



**HAL**  
open science

# Contribution à l'étude numérique de la propagation d'un défaut de collage dans une structure sandwich Nida

Louis-Georges Tom

► **To cite this version:**

Louis-Georges Tom. Contribution à l'étude numérique de la propagation d'un défaut de collage dans une structure sandwich Nida. Génie mécanique [physics.class-ph]. Université du Maine, 2014. Français. NNT : 2014LEMA1036 . tel-01400671

**HAL Id: tel-01400671**

**<https://theses.hal.science/tel-01400671>**

Submitted on 22 Nov 2016

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Thèse de Doctorat

## Louis-Georges TOM

*Mémoire présenté en vue de l'obtention du  
grade de Docteur de l'Université du Maine  
sous le label de L'Université Nantes Angers Le Mans*

**École doctorale :** *Sciences Pour l'Ingénieur, Géosciences, Architecture (SPIGA)*

**Discipline :** *Génie Mécanique et Productique*

**Spécialité :** *Sciences Pour l'Ingénieur*

**Unité de recherche :**

**Soutenue le** 26 septembre 2014

**Thèse N° :**

## Contribution à l'étude numérique de la propagation d'un défaut de collage dans une structure sandwich Nida

### JURY

<b>Président du Jury :</b>	<b>Bruno CASTANIE</b>	Professeur des Universités, INSA Toulouse
<b>Rapporteurs :</b>	<b>Nicolas CARRERE</b> <b>Philippe LORONG</b>	Enseignant-Chercheur (H.D.R.), ENSTA Bretagne Professeur des Universités, ENSAM Paris
<b>Examineurs :</b>	<b>Michaël BRUYNEEL</b> <b>Jean-Charles CRAVEUR</b> <b>Frédéric JACQUEMIN</b>	Maître de conférences, R&D Team Manager, SAMTECH Liège Enseignant-Chercheur, ISMANS (Co-encadrant de thèse) Professeur des Universités, GeM, Centrale Nantes
<b>Invités :</b>	<b>Florent BOUILLON</b> <b>Frédéric RAVAILLER</b>	Expert R&T Composites, SAFRAN Herakles Ingénieur R&T Composites, SAFRAN Aircelle
<b>Directeur de Thèse :</b>	<b>François TSOBNANG</b>	Enseignant-Chercheur (H.D.R.), ISMANS
<b>Co-directeur de Thèse :</b>	<b>Sohbi SAHRAOUI</b>	Professeur des Universités, LAUM, Université du Maine



## Remerciements

Ces trois dernières années ont été l'occasion de consolider ma formation d'ingénieur à travers un projet de recherche motivant, entouré de professionnels d'expérience. Je tiens à remercier M. Nicolas MOES, directeur de l'Ecole Doctorale SPIGA, et la Direction de l'ISMANS pour avoir accepté que je réalise mon doctorat au sein du Laboratoire de Mécanique des Structures et Matériaux Composites de l'ISMANS. Je remercie mon directeur de thèse, M. François TSOBNANG, et mon co-directeur de thèse, M. Sohbi SAHRAOUI, pour leurs conseils avisés et leurs encouragements. J'exprime toute ma reconnaissance à M. Jean-Charles CRAVEUR, directeur du Laboratoire de Mécanique des Structures et Matériaux Composites de l'ISMANS et co-encadrant de thèse, pour avoir accepté que je rejoigne son équipe et pour son appui technique. Je lui suis également reconnaissant pour avoir su me faire exploiter mes capacités d'analyse et pour m'avoir appris le métier d'Ingénieur Calcul. Je remercie M. Frédéric RAVAILLER, ingénieur calcul R&T chez SAFRAN Aircelle, pour son encadrement technique, organisationnel et pour avoir partagé son expérience tout au long de ce projet.

J'exprime toute ma reconnaissance à chacun des membres du jury pour l'intérêt qu'ils ont porté à mes travaux. Je remercie M. Bruno CASTANIE, Professeur des Universités à l'INSA Toulouse, pour l'honneur qu'il m'a fait en acceptant la présidence de ce jury. Je remercie également M. Nicolas CARRERE, Enseignant-chercheur à l'ENSTA Bretagne, M. Philippe LORONG, Professeur des Universités à l'ENSAM Paris et M. Frédéric JACQUEMIN, Professeur des Universités au Laboratoire de Génie Mécanique de Centrale Nantes, pour le temps passé lors de l'évaluation de ce mémoire.

Par ailleurs, je souhaite remercier les personnes qui ont contribué au bon déroulement de cette thèse : M. Florent BOUILLON, ingénieur chez SAFRAN Herakles, pour avoir initié ce projet de recherche et pour son appui technique tout au long de la thèse ; M. Emmanuel ANFRAY, pour sa disponibilité et pour les échanges constructifs que nous avons eu ; Mme Colette DE LA FOUCHARDIERE, responsable des programmes R&T chez SAFRAN Aircelle, pour sa disponibilité et son implication ; MM. Nas REDINE-BEDREDDINE, Arnaud DELEHOUZE, Thierry MAHIEU, Patrick ISRAEL et Mlle Isabelle AMMAR-KHODJA de la Division Matériaux et Procédés d'Aircelle, pour leur disponibilité et leurs conseils.

Bien entendu, je remercie toute l'équipe de l'ISMANS pour leur soutien et leurs encouragements : Mme Sandra DUGUE pour son aide et sa disponibilité, M. Benjamin MERCIER pour sa bonne humeur et les échanges techniques que nous avons eu,

M. Jean-Phillipe BOURNOT pour sa sympathie et ses conseils techniques, M. Cyril PUJOS, M. François ANGOULVANT et Mlle Anne-Charlotte GOUPIL pour leur sympathie et leurs encouragements.

Pour finir, je remercie tous les membres de ma famille qui m'ont apporté leur soutien depuis le début de mon aventure au Mans. Un grand merci à mes parents qui m'ont soutenu et m'ont transmis des valeurs de persévérance et d'estime de soi. Merci également à mon frère Laurent et sa compagne Catherine pour leur aide et leurs encouragements. Enfin, merci à Elza pour m'avoir encouragé tout au long de cette riche aventure.

# Sommaire

<i>REMERCIEMENTS</i> .....	3
<i>NOMENCLATURE</i> .....	14
<i>CHAPITRE 1 INTRODUCTION</i> .....	17
1.1. Contexte .....	18
1.2. Structures sandwiches .....	18
1.3. Structures sandwiches acoustiques aéronautiques .....	19
1.4. Problématique et objectifs de la thèse .....	22
 <i>CHAPITRE 2 ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE</i> .....	 25
2.1. Théorie sur le comportement des structures sandwiches .....	26
2.1.1. Théorie des plaques sandwiches .....	26
2.1.2. Hypothèses de la théorie des plaques stratifiées en éléments finis .....	28
2.1.3. Hypothèses des éléments finis de volume.....	29
2.1.4. Conclusions préliminaires .....	30
2.2. Endommagement des structures sandwiches .....	31
2.2.1. Etat de l'art .....	31
2.2.2. Endommagement de l'interface peau / âme d'une structure sandwich .....	32
 <i>CHAPITRE 3 MODÉLISATION DES STRUCTURES SANDWICHES</i> .....	 38
3.1. Calcul des propriétés mécaniques équivalentes du Nida.....	39
3.1.1. Motivations.....	39
3.1.2. Méthode de calcul analytique.....	41
3.1.3. Matériau .....	42
3.1.4. Hypothèses de modélisation.....	44
3.1.5. Calcul des modules équivalents de l'âme Nida.....	44
3.1.6. Synthèse .....	50
3.1.7. Discussion .....	50
3.1.8. Influence de la double épaisseur des clinquants.....	51
3.1.9. Clinquants maillés en volume .....	55
3.1.10. Conclusions .....	56
3.2. Modélisation des structures sandwiches Nida.....	57
3.2.1. Modélisations âme creuse .....	57
3.2.2. Calculs avec le modèle âme creuse .....	59
3.2.3. Conditions aux limites.....	60
3.2.4. Post-traitement .....	61
3.2.5. Comparaison modèles âme pleine / âme creuse.....	63
3.2.6. Post-traitement .....	64
3.3. Modélisation du décollement peau / âme.....	67

3.3.1. Présentation de l'étude .....	67
3.3.2. Modèle éléments finis sans défaut : influence du maillage.....	68
3.3.3. Résultats .....	69
3.3.4. Influence d'un défaut de collage circulaire .....	69
3.3.5. Interprétation des résultats .....	70
3.3.6. Réduction de la capacité structurale.....	73
3.4. Modèles « hybrides » .....	74
3.4.1. Objectif.....	74
3.4.2. Présentation du modèle de référence.....	74
3.4.3. Réduction des temps de calcul en statique linéaire .....	75
3.4.4. Résultats en statique linéaire .....	76
3.4.5. Résultats en statique non linéaire .....	78
3.4.6. Conclusion.....	78
3.5. Méthode de justification des défauts de collage.....	80
3.5.1. Méthode actuellement utilisée en bureau d'étude .....	80
3.5.2. Endommagement.....	81
3.5.3. Modèle de zone cohésive dans SAMCEF .....	81
3.5.4. Loi d'endommagement bi-triangulaire.....	84
3.5.5. Données d'entrée dans SAMCEF .....	87

***CHAPITRE 4 PROPOSITION D'UNE MÉTHODOLOGIE POUR LA DÉTERMINATION DU SEUIL DE PROPAGATION DES DÉFAUTS DE COLLAGE..... 88***

4.1. Essais de caractérisation.....	89
4.1.1. Introduction .....	89
4.1.2. Identification de la contrainte maximale de pelage ( $\sigma_{33max}$ ).....	89
4.1.3. Résultats des éprouvettes TP de type A .....	92
4.1.4. Résultats des éprouvettes TP de type B .....	93
4.1.5. Synthèse des essais TP .....	95
4.1.6. Identification du taux de restitution d'énergie critique en mode I $G_{IC}$ .....	96
4.1.7. Essais de pelage au tambour Grimpant (PTG) .....	99
4.1.8. Essais DCB sandwich.....	101
4.1.9. Synthèse des essais d'identification du $G_{IC}$ .....	103
4.2. Etude numérique des essais de caractérisation à mixité variable.....	105
4.2.1. DCB sandwich double étage avec deux fissures .....	105
4.2.3. DCB sandwich double étage avec une fissure .....	108
4.2.4. DCB sandwich classique avec renfort métallique.....	109
4.3. Essais de caractérisation DCB sandwich à mixité de mode variable .....	111
4.3.1. Présentation de l'étude .....	111
4.3.2. Résultats .....	113
4.4. Modélisation de l'essai DCB sandwich renforcé .....	116
4.5. Application de la méthodologie sur un essai de flexion.....	118

4.5.1. Présentation du modèle âme pleine .....	118
4.5.2. Propriétés matériaux .....	119
4.5.3. Résultats .....	120
<i>CHAPITRE 5 CONCLUSIONS</i> .....	<i>123</i>
Perspectives .....	126
<i>BIBLIOGRAPHIE</i> .....	<i>129</i>
Première étude : plaque sandwich « isotrope » .....	135
Deuxième étude : Plaque sandwich classique .....	146

## Index des figures

Figure 1. Partenaires académiques impliqués dans le PRC Composites.....	18
Figure 2. Exemple d'applications des structures sandwiches .....	19
Figure 3. Schéma du comportement mécanique d'un sandwich en flexion.....	19
Figure 4. Composants d'une nacelle moteur aéronautique .....	20
Figure 5. Schéma d'un sandwich acoustique .....	20
Figure 6. Empilement sandwich en zone acoustique .....	21
Figure 7. Extrait de la réglementation CS-25.....	22
Figure 8. Allure du déplacement longitudinal (à gauche), de la contrainte normale (au centre) et de la contrainte de cisaillement transverse (à droite), dans une section de sandwich en flexion 3 points.....	26
Figure 9. Hypothèses sur la répartition des contraintes de cisaillement dans l'épaisseur linéaire dans les peaux et constante dans l'âme .....	26
Figure 10. Hypothèses sur la répartition des contraintes de cisaillement dans l'épaisseur parabolique dans les peaux et dans l'âme .....	27
Figure 11. Schéma du modèle sandwich avec augmentation d' $e_c$ et diminution de $G$ .....	27
Figure 12. Schéma du modèle sandwich avec excentrement du feuillet moyen des peaux en coque .....	27
Figure 13. Champ de déplacement, de déformation et de contrainte dans une coque composite (cours 3A – MCOP - ISMANS).....	28
Figure 14. Champ de déplacement et de contrainte dans un élément de volume monocouche (a) et dans un volume multicouche / composite (b) et dans un assemblage de volumes multicouches (c) .....	29
Figure 15. Champ de déplacement et de contrainte dans un élément de volume monocouche (a) et dans un volume multicouche / composite (b) et dans un assemblage de plusieurs volumes multicouches (c) .....	30
Figure 16. Modes de rupture d'un panneau sandwich. (a) Rupture de la peau, (b) cisaillement dans l'âme, (c) écrasement de l'âme, (d) délaminage (e) flambement global, (f) flambage irrégulier, (g) ( h) indentation locale de la peau [ZEN, 95] .....	31
Figure 17. Schémas d'une rupture adhésive (à gauche) et d'une rupture cohésive (à droite).....	33
Figure 18. Montage d'un essai PTG et exemple de courbe d'essai [NET, 06].....	34
Figure 19. Eprouvette sandwich DCB (E.E. GDOUTOS 2009).....	34
Figure 20. Essai CSB modifié (ADAMS 2008).....	35
Figure 21. Essai DCB sandwich et modèle EF associé (T.-S. HAN 2002) .....	36
Figure 22. Défauts circulaire et longitudinal et photo d'un essai de flexion 4 points (SOUTHWARD 2005).....	37
Figure 23. Propagation du défaut de collage (a) et essai DCB sur sandwich Nida Nomex (b) [14] .....	37
Figure 24. Schéma d'une cellule Nida .....	40
Figure 25. Encoches de drainage en pied de cellules Nida 3/8.....	41

Figure 26. Configuration de l'étude de sensibilité sur la taille du VER .....	43
Figure 27. Evolution des modules équivalents $G_{WZ}$ , $G_{LZ}$ et $E_Z$ du Nida en fonction des configurations.....	43
Figure 28. VER de plaque Nida (à gauche) et volume équivalent (à droite) et dimensions associées .....	44
Figure 29. VER de la plaque en nid d'abeille .....	44
Figure 30. Conditions aux limites pour l'essai de traction sens L .....	45
Figure 31. Champs de déplacement sens L et W et contrainte de Von Mises pour un essai de traction sens L .....	45
Figure 32. Comportement en cisaillement pur pour les configurations I et II .....	47
Figure 33. Conditions aux limites pour l'essai de cisaillement dans le plan LW .....	48
Figure 34. Champ de déplacement suivant y pour le calcul de $G_{LW}$ (Nida vu de dessus) .....	49
Figure 35. Champ de contrainte uniforme $\tau_{LW}$ dans le modèle homogénéisé pour le calcul de $G_{LW}$ (Nida vu de dessus) .....	49
Figure 36. Champs de déplacements suivant z pour le cisaillement pur dans le plan yz (à gauche), dans le plan xz (à droite).....	49
Figure 37. Contrainte de Von Mises en surface des clinquants pour un cisaillement pur dans le plan LW.....	51
Figure 38. Champ de contrainte dans le Nida soumis à du cisaillement pur dans le plan WZ.....	51
Figure 39. Schéma des épaisseurs multiples sur les clinquants de Nida.....	52
Figure 40. Méthode de détermination des propriétés équivalentes du Nida .....	53
Figure 41. Evolution des modules dans le plan du Nida sous chargement statique non linéaire...54	
Figure 42. Déformée sous chargement non linéaire en traction sens W (à gauche) et sens L (à droite) .....	55
Figure 43. Maillage du modèle 3D (vue iso paramétrique et vue de dessus).....	55
Figure 44. Comparaison des modules en fonction du type d'élément finis .....	56
Figure 45. Géométrie du sandwich en flexion 3 points. Vue de profil (à gauche) et vue de dessus (à droite) .....	57
Figure 46. Géométrie du VER Nida.....	58
Figure 47. Schéma du modèle « hexa-ref ».....	59
Figure 48. Schéma des zones de double épaisseur dans le Nida.....	59
Figure 49. Schéma du modèle « hexa-nexce ».....	60
Figure 50. CLM de symétrie modèle « hexa-ref » .....	60
Figure 51. Modélisation des appuis et du cylindre de chargement sur 1/4 de structure .....	61
Figure 52. Déplacement transversal aux nœuds mesurés aux nœuds des peaux du sandwich.....	61
Figure 53. Position des points pour calculer la contrainte moyenne dans un pli .....	62
Figure 54. Champs de contrainte dans la peau inférieure avec un maillage irrégulier .....	63
Figure 55. Champs de contrainte dans la peau inférieure avec un maillage régulier.....	63
Figure 56. Allure du champ de contrainte dans le modèle à âme creuse (à gauche) et dans le modèle à âme pleine (à droite) .....	65
Figure 57. Schéma des directions principales dans l'âme du sandwich sollicité en flexion 3 points .....	65

Figure 58. Contrainte $\tau_{LZ}$ dans le modèle vvv.....	66
Figure 59. Schéma du panneau sandwich .....	67
Figure 60. Modèle 0.0 (à gauche) et 0.1 (à droite) avec les éléments d'interface qui représentent la colle pour le modèle 0.2 .....	68
Figure 61. Graphe de comparaison des modèles sans défauts .....	69
Figure 62. Modèle 1.0 avec suppression totale du Nida .....	69
Figure 63. Modèle 1.1 avec suppression de la demi-épaisseur du Nida .....	70
Figure 64. Modèle 1.2 avec suppression d'un quart de l'épaisseur du Nida.....	70
Figure 65. Modèle 1.3 avec suppression d' $1/12^{\text{ème}}$ de l'épaisseur du Nida .....	70
Figure 66. Graphe de comparaison des modèles contenant un défaut de collage.....	71
Figure 67. Contrainte de cisaillement dans l'âme à proximité du défaut (modèle 1.0 et 1.3) .....	72
Figure 68. Contrainte de cisaillement dans l'âme à $d_0 = 25$ mm (modèle 1.0 et 1.3).....	72
Figure 69. Modèle de référence avec âme creuse .....	74
Figure 70. Modèle hybride .....	75
Figure 71. Schéma du modèle SE1 .....	75
Figure 72. Schéma du modèle SE2 .....	76
Figure 73. Discontinuité du champ de contrainte dans la zone de raccord du modèle hybride .....	77
Figure 74. Temps de calcul en statique linéaire .....	77
Figure 75. Temps de calcul en statique non linéaire .....	78
Figure 76. Epreuve sandwich Nida rompue après un essai de flexion 3 points.....	79
Figure 77. Schéma d'une justification de type point stress.....	80
Figure 78. Schéma des trois modes de la mécanique de la rupture (documentation SAMCEF) ...	83
Figure 79. Forme des lois d'endommagement de SAMCEF .....	84
Figure 80. Schéma de la loi bi-triangulaire .....	85
Figure 81. Montage d'un essai de traction perpendiculaire.....	90
Figure 82. Procédé de fabrication des sandwichs Nida Aircelle .....	90
Figure 83. Schéma d'un sandwich acoustique Aircelle .....	91
Figure 84. Schémas des éprouvettes TP de type A et B.....	92
Figure 85. Faciès de rupture d'une éprouvette TP de type A (rupture cohésive dans la colle).....	92
Figure 86. Courbes d'essais TP - éprouvettes de type A .....	92
Figure 87. Motif de la cellule Nida .....	93
Figure 88. Faciès de rupture d'une éprouvette TP type B (rupture cohésive dans la colle).....	94
Figure 89. Courbes force / déplacement de la traverse pour les essais TP de type B .....	94
Figure 90. Calcul de la contrainte maximale en pelage de l'interface peau / Nida.....	96
Figure 91. Montage d'un essai PTG (réalisé au laboratoire d'Aircelle) .....	96
Figure 92. Montage d'un essai DCB sandwich (réalisé au laboratoire d'Aircelle).....	97
Figure 93. Faciès de rupture pour les essais préliminaires.....	98
Figure 94. Modèle EF et courbes force / déplacement des essais DCB préliminaires.....	98
Figure 95. Dimensions des éprouvettes PTG – vue de profil (à gauche) et vue de dessus (à droite) .....	99
Figure 96. Courbes de pelage et $G_{CI}$ pour les éprouvettes de type A.....	100

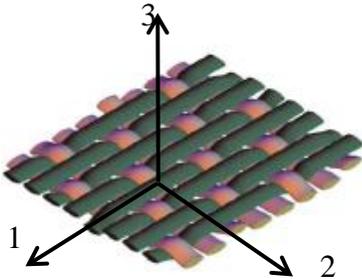
Figure 97. Faciès de rupture des éprouvettes PTG sandwiches (peau non acoustique et sans trait de scie).....	100
Figure 98. Courbes de pelage et $G_{CI}$ pour les éprouvettes de type B .....	100
Figure 99. Schéma des éprouvettes DCB – vue de profil (à gauche) et vue de dessus (à droite). .....	101
Figure 100. Faciès de rupture des éprouvettes DCB type A .....	101
Figure 101. Courbes de propagation éprouvettes DCB sandwich de type A .....	102
Figure 102. Faciès de rupture des éprouvettes DCB type B .....	103
Figure 103. Non-conformité du collage éprouvette 2R_B_03b et 2R_B_04b.....	103
Figure 104. Synoptique pour le calcul du $G_{IC}$ de l'interface peau / Nida.....	104
Figure 105. Schéma d'une éprouvette DCB monolithiques et DCB sandwich .....	105
Figure 106. Sandwich double étage avec deux fissures initiales .....	105
Figure 107. Endommagement des interfaces pour l'éprouvette DCB double étage « parfaitement » symétrique .....	106
Figure 108. Courbe de mixité de modes – DCB 2 étages parfaitement symétriques.....	106
Figure 109. Sandwich double étage non symétrique avec deux fissures initiales.....	107
Figure 110. Endommagement des interfaces pour l'éprouvette DCB double étage dissymétrique .....	107
Figure 111. Courbe de mixité de modes – DCB 2 étages non symétriques .....	108
Figure 112. Sandwich double étage avec une fissure plus grande que l'autre.....	108
Figure 113. Sandwich double étage avec une fissure initiale .....	109
Figure 114. Evolution de la rigidité flexionnelle de la partie 2 en fonction de l'épaisseur du Nida .....	109
Figure 115. DCB sandwich avec renfort métallique .....	110
Figure 116. Mixités de modes en fonction de l'épaisseur du renfort .....	111
Figure 117. Schéma de l'effet de Poisson sur la partie inférieure des éprouvettes DCB (vue de face).....	111
Figure 118. Schéma des éprouvettes DCB – vue de profil (à gauche) et vue de dessus (à droite). .....	112
Figure 119. Décollement de la contre-plaque au cours de l'essai (REF-1-B-03) .....	112
Figure 120 : Eprouvettes sandwich DCB renforcées .....	113
Figure 121. Courbes de propagation REF-1-A-04 à 06 et photo du montage DCB sandwich ....	114
Figure 122. Courbes de propagation REF-1-B-04 à 06 et photo du montage DCB sandwich ....	115
Figure 123. Eprouvette REF-1-C-04 à 06 : rupture du Nida et propagation à l'interface peau cuite / Nida .....	116
Figure 124. Modèle éléments finis de l'éprouvette DCB sandwich (schéma de principe).....	116
Figure 125. Courbe de propagation modèle éléments finis et essais DCB renforcé .....	117
Figure 126. Evolution de la variable d'endommagement dans l'interface.....	117
Figure 127. Géométrie du modèle sandwich flexion 3 points.....	118
Figure 128. Maillage du modèle âme pleine .....	119
Figure 129. Eléments d'interface concentrés autour du défaut (a) ou sur toute la largeur de l'éprouvette (b).....	119

Figure 130. Contraintes dans l'adhésif: 1 = compression ( $\langle \sigma_{33} \rangle_-$ ), 2 = pelage ( $\langle \sigma_{33} \rangle_+$ ) et 3 = ( $\tau_{13}$ ) .....	120
Figure 131. Evolution de l'endommagement au bord du décollement .....	121
Figure 132. Synoptique de la modélisation âme pleine .....	122
Figure 133. Position du décollement par rapport au cellules Nida .....	127
Figure 134. Géométrie du modèle .....	135
Figure 135. Modèles EF du sandwich Nida - modèle « vvv » (à gauche) et Coque composite (à droite) .....	136
Figure 136. Déplacement transversal calculé aux nœuds du sandwich .....	137
Figure 137. Dimensions de l'âme et des peaux dans le modèle vvv. ....	138
Figure 138. Dimensions de l'âme et des peaux dans le modèle cvc. ....	138
Figure 139. Ecart entre la flèche analytique et la flèche du modèle cvc en fonction du module d'Young de l'âme .....	139
Figure 140. Allure du déplacement longitudinal dans une section droite du sandwich (modèle vvv).....	140
Figure 141. Schéma du déplacement longitudinal dans un élément de coque en flexion.....	140
Figure 142. Champ de déplacement longitudinal dans une section droite du modèle Coques composite. ....	140
Figure 143. Evolution de la contrainte de cisaillement transverse dans la section droite.....	141
Figure 144. Diagramme d'effort tranchant pour une poutre en flexion 3 points.....	142
Figure 145. Contrainte normale à $x = L/4$ , dans l'épaisseur du sandwich pour le modèle Coque isotrope. ....	143
Figure 146. Contrainte normale à $x = L/4$ , dans l'épaisseur du sandwich pour le modèle Coque composite. ....	144
Figure 147. Evolution de la contrainte normale à $x = L/4$ , dans l'épaisseur du sandwich pour le modèle vvv. ....	144
Figure 148. Contrainte normale à $x = L/4$ , dans l'épaisseur du sandwich pour le modèle cvc. ...	145
Figure 149. Evolution de la contrainte normale à $x = L/4$ , dans l'épaisseur du sandwich pour le modèle vvv. ....	145
Figure 150. Allure du déplacement longitudinal dans une section droite du sandwich (modèle vvv).....	148
Figure 151. Champ du déplacement longitudinal (en $10^{-3}$ mm) pour $\nu = 0,3$ (modèle vvv) .....	148
Figure 152. Champ du déplacement longitudinal antisymétrique (en $10^{-3}$ mm) pour $\nu = 0$ (modèle vvv).....	148
Figure 153. Champ du déplacement longitudinal (en $10^{-3}$ mm) pour $\nu = 0,3$ (modèle cvc).....	149
Pour obtenir le déplacement longitudinal, il faut additionner à la valeur affichée par SAMCEF le produit $\theta^*(e_p/2)$ , comme cela a été fait dans la section A.3.2 (avec $\theta$ la rotation calculée aux nœuds). Les valeurs maximale et minimale du déplacement ainsi calculées sont données dans le tableau de synthèse sur la page suivante. On notera que le champ de déplacement de la figure 154 n'est pas antisymétrique, ce qui est normal car le coefficient de Poisson n'est nul ni dans les peaux et ni dans l'âme. ....	149

Figure 155. Allure du champ de déplacement longitudinal dans une section droite du sandwich (C composite) .....	149
Figure 156. Evolution de la contrainte normale dans la section d'abscisse $x=L/2$ pour le modèle vvv .....	151
Figure 157. Evolution de la contrainte normale dans la peau inférieure du sandwich (modèle cvc) .....	152
Figure 158. Evolution de la contrainte normale dans la peau inférieure du sandwich (modèle cvc) .....	152
Figure 159. Contrainte normale à $x = L/2$ dans la peau inférieure du sandwich .....	152
Figure 160. Courbe de pelage d'une éprouvette PTG (à gauche) et courbe d'énergie cumulée associée (à droite).....	156
Figure 161. Courbe force / déplacement de la traverse : illustration de la méthode des aires (à gauche) et courbes d'essais (à droite).....	157

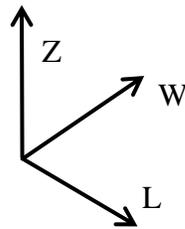
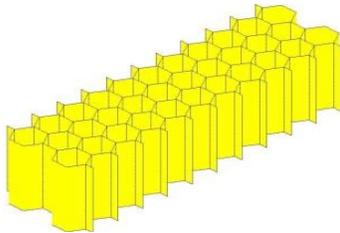
# Nomenclature

## Repère propre du pli (exemple : tissu satin de 5)



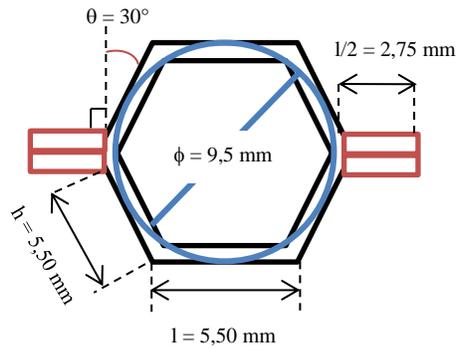
1 : direction chaîne  
2 : direction trame  
3 : direction transverse

## Repère propre du nid d'abeille

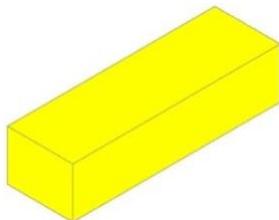


L : direction clinquant (ou ruban)  
W : direction expansion  
Z : direction transverse

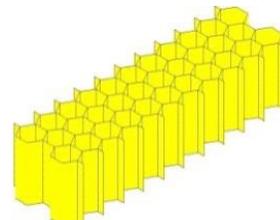
## Cellule nid d'abeille 3/8''



## Modélisation du nid d'abeille



Ame pleine



Ame creuse

## Paramètres géométriques

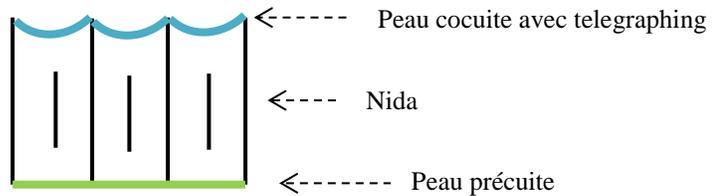
Grandeur	Unité	Description
L	mm	Longueur du sandwich entre appuis
W	mm	Largeur du sandwich
H	mm	Épaisseur totale du sandwich
$e_{p1}$	mm	Épaisseur de la peau inférieure du sandwich
$e_{p2}$	mm	Épaisseur de la peau supérieure du sandwich
$e_p$	mm	Épaisseur d'une peau (pour un sandwich symétrique)
$e_c$	mm	Épaisseur de l'âme du sandwich
$\phi$	mm	Diamètre du défaut de collage

## Notations des grandeurs mécaniques

Grandeur	Unité	Description
$E_L$	MPa	Module d'élasticité du nid d'abeille dans le sens ruban
$E_W$	MPa	Module d'élasticité du nid d'abeille dans le sens expansion
$E_Z$	MPa	Module d'élasticité hors-plan du nid d'abeille
$G_{LW}$	MPa	Module de cisaillement du nid d'abeille dans le plan LW
$G_{WZ}$	MPa	Module de cisaillement du nid d'abeille dans le plan WZ
$G_{LZ}$	MPa	Module de cisaillement du nid d'abeille dans le plan LZ
$\nu_{LW}$		Coefficient de Poisson entre les directions L et W
$\nu_{WZ}$		Coefficient de Poisson entre les directions W et Z
$\nu_{LZ}$		Coefficient de Poisson entre les directions L et Z
$\sigma_{ii}$	MPa	Contrainte de traction / compression dans la direction $i$
$\tau_{ij}$	MPa	Contrainte de cisaillement dans le plan $ij$
$\varepsilon_{ii}$	%	Déformation axiale dans la direction $i$
$\gamma_{ij}$	%	Distorsion angulaire dans le plan $ij$
$G_{CI}$	mJ/mm <sup>2</sup>	Taux de restitution d'énergie en mode d'ouverture (ou en pelage)
$G_{CII}$	mJ/mm <sup>2</sup>	Taux de restitution d'énergie en mode de cisaillement plan
$G_{CIII}$	mJ/mm <sup>2</sup>	Taux de restitution d'énergie en mode de cisaillement hors-plan
$G_{tot}$	mJ/mm <sup>2</sup>	Taux de restitution d'énergie critique total
$E_D$	mJ/mm	Energie de déformation
$Y_{0T}$	mJ/mm <sup>2</sup>	Force thermodynamique d'initiation de l'endommagement
$k_i^0$	mJ/mm <sup>2</sup>	Pseudo-raideur des éléments d'interface dans la direction $i$
$d$		Variable scalaire d'endommagement
F	N	Charge appliquée

## Structure sandwich étudiée

Désignation	Description
Nida	Nid d'abeille
Peau précuite	Peau composite cuite séparément en autoclave à 7 bars
Peau cocuite	Peau composite cocuite avec le Nida et la peau précuite en autoclave à 2,5 bars (étape de fermeture sandwich)
Peau acoustique	Peau composite percée avec un motif régulier permettant de donner au sandwich sa fonction d'atténuation du bruit moteur
POA	Percentage of Open Area (surface percée sur une peau acoustique)
Telegraphing	Terme caractérisant la légère courbure de la peau cocuite dans le creux des cellules hexagonales (environ 0,5 mm de profondeur)



# **Chapitre 1**

## **Introduction**

## 1.1. Contexte

L'industrie aéronautique investit en permanence dans la recherche et le développement pour réduire la masse des aéronefs, afin de limiter leur consommation de carburant. Cette thèse de doctorat s'inscrit dans le cadre du projet de recherche PRC Composites, regroupant des acteurs majeurs de l'aéronautique autour de la modélisation du comportement des structures composites. Ce projet d'une durée de 4 ans et financé par la DGA (Direction Générale de l'Armement), regroupe les sociétés Snecma, Herakles, Aircelle et Messier-Bugatti-Dowty du groupe Safran, l'ONERA (Office National d'Etudes et de Recherches Aéronautiques), le CNRS (Centre National de la Recherche Scientifique) ainsi que les laboratoires de recherches académiques suivants :



Figure 1. Partenaires académiques impliqués dans le PRC Composites

Les structures composites résultent de l'assemblage d'au moins deux matériaux aux caractéristiques mécaniques et/ou chimiques différentes. Le nouveau matériau créé possède de meilleures propriétés mécaniques que celles de ses constituants pris séparément [BAR, 99], [HUL, 96], [DAN, 94]. Ce mémoire se consacre à l'étude de structures composites assemblées utilisées couramment dans l'industrie aéronautique et spatiale, les sandwichs.

## 1.2. Structures sandwichs

Les sandwichs résultent de l'assemblage par collage (ou soudage) de deux peaux rigides minces sur une âme plus épaisse de faible densité volumique et ayant de faibles caractéristiques mécaniques. Ces structures sont généralement légères et possèdent un ratio rigidité en flexion / poids supérieur à celui des stratifiés composites [GAY, 89]. Elles sont utilisées dans un grand nombre d'applications industrielles comme pour les structures secondaires des avions civils, jusqu'aux structures primaires des avions militaires et des navettes spatiales. Depuis les années 80, l'Airbus A320 est équipé de radômes, d'ailerons et de carénages de protection des trains d'atterrissage en matériaux sandwichs. Plus récemment sur l'Airbus A380, les nacelles des deux

types de motorisations sont réalisées en grande partie à l'aide de panneaux sandwichs acoustiques qui seront décrits dans la section 1.3. On retrouve les sandwichs dans les applications spatiales avec la coiffe du lanceur Ariane 5 [PRE, 99] et les réservoirs à hydrogène du lanceur réutilisable X-33 de la NASA [NET, 06] [RIV, 02]. Dans la construction navale, on utilise les structures sandwichs pour leur résistance aux chocs et au slamming (choc répété des vagues) comme sur le navire furtif HMS Helsingborg de la marine suédoise [PER, 10].



Source : <http://www.flightglobal.com>



Source : <http://saab.com/naval/Submarines-and-Warships/technologies/Supreme-Stealth-Technology>

Figure 2. Exemple d'applications des structures sandwichs

Il existe de nombreux types de structures sandwichs, que l'on différencie par les matériaux constitutifs des peaux et de l'âme et par leur procédé de fabrication. Les peaux peuvent être constituées de matériaux tels de l'acier, de l'aluminium, du papier (le carton par exemple), des plastiques ou des matériaux composites. Pour l'âme, on retrouve par exemple des mousses thermoplastiques (exemple : PVC), du balsa, du liège ou des âmes alvéolées (exemple : nid d'abeilles) en aluminium ou en Nomex. Du point de vue mécanique, pour des sollicitations de flexion, ces structures se comportent comme des poutres en I : les peaux (ou semelles des poutres) reprennent la majorité des efforts de traction / compression alors que l'âme transmet les efforts de cisaillement entre les deux peaux via l'interface collée.

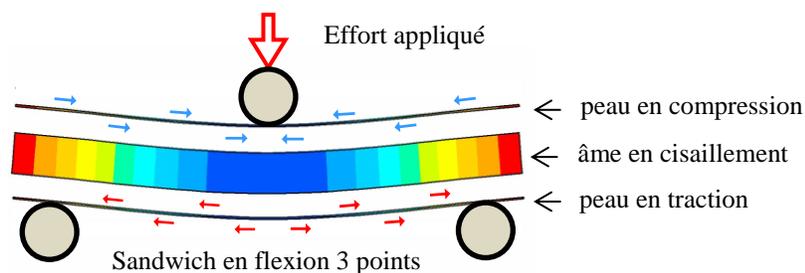


Figure 3. Schéma du comportement mécanique d'un sandwich en flexion

### 1.3. Structures sandwichs acoustiques aéronautiques

Nous allons nous concentrer sur l'étude des sandwichs à peaux composites à matrice organique (dont une est perforée), avec une âme en nid d'abeille (Nida) aluminium. Ce type de sandwich est notamment utilisé dans l'industrie aéronautique pour la fabrication des nacelles de moteur d'avion car il procure deux avantages principaux. D'une part, ce sont des structures qui possèdent

un ratio rigidité en flexion / poids supérieur à celui des matériaux métalliques classiques. D'autre part, l'utilisation couplée du Nida et de peaux composites perforées (dites acoustiques) permet d'obtenir un dispositif de type « résonateur d'Helmholtz » qui atténue le bruit produit par les moteurs d'avion [PRI, 12] [MAL, 00]. Les nacelles assurent la transmission des efforts de poussée des moteurs au reste de l'avion. Elles sont situées en général sous la voilure ou à l'arrière des aéronefs et possèdent cinq fonctions principales :

- fonction mécanique : transmission des efforts du moteur au reste de l'avion par l'intermédiaire de poutres et de suspensions
- fonction aérodynamique : carénage du flux moteur (flux primaire et secondaire)
- fonction acoustique : réduction du bruit moteur grâce aux structures sandwichs Nida
- fonction de freinage : inversion du flux moteur lors de l'atterrissage
- fonction esthétique : personnalisation des nacelles à l'effigie des compagnies aériennes

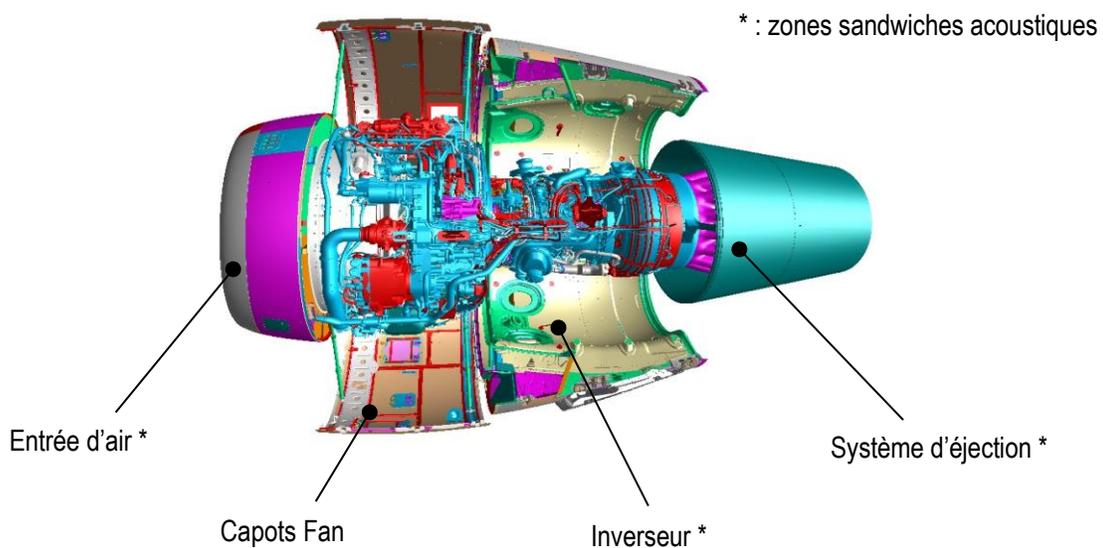


Figure 4. Composants d'une nacelle moteur aéronautique

Les panneaux sandwichs étudiés sont constitués de peaux composites carbone / époxy assemblées par collage sur une âme nid d'abeille en aluminium (Figure 6). L'âme est de type 3/8 - diamètre du cercle inscrit dans une cellule - et de densité  $67 \text{ kg.m}^{-3}$ . Pour éviter la corrosion galvanique provoquée par le contact entre l'aluminium et le carbone, un pli de verre est introduit dans chaque peau sur la face en contact avec le Nida. Le collage des peaux sur l'âme Nida est assuré par un ruban d'adhésif à base d'époxy. Les surfaces aérodynamiques des sandwichs sont partiellement percées (de 8 à 20 % de POA) pour atténuer le bruit moteur par le principe du résonateur d'Helmholtz.

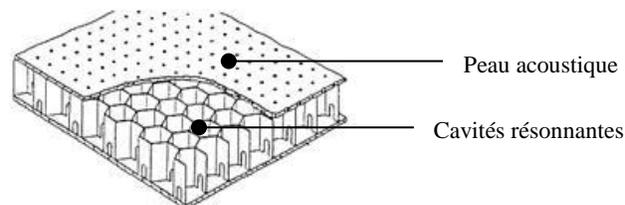


Figure 5. Schéma d'un sandwich acoustique

Le procédé de fabrication de ces structures est le suivant :

- a) Drapage de la première peau - dite peau précurtée - avec l'empilement des plis de carbone et un pli de verre ;
- b) Cuisson de la peau précurtée en autoclave à 7 bars ;
- c) Perçage acoustique de la peau précurtée (forêt de 0,8 mm de diamètre) ;
- d) Pose du premier film d'adhésif non supporté sur le Nida ;
- e) Pré-réticulation de l'adhésif ;
- f) Ancrage du Nida sur la peau précurtée ;
- g) Pose du film d'adhésif supporté sur le nida, côté cocuit ;
- h) Drapage du pli de verre puis des plis de carbone ;
- i) Cuisson de l'ensemble peau précurtée, Nida et peau cocuite en autoclave à 2,5 bars (pression plus faible à cause du risque d'écrasement du Nida).

On parle d'adhésif supporté lorsque ce dernier possède une trame en taffetas vinylester. Dans le cas contraire, on dit qu'il est non supporté. On utilise un adhésif non supporté du côté précuit pour éviter l'obstruction des trous et la diminution des propriétés acoustiques du panneau. La phase de pré-réticulation permet de lier l'adhésif au Nida et assure une répartition constante d'adhésif long des clinquants.

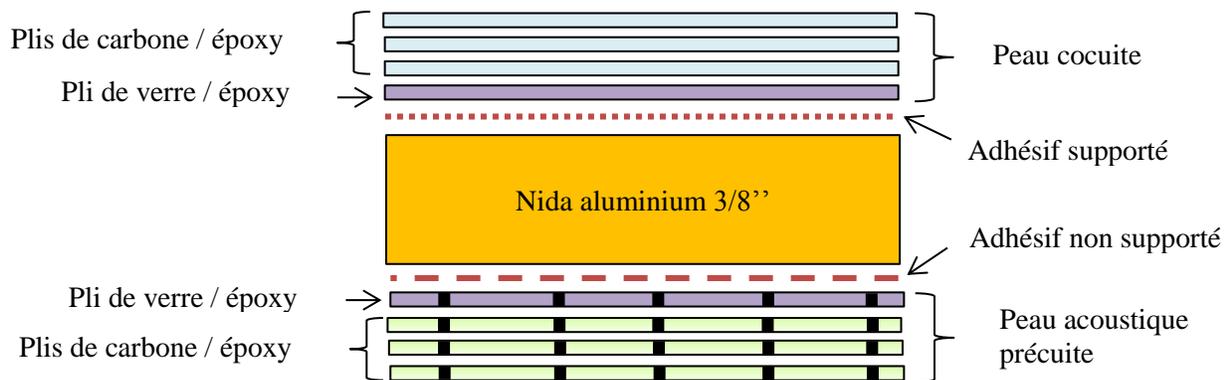


Figure 6. Empilement sandwich en zone acoustique

Les matériaux utilisés sont donnés dans le tableau Tableau 1 ci-dessous:

Matériau	Référence
Carbone / époxy	Carbone 914/40%/G803
Préimprégné Verre / époxy	Verre 914/45%/759
Adhésif supporté	Redux 322 supportée
Adhésif non supporté	Redux 322 non supportée
Nida	Densité $67\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$ , aluminium 5052, cellules 3/8''

Tableau 1. Données matériaux des sandwiches Nida étudiés

## 1.4. Problématique et objectifs de la thèse

La ruine des structures sandwichs est plus souvent liée à une rupture de la liaison peau / âme qu'à une rupture des peaux ou de l'âme seules [PRE, 92]. Cette liaison doit être continue, sans porosité et d'épaisseur constante. Elle doit être assez rigide pour transmettre les efforts et pourtant assez élastique pour absorber et atténuer les chocs [SKE, 90].

Les défauts de collage dans les sandwichs peuvent être liés à des impacts à faible vitesse lors de la fabrication des panneaux (non-collements) ou en service (lors d'opérations de maintenance par exemple, décollements). Ces défauts de collage ne sont pas détectables à l'œil nu, et les fabricants doivent justifier qu'ils n'affecteront pas la durée de vie ou la capacité structurale du panneau.

Les exigences de certification aéronautique préconisent qu'une structure endommagée doit supporter les charges de service sans déformation excessive jusqu'à ce que le dommage soit détecté lors d'une phase inspection. Pour des défauts de collage de petite taille, on doit démontrer que la structure peut supporter les charges limites sans récupération (défauts acceptables en l'état). Au-delà d'une certaine taille critique, les défauts doivent nécessairement être récupérés par injection de résine ou par trépanage (méthode scarf). Cette taille critique de défaut correspond en réalité à la taille maximale de défaut qui a été validée par essai.

**Référence code des avions de transport public de passagers (FAR/CS-25) c.f. Advisory Circular 25 571 1F (Avril 98) :**

*Damage tolerance is the attribute of the structure that permits it to retain its residual strength without detrimental structural deformation for a period of use after the structure has sustained a given level of fatigue, corrosion, accidental or discrete source damage.*

Figure 7. Extrait de la réglementation CS-25

L'objectif de cette thèse est de proposer une méthodologie de justification de la non propagation des défauts de collage à l'interface peau / âme des sandwichs Nida acoustiques pour :

- améliorer la compréhension des phénomènes physiques mis en jeu lors de l'initiation de la propagation d'un décollement ;
- déterminer numériquement les seuils de propagation d'un défaut de collage dans un sandwich Nida ;
- quantifier la réduction de capacité structurale des panneaux contenant des défauts de collage ;
- permettre d'accepter en l'état des défauts de collage qui sont nécessairement récupérés aujourd'hui, ce qui permettra à terme de réduire les cycles de traitement des dérognations.

Pour répondre à cette problématique, nous nous appuierons sur des essais de flexion 3 points qui serviront de support pour l'application de cette méthodologie. En règle générale, ces essais donnent lieu à une rupture en cisaillement de l'âme Nida qui est considérée comme le point fusible des sandwichs acoustiques. Le plan de la thèse sera développé comme suit :

Dans le **Chapitre 2**, un état de l'art permettra de mettre en évidence que la propagation des défauts de collage dans les sandwichs est un problème essentiellement industriel qui fait actuellement l'objet de nombreuses recherches. Néanmoins, peu d'articles sont disponibles dans la littérature et en règle générale, la méthode proposée pour une configuration de sandwich ne peut pas être généralisée car les modes de ruptures varient en fonction des constituants utilisés (matériaux des peaux et de l'âme). Ce chapitre abordera également les essais de caractérisation mécanique de l'interface collée peau / âme d'un panneau sandwich.

Dans le **Chapitre 3** relatif à la modélisation des sandwichs, nous présenterons premièrement une méthodologie éléments finis permettant de calculer les 9 coefficients équivalents d'une âme Nida. Les coefficients élastiques du Nida déterminés par cette étude serviront ensuite à alimenter les modèles sandwichs dits âme pleine. L'utilisation de modèles éléments finis à la place des solutions analytiques (ou de modèles périodiques) permettra une extension – non étudiée dans ce mémoire - vers la prise en compte des singularités géométriques des sandwichs acoustiques (encoches de drainages) voire la caractérisation de la tenue en cisaillement du Nida.

Compte tenu des différentes combinaisons d'éléments finis possibles pour mailler les sandwichs âme pleine (type d'éléments, avec ou sans excentricité du feuillet moyen, ...), la deuxième partie de ce chapitre sera une étude comparative entre les solutions analytiques et les différents modèles éléments finis existants. La modélisation sandwich avec des peaux et une âme volumiques (modèle vvv) sera finalement retenue car, bien qu'elle soit la plus chère, c'est celle qui donne les résultats les plus physiques.

Dans la troisième partie de ce chapitre, nous mettrons en place une modélisation fine du sandwich, à l'échelle des cellules Nida, pour avoir une meilleure compréhension de la physique des phénomènes en jeu. Nous validerons l'utilisation ces modèles appelés âmes creuses en les comparant aux modélisations âme pleine, qui sont mieux connues. Compte tenu du coût numérique élevé des modèles âmes creuses, l'utilisation de super-éléments sera proposée afin de ne conserver la représentation physique à l'échelle des cellules Nida que dans les zones d'intérêt. Cette technique a été testée et comparée à une modélisation hybride dans laquelle on modélise le sandwich en âme creuse dans la zone du décollement et en âme pleine partout ailleurs. La technique des super-éléments sera finalement retenue car elle permet de diminuer les coûts tout en étant plus précise que les modèles hybrides.

Pour finir, nous rappellerons les limitations de la méthode actuelle de justification des défauts de collages en bureau d'études avant de présenter le modèle de zone cohésive qui sera utilisé pour répondre à notre problématique.

Le **Chapitre 4** expliquera les essais de caractérisations nécessaires pour alimenter le modèle de zone cohésive. On présentera les résultats d'essais de caractérisation de la contrainte maximale en traction de l'adhésif  $\sigma_{ZZ\_max}$  (essai de traction perpendiculaire) et des taux de restitution d'énergie critique en pelage ( $G_{IC}$ ) et en mode mixte ( $G_C$ ) (pelage au tambour grim pant, essais DCB sandwich, DCB sandwich renforcé).

La mise en œuvre d'essais DCB renforcés permettra de solliciter l'interface peau / Nida suivant un mode de rupture prédéfini par analyse numérique (mode I pur ou mixité de mode désirée). La

réalisation de ces essais sur une structure sandwich acoustique permettra de remonter au taux de restitution d'énergie critique en mode I pur et de modéliser l'essai avec une bonne corrélation.

Enfin, la méthodologie proposée sera appliquée sur un essai de flexion afin de montrer l'applicabilité de cette méthode, son potentiel mais aussi de souligner ce qu'il reste à faire en vue d'une industrialisation.

Nous concluons ce manuscrit au **Chapitre 5** en rappelant les principales contributions de l'étude et en proposant des perspectives.

# **Chapitre 2**

## **Etude bibliographique**

## 2.1. Théorie sur le comportement des structures sandwiches

### 2.1.1. Théorie des plaques sandwiches

Plusieurs méthodes existent pour rendre compte du comportement global des structures sandwiches. Parmi ces méthodes se trouve la théorie des plaques sandwiches basée sur les hypothèses suivantes [BER, 95], [ZEN, 95], [GAY, 95] :

- L'épaisseur de l'âme est importante par rapport à l'épaisseur des peaux ;
- Les déplacements  $u$  et  $v$  dans l'âme, dans les directions  $x$  et  $y$ , varient linéairement avec  $z$  ;
- Les déplacements  $u$  et  $v$  dans les peaux, dans les directions  $x$  et  $y$ , sont uniformes ;
- On néglige la déformation  $\varepsilon_{zz}$  ;
- L'âme ne transmet que les contraintes de cisaillement transverse ;
- La contrainte de cisaillement transverse est nulle dans les peaux ;
- La contrainte de cisaillement transverse est uniforme dans l'âme ;
- Les peaux du sandwich sont symétriques.

La Figure 8 représente ces hypothèses sur les champs de contraintes et de déplacement dans une structure sandwich sollicitée en flexion.

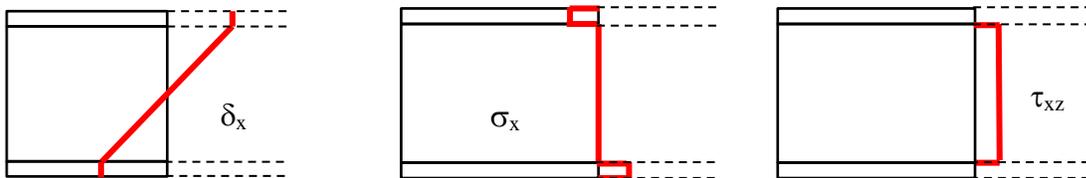


Figure 8. Allure du déplacement longitudinal (à gauche), de la contrainte normale (au centre) et de la contrainte de cisaillement transverse (à droite), dans une section de sandwich en flexion 3 points

D'autres modèles analytiques plus élaborés existent pour calculer les niveaux de contraintes dans l'âme. En particulier, trois hypothèses peuvent être faites pour la répartition de contrainte de cisaillement dans l'épaisseur du sandwich. La première consiste à supposer que la contrainte de cisaillement  $\tau_{wz}$  (ou  $\tau_{Lz}$ ) est nulle dans les peaux et uniforme dans l'âme (3<sup>ème</sup> schéma de la Figure 8). La deuxième suppose une contrainte toujours uniforme dans l'âme et qui évolue linéairement dans les peaux.

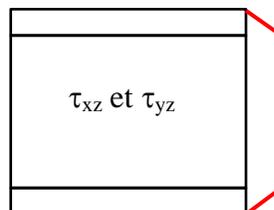


Figure 9. Hypothèses sur la répartition des contraintes de cisaillement dans l'épaisseur linéaire dans les peaux et constante dans l'âme

Pour la troisième hypothèse, la plus élaborée, on suppose que le champ de contrainte est parabolique dans les peaux et parabolique dans l'âme. Dans ce troisième cas, la contrainte  $\tau_{wz}$  (ou  $\tau_{Lz}$ ) est maximale à mi épaisseur du sandwich. Ce cas est celui qui se rapproche le plus de la distribution physique des contraintes.

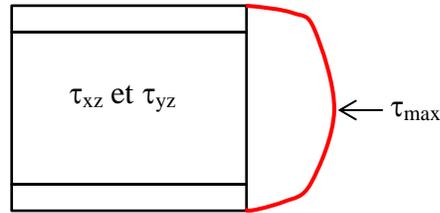


Figure 10. Hypothèses sur la répartition des contraintes de cisaillement dans l'épaisseur parabolique dans les peaux et dans l'âme

Plusieurs modélisations des sandwichs ont été testées et sont consultables en annexe A. Dans ces modèles, l'âme Nida est remplacée par un matériau orthotrope aux propriétés mécaniques équivalentes : on parle de modèle âme pleine. Parmi les modélisations possibles, nous avons comparé :

- modèle vvv : les peaux et l'âme sont maillées en volume ;
- modèle cvc : les peaux sont maillées en coque et l'âme en volume ;
- modèle cvc bis : les peaux sont maillées en coques et l'âme en volume. On augmente artificiellement l'épaisseur de l'âme ( $e_c^*$ ) et on diminue son module de cisaillement pour retrouver la bonne rigidité en flexion du sandwich [CRA, 08], [ZEN, 95]. Le nouveau module vaut :

$$G^* = G \times \frac{e_c}{e_c^*}$$

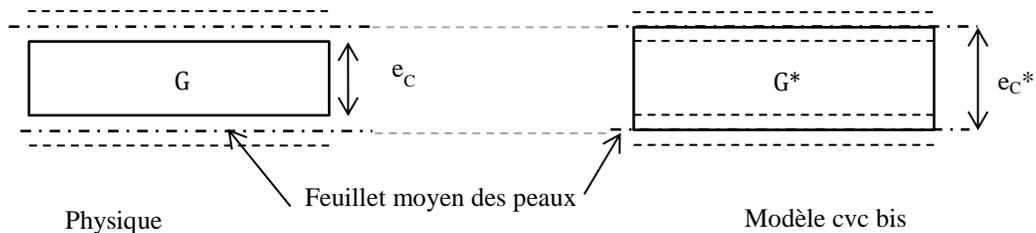


Figure 11. Schéma du modèle sandwich avec augmentation d' $e_c$  et diminution de  $G$

- modèle cvc exce : les peaux sont en coque et l'âme en volume. On excentre le feuillet moyen des coques pour que l'inertie des peaux soit bien calculée même si les éléments de coque sont « mal » positionnés. Il n'y a pas d'augmentation de l'épaisseur de l'âme ni modification de son module de cisaillement ;

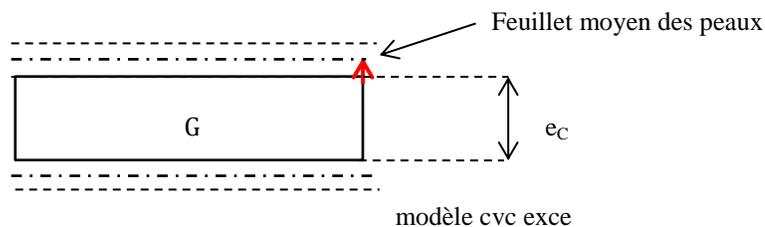


Figure 12. Schéma du modèle sandwich avec excentrement du feuillet moyen des peaux en coque

– modèle coque composite : il s'agit d'une coque composite avec un pli pour chaque peau et un pli pour l'âme.

Les éléments finis de coque et de volume étant basés sur des hypothèses différentes, il est normal de ne pas retrouver exactement les mêmes résultats avec les différents modèles. Pour avoir plus de détails sur la comparaison de modèles, on pourra se reporter à l'Annexe A.

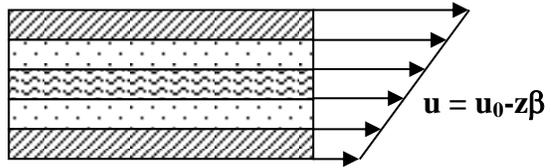
### 2.1.2. Hypothèses de la théorie des plaques stratifiées en éléments finis

La théorie des plaques stratifiées est basée sur les mêmes hypothèses que la théorie générale des plaques non déformables à l'effort tranchant pour lesquelles les déformations en cisaillement transverse sont supposées nulles [BER, 95], [TSA, 92] :

$$\gamma_{xz} = 0$$

$$\gamma_{yz} = 0$$

Avec des éléments de coque composite du 1<sup>er</sup> degré, le champ de déplacement varie linéairement dans l'épaisseur. Il s'écrit en fonction des déplacements du feuillet moyen ( $u_0$ ,  $v_0$  et  $w_0$ ) et de la cote  $z$  (équations (2.1) et (2.1)). Les déformations, construites à partir des dérivées partielles des déplacements, évoluent également linéairement dans l'épaisseur de l'élément. Si les plis ont des propriétés mécaniques différentes, la contrainte normale  $\sigma_n$  varie linéairement dans l'épaisseur de chaque pli, mais est discontinue d'un pli à l'autre (Figure 13).

$$(2.1) \quad \begin{cases} u(x, y, z) = u_0(x, y) - z \frac{\partial w}{\partial x} \\ v(x, y, z) = v_0(x, y) - z \frac{\partial w}{\partial y} \\ w(x, y, z) = w_0(x, y) \end{cases}$$


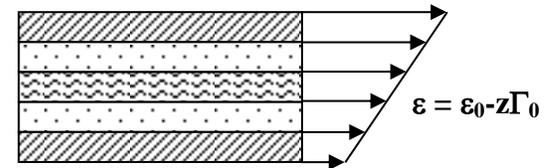
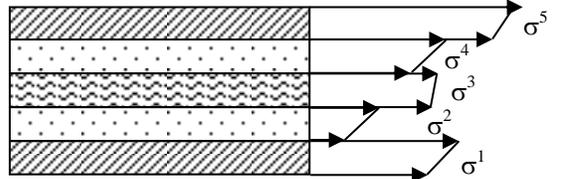
$$(2.1) \quad \begin{cases} \varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial u_0}{\partial x} - z \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \\ \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial v_0}{\partial y} - z \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \\ \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} - 2z \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \end{cases}$$



Figure 13. Champ de déplacement, de déformation et de contrainte dans une coque composite (cours 3A – MCOP - ISMANS)

### 2.1.3. Hypothèses des éléments finis de volume

#### 2.1.3.1. Degré 1

L'élément fini de volume est développé à partir de l'élasticité tridimensionnelle, c'est pourquoi les six composantes du tenseur contraintes / déformations sont a priori non nulles [TRO, 92], [IMB, 84]. Nous utilisons exclusivement des hexaèdres pour la modélisation du sandwich. Pour un élément de volume du 1<sup>er</sup> degré avec  $2 \times 2 \times 2$  points d'intégration dont la loi matériau est isotrope, le champ de déplacement et le champ de contraintes varient linéairement dans l'épaisseur. Pour un élément de volume composite, la théorie cinématique ne change pas. Ce sont uniquement les propriétés matériaux qui sont différentes. Nous retrouvons dans ce cas un champ de déplacement linéaire dans l'épaisseur de l'élément et un champ de contrainte linéaire par pli. Si on superpose plusieurs volumes composites, on a un champ de déplacement linéaire par élément de volume et un champ de contrainte linéaire par pli dans chaque élément. La Figure 14 schématise la répartition des contraintes et du déplacement  $\delta_x$  dans les volumes de degré 1.

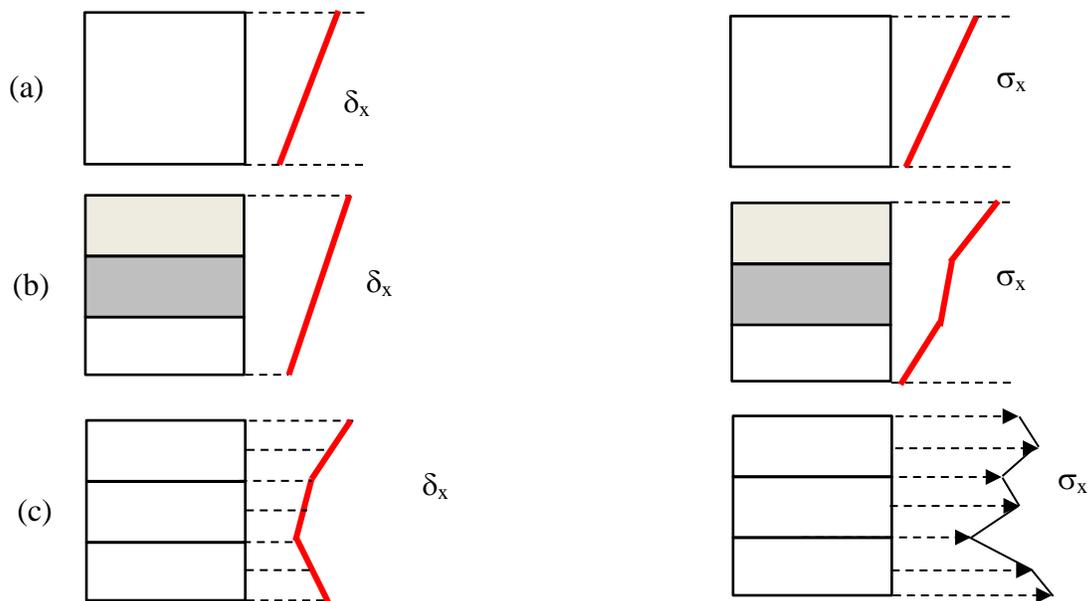


Figure 14. Champ de déplacement et de contrainte dans un élément de volume monocouche (a) et dans un volume multicouche / composite (b) et dans un assemblage de volumes multicouches (c)

#### 2.1.3.2. Degré 2

Au degré 2, le champ de déplacement est parabolique dans un élément de volume qu'il soit mono ou multicouche. Le champ de contrainte étant lié au nombre de points d'intégrations, avec 2 points d'intégrations dans chaque direction de l'espace, on retrouve un champ de contrainte linéaire. Si l'élément de volume est multicouche, le champ de contrainte sera linéaire par couche comme précédemment. Si on assemble plusieurs volumes du 2<sup>nd</sup> degré, le champ de déplacement sera parabolique par élément.

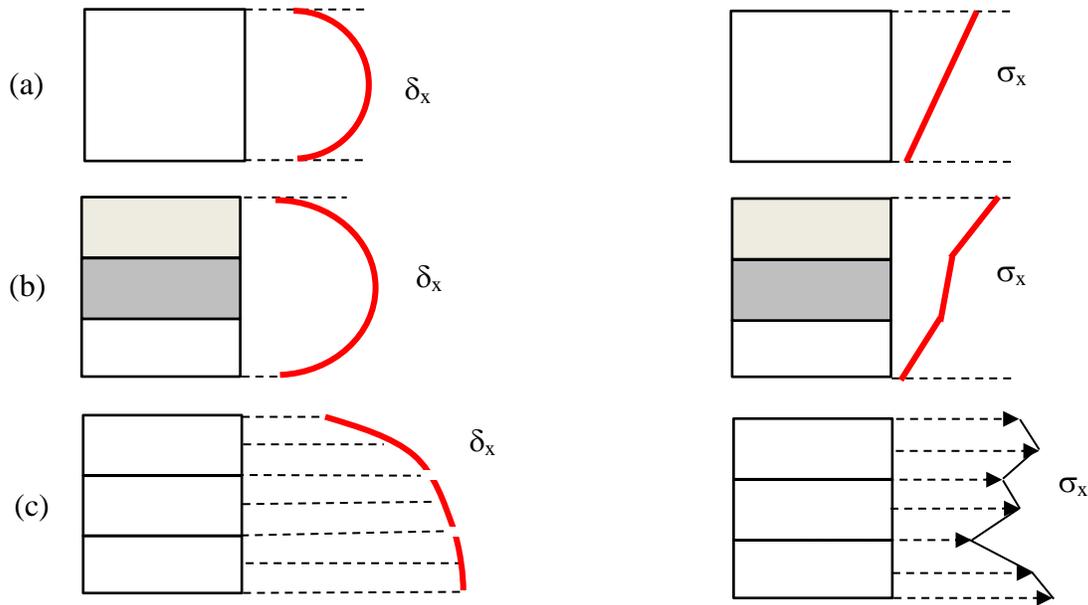


Figure 15. Champ de déplacement et de contrainte dans un élément de volume monocouche (a) et dans un volume multicouche / composite (b) et dans un assemblage de plusieurs volumes multicouches (c)

#### 2.1.4. Conclusions préliminaires

Plusieurs modèles sont possibles pour représenter le comportement des sandwichs. Les formules analytiques, basées sur des hypothèses simplificatrices, énoncées précédemment, permettent de caractériser le comportement global du sandwich. La flèche du sandwich, la contrainte dans les peaux et la contrainte de cisaillement peuvent être estimées de cette manière à moindre coût. Les éléments finis permettent une étude plus fine des champs de déplacement et de contrainte dans les sandwichs. Compte tenu des différences entre les hypothèses utilisées pour l'établissement des formules analytiques et celles pour le développement des éléments finis, les résultats de ces deux types d'approches seront différents. Les hypothèses étant moins restrictives pour les éléments finis, les solutions obtenues par cette méthode seront par conséquent plus proches de la réalité, sous réserve d'un modèle représentatif et d'un maillage de qualité.

## 2.2. Endommagement des structures sandwichs

### 2.2.1. Etat de l'art

Actuellement, les règles de design et de modélisation utilisées pour dimensionner les structures sandwichs sans défauts sont relativement fiables. Néanmoins, des progrès restent à faire en ce qui concerne la compréhension de la tolérance aux dommages de ces structures [SHI, 01], sujet qui fait l'objet de ce mémoire. Il existe plusieurs modes de rupture associés aux panneaux sandwichs [ZEN, 95], [CAR, 11] (Figure 16), chacun d'eux donnant des informations sur la capacité structurale du sandwich.

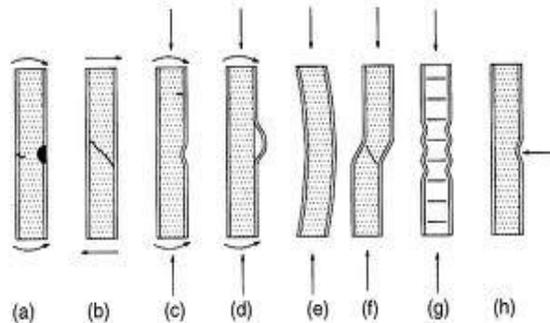


Figure 16. Modes de rupture d'un panneau sandwich. (a) Rupture de la peau, (b) cisaillement dans l'âme, (c) écrasement de l'âme, (d) délaminage (e) flambement global, (f) flambage irrégulier, (g) (h) indentation locale de la peau [ZEN, 95]

De nombreux auteurs tels que Previte [PRE, 92], Carlsson [CAR, 11], Aviles [AVI, 07], Rinker [RIN, 11], Guedra-desgeorges [GUE, 77], Burman [BUR, 08] ont étudié le comportement mécanique des structures sandwichs endommagées.

Parmi ces travaux nous pouvons citer ceux d'Aminanda *et al.* [AMI, 03] qui proposent une modélisation éléments finis d'un sandwich Nida dans laquelle le nid d'abeille est modélisé par des ressorts. Cette méthode a permis d'une part de simuler numériquement l'indentation quasi-statique des peaux et l'impact à faible vitesse sur un panneau sandwich et d'autre part de prédire la résistance résiduelle de la structure après endommagement. Othman *et al.* [OTH, 08] ont étudié expérimentalement l'initiation et la propagation d'un décollement peau / âme dans des sandwichs composites soumis à de l'indentation ou de l'impact. Leurs essais ont mis en évidence les modes de rupture dominants pour de tels chargements : la rupture en compression de la peau indentée, l'écrasement du Nida ou la rupture en traction de la peau inférieure.

D'autres chercheurs tels que Scott *et al.* [SCO, 97] ont étudié l'influence des caractéristiques du joint de colle (épaisseur, largeur du joint de colle de part et d'autre du clinquant, rayon,...) sur la transmission des efforts entre la peau et l'âme. Choi *et al.* [CHO, 10] ont quant à eux évalué la résistance mécanique du joint de colle d'un sandwich Nida Nomex en tenant en compte du vieillissement humide et en effectuant des tests de pelage pour différents taux d'humidité ainsi que pour différents cycles de cuisson des peaux composites.

Le flambage, qui est aussi un mode de rupture des sandwichs, a fait l'objet de nombreux travaux de recherche. Parmi ces derniers, on distingue ceux qui traitent du flambage global de la structure [BER, 95] de ceux qui traitent du flambement local de la peau [VEE, 05] pour les sandwichs contenant des décohésions à l'interface peau / âme. Aviles et Carlsson [AVI, 07] ont par exemple étudié le post-flambement et la propagation d'un défaut de collage dans un panneau sandwich soumis à de la compression, et mis en place une méthode éléments finis capable de prédire la propagation du défaut. Leur méthode consiste à modéliser le sandwich avec des éléments volumiques dans les peaux et dans l'âme qui contient un décollement circulaire. Le sandwich est soumis à de la compression dans son plan et ils utilisent la mécanique linéaire élastique de la rupture pour déterminer les facteurs d'intensité de contrainte ( $K_I$  et  $K_{II}$ ) au bord du décollement. A partir de  $K_I$  et  $K_{II}$ , on calcule le taux de restitution d'énergie,  $G$ , et on le compare à sa valeur critique :  $G_C$ . Cette étude menée sur des sandwichs à âme en mousse a permis de prédire correctement la propagation des défauts pour des diamètres inférieurs à 60 mm pour un panneau de dimensions 200 mm × 150 mm × 29 mm.

Par ailleurs, le comportement des sandwichs en flexion a été étudié par Sawagadogo *et al.* [SAW, 09] qui analysent le comportement en fatigue et en flexion trois points d'un sandwich sans défaut dans lequel l'âme est un assemblage collé de blocs de mousse. Néanmoins, la dispersion des résultats ne permet pas de caractériser correctement le comportement de la structure sous chargement de fatigue.

Pour finir, le comportement des panneaux sandwichs en présence de défauts de collage peau / âme a aussi fait l'objet d'études. Ce type d'endommagement peut survenir à la suite d'un choc d'outil ou d'un incident en service (on parle de « décollement » car la peau était initialement collée) ou encore à la suite d'imperfections dans le processus de fabrication (on parle alors de « non-collement » car il n'y a pas eu de collage initial) [GUE, 77], [IDR, 11]. Ces non-collements ont pour conséquence une diminution de la rigidité en flexion car la transmission des efforts à l'interface entre la peau et l'âme est altérée. La question est l'évaluation de la résistance résiduelle d'un panneau sandwich possédant un défaut de collage. D'un point de vue industriel, on cherche à connaître la dimension du défaut critique pour lequel le panneau résistera à l'application des charges de service, pendant toute la durée de vie de l'avion.

## 2.2.2. Endommagement de l'interface peau / âme d'une structure sandwich

### 2.2.2.1. Détermination du taux de restitution d'énergie critique

Le taux de restitution d'énergie critique ( $G_C$ ) est une grandeur de la mécanique de la rupture qui permet de caractériser le comportement mécanique d'une interface collée en présence de fissures macroscopiques. Il existe deux type de rupture pour une interface collée : la rupture adhésive, à l'interface entre deux substrats, et la rupture cohésive à l'intérieure de la colle (Figure 17). Les ruptures adhésives sont généralement associées à une mauvaise qualité d'adhésion entre les substrats. Pour caractériser correctement l'interface collée d'une structure sandwich, il faut provoquer une rupture cohésive.

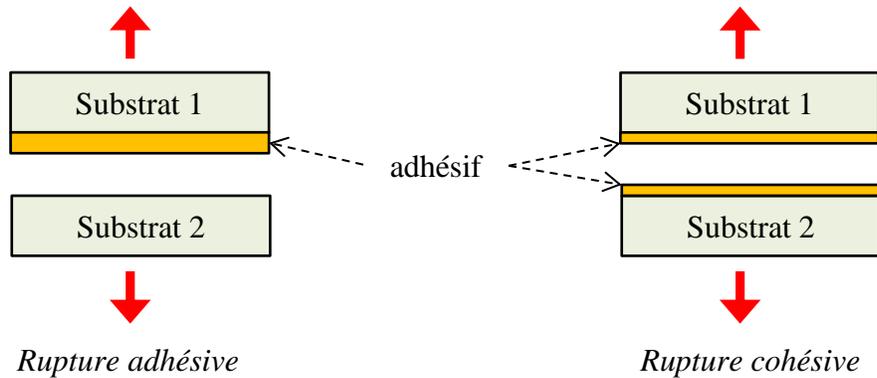


Figure 17. Schémas d'une rupture adhésive (à gauche) et d'une rupture cohésive (à droite)

A ce jour, il n'y a aucune norme internationale permettant de mesurer le taux de restitution d'énergie critique de l'interface collée d'un sandwich. La difficulté d'établir une norme internationale provient du nombre important de matériaux constitutifs, de procédés de fabrications et de types de liaison peau-âme qui existent pour les sandwiches.

Plusieurs auteurs ont néanmoins proposé des méthodes expérimentales ou analytiques pour des structures sandwiches avec une âme en mousse [AVI, 07], [RIN, 11], [GDO, 09], en balsa [CAN, 99] ou en nid d'abeilles [CAR, 11] pour déterminer cette grandeur. Il s'agit, le plus souvent, d'une extension des méthodes de caractérisation des structures composites monolithiques. On retrouve des essais de caractérisation en mode I (ouverture) et en mode II (cisaillement) ou en mode mixte.

Les essais de pelage au tambour grim pant (PTG) sont généralement utilisés pour caractériser la force de pelage maximale d'un adhésif. Ces essais peuvent être mis en œuvre sur des assemblages collés de type peau / peau mais également sur des structures sandwiches. L'essai consiste à enrouler une peau libre d'un sandwich autour d'un tambour afin de solliciter l'adhésif en pelage (Figure 18). Ce type d'essai est cependant peu exploité dans la littérature car difficile à mettre en œuvre sur une structure sandwich (risque de rupture des peaux et difficulté de remonter aux grandeurs de la mécanique de la rupture à partir des résultats d'essais [CAN, 94]. Quelques auteurs comme Nettles [NET, 06] ou Mohammadi [MOH, 12] ont néanmoins exploité ces essais sur des sandwiches à âme alvéolées (Nida ou alvéoles complexes). Ils ont proposé une méthode de calcul du taux de restitution d'énergie critique à partir d'un calcul d'aire sur les courbes de pelage. Cette méthode sera utilisée dans la suite du document avec une application sur les structures sandwiches acoustiques étudiées.

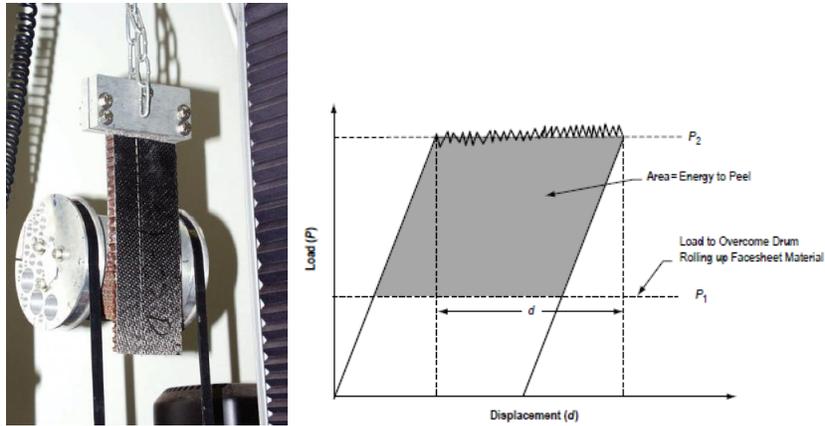


Figure 18. Montage d'un essai PTG et exemple de courbe d'essai [NET, 06]

D'autres travaux traitent de la mise en place d'essais de type DCB sur des sandwichs possédant un décollement initial [ZEN, 00], [NET, 06], [CAR, 11], [NOH, 04], [BUR, 98], [PRA, 94].

Gdoutos [GDO, 09] s'est intéressé à la modélisation éléments finis d'un essai DCB pour une poutre sandwich avec des peaux en aluminium et une âme en mousse PVC. Dans son étude, Gdoutos s'est inspiré des travaux de Prasad et Carlsson, investigateurs historiques des tests DCB (Figure 19) pour les sandwichs depuis 1993 [RIN, 11] [PRA, 94]. Il observe l'influence de la masse volumique des âmes en PVC (60, 80, 100 et  $250 \text{ kg.m}^{-3}$ ) sur la propagation du défaut au cours du test DCB. Il constate que la propagation s'effectue dans l'interface peau / âme si l'âme du sandwich possède une grande rigidité par rapport à l'interface. On parle alors de « rupture adhésive ». Dans le cas contraire, la fissure va se propager à travers l'âme jusqu'à une certaine profondeur  $h$ . On parle alors de « rupture cohésive » [VIL, 05]. Pour un sandwich avec des peaux d'épaisseurs et de matériaux donnés, la profondeur  $h$  est inversement proportionnelle au module d'élasticité de l'âme. De plus, il montre que loin des conditions aux limites, les taux de restitution d'énergie sont des fonctions linéaires de la longueur de fissure.

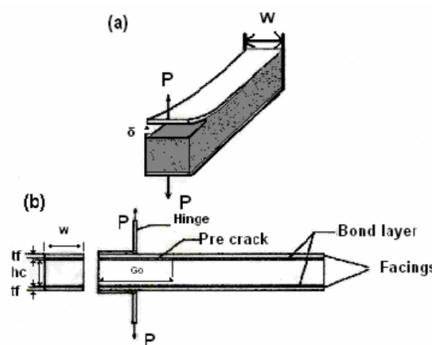


Figure 19. Epreuve sandwich DCB [GDO, 09]

Neettes [NET, 06] a mené une étude comparative entre les essais DCB et PTG sur des éprouvettes sandwichs composites à peaux en tissus carbone / époxy collées sur une âme Nida fibre de verre / résine phénolique. Plusieurs épaisseurs de peaux ont été testées (1, 2, 3, 4, 5, ou 8 plis) ainsi que 2 types de densités Nida ( $64 \text{ kg.m}^{-3}$  et  $128 \text{ kg.m}^{-3}$ ). Les éprouvettes PTG et DCB mesuraient respectivement 305 mm et 165 mm de long pour 76 mm et 50 mm de large.

Lors de l'exploitation des courbes d'essais PTG, seule l'énergie liée à la rupture de l'interface est considérée. Ainsi, Neettles montre que le  $G_C$  calculé à partir de ses essais PTG est indépendant du nombre de plis. L'endommagement éventuel de la peau enroulée ne perturbe pas la mesure du  $G_{IC}$ .

Pour les essais DCB sandwich, une rupture en flexion des peaux est obtenue pour les empilements de 2 plis. Pour les empilements de 3 à 8 plis, Neettles montre que le nombre de plis a une faible influence sur le  $G_C$  calculé. Notons que Neettles utilise systématiquement des sandwichs symétriques ayant le même empilement de part et d'autre de l'âme Nida. Nous verrons à travers ce mémoire, que l'utilisation de sandwichs dissymétriques peut faire varier le taux de restitution d'énergie critique de l'interface peau / Nida lors d'un essai DCB.

Neettles obtient des valeurs de  $G_C$  similaires avec les essais DCB et PTG. Des tests avec le Nida orienté suivant le sens L et suivant le sens W pour les deux types d'essais ont montré que le  $G_C$  calculé ne dépendait ni de l'orientation du Nida ni de l'essai (DCB, PTG).

D'autres études ont été menées sur le sujet comme les travaux de Ramantani *et al.* [RAM, 10] qui proposent une méthode numérique et expérimentale pour caractériser la propagation d'un décollement à l'interface peau / âme en mousse PVC. La méthode permet d'obtenir la loi de comportement du matériau d'interface via la connaissance du taux de restitution d'énergie critique en mode I ( $G_{IC}$ ) et de la contrainte à rupture de l'interface ( $\sigma_{33\_max}$ ) déterminés expérimentalement (à partir d'essai double cantilever beam). Pour s'assurer que l'interface est bien sollicitée en mode I lors de l'essai DCB, il utilise la méthode du Virtual Crack Extension, basée sur la théorie de la mécanique de la rupture. Cette stratégie sera mise en œuvre dans la suite du document afin de quantifier la mixité de mode à l'interface peau / âme pour une configuration de sandwich donnée ( $e_{p1}$ ,  $e_{p2}$ ,  $e_c$ , modules élastiques des peaux, modules de cisaillement de l'âme, ...).

Pour les essais en modes II ou mixtes, Carlsson *et al.* [PRA, 94] et Adams [ADA, 08] ont proposé de caractériser l'interface d'une âme sandwich à partir d'essais dits CSB (« Cracked Sandwich Beam ») qui sollicitent majoritairement (80%) l'interface collée en cisaillement (Figure 20). L'inconvénient de cet essai est qu'il ne permet pas, à lui seul, d'évaluer différentes mixités de modes de rupture (en augmentant le pourcentage de mode I par exemple) contrairement à l'essai DCB renforcé proposé dans cette thèse au paragraphe 4.3.

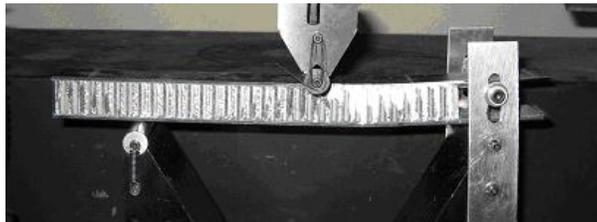


Figure 20. Essai CSB modifié [ADA, 08]

### 2.2.2.2. Etude de la propagation des décollements à l'interface peau Nida

Han *et al.* [HAN, 02] a étudié la propagation des décollements à l'interface peau / Nida en utilisant un modèle de zone cohésive. Ces modèles permettent de simuler la rupture, grâce à un critère en contrainte, et la propagation, grâce à un critère en énergie, d'une interface entre deux substrats. Pour cela, il doit caractériser la contrainte maximale en pelage ( $\sigma_{zz}$ ) de l'interface à l'aide d'essais de traction perpendiculaire et le taux de restitution d'énergie critique de l'interface ( $G_C$ ) à l'aide d'essai DCB sandwich. La modélisation de l'essai DCB puis d'un essai de compression sur un panneau initialement endommagé ont montré des résultats prometteurs sur une structure sandwich avec des peaux composites à matrice polymère et âme Nida 3/16''.

Nous réaliserons des travaux similaires dans ce mémoire en étendant la méthode proposée. La stratégie de modélisation sera adaptée puis étendue aux sandwichs acoustiques. L'utilisation de modèle âme creuse permettra d'analyser plus finement les transferts d'efforts à l'interface peau / âme. Enfin, nous présenterons une méthodologie plus générale de caractérisation du taux de restitution d'énergie : l'utilisation d'essais DCB renforcés permettra de connaître plus finement  $G_C$  en fonction du type de sollicitation (traction pure, traction / cisaillement).

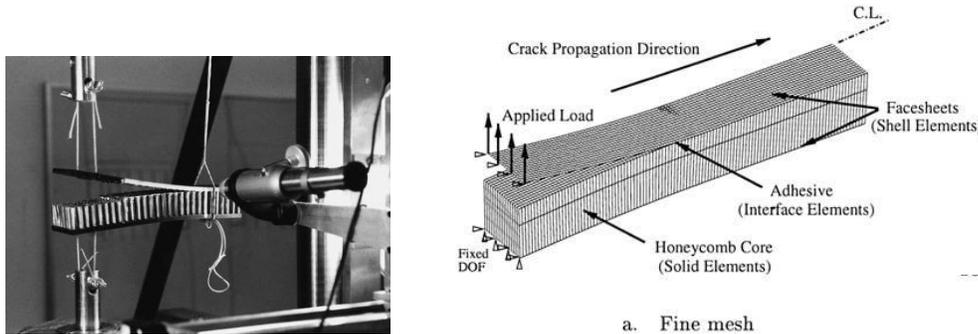


Figure 21. Essai DCB sandwich et modèle EF associé [HAN, 02]

T. Southward [SOU, 05] a étudié la réponse de structures sandwiches Nida Nomex possédant des décollements circulaires ou longitudinaux sollicitées en flexion 4 points (Figure 22). En positionnant le décollement entre les deux cylindres de chargement, cette étude a permis de déterminer le lien entre la charge critique de flambage de la peau et la propagation des décollements à l'interface peau / Nida. Pour les deux types de défauts testés, l'étude a montré que le flambage de la peau décollée était un élément annonciateur de l'initiation puis de la propagation des décollements. Sur les éprouvettes à défaut circulaire, la propagation s'effectue de façon instable (propagations brutales suivies de petits incréments de propagation). Après les premiers incréments de propagation, la raideur apparente de la structure n'est quasiment pas modifiée et le panneau continue à reprendre des efforts. Sur les éprouvettes à défaut longitudinal, la propagation s'effectue de manière discrète et on observe des sauts de propagation entre les rangées de cellules Nida. Dans ce cas, la perte de raideur apparente est brutale même après les premiers incréments de propagation. Des modèles de prédiction, basés sur la théorie classique des plaques minces, ont été proposés et corrélés aux essais réalisés.

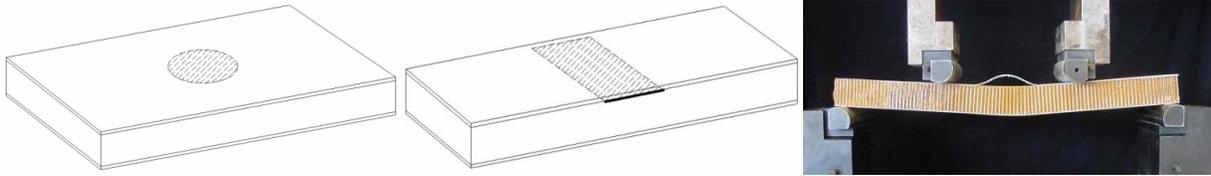


Figure 22. Défauts circulaire et longitudinal et photo d'un essai de flexion 4 points [SOU, 05]

Une étude industrielle menée par Hilgers *et al.* [HIL, 09] a permis de caractériser la propagation d'un décollement entre la peau métallique et le Nida Nomex d'un panneau sandwich (Figure 23) soumis à un cycle de pression reproduisant un cycle sol-air-sol subi par les avions en service et représentatif des conditions de vol. On fait diminuer la pression dans la chambre à vide et on observe l'évolution de la pression dans l'âme du sandwich. Le décollement initial mesure  $500 \times 100$  mm et est introduit pendant la fabrication à l'interface peau / âme d'un sandwich à peaux métalliques et âme Nomex. On observe une propagation du défaut par à-coups. On peut voir sur la Figure 23 que la pression dans la chambre à vide diminue de façon continue. A l'inverse, on observe que la pression dans le cœur du sandwich diminue par palier. Chaque palier se termine par une chute de la pression dans l'âme (Figure 23 (a)) ce qui correspond à une propagation brutale du défaut. Cette étude montre également que la propagation est essentiellement dominée par une rupture en mode I. Pour caractériser la propagation du décollement, des tests DCB sont effectués pour déterminer le taux de restitution d'énergie critique en mode I  $G_{IC}$ . Les résultats de Hilgers ont montré que la propagation s'effectue à l'intérieur du Nida Nomex et pas à l'interface peau métallique / Nomex (rupture cohésive dans l'âme Nida).

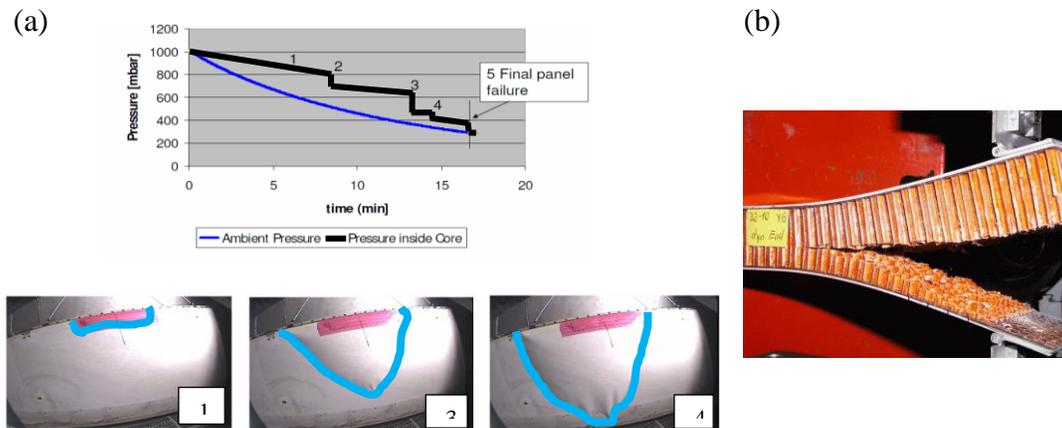


Figure 23. Propagation du défaut de collage (a) et essai DCB sur sandwich Nida Nomex (b) [14]

# **Chapitre 3**

## **Modélisation des structures sandwichs**

## 3.1. Calcul des propriétés mécaniques équivalentes du Nida

### 3.1.1. Motivations

L'âme en nid d'abeille, couramment utilisée dans les structures sandwichs, est un matériau orthotrope caractérisé par 9 coefficients élastiques indépendants ( $E_L$ ,  $E_W$ ,  $E_Z$ ,  $G_{LW}$ ,  $G_{WZ}$ ,  $G_{LZ}$ ,  $\nu_{LW}$ ,  $\nu_{WZ}$  et  $\nu_{LZ}$ ). Des analyses éléments finis sont généralement menées pour dimensionner ces structures. Du point de vue des ressources informatiques, il serait beaucoup trop coûteux de modéliser des panneaux sandwichs de plusieurs mètres carrés en tenant compte de la géométrie hexagonale des cellules Nida, dont le diamètre est de l'ordre de dix millimètres en zone courante des panneaux composites de nacelles. Pour pallier ce problème, les calculateurs recourent à des techniques dites d'homogénéisation, et travaillent avec des âmes pleines ayant des propriétés mécaniques équivalentes à celles des âmes en nid d'abeille [ZEN, 95].

Lors du dimensionnement des panneaux sandwichs, les modules de cisaillement hors-plan ( $G_{WZ}$ ,  $G_{LZ}$ ) et de traction / compression hors-plan ( $E_Z$ ) suffisent pour calculer la réponse mécanique globale. Cependant, lorsque l'on cherche à modéliser finement le sandwich et les interactions entre la peau et l'âme, en présence de décollement par exemple, ou pour des applications particulièrement sensibles aux déformations (panneaux de satellites), la connaissance des 9 coefficients élastiques du Nida devient nécessaire. L'originalité des travaux présentés dans ce chapitre réside dans la mise en place d'une procédure de détermination précise des 9 coefficients élastiques de l'âme à partir de 6 analyses par éléments finis sur un Volume Élémentaire Représentatif. Ces 9 coefficients élastiques serviront ensuite à remplacer l'âme Nida par un matériau plein équivalent dans les modèles éléments finis des sandwichs. Nous ferons une comparaison avec les solutions analytiques et nous nous intéresserons plus particulièrement au rôle de la double épaisseur de clinquant sur les propriétés mécaniques du Nida (en rouge sur la Figure 24).

Des méthodes analytiques existent dans la littérature pour déterminer les propriétés mécaniques équivalentes des Nida. Ashby et Gibson [GIB, 97] ont proposé des formules analytiques permettant de calculer le module d'Young des matériaux cellulaires. Dans leurs travaux, ils supposent que toutes les faces des cellules hexagonales ont la même épaisseur pour déterminer les propriétés mécaniques dans le plan. Grediac [GRE, 93] a travaillé sur la détermination des modules de cisaillements transverses des Nida,  $G_{WZ}$  et  $G_{LZ}$ , en considérant les doubles épaisseurs qui résultent du mode de fabrication des Nidas aluminium. Le modèle de Grediac ne donne pas directement la valeur des modules, mais uniquement un intervalle qui contient ces modules. Pour finir, Warren *et al.* [WAR, 87] ont démontré analytiquement que les modules dans le plan du Nida ( $E_L$  et  $E_W$ ) étaient principalement liés à la souplesse en flexion des faces inclinées. Les travaux d'Ashby et de Grediac seront utilisés dans ce chapitre comme références analytiques.

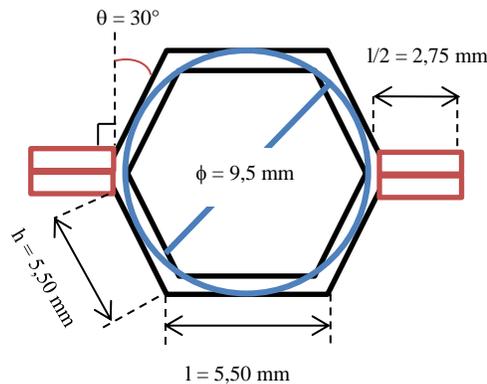


Figure 24. Schéma d'une cellule Nida

L'intérêt d'utiliser la simulation numérique pour déterminer les propriétés mécaniques équivalentes du Nida est que l'on peut contrôler les conditions aux limites et les chargements appliqués au modèle. L'étude éléments finis permet ainsi de solliciter un Nida en traction pure ou en cisaillement pur, ce qui est très difficile à mettre en œuvre expérimentalement. En effet, la mise en place d'essais sur le Nida seul est très complexe et ne permet pas toujours de respecter les hypothèses de la mécanique des milieux continus (champ de contrainte uniforme). Pour mesurer le module d'Young  $E_L$ , par exemple, l'utilisation de griffes pour introduire le chargement de part et d'autre du bloc Nida peut bloquer l'effet de Poisson dans la direction orthogonale et perturber les résultats mesurés. C'est précisément ce qui est observé dans les travaux de [STA, 06], qui réalise des essais de traction sur le Nida seul et montre que les modules obtenus ne sont corrélés ni par les modèles analytiques, ni par les modèles éléments finis. La détermination de modules de cisaillement transverse avec l'essai de type « rail shear » provoque des effets parasites et ne produit pas un état de contrainte uniforme dans la structure [ASTMC363, 00], [CAR, 11]. C'est pourquoi il est recommandé d'utiliser des éprouvettes suffisamment longues pour minimiser l'influence des contraintes secondaires (i.e. toutes les composantes non nulles du tenseur des contraintes hormis la contrainte de cisaillement appliquée) sur la réponse du Nida. D'autres essais peuvent être menés directement sur le panneau sandwich complet de manière à stabiliser le Nida. Dans ce cas, la contribution des peaux et de l'adhésif va modifier les caractéristiques du Nida et les valeurs obtenues ne seront pas représentatives de l'âme Nida [STA, 06]. Par conséquent, les modules élastiques d'un Nida déterminés expérimentalement seront nécessairement approximatifs, particulièrement pour  $E_L$  et  $E_W$ .

L'intérêt de passer par la simulation éléments finis réside également dans la particularité des structures Nida acoustiques utilisées en aéronautique. Ces dernières possèdent des petites encoches aux pieds de certaines faces pour empêcher la rétention de fluides à l'intérieur des cellules hexagonales. L'accumulation d'eau par exemple peut provoquer une rupture prématurée des cellules lorsque l'avion est en altitude et que la température provoque la formation de glace. La modélisation éléments finis permet de prendre en considération ce type de singularité et de vérifier leur influence sur les modules du Nida ou sur la propagation des décollements. L'influence des encoches de drainage n'est pas traitée dans ce manuscrit mais ce point fait partie des perspectives à mener à la suite de cette thèse.

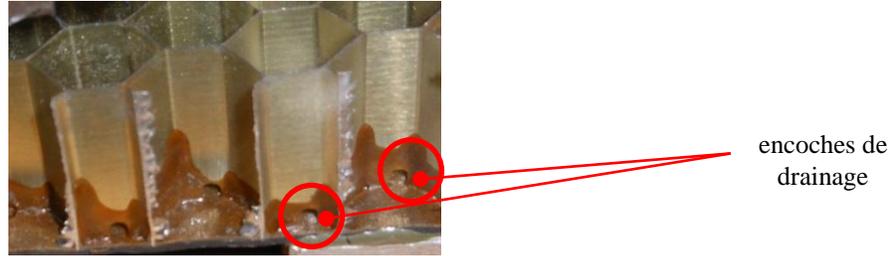


Figure 25. Encoches de drainage en pied de cellules Nida 3/8

L'utilisation des modèles éléments finis spécifiques mis en place pour déterminer ces coefficients permet d'obtenir de bons résultats pour la prédiction des propriétés mécaniques du Nida, et ceci pour ses neuf coefficients élastiques. Par ailleurs, cet outil numérique permettra au bureau d'études de calculer les propriétés mécaniques de divers Nida (matériaux, dimensions...), qui pour l'instant sont directement issues des fiches techniques des fabricants.

### 3.1.2. Méthode de calcul analytique

Warren *et al.* [WAR, 87] ont étudié la réponse élastique linéaire des matériaux cellulaires géométriquement périodiques dans le plan tels que les mousses polymères. Dans leurs travaux, ils modélisent la mousse avec seulement trois parois connectées en un point triple, chaque paroi représentant une face de la cellule. Warren montre que pour les faibles densités volumiques, la souplesse des parois en flexion est très grande par rapport à la souplesse des parois en traction. Par conséquent, il montre que les modules élastiques dans le plan de la cellule sont essentiellement déterminés par le comportement des parois en flexion. Toutes les parois ayant la même épaisseur, ce réseau cellulaire périodique a un comportement isotrope transverse pour de petites déformations. On retrouve le même type de conclusion dans les travaux de Gibson [GIB, 97] qui utilise la théorie des poutres pour calculer les modules équivalents dans le plan d'un Nida. En ce qui concerne les modules de cisaillement transverse du Nida, le modèle de Grediac fournit uniquement les bornes supérieures et inférieures des modules dans le plan considéré.

Lorsque la double épaisseur des clinquants n'est pas prise en compte dans un modèle, les deux modules de cisaillement  $G_{LZ}$  et  $G_{WZ}$  sont égaux car dans ce cas, le Nida se comporte comme un matériau isotrope transverse. Les formules analytiques permettant de calculer les modules équivalents du Nida sont données ci-dessous :

$$E_L = E_{alu} \left(\frac{t}{l}\right)^3 \frac{\cos\theta}{\left(\frac{h}{l} + \sin\theta\right) \sin^2\theta}$$

$$E_W = E_{alu} \left(\frac{t}{l}\right)^3 \frac{\frac{h}{l} + \sin\theta}{\cos^3\theta}$$

$$E_Z = E_{alu} \frac{\rho_{nida}}{\rho_{alu}}$$

$$G_{LW} = E_{alu} \left(\frac{t}{l}\right)^3 \frac{\left(\frac{h}{l} + \sin\theta\right)}{\left(\frac{h}{l}\right)^2 \left(1 + \frac{2h}{l}\right) \cos\theta}$$

$$G_{LZ} = G_{WZ} = 0,577 G_{alu} \left(\frac{t}{l}\right)$$

Tableau 2. Modèle analytique de Gibson pour les propriétés mécaniques du Nida

$$G_{WZ} = G_{alu} \left(\frac{t}{l}\right) \frac{\cos\theta}{\left(1 + \frac{h}{l}\right) \sin\theta}$$

$$G_{alu} \left(\frac{t}{l}\right) \frac{1 + \frac{h}{l} \sin\theta}{\frac{h}{l} \left(1 + \frac{h}{l}\right) \cos\theta} \leq G_{LZ} \leq \frac{G_{alu} \left(\frac{t}{l}\right) \left(1 + \frac{h}{l} \sin^2\theta\right)}{\frac{\left(1 + \frac{h}{l} \sin\theta\right) h}{l} \cos\theta}$$

Tableau 3. Modèle de Grédiac pour les modules de cisaillement hors-plan

### 3.1.3. Matériau

La plaque Nida considérée est composée de cellules hexagonales supposées régulières dont le motif est présenté sur la Figure 24. La plaque est constituée d'un alliage d'aluminium ayant pour module d'Young 70000 MPa et pour coefficient de Poisson 0,3 (propriétés matériaux d'un aluminium classique). Les cellules Nida contiennent un cercle inscrit de 3/8<sup>ème</sup> de pouce, ont une densité volumique de 67 kg.m<sup>-3</sup> et une hauteur de 25,40 mm. L'épaisseur du clinquant, calculée à partir de la densité du Nida et du diamètre du cercle inscrit dans chaque cellule, vaut 0,08 mm. Cela correspond à la valeur mesurée à l'aide d'un pied à coulisse digital sur des bouts de Nida représentatifs. Nous appellerons L la longueur du V.E.R dans le sens ruban, W sa largeur, comptée dans le sens de l'expansion, Z sa hauteur et « faces inclinées » les parois planes qui ne sont pas parallèles au sens ruban L. La longueur L est parallèle à l'axe x du repère structural utilisé dans les modèles, la largeur W est parallèle à l'axe y et la hauteur Z est parallèle à l'axe z.

Nous appelons VER le plus petit volume éléments finis nécessaire pour obtenir les modules du Nida. Il est déterminé à partir d'une étude de sensibilité sur les modules d'élasticité équivalents. Cette étude montre qu'une seule cellule suffirait pour remonter aux modules équivalents  $E_L$ ,  $E_W$ ,  $G_{LW}$ ,  $G_{WZ}$  et  $G_{LZ}$ . En revanche, le module équivalent  $E_Z$  ne converge qu'à partir d'un plus grand nombre de cellules. C'est donc ce module équivalent qui « dimensionne » notre VER qui comporte 32 cellules. Les trois configurations présentées sont utilisées pour déterminer l'influence du nombre de cellules sur les modules significatifs de l'âme Nida ( $G_{LZ}$ ,  $G_{WZ}$  et  $E_Z$ ).

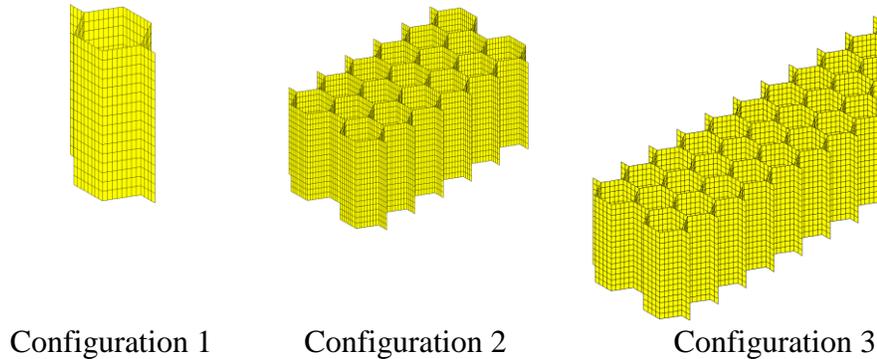


Figure 26. Configuration de l'étude de sensibilité sur la taille du VER

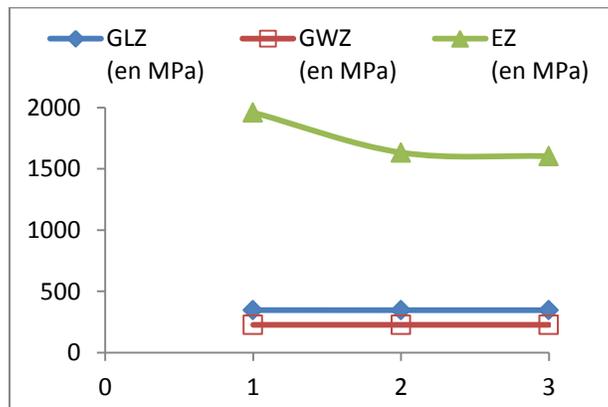
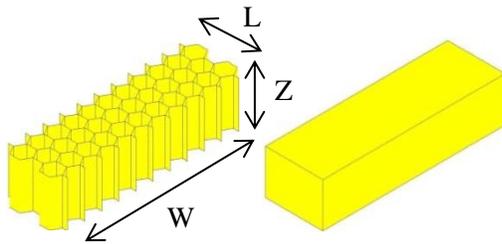


Figure 27. Evolution des modules équivalents  $G_{WZ}$ ,  $G_{LZ}$  et  $E_Z$  du Nida en fonction des configurations

La géométrie, le matériau, les chargements et les conditions aux limites étant tous symétriques en traction, on exploite la symétrie du VER en ne modélisant qu'un huitième de ce dernier (Figure 28). A partir des dimensions de la cellule élémentaire (Figure 24), nous calculons les dimensions du volume homogénéisé équivalent, données dans le tableau de la Figure 28. En fonction du module équivalent qui sera recherché, nous exploiterons des conditions de symétrie et ces dimensions varieront en conséquence.



$L = 2l(1 + \sin(\theta))$	$W = \phi$	$Z = H_{Nida}$
$L = 32,99 \text{ mm}$	$W = 104,77 \text{ mm}$	$Z = 25,40 \text{ mm}$

Figure 28. VER de plaque Nida (à gauche) et volume équivalent (à droite) et dimensions associées

### 3.1.4. Hypothèses de modélisation

Nous faisons plusieurs hypothèses pour modéliser le VER de la plaque Nida. On suppose que toutes les cellules hexagonales sont des hexagones parfaits et qu'il n'y a pas de voilement local des faces à l'état initial. Le joint de colle qui permet de relier les différents rubans d'aluminium au niveau des doubles épaisseurs [HEX, 99] n'est pas pris en compte dans la modélisation. Par ailleurs, les trous de drainage qui empêchent la stagnation de l'eau dans les cellules, généralement situés au pied des faces inclinées du Nida, ne sont pas modélisés. Compte tenu de la faible épaisseur du ruban vis à vis de la hauteur des cellules Nida, nous modélisons la structure avec des éléments finis de coques de Mindlin à 4 nœuds. Le modèle contient 6248 degrés de liberté. L'épaisseur des faces inclinées est de 0,08 mm. Les parois qui sont parallèles au sens ruban ont une double épaisseur de valeur 0,16 mm, contrairement au modèle analytique de Gibson qui considère une simple épaisseur partout. Les calculs par éléments finis sont réalisés avec le module d'analyse linéaire Asef du code de calcul SAMCEF-v14.1-01.

### 3.1.5. Calcul des modules équivalents de l'âme Nida

#### 3.1.5.1. Calcul de $E_L$

Nous réalisons un essai de traction sur la plaque Nida, dans la direction x. L'objectif est de déterminer le module équivalent de l'âme  $E_L$  et les deux coefficients de Poisson traduisant la contraction de la plaque dans les directions y et z.

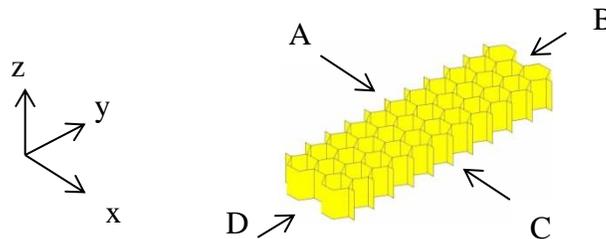


Figure 29. VER de la plaque en nid d'abeille

- Nous appliquons dans chaque plan de symétrie les conditions aux limites suivantes :
- côté A : blocage des degrés de liberté de translation suivant  $x$  et des degrés de liberté de rotation autour de  $y$  et  $z$  ;
  - côté B : blocage des degrés de liberté de translation suivant  $y$  et des degrés de liberté de rotation autour de  $x$  et  $z$  ;
  - base du Nida : blocage des degrés de liberté de translation suivant  $z$  et des degrés de liberté de rotation autour de  $x$  et  $y$  ;

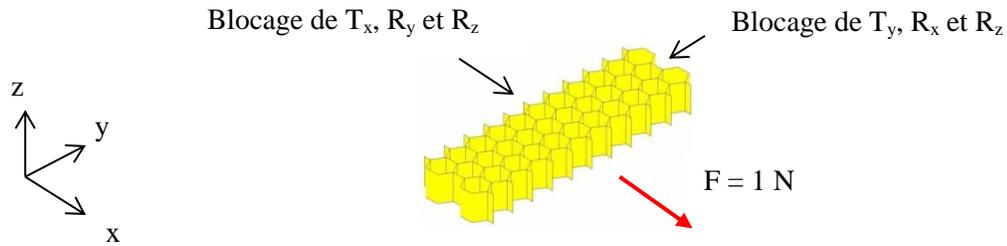


Figure 30. Conditions aux limites pour l'essai de traction sens  $L$

Nous appliquons un chargement de 1 N sur un nœud du côté C, dans la direction  $x$  et nous introduisons des liaisons cinématiques pour que tous les nœuds du côté C aient le même déplacement. Cette valeur de chargement est arbitraire et permet de rester dans le domaine linéaire pour remonter au module d'élasticité équivalent  $E_L$ . Pour un essai de traction, le module de traction équivalent dans la direction de chargement s'obtient par la formule (3.1). Grâce aux conditions limites mises en œuvre, la contrainte de traction  $\sigma_{xx}$  est uniforme dans le volume équivalent (Figure 31). On la calcule à partir de l'équation (3.2). Connaissant la valeur de  $\sigma_{xx}$ , il nous reste à déterminer la déformation axiale  $\varepsilon_{xx}$ . Elle est égale au rapport entre l'allongement de la structure dans la direction  $x$ ,  $\Delta_L$ , et sa longueur initiale,  $L$ .

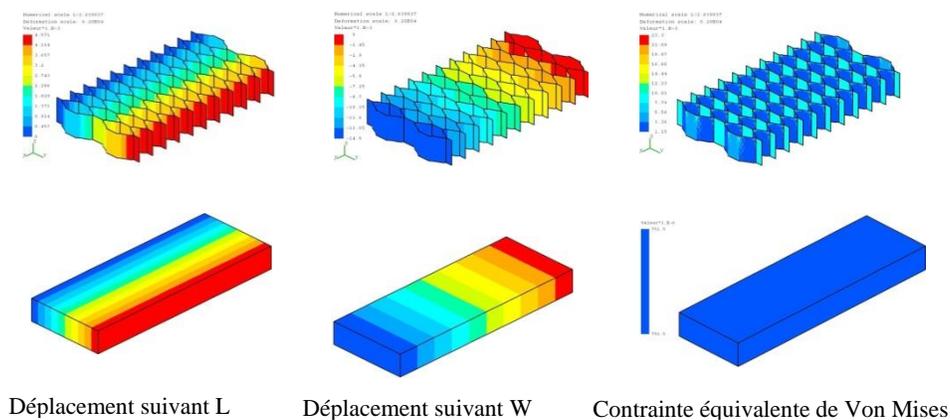


Figure 31. Champs de déplacement sens  $L$  et  $W$  et contrainte de Von Mises pour un essai de traction sens  $L$

On en déduit le module de traction équivalent dans le sens x à partir de l'équation (3.1) comme suit :

$$E_i = \frac{\sigma_{ii}}{\varepsilon_{ii}} \quad 3.1$$

$$\sigma_{xx} = \frac{F}{S} = \frac{F}{WZ} \quad 3.2$$

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\Delta_L}{L} \quad \Rightarrow \quad E_L = \frac{\sigma_{xx}}{\varepsilon_{xx}} = \frac{FL}{WZ\Delta_L}$$

### 3.1.5.2. Calcul de $\nu_{LW}$ et $\nu_{LZ}$

Par définition, le coefficient de Poisson  $\nu_{ij}$  est un coefficient de couplage, qui traduit ce qui se passe dans la direction j, quand la structure est soumise à une déformation imposée dans la direction i. Ce coefficient se calcule avec l'équation (3.3). Pour déterminer les deux coefficients de Poisson  $\nu_{LW}$  et  $\nu_{LZ}$ , nous devons donc calculer les déformations transversales  $\varepsilon_{yy}$  et  $\varepsilon_{zz}$ . Elles se calculent comme précédemment, à partir des champs de déplacement respectifs suivant la direction y et suivant la direction z. Connaissant déjà  $\varepsilon_{xx}$ , nous en déduisons les deux coefficients de Poisson à partir de l'équation ci-dessous.

$$\nu_{ij} = -\frac{\varepsilon_{jj}}{\varepsilon_{ii}} \quad 3.3$$

$$\nu_{LW} = -\frac{\varepsilon_{yy}}{\varepsilon_{xx}} = 1,00 \quad \nu_{LZ} = -\frac{\varepsilon_{zz}}{\varepsilon_{xx}} = 1,03 \cdot 10^{-4}$$

### 3.1.5.3. Calcul de $E_W$ et $E_Z$

La même procédure appliquée aux autres sollicitations permet de déterminer les valeurs suivantes :

$$E_W = \frac{\sigma_{yy}}{\varepsilon_{yy}} = 5,38 \cdot 10^{-1} \text{ MPa} \quad E_Z = \frac{\sigma_{zz}}{\varepsilon_{zz}} = 1,57 \cdot 10^3 \text{ MPa}$$

$$\nu_{WL} = -\frac{\varepsilon_{xx}}{\varepsilon_{yy}} = 1,00 \quad \nu_{ZL} = -\frac{\varepsilon_{xx}}{\varepsilon_{zz}} = 3,00 \cdot 10^{-1}$$

$$\nu_{WZ} = -\frac{\varepsilon_{zz}}{\varepsilon_{yy}} = 1,03 \cdot 10^{-4} \quad \nu_{ZW} = -\frac{\varepsilon_{yy}}{\varepsilon_{zz}} = 3,00 \cdot 10^{-1}$$

### 3.1.5.4. Vérification de la symétrie de la loi de Hooke

Nous savons que la loi de Hooke d'un matériau est toujours symétrique [DUB, 86], [CHA, 85]. Cette symétrie se traduit par l'égalité suivante :

$$\frac{\nu_{ij}}{E_i} = \frac{\nu_{ji}}{E_j} \quad 3.4$$

Nous vérifions bien l'équation (3.4) pour tous les couples de composantes [i,j] avec  $i \neq j$  (Tableau 4). La loi de Hooke du matériau plein équivalent est bien symétrique, et respecte cette condition fondamentale de la mécanique des milieux continus.

Composantes x et y	$\frac{\nu_{WL}}{E_W} = 1,86$	$\frac{\nu_{LW}}{E_L} = 1,86$
Composantes y et z	$\frac{\nu_{WZ}}{E_W} = 1,91 \cdot 10^{-4}$	$\frac{\nu_{ZW}}{E_Z} = 1,91 \cdot 10^{-4}$
Composantes x et z	$\frac{\nu_{LZ}}{E_L} = 1,91 \cdot 10^{-4}$	$\frac{\nu_{ZL}}{E_Z} = 1,91 \cdot 10^{-4}$

Tableau 4. Vérification de la symétrie de la loi de Hooke

Désormais, l'expression « coefficients de Poisson » fera uniquement référence aux coefficients de Poisson mineurs  $\nu_{LW}$ ,  $\nu_{LZ}$  et  $\nu_{WZ}$ , qui sont suffisants pour alimenter le code de calcul par éléments finis.

### 3.1.5.5. Calcul de $G_{LW}$ : conditions limites et chargement

Nous allons calculer le module de cisaillement  $G_{LW}$  équivalent de l'âme Nida, à partir d'un essai de cisaillement pur dans le plan LW, en adaptant les conditions aux limites. Sous une sollicitation de cisaillement pur, les angles de la structure changent mais les longueurs restent inchangées dans le domaine linéaire. En fonction des conditions aux limites appliquées au modèle, il est possible d'obtenir deux types de déformées en cisaillement pur, comme présenté sur la Figure 32. Elles sont équivalentes et se déduisent l'une de l'autre par une rotation d'ensemble.

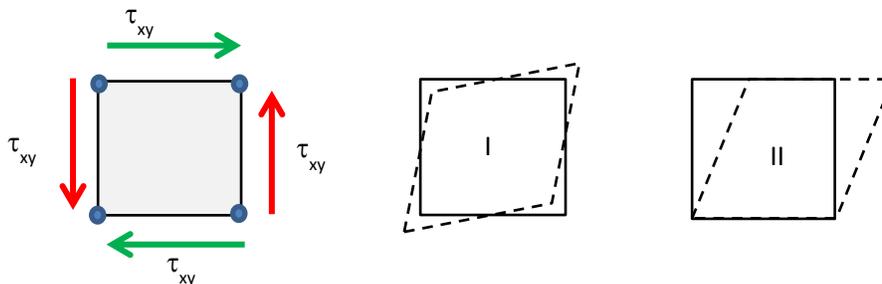


Figure 32. Comportement en cisaillement pur pour les configurations I et II

Nous nous plaçons dans la configuration II, qui consiste à bloquer le déplacement de la face inférieure du modèle et appliquer des conditions de planéité sur les 3 autres faces de manière à respecter les hypothèses d'un cisaillement pur. Le chargement et les conditions aux limites ne sont plus symétriques et il n'est plus possible de modéliser  $1/8^{\text{ème}}$  de la structure comme pour les

essais de traction. Nous savons que pour un cisaillement pur, le module de cisaillement se calcule de la manière suivante :

$$G = \frac{\tau}{\gamma} \quad 3.5$$

Pour cette sollicitation, on vérifie bien dans le modèle EF maillé avec une âme pleine, que la seule composante non nulle du tenseur des contraintes est la contrainte de cisaillement  $\tau_{LW}$  (Figure 35). Dans le maillage âme creuse avec  $\tau_{LW}$  la contrainte de cisaillement appliquée et  $\gamma$  la distorsion angulaire associée, on déduit le module de cisaillement plan  $G_{LW}$  comme suit :

$$\tau_{LW} = \frac{F}{S} = \frac{F}{WZ} = 3,76 \cdot 10^{-4} \text{ MPa}$$

$$\gamma_{LW} = \frac{\Delta_W}{L} \quad G_{LW} = \frac{\tau_{LW}}{\gamma_{LW}}$$

Les conditions aux limites mises en œuvre sont présentées sur la figure (Figure 33) :

- côté A (voir Figure 29) : blocage des degrés de liberté de translation suivant x et y ;
- côté C (voir Figure 29) : blocage des degrés de liberté de translation suivant x ;
- base du Nida : blocage des degrés de liberté de translation suivant z et des degrés de liberté de rotation autour de x et y (conditions de symétrie);

Nous appliquons également un chargement arbitraire suivant x sur un nœud du côté C et nous utilisons des liaisons cinématiques pour que les autres nœuds du côté C aient le même déplacement suivant x.

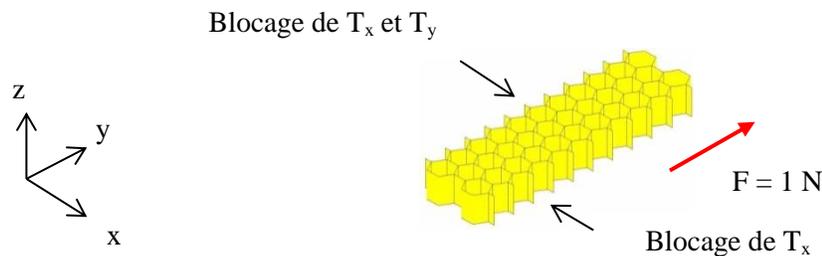


Figure 33. Conditions aux limites pour l'essai de cisaillement dans le plan LW

On applique la même procédure pour obtenir les modules  $G_{WZ}$  et  $G_{LZ}$  à partir des champs de déplacement qui sont présentés sur la Figure 36. Notons cependant que pour ces deux modules, on ne peut plus exploiter de plan de symétrie.

$$G_{WZ} = \frac{\tau_{WZ}}{\gamma_{WZ}} \quad G_{LZ} = \frac{\tau_{LZ}}{\gamma_{LZ}}$$

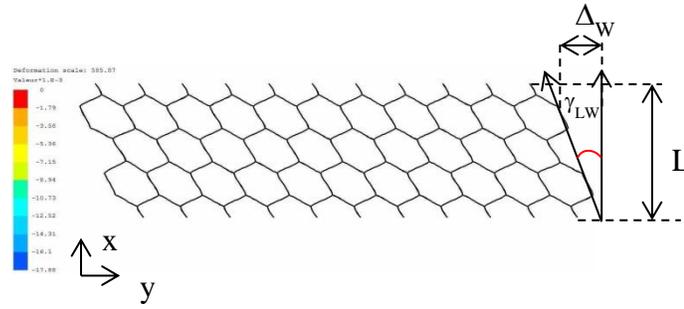


Figure 34. Champ de déplacement suivant y pour le calcul de  $G_{LW}$  (Nida vu de dessus)

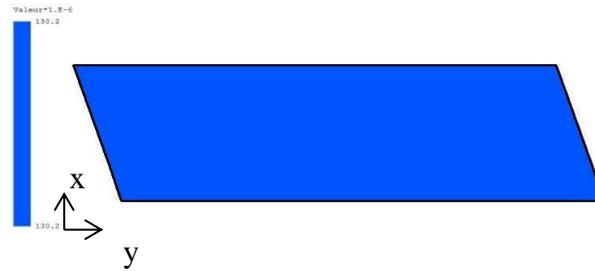


Figure 35. Champ de contrainte uniforme  $\tau_{LW}$  dans le modèle homogénéisé pour le calcul de  $G_{LW}$  (Nida vu de dessus)

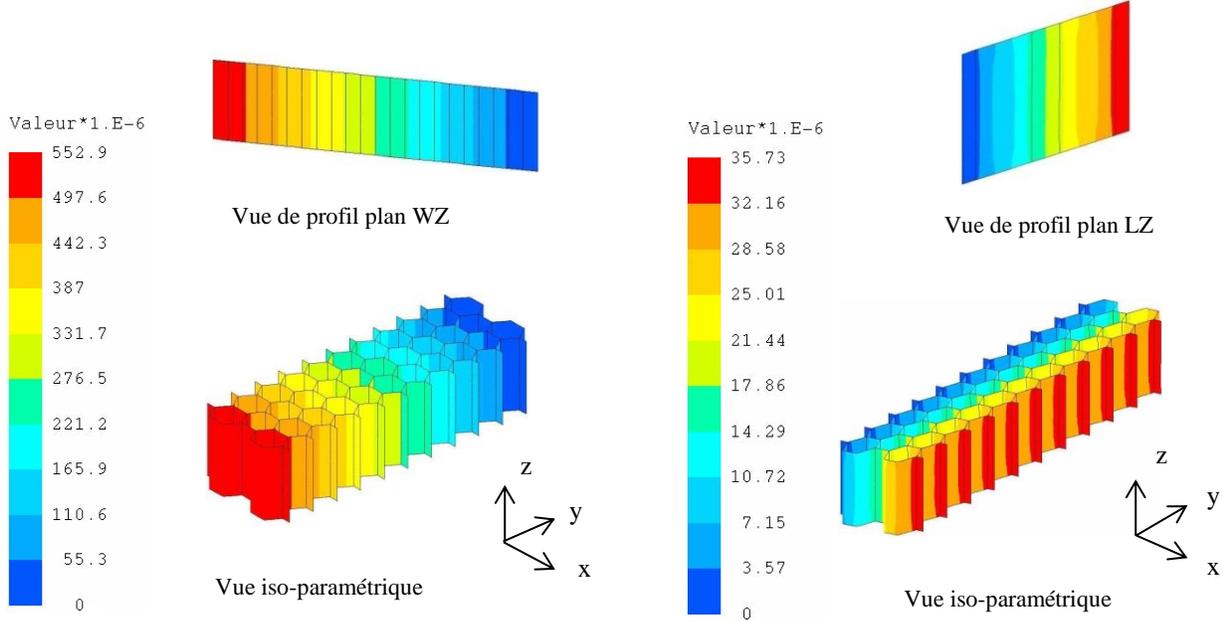


Figure 36. Champs de déplacements suivant z pour le cisaillement pur dans le plan yz (à gauche), dans le plan xz (à droite)

### 3.1.6. Synthèse

A partir de la simulation de 3 essais de cisaillement pur et de 3 essais de traction sous SAMCEF, nous sommes remontés aux 9 coefficients élastiques de l'âme Nida. Les valeurs obtenues sont présentées et comparées aux résultats analytiques de Gibson et Grediac dans le Tableau 5.

	Eléments finis	GIBSON	GREDIAC
$E_L$	0,54	0,49	
$E_W$			
$E_Z$	1567,90	1371,83	
$G_{LW}$	0,33	0,12	
$G_{WZ}$	226,08	226,12	
$G_{LZ}$	346,02	226,12	
$\nu_{LW}$	1,00	1	
$\nu_{WL}$	1,00	1	
$\nu_{WZ}$	0,00	0	
$\nu_{ZW}$	0,30	0,30	
$\nu_{LZ}$	0,00	0	
$\nu_{ZL}$	0,30	0,30	

Tableau 5. Propriétés mécaniques équivalentes de l'âme Nida aluminium et comparaison avec analytique

### 3.1.7. Discussion

La différence sur les modules d'Young dans le plan  $E_L$  et  $E_W$  est d'environ 9 % entre le modèle éléments finis et la solution analytique, ce qui est globalement en accord les résultats issus de la littérature [KAR, 06], [ABR, 09], [BES, 01]. Les résultats analytiques montrent que  $E_L = E_W$  ce qui est normal car la double épaisseur de certains clinquants du Nida n'est pas considérée et le comportement est isotrope transverse. Avec le modèle éléments finis, on pourrait s'attendre à avoir  $E_L \neq E_W$  à cause du comportement orthotrope du Nida. Néanmoins, on retrouve l'égalité des modules comme pour le modèle analytique. Nous reviendrons sur ce phénomène plus loin dans la partie 3.1.8. Le module de traction  $E_Z$  calculé par éléments finis est supérieur de 14,3 % à la valeur analytique. Cela est dû à la différence de surface dans la section du Nida puisque dans un cas, les doubles épaisseurs sont considérées et pas dans l'autre (voir partie 3.1.8). Le module de cisaillement  $G_{LW}$  est également affecté par la présence des doubles épaisseurs. Pour cette sollicitation, les contraintes maximales sont situées dans les faces inclinées du Nida, à proximité des points triples (Figure 37).

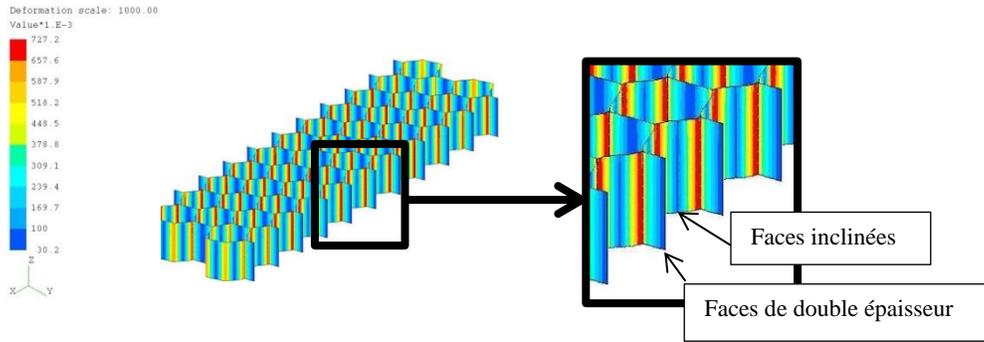


Figure 37. Contrainte de Von Mises en surface des clinquants pour un cisaillement pur dans le plan LW

Le module  $G_{WZ}$  calculé par éléments finis est quasiment égal à la valeur analytique du modèle de Gibson (0,1 % d'écart). Cela s'explique par la répartition des contraintes pour cette sollicitation de cisaillement dans le plan WZ. Comme on peut le constater sur la Figure 38, les faces contenant les doubles épaisseurs ne sont pas contraintes, ce sont uniquement les faces inclinées qui travaillent. Malgré les hypothèses qui sont faites dans le modèle analytique de Gibson, on obtient le même résultat avec le modèle éléments finis.

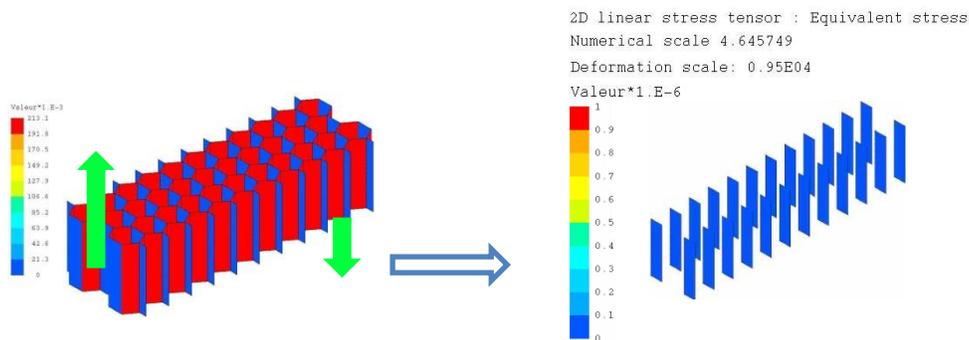


Figure 38. Champ de contrainte dans le Nida soumis à du cisaillement pur dans le plan WZ

En ce qui concerne le module de cisaillement hors plan  $G_{LZ}$ , le modèle analytique de Gibson qui fait l'hypothèse d'isotropie transverse donne  $G_{LZ} = G_{WZ}$ . Le modèle de Grediac donne des bornes maximales et minimales pour ce module, sans préciser sa valeur effective. Notre calcul éléments finis permet de retrouver une valeur de  $G_{LZ}$  qui est en accord avec le modèle de Grediac puisqu'elle vaut 2 % de plus que la borne inférieure et 8 % de moins que la borne supérieure de  $G_{LZ}$ . La méthode des éléments finis donne les mêmes coefficients de Poisson que les solutions analytiques. On a  $\nu_{LW}$  qui vaut 1, ce qui souligne bien le fait que le Nida n'est pas un matériau mais une structure, car le coefficient de Poisson d'un matériau isotrope se situe entre -1 et 0,5. Le synoptique de la méthode de détermination des 9 coefficients élastiques du Nida est présenté sur la Figure 40.

### 3.1.8. Influence de la double épaisseur des clinquants

Généralement, les modules  $E_L$  et  $E_W$  sont considérés comme différents à cause des zones de doubles épaisseurs. Cette considération commune est due au fait que ces modules sont difficilement mesurables expérimentalement, comme cela a déjà été dit en introduction. Etant confrontés à ces difficultés de mesures, les fournisseurs de Nida ne donnent que les modules de

cisaillement et de traction hors-plan de leurs produits car ce sont les plus influents sur le comportement des sandwichs en flexion. Pour les modules dans le plan du Nida, les ingénieurs utilisent des valeurs « numériquement acceptables » qui ont pour unique but d’alimenter les codes de calculs par éléments finis, de manière à permettre le lancement des analyses. Nous allons utiliser la méthode des éléments finis pour mesurer les modules d’Young dans le plan du Nida, en faisant varier l’épaisseur numérique des doubles clinquants. Nous repartons des mêmes modèles éléments finis présentés précédemment. Pour les modules d’Young  $E_L$ ,  $E_W$  et  $G_{LW}$ , on augmente l’épaisseur des éléments de coques associés en passant d’une épaisseur de  $t$  (pas de double épaisseur) à successivement  $2t$ ,  $10t$  et  $100t$  (Figure 39). Les modules  $E_L$ ,  $E_W$  et  $G_{LW}$  obtenus pour ces quatre configurations sont donnés dans le Tableau 6 ci-dessous.

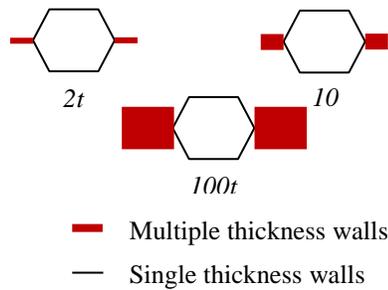


Figure 39. Schéma des épaisseurs multiples sur les clinquants de Nida

Épaisseur (mm)	$E_L$ (MPa)	$E_W$ (MPa)	$G_{LW}$ (MPa)
$t = 0,08$	0,54	0,54	0,13
$2t = 0,16$	0,54	0,54	0,33
$10t = 0,8$	0,54	0,54	0,39
$100t = 8$	0,54	0,54	0,39

Tableau 6. Influence des faces de double épaisseur sur les modules dans le plan LW

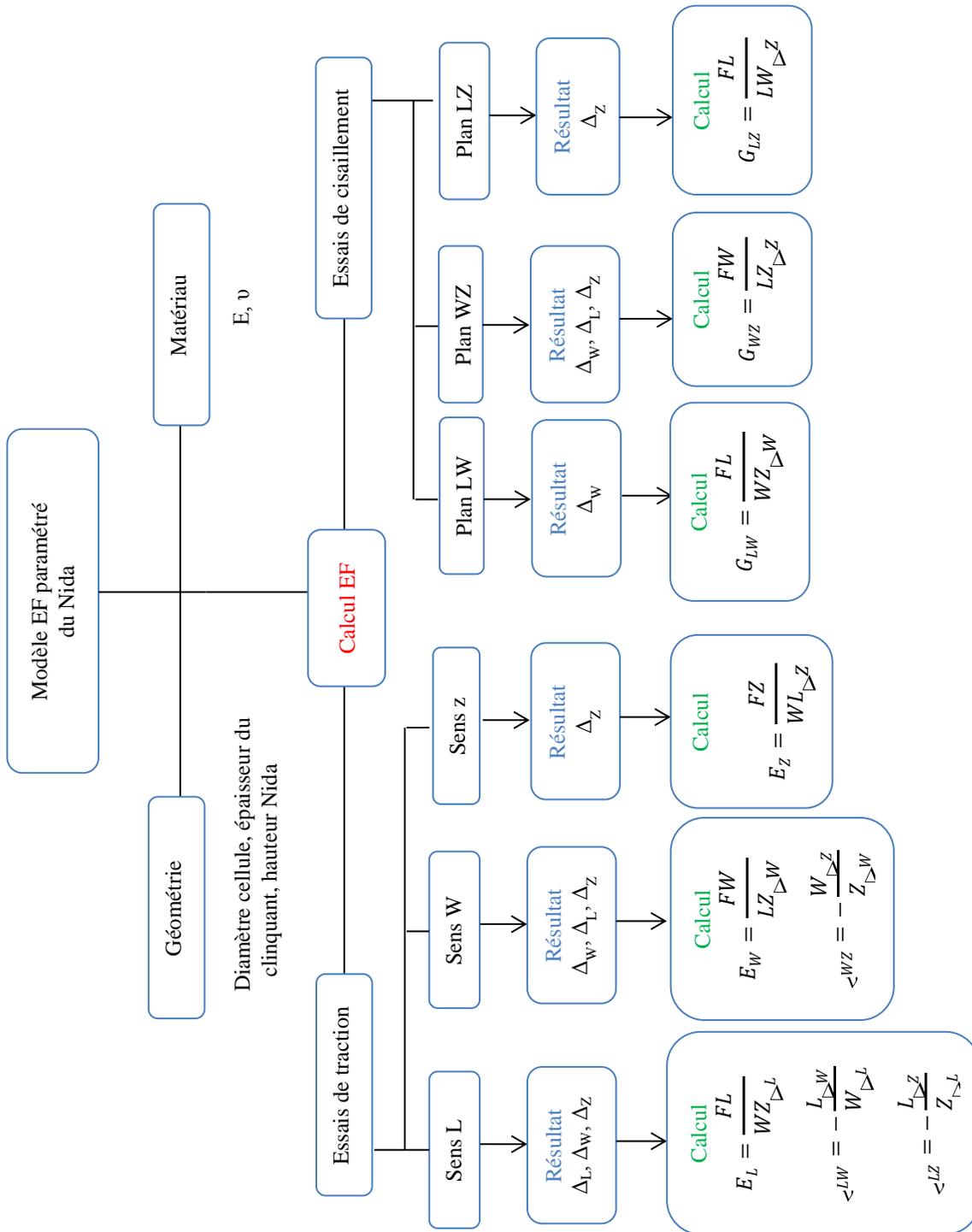


Figure 40. Méthode de détermination des propriétés équivalentes du Nida

Les résultats montrent que ni  $E_L$ , ni  $E_W$  ne sont affectés par les zones d'épaisseur multiple (cf. Tableau 6). Les valeurs sont identiques à  $10^{-2}$  près entre un modèle sans double épaisseurs et un modèle avec des zones d'épaisseurs multiples d'épaisseur  $100t$ . L'étude analytique menée par Warren [WAR, 87] a également montré que les coefficients élastiques dans le plan sont essentiellement déterminés par le comportement des faces inclinées. Même quand les doubles épaisseurs ne sont pas considérées, la souplesse en flexion des faces inclinées reste considérablement plus élevée que la souplesse en tension des faces droites, parallèles au sens L du Nida.

Le module de cisaillement plan  $G_{LW}$ , sans prise en compte des doubles épaisseurs, est environ 8 % plus élevé que le module obtenu par Gibson. Cet écart est en accord avec les résultats que l'on retrouve dans la littérature [KAR, 06], [ABRA, 09], [BES, 01]. Comme nous l'avons dit au paragraphe 3.1.7, les contraintes maximales se situent dans les faces inclinées pour ce cas de charge. C'est pourquoi lorsque l'on fait varier l'épaisseur des faces droites de  $2t$  à  $100t$ , il n'y a qu'une faible modification du module  $G_{LW}$  qui passe de 0,33 puis se stabilise à 0,39 MPa.

Il est important de souligner que ces résultats sont valables dans le domaine linéaire élastique. Sous des sollicitations non-linéaires géométriques, le module d'Young  $E_L$  devient prépondérant devant le module  $E_W$ . En effet, pour un essai de traction dans le sens L du Nida, les faces droites de double épaisseur et les faces inclinées s'alignent naturellement dans la direction du chargement. Dans ce cas, les raideurs des faces droites et des faces initialement inclinées auront tendance à s'additionner. Pour un essai de traction en sens W, seules les faces inclinées vont s'orienter dans la direction du chargement et contribuer à faire augmenter le module apparent (Figure 41).

Le module de cisaillement plan  $G_{LW}$  est indépendant du niveau de charge puisqu'il reste constant même en cas de non linéarités géométriques. L'évolution des modules  $E_L$ ,  $E_W$  et  $G_{LW}$  est présentée, pour une sollicitation non linéaire géométrique, sur la Figure 41. Dans les structures sandwichs sans défaut, les modules dans le plan du Nida n'évoluent pas car la raideur axiale élevée des peaux empêche au Nida de se déformer axialement. En revanche, en cas de décollement entre la peau et le Nida, par exemple, l'évolution des modules du Nida sous déformation non linéaire peut impacter les résultats. Il serait donc intéressant, dans les modélisations de type âme pleine, de prendre en compte la courbe d'évolution des modules  $E_L$  et  $E_W$  dans la loi de comportement des éléments finis du Nida.

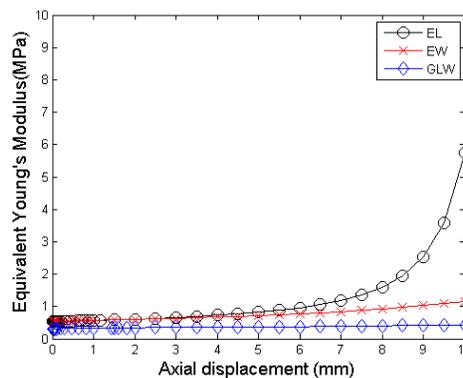


Figure 41. Evolution des modules dans le plan du Nida sous chargement statique non linéaire

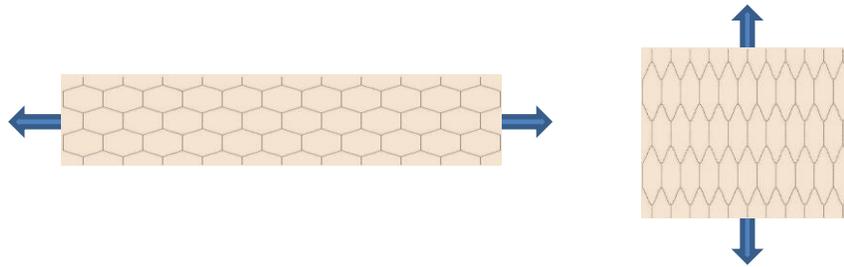


Figure 42. Déformée sous chargement non linéaire en traction sens  $W$  (à gauche) et sens  $L$  (à droite)

### 3.1.9. Clinquants maillés en volume

La détermination des coefficients élastiques équivalents du Nida a également été réalisée avec un maillage entièrement volumique. Les différences de résultats obtenus entre le modèle coque et le modèle volumique du Nida sont présentées sur la Figure 44. Les éléments de volumes étant plus raides que les éléments de coques, la géométrie des points triples n'étant pas identique, on observe des différences significatives sur les modules de traction et de cisaillement dans le plan du Nida ( $E_L$ ,  $E_W$ ,  $G_{LW}$ ). La prise en compte des rayons au niveau des points triples du Nida (Figure 43) contribue à augmenter l'écart entre solution analytique et solution éléments finis. En revanche, en ce qui concerne les modules de cisaillement hors-plan  $G_{WZ}$  et  $G_{LZ}$  et le module de traction hors-plan  $E_Z$ , les modèles coque et volume sont similaires, car il y a moins de 2 % d'écart entre les résultats des deux types de modélisation.

Pour savoir quel type de modélisation est plus proche de la réalité, il faudrait pouvoir mesurer les valeurs expérimentales. Pour remonter aux modules de traction dans le plan, on pourrait par exemple utiliser un montage avec des griffes qui ne bloquent pas l'effet de Poisson.

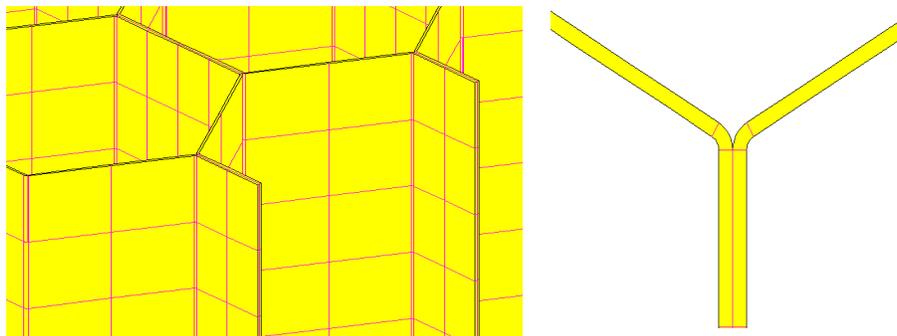


Figure 43. Maillage du modèle 3D  
(vue iso paramétrique et vue de dessus)

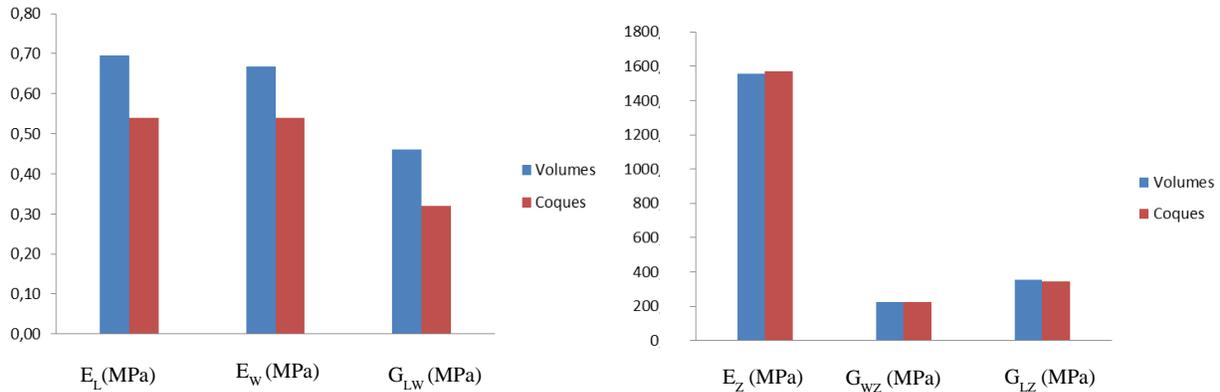


Figure 44. Comparaison des modules en fonction du type d'élément finis

### 3.1.10. Conclusions

Les coefficients élastiques équivalents d'une âme Nida ont été calculés à partir de la modélisation d'essais de traction et de cisaillement pur sur le Nida seul. Les modules obtenus ont été comparés aux valeurs analytiques issues des modèles de Gibson [GIB, 97] et de GREDIAC [GRE, 93]. Nous avons montré une bonne corrélation avec les valeurs analytiques pour les 9 coefficients élastiques calculés, en dépit des nombreuses hypothèses qui sont faites dans les modèles analytiques. L'effet de la double épaisseur sur les modules dans le plan du Nida a été étudié. Nous avons vu que cette double épaisseur ne modifiait pas les modules  $E_L$ ,  $E_w$ ,  $G_{LW}$  et  $G_{wz}$  contrairement aux modules  $E_z$  et  $G_{Lz}$ . Le modèle éléments finis développé pour ce chapitre est un outil qui peut s'avérer utile pour déterminer rapidement et de manière entièrement numérique les propriétés mécaniques d'un Nida pour différents types de matériaux et différentes densités volumiques. Une étude expérimentale pourrait être menée pour valider cette méthode et mettre en évidence les différences entre le modèle et l'essai. L'analyse par éléments finis permet d'éviter les perturbations liées au contrôle des conditions aux limites lors des essais, comme par exemple le blocage de l'effet de Poisson au niveau du serrage des éprouvettes.

## 3.2. Modélisation des structures sandwiches Nida

### 3.2.1. Modélisations âme creuse

Dans l'étude bibliographique, nous avons vu qu'il était courant de modéliser le Nida par un matériau plein aux propriétés équivalentes, conduisant à une modélisation âme pleine. Il est également possible de modéliser la structure sandwich en tenant compte de la géométrie des cellules hexagonales de l'âme. On parle alors de modèle âme creuse. L'objectif de ce chapitre est de comparer les modélisations âme pleine et âme creuse avec les solutions analytiques. On s'intéressera particulièrement à la flèche, à la contrainte normale dans la peau inférieure et à la contrainte de cisaillement dans l'âme.

#### 3.2.1.1. Présentation de la structure

La géométrie de la plaque sandwich est la suivante :

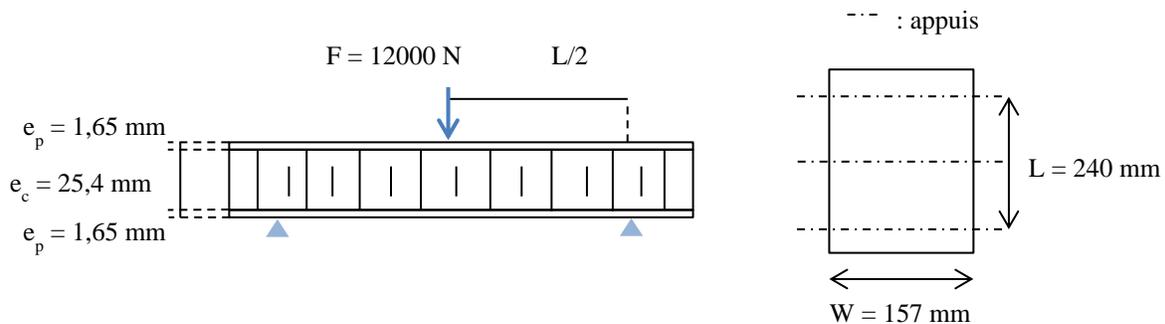


Figure 45. Géométrie du sandwich en flexion 3 points. Vue de profil (à gauche) et vue de dessus (à droite)

Les peaux du sandwich sont en composite carbone époxy (tissus base satin de 5, équilibrés 0/90). Chaque peau est composée de 6 plis d'épaisseur  $0,275 \text{ mm}$ . L'âme est une plaque Nida en aluminium, d'épaisseur  $25,4 \text{ mm}$  et de densité  $67 \text{ kg.m}^{-3}$ . Les propriétés mécaniques des matériaux, utilisées en bureau d'études, sont données dans le Tableau 7 :

Tissus composites carbone/époxy		
$E_1 = 69000 \text{ MPa}$	$E_2 = 69000 \text{ MPa}$	$E_3 = 5000 \text{ MPa}$
$G_{12} = 2410 \text{ MPa}$	$G_{23} = 1205 \text{ MPa}$	$G_{13} = 1205 \text{ MPa}$
$\nu_{12} = 0,03$	$\nu_{23} = 0,3$	$\nu_{13} = 0,3$
Âme Nida aluminium		
$E_{\text{alu}} = 70000 \text{ MPa}$		$\nu_{\text{alu}} = 0,3$

Tableau 7. Propriétés mécaniques des peaux et du Nida

Les cellules hexagonales de l'âme sont de taille 3/8<sup>ème</sup> (diamètre - en pouces - du cercle inscrit dans une cellule hexagonale). Elles ont la géométrie suivante :

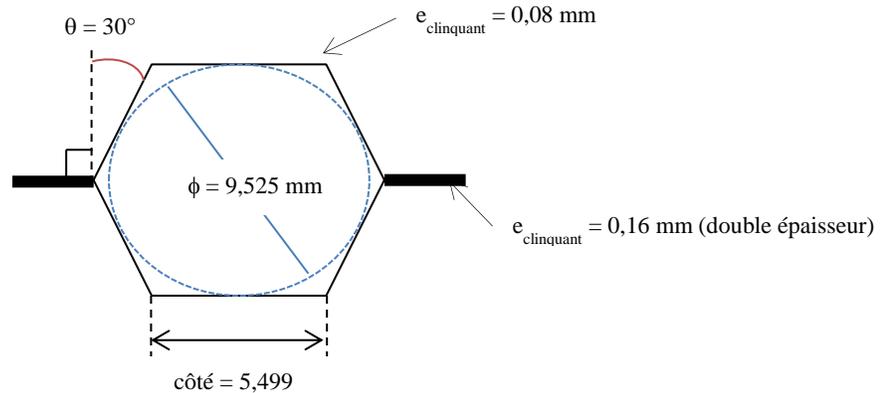


Figure 46. Géométrie du VER Nida

Le facteur de cisaillement associé à la structure vaut :

$$S = \frac{E_1}{G_{LT}} \left[ \frac{h}{L} \right]^2 = 2,70 \quad 3.6$$

Ici, S est de l'ordre de 1 ce qui signifie que la structure est légèrement déformable à l'effort tranchant [CRA, 08], [GAY, 89]. Dans un premier modèle éléments finis, les peaux et l'âme sont maillés en volume. Dans un second modèle, une coque composite représente les peaux et l'âme. On obtient la même flèche avec ces deux modèles, ce qui montre bien que notre structure n'est que faiblement déformable à l'effort tranchant, et qu'il n'y a pas de gauchissement de section.

### 3.2.1.2. Flexion 3 points

On calcule la flèche avec la formule (3.7) tirée de la norme ASTM C 393 [ASTMC393, 00], D étant la rigidité équivalente en flexion (N.mm<sup>2</sup>) et U la rigidité en cisaillement (N).

$$\Delta_T = \frac{FL^3}{48D} + \frac{FL}{4U} \quad 3.7$$

Avec :

$$D = \frac{E_p(h^3 - e_c^3)b}{12} \quad U = \frac{G_c(h + e_c)^2b}{4e_c}$$

La contrainte normale a pour valeur :

$$\sigma_L = \frac{FL}{4e_p(e_p + e_c)b} \quad 3.8$$

Cette formule suppose que la contrainte normale est uniforme dans l'épaisseur des peaux. Or, on sait qu'elle varie linéairement dans nos modèles éléments finis. Pour comparer cette valeur analytique aux résultats des modèles, nous allons calculer une valeur moyenne de la contrainte dans l'épaisseur des peaux. La contrainte de cisaillement transverse a pour expression :

$$\tau_{LT} = \frac{F}{2(e_p + e_c) * b} \quad 3.9$$

Cette formule analytique suppose un matériau plein dans l'âme, ce qui n'est pas le cas dans nos modèles. On compare alors la valeur du cisaillement calculée analytiquement avec celle du modèle éléments finis âme pleine (où l'âme a des propriétés mécaniques équivalentes).

### 3.2.2. Calculs avec le modèle âme creuse

#### 3.2.2.1. Hypothèses de modélisation

Nous allons mener une étude comparative entre différentes modélisations âmes creuses. Dans chaque modèle, les peaux sont symétriques et maillées avec des éléments de coques ou de volumes composites du 1<sup>er</sup> degré. L'âme Nida est maillée avec des éléments de coque de Mindlin du 1<sup>er</sup> degré. L'épaisseur du clinquant est de 0,08 mm.

#### 3.2.2.2. Modèle « hexa-ref »

Il s'agit du modèle de référence pour cette étude (Figure 47). Le modèle est réalisé par extrusion à partir de la géométrie des cellules hexagonales. Les peaux sont maillées avec des éléments volumiques du 1<sup>er</sup> degré. L'âme est maillée avec des éléments de coques Minlin du 1<sup>er</sup> degré. Le modèle comporte 53 000 degrés de liberté.

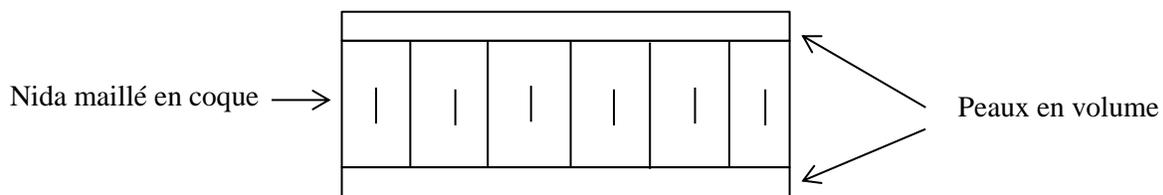


Figure 47. Schéma du modèle « hexa-ref »

On tient compte de la double épaisseur dans certaines zones du Nida, comme sur la figure ci-dessous :

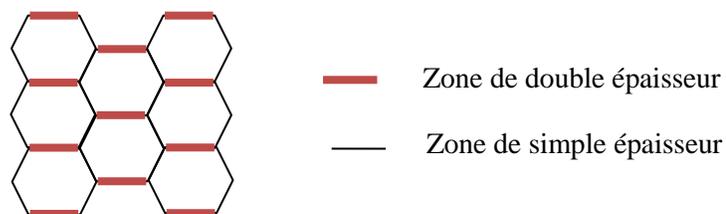


Figure 48. Schéma des zones de double épaisseur dans le Nida

### 3.2.2.3. Modèles « hexa-nexce »

Dans ce modèle, l'âme et les peaux sont maillées avec des éléments de coque Mindlin du 1<sup>er</sup> degré. On excentre le feuillet moyen des coques modélisant les peaux pour que l'inertie soit bien calculée même si les peaux sont « mal » positionnées.

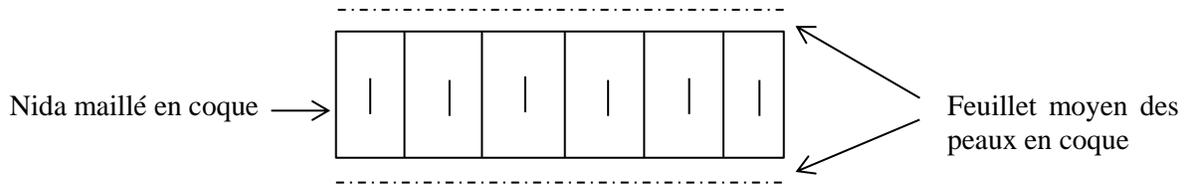


Figure 49. Schéma du modèle « hexa-nexce »

### 3.2.3. Conditions aux limites

Pouvant profiter de la symétrie, on ne modélise qu'un quart de la structure. On applique les conditions limites de symétrie sur les zones concernées (cf. Figure 50), c'est-à-dire :

- Groupe A :
  - blocage de  $T_W$  pour les nœuds des volumes et des coques
  - blocage de  $R_L$  et  $R_Z$  pour les nœuds des coques.
- Groupe B :
  - blocage de  $T_L$  pour les nœuds des volumes et des coques
  - blocage de  $R_W$  et  $R_Z$  pour les nœuds des coques.

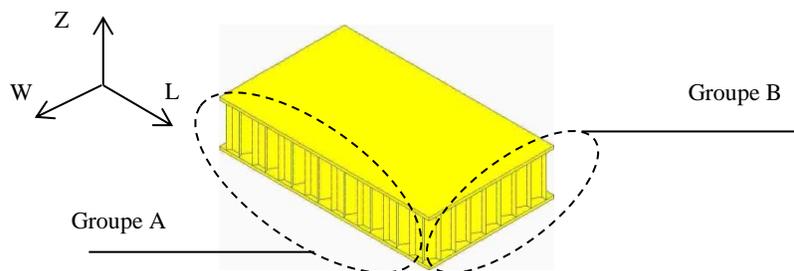


Figure 50. CLM de symétrie modèle « hexa-ref »

Les appuis sont modélisés par des cylindres de 100 mm de diamètre en contact avec la structure. Ce diamètre des cylindres a été déterminé avec la méthode du contact de Hertz [FRA, 92], [FRA, 93] afin d'éviter le poinçonnement de la peau composite dans les zones d'introduction d'efforts. Cette méthode permet de représenter la surface anti-clastique qui apparaît quand la structure est soumise à un moment de flexion et d'avoir un modèle représentatif de la physique. On applique une charge de 3000 N sur le nœud maître du cylindre de chargement, car on ne modélise qu'un quart de la pièce ( $12000N / 4 = 3000 N$ ). Cette charge induit une contrainte de cisaillement de 1,41 MPa dans l'âme selon la formule analytique de l'ASTMC393 [ASTMC393, 00] (équation 3.9). Tous les modèles présentés ci-après ont la même géométrie de Nida, les mêmes matériaux, le même type de conditions aux limites ainsi que le même

chargement. Seuls changent le type de modélisation du sandwich et le type d'éléments finis utilisés. Les résultats des calculs sont présentés dans le chapitre suivant.

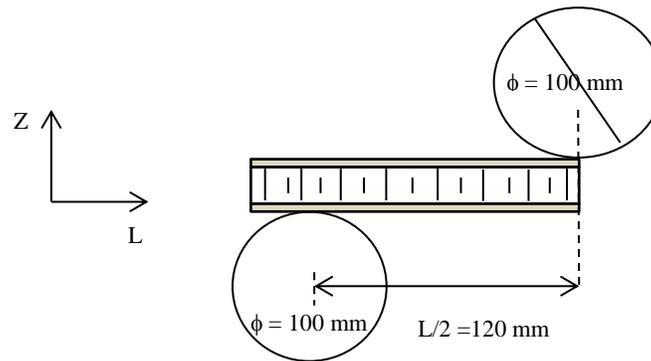


Figure 51. Modélisation des appuis et du cylindre de chargement sur 1/4 de structure

### 3.2.4. Post-traitement

#### 3.2.4.1. Flèche

La flèche est mesurée au niveau des nœuds de la peau inférieure du sandwich. On évite ainsi les perturbations locales liées au contact. Il y a 93  $\mu\text{m}$  d'écart entre le déplacement maximal de la peau supérieure et celui de la peau inférieure, soit un écart relatif de 8,8 % (cf. Figure 52). Cela signifie que pour la charge appliquée, il n'y a pas de poinçonnement du sandwich. La différence entre les deux modèles est donnée dans le Tableau 8. Les deux modèles montrent une bonne corrélation avec la solution analytique puisque l'écart maximal avec cette dernière est de 0,6 %.

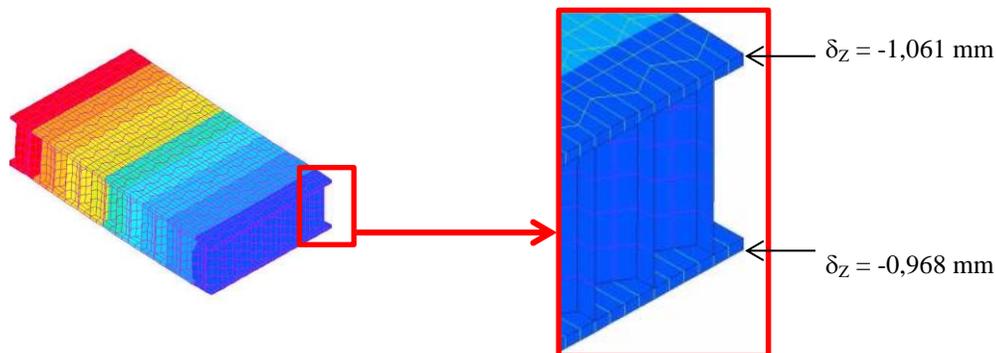


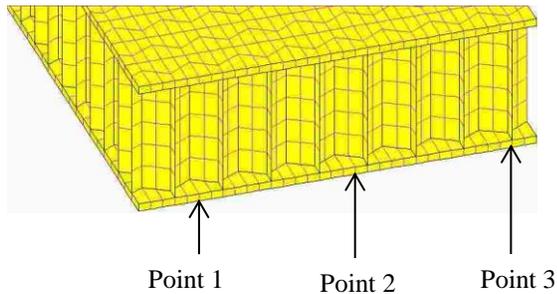
Figure 52. Déplacement transversal aux nœuds mesurés aux nœuds des peaux du sandwich

Modèle	Flèche (en mm)	Ecart relatif par rapport à hexa-ref (en %)	Ecart relatif par rapport à la flèche analytique (en %)
Analytique	0,963	- 0,5	
hexa-ref	0,968		+ 0,5
hexa-nexce	0,969	+ 0,1	+ 0,6

Tableau 8. Valeurs de la flèche et écart par rapport aux références analytique et éléments finis

### 3.2.4.2. Contrainte normale

On analyse la contrainte dans la peau inférieure du sandwich. Pour comparer les modèles éléments finis et analytique, on calcule une valeur moyenne de la contrainte normale à partir des valeurs de chaque pli. La contrainte moyenne dans un pli est calculée à partir de trois points positionnés comme sur la Figure 53. Cette technique est utilisable dans ce cas car tous les plis ont le même matériau, sont orientés à 0° et la contrainte a une évolution linéaire dans la peau.



**Point 1** : situé au centre de la cellule hexagonale  
**Point 2** : situé à mi-distance entre le centre de la cellule hexagonale et le bord du clinquant  
**Point 3** : situé directement sous le clinquant

Figure 53. Position des points pour calculer la contrainte moyenne dans un pli

A partir des valeurs aux trois points, on calcule la contrainte moyenne dans un pli de la façon suivante :

$$\sigma_{pli_i} = \frac{\sigma_{point1\_pli_i} + \sigma_{point2\_pli_i} + \sigma_{point3\_pli_i}}{3} \quad \text{éq. 3.10}$$

Puis on fait la somme sur tous les plis pour obtenir une moyenne dans la peau.

$$\sigma_{moyen\_peau} = \frac{\sum_{i=1}^6 \sigma_{pli_i}}{6} \quad \text{éq. 3.11}$$

Dans le Tableau 9 ci-après, on présente la moyenne des contraintes extrapolées.

Modèle	$\sigma_{11}$ extra. moyenne (MPa)	Ecart relatif par rapport à l'analytique (%)
Analytique	102,6	
hexa-ref	100,5	- 2,0
hexa-nexce	96,6	- 6,2

Tableau 9. Moyennes dans la peau inférieure de la contrainte  $\sigma_{11}$  extrapolé

Le modèle « hexa-ref » donne une contrainte extrapolée de 100,5 MPa soit - 2 % d'écart avec la solution analytique. Le modèle avec « offset » sous-estime de 6,2 % la solution analytique et de 4,3 % le modèle « hexa-ref ». Cette contrainte moyenne étant calculée à partir de trois valeurs ponctuelles, les écarts observés entre ces différents modèles sont à prendre avec précautions.

### 3.2.4.3. Zones de concentration de contrainte

Les contraintes maximales sont repérées dans le pli le plus critique. Ces valeurs ne doivent pas être comparées à la solution analytique, car elles se réfèrent à un seul pli et non à la peau inférieure complète, comme c'est le cas dans la formule analytique. Les contraintes les plus élevées sont situées dans des zones de concentrations de contraintes, localisées sous les clinquants du Nida (Figure 54).

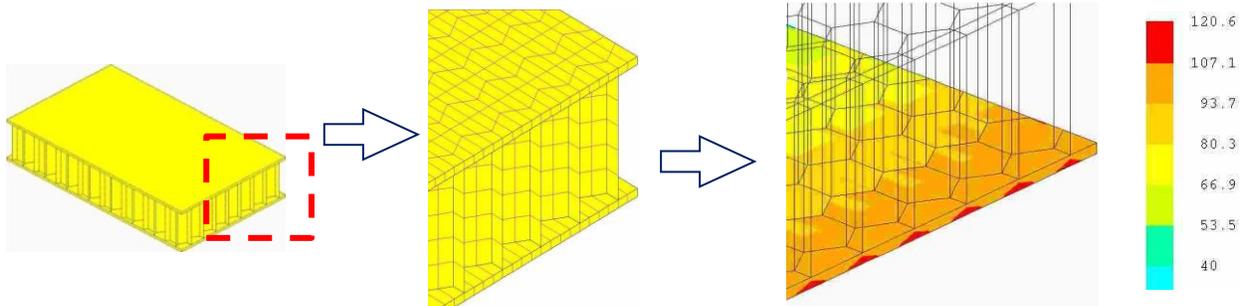


Figure 54. Champs de contrainte dans la peau inférieure avec un maillage irrégulier

En post-traitement, on voit que la contrainte est localement discontinue dans les zones collées aux cellules Nida. En revanche, dans les zones où la peau n'a aucun contact avec l'âme (creux des cellules), la contrainte est mieux répartie et affiche des valeurs moins élevées. Nous avons vérifié que les zones « rouges » n'étaient pas liées à la forme de nos éléments finis. Pour cela, nous avons modélisé les peaux avec des volumes de formes rectangulaires (Figure 55). Nous avons ensuite utilisé une technique de collage de modèle, pour relier les peaux à l'âme Nida.

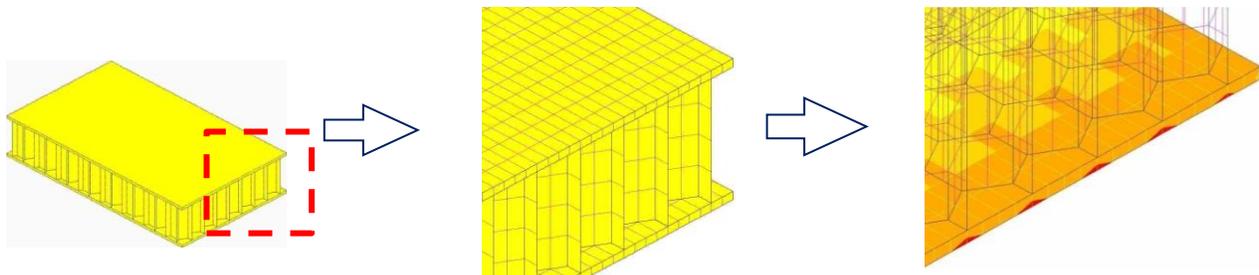


Figure 55. Champs de contrainte dans la peau inférieure avec un maillage régulier

On constate que les zones rouges sont toujours présentes après avoir changé la topologie des éléments, démontrant ainsi que la surcontrainte ne provient pas de la forme des éléments finis mais bien de la jonction nœuds à nœuds des éléments de la peau avec ceux de l'âme creuse.

## 3.2.5. Comparaison modèles âme pleine / âme creuse

### 3.2.5.1. Hypothèses de modélisation

Dans ce paragraphe, le même panneau sandwich est modélisé avec une âme pleine aux propriétés équivalentes (Figure 45). On reprend les mêmes conditions aux limites et le même chargement que dans le paragraphe 4.2.2 (Figure 50).

### 3.2.5.2. Modèle « vvv »

Les peaux et l'âme sont maillées en volumes.

### 3.2.5.3. Modèle « cvc-nexce »

Les peaux sont maillées en coque et l'âme en volume. L'âme est modélisée avec son épaisseur réelle (25,4 mm) et on effectue un offset du feuillet moyen des coques pour retrouver la bonne rigidité équivalente en flexion.

## 3.2.6. Post-traitement

La résultante des charges appliquées sur la structure est bien de 3000 N suivant la composante Z. On vérifie que le volume, la masse totale et les inerties principales sont cohérents entre les différents modèles.

### 3.2.6.1. Flèche

La flèche est mesurée sur les nœuds de la peau inférieure du sandwich. Les valeurs calculées sont comparées à celles des modèles âme pleine associés, soit :

$$\begin{array}{lcl} \text{vvv} & \Leftrightarrow & \text{hexa\_ref} \\ \text{cvc-nexce} & \Leftrightarrow & \text{hex-nexce} \end{array}$$

Les résultats de la flèche, et les écarts respectifs sont donnés dans le Tableau 10. On remarque que les modèles avec âme pleine donnent la même flèche que les modèles avec âme creuse.

Modèle âme pleine	Flèche (en mm)	Ecart relatif par rapport aux modèles âme creuse (en %)	Ecart relatif par rapport à la flèche analytique (en %)
Analytique	0,963	- 0,5	
vvv	0,955	- 1,3	- 0,8
cvc-nexce	0,964	- 0,5	+ 0,1

Tableau 10. Comparaison de la flèche entre les modèles à âme pleine et les modèles à âme creuse

### 3.2.6.2. Contrainte normale

On relève la contrainte normale dans la peau inférieure du sandwich comme c'est le cas au paragraphe 3.2.4.2. Contrairement aux modèles à âme creuse, la contrainte ne présente pas de discontinuité liée à la géométrie des cellules hexagonales. L'âme étant pleine, le contact avec la peau est régulier et le champ de contrainte évolue de façon continue dans la peau inférieure des modèles (cf. Figure 56). Puisque la contrainte est uniforme sur la largeur du panneau, on ne prend qu'un point de mesure pour évaluer la contrainte dans un pli. Il s'agit du point 2 sur la Figure 53.

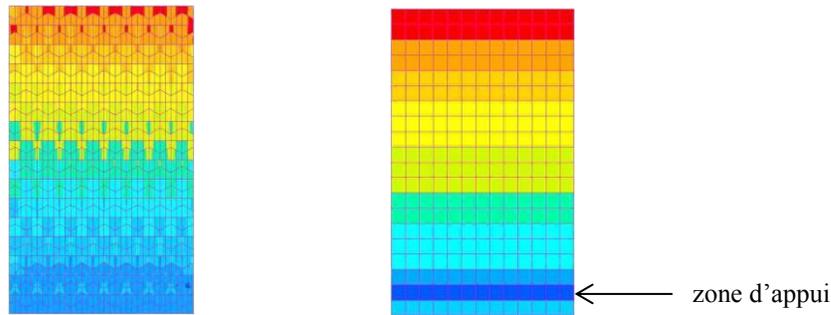


Figure 56. Allure du champ de contrainte dans le modèle à âme creuse (à gauche) et dans le modèle à âme pleine (à droite)

### 3.2.6.3. Contrainte moyenne dans les peaux

On compare les résultats à ceux des modèles à âme creuse dans le Tableau 11. Les modèles à âme pleine sous-estiment légèrement les modèles à âme creuse pour la contrainte normale dans la peau inférieure.

Modèle	$\sigma_I$ extra. âme pleine	$\sigma_I$ extra. âme creuse	Ecart (en %)
vvv	98,3	100,5	- 2,1
cvc-nexce	97,4	96,2	- 1,2

Tableau 11. Ecart sur la contrainte extrapolée avec les modèles à âmes creuses

### 3.2.6.4. Contrainte de cisaillement $\tau_{LZ}$

Seule la contrainte de cisaillement transverse des modèles âme pleine est comparable à la solution analytique car la théorie suppose que le matériau de l'âme est un solide homogène. Pour les modèles âme creuse, il faudrait regarder la contrainte dans les clinquants du Nida qui possèdent des orientations différentes.

En post-traitement, on voit les directions principales dans l'âme du sandwich, comme sur la Figure 57.

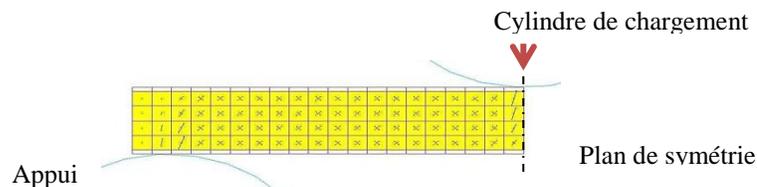


Figure 57. Schéma des directions principales dans l'âme du sandwich sollicité en flexion 3 points

L'âme est majoritairement soumise à de la compression sous le cylindre de chargement et au-dessous des appuis. En zone courante, l'âme est bien sollicitée en cisaillement. La théorie utilisée dans l'ASTMC393 [ASTMC393, 00] est basée sur l'uniformité de la contrainte  $\tau_{LZ}$  dans l'épaisseur de l'âme du sandwich. Ce n'est pas vrai dans le modèle éléments finis, puisque

l'évolution de  $\tau_{LZ}$  est parabolique dans l'épaisseur de l'âme. Afin de comparer les résultats éléments finis à la norme, on calcule la moyenne des  $\tau_{LZ}$  aux nœuds de l'âme dans la section droite d'abscisse  $L/4$ .

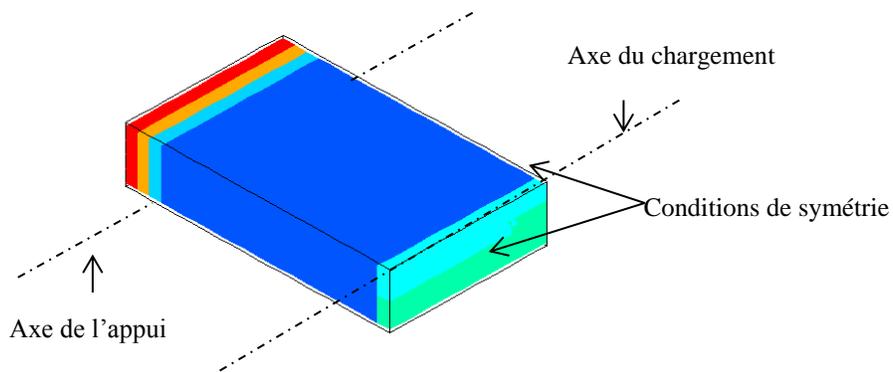


Figure 58. Contrainte  $\tau_{LZ}$  dans le modèle *vvv*

La valeur  $\tau_{LZ}$  obtenue est valable pour toutes les sections droites du sandwich tant qu'on reste suffisamment loin des conditions aux limites et de l'introduction du chargement. Les modèles « *vvv* » et « *cvc-nexce* » donnent tous les deux une valeur moyenne 1,41 MPa, pour la contrainte de cisaillement  $\tau_{LZ}$ , soit exactement la valeur calculée analytiquement.

### 3.3. Modélisation du décollement peau / âme

#### 3.3.1. Présentation de l'étude

Nous modélisons des essais de flexion 3 points sur un panneau sandwich rectangulaire contenant un défaut de collage circulaire de diamètre  $\Phi = 40$  mm entre la peau supérieure et l'âme (Figure 59). La géométrie de la structure est la même qu'au paragraphe 3.2.1.1. Les propriétés mécaniques des différents constituants sont données dans le Tableau 12. Les cylindres d'appui et de chargement ont un diamètre de 25 mm. Pour éviter l'écrasement de l'âme dans ces zones d'appui, on la renforce localement en remplissant les cellules du Nida avec une résine à base d'époxy (potting) que l'on suppose élastique linéaire, de module d'Young 3900 MPa et de coefficient de Poisson 0,3. La zone de potting couvre expérimentalement environ 3 cellules hexagonales (25 mm de largeur), elle est prise en compte dans le modèle en modifiant localement les propriétés mécaniques de l'âme. Les modèles éléments finis sont réalisés avec des éléments de volumes pour les peaux et l'âme (âme pleine).

	Pli peau supérieure	Nida	Pli peau inférieure
$E_1$	69 000 MPa	0,54	54 000 MPa
$E_2$	69 000 MPa	0,54	54 000 MPa
$E_3$	3900 MPa	1568	3900 MPa
$G_{12} / G_{LW}$	2410 MPa	0,33	2410 MPa
$G_{23} / G_{WZ}$	1500 MPa	226	1500 MPa
$G_{13} / G_{LZ}$	1500 MPa	347	1500 MPa
$\nu_{12}$	0,03	1,00	0,03
$\nu_{23}$	0,3	$1,0 \cdot 10^{-4}$	0,3
$\nu_{13}$	0,3	$1,0 \cdot 10^{-4}$	0,3

Tableau 12. Propriétés mécaniques du sandwich Nida "âme pleine" avec décollement

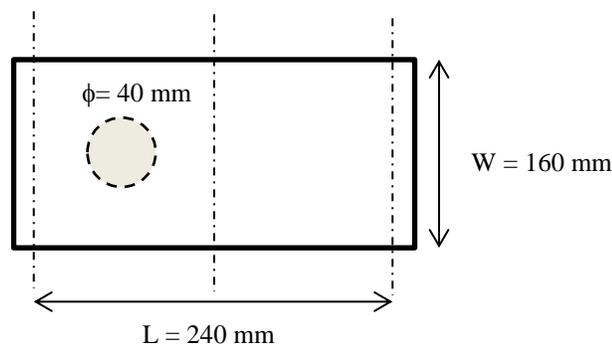


Figure 59. Schéma du panneau sandwich

### 3.3.2. Modèle éléments finis sans défaut : influence du maillage

Pour prendre en compte l'effet du défaut de collage, il est nécessaire d'avoir un maillage adapté et représentatif de la forme du défaut circulaire. Avant d'étudier l'effet d'un décollement entre la peau et l'âme dans les modèles éléments finis, nous allons vérifier que le maillage du défaut n'introduit pas de perturbation dans les résultats. Pour cela, nous allons comparer plusieurs modèles éléments finis en termes de déplacement et de contrainte :

#### 3.3.2.1. Modèle 0.0 : sandwich classique

La structure est maillée avec des éléments de volume dans les peaux et dans l'âme. Le film de colle peau / âme n'est pas représenté dans la modélisation, ce qui suppose que le collage est parfait entre les constituants. Toutes les mailles sont des pavés rectangulaires (Figure 60).

#### 3.3.2.2. Modèle 0.1 : empreinte circulaire

La structure est maillée avec des éléments de volume. Le maillage prend en compte la forme d'un défaut circulaire sans qu'il y ait de décohésion entre la peau et l'âme. Compte tenu de la géométrie du défaut, nous utilisons des éléments du 2<sup>nd</sup> degré pour avoir des éléments à bords courbes autour du défaut et améliorer les résultats du modèle. Cette remarque est valable pour tous les modèles qui seront créés à partir de 0.1.

#### 3.3.2.3. Modèle 0.2 : modèle 0.1 + joint de colle en éléments d'interface

C'est la même structure que précédemment avec introduction des éléments d'interface pour représenter l'adhésif entre la peau supérieure et le Nida, au niveau de l'empreinte circulaire. L'adhésif étant non endommagé, on devrait retrouver les mêmes résultats que pour le modèle 0.1.

Pour le modèle 0.0, on exploite les deux plans de symétrie et on ne maille qu'un quart de la pièce. Pour les autres modèles, on exploite le seul plan de symétrie existant et on maille une demi-structure. La structure est soumise à un chargement arbitraire qui permet de rester dans le domaine linéaire. La valeur de cette charge est de 1000 N.

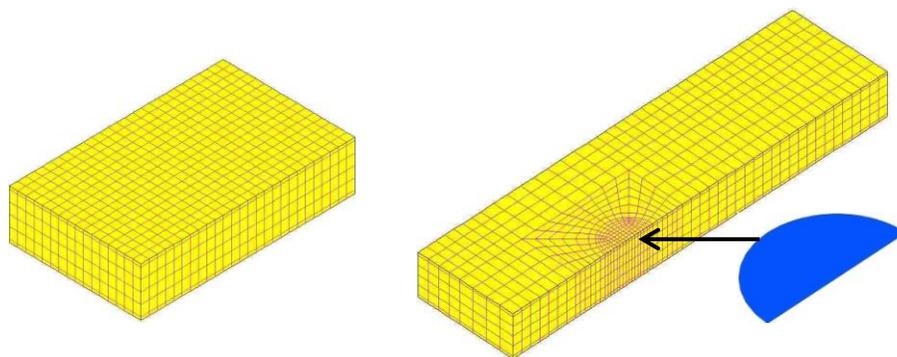


Figure 60. Modèle 0.0 (à gauche) et 0.1 (à droite) avec les éléments d'interface qui représentent la colle pour le modèle 0.2

### 3.3.3. Résultats

La Figure 61 compare les trois modèles en termes de flèche ( $\Delta_Z$ ), de contrainte maximale de cisaillement moyennée non lissée dans l'âme ( $\tau_{LZ}$ ) et de contrainte principale I moyennée non lissée dans le pli le plus tendu ( $\sigma_I$ ). Le modèle de référence est le modèle classique (0.0).

Les modèles 0.1 et 0.2 donnent exactement les mêmes résultats, surestimés de 1,7 % par rapport au modèle de référence 0.0. Cette surestimation de la contrainte de cisaillement est liée à la forme des éléments. Notons que si la structure était maillée partout au 1<sup>er</sup> degré, cet écart vaudrait environ 6%. Nous avons montré que le maillage du sandwich avec une empreinte circulaire a très peu d'influence sur le déplacement maximal du panneau et sur la contrainte de cisaillement transverse du Nida.

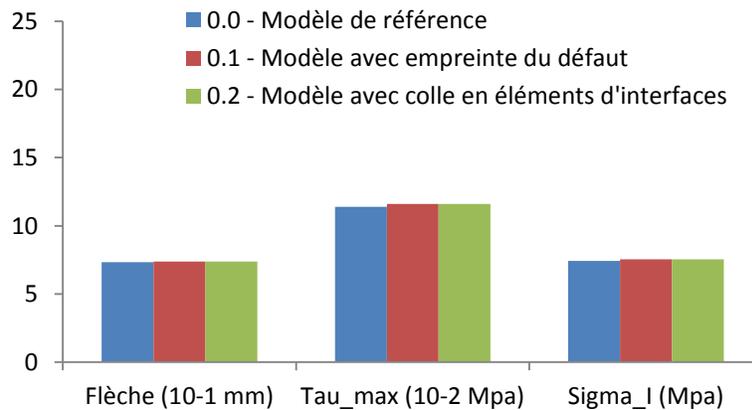


Figure 61. Graphe de comparaison des modèles sans défauts

### 3.3.4. Influence d'un défaut de collage circulaire

Nous avons vu qu'un maillage adapté dans la zone de défaut ne modifie pas le comportement global de la structure. Nous pouvons maintenant étudier l'influence d'un défaut circulaire, en comparant les 5 modèles suivants :

#### 3.3.4.1. Modèle 1.0 : suppression totale du Nida

On supprime totalement les mailles du Nida dans l'épaisseur en zone de défaut.

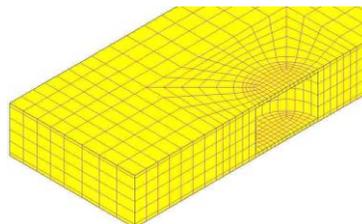


Figure 62. Modèle 1.0 avec suppression totale du Nida

#### 3.3.4.2. Modèle 1.1 : suppression de la moitié du Nida

On supprime la moitié du Nida dans l'épaisseur en zone de défaut.

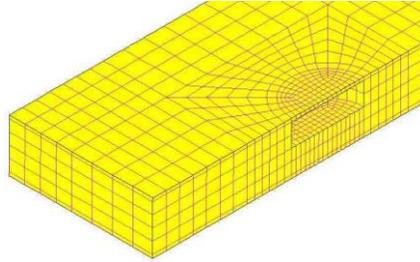


Figure 63. Modèle 1.1 avec suppression de la demi-épaisseur du Nida

### 3.3.4.3. Modèle 1.2 : suppression de 1/4 de Nida

On supprime un quart du Nida dans l'épaisseur en zone de défaut.

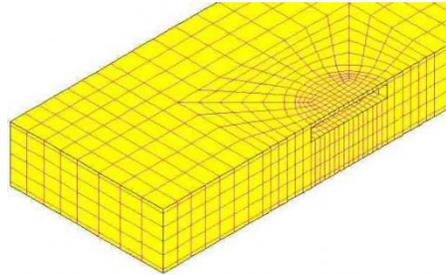


Figure 64. Modèle 1.2 avec suppression d'un quart de l'épaisseur du Nida

### 3.3.4.4. Modèle 1.3 : suppression de 1/12<sup>ème</sup> de Nida

On supprime un étage d'éléments volumiques dans l'âme en zone de défaut. Le maillage étant non uniforme dans l'épaisseur, 1/12<sup>ème</sup> du Nida est supprimé.

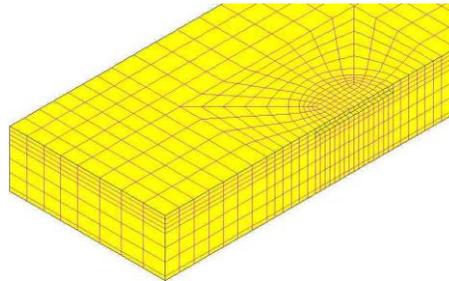


Figure 65. Modèle 1.3 avec suppression d'1/12<sup>ème</sup> de l'épaisseur du Nida

### 3.3.4.5. Modèle 1.4: défaut surfacique

On supprime les éléments d'interface qui ont été créés à l'endroit du défaut. Cela revient à dédoubler les nœuds dans la zone de défaut de manière à introduire une discontinuité de la matière entre la peau et l'âme du sandwich.

## 3.3.5. Interprétation des résultats

Nous allons comparer les 5 modèles en termes de flèche ( $\Delta_Z$ ), de contrainte de cisaillement moyennée non lissées dans l'âme ( $\tau_{LZ}$ ) et de contrainte principale I moyennée non lissée dans le pli le plus sollicité en traction ( $\sigma_I$ ). Pour la contrainte de cisaillement, nous allons relever la

valeur maximale et la valeur en zone courante à une distance de post-traitement  $d_0 = 25$  mm. Cette distance de post-traitement de 25 mm correspond à la pratique actuelle chez Aircelle pour vérifier le niveau de contrainte dans le Nida. Elle a été obtenue par recalage des essais réalisés pour différentes densités de Nida et différentes tailles de décollement. Sur le graphique suivant nous présentons les résultats des 5 modèles. Pour plus de détails, se référer à l'annexe B.

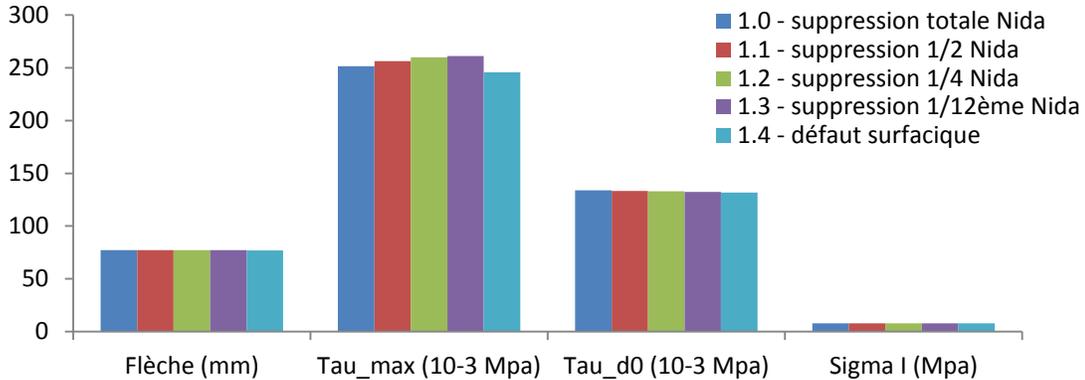


Figure 66. Graph de comparaison des modèles contenant un défaut de collage

### 3.3.5.1. Flèche : $\Delta_z$

Les 5 modèles donnent globalement la même flèche à moins de 0,5% près (Tableau 13). Plus on enlève de la matière dans l'âme et plus la flèche augmente, ce qui est en accord avec le comportement physique de la structure. Le défaut de collage représente 3 % par rapport à la surface du panneau. Vu la faible rigidité  $\langle EI \rangle$  du cœur par rapport à celles des deux peaux, le comportement global du sandwich en déplacement est très peu affecté par la suppression plus ou moins partielle du cœur.

	1.0 suppression totale du Nida	1.1 suppression de la moitié du Nida	1.2 suppression de 1/4 de Nida	1.3 suppression de 1/12 <sup>ème</sup> de Nida	1.4 défaut surfacique
Flèche (mm)	$7,73 \cdot 10^{-2}$	$7,72 \cdot 10^{-2}$	$7,71 \cdot 10^{-2}$	$7,70 \cdot 10^{-2}$	$7,69 \cdot 10^{-2}$

Tableau 13. Influence de la modélisation du défaut de collage sur la flèche

### 3.3.5.2. Contrainte de cisaillement maximale : $\tau_{LZ\_MAX}$

Pour les 5 modèles, la contrainte de cisaillement maximale se situe au bord du défaut (Figure 67). L'écart maximal est de 5,8 % entre le modèle 1.3 (suppression de 1/12<sup>ème</sup> du Nida) et le modèle 1.4 (défaut surfacique). Cependant, cette contrainte est surestimée car elle se situe dans une zone singulière. C'est pourquoi la contrainte maximale est plus élevée au bord du défaut dans le modèle par rapport au modèle 1.0. Dans cette zone, la valeur de la contrainte est perturbée par le défaut, et pour comparer correctement les 5 modèles il faut se placer en zone courante.

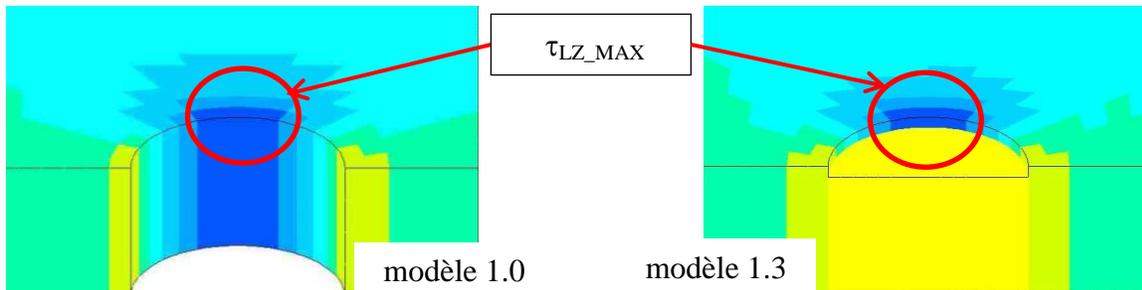


Figure 67. Contrainte de cisaillement dans l'âme à proximité du défaut (modèle 1.0 et 1.3)

### 3.3.5.3. Contrainte de cisaillement maximale : $\tau_{LZ\_d0}$

On compare le niveau de contrainte de cisaillement dans l'âme à 25 mm du bord du défaut, dans les cercles rouges de la Figure 68. Les 5 modèles donnent globalement la même contrainte de cisaillement dans l'âme. L'écart maximal est de 1,5 % entre le modèle 1.0 et le modèle 1.4. La contrainte  $\tau_{LZ\_d0}$  a une évolution « physique » à travers les différents modèles : plus on enlève de la matière dans l'âme et plus la partie restante est sollicitée en cisaillement. On retrouve donc bien une décroissance régulière de la contrainte  $\tau_{LZ\_d0}$  quand on passe du modèle 1.0 au modèle 1.4. Les valeurs obtenues à d0 sont environ 2 fois moins élevées que la valeur au bord du défaut (Tableau 14).

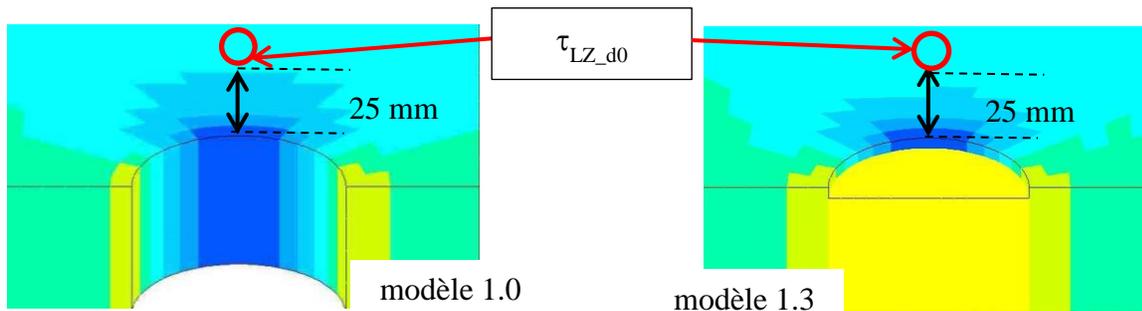


Figure 68. Contrainte de cisaillement dans l'âme à  $d_0 = 25$  mm (modèle 1.0 et 1.3)

	1.0 suppression totale du Nida	1.1 suppression de la moitié du Nida	1.2 suppression de 1/4 de Nida	1.3 suppression de 1/12 <sup>ème</sup> de Nida	1.4 défaut surfaccique
$\tau_{LZ\_max}$ (MPa)	$2,51 \cdot 10^{-1}$	$2,56 \cdot 10^{-1}$	$2,59 \cdot 10^{-1}$	$2,61 \cdot 10^{-1}$	$2,45 \cdot 10^{-1}$
$\tau_{LZ\_d0}$ (MPa)	$1,33 \cdot 10^{-1}$	$1,33 \cdot 10^{-1}$	$1,32 \cdot 10^{-1}$	$1,32 \cdot 10^{-1}$	$1,31 \cdot 10^{-1}$
Ecart relatif par rapport à $\tau_{LZ\_max}$	- 47 %	- 48 %	- 49 %	- 49 %	- 46 %

Tableau 14. Comparaison des contrainte au bord du défaut ( $\tau_{LZ\_max}$ ) et à  $d_0 = 25$  mm ( $\tau_{LZ\_d0}$ )

### 3.3.5.4. Contrainte de traction dans la peau inférieure : $\sigma_I$

On relève  $\sigma_I$  dans le pli qui est le plus sollicité en traction. Les 5 modèles donnent la même valeur de  $\sigma_I$  à 0,4 % près (Tableau 15). Conformément à nos attentes, plus on enlève de la matière dans l'âme du sandwich et plus la contrainte  $\sigma_I$  augmente. Ce phénomène est physique, car en supprimant de la matière dans l'âme, il y a une redistribution des efforts dans les peaux et dans l'âme qui provoque une augmentation du niveau de contrainte comme indiqué dans le paragraphe précédent.

	1.0 suppression totale du Nida	1.1 suppression de la moitié du Nida	1.2 suppression de ¼ de Nida	1.3 suppression de 1/12 <sup>ème</sup> de Nida	1.4 défaut surfaccique
$\sigma_I$ (MPa)	7,75	7,74	7,73	7,72	7,71

Tableau 15. Influence de la modélisation du défaut circulaire sur la contrainte dans les peaux

### 3.3.6. Réduction de la capacité structurale

Nous avons montré que les 5 modèles avec défauts étaient très proches. Pour déterminer l'effet d'un défaut de collage sur la capacité structurale du sandwich, nous choisissons le 1.4 comme modèle avec défaut de référence. On le compare avec le modèle sandwich sain, sans défaut 0.0 (Tableau 16). La flèche augmente de 5 % en présence du défaut de collage. La contrainte de cisaillement dans l'âme augmente de 15 % et la contrainte dans le pli le plus sollicité en traction augmente de 4 %.

	Modèle 0.0	Modèle 1.4	Ecart relatif par rapport au modèle 0.0
Flèche (mm)	$7,34 \cdot 10^{-2}$	$7,69 \cdot 10^{-2}$	+ 5 %
$\tau_{LZ\_d0}$ (MPa)	$1,14 \cdot 10^{-1}$	$1,31 \cdot 10^{-3}$	+ 15 %
$\sigma_I$ (MPa)	7,43	7,71	+ 4 %

Tableau 16. Comparaison entre un modèle sans défaut et un modèle avec défaut de collage

## 3.4. Modèles « hybrides »

### 3.4.1. Objectif

Le principal inconvénient de la modélisation sandwich âme creuse est qu'elle est coûteuse et non adaptée pour une utilisation industrielle en l'état. Afin de diminuer les coûts de calculs sans altérer la qualité des résultats, nous menons une étude comparative entre deux techniques à travers la simulation d'un essai de flexion 3 points : la modélisation âme creuse en utilisant des super éléments (SE) ou une modélisation hybride avec âme creuse dans les zones où l'on cherche des contraintes à l'interface peau / Nida et un maillage âme pleine partout ailleurs.

Dans ce chapitre, nous allons comparer ces deux techniques afin de déterminer celle qui sera la plus pertinente pour la suite de cette étude. Nous choisissons comme référence le modèle sandwich Nida maillé entièrement avec une âme creuse. Les études menées précédemment ont montré que ce modèle permettait de retrouver les résultats analytiques avec une précision suffisante.

### 3.4.2. Présentation du modèle de référence

#### 3.4.2.1. Matériaux

La structure est une plaque sandwich Nida avec des peaux en acier ( $E = 210\,000\text{ MPa}$  et  $\nu = 0,3$ ) d'épaisseurs 1 mm collées sur une âme Nida en aluminium, de densité  $67\text{ kg.m}^{-3}$  et d'épaisseur 18,5 mm. Nous choisissons des peaux en acier car l'objectif de chapitre est de comparer les modèles entre eux. L'utilisation d'un matériau isotrope permet de diminuer le coût des calculs par rapport à une modélisation incluant des tissus composites.

#### 3.4.2.2. Maillage et conditions aux limites

La peau et le Nida sont entièrement maillés avec des hexaèdres du 1<sup>er</sup> degré. On ne modélise qu'une demi-structure pour des raisons de symétrie (Figure 69). Pour modéliser les appuis sous la structure, on encastre les nœuds de la peau inférieure. Bien que ces conditions limites ne soient pas physiques, elles ne sont pas gênantes car on cherche uniquement à comparer les performances numériques des différents modèles. Le chargement supposé linéique a pour intensité 10 N/mm. Cette valeur est arbitraire et permet de rester dans le domaine linéaire. La structure de référence comporte 317 500 degrés de liberté.

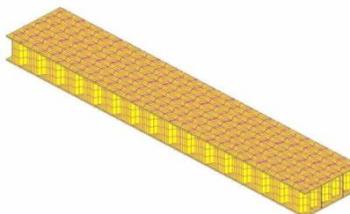


Figure 69. Modèle de référence avec âme creuse

Le modèle est obtenu par copie de maillage à partir de la géométrie d'une cellule. La longueur et la largeur sont respectivement des multiples de 16,5 mm et 9,5 mm qui sont les dimensions de la

cellule élémentaire. La structure complète comporte 15 cellules de long et 10 de large, soit approximativement une dimension de  $250 \times 95 \times 20,5$  mm.

### 3.4.3. Réduction des temps de calcul en statique linéaire

Trois modèles sont comparés à travers cette étude. L'objectif est de réduire le coût du calcul par rapport au modèle de référence, tout en gardant une précision suffisante sur les résultats.

#### 3.4.3.1. Modèle hybride

Compte tenu de la taille limitée de la zone d'intérêt sur les éprouvettes sandwiches Nida, localisée au voisinage du défaut de collage, on remplace une partie du Nida par un maillage hexaédrique avec des propriétés mécaniques équivalentes à celles du Nida (Figure 70). Ces propriétés mécaniques ont été déterminées par éléments finis (cf. 3.1) et elles permettent de retrouver le champ de déplacement de la structure sandwich Nida.

Le modèle est donc constitué de deux parties : une partie âme pleine et une partie âme creuse. La jonction entre ces deux parties est assurée par une technique de collage de modèle (Annexe E) via 182 contraintes linéaires qui génèrent 546 multiplicateurs de Lagrange. Le modèle comprend 206000 degrés de liberté pour la structure auxquels s'ajoutent les degrés de liberté associés aux contraintes linéaires.

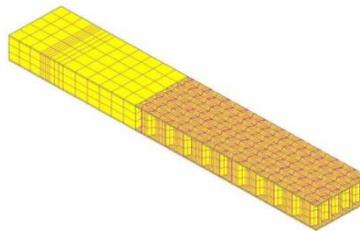


Figure 70. Modèle hybride

#### 3.4.3.2. Modèle super élément n°1 (SE1)

Pour limiter le coût du calcul, on peut également sous-structurer le modèle grâce à la technique des super-éléments (Figure 71). Au lieu d'utiliser un Nida homogénéisé, on crée un super élément à partir du modèle âme creuse de référence (cf. Annexe D). Ce super-élément correspond exactement à la partie homogénéisée de la section précédente. Il comporte 140 000 degrés de liberté condensés et 578 degrés de liberté retenus. La partie non condensée du modèle contient 200 000 degrés de liberté.

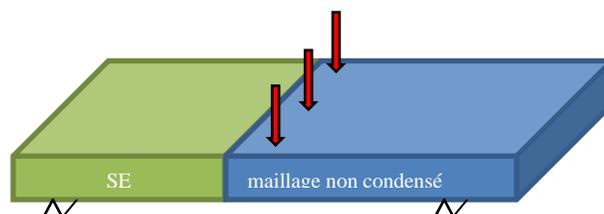


Figure 71. Schéma du modèle SE1

### 3.4.3.3. Modèle super élément n°2 (SE2)

Le modèle SE2 contient deux super éléments distincts (Figure 72), ce qui permet de réduire le nombre de degrés de liberté non condensés par rapport au modèle SE1. Le maillage non condensé correspond maintenant à la partie située entre le chargement et l'appui droit. Cette partie de la structure représente notre zone d'intérêt, dans laquelle on introduira par la suite un défaut de collage peau / Nida.

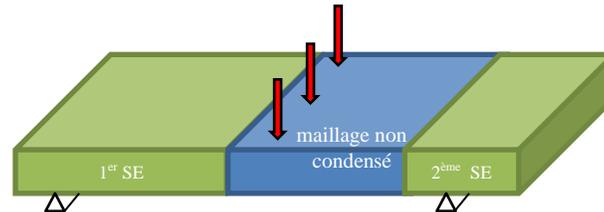


Figure 72. Schéma du modèle SE2

### 3.4.3.4. Répartition des degrés de liberté

La répartition des degrés de liberté entre les différents modèles est donnée dans le Tableau 17 ci-dessous. Les degrés de liberté retenus correspondent à la frontière physique entre le super élément et le reste de la structure ainsi qu'aux degrés de liberté sur lesquels les charges ou les fixations sont susceptibles de changer [CRA, 08]. Les degrés de liberté qui ne sont pas retenus et qui appartiennent au super élément sont condensés. Les contraintes linéaires qui apparaissent pour le modèle hybride garantissent la continuité du champ de déplacement à la jonction des maillages âme pleine et âme creuse.

Modèle	DDLs structure	DDLs retenus	DDLs condensés	Contraintes linéaires
Référence	317000			
Hybride	205000			182
SE1	200000	578	140000	
SE2	100000	3204	236000	

Tableau 17. Comparaison du nombre de degrés de liberté

## 3.4.4. Résultats en statique linéaire

On compare les temps de calculs CPU et la flèche obtenue avec les différents modèles. Le modèle SE1 est légèrement plus rapide que le modèle hybride. Au vu du nombre de degrés de liberté structuraux du modèle hybride (206000) par rapport à celui du modèle SE1 (200000), il est normal de ne pas avoir de différence significative sur les temps de calcul. Mais comme le prévoit la théorie des super-éléments pour des analyses statiques linéaires, on retrouve exactement les mêmes résultats avec le modèle de référence et les modèles SE1, SE2 puisque la méthode de Guyan est exacte en statique linéaire.

Ce n'est pas le cas pour le modèle hybride. Il ne donne qu'approximativement le bon champ de déplacement de la structure complète car la présence de multiplicateurs de Lagrange à la jonction entre les deux types de maillages (Figure 73) rigidifie légèrement la structure. Pour que cette perturbation n'affecte pas la zone d'intérêt, il faut nécessairement effectuer le collage des maillages loin de cette zone.

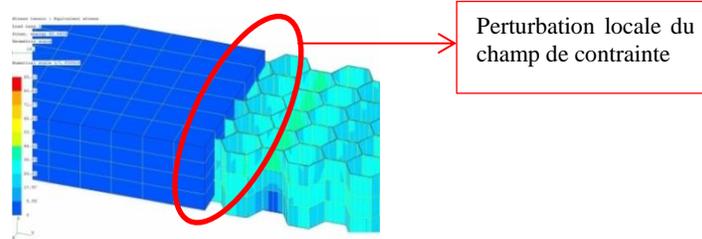


Figure 73. Discontinuité du champ de contrainte dans la zone de raccord du modèle hybride

Puisque le SE n'introduit pas d'erreur, il est intéressant de condenser une plus grande partie du maillage de référence pour diminuer le coût du calcul, sans altérer la solution. C'est ce que l'on vérifie avec le modèle SE2, qui comporte 100000 degrés de liberté structuraux, soit environ 50 % de degrés de liberté structuraux en moins que le modèle SE1. Il permet d'obtenir la solution exacte en 2,85 fois moins de temps que le modèle de référence. Le diagramme normalisé des temps de calcul est donné sur la figure 5. Le détail sur les temps de calculs et les déplacements est donné dans la Figure 74 et le Tableau 18.

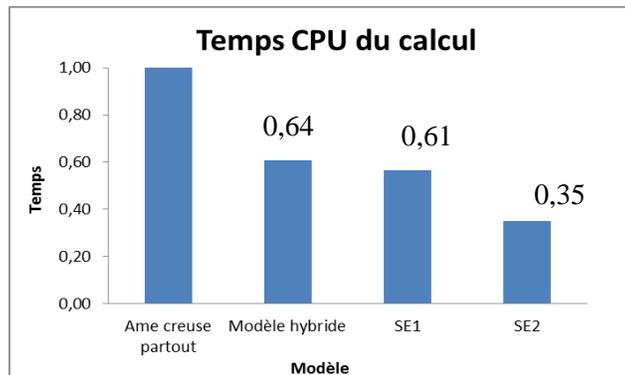


Figure 74. Temps de calcul en statique linéaire

Modèle	Flèche (mm)	Ecart relatif
Référence	$78,03 \cdot 10^{-3}$	
Hybride	$77,94 \cdot 10^{-3}$	- 0,12 %
SE1	$78,03 \cdot 10^{-3}$	0 %
SE2	$78,03 \cdot 10^{-3}$	0 %

Tableau 18. Comparaison de la flèche calculée en statique linéaire

### 3.4.5. Résultats en statique non linéaire

La matrice de raideur du super-élément étant constante, bien qu'on travaille en statique non linéaire, le super élément aura un comportement strictement linéaire. Pour limiter au maximum l'altération de la solution du problème, il faut s'assurer que la partie condensée du maillage a un comportement linéaire. On retrouve des conclusions similaires à celles de l'étude statique linéaire. Le diagramme normalisé des temps de calcul est présenté sur la Figure 75. Le nombre de degrés de liberté de structure est presque le même entre les modèles SE1 et hybride. On retrouve donc des temps de calculs similaires pour ces deux modèles. Néanmoins, le modèle SE1 est plus précis (- 0,01 % d'écart à la référence) que le modèle hybride (0,50 % d'écart à la référence). Le modèle SE2, qui contient deux supers éléments, permet de calculer le même déplacement que le modèle de référence avec un temps de calcul divisé par 2,5.

Modèle	Flèche (mm)	Ecart relatif
Référence	$78,29 \cdot 10^{-3}$	
Hybride	$78,68 \cdot 10^{-3}$	0,50
SE1	$78,28 \cdot 10^{-3}$	- 0,01 %
SE2	$78,27 \cdot 10^{-3}$	- 0,02 %

Tableau 19. Comparaison des résultats de l'analyse statique non linéaire

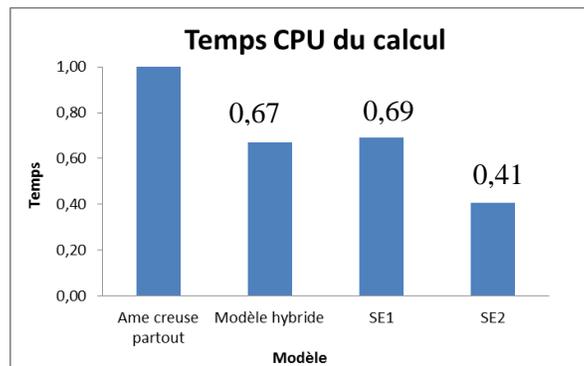
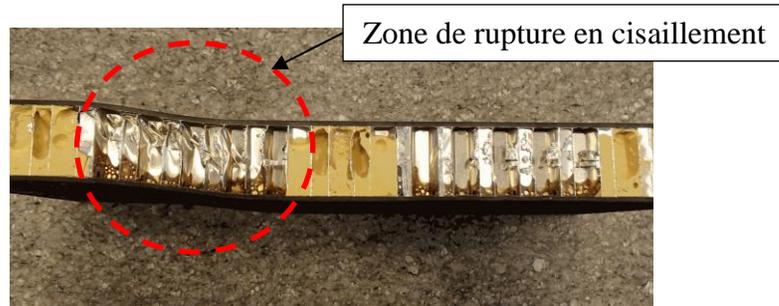


Figure 75. Temps de calcul en statique non linéaire

### 3.4.6. Conclusion

Nous avons comparé un modèle sandwich âme creuse avec super élément et un modèle sandwich hybride possédant une partie âme creuse et une partie âme pleine. En comparant ces deux modèles avec la référence, nous avons montré que la technique des super éléments permet d'obtenir les résultats les plus précis en statique linéaire et non linéaire. Nous avons vu que plusieurs super éléments peuvent être utilisés dans un même modèle afin de diminuer significativement les temps de calcul. Ainsi nous avons réduit de 60 % le coût d'une analyse statique non linéaire pour un modèle sandwich âme creuse contenant deux super éléments par rapport au modèle de référence. L'utilisation des super éléments en statique non linéaire doit se

faire uniquement dans les zones restant dans le domaine linéaire pendant toute la durée de l'essai. Les zones que nous avons choisies dans la structure sandwich en flexion 3 points respectent cette hypothèse. Pour ce type de sollicitation, nous vérifions bien expérimentalement que lorsque la ruine du panneau se produit, il n'y a qu'un seul côté qui a de grands déplacements. La Figure 76 ci-dessous présente une éprouvette sandwich Nida sans décollement initial rompue après un essai de flexion 3 points. La rupture est due au cisaillement du Nida (côté gauche de l'éprouvette) lorsque ce dernier a atteint sa contrainte maximale admissible en cisaillement. Des essais réalisés avec un décollement initial entre la peau et le Nida nous ont amené aux mêmes conclusions : la rupture se produit du côté où la structure est la moins résistante et le reste de la structure a un comportement linéaire.



*Figure 76. Eprouvette sandwich Nida rompue après un essai de flexion 3 points*

### 3.5. Méthode de justification des défauts de collage

#### 3.5.1. Méthode actuellement utilisée en bureau d'étude

La justification des non-collement se fait actuellement avec une méthode de type Point Stress. Cette méthode est essentiellement basée sur une base de données expérimentale à partir de laquelle on détermine les contraintes maximales admissibles pour différentes configurations de défaut (taille et forme du défaut, nombre de défauts).

Cette méthode est actuellement appliquée au sein du bureau d'études du Centre d'Excellence Composites de SAFRAN Aircelle afin de justifier le traitement des défauts de collage. Elle a permis d'obtenir des abaques pour le coefficient de concentration de contraintes  $K_{NSF}$ , relevé au bord de la zone de défaut, en fonction de la configuration du défaut.

Ce facteur  $K_{NSF}$  est obtenu en comparant les résultats éléments obtenu avec un modèle sandwich sain et un modèle possédant un défaut de collage. On applique la charge à rupture obtenue par essais sur le modèle sain de manière à obtenir la contrainte maximale admissible en cisaillement dans le Nida ( $\tau_{sain}$ ). On applique le même effort sur le modèle ayant un défaut de collage et on mesure la contrainte en cisaillement à la distance caractéristique  $d_0$  du bord du défaut ( $\tau_{défaut}$ ). Le facteur  $K_{NSF}$  est le rapport entre les deux grandeurs mesurées et s'écrit :

$$K_{NSF\ calcul} = \frac{\tau_{défaut}}{\tau_{sain}}$$

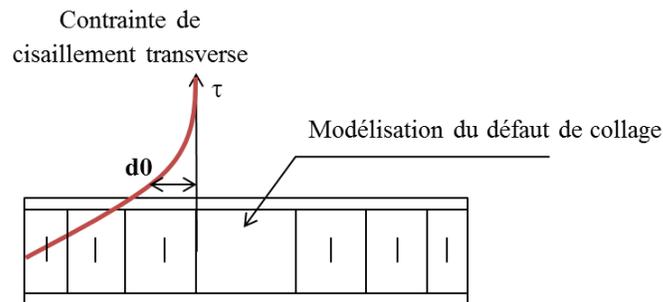


Figure 77. Schéma d'une justification de type point stress

Une fois le  $K_{NSF}$  connu, la justification de la tenue sous charge limite se fait en comparant la nouvelle contrainte de cisaillement  $\sigma_{shear}$  à la valeur admissible :

$$\sigma_{shear} = \sigma_{certification} \times K_{NSF}$$

Cette stratégie conduit à la création d'abaques qui, lorsque la base de données est suffisamment importante, permettent de répondre rapidement aux besoins du bureau d'étude sans avoir à relancer des boucles de calculs. Il est possible d'interpoler les résultats pour des configurations qui n'ont pas été testées, mais l'extrapolation n'est pas possible. En revanche dès qu'on se trouve

en présence d'un défaut qui sort des critères d'acceptation des abaques (défaut légèrement plus grand que ceux testés, matériau différent, chargement différents) cette stratégie ne permet plus de conclure.

Les principales limitations de la méthode actuelle sont :

- Méthode limitée aux cas qui sont réellement traités
- La taille maximale de défauts récupérés est définie expérimentalement
- La méthode est conservatrice et des récupérations non nécessaires sont parfois réalisées

Pour s'affranchir des limitations de la méthode Point Stress, nous proposons d'utiliser la mécanique de l'endommagement avec les modèles de zone cohésive pour prédire finement le comportement de panneaux sandwichs non testés au préalable.

### 3.5.2. Endommagement

L'endommagement caractérise la dégradation progressive des propriétés mécaniques d'un matériau pouvant conduire à la rupture. Expérimentalement, l'endommagement est mesuré en suivant la diminution du module élastique d'une structure [CRA, 10], [FRA, 93]. On distingue alors le module élastique initial du matériau,  $E_0$ , du module élastique apparent qui tient compte de l'endommagement dans la structure,  $E$ , tel que :

$$E = E_0(1 - d) \quad 3.12$$

La variable d'endommagement  $d$  est un scalaire compris entre 0 et 1 qui caractérise l'état d'endommagement de la structure à un instant donné.  $d$  vaut 0 lorsque le matériau est sain, varie de 0 à 1 au cours de l'endommagement et vaut 1 lorsque le matériau est rompu. Dans une structure composite, plusieurs variables d'endommagement sont nécessaires pour caractériser le comportement complexe de la structure endommagée. On distingue de manière générale les endommagements intra-plis (rupture de la matrice et des fibres) et les endommagements inter-plis (délaminage). Les modèles d'endommagement qui existent pour représenter le délaminage des plis dans un stratifié composite peuvent aussi être utilisés pour modéliser la dégradation progressive d'un joint de colle. C'est dans ce cadre que nous allons présenter les modèles d'endommagement de l'interface également appelés modèles de zone cohésive.

### 3.5.3. Modèle de zone cohésive dans SAMCEF

Les modèles de zones cohésives ont été développés pour simuler la dégradation progressive d'une interface [FRA, 93], [PRO, 07]. Ils peuvent s'appliquer à l'étude du délaminage des structures composites et plus généralement à l'étude des interfaces collées. La loi de comportement introduite dans ces modèles est issue des travaux de Lévêque et Allix [ALL, 92]. Elle est basée sur la théorie de la mécanique de l'endommagement qui fut initiée par les travaux de Kachanov et Rabotnov et développée en France par les travaux de Lemaître et Chaboche [CHA, 85] dans le cadre de la thermodynamique des processus irréversibles. Cette loi, appelée « Damage Interface » dans SAMCEF, est attribuée à des éléments spécifiques dits éléments d'interface (ou éléments cohésifs), auxquels on associe un potentiel thermodynamique, la densité surfacique d'énergie de déformation élastique, qui s'écrit :

$$W = \frac{1}{2} \left[ \frac{\langle \sigma_{33} \rangle_-^2}{k_3^0} + \frac{\langle \sigma_{33} \rangle_+^2}{k_3^0(1-d_3)} + \frac{\sigma_{32}^2}{k_2^0(1-d_2)} + \frac{\sigma_{31}^2}{k_1^0(1-d_1)} \right] \quad 3.13$$

Avec :

- $d_3$  : endommagement dû au mode d'ouverture (pelage)
- $d_2$  : endommagement dû au mode de cisaillement plan
- $d_1$  : endommagement dû au mode de cisaillement hors-plan
- $k_3^0$  : pseudo-raideur en pelage ( $\text{N.mm}^{-3}$ )
- $k_2^0$  : pseudo-raideur en cisaillement plan ( $\text{N.mm}^{-3}$ )
- $k_1^0$  : pseudo-raideur en cisaillement hors-plan ( $\text{N.mm}^{-3}$ )
- $\langle x \rangle_+$  : vaut  $x$  si  $x$  est positif, vaut 0 sinon
- $\langle x \rangle_-$  : vaut  $x$  si  $x$  est négatif, vaut 0 sinon

Le terme  $\langle \sigma_{33} \rangle_- / k_3^0$  désigne l'énergie de déformation due aux efforts de compression. On considère que les contraintes de compression ont tendance à refermer les fissures, c'est pourquoi aucune variable d'endommagement n'est associée à la compression dans la direction 3. Le terme  $\langle \sigma_{33} \rangle_+ / k_3^0(1-d_3)$  désigne l'énergie de déformation due aux efforts de pelage. Ce terme est associé à la variable d'endommagement  $d_3$  qui traduit la dégradation des propriétés mécaniques du matériau quand l'endommagement évolue suivant le mode I (ouverture). Les termes  $\sigma_{32} / k_2^0(1-d_2)$  et  $\sigma_{31} / k_1^0(1-d_1)$  désignent les énergies de déformation associées aux efforts de cisaillements plan et hors-plan qui traduisent la dégradation des propriétés mécaniques en cisaillement lorsque de l'endommagement est dû aux modes II et III (Figure 78). Les pseudo-raideurs  $k_0^i$  ( $i$  allant de 1 à 3) sont le rapport entre les rigidités en traction ou en cisaillement divisées par l'épaisseur numérique de l'élément d'interface. En choisissant une épaisseur unitaire tout au long de ce mémoire, la densité volumique d'énergie de déformation (en  $\text{J.mm}^{-3}$ ) a la même valeur que la densité surfacique d'énergie de déformation (en  $\text{J.mm}^{-2}$ ) mesurée lors des essais, ce qui facilite la mise en donnée. On a :

$$\begin{aligned} W &= \frac{1}{2} \left[ \frac{\langle \sigma_{33} \rangle_-^2}{E_3^0} + \frac{\langle \sigma_{33} \rangle_+^2}{E_3^0(1-d_3)} + \frac{\sigma_{32}^2}{G_{32}^0(1-d_2)} + \frac{\sigma_{31}^2}{G_{31}^0(1-d_1)} \right] \times e_{int} \\ &= \frac{1}{2} \left[ \frac{\langle \sigma_{33} \rangle_-^2}{\frac{E_3^0}{e_{int}}} + \frac{\langle \sigma_{33} \rangle_+^2}{\frac{E_3^0}{e_{int}}(1-d_3)} + \frac{\sigma_{32}^2}{\frac{G_{32}^0}{e_{int}}(1-d_2)} + \frac{\sigma_{31}^2}{\frac{G_{31}^0}{e_{int}}(1-d_1)} \right] \\ &= \frac{1}{2} \left[ \frac{\langle \sigma_{33} \rangle_-^2}{k_3^0} + \frac{\langle \sigma_{33} \rangle_+^2}{k_3^0(1-d_3)} + \frac{\sigma_{32}^2}{k_2^0(1-d_2)} + \frac{\sigma_{31}^2}{k_1^0(1-d_1)} \right] \end{aligned}$$

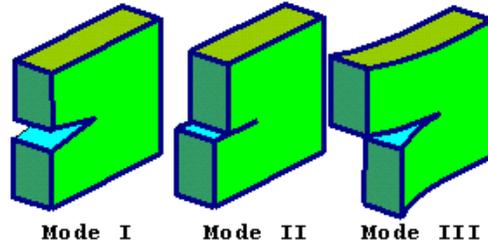


Figure 78. Schéma des trois modes de la mécanique de la rupture (documentation SAMCEF)

Les forces thermodynamiques d'endommagement  $Y_{di}$  ( $i$  allant de 1 à 3) décrivent l'évolution des paramètres d'endommagement en fonction de la contrainte. Elles sont analogues à des taux de restitution d'énergie ( $\text{mJ.mm}^{-2}$ ). On les obtient en dérivant la densité surfacique d'énergie de déformation par rapport aux trois variables d'endommagements :

$$Y_{di} = \frac{\partial W}{\partial d_i} \quad Y_{d3} = \frac{1}{2} \frac{<\sigma_{33}>_+^2}{k_3^0(1-d_3)^2} \quad Y_{d2} = \frac{1}{2} \frac{\sigma_{32}^2}{k_2^0(1-d_2)^2} \quad Y_{d1} = \frac{1}{2} \frac{\sigma_{31}^2}{k_1^0(1-d_1)^2}$$

Chaque force thermodynamique  $Y_{di}$  est associée à l'endommagement en mode  $i$  (pour  $i = I, II$  ou  $III$ ). Quand la quantité d'énergie emmagasinée dans l'élément d'interface  $Y_{di}$  (pour  $i = I, II$  ou  $III$ ) atteint une valeur critique  $Y_{0T}$ , l'élément d'interface commence à s'endommager. Cette valeur critique dépend des contraintes maximales admissibles en pelage ( $\sigma_{33}$ ), en cisaillement ( $\sigma_{32}, \sigma_{31}$ ) et des pseudo-raideurs  $k_i^0$ . Pour une sollicitation en mode pur, la valeur maximale de la force thermodynamique correspond au taux de restitution d'énergie critique du mode sollicité ( $G_{iC}$  pour  $i = I, II$  ou  $III$ ). Lorsque la force thermodynamique atteint sa valeur maximale, l'élément d'interface est totalement endommagé et il n'y a plus de transmission des efforts.

En pratique, l'endommagement se produit suivant une combinaison des trois modes de rupture. La notion de force thermodynamique équivalente est alors utilisée. Elle est analogue dans son principe à celle de contrainte équivalente de Von Mises, qui reflète l'état de contrainte en un point de la structure sous forme de scalaire. La force thermodynamique équivalente de SAMCEF s'écrit :

$$Y_{eq} = \sup_{\tau < t} (Y_{d3}^\alpha + (\gamma_1 Y_{d1})^\alpha + (\gamma_2 Y_{d2})^\alpha)^{\frac{1}{\alpha}}$$

$\alpha$  est le paramètre de couplage entre les modes et il peut être égal à 1, 2 ou 3 selon l'isotropie du matériau. Il est déterminé à partir des résultats expérimentaux.  $\gamma_1$  et  $\gamma_2$  sont les rapports des énergies critiques entre les différents modes. Ils traduisent la prédominance d'un mode d'endommagement par rapport à un autre et s'écrivent :

$$\gamma_1 = \frac{G_{CI}}{G_{CII}} \quad \gamma_2 = \frac{G_{CI}}{G_{CIII}}$$

### 3.5.3.1. Modèle isotrope transverse

Dans ce cas d'un matériau isotrope transverse, le mode de cisaillement plan II est équivalent au mode de cisaillement hors-plan III ( $G_{CII} = G_{CIII}$ ). Une seule variable d'endommagement est

associée aux modes de cisaillement avec l'indice 1. La densité surfacique d'énergie de déformation s'écrit alors :

$$W_{iso} = \frac{1}{2} \left[ \frac{\langle \sigma_{33} \rangle_-^2}{k_3^0} + \frac{\langle \sigma_{33} \rangle_+^2}{k_3^0(1-d_3)} + \frac{\sigma_{32}^2 + \sigma_{31}^2}{k_1^0(1-d_1)} \right] \quad 3.14$$

Les forces thermodynamiques sont :

$$Y_{d_i} = \frac{\partial W}{\partial d_i} \quad Y_{d_3} = \frac{1}{2} \frac{\langle \sigma_{33} \rangle_+^2}{k_3^0(1-d_3)^2} \quad Y_{d_1} = \frac{1}{2} \frac{\sigma_{32}^2 + \sigma_{31}^2}{k_1^0(1-d_1)^2} \quad Y_{d_2} = 0$$

Dans ce mémoire, nous ferons l'hypothèse d'isotropie transverse pour toutes les interfaces qui seront étudiées avec les modèles de zone cohésive.

### 3.5.4. Loi d'endommagement bi-triangulaire

Plusieurs lois de comportement existent pour décrire l'évolution de l'endommagement dans une interface. Comme le rappelle D. Lévêque [LEV, 98], le choix d'une loi doit se faire par confrontation du modèle avec l'expérience. Trois lois sont disponibles dans SAMCEF v15.1-03 : la loi bi-triangulaire, la loi polynomiale et la loi exponentielle (Figure 78). Pour ces trois lois, on suppose que l'évolution de l'endommagement est le même suivant chaque mode de rupture. En effet, le modèle étant surfacique, il est difficile du point de vue expérimental de dire si l'endommagement est piloté par du mode I ou du mode II. Les lois d'endommagements sont gouvernées par la force thermodynamique équivalente qui dépend de la seule variable d'endommagement  $d$ , soit :

$$d = d_1 = d_2 = d_3 = \omega(Y_{eq})$$

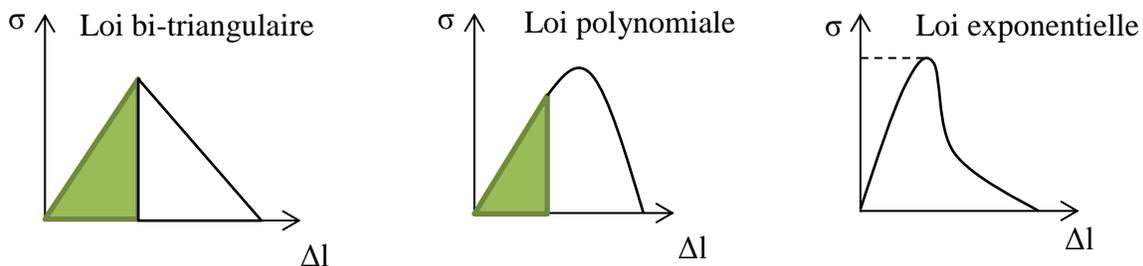


Figure 79. Forme des lois d'endommagement de SAMCEF

La loi bi-triangulaire est caractérisée par une évolution bi-linéaire de la contrainte inter-laminaire en fonction du saut de déplacement de l'interface (Figure 80). La loi d'évolution du dommage est donnée ci-dessous. Tant que la force thermodynamique équivalente  $Y_{eq}$  est en dessous de la valeur seuil  $Y_{0T}$ , le dommage vaut 0. Lorsque  $Y_{eq}$  atteint la valeur critique  $Y_C$  le dommage vaut 1.

$$Y_C = G_{IC} = \gamma_1 G_{IIC} = \gamma_2 G_{IIIC}$$

$$d(Y) = \frac{\langle Y_{eq} - Y_{0T} \rangle_+}{Y_c - Y_{0T}} \quad 3.15$$

La valeur thermodynamique seuil du début d'endommagement dépend directement du module d'Young hors-plan  $k_3^0$  de l'interface et de sa contrainte maximale en pelage  $\sigma_{max}$ ,  $\Delta l$  étant le saut de déplacement aux nœuds de l'interface :

$$\Delta l = \frac{\sigma_{max}}{k_3^0} \quad Y_{0T} = \frac{\sigma_{max}\Delta l}{2} = \frac{\sigma_{max}^2}{2k_3^0} \quad 3.16$$

Sur la Figure 80, on montre la courbe d'évolution de l'endommagement de l'interface avec la loi bi-triangulaire pour une sollicitation en mode I. Le domaine linéaire, du début du chargement jusqu'à la contrainte maximale admissible, et le domaine non linéaire, de la contrainte maximale jusqu'au retour à une contrainte nulle, sont représentés par des droites. Cette approximation donne néanmoins de bons résultats tout en limitant le coût des calculs. La pente à l'origine est égale à la raideur de l'interface définie par l'utilisateur  $k_3^0$ . Dans la première partie de la courbe, la force thermodynamique équivalente est inférieure à  $Y_{0T}$ , valeur seuil du début d'endommagement, et le dommage est nul. Lorsque la contrainte appliquée atteint sa valeur maximale  $\sigma_{max}$ , la force thermodynamique équivalente vaut  $Y_{0T}$ , qui correspond à l'aire située sous le triangle vert, et l'endommagement commence.

Plus on charge la structure, plus l'endommagement croît, et plus la raideur de l'élément d'interface diminue. Lorsque la variable d'endommagement vaut 1, l'élément d'interface est totalement rompu et la force thermodynamique équivalente vaut  $G_{IC}$ , ce qui correspond à l'aire totale sous la courbe charge / saut de déplacement.

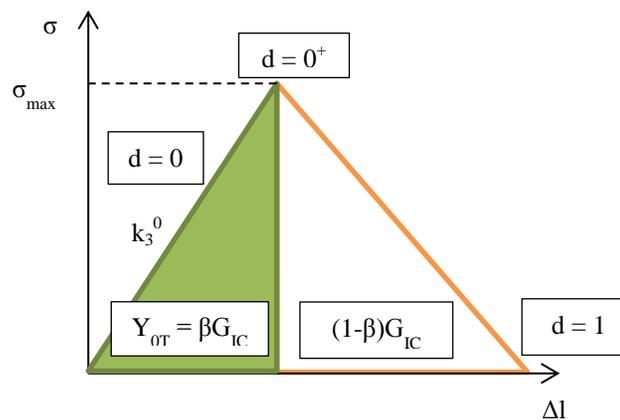


Figure 80. Schéma de la loi bi-triangulaire

### 3.5.4.1. Relation entre la contrainte de traction et contrainte de cisaillement

Une des conséquences du couplage entre les différents modes est que l'on peut déduire du mode I certaines caractéristiques des autres modes comme par exemple la contrainte maximale de cisaillement inter-laminaire. À partir de la force thermodynamique équivalente, et en faisant l'hypothèse d'isotropie transverse de l'interface - sans restreindre la généralité - on a :

$$\gamma_1 = \gamma_2 = \frac{G_{IC}}{G_{IIC}}$$

Si on sollicite l'interface en cisaillement pur dans le plan 13 par exemple on a :

$$Y_{eq} = \gamma_1 Y_{d1} = \gamma_1 \frac{\sigma_{31}^2}{2k_1^0(1-d)}$$

$$\Rightarrow \sigma_{13} = \sqrt{\frac{2k_1^0(1-d)Y_{eq}}{\gamma_1}}$$

Quand la variable d'endommagement atteint la valeur  $d = 0^+$ , la force thermodynamique équivalente  $Y_{eq}$  atteint sa valeur seuil qui vaut :

$$Y_{eq}^{d=0^+} = Y_{0T} = \frac{\sigma_{max}^2}{2k_3^0}$$

On fait l'hypothèse qu'on a la même force thermodynamique équivalente seuil lorsqu'on sollicite la structure en traction ou en cisaillement. La contrainte  $\tau_{13}$  est donc maximale et vaut :

$$\tau_{max} = \sigma_{max} \sqrt{\frac{k_1^0}{\gamma_1 k_3^0}} = \sigma_{max} \sqrt{\frac{k_1^0 G_{IIC}}{k_3^0 G_{IC}}}$$

#### 3.5.4.2. Relation pour le module de cisaillement

Le module de cisaillement  $G$  est dépendant de la contrainte maximale en cisaillement de l'interface  $\tau_{max}$ . En effet, si on considère que la force thermodynamique seuil d'endommagement en cisaillement,  $Y_{CT}$ , est la même qu'en traction, on a :

$$G_{IC} = \gamma_1 G_{CII} \quad \Rightarrow \quad Y_{0T} = \gamma_1 Y_{CT} \quad \Rightarrow \quad Y_{CT} = \frac{\tau_{max}^2}{2G} = \frac{Y_{0T}}{\gamma_1}$$

Soit :

$$G = k_1^0 = \frac{\tau_{33max}^2}{2} \frac{\gamma_1}{Y_{0T}} = \frac{\tau_{max}^2}{\sigma_{max}^2} \frac{G_{IC}}{G_{IIC}} \quad 3.17$$

#### 3.5.4.3. Effet retard

La loi d'endommagement bi-triangulaire décrite au paragraphe 3.5.4 présente un point anguleux lorsqu'on atteint la contrainte maximale admissible. Ce changement de pente, qui correspond au passage du domaine linéaire non endommagé au domaine non linéaire endommagé, pose des problèmes numériques avec les méthodes de résolution classiques telles que Newton-Raphson [CRA, 10], [NAF, 91]. Pour adoucir l'angle vif au sommet de cette courbe, on utilise l'effet retard disponible dans SAMCEF. Cet effet retard est renseigné à l'aide de deux paramètres  $\tau_c$  et  $\alpha_c$ . La loi d'évolution du dommage devient dans ce cas :

$$\dot{d} = \frac{1}{\tau_c} \{1 - (\exp(-\alpha_c < d(Y) - d >_+))\}$$

Les développeurs du code SAMCEF préconisent de choisir systématiquement  $\alpha_c = 1$  et  $\tau_c = 1/100^{\text{ème}}$  du temps numérique de calcul entre le début du chargement et l'apparition du premier endommagement.

### 3.5.5. Données d'entrée dans SAMCEF

D'autres modèles d'endommagement sont disponibles dans SAMCEF comme la loi polynomiale et la loi exponentielle. Bien que le modèle d'endommagement bi-triangulaire soit le plus simple, nous savons, suite aux discussions avec l'ONERA dans le cadre de réunions PRC, qu'il donne de très bons résultats. Par conséquent, c'est cette loi de comportement qui sera utilisée pour la détermination du seuil de propagation des décollements dans les sandwiches Nida. Quelle que soit la loi de comportement choisie, deux paramètres physiques sont essentiels pour simuler l'endommagement d'une interface :  $G_{IC}$  et  $\sigma_{33\text{max}}$ . Les modèles à zones cohésives nécessitent également des études de convergence au maillage afin de définir la taille de maille suffisante pour bien représenter la process-zone (zone à l'intérieur de laquelle la variable d'endommagement se situe entre  $0^+$  et  $1$ ). Les données d'entrées nécessaires au modèle d'endommagement bi-triangulaire de SAMCEF sont présentées dans le tableau Tableau 20.

$k_1^0$	Raideur en cisaillement plan	$\text{N.mm}^{-2}$
$k_3^0$	Raideur dans la direction hors-plan	$\text{N.mm}^{-2}$
$\sigma_{33\text{max}}$	Contrainte maximale en pelage	MPa
$\tau_{\text{max}}$	Contrainte maximale en cisaillement	MPa
$Y_{0T}$	Force thermodynamique d'initiation de l'endommagement en pelage	$\text{mJ.mm}^{-2}$
$Y_{0S}$	Force thermodynamique d'initiation de l'endommagement en cisaillement	$\text{mJ.mm}^{-2}$
$G_{IC}$	Taux de restitution d'énergie critique en mode I	$\text{mJ.mm}^{-2}$
$G_{IIC}$	Taux de restitution d'énergie critique en mode II	$\text{mJ.mm}^{-2}$
$\alpha$	Coefficient de couplage en mode mixte	

Tableau 20. Paramètres du modèle bi-triangulaire de SAMCEF

Les paramètres que l'on entre dans SAMCEF sont :  $Y_{0T}$ ,  $Y_{0S}$ ,  $G_{IC}$ ,  $G_{IIC}$ ,  $\alpha$ . Comme nous l'avons montré plus haut, il existe des liens directs entre les différentes données d'entrée. La contrainte maximale de pelage  $\sigma_{33\text{max}}$  est prise en compte dans le  $Y_{0T}$  via l'équation 3.16. La contrainte maximale en cisaillement  $\tau_{\text{max}}$  est prise en compte dans la raideur en cisaillement  $k_1^0$ , via l'équation 3.17. En pratique, l'utilisateur devra mesurer  $\sigma_{\text{max}}$ ,  $\tau_{\text{max}}$ ,  $G_{CI}$ ,  $G_{CII}$  et  $\alpha$  à partir desquels il déduira les paramètres de la loi bi-triangulaire.

# **Chapitre 4**

## **Proposition d'une méthodologie pour la détermination du seuil de propagation des défauts de collage**

## 4.1. Essais de caractérisation

### 4.1.1. Introduction

Afin de déterminer par simulation le seuil de propagation des défauts de collage dans un sandwich Nida, nous devons déterminer les paramètres du modèle d'endommagement bi-triangulaire utilisé dans SAMCEF. Ce chapitre présente une méthode d'identification de la contrainte maximale en pelage ( $\sigma_{33max}$ ) et du taux de restitution d'énergie critique en mode I ( $G_{IC}$ ) de l'interface peau / Nida à partir d'essais sur éprouvettes.

La contrainte maximale en pelage de l'interface peau / Nida est obtenue à partir d'essais de traction perpendiculaire (TP). Le taux de restitution d'énergie critique en mode I est calculé de deux manières : soit à partir des essais de pelage au tambour grim pant (« PTG ») ou à partir d'essais de type double cantilever beam (« DCB »). Ces deux techniques seront analysées puis comparées.

### 4.1.2. Identification de la contrainte maximale de pelage ( $\sigma_{33max}$ )

#### 4.1.2.1. Présentation de l'essai de TP

Les essais de TP sont réalisés sur les éprouvettes sandwiches Nida suivant la norme EN-2243-4 avec une vitesse de chargement de 1 mm/min. Les peaux des éprouvettes sont collées à deux blocs d'acier servant à introduire le chargement. L'essai consiste à charger ces deux blocs d'acier en traction jusqu'à la ruine de l'éprouvette (Figure 81). Une précharge d'environ 50 N est appliquée sur l'éprouvette avant le lancement de l'essai, pour annuler les éventuels jeux du montage. Elle est négligeable par rapport à la force à rupture et n'endommage pas la structure avant l'essai. Tout au long de l'essai, on enregistre la force en fonction du déplacement de la traverse. La force à rupture permet de calculer la contrainte de traction maximale avec la formule suivante :

$$\sigma_{33max} = \frac{F_{max}}{S}$$

La section peut être considérée de deux manières : soit on prend la section totale de l'éprouvette ( $50 \times 50 \text{ mm}^2$ ), soit on considère uniquement la surface de collage des clinquants de Nida sur les peaux du sandwich (mais pas les ménisques donc dans les deux cas, « approché »). Il y a donc deux valeurs de contrainte maximale en pelage utilisées dans deux types de modélisation différentes : le modèle âme pleine où le Nida est représenté par un cœur plein aux propriétés équivalentes ; le modèle âme creuse où on représente explicitement les clinquants de Nida. Dans tous les cas, on fait l'hypothèse que le décollement se produit de manière homogène en haut de tous les clinquants du Nida lors des essais de TP.



Figure 81. Montage d'un essai de traction perpendiculaire

#### 4.1.2.2. Fabrication des éprouvettes

Les structures sandwiches Nida fabriquées par Aircelle sont composées de peaux en carbone / époxy collées sur une âme Nida aluminium. Les éprouvettes sont conçues en respectant les procédés de fabrication des panneaux sandwich réalisés par Aircelle. Les éprouvettes sont fabriquées par semi-cocuisson. On cuit d'abord une peau seule par moulage sous vide en autoclave sous une pression de 7 bars : c'est la peau précuite. Cette peau, dont les deux faces sont lisses, sera ensuite percée pour les propriétés acoustiques de la nacelle. Ensuite, on colle le Nida sur la peau précuite et on referme le tout avec la deuxième peau. Le tout est de nouveau placé en autoclave sous une pression de 2,5 bars. La deuxième peau du sandwich est appelée peau cocuite. La pression de l'autoclave étant moins élevée lors de la cuisson de la peau cocuite, cette dernière possède de moins bonnes propriétés mécaniques que la peau précuite. De plus, cette peau cocuite est cuite directement sur le Nida et sa surface est légèrement ondulée à cause de la présence des clinquants alternée avec la présence de vide au milieu des cellules. On dit alors que cette peau est « télégraphiée » (ou avec telegraphing).

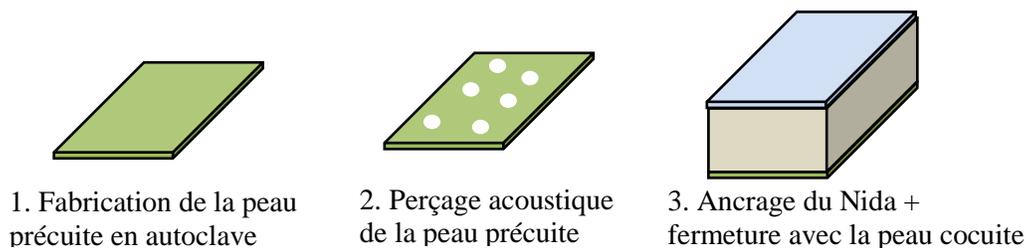


Figure 82. Procédé de fabrication des sandwichs Nida Aircelle

Le schéma typique d'une structure sandwich assemblée est présenté ci-après :

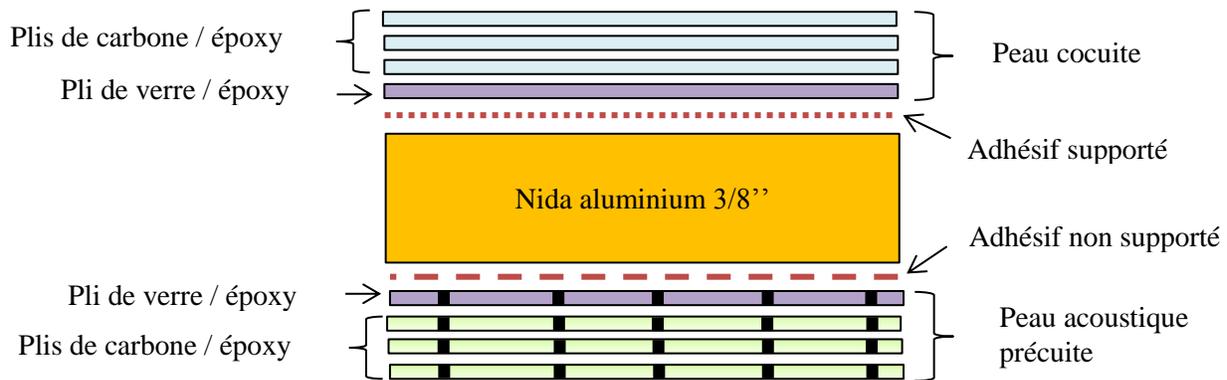


Figure 83. Schéma d'un sandwich acoustique Aircelle

Un film d'adhésif est placé à l'interface entre chaque peau et le Nida. On utilise un adhésif non supporté entre la peau précuite et le Nida, un adhésif supporté entre la peau cocuite et le Nida. On parle d'adhésif supporté lorsque ce dernier possède une trame en taffetas vinylester. Lorsque l'adhésif ne possède pas cette trame, on dit qu'il est non supporté. Dans nos modèles éléments finis, étant donné qu'on s'intéresse à l'interface peau précuite / Nida, on ne modélisera que l'adhésif non supporté. Le Nida utilisé peut-être soit drainé ou non drainé. Un Nida drainé a des encoches au pied de certaines faces des cellules Nida. Ces encoches servent à éviter le remplissage des cellules Nida en laissant s'évacuer l'eau ou les liquides indésirables qui pourraient s'infiltrer à travers les trous acoustiques.

Après fabrication des éprouvettes, certains process peuvent stocker de l'humidité dans les peaux composites : toutes les éprouvettes sont d'abord séchées en étuve (48 heures à 70°C) avant d'être testées.

La demande de fabrication initiale des éprouvette a été faite en précisant d'utiliser un Nida non drainé pour :

- comparer la résistance en pelage de l'interface peau précuite / Nida par rapport à l'interface peau cocuite / Nida (type A)
- mesurer la contrainte à rupture de l'interface peau précuite / Nida (type B)

#### 4.1.2.3. Présentation des éprouvettes TP

Deux configurations d'éprouvettes sandwichs sont testées. 5 éprouvettes TP de type A sont fabriquées par procédé de semi-cocuisson. Elles possèdent une peau précuite  $[0]_4$  et une peau cocuite  $[0]_4$ . 5 éprouvettes TP de type B sont faites en cocuisson, avec deux peaux précuites  $[0]_4$  collées sur le Nida. Les éprouvettes sont schématisées sur la Figure 84 ci-dessous. La longueur et la largeur valent 50 mm comme indiqué dans la norme EN-2243-4.

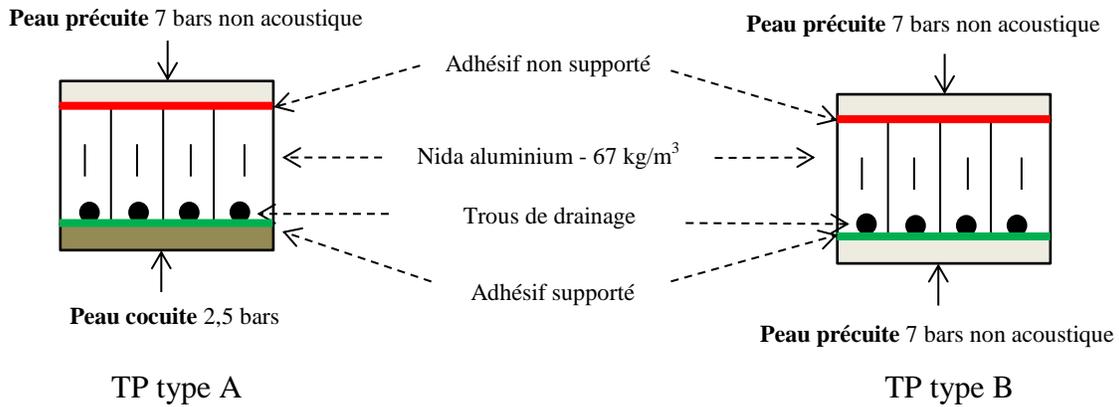


Figure 84. Schémas des éprouvettes TP de type A et B

#### 4.1.3. Résultats des éprouvettes TP de type A

Bien que le Nida possède des trous de drainage côté cocuit, la rupture s'effectue systématiquement du côté pré-cuit. Pour toutes les éprouvettes de type A, la rupture est cohésive dans l'adhésif entre la peau pré-cuite et le côté non drainé du Nida (Figure 85).

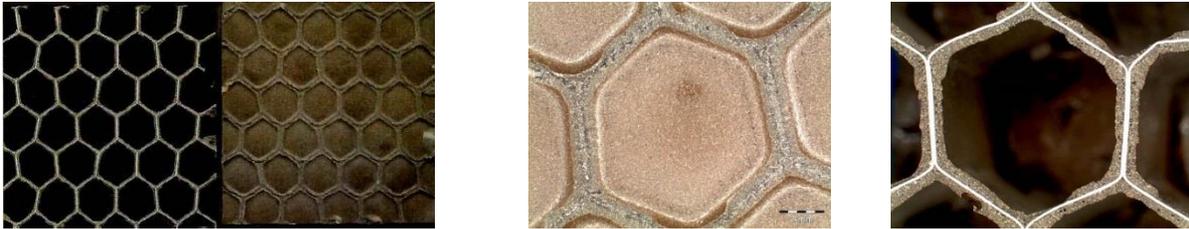


Figure 85. Faciès de rupture d'une éprouvette TP de type A (rupture cohésive dans la colle)

Ces essais sont reproductibles puisque l'écart-type enregistré pour les 5 éprouvettes ne représente que 6,8 % de la force à rupture moyenne (0,96 kN). Les courbes force / déplacement associées à ces éprouvettes sont données sur la Figure 86.

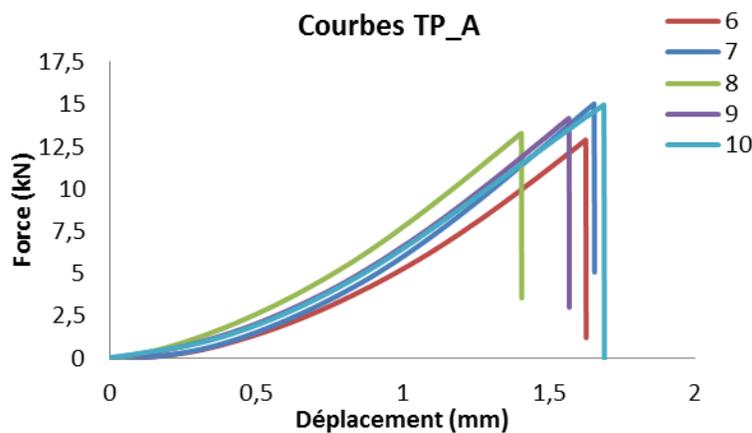


Figure 86. Courbes d'essais TP - éprouvettes de type A

La force moyenne à rupture est de 14,07 kN. Pour déterminer la contrainte à rupture du modèle âme creuse, on calcule le ratio de surface collée entre la modélisation âme pleine et la modélisation âme creuse. On calcule ce ratio à partir du schéma de la Figure 87.

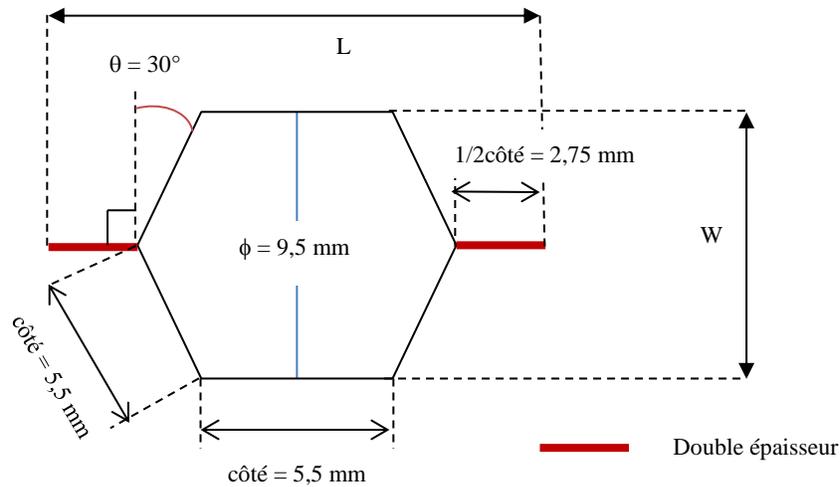


Figure 87. Motif de la cellule Nida

Dans le modèle âme pleine, la surface collée correspond à l'aire du rectangle de côtés L et W. Cette surface a pour valeur :

$$S_{\text{âme pleine}} = L \times W = 157,1 \text{ mm}^2$$

Dans le modèle âme creuse, la surface collée correspond à l'aire située au-dessus des clinquants, en négligeant les ménisques de colle. L'épaisseur du clinquant est de 0,08 mm, la surface collée sur une cellule Nida vaut :

$$S_{\text{âme creuse}} = 3,5 \text{ mm}^2$$

On appelle « f » le rapport entre les surfaces élémentaires tel que :

$$f = \frac{S_{\text{âme pleine}}}{S_{\text{âme creuse}}} = 44,9$$

La contrainte maximale admissible en pelage à considérer dans le modèle âme creuse vaut :

$$\sigma_{33\text{max âme creuse}} = f \times \sigma_{33\text{max âme pleine}} = 252,8 \text{ MPa}$$

#### 4.1.4. Résultats des éprouvettes TP de type B

Les éprouvettes type B possèdent deux peaux précurtées assemblées par collage à une âme Nida. Comme précisé dans le paragraphe 4.1.2.2, nous avons utilisé un Nida qui possède des encoches de drainages au pied des 4 faces inclinées de chaque cellule Nida et la surface de collage est plus faible au niveau de cette interface. La rupture se produit entre la peau précurtée et le côté drainé du Nida (Figure 88) pour les 5 éprouvettes. Il s'agit d'une rupture cohésive dans l'adhésif.

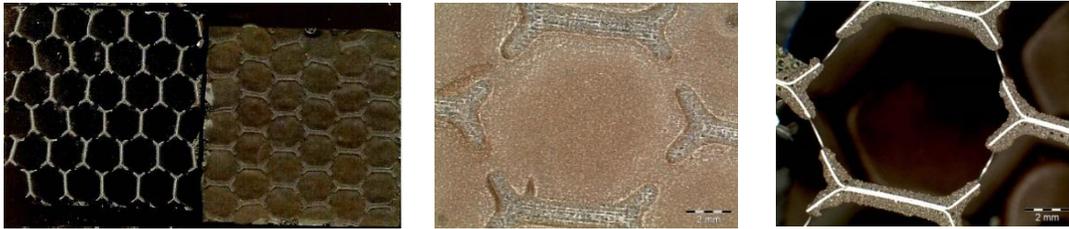


Figure 88. Faciès de rupture d'une éprouvette TP type B (rupture cohésive dans la colle)

Ces essais sont reproductibles puisque l'écart-type enregistré pour les 5 éprouvettes ne représente que 6,9 % de la force à rupture moyenne. Les courbes force / déplacement associées à ces éprouvettes sont données sur la Figure 89.

La force moyenne à rupture est de 8,89 kN ce qui correspond à une contrainte à rupture de 3,56 MPa dans le modèle âme pleine pour l'interface peau précuite / Nida drainé. Le ratio entre la contrainte maximale de pelage à l'interface peau précuite / Nida (5,63 MPa) et la contrainte maximale de pelage à l'interface peau précuite Nida drainé (3,56 MPa) est de 1,58.

Dans la pratique, la société Aircelle ne fabrique pas de sandwich Nida avec deux peaux précuites. D'une part, la peau précuite est systématiquement collée sur le côté non drainé du Nida. La contrainte maximale de pelage de l'interface peau précuite / côté drainé du Nida n'est donc pas représentative des structures étudiées. D'autre part, les essais ont été réalisés à température ambiante dans le but de mettre en place une méthodologie ; il faudrait prendre en compte l'influence du vieillissement et de la température ainsi que la variabilité des résultats (utilisation de valeurs statistiques telles que les valeurs B et non de valeurs moyennes).

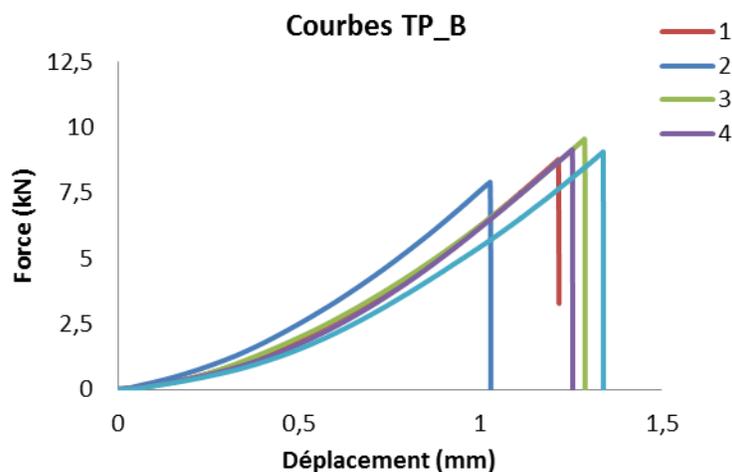


Figure 89. Courbes force / déplacement de la traverse pour les essais TP de type B

#### 4.1.5. Synthèse des essais TP

Pour les éprouvettes de type A, bien qu'il y ait des trous de drainage d'un côté du Nida, la rupture s'est systématiquement produite entre la peau précuite et le côté non drainé du Nida. Cela signifie que la liaison peau précuite / Nida non drainé est moins résistante au pelage que la liaison peau cocuite / Nida drainé. Les différences entre ces deux liaisons sont les suivantes :

- on utilise un adhésif supporté entre la peau cocuite et le Nida drainé, ce qui peut augmenter la résistance au pelage de cette interface. A contrario, entre la peau précuite et le Nida non drainé l'adhésif est non supporté ;
- lors de la cuisson, la résine de la peau cocuite vient se mélanger à l'adhésif et cela peut renforcer la tenue mécanique de l'interface peau cocuite / Nida. Visuellement, on observe un excès de résine / d'adhésif étalé au pied des cellules Nida et provenant de la peau cocuite ;
- il y a du telegraphing du côté de la peau cocuite sur le Nida non drainé. Ce telegraphing influence sur la forme des ménisques, ce qui peut aussi jouer un rôle sur la capacité en traction de l'interface.

Pour les éprouvettes B, étant donné qu'on a les mêmes peaux de chaque côté du Nida, la rupture se fait naturellement du côté où la surface de collage est la plus faible, entre la peau précuite et le côté drainé du Nida. Cet essai nous permet d'évaluer l'influence des encoches de drainage qui diminuent la résistance en traction de l'interface peau précuite / Nida d'un facteur 1,58.

Les essais de TP nous ont permis de déterminer la contrainte maximale en pelage de l'adhésif peau Nida ( $\sigma_{33max}$ ). Cette valeur est nécessaire pour alimenter le modèle d'endommagement à zone cohésive de SAMCEF, qui permet de simuler la rupture de l'adhésif dans une structure sandwich Nida.

La valeur  $\sigma_{33max\_âme\_pleine}$  à utiliser dans le modèle âme pleine n'est pas la même en fonction de l'interface peau / Nida que l'on souhaite étudier. Elle vaut 5,63 MPa quand l'adhésif est situé entre une peau précuite et le côté non drainé du Nida. Elle vaut 3,56 lorsqu'on se situe entre la peau précuite et le côté drainé du Nida. Cette dernière valeur peut être utilisée, de manière conservative, pour caractériser la résistance au pelage d'une interface peau cocuite / Nida drainé.

Dans le modèle âme creuse, puisqu'on modélise explicitement les cellules Nida avec des éléments finis de volume, il faut donner au programme de calcul la contrainte maximale de l'adhésif ramenée à la surface des clinquants soit 252,8 MPa. Cette valeur est indépendante de l'interface que l'on sollicite, tant que la modélisation représente fidèlement la surface de collage étudiée (prise en compte des encoches de drainage). La procédure à suivre pour déterminer  $\sigma_{33max}$  est présentée via le synoptique ci-dessous.

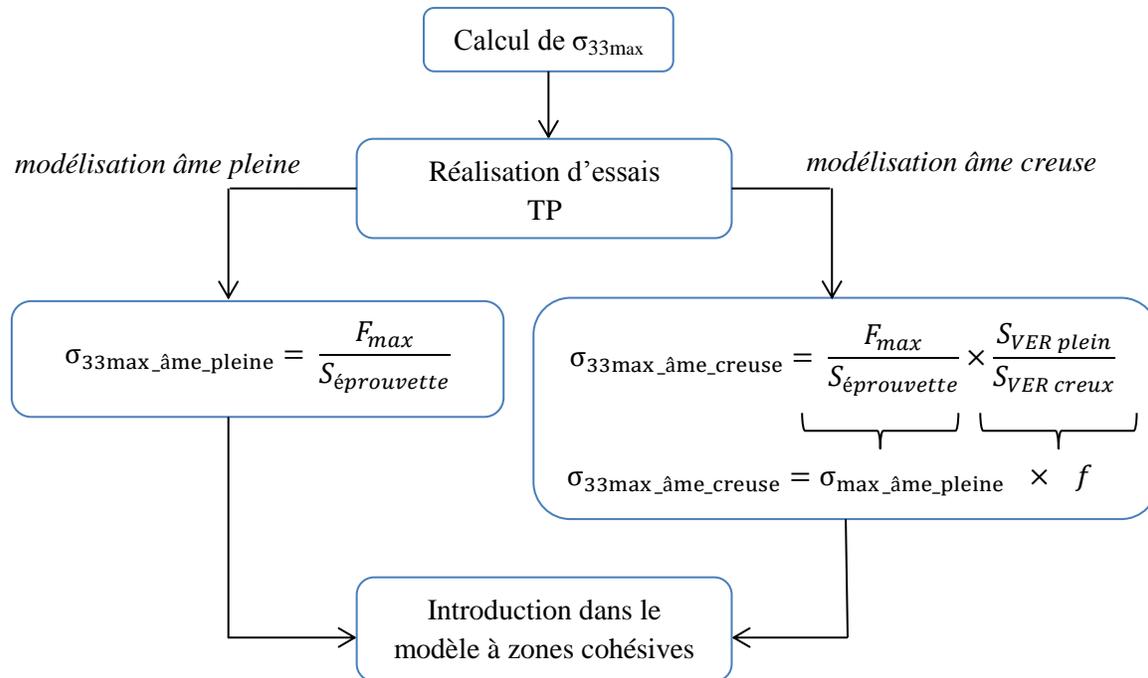


Figure 90. Calcul de la contrainte maximale en pelage de l'interface peau / Nida

#### 4.1.6. Identification du taux de restitution d'énergie critique en mode I $G_{IC}$

##### 4.1.6.1. Présentation de l'étude

Afin de caractériser la tenue mécanique du joint de colle à l'interface peau / Nida en mode I, nous réalisons une étude de faisabilité pour deux types d'essais sur sandwich. Dans cette étude, la zone d'intérêt est l'interface située entre la peau précurtée et le Nida. Vingt éprouvettes sandwiches Nida sont testées : 10 avec un essai PTG et 10 avec un essai de type DCB.

Les essais PTG sont réalisés suivant la norme NF L 17-455. L'essai consiste à solliciter l'adhésif peau/Nida en pelage, en enroulant une peau libre du sandwich autour d'un cylindre. Une photo du montage PTG est présentée sur la Figure 93. La vitesse de chargement est de  $25 \text{ mm.min}^{-1}$  comme préconisé dans la norme NF L 17-455 et tous les essais sont réalisés à température ambiante.

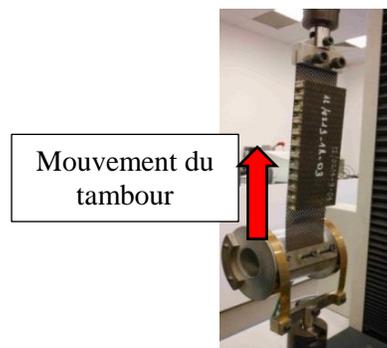


Figure 91. Montage d'un essai PTG (réalisé au laboratoire d'Aircelle)

Les essais DCB sont réalisés en s'inspirant de la norme PREN 6033. La première partie de l'essai consiste à charger la structure jusqu'à faire propager le décollement initial sur une longueur d'environ 10 mm puis à décharger complètement la structure (pré-fissuration). Cette action permet de s'affranchir de l'influence de l'insert en téflon sur la ténacité mesurée de l'interface. Dans la deuxième partie de l'essai, on charge la structure jusqu'à faire propager la fissure sur une longueur d'au moins 50 mm (propagation). L'ouverture entre des deux lèvres des éprouvettes DCB est mesurée via le déplacement de la traverse. La propagation de la fissure se fait par à-coups et on relève la longueur de fissure, à chaque arrêt de la fissure, à l'aide d'une loupe (Figure 92). La longueur de fissure est relevée des deux côtés de l'éprouvette, de façon à s'assurer que la fissure avance de manière relativement homogène le long de l'interface peau / Nida, comme le préconise la norme. La vitesse d'essai est prise à  $10 \text{ mm.min}^{-1}$  comme le recommande la norme PREN 6033 et tous les essais sont réalisés à température ambiante.



Figure 92. Montage d'un essai DCB sandwich (réalisé au laboratoire d'Aircelle)

L'objectif est de définir quel essai est le plus pertinent pour remonter au taux de restitution d'énergie critique de l'interface peau / Nida en mode I ( $G_{CI}$ ). Les essais PTG sont réalisés suivant la norme NF L 17-455 qui est spécifique aux structures sandwichs. Les essais DCB sont réalisés en s'inspirant de la norme PREN 6033, qui est spécifique aux stratifiés monolithiques.

De même que pour la contrainte maximale en pelage, le taux de restitution d'énergie critique de l'interface peau / Nida sera adapté en fonction du modèle éléments finis que l'on utilise. Etant donné qu'il s'agit d'une énergie par unité de surface, la valeur de  $G_{IC}$  devra correspondre à la surface de collage considérée dans le modèle éléments finis. Le passage de  $G_{IC\_âme\_pleine}$  à  $G_{IC\_âme\_creuse}$  se fait en considérant le ratio entre la section d'une cellule élémentaire âme pleine et celle d'une cellule élémentaire âme creuse. Cela signifie qu'on utilise le même facteur « f » que pour les essais de traction perpendiculaire (cf. partie 4.1.3).

#### 4.1.6.2. Essais préliminaires

Des essais PTG et DCB préliminaires ont été réalisés sur des éprouvettes sandwichs Nida possédant une peau précurée percée acoustiquement. Cette étude préliminaire nous a permis de mettre en évidence les limites de ces essais pour la détermination du taux de restitution d'énergie de l'interface collée entre une peau précurée acoustique et un Nida. Pour une éprouvette DCB, compte tenu de la grande ténacité de l'interface peau / Nida, la peau décollée a rompu en flexion avant qu'il y ait propagation du décollement. Pour toutes les autres éprouvettes, nous avons obtenu un délaminage de la peau précurée sans endommagement de l'interface peau Nida.



Rupture de la peau en flexion (DCB)



Délaminage de la peau précurée acoustique

Figure 93. Faciès de rupture pour les essais préliminaires

Suite à ces essais, nous avons réalisé une étude éléments finis pour analyser les champs de contrainte et de déformations dans les plis de la peau à peler pour les éprouvettes DCB. Les courbes associées aux essais DCB préliminaires ainsi que celle du modèle éléments finis sont présentées sur la Figure 94.

Le calcul a été réalisé en statique non linéaire (sans endommagement) avec un modèle sandwich âme pleine en état plan de déformation. On utilise une stratégie de déplacement imposé avec la méthode de Newton-Raphson [BAT, 96], [CRA, 10]. Le modèle a permis de reproduire le comportement mécanique des éprouvettes avant endommagement (courbe « modèle EF » sur la Figure 94). Le résultat du calcul a montré que pour la charge maximale appliquée avant l'endommagement des éprouvettes, la déformation axiale  $\epsilon_{11}$  dans le pli le plus comprimé excédait de 18 % la valeur moyenne admissible.

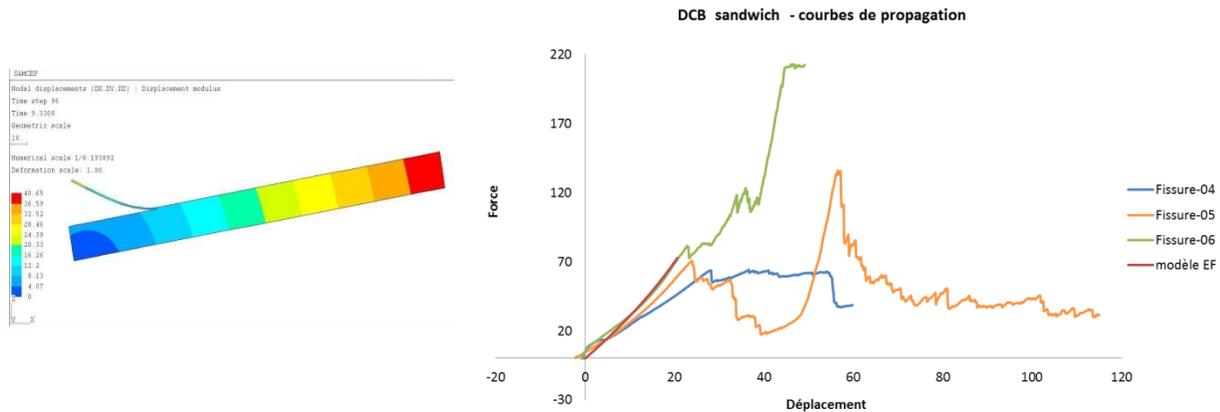


Figure 94. Modèle EF et courbes force / déplacement des essais DCB préliminaires

Suite à cette étude, nous avons proposé de ne plus travailler avec des peaux acoustiques dans un premier temps. On sait que le perçage des plaques composites engendre des micro-délaminages en bords de trous qui peuvent se propager jusqu'à la ruine complète de la structure [LIU, 12], comme cela a été observé lors de nos essais. Par ailleurs, la découpe des éprouvettes en passant au travers des trous acoustiques pourrait endommager la peau au niveau des bords. Pour

s'affranchir de cette dernière remarque, on pourrait, par exemple, arrêter le perçage acoustique à quelques millimètres du bord des éprouvettes.

#### 4.1.7. Essais de pelage au tambour Grimpant (PTG)

##### 4.1.7.1. Présentation des éprouvettes PTG

Deux configurations d'éprouvettes sont considérées : 5 éprouvettes PTG de type A avec 3 plis de carbone ([0/45/0]) dans la peau à peler et 5 éprouvettes PTG de type B avec 2 plis de carbone ([±45]) dans la peau à peler. Les éprouvettes sont schématisées sur la Figure 95 ci-dessous. Pour s'affranchir de l'influence de l'insert en téflon sur la ténacité mesurée de l'interface, la norme NF L 17-455 préconise d'utiliser un trait de scie. Néanmoins afin d'éviter d'endommager la peau composite et/ou le Nida avec le trait de scie et d'être sûr de la localisation du défaut, un insert de téflon de 0,1 mm d'épaisseur a été introduit entre la peau et le Nida avant la cuisson pour créer la fissure initiale. Le choix de travailler avec des peaux non acoustiques et de créer la pré-fissure à l'aide d'un insert en téflon a rendu ces essais PTG sandwich exploitables, en provoquant la propagation du décollement le long de l'interface peau / Nida (Figure 97).

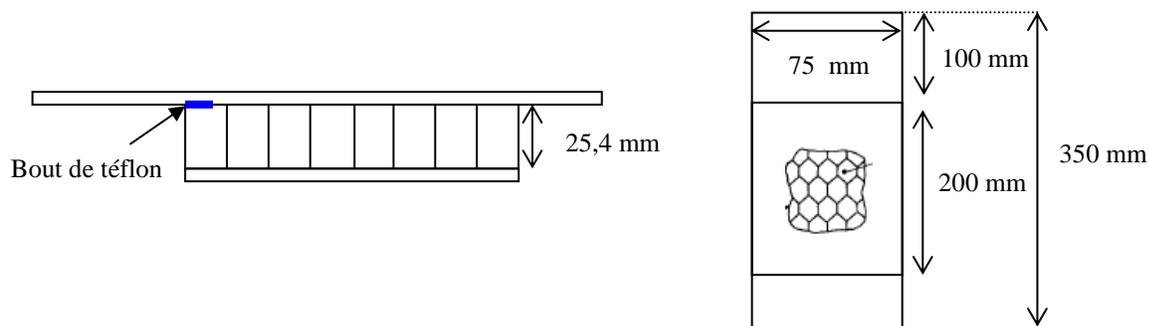
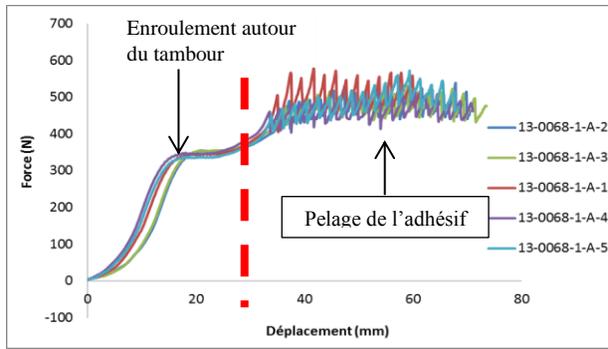


Figure 95. Dimensions des éprouvettes PTG – vue de profil (à gauche) et vue de dessus (à droite)

##### 4.1.7.2. Résultats des éprouvettes PTG de type A (3 plis)

La première partie des courbes de pelage correspond à l'enroulement de la peau autour du tambour grim pant. La deuxième partie correspond à la propagation du décollement. Le faciès de rupture est le même pour les 5 éprouvettes de type A : c'est une rupture cohésive dans le joint de colle à l'interface peau pré-cuite / Nida (Figure 97). Après exploitation des courbes de pelage suivant la méthode présentée en annexe C, on calcule les taux de restitution d'énergie critique associés à chaque éprouvette (Figure 96).



Eprouvette	$G_{IC}$ ( $mJ \cdot mm^{-2}$ )
1	0,536
2	0,454
3	0,411
4	0,393
5	0,613
Moyenne	0,481
Ecart type	0,092
	19 %

Figure 96. Courbes de pelage et  $G_{IC}$  pour les éprouvettes de type A

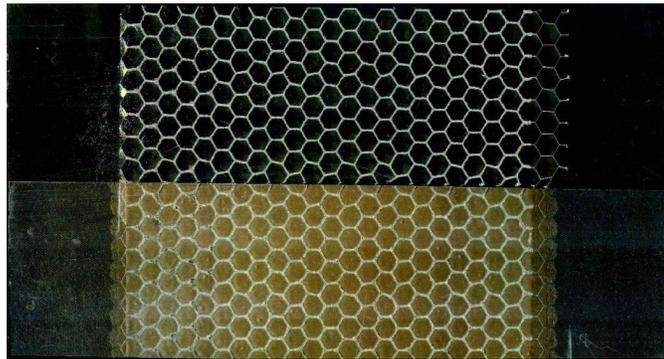
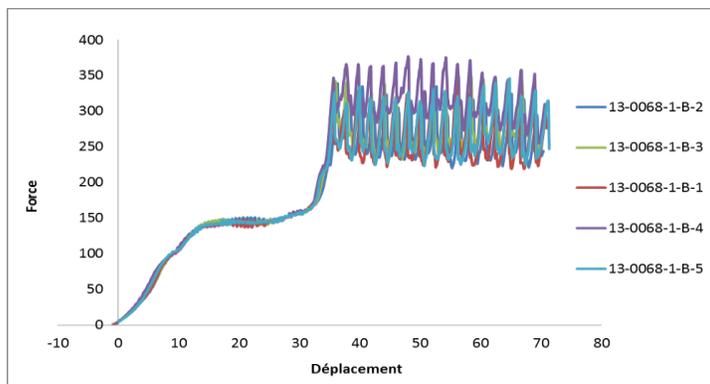


Figure 97. Faciès de rupture des éprouvettes PTG sandwiches (peau non acoustique et sans trait de scie)

#### 4.1.7.3. Résultats des éprouvettes PTG de type B (2 plis)

Le comportement des éprouvettes est reproductible et la rupture est cohésive dans l'adhésif à l'interface peau précurée / Nida (Figure 97). Etant donné qu'il y a 2 plis dans la peau à peler de ces éprouvettes (contre 3 pour les éprouvettes type A), la force moyenne associée à l'enroulement de la peau est moins élevée que pour la configuration A. La valeur moyenne du  $G_{IC}$  des éprouvettes de type A présente un écart relatif de 9 % avec la moyenne du  $G_{IC}$  des éprouvettes de type B. Une étude approfondie sur l'influence du nombre de plis devrait être menée pour aller plus loin.



Eprouvette	$G_{IC}$ ( $mJ \cdot mm^{-2}$ )
1	0,383
2	0,385
3	0,451
4	0,579
5	0,399
Moyenne	0,440
Ecart type	0,082
	19 %

Figure 98. Courbes de pelage et  $G_{IC}$  pour les éprouvettes de type B

#### 4.1.8. Essais DCB sandwich

##### 4.1.8.1. Présentation des éprouvettes DCB sandwich

Deux configurations d'éprouvettes sont considérées : 5 éprouvettes DCB de type A avec 5 plis de carbone [0/45/90/-45/0] dans la peau à peler et 5 éprouvettes DCB de type B avec 3 plis de carbone ([0/45/0]) dans la peau à peler. Les éprouvettes sont schématisées sur la Figure 99. Les éprouvettes ont une largeur de 75 mm contrairement à ce qui est mentionné dans la norme PREN 6033, spécifique aux stratifiés monolithiques. Cette nouvelle largeur permet de couvrir suffisamment de cellules Nida de manière à avoir des valeurs représentatives de l'interface peau / Nida, tout minimisant l'influence des effets de bord. Une étude réalisée par Adams *et al.* [ADA, 11] a montré qu'il fallait au minimum 6 cellules dans la largeur des éprouvettes DCB sandwichs, lorsque l'âme utilisée était un Nida à « grandes cellules » (3/8", 1/8" par exemple). Dans notre cas, la largeur d'une cellule vaut 9,525 mm et celle de l'éprouvette 75 mm : il y a donc plus de 7 cellules contenues dans la largeur de nos éprouvettes.

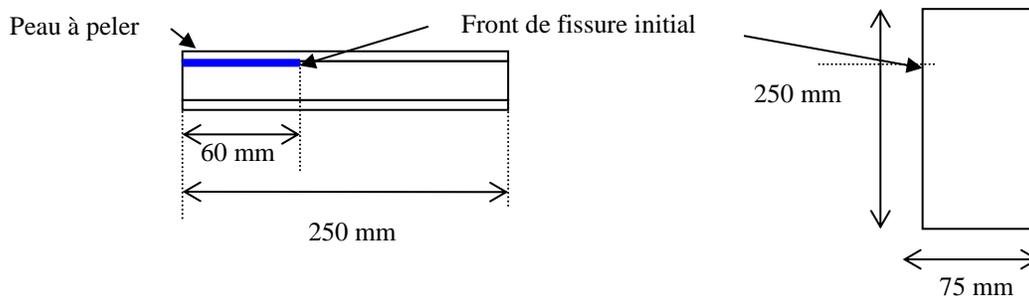


Figure 99. Schéma des éprouvettes DCB – vue de profil (à gauche) et vue de dessus (à droite).

##### 4.1.8.2. Résultats des éprouvettes DCB de type A (5 plis)

Le faciès de rupture est mixte pour toutes les éprouvettes (Figure 100) : il y a de la rupture cohésive dans l'adhésif, de la rupture adhésive entre peau carbone et adhésif, et de la rupture cohésive dans la peau. Nous déterminons  $G_{IC}$  avec la méthode des aires présentée en annexe C. Cette méthode est celle qui est préconisée dans la norme PREN 6033, elle donne une valeur moyenne du taux de restitution d'énergie critique caractéristique de toute la surface décollée. Les taux de restitution d'énergie critique pour les éprouvettes de type A sont donnés dans le Tableau 21.

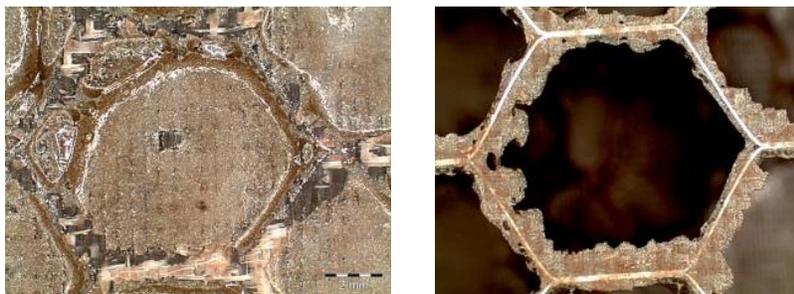


Figure 100. Faciès de rupture des éprouvettes DCB type A

Eprouvette	2R_A_01b	2R_A_02b	2R_A_03b	2R_A_04b	Moyenne	Ecart type	
$G_{IC}$ (mJ.mm <sup>-2</sup> )	0,472	0,586	0,387	0,388	0,458	0,093	20,5 %
Faciès	Mixte	Mixte	Mixte	Mixte			

Tableau 21. Taux de restitution d'énergie critique en mode I pour les éprouvettes DCB type A

Les courbes de propagation associées sont données sur la Figure 103. Comme précisé plus haut, la propagation est instable et se fait par à-coups. Expérimentalement, la propagation s'arrête au niveau de chaque rangée de points triples comme indiqué sur la Figure 101. La quantité d'adhésif étant plus importante au niveau des points triples, il faut plus d'énergie pour provoquer la propagation du décollement dans ces zones. Lorsque la force appliquée devient suffisante, la propagation se fait de façon brutale et le front de fissure s'arrête au niveau de la rangée de points triples suivante.

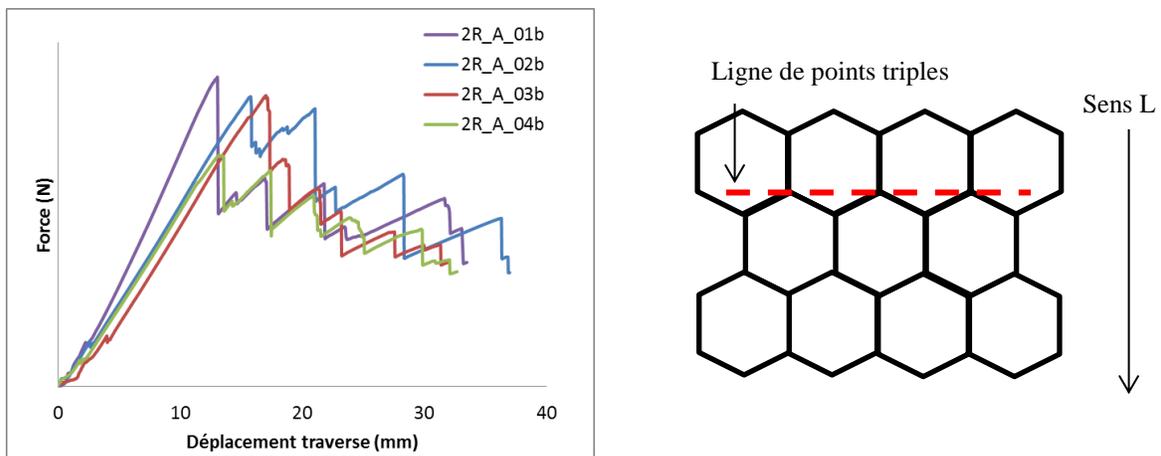


Figure 101. Courbes de propagation éprouvettes DCB sandwich de type A

#### 4.1.8.3. Résultats des éprouvettes DCB de type B (3 plis)

Le faciès de rupture n'est pas le même pour toutes les éprouvettes. Pour les éprouvettes 2R\_B\_03b et 2R\_B\_04b, la rupture est majoritairement adhésive entre le pli de verre et l'adhésif. Pour l'éprouvette 2R\_B\_05b, la rupture est cohésive dans l'adhésif peau / Nida. On note que l'éprouvette référencée 2R\_A\_02b n'est pas retenue dans le calcul du  $G_{IC}$  car il y a eu délaminage de la peau à peler. La méthode des aires nous donne les taux de restitution d'énergie critique en mode I dans le Tableau 22. Les résultats montrent que  $G_{IC}$  est élevé pour les éprouvettes référencées 2R\_B\_03b et 2R\_B\_04b vis-à-vis des valeurs obtenues avec les essais PTG et les éprouvettes DCB type A. A contrario, l'éprouvette 2R\_B\_05b donne un  $G_{IC}$  du même ordre de grandeur que celui des éprouvettes PTG et DCB type A.

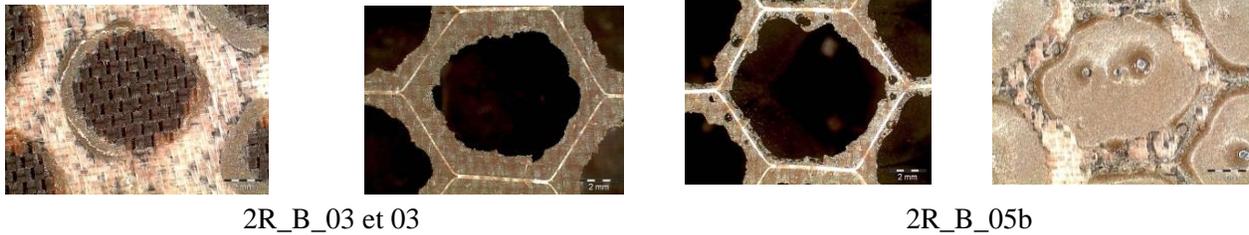


Figure 102. Faciès de rupture des éprouvettes DCB type B

Eprouvette	2R_B_03b	2R_B_04b	2R_B_05b	Moyenne	Ecart type	
$G_{IC}$ (mJ.mm <sup>-2</sup> )	0,803	0,815	0,519	0,712	0,167	23,5 %
Faciès	Adhésif	Adhésif	Mixte			

Tableau 22. Taux de restitution d'énergie critique en mode I pour les éprouvettes DCB type B

L'analyse du faciès de rupture des éprouvettes 2R\_B\_03b et 2R\_B\_04b avec les spécialistes du laboratoire d'Aircelle a permis la mise en évidence d'un non-collement. En effet, sur la Figure 103, on peut voir que l'adhésif n'est pas uniformément réparti sur la surface de la peau précurtée. L'adhésif est concentré autour des clinquants de Nida et totalement absent dans le creux des hexagones. L'accumulation d'adhésif autour des clinquants a renforcé la liaison de l'interface peau / Nida si bien que la rupture s'est produite entre l'adhésif et la peau et non plus dans l'adhésif lui-même, comme c'était le cas précédemment. Les taux de restitution d'énergie obtenus pour ces deux éprouvettes sont donc surestimés et ils ne caractérisent pas la rupture de l'adhésif. Ces valeurs ne seront pas prises en considération dans cette analyse.

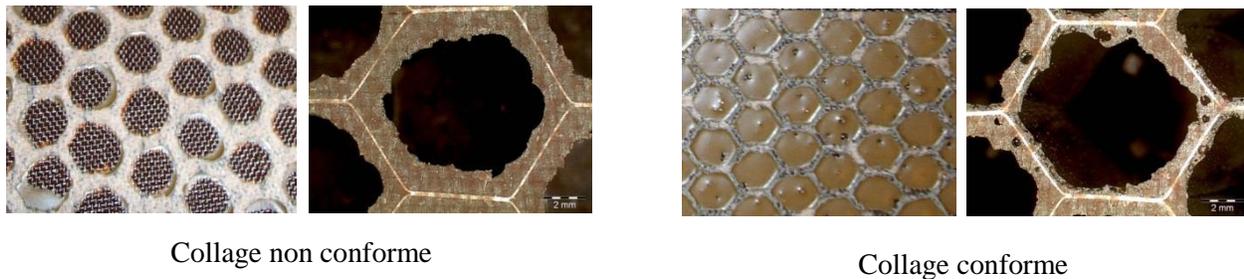


Figure 103. Non-conformité du collage éprouvette 2R\_B\_03b et 2R\_B\_04b

#### 4.1.9. Synthèse des essais d'identification du $G_{IC}$

Nous avons déterminé le  $G_{IC}$  d'une interface peau précurtée / Nida à partir de deux essais : l'essai PTG et l'essai DCB. La réalisation des essais a conduit à une rupture cohésive dans l'adhésif pour les éprouvettes PTG avec 2 et 3 plis et à une rupture mixte pour les éprouvettes DCB avec 5 plis dans la peau à peler. Les résultats sont résumés dans le tableau suivant. Il y a environ 9 % d'écart entre le  $G_{IC}$  obtenu avec les deux configurations d'éprouvettes PTG, ce qui tend à montrer que le nombre de plis a une influence sur le  $G_{IC}$  pour cet essai. Le  $G_{IC}$  moyen calculé pour les éprouvettes DCB avec 5 plis est 2 % plus élevé que le  $G_{IC}$  des éprouvettes PTG avec 3 plis et 4 % moins élevé que celui des éprouvettes avec 2 plis. Les deux types d'essais conduisent à des

valeurs sensiblement égales. L'influence du nombre de plis dans la peau à peler des éprouvettes DCB n'a pas été étudiée à cause de la non-conformité du collage des éprouvettes DCB avec 3 plis.

	$G_{IC\_moyen}$ (mJ.mm <sup>-2</sup> )	Ecart-type	Ecart-type (en %)
PTG - 2 plis	0,481	0,092	19,1
PTG - 3 plis	0,440	0,082	18,8
DCB - 5 plis	0,458	0,093	20,5

Tableau 23. Synthèse des  $G_{IC}$  pour les essais PTG et DCB sandwich

La procédure pour déterminer le taux de restitution d'énergie est schématisée sur la Figure 104. Ces essais nous ont permis de mettre en place une méthodologie de calcul du taux de restitution d'énergie critique de l'interface peau Nida. Cependant, les raideurs étant non symétriques de part et d'autre du front de fissure, l'interface n'est pas sollicitée en mode I pur. Dans la suite de ce chapitre, nous allons réaliser une étude numérique afin de déterminer une géométrie d'éprouvette DCB sandwich qui permettrait de solliciter l'interface en mode I pur.

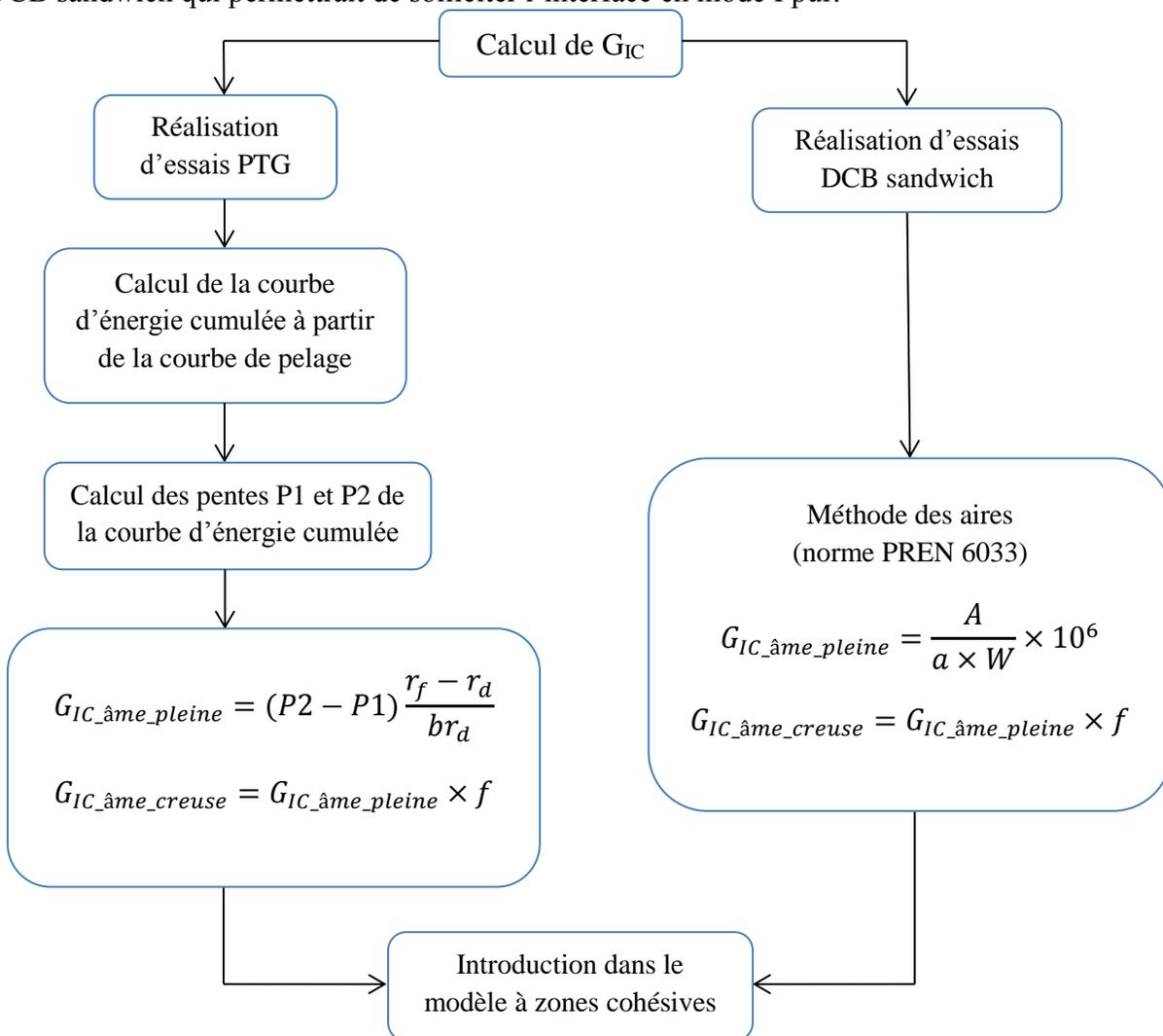


Figure 104. Synoptique pour le calcul du  $G_{IC}$  de l'interface peau / Nida

## 4.2. Etude numérique des essais de caractérisation à mixité variable

Pour caractériser le taux de restitution d'énergie critique d'une interface en mode I pur, il faut des raideurs équivalentes en flexion identiques de part et d'autre du front de fissure. Cette condition est respectée dans le cas d'essais DCB sur des stratifiés monolithiques en suivant les normes en vigueur. Pour les éprouvettes DCB sandwich, l'interface n'est pas située à mi-hauteur de l'éprouvette et compte tenu des différents matériaux utilisés, la raideur équivalente en flexion de la peau située au-dessus du front de fissure est a priori différente de celle de l'assemblage Nida + peau qui se trouve en dessous. Sans précautions particulières, l'interface peau / âme d'une éprouvette DCB sandwich est sollicitée en mode mixte au cours de la propagation.

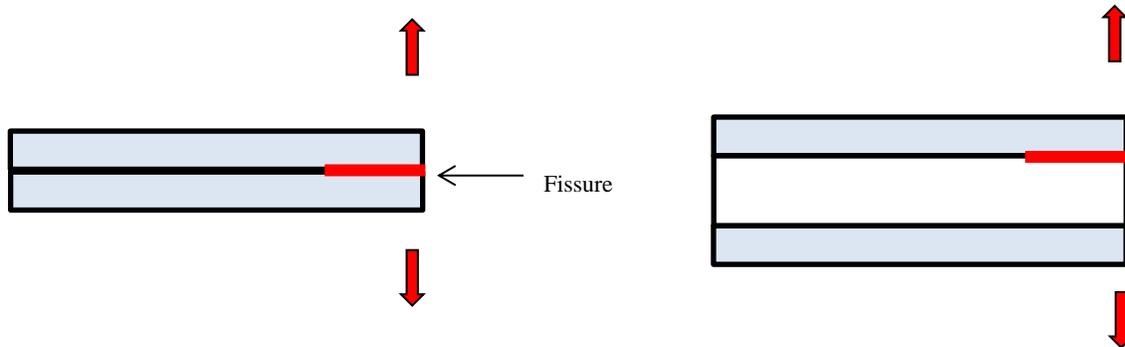


Figure 105. Schéma d'une éprouvette DCB monolithiques et DCB sandwich

Nous avons proposé de nouvelles configuration d'éprouvettes de manière à obtenir une propagation en mode I pur à l'interface peau / Nida d'une structure sandwich.

### 4.2.1. DCB sandwich double étage avec deux fissures

Dans un premier temps, nous avons souhaité rendre l'éprouvette DCB sandwich symétrique. La première éprouvette testée est donc un sandwich DCB double étage avec deux fissures initiales. Elle contient trois peaux composites identiques et deux cœurs Nida identiques. Deux fissures initiales sont présentes de part et d'autre de la peau 2, de manière à avoir un comportement symétrique le long de chaque interface.

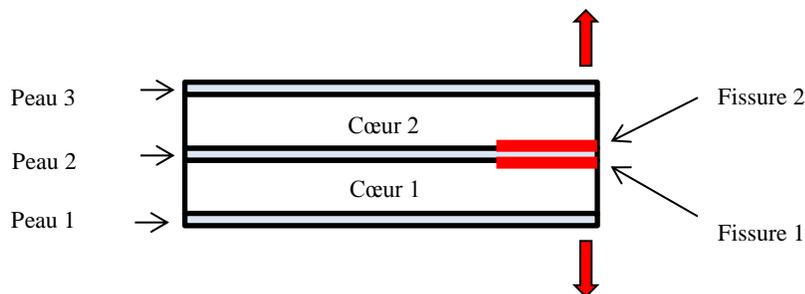


Figure 106. Sandwich double étage avec deux fissures initiales

On modélise cet essai avec des éléments de volumes pour les peaux et des volumes homogénéisés pour le Nida. Les deux fissures initiales sont introduites avec des éléments d'interface de part et d'autre de la peau 2. Dans ce cas, il y a une symétrie « parfaite » de l'éprouvette du point de vue

de sa géométrie et des matériaux. Au cours du calcul, les deux fissures se propagent de façon symétrique le long de leur interface respective. La variable d'endommagement prend les mêmes valeurs sur les deux interfaces jusqu'à la fin du calcul (Figure 107). Etant donné que les fissures ne sont pas situées dans le plan de symétrie, elles sont toutes les deux sollicitées en mode mixte [CAR, 11]. Il est possible de quantifier la mixité de mode en post-traitement et de déterminer la contribution de chacun des modes avec les modèles de zone cohésives de SAMCEF.

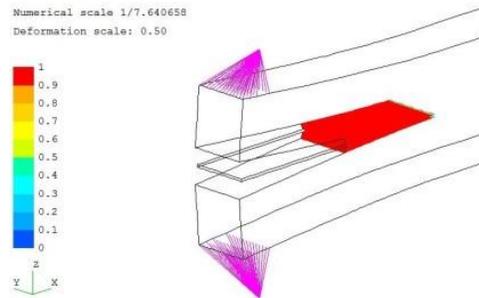


Figure 107. Endommagement des interfaces pour l'éprouvette DCB double étage « parfaitement » symétrique

La mécanique de la rupture avec la méthode Virtual Crack Extension (VCE), basée sur la théorie de la mécanique de linéaire élastique de la rupture, est utilisée pour connaître la mixité de mode dans chaque interface. La différence de propriétés matérielles au niveau du front de fissure risque de provoquer des oscillations sur les taux de restitution d'énergie calculés [PRO, 07]. Pour pallier ce problème, on modélise le joint de colle de 0,1 mm d'épaisseur entre la peau et le Nida avec des éléments de volume. L'allure des courbes  $G_I/G_{tot}$  et  $G_{II}/G_{tot}$  (avec  $G_{tot}$  étant de taux de restitution d'énergie critique total), est présenté sur la Figure 108 pour la longueur de fissure initiale. Les interfaces sont sollicitées en mode mixte avec une majorité de cisaillement plan. On retrouve bien un comportement symétrique au niveau des interfaces car les courbes associées aux fissures 1 et 2 sont superposées. Notons que du cisaillement hors-plan ( $G_{III}$ ) apparaît à proximité des bords libres. Ces effets de bords ne sont pas représentés sur les courbes de mixités de mode dans ce mémoire.

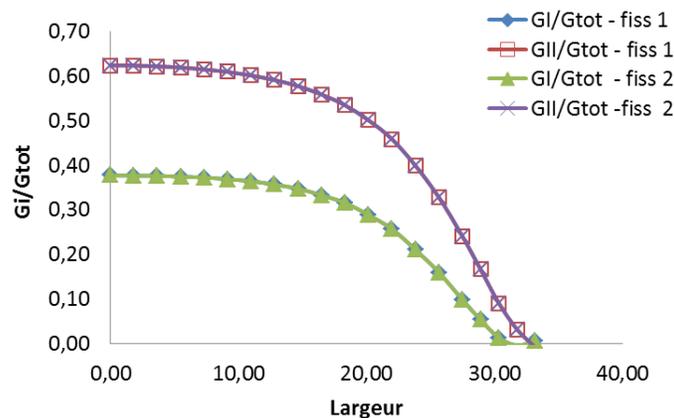


Figure 108. Courbe de mixité de modes – DCB 2 étages parfaitement symétriques

#### 4.2.2. DCB sandwich double étage non symétrique

En pratique, il n'est pas possible d'obtenir une éprouvette parfaitement symétrique. Même si on utilise des peaux et des cœurs provenant d'un même lot, il y aura toujours de la dispersion sur les propriétés mécaniques des matériaux et la longueur des fissures initiales. Pour étudier l'influence des imperfections dans les essais, on introduit séquentiellement les deux imperfections suivantes :

1. la peau 1 est différente des deux autres
2. la fissure 1 est plus longue d'un millimètre que la fissure 2

On suppose maintenant que la peau 1 est cocuite alors que les peaux 2 et 3 sont précuites (Figure 109). La peau cocuite a des modules longitudinaux plus faibles que ceux des peaux précuites. Par conséquent, la raideur en flexion de l'ensemble « peau 1 + cœur 1 » est plus faible que celle de l'ensemble « peau 3 + cœur 2 ». Au début du chargement, l'endommagement s'initie sur les deux fonds de fissures. Cependant, la variable d'endommagement est plus élevée pour la fissure située du côté le moins raide. Puis, la propagation devient progressivement prépondérante le long de cette fissure (Figure 110).

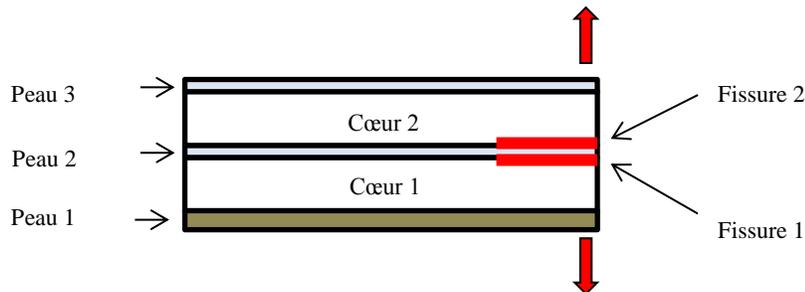


Figure 109. Sandwich double étage non symétrique avec deux fissures initiales

La mixité de mode calculée par la méthode VCE montre que pour la longueur de fissure initiale, le taux de restitution d'énergie en pelage est plus élevé dans la fissure 1 que dans la fissure 2 (Figure 111). Les taux de restitution d'énergie en cisaillement sont sensiblement égaux.

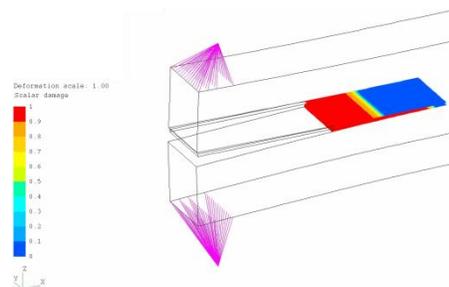


Figure 110. Endommagement des interfaces pour l'éprouvette DCB double étage dissymétrique

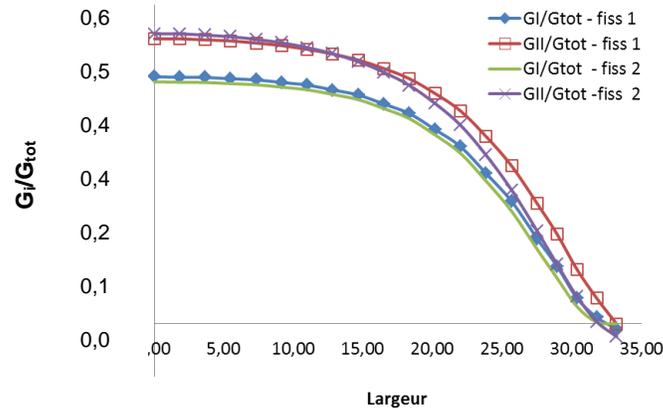


Figure 111. Courbe de mixité de modes – DCB 2 étages non symétriques

Pour finir, on considère à nouveau les 3 peaux parfaitement identiques. On crée désormais une fissure 1 légèrement plus grande que la fissure 2 (1 mm d'écart). La fissure 1 est la première à être sollicitée. L'endommagement augmente au fond de la fissure 1 jusqu'à ce qu'elle se propage totalement. La fissure 2 qui était plus petite au départ est peu sollicitée mécaniquement et l'interface qui lui est associée reste saine.

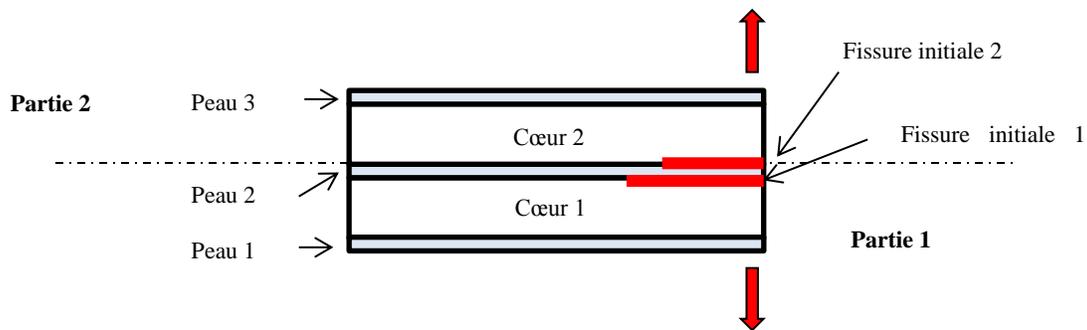


Figure 112. Sandwich double étage avec une fissure plus grande que l'autre

L'essai DCB sandwich double étage avec deux fissures n'est pas un essai de mode I pur. Par conséquent, l'interprétation des résultats sera plus difficile, notamment pour connaître la contribution de chaque mode dans le mécanisme de propagation, et extraire du résultat la contribution séparée de chaque fissure. Nous avons montré que la propagation des fissures était extrêmement sensible aux propriétés mécaniques des peaux et à la longueur des fissures initiales. Pour ne pas être confrontés à ces difficultés, nous garderons une seule fissure initiale dans l'éprouvette, et nous ferons varier les épaisseurs des peaux et du Nida pour changer la mixité de mode à l'interface.

#### 4.2.3. DCB sandwich double étage avec une fissure

On considère désormais une seule fissure initiale. Pour simplifier les notations, on considère que l'éprouvette est constituée de deux parties (Figure 113) : la partie 1 est un sandwich classique (peau 1 + cœur 1 + peau 2), la partie 2 est l'assemblage d'un cœur et d'une peau (cœur 2 + peau 3). La rigidité équivalente en flexion de la partie 1 est déterminée par éléments finis par essai de poutre console : on applique un chargement arbitraire qui permet de rester dans les hypothèses de

la mécanique linéaire et on relève la flèche  $\Delta_z$  associée. La raideur équivalente en flexion  $\langle EI \rangle$  est ensuite déterminée par la formule suivante :

$$\langle EI \rangle = \frac{FL^3}{3\Delta_z} \quad (1)$$

On fige maintenant la configuration de la partie 1 (matériau, nombre de plis, épaisseurs,...) et on fait uniquement varier les paramètres de la partie 2.

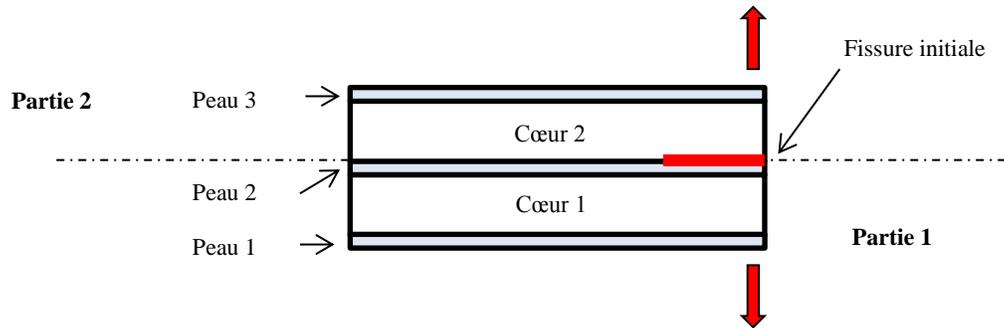


Figure 113. Sandwich double étage avec une fissure initiale

On détermine la rigidité équivalente en flexion de la partie 2 par éléments finis à partir d'un essai de poutre console en faisant varier l'épaisseur du cœur 2 pour obtenir  $\langle EI \rangle_{partie 1}$ . L'évolution de la rigidité équivalente en flexion de la partie 2 en fonction de l'épaisseur du Nida est donnée sur la Figure 114. Pour avoir la même raideur équivalente en flexion que la partie 1, il faudrait un Nida de 390 mm d'épaisseur dans la partie 2. Cette épaisseur de Nida n'est pas disponible auprès des différents fournisseurs et l'empilement de plusieurs plaques Nida n'est pas une solution pertinente. Le nombre de plis étant une variable discrète, si on fait varier le nombre de plis dans la peau 3 (cf. Figure 113), on aura une évolution discrète de la rigidité équivalente en flexion. Cette solution ne permet donc pas de se caler précisément sur la rigidité équivalente en flexion de la partie 1.

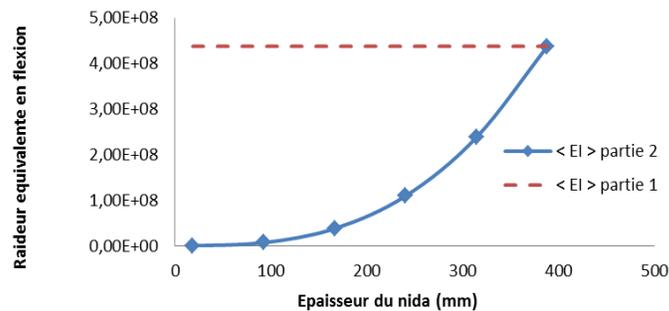


Figure 114. Evolution de la rigidité flexionnelle de la partie 2 en fonction de l'épaisseur du Nida

#### 4.2.4. DCB sandwich classique avec renfort métallique

Pour faire évoluer la raideur en flexion de la peau de façon continue, on rigidifie la peau à l'aide d'une couche métallique dont on maîtrise l'épaisseur. La nouvelle peau est schématisée sur la Figure 115.

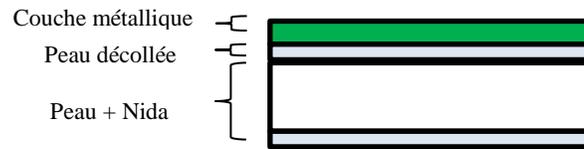
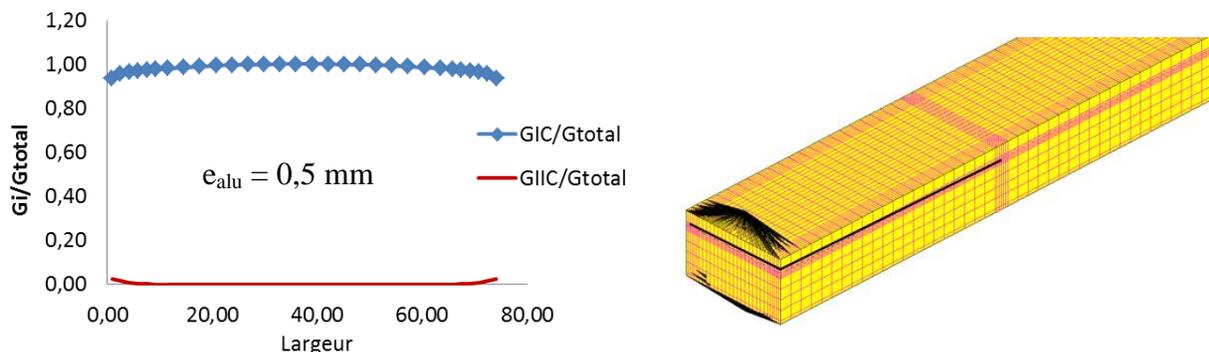


Figure 115. DCB sandwich avec renfort métallique

L'avantage de ce type d'éprouvette est qu'il permet de déterminer le taux de restitution d'énergie critique avec plusieurs mixités de mode. A partir des valeurs obtenues pour différentes mixités de mode différentes, on peut remonter par extrapolation aux valeurs de  $G_{IC}$  et  $G_{IIC}$  associées aux modes I et II purs. Cette approche est celle qui est actuellement utilisée par l'Université de Technologie de Compiègne (UTC) et par l'ONERA qui ne cherchent plus à caractériser les taux de restitution d'énergie critique en modes purs [VAN, 11].

Des essais complémentaires seront réalisés pour déterminer le taux de restitution d'énergie critique à l'interface peau acoustique / Nida, en considérant 3 mixités de modes. Pour une éprouvette contenant 4 plis  $[0/\pm 45/0]$  dans la peau précurée acoustique, un Nida aluminium  $67 \text{ kg.m}^{-3}$  et 6 plis  $[0/45/0_2/45/0]$  dans la peau cocuite, on obtient les courbes de la Figure 116 pour un renfort en aluminium d'épaisseur 0,5 mm, 3,5 mm et 6 mm respectivement. Ces courbes sont obtenues avec un modèle éléments finis âme pleine avec des volumes pour les peaux et l'âme.

La différence de profil entre les courbes provient de l'apparition du mode III en fond de fissure. En effet, au cours de l'essai, la partie inférieure de l'éprouvette se comporte comme une poutre en flexion. La peau composite travaille en compression alors que le Nida travaille en traction. L'effet de Poisson est bloqué en bas du Nida car il est collé sur la peau inférieure. Mais la partie supérieure du Nida étant libre, l'effet de Poisson provoque un rétrécissement dans la direction orthogonale au chargement (Figure 117). La différence de coefficient de Poisson entre le Nida et la peau renforcée avec la couche d'aluminium provoque ainsi l'apparition du mode III non prévu initialement.



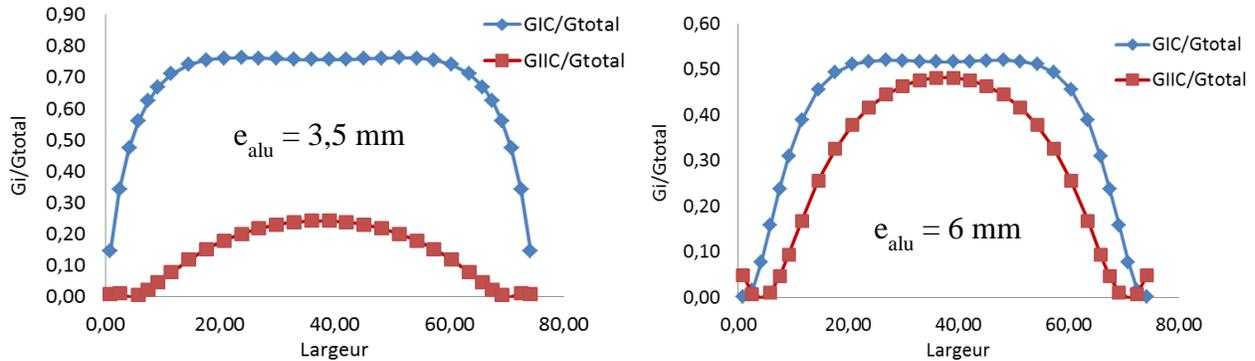


Figure 116. Mixités de modes en fonction de l'épaisseur du renfort

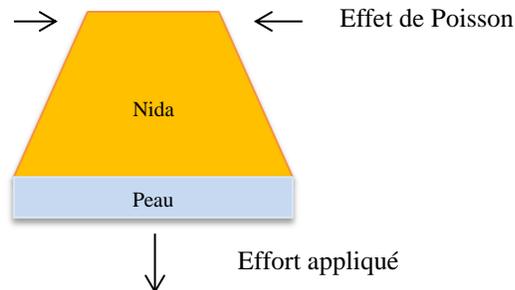


Figure 117. Schéma de l'effet de Poisson sur la partie inférieure des éprouvettes DCB (vue de face)

### 4.3. Essais de caractérisation DCB sandwich à mixité de mode variable

#### 4.3.1. Présentation de l'étude

L'étude est menée sur 18 éprouvettes sandwichs Nida représentatives des structures utilisées en zone acoustique des nacelles. Elles sont constituées d'une peau cocuite carbone/époxy, d'une peau précurée ayant une surface acoustique de 19,4 % (Percent of Open Area (POA) = 19,4%) assemblées sur une âme Nida 3/8'' aluminium de densité  $67 \text{ kg.m}^{-3}$ .

##### 4.3.1.1. Présentation des éprouvettes

Il s'agit de sandwichs Nida constitués d'une peau précurée acoustique [0/45/-45/0] (POA 19,4 %), d'un Nida 3/8'' -  $67 \text{ kg.m}^{-3}$  drainé 4 faces de 25,4 mm et d'une peau cocuite [0/45/0/0/-45/0] (Figure 118).

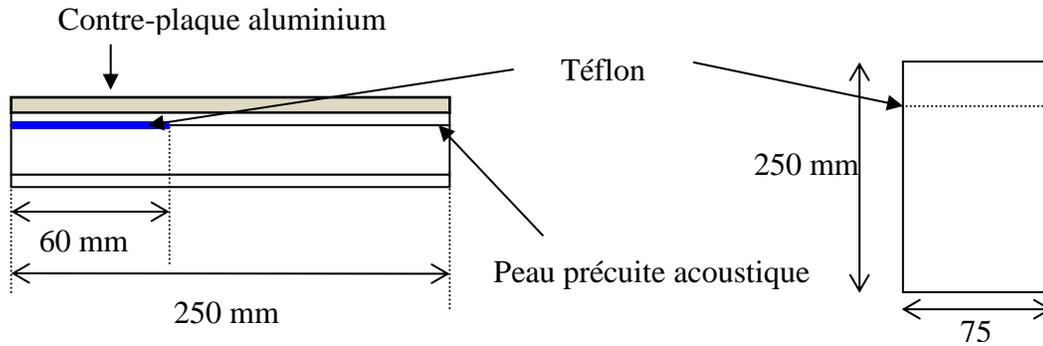


Figure 118. Schéma des éprouvettes DCB – vue de profil (à gauche) et vue de dessus (à droite).

Les éprouvettes ont été prédimensionnées par éléments finis (voir 4.2) pour obtenir une propagation du décollement soit en pelage (mode I pur) ou en pelage/cisaillement (mode mixte). La variation du mode de rupture est liée aux raideurs équivalentes en flexion des parties supérieure et inférieure des éprouvettes. Trois configurations d'éprouvettes ont été réalisées avec pour objectif de balayer trois mixités différentes de modes de ruptures (Figure 120):

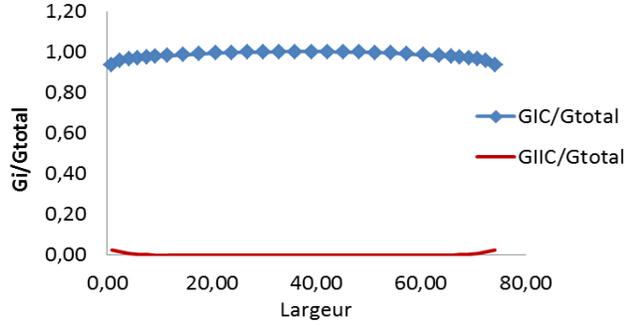
- a) 99% de mode I et 1% de mode II
- b) 80% de mode I et 20% de mode II
- c) 55% de mode I et 45% de mode II

Connaissant au préalable la mixité de mode à l'interface peau / Nida, on déterminera le taux de restitution d'énergie critique pour : du mode I pur, une combinaison de mode I et II et par extrapolation pour du mode II pur. Pour chaque configuration d'éprouvette, la contre-plaque aluminium a été collée avec une colle de type loctite (références 01 à 03) ou avec une colle à base d'époxy (références 04 à 06). Seuls les résultats pour les contre-plaques collées à l'époxy seront présentés ici car il y a eu un décollement des contre-plaques collées à la loctite pendant les essais (Figure 119). Le taux de restitution d'énergie critique obtenu avec ces éprouvettes serait surestimé car il prendrait en compte la dissipation d'énergie due à la propagation peau acoustique / Nida et à celle due au décollement contre-plaque / peau acoustique.

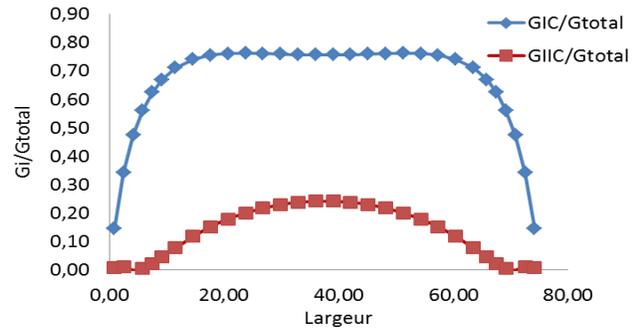


Figure 119. Décollement de la contre-plaque au cours de l'essai (REF-1-B-03)

a) Contre-plaque de 0,5 mm (REF-1-A)



b) Contre-plaque de 3,5 mm (REF-1-B)



c) Contre-plaque de 6,6 mm (REF-1-c)

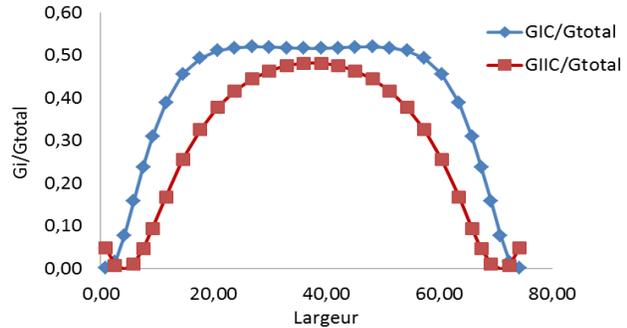


Figure 120 : Eprouvtes sandwich DCB renforcées

## 4.3.2. Résultats

### 4.3.2.1. REF-1-A (99 % de mode I et 1 % de mode II)

Le faciès de rupture est le même pour toutes les éprouvettes : il s'agit d'une rupture cohésive dans l'adhésif à l'interface entre la peau précurée acoustique et le Nida. Les courbes de propagation sont données sur la Figure 121. Le taux de restitution d'énergie  $G_{IC}$  a ensuite été calculé avec la méthode des aires à partir des courbes de propagation obtenues Tableau 24. Pour ces éprouvettes, nous obtenons une propagation par à-coups et les incréments de propagations sont directement liés à la taille des cellules Nida. Contrairement aux sandwichs non acoustiques testés en 4.1.8, les « pics » d'efforts (reprise d'effort au niveau des points triples du Nida) sont moins prononcés. Cela est dû à la présence du perçage acoustique qui réduit la surface collée entre la peau et le Nida, notamment au niveau de certains points triples. Par conséquent, l'énergie

nécessaire à la propagation du décollement est moins élevée pour un sandwich acoustique que pour des éprouvettes sandwichs à peaux pleines.

Pour les éprouvettes 04 et 05, la propagation se fait sur une longueur totale d'environ 60 mm. Pour l'éprouvette 06, nous avons continué l'essai jusqu'à une longueur de propagation de 100 mm afin de vérifier l'influence de la longueur de propagation sur le  $G_{IC}$ . Une légère augmentation du  $G_{IC}$  est visible pour cette dernière éprouvette, mais cette étude mériterait d'être approfondie à travers une campagne d'essais plus large (exemple : 6 essais avec une propagation à 55 mm et 6 essais avec une propagation sur 100 mm).

Eprouvettes	$G_{IC}$
REF-1-A-04	227 J.m <sup>-2</sup>
REF-1-A-05	246 J.m <sup>-2</sup>
REF-1-A-06	253 J.m <sup>-2</sup>
Moyenne	242 J.m <sup>-2</sup>
Ecart-type	5,63 %

Tableau 24.  $G_{IC}$  en mode I pur

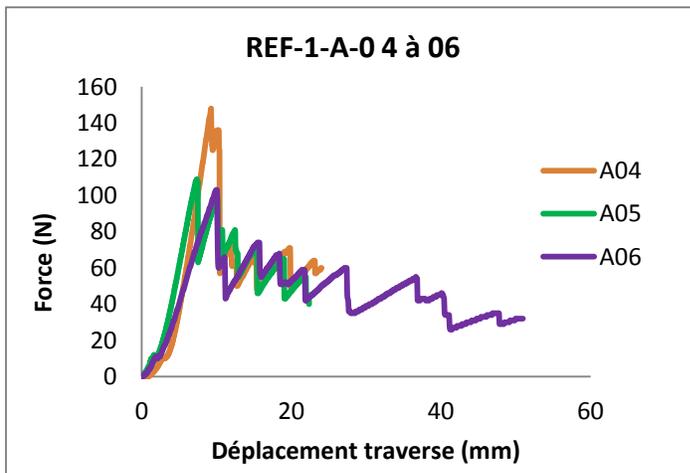


Figure 121. Courbes de propagation REF-1-A-04 à 06 et photo du montage DCB sandwich

#### 4.3.2.2. REF-1-B (80 % de mode I et 20 % de mode II)

Pour les éprouvettes avec contreplaqué de 3,5 mm (80 % de mode I et 20 % de mode II), la propagation s'effectue systématiquement le long de l'interface peau / Nida avec un faciès de rupture mixte (cohésif dans la colle et cohésif dans la peau). Le  $G_C$  calculé avec la méthode des aires pour cette configuration est environ 50 % plus élevé que le  $G_{IC}$  associé aux éprouvettes en mode I « pur ». Cette variation est due à la mixité de mode de rupture car la propagation en cisaillement nécessite plus d'énergie qu'une propagation liée au pelage. D'autre part, la mixité de

mode favorise la bifurcation de la fissure et conduit à un faciès de rupture mixte non observé lors des essais en mode I.

Eprouvettes	$G_C$
REF-1-B-04	346 J.m <sup>-2</sup>
REF-1-B-05	401 J.m <sup>-2</sup>
REF-1-B-06	339 J.m <sup>-2</sup>
Moyenne	362 J.m <sup>-2</sup>
Ecart-type	9,34 %

Tableau 25.  $G_C$  en mode mixte (80 % de mode I et 20 % de mode II)

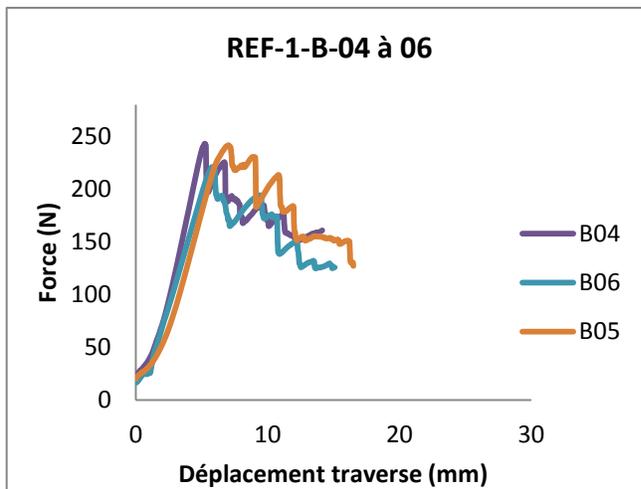


Figure 122. Courbes de propagation REF-1-B-04 à 06 et photo du montage DCB sandwich

#### 4.3.2.3. REF-1-C (55 % de mode I et 45 % de mode II)

Pour les éprouvettes avec contreplaque de 6,6 mm (55 % de mode), il n'y a pas eu de propagation à l'interface peau / Nida. La fissure s'est d'abord propagée dans le Nida (rupture transverse du Nida) avant de se propager à l'interface peau cocuite / Nida. Avec un renfort métallique de 6,6 mm d'épais, la partie supérieure du sandwich (peau précuite + contre-plaque) est beaucoup plus raide que la partie inférieure (peau cocuite + Nida). Par conséquent la partie inférieure décollée est sollicitée en flexion et la rupture se produit en cisaillement dans le Nida juste en dessous du front de fissure initial ; puis elle se propage le long de l'interface peau cocuite / Nida où se trouvent par les encoches de drainage en pieds de cellules (Figure 123).



Figure 123. Eprouvette REF-I-C-04 à 06 : rupture du Nida et propagation à l'interface peau coccute / Nida

#### 4.4. Modélisation de l'essai DCB sandwich renforcé

Après obtention du  $G_{IC}$  à travers l'essai DCB sandwich renforcé, une étude éléments finis a été menée pour vérifier que ces valeurs expérimentales permettaient de retrouver le comportement physique des éprouvettes par éléments finis.

Le modèle éléments finis réalisé est de type âme pleine où le Nida est remplacé par un matériau ayant des propriétés mécaniques équivalentes à celle du Nida. Les peaux et l'âme sont maillées en volume. La contre-plaque en aluminium est également maillée en volume. On modélise le décollement initial en dédoublant les nœuds au niveau de l'interface peau / Nida. On utilise des éléments d'interface avec le modèle à zone cohésive bi-triangulaire de SAMCEF, pour simuler la dégradation progressive de l'interface et la propagation du décollement [HAN, 02].

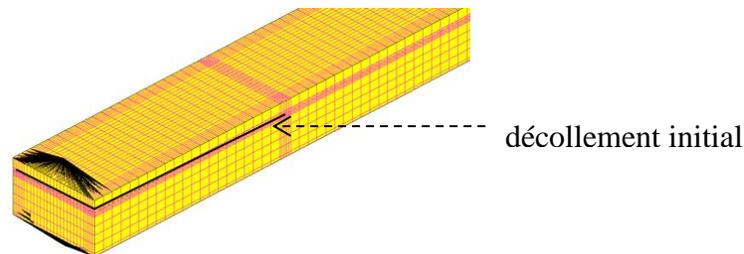


Figure 124. Modèle éléments finis de l'éprouvette DCB sandwich (schéma de principe)

Les données d'entrée du modèle d'endommagement bi-triangulaire de SAMCEF sont issues de nos essais (Tableau 26).  $G_{IC}$  est déterminé à partir des résultats de l'essai DCB renforcé décrit en 4.3.2.1. Nous avons volontairement choisi  $G_{IIC} = G_{IC}$  pour réaliser ce calcul en nous plaçant dans le cas le plus conservatif. Néanmoins, étant donné qu'il s'agit d'un essai en mode I pur, nous avons vérifié qu'en utilisant  $G_{IIC} \neq G_{IC}$  il n'y avait pas de différence significative sur la réponse du modèle.  $\sigma_{33\_MAX}$  est obtenu à partir des essais de traction perpendiculaire présentés en 4.1.7.1.

$k_3^0$	$k_2^0$	$\sigma_{33\_MAX}$	Tau	$G_{IC}$	$G_{IIC}$
$1.10^4 \text{ N.mm}^{-3}$	$1,5.10^4 \text{ N.mm}^{-3}$	5,63 MPa	$1.10^{-4}$	$0,242 \text{ mJ.mm}^{-2}$	$0,242 \text{ mJ.mm}^{-2}$

Tableau 26. Paramètres de la loi bi-triangulaire de Samcef

La courbe de propagation calculée avec SAMCEF est présentée sur la Figure 125. Le comportement du modèle au début du calcul est cohérent avec celui des essais puisque les pentes à l'origine sont quasi-identiques. Etant donné que l'âme est modélisée par un volume aux propriétés équivalentes, la propagation se fait de manière stable (sans à-coups), et on ne retrouve pas les pics qui sont dus à la géométrie des cellules hexagonales. Le modèle montre une bonne corrélation avec l'essai réalisé tant sur la charge maximale à rupture que sur la courbe de propagation.

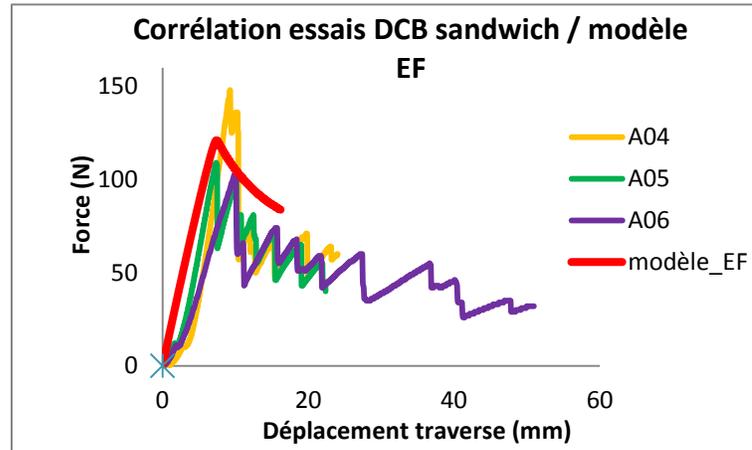


Figure 125. Courbe de propagation modèle éléments finis et essais DCB renforcé

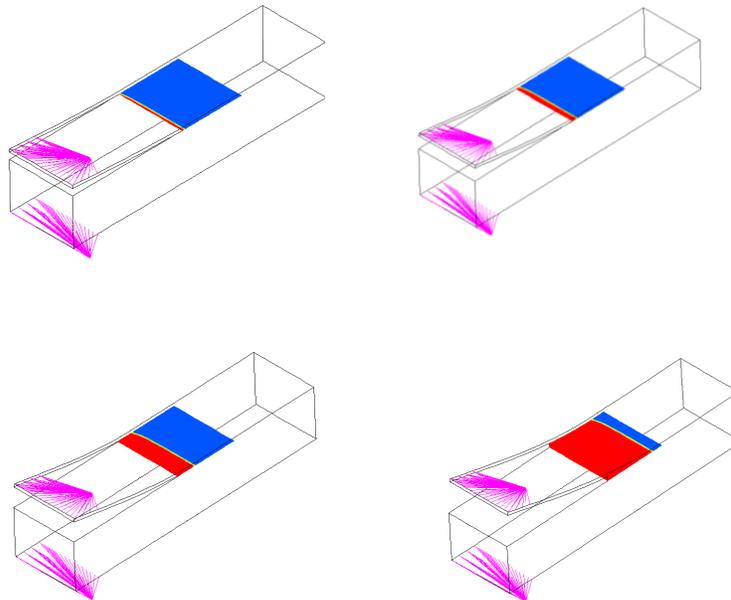


Figure 126. Evolution de la variable d'endommagement dans l'interface

## 4.5. Application de la méthodologie sur un essai de flexion

### 4.5.1. Présentation du modèle âme pleine

Nous mettons en application ce qui a été vu précédemment à travers un essai de flexion 3 points. Nous rappelons que l'objectif du travail de thèse est l'identification du seuil de propagation d'un décollement entre la peau supérieure et le sandwich Nida. La structure sandwich considérée est constituée de peaux  $[0]_6$  en carbone / époxy collées sur une âme Nida aluminium  $67 \text{ kg.m}^{-3}$  d'épaisseur 25,4 mm.

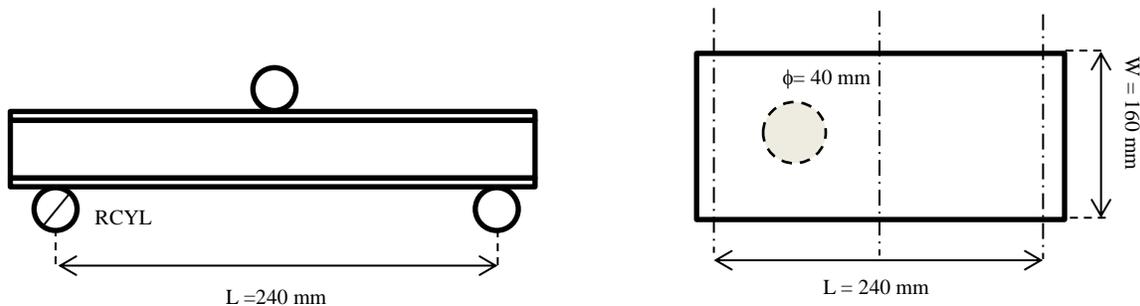


Figure 127. Géométrie du modèle sandwich flexion 3 points

Le panneau sandwich est entièrement maillé avec des éléments de volumiques hexaédriques du second degré. Il y a une seule couche de volumes composites dans l'épaisseur de chaque peau [MAT, 00]. L'âme Nida est entièrement maillée avec des volumes homogénéisés à 16 nœuds. Le maillage de l'âme est évolutif et la densité de maille augmente en se rapprochant de la peau précuite et du défaut de collage. Le modèle possède un décollement initial circulaire de diamètre 40 mm situé entre la peau précuite et l'âme, créé en dédoublant les nœuds dans cette zone. L'adhésif peau / Nida n'est modélisé qu'entre la peau supérieure (précuite) et le Nida. Il correspond à des éléments d'interfaces associés à la loi d'endommagement bitriangulaire de SAMCEF. Les rouleaux d'appuis et de chargement sont modélisés par des cylindres indéformables en contact avec l'éprouvette. Ils ont un rayon de 25 mm. Ce contact est géré par itérations couplées (le contact est géré en même temps que les autres non linéarités), avec la technique des multiplicateurs de Lagrange [CRA, 08], [BAT, 90], [ZIE, 91]. On fixe les 6 degrés de liberté des nœuds maîtres pour les cylindres d'appuis. On fixe tous les degrés de liberté du cylindre de chargement sauf celui de translation dans la direction du chargement.

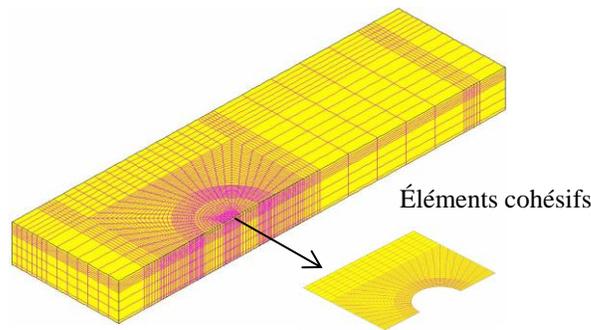


Figure 128. Maillage du modèle âme pleine

Pour des raisons de symétrie on ne modélise qu'une demi-structure. Pour tous les nœuds situés dans le plan de symétrie, on fixe le degré de liberté de translation orthogonal au plan de symétrie. Le calcul est réalisé avec le module d'analyse non linéaire MECANO de SAMCEF. On utilise une stratégie de déplacement imposé avec l'algorithme de Newton-Raphson à pas automatique et un seuil de convergence de  $10^{-3}$  sur le résidu.

Etant donné qu'on ne s'intéresse qu'aux premiers instants de l'endommagement de l'adhésif, on pourrait n'utiliser les éléments d'interface qu'aux bords du décollement (schéma (a) Figure 129). Cela permettrait de réduire les temps de calcul par rapport à un modèle intégrant des éléments d'interface sur toute la largeur de l'éprouvette. Néanmoins, pour cette présentation de la méthodologie, nous avons choisi de suivre la propagation du décollement sur toute la largeur de l'éprouvette (schéma (b) Figure 129).

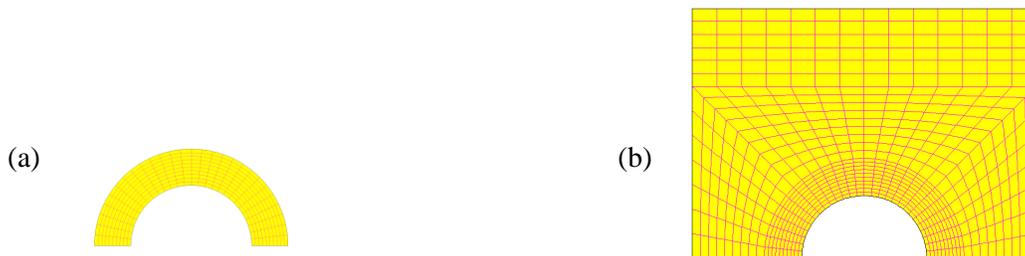


Figure 129. Eléments d'interface concentrés autour du défaut (a) ou sur toute la largeur de l'éprouvette (b)

#### 4.5.2. Propriétés matériaux

Pour les éléments cohésifs, on utilise les données issues des essais de caractérisation présentés précédemment. On prend  $G_{IC} = G_{IIC}$   $0,46 \text{ mJ}\cdot\text{mm}^{-2}$  et  $\sigma_{33\text{max}} = 5,63 \text{ MPa}$ . En prenant  $G_{IC} = G_{IIC}$ , on reste conservatif car le taux de restitution d'énergie critique en mode d'ouverture est généralement moins élevé que celui en mode de cisaillement. On rappelle que l'interface est constituée d'un matériau isotrope et que, dans ce cas,  $G_{IIIc} = G_{IIC}$ . On suppose que  $\tau_{\text{max}} = 1,5 \times \sigma_{33\text{max}}$ , en sous estimant le facteur 2 qui est disponible dans la fiche technique de la Redux322 du fournisseur Hexcel ([www.hexcel.com](http://www.hexcel.com)). Le coefficient de couplage  $\alpha$  est pris égal à 1, ce qui correspond au cas le plus critique. L'effet retard vaut  $10^{-3}$ .

Lors des discussions avec l'ONERA, il a été dit que la pseudo-raideur  $k_3^0$  pouvait se calculer en faisant le rapport entre l'épaisseur physique du joint collé et son module d'Young. Dans ce cas, pour un joint de colle d'épaisseur 0,1 mm et un matériau de module 8000 MPa, on a  $k_3^0 = 80000$  MPa. On rappelle que la force thermodynamique seuil du début d'endommagement est inversement proportionnelle à la pseudo-raideur  $k_3^0$  de l'interface :

$$Y_{0T} = \frac{\sigma_{max} \Delta l}{2} = \frac{\sigma_{max}^2}{2k_3^0}$$

Ainsi, plus on choisit une valeur élevée pour  $k_3^0$ , plus l'endommagement apparaîtra tôt dans les éléments d'interface. Ce type d'approche correspond à une rupture ductile. Au contraire, si on choisit une valeur faible pour  $k_3^0$ , la valeur  $Y_{0T}$  sera élevée et l'endommagement apparaîtra plus tard dans les éléments d'interface. Ce type d'approche correspond à une rupture fragile. Dans tous les cas, il faut s'assurer que l'utilisation des éléments d'interface ne modifie pas la raideur globale de la structure.

L'âme étant maillée avec des volumes composites, on utilise un critère en contrainte pour simuler la rupture du Nida. On renseigne les contraintes maximales admissibles qui sont connues en cisaillement hors-plan ( $\tau_{WZ\_max}$  et  $\tau_{LZ\_max}$ ) et on choisit des valeurs arbitraires pour les autres composantes, mais telles qu'elles ne conduisent pas à une valeur critique du critère.

#### 4.5.3. Résultats

En post traitement, on accède aux contraintes inter-laminaires qui passent par les éléments d'interface (Figure 130). Sur la figure suivante, le point 1 correspond à une zone de compression dans la direction hors-plan ( $\langle \sigma_{33} \rangle_-$ ). Au niveau du point 2 l'interface est sollicitée en pelage ( $\langle \sigma_{33} \rangle_+$ ) et au niveau du point 3 en cisaillement hors-plan ( $\tau_{13}$ ). Compte tenu de la loi d'endommagement utilisée, les zones probables d'initiation de l'endommagement sont les voisinages des points 2 et 3.

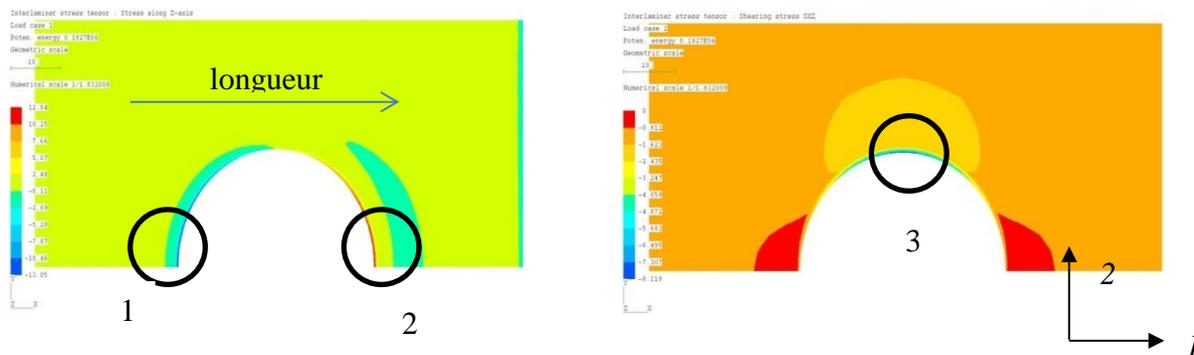


Figure 130. Contraintes dans l'adhésif: 1 = compression ( $\langle \sigma_{33} \rangle_-$ ), 2 = pelage ( $\langle \sigma_{33} \rangle_+$ ) et 3 = ( $\tau_{13}$ )

##### 4.5.3.1. Rupture par propagation du décollement

En cas de rupture par propagation du décollement, l'endommagement s'initie en pelage au niveau du point 2 de la figure précédente. Puis, il y a une redistribution des contraintes le long de l'interface et l'endommagement se poursuit dans la zone 3 en cisaillement hors-plan.

L'endommagement continue à progresser dans le sens de la largeur jusqu'à endommager complètement l'interface. La Figure 85 présente l'allure de la courbe force déplacement obtenue pour ce mode de rupture. On peut voir que l'endommagement commence très tôt dans les éléments d'interface, peu après le début de l'introduction du chargement. Ce n'est que lorsqu'une grande partie de l'interface est endommagée que le comportement du panneau sandwich devient non linéaire. Le calcul s'arrête lorsque l'interface est totalement endommagée dans le sens de la largeur de l'éprouvette. Le synoptique correspondant à la modélisation du seuil de propagation des décollements est donné sur la Figure 132.

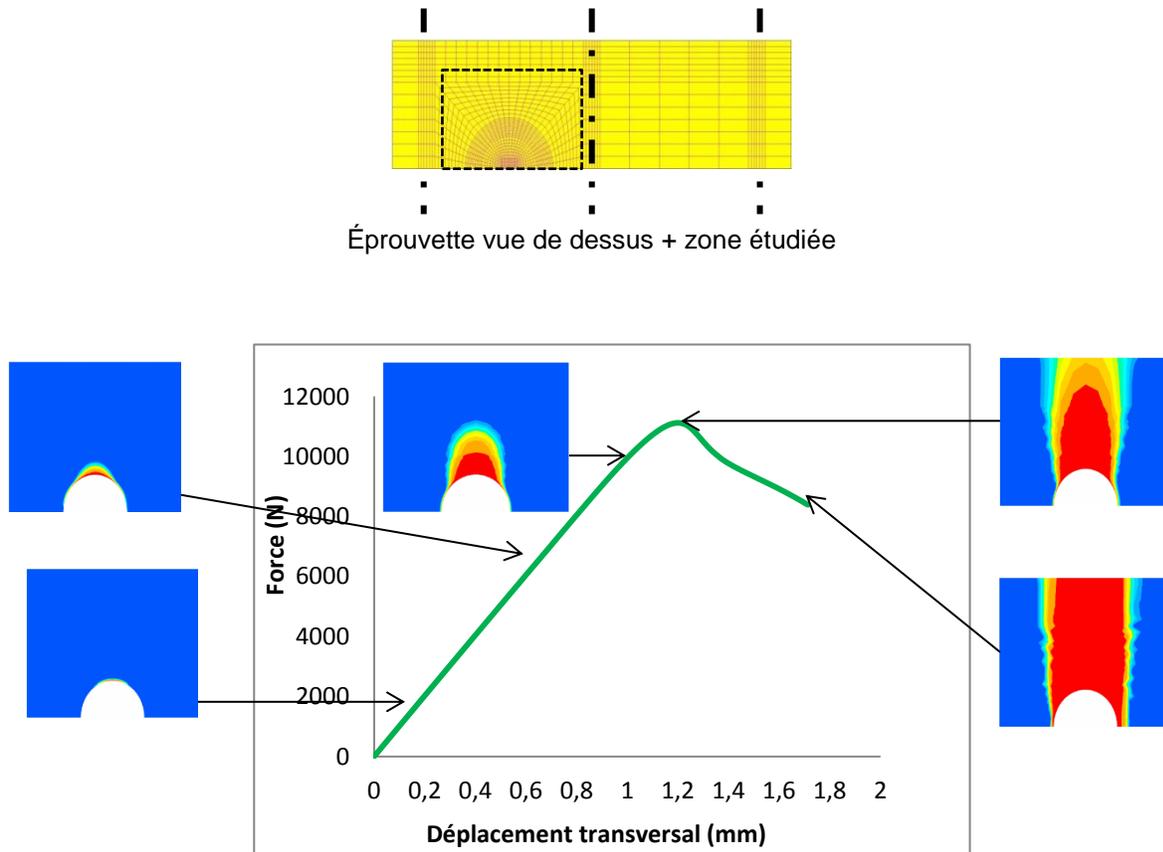


Figure 131. Evolution de l'endommagement au bord du décollement

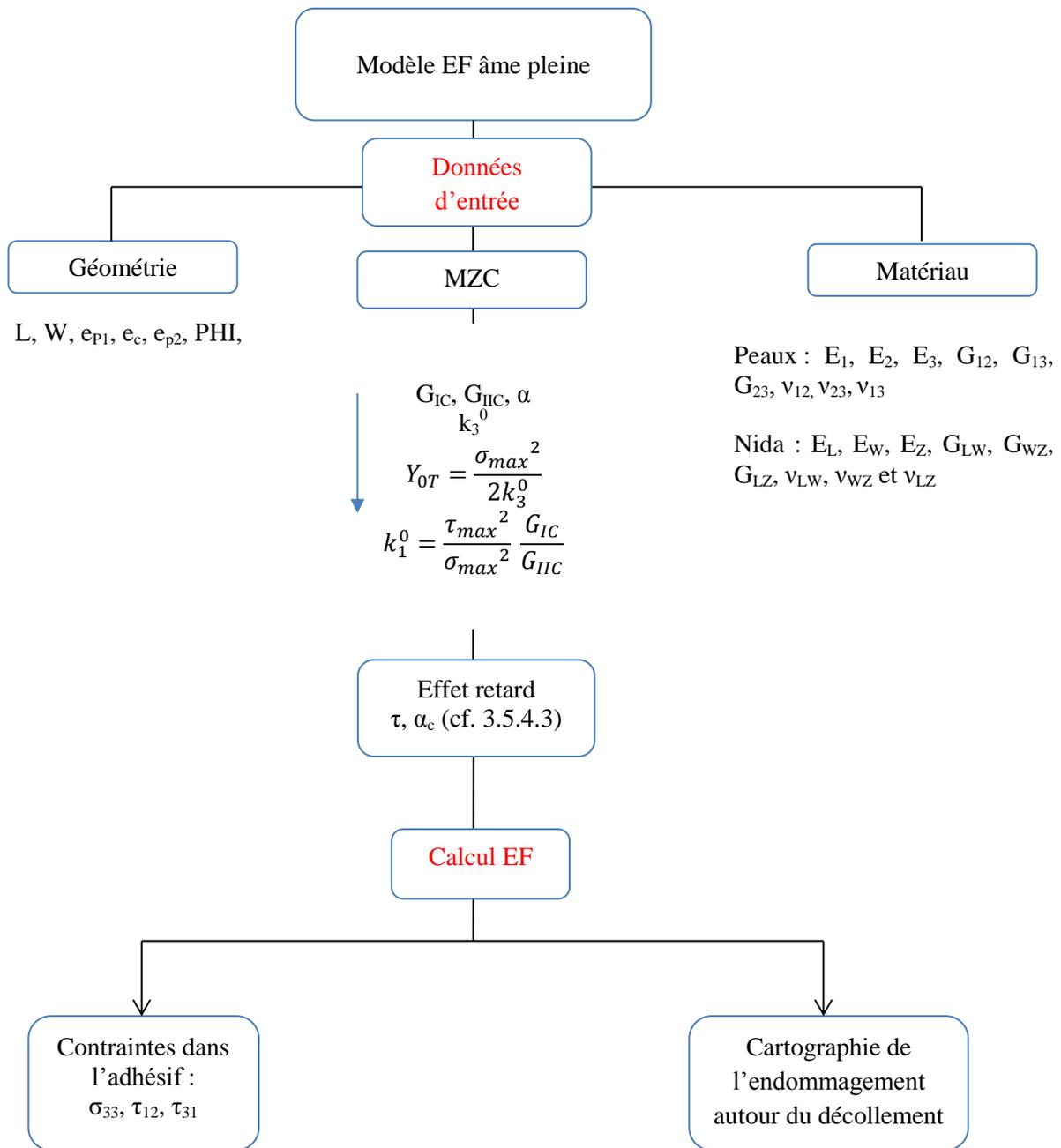


Figure 132. Synoptique de la modélisation âme pleine

# **Chapitre 5**

## **Conclusions**

L'objectif de ce travail de thèse est de proposer une méthodologie pour simuler le seuil de propagation des décollements dans les sandwichs à peaux composites et âme Nida en aluminium. Un état de l'art a d'abord mis en évidence l'absence de règle commune pour la prise en compte des décollements dans les sandwichs Nida aluminium. Bien que de nombreux travaux aient été menés pour comprendre l'endommagement des structures sandwichs, peu d'entre eux se focalisent sur la rupture par décollement peau / âme. Lorsque c'est le cas, les constituants mis en jeu ne correspondent pas à ceux de notre étude et les faciès de ruptures ne correspondent généralement pas à notre problématique.

Il existe deux familles de modèles éléments finis pour les sandwichs Nida qui sont différenciées par l'échelle à laquelle on se place. Pour une étude du comportement global du sandwich, une modélisation dite âme pleine, dans laquelle l'âme est un volume possédant les propriétés orthotropes équivalentes du Nida, est généralement utilisée. Pour mieux comprendre les mécanismes d'endommagement de l'interface peau / Nida, une modélisation détaillée du sandwich dans laquelle la géométrie des cellules hexagonales est prise en compte, s'avère nécessaire : il s'agit des modèles âme creuse.

Pour utiliser la modélisation âme pleine, nous avons proposé une méthode numérique de détermination des modules équivalents du Nida. Elle permet de remonter aux 9 coefficients élastiques indépendants du Nida à partir de la modélisation de 3 essais de traction et de 3 essais de cisaillement pur sur le Nida seul. Les résultats ont été corrélés avec les solutions analytiques existantes. Cette étude a permis de mettre en évidence l'évolution des modules  $E_L$  et  $E_W$  pour des sollicitations non linéaires géométriques. La répartition des contraintes dans les clinquants du Nida a également été analysée et nous avons montré que pour certaines sollicitations élémentaires, les doubles parois présentes dans certaines zones du Nida ne reprennent aucun effort (traction sens W et cisaillement transverse sens W).

Une fois les données matériaux déterminées pour le Nida équivalent, nous avons comparés les différentes modélisations du sandwich âme pleine en faisant varier le type d'éléments finis (volume, coque avec ou sans excentrement pour les peaux, ...). Une étude similaire a été réalisée sur les modèles âme creuse et nous avons comparés les résultats entre ces deux familles de modèles. Cette étude a permis d'expliquer les écarts entre les différentes modélisations du sandwich et de quantifier l'écart entre leurs résultats et les solutions analytiques d'un panneau en flexion.

Au vu du grand nombre de degrés de liberté contenu dans les modèles âme creuse, nous avons cherché à réduire la taille du problème. Nous avons comparé deux techniques pour diminuer les coûts CPU en vue de l'industrialisation de ces modèles :

1. une modélisation hybride où on utilise une âme creuse uniquement dans les zones où il y a un décollement et une âme pleine partout ailleurs;
2. l'utilisation de super-éléments pour condenser les degrés de libertés des parties qui restent dans le domaine linéaire lorsque la structure est sollicitée en flexion.

La technique des super éléments, qui est exacte en statique linéaire et moins coûteuse, a été retenue par la suite pour déterminer le seuil de propagation des décollements. Dans les modèles âmes creuses proposés, il n'y a pas de représentation physique des ménisques de colles qui se forment à l'interface peau / Nida. Cependant, on peut tenir compte de leur présence en ramenant

les contraintes à rupture ( $\sigma_{33}$  et  $\tau_{13}$ ) et les taux de restitution d'énergie critiques ( $G_{IC}$  et  $G_{IIC}$ ) à des valeurs équivalentes pour la seule surface des clinquants.

Compte tenu des objectifs industriels de la thèse, c'est avec la modélisation âme pleine que nous avons présenté la méthodologie de détermination du seuil de propagation des décollements. En présence d'un défaut de collage peau / âme, les efforts sont naturellement redistribués autour du défaut et il n'y a quasiment plus d'efforts dans l'âme sous le défaut. Quelle que soit la quantité de matière présente sous le décollement, le comportement du sandwich reste le même. C'est ce que nous avons pu observer avec les différentes modélisations du décollement dans la partie 0. Pour se rapprocher au mieux de la physique du problème, la modélisation qui a été retenue est celle qui intègre un décollement surfacique obtenu en dédoublant les nœuds entre la peau et l'âme.

Nous avons choisi d'utiliser la mécanique de l'endommagement avec les modèles à zone cohésive pour simuler l'initiation et la propagation des décollements. Les différents paramètres de la loi d'endommagement bi-triangulaire de SAMCEF ont été présentés. Nous avons aussi donné leur signification physique et présenté le lien qui existe entre les différents modes d'endommagements (pelage et cisaillement). Une partie importante du travail de thèse a été de proposer une méthode expérimentale pour déterminer les données d'entrée nécessaires à ce modèle d'endommagement, notamment pour obtenir les taux de restitution d'énergie critique en mode I et II.

Nous avons réalisé des essais de traction perpendiculaire sur sandwiches Nida non acoustiques pour déterminer la contrainte maximale en pelage. Ces essais sont normés, peu coûteux et bien adaptés à notre étude car ils ont systématiquement conduit à une rupture cohésive dans l'adhésif. La détermination des taux de restitution d'énergie critique s'est avérée plus délicate car les normes existantes ne sont pas adaptées aux structures sandwiches Nida. Il a fallu dimensionner nos éprouvettes pour réaliser les essais et provoquer la propagation du décollement à l'interface peau / âme. Deux types d'essais ont été comparés :

- les essais de pelage au tambour grim pant (PTG)
- les essais Double Cantilever Beam sandwich (DCB)

Les deux familles d'essais permettent de remonter à des valeurs moyennes sensiblement proches du  $G_C$  mais avec des écarts-types de l'ordre de 20 %. L'essai PTG étant difficile à mettre en œuvre (position du tambour, mesure des angles, outillage spécifique, ..) c'est avec les essais DCB que nous avons poursuivi cette étude.

Pour affiner nos résultats d'essais, une étude numérique a été menée pour connaître la mixité de mode à l'interface peau / Nida à partir des essais DCB sandwiches. Cette étude a été réalisée en utilisant la méthode « Virtual Crack Extension » (VCE) implémentée dans SAMCEF et basée sur la mécanique linéaire élastique de la rupture. Un mode I (mode d'ouverture) pur est obtenu lorsque les rigidités en flexion sont équivalentes de part et d'autre de la fissure initiale. En modifiant le nombre de plis dans une peau, on modifie sa rigidité en flexion et la mixité de mode à l'interface. Nous avons donc mis en place des essais avec différentes mixités de mode à l'interface pour mesurer à la fois le  $G_{IC}$ , le  $G_{IIC}$  et le coefficient de couplage entre ces deux valeurs.

Pour faire varier la mixité de mode, des éprouvettes DCB sandwiches acoustiques ont été renforcées avec une couche d'aluminium d'épaisseur constante prédéfinie par calcul. L'utilisation de renforts métalliques a permis d'une part de rigidifier la peau acoustique et d'éviter sa rupture en flexion, d'autre part de moduler la sollicitation imposée à l'interface peau acoustique / Nida. Nous avons ainsi déterminé le taux de restitution d'énergie critique en mode I pur et en mode mixte avec 80 % de mode I et 20 % de mode II. Les essais en mode I ont conduit à un faciès de rupture cohésif dans l'adhésif. Les essais en mode mixte ont conduit à un faciès de rupture mixte entre cohésif dans la peau et dans l'adhésif ce qui a contribué à augmenter le taux de restitution d'énergie critique apparent.

Après la détermination du  $G_{IC}$ , une modélisation de l'essai DCB sandwich renforcé en mode I a été réalisée avec une bonne corrélation. L'essai étant modélisé avec un sandwich âme pleine, nous n'avons pas reproduit les pics d'efforts liés aux points triples des cellules hexagonales.

Les taux de restitution d'énergie critiques et la contrainte maximale en pelage sont différents en fonction du type de modélisation. Pour les modèles âme pleine, on exploite directement la valeur calculée après essais. Pour les modèles âme creuse, la valeur de  $G_{IC}$  calculée sera ramenée à une valeur de  $G_C$  qui tient compte uniquement de la surface de contact entre les clinquants de Nida et l'âme. C'est une approche volontairement simple, car elle a une vocation industrielle, sans pour autant être simpliste.

Pour finir, une application de la méthodologie a été présentée avec un modèle âme pleine prenant en compte la rupture par propagation d'un défaut de collage initial. Ce modèle éléments finis a permis d'analyser la répartition des contraintes dans l'interface de manière qualitative sur un essai de flexion 3 points. Nous avons identifié la zone de pelage où l'endommagement s'initie au bord du défaut. Puis, nous avons observé la redistribution des contraintes au bord du défaut et l'évolution de la propagation principalement liée au cisaillement hors-plan.

Toutes ces études ont permis de mettre à disposition du bureau d'études d'Aircelle une méthodologie complète permettant de :

- caractériser les propriétés mécaniques d'une âme Nida à partir de calculs éléments finis
- caractériser la contrainte maximale en pelage de l'interface peau / Nida
- caractériser les taux de restitutions d'énergie critique de l'interface peau / Nida en choisissant au préalable la mixité de mode
- modéliser le seuil de propagation d'un défaut de collage dans un sandwich Nida

## Perspectives

Bien que de nombreuses études aient été menées, cette thèse ouvre la voie à de nombreuses perspectives.

Des essais de traction perpendiculaire avec des peaux acoustiques pourraient être réalisés de manière à déterminer la contrainte maximale en pelage de l'interface peau acoustique / Nida. A partir de ces essais, il serait intéressant de déterminer quel abattement il faut considérer pour passer du  $\sigma_{33max}$  de l'interface peau non acoustique / Nida au  $\sigma_{33max}$  de l'interface peau acoustique / Nida.

Au cours de cette thèse, nous nous sommes servis des essais de flexion 3 points pour identifier le seuil de propagation des décollements. Les essais réalisés, ainsi que le retour d'expérience d'Aircelle, nous ont montré qu'il était très difficile d'obtenir une rupture par propagation du décollement à partir d'essais en flexion 3 points. En effet, le Nida est généralement le fusible de la structure pour cette sollicitation et sa rupture arrive bien avant qu'il y ait eu propagation du décollement. D'autres essais (flexion 4 points avec décollement central, flexion rotulée, compression rotulée [WHO, 97], ...) sont à envisager pour clairement provoquer la ruine du sandwich par décollement peau / Nida. A cette fin, les modèles de type âme creuse permettraient de dimensionner des essais et de vérifier que les niveaux de contraintes dans l'adhésif sont plus critiques que ceux du Nida.

Concernant l'aspect modélisation, de nombreuses études de sensibilités sont à mener. D'abord avec les modèles âme pleine, une étude de convergence au maillage devrait permettre de définir la taille de maille nécessaire pour converger vers une solution physique. Pour les modèles âme creuse, la position du décollement a une influence sur le champ de contrainte dans l'adhésif. Comme présenté sur la Figure 133, le bord du décollement peut se situer à plusieurs endroit entre les cellules Nida et la peau : il peut passer sur une zone de double épaisseur (a), sur un côté incliné du clinquant (b) ou passer par un point triple (c). Il serait intéressant de déterminer les différences entre ces configurations, notamment en termes de contraintes (pelage et cisaillement) dans l'adhésif et dans le Nida. De plus, la plasticité des clinquants du Nida est à prendre en compte dans les modèles âme creuse, en renseignant la loi de comportement élasto-plastique de l'aluminium considéré.

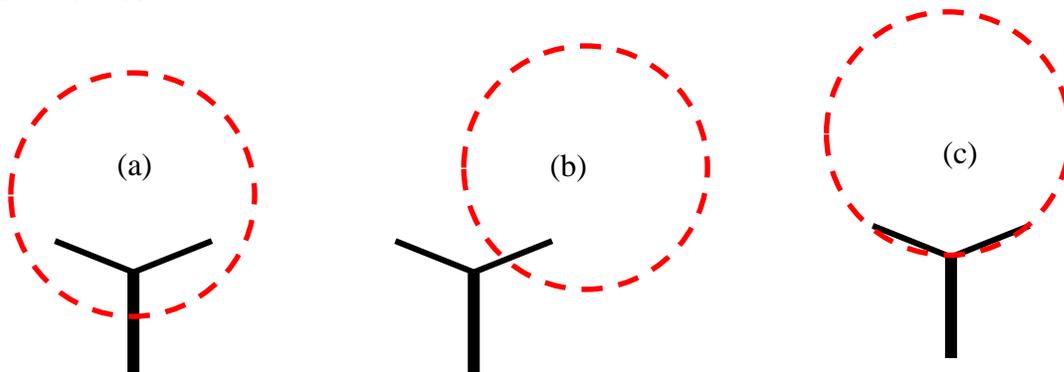


Figure 133. Position du décollement par rapport au cellules Nida

La thèse cible volontairement un certain type sandwich avec un Nida - 3/8 -  $67\text{kg.m}^{-3}$  avec des peaux en carbone époxy. Il serait intéressant d'élargir le domaine d'utilisation de la méthode proposée aux autres configurations sandwichs conçues chez Aircelle : autres tailles des cellules et autres densités de Nida ( $1/8''$ ,  $3/16''$ ,  $48\text{ kg.m}^{-3}$ , ...), autres matériaux des peaux (BMI) et du Nida (Nomex), autre type d'adhésif.

Bien qu'étant initialement envisagé dans le cadre de la thèse, l'aspect fatigue n'a pas été abordé pendant ces travaux de thèse. Une étude approfondie focalisée sur cet aspect devrait être menée pour :

- faire l'état de l'art des méthodes expérimentales actuelles de justification des structures sandwichs Nida en fatigue,

- faire un état de l'art des outils numériques disponibles capables de prédire la durée de vie en fatigue d'un panneau sandwich Nida,
- proposer des essais de caractérisation adaptés pour mesurer l'évolution des propriétés mécaniques des différents constituants du sandwich sous chargement de fatigue.

Par ailleurs, il faudra nécessairement prendre en compte l'effet de la température et du vieillissement thermique sur la structure sandwich. Des études antérieures menées par l'ONERA ont montré que pour températures inférieures à 150°C, il n'y avait pas de modification du  $G_{IC}$  ni du faciès de rupture des éprouvettes DCB sandwiches Nida similaires à celles de notre étude. Les structures sandwiches étudiées dans cette thèse étant prévues pour une utilisation en service à 120°C, la prise en compte du vieillissement thermique et / ou humide pourrait se faire via un abattement sur les propriétés mécaniques de la colle dans les modélisations éléments finis.

## **Remerciements**

L'auteur tient à remercier Aircelle pour sa collaboration. Ces travaux s'inscrivent dans le cadre du PRC Composites, projet de recherche financé par la DGAC, impliquant le Groupe SAFRAN, l'ONERA et le CNRS.

# Bibliographie

- [ABR, 09] J. ABRAOUI, Y. SCHMITT, J-L PIERROT, F.X. ROYER, Modélisation numérique et expérimentale de structures sandwich multicouche en nid d'abeille polypropylène, 15ème Colloque National de la recherche en IUT. Lille, 2009.
- [ADA, 08] D. ADAMS, A. GILL, Development and evaluation of fracture mechanics test methods for sandwich composites, Advanced Materials In Transport Aircraft Structures. Salt Lake City: University of Utah, 2008.
- [ADA, 11] D.O. ADAMS, J. NELSON, Z. BLUTH, C. HANSEN, Proceedings of the 2011 Federal Aviation Administration JAMS Technical Review Conference, San Diego, 2011.
- [ALL, 92] O. ALLIX, P. LADEVEZE, Interlaminar interface modelling for the prediction of delamination, Composite Structures, n° 22, 1992, pp 235-242.
- [AMI, 03] Y. AMINANDA, B. CASTANIE, P. THEVENET, J.-J. BARRAU, Tolérance aux dommages des structures sandwichs : simulation du comportement à l'impact et après endommagement, Journée utilisateurs SAMCEF, 2003.
- [AST, 00] ASTM C363, Standard Test Method for Shear Properties of Sandwich Core Materials, 2000.
- [AST, 00] ASTM C393, Standard test method for flexural properties of sandwich constructions, 2000.
- [AVI, 07] F. AVILES, L.A. CARLSSON, Post-buckling and debond propagation in sandwich, Engineering Fracture Mechanics 74, 2007, pp 794-806.
- [BAR, 99] E.J. BARBERO, Introduction to Composite Materials design, Taylor and Francis, 1999.
- [BAT, 96] L.J. BATHE, Finite element procedures, Prentice Hall, 1996.
- [BAT, 90] J.-L. BATOZ, G. DHAT, Modélisation des structures par éléments finis, volume 1, HERMES, 1990.
- [BAT, 92] J.-L. BATOZ, G. DHAT, Modélisation des structures par éléments finis, volume 2, HERMES, 1992.
- [BAT, 92] J.-L. BATOZ, G. DHAT, Modélisation des structures par éléments finis, volume 3, HERMES, 1992.
- [BER, 95] J.-M. BERTHELOT, Matériaux composites comportement mécanique et analyse des structures, MASSON, 1995.

- [BES, 01] T. BESANT, G.A.O. DAVIES, D. HITCHINGS, Finite element modelling of low velocity impact of composite sandwich panels, *Composites Part A: applied science and manufacturing*, 2001, pp 1189-1196.
- [BUR, 98] M. BURMAN, Fatigue crack initiation and propagation in sandwich structures, 1998.
- [CAN, 94] W.-J. CANTWELL, P. DAVIES, A test technique for assessing core-skin adhesion in composite sandwich structures, *Journal of Materials Science Letters* 13, n° 3. Stockholm: Department of aeronautics division of lightweight structures - Royal Institute of Technology, 1994, pp 203-205.
- [CAN, 99] W.J. CANTWELL, R. SCUDAMORE, J. RATCLIFFE, P. DAVIES, Interfacial fracture in sandwich laminates, *Composites Science and Technology* 59, n° 14, 1999, pp 2079-2085.
- [CAR, 11] L.A. CARLSSON, G.A. KARDOMATEAS, *Structural and Failure Mechanics of Sandwich Composites*, Springer, 2011.
- [CHA, 85] J.L. CHABOCHE, J. LEMAÎTRE, *Mécanique des matériaux solides*, Dunod, 1985.
- [CHA, 96] J.-L. CHABOCHE, *Mécanique des matériaux solides*, 2ème édition, DUNOD, 1996.
- [CHO, 10] H.S. CHOI, Y.H. JANG, Bondline strength evaluation of cocured/precured honeycomb sandwich, *Elsevier Composites Part A* 41, 2010, pp 1138-1147.
- [CRA, 08] J.-C. CRAVEUR, *Modélisation par éléments finis*, Paris: Dunod, 2008, pp 227-235.
- [CRA, 08] J.-C. CRAVEUR, C. CHEZE, *Mécanique des structures - Du calcul analytique au calcul matriciel*, Paris: Ellipse, 2008.
- [CRA, 10] J.-C. CRAVEUR, P. JETEUR, *Introduction à la mécanique non linéaire - Calcul des structures par éléments finis*, DUNOD, 2010.
- [DAN, 94] I.M DANIEL, O. ISHAI, *Engineering mechanics of composite materials*, Oxford university press, 1994.
- [DUB, 86] S. DUBIGEON, *Mécanique des milieux continus*, Lavoisier Tec et Doc, 1986.
- [FRA, 93] D. FRANCOIS, A. PINEAU, A. ZAOUI, *Comportement mécanique des matériaux - viscoplasticité, endommagement, mécanique de la rupture, mécanique du contact*, HERMES, 1993.
- [FRA, 92] D. FRANCOIS, A. PINEAU, A. ZAOUI, *Elasticité et plasticité*, HERMES, 1992.
- [FRA, 93] D. FRANCOIS, A. PINEAU, A. ZAOUI, *Viscoplasticité, endommagement, mécanique de la rupture, mécanique du contact*, HERMES, 1993.
- [GAY, 89] D. GAY, *Matériaux composites*, HERMES, 1989.

- [GDO, 09] E.E. GDOUTOS, Debonding of interfacial cracks in sandwich beams, Xanthi, Greece: School of Engineering - Democritus University of Thrace, 2009.
- [GIB, 97] L.J. GIBSON, M.F. ASHBY, Cellular Solids: Structure and Properties, Cambridge University Press, Cambridge, 1997.
- [GRE, 93] M. GREDIAC, A finite element study of the transverse shear in honeycomb cores, International Journal of Solids Structures 30, n° 13, 1993, pp 1777-1788.
- [GUE, 77] D. GUEDRA-DEGEORGES, P. THEVENET, S. MAISON, Damage tolerance of sandwich structures, Proceedings of Euromech 360 Colloquium, Kluwer Academic Publishers, Saint Etienne, 1977.
- [HAN, 02] T.-S. HAN, A. URAL, C.-S. CHEN, A. T. ZEHNDER, A. R. INGRAFFEA and S. L. BILLINGTON, Delamination buckling and propagation analysis of honeycomb panels using a cohesive element approach, Kluwer Academic Publishers. International Journal of Fracture, 2002, pp 101-123.
- [HEX, 99] HEXCEL Composites, Hexweb honeycomb attributes and properties, 1999, pp 3-5.
- [HIL, 09] R. HILGERS, Substantiation of Damage Growth within Sandwich Structures, FAA Workshop for Composite Damage Tolerance & Maintenance. Tokyo, 2009.
- [HUL, 96] D. HULL, T.W. CLYNE, An introduction to composite materials, 2<sup>nd</sup> edition, Cambridge university press, 1996.
- [IDR, 11] M. IDRIS, A. EL MAHI, R. EL GUERJOURA, Analyse de l'amortissement en fatigue cyclique des matériaux sandwichs endommagés par fissuration, Compte Rendus des JNC 17. Poitiers, 2011.
- [IMB, 84] J.-F. IMBERT, Analyse des structures par éléments finis, 2<sup>ème</sup> édition, CEPADUES EDITIONS, 1984.
- [KAR, 06] M. KARAMA, B. LORRAIN, Experimental numerical modelling of the behaviour of sandwich materials, Mécanique & industries vol. 7, n° no1, 2006, pp 39-48.
- [LEB, 03] J.B. LEBLOND, Mécanique de la rupture fragile et ductile, HERMES, 2003.
- [LEV, 98] D. LEVÊQUE, Analyse de la tenue au délaminage des composites stratifiés : identification d'un modèle d'interface interlaminaire, Laboratoire de Mécanique et Technologie E.N.S. Cachan, 1998.
- [LIU, 12] D. LIU, A review of mechanical drilling for composite laminates, Composite Structures 94, 2012, pp 1265-1279.
- [MAL, 00] C. MALMARY, Etude théorique et expérimentale de l'impédance acoustique de matériaux en présence d'un écoulement d'air tangentiel, Laboratoire d'Acoustique de l'Université du Maine (LAUM), Le Mans, 2000.

- [MAT, 00] F.L. MATTHEWS, G.A.O. DAVIES, D. HITCHING, C. SOUTIS, Finite element modelling of composite materials and structures, Woodhead publishing limited, 2000.
- [MOH, 12] F. R. E. MOHAMMADI, Caractérisations expérimentales du papier composant une âme pliée pour matériaux sandwichs et de la liaison de celle-ci avec la peau, ENS Cachan, Laboratoire de Mécanique et Technologie (LMT), 2012.
- [NAF, 91] NAFEMS, Introduction to nonlinear finite element analysis, Hinton, 1991.
- [NET, 06] A.T. NETTLES, Measuring core / face sheet bond toughness in honeycomb sandwich structures, Marshall Space Flight Center (Nasa), 2006.
- [NOH, 04] W.-J. NOH, Mixed-mode interfacial fracture toughness of sandwich composites at cryogenic temperatures, University of Florida, 2004.
- [OTH, 08] A.R. OTHMAN, D.C. BARTON, Failure initiation and propagation characteristics of honeycomb sandwich composites, Composites Structures 85, 2008, pp 126-138.
- [PER, 10] L.E. PEROTTI, Modeling the behaviour of fiber reinforced sandwich structures subjected to underwater explosions, California Institute of Technology, 2010.
- [PRA, 94] S. PRASAD, L.A. CARLSSON, Debonding and crack kinking in foam core sandwich beams-I. Analysis of fracture specimens, Engineering Fracture Mechanics Volume 47, n° Issue 6, 1994, pp 813-824.
- [PRE, 99] Y. PREL, Structures composites pour le lanceur Ariane, Techniques de l'Ingénieur, 1999.
- [PRE, 92] C. PREVITE, La conception structurale préliminaire de navires en âmes sandwich. La construction navale en composites, Paris: IFREMER, 1992.
- [PRI, 12] J. PRIMUS, Détermination de l'impédance acoustique de matériaux absorbants en écoulement par méthode inverse et mesures LDV, Institut National des Sciences Appliquées de Toulouse (INSA Toulouse), Toulouse, 2012.
- [PRO, 07] P. PROMBUT, Caractérisation de la propagation de délaminages des stratifiés composites multidirectionnels, ENSICA & Université de Toulouse III - Paul Sabatier, 2007.
- [RAM, 10] D.A. RAMANTANI, M.F.S.F. DE MOURA, R.D.S.G.CAMPILHO, A.T. MARQUES, Fracture characterization of sandwich structures interfaces under mode I loading, Composites and Science Technology 70, 2010, pp 1386-1394.
- [RIN, 11] M. RINKER, M. JOHN, P.C. ZAHLEN, R. SCHÄUBLE, Face sheet debonding in CFRP/PMI sandwich structures under quasi-static and fatigue loading considering residual thermal stress, Engineering Fracture Mechanics, 2011.

- [RIV, 02] H.K. RIVERS, J. G. SIKORA and S. N. SANKARAN, Detection of hydrogen leakage in a composite sandwich structure at cryogenic temperature, *Journal of spacecraft and rockets* 39, n° 3, 2002.
- [SAL, 86] J. SALENCON, *Mécanique des milieux continus*, ELLIPSES, 1986.
- [SAW, 09] C. A. H. SAWAGADOGO, *Comportement en fatigue des composites monolithiques et sandwichs : détection et suivi de l'endommagement par techniques non destructives*, Université de Lille 1, 2009.
- [SCO, 97] W. SCOTT BURTON, A.K. NOOR, *Structural analysis of the adhesive bond in a honeycomb core sandwich panel*, Elsevier Sciences, *Finite Elements Analysis and Design* 26, 1997, pp 213-227.
- [SHE, 95] R.A. SHENOI, CLARK S.D., ALLEN H.G., *Fatigue behaviour of polymer composite sandwich beam*, *Journal of Composite Materials* 29, n° 18, 1995.
- [SHI, 01] A. SHIPSHA, *Failure of sandwich structures with sub-interface damage*, Department of Aeronautics, Royal Institute of Technology, Stockholm, Sweden, 2001.
- [SKE, 90] I. SKEIST, *Handbook of adhesives*, 3rd edition, New-York: Van Nostrand Reinhold, 1990.
- [SOU, 05] T. SOUTHWARD, *Buckling and growth of disbonds in honeycomb sandwich structure*, PhD. Thesis, The University of Auckland, 2005.
- [STA, 06] R.A. STAAL, *Failure of sandwich honeycomb panels in bending*, Auckland: Department of Mechanical Engineering, The University of Auckland, 2006.
- [TRO, 92] P. TROMPETTE, *Mécanique des structures par la méthode des éléments finis*, MASSON, 1992.
- [TSA, 92] S.W. TSAI, *Theory of composites design*, Think composite, 1992.
- [VAN, 11] T. VANDELLOS, *Développement d'une stratégie de modélisation du délaminage dans les structures composites stratifiées*, Thèse de doctorat en Génie Mécanique et Ingénierie, ONERA et Université Bordeaux 1, France, 2011.
- [VEE, 05] V.P. VEEDU, L.A. CARLSSON, *Finite-element buckling analysis of sandwich columns containing a face/core debond*, *Composite Structures* 69, 2005, pp 143-148.
- [VIL, 05] J.-J. VILLENAVE, *Assemblage par collage*, Paris : Dunod, 2005.
- [WAR, 87] W.E. WARREN, A.M. KRAYNIK, *Foam mechanics: the linear elastic response of two-dimensional spatially periodic cellular materials*, *Mechanics of Materials* 6, 1987, pp 27-37.

- [WHO, 97] M.R. WHOM, J. W. ATKINSON, M. I. JONES, Reduction in compressive strain to failure with increasing specimen size in pin-ended buckling tests, Composite Science and Technology, n° 57, 1997, pp 1303-1308.
- [ZEN, 95] D. ZENKERT, An introduction to Sandwich Construction, EMAS, 1995.
- [ZEN, 00] D. ZENKERT, Damage tolerance of naval sandwich panels, Stockholm: Department of aeronautical and vehicle engineering, 2000.
- [ZIE, 91] O.C. ZIENKIEWICZ, R.L. TAYLOR, La méthode des éléments finis, AFNOR TECHNIQUE, 1991.

## Annexe A

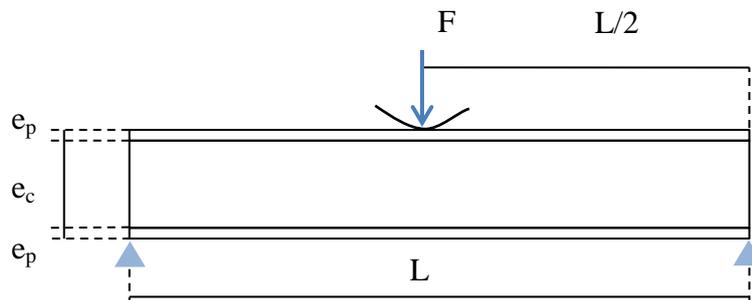
# Comparaisons des différents modèles éléments finis de sandwich âme pleine

Par souci de clarté, le détail des calculs analytiques est reporté à la fin de cette annexe. Par ailleurs, le terme « contrainte », pour les modèles éléments finis, fera systématiquement référence à une composante du tenseur des contraintes extrapolées aux nœuds non lissés et non équivalentes.

### Première étude : plaque sandwich « isotrope »

#### A.1 Modèles éléments finis

On étudie une plaque sandwich de longueur  $L$  et de largeur  $b$ . La plaque est sollicitée en flexion 3 points, sous une charge  $F$  appliquée en son centre. Chaque peau a pour épaisseur  $e_p$  et l'épaisseur de l'âme est de  $e_c$ . Les peaux sont symétriques et faites en aluminium. Elles ont pour module d'Young  $E_p$  et pour coefficient de Poisson  $\nu_p$ . Dans le modèle éléments finis, on introduit l'effort via un cylindre de rayon 20 mm (cf. figure 8).



*Figure 134. Géométrie du modèle*

Avec :

$L = 400 \text{ mm}$	$b = 100 \text{ mm}$	$F = 20\,000 \text{ N}$	$e_p = 2 \text{ mm}$
$e_c = 20 \text{ mm}$	$E_p = E_c = 70\,000 \text{ MPa}$	$\nu_p = \nu_c = 0,3$	

Avant d'analyser le comportement d'un sandwich classique, on commence par considérer que le cœur est constitué du même matériau que les peaux : l'aluminium. Ayant les solutions analytiques pour les plaques isotropes, on va mesurer l'influence du modèle sur les résultats. Pour limiter les temps de calcul, on exploite la symétrie du modèle et on ne modélise qu'un quart de structure, en introduisant des conditions de symétrie. A titre comparatif, nous allons tester quatre modélisations :

- vvv : les peaux en volume et l'âme en volume (Figure 135).
- cvc : les peaux en coque et l'âme en volume. Dans ce modèle, on augmente la taille de l'âme de 2 mm, pour avoir la bonne inertie en flexion, et on modifie le module de cisaillement de l'âme  $G_{13}$ , pour conserver la bonne raideur en cisaillement.

- cvc\_exce : les peaux sont en coque et l'âme en volume. On ne modifie pas la hauteur ni le module de cisaillement de l'âme. On excentre le feuillet moyen des coques d'une demi-épaisseur de peau pour retrouver la bonne rigidité en flexion
- Un modèle coque composite avec un pli pour chaque peau et un pli pour l'âme (Figure 135).
- Un modèle coque isotrope en aluminium d'épaisseur 24 mm.

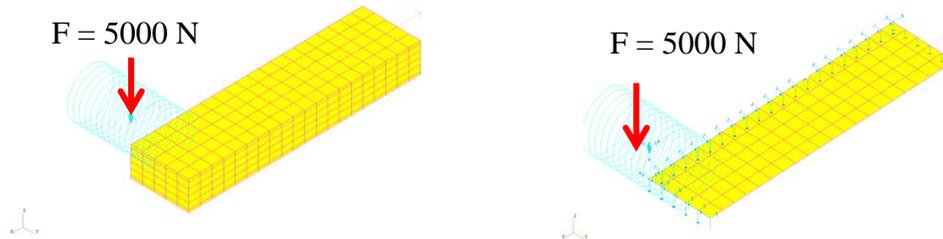


Figure 135. Modèles EF du sandwich Nida - modèle « vvv » (à gauche) et Coque composite (à droite)

Le facteur de cisaillement associé à la structure s'écrit,  $G_c$  étant calculé à partir de  $E_c$  et  $\nu_c$  :

$$S = \frac{E_p}{G_c} \left[ \frac{h_{sandwich}}{L} \right]^2 = 0,00936$$

Puisque  $S \ll 1$ , la structure est faiblement déformable à l'effort tranchant.

## A.2 Déplacement transversal : Plaque isotrope homogène

### A.2.1 Calcul de la flèche due au moment de flexion

On calcule la flèche analytique en ne prenant en compte que la contribution du moment de flexion.  $\langle EI \rangle$  étant la rigidité équivalente en flexion du sandwich, la flèche analytique, au sens de la théorie des sandwichs à peaux minces, s'écrit :

$$\Delta_{BERTHELOT} = \frac{FL^3}{48\langle EI \rangle} = 3,307 \text{ mm}$$

Avec :

$$\langle EI \rangle = E_p \frac{be_p^3}{6} + E_p be_p \frac{(e_c + e_p)^2}{2} + E_c \frac{be_c^3}{12}$$

La plaque étant isotrope cette rigidité équivalente en flexion peut s'écrire :

$$\langle EI \rangle = \frac{E_p b (e_c + 2e_p)^3}{12}$$

Le déplacement transversal maximal est relevé sur les nœuds de la face inférieure du sandwich (cf. figure 11).

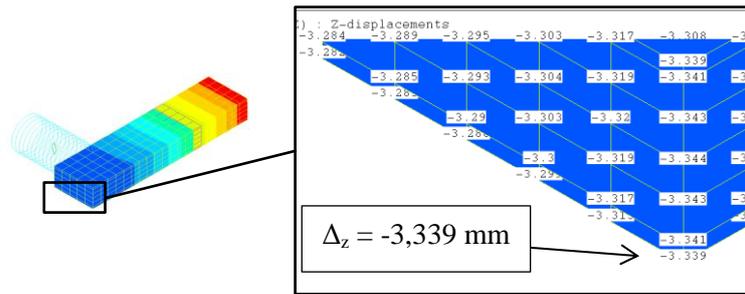


Figure 136. Déplacement transversal calculé aux nœuds du sandwich

### A.2.2 Calcul de la flèche avec prise en compte de la déformation à l'effort tranchant

Les éléments finis utilisés dans nos modèles prennent en compte la déformation due à l'effort tranchant. On recalcule la flèche analytique, en ajoutant la contribution due à l'effort tranchant.  $GS^*$  étant la rigidité équivalente en cisaillement du sandwich, la solution analytique s'écrit maintenant :

$$\Delta_{BERTHELOT} = \frac{FL^3}{48(EI)} + \frac{FL}{4GS^*} = 3,344 \text{ mm}$$

Avec :

$$S^* = \frac{5}{6} * S$$

Les écarts entre les résultats éléments finis et la solution analytique sont donnés dans le tableau ci-dessous :

	$\Delta z$ (en mm)	Ecart relatif à $\Delta_{BERTHELOT}$ sans effort tranchant (%)	Ecart relatif à $\Delta_{BERTHELOT}$ avec effort tranchant (%)
Modèle vvv	3,339	+ 0,97	- 0,15
Modèle cvc	2,809	- 15,05	- 15,99
Modèle cvc_exce	3,342	+ 1,05	- 0,05
Modèle C composite	3,343	+ 1,08	- 0,03
Modèle C isotrope	3,343	1,08	- 0,03

Tableau 27. Comparaison des flèches pour un " sandwich isotrope "

On retrouve la solution analytique pour l'ensemble des modèles excepté le modèle cvc qui est détaillé ci-après. Bien que la contribution de l'effort tranchant soit faible, sa prise en compte dans la formule analytique a permis de diminuer l'écart avec les modèles éléments finis. Compte tenu de l'utilisation du même matériau dans les peaux et dans l'âme, les modèles C composite et C isotrope donnent exactement la même flèche.

### A.2.3 Interprétation du modèle cvc

Pour expliquer cet écart de 16 % entre la flèche analytique et la flèche du modèle cvc, il faut revenir à l'écriture de la solution analytique. La flèche analytique, en ne considérant que la contribution du moment de flexion, s'écrit :

$$\Delta_{BERTHELOT} = \frac{FL^3}{48\langle EI \rangle}$$

La rigidité équivalente  $\langle EI \rangle$  d'un panneau sandwich classique s'écrit comme suit :

$$\langle EI \rangle = 2E_p \frac{be_p^3}{12} + 2E_p b e_p \left( \frac{e_c + e_p}{2} \right)^2 + E_c \frac{be_c^3}{12}$$

$$\langle EI \rangle = 2\langle EI \rangle_p + 2\langle EI \rangle_{p0} + \langle EI \rangle_c$$

Le terme  $\langle EI \rangle_p$  correspond à la rigidité en flexion de chaque peau, par rapport à son centre de gravité respectif. Le terme  $\langle EI \rangle_{p0}$  représente la rigidité en flexion de chaque peau, rapportée au centre de gravité de la plaque sandwich complète. Enfin, le terme  $\langle EI \rangle_c$  est la rigidité en flexion de l'âme par rapport à son centre de gravité.

Avec une modélisation de type vvv, l'âme a une épaisseur de 20 mm et chaque peau a une épaisseur de 2 mm. On calcule alors la vraie rigidité équivalente en flexion du sandwich (cf. figure 12).

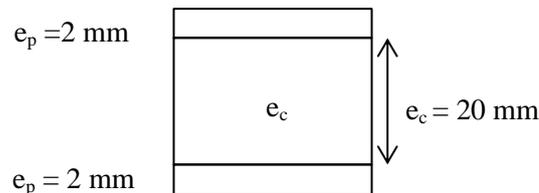


Figure 137. Dimensions de l'âme et des peaux dans le modèle vvv.

En revanche, dans la modélisation de type cvc, les peaux ont toujours une épaisseur de 2 mm, mais l'épaisseur de l'âme vaut 22 mm au lieu de 20 mm (cf. figure 13).

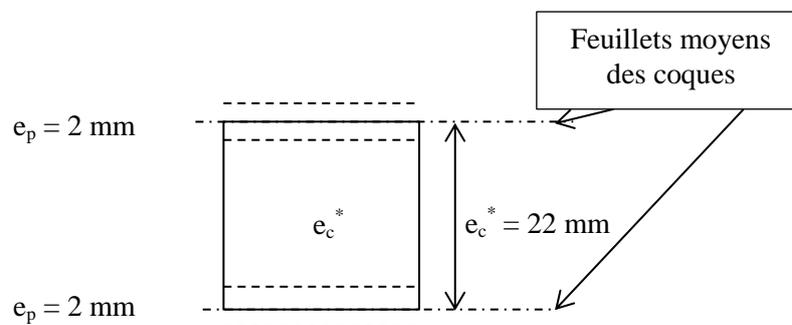


Figure 138. Dimensions de l'âme et des peaux dans le modèle cvc.

Cette augmentation d'épaisseur se traduit par une augmentation de l'inertie de l'âme qui s'écrit :

$$I_c = \frac{be_c^{*3}}{12}$$

Par ailleurs, dans un sandwich classique on a  $E_p \gg E_c$ , et la rigidité équivalente en flexion de l'âme peut être négligée par rapport à la rigidité équivalente en flexion des peaux ( $\langle EI \rangle_c \ll \langle EI \rangle_p$ ). Or dans ce cas test, le module d'Young est le même dans l'âme et dans les peaux, soit  $E_p = E_c$ . Dans ce cas, la rigidité équivalente en flexion de l'âme n'est plus

négligeable devant celle des peaux ( $\langle EI \rangle_c \simeq \langle EI \rangle_p$ ). D'un modèle à l'autre, on modifie l'inertie totale du sandwich, comme le montre le tableau suivant :

	Modèle vvv	Modèle cvc	Ecart (%)
$I_c$ (en $\text{mm}^4$ )	115 200	137 267	+ 19

Tableau 28. Ecart sur la rigidité équivalente en flexion entre les modèles cvc et vvv

Dans le modèle cvc, l'inertie du cœur augmente de 19 % par rapport à l'inertie du cœur dans le modèle vvv. Il est normal d'avoir un déplacement transversal moins élevé pour ce modèle cvc. Nous faisons une étude de sensibilité sur le modèle cvc, pour déterminer pour quelle plage de valeur de  $E_c$  on retrouve la solution analytique par les éléments finis. Lorsque  $E_c$  est de l'ordre de  $E_p$  (50000 à 70000 MPa), on s'éloigne du comportement d'un sandwich classique et on retrouve une erreur qui va de 6 jusqu'à 16 %, comme on l'a vu précédemment.

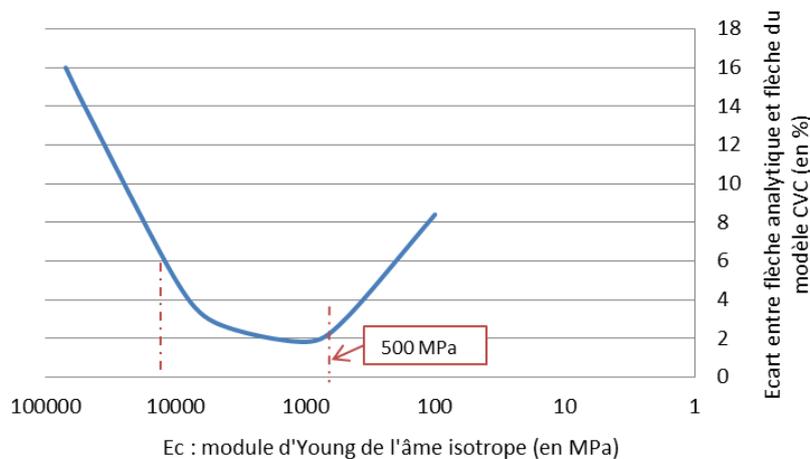


Figure 139. Ecart entre la flèche analytique et la flèche du modèle cvc en fonction du module d'Young de l'âme

Pour des valeurs de  $E_c$  comprises entre 10000 et 500 MPa, l'écart entre l'analytique et le modèle est inférieur à 6 %. Dans ce cas, le rapport  $E_p / E_c$  est compris entre 70 et 140 et on respecte bien l'hypothèse de la formule analytique  $E_p \gg E_c$ .

Lorsque  $E_c$  vaut 500 MPa, le facteur de cisaillement  $S$  vaut  $S = 1,31$ . Plus la valeur de  $E_c$  diminue et plus le facteur de cisaillement augmente. Cela signifie que la structure est de plus en plus déformable à l'effort tranchant. Dans ce cas, le terme lié à l'effort tranchant n'est plus négligeable et la formule utilisée comme référence n'est plus adaptée.

### A.3 Déplacement longitudinal

Dans un premier temps, nous allons analyser l'allure du déplacement longitudinal pour chaque modèle éléments finis. Par la suite, nous ferons une comparaison entre les résultats.

#### A.3.1 Modèle Volumes / Volumes / Volumes (vvv)

Le champ de déplacement dans un élément de volume du 1<sup>er</sup> degré est linéaire. Par conséquent, le champ du déplacement longitudinal sera linéaire dans les peaux et dans l'âme du sandwich. Puisque les peaux et l'âme ont le même module d'Young, la pente de la droite sera identique dans les peaux et dans le cœur (cf. figure 15). Contrairement à l'hypothèse de

la théorie des plaques sandwich, les déplacements  $u$  et  $v$ , dans les directions  $x$  et  $y$ , ne sont pas uniformes dans les peaux mais linéaires.

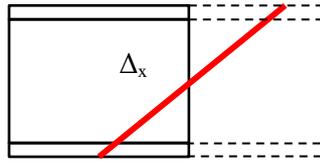


Figure 140. Allure du déplacement longitudinal dans une section droite du sandwich (modèle vvv).

### A.3.2 Modèle Coques / Volumes / Coques

Pour ce type de modélisation, les éléments de coques sont collés sur les éléments de volume qui modélisent l'âme du sandwich. On sait que le champ de déplacement transversal est linéaire dans les éléments de coque et dans les éléments de volume de degré 1. Pour accéder aux déplacements dans les peaux maillées en coques, il faut tenir compte de la rotation aux nœuds. En effet, la valeur affichée par défaut dans SAMCEF correspond au déplacement du feuillet moyen de l'élément ( $u_0$  et  $v_0$ ). Pour connaître le déplacement longitudinal maximal, il faut ajouter au déplacement du feuillet moyen le déplacement dû à la rotation de la section, noté  $dx$  sur la figure 16 ci-dessous.

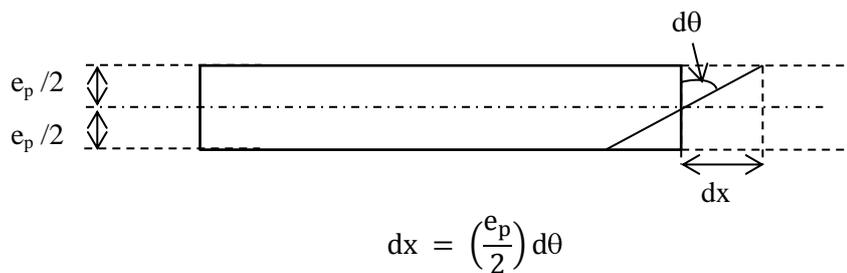


Figure 141. Schéma du déplacement longitudinal dans un élément de coque en flexion

### A.3.3 Modèle Coques composite

On calcule la valeur des déplacements longitudinaux maximum en prenant en compte la rotation du feuillet moyen, comme dans la section précédente.

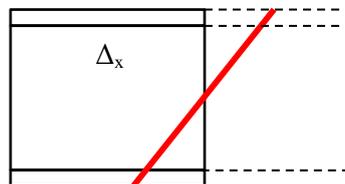


Figure 142. Champ de déplacement longitudinal dans une section droite du modèle Coques composite.

### A.3.4 Modèle Coques isotrope

Le déplacement longitudinal est identique à celui du paragraphe précédent.

### A.3.5 Résultats EF du déplacement longitudinal

Dans le tableau suivant, on regroupe la valeur du déplacement longitudinal relevé dans la section droite ayant pour abscisse  $x = L/4$ . Ces valeurs sont situées sur la peau inférieure de chaque modèle de sandwich, au niveau des bords libres.

	$\Delta x_{\min}$ (en mm)
Modèle vvv	0,220
Modèle cvc	0,186
Modèle cvc_exce	0,203
Modèle C composite	0,222
Modèle C isotrope	0,222

Tableau 29. Comparaison des flèches pour un " sandwich isotrope "

Les modèles vvv, C composite et C isotrope donnent à moins de 1 % près le même résultat pour le déplacement longitudinal quand on se place à  $x = L/4$ . Le modèle cvc a un écart relatif d'environ 15 % avec les modèles vvv et C composite. Le modèle cvc\_exce a un écart relatif de - 8 % avec les modèles vvv et C composite car le feuillet moyen des coques est physiquement mal positionné. Compte tenu de l'utilisation du même matériau dans les peaux et dans l'âme, les modèles C composite et C isotrope donnent encore exactement le même résultat.

## A.4 Contrainte de cisaillement transverse $\tau_{LZ}$

### A.4.1 Modèle Volumes / Volumes / Volumes

Le champ de contrainte évolue linéairement dans l'épaisseur d'un élément de volume du 1<sup>er</sup> degré. Dans ce modèle, il y a un élément de volume dans l'épaisseur de chaque peau, et quatre éléments de volumes dans l'épaisseur de l'âme. La contrainte de cisaillement transverse est linéaire dans les peaux et linéaire par morceaux dans l'âme. Néanmoins, on observe une évolution parabolique de la contrainte de cisaillement transverse dans l'âme. Plus on ajoute des éléments dans l'épaisseur de l'âme, et plus la contrainte de cisaillement transverse aura une évolution parabolique continue (cf. Figure 143). Cette évolution parabolique dans toute l'épaisseur est due au choix des modules qui sont égaux pour les peaux et le Nida. Nous verrons par la suite que la distribution de contrainte de cisaillement est totalement différente dans le cas d'un sandwich classique.

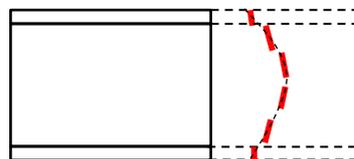


Figure 143. Evolution de la contrainte de cisaillement transverse dans la section droite

### A.4.2 Modèle Coques / Volumes / Coques

Les contraintes de cisaillement transverse sont nulles dans les éléments de coques. Par conséquent, la contrainte de cisaillement transverse du modèle cvc est localisée uniquement dans l'âme du sandwich, conformément à la théorie des plaques sandwichs. Néanmoins,

cette contrainte n'est pas constante, comme le suppose cette théorie, mais elle évolue de façon parabolique dans l'âme.

#### A.4.3 Modèle Coque composite

Pour les coques composites, la contrainte de cisaillement transverse a une évolution linéaire dans l'épaisseur de chaque pli et est discontinue entre deux plis. En post traitement on tiendra compte de la contrainte de cisaillement transverse dans la peau inférieure, dans la peau supérieure et dans le feuillet moyen des éléments de coques constituant l'âme.

#### A.4.4 Calcul analytique de $\tau_{LZ}$

Les différentes théories sur les sandwichs utilisent la même formule approchée pour calculer la contrainte de cisaillement transverse dans l'âme. Cette contrainte de cisaillement transverse s'écrit :

$$\tau_{LZ} = \frac{F}{2(e_p + e_c) * b} = 4,54 \text{ MPa}$$

#### A.4.5 Résultats pour la contrainte de cisaillement $\tau_{LZ}$

D'après la théorie de la résistance des matériaux (RDM), on sait que dans une poutre en flexion 3 points, la contrainte de cisaillement transverse est constante de part et d'autre du point d'application du chargement (cf. figure 19).

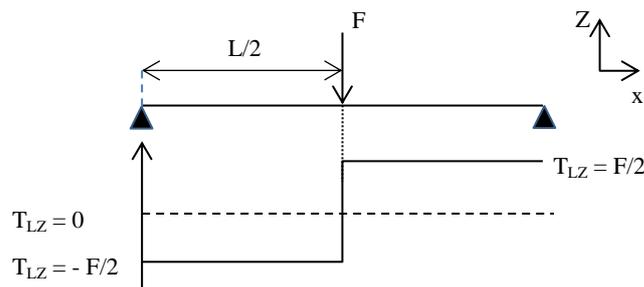


Figure 144. Diagramme d'effort tranchant pour une poutre en flexion 3 points

Dans les modèles éléments finis, on se place suffisamment loin des conditions aux limites pour relever la contrainte de cisaillement transverse, à l'abscisse  $x = L/4$ . Dans la théorie des sandwichs, la contrainte de cisaillement transverse est uniforme dans l'âme. Pour comparer  $\tau_{LZ}$  calculé analytiquement et  $\tau_{LZ}$  calculé par éléments finis, nous allons faire la moyenne de la contrainte  $\tau_{LZ}$  dans la section droite d'abscisse  $x = L/4$ , pour chaque modèle éléments finis. On néglige  $\tau_{LZ}$  dans les peaux pour respecter les hypothèses de la théorie des sandwichs. Les écarts relatifs des modèles éléments finis par rapport à la solution analytique sont donnés dans le tableau ci-après :

	$\tau_{LZ\_MOYEN}$ dans l'âme (en MPa)	Ecart relatif à Analytique (en %)	$\tau_{LZ\_MAX}$ dans l'âme (en MPa)
Analytique	4,54		4,54
Modèle vvv	4,80	+ 6	11,8
Modèle cvc	4,54	0	11,1
Modèle cvc_exce	4,93	+ 9	12,0
Modèle C composite	4,30	- 5	12,8

Tableau 30. Diagramme d'effort tranchant pour une poutre en flexion 3 points

Le modèle vvv présente un écart de 6 % par rapport à la solution analytique. La contrainte  $\tau_{LZ}$  n'étant pas nulle dans les peaux maillées en volume, puisqu'on la prend en compte avec un facteur 0,5 dans la formule analytique, on introduit une erreur par rapport à cette solution. Le modèle cvc permet de retrouver la solution analytique. Dans le modèle C composite l'écart relatif est de 5 % par rapport à la solution analytique. Dans le modèle C isotrope nous n'avons pas accès à  $\tau_{13}$  car cette contrainte est supposée nulle dans la théorie des éléments finis de coque.

## A.5 Contrainte normale $\sigma_{xx}$

### A.5.1 Calcul analytique de $\sigma_{xx}$

La contrainte normale dans les peaux calculée avec la théorie des poutres qui s'écrit :

$$\sigma_{xx} = \frac{M}{I} \frac{v}{v}$$

M est le moment de flexion appliqué à la structure, I l'inertie totale du sandwich et v la distance entre la fibre la plus éloignée à la fibre neutre et la fibre neutre elle-même. Dans nos modèles, pour éviter les perturbations numériques liées aux conditions aux limites, on se place dans la section d'abscisse  $x = L / 4$  pour relever la contrainte normale. Dans ce cas, le moment de flexion et la contrainte calculée analytiquement valent :

$$M = \frac{FL}{8} \qquad \sigma_{xx} = 104,2 \text{ MPa}$$

### A.5.2 Modèle Coque isotrope

La contrainte évolue linéairement dans l'épaisseur du modèle. Cette contrainte normale correspond à la contrainte normale calculée analytiquement.

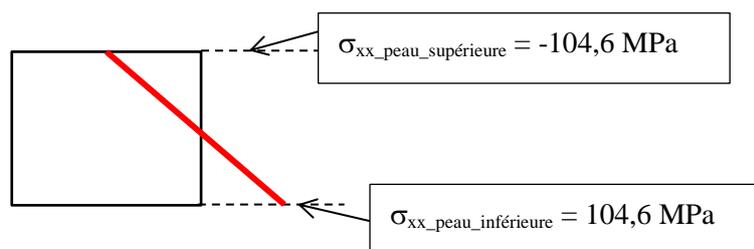


Figure 145. Contrainte normale à  $x = L/4$ , dans l'épaisseur du sandwich pour le modèle Coque isotrope.

### A.5.3 Modèle Coque composite

D'après la théorie des coques composite, on sait que la contrainte évolue linéairement dans chaque pli. Puisque nous avons le même matériau dans les trois plis (peau supérieure, âme et peau inférieure), la contrainte normale évolue linéairement avec la même pente dans toute l'épaisseur du modèle.

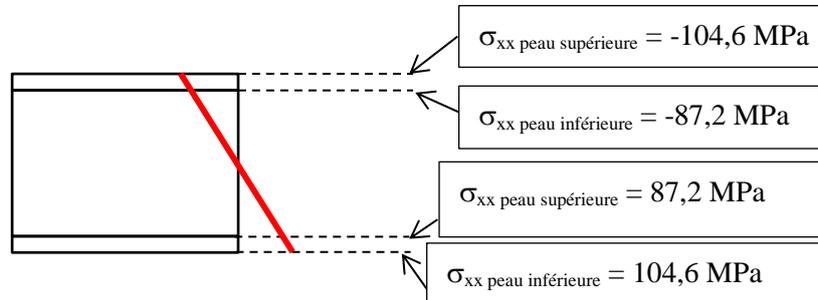


Figure 146. Contrainte normale à  $x = L/4$ , dans l'épaisseur du sandwich pour le modèle Coque composite.

### A.5.4 Modèle Volumes / Volumes / Volumes

La figure 22 ci-après montre l'évolution de la contrainte, dans une section droite du sandwich maillé avec des volumes. La contrainte normale varie linéairement dans les peaux et dans l'âme. Il n'y a pas de discontinuité de la contrainte normale à l'interface entre la peau et l'âme du sandwich, car le module d'Young est le même dans tous les constituants du sandwich.

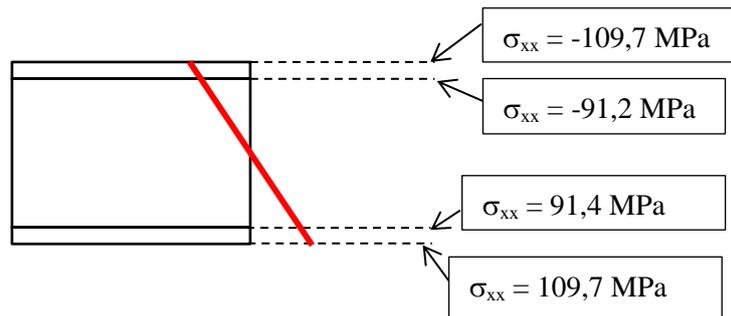


Figure 147. Evolution de la contrainte normale à  $x = L/4$ , dans l'épaisseur du sandwich pour le modèle vvv.

### A.5.5 Modèle Coques / Volumes / Coques

On sait que la contrainte varie linéairement dans l'épaisseur des coques et dans l'épaisseur des volumes. Par conséquent, la contrainte normale évolue linéairement dans l'âme et dans les peaux du modèle cvc. Puisqu'on utilise le même matériau dans le cœur et dans les peaux, la contrainte évolue de façon continue dans toute l'épaisseur du sandwich. La valeur que l'on relève au sommet de l'âme correspond à la valeur dans le feuillet moyen des coques. Etant donné que l'inertie de ce modèle est sur évaluée (voir A.2.3), la contrainte qui est inversement proportionnelle à l'inertie, est par conséquent plus faible dans ce modèle que dans les modèles vvv et Coque. On note également que la contrainte est significativement différente (- 18 %) entre la peau supérieure et la peau inférieure de chaque coque. Cela justifie l'utilisation des éléments de coques à la place des éléments de membrane dans la modélisation cvc.

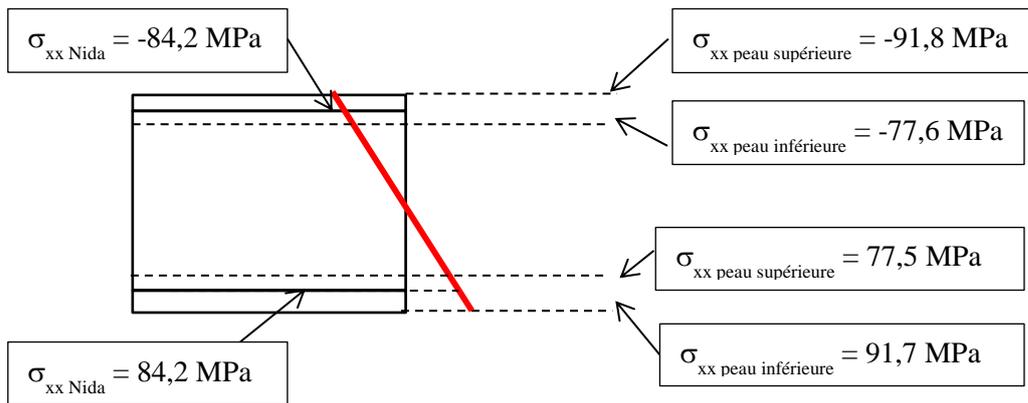


Figure 148. Contrainte normale à  $x = L/4$ , dans l'épaisseur du sandwich pour le modèle cvc.

### A.5.6 Modèle Coques / Volumes / Coques + excentrement

On retrouve bien une évolution continue et linéaire en  $z$  du champ de contrainte sur toute l'épaisseur du sandwich.

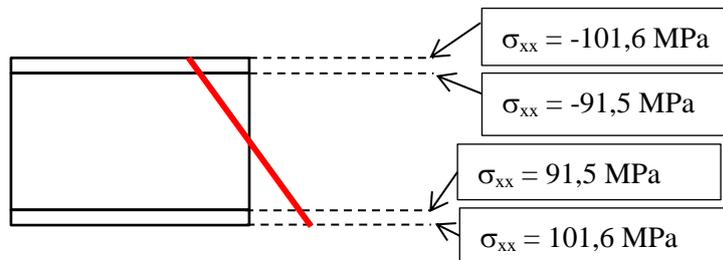


Figure 149. Evolution de la contrainte normale à  $x = L/4$ , dans l'épaisseur du sandwich pour le modèle vvv.

### A.5.7 Comparaison de la contrainte normale pour les différents modèles

Nous allons maintenant comparer la contrainte normale calculée entre les différents modèles EF et la solution analytique.

	$\sigma_{xx}$ (en MPa)	Ecart relatif à l'analytique (en %)
Analytique	104,2	
Modèle vvv	109,7	+ 5,3
Modèle cvc	91,8	- 12,0
Modèle cvc_exce	101,6	- 2,5
Modèle C composite	104,6	+ 0,4
Modèle C isotrope	104,6	+ 0,4

Tableau 31. Contrainte normale

Les modèles en coques (C isotrope et C composite) permettent de retrouver la contrainte calculée analytiquement. Le modèle vvv surestime de 5 % la valeur analytique. Cet écart est en partie dû au champ de contrainte qui est 3D dans les volumes, alors qu'il est unidirectionnel dans la solution analytique. Le modèle cvc sous-estime de 12 % la contrainte

analytique à cause de l'interpénétration de la peau dans l'âme. Lorsqu'on utilise la technique d'excentrement du feuillet moyen des peaux en coque, on retrouve bien le résultat analytique.

## Deuxième étude : Plaque sandwich classique

Nous allons reprendre la même procédure que dans le chapitre précédent, mais cette fois avec une plaque sandwich dont l'âme est de module  $E_c = 5000$  MPa et de coefficient de Poisson  $\nu_c = 0,3$ . Les peaux du sandwich sont toujours faites d'aluminium de module d'Young  $E_p = 70000$  MPa et de Poisson  $\nu_p = 0,3$ . La plaque sandwich a exactement les mêmes dimensions que dans le chapitre précédent. Le nouveau facteur de cisaillement  $S$ , associé à la structure, vaut :

$$S = \frac{E_p}{G_c} \left[ \frac{h_{sandwich}}{L} \right]^2 = 0,13$$

$S \ll 1$  : la structure est faiblement déformable à l'effort tranchant.

### A.6 Calcul de la flèche due au moment de flexion

Plusieurs formules analytiques sont disponibles pour déterminer la flèche du sandwich en flexion 3 points. Ces différentes formules sont basées sur des hypothèses différentes et elles ne donnent pas les mêmes résultats. Comme on peut le voir sur les valeurs calculées plus bas, pour un panneau sandwich en flexion, il y a 10 % d'écart entre les différentes références analytiques. Puisque les méthodes éléments finis sont basées sur des hypothèses différentes, il est normal de ne pas retrouver les mêmes valeurs avec cette méthode. Les solutions analytiques ne permettent pas de retrouver les résultats expérimentaux qui eux ne sont pas basés sur diverses hypothèses, mais elles sont très utiles car elles donnent l'ordre de grandeur de la flèche. On calcule la flèche analytiquement, en négligeant dans les formules suivantes la contribution liée à l'effort tranchant :

$$\Delta_{D.GAY} = \frac{FL^3}{48\langle EI \rangle_{GAY}} = 7,871 \text{ mm}$$

$$\Delta_{ASTM} = \frac{FL^3}{48D} = 7,849 \text{ mm}$$

$$\Delta_{BERTHELOT} = \frac{FL^3}{48\langle EI \rangle} = 7,148 \text{ mm}$$

Avec  $\langle EI \rangle_{GAY}$  et  $D$  les rigidités équivalentes en flexion en  $N \cdot mm^2$  calculées comme suit :

$$\langle EI \rangle_{GAY} = E_p e_p b \frac{(e_c + e_p)^2}{2} \qquad D = \frac{E_p (h^3 - e_c^3) b}{12}$$

$D$  représente la rigidité équivalente en flexion du sandwich dans la formule analytique de la norme ASTM (ASTMC393 2000). Ces trois formules permettent de calculer la flèche du sandwich avec des hypothèses simplificatrices différentes. La formule tirée de D. GAY (GAY 1989) considère que la rigidité en flexion est uniquement liée au terme de transport de Huygens. Dans la formule de l'ASTM, on tient compte en plus de l'inertie des peaux seules. La formule de Berthelot prend en compte les deux premiers termes ainsi que l'inertie du Nida.

Pour la structure étudiée dans cette partie, le module de l'âme n'est pas totalement négligeable par rapport à celui des peaux (facteur 14) et cela explique pourquoi la flèche calculée avec  $\Delta_{\text{BERTHELOT}}$  est différente des deux autres. Les écarts entre les solutions analytiques et les résultats éléments finis sont donnés dans le tableau ci-après :

	$\Delta z$ (en mm)	Ecart avec $\Delta_{\text{GAY}}$ (%)	Ecart avec $\Delta_{\text{ASTM}}$ (%)	Ecart avec $\Delta_{\text{BERTHELOT}}$ (%)
Modèle vvv	7,606	- 3,4	- 3,1	+ 6,4
Modèle cvc	7,498	- 4,7	- 4,5	+ 4,9
Modèle cvc_exce	7,618	- 3,2	- 2,9	+ 6,6
Modèle C composite	7,589	- 3,6	- 3,3	+ 6,2

Tableau 32. Flèche sans prise en compte de l'effort tranchant

### A.7 Flèche avec prise en compte de la déformation à l'effort tranchant

On compare à nouveau ces résultats à la solution analytique, en tenant compte de l'effort tranchant. Les formules analytiques s'écrivent :

$$\Delta_{D.GAY} = \frac{FL^3}{48\langle EI \rangle} + \frac{FLk}{4\langle GS \rangle} = 8,304 \text{ mm}$$

$$\Delta_{ASTM} = \frac{FL^3}{48D} + \frac{FL}{4U} = 8,279 \text{ mm}$$

$$\Delta_{\text{BERTHELOT}} = \frac{FL^3}{48\langle EI \rangle} + \frac{FL}{4GS^*} = 7,668 \text{ mm}$$

Avec  $k/GS$  et  $U$  les rigidités en cisaillement en N calculées comme suit :

$$\left\langle \frac{k}{GS} \right\rangle \geq \frac{1}{G_c(e_c + 2e_p)b} \quad U = \frac{G_c(h + e_c)^2 b}{4e_c}$$

Les écarts entre les solutions analytiques et les résultats éléments finis sont donnés dans le tableau ci-dessous :

	$\Delta z$ (en mm)	Ecart avec $\Delta_{\text{GAY}}$ (%)	Ecart avec $\Delta_{\text{ASTM}}$ (%)	Ecart avec $\Delta_{\text{BERTHELOT}}$ (%)
Modèle vvv	7,606	- 7,1	- 8,1	- 0,8
Modèle cvc	7,498	- 8,4	- 9,4	- 2,2
Modèle cvc_exce	7,618	- 8,3	- 8,0	- 0,6
Modèle C composite	7,589	- 8,6	- 8,3	- 1,0

Tableau 33. Flèche avec prise en compte de l'effort tranchant

Globalement les quatre modèles éléments finis donnent la même flèche et sous-estiment les valeurs analytiques. Les modèles éléments finis donnent en moyenne 7,6 mm contre 8,1 mm pour les modèles analytiques. Les modèles vvv, cvc et cvc\_exce ont une âme maillée en éléments de volume. Par conséquent, ils prennent en compte la déformation hors plan  $\epsilon_{zz}$  ce qui n'est pas le cas dans les modèles analytiques. D'autre part, le module d'Young du

matériau de l'âme n'étant pas négligeable, les hypothèses faites dans les formules analytiques ne sont plus respectées. Notons toutefois que l'objectif de cette étude n'est pas de retrouver les solutions analytiques mais de comparer les différents modèles éléments finis entre eux.

## A.8 Déplacement longitudinal

### A.8.1 Modèle Volumes / Volumes / Volumes

On sait que le champ de déplacement dans un élément de volume du 1<sup>er</sup> degré est linéaire. Par conséquent, le champ de déplacement longitudinal sera linéaire dans les peaux, et linéaire dans l'âme du sandwich pour ce modèle (cf. figure 24).

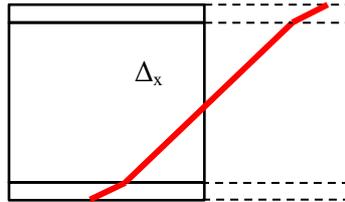


Figure 150. Allure du déplacement longitudinal dans une section droite du sandwich (modèle vvv)

Contrairement à l'hypothèse de la théorie des plaques sandwiches, les déplacements  $u$  et  $v$ , dans les directions  $x$  et  $y$ , ne sont pas uniformes, mais linéaires dans les peaux. La Figure 151 ci-dessous indique la valeur du déplacement  $\Delta_x$  dans la section d'abscisse  $x = L/4$  du sandwich. Le déplacement  $\Delta_x$  n'est pas le même de part et d'autre de l'âme du sandwich. Cela s'explique par la double courbure que prend la plaque rectangulaire, sous l'effet du moment de flexion imposé. Ces deux courbures sont reliées par le coefficient de Poisson qui vaut  $\nu = 0,3$ .

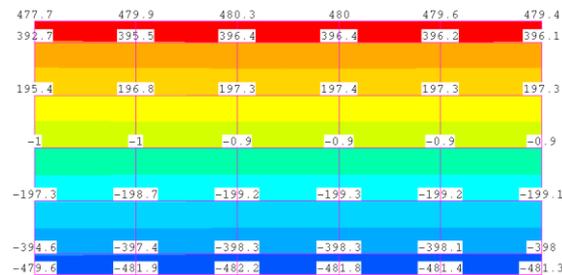


Figure 151. Champ du déplacement longitudinal (en  $10^{-3}$  mm) pour  $\nu = 0,3$  (modèle vvv)

On vérifie qu'en prenant un coefficient de Poisson nul dans les peaux, et dans l'âme ( $\nu_p = \nu_c = 0$ ), on retrouve bien un champ de déplacement antisymétrique dans l'épaisseur du sandwich (cf. figure 26).

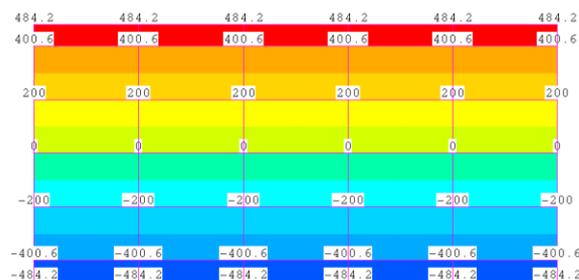


Figure 152. Champ du déplacement longitudinal antisymétrique (en  $10^{-3}$  mm) pour  $\nu = 0$  (modèle vvv)

### A.8.2 Modèle Coques / Volumes / Coques

On sait que le champ de déplacement est linéaire dans les coques et dans les volumes. Par défaut, la valeur du déplacement affichée pour les éléments de coque correspond au déplacement du feuillet moyen.

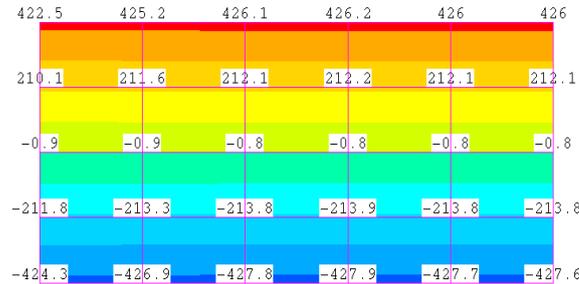


Figure 153. Champ du déplacement longitudinal (en  $10^{-3}$  mm) pour  $\nu = 0,3$  (modèle cvc)

Pour obtenir le déplacement longitudinal, il faut additionner à la valeur affichée par SAMCEF le produit  $\theta^*(e_p/2)$ , comme cela a été fait dans la section A.3.2 (avec  $\theta$  la rotation calculée aux nœuds). Les valeurs maximale et minimale du déplacement ainsi calculées sont données dans le tableau de synthèse sur la page suivante. On notera que le champ de déplacement de la figure 154 n'est pas antisymétrique, ce qui est normal car le coefficient de Poisson n'est nul ni dans les peaux et ni dans l'âme.

### A.8.3 Modèle Coque composite

Dans ce modèle, le déplacement longitudinal est linéaire dans toute la structure. La valeur affichée à en post-traitement dans SAMCEF est 0. Cette valeur correspond au déplacement longitudinal dans le feuillet moyen du modèle, c'est-à-dire à mi-hauteur de la plaque sandwich. Pour calculer le déplacement longitudinal dans les peaux, il faut à nouveau tenir compte de la rotation aux nœuds et de la demi-épaisseur des coques.

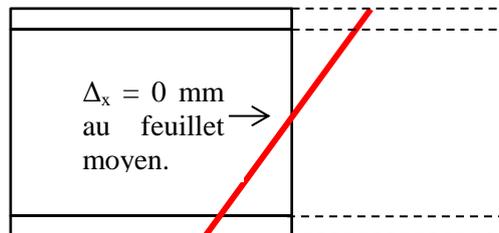


Figure 155. Allure du champ de déplacement longitudinal dans une section droite du sandwich (C composite)  
Les valeurs des déplacements longitudinaux sont données dans le tableau de la section suivante.

### A.8.4 Comparaison des déplacements entre les modèles

Dans le tableau suivant, on présente les valeurs extrêmes du déplacement longitudinal, pour les quatre modèles éléments finis du sandwich. Les déplacements longitudinaux sont relevés, pour chaque modèle, aux nœuds de la section droite ayant pour abscisse  $x = L/4$ .

	$\Delta x_{\min}$ (en mm)
Modèle vvv	0,48
Modèle cvc	0,47
Modèle cvc_exce	0,44
Modèle C composite	0,48

Tableau 34. Flèche avec prise en compte de l'effort tranchant

L'écart sur le déplacement longitudinal entre les modèles vvv et cvc est de 2,6 %, pour la peau en compression. Cet écart est de 8,3 % entre cvc\_exce et vvv.

## A.9 Contrainte de cisaillement $\tau_{LZ}$

### A.9.1 Calcul analytique de $\tau_{LZ}$

Les différentes théories sur les sandwichs utilisent la même formule approchée pour calculer la contrainte de cisaillement transverse dans l'âme. Cette contrainte de cisaillement transverse s'écrit :

$$\tau_{LZ} = \frac{F}{2(e_p + e_c) * b} = 4,54 \text{ MPa}$$

Les résultats des modèles sont donnés dans le tableau Tableau 35. L'écart entre la contrainte  $\tau_{LZ}$  moyenne dans le modèle vvv et la solution analytique est de 0,7%, contre plus de 5% dans le cas du sandwich isotrope (cf. section II.4.e). Le modèle cvc donne le meilleur résultat car il présente un écart relatif de 0,24% avec l'analytique. Le modèle C composite sous-estime la contrainte  $\tau_{LZ}$  de 2,4 %. On rappelle que pour calculer la moyenne de  $\tau_{LZ}$  l'âme de ce modèle, il faut tenir compte de la valeur dans la peau supérieure et dans la peau inférieure des éléments de coques.

	$\tau_{LZ\_moyen}$ dans l'âme (en MPa)	Ecart avec $\tau_{LZ\_analytique}$ (%)	$\tau_{LZ\_maxi}$ dans l'âme (en MPa)
Analytique	4,54		
Modèle vvv	4,58	+ 0,7	6,54
Modèle cvc	4,53	- 0,2	6,34
Modèle cvc_exce	4,64	+ 2,2	6,54
Modèle C composite	4,43	- 2,4	6,59

Tableau 35. Contrainte de cisaillement dans l'âme

## A.10 Contrainte normale $\sigma_{xx}$

### A.10.1 Calcul analytique de $\sigma_{xx}$

La norme ASTM C393 – 00 (et la théorie des plaques sandwichs) utilise la même formule analytique suivante pour calculer la contrainte normale dans les peaux d'un sandwich :

$$\sigma_{xx} = \frac{FL}{4e_p(e_p + e_c)b} = 454,54 \text{ MPa}$$

Pour comparer cette valeur analytique aux résultats de nos modèles, nous allons désormais regarder les résultats aux nœuds de la section d'abscisse  $x = L/2$ . En effet, c'est à cet endroit que sont localisées les contraintes maximales pour une plaque en flexion 3 points.

### A.10.2 Modèle Volumes / Volumes / Volumes

La Figure 156 ci-dessous montre l'évolution de la contrainte, dans une section droite du sandwich maillé avec des volumes. Elle varie linéairement dans les peaux et dans l'âme. Il y a discontinuité de la contrainte normale à l'interface entre la peau et l'âme du sandwich à cause de la différence de module d'Young.

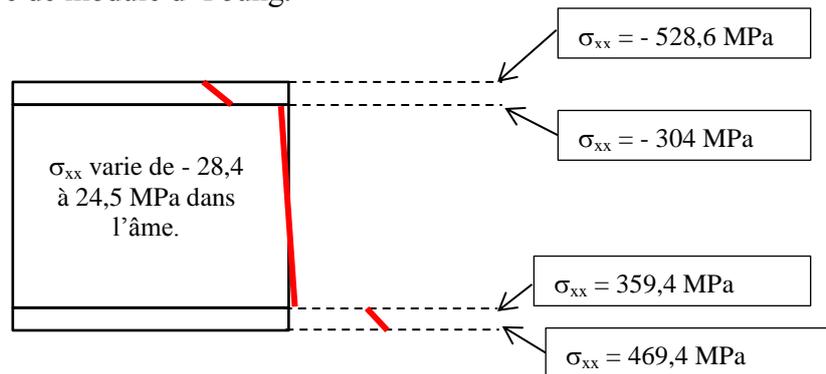


Figure 156. Evolution de la contrainte normale dans la section d'abscisse  $x=L/2$  pour le modèle vvv

La valeur de la contrainte normale dans la peau supérieure est à prendre avec précautions, puisqu'il s'agit du lieu d'introduction de l'effort. Nous nous intéresserons donc uniquement à la valeur calculée en peau inférieure du sandwich. La contrainte normale est de 469,4 MPa, l'écart est de 3,27 % avec la solution analytique, car la solution analytique estime la valeur moyenne de  $\sigma_{xx}$  dans l'épaisseur de la peau.

La contrainte normale dans l'âme est 15 fois inférieure à sa valeur dans les peaux. Cependant, la contrainte dans l'âme n'est pas nulle comme le supposent les différentes théories sur les sandwichs.

### A.10.3 Modèle Coques / Volumes / Coques

La contrainte normale a une évolution globalement similaire à celle du modèle vvv (Figure 156). La Figure 157 ci-dessous montre l'évolution de la contrainte normale dans la peau inférieure du sandwich, maximale dans cette peau qui est la plus tendue du modèle. Cette contrainte normale maximale vaut 464,7 MPa, soit un écart de 2,2 % avec la solution analytique.

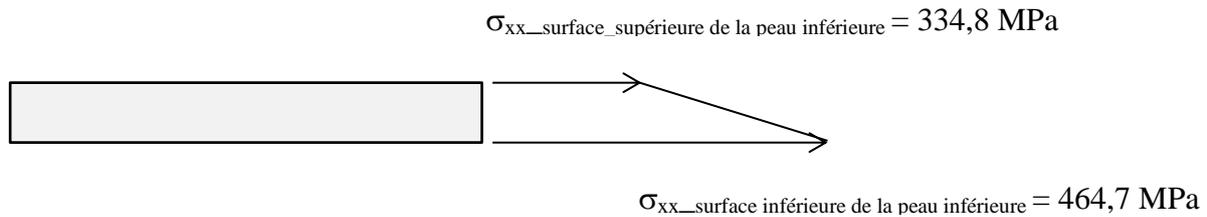


Figure 157. Evolution de la contrainte normale dans la peau inférieure du sandwich (modèle cvc)

#### A.10.4 Modèle Coques / Volumes / Coques + excentrement

La Figure 158 ci-dessous montre l'évolution de la contrainte normale dans la peau inférieure du sandwich.

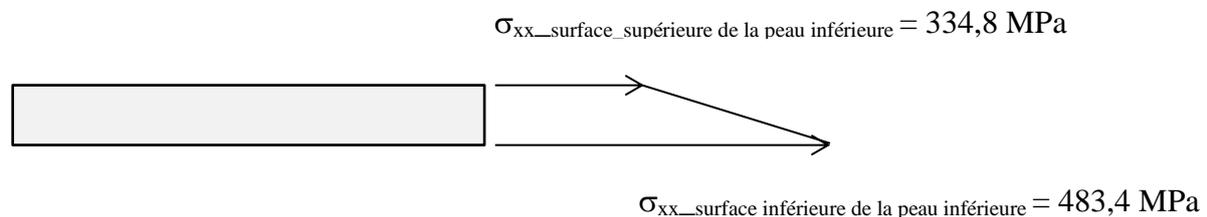


Figure 158. Evolution de la contrainte normale dans la peau inférieure du sandwich (modèle cvc)

#### A.10.5 Modèle coque composite

Puisqu'on utilise des éléments de coques, la contrainte normale est relevée dans la peau supérieure et dans la peau inférieure des éléments de coque (Figure 159). Contrairement à l'hypothèse faite dans la formule analytique, la contrainte n'est pas nulle dans l'âme, mais elle varie linéairement de - 28,3 MPa à 28,3 MPa.

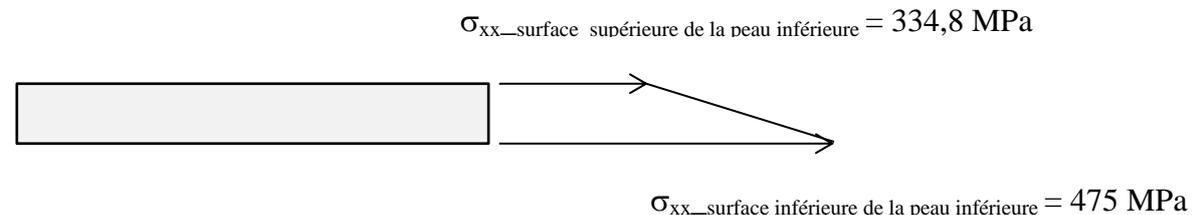


Figure 159. Contrainte normale à  $x = L/2$  dans la peau inférieure du sandwich

#### A.10.6 Contrainte normale

Le tableau suivant fait la synthèse des écarts entre la solution analytique et les solutions éléments finis pour la contrainte normale dans la peau inférieure. On rappelle que la contrainte normale calculée analytiquement vaut  $\sigma_{xx} = 454,5$  MPa.

	$\sigma_{xx}$ (en MPa)	Ecart relatif à $\sigma_{xx\_analytique}$ (en %)
Analytique	454,5	
Modèle vvv	469,4	+ 3,2
Modèle cvc	464,7	+ 2,2
Modèle cvc_exce	483,4	+ 6,3
Modèle C composite	475	+ 4,5

Tableau 36. Contrainte normale

L'écart entre les modèle éléments finis et la solution analytique ne dépasse pas 6,3 %. Les hypothèses faites dans la théorie des plaques sandwiches ne sont pas respectées car dans les quatre modèles éléments finis, la contrainte normale n'est ni constante dans les peaux, ni nulle dans l'âme.

### A.11 Durée des calculs

Dans cette section, nous allons comparer le coût d'une analyse éléments finis entre les différents types de modélisation des sandwiches. Le tableau ci-dessous présente la durée CPU des calculs, pour chaque modélisation étudiée. Le temps de calcul pour le modèle vvv est pris comme référence.

	Temps du calcul	D.D.L.s
Modèle vvv	1	7888
Modèle cvc	0,87	6036
Modèle cvc_exce	0,82	6036
Modèle C composite	0,41	707

Tableau 37. Temps de calcul

Le modèle cvc est moins coûteux, mais nous avons vu qu'il introduit systématiquement une erreur à cause de l'approximation réalisée sur la géométrie (cf. augmentation de l'épaisseur de l'âme pour retrouver la bonne rigidité en flexion). Par ailleurs le modèle cvc avec excentrement est plus rapide que le modèle cvc et il donne de meilleurs résultats. Le modèle coque composite est un bon compromis entre temps de calculs et résultats. Néanmoins, puisque nous allons nous intéresser au comportement du sandwich avec défaut, nous ne retiendrons pas ce modèle. Il nous a tout de même permis de valider quantitativement les résultats des modélisations cvc et vvv.

### A.12 Conclusions

L'explication des hypothèses qui sont dans les différentes théories sur les sandwiches nous a éclairé dans l'interprétation de nos calculs éléments finis. De nombreuses hypothèses simplificatrices dans les formules analytiques ne sont pas faites en éléments finis, et cela explique, dans la plupart des cas, les écarts entre les solutions éléments finis et les solutions analytiques.

Une attention particulière a été portée à la modélisation de type cvc. L'influence de la raideur de l'âme a été étudiée, et nous avons détaillé pourquoi la flèche calculée avec ce modèle peut présenter un écart important avec les solutions analytiques (jusqu'à 18%).

Compte tenu du grand nombre d'hypothèses faites dans les formules analytiques, il serait judicieux de penser que les éléments finis donnent des résultats qui sont plus proches de la réalité. Cela reste à confirmer par la comparaison entre les modèles éléments finis et les essais mécaniques sur des éprouvettes réelles.

## Annexe B

### Modélisation du décollement : résultats

#### B.1 Comparaison modèles sans défauts de collage

	0.0 : sandwich classique	0.1 : empreinte du défaut		0.2 : empreinte du défaut + colle	
Flèche (mm)	$7,34.10^{-2}$	$7,38.10^{-2}$	+ 0,5 %	$7,38.10^{-2}$	+ 0,5 %
$\tau_{XZ}$ (MPa)	$1,14.10^{-1}$	$1,16.10^{-1}$	+ 1,7 %	$1,16.10^{-1}$	+ 1,7 %
$\sigma_I$ (MPa)	7,43	7,53	+ 1,3 %	7,53	+ 1,3 %

Tableau 38. Influence du maillage sans défaut de collage

#### B.2 Comparaison modèles avec défauts de collage

	1.0 suppression totale du Nida	1.1 suppression de la moitié du Nida	1.2 suppression de ¼ de Nida	1.3 suppression de 1/12 <sup>ème</sup> de Nida	1.4 défaut surfacique
Flèche (mm)	$7,73.10^{-2}$	$7,72.10^{-2}$	$7,71.10^{-2}$	$7,70.10^{-2}$	$7,69.10^{-2}$
$\tau_{XZ_{max}}$ (MPa)	$2,51.10^{-1}$	$2,564.10^{-1}$	$2,59.10^{-1}$	$2,61.10^{-1}$	$2,45.10^{-1}$
$\tau_{XZ_{d0}}$ (MPa)	$1,33.10^{-1}$	$1,33.10^{-1}$	$1,32.10^{-1}$	$1,32.10^{-1}$	$1,31.10^{-1}$
$\sigma_I$ (MPa)	7,75	7,74	7,73	7,72	7,71

Tableau 39. Influence de la modélisation du défaut circulaire

## Annexe C

### Calcul de $G_{CI}$

#### C.1 $G_{IC}$ à partir d'essai PTG

Le montage du test de pelage au tambour grim pant est composé d'un tambour qui possède des flancs dont le diamètre est plus grand que celui du tambour. On remonte au taux de restitution d'énergie critique moyen en mode I ( $G_{CI}$ ) de l'interface peau / âme à partir des courbes de pelage des essais PTG. Pour cela, nous allons suivre la procédure décrite dans (NETTLES 2006) et (MOHAMMADI 2012). En négligeant l'angle d'inclinaison de la structure pendant l'essai de pelage, on calcule le taux de restitution d'énergie avec la formule globale suivante :

$$G_{CI} = (P2 - P1) \frac{r_f - r_d}{br_d}$$

Avec :

P1 : première pente de la courbe d'énergie cumulée ;

P2 : deuxième pente de la courbe d'énergie cumulée ;

$r_f$  : rayon moyen d'enroulement des lames autour du tambour ;

$r_d$  : rayon moyen d'enroulement des peaux autour du tambour ;

b : largeur de l'éprouvette.

Les pentes P1 et P2 sont obtenues en traçant la courbe d'énergie cumulée en fonction du déplacement de la traverse. L'énergie cumulée correspond à l'intégrale de la courbe de pelage initiale : c'est l'aire qui est située sous la courbe force / déplacement de la traverse.

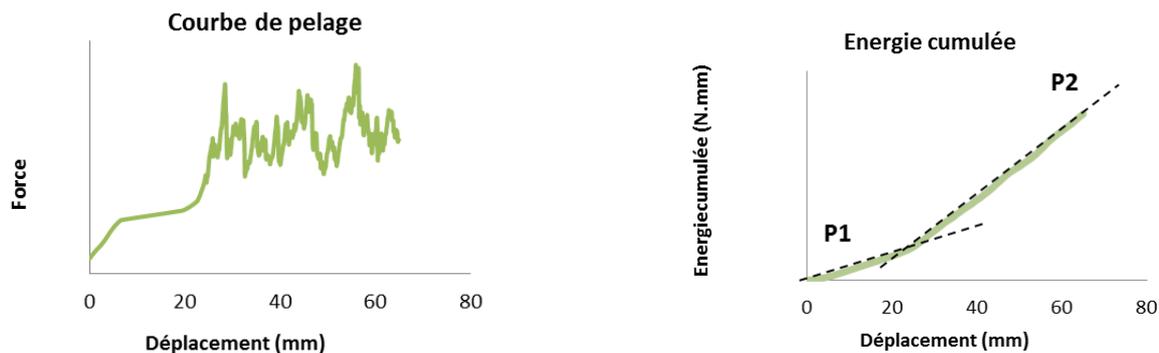


Figure 160. Courbe de pelage d'une éprouvette PTG (à gauche) et courbe d'énergie cumulée associée (à droite)

Le rayon moyen d'enroulement des lames  $r_f$  et le rayon moyen d'enroulement des peaux  $r_d$  sont obtenus comme suit :

$$r_d = \frac{\phi_{tambour} + e_{peau}}{2}$$

$$r_f = \frac{\phi_{flancs} + e_{lames}}{2}$$

## C.2 $G_{IC}$ à partir d'essai DCB

On utilise la norme PREN 6033 pour déterminer le  $G_{CI}$  à partir des essais DCB avec la méthode des aires. Elle consiste à calculer l'aire sous la courbe force / déplacement de la traverse et à diviser cette aire par la largeur de l'éprouvette. La méthode ne nécessite pas de suivre l'avancement de la fissure au cours de la propagation et elle ne nécessite pas de rester dans les hypothèses de la linéarité géométrique comme pour la norme ISO15024 également relative à l'essai DCB. Ce qui compte, c'est la longueur initiale et la longueur finale.

Le calcul du taux de restitution d'énergie se fait avec la formule suivante ci-après.  $A$  représente l'aire sous la courbe charge déplacement de la traverse en J. La longueur de délaminage mesurée en mm est notée  $a$  : c'est la longueur entre l'axe de chargement et le front de fissure dans la configuration déformée. La largeur de l'éprouvette en mm est notée  $W$ . Le facteur  $10^6$  permet d'exprimer le  $G_{IC}$  en  $J.m^2$  et on a :

$$G_{IC} = \frac{A}{a \times W} \times 10^6$$

Cette norme permet de calculer un  $G_{IC}$  moyen. Elle ne permet pas de distinguer un  $G_{IC}$  d'amorçage d'un  $G_{IC}$  de propagation comme c'est le cas avec la norme ISO 15024. Néanmoins cette distinction est pertinente pour les stratifiés monolithiques dans lesquels des ponts de fibres peuvent renforcer la résistance au pelage de l'interface au début de la propagation. Dans le cas d'une interface peau / Nida aluminium, il n'y a pas de ponts de fibres et le calcul d'un  $G_{IC}$  moyen est suffisant. Il faut s'assurer qu'il n'y a pas d'endommagement de la peau ou du Nida. En effet, on relève l'aire sous la courbe qui correspond à l'énergie libérée au cours de l'essai. Si la peau ou l'âme Nida s'endommagent, on n'est plus capable de distinguer l'énergie associée à l'interface peau / âme de celle associée aux autres types d'endommagement.

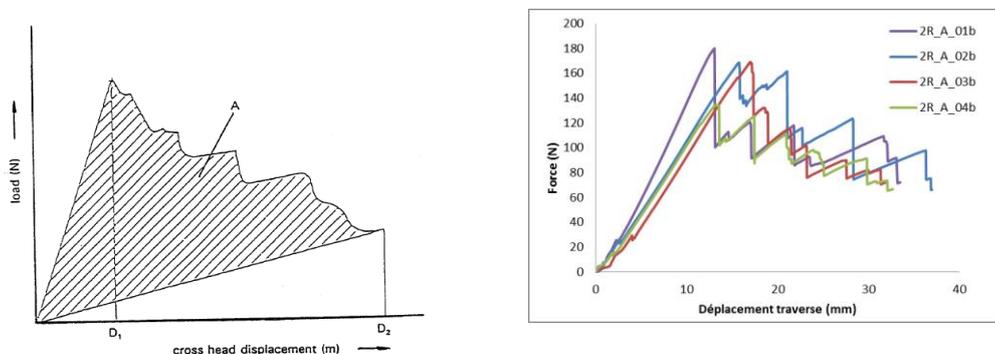


Figure 161. Courbe force / déplacement de la traverse : illustration de la méthode des aires (à gauche) et courbes d'essais (à droite)

## Annexe D

### Super éléments

Pages entièrement extraites du livre « Modélisation par éléments finis » 3<sup>e</sup> édition de Jean-Charles CRAVEUR, avec l'accord de l'auteur.

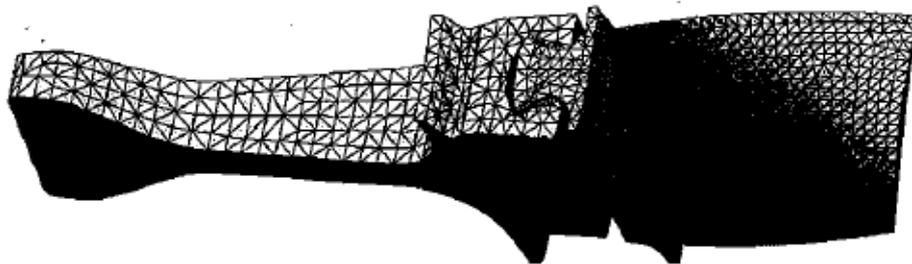
#### 19.2. STATIQUE LINEAIRE

##### 19.2.1. Création

On distingue dans la partie de structure dont on souhaite faire un super-élément deux types de degrés de liberté :

- les degrés de liberté qui définissent la frontière physique du super-élément avec le reste de la structure (constitué d'éléments finis ou d'autres super-éléments) ainsi que les degrés de liberté sur lesquels les fixations ou les charges sont susceptibles de change. Ces **degrés de liberté** sont **retenus** et sont rangés dans le vecteur  $\mathbf{q}_r$ . Par abus de langage, on parle de **nœuds retenus**.
- les degrés de liberté qui ne sont pas retenus. Ces **degrés de liberté** sont **condensés** et sont rangés dans le vecteur  $\mathbf{q}_c$ . Par abus de langage, on parle de **nœuds condensés**.

Pour fixer les idées, le maillage de la structure ci-dessous (Figure 19.1), constitué de 23431 éléments tétraédriques, comporte 5670 nœuds structuraux, c'est à dire attachés à des éléments finis, 256 nœuds associés aux conditions de contact entre le disque et le pied d'aube et des conditions de symétrie cyclique. Cela fait en tout 19202 degrés de liberté.



*Figure 19.1 : Structure*

On décompose la structure en deux : le disque dont la géométrie et le maillage ne dépendent pas de la géométrie de la pale qui va changer au fur et à mesure des itérations entre les calculs aérodynamiques, thermiques et mécaniques, et l'aube avec son pied (Figure 19.2). On construit un super-élément avec le disque qui comporte 2061 nœuds et 8426 éléments finis. Quand l'ensemble est

en rotation, le pied d'aube et le disque sont en contact sur les portées (cf. Figure 19.1). La zone de contact est la frontière du super-élément avec le reste du modèle. On retient donc les 256 nœuds (4 rangées de 32 nœuds sur chaque portée) de cette zone soit 768 degrés de liberté. Le choix des degrés de liberté retenus est physique, sans ambiguïté et ne pose en général aucun problème.

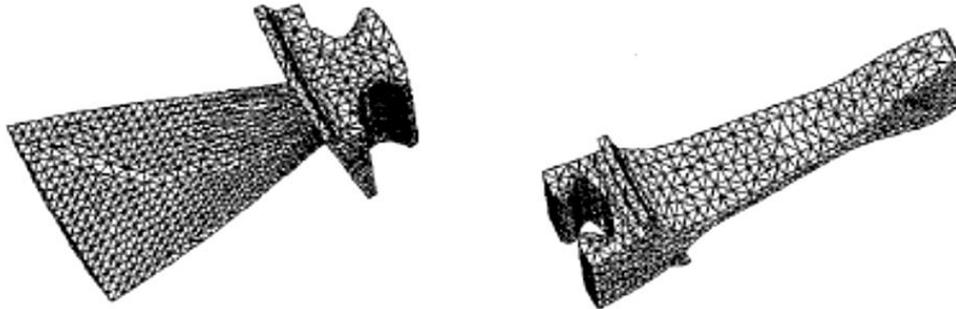


Figure 19.2 : Aube avec pied et disque

Le vecteur complet des degrés de liberté  $\mathbf{q}$  s'écrit :  $\mathbf{q} = \begin{pmatrix} \mathbf{q}_r \\ \mathbf{q}_c \end{pmatrix}$

On décompose en conséquence la matrice de raideur et le vecteur de charge.  $\mathbf{g}_r$  est le vecteur des charges nodales appliquées sur les degrés de liberté retenus,  $\mathbf{g}_c$  est le vecteur des charges nodales appliquées sur les degrés de liberté condensés.

$$\begin{pmatrix} \mathbf{K}_{rr} & \mathbf{K}_{rc} \\ \mathbf{K}_{cr} & \mathbf{K}_{cc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{q}_r \\ \mathbf{q}_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{g}_r \\ \mathbf{g}_c \end{pmatrix}$$

Ce système matriciel est remplacé par deux sous-systèmes, la seconde ligne permettant d'exprimer  $\mathbf{q}_c$  en fonction de  $\mathbf{q}_r$ , d'où on tire la relation connue sous le nom de **formule de Guyan** :

$$\mathbf{q}_c = \mathbf{K}_{cc}^{-1}(\mathbf{g}_c - \mathbf{K}_{cr}\mathbf{q}_r)$$

On peut injecter cette égalité dans la première ligne du système matriciel :

$$\mathbf{K}^* \mathbf{q}_r = \mathbf{g}^* \quad \text{avec} \quad \mathbf{K}^* = \mathbf{K}_{rr} - \mathbf{K}_{rc} \mathbf{K}_{cc}^{-1} \mathbf{K}_{cr} \quad \text{et} \quad \mathbf{g}^* = \mathbf{g}_r - \mathbf{K}_{rc} \mathbf{K}_{cc}^{-1} \mathbf{g}_c$$

La matrice  $\mathbf{K}^*$  est la matrice de raideur du super-élément et le vecteur  $\mathbf{g}^*$  est le vecteur des charges du super-élément, leur dimension est égale au nombre de degrés de liberté retenus, qui est généralement petite par rapport au nombre de degrés de liberté du super-élément. Pour le disque, la matrice  $\mathbf{K}^*$  a pour dimension 768. Condenser ne signifie pas éliminer purement et simplement

certaines degrés de liberté, mais reporter sur ceux qui sont retenus la raideur de ceux qui ne le sont pas. Cette étape est la phase de **création du super-élément** qui n'est rien d'autre que la condensation statique de la structure ou partie de structure étudiée.

Pour un élément fini, on connaît la topologie (nombre et position des nœuds), les fonctions d'interpolation. On utilise cette information pour construire la matrice de raideur et le vecteur de charge nodale. Pour un super-élément, on ne connaît pas la topologie et le nombre de nœuds de frontière dépend du super-élément, on ne connaît évidemment pas les fonctions d'interpolation : la matrice de raideur et le vecteur de charge nodale sont issus de la phase de création.

### 19.2.2. Utilisation

Une partie de la structure peut être maillée lors de cette phase, le super-élément est alors relié à des éléments finis classiques ou à d'autres super-éléments par ses frontières. Les super-éléments ne sont que des éléments finis un peu particuliers dont la matrice de raideur élémentaire n'a plus à être générée. La matrice de raideur structurale et le vecteur des charges sont construits par assemblage, en « additionnant » les matrices et vecteurs élémentaires. Le même super-élément peut être relu et utilisé plusieurs fois dans le modèle, ses différentes positions dans la matrice assemblée étant donnée par ses connexions au reste du modèle (maillage et/ou super-éléments). La matrice de raideur du super-élément, stockée en machine, est figée : inclus dans un modèle non linéaire, un super-élément a un comportement strictement linéaire.

On applique ensuite les conditions aux limites et les charges sur la structure puis on résout classiquement le problème lors de la phase d'**utilisation du super-élément**

$$Kq = g$$

Ayant calculé le vecteur  $q$ , on peut en extraire, pour chaque super-élément, le sous-vecteur  $q_r$ . A ce stade, le déplacement des nœuds retenus dans chaque super-élément est donc connu.

### 19.2.3. Restitution

Cette dernière étape a pour but le calcul des déplacements et des contraintes dans chacun des super-éléments du modèle. La formule de Guyan permet de calculer le déplacement des degrés de liberté condensés donc le déplacement dans tout le super-élément, à partir duquel on calcule les contraintes :

$$\mathbf{q}_c = \mathbf{K}_{cc}^{-1}(\mathbf{g}_c - \mathbf{K}_{cr}\mathbf{q}_r) \quad d'o\grave{u} \quad \mathbf{q} = \begin{pmatrix} \mathbf{q}_r \\ \mathbf{q}_c \end{pmatrix}$$

Dans le cas où une grande partie de la structure ne subit aucune modification pour les diverses analyses effectuées, en former un super-élément est très intéressant car la matrice réduite est stockée sur disque. Il n'est pas utile de générer et d'inverser la totalité du système linéaire à chaque modification. Les super-éléments peuvent, après assemblage lors de la phase d'utilisation, donner naissance à d'autres super-éléments (super-éléments multi-niveaux), la restitution s'effectuant alors de proche en proche pour chaque niveau. Aucune hypothèse de quelle nature que ce soit n'a été faite dans l'une de ces trois phases. Le calcul d'une structure comportant des super-éléments donne, pour des analyses statiques, la même solution que celle qui serait obtenue sur la structure complète.

## Annexe E

### Technique de collage de maillage

Pages entièrement extraites du livre « Modélisation par éléments finis » 3<sup>e</sup> édition de Jean-Charles CRAVEUR, avec l'accord de l'auteur.

#### 13.1. PRÉSENTATION DU PROBLÈME

Dans de très nombreux modèles industriels coexistent des éléments de coque, de volume et de poutre. La connexion de ces éléments pose généralement des problèmes car ils n'ont pas le même nombre de degrés de liberté aux nœuds : une poutre a 6 degrés de liberté alimentés en raideur sur chaque nœud, une coque 5 ou 6, un volume et une barre 3 seulement. Il est donc évident que la continuité des déplacements et des rotations si elles existent, ne pourra pas toujours être garantie alors que la théorie des éléments finis est basée sur cette continuité. Le but de ce chapitre n'est pas de passer en revue toutes les solutions possibles mais de sensibiliser le lecteur au fait qu'il y a là une difficulté réelle.

Le paragraphe suivant est consacré au **raccord homogène**, le même type d'élément étant situé de part et d'autre de la ligne (ou surface en 3D) de raccord. Les autres paragraphes sont consacrés à des raccords hétérogènes.

#### 13.2. RACCORD HOMOGENÈME

Dans le chapitre 3, on a insisté sur le fait que dans un maillage, un nœud sommet ne se connecte qu'à un nœud sommet, un nœud milieu ne se connecte qu'à un nœud milieu. De part et d'autre d'une ligne (ou d'une surface), il doit y avoir coïncidence des maillages pour garantir la continuité du champ de déplacement et éviter l'**effet boutonnière**. Par exemple, des éléments de degré 1 sont reliés par leurs sommets à des éléments de degré 2 sur la figure 13.1. Quand on souhaite étudier l'influence de quelque chose de local sur la réponse de la structure, il n'est pas toujours possible de mailler très finement toute la structure, faute de ressources informatiques ou en raison d'un temps de calcul prohibitif. Dans le cas d'analyses linéaires, la technique des super-éléments (cf. chapitre 19) peut être une alternative intéressante : on condense la plus grande

partie des degrés de liberté, et il devient possible de mailler finement la zone qui doit l'être. Dans le cas d'analyses non linéaires, analyses qui coûtent beaucoup plus chers que des analyses linéaires, cette technique n'est pas possible puisque la matrice de raideur du super-élément n'est pas actualisée.



Figure 13.1 : Exemple d'effet boutonnière

Mettre en place dans le maillage une zone de transition pour passer progressivement d'un maillage grossier à un maillage fin, ne présente qu'un intérêt limité. La taille de cette zone est totalement arbitraire, elle contient généralement un grand nombre de degrés de liberté, son influence sur la zone finement maillée est difficile à estimer. Quand une partie de structure est sujette à un grand nombre de modifications, en termes de maillage et/ou en termes de positionnement par rapport au reste de la structure, chaque modification de cette partie entraîne la modification du reste de la structure pour que les nœuds soient toujours en vis-à-vis. Cela peut s'avérer très lourd et fastidieux, et poser le problème de la mauvaise qualité de certains éléments parfois très déformés (Figure 13.2). C'est par exemple le cas du dimensionnement des aubages.

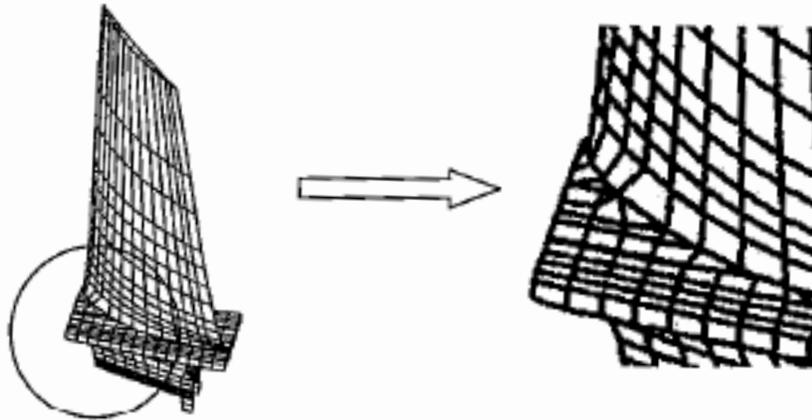


Figure 13.2 : Distorsion de certains éléments pour que les maillages coïncident

Pour faire coexister des zones maillées très finement et des zones maillées grossièrement au sein d'un modèle, la technique la plus efficace consiste à

mailler les zones sans se préoccuper du nombre d'éléments de part et d'autre de la ligne (ou de la surface) de raccord. On impose ensuite des relations cinématiques entre les degrés de liberté des nœuds situés dans la zone d'incompatibilité. Le côté qui a le moins de degrés de liberté et qui est donc le plus rigide, va imposer le déplacement de l'autre : c'est une technique de collage originale car les nœuds à « coller » ne sont pas superposés. A titre d'exemple, l'abscisse curviligne  $s$  du nœud A est connue dans le repère lié à l'élément en regard, dont l'arête est définie par les nœuds 1 et 2 (Figure 13.3). Si le champ de déplacement est du premier degré, le déplacement du point matériel de cette arête, situé à la distance  $s$  du nœud 1, s'exprime en fonction du déplacement des nœuds 1 et 2 par la relation

$$u(s) = N_1(s)u_1 + N_2(s)u_2$$

On impose au nœud A d'avoir le déplacement du point matériel situé à la même abscisse, sur l'arête en regard, soit

$$u(s_A) = N_1(s_A)u_1 + N_2(s_A)u_2$$

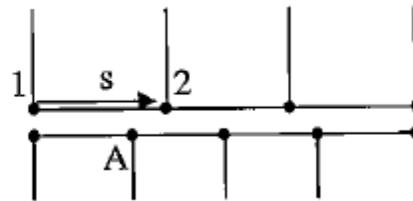


Figure 13.3 : Contrainte cinématique pour assurer le collage

Des relations équivalentes sont écrites automatiquement pour tous les degrés de liberté de tous les nœuds situés du côté le plus souple du raccord. La continuité partielle du champ de déplacement est assurée (Figure 13.4). Les contraintes dans le raccord sont peu fiables puisque les maillages sont incompatibles, mais on peut les analyser à proximité du raccord (théorème de Saint Venant). Cette technique a largement supplanté celle du **zoom structural**.