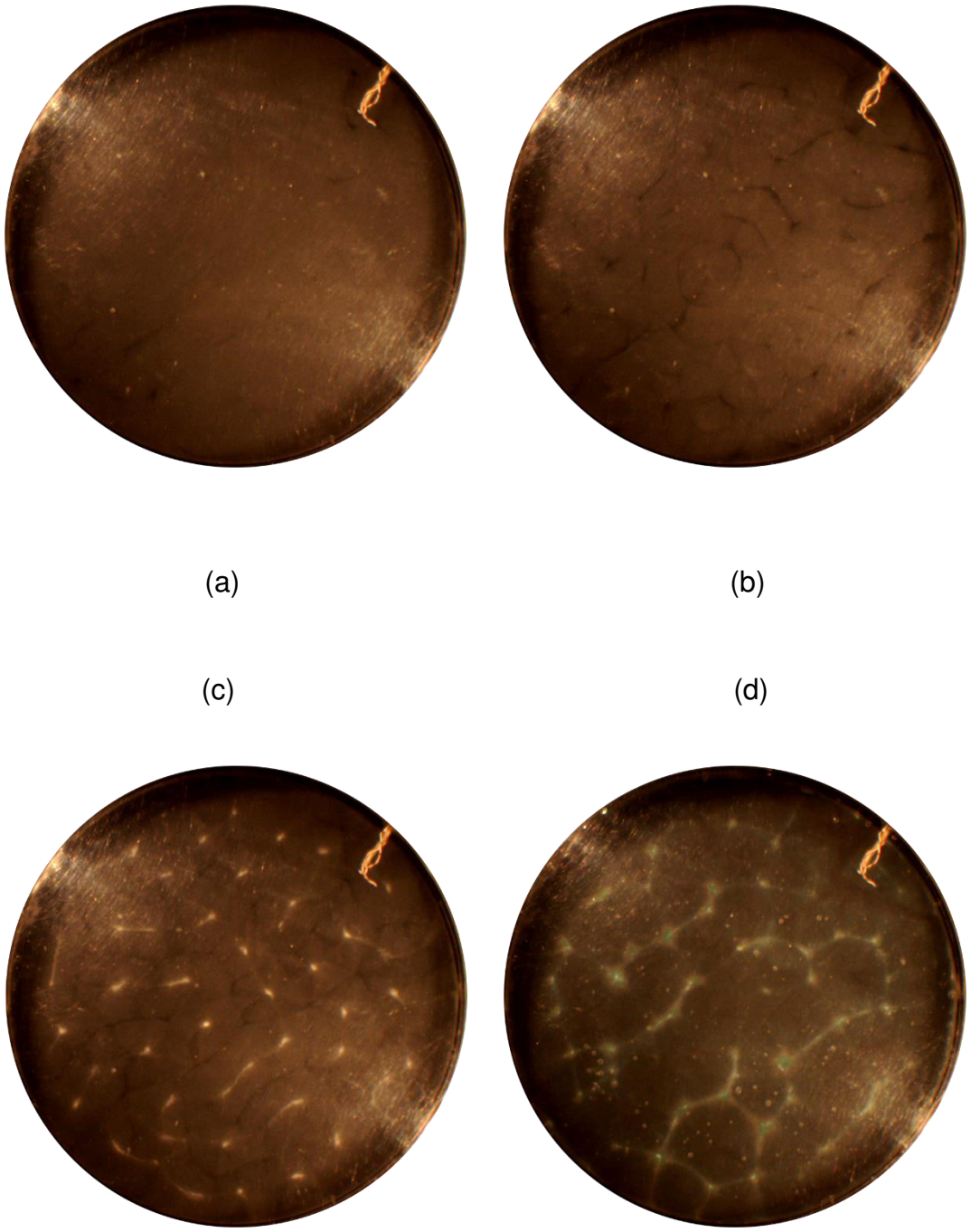


Figure.3- 11 Images capturées des visualisations avec cristaux liquides thermochromiques pour le gel de Carbopol de seuil 0,002Pa en fonction de puissance de chauffe à d=10mm, (a) Qt=20,8W, ΔT=13,1K, (b) Qt=32,6W, ΔT=19,2K, (c) Qt=63,8W, ΔT=23,5K, (d) Qt=146,3W, ΔT=37,3K, Tc=57,8°C

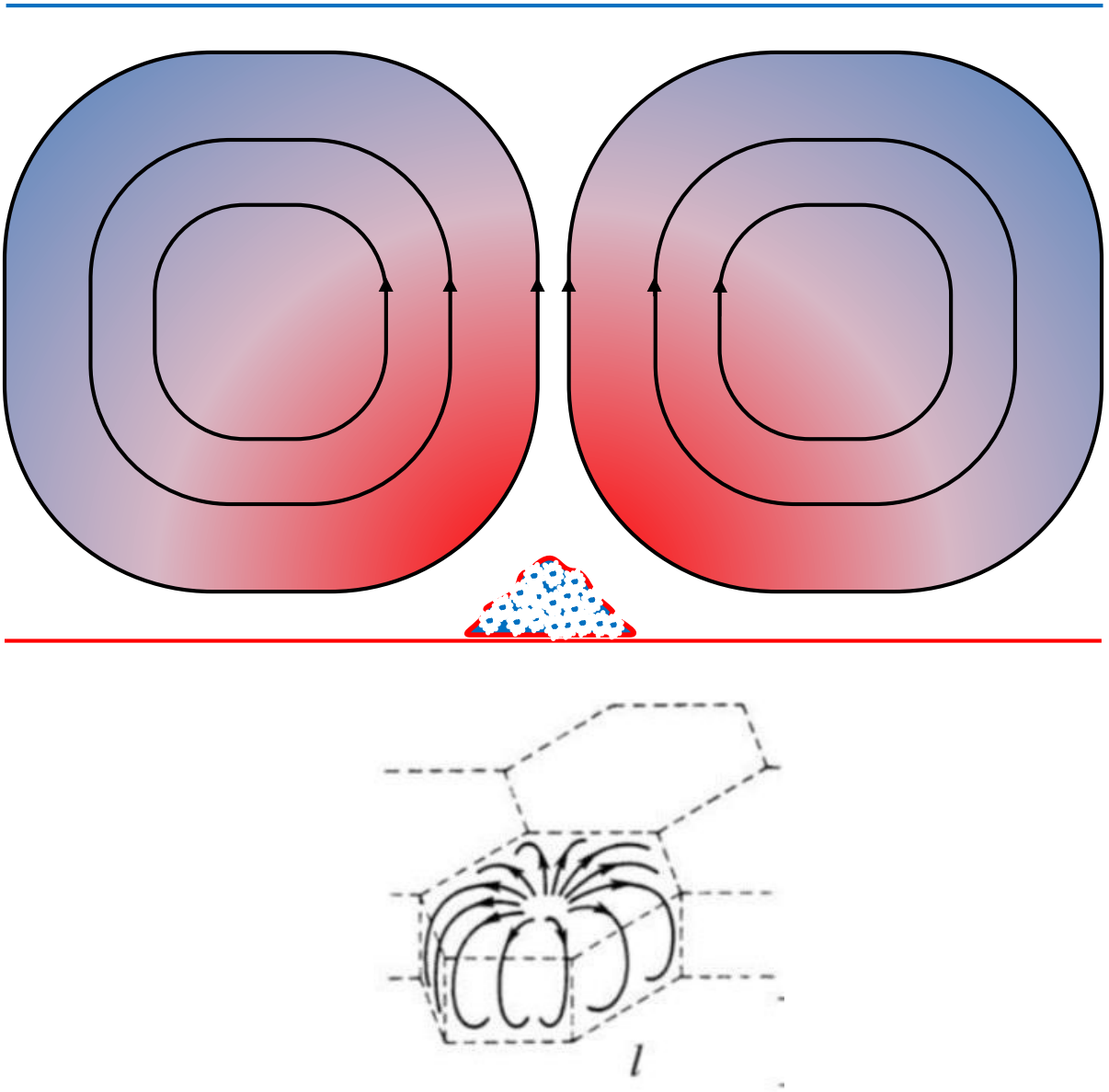
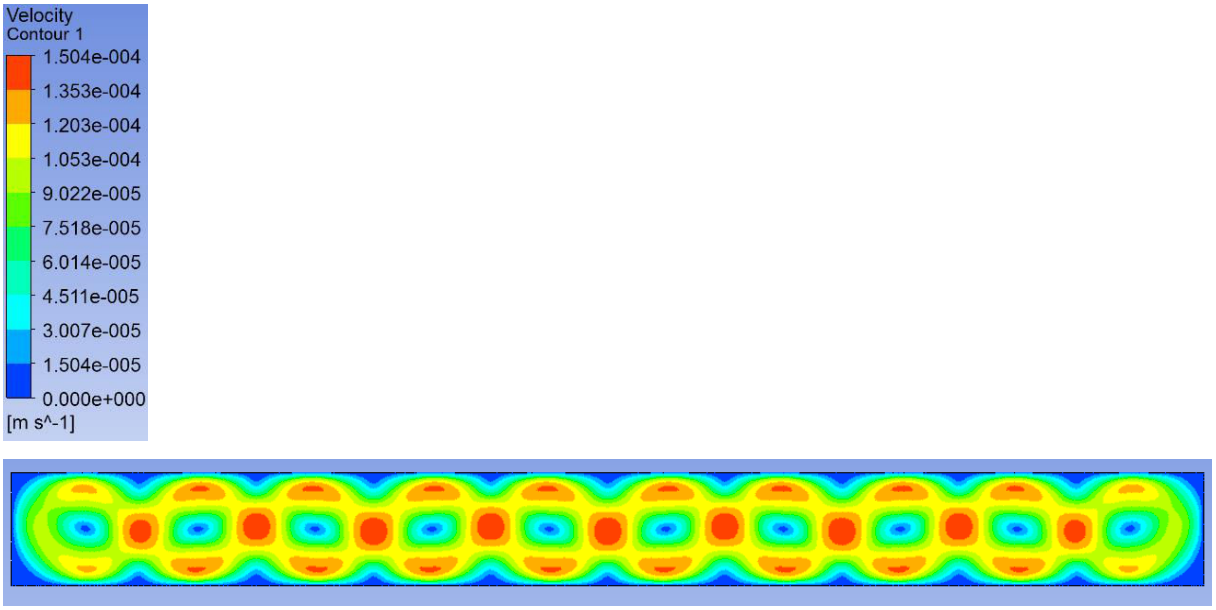
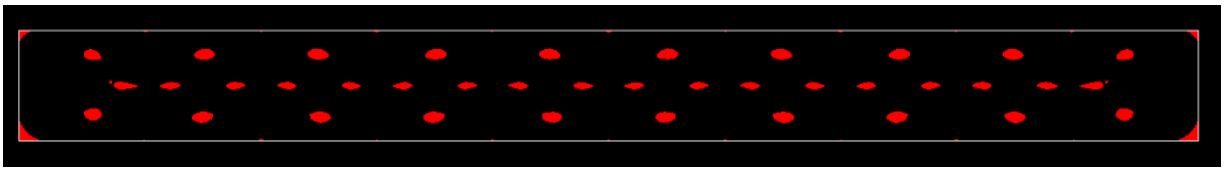


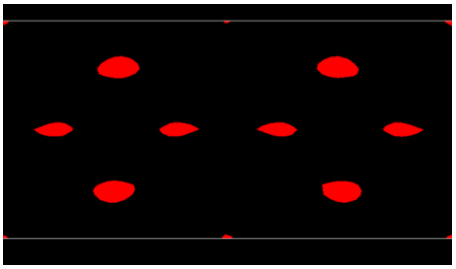
Figure.3- 12 Schéma en coupe des cellules de convection montrant l'accumulation de particule dans les zones rigides statiques ou de faibles gradients de cisaillement (taches blanches sur les photographies de la cellule). L'image du bas montre les cellules de type L en 3D extraite de Getling [18]

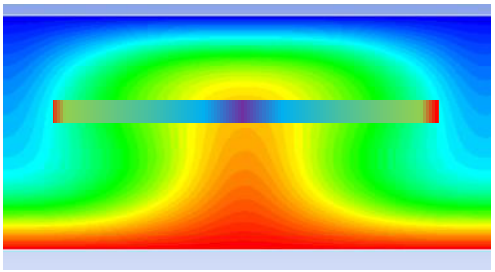


(a)



(b)





(c) (d)

Figure.3- 13 Résultats numériques pour un fluide de Bingham dans un rectangle de rapport d'aspect 10. (a) Champs de vitesse (b) les zones seuillées (en rouge) (c) les zones seuillées pour une longueur d'onde (d) le champ de température pour une longueur d'onde.

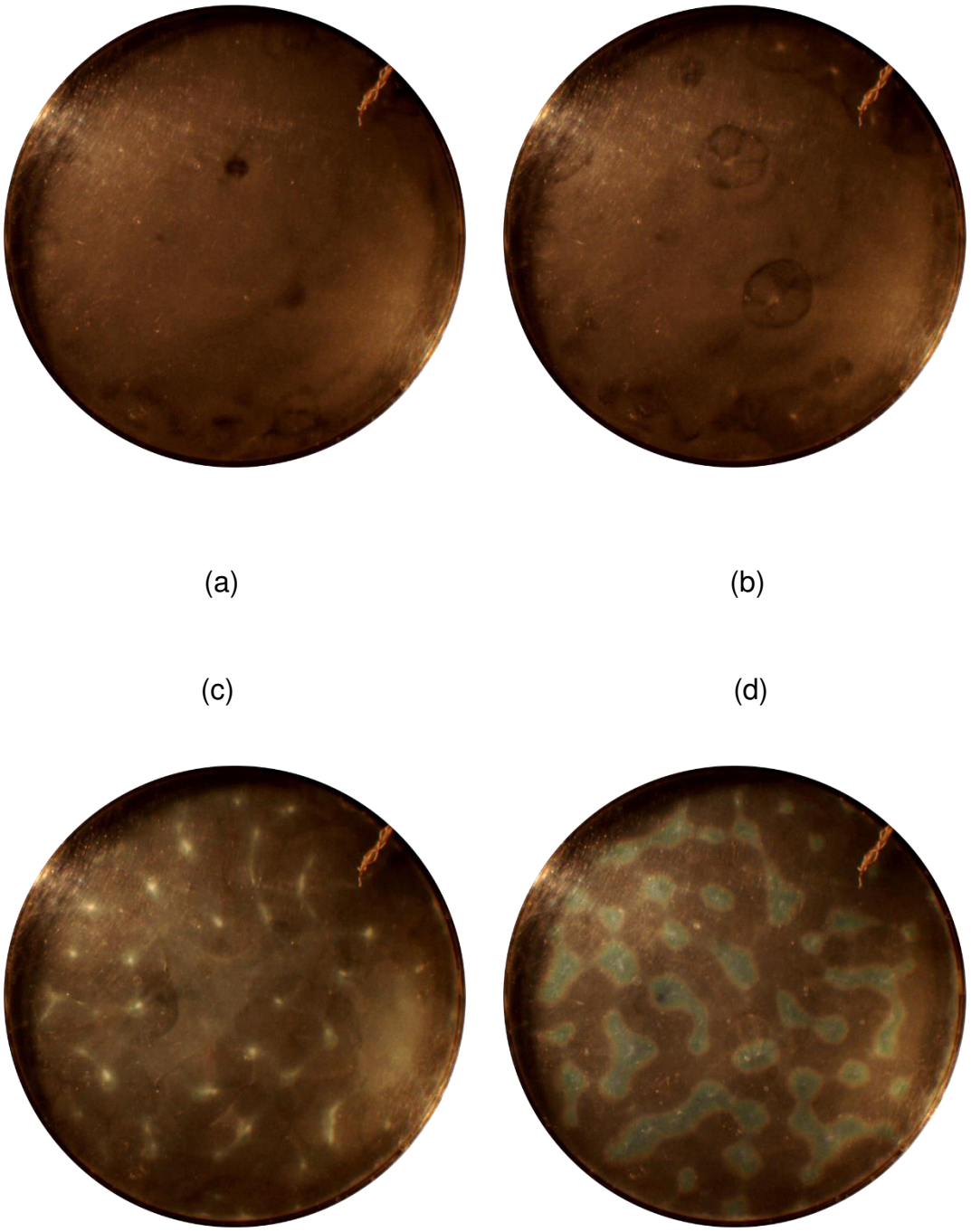


Figure.3- 14 Images capturées des visualisations avec cristaux liquides thermochromiques pour le gel de Carbopol de seuil 0,008Pa en fonction de puissance de chauffe àd=10mm, (a) Qt=46,8W, ΔT=37,4K, (b) Qt=63,8W, ΔT=33,4K, (c) Qt=105,5W, ΔT=38,8K, Tc=55,3°C, (d) Qt=146,3W, ΔT=43,4K, Tc=63,9°C

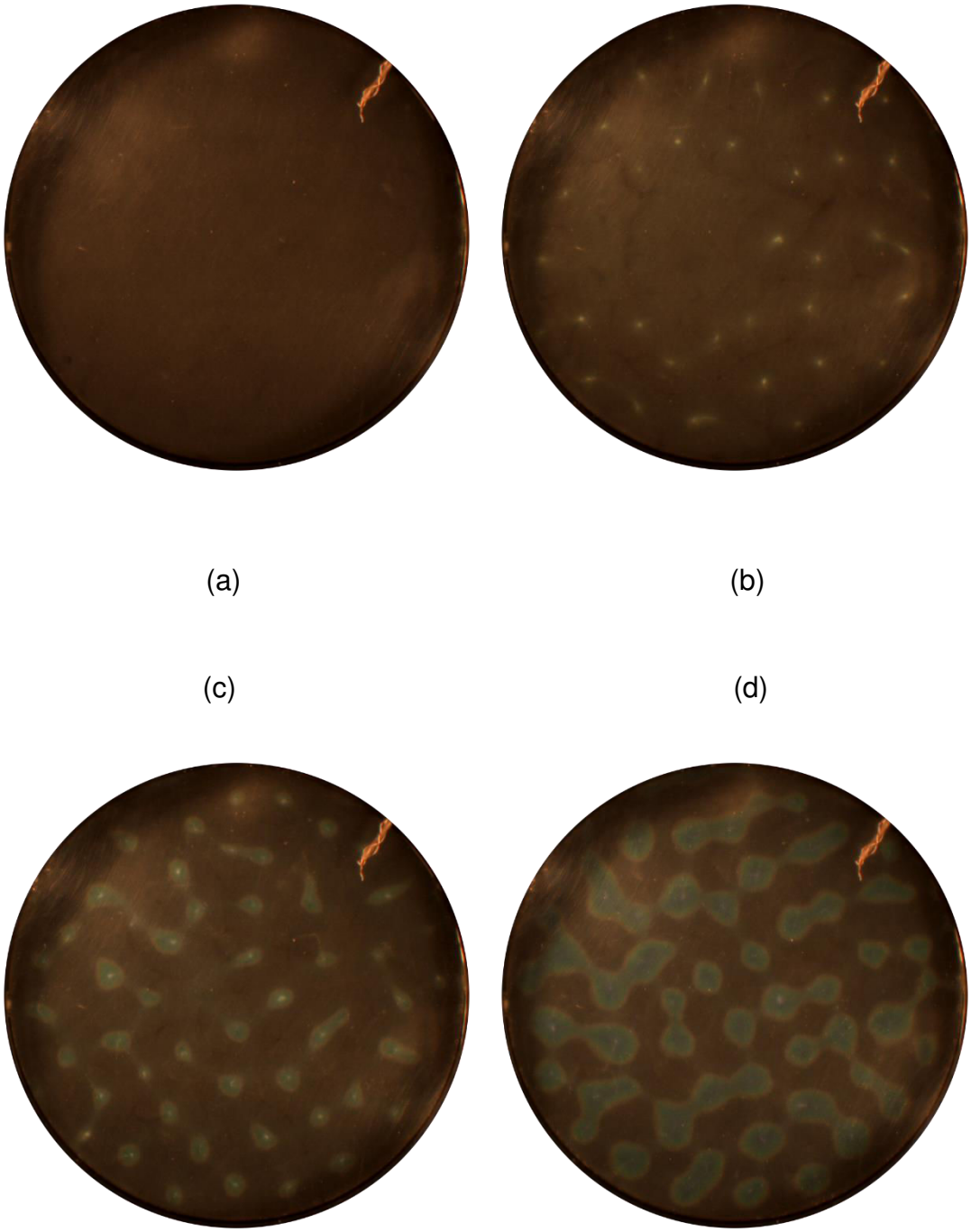


Figure.3- 15 Images capturées des visualisations avec cristaux liquides thermochromiques pour le gel de Carbopol de seuil 0,02Pa en fonction de puissance de chauffe à d=10mm, (a) Qt=63,7W, ΔT=36,4K, (b) Qt=83,2W, ΔT=39,1K, Tc=53,3°C, (c) Qt=105,4W, ΔT=19,6K, Tc=56,1°C, (d) Qt=146.2W, ΔT=44,0K, Tc=64,5°C

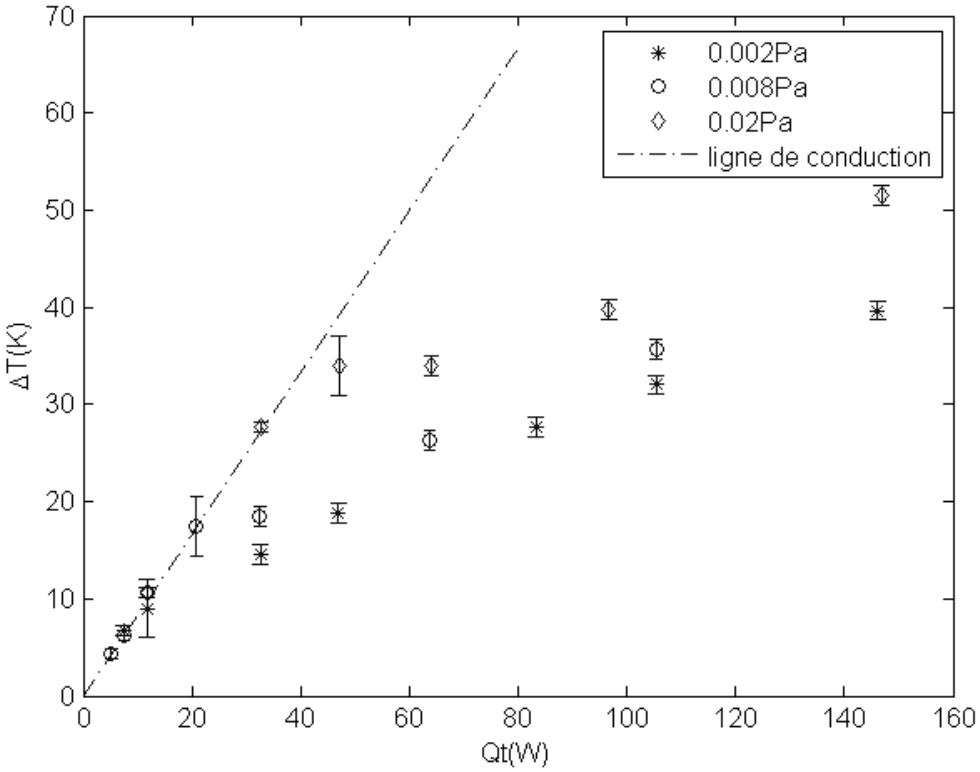


Figure.3- 16 Distance d=17mm. Différence de température en fonction de la puissance de chauffage pour trois gels de Carbopol de seuil différents. La ligne pointillée représente le régime conductif, dans lequel tous les échantillons partagent la même pente avec d fixées

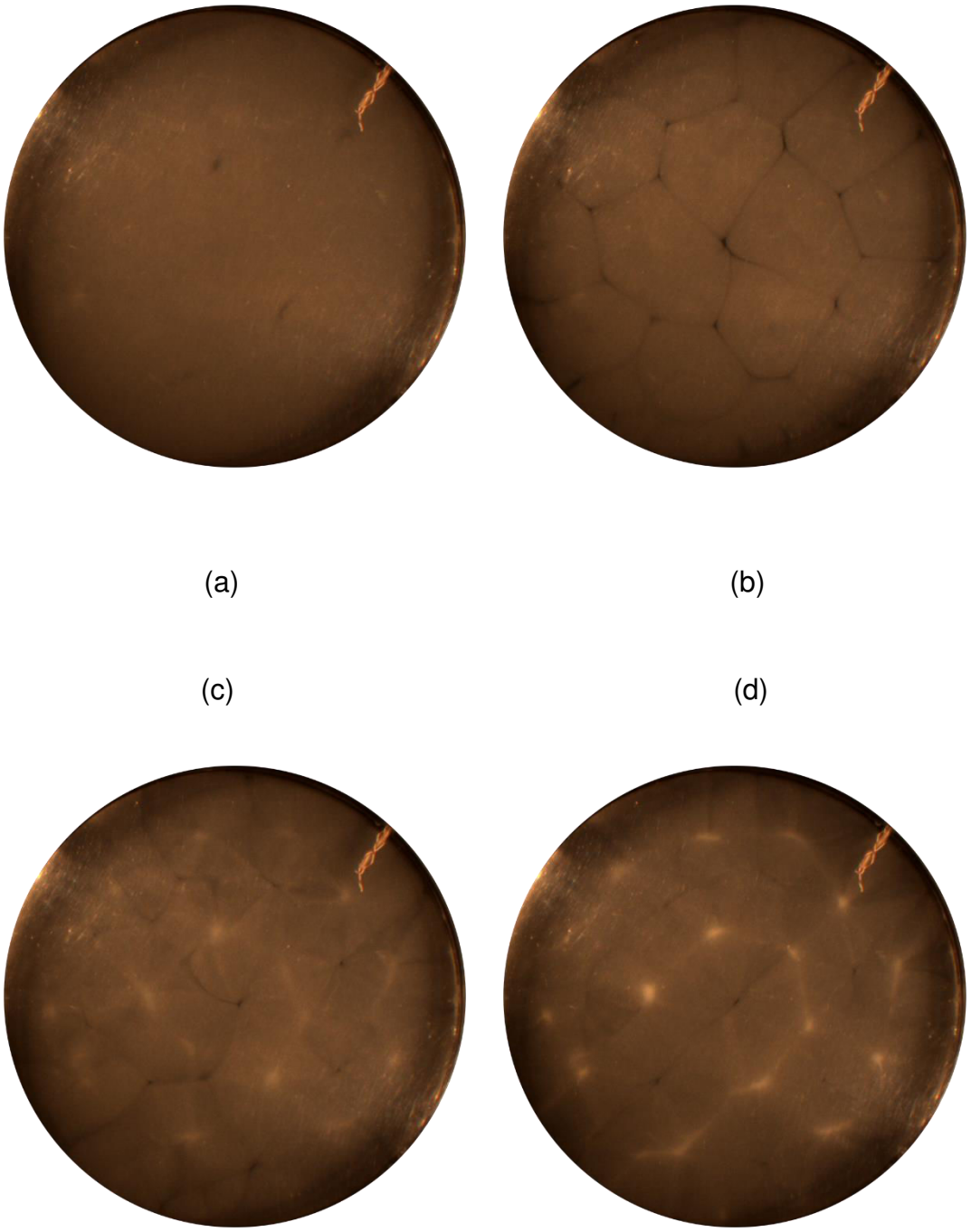


Figure.3- 17 Images capturées des visualisations avec cristaux liquides thermochromiques pour le gel de Carbopol de seuil 0,002Pa en fonction de puissance de chauffe àd=17mm, (a) Qt=7,5W, ΔT=7,9K, (b) Qt=11,7W, ΔT=10,1K, (c) Qt=32,6W, ΔT=15,6K, (d) Qt=46,8W, ΔT=19,9K.

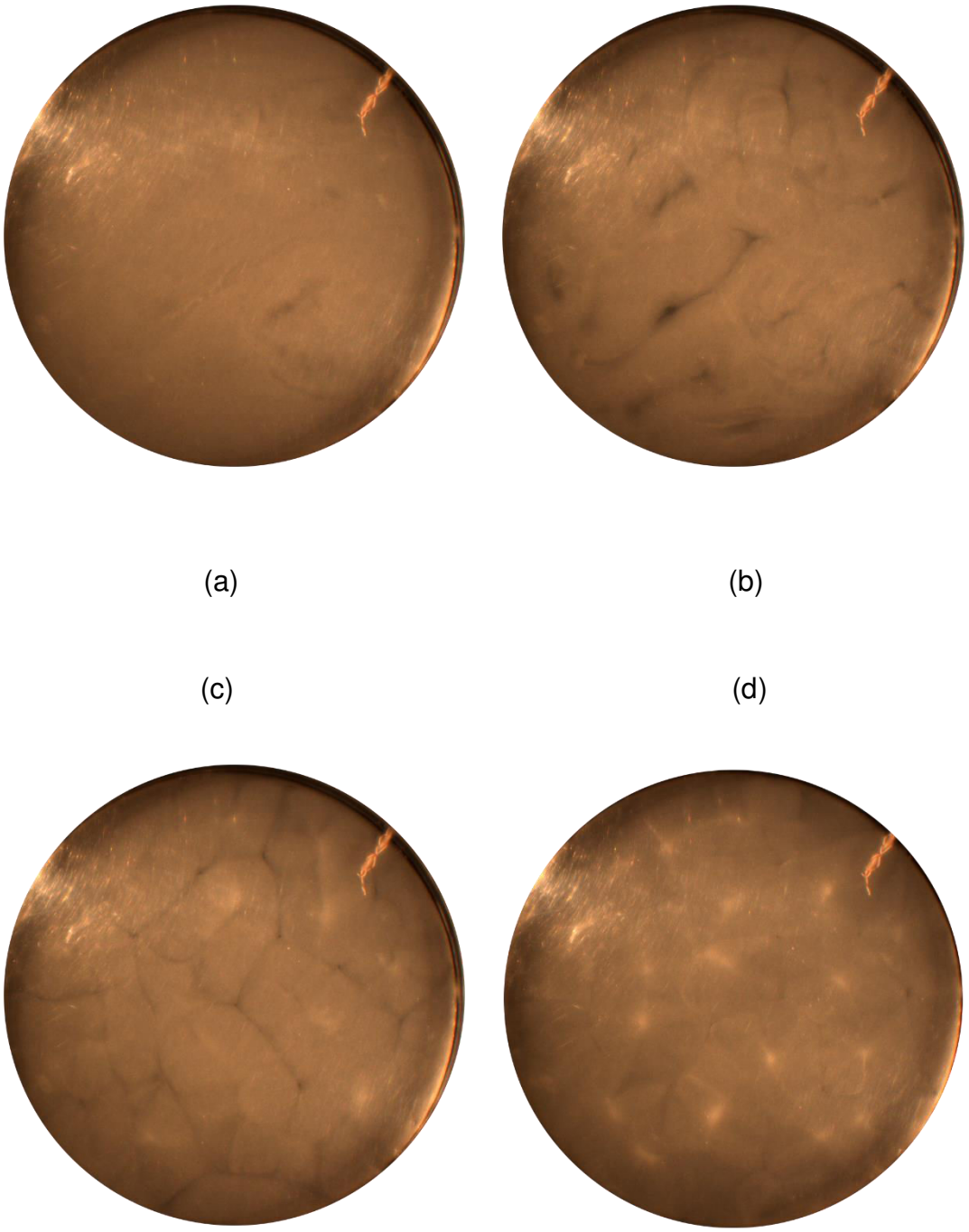


Figure.3- 18 Images capturées des visualisations avec cristaux liquides thermochromiques pour le gel de Carbopol de seuil 0,008Pa en fonction de puissance de chauffe à d=17mm, (a) Qt=20,9W, ΔT=18,6K, (b) Qt=32,5W, ΔT=19,6K, (c) Qt=63,8W, ΔT=27,4K, (d) Qt=105,4W, ΔT=36,8K

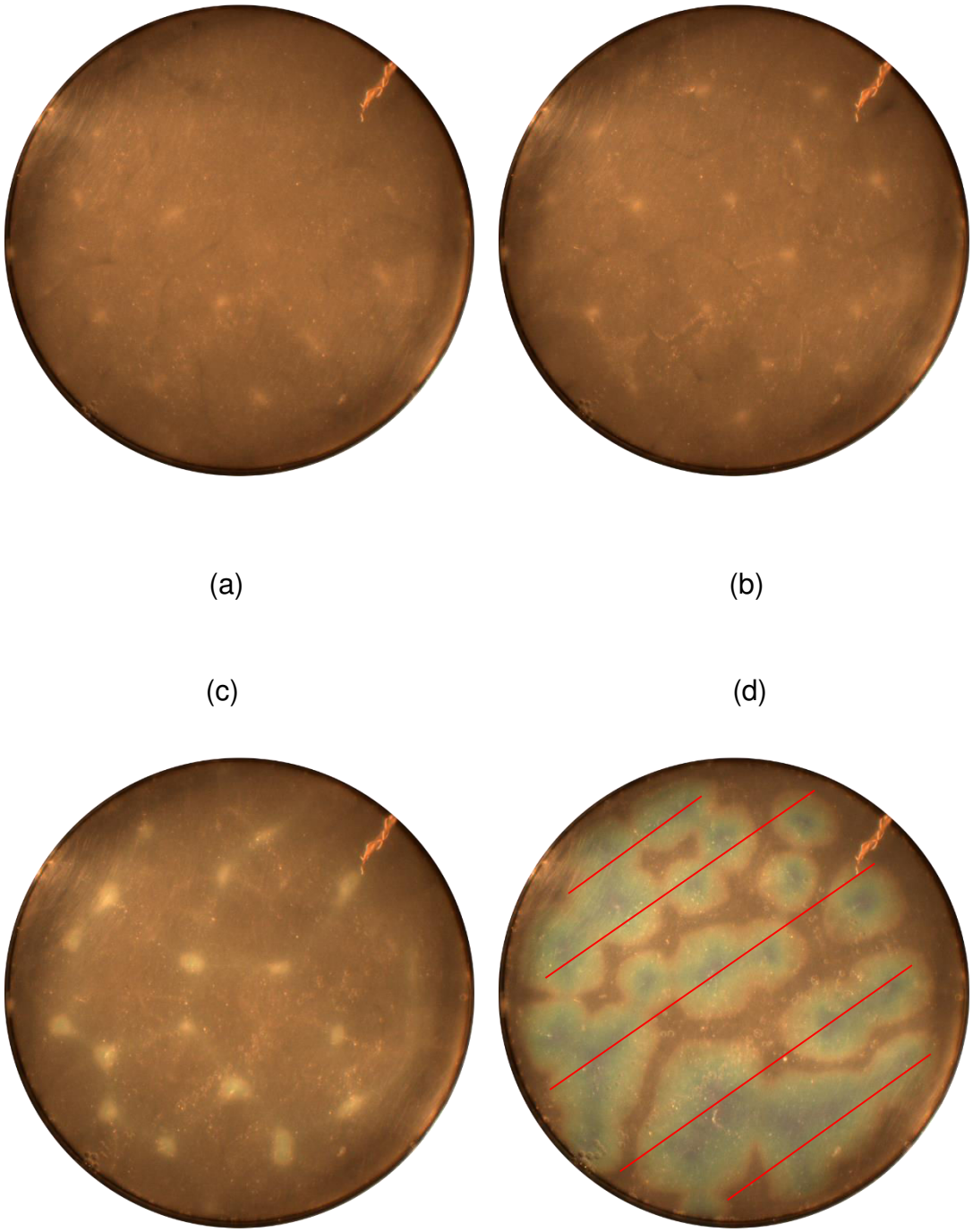


Figure.3- 19 Images capturées des visualisations avec cristaux liquides thermochromiques pour le gel de Carbopol de seuil 0,02Pa en fonction de puissance de chauffe à d=17mm, (a) Qt=47,1W, ΔT=35,1K, (b) Qt=64,0W, ΔT=35,2K, (c) Qt=96,7W, ΔT=40,8K, Tc=56.5°C, (d) Qt=146,8W, ΔT=52,6K, Tc=73,3°C. (Les lignes rouges correspondent les centres des 5 rouleaux principaux)

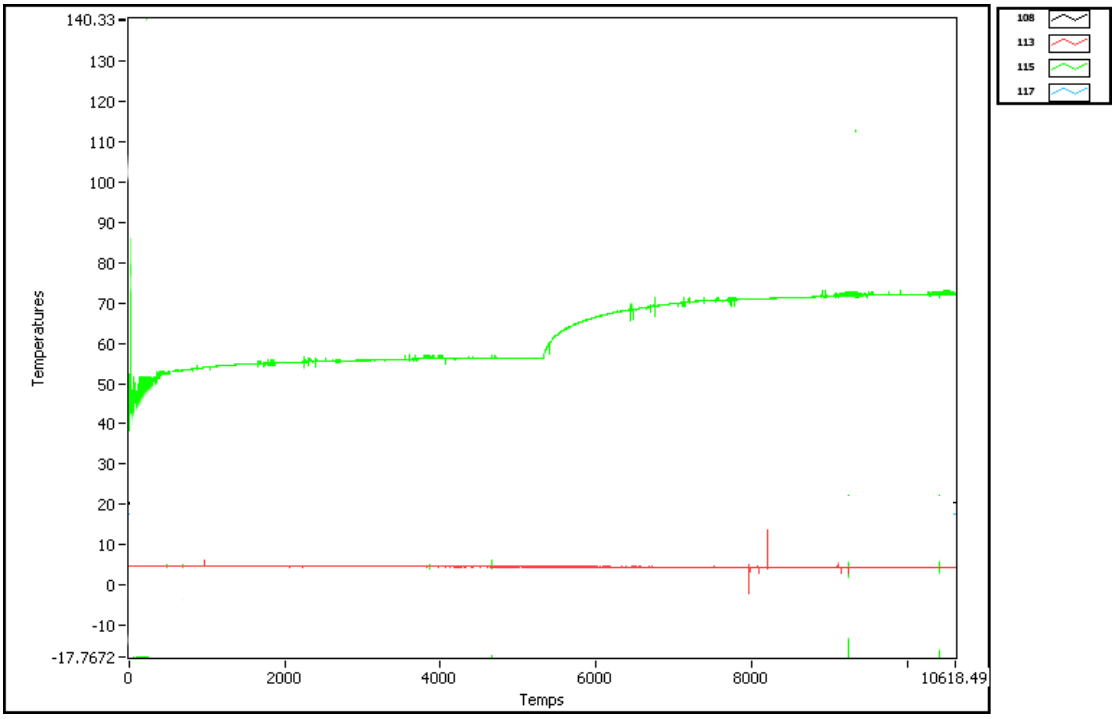


Figure.3- 20 Capture de l'acquisition de température (°C) en fonction du temps (s) pour la puissance donnée à 96,7W et 146,8W (depuis le logiciel *Keithley*). La ligne verte est la mesure des thermocouples pour la plaque chaude. La ligne rouge pour celles de la circulation de l'eau froide.

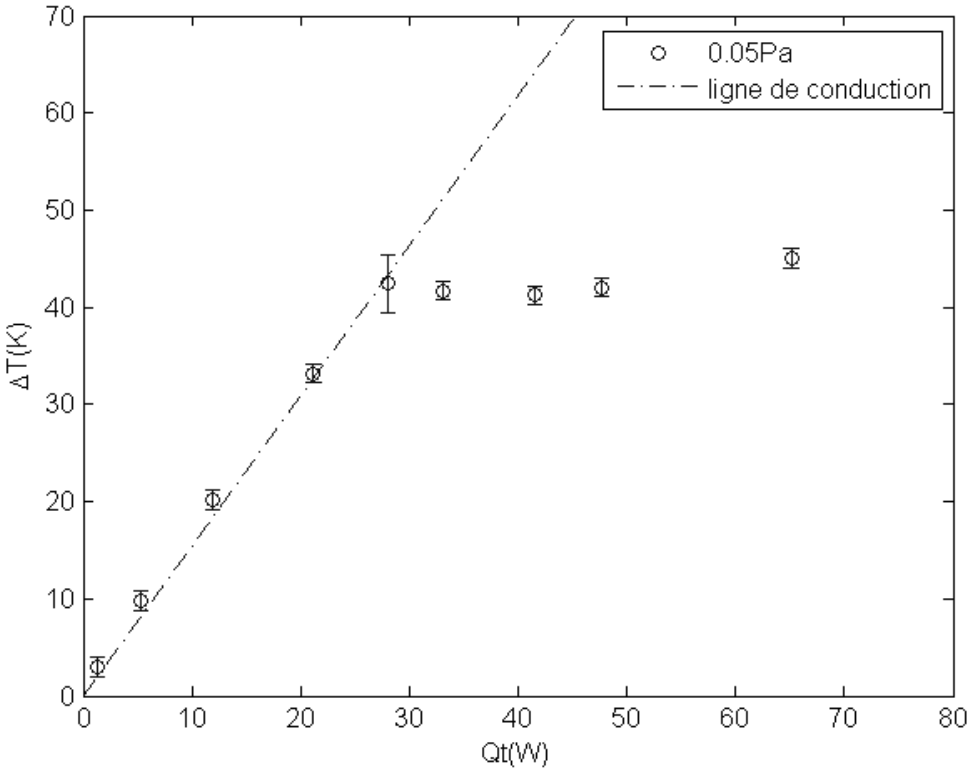


Figure.3- 21 Différence de température entre les surfaces chaudes et froide en fonction de la puissance de chauffage pour trois gels de Carbopol de seuil différents. La ligne pointillée la prédiction théorique pour régime conductif, dans lequel tous les échantillons partagent la même pente avec d fixée. Distance d=30mm.

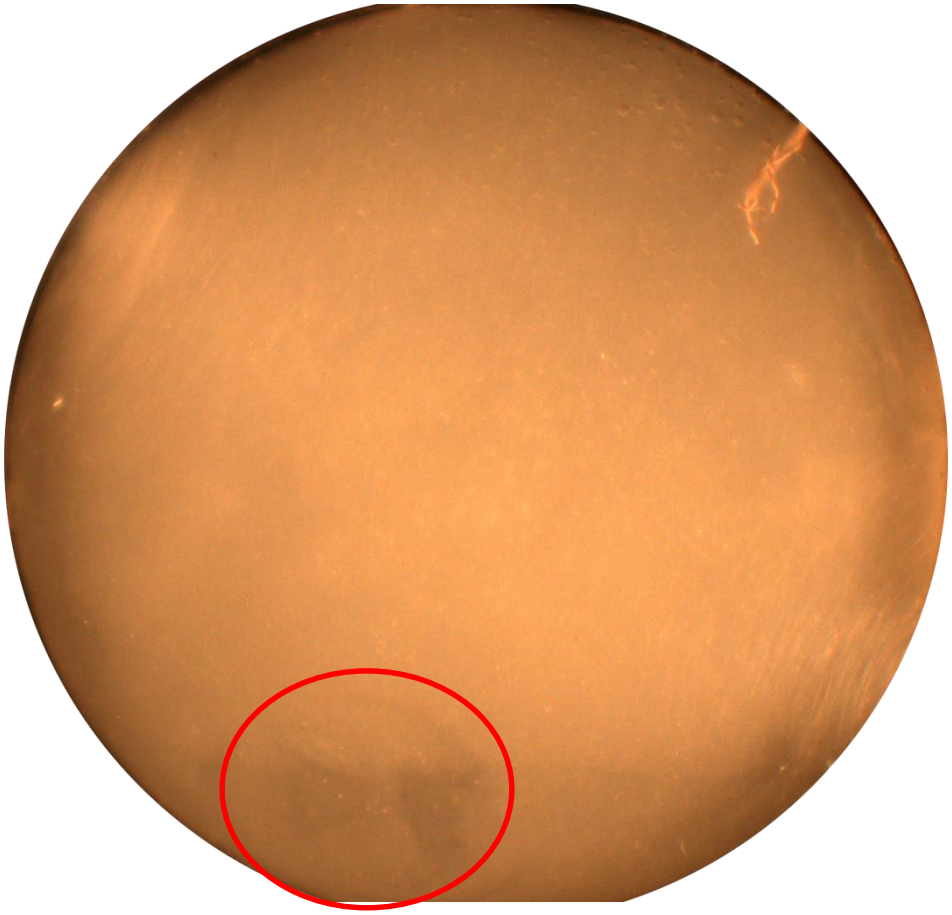


Figure.3- 22 Détection de déclenchement de la convection pour le gel de Carbopol de 0,05Pa à Qt=28,3W, Tc=42 C. Le cercle rouge indique la cellule de convection.

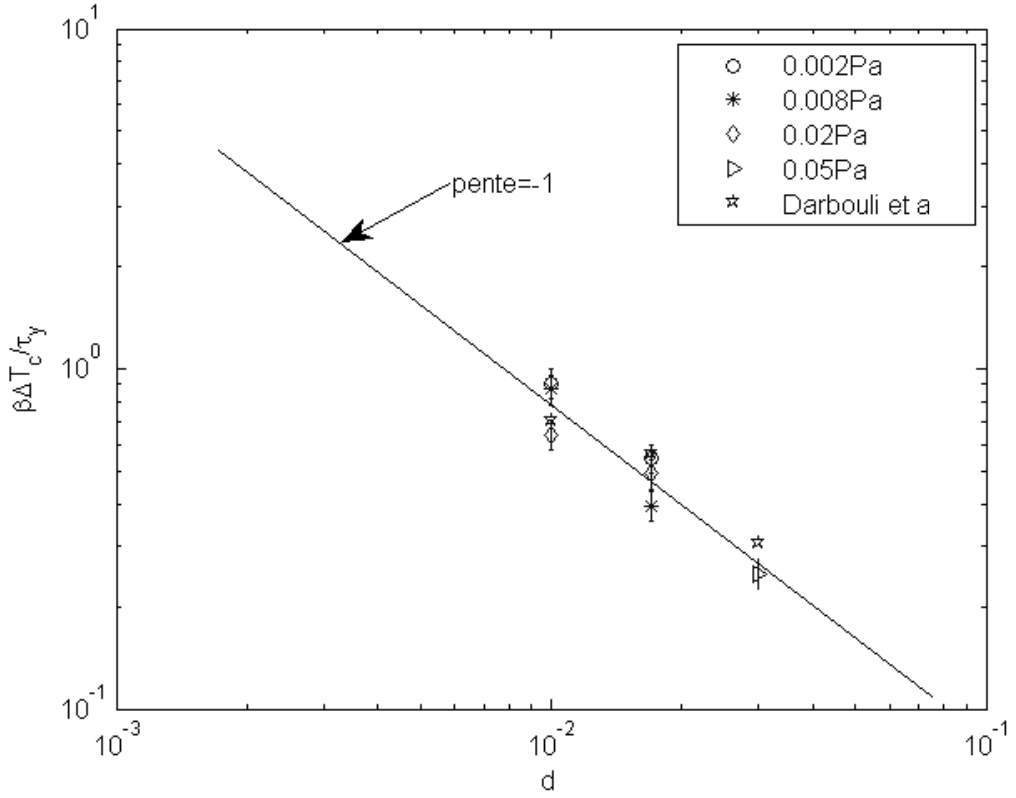
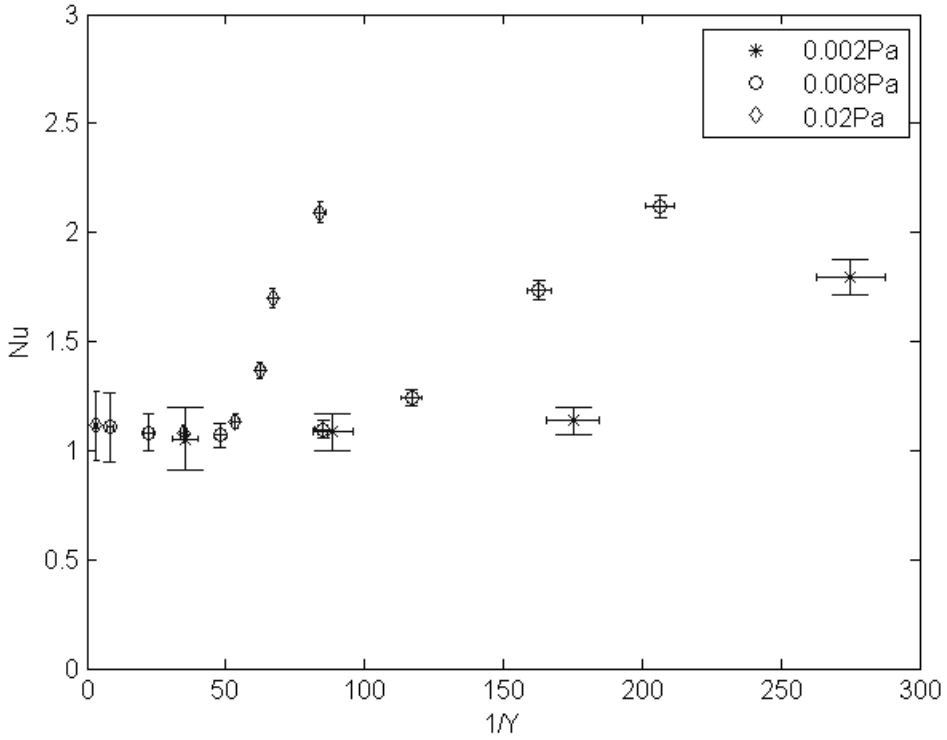
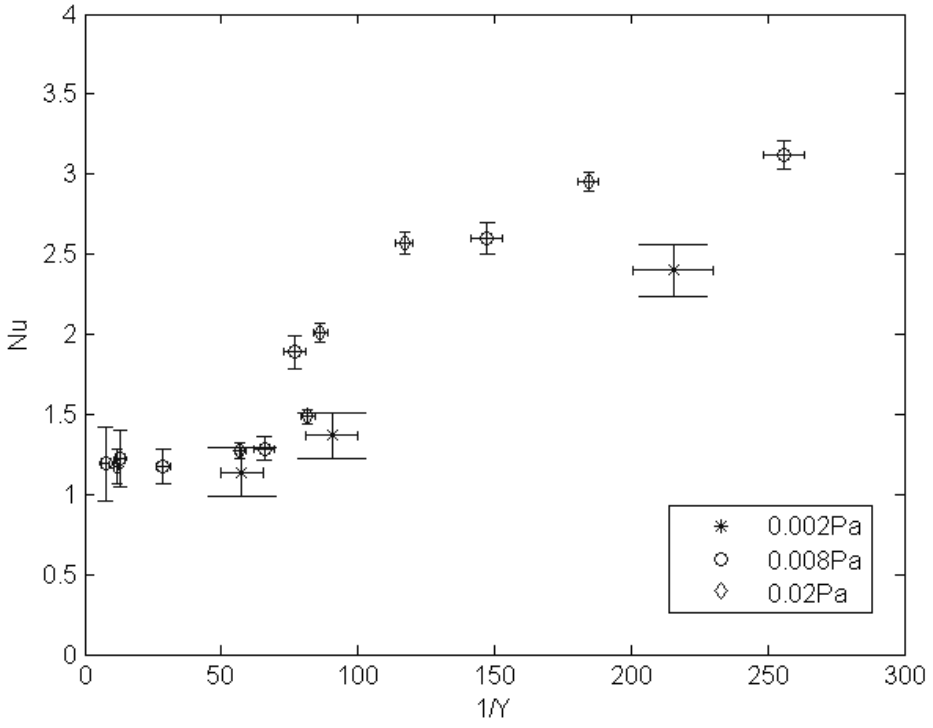


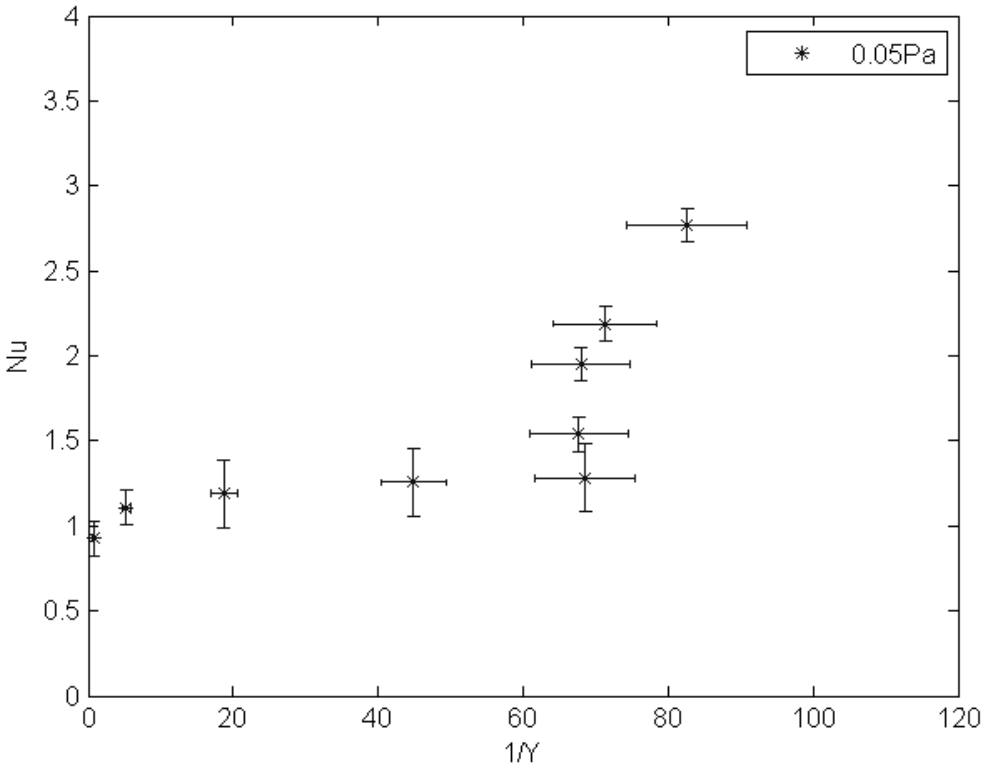
Figure.3- 23 Variation de $\beta\Delta T_c/\tau_y$ en fonction de la distance d pour les gels de Carbopol., les étoiles pour le seuil d'écoulement de 0,031Pa sont les résultats de Darbouli et al. [6]. La droite correspond à la pente -1 pour $\beta\Delta T_c/\tau_y$ par rapport à d


0.002Pa
0.008Pa
0.02Pa
Nu
1/Y
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3
0
50
100
150
200
250
300

(a)


0.002Pa
0.008Pa
0.02Pa
Nu
1/Y
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3
3.5
4
0
50
100
150
200
250
300

(b)



(c)

Figure.3- 24 Nu en fonction de $\boldsymbol{Y^{-1}}$ dans le cas $\boldsymbol{d = 10mm}$ (a), les valeurs critiques de $\boldsymbol{Y^{-1}}$ sont entre 65 et 95, $\boldsymbol{d = 17mm}$ (b), le point rouge est la valeur 80, on trouve un changement de régime significatif autour de cette valeur, et $\boldsymbol{d = 30mm}$ (c) pour le cas de gel de Carbopol de 0,05Pa, la valeur critique est autour de 70.

ΔTc (K)	**0,002Pa**	**0,008Pa**	**0,02Pa**	**0,05Pa**
10mm	13,1	28,1	39,0	
17mm	7,9	18,6	35,1	
30mm				42,4

Tableau.3- 4 $\Delta \boldsymbol{T_c}$ pour les gels de Carbopol avec les différentes hauteurs

$\boldsymbol{Y_c}^{-1}$	0,002Pa	0,008Pa	0,02Pa	0,05Pa
10mm	**88**	**85**	**62**	
17mm	**90**	**65**	**81**	
30mm				**68**

Tableau.3- 5 $\boldsymbol{Y_c}^{-1}$ calculés pour les gels de Carbopol désignés par la valeur de leur seuil d'écoulement avec les trois distances d

Pr_c	0,002Pa	0,008Pa	0,02Pa	0,05Pa
10mm	603	1141	1258	
17mm	748	1633	1580	
30mm				1951

(a)

Ra_c	0,002Pa	0,008Pa	0,02Pa	0,05Pa
10mm	1494	2837	4479	
17mm	3621	4642	13910	
30mm				80364

(b)

Od_c	0,002Pa	0,008Pa	0,02Pa	0,05Pa
10mm	0.0177	0.0185	0.0302	
17mm	0.0242	0.0256	0.0362	
30mm				0.0846

(c)

Tableau.3- 6 Valeurs de Pr Ra et Od dans les conditions critiques pour les gels de Carbopol désignés par la valeur de leur seuil d'écoulement avec les trois distances d

Chapitre 4

Natural convection in shear-thinning yield stress fluids in a square enclosure (sous-forme d'article)

Natural convection in shear-thinning yield stress fluids in a square enclosure

Chong Li[a], Christel Métivier[b,*], Albert Magnin[a]

[a] *Université Grenoble Alpes, LRP, F-38000 Grenoble, France. CNRS, LRP, F-38000 Grenoble, France.*
[b] *Laboratoire d'Energétique et de Mécanique Théorique et Appliquée, UMR 7563 (Université de Lorraine, CNRS), France*

Abstract

The influence of viscoplastic rheological features on the Rayleigh-Bénard convection is investigated by numerical means in order to compare with first experimental results given by Darbouli et al [7]. The fluid is modelized by a regularized Herschel-Bulkley law which is often used to fit numerous pasty fluids such as Carbopol gels used in [7] for instance. We consider natural convection in a 2D square cavity heated from below. Critical values of Oldroyd number Od and yield number Y are provided. Numerical results highlight a stabilizing effect of the yield stress as well as a destabilizing effect of increasing shear-thinning coefficient n since the increase in n enhances the heat transfer in the range of our calculations. This is due to a decrease in viscosity close to the onset of convection ($\dot{\gamma} < 1$).

Results show that unyielded regions are mainly located in the square corners of the cavity but they can also develop in the cavity where convection occurs. The unyielded zones size increases with the increase in Oldroyd number Od and can invade all the cavity for sufficiently large values of Od.

Keywords: yield stress fluids, shear-thinning fluids, Rayleigh-Bénard convection, Herschel-Bulkley fluid

1. Introduction

The Rayleigh-Bénard Convection (RBC) in Newtonian fluids have been intensively studied due to a large interest in thermal transfer in fluids. Reviews on the RBC in Newtonian fluids cand be found in [1] - [3]. The Rayleigh-Bénard configuration consists on heating a fluid layer from below which involves a buoyancy force. The fluid remains motionless as far as the buoyancy effect does not overcome dissipative effects due to viscosity and thermal diffusivity. This competition is governed by the Rayleigh number Ra and above a critical value Ra_c,

*Corresponding author
Email address: Christel.Metivier@univ-lorraine.fr (Christel Métivier)

convection occurs in the fluid. In the Newtonian case, for an infinite cavity extent with no-slip conditions and perfect conducting walls, the criticality is $Ra_c = 1708$.

Despite a wide range of industrial and natural applications such as nuclearsafety, bio-reactor, food processes, tranportation of oil, earth sciences etc, the RBC in soft materials such as viscoplastic fluids has been little studied. This is probably due to the complexity to treat the solid-liquid transition in yield stress fluids. The first theoretical study is due to Zhang et al [4] which considered an inelastic Bingham fluid. The authors shown that the Rayleigh-Bénard for a Bingham fluid, when submitted to small perturbations, is linearly stable. By theoretical considerations and numerical means (Augmented Lagrangian method), Zhang et al shown that the convection could occur if the perturbation amplitude is finite, i.e. large enough. These results are confirmed by Vikhansky [5] who considered the RBC for inelastic Bingham fluid in a 2D square cavity by using a Lattice-Boltzmann numerical method. The 2D square cavity has also been considered by [6] for a regularized Bingham model. In [6], the authors highlight the stabilizing effect of the yield stress on the perturbed flow for different Ra number as well as on the heat tranfer. Furthermore, they also display the variations of the unyielded regions with the increase in the yield stress value. These regions are located in the corners of the cavity and could develop in some cases inside the convective roll.

From an experimental viewpoint, the first controlled study to consider the RBC in viscoplastic fluids is proposed by Darbouli et al [7]. The authors investigate the onset of convection in Carbopol gels which are known to behave as an elasto-viscoplastic material. Carbopol gels are widely used in numerous experimental studies. They are considered as modeled fluids since they are not thixotropic [8]. In [7], several values of aspect ratio Γ (cavity diameter over fluid depth d) between 18 and 6 have been investigated. In their experiments, the authors show that the control parameter is the yield number $Y = \dfrac{\hat{\tau}_y}{\hat{\rho}\hat{g}\hat{\beta}\Delta\hat{T}\hat{L}}$, which represents the ratio between the yield stress $\hat{\tau}_y$ effect and the buoyancy effect, with $\hat{\rho}$ the fluid density, $\hat{g}$ the gravitational acceleration, $\hat{\beta}$ the thermal volume expansion and $\Delta\hat{T}$ the temperature difference between the horizontal walls. It is also highlighted that convection occurs without any external perturbation. For no-slip boundary conditions and conducting horizontal walls, Darbouli et al show that criticality is such as $1/Y_c \approx 80$. This value is close to that one obtained in [9] which considers natural convection involved by a local heat source in Carbopol gels. In [7], it is also shown that slip at walls can modify criticality by decreasing its value which is in agreement with theoretical results obtained in the Newtonian case [10] and in the Bingham case [11]. A second experimental study has been proposed in [12] which considers the RBC in Carbopol gels for a rectangular cavity characterized by an aspect ratio of 9.3. The results provided in [12] in terms of critical temperature difference ΔT_c and $1/Y_c$ show smaller values than that of [7]. We think that this discrepancy is due to the difference in boundary conditions. In [12], thermal conditions (walls

conductivity) and slip conditions are not qualitatively provided but the authors highlight a small conductivity as well as smooth and untreated horizontal walls (polycarbonate plates). It is well known that smooth walls involve slippery of Carbopol gels [13]-[16], [8]. As studied by [7], slip boundary conditions have a destabilizing effect on the RBC in Carbopol gels. Similarly, insulated horizontal walls can have a destabilizing effect as shown in the Newtonian case [17]-[19] for which the critical Ra number decreases from 1708 (perfect conducting walls) to the value 734 in [17] or 720 in [18]-[19] for insulated horizontal walls.

The aim of the present study is to investigate by numerical means, the influence of viscoplastic rheological parameters on the RBC in order to compare computational results with first experimental results provided in [7] and [12]. As a first approach, we propose to extend the study realized by [6] to a Herschel-Bulkley fluid which is often used to modelize shear-thinning yield stress fluids such as Carbopol gels. We consider here the bench case corresponding to a 2D square cavity heated from below and cooled from above. The small aspect ratio ($\Gamma = 1$) has the advantage to be less time consuming in calculations than a larger one and it can give first quantitative tendencies. The boundary conditions considered in our study are classical, meaning no-slip conditions at walls, perfect conducting horizontal walls and insulated lateral walls. In this sense, the conditions are close to the experimental conditions of [7]. Values of the control parameters such as Pr, Ra, Od, n, defined in the next section, correspond to that of the experiences realized by [7]. The mathematical formulation of the problem is detailed in Section 2. The numerical method as well as the code validation are developed in Section 3. Then results are displayed in Section 4 and they are discussed in the final Section 5.

2. Mathematical formulation

2.1. Rayleigh-Bénard configuration

Consider a Herschel-Bulkley fluid heated from below and cooled from above in a square cavity of side $\widehat{L}$ (Fig. 1). The wall 1 has a fixed temperature $\hat{T}_h$ larger than the temperature $\hat{T}_c$ as that of the upper wall 2 while walls 3 and 4 are insulated.

2.2. Constitutive equation

In the dimensional form, denoted by the hat notation, the Herschel-Bulkley model is given by:

$$\widehat{\boldsymbol{\tau}} = \left(\widehat{K}\widehat{\dot{\gamma}}^{n-1} + \frac{\widehat{\tau}_y}{\widehat{\dot{\gamma}}}\right)\widehat{\dot{\boldsymbol{\gamma}}} \qquad iff \quad \widehat{\tau} > \widehat{\tau}_y \tag{1}$$

$$\widehat{\dot{\gamma}} = 0 \qquad iff \quad \widehat{\tau} \leq \widehat{\tau}_y \tag{2}$$

where $\widehat{K}$ corresponds to the consistency, n the shear-thinning coefficient, $\widehat{\tau_y}$ the yield stress and $\widehat{\dot{\gamma}} = (1/2\widehat{\dot{\gamma}}_{ij}\widehat{\dot{\gamma}}_{ij})^{1/2}$; $\widehat{\tau} = (1/2\widehat{\tau}_{ij}\widehat{\tau}_{ij})^{1/2}$ are the second invariants

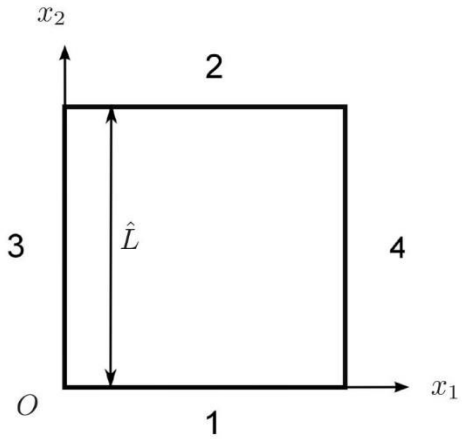


Figure 1: Square cavity scheme

of respectively the shear rate $\widehat{\dot{\boldsymbol{\gamma}}}$ and shear stress $\widehat{\boldsymbol{\tau}}$ tensors. The shear rate tensor is defined by

$$\widehat{\dot{\boldsymbol{\gamma}}} = \boldsymbol{\nabla}\widehat{\boldsymbol{U}} + (\boldsymbol{\nabla}\widehat{\boldsymbol{U}})^T \tag{3}$$

with $\bullet^T$ the transposition.

Based on the Von Mises criterium, the inelastic Herschel-Bulkley model (Eqs. (1)-(2)) stipulates that the material behaves as a rigid solid below the yield stress and as a viscous fluid above. One can also notice that the viscosity tends to infinity when the shear rate is weak and that the stress is unknown when $\widehat{\tau} \leq \widehat{\tau_y}$. To avoid these limitations, one can use regularized models which consider a viscous behaviour prior the yield stress and afterwards. In the present study, we use the regularisation proposed by Papanastasiou [20]:

$$\widehat{\boldsymbol{\tau}} = \left(\widehat{K}\widehat{\dot{\gamma}}^{n-1} + \frac{\widehat{\tau_y}}{\widehat{\dot{\gamma}}}\left(1 - e^{-\widehat{m}\widehat{\dot{\gamma}}}\right)\right)\widehat{\dot{\boldsymbol{\gamma}}} \tag{4}$$

where $\widehat{m}$ is the regularised coefficient. Note that the Herschel-Bulkley model is recovered when $\widehat{m}$ tends to infinity. Using the buoyancy time $\sqrt{\widehat{L}/(\widehat{g}\widehat{\beta}\widehat{\delta T})}$ as the time scale, $\widehat{L}$ as the length scale and $\widehat{K}\left(\widehat{g}\widehat{\beta}\widehat{\delta T}/\widehat{L}\right)^{(n-1)/2}$ as the characteristic viscosity, the dimensionless regularised model can thus be written as

$$\boldsymbol{\tau} = \left(\dot{\gamma}^{n-1} + \frac{Od}{\dot{\gamma}}\left(1 - e^{-q\dot{\gamma}}\right)\right)\dot{\boldsymbol{\gamma}} \tag{5}$$

where $q = \sqrt{\dfrac{\widehat{g}\widehat{\beta}\widehat{\delta T}}{\widehat{L}}}\widehat{m}$, Od represents the ratio between the yield stress and the viscous stress termed as the Oldroyd number and defined by

$$Od = \frac{\widehat{\tau_y}}{\widehat{K}}\left(\frac{\widehat{L}}{\widehat{g}\widehat{\beta}\widehat{\delta T}}\right)^{\frac{n}{2}} \tag{6}$$

The effective viscosity of the Papanastasiou model writes:

$$\mu = \frac{Od}{\dot{\gamma}}\left(1 - e^{-q\dot{\gamma}}\right) + \dot{\gamma}^{n-1} \tag{7}$$

Let define $\mu_1 = \dfrac{Od}{\dot{\gamma}}\left(1 - e^{-q\dot{\gamma}}\right)$ and $\mu_2 = \dot{\gamma}^{n-1}$. μ_2 depends only on n and display a larger shear-thinning effect when $n(< 1)$ decreases as shown in Fig. 2(b). For $n = 1$, we recover the Bingham model for which μ is characterized by a constant plastic viscosity μ_2. By definition, μ_1 does not depend on n as displayed in Fig. 2(a). One can notice that when $\dot{\gamma}$ tends to zero and under the condition $\dot{\gamma} \ll 1/q$, one obtains:

$$\mu_1 \sim Od\, q \tag{8}$$

It means that when $\dot{\gamma}$ tends to zero, μ_1 is finite and depends on Od and q values. Furthermore, for larger values of $\dot{\gamma}$, such as $\dot{\gamma} \gg 1/q$, then $e^{-q\dot{\gamma}} \to 0$ and

$$\mu_1 \sim \frac{Od}{\dot{\gamma}},$$

as displayed in the Fig. 2(a) (log-log scale).

Finally, the effective viscosity $\mu = \mu_1 + \mu_2$ is represented in Fig. 3. The shear-thinning index n plays a major role for large values of $\dot{\gamma}$. For shear-thinning fluis ($n < 1$), the effective viscosity is dominated by μ_1 as far as $Odq \gg \dot{\gamma}^{n-1}$. For values of $\dot{\gamma}$ such as $\dot{\gamma}^{n-1} \gg Od\, q$, μ is dominated by μ_2 and tends to infinity. This is the case for instance for the case $Od = 1$, $n = 0.5$ for which one observes that $\mu_2 > \mu_1$ when $\dot{\gamma} < 10^{-5}$.

In the frame of our computations, we set $q = O(10^5)$, $Od = O(10^{-2})$ and $0.6 < n \leq 1$. Under these conditions, one finds that $\mu_1 \gg \mu_2$ when $\dot{\gamma} > O(10^{-9}) \approx 0$ as displayed in Fig. 3(b). Then, in our framework we consider that the effective viscosity given by the Papanastasiou regularization (Eq. (7)) tends to a large (but finite) value equal to $Od\, q$ at small $\dot{\gamma}$ values. By increasing $\dot{\gamma}$ values, one notices that at fixed value of $Od(= 10^{-2})$, the decrease in n implies the increase in μ for $\dot{\gamma} < 1$. When $\dot{\gamma} = 1$, all curves collapse to the value $\mu \sim Od + 1$ and for $\dot{\gamma} > 1$, the decrease in n implies a decrease in μ. In summary, considering $\dot{\gamma} < 1$, for weak values of $\dot{\gamma}(< 1/q)$ we obtain a constant viscosity (Newtonian plateau) whose value depends on the yield stress, then by increasing $\dot{\gamma}$, the viscosity decreases all the more rapidly as n increases ($n \leq 1$).

2.3. Conservation equations

Characteristic scales are completed by considering $\widehat{\rho}\widehat{g}\widehat{\beta}\widehat{\delta T}\widehat{L}$ as the modified pressure scale, and $\widehat{\delta T}$ as the temperature scale. The dimensionless governing equations under the Boussinesq approximation read

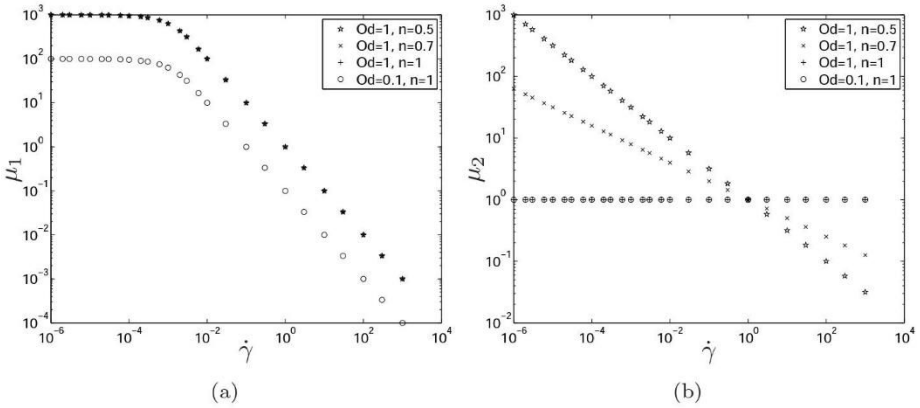


Figure 2: μ_1 and μ_2 for $q = 10^3$ and different values of Od and n

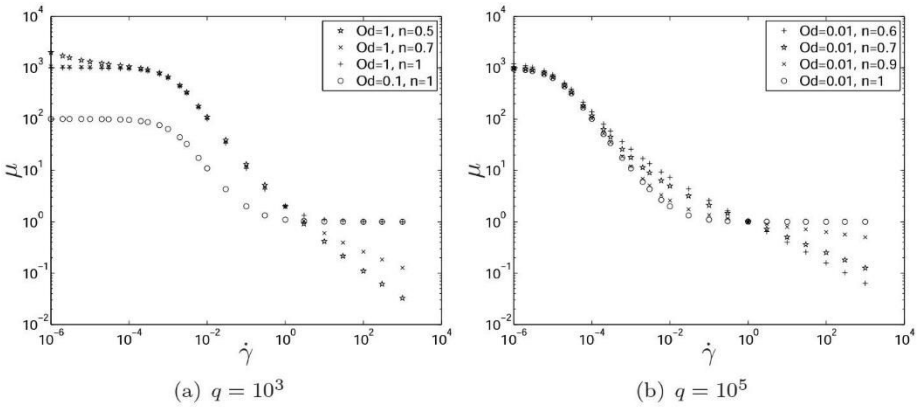


Figure 3: Effective viscosity μ given by Eq. (7) for (a) $q = 10^3$, (b) $q = 10^5$ and different values of Od and n

$$\boldsymbol{\nabla}\cdot\boldsymbol{U}=0 \tag{9}$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{U}}{\partial t}+(\boldsymbol{U}\cdot\boldsymbol{\nabla})\boldsymbol{U}=-\boldsymbol{\nabla}P+Te_{\boldsymbol{2}}+\frac{Y}{Od}\boldsymbol{\nabla}\cdot\boldsymbol{\tau} \tag{10}$$

$$\sqrt{Ra\,Pr}\left(\frac{\partial T}{\partial t}+\boldsymbol{U}\cdot\boldsymbol{\nabla}T\right)=\Delta T \tag{11}$$

where $\boldsymbol{U}$, P and T denote respectively the dimensionless velocity, modified pressure fields and the modified temperature defined by $T=\dfrac{\hat{T}_h-\hat{T}}{\hat{\delta T}}$. In addition to the Oldroyd number (6), the dimensionless numbers are defined by

$$Ra=\frac{(\widehat{\rho}\widehat{g}\widehat{\beta}\widehat{\delta T})^{\frac{3-n}{2}}\widehat{L}^{\frac{n+5}{2}}}{\widehat{\kappa}\widehat{K}} \tag{12}$$

for the Rayleigh number, with $\widehat{\kappa}$ the thermal diffusivity and $\widehat{\beta}$ the thermal expansion coefficient,

$$Pr=\frac{\widehat{K}}{\widehat{\rho}\widehat{\kappa}}\left(\frac{\widehat{g}\widehat{\beta}\widehat{\delta T}}{\widehat{L}}\right)^{\frac{n-1}{2}} \tag{13}$$

for the Prandtl number and

$$Y=\frac{\widehat{\tau_y}}{\widehat{\rho}\widehat{g}\widehat{\beta}\widehat{\delta T}\widehat{L}} \tag{14}$$

for the yield number. One considers the set (Ra, Pr, Od) as the control parameters since

$$Y=\sqrt{\frac{Pr}{Ra}}Od. \tag{15}$$

However, results for Y will be displayed and discussed in the following since this parameter plays a fundamental role in the onset of convection as shown in [7], [9] for instance.

In addition to these control parameters, we also introduce the dimensionless heat flux averaged over the hot wall, i.e. the Nusselt number Nu:

$$Nu=-\int_0^1\left[\frac{\partial T}{\partial x_2}\right]_{x_2=0}dx_1 \tag{16}$$

The systems of Eqs. (9)-(11) is completed by no-slip conditions at walls

$$\boldsymbol{U}=\boldsymbol{0}$$

at $x_1=0\,\text{or}\,1$ and $x_2=0\,\text{or}\,1$. The isothermal horizontal walls read

$$T(x_2=0)=0\,\text{and}\,T(x_2=1)=1.$$

Finally, vertical walls are considered adiabatic

$$\frac{\partial T}{\partial x_1}=0$$

at $x_1=0$ and $x_1=1$.

3. Numerical procedure

A finite-volume code is used to solve the Rayleigh-Bénard convection in Herschel-Bulkley fluids. An upwind second-ordered scheme is used for the convective terms, the pressure and velocity are coupled in the moment equation using the SIMPLE (Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations) algorithm. The convergence criteria were set to 10^{-8} for the temperature and velocity. In the Newtonian case, in the range of Rayleigh values investigated, the numerical round-off errors are sufficient to initiate convection from the conductive regime as initial condition. This is not the case for the Herschel-Bulkley fluids. For these latter fluids, we implement the steady convective Newtonian solution at the wanted Ra, Pr and n values and $Od = 0$ as initial condition. The converged result is then used as a new initial condition for similar values of Ra, Pr and n but for an increased value of Od. This procedure is repeated for increasing Od values.

Grid independency and code validation

The grid independency of our results have been examined for different uniform meshes M1 (30×30), M2 (50×50), M3 (70×70) and M4 (100×100). Simulations are done for a Newtonian fluid ($n = 1$, $Od = 0$), a Bingham fluid ($n = 1$, $Od = 0.03$) and a Herschel-Bulkley fluid ($n = 0.9$, $Od = 0.03$) at $Ra = 15000$ and $Pr = 1200$. Results in terms of Nusselt number and maximal velocity are displayed in Table 1. One can notice that the introduction of both $n < 1$ and $Od \neq 0$ (yield stress) increases the relative error compared with the Newtonian case. For all fluids, one notices that convergence of results below 1 % of relative error is obtained with $M3$ and $M4$. In the following, all results are obtained with the mesh $M3$ characterized by a spatial step equal to $0.017/70$.

The code has been validated by testing several cases. First we have tested the Newtonian case by fixing $Pr = 0.71$, $Od = 0$ ($\tau_y = 0$, $n = 1$). Results obtained with the mesh M3 have been compared with Ouertatani et al [21], they are displayed in Table 2 for different Ra values. As expected, numerical errors increase with Ra. We obtain relative errors of less than 1 % for $Ra < 10^6$. In our study, we focus on results such as $Ra \leq O(10^4)$, i.e. the range for which the relative error is considered negligible ($< 1\%$). Furthermore, we have also tested a shear-thinning fluid case which corresponds to the Herschel-Bulkley model when $Od = 0$, i.e. the power law model case for different values of Prandtl numbers. In this case, one knows that the decrease in n increases variations in viscosity and could involve a loss in the results accuracy. In order to test large Prandtl values, we have chosen to compare our numerical code to results given in [22] which consider natural convection in a square enclosure with differentially heated side walls for $Pr = 100$, 1000, 10000 and $Ra = 10^5$. Results obtained by [22] are compared with our numerical results in Fig. 4. One can underline a very close agreement between results when n varies. One can notice that the shear-thinning coefficient n can involve a decrease or an increase in heat transfer according to the values of Pr and Ra numbers.

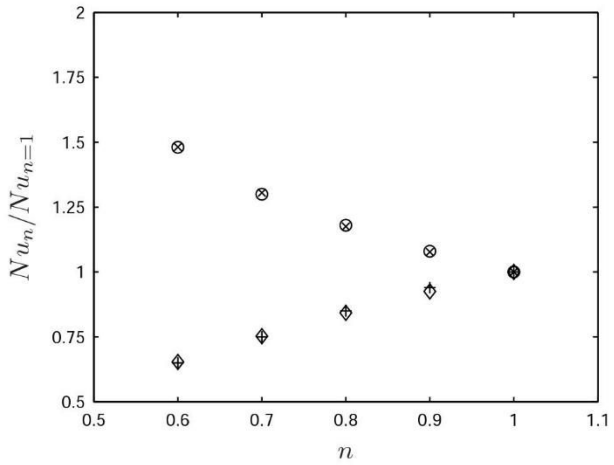


Figure 4: Nusselt values $Nu_n/Nu_{n=1}$ as a function of n for $Ra = 10^5$ and different values of Pr ($\times$: $Pr = 100$, $\circ$: $Pr = 100$ results from [22], $\diamondsuit$: $Pr = 10000$, $+$: $Pr = 10000$ results from [22])

Finally, considering the Herschel-Bulkley model, we have also checked our results convergence by varying the regularization parameter $\hat{m}$ defined in Eq. (4). By varying $\hat{m}$ from 10^4 to 10^6, one finds that the Nu value converge within 0.1 %. In the following, all results are obtained for $\hat{m} = 10^5$ involving $q = O(10^5)$.

4. Results

Dimensionless heat transfer is displayed in Fig. 5 as function of Od numbers for different values of n. Maximal Nusselt values are obtained when $Od = 0$, i.e. when the yield stress is equal to zero. By increasing the Oldroyd values at fixed value of n, the heat transfer decreases until the value $Nu = 1$ which means that the convection stops for $Od \geq Od_c$. In this sense, the yield stress has a stabilizing effect on the Rayleigh-Bénard convection. This effect is not surprising since the effective viscosity dominated by μ_1 at low values of $\dot{\gamma}$ is constant and depends on the yield stress (Oldroyd number). Furthermore, this result is consistent with those given by Turan et al [6] since the authors highlight a stabilizing effect of the yield stress via the Bingham number.

One observes that the transition from convection to conduction is abrupt in terms of the Nusselt values close to $Od \lesssim Od_c$. This phenomenum traduces a subcritical bifurcation. It is not surprising since one knows that shear-thinning fluids can involve subcritical bifurcation as shown in [24]-[27]. A theoretical study [29] has also shown the possibility of subcritical bifurcation in yield stress fluids in the case of the Rayleigh-Bénard Poiseuille flow for low values of Reynolds number. This is also consistent with results obtained in [4] which highlight a global stability limit Ra_E meaning that for $Ra > Ra_E$, the

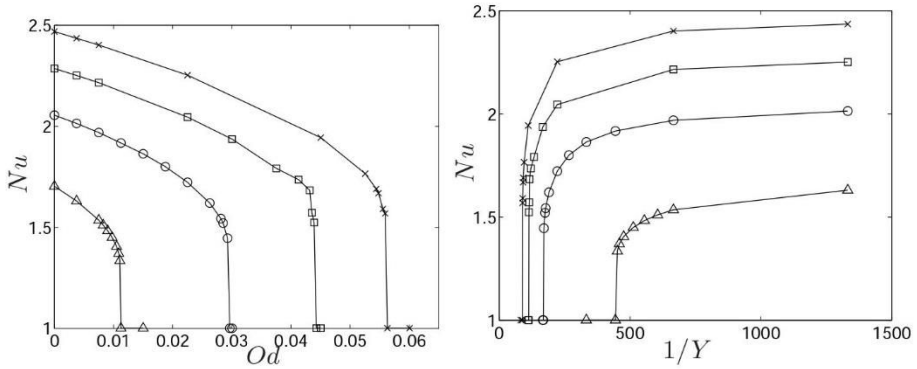


Figure 5: Nusselt values as a function of (a) Od, (b) $1/Y$; for $Ra = 15000$, $Pr = 600$, $q = 1.5\,10^5$ and different values of n ($\times$: $n = 1$, $\square$: $n = 0.9$, $\circ$: $n = 0.8$, $\triangle$: $n = 0.7$)

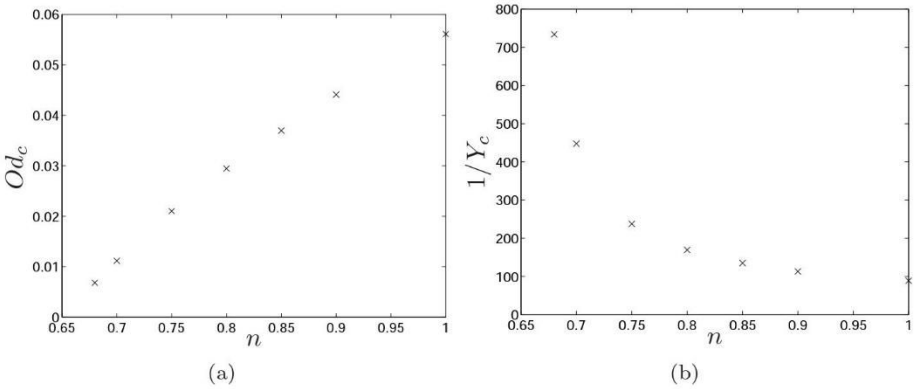


Figure 6: Critical values of (a) Oldroyd number Od_c, (b) Yield number $1/Y_c$; as a function of n for $Ra = 15000$, $Pr = 600$, $q = 1.5\,10^5$

occurence of convection depends on a sufficiently large initial perturbation. Because the Nusselt value is correlated to the amplitude perturbation A, one can have an idea on a needed minimal amplitude perturbation A_{min} variations. In this respect, one notices that A_{min} increases with increasing n values leading to a more intense convection at the transition from conduction to convection.

On the other side, when n increases, one notices that Od_c (or Y_c) increases which highlights a destabilizing effect of increasing n as displayed in Figs. 5-6. In order to study the influence of n in the convective regime, one can display heat transfer as a function of Od/Od_c as done in Fig. 7. One can notice that heat transfer is increased for increasing n. This is consistent with the fact that the effective viscosity decreases all the more that n increases as shown previously. Then a lower viscosity leads to a more intense convection. It is worth noting that in the Carreau fluid case, the heat transfers are increased

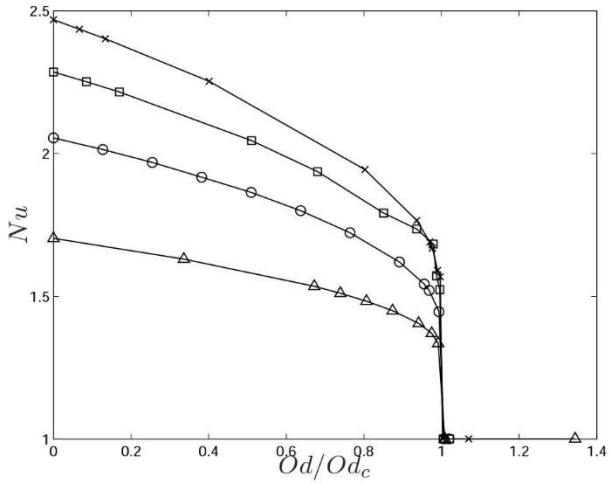


Figure 7: Nusselt values as a function of Od/Od_c for $Ra = 15\,000$, $Pr = 600$, $q = 1.5\,10^5$ and different values of n ($\times$: $n = 1$, $\square$: $n = 0.9$, $\circ$: $n = 0.8$, $\triangle$: $n = 0.7$)

with decreasing n as shown by [23]-[27]. Contrarily to the Herschel-Bulkley model, in the Carreau case, the decrease in effective viscosity is larger when n decreases. However, phenomena are similar in the sense that heat transfer is increased for decreasing viscosity values.

In the Herschel-Bulkley case, the stabilization of the system when n is decreased, is also shown in Fig. 8, for several Ra values i.e. $Ra \in [5000; 22000]$. In addition, one can also notice that fixing n and increasing Ra values leads to the increase in Od_c, meaning a destabilization, since the increase in Ra values enhances the buoyancy effect which is the driving source of convection.

Isovalues of temperature and stream function are displayed in Fig. 9 for two values of Od and several values of n. One can observe the distorsion of temperature which increases with the convection strength, i.e. with increasing Nu values. Concerning isovalues of the stream function Ψ, it is worth noting that for $Od = 0.00375$, the isovalues gradient of Ψ decreases with n while it remains quite constant for $Od = 0.022$ (except for $n < 0.7$). For both values of Od and $n > 0.7$, one can notice that rigid regions are located at the square corners but also in the center of the convective cell which is in agreement with results obtained in the Bingham case by [5], [6] and in [28] which consider natural convection of a Bingham fluid in a square enclosure with differentially heated side walls. Similarly to [6] and [28], the size of these regions increases with increasing Od values. However, one can highlight that the size of these regions is not clearly correlated with the Nu values at fixed Od, since the unyielded zones can be larger, e.g. for $Nu = 2.253$ ($n = 1$, $Od = 0.0225$ case) than for $Nu = 1.722$ ($n = 0.8$, $Od = 0.0225$ case) for which the convective strength is smaller. Finally, for $Od = 0.0225$ and $n \leq 0.7$, unyielded regions invade all the cavity meaning that we do not observe any convection as previously highlighted.

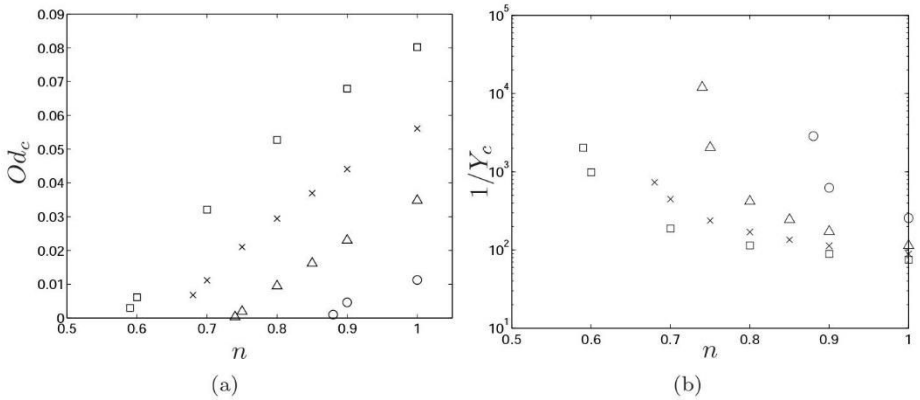


Figure 8: Critical values of (a) Oldroyd number Od_c, (b) yield stress number $1/Y_c$ as a function of n for $Pr = 600$ and different values of Ra ($\circ$: $Ra = 5\,000$, $q = 2.67\,10^5$; $\triangle$: $Ra = 9\,500$, $q = 4\,10^5$; $\times$: $Ra = 15\,000$, $q = 1.5\,10^5$; $\square$: $Ra = 22\,000$, $q = 1.9\,10^5$)

5. Discussion and conclusion

The influence of viscoplastic rheological parameters on the Rayleigh-Bénard convection has been investigated in order to compare with first experimental results [7]. The fluid has been modelized by a regularized Herschel-Bulkley law which is often used to fit the Carbopol gels as the ones used in [7]. In this last article, parameters are such as $0.4 < n < 0.7$, $Pr = O(10^2) - O(10^3)$, $Ra = O(10^3) - O(10^4)$ at the onset of convection. Experimental results lead to consider $1/Y$ as the control parameter and it is found that $1/Y_c \approx 80$. In our numerical results, one notices that $1/Y_c$ is sensitive to n and Ra values as displayed in Fig. 8(b). Smallest values of $1/Y_c$ are obtained for largest tested Ra values, i.e. for $Ra = 22000$ and $0.7 < n < 1$, one obtains $1/Y_c \approx 100$ which is close to experimental results. Our numerical results highlight the existence of a subcritical bifurcation which is enhanced by the increase of n. From an experimental viewpoint, Darbouli et al [7] have shown that a small hysteresis in results is observed when ΔT is increased and then decreased.

Further investigations are needed to refine the comparison between experiments and computations. For instance, one perspective should be to consider larger values of aspect ratio in a future numerical work. From an experimental viewpoint, one could investigate RBC in viscoplastic fluids characterized by a larger range of n and Od values.

In our numerical results, variations in $1/Y_c$ are clearly correlated with viscosity at low values of $\dot{\gamma}$ as already discussed. In the viscous fluid case, it is shown that criticality, i.e. Ra_c, is governed by the flow average viscosity [30], [26]. In our study, $\dot{\gamma}$ values are weak close to the onset of convection and viscosity in the cavity is dominated by $\mu_1 \sim Od\,q$. This expression highlights a complex dependence on the critical parameters Od_c or $1/Y_c$ with rheological parameters as well as the regularized parameter q. In this sense, the choice of the model is

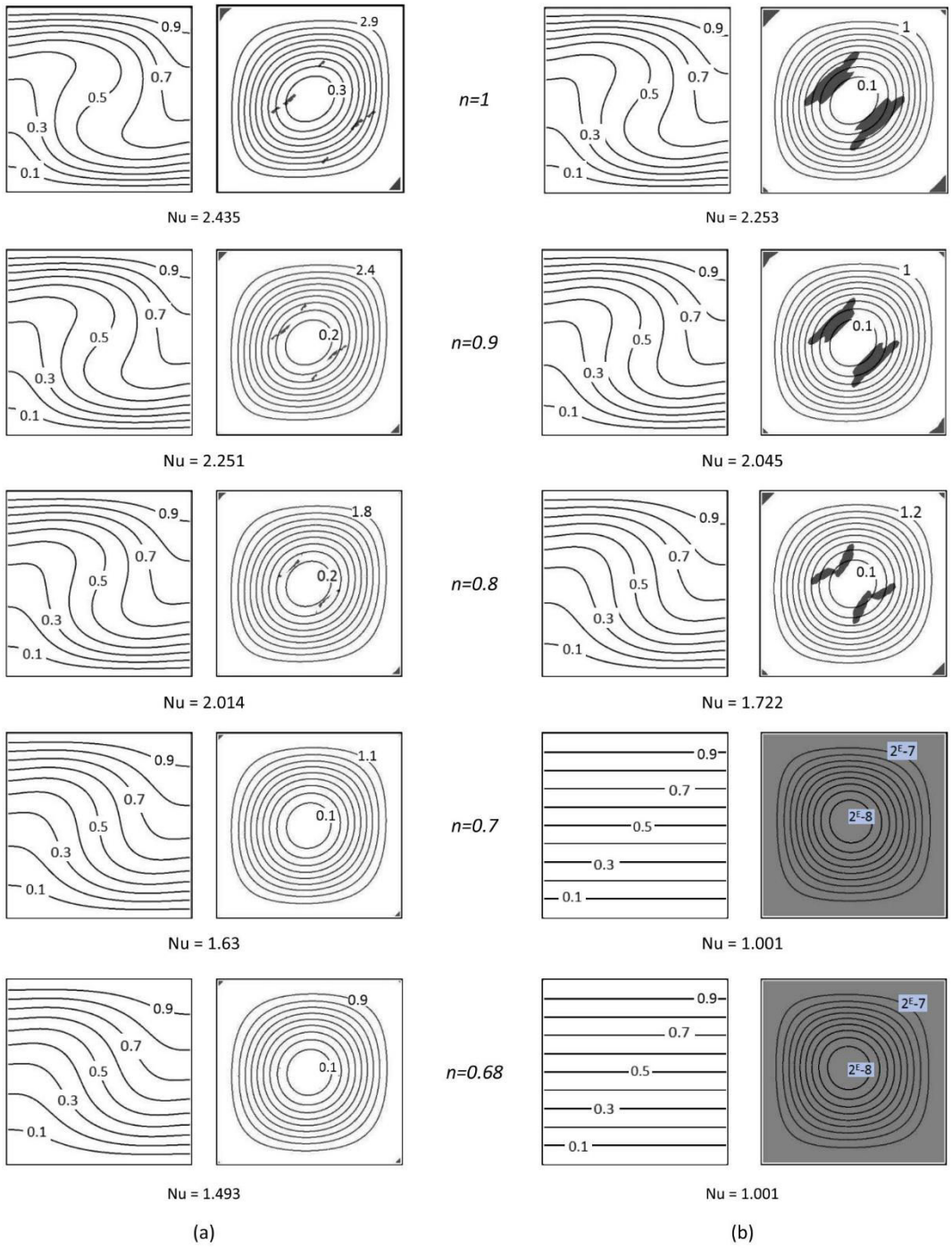


Figure 9: Isovalues of dimensionless temperature (left) defined by $\theta = (\hat{T} - \hat{T}_h)/\delta\hat{T}$ and dimensionless stream function (right) Ψ for $Ra = 15000$, $Pr = 600$, for different n values and (a) $Od = 0.00375$, (b) $Od = 0.0225$. Grey zones correspond to unyielded regions.

debatable.

The regularization of the Herschel-Bulkley model is usefull since the shear stress is known for all $\dot{\gamma}$ values while $\boldsymbol{\tau}$ is indeterminate in the inelastic Herschel-Bulkley (or Bingham) model. The regularization provides good results for several sets of sheared flows. However, it introduces mathematical parameters which could have a consequence on rheological (physical) parameters particularly for low $\dot{\gamma}$ values. In some cases, the use of regularized models are not indicated, see for instance theoretical stability analyses [31], [32]. From a computational viewpoint, the use of inelastic models necessitate to use more complex numerical methods such as e.g. Augmented Lagrangian [4], Lattice-Boltzmann [5] or splitting method [28]. However, inelastic models are known to be the simplest ones but not realistic ones since gels such as Carbopol are known to also present an elastic behaviour. These last decades, several studies, e.g. [33]-[35], have proposed to take into account the elastic behaviour leading to elasto-viscoplastic models. More recently, several studies [36]-[40] have focused on the gels behaviour below yielding. In these studies, the authors have observed viscoplastic creep below the yield stress which is the signature of strain hardening. Furthermore, these studies have shown that an apparent viscosity μ_a can be measured below the yield stress when measurement times are long enough, i.e. $O(10^3) - O(10^4)$ s. This viscosity is time dependent with a relation $\mu_a \propto t^{\alpha}$, where the exponent $\alpha \in [0.6; 1]$ depends on the material. From these experiments, a model proposed by Dimitriou, [39] for the 2D version and [40] for the 3D version, has emerged to characterized gels behaviour in a more realistic way.

Finally, to consider these more realistic models represents one perspective to our work.

An additional perspective to our work is to consider in a closer look the influence of the boundary conditions on the onset of convection. For instance, it would be interesting to consider slip at walls or to study the influence of thermal conditions at walls since it is known, in the Newtonian case, that variations in the wall conductivity can modify significantly the criticality [17]-[19]. That could help to understand large discrepancies in results observed in [7] and [12].

Acknowledgments

The work of the authors has been supported by the French National Agency of Research (ANR), grant called "ThiM" (ANR-10-BLAN-0925-01) and also by the LabEx Tec21 (Investissements d'Avenir - Grant ANR-11-LABX-0030).

References

[1] Chandrasekhar S., Hydrodynamic and Hydromagnetic Stability, Dover Publications, New York (1981).

[2] Koschmieder E. L., Bénard Cells and Taylor Vortices, Cambridge University Press (1993).

[3] Bodenschatz E., Pesch W. and Ahlers G., Recent developments in Rayleigh-Bénard convection, Annu. Rev. Fluid Mech. (2000).

[4] Zhang J., Vola D. & Frigaard I.A. Yield stress effects on Rayleigh-Bénard convection J. Fluid Mech. **566**, 389-419 (2006)

[5] Vikhansky A. Thermal convection in a viscoplastic liquid with high Rayleigh and Bingham numbers Phys. Fluids **21**, 103103 (2009)

[6] Turan O., Chakraborty N. & Poole R. J. Laminar Rayleigh-Bénard convection of Bingham fluids of yield stress fluids in a square enclosure J. Non-Newtonian Fluid Mech. **171 — 172**, 83-96 (2012)

[7] Darbouli M., Metivier C., Piau J.M., Magnin A. & Adbelali A. Rayleigh-Bénard convection for viscoplastic fluids Phys. Fluids **25**, 023101 (2013)

[8] Piau J.-M. Carbopol gels: elastoviscoplastic and slippery glasses made of individual swollen sponges. Meso- and macroscopic properties, constitutive equations and scaling laws J. Non-Newtonian Fluid Mech. **144**, 1-29 (2007)

[9] Davaille A., Gueslin B., Massmeyer A. & Di Giuseppe E. Thermal instabilities in a yield stress fluid: Existence and morphology J. Non-Newtonian Fluid Mech. **193**, 144-153 (2013)

[10] Webber M. The destabilizing effect of boundary slip on Bénard convection. Math. Meth. Appl. Sci. **29**, 819-838 (2006)

[11] Métivier C. & Magnin A. The effect of wall slip on the stability of the Rayleigh-Bénard Poiseuille flow of viscoplastic fluids J. Non-Newtonian Fluid Mech. **166**, 839-846 (2011)

[12] Kebiche Z., Castelain C. & Burghelea T. Experimental investigation of the Rayleigh-Bénard convection in a yield stress fluid J. Non-Newtonian Fluid Mech. **203**, 9-23 (2014)

[13] Magnin A. & Piau J.-M. Cone-and-plate rheometry of yield stress fluids. Study of an aqueous gel J. Non-Newtonian Fluid Mech. **56**, 221-251 (1990)

[14] Barnes H.A. A review of the slip (wall depletion) of ppolymers solutions, emulsions and particle suspensions in viscosimeters: it causes, character and cure. J. Non-Newtonian Fluid Mech. **36**, 85-108 (1995)

[15] Meeker S.P., Bonnecaze R.T. & Cloitre M. Slip and flow in soft particles pastes Phys. Rev. Lett. **92** (19), 198302 (2004)

[16] Meeker S.P., Bonnecaze R.T. & Cloitre M. Slip and flow in pastes of soft particles: Direct observation and rheology J. Rheol. **48** (6), 1295-1320 (2004)

[17] Cerisier P., Rahal S., Cordonnier J. & Lebon G. Thermal influence of boundaries on the onset of Rayleigh-Bénard convection Int. J. Heat Transfer **41**, 3309-3320 (1998)

[18] Gershuni G.Z., Zhukhovitskii E.M & Semakin I.G. On convective instability in a horizontal fluid layer separating walls of different conductivity Uchen Zap perm Univ **248**, 18-29 (1967)

[19] Gershuni G.Z. & Zhukhovitskii E.M. Convective stability of incompressible fluids. Jerusalem: Israel Programm for Scientific Translations p. 32 (1976)

[20] Papanastasiou T.C. Flow of materials with yield. J. Rheol. **31**, 385-404 (1987)

[21] Ouertatani N., Cheikh N.B., Beya B.B. & Lili T. Numerical simulation of two-dimensional Rayleigh-Bénard convection in an enclosure C.R. Mcanique **336**, 464-470 (2010)

[22] Gi Bin Kim, Jea Min Huyn & Ho Sang Kwak Transient buoyant convection of a power-law non-Newtonian fluid in an enclosure Int. J. Heat Mass Transfer **46**, 3605-3617 (2003)

[23] Liang S.F. & Acrivos A. Experiments on buoyancy driven convection in non-Newtonian fluid Rheol. Acta **9** (3), 447-455 (1970)

[24] Balmforth N.J. & Rust A.C. Weakly nonlinear viscoplastic convection J. Non-Newtonian Fluid Mech. **158**, 36-45 (2009)

[25] Albaalbaki B. & Khayat R.E. Pattern selection in the thermal convection of non-Newtonian fluids J. Fluid Mech. **668**, 500-550 (2011)

[26] Jenny M., Plaut E. & Briard A. Numerical study of subcritical Rayleigh-Bénard convection rolls in strongly shear-thinning Carreau fluids J. Non-Newtonian Fluid Mech. **219**, 19-34 (2015)

[27] Bouteraa M., Nouar C., Plaut E., Métivier C. & Kalck A. Weakly nonlinear analysis of Rayleigh-Bénard convection in shear-thinning fluids: nature of the bifurcation and pattern selection J. Fluid Mech. (2015)

[28] Huilgol R.R. & Kefayati G.H.R. Natural convection problem in a Bingham fluid using the operator-splitting method J. Non-Newtonian Fluid Mech. **220**, 22-32 (2015)

[29] Métivier C., Nouar C. & Brancher J.-P. Weakly nonlinear dynamics of thermoconvective instability involving viscoplastic fluids J. Fluid Mech. **660**, 316-353 (2010)

[30] Parmentier E. Study of thermal convection in non-Newtonian fluids J. Fluid Mech. **84** (1), 1-11 (1978)

[31] Frigaard I.A. & Nouar C. On the usage of viscosity regularisation method for viscoplastic fluid flow computation J. Non-Newtonian Fluid Mech. **127**, 1-26 (2005)

[32] Métivier C. & Nouar C. Stability of a Rayleigh-Bénard Poiseuille flow for yield stress fluids - Comparison between Bingham and regularized models Int. J. Non-Linear Mech. **46**, 1205-1212 (2011)

[33] Fusin L. & Farina A. Modelling of Bingham-like fluids with deformable core Comput. Math. Appl. **53** (3-4), 583-594 (2007)

[34] Saramito P. A new constitutive equation for elastoviscoplastic fluid flows J. Non-Newtonian Fluid Mech. **145** (1), 1-14 (2007)

[35] Saramito P. A new elastoviscoplastic model based on the Herschel-Bulkley viscoplastic model J. Non-Newtonian Fluid Mech. **158**, 154-161 (2009)

[36] Divoux T., Tamarii D., Barentin C. & Manneville S. Transient shear banding in a simple yield stress fluid Phys. Rev. Lett. **104**, 208301 (2010)

[37] Moller P., Fall A., Chikkadi V., Derks D. & Bonn D. An attempt to categorize yield stress fluid behaviour Philos. Trans. R. Soc. London, Ser. A **367**, 5139-5155 (2009)

[38] Moller P., Fall A. & Bonn D. Origin of apparent viscosity in yield stress fluids below yielding Europhys. Lett., **87**, 38004 (2009)

[39] Dimitriou C., Ewoldt R.H. & McKinley G. H. Describing and Prescribing the Constitutive Response of Yield Stress Fluids Using Large Amplitude Oscillatory Shear Stress (LAOStress) J. Rheol. **57** (27), 1-44 (2013)

[40] Dimitriou C. & McKinley G. H. A comprehensive constitutive law for waxy crude oil: a thixotropic yield stress fluid Soft Matter **10**, 6619-6644 (2014)

		Nusselt				Maximal velocity (10^{-4} m/s)			
		M1	M2	M3	M4	M1	M2	M3	M4
Newtonian fluid:	Value	3.336	3.312	3.304	3.300	2.792	2.797	2.801	2.804
$n = 1$, $Od = 0$	Error (%)	1.09	0.35	0.13	/	0.42	0.25	0.08	/
Bingham fluid	Value	2.962	2.907	2.894	2.882	1.520	1.496	1.490	1.483
$n = 1$, $Od = 0.03$	Error (%)	2.77	0.86	0.40	/	2.49	0.91	0.49	/
Herschel-Bulkley fluid	Value	2.437	2.285	2.275	2.263	1.001	0.907	0.904	0.897
$n = 0.9$, $Od = 0.03$	Error (%)	7.83	1.10	0.69	/	11.67	1.19	0.85	/

Table 1: Nusselt and maximal velocity results for Newtonian, Bingham and Herschel-Bulkley fluids at $Ra == 15000$ and $Pr = 1200$ for different uniform meshes.

Ra	Present study	Ouertatani [21]	Relative error
10 000	2.168	2.158	0.4%
100 000	3.93	3.91	0.5%
1 000 000	6.225	6.309	1.3%

Table 2: Comparison of the Nusselt values obtained with our simulations with the results by Ouertatani et al [21] for a Newtonian fluid ($Pr = 0.71$)

Chapitre 5
Conclusion et perspectives

Conclusion et perspectives

Cette thèse a été consacrée à l'instabilité de convection de Rayleigh-Bénard dans un fluide à seuil. L'étude bibliographique a montré que les études sur le déclenchement de l'instabilité dans un fluide à seuil sont très éparses et parfois contradictoires. Pour avancer dans cette voie, nous avons abordé cette problématique par des études expérimentales et par une étude numérique. Notamment, nous avons introduit des comportements plus réalistes du comportement rhéologique du fluide à seuil et introduit des relations avec leurs microstructures.

Notre étude repose sur plusieurs points importants :

- Une configuration de Rayleigh-Bénard instrumentée a été mise en œuvre pour la détermination des paramètres globaux thermiques ainsi que pour permettre des visualisations locales des champs cinématique et thermique. Une configuration cylindrique de Rayleigh-Bénard a été considérée. Plusieurs rapports d'élancement ont été étudiés.

- Des fluides à seuil modèles ont été sélectionnés. Ces gels aqueux de Carbopol sont des « fluides à seuil simples » sans thixotropie significative. Ils ont un comportement élasto-visco-plastique. Leur microstructure et les relations avec les comportements rhéologiques sont assez bien comprises. Plusieurs fluides à seuil ont été utilisés permettant d'étudier l'influence du seuil d'écoulement sur le démarrage de la convection. Le comportement rhéologique en régime permanent peut être représenté par la loi d'Herschel-Bulkley. Notons que l'indice de rhéofluidification est assez proche pour tous les gels. La transition solide-liquide et, en particulier, le comportement en dessous du seuil d'écoulement tels que la viscoélasticité et le fluage primaire d'Andrade ont été finement caractérisés.

- Les conditions aux limites ont été contrôlées pour assurer l'adhérence aux parois par des traitements de surface développés par Métivier et al. [1], Darbouli et al. [2] avaient démontré l'influence significative du glissement sur le démarrage de

l'instabilité. La maitrise du glissement dans les fluides à seuil est essentielle notamment pour les valeurs de contrainte proches du seuil.

- L'utilisation de cristaux liquides thermochromiques a permis de donner accès au champ thermique ainsi qu'à une évaluation du champ cinématique en dessous et au-delà du démarrage de la convection.

Trois mécanismes qui permettraient de déterminer le paramètre de contrôle associé à la convection de Rayleigh-Bénard ont été étudiés en profondeur.

- Le comportement élasto-plastique au-dessous du seuil permet d'établir que le nombre de seuil Y $= \frac{\tau_y}{\rho g \beta \Delta T_c d}$ est un paramètre de contrôle gouvernant l'apparition de la convection de Rayleigh-Bénard pour un fluide à seuil. L'approche théorique est confirmée par les résultats expérimentaux caractérisés par une dépendance $\beta \Delta T_c / \tau_y \propto d^{-1}$. Rappelons que la dépendance pour un fluide visqueux de la différence de température critique ΔT_c est en d^{-3}. Nous avons obtenu les valeurs critiques de Y^{-1} entre 65 et 95, avec une valeur moyenne d'environ 80.

- La prise en compte d'une viscosité de fluage pour construire le nombre de Rayleigh a été évaluée. Darbouli et al. [2] avaient plutôt considéré une viscosité de fluage pour les très bas taux de cisaillement pour les contraintes au-dessus du seuil pour préciser l'évolution de la viscosité. Les auteurs ont montré que cette hypothèse liée au comportement visqueux ne pouvait pas être retenue car elle ne permettait pas de représenter la dépendance $\beta \Delta T_c / \tau_y \propto d^{-1}$. Par contre, la prise en compte du fluage lent d'Andrade en dessous du seuil et d'une viscosité expérimentale de fluage liée au temps donné par $\mu^+ = B\, t^1$ a permis de retrouver la relation proportionnelle entre $\beta \Delta T_c$ et d^{-1} observée expérimentalement.

- Pour sonder l'approche microscopique considérant les gels qui sont des suspensions concentrées de microgels comme un milieu poreux, nous avons

réalisé des mesures de la perméabilité des gels de Carbopol en fonction de la concentration en microgels et donc en fonction du seuil d'écoulement. La connaissance de la perméabilité permet de calculer un nombre de Rayleigh associé à un milieu poreux. L'analyse physique et la comparaison avec les conditions expérimentales d'apparition de la convection ne donnent pas de résultats pertinents.

Nous conclurons que le raisonnement avec le nombre de seuil est le plus robuste, l'hypothèse du fluage lent en dessous de seuil est en accord avec ce raisonnement et le concept de milieu poreux est plus complexe et reste à approfondir.

Nous nous sommes intéressés à la caractérisation locale de l'apparition de l'instabilité. Grâce aux cristaux liquides thermochromiques, nous avons observé les mouvements dans les gels et une vue globale et qualitative des champs de température (iso couleurs). Dans le régime en conduction, on n'observe aucun mouvement. Les particules des cristaux liquides sont au repos et réparties de manière homogène dans la cellule de Rayleigh-Bénard. Près du déclenchement de la convection, on a observé des contrastes aux endroits où apparaissent les premières cellules de convection si la température chaude augmente. La convection commence avec quelques cellules de convection qui envahissent ensuite tout le domaine. La forme des structures évolue lorsque la différence de température augmente. On a observé des structures de forme hexagone, de rouleaux etc.. En utilisant le nombre de seuil Y, nous avons consolidé les valeurs trouvés entre 65 et 95 pour le cas sans glissement. Une discussion expérimentale pour le temps d'attente mise en place dans ce chapitre nous a confirmé que les mesures sont correctes. Il faut attendre suffisamment longtemps pour obtenir des valeurs plus précises des points critiques.

Nous avons réussi à utiliser les paramètres d'un fluide d'Herschel-Bulkley pour simuler numériquement la convection de Rayleigh-Bénard dans un carré sous Ansys Fluent. Un modèle régularisé de Papanastatiou est appliqué. Les valeurs critiques des nombres sans dimension caractérisant le problème Oldroyd, Prandlt, et Rayleigh correspondant à l'apparition de la convection ont été déterminés. En prenant les mêmes ordres de grandeurs des nombres sans dimension expérimentaux nous

pouvons estimer les valeurs critiques du nombre de seuil de l'ordre de 120 qui est proche nos résultats expérimentaux.

Les perspectives sont nombreuses pour augmenter nos connaissances dans cette problématique complexe :

- Du point de vue expérimental immédiat, on doit exploiter toute la puissance des cristaux liquides thermochromiques en améliorant l'éclairage et l'étalonnage couleur-température pour aboutir à une détermination quantitative des champs de température.

- Au-delà de l'étude des critères de déclenchement de la convection, la détermination des lois de transferts dans le régime convectif est à mener. La détermination des lois de transferts en fonction du seuil et de la rhéo-fluidification sera utile, en particulier, pour les applications.

- Il est indispensable dans la modélisation numérique ou dans les approches analytiques de stabilité d'introduire des lois de comportement plus réalistes de la transition solide-liquide. La première approche est de tenir compte de l'élasto-viscoplasticité par un modèle d'Herschel-Bulkley élastique. Au-delà, il serait judicieux d'introduire des lois plus complexes tenant compte du comportement plus complet de la transition solide-liquide telle que la formulation de loi tenant compte du fluage d'Andrade et du durcissement cinématique comme le propose Dimitriou et al. [3].

- A moyen terme, on doit envisager l'étude de l'instabilité de Rayleigh-Bénard pour des fluides à seuil « non simples » c'est à dire pour lesquels la transition solide-liquide dépend de l'histoire thermo-mécanique et donc de la thixotropie. Les fluides à seuil « non simples » représentent une classe très importante de la famille des fluides à seuil.

Bibliographies

[1] C. Métivier, Y. Rharbi, A. Magnin, et A. Bou Abboud, « Stick-slip control of the Carbopol microgels on polymethyl methacrylate transparent smooth walls », *Soft Matter*, vol. 8, n° 28, p. 7365-7367, juin 2012.

[2] M. Darbouli, C. Métivier, J.-M. Piau, A. Magnin, et A. Abdelali, « Rayleigh-Bénard convection for viscoplastic fluids », *Phys. Fluids 1994-Present*, vol. 25, n° 2, p. 023101, févr. 2013.

[3] C. J. Dimitriou, R. H. Ewoldt, et G. H. McKinley, « Describing and prescribing the constitutive response of yield stress fluids using large amplitude oscillatory shear stress (LAOStress) », *J. Rheol. 1978-Present*, vol. 57, n° 1, p. 27-70, janv. 2013.

Annexe A. Protocole des mesures rhéologiques des gels de Carbopol

Dans cette annexe, nous décrivons précisément les protocoles utilisées dans les mesures rhéologiques des gels de Carbopol. Cette annexe peut être servit comme le guide d'utilisation pour retrouver les résultats rhéologiques présentés dans la thèse.

Rhéomètre : DHR3

Géométrie : Plan-Plan (plan 60mm collé avec une surface rugueuse)

Protocole :

1. L'air comprimé 2 bars, allumer l'appareil et attendre pendant au moins une demie heure
2. Vérifier l'inertie de l'appareil
3. Cliquer « go to home position » et monter le plan en alignant les lignes droites marquées dans la géométrie et l'appareil.
4. Vérifier l'inertie de la géométrie et le frottement
5. Régler la température du plan Peltier à $25℃$, la force axiale à zéro, faire le « gap » et remonter la tête

- Ecoulement
    1) « Rotation Mapping » de précision 3
    2) Mettre de l'échantillon de Carbopol et descendre la tête
    3) Ebavurer l'échantillon et mettre en place des accessoires d'anti-évaporation.
        (a) Procédure « Flow » « Peak hold », varier la vitesse de cisaillement de $30s^{-1}$ à $10^{-4}s^{-1}$, pour chaque étape, noter la valeur de contrainte dans le régime permanent, trouver la valeur du seuil (Herschel-Bulkley)
        (b) Procédure « Step » « Creep », tourner la tête à vitesse de $30s^{-1}$ pendant 1 min et puis dans le sens inverse avec la même durée (soit $-30s^{-1}$ pendant 1 min) pour éviter les petites déformations due à la contacte entre les deux plans et avoir un échantillon homogène sans déformation initiale, reposer l'échantillon pendant 10 min pour supprimer les contraintes appliquées pendant les opérations. Imposer une première contrainte de 0.005Pa pendant 600s. Répéter les opérations dessus en augmentant la contrainte imposée (à garder inférieure à la valeur du seuil) avec la même durée. Pour chaque contrainte imposée, répéter les mêmes étapes avec les durées différentes.

- Oscillation
    1) « Oscillatory mapping » avec la déformation augmentant de 0.03% à 100% et une vitesse de rotation à 10rad/s (ou 1rad/s selon la mesure)
    2) Mettre de l'échantillon de Carbopol et descendre la tête
    3) Ebavurer l'échantillon et mettre en place des accessoires d'anti-évaporation.
    4) Procédure « Oscillation » « Amplitude », à température $25℃$, « angular frequency » à 10 rad/s , « strain % » de 0.03 à 100, « points per decade » à 5.

6. Sauvegarder les résultats et les enregistrer sous Excel
7. Nettoyer la rhéomètre et la préparer propre pour le utilisateur suivant.