



**HAL**  
open science

# Méthodologie de Diagnostic de Structures Maçonnées Anciennes

Thomas Parent

► **To cite this version:**

Thomas Parent. Méthodologie de Diagnostic de Structures Maçonnées Anciennes. Génie civil. Université Toulouse 3, 2015. Français. NNT: . tel-01403780

**HAL Id: tel-01403780**

**<https://theses.hal.science/tel-01403780>**

Submitted on 27 Nov 2016

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Université Fédérale



Toulouse Midi-Pyrénées

# THÈSE

En vue de l'obtention du

## DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE

Délivré par *Université Toulouse III Paul Sabatier*  
Discipline ou spécialité : *Génie Civil*

---

Présentée et soutenue par

*Thomas PARENT*

**Le 10 Novembre 2015**

**Titre :**

*Méthodologie de Diagnostic de Structures Maçonneries Anciennes*

---

### JURY

*Sylvie YOTTE, Pr. Université de Limoge (Présidente du Jury)*  
*Frédéric RAGUENEAU, Pr. ENS Cachan (Rapporteur)*  
*Luc DAVENNE, Mcf. Université Paris Ouest (Rapporteur)*  
*Alain MILLARD, CEA Saclay (Examineur)*  
*Ludivine MOUATT, Ginger CEBTP (Invitée)*  
*Alain SELLIER, Pr. Université Toulouse III, (Directeur de thèse)*  
*Nathalie DOMEDE, Mcf. INSA Toulouse (Co-Directrice de thèse)*

---

**Ecole doctorale :** *Mécanique, Energétique, Génie civil et Procédés (MEGEP)*  
**Unité de recherche :** *Laboratoire Matériaux et Durabilité des Constructions (LMDC)*  
**Directeur(s) de Thèse :** *Alain SELLIER et Nathalie DOMEDE*

*Page laissée intentionnellement vide*

## **Remerciements**

Une thèse de doctorat est le fruit d'un travail collectif et je tiens à remercier l'ensemble des personnes que j'ai côtoyé durant ces 3 années et qui ont chacune apporté « leur pierre à l'édifice ».

Je souhaite tout d'abord exprimer ma gratitude à mon directeur de thèse, Alain Sellier, qui m'a transmis la passion de la recherche. Je le remercie pour ses qualités humaines, sa disponibilité, sa rigueur scientifique et sa bonne humeur. Nos échanges scientifiques et remises en question ont été plus qu'enrichissant et je lui suis extrêmement reconnaissant. J'ai appris énormément à ses côtés et je suis honoré de l'avoir eu comme directeur. Mes remerciements s'adressent également à Nathalie Domede, ma co-directrice de thèse qui m'a apporté son expertise sur le matériau maçonnerie et partagé cette passion pour les ouvrages historiques. Merci de m'avoir fait confiance en me proposant ce sujet de thèse. Les 3 années de travail avec Nathalie furent un véritable plaisir, tant du point de vue humain que scientifique. Je suis intimement convaincu que sans ces deux personnes, la thèse n'aurait pas abouti. Je leur dois beaucoup.

Je remercie Mme Sylvie Yotte de m'avoir fait l'honneur de présider mon Jury de Thèse. J'adresse également mes remerciements aux rapporteurs du manuscrit, Luc Davenne et Frédéric Ragueneau, d'avoir accepté la lourde tâche de rapporter cette thèse. L'ensemble de leurs remarques constructives ont sans nul doute contribué à l'amélioration de mon mémoire de doctorat. Un grand merci à Alain Millard d'avoir accepté de participer à mon Jury de thèse en animant activement le débat.

Mes remerciements s'adressent ensuite à Mr Gilles Escadeillas, directeur du LMDC de Toulouse, qui m'a accueilli dans ce laboratoire.

Je remercie l'entreprise GINGER CEBTP d'avoir financé cette thèse CIFRE. Mes pensées vont premièrement vers Ludivine Mouatt qui a suivi le projet avec attention et professionnalisme depuis son commencement. Merci à Roland Schell qui était à l'initiative de ce projet de thèse. Je pense aussi aux personnes du Service Maçonnerie et Monument historique avec qui travailler fut un véritable plaisir: Charlène, Sophia, Suzanne, Clémence et Nico. Merci aux personnes du service structure: Antoine, Marius et Solène, et aux personnes du service pathologie: Olivier, Guillaume, Samir, Isabelle, Jennifer et Thibaut. Je tiens à féliciter le travail de Ronan, stagiaire au CEBTP, que j'ai eu le plaisir de co-encadrer à Elancourt. Merci au service du LEEMS du CEBTP qui a contribué à la campagne expérimentale de cette thèse: Arnaud, Alexandre et Maud.

Merci à Jean Louis Taupin, Architecte en Chef des Monuments Historiques d'avoir accepté de me recevoir afin de partager son expérience sur la préservation de notre patrimoine architectural.

Je remercie l'entreprise ROCAMAT et Jean Louis Marpillat, d'avoir fourni les pierres calcaires de Saint-Maximin nécessaires à réalisation de la campagne expérimentale.

Je remercie l'ensemble du personnel et techniciens du LMDC et en particulier Carole qui m'a aidé à réaliser les essais de vidéo-corrélation. Je pense également à certains enseignants titulaires avec qui j'ai été amené à travailler: Stéphane Multon, Stéphane Laurens, Frédéric Duprat, Thierry Vidal et Jérôme Verdier. Je remercie chaleureusement Michel Mouret qui a su m'orienter lorsque j'ai pris la lourde décision de me lancer dans un doctorat.

## *Remerciements*

Je souhaite exprimer toute ma gratitude à mes amis et collègues du laboratoire LMDC de Toulouse: ceux avec qui j'ai partagé le bureau 223b: Hugo pour son amour du sport et sa bonne humeur, Sd. Rahal avec qui les discussions sur l'endommagement orthotrope étaient réjouissantes, Djin Tonic pour ses conseils avisés de vie, Peter pour son accent Canado-Ukrainien, Ponleu pour son rire, et Mr White pour ses opinions politiques. La proximité dans ce bureau à l'ambiance « chaleureuse » a sans nul doute contribué grandement à mon épanouissement personnel. Je pense également à nos voisins du bureau 223a : Buchette, Sboobix, Carolina, Youssef, Marilla. Mais aussi l'ensemble des doctorants que j'ai côtoyé durant ces trois années : Titi (Pour sa soutenance réussie), Ilgar (pour ces moments de musique ensemble), Pierre, Julie, Elsa, Isabelle, Marlène, Leila, Vanessa, Marie, Elie, Khadim, Gabriel, Célestine, Laurent, Mustapha, Thomas, Bernard, Nam (entre autre pour l'Uspidum), Babacar, Aurélie, Sophie, Kaina et tous les autres.

Je pense également à mes amis et colocataires de la caserne, Yo, Laeti, Simon, Peter et Hugo et je les remercie de m'avoir supporté durant cette épreuve qu'est la rédaction du manuscrit. Les randonnées en montagnes avec eux m'ont permis de décompresser dans les moments difficiles de la thèse. Je remercie mes amis de Toulouse qui m'ont toujours épaulé durant ces 3 années : Tomino, Riton, David, Anais, Marie, Damien, Nico et tous les autres.

Je remercie mes vieux amis musiciens angevins de Cavalaika, « les Michels » qui m'ont également apporté énormément dans la vie. Je pense à Chhel, Gab, Jakub, Simon et Tête d'œuf.

Je remercie tous mes amis d'Angers qui m'ont soutenu dans ce projet : Grégoui, Mut, Beber, Momo, Jo, Choupiz, Alice, Sophie, Rima et tous les autres. Une pensée particulière pour Claire et Paulin qui sont venu spécialement d'Angers, et ce, je n'en doute pas, par passion de la voûte à croisée d'ogive ! Je remercie également Laure, notamment pour sa relecture assidue du manuscrit.

Mes pensées vont aussi vers ma sœur Pauline et mon frère Arthur et bien évidemment à Patoche, Gilles, la petite Jeanne et la dernière arrivée Joséphine, née le jour de ma soutenance de thèse !

Enfin, je remercie du fond du cœur mes parents sans qui rien de tout cela ne serait arrivé. Vous m'avez toujours supporté et accompagné dans mes projets. Voyez ici une reconnaissance profonde de ce que vous m'avez apporté dans la vie. Je vous dois beaucoup.

J'en oublie certainement encore et je m'en excuse.

Encore un grand merci à tous pour m'avoir conduit à ce jour mémorable.

# SOMMAIRE

---

<b>INTRODUCTION GENERALE .....</b>	<b>1</b>
<b>PARTIE I ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE .....</b>	<b>5</b>
I.1 L'ARCHITECTURE GOTHIQUE.....	6
I.1.1 Contexte historique .....	6
I.1.2 Evolution des techniques architecturales religieuses : de la basilique romaine a l'architecture gothique .....	6
I.1.3 Principes de construction d'un édifice gothique .....	10
I.1.4 Conclusion.....	15
I.2 TECHNIQUES D'INVESTIGATION DES MONUMENTS HISTORIQUES .....	16
I.2.1 Auscultations non destructives.....	16
I.2.2 Auscultations destructives.....	20
I.2.3 Conclusion.....	22
I.3 COMPORTEMENT MECANIQUE DES MAÇONNERIES ET MODELISATIONS ASSOCIEES.....	22
I.3.1 Introduction .....	22
I.3.2 Comportement mécanique des matériaux constitutifs des maçonneries .....	23
I.3.3 Comportement mécanique des maçonneries et modélisations associées.....	49
I.3.4 Comportement mécanique des structures voûtées.....	64
I.4 CONCLUSION GENERALE DE L'ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE .....	75
<b>PARTIE II LA BIBLIOTHEQUE DU CNAM.....</b>	<b>77</b>
II.1 ARCHITECTURE DE L'OUVRAGE .....	78
II.1.1 Introduction de la bibliothèque du CNAM .....	78
II.1.2 L'intérieur de la bibliothèque.....	79
II.1.3 La façade nord.....	80
II.1.4 Le mur pignon ouest.....	80
II.1.5 Coupe transversale .....	80
II.1.6 Coupe longitudinale.....	82
II.1.7 les combles .....	82
II.2 PATHOLOGIES STRUCTURELLES CONSTATEES .....	86
II.2.1 Fissuration en intrados des voûtes .....	87
II.2.2 Dévers des éléments porteurs .....	87
II.2.3 Conclusion sur les désordres structurels et causes probables .....	88
II.3 RECHERCHES HISTORIQUES DES CAUSES DE PATHOLOGIES.....	89
II.3.1 Histoire du prieuré saint martin des champs.....	89
II.3.2 Etapes de la construction de la bibliothèque.....	90
II.3.3 Evolution de l'environnement de la bibliothèque .....	92
II.3.4 Conclusion sur la recherche historique des causes de pathologies.....	94
II.4 AUSCULTATIONS DE L'EDIFICE.....	95
II.4.1 Instrumentation.....	95
II.4.2 Fouilles géotechniques .....	101
II.4.3 Auscultation des maçonneries.....	103

II.4.4	Conclusion sur la campagne d'auscultation de l'édifice .....	118
II.5	CONCLUSION GENERALE DE LA PARTIE II .....	118
<b>PARTIE III</b>	<b>CARACTERISATION MECANIQUE DES MAÇONNERIES .....</b>	<b>121</b>
III.1	CAMPAGNE EXPERIMENTALE .....	122
III.1.1	Les essais menés sur carottes prélevées sur site .....	122
III.1.2	Essais sur matériaux équivalents .....	130
III.1.3	Conclusion .....	145
III.2	VALIDATION DU MODELE D'ENDOMMAGEMENT .....	146
III.2.1	Modèle de comportement utilisé .....	146
III.2.2	Obtention des paramètres mécaniques de la pierre de saint-Maximin .....	153
III.2.3	Obtention des paramètres mécaniques du mortier équivalent.....	157
III.2.4	Validation de la modélisation de l'essai de compression du matériau composite .....	160
III.2.5	Conclusion .....	162
III.3	OBTENTION DES PARAMETRES MATERIAUX DES ELEMENTS CONSTITUTIFS .....	163
III.3.1	La pierre .....	163
III.3.2	Le mortier.....	169
III.3.3	L'interface pierre mortier .....	170
III.3.4	Conclusion .....	174
III.4	HOMOGENEISATION DES MAÇONNERIES PAR ZONES.....	174
III.4.1	Périodicité des maçonneries en place .....	174
III.4.2	Homogénéisation linéaire .....	175
III.4.3	Homogénéisation non-linéaire .....	179
III.4.4	Conclusion .....	183
III.5	CONCLUSION GENERALE DE LA PARTIE III .....	183
<b>PARTIE IV</b>	<b>ANALYSE STRUCTURELLE.....</b>	<b>187</b>
IV.1	DEFINITION DE LA MARGE DE SECURITE .....	188
IV.1.1	Modélisation globale d'une travée courante de la bibliothèque.....	188
IV.1.2	Mécanismes de rupture de l'édifice .....	189
IV.1.3	Distinction du comportement de la voûte et de celui du contrefort.....	190
IV.1.4	Marge de sécurité vis-à-vis de la ruine de la structure.....	191
IV.2	CRITERE DE RUPTURE DES MAÇONNERIES .....	192
IV.2.1	Elaboration du critère de rupture.....	193
IV.2.2	Détermination de $\chi_d$ .....	194
IV.2.3	Détermination du coefficient partiel de sécurité $\gamma_m$ .....	200
IV.2.4	Bilan .....	204
IV.2.5	Conclusion .....	205
IV.3	COMPORTEMENT DE LA VOUTE A CROISEE D'OGIVE.....	205
IV.3.1	Calcul préliminaire cinématique.....	205
IV.3.2	Modélisation Eléments finis .....	207
IV.3.3	Conclusion .....	214
IV.4	COMPORTEMENT DU CONTREFORT .....	215
IV.4.1	Préparation du modèle.....	215
IV.4.2	Résultats de la simulation numérique .....	217

## Sommaire

IV.4.3	Conclusion .....	224
IV.5	EXPLOITATION DES RESULTATS POUR LA MAINTENANCE DE L'OUVRAGE .....	225
IV.5.1	Analyse de la marge de sécurité.....	225
IV.5.2	Proposition d'une solution de confortation.....	226
IV.6	CONCLUSION GENERALE DE LA PARTIE IV .....	228
	<b>CONCLUSION GENERALE .....</b>	<b>231</b>
	<b>PERSPECTIVES.....</b>	<b>237</b>
	<b>BIBLIOGRAPHIE.....</b>	<b>239</b>
	<b>TABLE DES ILLUSTRATIONS : FIGURES.....</b>	<b>245</b>
	<b>TABLE DES ILLUSTRATIONS : TABLEAUX.....</b>	<b>255</b>
	<b>ANNEXES .....</b>	<b>257</b>

*Page laissée intentionnellement vide*

## RESUME

---

Le but de la thèse est d'élaborer une méthodologie de diagnostic structurel des monuments historiques en maçonnerie de pierre. Elle se concentre sur les édifices gothiques comportant des voûtes à croisées d'ogives. La bibliothèque du CNAM à Paris, chef d'œuvre de l'architecture gothique datant du 13<sup>e</sup> siècle, constitue un cas d'étude idéal pour valider la démarche proposée. Cet édifice présente des pathologies dont il convient de déterminer l'origine. Le but final est d'estimer la marge de sécurité de la construction vis-à-vis de la ruine.

Après une recherche en archives, une campagne d'investigations est menée sur l'édifice. Elle comprend une campagne d'essais destructifs et non-destructifs, ainsi qu'une reconnaissance des désordres présents sur l'ouvrage. A l'issue de ces premières recherches, les causes potentielles de désordres sont listées et analysées.

Dans un second temps, la recherche est portée sur le comportement mécanique des maçonneries. Le caractère hétérogène de la maçonnerie conduit à considérer ce matériau à différentes échelles. A l'échelle « micro », les pierres et le mortier sont étudiés séparément. Les caractéristiques des calcaires sont obtenues à partir de méthodes ultrasoniques. Un modèle d'endommagement orthotrope est développé et amélioré pour s'adapter spécifiquement aux maçonneries de pierres de taille. Pour réaliser l'analyse structurelle (échelle « macro »), une procédure d'homogénéisation est ensuite développée.

Sur la base des résultats de ces deux premières étapes, une étude de la structure de la bibliothèque du CNAM de Paris est menée. Un critère de rupture en compression est proposé en respectant la logique des normes internationales. Il introduit un coefficient de sécurité partielle et un coefficient dit « de fonctionnement » spécialement créés pour l'étude des structures maçonnées anciennes et adaptables à tout type de sollicitations. L'analyse globale d'une travée de l'édifice est présentée. Le phasage constructif et l'histoire de chargement des murs et des voûtes sont simulés. La comparaison du schéma de fissuration observé sur site avec le profil de fissuration déterminé par le calcul fournit une estimation de l'état de contrainte actuel de l'édifice. La marge de sécurité vis-à-vis de la ruine de la structure est alors déduite. Enfin, une synthèse globale de cette étude de cas est présentée et généralisée à tout édifice en maçonneries anciennes.

---

## MOTS CLES

Maçonnerie, Calcaire, Méthode des éléments finis, Calcul de Structure, Gothique, Fissuration, Voûte, Modélisation

*Page laissée intentionnellement vide*

# INTRODUCTION GENERALE

---

Le patrimoine architectural français recense environ 45 000 édifices classés et inscrits au titre des monuments historiques. La préservation de ces ouvrages constitue un enjeu culturel, économique, scientifique, et sociétal majeur. Beaucoup de ces monuments historiques accueillent aujourd'hui du public : lieux de cultes, musées, salles de concert, par exemple. Il apparaît indispensable de s'assurer de leur stabilité structurelle. Pour conserver et pérenniser cette richesse, les maîtres d'ouvrages, qu'ils soient publics ou privés, font appel à des équipes pluridisciplinaires composées généralement d'architectes et d'ingénieurs.

Sollicité à de nombreuses reprises pour effectuer le diagnostic structurel d'églises, de monastères et de cathédrales, et conscient de l'absence d'outils d'expertises efficaces, l'entreprise GINGER CEBTP s'est rapprochée du Laboratoire Matériaux et Durabilité des Constructions de Toulouse (LMDC), déjà expérimenté dans l'étude des structures maçonnées neuves et anciennes. La présente thèse s'inscrit donc dans ce contexte de réhabilitation des édifices anciens en maçonnerie.

L'objectif est de développer une méthode d'expertise complète afin de fournir un outil d'aide au diagnostic et d'aide à la décision pour le maître d'ouvrage, en matière de conservation et rénovation des monuments anciens. A l'issue de ce travail, la méthodologie se devra d'estimer la marge de sécurité de l'édifice vis-à-vis de sa ruine. Il ne s'agit donc pas de s'intéresser uniquement au comportement mécanique de la maçonnerie, ou de se consacrer exclusivement au développement des méthodes d'auscultation des édifices anciens. Nous avons pris le parti de développer une méthode globale et pluridisciplinaire.



(a)



(b)

Figure-1: la bibliothèque du CNAM : (a) vue extérieure, (b) vue intérieure.

La validation de la démarche s'appuiera sur un cas d'étude concret : la bibliothèque du CNAM. Cet édifice parisien datant du 12<sup>ème</sup> siècle constitue un chef d'œuvre de l'architecture gothique qu'il convient de préserver avec beaucoup d'attention (Figure-1). Le monument présente des voûtes à croisée d'ogive, élément structurel typique de cette période architecturale.

En 2006, il a été observé la chute de mortier de chaux au niveau des voûtes. Le maître d'ouvrage s'est alors questionné quant à la sécurité des personnes et notamment des étudiants du Conservatoire National des Arts et Métiers qui viennent chaque jour travailler dans cette magnifique salle de lecture. Il conviendra de répondre à cette question tout en gardant à l'esprit que la méthode développée doit être extrapolable à d'autres ouvrages anciens.

La méthodologie proposée va se décomposer en trois phases principales : un bilan de l'ouvrage (Partie II), le choix d'un modèle matériau (partie III), et l'analyse à l'échelle structurelle (partie IV).

Le bilan de l'ouvrage (partie II) va s'attacher, dans un premier temps, à répertorier les dommages. Quel est l'influence de ces dommages (fissuration, dévers) sur le comportement structurel global de l'édifice ? Quelles informations intéressantes pouvons-nous soutirer de l'observation de ces dommages ? Nous aborderons ces problématiques dans la suite de ces travaux. Par ailleurs, l'édifice est chargé d'une histoire parfois tourmentée qu'il convient de bien considérer. De sa construction jusqu'aujourd'hui, le monument a subi pendant 8 siècles de nombreuses rénovations, modifications. La manière dont cette histoire peut être appréhendée et la conséquence de cette histoire sur le comportement actuel de la structure sont des questions auxquelles nous allons répondre dans ces travaux. Enfin, le bilan de l'ouvrage devra s'attacher à évaluer la géométrie, les liaisons et connexions entre les différents éléments de la structure, la composition des maçonneries. Les différentes parties sont généralement non homogènes et présentent diverses épaisseurs, remplissages, matériaux, cavités et inclusions de métal. Ces données contribuent au réalisme de la modélisation structurelle. Les éléments structurels tels que la voûte à croisée d'ogive incluent des éléments poutre (nervures) et des éléments coques (panneaux). La complexité géométrique tridimensionnelle de ce type de structure rend l'étude délicate. Comment obtenir ces données essentielles sachant qu'il n'existe aucun plan datant de l'époque de la construction ? Nous étudierons ces questions dans la partie II.

Dans un second temps, la recherche se tourne vers les matériaux historiques. La maçonnerie est caractérisée par son comportement non linéaire, hétérogène et anisotrope. Bien que de nombreuses recherches aient été réalisées sur les lois de comportement des maçonneries anciennes, leur détermination reste encore un défi. La maçonnerie gothique est généralement constituée de blocs calcaires liaisonnés par des joints minces de mortier de chaux. Ces matériaux sont naturels. On imagine bien que le comportement global de la maçonnerie va dépendre de l'agencement des éléments mais aussi des caractéristiques mécaniques de chacun de ses constituants. Comment obtenir les caractéristiques mécaniques des matériaux âgés de plus de 8 siècles en place sur l'édifice en évitant autant que possible les essais destructifs ? Quelle est l'influence du joint de mortier sur le comportement global de la maçonnerie ? Comment gérer l'aspect multi-échelles ? Quels sont les modes de rupture de ce matériau composite ? La partie III de ce manuscrit proposera des éléments de réponse à ces questions.

Enfin la dernière étape de la méthodologie (partie IV) se consacre à l'analyse structurelle détaillée de l'ouvrage. L'objectif est ici d'aboutir à un outil informatique utilisant la méthode des éléments finis, permettant de simuler le comportement mécanique des structures anciennes en maçonnerie telles que les édifices de type gothique. Le calcul devra permettre de simuler l'histoire de l'ouvrage afin de retrouver les désordres constatés sur site et de les considérer dans la modélisation. Puis on s'intéressera au mode de ruine et à ce qui pourrait la provoquer. De façon standard, la marge de sécurité d'une construction est calculée en comparant le chargement

réel au chargement qui conduirait à la rupture. Hors ici, le chargement ne varie pas : le poids propre de la voûte reste constant depuis le début de la vie de l'édifice. Quels sont alors les mécanismes pouvant conduire à la ruine du monument et comment définir la marge de sécurité vis-à-vis de ces mécanismes ? Ces questions seront abordées dans la dernière partie.

Avant de développer cette méthode de diagnostic structurel, nous allons commencer par dresser un état de l'art des travaux réalisés dans les multiples domaines touchés par cette recherche, en particulier : les principes constructifs de l'architecture gothique, les moyens d'investigation sur site et le comportement mécanique de la maçonnerie. La première partie est dédiée à cette étude bibliographique.

*Page laissée intentionnellement vide*

# Partie I ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

---

L'étude bibliographique se décompose en trois chapitres principaux. Le premier chapitre (§I.1) est consacré à l'architecture gothique. Après un rappel du contexte historique, nous verrons comment les motivations techniques et religieuses ont conduit à des innovations constructives majeures apparues au cours de la période gothique. La voûte à croisée d'ogives est par ailleurs l'une de ces innovations. Nous présenterons donc les principes de construction des édifices gothiques et nous nous attacherons au cas de la voûte à croisée d'ogive.

Le deuxième chapitre (§ I.2) expose les différentes méthodes d'investigations destructives et non destructives appliquées aux monuments historiques.

Enfin, le troisième chapitre (§ I.3) s'intéresse à la mécanique des maçonneries. Nous verrons que ce matériau hétérogène peut s'étudier à différentes échelles : celle des constituants, celle du matériau maçonnerie et celle de la structure. Le chapitre est ainsi subdivisé en trois sous chapitres correspondant à ces trois approches. Dans chaque sous chapitre, il est présenté en premier lieu le comportement mécanique de la maçonnerie à l'échelle considérée puis les différents modèles utilisés pour simuler ce comportement.

## I.1 L'ARCHITECTURE GOTHIQUE

---

Après un bref rappel du contexte historique de l'apparition de l'architecture gothique, nous verrons les éléments qui ont conduit à l'apparition de la voûte à croisée d'ogive. Puis, nous rassemblerons les connaissances sur les principes constructifs utilisés pour bâtir les édifices gothiques. La compréhension structurelle d'un monument historique nécessite la connaissance des techniques constructives employées à l'époque de la construction. Ces techniques, et notamment le phasage de construction, ont conditionné l'histoire du chargement de l'édifice et de ses contraintes tout au long de sa vie.

### I.1.1 CONTEXTE HISTORIQUE

La voûte à croisée d'ogive est apparue dans le bassin parisien au début du 12<sup>e</sup> siècle environ [Viollet-le-Duc, 1859], [Abraham, 1934]. Elle constitue, avec l'apparition des arcs-boutants, la majeure innovation de l'art gothique. Cette évolution architecturale fut motivée dans un premier temps par la volonté d'amener la lumière (symbole de divinité) au sein des édifices religieux et la volonté d'élever les édifices de plus en plus haut. L'apparition des techniques architecturales gothiques est aussi le fruit de facteurs d'ordre économique. L'architecte gothique a en effet cherché à alléger les constructions pour diminuer les ressources matérielles, de matières premières et humaines.

### I.1.2 EVOLUTION DES TECHNIQUES ARCHITECTURALES RELIGIEUSES : DE LA BASILIQUE ROMAINE A L'ARCHITECTURE GOTHIQUE

La basilique romaine, bâtiment civil, est selon Choisy le modèle initial des édifices religieux chrétiens [Choisy, 1899]. Elle est composée d'une nef principale et de deux bas-côtés. Elle est recouverte par une toiture de faible pente. La première basilique romaine date de l'an 180 avant notre ère. Deux types de basiliques sont distingués : la basilique présentant une toiture unique recouvrant l'ensemble de l'édifice et celles donc les toitures des bas-côtés sont abaissées (Figure I.1-1).

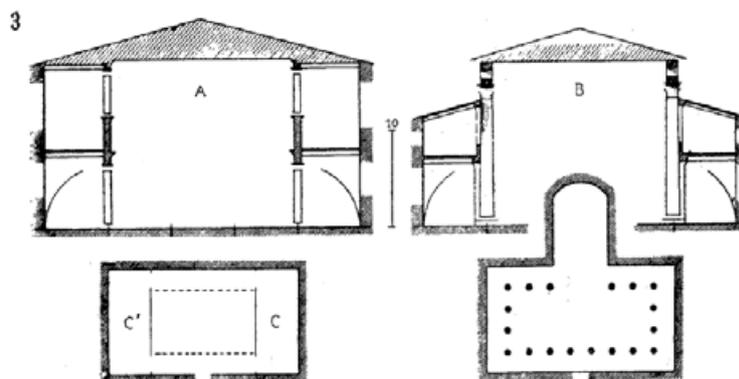


Figure I.1-1: Coupes de Basiliques Romaines [Choisy, 1899]

Remarquons que le désavantage de la structure en bois est leur faible comportement au feu au regard de la maçonnerie. Les charpentes sont directement exposées aux risques d'incendies

mettant en péril l'édifice. Les poutres incandescentes s'effondrent au sol mettant à risque le public. La solution constructive consistant à voûter en maçonnerie les travées des nefs donne la possibilité de cloisonner la charpente en bois du reste de l'édifice. C'est dans ce but que la voûte en berceau (en forme de demi-cercle) s'utilise abondamment pour couvrir les édifices religieux pendant la période romane (du début du XI<sup>ème</sup> jusqu'à la seconde moitié du XII<sup>ème</sup> siècle). Heyman explique que les églises sont alors protégées des intempéries par un double système de couverture interdépendant [Heyman, 1997] : la couverture extérieure (la charpente) protège la couverture intérieure (la voûte) des intempéries. En effet, une voûte soumise à son propre chargement se fissure et ne garantit donc pas l'étanchéité de l'édifice. De plus, le contact de l'eau sur la pierre engendre des risques de pathologies physico-chimiques réduisant les caractéristiques mécaniques de la maçonnerie. La charpente est protégée du feu grâce à la présence de la voûte.

La disposition constructive voûtée induit cependant un désavantage majeur. La voûte exerce nécessairement une poussée oblique  $\vec{P}$  qui est la résultante d'une action verticale  $\vec{V}$  correspondant au poids propre de la voûte et d'une action horizontale  $\vec{H}$  appelée poussée au vide de la voûte (Figure I.1-2).

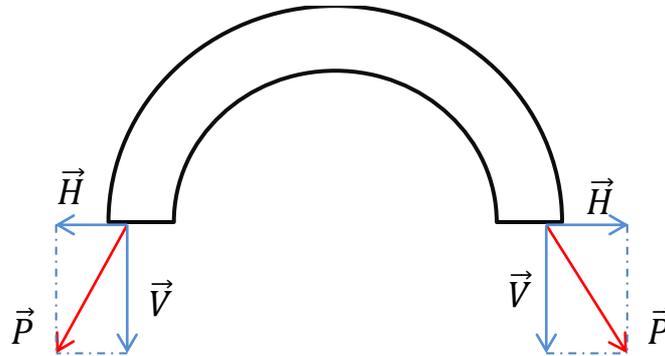


Figure I.1-2 : Réaction aux appuis d'une voûte en berceau

La voûte romane en berceau (Figure I.1-3) exerce donc une poussée au vide répartie sur la longueur du mur d'appuis. La reprise de cette poussée est assurée par la mise en place de murs épais renforcés ponctuellement par la présence de contreforts (B). Il est constaté fréquemment la présence d'arcs doubleaux (E). Leur rôle structurel est discuté au cours du 20<sup>ème</sup> siècle [Abraham, 1934] [Sabouret, 1934]. La voûte en berceau (D) ne travaille pas en flexion dans le sens longitudinal. Les doubleaux ne reprennent donc pas la totalité du poids propre du berceau mais seulement une bande transversale de faible longueur située autour de ces arcs. Les efforts linéaires de poussée de la voûte en berceau ne sont donc pas reportés sur les contreforts. Entre chaque arc-doubleau, le berceau se maintient. Il en serait de même avec l'absence des arcs doubleaux. Ces arcs auraient même tendance à apporter une surcharge au niveau des appuis ponctuels qui peut être reprise par la présence d'appuis plus épais (les contreforts). On peut donc être amené à penser que sans les arcs doubleaux, la voûte en berceau se maintiendrait et la présence des contreforts semblerait inutile [Abraham, 1934].

On remarque dans ce cas que le mur assure une fonction structurelle. Il assure la reprise de la poussée au vide des voûtes. C'est pourquoi les ouvertures réalisées dans les murs longitudinaux des églises romanes sont étroites. L'introduction de la lumière, symbole de divinité, est donc limitée. Par ailleurs, lorsque que l'on cherche à accroître la taille de l'édifice, la

poussée au vide augmente nécessairement avec les dimensions de la voûte et le bras de levier du moment à la base du mur augmente proportionnellement avec cette hauteur. Cela implique une augmentation conséquente de l'épaisseur du mur et une grande quantité de matériaux devenant de plus en plus onéreux. C'est dans ce contexte religieux, technique et économique que les bâtisseurs gothiques imaginèrent une architecture radicalement différente.

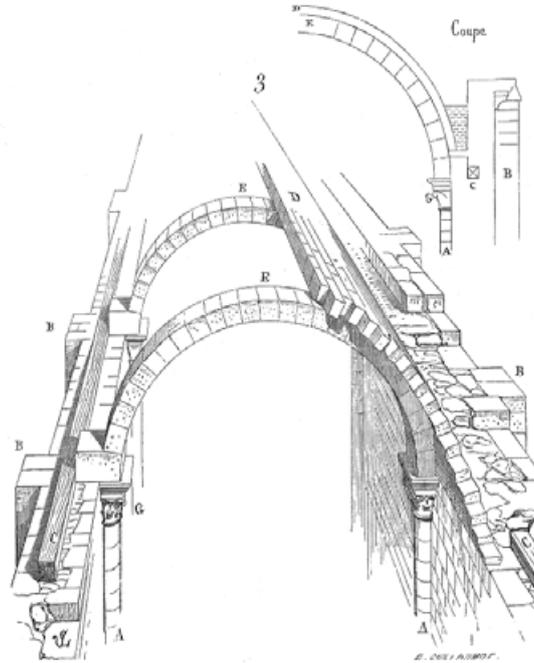


Figure I.1-3 : Voûte romane en berceau [Viollet-le-Duc, 1859]

Afin de construire des édifices de plus grandes dimensions et recueillant plus de lumière, il fallut trouver un dispositif permettant de maîtriser la poussée au vide exercée par les voûtes. La solution trouvée dans la réalisation d'une voûte sur quatre appuis ponctuels. Ainsi, l'ancêtre de la voûte gothique est la voûte d'arrête qui constitue la pénétration de deux demi-cylindres perpendiculaires. Cette solution a été apportée en réalité par les romains dans leurs salles à trois nefs [Choisy, 1899]. Ce dispositif fut mis en œuvre dans le but de voûter la croisée de deux nefs en berceau. La voûte d'arrête recouvre ainsi une surface carrée en reportant les charges sur ses quatre coins. Cependant, Halleux explique que l'appareillage, c'est-à-dire l'assemblage à joints minces de pierres taillées avec précision, de ce type de voûte est délicat [Halleux, 2003]. C'est pourquoi elles sont souvent réalisées en maçonneries grossièrement taillées noyées dans un bain de mortier. Si la voûte doit être réalisée en pierres appareillées apparentes, la taille des blocs au niveau des arêtes est délicate car le rayon de courbure des arêtes n'est pas constant (l'intersection de deux cylindres donne une ellipse). Selon Acland, les connaissances en géométrie et en stéréotomie des bâtisseurs gothiques leur donnaient la possibilité de réaliser l'appareillage des arêtes d'une voûte à base carrée mais pas celui des voûtes à base rectangulaires (voûtes barlongues) [Acland, 1972]. La solution était donc selon lui de mettre en place les nervures au niveau des arêtes afin de faciliter l'appareillage de ces dernières (Figure I.1-4). Cette figure indique deux liaisons possibles entre la nervure et les panneaux. Dans le cas (a), le panneau est simplement maçonné au-dessus de la nervure. Dans le cas (b), il y a pénétration de la nervure dans l'épaisseur du panneau.

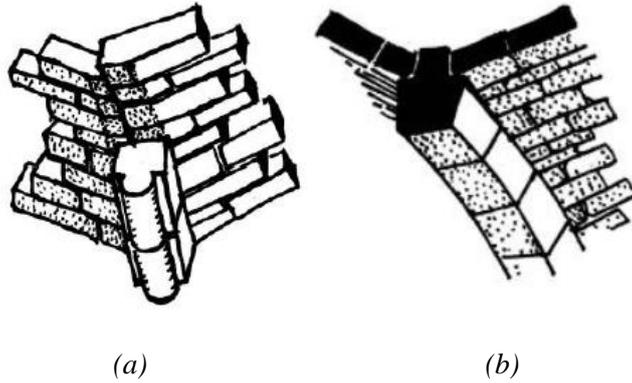


Figure I.1-4 : La nervure, solution constructive facilitant l'appareillage des arrêtes [Acland, 1972]

L'innovation ingénieuse des bâtisseurs du moyen-âge fut donc de conserver l'idée de la voûte d'arrête en remplaçant les arcs diagonaux elliptiques par des arcs diagonaux circulaires plus aisés à mettre en œuvre (Figure I.1-5). C'est ainsi qu'on constate à partir du milieu du 12<sup>e</sup> siècle l'apparition de nervures diagonales circulaires appelées aujourd'hui croisée d'ogives (1). Les arcs doubleaux (2) perpendiculaires à l'axe de la nef et les arcs formerets (3) parallèles à celle-ci relient chaque coin adjacent de la surface recouverte. Les arcs d'ogives sont donc circulaires. Pour atteindre des hauteurs en clé équivalentes à celle de la clé d'ogive, les arcs formerets et doubleaux sont brisés, de sorte que les lignes de faitages s'approchent de l'horizontale.

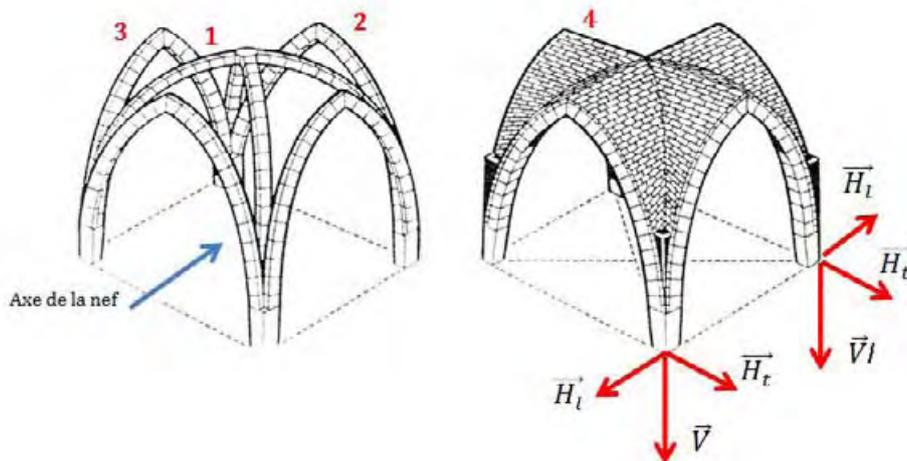


Figure I.1-5 : Voûte à croisée d'ogive, éléments et réaction aux appuis

Les vides laissés entre les nervures sont couverts de panneaux de remplissage (4) en maçonnerie de petits appareils. On les appelle aussi voûtains. Les lits de pose de ces derniers sont en général parallèles aux lignes de faîtes. Dans cette disposition, on s'aperçoit que les réactions exercées par les voûtes sur leurs appuis ponctuels ont trois composantes (Figure I.1-5). La composante verticale  $\vec{V}$  est associée au poids propre de la voûte. En considérant uniquement le poids propre, et si les trames voisines sont identiques, la composante horizontale longitudinale  $\vec{H}_l$  (dans l'axe de la nef) s'équilibre avec la composante identique de la croisée d'ogive voisine. La composante horizontale transversale  $\vec{H}_t$  représente la poussée au vide. On remarque bien dans ce cas que l'on passe d'une poussée au vide linéique pour la voûte romane à

une poussée ponctuelle pour la voûte gothique. Il fallait maintenant trouver un moyen astucieux pour reprendre cette poussée au vide. La deuxième innovation majeure de l'architecture gothique apparut dans ce contexte technique : l'arc boutant.

L'arc boutant a pour rôle de reprendre les efforts de poussée au vide vers les culées massives (C) construites en grand appareil à l'extérieur des édifices gothiques (Figure I.1-6). La figure réalisée par Viollet-le-Duc [Viollet-le-Duc, 1859] de la cathédrale de Beauvais montre deux volées d'arc boutants. La volée inférieure est destinée à reprendre la poussée au vide exercée par la voûte à croisée d'ogive. La volée supérieure reprend les efforts horizontaux exercés par le vent sur la toiture de l'édifice. L'idée sous-jacente de l'arc boutant est de reporter les charges gravitaires à l'extérieur de l'édifice afin de réduire les éléments porteurs intérieurs.

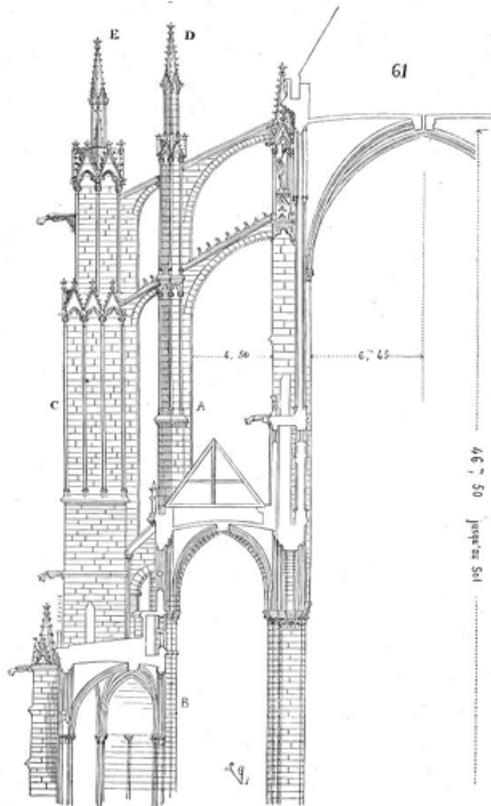


Figure I.1-6 : Arc boutant de la cathédrale de la cathédrale de Beauvais [Viollet-le-Duc, 1859]

Ces dispositifs (croisée d'ogive, arc boutant) inventés et adaptés pendant la période gothique conduisent ainsi à la construction de monuments de grandes dimensions qui laissent pénétrer la lumière. Mais comment mettre en œuvre ce type d'architecture ? Le paragraphe suivant tente d'apporter des éléments de réponse.

### I.1.3 PRINCIPES DE CONSTRUCTION D'UN EDIFICE GOTHIQUE

A l'époque gothique, les techniques de construction résultant de l'empirisme des bâtisseurs étaient transmises de générations en générations par le "bouche à oreille". Les bâtisseurs ne tenaient pas à divulguer massivement leur savoir-faire [Coste, 1997]. Par ailleurs, les parchemins coûteux utilisés pour tracer les plans de constructions étaient recyclés. C'est pour ces raisons que l'on ne dispose actuellement que d'un nombre très restreint de documents d'époque. Le carnet le plus célèbre qui a été conservé est celui de Villard-de-Honnecourt. Ses ouvrages font toujours l'objet d'analyses par les techniciens, architectes et historiens

contemporains [Recht, 1989]. En effet, il constitue une énigme que les spécialistes cherchent encore à résoudre aujourd'hui. Cependant, l'analyse précise de ces manuscrits conduit à des informations sur les techniques de construction des monuments historiques gothiques. La seconde source d'information permettant de comprendre les techniques de constructions gothiques se trouve dans l'édifice lui-même. L'observation et l'étude structurelle du monument conduit en effet à l'obtention d'indices quant à sa construction.

### I.1.3.1 Phasage

Choisy explique qu'un dessin de Villard-de-Honnecourt peut aider à saisir le phasage général d'un chantier gothique [Choisy, 1899]. Selon lui, la première étape consistait à construire les murs gouttereaux dans leur intégralité. Il était alors possible d'entretoiser à l'aide de tirants transversaux temporaires les murs gouttereaux au niveau de la naissance des voûtes en attendant la construction des voûtes et des organes de contrebutement définitifs (arc-boutant ou contreforts). La deuxième étape était la construction des voûtes à l'abri des toitures et des intempéries. Ainsi, les toitures apportaient deux avantages en termes de stabilité de l'édifice pendant la construction. En effet, d'une part, elles apportent du poids propre sur les murs gouttereaux et d'autre part, ses entrants jouaient un rôle d'entretoisement. Un schéma du phasage est proposé dans la partie II (Figure II.3-2).

### I.1.3.2 Fondations

Viollet-le-Duc signale la possibilité d'emplois de pilotis dans les fondations gothiques [Viollet-le-Duc, 1859]. Cependant, selon Choisy et Bernard [Choisy, 1899] [Bernard, 1975], les fondations gothiques auraient été réalisées sous la forme de massifs de blocage soigneusement maçonnés. Les fouilles menées par l'archéologue Bernard sur les vestiges de la cathédrale de Thérouanne (construite au 12<sup>e</sup> siècle) ont permis d'obtenir des informations sur la manière de réaliser les fondations d'édifices religieux à la période gothique (Figure I.1-7(a)). On remarque dans ce cas la taille conséquente de la fondation (5m de profondeur pour 4m de largeur).

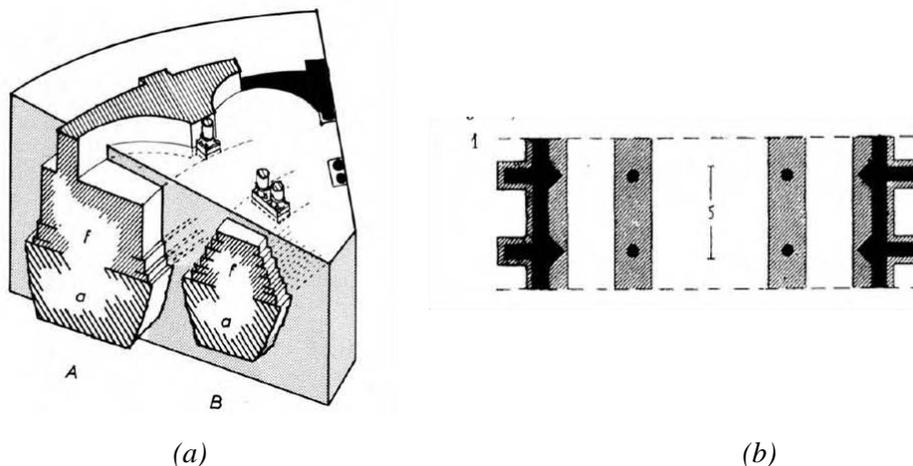


Figure I.1-7 : Fondations gothiques : (a) Coupe verticale de la fondation au niveau du déambulatoire de la cathédrale de Thérouanne [Bernard, 1975], (b) coupe horizontale de la fondation de notre Dame de Dijon [Choisy, 1899]

Afin de résister aux effets de glissement, on solidarisait les piles par une fondation continue équivalente aux longrines d'aujourd'hui (Figure I.1-7(b)). Cependant, et ce probablement à

cause de son coût élevé, ce type de fondation composé de maçonnerie appareillée n'a pas toujours été réalisé. Les cathédrales de Meaux et de Troyes ont été bâties sur des fondations insuffisantes (faite de pierres non appareillées dans un bain de mortier). Des tassements d'appuis sont apparus entraînant la déformation des édifices. La capacité d'adaptation de la structure leur a néanmoins permis de traverser plus de six siècles [Choisy, 1899].

### I.1.3.3 Exécution des maçonneries gothiques

Dans les constructions gothiques, contrairement aux constructions romaines, la taille des blocs de pierre est extrêmement soignée, ce qui permet la réalisation de petits appareils, notamment au niveau des éléments voûtés. Le faible poids des pierres permet alors de limiter les moyens de manutention et la robustesse des échafaudages. L'épaisseur des joints de mortier est variable et peut atteindre jusqu'à quinze millimètres par endroit [Froidevaux, 2001]. Par ailleurs, on constate sur certains monuments des agrafes métalliques liant les blocs de pierre d'un même lit, constituant ainsi un chaînage.

### I.1.3.4 Construction de la voûte à croisée d'ogive

Dans ce dernier paragraphe, nous allons étudier les principes constructifs des organes principaux de la voûte gothique en balayant successivement les voûtes elles-mêmes, les nervures et finalement, les panneaux de remplissage.

#### Tracé des voûtes

La Figure I.1-8 présente le tracé d'une voûte à croisée d'ogive quadripartite. Il s'agit d'une projection des arêtes sur un plan horizontal. Comme nous l'avons remarqué précédemment, l'arc d'ogive est en plein cintre. Il détermine la hauteur de la clé. Les arcs doubleaux et formerets sont tracés afin d'atteindre une hauteur équivalente à celle des arcs d'ogives.

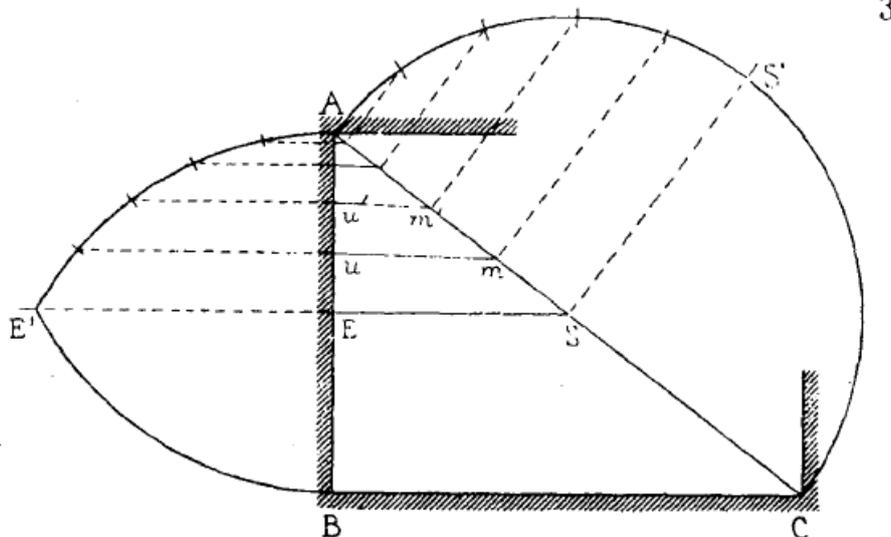


Figure I.1-8 : Tracé des nervures d'une voûte quadripartite [Choisy, 1899]

Les segments  $u'm'$ ,  $um$  et  $ES$  représentent les projections sur un plan horizontal des joints de l'appareil des panneaux de remplissage. En projection verticale, ces lignes sont légèrement courbées de telle sorte que les panneaux constituent une voûte aplatie reliant l'arc d'ogive aux arcs de tête (arc formeret ou arc doubleau).

### Construction des naissances des nervures

Une des premières difficultés de la construction des voûtes gothiques est la mise en place de l'appareillage aux naissances des nervures. On constate généralement une pénétration des nervures entre elles, à leur naissance, comme l'explique Viollet-le-Duc [Viollet-le-Duc, 1859]. L'idée qui pourrait venir instinctivement pour poser trois arcs (formeret, ogive et gouttereau) sur le chapiteau serait de les poser séparément, les uns à côté des autres, (Figure I.1-9(a)) sans interpénétration. Mais alors, la naissance des nervures ne serait pas monolithique et la ligne de pression résultant de l'ensemble des nervures ne serait pas ponctuelle. Par ailleurs, cette solution nécessiterait des chapiteaux très évasés.

Pour assurer le monolithisme des naissances et diminuer la surface d'assise des chapiteaux, les architectes gothiques imaginèrent, à partir du 13<sup>e</sup> siècle, la réalisation de sommiers monolithiques appelés tas-de-charge (Figure I.1-9(b)). Ici, la naissance des nervures se fait par une série de sommiers à lits horizontaux disposés en encorbellement. Les nervures deviennent indépendantes lorsque la taille du dernier sommier devient suffisamment grande pour recevoir chaque nervure séparément. Ainsi, sur le tas-de-charge, les nervures s'interpénètrent. La direction radiale des joints de nervures est mise en place à ce niveau. Cette méthode conduit d'une part à l'obtention d'une descente de charge plus concentrée et donc plus facile à contrebuter et d'autre part à la réalisation de sommiers de nervures présentant différentes hauteurs sur une même pile (Figure I.1-9(c)).

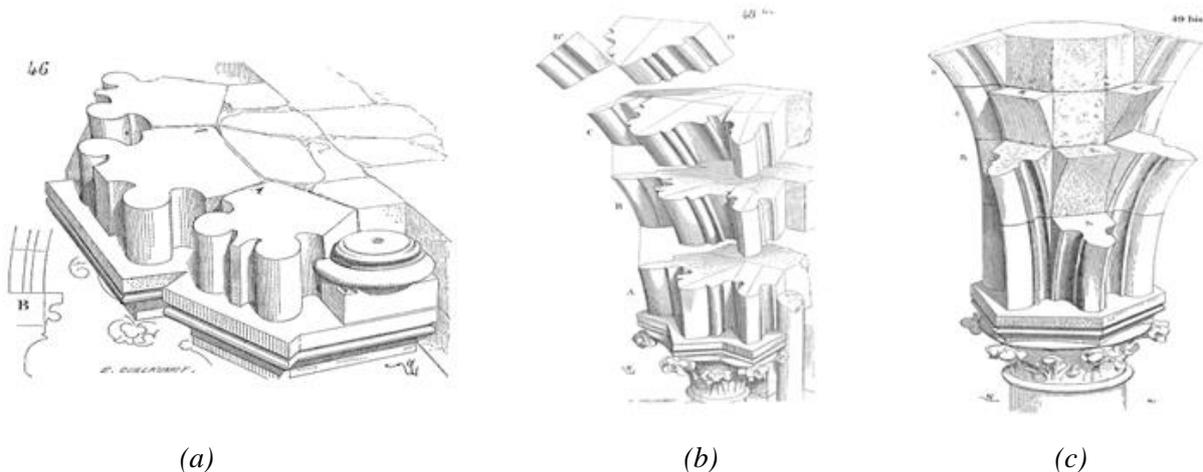


Figure I.1-9 : Dessins de naissances de nervures: (a) appareillage séparé, (b) Tas-de-Charge : pénétration des nervures dans un bloc monolithique, (c) Tas-de-Charge : naissances de nervures à différentes hauteurs [Viollet-le-Duc, 1859]

### Construction des nervures

Les arcs doubleaux, formerets, et d'ogives étaient construits sur des cintres en bois dont Fitchen et Acland propose une étude détaillée [Fitchen, 1997][Acland, 1972]. Comme le montre la Figure I.1-10, les échafaudages en bois prenaient appui sur le sol ou bien directement sur des corbeaux en pierre prévus à cet effet. La Figure I.1-10 (b) indique le niveau de la naissance des cintres. Il est observé dans ce cas un tas de charge de sept sommiers sur lits horizontaux disposés en encorbellement. La naissance du cintre se situe dans la zone où les nervures deviennent indépendantes les unes des autres. L'étape suivante consistait à mettre en place les claveaux des nervures sur la longueur des voûtes jusqu'à la clé. Les nervures devaient donc être

entièrement terminées avant la mise en place des panneaux de remplissage, ce qui soulageait les cintres.

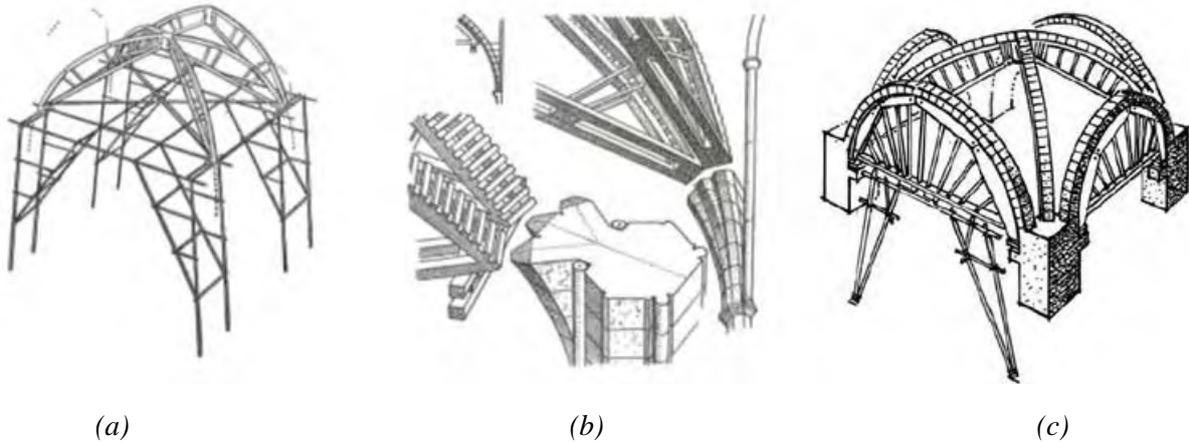


Figure I.1-10 : Cintres des nervures : (a) Schéma d'ensemble de système de cintres recevant les nervures [Fitchen, 1997], (b) Convergence des cintres à la naissance des nervures [Fitchen, 1997], (c) mise en place des claveaux des nervures [Acland, 1972]

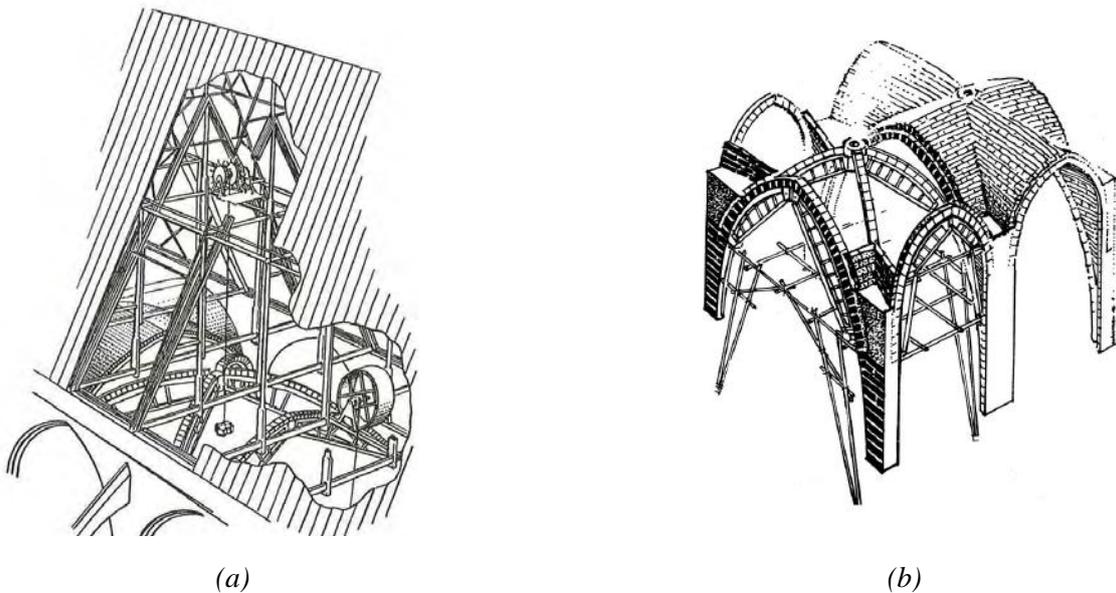


Figure I.1-11 : (a) mise en place de la clé de voûte [Fitchen, 1997], (b) Réalisation des panneaux de remplissage [Acland, 1972]

### Mise en place des panneaux de remplissages

Selon Viollet-Le-Duc, les premiers tiers des panneaux de remplissages étant sur un plan quasiment vertical et présentant des travées de faible longueur pouvaient être mis en place sans cintre (Figure I.1-12).

Deux méthodes semblent avoir existé pour monter les panneaux de remplissage à partir du second tiers. La première, plutôt adaptée aux panneaux de faible portée, consistait à relier l'arc d'ogive à l'arc de tête au moyen de cerces mobiles ajustables, et de courbure constante (Figure I.1-13). La seconde consistait à appuyer des panneaux de coffrage directement sur les cintres des nervures.

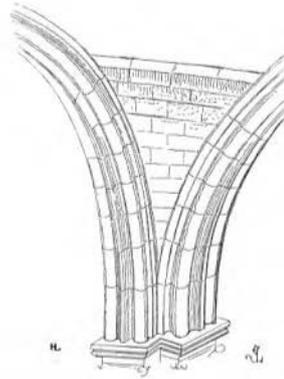


Figure I.1-12: Mise en place des panneaux de remplissage sur les premiers tiers [Viollet-le-Duc, 1859]

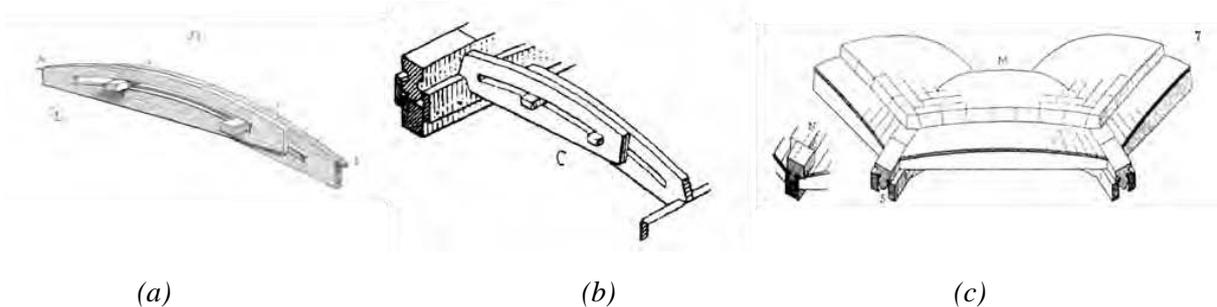


Figure I.1-13: Cerce mobile ajustable : (a) [Viollet-le-Duc, 1859], (b) [Choisy, 1899], (c) panneaux de coffrage [Choisy, 1899]

#### I.1.4 CONCLUSION

La croisée d'ogive et l'arc boutant constituent deux innovations majeures de l'architecture gothique. Elles sont le fruit de la volonté des bâtisseurs du moyen-âge qui voulaient construire des édifices élancés accueillant pleinement la lumière. Les hauteurs spectaculaires des monuments gothiques ont généré également des progrès considérables dans l'utilisation des étaielements et des cintres ainsi que dans le phasage constructif du couple charpente bois / structure en maçonnerie. La voûte romane, simple coque demi-cylindrique, laisse la place vers le 12<sup>e</sup> siècle, à une structure spatiale complexe composée de plusieurs éléments (tas de charge – nervures – panneaux de remplissage) construits successivement les uns sur les autres, à l'abri de la toiture définitive. Ce n'est qu'au moment du décintrement des nervures que le poids de la voûte a commencé à transiter dans les pierres, via le mortier des joints, et s'est cumulé au poids du toit au sein des murs et des contreforts. Dans les voûtes gothiques, contrairement aux voûtes romanes, les descentes de charges se concentrent sur des appuis ponctuels et non plus linéaires. Les poussées au vide des voûtes deviennent plus faciles à équilibrer. En contrepartie, le rôle des fondations isolées sous les poteaux et les contreforts s'intensifie vis-à-vis de la stabilité des monuments.

Ces données relatives à la géométrie et à l'histoire des édifices gothiques, à leur origine, sont capitales afin d'analyser le comportement mécanique de ces structures à l'époque tout comme aujourd'hui. Elles seront exploitées dans la partie II, lorsque nous rechercherons des explications aux désordres structurels constatés actuellement.

## I.2 TECHNIQUES D'INVESTIGATION DES MONUMENTS HISTORIQUES

---

L'examen des ouvrages en maçonnerie emprunte deux voies complémentaires : une voie non-destructive et une voie destructive. Dans le cadre d'étude de monuments historiques classés et inscrits, le diagnostic devra toujours privilégier les méthodes *in situ* non destructives préservant au mieux l'édifice. Les deux types d'investigation s'utilisent cependant parallèlement : Les auscultations destructives permettent de calibrer certains essais non-destructifs. Les essais non destructifs conduisent à l'identification des zones à soumettre à des essais destructifs. Il est à noter que les recommandations RILEM fournissent une vision globale des méthodes employées ainsi que de leur mise en œuvre.

### I.2.1 AUSCULTATIONS NON DESTRUCTIVES

Les méthodes non destructives sont utilisées pour évaluer les caractéristiques mécaniques d'une maçonnerie *in situ* sans occasionner de dommage sur l'édifice. Par ce type de méthode, une analyse comparative sur différentes zones du monument peut être opérée. Celle-ci permet d'obtenir une image de la structure dans sa globalité.

#### I.2.1.1 Inspection visuelle

L'inspection visuelle constitue le premier contact avec le monument historique. Les dommages observés peuvent être relevés et classés. L'état apparent des matériaux et l'état de fissuration de l'ouvrage sont considérés. L'utilisation de caméras endoscopiques laisse la possibilité d'ausculter les zones plus difficilement accessibles. L'inspection visuelle est accompagnée d'un reportage photographique présentant l'édifice et ses pathologies. Cette première phase d'évaluation ne doit pas être négligée car elle permet d'émettre des hypothèses sur les causes des symptômes structurels constatés. Ensuite, l'ingénieur orientera son diagnostic à partir de ces hypothèses.

#### I.2.1.2 Essais non destructifs

##### **Scléromètre**

Le scléromètre ou marteau Schmidt est un instrument de mesure de la dureté de la pierre. Il a été développé afin d'analyser la dureté du béton mais il offre aussi de bons résultats sur la pierre. C'est un essai rapide et facile à réaliser. Le principe est de mesurer l'énergie cinétique de rebond initial d'une tige et d'en déduire une mesure de dureté. C'est un moyen rapide de vérification de l'homogénéité des pierres en œuvre. Une interprétation rigoureuse et argumentée des mesures est néanmoins indispensable : une dureté de la pierre en surface ne reflète pas nécessairement la dureté au cœur de la pierre. Enfin, avec un calibrage en laboratoire, la mesure de la dureté peut être reliée à la résistance en compression et aux propriétés élastiques de la pierre. On trouve dans la littérature de nombreuses études expérimentales établissant une corrélation entre la mesure de dureté au marteau Schmidt et la résistance à la compression de la pierre [Kahraman, 2001].

### Mesure de la vitesse de propagation du son

La mesure de la vitesse de propagation des ondes ultrasonores est l'un des essais non destructifs les plus utilisés. Son principe est d'émettre une onde acoustique via un émetteur et de récupérer le signal après propagation dans le matériau via un récepteur. L'appareil mesure le temps de propagation de l'onde entre deux points. La vitesse de propagation de l'onde acoustique est ainsi déduite. Cette grandeur physique peut conduire à l'estimation des caractéristiques mécaniques de la pierre. En effet, la vitesse de propagation de l'onde acoustique est reliée à la compacité de la pierre, elle-même reliée à sa résistance mécanique. La vitesse de propagation acoustique peut par ailleurs être corrélée au module d'élasticité dynamique du matériau  $E_{Dyn}$  (équation (I.2-1)) [Lemaitre and Chaboche, 1985]. La littérature internationale fournit un grand nombre de corrélation entre la valeur de la vitesse de propagation  $V$  des ondes ultrasonores longitudinales et la résistance à la compression uniaxiale de la pierre [Mamillan, 1958], [Kahraman, 2001], [Yasar and Erdogan, 2004], [Kılıç and Teymen, 2008], [Sharma and Singh, 2008], [Basem K. Moh'd, 2009].

$$E_{Dyn} = \rho \frac{V_p^2(1 + \nu)(1 - 2\nu)}{1 - \nu} \quad (I.2-1)$$

Avec :

- $E_{Dyn}$  : Module dynamique,
- $V_p$  : Vitesse de propagation des ondes ultrasonores longitudinales,
- $\rho$  : Masse volumique,
- $\nu$  : Coefficient de Poisson.

Cette technique permet en outre une étude comparative rapide des différentes zones d'un édifice. On distingue trois modes de transmission : les chemins directs, semi-directs et indirects (Figure I.2-1(a)). Le chemin direct est à privilégier car ce mode de transmission révèle la compacité de la pierre dans sa profondeur. La détermination de la profondeur d'une fissure observée en surface peut également être réalisée (Figure I.2-1(b)).

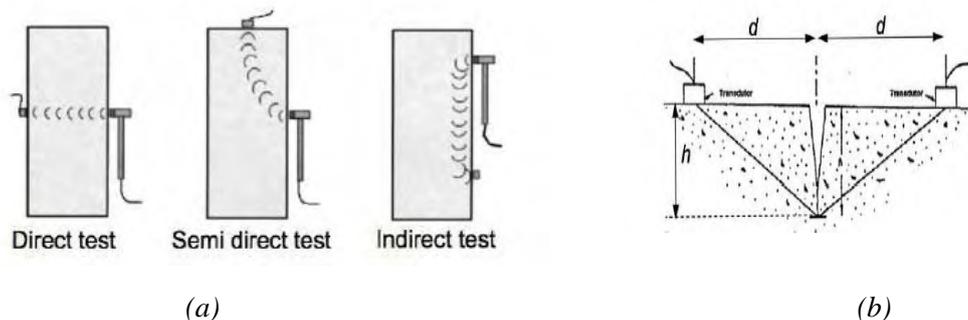


Figure I.2-1 : (a) Modes de transmission de l'onde acoustique, (b) Caractérisation de la profondeur d'une fissure [Grecchi, 2012]

Notons enfin qu'il est possible d'obtenir un champ de distribution de vitesse ultrasonore sur une section en utilisant une technique de tomographie sonore (Figure I.2-2). Il s'agit d'une méthode numérique itérative compilant un grand nombre de données obtenues en surface et donnant la possibilité d'obtenir une cartographie de la vitesse de propagation et donc de mettre en évidence la structure interne de l'élément étudié. Binda utilise cette méthode pour montrer

les discontinuités présentes dans les piliers du temple de saint Nicolo l'Arena en Italie [Binda et al., 2004].

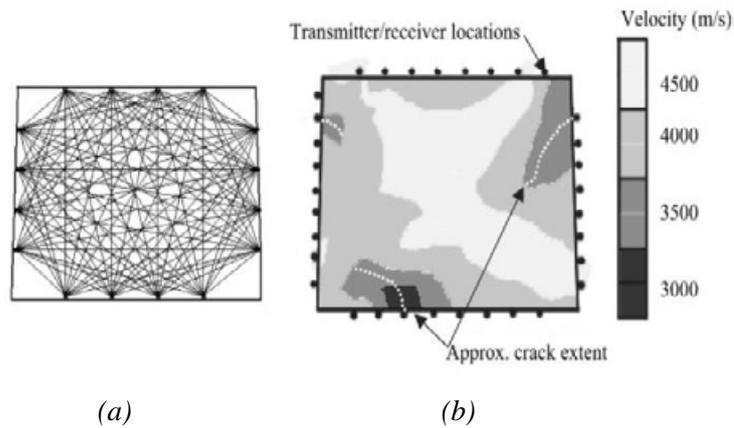


Figure I.2-2: (a) Technique de tomographie sonore, (b) Profil de vitesse de propagation du son et estimation de la profondeur de fissure [Schuller, 2003]

### Radar

Le principe du radar est d'envoyer des ondes électromagnétiques brèves via une antenne émettrice et de récupérer le signal réfléchi par les discontinuités présentes dans le matériau par une antenne réceptrice. En général, les deux antennes se situent dans le même boîtier, le système est alors mono-statique. Une roulette est fixée au boîtier et assure la mesure de la distance parcourue par les antennes. Ainsi, il est possible d'extraire des profils radar à deux dimensions présentant la longueur en abscisses et profondeur du signal en ordonnée. Les antennes sont reliées à une unité d'acquisition qui assure l'enregistrement du signal. La fréquence du signal est comprise en général entre 200 et 2000 MHz. La résolution des résultats dépend de la fréquence de l'onde électromagnétique. Les fréquences basses permettent d'étudier le matériau sur une profondeur allant jusqu'à 4m mais présentent une résolution d'image assez faible. A l'inverse, les hautes fréquences donnent la possibilité d'obtenir des profils radars précis mais sur des épaisseurs plus faible. Il est donc nécessaire d'avoir une première idée de ce qu'il faut observer afin d'optimiser au mieux les paramètres de la mesure. Ce type d'essai non destructif nous éclaire sur la disposition et l'appareillage des pierres (Figure I.2-3) [Schuller, 2003] et sur les épaisseurs des éléments étudiées (Figure I.2-4) [Solla et al., 2011]. Il peut également indiquer la présence de vides, l'état interne et la cohésion des joints et des pierres. Enfin, l'utilisation du radar peut conduire à la détection de la présence d'armatures, d'agrafes et de renfort métalliques.

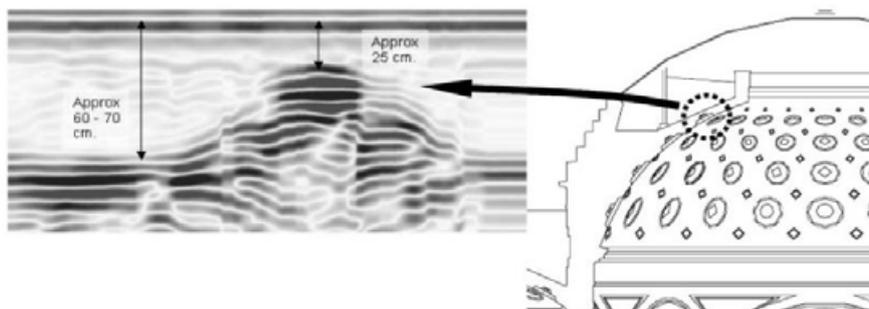


Figure I.2-3 : Profil radar du dôme de la Basilique de l'immaculée conception à Baltimore [Schuller, 2003]

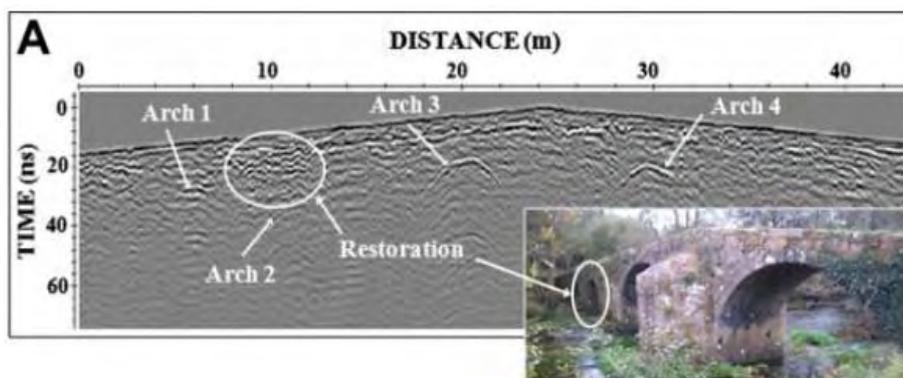


Figure I.2-4 : Profil radar d'un pont en maçonnerie [Solla et al., 2011]

### 1.2.1.3 Instrumentation

L'instrumentation permanente des monuments historiques est un outil essentiel du diagnostic structurel d'un monument historique. Elle est nécessaire pour obtenir des informations sur l'évolution des désordres structurels au cours du temps. Ces suivis donnent également la possibilité de vérifier que les mouvements et déplacements structurels mesurés n'atteignent pas un seuil inacceptable. Par ailleurs, l'instrumentation est un moyen non destructif de mesure et de contrôle de l'efficacité des rénovations structurelles réalisées. Trois types de capteurs sont généralement employés : les fissuromètres, les convergencemètres et les inclinomètres.

#### **Fissuromètres**

Les témoins au plâtre ont laissé la place aux réglettes graduées qui elles-mêmes se sont effacées au profit de fissuromètres électroniques. Ils ont pour rôle de contrôler et de mesurer l'évolution de l'ouverture d'une fissure. Ils peuvent être unidirectionnels ou tri-directionnels afin de mesurer simultanément l'ouverture, le cisaillement et le rejet d'une fissure. Ce type de capteur permet en outre de mesurer les déformations dans les deux sens (ouverture et fermeture) contrairement à un témoin au plâtre.

#### **Convergencemètres**

Les convergencemètres donnent la possibilité de mesurer la variation de distance entre deux points de la structure. Ils sont constitués de fils Invar reliés entre eux par un ressort mesurant l'écartement entre les deux points d'attache. L'Invar est un alliage de fer et de nickel possédant un coefficient de dilatation thermique très faible. Ainsi, les variations thermiques n'influencent pas la mesure de convergence. Notons que les fibres optiques peuvent être utilisées pour mesurer d'éventuelles élongations.

#### **Inclinomètres**

Les inclinomètres ont pour rôle de mesurer l'inclinaison d'un mur ou d'une colonne. Ils peuvent être unidirectionnels ou bidirectionnels. Ils sont souvent placés en parallèle des convergencemètres.

L'ensemble de ces capteurs électroniques peut être relié à une centrale d'acquisition pour un enregistrement automatique des données. Une centrale GSM peut être mise en place afin d'obtenir les résultats des mesures à distance et en temps réel. De plus, des capteurs de température sont installés en parallèle des capteurs structurels afin d'analyser l'origine structurelle et/ou thermique des mouvements observés.

## I.2.2 AUSCULTATIONS DESTRUCTIVES

### I.2.2.1 Prélèvements d'échantillons

Lorsqu'il est réalisable, le prélèvement d'échantillon peut conduire à une caractérisation précise du matériau sur le plan chimique et mécanique. Les essais mécaniques seront détaillés ultérieurement au chapitre 1.3. Le prélèvement se réalise avec une carotteuse (carotte prélevée) ou une perceuse (poudre prélevée) en vue d'une analyse ultérieure en laboratoire. Des essais mécaniques et chimiques sont utiles pour la connaissance de leur composition, de leur loi de comportement mécanique en compression, traction et flexion, de leur masse volumique, de leur porosité et de leur teneur en eau. Une carotte donne de plus une vision globale de la constitution de la maçonnerie (nature de la maçonnerie, présence d'un ou plusieurs parements de pierre, présence d'une maçonnerie de blocage). Les diamètres usuels sont de 10 à 15 cm, ce qui est un minimum pour ensuite être à même de scier les carottes dans le but d'obtenir des échantillons conformes aux normes européennes en termes de dimensions et d'éclatement (en général une hauteur égale au double du diamètre). La carotteuse doit être judicieusement positionnée de façon à récupérer soit des morceaux de blocs soit de joint de mortier, soit des deux, en fonction des données recherchées. Il est donc essentiel de bien programmer les campagnes expérimentales à l'avance, d'autant que le carottage, s'il est autorisé, l'est en très faibles quantités.

### I.2.2.2 Evaluation des caractéristiques mécaniques du mortier *in-situ*

#### Scléromètre pendulaire

Par rapport au scléromètre classique présenté précédemment, le scléromètre pendulaire est conçu pour effectuer des tests de dureté sur des matériaux plus tendres tels que le béton léger, les plaques de plâtre et les mortiers. Grâce à une énergie d'impact plus faible, il permet une lecture plus précise de la dureté des mortiers en place.

#### Test d'arrachement

Il s'agit de mesurer la force d'arrachement nécessaire à mobiliser pour extraire une tige hélicoïdale vissée préalablement dans un joint de mortier *in-situ*. En utilisant des calibrations réalisées en laboratoire, cette force d'arrachement peut être reliée aux caractéristiques mécaniques du mortier.

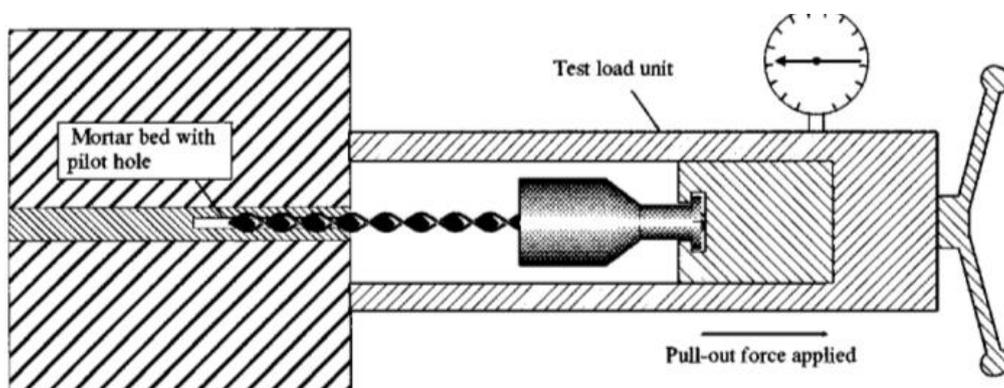


Figure I.2-5 : Dispositif expérimental du test d'arrachement [MS.D.9, 1997]

### 1.2.2.3 Essai de libération de contraintes

L'essai de libération de contrainte ou « flat jack test » est utilisé d'une part pour estimer le niveau de contrainte normale s'exerçant dans la maçonnerie et d'autre part pour identifier la loi de comportement mécanique de la maçonnerie. Plusieurs configurations sont possibles. La plus simple consiste à insérer un vérin plat dans un joint préalablement entaillé. Cette méthode est considérée comme « semi-destructive » car le joint de mortier entaillé est remplacé directement après l'essai.

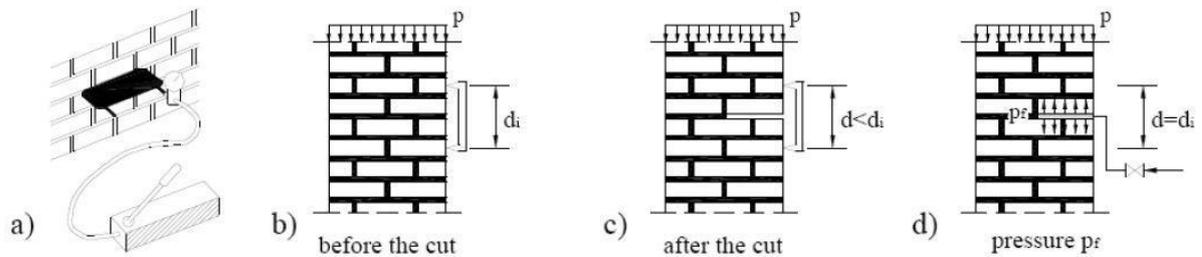


Figure I.2-6 : Principe de l'essai de relâchement de contrainte [Grecchi, 2012]

Le principe est illustré en Figure I.2-6. La première étape (b) consiste à placer des capteurs de déplacement de part et d'autre de l'endroit où l'entaille sera réalisée. Ensuite, en (c), on entaille le joint ce qui entraîne nécessairement, si le mur est soumis à de la compression, une diminution de la longueur  $d_1$ . Enfin, on insère le vérin plat puis on le met sous pression jusqu'à obtenir la distance  $d_1$  mesurée initialement. La pression exercée représente alors, à des facteurs de correction près, la contrainte de compression horizontale transmittant réellement au sein de la maçonnerie.

L'autre méthode consiste à mettre en place deux vérins plats en parallèle (Figure I.2-7). En mesurant l'incrément de déformation entre les deux entailles en fonction de l'incrément de pression exercé par les vérins, il est possible de tracer la relation contrainte déformation de la zone étudiée et d'obtenir ainsi une valeur du module d'élasticité homogénéisé de la maçonnerie.

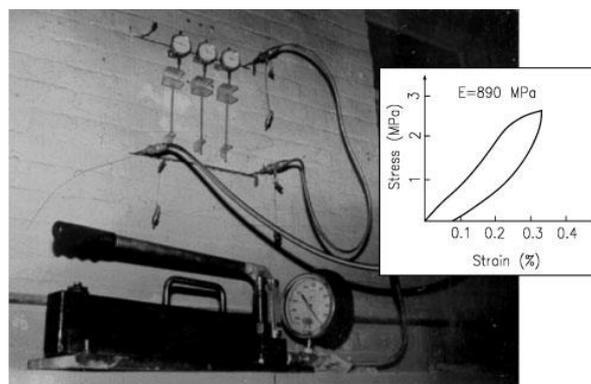


Figure I.2-7 : Détermination du comportement mécanique d'une maçonnerie en compression avec l'essai au vérin plat [Schuller, 2003]

Enfin, une méthode de détermination des propriétés mécaniques de cisaillement est réalisable avec l'utilisation de trois vérins plats. Deux vérins plats placés parallèlement aux joints horizontaux permettent d'appliquer une contrainte de confinement (contrainte de

compression) tandis qu'un vérin placé verticalement applique un déplacement en cisaillement de l'élément étudié. Il est ainsi possible de déterminer la courbe de frottement de coulomb reliant la contrainte de compression appliquée à la contrainte de rupture en cisaillement. Les paramètres obtenus sont ici la cohésion et l'angle de frottement des joints de mortier.

### I.2.3 CONCLUSION

Deux familles d'investigations ont été répertoriées : les méthodes destructives et les méthodes non destructives. Concernant la caractérisation des maçonneries, le prélèvement par carottage est un bon moyen d'étudier la composition des maçonneries et d'identifier les caractéristiques mécaniques des pierres calcaires. Cependant, dans le cadre de l'étude de monuments historiques classés, la valeur architecturale des maçonneries conduit à limiter au maximum ce type d'investigation. Les méthodes non destructives de type mesure de vitesse du son peuvent alors être un moyen non destructif de caractérisation mécanique des pierres calcaires. Les relevés radars permettent en outre l'étude de la composition des maçonneries. Enfin l'instrumentation de l'édifice nous renseigne sur l'évolution des désordres en temps réel.

## I.3 COMPORTEMENT MECANIQUE DES MAÇONNERIES ET MODELISATIONS ASSOCIEES

---

### I.3.1 INTRODUCTION

La maçonnerie est largement utilisée dès l'antiquité comme matériau de construction pour sa solidité, son esthétisme et sa facilité d'emploi. Le comportement de ce matériau est complexe du fait de sa forte hétérogénéité : matériau composite constitué de blocs et de joints de mortier. On peut distinguer deux grandes familles de maçonnerie : le blocage et l'appareil. La maçonnerie de blocage est constituée d'éléments, non taillés, hourdés dans un bain de mortier. Elle est utilisée, par exemple, entre deux parements appareillés d'un mur (Figure I.3-1), en fondation ou en remplissage entre les tympans d'un pont en maçonnerie. L'appareillage désigne la façon dont les blocs sont disposés les uns par rapport aux autres, dans le cas d'une maçonnerie dont les blocs ont une géométrie définie et répétitive. La Figure I.3-2 montre différents appareillages, qui diffèrent par la taille relative des blocs, leur forme géométrique, et la présence ou non de lits horizontaux.

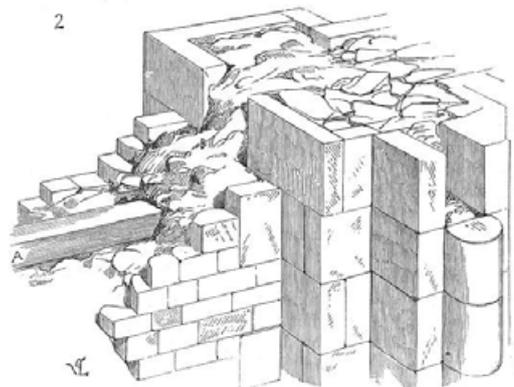
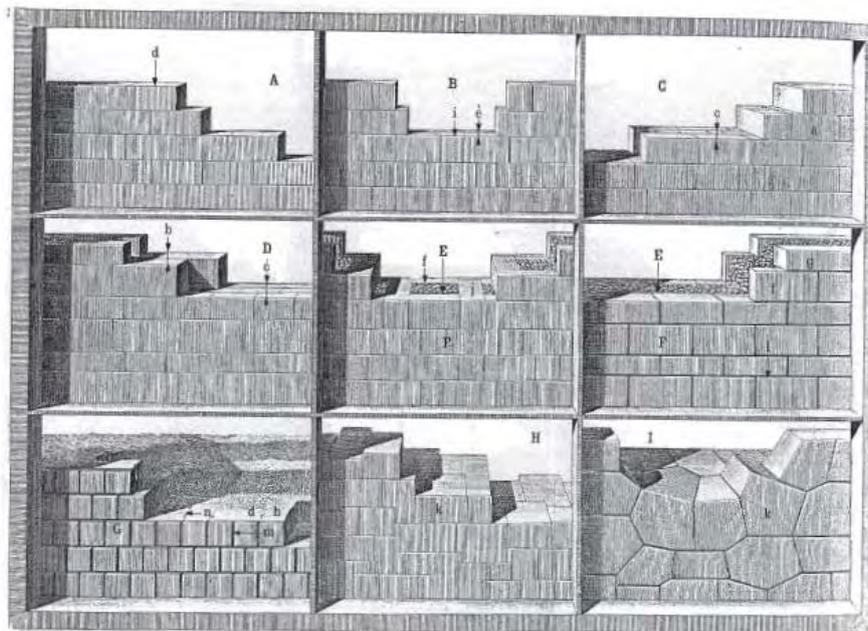


Figure I.3-1 : Maçonnerie de blocage entre parements appareillés [Viollet-le-Duc, 1859]

L'hétérogénéité de la maçonnerie, la taille relative des blocs par rapport à la structure maçonnée, et la proportion de mortier et de blocs, conduit à différencier plusieurs échelles d'approche. La première échelle est celle des constituants blocs, joints de mortier, interface bloc-joint, regardés à la loupe et différenciés dans leur nature, leur composition et leur rôle mécanique. A l'échelle supérieure, on trouve la maçonnerie, considérée en tant que matériau composite mais homogénéisable. Enfin, la troisième échelle est l'échelle de la structure. Celle-ci comprend dans notre cas d'étude les voûtes, les murs porteurs, les contreforts et les fondations.

Cette partie est divisée en trois sous-parties correspondant à chacune de ces trois échelles d'étude. Pour chaque partie, les investigations expérimentales et les stratégies de modélisation du comportement mécanique sont présentées.



A.	Appareil simple, régulier, allongé, plein-sur-joint	a.	Assise parpaigne, cubique en boutisses
B.	Appareil double, régulier, harpé en carreaux et boutisses	b. c. d.	assises allongées en carreaux
C.	Appareil triple, régulier, à alternance d'assises cubiques et d'assises allongées	b.	assise double
D.	Appareil triple, à alternance d'assises régulières allongées	c.	assise triple
E. F.	Maçonnerie Fourrée	d. e. f. g.	Carreau
E.	Fourrure	e.	Carreau double
F.	Appareil de revêtement	f.	Carreau de champ
G.	Appareil de revêtement, régulier, plein-sur-joint en carreaux et boutisses, à bossage en table simulant un appareil cubique	g.	Carreau à plat
H.	Appareil double, polygonal rectangle	h. i. j.	Boutisse
I.	Appareil double, polygonal	i.	Boutisse parpaigne
		j.	Boutisse parpaigne formant chaînage
		k.	Pierre de taille
		l.	Joint refendu
		m.	Faux joint
		n.	Tenon

Figure I.3-2 : Les appareillages de la maçonnerie [Montclos, 1972]

### I.3.2 COMPORTEMENT MECANIQUE DES MATERIAUX CONSITUTIFS DES MAÇONNERIES

Après une introduction sur le comportement mécanique des géomatériaux, cette partie abordera les propriétés mécaniques de chacun des deux éléments constitutifs de la maçonnerie gothique, pierres calcaires et joints de mortier, et les moyens de les mesurer. Enfin, nous verrons que l'interface entre les blocs et les joints joue un rôle essentiel dans le comportement mécanique des maçonneries dont elle constitue en quelque sorte le « 3<sup>ème</sup> » élément.

### I.3.2.1 Comportement mécanique des géomatériaux

Les blocs constituant les maçonneries ainsi que les joints de mortier sont tous deux des géomatériaux caractérisés par un écrouissage négatif et une forte hétérogénéité. Les ruptures observées que ce soit en traction ou en compression, se manifestent par l'apparition de fissures. Cette partie s'attache à expliquer le comportement mécanique des géomatériaux en compression, traction, cycles de traction puis compression et enfin compression triaxiale.

#### I.3.2.1.1 Comportement en compression uniaxiale.

La Figure I.3-3 indique le comportement typique d'un géomatériau en compression uniaxiale. On représente sur un même graphique l'évolution des déformations axiales  $\varepsilon_1$ , radiales  $\varepsilon_3$  et volumiques  $\theta = \varepsilon_1 + 2\varepsilon_3$  en fonction de la contrainte de compression appliquée sur le matériau. Cinq phases peuvent être constatées durant ce type d'essai. Pour de faibles niveaux de contrainte on note une phase de pré-consolidation de la roche. Les microfissures initiales se referment progressivement ce qui entraîne une augmentation de la raideur du matériau jusqu'à la contrainte  $\sigma_1^S$  (partie concave de la courbe  $\sigma_1 - \varepsilon_1$ ). Cette phase est plus ou moins prononcée suivant le niveau de pré-endommagement du matériau étudié. Ensuite, à partir de la contrainte  $\sigma_1^S$ , le comportement du matériau est élastique, linéaire et réversible jusqu'au seuil de fissuration  $\sigma_1^F$  où l'on observe la fin de la linéarité de la déformation  $\varepsilon_3$  et de la déformation volumique  $\theta = \varepsilon_1 + 2\varepsilon_3$ . Ce seuil de fissuration est d'autant plus proche de la résistance en compression  $\sigma_1^M$  que la roche est homogène [Panet, 1976].

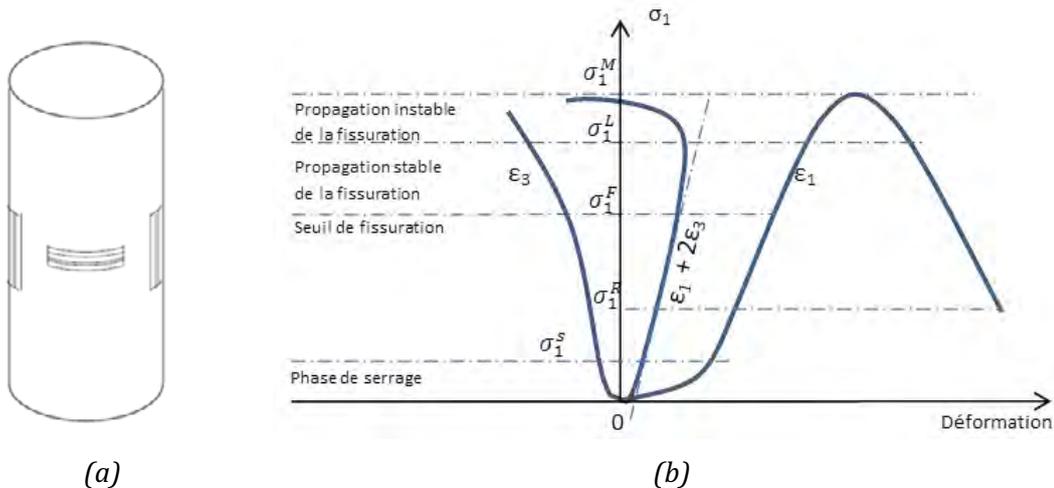


Figure I.3-3 : Essai de compression uniaxiale. (a) position des jauges, (b) courbes contrainte-déformation axiale, transversale et volumique

La phase suivante correspond à la phase de propagation stable de la fissuration. Ici, la déformation volumique continue d'augmenter avec la contrainte appliquée  $\sigma_1$ . La non-linéarité est liée à l'ouverture et à la propagation de ces fissures. Il est constaté un phénomène de dilatance transversale qui prend de l'ampleur jusqu'à la contrainte  $\sigma_1^L$  (seuil de dilatance). A partir de ce seuil, la variation de volume change de sens. Entre les contraintes  $\sigma_1^L$  et  $\sigma_1^M$ , on observe la phase de propagation instable de la fissuration par coalescence des fissures. La déformation axiale  $\varepsilon_1$  n'est plus linéaire. La déformation volumique décroît alors rapidement. La fin de cette phase se produit lorsque la résistance à la compression de l'éprouvette  $\sigma_1^M$  est atteinte. Enfin, en phase de comportement post-pic, on note une diminution de la contrainte  $\sigma_1$  (à condition que l'essai soit asservi en déformation) alors que la déformation axiale  $\varepsilon_1$  augmente.

Le comportement du matériau est dans ce cas essentiellement régi par les frottements mutuels des fragments de matériau [Duffaut, 2000].

### I.3.2.1.2 Comportement en traction uniaxiale.

La Figure I.3-4 indique les différentes phases observables pour un géomatériau pendant un essai de traction uniaxiale. Avant le pic de rupture, on constate une microfissuration diffuse répartie sur l'ensemble de l'échantillon. La rupture au pic de la courbe se produit par coalescence des microfissures dans la zone de faiblesse de l'échantillon. Enfin, la propagation de la fissure localisée se réalise pendant la phase après le pic (phase post-pic). La contrainte atteint la valeur nulle lorsque la fissure a complètement traversé l'échantillon. Cette fissure présente une orientation dans un plan perpendiculaire à la direction de chargement. Nous verrons par la suite comment il est possible de prendre en compte cette orientation à l'aide de modèles d'endommagements à anisotropie induite par la fissuration. Enfin, notons que le pré-endommagement caractérisé par la non-linéarité de la loi avant le pic de rupture est négligeable comparé à celui constaté en compression.

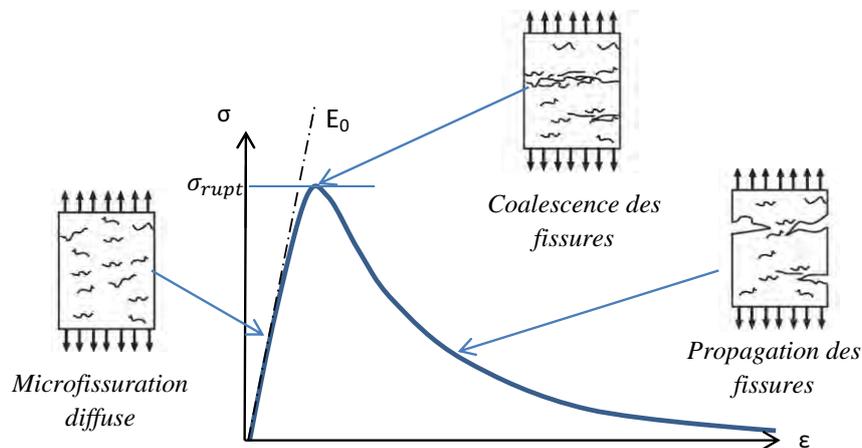


Figure I.3-4 : Comportement d'un géomatériau en traction uniaxiale, courbe contrainte déformation

### I.3.2.1.3 Comportement cyclique des géomatériaux.

La Figure I.3-5 présente des essais cycliques de traction [Reinhardt and Cornelissen, 1984] et de compression [Karsan and Jirsa, 1969] menés sur béton. Deux aspects non linéaires sont présents dans les deux cas de chargement. Le premier est l'apparition d'une déformation résiduelle après déchargement. Celle-ci, appelée déformation plastique est expliquée par l'effet de frottement entre les surfaces des microfissures et la non refermeture complète de ces microfissures. Le deuxième effet non linéaire porte sur les propriétés élastiques du matériau. Il est constaté que la microfissuration entraîne une dégradation des propriétés élastiques des matériaux. Celle-ci est soulignée par la diminution de la pente des cycles de chargement déchargement.

Par ailleurs, un phénomène d'hystérésis est observé. Celui-ci s'explique par le fait que le frottement des lèvres des microfissures lors de l'essai cyclique s'accompagne d'une dissipation d'énergie. Cette dissipation est plus faible lors de l'essai cyclique de traction ce qui s'explique par le fait que les frottements sont moins importants pour ce type de sollicitation.

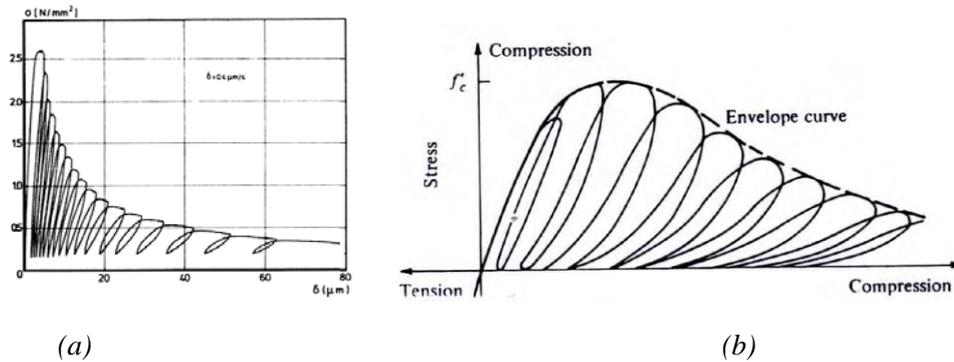


Figure I.3-5 : Comportement uniaxial cyclique des géomatériaux. (a) Comportement cyclique du béton en traction [Reinhardt and Cornelissen, 1984], Comportement cyclique du béton en compression [Karsan and Jirsa, 1969]

Enfin divers auteurs étudient le caractère unilatéral des géomatériaux [Ramtani, 1990]. Les essais cycliques de traction-compression permettent de mettre en évidence ce phénomène. La loi de comportement du géomatériau est présentée Figure I.3-6. Ici, on applique un chargement de traction sur l'éprouvette jusqu'à l'obtention de la contrainte nulle après le pic de rupture. Le matériau est alors fissuré sur l'intégralité de la section. Le cycle de chargement en traction indique par ailleurs une dégradation des propriétés élastiques du matériau. Ensuite la direction de chargement change pour passer de la traction à la compression. On constate au début du chargement de compression une restitution progressive de la raideur du matériau jusqu'à l'obtention de la raideur initiale. Ce regain de pente dans la loi de comportement est dû à la refermeture progressive des fissures ouvertes lors de l'essai de traction. On parle de caractère unilatéral du géomatériau

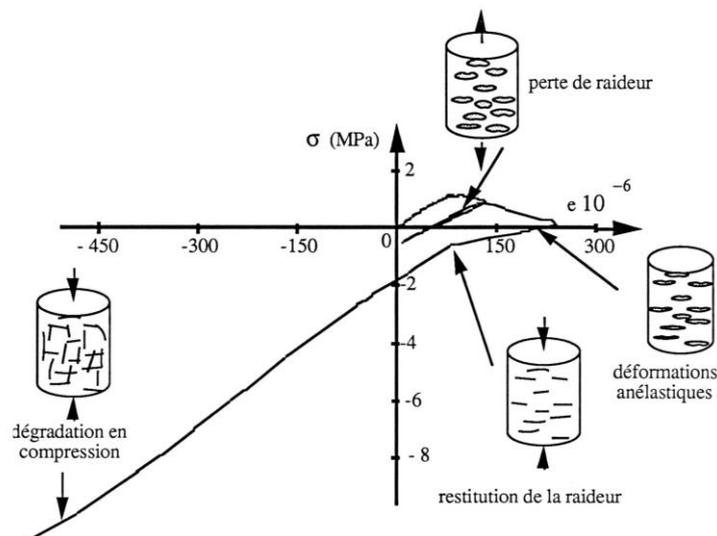


Figure I.3-6 : Chargement cyclique uniaxial de traction puis compression sur un béton [Ramtani, 1990]

#### I.3.2.1.4 Comportement sous chargement triaxial de compression

Jamet réalise une étude sur l'influence de la pression de confinement sur la loi de comportement d'un béton (Figure I.3-7) [Jamet et al., 1984]. Il est observé sur ce type de géomatériau une augmentation de la résistance en compression avec la contrainte de confinement appliqué sur celui-ci. De plus le béton présente un comportement d'autant plus

ductile que la pression de confinement est élevée. Ce gain de résistance s'explique par l'augmentation des contacts au sein de la microstructure du matériau.

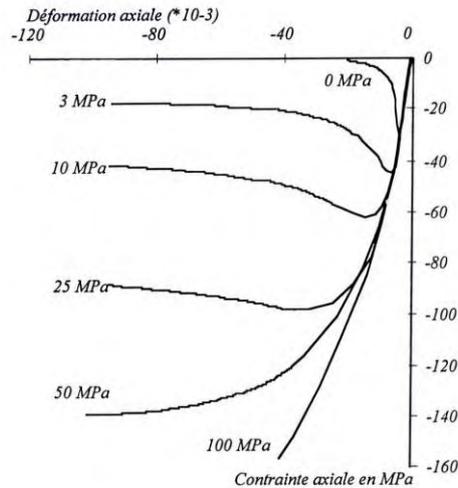


Figure I.3-7 : Comportement du béton sous chargement triaxial de compression [Jamet et al., 1984]

#### I.3.2.1.5 Conclusions sur le comportement mécanique des géomatériaux

Nous avons illustré avec les bétons le fait que les géomatériaux sont des matériaux hétérogènes qui peuvent être assimilés à des matériaux homogènes à condition de se placer dans une échelle d'étude suffisamment grande. Ce type de matériau présente des propriétés complexes :

- Comportement initial élastique
- Dyssymétrie de comportement et de résistance en traction et compression
- Caractère adoucissant en traction et compression
- Perte de raideur au cours du chargement
- Déformations plastiques irréversibles en traction et compression
- Caractère unilatéral due à la refermeture de fissure
- Sensibilité de la résistance à la compression vis-à-vis de la pression de confinement

Ces phénomènes sont aussi bien observés pour les pierres calcaires et pour les mortiers qui sont tous deux des géomatériaux. Les deux parties suivantes s'attachent à présenter les particularités mécaniques et chimiques propres à chacun de ces matériaux.

#### I.3.2.2 Les blocs de pierre

Les matériaux utilisés pour les blocs peuvent être naturels (la pierre), ou fabriqués (la brique et les agglomérés de béton par exemple). Nous avons vu qu'il s'agissait de géomatériaux caractérisés par un comportement adoucissant en phase post-pic et une forte hétérogénéité. Le Tableau I.3-1 réalisée par [Acary, 2001] indique quelques caractéristiques mécaniques de matériaux constituant les maçonneries usuelles. Dans cette partie, l'étude portera principalement sur les pierres calcaires, largement utilisées par les constructeurs gothiques dans le bassin parisien. Ce type de pierre présente des plans horizontaux d'anisotropie liés au dépôt des sédiments lors de leur formation.

	Masse Volumique (Kg/ m <sup>3</sup> )	Module d'Young (GPa)	Coefficient de Poisson	Résistance traction (MPa)	Résistance compression (MPa)
Grès des Vosges <sup>a</sup>	2000	30	0.3	-	150
Granit <sup>b</sup>	2600	40 – 70	0.2 – 0.3	-	70 – 280
Calcaire <sup>b</sup>	2000 – 2600	20 – 70	0.2 – 0.3	25 – 30	20 – 200
Marbre <sup>b</sup>	2600 – 2900	50 – 100	0.2 – 0.3	10 – 20	50 – 180
Béton <sup>c</sup>	2300	30	0.2	3	30
Agglomérés <sup>d</sup>	2000	-	-	5	15
Brique creuse <sup>e</sup>	3000	5	0.3	8	20
Brique pleine <sup>f</sup> ancienne	3000	8.7	0.16	3.45	40
Brique pleine <sup>f</sup> moderne	3000	14.7	0.22	3.14	64

Tableau I.3-1 : Propriétés mécaniques des éléments [Acary, 2001]

### I.3.2.2.1 Diversité des pierres calcaires

La roche calcaire est une roche sédimentaire présente dans des régions variées de la planète. Celle-ci se compose en majorité de carbonate naturel de calcium ou Calcite, CaCO<sub>3</sub>. Une large revue bibliographique (sur la base des travaux de 14 auteurs) [Parent et al., 2015] a permis de constater que les pierres calcaires présentent une grande diversité entraînant des propriétés mécaniques et physiques s'étendant sur un large intervalle. La pierre de Comblanchien issue de la carrière portant le même nom présente par exemple une résistance à la compression moyenne  $R_c$  d'environ 180 MPa tandis que la pierre de de Saint Même admet une résistance de 9 MPa. Il existe donc une grande diversité de pierres calcaire en fonction de la zone géographique (carrières d'origine) d'où elles sont extraites. Cette grande diversité est résumée dans le Tableau I.3-2 pour la masse volumique, la mesure de vitesse du son  $V_p$ , la résistance à la traction, le module d'élasticité (Tableau I.3-2).

	$R_c$ (MPa)	$R_t$ (MPa)	$E_o$ (MPa)	$V_p$ (m/s)	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )
<b>Max</b>	177	18	92	6760	2750
<b>Min</b>	9	0.5	2	1620	1310

Tableau I.3-2 : Intervalles des propriétés physico-mécaniques des pierres calcaires rencontrées dans la nature [Parent et al., 2015]

L'hétérogénéité se manifeste également à l'échelle de la carrière. Celle-ci présente différents bancs qui offrent une qualité de pierre différente. Au sein même de ces bancs, le caractère naturel du calcaire implique une variation des propriétés physico-chimiques du calcaire et donc des pierres utilisées dans la construction des monuments historiques. Cette dispersion devra être prise en compte lors de l'évaluation structurelle, en conformité avec les normes européennes.

### I.3.2.2.2 Compression

La résistance à la compression lue lors d'un essai de compression simple varie avec sa teneur en eau et l'orientation des blocs testés par anisotropie naturelle.

#### Effet de l'eau sur la résistance en compression

Beck étudie l'influence de l'état hydrique de pierres calcaires (un tuffeau blanc et une pierre de Sébastopol) sur la résistance en compression [Beck, 2006]. Il ressort de l'étude que la

présence d'eau dans la pierre diminue sa résistance en compression. Les ruptures en compression se produisent par cisaillement avec un plan de rupture orienté à 70°. Entre les deux états hydriques extrêmes, la perte de résistance atteint 58% pour le tuffeau blanc et 36% pour la pierre de Sébastopol.

### **Anisotropie des pierres calcaires**

Beck démontre également l'anisotropie de résistance des pierres calcaires. La résistance à un chargement perpendiculaire au lit de la pierre est supérieure à celle d'un chargement parallèle au lit de la pierre (20% pour le tuffeau et 15% pour la pierre de Sébastopol). Les modules d'élasticité suivent globalement les mêmes variations que la résistance à la compression. Enfin, on observe sur les courbes expérimentales une phase de préconsolidation des échantillons. Il s'agit de la phase lors de laquelle une faible augmentation de la contrainte conduit à une déformation allant jusqu'à 0.1mm/m pour la pierre de Sébastopol et 0.2mm/m pour le tuffeau blanc.

### **Considérations normatives**

Les essais pour la détermination de la résistance en compression d'un élément de pierre sont régis par la norme européenne [NF EN 772-1, 2011]. Les échantillons sont des cubes de 7 cm ou 10 cm de côté. Le frettage des éprouvettes par les plateaux de la presse influence la valeur expérimentale de la résistance. La norme définit la résistance à la compression normalisée  $f_b$  en tenant compte de l'effet des dimensions de l'éprouvette utilisée, du régime de conditionnement de séchage (à l'air ou en étuve), et du sens de chargement (chargement perpendiculaire ou parallèle au plan d'anisotropie).

#### *1.3.2.2.3 Traction*

La résistance à la traction peut être mesurée au moyen de 3 types d'essais différents : traction directe, traction par fendage (brésilien) et traction par flexion 3 points. La traction directe est assez complexe à réaliser. Cela nécessite de mettre en œuvre un moyen permettant d'accrocher les deux faces opposées de l'échantillon aux plateaux de la presse afin de les soumettre à un déplacement uniaxial de traction. Aucune norme n'existe sur cet essai concernant les éléments de maçonnerie. C'est pourquoi de nombreux auteurs lui préfèrent les deux méthodes de mesure indirecte [Kılıç and Teymen, 2008], [Beck, 2006], qui sont simples à réaliser. Il faut noter cependant que les valeurs de résistance obtenues sur la base de ces deux derniers essais ne sont pas nécessairement égales aux valeurs obtenues par traction directe.

Par ailleurs la résistance à la traction est également sensible à la teneur en eau, et, selon Beck (tuffeau blanc et la pierre de Sébastopol), dans les mêmes ordres de grandeur que la résistance à la compression [Beck, 2006].

#### *1.3.2.3 Le mortier*

Le mortier est un matériau fabriqué en mélangeant des granulats, un liant et de l'eau. Les propriétés mécaniques du mortier sont fortement dépendantes des proportions de ces constituants, de la mise en œuvre et surtout, de la nature du liant. Pour cette recherche sur des édifices du Moyen-âge, seuls les mortiers de chaux nous intéressent, à l'exclusion des ciments industriels créés 700 ans plus tard. Nous allons d'abord rappeler la définition de la chaux. Puis, nous nous interrogerons sur la question des mortiers du moyen-âge et de leur comportement mécanique.

I.3.2.3.1 Définition de la chaux

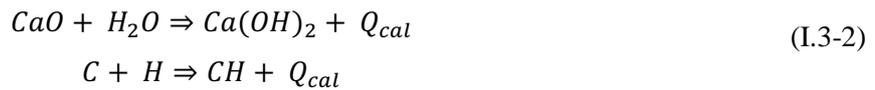
**Hydratation de la chaux**

Pour comprendre les mécanismes de durcissement de la chaux, il est nécessaire d'en présenter les propriétés chimiques. La chaux est dite, soit aérienne (ou chaux grasse) soit hydraulique (ou chaux maigre). Les chaux aériennes font prise uniquement au contact de l'air tandis que les chaux hydrauliques peuvent faire prise sous l'eau. Dans le processus chimique de la chaux aérienne, une chaux vive  $CaO$  ou oxyde de calcium (notation cimentière C) est obtenue à partir de la calcination à  $900^{\circ}C$  d'une roche calcaire composée essentiellement de calcite  $CaCO_3$  (notation cimentière  $\bar{C}\bar{C}$ ) (Equation (I.3-1)). Il s'agit d'une réaction de décarbonatation endothermique qui s'accompagne d'une perte de poids d'environ 45%.



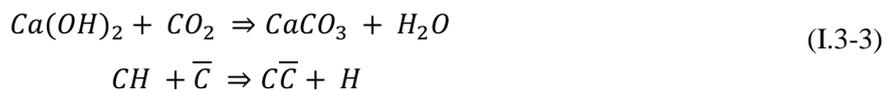
Calcite + Apport de chaleur  $\Rightarrow$  Chaux vive + Gaz carbonique

La chaux vive est ensuite hydratée pour former la chaux éteinte  $Ca(OH)_2$  hydroxyde de calcium parfois dénommé « fleur de chaux » en France, ou encore portlandite par les cimentiers et notée CH (Equation (I.3-2)). Si la proportion d'eau ajoutée est dosée de manière stœchiométrique, on obtient de la chaux en poudre. Si l'apport en eau est en excès, on obtient de la chaux en pâte.



Chaux vive + Eau  $\Rightarrow$  Chaux éteinte + Dégagement de chaleur

La chaux éteinte est ensuite gâchée avec l'eau et le sable pour donner le mortier frais. La prise de la chaux aérienne se réalise par carbonatation (Equation (I.3-3)). Son durcissement se produit donc dans un premier temps en surface. Il est contrôlé par la vitesse de carbonatation. Le cycle de la chaux issue de calcaire pur (chaux aérienne) est schématisé en (Figure I.3-8).



Chaux éteinte + Gaz carbonique  $\Rightarrow$  Calcite + Eau

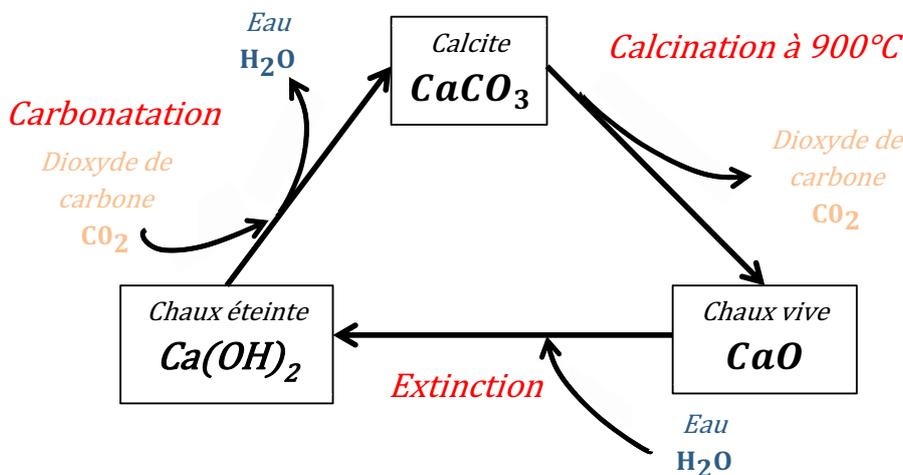
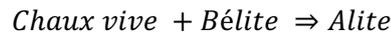


Figure I.3-8 : Cycles de la chaux aérienne

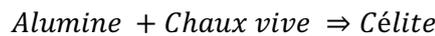
La pierre calcaire utilisée pour la fabrication de la chaux peut contenir des éléments argileux impliquant la présence de silice  $\text{SiO}_2$  (notation cimentière S), d'alumine  $\text{Al}_2\text{O}_3$  (notation cimentière A) et d'oxyde de fer  $\text{Fe}_2\text{O}_3$  (notation cimentière F). Dans ce cas, le cycle de cuisson-extinction-gâchage-prise est différent. Lors de la cuisson, le calcaire argileux donne tout d'abord de la chaux vive et s'accompagne ensuite de la formation de silicates de calcium, d'aluminates de calcium et de ferro-aluminates de calcium provenant de la réaction d'une partie de la chaux vive formée avec l'alumine, la silice et l'oxyde de fer. Le silicate principal présent dans la chaux hydraulique est le silicate bicalcique  $\text{Ca}_2\text{SiO}_4$  appelé bélite (notation cimentière  $\text{C}_2\text{S}$ ) (Equation (I.3-4)).



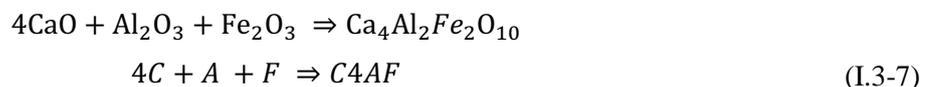
Entre  $1400^\circ\text{C}$  et  $1500^\circ\text{C}$ , il est constaté une combinaison de la bélite avec de la chaux vive pour former du silicate tricalcique  $\text{Ca}_3\text{SiO}_5$  appelée alite (notation cimentière  $\text{C}_3\text{S}$ ) (Equation (I.3-5)). La cuisson du calcaire pour la production de chaux hydraulique se réalise à des températures maximales de  $1250^\circ\text{C}$  [Guillot and Roque, 2010]. Ainsi, contrairement aux ciments industriels actuels, la chaux hydraulique ne contient que très peu d'alite, ce qui explique une prise lente, comparativement.



En parallèle à la formation des silicates de Calcium lors de la cuisson, on trouve la formation d'aluminates de calcium. L'alumine  $\text{Al}_2\text{O}_3$  présente initialement dans l'argile réagit avec la chaux vive  $\text{CaO}$  afin de former de l'aluminate tricalcique  $\text{Ca}_3\text{Al}_2\text{O}_6$  appelé célite (notation cimentière  $\text{C}_3\text{A}$ ) (Equation (I.3-6)). La réaction se réalise à  $1300^\circ\text{C}$  ce qui explique encore une fois la faible proportion d'aluminates dans les chaux hydrauliques, mêmes actuellement.



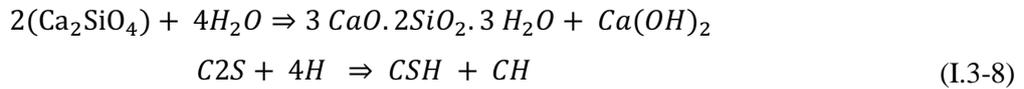
Enfin, il est possible d'observer lors de la cuisson du calcaire la formation de ferro-aluminates de calcium. Ici, l'oxyde de fer et l'alumine réagissent avec la chaux vive pour former du ferro-aluminate tétracalcique  $\text{Ca}_4\text{Al}_2\text{Fe}_2\text{O}_{10}$  appelée ferrite (notation cimentière  $\text{C}_4\text{AF}$ ).



Lors de l'extinction des produits issus de la cuisson, l'oxyde de calcium C réagit avec l'eau pour produire de l'hydroxyde de calcium CH (Equation (I.3-2)). Il faut noter dans ce cas que l'eau apportée lors de l'extinction doit être dosée de manière à réagir uniquement avec l'oxyde de calcium C. Un surplus d'eau entraînerait en effet une réaction d'hydratation de la bélite  $\text{C}_2\text{S}$ , de l'alite  $\text{C}_3\text{S}$  et des aluminates  $\text{C}_3\text{A}$  et ferro-aluminates  $\text{C}_4\text{AF}$ . C'est justement du fait de la propriété de ces éléments à s'hydrater que l'on appelle ce type de liant chaux hydraulique. La chaux hydraulique naturelle contient donc, en quantités variables selon le calcaire d'origine et la

température de cuisson, du silicate de calcium, de la chaux éteinte et potentiellement des traces d'aluminates et ferro-aluminates calcium.

Ensuite, lors du gâchage du mortier, un apport en eau est effectué entraînant l'hydratation rapide de la bélite pour former des silicates de calcium hydratés CSH et de la chaux éteinte CH. On dit alors que la chaux effectue une prise hydraulique (Equation (I.3-8)). Les CSH sont des gels hydratés stables au contact de l'eau. Cela explique la faculté de ce type de liant à durcir sous l'eau.



*Bélite + eau ⇒ Silicate de Calcium hydraté + chaux éteinte*

Enfin, la prise se réalise en parallèle de manière aérienne. La réaction de carbonatation s'effectue dans ce cas en milieu humide. La réaction de la portlandite avec le  $\text{CO}_2$  donne de la calcite et de l'eau (Equation ((I.3-3))). Le cycle de la chaux hydraulique est schématisé sur la Figure I.3-9.

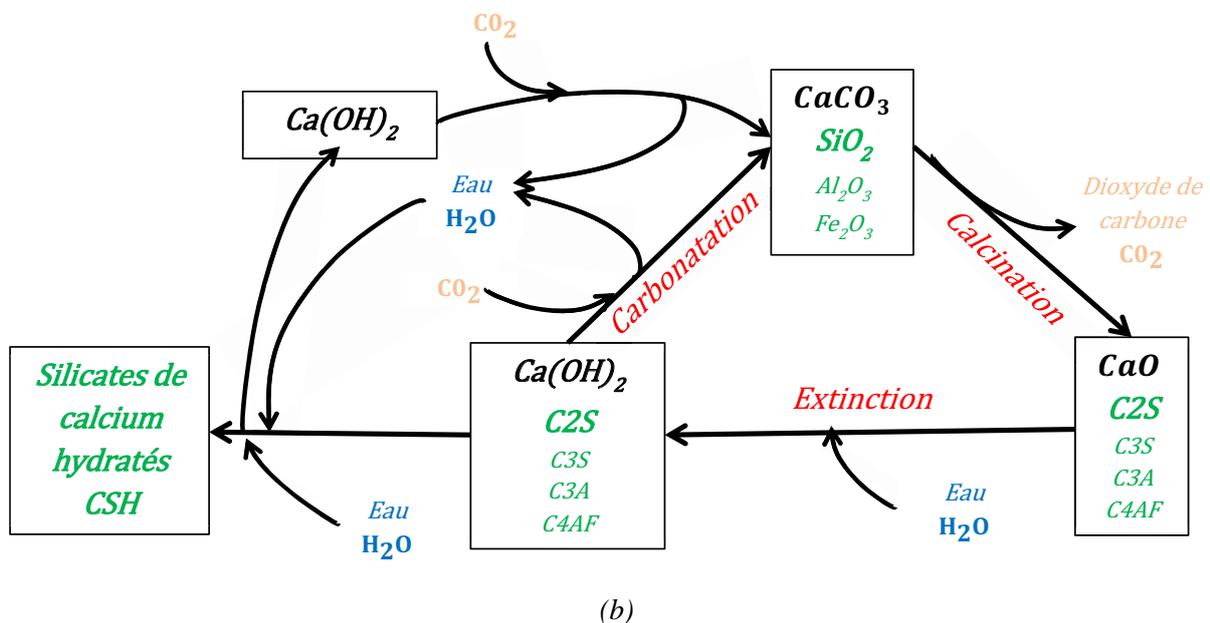


Figure I.3-9 : Cycles de la chaux hydraulique

Pour résumer, les chaux aériennes sont issues de la calcination de calcaires purs tandis que les chaux hydrauliques proviennent de la calcination de calcaires contenant de l'argile et de la silice. Les chaux aériennes possèdent une bonne ouvrabilité mais leur prise est très lente (supérieure 1 an et à condition que le contact avec l'air soit réel et en profondeur), et leur résistance mécanique faible (inférieure à quelques MPA). De plus, dans les maçonneries massives, il n'est pas garanti que l'air aille au cœur du joint et que la prise soit donc totale. Le joint peut par la suite se dissoudre facilement avec l'eau et une partie du mortier peut disparaître par lixiviation. Les chaux hydrauliques ont des caractéristiques plus élevées. Elles détiennent une aptitude à faire prise et à durcir sous l'eau. Leur temps de prise est inférieur à celui de la chaux aérienne (de l'ordre de quelques jours à quelques mois), mais largement supérieur aux ciments industriels actuels. Le paragraphe I.3.2.3.4 fournira des données chiffrées sur les caractéristiques mécaniques des mortiers.

### Classification des chaux

Une classification des chaux hydrauliques selon l'indice d'hydraulicité a été initiée par Vicat au 19<sup>e</sup> siècle, puis modifiée à maintes reprises, notamment par Durand-Claye. Le caractère hydraulique d'une chaux dépend ainsi des caractéristiques chimiques du gisement calcaire. L'indice d'hydraulicité  $i$  est défini comme étant le rapport de la quantité d'argile sur la quantité de chaux vive. Cet indice permet de répertorier cinq types de chaux, présentés dans le Tableau I.3-3. Les espèces chimiques sont exprimées ici en pourcentage massique.

$$i = \frac{SiO_2 + Al_2O_3 + Fe_2O_3}{CaO + MgO} \quad (I.3-9)$$

Un indice de cimentation  $CI$  est par ailleurs proposé par Eckel [Eckel, 1928].

$$CI = \frac{2.8 SiO_2 + 1.1 Al_2O_3 + 0.7 Fe_2O_3}{CaO + 1.4 MgO} \quad (I.3-10)$$

Types de chaux	Teneur en argile (en%)	Indice		Terminologie
		d'hydraulicité $i$ (Vicat puis Durand-Claye)	de cimentation $CI$ [Eckel, 1928]	
Chaux aérienne	0-5	0-0.1	0-0.15	Chaux grasse
Chaux faiblement hydraulique	5-8	0.1-0.16	0.15-0.30	Chaux moyenne
Chaux moyennement hydraulique	8-14	0.16-0.3	0.3-0.5	
Chaux hydraulique	14-19	0.3-0.4	0.5-0.7	
Chaux éminemment hydraulique	19-22	0.4-0.5	0.7-1.1	Chaux maigre

Tableau I.3-3 : Indice d'hydraulicité, de cimentation et types de chaux

Plus les quantités de silices, d'alumines et d'oxydes de fer sont élevées plus l'indice d'hydraulicité est élevé car la chaux comprend alors de la bélite capable de réagir au contact de l'eau pour former des gels insolubles. La prise est ainsi d'autant plus rapide que l'indice est élevé. Concernant les chaux naturelles, la norme NF EN 459 fait la distinction entre les chaux calciques (CL) et les chaux naturelles hydrauliques (NHL). Les CL (80% ou 90%) sont classées en fonction de leur teneur en (CaO + MgO). Les chaux NHL (2MPa, 3.5MPa ou 5MPa) sont classées en fonction de leur résistance à la compression à 28 jours (selon la norme NF EN 196-1). Le Tableau I.3-4 présente la composition chimique du CL 90, de NHL 2, 3.5 et 5 et enfin d'un ciment portland CEMI 52.5. Il est constaté que les proportions de silice, de fer et d'alumine sont nulles pour la chaux aérienne. Ces proportions augmentent avec l'indice de résistance de la NHL. Elles atteignent enfin des valeurs élevées pour le ciment Portland.

Constituant	Chaux aérienne CL 90 <sup>(1)</sup>	Chaux hydraulique			Ciment Portland CEMI 52,5 <sup>(3)</sup>
		NHL 2 <sup>(2)</sup>	NHL 3.5 <sup>(2)</sup>	NHL 5 <sup>(2)</sup>	
<b>Perte au feu</b>	24.8%	20%	18%	16%	1.4%
<b>Insolubles</b>	-	8%	9.6%	5.6%	0.2%
<b>CaO</b>	73.8%	63%	56%	59%	65.7%
<b>SiO<sub>2</sub></b>	-	6%	12%	15%	20.2%
<b>Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub></b>	-	1.3%	1.7%	1.9%	5.3%
<b>Fe<sub>2</sub>O<sub>3</sub></b>	-	0.4%	0.5%	0.6%	2.0%
<b>MgO</b>	0.4%	0.75%	1.0%	1.0%	1.1%
<b>SO<sub>3</sub></b>	0.05%	0.31%	0.4%	0.4%	3.0%
<b>Autres Oxydes</b>	1%	0.2%	0.8%	0.5%	1.1%
<b>Indice <i>i</i></b>	<b>0.00</b>	<b>0.12</b>	<b>0.25</b>	<b>0.29</b>	<b>0.41</b>
<b>Indice IC</b>	<b>0.00</b>	<b>0.29</b>	<b>0.62</b>	<b>0.74</b>	<b>0.95</b>

(1) Fiche produit chaux aérienne Arkessens CL90, Canosmose®  
(2) Fiche technique chaux et produits de Saint-Astier®  
(3) Fiche technique TechLab d'un ciment Portland (CEMI 52.5)

Tableau I.3-4 : Composition chimique de différents types de liant, (en % massique)

Le Tableau I.3-5 présente les compositions minéralogiques des différents liants présentés précédemment.

Constituant	Chaux aérienne CL 90 <sup>(1)</sup>	Chaux hydraulique			Ciment Portland CEMI 52,5 <sup>(3)</sup>
		NHL 2 <sup>(2)</sup>	NHL 3.5 <sup>(2)</sup>	NHL 5 <sup>(2)</sup>	
<b>Insolubles</b>	-	8%	9.6%	5.6%	0.2%
<b><math>\bar{C}\bar{C}</math></b>	5 %	13%	25%	23%	-
<b>CH</b>	95%	58%	25%	22%	-
<b>C<sub>2</sub>S</b>	-	17%	35%	43%	18%
<b>C<sub>3</sub>S</b>	-	-	-	-	57%
<b>C<sub>3</sub>A</b>	-	0.4%	0.5%	0.7%	8%
<b>C<sub>2</sub>AS</b>	-	0.8%	1%	1.3%	-
<b>C<sub>4</sub>AF</b>	-	0.5%	0.8%	0.7%	10%
<b>Autres</b>		2.3%	3.1%	3.7%	-

(1) Fiche produit chaux aérienne Arkessens CL90, Canosmose®  
(2) Fiche technique chaux et produits de Saint-Astier®  
(3) Fiche technique TechLab d'un ciment Portland (CEMI 52.5)

Tableau I.3-5 : Composition minéralogique de différents types de liant (en % massique)

## I.3.2.3.2 Les mortiers du moyen-âge

Nous rappelons que nous nous sommes fixé l'objectif d'estimer les propriétés mécaniques des mortiers en place sur les édifices gothiques. Quelle est la nature et la qualité des mortiers de ces constructions qui ont traversé 7 siècles ?

Selon [Froidevaux, 2001] : « les mortiers du haut Moyen-Age étaient composés ainsi : 300kg de chaux (CaO) pour un m<sup>3</sup> de sable soit environ  $\frac{1}{4}$  de chaux éteinte pour  $\frac{3}{4}$  de sable » soit environ un volume de chaux pour deux volumes de sable . Si l'on en croit Furlan et Bissegger, ils étaient vraisemblablement à base de chaux aérienne comme l'indique la Figure I.3-10 [Furlan and Bissegger, 1975]. Selon Blezard, la qualité des mortiers durant la période médiévale décline [Blezard, 2003]. Une étude sur la cathédrale de Tournais en Belgique (12<sup>e</sup> siècle) indique que différents types de mortiers ont été utilisés à différentes époques [Mertens et al., 2006]. Selon l'auteur, les mortiers proviennent tous de la cuisson de la même pierre calcaire, très présente dans la région. La différence en hydraulicité constatée sur différents échantillons prélevés est interprétée comme étant le résultat d'une température ou d'un temps de cuisson variable d'un même type de calcaire.

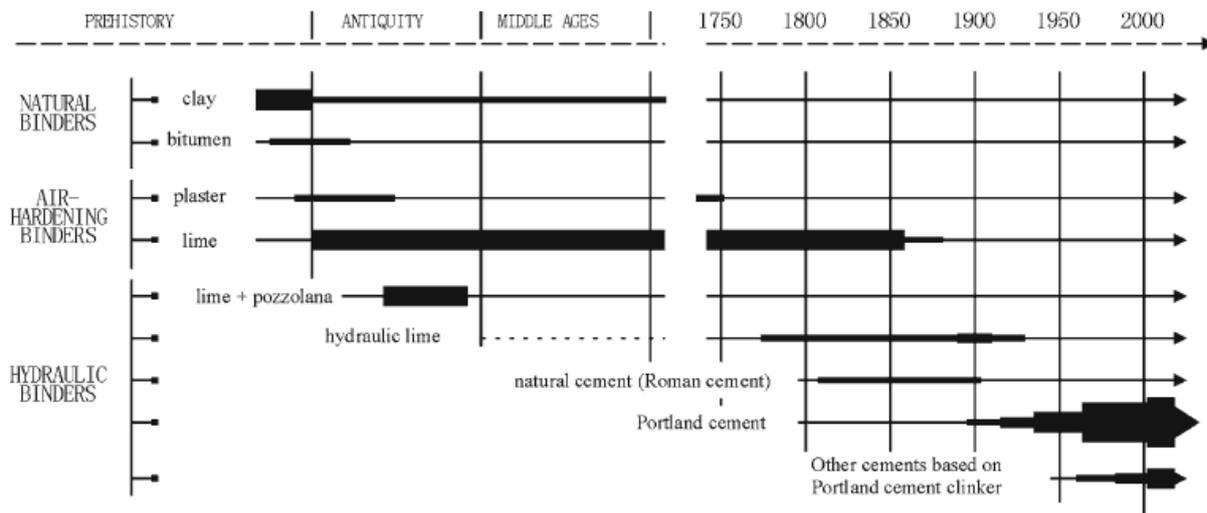


Figure I.3-10 : Utilisation des liants au cours de l'histoire. [Furlan and Bissegger, 1975]

Mais, serait-il possible de déduire le type de chaux utilisé lors de la construction à partir d'une analyse chimique d'un morceau de joint prélevé sur site ? Les travaux d'Elsen sur des mortiers actuels mettent en évidence l'idée que la connaissance de la composition minéralogique exacte d'une chaux ne permet pas de donner une indication précise de l'hydraulicité de l'échantillon. La Figure I.3-11 indique que des chaux appartenant à une même classe peuvent avoir des compositions minéralogiques variables [Elsen et al., 2012]. On observe par ailleurs que la chaux « aérienne » calcique 80 présente une quantité non négligeable de C<sub>2</sub>S et de C<sub>3</sub>A tandis que certains échantillons de chaux hydraulique (le NHL5\_C) peuvent contenir une part importante de portlandite CH.

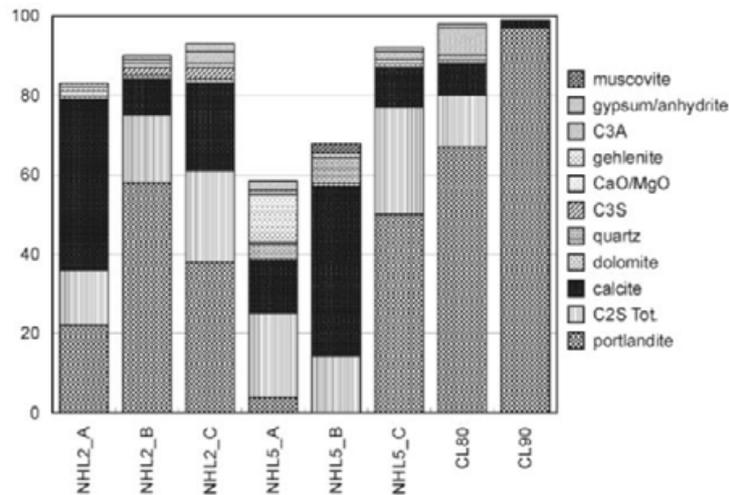


Figure I.3-11 : Composition minéralogique de différents types de liants [Elsen et al., 2012]

Une gamme de méthode de caractérisation minéralogique peut s'utiliser pour l'analyse des mortiers historiques. On compte la diffractométrie au rayon X, la microscopie optique, la microscopie électronique de balayage (MEB), les méthodes thermiques et infrarouges. La difficulté est de séparer le liant des agrégats. Une méthode consiste à broyer légèrement l'échantillon de mortier prélevé et de le faire passer dans un tamis de 63  $\mu\text{m}$  [Middendorf et al., 2005]. La fraction supérieure à 63  $\mu\text{m}$  est l'agrégat. La fraction inférieure à 63  $\mu\text{m}$  est appelée fraction « enrichie en liant ». Elle peut contenir une proportion de granulats même en plus faible quantité que l'échantillon initial. Il est alors possible de réaliser des analyse de DRX, ATG, et des analyses optiques sur chacune des fractions afin d'obtenir leur proportions minéralogiques [Mertens et al., 2006]. Une autre méthode pour séparer le liant du granulat consiste à plonger le mortier dans une solution acide. En faisant l'hypothèse que le granulat est insoluble et que le liant se dissout totalement, il est possible de déterminer la composition chimique du liant et de définir ainsi son indice d'hydraulicité.

En conclusion, la composition chimique et minéralogique des liants en place est délicate à obtenir. De plus, des liants présentant les mêmes caractéristiques mécaniques peuvent avoir des compositions minéralogiques différentes. Il semble alors délicat d'obtenir des informations précises sur les propriétés mécaniques des mortiers à partir de leur étude chimique et minéralogique.

Notons enfin qu'avant l'ère industrielle, les matériaux utilisés pour la construction étaient locaux, et variaient donc d'un édifice à l'autre. Par ailleurs, les chantiers duraient des années, voire des dizaines d'années, et les édifices ont été restaurés depuis leur origine. Enfin, les bâtiments et les maçonneries ont vieilli et subi des aléas climatiques. On peut donc se douter que les caractéristiques actuelles des mortiers sont variables d'un point à un autre. On ne peut donc caractériser les mortiers en place qu'à partir d'essais mécaniques directs.

### I.3.2.3.3 Le sable.

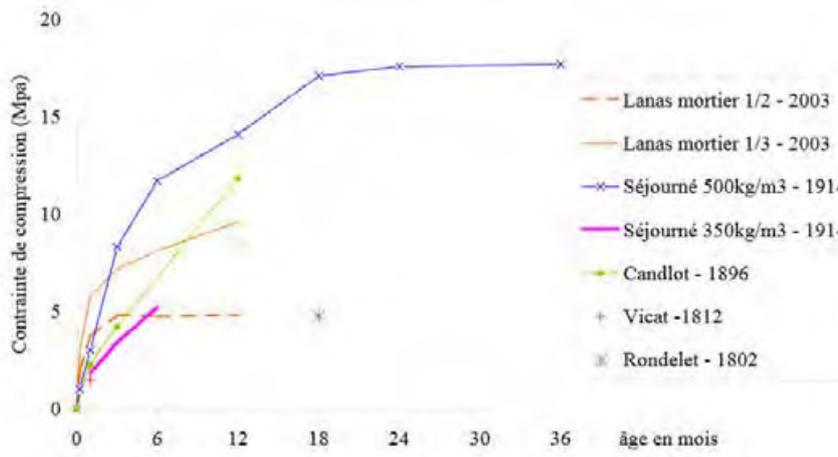
Le sable est généralement inerte dans la réaction chimique d'hydratation du liant mais participe à la compacité du mortier durci. Aujourd'hui, la majorité des sables sont tamisés et doivent satisfaire des exigences de granulométrie. A l'époque gothique, les sables étaient grossièrement tamisés. Ils présentaient une grande dispersion de granulométrie et en

particulier des fines. Ils pouvaient contenir des éléments siliceux ou même des gravillons [Froidevaux, 2001].

[Venkatarama Reddy and Gupta, 2008] étudie l'influence de la granulométrie des sables sur la maniabilité, la rétention d'eau et les caractéristiques mécaniques des mortiers. Il ressort de l'étude qu'à maniabilité équivalente, le sable fin demande un pourcentage supplémentaire non négligeable d'eau de gâchage. Enfin, le module d'élasticité et les résistances à la compression et à la traction du mortier diminuent lorsque que la granulométrie du sable diminue.

I.3.2.3.4 Caractérisation mécaniques

La norme EN 1015-11 propose une méthode de détermination de la résistance en compression du mortier à l'état durci à l'image de celle sur le béton. Il est possible de tester les propriétés élastiques, les résistances en traction compression. [Domede, 2006] a réalisé une synthèse d'études menées sur l'influence de la composition du mortier et du temps de prise sur la résistance du mortier (Figure I.3-12). Deux observations résultent de cette synthèse : le temps de stabilisation de la résistance à la compression (et donc le degré d'hydratation) est relativement long (environ 30 mois pour un mortier de chaux dosée à 500 kg/m<sup>3</sup>) et la résistance à la compression varie selon les auteurs.



(a)

auteur	Date	Dosage Chaux/sable	7 jours	1 mois	3 mois	6 mois	1an	1 ½ an	2ans	3 ans
Rondelet	1802							3-6.5		
Vicat	1812			1.46						
Candlot	1896	450 kg/m <sup>3</sup>		2.2	4.2		11.83			
Séjourné	1914	350kg/m <sup>3</sup>		1.8	3.4	5.2				
Cours ESTP	1918	Mortier 1/3	1	3	8.3					
Séjourné Et Gay	1924	500kg/m <sup>3</sup>	1	3	8.3	11.7	14.1	17.1	17.6	17.7
Lanas	2003	Mortier 1/3	3	5,8	7,2	8,1	9,6			
		Mortier 1/2	2	3,7	4,8	4,7	4,8			

(b)

Figure I.3-12 : Résistance à la compression du mortier en fonction du temps de prise et de la composition du mortier. (a) Courbes d'évolution, (b) tableau de valeurs en MPa [Domede, 2006]

Une étude menée en 2012 compare les propriétés mécaniques de mortiers composés de 4 types de chaux (3 chaux hydraulique NHL 2, 3.5 et 5 et une chaux aérienne CL90s) [Costigan and

Pavía, 2012]. La Figure I.3-13 indique la variation de résistance à la compression et résistance à la flexion en fonction de l'âge du mortier. Il est observé dans ce cas une stabilisation des résistances à partir de 12 mois pour chacun des mortiers. Les résistances de compression à 12 mois varient de 1.8 MPa pour le mortier de chaux aérienne CL90 à 13 MPa pour celui de chaux hydraulique NHL 5. Il est constaté par ailleurs un écart important de résistance à la compression à 12 mois (du simple au triple) entre les mortiers de chaux NHL3.5 (10 MPa) et ceux de chaux NHL 2 (2 MPa). Enfin, les résistances à la flexion à 6 mois varient de 0.5 MPa pour le mortier de chaux aérienne à 2.5 MPa pour celui de chaux hydraulique NHL 5.

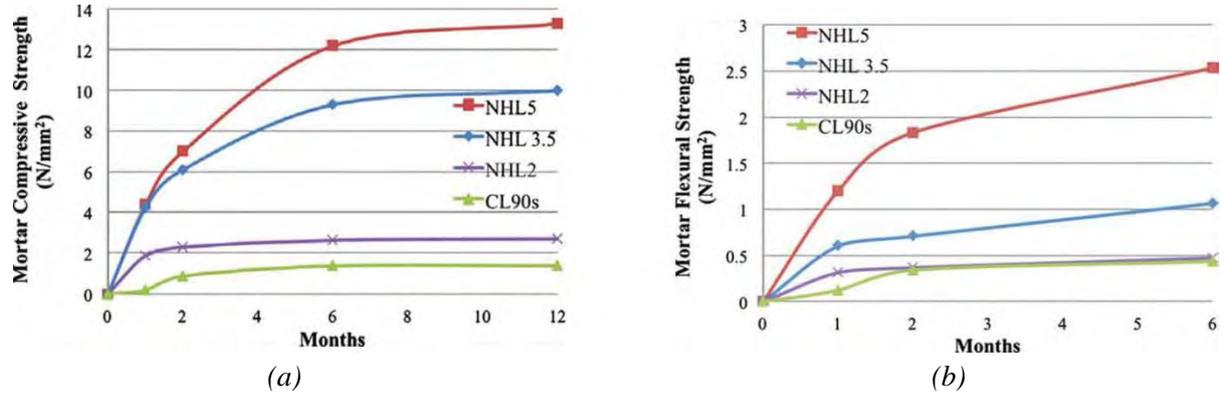
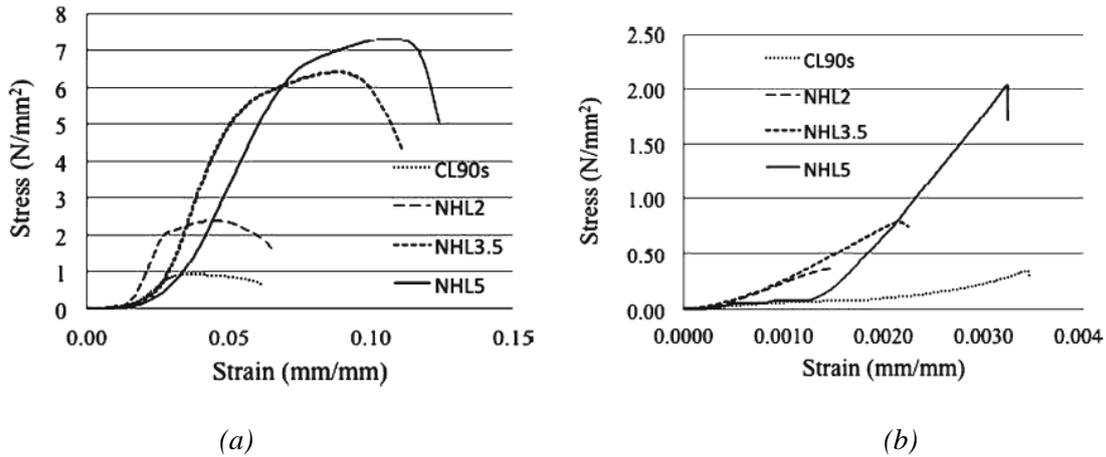


Figure I.3-13 : Résistances de différents type de mortiers en fonction de l'âge (a) Compression (b) flexion [Costigan and Pavía, 2012]



Type d'éprouvette	Module d'élasticité	Résistance à la compression	Déformation au pic de compression	Résistance à la traction	Déformation au pic de traction
Unité	(GPa)	(MPa)	(mm/m)	(MPa)	(mm/m)
CL90	0.06	0.9	18	0.34	1.6
NHL2	0.19	2.3	29	0.37	1.2
NHL3.5	0.20	6.5	64	0.78	1.8
NHL5	0.15	7.3	80	2.3	1.9

(c)

Figure I.3-14 : Lois de comportement de différents type de mortier à 56 jours (a) Compression (b) flexion (c) caractéristiques mécaniques extraites [Costigan and Pavía, 2012]

Cette étude compare en outre les lois de comportement à la compression et à la flexion de ces quatre types de mortier testés à 56 jours. Les courbes de comportement en compression et traction sont présentées sur la Figure I.3-14. L'ordre de grandeur des modules d'élasticité est dans ce cas de 200 MPa pour les chaux hydraulique et 50 MPa pour la chaux naturelle.

La recommandation RILEM [“MS.A.6,” 1998, p. 6] propose par ailleurs une méthode pour l'étude du comportement triaxial en compression de mortiers. L'essai triaxial consiste à appliquer une contrainte normale à un petit échantillon cylindrique soumis à une pression diamétrale de confinement.

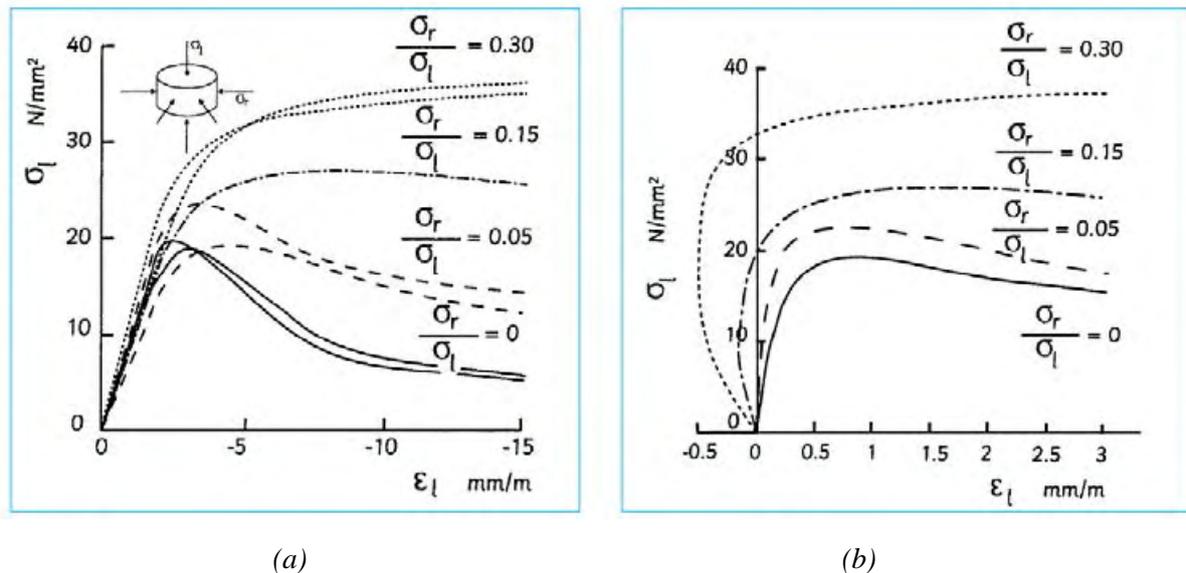


Figure I.3-15 : Comportement du mortier sous chargement triaxial de compression pour différents rapport contrainte radiale/contrainte longitudinale [“MS.A.6,” 1998, p. 6]. (a) Courbe contrainte longitudinale-déformation longitudinale. (b) Courbe contrainte longitudinale-déformation radiale

La Figure I.3-15 indique l'allure des courbes obtenue pour ce type d'essai. Pour de faibles contraintes radiales, un comportement caractéristique des géomatériaux avec une partie post-pic adoucissante est mis en évidence. En augmentant la pression de confinement, il est constaté une augmentation de la contrainte de rupture et le passage d'un écrouissage négatif à un écrouissage positif. Enfin, pour des rapports  $\sigma_r/\sigma_l$  supérieurs à 0.15, il est observé une contraction radiale en début d'essai.

#### 1.3.2.4 Les interfaces mortier-blocs

De nombreuses études montrent que l'interface entre le mortier et les blocs joue un rôle prépondérant dans le comportement structural global de la maçonnerie. Lourenço démontre par exemple que la partie faible d'une maçonnerie soumise à des sollicitations de traction (fissuration de mode I) ou de cisaillement (fissuration de mode II) est l'interface mortier-bloc [Lourenço, 1996]. On trouve donc dans la littérature un grand nombre de méthodes d'essai sur des « prismes » de maçonnerie destinés à étudier le comportement des interfaces mortier-bloc en traction, compression et cisaillement. Cette partie s'attache à présenter ces méthodes ainsi que le comportement mécanique de ces interfaces vis-à-vis des sollicitations de traction, compression et cisaillement.

## I.3.2.4.1 Résistance à la traction uniaxiale.

[Pluijm, 1992] est l'un des premiers à étudier le comportement de traction des interfaces. Il effectue des essais de traction directe à déplacement imposé sur des échantillons composés de deux éléments réunis par un mortier. Il étudie parallèlement des blocs d'argiles et des blocs de silicate de calcium. Il observe alors dans cette étude un comportement en traction se divisant en une partie élastique pré-pic relativement courte puis une partie post-pic où le matériau s'adoucit rapidement (Figure I.3-16). Il s'agit d'un comportement typique des géomatériaux comme nous l'avons vu précédemment. Pluijm mesure des énergies surfaciques de fissuration de traction allant de 0.005 à 0.02 Nm/mm<sup>2</sup> pour des résistances à la traction de l'interface bloc-mortier de 0.3 à 0.9 MPA.

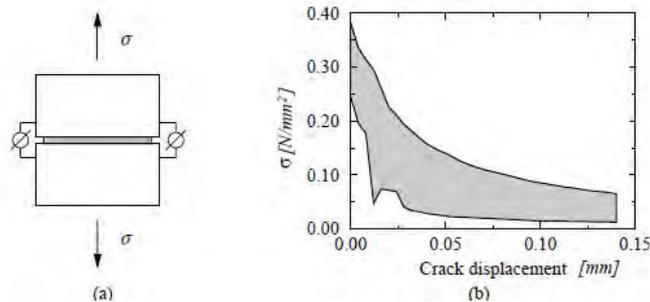


Figure I.3-16 : Comportement en traction uniaxiale d'interfaces mortier-bloc. (a) échantillon constitué de deux éléments et d'une interface. (b) Courbes contrainte normale-déplacement normal [Pluijm, 1992]

Par ailleurs, l'adhérence entre le mortier et le bloc ne se produit pas sur toute la surface de contact. La surface nette d'adhérence, s'identifiant au centre de la section, apparaît inférieure à la surface de contact ([Pluijm, 1992], [Lourenço, 1996] et [thomas Stablon, 2011]).

## I.3.2.4.2 Comportement de compression-cisaillement de l'interface mortier-blocs.

De nombreux auteurs ont travaillé sur l'étude du comportement en cisaillement des interfaces mortier-blocs [Atkinson et al., 1989], [Pluijm, 1992], [Vasconcelos and Lourenço, 2009], [Roca and Araiza, 2010]. Roca indique par ailleurs les différents moyens recensés dans la littérature qui sont utilisés pour évaluer le comportement de compression-cisaillement à l'interface (Figure I.3-17).

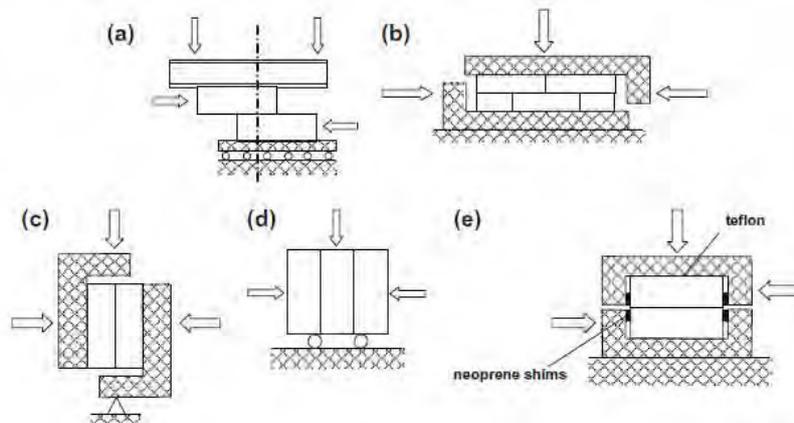


Figure I.3-17 : Dispositifs d'essai des interfaces mortier-blocs soumise à des chargements de compression-cisaillement. [Roca and Araiza, 2010]

Le but de ces essais est d'étudier le comportement en cisaillement de l'interface par rapport à une contrainte de compression (ou contrainte de confinement) appliquée normalement à l'interface. Ces travaux conduisent aux observations suivantes.

Pour des contraintes normales de compression assez faibles, la rupture par cisaillement se réalise au niveau de l'interface bloc-mortier. Pour des contraintes plus élevées, la rupture se réalise au sein même du mortier [Vasconcelos and Lourenço, 2009]. Enfin, pour des contraintes normales très élevées, la rupture se produit dans une direction diagonale au sein des éléments (Figure I.3-18).

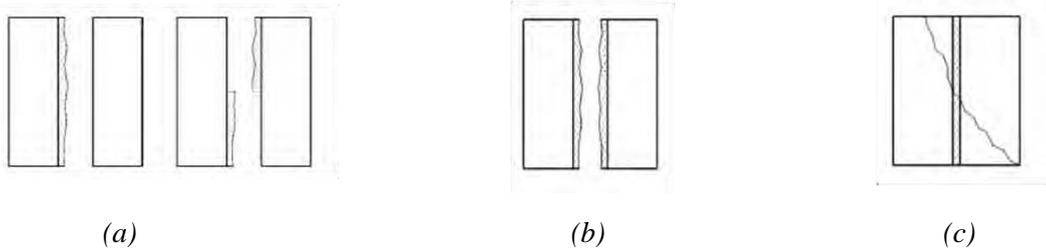


Figure I.3-18 : Modes de de rupture au cisaillement des interfaces. (a) Rupture sur la surface de collage entre l'élément et le mortier sur l'une ou les deux faces de l'élément. (b) Rupture par cisaillement localisé dans le mortier. (c) Rupture par écrasement ou fissuration des éléments (d'après la norme NF EN 1052-3, 2003)

Les courbes contraintes de cisaillement-déplacement tangentiel distinguent trois étapes (Figure I.3-19(a)) : un comportement linéaire élastique pré-pic, un comportement adoucissant post-pic des interfaces blocs-mortier et un comportement résiduel constant à partir d'un certain déplacement tangent. Par ailleurs, la résistance au cisaillement et la contrainte résiduelle augmentent avec la contrainte de compression normale appliquée sur l'échantillon. Cette contrainte résiduelle souligne un phénomène de plasticité de l'interface mortier-bloc en cisaillement. Cet essai conduit en outre à la détermination de l'angle de frottement initial  $\Phi_0$  et de l'angle de frottement résiduel  $\Phi_r$ . Un modèle de frottement de Mohr-Coulomb semble correspondre aux observations expérimentales :

$$\tau = c + \mu\sigma \quad (\text{I.3-11})$$

Où  $c$  est la contrainte de cisaillement pour une contrainte nulle (appelée aussi cohésion) et  $\mu$  le coefficient de frottement de Coulomb.

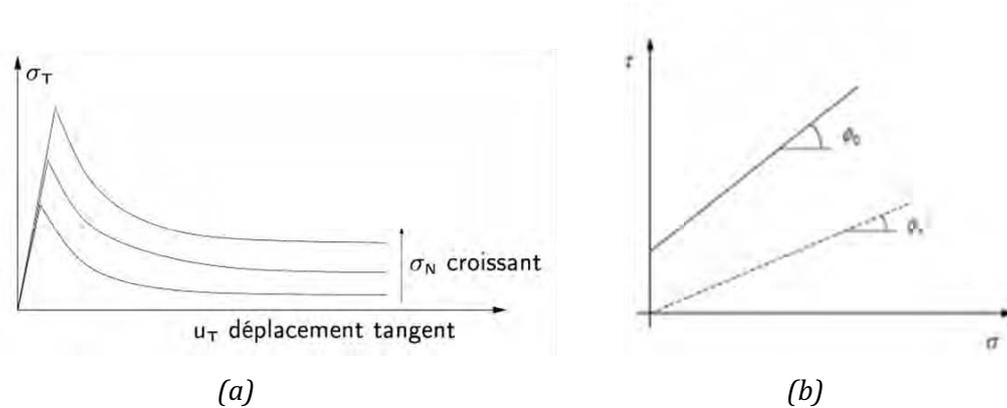


Figure I.3-19 : (a) comportement tangent en cisaillement des interfaces en fonction de la contrainte normale appliquée [Acary, 2001], (b) Loi de frottement de Coulomb avec angles de frottement initial et résiduel

[Pluijm, 1992] remarque également une relation linéaire entre l'énergie de fissuration de cisaillement (mode II) et la contrainte normale appliquée. Enfin, il constate que l'énergie de fissuration en mode II diminue avec le niveau de contrainte normale appliquée.

Notons que des études du comportement tangent des interfaces mortier-bloc sous sollicitations cycliques ont été réalisées par plusieurs auteurs entre 1989 et 2010 ([Atkinson et al., 1989], [Vasconcelos and Lourenço, 2009], [Roca and Araiza, 2010]).

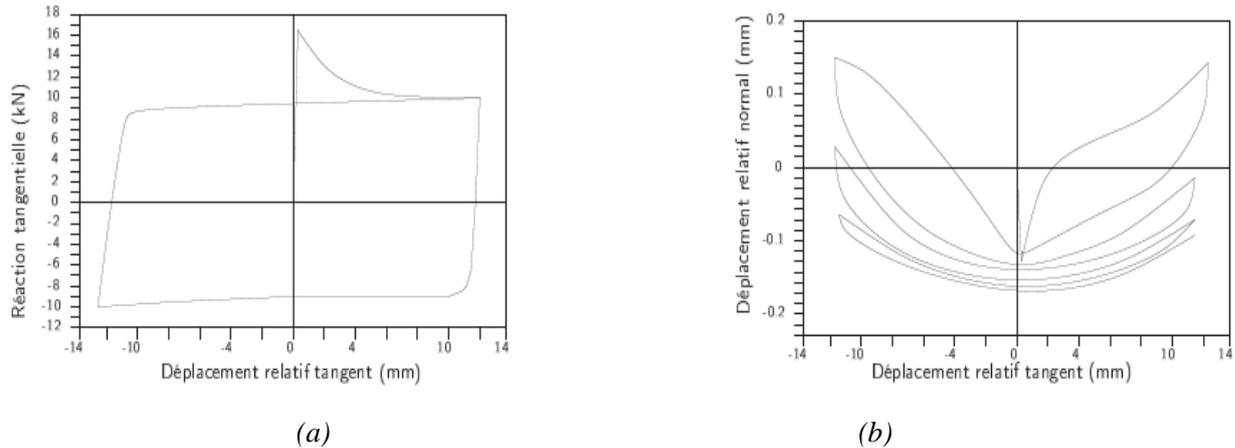


Figure I.3-20 : comportement d'un joint de mortier sous sollicitation cyclique imposées [Atkinson et al., 1989]. (a) réaction tangentielle. (b) Déplacement relatif normal

Lors du premier cycle, il est observé un comportement pré-pic élastique suivi d'un adoucissement post-pic de l'interface jusqu'à la contrainte résiduelle (Figure I.3-20). Le déplacement relatif normal à la surface s'inverse lors de la phase adoucissante ce qui indique que l'écoulement plastique est non-associé. Une fissuration est apparue pendant cette phase. L'inversion du déplacement tangentiel amène une contrainte de résistance du même ordre de grandeur que précédemment. Dans ce cas, le pic de rupture n'est pas atteint. Le comportement du joint est alors approché par un comportement plastique parfait. Les cycles suivants se superposent au premier et indiquent une accommodation du joint. La superposition des déplacements normaux au bout d'un certain nombre de cycles indique également une accommodation du joint.

### 1.3.2.5 Modélisation des géomatériaux

Dans cette partie, nous présenterons les différents types de lois utilisées pour simuler le comportement mécanique des géomatériaux. Nous considérons dans ce cas que le matériau modélisé est homogène. Cette hypothèse est validée selon l'échelle d'étude du matériau. Le mortier par exemple est constitué, comme nous l'avons vu de granulats et d'un liant hydraté. A l'échelle de la microstructure, ce matériau est hétérogène. Cependant, si son étude se place à une échelle suffisamment grande, il peut être considéré comme homogène. Il existe un volume d'étude du matériau de taille minimale pour valider cette hypothèse appelé volume élémentaire représentatif (VER). Celui-ci est suffisamment grand à l'échelle de la microstructure pour considérer que le milieu est homogène et suffisamment petit pour permettre de réaliser des calculs et ce, sans effet d'échelle.

Tous les modèles présentés ci-après, appliqués à des matériaux homogènes, sont développés dans le cadre de la mécanique des milieux continus. On trouve trois familles

principales de modèles mécaniques qui simulent le comportement des géomatériaux : les modèles élastiques, plastiques et d'endommagement. Nous verrons en outre que la plasticité et l'endommagement peuvent être couplés dans un même modèle.

#### I.3.2.5.1 Modélisation Elastique

En mécanique des milieux continus la modélisation élastique des matériaux est donnée par la loi de Hook généralisée (équation (I.3-12)). Ici,  $\sigma_{ij}$  et  $\varepsilon_{kl}$  sont les tenseurs du second ordre des contraintes et des déformations. Le terme  $C_{ijkl}$ , appelé tenseur d'élasticité, est un tenseur du 4ème ordre traduisant les propriétés élastiques du matériau.

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \cdot \varepsilon_{kl} \quad (\text{I.3-12})$$

Dans le cadre d'un matériau isotrope, et en considérant le module d'élasticité  $E$  et le coefficient de Poisson  $\nu$ , la loi de Hook devient :

$$\sigma_{ij} = \frac{E}{1 + \nu} \cdot \left( \varepsilon_{ij} + \frac{\nu}{1 - 2\nu} \varepsilon_{kk} \delta_{ij} \right) \quad (\text{I.3-13})$$

Où,  $\delta_{ij}$  est le symbole de Kronecker et  $\varepsilon_{kk}$  et la notation abrégée de la trace des déformations. Dans ce cas de figure, l'élasticité du matériau n'est définie qu'avec les seuls paramètres  $E$  et  $\nu$ .

De par sa simplicité, ce type de modèle restreint au domaine élastique, pouvant être implémenté simplement dans un logiciel de calcul élément-fini présente l'avantage de limiter le temps de calcul. Cependant le caractère non-linéaire des géomatériaux tels que les phénomènes de plasticité, dilatance, endommagement, ne peuvent être pris en compte.

#### I.3.2.5.2 Modèles plastiques

Les modèles élasto-plastiques permettent de prendre en compte le comportement non-linéaire du géomatériau au-delà d'un seuil décrit par un critère de plasticité. La fonction de charge  $f$  sert à évaluer si l'état de contrainte se trouve dans le domaine élastique ou non. Au-delà du critère de plasticité, diverses lois d'écoulement plastique peuvent être mises en œuvre. Il existe dans ce cas les lois dites associées et les lois non-associées.

#### Critères

Les critères usuels, ou fonctions de charge, utilisés dans les modèles plastiques sont en général définis à partir des invariants du tenseur des contraintes. Ceux-ci sont des grandeurs scalaires indépendantes de l'orientation du repère d'étude du tenseur. La fonction de charge est nécessairement convexe dans l'espace des contraintes. Le critère le plus simple, retrouvé dans de nombreux logiciels de calcul, est le critère de Von mises [Von Mises, 1928]. Celui-ci n'utilise que le second invariant du déviateur des contraintes. Dans l'équation (I.3-14),  $\sigma_y$  représente la limite d'élasticité du matériau, et  $s$  le déviateur des contraintes. Ce critère revient à faire intervenir les cisaillements maximaux dans chaque plan principal.

$$f(\sigma) = J - \sigma_y$$

$$\text{Avec: } J = \left( \left( \frac{3}{2} \right) s_{ij} s_{ji} \right)^{1/2} \quad (\text{I.3-14})$$

Le critère de Tresca présente quant à lui la spécificité de ne faire intervenir que le plus grand des cisaillements. Contrairement au critère de Von Mises, le critère de Tresca ne définit

pas une surface de charge régulière et cela pose des problèmes d'écoulement plastique dans les logiciels de calculs.

Nous avons vu que la résistance à la compression des géomatériaux est sensible à la pression de confinement. Les critères présentés précédemment ne tiennent pas compte de cette propriété mécanique. Deux critères couramment utilisés font intervenir la pression hydrostatique. Le premier, critère de Drucker Prager, est une extension du critère de Von Mises. Il s'agit d'une combinaison linéaire du deuxième invariant du déviateur  $J$  et de la trace du tenseur de contrainte  $I_1$  (Equation (I.3-15)). Ce critère considère l'augmentation de résistance du matériau lorsqu'il est soumis à une pression de confinement.

$$f(\sigma) = (1 - \alpha)J + \alpha I_1 - \sigma_y \quad (\text{I.3-15})$$

Enfin le critère de Mohr-Coulomb est un critère apparenté à celui de Tresca, mais prenant en compte le confinement. Ce critère introduit la notion de frottement interne. Il suppose que le cisaillement maximal que peut subir le matériau est d'autant plus grand que la contrainte normale de compression est élevée. Deux paramètres sont considérés dans ce critère, la cohésion  $C$  et l'angle de frottement interne  $\phi$  (équation(I.3-16)). A l'image du critère de Tresca, ce critère présente une surface de fonction de charge non-régulière. C'est pourquoi on lui préfère le critère de Drucker-Prager, qui généralise le critère de Mohr-Coulomb en 3D.

$$f(\sigma) = \sigma_1 - \sigma_3 + (\sigma_1 - \sigma_3) \sin \phi - 2C \cos \phi \quad (\text{avec } \sigma_3 \leq \sigma_2 \leq \sigma_1) \quad (\text{I.3-16})$$

Pour les matériaux fragiles, tel que les géomatériaux, un critère en traction est communément employé. Il s'agit du critère de Rankine. Il s'exprime en fonction des contraintes normales principales. Le critère est atteint dès que l'une des trois contraintes principales atteint la contrainte limite de traction  $\sigma_t$  (équation (I.3-17)).

$$f(\sigma) = \text{Max}_i(\sigma_i) - \sigma_t \quad (\text{I.3-17})$$

### Lois d'érouissage

Le tenseur des déformations peut s'écrire comme la somme des déformations plastiques  $\varepsilon^p$  et élastiques  $\varepsilon^e$ . Les lois d'écoulement plastique permettent d'évaluer l'évolution de la déformation plastique en fonction de l'état de contrainte appliqué

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^p \quad (\text{I.3-18})$$

Lorsque le critère est atteint (cf. conditions de Kuhn Tucker), on peut observer un écoulement plastique  $\dot{\varepsilon}^p$ . Si le modèle est sans érouissage, la fonction de charge reste fixe et le domaine d'élasticité est toujours identique. On parle de modèle plastique parfait. Sinon, l'écoulement plastique peut s'accompagner d'une modification du domaine d'élasticité et donc du critère d'élasticité. On parle alors de modèle élasto-plastique avec fonction d'érouissage. Nous avons vu que les géomatériaux présentaient un adoucissement. Celui-ci peut être considéré en prenant en compte un érouissage négatif.

Enfin, l'écoulement plastique peut être associé ou non-associé. L'écoulement associé signifie que celui-ci est normal à la fonction de charge  $f$  (Equation(I.3-19)). Dans cette équation,  $\dot{\lambda}$  est le multiplicateur plastique. En revanche, l'écoulement non-associé signifie qu'il existe une fonction  $F$  différente de la fonction de charge  $f$  qui régit l'écoulement plastique.

$$\dot{\varepsilon}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial f}{\partial \sigma} \quad (\text{I.3-19})$$

Nous avons vu précédemment que les géomatériaux présentaient un caractère dilatatant en compression. Pour contrôler cette dilatance il est nécessaire de choisir une loi d'écoulement plastique non-associée. Celle-ci fait intervenir un coefficient de dilatation  $\beta$ . Ce type de loi est utilisé dans le modèle endo3D développé au LMDC de Toulouse. La fonction  $F$  qui régit l'écoulement plastique est indiquée en équation (I.3-20) [Sellier et al., 2013].

$$F = \left( \left( \frac{1}{2} \right) s_{ij} s_{ji} \right)^{1/2} + \beta \frac{I_1}{3} \quad (\text{I.3-20})$$

### Conclusion sur les modèles de plasticité

Les modèles de plasticité considèrent un certain nombre de phénomènes observés sur les géomatériaux au-delà du domaine élastique. La sensibilité à la pression de confinement peut être modélisée au moyen du critère de Drucker Prager. Dans le contexte d'une modélisation par la méthode des éléments finis, ce critère est préféré au critère de Tresca qui présente des points singuliers. Par ailleurs, l'adoucissement du matériau peut être pris en compte au moyen d'une fonction d'écrouissage. La dissymétrie en traction et compression peut être établie en différenciant les critères de rupture en compression (critère de Drucker Prager) et en traction (critère de Rankine). Cependant, ce type de modèle ne prend pas en compte la diminution de raideur lors d'un essai de compression ou de traction. La famille des modèles d'endommagement s'attache justement à prendre en compte cet aspect-là.

#### I.3.2.5.3 Modèles d'endommagement

##### Principe

La théorie de l'endommagement est introduite par [Kachanov, 1958] qui étudie les phénomènes de rupture provoqués par le fluage. Cette notion a été généralisée par la suite sur la base de la thermodynamique des processus irréversibles [Lemaitre and Chaboche, 1985]. Cette théorie consiste en la description des phénomènes entre l'état vierge et l'amorçage de la fissure. Elle désigne la détérioration plus ou moins progressive d'un matériau due à l'apparition de micro-vides. L'endommagement est utilisé principalement pour la modélisation des géomatériaux caractérisés par un écrouissage négatif.

Les modèles d'endommagement relèvent d'une approche continue de la modélisation du matériau. Ainsi, on considère le matériau fissuré comme un milieu continu et homogène mais éventuellement anisotrope. L'endommagement est quantifié par la variable d'endommagement selon l'équation suivante :

$$D = \frac{S_D}{S} \quad (\text{I.3-21})$$

Où  $S_D$  est la surface endommagée (ou surface des vides) et  $S$  la surface apparente du matériau (Figure I.3-21). De plus, on peut calculer la surface effective :  $\tilde{S} = S - S_D$ . Ainsi, si  $D = 1$  le matériau est complètement endommagé et on observe l'apparition d'une fissure mésoscopique. Si  $D = 0$ , le matériau est vierge.

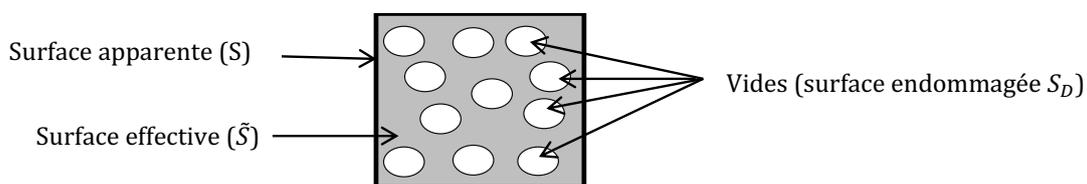


Figure I.3-21 Représentation schématique d'un échantillon endommagé

La théorie de l'endommagement se caractérise par un système de contraintes en parallèle (Figure I.3-22). La surface  $S$  sur laquelle on applique un effort  $F$  est considérée comme la somme d'une surface saine  $\tilde{S}$  (la matière) et d'une surface endommagée  $S_D$  (les vides et les fissures).

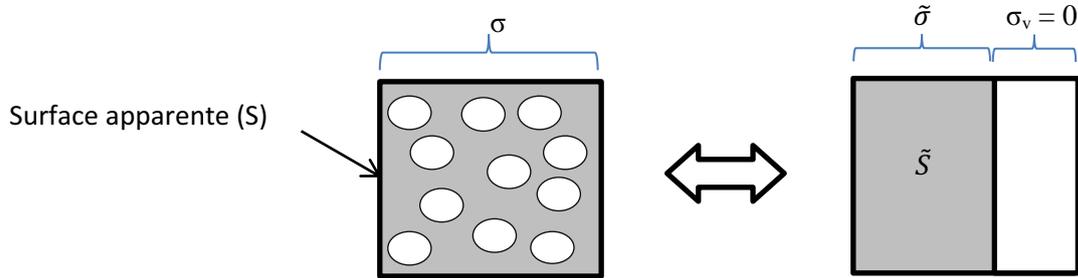


Figure I.3-22 : Illustration de la contrainte effective

L'effort se transmet au sein de l'échantillon à travers la surface saine (dite surface effective). On définit la contrainte effective  $\tilde{\sigma}$  représentant l'effort exercé sur la surface apparente rapporté à la surface saine. Elle est supérieure à la contrainte apparente  $\sigma$ .

$$\tilde{\sigma} = \frac{\sigma}{1 - D} \geq \sigma \quad (\text{I.3-22})$$

Le principe d'équivalence en déformation énonce que le comportement d'un matériau endommagé est traduit par la loi de comportement du matériau vierge dans lequel on remplace la contrainte usuelle par la contrainte effective.  $E_0$  est le module d'élasticité du matériau sain.

$$\sigma = (1 - D)E_0\varepsilon_e \quad (\text{I.3-23})$$

Le module d'élasticité du matériau endommagé est décrit par :

$$E = (1 - D)E_0. \quad (\text{I.3-24})$$

L'endommagement d'un matériau peut donc être pris en compte à travers la description de la variation des caractéristiques élastiques du matériau. La rigidité du matériau est ainsi directement reliée à la variable d'endommagement.

### Lois d'endommagement isotropes.

En 1984, Mazars formule un modèle d'endommagement élastique isotrope utilisable principalement pour les bétons [Mazars, 1984]. La formulation du modèle s'écrit :

$$\sigma = (1 - D)E \varepsilon^e \quad (\text{I.3-25})$$

Ou  $\varepsilon^e$  et  $\sigma$  sont respectivement les tenseurs d'élasticité et de contrainte,  $E$  le tenseur d'élasticité et  $D$  la variable d'endommagement isotrope. Cette variable est scalaire et traduit donc un état de contrainte triaxial à un état de contrainte équivalente uniaxial. De plus, ce modèle est élastique, il ne considère pas de déformations plastiques. Le critère de Mazars prend en considération la différence de résistance en traction et en compression. Il introduit donc un critère ne prenant en compte que la partie positive des déformations principales. Le modèle associe l'endommagement à l'état d'extension locale, au travers d'une variable  $\hat{\varepsilon}$  dite déformation équivalente de Mazars.

Le comportement du modèle lors du passage de la traction à la compression est réalisé sur CAST3M©. On impose à un seul élément fini deux cycles de traction (points 1 et 2) puis deux cycles de compression (points 3 et 4) (Figure I.3-23(a)).

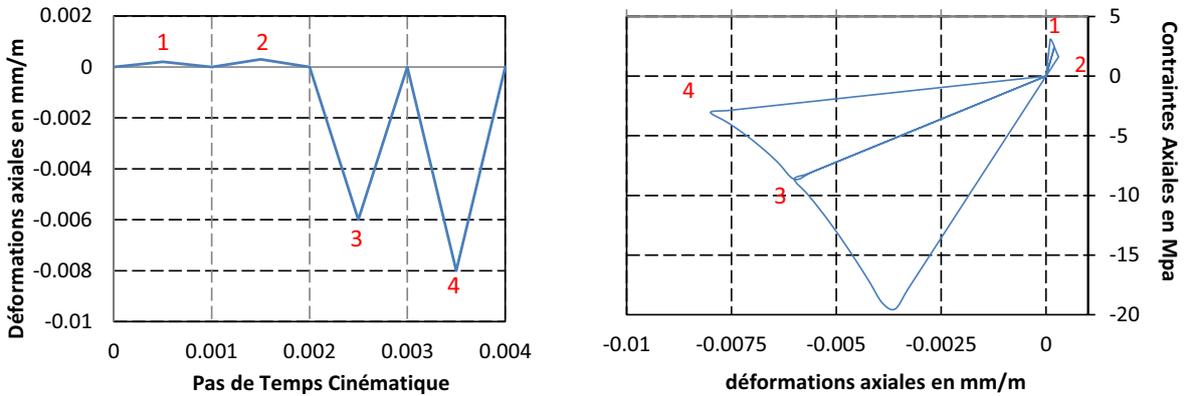


Figure I.3-23: essai cyclique, (a) Déformation imposée, (b) courbe contraintes déformation

La Figure I.3-23(b) représente la réponse du modèle au déplacement cyclique imposé. On remarque que l'endommagement augmente en traction lorsque l'on passe du point 1 au point 2. De plus, que ce soit en traction ou en compression, le modèle est élastique et n'intègre pas les déformations plastiques pourtant constatées de manière expérimentale. Le module d'élasticité reste constant lorsque l'on passe de la traction à la compression. Le développement de ce modèle dans CASTEM a privilégié le respect du second principe de la thermodynamique au phénomène de recouvrance de rigidité lors du passage de la traction à la compression.

L'avantage de l'endommagement isotrope repose sur sa simplicité de mise en œuvre. La variable d'endommagement  $D$  est dans ce cas scalaire ce qui rend l'implémentation numérique plus facile. Une variable d'endommagement isotrope induit une définition de densité volumique des vides au sein de la matière. Ainsi, l'endommagement du matériau ne dépend pas de la direction. Or, expérimentalement, l'endommagement se produisant dans les géomatériaux sollicités en traction se traduit plutôt par une microfissuration perpendiculaire à la direction de chargement introduisant une densité surfacique des vides. Ainsi l'endommagement peut dépendre de la direction de la normale à la surface considérée. Il est alors nécessaire d'introduire une variable d'endommagement de type tensorielle.

Pour illustrer ce propos, prenons un échantillon que l'on soumet à un essai de traction suivant la direction  $y$  puis suivant la direction  $x$  (Figure I.3-24).

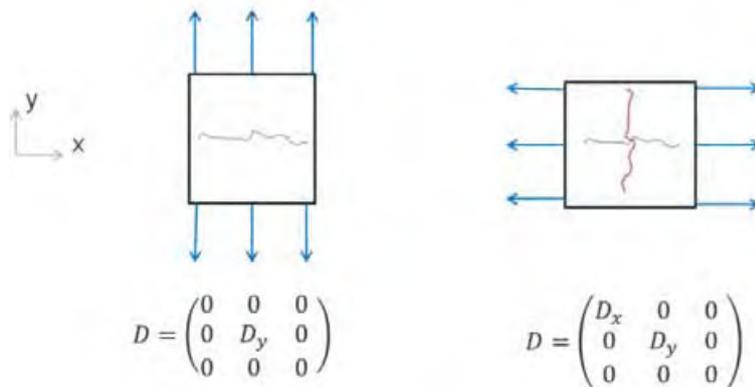


Figure I.3-24 Anisotropie induite par le chargement

Dans un premier temps, la traction suivant la direction  $y$  provoque une fissuration dans un plan orthogonal à la direction de chargement. La variable d'endommagement  $D_y$  apparaît. Pendant la phase de décharge, la variable  $D_y$  reste constante. En effet, un endommagement croissant signifierait une augmentation de la surface fissurée tandis qu'un endommagement décroissant correspondrait à une cicatrisation de la fissure ce qui est thermodynamiquement absurde. On applique ensuite une traction suivant la direction  $x$ . Une fissure se crée dans le plan orthogonal à la direction de chargement. La variable d'endommagement  $D_x$  apparaît sans pour autant modifier la variable  $D_y$ .

Pour résumer, lorsque le chargement appliqué sur le matériau étudié est de type radial, les lois isotropes amènent à des résultats satisfaisants. En revanche, pour les chemins de chargement plus complexes, l'orientation des fissures existantes peut avoir une influence sur la réponse de la structure. Il est alors nécessaire de mettre en place un endommagement à anisotropie induite prenant en compte l'orientation de la microfissuration.

### Lois d'endommagement anisotropes

L'anisotropie d'un matériau au sens large définit la différence de comportement mécanique en fonction de la direction étudiée. Elle peut être initiale (cas de la maçonnerie et du bois par exemple) ou induite par la fissuration. Parallèlement, elle peut concerner les grandeurs associées aux élasticités, aux seuils de résistance et aux énergies de fissuration.

**Modèle de Berto.** Le modèle d'endommagement orthotrope 2D de [Berto et al., 2002] est développé dans le cadre de l'hypothèse des contraintes planes. Il considère 4 variables d'endommagement : pour chaque axe principal de la maçonnerie (correspondant aux joints de pose et aux joints verticaux), il distingue une variable d'endommagement de traction et une variable d'endommagement de compression. Il utilise une méthode de régularisation locale. La prise en compte de l'anisotropie initiale de résistance, d'élasticité et d'énergie de fissuration est considérée dans ce modèle. Il génère en outre une anisotropie induite par la fissuration. Cependant, il ne prend en considération ni la restitution progressive de la raideur lors de la refermeture de fissure, ni les déformations plastiques irréversibles. Par ailleurs, son utilisation se limite aux modèles à deux dimensions. C'est pourquoi il n'est pas adapté à l'étude des voûtes à croisée d'ogives.

**Modèle de Sellier.** [Sellier et al., 2013] a développé un modèle d'endommagement orthotrope dit de fissuration tournante. En traction, il utilise une régularisation locale en contrôlant l'énergie de fissuration dans un contexte orthotrope. Il permet en outre l'évaluation de l'ouverture des fissures. De plus, il traite le caractère unilatéral du géomatériau avec prise en compte de la restitution progressive de raideur lors de la refermeture des fissures en inspirant des méthodes couplant endommagement et compression proposées par Jefferson [Jefferson and Bennett, 2007]. En compression, le modèle d'endommagement est couplé à un modèle de plasticité. Un critère de rupture de type Drucker Prager implique la prise en compte de la sensibilité du matériau à la pression de confinement. De plus, l'écoulement plastique est non associé et conduit donc à la prise en compte du caractère dilatant des géomatériaux. Remarquons qu'il existe dans la littérature un certain nombre de modèles semblables [Dahlblom and Ottosen, 1990], [Desmorat et al., 2007], [Richard et al., 2010].

La Figure I.3-25 présente le comportement du modèle sous un chargement uniaxial cyclique de traction-compression. Dans un premier temps, des cycles de tractions sont imposés en déplacement. Il est constaté lors de ces cycles l'écrouissage négatif la baisse de rigidité du

matériau, la plasticité et les phénomènes d'hystérésis. Lorsque l'on passe de la traction à la compression (point E à point F), il est observé une restitution progressive de la rigidité correspondant à la refermeture des fissures localisées de traction. L'écroissance négatif et la plasticité post-pic, ainsi que le caractère dilatant des géomatériaux sont simulés en compression. Les équations constitutives de ce modèles seront détaillées en partie III.

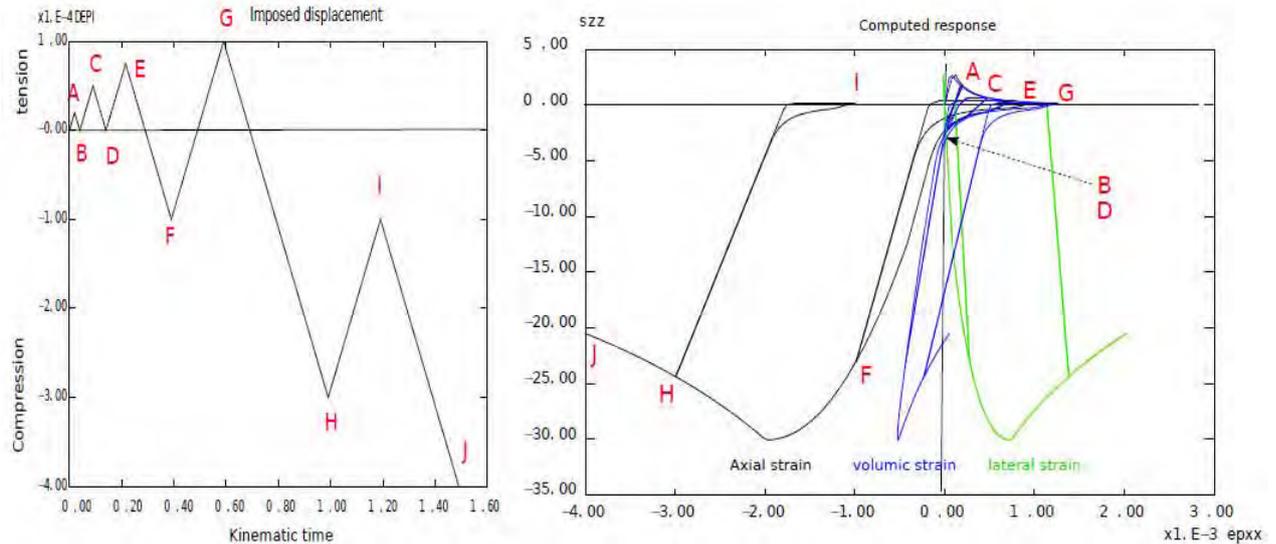


Figure I.3-25 Modèle de Sellier, réponse sous chargement cyclique de traction-compression

### 1.3.2.6 Conclusion sur le comportement mécanique des géomatériaux

Dans cette partie, nous avons établi les caractéristiques essentielles des géomatériaux. Le caractère fragile de ce type de matériau ainsi que l'écroissance négatif post-pic entraînent l'apparition de fissures localisées que ce soit en traction et en compression. Pour considérer l'ensemble de ces phénomènes dans une modélisation réaliste, il est nécessaire d'utiliser des modèles élasto plastiques d'endommagement. Le couplage entre endommagement et plasticité permet à la fois la prise en compte de la dégradation élastique du matériau lors du chargement mais aussi l'écroissance négatif, le comportement dilatant et la dissymétrie entre traction et compression.

## 1.3.3 COMPORTEMENT MECANIQUE DES MAÇONNERIES ET MODELISATIONS ASSOCIEES

Cette partie présente le comportement mécanique des maçonneries et les modélisations utilisées pour le simuler. Dans ce cas, on se place à l'échelle du matériau, échelle intermédiaire entre les éléments constituant la maçonnerie (blocs-joints-interfaces) et la structure. Le comportement mécanique des maçonneries va dépendre d'une part du comportement mécanique des éléments qui la constitue et d'autre part de l'agencement de ces éléments entre eux. Nous allons voir que l'interaction entre ces éléments entraîne un comportement complexe.

### I.3.3.1 Comportement mécanique

#### I.3.3.1.1 Comportement en compression directe

##### Dispositifs expérimentaux

En règle générale, on réalise des essais de compression dans la direction perpendiculaire aux joints horizontaux des murs en maçonnerie. Ceci s'explique dans la mesure où les maçonneries en œuvre sont généralement chargées en compression perpendiculairement aux joints de lit. On trouve dans la littérature deux familles d'essais sur l'étude du comportement des maçonneries en compression : les essais sur des prismes composés d'éléments uniques disposés dans la hauteur et séparés par des joints de mortier [Vasconcelos and Lourenço, 2009], et les essais sur des murs en maçonnerie. Ces derniers sont plus coûteux mais permettent d'obtenir une meilleure représentativité de la résistance mécanique de la maçonnerie. Cette deuxième famille fait aujourd'hui l'objet d'une norme (NF EN 1052-1) qui spécifie les dimensions des murets et les conditions d'essais et qui s'inspire des recommandations RILEM.

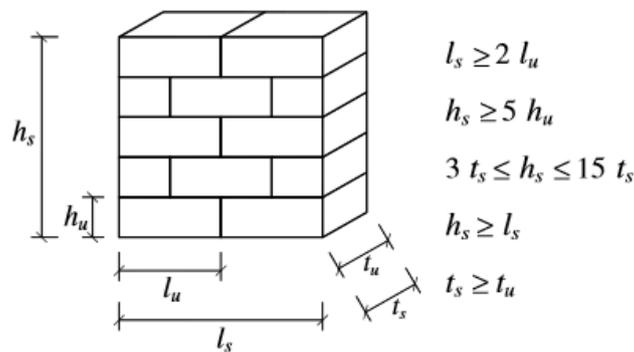


Figure I.3-26 : Exigences dimensionnelles des murets selon la norme EN 1052-1

##### Allure générale de la courbe contrainte déformation

La Figure I.3-27 indique l'allure des courbes contrainte-déformation de triplets de maçonnerie soumis à des essais de compression à déplacement imposé [Vasconcelos and Lourenço, 2009]. La phase (1) correspond à une phase de consolidation de la maçonnerie homogénéisée. Elle correspond à la refermeture de microfissures présentes initialement dans le matériau. Cette refermeture implique une augmentation de la surface effective du matériau et entraîne une restauration de la rigidité. Celle-ci peut être expliquée par la refermeture des vides des géomatériaux qui la constitue mais également par la faiblesse de l'interface bloc/mortier. Peu d'études ont été menées sur ce sujet. On peut néanmoins citer [Blond, 2010] qui indique ce phénomène pour des maçonneries de joints secs. La phase (2) montre un comportement quasi-linéaire du matériau jusqu'au pic de rupture. La phase (3) indique le caractère adoucissant de la maçonnerie.

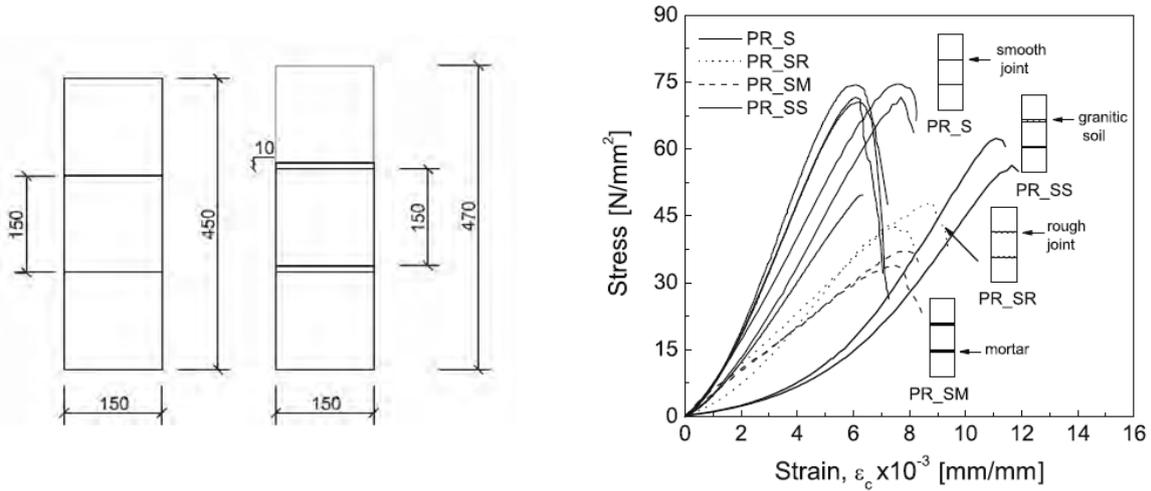


Figure I.3-27 : Courbe contrainte-déformation lors d'essai de compression sur triplets [Vasconcelos and Lourenço, 2009]

### Etat de contrainte de la maçonnerie et mode de rupture en compression

Actuellement, la communauté scientifique accepte l'idée que le mode de rupture en compression des maçonneries soit régi par l'interaction entre les blocs et le mortier. Au début de l'essai de compression, une fissuration verticale apparaît dans les éléments [Mann and Betzler, 1994]. En réalité, la maçonnerie soumise à une sollicitation de compression normale aux lits de pose présente des états de contraintes différents dans les mortiers et dans les éléments [Lourenço and Pina-Henriques, 2006]. En général, la raideur des mortiers est plus faible que celle des éléments. Cela entraîne des déformations différentielles perpendiculaires à la direction de chargement. Le mortier ainsi confiné est soumis à un état de contrainte triaxial de compression tandis que les blocs sont soumis à un état de compression/traction biaxiale induisant une fissuration parallèle à la direction de chargement. Lorsque la résistance de la traction des blocs est atteinte, ceux-ci se fissurent entraînant un déconfinement du mortier et une rupture par compression du mortier.

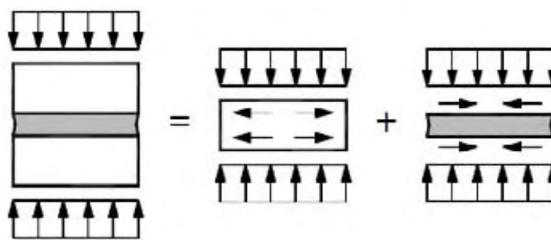


Figure I.3-28 : Représentation schématique des états de contraintes dans les mortiers et les éléments d'une maçonnerie soumise à une sollicitation de compression [Lourenço and Pina-Henriques, 2006]

### Effet d'échelle

[Mohammed et al., 2011] présente une étude sur l'influence de l'échelle de l'échantillon sur les caractéristiques mécaniques en compression de triplets de briques assemblées par mortier. Il étudie quatre échelles d'échantillons (1:1, 1:2, 1:4, 1:6) présentant les mêmes matériaux constitutifs et les mêmes proportions géométriques. Il ressort de l'étude que la résistance à la compression augmente avec la diminution de l'échelle. En revanche, la rigidité du triplet ne semble pas être affectée par l'effet d'échelle. La modification des résistances mécaniques en

fonction de la taille des échantillons résulte de considérations statistiques de la présence de micro-défauts plus ou moins importants. Ainsi, plus l'échantillon est grand est plus la probabilité de rencontrer un micro-défaut sera importante, cet effet d'échelle peut être appréhendé par la théorie du maillon le plus faible [Weibull, 1951], [Sellier and Millard, 2014].

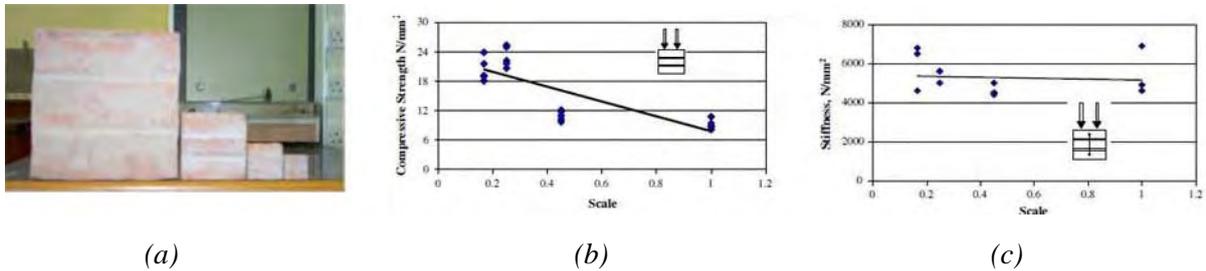


Figure I.3-29 : Etude de l'effet d'échelle de triplets de briques assemblées par un mortier. (a) Echantillons, (b) Variation de la résistance à la compression, (c) Variation du module d'élasticité. [Mohammed et al., 2011]

### I.3.3.1.2 Comportement global des maçonneries en traction directe.

Si la traction se produit dans un sens perpendiculaire aux joints de pose, il est d'usage de considérer que le maillon faible de résistance de la maçonnerie est l'interface entre le mortier et les blocs. La détermination du comportement en traction dans ce cadre revient à la détermination du comportement en traction des interfaces. C'est en partie pour cette raison que l'on ne trouve pas dans la littérature d'étude expérimentale de traction directe sur des murs en maçonnerie. L'autre raison est la difficulté de mise en œuvre de ce type d'essai. Ils sont difficilement reproductibles et très sensibles aux conditions de mise en œuvre.

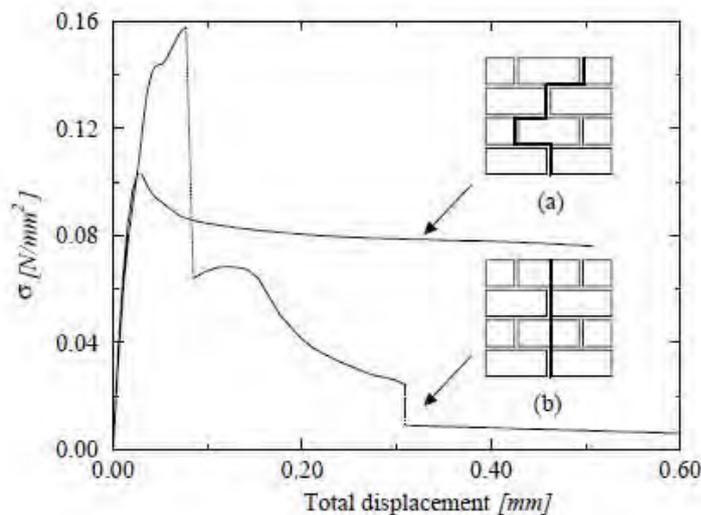


Figure I.3-30 : Comportement en traction directe d'un muret en maçonnerie soumis à un déplacement dans le sens parallèle aux joints de pose [Backes, 1985].

[Backes, 1985] est l'un des seuls à avoir réalisé une étude sur des murets en maçonnerie soumis à un déplacement imposé en traction dans une direction parallèle aux lits de pose. Deux modes de rupture sont observés (Figure I.3-30). Le premier mode de rupture (a) se produit lorsque la résistance de l'interface bloc-mortier est plus faible que celle des éléments. La fissuration se propage alors en créneau le long des lits horizontaux et verticaux. Un cisaillement apparaît le long des joints parallèles fissurés. Ce cisaillement explique la contrainte résiduelle

constatée sur la courbe contrainte déformation. Le second mode de rupture s'effectue lorsque la résistance du mortier est équivalente à celle des éléments. La fissure se propage verticalement à travers les éléments. Dans ce cas, le comportement du muret est adoucissant.

### I.3.3.1.3 Comportement global des maçonneries en compression-cisaillement dans le plan.

[Roca and Araiza, 2010] indique les différents modes de rupture observés sur des murs en maçonnerie soumis à des sollicitations de compression-cisaillement. Les modes de rupture dépendent des caractéristiques mécaniques des maçonneries et de l'intensité des sollicitations de compression et de cisaillement. (a): traction des joints en partie basse du mur causée par le moment induit par l'effort horizontal. (b) : rupture par cisaillement en escalier et glissement des joints horizontaux. (c): Fissuration diagonale de cisaillement à travers les blocs (d) : fissuration diagonale et écrasement par compression.

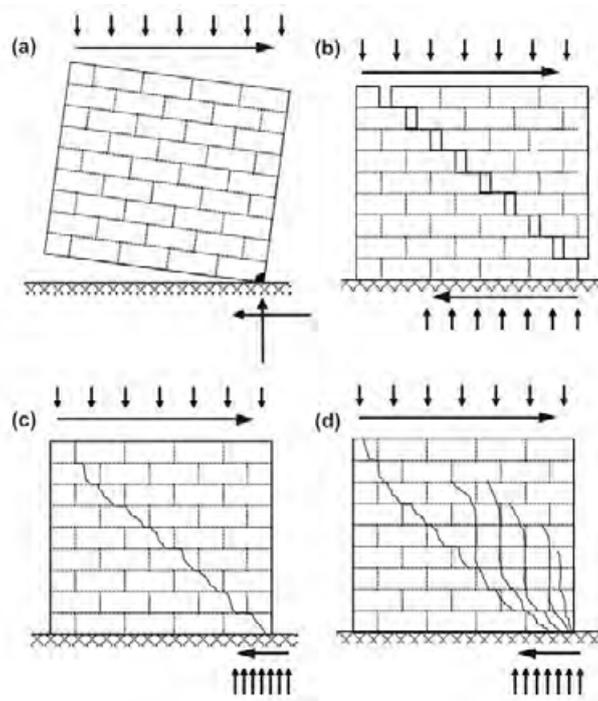


Figure I.3-31 : Mode de rupture de murs en maçonnerie soumis à des sollicitations de cisaillement et de compression dans le plan : (a) renversement, (b) glissement des joints, (c) fissuration diagonale des éléments, (d) fissuration et écrasement par compression [Roca and Araiza, 2010]

### I.3.3.1.4 Comportement biaxial des maçonneries

L'étude du comportement biaxial des maçonneries permet de caractériser d'une part l'anisotropie de résistance et d'élasticité et d'autre part l'augmentation de la résistance avec le confinement. L'anisotropie est en général due à la différence de résistance entre les interfaces et les blocs et peut être accentuée par l'anisotropie même des blocs. Page ([Page, 1981]), [Page, 1983]) présente une étude expérimentale sur des murs en maçonnerie chargés dans leur plan. Les murs sont constitués de briques de dimensions  $115\text{mm} \times 55\text{mm} \times 38\text{mm}$  assemblées par des mortiers de  $5\text{mm}$  d'épaisseur. La campagne d'essai consiste à étudier la résistance de murs de briques à base d'argile soumis à des chargements de bi-compression et de traction-compression. Il étudie par ailleurs l'influence de l'orientation des efforts principaux sur les résistances des maçonneries.

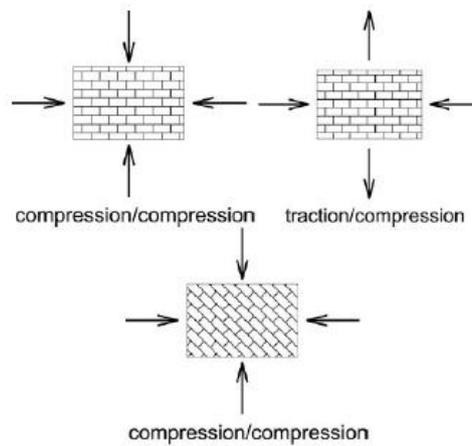


Figure I.3-32 : Essais biaxial sur des panneaux de maçonnerie

Pour les essais de traction-compression [Page, 1983], on note que la résistance en compression de la maçonnerie décroît globalement avec l'angle de sollicitation. Pour un angle de  $90^\circ$  i.e. traction directe dans la direction perpendiculaire au lit de pose, la surface seuil de rupture varie linéairement avec la pression de confinement. L'ensemble des autres courbes présente une concavité indiquant qu'il existe une pression de confinement optimale amenant à une résistance à la traction maximale. Enfin, Page indique que la rupture observée se produit essentiellement au niveau des interfaces mortier-bloc suivant des plans normaux aux surfaces libres des panneaux.

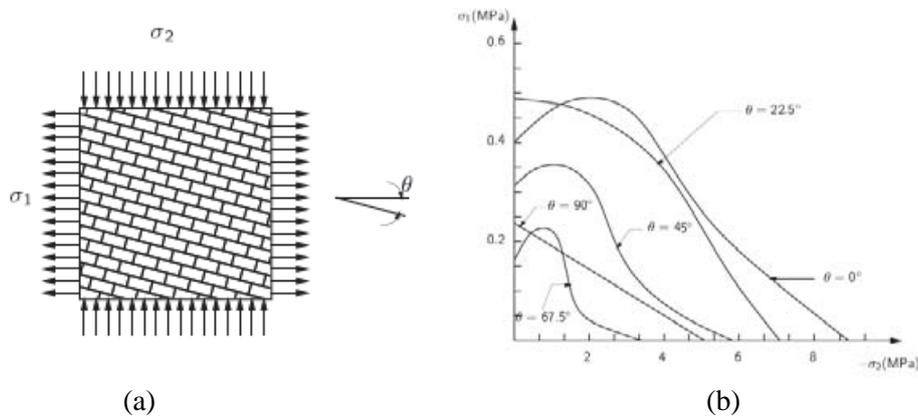


Figure I.3-33 Essai de traction compression, étude de l'anisotropie induite par  $\theta$  : (a) Orientation du chargement (Acary 2001), (b) Courbes enveloppes de rupture ([Acary, 2001]d'après [Page, 1983])

Concernant les essais de bi-compression [Page, 1981], on observe qu'au-delà d'une certaine valeur de compression normalisée, les surfaces seuil présentent des allures relativement similaires, quelque-soit la direction de chargement. Cela indique une isotropie de résistance des maçonneries sous sollicitation biaxiale de compression, pour des niveaux de contrainte du même ordre de grandeur dans les deux directions. A l'inverse, une anisotropie est constatée lorsque les niveaux de contraintes dans chaque direction sont d'un ordre de grandeur différent i.e. lorsque l'on tend vers un essai uniaxial de compression. Dans ces conditions, l'orientation des joints joue un rôle important sur la résistance en compression de la maçonnerie. Enfin, quelque-

soit l'orientation, on peut constater une augmentation de la résistance en compression avec la pression de confinement de l'échantillon.

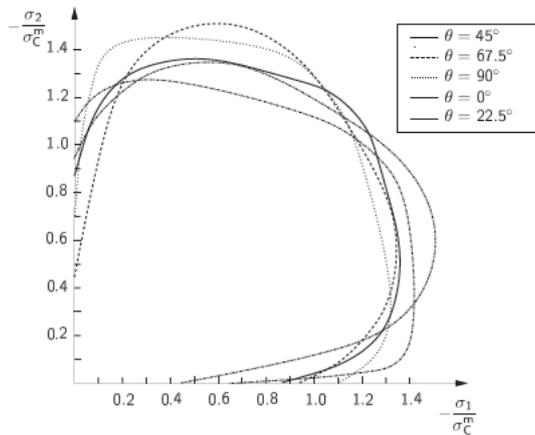


Figure I.3-34 : Essai biaxial de bi-compression [Page, 1981]

Dhanasekar récapitule les modes de ruptures observés sur les murs en maçonnerie sollicités par de chargement biaxiaux [Dhanasekar et al., 1985]. Les modes de rupture d'une maçonnerie constituée de bloc de silice soumis à des chargements biaxiaux pour différents angles de sollicitation sont mis en évidence.

Angle $\theta$	Uniaxial tension	Tension/compression	Uniaxial compression	Biaxial compression
0°				
22.5°				
45°				
67.5°				
90°				

Figure I.3-35 : Modes de rupture de maçonneries soumises à un chargement biaxial. ([Dhanasekar et al., 1985])

Lors des essais de traction directe et traction-compression, la fissuration n'est pas nécessairement perpendiculaire à la direction de chargement de traction. La propagation de la fissure dépend aussi de la disposition des joints. L'anisotropie induite par la fissuration est donc en partie reliée à l'orientation du chargement. Pour les essais uniaxiaux de compression, la fissuration apparaît globalement dans le sens du chargement à travers les joints ou les éléments en fonction de l'angle de sollicitation. Enfin, les chargements en bi-compression indiquent une fissuration dans le plan parallèle aux surfaces libres du panneau quelle que soit la direction de chargement. Enfin, notons que l'on ne trouve pas dans la littérature d'étude du comportement triaxial des maçonneries massives.

### 1.3.3.1.5 Conclusion sur le comportement mécanique des maçonneries

Dans cette partie, nous avons vu que la maçonnerie présentait un comportement fortement non-linéaire. Celui-ci est le fruit d'une part du comportement non-linéaire des matériaux qui la constituent et d'autre part des phénomènes d'interactions entre ces éléments. Du fait de la différence des propriétés élastiques entre les blocs et les mortiers, il est observé en compression un phénomène de confinement des joints (état triaxial de compression) tandis que la pierre est en état de compression bi-traction. Ce phénomène tient une place essentielle dans le mode de rupture de la maçonnerie en compression. En traction, la résistance de la maçonnerie est fortement dépendante de la résistance en traction de l'interface bloc-mortier. Par ailleurs, la maçonnerie présente une anisotropie initiale de résistance et d'élasticité et une anisotropie induite par la fissuration. La partie suivante s'attache à présenter les stratégies de modélisation de la maçonnerie conduisant à la considération de tout ou partie de ces observations expérimentales.

## 1.3.3.2 Modélisation des maçonneries

### 1.3.3.2.1 Eléments normatifs.

Selon l'Eurocode 6 [Eurocode 6, 2006], la relation contrainte-déformation en compression d'une maçonnerie est considérée comme un diagramme parabolique rectangle. Le document normatif considère le module d'élasticité sécant à court terme, la résistance caractéristique en compression et sa déformation associée et enfin une déformation ultime. Le caractère adoucissant des maçonneries n'est pas représenté dans le diagramme idéal et de calcul (diagrammes 2 et 3 de la Figure I.3-36)

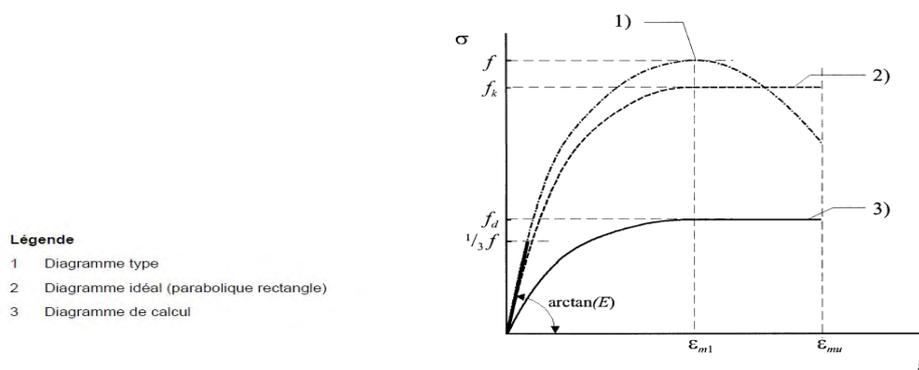


Figure I.3-36 : Relation contrainte déformation pour la maçonnerie en compression [Eurocode 6, 2006]

La norme européenne propose ainsi une formule empirique permettant de calculer la résistance caractéristique à la compression  $f_k$  de la maçonnerie :

$$f_k = K f_b^\alpha f_m^\beta$$

Où  $f_b$  est la résistance normalisée moyenne à la compression des éléments, dans la direction de l'effet de l'action,  $f_m$  la résistance à la compression du mortier,  $\alpha$  et  $\beta$  des paramètres dépendant de la composition du mortier et de l'épaisseur des joints et  $K$  un paramètre fonction de la nature des éléments et des joints. Pour une maçonnerie composée de pierre naturelle et de mortier d'usage courant, la norme propose de prendre  $K = 0.45$ ,  $\alpha = 0.7$  et  $\beta = 0.3$ .

De plus, en l'absence de données expérimentales sur les propriétés élastiques de la maçonnerie étudiée, l'Eurocode préconise de considérer le module d'élasticité à court terme égal à  $1000 f_k$ . Enfin, le module de cisaillement,  $G$ , peut être considéré égal à 40% du module d'élasticité à court terme.

### I.3.3.2.2 Stratégies de modélisation

On distingue aujourd'hui deux familles de méthodes utilisées dans le but de modéliser le comportement mécanique de la maçonnerie [Lourenço, 1996] : l'approche micro-échelle et l'approche macro-échelle (Figure I.3-37). L'approche micro-échelle consiste à considérer chaque constituant de la maçonnerie et leur loi de comportement associée. Ainsi, le comportement mécanique des blocs, des joints et des interfaces est pris en compte de manière indépendante. L'approche macro-échelle considère la maçonnerie comme un matériau homogène équivalent impliquant une « moyenne » des caractéristiques mécaniques de chaque constituant. Cette approche est nécessairement accompagnée par une méthode d'homogénéisation.

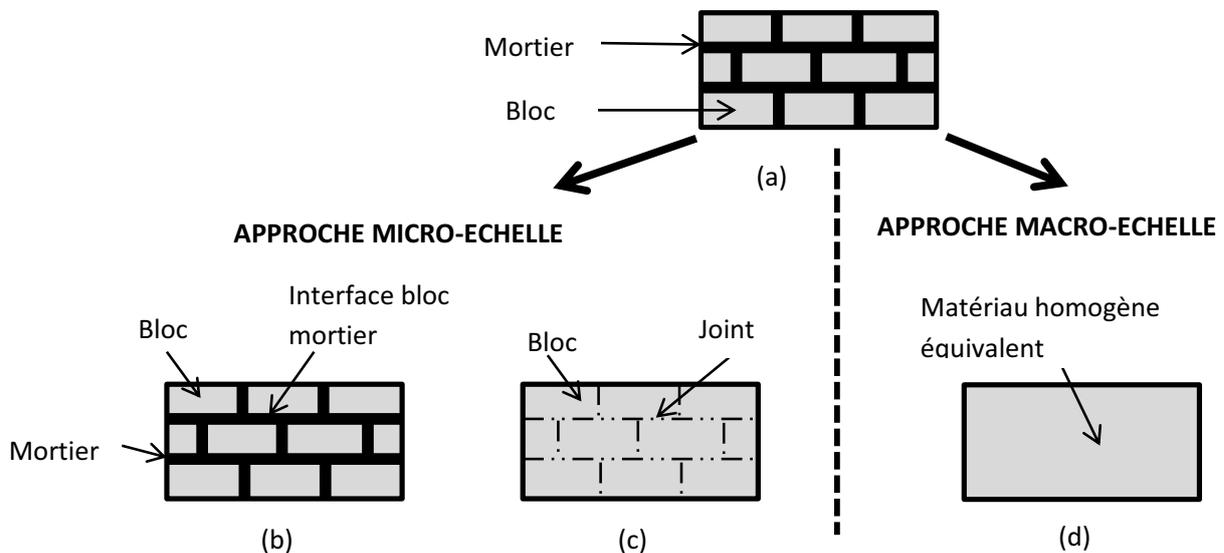


Figure I.3-37 : les différentes approches de modélisation de maçonnerie : (a) maçonnerie réelle, (b) approche micro détaillée, (c) approche micro simplifiée, (d) approche macro échelle.

### I.3.3.2.3 Approche micro échelle

Dans l'approche micro échelle, l'ensemble des constituants de la maçonnerie est pris en compte. Chaque matériau possède ainsi sa propre loi de comportement. Deux méthodes de résolution numérique sont couramment employées dans ce cas : la méthode des éléments discrets (MED) et la méthode des éléments finis (FEM).

### Modèles micro-échelle discrets

La méthode des éléments discrets a été initiée par [Cundall, 1971] pour l'analyse des massifs rocheux fissurés. Les blocs sont considérés comme un ensemble de solides rigides ou déformables, liés entre eux par des lois de contact simulant l'action du joint. Le mouvement des blocs est décrit par les équations de Newton-Euler. On considère que lorsque le contact est détecté, il y a chevauchement entre les deux éléments en contact. Le chevauchement est alors modélisé par un système d'amortisseurs et de ressorts qui génère une interaction entre les deux blocs (Figure I.3-38).

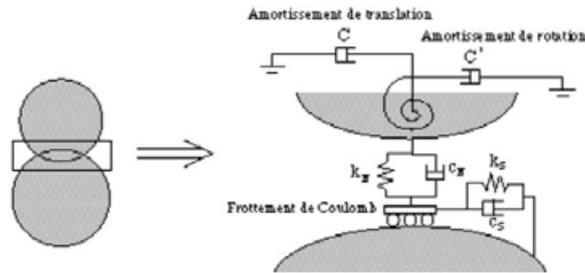


Figure I.3-38 : Schéma de base pour le chevauchement des corps [Muller, 1996]

Cette méthode donne la possibilité de simuler des mécanismes de ruine par grands déplacements. Notons que l'algorithme de résolution utilise un schéma explicite pour résoudre l'équation fondamentale de la dynamique, ce qui peut conduire à une imprécision du résultat d'autant plus grande que le pas de temps est élevé. De plus, les valeurs à affecter au niveau des lois de contact ne sont pas simples à identifier.

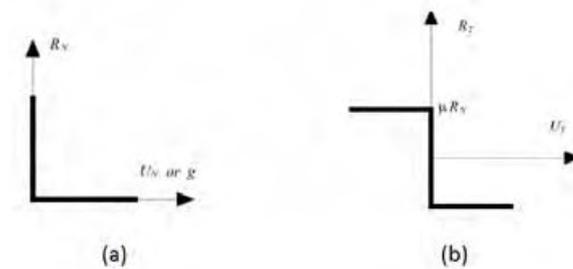


Figure I.3-39 : Lois de contact dans la Non-Smooth Contact Method: (a) Condition de Signorini, (b) Condition de frottement de type Coulomb

En France la méthode du « Non-Smooth Contact Dynamique Méthode » (NSCD), initiée par [Jean, 1999] consiste à utiliser la méthode des éléments discrets mais avec un schéma de résolution implicite. L'hypothèse principale de la NSCD est la non inter-pénétrabilité impliquant une distance entre blocs obligatoirement supérieure ou égale à zéro. Il est observé ici une loi de contrainte normale unilatérale entre les blocs de type Signorini (Figure I.3-39). Ce type de condition implique qu'il n'existe que des forces de répulsion entre les blocs et que les mises en contact se réalisent de manière « brutale ». Enfin, une loi de frottement de type coulomb est utilisée dans la NSCD.

### Modèles micro-échelle continus

La représentation continue avec la méthode en déplacement dite des éléments finis considère au contraire des corps solidaires. Cela implique que l'on exclut la possibilité de

désolidarisation entre deux éléments mitoyens. Le milieu est considéré dans ce cas comme hétérogène mais continu. Les premiers travaux ont été initiés par [Page, 1978].

La méthode introduit des phénomènes non linéaires de plasticité et d'endommagement vus précédemment dans les différents constituants de la maçonnerie. On distingue ici l'approche micro-échelle détaillée qui prend en compte le mortier et les blocs en tant que milieux continus et reliés entre eux par une interface discontinue (Figure I.3-37 (b)). L'approche micro-échelle simplifiée (Figure I.3-37 (c)) considère plutôt le mortier comme un élément d'interface discontinu et sans épaisseur [Sutcliffe et al., 2001], [Reyes et al., 2009].

L'approche micro-échelle qu'elle soit continue ou discrète présente l'avantage de reproduire fidèlement les phénomènes de rupture et de fissuration observées expérimentalement. Elle conduit donc à une simulation fine des différents modes de rupture du matériau maçonnerie. Cependant, cette méthode présente plusieurs inconvénients. Le fait qu'il soit nécessaire de représenter chaque corps alourdit le maillage et allonge le temps de calcul. Elle est donc plutôt utilisée pour étudier des structures de faibles dimensions comprenant un nombre réduit de blocs. La maçonnerie est décrite de manière fine. Enfin, cette approche nécessite une connaissance précise des propriétés mécaniques de chaque constituant et des interfaces. Cela implique une campagne expérimentale d'essais sur chaque élément.

#### I.3.3.2.4 Approche macro échelle

L'approche macro échelle considère la maçonnerie comme un seul matériau dont les propriétés sont homogénéisées à partir des éléments constitutifs (Figure I.3-37 (d)). Ces méthodes donnent la possibilité d'intégrer le caractère hétérogène de la structure tout en conservant la simplicité des calculs en milieu homogène. De plus elle est indispensable lorsque que l'on cherche à modéliser les structures d'échelles bien supérieures à l'échelle du VER. Cette méthode donne la possibilité donc de passer de l'échelle du matériau à l'échelle de la structure.

L'analyse s'étend de l'élasticité aux modèles fortement non linéaires. En général, la méthode de résolution utilisée dans ce cadre est la FEM (Méthode des Eléments-Finis). Ainsi, l'implémentation de lois de comportement fines (endommagement, plasticité) peut être réalisée de manière relativement simple. A la fin du 20<sup>e</sup> siècle, Pande et Lourenço sont les pionniers dans la modélisation de la maçonnerie avec ce type de méthode [Pande et al., 1989] [Lourenço, 1996]. Ils étudient le comportement des murs maçonnés en utilisant un modèle plastique développé en contraintes planes. Un critère de Hill en compression (critère anisotrope) et un critère de Rankine en traction sont mis en œuvre.

Il est possible d'intégrer des éléments joints dans cette approche [Domede, 2006], [Pardo et al., 2012]. Cela permet la compréhension des mécanismes structurels de grands ouvrages. Les éléments joints, en s'ouvrant, simulent le développement des fissures dans une zone prédisposée de la maçonnerie, choisie à l'avance. La fissuration est concentrée dans les joints. Il est par ailleurs possible d'intégrer la fissuration directement à l'intérieur du milieu continu [Stablon et al., 2012] [Domede et al., 2013]. La localisation des fissures est alors déduite de l'état de contrainte.

En conclusion, l'approche macro-échelle présente l'avantage de minimiser le maillage et le temps de calcul d'une structure de grande dimensions. L'inconvénient de cette méthode réside dans le fait qu'elle ne peut pas positionner fidèlement le trajet de fissuration à l'échelle des joints de mortier. Cependant, dans le cadre de l'étude de structures maçonnées de grande taille, la description détaillée des interactions entre les joints et les blocs n'est pas obligatoire.

L'approche macro-échelle peut prévoir globalement les modes de ruptures de la structure. L'une des difficultés majeures de cette méthode est l'obtention des paramètres homogénéisés. Le paragraphe suivant s'attache justement à présenter les différentes méthodes d'homogénéisation

### I.3.3.2.5 Homogénéisation

Les méthodes d'homogénéisation s'attachent à construire des modèles macro-mécaniques basés sur des considérations micromécaniques. Il s'agit donc d'une modélisation multi-échelle du matériau. Le milieu hétérogène est remplacé par un milieu homogène équivalent. On distingue deux grandes familles de méthodes d'homogénéisation : la méthode des bornes, bien adaptée aux maçonneries de blocage, et l'homogénéisation périodique à privilégier pour les maçonneries régulières.

#### I.3.3.2.5.1 Méthodes d'homogénéisation linéaires des maçonneries

##### Homogénéisation linéaire analytique

L'homogénéisation linéaire consiste en la détermination des caractéristiques élastiques isotropes ou anisotropes (module d'élasticité, coefficient de Poisson) du matériau homogénéisé. La technique la plus simple pour homogénéiser une maçonnerie est de considérer les éléments joints et blocs comme un système de ressorts en série (Figure I.3-40). Le module de Young équivalent est alors une combinaison des modules de chaque constituant (équation (I.3-26)). Cette méthode donne une première approximation de la raideur de la maçonnerie mais ne peut être appliquée que pour une maçonnerie chargée dans un plan perpendiculaire à ses joints principaux. Les paramètres matériaux à identifier sont l'épaisseur des blocs et du mortier et leur module d'élasticité correspondant. [Abruzzese et al., 2009] utilise cette approximation pour déterminer le module d'élasticité homogénéisé  $E_{hom}$  de la maçonnerie constituant la pagode de Huzhu :

$$E_{hom} = \frac{1}{\frac{1-\alpha}{E_{bloc}} + \frac{\alpha}{E_{mortier}}} \quad \text{avec} \quad \alpha = \frac{e_{mortier}}{e_{mortier} + e_{bloc}} \quad (\text{I.3-26})$$

Où  $E_{bloc}$  et  $E_{mortier}$  sont respectivement les modules d'élasticité des blocs et des mortiers et  $e_{mortier}$  et  $e_{bloc}$  leur épaisseur dans le sens perpendiculaire au lit de pose.

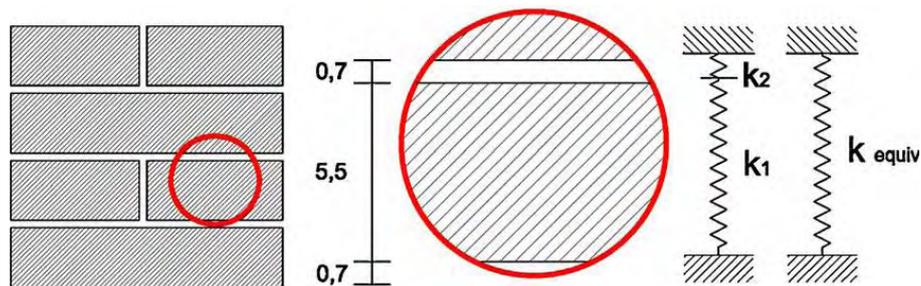


Figure I.3-40 : homogénéisation simplifiée de la maçonnerie, système en série [Abruzzese et al., 2009]

[Pande et al., 1989] propose une homogénéisation linéaire en deux étapes qui permet la prise en compte de l'anisotropie initiale de la maçonnerie. Pour chaque étape, il considère la maçonnerie comme un système de couches isotropes en série (Figure I.3-41). La première étape consiste à considérer une rangée horizontale ou verticale de blocs séparés par les joints de mortier. La seconde étape consiste à réaliser une deuxième homogénéisation dans le sens perpendiculaire à la première homogénéisation. [Lourenço et al., 2007] explique cependant que

ce type d'homogénéisation sous-estime la rigidité horizontale de la maçonnerie car elle ne prend pas en considération le type d'appareillage. De plus, la prise en compte du décalage des joints verticaux entre chaque couche horizontale n'est pas effectuée. Enfin, cette méthode fournit des résultats sensiblement différents si l'on inverse les étapes d'homogénéisation.

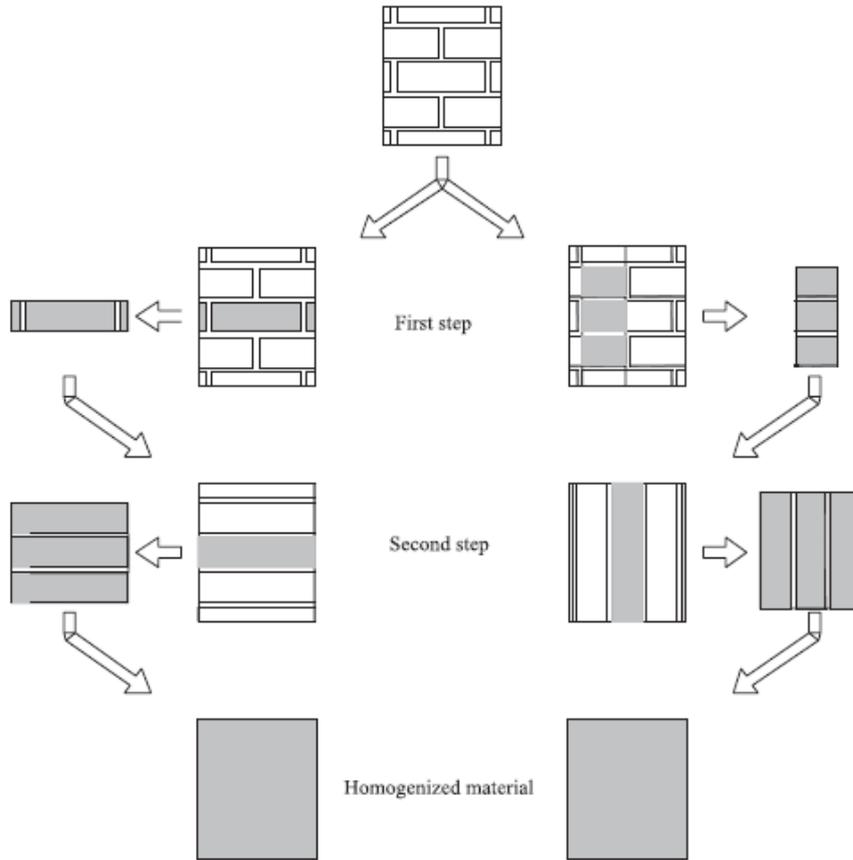


Figure I.3-41 : Homogénéisation linéaire en deux étapes [Pande et al., 1989]. (a) Première homogénéisation horizontale, (b) deuxième homogénéisation verticale.

[Cecchi and Di Marco, 2000] et [Cecchi and Sab, 2001] proposent une méthode analytique basée sur la théorie de l'homogénéisation. Ils modélisent la maçonnerie comme une structure périodique plane définie dans deux directions de l'espace (Figure I.3-42).

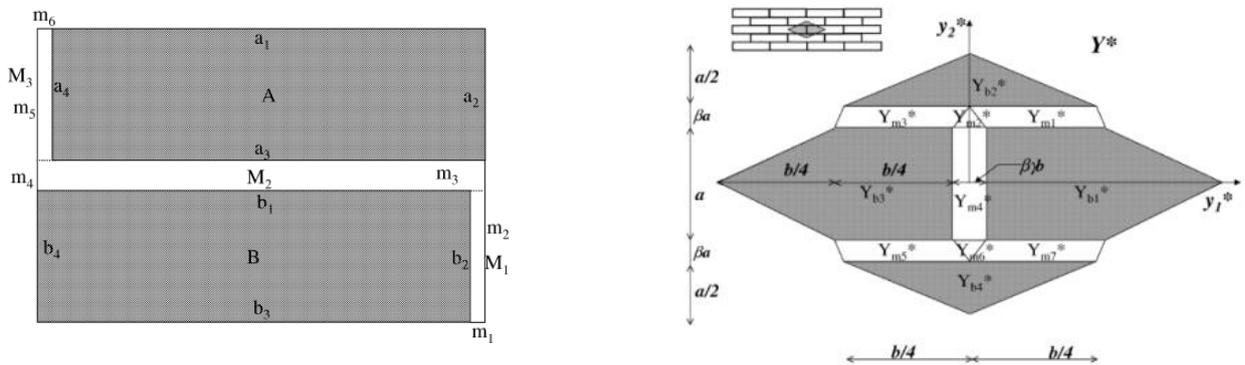


Figure I.3-42 ; Volumes élémentaire représentatif : (a) [Cecchi and Di Marco, 2000] et, (b) [Cecchi and Sab, 2001]

Ce type de modélisation est fondée sur le fait que les blocs de maçonneries admettent généralement des rigidités sensiblement plus importantes que celles des joints de mortiers et que l'épaisseur des joints est faible vis-à-vis de la taille des blocs. Sont introduits alors trois paramètres permettant de quantifier ces différences  $\varepsilon$ ,  $\xi$  et  $\varphi$ . Le paramètre d'échelle  $\varepsilon$  représente le rapport entre la taille du VER et la taille de la structure étudiée. Le paramètre  $\xi$  est le ratio entre les modules d'élasticités de chaque constituant et  $\varphi$  représente le rapport entre l'épaisseur du joint et la taille isotrope du bloc. Dans un premier temps, les joints de mortier sont réduits à des interfaces sans épaisseur et avec des caractéristiques élastiques très faibles vis-à-vis de celles des blocs. Les auteurs se ramènent alors au cas asymptotique où  $\xi \rightarrow 0$  et  $\varphi \rightarrow 0$ . Selon cette hypothèse le problème peut être résolu analytiquement avec la seule connaissance des caractéristiques élastiques du mortier et des dimensions du VER. Cependant, si l'on considère une épaisseur finie de joint mais surtout une élasticité du bloc, il n'y a pas de solution analytique et le problème est nécessairement résolu par des procédures numériques telles que la méthode des éléments finis. [Cecchi and Sab, 2001] propose alors une discrétisation du VER en éléments triangulaires pour résoudre le problème numériquement (Figure I.3-43).

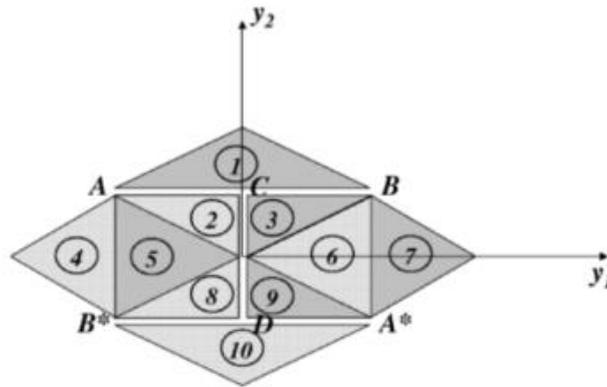


Figure I.3-43 : Discrétisation du VER selon [Cecchi and Sab, 2001]

Notons que [Cecchi and Sab, 2001] prennent en compte l'anisotropie d'élasticité dans la matrice de souplesse :

$$\begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{1111} & A_{1122} & 0 \\ A_{1122} & A_{2222} & 0 \\ 0 & 0 & A_{1212} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{12} \end{pmatrix} \quad (\text{I.3-27})$$

Ici,  $A_{1111}$ ,  $A_{1122}$ ,  $A_{1212}$  et  $A_{2222}$ , dépendent des propriétés élastiques anisotropes (Coefficient de Poisson et module d'élasticité) et des dimensions des blocs et des joints. Ces coefficients sont déterminés quasi-analytiquement sur des considérations micromécaniques.

### Homogénéisation linéaire numérique

La dernière famille de méthodes d'homogénéisation linéaire des maçonneries est basée sur un calcul numérique utilisant la méthode des éléments finis. Dans ce cadre, l'hypothèse est en général une adhérence parfaite entre les différents constituants. [Paulo B. Lourenço et al., 2007] indique que cette méthode conduit à l'obtention d'une solution approchée du problème élastique pour des maillages suffisamment raffinés. De plus l'épaisseur de mortier peut être prise en compte pour l'évaluation du module d'élasticité homogénéisé du VER. Enfin la discrétisation numérique permet de prendre en compte l'influence des joints horizontaux dans l'évaluation du module d'élasticité horizontal homogénéisé.

Les propriétés élastiques anisotropes d'un volume élémentaire représentatif de maçonnerie peuvent être obtenues par homogénéisation linéaire. Cependant, elle ne donne aucune information sur les seuils de résistance, le comportement plastique ou d'endommagement post-pic. C'est justement l'objectif des méthodes d'homogénéisation non-linéaires qui seront présentées au chapitre suivant.

### I.3.3.2.5.2 Méthodes d'homogénéisation non linéaires des maçonneries

#### Analyse limite et homogénéisation

Les approches d'analyse limite associées aux techniques d'homogénéisation des maçonneries consistent à déterminer le domaine convexe de résistance d'un VER de maçonnerie. Les hypothèses sont dans ce cas un comportement plastique parfait avec un écoulement plastique associé. Les domaines convexes de résistance des VER peuvent être approchés par l'intérieur (méthode statique) ou par l'extérieur (méthode cinématique). [de Buhan and de Felice, 1997] est l'un des premiers à utiliser la méthode cinématique pour déterminer les domaines de résistance de la maçonnerie. Il fait l'hypothèse que les joints sont réduits à des interfaces avec un critère de Mohr-Coulomb et que les blocs sont infiniment rigides. Cette approche admet l'avantage d'obtenir les surfaces seuils de résistance tout en réduisant la demande en ressources informatiques. Cependant, elle ne permet pas la connaissance des champs de contrainte et de déformation entre l'état initial du chargement et l'état correspondant à la rupture du VER (à l'ELS). De plus, les campagnes expérimentales ont montré que l'écoulement plastique du joint soumis à un cisaillement est non-associé et il est difficile aujourd'hui d'implémenter ce type d'écoulement dans une méthode d'analyse limite.

#### Homogénéisation non linéaires numériques

L'augmentation des capacités des outils informatiques laisse la possibilité aujourd'hui de réaliser des homogénéisations non-linéaires complexes. Ce type de méthode, issue en général d'une formulation en déplacement de type éléments finis permet d'obtenir les caractéristiques élastiques, les surfaces de rupture et les comportements plastiques et d'endommagement. Cette approche peut être micro échelle détaillée ou micro-échelle simplifiée. Diverses lois de comportement non linéaires peuvent être utilisées pour chaque constituant ainsi que pour les maçonneries homogénéisées.

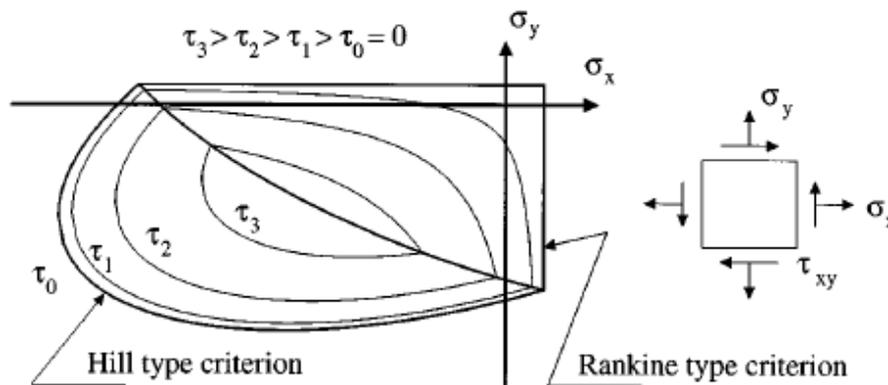


Figure I.3-44 : Multicritère (Hill en compression et Rankine en traction) [Lourénço et al., 1997]

[Lourénço et al., 1997] par exemple utilise une loi homogénéisée de plasticité non associée avec adoucissement du matériau pour simuler le comportement de la maçonnerie. Il s'agit d'un modèle 2D qui considère un matériau homogène, orthotrope, sous l'hypothèse des contraintes

planes. Les critères de ruptures sont orthotropes et sont différents pour la traction et la compression. Pour la compression, il s'agit d'un critère de Drucker Prager adapté aux matériaux orthotropes : le critère de Tsai-Hill. Ce type de critère implique la prise en compte l'augmentation de la résistance avec le confinement du matériau. Pour la traction, il s'agit d'un critère de fissuration de Rankine (Figure I.3-44).

[Oñate et al., 1996] et [thomas Stablon, 2011] utilisent quant à eux un modèle homogénéisé d'endommagement. Ce type de modèle permet de considérer la dégradation élastique des maçonneries. L'homogénéisation requiert la connaissance des caractéristiques mécaniques linéaire et non linéaires des blocs et des mortiers. Une loi d'endommagement est considérée sur chaque matériau. Un essai numérique sur VER est réalisé et conduit à l'obtention de la loi d'endommagement homogénéisée. Ce type d'approche présente l'avantage de reproduire le comportement non-linéaire post-pic d'une maçonnerie soumis à des chargements complexes. De plus, l'état de contrainte, de déformation et d'endommagement de la maçonnerie peuvent être déterminés en fonction du chargement réellement appliqué, ce qui n'est pas possible dans le cadre de l'analyse limite.

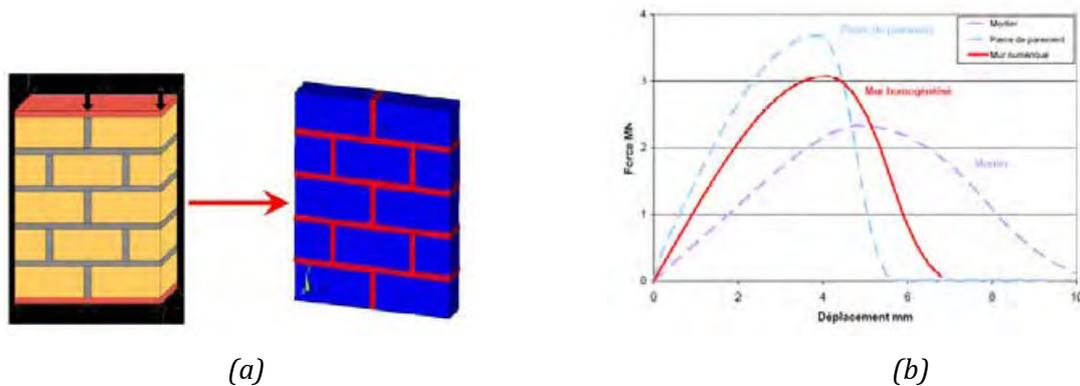


Figure I.3-45 : Modélisation numérique non linéaire d'un mur soumis à un effort de compression normal aux lits de pose. (a) Mur respectant les prescriptions normatives, (b) Courbe contrainte-déformation des matériaux seuls et du matériau homogénéisé [T. Stablon, 2011]

#### I.3.3.2.6 Conclusion sur les stratégies de modélisation à l'échelle de la maçonnerie

Nous avons vu que différentes stratégies de modélisation ont été développées pour simuler le comportement mécanique de la maçonnerie à l'échelle du matériau. Celles-ci se regroupent en deux grandes familles : l'approche micro échelle et l'approche macro échelle. L'approche micro échelle semble la plus adaptée pour simuler finement le comportement mécanique non-linéaire de chaque constituant. Cependant, dans l'optique de simuler le comportement mécanique d'une structure, cette approche se révèle coûteuse en terme de ressources numériques. On lui préfère alors une approche macro échelle avec homogénéisation. Dans le cadre de nos travaux concernant le comportement mécanique de structures anciennes composées de maçonneries appareillées, cette dernière approche semble plus adaptée. La partie suivante invite à l'étude mécanique des structures voûtées maçonnées qui constitue la dernière échelle d'étude.

### I.3.4 COMPORTEMENT MECANIQUE DES STRUCTURES VOUTÉES

Ce chapitre, s'attache à présenter le comportement mécanique de structures voûtées et les modélisations qui lui sont associées. Nous allons voir dans un premier temps la manière dont la

voûte se fissure dans le cas bidimensionnel et dans le cas d'une voûte à croisée d'ogive. Dans un second temps, les différents modèles permettant d'estimer le comportement des voûtes seront introduits et discutés.

### 1.3.4.1 Fissuration des structures voûtées

#### 1.3.4.1.1 Voûte bidimensionnelle

Ce chapitre décrit le mécanisme de ruine d'un arc plein cintre en maçonnerie non armée. Ici, on considère que les liaisons de la voûte avec le sol sont des encastremets. Le système est alors hyperstatique de degrés 3 (Figure I.3-46(a)).

Au moment du décentrement de la voûte, le poids propre crée un état de contrainte et de déformation initial. L'application d'actions supplémentaires (charges concentrées ou non, déplacements d'appuis, etc.) va entraîner une modification du diagramme des sollicitations. Les sections de la voûte sont soumises à un état de flexion composée. Dans le domaine élastique, les sollicitations peuvent être déterminées par les méthodes classiques de la théorie des poutres de type « forces » ou « déplacements ». L'ensemble des centres de pression dont l'excentricité est définie par le rapport du moment fléchissant sur l'effort normal est appelé ligne de pression. Pour qu'il y ait équilibre de la voûte en tout point, cette ligne doit nécessairement être inscrite dans l'épaisseur de la voûte. Notons que si le système est hyperstatique, les réactions aux appuis, de composantes  $\vec{H}_{hyp}$  et  $\vec{V}_{hyp}$ , dépendent de la rigidité de la voûte.

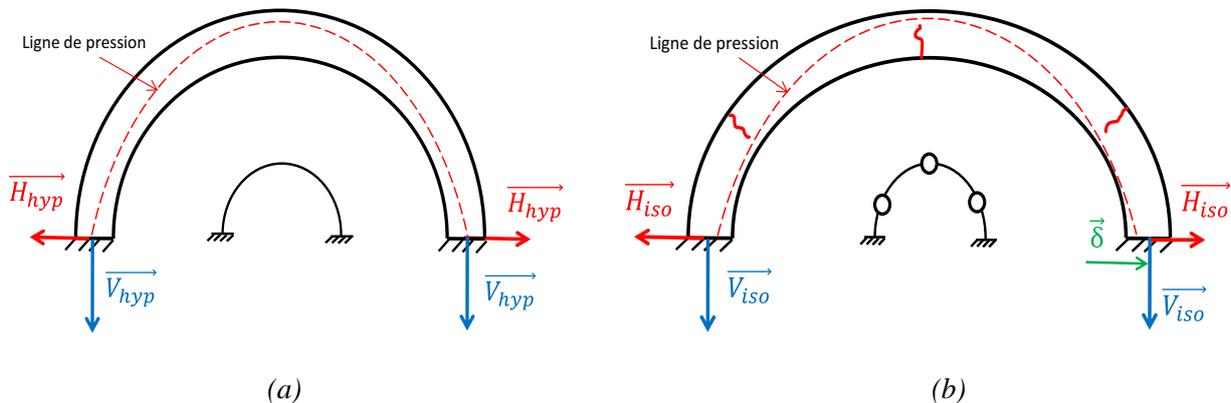


Figure I.3-46 : Voûte en berceau soumise à un déplacement d'appuis. (a) voûte isostatique avant déplacement, (b) voûte isostatique après déplacement

Dans le domaine élastique, si la ligne de pression sort localement du tiers central de l'épaisseur de la voûte (Figure I.3-46(b)), des zones tendues vont apparaître en fibres extrêmes. Or, les voûtes anciennes sont constituées de maçonnerie, géomatériau qui présente une faible résistance à la traction notamment au niveau de l'interface bloc-mortier. C'est donc là, en particulier, que des fissures risquent de s'ouvrir. La propagation de ces fissures entraîne la création de rotules plastiques. La Figure I.3-46(b) montre le profil de fissuration largement observé dans la réalité : une fissure en clé à l'intrados de la voûte et une fissure au niveau des reins à l'extrados. Ce profil de fissuration n'est pas nécessairement préjudiciable vis-à-vis de l'équilibre de la structure. Notons qu'en configuration fissurée, la poussée en pied est plus élevée que dans le cas hyperstatique non fissuré.

## I.3.4.1.2 Voûte à croisée d'ogive.

Nous avons vu au § I.1.2 que la voûte à croisée d'ogive exerçait des efforts horizontaux et verticaux au niveau de ces quatre appuis. On peut maintenant se demander comment les efforts internes dus principalement au poids propre de la structure peuvent se propager au sein de la voûte jusqu'aux appuis. Le problème étant 3D, la ligne de pression devient une surface de pression.

Une première question qui a été posée au sujet du fonctionnement mécanique d'une voûte à croisée d'ogive, concerne le rôle structural des nervures par rapport aux panneaux de remplissage, dénommés également voutains. L'un des premiers à réfléchir sur ce sujet fût le célèbre architecte Viollet-le-Duc travaillant pour la restauration des monuments historiques, au 19<sup>e</sup> siècle [Viollet-le-Duc, 1859]. Son raisonnement a été repris de manière plus formelle par l'ingénieur Choisy [Choisy, 1899]. Leur thèse est la suivante : les nervures jouent un rôle structural essentiel. Elles supporteraient l'intégralité du poids des voutains, considérés comme indépendants les uns des autres. Les nervures auraient donc un rôle porteur vis-à-vis des voutains qui seraient simplement des éléments de couverture. Viollet-Le-Duc introduit aussi ce qu'il appelle l'*élasticité* de la structure. Il définit ce terme comme étant la propriété de la structure à se déformer et à s'adapter vis-à-vis des perturbations qu'elle subit. Ce terme d'*élasticité* utilisé à l'époque correspond en fait à la plasticité dans les termes actuels. Dans cette thèse, le rôle structural des panneaux de remplissage est exclu.

Cette vision fut acceptée jusqu'à la parution des thèses de Sabouret et Abraham au 20<sup>e</sup> siècle [Sabouret, 1934] [Abraham, 1934]. Ils soulevèrent la question du rôle structural des nervures. Selon eux, la nervure ne joue pas de rôle structural et est simplement décorative. Pour étayer cette thèse, Sabouret émet l'hypothèse que la partie de la voûte à croisée d'ogive travaillant réellement commence à la fin des tas des charges, du fait qu'ils sont plus rigides que les maçonneries qu'ils supportent.

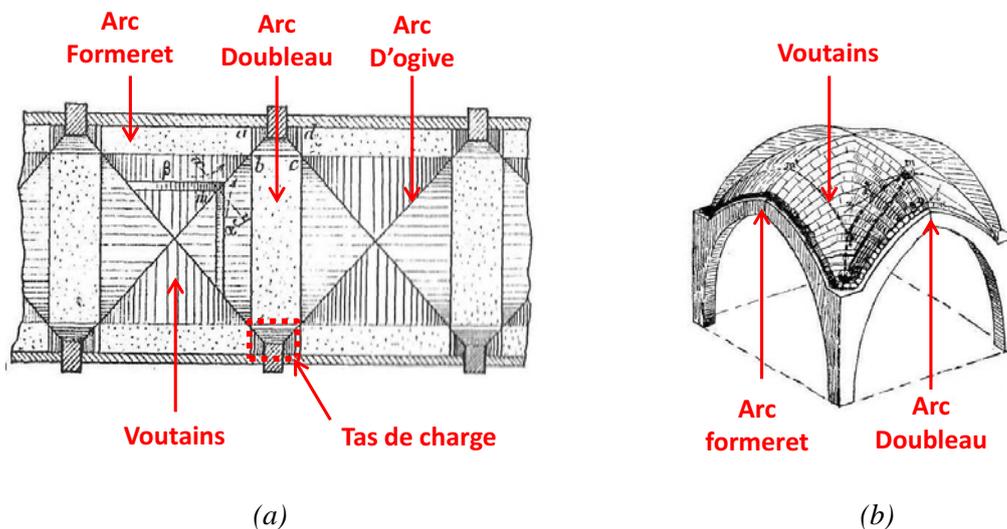
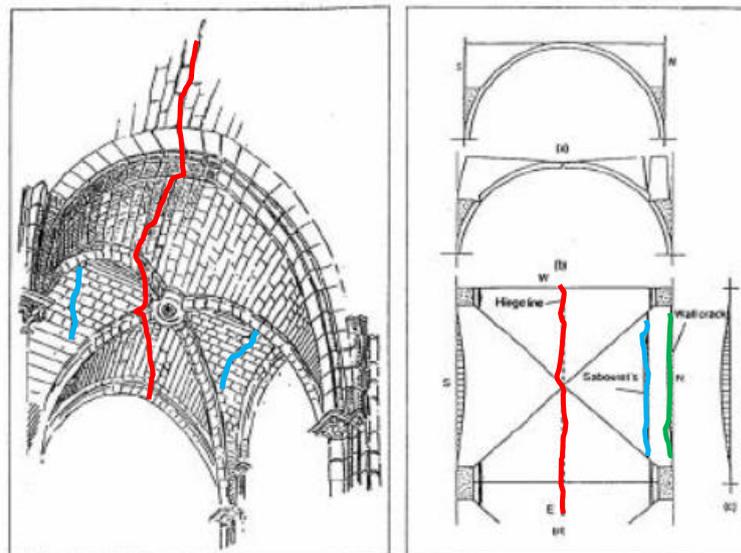


Figure I.3-47 : Etude mécanique d'une voûte à croisée d'ogive : (a) [Sabouret, 1934], (b) [Abraham, 1934]

Dans cette hypothèse, la partie de la voûte travaillant réellement est la partie centrale carrée (Figure I.3-47(a)) ou rectangulaire pour une voûte barlongue. Il considère que les parties correspondant aux largeurs des tas de charges des arcs de tête (formerets et doubleaux)

travaillent simplement comme des voûtes en berceau classiques (rectangles blancs mouchetés sur la Figure I.3-47(a)). Dans ce cas, les nervures des arcs de tête ne jouent pas de rôle structurel et apportent au contraire un poids supplémentaire à reprendre au niveau des appuis. Il considère par ailleurs que les panneaux peuvent être découpés par tranches parallèles aux arcs doubleaux et formeret. Chacune de ces tranches repose sur les voûtes d'arrêtes diagonales matérialisées à l'intérieur même des panneaux de remplissage. Dans ces hypothèses la nervure de l'arc d'ogive est inutile d'un point de vue structurel. Il fait remarquer que la dimension des sections des nervures des ogives est trop faible pour avoir un rôle structurel et que la constatation fréquente de la désolidarisation de la nervure d'ogive du panneau de remplissage montre bien son faible rôle structurel. Abraham soutient la même thèse et propose un schéma de fissuration de la voûte à croisée d'ogive très clair et repris par Heyman en 1997.



- Légende:**
- Fissure de Sabouret
  - Fissure longitudinale en clé de voûte
  - Fissure de désolidarisation entre l'arc formeret et le mur gouttereau

Figure I.3-48 : Schéma de fissuration d'une voûte à croisée d'ogive : (a) [Abraham, 1934], (b) [Heyman, 1997]

Il est constaté sur les schémas trois types de fissures couramment observés sur les voûtes à croisées d'ogive. Le premier type correspond à la désolidarisation de l'arc formeret avec le mur gouttereau. Ce type de fissure indique qu'au-delà du tas de charge, la voûte à croisée d'ogive ne partage pas de blocs de maçonnerie avec le mur gouttereau. Il en résulte que ces deux éléments travaillent de manière indépendante. Le second type de fissuration correspond à la création d'une rotule plastique longitudinale en intrados au niveau de la clé. Ce type de fissuration apparaît souvent lorsque la poussée au vide de la voûte tend à déplacer ses appuis. La dernière fissure porte le nom de celui qui l'a expliqué pour la première fois [Sabouret, 1934]. La fissure de Sabouret indique l'incompatibilité de déformation entre la partie intérieure de la voûte (carré ou rectangulaire) et la partie se comportant comme une voûte en berceau classique comprise entre les deux tas de charges. [Abraham, 1934] fait par ailleurs remarquer que ces trois types de fissures se forment naturellement et ne constituent pas nécessairement une pathologie mettant en danger la stabilité de la voûte.

[Heyman, 1997] apporte une réponse au débat sur le rôle structurel de la nervure. Il réalise une première étude sur les dômes qu'il présente comme des surfaces sans discontinuité de courbures. Par un calcul simple de volume du dôme, il montre que les niveaux de contraintes dans de telles structures sont largement inférieurs au seuil de résistance de la maçonnerie en compression. Il extrapole ce raisonnement pour les voûtes à croisée d'ogive au niveau des parties ne présentant pas de discontinuités de courbure. Il explique que les arêtes d'une voûte à croisée d'ogive représentent des points de concentration de contrainte car elles correspondent à des lignes ayant une discontinuité de courbure impliquant une discontinuité relative des champs de contrainte. La discontinuité de courbure est une zone de faiblesse et il n'est pas surprenant d'imaginer que la nervure de la croisée d'ogive peut renforcer cette zone. A l'inverse, les arcs formerets et doubleau sont inutiles structurellement car leurs zone d'action ne présentent pas de discontinuité de courbure.

Le niveau de contrainte maximal dans une voûte à croisée d'ogive se situe donc au niveau de ses arrêtes. Heyman explique alors que ces contraintes peuvent agir, dans les nervures, dans les panneaux ou encore se partager entre ces deux éléments. Leur rôle structurel dépend de l'état actuel de la voûte : une fissuration des panneaux réduit la surface de passage de la contrainte qui tend à s'exercer d'avantage sur la nervure. La nervure peut se désolidariser du panneau auquel cas elle n'aurait plus de fonction structurelle. La nervure va transmettre tout ou partie de l'effort vers les appuis en fonction de son état de fissuration et donc de son histoire.

#### *1.3.4.1.3 Conclusion*

La voûte en maçonnerie ancienne, qu'elle soit bidimensionnelle (plein cintre) ou tridimensionnelle (croisée d'ogives gothique) présente un comportement mécanique qui dépend de son état de fissuration. La création de fissures consécutive au franchissement du seuil de résistance en traction de la maçonnerie dans certaines sections, entraîne une diminution du degré d'hyperstaticité de la structure, une concentration des contraintes de compression, et une augmentation des poussées en pied de voûte. Les auteurs ont émis des avis différents sur le rôle respectif des nervures et des voutains, mais ils sont finalement complémentaires et non contradictoires. Cette question reste cependant ouverte, et notre recherche aura notamment pour but d'y répondre. Nous allons voir maintenant quels modèles ont été développés dans la littérature pour simuler le comportement mécanique des voûtes.

### *1.3.4.2 Modélisation des structures voûtées*

#### *1.3.4.2.1 Historique des méthodes de calcul et de vérification de structures voûtées*

. Plusieurs approches ont été mises en œuvre pour comprendre et quantifier le fonctionnement mécanique de ces structures à partir du 17<sup>e</sup> siècle. L'étude des voûtes est abordée par Gregorii en 1695 et reprise par Poleni en 1748 [Gregorii, 1695] [Poleni, 1748]. Il démontre que pour qu'un arc composé de voussoirs sans frottements soit en équilibre, il est nécessaire qu'on puisse inscrire dans son épaisseur une chaînette inversée. [De La Hire, 1695] développe un excellent outil : les polygones des forces et la courbe des centres de pression. Il observe que la rupture de l'arc s'établit en général au niveau de ses reins. Il suppose que la résultante des efforts est tangente à l'intrados au niveau de ces parties sensibles. Couplet énonce ensuite le théorème suivant : « La voûte est stable si les cordes AB et AC ne coupent pas l'intrados et la rupture se produit par écartement des culées » (Figure I.3-49) [Couplet, 1732]. Il

cherche ensuite l'épaisseur minimale que doit avoir une voûte en plein cintre soumise à son propre poids. Il introduit alors le mécanisme de ruine à cinq rotules. Cependant, il est admis aujourd'hui que ce théorème n'est vrai que pour une voûte de poids propre négligeable soumise à une force concentrée, verticale à la clef.

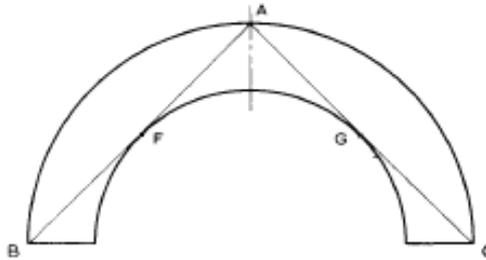


Figure I.3-49 équilibre de la voûte selon Couplet. [Couplet, 1732]

[Coulomb, 1773] développe un « essai sur l'application des maximis et minimis à quelques problèmes de statique relatifs à l'architecture ». Il prouve que l'hypothèse des joints sans frottement est tout à fait limitée puisque conduisant à des résultats absurdes. Il introduit un critère de frottement (loi de COULOMB). Il énonce un critère de ruine par rotation des blocs puis les lois suivantes : Le centre de pression sur chaque joint doit s'inscrire entre l'intrados et l'extrados de la voûte. De plus pour satisfaire le critère de résistance à la compression, il est nécessaire que ce point de passage ne soit pas trop proche de l'extrados et de l'intrados. Sa théorie est en réalité à la base des théories de calcul à la rupture et de théorèmes d'analyse limite.

[Mery, 1840] écrit un mémoire basé sur une étude graphique de la voûte. Il considère que la maçonnerie ne travaille pas en traction et qu'elle est limitée en compression, et que l'équilibre est impossible si la courbe de pression sort de l'épaisseur de la voûte. Il donne ensuite le moyen de construire les lignes de pression en utilisant la statique graphique (Figure I.3-50).

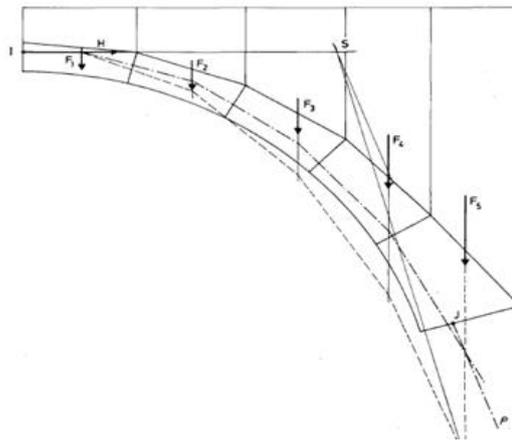


Figure I.3-50 : Epure de Mery, ligne des centres de pression [Mery, 1840]

Ainsi, les joints de ruptures sont ceux pour lesquels la ligne de pression est tangente à l'extrados ou l'intrados. Il observe enfin que les pierres n'ayant pas une résistance infinie à la compression, la courbe de pression ne doit pas en fait, s'approcher trop du contour de la voûte. L'épure de Méry présente un inconvénient majeur. Le système, nous l'avons vu, est hyperstatique et Mery résout le problème en appliquant deux hypothèses supplémentaires : la position des points de passage en clé au niveau des reins doit être définie arbitrairement.

Wolfe ramène le problème d'équilibre des voûtes tridimensionnelles à un problème bidimensionnel en réalisant des coupes verticales dans les voûtes à croisée d'ogive [Wolfe, 1921] (Figure I.3-51). Il trace les lignes de pressions pour chacune de ces coupes. La stabilité est assurée si la ligne de pression de chaque coupe est inscrite dans l'épaisseur de la voûte.

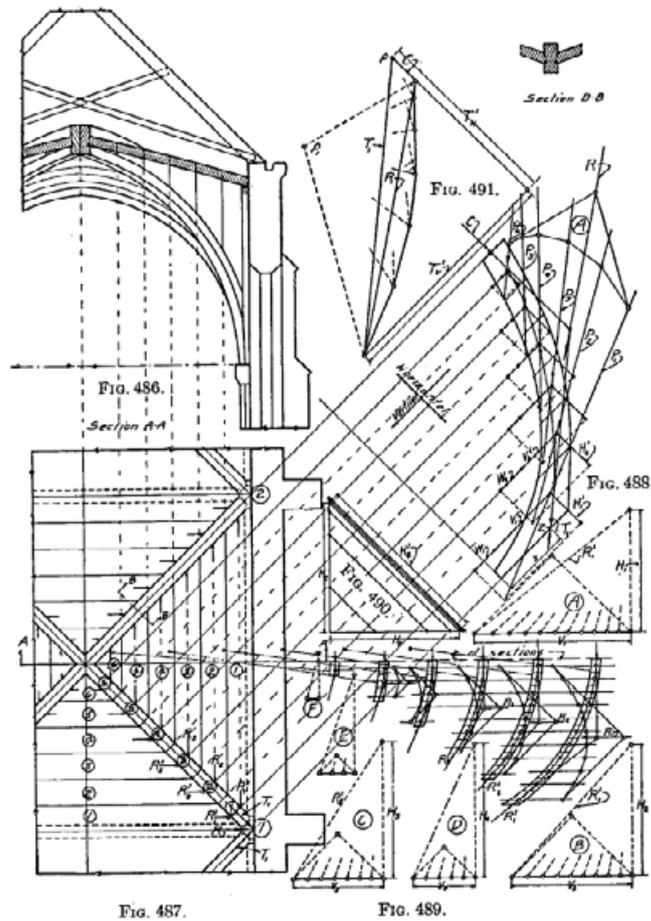


Figure I.3-51 : Analyse graphique d'une voûte à croisée d'ogive [Wolfe, 1921]

Les méthodes présentées précédemment reviennent finalement à résoudre analytiquement les équations d'équilibre statique de la voûte afin de déterminer son état actuel. En général, les systèmes étudiés sont hyperstatiques, ce qui n'était pas considérées dans les méthodes de résolution graphique, conduisant à fixer arbitrairement certains points de passage de cette ligne. Le point de passage de la ligne de pression peut par exemple être imposé en pied. Plus tard, une analyse élastique par la théorie de Navier vient compléter l'approche [Navier, 1833]. Heymann indique que la solution des équations mises en œuvre sous ces hypothèses ne tient pas compte des variations de conditions aux limites telles que les mouvements d'appuis [Heyman, 1997]. Or, les appuis d'une voûte ne sont pas complètement rigides et des déplacements surviennent nécessairement ce qui rend difficile la détermination de l'état réel de la voûte avec ces méthodes.

#### I.3.4.2.2 Calcul à la rupture et analyse limite

Le calcul à la rupture contourne le problème du choix du modèle de comportement du matériau en analysant le domaine de chargement « potentiellement supportables » de la voûte. Cette méthode se fonde sur la seule connaissance des efforts qui sont imposés à la structure, de sa géométrie et de la capacité de résistance du matériau. Les propriétés élastiques du matériau

ne sont pas prises en compte. Le terme potentiel exprime le fait que la compatibilité entre l'équilibre du système et les capacités de résistance des matériaux constitutifs ne constituent qu'une condition nécessaire mais pas suffisante de stabilité.

A l'origine de cette méthode, [Heyman, 1969] reprends les travaux de [Coulomb, 1773] et [Durand-Claye, 1866] et définit trois hypothèses qui seront à la base de toutes les théories modernes d'analyse limite et de calcul à la rupture. (H1) : La résistance à la compression est infinie. (H2) : La résistance à la traction est nulle. (H3) : La rupture par glissement ne survient jamais. On appelle ce type de matériau les « Non-Tension-Matériaux » (NTM).

Cependant, l'hypothèse sous-jacente à cette théorie de la rupture est que la maçonnerie a une résistance à la compression infinie. Or la maçonnerie en tant que géomatériau présente une résistance à la compression finie. Nous pouvons être amenés à penser que la rupture se produit par écrasement des zones comprimées au niveau de section partiellement fissurées, et donc AVANT que le centre de pression ne sorte de la section, et que la rupture survienne lors du franchissement du critère de résistance en compression de la maçonnerie. Ainsi, dans les années 1980, [Delbeck, 1989] enrichi le critère en considérant une limite finie de compression et un critère de frottement de Coulomb. Il formule alors la méthode dans un logiciel nommé « VOUTE ». Il introduit sur chaque joint (réel ou fictif) de la voûte un torseur des efforts (N, T, M : effort normal, effort tranchant, moment fléchissant). L'équilibre statique de la voûte, la connaissance des efforts appliqués et l'hypothèse d'appuis stable permet alors la détermination des torseurs sur chaque joint. Ensuite les critères de traction-compression (I.3-28) et de frottement de Coulomb (équation (I.3-29)) sont vérifiés sur chaque joint.

$$|M| \geq Nh \left( 1 - \frac{N}{\sigma_0 S} \right) \quad (I.3-28)$$

$$|T| \geq N \tan \phi \quad (I.3-29)$$

Où  $\sigma_0$  représente la résistance à la compression,  $\phi$  l'angle de frottement de Coulomb du joint réel ou fictif, et S la section de la voûte, M N et T les sollicitations. L'augmentation du chargement se réalise jusqu'à ce que le critère de résistance ne soit plus vérifié. Un facteur de sécurité est alors défini comme étant le rapport entre le chargement réel et le chargement induisant la rupture de la voûte.

Salençon formalise cette théorie sur la base du principe des puissances virtuelles [Salençon, 2009]. Il précise que l'objet de l'analyse limite est la détermination directe des chargements limites à partir des hypothèses suivantes : Matériaux élasto-plastique parfait, compatibilité entre équilibre du système et condition de parfaite plasticité. La détermination des domaines convexes de chargement peut alors se faire par l'intérieur (approche statique) ou par l'extérieur (approche cinématique).

Le calcul à la rupture est étendue aux structures tridimensionnelles par Block et Ochsendorf [Block and Ochsendorf, 2008] qui utilisent le principe de la statique graphique pour obtenir les états limites d'une voûte de géométrie complexe. Leur méthode étend l'analyse de la ligne de pression à un problème tri-dimensionnel afin de trouver le système d'équilibre des forces à l'intérieur de la géométrie de la voûte. Ils représentent par un algorithme les parcours des surfaces de pression susceptibles de vérifier la condition d'équilibre de la voûte gothique (Figure I.3-52).

L'analyse à la rupture est avantageuse du fait qu'il n'est pas nécessaire de connaître la loi de comportement de la maçonnerie en œuvre. Cependant, elle ne permet pas la connaissance des champs de contraintes et de déformation de la structure en service. De plus, les actions prises en compte dans cette méthode de calcul se limitent aux actions gravitaires. Les déplacements d'appuis, conditions aux limites courantes sur ce type de structure, ne peuvent pas être simulés.

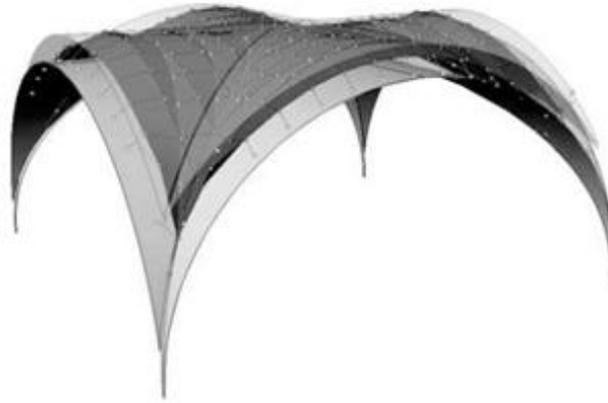


Figure I.3-52 : Surface de pression inscrite dans l'épaisseur d'une voûte [Block and Ochsendorf, 2008]

#### I.3.4.2.3 Analyse numériques

Deux grandes familles de méthodes numériques sont utilisées pour modéliser les voûtes. La méthode des éléments distincts (MED) et la méthode des éléments finis (MEF). Celles-ci font l'objet d'une présentation détaillée à l'échelle de la maçonnerie (§ I.3.3.2). La MED permet de simuler les mécanismes de ruine en grande déformation. De nombreux auteurs ont adapté cette méthode pour l'étude des structures maçonnées [Rafiee et al., 2008] [Tóth et al., 2009]. Il s'agit ici d'une approche micro-échelle simplifiée (Figure I.3-37 (b)). Plus récemment, [Albuerne et al., 2012] utilise cette méthode pour modéliser le comportement d'une voûte plein cintre soumise à un chargement dynamique. Le profil de rupture calculé par la méthode des éléments distincts est similaire à celui obtenu dans un essai expérimental (Figure I.3-53(a)). Ce type de méthode néglige le critère de rupture par compression de la zone non fissurée.

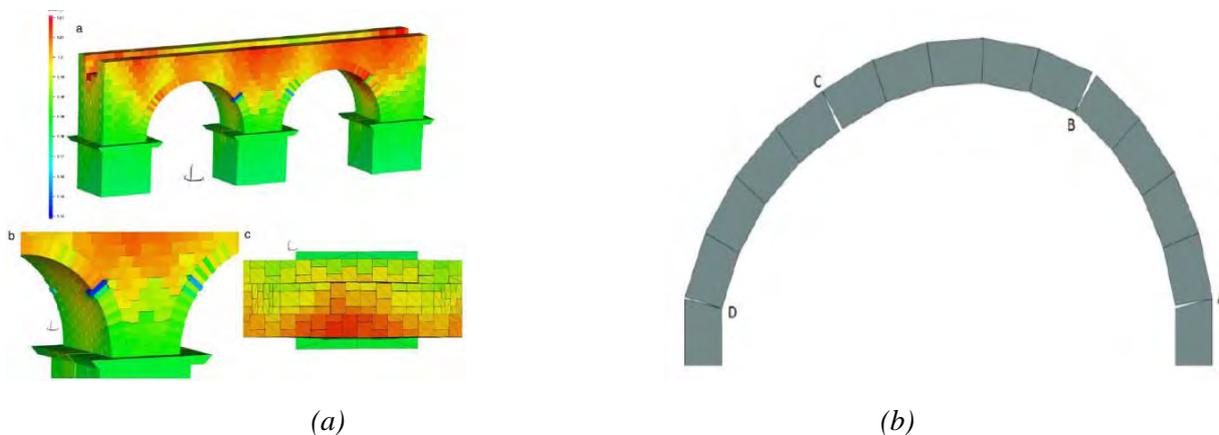


Figure I.3-53 : Méthode des éléments-discrets appliquée au calcul de voûte (a) [Rafiee et al., 2008], (b), [Albuerne et al., 2012]

Pour considérer ce critère de rupture, il est nécessaire de recourir à la MEF avec introduction d'une loi de comportement non linéaire. Il est nécessaire d'utiliser des lois de comportement homogénéisées qui prennent en compte les phénomènes d'endommagement et de plasticité et conduisant à la localisation des fissures. Ces modélisations continues permettent de simuler d'une part l'apparition des fissures et d'autre part l'augmentation de la contrainte de compression en zone non-fissurée. La difficulté de ce type de méthode réside dans l'obtention de paramètres matériaux homogénéisés de la maçonnerie. Cependant, la MEF laisse la possibilité de simuler l'histoire de chargement de l'édifice grâce à un calcul pas à pas jusqu'à l'obtention de l'état actuel d'endommagement observable *in situ*. Cet état se caractérise principalement par l'apparition de fissures visibles sur l'édifice, données facilement mesurables sur l'édifice. Domede a utilisé cette méthode dans le but de requalifier les ponts en maçonnerie en utilisant un modèle d'endommagement [Domede, 2006]. Stablon a poursuivi cette démarche en introduisant un pré-endommagement et une fissuration initiale [Domede et al., 2013] [Stablon et al., 2012].

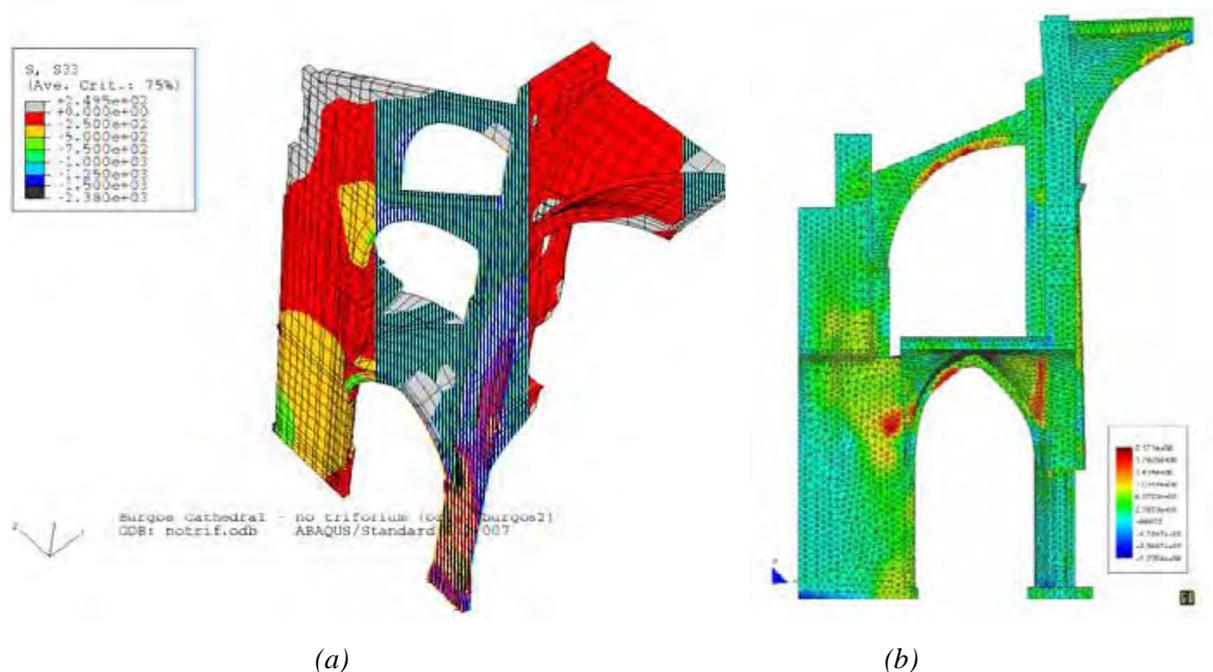


Figure I.3-54 Modélisation éléments finis d'un quart de nef avec les bas-côtés : (a) Analyse élastique [Theodossopoulos, 2001], Analyse non linéaire [Roca, 2001]

Concernant l'utilisation de la MEF sur les voûtes à croisée d'ogives, on peut citer tout d'abord les travaux de [Coste, 1997] qui est l'une des premières à utiliser cette méthode. Ensuite [Theodossopoulos, 2001] étudie un quart de travée de la cathédrale de Burgos (Figure I.3-54(a)). Il considère un comportement linéaire de la maçonnerie. Le but de son modèle est d'examiner des chargements complexes appliqués sur la structure et les origines des pathologies constatées. Ces deux auteurs utilisent un modèle élastique qui ne permet pas de simuler la fissuration des maçonneries.

[Lourenço et al., 2007] étudie la nef du Monastère de Jérónimos au Portugal en utilisant un modèle non linéaire de plasticité. [Roca, 2001] utilise le modèle d'endommagement isotrope développé par [Oñate et al., 1996] pour évaluer la stabilité structurelle de la nef de la cathédrale de Tarazona. Il étudie l'influence de la réduction de la section d'une des piles de la nef et de la

suppression d'un arc boutant sur la fissuration et la capacité de résistance de la structure (Figure I.3-54(b)).

#### *I.3.4.3 Conclusion sur les stratégies de modélisation des structures voûtées*

Trois grandes familles de méthodes existent pour modéliser les structures voûtées en maçonnerie. L'analyse limite estime le domaine de chargement ultime d'une structure. Dans ce type de méthode l'état de contrainte de la structure ne peut être obtenu. La seconde méthode est celle des éléments distincts. Celle-ci donne la possibilité de simuler les mécanismes d'instabilité en grands déplacements. La dernière stratégie de modélisation, celle des éléments finis, associée à une méthode d'homogénéisation, permet de calculer pas à pas l'état de contrainte dans des structures tridimensionnelles de grandes dimensions, depuis le domaine élastique jusqu'à la rupture. Les caractéristiques mécaniques de la maçonnerie peuvent être obtenues par une technique d'homogénéisation numérique linéaire ou non linéaire. A l'échelle de la structure, la localisation des fissures autorise la redistribution des contraintes. L'état de contrainte réel peut alors être évalué en comparant les fissures observées *in situ* avec celles obtenues par le calcul. Enfin, la rupture de la structure par compression dans les zones comprimées des sections fissurées peut être estimée. Cette méthode semble donc adaptée dans notre étude structurelle de la bibliothèque du CNAM.

## I.4 CONCLUSION GENERALE DE L'ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

---

L'étude bibliographique s'est articulée en trois parties. La première nous a permis de comprendre le contexte dans lequel sont apparus les innovations majeures de l'architecture gothique, à savoir la voûte à croisée d'ogive. Les techniques de construction de ce type de structure ont alors été présentées.

Ensuite à l'image du médecin qui utilise différents moyens d'auscultations pour examiner son patient, nous avons recensé les différents outils à disposition de l'ingénieur et du chercheur pour diagnostiquer les pathologies existantes. Deux grands types de méthodes se complètent : les méthodes destructives et non destructives.

Enfin, nous avons vu dans la troisième partie que la maçonnerie pouvait être étudiée à différentes échelles aussi bien d'un point de vue expérimental que de modélisation. A l'échelle des éléments constitutifs, il a été mis en évidence que les blocs calcaires et les joints de mortier, comme tous les géomatériaux, présentent un comportement non-linéaire caractérisé par la dégradation des propriétés élastiques, la fissuration, la plasticité, et une phase pos-pic avec écrouissage négatif. Afin de simuler au mieux ces non-linéarités, il semble pertinent de recourir à l'utilisation de modèles non-linéaires élasto-plastiques, couplés avec des lois d'endommagement.

A l'échelle de la maçonnerie, deux familles de stratégie coexistent, la méthode micro-échelle et la méthode macro-échelle. Dans le cadre de notre étude sur une structure de géométrie complexe de grandes dimensions, la méthode macro-échelle s'impose. Le passage de l'échelle mésoscopique (matériau) à l'échelle macroscopique (structure) se réalise via une procédure d'homogénéisation.

Enfin, l'utilisation de modèles de plasticité avec endommagement est parfaitement adaptée au comportement réel d'une structure en maçonnerie en service et jusqu'à la rupture. Ces modèles sont en effet capables de reproduire les rotules plastiques qui apparaissent au droit d'une fissure avec rupture conjointe en compression dans la même section.

*Page laissée intentionnellement vide*

## Partie II LA BIBLIOTHEQUE DU CNAM

---

La partie II de ce manuscrit présentera les différentes investigations menées sur la bibliothèque du CNAM. Cet édifice gothique construit en 1230 sera introduit dans le chapitre II.1. Les différents éléments structurels constituant la bibliothèque seront mis en évidence en différenciant l'intérieur et l'extérieur.

Dans une démarche d'évaluation de la stabilité de l'édifice, l'étape préliminaire consiste à identifier les pathologies structurelles observables. Ainsi, le chapitre II.2 présente les désordres structurels. Nous verrons que ces désordres sont de deux natures : une fissuration en intrados des voûtes et des dévers des murs porteurs. En conclusion de ce chapitre, les causes potentielles à l'origine de désordres seront proposées.

Le chapitre II.3 consiste en une recherche historique. Les documents d'archive représentent en effet une source de données essentielle. La recherche permet d'infirmer ou non certaines causes établies au chapitre précédent. Ici, le phasage de construction de l'édifice et l'évolution de l'environnement de la bibliothèque au cours de son histoire seront développés.

Enfin le chapitre II.4 présentera l'ensemble des auscultations menées sur l'édifice. Celles-ci ont deux objectifs principaux : (1) la poursuite de l'enquête visant à identifier les causes à l'origine des désordres constatés et (2) le recueil des données nécessaires à l'établissement des lois de comportement de l'édifice en vue d'une modélisation structurelle. Pour répondre au premier objectif, une instrumentation permanente complétée d'un relevé topographique semestriel seront présentés. De plus, la réalisation de fouilles géotechniques donnera des informations sur l'état des fondations. Enfin, concernant le deuxième objectif, une campagne complète d'auscultation des maçonneries sera présentée. Celle-ci met en œuvre des moyens non destructifs (relevés radars, mesures de vitesse ultrasonique) et destructifs (prélèvements par carottage).

## II.1 ARCHITECTURE DE L'OUVRAGE

Le chapitre I.1 se propose d'établir la description de l'architecture de la bibliothèque du CNAM. Après une brève introduction sur la situation géographique de la bibliothèque, il sera réalisé une description de l'intérieur de la bibliothèque. Ensuite, nous étudierons deux vues extérieures, l'une concernant le mur gouttereau Nord et l'autre concernant le mur pignon Ouest. Enfin, deux vues en coupe longitudinale et transversale visualiseront les différents éléments de la bibliothèque ainsi que leurs connexions. Enfin les combles seront présentés.

### II.1.1 INTRODUCTION DE LA BIBLIOTHEQUE DU CNAM

La bibliothèque du CNAM était en réalité un ancien réfectoire du prieuré Saint-Martin des champs. Elle fut construite en 1230 et on l'attribue à Pierre de Montreuil, célèbre architecte de la période gothique. Elle est située dans le 3<sup>ème</sup> arrondissement de Paris dans l'enceinte du Conservatoire National des Arts et Métiers. La Figure II.1-1 indique la localisation de la bibliothèque en rouge.

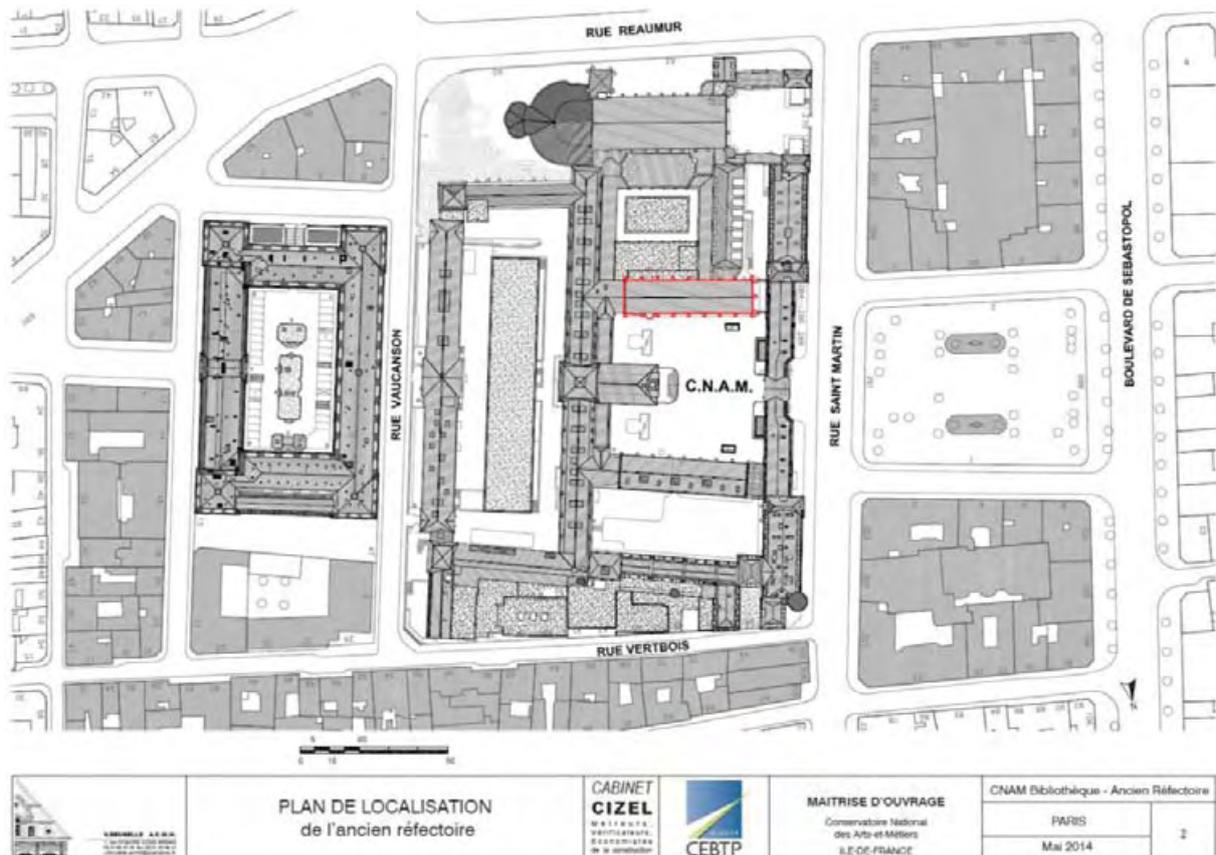


Figure II.1-1 : Plan de localisation de la bibliothèque du CNAM [Brunelle et al., 2014]

L'édifice présentant une longueur de 43m pour une largeur de 11.4m est considéré comme l'un des chefs d'œuvre de l'architecture gothique. Des contreforts peu épais situés à l'extérieur divisent l'édifice en huit travées. Sept colonnes isolées s'élèvent dans l'axe longitudinal de l'édifice. La Figure II.1-2 représente un plan de coupe horizontal réalisé par l'architecte en chef des monuments historiques Mr Lagneau [Lagneau, 2006]. Les murs gouttereaux Nord et Sud désignent les murs construits dans le sens longitudinal tandis que les murs pignon Ouest et Est

correspondent aux élévations transversales. Dans l'ensemble de la présentation, nous noterons les numéros de travée de 1 à 8 dans l'ordre croissant d'Est en Ouest (Figure II.1-2).

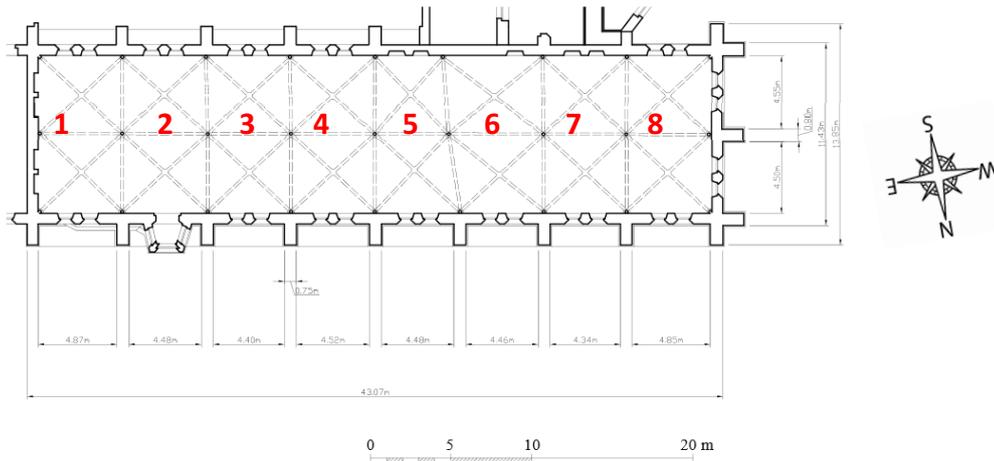


Figure II.1-2 : Plan en vue de dessus de la bibliothèque du CNAM, [Lagneau, 2006]

### II.1.2 L'INTERIEUR DE LA BIBLIOTHEQUE

L'éclairage naturel est assuré par de hautes baies géminées (1) surmontées de rosaces (2) (Figure II.1-3). Dans le sens longitudinal, l'édifice se décompose en huit travées comportant chacune deux voûtes à croisée d'ogives (8). Sept colonnes de pierres de liais portent les deux rangs de voûte gothique sur toute la longueur. Ces colonnes, composées de deux fûts monolithiques (3) assemblées par une bague moulurée (4), sont posées sur des stylobates octogonaux (6). A la hauteur des chapiteaux (5), le fût supérieur s'amenuise en partie haute jusqu'à 22 centimètres de diamètre. La hauteur des clés des ogives (7) est d'environ 14.50m tandis que la hauteur en pieds de voûte avoisine les 10.50m.

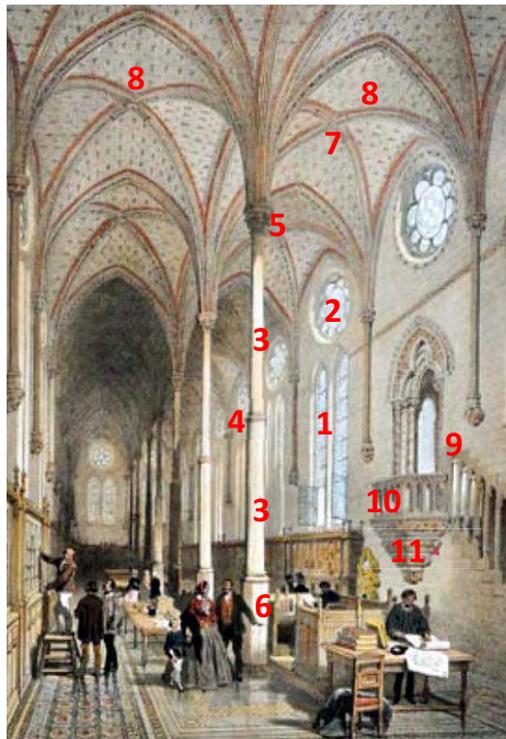


Figure II.1-3 : Illustration de la bibliothèque par [Bayot, 1861]

Dans l'épaisseur du mur gouttereau Nord, il a été construit une tribune de lecture (9) accessible par un escalier en claire-voie. Elle forme un hexagone voûté sur croisée d'ogive. Elle fait saillie à l'extérieur par un édicule en surplomb et à l'intérieur par un balcon (10) reposant sur une console(11).

### II.1.3 LA FAÇADE NORD

La façade nord de la bibliothèque est divisée en huit travées délimitées par neuf contreforts (Figure II.1-4). Il est observé la présence des baies géminées surmontées de leur rosace. Des arcs brisés s'appuient sur les contreforts et révèlent vraisemblablement la position intérieure des arcs formerets des croisées d'ogives. Au niveau de la travée 2, on distingue la Chaire de lecture en saillie et son escalier d'accès s'élevant à partir de la première travée. Une corniche étroite surmonte l'ensemble du mur gouttereau Nord. L'intégralité de la façade est construite en grand appareil. La maçonnerie est constituée de pierres calcaires liaisonnées par un mortier de chaux. Enfin, la couverture du toit est constituée de tuiles émaillées.

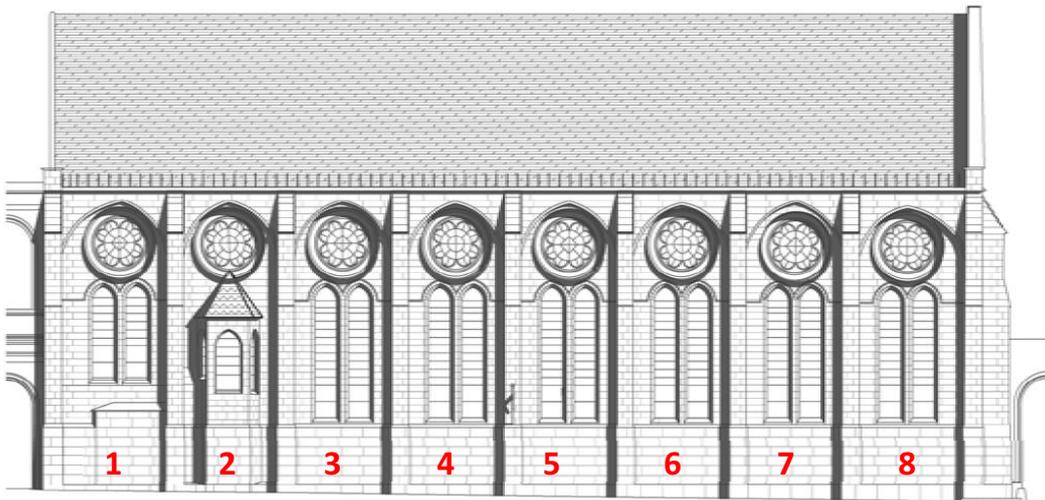


Figure II.1-4 : Vue extérieure actuelle du mur gouttereau Nord, [Brunelle et al., 2014]

### II.1.4 LE MUR PIGNON OUEST

Le mur pignon Ouest de la bibliothèque est divisé en deux travées délimitées par trois contreforts de mêmes dimensions que ceux présents sur les murs gouttereaux (Figure II.1-5(a)). Deux portes sont ouvertes dans le soubassement. Les baies géminées et les rosaces sont disposées identiquement à celles des murs gouttereaux. Un œil de bœuf est percé dans l'axe du tympan. Il permet d'aérer les combles et la charpente. Enfin les parties hachurées représentent des arcs venant épauler la bibliothèque au niveau des deux contreforts extrémaux.

### II.1.5 COUPE TRANSVERSALE

La vue en coupe transversale (Figure II.1-5(b)) indique la disposition des deux rangs de voûtes à croisée d'ogives. La coupe est effectuée sur la travée 2 dans un plan passant par les clés des ogives et orientée vers l'Est. Il est constaté ici une disposition géométrique particulière : La clé des arcs doubleaux n'est pas alignée avec celle des arcs d'ogives. La position des clés des doubleaux est légèrement déviée vers l'intérieur de la bibliothèque (Figure II.1-6). Choisy

précise que la bibliothèque : « reproduit les dispositions d'une église à deux nefs, et concilie les avantages d'un éclairage direct avec toutes les simplifications de l'équilibre sans arcs-boutants, à l'aide de contreforts directement adossés. Les voûtes sont à nervures; les contreforts, retraités comme ceux des églises contemporaines ; le quillage est d'une telle légèreté qu'on le croirait métallique, et la stabilité est assurée par un ingénieux artifice, l'emploi d'arcs-doubleaux à profil dissymétrique » [Choisy, 1899].

Cette coupe indique en outre l'aspect des colonnes élancées qui séparent les deux rangs de voûtes à croisée d'ogives. La tribune de lecture, ses colonnettes, sa voûte, sa balustrade et son encorbellement y sont également représentés. Cette vue présente par ailleurs la charpente datant de l'époque de construction de la bibliothèque (1230). Il s'agit d'une charpente de type « chevrons formant fermes » qui sera présentée en détail dans le chapitre II.1.7.1.

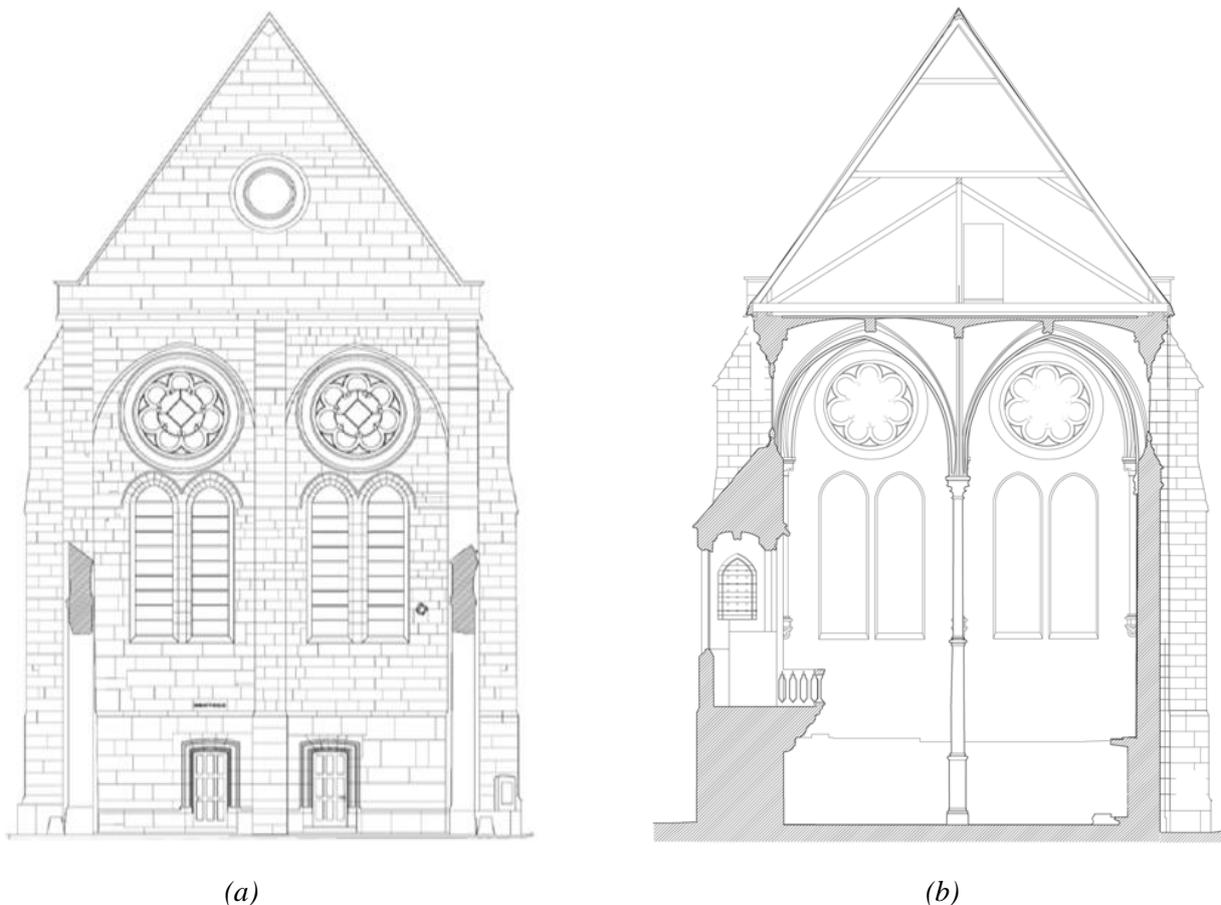


Figure II.1-5 : (a) Vue extérieure actuelle du mur pignon Ouest, (b) Vue en coupe transversale de la travée 2 [Brunelle et al., 2014]

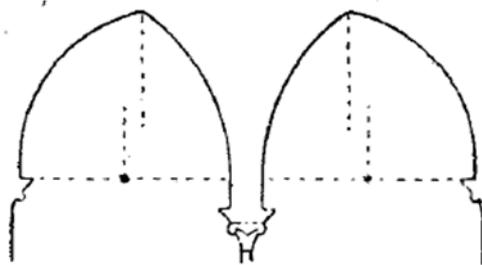


Figure II.1-6 : Profil dissymétrique des arcs doubleaux [Choisy, 1899]

### II.1.6 COUPE LONGITUDINALE

La vue en coupe tracée dans la longueur du réfectoire indique la disposition des voûtes dans le sens longitudinal (Figure II.1-7). L'espacement entre chaque colonne n'est pas constant : la travée 6 est plus large que les autres tandis que la travée 5 est au contraire plus étroite. Selon l'architecte [Lagneau, 2006], ces déviations furent certainement motivées par quelques « *difficultés locales de construction* ». On retrouve cette disposition particulière sur la Figure II.1-2. La travée 6 est ouverte d'une grande porte au niveau du mur gouttereau Sud. Celle-ci constitue aujourd'hui l'entrée principale des lecteurs de la bibliothèque. Cette ouverture a sûrement motivé l'architecte pour augmenter la portée de la travée en partie sud au détriment de la travée 5.

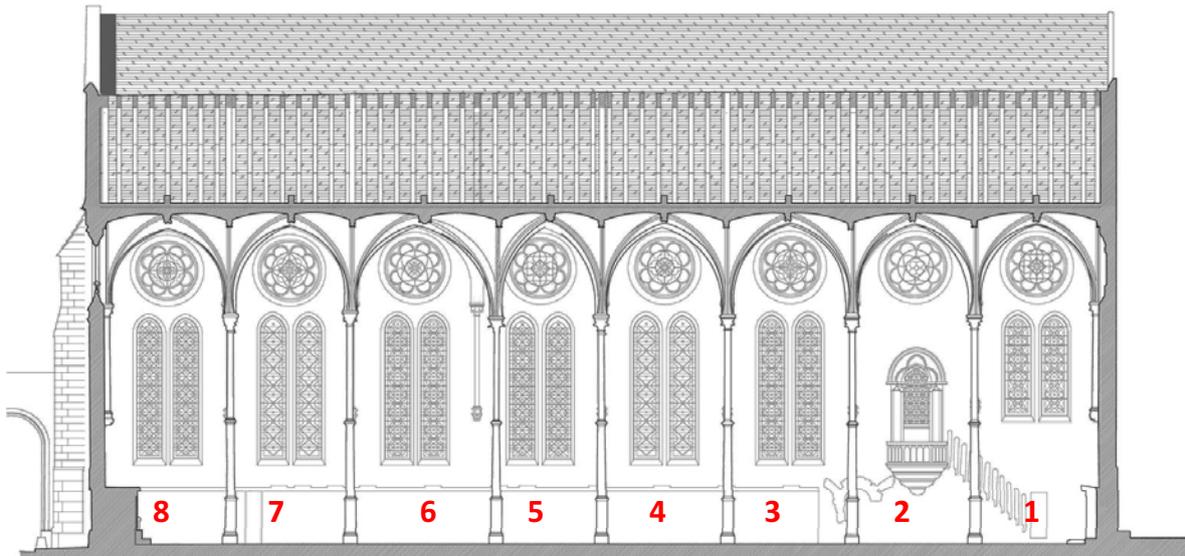


Figure II.1-7 : Vue en coupe longitudinale [Brunelle et al., 2014]

### II.1.7 LES COMBLES

#### II.1.7.1 La charpente

La Figure II.1-8 montre la charpente actuelle de la bibliothèque. Celle-ci date en grande partie de l'origine de la construction en 1230. Le bois utilisé à cette époque dans l'élaboration des charpentes était essentiellement du chêne ou du châtaigner. Dans le sens longitudinal, la charpente compte neuf fermes maitresses : deux fermes d'extrémités au droit des murs pignons et sept fermes intermédiaires marquant les huit travées de la bibliothèque. Entre chacune des fermes maitresses, il est distingué sept fermes secondaires.

Les fermes maitresses sont composées de « chevrons formant ferme » principaux (1) reliés à l'entrait (2) par des assemblages tenons mortaise (Figure II.1-9). L'entrait est assemblé à mi-bois dans la panne sablière. Celle-ci est composée de deux poutres (3). Deux entrails retroussés (4), une jambette (5) et un aisselier (6) constituent un dispositif anti-flambement pour chaque « chevron portant ferme ». Une des innovations remarquables dans cette charpente est l'apparition d'une pièce longitudinale de sous-faitage (7) placée sous les premiers entrails retroussés. Cette disposition constructive permet de réaliser un étrésillonnement longitudinal des « chevrons formant ferme ». Sur chaque ferme maitresse, un poteau (8) relie la pièce de sous

faitage à l'entrait. Des aisseliers longitudinaux (9) relient avec un angle de 45° la pièce de sous-faitage au poteau. Ce dispositif a pour rôle premièrement de réaliser un contreventement longitudinal de la charpente mais aussi de diminuer le fléchissement de la pièce de sous faitage. Enfin, pour chaque ferme maitresse, deux faux arbalétriers (10) relient la partie haute du poteau aux extrémités des entrails.

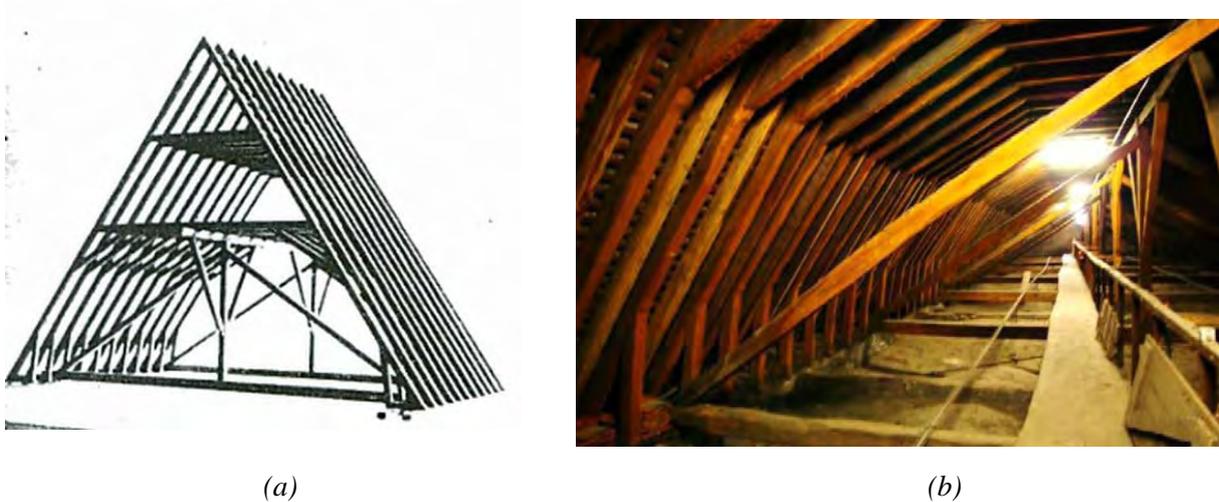


Figure II.1-8 : (a) Maquette miniature de la charpente [Deneux, 1927], (b) photographie intérieure des combles

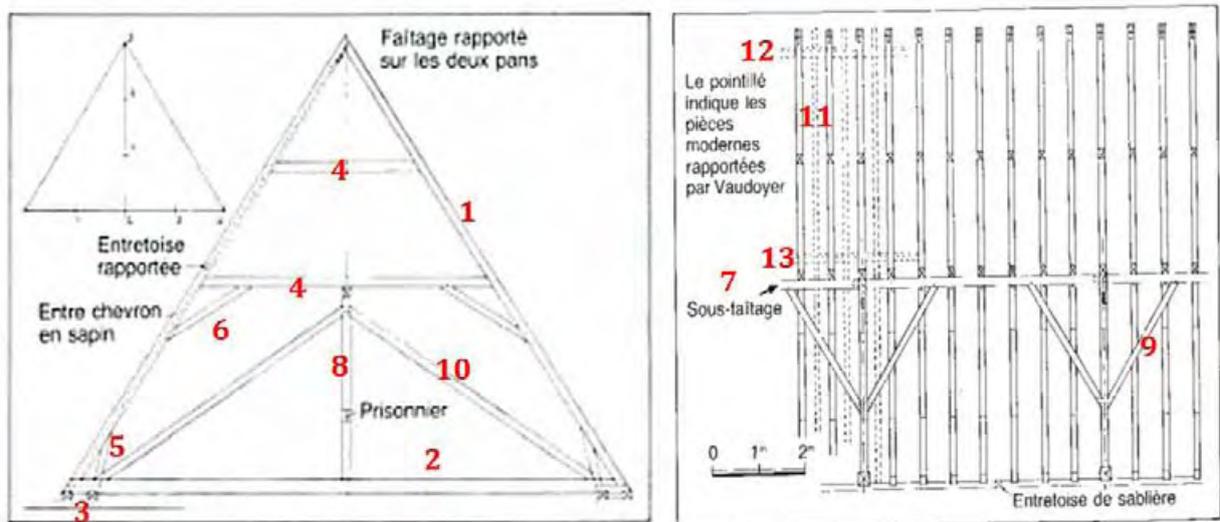


Figure II.1-9 : La charpente de la bibliothèque du CNAM [Froidevaux, 2001], (a) : Ferme maitresse (b) : Coupe longitudinale

Si l'on retire à la ferme maitresse l'entrait, les faux arbalétriers, le poinçon et les aisseliers longitudinaux, on obtient la disposition d'une ferme secondaire. Selon Froidevaux, [Froidevaux, 2001], Vaudoyer pendant une restauration datant des années 1850 a ajouté certains éléments. Il a été mis en place, entre les chevrons, des entre-chevrons en sapin (11) (Figure II.1-9). Par ailleurs, une pièce de faitage (12) en partie haute de la charpente et des entretoises rapportées (13) placées au-dessus du premier entrait retroussé ont été installés afin de renforcer l'étrésillonnement.

### II.1.7.2 Les tirants métalliques

L'examen des combles révèle la présence de tirants métalliques. Trois types de tirants sont mis en évidence : les tirants transversaux obliques et horizontaux et des tirants longitudinaux (Figure II.1-10). Tous ces tirants présentent les mêmes dimensions de section (5cm\*1cm) et semblent être constitués d'un matériau identique.

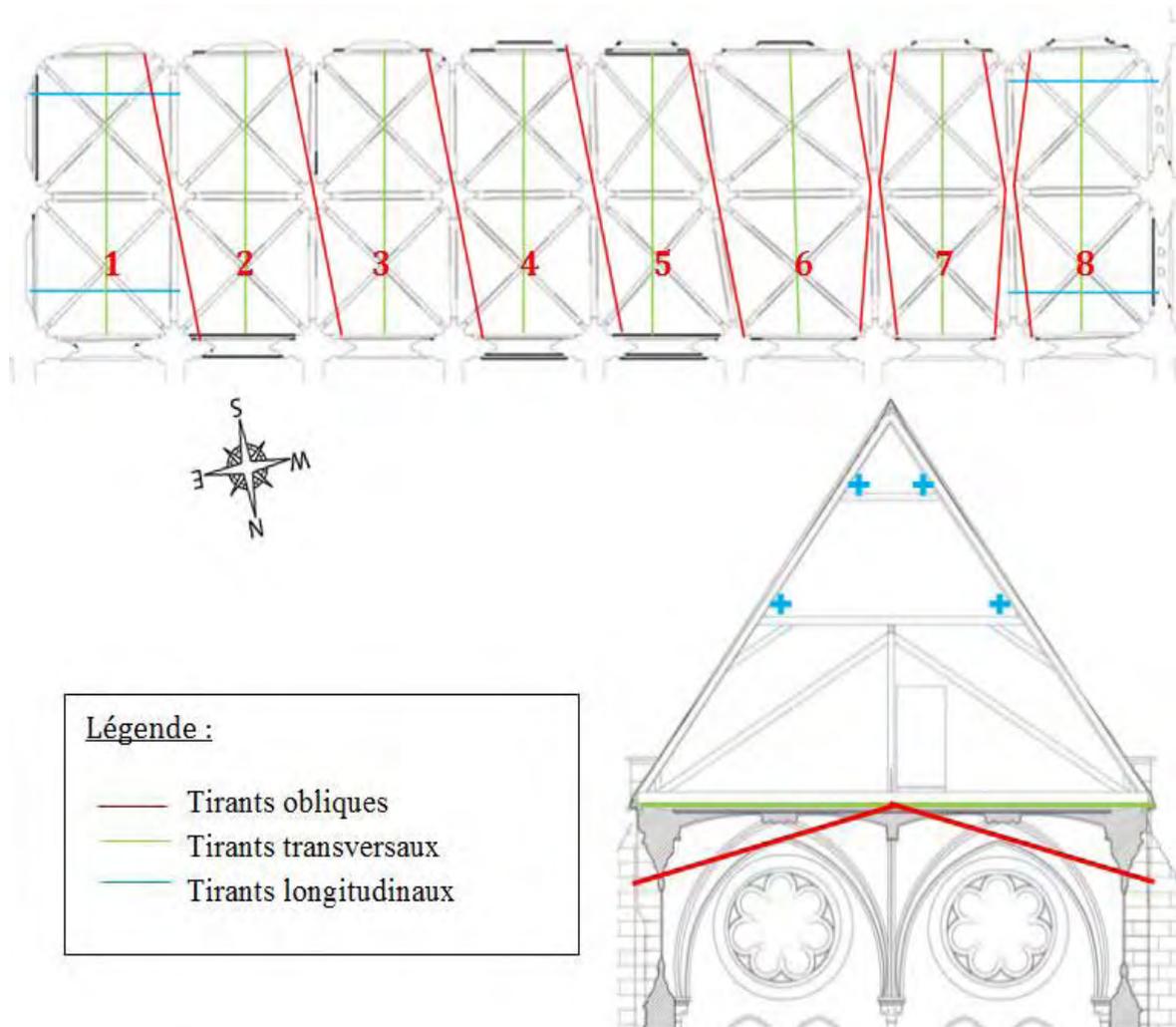


Figure II.1-10 : Disposition des tirants métalliques

#### Tirants transversaux horizontaux

Entre les fermes, huit murets transversaux de faible hauteur en maçonnerie ont été réalisés au droit de chaque clef de voûte. Leur fonction est de porter des tirants métalliques transversaux reliant les pannes sablières. Placés à mi-travée entre chacune des fermes maitresses, les tirants horizontaux ont pour rôle de diminuer les efforts de traction dans les entrants et les moments de flexion dans les pannes sablières. A leurs extrémités, ces dispositifs présentent une forme en U permettant de s'accrocher à la panne sablière extérieure (Figure II.1-11). Les tirants sur les travées 1 à 4 présentent une seule extrémité en U, l'autre extrémité est droite ou le retour n'est pas visible. Les tirants sur les travées 5 à 8 présentent deux extrémités en U.

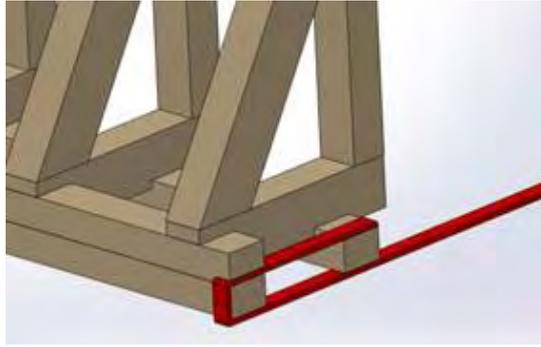


Figure II.1-11 : Connexions entre panne sablière et tirant transversal

### Tirants transversaux obliques

Dans les combles la présence de tirants obliques est mise en évidence. Ces fers plats de même nature que les tirants horizontaux sont maintenus par un étrier fixé par boulonnage sur les entrails et les poinçons des fermes maitresses (Figure II.1-12(a)). Au niveau des murs gouttereaux, les tirants viennent se fixer aux abords de la partie haute des contreforts à l'extérieur de l'édifice (Figure II.1-12(b)).



(a)

(b)

Figure II.1-12 : Fixations des tirants transversaux obliques : (a) Etrier, (b) Ancrage extérieur

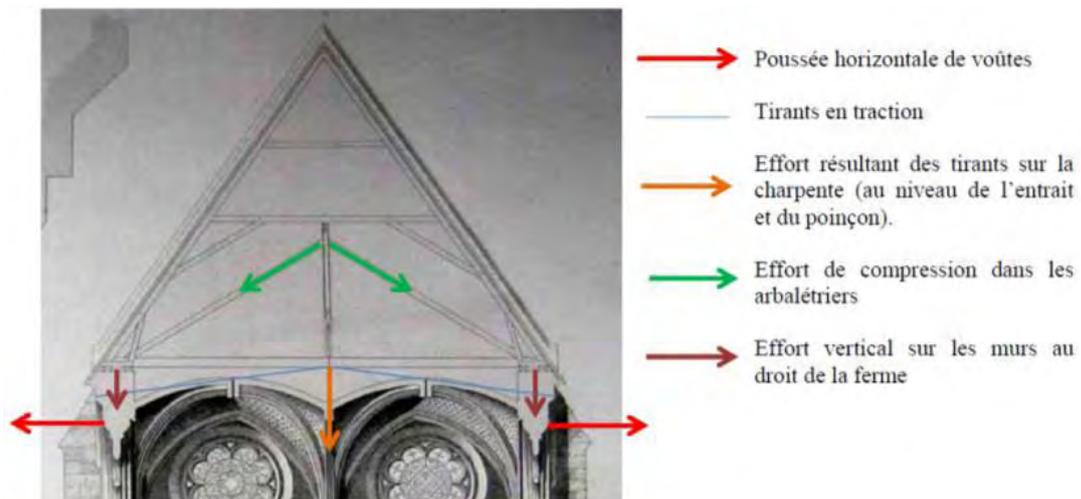


Figure II.1-13 : répartition des efforts dus à la mise en place des tirants

Le rôle de ces tirants et de reprendre la poussée horizontale induite par le poids propre des voûtes. Ce dispositif induit un effort de traction vertical dans le poinçon qui est reporté sur les murs gouttereaux par les arbalétriers, augmentant l'effort vertical dans les murs au droit de la ferme (Figure II.1-13). Remarquons le soin apporté au niveau des fermes entre travées 6, 7 et 8. Pour chacune de ces deux fermes maitresses, on compte deux tirants obliques disposés de manière symétrique (Figure II.1-10). A l'inverse, on ne recense qu'un tirant oblique entre les travées 1 à 6.

### **Systeme de mise en tension**

Les éléments des tirants métalliques plats sont maintenus ensemble par des assemblages par clavettes, révélant une certaine ancienneté du dispositif de maintien. Par ailleurs, les clavettes en forme de coins permettent de réaliser une légère mise en tension des tirants. L'ensemble des tirants possède ce dispositif ce qui démontre que leur mise en œuvre a probablement été réalisée à la même période.



*Figure II.1-14 : Système de mise en tension de tirants, assemblage par clavette*

Le chapitre I.1 s'est attaché à présenter l'architecture globale de l'édifice ainsi que les différents éléments qui le compose. Une fois la connaissance des éléments en présence, il est nécessaire de répertorier les pathologies structurelles observées. Le chapitre II.2 se propose d'identifier ces pathologies.

## **II.2 PATHOLOGIES STRUCTURELLES CONSTATEES**

---

L'étude fait suite aux constatations de l'architecte mentionnant « la chute de pierre dans la bibliothèque du CNAM en provenance des arcs en ogive et de chutes régulières de mortiers de joints » [Lagneau, 2006]. A partir de ce constat, le maître d'ouvrage a décidé de mener une investigation sur l'édifice afin de d'évaluer son état structurel. La première étape dans cette évaluation a consisté à répertorier les symptômes constatables sur le monument historique. Cette phase préliminaire indispensable a été menée afin d'orienter l'étude en fonction des désordres observés, et de proposer des hypothèses quant à leurs origines. Le § II.2 présente donc ces symptômes structurels et propose en conclusion des causes potentielles quant à l'origine de ces désordres.

### II.2.1 FISSURATION EN INTRADOS DES VOUTES

Une fissuration a été relevée en intrados de voûtes. Deux types de fissures sont constatés. Premièrement, un réseau de fissures sur voûtains dont l'orientation préférentielle est dans l'axe longitudinal de la nef sur toute sa longueur (Figure II.2-1). Ce réseau se retrouve sur les deux rangées de voûtes à croisée d'ogives. Notons que la fissuration longitudinale se produit légèrement à l'extérieur des axes horizontaux reliant l'ensemble des clés d'ogives. Les ouvertures de fissures sont similaires sur les rangées de voûte Ouest et Est et sont relativement constantes sur l'ensemble des huit travées. La fissure atteint une ouverture de 1.5 mm au niveau des arcs doubleau et 0.3 mm au niveau des arcs d'ogive. Au niveau des panneaux de remplissage, celle-ci ne dépasse pas le dixième de millimètre.

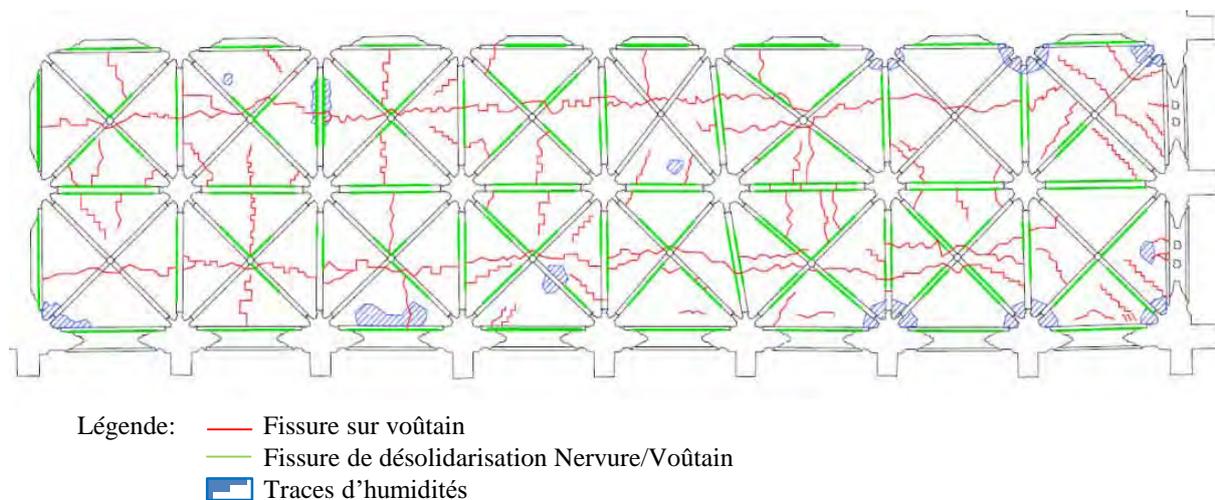


Figure II.2-1: Fissuration en intrados des voûtes

Deuxièmement, il est observé des fissures de désolidarisation entre nervures et voûtains. Celles-ci se produisent à la jonction des nervures avec les panneaux. Notons que le profil de fissuration en extrados des voûtes à croisée d'ogive n'a pas pu être relevé. En effet, le remplissage des voûtes au niveau des combles condamne l'accès à ces parties.

### II.2.2 DEVERS DES ELEMENTS PORTEURS

Des devers ont été mesurés en tête des murs gouttereaux au moyen de relevés topographique 3D lasers. Ceux-ci ont été réalisés à partir de coupes intérieures issues des relevés lasers dont deux exemples sont présentés en Figure II.2-2. Ces coupes ont été effectuées à mi-travée, c'est-à-dire à mi-distance de chaque contrefort et donc au droit de chaque clé de croisée d'ogives. Notons que la précision de la mesure 3D ainsi que la présence de surplombs engendrée par divers éléments architecturaux sur les murs d'élévation ne nous a pas permis de mesurer la forme du dévers. Il est en effet délicat de savoir s'il s'agit de dévers dû à la courbure des éléments porteurs et/ou la rotation à la base du mur.

La Figure II.2-3 indique l'ensemble des dévers mesurés. Il est remarqué que ceux-ci sont symétriques en travée courante (travées 5 à 8) et de l'ordre de 8 cm. A l'inverse, en travées 1 à 4, épaulées au Sud par un bâtiment construit à la même époque que le réfectoire, il est mesuré des dévers allant jusqu'à 21 cm au Nord. Il semble qu'il y ait donc une relation entre les dévers et l'environnement proche de la bibliothèque.

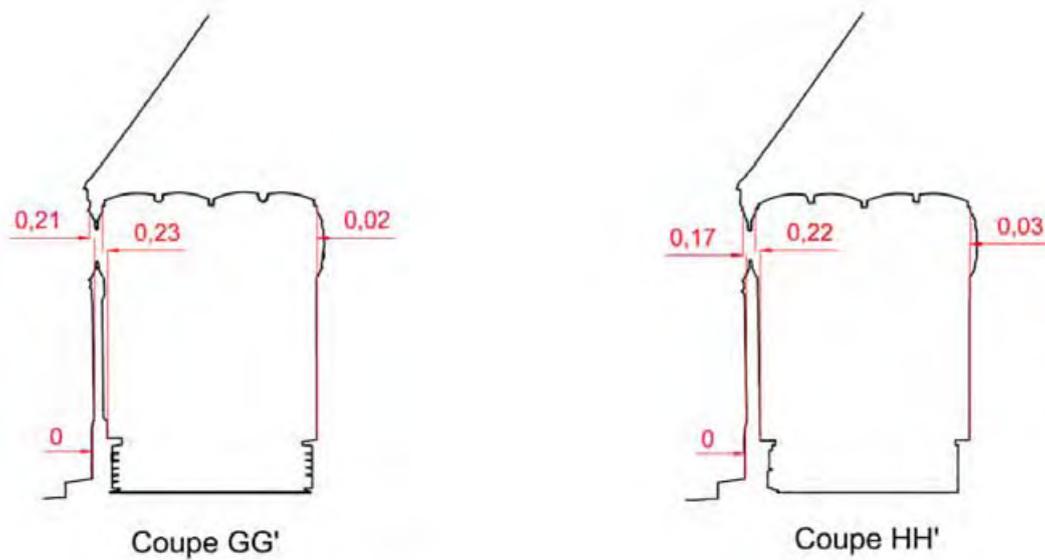


Figure II.2-2: Mesure des dévers en tête de mur gouttereau à mi travée

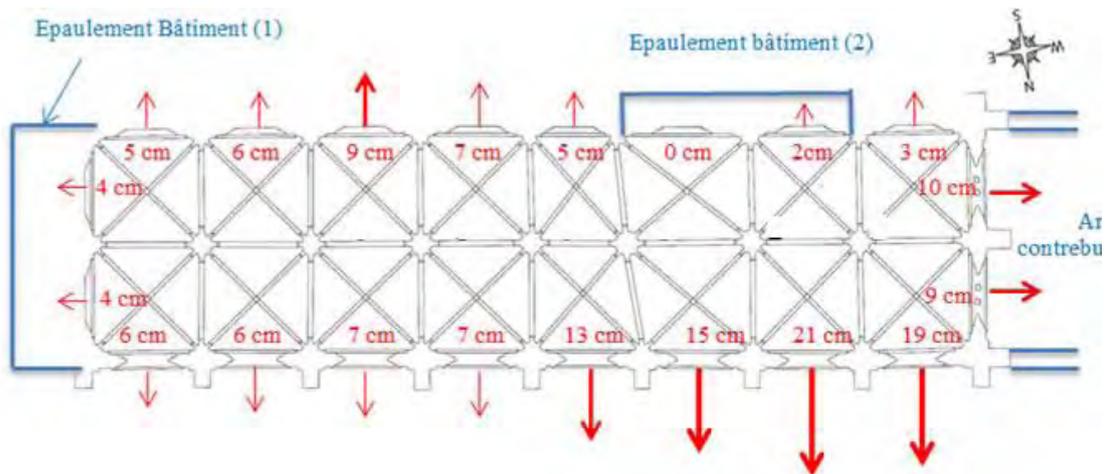


Figure II.2-3: Schématisation des dévers mesurés au relevé topographique 3D

### II.2.3 CONCLUSION SUR LES DESORDRES STRUCTURELS ET CAUSES PROBABLES

Nous venons de voir que les désordres observés sont de deux types : un profil de fissuration commun sur chaque travée de l'édifice et des dévers des éléments porteurs tous orientés vers l'extérieur. Le profil de fissuration est typique d'une voûte dont les appuis s'écartent vers l'extérieur (voir partie I). La création des fissures permet à la voûte de s'adapter aux variations des conditions aux limites en générant des rotules plastiques diminuant son degré d'hyperstaticité. Notons que ce profil de fissuration n'est pas nécessairement préjudiciable vis-à-vis de la stabilité de l'édifice. Ceci est l'une des questions posées en début de la recherche. Par ailleurs, la corrélation entre les différents dévers mesurés et la position des éléments épaulant l'édifice nous indique que ces éléments ont nécessairement joué un rôle dans la création de ces dévers.

La problématique principale de notre étude est d'estimer le risque d'instabilité de l'édifice. Dans cette perspective, il est indispensable de chercher à comprendre quelles sont les causes qui ont pu entraîner les désordres et à quelle date ceux-ci se sont produits. A ce stade de l'étude, il est possible de proposer différentes hypothèses quant à l'apparition de ces désordres. La première hypothèse est une éventuelle poussée générée en partie supérieure des murs porteurs soit par les voûtes soit par la charpente, soit par les échafaudages et cintres lors de la construction de l'édifice. Une rotation ou dénivellation d'appuis des fondations en appuis sur le sol pourraient aussi être mise en cause. Enfin, il est nécessaire de considérer l'éventuelle diminution des caractéristiques mécaniques des éléments structurels. Cette liste est non exhaustive. De plus l'origine des désordres observés peut provenir de la combinaison de plusieurs causes ce qui rend la problématique délicate. Enfin, il est important de noter que dévers et fissuration ne sont pas nécessairement le résultat d'une même cause.

## II.3 RECHERCHES HISTORIQUES DES CAUSES DE PATHOLOGIES

---

Dans le contexte de l'étude d'un monument historique classé, il est intéressant de mener une recherche en archive en premier lieu dans la mesure où celle-ci n'occasionne pas de dommage sur l'édifice. Afin d'enquêter sur les causes potentielles, la première étape consiste ici à identifier ou rejeter certaines de ces causes ainsi que leur date. La date joue un rôle important dans cette étude. En effet, un désordre apparaît nécessairement à la suite de la cause à l'origine de celui-ci. Il s'agit du principe de causalité. Ce principe peut conduire à rejeter certaines causes potentielles.

Après une brève histoire du prieuré Saint-Martin-des-champs, nous établirons un phasage de construction de l'ancien réfectoire sur la base de l'étude bibliographique. Ensuite, une recherche en archive nous permettra d'établir l'évolution de l'environnement de la bibliothèque. Enfin une discussion sera proposée afin d'infirmes ou non les potentielles causes ayant généré les désordres constatés ainsi que leur date.

### II.3.1 HISTOIRE DU PRIEURÉ SAINT MARTIN DES CHAMPS

Situé sur la rive d'un ancien bras mort de la Seine, devenu marécageux et périodiquement inondé, l'antique monastère, ancêtre du prieuré, est traversé par le *cardo* romain devenu la route Nord-Sud de Paris (rues Saint-Jacques et Saint-Martin aujourd'hui). La commission du Vieux Paris a réalisé des fouilles récemment attestant que l'oratoire et l'église de Saint Martin datent du 6<sup>e</sup> siècle. Ces édifices sont enfouis à la période mérovingienne sous une vaste basilique dont les dimensions approchent celles du sanctuaire actuel. Notons qu'une centaine de sarcophages datant du 8<sup>e</sup> siècle ont été découverts pendant les fouilles.

A partir de 1060, Henri 1<sup>er</sup> reconstruit le couvent, à partir des fondations du monastère antique, pour y installer des chanoines. Son fils, Philippe 1<sup>er</sup> ordonne la construction d'une nouvelle église achevée en 1067. Ce dernier transfère la propriété du couvent à l'abbaye de Cluny, qui la transforme en prieuré. Vers les années 1130, il est entrepris la réalisation du cœur de l'église. Elle constitue ainsi l'une des plus anciennes attestations parisiennes de l'art gothique. L'édification du cloître, du dortoir, de la nef, de l'église et du réfectoire datent du 13<sup>e</sup> siècle (Figure II.3-1).

II.3 Recherches historiques des causes de pathologies

La révolution anéantit ensuite l'abbaye Saint Martin des Champs. Cependant, en 1794, l'abbé Henri Grégoire soumet à la Convention nationale un projet de création du Conservatoire des Arts et Métiers ayant pour objectif la fédération des savoirs techniques afin de perfectionner l'industrie nationale. Enfin, au milieu du 19<sup>e</sup> siècle, Léon Vaudoyer, architecte du Conservatoire, entreprend sa réhabilitation. La restauration des bâtiments médiévaux s'inscrit dans un processus de réhabilitation de l'ancien prieuré au profit du Conservatoire et de ses besoins nouveaux.

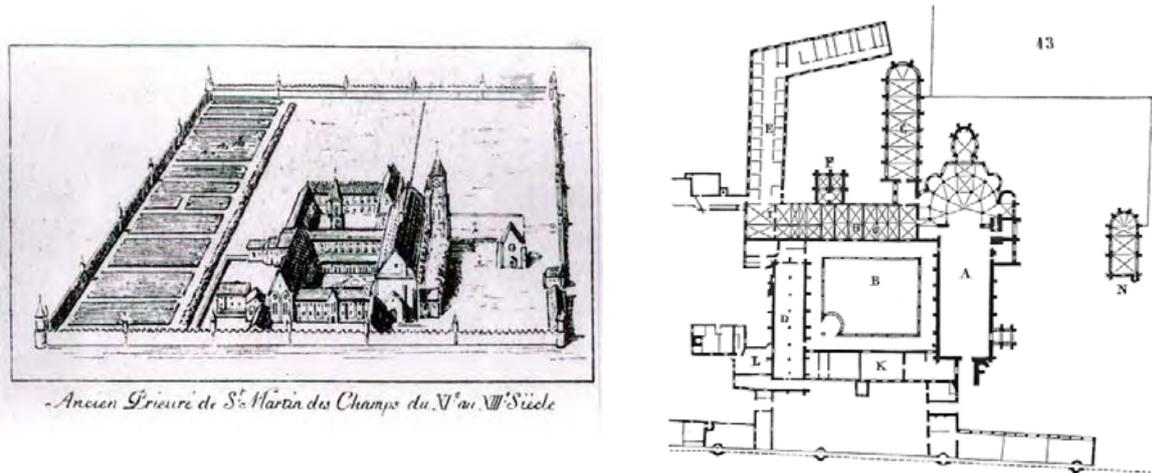


Figure II.3-1 : Prieuré Saint Martin au XIII<sup>e</sup> siècle : (a) perspective (archives nationales), (b) plan de masse [Viollet-le-Duc, 1859] A : église, B : cloître, C : chapelle Notre-Dame, D : réfectoire, G : salle capitulaire, H : mortuaire, E : petit dortoir, I : grandes salles et dortoirs au-dessus, K : celliers, L : cuisine, N : chapelle Saint-Michel

### II.3.2 ETAPES DE LA CONSTRUCTION DE LA BIBLIOTHEQUE

La description du phasage de construction est le résultat de la recherche bibliographique sur les méthodes de construction générales des édifices gothiques. Après la réalisation des fondations, les murs d'élevation sont édifiés ainsi que les contreforts, les colonnettes surmontées de leur tas de charge (Figure II.3-2 (a)). Ces tas de charge sont « en attente » des voûtes qui s'appuieront dessus. Cette première phase de construction s'est nécessairement réalisée au moyen de la mise en place d'un échafaudage.

La charpente du réfectoire est ensuite assemblée (Figure II.3-2(b)). L'intérêt de la construire à ce moment précis est double : la charpente permet de contreventer les murs gouttereaux tout en appliquant un poids supplémentaire sur les murs. Elle protège par ailleurs le site de construction des intempéries et implique ainsi l'élévation des voûtes à l'abri. Notons que la mise en place de la charpente peut occasionner un dévers des murs vers l'extérieur. En effet, si les entrants, qui jouent le rôle de tirant reliant les murs gouttereaux opposés, ne sont pas positionnés en premier lieu, le poids propre de la charpente peut engendrer une poussée horizontale vers l'extérieur en tête des murs gouttereaux.

Par la suite, les colonnes de pierre sont construites. Elles sont surmontées de leur chapiteau et des tas de charge « en attente » des appuis intermédiaires des voûtes (Figure II.3-2(c)). L'édification de cette colonne est probablement rendue possible grâce à la mise en place d'un échafaudage intérieur. Enfin, la dernière étape, la plus délicate, est la construction des voûtes

(Figure II.3-2(d)). Dans un premier temps les nervures sont mises en place, sur cintre, lui-même sur échafaudages. Ensuite, les vides sont recouverts entre les nervures par les voûtains. Au niveau des espaces concaves, en extrados des voûtes, il est mis en place un remplissage. Notons que l'ensemble des échafaudages nécessaires à la construction de la bibliothèque auraient pu s'appuyer sur les murs gouttereaux engendrant potentiellement une poussée vers l'extérieur.

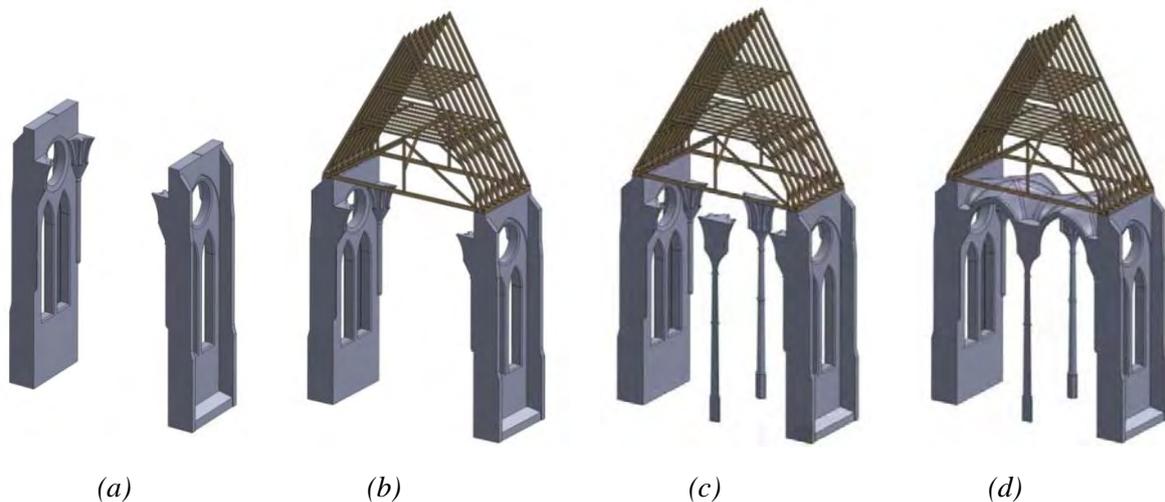


Figure II.3-2 : Phasage de la construction de la bibliothèque (a) Elévation des murs gouttereaux, (b) construction de la charpente, (c) élévation des colonnes, (d) construction des voûtes

### Conclusion sur le phasage de la construction

La description de la construction est basée sur des hypothèses issues de la recherche bibliographique présentée en partie I sur les techniques constructives générales gothiques. Néanmoins, ce phasage donne une idée de la manière dont les constructeurs de l'époque édifiaient leurs édifices gothiques. Vis-à-vis des désordres observés aujourd'hui, le phasage de construction présenté permet d'avancer les éléments suivants. Premièrement, une partie des dévers mesuré aujourd'hui aurait pu avoir lieu AVANT la construction des voûtes et non APRES. En effet la mise en place des échafaudages s'appuyant potentiellement sur les murs ainsi que le mauvais phasage de construction de la charpente auraient pu générer une poussée sur les murs vers l'extérieur. Par ailleurs, la maçonnerie est composée de joints de mortier probablement de faible hydraulicité qui présentent un temps de prise long. Ainsi les maçonneries des murs, sous l'action des potentiels chargements horizontaux du début de la vie de l'édifice, ont pu se déformer rapidement.

Deuxièmement, nous avons vu que la charpente a très probablement été construite avant la voûte. C'est l'hypothèse qui sera retenue dans la suite de la thèse. Si la poussée des voûtes lors du décintrage avait entraîné un dévers des murs, celui-ci se serait répercuté sur le haut du mur gouttereau, un glissement entre le haut du mur gouttereau et les pannes sablières de la charpente se serait alors produit. Or, l'examen de la charpente n'a pas révélé de tel désordre. Cela nous amène à penser que, la charpente étant d'origine, les dévers se sont produits avant ou pendant la mise en place de celle-ci. La poussée éventuelle des échafaudages pourraient être mise en cause.

Notons qu'un moyen simple de vérifier que l'écartement des appuis de voûte ne peut être relié aux dévers importants mesurés sur les contreforts consiste à mener une étude cinématique de la voûte. Celle-ci permet de lier l'ouverture de fissure au déplacement des appuis subit par la

voûte depuis son décintrement. Cette étude est détaillée au chapitre IV.3.1. Les résultats de l'étude cinématique indiquent que l'ouverture de fissure mesurée au niveau des arcs doubleaux (1.5mm) implique un déplacement horizontal des appuis de l'ordre de 12mm. Ce déplacement est largement inférieur aux dévers mesurés ce qui conforte l'hypothèse selon laquelle une grande partie des dévers s'est opérée avant la mise en charge de voûtes.

Le chapitre suivant s'attache à identifier les causes probables à l'origine des désordres survenus après la construction et jusqu'à aujourd'hui. Ce travail implique une compréhension de l'évolution de l'environnement de la bibliothèque.

### II.3.3 EVOLUTION DE L'ENVIRONNEMENT DE LA BIBLIOTHEQUE

L'environnement proche de la bibliothèque (a) a subi de nombreuses évolutions depuis 1230 jusqu'à aujourd'hui (Figure II.3-3). A l'époque de son édification, le prieuré était limité à un bâtiment (b). Celui-ci, encore existant aujourd'hui, de même hauteur que la bibliothèque, jouxte celle-ci au niveau du mur pignon Est. Un bâtiment (c) de plus faible hauteur (10m) épaula l'édifice au niveau du mur gouttereau Sud, en travée 6 et 7, encore existant aujourd'hui. Selon un communiqué rédigé par l'architecte en Chef Maurice Malard en 1941 (Archive de la médiathèque du patrimoine n°0081/07503/0002/07), il semble effectivement qu'il y ait toujours eu un bâtiment à l'emplacement considéré. Ensuite, le cloître (d) règne sur la longueur du mur gouttereau Sud des travées 5 à 1, disparu en partie aujourd'hui. Enfin, les cuisines (e) de faible hauteur (4m environ) ont disparu.

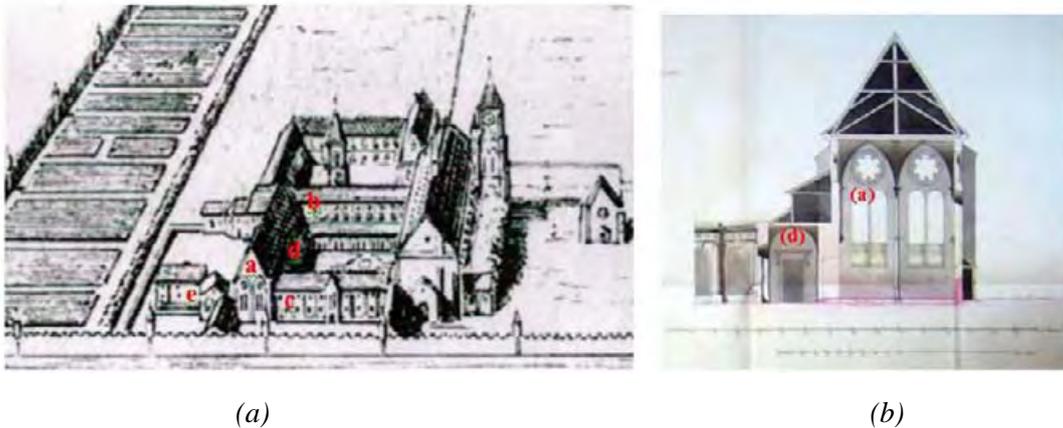


Figure II.3-3: Environnement du réfectoire lors de sa construction : (a) Vue d'ensemble, (b) Vue en coupe (archive Nationales Peyre architecte 1816 F 13 1102)

En 1844, une restructuration débute (Figure II.3-4). Léon Vaudoyer, architecte du Conservatoire, entreprend à cette époque une campagne de travaux de grande envergure. La restauration des bâtiments médiévaux s'inscrit dans un processus de réhabilitation de l'ancien prieuré au profit du Conservatoire et de ses besoins nouveaux. Le cloître est détruit dans sa partie attenante au réfectoire et laisse place à la construction d'un amphithéâtre (e), disparu aujourd'hui. Un bâtiment (f) est construit au droit du mur pignon Ouest et des arcs de contrebutement (g) sont mis en place.

Partie II La bibliothèque du CNAM  
II.3 Recherches historiques des causes de pathologies

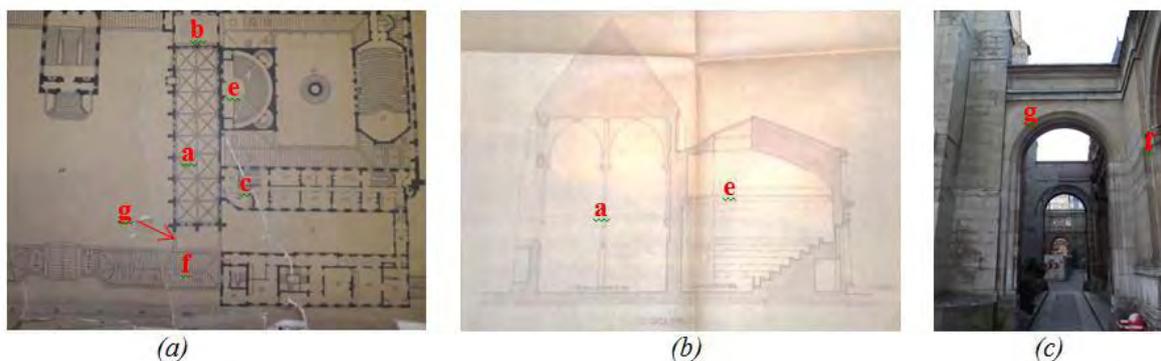


Figure II.3-4: Environnement du réfectoire à partir de 1844 : (a) Plan d'ensemble, (b) Vue en coupe (c) Arcs de contrebutement.

Lors de cette restructuration, la bibliothèque du CNAM fait l'objet d'une vaste rénovation. Des éléments de bois sont ajoutés au niveau de la charpente. Des tirants obliques sont ajoutés transversalement qui présentent une disposition particulière au niveau des fermes entre les travées 6, 7 et 8 (Figure II.1-10). De plus, les arcs de contrebutements sont ajoutés à la même période au niveau du mur pignon Ouest. Cette zone de l'édifice correspond à la zone pour laquelle les dévers mesurés sont les plus importants (Figure II.2-3). Il est alors possible d'émettre l'hypothèse que Vaudoyer avait déjà mis en évidence la présence de dévers accentués sur la partie Ouest de l'édifice. Cela l'a sans doute conduit à commander d'une part la mise en place particulière de tirants doublés au niveau des travées les plus exposées et d'autre part la construction des arcs de contrebutement.

Enfin, dans la première moitié du 20<sup>e</sup> siècle, au Sud de la bibliothèque, l'amphithéâtre (e) est détruit et laisse place à la construction d'un nouveau bâtiment (h) (Figure II.3-5). Au Nord, il est construit un amphithéâtre sous le sol de la cours d'honneur à environ 5 m du droit du mur gouttereau. Cet ouvrage dont la coupe et le plan sont présentés à la Figure II.3-5, présente un intérêt dans notre étude car il peut éventuellement expliquer des mouvements de sols sous la bibliothèque.

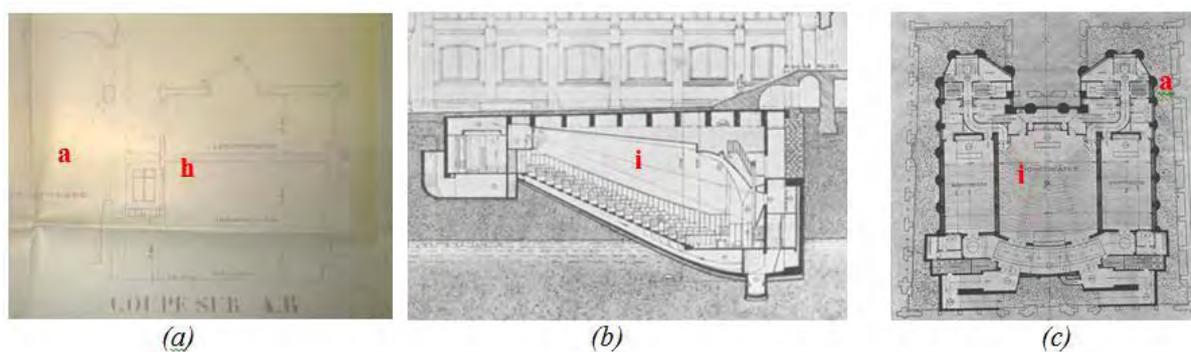


Figure II.3-5: Environnement de l'église à partir de 1933 jusqu'à aujourd'hui: (a) Vue en coupe du bâtiment h, (b) et (c) Coupes longitudinales et horizontales du nouvel amphithéâtre [CNAM, 1933]

En raison du court délai imposé par le maître d'ouvrage, de la qualité et de la nature des bâtiments à construire à proximité du réfectoire du moyen-âge, il fut impossible de mettre en œuvre des procédés de construction habituels, à savoir : fouille en excavation aux profondeurs définitives avec étaieage, contreventement des bâtiments de pourtour et blindage des talus ; puis construction, « en remontant », des radiers, piles, planchers et aménagements intérieurs. Il

II.3 Recherches historiques des causes de pathologies

a donc été décidé ici d'exécuter le plafond de l'amphithéâtre sur le sol existant et de construire l'amphithéâtre en descendant, en sous œuvre. Le plancher a été prolongé jusqu'aux façades existantes permettant de les contrebuter entre-elles. On peut lire dans les annales du CNAM [CNAM, 1933] le phasage des travaux de construction de l'amphithéâtre :

- « Exécution de huit points d'appuis centraux, avec emplois de caissons spéciaux en béton armé s'enfonçant dans 6 mètres d'eau au point le plus bas.
- Exécution progressive du plafond des amphithéâtres au niveau de la cour avec mise en place de butées sur les façades du pourtour
- Au fur et à mesure de la réalisation de ces butées, exécution des 27 points d'appui de pourtour sans étaitements spéciaux avec emplois de caissons, comme ci-dessus dans les hauteurs immergées
- travaux d'asphaltage, pavage, et maçonneries diverses au niveau du sol cour, pendant que les terrassements s'exécutaient à l'abri sous le plancher
- Parallèlement aux terrassements progressant par tranchées horizontales de 1.5m de hauteur, construction de pilier à piliers des voiles de soutènement en béton armé du pourtour en commençant par le haut,
- Exécution des radiers des planchers des cloisonnements intérieurs au-dessus des radiers inclinés, reposant sur des murettes de maçonnerie, exécution des gradins,
- Travaux secondaires de parachèvement. »

Dans de nombreux cas, les pathologies structurelles se manifestant sur une structure ancienne ont pour cause lointaine la modification de l'équilibre du sol environnant. Cette modification peut provenir également de la variation de hauteur de la nappe phréatique ou de la construction ou destruction d'un édifice dans l'environnement immédiat. Ici, l'amphithéâtre construit au Nord de la bibliothèque a pu entraîner cette modification d'équilibre et par la même occasion une dénivellation ou rotation des fondations.

Cependant, le phasage indique qu'un soin a été apporté dans la mise en place de butées sur les façades de pourtour et donc au niveau du mur gouttereau Nord de la bibliothèque. Ces butées ont eu pour rôle de prévenir l'éventuel mouvement horizontal vers l'extérieur des fondations du mur gouttereau Nord. Par ailleurs, la mise en place particulière des tirants au milieu du 19<sup>e</sup> siècle indique que les dévers conséquents au niveau des travées avaient déjà été observés. Par conséquent, la construction récente de l'amphithéâtre n'explique pas à elle seule l'ampleur des dévers des murs de la bibliothèque du CNAM. Il faut donc chercher une autre cause, plus ancienne.

#### II.3.4 CONCLUSION SUR LA RECHERCHE HISTORIQUE DES CAUSES DE PATHOLOGIES

Après une brève présentation de l'histoire du Prieuré Saint-Martin-des-Champs, nous avons proposé un phasage probable de construction de la bibliothèque du CNAM sur la base des recherches bibliographiques présentées dans la partie I. L'origine des dévers a été étudiée. Nous pouvons conclure que :

- la poussée des voûtes n'a pu provoquer ces dévers au vu de l'absence constatée de glissement entre les éléments de la charpente et la tête du mur gouttereau (principe de causalité) ;

- La mise en place particulière des tirants au milieu du 18<sup>e</sup> siècle prouve qu'une grande partie des dévers se sont produits à une période antérieure.
- La construction de l'amphithéâtre ne peut pas constituer la cause exclusive des dévers ;
- L'apparition d'une partie des désordres semble donc avoir une origine plus lointaine dans le temps et semble être apparue au début de la construction de l'édifice.

Ils pourraient avoir été causés par la poussée horizontale des échafaudages nécessaires à la construction de la bibliothèque. Les cintres en formes de voûtes constituent les éléments de « coffrage » de la voûte. Il est possible que ceux-ci exercent une poussée horizontale en s'appuyant potentiellement sur les murs au niveau des tas-de-charge.

## II.4 AUSCULTATIONS DE L'EDIFICE

---

Ce chapitre portant sur la campagne d'auscultation de l'édifice distingue deux objectifs. Le premier consiste à poursuivre l'enquête sur l'identification des causes à l'origine des désordres constatés. Le second est de recueillir des données nécessaires à l'établissement des lois de comportement mécanique des maçonneries en place.

La campagne d'investigations des maçonneries situées en superstructure est présentée en premier lieu, puis dans un second temps, les fouilles géotechniques mises en œuvre pour évaluer l'état des fondations et détecter la présence éventuelle des butons sous le sol de la cours d'honneur.

La troisième et dernière partie présente une étude détaillée des maçonneries. Nous verrons comment le relevé des dimensions des maçonneries, l'utilisation du radar, le prélèvement d'échantillon par carottage dans les pierres calcaires et la mesure in-situ de la vitesse de propagation d'ondes ultrasonores a abouti à la caractérisation complète des maçonneries existantes.

### II.4.1 INSTRUMENTATION

La mise en place d'une instrumentation permanente a été décidée en août 2009 dans le but de mesurer et contrôler l'évolution des pathologies structurelles au cours du temps, à savoir ouvertures de fissures, inclinaison des poteaux et des murs. Pour compléter les mesures de déplacements différentiels entre les points hauts et bas de l'édifice, un suivi topographique de cibles implantées à l'extérieur de l'édifice a été ajouté afin de quantifier les mouvements absolus.

#### II.4.1.1 Position des capteurs

Trois types de capteurs ont été mis en place à l'intérieur de l'édifice (Figure II.4-1) :

- 20 fissuromètres (F1 à F20) positionnés pour la plupart au droit des fissures d'intrados des voûtes à croisée d'ogive
- 7 convergencemètres (C1 à C7 d'Est en Ouest)) positionnés horizontalement et reliant le haut des colonnes au mur gouttereau Nord (Figure II.4-2) (appuis des voûtes à croisée d'ogive de la rangée la plus au Nord)

- 8 inclinomètres (I1 à I8 d'Est en Ouest) positionnés en tête de colonne dans le but de mesurer la variation d'angle dans l'axe Nord-Sud de l'édifice.

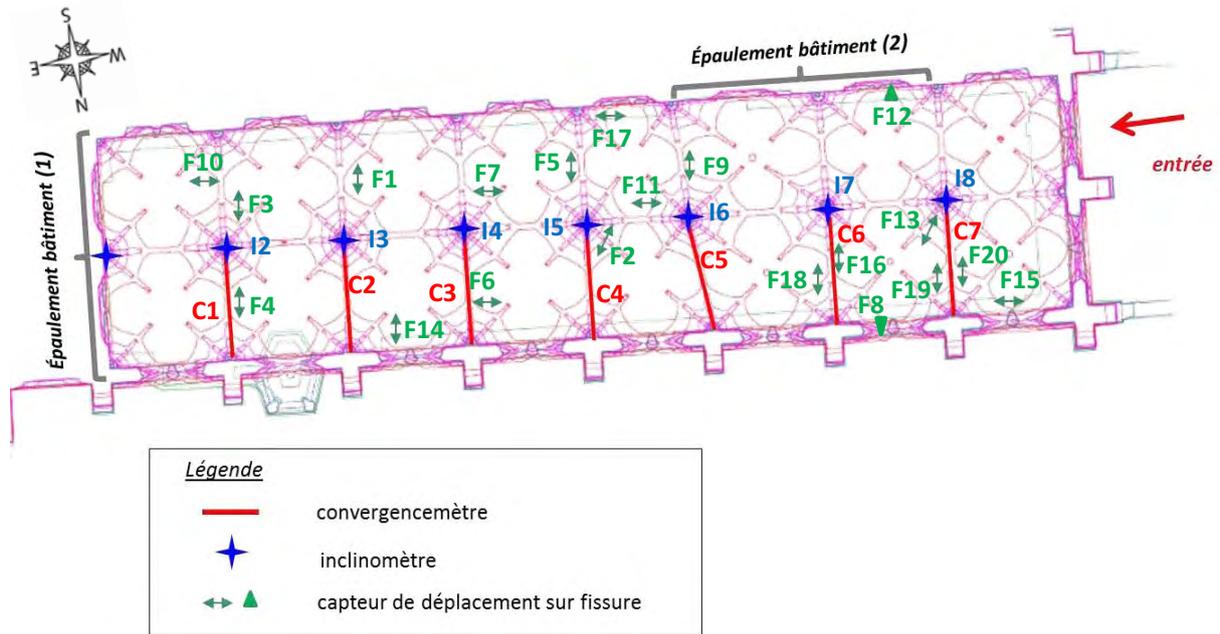


Figure II.4-1: Position et dénomination des capteurs d'instrumentations

A ce dispositif, est ajoutée une sonde de température placée en extrados des voûtes au niveau des combles afin de mesurer la température régnant à l'intérieur des combles (relevée par une centrale d'acquisition toutes les 6 heures).

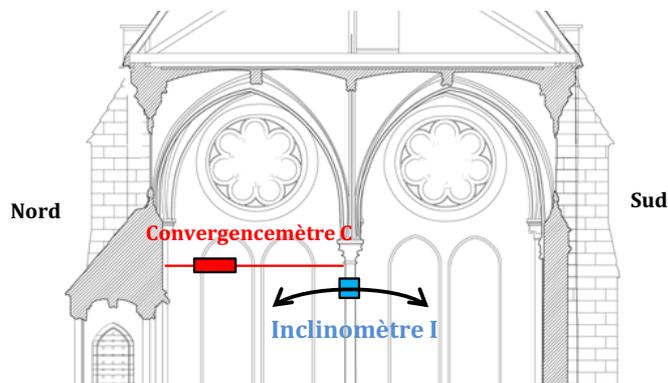


Figure II.4-2: Position des convergences mètre et des inclinomètres

### II.4.1.2 Evolution de la température intérieure

Le relevé de température entre Septembre 2011 et avril 2015 (Figure II.4-3) établit que la température minimale est égale à 15 ° (mis à part le pic observé Janvier 2014). Rappelons qu'en hiver, la bibliothèque est chauffée. Les transferts de chaleur par conduction-convection à travers les voûtes de l'intérieur de la bibliothèque vers l'intérieur des combles conduisent à conserver une température supérieure à ce seuil (18,20°C). La température mesurée dans les combles ne reflète donc pas la température extérieure en Hiver. Il est intéressant de noter par ailleurs que le pic négatif mesuré entre décembre 2013 et Janvier 2014 correspond à la période pendant

laquelle le CEBTP a mené les investigations. En effet, les travaux ont nécessité la coupure du plancher chauffant. Enfin, les pics maximums de températures suivent l'évolution de la température extérieure car la bibliothèque ne dispose pas de moyen de climatisation.

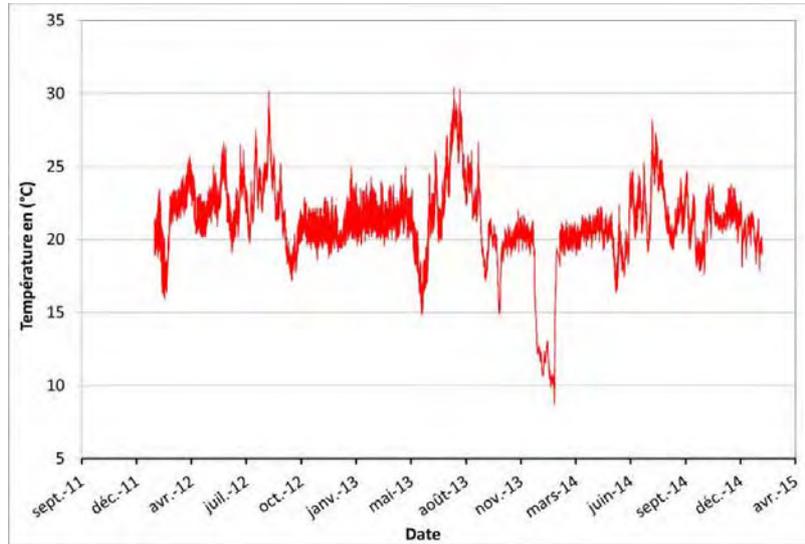


Figure II.4-3: Evolution de la température des combles de la bibliothèque en fonction du temps

### II.4.1.3 Evolution des ouvertures de fissure

La Figure II.4-4 présente l'évolution de l'ouverture des fissures mesurée par 20 capteurs en fonction du temps. L'amplitude des mouvements n'excède pas le millimètre. De plus, en 3 ans, il n'est pas observé d'évolution structurelle notable. Les ouvertures et fermetures des fissures sur voûte sont donc d'origine thermique et donc réversibles. Ceux-ci sont vérifiés sur les graphiques présentant l'ouverture en fonction de la température dont deux exemples sont présentés en Figure II.4-5. Les ouvertures des fissures croissent linéairement avec la température. Nous verrons en conclusion de ce chapitre comment expliquer cette dépendance positive.

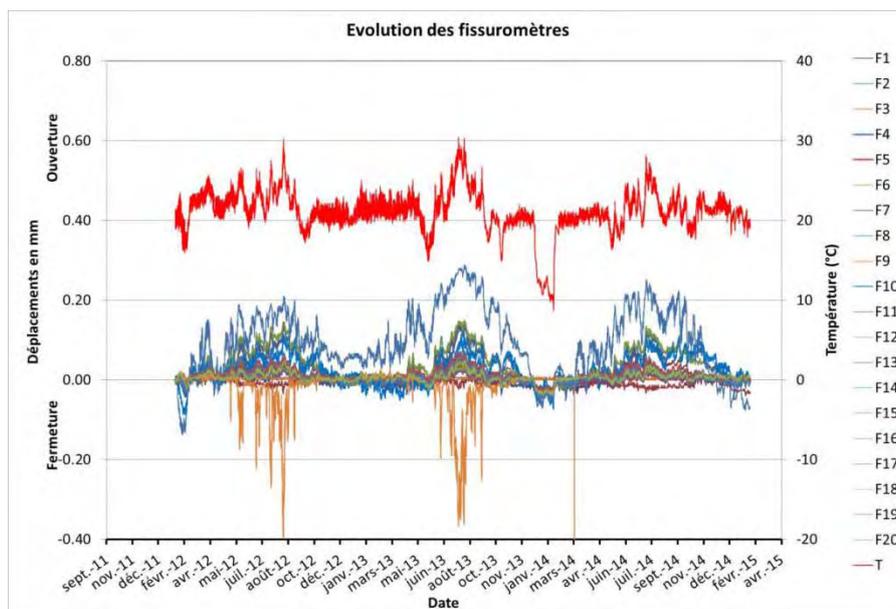


Figure II.4-4: Evolution des ouvertures de fissure en fonction du temps

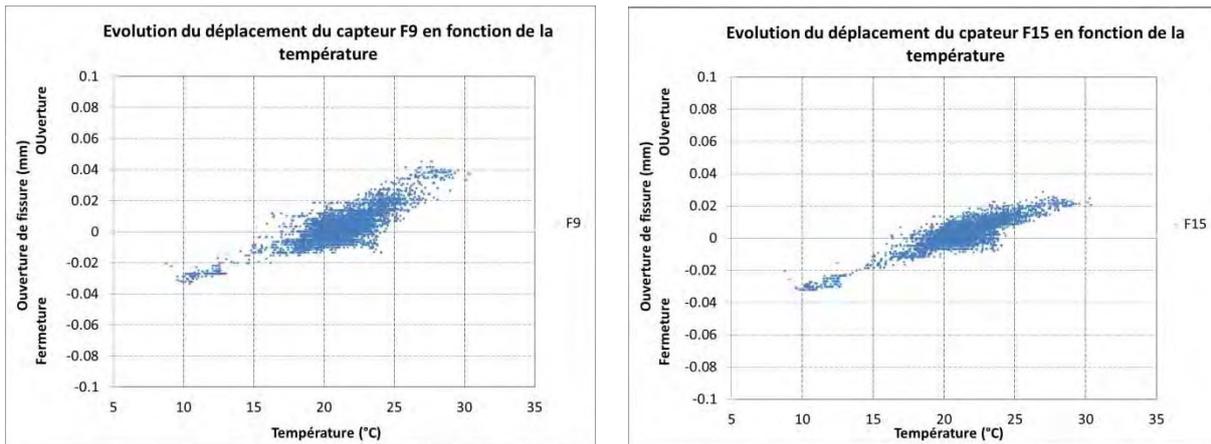


Figure II.4-5: Evolution de l'ouverture en fonction de la température pour les capteurs F9 et F15

#### II.4.1.4 Évolution des distances entre appuis de voûte

L'allure des courbes de convergence indique ici encore un mouvement principalement d'origine thermique et similaire sur chaque travée de l'ensemble des capteurs. L'amplitude thermique est comprise entre 1 et 2 mm. Une augmentation de la température entraîne une augmentation de la distance entre appuis de voûtes, qui est probablement due à la dilatation thermique des voûtes de la charpente et des tirants métalliques. Cette dilatation se répercute donc sur les voûtes ce qui explique la proportionnalité entre l'ouverture des fissures et la température observée au niveau des fissuromètres.

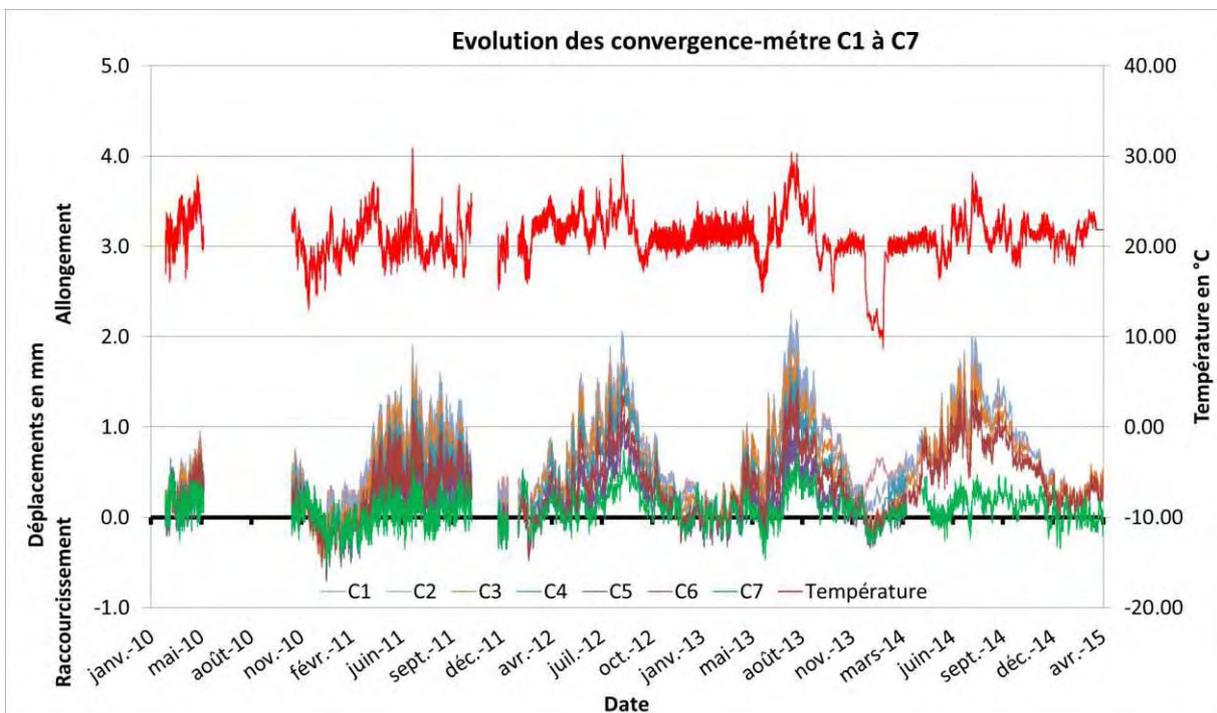


Figure II.4-6: Evolution de la variation de distance entre appuis des voûtes en fonction du temps

#### II.4.1.5 Évolution de la rotation en tête de colonne

Les mesures inclinométriques indiquent la variation de rotation en tête de chaque colonne dans le sens Nord-Sud (Figure II.4-7). Une remise à 0 des capteurs a été réalisée en 2012 lors

d'un changement de centrale d'acquisition. La lecture du tracé de l'évolution de l'inclinaison des colonnes en fonction de la température indique un mouvement d'origine thermique. En effet, tous les capteurs traduisent une dépendance linéaire positive entre la rotation et la température, de l'ordre de  $7.10^{-3}$  degrés par Kelvin. L'élévation de température tend à faire pivoter la colonne vers le Nord. Ces mouvements peuvent être corrélés aux écartements des appuis engendrés par l'élévation de température. En effet, la bibliothèque est épaulée au niveau des travées 2 et 3 en partie sud. Cet épaulement empêche le déplacement des appuis des voûtes. En revanche, la partie Nord ne présente aucun épaulement. C'est la raison pour laquelle l'écartement des appuis engendré par la dilatation thermique entraîne un déplacement absolu des appuis des voûtes vers le Nord.

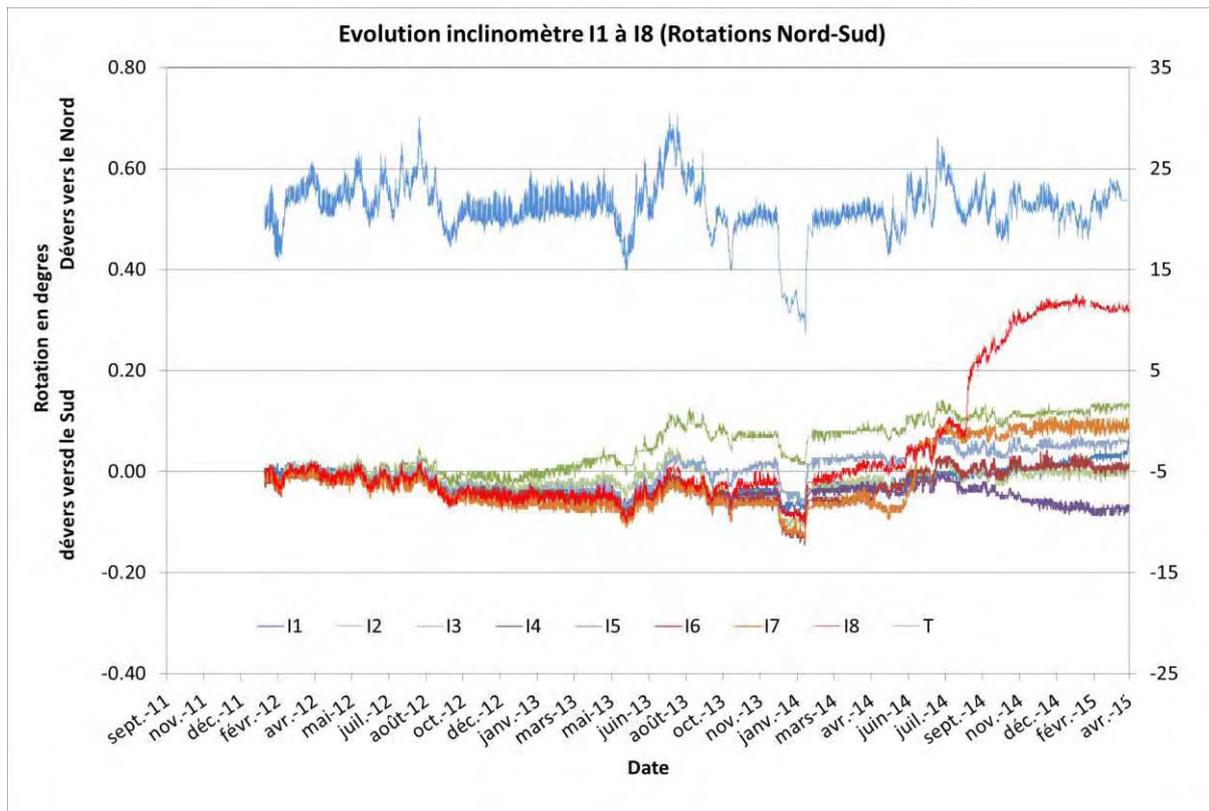


Figure II.4-7: Evolution de la variation d'angle dans l'axe Nord-Sud en tête de colonne en fonction du temps

A ces mouvements d'origine thermique, des rotations non réversibles sont mesurées. Mis à part les capteurs I3 et I6, l'ensemble des capteurs admettent en effet des déformations résiduelles sur la période allant de février 2012 à avril 2015. Le capteur I4 présente une variation de rotation résiduelle négative vers le Sud de l'ordre de  $0.07^\circ$ . Les cinq autres capteurs présentent des déformations résiduelles vers le Nord (capteur I1:  $0.04^\circ$ ; capteur I2:  $0.13^\circ$ ; capteur I5:  $0.06^\circ$ ; capteur I7:  $0.1^\circ$  et capteur I8:  $0.3^\circ$ ). La Figure II.4-8 indique l'évolution de l'angle en fonction de la température pour les capteurs inclinométriques I2, I4, I7 et I8. Le capteur I8 présente une variation d'angle de  $+0.3^\circ$  vers le Nord entre juin 2014 et février 2015. Notons que ce mouvement tend à se stabiliser. Le capteur I7 présente une variation de  $+0.15^\circ$  vers le Nord entre Mai 2014 et Octobre 2014. Le mouvement semble également stabilisé depuis. Le capteur I4 présente une variation d'angle de  $-0.07^\circ$  vers Sud. Enfin le capteur I2 présente une variation d'angle de  $+0.1^\circ$  entre octobre 2012 et Aout 2013.

Ces variations irréversibles à différentes dates sont difficilement explicables, d'autant plus que le suivi de la variation de distance des appuis de voûte semble indiquer un mouvement d'origine thermique réversible. Il est donc probable qu'il s'agisse d'un problème lié à la mesure à vérifier avec des mesures complémentaires

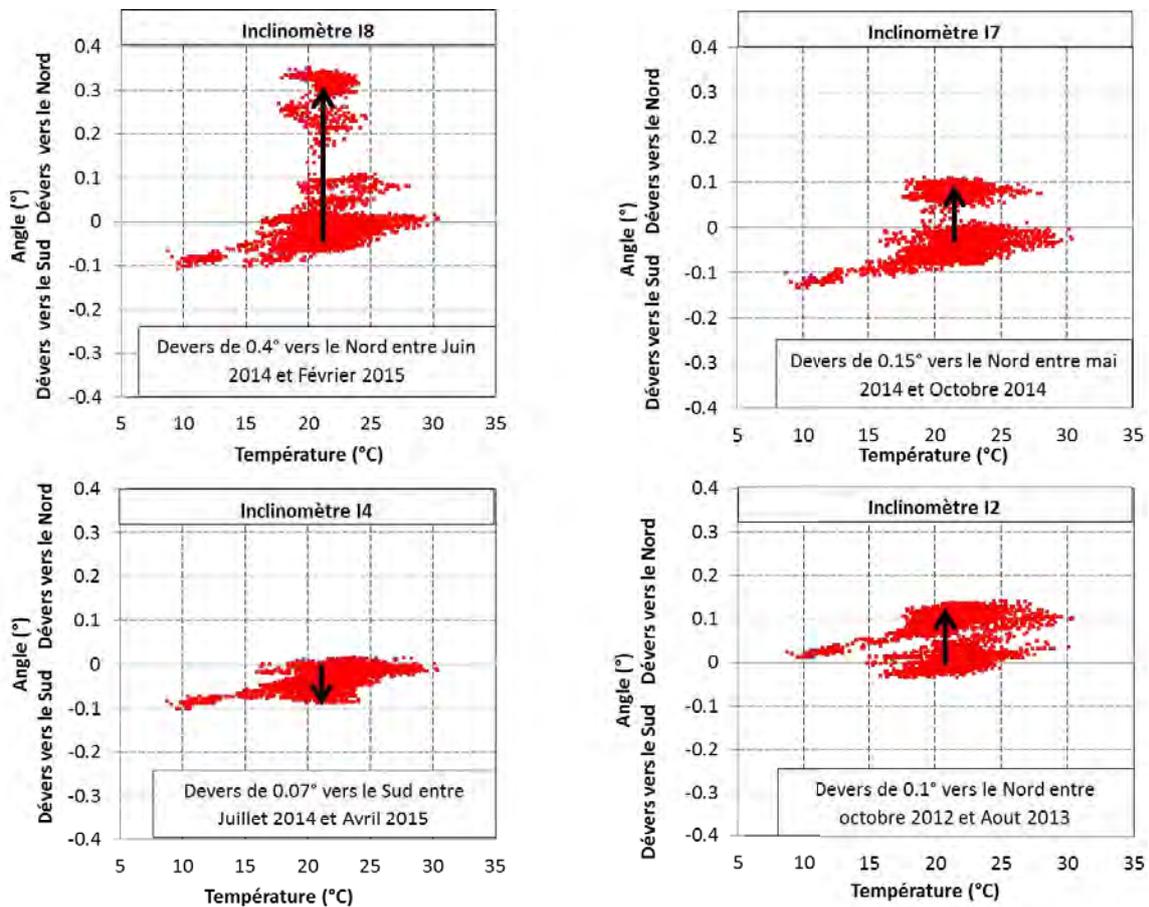


Figure II.4-8: Evolution de la variation d'angle en fonction de la température des inclinomètres 11, 12, 15 et 17

#### II.4.1.6 Relevés topographiques semestriels

Afin de suivre l'évolution des mouvements absolus du mur gouttereau Nord et du mur pignon Ouest, 20 cibles fixes ont été posées sur l'édifice en Janvier 2014. Sur le mur gouttereau Nord, on dénombre 2 rangées de 9 cibles placées sur les contreforts respectivement à environ 4 m et 11m50 du sol (Figure II.4-9). La rangée supérieure présente l'intérêt d'être placée au droit des appuis des voûtes à croisée d'ogives. Deux cibles sont par ailleurs placées sous les rosaces du mur pignon Est. Deux mesures ont été réalisées à ce jour en août 2014 et janvier 2015. Certains déplacements n'ont pu être relevés car les cibles correspondantes se sont décollées de la pierre calcaire en place.

Les résultats de ces mesures indiquent des déplacements quasi-nuls dans les trois directions de l'espace de l'ensemble des cibles (maximum de 1 mm ce qui est l'ordre de grandeur de la précision de l'appareil de mesure). On peut donc conclure qu'aucun mouvement absolu n'est constaté sur les murs gouttereaux Nord et pignon Ouest.

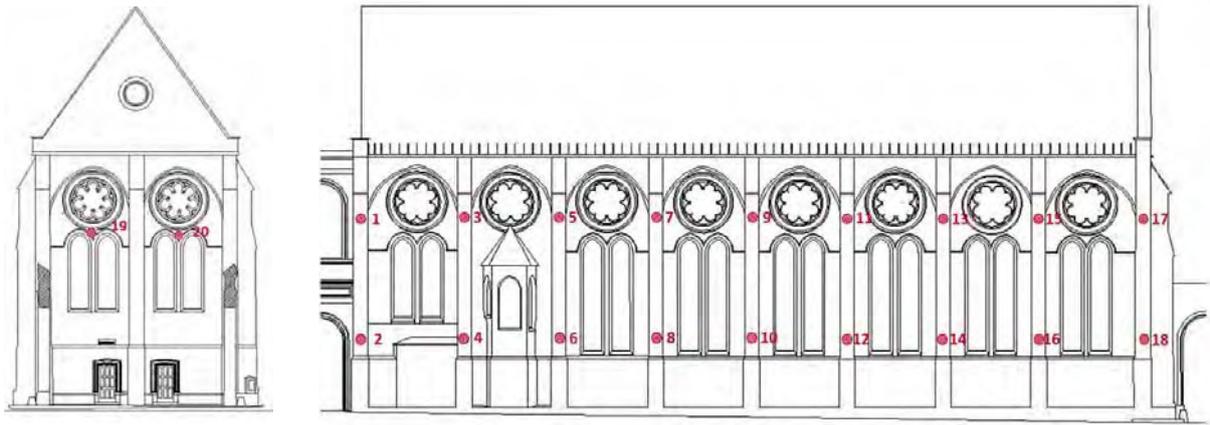


Figure II.4-9: Emplacement des cibles pour relevés topographiques semestriels

#### II.4.1.7 Conclusion sur l'instrumentation et les relevés topographiques.

Plusieurs éléments nous amènent à penser que les mouvements d'origine structurels sont stables. La dépendance linéaire de la température avec d'une part l'ouverture des fissures et d'autre part la distance entre appuis des 8 voûtes à croisée d'ogives de la rangée Nord de la bibliothèque confirment cette hypothèse. La dilatation thermique de la charpente et des voûtes entraîne probablement l'écartement des appuis de voûte, mais avec une réversibilité saisonnière. L'amplitude d'origine thermique de l'écartement des appuis ne dépasse cependant pas 2 mm ce qui explique qu'elle n'est pas décelable à l'aide des relevés topographiques pourtant réalisés en hiver et en été. Par ailleurs, la tendance linéaire positive entre la température et la rotation des colonnes vers le Nord s'explique par le fait que l'écartement des appuis de voûte se traduit par un déplacement absolu des appuis vers le Nord. En effet, une partie des appuis situés au Sud voient leur déplacement horizontal bloqué par l'épaulement généré par le bâtiment (c) présenté Figure II.3-4. Enfin, les rotations résiduelles de colonnes à différentes dates ne peuvent s'expliquer, et doivent probablement trouver leur origine dans un défaut de mesure des capteurs.

### II.4.2 FOUILLES GEOTECHNIQUES

L'auscultation des fondations a deux objectifs. Le premier consiste à vérifier que la construction de l'amphithéâtre sous la cour d'honneur n'a pas occasionné de mouvement de sol et que les butons placés sous le sol tout au long du mur gouttereau Nord assurent leur fonction de contrebutement. Deuxièmement l'auscultation a pour but de déterminer les dimensions et la composition des fondations pour estimer la capacité portante de celles-ci. Dans un premier temps la nature du sol en place sera présentée. Ensuite, les résultats d'une fouille au droit d'une colonne intérieure et d'une fouille extérieure au droit d'un contrefort seront analysés.

#### II.4.2.1 Nature du sol en présence

La carte géologique présentée Figure II.4-10 établit l'étagement des couches de sol suivantes au droit de la bibliothèque étudiée (de haut en bas) :

- un remblai de 2 à 3 m

- des alluvions anciennes sur 8 à 10 m
- des sables de Beauchamp sur une hauteur non connue.

Cette composition est confirmée par une étude de reconnaissance de sol menée par l'entreprise Michelin Nitzel [Rapport, 2009]. L'entreprise réalise un essai pressiométrique de 15 m de profondeur dans un bâtiment situé à une centaine de mètres au Nord-Est de la bibliothèque. L'essai indique que l'épaisseur de remblais est de 2.8 m avec un module pressiométrique compris entre 8 et 14 MPa et une pression limite comprise entre 0.8 et 2 MPa. Ensuite la couche d'alluvion s'étend de 2.8 m à 12.2m et présente un module pressiométrique de 40 MPa environ pour une pression limite supérieure à 3 MPa. Enfin le sable de Beauchamp se trouve à une profondeur de 12.2m. Il présente des caractéristiques mécaniques plus faibles (Module pressiométrique compris entre 11 et 16 MPa et pression limite comprise entre 1 et 1.4 MPa).



Figure II.4-10: Situation géologique du sol environnant. Extrait de la carte géologique à 1/5000 des 1<sup>er</sup>, 2<sup>ème</sup>, 3<sup>ème</sup> et 4<sup>ème</sup> arrondissements

### II.4.2.2 Résultat des investigations géotechniques

Deux fouilles sont réalisées, la première au droit de la colonne à la jonction entre les travées 2 et 3 et la seconde au droit du contrefort délimité par ces mêmes travées (Figure II.4-11). Au droit de la colonne, il est observé en (a) le socle de la colonne de forme octogonale, en (b) un bloc de pierre calcaire monolithique assurant la transmission des efforts de la colonne vers la fondation. L'arase supérieure de la fondation est identifiée en (c) à une profondeur d'environ 1 m. Elle présente une forme carrée de 1.6 m de côté centrée sur l'axe de la colonne. Elle est constituée d'une maçonnerie taillée grossièrement et liaisonnée par des joints de mortier.

La seconde fouille (Figure II.4-11 (b)), au droit du contrefort (e) met au jour les dispositifs de contrebutement (f) entre la bibliothèque et l'amphithéâtre récemment construit. Il s'agit ici d'une poutre en béton armé traversant la cour d'honneur du Nord au Sud, coulé sur site avant les travaux de terrassement pour prévenir tout déversement vers le vide du mur gouttereau Nord de l'église. A 1.3m de profondeur, sous cette poutre, l'arase supérieure de la fondation (g) du contrefort apparaît, constituée de pierres grossièrement appareillées. Son débord, perpendiculairement au nu du contrefort, est de 1.20m et son débord latéral par rapport à la surface latérale du contrefort est de 40 cm. Notons que pour les deux fouilles, l'embase des

fondations n'a pu être atteinte. Les maçonneries apparaissent de bonne qualité sans désordres structurels visibles.



(a)

(b)

Figure II.4-11: Fouilles géotechniques : (a) au droit de la colonne, (b) au droit du contrefort

### II.4.2.3 Conclusion sur les fouilles géotechniques

Grace aux fouilles géotechniques, la géométrie des fondations est connue. Les arases supérieures des fondations intérieures et extérieures se situent à environ 1 m de profondeur. Il est fort probable que l'arase inférieure des fondations atteignent la couche d'alluvions anciennes qui constitue un sol de bonne qualité. De plus la fouille extérieure a révélé le dispositif de contrebutement de l'édifice mis en place lors de la construction de l'amphithéâtre sous la cours d'honneur. Celui-ci semble en bon état et sans défaut apparent. Ces investigations confirment l'hypothèse selon laquelle les mouvements d'appuis horizontaux vers l'amphithéâtre en sous-sol ne représentent pas la cause essentielle des désordres.

## II.4.3 AUSCULTATION DES MAÇONNERIES

Les deux premiers chapitres de cette partie II.4 consacrée à l'auscultation de la bibliothèque du CNAM (§ II.4.1 à II.4.2) se sont attaché à identifier les causes probables ayant occasionné les désordres structurels. Ce troisième chapitre II.4.3 rassemble les investigations menées afin de de caractériser les maçonneries en place, c'est-à-dire recueillir les données nécessaires à l'élaboration des lois de comportement mécanique des maçonneries. Dans un premier temps, une observation visuelle globale mais précise des parements des maçonneries a été effectuée dans le but d'identifier les appareillages des différents éléments de structure. A l'issue de cette première étape, les parements des éléments structurels verticaux et des voûtes ont été découpés en zones correspondant, chacune, à des maçonneries d'apparence semblable.

Dans un deuxième temps, nous présenterons les résultats de la campagne d'essais réalisée sur site et en laboratoire pour déterminer la constitution interne des maçonneries, zone par zone. Ce programme expérimental a associé des essais non destructifs (mesures radar) et des

essais destructifs ajoutés pour confirmer la composition interne des éléments porteurs, et notamment, la présence éventuelle de maçonnerie de blocage et d'éléments métalliques noyés.

Enfin, des mesures de vitesse de propagation d'ondes ultrasonores complètent les résultats précédents par une évaluation de la dispersion de la qualité des pierres au sein de chacune des zones.

### II.4.3.1 Relevé visuel des appareillages

Par une simple mais rigoureuse observation visuelle de la totalité de l'édifice, les dimensions des blocs et l'épaisseur des joints de mortier ont été listées, ainsi que l'aspect de la pierre, leur couleur et leur porosité superficielle. Une nacelle élévatrice a été utilisée afin d'accéder aux zones situées en hauteur. A partir de cette première investigation, 6 types de maçonneries ont été distingués, et un zonage a été établi comprenant :

- 2 zones pour les murs et les contreforts
- 3 zones pour les voûtes
- 1 zone pour les colonnes centrales.

Concernant les contreforts et les murs d'élévation gouttereau et pignon (Figure II.4-12(a)), deux zones ont été définies : le niveau de soubassement et le niveau d'élévation supérieur. Le niveau de sous bassement, compris entre l'assise et le bas des baies géminées, semble composé de pierres calcaires tendres. Le niveau supérieur en retrait du premier niveau, entre le bas des baies géminées et le haut du mur gouttereau, est composé de pierres calcaires paraissant encore plus tendres (porosité plus élevée). Pour ces deux zones, les parements sont appareillés à assise régulière allongées.

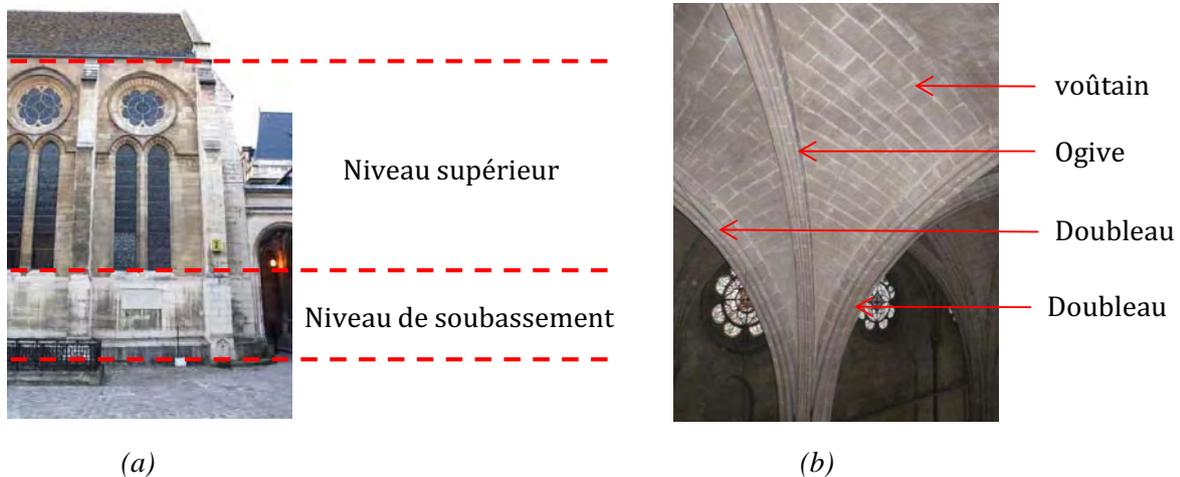


Figure II.4-12: maçonneries en place sur la bibliothèque : (a) le mur d'élévation, (b) les voûtes à croisée d'ogives

Les voûtes à croisée d'ogive ont été calepinées en 3 zones (Figure II.4-12 (b)) :

- les voûtains, appareillés à assise régulière,
- les arcs doubleaux et formerets, regroupés dans une même zone appelée par la suite « arcs de tête »,
- les arcs d'ogives, dont la section est plus faible.

Toutes ces nervures sont constituées de blocs appareillés en série et présentent des joints d'épaisseur constante (la courbure de la structure impose donc que les blocs soient taillés en biseau).

Enfin, à l'intérieur de la bibliothèque, le dernier type de maçonnerie rassemble les colonnes (Figure II.4-13). A la base, un socle de 2 m de haut (a) est composé de blocs monolithiques octogonaux de 30 cm de hauteur de lit et séparés par des joints de lit de 1.3 cm de hauteur. Ensuite, il est observé un premier fût monolithique (b) cylindrique de 3.2 m de haut évasé, relié en parties haute et basse par des bagues moulurées (c) posées sur lit de plomb (d) d'une épaisseur d'environ 1cm. La malléabilité du plomb libère une éventuelle rotation de la section. Les diamètres du premier fût en parties basse et haute sont respectivement 38 cm et 33 cm. Un second fût monolithique (e) de 3.8m de haut présente les mêmes connexions en parties basse et haute. Les diamètres du fût sont respectivement de 29cm en partie basse et 27cm en partie haute. Enfin, un chapiteau réunit le tas de charge des voûtes et le fût monolithique supérieur.

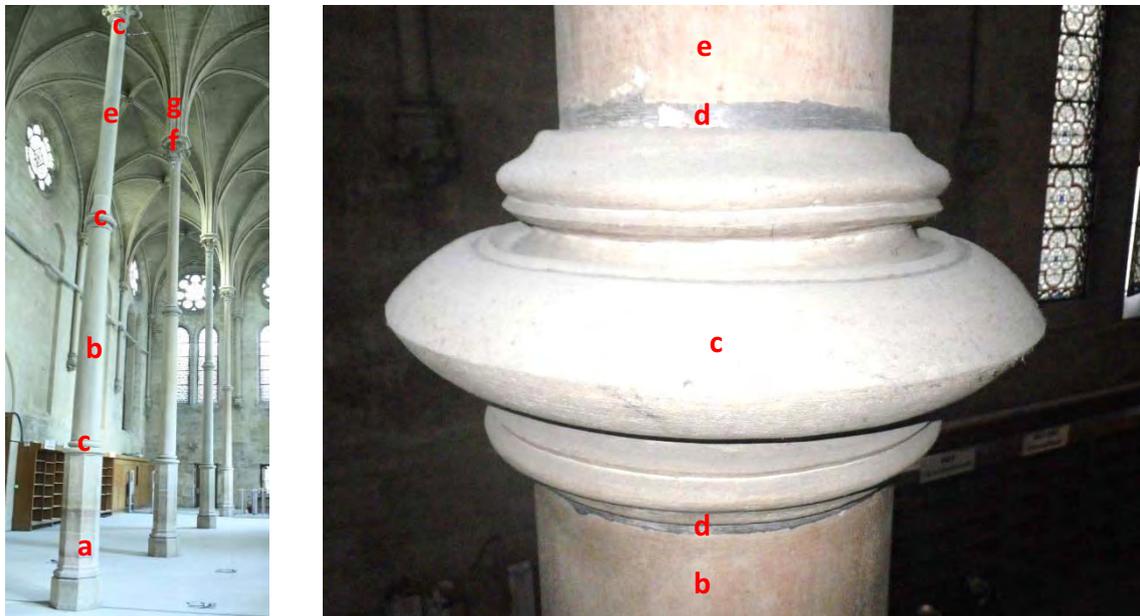


Figure II.4-13: Constitution des colonnes

### II.4.3.2 Constitution interne des maçonneries

La constitution interne des maçonneries a été étudiée à l'aide de mesures non destructives de type « radar » et par l'analyse d'échantillons prélevés par carottage.

#### II.4.3.2.1 Auscultations radars

Les 8 points de mesure auscultés au Radar sont localisés sur la Figure II.4-14. Les points repérés en rouges sont des auscultations dans un plan horizontal tandis que ceux en bleu le sont dans un plan vertical. Le Tableau I.3-1 précise pour chaque point de mesure le nombre de pierres auscultées, le sens et la longueur d'auscultation. Les traits rouges représentés sur chaque profil radar représentent la position visible des joints de mortier.

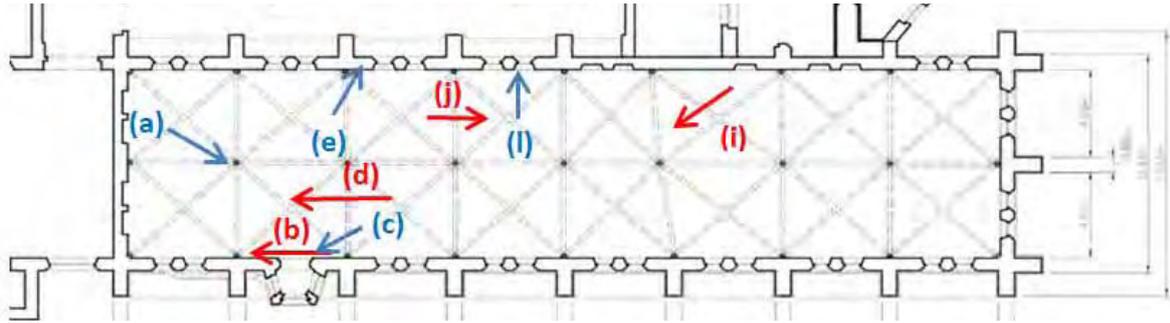


Figure II.4-14: Localisation des auscultations radar.

Point	Description	Nombre de pierres auscultées	Sens	Distance d'auscultation
(a)	Pilier, au niveau du Socle Octogonal.	4	vertical	1.2 m
(b)	Mur gouttereau Nord intérieur, à 1 m de haut, au droit de la chaire de lecture	3	horizontal	3 m
(c)	Mur gouttereau Nord intérieur, à 1m de haut au droit de la chaire de lecture	5	vertical	1.8 m
(d)	Dallage intérieur	4	horizontal	1.7 m
(e)	Mur gouttereau Sud intérieur à partir du lit en bas de la baie géminée et à l'extérieur de la baie	5	vertical	1.4 m
(f)	Mur gouttereau Sud intérieur à partir du lit en bas de la baie géminée et à l'intérieur de la baie	-	vertical	1.4 m
(i)	Extrados de voûte, nervure d'ogive	-	horizontal	2.1 m
(l)	Mur gouttereau Sud, entre baies géminées et rosace	3	vertical	1.2m

Tableau II.4-1 : Description des auscultations radar

### (a) : socle octogonal

La distance entre l'antenne émettrice-réceptrice du radar et l'interface opposée pierre/air est d'environ 45 cm. Celle-ci est vérifiée à l'aide d'un mètre. On constate entre chaque joint une pierre relativement homogène attestant le fait que chaque bloc du socle est monolithique et maçonné avec soin. Aucun désordre structural de type fissuration n'est décelé.

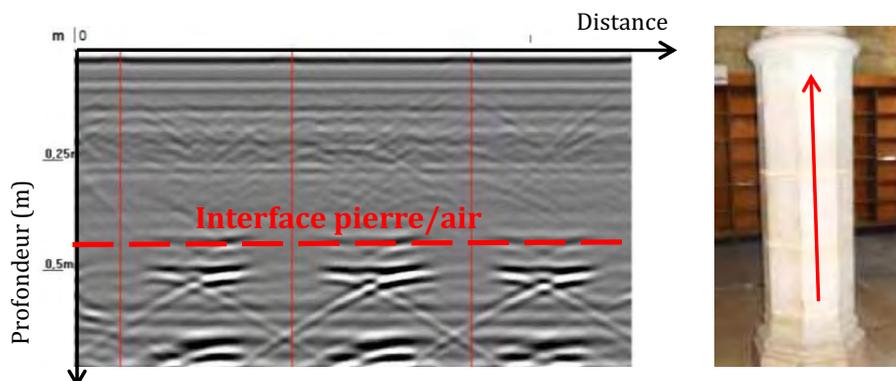


Figure II.4-15: Relevé radar au niveau du socle octogonal

**(b) et (c) : Mur gouttereau Nord intérieur, au droit de la chaire de lecture.**

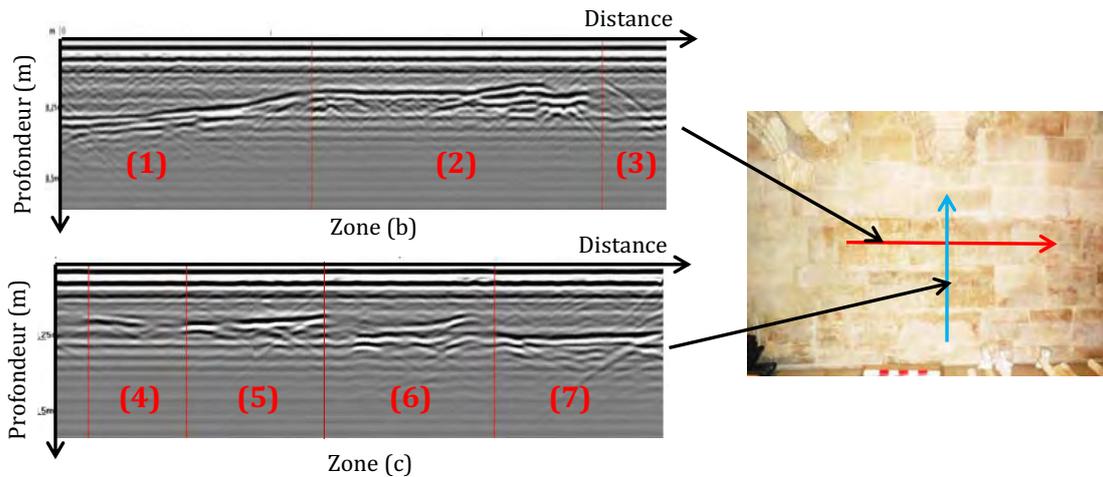


Figure II.4-16: Relevé radar au niveau du mur gouttereau sud intérieur

Le profil radar horizontal au point (b) indique que les pierres sont posées en panneresse, c'est-à-dire avec leur plus grande dimension en parement (Figure II.4-16). Il est intéressant de noter que les faces opposées à la face apparente des pierres ne se situent pas toute à la même distance d'une part et ne sont pas des plans taillés parfaitement d'autre part : les pierres (1) et (3) présentent une profondeur d'environ 30 cm alors que la pierre (2) une profondeur d'environ 20 cm. Par ailleurs, la pierre (1) présente une surface opposée non taillée (interface courbe) et non parallèle à la face apparente. Cette constatation indique qu'il existe très probablement une fourrure (maçonnerie de blocage) au-delà de l'assise de parement. Cette fourrure permet notamment de rendre obsolète la taille de la face cachée. Le profil vertical au point (c) aboutit aux mêmes conclusions.

**(d) : dallage intérieur**

Le profil radar du dallage intérieur met en évidence la présence des canalisations métalliques du plancher chauffant, espacés tous les 35 cm et à une profondeur d'environ 10cm (Figure II.4-17).

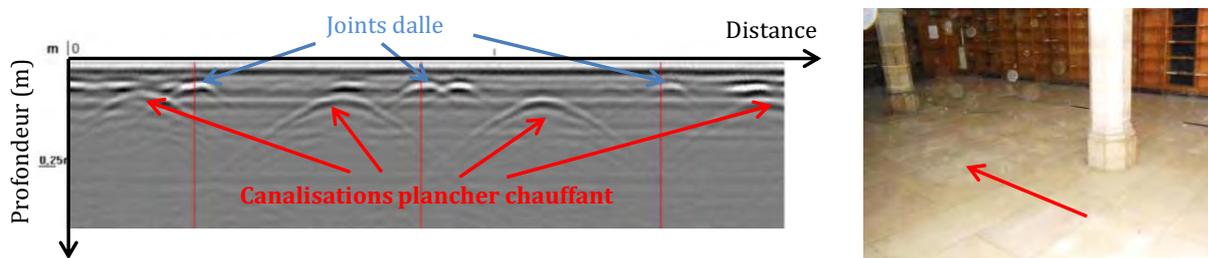


Figure II.4-17: Relevé radar au niveau du dallage intérieur

**(e) et (f) : Mur gouttereau sud intérieur**

Les profils radar des zones (e) et (f) indiquent une nouvelle fois des profondeurs de pierre variables entre 25 et 30 cm avec la présence probable d'une fourrure à l'intérieur des parements. Le mur serait donc composé de trois couches : deux couches extérieures d'épaisseur

non-constante constituées d'appareils de pierres à assises horizontales et taillées uniquement en parement vu, d'un remplissage en maçonnerie de blocage à bain de mortier.

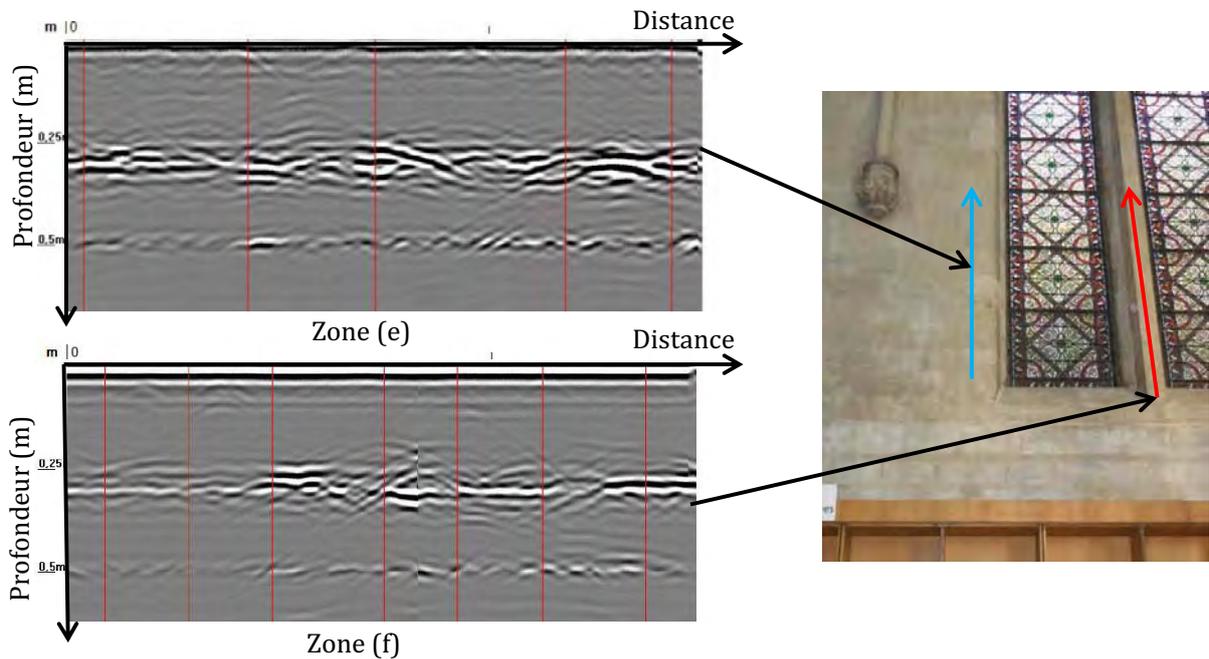


Figure II.4-18: Relevé radar au niveau du mur gouttereau sud, en partie supérieure

#### (i), Extrados de voûte au niveau de la nervure d'ogive

Le profil radar de la zone (i) est réalisé perpendiculairement à la nervure d'ogive. Celle-ci présente une épaisseur d'environ 30 cm (Figure II.4-19). De plus, l'épaisseur du voûtain est constante et ce, même au droit de la nervure d'ogive. Il semble donc qu'à la jonction entre les deux voutains, au droit de l'ogive, l'appareillage du panneau est continu, et non pas interrompu : il n'y a probablement pas de pénétration de la nervure d'ogive dans l'épaisseur du panneau. Cette configuration correspond au cas (a) de la Figure I.1-4 présentée dans la partie bibliographique.

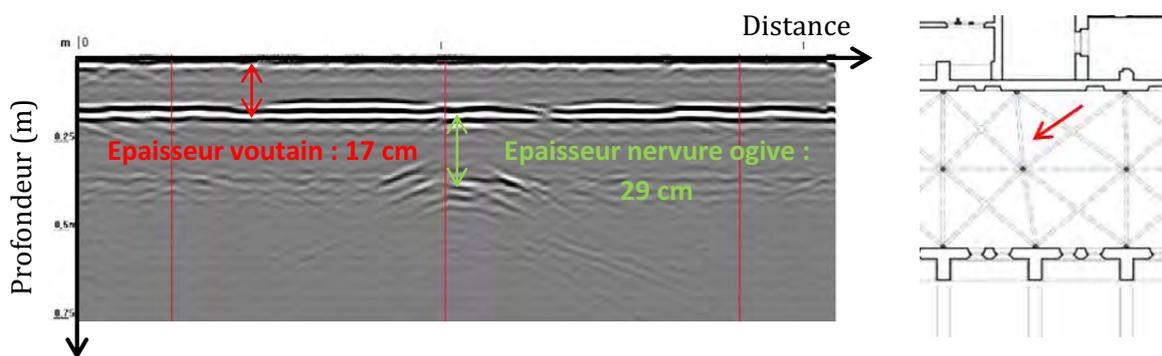


Figure II.4-19: Relevé radar au niveau de l'extrados de la voûte, perpendiculairement à la nervure d'ogive

#### (l), Mur gouttereau sud, entre baies géminées et rosaces

L'épaisseur des pierres de parement est comprise entre 25 et 30 cm avec la présence probable d'une fourrure entre les deux parements. Par ailleurs, le profil radar exclut la présence

d'un chaînage métallique périphérique des murs d'élévation. Car s'il avait existé, il passerait nécessairement entre les baies géminées et les rosaces.

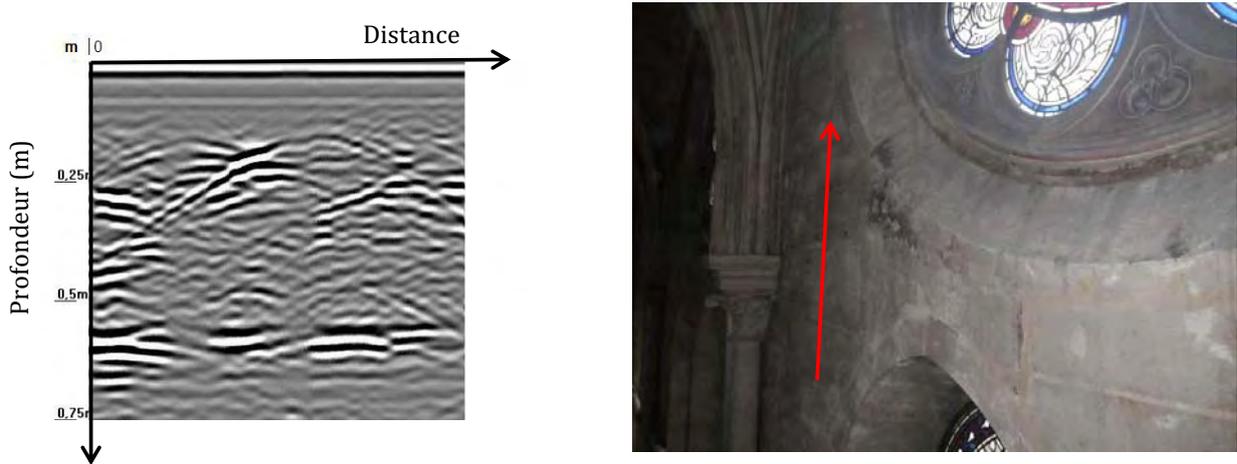


Figure II.4-20: Relevé radar au niveau du mur gouttereau sud entre les baies géminées et la rosace

#### II.4.3.2.2 Carottages

Treize carottages de diamètre 10 cm et de profondeur d'environ 30 cm ont été réalisés dans 5 régions distinctes de l'édifice (Figure II.4-21) : 4 carottages au niveau des joints des lits de pose et 9 carottages au niveau des pierres de parement des murs gouttereaux. La moitié des carottes a été prélevée sur le niveau de soubassement et l'autre moitié sur le niveau supérieur. Par ailleurs, aucun prélèvement n'a été réalisé au niveau des voûtes et des colonnes. En effet, la grande valeur architecturale de ces éléments structurels est à préserver et ne doit pas être dégradée.

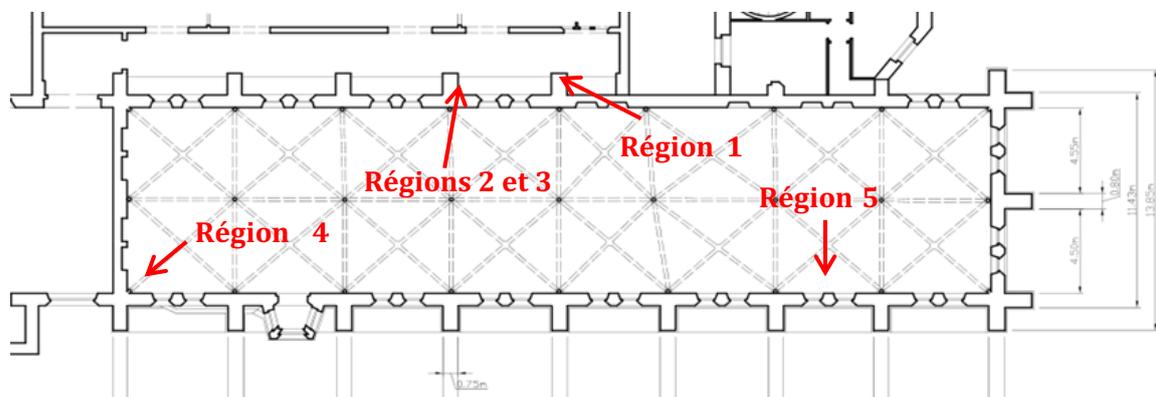


Figure II.4-21: Relevé radar au niveau de l'extrados de la voûte, perpendiculairement à la nervure d'ogive.

Le Tableau II.4-2 indique pour chaque région, les photographies permettant de visualiser la position des carottes.

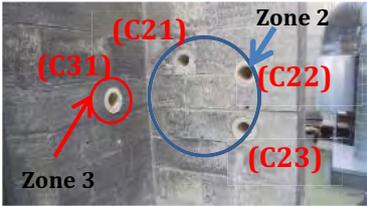
Régions		Description	Nombre et nature des carottes	Photographie
Niveau Supérieur	(1)	Mur gouttereau Sud extérieur	-2 pierres : (C11) et (C13)  -1 Joint : (C12)	
	(2)	Contrefort Sud façade sud extérieure	-2 pierres : (C21) et (C23)  -1 Joint : (C22)	
	(3)	Mur gouttereau sud extérieur	-1 pierre : (C31)	
Niveau de soubassement	(4)	Mur gouttereau Nord intérieur	-2 pierres : (C41) et (C43)  -1 Joint : (C42)	
	(5)	Mur gouttereau Nord intérieur	-2 pierres : (C51) et (C53)  -1 Joint : (C52)	

Tableau II.4-2 : tableau récapitulatif des carottages menés in situ

### Région 1 : Mur gouttereau sud extérieur, niveau supérieur

La carotte (C11) est constituée d'une seule pierre entière d'au moins 31 cm de longueur. La pierre semble de bonne qualité car elle ne présente pas visuellement de porosité (Tableau II.4-3).

La carotte (C12), réalisée au droit d'un joint horizontal de mortier, se compose d'une pierre supérieure de 23 cm, d'une pierre inférieure d'au moins 27 cm et d'un joint de mortier de lit évasé d'une épaisseur en tête de la pierre de 8 mm. La face opposée au pan de tête de la pierre supérieure semble ne pas être taillée mais seulement ébauchée. Une fourrure composée de granulats de grande dimensions (jusqu'à 1cm) et de mortier de chaux est révélée en partie supérieure de la carotte.

Carotte	Photo carottage	Photo carotte	Schéma carotte	
			Intérieur	Extérieur
(C11)				
(C12)				
(C13)				
<b>Légende :</b>				
Pierre calcaire              Remplissage (fourrure)              Joint de mortier				

Tableau II.4-3 : carottages de la région 1

La carotte (C13), présente de l'extérieur vers l'intérieur : une pierre calcaire de faible qualité, une fourrure et une pierre calcaire de meilleure qualité. Les pans de pierres attenants au bain de mortier ne sont pas taillés mais seulement ébauchés.

Le bain de mortier est donc inclut entre les parements intérieurs et extérieurs de pierre (l'épaisseur totale du mur, révélée par le relevé 3D, est de 62 cm environ). La maçonnerie du niveau supérieur est bien fourrée, conformément aux relevés radar, avec une fourrure et deux appareils de revêtement, intérieurs et extérieurs. De plus, les faces verticales des parements noyées dans la maçonnerie ne sont pas toutes dans le même plan.

### Région 2 : Contrefort sur façade sud

La carotte (C21) est constituée de l'extérieur vers l'intérieur d'une pierre calcaire de 35 cm, d'une fourrure de 8cm et d'une pierre calcaire d'au moins 3 cm (Tableau II.4-4). La carotte (C22), réalisée au droit d'un joint de mortier de lit se constitue d'une pierre inférieure d'au moins 31cm, d'une pierre supérieure de 27 cm et d'un joint d'épaisseur constante égale à 12 mm. Les lits supérieurs et inférieurs des pierres sont taillés sans bouchardage. La carotte (C23) est une pierre calcaire d'au moins 30 cm de longueur.

Le contrefort est donc lui aussi composé d'un appareil de revêtement et d'une fourrure intérieure. Cette dernière est composée d'un mortier de chaux présentant des granulats de grande dimension (pouvant atteindre un diamètre maximal de l'ordre du cm). De plus, les faces verticales des parements noyées dans la maçonnerie ne sont pas toutes dans le même plan.

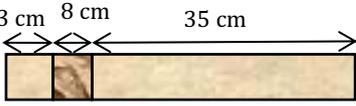
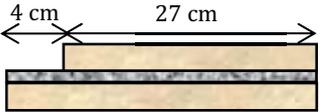
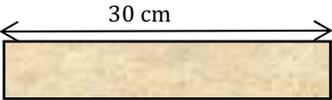
Carotte	Photo carottage	Photo carotte	Schéma carotte	
			Intérieur	Extérieur
(C21)				
(C22)				
(C23)				
<b>Légende :</b>  Pierre calcaire  Remplissage (fouurrure)  Joint de mortier				

Tableau II.4-4 : Carottages de la région 2

**Région 3 : Mur gouttereau sud extérieur, niveau supérieur.**

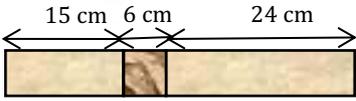
Carotte	Photo carottage	Photo carotte	Schéma carotte	
			Intérieur	Extérieur
(C31)				
<b>Légende :</b>  Pierre calcaire  Remplissage (fouurrure)  Joint de mortier				

Tableau II.4-5 : Carottage de la région 3

La carotte (C31) se compose d'une pierre calcaire de 24 cm, d'une fourrure de 6 cm et d'une pierre calcaire d'au moins 15 cm (Tableau II.4-5). Les pans des pierres attenants au bain de mortier ne sont pas taillés. La largeur totale du mur étant d'environ 62 cm, on peut une nouvelle fois conclure que la maçonnerie du niveau supérieur est dite fourrée, avec une fourrure et deux appareils de revêtement, intérieurs et extérieurs.

**Région 4 : Mur gouttereau Nord intérieur, niveau de soubassement.**

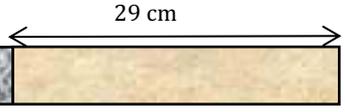
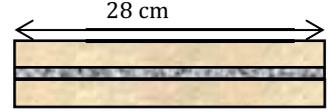
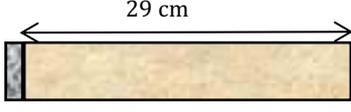
Carotte	Photo carottage	Photo carotte	Schéma carotte	
			Intérieur	Extérieur
(C41)				
(C42)				
(C43)				
<p><b>Légende :</b>  Pierre calcaire  Remplissage (fourrure)  Joint de mortier</p>				

Tableau II.4-6 : Carottages de la région 4

Les carottes (C41) et (C43) du mur gouttereau nord intérieur, niveau de soubassement, sont composées de pierre calcaire de 29 cm de longueur (Tableau II.4-6). Leurs pans parallèles aux pans de tête conservent des traces de mortier et sont non taillés. La carotte (C42), d'une longueur de 28 cm présente un joint de mortier de lit d'épaisseur constante et égale à 10 mm. Les prélèvements sur la zone 4 ne permettent pas de conclure sur l'éventuelle présence d'une fourrure sur le niveau de soubassement de l'édifice.

**Région 5 : Mur gouttereau Nord intérieur, niveau de soubassement.**

La carotte (C51) du niveau de soubassement intérieur présente une pierre calcaire d'une longueur de 30 cm puis d'un joint de mortier montant, parallèle à la tête de la pierre (Tableau II.4-7). Le pan de la pierre attendant au joint de mortier est non taillé. La carotte (C52) présente un joint de mortier de lit d'une épaisseur constante égale à 9 mm. Les lits de part et d'autre du joint sont taillés et non bouchardés. Enfin, la carotte (C53), présente une longueur d'au moins 31 cm.

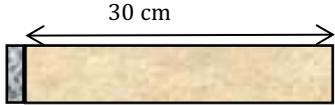
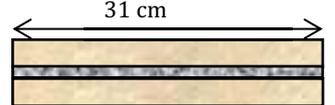
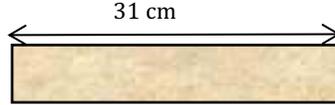
Carotte	Photo carottage	Photo carotte	Schéma carotte	
			Intérieur	Extérieur
(C51)				
(C52)				
(C53)				
<b>Légende :</b>  Pierre calcaire  Remplissage (fourrure)  Joint de mortier				

Tableau II.4-7 : Carottages de la région 5

### II.4.3.3 Mesure de vitesse de propagation ultrasonore sur pierres calcaires

La mesure de vitesse de propagation du son est un moyen d'auscultation non destructif qui offre rapidement de nombreux renseignements sur la qualité de la pierre calcaire en place. Il est réalisé ici une campagne de mesure du son en distinguant les 6 zones identifiées au paragraphe II.4.3.1. Pour chaque zone, plusieurs pierres calcaires ont été testées. Les mesures sont principalement réalisées par voie indirecte, c'est-à-dire en surface de la pierre. Pour chaque pierre analysée, 10 mesures de vitesse de propagation ultrasonique ont été effectuées. Le coefficient de variation des mesures pour chaque pierre est de 6% ce qui indique d'une part que le moyen d'auscultation est répétitif et d'autre part qu'à l'échelle du bloc calcaire, le matériau est relativement homogène.

Le Tableau II.4-8 synthétise l'ensemble de ces mesures. Concernant les murs d'élévation, le niveau de soubassement présente une vitesse du son plus élevée que le niveau supérieur (respectivement 2966 m/s et 2313 m/s). Par ailleurs, la vitesse du son mesurée sur la colonne est comparativement plus élevée (4594 m/s). Enfin les éléments constitutifs de la voûte présentent une mesure de vitesse du son équivalente à celle des pierres constituant le niveau de soubassement (2722 m/s pour les ogives et 3076 pour les arcs de tête).

La dispersion des mesures de vitesse sur les différents blocs testés des niveaux d'élévation de soubassement (CV=25%) et supérieurs (CV=29%) indique que les maçonneries présentent une forte hétérogénéité de pierres calcaires. Au contraire, une dispersion faible est constatée pour les éléments voûtés impliquant une meilleure homogénéité des blocs à cet endroit. Enfin, la dispersion quasiment nulle de mesure du son au niveau de la colonne s'explique par le fait que l'ensemble des mesures a été réalisée sur le premier fût monolithique.

Vitesse du son $V_p$	Niveau de soubassement	Niveau supérieur	Colonne	Voûtains	Ogive	Arcs de tête
Nombre	13	9	4	4	3	3
Moyenne (m/s)	2966	2313	4594	2774	2722	3076
Coefficient de variation (%)	25%	29%	0.7%	9%	7%	8%

*Tableau II.4-8 : Tableau récapitulatif des auscultations soniques*

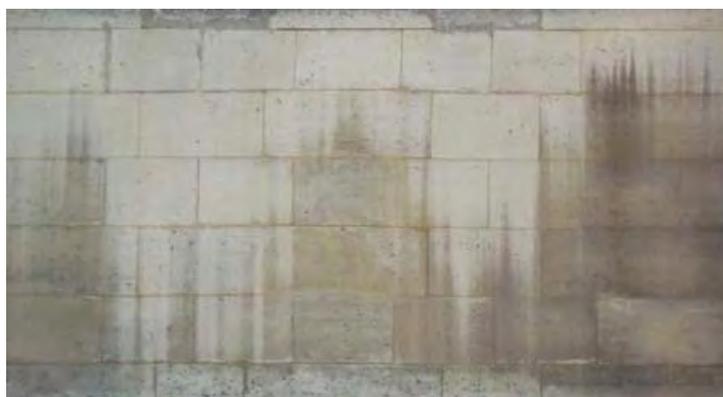
Nous avons vu en partie I que la mesure de vitesse du son pouvait être reliée à des propriétés mécaniques via des courbes de corrélation expérimentales. Nous verrons dans la partie III concernant la caractérisation mécanique des maçonneries par quel moyen nous pourrions remonter à ces caractéristiques. Par ailleurs, l'hétérogénéité des blocs calcaires composant la maçonnerie peut également être appréhendée par ce moyen non destructif. Dans le cadre d'une vérification selon les normes européennes, cette hétérogénéité sera quantifiée en appliquant un coefficient de sécurité sur la résistance mécanique de la maçonnerie. Nous verrons ultérieurement, en partie IV, comment déterminer ce coefficient de sécurité.

#### *II.4.3.4 Conclusion sur la nature des différentes maçonneries en œuvre*

Le chapitre II.4.3 s'est attaché à établir la constitution et l'agencement des blocs des maçonneries. Six zones distinctes ont été identifiées au moyen de relevés visuels et radars, prélèvement d'échantillon et mesure de vitesse du son. Il est présenté dans cette conclusion une synthèse des observations pour chaque zone identifiées, synthétisées dans le Tableau II.4-9.

##### **La maçonnerie du niveau de soubassement**

Il semblerait que le mur de soubassement d'une épaisseur de 72cm soit constitué de deux appareils de revêtement intérieur et extérieur à assises horizontales espacées de 40 cm (Figure II.4-22).



*Figure II.4-22: Parement extérieur du niveau de soubassement, sous les baies géminées*

La présence de fourrure (remplissage) si elle existe n'est pas d'épaisseur importante. Par ailleurs, on ne peut exclure la présence de boutisse parpaigne jouant un rôle de chaînage dans l'épaisseur de la maçonnerie (une boutisse parpaigne est un bloc de maçonnerie qui traverse le mur dans toute son épaisseur). La mesure de vitesse du son (2966 m/s) indique qu'il s'agit d'une pierre tendre et la dispersion des mesures implique une forte hétérogénéité des pierres constituant la maçonnerie (CV=25%).

#### La maçonnerie du niveau supérieur

Ici la présence de maçonnerie de blocage est identifiée à l'aide des relevés radars et des carottages. Il s'agit donc probablement d'une maçonnerie fourrée double présentant 2 appareils de revêtement d'une épaisseur de 62cm (Figure II.4-23). Les hauteurs d'assise sont par ailleurs irrégulières et présentent une moyenne de 30 cm. Ici encore, la présence de boutisse parpaigne n'est pas à exclure. Enfin, la mesure de vitesse du son (2313 m/s) présente également une dispersion (CV=29%) entre chaque bloc attestant la forte hétérogénéité des blocs calcaires en place.

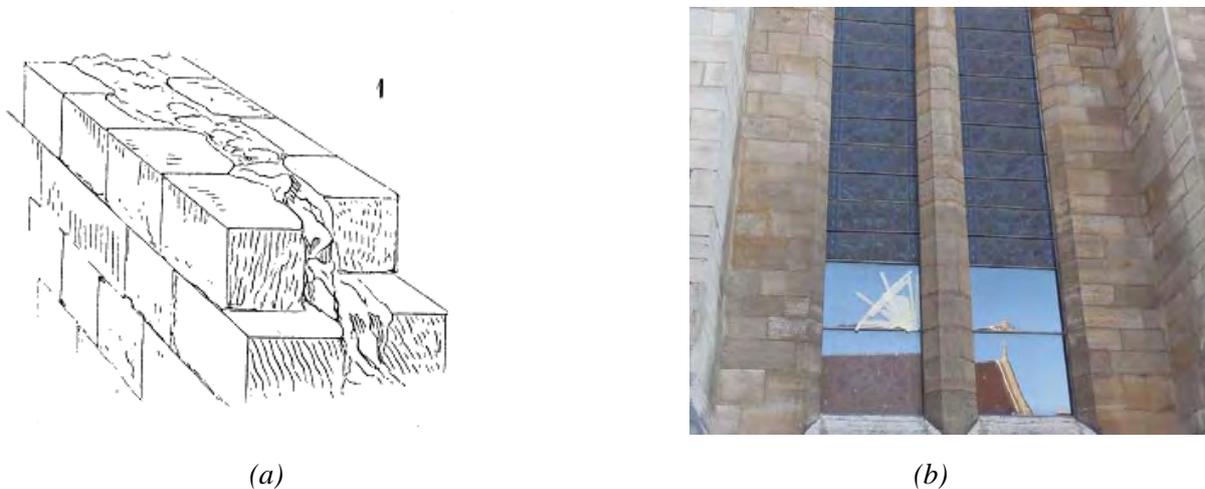


Figure II.4-23: Niveau supérieur, (a) Constitution du mur [Viollet-le-Duc, 1859], (b) parement extérieur

#### La maçonnerie des voûtains

Les maçonneries des voûtains sont à assises quasiment régulières constituées d'un seul parement. Elles sont donc composées de boutisses parpaigne dont les hauteurs de lit sont de 13 cm. Il est constaté par ailleurs sur ces lignes de faîte une diminution de la hauteur de lit des voûtains, motivée probablement par la nécessité de refermeture des panneaux lors de la construction. La vitesse du son mesurée *in-situ* sur les voûtains est d'environ 2800 m/s. Les pierres de la maçonnerie en place sur les voûtains sont donc de qualité équivalente avec celle de murs du niveau de soubassement. Par ailleurs, la faible dispersion des mesures entre chaque pierre calcaire indique une relative homogénéité des blocs qui la composent (CV=9%).



Figure II.4-24: Maçonnerie des voûtes à croisée d'ogives

### La maçonnerie des nervures

Les nervures sont toutes composées de blocs appareillés en série. Les blocs mesurent dans la hauteur de lit 16 cm et 22 cm respectivement pour les arcs de tête et les arcs d'ogive. La taille en biseau des claveaux permet de conserver une épaisseur de joint constante. Le relevé radar en intrados de voûte indique par ailleurs que les nervures ne pénètrent pas dans les panneaux de remplissage. Enfin, les mesures de vitesse du son indiquent une bonne homogénéité des blocs constituant les nervures.

### Conclusion

Pour conclure, le Tableau II.4-9 récapitule les données géométriques et soniques des maçonneries pour les six zones mises en évidence.

Caractéristiques géométriques et de vitesse du son des maçonneries		Niveau de soubassement	Niveau supérieur	Colonne	Voûtains	Ogive	Doubleau formerets	
Mesure de vitesse du son des pierres calcaires		Moyenne (m/s)	2966	2313	4594	2774	2722	3076
		Coefficient de variation (%)	0.25	0.29	0.007	0.09	0.07	0.08
Dimensions	Blocs calcaires	Hauteur de lit (cm)	40	30	-	13	22	16
		Largeur moyenne (cm)	80	110	-	28	16	25
	Epaisseurs joints de mortiers (mm)	Joint de lit	7	7	-	18	18	18
		Joint montant	6	6	-	18	-	-
	Mur maçonné	Epaisseur (cm)	72	62	-	17	29	31

Tableau II.4-9 : Caractéristiques géométriques des maçonneries et de vitesse du son

#### II.4.4 CONCLUSION SUR LA CAMPAGNE D'AUSCULTATION DE L'EDIFICE

Nous avons vu en introduction que le présent chapitre portant sur la campagne d'auscultation de l'édifice admet deux objectifs distincts. (1) poursuite de l'enquête sur l'identification des causes à l'origine des désordres observés et (2) recueil des données nécessaires à l'établissement des lois de comportement des maçonneries en place.

La mise en place d'une instrumentation permanente et d'un relevé topographique semestriel, a montré que les désordres constatés semblent stabilisés depuis au moins 4 ans. Les mouvements, qui sont de très faible amplitude, sont d'origine thermique et suivent les variations de température saisonnières. L'étude géotechnique conclut que les fondations sont saines et que le dispositif de maintien horizontal des murs gouttereaux est en bon état. Le sol présente une couche d'alluvions anciennes de bonne qualité et constitue ainsi une assise solide pour la bibliothèque. Le sol et les mouvements de fondations ne semblent donc pas représenter la cause essentielle des désordres constatés.

Concernant le second objectif et dans la perspective d'une modélisation de l'édifice, une auscultation détaillée des maçonneries a été réalisée. Celle-ci, basée sur des essais non-destructifs de mesure radars et de mesure de vitesse du son, ainsi que des essais destructifs sur des échantillons prélevés par carottage, a différencié 6 zones « type » de maçonneries de nature différente. Chacune de ces zones présente une constitution interne, des dimensions et des qualités de pierre distinctes, résumées dans le Tableau II.4-9.

### II.5 CONCLUSION GENERALE DE LA PARTIE II

---

L'ancien réfectoire du prieuré Saint-Martin-Des-Champs est un chef d'œuvre de l'architecture gothique d'Ile-de-France (§ I.1). Cet édifice, construit en 1230, présente des colonnes élancées sur lesquelles viennent s'appuyer, de part et d'autre, deux rangées de voûtes gothiques à croisée d'ogive.

L'inventaire des pathologies de cet édifice a été réalisé et décrit en détails. Les croisées d'ogives présentent un profil de fissuration en intrados typique d'une voûte dont les appuis s'écartent vers l'extérieur. Les ouvertures de fissures sont relativement constantes sur l'ensemble des huit travées de la bibliothèque et d'une ouverture maximale de 1.5 mm en clé des arcs doubleaux. Les murs porteurs ont un dévers vers l'extérieur du monument compris entre 7cm et 21 cm. Ils sont symétriques en travées courantes et plus prononcés au niveau des travées épaulées par un bâtiment attenant, qui a nécessairement joué localement un rôle dans l'ampleur de ces dévers. A partir de ces observations, 3 causes potentielles à l'origine des désordres sont proposées, celles-ci pouvant se combiner :

- (1) l'action d'une poussée en partie supérieure des murs générée soit par les voûtes, soit par la charpente ou soit par les échafaudages lors de la construction de l'édifice ;
- (2) un mouvement des fondations ;
- (3) la diminution des propriétés mécaniques des éléments structurels dans le temps.

L'analyse du phasage de construction de la bibliothèque établit sur la base de documents bibliographiques traitant de l'architecture gothique en général a abouti à la conclusion qu'une

*Partie II La bibliothèque du CNAM*  
*II.5 Conclusion générale de la partie II*

partie des dévers des murs a eu lieu avant le décintrement des voûtes. En effet, s'ils étaient survenus ultérieurement, un décalage serait décelable entre la tête des murs gouttereaux et les pannes sablières de la charpente. Aucun décalage ne semble observé. L'échafaudage mis en place lors de la construction pourrait donc être mis en cause. En effet, le coffrage de la voûte admet également une forme de voûte et peut potentiellement appliquer une poussée vers l'extérieur (cf. Figure I.1-10(c)). De plus, la maçonnerie hourdée à la chaux faiblement hydraulique reste très souple pendant les premiers mois de la vie de l'édifice. Un fluage au jeune âge pendant la construction est ainsi fort probable. Par ailleurs, L'analyse de l'histoire de l'environnement bâti de la bibliothèque du CNAM jusqu'à nos jours, sur la base de documents d'archives précis et illustrés, confirme le fait que les dévers se sont produits avant l'époque moderne. En effet, l'ajout des tirants métalliques au 19<sup>e</sup> siècle atteste d'une volonté de réduire ou de stopper l'évolution de ces dévers bien avant la construction de l'amphithéâtre en sous-sol dans la seconde moitié du 20<sup>e</sup> siècle. Par ailleurs, les reconnaissances géotechniques et l'auscultation des fondations attestent que l'assise de la bibliothèque est saine.

L'instrumentation mise en place sur l'édifice ainsi que les relevés topographiques montrent d'une part, que la structure présente des mouvements cycliques de très faible amplitude (de l'ordre du mm) qui sont d'origine thermique saisonnière, et d'autre part, que les désordres n'évoluent plus depuis au moins 3 ans.

L'exploration des documents d'archive et la campagne d'investigations menée sur site et en laboratoire ont conclu que la bibliothèque est stable, que les fissures des voûtes n'évoluent pas sur la durée, et que finalement, les seuls désordres qui pourraient être inquiétants, et dont la cause reste à déterminer, sont les dévers observés entre la tête et le pied des murs périphériques de l'ouvrage. Il faut rechercher la cause principale de ces dévers dans les premiers mois de la construction, avant et pendant le décintrement des voûtes.

Il faut retenir également de cette partie II que des paramètres matériaux ont déjà été collectés. Ils vont servir de base à la construction des lois de comportement mécaniques nécessaires à l'élaboration d'une analyse structurelle numérique. Rappelons que la structure a été calepinée en six zones maçonnées distinctes. Les mesures radars ainsi que les carottages ont visualisé la composition des maçonneries, zone par zone, et pour certaines la présence de maçonnerie de blocage. Les essais radars n'ont pas révélé l'existence de chainages métalliques noyés dans la maçonnerie. Enfin, la mesure des propriétés soniques des pierres calcaires a quantifié la différence de qualité entre les pierres des différentes zones et fournit une estimation de l'hétérogénéité des blocs. Chacune de ces zones présente une constitution interne, des dimensions et des qualités de pierre distinctes, résumées dans le Tableau II.4-9.

Ceci étant, le maître d'ouvrage s'interroge sur la marge de sécurité vis-à-vis de la stabilité de la structure à l'avenir. Afin d'établir cette marge de sécurité, une analyse structurelle à l'aide de la méthode des éléments finis a été décidée. La prochaine étape sera l'obtention des modèles de comportement mécaniques non linéaires affectés aux maçonneries zone par zone (partie III), modèles qui seront implémentés dans un code éléments finis pour conduire à l'analyse structurelle (partie IV).

*Page laissée intentionnellement vide*

# Partie III CARACTERISATION

## MECANIQUE DES MAÇONNERIES

---

La revue bibliographique a montré que le choix d'un modèle d'endommagement couplé avec de la plasticité permettait de simuler correctement le comportement mécanique à l'échelle du géomatériau (échelle mésoscopique) et à l'échelle de la structure maçonnée. La démarche adoptée pour estimer le comportement des maçonneries est donc multi-échelle. L'implémentation de ce type de modèle nécessite toutefois une homogénéisation de la maçonnerie afin de considérer son hétérogénéité. L'objectif de cette partie est donc l'identification des caractéristiques mécaniques homogènes des maçonneries de chaque zone de l'édifice.

L'obtention de ces caractéristiques nécessite préalablement d'identifier les données mécaniques des éléments constitutifs distincts bloc et mortier. Dans cette optique, l'ensemble des essais mécaniques réalisés en laboratoire sera présenté (§ III.1). Nous distinguerons la campagne d'essais menés sur les carottes prélevées *in situ* et la campagne d'essais sur des matériaux équivalents. Le terme équivalent signifie que les pierres et mortiers sont choisis de manière à se rapprocher au mieux des matériaux constituant l'édifice. L'étude d'éléments composites pierre-mortier-pierre mettra en évidence les modes de rupture de la maçonnerie en traction et en compression.

Le deuxième chapitre (§ III.2) consiste à valider la loi de comportement choisie pour simuler le comportement des éléments à l'échelle du matériau. Les équations constitutives du modèle seront préalablement présentées dans le but d'introduire les différents paramètres matériaux nécessaires à la modélisation des géomatériaux. Ensuite l'utilisation du modèle ainsi que les résultats expérimentaux de la campagne sur matériaux équivalents conduiront à l'identification des paramètres matériaux intrinsèques des éléments constitutifs des maçonneries. Enfin, la modélisation des essais mécaniques sur matériaux équivalents nous conduira à vérifier qu'à partir de l'identification des paramètres mécaniques des matériaux individuels, le comportement du matériau composite pierre-mortier-pierre est correctement estimé. Le mode de rupture des maçonneries gothiques en compression sera également identifié et discuté.

Le troisième chapitre (§ III.3) présentera la stratégie d'obtention des paramètres mécaniques des matériaux constitutifs de l'édifice en différenciant les zones maçonnées soulignées dans la partie II. Nous verrons que les mesures de vitesse du son des pierres calcaires pour chaque zone conduiront à l'identification des paramètres mécaniques intrinsèques de la pierre calcaire. Concernant le mortier, nous ferons l'hypothèse que celui présent sur site présente les mêmes caractéristiques mécanique que le mortier équivalent formulé en laboratoire.

Enfin l'identification des paramètres mécaniques homogénéisés à l'échelle du matériau « maçonnerie » sera présentée (§ III.4). La démarche d'homogénéisation nous conduira à différencier le comportement en traction du comportement en compression.

## III.1 CAMPAGNE EXPERIMENTALE

L'ensemble des campagnes d'essais mécaniques menées en laboratoire est exposé dans ce chapitre. Premièrement, seront présentés les essais réalisés sur les carottes prélevées *in situ*. Deuxièmement, une campagne expérimentale sur matériaux équivalents à ceux en place sera expliquée.

### III.1.1 LES ESSAIS MENES SUR CAROTTES PRELEVEES SUR SITE

En partie II, la réalisation de 13 carottages effectués sur les murs d'élévation de la bibliothèque a été présentée. Le Tableau II.4-2 indique leur position. Couplés à des techniques non destructives, ces carottages ont donné lieu à l'estimation de la composition interne des maçonneries. Les carottes prélevées ont également fait l'objet d'essais en laboratoires. Certains essais ont été réalisés au laboratoire du CEBTP situé à Elancourt et d'autre ont été menés au LMDC de Toulouse. Le paragraphe III.1.1 se divise en deux sous paragraphes. Premièrement, la campagne expérimentale d'essais « classiques » pour la caractérisation des pierres calcaires issues des carottes sera expliquée (paragraphe III.1.1.1). Deuxièmement, un essai brésilien sur des éprouvettes cylindriques pierre-mortier-pierre issues du carottage C12 avec suivi des déformations par vidéo corrélation sera décrit et analysé (paragraphe III.1.1.2).

#### III.1.1.1 Essais sur pierres calcaires

Huit carottes calcaires cylindriques sont testées en laboratoire. Celles-ci présentent un diamètre de 10 cm et une longueur d'environ 30 cm. Les carottes dénommées C11, C21, C23 et C31 sont prélevées sur le niveau d'élévation supérieure tandis que les carottes C41, C43, C51 et C53 sont prélevées sur le niveau de soubassement de l'édifice.

##### III.1.1.1.1 Mesures acoustiques.

Des mesures acoustiques ont été effectuées d'une part sur site sur les huit pierres avant l'opération de prélèvement des échantillons et d'autre part en laboratoire sur les échantillons prélevés. Les essais sont réalisés selon les recommandations de la norme française [NF EN 14579, 2005]. Celle-ci impose un minimum de 6 mesures par échantillon. Les mesures sur carottes sont directes tandis que les mesures *in situ* sont indirectes. Les résultats de ces mesures pour chaque carotte sont consignés dans le Tableau III.1-1. Les colonnes  $\mu$  présentent la moyenne des vitesses du son et la moyenne des dispersions pour chacun des quatre groupes de mesure.

Mesure de vitesse du son		Niveau supérieur					Niveau de soubassement				
		C11	C21	C23	C31	$\mu$	C41	C43	C51	C53	$\mu$
<i>In situ</i>	Vitesse du son (m/s)	2509	3139	3257	2984	<b>2972</b>	3762	3937	3345	4415	<b>3895</b>
	CV (%)	5%	8%	3%	4%	<b>5%</b>	6%	9%	4%	7%	<b>6%</b>
En laboratoire sur carottes	Vitesse du son (m/s)	2799	3064	3153	2895	<b>2977</b>	3951	4072	3982	4855	<b>4215</b>
	CV (%)	1%	3%	1%	3%	<b>2%</b>	1%	2%	6%	4%	<b>3%</b>

*Tableau III.1-1 : Résultat des mesures sonique in situ et sur carottes (CV : coefficient de variation, rapport de l'écart type à la valeur moyenne)*

Tout d'abord, il est constaté une différence de vitesse de propagation du son mesurée en laboratoire entre les pierres du niveau supérieur (moyenne: 2977 m/s, CV= 5%) et celles du niveau de soubassement (moyenne: 4215 m/s, CV= 10%). Celle-ci confirme l'observation visuelle décrite en partie II qui indiquait que la pierre calcaire des blocs des maçonneries de sous-bassement paraissait de meilleure qualité que celle des maçonneries supérieures.

Ensuite, notons un écart moyen négligeable sur les vitesses de propagation du son mesurées *in situ* et celles mesurées au laboratoire sur les échantillons prélevés sur le niveau supérieur. En revanche, cet écart atteint 7% pour les pierres du niveau de sous bassement. Cette différence peut s'expliquer par la dispersion naturelle des résultats due à la nature de la pierre, mais aussi par des différences de procédure de mesure. En effet, les mesures menées sur site sont indirectes tandis que celles menées en laboratoire sont directes. Les conditions d'hygrométrie et de température ne sont pas maîtrisées sur site.

#### III.1.1.1.2 Mesure de la masse volumique et porosité.

La masse volumique apparente et la porosité accessible à l'eau ont été établies sur les échantillons prélevés selon la norme française [NF EN 1936, 2007]. Les résultats sont consignés dans le Tableau III.1-2. Les pierres calcaires prélevées au niveau du mur de sous-bassement présentent une masse volumique plus élevée et une porosité plus faible que celles issues du niveau supérieur. Cette constatation est en adéquation avec les mesures de vitesse du son.

		Masse volumique apparente (kg/m <sup>3</sup> )	Porosité ouverte (%)
<b>Niveau supérieur</b>	<b>C11</b>	1711	36.2
	<b>C21</b>	1790	32.9
	<b>C23</b>	1830	32.7
	<b>C31</b>	1830	33.7
	<b>μ</b>	<b>1790</b>	<b>33.9</b>
	<b>CV</b>	<b>3.1%</b>	<b>4.7%</b>
<b>Niveau de Soubassement</b>	<b>C41</b>	2190	17.1
	<b>C43</b>	2230	16.7
	<b>C51</b>	2160	20.1
	<b>C53</b>	2460	4.6
	<b>μ</b>	<b>2260</b>	<b>14.6</b>
	<b>CV</b>	<b>6.0%</b>	<b>46%</b>

Tableau III.1-2: Résultats des mesures de masse-volumique porosité

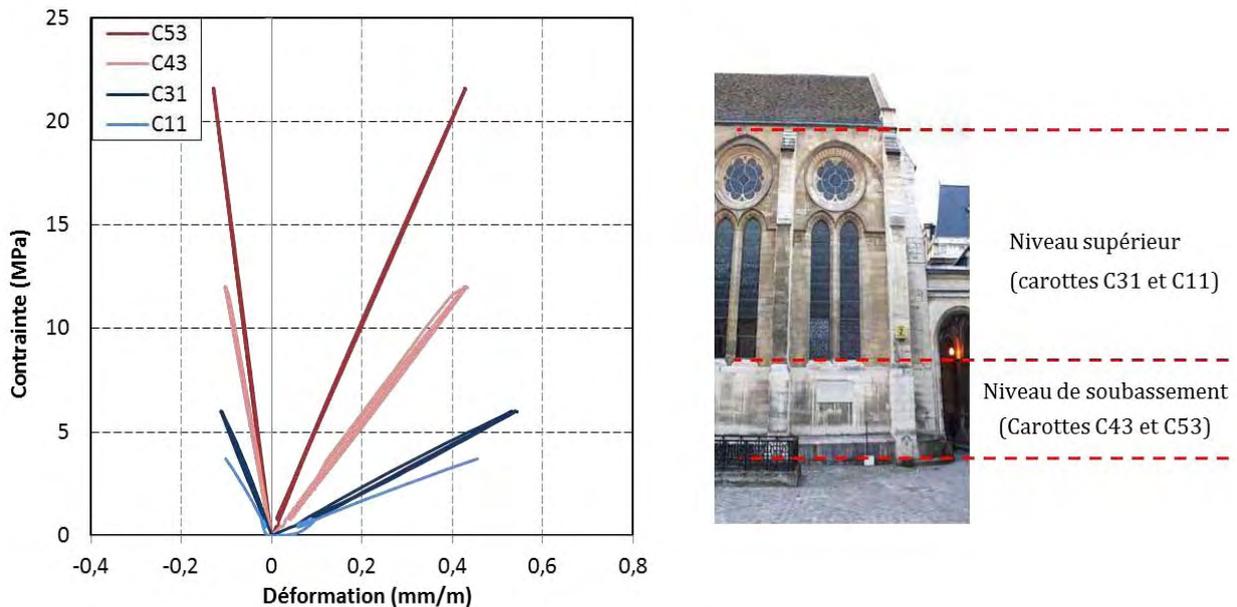
#### III.1.1.1.3 Mesure des caractéristiques élastiques.

Six mesures de module statique ont été réalisées selon la norme [NF EN 14580, 2005, p. 14580]. Trois carottes prélevées au niveau de soubassement (C43, C53 et C41) et trois prélevées au niveau supérieur (C11, C21 et C31) sont testées. Leur élancement de 2 permet de s'approcher d'un état de contrainte uniaxiale à mi-hauteur de l'éprouvette. Le pilotage de la presse s'effectue en effort imposé suivant 3 cycles compris entre la pré-charge de 1 MPa et 33% de la charge de rupture estimée. Sur les six carottes, les échantillons C11, C31, C43 et C53 ont été équipés de 2 jauges longitudinales et 2 jauges transversales de façon à mesurer les coefficients de Poisson de ces quatre carottes. Les courbes contrainte-déformation issues des essais de module sur ces

*Partie III Caractérisation mécanique des maçonneries*  
*III.1 Campagne expérimentale*

quatre échantillons sont présentées Figure II.4-22. Notons enfin que ces éprouvettes ne sont pas soumises à la rupture lors de ces essais. La contrainte représente le rapport entre l'effort de compression appliqué, mesuré par le dynamomètre de la presse, et la section de l'éprouvette. Les déformations axiales et radiales sont obtenues en partie centrale de l'éprouvette grâce aux jauges de déformation.

L'allure des courbes contrainte-déformation indique un comportement quasi linéaire des pierres calcaires entre la pré-charge et le tiers de la charge à la rupture et ce, dès le premier cycle de chargement. Ainsi, aucun pré-endommagement caractérisé par une perte de raideur du matériau n'est mis en évidence sur cet intervalle de contrainte. De plus, la linéarité du comportement s'observe dès le début du chargement ce qui indique que la phase de refermeture des microdéfauts de la pierre est négligeable. Le Tableau III.1-3 indique les valeurs de module d'élasticité statique et de coefficient de Poisson pour les six échantillons testés. La valeur moyenne des modules des pierres prélevées sur le niveau de soubassement est de 34.2 GPa avec une forte dispersion (CV= 40%). Celle des pierres du niveau supérieur est de 10.8 GPa (CV = 20%). Ainsi, en adéquation avec les résultats précédents, les pierres du niveau de soubassements sont plus rigides que celles du niveau supérieur. Par ailleurs, il est observé une dépendance positive entre coefficient de Poisson et module d'élasticité.



*Figure III.1-1: Comportement élastique en compression des pierres calcaires*

Propriétés élastiques	Niveau Supérieur					Niveau de soubassement				
	C11	C21	C31	$\mu$	CV (%)	C41	C43	C53	$\mu$	CV (%)
Coefficient de Poisson $\nu$	0.22	-	0.21	0.215	3	-	0.24	0.29	0.265	13
Module d'élasticité (GPa)	8.3	12.6	11.5	10.8	20	24.1	28.5	49.9	34.2	40

*Tableau III.1-3 : Propriétés élastiques de la pierre calcaire*

III.1.1.1.4 Lois de comportement de compression jusqu'au pic de rupture.

Les huit carottes ont fait l'objet de mesure de résistance à la compression. Parmi ces huit, les quatre carottes équipées de jauges (C11, C31, C43 et C53) ont été soumises à la suite des essais de module à des essais de compression jusqu'à rupture selon les prescriptions de la norme européenne [NF EN 1926, 2007]. Le pilotage de la presse s'effectue ici en effort imposé à une vitesse de 1 MPa/s jusqu'au pic de rupture. Les courbes contrainte-déformation issues des essais de compression sur ces quatre échantillons sont représentées Figure III.1-2. Premièrement, nous constatons une résistance à la compression plus faible des échantillons calcaires du niveau supérieur (10 MPa environ) que celle des pierres extraites au niveau de soubassement (entre 40 et 80 MPa). Il est intéressant de signaler que les déformations axiales au pic de rupture pour chaque échantillon présentent des valeurs qui sont relativement proches et égales à environ 1.5 mm/m.

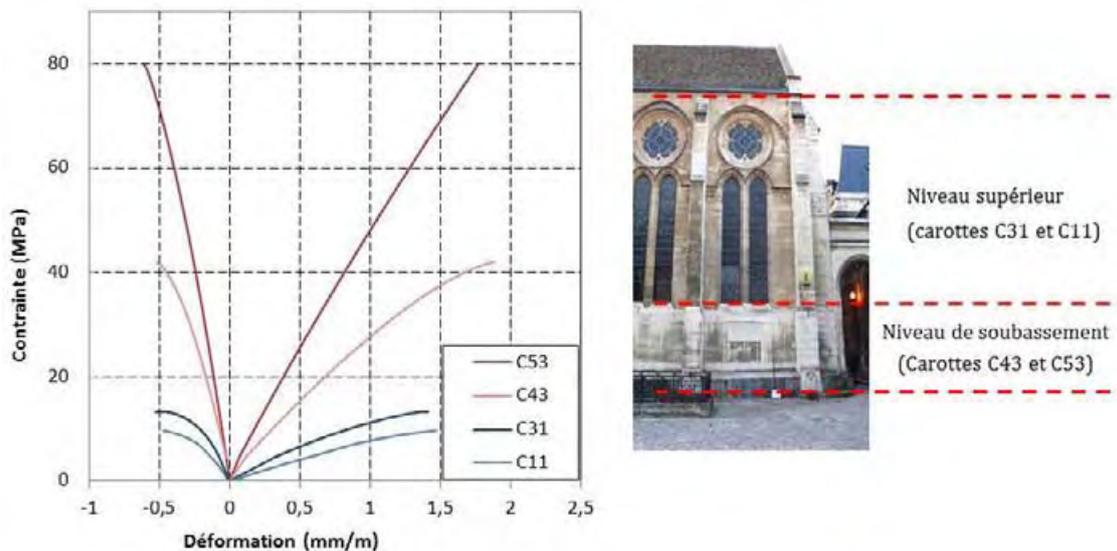


Figure III.1-2: Comportement élastique en compression des pierres calcaire

III.1.1.1.5 Essais de traction directe.

Les carottes C23 et C51 ont été soumises à des essais uniaxiaux de traction directe à force imposée. Les valeurs de résistance à la traction obtenues sont respectivement  $R_{t,p} = 2.0$  MPa pour la carotte C23 et  $R_{t,p} = 4.5$  MPa pour la carotte C51.

III.1.1.1.6 Synthèse des essais sur carotte et discussion.

Le Tableau III.1-4 synthétise l'ensemble des données mesurées lors de la campagne expérimentale sur carottages. Notons que les valeurs manquantes sont dues à la limitation des essais par carottes. La norme impose un élancement minimum de 2 pour les essais de module [NF EN 14580, 2005, p. 14580]. Celles-ci mesurent en moyenne 30 cm de haut pour 10 cm de diamètre, il était impossible de réaliser à la fois un essai de compression de traction et de module sur la même carotte.

Ce tableau montre que pour les des zones identifiées dans la partie II, à savoir le niveau de soubassement et le niveau supérieur, les caractéristiques des pierres calcaires présentent une grande variabilité. Cette constatation, déjà mise en évidence lors des mesures soniques réalisées

*Partie III Caractérisation mécanique des maçonneries*  
*III.1 Campagne expérimentale*

sur site, confirme l'hétérogénéité des blocs en place sur chacune de ces zones. Il paraît alors délicat, dans le cadre d'une vérification de la stabilité de l'édifice selon les normes européennes, d'utiliser directement les propriétés mécaniques obtenues lors de cette campagne d'autant plus qu'aucun carottage n'a été effectué au niveau des colonnes et des voûtes en raison de leur grande valeur architecturale et historique.

En revanche, nous verrons dans le paragraphe III.3.1.1 que les mesures de vitesse du son effectuées sur chaque zone de l'édifice conduiront à l'estimation des propriétés mécaniques des calcaires au moyen de l'utilisation de courbes de corrélations. De plus la dispersion de ces propriétés entre chaque bloc maçonné pourra être considérée (§ IV.2.3).

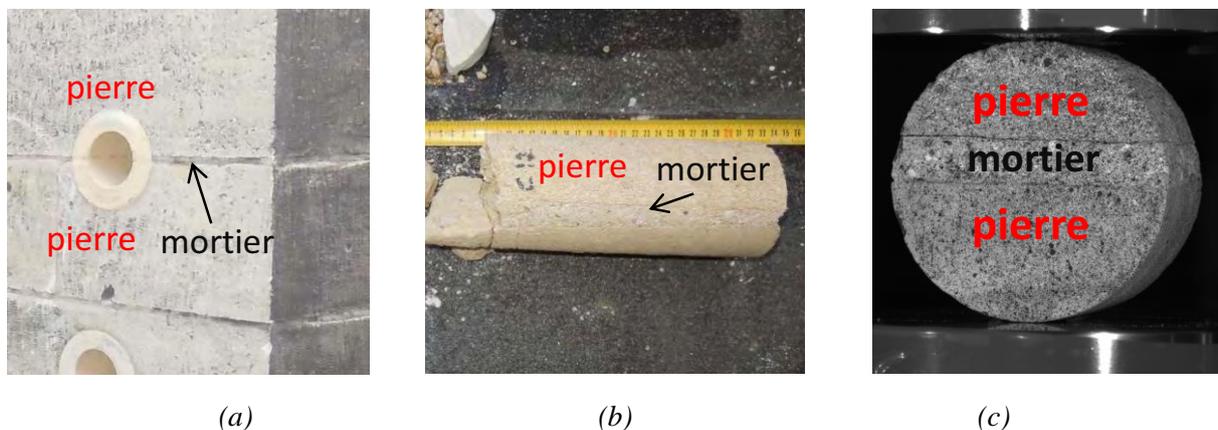
		$V_p$ (m/s)	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	$P_0$ (%)	$R_c$ (MPa)	$R_t$ (MPa)	$E$ (GPa)	$\nu$	$\varepsilon_{pc}$ (mm/m)
Niveau supérieur	C11	2799	1711	36.2	9.7	-	8.3	0.22	1.5
	C21	3064	1790	32.9	10.0	-	12.6	-	-
	C23	3153	1830	32.7	13.0	2.0	-	-	-
	C31	2895	1830	33.7	13.3	-	11.5	0.21	1.4
	$\mu$	<b>2978</b>	<b>1790</b>	<b>33.9</b>	<b>11.5</b>	<b>2</b>	<b>10.8</b>	<b>0.215</b>	<b>1.45</b>
	CV (%)	<b>5.4</b>	<b>3.1</b>	<b>4.8</b>	<b>16.6</b>	-	<b>20.7</b>	<b>3.3</b>	<b>4.9</b>
Niveau de soubassement	C41	3951	2190	17.1	46.5	-	24.1	-	-
	C43	4072	2230	16.7	41.9	-	28.5	0.24	1.8
	C51	3982	2160	20.1	45.5	4.5	-	-	-
	C53	4855	2460	4.6	79.9	-	49.9	0.29	1.75
	$\mu$	<b>4215</b>	<b>2260</b>	<b>14.6</b>	<b>53.3</b>	<b>4.5</b>	<b>34.2</b>	<b>0.265</b>	<b>1.775</b>
	CV (%)	<b>10.2</b>	<b>6.0</b>	<b>46.9</b>	<b>33.2</b>	-	<b>40.4</b>	<b>13.3</b>	<b>2.0</b>

*Tableau III.1-4 : Synthèse des essais mécaniques sur carottes*

### *III.1.1.2 Essai brésilien avec suivi par corrélation d'images*

#### *III.1.1.2.1 Protocole expérimental*

Un essai brésilien est réalisé sur la carotte C12 prélevée au droit d'un joint de mortier horizontal dans la zone du niveau supérieur d'élévation (Figure III.1-3(a)). Le carottage fut effectué à sec afin d'éviter la détérioration du joint durant l'opération de prélèvement. A partir de la carotte (Figure III.1-3(b)), il est préparé deux éprouvettes cylindriques composites (pierre-mortier-pierre) de 5.3 cm de profondeur et 9.6 cm de diamètre (Figure III.1-3(c)).



*Figure III.1-3: (a) Carottage sur site, (b) carotte prélevée, (c) échantillon soumis à un essai brésilien*

*Partie III Caractérisation mécanique des maçonneries*  
*III.1 Campagne expérimentale*

L'épaisseur du joint mesure 18 mm. Les échantillons sont disposés de manière à avoir leur joint dans une position horizontale. Dans le but de caractériser les modules d'élasticité de chacun des constituants, l'essai, mené à déplacement imposé (2  $\mu\text{m/s}$ ) est suivi par le moyen d'un dispositif de vidéo-corrélation. Ainsi, la face verticale de l'échantillon est filmée en temps réel par deux caméras haute résolution. Le mouchetis réalisé sur la face horizontale donne la possibilité au logiciel de traitement d'image de mesurer les déplacements de chaque point de la surface analysée dans les trois directions de l'espace. A partir de ces déplacements, il est alors possible par traitement numérique de remonter au champ de déformation observé en fonction de l'effort appliqué.

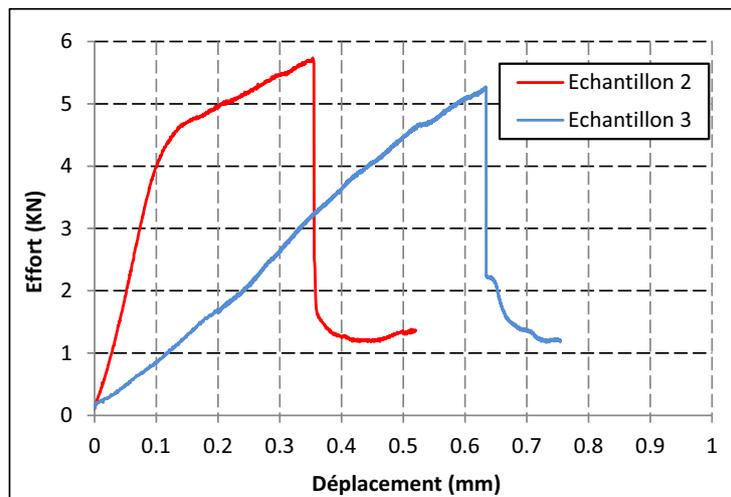
*III.1.1.2.2 Résultats et analyses*

Premièrement, des mesures de masse volumique apparente et porosité accessible à l'eau ont été effectuées sur les pierres haute et basse ainsi que sur le joint de mortier (Tableau III.1-5).

	<b>Masse volumique apparente (kg/m<sup>3</sup>)</b>	<b>Porosité en %</b>
<b>Pierre supérieure</b>	1581	40.4
<b>Pierre inférieur</b>	1637	39.2
<b>Joint de mortier</b>	1640	37.5

*Tableau III.1-5 : Masse volumique et porosité des matériaux constitutifs*

Les efforts de rupture des échantillons 2 et 3 sont respectivement de 5.7 kN et 5.2 kN (Figure III.1-4). Les comportements post-pic des deux échantillons sont relativement similaires dans les deux cas. La résistance résiduelle de l'échantillon après rupture est d'environ 1.3 kN. La similarité de résistance à la rupture des échantillons et du comportement post-pic était prévisible dans la mesure où les échantillons sont réalisés à partir du même carottage. Cependant, les comportements pré-pic des échantillons diffèrent. En effet un comportement quasi linéaire est constaté sur l'échantillon 3 tandis que l'échantillon 2 présente un changement de raideur lorsque le déplacement des plateaux de la presse dépasse 0.1 mm. De plus, il est observé une différence de raideur initiale entre les deux éprouvettes (environ 40kN/mm pour l'échantillon 2 et 8 kN/mm pour l'échantillon 3).



*Figure III.1-4: Courbes effort déplacement de l'essai brésilien sur échantillon composite pierre-mortier-pierre*

Pour expliquer cette différence de comportement pré-pic, une analyse en post traitement des images recueillies par vidéo corrélation est présentée dans ce qui suit. Le logiciel de vidéo corrélation permet de positionner des jauges d'extensométrie virtuelles afin d'étudier la variation de distance dans les zones souhaitées.

**Echantillon 2**

Dans un premier temps, le comportement de l'échantillon 2 est étudié. La Figure III.1-5(a) indique le profil des déformations suivant l'axe vertical ( $\epsilon_{zz}$ ) juste avant la rupture (obtenue pour une force axiale de 5.7 kN). Il est observé une déformation prononcée au niveau supérieur de l'éprouvette (environ 0.4 mm/m). La concentration de contrainte induite par la faible surface de contact de l'éprouvette sur le plateau de la presse ainsi que la possible présence d'un micro défaut a probablement engendré ce poinçonnement. Pour quantifier l'influence de cette zone sur la déformation globale de l'éprouvette, il a été placé 3 jauges virtuelles (Figure III.1-5 (a)). La jauge 1 s'étend sur la hauteur de l'éprouvette. La jauge 1b est placée au niveau de la zone poinçonnée et la jauge 1a est la complémentaire de la jauge 1b. L'effort appliqué par la presse en fonction des variations de longueur de ces trois jauges sont présentées Figure III.1-5 (b).

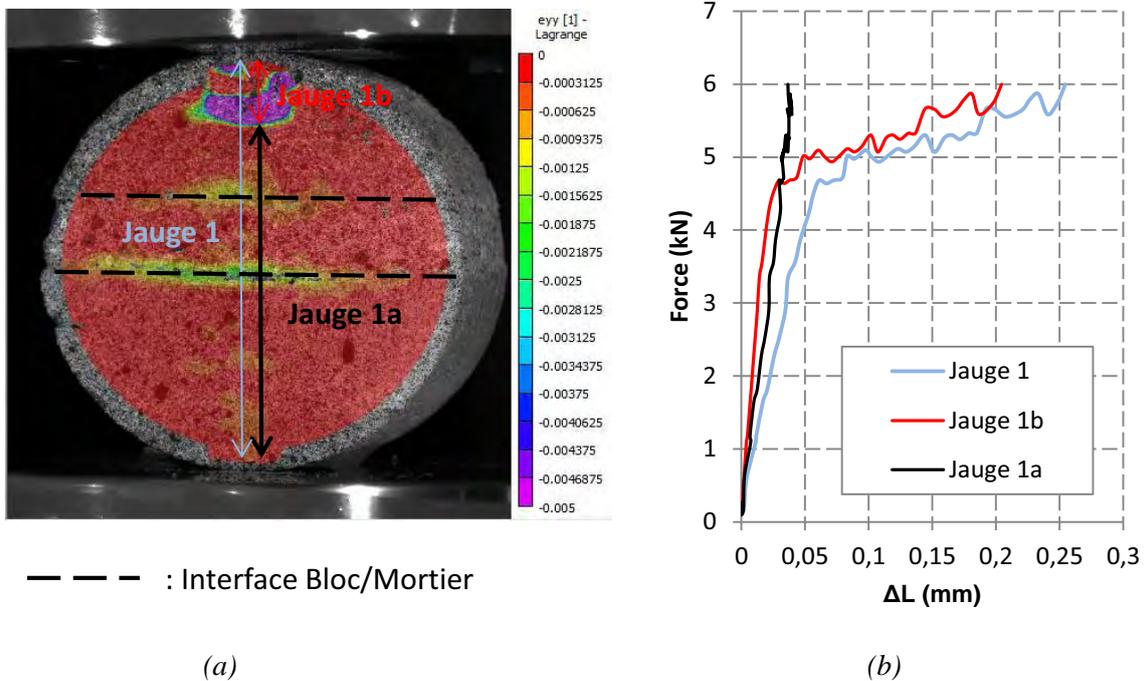


Figure III.1-5: Résultats échantillon 2 : (a) Profil des déformations axiales  $\epsilon_{zz}$  en m/m juste avant la rupture ( $F = 5.7$  kN), (b) Variation de longueur des jauges d'extensométrie virtuelles en fonction de l'effort appliqué

La courbe de comportement de la jauge 1 comprend deux pentes distinctes comme indiqué en Figure III.1-4. Cependant, le rétrécissement maximal mesuré par la jauge 1, juste avant le pic de rupture est égal à 0.25 mm environ tandis que celui représentant le déplacement des plateaux de la presse est de 0.36 mm (Figure III.1-4). Cette différence est probablement due au poinçonnement des arêtes supérieures et inférieures du cylindre en contact avec le plateau de la presse. Ces phénomènes se situent aux extrémités de l'éprouvette et ne peuvent être mis en évidence à l'aide des images de vidéo corrélation.

La jauge 1b présente par ailleurs une allure similaire à la jauge 1 tandis que la jauge 1a admet un comportement linéaire de plus faible amplitude. On peut en déduire d'une part que le changement de pente souligné Figure III.1-4 est essentiellement due au poinçonnement en partie supérieure de l'éprouvette et d'autre part que la partie centrale de l'éprouvette comprenant le mortier présente un comportement quasi-linéaire, jusqu'à un effort de 5 kN.

### Echantillon 3

Nous avons vu que le comportement global de l'échantillon 3 présentait une allure linéaire (Figure III.1-4). La mise en place des jauges virtuelles valide ce comportement (Figure III.1-6). Il est constaté un poinçonnement en partie supérieure mais moins prononcé que celui de l'échantillon 2. En revanche, la partie qui nous intéresse dans cette étude présente un comportement linéaire similaire à l'échantillon 2 : à la rupture ( $F = 5.2$  kN), la variation de longueur de la jauge 1a est du même ordre de grandeur (0.04mm) que celle de l'échantillon 2 (Figure III.1-6 (b)). Le rétrécissement maximal mesuré par la jauge 1, juste avant le pic de rupture est égal à 0.07 mm environ tandis que celui représentant le déplacement des plateaux de la presse est de 0.63 mm (Figure III.1-4). Cet écart est ici aussi probablement dû aux effets de bords qui ne peuvent être mesurés par le système de vidéo corrélation. Enfin une déformation prononcée des interfaces pierre-mortier-pierre est également mise en évidence sur l'échantillon 3.

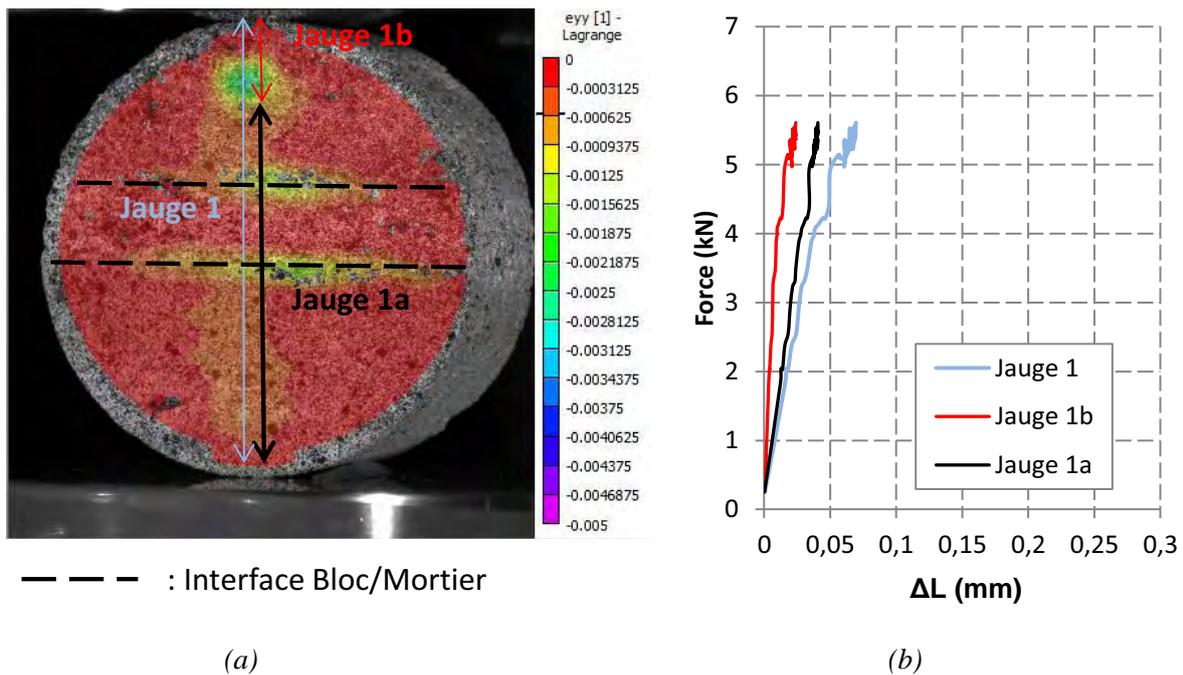


Figure III.1-6: Résultats échantillon 3 : (a) Profil des déformations axiales  $\epsilon_{zz}$  en m/m juste avant la rupture ( $F = 5.7$  kN), (b) Variation de longueur des jauges d'extensométrie virtuelles en fonction de l'effort appliqué

Notons que pour les deux échantillons, il est observé une déformation prononcée au niveau des interfaces supérieures et inférieures pierre-mortier. Pour un effort de 5.7 kN, cette déformation atteint environ 2.5 mm/m. Le suivi des déformations par vidéo corrélation présente ainsi l'intérêt de mettre en relief ces déformation dans le but d'estimer la raideur des interfaces.

### III.1.1.2.3 Conclusion

Mis à part les effets de bord qui entraînent une concentration de contrainte au contact avec les plateaux de la presse, les deux échantillons issus de la même carotte présentent un comportement identique. Les rétrécissements au pic de rupture mesurés par les déplacements de la presse sont plus grands que ceux mesurés par le logiciel de corrélation d'image. Ces différences s'expliquent par le poinçonnement des arêtes supérieures et inférieures. En effet ce phénomène ne peut être mesuré par la corrélation d'image car il se situe aux extrémités de la zone de corrélation. La souplesse de l'interface est mise en évidence par les déformations prononcées au niveau de cette zone.

Enfin, la mesure des déformations par corrélation d'image ne permet pas de remonter directement aux caractéristiques élastiques de la pierre et du mortier constituant les éprouvettes. En effet, l'obtention de ces caractéristiques nécessite la connaissance de l'état de contrainte de l'éprouvette. Nous verrons dans le paragraphe III.3.3 qu'une modélisation linéaire de l'essai brésilien conduira à l'obtention de cet état de contrainte et donc des propriétés élastiques de l'interface pierre-mortier.

### III.1.1.3 Conclusion des essais mécaniques sur carottes prélevées *in situ*

Le paragraphe III.1.1 s'est attaché à présenter les différents essais mécaniques menés en laboratoire sur les carottes prélevées *in situ*. La première campagne d'essais « courant » a permis d'établir les propriétés mécaniques de 8 échantillons. L'hétérogénéité des blocs calcaires pour les zones correspondant au niveau de soubassement et au niveau supérieur a été soulignée. L'étude de l'interaction entre le joint de mortier et la pierre à l'aide d'un essai brésilien avec suivi des déformations par corrélation d'images a révélé une certaine souplesse de l'interface qui influe sur la raideur globale de la maçonnerie.

## III.1.2 ESSAIS SUR MATERIAUX EQUIVALENTS

La campagne expérimentale menée dans les laboratoires du CEBTP sur matériaux équivalents à ceux en place sur l'édifice a pour objet l'étude d'assemblages composites pierre-mortier-pierre. Après un inventaire des essais réalisés, il sera expliqué comment les matériaux équivalents à ceux en place sur la bibliothèque ont été choisis et formulés. Seront présentés successivement les essais sur mortiers seuls, sur pierres seules, et sur matériaux composites.

### III.1.2.1 Inventaire des essais réalisés

La campagne expérimentale comprend la liste des essais suivants :

- Mortier de chaux hydraulique (éprouvettes  $4*4*16\text{ cm}^3$ ) (Figure III.1-7(a)),
  - 6 flexions 3 points,
  - 12 compressions.
- Blocs de pierre calcaire de Saint-Maximin (éprouvette de  $20*20*20\text{ cm}^3$ ) (Figure III.1-7(b)),
  - 6 compressions,
  - 6 tractions directes.

### Partie III Caractérisation mécanique des maçonneries

#### III.1 Campagne expérimentale

- Matériaux composite pierre-mortier-pierre (éprouvette composée de 2 blocs de 20\*20\*20 cm<sup>3</sup> liaison par un joint de mortier de 12 mm d'épaisseur) (Figure III.1-7(c)),
  - 6 compressions directes,
  - 6 tractions directes.

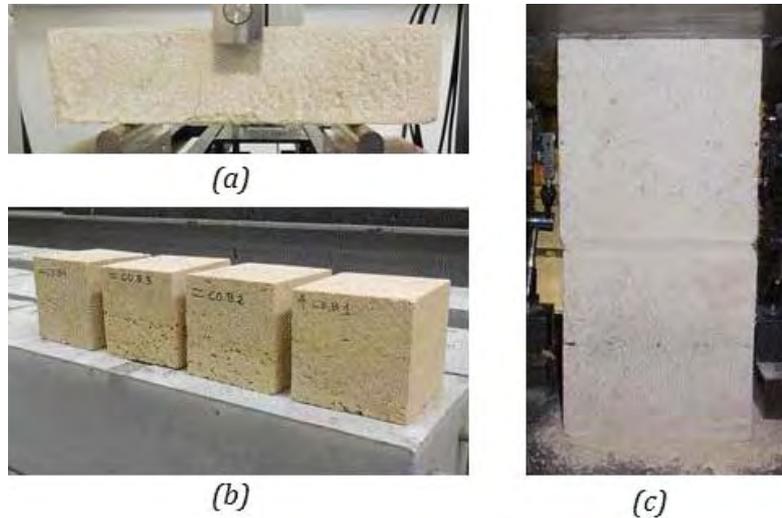


Figure III.1-7 : Type d'éprouvettes : (a) Eprouvette de mortier, (b) Bloc calcaire, (c) assemblage composite pierre-mortier-pierre.

#### III.1.2.2 Matériaux constitutifs

##### La pierre

La pierre choisie dans cette campagne sur matériaux équivalents est une pierre calcaire de l'étage Lutécien dite : « Saint Maximin Franche Construction ». Saint-Maximin correspond à la commune de provenance de la pierre située dans l'Oise. La désignation Franche Construction représente sa qualité et le banc sur laquelle elle est prélevée. Ce type de roche est largement utilisé depuis des siècles dans le bassin parisien pour la construction des édifices civils et religieux. Selon la fiche technique du fournisseur, la pierre est de couleur beige, unie à grains fins et moyen. Elle présente par ailleurs quelques trous de coquilles moyens et gros. Plusieurs rapport d'essai ont été réalisés entre 2001 et 2007 par le CTNMC afin de caractériser la pierre. Les résultats de ces essais (6 éprouvettes testées) sont regroupés dans le Tableau III.1-6.

Propriété	Masse Volumique (kg/m <sup>3</sup> )	Porosité	Vitesse de propagation du son (m/s)	Résistance à la compression (MPa)	Coefficient d'absorption par capillarité (g.m <sup>-2</sup> .s <sup>-0.5</sup> )
Moyenne	1910	29.2	3500 à 4000	11.8	244
CV (%)	2%	4%	-	10%	1%

Tableau III.1-6 : Synthèse des essais mécaniques selon le CTNMC

Ces valeurs, en comparaison de celles mesurées sur les pierres calcaires prélevées *in situ* sont du même ordre de grandeur (pour rappel :  $V_p=2978$  m/s pour le niveau supérieur et

$V_p=4215$  m/s pour le niveau de soubassement, cf. Tableau III.1-4). De plus, l'archive n°0081/07503/0002/05 conservée à la médiathèque du patrimoine indique que la pierre de remplacement utilisée pour la restauration de l'édifice en 1930 par l'entreprise « Leroux et Fils » était une pierre de Saint-Maximin. Ces deux éléments ont donc validé notre choix pour pierre comme « pierre équivalente » de celles en place sur l'édifice. Notons que le coefficient de variation de la résistance est de 10% et indique une certaine hétérogénéité du calcaire d'un même banc d'une même carrière.

### Le mortier

Pour formuler un mortier correspondant à celui utilisé par les bâtisseurs gothiques, nous nous sommes basé sur les résultats de la recherche bibliographique.

Concernant le liant, nous avons vu que les chaux utilisées à l'époque étaient aériennes mais pouvaient présenter une certaine hydraulité [Furlan and Bissegger, 1975] [Mertens et al., 2006]. C'est pourquoi nous nous sommes orientés vers une chaux NHL 3.5. [NF EN 459, 2012, p. 459]. De plus celle-ci est couramment utilisée par les restaurateurs de monuments historiques. Par ailleurs, le type de granulats choisis est un sable jaune relativement fin et de qualité non-lavée. Froidevaux indique que les sables de l'époque gothique étaient en effet tamisés mais non lavés contrairement au procédé actuel d'obtention de sable standardisé [Froidevaux, 2001]. Notons que la masse volumique apparente du sable sec est :  $\rho_{sable} = 1482 \text{ kg/m}^3$  tandis que celle de la chaux NHL 3.5 est  $\rho_{chaux} = 657 \text{ kg/m}^3$ .

Une fois les constituants choisis, il est nécessaire de définir la formulation du mortier. Nous avons vu que la composition du mortier de jointoiement de 300 à 350kg de chaux hydraulique pour 1m<sup>3</sup> de sable est celle utilisée en général par les constructeurs gothiques [Froidevaux, 2001], [Domede, 2006], [Laurent, 2007]. En termes de volume cette composition correspond environ à une part de chaux pour deux parts de sable. Cette proportion étant déterminée, il reste à établir la proportion d'eau à ajouter dans le mélange. La bibliographie ne nous a pas permis d'obtenir les proportions d'eau utilisées dans les formulations à l'époque gothique. Nous avons donc choisi de se baser sur les préconisations normatives. Pour cela, il a été réalisé une mesure de la consistance du mortier frais à l'aide d'une table à secousse selon les normes en vigueur [NF EN 1015-3, 1999]. Selon cette norme, la consistance du mortier doit vérifier une certaine valeur d'étalement qui dépend de la masse volumique apparente du mortier à l'état frais. Cette démarche a finalement conduit à une proportion d'environ un demi-volume d'eau pour un volume de chaux. Le Tableau III.1-7 récapitule la formulation du mortier en termes de volumes, sa valeur d'étalement à la table à secousse et sa masse volumique apparente à l'état frais.

Quantité de chaux NHL 3.5	Quantité de Sable	Quantité d'eau	Masse volumique du mortier frais	Valeur d'étalement
1L	2L	0.52L	2005 kg/m <sup>3</sup>	169 mm

Tableau III.1-7 : Formulation du mortier équivalent

### III.1.2.3 Essais sur mortier

Des essais de flexion compression ont été réalisés sur 6 éprouvettes de mortiers 4mm\*4mm\*16mm selon les recommandations normative européenne [NF EN 1015-11, 2000]. Cette norme impose aux éprouvettes le mode de cure suivant : 5 jours dans le moule à une température de 20 °C et une humidité relative de 95%, 2 jours hors du moule dans les mêmes

conditions hydriques et de température et enfin 21 jours à 20°C et 65% d'humidité relative. Au bout des 28 jours de cure, les 6 éprouvettes sont testées et donnent lieu à 6 essais de flexion trois points et 12 essais de compression.

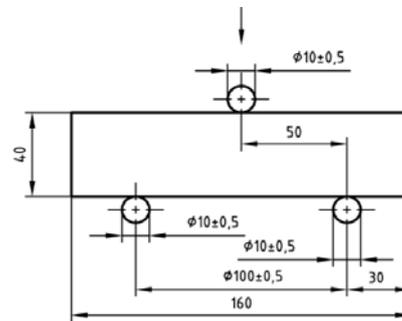
### III.1.2.3.1 Dispositifs expérimentaux

#### Essai de flexion 3 points

Les éprouvettes de mortier  $4*4*16\text{ cm}^3$  sont placées sur le dispositif de flexion trois points. L'entraxe des appuis en fibre inférieure est de 10 cm et la charge en fibre supérieure est centrée (Figure III.1-8). Avant le pic de rupture, l'essai est piloté en force imposée à une vitesse de 10 N/s afin de garantir une rupture de l'éprouvette entre 30 et 90 secondes après le début du chargement. Le dispositif permet en outre de détecter le pic de rupture et d'asservir l'essai en déplacement après le pic. Ainsi le comportement adoucissant post-pic de traction du mortier peut être évalué.



(a)



(b)

Figure III.1-8 : Essai de flexion trois points sur éprouvette de mortier : (a) Machine d'essai, (b) Dimensions de l'éprouvette (norme NF EN 1015-11)

#### Essais de compression

Les deux morceaux de chaque éprouvette issus des essais de flexion sont testés en compression. L'essai est piloté en force imposée avant le pic de rupture à une vitesse de 75N/s afin d'avoir la rupture de l'éprouvette entre 30 et 90 secondes. Après le pic, le pilotage s'effectue en déplacement imposé. L'éprouvette est placée entre les deux plateaux de la presse (Figure III.1-9).



(a)



(b)

Figure III.1-9 : Essai de compression sur mortier, (a) Machine d'essai, (b) Disposition de l'éprouvette

Le plateau supérieur mesure 40mm de largeur et est disposé perpendiculairement à l'éprouvette. La surface de contact entre le plateau supérieur et la face supérieure de l'éprouvette est donc une surface carrée de 40mm par 40mm. Le plateau inférieur est de forme circulaire. Il est en contact avec l'intégralité de la face inférieure de l'éprouvette.

### III.1.2.3.2 Résultat des essais.

La Figure III.1-10 présente les courbes de comportement du mortier en flexion et en compression. Dans les deux cas, les données en abscisse (flèche ou déformation) sont obtenues à partir de la mesure directe du déplacement des plateaux de la presse. La déformation pour l'essai de compression est simplement le rapport du déplacement du plateau de la presse sur la hauteur de l'éprouvette. Les valeurs en ordonnées (contrainte de flexion et contrainte de compression) sont issues de l'effort mesuré par le dynamomètre de la presse. La contrainte de flexion correspond à la valeur de la contrainte en fibre inférieure. Elle est calculée en estimant que le profil des contraintes normales sur la section à mi-travée est antisymétrique. Enfin, la contrainte de compression est calculée en prenant le rapport de l'effort appliqué divisé par la section du plateau supérieur de la presse en contact avec l'échantillon.

#### Essais de Flexion 3 points

La Figure III.1-10(a) indique un comportement typique de géomatériau en traction : phase élastique jusqu'au pic de rupture puis adoucissement rapide. La résistance à la flexion  $R_{mf}$  moyenne obtenue pour ces six éprouvettes de mortiers est de 0.56 MPa (CV=4%). Pendant la phase élastique l'intégralité de la section travaille pour reprendre le moment de flexion (Figure III.1-11(a)). Le profil de contrainte est antisymétrique. Au pic de rupture, une fissure apparaît à mi-travée en fibre inférieure. Pendant la phase adoucissante, la fissure se propage de la fibre inférieure vers la fibre supérieure. La section utile à mi travée diminue avec la propagation de la fissure ce qui entraîne une baisse progressive de la résistance résiduelle de l'échantillon (Figure III.1-11(b)).

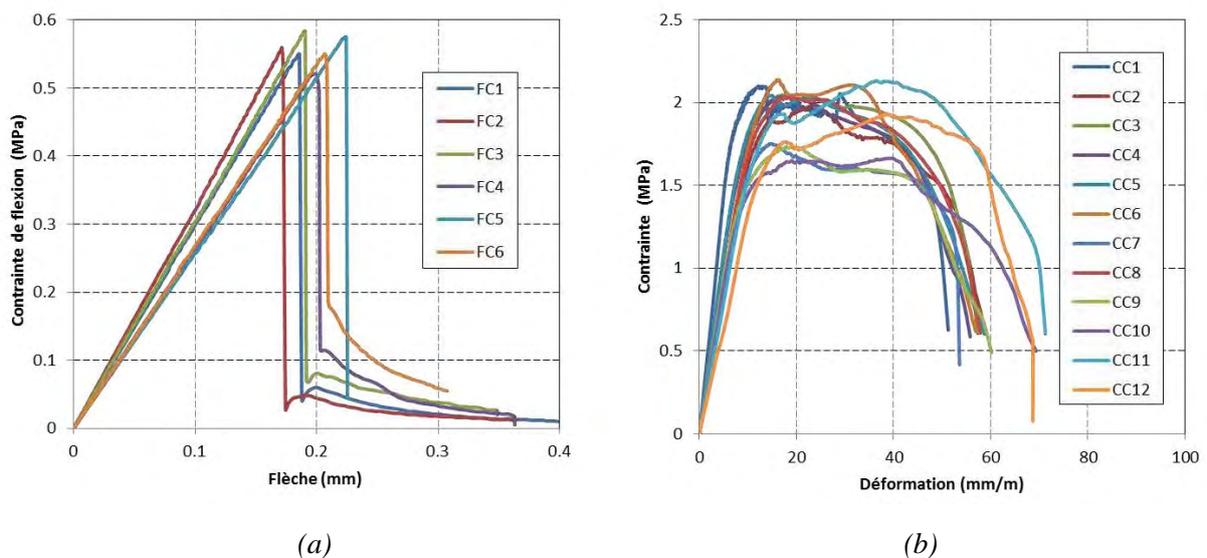


Figure III.1-10 : Lois de comportement du mortier (a) flexion : courbe contrainte de flexion-flèche, (b) compression, courbe contrainte-déformation.

Nous pouvons remarquer par ailleurs qu'après le pic de rupture, la pente de la courbe est verticale ce qui caractérise une rupture fragile du matériau en traction. En réalité, la courbe juste

après le pic présente un comportement pour lequel une diminution de l'effort entraîne une diminution de la flèche (Figure III.1-12). Ce phénomène est désigné par le terme anglo-saxon : « snap-back ». L'asservissement de la presse en déplacement est nécessairement croissant et ne permet donc pas l'observation de ce phénomène.

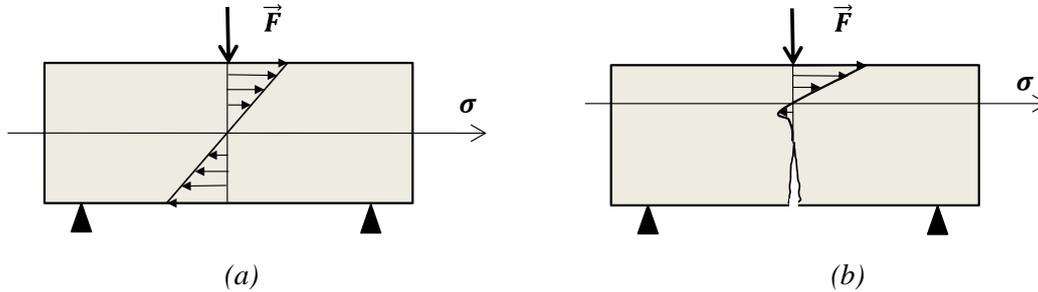


Figure III.1-11 : Essai de flexion trois points. Etat de contrainte normale à mi-travée. (a) Avant le pic de rupture. (b) Après le pic de rupture

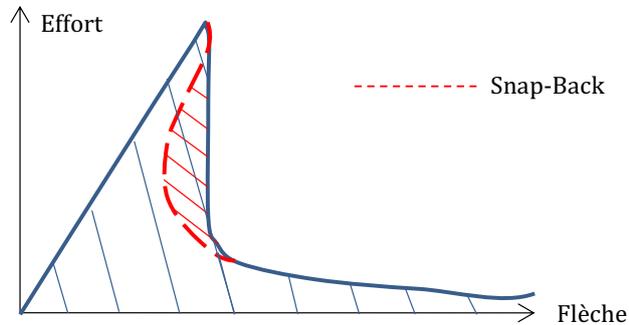


Figure III.1-12 : Illustration du phénomène de « Snap-Back » lors d'un essai de flexion trois point sur un géomatériau fragile.

### Essais de Compression

La Figure III.1-10(b) présente les résultats en compression. Il est de nouveau mis en évidence un comportement typique de géomatériaux introduit en partie I. Premièrement, on note une phase élastique jusqu'à une déformation de l'ordre de 10 mm/m (Figure III.1-13(a)). A ce stade, les déformations sont réversibles. Ensuite, il se produit une diminution de raideur du matériau jusqu'au pic de rupture. Pendant cette phase, une microfissuration diffuse se produit. Au pic de rupture, une macrofissure apparaît en fibre supérieure au niveau des extrémités du plateau. Elle se propage dans une direction diagonale pendant la phase adoucissante du haut vers le bas (Figure III.1-13(a), (b), (c)).

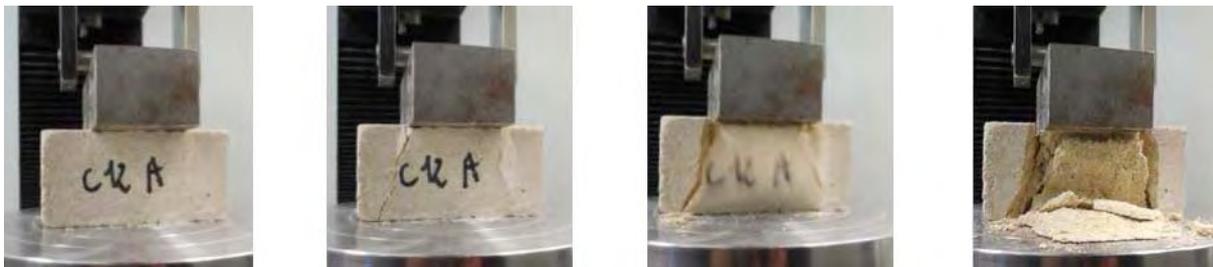


Figure III.1-13 : Profil de rupture de l'éprouvette de mortier soumise à un essai de compression (a)Phase élastique, (b) Propagation de la fissure pendant la phase adoucissante, (c) et (d) Rupture de l'échantillon.

La résistance à la compression  $R_{mc}$  moyenne obtenue pour ces six éprouvettes de mortiers est de 1.97 MPa (CV=8%). Cet essai de caractérisation du mortier en compression présente néanmoins un inconvénient dans l'obtention des propriétés intrinsèques du mortier. Le frottement entre les plateaux de la presse en acier et le mortier empêche la déformation transversale générée par l'effet Poisson [Bied and Sulem, 2003]. L'éprouvette se trouve confinée au niveau des parties proches du plateau. Ce confinement augmente la résistance à la compression de l'éprouvette. Parallèlement, le faible élancement de l'échantillon implique que les cônes de frettage supérieurs et inférieurs sont susceptibles de s'interpénétrer. Cette configuration d'essai ne conduit pas à un état de contrainte de compression uniaxiale. Nous verrons cependant dans le chapitre III.2.3 qu'il est possible de remonter aux caractéristiques intrinsèques du mortier par analyse inverse en simulant numériquement l'essai.

### Synthèse des résultats sur mortiers

Le Tableau III.1-8 récapitule les résistances moyennes obtenues pour la flexion et la compression ainsi que leur dispersion.

Synthèse des essais mécaniques sur mortiers		
Type d'essai	Flexion $R_{mf}$	Compression $R_{mc}$
Contrainte de rupture	0.56	1.97
Coefficient de variation (%)	4%	8%

Tableau III.1-8 : Synthèse des essais mécaniques sur mortier

### III.1.2.4 Essais sur la pierre calcaire de saint-Maximin

#### III.1.2.4.1 Essais préalables aux essais mécaniques

#### Mesure de la masse volumique

La masse volumique apparente  $\rho$  des six blocs qui seront soumis à des essais de compression a été déterminée selon la norme européenne [NF EN 1936, 2007]. On obtient une valeur moyenne  $\rho = 1905 \text{ kg/m}^3$  pour un écart type de 5%. Cette valeur correspond à celle mesurée par le CTNMC ( $1910 \text{ kg/m}^3$ ). A partir de ces masses volumiques, les formules empiriques de Mesnager [Mesnager, 1929] (eq. (III.1-1)) et de l'AFNOR [NF b 10-503, 1973], (eq. (III.1-2)), permettent d'évaluer les résistances de compression du calcaire o  $d$  est la densité.

$$\text{Selon Mesnager } R_c = 15 \frac{d-0.83}{2.82-d} \quad (\text{III.1-1})$$

$$\text{Selon la norme AFNOR } R_c = 2 * 2^{(d^{1.97})} \quad (\text{III.1-2})$$

Le Tableau III.1-9 indique les valeurs de résistance de compression  $R_{cp}$  obtenue pour une densité  $d = 1.905$  : 17.6 MPa selon Mesnager et 23.6 MPa selon la norme AFNOR. Notons que ces valeurs indiquent des résistances supérieures à celles mesurées sur les éprouvettes cubiques normées par le CTMNC (11.8 MPa).

<b>Masse volumique apparente</b>	<b>Résistance à la compression selon Mesnager</b>	<b>Résistance à la compression selon la norme AFNOR</b>
1905 kg/m <sup>3</sup>	R <sub>cp</sub> = 17.6 MPa	R <sub>cp</sub> = 23.6 MPa

*Tableau III.1-9 : Estimation de la résistance à la compression de la pierre de Saint-Maximin à partir de la masse volumique selon les formules de Mesnager et de la norme AFNOR*

### **Mesure de vitesse de propagation du son**

Pour les 36 blocs de pierre calcaire, la vitesse de propagation des ondes longitudinales  $V_p$  est évaluée. Pour chaque bloc, il est réalisé six séries de mesures directes : trois dans le sens parallèle au lit de pose et trois dans le sens perpendiculaire. Pour chacune des 6 séries correspondant à un point de mesure, deux valeurs de vitesse de propagation du son sont enregistrées.

<b>Valeurs des vitesses de propagation du son <math>V_p</math></b>		
<b>Sens de mesure</b>	<b>Moyenne</b>	<b>% Ecart type</b>
<b>// au lit de pose</b>	3546 m/s	13%
<b>⊥ au lit de pose</b>	3326 m/s	8%

*Tableau III.1-10 : Vitesse de propagation du son dans le sens parallèle et perpendiculaire du lit de pose*

Le Tableau III.1-10 indique les valeurs moyennes de vitesse de propagation du son perpendiculaires et parallèles pour les 36 blocs de pierre testés. La vitesse moyenne parallèle au lit de pose est de 3546 m/s (CV= 13%) alors que celle perpendiculaire est de 3326 m/s (CV= 8%). La différence confirme la stratification horizontale de la pierre de Saint-Maximin. A chaque strate correspond des caractéristiques mécaniques (densité, résistance) différentes. Par ailleurs, l'onde ultrasonore privilégie nécessairement le chemin optimal en termes de vitesse et de dissipation d'énergie. Lors d'une mesure de vitesse du son parallèle au plan de stratification, l'onde va donc parcourir la strate la plus dense sur toute la longueur du trajet optimisant donc sa propagation. A l'inverse, lors d'une mesure perpendiculaire au lit de pose, l'onde traverse de nombreuses strates de différentes propriétés mécaniques. C'est aussi pour cette raison que le coefficient de variation des mesures dans le sens perpendiculaire au lit de pose est plus faible. Enfin la différence de vitesse de propagation du son dans les sens parallèle et perpendiculaire est néanmoins relativement faible (6%). Ainsi, il semblerait que l'anisotropie d'élasticité du calcaire de Saint-Maximin est faible.

Les écarts types sont relativement faibles. Cela indique une bonne homogénéité de l'ensemble des échantillons. De plus, au sein d'un même bloc, les écarts types de mesures de vitesse ultrasonore sont de l'ordre de 2 à 3% ce qui permet de s'assurer de la répétabilité des mesures et de la bonne précision de l'appareil.

Enfin, notons que les valeurs de vitesse du son sont globalement inférieures aux vitesses annoncées par le fournisseur (entre 3500 et 4000 m/s). 75% d'entre elles sont en effet inférieures à 3500m/s et seulement 21% sont comprises dans l'intervalle fourni, les 4% restant présentant une vitesse supérieure à 4000m/s.

III.1.2.4.2 Essais de compression directe

**Dispositif expérimental**

Une campagne d'essai de compression est réalisée sur 6 blocs de pierre calcaire de dimensions  $20*20*20 \text{ cm}^3$ . La norme NF EN 772-1 préconise de réaliser des essais de compression sur des cubes de 7 cm de côté [NF EN 772-1, 2011]. Le choix de dimensions plus importantes a cependant été motivé par la volonté de se rapprocher de la taille réelle des pierres présentes sur l'édifice. Le chargement se réalise à déplacement imposé à une vitesse de  $10 \mu\text{m/s}$  afin d'obtenir le comportement post-pic en compression du matériau. Le chargement s'effectue dans le sens perpendiculaire au lit de pose de manière à se rapprocher des conditions de chargement réellement appliquées sur les pierres *in situ*. Les éléments sont conditionnés en laboratoire jusqu'aux essais à température ambiante supérieure à  $15^\circ\text{C}$  et à une humidité relative inférieure à 65%.

**Résultats et analyse**

Les courbes contrainte-déformation sont indiquées en Figure III.1-14. Le comportement typique des géomatériaux est observé avec une phase élastique, un endommagement pré-pic, et une phase adoucissante post-pic. Cinq essais sont présentés le sixième n'a pas abouti en raison d'un réglage non optimal de l'asservissement des plateaux de la presse en déplacement.

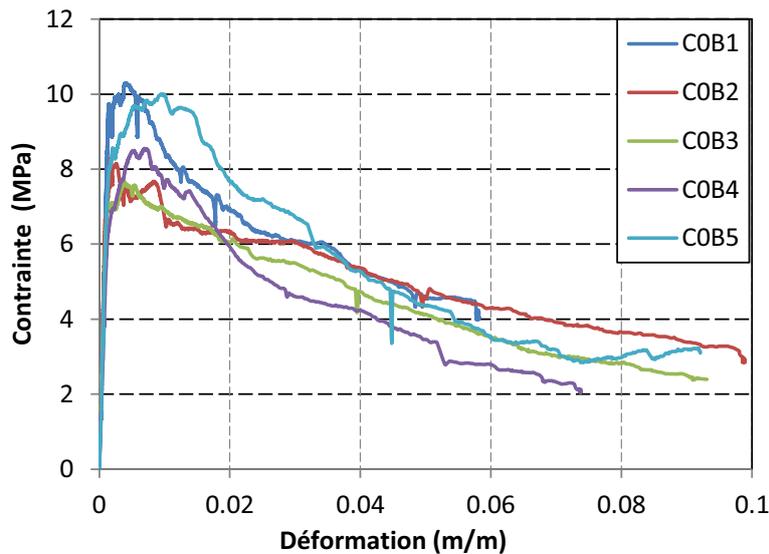


Figure III.1-14 : Courbes contrainte-déformation, essai de compression directe sur bloc calcaire  $20*20*20 \text{ cm}^3$

Pendant la phase élastique, il n'est pas observé de fissuration. Les macrofissures parallèles à la direction de chargement apparaissent au pic de rupture et se propagent lors de la phase adoucissante (Figure III.1-15(a)). Par ailleurs, le profil de rupture (Figure III.1-15(b)) laisse apparaître les cônes de frottement attestant d'une part le frottement entre l'échantillon et les plateaux de la presse et d'autre part la dépendance de la résistance à la compression à l'effet de confinement du matériau. Comme nous l'avons expliqué précédemment pour le mortier, cet effet de confinement implique que le champ de contrainte n'est pas homogène et uniaxial. En effet les deux cônes semblent s'interpénétrer. Ainsi, la contrainte de rupture  $R_{pc}$  calculée à partir du rapport de l'effort maximal mesuré sur la section de l'éprouvette perpendiculaire à la

*Partie III Caractérisation mécanique des maçonneries*  
*III.1 Campagne expérimentale*

direction de chargement est donc une valeur par excès de la contrainte de rupture intrinsèque du matériau.



*Figure III.1-15 : Essai de compression sur bloc calcaire 20\*20\*20 cm<sup>3</sup>. (a) Fissuration perpendiculaire au sens de chargement. (b) Profil de rupture de l'éprouvette avec cône de frettage.*

Le Tableau III.1-11 indique les valeurs de résistances à la compression et des modules d'élasticité sous l'hypothèse d'un champ de contrainte homogène et uniaxial. Les valeurs de masses volumiques et vitesse du son parallèles au lit de pose y sont également indiquées. La valeur moyenne de résistance à la compression est de  $R_{pc} = 9.0 \text{ MPa}$  avec une dispersion relativement faible (CV=13%). Cette valeur est inférieure aux données du fournisseur et aux données issues de formules empiriques présentées au paragraphe III.1.2.4.1, d'autant plus que la valeur de la contrainte de rupture calculée surestime la valeur de contrainte intrinsèque du matériau de par la présence des cônes de frettage. Le module d'élasticité est déduit également de l'hypothèse d'un champ de contrainte homogène et uniaxial. Sa valeur moyenne est  $E_{p0} = 6.9 \text{ GPa}$  pour un écart type de 14 %. On peut dire dans un premier temps que l'ordre de grandeur du module d'élasticité est d'environ 1000 fois supérieur à la résistance caractéristique de compression de la pierre comme le préconise l'Eurocode 6 en l'absence de données [Eurocode 6, 2006]. Ces essais confirment que la pierre de saint-Maximin est un calcaire « doux » avec des caractéristiques mécaniques relativement faibles.

<b>Essai de compression sur bloc calcaire</b>				
<b>Propriété</b>	<b>Résistance de compression <math>R_{pc}</math> (Mpa)</b>	<b>Module d'élasticité <math>E_{p0}</math> (GPa)</b>	<b>Masse volumique (kg/m<sup>3</sup>)</b>	<b>Vitesse de propagation <math>\perp</math> <math>V_{P,\perp}</math></b>
<b>Moyenne</b>	9.0	6.9	1905	3202
<b>CV(%)</b>	13%	14%	5%	4%

*Tableau III.1-11 : Essai de compression sur bloc calcaire 20\*20\*20 cm<sup>3</sup>. Valeurs de contraintes de compression, modules d'élasticité et masses volumiques sous l'hypothèse d'un champ de contrainte homogène et uniaxial.*

III.1.2.4.3 Essais de traction directe

**Dispositif expérimental**

Le deuxième type d'essai mené sur les blocs calcaires seuls  $20*20*20\text{ cm}^3$  est un essai de traction directe. La difficulté de ce type d'essai est d'appliquer l'effort de traction à l'éprouvette. Le dispositif est présenté Figure III.1-16. Chaque éprouvette est équipée de deux plaques en aciers collées sur les surfaces supérieure et inférieure de la pierre au moyen d'une colle Epoxy bi-composant (Figure III.1-16(a)). Ces plaques sont assemblées par boulonnage à deux plaques similaires sur lesquelles un boulon soudé est assemblé au centre de la surface carrée. Une tige filetée en acier vient s'ancrer sur chacun des boulons soudés haut et bas. Par ce dispositif, un effort de traction généré sur les tiges filetées et conduit à la mise en traction de l'éprouvette calcaire. En partie haute du bâtis d'essai (Figure III.1-16(b)), un vérin simple effet, un dynamomètre et une plaque de répartition d'effort sont montés en série. Le vérin permet d'appliquer l'effort de traction à la tige filetée. Le dynamomètre mesure l'effort de traction.

Pour maîtriser la localisation de la fissuration, une entaille de 5 cm de profondeur a été réalisée sur la périphérie de l'éprouvette au moyen d'une disqueuse. L'effort de traction est appliqué perpendiculairement au lit de pose. Les éléments sont conditionnés en laboratoire jusqu'aux essais à température ambiante supérieure à  $15^\circ\text{C}$  et à une humidité relative inférieure à 65%. La base de mesure des 2 capteurs potentiométriques de déplacement est la distance entre les plaques métalliques collées. Enfin, l'essai de traction est piloté en déplacement à une vitesse de  $1\ \mu\text{m/s}$ .



Figure III.1-16 : Dispositif d'essai de traction des blocs calcaires. (a) Eprouvettes équipées de capteurs de déplacements. (b) Vérin et Dynamomètre.

**Résultats et analyse**

Pour 3 pierres, les résultats sont inexploitable car la rupture s'est effectuée au niveau de l'interface entre la colle et la pierre et non au niveau de l'entaille de localisation. Seules les pierres C0B1, C0B4 et C0B6 se sont fissurées au niveau de l'entaille. Par ailleurs la rupture fragile en traction de la pierre, le défaut de rigidité du bâtis vis-à-vis de l'éprouvette et la sensibilité trop grande des capteurs de déplacement ne nous a pas permis d'obtenir de mesure fiable des déplacements. La seule valeur exploitable ici est finalement la contrainte de rupture de traction de la pierre de saint Maximin  $\sigma_{pt} = 1.6\text{ MPa}$  pour un coefficient de variation de 49%.

Le profil de rupture au niveau de l'entaille indique le caractère hétérogène et la texture à grains fin de la pierre. Cette hétérogénéité démontre la forte dispersion des résistances en traction.

#### III.1.2.4.4 Synthèse des essais sur pierre calcaire

Le Tableau III.1-12 synthétise l'ensemble des données expérimentales concernant la pierre calcaire de Saint-Maximin

Synthèse caractéristiques des pierres calcaire de Saint-Maximin						
Propriété	Résistance de compression $R_{pc}$ (Mpa)	Résistance de traction $R_{pt}$ (Mpa)	Module d'élasticité $E_p$ (GPa)	Vitesse du son (m/s)		Masse volumique (kg/m <sup>3</sup> )
				//	⊥	
Moyenne	9.0	1.6	9.0	3546	3326	1905
CV(%)	13%	49%	14%	13%	8%	5%

Tableau III.1-12 : Synthèse des caractéristiques des pierres calcaires de Saint-Maximin

#### III.1.2.5 Essais sur Matériau composite

##### III.1.2.5.1 Description des éprouvettes

Une campagne expérimentale sur matériaux composites a été réalisée dans le but d'identifier les modes de rupture d'un assemblage composite en traction et en compression. La pierre et le mortier utilisés sont identiques aux matériaux testés précédemment. Les 12 éprouvettes composite comprennent deux blocs calcaires de 20\*20\*20cm<sup>3</sup> assemblés par un joint de mortier de chaux hydraulique de 12 mm d'épaisseur (Figure III.1-17). Cette épaisseur est équivalente à l'épaisseur des joints de lit mesurée sur site. Six essais de traction directe et six essais de compression directe à déplacement imposé sont réalisés sur ce type d'échantillon.

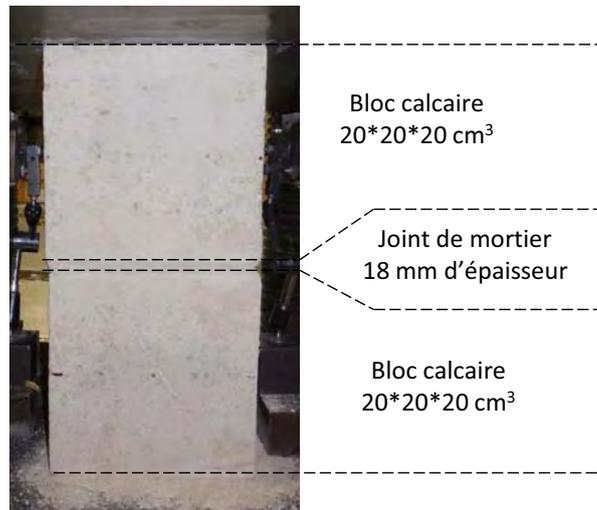


Figure III.1-17 : Eprouvettes de matériau composite pierre-mortier-pierre constituées de Blocs calcaires 20\*20\*20cm<sup>3</sup> et d'un mortier de chaux hydraulique de 12 mm d'épaisseur

##### III.1.2.5.2 Mise en œuvre

La méthode de mise en œuvre utilisée est la technique de pose sur bain de mortier. Elle consiste à disposer du mortier en excès sur le lit d'assise et à poser la pierre supérieure jusqu'à

une hauteur de joint souhaitée. Dans un premier temps, les lits de pose des pierres sont bouchardés au moyen d'un marteau et d'un burin afin d'augmenter la surface de contact entre les blocs et le mortier. L'utilisation de cette technique à la période gothique a été mise en évidence sur les carottes prélevées *in situ*. Avant la mise en place du mortier, une humidification des pierres est réalisée. Elle permet de limiter le transfert par capillarité d'eau contenue dans le mortier dans la pierre et favorise ainsi l'hydratation du mortier. Les blocs inférieurs des éprouvettes composites sont ensuite callés afin que le lit de pose soit à niveau. Le mortier est mis en place en excès sur le lit de pose. Enfin la pierre supérieure est posée puis réglée au moyen d'un maillet et d'un niveau.

### III.1.2.5.3 Essais de compression

#### Dispositif expérimental

Le chargement se réalise à déplacement imposé à une vitesse de  $10 \mu\text{m/s}$  afin d'observer le comportement post-pic du matériau composite. La base de mesure des capteurs de déplacement est la distance entre les plateaux de la presse.

#### Résultats et analyse

Les courbes contrainte-déformation exposées Figure III.1-18 présentent de nouveau un comportement mécanique typique des géomatériaux. La contrainte de résistance de compression est ici définie comme le ratio de l'effort appliqué par les plateaux de la presse divisé par la section perpendiculaire au chargement. La déformation est définie comme étant le rapport entre déplacement des plateaux de la presse divisé par la hauteur totale de l'échantillon.

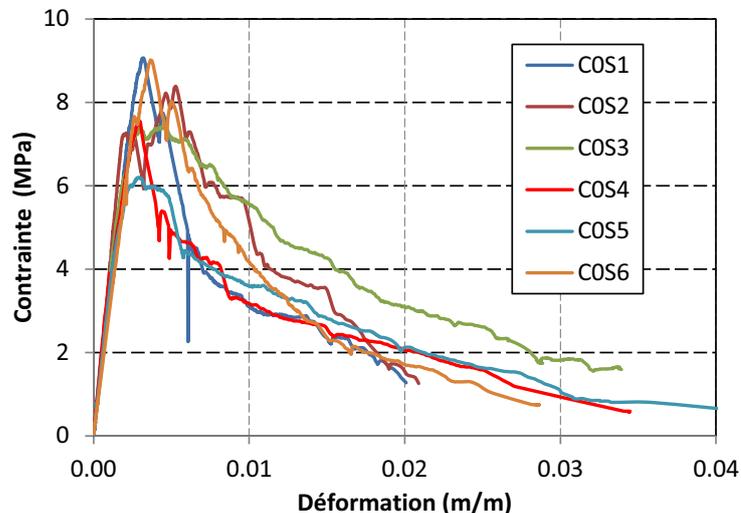
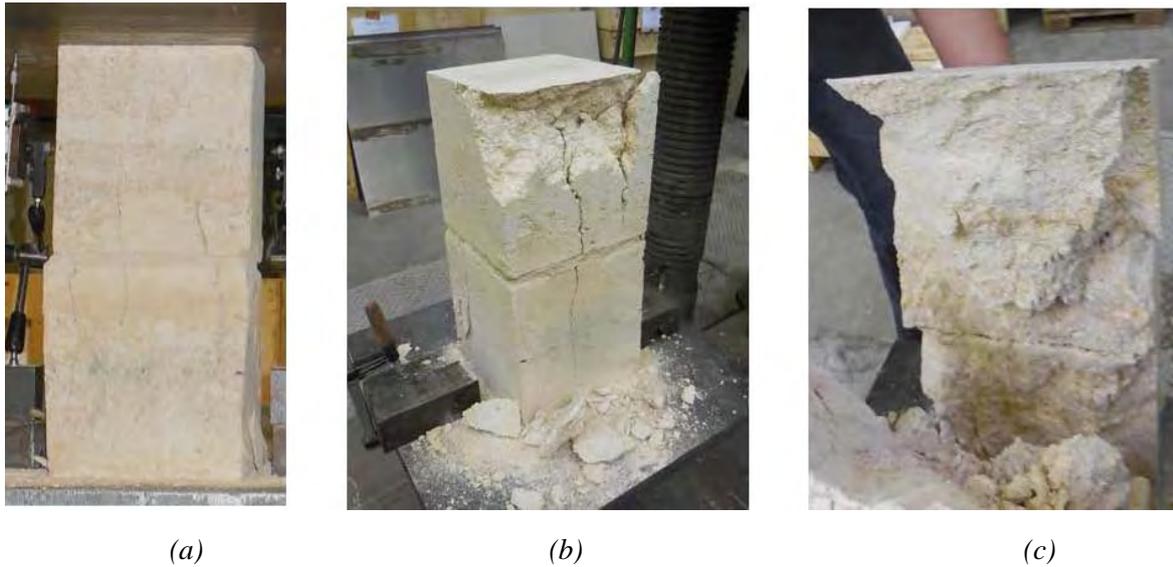


Figure III.1-18 : Courbes contraintes-déformations issues des essais de compression sur matériaux composites

La Figure III.1-19 présente le mode de rupture de l'éprouvette composite. Juste avant le pic de rupture, une fissuration macroscopique verticale apparaît sur les pierres supérieures et inférieures à environ 5 cm du joint de mortier (Figure III.1-19(a)). A ce stade, un décollement du mortier en périphérie de l'éprouvette est constaté. Après la rupture, la fissuration se propage verticalement sur les pierres calcaires sans atteindre le mortier. A la fin de l'essai, pendant la phase adoucissante, la fissuration atteint les joints de mortier créant une macrofissure

*Partie III Caractérisation mécanique des maçonneries*  
*III.1 Campagne expérimentale*

traversant l'éprouvette sur toute la hauteur (Figure III.1-19(b)). Ce type de fissuration s'explique par la différence de rigidité entre le mortier et la pierre [Mann and Betzler, 1994], [Lourenço and Pina-Henriques, 2006]. Le mortier se trouve en effet dans un état de contrainte triaxial de compression lui conférant une résistance supérieure. La pierre calcaire, responsable du confinement du mortier se trouve dans un état de compression/traction biaxiale. Des contraintes de traction se produisent alors parallèlement au lit de pose et entraînent, une fois le seuil de traction de la pierre atteint, une fissuration perpendiculaire au lit de pose. Le profil de rupture à la fin de l'essai laisse par ailleurs apparaître un cône de frottement dû aux frottements entre les plateaux de la presse et la pierre calcaire (Figure III.1-19(c)).



*Figure III.1-19 : Essai de compression sur matériau composite composé de blocs de 20\*20\*20 cm<sup>3</sup>.  
 (a) Fissuration parallèle à la direction de chargement (b) Eprouvette à la fin de l'essai. (c) Cône de frottement*

Le Tableau III.1-13 indique les valeurs de résistance de compression et de module d'élasticité des éprouvettes composites de petites et grandes dimensions. On obtient une résistance de compression  $R_{sc} = 7.9 MPa$  (CV= 14%). Rappelons que la résistance moyenne du bloc calcaire seul est d'environ 9MPa environ et celle du mortier n'atteints pas les 2 MPa. La résistance observée sur les éprouvettes composites est donc bien supérieure à la résistance du mortier seul. Cette constatation souligne de nouveau le fait que le mortier est confiné et que son état de contrainte de compression triaxial lui confère une meilleur résistance.

Enfin, le module d'élasticité homogénéisé est égal à  $E_{s0} = 3.4 GPa$  (CV= 11%). Le module d'élasticité de la pierre étant de  $E_{p0} = 6.9 GPa$ , la présence du mortier tend à diminuer par 2 la rigidité du matériau composite vis-à-vis de la rigidité de la pierre.

<b>Synthèse des caractéristiques mécaniques de l'échantillon composite</b>		
<b>Propriété</b>	<b>Résistance de compression</b> $R_{sc}$ (MPa)	<b>Module d'élasticité homogénéisé</b> $E_{s0}$ (GPa)
<b>Moyenne</b>	7.9	3.4
<b>CV(%)</b>	14%	11%

*Tableau III.1-13 : Valeurs des résistances de compression et des modules d'élasticité des éprouvettes composites*

**III.1.2.5.4 Essais de traction directe**

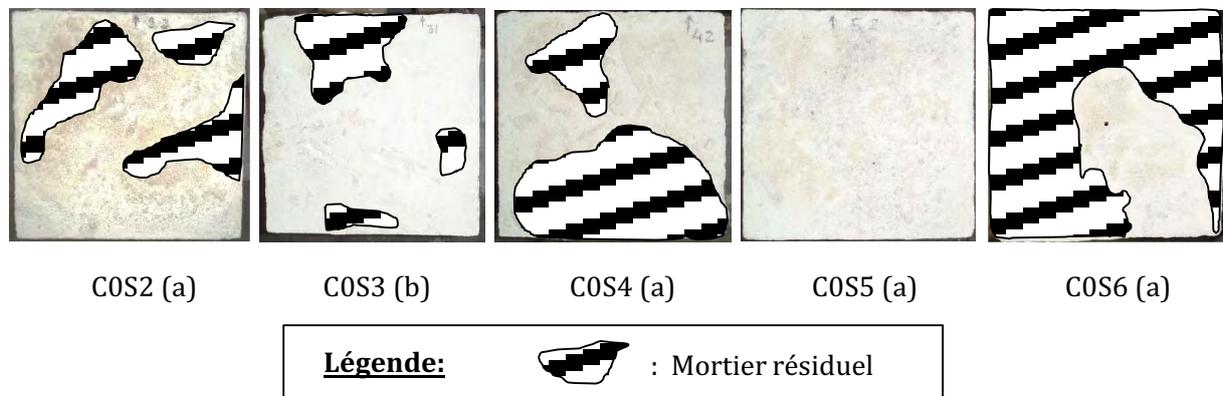
**Dispositif expérimental**

Le dispositif et les conditions d'essai sont identiques à ceux présentés au paragraphe III.1.2.4.3 concernant la traction directe sur pierres calcaires seules.

**Résultats**

Pour les mêmes raisons que lors de l'essai de traction directe sur bloc calcaire seul, Les mesures de déplacement sont inexploitable. La valeur moyenne de résistance à la traction du matériau composite est de 0.06 MPa pour un coefficient de variation de 76%. Cette résistance est environ dix fois plus faible que la résistance du mortier mesurée lors des essais de flexion trois points (paragraphe III.1.2.3.2).

Cette observation s'explique par le fait que la rupture se produit en grande partie au niveau de l'interface entre la pierre et le mortier avec décollement partiel du mortier. La Figure III.1-20 indique les zones hachurées représentant les surfaces pour lesquelles le mortier est resté en adhérence avec la pierre après la rupture en traction. Les lettres (a) et (b) correspondent respectivement aux interfaces supérieures et inférieures. Pour chaque éprouvette composite, les interfaces opposées à celles indiquées sur la figure présentent toutes une adhérence de mortier parfaite. Plusieurs auteurs ont déjà mis en évidence ce phénomène [Pluijm, 1992] [Lourenço, 1996] [T. Stablon, 2011]. L'adhérence du mortier n'est pas parfaite ce qui implique que la résistance en traction du matériau composite ne correspond pas à la résistance en traction du mortier seul. Ce mode de rupture en traction sera considéré lors de la procédure d'homogénéisation de la maçonnerie.



*Figure III.1-20 : Essai de traction directe sur matériau composite. Surfaces de rupture au niveau des interfaces bloc-mortier*

**III.1.2.5.5 Synthèse des essais sur matériau composite**

Le Tableau III.1-14 synthétise les résultats obtenus sur matériaux composite.

Propriété	Résistance de compression $\sigma_{sc}$ (MPa)	Résistance de traction $\sigma_{st}$ (MPa)	Module d'élasticité $E_{s0}$ (GPa)
<b>Moyenne</b>	7.9	0.06	3.4
<b>%EC</b>	14%	76%	11%

*Tableau III.1-14 : Synthèse des résultats des essais mécaniques sur matériau composite*

### III.1.2.6 Conclusion sur les essais mécaniques sur matériaux équivalents

La pierre calcaire de Saint-Maximin couramment utilisée dans le bassin parisien lors de la période gothique et aujourd'hui par les restaurateurs des monuments historiques a été choisie pour les essais en laboratoire. Elle présente des caractéristiques soniques équivalentes à celles mesurées sur l'édifice. Le mortier a été formulé d'une part selon les résultats de la recherche historique (pour la chaux NHL 3.5 et le sable non lavé) et d'autre part selon les normes en vigueur pour la quantité d'eau.

Les essais mécaniques réalisés ont révélé un comportement mécanique adoucissant, et une rupture avec apparition de macro-fissures aussi bien en traction qu'en compression.

Les essais de traction et compression sur matériaux composites pierre-mortier-pierre ont démontré l'importance de l'interface dans le comportement global du matériau maçonnerie. En compression, le confinement du mortier conduit à un état de contrainte de compression traction biaxiale au contact avec les blocs de part et d'autre du joint de mortier qui entraîne une fissuration verticale des blocs. Enfin, la résistance en traction de l'interface bloc-mortier est très faible (0.06 MPa).

### III.1.3 CONCLUSION

La campagne expérimentale menée d'une part sur les carottes prélevés *in situ* (§ III.1.1) et d'autre part sur des matériaux équivalents à ceux en place sur l'édifice (§ III.1.2) nous a conduit à la caractérisation du comportement mécanique de la pierre calcaire, des mortiers de chaux et des assemblages composites.

Premièrement, les essais sur carottes calcaires prélevés *in situ* ont confirmé la différence de qualité de pierre entre niveau de soubassement et niveau supérieur préalablement détecté par les mesures ultrasoniques présentées en partie II. A l'échelle de la maçonnerie de chaque zone, il est observé également une dispersion des propriétés mécaniques des blocs. Enfin, l'essai brésilien mené sur la carotte composite pierre-mortier-pierre a révélé une certaine souplesse dans le domaine élastique au niveau de l'interface bloc-mortier.

Deuxièmement, la campagne expérimentale sur matériaux équivalents a fourni le comportement mécanique de l'interaction entre le mortier et la pierre. En compression, le confinement du mortier entraîne une rupture de la pierre par traction perpendiculaire à l'axe de chargement. En traction, l'interface bloc-mortier constitue le maillon faible de la maçonnerie.

L'ensemble des données expérimentales collectées dans ce paragraphe ainsi que les mesures de vitesse ultrasonores établies zone par zone vont constituer les éléments de base dans la détermination des caractéristiques mécaniques intrinsèques des matériaux constitutifs des maçonneries en place. Le chapitre suivant se consacre à la validation du modèle de comportement utilisé dans ces travaux.

## III.2 VALIDATION DU MODELE D'ENDOMMAGEMENT

---

Ce chapitre s'attache à valider l'utilisation du modèle d'endommagement dans le but de mener à bien la démarche d'homogénéisation qui sera présentée dans le chapitre III.4. Cette validation s'appuie sur les résultats expérimentaux obtenus sur les matériaux équivalents à ceux en place sur l'édifice. La démarche est la suivante :

- (1) obtention des paramètres matériaux intrinsèques de la pierre de Saint-Maximin et du mortier seul à partir des essais expérimentaux menés sur ces matériaux individuels. Nous verrons que cette première étape nécessitera la modélisation fine des essais de compression menée sur pierre et mortier ;
- (2) modélisation de l'échantillon composite en appliquant les paramètres matériaux obtenus dans la phase précédente. La confrontation des réponses numérique et expérimentale de l'essai de compression sur matériau-composite permettra de valider la modélisation. Les mécanismes de rupture de l'assemblage pierre-mortier-pierre seront également mis en évidence.

Premièrement, le type de modèle de comportement utilisé sera présenté. Nous introduirons au travers des équations constitutives du modèle les paramètres matériaux nécessaires à l'identification des lois de comportement des géomatériaux. Ensuite, nous identifierons indépendamment les paramètres matériaux de la pierre de Saint-Maximin et des mortiers équivalents à partir des essais mécaniques menés sur matériaux seuls. Enfin, nous vérifierons la capacité du modèle à simuler le comportement mécanique de l'assemblage composite.

### III.2.1 MODELE DE COMPORTEMENT UTILISE

Nous avons vu dans le chapitre présentant l'ensemble de la campagne expérimentale que les matériaux constitutifs de la maçonnerie, à savoir la pierre calcaire et le mortier de chaux présentaient un comportement typique de géomatériau. Or la revue bibliographique des stratégies de modélisation à l'échelle du constituant a montré que pour considérer le comportement non linéaire complexe de ce type de matériau, il était nécessaire de recourir à l'utilisation d'une loi de comportement élasto-plastique couplée à un modèle d'endommagement. En effet, la plasticité permet de rendre compte de l'écrouissage positif pré-pic (qui correspond à de la fissuration diffuse), du comportement contractant puis dilatant du matériau et des déformations permanentes. L'endommagement quant à lui décrit l'écrouissage négatif ainsi que la dissymétrie des résistances en traction/compression. C'est pourquoi il a été décidé d'utiliser le modèle orthotrope d'endommagement développé au LMDC de Toulouse dans le cadre d'une formulation par éléments finis [Sellier et al., 2013]. L'utilisation de ce modèle nécessite l'identification de certains paramètres matériau pouvant être associés à de la plasticité ou à de l'endommagement.

Ce chapitre s'attache donc dans un premier temps à présenter les équations constitutives principales de ce modèle en introduisant chacun des paramètres matériaux nécessaires à la modélisation fine du comportement mécanique des géomatériaux. Ensuite, la réponse du modèle sur un élément fini sera présentée et expliquée. Enfin, un tableau synthétisera la liste des paramètres matériaux nécessaires pour chacun des constituants de la maçonnerie.

### III.2.1.1 Equations constitutives du modèle élasto-plastique d'endommagement.

Ce paragraphe présente les principales équations constitutives du modèle d'endommagement. Les différents paramètres matériau nécessaires sont ainsi mis en évidence dans les équations à venir.

#### III.2.1.1.1 Equation générale du modèle.

Le modèle d'endommagement développé au LMDC est fondé sur le principe d'équivalence en déformations présenté dans le chapitre I.3.2.5.3. La loi d'endommagement relie le tenseur des contraintes réelles  $\sigma_{ij}$  au tenseur des contraintes effectives  $\tilde{\sigma}_{kl}$  qui est séparé en sa partie positive  $\tilde{\sigma}_{kl}^+$  (traction) et sa partie négative  $\tilde{\sigma}_{kl}^-$  (compression) (équation (III.2-1)). Dans cette équation,  $D^S$  est l'endommagement de compression-cisaillement,  $D_0^t$  est l'endommagement diffus isotrope en traction pré-pic et  $D^t$  est l'endommagement orthotrope de traction post pic. Enfin,  $D^r$  représente l'endommagement de compression lors de la refermeture de fissure.

$$\sigma_{ij} = (1 - D^S) [(1 - D_0^t)(1 - D^t)_{ijkl} \tilde{\sigma}_{kl}^+ + (1 - D^r)_{ijkl} \tilde{\sigma}_{kl}^-] \quad (\text{III.2-1})$$

#### III.2.1.1.2 Comportement élastique

Le comportement élastique du modèle relie le tenseur des contraintes effectives  $\tilde{\sigma}$  au tenseur des déformations élastiques  $\varepsilon_{kl}^e$  par le biais du tenseur d'élasticité  $\mathbf{C}$  (équation (III.2-2)). Dans le cas d'un matériau isotrope, le tenseur d'élasticité est défini uniquement par le **module d'élasticité  $E$**  et le **coefficient de Poisson  $\nu$** .

$$\tilde{\sigma}_{ij} = C_{ijkl} \cdot \varepsilon_{kl}^e \quad (\text{III.2-2})$$

#### III.2.1.1.3 Critères de plasticité

En traction, l'écoulement plastique correspond au franchissement d'un critère de type Rankine  $f_I^t$  (équation (III.2-3)). Celui-ci est défini dans le repère principal du tenseur des contraintes effectives  $\{\tilde{\sigma}_I, \tilde{\sigma}_{II}, \tilde{\sigma}_{III}\}$ . Il nécessite la connaissance de la **résistance à la traction  $R_t$**  du matériau sain. Notons que si une déformation plastique de traction apparaît dans une direction lors d'un chargement de traction et si un déchargement survient après, un critère de refermeture implémenté dans le modèle donne la possibilité de gérer la restitution de rigidité lors de la refermeture de la fissure. Ce critère nécessite la connaissance du paramètre **contrainte de refermeture de fissure  $R_R$**  qui correspond à la contrainte de compression à appliquer afin de restituer complètement la rigidité du matériau.

$$f_I^t = \tilde{\sigma}_I - R_{t,I} \text{ pour } I \in [I, II, III] \quad (\text{III.2-3})$$

En compression-cisaillement, un critère de Drucker Prager  $f^{DP}$  permet de traduire l'effet positif du confinement sur la résistance au cisaillement (équation (III.2-4)). Dans cette équation,  $\tilde{\sigma}_{ij}^d$  représente la partie déviatorique du tenseur des contraintes effectives et  $Tr(\tilde{\sigma}_{ii})$  sa trace.

Deux paramètres matériau sont alors soulignés : **la résistance à la compression**  $R_c$  du matériau sain et le **coefficient de Drucker-Prager**  $\delta$ . Ce dernier décrit la sensibilité du matériau au confinement et dépend de l'angle de frottement interne  $\phi$  du matériau (équation (III.2-5)).

$$f^{DP} = \left( \sqrt{\frac{\tilde{\sigma}_{ij}^d : \tilde{\sigma}_{ij}^d}{2}} + \delta \frac{Tr(\tilde{\sigma}_{ii})}{3} \right) - R_c \left( \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{\delta}{3} \right) \quad (\text{III.2-4})$$

$$\delta = \frac{2\sqrt{3} \cdot \sin\phi}{3 - \sin\phi} \quad (\text{III.2-5})$$

#### III.2.1.1.4 Lois d'écoulement plastique

En traction, l'écoulement plastique est associé et s'opère donc perpendiculairement à la fonction de charge  $f_I^t$ . Il ne nécessite donc pas de paramètre supplémentaire. En revanche, l'écoulement plastique en compression-cisaillement est non associé et nécessite l'introduction d'un paramètre appelé **coefficient de dilatation**  $\beta$  (équation (III.2-6)). Dans cette équation  $F^{DP}$  est la surface d'écoulement plastique. Le paramètre  $\beta$  a pour rôle de prendre en compte la dilatation du matériau. Si  $\beta = 0$ , l'écoulement plastique se réalise sans dilatance.

$$F^{DP} = \sqrt{\frac{\tilde{\sigma}_{ij}^d : \tilde{\sigma}_{ij}^d}{2}} + \beta \frac{Tr(\tilde{\sigma}_{ii})}{3} \quad (\text{III.2-6})$$

Enfin, en traction, le modèle plastique appliqué sur la contrainte effective est sans écoulement, tandis qu'un écoulement pré-pic est défini en compression jusqu'à la **déformation au pic de compression**  $\varepsilon_{Rc}^{pk}$ .

#### III.2.1.1.5 Lois d'endommagement

##### Endommagement de traction

Il est distingué un endommagement de traction en pré-pic et en post-pic. Au début du chargement, l'endommagement est faible et diffus (Figure III.2-1 (a)). Pour ce domaine de comportement, le modèle mécanique est fondé sur une méthode d'homogénéisation car les fissures n'ont pas encore localisées. L'endommagement  $D_0^t$  est donc considéré comme isotrope. Celui-ci est calculé à partir de l'évolution de la première contrainte principale  $\tilde{\sigma}_I$  (équation (III.2-7)). Ici le paramètre  $m$  est calculé de manière à ce que la courbe de comportement passe par le point  $\sigma_I = R^t$  lorsque  $\varepsilon_I = \varepsilon_{Rt}^{pk}$ . Un nouveau paramètre matériau apparaît, il s'agit de la **déformation au pic de traction**  $\varepsilon_{Rt}^{pk}$ . Notons que le choix d'une déformation au pic égale au rapport de la résistance en traction sur le module d'élasticité conduit à un endommagement isotrope pré-pic nul.

$$D_0^t = 1 - \exp\left(-\frac{1}{m} \left(\frac{\tilde{\sigma}_I}{R_I^t}\right)^m\right) \quad (\text{III.2-7})$$

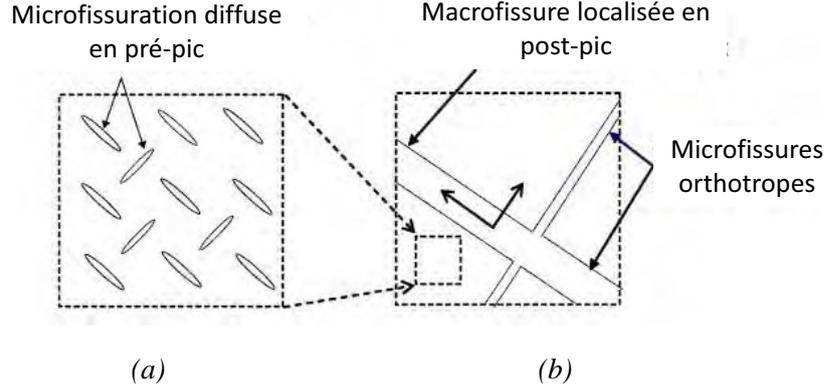


Figure III.2-1 : Profil de fissuration idéalisée : (a) microfissuration isotrope diffuse en pré-pic, (b) macrofissurations localisées orthotrope en phase post-pic

Puis, au pic de traction, en raison de l'écroutissement négatif et du caractère hétérogène du géomatériau, une fissure apparaît dans une zone de faiblesse. L'endommagement devient localisé (Figure III.2-1(b)). Celle-ci se produit perpendiculairement à la direction principale de traction. Le tenseur d'endommagement post-pic de traction  $D_{ijkl}^t$  est construit par la méthode de la fissure équivalente (Smearred Crack Method). Le modèle intègre donc 3 critères de Rankine orthotropes associés à 3 critères de refermeture de fissure pouvant chacune se refermer indépendamment les unes des autres. On parle de modèle d'endommagement à orthotropie induite par la fissuration. Les trois variables d'endommagement scalaires  $D_I^t$ , associées aux trois directions principales de fissuration sont calculées à partir des ouvertures de fissures maximales  $\omega_I^{pl,t,max}$  dans chaque direction orthotropes (équation (III.2-8)). Ici,  $\omega_I^{pl,t,max}$  représente la valeur maximale atteinte par l'ouverture de fissure  $\omega_I^{pl,t}$ .

$$D_I^t = \frac{\omega_I^{pl,t,max} (\omega_I^{pl,t,max} - 2\omega_I^{k,t})}{(\omega_I^{pl,t,max} + \omega_I^{k,t})^2} \quad (III.2-8)$$

Dans cette relation,  $\omega_I^{k,t}$  représente une ouverture de fissure caractéristique, calculée de manière à ce que le travail fournis pour propager la fissure soit égale à l'**énergie de fissuration surfacique de traction  $Gf^t$**  (équation (III.2-9)). Notons dans cette équation l'apparition d'un paramètre dépendant du maillage  $l_I$  qui représente la taille de l'élément fini dans la direction principale de fissuration I. L'opérateur TAILLE de Cast3m développé par Alain Millard décrit la taille anisotropique de l'élément. En réalité, cette méthode garantit l'objectivité de la réponse du modèle vis-à-vis de la taille des éléments finis. Il s'agit d'une régularisation énergétique locale de type Hillerborg qui permet d'éviter la dépendance de la solution vis-à-vis du maillage [Hillerborg et al., 1976] .

$$\begin{aligned} Gf^t &= l_I \left( \frac{(R^t)^2}{2E(1 - D_0^t)} + \int_0^{+\infty} (1 - D_0^t)(1 - D_I^t) \tilde{\sigma}_I^+ d\varepsilon \right) \\ &= R_I^t \int_0^{+\infty} (1 - D_I^t) d\omega_I^{pl,t,max} = R_I^t \omega_I^{k,t} \end{aligned} \quad (III.2-9)$$

### **Endommagement de compression cisaillement**

En compression-cisaillement, l'endommagement est isotrope et dépend du critère de Drucker Prager par le biais de la dilatance plastique définie par la trace des déformations plastiques de compression-cisaillement:  $Tr(\bar{\varepsilon}^{pl,s})$ . L'endommagement est activé à partir d'un seuil de dilatation plastique correspondant au pic de rupture en compression uniaxiale  $\varepsilon^{th,s} = Tr\bar{\varepsilon}_{peak}^{pl,s}$  (équation (III.2-10)).

$$D_S = \begin{cases} \frac{Tr(\bar{\varepsilon}^{pl,s}) - \varepsilon^{th,s}}{Tr(\bar{\varepsilon}^{pl,s}) - \varepsilon^{th,s} + \varepsilon^{k,s}} & si \quad \bar{\varepsilon}^{pl,s} > \varepsilon^{th,s} \\ 0 & si \quad \bar{\varepsilon}^{pl,s} \leq \varepsilon^{th,s} \end{cases} \quad (III.2-10)$$

La **déformation caractéristique de compression**  $\varepsilon^{k,s}$  permet de contrôler l'évolution de l'endommagement de cisaillement compression et ainsi le comportement adoucissant du matériau en compression.

#### *III.2.1.2 Réponse du modèle*

##### *III.2.1.2.1 Sous chargement cyclique de traction puis compression*

La Figure III.2-2 présente le comportement du modèle sous chargement cyclique uniaxial de traction puis compression. L'essai numérique est réalisé sur un élément CUB8 (Elément-fini présentant 8 points de Gauss). Le déplacement est imposé sur une face du cube tandis que faces parallèles à l'axe de chargement sont libres de se déformer. Trois cycles de traction sont imposés de (a) à (e) puis trois cycles de compression de (e) à (i) (Figure III.2-2(a)).

La Figure III.2-2(b) présente la réponse du modèle sous ce déplacement imposé. Du point initial au point A, il est observé dans un premier temps une phase élastique jusqu'au point de pic de rupture caractérisé par la résistance à la traction  $R_t$  et la déformation au pic de traction  $\varepsilon_{R_t}^{pk}$ . Ce seuil correspond à la coalescence des microfissures pour former une fissure macroscopique. A partir de ce pic, la macrofissure se propage progressivement jusqu'au point (a). Ensuite deux cycles de traction sont effectués (points (b), (c), (d) et (e)). Deux phénomènes sont ici décrits : les boucles d'hystérésis qui correspondent au re-franchissement du critère de Rankine et la diminution de raideur du matériau. De plus, il est remarqué que la contrainte de traction retrouve la valeur maximale qu'elle avait au cycle précédent ce qui implique que le modèle mémorise l'ouverture maximale de la fissure. Ensuite, de (e) à (f), le matériau qui est quasiment entièrement fissuré est soumis au passage d'un état de traction à un état de compression. Ce passage se réalise de manière progressive afin d'assurer la restitution de la raideur du matériau lors de la refermeture des fissures. Au niveau de contrainte de refermeture de fissure  $R_R$ , le matériau a retrouvé sa raideur initiale  $E$ . A la phase élastique succède l'écroutissement parabolique jusqu'au pic de rupture en compression caractérisé par la résistance à la compression  $R_c$  et la déformation au pic de compression  $\varepsilon_{R_c}^{pk}$ . Du pic de compression jusqu'à (f) l'écroutissement devient négatif. Ensuite, deux cycles de traction-compression de (f) à (j) sont réalisés. Le modèle décrit la déformation plastique en compression, la valeur résiduelle de

résistance à la traction due au fait que la fissure était simplement refermée et non cicatrisée et enfin la diminution de la pente de chargement déchargement.

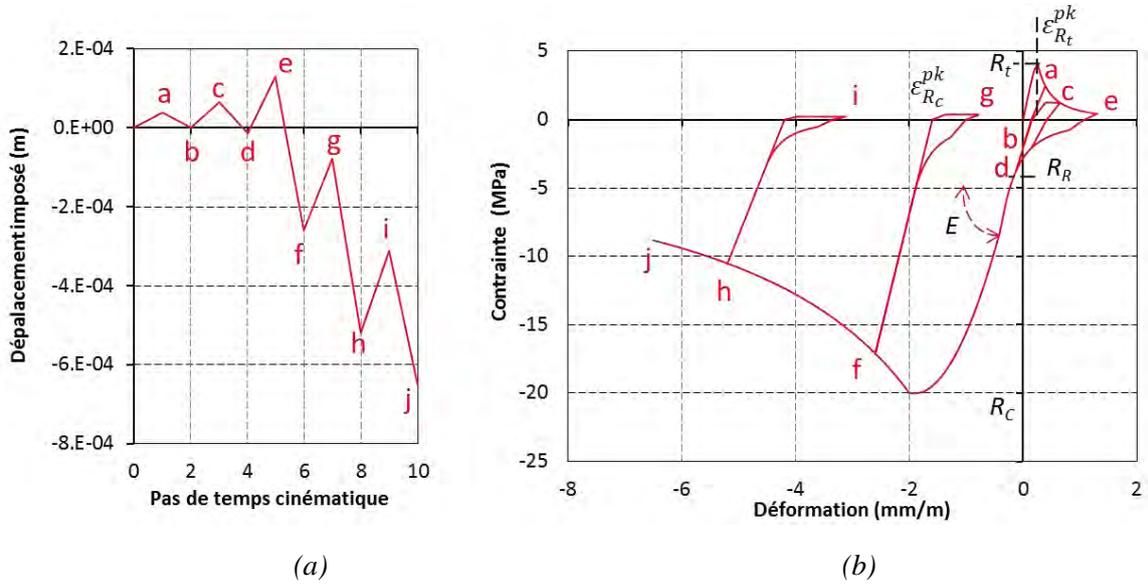


Figure III.2-2 : Comportement du modèle d'endommagement sous chargement uniaxial en traction cyclique puis compression cyclique : (a) évolution du déplacement imposé, (b) loi contrainte-déformation

### III.2.1.2.2 Comportement dilatant du modèle

Un essai sur CUB8 est également réalisé afin de présenter la prise en compte par le modèle du comportement dilatant des géomatériaux. Le cycle de chargement se compose d'un déplacement imposé en traction puis en compression. La Figure III.2-3 présente la réponse du modèle sous ce type de sollicitation en distinguant les déformations axiale latérale et volumique.

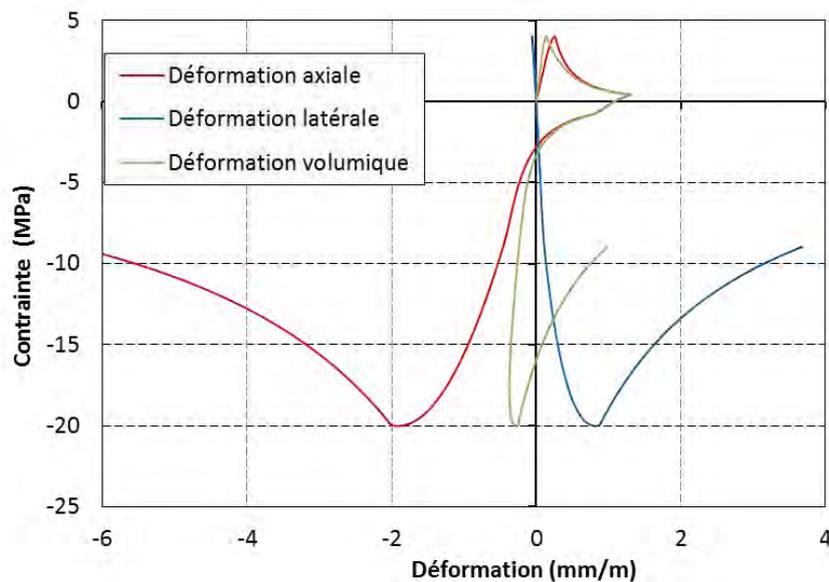


Figure III.2-3 : Comportement dilatant du modèle en traction puis compression uniaxiale.

En traction, jusqu'au pic de rupture, la déformation latérale diminue car la contrainte de traction implique une déformation latérale de contraction par effet Poisson. Le comportement

post-pic en traction présente une diminution de contrainte avec une augmentation de la déformation axiale (la fissure se propage) et une diminution de la déformation latérale. Cette observation souligne l'atténuation du coefficient de Poisson dans la direction transverse au chargement à mesure que la fissure se propage. Le coefficient de Poisson dans ce domaine de comportement est  $((1 - D_f^t)\nu)$ . Ainsi, lorsque l'élément est entièrement fissuré ( $D_f^t = 1$ ), la déformation latérale devient nulle et la déformation volumique devient égale à la déformation axiale.

A partir de l'état complètement fissuré, l'élément fini est soumis à un déplacement impliquant le passage de la traction à la compression. Il est de nouveau observé lors de ce passage la restitution progressive de la raideur lors de la refermeture de fissure et un écrouissage parabolique positif à partir d'une contrainte de -7MPa qui correspond à 30% de la résistance au pic. C'est à partir de cette contrainte que la déformation volumique n'est plus linéaire. On parle de comportement dilatant du matériau. Le coefficient de dilatance  $\beta$  permet de gérer l'intensité des dilatances.

### *III.2.1.3 Récapitulatif des paramètres matériaux*

Le Tableau III.2-1 récapitule la liste des paramètres matériaux nécessaires à l'utilisation du modèle d'endommagement dans le cadre de notre travail. A ceux présentés précédemment, il faut ajouter le paramètre de **masse volumique apparente**  $\rho$ . Au total, 12 paramètres sont nécessaires à la caractérisation mécanique précise des géomatériaux étudiés dans cette étude.

Paramètre	Symbole	Unité
<b>Paramètre de masse</b>		
Masse volumique apparente	$\rho$	$Kg/m^3$
<b>Paramètres élastiques</b>		
Module d'élasticité	$E$	$MPa$
Coefficient de Poisson	$\nu$	-
<b>Paramètres associés au comportement de traction</b>		
Résistance à la traction	$R_t$	$MPa$
Déformation au pic de traction	$\varepsilon_{R_t}^{pk}$	$m/m$
Energie surfacique de traction	$Gf^t$	$MJ/m^2$
<b>Paramètres associés au comportement de compression</b>		
Résistance à la compression	$R_c$	$MPa$
Déformation au pic de compression	$\varepsilon_{R_c}^{pk}$	$m/m$
Coefficient de Drucker-Prager	$\delta$	-
Coefficient de dilatance	$\beta$	-
Déformation caractéristique de compression	$\varepsilon^{k,s}$	$m/m$
Contrainte de refermeture de fissure	$R_R$	$MPa$

*Tableau III.2-1 : Synthèse des paramètres mécaniques nécessaires au modèle d'endommagement*

### *III.2.1.4 Conclusion*

Le modèle de comportement présenté dans ce paragraphe et implémenté dans le logiciel éléments-finis Cast3m permet de considérer un grand nombre de phénomènes non linéaires caractéristiques des géomatériaux. En traction, la fissuration localisée orthotrope, la diminution

de rigidité du matériau et l'écroûissage négatif de la loi de comportement sont considérés. De plus l'effet Poisson s'annule progressivement lorsque la fissure se propage. Lorsque l'on passe de la traction à la compression, la restitution de rigidité est assurée. Enfin en compression, l'endommagement pré-pic et le caractère adoucissant, la plasticité du matériau et la dilatance sont autant de phénomènes non linéaires considérés.

Néanmoins, l'utilisation de ce type de modèle nécessite la connaissance de 12 paramètres :

- 1 paramètre de masse  $\rho$
- 2 paramètres élastiques  $E$  et  $\nu$ ,
- 3 paramètres associés au comportement en traction :  $R_{t,\varepsilon}^{pk}, Gf^t$ ,
- et 6 paramètres associés au comportement en compression :  $R_c, \varepsilon_{R_c}^{pk}, \delta, \beta, \varepsilon^{k,s}, R_R$

Les deux chapitres suivant présentent la méthodologie employée pour identifier les 12 paramètres mécaniques des matériaux équivalents pierre de Saint-Maximin et mortier de chaux hydraulique.

## III.2.2 OBTENTION DES PARAMETRES MECANIQUES DE LA PIERRE DE SAINT-MAXIMIN

### III.2.2.1 En traction

Les essais de traction directe sur pierre calcaire de saint-Maximin ont conduit à une estimation de la résistance de traction de 1.6 MPa. Par ailleurs, il est émis l'hypothèse que l'endommagement pré-pic est négligeable ce qui conduit à définir une déformation au pic de traction égale au rapport entre résistance à la compression et module d'élasticité. Le module d'élasticité est par ailleurs établi dans le chapitre suivant par analyse inverse et donne  $E_p = 7 \text{ GPa}$ . Ainsi la déformation caractéristique de traction de la pierre calcaire est estimée à 0.22 mm/m.

$$\varepsilon_{R_{t,p}}^{pk} = \frac{R_{t,p}}{E_p} \quad (\text{III.2-11})$$

L'énergie de fissuration surfacique  $Gf_p^t$  est choisie de manière à ce que le travail fourni pour propager entièrement la fissure soit le double du travail élastique (équation (III.3-3)). Dans cette équation,  $l$  est la hauteur classique des éprouvettes de traction ( $l=10\text{cm}$ ). Ainsi,  $Gf_p^t$  est estimé à  $7e^{-5} \text{ MJ/m}^2$ .

$$Gf_p^t = 2 * R_{t,p} * \varepsilon_{R_{t,p}}^{pk} * l \quad (\text{III.2-12})$$

### III.2.2.2 En compression

Les paramètres mécaniques de la pierre en compression sont obtenus à partir de l'essai de compression sur bloc cubique calcaire de 20 cm de côté. L'élanement 1 du cube de calcaire ne permet pas d'obtenir un état de contrainte uniaxiale à mi-hauteur. L'obtention directe des paramètres intrinsèques de la maçonnerie en compression est donc impossible. C'est pourquoi il a été décidé de simuler cet essai avec l'utilisation du modèle d'endommagement orthotrope en prenant en compte le frottement entre les plateaux de la presse et les surfaces supérieures et inférieures de l'éprouvette cubique.

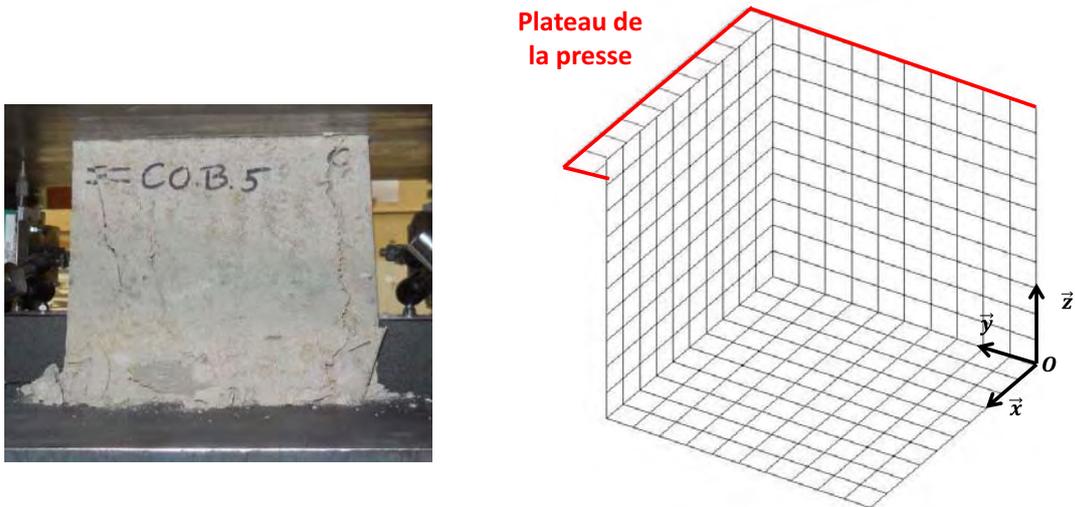


Figure III.2-4 : Essai de compression sur bloc calcaire (a) Eprouvette réelle, (b) Maillage de l'essai de compression sur cube calcaire

Le problème présente 3 plans de symétrie orthogonaux ce qui a conduit à mailler le huitième du cube (Figure III.2-4(b)). Les conditions de symétrie sont assurées par un blocage des déplacements perpendiculairement aux surfaces de symétries. Ces surfaces de symétrie sont les 3 plans passant par l'origine du repère et perpendiculaires aux trois axes du repère. La Figure III.2-4 indique également le maillage du plateau supérieur de la presse. Une loi de frottement de type Coulomb est définie entre la surface supérieure du bloc et le plateau de la presse. Celle-ci nécessite la connaissance de l'angle de frottement  $\phi$  entre la pierre calcaire et l'acier des plateaux de la presse. Enfin, un déplacement négatif du plateau de la presse est imposé suivant l'axe z.

Le faible élancement de l'échantillon implique que la résistance en compression de cette « mini structure » va dépendre du triplet de paramètres  $\phi$ ,  $R_c$  et  $\delta$ . Pour le coefficient de frottement  $\phi$ , nous prendrons la valeur usuelle de frottement entre acier et béton  $\phi=0.5$  (aucune donnée n'a été trouvée dans la littérature concernant le frottement entre l'acier et la pierre). Concernant le coefficient de Drucker Prager, nous le prendrons égal à 0.56 ce qui équivaut à un angle de frottement interne de  $27.9^\circ$  [Schellart, 2000]. Notons que le coefficient de dilatance  $\beta_p$  est considéré égal à 0.2. Nous verrons dans le paragraphe III.3.1.2 comment est obtenue cette valeur. Il est ainsi possible d'obtenir par analyse inverse les caractéristiques mécaniques de la pierre calcaire de Saint-Maximin en compression : la résistance à la compression intrinsèque  $R_{c,p}$ , la déformation au pic de compression  $\varepsilon_{R_{c,p}}^{pk}$ , le module d'élasticité  $E_p$  et la déformation caractéristique de compression  $\varepsilon_p^{k,s}$ .

Concernant cette dernière, l'analyse de sensibilité de la déformation caractéristique de compression  $\varepsilon^{k,s}$  est présentée Figure III.2-5. Ce coefficient influence le comportement post pic en compression. L'adoucissement du matériau en compression est d'autant plus prononcé que la déformation caractéristique est petite. De plus, lorsque  $\varepsilon^{k,s}$  tends vers 1, le comportement devient plastique parfait.

Partie III Caractérisation mécanique des maçonneries  
 III.2 Validation du modèle d'endommagement

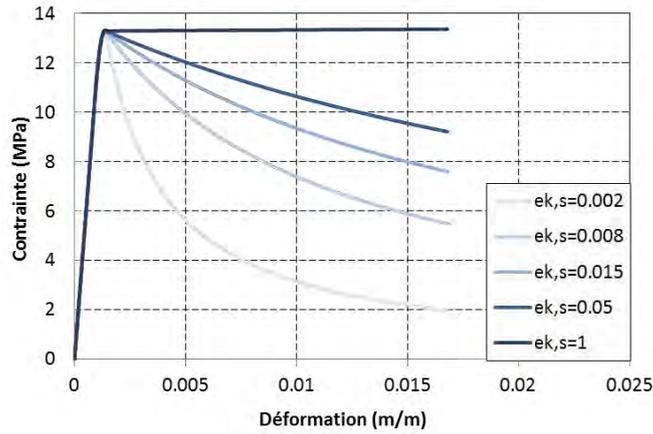


Figure III.2-5 : Analyse de sensibilité la déformation caractéristique de compression  $\varepsilon^{k,s}$

La courbe contrainte déformation issue de la modélisation numérique est comparée aux courbes expérimentales sur la Figure III.2-6. Les paramètres matériaux déterminés par analyse inverse sont  $\varepsilon^{k,s} = 18.10^{-3} m/m$ ,  $R_c = 7.5 MPa$ ,  $E = 7 GPa$  et  $\varepsilon_{Rc,p}^{pk} = 1.28 mm/m$ . La résistance intrinsèque de la pierre (7.5 MPa) est ainsi plus faible que la résistance de la « mini-structure » (environ 9 MPa) du fait de l'augmentation de résistance dans les zones frettées et confinées.

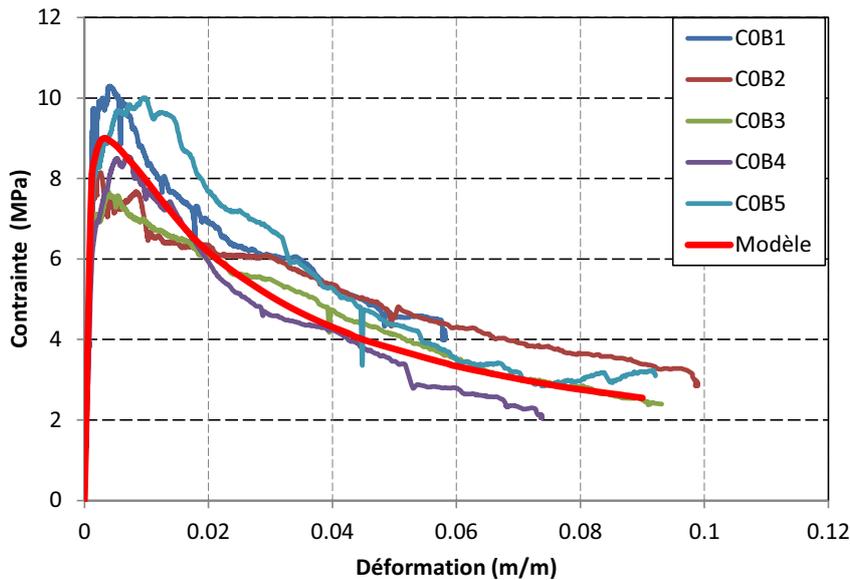


Figure III.2-6 : Résultat de la modélisation de l'essai de compression sur bloc calcaire de Saint-Maximin  $20*20*20cm^3$

Afin d'appréhender le profil de rupture de la pierre calcaire, observons le profil des endommagements de compression (Figure III.2-7(a)) et le profil de fissuration (Figure III.2-7(b)). La première figure met en évidence le cône de frettage induit par le frottement entre le plateau de la presse et l'échantillon. Le comportement dilatant est prononcé à mi-hauteur car il s'agit de la zone où la contrainte de compression passe le pic de rupture.

La deuxième figure montre que pour une déformation de 80 mm/m, une fissure verticale de 1.3 mm d'ouverture se propage du centre de l'éprouvette vers les extrémités hautes et basses. Une seconde fissure à la surface du cône de frettage atteste de la présence d'une bande de

localisation de cisaillement sur laquelle se produit la rupture de l'échantillon. Le profil de rupture constaté expérimentalement (Figure III.2-4(a)) est ici bien reproduit, à savoir, observation du cône de frettage et de la fissuration verticale.

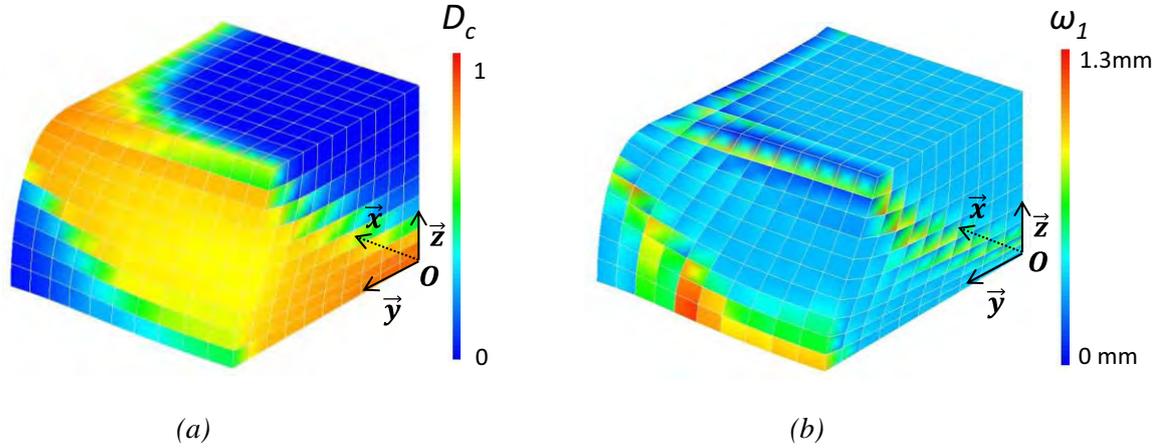


Figure III.2-7 : Profil de rupture du bloc calcaire (pour  $\varepsilon=80$  mm/m, amplification de la déformée : 25) (a) Endommagement de compression  $D_c$ , (b) Ouverture de la fissure principale  $\omega_1$

### III.2.2.3 Synthèse

La modélisation de cet essai nous a permis d'une part d'identifier les valeurs mécaniques intrinsèques de la pierre en compression à savoir :  $\varepsilon_p^{k,s}$ ,  $R_{c,p}$ ,  $E_p$  et  $\varepsilon_{R_{c,p}}^{pk}$  et d'autre part de vérifier que la loi de comportement reproduisait bien les profils de rupture observés expérimentalement en compression.

Le Tableau III.2-2 récapitule l'ensemble des caractéristiques mécaniques de la pierre calcaire de Saint-Maximin. Une hypothèse est faite ici, sur la valeur du coefficient de Poisson dont nous verrons par la suite que l'ordre de grandeur est de 0.2.

Paramètre	Symbole	Unité	valeur
Masse volumique	$\rho_p$	kg/m <sup>3</sup>	1905
Module d'élasticité	$E_p$	GPa	7
Coefficient de Poisson	$\nu_p$	-	0.2
Résistance de compression	$R_{c,p}$	MPa	7.5
Déformation au pic de compression	$\varepsilon_{R_{c,p}}^{pk}$	mm/m	1.3
Résistance de traction	$R_{t,p}$	MPa	0.56
Déformation au pic de traction	$\varepsilon_{R_{t,p}}^{pk}$	mm/m	0.23
Energie de fissuration	$G_{t,p}^f$	MJ/m <sup>2</sup>	$7 \cdot 10^{-5}$
Coefficient de Drucker Prager	$\delta_p$	-	0.4
Coefficient de dilatance	$\beta_p$	-	0.2
Déformation caractéristique de compression	$\varepsilon_p^{k,s}$	mm/m	18

Tableau III.2-2 : Paramètres matériaux de la pierre de Saint-Maximin

Enfin la Figure III.2-8 présente la loi de comportement mécanique de la pierre de Saint-Maximin en traction puis compression.

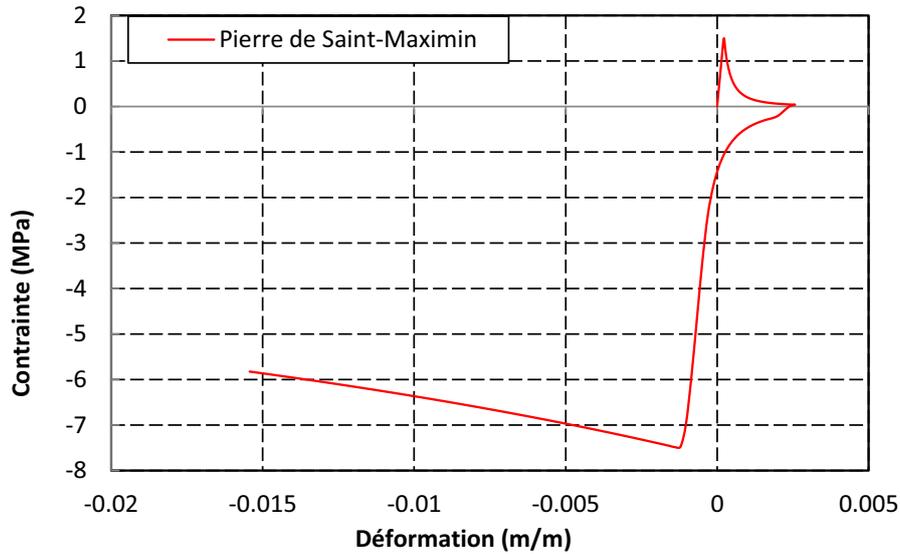


Figure III.2-8 : Loi de comportement de la pierre de Saint-Maximin

### III.2.3 OBTENTION DES PARAMETRES MECANIQUES DU MORTIER EQUIVALENT

#### III.2.3.1 En traction

Nous avons vu au paragraphe III.1.2.3.2 que l'essai de flexion conduisait à l'estimation directe de la résistance à la traction du mortier de chaux équivalent. On obtient ici une résistance moyenne de traction de  $R_{t,M} = 0.56 \text{ MPa}$ . Par ailleurs l'allure linéaire de la courbe contrainte-flèche présentée Figure III.1-10(a) indique qu'il n'y a pas d'endommagement pré-pic. C'est pourquoi la déformation au pic de traction  $\varepsilon_{R_{t,M}}^{pk}$  est considérée égale au ratio de la résistance à la traction du mortier module d'élasticité soit  $\varepsilon_{R_{t,M}}^{pk} = 2 \text{ mm/m}$ . Enfin l'énergie nécessaire à la création de la fissuration localisée de traction du mortier  $G_{t,M}^f$  correspond au travail fourni par la presse lors de l'essai de traction. Cette énergie est simplement l'aire sous la courbe de comportement effort-flèche. le calcul de cette aire donne :  $G_{t,M}^f = 1.8e^{-5} \text{ MJ/m}^2$ .

#### III.2.3.2 En compression

La modélisation de l'essai de compression réalisée sur les échantillons du mortier équivalent va nous permettre par analyse inverse de remonter aux caractéristiques suivantes :  $\varepsilon_{R_{c,M}}^{pk}$ ,  $R_{c,M}$ ,  $E_M$  et  $\varepsilon_M^{k,s}$ . Le faible élancement de l'échantillon et la disposition spéciale de la presse impliquent que l'état de contrainte dans l'éprouvette de mortier n'est pas uniaxial. C'est pourquoi il est décidé de considérer le frottement entre le plateau inférieur de la presse et l'échantillon. Le coefficient de frottement de Coulomb  $\phi$  est pris égal à 0.5. Ainsi, la résistance en compression de cette « mini structure » va dépendre du triplet de paramètres  $\phi$ ,  $R_{c,M}$  et  $\delta_M$ . Le coefficient de Drucker Prager  $\delta_M$  est pris égal à 0.7 (angle de frottement interne  $30^\circ$ ). Nous

verrons que celui-ci est déterminé à l'aide de la modélisation de l'essai sur matériau composite pierre-mortier-pierre par analyse inverse.

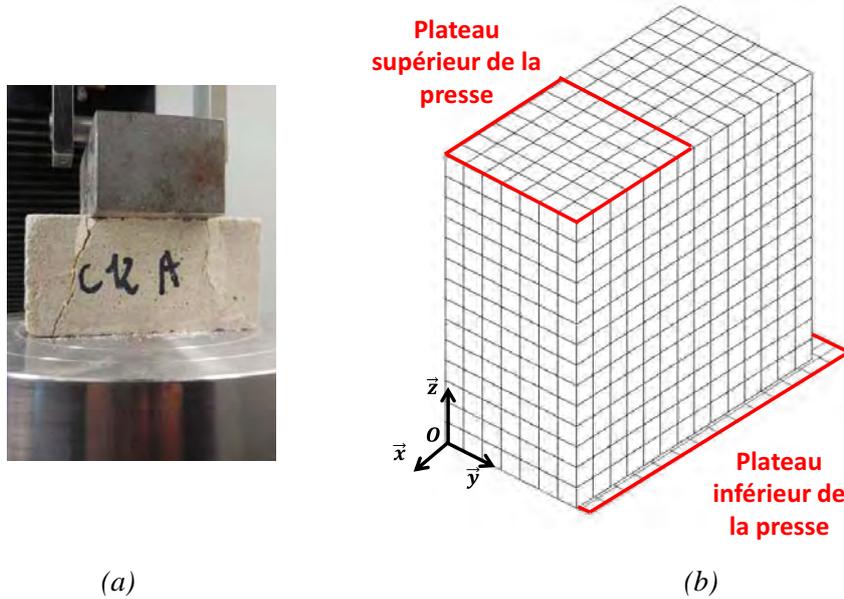


Figure III.2-9 : Essai de compression sur mortier (a) Eprouvette réelle, (b) Maillage du quart de l'éprouvette de mortier

La courbe contrainte déformation issue de la modélisation numérique est comparée aux courbes expérimentales sur la Figure III.2-10. Les paramètres matériaux déterminés par analyse inverse sont :  $\varepsilon_M^{k,s} = 13.10^{-3} m/m$ ,  $\varepsilon_{R_{C,M}}^{pk} = 18.10^{-3} m/m$ ,  $E_M = 150 MPa$ ,  $R_{C,M} = 1.1 MPa$ . La résistance intrinsèque de la pierre (1.1 MPa) est deux fois plus faible que la résistance de la « mini-structure » (environ 2 MPa) du fait de l'augmentation de résistance dans les zones frettées et confinées. La Figure III.2-11(a) présente le profil des endommagements de compression. Elle met en évidence le fait que la rupture se produit en partie haute de l'éprouvette. Le comportement dilatant est dans cette zone plus prononcé. La Figure III.2-11(b) indique la création de fissures obliques. Celles-ci sont bien observées sur l'échantillon réel (Figure III.2-9(a)).

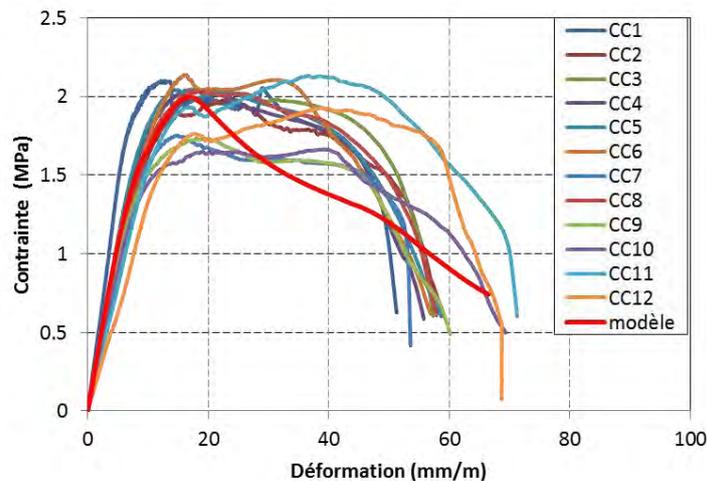


Figure III.2-10 : Courbe contrainte-déformation de modélisation de l'essai de compression sur bloc calcaire de Saint-Maximin 20\*20\*20cm<sup>3</sup>

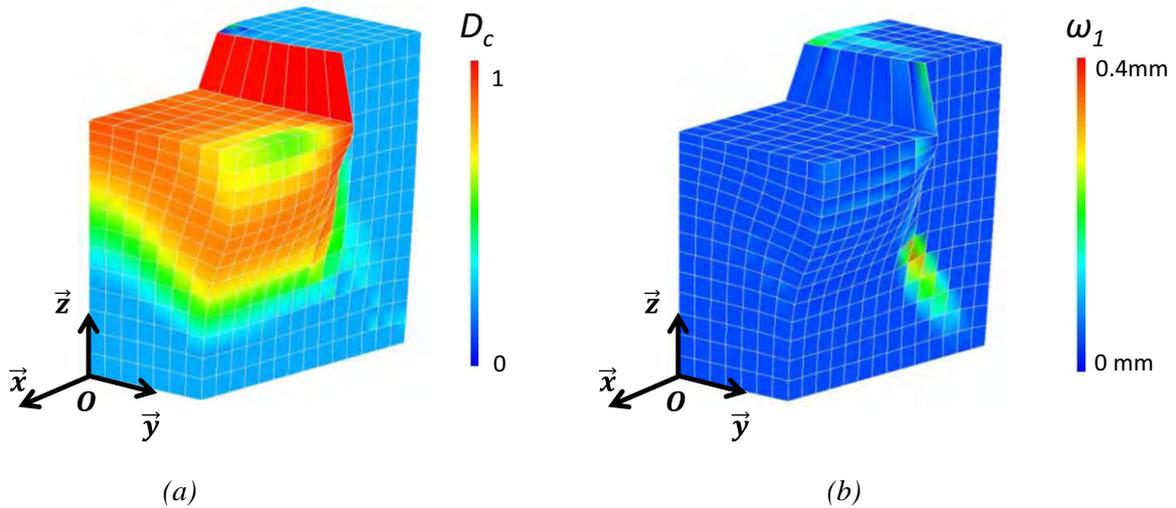


Figure III.2-11 : Profil de rupture du mortier (pour  $\varepsilon=50$  mm/m, amplification de la déformée : 3) (a) Endommagement de compression  $D_c$ , (b) Ouverture de la fissure principale  $\omega_1$

### III.2.3.3 Synthèse

La modélisation de cet essai nous a donc permis d'évaluer les paramètres matériaux du mortier équivalent  $\varepsilon_M^{k,s}$ ,  $\varepsilon_{R_{c,M}}^{pk}$ ,  $E_M$  et  $R_{c,M}$ . Le coefficient de Drucker Prager  $\delta_M$  a été considéré égal à 0.7. En réalité ce coefficient qui, nous allons le voir, joue un rôle essentiel dans la résistance à la compression de la maçonnerie, est déterminé à partir de la modélisation de l'éprouvette composite présentée dans le chapitre suivant.

Ainsi, nous pouvons conclure que le profil de rupture de l'éprouvette avec l'apparition de fissures diagonales est bien pris en compte ce qui conduit à dire que le modèle de comportement simule correctement le géomatériau mortier en compression.

Le Tableau III.2-3 récapitule l'ensemble des caractéristiques mécaniques des mortiers équivalents formulés en laboratoire. La Figure III.2-12 présente la loi de comportement mécanique du mortier en traction puis compression.

Paramètre	Symbole	Unité	valeur
Masse volumique	$\rho_M$	kg/m <sup>3</sup>	1640
Module d'élasticité	$E_M$	MPa	150
Coefficient de Poisson	$\nu_M$	-	0.2
Résistance de compression	$R_{c,M}$	MPa	1.1
Déformation au pic de compression	$\varepsilon_{R_{c,M}}^{pk}$	mm/m	18
Résistance de traction	$R_{t,M}$	MPa	0.56
Déformation au pic de traction	$\varepsilon_{R_{t,M}}^{pk}$	mm/m	3.7
Energie de fissuration	$G_{t,M}^f$	MJ/m <sup>2</sup>	1.8 e <sup>-5</sup>
Coefficient de Drucker Prager	$\delta_M$	-	0.7
Coefficient de dilatace	$\beta_M$	-	0.2
Déformation caractéristique de compression	$\varepsilon_M^{k,s}$	mm/m	13
Contrainte de refermeture de fissure	$R_{r,M}$	MPa	1.1

Tableau III.2-3 : Paramètres matériaux du mortier de chaux NHL

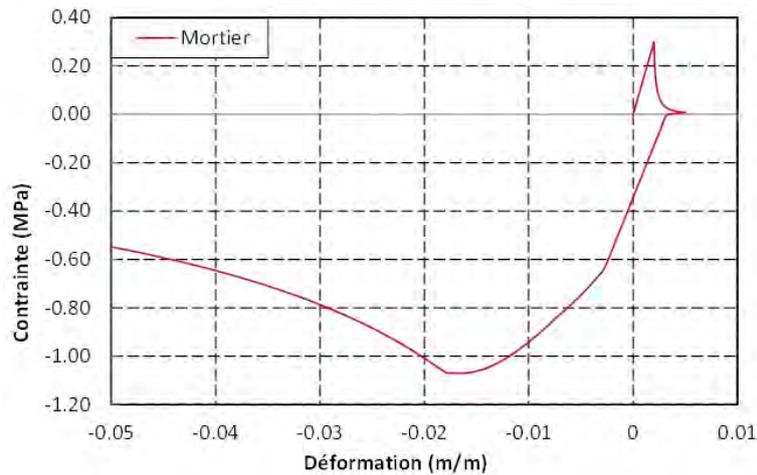


Figure III.2-12 : Loi de comportement du mortier de chaux NHL

### III.2.4 VALIDATION DE LA MODELISATION DE L'ESSAI DE COMPRESSION DU MATERIAU COMPOSITE

Maintenant que les paramètres matériaux constitutifs de la pierre et du mortier sont identifiés, il est possible de vérifier le choix de la modélisation à l'échelle mésoscopique du matériau composite pierre-mortier-pierre.

L'essai de compression sur échantillon composite a été modélisé à l'aide du code de calcul Cast3m. La prise en compte du frottement entre le plateau de la presse et l'échantillon est de nouveau effectuée. Le problème mécanique présente 3 plans de symétrie ce qui nous a conduit à mailler un huitième de l'éprouvette (Figure III.2-13(b)). Ces trois plans orthogonaux passent par le point 0 et sont respectivement perpendiculaires aux axes  $x$ ,  $y$  et  $z$  du repère. Les conditions de symétrie sont assurées par un blocage des déplacements perpendiculairement aux surfaces de symétries. Le chargement est imposé en déplacement dans la direction  $z$  sur la surface de symétrie  $(0,z)$ . Les nœuds du plateau supérieurs de la presse sont bloqués dans les trois directions. Les paramètres matériaux appliqués sur le modèle sont ceux obtenus sur les éléments constitutifs. L'interface entre le mortier et la pierre est considérée comme parfaite. C'est-à-dire que les nœuds de chacun des éléments sont solidaires au niveau de l'interface.

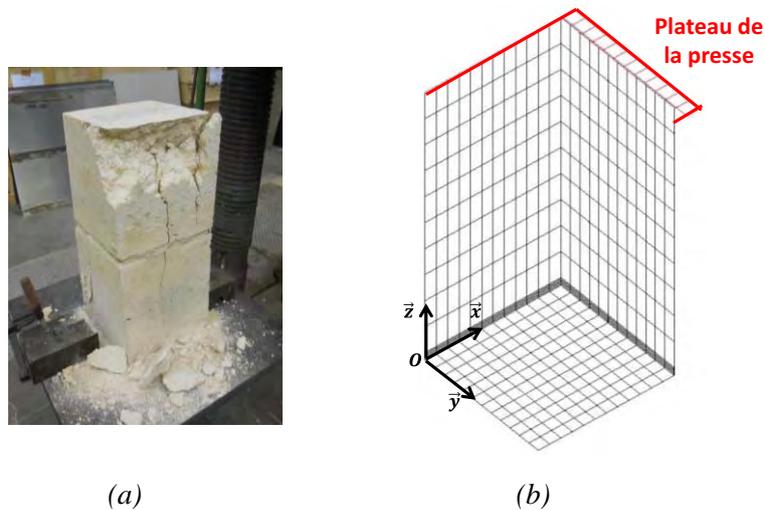


Figure III.2-13 : (a) Eprouvette réelle, (b) Maillage de l'essai de compression sur cube calcaire

La courbe contrainte déformation issue de la modélisation numérique est comparée aux courbes expérimentales sur la Figure III.2-14. Celle-ci présente également une étude de sensibilité du coefficient de Drucker Prager  $\delta_M$  sur la réponse du modèle. Ce coefficient est choisi égal à 0.7 afin de retrouver la résistance en compression de l'échantillon composite. Dans ce cas, le comportement global de la structure est correctement simulé mis à part une légère surestimation de l'écroûissage négatif post-pic. Notons qu'ici, la résistance de l'éprouvette est égale à 7.1 MPa et est légèrement inférieure à la résistance de la pierre seule (7.5 MPa). Cela implique que la rupture de l'échantillon en compression se réalise par atteinte du pic de compression dans la pierre calcaire. En réalité, le mortier de par sa différence de rigidité avec la pierre se trouve dans un état confiné de compression triaxial. Sa résistance à la compression est donc augmentée et d'autant plus que le coefficient de Drucker Prager est élevé.

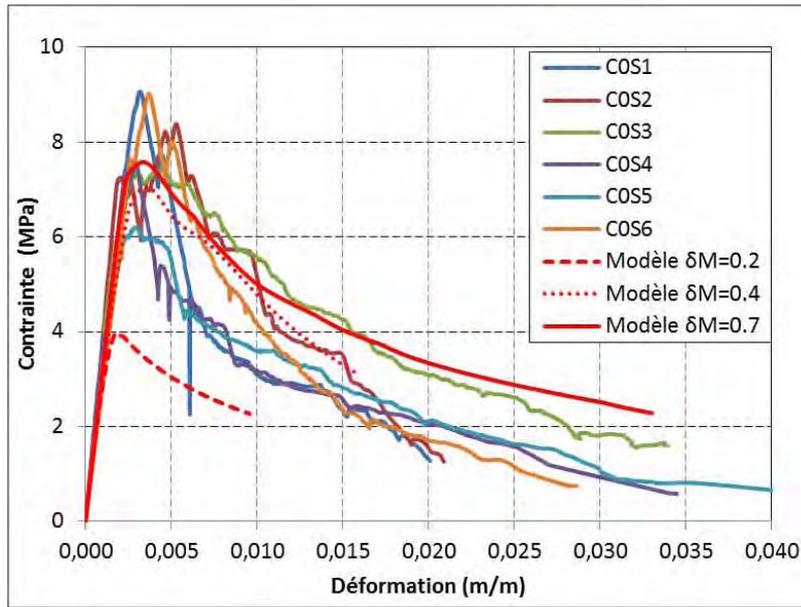


Figure III.2-14 : Courbe contrainte-déformation de modélisation de l'essai de compression échantillon composite pierre-mortier-pierre

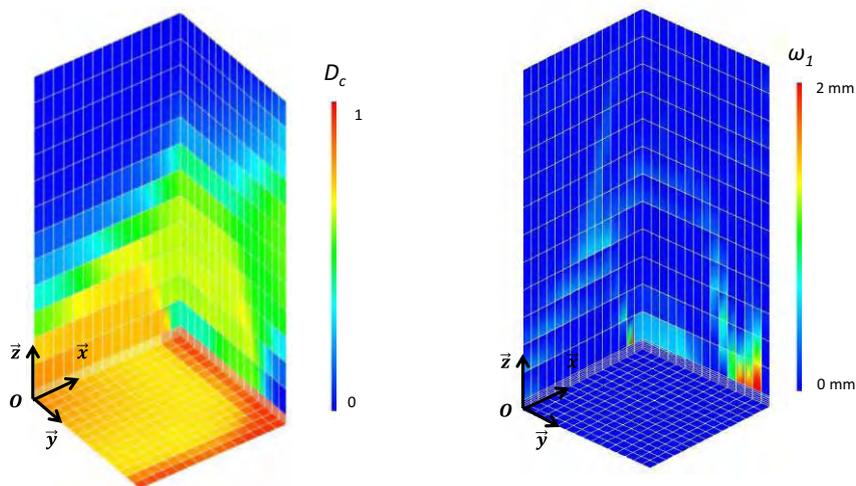
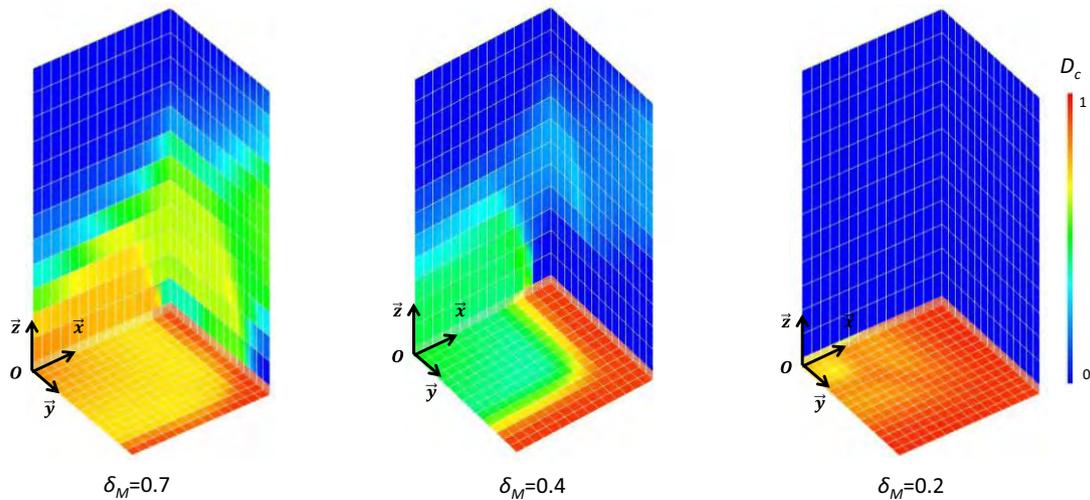


Figure III.2-15 : Profil de rupture de l'éprouvette composite,  $\delta_M=0.7$  (pour  $\varepsilon=20$  mm/m, amplification de la déformée : (a) Endommagement de compression  $D_c$ , (b) Ouverture de la fissure principale  $\omega_1$ )

La Figure III.2-15(a) révèle la présence d'une bande périphérique de mortier non confiné. Par ailleurs, la Figure III.2-15(b) révèle une fissuration des blocs calcaires parallèle à l'axe de chargement qui se propage du joint de mortier vers les extrémités basse et haute de l'éprouvette. Cette fissuration s'explique par le fait que le confinement du mortier entraîne un état biaxial de traction dans le bloc. Enfin, le cône de frettage constaté expérimentalement est mis en évidence sur le tracé des endommagements de compression (Figure III.2-15(a)).

Notons que la largeur de la bande périphérique augmente à mesure que le coefficient de Drucker Prager est faible jusqu'à ce que celle-ci occupe toute la surface (pour  $\delta_M=0.2$ ) (Figure III.2-16). En effet, pour  $\delta_M=0.2$ , la rupture de l'éprouvette composite se produit par atteinte du pic de compression dans le joint de mortier ce qui implique une diminution de la résistance globale de l'échantillon.



*Figure III.2-16 : Influence de  $\delta_M$  sur le profil de rupture du matériau composite. Tracé des endommagements de compression en phase post-pic*

### III.2.5 CONCLUSION

Dans un premier temps, nous avons introduit le modèle de comportement utilisé pour simuler le comportement mécanique des éléments constitutifs de la maçonnerie. Celui-ci permet de considérer les phénomènes non-linéaires liés aux géomatériaux (endommagement, plasticité, dilatance, fissuration). Les équations constitutives du modèle utilisent 12 paramètres matériaux qui ont été identifiés pour le mortier et pour la pierre par analyse inverse. A partir de l'obtention de ces données mécaniques, une modélisation de l'essai de compression de l'échantillon composite a été proposée. Nous avons alors pu constater que le modèle reproduisait correctement le comportement mécanique de l'éprouvette composite, à l'échelle mésoscopique.

Par ailleurs, le mode de rupture en compression des maçonneries gothiques est bien retrouvé, avec :

- (1) un confinement du mortier impliquant une augmentation de sa résistance en compression,
- (2) une rupture en compression de l'éprouvette composite par atteinte du pic de compression des blocs calcaires
- (3) une fissuration perpendiculaire à la direction de chargement au niveau des blocs calcaires.

Finalement, la résistance à la compression des maçonneries gothiques est proche de la résistance en compression des blocs calcaires qui la composent. Nous avons identifié dans ce chapitre les paramètres mécaniques des matériaux équivalents testés en laboratoire. Nous allons voir dans le chapitre suivant comment identifier les paramètres mécaniques des matériaux présents sur site.

## III.3 OBTENTION DES PARAMETRES MATERIAUX DES ELEMENTS CONSTITUTIFS

---

Ce paragraphe présente la stratégie mise en place pour obtenir les caractéristiques mécaniques des matériaux constitutifs de la maçonnerie, zone par zone. La première partie s'attache aux caractéristiques des pierres calcaires et la seconde à celle des mortiers. Concernant les pierres nous verrons que la mesure de vitesse du son sur site va conduire à l'obtention des principaux paramètres mécaniques. Concernant les mortiers *in situ*, nous ferons l'hypothèse qu'ils sont équivalents à ceux formulés en laboratoire présentés au chapitre III.1.2. Enfin la dernière partie de ce chapitre consiste à caractériser la raideur de l'interface entre la pierre et le mortier constatée lors de l'essai brésilien avec vidéo corrélation.

### III.3.1 LA PIERRE

#### *III.3.1.1 Obtention des paramètres mécaniques principaux par zone maçonnée à partir de la mesure de vitesse du son.*

La mesure de vitesse du son menée *in situ* sur les pierres calcaires a révélé la différence de qualité des pierres et l'hétérogénéité des blocs à l'échelle de la maçonnerie pour six zones maçonnées distinctes. Une modélisation structurelle fine de l'ouvrage nécessite donc de considérer cette distinction. Les prélèvements sur carottes accompagnés d'essai mécaniques en laboratoire ont été réalisés uniquement sur les zones correspondant aux niveaux supérieurs et de soubassement. Du fait de la forte valeur architecturale des quatre autres zones correspondant aux voûtes et aux colonnes, aucun prélèvement n'a été autorisé au niveau de ces zones. La mesure directe des propriétés mécaniques sur carottage est donc impossible pour ces zones. Néanmoins, nous avons vu en partie I que les mesures non-destructive de vitesse du son *in situ* permettaient à partir de courbes de corrélations empiriques de remonter aux caractéristiques mécaniques de différents calcaires [Mamillan, 1958], [Kahraman, 2001], [Yasar and Erdogan, 2004], [Kılıç and Teymen, 2008], [Sharma and Singh, 2008], [Basem K. Moh'd, 2009]. De plus, la quantification de la dispersion de qualité des calcaires à l'échelle de la maçonnerie pour chaque zone est rendue possible.

Une recherche préalable a été effectuée dans le but d'établir des corrélations entre différentes propriétés mécaniques des pierres calcaires [Parent et al., 2015], et plus précisément, entre la vitesse de propagation d'ondes ultrasonores (mesurée *in situ*) et les caractéristiques suivantes :  $\rho$ ,  $R_c$ ,  $R_t$ ,  $E$ , et  $v$ . Cette étude permettra d'étendre ultérieurement le travail de thèse présentée ici à d'autres structures maçonnées en pierre calcaire. L'objectif est de couvrir le plus large panel possible de pierres calcaires. Ainsi les pierres calcaires recensées présentent des densités allant de 1250 kg/m<sup>3</sup> (pierre calcaire tendre) à 2770 kg/m<sup>3</sup> (pierre

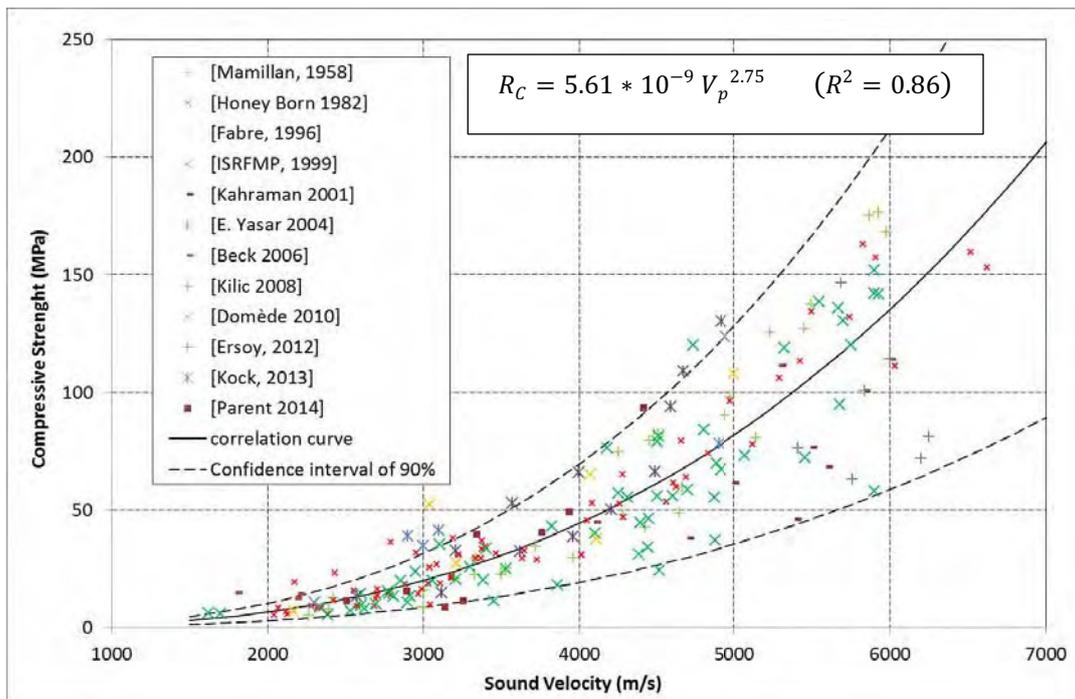
*Partie III Caractérisation mécanique des maçonneries*  
*III.3 Obtention des paramètres matériaux des éléments constitutifs*

calcaire dure). Les données mécaniques utilisées lors de ces travaux sont en grande partie issues de la bibliographie internationale à laquelle nous avons ajouté les données issues des essais mécaniques sur carottes de pierres présentés dans le chapitre III.1.1.1. Les données bibliographiques sont collectées à partir des travaux de 13 auteurs [Mamillan, 1958], [Kahraman, 2001], [Kılıç and Teymen, 2008], [Yasar and Erdogan, 2004], [Beck, 2006], [Riffault, 1999], [Domede, 2010], [Honeyborne, 1982], [Fabre and Gustkiewicz, 1997], [Ersoy and Kanik, 2012],[Kock et al., 2013], [Calia et al., 2013], [ISRFMP, 1999].

Cette étude préalable a abouti à l'écriture de 6 courbes de corrélation regroupées dans le Tableau III.3-1 et présentées en Annexe 1. Un exemple de ces courbes est présenté en Figure III.3-1 qui correspond à la corrélation entre la résistance à la compression et la vitesse du son. Cette annexe présente également la méthodologie utilisée pour l'établissement de ces lois de corrélation.

Paramètres matériaux	Lois de corrélations	Nombre de type de calcaires considérés	Nombre total d'éprouvettes	CV	R <sup>2</sup>
$R_c - V_p$	$R_c = 5.61 * 10^{-9} V_p^{2.75}$	215	1150	34%	0.86
$R_c - \rho$	$R_c = 0.144 * e^{(2.50.10^{-3} * \rho)}$	220	1150	36%	0.80
$\rho - V_p$	$\rho = 946 \ln(V_p) - 5561$	220	1150	6%	0.84
$E - R_c$	$E_0 = 0.965 R_c^{0.810}$	30	98	37%	0.77
$\nu - R_c$	$\nu = 0.152 R_c^{0.126}$	15	43	10%	0.67
$R_t - R_c$	$R_T = 3.84 \ln(R_c) - 6.49$	35	90	34%	0.73

*Tableau III.3-1 : Synthèse des courbes de corrélations[Parent et al., 2015]*



*Figure III.3-1 : Corrélation entre résistance à la compression et vitesse du son*

*Partie III Caractérisation mécanique des maçonneries*  
*III.3 Obtention des paramètres matériaux des éléments constitutifs*

Les lois sont obtenues par minimisation de l'erreur entre la valeur expérimentale et la valeur théorique (méthode des moindres carrés). Chaque point de mesure correspond à un ensemble d'éprouvettes issues d'un même banc. La minimisation de l'erreur est pondérée par le nombre d'essais effectués pour chacun de ces points. Le critère principal du choix du type de loi est la minimisation de l'erreur pondérée entre valeur théorique et valeur expérimentale. Sur chaque corrélation, deux courbes en pointillés délimitent un fuseau de variation autour de la valeur théorique avec un niveau de confiance de 90 % en supposant une distribution normale de la population. Ce fuseau est établi sur la base du calcul du coefficient de variation des points expérimentaux normés sur la loi de corrélation (voir annexe 1). La valeur du coefficient de variation donne par ailleurs une indication sur la dispersion des données expérimentales par rapport à la valeur empirique définie par la loi de corrélation. Cette valeur représente ainsi l'erreur commise lors de l'utilisation des courbes pour l'obtention du paramètre matériau considéré.

Par ailleurs, il est admis que la résistance à la compression des pierre calcaire va dépendre d'une part de la taille de l'éprouvette (effet d'échelle) et d'autre part de la forme de l'éprouvette (élanement, cube ou cylindre) [Mohammed et al., 2011] [Thuro et al., 2001]. C'est pourquoi il convient de considérer la forme et la taille des éprouvettes testées dans chacune des références. Ainsi un tableau de facteurs correctifs de la résistance [NF EN 14580, 2005] a été utilisé afin de ramener toute ces résistances à celle hypothétiquement obtenue sur une éprouvette cylindrique ou parallélépipédique d'élanement 2 et de largeur 50mm. Ce choix semble pertinent dans la mesure où la majorité des essais sont réalisés sur des éprouvettes de cette taille. De plus l'élanement de 2 permet d'obtenir un état quasi-uniaxial de compression au milieu de l'éprouvette, et est conforme aux normes internationales. En effet, nous avons vu que le confinement induit par le frottement entre l'éprouvette et le plateau de la presse pouvait augmenter la résistance d'un échantillon de faible élanement. Ainsi, par cette méthode, on s'affranchit d'une part des effets d'échelle (taille de l'éprouvette) et d'autre part des effets de confinement (forme de l'éprouvette).

Les trois premières corrélations reliant la résistance à la compression uniaxiale, la masse volumique apparente et la vitesse ultrasonore sont chacune basées sur un nombre total d'environ 1150 échantillons. Celles-ci présentent des coefficients de variation de 34%, 36% et 6% respectivement pour les corrélations  $R_c - V_p$ ,  $R_c - \rho$ , et  $\rho - V_p$ .

Les trois dernières corrélations  $E - V_p$ ,  $\nu - V_p$  et  $R_t - R_c$  présentent respectivement des coefficients de variation de 37%, 10% et 34%. Les données étaient cependant plus limitées pour l'établissement de ces trois relations (entre 15 et 35 échantillons).

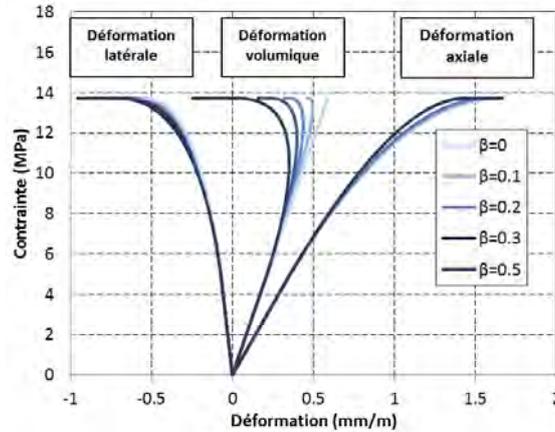
L'utilisation des lois de corrélations permet ainsi d'estimer les caractéristiques mécaniques des pierres calcaires en différenciant chaque zone maçonnée de l'édifice à partir des mesures de vitesse du son. Ces caractéristiques sont regroupées dans le Tableau II.4-8.

### *III.3.1.2 Obtention des autres caractéristiques mécaniques*

Nous venons de déterminer les caractéristiques mécaniques principales des pierres calcaires par zone maçonnée :  $\rho_p$ ,  $R_{c,p}$ ,  $R_{t,p}$ ,  $E_p$  et  $\nu$ . Il reste néanmoins 7 caractéristiques liées au comportement non linéaire des géomatériaux à identifier, à savoir :  $\varepsilon_{R_{t,p}}^{pk}$ ,  $Gf_p^t$ ,  $\varepsilon_{R_{c,p}}^{pk}$ ,  $\delta$ ,  $\beta_p$ ,  $\varepsilon_p^{k,s}$  et  $R_{R,p}$ .

**Coefficient de dilatance  $\beta_p$**

L'analyse de sensibilité du modèle vis-à-vis de  $\beta$  est présentée sur la Figure III.3-2. L'augmentation de ce coefficient entraîne une augmentation du comportement dilatant du matériau en phase post-pic. En revanche il n'influe pas sur les déformations axiales.



*Figure III.3-2 : Analyse de sensibilité du coefficient de dilatance  $\beta_p$*

Les essais de compression sur les calcaires prélevés sur site jusqu'à rupture présentés dans le paragraphe III.1.1.4 peuvent conduire à la détermination du coefficient de dilatance  $\beta_p$ . L'installation de jauges à mi-hauteur a fourni les déformations axiales et transversales. L'élanement des carottes testées est de 2. Cet élanement permet de s'éloigner des effets de bords induits par le frottement des plateaux de la presse sur l'échantillon et causant l'apparition de cônes de frettages. Ainsi, à mi-hauteur, il est possible d'émêtrer l'hypothèse que l'état de contrainte de compression est uniaxial. Nous avons donc pris le parti de simuler le comportement de ces essais à l'échelle du point de Gauss. L'essai numérique se réalise à déplacement imposé jusqu'à rupture. Les faces parallèles à la direction de chargement sont laissées libre afin d'obtenir un état de contrainte uniaxial. Les 4 simulations conduisent à un coefficient de dilatance  $\beta_p$  sensiblement égal à 0.2 et ce quel que soit la qualité de la pierre. Nous ferons donc l'hypothèse que  $\beta_p = 0.2$  pour l'ensemble des pierres calcaires de chaque zone maçonnée de l'édifice.

**Déformation au pic de compression  $\varepsilon_{R_c,P}^{pk}$**

Nous avons relevé le fait que la déformation au pic de compression augmentait légèrement avec la résistance en compression de la pierre calcaire (paragraphe III.1.1.1). Par ailleurs le choix de la valeur de cette déformation va impliquer la prise en compte ou non d'une phase non linéaire de la loi de comportement en compression avant le pic. Si la déformation  $\varepsilon_{R_c,P}^{pk}$  est choisie égale au rapport de la contrainte de rupture  $R_c$  sur le module d'élasticité  $E$  alors le comportement pré-pic est linéaire. En revanche, si  $\varepsilon_{R_c,P}^{pk}$  est supérieure à ce ratio, le comportement pré-pic admet un écrouissage positif parabolique non linéaire. Pour caractériser cette déformation au pic, un coefficient  $k_{c,P}$  est introduit. Il permet de déterminer la déformation au pic à partir de la résistance et du module d'élasticité selon l'équation (III.3-1). Ce coefficient est nécessairement supérieur ou égal à 1. Si  $k_{c,P} = 1$ , alors le comportement en compression pré-pic est linéaire, si  $k_{c,P} > 1$ , alors le comportement en compression pré-pic est non linéaire.

*Partie III Caractérisation mécanique des maçonneries*  
 III.3 Obtention des paramètres matériaux des éléments constitutifs

$$\varepsilon_{R_{c,P}}^{pk} = k_{c,P} \frac{R_{c,P}}{E_P} \quad (\text{III.3-1})$$

Sur les quatre carottes testées (C11, C31, C43 et C51), la résistance à la compression, le module et la déformation au pic (paragraphe III.1.1.1) ont été mesurés, et le coefficient  $k_{c,P}$  calculé. Le Tableau III.3-2 présente les valeurs de  $k_{c,P}$  pour chaque carotte ainsi que leur résistance associée. Il est constaté que ce coefficient tend à diminuer avec l'augmentation de la résistance à la compression. Cette diminution traduit le fait que l'écroûissage post pic en compression devient de plus en plus faible à mesure que la résistance à la compression augmente.

<b>Carotte :</b>	<b>C11</b>	<b>C31</b>	<b>C43</b>	<b>C51</b>	<b>Moyenne</b>	<b>CV(%)</b>
<b><math>R_{c,P}</math></b>	9.7	13.3	41.9	79.9	36.2	79%
<b><math>k_{c,P}</math></b>	1.28	1.21	1.22	1.09	1.20	8%

*Tableau III.3-2 : Paramètre  $k_{c,P}$*

Néanmoins, la faible dispersion (CV=8%) du coefficient  $k_{c,P}$  nous a conduit à émettre l'hypothèse que celui-ci est constant et égal à la moyenne des coefficients obtenus sur les quatre carottes :  $k_{c,P} = 1.2$ . A partir de cette hypothèse il est possible de déterminer la résistance au pic de compression en différenciant chaque zone à partir de l'équation (III.3-1).

**Déformation au pic de traction  $\varepsilon_{R_{t,P}}^{pk}$**

La déformation au pic de traction n'a pas été mesurée lors de la campagne expérimentale. Néanmoins, les essais brésiliens menés par Beck sur une pierre calcaire de Sébastopol indique que le comportement pré pic en traction de la pierre est quasiment linéaire [Beck, 2006]. C'est pourquoi nous définissons la déformation au pic de traction pour chaque zone comme étant égale au rapport de la résistance à la traction sur le module d'élasticité (équation (III.3-2)).

$$\varepsilon_{R_{t,P}}^{pk} = \frac{R_{t,P}}{E_P} \quad (\text{III.3-2})$$

**Energie de fissuration surfacique  $Gf_p^t$**

L'énergie de fissuration surfacique  $Gf_p^t$  est choisie de manière à ce que le travail fourni pour propager entièrement la fissure soit environ le double du travail élastique (équation (III.3-3)), cette approximation est issue d'une corrélation fréquemment utilisée pour appliquer le modèle LMDC lorsque l'énergie de fissuration surfacique du géomatériaux n'est pas directement accessible. Dans cette équation,  $l$  est la hauteur classique des éprouvettes de traction ( $l=10cm$ ).

$$Gf_p^t \approx 2 * R_{t,P} * \varepsilon_{R_{t,P}}^{pk} * l \quad (\text{III.3-3})$$

**Contrainte de refermeture  $R_{R,P}$**

La contrainte de refermeture nécessaire pour restituer complètement la rigidité du matériau lors de la refermeture de fissure est également issue de corrélations usuelles pour le modèle LMDC, correspondant approximativement au double de la résistance à la traction (équation (III.3-4)).

$$R_{R,P} \approx 2 * R_{t,P} \quad (\text{III.3-4})$$

### III.3.1.3 Récapitulatifs des caractéristiques mécaniques des calcaires en place

Le Tableau II.4-8 récapitule l'ensemble des caractéristiques mécaniques des pierres calcaires en place sur la bibliothèque du CNAM, zone par zone. La Figure III.3-3 présente les lois de comportement associées à ces paramètres pour chaque zone sur un cycle traction-compression à l'échelle du point de Gauss.

		Niveau de soubassement	Niveau supérieur	Colonne	Voûtains	Ogive	Arcs de tête
Vitesse du son	Nombre	13	9	4	4	3	3
	Moyenne (m/s)	2966	2313	4568	2774	2722	3076
	CV (%)	25%	29%	0.7%	9%	7%	8%
Caractéristiques mécaniques	$\rho_P$ (kg/m <sup>3</sup> )	2002	1767	2411	1939	1921	2037
	$E_P$ (GPa)	10.9	6.2	28.4	9.3	9.0	11.8
	$\nu_P$	0.22	0.20	0.26	0.22	0.21	0.22
	$R_{c,P}$ (MPa)	20	10	65	17	16	22
	$\varepsilon_{R_{c,P}}^{pk}$ (mm/m)	2.2	1.9	2.7	2.1	2.1	2.3
	$R_{t,P}$ (MPa)	5.0	2.4	9.5	4.3	4.1	5.4
	$\varepsilon_{R_{t,P}}^{pk}$ (mm/m)	0.46	0.38	0.34	0.46	0.45	0.46
	$G_{t,P}^f$ (MJ/m <sup>2</sup> )	0.46	0.18	0.64	0.39	0.37	0.49
	$\delta_P$	0.56					
	$\beta_P$	0.2					
	$\varepsilon_P^{k,s}$ (mm/m)	18					
	$R_{r,P}$ (MPa)	10.0	4.7	19.1	8.6	8.2	10.7

Tableau III.3-3 : Paramètres matériaux des pierres calcaires par zone maçonnée

L'objectif de caractérisation des pierres calcaires en différenciant les zones maçonnées est donc atteint.

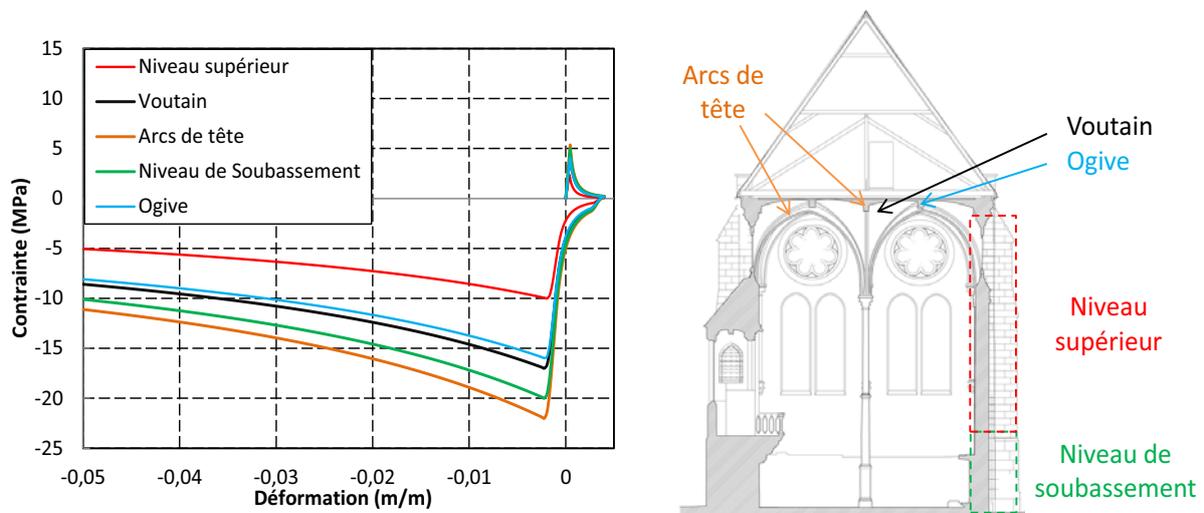


Figure III.3-3 : Courbes contraintes-déformation des pierres calcaires par zone

### III.3.2 LE MORTIER

L'obtention des paramètres mécaniques des mortiers de chaux présents sur l'édifice est délicate. La revue bibliographique a indiqué que certains essais *in situ* tels que l'utilisation du scléromètre pendulaire ou la mise en place d'un test d'arrachement permet d'estimer certaines de ces caractéristiques. Cependant, nous ne disposons pas de ces instruments de mesure. Par ailleurs l'utilisation de la vitesse de propagation du mortier présent *in situ* pour la détermination des paramètres matériau, comme nous l'avons présenté sur les pierres calcaires, n'est pas efficace. En effet, l'onde sonore privilégie le matériau le plus dense pour se propager afin de minimiser l'énergie nécessaire à sa propagation. Ainsi une mesure indirecte de la vitesse du son sur joint de mortier conduit à la mesure acoustique sur les pierres calcaire de part et d'autre du joint de lit. De plus, on ne trouve pas dans littérature d'étude de corrélations entre vitesses du son et caractéristiques mécaniques des mortiers.

Nous avons vu par ailleurs que la résistance en compression du matériau composite était proche de celle des blocs seuls. Une légère variation des caractéristiques mécaniques du mortier a peu d'influence sur le comportement de la maçonnerie dans son ensemble, dans le cadre d'une analyse structurelle.

Nous avons donc pris le parti de considérer que le mortier équivalent formulé en laboratoire présente les mêmes caractéristiques que le mortier en place sur le monument historique. La revue bibliographique nous a permis de choisir les constituants du mortier (chaux et sable) ainsi que leur proportion afin de s'approcher des mortiers gothiques présents sur l'édifice. Nous émettrons l'hypothèse que ces mortiers reconstitués présentent les mêmes caractéristiques que ceux en place. Cette hypothèse est confortée par le fait que les caractéristiques des mortiers de chaux semblent se stabiliser à partir de 6 mois. Les essais mécaniques de compression menés sur notre mortier formulé selon les méthodes de la période gothique ont montré qu'à 28 jours, le mortier présente une résistance intrinsèque à la compression de 1.1 MPa. Les travaux de Costigan et de Drougkas indiquent que la résistance à la compression d'un mortier de chaux faiblement hydraulique (CL90 et NHL 2) est du même ordre de grandeur (environ 1.5 MPa au bout de quelques mois) [Costigan and Pavía, 2012], [Drougkas et al., 2015].

Les caractéristiques mécaniques des mortiers considérés sont alors celles présentées dans le Tableau III.2-3.

### III.3.3 L'INTERFACE PIERRE MORTIER

L'essai brésilien avec suivi par corrélation d'images sur deux échantillons composites issus de la carotte C12 a mis en évidence une souplesse de l'interface entre le mortier et la pierre (paragraphe (III.1.1.2)). Ce chapitre s'attache à présenter la méthode mise en place afin de caractériser cette souplesse.

#### III.3.3.1.1 Etude des déformations verticales expérimentales par zone

Afin de caractériser l'interface, un découpage vertical de l'échantillon a consisté à placer des jauges virtuelles en série sur la hauteur de l'éprouvette lors du post traitement de l'essai (Figure III.3-4(a)). Nous distinguons de haut en bas :

- jauge 1aP : partie poinçonnée de la pierre calcaire supérieure,
- jauge 1bP : partie non poinçonnée de la pierre calcaire,
- jauge 2I : interface supérieure pierre-mortier,
- jauge 3M : mortier,
- jauge 4I : interface inférieure pierre-mortier
- jauge 5P : pierre calcaire inférieure.

La mesure de la variation de longueur de ces jauges en fonction de l'effort appliqué sur l'éprouvette est tracée et présentée pour chacun des deux échantillons (Figure III.3-4(b) et Figure III.3-5(b)).

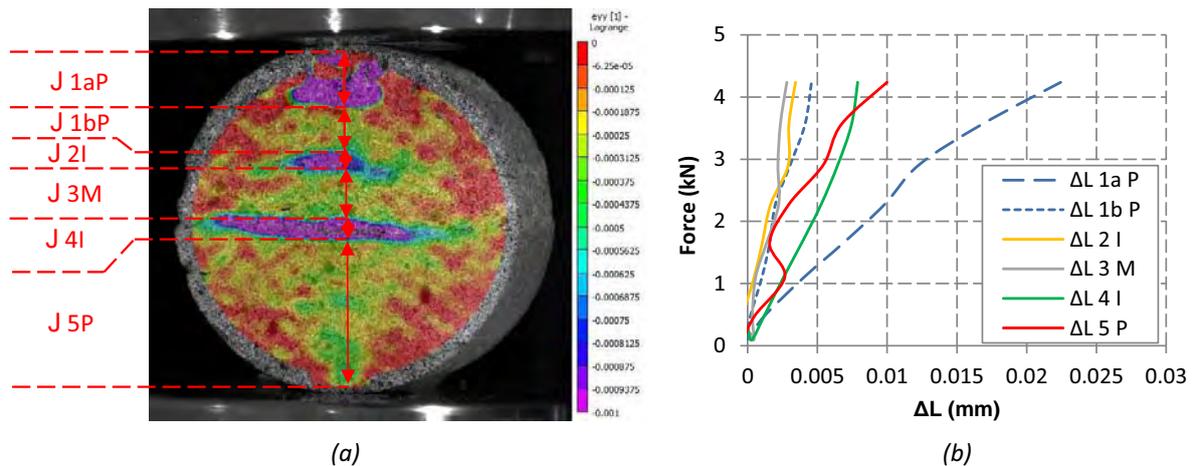


Figure III.3-4 : Echantillon 2. (a) Positionnement des jauges virtuelles (les jauges J 2I et J 4I correspondent aux interfaces bloc/mortier), (b) courbes de variation de longueur des jauges en fonction de l'effort appliqué

L'allure de ces courbes indique dans un premier temps que le comportement des deux échantillons est similaire et relativement linéaire pour un effort appliqué entre 0 et 4.2 kN. Seule la différence de variation de longueur de la jauge 1aP entre les échantillons 2 et 3 est observée. Celle-ci est due au poinçonnement de la pierre calcaire supérieure (paragraphe III.1.1.2). Nous connaissons donc ici la variation de longueur dans la hauteur des différents éléments constituant l'échantillon et donc son profil de déformation. Cependant, l'identification des caractéristiques élastiques des constituants nécessite la connaissance du champ de contrainte dans l'échantillon. Il a donc été décidé de réaliser une modélisation linéaire de cet essai afin

d'obtenir par analyse inverse les paramètres élastiques de la pierre, du mortier et de l'interface pierre mortier.

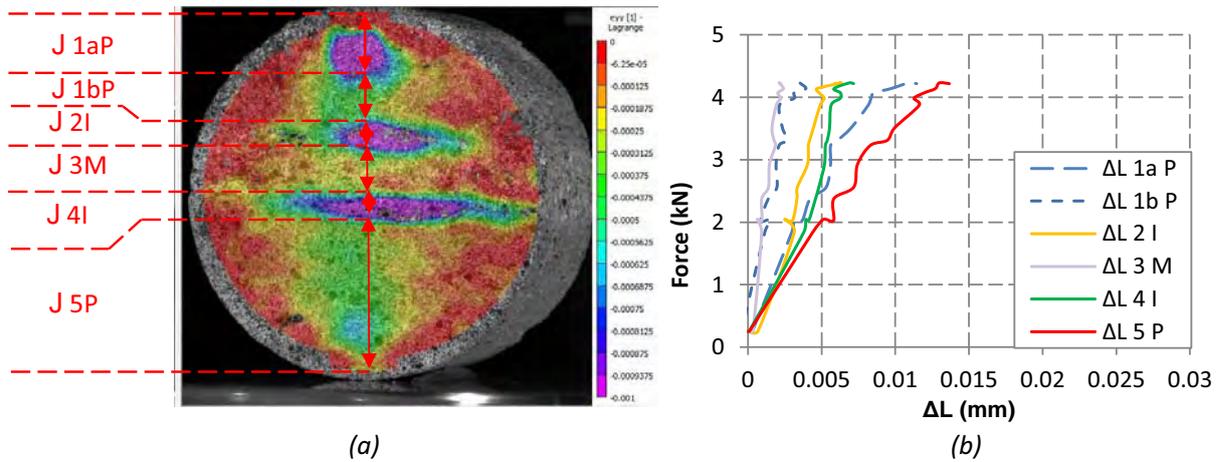


Figure III.3-5 : Echantillon 3. (a) Positionnement des jauges virtuelles, (b) courbes de variation de longueur des jauges en fonction de l'effort appliqué

### III.3.3.1.2 Modélisation linéaire de l'essai brésilien

Le maillage de l'échantillon est présenté sur la (Figure III.3-6). Ici, 6 zones sont distinguées : la pierre inférieure, les deux interfaces, le mortier et la pierre supérieure qui est divisée en deux parties afin de considérer le poinçonnement de l'échantillon prononcé en partie supérieure. L'échantillon mesure 9.7 cm de haut et un joint de mortier de 18mm légèrement décalé vers le haut comme observé dans la réalité. L'effort vertical appliqué sur l'éprouvette est de 4.2 kN.

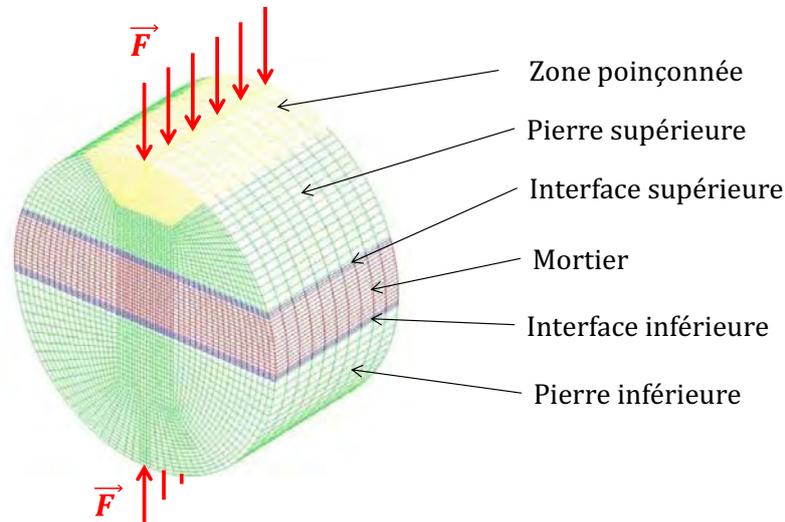


Figure III.3-6 : Maillage de l'éprouvette composite soumise à un essai numérique brésilien

Notons que l'interface est simulée dans le maillage par des éléments volumiques avec une épaisseur  $e$  de 1 mm. En réalité, l'interface n'a pas d'épaisseur. Ainsi, un paramètre  $k_i$  que l'on appelle raideur surfacique de l'interface et d'unité  $[MPa/m]$  est introduit. Ce paramètre permet de quantifier le déplacement relatif des deux surfaces de l'interface en fonction du niveau de contrainte normale appliqué.

*Partie III Caractérisation mécanique des maçonneries*  
*III.3 Obtention des paramètres matériaux des éléments constitutifs*

Le calcul linéaire nécessite la connaissance des propriétés élastiques de chaque constituant à savoir le module d'élasticité et le coefficient de Poisson. Nous prenons le parti de prendre comme coefficients de Poisson ceux déterminés précédemment, à savoir  $\nu_M = 0.2$  et  $\nu_P = 0.21$ . Par ailleurs, le coefficient de Poisson de l'interface est choisi égal à celui de la pierre. Ensuite l'analyse inverse consiste à trouver le bon jeu de paramètres de modules d'élasticités pour chaque zone conduisant aux déplacements relatifs mesurés expérimentalement pour les six zones.

Les jeux de paramètres élastiques obtenus pour les deux échantillons sont présentés dans le Tableau III.3-4. La Figure III.3-7 compare les déformations verticales et horizontales obtenues d'une part expérimentalement par vidéo corrélation et d'autre part numériquement à l'aide de la modélisation linéaire sur l'échantillon 2.

Jauges		$\Delta L$ 1a P	$\Delta L$ 1b P	$\Delta L$ 2 I	$\Delta L$ 3 M	$\Delta L$ 4 I	$\Delta L$ 5 P
<b>Echantillon 2</b>	Déplacement expérimental pour F=4.2 kN (en $\mu\text{m}$ )	22.4	4.5	3.4	2.8	7.8	9.9
	Module d'élasticité (MPa)	<b>2180</b>	<b>2220</b>	-	<b>2330</b>	-	<b>4890</b>
	Raideur (MPa/mm)	-	-	<b>220</b>	-	<b>70</b>	-
	Déplacement obtenus par la modélisation ( $\mu\text{m}$ )	22.5	4.4	3.5	2.8	8.1	9.9
<b>Echantillon 3</b>	Déplacement expérimental pour F=4.2 kN (en $\mu\text{m}$ )	10.8	3.5	6.4	2.1	6.9	13.0
	Module d'élasticité (GPa)	<b>4490</b>	<b>2720</b>	-	<b>3170</b>	-	<b>2965</b>
	Raideur (MPa/mm)	-	-	<b>120</b>	-	<b>85</b>	-
	Déplacement obtenus par la modélisation ( $\mu\text{m}$ )	10.7	3.1	5.7	2.0	7.0	13.1
<b><math>\mu</math></b>		<b>3335</b>	<b>2470</b>	<b>170</b>	<b>2750</b>	<b>77</b>	<b>3927</b>
<b>CV%</b>		<b>49%</b>	<b>14%</b>	<b>42%</b>	<b>22%</b>	<b>14%</b>	<b>35%</b>

*Tableau III.3-4 : comparaison des déplacements relatifs par jauges obtenus expérimentalement et par le modèle linéaire*

La recherche de variations de longueur similaires pour chaque jauge nous a conduit à obtenir des jeux de paramètres élastiques différents pour chaque échantillon (Tableau III.3-4). Cependant, concernant la raideur surfacique de l'interface  $k_i$ , il est possible de dire que la dispersion observée peut être en partie due aux irrégularités de surfaces entre la pierre et le mortier. Ainsi, nous considérerons par la suite la valeur d'interface moyenne  $k_i = 123 \text{ MPa/m}$ . Enfin, la bonne corrélation entre déformation verticale et horizontale obtenues numériquement et expérimentalement conduit à valider le choix d'une modélisation linéaire afin de reproduire finement les phénomènes constatés.

Il est intéressant de comparer les résultats obtenus par ces essais aux données estimées à l'aide des courbes de corrélation à partir des mesures de vitesse de propagation d'ondes ultrasonore (§ III.3.1.1). Rappelons que la carotte prélevée pour cet essai a été réalisée au droit du contrefort, au niveau de sa fibre extérieure au niveau supérieur d'élévation. Pour cette zone, les mesures de vitesse du son ont conduit au travers des courbes de corrélations à une

*Partie III Caractérisation mécanique des maçonneries*  
*III.3 Obtention des paramètres matériaux des éléments constitutifs*

estimation du module « moyen »  $E_p$  de la zone du niveau supérieur de l'ordre de 6.5 GPa et une masse volumique de 1767 kg/m<sup>3</sup>. L'essai brésilien a conduit à une estimation des modules d'élasticité de 2.5 GPa pour la pierre supérieure et 3.9 GPa pour la pierre inférieure. Ces modules sont inférieurs au module « moyen » mais restent cependant dans l'intervalle de confiance des lois de corrélation (cf. annexe 1). De plus, la masse volumique des pierres supérieures et inférieures est respectivement de 1581 kg/m<sup>3</sup> et 1681 kg/m<sup>3</sup>. Celle-ci est inférieure à la masse volumique « moyenne » (1767 kg/m<sup>3</sup>) obtenue par corrélation à partir des mesures de vitesse de son. Cette observation confirme de nouveau le fait que les pierres prélevées sur ce carottage semblent se situer plutôt dans la fourchette basse de qualité des calcaires composant le niveau supérieur d'élévation.

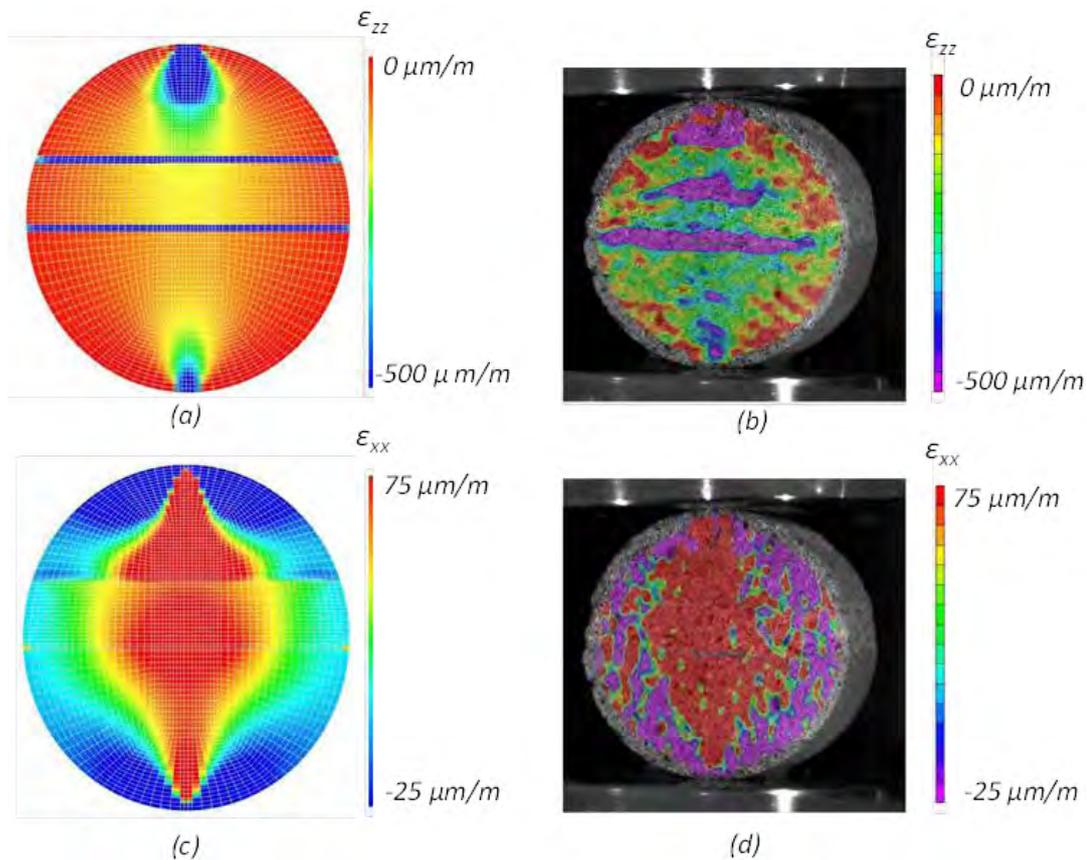


Figure III.3-7 : Comparaison des déformations expérimentales et numériques de l'échantillon 2. (a) et (b) : déformations verticales, (c) et (d) déformations horizontales

Concernant le mortier, une forte différence est constatée entre le module d'élasticité mesuré par l'essai exploité en vidéo corrélation ( $E_p=2750$  MPa) et celui mesuré en laboratoire sur le mortier de chaux au jeune âge ( $E_p=150$  MPa). Plusieurs hypothèses peuvent expliquer cette différence. La consolidation du mortier associée au fluage du matériau peut jouer un rôle d'autant plus important que la carotte est prélevée à l'extérieur du contrefort dans une zone où le mortier est comprimé. De plus, le joint prélevé est certainement constitué d'un mortier de rejointoiement, mis en place lors d'une rénovation de la façade de l'édifice. Ce type de mortier pourrait avoir été formulé avec un liant hydraulique plus récent que le mortier initial présent dans la masse du mur, lui conférant des propriétés mécaniques meilleures.

### III.3.4 CONCLUSION

L'objectif de ce chapitre consistait à caractériser les éléments constitutifs des maçonneries en place sur le monument. A partir des courbes de corrélation reliant les mesures de vitesse du son aux principales caractéristiques mécaniques des pierres calcaires les paramètres matériaux des pierres calcaires ont été déterminés pour chacune des 6 zones maçonnées mises en évidence dans la partie II.

Concernant le mortier, faute de moyen d'investigations *in situ*, nous avons émis l'hypothèse que le mortier présent sur l'édifice présentait des caractéristiques mécaniques similaires à celui formulé en laboratoire.

Enfin, la raideur surfacique de l'interface entre le mortier et la pierre a été déterminée par analyse inverse, en confrontant la corrélation d'image de l'essai brésilien sur carotte composite pierre-mortier-pierre avec sa modélisation linéaire.

Nous disposons donc d'un jeu de paramètres mécaniques pour chacun des 3 constituants de la maçonnerie : bloc, joint et interface. Sur cette base, nous allons déterminer le comportement homogène des maçonneries. Le chapitre III.4 présente la méthode employée pour passer de l'échelle des constituants à l'échelle du matériau maçonnerie.

## III.4 HOMOGENEISATION DES MAÇONNERIES PAR ZONES

---

Nous avons relevé dans la partie II de ce mémoire, les différents appareillages des maçonneries, zone par zone. Le paragraphe précédent nous a permis d'identifier les paramètres matériaux intrinsèques des matériaux constitutifs des maçonneries en place. Nous disposons donc de toutes les données géométriques et mécaniques nécessaires à la phase d'homogénéisation des maçonneries. Celle-ci consiste à construire un modèle macro-mécanique basé sur des considérations micromécaniques. Ici le milieu hétérogène constitué de blocs, mortiers et interface va être remplacé par un milieu homogène équivalent. La loi de comportement homogène pourra alors être utilisée pour mener un calcul à l'échelle de la structure. Cette approche permet d'éviter la modélisation de chaque pierre à l'échelle de la structure ce qui conduit à une simplicité du maillage et une diminution des ressources informatiques nécessaires au calcul. Ainsi la modélisation à l'échelle de la structure qui sera présentée en partie IV pourra être réalisée sur un maillage sans rapport avec l'appareillage réel des maçonneries.

Concrètement, l'homogénéisation va consister à identifier les 12 paramètres matériaux du modèle d'endommagement homogénéisé pour chaque zone maçonnée. Premièrement, nous présenterons la notion de périodicité des maçonneries. Ensuite, nous établirons les propriétés élastiques homogénéisées selon trois méthodes : la méthode dite des ressorts en série, une méthode analytique 2D et une méthode numérique. Enfin, nous verrons la démarche employée pour identifier les paramètres matériaux rendant compte des non-linéarités des maçonneries.

### III.4.1 PERIODICITE DES MAÇONNERIES EN PLACE

L'observation visuelle des différentes zones maçonnées de l'édifice conduit à distinguer deux types de maçonneries : maçonneries périodiques dans 2 directions et les maçonneries périodiques suivant une seule direction (éléments en série). Les murs d'élévation supérieure et

de soubassement ainsi que les voûtains font partie du premier type, à savoir maçonnerie périodique dans les deux directions. Dans la direction perpendiculaire aux joints de lits, la périodicité est avérée. En revanche dans l'autre direction, les joints montants ne sont pas nécessairement d'espacement constant. Nous ferons cependant l'hypothèse que les joints montants sont disposés périodiquement avec un espacement égal à la moyenne des espacements réels.

Les maçonneries d'éléments en séries (nervures d'ogives et d'arcs de tête) ne présentent pas de joints montants mais uniquement des joints de lits d'espacement constant. La périodicité est donc observée uniquement dans une direction.

Cet agencement particulier des maçonneries conduit à choisir une méthode d'homogénéisation périodique plutôt qu'une méthode des bornes qui est préférée pour les maçonneries de blocage. Pour les voûtains, cette méthode est complètement adaptée dans la mesure où la maçonnerie est ici constituée uniquement d'un seul parement de pierre. En revanche l'auscultation des murs d'élévation nous a révélé la présence d'une fourrure prise entre les deux parements extérieurs et intérieurs. Toutefois la faible épaisseur de cette fourrure (inférieure à 5 cm pour 60 cm d'épaisseur de mur), et la présence probable de boutisses parpaings nous a conduit, dans un souci de simplification, à négliger cette fourrure et à considérer ces maçonneries III comme étant constituées uniquement d'éléments périodiques.

### III.4.2 HOMOGENEISATION LINEAIRE

Dans un premier temps, pour chaque zone maçonnée, une homogénéisation linéaire a été réalisée dans le but d'estimer les caractéristiques élastiques linéaires homogènes de la maçonnerie et de mettre en évidence ou non la potentielle anisotropie d'élasticité du matériau.

Trois méthodes trouvées dans la littérature vont être comparées : l'homogénéisation linéaire en série, une homogénéisation analytique et l'homogénéisation numérique élastique. La démarche des trois méthodes est expliquée dans un premier temps. Ensuite, un tableau synthétique des résultats obtenus à partir des trois stratégies est présenté et discuté.

#### *III.4.2.1 Méthodes d'homogénéisation linéaire*

##### **Homogénéisation linéaire en série**

L'homogénéisation linéaire en série d'une maçonnerie ne considère que la périodicité dans la direction perpendiculaire au joint de lit. Le module d'élasticité homogénéisé, dans cette direction, va dépendre d'une part des propriétés mécaniques des constituants (les modules d'élasticité de la pierre  $E_p$ , du mortier  $E_m$ , la raideur surfacique  $k_i$  de l'interface pierre mortier) et d'autre part des hauteurs de lit du mortier  $e_m$  et de la pierre  $e_p$ . La souplesse de l'interface est intégrée dans le « module d'élasticité équivalent » du mortier  $E_{M,eq}$  comme indiqué à l'équation (III.4-1) et sur la Figure III.4-1. Le module de mortier équivalent dépend ainsi de l'épaisseur du joint de mortier.

$$E_{M,eq} = \frac{1}{\frac{1}{E_M} + \frac{2}{k_i e_M}} \quad (\text{III.4-1})$$

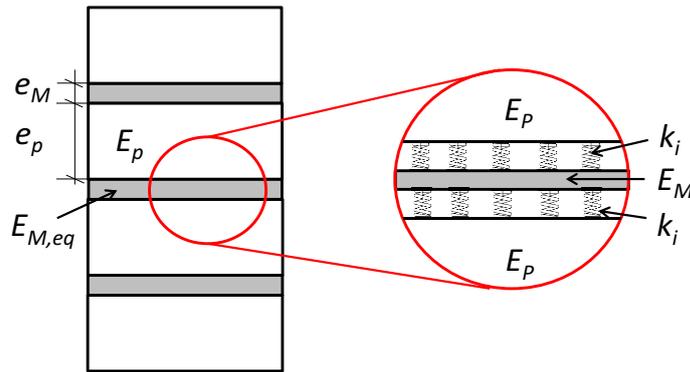


Figure III.4-1 : Homogénéisation linéaire en série avec prise en compte de la souplesse de l'interface pierre-mortier

Le calcul du module homogénéisé dans le sens perpendiculaire  $E_{H,v}$  au joint de lit s'obtient alors à partir de l'équation (III.4-2).

$$E_{H,v} = \frac{e_M + e_p}{\frac{e_M}{E_{M,eq}} + \frac{e_p}{E_p}} \quad (\text{III.4-2})$$

La démarche est également effectuée dans le sens parallèle aux joints de lit pour les maçonneries présentant deux directions de périodicité dans le but d'obtenir une première estimation de l'anisotropie d'élasticité des maçonneries. L'ensemble de résultats sont présentés dans le Tableau III.4-1.

### Homogénéisation 2D analytique selon [Cecchi and Sab, 2001]

La deuxième méthode utilisée est celle proposée par Cecchi et Sab [Cecchi and Sab, 2001]. Celle-ci est présentée en partie 1. Rappelons que la méthode consiste à estimer analytiquement la matrice de rigidité anisotrope d'une maçonnerie périodique dans les deux directions. Les données nécessaires au calcul sont les dimensions et les caractéristiques élastiques (module d'élasticité et coefficient de Poisson) du mortier et du bloc. Ici, nous utilisons le module d'élasticité du mortier équivalent intégrant la raideur d'interface entre la pierre et le mortier. Le modèle donne ainsi la possibilité de calculer les modules d'élasticités horizontaux et verticaux de la maçonnerie. L'ensemble de résultats sont également présentés dans le Tableau III.4-1.

### Homogénéisation numérique élastique

Enfin la dernière méthode élastique étudiée consiste à réaliser un calcul élément fini sur un mur de maçonnerie pour les maçonneries à deux directions de périodicité (Figure III.4-2(a)) ou sur un assemblage de pierres séparées de joints de mortiers montés en série (Figure III.4-2(b)). Le nombre de lit de mortier et de blocs dans la largeur pour les maçonneries bi-périodiques ont été choisis à partir de recommandation de la RILEM [NF EN 1052-1, 99]. Les maillages serviront par la suite à la réalisation de l'homogénéisation non linéaire. Le modèle nécessite la connaissance des caractéristiques mécaniques des pierres calcaires et des mortiers de chaux. Pour le mortier de chaux, le module équivalent est de nouveau appliqué ce qui permet de considérer la raideur à l'interface. Deux cas de chargement sont envisagés : chargement dans le sens vertical et chargement dans le sens horizontal. La récupération du déplacement induit par chaque chargement permet d'estimer le module d'élasticité dans les deux directions.

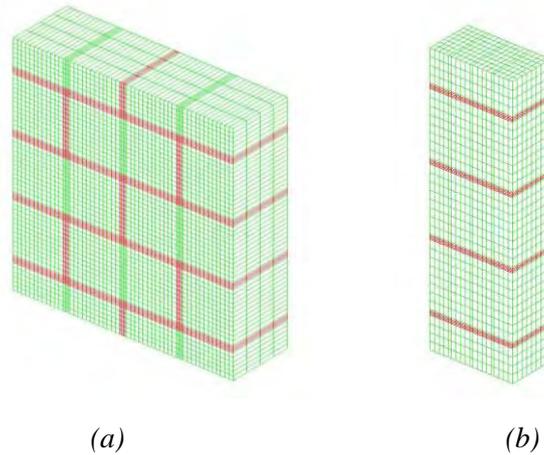


Figure III.4-2 : Maillage d'un VER. (a) mur maçonné selon les recommandations RILEM, (b) assemblage en série pierre-mortier-pierre

### III.4.2.2 Synthèse des Résultats

La comparaison des 3 méthodologies employées pour l'homogénéisation des maçonneries est indiquée dans le Tableau III.4-1. Les résultats entre chaque méthode sont du même ordre de grandeur (avec une différence relative inférieure à 10%). L'homogénéisation en série représente ainsi un moyen de calcul conduisant à l'obtention rapide de la raideur de la maçonnerie de pierre appareillée dans les deux directions. Par ailleurs, les résultats de l'homogénéisation linéaire font ressortir le fait que les maçonneries des murs d'élévations présentent une rigidité verticale plus élevée que celles des voûtes. Les joints de lit d'épaisseur plus faible dans les murs que dans les voûtes ainsi que la hauteur plus élevée des blocs des murs expliquent cette tendance. Enfin, il est observé que les modules d'élasticité verticaux sont environ deux fois plus faibles que modules horizontaux. Cependant, dans la mesure où les structures maçonnées sont généralement chargées dans le sens perpendiculaire au joint de lit, nous considérerons le matériau initial sans anisotropie d'élasticité. Le tenseur d'élasticité homogénéisé de la maçonnerie sera alors isotrope et déterminé entièrement à partir du module d'élasticité vertical  $E_{H,v}$  obtenu par l'homogénéisation linéaire numérique. L'estimation des modules d'élasticités dans la direction perpendiculaire aux joints de lit réalisée dans cette étude nous a toutefois permis d'estimer l'erreur commise par cette hypothèse simplificatrice.

<b>Modules d'élasticité (MPa) :</b>		Niveau de soubassement	Niveau supérieur	Voûtains	Ogive	Arcs de tête
<b>Homogénéisation en série</b>	$E_{H,v}$	3371	2310	961	1444	1164
	$E_{H,h}$	6162	4720	1752	-	-
<b>Homogénéisation analytique</b> [Cecchi and Sab, 2001]	$E_{H,v}$	3480	2377	898	-	-
	$E_{H,h}$	6674	4948	1740	-	-
<b>Homogénéisation numérique</b>	$E_{H,v}$	3671	2508	1046	1502	1143
	$E_{H,h}$	6409	4746	1831	-	-

Tableau III.4-1 : Homogénéisation linéaire des maçonneries, modules d'élasticité homogénéisés verticaux  $E_{H,v}$  et horizontaux  $E_{H,h}$

La Figure III.4-3 présente les champs de contrainte pour une contrainte appliquée moyenne verticale de 18 MPa. Le profil des contraintes verticales  $\sigma_{zz}$  indique que les joints montants ne sont pas chargés (Figure III.4-3(a)). Le flux de contrainte privilégie les zones (en bleu sur la figure) de concentration de contrainte de part et d'autre des joints montants. Par ailleurs, la différence de rigidité entre les blocs et le mortier est bien observée sur le tracé des contraintes horizontales  $\sigma_{xx}$  (Figure III.4-3(b)). La contrainte verticale dans les joints est négative et implique donc un confinement du joint de mortier. En revanche, de part et d'autre du joint de lit, la contrainte dans les blocs est positive et peut atteindre 2 MPa. Les blocs sont ici soumis de part et d'autre des joints de lit à un état de contrainte de compression verticale, traction biaxiale horizontale. Enfin, notons que la bi-périodicité du profil des contraintes dans les directions x et z est globalement constatée. Le mur maillé selon les prescriptions normatives constitue donc une bonne approximation du volume élémentaire représentatif.

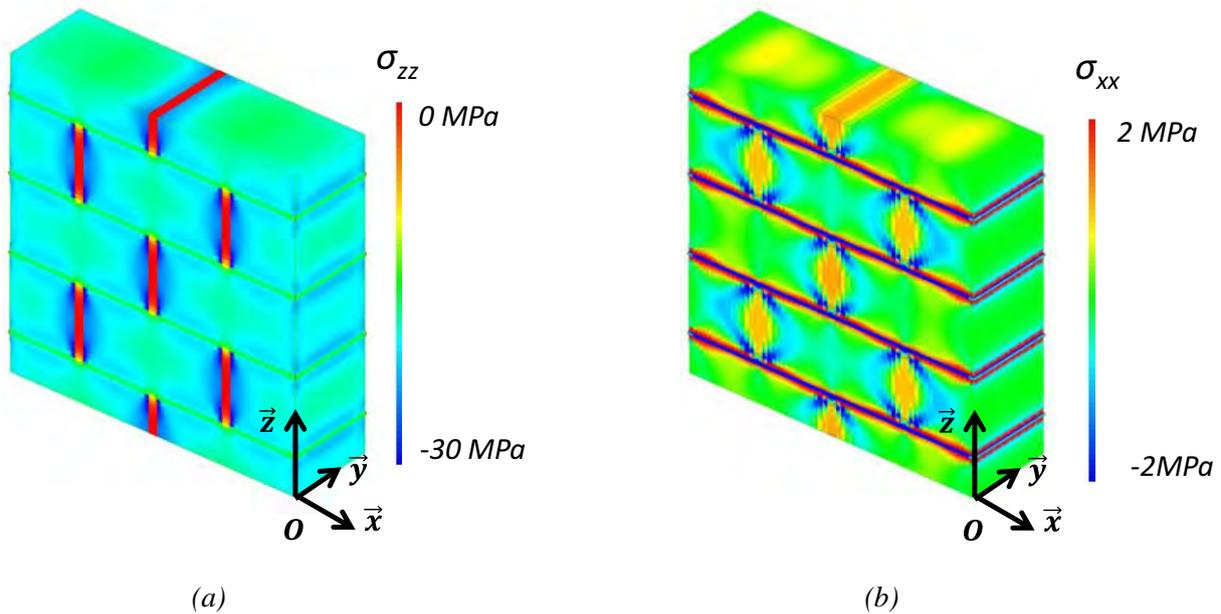


Figure III.4-3 : Homogénéisation linéaire numérique des voûtains : (a) contrainte verticale, (b) contrainte horizontale

Les méthodes d'homogénéisation linéaire ont conduit à la détermination des caractéristiques mécaniques élastiques homogénéisées des maçonneries. En revanche ces méthodes ne donnent pas la possibilité d'étudier le comportement à la rupture des maçonneries. Le paragraphe suivant s'attache à présenter la méthodologie employée dans le domaine non-linéaire.

### III.4.3 HOMOGENEISATION NON-LINEAIRE

L'homogénéisation non-linéaire a pour but de caractériser la résistance en traction et en compression de la maçonnerie en distinguant les zones maçonnées. Nous avons mis en évidence une différence de comportement en traction (avec faiblesse de l'interface pierre mortier) et en compression (avec confinement du joint). Il convient donc de différencier dans la démarche d'homogénéisation non linéaire, la traction et la compression.

#### III.4.3.1 Homogénéisation non-linéaire en traction

En traction, nous avons vu que le maillon faible de la maçonnerie était l'interface pierre-mortier. C'est pourquoi nous considérerons que la résistance homogénéisée en traction de la maçonnerie est celle obtenue lors de la campagne expérimentale sur matériau composite pierre-mortier-pierre :  $R_{t,H} = 0.06$  MPa. La déformation au pic de traction  $\varepsilon_{R_{t,H}}^{pk}$  est déterminée en considérant qu'il n'y a pas de pré-endommagement de traction. Enfin, l'énergie de fissuration  $Gf_H^t$  est choisie comme le double du travail élastique au pic (équation (III.4-3)). Dans cette équation,  $l$  est la hauteur classique des éprouvettes de traction ( $l=10cm$ ). Nous ferons l'hypothèse que la résistance de rupture en traction est initialement isotrope et identique pour toutes les zones maçonnées.

$$Gf_H^t = 2 * R_{t,H} * \varepsilon_{R_{t,H}}^{pk} * l \quad (III.4-3)$$

#### III.4.3.2 Homogénéisation non-linéaire en compression

La démarche sera présentée en prenant l'exemple de l'homogénéisation des voûtains. Un tableau récapitulatif des paramètres matériaux homogénéisés non linéaires sera commenté et les courbes de comportement homogénéisé de chaque zone seront tracées et étudiées.

##### III.4.3.2.1 Démarche de l'homogénéisation non linéaire en compression

La démarche d'homogénéisation en compression des maçonneries est identique pour chaque zone maçonnée. Les maillages réalisés dans le cadre de l'homogénéisation linéaire numérique présentés Figure III.4-2 sont réutilisés dans le cadre de l'homogénéisation non-linéaire. Les propriétés mécaniques des éléments constitutifs sont appliquées sur le maillage qui différencie les joints de mortier de lit et montant et les blocs calcaires. Notons que le module de mortier appliqué tient compte de la raideur surfacique  $k_i$ . Le chargement est imposé en déplacement afin d'estimer le comportement post-pic de la maçonnerie. Le calcul non linéaire permet d'obtenir la loi de comportement globale du mur numérique (Figure III.4-4). L'obtention des paramètres homogénéisés de compression se réalise par calage du modèle homogène sur le comportement global du mur obtenu numériquement. Ici, 4 paramètres matériaux homogénéisés peuvent être identifiés par calage pour chaque zone :

- le module d'élasticité  $E_H$
- la résistance à la compression homogénéisée :  $R_{c,H}$
- la déformation au pic de compression  $\varepsilon_{R_{c,H}}^{pk}$
- la déformation caractéristique de compression  $\varepsilon_M^{k,s}$ .

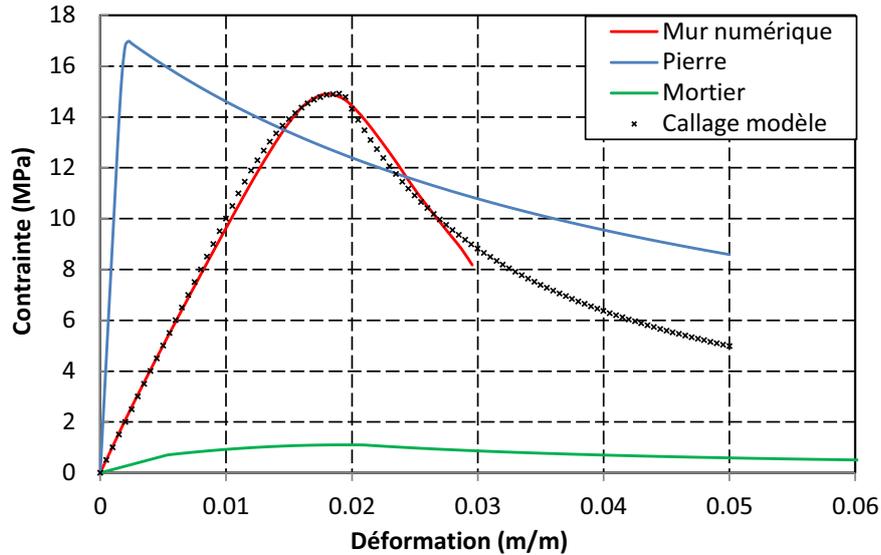


Figure III.4-4 : Loi de comportements en compression des matériaux constitutifs du voûtain et du matériau homogénéisé

Les courbes de comportement en compression des matériaux constitutifs mortier et pierre et du matériau homogène sont présentée sur la Figure III.4-4. Il est observé que la résistance homogénéisée ( $R_{c,H} = 15\text{MPa}$ ) est proche de celle de la pierre calcaire seule ( $R_{c,P} = 17\text{MPa}$ ). Ceci s'explique de nouveau par le confinement du mortier qui induit une augmentation de sa résistance.

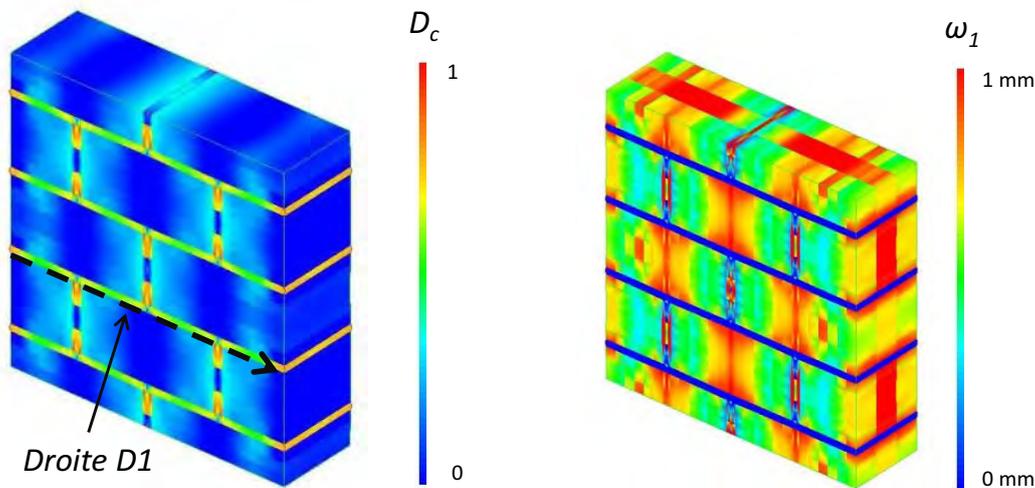


Figure III.4-5 : Profil de rupture du voûtain en phase post-pic :(a)Endommagement de compression, (b) ouverture de fissure.

Néanmoins, le tracé des endommagements de compression permet de mettre en évidence le confinement du mortier de lit (Figure III.4-5(a)). Par ailleurs, le confinement entraine un profil de fissuration parallèle à la direction de chargement dans les blocs calcaires (Figure III.4-5(b)). Enfin, le tracé des contraintes normales verticales en fonction de l'abscisse  $x$  sur le profil D1 au moment de la rupture est présenté Figure III.4-6. Ce profil est situé sous le joint de mortier à l'interface entre la pierre et le mortier. Au droit des joints montants, la contrainte de compression est faible car ceux-ci sont déjà endommagés en compression et ne peuvent plus

reprenre le flux de contraintes. C'est entre chaque joint montant que le flux de contrainte transite. La contrainte atteint dans ces zones une valeur proche de la résistance à la compression de la pierre de 17 MPa pour le voûtain. Alors, en compression simple la rupture de la maçonnerie s'opère par atteinte du pic de compression dans les blocs calcaire de part et d'autre du joint de lit. Notons que l'ensemble de ces phénomènes est observé lors de l'homogénéisation non linéaire en compression des autres zones maçonnées et est donc indépendant de la valeur des paramètres, au moins dans ce domaine de variation.

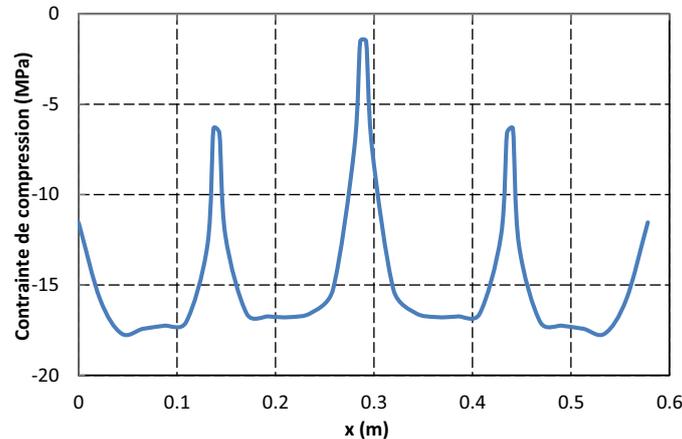


Figure III.4-6 : Profil de contrainte normale le long de la droite D1 au moment de la rupture

#### III.4.3.2.2 Synthèse de l'homogénéisation non linéaire en compression

Le comportement homogénéisé en compression de chaque zone maçonnée est présenté Figure III.4-7. Parallèlement, les valeurs de la résistance et des modules homogénéisés sont indiquées dans le tableau récapitulatif en fin de chapitre (Tableau III.4-2). Ce tableau présente également les épaisseurs des joints de lit et la résistance des blocs pour chaque zone. Observons que pour chaque zone, la résistance en compression de la maçonnerie  $R_{c,H}$  atteint quasiment celle de la pierre. La faible épaisseur des joints de lit ainsi que la forte différence d'élasticité entre mortier et pierre entraîne un confinement du mortier en compression. Ainsi la rupture se réalise par atteinte du pic de compression au niveau de la pierre calcaire. Enfin, il n'existe pas de dépendance entre la raideur de la maçonnerie et la résistance en compression. Nous considérerons que cette résistance est isotrope. Il est important de souligner que les résistances en compression sont établies de manière déterministe et qu'aucun coefficient partiel n'est appliqué pour le moment. Nous verrons dans la partie 4 comment considérer la dispersion de la résistance des maçonneries.

		Niveau de soubassement	Niveau supérieur	Voûtains	Ogive	Arcs de tête
<b>Épaisseur du joint de lit (mm)</b>		10	10	18	18	18
<b>Résistance en compression de la pierre <math>R_{c,P}</math> (MPa)</b>		20	10	17	16	22
<b>Caractéristiques mécaniques homogénéisées</b>	<b><math>E_H</math> (GPa)</b>	3671	2508	1046	1502	1143
	<b><math>R_{c,H}</math> (MPa)</b>	19.4	9.8	14.9	15.7	20.9

Tableau III.4-2 : Synthèse des paramètres homogénéisé en compression

Partie III Caractérisation mécanique des maçonneries  
 III.4 Homogénéisation des maçonneries par zones

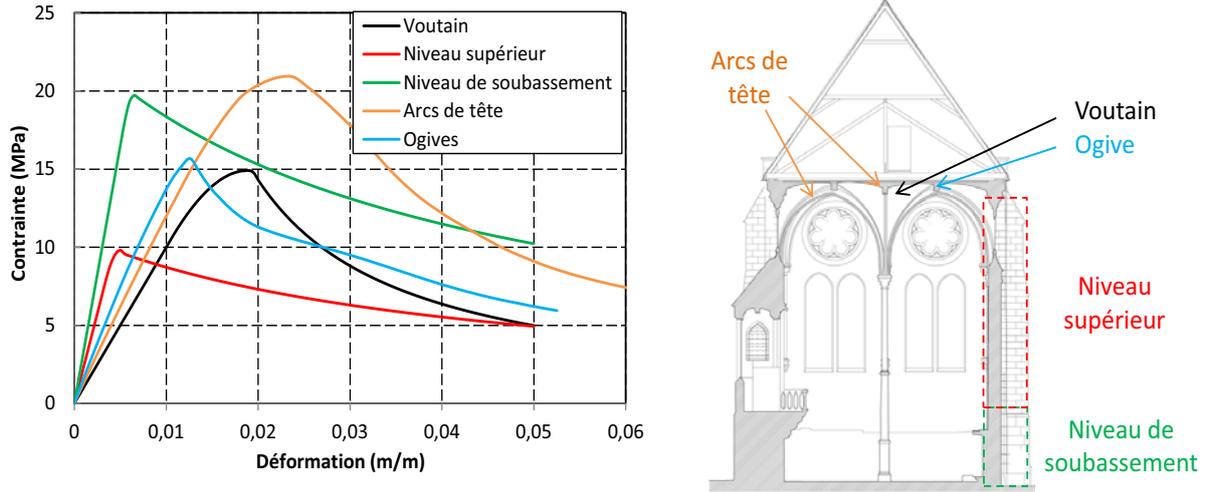


Figure III.4-7 : Lois de comportement homogénéisées en compression des cinq zones maçonnées

III.4.3.3 Synthèse de l'homogénéisation non linéaire

Le Tableau III.4-3 récapitule l'ensemble des paramètres identifiés par homogénéisation non linéaire de la maçonnerie. Par ailleurs, certains paramètres non discutés précédemment sont introduits. Premièrement, la masse volumique  $\rho_H$  de la maçonnerie est homogénéisée par zone à partir des masses volumique de chacun des constituants et des dimensions des éléments joints et mortier. Le coefficient de Poisson  $\nu_H$ , le coefficient de Drucker Prager  $\delta_H$  ainsi que le coefficient de dilatance  $\beta_H$  sont tous considéré égaux à ceux identifiés sur la pierre calcaire. Enfin, la contrainte de refermeture de fissure est estimée à deux fois la résistance en traction de la maçonnerie.

Caractéristiques mécaniques homogénéisées	Niveau de soubassement	Niveau supérieur	Voûtains	Ogive	Arcs de tête
$\rho_H$ (kg/m <sup>3</sup> )	1990	1760	1900	1910	1990
$E_H$ (GPa)	3670	2510	1050	1500	1140
$\nu_H$	0.22	0.20	0.22	0.21	0.22
$R_{c,H}$ (MPa)	19.4	9.8	14.9	15.7	20.9
$\varepsilon_{R_{c,H}}^{pk}$ (mm/m)	6	5	19	13	23
$\varepsilon_H^{k,s}$ (mm/m)	20	18	6	8	8.5
$R_{t,H}$ (MPa)	0.06				
$\varepsilon_{R_{t,H}}^{pk}$ ( $\mu$ m/m)	16	23	57	40	52
$G_{t,H}^f$ (J/m <sup>2</sup> )	0.2	0.3	0.7	0.5	0.6
$\delta_H$	0.4				
$\beta_H$	0.2				
$R_{R,H}$ (MPa)	0.12				

Tableau III.4-3 : Synthèse des paramètres homogénéisé par zone maçonnée

#### III.4.4 CONCLUSION

A partir des données géométriques des maçonneries et des caractéristiques mécaniques de chacun des constituants, une homogénéisation a été menée en distinguant chaque zone maçonnée. Celle-ci présente l'originalité de considérer une souplesse au niveau de l'interface pierre-mortier. L'homogénéisation linéaire a mis en évidence l'anisotropie d'élasticité. Dans la mesure où les différents éléments maçonnés sont montés de telle sorte que le chargement s'applique généralement dans le sens perpendiculaire aux joints de lits, nous prenons le parti de ne pas considérer cette anisotropie initiale et ce dans un souci de simplification de la loi de comportement homogénéisée.

La différence de comportement à rupture en traction et en compression nous a conduit à mener une démarche d'homogénéisation spécifique pour chaque type de sollicitation. Dans le domaine de la traction, l'interface bloc-mortier constitue le maillon faible, quel que soit la zone maçonnée. La résistance en traction de la maçonnerie est choisie égale à celle de l'interface, et identique dans toutes les zones. En compression, la simulation numérique d'un essai de compression sur un mur maçonné a démontré le fort confinement du mortier dans chaque zone maçonnée. De ce fait, les résistances homogénéisées pour chaque zone sont proches de celles des pierres calcaires.

### III.5 CONCLUSION GENERALE DE LA PARTIE III

---

Premièrement, nous avons présenté l'ensemble des essais mécaniques réalisés en laboratoire. Ceux-ci comprennent des expérimentations sur carottes prélevées *in situ* ainsi que sur matériaux « neufs » équivalents à ceux en place sur l'édifice ancien. Les phénomènes non linéaires et le comportement jusqu'à rupture ont ainsi été mis en évidence aussi bien dans le domaine de la traction que de la compression. En traction, la rupture s'opère au niveau de l'interface pierre mortier, en compression le confinement du joint de mortier entraîne une rupture par écrasement des blocs calcaires.

Le modèle d'endommagement s'est montré efficace pour simuler le comportement mécanique des matériaux seuls et de l'assemblage composite et reproduire les phénomènes observés expérimentalement (confinement du mortier et fissuration verticale des blocs). Les équations constitutives faisant appel à 12 paramètres d'identification du comportement linéaire et non-linéaire, ont été introduites préalablement. Les caractéristiques mécaniques intrinsèques des matériaux ont été obtenues par analyse inverse.

A l'issue d'une recherche bibliographique menée à l'occasion de cette thèse, des lois de corrélations ont été proposées entre les paramètres mécaniques principaux caractéristiques des pierres calcaires. Grâce à cette étude, les paramètres peuvent être déterminés par une simple mesure non destructive de la vitesse de propagation des ondes ultrasonores dans les pierres, sur site. Cette étude statistique pourra être utilisée dans le cadre de l'étude structurelle d'autres édifices. Dans notre cas, elle a participé à l'évaluation des caractéristiques des pierres de la bibliothèque du CNAM, et donc des maçonneries. Au sujet des mortiers, nous avons considéré qu'ils présentaient des propriétés mécaniques équivalentes aux mortiers formulés en laboratoire. Cette hypothèse est autorisée par le fait que la résistance à la compression de la maçonnerie est fortement dépendante de la pierre en raison du confinement du mortier.

A ce stade, nous sommes en connaissance de : (1) les données mécaniques de chaque constituant, (2) la géométrie des maçonneries et (3) la validation du modèle à reproduire les phénomènes de rupture en compression de l'assemblage. A partir de la collecte de l'ensemble de ces données, une homogénéisation a été réalisée par zones, dans le domaine linéaire et non linéaire. L'anisotropie d'élasticité des maçonneries, bien que calculée, ne sera pas prise en compte dans le calcul de structure, seuls les modules homogénéisés verticaux seront utilisés comme modules initiaux isotropes. Pour l'estimation des résistances, nous avons différencié la traction de la compression. La faiblesse de résistance à l'interface pierre mortier nous a conduit à considérer une résistance de traction de la maçonnerie similaire pour toutes les zones et égale à la résistance de traction obtenue expérimentalement sur les assemblages composites pierre-mortier-pierre. En compression, la simulation numérique de murets de maçonnerie a permis d'identifier la résistance de rupture des maçonneries de chaque zone. Les résistances obtenues sont proches des résistances de compression des calcaires ce qui s'explique par le confinement du joint.

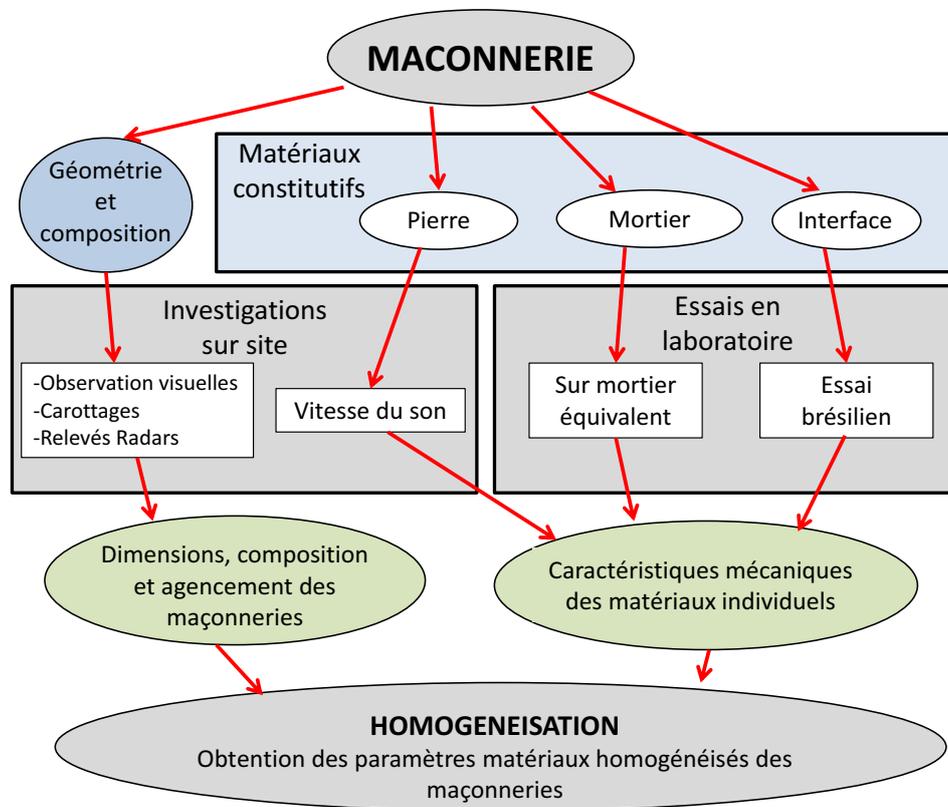


Figure III.5-1 : Organigramme de détermination des paramètres homogénéisés des matériaux

La démarche générale d'obtention des paramètres mécaniques des maçonneries d'un monument historique qui est proposée dans ce travail présente l'intérêt d'être respectueuse de l'ouvrage. En effet, l'obtention des paramètres mécaniques des calcaires en place se réalise à partir de mesures de vitesse de propagation d'ondes sonores. L'observation visuelle minutieuse des maçonneries ainsi que les relevés radars conduisent quant à eux à fournir la géométrie, la composition et l'agencement des blocs calcaire. Les carottages peuvent ainsi être limités. Concernant l'homogénéisation, nous avons vu qu'une simple approximation de la raideur de la maçonnerie par un modèle de ressorts en série conduisait à des résultats satisfaisants. Cependant, l'homogénéisation non linéaire d'un mur en maçonnerie apparaît indispensable dans

l'estimation de sa résistance à la compression et sa capacité à redistribuer les efforts du fait de la fissuration Localisée.

En résumé, cette partie s'est donc attachée à déterminer les caractéristiques homogénéisées des différentes zones maçonnées répertoriées sur l'édifice. Une démarche globale multi-échelle fut adoptée. L'organigramme de la méthode est présenté en Figure III.5-1. Elle consiste à identifier les propriétés mécaniques des matériaux constituant les maçonneries (à l'échelle du constituant) afin d'estimer les caractéristiques homogènes à l'échelle du matériau maçonnerie par l'utilisation de méthodes d'homogénéisation. Ces caractéristiques seront alors appliquées dans une modélisation à l'échelle de la structure afin d'estimer le comportement structurel de la bibliothèque du CNAM. La dernière partie présente ce calcul à l'échelle structurelle.

*Page laissée intentionnellement vide*

# Partie IV ANALYSE STRUCTURELLE

---

L'analyse structurelle vise à comprendre le comportement mécanique des murs et de la voûte gothique de la bibliothèque du CNAM, c'est-à-dire son mode de déformation, de fissuration et de ruine. La partie II de ce manuscrit a mis en relief les dévers observés aujourd'hui sur les éléments structurels d'élévation. Il semble qu'ils se soient produits à l'époque de la mise en place des voûtes. Cette constatation implique ces dévers ne soient que partiellement en relation avec la fissuration constatée de nos jours. Notre objectif premier a été de vérifier cette hypothèse. L'objectif final de l'analyse structurelle est d'estimer la marge de sécurité de la bibliothèque du CNAM vis-à-vis de sa stabilité.

Ce chapitre est fractionné en 5 parties. Premièrement, la méthodologie visant à l'évaluation d'une marge de sécurité vis-à-vis de la ruine de l'édifice sera présentée. Le choix de la modélisation d'une seule travée sera introduit. Puis, nous verrons quels sont les modes de rupture possibles de la bibliothèque. Enfin la définition de la marge de sécurité sera proposée. Nous verrons que celle-ci consiste à étudier séparément la voûte qui pousse sur ses appuis et le contrefort qui reçoit la poussée des voûtes.

Deuxièmement, un critère de rupture des maçonneries sera proposé. Celui-ci doit prendre en compte, d'une part, le comportement à la rupture d'une section fissurée et, d'autre part, les dispersions des valeurs de la résistance des maçonneries au sein d'une même zone. Un critère sera finalement proposé sur la contrainte normale maximum agissant sur la structure.

Troisièmement, le comportement mécanique de la voûte seule, sans les murs, sera étudié. Une première étude cinématique conduira à estimer, à partir de l'ouverture de fissures mesurée sur site, le déplacement d'appuis qu'a subit la voûte depuis sa mise en charge. C'est cette analyse qui nous permettra de certifier que seule une partie du dévers est à l'origine des fissures actuelles. Ensuite, une analyse numérique permettra de déterminer le mode de rupture de la voûte soumise à un déplacement d'appuis et de définir ainsi la marge de sécurité en termes de dévers supplémentaire autorisés.

Quatrièmement, le comportement mécanique d'un contrefort jusqu'à rupture sera présenté ainsi que sa marge de sécurité vis-à-vis de sa rupture par flexion composée.

Enfin, une synthèse des deux comportements (voûte et contreforts) sera présentée afin de déterminer le point de fonctionnement actuel, de comprendre le comportement global de l'édifice, et de conclure quant à sa stabilité.

## IV.1 DEFINITION DE LA MARGE DE SECURITE

Pour définir la notion de « marge de sécurité » de la structure 3D composée de murs et de voûtes gothiques, nous avons cherché au préalable à identifier les mécanismes de ruine possibles. Premièrement, la démarche de modélisation globale d'une travée courante de l'édifice sera présentée. Nous nous sommes interrogés sur les différentes causes pouvant entraîner la ruine de cette travée courante par effondrement des voûtes. Deux causes d'effondrement, intimement liées, ont été retenues : (1) un déplacement relatif horizontal des appuis de voûte conduisant à leur rupture et (2) la rupture des éléments porteurs, à savoir les contreforts. Nous avons analysé ces deux causes indépendamment avant de proposer une définition de la marge de sécurité de l'édifice.

### IV.1.1 MODELISATION GLOBALE D'UNE TRAVEE COURANTE DE LA BIBLIOTHEQUE

L'évaluation de la stabilité de l'édifice est introduite sur une travée courante (travée 4 en Figure IV.1-1(a)). Le mot « courant » signifie que la travée ne présente pas d'épaulement extérieur. Un schéma structurel simplifié de cette travée est présenté en Figure IV.1-1(b). Le contrefort ABC est continu et présente 3 liaisons. La liaison A représente la connexion entre la fondation du contrefort et le sol. Nous verrons que celle-ci peut être modélisée par une raideur en rotation. La liaison C représente la connexion entre la panne sablière de la charpente et la tête des contreforts. Les voûtes BDE présentent 2 liaisons au niveau de leurs appuis : les liaisons B des voûtes avec le contrefort assurées par les tas-de-charge et la liaison E entre l'appui intermédiaire et la colonne. Celle-ci peut être modélisée comme un appui glissant dans la mesure où la rigidité en flexion de la colonne est négligeable. A priori, les liaisons des voûtes entre elles sont rigides mais nous verrons que la création des fissures au niveau de la voûte nous amènera à considérer des rotules aux nœuds B, D et E. Cette travée courante étant symétrique, la structure a été simplifiée (Figure I.1-1(c)).

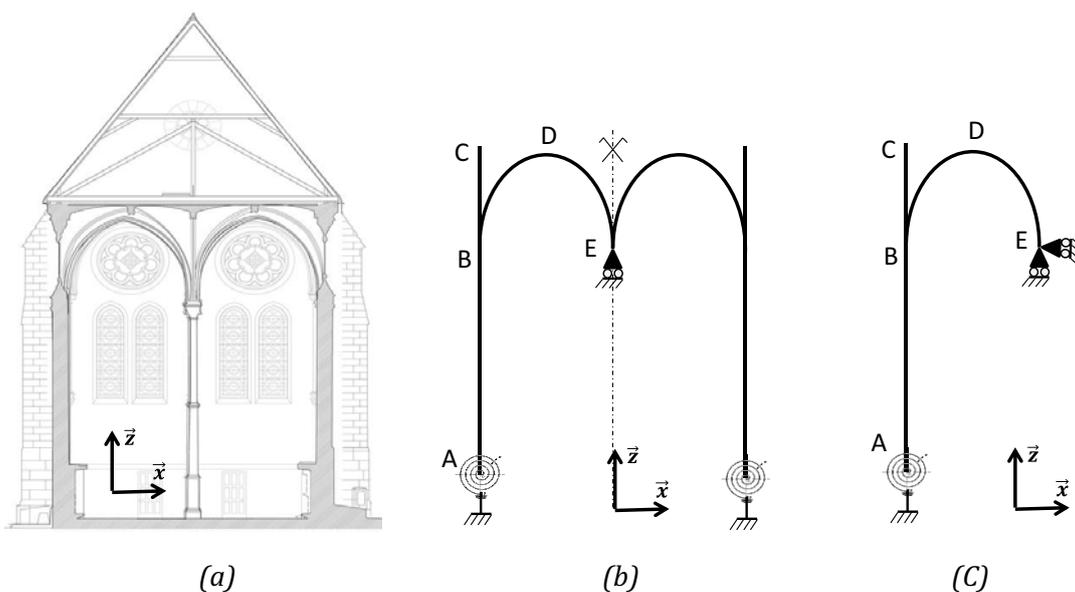


Figure IV.1-1: Schéma mécanique d'une travée courante de la bibliothèque. (a) coupe transversale réelle, (b) schéma mécanique associé, (c) prise en compte de la symétrie du problème

### IV.1.2 MECANISMES DE RUPTURE DE L'EDIFICE

Imaginons alors la phase de décintrement des voûtes (Figure IV.1-2). Cette opération délicate, consistant à enlever les cintres nécessaires à la construction des voûtes, va entraîner la mise en charge de celles-ci. Nous avons vu dans la partie « bibliographie » que la voûte exerçait sur ses appuis un effort oblique décomposé en un effort horizontal  $\vec{F}_H$  (ou poussée au vide) et un effort vertical  $\vec{F}_V$ . Dans notre cas, l'effort horizontal est nécessairement repris par le contrefort au niveau de la liaison B et se compense avec l'effort de la voûte symétrique au niveau de la liaison E. L'appui B n'étant pas rigide, un déplacement horizontal  $\delta_{Bx}$  du point B vers l'extérieur va irrémédiablement apparaître. L'écartement des appuis de voûte va induire un affaissement en clé de voûte  $\delta_{Dz}$ . La propagation de fissures au niveau des points B, D et E de la voûte va entraîner la formation de rotules.

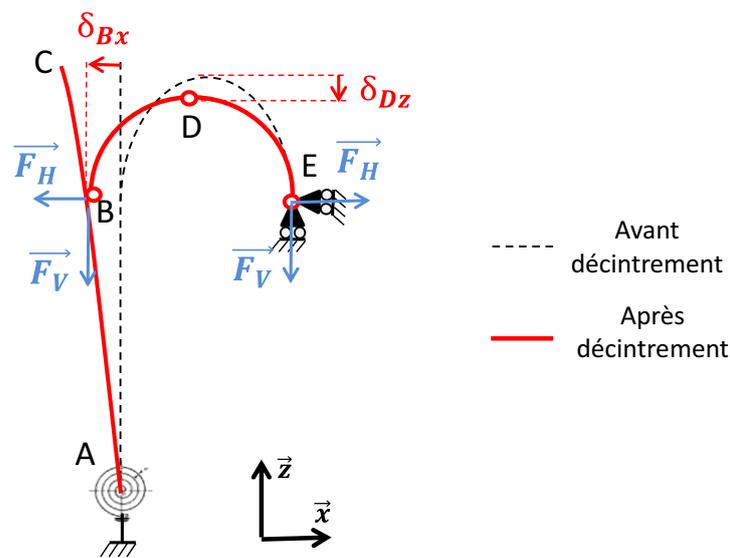


Figure IV.1-2: Mécanisme lié au décintrement de la voûte

Deux mécanismes de rupture possibles de la structure peuvent être alors mis en évidence. Le premier concerne la voûte. Celle-ci n'est soumise qu'à son poids propre. Aucune charge d'exploitation ne vient s'y ajouter. Estimer la marge de sécurité de la voûte en augmentant progressivement son poids propre jusqu'à la rupture n'a pas de sens. En revanche, l'étude de l'action d'un déplacement horizontal au niveau des appuis pourra permettre d'estimer la capacité intrinsèque de la voûte à s'adapter aux déplacements horizontaux  $\delta_{Bx}$  de ses appuis. A partir d'un déplacement critique noté  $\delta_{cri}$  qu'il conviendra d'estimer, la voûte ne trouve plus d'équilibre statique.

Le second mécanisme de rupture concerne l'élément porteur : le contrefort. La poussée au vide de la voûte va conduire, d'une part, à la flexion du contrefort et, d'autre part, à la rotation de la fondation entraînant le déplacement  $\delta_{Bx}$ . Le contrefort peut ainsi présenter un risque de d'instabilité lié au renversement du mur ou un risque de rupture lié au critère de rupture des maçonneries. Enfin, notons que les deux mécanismes de rupture associés à la voûte et au contrefort sont intimement liés. En effet, la mise en charge de la voûte implique d'une part l'apparition d'un effort horizontal qui peut être préjudiciable pour le contrefort et d'autre part l'apparition d'un déplacement horizontal, d'autant plus important que la raideur du contrefort est faible, qui peut être préjudiciable pour la voûte.

### IV.1.3 DISTINCTION DU COMPORTEMENT DE LA VOÛTE ET DE CELUI DU CONTREFORT

Pour résoudre ce problème, la méthode proposée consiste à étudier indépendamment le comportement de la voûte et le comportement du contrefort. Etudions dans un premier temps le cas de la voûte. On imagine le cas de chargement composé des deux étapes suivantes : (1) application progressive du poids propre de la voûte jusqu'à son poids réel, l'appui B étant bloqué ( $\delta_{Bx} = 0$ ), (2) application progressive du déplacement horizontal de l'appui B  $\delta_{Bx}$  vers l'extérieur en maintenant le poids propre constant. Nous verrons dans l'étude approfondie de la voûte que la loi reliant la poussée au vide  $\vec{F}_H$  avec le déplacement horizontal imposé  $\delta_{Bx}$  présente l'allure représentée en Figure IV.1-3. Lors de la phase (1) correspondant à l'application progressive du poids propre, la poussée au vide augmente nécessairement tandis que le déplacement horizontal reste nul en raison du blocage de l'appui. Dans cette phase, si le chargement volumique reste faible, aucune fissuration n'apparaît. Ensuite, l'application de la phase (2) avec déplacement imposé crée une diminution de l'effort. Cette phase correspond à l'ouverture des fissures produisant des rotules plastiques en B, D et E. Enfin, il est observé une phase relativement stable jusqu'à un déplacement critique  $\delta_{cri}$  au-delà duquel l'effondrement de la voûte est atteint. Nous verrons comment estimer ce déplacement critique.

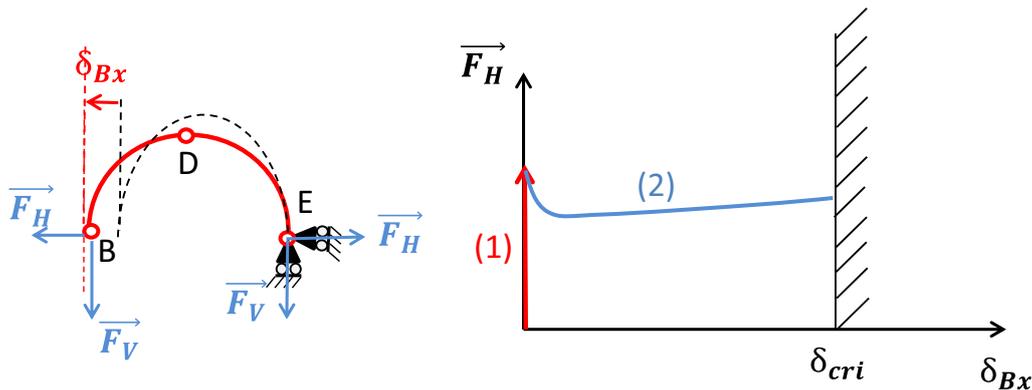


Figure IV.1-3: Loi de comportement de la voûte seule

Parallèlement, il convient d'étudier le comportement du contrefort seul vis-à-vis de la sollicitation horizontale qu'exerce la voûte sur celui-ci. Dans un premier temps, une mise en charge du contrefort est appliquée. Elle correspond à l'application de son poids propre et l'application de l'effort généré par la charpente sur le nœud C. Dans un deuxième temps, un effort horizontal est appliqué au niveau de la liaison B, et ce jusqu'à rupture. Notons que pour le moment, nous ne savons pas comment la rupture du contrefort peut se produire, mais 3 cas de figure peuvent être imaginés : (a) effondrement par instabilité, (b) rupture en flexion composée en pieds du mur, (c) rupture du sol sous la fondation. Quelque-soit le mode de rupture, nous obtiendrons une courbe de comportement force-déplacement d'une allure équivalente à celle présentée sur la Figure IV.1-4. Il est constaté, nous le verrons, premièrement une phase élastique puis deuxièmement une baisse de rigidité jusqu'à l'effort critique  $F_{cri}$  conduisant à la ruine du contrefort. Contrairement à la voûte où l'on introduit un déplacement critique, ici c'est plutôt l'effort critique qui va prévaloir sur la stabilité du système.

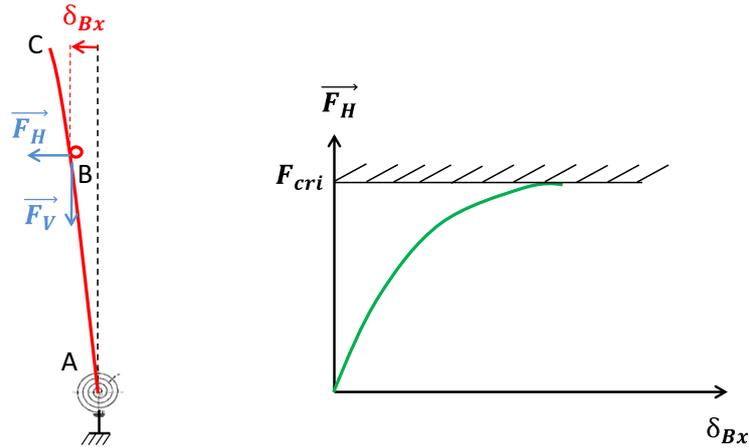


Figure IV.1-4: Loi de comportement du contrefort seul

#### IV.1.4 MARGE DE SECURITE VIS-A-VIS DE LA RUINE DE LA STRUCTURE

En réalité, les comportements de la voûte et du contrefort sont intimement liés. En effet, la continuité des déplacements du nœud B implique que le déplacement horizontal en B du contrefort est nécessairement égal au déplacement horizontal du pied de voûte. De plus, l'équilibre du nœud B implique l'égalité des efforts selon le principe d'action réaction. Ainsi l'effort appliqué par la voûte sur le contrefort est nécessairement l'opposé de l'effort du contrefort sur la voûte. Notons que la création de la roture plastique par fissuration conduit à négliger le moment transmis par cette liaison.

Ainsi, le système étudié, s'il est stable, admet un point unique de fonctionnement  $P_f$  correspondant à l'intersection des deux courbes de comportement. On voit alors apparaître trois possibilités (Figure IV.1-5). Le premier cas est celui correspondant à la stabilité du système. Un point de fonctionnement  $P_f$  existe. Celui-ci est défini par le couple effort horizontal de fonctionnement  $F_{H,f}$ , et déplacement horizontal de fonctionnement  $\delta_f$ . Dans ce cas de figure, le contrefort est suffisamment rigide pour éviter l'atteinte du déplacement critique  $\delta_{crit}$  et la poussée au vide  $F_{H,f}$  de la voûte est suffisamment faible vis-à-vis de l'effort critique  $F_{crit}$ .

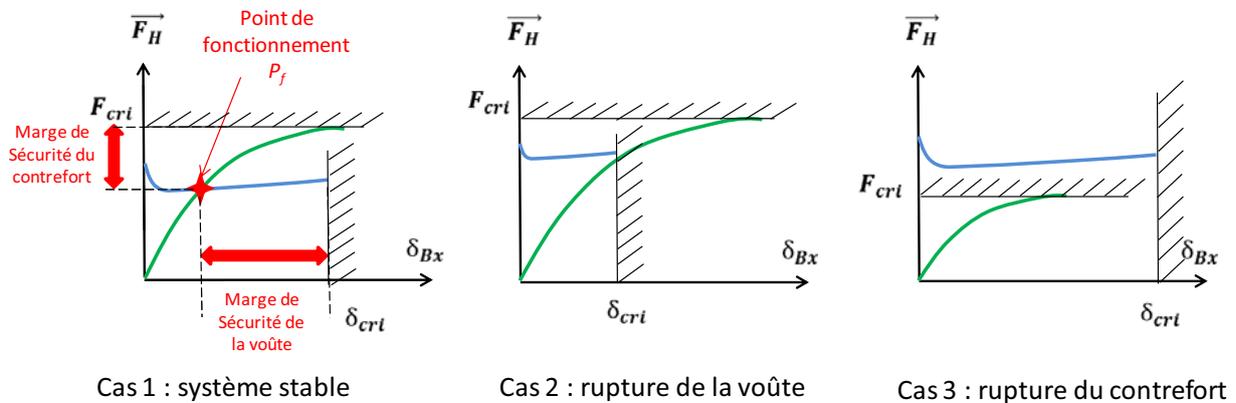


Figure IV.1-5: Cas de figures possibles vis-à-vis de la stabilité du système.

Le deuxième cas de figure correspond à la rupture de la voûte par dépassement du critère de déplacement en pied de voûte. Dans ce cas, le contrefort, bien qu'il puisse résister à l'effort de

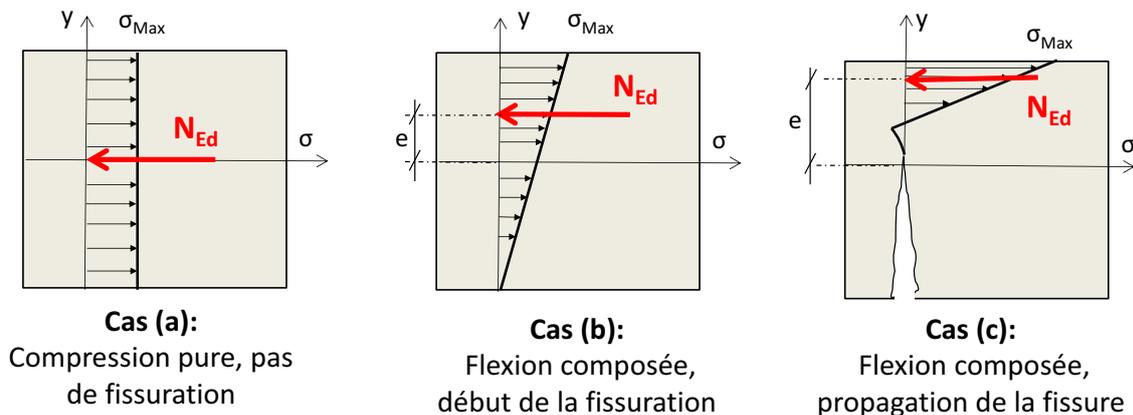
poussée de la voûte ne présente pas de rigidité suffisante vis-à-vis du déplacement horizontal de l'appui de voûte. Enfin le dernier cas de rupture peut survenir par atteinte de l'effort critique conduisant au renversement du mur (cas 3).

Cette méthode présente un intérêt majeur en termes de dimensionnement de solution de confortation de l'édifice. Nous verrons qu'elle permet d'estimer la raideur minimale des tirants à mettre en place pour éviter de façon certaine un déplacement excessif des pieds de voûte.

Afin d'estimer ces marges de sécurité, il apparaît indispensable de calculer l'effort critique et le déplacement critique. Pour quantifier ces valeurs, il est nécessaire de mettre en place un critère de rupture des maçonneries prenant en compte d'une part les différents types de sollicitations dans une section et d'autre part le caractère aléatoire de la résistance des maçonneries dans chaque zone. Les limites critiques de déplacement  $\delta_{cri}$  et de force  $F_{cri}$  seront issues des limites probabilistes en contraintes à l'échelle microscopique. La méthode consiste par conséquent à étudier séparément la rupture de la voûte et du contrefort par une approche multi-échelle intégrant une approche probabiliste. Le chapitre suivant s'attache à définir le critère de rupture des maçonneries.

## IV.2 CRITERE DE RUPTURE DES MAÇONNERIES

Nous avons vu dans la partie bibliographique que les voûtes soumises à un chargement supplémentaire en déplacement vont se fissurer au droit des sections les plus sollicitées (flexion composée). La Figure IV.2-1 décrit ce phénomène. Trois cas sont présentés. Dans le cas de la compression pure (a), un effort normal centré agit sur la section. Ce cas de chargement induit un état de contrainte quasi uniforme. Les cas (b) et (c) correspondent à la flexion composée, sans ou avec traction.



*Figure IV.2-1: Profil des contraintes normales agissantes selon différent cas de chargement de la section*

Imposer un déplacement d'appui entraîne l'apparition d'un moment de flexion. Pour un chargement suffisamment important, certaines sections présenteront un état de contrainte normal nul en fibre extrême (b). Dans le domaine élastique, ce cas survient lorsque l'excentricité  $e$  du point d'application de l'effort normal est égale à  $1/6$  de la hauteur totale de la section. Pour une excentricité supérieure, une fissure apparaît (c). Lorsque la fissure se propage, le moment résistant diminue ce qui entraîne progressivement la création d'une rotule

plastique. Le système à l'échelle de la structure devient quasiment isostatique. L'effort normal qui doit être repris par la section reste constant. Ainsi, au fur et à mesure que l'aire comprimée de la section diminue, le diagramme de contrainte voit sa contrainte agissante maximale  $\sigma_{Max}$  en fibre extrême augmenter jusqu'à une valeur ultime conduisant à l'éclatement du bloc et à l'effondrement de la voûte ou du renfort.

Enfin, notons que le calcul à l'échelle de la structure avec l'utilisation du modèle d'endommagement permet de prendre en compte la redistribution des contraintes au niveau des sections fissurées et ainsi de déterminer la contrainte maximale agissante en fibre extrême. La question que l'on est amené à se poser est de savoir à partir de quelle contrainte maximale agissante la rupture survient. Il est nécessaire pour cela de comparer cette contrainte agissante maximale à une contrainte résistante (ou ultime). L'objet du présent chapitre est donc la définition du critère de rupture de la maçonnerie.

### IV.2.1 ELABORATION DU CRITERE DE RUPTURE

Nous avons déterminé dans la partie III de ce manuscrit les résistances en compression des maçonneries  $R_{C,H}$  en distinguant les zones maçonnées. Cependant, cette estimation, découle de la simulation numérique d'un muret de maçonnerie soumis à un chargement centré et donc sollicité en compression pure. Elle n'est pas valable dans les sections dont le comportement est dominé par la flexion, et ce pour deux raisons.

La première raison tient au fait que la résistance à la compression du matériau maçonnerie est liée au confinement du mortier. Dans le cas d'un chargement centré, le confinement du mortier est uniforme sur toute la section. Mais, en flexion composée, la répartition de la contrainte n'est pas uniforme. Elle suit la loi contrainte-déformation correspondant au modèle choisi (quasi linéaire pour de faibles compressions).

La seconde est liée au phénomène de fissuration. Nous avons vu que les fissures se propagent à l'interface pierre-mortier. C'est donc au droit de cette interface que la contrainte normale agissante augmente à mesure que la fissure se propage. La rupture en compression d'une section va alors intervenir sur une hauteur réduite de mortier.

Ainsi, dans une section sollicitée en flexion composée jusqu'à rupture, on assiste à la fois à la diminution de la hauteur confinée de mortier et à la variation non uniforme des contraintes sur ce mortier confiné. Notre recherche a démontré que ces deux phénomènes couplés diminuent l'effet de confinement du mortier et donc la résistance homogénéisée de la maçonnerie. La résistance homogénéisée déterminée en compression n'est par conséquent qu'une approximation du comportement réel, d'autant plus réaliste que l'effort dans la maçonnerie est centré, et d'autant plus approximative que l'effort est excentré.

Dans une structure maçonnée, les sections peuvent travailler en compression simple ou en compression excentrée. Pour adapter notre modèle à tout type de sollicitation sans avoir besoin de ré-homogénéiser constamment le comportement, nous pourrions procéder par analyse multi-échelle en faisant appel à un module d'homogénéisation dans les zones critiques par exemple). Néanmoins, cela serait relativement complexe à mettre en œuvre. Nous proposons donc une approche plus adaptée à l'ingénierie, consistant à définir la contrainte maximale de compression à ne pas dépasser à l'aide d'une approximation, qui tient compte de la modification de la contrainte à rupture dans les zones où l'effort est fortement excentré, cette approximation a l'expression suivant :

$$\sigma_{Max} < \chi^d \frac{R_{c,H}}{\gamma_m} \quad (IV.2-1)$$

Dans cette expression,  $R_{c,H}$  représente la résistance de compression de la maçonnerie homogénéisée sous chargement centré. Le paramètre  $\chi^d$  est un coefficient de fonctionnement qui prend en compte la diminution de la résistance homogénéisée de la section sous chargement de flexion composée. Il est issu d'une série d'homogénéisations en conditions de force excentrée, réalisée antérieurement au calcul de l'ouvrage, comme nous le verrons dans le prochain paragraphe. Enfin,  $\gamma_m$  est le coefficient partiel de sécurité. Ce dernier permet de considérer la dispersion de résistance des maçonneries. Nous allons expliquer dans ce qui suit comment obtenir ces variables et paramètres.

## IV.2.2 DETERMINATION DE $\chi^d$

### IV.2.2.1 Mécanisme de ruine d'une interface en flexion composée

Une étude numérique à l'échelle d'une section d'une nervure d'ogive a été réalisée afin de déterminer l'état de contrainte au moment de la ruine de la voûte, en flexion composée. Le calcul non linéaire a été réalisé par la méthode des éléments finis au moyen du code Cast3m.

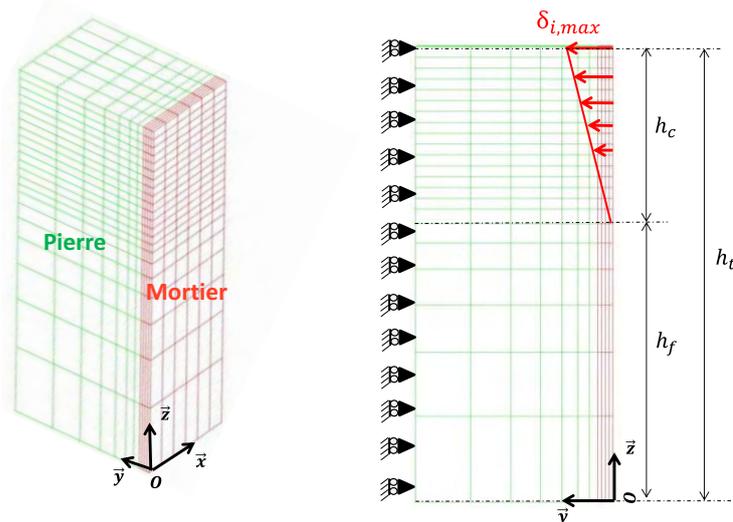


Figure IV.2-2: Maillage et conditions aux limites

Le maillage et les conditions aux limites sont présentés Figure IV.2-2. Dans la largeur de la nervure (direction x), un plan de symétrie (0,y,z) a été considéré afin de ne mailler que la moitié du système. Un plan de symétrie est également considéré à mi épaisseur du bloc (direction y). Ainsi, les déplacements sont bloqués sur ce plan dans la direction y. Enfin, la moitié de l'épaisseur de mortier est considérée. Sur la zone inférieure de hauteur  $h_f$ , aucun chargement n'est appliqué de manière à simuler la présence d'une fissure. Sur la zone supérieure de hauteur  $h_c$ , un déplacement triangulaire dans la direction y est imposé pour simuler un état de flexion composée. Cette hauteur  $h_c$  est une variable du problème (elle peut varier de 0 à  $h_t$  dans le cadre d'une étude paramétrique). La valeur maximum du déplacement en fibre supérieure est notée  $\delta_{i,max}$ . Pour chaque valeur possible de  $h_c$ , le déplacement est imposé progressivement jusqu'à rupture de l'échantillon. Trois cas de chargement (a), (b) et (c) présentés dans le paragraphe précédent sont étudiés. Le premier consiste à imposer un déplacement uniforme sur

la hauteur totale de la section afin de simuler le comportement de la section en compression simple. Le deuxième consiste à imposer un déplacement de forme triangulaire, également sur la hauteur totale de la section. Enfin, le troisième cas consiste à imposer le déplacement triangulaire sur le tiers supérieur de la section, c'est-à-dire pour une hauteur comprimée  $h_c = \frac{1}{3} h_t$ .

La Figure IV.2-3( $\alpha$ ) indique le comportement global de l'échantillon en distinguant les trois cas de chargement. La contrainte moyenne présentée en abscisse représente l'effort normal appliqué divisé par la section réduite de hauteur  $h_c$ . Le cas (a), correspondant à la compression simple, présente une allure équivalente à celle obtenue lors de l'homogénéisation non linéaire en compression centrée de la nervure d'ogive. La contrainte moyenne est d'environ 16 MPa et correspond à la contrainte de résistance à la compression  $R_{c,H}$  de la nervure d'ogive sous compression simple établie dans le chapitre relatif à l'homogénéisation des maçonneries. Nous avons alors remarqué que cette contrainte de rupture homogénéisée était proche de la résistance à la compression de la pierre. Le profil des contraintes normales dans ce cas de chargement indique que la contrainte de compression atteinte à la rupture a une valeur quasi-uniforme de 16 MPa en partie centrale (Figure IV.2-3( $\beta$ )). La chute de contrainte au niveau des fibres extrémales de la section est due à la présence de la bande périphérique d'endommagement du mortier liée au confinement moins important du joint sur le pourtour de la section.

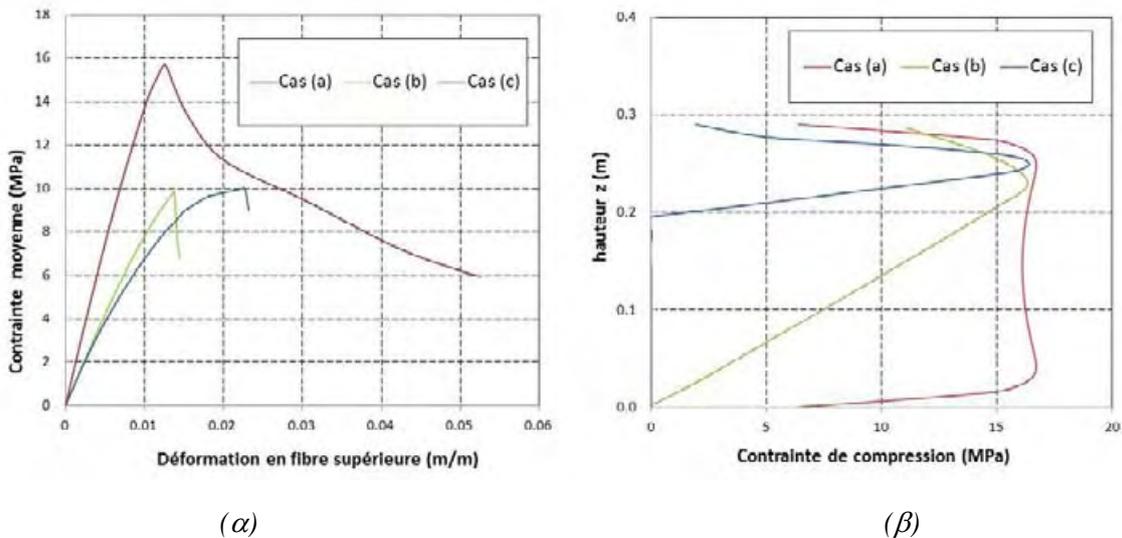


Figure IV.2-3: ( $\alpha$ ) Courbe contrainte moyenne-déformation en fibre supérieure, ( $\beta$ ) Profil de contrainte normale dans la hauteur de la section au moment de la rupture

Le cas (b) correspond au cas de flexion composée avec une section entièrement comprimée. Il est observé ici une résistance moyenne plus faible de 10 MPa. Le profil de contrainte dans la hauteur de la section lors de la rupture de l'échantillon varie linéairement jusqu'à atteindre une contrainte maximale de 16 MPa au niveau de l'abscisse  $z=0.24$ m. La rupture est atteinte dans ce cas par franchissement du critère de compression au niveau de la pierre à cette abscisse.

Enfin, le cas (c) qui simule un chargement de flexion composé au sein d'une section fissurée jusqu'au  $\frac{2}{3}$  de la hauteur, laisse apparaître une contrainte moyenne de compression d'environ 10 MPa. Ici, encore, le profil de contrainte normale associé à la rupture de l'échantillon atteint un

pic correspondant à la résistance mécanique de la pierre. Notons que ce diagramme de contrainte présente une symétrie et peut être approché par un diagramme triangulaire isocèle.

On peut donc conclure que la contrainte résistante homogénéisée  $R_{c,H}$  évaluée en compression simple est surestimée de 60% par rapport à la contrainte moyenne de la zone comprimée en flexion composée. Ceci ne va pas dans le sens de la sécurité. En effet le maillage de la voûte ne sera jamais aussi fin que celui utilisé ici pour analyser la rupture en flexion composée ; la perte de résistance en compression de la zone comprimée par déconfinement du joint coté comprimé, en particulier, ne sera pas perçue par le maillage grossier ; il conviendra par conséquent de traiter avec attention la contrainte maximale de compression en section fissurée, en la comparant, non pas à la compression homogénéisée de la maçonnerie, mais à la contrainte réduite calculée ci-dessus, qui elle considère le déconfinement du joint coté comprimé lorsque la hauteur comprimée devient très faible.

Par ailleurs, la rupture de la section survient par atteinte du critère de compression de la pierre calcaire. Cette information est vérifiée par le tracé des taux de compression  $\tau_c$  à la rupture pour chaque type de sollicitation (Figure IV.2-4). La variable scalaire  $\tau_c$  représente un indicateur de degrés de chargement en compression-cisaillement. Ce taux est défini par l'équation (III.2-4).

Si  $\tau_c = 0$  le chargement en compression cisaillement est nul.

Si  $\tau_c = 1$  La valeur du critère de Drucker, correspondant au pic de la loi de comportement, est atteinte et la rupture en compression de l'élément survient. Cette variable a été ajoutée au modèle LMDC pour permettre une visualisation directe du taux de compression cisaillement en chaque point du maillage, comme illustré sur la figure suivante (Figure IV.2-4).

$$\tau_c = \frac{\left( \sqrt{\frac{\tilde{\sigma}_{ij}^d \cdot \tilde{\sigma}_{ij}^d}{2}} + \delta \frac{Tr(\tilde{\sigma}_{ii})}{3} \right)}{R_c \left( \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{\delta}{3} \right)} \quad (IV.2-2)$$

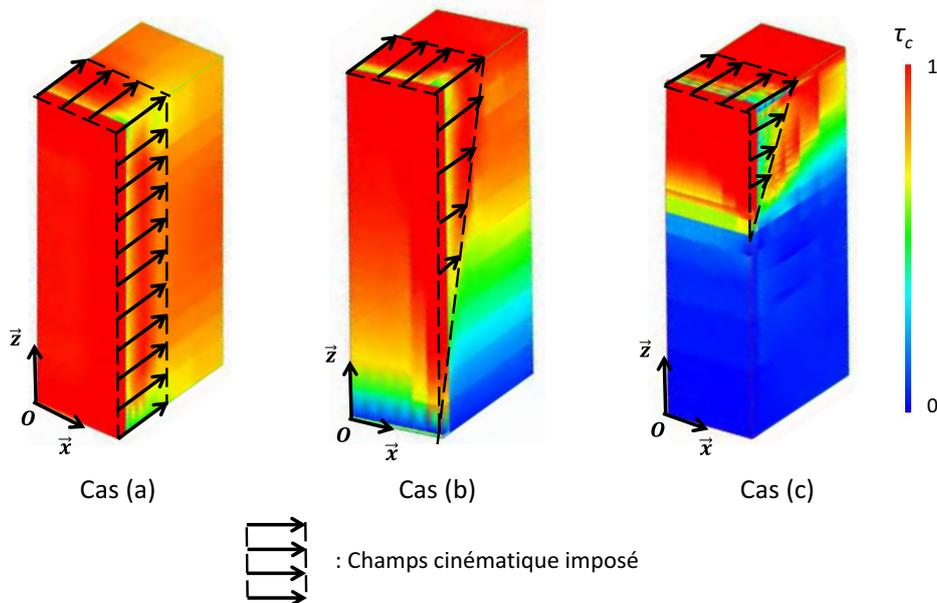


Figure IV.2-4: Taux de compression-cisaillement à la rupture dans les trois cas de chargement

Ainsi, dans les trois types de sollicitations (a) (b) (c), la rupture découle de l'éclatement des blocs calcaires en compression. En fonction du chargement appliqué, l'éclatement du bloc survient sur la hauteur totale du bloc (cas (a)) ou seulement au niveau de la hauteur comprimée (cas (c)).

De plus, dans les trois cas de chargement, on voit apparaître une fissuration de traction parallèle à la direction de chargement dans la pierre attestant l'éclatement des blocs calcaires en compression (Figure IV.2-5).

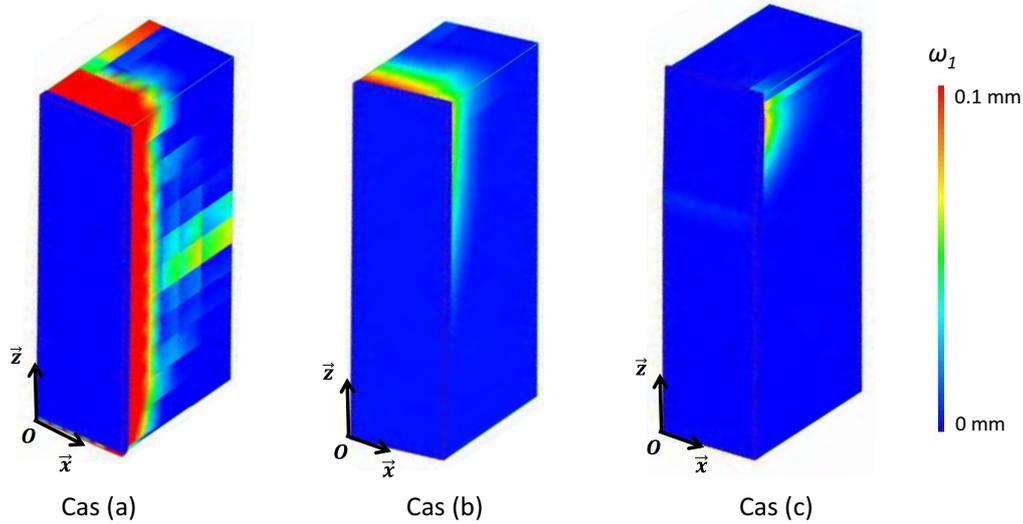


Figure IV.2-5: Profil de fissuration à la rupture pour les trois cas de chargement

Enfin, le tracé des endommagements de compression au moment de la rupture met en évidence les bandes périphériques de plastification du mortier. Dans le cas de la compression centrée (a), la bande est périphérique. Pour une excentricité non nulle, la bande périphérique se localise en partie supérieure de l'échantillon. Le mortier ne fait alors plus l'objet d'un endommagement homogène et uniforme ce qui explique en partie la diminution de la résistance moyenne de la section réduite et le diagramme de contrainte à rupture en forme de triangle isocèle.

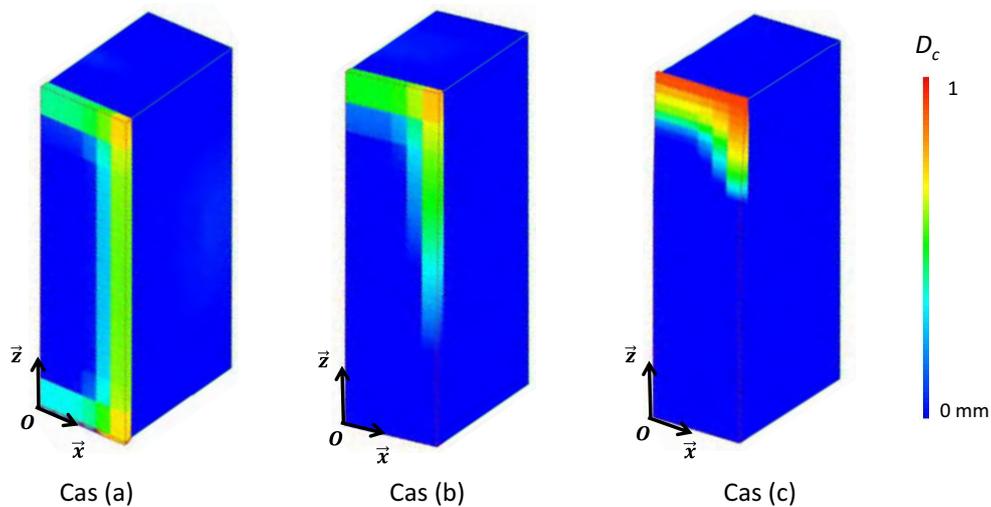


Figure IV.2-6: Endommagement de compression cisaillement dans le mortier à la rupture pour les trois cas de chargement

Nous allons voir dans ce qui suit comment prendre en compte la diminution de résistance moyenne de la section due au déconfinement du joint lorsque la zone comprimée résiduelle est étroite, cela consistera à utiliser le coefficient  $\chi^d$  permettant de faire le lien entre l'analyse structurelle et l'analyse plus fine que nous venons de voir. Ce critère devra également prendre en compte la dispersion de résistance de la maçonnerie au niveau de chaque zone. Nous allons donc voir dans le chapitre suivant comment quantifier cette dispersion.

### IV.2.2.2 $\chi^d$ en compression simple

La Figure IV.2-7 présente les profils simplifiés des contraintes agissantes et résistantes d'une section maçonnée en compression simple. Le diagramme des contraintes agissantes est obtenu par la simulation numérique à l'échelle structurelle. Le diagramme simplifié de contraintes résistantes a été déterminé lors de l'analyse mésoscopique présentée dans le chapitre IV.2.2.1. En compression simple, mis à part les phénomènes de bord lié à la bande périphérique d'endommagement du mortier, le profil de contrainte à la rupture à l'échelle mésoscopique est relativement uniforme, et d'une valeur proche de la résistance homogénéisée centrée  $R_{c,H}$ . On considère alors par simplification un diagramme de contrainte rectangulaire sur toute la hauteur et de valeur  $R_{c,H}$ . Dans ce type de sollicitation, le critère de rupture sur la contrainte maximum agissante de calcul (équation (IV.2-4)) est obtenu simplement à partir de l'inéquation (IV.2-3) qui stipule que l'effort normal agissant doit toujours être inférieur à l'effort normal résistant.

$$N_{Ed} < N_{Rd} \quad (IV.2-3)$$

$$\text{En compression simple : } \sigma_{Max} < R_{c,H} \quad (IV.2-4)$$

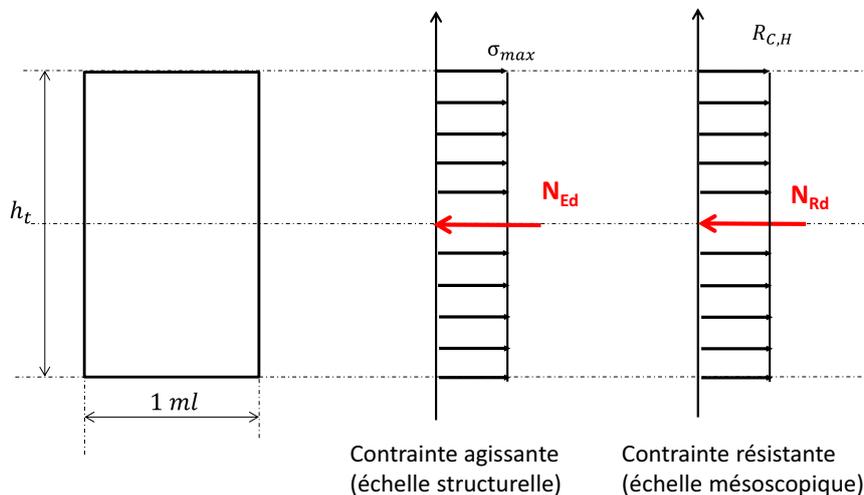


Figure IV.2-7: Profils simplifiés des contraintes normales agissantes et résistantes dans une section de maçonnerie sous chargement de compression simple

### IV.2.2.3 $\chi^d$ en flexion composée

La modélisation à l'échelle mésoscopique du comportement du joint de mortier en flexion composée a mis en évidence un phénomène d'éclatement des angles des blocs calcaires induit par la perte de confinement du mortier des joints qui ne joue plus un rôle négligeable dans la

résistance de la section, mais conduit, comme nous l'avons vu à décharger le bord externe (coté comprimé). Deux conséquences directes découlent de cette observation : (1) la résistance moyenne de la section est plus faible que la résistance obtenue dans le cas d'un chargement de compression simple, (2) le profil de contrainte à la rupture dans la section réduite peut être approché par un diagramme triangulaire isocèle à partir d'une certaine ouverture de fissure. La contrainte normale maximale constatée sur le profil de contrainte microscopique à rupture reste égal à la contrainte à la contrainte de rupture de la maçonnerie en compression simple  $R_{c,H}$ , mais la chute de résistance sur le bord comprimé induit une baisse de résistance moyenne (zone fissurée en rouge sur la figure). A partir de ces observations, il est possible d'établir un critère de vérification de la maçonnerie en flexion composée.

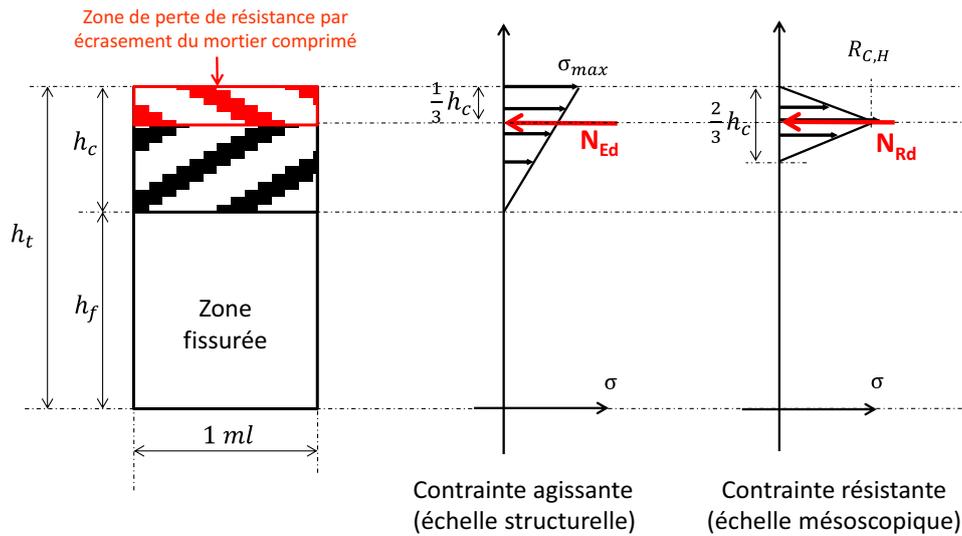


Figure IV.2-8: Profils simplifiés des contraintes normales agissantes et résistantes dans une section fissurée

Le diagramme des contraintes macroscopique agissantes au niveau de la section fissurée présente une allure triangulaire sur la hauteur comprimée  $h_c$  avec une contrainte maximale de calcul  $\sigma_{Max}$  en fibre extrême (Figure IV.2-8). Il est possible de relier l'effort normal linéique à la contrainte maximal de calcul selon l'équation (IV.2-5).

$$N_{Ed} = \frac{1}{2} \sigma_{Max} h_c \quad (IV.2-5)$$

Nous avons vu par ailleurs qu'à partir d'une certaine ouverture de fissure, le diagramme des contraintes normales résistantes de compression dans l'analyse mésoscopique devenait symétrique et peut être représenté sous la forme indiquée à la Figure IV.2-8. Ce diagramme est centré sur l'axe passant par l'effort normal agissant de manière à trouver une équivalence des moments fléchissant agissants et résistants entre l'approche mésoscopique et l'approche macroscopique. Ici, l'effort normal linéique peut être relié à la résistance de compression centrée homogénéisée  $R_{c,H}$  (équation (IV.2-6)).

$$N_{Rd} = \frac{1}{2} R_{c,H} * \frac{2}{3} h_c \quad (IV.2-6)$$

Ainsi la vérification de l'effort normal dans le cas d'un chargement de flexion composée conduit à une condition sur la contrainte normale de compression macroscopique maximale issue de l'analyse à l'échelle de la structure.

$$\text{En flexion composée : } \sigma_{Max} < \frac{2}{3} R_{c,H} \quad (\text{IV.2-7})$$

En conclusion, afin de distinguer le cas de chargement de compression simple au cas de chargement de flexion composé, il est introduit un coefficient de « fonctionnement » noté  $\chi^d$ . Dans le cas de la compression simple,  $\chi^d = 1$ , et dans le cas de la flexion composée,  $\chi^d = 2/3$ . Le passage de l'un à l'autre s'opère progressivement lorsque l'effort se rapproche du bord du tiers central de la section, pour atteindre la valeur de 2/3 dès que l'effort quitte le tiers central. Cette approximation est sécuritaire, dans la mesure où la valeur de 2/3 a été constatée lors de l'analyse mésoscopique pour de forts excentremets.

### IV.2.3 DETERMINATION DU COEFFICIENT PARTIEL DE SECURITE $\gamma_m$

La résistance de la maçonnerie  $R_{c,H}$  obtenue pour chaque zone maçonnée lors de la procédure d'homogénéisation est une valeur déterministe. Dans le but de réaliser une vérification selon les normes réglementaires européennes (Eurocode 0), il est nécessaire de considérer un coefficient partiel de sécurité  $\gamma_m$  tenant compte de la dispersion des mesures et des erreurs induites lors des procédures d'obtention de cette valeur caractéristique. Le coefficient  $\gamma_m$  permet de considérer la résistance de calcul  $R_{Ed}$  (équation (IV.2-3)). Ce chapitre se propose de présenter la méthode probabiliste conduisant à la détermination de ce coefficient.

$$R_{Ed} = \frac{R_{c,H}}{\gamma_m} \quad (\text{IV.2-8})$$

Pour estimer le coefficient partiel, il est nécessaire de déterminer l'écart type et la moyenne de la variable aléatoire  $R_{c,H}^a$  (équation (IV.2-9)), où  $R_{c,H}^a$  est la variable aléatoire de la résistance à la compression de la maçonnerie.

$$R_{c,H}^a = R_{c,H} * Err_{V_P} * Err_{R_C} \quad (\text{IV.2-9})$$

La moyenne de cette variable  $R_{c,H}$  n'est autre que la valeur déterministe obtenue lors de la procédure d'homogénéisation. Il a été remarqué que du fait du confinement du mortier, la résistance homogénéisée de la maçonnerie est fortement dépendante de la résistance de la pierre calcaire. Celle-ci est obtenue à partir de la mesure de la vitesse de propagation d'ondes ultrasonores puis de courbes de corrélations. Cette procédure induit une source d'erreur dans l'estimation de la résistance de la pierre calcaire. On introduit ainsi une erreur notée  $Err_{V_P}$  qui est une variable aléatoire caractérisant l'erreur induite par cette fonction de corrélation. Ensuite, la variable aléatoire  $Err_{R_C}$  permet de prendre en compte la dispersion de résistance à la compression des blocs calcaires d'une même zone. Du fait de la forte dépendance entre résistance à la compression de la pierre calcaire et résistance à la compression de la maçonnerie homogénéisée, il est émis l'hypothèse que ces deux sources d'erreur, propres à la pierre calcaire, peuvent s'appliquer directement sur la résistance homogénéisée de la maçonnerie.

Pour résoudre le problème, les variables aléatoires  $R_{c,H}^a$ ,  $Err_{V_P}$  et  $Err_{R_C}$  sont considérées comme suivant des lois log-normales (équation (IV.2-10)). Rappelons qu'une variable aléatoire  $X$

*Partie IV Analyse structurelle*  
*IV.2 Critère de rupture des maçonneries*

suit une loi log-normale (noté :  $X \sim \log -N(\mu, \sigma^2)$ ) si et seulement si le logarithme népérien de cette variable suit une loi normale d'espérance  $\mu$  et d'écart type  $\sigma$  (noté :  $\ln(X) \sim N(\mu, \sigma^2)$ ).

$$\begin{aligned} R_{c,H}^a &\sim \log -N(\mu, \sigma^2) &\Leftrightarrow & \ln(R_{c,H}^a) \sim N(\mu, \sigma^2) \\ Err_{V_p} &\sim \log -N(\mu_{V_p}, \sigma_{V_p}^2) &\Leftrightarrow & \ln(Err_{V_p}) \sim N(\mu_{V_p}, \sigma_{V_p}^2) \\ Err_{R_C} &\sim \log -N(\mu_{R_C}, \sigma_{R_C}^2) &\Leftrightarrow & \ln(Err_{R_C}) \sim N(\mu_{R_C}, \sigma_{R_C}^2) \end{aligned} \quad (IV.2-10)$$

Les données d'entrée sont indiquées en équation (IV.2-11)). Les espérances des variables aléatoires  $E(Err_{V_p})$  et  $E(Err_{R_C})$  sont toutes deux égales à 1 de manière à ce que l'espérance de la variable aléatoire  $R_{c,H}^a$  soit égale à la valeur déterministe  $R_{c,H}$ . La variance  $VAR(Err_{V_p})$  est calculée à partir du coefficient de variation entre la valeur réelle de la résistance à la compression et la valeur obtenue à partir de la courbe de corrélation, soit  $CV_{V_p} = 0.34$  (Tableau III.2-2). Enfin, la variance  $VAR(Err_{R_C})$  caractérisant la dispersion intrinsèque de la résistance des blocs d'une même zone est calculée à partir des coefficients de variation obtenus lors de la campagne de mesure de vitesse du son menée *in situ* sur chaque zone distincte (Tableau II.4-8). Ici, il est considéré que la dispersion des mesures des vitesses du son, pour chaque zone, est équivalente à la dispersion des résistances de compression des blocs calcaires sur chaque zone considérée. Cette dispersion étant différente pour chaque zone, le coefficient partiel de sécurité le sera également. Il sera d'autant plus grand que la dispersion des résistances entre les blocs est grande.

$$\begin{aligned} E(Err_{V_p}) &= E(Err_{R_C}) = 1 \\ VAR(Err_{V_p}) &= CV_{V_p}^2 \\ VAR(Err_{R_C}) &= CV_{R_C}^2 \end{aligned} \quad (IV.2-11)$$

Vitesse du son $V_p$	Niveau de soubassement	Niveau supérieur	Colonne	Voûtains	Ogive	Arcs de tête
Nombre	13	9	4	4	3	3
Moyenne (m/s)	2966	2313	4568	2774	2722	3076
$CV_{R_C}$ (%)	25%	29%	0.7%	9%	7%	8%

*Tableau IV.2-1 : Coefficient de variation caractérisant la dispersion de résistance des pierres calcaire par zone*

Afin de calculer la valeur de calcul  $R_{Ed}$ , il est nécessaire de déterminer l'espérance  $E(R_{c,H}^a)$  et la variance  $VAR(R_{c,H}^a)$  de la variable aléatoire  $R_{c,H}^a$ . On sait que  $R_{c,H}^a \sim \log -N(\mu, \sigma^2)$ . Les propriétés de la loi log-normale permettent de démontrer que :

$$\begin{aligned} E(R_{c,H}^a) &= e^{\left(\mu + \frac{\sigma^2}{2}\right)} \\ VAR(R_{c,H}^a) &= (e^{\sigma^2} - 1)e^{(2\mu + \sigma^2)} \end{aligned} \quad (IV.2-12)$$

Il est donc nécessaire de déterminer les paramètres  $\mu$  et  $\sigma^2$  de la loi log-normale de  $R_{c,H}^a$ .

### Détermination de $\mu$

En prenant le logarithme népérien de la variable aléatoire  $R_{c,H}^a$  de l'équation (IV.2-9), il vient :

$$\ln(R_{c,H}^a) = \ln(R_{c,H}) + \ln(Err_{V_P}) + \ln(Err_{R_C}) \quad (IV.2-13)$$

L'espérance d'une somme est la somme des espérances donc à partir de l'équation (IV.2-13)) :

$$E(\ln(R_{c,H}^a)) = E(\ln(R_{c,H})) + E(\ln(Err_{V_P})) + E(\ln(Err_{R_C})) \quad (IV.2-14)$$

D'où :

$$\mu = \ln(R_{c,H}) + \mu_{V_P} + \mu_{R_C} \quad (IV.2-15)$$

Or  $Err_{V_P}$  et  $Err_{R_C}$  suivent des lois log-normales donc d'après les propriétés de la loi log normale, on sait que :

$$\begin{aligned} \mu_{V_P} &= \ln(E(Err_{V_P})) - \frac{1}{2} \ln\left(1 + \frac{VAR(Err_{V_P})}{E(Err_{V_P})^2}\right) \\ \mu_{R_C} &= \ln(E(Err_{R_C})) - \frac{1}{2} \ln\left(1 + \frac{VAR(Err_{R_C})}{E(Err_{R_C})^2}\right) \end{aligned} \quad (IV.2-16)$$

L'espérance  $\mu$  de la loi log-normal de  $R_{c,H}^a$  est donc déterminée.

### Détermination de $\sigma^2$

On considère que les variables aléatoires  $\ln(Err_{V_P})$  et  $\ln(Err_{R_C})$  sont indépendantes ce qui implique que  $COV(\ln(Err_{V_P}), \ln(Err_{R_C})) = 0$ . Ainsi, on peut dire que la variance d'une somme est la somme des variances ce qui donne à partir de l'équation (IV.2-13)) :

$$VAR(\ln(R_{c,H}^a)) = VAR(\ln(Err_{V_P})) + VAR(\ln(Err_{R_C})) \quad (IV.2-17)$$

D'où :

$$\sigma^2 = \sigma_{V_P}^2 + \sigma_{R_C}^2 \quad (IV.2-18)$$

Or,  $Err_{V_P}$  et  $Err_{R_C}$  suivent des lois log-normales donc:

$$\begin{aligned} \sigma_{V_P}^2 &= \ln\left(1 + \frac{VAR(Err_{V_P})}{E(Err_{V_P})^2}\right) \\ \sigma_{R_C}^2 &= \ln\left(1 + \frac{VAR(Err_{R_C})}{E(Err_{R_C})^2}\right) \end{aligned} \quad (IV.2-19)$$

La variance  $\sigma^2$  de la loi log-normal de  $R_{c,H}^a$  est donc déterminée.

### Détermination de $\gamma_m$

Les paramètres  $\sigma^2$  et  $\mu$  de la variable  $R_{c,H}^a$  étant désormais connus, il est possible de calculer l'espérance  $E(R_{c,H}^a)$  et la variance  $VAR(R_{c,H}^a)$  de la loi log-normale vérifiée par la variable aléatoire  $R_{c,H}^a$  à partir des équations (IV.2-12).

Enfin, le tableau C3 de l'Eurocode 0 donne la valeur de calcul  $R_{Ed}$  d'une variable suivant une loi log-normale en fonction de sa moyenne, de son écart type et de deux coefficients  $\alpha$  et  $\beta$  (équation (IV.2-20)). On choisit  $\alpha=1$  pour se placer dans le sens de la sécurité. L'indice de fiabilité  $\beta$  dépend de la classe de conséquence du tableau B.1 de l'Eurocode 0 (pour un monument historique, indice CC3) et de la durée de référence (tableau B.2 de l'Eurocode 0). Dans ces conditions,  $\beta=5.2$ .

$$R_{Ed} = E(R_{c,H}^a) * e^{-\alpha\beta V} \text{ avec } V = \frac{\sqrt{VAR(R_{c,H}^a)}}{E(R_{c,H}^a)} \quad (IV.2-20)$$

Or  $E(R_{c,H}^a) = R_{c,H}$ , il est alors possible de calculer le coefficient partiel de sécurité  $\gamma_m$  en distinguant chaque zone maçonnée (IV.2-21)).

$$\gamma_m = \frac{R_{c,H}}{R_{Ed}} = e^{\alpha\beta V} \quad (IV.2-21)$$

Le Tableau IV.2-2 récapitule les valeurs de coefficient partiel de sécurité. La prise en compte des dispersions dues, d'une part à l'utilisation de la courbe de corrélation entre vitesse du son et résistance à la compression, et d'autre part à la dispersion de la résistance en compression des pierres calcaires pour chaque zone, conduit à considérer une résistance homogénéisée de la maçonnerie environ 3 fois plus faible que la résistance déterministe. Par ailleurs, le fait que le coefficient partiel soit plus élevé pour les zones correspondant au niveau supérieur et au niveau de soubassement s'explique par une plus grande dispersion des mesures de vitesse du son dans ces zones. Cette valeur de coefficient partiel comprise entre 3 et 4 peut être comparée aux valeurs de coefficient proposées par l'Eurocode 6. Pour une catégorie de bloc de type II et une classe 5, le coefficient partiel est de 3 donc du même ordre de grandeur.

Zones maçonnées	Niveau de soubassement	Niveau supérieur	Colonne	Voûtains	Ogive	Arcs de tête
$\gamma_m$	3.5	3.9	2.9	3.0	2.9	3.0

Tableau IV.2-2 : Coefficient partiel de sécurité par zone maçonnée

#### IV.2.4 BILAN

En résumé, le critère de rupture défini à l'échelle microscopique distingue la compression simple (Figure IV.2-9 et eq.(IV.2-22)) de la flexion composée grâce au coefficient  $\chi^d$  (Figure IV.2-10 et eq.(IV.2-23)). Par ailleurs, un coefficient partiel de sécurité,  $\gamma_m$ , établi à partir de la dispersion des mesures de vitesse du son est appliqué sur chaque zone maçonnée et permet de prendre en compte simultanément la dispersion intrinsèque de la résistance de la maçonnerie, et les incertitudes associées à sa détermination indirecte à partir des mesures de vitesse du son. Il vient :

**Compression simple : ( $\chi^d = 1$ )**

$$\text{En compression simple : } \sigma_{Max} < \frac{R_{c,H}}{\gamma_m} \quad (\text{IV.2-22})$$

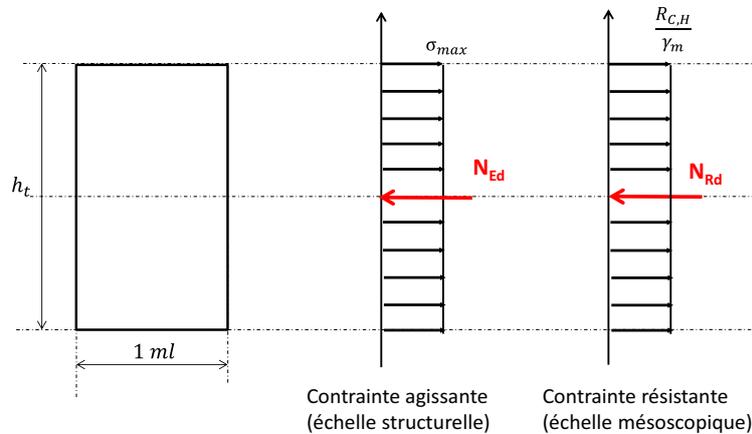


Figure IV.2-9: Profils simplifiés des contraintes normales agissantes et résistantes dans une section de maçonnerie sous chargement de compression simple

**Flexion composée au-delà le tiers central : ( $\chi^d = 2/3$ )**

$$\text{En flexion composée : } \sigma_{Max} < \frac{2}{3} \frac{R_{c,H}}{\gamma_m} \quad (\text{IV.2-23})$$

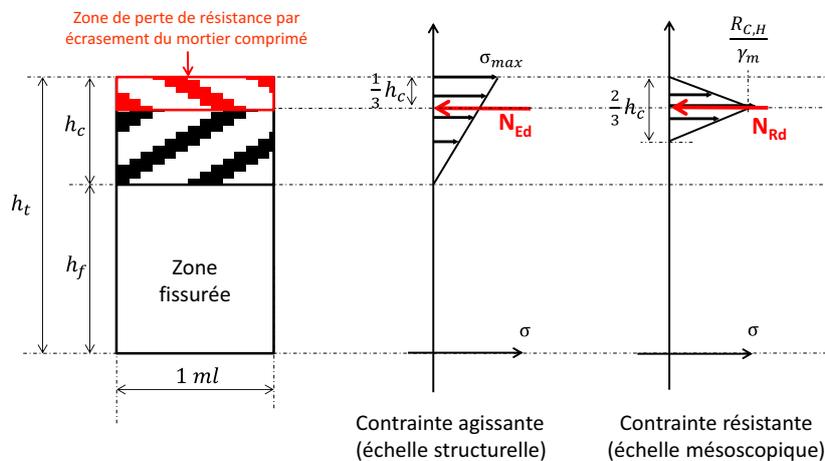


Figure IV.2-10: Profils simplifiés des contraintes normales agissantes et résistantes dans une section fissurée.

## IV.2.5 CONCLUSION

La simulation numérique à l'échelle de la structure avec le modèle d'endommagement homogénéisé des maçonneries laisse la possibilité d'obtenir le diagramme des contraintes agissantes en prenant en compte la redistribution des contraintes au droit d'une section fissurée. Cependant, le modèle homogène (macroscopique) reste une approximation ne permettant pas d'appréhender la complexité du mode de rupture lorsque la section fléchie est fissurée (charge excentrée au-delà le tiers central). En effet, dans ce cas la zone de joint déconfinée joue un rôle prédominant et la contrainte maximale dans le bloc ne peut plus être atteinte sur la fibre extrême. Si aucune précaution n'est prise, la résistance homogénéisée est par conséquent surestimée par le modèle macroscopique. Pour résoudre le problème, il a été défini un coefficient de fonctionnement  $\chi^d$ , permettant de considérer que la rupture ayant lieu à l'échelle microscopique lorsque la flexion est la sollicitation dominante est prématurée.  $\chi^d$  permet d'adapter la valeur de la contrainte maximale possible à l'état de sollicitation d'une section sans recourir à une analyse multi-échelle fortement couplée.

Par ailleurs, la prise en compte du caractère aléatoire de la résistance à la compression de la maçonnerie a été réalisée. Dans le cadre d'une vérification à l'ELU, la résistance de calcul sera ainsi divisée par un coefficient partiel de sécurité  $\gamma_m$  qui prend en compte les incertitudes de résistance en compression des maçonneries afin de se placer dans le sens de la sécurité.

Enfin, ce critère de rupture va être utilisé pour déterminer le déplacement critique  $\delta_{cri}$  en pied de voûte ainsi que l'effort critique horizontal  $F_{cri}$  que peut supporter le contrefort. Ces valeurs critiques conduiront finalement à l'estimation de la marge de sécurité vis-à-vis de la rupture de l'édifice.

## IV.3 COMPORTEMENT DE LA VOUTE A CROISEE D'OGIVE

---

Avec la méthodologie proposée, l'évaluation de l'équilibre structurel de la bibliothèque consiste à étudier séparément le comportement de la voûte et le comportement du contrefort. Cette partie s'attache à l'étude du comportement de la voûte à croisée d'ogive. Premièrement, un calcul préliminaire cinématique sera présenté. Nous verrons qu'il permet d'estimer par des considérations géométriques le déplacement en pied de voûte depuis leur mise en charge à partir de l'ouverture de fissure mesurée *in situ* en clé de voûte. Ensuite, la simulation numérique par la méthode des éléments finis sera introduite. Celle-ci a pour objectif d'estimer l'état actuel de contraintes de la structure et le déplacement critique qui conduirait à sa ruine.

### IV.3.1 CALCUL PRELIMINAIRE CINEMATIQUE

Un premier calcul cinématique, préliminaire à l'étude numérique, est réalisé dans le but d'estimer le déplacement relatif horizontal nécessaire au niveau des appuis de voûte pour générer une ouverture de fissure en clé telle qu'observée *in situ* aujourd'hui. En réalité, le déplacement horizontal en pieds de voûte va entraîner, comme nous l'avons déjà évoqué, la création de rotules « plastiques » associées à la propagation de fissures. L'ouverture de fissures mesurée *in situ* permet de quantifier ce déplacement horizontal des appuis. Le calcul cinématique présenté ici, moyennant quelques hypothèses simplificatrices, établit une relation entre ouverture de fissure en clé de voûte et déplacement horizontal en pied de voûte.

Rappelons que l'ouverture de fissure  $\omega_I$  mesurée en intrados des clés des arcs doubleau est quasiment identique sur toutes les rangées des croisées d'ogive et vaut environ 1.5 mm.

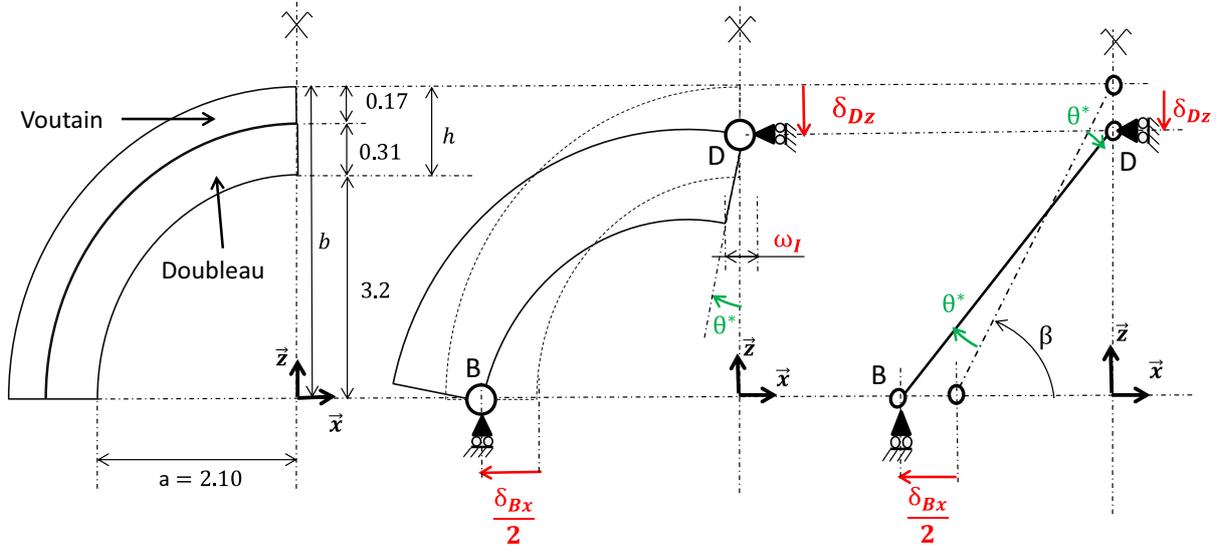


Figure IV.3-1: Schématisation cinématique simplifiée de la voûte

La Figure IV.3-1 indique la géométrie de la voûte au droit des appuis des croisées d'ogives. Deux hypothèses sont émises pour mener à bien le calcul cinématique. Premièrement, les rotules sont considérées parfaites en B et D, c'est-à-dire au droit des ouvertures de fissures. Deuxièmement, le solide est considéré comme indéformable ce qui implique que le mouvement de celui-ci peut être défini par un torseur cinématique (cas d'un solide infiniment rigide).

Avec ces hypothèses, il est possible d'établir des relations entre l'ouverture de fissure  $\omega_I$  en intrados de voûte, le déplacement vertical en clé de voûte  $\delta_{Dz}$  et déplacement horizontal en pieds de voûte  $\delta_{Bx}$ . Pour établir ces relations, il est imposé au solide une rotation virtuelle  $\theta^*$  est imposé au solide. L'hypothèse de solide indéformable implique un mouvement de corps rigide de la voûte. Les conditions aux limites impliquent que la rotation imposée  $\theta^*$  s'accompagne d'un déplacement vertical du point D  $\delta_{Dz}$  et d'un déplacement horizontal du point B  $\delta_{Bx}$  liés par l'équation (IV.3-1)).

$$\begin{aligned}\theta^* &\approx \tan(\theta^*) = \frac{\omega_I}{2h} \\ \theta^* &\approx \tan(\theta^*) = \frac{\delta_{Bx}}{2L \cdot \sin(\beta)} \\ \theta^* &\approx \tan(\theta^*) = \frac{\delta_{Dz}}{L \cdot \cos(\beta)}\end{aligned}\quad (\text{IV.3-1})$$

Où  $h$  est la hauteur de la section,  $L$  la longueur du segment BD égale à  $L = (a^2 + b^2)^{0.5}$  et  $\beta$  l'angle entre l'axe  $(0,x)$  et la droite BD ( $\tan(\beta) = b/a$ ).

Ainsi, en écrivant l'égalité des rotations virtuelles, il est possible d'obtenir les relations linéaires permettant d'estimer les déplacements  $\delta_{Bx}$  et  $\delta_{Dz}$  à partir de l'ouverture de fissure en clé de voûte  $\omega_I$  (équations (IV.3-2)). L'application numérique, pour une ouverture de fissure de 1.5 mm conduit à un déplacement horizontal relatif entre les deux appuis de voûte de 12 mm et à un déplacement vertical en clé de 3 mm.

$$\delta_{Bx} = \frac{L \cdot \sin(\beta)}{h} \omega_I$$

$$\delta_{Dz} = \frac{L \cdot \cos(\beta)}{2h} \omega_I \quad (\text{IV.3-2})$$

Cette étude cinématique approchée, préliminaire à l'analyse numérique, met en évidence le fait que les déplacements aux appuis de voûte sont de l'ordre du cm. Par ailleurs, les dévers mesurés sur la bibliothèque du CNAM en tête de contreforts sont de l'ordre de la dizaine de cm, soit 10 fois plus grands. Ainsi, l'hypothèse selon laquelle les dévers se sont produits avant la mise en charge des voûtes est vérifiable par ce simple calcul géométrique.

### IV.3.2 MODELISATION ELEMENTS FINIS

Rappelons que l'objectif principal de la modélisation par la méthode des éléments finis est d'obtenir la loi de comportement reliant l'effort horizontal  $\vec{F}_H$  de poussée de voûte au déplacement horizontal en pied de voûte  $\delta_{Bx}$ . De plus, la modélisation doit donner la possibilité d'estimer le déplacement critique  $\delta_{cri}$  en pied de voûte pour lequel le critère de rupture en compression de la voûte à croisée d'ogive est atteint.

La croisée d'ogive étudiée est la voûte Nord de la travée courante 4 (Figure IV.3-2). Rappelons que les dévers mesurés en tête de contrefort sont d'environ 7 cm de part et d'autre de la travée, à cet endroit. De plus la fissuration observée en intrados est d'environ 1.5mm en clé de doubleau. La symétrie des dévers et désordres nous a ainsi conduit à choisir une travée courante. Nous verrons cependant que la stabilité de l'édifice pourra se vérifier aisément pour les autres travées. La figure indique également les notations des appuis de voûte : les appuis B1 et B2 situés vers l'extérieur sont les appuis en liaison avec le contrefort, les appuis E1 et E2 sont ceux qui reposent sur les colonnes centrales de la bibliothèque.

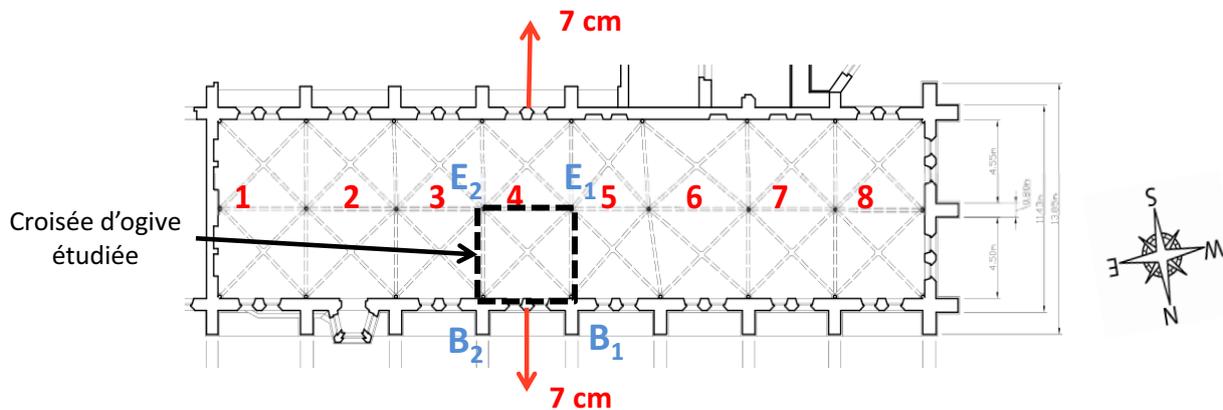


Figure IV.3-2: Localisation de la voûte à croisée d'ogive modélisée

#### IV.3.2.1 Préparation du modèle

##### Maillage

Le maillage de la voûte à croisée d'ogive est présenté Figure IV.3-3. Les trois zones maçonnées des voûtes mises en évidence dans la partie II, à savoir les voûtains, les nervures d'ogives et les arcs de tête (doubleau et formeret), sont distinguées par des couleurs différentes. Les éléments composant le maillage sont des CUB8 afin de rendre possible l'utilisation de l'opérateur TAILLE de Castem.

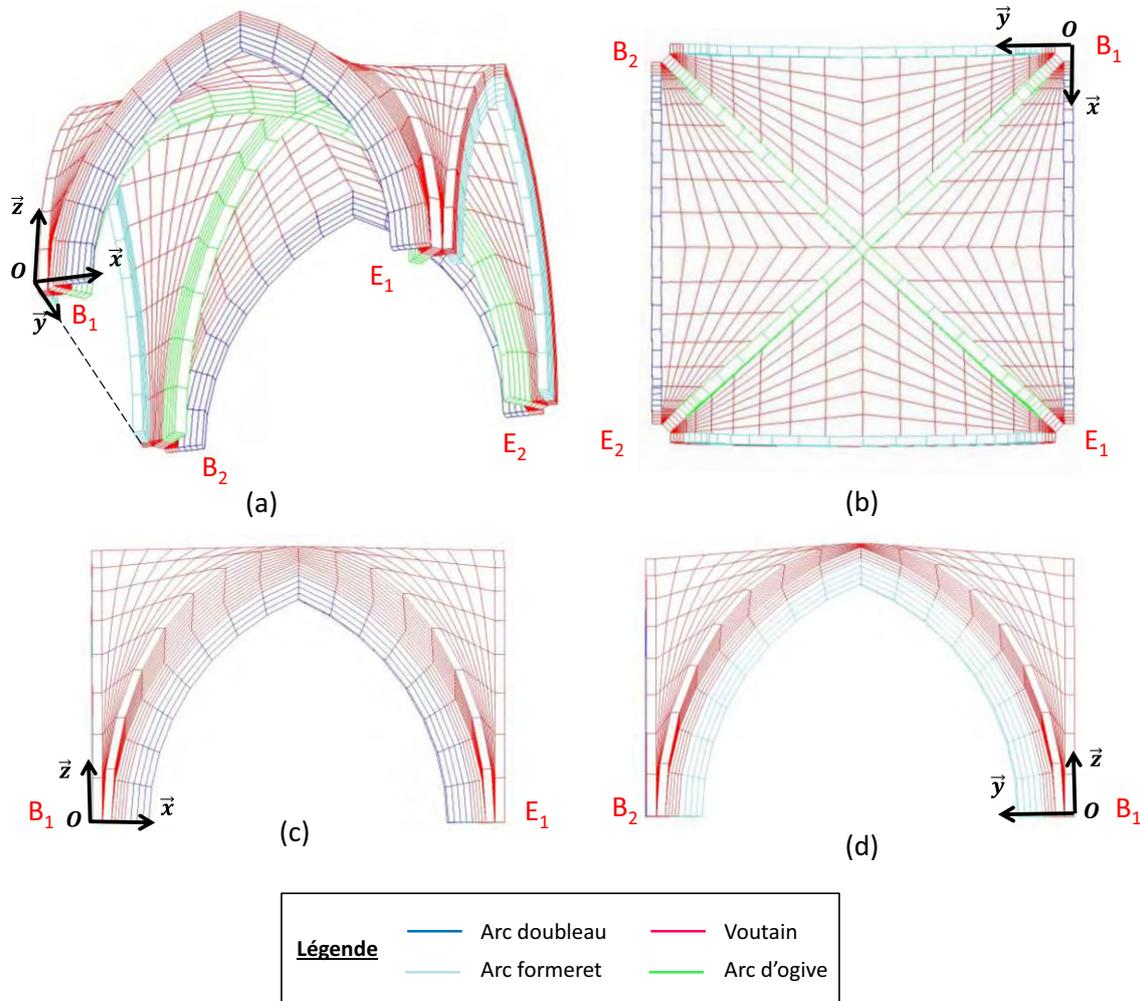


Figure IV.3-3: Maillage de la voûte à croisée d'ogive : (a) perspective cavalière, (b) vue de dessous, (c) vue transversale (dans l'axe de l'édifice), (d) vue longitudinale (perpendiculaire à l'axe de l'édifice)

### Lois de comportement et paramètres matériaux

La loi de comportement utilisée dans le calcul est le modèle d'endommagement orthotrope présenté dans la partie III. Les caractéristiques matériaux nécessaires au modèle sont issues, pour chacune des trois zones, des procédures d'homogénéisation vues au chapitre III.

### Conditions aux limites et chargement

Les conditions aux limites sont indiquées Figure IV.3-4. Les déplacements verticaux des quatre appuis de voûte, B<sub>1</sub>, B<sub>2</sub>, E<sub>1</sub> et E<sub>2</sub> sont bloqués. Les deux plans de rive parallèles à Oxz sont plans de symétrie (en bleu sur la figure). Le blocage des déplacements perpendiculaires à ces deux plans implique la considération de l'équilibre de la travée 4 avec ses travées voisines 3 et 5. Enfin, le blocage des déplacements perpendiculaire à l'axe x, c'est-à-dire l'axe transversal de l'édifice (en rouge sur la figure), permet de considérer la symétrie entre la voûte Nord et la voûte Sud de la travée 4.

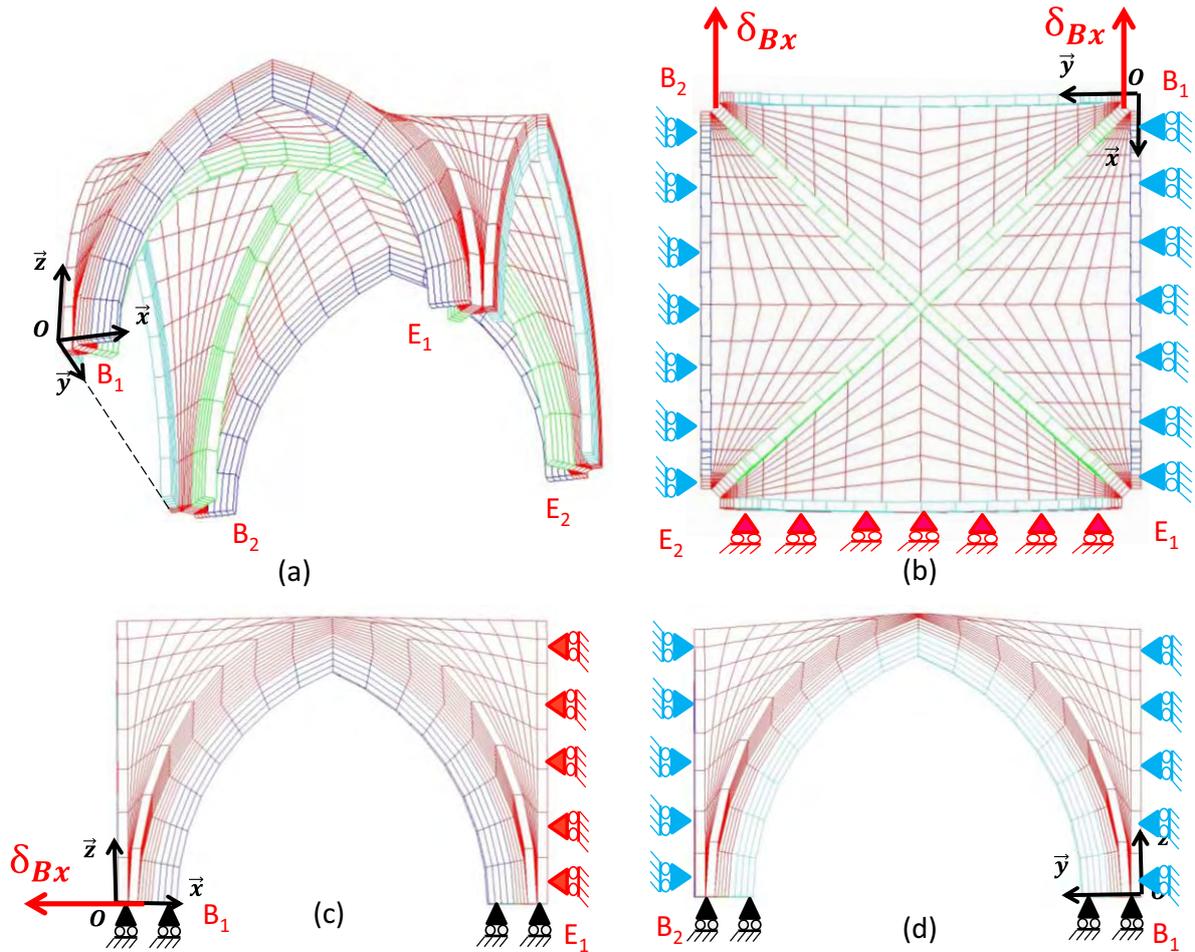


Figure IV.3-4: Conditions aux limites du calcul et déplacement imposé  $\delta_{Bx}$

Le chargement imposé suit deux phases distinctes :

- (P1) application progressive du poids propre de la voûte avec le déplacement  $\delta_{Bx}$  bloqué,
- (P2) poids propre maintenu constant et augmentation progressive du déplacement  $\delta_{Bx}$ .

### IV.3.2.2 Résultats du calcul et analyse

#### Courbe de comportements

La Figure IV.3-5 indique l'évolution des efforts horizontaux  $F_H$  et verticaux  $F_V$  au niveau de des appuis  $B$  en fonction du déplacement imposé  $\delta_{Bx}$ . La somme des efforts agissant sur les appuis  $B_1$  et  $B_2$  est considérée ici de manière à estimer les poussées au vide et l'effort vertical agissant sur chaque contrefort.

La loi de comportement de l'effort horizontal total en fonction du déplacement horizontal présente 3 phases distinctes. La première correspond au palier (P1) de chargement : l'effort de poussée augmente jusqu'à environ 20 kN tandis que le déplacement est bloqué à 0. Ensuite, le déplacement imposé progressivement en phase (P2) entraîne l'ouverture des fissures de la voûte avec diminution de l'effort horizontal au niveau des appuis. Puis, enfin, au-delà de 2 cm de déplacement, l'effort horizontal reste constant et égal environ à 13kN.

La somme des réactions d'appuis verticales des appuis  $B_1$  et  $B_2$  augmente en phase (P1) jusqu'à 83 kN, et reste constante en phase (P2).

Une première conclusion peut être établie ici : au-delà de 2cm de déplacement horizontal en pieds de voûte, les efforts verticaux et horizontaux restent constants. Enfin, le calcul numérique a été interrompu pour un déplacement de 7 cm car une non-convergence a été observée. Le dernier point de la courbe, à 7 cm, ne correspond ni à la rupture déterministe, ni à la rupture probabiliste de la voûte mais simplement au dernier point convergé du calcul.

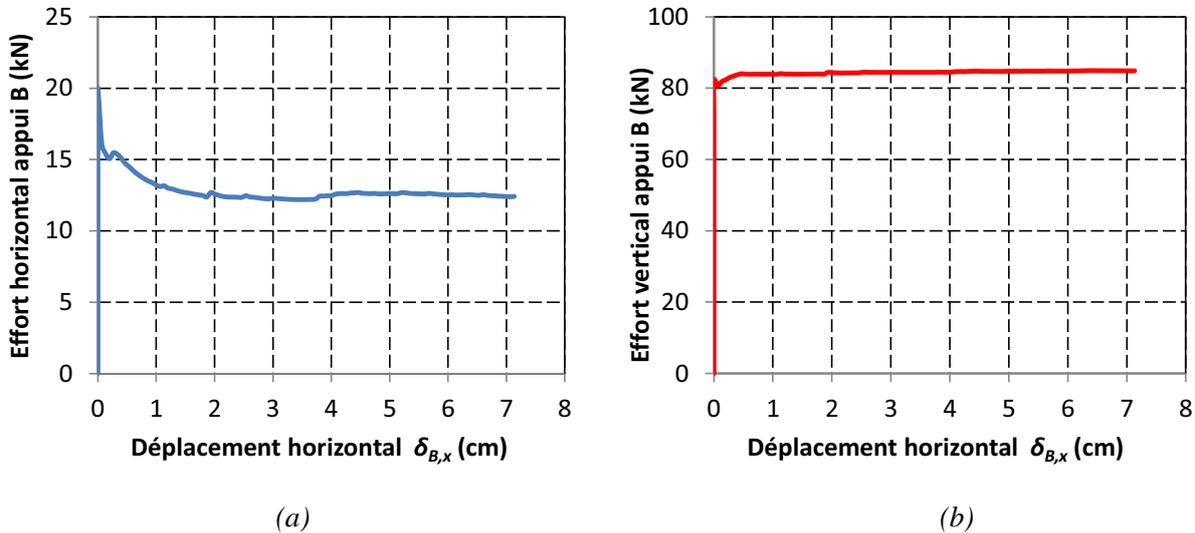


Figure IV.3-5: Evolution des efforts (a) horizontaux  $\vec{F}_H$  et (b) verticaux  $\vec{F}_V$  en fonction du déplacement imposé horizontal  $\delta_{B,x}$

### Profils de fissuration

Le tracé du profil de fissuration est un élément essentiel de post traitement. La comparaison du profil de fissuration obtenu par le calcul avec celui mesuré sur site fournit une estimation du déplacement horizontal réel de la voûte après son décentrement. L'ouverture mesurée *in situ* est de l'ordre de 1.5 mm sur chaque travée. Le déplacement d'appuis correspondant à cette ouverture dans le calcul est d'environ 1.5 cm. Notons que cette relation est proche de celle obtenue par le simple calcul cinématique. De plus, aucune fissure n'apparaît pendant le palier (a) d'application du poids propre.

La Figure IV.3-6 indique les profils de fissuration pour le déplacement correspondant à l'état actuel de la voûte (1.5 cm) et pour un déplacement en pied de 7 cm. Cette figure rappelle également le profil de fissuration observé *in situ*. Trois zones de fissuration sont déterminées par le calcul. La zone (a) repérée sur la Figure IV.3-6 est légèrement décalée vers l'extérieur, elle est à l'intrados de clé de voûte au niveau des doubleaux, ogives et voûtains. Elle se propage du bas vers le haut à mesure que le déplacement  $\delta_{B,x}$  augmente. Elle atteint une ouverture d'environ 1 cm au niveau de l'arc doubleau pour le déplacement imposé final de 7 cm. Il est observé d'ailleurs, pour ce déplacement final, que la fissure est quasiment traversante au niveau de l'arc doubleau (Figure IV.3-6(b)). La zone (b) est en extrados au niveau de la liaison entre la voûte et le contrefort. Lors de la création de ces fissures, la voûte modifie son équilibre afin de s'adapter aux conditions aux limites imposées en déplacement. Une redistribution des efforts internes s'opère. Les fissurations de type (a) et (c) sont observées sur l'édifice.

Enfin, en zone (c), les 2 voûtes Nord et Sud d'une même travée se désolidarisent.

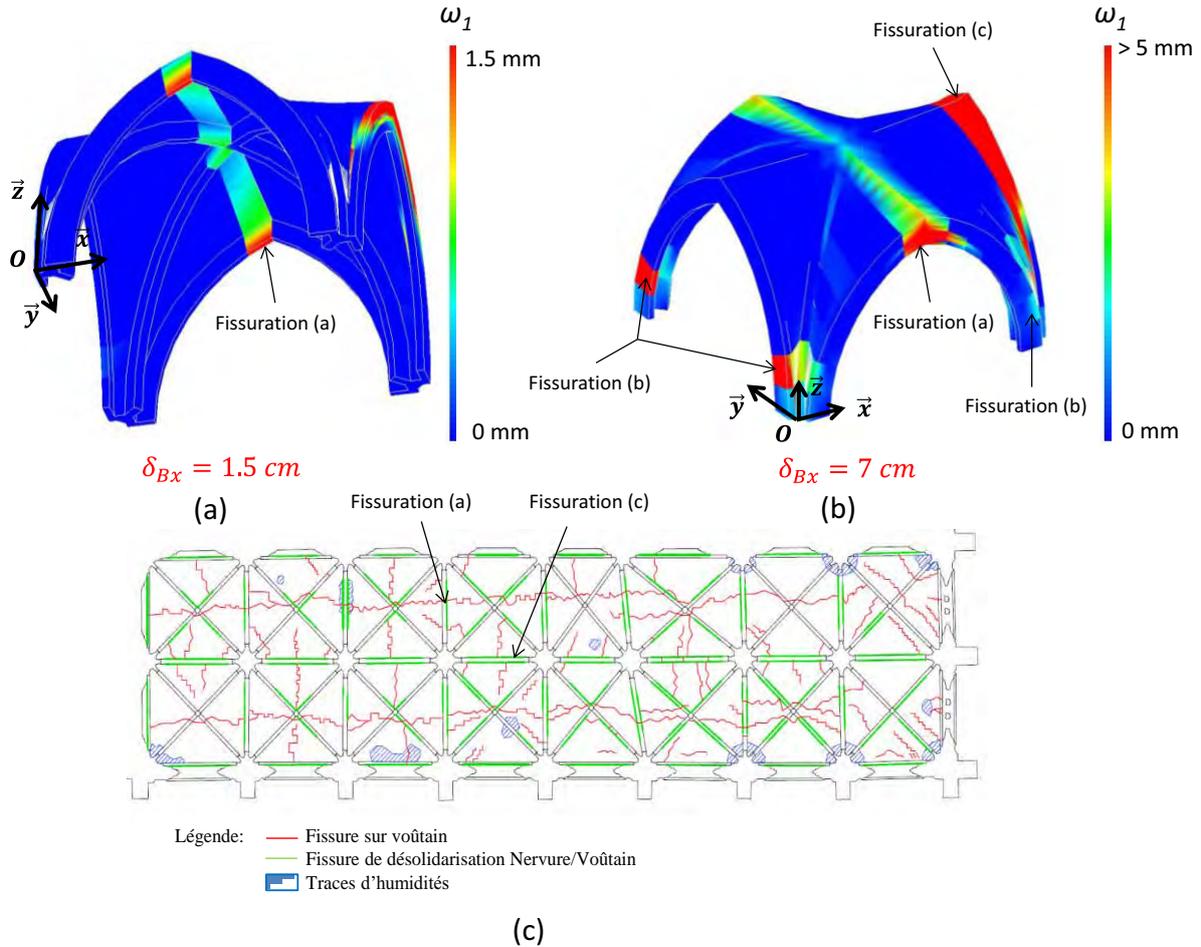


Figure IV.3-6: Profil de fissuration pour un déplacement horizontal imposé  $\delta_{Bx}$  de (a) 1.5 cm et (b) 7cm. (c): Profil de fissuration observé sur site

### Zones à risque d'écrasement par compression

L'ouverture de ces fissures s'accompagne d'une redistribution des contraintes au sein de la structure pouvant induire une concentration de contraintes de compression au niveau des sections fissurées. Pour visualiser les zones présentant un risque d'écrasement par compression, il est possible dans un premier temps de tracer les isovaleurs du taux de compression-cisaillement  $\tau_c$ . Rappelons que cet indicateur du degrés de chargement en compression-cisaillement basé sur le critère de Drucker Prager compare l'état de contrainte de la structure à l'état de contrainte seuil défini par la résistance en compression homogénéisée  $R_{c,H}$ .

Deux zones à risque sont ici déterminées. La première, repérée(A) sur la Figure IV.3-7, se situe en extrados de clé d'ogive. L'ouverture de fissure longitudinale de type (a) entraîne donc une redistribution des contraintes qui tendent à se concentrer au niveau des clés d'ogive. De plus l'ouverture quasiment traversante des doubleaux et le taux de compression faible à ce même endroit montrent que le flux de contrainte de compression transite diagonalement entre les pieds opposés diagonaux. C'est pourquoi la clé d'ogive admet un taux de compression élevé. Cette observation met en évidence l'importance des arcs diagonaux d'ogive dans le comportement structurel des voûtes à croisée d'ogive.

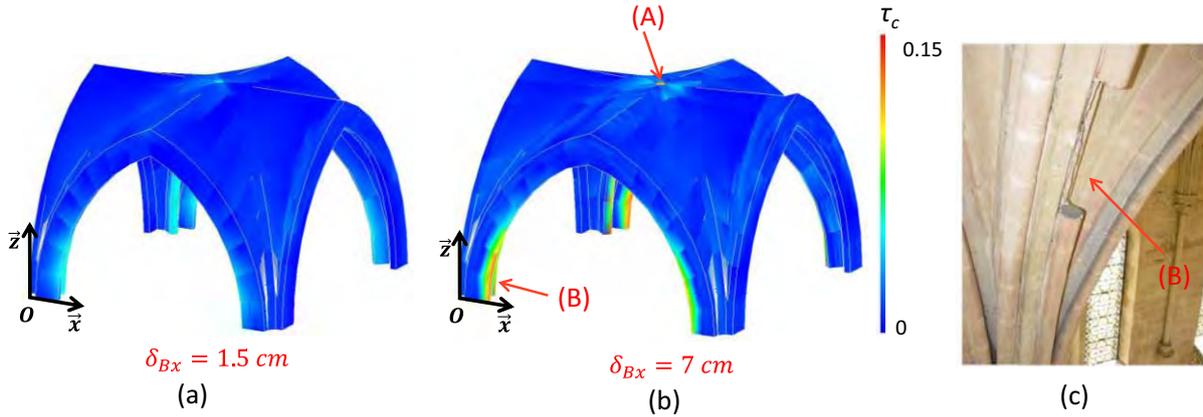


Figure IV.3-7: Taux de compression-cisaillement pour un déplacement horizontal imposé  $\delta_{Bx}$  de 1.5 cm (a) et 7 cm (b). (c) Purge d'un morceau de l'arc doubleau

La seconde zone à risque (B), se situe au niveau des appuis de voûte. Elle est le siège de concentrations de contraintes de compression qui se répercutent sur les intrados en pieds des arcs doubleaux et d'ogive. Au niveau de cette zone à risque, une purge d'une partie de la nervure du doubleau a été réalisée en 2006 [Lagneau, 2006] (Figure IV.3-7). Cette purge a été décidée suite à l'observation d'un décollement partiel du morceau de nervure. Ce décollement est probablement la conséquence d'un excès de compression au niveau de la zone (B). Notons que les arcs formerets ne sont pas affectés par cette concentration de contrainte de compression dans la mesure où les déplacements des appuis dans l'axe de ces arcs sont bloqués (par symétrie avec les travées voisines).

Enfin, le taux de compression maximal sur la structure n'excède pas 0.15 pour le déplacement final de 7 cm.

#### Tracé des contraintes normales dans une section fissurée

Le tracé des profils de contraintes normales  $\sigma_n$  le long du pied de voûte  $B_1$  (segment [AB]) pour différents déplacements imposés indique la manière dont se redistribuent les contraintes au droit d'une section fissurée (Figure IV.3-8). Les deux profils relatifs à la phase (P1) d'application du poids propre sont quasiment uniformes. La contrainte de compression moyenne est faible (environ 0.1 MPa). Ensuite, pour un déplacement d'appuis de 1 cm, le profil de contrainte devient triangulaire de 0 à 0.6 MPa sur la fibre extrême du doubleau. Lorsque le déplacement des appuis augmente, la fissure s'ouvre à partir du point A. Pour un déplacement de 7 cm, le voûtain se trouve totalement fissuré tandis que le doubleau voit sa contrainte maximale de compression  $\sigma_{Max}$  augmenter jusqu'à 2.5 MPa afin de reprendre l'effort normal agissant dans la section.

Rappelons que cette contrainte maximale  $\sigma_{Max}$  est la contrainte agissante utilisée dans le critère de vérification de l'effort normal mis en place précédemment.

$$\sigma_{Max} < \chi^d \frac{R_{c,H}}{\gamma_m} \quad (\text{IV.3-3})$$

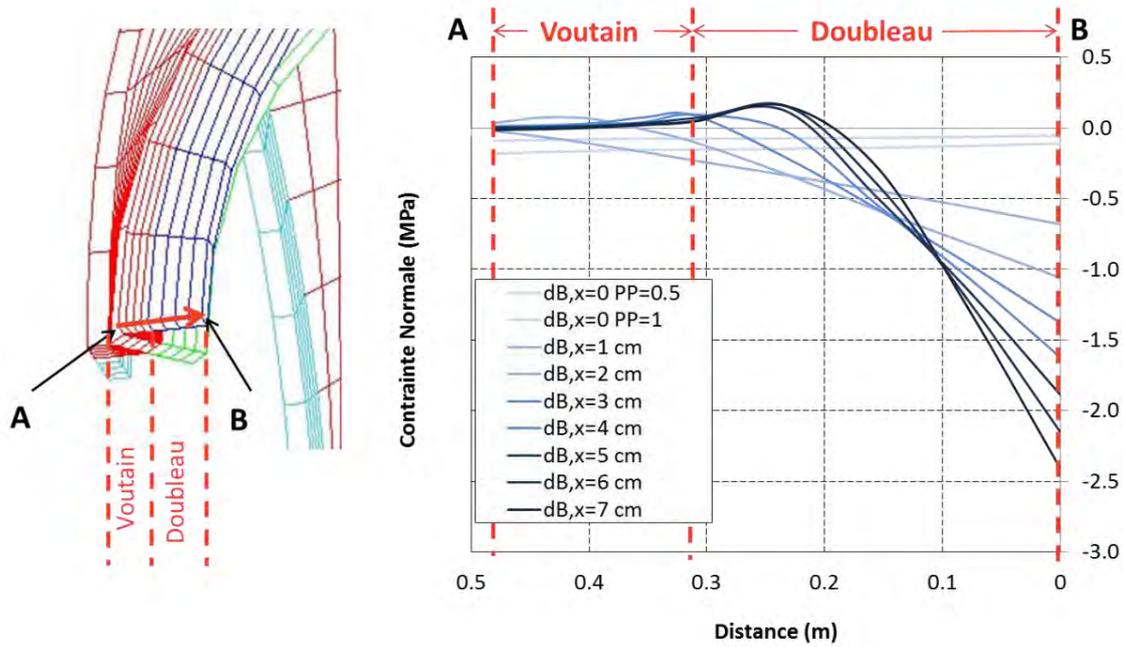


Figure IV.3-8: Evolution du profil des contraintes normales le long du segment [AB] pour différents déplacements imposés  $\delta_{Bx}$

#### Estimation de la marge de sécurité vis-à-vis de l'effort normal de compression

Cette contrainte normale agissante peut être obtenue à chaque pas de temps sur l'ensemble du maillage en extrayant la plus faible valeur algébrique du tenseur diagonal des contraintes principales. A partir de cette contrainte il est possible de tracer une cartographie des taux de chargement probabilistes de la maçonnerie  $c_s$  sur le maillage, à chaque pas de temps. Ce coefficient est établi ainsi :

$$c_s = \frac{\sigma_{Max}}{\chi^d \frac{R_{c,H}}{\gamma_m}} \quad (IV.3-4)$$

Si  $c_s = 0$ ,  $\sigma_{Max} = 0$ , la section ne travaille pas. Si  $c_s = 1$  le critère sur l'effort normal de compression est atteint et la rupture se produit par éclatement des blocs calcaires. C'est à ce moment que l'on considère que le déplacement critique d'appuis  $\delta_{cri}$  est atteint.

La Figure IV.3-9 représente la cartographie des taux de chargement probabilistes à la fin de la phase (P1) de chargement, et pour des déplacements de 1.5 cm et 7cm. Il est observé que l'application du poids propre de la structure avec déplacements horizontaux bloqués conduit à une valeur maximale du taux de 5%, et ce au niveau des reins des nervures d'ogive. La marge de sécurité est ici de 20. Pour un déplacement de 1.5 cm qui nous l'avons vu, correspond à l'état réel de la structure, le risque d'écrasement se situe principalement en pied des intrados des arcs doubleaux ( $C_s = 20\%$  marge de sécurité égale à 5) et en extrados des voûtains au droit de la croisée d'ogive ( $C_s = 10\%$ , marge de sécurité égale à 10). Enfin pour le déplacement de 7 cm, une marge de sécurité de 2 au niveau des reins des doubleaux est constatée.

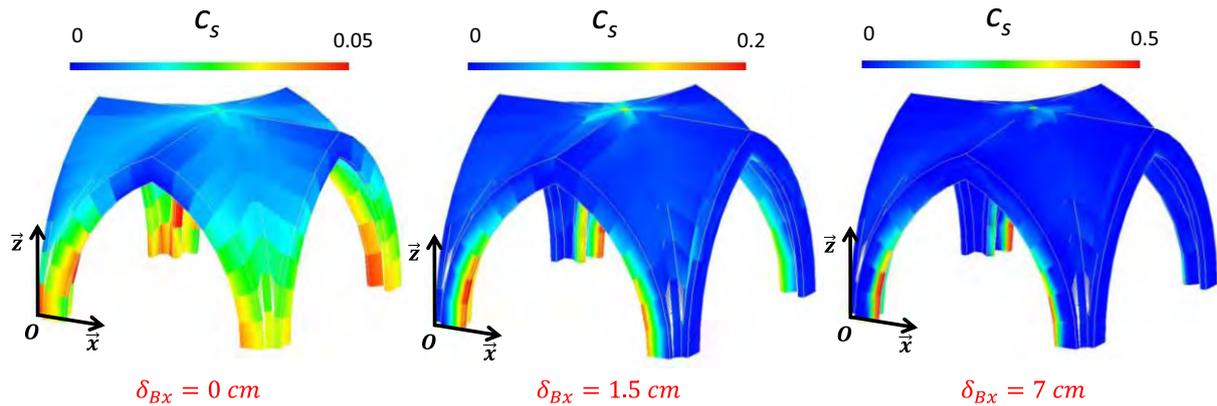


Figure IV.3-9: Tracé des taux de chargement probabilistes pour les déplacements 0 cm, 1.5 cm et 7cm

Nous concluons donc que la marge de sécurité vis-à-vis de la ruine de la structure est d'environ de 5 aujourd'hui et de 2 si les déplacements d'appuis venaient à atteindre 7cm. La rupture se produirait par écrasement des claveaux au niveau des reins des arcs doubleaux. Notons que cette marge de sécurité correspond à la marge par rapport à la rupture probabiliste de la voûte à l'échelle microscopique. La marge de 1 (correspondant à la rupture probabiliste) n'a pas été atteinte pour cause de non convergence du calcul à un taux de 50%. Par conséquent, le déplacement critique  $\delta_{cri}$  n'est pas précisément estimé (un maillage plus fin des zones fortement comprimée serait nécessaire pour cela), mais nous pouvons néanmoins garantir que celui-ci est supérieur à 7 cm.

### IV.3.3 CONCLUSION

L'objectif de l'étude d'une travée courante était de quantifier le déplacement d'appuis réellement observé par la voûte et d'estimer la marge de sécurité et le déplacement limite admissible vis-à-vis de la stabilité de la voûte. L'étude cinématique a établi que pour une ouverture mesurée en intrados de l'arc doubleau de 1.5 mm, le déplacement d'appuis devait être de 1.15 cm. Le calcul numérique utilisant le modèle d'endommagement choisi a confirmé cette valeur. L'ouverture de fissure calculée pour un déplacement en pied de voûte de 1.5 cm correspond à celle mesurée sur site. Une conclusion importante peut être établie à partir de ce constat : les dévers mesurés sur chaque travée avec des valeurs maximales de 20 cm au niveau des travées les plus à l'Ouest ne peuvent pas avoir eu lieu après le décintrement des voûtes. Car si tel avait été le cas, les ouvertures de fissure mesurées sur site auraient été bien plus grandes (de l'ordre du cm).

L'estimation de la marge de sécurité de la voûte vis-à-vis du risque de rupture a été effectuée à l'issue du calcul structurel de la voûte. Pour le déplacement réel observé, une marge de sécurité de 5 est obtenue. Le mécanisme de ruine correspondant provient de l'écrasement des reins des doubleaux. Nous estimons par ailleurs qu'un déplacement de 7 cm conduit à une marge de sécurité de 2 et une ouverture de fissure en clé de l'arc de doubleau de l'ordre de 6 mm. Ce dernier point ne correspond donc pas à la rupture. En effet l'estimation de la rupture nécessiterait une analyse micro-échelle détaillée. Ainsi, nous pouvons dire que le déplacement critique est nécessairement supérieur à 7 cm.

Enfin le calcul a permis d'obtenir la loi de comportement force déplacement horizontal en pieds de voûte Figure IV.3-10. L'état actuel estimé de la voûte représenté sur cette loi

correspond au point  $\delta_{B,x} = 1.5 \text{ cm}$  et  $F_H = 12.7 \text{ kN}$  (on a alors concordance entre les ouvertures de fissures calculées et observées in situ). La voûte ne présente pas de risque d'effondrement lié à l'écartement de ses appuis. Cependant l'effort de poussée estimé dans cette étude transite par la liaison correspondant au tas de charge vers le contrefort. Cet effort horizontal pourrait être préjudiciable sur la stabilité du contrefort. Le chapitre suivant s'attache à vérifier le comportement structurel du contrefort.

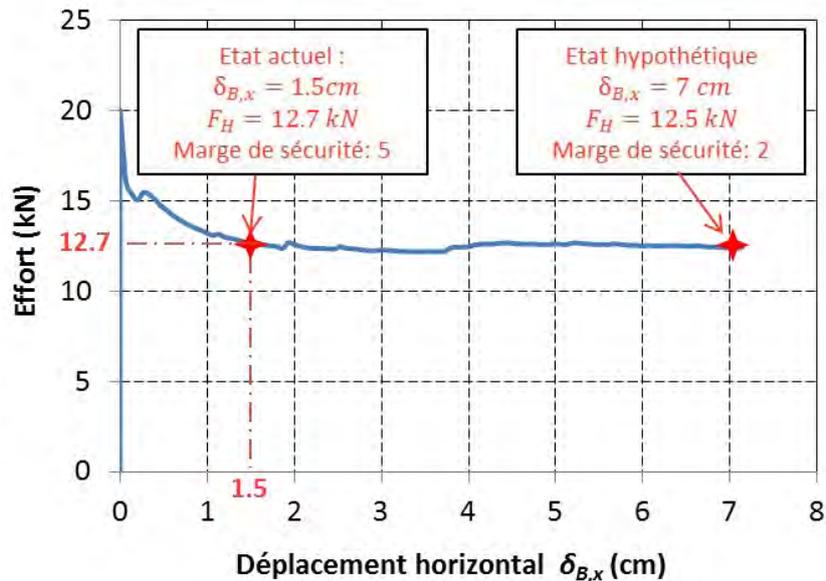


Figure IV.3-10: Loi de comportement de la voûte seule

## IV.4 COMPORTEMENT DU CONTREFORT

L'étude du comportement du contrefort se réalise par modélisation numérique éléments finis. Premièrement, seront présentées les hypothèses associées à ce modèle. Ensuite les résultats de la simulation seront introduits et discutés.

### IV.4.1 PREPARATION DU MODELE

#### Maillage

Le maillage du contrefort entièrement réalisé en CUB8 comprend 4 zones distinctes : les maçonneries d'élévation supérieures, les maçonneries de soubassement, les fondations et le sol sur lequel elles reposent (Figure IV.4-1). L'épaisseur du contrefort est celle mesurée en partie supérieure (70 cm). Les dimensions en plan de la fondation ont été établies par relevé direct lors des fouilles géotechniques.

#### Conditions aux limites et chargements

Un blocage des déplacements dans les trois directions de l'espace est réalisé au début du calcul sur la surface inférieure du maillage (plan  $0,x,y$ ).

Afin de reproduire le phasage constructif de l'édifice, le chargement est décomposé en 5 phases successives :

- A : rotation imposée en pied de contrefort,

- B : application du poids propre des murs et fondations,
- C : application du poids propre de la charpente,
- D : descente de charge de la voûte fissurée et rotulée en pied,
- E : augmentation d'une poussée horizontale en tête de contrefort jusqu'à rupture.

Phase A : nous avons vu que le dévers s'était produit avant la mise en charge des voûtes (sans doute lors de la mise en place de la charpente ou de la construction de la voûte sur le cintre provisoire. Une condition cinématique est donc imposée au premier palier de chargement de la structure (pas de temps cinématique 0 à 1 repéré sur la Figure IV.4-2). Une rotation de  $0.2^\circ$  de la surface inférieure est imposée de manière à reproduire le dévers de 7 cm observé sur la travée courante 4 en tête du contrefort (l'influence du dévers est étudiée plus loin).

Phase B : l'application du poids propre des murs et de la fondation représente la construction des murs. (pas de temps cinématique 1 à 2).

La phase C correspond à l'application du poids propre de la charpente qui, nous l'avons vu était construite avant les voûtes (pas de temps cinématique 2 à 3). Une étude statique d'une travée de la charpente a conclu que celle-ci était autostable [CEBTP, 2014]. Les entrants jouant le rôle de tirants sont largement surdimensionnés et reprennent ainsi l'effort horizontal engendré par le poids propre des fermes. Cette étude a également permis d'estimer que le poids propre de la charpente entraîne un effort vertical de 45 kN sur le contrefort. Il est émis également l'hypothèse que le glissement entre panne sablière et mur gouttereau est possible.

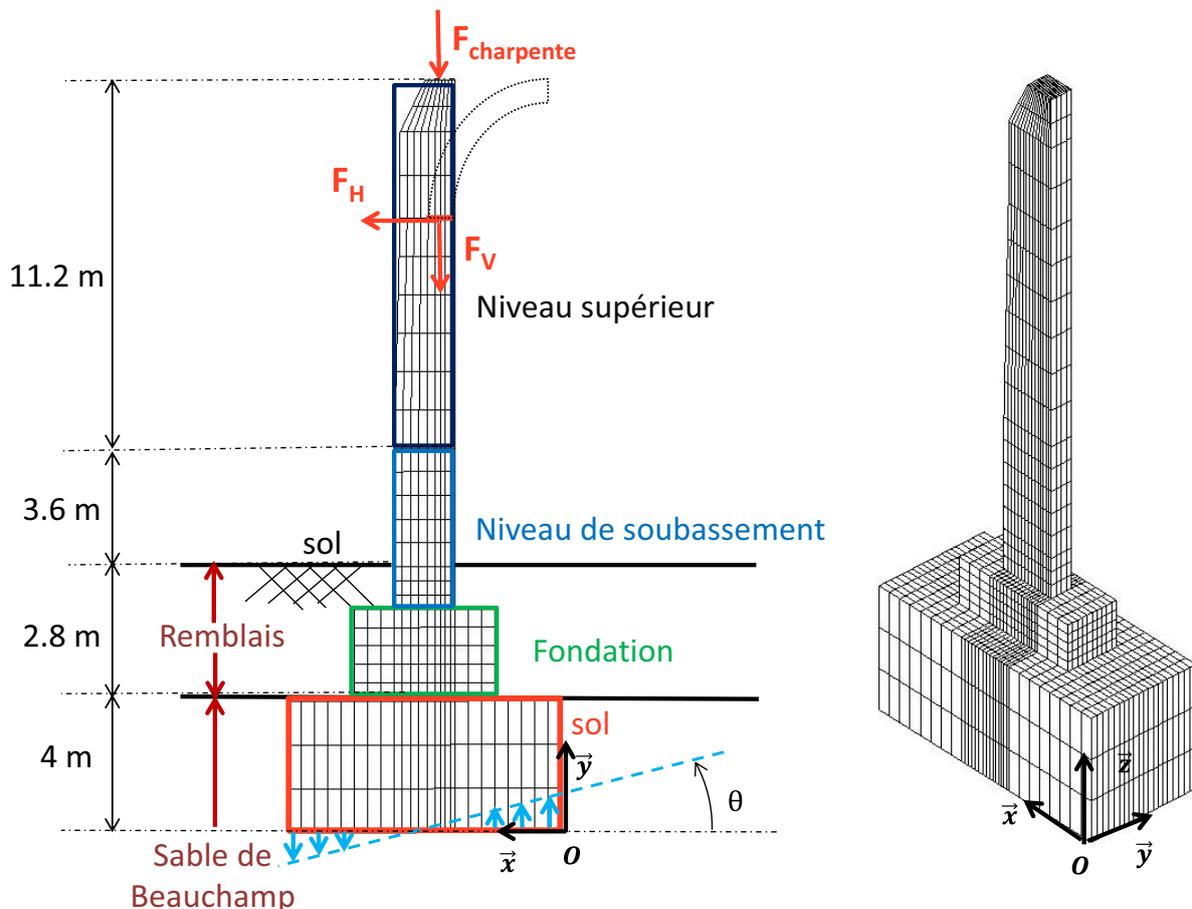


Figure IV.4-1: Maillages et chargements du contrefort

Phase D (pas de temps cinématique 3 à 4) : Les efforts verticaux  $F_V = 83 \text{ kN}$  et horizontaux  $F_H = 12.7 \text{ kN}$  obtenus lors de la simulation numérique de la voûte sont donc appliqués progressivement sur la surface de section réduite en rouge sur la figure. Cette surface de section réduite permet de considérer la pénétration du tas de charge à l'intérieur même de l'épaisseur du mur.

Enfin la dernière phase (E) consiste en l'augmentation progressive de l'effort horizontal en au niveau du tas-de-charge jusqu'à la rupture de celui-ci (pas de temps cinématique de 4 à 5). Cette dernière phase conduira à l'évaluation de la marge de sécurité vis-à-vis du risque de rupture du contrefort.

### **Lois de comportement et paramètres matériaux**

La loi de comportement utilisée pour le calcul des niveaux supérieur et inférieur du contrefort est le modèle d'endommagement orthotrope présenté dans la partie III. Les caractéristiques matériaux nécessaires au modèle pour les deux zones distinctes ont été homogénéisées. Par ailleurs, un modèle élastique isotrope est appliqué au niveau des fondations et du sol pour éviter toute localisation de fissure dans ces zones et alléger le calcul. Les paramètres matériaux linéaires de la fondation sont considérés égaux à ceux du niveau de soubassement.

Concernant le sol, nous avons vu en partie II que la fondation reposait probablement sur une couche d'alluvions anciennes composée de sable dense. Le module pressiométrique mesuré sur site [Rapport, 2009] de cette couche est d'environ 40 MPa tandis que la pression limite est supérieure à 3MPa.

Par ailleurs, les recommandations normatives proposent une relation entre module pressiométrique  $E_M$  et module de Young  $E$  [NF P94-261, 2013]. Nous utilisons cette relation bien que celle-ci soit aujourd'hui questionnée [Baud and Gambin, 2013].

$$\alpha = \frac{E_M}{E} \quad (\text{IV.4-1})$$

Où  $\alpha$ , est le coefficient rhéologique de Menard. Il dépend du type de sol. La norme propose de choisir  $\alpha = 3$  pour la couche d'alluvions anciennes constituées d'un sable dense. Ainsi, le module d'élasticité du sol est estimé à  $E=120 \text{ MPa}$ . Notons que ce paramètre est essentiel dans la mesure où il définit la raideur en rotation de la liaison de la fondation avec le sol. Le coefficient de Poisson du sol est choisi à 0.16.

Enfin le calcul numérique est mené en grands déplacements de manière à vérifier également le risque d'instabilité du contrefort par renversement.

## **IV.4.2 RESULTATS DE LA SIMULATION NUMERIQUE**

### *IV.4.2.1 Vérification du phasage de chargement*

Afin de vérifier la bonne application du phasage de chargement appliqué sur la structure, il est intéressant de tracer l'évolution des réactions d'appuis de la surface inférieure du maillage dans les directions horizontales et verticales en fonction du pas de temps cinématique (Figure IV.4-2). Aucun chargement mécanique n'est réalisé lors de la phase A ce qui explique que les réactions d'appuis verticales et horizontales sont nulles. L'application du poids propre des murs (phase B) entraîne une augmentation significative de la réaction d'appui verticale jusqu'à 450 kN environ. Cette valeur correspond au poids propre des murs et fondations et ne considère pas

le poids propre du sol. Notons que les phases B et C n'entraînent pas d'évolution de la réaction d'appui horizontal, dans la mesure où les efforts appliqués sont uniquement verticaux. La phase D du pas de temps cinématique 3 à 4 laisse apparaître l'augmentation simultanée des efforts horizontaux et verticaux. Ces deux incréments d'effort correspondent à l'application du poids propre et de la poussée au vide de la voûte sur le contrefort au point B. Enfin la dernière phase de chargement (E), qui correspond à l'augmentation de l'effort horizontal au point B jusqu'au derniers pas de temps convergé, n'induit d'incrément de réaction d'appui que sur la composante horizontale.

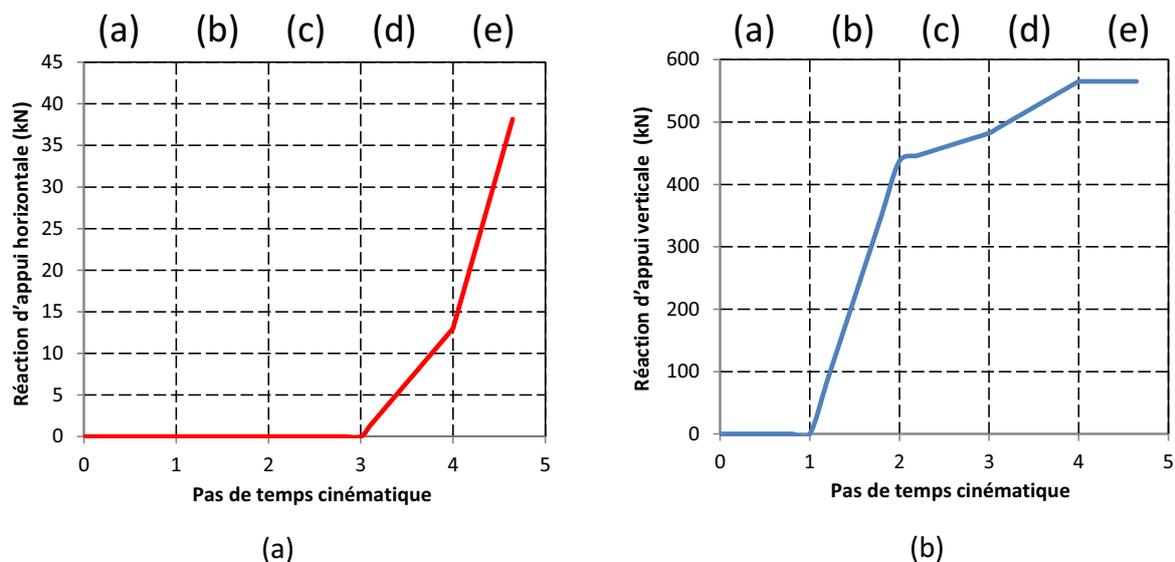


Figure IV.4-2: Evolution des réactions d'appuis en fonction du pas de temps cinématique : (a) réaction d'appui horizontale, (b) réaction d'appui verticale

#### IV.4.2.2 Courbe de comportement

La courbe de comportement du contrefort, définie par le tracé de l'effort horizontal  $F_H$  appliqué au point B en fonction du déplacement horizontal  $\delta_{Bx}$  au point B laisse apparaître trois phases distinctes (Figure IV.4-3).

La première phase correspond à la rotation imposée de  $0.2^\circ$  sur la surface inférieure du maillage. Celle-ci conduit à un déplacement du point B de l'ordre de 6 cm (pas de temps 0 à 1). Il est observé ensuite que l'application du poids propre du mur et de la charpente n'entraîne pas de déplacement significatif du point B (pas de temps 1, 2 et 3). En effet, ces chargement verticaux sont tous deux quasiment centrés et n'induisent donc pas de moment entraînant la rotation de la section en pieds. Ensuite, une phase linéaire est mise en évidence lors de l'application simultanée des efforts  $F_H$  et  $F_V$  simulant la mise en charge de la voûte sur ses appuis (D). Un incrément de déplacement horizontal vers l'extérieur de 1 cm est obtenu jusqu'au point 4 de la courbe de comportement. Ce point correspond à l'état de chargement réel du contrefort. Enfin la dernière phase correspondant à l'augmentation de l'effort horizontal jusqu'au point 5 laisse apparaître une inflexion de pente puis une phase non linéaire jusqu'au dernier point convergé, pour un effort de 37 kN. La différence de linéarité au point 4 s'explique par le fait que l'effort  $F_V$  est maintenu constant uniquement à partir de ce point. Il faut bien noter que ce dernier point ne correspond pas à la rupture du contrefort mais simplement au dernier pas de calcul convergé.

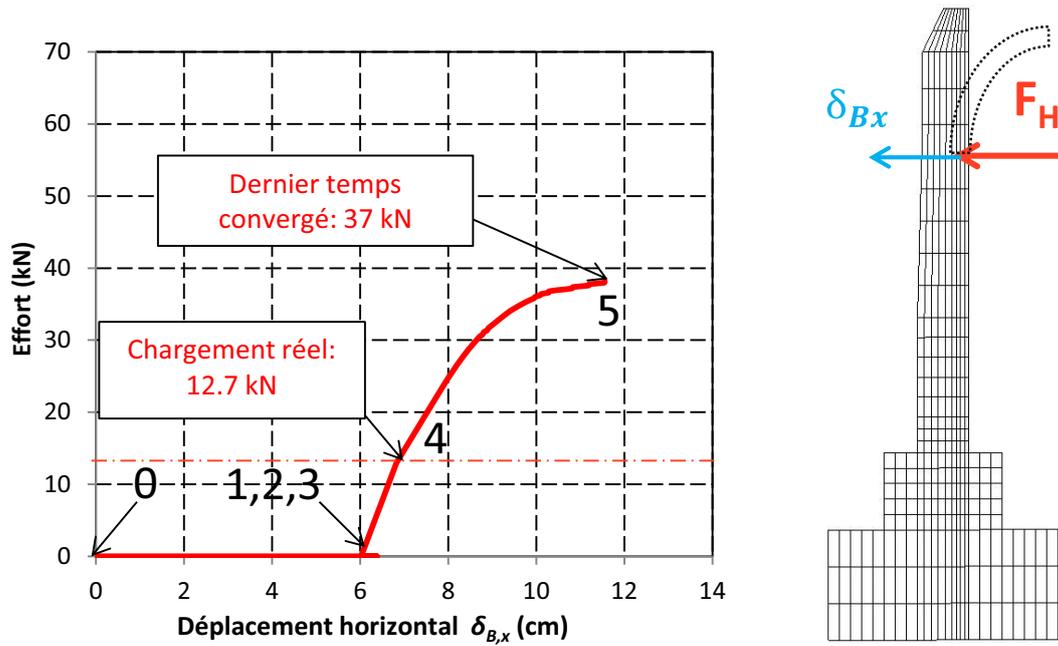


Figure IV.4-3: Courbe de comportement du contrefort au point B: Effort horizontal  $F_H$  en fonction du déplacement horizontal  $\delta_{B,x}$

#### IV.4.2.3 Profils de fissuration

Le tracé de profils de fissuration sous chargement réel de la structure (fin de la phase D) et lors de la rupture est présenté à la Figure IV.4-4.

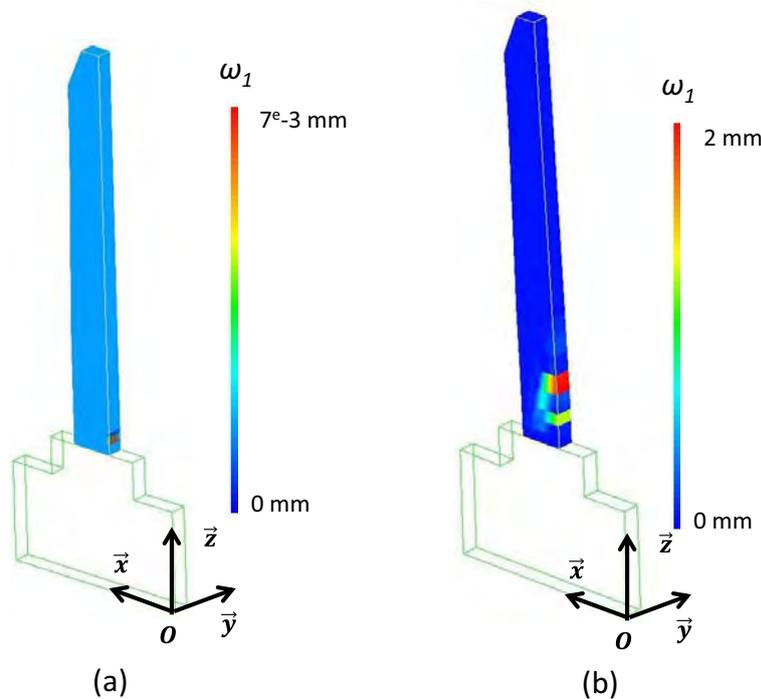


Figure IV.4-4: Profil de fissuration : (a) chargement réel de la structure (pas 4), (b) au moment de la rupture (pas 5)

Aucune ouverture de fissure n'est visualisée à la fin de l'application du poids propre de la voûte. En revanche une fissuration apparaît pendant la phase E de chargement lors de l'augmentation de l'effort horizontal au niveau de l'appui de voûte. La fissure commence à se propager à partir de 25 kN environ pour atteindre une ouverture de 2 mm à la rupture (effort de 37 kN). Notons que c'est à partir du début de la propagation de la fissure qu'il est observé une non linéarité de la courbe de comportement présentée précédemment.

#### IV.4.2.4 Zones à risque d'écrasement de compression

L'ouverture d'une fissure génère une concentration de contrainte de compression qu'il est possible de visualiser par le tracé du taux de compression-cisaillement  $\tau_c$  (Figure IV.4-5). A la fin de l'application du poids propre de la charpente (Figure IV.4-5(a)), il est observé un maximum de taux de compression à l'intérieur, au niveau supérieur, à l'interface entre les deux niveaux (zone ( $\alpha$ ) sur la figure). Le fait que ce maximum se trouve à l'intérieur résulte de l'excentricité de chargement de la charpente sur le contrefort qui est orienté vers l'intérieur de l'édifice. Le fait qu'il soit maximal à l'interface et non en pied de mur est la conséquence de la différence des résistances homogénéisées des niveaux supérieurs ( $R_{c,H} = 9.8 \text{ MPa}$ ) et de soubassement ( $R_{c,H} = 19.4 \text{ MPa}$ ).

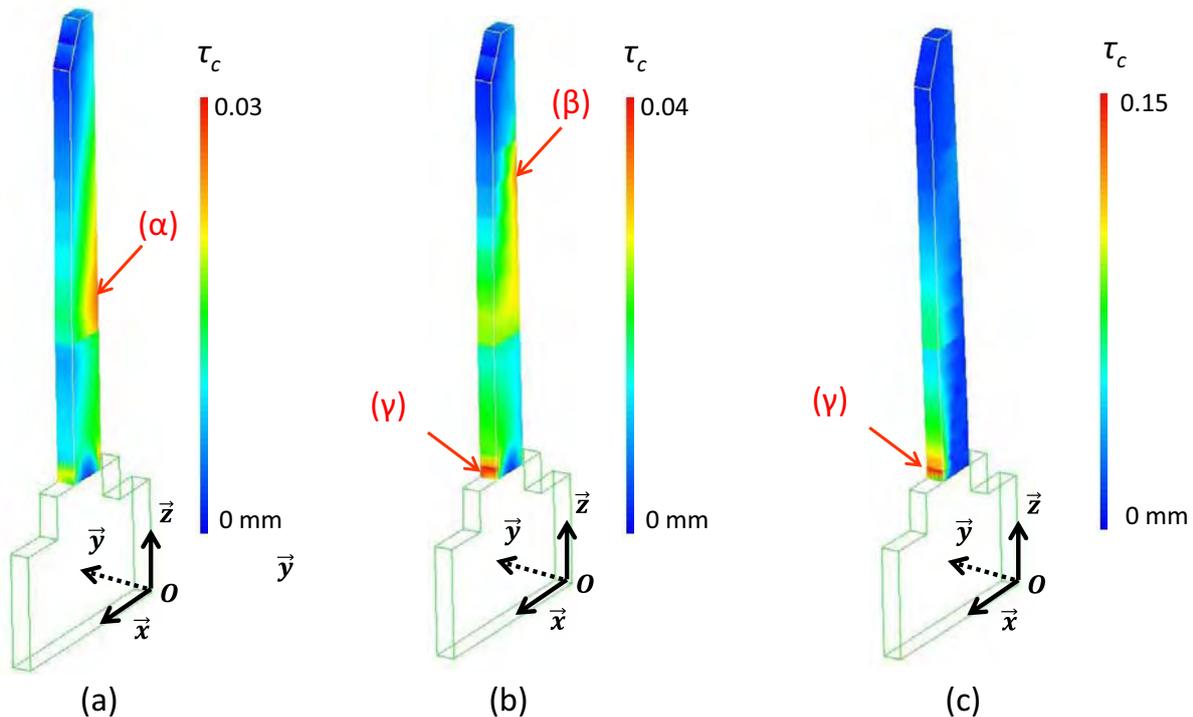


Figure IV.4-5: Tracé des isovaleurs de taux de compression : (a) avant le chargement des voûtes, (b) chargement réel de la structure, (c) au dernier pas de temps convergé

Le tracé du taux de compression-cisaillement à la fin de l'application du poids propre de la voûte et de la poussée au vide (Figure IV.4-5(b)) permet de discerner une zone de concentration de contrainte au niveau de l'appui de voûte (zone ( $\beta$ ) sur la figure). Il admet également une zone à risque de compression à la base du contrefort à l'extérieur (zone ( $\gamma$ ) sur figure).

Enfin, le tracé des taux de compression au dernier pas de temps convergé indique une valeur maximale de 0.15 sur la fibre extérieure du pied de contrefort. Cette concentration de

contrainte est le fruit de la redistribution des contraintes de compression au droit de la section fissurée.

#### IV.4.2.5 Tracé des contraintes normales dans des sections particulières

La Figure IV.4-6 indique les profils de contraintes normales au niveau du pied du contrefort et de l'embase de la fondation pour différentes valeurs de l'effort horizontal imposé au niveau de l'appui de la voûte. Le premier profil confirme que la fissure à la base du contrefort commence à se propager à partir d'un effort horizontal de l'ordre de 25 kN. A partir de ce moment, la redistribution des contraintes s'accélère et voit la contrainte de compression en fibre extérieure augmenter pour atteindre environ 2 MPa à la fin du calcul. Notons que le profil de contrainte réel (pour  $F_H = 13\text{kN}$ ) est entièrement comprimé. La non-convergence constatée provient probablement de la croissance rapide de la contrainte en fibre extrême lorsque la fissure traverse quasiment le mur. La rupture a lieu par écrasement en compression de la fibre extérieure à la base du contrefort.

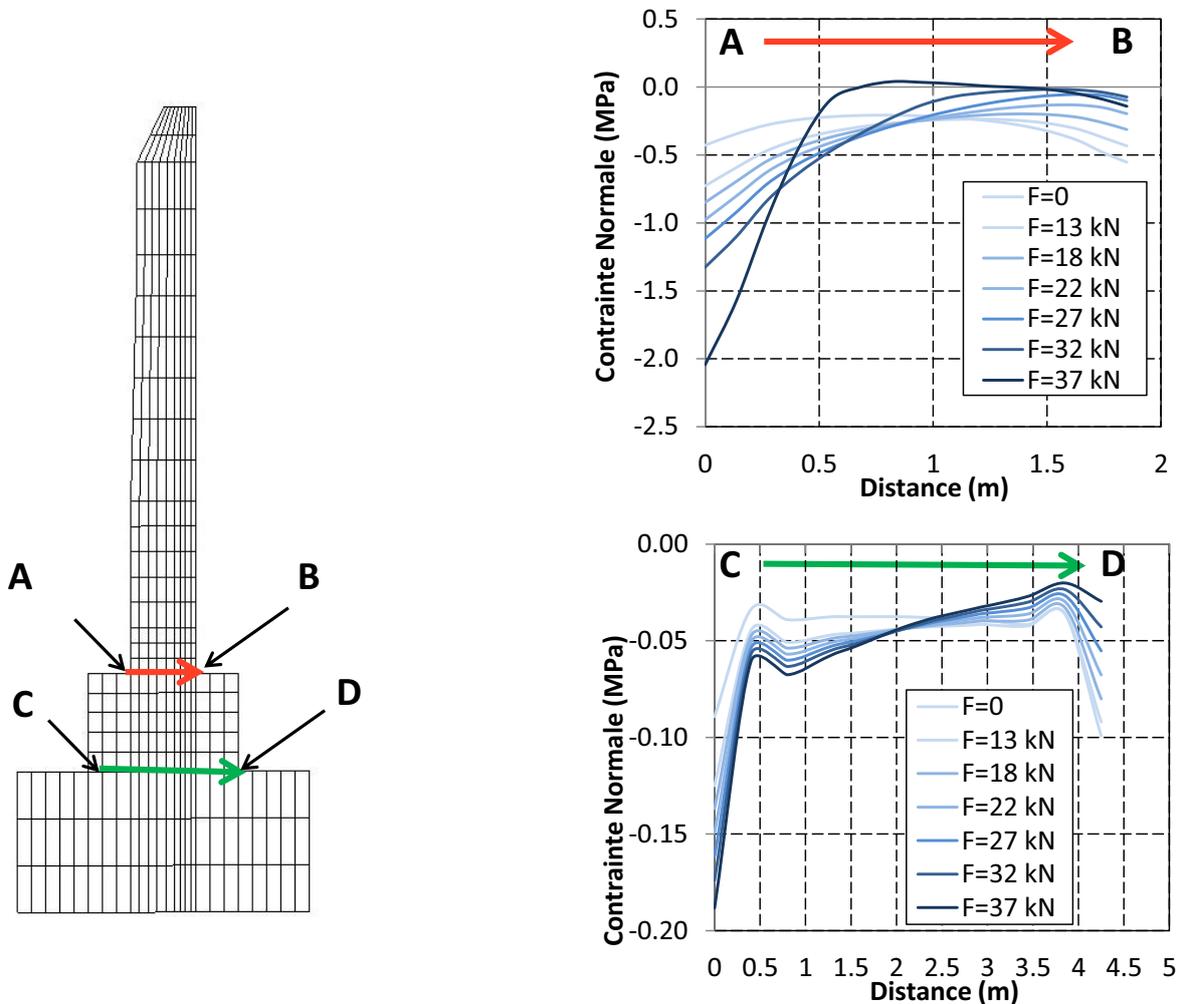


Figure IV.4-6: Tracé des contraintes normales en pied de contrefort (section AB) et sur l'embase de la fondation (section CD)

Le profil CD au niveau de l'embase de la fondation voit son profil de contrainte s'incliner à mesure que l'effort horizontal augmente. Néanmoins, la section reste entièrement comprimée et cela jusqu'à la rupture du contrefort. Notons que le profil de contrainte sous le chargement de poids propre de l'édifice présente un maximum de 0.2 MPa ce qui laisse penser que l'état limite ne sera pas atteint par rupture du sol sous une fondation.

#### IV.4.2.6 Estimation de la marge de sécurité vis-à-vis de l'effort normal de compression

La Figure IV.4-7 indique la cartographie des taux de chargement probabilistes avant la mise en charge des voûtes (a), sous chargement réel (b) et au dernier calcul (c). Rappelons que ce coefficient est :

$$c_s = \frac{\sigma_{Max}}{\chi^d \frac{R_{c,H}}{\gamma_m}} \quad (IV.4-2)$$

Si  $c_s = 0$ ,  $\sigma_{Max} = 0$ , la section ne travaille pas. Si  $c_s = 1$  le critère sur l'effort normal de compression est atteint et la rupture se produit par éclatement des blocs calcaires. L'obtention de l'effort critique  $F_{cri}$  d'un point de vue probabiliste correspond à l'effort pour lequel le coefficient  $C_s$  atteint 1.

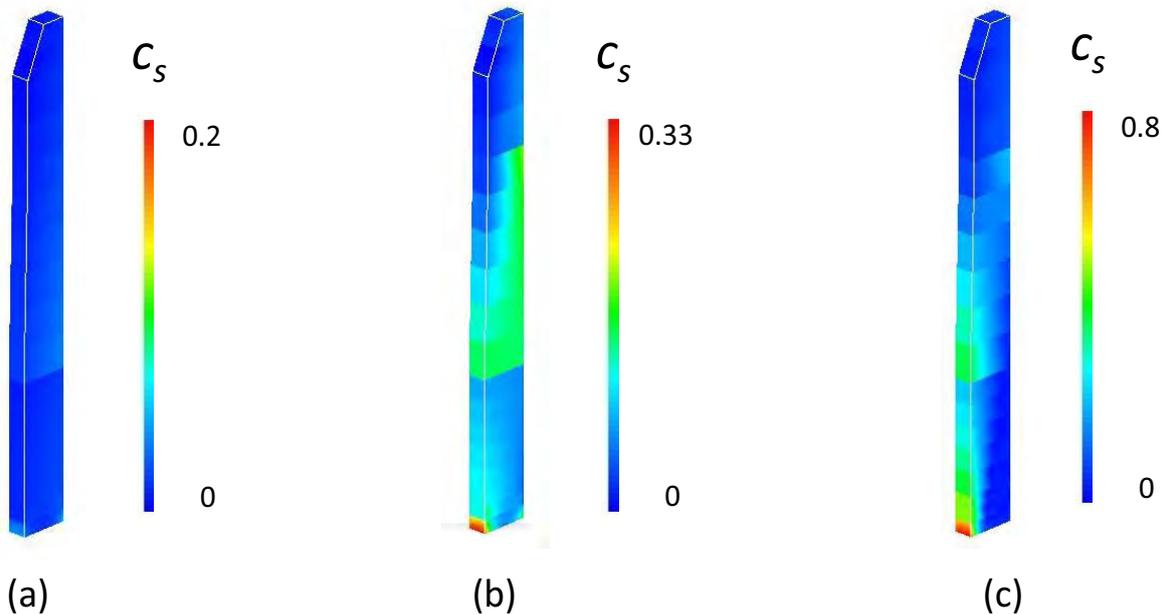


Figure IV.4-7: Tracé des taux de chargement probabilistes (a) avant la mise en charge de voûte, (b) chargement réel de la structure, (c) à la non convergence numérique

Avant la mise en charge des voûtes, l'effort de compression est réparti sur l'ensemble de la section, ce qui conduit à un taux de chargement probabiliste faible et inférieur à 0.2. L'application du chargement réel de la voûte entraîne une concentration de contrainte sur la fibre extérieure à la base du contrefort induisant un taux de chargement d'environ 0.3 (équivalent à une marge de sécurité de 3). Enfin, juste avant la non convergence numérique, le taux de chargement probabiliste atteint 0.8 sur cette même zone, ce qui correspond à une marge

de sécurité de 1.25. Ainsi, il est possible de conclure que l'effort critique de rupture du contrefort (d'un point de vue probabiliste) est nécessairement supérieur à 37kN.

#### IV.4.2.7 Influence de la rigidité du sol

Il est intéressant d'estimer si le dévers est le fruit de la rotation de la fondation, de la flexion du contrefort ou des deux à la fois. Pour cela il a été réalisé deux calculs supplémentaires avec des raideurs de sol différentes. La modification des caractéristiques du sol implique une modification de la raideur en rotation de la fondation. La Figure IV.4-8 compare les lois de comportement pour un module de sol de 40 MPa, 120 MPa et 120 000 MPa. Sur cette figure l'origine du déplacement d'appuis correspond au déplacement après l'application du dévers. Ainsi, le déplacement tracé en abscisse est le supplément de déplacement après application du dévers. De plus, notons que les derniers points convergés de chaque courbe ne correspondent pas à la rupture du contrefort.

Il est constaté que le déplacement après chargement réel de la voûte est de l'ordre de 3 mm pour une raideur de 120 000 MPa, 9 mm pour une raideur de 120 MPa et de 18 mm pour une raideur de 40 MPa. Cela permet de conclure premièrement que la part du dévers attribuée à la flexion élastique du contrefort est négligeable (environ 3mm). En revanche, la raideur du sol semble jouer un rôle bien plus important.

Il est constaté également que dans tous les cas de figure, il est impossible d'atteindre un déplacement en tête de 7 cm sans rompre le contrefort. Par conséquent, ce déplacement ne peut pas être uniquement le fruit des déplacements ou déformations induits par le chargement (rotation de fondation, ou plus probablement fluage du mortier lors des différentes phases de construction). Dans les deux cas, cela conduit à considérer que le dévers est en grande partie un dévers initial, avant chargement de la voûte. Nous parlerons donc par la suite du supplément de dévers conduisant à la rupture et non du dévers total. Le dévers initial pourrait quant à lui être dû au système d'échafaudages et de cintres utilisé pendant la construction, qui s'apparente à une voûte en bois prenant probablement appuis sur les contreforts, alors que leur mortier est en cours de durcissement, et donc fortement susceptible de se déformer de façon permanente.

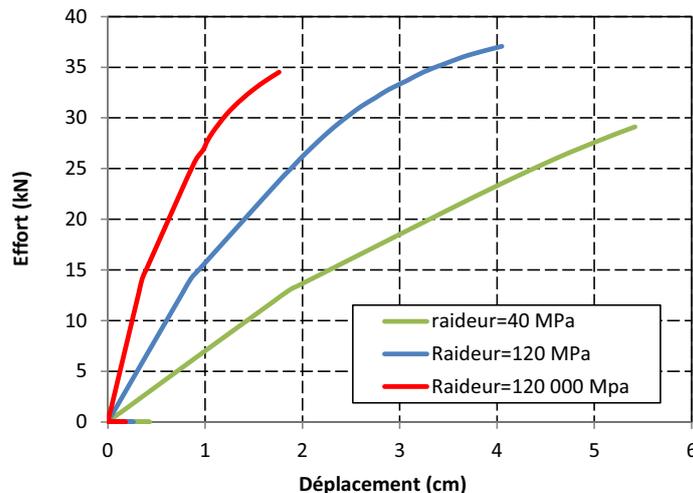


Figure IV.4-8: Influence de la raideur du sol sur le comportement à la rupture du contrefort

#### IV.4.2.8 Influence du dévers initial sur la résistance du contrefort

Notons que le calcul mené en grand déplacement a été réalisé sur la travée 4 présentant un dévers d'environ 7 cm. Or d'autres travées subissent un dévers 3 fois plus grand (21cm sur les travées 6, 7 et 8 les plus à l'Ouest de l'édifice). Cela a-t-il une influence sur la rupture du contrefort ? Pour répondre à cette question, un calcul similaire au précédent a été réalisé mais avec une rotation appliquée initialement qui conduit à un dévers de 21 cm. Le tracé des courbes de comportement « force horizontale - déplacement horizontal » au niveau de l'appui de voûte permet de mettre en évidence que le dévers joue une influence mineure dans le comportement du contrefort (Figure IV.4-9). Sur cette figure, le déplacement à l'origine correspond également au supplément de déplacement après application du dévers.

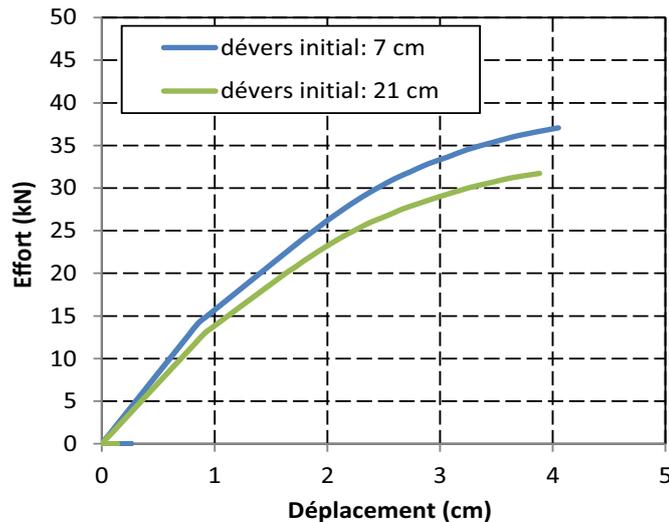


Figure IV.4-9: Influence du dévers initial sur le comportement à la rupture du contrefort

Le mode de rupture est identique dans les deux cas et la diminution globale de résistance est le fruit du moment du second ordre induit par le chargement du poids propre de la structure. Cette figure visualise le fait que la rupture provient bien dans les deux cas d'une atteinte du critère de compression en pieds de mur et non d'un renversement. En conclusion, la marge de sécurité vis-à-vis de la ruine du contrefort vis-à-vis du chargement de poids propre, dans la configuration actuelle, est d'environ 3 quel que soit le dévers observé. Cette marge est donc vérifiée pour l'ensemble des contreforts de l'édifice.

#### IV.4.3 CONCLUSION

L'analyse numérique du contrefort seul a été réalisée afin de déterminer son comportement mécanique sous l'action d'un effort horizontal provenant de la voûte. Sous le chargement réel, c'est-à-dire pour un effort horizontal de 12.7 kN, le contrefort est stable et présente une marge de sécurité de 3. Pour cet effort, le déplacement horizontal induit par le chargement au point B est de l'ordre de 9 mm. L'hypothèse selon laquelle la voûte serait à l'origine des forts dévers mesurés *in situ* est de nouveau infirmée. La part la plus importante des dévers, dans ces conditions s'est nécessairement produite avant la mise en charge des voûtes. Il apparaît que la rupture des contreforts se produirait par atteinte du seuil de compression dans la fibre extérieure à la base du contrefort. Enfin, la fondation semble suffisamment dimensionnée et le risque de rupture par écrasement du sol est écarté.

## IV.5 EXPLOITATION DES RESULTATS POUR LA MAINTENANCE DE L'OUVRAGE

### IV.5.1 ANALYSE DE LA MARGE DE SECURITE

Deux modes de rupture peuvent conduire à la ruine du système étudié : rupture de la voûte elle-même, par franchissement d'un déplacement critique d'appuis  $\delta_{cri}$  correspondant à un excès de compression sur la fibre comprimée d'une section fissurée, et rupture du contrefort par franchissement d'un effort critique  $F_{cri}$  correspondant à un mécanisme similaire. Nous avons vu dans le paragraphe IV.1.4 que l'étude de la stabilité du système voûte-contrefort consistait à analyser distinctement le comportement de la voûte et du contrefort. La synthèse est présentée à la Figure IV.5-1.

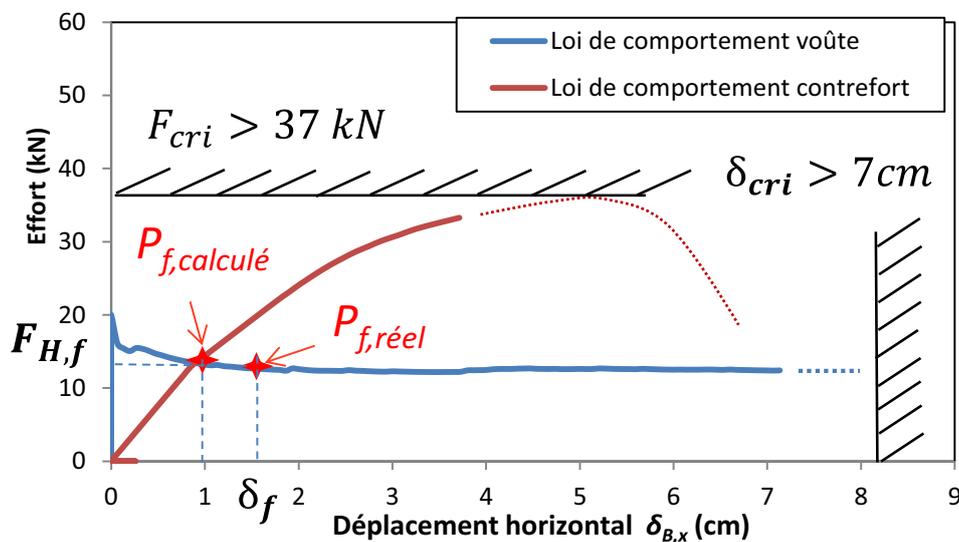


Figure IV.5-1: Analyse de stabilité du système voûtes-contrefort.

L'intersection de ces deux courbes indique le point de fonctionnement calculé du système, noté  $P_{f,calculé}$  au moment de la mise en charge des voûtes. Il correspond à un effort de 13 kN environ pour un déplacement d'appui de 9 mm. Cependant, la comparaison de l'ouverture des fissures mesurées sur site avec celles obtenues à l'issue du calcul numérique de la voûte nous a conduit à estimer que le déplacement subit par les appuis de voûte depuis leur mise en charge est de 15 mm. Le point de fonctionnement réel de notre système correspond davantage au point  $P_{f,réel}$ . La différence de 6 mm reste à expliquer. Elle pourrait avoir pour cause le fluage des maçonneries du contrefort ou des fondations. Une étude approfondie du fluage des maçonneries n'a pas été réalisée et pourraient donner une perspective intéressante à cette thèse. Une autre hypothèse pourrait être liée au comportement du sol et à la fluctuation de la hauteur de la nappe phréatique. Néanmoins, d'un point de vue structurel, la méconnaissance de la cause réelle de ce déplacement ne remet pas en cause l'analyse en marge de sécurité que nous proposons. Nous savons désormais quelle est la marge de sécurité du contrefort et de la voûte par rapport à leur état critique propre.

En effet, la Figure IV.5-1 indique l'effort critique et le déplacement critique à ne pas atteindre. Concernant le risque de rupture du contrefort, la marge de sécurité actuelle, d'un

point de vue probabiliste, est au moins égale à 3. Celle-ci est largement suffisante d'autant plus que l'effort de poussée au vide appliqué par la voûte sur le contrefort reste constant à mesure que le déplacement de l'appui B augmente. De plus, cette conclusion est vérifiée pour l'ensemble des contreforts au vu de la faible influence des dévers initiaux sur la résistance de ces derniers.

Concernant le risque de rupture de la voûte elle-même, par atteinte d'un déplacement critique le critère de rupture établi précédemment a permis d'estimer une marge de sécurité de 5 pour le déplacement réel observé et de 2 lorsque le déplacement atteint 7cm. On peut affirmer alors que le déplacement critique  $\delta_{cri}$  à ne pas atteindre est au moins supérieur à 7 cm. Ainsi, dans la mesure où le déplacement réellement produit est estimé à 1.5 cm, il est possible de dire qu'il reste une marge en terme de déplacement d'au moins 5.5 cm. Cette indication permet au maître d'ouvrage de savoir simplement, à partir des données d'instrumentation, si le déplacement d'appuis se rapproche ou non de ce déplacement critique d'appui. Par ailleurs, dans la mesure où le profil de fissuration est relativement constant sur l'ensemble des voûtes à croisée d'ogive, il est possible de considérer que ces marges de sécurité sont applicables sur l'ensemble des voûtes.

La méthode de vérification développée dans cette thèse présente aussi l'avantage d'étudier l'influence des tirants sur le comportement mécanique de la structure. Les tirants transversaux obliques révélés dans les combles pourraient contribuer à la stabilité de l'édifice. Cependant, dans la mesure où (1) leur tension n'a pas été mesurée, et (2) certains tirants semblent relâchés, il est impossible de s'assurer de leur efficacité. L'annexe 2 présente toutefois une méthode de vérification des tirants dans l'hypothèse où ceux-ci seraient tendus et correctement ancrés. Cette méthode serait applicable sur d'autres ouvrages voûtés

## IV.5.2 PROPOSITION D'UNE SOLUTION DE CONFORTATION

La méthode de vérification dissociant le comportement de la voûte de celui de son appui donne également la possibilité de dimensionner simplement une éventuelle solution de confortation. Nous avons vu que le point de fonctionnement actuel de la voûte correspondait environ à un déplacement d'appui de 1.5 cm (déplacement obtenu à partir de la mesure des ouvertures de fissures). De plus, nous sommes en mesure de dire que le déplacement limite, à savoir le déplacement d'appui qui entrainerait la ruine de la voûte d'un point de vue probabiliste, est supérieur à 7 cm. Choisissons donc, pour se placer dans le sens de la sécurité, un déplacement limite de 7 cm. Dans ce cas, il reste une marge de déplacement admissible de l'ordre de 5.5 cm. On choisit alors arbitrairement, pour se placer de nouveau dans le sens de sécurité un déplacement admissible de 1 cm (qui correspond à une marge de sécurité en termes de déplacement au moins supérieure à 5). La solution de confortation consiste alors à mettre en place un système assurant une raideur suffisante pour s'opposer au déplacement limite  $\delta_{lim}$  de 1 cm. La raideur de ce système de confortation est alors choisie de manière à ce que l'intersection de la loi de rappel avec la courbe de comportement de la voûte présente un déplacement de  $\delta_{cri} = 1$  cm soit un déplacement absolu de 2.5 cm (Figure IV.5-2). Ici la raideur du système de confortation est ainsi estimée à environ **13 kN/cm**.

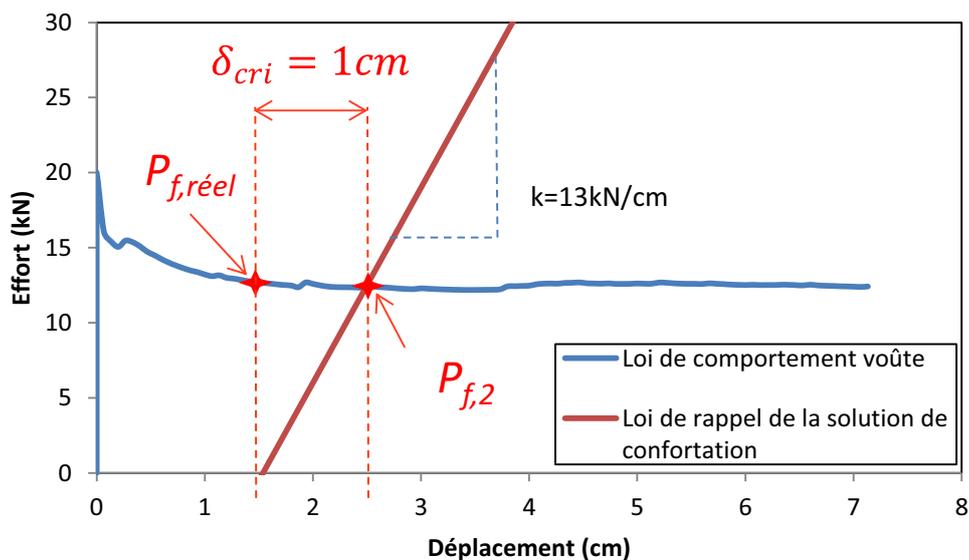


Figure IV.5-2: Dimensionnement de la solution de confortation

Imaginons alors que le contrefort sous l'action de l'effort horizontal de la voûte voit son déplacement horizontal augmenter. Les causes de ce déplacement supplémentaire pourraient être, la diminution des propriétés mécaniques des maçonneries par dégradation physico-chimique, la diminution des propriétés mécaniques du sol (par variation de la hauteur de la nappe phréatique). Alors progressivement, la poussée des voûtes serait reprise par les tirants et non plus par les contreforts jusqu'au point de fonctionnement  $P_{f,2}$  correspondant au cas où le contrefort ne reprends plus aucun effort horizontal. Ainsi le déplacement horizontal reste bloqué à cette valeur. Le système de rappel est suffisamment rigide pour s'opposer au déplacement. On s'aperçoit bien ici que la solution de confortation doit être définie en termes de raideur et non en termes de résistance.

Imaginons maintenant que cette solution de confortation consiste simplement à maintenir les déplacements horizontaux des appuis de voûte par le moyen de tirants transversaux reliant les appuis de voûte extérieurs en s'ancrant également sur l'appui de voûte central, au droit de la colonne (Figure IV.5-3).

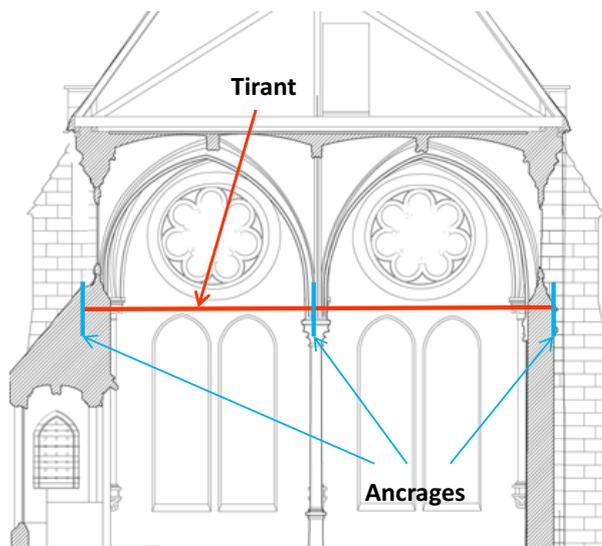


Figure IV.5-3: Solution de confortation par tirant horizontal à l'intérieur de la bibliothèque

L'ancrage de ces tirants au niveau de la colonne permet de bloquer le déplacement horizontal dans le sens Nord-Sud en tête de colonne. En considérant un tirant en acier de module d'élasticité égale  $E = 210$  GPa, il est possible de calculer la section  $S$  nécessaire pour assurer la rigidité du système  $k_{tirant}$  à partir de la loi de Hooke (Eq.(IV.5-1)) . Dans l'équation,  $L$  correspond à la longueur entre appuis de voûte soit  $L = 5.4$  m.

$$k_{tirant} = ES/L \quad (IV.5-1)$$

La section obtenue est de  $S = 0.334$  cm<sup>2</sup>. Si cette section est circulaire, son diamètre serait d'environ 7 mm.

## IV.6 CONCLUSION GENERALE DE LA PARTIE IV

---

L'analyse structurelle développée dans cette partie est basée sur l'étude historique et expérimentale de la bibliothèque (partie II) et l'obtention des paramètres matériaux homogénéisés des maçonneries (partie III).

Pour estimer les marges de sécurité vis-à-vis de la stabilité des maçonneries, nous avons établi un critère de rupture en compression des maçonneries. Celui-ci a été exprimé sur la contrainte normale agissante maximale qui présente l'avantage d'être accessible directement lors du calcul à l'échelle de la structure. Ce critère est fondé sur la comparaison du diagramme des contraintes normales agissantes obtenues à l'aide de la simulation numérique à l'échelle de la structure avec le diagramme de contraintes normales résistantes obtenu au moyen d'une simulation de l'écrasement des blocs à l'échelle mésoscopique. Ce critère intègre deux coefficients. L'un, dit coefficient « de fonctionnement » intègre le fait qu'une section de maçonnerie présente une résistance moyenne plus faible en flexion composée qu'en compression simple. L'autre est un coefficient partiel au sens des Eurocodes. Il considère la dispersion sur la valeur de la résistance de la maçonnerie.

La méthodologie choisie pour estimer la marge de sécurité de l'édifice vis-à-vis de sa ruine a consisté à étudier distinctement le comportement mécanique des voûtes et celui des contreforts. L'estimation de la marge de sécurité de l'édifice repose alors sur l'existence d'un point de fonctionnement qu'il s'agit de déterminer.

L'étude d'une voûte à croisée d'ogive a montré que le déplacement d'appuis réellement subi par la voûte depuis sa mise en charge est de l'ordre de 1.5 cm, et que les dévers observés sur les contreforts ont eu lieu avant ou lors de la mise en charge des voûtes. La marge de sécurité vis-à-vis de la rupture des voûtes par éclatement des blocs en compression dans une section fissurée est estimée à 5. La rupture se situerait au niveau des reins des doubleaux. Les ouvertures de fissure mesurées sur site nous conduisent à dire que cette marge de sécurité est valable pour l'ensemble des voûtes.

En parallèle, l'étude du contrefort a montré que le déplacement élastique subi par les voûtes lors de leur décintrement est de l'ordre du centimètre, ce qui confirme que la part élastique du déplacement dû à la poussée des voûtes n'est pas à l'origine des dévers mesurés. Pour ce chargement, la marge de sécurité vis-à-vis du critère est estimée à 3. Par ailleurs, la rupture du contrefort surviendrait par écrasement des blocs en pied des contreforts. Le dévers initial n'a pas d'influence significative sur la résistance du contrefort. Enfin, la fondation semble suffisamment dimensionnée.

*Partie IV Analyse structurelle*  
*IV.6 Conclusion générale de la partie IV*

La synthèse a permis de confronter les résultats des deux études distinctes. Nous avons vu alors que le point de fonctionnement réel était légèrement décalé vers la droite par rapport au déplacement obtenu par simulation du contrefort et pourrait s'expliquer par le fluage des joints de mortier ou la surestimation de la raideur du sol. Enfin, nous avons vu que le dimensionnement de la solution de réparation consistait à mettre en place un système permettant d'assurer une raideur minimale pour éviter de dépasser un déplacement d'appui limite.

Pour conclure, à la vue de ces résultats numériques, ainsi que de la stabilité des mouvements observés par l'instrumentation et de la recherche en archive, il est possible de dire que la bibliothèque du CNAM ne présente pas de risque apparent de ruine, et ce, pour l'ensemble des travées.

*Page laissée intentionnellement vide*

# CONCLUSION GENERALE

---

L'objectif général de ce travail était de proposer une méthodologie de diagnostic structurel d'édifices maçonnés anciens en vue d'une meilleure préservation de notre patrimoine architectural. La mise au point de cette méthode s'est appuyée sur un cas d'étude : la bibliothèque du CNAM.

La revue bibliographique a permis de dresser un état de l'art dans le domaine. Premièrement, les principes constructifs de l'architecture gothique ont été exposés. Deuxièmement, les techniques d'auscultation des monuments historiques ont été présentées. Dans le cadre de l'étude de structures présentant une forte valeur architecturale et patrimoniale, nous avons vu que les techniques non destructives étaient à privilégier. Enfin, le matériau maçonnerie présente un caractère hétérogène non linéaire et anisotrope. Son étude peut être considérée à trois niveaux d'échelles : celle de ses constituants (échelle microscopique), celle de la maçonnerie en tant que matériau hétérogène (échelle mésoscopique) et celle à l'échelle de la structure (échelle macroscopique). Dans le cadre de structures de grande dimension, la stratégie de modélisation qui semble la plus adaptée est une analyse multi-échelle. Celle-ci permet de considérer le caractère hétérogène de la maçonnerie dans une modélisation à l'échelle de la structure. Cette méthodologie nécessite néanmoins la mise en place d'une démarche d'homogénéisation de la maçonnerie.

La deuxième partie propose l'ensemble des investigations menées sur site. Premièrement, l'inventaire des pathologies constatées sur site a été réalisé. Il a été mis en évidence un profil de fissuration typique de voûte à croisée d'ogive dont les appuis s'écartent vers l'extérieur et des dévers prononcés des éléments porteurs tous portés vers l'extérieur. A partir de ces observations, 3 causes potentielles qui peuvent se combiner ont été proposées, à savoir : (1) action horizontale en tête de contrefort, (2) mouvement des fondations, (3) diminution des propriétés mécaniques. Une recherche en archive a conduit à rejeter certaines de ces causes et à mettre en évidence le fait que la majorité des dévers observés a probablement été occasionnée avant ou lors de la mise en charge des voûtes. L'auscultation des fondations a conduit également à exclure la mise en cause de la qualité des fondations. Les mesures effectuées grâce à l'instrumentation installée sur site depuis 3 ans a démontré que les mouvements de l'édifice sont principalement d'origine climatique. Le deuxième objectif de la campagne d'investigation sur site fut de récolter les données nécessaires à la construction des lois de comportement mécaniques des maçonneries. Un relevé visuel minutieux, des auscultations radars, mesures de vitesse du son et prélèvements par carottage ont conduit à établir l'agencement et la morphologie des maçonneries en place et à distinguer 6 zones maçonnées distinctes. Les mesures de vitesse de propagation d'ondes ultrasonores ont révélé une différence de qualité des pierres pour chaque zone ainsi qu'une dispersion de caractéristiques mécaniques des blocs. Cette dispersion diffère pour chaque zone. Il convient de la considérer dans une démarche d'évaluation structurelle de l'édifice selon les recommandations européennes.

La troisième partie a consisté à élaborer les lois de comportement des maçonneries. La construction d'une loi homogène a été menée à partir de la géométrie et des caractéristiques mécaniques des matériaux constitutifs de la maçonnerie. Tout d'abord, une campagne

expérimentale a été menée d'une part sur carottes de pierres prélevées sur site et d'autre part sur des matériaux équivalents à ceux en place sur l'édifice. Les essais menés sur carotte ont confirmé la différence de résistance entre les différentes zones maçonnées ainsi qu'une forte dispersion des blocs en place.

La seconde campagne expérimentale, sur matériaux équivalents, a consisté en une étude préalable du comportement mécanique des matériaux constitutifs pierre et mortier puis du comportement mécanique d'un assemblage composite pierre-mortier-pierre. Les mécanismes de ruptures des assemblages ont ainsi été appréhendés. En traction, le maillon faible de la maçonnerie se situe à l'interface pierre-mortier du fait de l'adhérence imparfaite entre les deux éléments. En compression, la faible épaisseur de joint de lit et la différence de rigidité des deux matériaux entraîne un effet de confinement du mortier impliquant une augmentation de sa résistance. Ainsi, la rupture survient au niveau de la pierre, de part et d'autre du joint. Une fissuration parallèle à l'axe de chargement au niveau des blocs fut également identifiée et confirme l'état de confinement du mortier. Ces profils de rupture doivent être considérés dans la modélisation mésoscopique afin de prédire au mieux le comportement mécanique de la maçonnerie.

La revue bibliographique nous a conduit à l'utilisation d'une loi couplant plasticité et endommagement dans le but de simuler le comportement mécanique des géomatériaux pierre et mortier. Après une présentation du modèle utilisé, nous avons validé son utilisation en simulant les essais mécaniques menés sur matériaux équivalents. La simulation en compression du mortier et de la pierre a donné lieu par analyse inverse à une identification des caractéristiques mécaniques intrinsèques de ces matériaux. Ensuite, la modélisation de l'échantillon composite en compression a permis de vérifier que les phénomènes de rupture étaient bien reproduits (confinement du mortier et fissuration verticale des blocs).

Par la suite, une identification des propriétés mécaniques des matériaux sur site a été présentée. L'absence de carottage dans certaines zones ainsi que la forte dispersion des propriétés mécaniques pour chaque zone nous a conduits à l'utilisation de méthodes non destructives pour l'obtention de paramètres mécaniques des pierres calcaire. Des courbes de corrélation entre vitesse du son et les propriétés principales des calcaires ont été élaborées à partir d'une large base de données issue de la bibliographie. Au sujet des mortiers, il a été considéré que les mortiers sur site présentent les mêmes caractéristiques mécaniques que ceux formulés en laboratoire selon les techniques de l'époque gothique. Cette hypothèse, n'est pas d'importance cruciale dans l'étude dans la mesure où il est observé que la résistance à la compression de la maçonnerie est fortement dépendante de la pierre en raison du confinement du mortier, cette hypothèse prend davantage d'importance en flexion composée comme nous l'avons vu, bien que là aussi, *in fine*, ce soit la zone comprimée de la pierre qui s'endommage.

L'ensemble des données mécaniques, géométriques et morphologiques des maçonneries de chaque zone identifiée a été utilisée dans le but d'obtenir le comportement homogène des maçonneries. En traction, la faiblesse de l'interface a conduit à considérer la résistance de traction de l'interface pierre mortier. En compression, la modélisation non linéaire d'un essai uniaxial sur muret selon les recommandations normatives a conduit à estimer le comportement pré-pic et post pic des maçonneries des différentes zone. Ces données mécaniques homogènes sont utilisées dans un calcul à l'échelle de la structure de l'édifice.

Enfin une modélisation d'une travée de la bibliothèque a été présentée. Elle présente deux objectifs : (1) confirmer l'hypothèse selon laquelle les dévers sont quasi concomitants à la mise en charge des voûtes et (2) établir une marge de sécurité vis-à-vis de la stabilité actuelle de l'édifice. Premièrement, les choix de modélisation ont été présentés. Nous avons vu que la démarche de calcul consistait à étudier séparément les comportements de la voûte et du contrefort. Ces comportements sont intimement liés dans la mesure où ils présentent une liaison commune, mais leur dissociation pour l'étude permet de quantifier le bénéfice d'un supplément de raideur horizontale sur le point de fonctionnement de l'ensemble, et par conséquent de vérifier assez facilement l'efficacité des tirants. Ensuite, un critère de rupture des maçonneries a été proposé. Il tient compte d'une part de la dispersion de résistance des calcaires et d'autre part du comportement d'une section à l'échelle mésoscopique soumise à différents types de chargement. Pour ce dernier, il a été mis en évidence par la modélisation qu'au droit d'une section fissurée, l'état de chargement de flexion composée implique un confinement non uniforme du joint de mortier qui entraîne une diminution de la résistance homogénéisée. Ainsi, un critère de sécurité sur la vérification de l'effort normal à reprendre dans chaque section a été choisi.

L'étude du comportement mécanique de la voûte à croisée d'ogive a permis par comparaison des ouvertures de fissures mesurées sur site et obtenues par le calcul d'estimer le déplacement réellement subi par les appuis de voûte, de l'ordre de 1.5 cm. Ensuite, pour ce déplacement, la marge de sécurité vis-à-vis de la rupture probabiliste de la voûte par éclatement des blocs en compression a été évaluée à 5. La rupture, interviendrait au niveau des reins des arcs doubleaux pour un déplacement d'appuis au moins égal à 7 cm. L'étude du contrefort a mis en évidence le fait que le chargement des voûtes lors de la construction a entraîné un déplacement de l'ordre de 1 cm confirmant le fait que la partie élastique du déplacement du à la poussée des voûtes n'est pas à l'origine des dévers prononcés. Pour cet état de chargement, la marge de sécurité vis-à-vis du risque de ruine du contrefort, liée à la vérification du critère probabiliste, est au moins de l'ordre de 3. Par ailleurs, la rupture du contrefort surviendrait par écrasement des blocs et non par renversement.

Enfin une synthèse permet de confronter les deux lois de comportement de la voûte et du contrefort. Le point de fonctionnement réel de l'édifice est légèrement décalé par rapport au point initial obtenu par le calcul ce qui pourrait certainement s'expliquer par le fluage des joints de mortier et/ou la souplesse des fondations. Concernant le profil de fissuration, globalement similaire sur chaque travée, ainsi que la faible sensibilité du dévers vis-à-vis de la stabilité du contrefort, il est raisonnable de conclure que l'ensemble des travées de la bibliothèque présente un niveau de sécurité suffisant. Si l'on souhaite mettre en place un renfort métallique, l'analyse par la méthode du point de fonctionnement que nous avons proposé permet de le choisir en connaissance de cause. La solution de confortation consiste à mettre en place un dispositif suffisamment rigide pour empêcher les appuis de voûte de s'écarter.

Ce calcul mécanique associé à la recherche en archive et la stabilité actuelle des mouvements permet ainsi de dire que l'état structurel de la bibliothèque est sain et ne présente pas de danger d'effondrement. Bien entendu, des hypothèses ont été formulées dans ce travail et il est important de les connaître parfaitement pour prendre la meilleure décision possible. La confortation ne semble pas nécessaire à court terme, mais il reste intéressant de poursuivre l'instrumentation afin de contrôler les mouvements structurels de cet édifice d'une qualité

architecturale exceptionnelle. Si sur le long terme les mouvements de dévers s'amplifient, la mise en place du renfort sera nécessaire.

Pour conclure, à partir de ce cas d'étude, il est proposé un organigramme simplifié de la démarche globale mise en place. Elle comprend cinq phases principales. La première dite de constatations consiste en une observation minutieuse des pathologies à partir desquelles sont proposées différentes causes possibles quant à leurs origines. Ensuite une phase d'investigation est essentielle dans le but d'une part de poursuivre l'enquête sur les causes et d'autre part de collecter les données nécessaires à l'élaboration des lois de comportements des maçonneries. La phase d'évaluation structurelle permet de vérifier ou de rejeter certaines causes et d'établir des marges de sécurité vis-à-vis de la stabilité de l'édifice. L'analyse rassemble l'ensemble des études (historiques, d'instrumentation, et d'évaluation de comportement structurel) afin de conclure sur les causes des pathologies, de prédire leur évolution et de définir le niveau de sécurité de la structure. Elle conduit finalement à la prise de décision quant à la poursuite ou non de l'instrumentation, et à la proposition d'une solution de confortation.

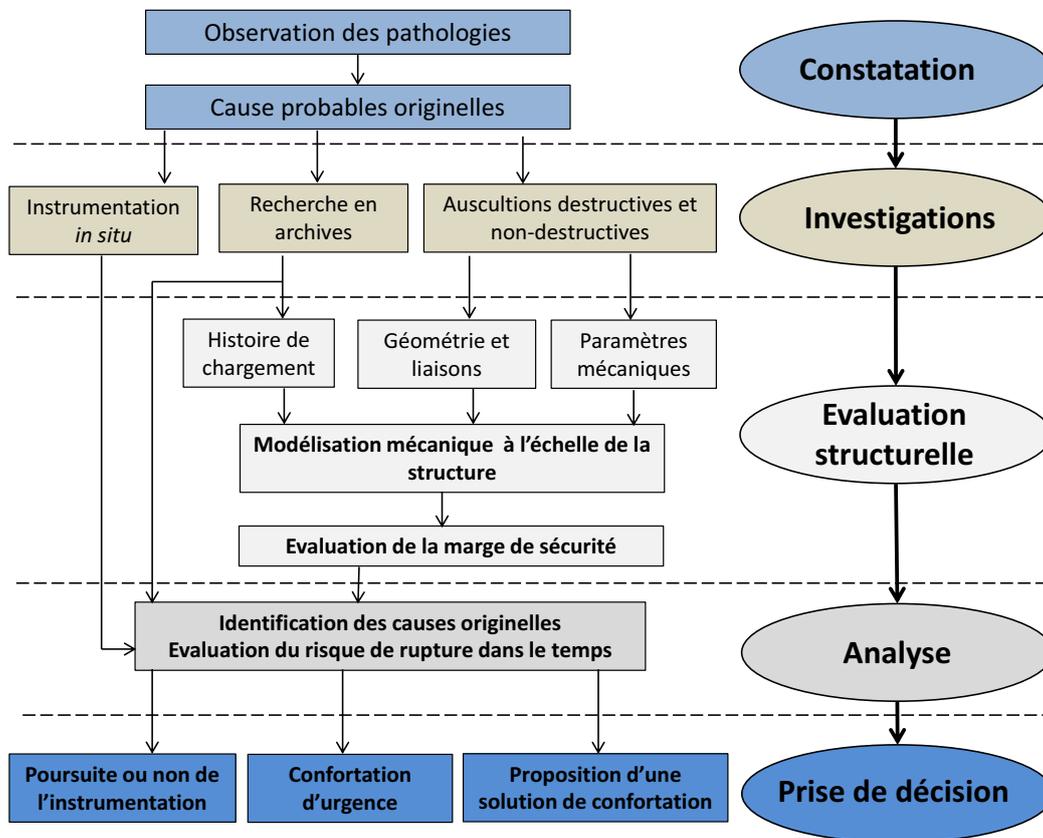


Figure 1: Méthodologie globale de diagnostic structurel de monument historique

Ces travaux de thèse ont ainsi permis de développer les aspects innovants suivants.

- (1) Enfin l'analyse numérique d'une section de nervure fissurée a montré que plus on s'approchait de la rupture et plus la résistance de la section diminuait en raison du déconfinement progressif du joint de mortier.
- (2) Nous avons par ailleurs intégré les incertitudes de résistance des maçonneries, en distinguant les différentes zones maçonnées, à partir des mesures non destructives de vitesse du son par la mise en place d'un coefficient de sécurité partiel.

### *Conclusion Générale*

- (3) La mise en place d'une méthode d'analyse multi-échelle qui permet de mener à bien un calcul à l'échelle de la structure à partir de considération micromécaniques.
- (4) L'analyse de l'ensemble voûte-contrefort a été menée en dissociant ces deux sous structures en raisonnant en point de fonctionnement de la structure. Cette dissociation a rendu possible un dimensionnement simple du système de confortation.

Ces éléments peuvent être appliqués sur d'autres structures anciennes en maçonnerie de pierre.

*Page laissée intentionnellement vide*

# PERSPECTIVES

---

De nombreuses perspectives sont envisagées afin d'améliorer la démarche proposée. Premièrement, il serait intéressant d'étudier et de développer un moyen non-destructif d'identification des propriétés mécaniques des mortiers de chaux historiques. Une revue bibliographique plus poussée dans le domaine constituerait un point de départ dans l'élaboration d'un outil fiable d'obtention des caractéristiques mécaniques. Nous avons vu succinctement que les tests d'arrachement s'attachaient à ce problème mais la question mérite d'être étudiée avec plus d'attention.

Par ailleurs, la démarche d'homogénéisation a été validée à partir de la campagne expérimentale menée sur les matériaux équivalents, à savoir, pierre et mortier seuls puis matériau composite pierre-mortier-pierre. L'influence des joints montant n'a donc pas été considérée dans cette validation. Une campagne expérimentale sur murets de dimensions préconisées par la norme serait un moyen intéressant de validation de la démarche. De plus, la modélisation du matériau composite a permis, d'une part, d'estimer le coefficient de Drucker Prager du mortier et, d'autre part, de valider le modèle. Une démarche plus rigoureuse consisterait à mesurer le coefficient de Drucker Prager sur un échantillon de mortier seul et de valider ensuite le modèle avec ce coefficient obtenu.

De plus, l'anisotropie initiale d'élasticité et de résistance de la maçonnerie n'a pas été considérée dans cette étude (seule l'anisotropie d'endommagement est considérée) dans la mesure où les flux de contrainte transitant dans la structure sont principalement orientés perpendiculairement aux joints de lit, qui est aussi la direction principale d'homogénéisation. Cependant, des chargements tels que les dénivellations d'appuis ou actions dynamiques pourraient entraîner une sollicitation plus complexe du monument. Dans ce cas de figure, la considération de l'anisotropie initiale serait un plus.

A l'échelle du calcul de structure, plusieurs travaux pourraient être abordés. Nous avons vu que le point de fonctionnement actuel du système voûte-contrefort présentait un déplacement en pied d'appui plus important que celui estimé lors de la modélisation de la voûte. Cette déformation sous un chargement constant pourrait avoir pour cause le fluage des maçonneries ou des déformations du sol. Une étude du fluage des joints de mortiers permettrait d'identifier les paramètres de fluage à implémenter dans le modèle d'endommagement orthotrope.

Enfin, un critère a été proposé afin de considérer le mode de rupture de la maçonnerie au droit d'une section fissurée soumise à un chargement de flexion composée. Lorsque le critère est atteint dans une zone, la ruine de la voûte est considérée. En réalité, la rupture dans une zone localisée implique la diminution du degrés d'hyperstaticité de la structure mais pas nécessairement la ruine totale de la structure. Une redistribution des contraintes de compression autour de la zone localement endommagée peut permettre à la structure de trouver un nouvel état d'équilibre. Une piste de recherche peut être envisagée dans le but de considérer ce mode de rupture observé à l'échelle mésoscopique dans le calcul à l'échelle de la structure. Il s'agit de techniques de remaillage consistant à détecter les sections fissurées et à remailler les éléments au droit de ces sections afin de considérer l'éclatement des blocs à l'échelle mésoscopique.

*Page laissée intentionnellement vide*

# BIBLIOGRAPHIE

---

- Abraham, P., 1934. Viollet-Le-Duc et le rationalisme médiéval.
- Abruzzese, D., Miccoli, L., Yuan, J., 2009. Mechanical behavior of leaning masonry Huzhu Pagoda. *J. Cult. Herit.* 10, 480–486. doi:10.1016/j.culher.2009.02.004
- Acary, V., 2001. Contribution à la modélisation mécanique et numérique des édifices maçonnés. Université de la Méditerranée - Aix-Marseille II.
- Acland, J.H., 1972. Medieval structure: the gothic vault. University of Toronto Press.
- Albuerne, A., Williams, M., Lawson, V., 2012. Prediction of the failure mechanism of arches under base motion using dem based on the NSCD method. Presented at the Structural Analysis of Historical Construction, Wroclaw, Poland.
- Atkinson, R.H., Amadei, B.P., Saeb, S., Sture, S., 1989. Response of Masonry Bed Joints in Direct Shear. *J. Struct. Eng.* 115, 2276–2296. doi:10.1061/(ASCE)0733-9445(1989)115:9(2276)
- Backes, H.P., 1985. On the behavior of masonry under tension in the direction of the bed joints. Aachen University of Technology, Aachen, Allemagne.
- Basem K. Moh'd, 2009. Compressive Strength of Vuggy Oolitic Limestones as a Function of Their Porosity and Sound Propagation. *Jordan J. Earth Environ. Sci.* 2, 18–25.
- Baud, Gambin, 2013. Détermination du coefficient rhéologique de Ménard dans le diagramme Pressiorama. Presented at the Parallel international symposium on pressuremeters, Comité Français de la mécanique des sols et de la géotechnique, Paris.
- Beck, K., 2006. Étude des propriétés hydriques et des mécanismes d'altération de pierres calcaires à forte porosité. Université d'Orléans.
- Bernard, H., 1975. Fondations Gothiques du Nord et de Picardie. *Cah. Archéologiques Picardie* 2, 85–100. doi:10.3406/pica.1975.1202
- Berto, L., Saetta, A., Scotta, R., Vitaliani, R., 2002. An orthotropic damage model for masonry structures. *Int. J. Numer. Methods Eng.* 55, 127–157. doi:10.1002/nme.495
- Bied, A. El, Sulem, J., 2003. Adaptation du mode opératoire pour la réalisation d'essais en compression "vraie" sur les roches. *Rev. Fr. Géotechnique* 103, 43–60.
- Binda, L., Saisi, A., Zanzi, L., 2004. Sonic tomography and flat-jack tests as complementary investigation procedures for the stone pillars of the temple of S. Nicolò l'Arena (Italy). *NDT E Int.* 36, 215–227.
- Blezard, R.G., 2003. 1 - The History of Calcareous Cements, in: Hewlett, P.C. (Ed.), *Lea's Chemistry of Cement and Concrete (Fourth Edition)*. Butterworth-Heinemann, Oxford, pp. 1–23.
- Block, P., Ochsendorf, J., 2008. Lower-bound Analysis of Masonry Vaults.
- Blond, E., 2010. Modélisation du comportement de structures et de matériaux aux hautes températures. Polytech Orleans, Orleans.
- Brunelle, V., Cabinet Cizel, Ginger CEBTP, 2014. CNAM, Ancien réfectoire, Etude de stabilité de l'édifice.
- Calia, A., Tabasso, M.L., Mecchi, A.M., Quarta, G., 2013. The study of stone for conservation purposes: Lecce stone (southern Italy). *Geol. Soc. Lond. Spec. Publ.* 391, SP391.8. doi:10.1144/SP391.8
- CEBTP, 2014. Etude de la charpente, rapport BDP.D.071.
- Cecchi, A., Di Marco, R., 2000. Homogenization of masonry walls with a computational oriented procedure. Rigid or elastic block? *Eur. J. Mech. - ASolids* 19, 535–546. doi:10.1016/S0997-7538(00)00159-5
- Cecchi, A., Sab, K., 2001. A multi-parameter homogenization study for modeling elastic masonry. *Eur. J. Mech. - ASolids* 21, 249–268. doi:10.1016/S0997-7538(01)01195-0
- Choisy, A., 1899. Histoire de l'architecture. G. Baranger.
- CNAM, 1933. Annales du Conservatoire des arts et métiers. Baudry (Paris).

- Coste, A., 1997. *GOTHIC ARCHITECTURE, UNDERSTANDINGS AND INTERPRETATIONS OF A MODEL*. Université de Saint-Etienne.
- Costigan, A., Pavía, S., 2012. Influence of the Mechanical Properties of Lime Mortar on the Strength of Brick Masonry, in: Válek, J., Hughes, J.J., Groot, C.J.W.P. (Eds.), *Historic Mortars*, RILEM Bookseries. Springer Netherlands, pp. 359–372.
- Coulomb, C.A. de, 1773. Sur une application des règles de maximis et minimis à quelques problèmes de statique relatifs à l'architecture.
- Couplet, 1732. De l'examen de la poussée des voûtes. De l'imprimerie royale.
- Cundall, P.A., 1971. A computer model for simulating progressive largescale movements in blocky rock systems. Presented at the ISRM Proc.2, pp. 129–136.
- Dahlblom, O., Ottosen, N.S., 1990. Smearred Crack Analysis Using Generalized Fictitious Crack Model. *J. Eng. Mech.* 116, 55–76. doi:10.1061/(ASCE)0733-9399(1990)116:1(55)
- de Buhan, P., de Felice, G., 1997. A homogenization approach to the ultimate strength of brick masonry. *J. Mech. Phys. Solids* 45, 1085–1104. doi:10.1016/S0022-5096(97)00002-1
- De La Hire, 1695. *Traité de Mécanique*. Imprimerie Royale, Paris.
- Delbeck, 1989. *Les ponts en maçonnerie*.
- Deneux, H., 1927. *L'Évolution des charpentes du XIe au XVIIIe siècle: par H. Deneux,...*
- Desmorat, R., Gatuingt, F., Ragueneau, F., 2007. Nonlocal anisotropic damage model and related computational aspects for quasi-brittle materials. *Eng. Fract. Mech.* 74, 1539–1560. doi:10.1016/j.engfracmech.2006.09.012
- Dhanasekar, M., Kleeman, P., Page, A., 1985. THE FAILURE OF BRICK MASONRY UNDER BIAXIAL STRESSES. *ICE Proc.* 79, 295–313. doi:10.1680/iicep.1985.992
- Domedè, N., 2006. *méthode de requalification des ponts en maçonnerie (Thèse)*. Toulouse II.
- Domedè, N., 2010. *Caractérisation expérimentale de deux pierres naturelles de construction*. Presented at the AUGC, La Bourboule.
- Domedè, N., Sellier, A., Stablon, T., 2013. Structural analysis of a multi-span railway masonry bridge combining in situ observations, laboratory tests and damage modelling. *Eng. Struct.* 56, 837–849. doi:10.1016/j.engstruct.2013.05.052
- Drougkas, A., Roca, P., Molins, C., 2015. Compressive strength and elasticity of pure lime mortar masonry. *Mater. Struct.* 1–17. doi:10.1617/s11527-015-0553-2
- Duffaut, P., 2000. *Manuel de mécanique des roches*. Presses des MINES.
- Durand-Claye, A., 1866. Note sur la vérification de la stabilité des voûtes de maçonnerie et sur l'emploi des courbes de pression. E. Thunot.
- Eckel, E.C., 1928. *Cements, limes and plasters: their materials, manufacture and properties*, New edition; first published by Wiley / Chapman & Hall in 19. ed. Donhead, Dorset, UK.
- Elsen, J., Balen, K.V., Mertens, G., 2012. Hydraulicity in Historic Lime Mortars: A Review, in: Válek, J., Hughes, J.J., Groot, C.J.W.P. (Eds.), *Historic Mortars*, RILEM Bookseries. Springer Netherlands, pp. 125–139.
- Ersoy, H., Kanik, D., 2012. Multicriteria decision-making analysis based methodology for predicting carbonate rocks' uniaxial compressive strength. *EARTH Sci. Res. J.* 16, 65–74.
- Eurocode 6, 2006. *Calcul des ouvrages en maçonnerie*, AFNOR. Norme Européenne.
- Fabre, D., Gustkiewicz, J., 1997. Poroelastic properties of limestones and sandstones under hydrostatic conditions. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.* 34, 127–134. doi:10.1016/S1365-1609(97)80038-X
- Fitchen, J., 1997. *The Construction of Gothic Cathedrals: A Study of Medieval Vault Erection*. University of Chicago Press.
- Froidevaux, Y.-M., 2001. *Techniques de l'architecture ancienne: construction et restauration*. Editions Mardaga.
- Furlan, V., Bissegger, P., 1975. *Les mortiers anciens: histoire et essais d'analyse scientifique*.
- Grechi, G., 2012. Monitoring and Structural Assessment of Monuments in the Historical Centre of L'Aquila struck by the 2009 Earthquake: the Case Study of St. Silvestro Church Italy |. *Italie*.

- Gregorii, D., 1695. Davidis Gregorii M. D. Astronomiae Professoris Sauliani & S. R. S. Catenaria, Ad Reverendum Virum D. Henricum Aldrich S. T. T. Decanum Aedis Christi Oxoniae. Philosophical Transactions (1683-1775).
- Guillot, X., Roque, E., 2010. Chaux Hydrauliques.
- Halleux, P., 2003. La compréhension de la pensée technique des bâtisseurs médiévaux: un long cheminement du 12<sup>e</sup> au 21<sup>e</sup> siècle. Buklletin Liaison ICOMOS.
- Heyman, J., 1969. The safety of masonry arches. *Int. J. Mech. Sci.* 11, 363–385. doi:10.1016/0020-7403(69)90070-8
- Heyman, J., 1997. *The Stone Skeleton: Structural Engineering of Masonry Architecture*. Cambridge University Press.
- Hillerborg, A., Modéer, M., Petersson, P.-E., 1976. Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements. *Cem. Concr. Res.* 6, 773–781. doi:10.1016/0008-8846(76)90007-7
- Honeyborne, D.B., 1982. *The building limestones of France*, Building Research Establishment report. Dept. of the Environment, Building Research Establishment : H.M.S.O, London.
- ISRFMP, 1999. CD-Rom : Mémoire de Pierre.
- Jamet, P., Millard, A., Nahas, G., 1984. Triaxial behaviour of a micro-concrete complete stress-strain curves for confining pressures ranging from 0 to 100 MPa. CEA Centre d'Etudes Nucleaires de Saclay.
- Jean, M., 1999. The non-smooth contact dynamics method. *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.* 177, 235–257. doi:10.1016/S0045-7825(98)00383-1
- Jefferson, A.D., Bennett, T., 2007. Micro-mechanical damage and rough crack closure in cementitious composite materials. *Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech.* 31, 133–146. doi:10.1002/nag.551
- Kachanov, L., 1958. Time of the rupture process under creep conditions. *Izv Akad Nauk SSR Otd Tech Nauk* 8, 26–31.
- Kahraman, S., 2001. Evaluation of simple methods for assessing the uniaxial compressive strength of rock. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.* 38, 981–994. doi:10.1016/S1365-1609(01)00039-9
- Karsan, I.D., Jirsa, J.O., 1969. Behavior of Concrete Under Compressive Loadings. *J. Struct. Div.* 95, 2543–2564.
- Kılıç, A., Teymen, A., 2008. Determination of mechanical properties of rocks using simple methods. *Bull. Eng. Geol. Environ.* 67, 237–244. doi:10.1007/s10064-008-0128-3
- Kock, T.D., Dewanckele, J., Boone, M., Schutter, G.D., Jacobs, P., Cnudde, V., 2013. Replacement stones for Lede stone in Belgian historical monuments. *Geol. Soc. Lond. Spec. Publ.* 391, 391–399. doi:10.1144/SP391.9
- Lagneau, J.F., 2006. Ancienne abbaye Saint Martin, réfectoire, Investigations visuelles (No. 3327).
- Laurent, J.-M., 2007. *Construction et restauration des bâtiments en pierre*. Editions Vial.
- Lemaitre, Chaboche, 1985. *Mécanique des Matériaux Solides*, DUNOD. ed. Paris.
- Lourenço, P.B., 1996. COMPUTATIONAL STRATEGIES FOR MASONRY STRUCTURES. Université de Porto.
- Lourenço, P.B., De Borst, R., Rots, J.G., 1997. A plane stress softening plasticity model for orthotropic materials. *Int. J. Numer. Methods Eng.* 40, 4033–4057. doi:10.1002/(SICI)1097-0207(19971115)40:21<4033::AID-NME248>3.0.CO;2-0
- Lourenço, P.B., Krakowiak, K.J., Fernandes, F.M., Ramos, L.F., 2007. Failure analysis of Monastery of Jerónimos, Lisbon: How to learn from sophisticated numerical models. *Eng. Fail. Anal.* 14, 280–300. doi:10.1016/j.engfailanal.2006.02.002
- Lourenço, P.B., Milani, G., Tralli, A., Zucchini, A., 2007. Analysis of masonry structures : review of and recent trends in homogenization techniques.
- Lourenço, P.B., Pina-Henriques, J., 2006. Validation of analytical and continuum numerical methods for estimating the compressive strength of masonry. *Comput. Struct.* 84, 1977–1989. doi:10.1016/j.compstruc.2006.08.009
- Mamillan, M., 1958. Méthode de classification des pierres calcaires. *Ann. Inst. Tech. Bâtim. Trav. Publics* 469–525.

- Mann, W., Betzler, M., 1994. Investigations on the effect of different forms of test samples to test the compressive strength of masonry. Presented at the 10th Int Brick/Block Masonry Conf, Calgary, Canada, pp. 1305–1313.
- Mazars, J., 1984. Application de la mécanique de l'endommagement au comportement non linéaire et à la rupture du béton de structure. Paris 6.
- Mertens, G., Elsen, J., Laduron, D., Brulet, R., 2006. Minéralogie des silicates de calcium présents dans des mortiers anciens à Tournai. *ArchéoSciences Rev. Archéom.* 61–65.
- Mery, 1840. *Annales des ponts et chaussées: Partie technique. Mémoires et documents relatifs à l'art des constructions et au service de l'ingénieur.*
- Mesnager, A., 1929. Détermination expérimentale des efforts intérieurs dans les solides / par Augustin Mesnager. Gauthier-Villars (Paris).
- Middendorf, B., Hughes, J.J., Callebaut, K., Baronio, G., Papayianni, I., 2005. Investigative methods for the characterisation of historic mortars—Part 1: Mineralogical characterisation. *Mater. Struct.* 38, 761–769. doi:10.1007/BF02479289
- Mohammed, A., Hughes, T.G., Mustapha, A., 2011. The effect of scale on the structural behaviour of masonry under compression. *Constr. Build. Mater.* 25, 303–307. doi:10.1016/j.conbuildmat.2010.06.025
- Montclos, J.-M.P. de, 1972. *Architecture: description et vocabulaire méthodiques.* Éd. du Patrimoine, Centre des monuments nationaux.
- MS.A.6: Method for triaxial compression tests on mortar specimens taken from bed joints, 1998. . *Mater. Struct.* 31, 363–370. doi:10.1007/BF02480706
- MS.D.9, 1997. MS.D.9 Determination of mortar strength by the screw (helix) pull-out method. *Mater. Struct.* 30, 323–328. doi:10.1007/BF02480682
- Muller, didier, 1996. *Techniques informatives efficaces pour la simulation de milieux granulaires par des méthodes d'éléments distincts.* Ecole polytechnique fédérale de Lausanne.
- Navier, C., 1833. *Résumé des leçons données à l'École des ponts et chaussées par M. Navier,... : sur l'application de la mécanique à l'Établissement des constructions et des machines.* Tome 1 / par M. Navier,... Carilian-Goeury (Paris).
- NF EN 459, 2012. *Chaux de construction*, AFNOR. ed.
- NF EN 772-1, 2011. *Méthodes d'essai des éléments de maçonnerie - Partie 1 : détermination de la résistance à la compression.*
- NF EN 1015-3, 1999. *Méthode d'essai des mortiers pour maçonnerie*, AFNOR. ed.
- NF EN 1015-11, 2000. *Méthodes d'essai des mortiers pour maçonnerie, partie 11, Détermination de la résistance en flexion et en compression du mortier durci*, AFNOR. ed.
- NF EN 1052-1, 99. *Méthodes d'essai de la maçonnerie*, AFNOR. ed.
- NF EN 1926, 2007. *Méthodes d'essai des pierres naturelles, Détermination de la résistance en compression uniaxiale*, AFNOR. ed.
- NF EN 1936, 2007. *Détermination des masses volumiques réelle et apparente et des porosités ouverte et totale.*
- NF EN 14579, 2005. *"Méthodes d'essai pour pierres naturelles. Détermination de la vitesse de propagation du son" -*, AFNOR. ed.
- NF EN 14580, 2005. *Méthodes d'essai pour pierres naturelles Détermination du module d'élasticité statique.*
- NF P94-261, 2013. *Justification des ouvrages géotechniques - Normes d'application nationale de l'Eurocode 7 - Fondations superficielles - Calcul géotechnique.*
- Oñate, Hanganu, A., barbat, Oller, 1996. *Structural analysis and durability assessment of historical constructions using a finite element damage model.* CIMNE.
- Page, A., 1981. THE BIAXIAL COMPRESSIVE STRENGTH OF BRICK MASONRY. *ICE Proc.* 71, 893–906. doi:10.1680/iicep.1981.1825
- Page, A.W., 1978. Finite Element Model for Masonry. *J. Struct. Div.* 104, 1267–1285.
- Page, A.W., 1983. The strength of brick masonry under biaxial tension-compression. *Int J Mason.* 3 26–31.

- Pande, G.N., Liang, J.X., Middleton, J., 1989. Equivalent elastic moduli for brick masonry. *Comput. Geotech.* 8, 243–265. doi:10.1016/0266-352X(89)90045-1
- Panet, M., 1976. *La Mécanique des roches appliquée aux ouvrages du génie civil*. Association amicale des ingénieurs anciens élèves de l'École nationale des ponts et chaussées.
- Pardo, A.A., Pellicer, B.B., Montaner, E.I., Villa, L.G., 2012. A methodology for the assessment of historical structures based on finite element models. Presented at the Structural analysis of Historical Constructions, Wroclaw Pologne.
- Parent, T., Domede, N., Sellier, A., Mouatt, L., 2015. Mechanical characterization of limestone from sound velocity measurement. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*
- Pluijm, R.V.D., 1992. Material properties of masonry and its components under tension and shear. Presented at the Proc. 6th Canadian Masonry Symposium, Canada, pp. 675–686.
- Poleni, G., 1748. *Memorie Istoriche della gran Cupola del Tempio Vaticano*. Stamperia Seminario.
- Rafiee, A., Vinches, M., Bohatier, C., 2008. Modelling and analysis of the Nîmes arena and the Arles aqueduct subjected to a seismic loading, using the Non-Smooth Contact Dynamics method. *Eng. Struct.* 30, 3457–3467. doi:10.1016/j.engstruct.2008.05.018
- Ramtani, S., 1990. Contribution à la modélisation du comportement multiaxial du béton endommagé avec description du caractère unilatéral. Paris 6.
- Rapport, 2009. Construction de 2 cages d'escalier, Campagne de reconnaissance de sols, Entreprise Michelon Nitzel. Paris.
- Recht, R., 1989. *Les Bâisseurs des cathédrales gothiques*. Musées de la Ville de Strasbourg.
- Reinhardt, H.W., Cornelissen, H.A.W., 1984. Post-peak cyclic behaviour of concrete in uniaxial tensile and alternating tensile and compressive loading. *Cem. Concr. Res.* 14, 263–270. doi:10.1016/0008-8846(84)90113-3
- Reyes, E., Gálvez, J.C., Casati, M.J., Cendón, D.A., Sancho, J.M., Planas, J., 2009. An embedded cohesive crack model for finite element analysis of brickwork masonry fracture. *Eng. Fract. Mech.* 76, 1930–1944. doi:10.1016/j.engfracmech.2009.05.002
- Richard, B., Ragueneau, F., Cremona, C., Adelaide, L., 2010. Isotropic continuum damage mechanics for concrete under cyclic loading: Stiffness recovery, inelastic strains and frictional sliding. *Eng. Fract. Mech.* 77, 1203–1223. doi:10.1016/j.engfracmech.2010.02.010
- Riffault, 1999. *Catalogue des caractéristiques géologiques et mécaniques de quelques roches françaises*.
- Roca, P., 2001. *Studies on the structure of Gothic Cathedrals*.
- Roca, P., Araiza, G., 2010. Shear response of brick masonry small assemblages strengthened with bonded FRP laminates for in-plane reinforcement. *Constr. Build. Mater.* 24, 1372–1384. doi:10.1016/j.conbuildmat.2010.01.005
- Sabouret, V., 1934. *Les voûtes d'arêtes nervurées, Rôle simplement décoratif des nervures* 205–209.
- Salençon, 2009. *De l'élasto-plasticité au Calcul à la Rupture*, Ecole polytechnique. ed. paris.
- Schellart, W.P., 2000. Shear test results for cohesion and friction coefficients for different granular materials: scaling implications for their usage in analogue modelling. *Tectonophysics* 324, 1–16. doi:10.1016/S0040-1951(00)00111-6
- Schuller, M.P., 2003. Nondestructive testing and damage assessment of masonry structures. *Prog. Struct. Eng. Mater.* 5, 239–251. doi:10.1002/pse.160
- Sellier, A., Casaux-Ginestet, G., Buffo-Lacarrière, L., Bourbon, X., 2013. Orthotropic damage coupled with localized crack reclosure processing. Part I: Constitutive laws. *Eng. Fract. Mech.* 97, 148–167. doi:10.1016/j.engfracmech.2012.10.012
- Sellier, A., Millard, A., 2014. Weakest link and localisation WL2: a method to conciliate probabilistic and energetic scale effects in numerical models. *Eur. J. Environ. Civ. Eng.* 18, 1177–1191. doi:10.1080/19648189.2014.906368
- Sharma, P.K., Singh, T.N., 2008. A correlation between P-wave velocity, impact strength index, slake durability index and uniaxial compressive strength. *Bull. Eng. Geol. Environ.* 67, 17–22. doi:10.1007/s10064-007-0109-y

## *Bibliographie*

- Solla, M., Lorenzo, H., Riveiro, B., Rial, F.I., 2011. Non-destructive methodologies in the assessment of the masonry arch bridge of Traba, Spain. *Eng. Fail. Anal.* 18, 828–835. doi:10.1016/j.engfailanal.2010.12.009
- Stablon, T., 2011. *Méthodologie pour la requalification des ponts en maçonnerie* (Thèse de doctorat). Université Paul Sabatier, Toulouse, France.
- Stablon, thomas, 2011. *Méthodologie pour la requalification des ponts en maçonnerie*. Université Paul-Sabatier.
- Stablon, T., Sellier, A., Domede, N., Plu, B., Dieleman, L., 2012. Influence of building process on stiffness: numerical analysis of a masonry vault including mortar joint shrinkage and crack re-closure effect 881–898.
- Sutcliffe, D.J., Yu, H.S., Page, A.W., 2001. Lower bound limit analysis of unreinforced masonry shear walls. *Comput. Struct.* 79, 1295–1312. doi:10.1016/S0045-7949(01)00024-4
- Theodossopoulos, 2001. Structural scheme of the Cathedral of Burgos.
- Thuro, K., Plinninger, R.J., Zäh, S., Schütz, S., 2001. Scale effects in rock strength properties. Part 1: Unconfined compressive test and Brazilian test. Presented at the ISRM Regional Symposium, Eurock 2001, Espoo, Finland.
- Tóth, A.R., Orbán, Z., Bagi, K., 2009. Discrete element analysis of a stone masonry arch. *Mech. Res. Commun.* 36, 469–480. doi:10.1016/j.mechrescom.2009.01.001
- Vasconcelos, G., Lourenço, P.B., 2009. Experimental characterization of stone masonry in shear and compression. *Constr. Build. Mater.* 23, 3337–3345. doi:10.1016/j.conbuildmat.2009.06.045
- Venkatarama Reddy, B.V., Gupta, A., 2008. Influence of sand grading on the characteristics of mortars and soil-cement block masonry. *Constr. Build. Mater.* 22, 1614–1623. doi:10.1016/j.conbuildmat.2007.06.014
- Viollet-le-Duc, E.-E., 1859. *Dictionnaire raisonné de l'architecture française du XIe au XVIe siècle*.
- Von Mises, R., 1928. Mechanik der plastischen Formänderung von Kristallen. *ZAMM - Z. Für Angew. Math. Mech.* 8, 161–185. doi:10.1002/zamm.19280080302
- Weibull, W., 1951. A Statistical Distribution Function of Wide Applicability. *J. Appl. Mech.* 18, 293–297.
- Wolfe, W.S., 1921. *Graphical Analysis - A Text Book in Graphic Statics* (1921). DODO Press.
- Yasar, E., Erdogan, Y., 2004. Correlating sound velocity with the density, compressive strength and Young's modulus of carbonate rocks. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.* 41, 871–875. doi:10.1016/j.ijrmms.2004.01.012

# TABLE DES ILLUSTRATIONS : FIGURES

Figure-1: la bibliothèque du CNAM : (a) vue extérieure, (b) vue intérieure.....	1
Figure I.1-1: Coupes de Basiliques Romaines [Choisy, 1899] .....	6
Figure I.1-2 : Réaction aux appuis d'une voûte en berceau.....	7
Figure I.1-3 : Voûte romane en berceau [Viollet-le-Duc, 1859].....	8
Figure I.1-4 : La nervure, solution constructive facilitant l'appareillage des arrêtes [Acland, 1972] .....	9
Figure I.1-5 : Voûte à croisée d'ogive, éléments et réaction aux appuis .....	9
Figure I.1-6 : Arc boutant de la cathédrale de Beauvais [Viollet-le-Duc, 1859] ..	10
Figure I.1-7 : Fondations gothiques : (a) Coupe verticale de la fondation au niveau du déambulatoire de la cathédrale de Thérouanne [Bernard, 1975], (b) coupe horizontale de la fondation de notre Dame de Dijon [Choisy, 1899].....	11
Figure I.1-8 : Tracé des nervures d'une voûte quadripartite [Choisy, 1899].....	12
Figure I.1-9 : Dessins de naissances de nervures: (a) appareillage séparé, (b) Tas-de-Charge : pénétration des nervures dans un bloc monolithique, (c) Tas-de-Charge : naissances de nervures à différentes hauteurs [Viollet-le-Duc, 1859].....	13
Figure I.1-10 : Cintres des nervures : (a) Schéma d'ensemble de système de cintres recevant les nervures [Fitchen, 1997], (b) Convergence des cintres à la naissance des nervures [Fitchen, 1997], (c) mise en place des claveaux des nervures [Acland, 1972] .....	14
Figure I.1-11 : mise en place de la clé de voûte [Fitchen, 1997], Réalisation des panneaux de remplissage [Acland, 1972] .....	14
Figure I.1-12: Mise en place des panneaux de remplissage sur les premiers tiers [Viollet-le-Duc, 1859] .....	15
Figure I.1-13: Cerce mobile ajustable : (a) [Viollet-le-Duc, 1859], (b) [Choisy, 1899], (c) panneaux de coffrage [Choisy, 1899].....	15
Figure I.2-1 : (a) Modes de transmission de l'onde acoustique, (b) Caractérisation de la profondeur d'une fissure [Grecchi, 2012].....	17
Figure I.2-2: (a) Technique de tomographie sonore, (b) Profil de vitesse de propagation du son et estimation de la profondeur de fissure [Schuller, 2003].....	18
Figure I.2-3 : Profil radar du dôme de la Basilique de l'immaculée conception à Baltimore [Schuller, 2003].....	18
Figure I.2-4 : Profil radar d'un pont en maçonnerie [Solla et al., 2011].....	19
Figure I.2-5 : Dispositif expérimental du test d'arrachement [MS.D.9, 1997] .....	20
Figure I.2-6 : Principe de l'essai de relâchement de contrainte [Grecchi, 2012].....	21
Figure I.2-7 : Détermination du comportement mécanique d'une maçonnerie en compression avec l'essai au vérin plat [Schuller, 2003] .....	21
Figure I.3-1 : Maçonnerie de blocage entre parements appareillés [Viollet-le-Duc, 1859].....	22
Figure I.3-2 : Les appareillages de la maçonnerie [Montclos, 1972] .....	23
Figure I.3-3 : Essai de compression uniaxiale. (a) position des jauges, (b) courbes contrainte-déformation axiale, transversale et volumique.....	24

*Table des illustrations : Figures*

Figure I.3-4 : Comportement d'un géomatériau en traction uniaxiale, courbe contrainte déformation.....	25
Figure I.3-5 : Comportement uniaxial cyclique des géomatériaux. (a) Comportement cyclique du béton en traction [Reinhardt and Cornelissen, 1984], Comportement cyclique du béton en compression [Karsan and Jirsa, 1969] .....	26
Figure I.3-6 : Chargement cyclique uniaxial de traction puis compression sur un béton [Ramtani, 1990] .....	26
Figure I.3-7 : Comportement du béton sous chargement triaxial de compression [Jamet et al., 1984] .....	27
Figure I.3-8 : Cycles de la chaux aérienne .....	30
Figure I.3-9 : Cycles de la chaux hydraulique .....	32
Figure I.3-10 : Utilisation des liants au cours de l'histoire. [Furlan and Bissegger, 1975] .....	35
Figure I.3-11 : Composition minéralogique de différents types de liants[Elsen et al., 2012] .....	36
Figure I.3-12 : Résistance à la compression du mortier en fonction du temps de prise et de la composition du mortier. (a) Courbes d'évolution, (b) tableau de valeurs en MPa [Domede, 2006] .....	37
Figure I.3-13 : Résistances de différents type de mortiers en fonction de l'âge (a) Compression (b) flexion [Costigan and Pavía, 2012] .....	38
Figure I.3-14 : Lois de comportement de différents type de mortier à 56 jours (a) Compression (b) flexion (c) caractéristiques mécaniques extraites [Costigan and Pavía, 2012] .....	38
Figure I.3-15 : Comportement du mortier sous chargement triaxial de compression pour différents rapport contrainte radiale/contrainte longitudinale ["MS.A.6," 1998, p. 6]. (a) Courbe contrainte longitudinale-déformation longitudinale. (b) Courbe contrainte longitudinale-déformation radiale .....	39
Figure I.3-16 : Comportement en traction uniaxiale d'interfaces mortier-bloc. (a) échantillon constitué de deux éléments et d'une interface. (b) Courbes contrainte normale-déplacement normal [Pluijm, 1992] .....	40
Figure I.3-17 : Dispositifs d'essai des interfaces mortier-blocs soumise à des chargements de compression-cisaillement.[Roca and Araiza, 2010] .....	40
Figure I.3-18 : Modes de de rupture au cisaillement des interfaces. (a) Rupture sur la surface de collage entre l'élément et le mortier sur l'une ou les deux faces de l'élément. (b) Rupture par cisaillement localisé dans le mortier. (c) Rupture par écrasement ou fissuration des éléments (d'après la norme NF EN 1052-3, 2003) .....	41
Figure I.3-19 : (a) comportement tangent en cisaillement des interfaces en fonction de la contrainte normale appliquée[Acary, 2001], (b) Loi de frottement de Coulomb avec angles de frottement initial et résiduel .....	41
Figure I.3-20 : comportement d'un joint de mortier sous sollicitation cyclique imposées [Atkinson et al., 1989]. (a) réaction tangentielle. (b) Déplacement relatif normal .....	42
Figure I.3-21 Représentation schématique d'un échantillon endommagé .....	46
Figure I.3-22 : Illustration de la contrainte effective .....	46
Figure I.3-23: essai cyclique, (a) Déformation imposée, (b) courbe contraintes déformation.....	47
Figure I.3-24 Anisotropie induite par le chargement .....	47
Figure I.3-25 Modèle de Sellier, réponse sous chargement cyclique de traction-compression.....	49
Figure I.3-26 : Exigences dimensionnelles des murets selon la norme EN 1052-1 .....	50

*Table des illustrations : Figures*

Figure I.3-27 : Courbe contrainte-déformation lors d'essai de compression sur triplets [Vasconcelos and Lourenço, 2009].....	51
Figure I.3-28 : Représentation schématique des états de contraintes dans les mortiers et les éléments d'une maçonnerie soumise à une sollicitation de compression [Lourenço and Pina-Henriques, 2006].....	51
Figure I.3-29 : Etude de l'effet d'échelle de triplets de briques assemblées par un mortier. (a) Echantillons, (b) Variation de la résistance à la compression, (c) Variation du module d'élasticité. [Mohammed et al., 2011].....	52
Figure I.3-30 : Comportement en traction directe d'un muret en maçonnerie soumis à un déplacement dans le sens parallèle aux joints de pose [Backes, 1985]. .....	52
Figure I.3-31: Mode de rupture de murs en maçonnerie soumis à des sollicitations de cisaillement compression plans : (a) renversement, (b) glissement des joints, (c) fissuration diagonale des éléments, (d) fissuration et écrasement par compression [Roca and Araiza, 2010] .....	53
Figure I.3-32 : Essais biaxial sur des panneaux de maçonnerie .....	54
Figure I.3-33 Essai de traction compression, étude de l'anisotropie induite par $\theta$ : (a) Orientation du chargement (Acary 2001), (b) Courbes enveloppes de rupture ([Acary, 2001]d'après [Page, 1983]) .....	54
Figure I.3-34 : Essai biaxial de bi-compression [Page, 1981].....	55
Figure I.3-35 : Modes de rupture de maçonneries soumises à un chargement biaxial. ([Dhanasekar et al., 1985].....	55
Figure I.3-36 : Relation contrainte déformation pour la maçonnerie en compression [Eurocode 6, 2006].....	56
Figure I.3-37 : les différentes approches de modélisation de maçonnerie : (a)maçonnerie réelle, (b) approche micro détaillée, (c) approche micro simplifiée, (d) approche macro échelle. ....	57
Figure I.3-38 : Schéma de base pour le chevauchement des corps [Muller, 1996] .....	58
Figure I.3-39 : Lois de contact dans la Non-Smooth Contact Method: (a) Condition de Signorini, (b) Condition de frottement de type Coulomb.....	58
Figure I.3-40 : homogénéisation simplifié de la maçonnerie, système en série [Abruzzese et al., 2009].....	60
Figure I.3-41 : Homogénéisation linéaire en deux étapes [Pande et al., 1989]. (a) Première homogénéisation horizontale, (b) deuxième homogénéisation verticale.....	61
Figure I.3-42 ; Volumes élémentaire représentatif : (a) [Cecchi and Di Marco, 2000] et, (b) [Cecchi and Sab, 2001].....	61
Figure I.3-43 : Discrétisation du VER selon [Cecchi and Sab, 2001].....	62
Figure I.3-44 : Multicritère (Hill en compression et Rankine en traction) [Lourénço et al., 1997] .....	63
Figure I.3-45 : Modélisation numérique non linéaire d'un mur soumis à un effort de compression normal aux lits de pose. (a) Mur respectant les prescriptions normatives, (b) Courbe contrainte déformation des matériaux seuls et du matériau homogénéisé [T. Stablon, 2011].....	64
Figure I.3-46 : Voûte en berceau soumise à un déplacement d'appuis. (a) voûte isostatique avant déplacement, (b) voûte isostatique après déplacement.....	65
Figure I.3-47 : Etude mécanique d'une voûte à croisée d'ogive : (a) [Sabouret, 1934], (b) [Abraham, 1934] .....	66

*Table des illustrations : Figures*

Figure I.3-48 : Schéma de fissuration d'une voûte à croisée d'ogive :(a) [Abraham, 1934], (b) [Heyman, 1997] .....	67
Figure I.3-49 équilibre de la voûte selon Couplet. [Couplet, 1732].....	69
Figure I.3-50 : Epure de Mery, ligne des centres de pression [Mery, 1840].....	69
Figure I.3-51 : Analyse graphique d'une voûte à croisée d'ogive [Wolfe, 1921] .....	70
Figure I.3-52 : Surface de pression inscrite dans l'épaisseur d'une voûte [Block and Ochsendorf, 2008] .....	72
Figure I.3-53 : Méthode des éléments-discrets appliquée au calcul de voûte (a) [Rafiee et al., 2008], (b) , [Albuerne et al., 2012].....	72
Figure I.3-54 Modélisation éléments finis d'un quart de nef avec les bas-côtés : (a) Analyse élastique [Theodossopoulos, 2001], Analyse non linéaire [Roca, 2001] .....	73
Figure II.1-1 : Plan de localisation de la bibliothèque du CNAM [Brunelle et al., 2014].....	78
Figure II.1-2 : Plan en vue de dessus de la bibliothèque du CNAM, [Lagneau, 2006].....	79
Figure II.1-3 : Illustration de la bibliothèque par [Bayot, 1861] .....	79
Figure II.1-4 : Vue extérieure actuelle du mur gouttereau Nord, [Brunelle et al., 2014] .....	80
Figure II.1-5 : (a)Vue extérieure actuelle du mur pignon Ouest, (b) Vue en coupe transversale de la travée 2 [Brunelle et al., 2014] .....	81
Figure II.1-6 : Profil dissymétrique des arcs doubleaux [Choisy, 1899] .....	81
Figure II.1-7 : Vue en coupe longitudinale [Brunelle et al., 2014] .....	82
Figure II.1-8 : (a) Maquette miniature de la charpente [Deneux, 1927], (b) photographie intérieure des combles .....	83
Figure II.1-9 : La charpente de la bibliothèque du CNAM [Froidevaux, 2001], (a) : Ferme maitresse (b) : Coupe longitudinale .....	83
Figure II.1-10 : Disposition des tirants métalliques .....	84
Figure II.1-11 : Connexions entre panne sablière et tirant transversal .....	85
Figure II.1-12 : Fixations des tirants transversaux obliques : (a) Etrier, (b) Ancrage extérieur ...	85
Figure II.1-13 : répartition des efforts dus à la mise en place des tirants .....	85
Figure II.1-14 : Système de mise en tension de tirants, assemblage par clavette .....	86
Figure II.2-1: Fissuration en intrados des voûtes.....	87
Figure II.2-2: Mesure des dévers en tête de mur gouttereau à mi travée.....	88
Figure II.2-3: Schématisation des dévers mesurés au relevé topographique 3D.....	88
Figure II.3-1 : Prieuré Saint Martin au XIII <sup>e</sup> siècle : (a) perspective (archives nationales), (b) plan de masse [Viollet-le-Duc, 1859] A :église, B : cloître, C : chapelle Notre-Dame, D : réfectoire, G : salle capitulaire, H : mortuaire, E : petit dortoir, I : grandes salles et dortoirs au-dessus, K : celliers, L : cuisine, N : chapelle Saint-Michel .....	90
Figure II.3-2 : Phasage de la construction de la bibliothèque (a) Elévation des murs gouttereau, (b) construction de la charpente, (c) élévation des colonnes, (d) construction des voûtes .....	91
Figure II.3-3: Environnement du réfectoire lors de sa construction : (a) Vue d'ensemble, (b) Vue en coupe (archive Nationales Peyre architecte 1816 F 13 1102).....	92
Figure II.3-4: Environnement du réfectoire à partir de 1844 : (a) Plan d'ensemble, (b) Vue en coupe (c) Arcs de contrebutement .....	93
Figure II.3-5: Environnement de l'église à partir de 1933 jusqu'à aujourd'hui: (a) Vue en coupe du bâtiment h, (b) et (c) Coupes longitudinales et horizontales du nouvel amphithéâtre [CNAM, 1933] .....	93
Figure II.4-1: Position et dénomination des capteurs d'instrumentations.....	96

*Table des illustrations : Figures*

Figure II.4-2: Position des convergences mètre et des inclinomètres .....	96
Figure II.4-3: Evolution de la température des combles de la bibliothèque en fonction du temps .....	97
Figure II.4-4: Evolution des ouvertures de fissure en fonction du temps .....	97
Figure II.4-5: Evolution de l'ouverture en fonction de la température pour les capteurs F9 et F15 .....	98
Figure II.4-6: Evolution de la variation de distance entre appuis des voûtes en fonction du temps .....	98
Figure II.4-7: Evolution de la variation d'angle dans l'axe Nord-Sud en tête de colonne en fonction du temps .....	99
Figure II.4-8: Evolution de la variation d'angle en fonction de la température des inclinomètres I1, I2, I5 et I7 .....	100
Figure II.4-9: Emplacement des cibles pour relevés topographiques semestriels .....	101
Figure II.4-10: Situation géologique du sol environnant. Extrait de la carte géologique à 1/5000 des 1 <sup>er</sup> , 2 <sup>ème</sup> , 3 <sup>ème</sup> et 4 <sup>ème</sup> arrondissements .....	102
Figure II.4-11: Fouilles géotechniques : (a) au droit de la colonne, (b) au droit du contrefort... ..	103
Figure II.4-12: maçonneries en place sur la bibliothèque : (a) le mur d'élévation, (b) les voûtes à croisée d'ogives.....	104
Figure II.4-13: Constitution des colonnes.....	105
Figure II.4-14: Localisation des auscultations radar .....	106
Figure II.4-15: Relevé radar au niveau du socle octogonal.....	106
Figure II.4-16: Relevé radar au niveau du mur gouttereau sud intérieur .....	107
Figure II.4-17: Relevé radar au niveau du dallage intérieur .....	107
Figure II.4-18: Relevé radar au niveau du mur gouttereau sud, en partie supérieur.....	108
Figure II.4-19: Relevé radar au niveau de l'extrados de la voûte, perpendiculairement à la nervure d'ogive.....	108
Figure II.4-20: Relevé radar au niveau du mur gouttereau sud entre les baies géminées et la rosace.....	109
Figure II.4-21: Relevé radar au niveau de l'extrados de la voûte, perpendiculairement à la nervure d'ogive.....	109
Figure II.4-22: Parement extérieur du niveau de soubassement, sous les baies géminées .....	115
Figure II.4-23: Niveau supérieur, (a) Constitution du mur [Viollet-le-Duc, 1859], (b) parement extérieur .....	116
Figure II.4-24: Maçonnerie des voûtes à croisée d'ogives .....	117
Figure III.1-1: Comportement élastique en compression des pierres calcaires .....	124
Figure III.1-2: Comportement élastique en compression des pierres calcaire .....	125
Figure III.1-3: (a) Carottage sur site, (b) carotte prélevée, (c) échantillon soumis à un essai brésilien .....	126
Figure III.1-4: Courbes effort déplacement de l'essai brésilien sur échantillon composite pierre-mortier-pierre .....	127
Figure III.1-5: Résultats échantillon 2 : (a) Profil des déformations axiales $\epsilon_{zz}$ en m/m juste avant la rupture (F = 5.7 kN), (b) Variation de longueur des jauges d'extensométrie virtuelles en fonction de l'effort appliqué .....	128

*Table des illustrations : Figures*

Figure III.1-6: Résultats échantillon 3 : (a) Profil des déformations axiales $\varepsilon_{zz}$ en m/m juste avant la rupture ( $F = 5.7$ kN), (b) Variation de longueur des jauges d'extensométrie virtuelles en fonction de l'effort appliqué .....	129
Figure III.1-7 : Type d'éprouvettes : (a) Eprouvette de mortier, (b) Bloc calcaire, (c) assemblage composite pierre-mortier-pierre. ....	131
Figure III.1-8 : Essai de flexion trois points sur éprouvette de mortier : (a) Machine d'essai, (b) Dimensions de l'éprouvette (norme NF EN 1015-11).....	133
Figure III.1-9 : Essai de compression sur mortier, (a) Machine d'essai, (b) Disposition de l'éprouvette .....	133
Figure III.1-10 : Lois de comportement du mortier (a) flexion : courbe contrainte de flexion-flèche, (b) compression, courbe contrainte-déformation. ....	134
Figure III.1-11 : Essai de flexion trois points. Etat de contrainte normale à mi-travée. (a) Avant le pic de rupture. (b) Après le pic de rupture .....	135
Figure III.1-12 : Illustration du phénomène de « Snap-Back » lors d'un essai de flexion trois point sur un géomatériau fragile.....	135
Figure III.1-13 : Profil de rupture de l'éprouvette de mortier soumise à un essai de compression (a)Phase élastique, (b) Propagation de la fissure pendant la phase adoucissante, (c) et (d) Rupture de l'échantillon.....	135
Figure III.1-14: Courbes contrainte-déformation, essai de compression directe sur bloc calcaire $20*20*20$ cm <sup>3</sup> .....	138
Figure III.1-15: Essai de compression sur bloc calcaire $20*20*20$ cm <sup>3</sup> . (a) Fissuration perpendiculaire au sens de chargement. (b) Profil de rupture de l'éprouvette avec cône de frettage.....	139
Figure III.1-16 : Dispositif d'essai de traction des blocs calcaires. (a) Eprouvettes équipées de capteurs de déplacements. (b) Vérin et Dynamomètre. ....	140
Figure III.1-17 : Eprouvettes de matériau composite pierre-mortier-pierre constituées de Blocs calcaires $20*20*20$ cm <sup>3</sup> et d'un mortier de chaux hydraulique de 12 mm d'épaisseur .....	141
Figure III.1-18: Courbes contraintes-déformations issues des essais de compression sur matériaux composites.....	142
Figure III.1-19 : Essai de compression sur matériau composite composé de blocs de $20*20*20$ cm <sup>3</sup> . (a) Fissuration parallèle à la direction de chargement (b) Eprouvette à la fin de l'essai. (c) Cône de frettage.....	143
Figure III.1-20 : Essai de traction directe sur matériau composite. Surfaces de rupture au niveau des interfaces bloc-mortier.....	144
Figure III.2-1 : Profil de fissuration idéalisée : (a) microfissuration isotrope diffuse en pré-pic, (b) macrofissurations localisées orthotrope en phase post-pic .....	149
Figure III.2-2 : Comportement du modèle d'endommagement sous chargement uniaxial en traction cyclique puis compression cyclique : (a) évolution du déplacement imposé, (b) loi contrainte-déformation.....	151
Figure III.2-3 : Comportement dilatant du modèle en traction puis compression uniaxiale. ....	151
Figure III.2-4 : Essai de compression sur bloc calcaire (a) Eprouvette réelle, (b) Maillage de l'essai de compression sur cube calcaire.....	154
Figure III.2-5 : Analyse de sensibilité la déformation caractéristique de compression $\varepsilon_k, s$ .....	155
Figure III.2-6 : Résultat de la modélisation de l'essai de compression sur bloc calcaire de Saint-Maximin $20*20*20$ cm <sup>3</sup> .....	155

*Table des illustrations : Figures*

Figure III.2-7 : Profil de rupture du bloc calcaire (pour $\varepsilon=80$ mm/m, amplification de la déformée : 25) (a) Endommagement de compression $D_c$ , (b) Ouverture de la fissure principale $\omega_1$ .....	156
Figure III.2-8 : Loi de comportement de la pierre de Saint-Maximin.....	157
Figure III.2-9 : Essai de compression sur mortier (a) Epreuve réelle, (b) Maillage du quart de l'éprouvette de mortier.....	158
Figure III.2-10 : Courbe contrainte-déformation de modélisation de l'essai de compression sur bloc calcaire de Saint-Maximin $20*20*20\text{cm}^3$ .....	158
Figure III.2-11 : Profil de rupture du mortier (pour $\varepsilon=50$ mm/m, amplification de la déformée : 3) (a) Endommagement de compression $D_c$ , (b) Ouverture de la fissure principale $\omega_1$ .....	159
Figure III.2-12 : Loi de comportement du mortier de chaux NHL.....	160
Figure III.2-13 : (a) Epreuve réelle, (b) Maillage de l'essai de compression sur cube calcaire.....	160
Figure III.2-14 : Courbe contrainte-déformation de modélisation de l'essai de compression échantillon composite pierre-mortier-pierre.....	161
Figure III.2-15 : Profil de rupture de l'éprouvette composite, $\delta_M =0.7$ (pour $\varepsilon=20$ mm/m, amplification de la déformée : 1) (a) Endommagement de compression $D_c$ , (b) Ouverture de la fissure principale $\omega_1$ .....	161
Figure III.2-16 : Influence de $\delta_M$ sur le profil de rupture du matériau composite. Tracé des endommagements de compression en phase post-pic.....	162
Figure III.3-1 : Corrélation entre résistance à la compression et vitesse du son.....	164
Figure III.3-2 : Analyse de sensibilité du coefficient de dilatance $\beta_P$ .....	166
Figure III.3-3 : Courbes contraintes-déformation des pierres calcaires par zone.....	168
Figure III.3-4 : Echantillon 2. (a) Positionnement des jauges virtuelles (les jauges J 2I et J 4I correspondent aux interfaces bloc/mortier), (b) courbes de variation de longueur des jauges en fonction de l'effort appliqué.....	170
Figure III.3-5 : Echantillon 3. (a) Positionnement des jauges virtuelles, (b) courbes de variation de longueur des jauges en fonction de l'effort appliqué.....	171
Figure III.3-6 : Maillage de l'éprouvette composite soumise à un essai numérique brésilien.....	171
Figure III.3-7 : Comparaison des déformations expérimentales et numériques de l'échantillon 2. (a) et (b) : déformations verticales, (c) et (d) déformations horizontales.....	173
Figure III.4-1 : Homogénéisation linéaire en série avec prise en compte de la souplesse de l'interface pierre-mortier.....	176
Figure III.4-2 : Maillage d'un VER. (a) mur maçonné selon les recommandations RILEM, (b) assemblage en série pierre-mortier-pierre.....	177
Figure III.4-3 : Homogénéisation linéaire numérique des voûtains : (a) contrainte verticale, (b) contrainte horizontale.....	178
Figure III.4-4 : Loi de comportements en compression des matériaux constitutifs du voûtain et du matériau homogénéisé.....	180
Figure III.4-5 : Profil de rupture du voûtain en phase post-pic:(a)Endommagement de compression, (b) ouverture de fissure.....	180
Figure III.4-6 : Profil de contrainte normale le long de la droite D1 au moment de la rupture ..	181
Figure III.4-7 : Lois de comportement homogénéisées en compression des cinq zones maçonnées.....	182

*Table des illustrations : Figures*

Figure III.5-1 : Organigramme de détermination des paramètres homogénéisés des matériaux .....	184
Figure IV.1-1: Schéma mécanique d'une travée courante de la bibliothèque. (a) coupe transversale réelle, (b) schéma mécanique associé, (c) prise en compte de la symétrie du problème.....	188
Figure IV.1-2: Mécanisme lié au décintrement de la voûte .....	189
Figure IV.1-3: Loi de comportement de la voûte seule.....	190
Figure IV.1-4: Loi de comportement du contrefort seul.....	191
Figure IV.1-5: Cas de figures possibles vis-à-vis de la stabilité du système. ....	191
Figure IV.2-1: Profil des contraintes normales agissantes selon différent cas de chargement de la section.....	192
Figure IV.2-2: Maillage et conditions aux limites.....	194
Figure IV.2-3: ( $\alpha$ ) Courbe contrainte moyenne-déformation en fibre supérieure, ( $\beta$ ) Profil de contrainte normale dans la hauteur de la section au moment de la rupture.....	195
Figure IV.2-4: Taux de compression-cisaillement à la rupture dans les trois cas de chargement .....	196
Figure IV.2-5: Profil de fissuration à la rupture pour les trois cas de chargement.....	197
Figure IV.2-6: Endommagement de compression cisaillement dans le mortier à la rupture pour les trois cas de chargement.....	197
Figure IV.2-7: Profils simplifiés des contraintes normales agissantes et résistantes dans une section de maçonnerie sous chargement de compression simple .....	198
Figure IV.2-8: Profils simplifiés des contraintes normales agissantes et résistantes dans une section fissurée .....	199
Figure IV.2-9: Profils simplifiés des contraintes normales agissantes et résistantes dans une section de maçonnerie sous chargement de compression simple .....	204
Figure IV.2-10: Profils simplifiés des contraintes normales agissantes et résistantes dans une section fissurée. ....	204
Figure IV.3-1: Schématisation cinématique simplifiée de la voûte .....	206
Figure IV.3-2: Localisation de la voûte à croisée d'ogive modélisée.....	207
Figure IV.3-3: Maillage de la voûte à croisée d'ogive : (a) perspective cavalière, (b) vue de dessous, (c) vue transversale (dans l'axe de l'édifice), (d) vue longitudinale (perpendiculaire à l'axe de l'édifice).....	208
Figure IV.3-4: Conditions aux limites du calcul et déplacement imposé $\delta Bx$ .....	209
Figure IV.3-5: Evolution des efforts (a) horizontaux $FH$ et (b) verticaux $FV$ en fonction du déplacement imposé horizontal $\delta Bx$ .....	210
Figure IV.3-6: Profil de fissuration pour un déplacement horizontal imposé $\delta Bx$ de (a) 1.5 cm et (b) 7cm. (c): Profil de fissuration observé sur site.....	211
Figure IV.3-7: Taux de compression-cisaillement pour un déplacement horizontal imposé $\delta Bx$ de 1.5 cm (a) et 7cm (b).(c) Purge d'un morceau de l'arc doubleau.....	212
Figure IV.3-8: Evolution du profil des contraintes normales le long du segment [AB] pour différents déplacements imposés $\delta Bx$ .....	213
Figure IV.3-9: Tracé des taux de chargement probabilistes pour les déplacements 0 cm, 1.5 cm et 7cm.....	214
Figure IV.3-10: Loi de comportement de la voûte seule.....	215
Figure IV.4-1: Maillages et chargements du contrefort.....	216

*Table des illustrations : Figures*

Figure IV.4-2: Evolution des réactions d'appuis en fonction du pas de temps cinématique : (a) réaction d'appui horizontale, (b) réaction d'appui verticale .....	218
Figure IV.4-3: Courbe de comportement du contrefort au point B: Effort horizontal $FH$ en fonction du déplacement horizontal $\delta Bx$ .....	219
Figure IV.4-4: Profil de fissuration : (a) chargement réel de la structure (pas 4), (b) au moment de la rupture (pas 5) .....	219
Figure IV.4-5: Tracé des isovaleurs de taux de compression : (a) avant le chargement des voûtes, (b) chargement réel de la structure, (c) au dernier pas de temps convergé.....	220
Figure IV.4-6: Tracé des contraintes normales en pied de contrefort (section AB) et sur l'embase de la fondation (section CD) .....	221
Figure IV.4-7: Tracé des taux de chargement probabilistes (a) avant la mise en charge de voûte, (b) chargement réel de la structure, (c) à la non convergence numérique .....	222
Figure IV.4-8: Influence de la raideur du sol sur le comportement à la rupture du contrefort...	223
Figure IV.4-9: Influence du dévers initial sur le comportement à la rupture du contrefort.....	224
Figure IV.5-1: Analyse de stabilité du système voûtes-contrefort. ....	225
Figure IV.5-2: Dimensionnement de la solution de confortation.....	227
Figure IV.5-3: Solution de confortation par tirant horizontaux à l'intérieur de la bibliothèque	227
Figure 1: Méthodologie globale de diagnostic structurel de monument historique.....	234
Figure IV.6-2 : (a) Courbe de corrélation, (b) Résistance normée $R_{c,exp}/R_{c,cor}$ et plage de normalité à niveau de confiance de 90% .....	257
Figure IV.6-3 : Histogramme de la variable normée $Y$ .....	258
Figure IV.6-4 : (a) Courbe de corrélation avec sa plage de normalité à niveau de confiance de 90%.....	258
Figure IV.6-5 : Corrélation entre résistance à la compression et vitesse du son.....	259
Figure IV.6-6 : Corrélation entre résistance à la compression et masse volumique apparente..	260
Figure IV.6-7 : Corrélation entre masse volumique apparente et Vitesse du son.....	260
Figure IV.6-8 : Corrélation entre module d'élasticité et résistance à la compression.....	261
Figure IV.6-9 : Corrélation entre coefficient de Poisson et résistance à la compression .....	261
Figure IV.6-10 : Corrélation entre Résistance à la traction et résistance à la compression.....	262
Figure IV.6-11: Schématisation des tirants obliques.....	263
Figure IV.6-12: Loi de rappel des tirants obliques.....	264

*Page laissée intentionnellement vide*

# TABLE DES ILLUSTRATIONS : TABLEAUX

---

Tableau I.3-1 : Propriétés mécaniques des éléments [Acary, 2001] .....	28
Tableau I.3-2 : Intervalles des propriétés physico-mécaniques des pierres calcaires rencontrées dans la nature [Parent et al., 2015] .....	28
Tableau I.3-3 : Indice d'hydraulicité, de cimentation et types de chaux.....	33
Tableau I.3-4 : Composition chimique de différents types de liant, (en % massique).....	34
Tableau I.3-5 : Composition minéralogique de différents types de liant (en % massique).....	34
Tableau II.4-1 : Description des auscultations radar .....	106
Tableau II.4-2 : tableau récapitulatif des carottages menés in situ.....	110
Tableau II.4-3 : carottages de la région 1 .....	111
Tableau II.4-4 : Carottages de la région 2 .....	112
Tableau II.4-5 : Carottage de la région 3 .....	112
Tableau II.4-6 : Carottages de la région 4 .....	113
Tableau II.4-7 : Carottages de la région 5 .....	114
Tableau II.4-8 : Tableau récapitulatif des auscultations soniques .....	115
Tableau II.4-9 : Caractéristiques géométriques des maçonneries et de vitesse du son .....	117
Tableau III.1-1 : Résultat des mesures sonique in situ et sur carottes (CV : coefficient de variation, rapport de l'écart type à la valeur moyenne) .....	122
Tableau III.1-2 : Résultats des mesures de masse-volumique porosité.....	123
Tableau III.1-3 : Propriétés élastiques de la pierre calcaire.....	124
Tableau III.1-4 : Synthèse des essais mécaniques sur carottes .....	126
Tableau III.1-5 : Masse volumique et porosité des matériaux constitutifs .....	127
Tableau III.1-6 : Synthèse des essais mécaniques selon le CTNMC.....	131
Tableau III.1-7 : Formulation du mortier équivalent.....	132
Tableau III.1-8 : Synthèse des essais mécaniques sur mortier .....	136
Tableau III.1-9 : Estimation de la résistance à la compression de la pierre de Saint-Maximin à partir de la masse volumique selon les formules de Mesnager et de la norme AFNOR. ....	137
Tableau III.1-10 : Vitesse de propagation du son dans le sens parallèle et perpendiculaire du lit de pose.....	137
Tableau III.1-11 : Essai de compression sur bloc calcaire 20*20*20 cm <sup>3</sup> . Valeurs de contrainte de compression, modules d'élasticité et masse volumiques sous l'hypothèse d'un champ de contrainte homogène et uniaxial.....	139
Tableau III.1-12 : Synthèse des caractéristiques des pierres calcaires de Saint-Maximin.....	141
Tableau III.1-13 : Valeurs des résistances de compression et des modules d'élasticité des éprouvettes composites .....	143
Tableau III.1-14 : Synthèse des résultats des essais mécaniques sur matériau composite.....	144
Tableau III.2-1 : Synthèse des paramètres mécaniques nécessaires au modèle d'endommagement.....	152
Tableau III.2-2 : Paramètres matériaux de la pierre de Saint-Maximin.....	156
Tableau III.2-3 : Paramètres matériaux du mortier de chaux NHL.....	159
Tableau III.3-1 : Synthèse des courbes de corrélations[Parent et al., 2015].....	164

*Tables des illustrations : Tableaux*

Tableau III.3-2 : Paramètre $k_c, P$ .....	167
Tableau III.3-3 : Paramètres matériaux des pierres calcaires par zone maçonnée.....	168
Tableau III.3-4 : comparaison des déplacements relatifs par jauges obtenus expérimentalement et par le modèle linéaire. ....	172
Tableau III.4-1 : Homogénéisation linéaire des maçonneries, modules d'élasticité homogénéisés verticaux $E_{H,v}$ et horizontaux $E_{H,h}$ .....	177
Tableau III.4-2 : Synthèse des paramètres homogénéisé en compression .....	181
Tableau III.4-3 : Synthèse des paramètres homogénéisé par zone maçonnée.....	182
Tableau IV.2-1 : Coefficient de variation caractérisant la dispersion de résistance des pierres calcaire par zone.....	201
Tableau IV.2-2 : Coefficient partiel de sécurité par zone maçonnée .....	203

# ANNEXES

## Annexe 1 : Elaboration des courbes de corrélation

Il est présenté dans cette annexe, premièrement la méthodologie employée pour établir les courbes de corrélation, et deuxièmement les 7 courbes de corrélations.

### Méthodologie

La méthodologie est présentée pour établir la corrélation entre la résistance à la compression  $R_c$  et la vitesse ultra sonore d'une onde longitudinale  $V_p$ . Celle-ci est répétée pour chacune de 6 autres corrélations.

L'ensemble des points expérimentaux récoltés  $(V_{p,exp}, R_{c,exp}) = (x_{exp}, y_{exp})$  est tracé dans un premier temps sur un graphique. Il est à noter que chaque point représente la moyenne d'un moins six essais réalisés sur des échantillons extraits du même banc de la même carrière.

La première étape consiste à déterminer une loi de corrélation  $f$  entre les deux paramètres expérimentaux étudiés présentant le meilleur coefficient de corrélation  $R^2$  (Figure IV.6-2(a) et équation (IV.6-1)).

$$y_{cor} = f(x_{exp}) \quad \text{IV.6-1}$$

Ensuite, afin de considérer le fait que la dispersion des valeurs est proportionnelle à la valeur des mesures, on opère à un changement de variable (Figure IV.6-2(b)) permettant de la normalisation de la variable  $y_{exp}$  (équation IV.6-2)).

$$Y = \frac{y_{exp}}{y_{cor}} \quad \text{IV.6-2}$$

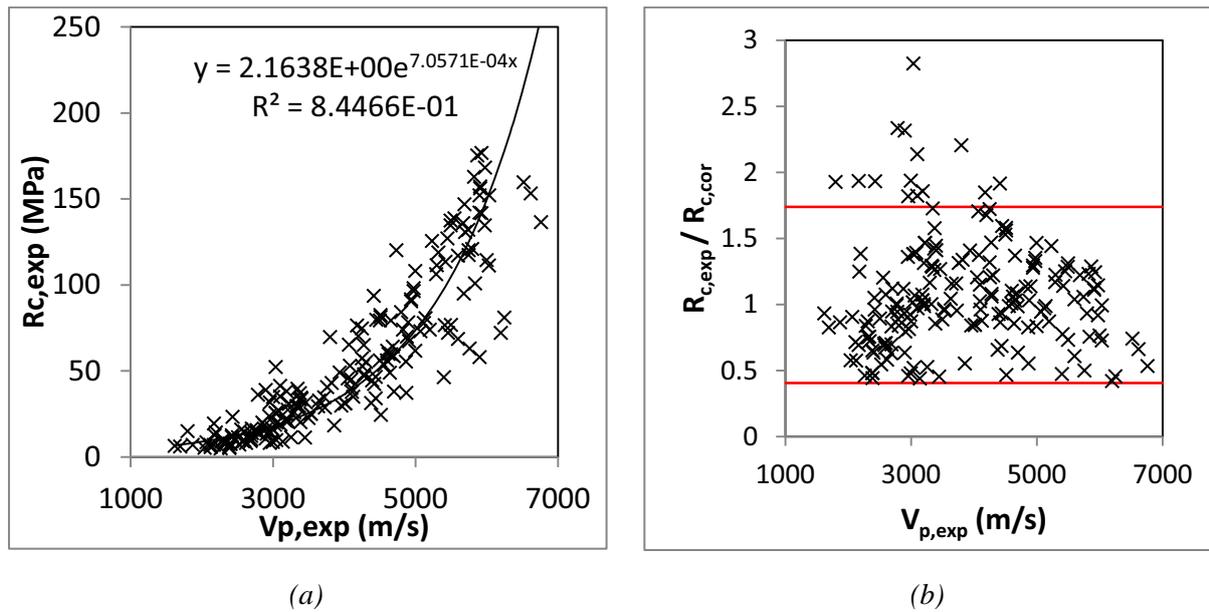


Figure IV.6-2 : (a) Courbe de corrélation, (b) Résistance normée  $R_{c,exp}/R_{c,cor}$  et plage de normalité à niveau de confiance de 90%

L'histogramme de la variable normé Y est présenté sur la Figure IV.6-3 indique que l'on peut considérer que la variable Y suit une loi normale.

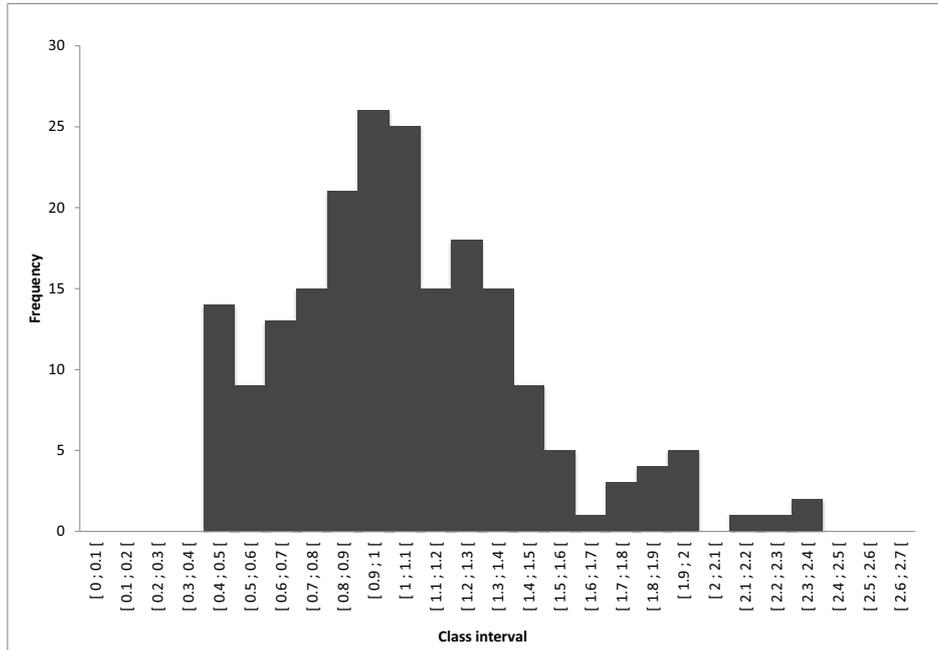


Figure IV.6-3 : Histogramme de la variable normée Y

En faisant donc l'hypothèse que la variable Y suit une loi normale centrée en 1, on peut lui définir la plage de normalité à niveau de confiance de 90% ( $CI_{90\%}$ ) de la variable Y (équation (IV.6-3)). Les deux bornes sont indiquées en rouge sur la (Figure IV.6-2(b)).

$$CI_{90\%} = [\bar{Y} - 1.64 \sqrt{V(Y)}, \bar{Y} + 1.64 \sqrt{V(Y)}] = [CI_{90\%,inf}, CI_{90\%,sup}] \quad IV.6-3$$

En réalité, cette plage de normalité dépend de  $x_{exp}$ . On effectue le changement de variable dans le sens opposé pour obtenir les bornes inférieures et supérieures sur le nuage de point ( $x_{exp}, y_{exp}$ ) (équation (IV.6-4)). Les deux bornes de cette plage de normalité sont enfin tracées autour du nuage de point (Figure IV.6-4).

$$CI_{90\%}(x_{exp}) = \frac{y_{cor}(x_{exp})}{\bar{Y}} [CI_{90\%,inf}, CI_{90\%,sup}] \quad IV.6-4$$

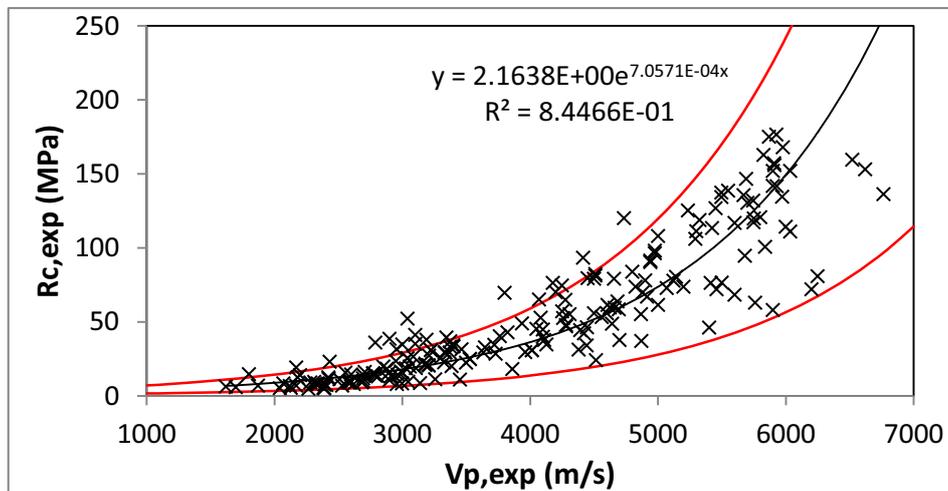


Figure IV.6-4 : (a) Courbe de corrélation avec sa plage de normalité à niveau de confiance de 90%

## Lois de corrélation

Paramètres matériaux	Lois de corrélations	Nombre de type de calcaires considérés	Nombre total d'éprouvettes	CV	R <sup>2</sup>
$R_c - V_p$	$R_c = 5.61 * 10^{-9} V_p^{2.75}$	215	1150	34%	0.86
$R_c - \rho$	$R_c = 0.144 * e^{(2.50.10^{-3} * \rho)}$	220	1150	36%	0.80
$\rho - V_p$	$\rho = 946 \ln(V_p) - 5561$	220	1150	6%	0.84
$E_0 - R_c$	$E_0 = 0.965 R_c^{0.810}$	30	98	37%	0.77
$\nu - R_c$	$\nu = 0.152 R_c^{0.126}$	15	43	10%	0.67
$R_t - R_c$	$R_t = 3.84 \ln(R_c) - 6.49$	35	90	34%	0.73

## Courbes de corrélation

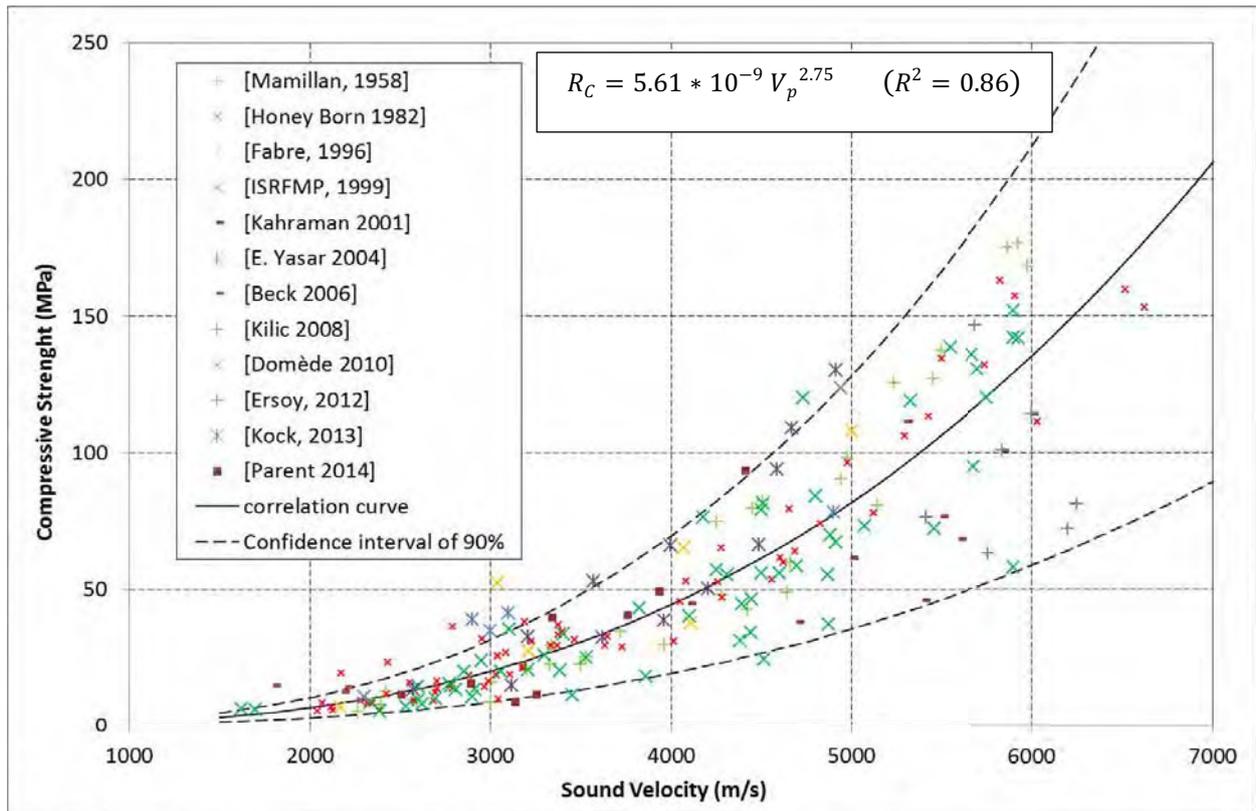


Figure IV.6-5 : Corrélation entre résistance à la compression et vitesse du son

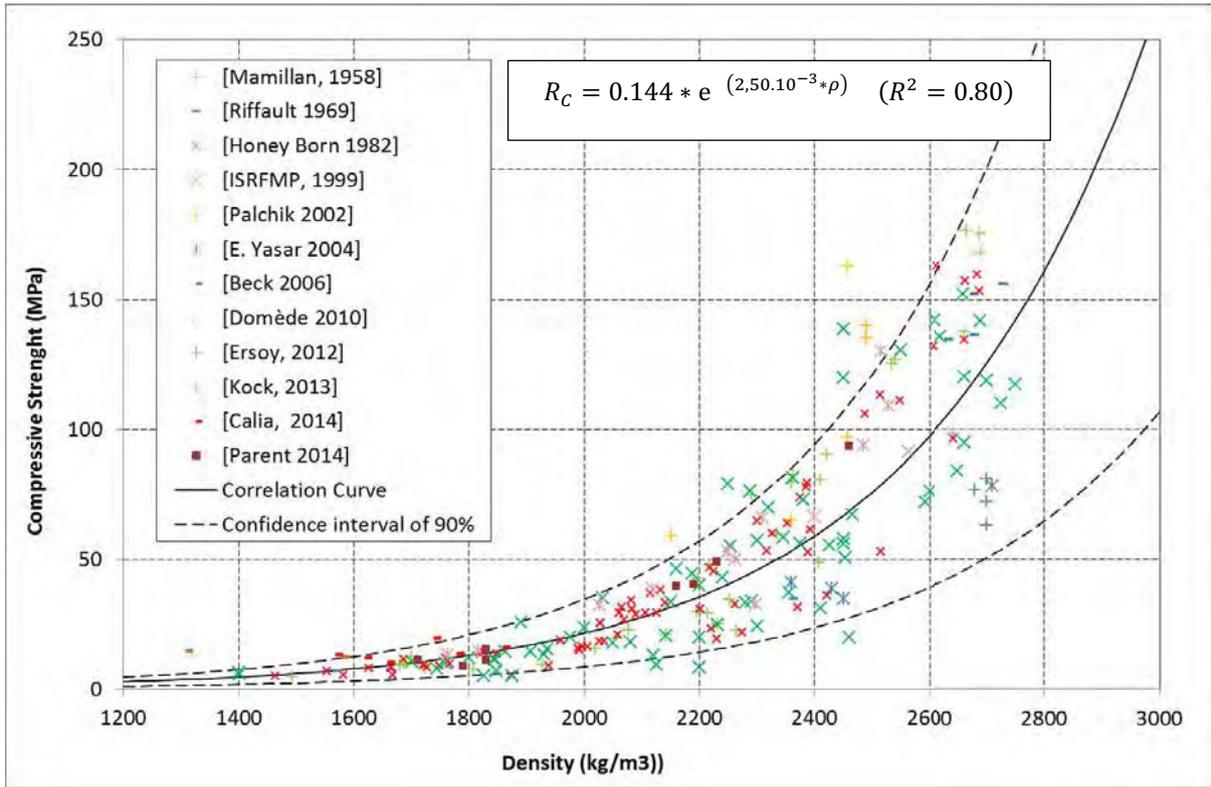


Figure IV.6-6 : Corrélation entre résistance à la compression et masse volumique apparente

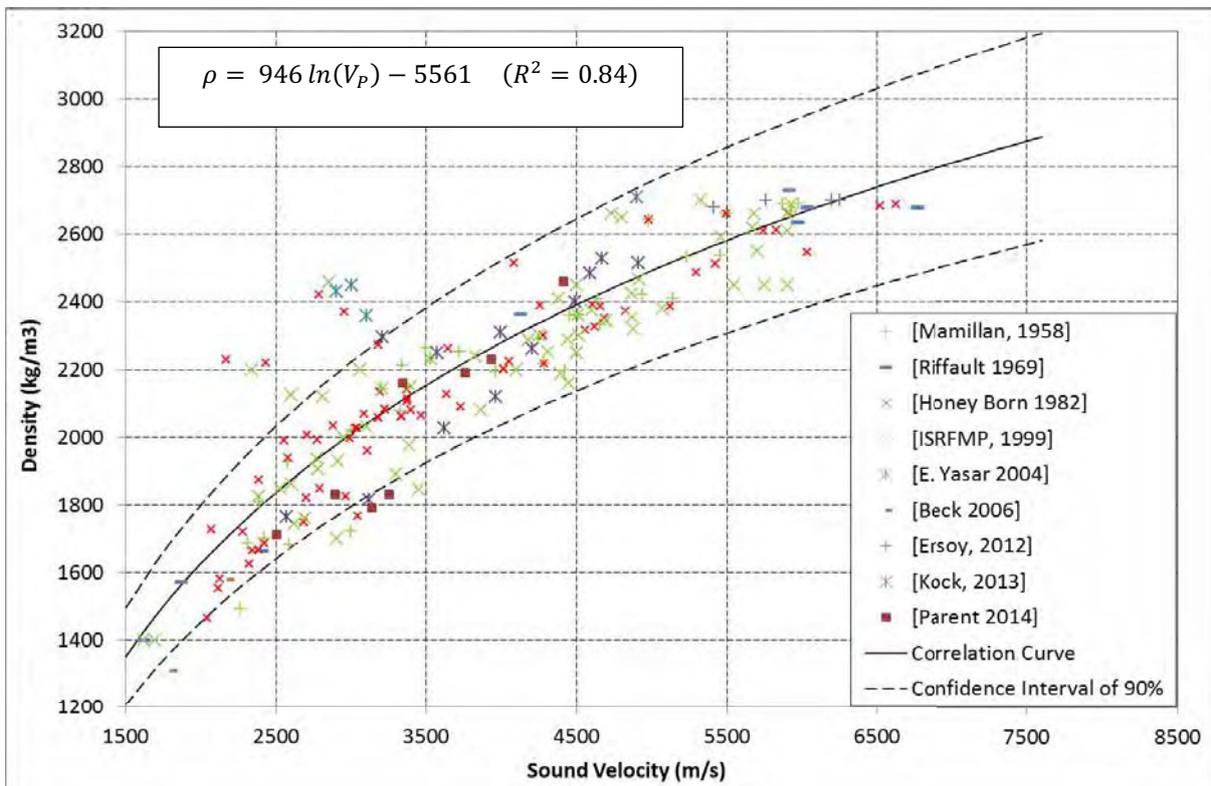


Figure IV.6-7 : Corrélation entre masse volumique apparente et Vitesse du son

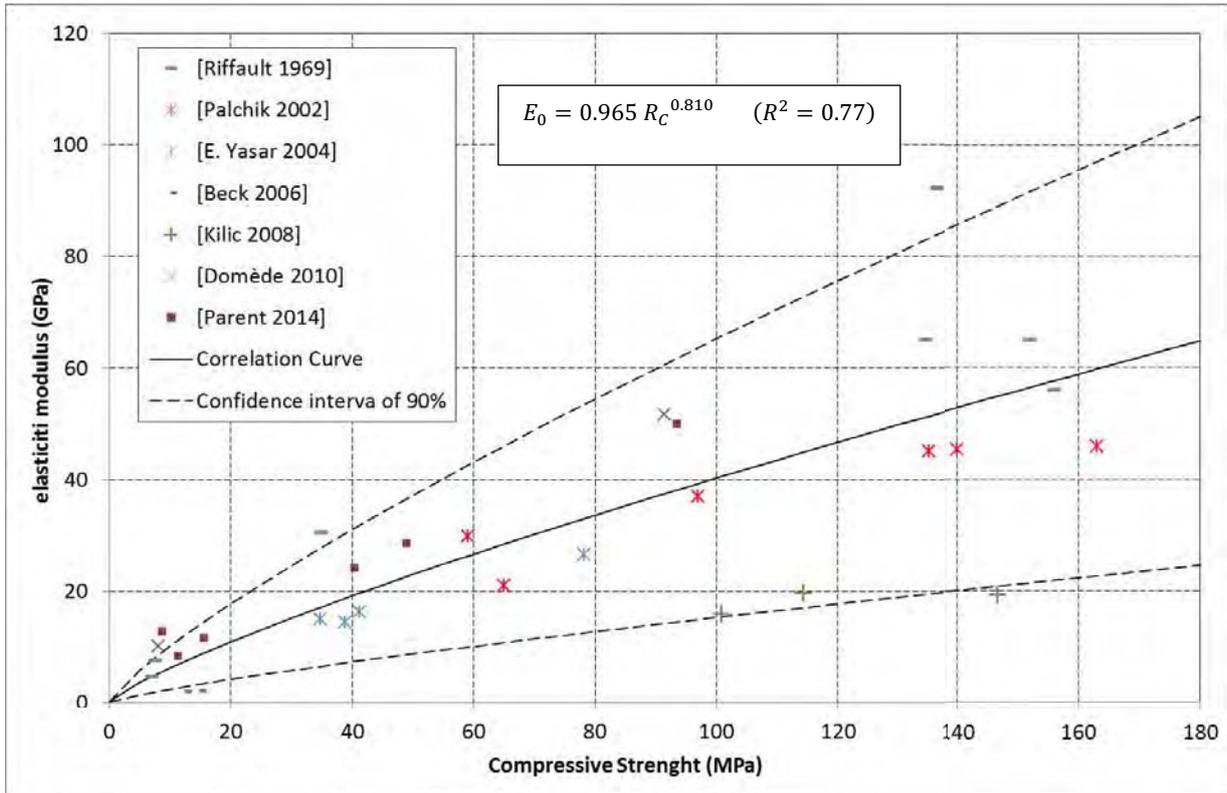


Figure IV.6-8 : Corrélation entre module d'élasticité et résistance à la compression

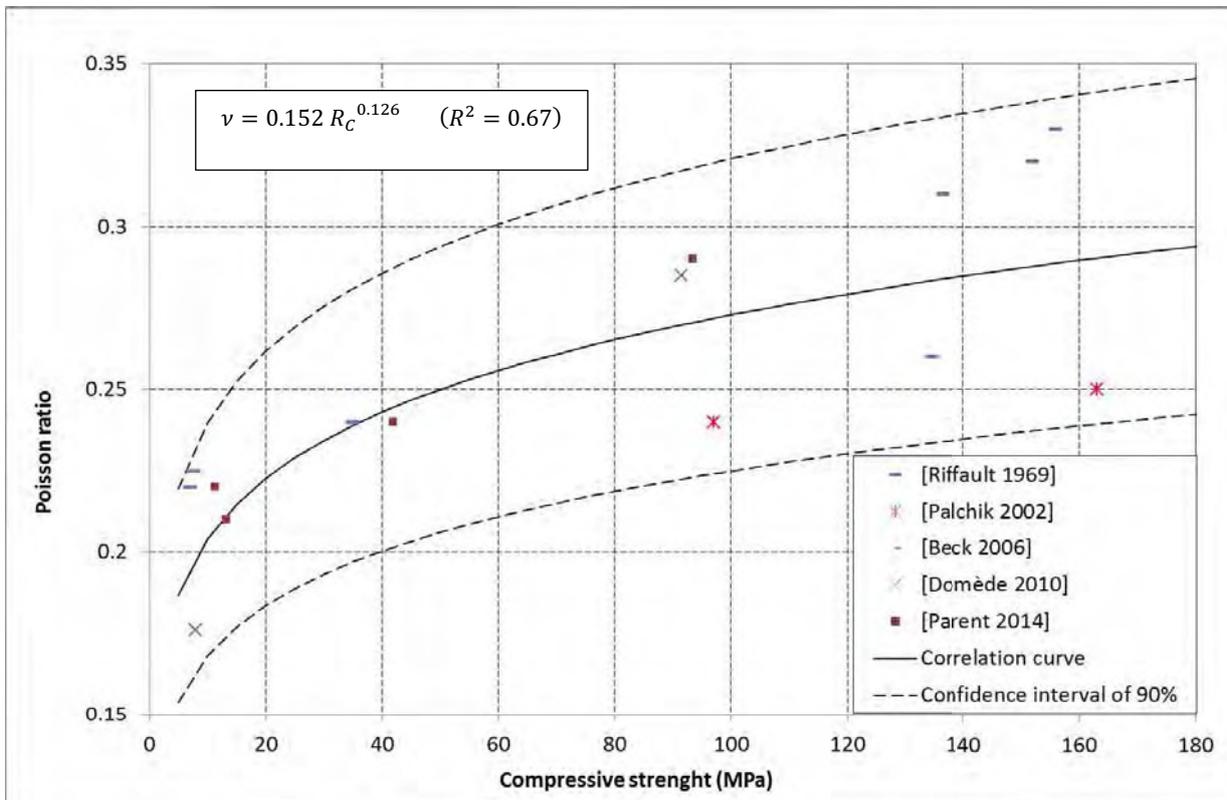
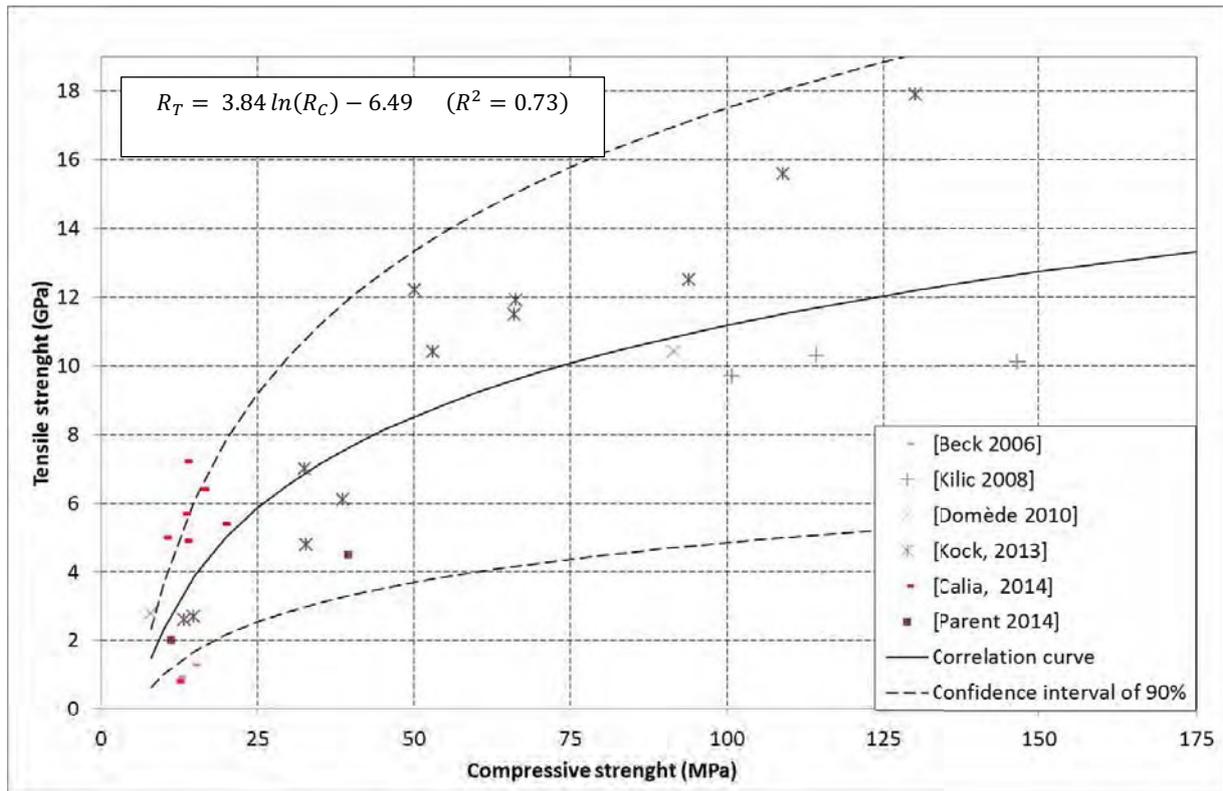


Figure IV.6-9 : Corrélation entre coefficient de Poisson et résistance à la compression



## Annexe 2 : Méthode de vérification des tirants obliques

Cette annexe présente la méthode de vérification des tirants obliques mis à jour dans la bibliothèque. Pour que ces tirants travaillent, il est nécessaire que ce-ceux soit tendus, ce qui n'est vérifié dans notre cas d'étude. Si cette hypothèse était vérifiée, un simple calcul permettrait d'estimer leur influence sur le comportement global de l'édifice. Ces tirant sont fixés à mi-travée sous les fermes principales au niveau du poteau par un étrier et ancrés à l'extérieur des murs de part et d'autre de l'édifice (Figure IV.6-11). Le tirant présente une longueur entre l'extérieur et le poteau de 5.8 m. Sa section rectangulaire est de 0.01\*0.05 m<sup>2</sup>. Des essais de traction en laboratoire ont permis d'estimer son module d'élasticité  $E = 96GPa$  et sa limite d'élasticité  $R_e=182 MPa$ .

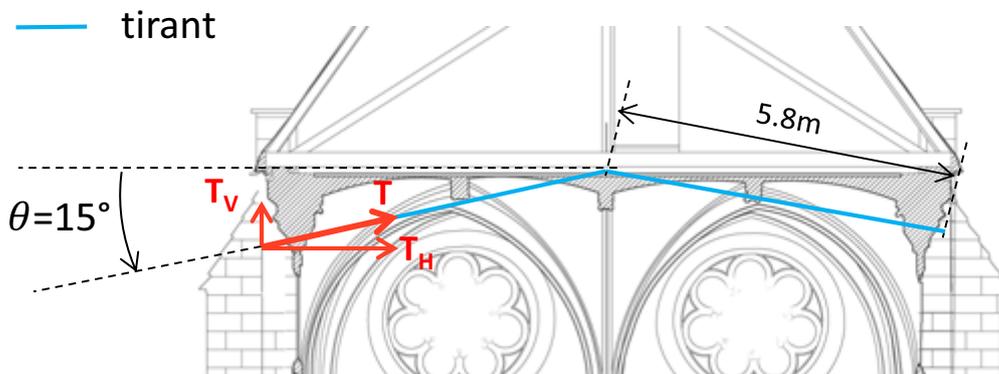


Figure IV.6-11: Schématisation des tirants obliques

Le tirant joue un rôle de rappel dont la loi peut être identifiée. La tension et la variation de longueur sont reliées par la loi de Hooke.

$$\frac{T}{\Delta L} = \frac{ES}{L} \quad (\text{IV.6-5})$$

Où  $T$  est la tension du tirant,  $E$  le module d'élasticité,  $S$  la section du tirant,  $L$  la mi-longueur du tirant et  $\Delta L$  la variation de longueur entre le point central sous le poteau et l'extérieur du mur. Notons que l'effort de rappel qui nous intéresse ici est celui porté par l'axe horizontal  $T_H$ . Ainsi la loi de rappel devient :

$$\frac{T_H}{\Delta L} = \frac{ES}{L} \cos(\theta) \quad (\text{IV.6-6})$$

Pour être plus rigoureux il serait nécessaire de considérer la raideur verticale de la charpente à mi-travée car l'hypothèse selon laquelle le point d'ancrage intermédiaire des tirants est fixe est optimiste. Ce calcul n'a pas été réalisé et nous estimons en première approximation que le point d'ancrage est fixe.

L'application numérique conduit à une raideur vis-à-vis de l'effort horizontal de 75kN/cm. Nous avons vu par ailleurs que les tirants ont certainement été montés au milieu du 19<sup>ème</sup> siècle et que le système de mise en tension par clavette ne permet pas de générer de tension excessive. Dans ces conditions, il est possible d'émettre l'hypothèse que le déplacement correspondant au point de fonctionnement actuel avait déjà été globalement atteint à l'époque de la pose du tirant, et que celui-ci présentait alors une tension faible.

La loi de rappel du tirant est confrontée à la loi de comportement de la voûte (Figure IV.6-12). Imaginons alors que le contrefort sous l'action de l'effort horizontal de la voûte voit son déplacement horizontal augmenter. Les causes de ce déplacement supplémentaire pourraient être, la diminution des propriétés mécaniques des maçonneries par dégradation physico-chimique, la diminution des propriétés mécanique du sol par variation de la hauteur de la nappe phréatique. Alors progressivement, la poussée des voûtes serait reprise par les tirants et non plus par les contreforts. On s'aperçoit que dans ce cas de figure le plus défavorable, le tirant est capable de reprendre entièrement la poussée des voûtes et ce dès un incrément de déplacement de l'ordre du demi-centimètre. Par ailleurs la tension de rupture  $T_{rupture}$  calculée à partir de la limite d'élasticité du métal est de 91 kN soit une marge de sécurité vis-à-vis de la poussée de la voûte d'environ 7.

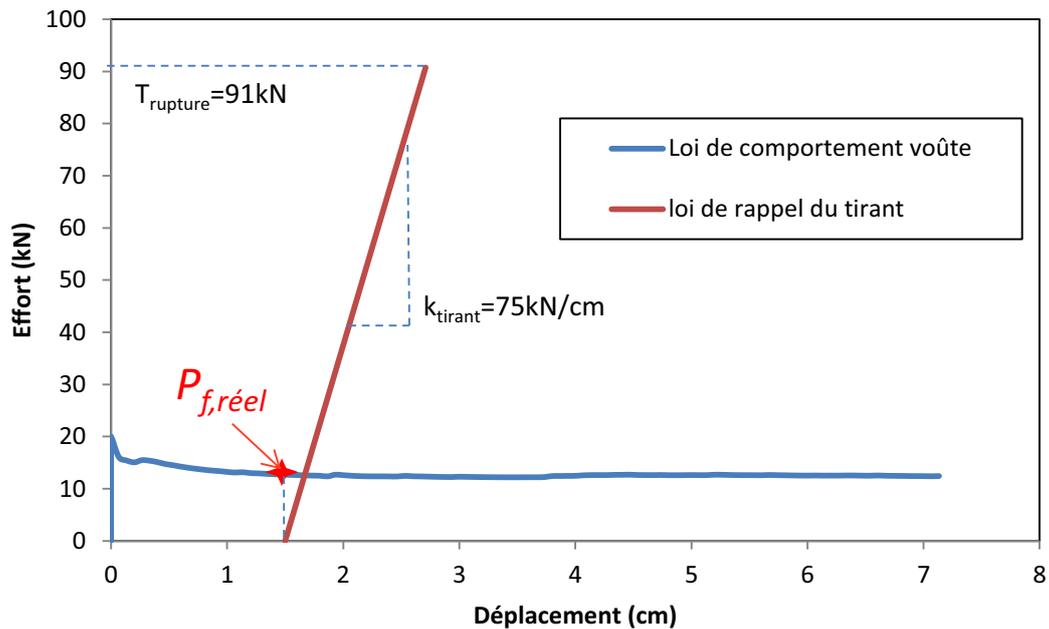


Figure IV.6-12: Loi de rappel des tirants obliques

