



HAL
open science

Influence des paramètres hydrodynamiques sur le mélange turbulent de fluides hétérogènes : étude expérimentale et analytique

Léa Voivenel

► **To cite this version:**

Léa Voivenel. Influence des paramètres hydrodynamiques sur le mélange turbulent de fluides hétérogènes : étude expérimentale et analytique. Mécanique des fluides [physics.class-ph]. INSA de Rouen, 2016. Français. NNT : 2016ISAM0004 . tel-01405326

HAL Id: tel-01405326

<https://theses.hal.science/tel-01405326>

Submitted on 29 Nov 2016

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Normandie Université

THESE

Pour obtenir le diplôme de doctorat

Spécialité Mécanique des Fluides et Énergétique

Préparée au sein de l'INSA de Rouen

**Influence des paramètres hydrodynamiques sur le
mélange turbulent de fluides hétérogènes.
Étude expérimentale et analytique.**

Présentée et soutenue par

Léa VOIVENEL

Thèse soutenue publiquement le 22 juin 2016
devant le jury composé de

M. Fabien ANSELMET	Professeur, IRPHE, Marseille	Examineur
M. Mickaël BOURGOIN	Directeur de Recherche, CNRS, ENS Lyon	Rapporteur
M. Michel CAZALENS	"Executive Expert SAFRAN Group", Paris	Membre du Jury
Mme Luminita DANAILA	Professeur, CORIA, Rouen	Directrice de thèse
Mme Patricia ERN	Directrice de Recherche, CNRS, IMFT, Toulouse	Examineur
M. William GEORGE	Professeur Émérite, Imperial College, Londres	Rapporteur
M. Bruno RENO	Professeur, CORIA, Rouen	Co-Directeur de thèse
M. Emilien VAREA	Maitre de Conférences, CORIA, Rouen	Membre du Jury

Thèse dirigée par Luminita DANAILA, laboratoire CORIA UMR 6614



Abstract Understanding the phenomenology associated with heterogeneous mixtures of gases is one of the most persistent challenges in turbulent mixing. Contrary to what has been thought, it was previously found that viscosity variations have a non-negligible impact on mixing and should be taken into account. In this study, we carry out a comparison between Constant Viscosity Flows (CVF) and Variable Viscosity Flows (VVF), in a round jet. The disparity in the birth and growth of turbulence was highlighted using traditional and conditional statistics. The computation of the entrainment ratio allowed us to conclude that, while a classical entrainment phenomenon is observed for the CVF configuration, the VVF case exhibits a detrainment process. Increasing the Reynolds number leads to a delayed apparition of the latter and of the viscous effects. Thus, a better understanding of the heterogeneous fluid mixing phenomenology is necessary to improve the efficiency of existing combustion systems.

Résumé Comprendre la phénoménologie du mélange turbulent de fluides hétérogènes reste à ce jour l'un des défis majeurs dans le domaine de la turbulence. Contrairement à une croyance répandue, la viscosité a une influence non négligeable sur le mélange. Dans cette étude, nous comparons un jet rond à viscosité constante (CVF) avec un jet à viscosité variable (VVF). Les différences dans la naissance et la croissance de la turbulence sont mises en lumière via l'utilisation de statistiques classiques et conditionnées. Le calcul du coefficient d'entraînement nous permet de montrer que, si un processus d'entraînement classique est à l'œuvre dans le cas CVF, le mélange est assuré par le *detrainment* dans le cas VVF. Augmenter le nombre de Reynolds conduit à une apparition plus tardive de ce dernier, ainsi que des effets visqueux en général. Ainsi, une meilleure compréhension du mélange à viscosité variable est nécessaire pour, par exemple, améliorer l'efficacité des systèmes de combustion existants.

Remerciements

Ce travail de thèse s'est déroulé au laboratoire CORIA de Rouen. Je tiens tout d'abord à remercier son directeur M. Abdelkrim Boukhalfa de m'y avoir accueillie et pour le coup de pouce initial ayant permis à cette thèse d'avoir lieu.

Un immense merci à ma directrice de thèse Mme Luminita Danaila qui m'a transmis sa passion pour la recherche en général et la turbulence en particulier. Pour utiliser l'une de vos fameuses métaphores, vous m'avez laissée mener ma barque mais en m'aidant à garder le cap. Vous m'avez aussi montré que l'on pouvait être quelqu'un de brillant tant scientifiquement qu'humainement. J'ai également une pensée pour les membres actuels et passés de l'équipe Turbulence et Transport de Scalaire : Arezki et Noureddine entre autres. Un merci tout particulier à Emilien qui a été autant un collègue qu'un grand frère. Nos discussions ont été une source d'inspiration pour de nombreux résultats de cette thèse. Quant à nos délires et (nombreuses) chamailleries, ils ont illuminé mes journées et m'ont permis de tenir le coup pendant ce fameux mois de novembre 2014. Je remercie également mon co-directeur de thèse M. Bruno Renou, pour ses conseils lors de la création et de l'installation du jet, ainsi que pour les premières mesures.

J'adresse de sincères remerciements à mes rapporteurs le professeur William K. George et M. Mickaël Bourgoïn pour avoir accepté d'évaluer mon travail de thèse. Vos analyses de mes travaux m'ont donné une dose d'énergie supplémentaire pour préparer la soutenance et ont ouvert de nouvelles perspectives pour la suite. Je tiens également à exprimer toute ma reconnaissance aux membres du jury Mme Patricia Ern et M. Fabien Anselmet pour leurs conseils bienveillants et nos discussions lors de la soutenance (et après). Pour les mêmes raisons et pour avoir fait confiance à une universitaire pour mener à bien une thèse CIFRE, je remercie M. Michel Cazalens.

Si je garde d'aussi bons souvenirs de ces années de thèse c'est aussi parce que le CORIA est une merveilleuse structure d'accueil et ce, très certainement, grâce à ses services communs. Tout d'abord un grand merci à Benjamin et à toute l'équipe de l'Atelier pour le travail phénoménal

qu'ils abattent et tout ça dans la bonne humeur. Un mot particulier pour Thierry et ses solutions MacGyver (et son témoignage en ma faveur dans le cas où un certain E.V venait à disparaître), pour Touti et ses réparations miracles et pour Jacky caviste reconnu dans le plot D et futur dog-sitter une fois à la retraite. Toute ma gratitude va à l'équipe administrative pour m'avoir guidée dans les méandres des 25 devis et autre nomenclature NACRES. Merci à Isa pour sa réactivité et son aide précieuse lors des inscriptions aux congrès, peut être que tu auras tes pâtes un jour. Un petit mot particulier pour Val, merci pour toutes les fois où tu m'as aidée et pour ton sourire. En revanche, je ne te remercie pas pour le lancement de la fameuse bataille d'eau qui a failli me coûter ma réputation en 2015 (oui oui je sais ce qu'il en reste). Le CORIA c'est aussi le service bâtiment, je remercie Christophe organisateur hors pair de congrès (si tu as besoin d'aide pour les réunions avant le service tu sais où me trouver) et fournisseur non officiel de Quincy. Merci à Henri pour ses investigations lors de la sordide affaire de la disparition de l'ensemenceur. Enfin, merci à Stéphane pour les discussions au café et tout mon respect pour avoir tenu pratiquement jusqu'à la fin de ma soirée post-soutenance ! J'adresse également une grosse pensée au service informatique et tout particulièrement envers Frédéric pour son implication dans la normalisation externe des images de PLIF (ah le débogage en C sharp...) et à Cédric qui un jour peut-être oubliera "l'homme qui dansait avec les miroirs". Je ne peux évidemment pas oublier le pôle métrologie sans qui les thèses expérimentales dureraient au moins 6 ans. Merci à Alexis de m'avoir initiée avec patience aux mesures laser, à Carole pour avoir rendu supportables les après midi, que dis-je, les journées "alignement laser". Et enfin merci à Giiiilles que ce soit pour le côté professionnel parce que tu m'as appris énormément de choses mais aussi pour les soirées en dehors du labo dans Rouen et même exportées à l'international.

Lorsque l'on commence les jeunes docteurs nous disent souvent que la thèse c'est une aventure scientifique mais aussi, et surtout, humaine. Évidemment, on se dit qu'ils sont encore sous le contre-coup de la soutenance et que l'émotion leur fait débiter des clichés. Et puis on finit par soutenir ... Cette partie est dédiée à tous les copains rencontrés pendant ces trois ans, comme je vous l'ai dit après ma soutenance vous avez rendu les moments difficiles supportables et les bons moments inoubliables. Parce que je suis un peu joueuse je vais le faire nominativement. Par ordre alphabétique merci à :

- Emeline a.k.a mon Poussin : oui je connais l'ordre alphabétique mais avec Poussin on F*** la pression sociale et les conventions (TMTC bébé). Si je voulais faire court je dirais "parce que c'est toi", ce qui en plus serait une dédicace à nos before en mode Nostalgie.

Seulement j'ai plein de choses à t'écrire : quel dilemme (lemme). Parce que nos délires ont rendu inoubliables nombre de mes jours et de mes nuits et que toi tu as juste éclairé ma vie (rime riche), je vais simplement te dire merci (rime très très riche voire digne de JJG). Un jour on partagera un corps, on achètera un chat et on pèsera dans le game de la domination du monde! En attendant et de toute façon, toi et moi (et Manille) c'est 4ever bébé!

- Adrien : sur qui on peut toujours compter pour trouver du sale dans n'importe quelle conversation. Mais aussi pour nos discussions sans fin dans ma voiture en warning à 4h du mat.
- Alex : pour être revenu d'Orléans pour me voir soutenir. Il est loin le temps où on a fait notre rentrée en L1.
- Antonio, Andres et Manu qui ont toujours le sourire et organisent de mémorables (enfin...) soirées tequila.
- Ben qui pense déjà à ma reconversion dans les calendriers (policière ou infirmière finalement?).
- Benoit. B : parce que j'ai enfin réussi à te faire faire la bise dans le bon sens et pour avoir supporté mon coup de téléphone vénère après une certaine séance de TP.
- Corinne : ma voisine de salle de manip, notamment pour les soirées où, pleine de compassion (...), tu me souhaitais bon courage, pour la visite de Fleury et les discussions "poneys" (j'attends toujours ma balade).
- Gaby : (oui je te mets dans le même sac) qui est la plus sexy en gilet jaune et parce que APTSD. Je n'ai pas encore osé employer ta technique pour faire le tri entre les nanas avec qui je vais bien m'entendre et les autres mais j'y songe.
- Geoffroy, Benjamin D. et Thibaut ou plutôt Tibo (comme quoi même avec un titre de Dr écrire son prénom c'est chaud) notamment pour les pauses cafés en fin de thèse et les fameux "alors tu fais quoi après?" et / ou "alors la rédaction?". Si vous ne m'aviez pas autant fait rire je vous aurais peut-être un peu détestés.
- Guillaume mon premier co-bureau : pour ta gentillesse, tes projets C'est pas sorcier et la tentative de "c'est à bâbord" dans un bus (qu'on a faillit louper) après un congrès!
- HHHakim auto proclamé "alibi d'ami étranger" et Fadila : que nous avons réussi à salir après quelques mois d'efforts. Fadila j'espère que tu réfléchis à la suite de notre plan (clin d'oeil appuyé).
- Jon : parce que notre irrespect mutuel me réchauffe le cœur. J'espère que tu travailles

toujours sur la transmission de la future nouvelle expression à la mode. Et sinon moi ça va très bien et toi ?

- Julien A. : toujours prêt à faire un compliment et pour son port élégant de la moustache. Julien tout ceci est de l'ironie voire du sarcasme : comme ça on reste sur nos relations cordiales habituelles !
- Julien L. : parce que c'est cool d'avoir quelqu'un qui galère autant que toi (ok voire plus) sur sa manip et avec qui tu peux t'apitoyer sur toi même. Courage c'est la fin !
- Justin : parce que être deux à soutenir le même jour ça permet de tenir le coup, à base de pauses cafés prolongées, dans la rédaction et la préparation de la soutenance. Et surtout parce que c'est deux fois plus la folie quand on fête ça après (tes compétences en montage de hamac resteront dans ma mémoire).
- Lancelot : pour les bouffes à ton appart et nous avoir supportés (enfin presque) bien longtemps après ton heure de coucher.
- Lila : éminente collègue d'A2Doc et non moins éminente collègue de soirées au 3 pièces ou ailleurs.
- Nath : pour ta quiche poulet / moutarde, tes truffes au chocolat et tes idées tout à fait pertinentes pour les cadeaux qui n'en sont pas.
- Nico : pour ta présence "sans faille" à "toutes" les soirées et nos discussions qui feraient passer Jon LaJoie pour un mec classe et respectueux.
- Patri : la petite nouvelle, je te souhaite autant de bonheur que j'en ai connu pendant ces trois ans et je compte profiter des 6 prochains mois pour continuer à apprendre des mots (hum) utiles en espagnol.
- Pierre B. : pour m'avoir instruite (contre mon gré) sur Guillaume le Conquérant et sa femme, et sa sœur et tout ce qui s'y rattache. Non, nous n'irons pas voir sa statue à Caen.
- Pierre M. : pour être un poulain plein de promesses, pour le Léa-signal "appel de phare", pour le gitan à la fête de l'Huma et surtout pour les Malbois qui ne cessent de m'envoyer du rêve ! Jute pour que ça reste à l'écrit : non on ne retournera jamais au Chester.
- Thomas G. : pour avoir pourri mon serveur mail avec tes vidéos et parce que tu portes très bien le legging. La soirée Embuscade a enfin eu lieu et ça valait le coup : comme quoi tout arrive ! Sinon Méline fait quoi entre Noël et le Nouvel An ? Je passerais bien entre les fêtes (# DragueCommeUnBeauf).
- Thomas R. : pour être un ami toujours présent lors des hauts et des bas et ce depuis les TPs infos en L1 jusqu'à ma soutenance.

- Yann : Pour les délires et les bagarres en milieu de soirée et les discussions sérieuses à la fin, pour l'hôtel 4 étoiles "Chez Nico et Yann" où le pyjama est fourni, pour les galettes jambon-fromage à 6h du mat (surtout celles que tu avais faites pour toi). Et bien sûr il me faut mentionner notre aprem inoubliable à la PLAGE !

Parce que, même si ça ne paraît pas, on a également une vie en dehors du labo, je voudrais remercier Manon pour son soutien sans faille à coup de "Mais t'en as pas marre de ta thèse ?!". Plus sérieusement, merci pour les nombreux délires depuis la L1 (comment tu le sens l'évolution de notre projet professionnel?) et plus généralement pour être une amie en or (à lire avec l'accent de Dieppe). Promis je viens à Stockholm ! Last but not least un immense merci à mon Thieu parce que des amis comme toi on peut les compter sur les doigts d'une main. Nos soirées prosecco /risotto / Big Bang Theory / Sherlock ont été une bouffée d'air frais lors de certaines semaines compliquées.

Enfin, à mes parents et à ma petite sœur, si je devais énumérer toutes les choses pour lesquelles vous remercier, je ré écrirais une thèse alors je vais essayer d'abrégé. Vous m'avez apporté un soutien inconditionnel tout au long de ma vie et lire la fierté et l'amour dans vos yeux a rendu ce titre de Dr encore plus beau. Pour faire encore plus court j'aurais juste pu écrire que je vous aime.

Pour conclure, parce que je sais que vous vous le demandez tous : NON je n'ai pas retrouvé mon enseigneur ! Je compte sur vous pour avoir une pensée pour lui à la lecture de cette thèse.

Table des matières

Introduction Générale	25
1 Instabilités hydrodynamiques et viscosité variable	29
1.1 Méthode employée	31
1.2 Fluides non miscibles séparés par une interface marquée	32
1.2.1 Écoulements plans	32
1.2.2 Écoulements de conduite	37
1.3 Écoulements multicouches de fluides miscibles	39
1.4 Écoulements présentant une stratification continue en viscosité	47
1.4.1 Stratification due à des variations de température	47
1.4.2 Stratification due à des variations de pression et de cisaillement	49
1.5 Conclusions	52
2 Effets des variations de viscosité dans des écoulements libres	53
2.1 Cas d'un écoulement géophysique : la fontaine magmatique	53
2.2 Étude expérimentale d'un jet rond à viscosité variable	55
2.3 Couche de mélange temporelle avec gradient de viscosité	58
2.4 Conclusions	62
3 Dispositif expérimental	63
3.1 Choix des gaz	63
3.2 Acheminement des gaz	65
3.3 Génération de l'écoulement	66
3.4 Le convergent	66
3.5 Confinement	70

4	Vélocimétrie par Images de Particules et Fluorescence induite par Laser	71
4.1	PIV	72
4.1.1	Principe	72
4.1.2	Stéréo PIV	73
4.1.3	Résolution spatiale	75
4.2	PLIF	76
4.2.1	Principe théorique	76
4.2.2	Choix du traceur	79
4.2.3	Création d'une technique de correction ex-situ des images	86
4.2.4	Résolution spatiale	91
4.3	Conclusions	92
5	Mise en évidence des disparités entre les écoulements <i>CVF</i> et <i>VVF</i>	95
5.1	Statistiques dans le champ très proche (0-2D)	98
5.1.1	Nombre de Reynolds de 8000	98
5.1.2	Nombres de Reynolds d'injection identiques	103
5.1.3	Nombre de Reynolds de 20000	104
5.2	Statistiques dans le champ proche (4.5-6D)	109
5.2.1	Nombre de Reynolds de 8000	109
5.2.2	Nombre de Reynolds de 16000	110
5.3	Conclusions	116
6	Entraînement et mélange	117
6.1	Rappels bibliographiques sur le mélange dans les jets turbulents	118
6.1.1	Les processus physiques en jeu	118
6.1.2	L'entraînement en champ lointain	119
6.1.3	L'entraînement en champ proche	123
6.2	Caractérisation globale	125
6.3	Méthode et résultats préliminaires	131
6.4	Entraînement dans les jets à viscosité variable	134
6.4.1	$Re = 8000$	134
6.4.2	Mise en évidence de la transition vers le <i>detrainment</i>	138

7	Statistiques conditionnées à l'interface	143
7.1	Détermination de l'interface turbulent / non turbulent	146
7.1.1	Méthode du seuil de Prasad & Sreenivasan (1989)	146
7.1.2	Extraction du contour	148
7.2	Statistiques conditionnées du champ dynamique	149
7.2.1	Forte présence du <i>detrainment</i>	151
7.2.2	Transition vers le <i>detrainment</i>	155
7.2.3	<i>Detrainment</i> intermittent	157
7.3	Statistiques conditionnées du champ scalaire	161
7.3.1	Fraction molaire moyenne de fluide injecté	161
7.3.2	Gradients de fraction molaire moyenne de fluide injecté	165
7.4	Conclusions	170
8	Considérations analytiques	171
8.1	Rappels sur le bilan d'énergie cinétique totale	171
8.2	Bilan d'énergie cinétique en deux points	173
8.3	Similitude à chaque échelle	180
8.3.1	Configuration anisotrope	181
8.3.2	Configuration localement isotrope	183
8.4	Conclusions	187
	Conclusions Générales	189
	Annexe A	193
	Annexe B	211
	Bibliographie	225

Table des figures

1	Évolution des rapports de masse volumique R_ρ , de viscosité cinématique R_ν et dynamique R_μ avec la température.	26
1.1	Représentation schématique du spectre d'énergie d'après la théorie de Kolmogorov (1941).	30
1.2	Représentation schématique des différentes configurations d'écoulements non miscibles. a) Écoulement de cisaillement constant ($\delta \rightarrow 0$). b) Écoulement bi-couches ($0 < \delta \ll 1$). c) Écoulement annulaire ($\delta = 1$), d'après Govindarajan & Sahu (2014).	32
1.3	Évolution du taux de croissance des instabilités interfaciales dans une couche de mélange d'après Yih (1967).	33
1.4	Schématisation des processus conduisant à la croissance de l'instabilité d'après Hinch (1984). Les lignes continues sont pour la composante non perturbée de l'écoulement, tandis que celles en pointillés réfèrent à la composante non perturbée plus les perturbations.	34
1.5	Représentation schématique des deux configurations étudiées par Charru & Hinch (2000).	35
1.6	Représentation schématique de la configuration concentrique.	37
1.7	Exemple de diagramme de stabilité extrait de Preziosi <i>et al.</i> (1989).	39
1.8	Représentation schématique d'un écoulement tricouches d'après Govindarajan & Procaccia (2001).	40
1.9	Domaine d'existence des différents modes d'instabilité, extrait de Govindarajan (2004).	40
1.10	Évolution de la plage de stabilité des écoulements plans miscibles, d'après Ern <i>et al.</i> (2003).	42

1.11	Diagramme de stabilité schématique des écoulements planaires miscibles, d'après Govindarajan & Sahu (2014).	43
1.12	Représentation schématique d'un écoulement de déplacement.	43
1.13	Évolution spatio-temporelle de la fraction de fluide injecté pour le cas de référence de Sahu <i>et al.</i> (2009).	44
1.14	Bilan d'énergie cinétique en fonction du nombre de Reynolds dans un écoulement de déplacement à viscosité variable, d'après Sahu <i>et al.</i> (2009).	45
1.15	Évolution spatio-temporelle de la fraction de fluide injecté pour le cas de faibles nombres de Reynolds, gauche, et de faible nombres de Schmidt, droite, d'après Sahu <i>et al.</i> (2009).	46
1.16	Illustrations d'instabilités axisymétriques, d'après D'Olce <i>et al.</i> (2008) et hélicoïdales, d'après Cao <i>et al.</i> (2003) dans deux écoulements annulaires miscibles.	47
1.17	Illustration du phénomène de <i>buckling</i> dans une solution de polystyrène dilué, d'après Haward (2010).	51
2.1	Photographies de la "fontaine" turbulente pour différents rapport de viscosités, d'après Turner (1983).	55
2.2	Comparaison des signaux instantanés dans le jet d'air, gauche, et le jet de propane, droite, à même nombre de Reynolds R_λ , d'après Talbot (2009).	56
2.3	Profils des fluctuations de vitesse longitudinales à différentes positions axiales pour les deux configurations (CVF et VVF), d'après Talbot (2009).	57
2.4	Évolution du rapport des écart-types des fluctuations de vitesse axiales sur les fluctuations radiales dans le jet d'air, gauche, et dans le jet de propane, droite, à plusieurs positions en aval de l'injection, d'après Talbot (2009).	57
2.5	Influence du rapport des viscosités R_ν sur les fluctuations de vitesse et le gradient de vitesse moyenne, d'après Taguelmimt (2015).	59
2.6	Comparaison de l'évolution de la composante ω_z du champs de vortacité dans le plan xy ($z = 0$) pour deux temps $\tau = 80$ (haut) et $\tau = 100$ (bas) dans le cas à viscosité constante et dans le cas à viscosité variable, d'après Taguelmimt (2015).	60
2.7	Illustration de l'influence du nombre de Reynolds initial sur le profil du gradient de vitesse moyenne longitudinale dans la direction inhomogène d'une couche de mélange temporelle, d'après Taguelmimt (2015).	61
3.1	Schéma de principe de l'installation : du stockage des gaz au jet proprement dit.	64

3.2	Illustration des dispositifs requis en fonction de la technique d’approvisionnement en gaz choisie.	66
3.3	Allure des profils initiaux de vitesse selon les conditions d’injection d’après Antonia & Zhao (2001). Symboles pleins : jet issu d’une conduite, symboles ouverts : jet issu d’un convergent.	67
3.4	Profils pariétaux de vitesse dans le convergent, d’après Morel (1975).	68
3.5	Allure des parois du convergent définies selon des polynômes d’ordre 3 ou 5.	69
3.6	Comparaison du profil initial de vitesse dans notre configuration avec celui obtenu par Antonia & Zhao (2001)	69
3.7	Coupe axiale du convergent entouré de son confinement.	70
4.1	Schéma représentant la disposition des dispositifs de diagnostics optiques.	72
4.2	Comparaison d’un champ de vecteur instantané obtenu avec et sans déformation de fenêtre.	74
4.3	Schéma à 2 niveaux.	77
4.4	Réponse de la caméra en fonction de l’éclairement reçu et du gain appliqué.	85
4.5	Linéarité du signal de PLIF avec la teneur en anisole et l’énergie laser.	85
4.6	Nappe moyenne laser et image brute instantanée.	86
4.7	Comparaison entre la correction d’une image de PLIF instantanée par une nappe laser moyenne et un profil de nappe instantané.	87
4.8	Schéma du dispositif optique modifié pour la correction tir-à-tir.	88
4.9	Exemple de calibration pour une position dans le capteur XIMEA.	89
4.10	Schéma de principe du processus de calibration.	89
4.11	Évolution de la réponse temporelle du capteur obtenue sur une plaque métallique peinte, gauche, et dans une cuve contenant de la Rhodamine en circulation, droite.	90
4.12	Illustration de la correction d’une image instantanée par une nappe externe, comparaison avec la correction par le cœur potentiel.	91
4.13	Comparaison sur un profil de concentration de la correction d’une image instantanée par une nappe externe et par le cœur potentiel.	92
4.14	Profil expérimental de la lame de cutter et de son gradient.	92
4.15	Détermination de la fréquence de coupure de la caméra de PLIF.	93
5.1	Description schématique des principales régions d’un jet, selon Abramovich (1963).	96

5.2	Illustration de l'autosimilarité par la représentation de profils adimensionnés $U^*(x, \xi) = \frac{u(x, \xi)}{U_c(x)}$ en fonction de $\xi(x) = \frac{y}{y_{1/2}(x)}$, d'après Abramovich (1963).	97
5.3	Impact des conditions initiales d'injection sur les profils de vitesse selon Antonia & Zhao (2001). Symboles pleins : jet issu d'une conduite, symboles ouverts : jet issu d'un convergent.	97
5.4	Profils des vitesses moyennes axiales, gauche, et radiales, droite, dans les cas CVF et VVF. Nombre de Reynolds = 8000. Symboles noir $x = 1D$; symboles rouges $x = 2D$	99
5.5	Profils des fluctuations axiales normalisées par $\overline{U_c}$, gauche, et radiales, droite, pour les cas CVF et VVF. Nombre de Reynolds = 8000.	100
5.6	Profils du rapport $\frac{v'^2^{1/2}}{u'^2^{1/2}}$ dans les cas CVF et VVF. Nombre de Reynolds = 8000.	100
5.7	Cartographie de l'énergie cinétique turbulente, normalisée par le carré de la vitesse d'injection. Nombre de Reynolds = 8000.	101
5.8	Valeur moyenne de la fraction molaire de fluide injecté, entre 0.5 et 2 diamètres, $y = 0$ correspond à l'axe du jet. Nombre de Reynolds = 8000.	101
5.9	Écart-type de la fraction molaire de fluide injecté, entre 0.5 et 2 diamètres. Nombre de Reynolds = 8000.	102
5.10	Fonction densité de probabilité de la fraction molaire moyenne de fluide injecté, à 2 diamètres. Nombre de Reynolds = 8000.	102
5.11	Profils des statistiques moyennes normalisées par $\overline{U_{inj}}$, gauche, fluctuantes normalisées par $\overline{U_c}$, droite, dans les cas CVF et VVF. Nombres de Reynolds d'injection identiques (≈ 8000).	103
5.12	Champ de fraction molaire moyenne de fluide injecté, entre 0.5 et 2 diamètres. Nombres de Reynolds d'injection identiques (≈ 8000).	104
5.13	Écart-type de la fraction molaire de fluide injecté, entre 0.5 et 2 diamètres pour le cas CVF, gauche, et VVF, droite. Nombres de Reynolds d'injection identiques (≈ 8000).	104
5.14	Profils de vitesses moyennes axiales, gauche, et radiales, droite, dans les cas CVF et VVF. Nombre de Reynolds égal à 20000.	105
5.15	Écart-type des fluctuations axiales, gauche, et radiales, droite, normalisées par $\overline{U_c}$, dans les cas CVF et VVF. Nombre de Reynolds égal à 20000.	106
5.16	Image instantanée du champ de viscosité et des lignes de courant.	106

5.17	Champ de fraction molaire moyenne de fluide injecté, entre 0.5 et 2 diamètres dans le cas <i>CVF</i> , gauche, et <i>VVF</i> , droite. Nombre de Reynolds égal à 20000.	107
5.18	Fonction densité de probabilité de la fraction molaire moyenne de fluide injecté, à deux diamètres. Nombre de Reynolds égal à 20000.	107
5.19	Écart-type de la fraction molaire de fluide injecté, entre 0.5 et 2 diamètres, dans le cas <i>CVF</i> , gauche, et <i>VVF</i> , droite. Nombre de Reynolds égal à 20000.	108
5.20	Évolution des profils de vitesses moyennes axiales avec la distance à l'injection, gauche, et superposition du champ de fraction molaire moyenne de fluide injecté et du champ dynamique moyen, droite. <i>VVF</i> , nombre de Reynolds égal à 8000.	109
5.21	Cartographie de la probabilité de présence de fluide non mélangé. Nombre de Reynolds égal à 8000.	110
5.22	Profils de vitesses axiales moyennes. Nombre de Reynolds égal à 16000.	111
5.23	Profils de la vitesse axiale moyenne normalisée par $\overline{U_c}$ en fonction de la variable d'autosimilitude dans le cas <i>CVF</i> , gauche, et <i>VVF</i> , droite. Nombre de Reynolds égal à 16000.	111
5.24	Écarts-type des fluctuations axiales, gauche, et radiales, droite, normalisées par $\overline{U_c}$, dans les cas <i>CVF</i> et <i>VVF</i> . Nombre de Reynolds égal à 16000.	112
5.25	Champs de fraction molaire moyenne de fluide injecté <i>CVF</i> , gauche, et <i>VVF</i> , droite. Nombre de Reynolds égal à 16000.	113
5.26	Illustration du battement du jet d'azote.	113
5.27	Fonctions densité de probabilité pour les cas <i>CVF</i> et <i>VVF</i> à 5 diamètres de l'injection. Nombre de Reynolds égal à 16000.	114
5.28	Cartographies des zones de présence de fluctuations de concentration deux fois supérieures à la moyenne locale calculée dans le cas <i>CVF</i> , gauche, et <i>VVF</i> , droite. Nombre de Reynolds égal à 16000.	114
5.29	Cartographies des zones de présence de fluide non mélangé dans le cas <i>CVF</i> , gauche, et <i>VVF</i> , droite. Nombre de Reynolds égal à 16000.	115
5.30	Champs de valeurs moyennes de la fraction molaire de fluide injecté, gauche, et de l'écart-type de ses fluctuations, droite, dans le jet de propane. Nombre de Reynolds égal à 16000.	116
6.1	Représentation schématique de l'entraînement par les grandes échelles d'après Sreenivas & Prasad (2000).	118

6.2	Taux d'entraînement pour des jets isothermes d'après Ricou & Spalding (1961). Ronds noirs : air dans air ; Ronds blancs : Hydrogène dans air ; Croix : propane ou CO_2 dans air.	122
6.3	Représentation schématique de l'évolution du taux d'entraînement local en fonction de la distance axiale normalisée par l'épaisseur de quantité de mouvement d'après Han & Mungal (2001).	122
6.4	Développement des instabilités secondaires de Kelvin Helmholtz dans une couche de mélange selon Reinaud <i>et al.</i> (2000).	124
6.5	Histogrammes des couples (vitesse moyenne axiale normalisée par la vitesse d'injection, fraction molaire de fluide injecté) en $x/D = 1$, gauche, et $x/D = 2$, droite, pour les cas CVF, haut, et VVF, bas. $Re=8000$	126
6.6	Histogrammes des couples (vitesse moyenne radiale normalisée par la vitesse d'injection, fraction molaire de fluide injecté) à $x/D = 1$, gauche, et $x/D = 2$, droite, pour les cas CVF, haut, et VVF, bas. $Re=8000$	127
6.7	Histogrammes des couples (vitesse moyenne axiale normalisée par la vitesse d'injection, fraction molaire moyenne de fluide injecté) en $x/D = 1$, gauche, et $x/D = 2$, droite, pour les cas CVF, haut, et VVF, bas. $Re=24\ 000$	129
6.8	Histogrammes des couples (vitesse moyenne radiale normalisée par la vitesse d'injection, fraction molaire moyenne de fluide injecté) en $x/D = 1$, gauche, et $x/D = 2$, droite, pour les cas CVF, haut, et VVF, bas. $Re=24\ 000$	131
6.9	Schéma illustrant les quantités calculées pour estimer le coefficient d'entraînement C_e	132
6.10	Évolution du coefficient d'entraînement en fonction du seuil $\overline{C_{th}}$ choisi pour délimiter l'interface turbulent / non turbulent.	133
6.11	Représentation schématique de la retombée du fluide composant les bords du jet d'après Cotel & Breidenthal (1997).	134
6.12	Champs instantanés de fraction de fluide injecté pour les configurations CVF, gauche, et VVF, droite, pour un nombre de Reynolds de 8000.	135
6.13	Évolution de la valeur du coefficient d'entraînement en fonction de la position x_2 choisie, cas du nombre de Reynolds égal à 8000.	136
6.14	Représentation de quelques lignes de courant pour un champ de vitesse instantané dans le jet d'azote, gauche, et de propane, droite.	137

6.15	Représentation schématique des différents régimes de <i>detrainement</i> identifiés par Cotel & Breidenthal (1997).	138
6.16	Champs instantanés de fraction de fluide injecté pour les configurations CVF, gauche, et VVF, droite, pour un nombre de Reynolds de 24 000.	138
6.17	Évolution de la valeur du coefficient d'entraînement en fonction de la position x_2 choisie, cas du nombre de Reynolds de 24 000.	139
6.18	Champs instantanés de fraction de fluide injecté pour les configurations CVF, gauche, et VVF, droite, pour un nombre de Reynolds de 12 000.	140
6.19	Calcul du coefficient d'entraînement local sur trois zones du jet de propane à un nombre de Reynolds de 12 000.	141
7.1	Représentation schématique de l'interface et des processus d'entraînement d'après Da Silva <i>et al.</i> (2014).	145
7.2	Répartition de la fraction molaire de fluide injecté interpolée sur le maillage de PIV.	146
7.3	Détermination de la valeur seuil à partir du profil moyen de fraction molaire de fluide injecté.	147
7.4	Images instantanées binaires.	148
7.5	Extraction du contour et filtrage selon la méthode de Westerweel <i>et al.</i> (2002).	149
7.6	Vitesse axiale moyenne normalisée par la vitesse sur l'axe du jet et conditionnée à la position de l'interface pour les cas CVF, gauche, et VVF, droite.	150
7.7	Vorticité moyenne conditionnée à la position de l'interface pour les cas CVF, gauche, et VVF, droite.	151
7.8	Vitesse axiale moyenne normalisée par la vitesse moyenne sur l'axe du jet et conditionnée à la position de l'interface en $x/D = 1$, gauche, et $x/D = 2$, droite pour les cas CVF et VVF. $Re=8000$	152
7.9	Vitesse axiale moyenne normalisée par la vitesse moyenne sur l'axe du jet et conditionnée à la position de l'interface en $x/D = 2$, dans le propane et $x/D = 5$, dans l'azote.	153
7.10	Répartition de la position radiale de l'interface pour les 3000 images instantanées dans les cas CVF, gauche, et VVF, droite. $Re=8000$	153
7.11	Fonction densité de probabilité de la position radiale de l'interface pour les cas CVF, gauche, et VVF, droite, à deux positions axiales. $Re=8000$	154

7.12	Vorticité moyenne conditionnée à la position de l'interface en $x/D = 1$, gauche, et $x/D = 2$, droite pour les cas CVF et VVF. Re=8000.	154
7.13	Vorticité moyenne conditionnée à la position de l'interface pour plusieurs positions axiales, d'après Khashehchi <i>et al.</i> (2013).	155
7.14	Vitesse axiale moyenne normalisée par la vitesse moyenne sur l'axe du jet et conditionnée à la position de l'interface en $x/D = 1$, gauche, et $x/D = 2$, droite pour les cas CVF et VVF. Re=16000.	156
7.15	Vorticité moyenne conditionnée à la position de l'interface en $x/D = 1$, gauche, et $x/D = 2$, droite pour les cas CVF et VVF. Re=16000.	157
7.16	Répartition de la position radiale de l'interface pour les 3000 images instantanées dans les cas CVF, gauche, et VVF, droite. Re=16000.	158
7.17	Vitesse axiale moyenne normalisée par la vitesse moyenne sur l'axe du jet et conditionnée à la position de l'interface en $x/D = 1$, gauche, et $x/D = 2$, droite pour les cas CVF et VVF. Re=24000.	158
7.18	Vorticité moyenne conditionnée à la position de l'interface en $x/D = 1$, gauche, et $x/D = 2$, droite pour les cas CVF et VVF. Re=24000.	159
7.19	Répartition de la position radiale de l'interface pour les 3000 images instantanées dans les cas CVF, gauche, et VVF, droite. Re=24000.	159
7.20	Fonction densité de probabilité de la position radiale de l'interface pour les cas CVF, gauche, et VVF, droite. Re=24000.	160
7.21	Fraction molaire moyenne de fluide injectée conditionnée à la position de l'interface en $x/D = 1$, gauche, et $x/D = 2$, droite pour les cas CVF et VVF. Re=8000.	161
7.22	Estimation de la taille des KH, gauche, et fraction molaire moyenne de fluide injectée conditionnée à la position de l'interface adimensionnée par le rayon des KH, droite.	162
7.23	Fraction moyenne de fluide injectée conditionnée à la position de l'interface en $x/D = 1$, gauche, et $x/D = 2$, droite pour les cas CVF et VVF. Re=16000.	163
7.24	Fraction molaire moyenne de fluide injecté dans le cas CVF, gauche, et VVF, droite. Re=16000.	164
7.25	Fraction molaire moyenne de fluide injecté conditionnée à la position de l'interface en $x/D = 1$, gauche, et $x/D = 2$, droite pour les cas CVF et VVF. Re=24000.	164

7.26	Illustrations des différents phénomènes responsables du mélange dans le jet à viscosité variable. $Re=24000$	165
7.27	Comparaison des gradients de fraction molaire moyenne de fluide injecté conditionnée à la position de l'interface en $x/D = 2$ pour les cas CVF et VVF. $Re=8000$.166	
7.28	Comparaison des Fonctions Densité de Probabilité de la fraction molaire moyenne de fluide injecté conditionnées à une position dans le jet et à une position dans le coflow pour les cas CVF, gauche, et VVF, droite. $Re=8000$	166
7.29	Comparaisons des gradients de fraction molaire moyenne de fluide injecté normalisés par les gradients à l'interface et conditionnés à la position de l'interface en $x/D = 2$ pour les cas CVF et VVF. $Re=8000$	167
7.30	Évolution du gradient de fraction molaire moyenne de fluide injecté conditionné à la position de l'interface entre 1 et 2 diamètres. $Re=8000$	168
7.31	Comparaison des gradients de fraction molaire moyenne de fluide injecté conditionnés à la position de l'interface en $x/D = 2$ dans les cas CVF et VVF. $Re=24000$.168	
7.32	Comparaison des gradients de fraction molaire moyenne de fluide injecté normalisés par les gradients à l'interface et conditionnés à la position de l'interface en $x/D = 2$ dans le cas CVF et VVF. $Re=24000$	169
7.33	Évolution du gradient de fraction molaire moyenne de fluide injecté conditionné à la position de l'interface entre 1 et 2 diamètres. $Re=24000$	169

Introduction Générale

Il est désormais connu que la turbulence joue un rôle clef dans un grand nombre de phénomènes qui sont capitaux pour divers applications industrielles : dispersion des polluants ou combustion, par exemple. Or, cette dernière entraîne des interactions complexes entre les fluides et les différents processus thermodynamiques et chimiques. Ainsi, la combustion turbulente engendrera une turbulence de fluides hétérogènes, *i.e.* présentant des propriétés différentes (masse volumique et/ou viscosité). Ces observations soulèvent une interrogation : quels sont les effets des variations de masse volumique et de viscosité sur le mélange ? La majorité des travaux réalisés sur ce thème porte sur les effets de la masse volumique. En effet, divers arguments, détaillés dans les chapitres 1 et 2 de ce manuscrit, sont avancés pour négliger les effets de la viscosité. Néanmoins, plusieurs études, dont la thèse de Talbot (2009), remettent largement en question ces hypothèses.

Outre la localisation de la flamme, une bonne prédiction du mélange de fluides hétérogènes est également importante pour l'estimation de certains paramètres clefs. Pour donner un exemple concret, Peters & Williams (1983) s'appuient sur la valeur du taux de dissipation scalaire pour tenter de prédire la hauteur de *lift-off* d'une flamme de diffusion. Dans cet article, les auteurs soulignent que les variations de masse volumique et de température doivent avoir une influence sur ce paramètre. Au vu des résultats de Talbot (2009), il est alors tout à fait justifié de penser que cela est également le cas pour la viscosité, qui dépend naturellement de la température. L'une des objections qui pourrait être avancée, dans le cadre d'une application en combustion, repose sur la diminution du rapport de viscosité lorsque la température augmente. Or, si en effet celui-ci décroît légèrement, il est néanmoins toujours présent pour des températures de 1000 K , Fig. 1. Il est donc raisonnable d'estimer que celui-ci jouera toujours un rôle non négligeable, même en présence d'une flamme.

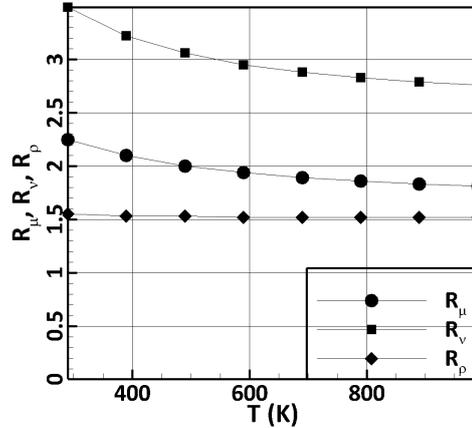


FIGURE 1 – Évolution des rapports de masse volumique R_ρ , de viscosité cinématique R_ν et dynamique R_μ avec la température.

D'un point de vue des simulations numériques, le modèle $k-\epsilon$, encore couramment utilisé en industrie, fait intervenir le taux moyen de dissipation de l'énergie cinétique de la turbulence. Or, dans les écoulements à viscosité variable, la valeur de celui-ci est modifiée (Talbot *et al.*, 2013). Les prédictions fournies par ce modèle pour ce type d'écoulement pourraient donc être complètement erronées. En ce qui concerne la simulation aux grandes échelles (*Large Eddy Simulation* ou *LES* en anglais), les questions soulevées sont encore plus vastes. En effet, si, comme nous le pensons, les gradients de viscosité affectent toutes les échelles de l'écoulement, deux étapes distinctes devraient alors être suivies. Tout d'abord, l'implémentation d'une viscosité variable dans les équations de transport, puis une adaptation des modèles de sous-maille actuellement utilisés.

Au travers de cette introduction générale, nous avons cherché à suggérer l'étendue des applications dans lesquelles les écoulements à viscosité variable pouvaient intervenir. Dans le cadre de cette thèse, nous avons donc décidé de poursuivre sur cette thématique prometteuse et de nous concentrer sur les effets des variations de viscosité, dues aux variations de composition du fluide (et non pas aux variations de température). Nous nous sommes posés les questions suivantes : quelles disparités existe-t-il dans la naissance de la turbulence entre les écoulements à viscosité constante et à viscosité variable ? A quels phénomènes physiques sont-elles dues ? Quelle est l'influence du nombre de Reynolds sur celles-ci ? Pour y répondre, nous avons choisi d'étudier le champ proche ($x/D \in [0.5 - 6]$) d'un jet de propane débouchant dans de l'azote,

et ceci pour cinq nombres de Reynolds différents. Le choix de ces deux fluides nous permet de dissocier les effets dus à une masse volumique variable, de ceux dus aux variations de viscosité. En effet, le rapport des masses volumiques $R_\rho = \frac{\rho_{\text{fluide rapide}}}{\rho_{\text{fluide lent}}}$ n'est que de 1.5, tandis que le rapport des viscosités défini comme $R_\nu = \frac{\nu_{\text{fluide lent}}}{\nu_{\text{fluide rapide}}}$ est de 3.6. Nous comparerons les résultats avec ceux obtenus dans un jet d'azote débouchant dans de l'azote ($R_\nu = 1$).

Les deux premiers chapitres nous permettront de réaliser un état de l'art sur la thématique des écoulements à viscosité variable. Dans un second temps, nous présenterons le dispositif expérimental, entièrement conçu lors de cette thèse, ainsi que son instrumentation. Enfin, les quatre derniers chapitres seront consacrés aux résultats obtenus. Nous commencerons par une caractérisation globale des disparités existants entre écoulements à viscosité constante et à viscosité variable (respectivement *CVF* et *VVF* dans la suite). Nous mettrons ensuite en lumière les processus physiques à l'origine de la naissance de la turbulence dans ces deux configurations. Enfin, le dernier chapitre sera consacré aux développements analytiques. Les conclusions et perspectives clôtureront ce manuscrit.

Chapitre 1

Instabilités hydrodynamiques et viscosité variable

1.1	Méthode employée	31
1.2	Fluides non miscibles séparés par une interface marquée	32
1.2.1	Écoulements plans	32
1.2.2	Écoulements de conduite	37
1.3	Écoulements multicouches de fluides miscibles	39
1.4	Écoulements présentant une stratification continue en viscosité . .	47
1.4.1	Stratification due à des variations de température	47
1.4.2	Stratification due à des variations de pression et de cisaillement	49
1.5	Conclusions	52

Contrairement aux jets présentant une variation en masse volumique, les jets à viscosité variable ont été bien moins étudiés dans la littérature. Or, tous les écoulements présentant une variation de composition ou de température, voient leur viscosité varier temporellement ou spatialement. Il existe de nombreux exemples, que ce soit dans les configurations industrielles (combustion, agro-alimentaire), ou dans la nature (magma, glaciers). Pourquoi ce type de configuration n'a-t-il reçu que peu d'attention jusqu'à très récemment ? Pour répondre à cette question, il faut très probablement remonter à la théorie de Kolmogorov (1941), qui postule que pour des nombres de Reynolds élevés le spectre d'énergie est indépendant de la viscosité dans la zone inertielle (zone où le spectre d'énergie présente une pente en $k^{-\frac{5}{3}}$). Ainsi, de prime abord, on ne s'attend pas à observer un effet important de la viscosité, puisque les configurations

étudiées impliquent des écoulements à haut nombre de Reynolds, qui sont donc supposés être dominés par les effets inertiels, Fig. 1.1. De plus, Taylor (1935) donne une expression du taux de dissipation de l'énergie où la viscosité n'intervient pas ($\bar{\epsilon} = C_\epsilon \times \frac{u^3}{l}$ où u et l correspondent à des grandeurs locales et où C_ϵ est une constante supposée universelle). On peut souligner que

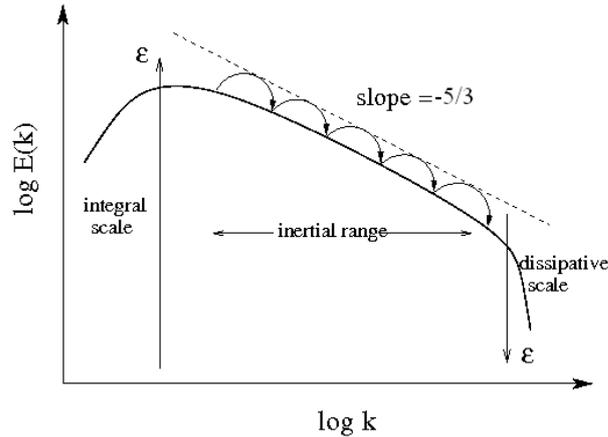


FIGURE 1.1 – Représentation schématique du spectre d'énergie d'après la théorie de Kolmogorov (1941).

cette hypothèse a été formulée dans le cadre d'écoulements homogènes, et donc s'interroger sur sa validité dans le cadre de jets présentant des gradients spatiaux de viscosité.

Néanmoins, l'étude de Lee *et al.* (2008) semble confirmer la pérennité de l'hypothèse de Taylor (1935) dans ce type d'écoulement inhomogène. **La viscosité est ainsi souvent considérée comme une quantité caractéristique des petites échelles, qui ne devrait donc pas affecter le phénomène macroscopique qu'est le mélange.** Ces considérations expliquent sans doute le peu d'études menées sur les écoulements à viscosité variable. Néanmoins, diverses études remettent en cause les arguments avancés précédemment. Parmi celles-ci, on peut citer celles portant sur les instabilités hydrodynamiques (nombres de Reynolds modérés) dont divers résultats sont détaillés dans l'article de revue de Govindarajan & Sahu (2014). Les auteurs montrent ainsi que, à travers son interaction avec le cisaillement grande-échelle, la stratification en viscosité conduit à l'inhibition et/ ou à la création d'instabilités, modifiant ainsi le processus de transition à la turbulence. D'un point de vue technologique, les recherches sur la réduction des frottements ont conduit à de nombreuses découvertes dans divers domaines de l'ingénierie, impliquant une stratification en viscosité. On peut par exemple citer le chauffage / refroidissement des ailes d'avion, la lubrification des parois d'un pipeline ou encore la réduc-

tion de la traînée via l'ajout de polymères dans la couche critique d'un écoulement turbulent, Govindarajan & Procaccia (2001).

1.1 Méthode employée

Si les approches pour les études de stabilité linéaire diffèrent légèrement selon les configurations étudiées, la méthodologie globale reste, elle, identique et est par exemple exposée dans l'article de Sahu & Matar (2010a). Les équations de conservation de la masse et de la quantité de mouvement sont tout d'abord écrites. Chaque variable est ensuite exprimée comme la somme d'un état de base (stable) et de perturbations tri-dimensionnelles, viz. $u = U + \hat{u}$. Puis, les équations de conservation pour l'état de base (U , dans notre exemple) sont soustraites à celles établies précédemment pour la vitesse totale (i.e. état de base, plus une perturbation). Les perturbations initiales étant considérées comme infinitésimales, les termes non linéaires sont considérés négligeables devant les termes linéaires, permettant ainsi de linéariser les équations de Navier-Stokes. La décomposition en modes normaux est ensuite appliquée aux perturbations, viz. $\hat{u} = u(x)e^{i(\alpha x + \beta y - \omega t)}$, où α et β sont respectivement les composantes axiales et radiales du nombre d'onde de la perturbation, et ω sa fréquence. Après quelques manipulations mathématiques, déterminer la stabilité d'un système revient en fait à résoudre un problème aux valeurs propres. Dans le cas d'une étude de stabilité temporelle, $\omega \in \mathbb{C}$ et $\alpha \in \mathbb{R}$, et la stabilité est donnée par le signe de la partie imaginaire de ω , notée $\omega_i < 0$. Ainsi, $\omega_i < 0$ et $\omega_i = 0$ indiquent respectivement un état stable et neutre, tandis que lorsque $\omega_i > 0$ le système est instable. Dans cette dernière configuration, deux types d'instabilités sont généralement distingués : convective ou absolue. Dans le premier cas, cela signifie que les perturbations se propagent dans la direction de l'écoulement. Lorsque cette propagation a lieu dans tout l'espace, l'instabilité est alors qualifiée d'absolue.

Pour une meilleure compréhension de la contribution (conflictuelle, selon les cas) de la stratification en viscosité, nous suivrons la méthodologie proposée par Govindarajan & Sahu (2014). Les cas présentés seront ainsi scindés en plusieurs catégories caractérisées par l'épaisseur de l'interface entre les deux fluides (illustrant ainsi l'importance de ce paramètre). Afin de rester fidèle aux notations employées dans les articles, le rapport des viscosités dynamiques sera noté \mathbf{m} dans ce chapitre au lieu de notre dénomination habituelle R_μ .

1.2 Fluides non miscibles séparés par une interface marquée

Une nouvelle fois les écoulements sont séparés en deux familles : planaires et de conduite.

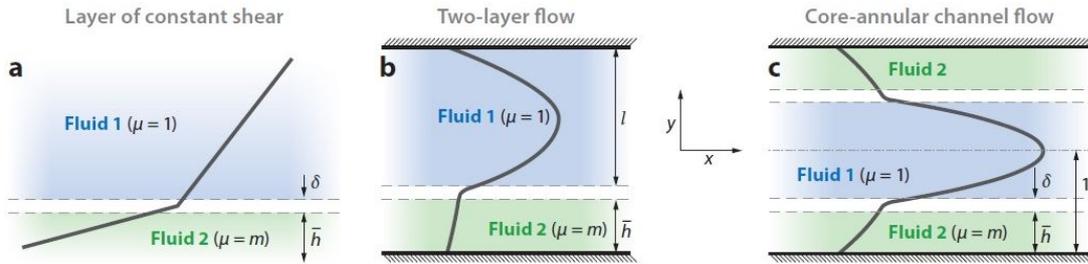


FIGURE 1.2 – Représentation schématique des différentes configurations d'écoulements non miscibles. a) Écoulement de cisaillement constant ($\delta \rightarrow 0$). b) Écoulement bi-couches ($0 < \delta \ll 1$). c) Écoulement annulaire ($\delta = 1$), d'après Govindarajan & Sahu (2014).

1.2.1 Écoulements plans

La configuration la plus simple est celle d'un écoulement planaire unidirectionnel, de cisaillement constant, présentant une stratification en viscosité (Fig. 1.2a). Yih (1967) fut le précurseur des études sur les instabilités interfaciales, dues à une stratification en viscosité, grâce à son étude de ce type d'écoulement. En effet, il montra que (dans la limite des grandes longueurs d'onde de perturbations) ce type d'interface soumis à une variation en viscosité, peut devenir inconditionnellement instable (quel que soit le nombre de Reynolds), alors qu'il est inconditionnellement stable dans le cas à viscosité constante. En outre, il mit en évidence que le signe du taux de croissance, c_i , des perturbations est très fortement lié à $J = f(m = R_\mu = \frac{\text{viscosité couche 2}}{\text{viscosité couche 1}}, n = \frac{d_2}{d_1} = \frac{\text{épaisseur couche 2}}{\text{épaisseur couche 1}})$, où J peut être positif, négatif ou nul. Chacune de ces trois possibilités correspond respectivement au cas où le système est instable, stable ou neutre. La figure représentant l'évolution de J pour différentes épaisseurs relatives n en fonction du rapport des viscosités permet de voir que, pour chaque cas, le taux de croissance présente un pic suivi par une diminution rapide (figure 1.3). Cette dernière peut même conduire à une valeur négative de J , *i.e.* le système redevient stable.

A titre d'exemple, pour $n = 0.1$ et $n = 1$ les extrema se situent en $m = 2.5$ et $m = 35$ respectivement. Il existe donc théoriquement un rapport de viscosité critique, à partir duquel

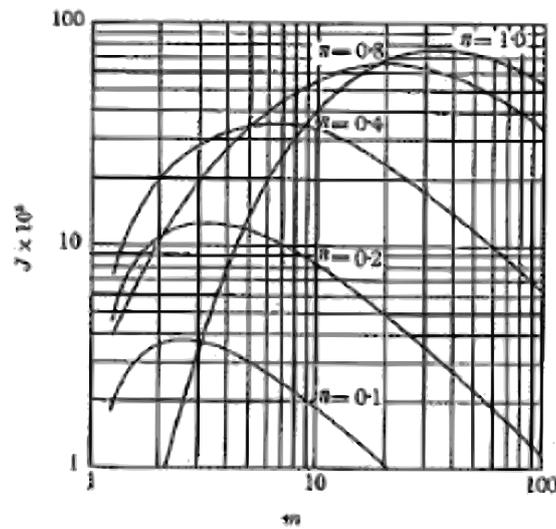
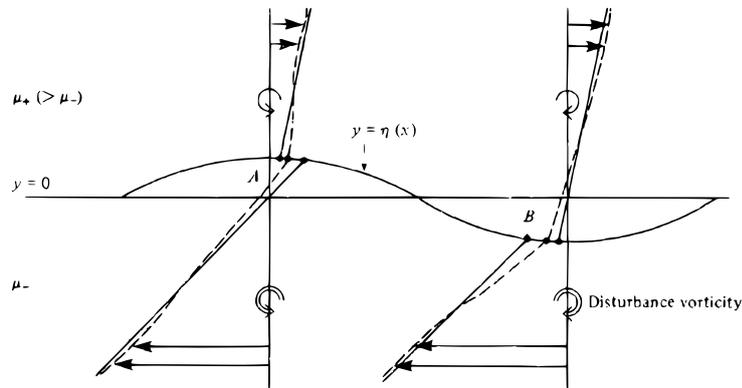


FIGURE 1.3 – Évolution du taux de croissance des instabilités interfaciales dans une couche de mélange d'après Yih (1967).

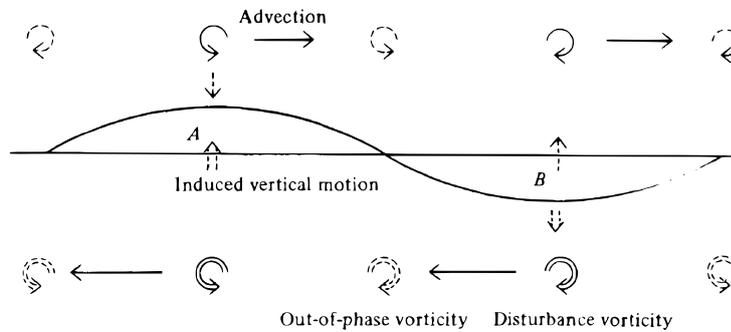
le mélange ne se fait plus. En ce qui concerne la position \bar{h} de l'interface, la conclusion majeure de l'étude de Yih est que, lorsque la couche la plus fine est également la plus visqueuse, la configuration est prône à une déstabilisation aux grandes longueurs d'ondes.

En réalité, à travers la position de l'interface, c'est le rapport de l'épaisseur des deux couches qui importe. Dans la seconde partie de leur article, Charru & Hinch (2000) expliquent « l'effet de couche mince » sur lequel s'appuient des améliorations technologiques telles que la lubrification de pipeline citée précédemment. Lorsque l'interface est perturbée, la vitesse dans la couche la moins visqueuse est plus importante que celle dans la couche visqueuse. Ainsi, pour satisfaire la continuité de la vitesse à l'interface, la composante horizontale de la vitesse doit s'adapter : accélération dans la couche la plus visqueuse et décélération dans l'autre, Fig. 1.4(a). Ces perturbations de vitesses à l'interface génèrent une vorticité perturbée (de chaque côté de l'interface). Cette dernière est advectée par l'écoulement non perturbé créant ainsi une composante de vitesse déphasée à mi-distance entre les bosses et les creux de l'interface (et donc, un gradient de pression pour contrer ses effets), Fig. 1.4(b).

Les effets inertiels étant très faibles dans la couche la plus mince, ce sont ceux ayant lieu dans la couche épaisse qui pilotent l'évolution de l'instabilité. Ainsi, le signe de la composante de vitesse déphasée dans la couche épaisse, donné par la viscosité, pilote le signe du taux de croissance de l'instabilité. A titre d'exemple, dans le cas où la couche épaisse est au-dessus de la couche mince, si cette dernière est la plus visqueuse, alors l'écoulement est stable (et



(a) Profils de la composante horizontale de vitesse et du cisaillement qu'elle induit.



(b) Advection de la vorticité.

FIGURE 1.4 – Schématisation des processus conduisant à la croissance de l'instabilité d'après Hinch (1984). Les lignes continues sont pour la composante non perturbée de l'écoulement, tandis que celles en pointillés réfèrent à la composante non perturbée plus les perturbations.

inversement). Dans le cas des courtes longueurs d'onde, Hooper & Boyd (1983) ont montré que l'écoulement était instable, quels que soient m et \bar{h} , et ce pour des nombres de Reynolds extrêmement faibles. La présence d'un saut de viscosité à l'interface est donc toujours source de déstabilisation aux courtes longueurs d'onde. L'explication de ce phénomène est donnée dans l'article de Hinch (1984). Celle-ci est en grande partie similaire à celle avancée pour les instabilités aux grandes longueurs d'onde, à ceci près qu'ici ce sont les phénomènes ayant lieu dans la couche la moins visqueuse qui pilotent le processus (au lieu de ceux dans la couche la plus épaisse). En effet, aux longueurs d'onde considérées, c'est la diffusion de la vorticité (à travers la viscosité) qui prime sur l'inertie.

Les deux configurations précédentes sont en réalité des cas limites du point de vue de la longueur d'onde de perturbation considérée (infiniment petite, ou infiniment grande). Il serait

donc intéressant de s'interroger sur les instabilités obtenues pour une gamme de longueurs d'onde intermédiaires, dont les bornes seraient les deux cas limites précédents. Cette étude a été réalisée par Hooper & Boyd (1987) dans un écoulement de Couette à une seule paroi. Les auteurs mettent en évidence un nouveau type d'instabilité présente pour un nombre de Reynolds suffisamment grand, et $m > 1$. Celle-ci est due à la génération d'une vorticité perturbée au niveau de la paroi. Elle est similaire dans sa nature aux vagues de Tollmien-Schlichting qui produisent des instabilités dans un écoulement planaire 2D, limité par deux parois. Charru & Hinch (2000) se proposent de présenter une vision d'ensemble de ces instabilités. Pour tenter d'expliquer les différents types d'instabilités observées dans des écoulements de Couette bi-couches, les auteurs s'appuient sur l'analyse d'un Couette plan mono-fluide reposant sur une paroi ondulée, Fig. 1.5(a).

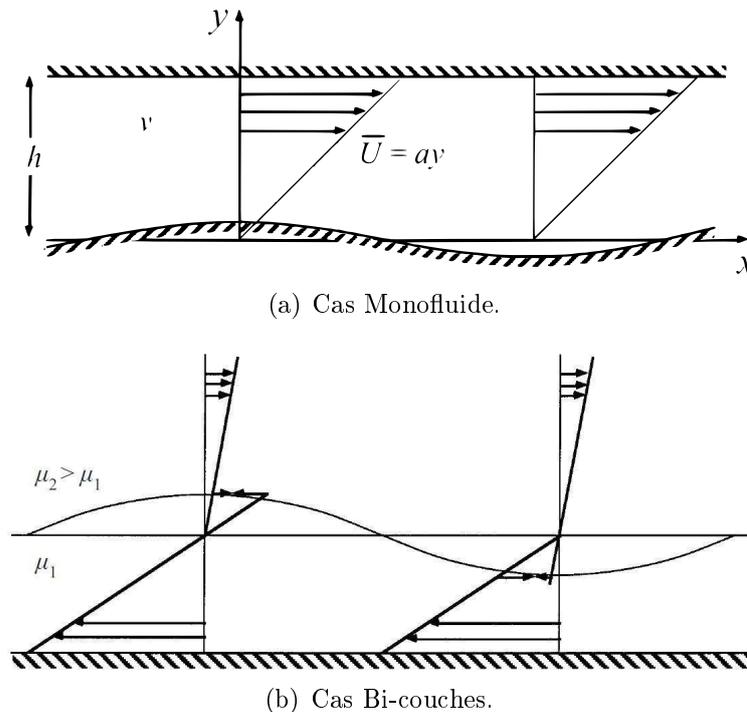


FIGURE 1.5 – Représentation schématique des deux configurations étudiées par Charru & Hinch (2000).

Ils établissent un diagramme de phase (dans l'espace (α, β) , où α est l'épaisseur adimensionnée et β est une longueur de diffusion). Ils définissent alors trois régimes d'écoulements différents : le régime visqueux superficiel, le régime visqueux profond et le régime non visqueux. Chaque régime occupe une région précise de l'espace (α, β) et est caractérisé par une pro-

fondeur de pénétration visqueuse de vorticité perturbée, δ , et un nombre de Reynolds effectif Re_{eff} mesurant l'importance des effets inertiels sur les perturbations. Ils appliquent ensuite ces résultats à l'étude d'un écoulement de Couette bi-couches (tension de surface et gravité négligeables), Fig.1.5(b). Les auteurs considèrent les mêmes paramètres que dans le cas simple précédent, mais pour chaque couche (α_j etc...), les régimes identifiés grâce à ces paramètres sont identiques à ceux dans le cas mono-fluide. Réciproquement, les auteurs associent un type d'instabilité à un régime, par exemple les instabilités grandes longueurs d'onde (Yih, 1967) sont associées au régime visqueux superficiel. De plus, Charru et Hinch montrent qu'en réalité ces instabilités existent sur un domaine plus étendu que le domaine asymptotique pour lequel elles ont été définies : l'instabilité de Yih (cas où $\lambda \rightarrow \infty$) existe en réalité pour des longueurs d'onde et des longueurs de pénétration visqueuses de vorticité perturbée plus grandes que l'épaisseur de la couche considérée. Pour résumer, cette approche unifiée des instabilités d'interface repose sur une comparaison des trois longueurs caractéristiques de chaque couche (nommément la longueur d'onde, l'épaisseur de la couche et la longueur de diffusion), avec la longueur de pénétration de la vorticité perturbée. Celle-ci doit être de l'ordre de grandeur de l'une de ces longueurs, conduisant ainsi à l'identification du régime.

Des résultats très similaires sont obtenus dans des écoulements de Poiseuille par Yiantsios & Higgins (1988). Les auteurs mettent en évidence un mode interfacial instable aux grandes longueurs d'onde (similaire à celui de Yih), ainsi qu'un mode de cisaillement instable (pour un nombre de Reynolds suffisant), de même nature que les vagues de Tollmien-Schlichting. Expérimentalement parlant, les différents types d'instabilités sont complexes à observer et à identifier. A titre d'exemple, Charles & Lilleleht (1965) furent les premiers à observer des vagues au niveau de l'interface entre de l'eau et de l'huile. Néanmoins, ils ne purent définir leur nature, i.e. s'il s'agissait d'instabilités de stratification en viscosité (instabilités interfaciales) ou de cisaillement. Au regard de la littérature, l'étude expérimentale de la stabilité d'un écoulement plan bi-couches la plus citée est celle de Kao & Park (1972). Les auteurs ne furent pas en mesure d'observer d'instabilités interfaciales (de type Yih, ou Boyd et Hooper). Néanmoins, pour un Reynolds suffisant, ils constatèrent la présence de vagues interfaciales qu'ils identifièrent comme des instabilités de cisaillement de type Tollmien-Schlichting. Selon Yiantsios & Higgins (1988), dans la configuration de Kao et Park, les modes interfaciaux sont en réalité stabilisés par la gravité (pour les types Yih) et par la tension de surface (pour le type Hooper-Boyd). Ils démontrèrent ce résultat en réalisant une analyse de stabilité linéaire tenant compte (entre autres) de ces deux paramètres. Khomami & Su (2000) purent quant à eux observer les instabi-

lités interfaciales de courtes longueurs d'onde, en utilisant des fluides présentant une très faible tension de surface. Ainsi, prédictions analytiques et expériences concordent et nous permettent de constater que la viscosité peut non seulement déstabiliser un écoulement, mais qu'elle peut le faire de différentes manières.

1.2.2 Écoulements de conduite

Selon la section précédente, on peut toujours trouver une configuration (longueur d'onde, nombre de Reynolds) pour laquelle un écoulement plan présentant une stratification en viscosité est instable. Mais qu'en est-il pour les écoulements de conduite ? Expérimentalement, de nombreuses situations sont observées : l'écoulement peut être stratifié (fluide lourd en dessous) ou encore annulaire (coeur d'huile entouré d'eau). On observe également des configurations « mixtes » telles que des cas où des gouttes d'huile sont présentes dans l'eau, et d'autres où l'on constate la présence d'une émulsion d'eau dans l'huile. Toutes ces possibilités soulèvent la nécessité d'établir une théorie fiable pour cette configuration. Hickox (1971) mena une étude basée sur celle de Yih (limite des grandes longueurs d'onde) dans ce type d'écoulement. Il montra que la configuration où l'anneau extérieur est constitué du fluide le plus visqueux (i.e. $m = \frac{\mu_1}{\mu_2} < 1$) est toujours instable quel que soit le nombre de Reynolds et l'épaisseur adimensionnée de la couche visqueuse, Fig 1.6. S'il a bien pris en compte les effets de la tension de surface et d'un rapport de masse volumique entre les fluides, l'auteur n'a pas étudié la stabilité de la configuration constituée d'un coeur visqueux entouré d'un anneau moins visqueux.

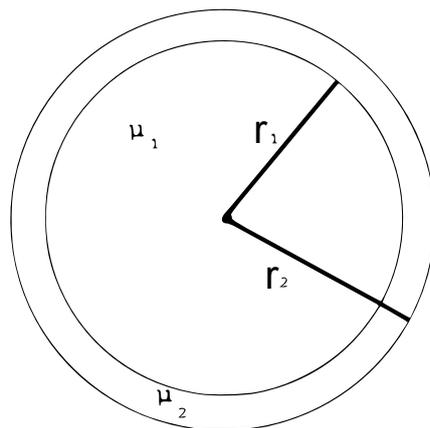


FIGURE 1.6 – Représentation schématique de la configuration concentrique.

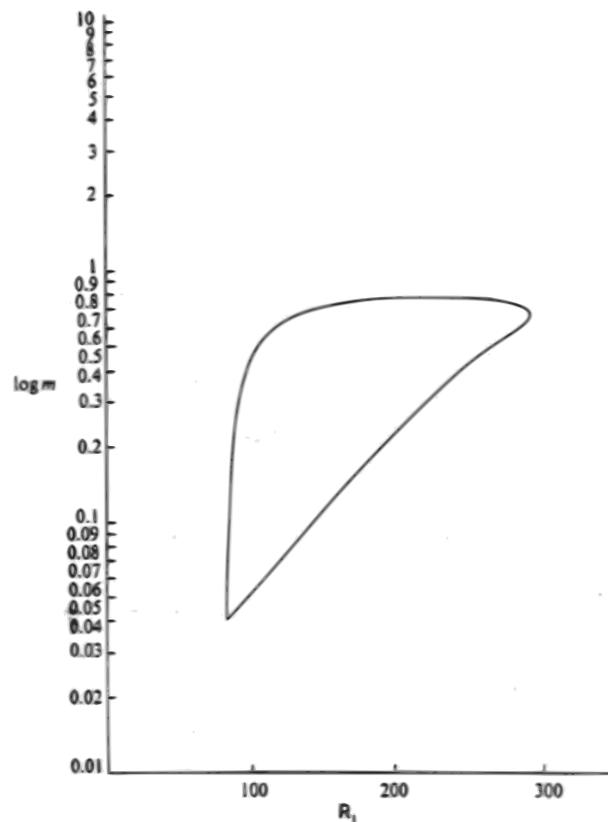
Pour remédier à cela, Joseph *et al.* (1984) poursuivirent l'étude de Hickox en inversant la

position des fluides et en faisant varier la longueur d'onde de la perturbation et le rapport entre les rayons des deux couches. L'influence de la tension de surface n'est en revanche pas mentionnée explicitement. Les auteurs montrèrent que la configuration où le fluide le plus visqueux est au centre est stable lorsque le rapport des rayons $\frac{r_1}{r_2}$ est faible, i.e. lorsqu'il est entouré d'une fine couche de fluide moins visqueux. Cette propriété désignée comme l'effet de couche mince est intéressante d'un point de vue technologique. Dans l'objectif d'utiliser leurs prédictions pour la conception de pipelines lubrifiés, Preziosi *et al.* (1989) approfondirent l'étude précédente (configuration de couche mince uniquement), mais en quantifiant l'effet de la tension de surface et de la présence d'un gradient de masse volumique entre les fluides. Ces deux paramètres ne peuvent en effet pas être négligés dans le cas de fluides réels. Grâce à leur analyse, les auteurs mirent en évidence une zone de stabilité, Fig. 1.7, pour un rapport de viscosités dynamiques m , et un nombre de Reynolds basé sur le coeur de l'écoulement (Re_1) modérés. Cette zone est délimitée par deux nombres de Reynolds critiques (limite basse, Re_C^L , et haute, Re_C^U) marquant le début des deux régimes d'instabilité observés expérimentalement. Dans le cas où le nombre de Reynolds du coeur est inférieur à la limite basse (i.e. $Re_1 < Re_C^L$), l'écoulement devient instable aux grandes longueurs d'onde. Cette zone est caractéristique d'une instabilité capillaire induite par la tension de surface et conduisant à la formation de gouttes d'huile dans l'eau.

La deuxième zone d'instabilité est caractérisée par la présence de « doigts » d'eau dans l'huile (et peut être suivie d'une instabilité capillaire secondaire, conduisant à une émulsion d'eau dans l'huile). Il s'agit d'une instabilité courtes longueurs d'onde apparaissant pour $Re_1 > Re_C^U$.

Il est intéressant de noter que le rapport de masses volumiques $\xi_2 = \frac{\rho_1}{\rho_2}$ a un effet inverse sur chacune de ces régions. Ainsi, augmenter ξ_2 (i.e., rendre le fluide annulaire le plus dense) va diminuer le Reynolds critique Re_C^L et donc restreindre la zone d'instabilité de grandes longueurs d'onde. Néanmoins, cela aura un effet similaire sur le Reynolds critique Re_C^U et engendrera donc un agrandissement de la zone d'instabilités capillaires courtes longueurs d'onde. Les auteurs font remarquer que l'effet déstabilisant est bien supérieur à l'effet stabilisant.

Longtemps négligés, les effets de la viscosité se sont révélés de première importance du point de vue de la stabilité de nombreux écoulements. Ce paramètre se révèle être tour à tour stabilisant, puis déstabilisant selon la configuration étudiée (géométrie, nature des fluides etc...). Les chercheurs ont ainsi dû réaliser des analyses de stabilité linéaires de plus en plus complexes. Ces études tout d'abord très théoriques ont finalement abouti à la création d'une

FIGURE 1.7 – Exemple de diagramme de stabilité extrait de Preziosi *et al.* (1989).

nouvelle technologie améliorant grandement le transport des ressources fossiles très visqueuses.

1.3 Écoulements multicouches de fluides miscibles

Malgré l'importance des résultats précédemment décrits, la plupart des écoulements rencontrés sont généralement (au moins faiblement) miscibles et nécessitent donc une étude à part entière. La différence majeure avec les écoulements de la section précédente repose sur la position de la couche critique (couche où a lieu l'interaction conduisant à la perte de stabilité d'un écoulement). Elle est définie par une distance aux parois telle que la vitesse de phase de l'instabilité dominante dans cette zone est de l'ordre de grandeur de la vitesse de l'écoulement moyen. En ce qui concerne les écoulements non miscibles, l'interface détermine la position de la couche critique et ces deux régions sont généralement séparées. Dans le cas des fluides miscibles, la position de la couche critique est pilotée par le cisaillement moyen, conduisant ainsi à une

gamme de possibilités beaucoup plus riche. Ce type de configuration est souvent désigné par l'expression "three layers flows". En effet, trois couches différentes peuvent être distinguées : une première ne contenant que le fluide 1, une deuxième le fluide 2 et une zone de mélange contenant ces deux fluides (zone où le gradient de viscosité est donc localisé), Fig. 1.8.

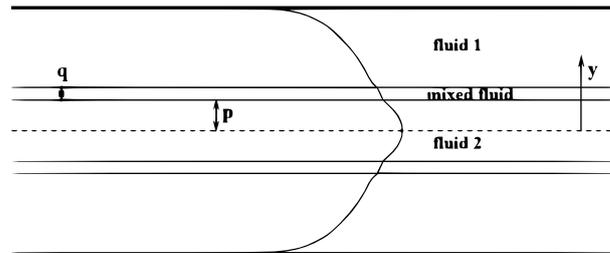


FIGURE 1.8 – Représentation schématique d'un écoulement tricouche d'après Govindarajan & Procaccia (2001).

Govindarajan (2004) mit en évidence les différents modes d'instabilité pouvant coexister dans les écoulements miscibles. La Fig. 1.9 illustre les différents types d'instabilités rencontrées pour une diffusivité infinie ($Sc = 0$), et une configuration où le fluide extérieur est le plus visqueux ($m > 1$). Dans le cas où l'interface et la couche critique sont séparées (région sous la ligne solide, Fig. 1.9), l'instabilité de type Tollmien-Schlichting (TS) est dominante.

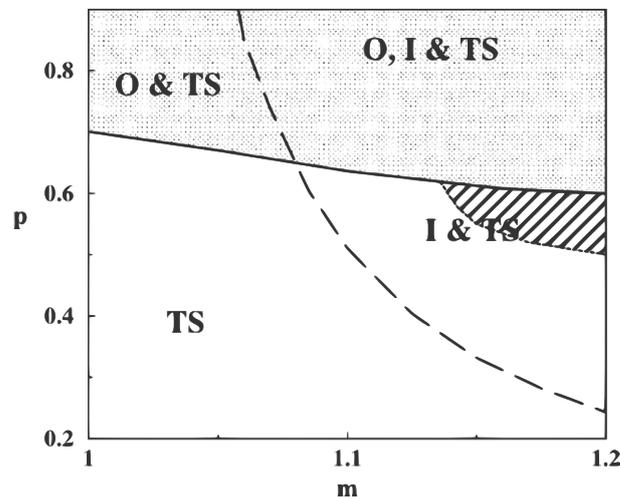
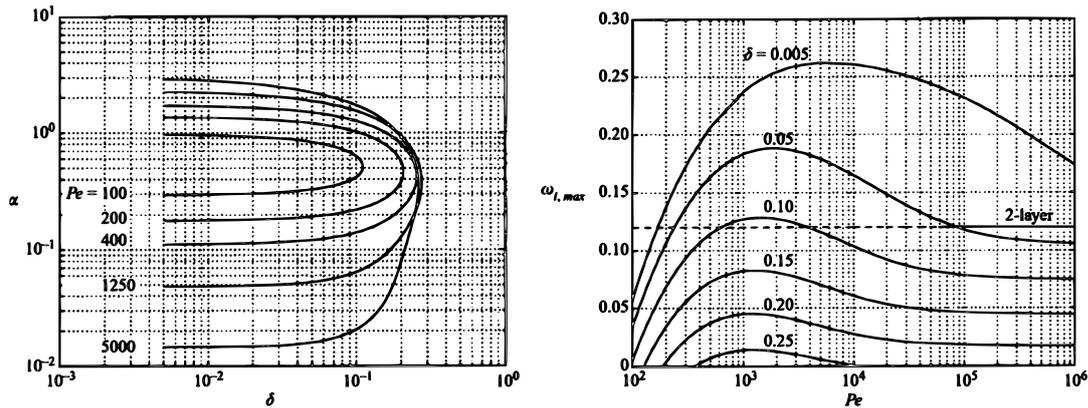


FIGURE 1.9 – Domaine d'existence des différents modes d'instabilité, extrait de Govindarajan (2004).

Dans cette configuration, la modification du nombre de Schmidt n'a que peu d'effets sur la stabilité de l'écoulement. Dans le cas où l'interface et la couche critique se superposent, un

nouveau mode d'instabilité O (pour « overlap mode ») apparaît. Celui-ci présente des plages d'instabilité communes avec les instabilités non visqueuses (I) et de type TS, Fig. 1.9. Le mode overlap apparaissant à des nombres de Reynolds plus bas que les autres types d'instabilités, il est toujours dominant par rapport aux autres. La question de l'origine physique de ce mode est résolue grâce à une démonstration détaillée de Govindarajan & Procaccia (2001). Pour un nombre de Péclet nul, ils démontrèrent que, lorsque la position de la couche de mélange change, le terme de production du bilan d'énergie cinétique est modifié, ce qui n'est pas le cas du terme de dissipation. A titre d'exemple, dans le cas où $m = 0.9$ (i.e., le fluide le moins visqueux est à l'extérieur), les auteurs observèrent la formation d'une large zone de contre-production, responsable de l'augmentation de la valeur du nombre de Reynolds seuil de déstabilisation de l'écoulement (de $Re_{th} = 5772$ pour $m = 1$, à $Re_{th} = 88800$ pour le cas $m = 0.9$). Ainsi, contrairement à ce qui est supposé dans la théorie de « drag reduction », c'est un apport d'énergie des fluctuations à l'écoulement moyen réduit, et non une dissipation modifiée, qui cause ce décalage dans la transition à la turbulence. Dans le cas où le rapport des viscosités devient supérieur à l'unité, les auteurs mirent en évidence le comportement inverse, i.e. déstabilisation de l'écoulement pour des nombres de Reynolds plus faibles. Contrairement au mode de type TS évoqué précédemment, la diffusivité des fluides étudiés est maintenant un paramètre important. En effet, pour un très grand nombre de Schmidt, ce n'est plus "l'overlap mode" qui pilote la déstabilisation de l'écoulement, mais un mode apparaissant aux très faibles nombres de Reynolds et pour une grande plage de longueur d'onde. Ce type d'instabilité est à rapprocher des instabilités de Yih pour les fluides non miscibles. Ern *et al.* (2003) étudièrent plus précisément l'influence d'une diffusivité et d'un nombre de Péclet finis sur la stabilité des écoulements miscibles. Ainsi, ils mirent en évidence que, plus l'épaisseur de l'interface δ est importante, plus la plage de stabilité de l'écoulement est grande. En réalité, selon Malik & Hooper (2005) c'est l'épaisseur du front de diffusion, et non pas de l'interface à proprement parler, qui intervient dans la déstabilisation du système. Si le front est plus épais que $(\alpha \times Re)^{-\frac{1}{3}}$ (où Re est le nombre de Reynolds basé sur la vitesse maximale et sur la viscosité moyenne dans le canal, et où α est le nombre d'onde de la perturbation adimensionné par la demi-largeur du canal), alors le mode de cisaillement prend le pas sur le mode interfacial. Dans ce cas, le système n'est déstabilisé que pour de grands nombres de Reynolds. Si maintenant, le front a une épaisseur inférieure à la valeur critique précédente, le système présente un saut discret de viscosité et peut devenir instable sur une plus grande plage de nombres de Reynolds. En effet, la couche interfaciale séparant les deux fluides n'est alors plus assez épaisse pour adoucir le changement

de pente des gradients de vitesse lorsqu'on passe du fluide le moins visqueux au fluide le plus visqueux (Cao *et al.*, 2003). Par opposition, augmenter le nombre de Péclet (i.e., diminuer la diffusivité inter-espèces), à nombre de Reynolds constant, étend considérablement la plage de nombres d'onde instables, Fig. 1.10(a).



(a) Courbes neutres dans l'espace (α, δ) pour plusieurs nombres de Péclet (b) Taux de croissance maximal de l'instabilité

FIGURE 1.10 – Évolution de la plage de stabilité des écoulements plans miscibles, d'après Ern *et al.* (2003).

On s'attend à ce que le cas limite des écoulements bi-couches discontinus ($\delta \rightarrow 0, Pe \rightarrow \infty$) soit la configuration la plus instable. Or, il existe des couples (δ, Pe) de valeurs finies tels que le taux de croissance de l'instabilité est supérieur à celui du cas discontinu (désigné par "2 layers" sur la figure Fig. 1.10(b)). Ce résultat contre-intuitif met encore une fois en lumière la complexité de ce type d'écoulements.

La Figure 1.11 résume la dépendance aux divers paramètres évoqués précédemment des écoulements plans triple-couches miscibles. Ceux-ci sont stables pour des rapports de viscosité m , des nombres de Reynolds Re et des nombres de Schmidt Sc proches de l'origine, et se déstabilisent rapidement lorsque ces paramètres augmentent.

Il est important de remarquer que cette description très simplifiée n'est vraie que pour la géométrie étudiée et ne peut être étendue sans études préalables à d'autres écoulements. En effet, une étude similaire à celle menée précédemment, appliquée cette fois-ci aux écoulements de conduite miscibles, permet à Selvam *et al.* (2007) de montrer que si certains comportements étaient en effet communs, d'autres étaient en revanche diamétralement opposés. A titre d'exemple, une superposition de l'interface avec la couche critique n'engendre pas ici de changement brutal dans

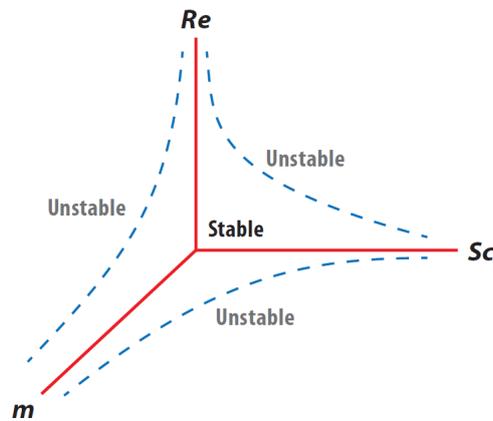


FIGURE 1.11 – Diagramme de stabilité schématisé des écoulements planaires miscibles, d’après Govindarajan & Sahu (2014).

la stabilité de l’écoulement. Toujours dans l’optique d’illustrer le rôle complexe de la viscosité dans la stabilité des écoulements réels, les auteurs mettent également à mal une hypothèse répandue. Il est en effet couramment supposé que les écoulements annulaires miscibles (avec un grand nombre de Péclet) se comportent comme leur équivalent non miscible. Or, les auteurs présentent divers contre-exemples parlants. En effet, ils montrèrent notamment que, dans la configuration miscible, il existe un rapport de viscosités critique m_c tel que si $m < m_c$, alors l’écoulement est stable quel que soit le nombre de Reynolds. On rappelle que dans le cas des fluides non miscibles (présentant un rapport de viscosités aussi minime soit-il), l’écoulement annulaire se déstabilise pour tout nombre de Reynolds.

Dans leur article, Sahu *et al.* (2009) s’intéressèrent également à une configuration non évoquée jusqu’ici : l’écoulement de déplacement. Ici, un fluide est injecté à l’entrée d’une conduite contenant un second fluide de nature différente, initialement au repos, Fig. 1.12.

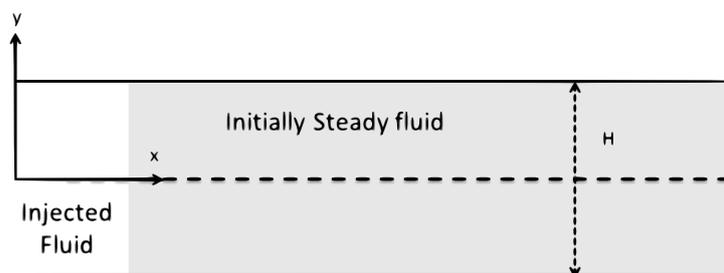


FIGURE 1.12 – Représentation schématisée d’un écoulement de déplacement.

Il est connu depuis Joseph *et al.* (1984) que ce type d’écoulement est stable lorsque le fluide

injecté est plus visqueux que le fluide hôte. Ainsi, Sahu *et al.* (2009) choisirent de s'intéresser à la configuration inverse, afin d'étudier l'influence de différents paramètres sur la déstabilisation de l'écoulement. Leur cas de référence présente un rapport de viscosités m de 10, un nombre de Reynolds de 500 et un nombre de Schmidt de 20. A partir de ceux-ci, les auteurs mettent en évidence trois régimes d'écoulement, Fig. 1.13. A des temps courts, le fluide injecté ne semble pas être perturbé par la présence du fluide environnant (i.e. pas de mélange), puis apparaît une zone dominée par les instabilités, où le mélange est convectif et très rapide. Enfin, aux temps plus longs, c'est un mélange diffusif qui a lieu.

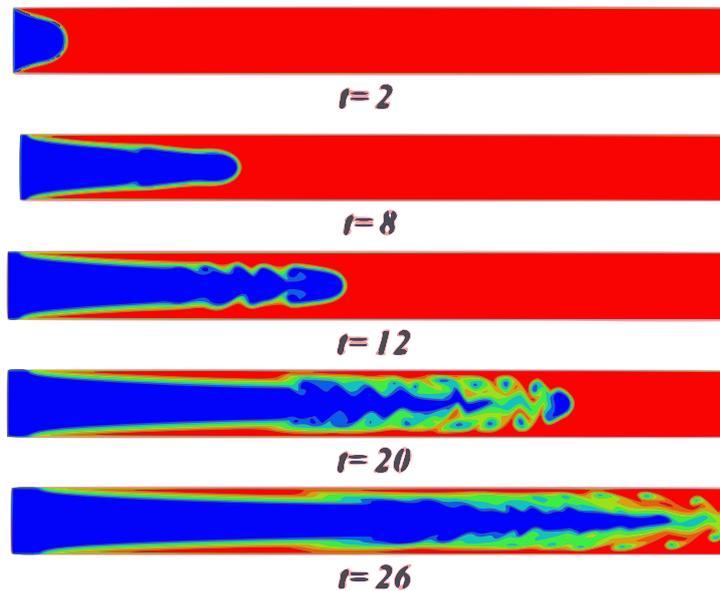


FIGURE 1.13 – Évolution spatio-temporelle de la fraction de fluide injecté pour le cas de référence de Sahu *et al.* (2009).

Pour un rapport de viscosités $m = 2$, les différents régimes décrits précédemment sont toujours identifiables, mais présentent des temps caractéristiques plus longs. Les auteurs expliquent ce phénomène grâce à une étude théorique où l'évolution temporelle de l'énergie cinétique des perturbations (désignée par KIN) est décomposée en plusieurs contributions, viz. $KIN = DIS + REY + A + B_x + B_y + F$. Dans cette équation, DIS représente la dissipation visqueuse de l'énergie, A l'énergie des perturbations dues aux gradients de viscosité moyenne, B_x et B_y l'énergie des perturbations dues aux gradients de perturbations de viscosité dans les directions x et y respectivement. Enfin, F désigne l'énergie due aux perturbations de viscosité et REY le taux de transfert d'énergie de l'état stable aux perturbations. Lorsque KIN est

positif, des instabilités sont alors présentes. La Figure 1.14 illustre la contribution de chacun des termes explicités précédemment à l'énergie cinétique des perturbations.

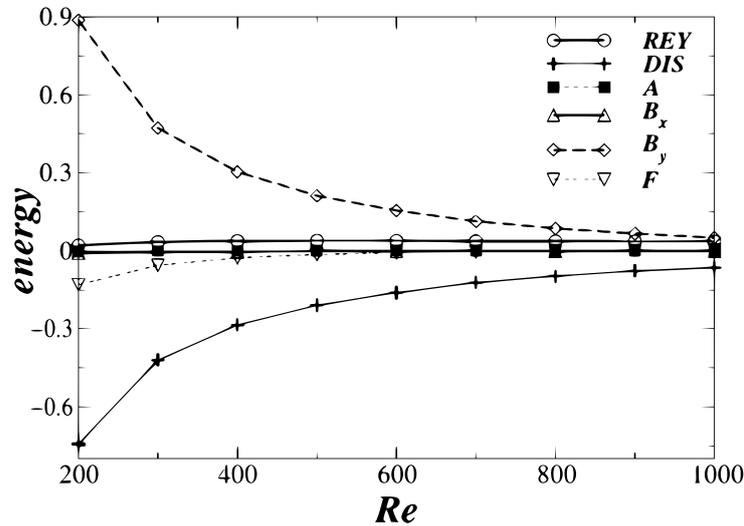


FIGURE 1.14 – Bilan d'énergie cinétique en fonction du nombre de Reynolds dans un écoulement de déplacement à viscosité variable, d'après Sahu *et al.* (2009).

Ainsi, la contribution majeure est due aux gradients de perturbations de viscosité dans la direction y . Amoindrir le rapport des viscosités revient à diminuer B_y et donc, finalement, à retarder l'apparition des instabilités.

En ce qui concerne l'influence du nombre de Reynolds, l'augmenter provoque un développement plus rapide des instabilités, à travers le terme REY de l'énergie cinétique. Les auteurs illustrent ce phénomène en présentant l'évolution spatio-temporelle de la fraction de fluide injecté, pour le cas où le nombre de Reynolds est faible ($Re = 100$), Fig. 1.15(b).

Le "doigt" de fluide peu visqueux injecté dans la conduite (traduction de l'expression "penetrating finger" employée par les auteurs), est peu affecté par la présence du fluide visqueux, et aucune instabilité n'est observée. Le mélange a uniquement lieu grâce aux processus diffusifs. Un effet similaire est observé lorsque le nombre de Schmidt est réduit, i.e. un mélange uniquement diffusif, sans instabilité. Ceci est d'ailleurs bien visible sur la figure, Fig. 1.15(a), où le front entre les deux fluides semble de plus en plus flou à mesure que le temps avance. Une fois encore, les auteurs reviennent à leur bilan d'énergie cinétique pour justifier ce comportement. En effet, augmenter le nombre de Schmidt revient à diminuer la diffusivité et permet donc aux gradients de viscosité de perdurer plus longtemps déstabilisant ainsi l'écoulement, à travers le terme B_y déjà évoqué.

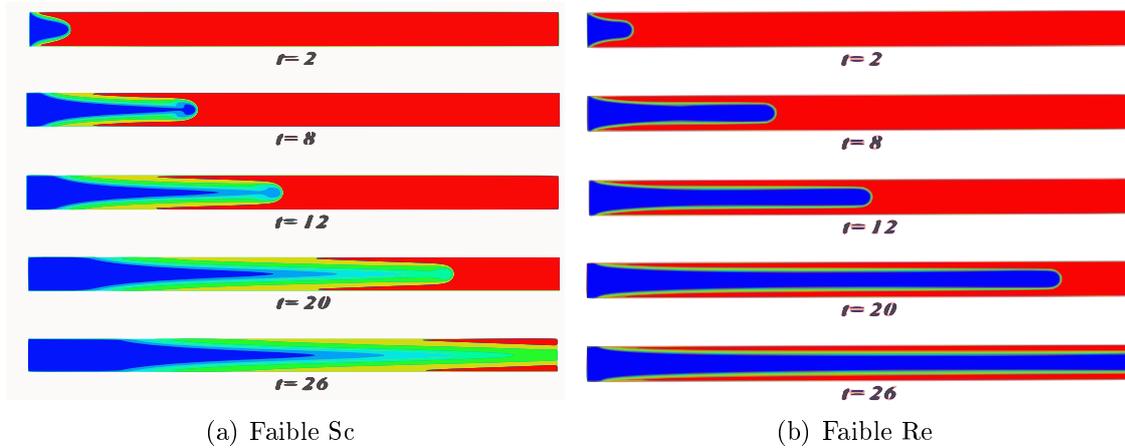
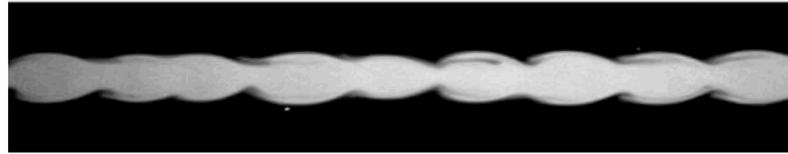
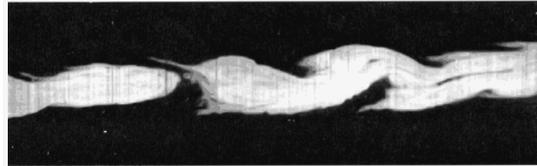


FIGURE 1.15 – Évolution spatio-temporelle de la fraction de fluide injecté pour le cas de faibles nombres de Reynolds, gauche, et de faibles nombres de Schmidt, droite, d'après Sahu *et al.* (2009).

Pour conclure cette section, il est nécessaire de s'intéresser aux interactions entre les effets de masse volumique et de viscosité. Généralement, les effets de la masse volumique sont plus simples à prévoir que ceux de la viscosité. Il est en effet connu qu'un gradient de masse volumique a un effet stabilisant lorsqu'il est orienté dans le même sens que la gravité, et déstabilisant sinon. Néanmoins, lorsque les effets de masse volumique et de viscosité sont combinés, des phénomènes très variés peuvent se produire. A titre d'exemple, intéressons-nous à l'étude expérimentale d'un écoulement de déplacement vertical, où un fluide léger et peu visqueux est injecté à l'entrée de la conduite, Scoffoni *et al.* (2001). Les auteurs remarquent tout d'abord que l'écoulement est stable pour de faibles vitesses d'injection. Lorsque celle-ci devient suffisante, la déstabilisation peut alors prendre deux formes. Si les contrastes de viscosité et de masse volumique sont forts, ce sont des instabilités de type axysymétriques qui apparaissent, Fig. 1.16(a). En revanche, lorsque ces contrastes diminuent, les instabilités observées sont cette fois hélicoïdales (elles sont en général désignées par l'expression "corkscrew instabilities", Fig. 1.16(b)). Les gradients de masse volumique et de viscosité peuvent ainsi travailler ensemble, ou en totale opposition.



(a) Axisymétriques



(b) Hélicoïdales

FIGURE 1.16 – Illustrations d'instabilités axisymétriques, d'après D'Olce *et al.* (2008) et hélicoïdales, d'après Cao *et al.* (2003) dans deux écoulements annulaires miscibles.

1.4 Écoulements présentant une stratification continue en viscosité

1.4.1 Stratification due à des variations de température

Ainsi que nous l'avons évoqué dans l'introduction, il existe de nombreuses applications, industrie agro-alimentaire ou encore chimique par exemple, où les fluides utilisés présentent une stratification continue en viscosité. L'analyse des termes de l'équation de transport de la quantité de mouvement dans un écoulement parallèle, viz.

$$\frac{1}{\rho} \frac{dP}{dx} = \mu(T) \frac{d^2U}{dy^2} + \frac{d\mu(T)}{dT} \frac{dT}{dy} \frac{dU}{dy}, \quad (1.1)$$

a conduit à l'étude de processus tels que le refroidissement (ou le réchauffement) de parois, et ce dans une optique de contrôle actif de l'écoulement. En effet, selon le critère de Rayleigh, plus le second membre de droite de l'équation est positif, plus l'écoulement est stable. Ainsi, deux situations se présentent en fonction de la nature du fluide, i.e. liquide ou gaz. En effet, dans le cas d'un gaz, refroidir une paroi (et donc le fluide) conduirait à la diminution de la viscosité dans cette zone et donc à la stabilisation de l'écoulement. A l'inverse, dans le cas d'un liquide, il faudrait réchauffer la paroi pour obtenir cet effet stabilisant (ici, la viscosité diminue avec la tem-

pérature). Ces études bien que prometteuses demeurent pour l'instant confinées au laboratoire, Saric *et al.* (2011). En effet, bien que leur efficacité ait été montrée expérimentalement dans des tunnels à eau, Barker & Gile (1981), la faible conductivité thermique de l'air rend leur utilisation complexe en situation de vol. Dans le cas d'écoulements supersoniques, un autre problème se pose. Dans cette configuration, l'emploi des procédés précédemment évoqués conduit certes à l'inhibition du mode d'instabilité habituellement dominant (Tollmien-Schlichting), mais aussi à la déstabilisation de modes secondaires (particulièrement le mode acoustique). Le spectre des instabilités est complètement modifié, et ce de manière différente en fonction de la géométrie considérée. Il reste ainsi un assez long chemin à parcourir pour pouvoir envisager l'emploi de ce type de contrôle en situation de vol. Il est intéressant de noter que dans le cas de rentrée atmosphérique de véhicules spatiaux, le phénomène de réchauffement des parois se produit naturellement. La variation temporelle très rapide de la température induit des gradients très importants de viscosité et de diffusivité (typiquement, de deux ordres de grandeurs sur quelques centimètres). Assez étonnement, l'influence de ces paramètres n'est pas évoquée dans l'article de revue de Zhong & Wang (2012), portant sur l'importance des instabilités dans le cadre des applications aérospatiales. Selon Govindarajan & Sahu (2014), au regard des résultats présentés tout au long de cette section, ce type d'étude pourrait occuper une place très importante dans les années à venir. Revenons maintenant à la situation classique d'un écoulement de canal déjà évoquée précédemment mais où ici un gradient de température linéaire est imposé. Sameen & Govindarajan (2007) prévoient qu'une des deux parois aura un effet stabilisant, tandis que l'autre aura l'effet inverse. Ces deux effets sont donc en compétition et, selon Pinarbasi & Liakopoulos (1995), c'est l'effet stabilisant qui l'emporte. Contrairement aux écoulements de canaux miscibles étudiés précédemment, la position de l'interface par rapport à la couche critique ne semble pas jouer de rôle pour des écoulements stratifiés continûment en température. Enfin, Zonta *et al.* (2012) furent les premiers à isoler les effets de la viscosité sur la stabilité de ce type de configuration. Leurs résultats rejoignent ceux de Govindarajan & Procaccia (2001), i.e. c'est la modification de la production (et non de la dissipation) qui conduit à la stabilisation ou à la déstabilisation de l'écoulement.

Enfin, une dernière configuration particulière intéressante est celle où les fluides en présence sont extrêmement visqueux. Dans ce cas, une variation de température est provoquée par la dissipation de l'énergie sous forme de chaleur, i.e. dissipation visqueuse. Les équations de l'énergie et de la quantité de mouvement sont alors couplées, la première jouant un rôle de terme source pour la seconde. Ce phénomène est particulièrement important au niveau des parois (diminuant

ainsi la viscosité du fluide dans cette zone), on s'attend donc à observer une stabilisation de l'écoulement. Néanmoins, c'est le résultat contre-intuitif opposé qui est observé théoriquement, Sahu & Matar (2010*b*), ou numériquement, Costa & Macedonio (2005). A notre connaissance, il n'existe pas à ce jour d'explication physique à ce phénomène, qui nécessite donc des études plus approfondies.

1.4.2 Stratification due à des variations de pression et de cisaillement

Outre la température, il est connu depuis Stokes (1845) que la viscosité est également fonction de la pression. Cette observation prend toute son importance dans les écoulements géophysiques (soleil, noyau terrestre, glacier) où les gradients de pression sont extrêmement importants. Néanmoins, il n'existe que peu d'études sur ce type d'écoulements, très probablement en raison de la difficulté d'obtenir des configurations expérimentales proches de la réalité. Une autre catégorie de fluide est, elle, plus accessible : ceux dont la viscosité varie avec le cisaillement, appelés fluides non Newtoniens.

La définition d'un fluide Newtonien étant assez restrictive, il est plus simple de partir de celle-ci et de définir comme non Newtonien tout fluide dérogeant à ces règles. Dans un fluide Newtonien, les contraintes de cisaillement sont proportionnelles au gradient de vitesse. Il en découle que :

- s'il s'agit d'un écoulement de cisaillement, les seules contraintes dues à celui-ci sont des contraintes de cisaillement,
- la viscosité est indépendante de la vitesse de cisaillement,
- la viscosité est indépendante du temps et les contraintes s'annulent immédiatement lorsque l'écoulement est arrêté.

On s'intéresse d'abord aux fluides non Newtoniens inélastiques, i.e. la viscosité est ici seulement fonction de la vitesse de cisaillement. Deux comportements sont alors identifiés. Dans le cas d'une fluide rhéo-fluidifiant ("shear thinning" en anglais) la viscosité cinématique diminue lorsque le taux de cisaillement augmente. Ce comportement tend à stabiliser le fluide. Le comportement inverse (la viscosité augmente avec le taux de cisaillement) est désigné par l'expression rhéo-épaississant ("shear thickening" en anglais). Ici, les profils de vitesse tendent à devenir inflexionnels et l'écoulement à se déstabiliser. Dans le but de réaliser une étude de stabilité de ce type d'écoulements, il est tout d'abord nécessaire de définir une relation empirique entre la viscosité et la vitesse de cisaillement. Un modèle très souvent utilisé, de par sa

relative simplicité, est celui en loi de puissance d'Ostwald. S'il est adapté à une grande majorité de configurations, il décrit mal le comportement des écoulements à faibles taux de cisaillement. Il a donc été étendu pour donner le modèle de Carreau (1972), viz.

$$\frac{\eta - \eta_\infty}{\eta_0 - \eta_\infty} = [1 + (\lambda\dot{\gamma})^a]^{(n-1)/a} \quad (1.2)$$

où η_0 est la viscosité à cisaillement nul, η_∞ la viscosité à cisaillement infini, λ une constante de temps, n un exposant de loi de puissance, et a est un paramètre qui décrit la transition entre le comportement à faible cisaillement et la région en loi de puissance.

On se place ensuite dans des conditions qui, selon une étude de stabilité **linéaire**, prévoient un comportement stable de l'écoulement. Or, l'expérience montre qu'à des temps courts (i.e., dans une situation transitoire) certaines perturbations sont amplifiées (parfois de plusieurs ordres de grandeur) même lorsque la perturbation initiale appliquée à l'écoulement est extrêmement faible. En réalité, les modes propres du système interagissent et donnent naissance à ce que l'on appelle un taux de croissance transitoire ("transient growth" en anglais) non négligeable. Afin de savoir si ces interactions vont conduire à une transition à la turbulence, on étudie le comportement de ce paramètre en fonction du temps. A titre d'exemple, il peut être représenté par le taux de croissance de l'énergie cinétique des composantes de vitesse perturbées. Dans le cas où seuls des processus linéaires sont en jeu (fluides Newtoniens), et après une période de croissance, ce taux finira par décroître. Néanmoins, lorsque le taux de croissance transitoire dépasse un certain seuil, il déclenche des phénomènes non linéaires au sein de l'écoulement conduisant ainsi à sa déstabilisation. Encore une fois, la modification du taux de croissance transitoire dépend fortement de la configuration étudiée, et aucune loi générale ne peut être établie. Ainsi, dans un écoulement de Couette de fluides rhéofluidifiants, ce comportement traditionnellement source de stabilisation, conduit ici à une superposition des modes propres, une augmentation substantielle du taux de croissance transitoire et finalement à une transition à la turbulence de l'écoulement, Liu & Liu (2011).

Un autre type de fluides plus complexes que ceux précédemment mentionnés est également intéressant à étudier : les fluides viscoélastiques. Ces derniers ont la particularité de présenter une réponse double lorsqu'ils sont soumis à une contrainte. Si celle-ci est appliquée pendant un temps court, les composants élémentaires du fluides n'ont pas le temps de se déformer, et la réponse est alors de type élastique. Dans le cas où la sollicitation est appliquée pendant un temps supérieur au temps caractéristique du fluide, sa réponse est alors de type visqueuse.

Une fois encore, des résultats surprenants sont obtenus pour ce type de fluides. Ainsi, Azaiez & Homsy (1994) mirent en évidence qu'une couche de cisaillement libre composée de fluides viscoélastiques pouvait être plus stable que la configuration équivalente de fluides Newtoniens. Le caractère viscoélastique est également à l'origine de nouvelles instabilités telles que la formation de boucles dans des films de polymères ("buckling sheet" en anglais).

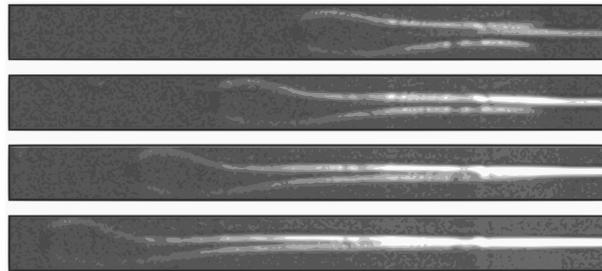


FIGURE 1.17 – Illustration du phénomène de *buckling* dans une solution de polystyrène dilué, d'après Haward (2010).

Pour conclure, tout comme pour les fluides inélastiques, c'est encore une fois le taux de croissance transitoire qui pilote la transition à la turbulence dans ce type d'écoulements, Nouar & Bottaro (2010). Du point de vue des mécanismes de stabilité, les fluides Newtoniens et non Newtoniens présentent une autre différence majeure. Si, dans le cas des premiers, la viscosité modifie le terme de production du bilan d'énergie cinétique (de la composante de vitesse perturbée), pour les seconds, les termes visqueux non linéaires affectent également de manière significative la dissipation.

Il a été observé à de multiples reprises que l'ajout d'une faible concentration de longues chaînes de polymères dans un écoulement cisailé induisait une diminution drastique de la traînée, White & Mungal (2008). Pour conclure cette section, un résumé de résultats portant sur ce phénomène extrêmement intéressant du point de vue applicatif est présenté. L'ajout de polymères provoque une rhéofluidification du fluide associée à des effets élastiques. Deux cas sont alors à distinguer : l'écoulement est déjà pleinement turbulent, ou celui-ci n'a pas entamé sa transition à la turbulence. Dans la première configuration, ce sont les effets élastiques qui permettent de diminuer la traînée, Xi & Graham (2010). Dans le cas où l'écoulement est encore laminaire, ce sont les effets rhéofluidifiants qui, en induisant un gradient de viscosité favorable, vont retarder la transition à la turbulence, Rudman *et al.* (2004).

1.5 Conclusions

Cette revue bibliographique souligne l'importance et la diversité des effets que peut induire une stratification en viscosité dans de nombreuses configurations. Même en régime d'instabilités linéaires, ceux-ci ne sont pas totalement compris, que dire alors des régimes transitoires ou non linéaires ? Ces questions en suspens conduisent Govindarajan & Sahu (2014) à affirmer que dans ce domaine, la majorité du travail reste à faire. On peut par exemple souligner qu'une grande partie des études détaillées précédemment a été réalisée dans la limite des écoulements parallèles. Or, de nombreux processus capitaux du point de vue industriel ont lieu au sein d'écoulements dans lesquels cette hypothèse n'est plus valide : la combustion par exemple. Ainsi, dans ce dernier cas, en régime non prémélangé, le combustible est généralement injecté sous forme de jet. Les études de stabilité linéaires ne semblent pas adaptées pour ce genre de configuration non homogène dans la direction de propagation de l'écoulement. Plusieurs questions se posent alors : quels sont les effets de la viscosité dans des configurations plus proches de celles rencontrées traditionnellement en combustion, i.e. nombres de Reynolds modérés, faible rapport de viscosités ? Quels outils utiliser pour quantifier les différences par rapport à un écoulement à viscosité constante ? Les études présentées dans les chapitres suivants apportent une partie des réponses à ces interrogations.

Chapitre 2

Effets des variations de viscosité dans des écoulements libres

2.1	Cas d'un écoulement géophysique : la fontaine magmatique	53
2.2	Étude expérimentale d'un jet rond à viscosité variable	55
2.3	Couche de mélange temporelle avec gradient de viscosité	58
2.4	Conclusions	62

2.1 Cas d'un écoulement géophysique : la fontaine magmatique

Des travaux plus qualitatifs sur les effets d'une viscosité variable dans des écoulements turbulents ont été menés par des géophysiciens comme Campbell & Turner (1985). À travers leurs différentes études, on observe bien l'influence de la viscosité sur la dynamique du mélange, puisqu'en fonction de la valeur du rapport des viscosités cinématiques, celui-ci a lieu ou non. Ainsi, l'argument soutenant que l'influence de la viscosité, caractéristique des petites échelles, est négligeable au niveau macroscopique ne tient plus. Examinons maintenant plus en détail les résultats obtenus par Turner (1983) et Campbell & Turner (1986). L'objectif de leurs études est de déterminer la composition d'une couche magmatique après une éruption. Pour cela, ils réalisent une fontaine magmatique en laboratoire, *i.e.* un fluide de viscosité ν_1 est injecté dans un fluide hôte de viscosité ν_2 telles que $\nu_1 < \nu_2$ et ce avec une vitesse U_0 . Pour décorréler les

effets liés à la viscosité de ceux des autres paramètres (tels que la masse volumique par exemple) ces derniers sont fixes, et seul le rapport de viscosités change.

Évoquons tout d'abord la dynamique du mélange dans le cas où $\frac{\nu_1}{\nu_2} = R_\nu = 1$. Les grandes échelles présentes sur les bords du jet, de taille et de vitesse caractéristique l et u respectivement, vont englober des "morceaux" du fluide environnant et conduire à la formation d'ilots à l'intérieur du jet. Puis, le mélange en tant que tel est réalisé par des échelles plus petites, générées par la cascade énergétique classique, qui vont "grignoter" les bords de ces ilots jusqu'à ce qu'ils disparaissent. La viscosité ne devient importante que lorsque ces échelles caractéristiques atteignent des dimensions comparables à l'échelle de Kolmogorov, *i.e.* $Re_1^* = \frac{U_0 \lambda_k}{\nu_1}$ est de l'ordre de 1. Ainsi, la viscosité n'a ici qu'une influence indirecte sur le taux d'entraînement turbulent et ce à travers $Re_1 = \frac{U_0 D}{\nu_1}$, où D est le diamètre de l'orifice d'injection de la fontaine turbulente. En effet, lorsque celui-ci devient inférieur à une valeur seuil, la fontaine se laminarise et bien évidemment l'entraînement turbulent cesse.

Dans le cas d'une fontaine pleinement turbulente (*i.e.* Re_1 suffisamment grand) et lorsque $\nu_2 \gg \nu_1$, c'est la viscosité cinématique du fluide hôte qui pilote indirectement le processus d'entraînement. Les forces aérodynamiques induisent des instabilités, suite au différentiel de vitesse entre le jet et le fluide environnant, qui tendent à étirer et à déformer l'interface entre les deux fluides, tandis que les forces visqueuses s'opposent à cette déformation. L'explication physique est donc une fois encore une compétition entre forces stabilisantes et forces déstabilisantes. Ainsi, lorsque la viscosité du fluide hôte augmente, ce sont les forces visqueuses qui sont accentuées, provoquant une diminution de l'entraînement. Les remarques précédentes imposent que le rapport des forces aérodynamiques et des forces visqueuses soit au moins égal à un, pour que le mélange puisse avoir lieu. Ce qui conduit Campbell et Turner à définir une condition limite pour Re_2

$$Re_2 = \frac{ul}{\nu_2} > 1. \quad (2.1)$$

Or, on a également $ul = kU_0D$, où k est une constante dépendant du type d'écoulement considéré. On peut donc réécrire la condition pour laquelle le taux d'entraînement n'est pas affecté par la réduction de ν_2 en fonction des paramètres d'entrée

$$\frac{U_0 D}{\nu_2} > k. \quad (2.2)$$

Les auteurs déterminent deux valeurs critiques pour Re_2 . Lorsque le Reynolds est supérieur à **70** le mélange se fait comme si les viscosité des deux fluides étaient identiques, Fig.2.1(a). En revanche, celui-ci n'a pas lieu pour $Re_2 < 7$, et ce quel que soit le niveau de turbulence de la fontaine (figure 2.1(b)).

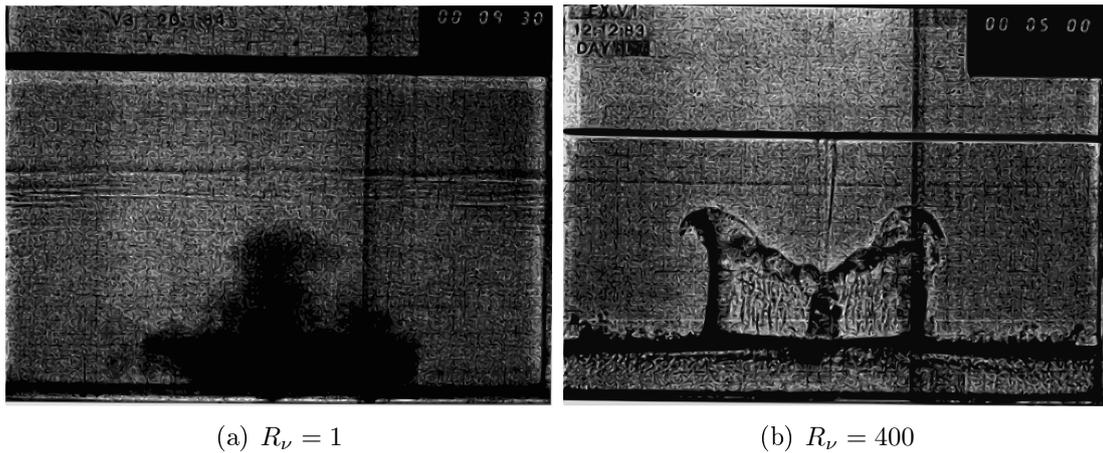


FIGURE 2.1 – Photographies de la "fontaine" turbulente pour différents rapport de viscosités, d'après Turner (1983).

Entre les deux, le taux d'entraînement diminue lorsque la viscosité du fluide hôte augmente, mais sans qu'aucune loi empirique ne soit établie. Ainsi, ces travaux méritent d'être approfondis par des études quantitatives permettant *in fine* l'établissement de modèles pour le comportement des écoulements à viscosité variable. C'est à cette tâche que se sont attelés les auteurs dont les résultats sont détaillés dans les sections suivantes.

2.2 Étude expérimentale d'un jet rond à viscosité variable

L'une des premières études expérimentales portant sur les écoulements gazeux à viscosité variable fut menée par Talbot (2009) lors de sa thèse de doctorat. Il compara un jet d'air débouchant dans de l'air, appelé 'Air-Air', avec un jet de propane débouchant dans un mélange Air-Néon. Ce dernier présente les caractéristiques suivantes : une rapport de viscosité cinématique $R_\nu = 5.5$ et un rapport de masse volumique $R_\rho = 1.7$. La première difficulté consista à déterminer un critère de comparaison entre ces deux écoulements. En effet, la viscosité variant, le nombre de Reynolds d'injection ne semble pas être un critère pertinent pour cette

étude. Ainsi, l'auteur a choisi de comparer les deux jets sur la base de la même quantité de mouvement initiale.

L'auteur s'appuie sur une technique de fils chauds modifiée pour obtenir simultanément vitesse et concentration (Talbot *et al.*, 2009). Une première différenciation entre le cas à viscosité variable et celui à viscosité constante peut être réalisée en comparant des extraits de signaux instantanés au même nombre de Reynolds basé sur l'échelle de Taylor, viz. R_λ , Fig. 2.2. Il est

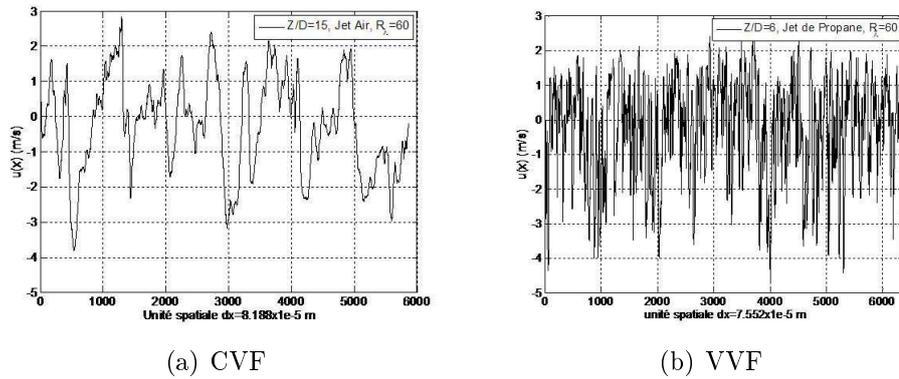


FIGURE 2.2 – Comparaison des signaux instantanés dans le jet d'air, gauche, et le jet de propane, droite, à même nombre de Reynolds R_λ , d'après Talbot (2009).

tout d'abord intéressant de remarquer que l'échelle de Taylor décroît plus rapidement dans le jet de propane que dans le jet d'air. En effet, un nombre de Reynolds $R_\lambda = 60$ est atteint respectivement à 6 et 15 diamètres de l'injecteur pour les deux configurations. De plus, le signal VVF est beaucoup plus intermittent. Ces deux observations traduisent une activité turbulente bien plus développée. Ces conclusions sont confirmées par l'étude de statistiques globales telles que la vitesse moyenne ou encore les fluctuations types de l'écoulement. Ainsi, l'aplatissement de ces dernières est déjà observable à $x/D = 4$ dans le jet de propane. En outre, elles ont également entamé leur phase de décroissance (fluctuations plus intenses à 4 diamètres qu'à 6), tandis que les fluctuations dans le jet d'air sont encore en train de croître, Fig. 2.3.

Cette accélération de la turbulence se traduit également par l'apparition plus rapide de l'isotropie dans le cas du jet de propane. En comparant le rapport des écarts-type des fluctuations axiales et transversales viz. $\frac{u'^2_{1/2}}{v'^2_{1/2}}$, l'auteur observe très rapidement (dès $x/D = 1$) la présence d'un plateau seulement décelable à partir de 6, voire 8 diamètres, dans le jet d'air, Fig. 2.4. Dans la même veine, si dans le cas à viscosité constante le régime autosimilaire est atteint pour une valeur classique de 20 à 30 diamètres, dans la configuration à viscosité variable, il est

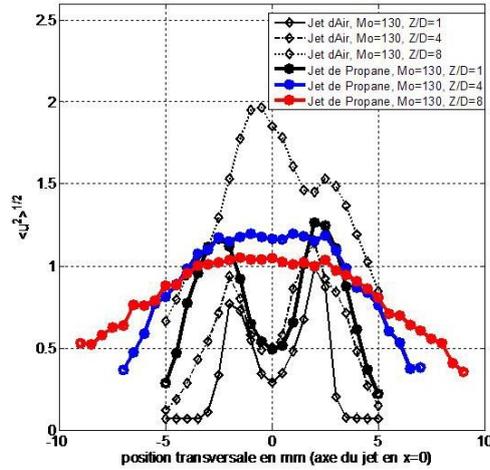


FIGURE 2.3 – Profils des fluctuations de vitesse longitudinales à différentes positions axiales pour les deux configurations (CVF et VVF), d'après Talbot (2009).

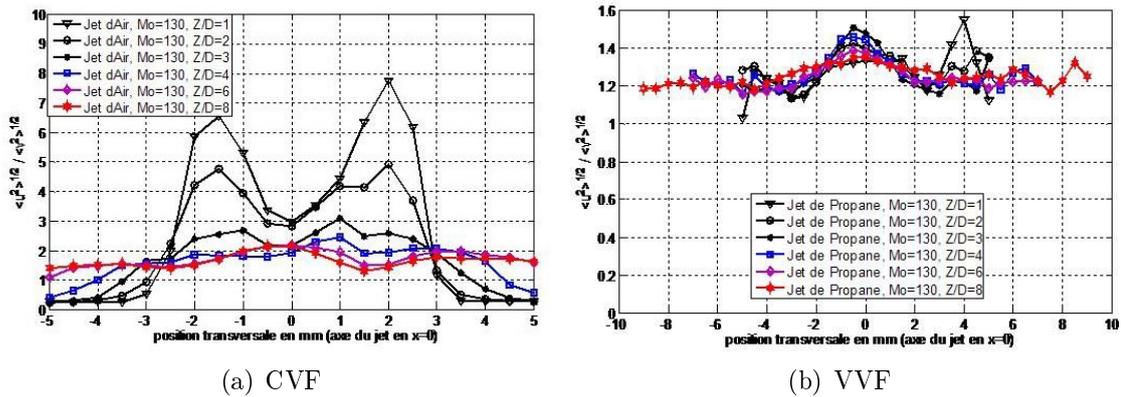


FIGURE 2.4 – Évolution du rapport des écart-types des fluctuations de vitesse axiales sur les fluctuations radiales dans le jet d'air, gauche, et dans le jet de propane, droite, à plusieurs positions en aval de l'injection, d'après Talbot (2009).

observable dès $x/D = 8$.

Enfin, l'auteur s'intéresse également à des statistiques fines au travers d'un paramètre clef des écoulements turbulents : le taux moyen de dissipation de l'énergie cinétique turbulente $\bar{\epsilon}$. Il détermina dans l'écoulement à viscosité variable une valeur jusqu'à dix fois supérieure à celle estimée dans le jet d'air. Une fois encore, l'explication de ce phénomène est apportée par les outils analytiques mis en place, Talbot *et al.* (2013). En effet, le bilan en un point de l'énergie cinétique turbulente adapté aux écoulements à viscosité variable fait apparaître un

terme supplémentaire dans l'expression du taux moyen de dissipation de l'énergie cinétique de la turbulence $\bar{\epsilon}$.

Talbot conclut que *le jet de propane présente un mélange turbulent de bien plus grande efficacité que le jet d'air, à même quantité de mouvement injectée ($M_0 = 130 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$). D'autre part, ce mélange turbulent se réalise de manière très prononcée dans les premières distances en aval de la buse.* Cette étude appelle ainsi une caractérisation de la zone proche injection dans sa totalité, au travers de mesures planaires. De même, on peut s'interroger sur l'impact de l'augmentation du nombre de Reynolds dans des écoulements à viscosité variable ou encore sur l'importance des termes supplémentaires du bilan d'énergie cinétique. Des réponses à ces interrogations sont apportées dans la section suivante.

2.3 Couche de mélange temporelle avec gradient de viscosité

Dans sa thèse de doctorat, Taguelmimt (2015) s'intéresse à l'influence des variations de viscosité dans une couche de mélange temporelle. S'agissant à notre connaissance de la première étude du genre, le choix de cette configuration a permis de limiter à une direction les variations des grandeurs, allégeant ainsi les calculs. Les équations régissant le comportement de ce type d'écoulement ont tout d'abord été établies. Celles-ci impliquent des termes supplémentaires par rapport aux équations classiques. Grâce à ces outils indispensables, l'influence de paramètres tels que le rapport des viscosités et le nombre de Reynolds a pu être quantifiée au travers d'une approche de simulation numérique directe. Dans un premier temps, l'auteur fait varier R_ν dans la plage [2.5 – 18] et compare un certain nombre de statistiques avec celles obtenues dans une couche de mélange à viscosité constante. Les différences observées sont nombreuses et significatives. A titre d'exemple, l'accroissement du rapport des viscosités conduit à une augmentation du taux de fluctuations présentes dans l'écoulement, Fig. 2.5(a), ainsi que du gradient de vitesse moyenne dans la direction inhomogène, Fig. 2.5(b). Dans cette étude, les moyennes sont notées $\langle \rangle$ et sont réalisées dans des plans (x, z) perpendiculaires à la direction y des gradients de vitesse et de viscosité.

Cette amplification, combinée à un terme supplémentaire dû au gradient de viscosité, présent dans l'équation de transport de l'énergie cinétique turbulente, provoque une augmentation de cette dernière. D'autres effets tels que la modification du profil de vitesse moyenne et de

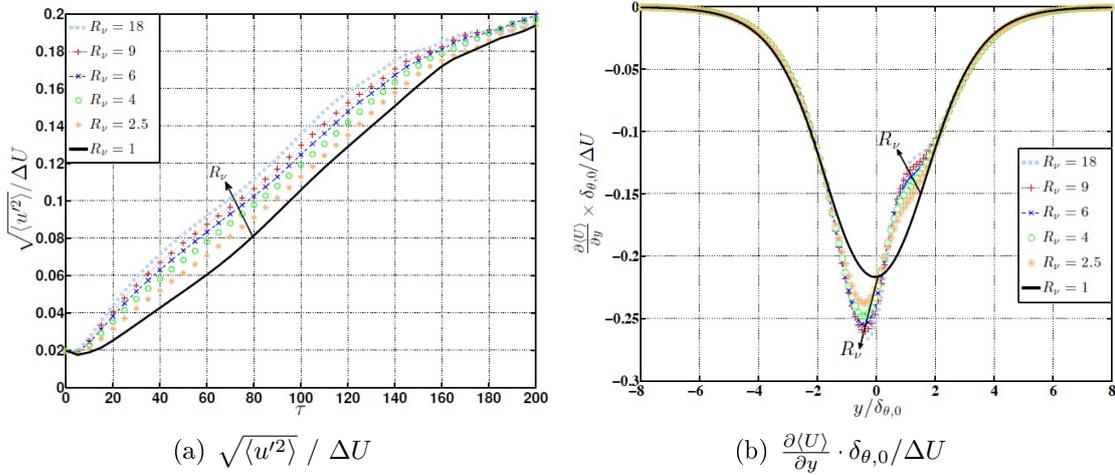


FIGURE 2.5 – Influence du rapport des viscosités R_v sur les fluctuations de vitesse et le gradient de vitesse moyenne, d'après Taguelmimt (2015).

l'épaisseur de couche de mélange sont également observables dans les écoulements à viscosité variable.

En plus de cette approche globale, l'auteur s'est également intéressé à l'influence de la viscosité à chaque échelle de l'écoulement. Pour ce faire, la distribution de l'énergie à chaque échelle a été examinée via les équations de budget de l'énergie et plus particulièrement les fonctions de structure d'ordre deux. Cette étude a permis de montrer que les niveaux énergétiques de l'écoulement à viscosité variable étaient plus élevés que ceux dans la configuration à viscosité constante, et ce sur toute la gamme d'échelles de l'écoulement.

Conformément aux résultats présentés dans le chapitre précédent, la viscosité agit également sur le champ de vorticité. Ainsi, comparativement au cas à viscosité constante, les tourbillons de Kelvin-Helmholtz naissent et grossissent plus rapidement, Fig. 2.6. Cette accélération du développement des instabilités s'explique par la présence d'un terme supplémentaire dans l'équation de transport de la vorticité.

En ce qui concerne le champ scalaire, les cas du scalaire actif (viscosité variable) et passif (viscosité constante) sont comparés. Le terme "actif" est employé pour désigner un scalaire ayant une influence sur le champ dynamique. Une nouvelle fois, une évolution plus rapide de l'épaisseur du champ de fraction massique est observée dans la couche de mélange présentant des variations en viscosité. Ce phénomène est particulièrement intéressant puisque, contrairement aux équations du champ dynamique, l'équation de transport du scalaire n'a, elle, pas été

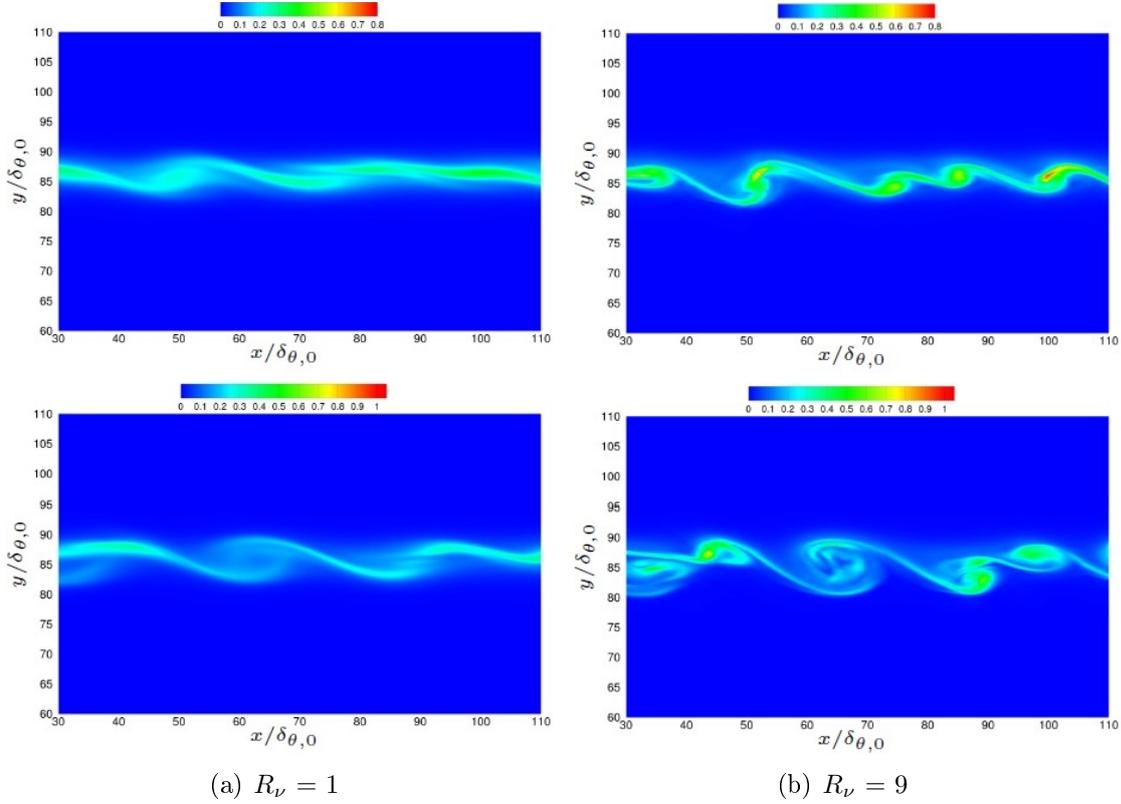


FIGURE 2.6 – Comparaison de l'évolution de la composante ω_z du champ de vorticité dans le plan xy ($z = 0$) pour deux temps $\tau = 80$ (haut) et $\tau = 100$ (bas) dans le cas à viscosité constante et dans le cas à viscosité variable, d'après Taguelmimt (2015).

modifiée. Ceci met en lumière le couplage important entre champ dynamique et champ scalaire.

Désormais, R_ν est fixé à 9 et Taguelmimt se focalise sur le rôle du nombre de Reynolds initial. Pour de faibles valeurs de ce paramètre, l'influence des gradients de viscosité est particulièrement importante dans la phase initiale. A titre d'exemple, les profils de gradient de vitesse moyenne longitudinale dans la direction inhomogène de l'écoulement présentent une dissymétrie très prononcée dans cette zone (i.e., aux temps courts), Fig. 2.7. Aux temps longs en revanche, la turbulence est ralentie par l'apport de fluide visqueux dans la zone de cisaillement. Ce sont ici les effets de diffusion moléculaire qui pilotent le mélange entre les deux fluides.

En ce qui concerne les grands nombres de Reynolds, la turbulence semble être accélérée sur la totalité de la durée de l'étude.

Cette étude est un premier pas important dans la compréhension des écoulements à viscosité variable, notamment dans la quantification du poids des nouveaux termes du bilan énergétique.

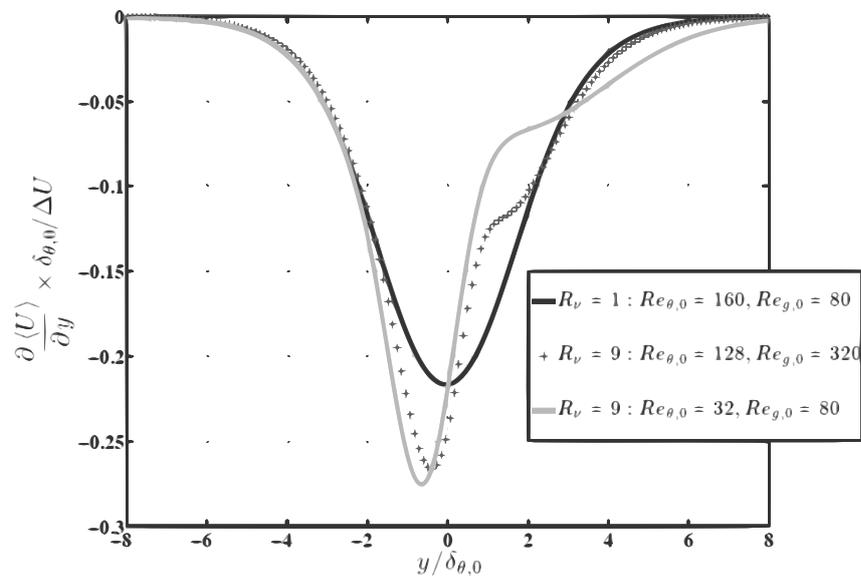
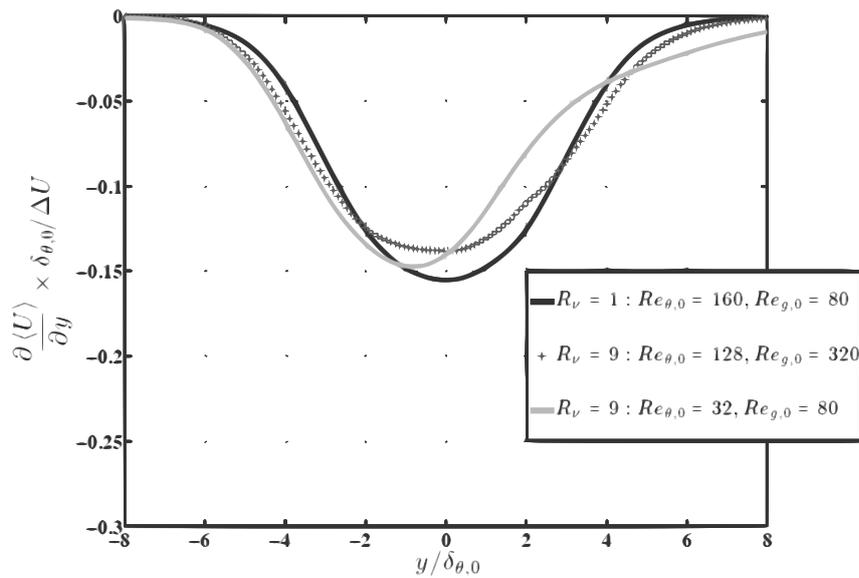
(a) $\tau = 40$ (b) $\tau = 100$

FIGURE 2.7 – Illustration de l'influence du nombre de Reynolds initial sur le profil du gradient de vitesse moyenne longitudinale dans la direction inhomogène d'une couche de mélange temporelle, d'après Taguelmimt (2015).

Néanmoins, pour des comparaisons plus réalistes avec les données expérimentales, elle doit être étendue à des écoulements présentant des variations spatiales tridimensionnelles (couche de

mélange spatio-temporelle, jet rond).

2.4 Conclusions

Toutes ces études mettent en lumière l'importance des effets de viscosité, y compris dans le cas où le rapport étudié est faible. Ceux-ci sont perceptibles tant au niveau des grandeurs globales qu'à celui des statistiques fines. Il reste néanmoins de nombreuses questions en suspens. Quels sont les phénomènes physiques responsables de l'accélération du mélange ? Existe-t-il un nombre de Reynolds inhibant les effets visqueux en proche injection ? Nous nous attacherons à répondre à ces questions dans la suite de ce manuscrit.

Chapitre 3

Dispositif expérimental

3.1	Choix des gaz	63
3.2	Acheminement des gaz	65
3.3	Génération de l'écoulement	66
3.4	Le convergent	66
3.5	Confinement	70

La totalité de l'installation ayant été pensée au laboratoire, différentes problématiques sont apparues tout au long de sa conception. La figure 3.1 représente schématiquement les éléments principaux du dispositif qui seront abordés dans ce chapitre. Les différentes spécificités techniques du montage expérimental seront adressées en suivant le chemin parcouru par les gaz, afin que le lecteur conserve une bonne vue d'ensemble du dispositif.

3.1 Choix des gaz

La problématique de cette étude étant l'influence de la viscosité sur le mélange et non la combustion proprement dite, nous ne prévoyons pas de brûler le gaz injecté. Si ce dernier est un combustible, cela soulève d'importants problèmes de sécurité (risque d'explosion par exemple). Dans un premier temps, nous avons donc cherché un fluide remplissant les conditions suivantes :

- un rapport de densité $R_\rho = \frac{\rho_{\text{fluide rapide}}}{\rho_{\text{fluide lent}}} \approx 1$.
- un rapport de viscosité cinématique $R_\nu = \frac{\nu_{\text{fluide lent}}}{\nu_{\text{fluide rapide}}}$ le plus grand possible.

où ρ désigne la masse volumique et ν la viscosité cinématique.

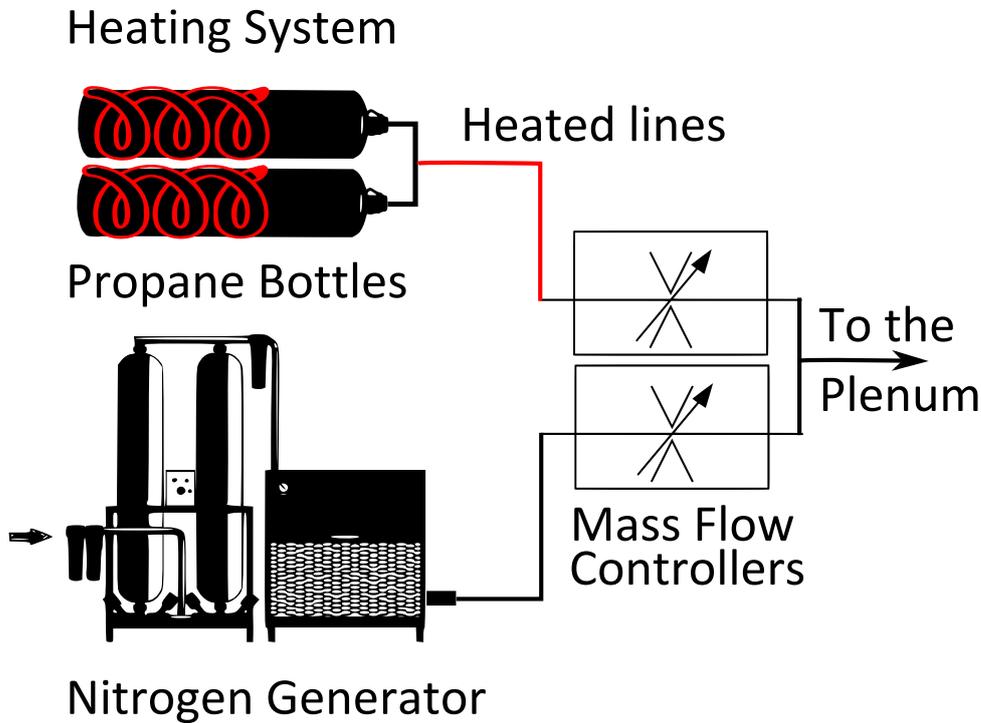


FIGURE 3.1 – Schéma de principe de l'installation : du stockage des gaz au jet proprement dit.

Ainsi, les différences observées avec un jet où le fluide injecté est identique au fluide hôte (désigné dans ce rapport comme un jet de fluides **homogènes**) proviendront principalement des effets de la viscosité et non de ceux de la masse volumique.

Fluides	$\frac{\nu_{air}}{\nu_{fluide}}$	$\frac{\rho_{fluide}}{\rho_{air}}$	$\frac{\mu_{air}}{\mu_{fluide}}$
Méthane	2.04	0.55	1.65
Hélium	0.12	0.14	0.91
Propane	3.48	1.53	2.24
Néon	0.41	0.70	0.58
Argon	1.10	1.39	0.80
Krypton	2.04	2.9	0.71
Xénon	3.51	4.59	0.77

TABLE 3.1 – Calcul des rapports de viscosité et de masse volumique pour différents fluides.

Le Tableau 3.1 résume les caractéristiques de plusieurs fluides et nous permet de voir que le propane est le seul à remplir les conditions établies précédemment. Une solution possible pour diminuer la dangerosité de l'installation serait d'injecter le propane dans du diazote N_2 et non

dans de l'air pour augmenter la dilution. En effet, cette configuration respecte les contraintes imposées puisque $R_\rho = 1.52$ et $R_\nu = 3.46$. De plus, l'utilisation de l'azote comme gaz hôte ouvre de nouvelles possibilités dans le choix du traceur pour les mesures de concentration. Ce point particulier sera discuté en détail plus loin dans ce manuscrit.

3.2 Acheminement des gaz

En raison du grand diamètre du confinement ($D_{conf} = 80$ cm) choisi pour limiter son influence sur notre écoulement, les débits d'azote nécessaires sont relativement importants (jusqu'à 20 g/s). Nous avons donc choisi d'utiliser le générateur d'azote existant au laboratoire. Celui-ci extrait l'air ambiant et sépare oxygène et azote. La pureté de l'azote obtenu a été testée pendant une journée complète, la teneur en oxygène de 0.6% est restée constante tout au long des différents relevés.

Pour des raisons de sécurité, les bouteilles de propane doivent être stockées à l'extérieur du bâtiment. La ligne allant du local extérieur jusqu'au laboratoire est relativement longue (25 m environ) et est soumise à des variations de température. Ainsi, les risques de chute de pression et donc de variation de débits, sont à prendre en compte. Pour remédier à ce problème, les deux bouteilles de propane sont chacune chauffées grâce à trois ceintures de 300 W de puissance individuelle. Ces deux bouteilles peuvent en outre fonctionner en parallèle pour les plus gros débits. Enfin, la ligne de propane est maintenue en température grâce à des câbles autorégulants ATEX (pour ATmosphère Explosive).

Les débits des fluides sont pilotés par des débitmètres Bronkhorst. Pour assurer des conditions expérimentales identiques dans les deux cas d'étude (*CVF* et *VVF*), nous avons choisi de conserver les mêmes débitmètres. Si celui affecté au coflow (N_2 dans les deux cas) est un classique massique thermique (modèle SNM4209650B), celui régulant le jet est un Coriolis (modèle SNB13201070A/s). En effet, le fluide injecté peut être soit de l'azote, soit du propane. Or, les impuretés contenues dans les hydrocarbures risquent d'endommager le capillaire permettant une mesure précise du débit dans les débitmètres massiques thermiques. Dans un Coriolis en revanche, la mesure repose sur un effet mécanique et les composants ne seront pas détériorés par la composition du propane.

3.3 Génération de l'écoulement

Il existe deux manières d'alimenter notre jet en gaz : grâce à un ventilateur ou à l'aide d'un simple détendeur. L'étude de plusieurs publications nous permet de remarquer que la technique reposant sur l'utilisation d'un ventilateur est plus souvent employée bien qu'elle nécessite une installation plus complexe, Fig. 3.2. En effet, dans tous les articles étudiés (Hussein *et al.* (1994), Mi *et al.* (2001) ou encore Panchapakesan & Lumley (1993)) l'emploi d'un ventilateur s'accompagne de la mise en place d'un divergent et d'une chambre de tranquillisation munie de nids d'abeille, Fig. 3.2(b). Ce dispositif est en général employé dans des souffleries, où l'intensité de turbulence en sortie doit être la plus faible possible.

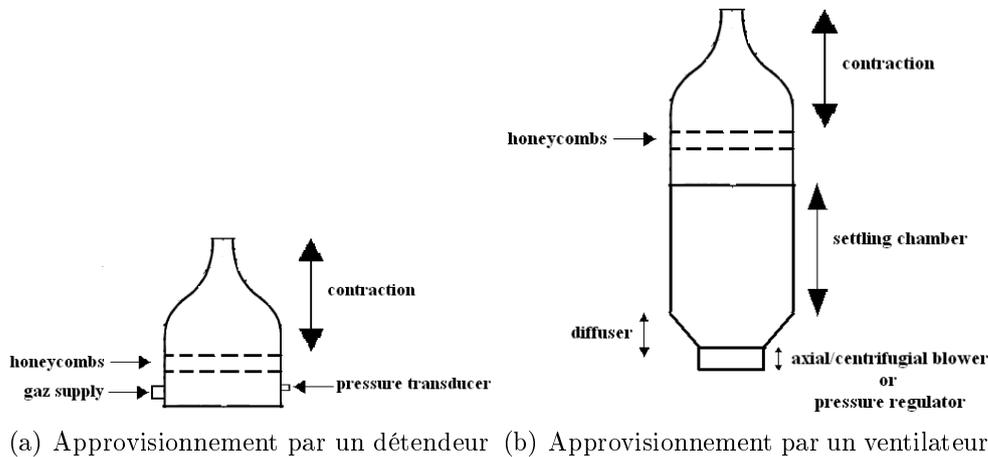


FIGURE 3.2 – Illustration des dispositifs requis en fonction de la technique d'approvisionnement en gaz choisie.

Or, cette contrainte est beaucoup moins stricte dans le cas du présent travail, puisque le développement rapide d'instabilités va favoriser le mélange. L'emploi d'un détendeur nous permet de réduire les coûts de fabrication, c'est donc cette option que nous avons sélectionnée.

3.4 Le convergent

L'un des points fondamentaux de ce travail étant l'étude du champ proche du jet, un soin particulier doit donc être apporté aux conditions initiales d'injection. Au regard de la littérature, il existe deux grandes techniques pour générer un jet : celui-ci peut être issu d'une conduite, ou d'un convergent. Selon Antonia & Zhao (2001) ou encore Mi *et al.* (2001), l'influence de

ces conditions initiales est encore perceptible en champ lointain. Ainsi, dans le cadre de notre étude, il nous a paru judicieux de choisir un jet issu d'un convergent et ce pour obtenir des profils de vitesse les plus homogènes possibles (profil "top hat") en sortie d'injecteur (Fig. 3.3). De cette manière, nous nous assurons que les phénomènes observés sont dus seulement aux effets visqueux.

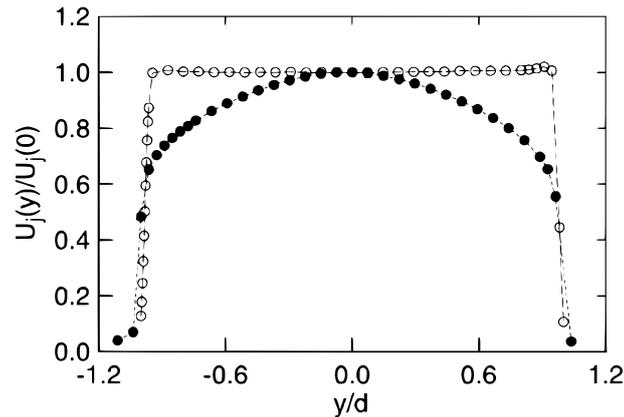


FIGURE 3.3 – Allure des profils initiaux de vitesse selon les conditions d'injection d'après Antonia & Zhao (2001). Symboles pleins : jet issu d'une conduite, symboles ouverts : jet issu d'un convergent.

On sait que l'intensité de ces effets est pilotée par le rapport de contraction (défini comme $C_R = \frac{\text{section d'entrée}}{\text{section de sortie}}$), ainsi que par la longueur et le profil des parois du convergent (Morel, 1975). En effet, le profil de la vitesse le long de ces parois présente un minimum près de l'entrée du convergent et un maximum près de sa sortie (Fig. 3.4).

Ainsi, après le point d'inflexion du profil, les gradients de pression s'opposent à l'écoulement et peuvent induire le décollement de la couche limite ce qui dégraderait la qualité de nos conditions initiales. Pour éviter que ce phénomène ne se produise, nous pouvons jouer sur la longueur du convergent *i.e.* le fluide subira une contraction plus "douce". Néanmoins, une longueur trop importante entrainera un épaissement excessif de la couche limite. Ainsi, comme souvent, tout est affaire de compromis.

En ce qui concerne le dimensionnement de notre convergent, le problème étant complexe, nous avons trouvé pertinent de chercher des exemples de configurations présentés dans la littérature. Le Tableau 3.2, où sont regroupés les résultats de ces investigations, montre la grande disparité des installations utilisées.

Malheureusement, les auteurs ne justifient pas le choix d'un rapport de contraction plutôt

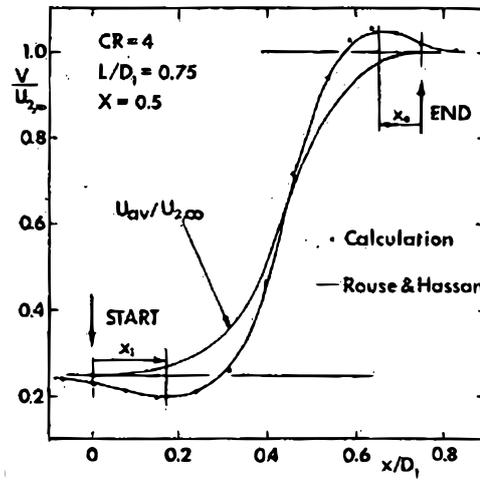


FIGURE 3.4 – Profils pariétaux de vitesse dans le convergent, d’après Morel (1975).

Auteurs	d_{in} (mm)	d_{out} (mm)	C_R	Nombre de Reynolds
Antonia & Zhao (2001)	507	55	85	37000
Antonia & Xu (2002)	507	55	85	86000
Becker <i>et al.</i> (1967)	24.1	6.35	14	54000
Burattini <i>et al.</i> (2005)	507	55	85	$1,3 \cdot 10^5$
Hussein <i>et al.</i> (1994)	305/76	76/25	16 / 9	$9,55 \cdot 10^4$
King <i>et al.</i> (1999)	21.5	5	19	$1 \cdot 10^3$ à $1 \cdot 10^5$
McQuaid & Wright (1974)	150	12.7	140	10000
Meyer <i>et al.</i> (1999)	21.5	5	19	2300
Meyer & Dutton (2001)	21.5	5	19	16200, 22700, 29200
Mi <i>et al.</i> (2001)	80	14	33	16000
Panchapakesan & Lumley (1993)	100	6.1	267	11000
Romano & Antonia (2001)	507	55	85	$1,7 \cdot 10^5$
So <i>et al.</i> (1990)	132.4	9.5	194	4300

TABLE 3.2 – Exemples de dimensionnement de convergents.

qu’un autre et, plus important, ne fournissent pas la loi mathématique de la décroissance du profil (excepté Mi *et al.* (2001)). Nous avons décidé de réutiliser le rapport de contraction (85) et le rapport longueur sur diamètre (≈ 1) employés par Antonia & Zhao (2001). En injectant ces données dans les profils polynomiaux d’ordre 3 et 5 préconisés par Bell & Mehta (1988), nous obtenons les résultats de la figure 3.5. La contraction subie par le fluide est plus douce lorsque la forme des parois suit un polynôme d’ordre 3 plutôt qu’un ordre 5. En adoptant ce profil nous diminuons donc la probabilité d’un décollement de la couche limite.

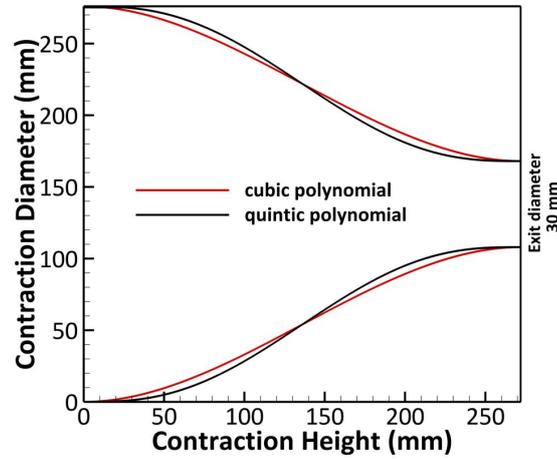


FIGURE 3.5 – Allure des parois du convergent définies selon des polynômes d'ordre 3 ou 5.

Des mesures d'Anémométrie de Fil Chaud ont été réalisées pour caractériser le jet immédiatement en sortie d'injecteur, Fig. 3.6. On observe une excellente concordance avec les profils obtenus par Antonia & Zhao (2001).

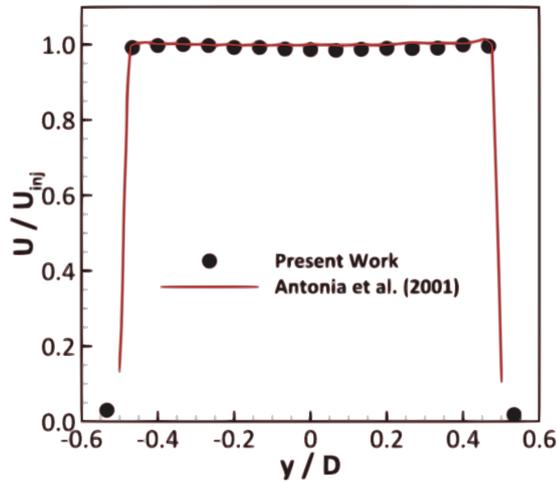


FIGURE 3.6 – Comparaison du profil initial de vitesse dans notre configuration avec celui obtenu par Antonia & Zhao (2001)

3.5 Confinement

En outre, toujours dans une problématique de sécurité, le jet est confiné. On sait que les comportements des jets libres et confinés diffèrent. Néanmoins, en choisissant un confinement de diamètre très grand devant celui du convergent, nous limitons ses effets, Fig. 3.7. Dans notre configuration, le rapport de ces deux diamètres est d'environ 27. Enfin, malgré quelques inconvénients expérimentaux, la présence de ce dispositif va nous permettre de quantifier précisément les quantités initiales des deux gaz (injecté et hôte) et ainsi de fournir des conditions d'injection précises pour une comparaison avec de futures simulations numériques.

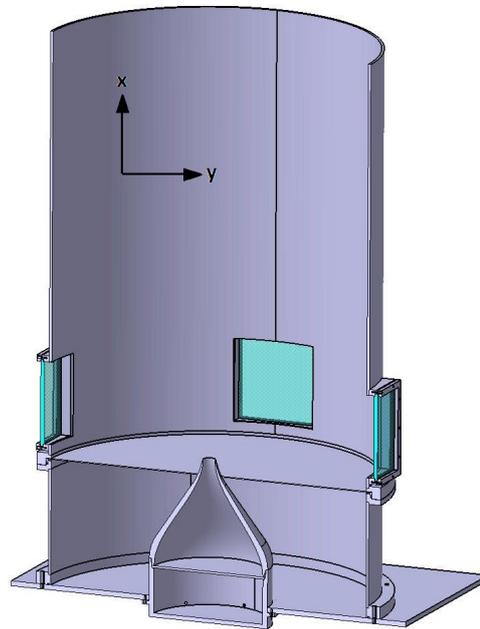


FIGURE 3.7 – Coupe axiale du convergent entouré de son confinement.

Chapitre 4

Vélocimétrie par Images de Particules et Fluorescence induite par Laser

4.1	PIV	72
4.1.1	Principe	72
4.1.2	Stéréo PIV	73
4.1.3	Résolution spatiale	75
4.2	PLIF	76
4.2.1	Principe théorique	76
4.2.2	Choix du traceur	79
4.2.3	Création d'une technique de correction ex-situ des images	86
4.2.4	Résolution spatiale	91
4.3	Conclusions	92

Comme précédemment discuté, la concentration, à travers la viscosité, est un scalaire actif (le champ de vitesse est modifié par le champ scalaire et réciproquement). Expérimentalement, cela se traduit par la nécessité de réaliser des mesures simultanées de ces deux grandeurs. A ces contraintes, s'ajoute notre volonté d'obtenir des mesures planaires. Ceci nous a conduit à choisir des diagnostics laser particuliers pour obtenir nos données expérimentales. Les mesures de vitesses ont été réalisées par Vélocimétrie par Image de Particules et les mesures de concentration par Fluorescence Planaire Induite par Laser (respectivement PIV et PLIF en anglais).

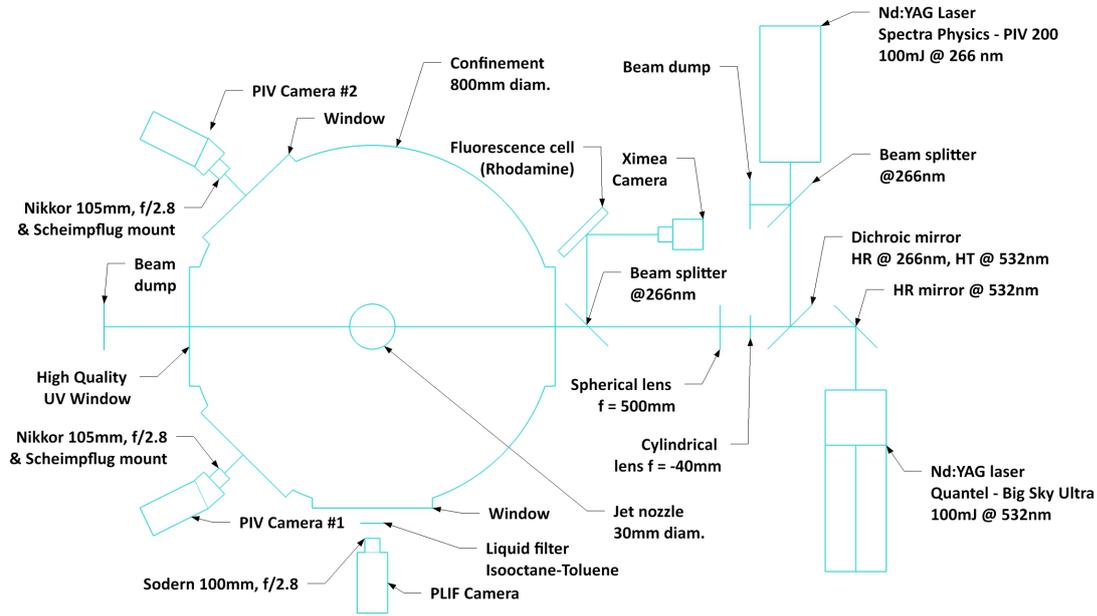


FIGURE 4.1 – Schéma représentant la disposition des dispositifs de diagnostics optiques.

4.1 PIV

4.1.1 Principe

Le milieu dont on cherche à caractériser le champ de vitesse estensemencé par des particules supposées suivre fidèlement l'écoulement. Ces particules sont ensuite éclairées par deux nappes laser successives, séparées d'un intervalle de temps Δt . La diffusion de Mie émise par les particules est enregistrée grâce à une caméra CCD synchronisée sur les tirs laser. La difficulté réside ici dans la détermination du déplacement $\Delta \vec{x}$ des particules. Pour cela, chaque image est scindée en mailles de calcul de tailles identiques, appelées fenêtres d'interrogation, et la fonction d'inter-corrélation normalisée des niveaux de gris entre les deux images $R_{I,J}$ (Willert & M. Gharib., 1991) est estimée via une transformée de Fourier rapide. Mathématiquement, cette fonction s'exprime de la manière suivante :

$$R_{I,J} = \frac{\sum \sum [I(i,j) - \bar{I}] [J(i,j) - \bar{J}]}{\sqrt{\sigma_I^2} \sqrt{\sigma_J^2}}; \quad (4.1)$$

où $I(i,j)$ est le niveau de gris de la fenêtre d'interrogation indiquée par i et j pour la première image, \bar{I} et $\sqrt{\sigma_I^2}$ sont respectivement le niveau moyen et l'écart type de l'image I (les mêmes

notations sont appliquées dans le cas de l'image J). L'inter-corrélation est normalisée par ces moments statistiques afin de s'affranchir des variations de luminosité et de contraste pouvant exister entre les deux images.

La position du maximum de $R_{I,J}$ (appelé pic de corrélation) relativement au centre de la maille de calcul donne le déplacement du groupe de particules $\Delta\vec{x}$ pendant l'intervalle de temps Δt séparant les deux tirs laser. On remonte ensuite simplement à la vitesse de l'écoulement grâce à la relation

$$\vec{U} = \frac{\Delta\vec{x}}{\Delta t}. \quad (4.2)$$

Pour mieux estimer le déplacement du pic de corrélation, Scarano & Reithmuller (1999) (voir aussi Scarano & Reithmuller (2000)) proposèrent une première amélioration reposant sur un processus itératif. Un premier champ de déplacement est calculé pour une fenêtre d'interrogation de grande taille, par exemple 64×64 pixels. Celui-ci servira ensuite de prédicteur pour le calcul des champs sur une fenêtre de calcul de taille inférieure. Ce processus est répété jusqu'à atteindre la taille de fenêtre minimale choisie, soit 8 pixels avec un recouvrement de 50% dans notre cas. Les niveaux de gris étant donnés pour les valeurs entières de pixels, le déplacement obtenu (basé sur ces mêmes niveaux de gris) aura également une valeur entière. Pour obtenir une précision subpixels, la forme du pic d'inter-corrélation peut être approchée par une Gaussienne permettant d'affiner la position du pic de corrélation et d'obtenir une estimation au dixième de pixel. Dans un second temps, un algorithme de déformation des fenêtres fut ajouté à cette méthode itérative par Lecordier & Trinite (2003), et ce afin de s'adapter aux zones délicates des écoulements (fort cisaillement, proche paroi etc...). La comparaison des résultats obtenus avec et sans ces améliorations est présentée sur la figure Fig. 4.2.

Nous avons choisi quant à nous, d'utiliser une technique de stéréo-PIV nous permettant d'obtenir la troisième composante du champ de vitesse. Dans le cas d'un scalaire actif, le jet perd son comportement axisymétrique instantané. Ainsi, l'obtention de la troisième composante est un avantage non négligeable.

4.1.2 Stéréo PIV

Le faisceau 532 nm provient d'un laser Quantel Ultra Twin. La nappe laser parallèle est obtenue en disposant successivement une lentille cylindrique de focale -40 mm et une lentille sphérique dont la focale vaut 500 mm . L'écoulement estensemencé par des particules de Di-

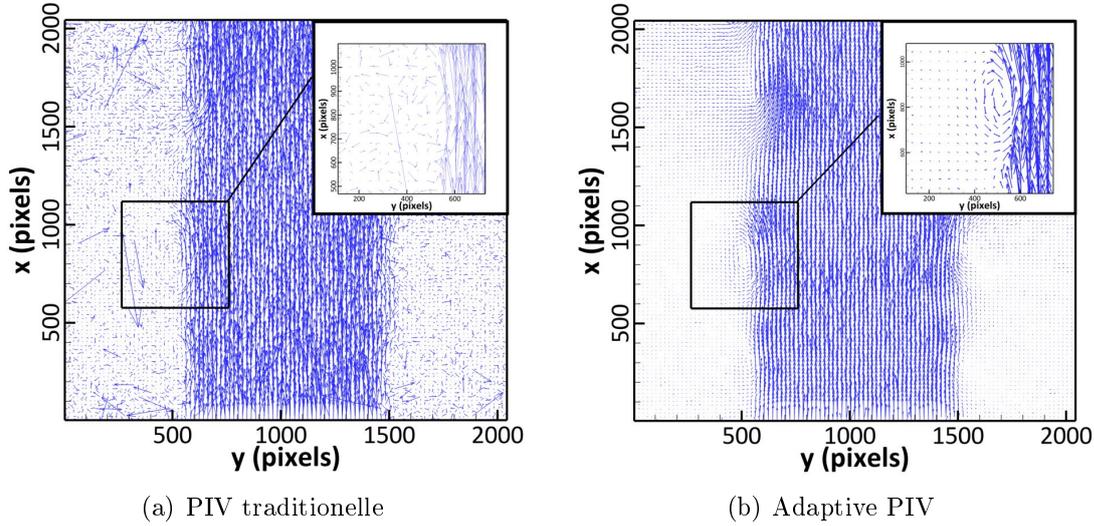


FIGURE 4.2 – Comparaison d'un champ de vecteur instantané obtenu avec et sans déformation de fenêtre.

Ethyl-Hexyl-Sebacate (DEHS) dont la répartition en taille est plus homogène que celle des huiles végétales (diamètre des particules de l'ordre de $1\mu m$, d'après Boutin (2010)). Dans un cas idéal, ces particules répondraient immédiatement au moindre changement de vitesse de l'écoulement. En réalité, celles-ci ont évidemment un temps de réponse propre à leur nature (huile d'olive, DEHS, etc...) et au milieu dans lequel elles évoluent. Or, le principe même de la PIV repose sur l'hypothèse que le traceur choisi est capable de suivre fidèlement les variations de l'écoulement. Il est donc nécessaire de quantifier la capacité des particules à répondre à cette exigence. Ceci est réalisé grâce à un nombre sans dimension, le nombre de Stokes St , défini comme le rapport entre le temps caractéristique τ_p des particules utilisées (ici la DEHS) et le temps caractéristique τ_t de l'écoulement étudié, viz.

$$St = \frac{\tau_p}{\tau_t}.$$

Nous devons donc calculer ce paramètre dans la configuration la plus défavorable rencontrée dans notre étude, ce qui revient à déterminer le nombre de Stokes maximal que nous pouvons obtenir.

L'expression complète du temps de réponse de la particule est donnée par

$$\tau_p = \frac{\rho_p d_p^2}{18\mu_g}, \quad (4.3)$$

où ρ_p , d_p et μ_g sont respectivement la masse volumique de la particule, son diamètre et la viscosité dynamique du milieu dans lequel elle évolue.

En se plaçant dans notre configuration la plus défavorable, i.e. la particule évolue dans du propane ($\mu_g = 8,07610^{-6} \text{ kg } (m \cdot s)^{-1}$), on obtient $\tau_p = 6,27\mu s$. Le temps caractéristique de l'écoulement est quant à lui défini à partir d'une échelle caractéristique et d'une fluctuation typique de l'écoulement viz.

$$\tau_t = \frac{\lambda_c}{u'} \quad (4.4)$$

Toujours dans l'optique de maximiser le nombre de Stokes, il paraît pertinent de choisir la plus petite échelle résolue par la *PIV* comme longueur caractéristique soit $\lambda_c = 520 \mu m$ dans notre cas. En ce qui concerne la fluctuation typique, celle-ci est calculée, dans le cas du nombre de Reynolds le plus élevé, avec la formule suivante $\overline{u'} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (u_i - \bar{u})^2}$. L'application numérique donne $St^{max} = 2,41 \cdot 10^{-2} \ll 1$, confirmant ainsi le choix de la DEHS comme traceur de notre écoulement.

Deux caméras Imager ProX (LaVision) combinées à deux objectifs Nikkor (105 mm et f/2,8) sont placées, avec un angle de 45° , de chaque côté de la nappe laser. Ces caméras possèdent un capteur de dimensions 2048 x 2048 pixels, sur lequel un champ de 60 x 60 mm est enregistré. Le grandissement est donc de 35 pixels/mm.

Les champs enregistrés sont post-traités indépendamment grâce à l'algorithme 'Adaptive PIV' du logiciel Dynamic Studio du groupe Dantec (version 3.4). Ensuite, grâce à une calibration réalisée après la mesure, les n^{ime} champs (2 dimensions-2 composantes) de chaque caméra sont combinés et un unique champ 2 dimensions-3 composantes est reconstitué.

4.1.3 Résolution spatiale

Comme détaillé précédemment, la PIV repose sur une technique de corrélation inter-frame dans des fenêtres d'interrogation. Ainsi, l'utilisation de cette technique peut être assimilée à l'application d'un filtre passe-bas sur le champ de vitesse réel. Il existe donc un lien entre la résolution spatiale de la PIV et la taille de la fenêtre d'interrogation choisie. Selon Foucaut

et al. (2004), il est donné par la relation suivante : $k_c = \frac{2.8}{X}$, où X est la dimension en pixels de la fenêtre et k_c le nombre d'onde de coupure, en pixel^{-1} , calculé à -3 dB (correspondant à 50% de valeurs non atténuées). Avec nos conditions expérimentales, nous obtenons une résolution de $520 \mu\text{m}$.

4.2 PLIF

Suite à l'émergence du laser dans les années 60, différentes techniques de diagnostic reposant sur cet instrument ont vu le jour. On peut citer la diffusion Rayleigh ou encore Raman. La Fluorescence Induite par Laser (ou Laser Induced Fluorescence en anglais) a, quant à elle, fait son apparition à la fin des années 70 où elle a connu un engouement très rapide. En effet, cette technique de diagnostic non intrusive permet d'obtenir relativement facilement des visualisations planaires et instantanées de l'écoulement (du mélange). De plus, comparativement aux autres techniques laser citées précédemment, la LIF dispose d'une section efficace importante assurant ainsi un plus haut niveau de signal, comme on peut le voir via l'Eq. (4.5) liant ces deux grandeurs :

$$P = KnVI_0 \frac{d\sigma}{d\Omega} \Omega, \quad (4.5)$$

où P est la puissance reçue, K une constante dépendant du montage expérimental, n la densité de particules dans le volume de mesure V , $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ la surface efficace et Ω l'angle solide de collection du signal.

Néanmoins, l'enthousiasme des chercheurs s'est peu à peu érodé en raison de la difficulté d'obtenir des résultats quantitatifs avec cette méthode. Puis, grâce aux améliorations technologiques, des mesures de scalaire basées sur la fluorescence sont devenues possibles même dans des configurations complexes (flamme, écoulement sous pression etc...) via l'association de plusieurs techniques (Raman / PLIF, par exemple).

4.2.1 Principe théorique

Par définition, la fluorescence induite par laser consiste en l'émission d'un photon par une molécule, ou un atome, suite à l'absorption d'un rayonnement laser. Le peuplement de l'état excité n'est réalisé qu'à travers l'absorption stimulée $B_{12}U_\nu$, où B_{12} est le coefficient d'Einstein

de l'absorption et U_ν la densité spectrale d'énergie laser. En revanche, de nombreux phénomènes peuvent conduire au dépeuplement du niveau excité : l'émission stimulée $B_{21}U_\nu$, avec B_{21} coefficient d'Einstein de l'émission stimulée, où la molécule retourne alors sur le niveau électronique 1, l'ionisation W_{2i} si le niveau 2 est proche du potentiel d'ionisation, ou encore la dissociation de la molécule Q_p si le niveau 2 est instable. A ceci s'ajoute la désexcitation par collision (ou quenching) Q_{21} qui est un processus non radiatif. Enfin, on sait que chaque état électronique possède des états vibrationnels et rotationnels caractérisant respectivement la vibration des liaisons atomiques (théorie de l'oscillateur quantique) et la rotation de la molécule sur elle-même. Or, ces niveaux étant relativement proches, des transferts d'énergie vibrationnels et rotationnels (*VET* et *RET* en anglais) peuvent avoir lieu. Ainsi, l'apport d'énergie par le laser peut occasionner une transition à partir du même état électronique fondamental vers le même état électronique excité 2, mais sur des niveaux vibrationnels et / ou rotationnels différents. Le processus inverse est également possible lors de la désexcitation (départ du niveau 2 et arrivée sur le niveau 1). Ce mécanisme est appelé émission spontanée *A* et est caractérisé par l'émission de photons à des longueurs d'onde différentes, pouvant conduire à un spectre d'émission continu dans le cas où ces transitions sont très nombreuses. La multiplicité de ces processus, représentés sur la figure Fig.(4.3(a)) conduit à un schéma complexe nécessitant d'être fermé pour pouvoir être résolu.

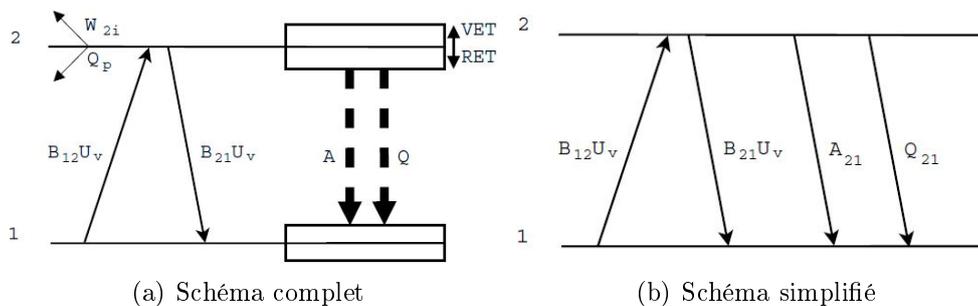


FIGURE 4.3 – Schéma à 2 niveaux.

Cette fermeture est réalisée en négligeant les niveaux vibrationnels et rotationnels (la transition énergétique est supposée uniquement électronique) ainsi qu'une possible ionisation ou dissociation de la molécule, Fig. 4.3(b). On obtient ainsi un schéma à deux niveaux où le signal de fluorescence est relié à la population instantanée du niveau excité $N_2(t)$ par la relation

suivante :

$$S_f = \iiint h\nu_{12}N_2(t)A_{21}\frac{\Omega}{4\pi}dV, \quad (4.6)$$

ou, si l'énergie est constante sur le volume,

$$S_f = h\nu_{12}N_2(t)A_{21}\frac{\Omega}{4\pi}V, \quad (4.7)$$

où V est le volume considéré, Ω l'angle solide associé, h est la constante de Planck, ν_{12} la fréquence de la transition électronique entre les niveaux 2 et 1 et A_{21} le coefficient d'émission spontanée entre ces mêmes niveaux.

Grâce aux hypothèses précédentes, on peut également donner une expression simple de l'évolution de la population de chaque niveau

$$\frac{dN_1}{dt} = B_{12}U_\nu N_1 + (B_{21}U_\nu + A_{21} + Q_{21})N_2 \quad (4.8)$$

et

$$\frac{dN_2}{dt} = -B_{12}U_\nu N_1 - (B_{21}U_\nu + A_{21} + Q_{21})N_2. \quad (4.9)$$

De plus, si on suppose que le niveau excité n'est pas peuplé avant l'impulsion laser alors, le système étant fermé, la somme des populations des deux niveaux doit être égale à la population N_1^0 du niveau 1 avant l'excitation laser, viz.

$$N_1(t) + N_2(t) = N_1^0 \equiv \frac{dN_1}{dt} + \frac{dN_2}{dt} = 0. \quad (4.10)$$

En remplaçant $N_1(t)$ par son expression, on résout l'équation différentielle pour N_2 et on obtient

$$N_2(t) = \frac{B_{12}U_\nu N_1^0}{\tau_p^{-1}}(1 - e^{-\frac{t}{\tau_p}}), \quad (4.11)$$

où $\tau_p = \frac{1}{(B_{12}+B_{21})U_\nu+A_{21}+Q_{21}}$.

Cette expression, faisant intervenir un temps caractéristique, nous indique que deux régimes

sont alors possibles :

- le régime linéaire $t \ll \tau_p$, non détaillé ici,
- le régime stationnaire $t \gg \tau_p$.

Le régime stationnaire permet de déterminer la quantité de particules sur le niveau 1 avant l'excitation laser. Pour cela, le taux de quenching défini par $Q_{21} = \sum_{i=1}^n Q_{21}^i$ doit être estimé. Il s'agit bien sûr d'un processus complexe, encore accentué lorsque les partenaires de collision sont nombreux. Son estimation peut être réalisée en associant la diffusion Raman à la PLIF par exemple, ou en se référant à des bases de données dans le cas de mélanges connus. Reprenons maintenant l'expression du signal de fluorescence, Eq. (4.7), dans laquelle on remplace N_2 par l'expression obtenue précédemment, viz.

$$S_f = h\nu \frac{\Omega}{4\pi} V N_1^0 A_{21} \frac{B_{12}}{B_{12} + B_{21}} \frac{1}{1 + \frac{U_{\nu sat}}{U_\nu}}, \quad (4.12)$$

où

$$U_{\nu sat} = \frac{A_{21} + Q_{21}}{B_{12} + B_{21}}.$$

Une nouvelle fois, deux régimes sont possibles :

- le régime saturé $U_\nu \gg U_{\nu sat}$,
- le régime linéaire où $S_f \propto E_{laser}$.

En régime saturé, le signal de fluorescence devient indépendant du quenching et de l'énergie laser. Il est cependant très compliqué à obtenir expérimentalement parlant, notamment en raison de la répartition gaussienne de l'énergie du faisceau laser. En effet, si au centre du spot on a bien $U_\nu \gg U_{\nu sat}$, cela n'est pas le cas sur les bords, induisant ainsi un biais sur les mesures. Nous choisissons donc de travailler en régime linéaire, où le taux de quenching doit être estimé, et où le signal de fluorescence doit évoluer linéairement avec l'énergie laser.

4.2.2 Choix du traceur

La PLIF est un diagnostic très souvent utilisé dans les études d'écoulements froids, ou même en combustion. Dans notre cas, il s'agit d'une configuration non réactive où du propane gazeux est injecté dans de l'azote dans un milieu confiné, mais à pression atmosphérique. L'intensité du signal de fluorescence du propane étant trop faible, il est nécessaire d'introduire un traceur pour obtenir des mesures fiables.

Il n'existe pas de traceur universel : une molécule adaptée dans une situation ne le sera pas forcément dans une autre. Ainsi, pour choisir le traceur, il faut tout d'abord définir des critères pertinents. Si certains d'entre eux sont communs à la plupart des études, d'autres sont spécifiques à notre situation :

- La longueur d'onde d'absorption doit être compatible avec les lasers haute énergie disponibles (266 nm dans notre cas).
- Le rendement quantique (nombre de photons émis par fluorescence / nombre de molécules excitées) doit être suffisamment élevé pour que le signal obtenu soit exploitable. On ajoute ici que, plus le rendement quantique est important, plus la quantité de traceur introduite est grande. Or, pour pouvoir étudier les effets de la viscosité sur le mélange, il ne faut pas que cette dernière soit altérée par la présence du traceur.
- Le spectre de fluorescence doit être décalé spectralement de la longueur d'onde d'excitation, afin de pouvoir le séparer des diffusions de Mie, de Rayleigh et des réflexions parasites.
- Les propriétés d'évaporation du traceur doivent permettre le mélange avec un gaz.
- L'impact sur la santé et sur l'environnement doit enfin être pris en compte.

Dans la majorité des cas, la molécule choisie appartient à la famille des cétones. En effet, ceux-ci présentent le grand intérêt de peu se désexciter par quenching avec l'oxygène (qui est souvent le gaz dans lequel le carburant est injecté), même si le rendement quantique de ce type de traceur est faible. Notre configuration dispose de deux avantages. Tout d'abord, les conditions de pression et de température sont fixes tout au long de nos manipulations. Nous ne sommes ainsi pas limités par la dépendance des signaux de fluorescence à ces deux paramètres. De plus, nous injectons le propane dans de l'azote et non dans de l'oxygène, ce qui nous autorise à utiliser une autre famille de molécules : les aromatiques. Ceux-ci ont un haut rendement quantique, mais sont très sensibles au quenching par l'oxygène, ce qui rend leur utilisation très compliquée pour des mesures de concentration directe en milieu non confiné. Nous nous trouvons en revanche dans une situation où cette utilisation est possible et donc en se référant à l'équation Eq. (4.12), on en déduit que le rendement quantique est constant dans notre étude et qu'il n'est pas nécessaire de déterminer Q_{21} .

Les propriétés d'une sélection de traceurs couramment utilisés sont présentées dans le Tableau (4.1). Les molécules dont les noms sont inscrits en gras sont celles qui semblent les plus appropriées à notre étude. Les candidats très toxiques et ceux solides à température ambiante (impliquant des ajouts complexes au dispositif expérimental pour éviter la re-condensation) ont

été éliminés.

TABLE 4.1 – Tableau comparatif des propriétés de traceurs potentiels.

Molécule	λ_{abs} (nm)	λ_{em} (nm)	T_{ebul} (°C)	QR	Rq	Source
Acetone	250-320	350-550	56	0.2%	Faible SNR	Lozano <i>et al.</i> (1992)
Acétaldéhyde	250-340	350-480	21	0.1%	Cancérogène	Lozano <i>et al.</i> (1992)
Hexafluoroacétone	245-355	410-580	-26	1.85%	Mortel	Lozano <i>et al.</i> (1992)
3-pentanone	220-320	350-350	102	1.3*acétone	Faiblement toxique	Schulz & Sick (2005)
Naphtalène	266 possible	300-400	218	23%	Solide à T ambiante	Pasquier <i>et al.</i> (2007)
Toluène	220-290	270-370	110	17%	Nocif	Schulz & Sick (2005)
Anisole	240-280	270-350	154	29%	Quenching avec O_2	Berlman (1971)

Une fois cette première sélection réalisée, on s'intéresse à la viscosité cinématique et à la masse volumique de ces traceurs à l'état gazeux, Tableau(4.2). En effet, on souhaite conserver un rapport de masse volumique de l'ordre de 1 et un rapport de viscosité le plus élevé possible. Pour rappel, la viscosité et la masse volumique du propane à 20°C sont respectivement $4,386.10^{-6} m^2/s$ et $1.841 kg/m^3$.

Traceur	Acétone	3-pentanone	Toluène	Anisole
Viscosité cinématique ($10^{-6} m^2/s$)	4.34	2.93	2.96	?
masse volumique (kg/m^3)	2.17	2.811	2.9	3.11

TABLE 4.2 – Viscosité et masse volumique des différents traceurs pré-sélectionnés (à l'état gazeux)

On remarque que la viscosité reste de l'ordre de grandeur de celle du propane (ou lui est inférieure), le facteur limitant sera donc plutôt la masse volumique. Nous ne disposons pas d'informations sur la viscosité de l'anisole mais, en raison du rendement quantique de fluorescence, la quantité introduite sera extrêmement faible et n'influencera pas les propriétés du carburant.

Pour avoir une vision plus claire, le Tableau 4.3 récapitule les avantages et les inconvénients des quatre traceurs potentiels. Il est à noter que l'anisole a été utilisée par Pasquier (2004) lors de sa thèse (dans du propane également).

L'utilisation d'acétone ou de 3-pentanone pourrait rester envisageable, même dans des proportions importantes. Il faudrait pour cela calculer les propriétés des mélanges traceur/propane pour vérifier que l'on respecte toujours les conditions de masse volumique/viscosité souhaitées. Néanmoins, l'anisole paraît le candidat le plus adapté, même si son utilisation implique des contraintes supplémentaires du point de vue expérimental.

En effet, un point critique de l'utilisation de cette molécule est la proximité de ses bandes d'absorption et d'émission. Pour pallier ce problème, et éliminer le signal de Mie à 266 nm provenant des particules de DEHS, nous utilisons un filtre liquide. Celui-ci est composé d'isooctane (spectroscopiquement neutre) et de toluène, comme suggéré dans Pasquier *et al.* (2007). En effet, cette molécule absorbe principalement à partir de 266 nm et faiblement à partir de 270 nm (Berlman, 1971). Ainsi, nous coupons le signal parasite sans amputer le signal de fluorescence de l'anisole.

Les molécules d'anisole sont excitées grâce à un laser Nd :YAG (Spectra Physics) équipé d'un cristal quadrupleur de longueur d'onde générant un faisceau laser UV ($\lambda = 266 nm$,

Traceur	Avantages	Inconvénients
Acétone	<ul style="list-style-type: none"> – Bibliographie très fournie. – Peu sensible au quenching avec O_2. 	<ul style="list-style-type: none"> – Faible rendement quantique.
3-pentanone	<ul style="list-style-type: none"> – Rendement supérieur à l'acétone – Emission et absorption bien décalées – Peu sensible au quenching avec O_2. 	<ul style="list-style-type: none"> – Rendement quantique reste encore faible.
Toluène	<ul style="list-style-type: none"> – Haut rendement de fluorescence. 	<ul style="list-style-type: none"> – Toxique. – Très sensible au quenching avec O_2.
Anisole	<ul style="list-style-type: none"> – Volatile à T ambiante. – Haut rendement de fluorescence. – Utilisé précédemment et actuellement au CORIA. 	<ul style="list-style-type: none"> – Émission et absorption peu décalées (utilisation d'un filtre liquide) – Dégradation de la molécule avec les tirs laser.

TABLE 4.3 – Bilan sur les traceurs sélectionnés

100 mJ). Les faisceaux de PLIF et de PIV sont recombinaés grâce à un miroir dichroïque avant la formation de la nappe détaillée dans la section 4.1.2. Le signal de fluorescence est collecté par une caméra CCD intensifiée (ICCD) Roper Instrument PIMAX 4 (16 bits) fabriquée par Princeton Instruments. Celle-ci est couplée à un objectif UV Cerco de focale 100 mm (f/2.8). Le temps d'exposition est fixé à 500 ns, nous autorisant ainsi un bon compromis entre l'intensité du signal collecté et l'augmentation du bruit de fond. Le fabricant assure que la réponse de la caméra évolue linéairement avec l'éclairement du capteur de 1024x1024 pixels et avec le gain imposé par l'utilisateur. Une réponse non linéaire rendrait caduques nos mesures de concentration, nous avons donc vérifié ces allégations. Dans un premier temps, le gain est fixé à 1 et nous augmentons

l'éclairement du capteur (mesuré par une photodiode puis normalisé par l'éclairement maximum testé), Fig. 4.4(a). Dans un second temps, l'éclairement est maintenu constant et la totalité de la plage de gains de la caméra est testée, Fig. 4.4(b). Les résultats obtenus sont conformes à

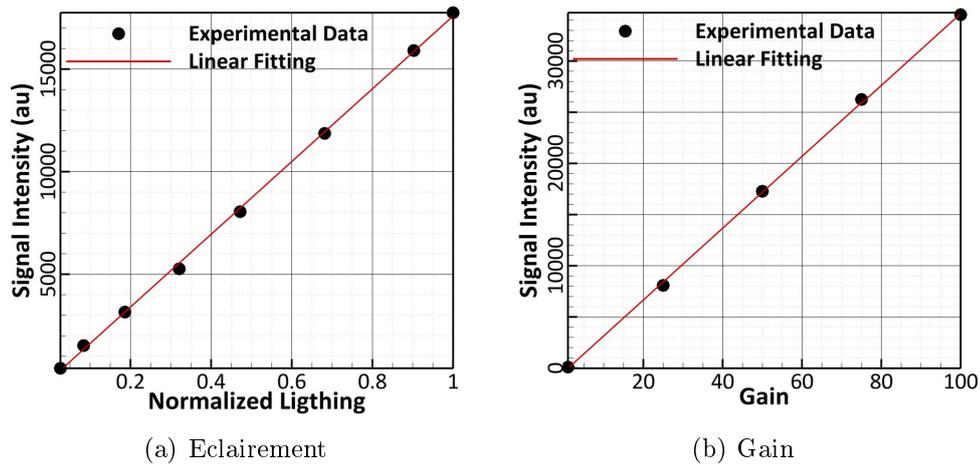


FIGURE 4.4 – Réponse de la caméra en fonction de l'éclairement reçu et du gain appliqué.

ceux attendus et tout à fait satisfaisants pour mener notre étude dans des conditions optimales. Les vérifications usuelles, linéarité du signal avec l'énergie laser et la concentration en traceur, ont également été réalisées, Fig. 4.5.

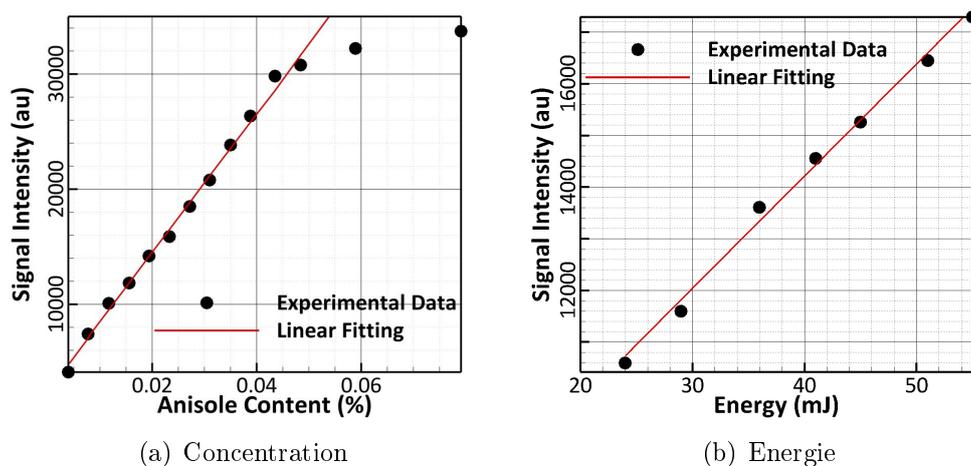


FIGURE 4.5 – Linéarité du signal de PLIF avec la teneur en anisole et l'énergie laser.

L'intensité du signal obtenu est très importante pour une faible quantité d'anisole, et sa linéarité se prolonge sur une large plage de concentration, Fig. 4.5(a). Néanmoins, pour éviter l'absorption et l'auto-quenching, nous avons décidé de nous placer au milieu de la partie linéaire de la courbe et choisi une teneur en anisole de 0.02 %. Une fois la teneur en traceur sélectionnée, nous étudions la réponse du mélange $N_2/ anisole$ (0.02%) à l'augmentation de l'énergie laser. Celle-ci est linéaire pour toute la gamme d'énergie testée, Fig. 4.5(b), nous autorisant ainsi à utiliser la totalité de la puissance laser à notre disposition.

4.2.3 Création d'une technique de correction ex-situ des images

Habituellement, la technique pour normaliser les images de PLIF consiste à corriger :

- l'inhomogénéité de la distribution en énergie de la nappe laser (par une image de nappe moyenne),
- la variation de l'énergie laser tir-à-tir en utilisant une zone de concentration connue de l'image.

Pour minimiser le bruit dû au post-traitement, cette méthode requiert une bonne homogénéité de la nappe laser. Nous avons apporté un soin particulier à ce point, en utilisant seulement la partie la plus homogène du faisceau incident pour former la nappe laser. La figure 4.6(a) montre la nappe laser moyenne obtenue, ainsi que le profil moyen du signal intégré sur toute la largeur de l'image. Celui-ci est aussi proche que possible d'un profil *top-hat*.

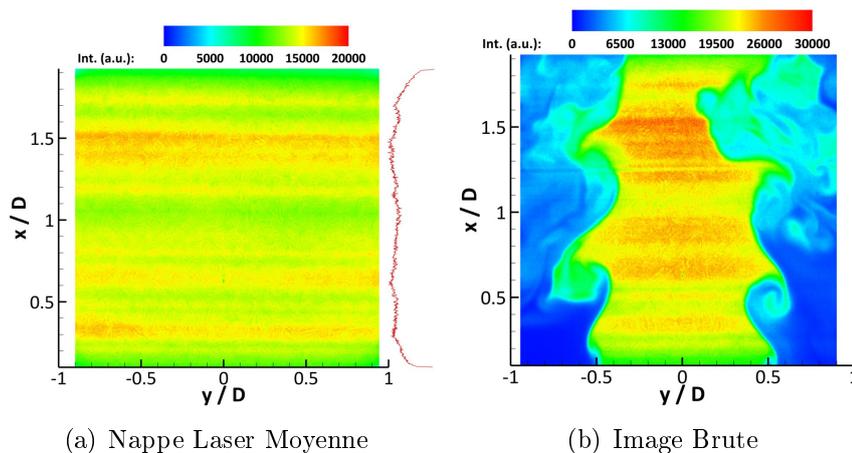


FIGURE 4.6 – Nappe moyenne laser et image brute instantanée.

Si cette technique fonctionne tout à fait correctement, pour des mesures quantitatives précises, il est nécessaire de tenir compte de la fluctuation tir-à-tir non seulement du niveau d'énergie laser, mais également de sa répartition spatiale. La solution pour corriger et normaliser nos images consiste à enregistrer, en même temps que celles-ci, la distribution en énergie associée. Deux situations se présentent alors :

- le cœur potentiel est présent sur toute l'image,
- il n'existe plus de cœur potentiel, ou il est tronqué.

La première possibilité est rencontrée pour des mesures proches de l'injection ($0 < \frac{x}{D} < 2$). Dans ce cas, un profil moyen de la distribution en énergie tir-à-tir est calculé dans le cœur potentiel. La normalisation et la correction des images est ainsi plus efficace. Les figures 4.7(a) et 4.7(b) permettent de comparer une correction réalisée par une image de nappe moyenne et par un profil de nappe instantané.

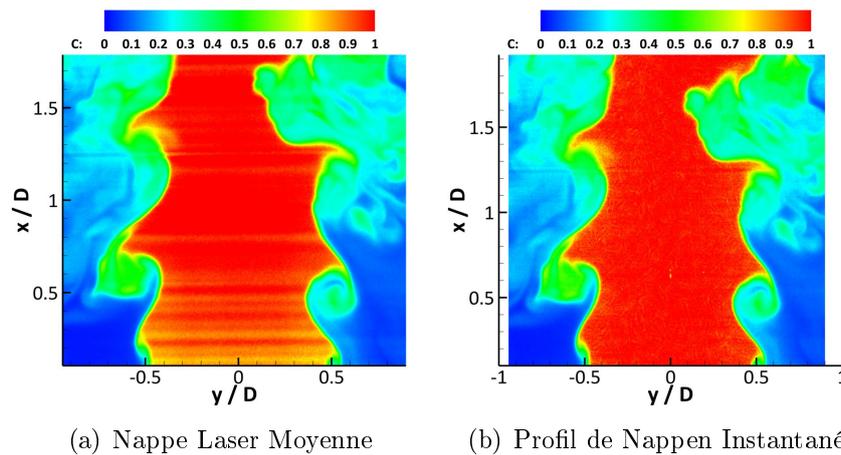


FIGURE 4.7 – Comparaison entre la correction d'une image de PLIF instantanée par une nappe laser moyenne et un profil de nappe instantané.

Lorsque cette solution n'est pas envisageable, nous avons mis au point une technique peu coûteuse de normalisation tir-à-tir. Nous prélevons une partie de la nappe laser avant son entrée dans la chambre, grâce à une lame séparatrice. Le faisceau réfléchi vient ensuite impacter un support, Fig. 4.8. Ceci nous permet d'obtenir dans le visible, une image de nappe instantanée enregistrée par une nouvelle caméra. Après quelques manipulations, ce profil est ensuite utilisé pour corriger et normaliser tir-à-tir les images brutes obtenues avec la PIMAX. Nous avons choisi d'utiliser une caméra XIMEA (modèle MQ013MG-E2) munie d'un capteur CMOS 1280 x 1024 pixels, qui présente l'avantage d'être peu encombrante et peu coûteuse. Néanmoins,

l'emploi d'une caméra différente de celle utilisée pour enregistrer les images brutes a entraîné de nombreuses difficultés techniques, détaillées dans la suite.

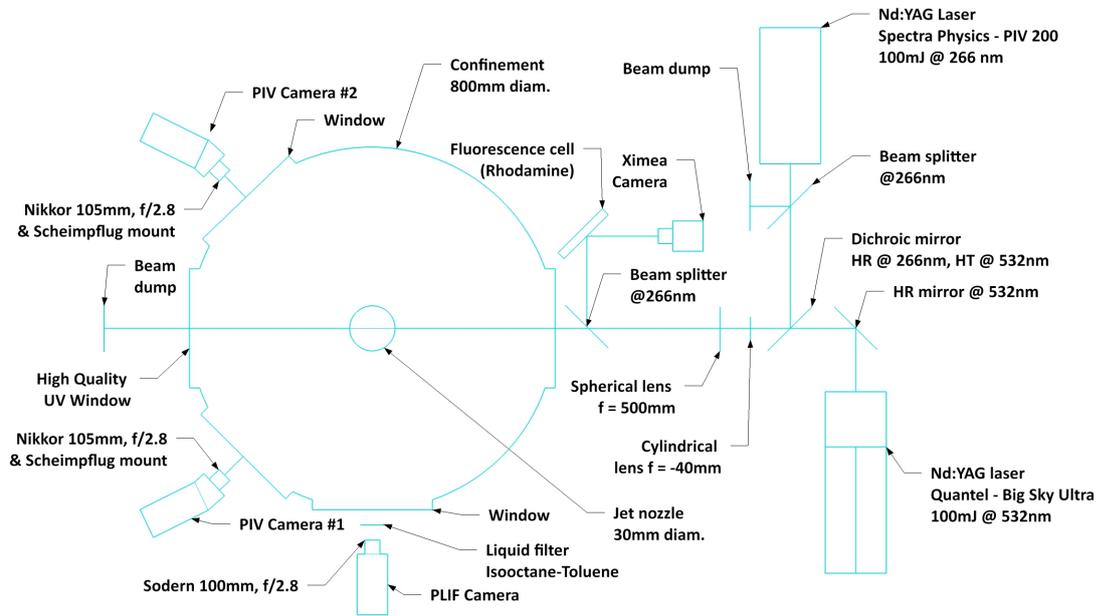


FIGURE 4.8 – Schéma du dispositif optique modifié pour la correction tir-à-tir.

La première étape de notre méthode consiste à faire correspondre les champs enregistrés par la XIMEA et par la PIMAX, ce qui revient en réalité à déterminer le grandissement de la XIMEA. A titre d'exemple, les pixels 60 et 980 sur la XIMEA correspondent aux pixels 1 et 1024 sur la PIMAX. Cette étape est non seulement nécessaire pour sélectionner la partie de la nappe laser vue par la caméra intensifiée, mais aussi pour faire correspondre pixel à pixel les deux capteurs. Dans un second temps, nous avons besoin de connaître la correspondance entre la dynamique de la XIMEA et celle de la PIMAX pour pouvoir normaliser les images. Pour la déterminer, des images d'une zone couvrant toute la hauteur du capteur de la PIMAX et de concentration connue (typiquement, $C=1$) sont enregistrées simultanément avec la XIMEA et la PIMAX. Le point clef de cette calibration est d'utiliser exactement la même concentration de traceur que celle employée lors des campagnes de mesure. Nous faisons ensuite varier l'énergie laser, grâce à une autre lame séparatrice placée en sortie du laser de PLIF, pour couvrir le maximum de dynamique possible. Après quoi, nous traçons la correspondance entre les deux signaux. Cette réponse est ensuite approchée par une droite. L'originalité de cette méthode consiste à réaliser cette calibration sur chaque pixel du capteur XIMEA. En effet, rien de nous permet d'affirmer que la réponse de celui-ci est identique sur toute sa hauteur, Fig. 4.9. Pour plus de clarté, le

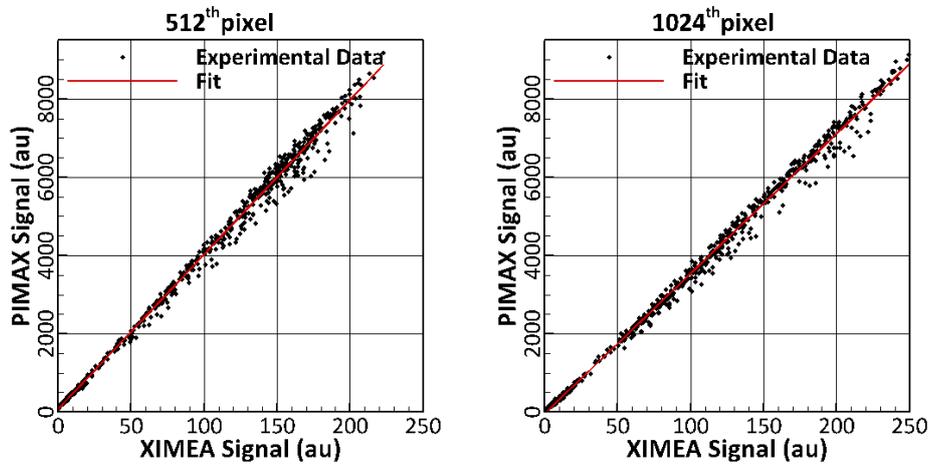


FIGURE 4.9 – Exemple de calibration pour une position dans le capteur XIMEA.

processus de calibration dans sa totalité est schématisé sur la Figure. 4.10.

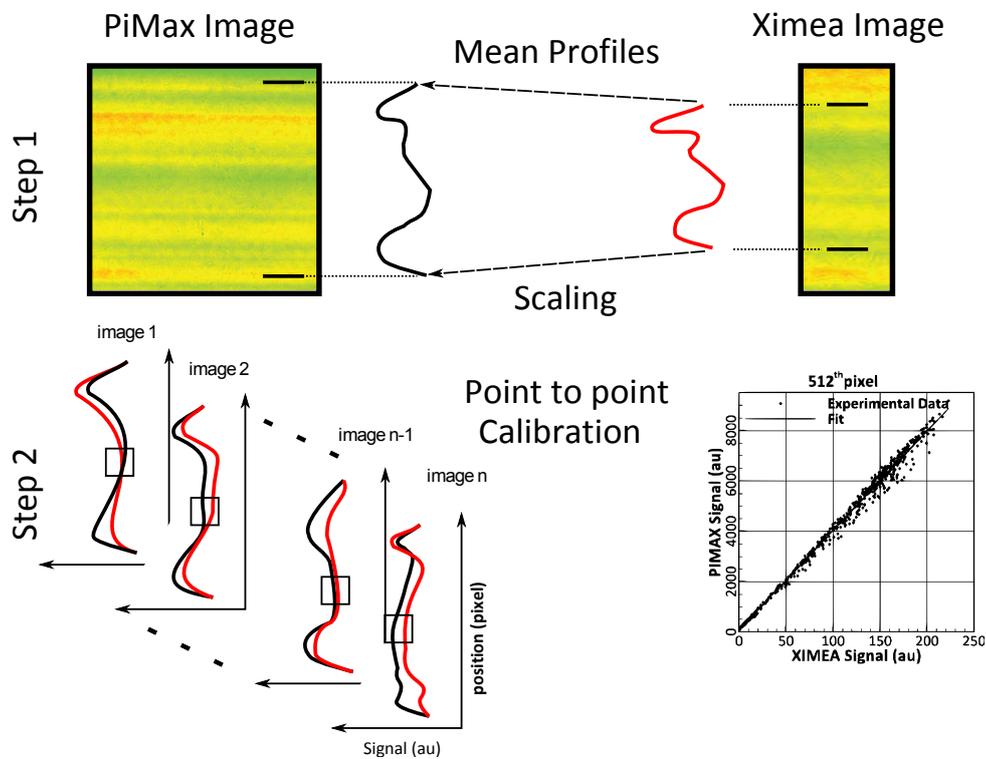


FIGURE 4.10 – Schéma de principe du processus de calibration.

L'une des difficultés rencontrées consiste donc à trouver un support qui ne se dégrade pas sous les impacts laser successifs. En effet, si la réponse du système change sous un temps plus court que la durée de la série de mesures, la calibration établie n'est alors plus pertinente. On observe ainsi, Fig. 4.11(a), qu'une simple plaque métallique peinte n'est pas adéquate dans

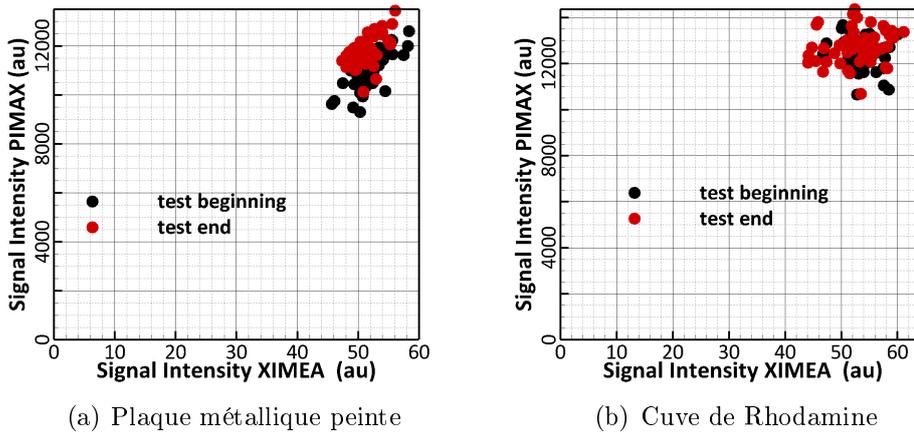


FIGURE 4.11 – Évolution de la réponse temporelle du capteur obtenue sur une plaque métallique peinte, gauche, et dans une cuve contenant de la Rhodamine en circulation, droite.

notre configuration, puisque sa réponse varie après seulement 200 impacts. À l'inverse, une cuve contenant un mélange de rhodamine et d'éthanol en circulation présente une réponse constante, Fig. 4.11(b).

Enfin, la dernière étape concerne les mesures proprement dites. Les images de l'écoulement et de la nappe instantanée correspondante sont enregistrées par les deux caméras. Puis, les calibrations précédemment établies sont utilisées pour projeter le signal XIMEA sur la dynamique de la PIMAX. Ce profil est ensuite utilisé pour corriger et normaliser les images brutes. La comparaison du résultat obtenu en utilisant le cœur potentiel, Fig. 4.12(c), ou la nappe laser externe, Fig. 4.12(b) pour la correction et la normalisation des images brutes, nous permet d'illustrer les très bons résultats obtenus avec cette méthode.

Pour une estimation plus quantitative, nous pouvons également comparer les profils de concentration à deux hauteurs différentes, obtenus en corrigeant et normalisant avec le cœur potentiel ou avec la nappe externe, Fig. 4.2.3.

La différence entre les deux techniques est minime et nous permet d'affirmer que nous diminuons nettement l'erreur que nous aurions obtenue en normalisant avec une nappe moyenne.

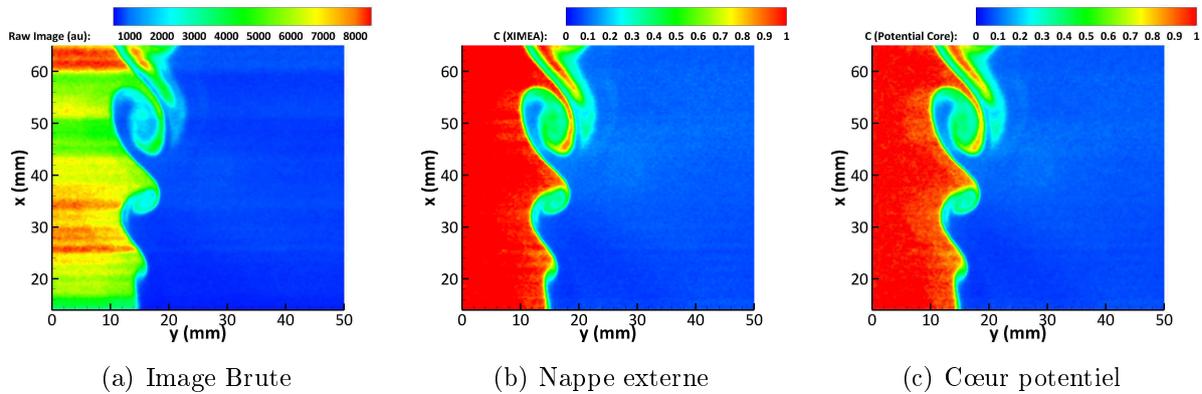


FIGURE 4.12 – Illustration de la correction d’une image instantanée par une nappe externe, comparaison avec la correction par le cœur potentiel.

4.2.4 Résolution spatiale

Dans cette section nous traitons un point important du travail expérimental : la résolution du diagnostic employé. En effet, les résultats obtenus doivent être analysés en gardant à l’esprit la limitation imposée par ce paramètre. Il existe différentes techniques pour déterminer la précision spatiale d’une caméra ; nous avons choisi d’employer celle exposée par Boutin (2010). Celle-ci consiste à déterminer la fonction de transfert de la caméra en imageant un échelon, Fig. 4.14(a). Les conditions d’acquisition de l’image de lame (bruit, signal maximal, gain) doivent être aussi proches que possible des conditions expérimentales. Dans le cas d’une caméra idéale, le gradient obtenu serait un pic de Dirac et la réponse de la caméra, déterminée en réalisant la transformée de Fourier du gradient, serait infinie. En réalité, le gradient n’est pas infiniment fin, Fig. 4.14(b), et la réponse de la caméra s’atténue en allant vers les hautes fréquences. La transformée de Fourier normalisée de ce gradient peut être assimilée à un taux de contraste. On considère que la fréquence de coupure est atteinte lorsqu’on ne peut plus distinguer un trait noir d’un trait blanc.

Ceci équivaut à une énergie spectrale de 10%. La résolution spatiale de la caméra équivaut à deux fois l’inverse de cette grandeur. Dans notre configuration, nous obtenons une résolution de $600 \mu\text{m}$.

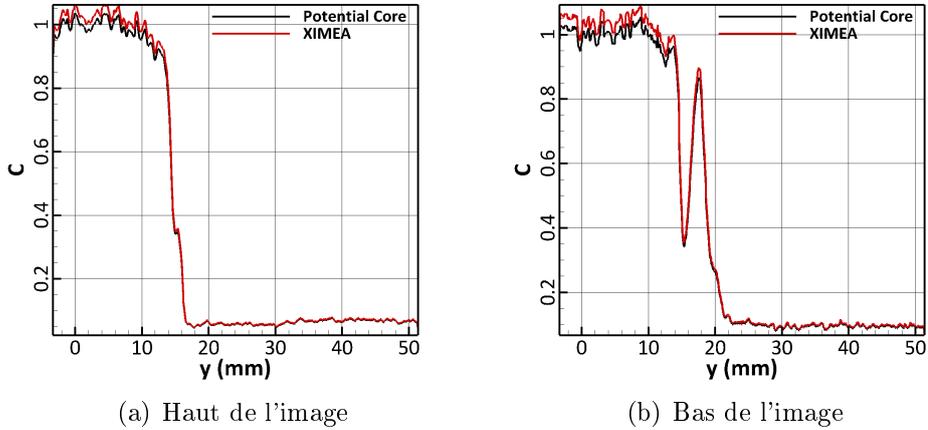


FIGURE 4.13 – Comparaison sur un profil de concentration de la correction d'une image instantanée par une nappe externe et par le cœur potentiel.

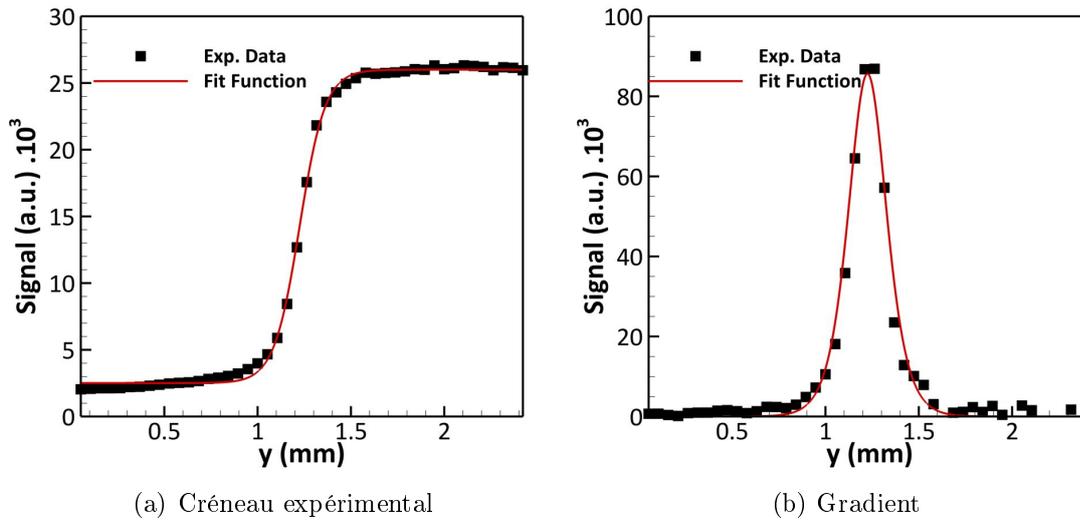


FIGURE 4.14 – Profil expérimental de la lame de cutter et de son gradient.

4.3 Conclusions

Dans cette section, nous avons rappelé les principes théoriques des différentes techniques de diagnostic laser employées lors de cette thèse. Outre la mise en place expérimentale de ces outils, nous avons également détaillé la création d'une technique de correction ex-situ des images de fluorescence induite par laser. Les nombreuses difficultés techniques rencontrées, ainsi que

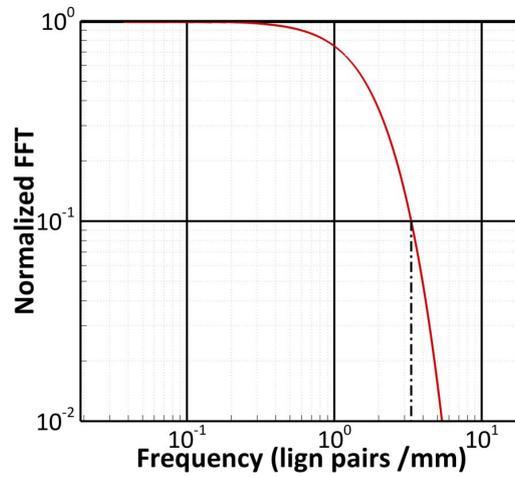


FIGURE 4.15 – Détermination de la fréquence de coupure de la caméra de PLIF.

les points clés de son utilisation ont été exposés. Les résultats extrêmement satisfaisants de cette technique, associés à son faible coût, laissent présager de très intéressantes perspectives pour des mesures de PLIF quantitatives. Ainsi, elle sera désormais, et le plus systématiquement possible, utilisée par différents groupes du laboratoire travaillant avec de la fluorescence induite par laser.

Chapitre 5

Mise en évidence des disparités entre les écoulements CVF et VVF

5.1	Statistiques dans le champ très proche (0-2D)	98
5.1.1	Nombre de Reynolds de 8000	98
5.1.2	Nombres de Reynolds d'injection identiques	103
5.1.3	Nombre de Reynolds de 20000	104
5.2	Statistiques dans le champ proche (4.5-6D)	109
5.2.1	Nombre de Reynolds de 8000	109
5.2.2	Nombre de Reynolds de 16000	110
5.3	Conclusions	116

Les raisons pour que les jets axisymétriques turbulents fassent partie des écoulements les plus étudiés dans la littérature sont multiples. Tout d'abord, ils interviennent dans de nombreuses problématiques industrielles telles que l'injection de combustible dans un moteur, ou encore l'émission de polluants par les cheminées d'usines par exemple. D'un point de vue fondamental, la propriété d'axisymétrie (invariance des statistiques par rotation sur tout plan perpendiculaire à l'axe de symétrie) permet de simplifier les calculs des études théoriques. La terminologie de "jet homogène" indique ici que le fluide injecté et celui ambiant sont les mêmes (jet d'air dans de l'air, par exemple) et non pas que les statistiques sont homogènes (*i.e.*, invariantes par translation).

Selon Abramovich (1963), le cas le plus simple est celui où le champ de vitesse du fluide injecté est uniforme, et où la vitesse du fluide hôte est très proche de zéro, ce qui correspond à la

configuration étudiée lors de cette thèse. L'auteur décrit alors l'évolution du jet. Initialement, la couche de mélange (frontière entre les fluides injecté et ambiant) a une épaisseur égale à l'épaisseur de la lèvre de l'injecteur, qui croît ensuite au fur et à mesure en pénétrant dans la zone potentielle du jet à mesure que la distance à l'orifice d'injection augmente. Ceci entraîne l'augmentation de la section du jet et la formation d'un cœur potentiel. Ce dernier est défini comme le noyau où la vitesse locale est égale à la vitesse d'injection. Trois zones réparties le long de l'axe du jet peuvent alors être distinguées, Fig. 5.1. La région initiale (ou champ

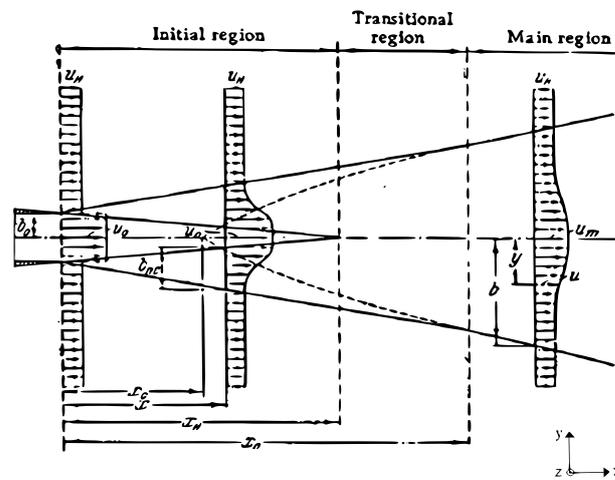


FIGURE 5.1 – Description schématique des principales régions d'un jet, selon Abramovich (1963).

proche) est, comme son nom l'indique, la première d'entre elles. Elle contient le cœur potentiel et s'achève avec lui. Vient ensuite la zone de transition, de taille très courte et ne présentant pas de propriétés intéressantes, elle est très peu étudiée dans la littérature. Enfin, c'est dans la région principale (ou champ lointain) qu'apparaît l'une des propriétés fondamentales des jets : **l'autosimilitude**. Cela signifie, qu'à partir d'une certaine distance axiale les statistiques normalisées par des quantités locales (variables d'autosimilitude) sont invariantes, Fig. 5.2. Dans le cas du jet, les variables d'autosimilitude sont : $\bar{U}(x, 0) = \bar{U}_c$ et $y_{1/2}(x)$ tel que $u(x, y_{1/2}) = 0.5 \times \bar{U}_c$. On peut donc définir la variable adimensionnée $\xi(x) = \frac{y}{y_{1/2}(x)}$ et, par exemple, exprimer $\bar{U}(x, \xi)$ (où, x est fixé) sous la forme d'une Gaussienne :

$$\bar{U}(x, \xi) = U_c(x) \times \exp(-k\xi^2), \quad (5.1)$$

où k est une constante pour l'écoulement et où la coordonnée x est prise par rapport au point

source dont semble être issu le jet, appelé **origine virtuelle** (x_0 sur la figure 5.1).

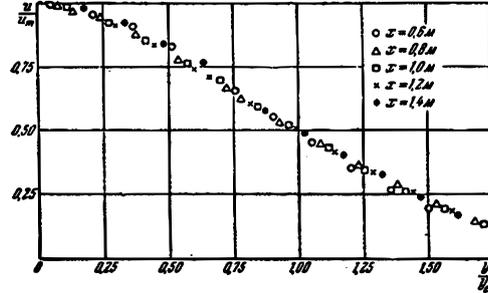


FIGURE 5.2 – Illustration de l'autosimilarité par la représentation de profils adimensionnés $U^*(x, \xi) = \frac{u(x, \xi)}{U_c(x)}$ en fonction de $\xi(x) = \frac{y}{y_{1/2}(x)}$, d'après Abramovich (1963).

Townsend (1976) postule que cet état autosimilaire (asymptotique) n'est fonction que de la quantité de mouvement injectée initialement et est indépendant de l'allure du profil de vitesse initial. Or, Antonia & Zhao (2001) ou encore Mi *et al.* (2001) montrent que les états autosimilaires des fluctuations de vitesse pour un jet issu d'un convergent (profil initial "top hat"), ou pour un écoulement issu d'une conduite, sont différents, Fig. 5.3. Ainsi, même en

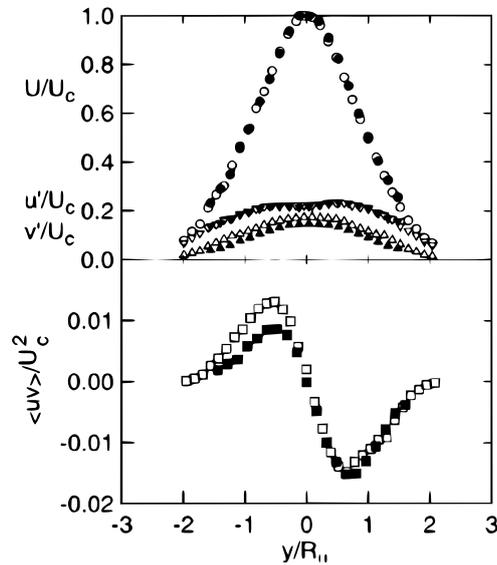


FIGURE 5.3 – Impact des conditions initiales d'injection sur les profils de vitesse selon Antonia & Zhao (2001). Symboles pleins : jet issu d'une conduite, symboles ouverts : jet issu d'un convergent.

champ lointain, les effets des conditions initiales sont encore perceptibles. En choisissant de

comparer des jets issus d'une même géométrie, nous nous assurons ainsi de nous affranchir de cette dépendance dans la quantification des effets visqueux.

5.1 Statistiques dans le champ très proche (0-2D)

Ces statistiques seront présentées pour deux nombres de Reynolds, basés sur la viscosité du propane, différents, viz. égal à 8000 et égal à 20000. **Toutefois, les comparaisons avec le jet d'azote seront effectuées à même quantité de mouvement initiale**, Tab. 5.1. Une section sera dédiée à la comparaison du jet d'azote et du jet de propane à même nombre de Reynolds d'injection.

M_0 ($kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}$)	2.5	5.7	10.1	15.7	22.7
Re_{VVF}	8000	12000	16000	20000	24000
Re_{CVF}	2900	4300	5700	7100	8600

TABLE 5.1 – Tableau récapitulatif des conditions opératoires

5.1.1 Nombre de Reynolds de 8000

Les statistiques moyennes sont un outil simple pour visualiser les différences entre les jets à viscosité variable et ceux à viscosité constante. Dans le cas du nombre de Reynolds le plus faible étudié lors de cette thèse (nombre de Reynolds égal à 8000), des différences de comportement drastiques sont déjà observables, à un diamètre de l'injection. Pour preuve, la décroissance de la vitesse axiale moyenne a déjà commencé dans la configuration VVF, Fig. 5.4(a). En revanche, dans le jet d'azote, le "top hat" initial est toujours clairement visible.

En ce qui concerne la vitesse radiale moyenne, la différence majeure porte sur l'expansion latérale du jet de propane. En effet, le pic positif de \bar{V} est bien supérieur à celui observé dans le jet d'azote, Fig. 5.4(b). En revanche, si, dans la configuration à viscosité constante, le pic négatif de \bar{V} croît entre $x/D = 1$ et $x/D = 2$, cela n'est pas le cas pour le jet de propane. Celui-ci est de plus fortement éloigné de l'axe du jet. Ces observations révèlent la nature différente des processus régissant le mélange dans ces deux configurations. Ce point sera traité en détail dans le chapitre suivant.

Intéressons-nous maintenant aux grandeurs fluctuantes dans les deux jets. Les fluctuations de vitesse axiale sont clairement plus importantes dans le cas VVF, confirmant les observations

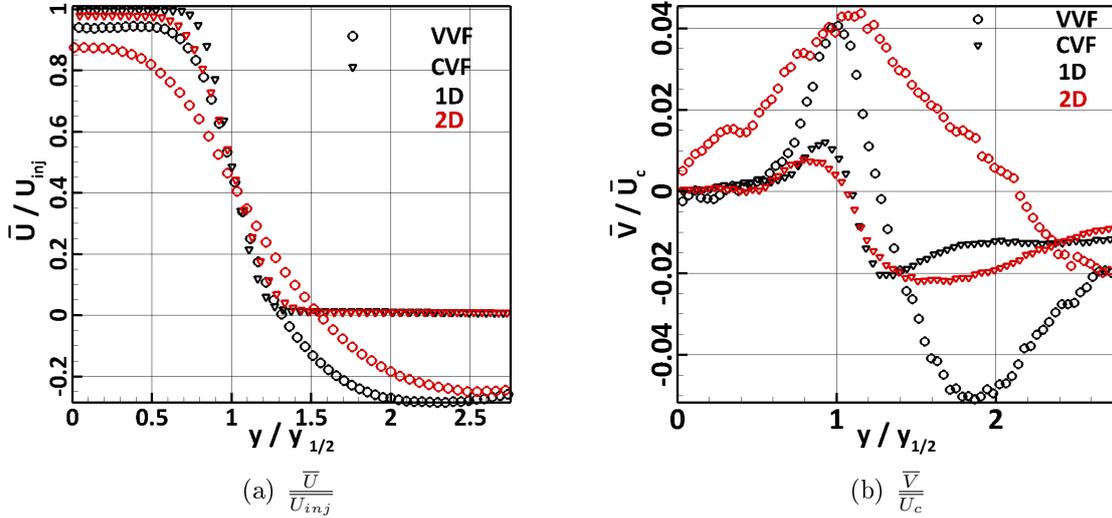


FIGURE 5.4 – Profils des vitesses moyennes axiales, gauche, et radiales, droite, dans les cas CVF et VVF. Nombre de Reynolds = 8000. Symboles noir $x = 1D$; symboles rouges $x = 2D$.

de Talbot (2009), Fig. 5.5(a). En ce qui concerne les fluctuations longitudinales, celles-ci sont également bien plus intenses dans le jet de propane à un diamètre de l'injection, Fig. 5.5(b), révélant une naissance plus rapide de ces dernières. En $x/D = 2$, on observe une décroissance du pic caractéristique de la zone de cisaillement dans le jet à viscosité variable. Cette observation, associée à l'augmentation des fluctuations sur l'axe du jet, nous indique une isotropisation plus rapide dans le cas VVF. Pour preuve, si nous traçons le rapport $\frac{\overline{v'^2}^{1/2}}{\overline{u'^2}^{1/2}}$, le plateau à 1.3, classique dans les jets turbulents, selon Burattini *et al.* (2005), se dessine déjà dans le jet de propane, Fig. 5.6.

Une fois encore, ces conclusions viennent confirmer les résultats obtenus par Talbot (2009) lors de sa thèse.

Tout comme Talbot (2009), nous avons choisi de comparer les configurations CVF et VVF en leur attribuant la même quantité de mouvement initiale (i.e la même énergie cinétique). Or, la cartographie de l'énergie cinétique turbulente, Fig. 5.7, nous permet d'observer que cette dernière est bien plus intense dans le jet de propane que dans le jet d'azote. Les conditions initiales étant identiques pour les deux jets, nous attribuons cette disparité aux termes supplémentaires, dus aux gradients de viscosité, présents dans le bilan d'énergie cinétique des écoulements à viscosité variables, établi par Talbot *et al.* (2013).

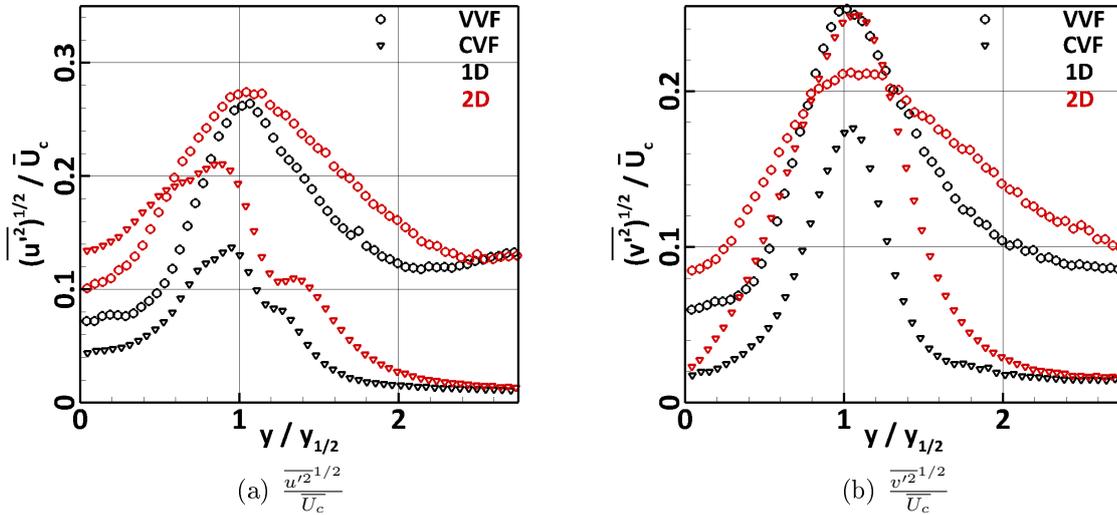


FIGURE 5.5 – Profils des fluctuations axiales normalisées par \overline{U}_c , gauche, et radiales, droite, pour les cas *CVF* et *VVF*. Nombre de Reynolds = 8000.

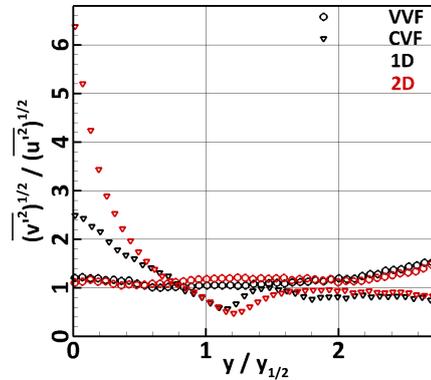


FIGURE 5.6 – Profils du rapport $\frac{v'^2^{1/2}}{u'^2^{1/2}}$ dans les cas *CVF* et *VVF*. Nombre de Reynolds = 8000.

L'étude du champ scalaire conforte les conclusions tirées précédemment. De plus, elle nous apporte des informations supplémentaires sur le développement du jet et l'avancement du mélange, pour chacun des cas présentés dans cette section. En effet, la cartographie de la fraction molaire moyenne de fluide injecté, confirme par exemple le développement latéral plus important du jet de propane, Fig. 5.8. Mais, elle nous permet également de constater une frontière moins nette avec le milieu ambiant. Ce point particulier est attribué au mélange par diffusion

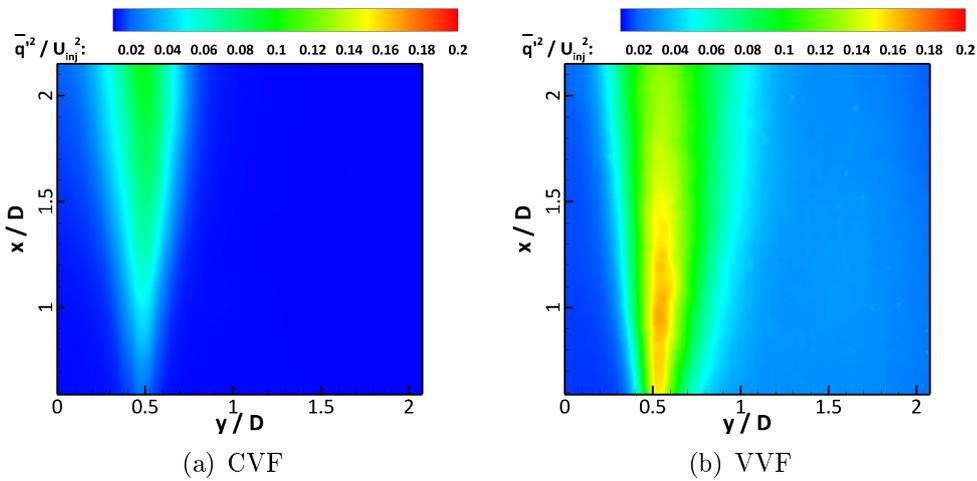


FIGURE 5.7 – Cartographie de l'énergie cinétique turbulente, normalisée par le carré de la vitesse d'injection. Nombre de Reynolds = 8000.

visqueuse fortement accentué dans le jet de propane.

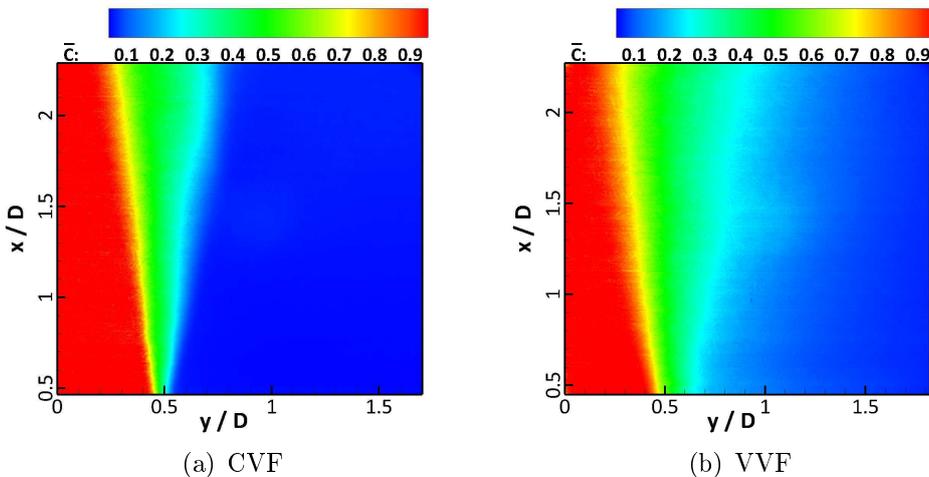


FIGURE 5.8 – Valeur moyenne de la fraction molaire de fluide injecté, entre 0.5 et 2 diamètres, $y = 0$ correspond à l'axe du jet. Nombre de Reynolds = 8000.

La répartition de l'écart-type de la fraction molaire de fluide injecté, nous permet de conclure que le cœur potentiel du jet de propane est fortement réduit par rapport au cas CVF, Fig. 5.9. On constate même la présence de fluctuations (certes faibles) sur l'axe du jet, en haut du champ. Toutes ces observations suggèrent un mélange plus avancé dans le jet de propane que dans le jet d'azote. Pour confirmer ces conclusions, nous avons tracé la fonction densité de

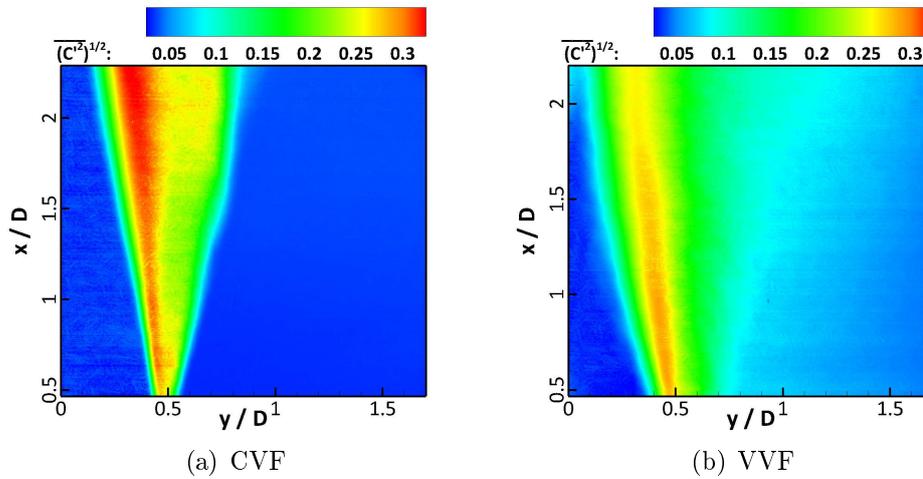


FIGURE 5.9 – Écart-type de la fraction molaire de fluide injecté, entre 0.5 et 2 diamètres. Nombre de Reynolds = 8000.

probabilité (pdf) de la fraction molaire de fluide injecté, conditionnée à la position $x/D = 2$. Si nous perdons ici l'information concernant la localisation radiale, nous obtenons en revanche des indications quant à la qualité du mélange réalisé à cette position axiale. Ainsi, la distribution

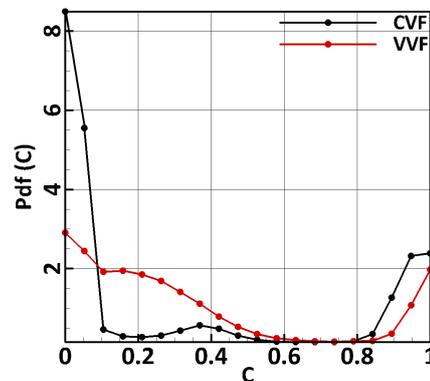


FIGURE 5.10 – Fonction densité de probabilité de la fraction molaire moyenne de fluide injecté, à 2 diamètres. Nombre de Reynolds = 8000.

clairement bimodale dans l'azote, Fig. 5.10, nous indique un mélange superficiel. Dans le cas VVF, les valeurs des maxima locaux (en $C = 0$ et $C = 1$) sont clairement inférieures à celles du jet d'azote. Cette constatation, associée à l'augmentation de la probabilité de rencontrer des valeurs de C intermédiaires, confirme un mélange plus avancé dans la configuration VVF.

5.1.2 Nombres de Reynolds d'injection identiques

L'un des arguments couramment avancés pour justifier les disparités exposées précédemment, repose sur la différence entre les nombres de Reynolds d'injection pour les deux configurations. Pour répondre à cette objection, nous présentons dans cette sous-section une comparaison *VVF / CVF* où ce paramètre est identique (i.e., nombre de Reynolds égal à 8000).

La représentation des profils de vitesses moyennes, Fig. 5.11(a), et fluctuantes, Fig. 5.11(b), nous permet de montrer que les observations réalisées dans la section précédente sont toujours applicables ici. En effet, bien que les différences entre les deux configurations soient très légèrement minimisées, les tendances explicitées précédemment sont loin de s'inverser.

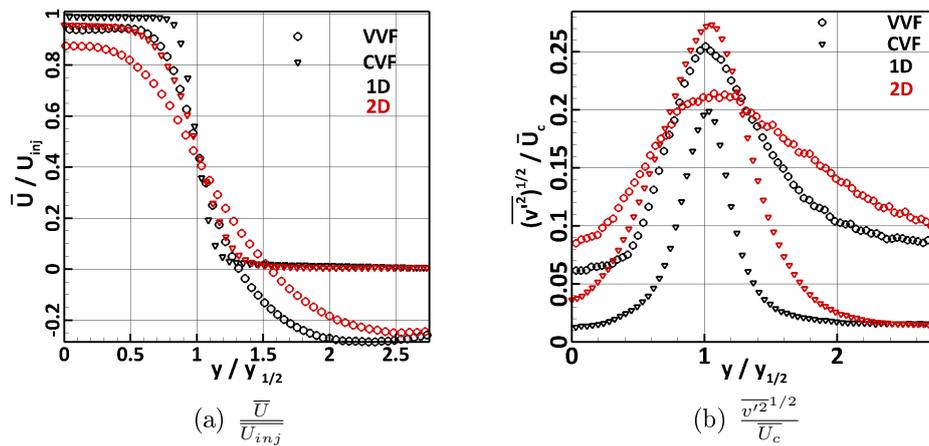


FIGURE 5.11 – Profils des statistiques moyennes normalisées par \bar{U}_{inj} , gauche, fluctuantes normalisées par \bar{U}_c , droite, dans les cas CVF et VVF. Nombres de Reynolds d'injection identiques (≈ 8000).

Les cartographies des champs de fraction molaire moyenne, Fig. 5.12, et fluctuante, Fig. 5.13, viennent conforter les conclusions tirées des champs de vitesse. Le cœur potentiel est toujours plus fin dans le jet de propane, Fig. 5.12, et les fluctuations réparties sur une zone bien plus large, Fig. 5.13.

Ainsi, ces résultats nous permettent de compléter les conclusions de Talbot (2009). En effet, nous pouvons désormais affirmer que les différences de comportement observées entre le jet de propane et le jet d'azote ne sont pas dues à des effets de Reynolds, mais bien à des effets de viscosité.

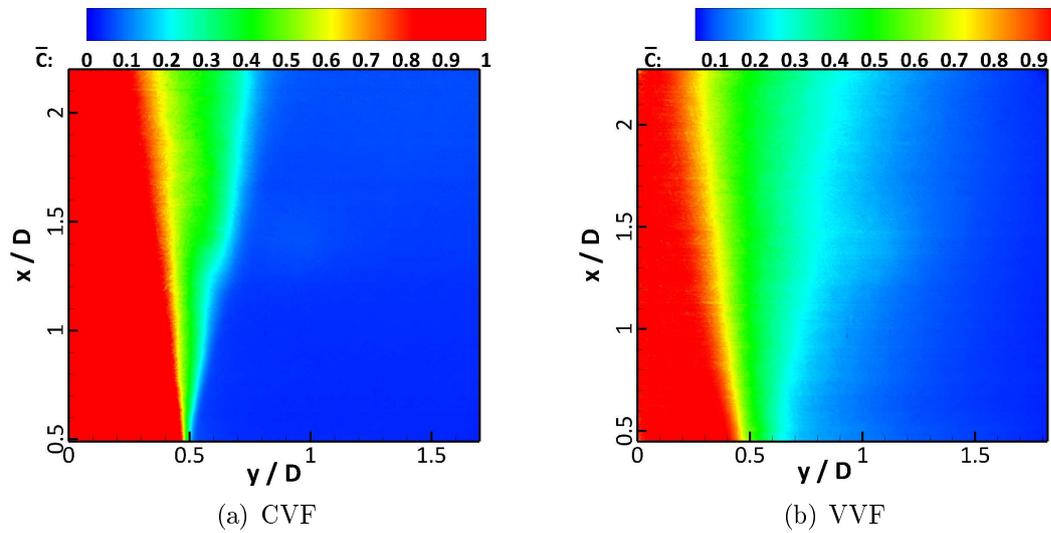


FIGURE 5.12 – Champ de fraction molaire moyenne de fluide injecté, entre 0.5 et 2 diamètres. Nombres de Reynolds d’injection identiques (≈ 8000).

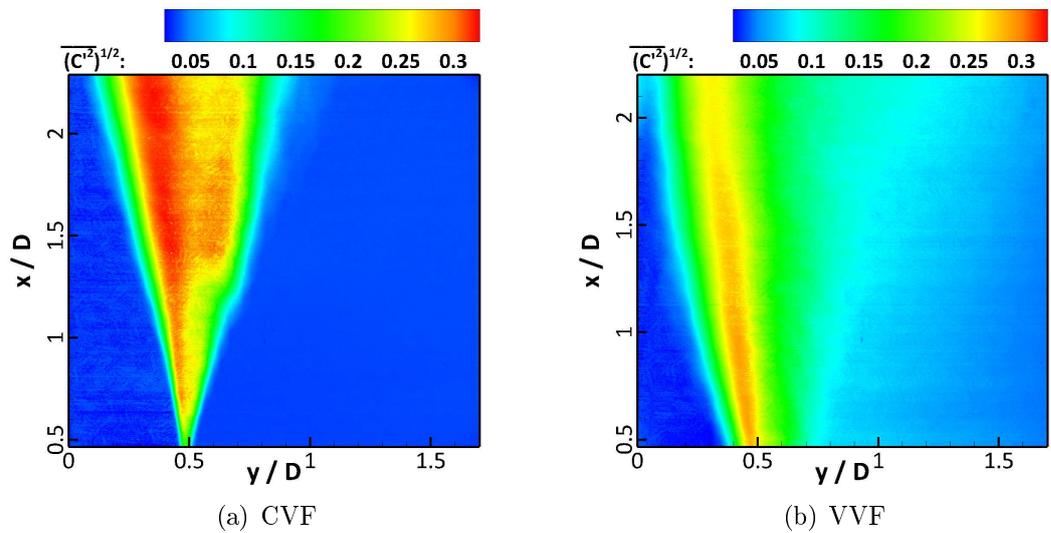


FIGURE 5.13 – Écart-type de la fraction molaire de fluide injecté, entre 0.5 et 2 diamètres pour le cas *CVF*, gauche, et *VVF*, droite. Nombres de Reynolds d’injection identiques (≈ 8000).

5.1.3 Nombre de Reynolds de 20000

Lorsque l’on augmente le nombre de Reynolds d’injection basé sur la viscosité du propane (nombre de Reynolds égal à 20000), le comportement du jet à viscosité variable se rapproche de

celui observé pour le jet d'azote. Ainsi, les profils de vitesse axiale moyenne dans les cas *CVF* et *VVF* sont par exemple beaucoup plus semblables, Fig. 5.14(a). En ce qui concerne la vitesse

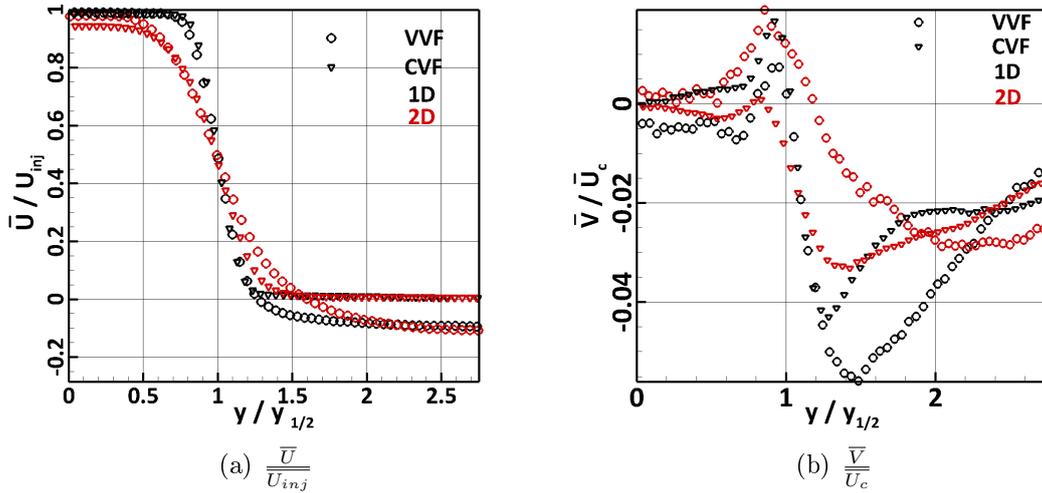


FIGURE 5.14 – Profils de vitesses moyennes axiales, gauche, et radiales, droite, dans les cas *CVF* et *VVF*. Nombre de Reynolds égal à 20000.

radiale moyenne, les différences entre les deux configurations sont plus marquées. En effet, le pic négatif de \bar{V} plus accentué dans le jet de propane suggère un entraînement plus important que dans le cas *CVF*.

Ici, les différences semblent majoritairement se concentrer sur les bords des jets. En effet, hormis à cet endroit, les fluctuations de vitesse axiale ne présentent que peu de différences, Fig. 5.15(a). Contrairement au cas du nombre de Reynolds de 8000, celles-ci sont toujours en phase de croissance, elles n'ont en effet pas encore atteint la valeur asymptotique $\frac{\overline{u'^2}^{1/2}}{\bar{U}_{inj}} \approx 0.26$. En ce qui concerne les fluctuations longitudinales, en $x/D = 1$ cette valeur est déjà atteinte, et l'on observe une décroissance des fluctuations entre un et deux diamètres, Fig. 5.15(b).

Il est intéressant de remarquer que, pour ce nombre de Reynolds, le mélange ne semble pas encore assez avancé pour que les gradients de viscosité influencent les statistiques sur l'axe du jet. Ceux-ci sont en revanche présents dans la direction radiale. Ainsi, les ilots visqueux amenés vers le centre du jet causent une déflexion des lignes de courant, entraînant des fluctuations plus intenses dans la direction perpendiculaire à l'axe du jet, Fig. 5.16.

Une fois encore, les statistiques du champ scalaire semblent conforter ces conclusions. En effet, les champs de fraction molaire moyenne de fluide injecté semblent présenter un compor-

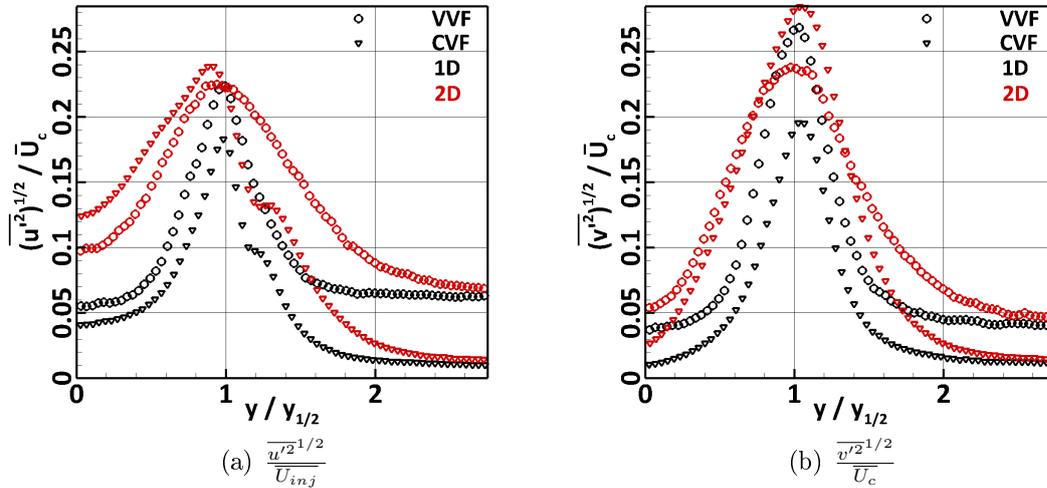


FIGURE 5.15 – Écart-types des fluctuations axiales, gauche, et radiales, droite, normalisées par \overline{U}_c , dans les cas *CVF* et *VVF*. Nombre de Reynolds égal à 20000.

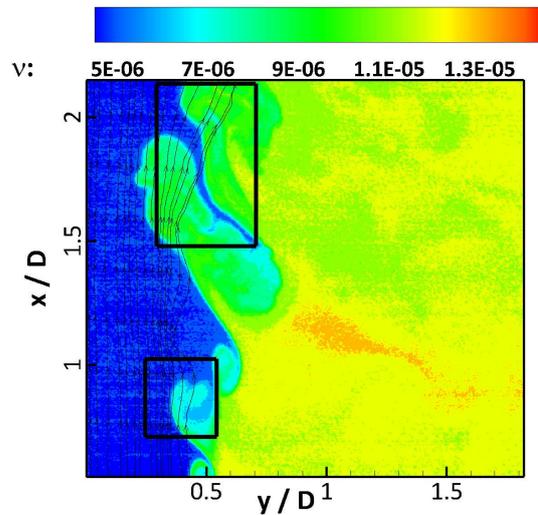


FIGURE 5.16 – Image instantanée du champ de viscosité et des lignes de courant.

tement beaucoup plus semblable. On peut néanmoins remarquer que, dans le jet de propane, la fraction molaire $\overline{C} = 0$ n'existe plus sur le champ moyen, Fig. 5.17(b). Nous supposons que ceci est dû à un écoulement de retour provenant des positions axiales supérieures. L'étude des fonctions densité de probabilité de la fraction molaire de fluide injecté, Fig. 5.18 met en lumière une différence plus marquée que celle observée via le champ dynamique. En effet, il semble qu'à

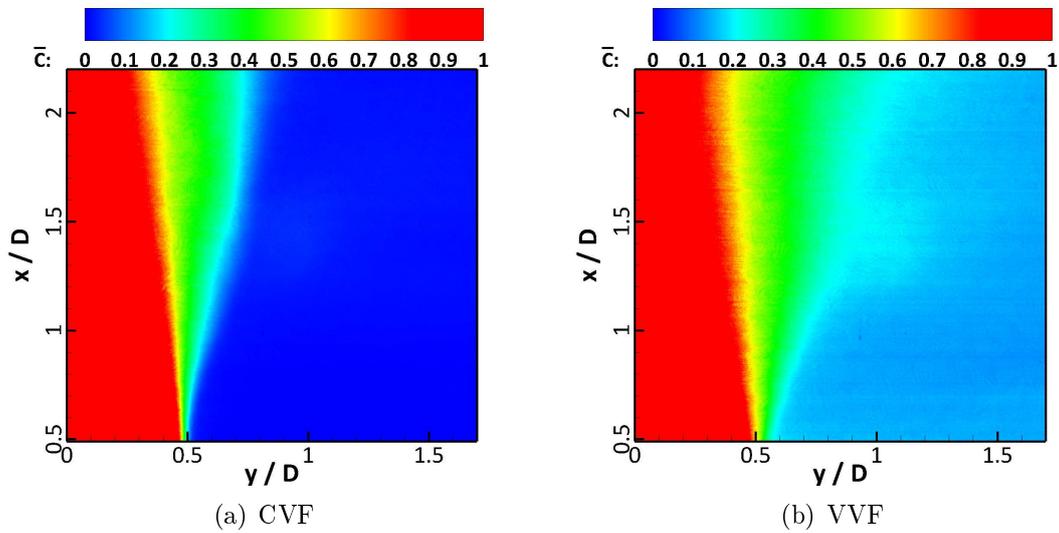


FIGURE 5.17 – Champ de fraction molaire moyenne de fluide injecté, entre 0.5 et 2 diamètres dans le cas *CVF*, gauche, et *VVF*, droite. Nombre de Reynolds égal à 20000.

deux diamètres de l'injection, le mélange soit légèrement plus avancé dans le jet de propane. On constate ainsi une légère différence dans la probabilité de rencontrer du fluide dont la fraction molaire est comprise entre 0.3 et 0.6.

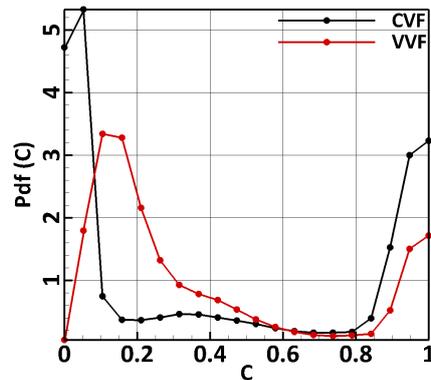


FIGURE 5.18 – Fonction densité de probabilité de la fraction molaire moyenne de fluide injecté, à deux diamètres. Nombre de Reynolds égal à 20000.

Les champs de fluctuation moyenne de la fraction molaire de fluide injecté vont d'ailleurs dans ce sens, Fig. 5.19. La valeur importante des fluctuations de concentration dans le jet d'azote s'explique par un mélange uniquement grande échelle. En effet, ce sont les tourbillons

de Kelvin-Helmholtz qui sont, ici, seuls responsables du mélange. Dans leurs zones d'influence, ils vont conduire à une alternance de $C = 0$ et $C = 1$ et donc à de fortes fluctuations. Dans

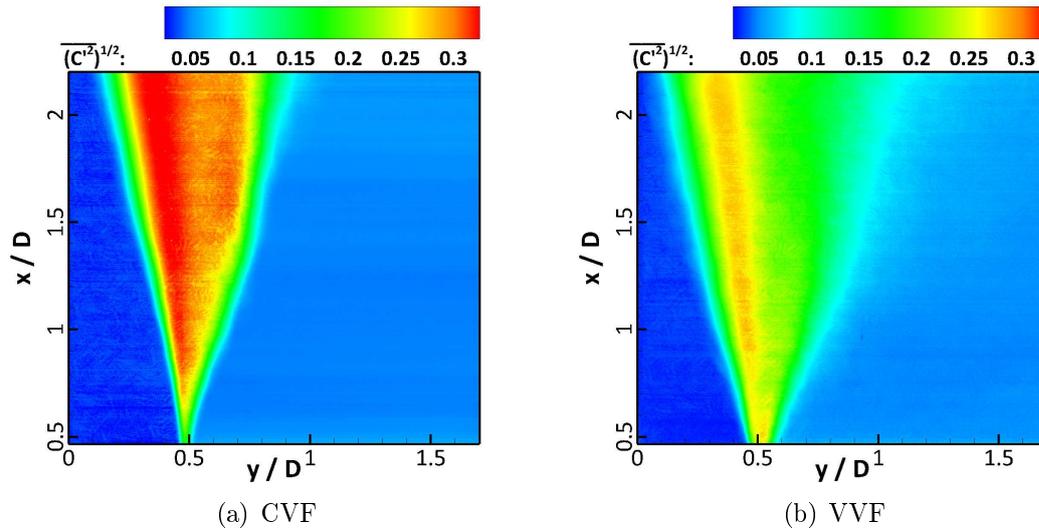


FIGURE 5.19 – Écart-type de la fraction molaire de fluide injecté, entre 0.5 et 2 diamètres, dans le cas *CVF*, gauche, et *VVF*, droite. Nombre de Reynolds égal à 20000.

la configuration *VVF*, le mélange étant légèrement plus avancé, le maximum de fluctuations rencontré est donc plus faible. De plus, la présence de ces dernières sur une plage plus large suggère un mélange réalisé sur une gamme d'échelle plus étendue.

Au terme de cette section, nous pouvons tirer plusieurs conclusions majeures. Tout d'abord, la comparaison des cas à même quantité d'énergie injectée et à même nombre de Reynolds d'injection nous permet d'affirmer que les disparités observées sont uniquement dues aux effets visqueux. Dans un second temps, il semble qu'augmenter le nombre de Reynolds conduise à une apparition franche de ces effets plus loin de l'injecteur. Pour vérifier cette hypothèse, nous avons réalisé des mesures plus en aval de l'injecteur ($x/D \in [4.5 - 6]$), présentées dans la section suivante.

5.2 Statistiques dans le champ proche (4.5-6D)

5.2.1 Nombre de Reynolds de 8000

Dans cette sous-section, nous allons nous focaliser sur le devenir du jet de propane à faible nombre de Reynolds étudié dans la section précédente. Lorsque l'on trace les profils de vitesse longitudinale moyenne, ceux-ci nous indiquent qu'en $x/D \approx 6$, le jet est complètement arrêté, Fig. 5.20(a). La superposition des champs scalaire et dynamique moyens, Fig. 5.20(b), nous

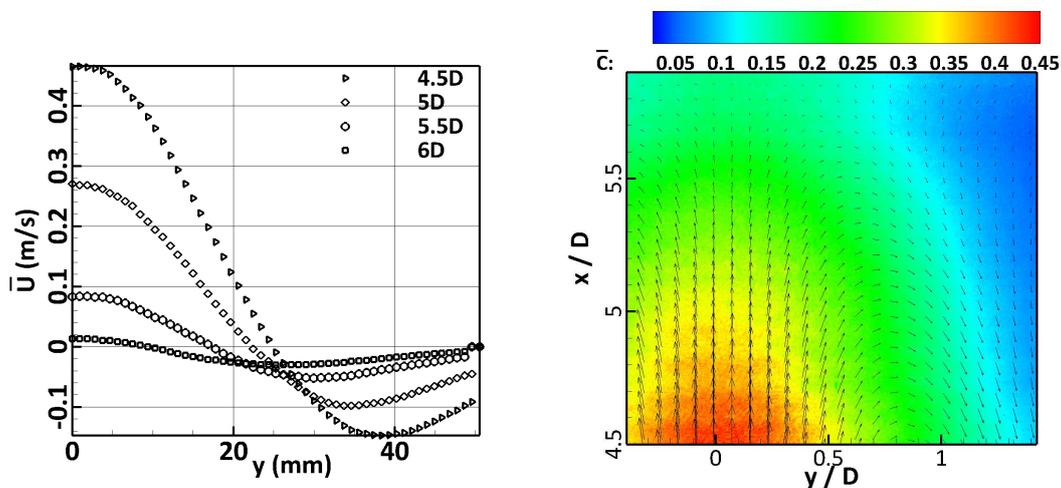


FIGURE 5.20 – Évolution des profils de vitesses moyennes axiales avec la distance à l'injection, gauche, et superposition du champ de fraction molaire moyenne de fluide injecté et du champ dynamique moyen, droite. VVF , nombre de Reynolds égal à 8000.

permet de visualiser la formation d'une fontaine turbulente, à rapprocher de celle étudiée par Campbell & Turner (1986). Dans leur étude, ce phénomène se produisait pour de grands ratios de viscosité. Dans notre configuration celui-ci est fixe, c'est l'énergie cinétique du jet qui varie (avec la distance à l'injecteur). Il semble que cette dernière ne soit plus suffisante pour franchir l'obstacle que constitue la viscosité du milieu ambiant. Passée cette position axiale, le mélange n'a donc plus lieu : il s'agit donc d'un cas limite de notre étude où les effets visqueux vont à l'encontre du mélange.

Ces propos peuvent être modérés par la représentation de la probabilité de présence de fluide non mélangé en fonction de la zone du champ considérée, obtenue à partir des 3000 champs instantanés, Fig. 5.21. En effet, même sur l'axe du jet, pour une position $x/D \approx 4.5$ cette dernière est extrêmement faible. On peut donc supposer que même si le fluide est arrêté

à six diamètres, un mélange efficace a par contre été réalisé en amont. Les effets observés ici

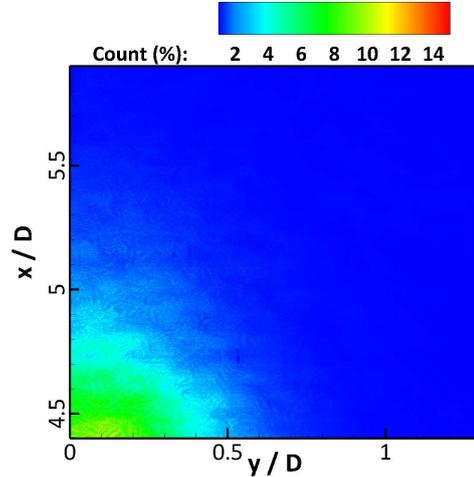


FIGURE 5.21 – Cartographie de la probabilité de présence de fluide non mélangé. Nombre de Reynolds égal à 8000.

résultent très certainement d'une combinaison des effets de gravité et des effets visqueux. Une analyse plus approfondie devra être menée par le biais d'une étude analytique des équations de la vitesse axiale moyenne.

5.2.2 Nombre de Reynolds de 16000

Dans la section précédente, nous avons émis l'hypothèse qu'augmenter le nombre de Reynolds décalait le moment d'apparition des effets visqueux. Nous allons donc ici vérifier ce point. En représentant la vitesse axiale moyenne pour les deux configurations, on observe que la différence minime perceptible à deux diamètres de l'injection s'est en effet accentuée en s'éloignant de l'injecteur, Fig. 5.22(a). Cette différence étant déjà notable à cinq diamètres de l'injection, Fig. 5.22(b).

L'accélération de la turbulence peut être évaluée en traçant la vitesse moyenne axiale en fonction des variables d'autosimilarité définies précédemment, viz. $y_{1/2}$ pour la coordonnée radiale et \overline{U}_c pour la vitesse, Fig. 5.23. La représentation de la vitesse moyenne sous cette forme permet de montrer que, si l'autosimilarité est atteinte pour les moments d'ordre 1 dans le jet de propane, Fig. 5.23(b) à partir de 4.5D, cela n'est pas encore le cas dans la configuration *CVF*, Fig. 5.23(a). Ces résultats confirment donc l'accélération de la turbulence dans les écoulements à viscosité variable. Ils sont de plus en adéquation avec ceux obtenus par Talbot (2009).

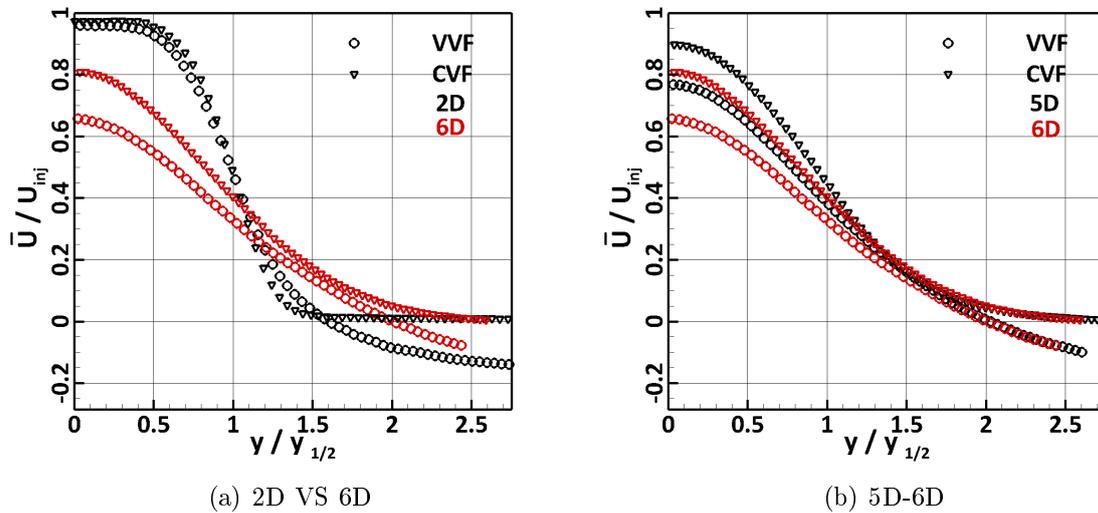
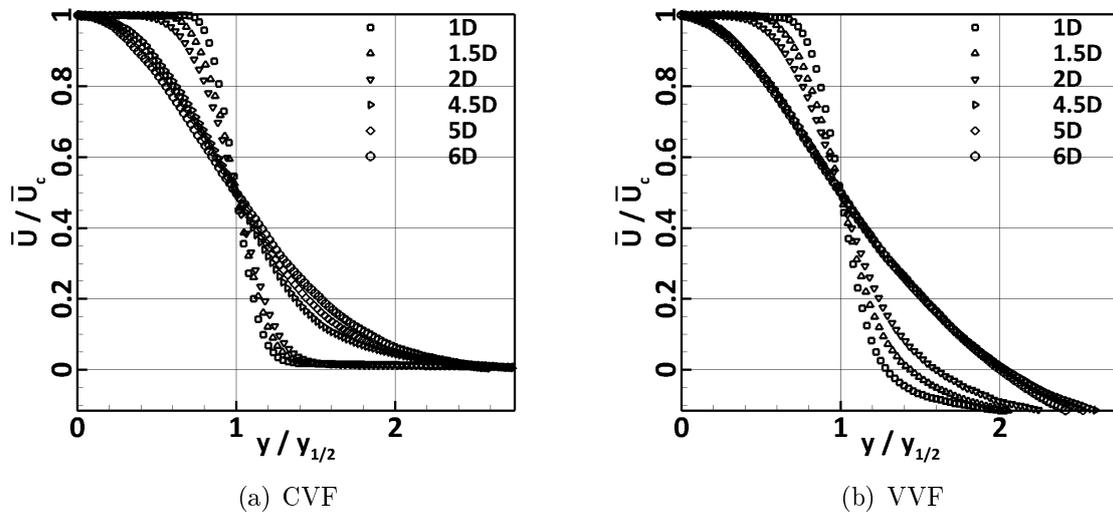


FIGURE 5.22 – Profils de vitesses axiales moyennes. Nombre de Reynolds égal à 16000.

FIGURE 5.23 – Profils de la vitesse axiale moyenne normalisée par \bar{U}_c en fonction de la variable d'autosimilarité dans le cas *CVF*, gauche, et *VVF*, droite. Nombre de Reynolds égal à 16000.

Enfin, les profils des fluctuations axiales et longitudinales révèlent des valeurs plus importantes dans l'écoulement à viscosité variable, Fig. 5.24. En outre, le creux caractéristique du cœur potentiel tend également à disparaître. Ainsi, nous retrouvons ici les différences mises en

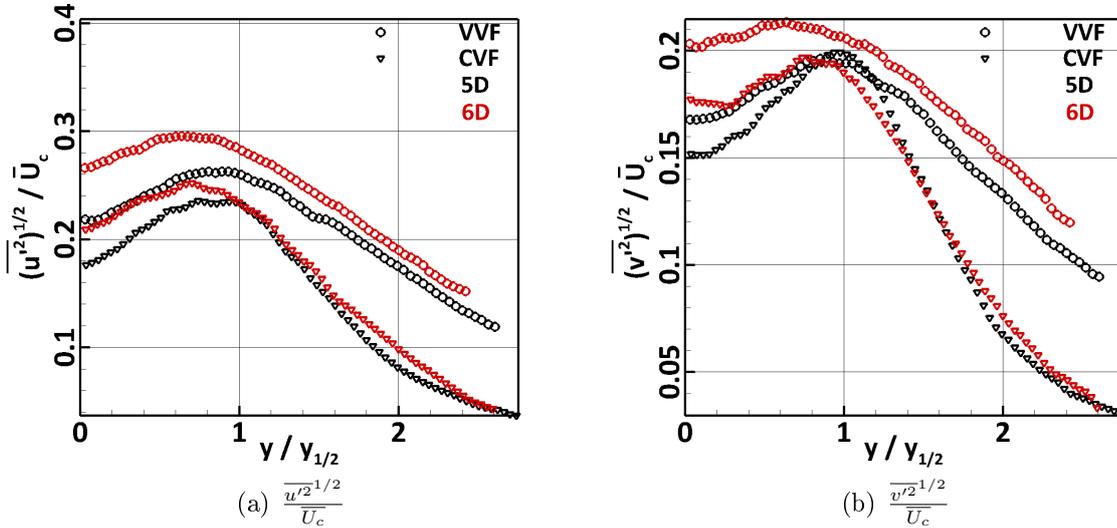


FIGURE 5.24 – Écart-types des fluctuations axiales, gauche, et radiales, droite, normalisées par \overline{U}_c , dans les cas *CVF* et *VVF*. Nombre de Reynolds égal à 16000.

évidence dans la section précédente pour le nombre de Reynolds de 8000. Cette turbulence plus développée dans le cas *VVF* laisse présager d'un mélange plus avancé dans cet écoulement à viscosité variable.

Étonnamment, l'étude de la cartographie de la fraction molaire moyenne de fluide injecté ne corrobore pas ces résultats, Fig 5.25. En effet, les valeurs moyennes de cette grandeur, sur l'axe notamment, sont plus élevées dans le jet de propane que dans le jet d'azote.

Pour tenter d'expliquer ce phénomène, nous nous sommes appuyés sur les images instantanées du jet à viscosité constante. Celles-ci font apparaître une sorte de battement du jet, Fig. 5.26. Ainsi, nous supposons que les grandeurs moyennes ne sont, dans ce cas, que peu représentatives du comportement de l'écoulement.

Une première confirmation de cette hypothèse peut être apportée par l'étude des fonctions densité de probabilité à cinq diamètres de l'injection, Fig. 5.27. En effet, à cette position en aval, cette statistique nous indique que, dans le jet de propane, la valeur de C la plus probable est d'environ 0.25. Si nous confrontons cette observation avec le champ moyen, Fig. 5.25(b), c'est en effet celle-ci qui est majoritairement présente. Or, dans le cas *CVF*, la pdf nous indique une valeur la plus probable autour de 0.15. Si nous nous référons une fois encore au champ moyen, cela ne correspond pas à ce que nous observons.

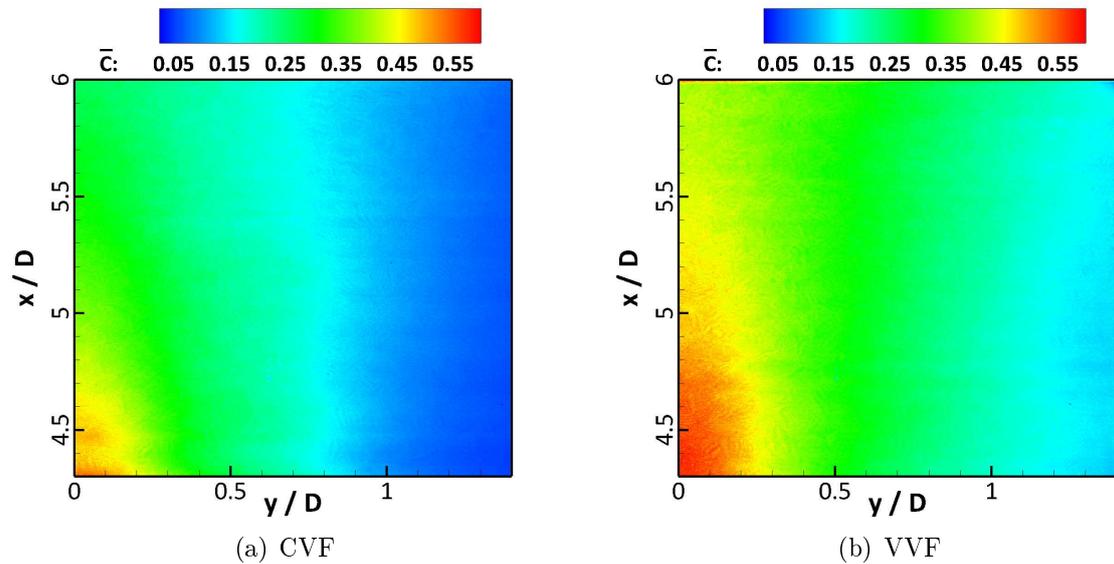


FIGURE 5.25 – Champs de fraction molaire moyenne de fluide injecté *CVF*, gauche, et *VVF*, droite. Nombre de Reynolds égal à 16000.

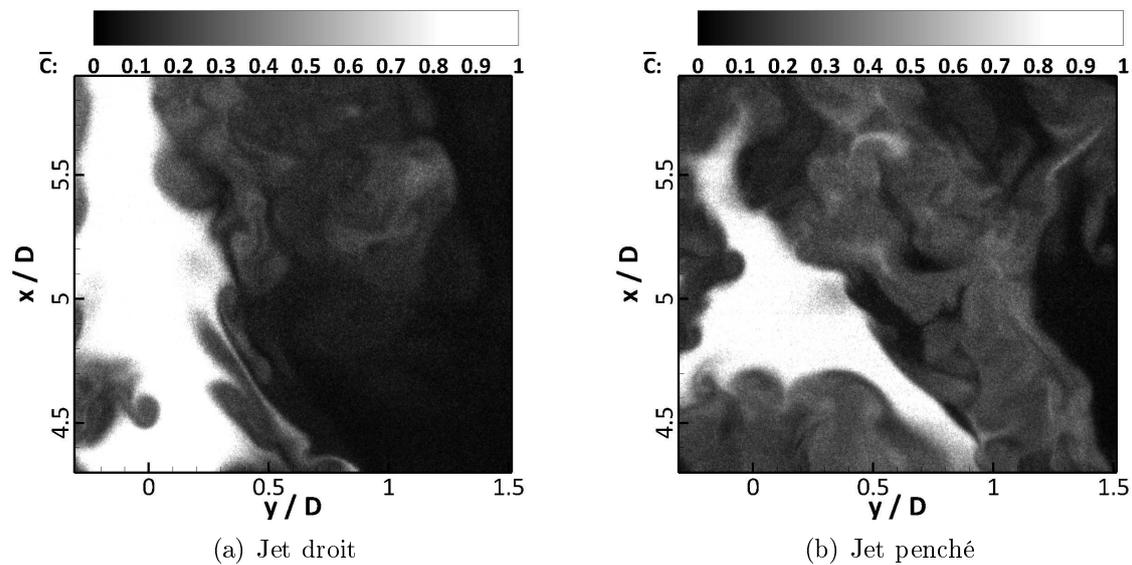


FIGURE 5.26 – Illustration du battement du jet d'azote.

Dans un deuxième temps, nous avons tracé une cartographie représentant la probabilité de rencontrer des fluctuations au moins deux fois supérieures à la valeur moyenne de C locale, ou mathématiquement $\frac{(\overline{C'(x,y)^2})^{1/2}}{\overline{C(x,y)}} > 2$, Fig. 5.28. Cette répartition, obtenue à partir des 3000

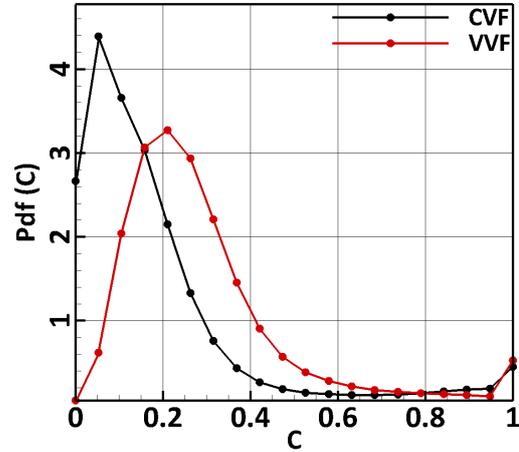


FIGURE 5.27 – Fonctions densité de probabilité pour les cas *CVF* et *VVF* à 5 diamètres de l'injection. Nombre de Reynolds égal à 16000.

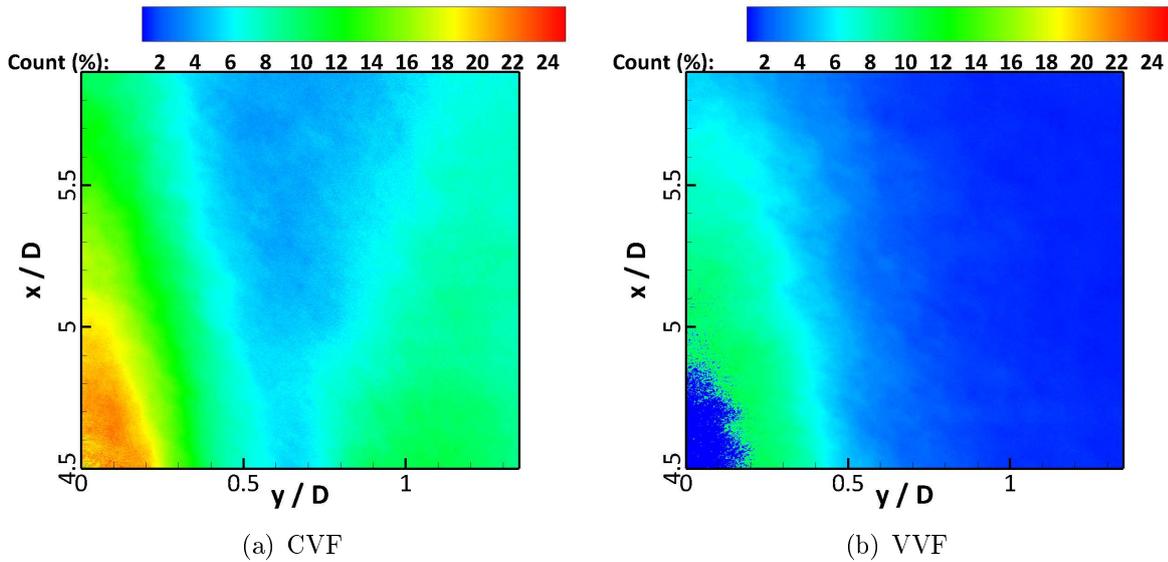


FIGURE 5.28 – Cartographies des zones de présence de fluctuations de concentration deux fois supérieures à la moyenne locale calculée dans le cas *CVF*, gauche, et *VVF*, droite. Nombre de Reynolds égal à 16000.

images instantanées, fait apparaître l'existence fréquente de ce type de fluctuations (25% des images enregistrées) sur l'axe du jet dans le jet d'azote. En outre, une autre zone de forte présence de fluctuations très intenses est également visible dans la partie du champ indiqué,

par le champ moyen, comme appartenant au coflow, Fig. 5.28(a). La combinaison de ces deux remarques confirme l'hypothèse d'un battement du jet d'azote et donc, le fait que les grandeurs moyennes n'aient pas, ici, de signification physique réelle. Dans le jet de propane en revanche, ces anomalies ne sont pas observées, Fig. 5.28(b).

Pour tenter de comparer la qualité du mélange dans les configurations *VVF* et *CVF* malgré ce phénomène, nous avons choisi de nous appuyer sur les probabilités. Pour cela, nous avons représenté la probabilité de présence de fluide non mélangé en fonction de la zone du champ considérée, Fig. 5.29. Nous pouvons ainsi constater que, à zone équivalente, cette dernière est plus élevée dans le jet d'azote, Fig. 5.29(a), que dans le jet de propane, Fig. 5.29(b). Ceci nous conduit à affirmer que le mélange est en réalité plus efficace dans ce dernier. Il serait intéressant

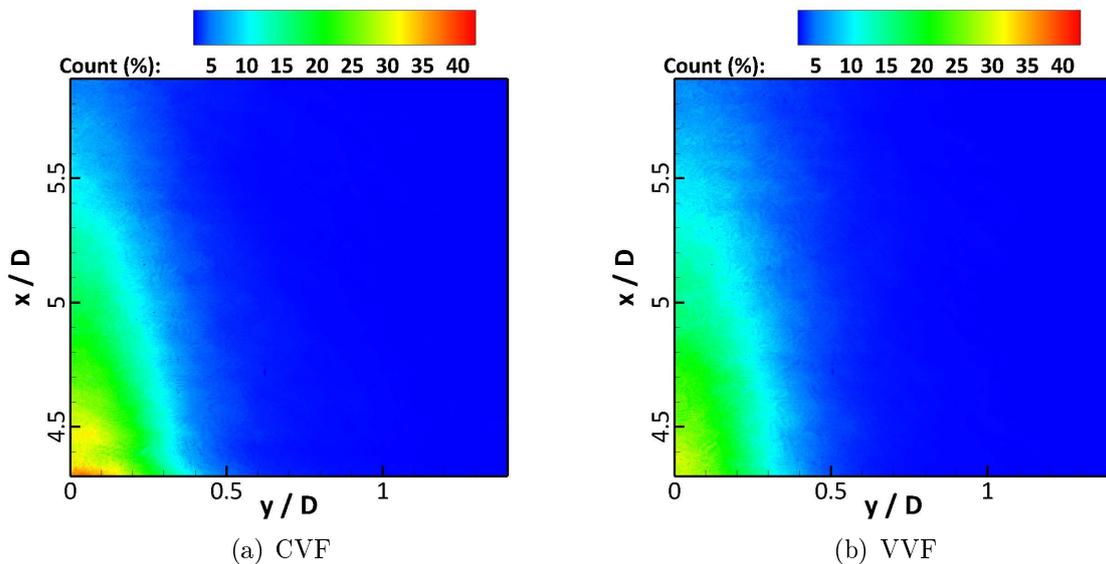


FIGURE 5.29 – Cartographies des zones de présence de fluide non mélangé dans le cas *CVF*, gauche, et *VVF*, droite. Nombre de Reynolds égal à 16000.

de réaliser des mesures dans un jet d'azote au même nombre de Reynolds d'injection que le cas *VVF* considéré ici. En effet, une vitesse plus importante limiterait l'effet de battement mis en évidence précédemment et permettrait une comparaison plus directe des deux configurations.

D'après les remarques précédentes, il semble que, dans le cas *VVF*, les cartographies de la fraction molaire moyenne et des fluctuations types représentent correctement le mélange. Nous pouvons donc nous appuyer sur ces dernières pour le caractériser, Fig. 5.30. La représentation de la fraction molaire moyenne révèle une homogénéisation avancée de la composition pour la grande majorité du champ enregistré. Les variations de composition les plus remarquables

sont en effet localisées sur l'axe du jet. On peut néanmoins noter que la décroissance des fluctuations sur l'axe indique une composition de plus en plus homogène à mesure que l'on s'éloigne de l'injection.

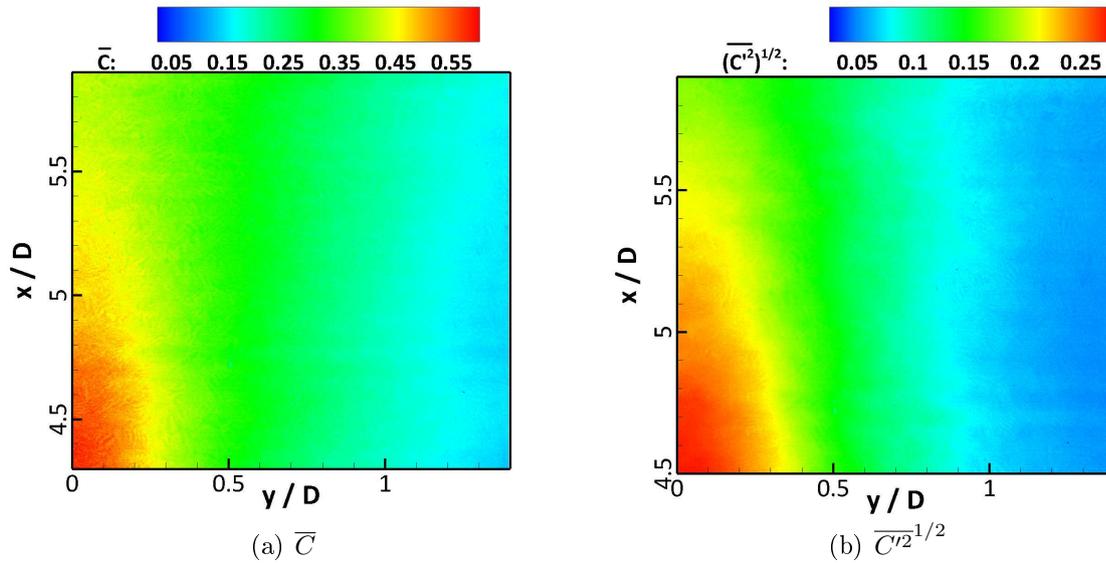


FIGURE 5.30 – Champs de valeurs moyennes de la fraction molaire de fluide injecté, gauche, et de l'écart-type de ses fluctuations, droite, dans le jet de propane. Nombre de Reynolds égal à 16000.

5.3 Conclusions

Au travers de ce chapitre nous avons cherché à atteindre plusieurs objectifs. Le premier d'entre eux était de mettre en exergue les disparités existantes entre écoulement à viscosité constante et à viscosité variable, et ce dans le dispositif expérimental construit lors de cette thèse. Dans un deuxième temps, nous avons complété les résultats de Talbot (2009) en prouvant que ces différences n'étaient pas un effet de nombre de Reynolds, mais résultaient bel et bien de la stratification en viscosité. Nous avons également montré qu'en augmentant le nombre de Reynolds, l'apparition des effets visqueux était retardée. Enfin, l'importance du compromis entre un délai d'apparition des effets visqueux court et une énergie cinétique suffisante a été soulignée, au travers de la formation d'une fontaine turbulente lorsque celle-ci est insuffisante.

Chapitre 6

Entraînement et mélange

6.1	Rappels bibliographiques sur le mélange dans les jets turbulents .	118
6.1.1	Les processus physiques en jeu	118
6.1.2	L'entraînement en champ lointain	119
6.1.3	L'entraînement en champ proche	123
6.2	Caractérisation globale	125
6.3	Méthode et résultats préliminaires	131
6.4	Entraînement dans les jets à viscosité variable	134
6.4.1	Re = 8000	134
6.4.2	Mise en évidence de la transition vers le <i>detrainement</i>	138

L'entraînement d'un jet est défini comme le processus conduisant le fluide ambiant (irrotationnel) à devenir turbulent. Dans la grande majorité des configurations, le jet attire en son sein du fluide environnant conduisant ainsi à l'augmentation du débit massique du jet avec la distance axiale à l'injection. Ainsi, le débit massique traversant une section perpendiculaire à l'axe du jet, noté \dot{m} , s'exprime mathématiquement de la manière suivante :

$$\dot{m} = \int_0^{y_{\text{interface}}} 2\pi \bar{\rho} \bar{u} y dy, \quad (6.1)$$

où $\bar{\quad}$ désigne ici une moyenne temporelle, u la composante axiale de la vitesse et $y_{\text{interface}}$ la position radiale séparant le jet du milieu ambiant. Plus que cette quantité, c'est son évolution le long de l'axe qui nous intéresse viz. $\frac{d\dot{m}}{dx}$. Plusieurs questions se posent alors. Quels sont les processus qui pilotent l'entraînement, peut-on établir une loi analytique pour prédire celui-ci ?

6.1 Rappels bibliographiques sur le mélange dans les jets turbulents

6.1.1 Les processus physiques en jeu

Attardons-nous maintenant sur le cœur de notre sujet d'étude : le mélange dans un jet axisymétrique. Dans le champ proche du jet, le mécanisme qui régit le mélange est dominé par les grandes structures. En effet, la différence de vitesse entre le fluide injecté et le fluide environnant entraîne une déstabilisation de l'interface (instabilités de Kelvin Helmholtz) et la création de grandes échelles. Plus en aval du jet, celles-ci s'enroulent sur elles-mêmes et forment des échelles plus grosses qui incorporent le fluide irrotationnel (environnant) dans la région centrale du jet, Fig. 6.1.

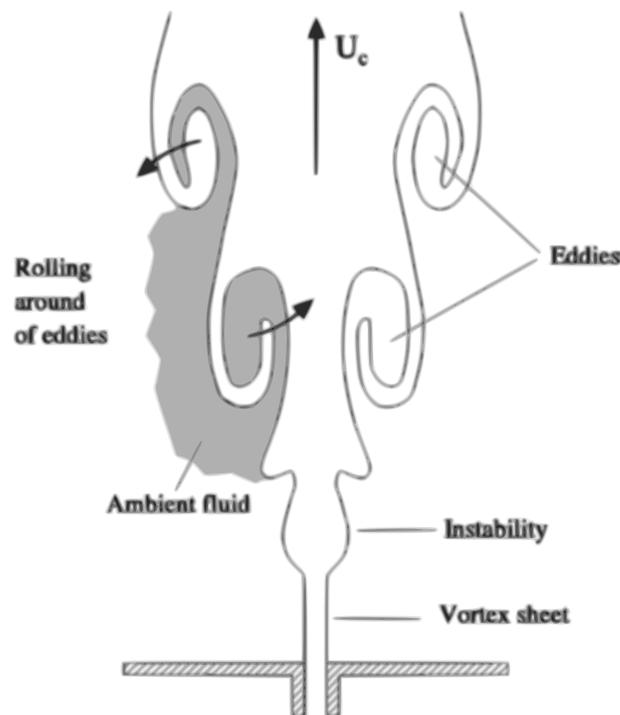


FIGURE 6.1 – Représentation schématique de l'entraînement par les grandes échelles d'après Sreenivas & Prasad (2000).

Ce processus d'entraînement à grande échelle est la première des trois phases de l'entraînement décrit par Dimotakis (1986) : **l'induction**. Elle est suivie par **la diastrophie** où les effets d'étirement amincissent la couche de mélange jusqu'à ce que les effets visqueux deviennent

dominants. Enfin, lors de **l'infusion**, le mélange se fait au niveau moléculaire. Les processus régissant l'entraînement dans le champ lointain ont souvent été sujets à discussion. Deux théories s'opposent : l'engouffrement ("engulfment" en anglais) et le grignotage ("nibbling"). La première de ces théories est soutenue par Brown & Roshko (1974) (ou encore Townsend (1976)) et correspond à ce qui a été décrit précédemment pour le champ proche. En ce qui concerne le grignotage, Mathew & Basu (2002) postulèrent qu'en champ lointain l'entraînement est dû non pas aux grandes échelles comme précédemment mais aux petites échelles de l'écoulement. Cette question a été résolue par Westerweel *et al.* (2005) qui montrèrent que l'entraînement est dominé par des structures de dimensions de l'ordre de l'échelle de Taylor. Pour cela, ils estimèrent le flux total d'énstrophie (intégrale du carré de la vorticité sur une surface donnée) dans la région autosimilaire et montrèrent qu'il est positif. Or, dans le cas où les grandes échelles domineraient, ce flux serait nul. Savoir que le mélange a lieu aux petites échelles est important pour plusieurs raisons. Tout d'abord, expérimentalement ou numériquement, nous devons nous assurer que la résolution spatiale de nos mesures est suffisante pour capturer ces phénomènes. Ensuite, cela nous permet d'identifier les phénomènes physiques qui coexistent à ces échelles (en comparant leurs temps caractéristiques par exemple) ainsi que l'importance du rôle qu'ils jouent sur le mélange.

Du point de vue des applications industrielles, l'estimation de l'entraînement revêt une certaine importance et il est donc nécessaire de le quantifier correctement. Dans la suite, nous présenterons un état de l'art des connaissances portant sur le phénomène d'entraînement dans les jets turbulents. Nous avons choisi de conserver le cheminement chronologique emprunté par la communauté scientifique i.e focalisation sur le champ lointain puis sur le champ proche.

6.1.2 L'entraînement en champ lointain

On ne peut parler d'entraînement sans évoquer l'article de référence de Ricou & Spalding (1961). Lorsque l'on considère un écoulement à masse volumique constante, pour un nombre de Reynolds assez grand et loin de l'injection (viz. $x \gg d_0$, où d_0 est le diamètre de l'injecteur), une analyse dimensionnelle conduit à l'égalité suivante :

$$\frac{\dot{m}}{xM^{1/2}\rho} = K_1, \quad (6.2)$$

où $M = \frac{\pi d_0^2}{4} \rho U_{\text{injected}}^2$ est la quantité de mouvement initiale, et K_1 est une constante. Dans les premières études sur le sujet, dans des écoulements de jet d'air isothermes, des valeurs très différentes pour K_1 sont obtenues, typiquement $0.22 < K_1 < 0.404$. Diverses sources d'incertitudes sont responsables de cette grande disparité. Tout d'abord, loin de l'axe du jet (i.e. grand y) le terme $\overline{\rho u}$ est complexe à mesurer en raison des faibles valeurs de la vitesse à cet endroit. Cette difficulté peut être contournée en supposant une forme analytique pour les profils de vitesse $u(y)$, néanmoins le profil choisi influe sur la valeur de K_1 obtenue et la pertinence du choix réalisé est donc cruciale. Enfin, les mesures doivent être réalisées loin de l'injection ($x \gg d_0$). Or, à l'époque, celles-ci étaient réalisées grâce à des tubes de Pitot dont la sensibilité est proportionnelle à $\frac{d_0}{x^2}$, induisant ainsi de grandes incertitudes sur les mesures lointaines. Tous ces arguments ont poussé Ricou & Spalding (1961) à imaginer une nouvelle méthode de mesure directe de \dot{m} . Celle-ci repose sur une observation simple : lorsqu'un jet débouche dans un réservoir suffisamment grand, la pression est uniforme dans ce dernier (excepté près de l'axe du jet). Si maintenant le jet est partiellement confiné par une enceinte, la quantité excédentaire de fluide ambiant entraîné par le jet est confinée et ne peut s'évacuer qu'en montant vers la sortie du confinement. Ce déplacement crée ainsi un gradient de pression axiale. En revanche, si l'enceinte qui entoure le jet est poreuse, il est possible de contrôler la quantité de fluide qui pénètre au cœur du jet. Lorsque le gradient de pression mentionné précédemment disparaît, on considère que la quantité de fluide introduite est égale à celle qui aurait été entraînée sans enceinte. Les auteurs accédèrent ainsi, sans intégration numérique, à la valeur de \dot{m} . Des mesures préliminaires dans une configuration classique à masse volumique constante (jet air-air), permirent à Ricou et Spalding de déterminer l'existence d'un nombre de Reynolds critique (égal à 25 000) au-dessus duquel le coefficient d'entraînement, défini comme :

$$C_e^{\text{iso } \rho} = \frac{d_0}{\dot{m}_0} \frac{d\dot{m}}{dx},$$

ne varie plus. Cette indépendance de $C_e^{\text{iso } \rho}$ au Reynolds fut confirmée par Hill (1972) puis plus récemment par Pitts (1991a). Ce dernier n'étudia pas directement le coefficient d'entraînement mais le rapport des fluctuations de concentration sur la valeur moyenne le long de l'axe du jet, viz. $\frac{Y'_m}{Y_m}$. Il avait en effet montré dans un article précédent (Pitts, 1991b) que ces deux quantités présentaient une évolution similaire et étaient donc corrélées.

En se plaçant à un nombre de Reynolds supérieur au nombre de Reynolds critique défini

précédemment, Ricou & Spalding (1961) purent ensuite étudier l'influence d'autres paramètres sur l'entraînement. Il s'intéressèrent particulièrement à l'effet de l'existence d'un rapport de masses volumiques entre le jet et le milieu ambiant. En s'appuyant sur les préconisations de Thring & Newby (1953), ils introduisirent comme longueur caractéristique le diamètre équivalent $d^* = d_0 \sqrt{\frac{\rho_{\text{injected}}}{\rho_{\text{ambient}}}}$, permettant la prise en compte des variations de masse volumique entre le fluide injecté et le fluide ambiant, dont les propriétés sont respectivement désignées par les indices 'injected' et 'ambient'. Le coefficient d'entraînement est désormais défini de la manière suivante :

$$C_e = \frac{d^*}{m_0} \frac{d\dot{m}}{dx} = \frac{d_0}{m_0} \sqrt{\frac{\rho_{\text{injected}}}{\rho_{\text{ambient}}}} \frac{d\dot{m}}{dx}. \quad (6.3)$$

En traçant l'évolution du taux d'entraînement en fonction de la position axiale normalisée par ce diamètre équivalent, Fig. 6.2, les auteurs obtinrent alors une relation unique pour toutes les configurations de jets libres étudiées, viz.

$$\frac{m}{m_0} = 0.32 \frac{x}{d_0} \sqrt{\frac{\rho_{\text{ambient}}}{\rho_{\text{injected}}}}. \quad (6.4)$$

Ainsi, pour les jets libres débouchant dans un fluide au repos, une valeur asymptotique de 0.32 pour le coefficient d'entraînement C_e fut établie. A l'heure actuelle, celle-ci sert toujours de référence pour quantifier l'influence d'un paramètre sur l'entraînement en champ lointain.

C'est d'ailleurs en s'appuyant sur ce résultat que Han & Mungal (2001) quantifièrent l'effet de la présence d'un coflow sur l'entraînement d'un jet. Ils mirent en évidence que plus le rapport $\frac{v_{\text{coflow}}}{v_{\text{jet}}}$ est élevé, plus la valeur asymptotique de C_e est faible. Ils expliquèrent ce phénomène en s'appuyant sur un article de Maczyński (1962) dans lequel l'auteur montra que les jets débouchant dans un co-courant ont certes un comportement de jet en champ proche mais qui tend ensuite vers celui d'un écoulement de sillage en champ lointain. Or, si les jets ont un coefficient d'entraînement asymptotique, dans les écoulements de sillage celui-ci évolue en $x^{-1/3}$. L'influence de la vitesse du coflow sur le coefficient d'entraînement est résumé sur la figure Fig. 6.3.

Les auteurs soulignent qu'une part importante du mélange dans les jets en présence d'un coflow de faible vitesse a lieu dans la zone de développement et non en champ lointain. De même, les processus chimiques rapides, tels que la combustion, commencent (voire ont entièrement lieu)

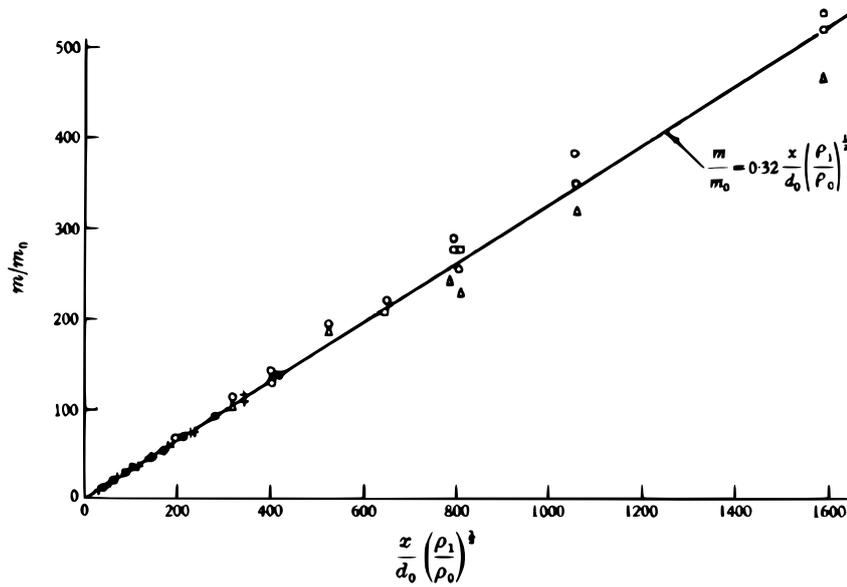


FIGURE 6.2 – Taux d’entraînement pour des jets isothermes d’après Ricou & Spalding (1961). Ronds noirs : air dans air ; Ronds blancs : Hydrogène dans air ; Croix : propane ou CO_2 dans air.

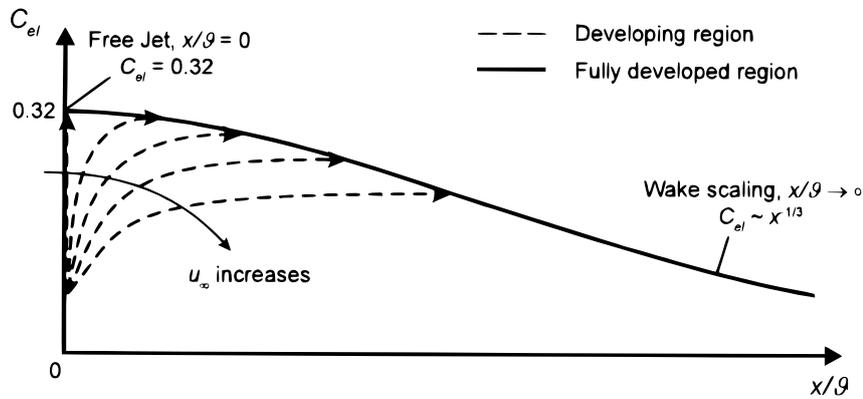


FIGURE 6.3 – Représentation schématique de l’évolution du taux d’entraînement local en fonction de la distance axiale normalisée par l’épaisseur de quantité de mouvement d’après Han & Mungal (2001).

dans cette zone. Ils insistent ainsi sur l’importance de comprendre et de quantifier l’entraînement en champ proche très peu étudié jusqu’ici.

6.1.3 L'entraînement en champ proche

Hill (1972) a légèrement modifié la technique de Ricou & Spalding (1961) pour pouvoir l'appliquer en champ proche s'assurant ainsi de la mesure directe du taux d'entraînement. Après l'avoir validée en champ lointain, il constata alors une augmentation non linéaire du coefficient d'entraînement dans le champ proche d'un jet. Il est à noter que ces mesures ont été réalisées dans un jet d'air issu d'un convergent débouchant dans de l'air. Des mesures réalisées dans jet d'air issu d'un "pipe flow", ont permis à Boguslawski & Popiel (1979) de montrer que les valeurs de coefficient d'entraînement étaient inférieures à celles obtenues par Hill (1972). Cette étude mit en lumière la dépendance de C_e aux conditions géométriques initiales. Ainsi, l'entraînement d'un jet issu d'un convergent est plus efficace dans le champ proche que celui d'un jet issu d'un tuyau. Ces conclusions furent confirmées par Trabold *et al.* (1987) qui étudièrent l'entraînement dans un jet issu d'un injecteur carré : les valeurs du coefficient d'entraînement diffèrent de celles obtenues dans un jet issu d'un injecteur circulaire et la variation de la longueur du tuyau d'injection modifie également ce paramètre.

Enfin, la communauté scientifique s'est également intéressée au comportement du coefficient d'entraînement dans des "jets inhomogènes". Au regard de la littérature, cette dénomination est généralement employée dans des articles traitant des effets de la masse volumique sur le mélange et l'hydrodynamique. Elle désigne donc le plus souvent des jets présentant une stratification en masse volumique. Amielh *et al.* (1996) étudièrent ainsi plusieurs jets **confinés** dont les rapports de masse volumique R_ρ sont compris entre celui de l'Hélium dans l'air ($R_\rho = 0.14$) et celui du CO_2 dans l'air ($R_\rho = 1.40$). L'analyse de l'évolution de la vitesse moyenne et des fluctuations de vitesse sur l'axe du jet (dans le champ proche) permit d'aboutir à la conclusion que le mélange s'effectuait plus rapidement pour un fluide léger injecté dans un autre plus lourd que dans le cas inverse. Néanmoins, le confinement du jet tendant à inhiber l'entraînement du fluide ambiant : les valeurs asymptotiques des fluctuations de vitesse sont ainsi plus faibles que celles obtenues dans le cas de jets libres (Panchapakesan & Lumley, 1993). Ces résultats sont en adéquation avec ceux obtenus par Pitts (1991a). Il expliqua ce phénomène par le décalage vers l'aval de l'origine virtuelle des jets lourds induisant ainsi une turbulence plus longue à se développer. Il ajouta également que, dans la région du champ lointain, le gradient de masse volumique initialement présent a été lissé et que le mélange n'est plus affecté par ce dernier. Plus récemment, Reinaud *et al.* (2000) menèrent une étude analytique sur les effets microscopiques de la présence d'un gradient spatial de masse volumique dans une couche de mélange spatiale. Il est en effet connu que dans une couche de mélange spatiale homogène, la différence de

vitesse entre les deux fluides conduit à l'apparition d'instabilités de Kelvin Helmholtz reliées entre elles par de fines tresses de vorticité. Lorsqu'un gradient de masse volumique existe dans un écoulement de couche de mélange spatiale, celui-ci peut mener à l'apparition de tourbillons de Kelvin-Helmholtz secondaires, Fig. 6.4. Selon Dritschel *et al.* (1991), le rapport

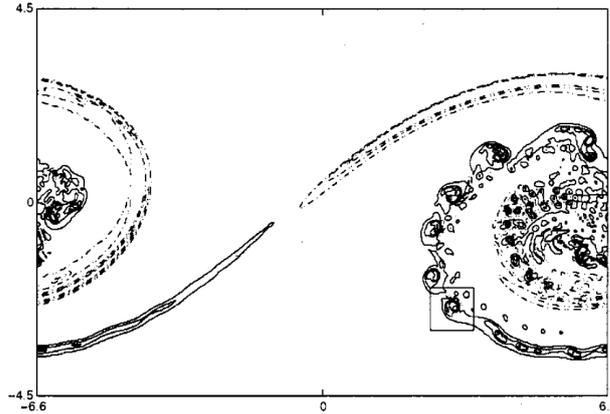


FIGURE 6.4 – Développement des instabilités secondaires de Kelvin Helmholtz dans une couche de mélange selon Reinaud *et al.* (2000).

$\frac{\gamma}{\omega} = \frac{\text{taux de contrainte locale}}{\text{vorticité locale}}$, est le critère permettant de savoir si ces instabilités secondaires vont croître (rapport inférieur à une valeur critique) ou non.

Or, lorsqu'un gradient de masse volumique existe, ce dernier implique l'ajout d'un terme source dans l'équation de transport de la vorticité

$$\frac{d\omega}{dt} = -\omega \nabla \cdot \mathbf{u} + \nu \nabla^2 \omega + \frac{1}{\rho^2} \nabla \rho \wedge \nabla p. \quad (6.5)$$

Le couple barocline conduit donc à une production de vorticité du côté de la tresse en contact avec le fluide léger et à sa destruction du côté du fluide lourd. Ainsi, contrairement aux couches de mélange homogène, le montant de vorticité dans la tresse n'est pas négligeable et le critère de déclenchement du mode secondaire peut être atteint. Ce phénomène, pouvant se produire plusieurs fois, entraîne la formation d'échelles de plus en plus petites qui favorisent le micro mélange (mélange à l'échelle moléculaire) turbulent.

Enfin, Pitts (1991*b*) s'est intéressé à l'influence du nombre de Reynolds sur le taux d'entraînement et ce pour plusieurs rapports de masse volumique. Indépendamment de ce dernier, il détermina l'existence d'une valeur critique (Re_c) commune à tous telle que pour $Re_c < Re$ le taux d'entraînement est indépendant de ce nombre sans dimension même en champ proche.

Dans le cas inverse, lorsque le nombre de Reynolds croît, le jet est plus long à s'établir (son origine virtuelle est décalée vers l'aval). Ainsi, pour une position axiale donnée (dans le champ proche), les fluctuations de vitesse sont moins importantes que pour des nombres de Reynolds plus petits : le taux d'entraînement est donc plus faible. Cependant, d'un point de vue quantitatif, les effets induits par le gradient de masse volumique priment sur ceux dus au nombre de Reynolds (Amielh *et al.*, 1996).

Pour conclure, le coefficient d'entraînement en champ proche semble très sensible aux conditions initiales : qu'elles soient géométriques (convergent ou "pipe flow", présence de coflow) ou hydrodynamiques (nombre de Reynolds, nature des fluides). Le seul pré requis immuable semble être que la valeur obtenue soit inférieure à celle asymptotique du champ lointain. Dans ce chapitre, nous nous focaliserons sur le mélange dans les jets à viscosité variable. Pour cela nous utiliserons une approche globale puis estimerons l'entraînement dans ces jets. Nos conclusions seront tirées en comparant nos résultats avec ceux obtenus dans le jet d'azote.

6.2 Caractérisation globale

Dans un premier temps, nous nous attacherons à caractériser le mélange entre le jet et le fluide ambiant au travers de statistiques réalisées sur les champs moyens de vitesse et de concentration. Cette dernière est représentée par la fraction molaire de fluide injectée C définie telle que $C = 0$ dans le coflow et $C = 1$ dans le jet. Ainsi, nous avons choisi de représenter dans un premier temps les histogrammes des couples (vitesse axiale moyenne normalisée par la vitesse d'injection, fraction molaire de fluide injecté moyenne) puis celui des couples (vitesse radiale moyenne normalisée par la vitesse d'injection, fraction molaire moyenne de fluide injecté), viz. $(\bar{U}/U_{inj}, \bar{C})$ et $(\bar{V}/U_{inj}, \bar{C})$ respectivement.

Intéressons-nous tout d'abord au cas où le nombre de Reynolds (basé sur la viscosité du propane) vaut 8000. Dans le cas du jet d'azote à $x/D = 1$, on observe clairement une distribution bimodale pour les couples $(\bar{U}/U_{inj}, \bar{C})$, Fig. 6.5(a). En effet, la majorité des points sont localisés en $(\bar{U}/U_{inj} = 1, \bar{C} = 1)$ et $(\bar{U}/U_{inj} = 0, \bar{C} = 0)$ qui sont respectivement caractéristiques du jet et du coflow. Le faible nombre d'éléments entre ces deux extrema traduit l'état peu avancé du mélange entre le fluide injecté et le milieu ambiant. Bien que légèrement atténuée, cette distribution bimodale persiste à deux diamètres, Fig. 6.5(b).

En ce qui concerne la configuration à viscosité variable, plusieurs remarques peuvent être faites. Tout d'abord, en $x/D = 1$, l'homogénéisation de l'écoulement est beaucoup plus avancée que

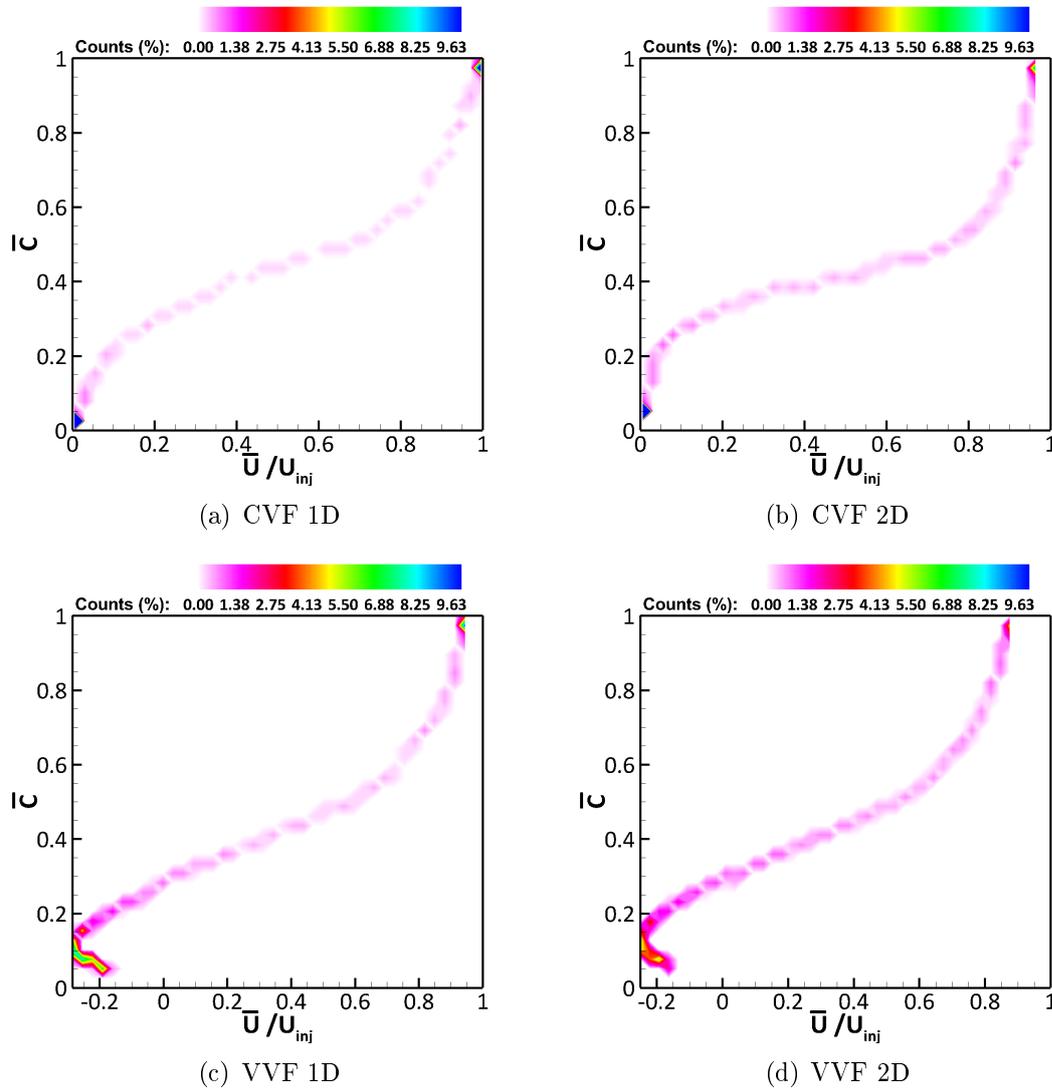


FIGURE 6.5 – Histogrammes des couples (vitesse moyenne axiale normalisée par la vitesse d’injection, fraction molaire de fluide injecté) en $x/D = 1$, gauche, et $x/D = 2$, droite, pour les cas CVF, haut, et VVF, bas. $Re=8000$.

dans le cas CVF : diminution du nombre de points des extrema d’un facteur 2, et augmentation du nombre de couples dans la gamme intermédiaire, Fig. 6.5(c). De plus, on remarque un décalage dans la localisation des couples contenant le plus de points, ceux-ci se sont en effet déplacés en $(\bar{U}/U_{inj} = -0.25, \bar{C} = 0.1)$ et $(\bar{U}/U_{inj} = 0.9, \bar{C} = 1)$ traduisant encore une fois un mélange plus avancé dans la configuration VVF. Ce comportement est confirmé par les résultats à 2 diamètres de l’injection, 6.5(d), où les extrema ne sont pratiquement plus observables.

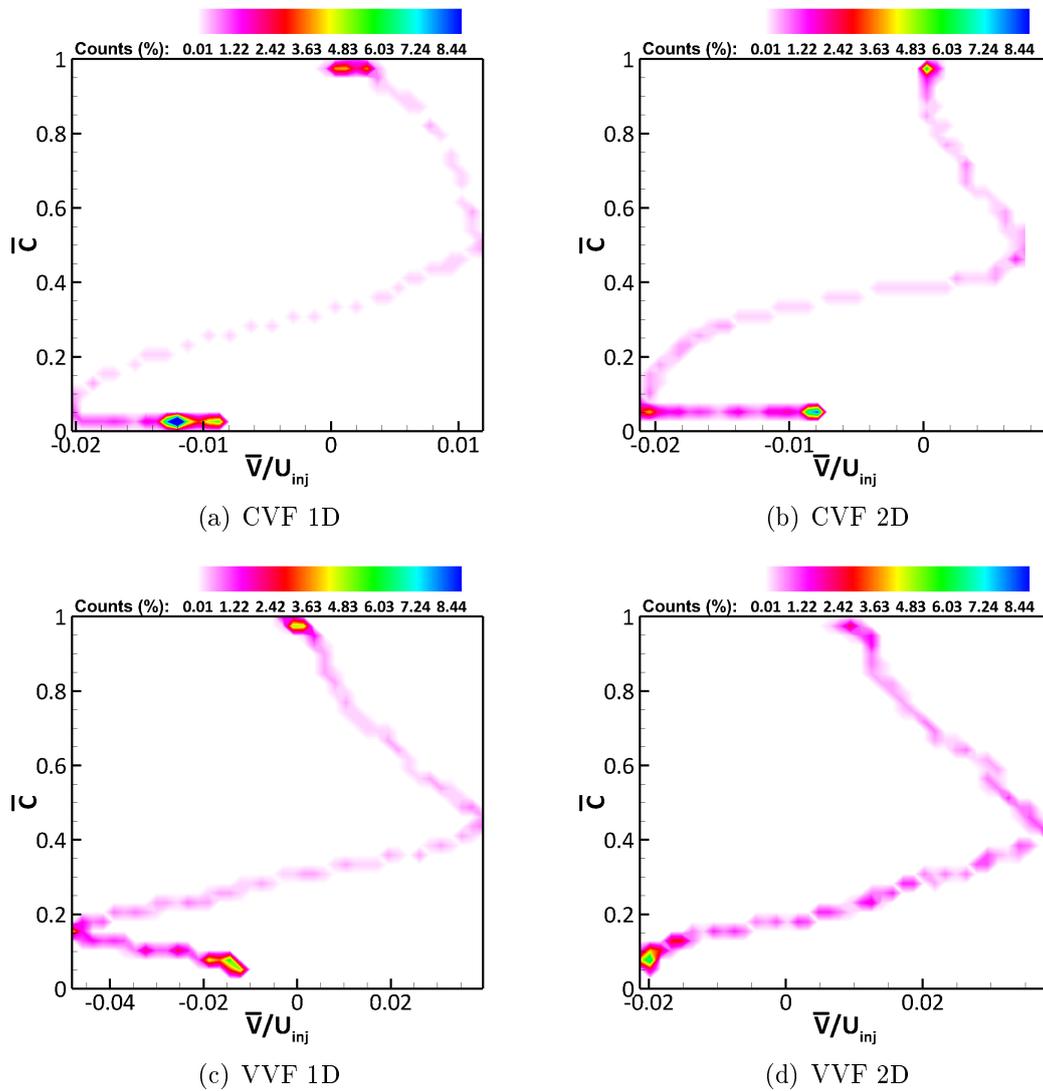


FIGURE 6.6 – Histogrammes des couples (vitesse moyenne radiale normalisée par la vitesse d’injection, fraction molaire de fluide injecté) à $x/D = 1$, gauche, et $x/D = 2$, droite, pour les cas CVF, haut, et VVF, bas. $Re=8000$.

Les histogrammes de la répartition des couples (vitesse moyenne radiale normalisée par la vitesse d’injection, fraction molaire moyenne de fluide injecté), nous donnent, eux, des indications plus précises sur les phénomènes affectant le développement latéral du jet, Fig. 6.6. Nous nous sommes ici concentrés sur la partie droite du jet, ainsi dans un repère cartésien classique, une vitesse radiale négative indique de l’entraînement, tandis qu’une vitesse radiale positive est caractéristique d’un phénomène d’expansion du jet. Dans le jet d’azote, une distribution

bimodale est encore clairement observable, que ce soit à 1 ou 2 diamètres, Fig.6.6(a) et 6.6(b). L'augmentation du nombre de couples possédant une vitesse radiale positive et une concentration $\bar{C} > 0.5$ entre 1 et 2 diamètres indique une expansion du jet entre ces deux positions. En ce qui concerne le phénomène d'entraînement, on observe également une augmentation de points présentant les caractéristiques ($\bar{V}/U_{inj} < 0$, $\bar{C} \approx 0$) indiquant l'accroissement de ce phénomène. Ces observations sont tout à fait conformes à celles qui ont pu être faites pour des jets à viscosité constante.

A un diamètre de l'injection, le jet de propane présente un entraînement plus important que le jet d'azote à la même position visible au travers des vitesses radiales négatives plus importantes que pour la configuration CVF (facteur 2), Fig. 6.6(c). A une distance de deux diamètres de l'injection, on observe une importante augmentation du nombre de points possédant une vitesse radiale positive semblant indiquer un phénomène d'expansion du jet, Fig. 6.6(d). En revanche, la valeur maximale des vitesses radiales négatives a, elle, été divisée par deux par rapport à la position plus proche de l'injecteur semblant indiquer une diminution de l'entraînement entre ces deux positions. Pour conclure sur ce cas, il semble se produire un phénomène très différent dans le jet à viscosité variable par rapport à ceux observés dans les jets classiques. Cette étude globale, bien que nous ayant permis de le mettre en lumière, ne suffit pas pour l'expliquer. Dans cet objectif une étude plus quantitative sera menée dans la section suivante.

Avant de passer à celle-ci, nous pouvons nous interroger sur la persistance de ce phénomène, encore indéfini, pour un nombre de Reynolds plus important. Concentrons donc nous maintenant sur le cas du nombre de Reynolds maximum étudié lors de cette thèse soit $Re=24\,000$. Nous appliquerons la même méthodologie que précédemment : étude des couples (vitesse axiale moyenne normalisée par la vitesse d'injection, fraction molaire moyenne de fluide injecté) puis (vitesse radiale moyenne normalisée par la vitesse d'injection, fraction molaire moyenne de fluide injecté). L'analyse réalisée pour le cas $Re=8000$ peut également être appliquée pour le jet d'azote en $x/D = 1$ i.e. bimodalité de la distribution, Fig. 6.7(a). Néanmoins, à deux diamètres de l'injection Fig. 6.7(b), le décalage de l'extremum caractéristique du fluide ambiant en ($\bar{U}/U_{inj} = 0$, $\bar{C} = 0.1$) et l'augmentation plus claire du nombre de couples appartenant à la gamme comprise entre les deux extrema indiquent un mélange plus avancé que sur la figure Fig. 6.5(b). Ces observations s'expliquent par l'augmentation du nombre de Reynolds qui accélère le développement de la turbulence et donc du mélange dans cette configuration. Dans le cas VVF, les distributions diffèrent plus grandement de celles observées au plus faible Reynolds. En effet, au plus proche de l'injection la bimodalité de la distribution est plus pro-

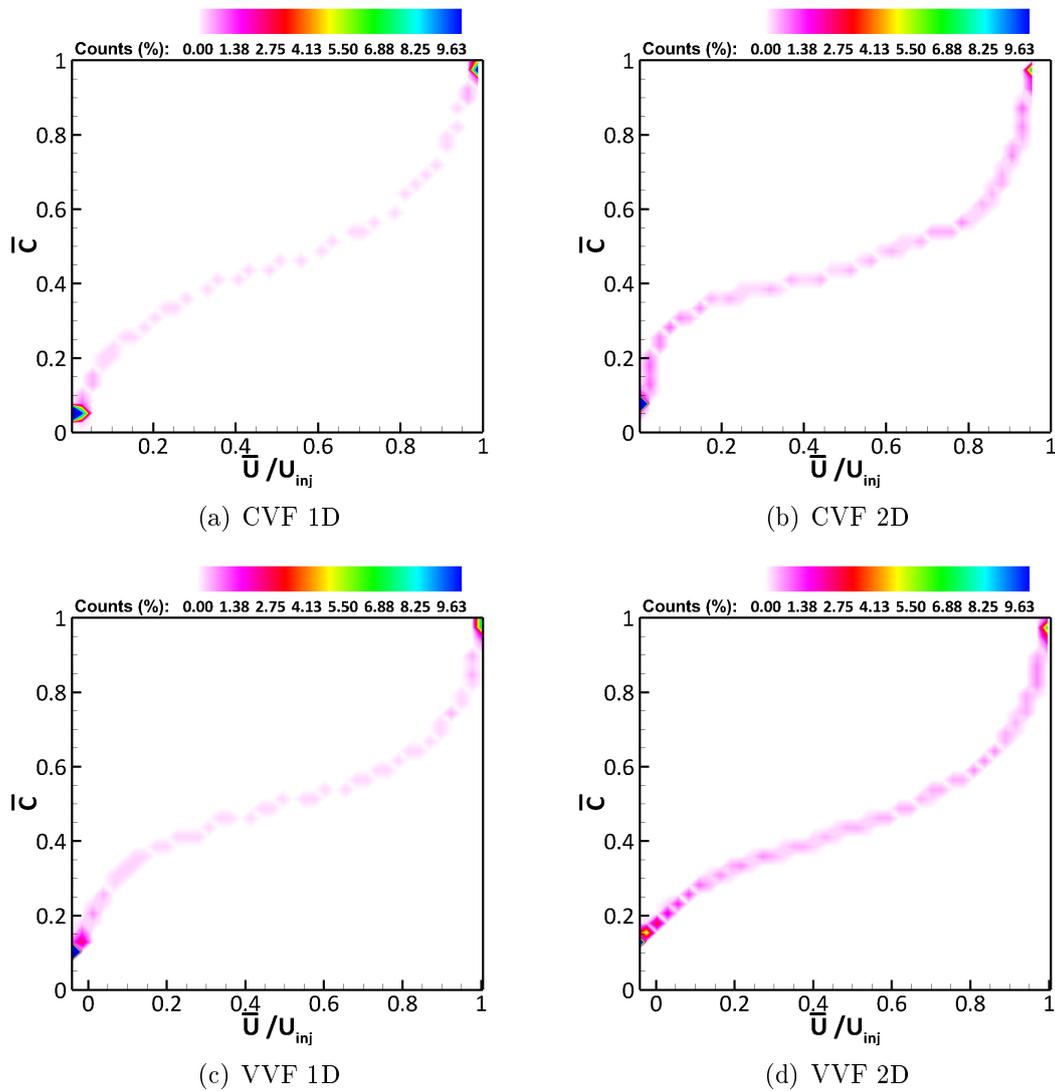


FIGURE 6.7 – Histogrammes des couples (vitesse moyenne axiale normalisée par la vitesse d’injection, fraction molaire moyenne de fluide injecté) en $x/D = 1$, gauche, et $x/D = 2$, droite, pour les cas CVF, haut, et VVF, bas. $Re=24\ 000$.

noncée que dans le cas du nombre de Reynolds de 8000, Fig. 6.7(c). Néanmoins, on retrouve toujours le décalage de l’extremum caractéristique du milieu ambiant vers des valeurs de \bar{C} plus hautes ainsi qu’un plus grand nombre de couples dans la gamme située entre les deux maxima, Fig.6.7(c) et 6.7(d). Là encore, le mélange semble plus avancé que dans le jet d’azote à la même position. Nous interprétons ce ralentissement du mélange entre les deux fluides par rapport au nombre de Reynolds plus faible par un décalage vers l’aval de l’origine virtuelle du

jet de propane conduisant à un état de turbulence moins avancé que précédemment.

L'analyse des histogrammes des couples (vitesse moyenne radiale normalisée par la vitesse d'injection, fraction de fluide injecté) confirme-t-elle ces résultats ? Concernant le jet d'azote, la distribution bimodale est là encore moins prononcée que dans le cas du nombre de Reynolds inférieur précédent, Fig. 6.8(a) et est grandement atténuée à une distance d'injection de deux diamètres, Fig. 6.8(b). Le processus latéral affectant majoritairement ce jet semble être l'entraînement puisqu'un grand nombre de couples présentent des caractéristiques de faible concentration de fluide injecté et de vitesse radiale négative.

Enfin dans la configuration VVF pour un nombre de Reynolds de 24 000, la distribution bimodale est encore une fois plus prononcée que celle visible sur la figure Fig. 6.6(c). En $x/D = 1$, l'entraînement est plus prononcé que pour le cas du nombre de Reynolds de 8000 : les vitesses radiales négatives sont supérieures en valeurs absolues à celles observées précédemment, Fig. 6.8(c). Plus loin de l'injection, on observe l'apparition d'un grand nombre de couples présentant une vitesses radiale positive caractéristiques d'un épanouissement du jet. De plus, la vitesse radiale négative maximale atteinte diminue d'un facteur 2 par rapport à la position $x/D = 1$, Fig. 6.8(c). Elle redevient alors de l'ordre de grandeur de celle observée dans le jet d'azote à la même position, même si le nombre de couples présentant ces caractéristiques est plus important dans le cas VVF. Ainsi, les conclusions tirées grâce à l'étude de la vitesse radiale sont confirmées par les histogrammes de la vitesse radiale.

En conclusion, pour les deux nombres de Reynolds étudiés, le mélange est certes plus avancé dans les jets de propane que dans les jets d'azote mais l'augmentation du nombre de Reynolds a un effet inverse dans pour les configurations *CVF* et *VVF*. Le mélange est ainsi accéléré dans le jet d'azote et ralenti dans le jet de propane. De plus, cette étude globale nous a permis d'identifier un comportement très différent des deux écoulements à bas nombre de Reynolds. En ce qui concerne le nombre de Reynolds maximal considéré dans cette étude, cette différence est minimisée mais néanmoins toujours présente. Nous avons ensuite cherché à expliquer celle-ci en mettant en lumière les processus physiques en jeu pour les configurations *CVF* et *VVF*. Pour cela, nous avons choisi de quantifier l'entraînement en calculant le coefficient d'entraînement C_e .

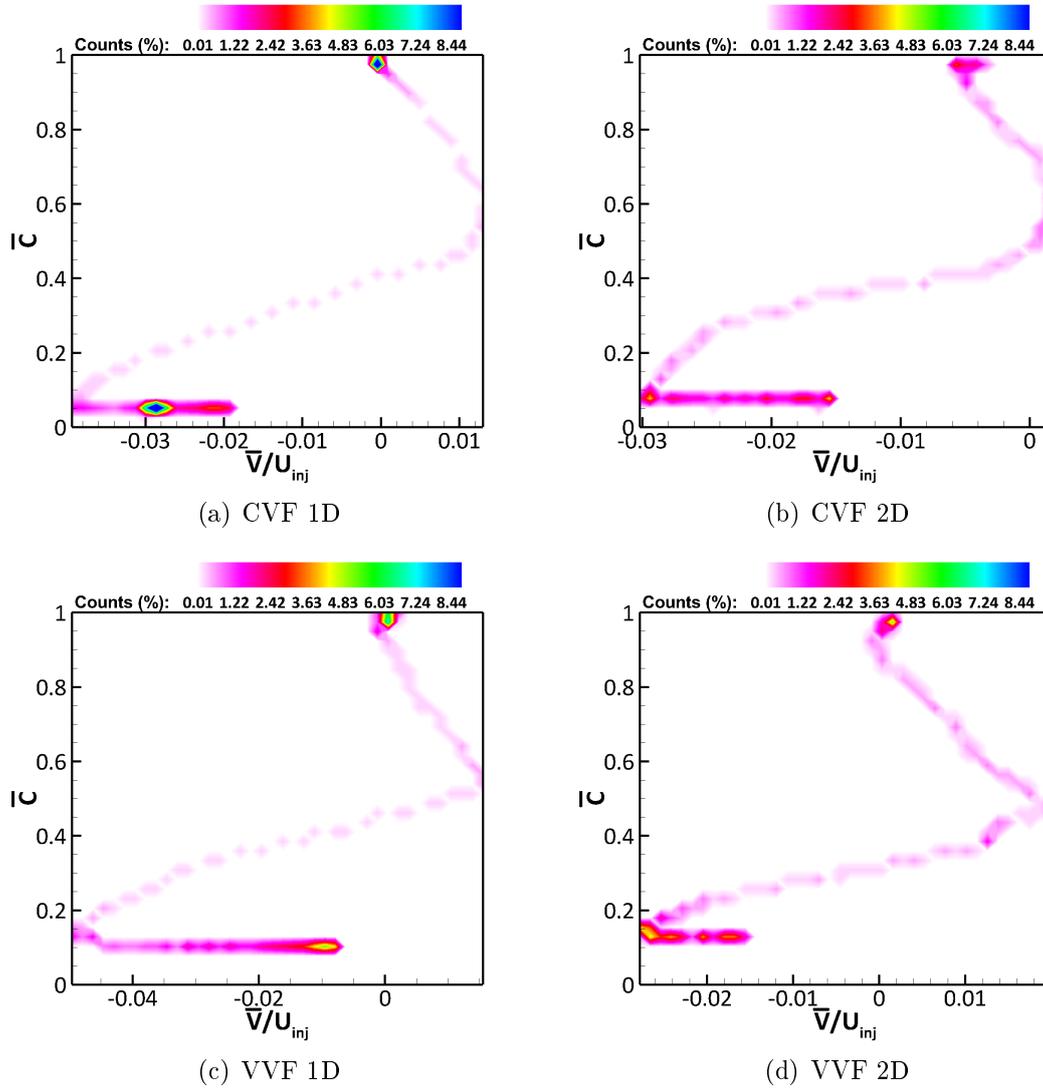


FIGURE 6.8 – Histogrammes des couples (vitesse moyenne radiale normalisée par la vitesse d’injection, fraction molaire moyenne de fluide injecté) en $x/D = 1$, gauche, et $x/D = 2$, droite, pour les cas CVF, haut, et VVF, bas. $Re=24\ 000$.

6.3 Méthode et résultats préliminaires

Ainsi que nous l’avons rappelé précédemment, le coefficient d’entraînement C_e est défini comme $C_e = \frac{d_0}{\dot{m}_0} \sqrt{\frac{\rho_{\text{injected}}}{\rho_{\text{ambient}}}} \frac{d\dot{m}}{dx}$. Il nous faut donc estimer la variation du débit massique entre deux positions axiales du jet, viz x_1 et x_2 , Fig. 6.9.

On rappelle que le débit massique est défini comme $\dot{m} = \int_0^{y_{\text{int}}} 2\pi\bar{\rho}uydy$, où y_{int} est la

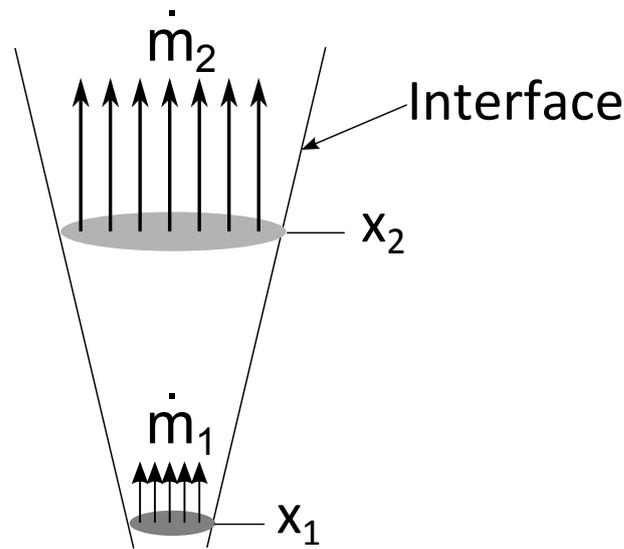


FIGURE 6.9 – Schéma illustrant les quantités calculées pour estimer le coefficient d'entraînement C_e .

position de l'interface à la position axiale considérée. Il nous faut donc tout d'abord définir l'interface entre le jet et le milieu ambiant pour pouvoir calculer cette intégrale à chacune des positions x_1 et x_2 . Pour cela, nous utilisons une technique basée sur le choix d'une valeur seuil de fraction molaire de fluide injecté \overline{C}_{th} telle que si $\overline{C}(x, y) > \overline{C}_{th}$ alors le point considéré appartient au jet, et au coflow dans le cas inverse. Cette méthode est explicitée plus en détail dans le chapitre 7. Dans le but de nous affranchir de l'impact du seuil choisi sur la valeur du coefficient d'entraînement, nous appliquons une version adaptée de la technique proposée par Han & Mungal (2001). Dans leur article, les auteurs font varier l'angle d'ouverture du jet et choisissent une valeur appartenant à la plage où le C_e calculé est relativement constant. Dans notre cas, nous calculons le coefficient d'entraînement obtenu à partir du champ moyen (calculé sur 3000 images instantanées) en fonction de la valeur choisie pour délimiter le jet et le coflow. Les résultats dans les configurations CVF et VVF sont présentés pour 5 nombres de Reynolds différents sur la figure Fig. 6.10.

En ce qui concerne les cas à viscosité constante, la plage de seuils permettant l'obtention d'un coefficient d'entraînement constant est assez étendue et pratiquement identique pour les cinq Reynolds étudiés. Le calcul de ces coefficients nous permet certes d'obtenir des données quantitatives pour la comparaison avec les configurations VVF mais également de valider le post-traitement réalisé. En effet, nos valeurs de C_e augmentent légèrement avec le nombre de

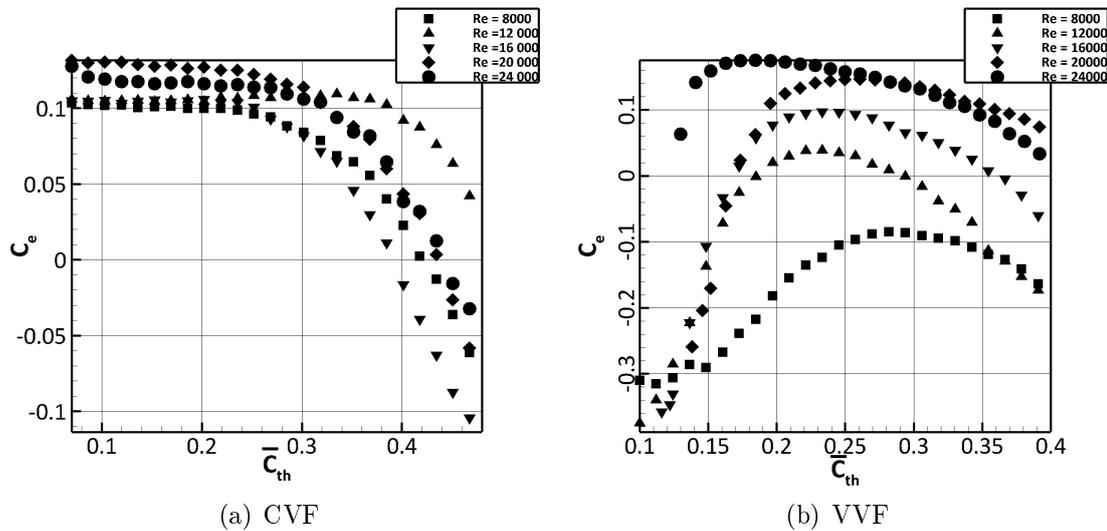


FIGURE 6.10 – Évolution du coefficient d’entraînement en fonction du seuil $\overline{C_{th}}$ choisi pour délimiter l’interface turbulent / non turbulent.

Reynolds et sont comparables à celles de Hill (1972) également obtenues dans un convergent ($C_e \approx 0.16$). On peut noter que l’auteur a calculé ce coefficient entre 0 et 2 diamètres contre 0.6 et 2 diamètres dans notre cas (limitation due à la taille des champs PIV et PLIF) et pour des Reynolds plus élevés. Ces différences expliquent le léger écart que nous observons entre nos valeurs et les siennes. La méthode employée par Hill impliquant une mesure directe du coefficient d’entraînement, nous nous sommes assurés de la fiabilité de notre intégration numérique.

Les conclusions formulées à partir des histogrammes de la section précédente sont encore une fois clairement confirmées ici. En effet, si le mélange est amélioré par l’augmentation du nombre de Reynolds dans le cas CVF, les processus en jeu dans la configuration VVF sont plus complexes. En choisissant, comme seuil de binarisation une des valeurs formant un léger plateau (avant une décroissance de C_e) nous pouvons observer une sorte de transition entre plusieurs régimes. Celle-ci est clairement visible lorsque l’on compare les valeurs des coefficients d’entraînement des cas $Re=8000$ et $Re=24\,000$ soient -0.1 et 0.17 respectivement. Dans la section suivante, nous nous intéressons plus en détail à chacun de ces deux cas.

6.4 Entraînement dans les jets à viscosité variable

6.4.1 $Re = 8000$

La valeur négative de C_e nous a conduit à nous intéresser à un phénomène intéressant : le *detrainment*. Il n'existe pas de mot en français pour ce phénomène, c'est pourquoi nous utiliserons la locution anglaise dans la suite de ce manuscrit. Ce phénomène est le processus par lequel du fluide composant le jet turbulent est expulsé vers l'extérieur. Il a été observé jusqu'ici lorsque un jet léger (ou une plume) impacte un milieu plus dense. Le fluide injecté est ralenti par le milieu ambiant et ce, particulièrement sur ses bords. Au bout d'un moment, son énergie cinétique n'est plus suffisante pour contrer les effets de la gravité et le fluide composant les bords du jet retombe alors, Fig. 6.11.

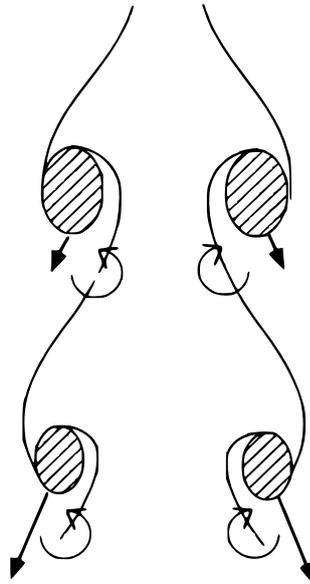


FIGURE 6.11 – Représentation schématique de la retombée du fluide composant les bords du jet d'après Cotel & Breidenthal (1997).

Une comparaison assez parlante est proposée par Jensen (1989) : celle de la peau de banane. Les bords du jet sont en fait pelés du cœur de la même manière que lorsqu'on épluche ce fruit. Différents régimes ont été mis en évidence par Cotel & Breidenthal (1997). Ceux-ci sont fonctions du nombre de Richardson comparant l'énergie potentielle de pesanteur avec l'énergie cinétique. Plus cette dernière est importante, plus le *detrainment* apparaît loin de l'injection (si il apparaît). Ainsi que nous l'avons dit, ce phénomène se produit habituellement dans des

configurations de plumes ou pour des jets légers injectés dans un milieu plus dense. Or dans cette étude, nous injectons un jet lourd dans un milieu moins dense. Ainsi, le phénomène de *detrainment* s'il était confirmé serait dû non pas à la différence de masse volumique, mais à la stratification en viscosité, ce qui serait à notre connaissance la première mise en évidence de ce phénomène. Nous avons cherché à confirmer notre déduction en confrontant plusieurs observations énoncées par Cotel & Breidenthal (1997) avec nos résultats.

Tout d'abord, selon Cotel & Breidenthal (1997) avant l'apparition du *detrainment*, un phénomène d'entraînement classique est observable si le Reynolds d'injection est suffisant, ce que l'on sait être le cas dans notre étude puisque nous n'observons pas de phénomène de "fontaine" en forme de V inversé. Dans un premier temps, nous avons donc cherché à vérifier que du fluide extérieur avait bien été amené au sein du jet. Nous avons commencé par étudier les champs instantanés de fraction molaire de fluide injecté, Fig. 6.12, ce qui nous a permis d'observer la trace de tourbillons de Kelvin Helmholtz sur le bas du champ. On peut noter que bien que nous ne représentons qu'un seul champ instantané, pour des raisons pratiques, ce phénomène est présent sur la grande majorité des images. Il doit ainsi être perceptible sur le champ moyen et, dans la partie basse de celui-ci, nous devrions retrouver une valeur positive de C_e .

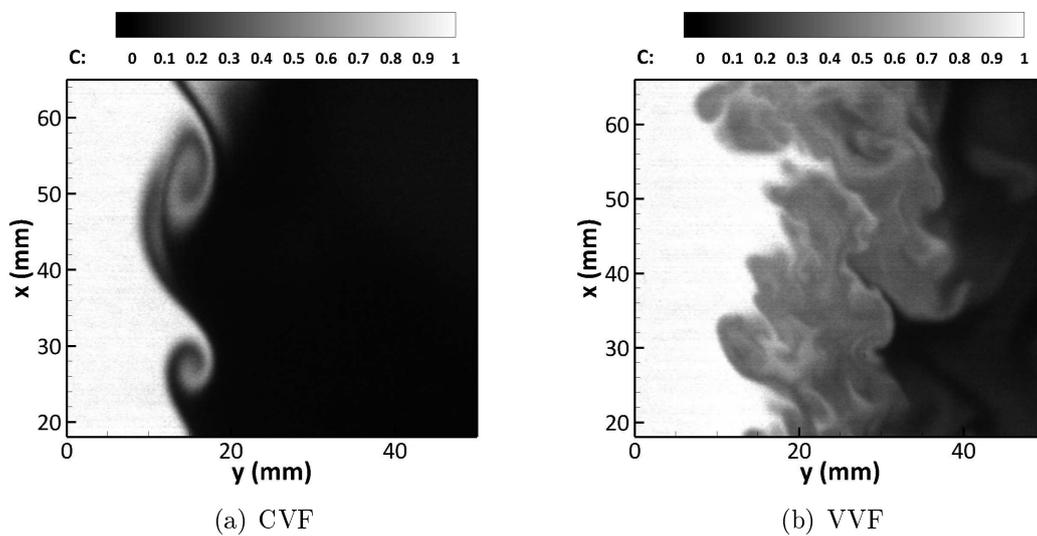


FIGURE 6.12 – Champs instantanés de fraction de fluide injecté pour les configurations CVF, gauche, et VVF, droite, pour un nombre de Reynolds de 8000.

Pour le vérifier, nous avons décidé de calculer l'évolution de la valeur moyenne du coefficient d'entraînement en fonction de la position x_2 choisie, prenant ainsi en compte une plus ou

moins grande partie du champ. Cette technique a d'abord été appliquée au cas CVF dans une optique de validation. Pour ce dernier, une valeur constante est obtenue pour le bas de l'image suivie d'une légère décroissance avant de croître à nouveau pour atteindre un plateau légèrement supérieur au précédent sur le haut de l'image, Fig. 6.13. En analysant cette évolution, le premier plateau est caractéristique de la zone de petits tourbillons de Kelvin-Helmholtz, le puits correspond à une zone de non présence de tourbillons et le second plateau à des structures plus grosses. Une fois encore, pour permettre au lecteur une meilleure visualisation, nous avons choisi de présenter un champ instantané, Fig. 6.12(a), représentatif du comportement le plus couramment rencontré sur les 3000 images.

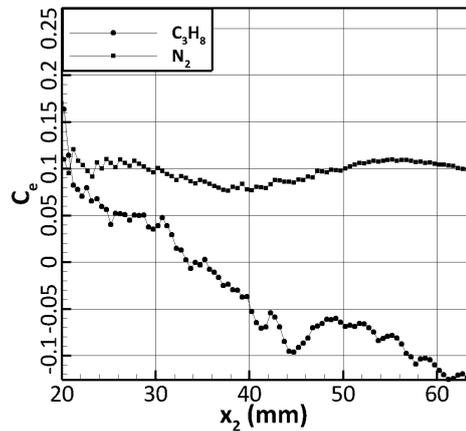


FIGURE 6.13 – Évolution de la valeur du coefficient d'entraînement en fonction de la position x_2 choisie, cas du nombre de Reynolds égal à 8000.

L'évolution du coefficient d'entraînement semble donc bien correspondre à la présence de phénomènes physiques identifiables et peut donc être appliquée au cas à viscosité variable.

Dans le jet de propane, on observe tout d'abord une valeur positive du coefficient d'entraînement moyen jusqu'à environ 35 mm ($\approx 1D$) de l'injection, Fig. 6.13, indiquant un phénomène d'entraînement classique mais très faible passé 20 mm. En confrontant cette observation avec un champ instantané de fraction molaire de fluide illustrant le comportement le plus fréquemment rencontré, Fig. 6.12(b), nous observons la trace de tourbillons de Kelvin Helmholtz jusqu'à 35 mm, les tourbillons plus classiques (mieux définis) étant en réalité présents en dessous de $0.6D$ (20 mm). En ce qui concerne la partie supérieure de l'image, ces tourbillons ne sont plus visibles et le jet semble s'étaler horizontalement. En confrontant les lignes de courant du jet d'azote

et celles du jet de propane, nous observons des différences importantes entre les deux comportements, Fig. 6.14. En ce qui concerne le jet à viscosité constante, les lignes de courant du milieu ambiant sont orientées vers le cœur du jet, caractérisant un phénomène d'entraînement classique, Fig. 6.14(a). Pour le jet de propane, si ce comportement est bien observé pour le bas du champ, lorsqu'on s'éloigne de l'injection, on observe la déviation horizontale des lignes de courant. Celles-ci finissent ensuite par retomber, Fig. 6.14(b).

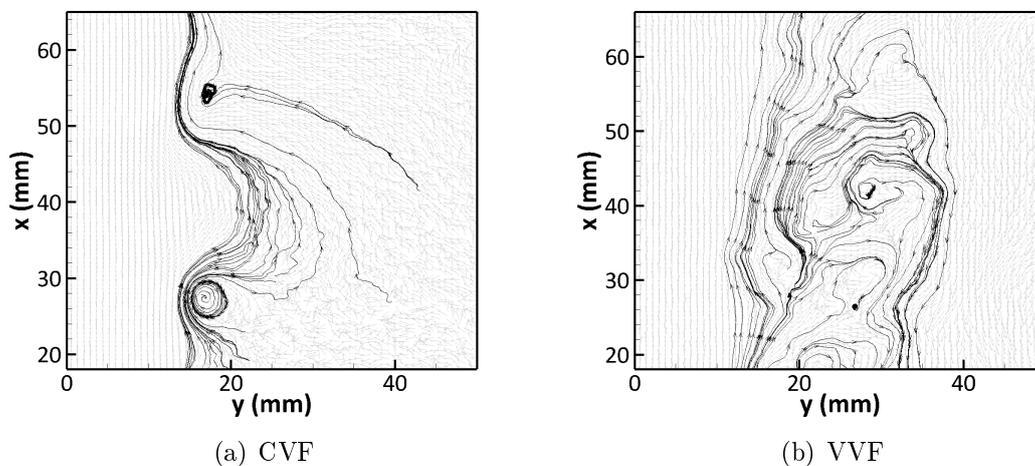


FIGURE 6.14 – Représentation de quelques lignes de courant pour un champ de vitesse instantané dans le jet d'azote, gauche, et de propane, droite.

Toutes ces observations sont en adéquation avec le phénomène de *detrainment* décrit par Cotel & Breidenthal (1997). Celui-ci étant observé très proche de l'injection, nous nous situons dans le régime de "Prompt Detrainment" identifié par ces auteurs, Fig. 6.15.

Nous avons donc confirmé que l'accélération du mélange était causée ici par un phénomène de *detrainment*. Nous allons maintenant proposer une phénoménologie pour expliquer cet enchaînement des processus. Tout d'abord, le phénomène d'entraînement classique ralentit le jet, celui-ci finit par ne plus avoir assez d'impulsion sur les bords pour franchir l'obstacle que constitue le gradient de viscosité du milieu ambiant. Ainsi, lorsque le fluide lent rencontre des îlots de fluides visqueux (amenés au sein du jet par de l'entraînement), il n'a plus assez de quantité de mouvement pour les traverser, il est donc dévié par ceux-ci et finit par retomber lorsque les forces de gravité deviennent supérieures à son impulsion.

Que se passe-t-il lorsque l'on augmente le nombre de Reynolds d'injection ?

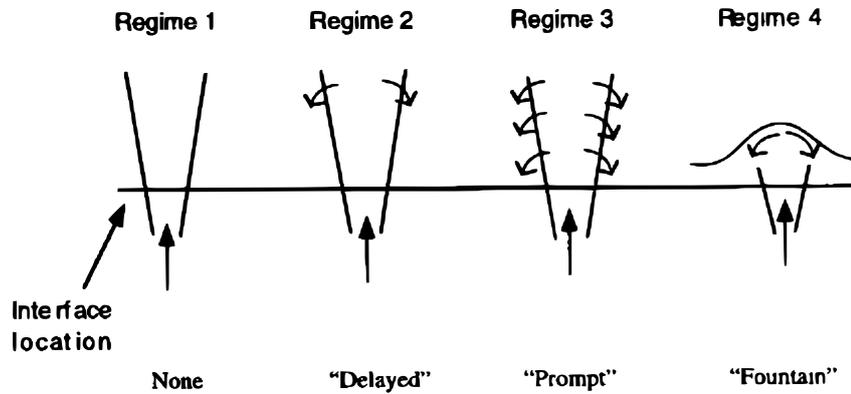


FIGURE 6.15 – Représentation schématique des différents régimes de *detrainment* identifiés par Cotel & Breidenthal (1997).

6.4.2 Mise en évidence de la transition vers le *detrainment*

Pour un nombre de Reynolds de 24 000, nous trouvons une valeur de coefficient d'entraînement total dans le jet à viscosité variable légèrement supérieure à celle obtenue dans le jet d'azote (0.17 contre 0.14). Là encore, cet écart ne suffit pas à expliquer la grande différence dans la morphologie des deux configurations, Fig. 6.16.

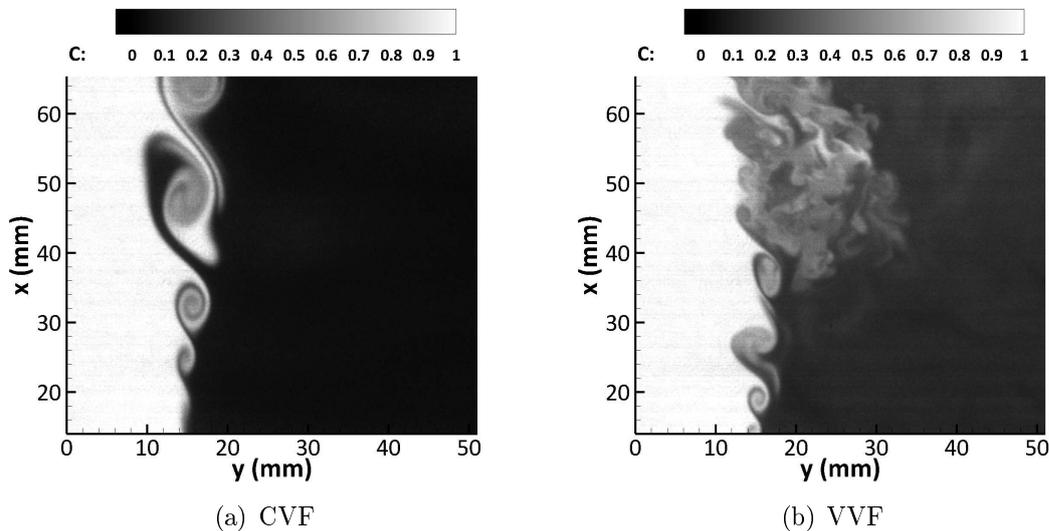


FIGURE 6.16 – Champs instantanés de fraction de fluide injecté pour les configurations C VF, gauche, et V VF, droite, pour un nombre de Reynolds de 24 000.

Une nouvelle fois, nous calculons le coefficient d'entraînement en fonction de la position x_2

choisie et nous nous aidons d'images instantanées pour les analyser, Fig.6.16. Dans le cas du jet d'azote, nous observons des valeurs constantes sur la première moitié de l'image suivie d'une augmentation dans la zone supérieure où les tourbillons de Kelvin Helmholtz sont plus gros, Fig. 6.17.

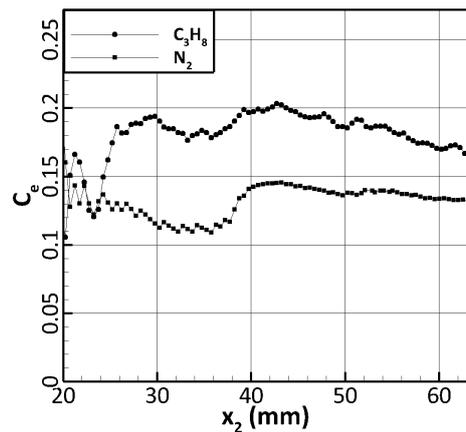


FIGURE 6.17 – Évolution de la valeur du coefficient d'entraînement en fonction de la position x_2 choisie, cas du nombre de Reynolds de 24 000.

Dans la configuration VVF, C_e augmente également avec les tourbillons de Kelvin Helmholtz pour $x_2 < 40$ mm. Puis passée cette hauteur, les tourbillons disparaissent et nous commençons à voir apparaître ponctuellement le phénomène de *detrainment* mis en évidence précédemment. Celui-ci apparaît plus loin de l'injection ici et nous nous rapprochons plutôt du régime 2 de "Delayed Detrainment" présenté par Cotel & Breidenthal (1997), Fig. 6.15. Le mélange plus rapide évoqué dans la section 6.2 est ainsi assuré par deux processus différents tous deux visibles sur les champs instantanés : l'entraînement classique entre 0 et 1.8 diamètres et le *detrainment* pour les positions axiales supérieures. Il est à noter que ce phénomène n'est pas présent sur toutes les images instantanées et ne se produit donc que ponctuellement. La phénoménologie proposée dans la section 6.4.1 est encore une fois applicable : le nombre de Reynolds étant plus élevé une distance plus importante à l'injection est nécessaire pour que le jet soit assez ralenti et que le phénomène de *detrainment* se produise.

Pour appuyer ces conclusions, nous pouvons étudier le cas d'un nombre de Reynolds intermédiaire ($Re=12000$). Dans cette configuration, le *detrainment* est observable sur une très grande majorité des images instantanées, Fig. 6.18.

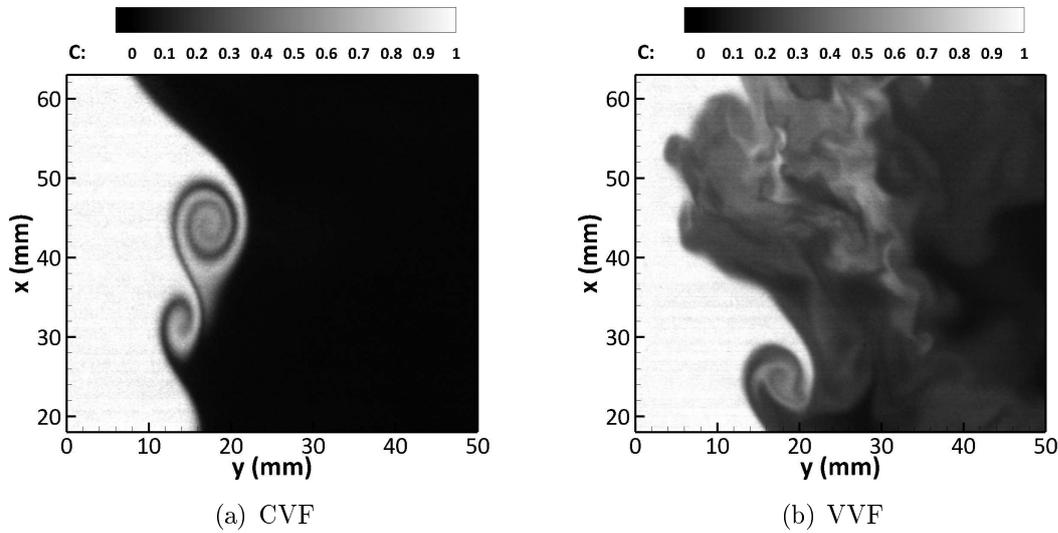


FIGURE 6.18 – Champs instantanés de fraction de fluide injecté pour les configurations CVF, gauche, et VVF, droite, pour un nombre de Reynolds de 12 000.

Nous avons calculé un coefficient d'entraînement C_e que nous qualifions de local afin de mettre clairement en évidence la contribution des différents processus dans le développement du mélange en fonction de la zone du jet étudiée, Fig. 6.19. Ainsi, pour le premier tiers de l'écoulement, correspondant à la zone proche injection et où les instabilités de Kelvin Helmholtz sont encore très présentes, nous obtenons un coefficient d'entraînement positif traduisant un mélange dû à l'entraînement.

Dans le deuxième tiers du jet, il y a alternance entre les phénomènes de *detrainment* et d'entraînement conduisant à une diminution de la valeur de C_e pour cette zone. Ce dernier étant encore positif, nous pouvons en déduire que l'entraînement domine encore le *detrainment* dans cette région. Enfin, dans le dernier tiers de l'écoulement, le coefficient d'entraînement que nous obtenons est négatif. Cette zone est donc dominée par un processus de *detrainment*, ce qui est encore une fois confirmé par l'étude des images instantanées. Au travers de l'étude de ce nombre de Reynolds intermédiaire, nous avons mis en évidence la cohabitation des phénomènes d'entraînement et de *detrainment* illustrant ainsi la transition entre ces deux processus dans un même écoulement. Encore une fois, le rôle crucial de l'impulsion initiale du jet est illustré. En effet, contrairement au cas du nombre Reynolds de 8000, le phénomène d'entraînement est encore clairement visible pour $x/D < 1$ et le phénomène de *detrainment* se produit plus loin de l'injection. Enfin, ce dernier est constamment présent pour des distances x/D supérieures

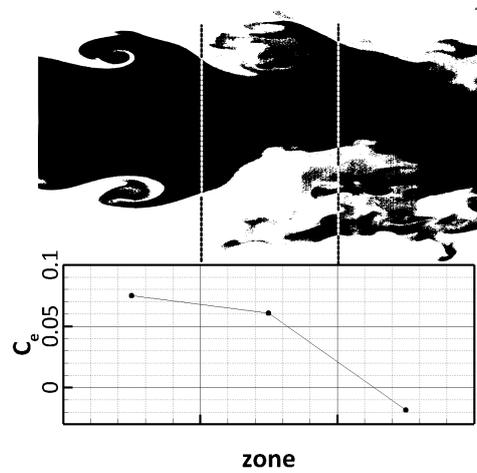


FIGURE 6.19 – Calcul du coefficient d'entraînement local sur trois zones du jet de propane à un nombre de Reynolds de 12 000.

à 1.5, contrairement au cas du nombre de Reynolds égal à 24 000, où il apparaissait moins fréquemment.

Chapitre 7

Statistiques conditionnées à l'interface

7.1	Détermination de l'interface turbulent / non turbulent	146
7.1.1	Méthode du seuil de Prasad & Sreenivasan (1989)	146
7.1.2	Extraction du contour	148
7.2	Statistiques conditionnées du champ dynamique	149
7.2.1	Forte présence du <i>detrainment</i>	151
7.2.2	Transition vers le <i>detrainment</i>	155
7.2.3	<i>Detrainment</i> intermittent	157
7.3	Statistiques conditionnées du champ scalaire	161
7.3.1	Fraction molaire moyenne de fluide injecté	161
7.3.2	Gradients de fraction molaire moyenne de fluide injecté	165
7.4	Conclusions	170

Dans les écoulements turbulents cisailés (jets, couche de mélange par exemple), la zone turbulente et le fluide ambiant irrotationnel sont séparés par une interface généralement fine et abrupte. Celle-ci est continuellement déformée par l'écoulement turbulent, lui conférant une forme tortueuse ainsi qu'une dimension fractale (Sreenivasan & Meneveau, 1986). C'est à travers cette interface que tous les changements majeurs dans la phénoménologie des écoulements se produisent. Elle est en effet le siège des échanges de masse, de quantité de mouvement et de scalaire (Westerweel *et al.*, 2009). Pendant de nombreuses années, les moyens techniques ont limité les mesures en un point de l'écoulement, Westerweel *et al.* (2002). La sonde enregistrerait alternativement un signal turbulent, ou non, selon sa localisation par rapport à l'interface au moment de la mesure. Ce comportement intermittent fut quantifié par Townsend (1976)

au travers d'un coefficient d'intermittence γ , représentant la proportion de signal turbulent enregistrée. Ainsi, il était certes possible d'identifier la nature du signal (i.e. turbulent, ou non) mais localiser l'interface Turbulent / Non Turbulent (T/NT dans la suite) tout en réalisant des mesures spatialement résolues des champs scalaires et dynamiques était hors d'atteinte. Si l'apparition des techniques laser a permis de remédier à ce problème, les chercheurs se sont principalement focalisés sur les propriétés de l'interface en champ lointain i.e. frontière entre la zone de turbulence pleinement développée et la zone de décroissance des fluctuations. L'une des questions majeures portait alors sur la nature du processus conduisant le fluide irrotationnel à devenir turbulent. Deux théories s'affrontent : celle d'un phénomène grande échelle où le fluide ambiant est incorporé dans l'écoulement turbulent ("engulfment") et celle où ce sont les petites échelles qui se déploient vers la zone non turbulente ("nibbling"). Selon Westerweel *et al.* (2005), ce dernier est dominant dans la région auto similaire, bien que le processus grandes échelles soit encore localement présent. Ce résultat est en adéquation avec la théorie proposée par Corrsin & Kistler (1955) qui postule l'existence d'une surcouche laminaire ou visqueuse ("viscous / laminar superlayer" en anglais) où la présence de la vorticité est uniquement due à la diffusion visqueuse. En réalité, selon Da Silva *et al.* (2014) ou encore Attili *et al.* (2014), la zone séparant le fluide turbulent de l'écoulement irrotationnel peut être divisée en deux couches distinctes : la surcouche laminaire précédemment mentionnée et une sous-couche turbulente ("turbulent sublayer"), Fig. 7. La sous-couche turbulente est, elle, également une zone de production de vorticité. Son épaisseur a été directement estimée comme étant de l'ordre de grandeur de l'échelle de Taylor λ_T dans les écoulements cisailés et de sillage.

Le calcul traditionnel des statistiques (calculées à partir d'un référentiel fixe) fait apparaître un changement graduel des profils entre la région turbulente et non turbulente lissant l'aspect intermittent évoqué plus haut. Il semble que la méthodologie classique ne soit pas appropriée pour l'étude de l'interface T/NT. Bisset *et al.* (2002) eurent alors l'idée de calculer ces mêmes statistiques mais cette fois-ci conditionnées à la position instantanée de l'interface. Ils firent ainsi apparaître un changement plus abrupte dans leurs profils sous la forme d'un saut dans ces derniers à la traversée de l'interface. Le grand intérêt porté à cette région s'explique par le rôle majeur qu'elle joue dans des applications telles que la combustion non pré-mélangée. En effet, ce processus est localisé dans des zones de fractions de mélange st ochiom triques très faibles (≈ 0.06) situées en plein c eur de la zone Turbulente (jet d'hydrocarbure) / Non Turbulente (air) dans le cadre de flammes jets, Gampert *et al.* (2014b).

Tous les résultats précédemment énoncés ont été établis dans la zone autosimilaire de divers

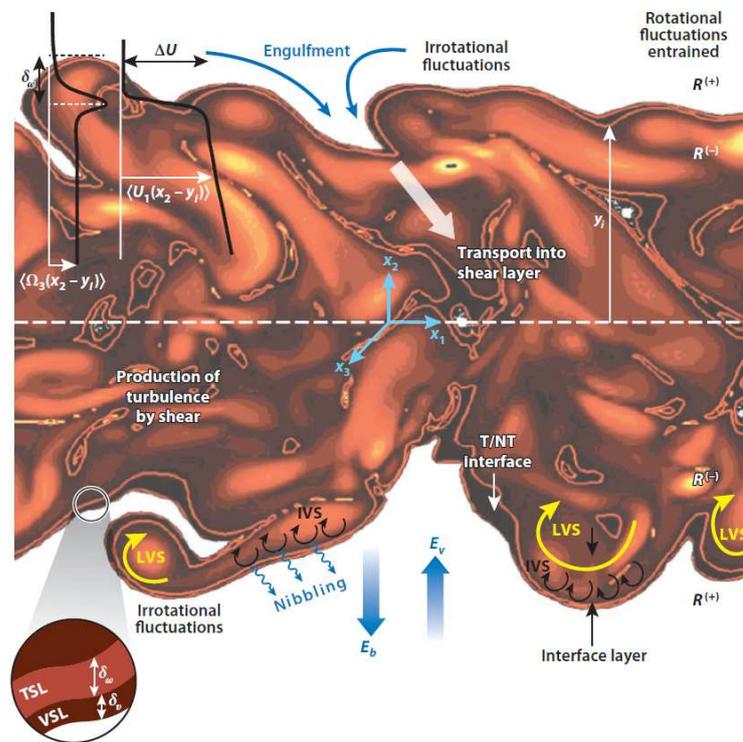


FIGURE 7.1 – Représentation schématique de l'interface et des processus d'entraînement d'après Da Silva *et al.* (2014).

écoulements (jet, sillage etc). En revanche, il n'existe pratiquement pas d'études de statistiques conditionnées en champ proche, il n'en est d'ailleurs pas fait mention dans l'article de revue de Da Silva *et al.* (2014). Néanmoins, comme mis en évidence par Khashehchi *et al.* (2013), une telle étude illustrerait le développement de la turbulence et nous apporterait des informations sur les processus en jeu en champ proche. Dans leur article, les auteurs étudient des jets liquides issus de deux convergents et présentant des nombres de Reynolds compris entre 3000 et 6500. Ils calculent alors les statistiques conditionnées à la position de l'interface dans la zone de développement du jet jusqu'à la zone autosimilaire. Nous nous sommes attachés à mener une étude semblable dans la zone proche injection, afin de comparer les comportements des jets à viscosité variable et constante. En effet, d'après l'article de revue de Da Silva *et al.* (2014), la présence d'une stratification en densité modifie les processus en jeu à l'interface. Il est donc fort probable qu'au vu des résultats présentés dans les chapitres précédents, cela soit également le cas pour une stratification en viscosité, d'autant plus en champ proche où ces gradients sont les plus importants.

7.1 Détermination de l'interface turbulent / non turbulent

Selon Gampert *et al.* (2014a), les statistiques obtenues à partir d'une détection de l'interface basée sur la vorticit   ou sur le scalaire passif ne diff  rent pas. N  anmoins, notre   tude portant sur un scalaire actif, nous avons choisi de d  terminer l'interface en nous reposant sur le champ scalaire.

7.1.1 M  thode du seuil de Prasad & Sreenivasan (1989)

La m  thode de Prasad & Sreenivasan (1989) pour identifier l'interface Turbulent/Non Turbulent repose sur une observation simple. Les pixels ont une intensit   forte lorsqu'ils sont localis  s    l'int  rieur du jet et faible lorsque cela n'est pas le cas, Fig. 7.2. L'id  e d'utiliser un seuillage bas   sur l'intensit   des pixels d  coule naturellement de cette constatation. Nous avons choisi d'utiliser cette technique, mais appliqu  e aux images corrig  es et normalis  es afin de minimiser les erreurs dues au bruit et aux inhomog  nit  s de nappe laser. Ainsi notre seuillage sera effectu   sur la fraction molaire de fluide inject   et non sur l'intensit   brute des pixels.

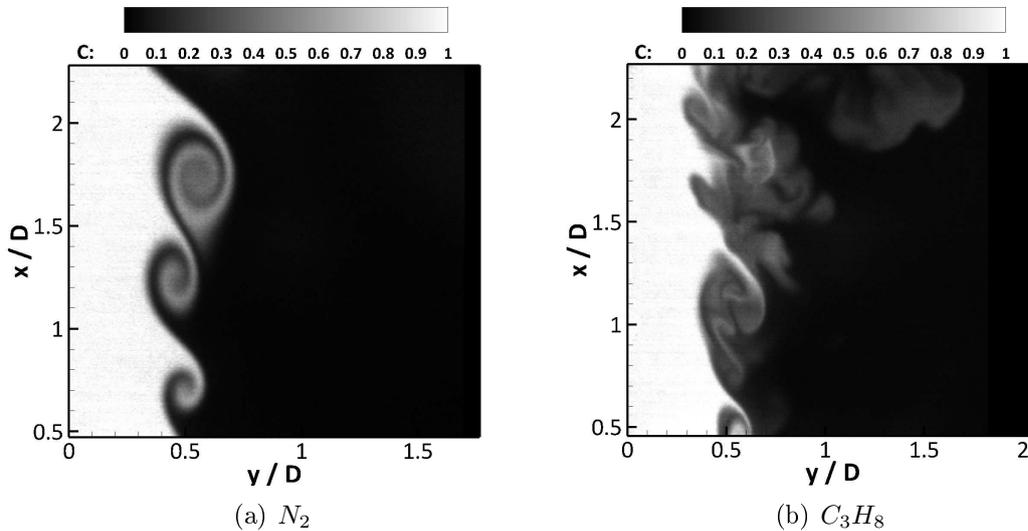


FIGURE 7.2 – R  partition de la fraction molaire de fluide inject   interpol  e sur le maillage de PIV.

L'objectif final   tant de r  aliser des statistiques de vitesse conditionn  es    l'interface, il est n  cessaire de d  terminer la position de celle-ci sur le maillage utilis   pour calculer les vitesses. Ainsi, la premi  re   tape consiste    interpoler les donn  es de PLIF sur le maillage de PIV,

Fig. 7.2. Celui-ci étant le moins résolu des deux, nous n'ajoutons pas d'informations.

Afin de déterminer le seuil de binarisation, la technique la plus intuitive consiste à réaliser un histogramme de la fraction molaire de fluide injecté. On choisit alors comme valeur seuil le minimum local de la distribution bimodale (caractéristique des deux régions). Néanmoins, dans la pratique, cette bimodalité n'est pas toujours clairement identifiable. Une méthode plus universelle est alors présentée par les auteurs, ils proposent de calculer ce qu'ils nomment "l'intensité moyenne seuillée". Cela consiste à calculer la valeur de l'intensité moyenne sur toute l'image seuillée, et ce pour différents seuils. Deux régions quasi-linéaires, de pentes différentes, peuvent être identifiées. Les pixels appartenant au coflow ont une faible valeur d'intensité, augmenter le seuil conduit à une croissance douce de l'intensité moyenne seuillée. Ainsi, la région de faible pente est caractéristique du milieu ambiant. Le raisonnement inverse peut être appliqué pour la région du jet. Finalement, la valeur seuil équivaut alors au point d'intersection de ces deux droites. Encore une fois, nous appliquons le même principe, mais sur la fraction molaire de fluide injecté. Cette manipulation est réalisée sur la totalité des images instantanées, 3000 dans notre cas, et une courbe moyenne est calculée à partir des profils instantanés, Fig. 7.1.1. Le seuil de binarisation correspond alors au point qui voit la dérivée seconde s'annuler et changer de signe, i.e. point d'inflexion soit 0.21 sur notre exemple.

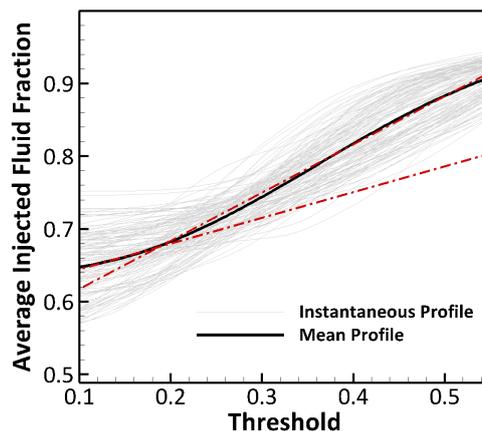


FIGURE 7.3 – Détermination de la valeur seuil à partir du profil moyen de fraction molaire de fluide injecté.

7.1.2 Extraction du contour

L'étape suivante consiste à binariser l'image instantanée selon le seuil précédemment déterminé, Fig. 7.4.

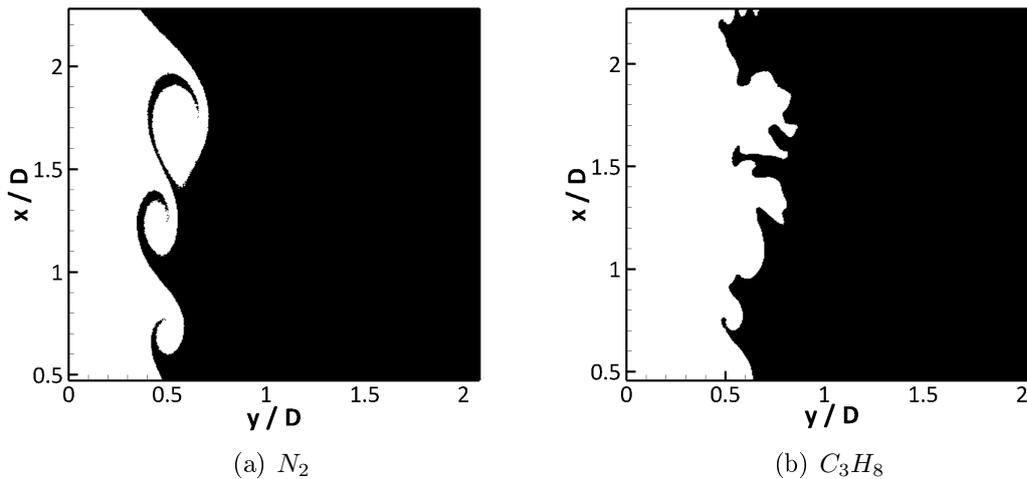


FIGURE 7.4 – Images instantanées binaires.

En ce qui concerne l'extraction du contour proprement dite, nous avons suivi la méthode proposée par Westerweel *et al.* (2002). Une fois l'image binaire obtenue, les éléments non connectés au centre du jet sont enlevés et le contour de l'image est déterminé grâce à la fonction *bwperim* du logiciel MATLAB. Tous comme les auteurs, nous observons une forme de frontière complexe où une ligne horizontale peut intersecter plusieurs fois l'interface, Fig. 7.5(a) et Fig. 7.5(b). Il est donc nécessaire de filtrer le contour obtenu. Pour chaque hauteur, le dernier pixel blanc est sélectionné, les autres se voient affecter la valeur zéro, Fig. 7.5(c) et Fig. 7.5(d). Cette méthode fait apparaître des trous sur l'interface. Néanmoins, lorsque les statistiques sont calculées pour une position x / D donnée, les images où la position de l'interface est indéterminée sont éliminées.

La totalité du processus décrit dans cette section est appliquée à toutes les images instantanées. Chaque image est ainsi associée à une matrice contenant les coordonnées de l'interface pour chaque position axiale. Grâce à celle-ci, nous pouvons calculer des statistiques moyennes à une distance fixée de l'interface, comme proposé par Bisset *et al.* (2002) et non pas dans le référentiel fixe du laboratoire.

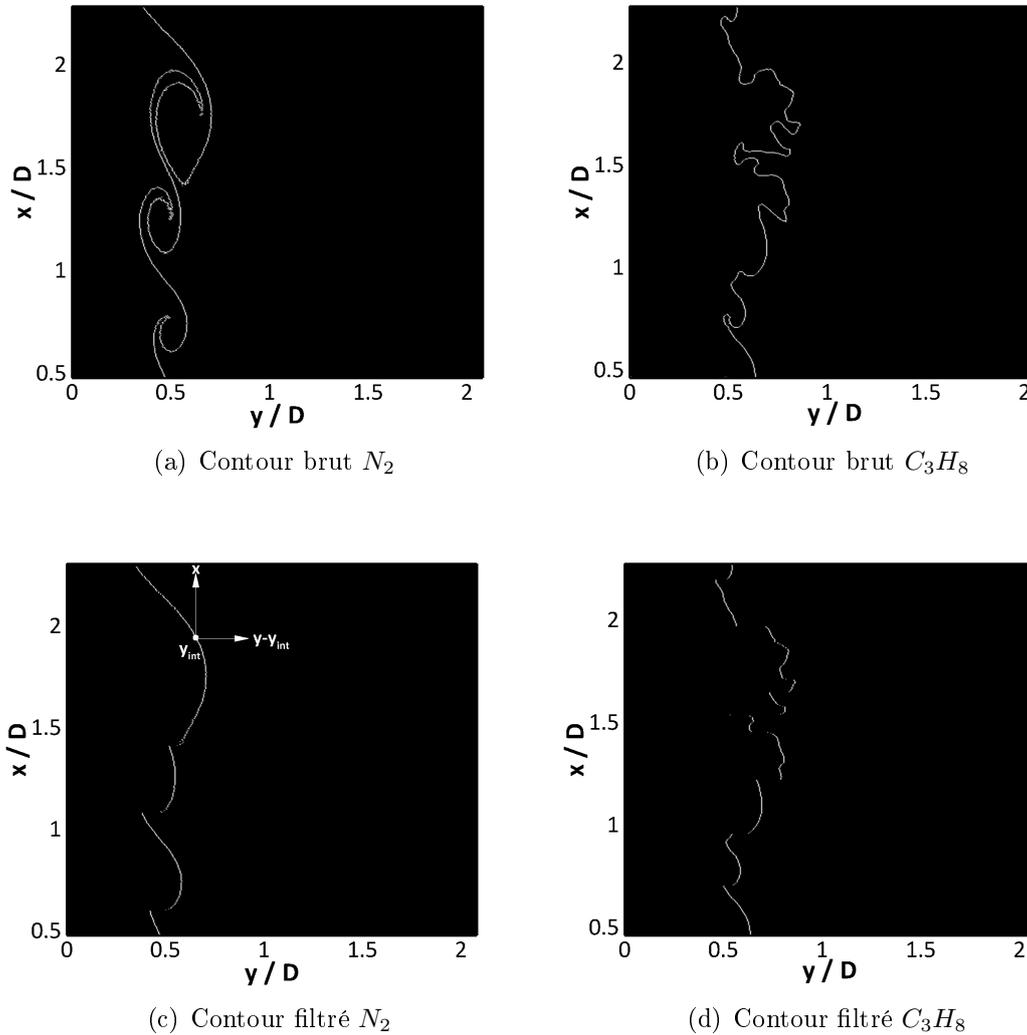


FIGURE 7.5 – Extraction du contour et filtrage selon la méthode de Westerweel *et al.* (2002).

7.2 Statistiques conditionnées du champ dynamique

Dans l'objectif de proposer une vision d'ensemble de nos résultats, nous allons dans un premier temps présenter les statistiques obtenues pour tous les nombres de Reynolds étudiés pendant cette thèse, en séparant les configurations à viscosité variable et à viscosité constante, Fig. 7.6 et Fig. 7.7.

Intéressons-nous tout d'abord à la vitesse axiale moyenne conditionnée à la distance à l'interface. Pour suivre la méthodologie adoptée par de nombreux auteurs (Bisset *et al.*, 2002; Gampert

et al., 2014b; Westerweel *et al.*, 2002), celle-ci est normalisée par la vitesse axiale moyenne au centre du jet, tandis que la coordonnée radiale est adimensionnée par la demi-largeur du jet $y_{1/2}$ (où $\bar{U}(y_{1/2}) = 0.5 \cdot \bar{U}_c$), Fig. 7.6. En ce qui concerne le jet à viscosité constante, nous ne consta-

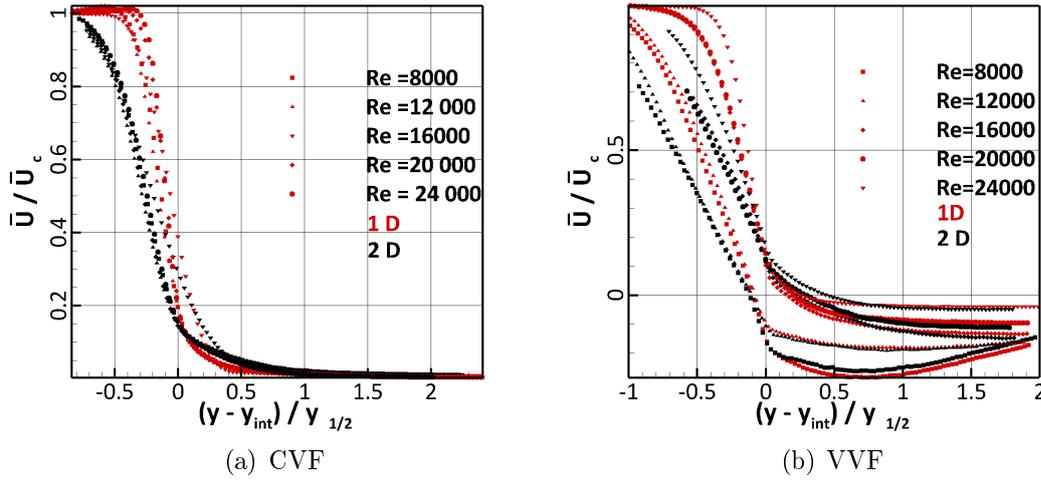


FIGURE 7.6 – Vitesse axiale moyenne normalisée par la vitesse sur l'axe du jet et conditionnée à la position de l'interface pour les cas CVC, gauche, et VVC, droite.

tons pas de différences majeures dans la forme des profils obtenus, Fig. 7.6(a). A $x/D = 1$, le "top hat" de l'injection est toujours distinguable quel que soit le nombre de Reynolds considéré. A deux diamètres, on observe un arrondissement des profils, caractéristique du développement de la turbulence. Ainsi, les processus influençant le développement du jet d'azote sont identiques pour tous les nombres de Reynolds étudiés. Ces résultats sont en adéquation avec ceux détaillés dans le chapitre 6.

En revanche, nous observons une grande disparité entre les profils obtenus dans le jet à viscosité variable, Fig. 7.6(b). A $x/D = 2$, trois régimes semblent se distinguer : $Re=8000$ et $Re=12000$, puis $Re=16000$ et $Re=20000$ et enfin $Re=24000$. On observe en effet, qu'en augmentant le nombre de Reynolds, la vitesse axiale décroît moins rapidement. De plus, pour les nombres de Reynolds les plus faibles, des vitesses négatives importantes sont observées même en $x/D = 1$, tendance beaucoup moins marquée pour le cas $Re=24000$ par exemple. Une fois encore, nous attribuons ces disparités aux processus pilotant le développement du jet, qui sont différents en fonction du nombre de Reynolds considéré. Pour être plus précis, la présence plus ou moins forte du *detrainment* influence grandement la forme des statistiques conditionnées

obtenues.

Ces conclusions sont également appuyées par l'étude de la vorticité adimensionnée et conditionnée à la distance à l'interface adimensionnée par la demi-largeur du jet, Fig. 7.7. Notons

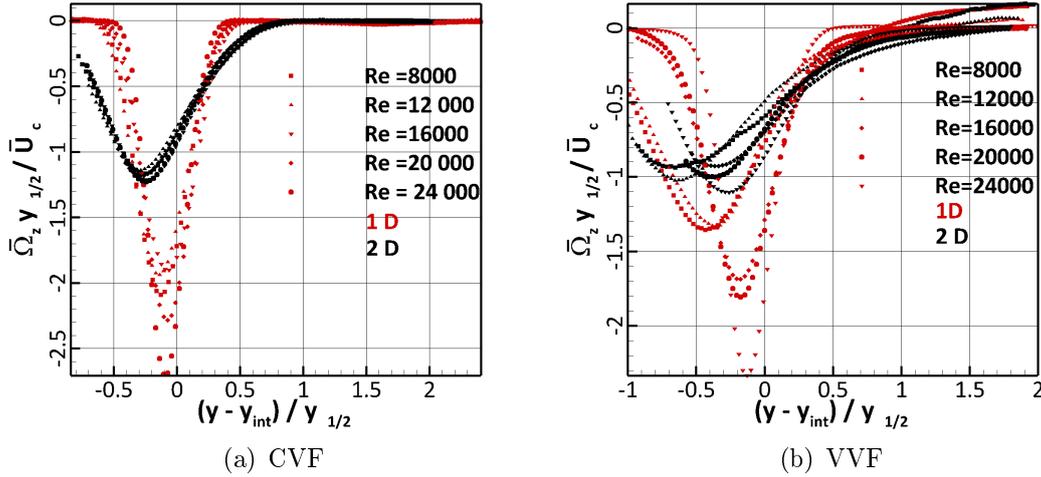


FIGURE 7.7 – Vorticité moyenne conditionnée à la position de l'interface pour les cas CVF, gauche, et VVF, droite.

tout d'abord que la forme des profils obtenus dans l'azote est très semblable à celle obtenue par Khashehchi *et al.* (2013) dans un jet liquide ($Re=6500$). De plus, l'ordre de grandeur du pic atteint par la vorticité adimensionnée pour notre cas $Re=20000$, est tout à fait comparable à celui atteint dans l'étude précédente. On rappelle que le nombre de Reynolds indiqué sur nos figures est calculé à partir de la viscosité du propane et que nous avons choisi de comparer les jets CVF et VVF en leur affectant la même valeur d'impulsion initiale ($\rho \cdot U_{inj}^2$). Ainsi, le nombre de Reynolds initial réel dans l'azote est d'environ 7000 pour le cas précédemment mentionné. Enfin, en ce qui concerne le jet à viscosité variable, les profils obtenus sont encore une fois très différents, Fig. 7.7(b).

Nous nous proposons maintenant d'étudier en détail un exemple pour chacun des trois "régimes" mis en lumière précédemment.

7.2.1 Forte présence du *detrainment*

Les statistiques conditionnées de la vitesse axiale nous permettent de mettre en évidence la naissance d'un changement de pente à la traversée de l'interface désigné par l'expression "saut

à l'interface" dans la littérature (Khashehchi *et al.*, 2013), souligné dans l'encadré de la figure Fig. 7.8(b). L'évolution de \bar{U}/\bar{U}_c peut être modélisée par trois segments de droite différents : juste avant l'interface, lors de la traversée, et après l'interface.

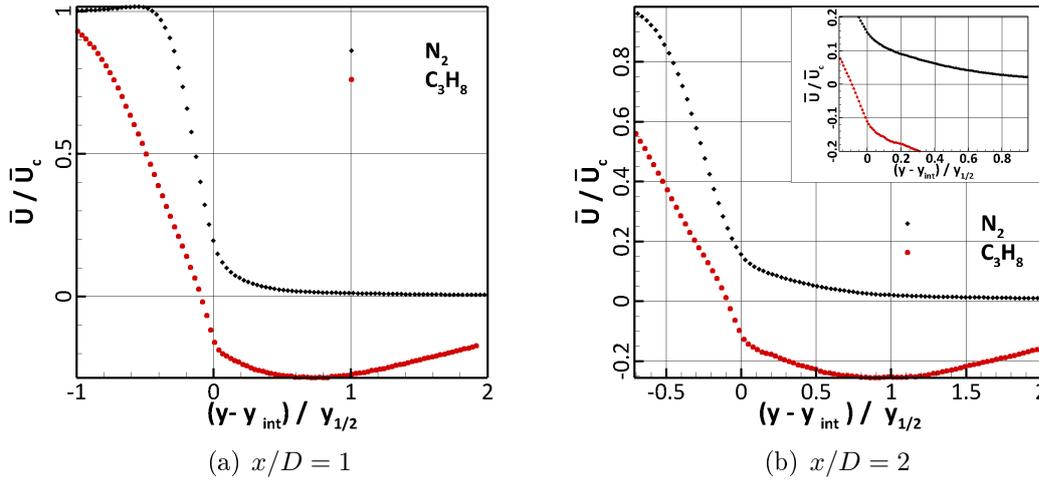


FIGURE 7.8 – Vitesse axiale moyenne normalisée par la vitesse moyenne sur l'axe du jet et conditionnée à la position de l'interface en $x/D = 1$, gauche, et $x/D = 2$, droite pour les cas CVF et VVF. $Re=8000$.

Ce saut n'est perceptible que bien plus tard dans les écoulements à viscosité constante ($x/D = 5$), pour preuve s'il n'est pas encore observable sur notre configuration CVF à deux diamètres, courbe noire sur la Fig. 7.8(b), il est visible sur les mesures en $x/D = 5$, Fig. 7.9. Ce saut est caractéristique d'une fluctuation importante de la position de l'interface selon Khashehchi *et al.* (2013) et donc d'une turbulence plus développée. Pour vérifier cette hypothèse, nous avons représenté la distribution de la position radiale de l'interface pour les 3000 images instantanées utilisées pour calculer nos statistiques conditionnées, Fig. 7.10. Ceci nous permet d'observer que la distribution des positions pour le jet VVF est beaucoup plus dispersée que celle pour le jet d'azote.

Dans une visée plus quantitative, nous avons tracé les fonctions densité de probabilité de la position radiale de l'interface en $x/D = 1$ et $x/D = 2$, Fig. 7.11. Ces distributions sont bien représentées par des gaussiennes, comme mis en évidence par Gampert *et al.* (2014b) ou encore Westerweel *et al.* (2009). Les paramètres de ces fonctions confirment nos observations précédentes. En effet, l'écart type des distributions dans le jet à viscosité variable (que ce soit à 1 ou 2 diamètres) est plus important que dans le jet d'azote. Ceci nous indique une plus grande

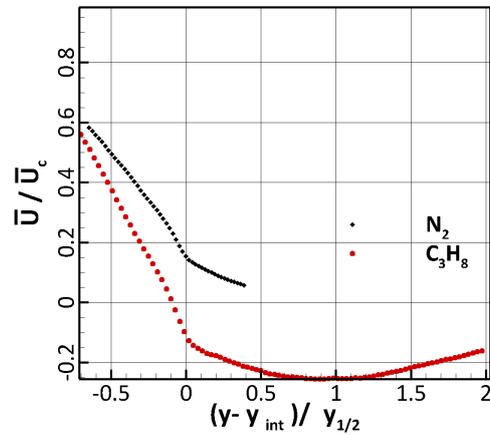


FIGURE 7.9 – Vitesse axiale moyenne normalisée par la vitesse moyenne sur l’axe du jet et conditionnée à la position de l’interface en $x/D = 2$, dans le propane et $x/D = 5$, dans l’azote.

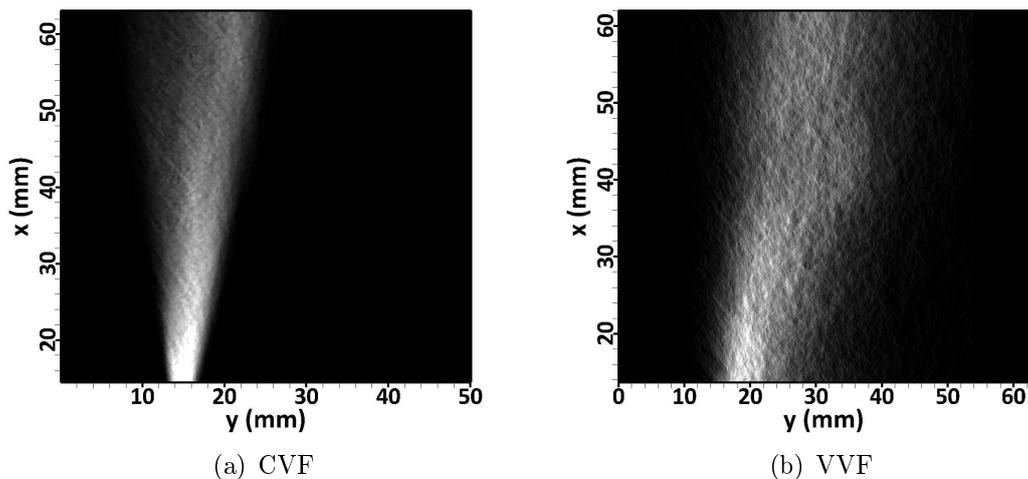


FIGURE 7.10 – Répartition de la position radiale de l’interface pour les 3000 images instantanées dans les cas CVF, gauche, et VVF, droite. $Re=8000$.

fluctuation de la position radiale de l’interface. Dans un second temps, la position moyenne de l’interface (tout comme la plus probable) est plus éloignée de l’axe du jet que dans la configuration CVF, indiquant que le jet de propane est beaucoup plus étendu. On peut lire ici l’influence du *detrainment* provoquant un développement horizontal du jet beaucoup plus important que ce qui est observé traditionnellement.

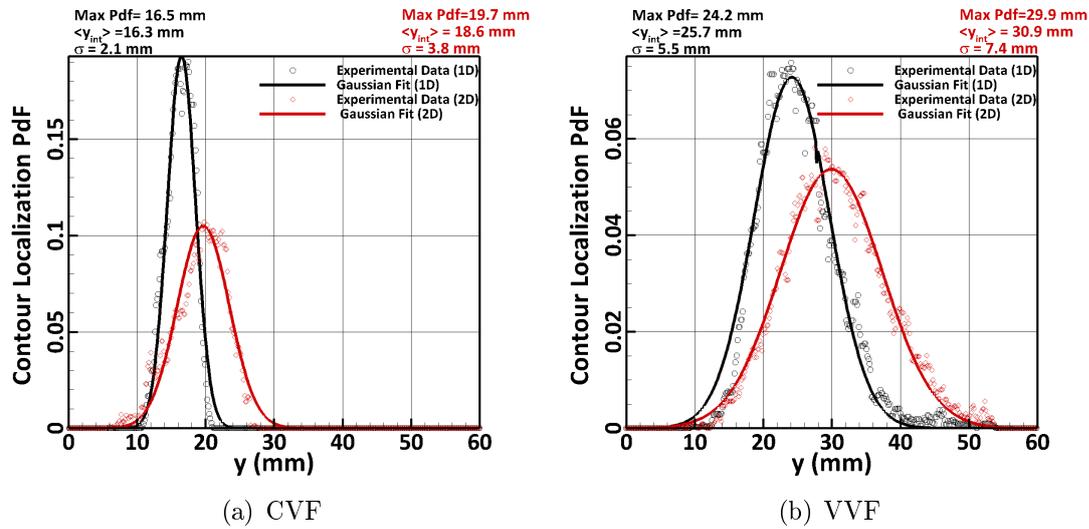


FIGURE 7.11 – Fonction densité de probabilité de la position radiale de l'interface pour les cas CVF, gauche, et VVF, droite, à deux positions axiales. $Re=8000$.

L'étude de la vorticité conditionnée, renforce encore une fois les conclusions tirées pr e-c demment. En effet, si l'intensité du pic diminue pour le jet d'azote entre 1 et 2 diamètres, il est toujours parfaitement distinguable, Fig. 7.12. Dans le jet de propane en revanche, on constate

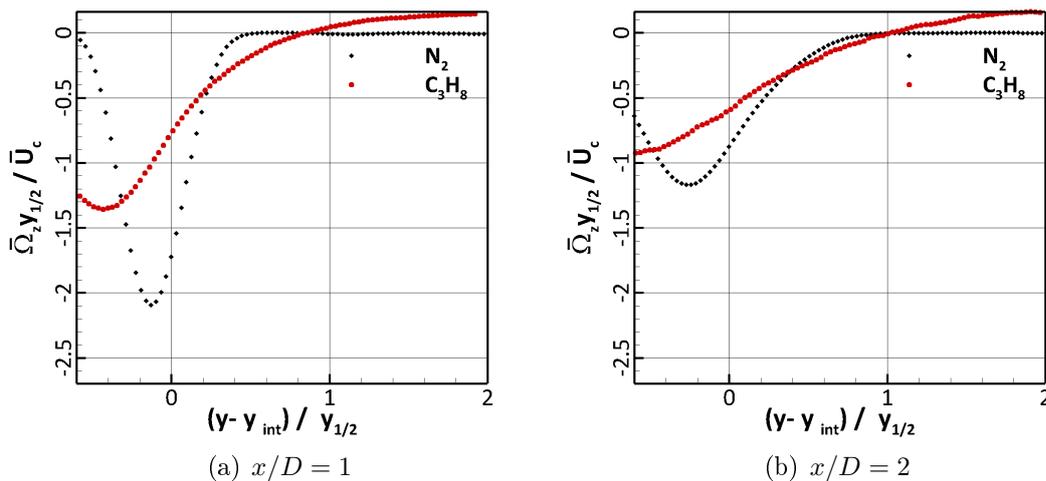


FIGURE 7.12 – Vorticité moyenne conditionnée à la position de l'interface en $x/D = 1$, gauche, et $x/D = 2$, droite pour les cas CVF et VVF. $Re=8000$.

que la valeur du pic est non seulement bien nettement inférieure à celle obtenue dans la configuration CVF, mais que de plus celui-ci s'aplanit fortement entre les deux positions axiales. L'étude menée par Khashehchi *et al.* (2013) décrit l'évolution des statistiques conditionnées de la vorticité avec la distance à l'injection : lorsque x/D augmente le pic diminue puis commence à s'aplatir avant qu'un nouveau pic, visible cette fois ci, au niveau de l'interface ne se dessine, Fig. 7.13.

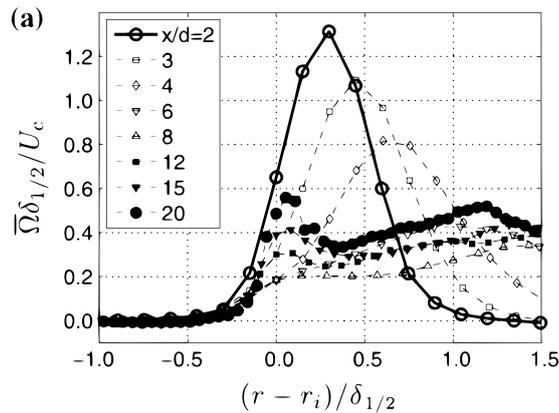


FIGURE 7.13 – Vorticité moyenne conditionnée à la position de l'interface pour plusieurs positions axiales, d'après Khashehchi *et al.* (2013).

Ainsi, le développement de la turbulence est bien plus avancé dans le jet à viscosité variable que dans le jet d'azote. L'objection qui pourrait être avancée reposerait sur fait que le nombre de Reynolds est inférieur dans le jet d'azote. Néanmoins, que ce soit en comparant avec les résultats obtenus par Khashehchi *et al.* (2013) dans la configuration de "Jet 2" où le Reynolds considéré est de 6500 ou encore avec le Reynolds le plus haut traité dans notre étude (≈ 9000 dans le jet d'azote), cette différence est toujours observable.

7.2.2 Transition vers le *detrainment*

Intéressons-nous maintenant à un cas où, si le *detrainment* est très présent en $x/D = 2$, c'est le processus d'entraînement qui domine le mélange à un diamètre de l'injection. Nous étudions ici la configuration où le nombre de Reynolds basé sur la viscosité du propane est de 16 000.

Au vue de ces remarques, nous nous attendons à ce que la différence de comportement avec le cas du *detrainment* développé étudié précédemment soit majoritairement observable en $x/D = 1$. Elle devrait également être perceptible à deux diamètres de l'injection, bien que

moins drastique. A une distance d'injection de deux diamètres, les mêmes tendances que dans la section précédente sont en effet identifiables. Ainsi, la naissance du saut à l'interface pour la vitesse axiale moyenne normalisée par la vitesse moyenne sur l'axe du jet et conditionnée à la position de l'interface est toujours visible, Fig. 7.14(b). De même, l'aplatissement de la vorticité,

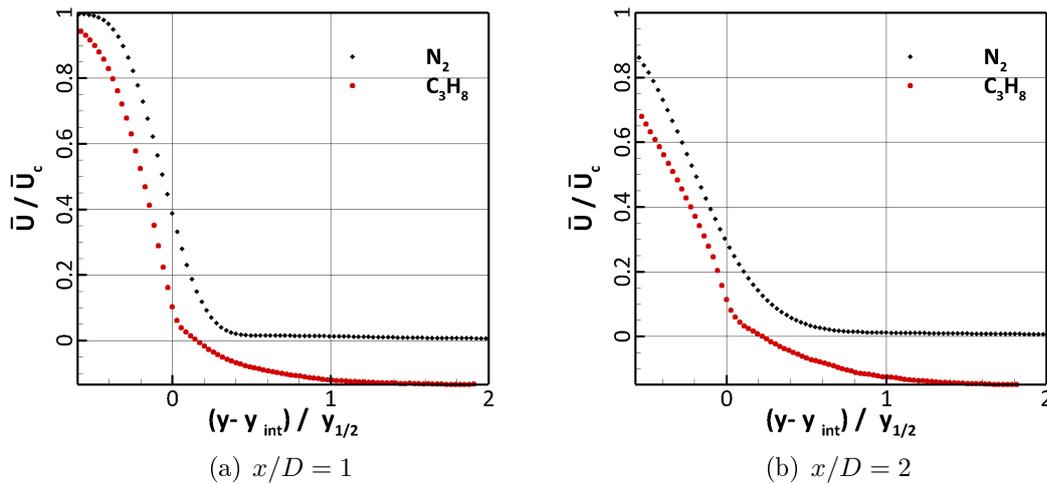


FIGURE 7.14 – Vitesse axiale moyenne normalisée par la vitesse moyenne sur l'axe du jet et conditionnée à la position de l'interface en $x/D = 1$, gauche, et $x/D = 2$, droite pour les cas CVF et VVF. $\text{Re}=16000$.

bien que moins prononcé, est toujours notable à cette même position axiale, Fig. 7.15(b). Enfin, on remarque que la vorticité conditionnée semble toujours être en phase de croissance vers des valeurs positives dans la direction de l'écoulement ambiant, viz. $(y - y_{\text{int}})/y_{1/2} > 0$ (pas de plateau à $\Omega_z \cdot y_{1/2}/U_c = 0$).

En revanche, en $x/D = 1$, ces caractéristiques ne sont plus visibles. Ainsi, la forme des profils que ce soit pour la vorticité, Fig. 7.15(a), ou pour la vitesse axiale, Fig. 7.14(a), est beaucoup plus semblable à celle obtenue dans le jet d'azote. On note par exemple que la vorticité conditionnée conserve une valeur nulle dans la direction des $(y - y_{\text{int}})/y_{1/2}$ positifs, confirmant l'absence de *detrainment* à cette position. On peut néanmoins noter que la turbulence est toujours plus développée dans le jet à viscosité variable que dans celui à viscosité constante (épaisseur du profil de vorticité moyenne plus importante). La décroissance de toutes les statistiques étudiées est ainsi plus avancée que dans cette dernière configuration.

Le graphique représentant la répartition de la position radiale de l'interface pour toutes les images instantanées vient encore une fois appuyer nos conclusions, Fig. 7.16. En effet,

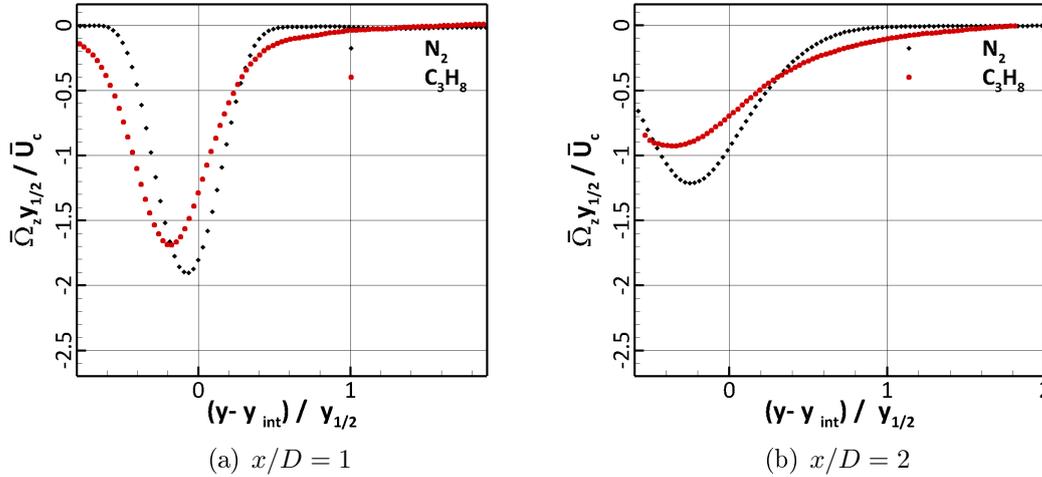


FIGURE 7.15 – Vorticité moyenne conditionnée à la position de l'interface en $x/D = 1$, gauche, et $x/D = 2$, droite pour les cas CVF et VVF. $Re=16000$.

jusqu'à environ un diamètre de l'injection, la répartition calculée pour l'azote et le propane sont similaires dans la forme. On note ainsi que la majorité des positions détectées sont concentrées dans une zone réduite bien que cette dernière soit plus large pour le jet à viscosité variable. En ce qui concerne $x/D = 2$, les aspects des deux configurations diffèrent beaucoup plus largement. Ainsi, on retrouve dans la configuration VVF cet aspect plus étalé de la distribution synonyme d'une plus grande fluctuation de la position de l'interface.

7.2.3 *Detrainment* intermittent

Dans ce dernier cas, les processus affectant le développement des deux écoulements (CVF et VVF) sont de même nature (i.e. entraînement). Ceci se traduit par une grande similarité entre les profils issus des deux configurations en $x/D = 1$. Ainsi, la vitesse axiale moyenne normalisée par la vitesse moyenne sur l'axe du jet et conditionnée à la position de l'interface permet de voir que le "top hat" initial est toujours discernable, Fig. 7.17(a). De plus, le pic de la vorticité est clairement visible tout comme la présence d'un plateau de vorticité nulle loin de l'interface, Fig. 7.18(a).

A deux diamètres de l'injection, si ces profils sont encore très similaires (absence de saut de vitesse axiale, pic de vorticité), des différences plus notables commencent à apparaître. Tout d'abord, l'écart dans la décroissance des profils de vitesse axiale conditionnée à la position de

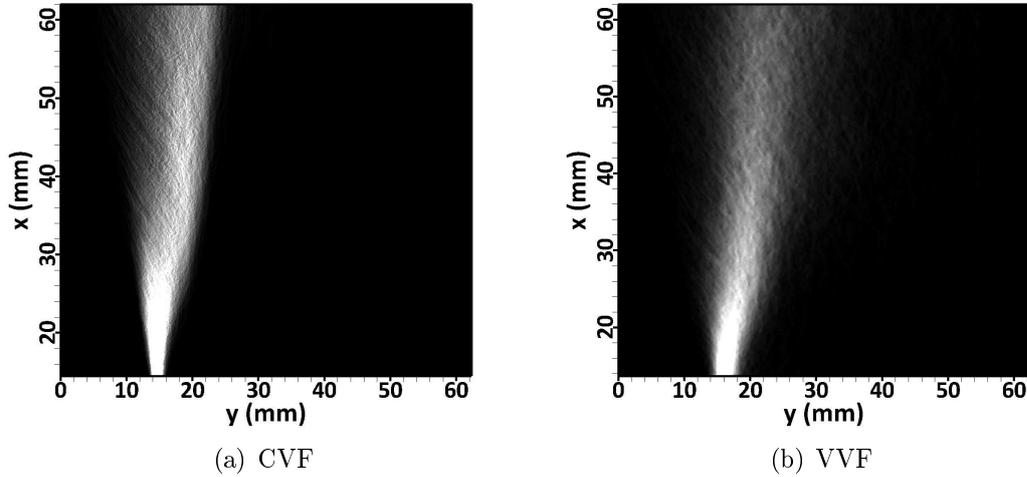


FIGURE 7.16 – Répartition de la position radiale de l'interface pour les 3000 images instantanées dans les cas CVF, gauche, et VVF, droite. $Re=16000$.

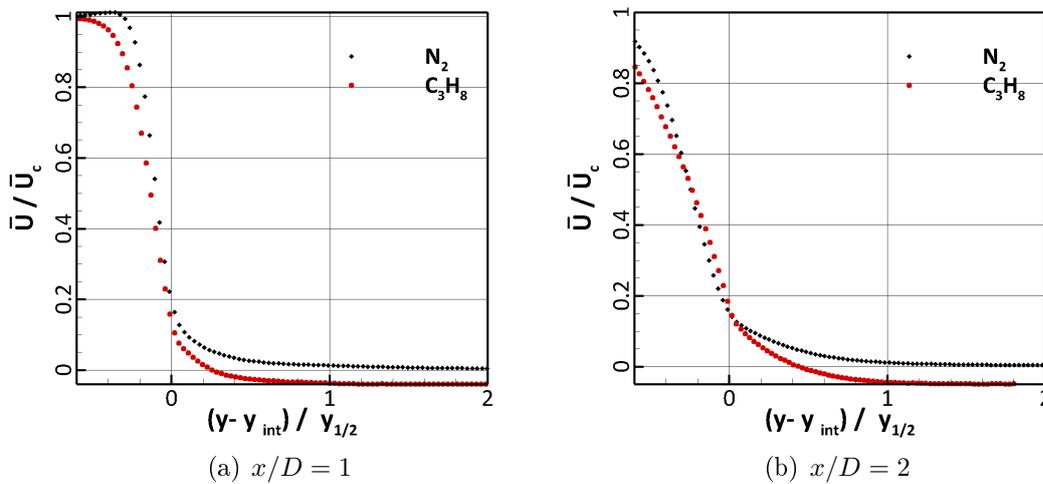


FIGURE 7.17 – Vitesse axiale moyenne normalisée par la vitesse moyenne sur l'axe du jet et conditionnée à la position de l'interface en $x/D = 1$, gauche, et $x/D = 2$, droite pour les cas CVF et VVF. $Re=24000$.

l'interface est plus marqué, Fig. 7.17(b). On observe également une légère croissance linéaire de la vorticité loin de l'interface, Fig. 7.18(b). Cette dernière est la conséquence de la présence (intermittente) de fluide "détrainé".

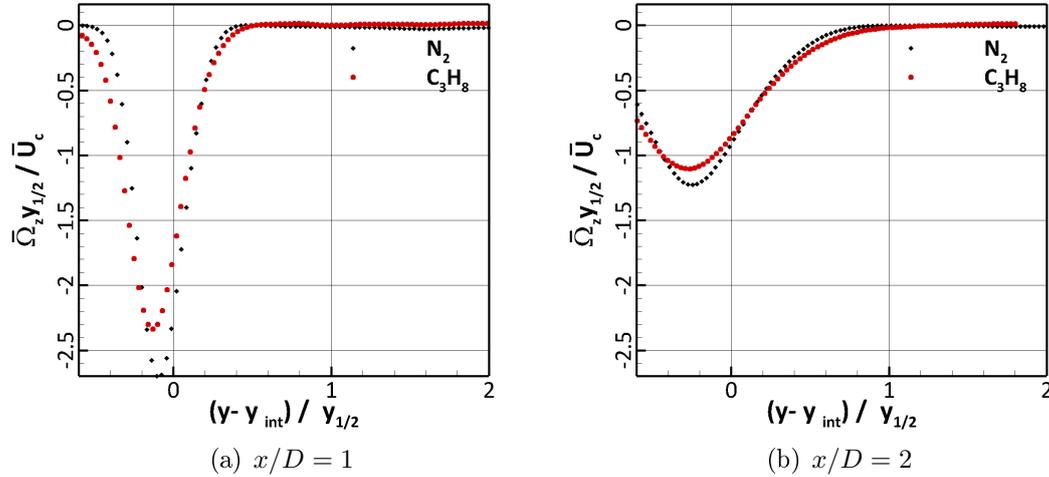


FIGURE 7.18 – Vorticité moyenne conditionnée à la position de l’interface en $x/D = 1$, gauche, et $x/D = 2$, droite pour les cas CVF et VVF. $Re=24000$.

La représentation de la position de l’interface pour les 3000 images instantanées nous conforte dans cette analyse, Fig. 7.19. En effet, ces deux cartographies présentent un aspect

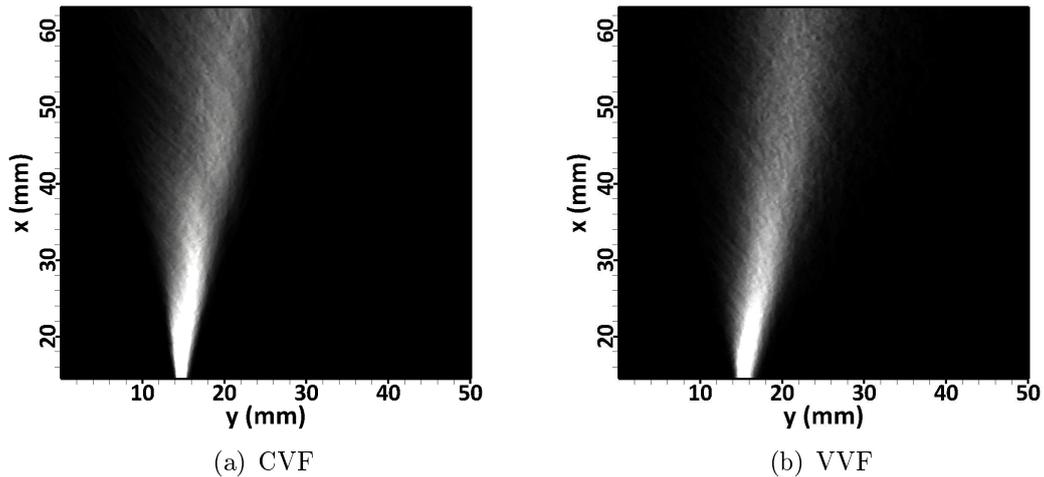


FIGURE 7.19 – Répartition de la position radiale de l’interface pour les 3000 images instantanées dans les cas CVF, gauche, et VVF, droite. $Re=24000$.

assez similaire même si, en s’éloignant de l’injection (haut de l’image), on commence à observer

une plus grande dispersion des points pour le jet de propane. De plus, l'ouverture de ce dernier semble également être plus importante. Ceci est confirmé de manière quantitative par la représentation des fonctions densité de probabilité, Fig. 7.20. La position radiale moyenne (et la plus probable) est ainsi plus grande pour le jet à viscosité variable que pour son homologue à viscosité constante.

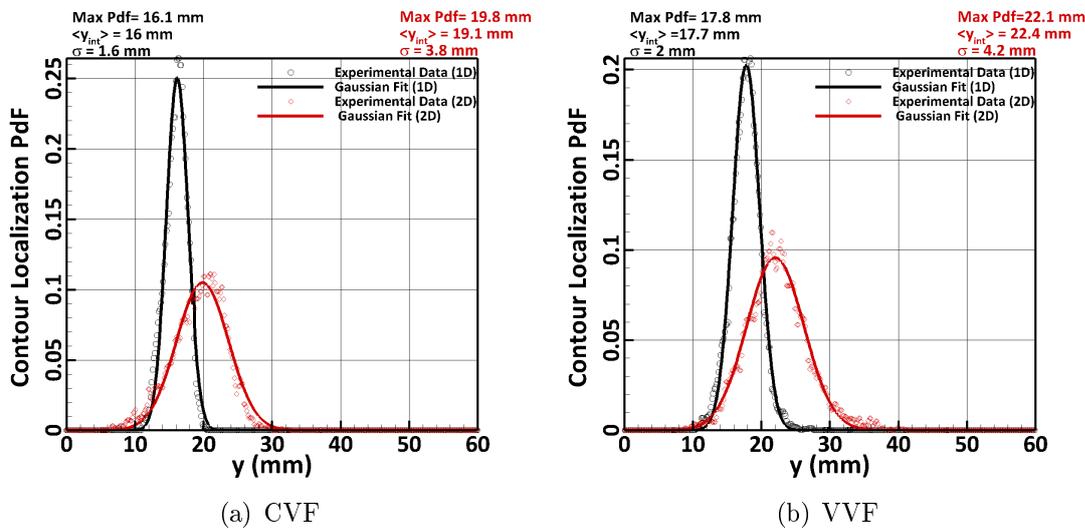


FIGURE 7.20 – Fonction densité de probabilité de la position radiale de l'interface pour les cas CVF, gauche, et VVF, droite. $Re=24000$.

Pour conclure, la turbulence est une fois encore plus avancée dans la configuration à viscosité variable mais, la présence du *detrainment* n'étant pas constante, les deux écoulements sont plus similaires dans leurs comportements.

L'étude de ces différentes configurations a permis de mettre en évidence l'évolution de la nature des phénomènes affectant le développement du jet dans le cas à viscosité variable. Il est également intéressant de remarquer que dans le jet de propane, augmenter le nombre de Reynolds n'accélère pas le développement de la turbulence, au contraire. Ceci est corroboré par le résultat connu pour les jets classiques stipulant que, lorsque le nombre de Reynolds augmente, l'origine virtuelle de l'écoulement est alors déplacée vers l'aval (Pitts, 1991b).

7.3 Statistiques conditionnées du champ scalaire

7.3.1 Fraction molaire moyenne de fluide injecté

Au travers de l'étude des statistiques conditionnées du champ scalaire, nous cherchons à confirmer les analyses réalisées à partir du champ dynamique, mais également à mettre en lumière d'autres phénomènes. Ainsi, nous avons choisi de comparer l'évolution de la fraction molaire moyenne de fluide injecté conditionnée à sa position vis à vis de l'interface et normalisée par la fraction de fluide sur l'axe du jet, viz. $\frac{\bar{c}}{\bar{c}_c}$, dans le jet d'azote et dans le jet de propane, Fig. 7.21. En ce qui concerne le jet à viscosité constante, on observe une valeur nulle de la concentration du côté irrotationnel, puis une augmentation linéaire jusqu'à $\frac{\bar{c}}{\bar{c}_c} = 1$. Avant cette croissance linéaire, la présence d'un plateau (encadré en pointillé) peut être détectée. Selon Turner (1986), celui-ci est caractéristique d'une zone de mélange pouvant être associée à l'interface T/NT. La taille de celle-ci est de l'ordre de la micro-échelle de Taylor, d'après Westerweel *et al.* (2009). Da Silva & Taveira (2010) complètent ces conclusions en montrant que l'épaisseur de l'interface est en réalité de l'ordre de grandeur du rayon des grands vortex encore présents dans l'écoulement. Par analogie, nous supposons qu'en champ proche ce plateau

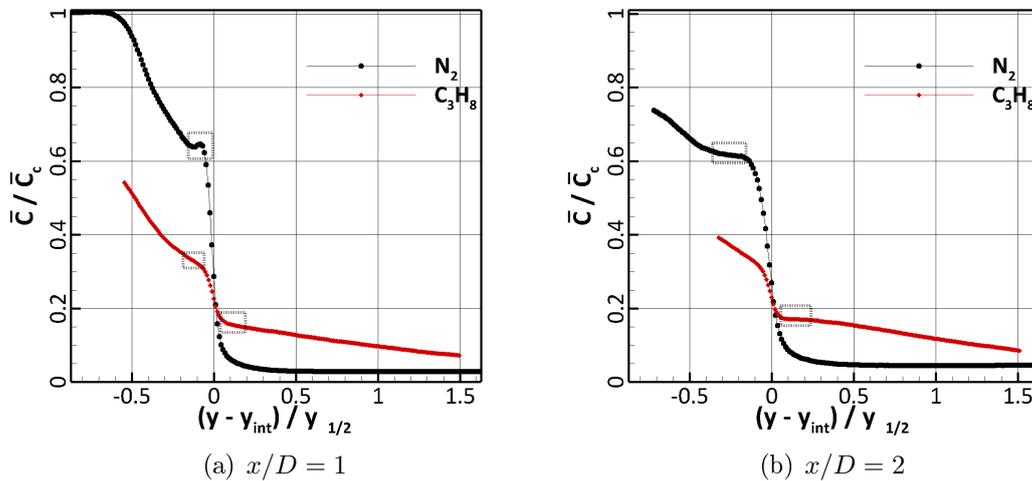


FIGURE 7.21 – Fraction molaire moyenne de fluide injectée conditionnée à la position de l'interface en $x/D = 1$, gauche, et $x/D = 2$, droite pour les cas CVF et VVF. $Re=8000$.

(et donc l'interface) est de l'ordre de grandeur du rayon des échelles responsables du mélange, soit les tourbillons de Kelvin-Helmholtz les plus énergétiques. Le fait que la taille de ce plateau

varie avec les tourbillons semble appuyer cette hypothèse. Ainsi, en $x/D = 1$, où les instabilités de Kelvin-Helmholtz sont plus petites, le plateau observé est plus court qu'à deux diamètres, Fig. 7.21(a) VS Fig. 7.21(b). Néanmoins, pour valider complètement la consistance de cette analyse, nous avons déterminé la taille des tourbillons de Kelvin-Helmholtz à deux diamètres de l'injection. Pour cela, nous avons tracé la fonction de structure de la vitesse axiale au centre du jet et dans la direction radiale, viz. $\overline{S_2 u(r_y)} = \overline{(u(x+r_y) - u(x))^2}$, Fig. 7.22(a). Celle-ci fait apparaître deux pics délimitant la zone de présence des tourbillons de Kelvin-Helmholtz. Nous obtenons ainsi une taille moyenne de 6 mm. Si nous traçons de nouveau la fraction moyenne de

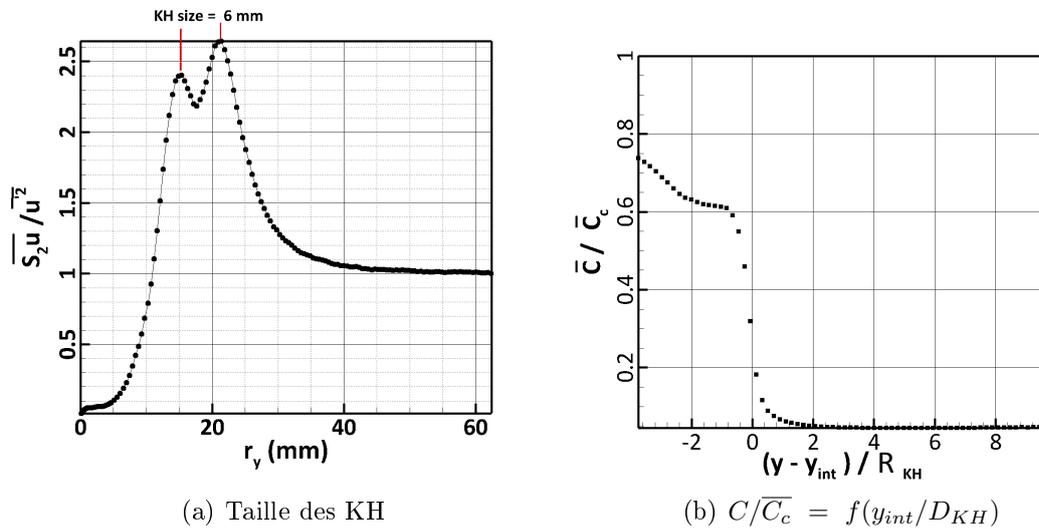


FIGURE 7.22 – Estimation de la taille des KH, gauche, et fraction molaire moyenne de fluide injectée conditionnée à la position de l'interface adimensionnée par le rayon des KH, droite.

fluide injecté conditionnée à la position de l'interface, mais cette fois-ci adimensionnée par le rayon moyen des tourbillons de Kelvin-Helmholtz, nous observons que la dimension du plateau est bien de l'ordre de grandeur de ce dernier, Fig. 7.22(b).

En ce qui concerne le jet à viscosité variable, ce plateau est encore une fois observable, mais il est cette fois-ci localisé vers le fluide ambiant, Fig. 7.21. Une explication phénoménologique de cette observation peut être donnée en s'appuyant sur la définition du *detrainment*. Lorsqu'il se produit, les instabilités ne s'enroulent plus sur elles-mêmes en incorporant du fluide ambiant, mais sont arrêtées par la viscosité du fluide hôte présent en aval et s'étirent horizontalement. La couche de mélange identifiée par Turner (1983) se déplace ainsi entre l'interface et le fluide ambiant, au lieu d'être localisée entre l'interface et le jet comme dans la configuration CVF

traditionnelle.

Si nous nous intéressons maintenant au cas illustrant la transition entre entraînement et *detrainment* (i.e. $Re=16000$), nous observons que si le plateau est localisé du même côté pour les configurations CVF et VVF en $x/D = 1$, Fig. 7.23(a), cela n'est plus le cas à deux diamètres de l'injection, Fig. 7.23(b).

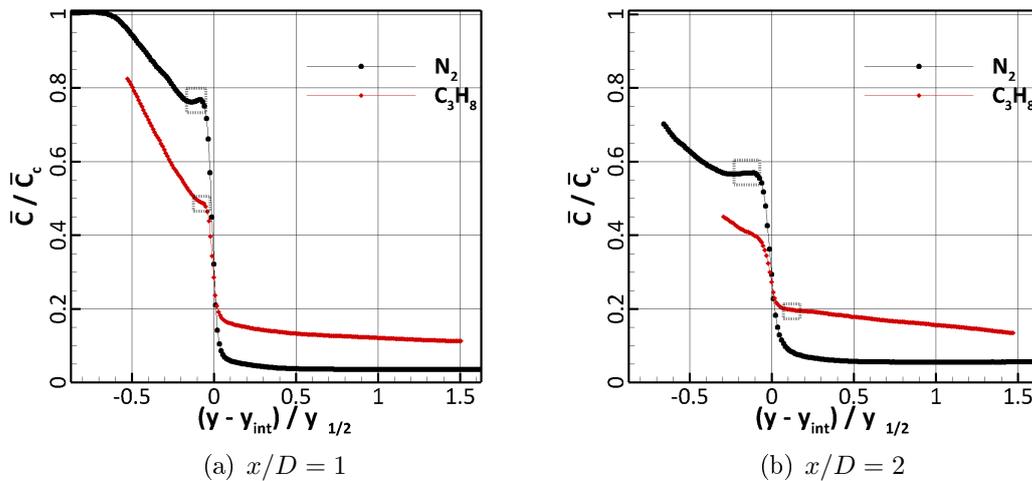


FIGURE 7.23 – Fraction moyenne de fluide injectée conditionnée à la position de l'interface en $x/D = 1$, gauche, et $x/D = 2$, droite pour les cas CVF et VVF. $Re=16000$.

Une fois encore, appuyons-nous sur les images instantanées pour comprendre ce phénomène, Fig. 7.24. En ce qui concerne le jet d'azote, le comportement du jet est similaire à celui décrit pour le cas $Re=8000$, i.e. croissance des tourbillons de Kelvin-Helmholtz avec la distance axiale à l'injection. On observe également un allongement du plateau entre $x/D = 1$ et $x/D = 2$, Fig. 7.23. Dans la configuration VVF, en $x/D = 1$, c'est l'entraînement qui est majoritairement responsable du mélange, on retrouve d'ailleurs bien un plateau entre l'interface et le jet. En revanche, à deux diamètres de l'injection, le plateau s'est décalé de l'autre côté de l'interface et est suivi par une décroissance linéaire de $\overline{C}/\overline{C}_c$. Ce déplacement est cohérent avec le changement dans le processus pilotant le mélange.

Enfin, dans le cas du nombre de Reynolds égal à 24000, le mélange est assuré à un et deux diamètres par l'entraînement pour les configurations CVF et VVF (où le *detrainment* est certes présent, mais par intermittence). Le comportement du jet d'azote (et du plateau) est identique à celui décrit précédemment, Fig. 7.25. Dans le jet de propane, le plateau est cette

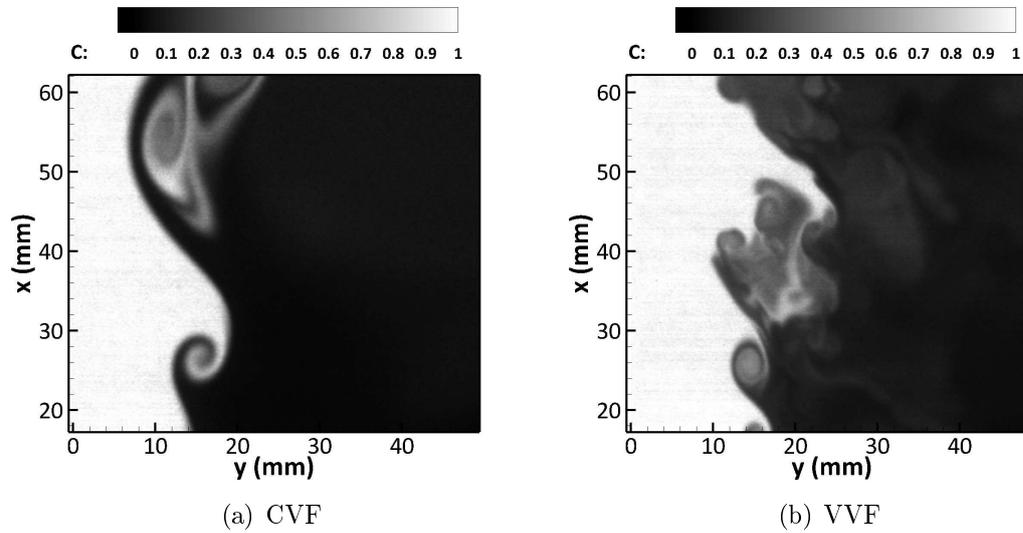


FIGURE 7.24 – Fraction molaire moyenne de fluide injecté dans le cas CVF, gauche, et VVF, droite. $Re=16000$.

fois-ci localisé du même côté de l'interface que pour le jet à viscosité constante pour les deux positions axiales considérées. Néanmoins, sa taille n'augmente pas avec x , et on observe le début

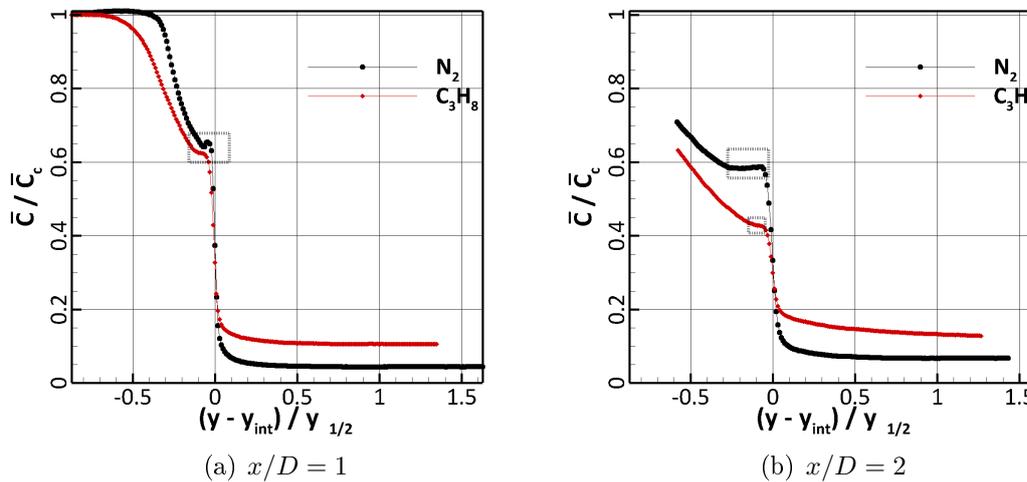


FIGURE 7.25 – Fraction molaire moyenne de fluide injecté conditionnée à la position de l'interface en $x/D = 1$, gauche, et $x/D = 2$, droite pour les cas CVF et VVF. $Re=24000$.

d'une décroissance linéaire de $\overline{C}/\overline{C}_c$ en $x/D = 2$, Fig. 7.25(b). Cette dernière observation est directement liée à la présence (ici intermittente) du *detrainment* ainsi que nous l'avons évoqué

plus haut. En ce qui concerne la valeur constante de la taille du plateau, nous pensons celle-ci liée au fait que la présence du fluide ambiant plus visqueux contrarie le développement traditionnel des tourbillons de Kelvin-Helmholz. Ainsi, ceux-ci vont soit s'étirer dans la direction horizontale (conduisant au *detrainment*) soit conserver une allure proche de leur forme usuelle, mais avec une augmentation de taille inhibée par les effets visqueux, Fig. 7.26. Finalement, la variation de la taille de ces structures n'étant pas aussi importante que dans la configuration CVF, elle ne conduit pas à une élongation du plateau.

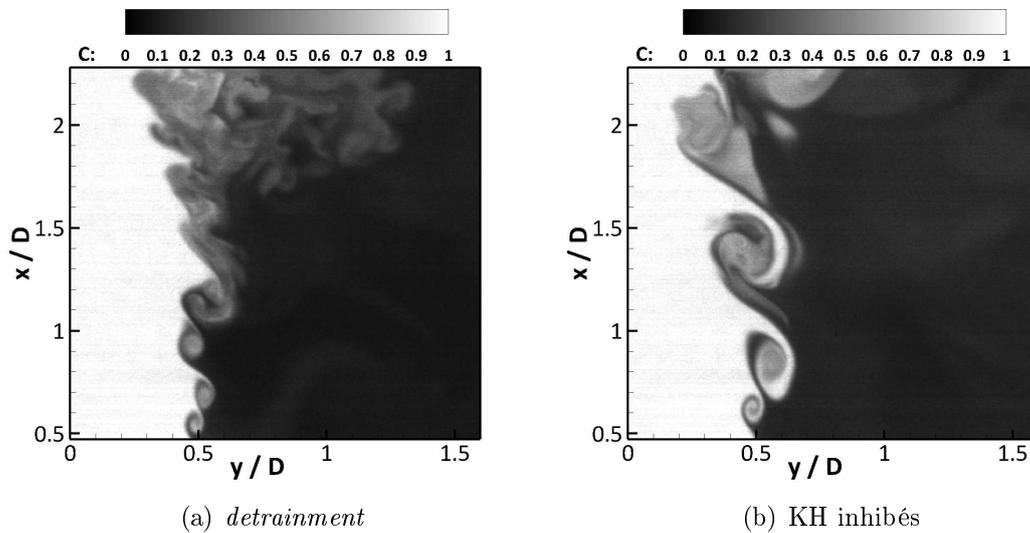


FIGURE 7.26 – Illustrations des différents phénomènes responsables du mélange dans le jet à viscosité variable. $Re=24000$.

7.3.2 Gradients de fraction molaire moyenne de fluide injecté

Reprenons maintenant le cas $Re=8000$ et confrontons les gradients de fraction molaire moyenne de fluide injecté dans les écoulements à viscosité variable et constante. On observe une importante différence d'amplitude entre les cas CVF et VVF, Fig. 7.27. Le gradient plus doux dans le jet de propane s'explique sans doute par une composition du milieu plus homogène de chaque côté de l'interface.

Pour vérifier cette hypothèse, nous traçons les fonctions densité de probabilité de la fraction molaire moyenne de fluide injecté conditionnée à une position fixe par rapport à l'interface, Fig. 7.28. Nous avons choisi les positions $(y - y_{int})/y_{1/2} = 0.5$, soit un point situé dans la

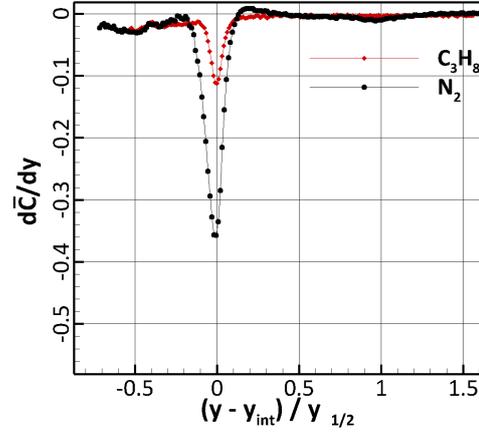


FIGURE 7.27 – Comparaison des gradients de fraction molaire moyenne de fluide injecté conditionnée à la position de l'interface en $x/D = 2$ pour les cas CVF et VVF. $Re=8000$.

zone turbulente, et $(y - y_{int})/y_{1/2} = -0.5$ localisé du côté du fluide ambiant. Dans la configuration CVF, ces deux distributions sont clairement différentes indiquant une composition très hétérogène de ces deux milieux. En revanche, dans l'écoulement à viscosité variable, ces deux fonctions évoluent vers la même distribution synonyme d'un mélange plus avancé.

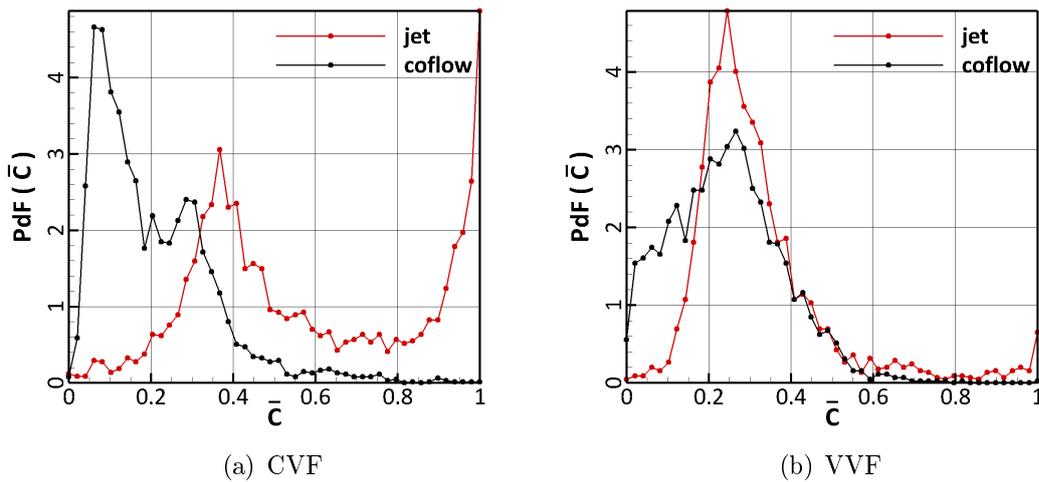


FIGURE 7.28 – Comparaison des Fonctions Densité de Probabilité de la fraction molaire moyenne de fluide injecté conditionnée à une position dans le jet et à une position dans le coflow pour les cas CVF, gauche, et VVF, droite. $Re=8000$.

De nouvelles informations sont mises en lumière lorsque l'on normalise le gradient de fraction molaire moyenne de fluide injecté par le gradient à l'interface, Fig. 7.29. Ainsi, nous observons un

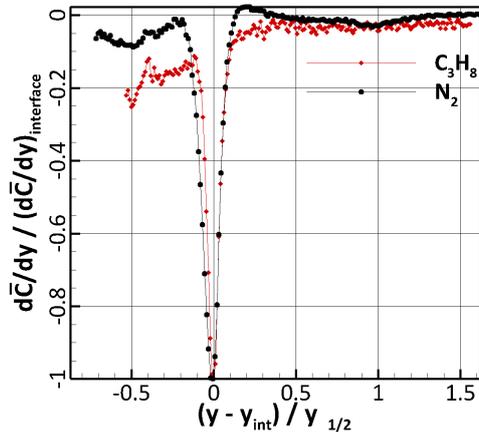


FIGURE 7.29 – Comparaisons des gradients de fraction molaire moyenne de fluide injecté normalisés par les gradients à l'interface et conditionnés à la position de l'interface en $x/D = 2$ pour les cas CVF et VVF. $Re=8000$.

écart important entre les courbes CVF et VVF du côté des $(y - y_{int})/y_{1/2} > 0$. La décroissance du gradient dans le cas VVF indique qu'en se rapprochant du cœur du jet le mélange existe toujours, ce qui ne semble pas être le cas (ou en tout cas beaucoup moins) dans la configuration CVF.

Comparons maintenant l'évolution du gradient entre $x/D = 1$ et $x/D = 2$ pour le jet à viscosité variable et le jet d'azote, Fig. 7.30. Le pic du gradient diminue d'un facteur 1.6 dans le cas CVF et 1.1 dans le cas VVF. Une telle différence s'explique par un changement moins drastique dans la composition du milieu pour le cas VVF. En effet, le mélange étant déjà bien avancé en $x/D = 1$, l'évolution de la fraction molaire moyenne de fluide injecté est donc plus douce.

Enfin, en ce qui concerne le nombre de Reynolds maximum étudié lors de cette thèse, la différence entre les gradients de fraction molaire moyenne de fluide injecté conditionnés à la position de l'interface est toujours présente mais beaucoup moins marquée, Fig. 7.31. Cette observation appuie les conclusions tirées dans les sections précédentes : le mélange est certes plus avancé dans le cas à viscosité variable mais les processus le régissant sont de nature identique à ceux présents dans le cas CVF.

La représentation du gradient de fraction molaire moyenne de fluide injecté normalisé, nous

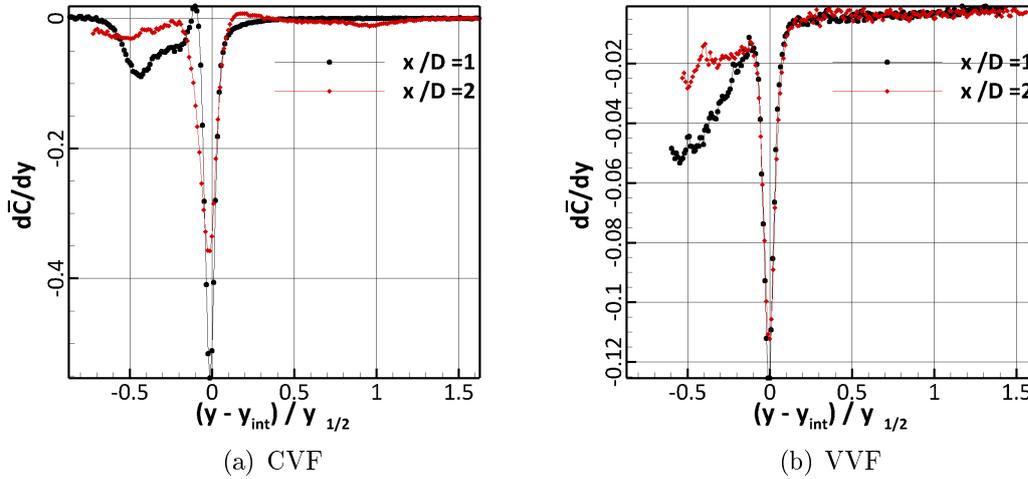


FIGURE 7.30 – Évolution du gradient de fraction molaire moyenne de fluide injecté conditionné à la position de l'interface entre 1 et 2 diamètres. $Re=8000$.

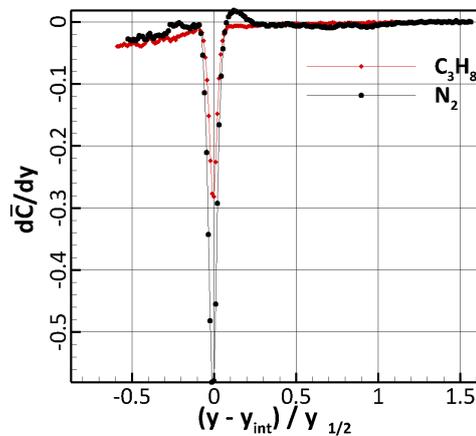


FIGURE 7.31 – Comparaison des gradients de fraction molaire moyenne de fluide injecté conditionnés à la position de l'interface en $x/D = 2$ dans les cas CVF et VVF. $Re=24000$.

permet de conclure que dans ce cas également le mélange dans la zone turbulente est plus actif dans l'écoulement VVF, Fig. 7.32.

Enfin, le gradient de fraction molaire moyenne de fluide injecté diminue, entre $x/D = 1 =$ et $x/D = 2$, d'un facteur 1.7 dans le jet d'azote et d'un facteur 2.2 dans l'écoulement à viscosité variable, Fig. 7.33. Les conditions en $x/D = 1$ étant cette fois ci très proches pour les cas CVF

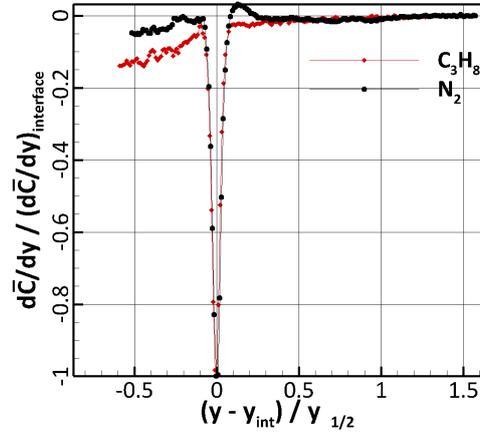


FIGURE 7.32 – Comparaison des gradients de fraction molaire moyenne de fluide injecté normalisés par les gradients à l'interface et conditionnés à la position de l'interface en $x/D = 2$ dans le cas CVF et VVF. $Re=24000$.

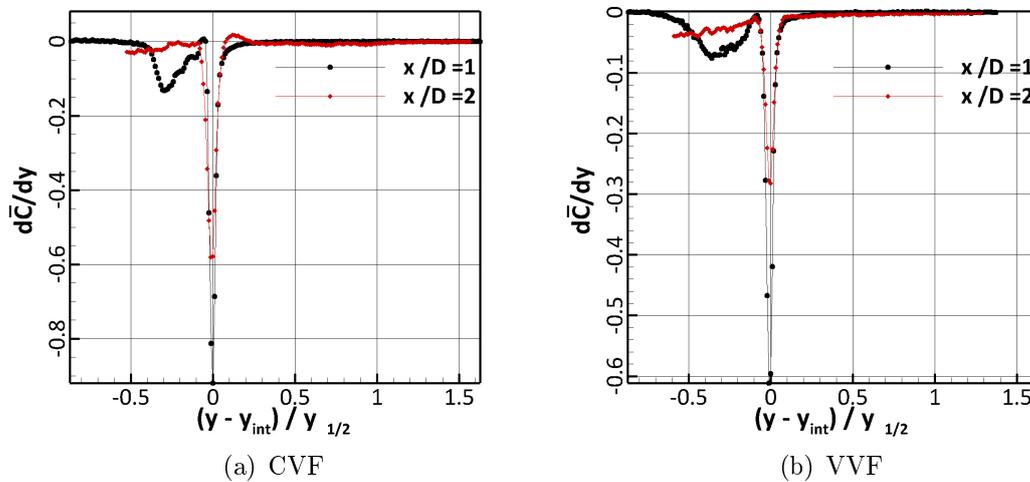


FIGURE 7.33 – Évolution du gradient de fraction molaire moyenne de fluide injecté conditionné à la position de l'interface entre 1 et 2 diamètres. $Re=24000$.

et VVF, on en déduit que, même lorsque les processus de mélange sont de natures identiques, celui-ci est tout de même accéléré dans le jet de propane.

7.4 Conclusions

L'utilisation de statistiques conditionnées nous a permis de caractériser plus finement les disparités existantes entre écoulement à viscosité constante et à viscosité variable. Certains effets lissés par l'emploi de statistiques moyennes ont ainsi pu être mis en évidence. Il s'agit à notre connaissance de la première étude portant sur les statistiques conditionnées de la vitesse **et** du scalaire en champ proche. Nous avons pu montrer qu'il existait déjà un saut de vitesse à l'interface dans l'écoulement VVF en $x/D = 2$. Il faut, en revanche, attendre cinq diamètres pour le voir apparaître dans le jet d'azote. La cartographie de la position de l'interface nous a permis de confirmer que ce saut est bien lié à la fluctuation de la position de cette dernière. Dans un second temps, les statistiques portant sur le scalaire nous ont permis de montrer que le plateau, présent sur les profils de la moyenne du scalaire en champ lointain, existait également en champ proche. Celui-ci a pu être relié à la taille des instabilités dominantes à cette localisation (tourbillons de Kelvin-Helmholtz). Enfin, l'étude des gradients met en lumière l'accélération du mélange dans le jet à viscosité variable.

Chapitre 8

Considérations analytiques

8.1	Rappels sur le bilan d'énergie cinétique totale	171
8.2	Bilan d'énergie cinétique en deux points	173
8.3	Similitude à chaque échelle	180
8.3.1	Configuration anisotrope	181
8.3.2	Configuration localement isotrope	183
8.4	Conclusions	187

Il est désormais connu que les écoulements turbulents sont au cœur de nombreuses applications industrielles. Comprendre et prédire leur évolution est donc un point de première importance. Or, ce type d'écoulement a, par nature, un comportement non déterministe. Pour remédier à ce problème, ils sont décrits grâce à des théories statistiques. Ainsi, des outils fondamentaux ont été développés et sont utilisés, comme peuvent l'être les méthodes expérimentales ou numériques, pour sonder les écoulements turbulents.

8.1 Rappels sur le bilan d'énergie cinétique totale

Si Osborne Reynolds est principalement connu pour avoir établi un critère d'apparition de la turbulence (Reynolds, 1885), il fut également un pionnier dans l'étude théorique des écoulements turbulents. Il eut l'idée de décomposer la pression (la pression cinématique est considérée ici) et la vitesse en une partie moyenne et une partie fluctuante i.e. $U_i = \bar{U}_i + u_i$ et $P = \bar{P} + p$. Il injecta ensuite cette décomposition dans les équations de Navier Stokes et

leurs applique l'opérateur moyenne. Il obtint ainsi les deux équations connues sous le nom de Reynolds Averaged Navier Stokes (RANS) viz.

$$\overline{U_j} \frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_j} = -\frac{\partial \overline{P}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 \overline{U_i}}{\partial x_j \partial x_j} \quad (8.1)$$

pour la quantité de mouvement et

$$\frac{1}{2} \overline{U_j} \frac{\partial \overline{q^2}}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\overline{u_i p} + \frac{1}{2} \overline{u_i q^2} \right) + \overline{u_j u_i} \frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_j} + \overline{\epsilon} = 0 \quad (8.2)$$

pour l'énergie cinétique.

Aucune notion d'échelle n'apparaît ici, il s'agit d'un "bilan en un point". Cette équation est donc celle de l'énergie de tout le spectre turbulent (de toutes les échelles de l'écoulement). Grâce à l'Eq. (8.2), nous pouvons étudier les processus affectant les fluctuations turbulentes (naissance, croissance et destruction) et la manière dont ceux-ci s'équilibrent.

Bien que très puissant, cet outil a été établi pour des écoulements à viscosité constante et n'est donc pas adapté aux fluides réels, dont la viscosité fluctue en temps et en espace.

Ce nouveau pas en avant dans la compréhension des écoulements turbulents a été réalisé par Talbot *et al.* (2013). Dans les équations de Navier-Stokes, il injecte la décomposition de Reynolds appliquée à la vitesse, à la pression et à la viscosité. Après avoir appliqué l'opérateur moyenne, le bilan en un point de l'énergie cinétique prend la forme suivante :

$$\begin{aligned} & \underbrace{\frac{\partial}{\partial t} \left(\overline{u_i^2} \right)}_{NS} + \underbrace{\overline{U_j} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\overline{u_i^2} \right)}_A + \underbrace{\overline{u_j} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\overline{u_i^2} \right)}_B + \underbrace{2 \overline{u_i u_j} \frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_j}}_C \\ & = \\ & \underbrace{-2 \frac{\partial}{\partial x_i} \overline{u_i p}}_D + \underbrace{2 \overline{u_i \cdot \nu} \frac{\partial^2 \overline{U_i}}{\partial x_j^2} + \nu \frac{\partial^2 \overline{u_i^2}}{\partial x_j^2}}_E + \underbrace{2 \frac{\partial \nu}{\partial x_j} \overline{u_i} \cdot \left[\frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{U_j}}{\partial x_i} \right]}_{\overline{P}_{VG}} \\ & + \underbrace{\frac{\partial \nu}{\partial x_j} \frac{\partial \overline{u_i^2}}{\partial x_j} + 2 \frac{\partial \nu}{\partial x_j} \frac{\partial \overline{(u_i u_j)}}{\partial x_i}}_{\overline{D}_{VG}} - \underbrace{2 \nu \left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} \right)^2}_{\overline{\epsilon}_{VV}} \end{aligned} \quad (8.3)$$

La convention habituelle de sommation lors de la répétition des indices s'applique ici.

Le terme NS reflète l'instationarité de l'énergie cinétique. Les termes A , B , C , D et E représentent respectivement l'advection, la diffusion turbulente, la production, la diffusion par la pression et par les effets moléculaires de l'énergie cinétique.

Les termes \overline{P}_{VG} se réfèrent à la production d'énergie cinétique par les gradients de viscosité. En effet, ils impliquent des gradients de la vitesse moyenne multipliés par des corrélations entre gradients de viscosité et fluctuations de vitesses. Ils sont en outre positifs et contribuent donc à l'accroissement de l'énergie cinétique, Taguelmimt *et al.* (2014).

Ce bilan implique également une expression complète du taux de dissipation de l'énergie cinétique, $\overline{\epsilon}_{total}^{VV} \equiv \overline{\epsilon}_{VV} + \mathcal{D}_{VG}$. Le dernier terme représente la forme homogène de $\overline{\epsilon}_{VV}$. On remarque que si ν est constant, on retrouve la forme traditionnelle du taux de dissipation. Les termes \mathcal{D}_{VG} reflètent une destruction globale des fluctuations (bien que le second terme puisse devenir localement positif, Taguelmimt *et al.* (2014)). Le taux de dissipation est donc plus important dans les écoulements à viscosité variable. Outre l'expression complète de $\overline{\epsilon}_{total}^{VV}$, Talbot *et al.* (2013) donne également une approximation de celui-ci plus accessible expérimentalement : $\overline{\epsilon}_{total}^{VV} \approx \frac{\nu_h}{\nu_l} \nu \left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \right)^2$. Cette expression est en adéquation avec celle donnée par Campbell & Turner (1985).

8.2 Bilan d'énergie cinétique en deux points

A partir des travaux de Talbot *et al.* (2013), nous réalisons un pas supplémentaire dans la compréhension des écoulements à viscosité variable en établissant le bilan d'énergie cinétique en deux points. Celui-ci nous donne accès aux processus en jeu à chaque échelle de l'écoulement. Dans un premier temps, cet outil analytique est développé sans aucune hypothèse concernant la configuration de l'écoulement. La deuxième étape consiste à appliquer l'équation obtenue à la région centrale d'un jet, débouchant dans un milieu plus visqueux.

Si l'hypothèse classique d'incompressibilité est toujours valable pour cette étude, en revanche la viscosité dynamique μ est variable, et la viscosité cinématique ν fluctue donc en temps et en espace. L'équation de Navier-Stokes instationnaire (sans forces extérieures) est alors écrite

pour la vitesse **totale** U_i , viz.

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} [\nu \tau_{ij}], \quad (8.4)$$

où $\tau_{ij} = \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i}$.

Nous considérons ensuite deux points de l'écoulement, \vec{x}^+ et \vec{x}^- , séparés par un incrément \vec{r} tel que $\vec{x}^+ = \vec{x}^- + \vec{r}$. Pour alléger l'écriture des équations, les abréviations suivantes sont utilisées dans la suite des développements :

$$\begin{cases} U_i^\pm = U_i(\vec{x}^\pm) \\ P^\pm = P(\vec{x}^\pm) \\ \tau_{ij}^\pm = \tau_{ij}(\vec{x}^\pm) \\ \partial_i^\pm = \partial x_i^\pm. \end{cases}$$

Conformément à la procédure décrite dans Monin & Yaglom (1975), Hill (2001) ou encore Danaila *et al.* (2004), l'Eq. (8.4) est écrite en chacun de ces deux points, viz.

en \vec{x}^+

$$\partial_t U_i^+ + \partial_j^+(U_j^+ U_i^+) = -\partial_i^+ P^+ + \partial_j^+(\nu^+ \tau_{ij}^+) \quad (8.5a)$$

et en \vec{x}^-

$$\partial_t U_i^- + \partial_j^-(U_j^- U_i^-) = -\partial_i^- P^- + \partial_j^-(\nu^- \tau_{ij}^-). \quad (8.5b)$$

Les points \vec{x}^+ et \vec{x}^- étant indépendants, on a $\partial_i^+(\)^- = \partial_i^-(\)^+ = 0$. De plus, on considère que le champ de vitesse moyen est assez uniforme pour que son incrément spatial soit négligeable devant celui du champ fluctuant i.e. $\Delta \bar{U}_i \ll \Delta u_i$. Enfin, le cisaillement est considéré uniforme aux deux points \vec{x}^+ et \vec{x}^- . Ainsi, en soustrayant l'Eq. (8.5b) à l'Eq. (8.5a), on obtient

$$\begin{aligned} \frac{D}{Dt} \Delta u_i + (\partial_j^+ u_j^+ + \partial_j^- u_j^-) \Delta u_i + \Delta (u_j \partial_j \bar{U}_i) \\ = \\ -(\partial_i^+ + \partial_i^-) \Delta P + (\partial_j^+ + \partial_j^-) \Delta (\nu \tau_{ij}) \quad , \end{aligned} \quad (8.6)$$

où $\Delta() = ()^+ - ()^-$ et $\frac{D}{Dt} \equiv \partial_t + \bar{U}_j \partial_j$ est la dérivée particulière. On remarque que la vitesse moyenne et ses dérivées par rapport au référentiel fixe du laboratoire, sont considérées identiques aux deux points de l'espace \vec{x}^+ et \vec{x}^- .

L'équation est ensuite multipliée par $2\Delta u_i$ et moyennée, viz.

$$\begin{aligned}
& \underbrace{\frac{D}{Dt} \overline{(\Delta u_i)^2}}_{\text{Non stationary term}} + \underbrace{\partial_j^+ \overline{u_j^+ (\Delta u_i)^2} + \partial_j^- \overline{u_j^- (\Delta u_i)^2}}_{\text{Advection term } \mathcal{A}} + \underbrace{2 \overline{\Delta u_i \Delta u_j} \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j}}_{\text{Production term } \mathcal{P}} \\
& = \\
& \underbrace{-2(\partial_i^+ + \partial_i^-) \overline{\Delta u_i \Delta P}}_{\text{Pressure diffusion term } \mathcal{P}_p} + \underbrace{2 \overline{\Delta u_i (\partial_j^+ + \partial_j^-) \Delta (\nu \tau_{ij})}}_{\text{Viscous term } \mathcal{V}}. \tag{8.7}
\end{aligned}$$

On réalise un changement de variables de la base (\vec{x}^+, \vec{x}^-) vers (\vec{X}, \vec{r}) , où $\begin{cases} \vec{X} = \frac{\vec{x}^+ + \vec{x}^-}{2} \\ \vec{r} = \vec{x}^+ - \vec{x}^- \end{cases}$.

Par conséquent, les dérivées s'expriment de la façon suivante :

$$\partial_j^\pm = \frac{\partial}{\partial X_j} \cdot \frac{\partial X_j}{\partial x_j^\pm} + \frac{\partial}{\partial r_j} \cdot \frac{\partial r_j}{\partial x_j^\pm} = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial X_j} \pm \frac{\partial}{\partial r_j}.$$

Le terme d'advection \mathcal{A} devient alors :

$$\begin{aligned}
\mathcal{A} & = \partial_j^+ \overline{u_j^+ (\Delta u_i)^2} + \partial_j^- \overline{u_j^- (\Delta u_i)^2} \\
& = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial X_j} \overline{u_j^+ (\Delta u_i)^2} + \frac{\partial}{\partial r_j} \overline{u_j^+ (\Delta u_i)^2} + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial X_j} \overline{u_j^- (\Delta u_i)^2} - \frac{\partial}{\partial r_j} \overline{u_j^- (\Delta u_i)^2} \\
& = \frac{\partial}{\partial X_j} \overline{\frac{u_j^+ + u_j^-}{2} (\Delta u_i)^2} + \frac{\partial}{\partial r_j} \overline{\Delta u_j (\Delta u_i)^2}. \tag{8.8}
\end{aligned}$$

Le terme de diffusion par la pression \mathcal{P}_p est également reformulé, viz.

$$\mathcal{P}_p = -2(\partial_i^+ + \partial_i^-) \overline{\Delta P \Delta u_i} = -2 \frac{\partial}{\partial X_i} \overline{\Delta P \Delta u_i}. \tag{8.9}$$

Lorsque l'écoulement est statistiquement homogène, on a alors $\mathcal{P}_p \equiv 0$.

Avec ces considérations, l'Eq. (8.7) peut être écrite avec la formulation plus compacte suivante :

$$\begin{aligned} \frac{D}{Dt} \overline{(\Delta u_i)^2} + \frac{\partial}{\partial X_j} \overline{\frac{u_j^+ + u_j^-}{2} (\Delta u_i)^2} + \frac{\partial}{\partial r_j} \overline{\Delta u_j (\Delta u_i)^2} + 2 \overline{\Delta u_i \Delta u_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j}} \\ = \\ -2 \frac{\partial}{\partial X_i} \overline{\Delta P \Delta u_i} + \mathcal{V} \end{aligned} \quad (8.10)$$

Concentrons nous maintenant sur le terme visqueux, qui est en réalité le seul dont l'expression est modifiée dans la configuration à viscosité variable.

$$\begin{aligned} \mathcal{V} &= MF + 2 \overline{\Delta u_i \partial_j^+ \left[\nu^+ \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right)^+ + \nu^+ \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)^+ \right]} - 2 \overline{\Delta u_i \partial_j^- \left[\nu^- \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right)^- + \nu^- \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)^- \right]} \\ &= MF + \underbrace{2 \nu^+ \overline{\Delta u_i \partial_j^+ \left[\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right)^+ + \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)^+ \right]} - 2 \nu^- \overline{\Delta u_i \partial_j^- \left[\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right)^- + \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)^- \right]}}_{\text{Classical}} \\ &\quad + \underbrace{2 \frac{\partial \nu^+}{\partial_j^+} \overline{\Delta u_i \left[\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right)^+ + \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)^+ \right]} - 2 \frac{\partial \nu^-}{\partial_j^-} \overline{\Delta u_i \left[\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right)^- + \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)^- \right]}}_{\text{New}}, \end{aligned} \quad (8.11)$$

où MF est la contribution du champ de vitesse moyenne et sera développée ultérieurement.

Pour faciliter la compréhension du développement du terme visqueux, nous nous intéressons d'abord à la contribution désignée par la mention 'Classical'.

$$\begin{aligned} \text{Classical} &= \overline{2 \nu^+ \Delta u_i [\partial_j^{2+} (\Delta u_i)]} - \overline{2 \nu^- \Delta u_i [\partial_j^{2-} (-\Delta u_i)]} \\ &= \overline{2 \nu^+ [\partial_j^+ [\Delta u_i \partial_j^+ (\Delta u_i)] - [\partial_j^+ (\Delta u_i)]^2]} + \overline{2 \nu^- [\partial_j^- [\Delta u_i \partial_j^- (\Delta u_i)] - [\partial_j^- (\Delta u_i)]^2]} \\ &= \overline{2 \nu^+ \partial_j^{2+} \frac{(\Delta u_i)^2}{2}} - \overline{2 \nu^+ \left(\frac{\partial u_i^+}{\partial_j^+} \right)^2} + \overline{2 \nu^- \partial_j^{2-} \frac{(\Delta u_i)^2}{2}} - \overline{2 \nu^- \left(\frac{\partial u_i^-}{\partial_j^-} \right)^2} \\ &= \overline{2 \nu^+ \partial_j^{2+} \frac{(\Delta u_i)^2}{2}} + \overline{2 \nu^- \partial_j^{2-} \frac{(\Delta u_i)^2}{2}} - 2 \bar{\epsilon}_{VV}^+ - 2 \bar{\epsilon}_{VV}^-. \end{aligned} \quad (8.12)$$

Soit, dans la base (\vec{X}, \vec{r}) ,

$$\begin{aligned}
\text{Classical} &= \overline{\nu^+ \frac{\partial^2(\Delta u_i)^2}{\partial r_j^2}} + \frac{1}{4} \overline{\nu^+ \frac{\partial^2(\Delta u_i)^2}{\partial X_j^2}} + \overline{\nu^+ \frac{\partial}{\partial r_j} \frac{\partial}{\partial X_j} (\Delta u_i)^2} \\
&+ \overline{\nu^- \frac{\partial^2(\Delta u_i)^2}{\partial r_j^2}} + \frac{1}{4} \overline{\nu^- \frac{\partial^2(\Delta u_i)^2}{\partial X_j^2}} - \overline{\nu^- \frac{\partial}{\partial r_j} \frac{\partial}{\partial X_j} (\Delta u_i)^2} - 2\overline{\epsilon_{VV}^+} - 2\overline{\epsilon_{VV}^-} \\
&= \overline{(\nu^+ + \nu^-) \frac{\partial^2(\Delta u_i)^2}{\partial r_j^2}} + \frac{1}{2} \overline{\frac{\nu^+ + \nu^-}{2} \frac{\partial^2(\Delta u_i)^2}{\partial X_j^2}} + \overline{\Delta \nu \frac{\partial}{\partial r_j} \frac{\partial}{\partial X_j} (\Delta u_i)^2} - 2\overline{\epsilon_{VV}^+} - 2\overline{\epsilon_{VV}^-}.
\end{aligned} \tag{8.13}$$

En développant $\overline{(\nu^+ + \nu^-) \frac{\partial^2(\Delta u_i)^2}{\partial r_j^2}}$, on fait apparaître le Laplacien $(\nu^+ + \nu^-)(\Delta u_i)^2$:

$$\begin{aligned}
\overline{(\nu^+ + \nu^-) \frac{\partial^2(\Delta u_i)^2}{\partial r_j^2}} &= \frac{\partial}{\partial r_j} \left[\overline{(\nu^+ + \nu^-) \frac{\partial(\Delta u_i)^2}{\partial r_j}} \right] - \frac{\partial(\nu^+ + \nu^-)}{\partial r_j} \frac{\partial(\Delta u_i)^2}{\partial r_j} \\
&= \frac{\partial^2}{\partial r_j^2} \overline{(\nu^+ + \nu^-)(\Delta u_i)^2} - \frac{\partial}{\partial r_j} \frac{\partial(\nu^+ + \nu^-)}{\partial r_j} (\Delta u_i)^2 - \frac{\partial(\nu^+ + \nu^-)}{\partial r_j} \frac{\partial(\Delta u_i)^2}{\partial r_j}.
\end{aligned} \tag{8.14}$$

Finalement, le terme 'Classical' s'exprime de la manière suivante :

$$\begin{aligned}
\text{Classical} &= \frac{\partial^2}{\partial r_j^2} \overline{(\nu^+ + \nu^-)(\Delta u_i)^2} - \frac{\partial}{\partial r_j} \frac{\partial(\nu^+ + \nu^-)}{\partial r_j} (\Delta u_i)^2 - \frac{\partial(\nu^+ + \nu^-)}{\partial r_j} \frac{\partial(\Delta u_i)^2}{\partial r_j} \\
&+ \frac{1}{2} \overline{\frac{\nu^+ + \nu^-}{2} \frac{\partial^2(\Delta u_i)^2}{\partial X_j^2}} + \overline{\Delta \nu \frac{\partial}{\partial r_j} \frac{\partial}{\partial X_j} (\Delta u_i)^2} - 2\overline{\epsilon_{VV}^+} - 2\overline{\epsilon_{VV}^-}.
\end{aligned} \tag{8.15}$$

La forme provisoire de l'équation de bilan d'énergie cinétique à chaque échelle s'écrit donc :

$$\begin{aligned}
\frac{D}{Dt} \overline{(\Delta u_i)^2} + \frac{\partial}{\partial x_j} \overline{\frac{u_j^+ + u_j^-}{2} (\Delta u_i)^2} + \frac{\partial}{\partial r_j} \overline{\Delta u_j (\Delta u_i)^2} + e2 \overline{\Delta u_i \Delta u_j} \frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_j} \\
= \\
-2 \partial_{X_i} \overline{\Delta P \Delta u_i} + \frac{\partial^2}{\partial r_j^2} \overline{(\nu^+ + \nu^-)(\Delta u_i)^2} + \frac{1}{2} \overline{\frac{\nu^+ + \nu^-}{2} \frac{\partial^2(\Delta u_i)^2}{\partial X_j^2}} \\
- \frac{\partial}{\partial r_j} \frac{\partial(\nu^+ + \nu^-)}{\partial r_j} (\Delta u_i)^2 - \frac{\partial(\nu^+ + \nu^-)}{\partial r_j} \frac{\partial(\Delta u_i)^2}{\partial r_j} + \overline{\Delta \nu \frac{\partial}{\partial r_j} \frac{\partial}{\partial X_j} (\Delta u_i)^2} \\
- 2\overline{\epsilon_{VV}^+} - 2\overline{\epsilon_{VV}^-} + \text{New} + MF.
\end{aligned} \tag{8.16}$$

L'étape suivante consiste à développer le terme désigné par la mention 'New' dans l'Eq. (8.11), viz.

$$\begin{aligned}
New &= \overline{2 \frac{\partial \nu^+}{\partial_j^+} \Delta u_i \left[\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right)^+ + \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)^+ \right]} - \overline{2 \frac{\partial \nu^-}{\partial_j^-} \Delta u_i \left[\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right)^- + \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)^- \right]} \\
&= \overline{\frac{\partial \nu^+}{\partial_j^+} \cdot \frac{\partial(\Delta u_i)^2}{\partial_j^+}} + 2 \overline{\frac{\partial \nu^+}{\partial_j^+} \cdot \frac{\partial(\Delta u_i \Delta u_j)}{\partial_i^+}} + \overline{\frac{\partial \nu^-}{\partial_j^-} \cdot \frac{\partial(\Delta u_i)^2}{\partial_j^-}} + 2 \overline{\frac{\partial \nu^-}{\partial_j^-} \cdot \frac{\partial(\Delta u_i \Delta u_j)}{\partial_i^-}} \\
&= \underbrace{\overline{\frac{\partial \nu^+}{\partial_j^+} \cdot \frac{\partial(\Delta u_i)^2}{\partial_j^+}} + \overline{\frac{\partial \nu^-}{\partial_j^-} \cdot \frac{\partial(\Delta u_i)^2}{\partial_j^-}}}_{(*)} + 2 \underbrace{\overline{\frac{\partial \nu^+}{\partial_j^+} \cdot \frac{\partial(\Delta u_i \Delta u_j)}{\partial_i^+}} + \overline{\frac{\partial \nu^-}{\partial_j^-} \cdot \frac{\partial(\Delta u_i \Delta u_j)}{\partial_i^-}}}_{(**)}.
\end{aligned} \tag{8.17}$$

Tout comme précédemment, les termes (*) and (**) sont ré-écrits dans le système de coordonnées (\vec{X}, \vec{r}) ce qui conduit respectivement à :

$$\begin{aligned}
(*) &= \overline{\left(\frac{1}{2} \frac{\partial \nu^+}{\partial X_j} + \frac{\partial \nu^+}{\partial r_j} \right) \left(\frac{1}{2} \frac{\partial(\Delta u_i)^2}{\partial X_j} + \frac{\partial(\Delta u_i)^2}{\partial r_j} \right)} \\
&\quad + \overline{\left(\frac{1}{2} \frac{\partial \nu^-}{\partial X_j} - \frac{\partial \nu^-}{\partial r_j} \right) \left(\frac{1}{2} \frac{\partial(\Delta u_i)^2}{\partial X_j} - \frac{\partial(\Delta u_i)^2}{\partial r_j} \right)} \\
&= \overline{\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial X_j} \left(\frac{\nu^+ + \nu^-}{2} \right) \frac{\partial(\Delta u_i)^2}{\partial X_j}} + \overline{\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial X_j} (\Delta \nu) \frac{\partial(\Delta u_i)^2}{\partial r_j}} \\
&\quad + \overline{\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial r_j} (\Delta \nu) \frac{\partial(\Delta u_i)^2}{\partial X_j}} + \overline{\frac{\partial}{\partial r_j} (\nu^+ + \nu^-) \frac{\partial(\Delta u_i)^2}{\partial r_j}},
\end{aligned} \tag{8.18}$$

et

$$\begin{aligned}
(**) &= 2 \overline{\left(\frac{1}{2} \frac{\partial \nu^+}{\partial X_j} + \frac{\partial \nu^+}{\partial r_j} \right) \left(\frac{1}{2} \frac{\partial(\Delta u_i \Delta u_j)}{\partial X_i} + \frac{\partial(\Delta u_i \Delta u_j)}{\partial r_i} \right)} \\
&\quad + 2 \overline{\left(\frac{1}{2} \frac{\partial \nu^-}{\partial X_j} - \frac{\partial \nu^-}{\partial r_j} \right) \left(\frac{1}{2} \frac{\partial(\Delta u_i \Delta u_j)}{\partial X_i} - \frac{\partial(\Delta u_i \Delta u_j)}{\partial r_i} \right)} \\
&= \overline{\frac{\partial}{\partial X_j} \left(\frac{\nu^+ + \nu^-}{2} \right) \frac{\partial(\Delta u_i \Delta u_j)}{\partial X_i}} + \overline{\frac{\partial}{\partial X_j} (\Delta \nu) \frac{\partial(\Delta u_i \Delta u_j)}{\partial r_i}} \\
&\quad + \overline{\frac{\partial}{\partial r_j} (\Delta \nu) \frac{\partial(\Delta u_i \Delta u_j)}{\partial X_i}} + 2 \overline{\frac{\partial}{\partial r_j} (\nu^+ + \nu^-) \frac{\partial(\Delta u_i \Delta u_j)}{\partial r_i}}.
\end{aligned} \tag{8.19}$$

En additionnant les termes (*) and (**) on obtient la forme finale du terme 'New' telle que

$$\begin{aligned}
New = & \overline{\frac{\partial}{\partial X_j} \left(\frac{\nu^+ + \nu^-}{2} \right) \left[\frac{\partial}{\partial X_j} \left(\frac{(\Delta u_i)^2}{2} \right) + \frac{\partial}{\partial X_i} (\Delta u_i \Delta u_j) \right]} \\
& + \overline{\frac{\partial}{\partial X_j} (\Delta \nu) \left[\frac{\partial}{\partial r_j} \left(\frac{(\Delta u_i)^2}{2} \right) + \frac{\partial}{\partial r_i} (\Delta u_i \Delta u_j) \right]} \\
& + \overline{\frac{\partial}{\partial r_j} (\Delta \nu) \left[\frac{\partial}{\partial X_j} \left(\frac{(\Delta u_i)^2}{2} \right) + \frac{\partial}{\partial X_i} (\Delta u_i \Delta u_j) \right]} \\
& + 2 \overline{\frac{\partial}{\partial r_j} (\nu^+ + \nu^-) \left[\frac{\partial}{\partial r_j} \left(\frac{(\Delta u_i)^2}{2} \right) + \frac{\partial}{\partial r_i} (\Delta u_i \Delta u_j) \right]}. \tag{8.20}
\end{aligned}$$

Enfin, le terme MF est développé et la forme finale le bilan d'énergie cinétique à chaque échelle dans les écoulements à viscosité variable est obtenue et s'exprime sous la forme suivante :

$$\begin{aligned}
& \frac{D}{Dt} \overline{(\Delta u_i)^2} + \frac{\partial}{\partial X_j} \overline{\frac{u_j^+ + u_j^-}{2} (\Delta u_i)^2} + \frac{\partial}{\partial r_j} \overline{\Delta u_j (\Delta u_i)^2} + 2 \overline{\Delta u_i \Delta u_j \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j}} \\
& = \\
& -2 \overline{\partial_{X_i} \Delta P \Delta u_i} + \frac{\partial^2}{\partial r_j^2} \overline{(\nu^+ + \nu^-) (\Delta u_i)^2} + \frac{1}{2} \overline{\frac{\nu^+ + \nu^-}{2} \frac{\partial^2 (\Delta u_i)^2}{\partial X_j^2}} - \frac{\partial^2 (\nu^+ + \nu^-)}{\partial r_j^2} \overline{(\Delta u_i)^2} \\
& \quad - \frac{\partial (\nu^+ + \nu^-)}{\partial r_j} \frac{\partial (\Delta u_i)^2}{\partial r_j} + \overline{\Delta \nu \frac{\partial}{\partial r_j} \frac{\partial}{\partial X_j} (\Delta u_i)^2} - 2 \overline{\epsilon_{VV}^+} - 2 \overline{\epsilon_{VV}^-} \\
& + \overline{\frac{\partial}{\partial X_j} \left(\frac{\nu^+ + \nu^-}{2} \right) \left[\frac{\partial}{\partial X_j} \left(\frac{(\Delta u_i)^2}{2} \right) + \frac{\partial}{\partial X_i} (\Delta u_i \Delta u_j) \right]} + \overline{\frac{\partial}{\partial X_j} (\Delta \nu) \left[\frac{\partial}{\partial r_j} \left(\frac{(\Delta u_i)^2}{2} \right) + \frac{\partial}{\partial r_i} (\Delta u_i \Delta u_j) \right]} \\
& + \overline{\frac{\partial}{\partial r_j} (\Delta \nu) \left[\frac{\partial}{\partial X_j} \left(\frac{(\Delta u_i)^2}{2} \right) + \frac{\partial}{\partial X_i} (\Delta u_i \Delta u_j) \right]} + 2 \overline{\frac{\partial}{\partial r_j} (\nu^+ + \nu^-) \left[\frac{\partial}{\partial r_j} \left(\frac{(\Delta u_i)^2}{2} \right) + \frac{\partial}{\partial r_i} (\Delta u_i \Delta u_j) \right]} \\
& \quad + 2 \overline{\Delta u_i \Delta \nu \frac{\partial^2 \bar{U}_i}{\partial x_j^2}} + 2 \overline{\frac{\partial \Delta \nu}{\partial X_j} \Delta u_i \left[\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial x_i} \right]}. \tag{8.21}
\end{aligned}$$

L'Eq.(8.21) est le résultat principal de ce chapitre. Elle représente un outil analytique puissant permettant de sonder la physique d'écoulements à viscosité variable, à chaque échelle, et ce quels que soient le fluide et le rapport de viscosités (R_v) considérés. La présence de termes supplémentaires, dépendants de gradients de viscosité ainsi que de corrélations vitesse-viscosité, va bien entendu affecter le poids relatif de chaque terme par rapport à ce qui est traditionnellement observé dans les écoulements à viscosité constante.

Le bilan obtenu est cohérent avec le bilan d'énergie cinétique en un point établi précédemment par Talbot *et al.* (2013). En effet, en prenant la limite aux grandes échelles de l'Eq. (8.21), nous retrouvons bien l'Eq. (8.3). Il est important de remarquer que les termes (*) et (**), bien

que dépendants de la viscosité, sont présents aux grandes échelles. Ceci va à l'encontre de l'hypothèse couramment acceptée d'une viscosité uniquement cantonnée aux petites échelles. Si la viscosité en elle-même détruit l'énergie cinétique, les gradients de viscosité quant à eux, jouent clairement un rôle de production.

Pour des écoulements se développant dans un fluide hôte visqueux, il est probable que le terme d'advection décroisse avec la distance à l'injecteur tandis que le terme visqueux sera, lui, de plus en plus important. Des résultats numériques ou des données expérimentales sont évidemment requises pour estimer l'importance de chaque processus dans le transfert d'énergie. Deux régions de l'écoulement peuvent être distinguées :

- le champ proche, où le mélange entre les deux fluides a lieu. Dans cette région, il est raisonnable de penser que la majorité des termes de l'Eq. (8.21) est non négligeable.
- le champ lointain, pour lequel la région centrale du jet est mélangée, bien que la viscosité évolue continuellement avec la distance x au point d'injection.

Dans ce dernier cas on considère que $\bar{\nu}^+ \approx \bar{\nu}^-$ pour toutes les échelles \vec{r} comprises entre l'échelle de Kolmogorov et l'échelle intégrale (cette dernière étant considérée bien inférieure à l'échelle à laquelle la décroissance a lieu). Ces propos sont accrédités par les travaux menés dans la section suivante, même si des données expérimentales ou numériques sont bien évidemment nécessaires pour valider totalement cette hypothèse.

8.3 Similitude à chaque échelle

Dans cette section, nous adressons la question d'équilibre à toutes les échelles introduite par Townsend (1976) pour les statistiques en un point, George (1992) pour les statistiques en deux points dans l'espace spectral et Antonia *et al.* (2003) dans l'espace réel. Il est en effet intéressant de vérifier que les résultats connus sont encore cohérents dans les écoulements à viscosité variable. On peut par exemple se demander si le nombre de Reynolds basé sur la micro-échelle de Taylor Re_λ est constant sur l'axe du jet, en champ lointain. En effet, la définition de la micro-échelle de Taylor est basée sur la viscosité mais qu'arrive-t-il à Re_λ lorsque ν fluctue en temps et en espace ? La première étape pour répondre à cette question consiste à adapter l'écriture du bilan en deux points établi précédemment à notre configuration. En effet, la forme donnée par l'Eq. (8.21) est générale, et certaines hypothèses simplificatrices dues à la nature de notre écoulement peuvent être posées.

8.3.1 Configuration anisotrope

Intéressons-nous tout d'abord au cas le plus général, i.e l'écoulement considéré est anisotrope. Ainsi, l'Eq. (8.21) doit être employée si l'on souhaite étudier le transport de l'énergie à toutes les échelles. Néanmoins, en supposant l'homogénéité locale (impliquant de négliger la diffusion par la pression), celle-ci peut être simplifiée et s'écrit désormais :

$$\begin{aligned} \frac{D}{Dt} \overline{(\Delta u_i)^2} + \frac{\partial}{\partial X_j} \overline{\frac{u_j^+ + u_j^-}{2} (\Delta u_i)^2} + \frac{\partial}{\partial r_j} \overline{\Delta u_j (\Delta u_i)^2} + 2 \overline{\Delta u_i \Delta u_j \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j}} \\ = \\ \frac{\partial^2}{\partial r_j^2} (\nu^+ + \nu^-) \overline{(\Delta u_i)^2} + \frac{\partial}{\partial X_j} \left(\frac{\nu^+ + \nu^-}{2} \left[\frac{\partial}{\partial X_j} \left(\frac{(\Delta u_i)^2}{2} \right) + \frac{\partial}{\partial X_i} (\Delta u_i \Delta u_j) \right] \right) - 2\bar{\epsilon}_{VV}^+ - 2\bar{\epsilon}_{VV}^- \quad . \end{aligned} \quad (8.22)$$

Si l'on considère maintenant que l'écoulement est stationnaire, que l'inhomogénéité se cantonne à la direction orientée le long de l'axe du jet et que la diffusion ainsi que le cisaillement sont latéraux (i.e. selon la direction y), l'équation se réduit à :

$$\begin{aligned} \bar{U} \frac{\partial}{\partial x} \overline{(\Delta u_i)^2} + \frac{\partial}{\partial r_j} \overline{\Delta u_j (\Delta u_i)^2} + 2 \frac{\partial \bar{U}}{\partial x} \left(\overline{(\Delta u)^2} - \overline{(\Delta v)^2} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \overline{(v^- + v^+) (\Delta u_i)^2} + 2 \overline{\Delta u \Delta v \frac{\partial \bar{U}}{\partial y}} \\ = \\ \frac{\partial^2}{\partial r_j^2} (\nu^+ + \nu^-) \overline{(\Delta u_i)^2} + \frac{\partial}{\partial x} (\nu^+ + \nu^-) \frac{\partial}{\partial x} \overline{(\Delta u_i)^2} - 2\bar{\epsilon}_{VV}^+ - 2\bar{\epsilon}_{VV}^- \quad . \end{aligned} \quad (8.23)$$

Dans l'objectif d'étudier les conditions pour lesquelles l'Eq. (8.23) satisfait l'auto-similitude, nous devons supposer une forme fonctionnelle pour une partie des termes de cette équation. L'écoulement considéré étant anisotrope, ces derniers présentent non seulement une dépendance spatiale avec la direction inhomogène x , mais également avec l'incrément spatial \vec{r} . Ainsi, l'écriture fonctionnelle des différentes variables doit faire intervenir deux types de fonctions : celles qui présentent qu'une dépendance (i.e. avec la direction x) et celles présentant une dépendance avec l'incrément spatial \vec{r} . En ce qui concerne les premières, nous supposons que leur évolution avec x est bien représentée par une loi de puissance, viz.

$$\bar{U} \simeq U_0 \cdot x^{-n_U}, \quad u'_i = \overline{(u_i^2)}^{1/2} \simeq u_i^0 \cdot x^{-n_u}, \quad \bar{v} \simeq \nu_0 \cdot x^{n_\nu}, \quad (8.24)$$

où u'_i correspond à l'écart-type des fluctuations turbulentes dans la direction x . Pour traduire mathématiquement la dépendance en x et en \vec{r} des fonctions de structure en deux points, nous

suivons les préconisations de Burattini *et al.* (2005) ou encore Antonia *et al.* (2003) et posons :

$$\begin{aligned}
\overline{(\Delta u_i)^2} &= Q(x)f(\vec{\xi}) \\
\overline{(\Delta u)^2} &= Q_1(x)f_1(\vec{\xi}) \\
\overline{(\Delta v)^2} &= Q_2(x)f_2(\vec{\xi}) \\
\frac{\partial}{\partial y} \overline{(v^- + v^+)(\Delta u_i)^2} &= D(x)f_d(\vec{\xi}) \\
\overline{\Delta u \Delta v} &= Q_{12}(x)f_{12}(\vec{\xi}) \\
\overline{(\nu^+ + \nu^-)(\Delta u_i)^2} &= \nu_{ref}(x)Q(x)nf(\vec{\xi}) \\
-\overline{\Delta u_j(\Delta u_i)^2} &= T(x)g(\vec{\xi}),
\end{aligned} \tag{8.25}$$

où $\vec{\xi} = \vec{r}/\mathcal{L}$ et \mathcal{L} est une longueur caractéristique dépendant de l'orientation spatiale $\vec{e}_r = \vec{r}/|\vec{r}|$ de l'incrément spatial \vec{r} et qu'il nous reste à déterminer. On remarque qu'écrire le terme $\overline{(\nu^+ + \nu^-)(\Delta u_i)^2}$ sous la forme $\nu_{ref}(x)Q(x)nf(\vec{\xi})$ implique une fermeture de celui-ci. Cette dernière doit refléter le couplage entre le champ dynamique et la viscosité locale déterminée par le champ scalaire. Si la valeur affectée à $\nu_{ref}(x)$ doit être soumise à des investigations plus approfondies, il est néanmoins raisonnable de supposer qu'elle est égale à la valeur locale de la viscosité (surtout dans le cadre d'une homogénéité locale). Le terme de diffusion latérale est exprimé comme le produit d'une fonction $D(x)$ (proportionnelle à une vitesse au cube) et d'une fonction de forme f_d . Les autres termes pouvant être écrits d'une manière similaire, et les informations qu'ils nous apportent étant redondantes, nous ne nous concentrons ici que sur certains d'entre eux. La dépendance possible des conditions initiales décrite par George (1992) n'est pas considérée explicitement ici. $Q(x)$ et $T(x)$ correspondent à des échelles caractérisant respectivement les fonctions de structure d'ordre deux et trois. Les fonctions symbolisées par des lettres minuscules représentent quant à elles la forme des fonctions de structure impliquées. Pour que l'écoulement soit qualifié de similaire, tous les termes de l'Eq. (8.23) doivent être en équilibre relatif les uns par rapport aux autres. Cela signifie qu'ils doivent évoluer de la même manière le long de l'axe de propagation du jet (soit, x pour nous). En remplaçant les variables de l'Eq. (8.23) par leurs formes fonctionnelles, données par l'Eq. (8.25), et en multipliant par $\frac{\mathcal{L}^2}{\nu_{ref}(x)Q(x)}$ nous obtenons :

$$\frac{T(x)\mathcal{L}}{\nu_{ref}(x)Q(x)} = const. \tag{8.26}$$

$$\frac{\bar{U}Q'(x)\mathcal{L}^2}{\nu_{ref}(x)Q(x)} = const. \quad (8.27)$$

$$\frac{d\nu_{ref}(x)}{dx} \frac{Q'\mathcal{L}^2}{\nu_{ref}Q(x)} = const. \quad (8.28)$$

$$\frac{\bar{U}}{\nu_{ref}(x)} \frac{d\mathcal{L}}{dx} \mathcal{L} = const. \quad (8.29)$$

On note que la relation $\frac{\partial \xi}{\partial x} = -r\mathcal{L}^{-2}\frac{d\mathcal{L}}{dx}$ a été utilisée. Le terme de constante est ici employé au regard de la variable x . De simples combinaisons des Eqs. (8.26) à (8.29) conduisent à deux résultats majeurs : $n_U = n_u$ et $n_\nu = 1 - n_U$. Nous montrerons dans la section suivante que dans la configuration isotrope des résultats identiques sont obtenus. Les implications de ces derniers seront également analysées plus en détail.

8.3.2 Configuration localement isotrope

En champ lointain, et particulièrement dans la région centrale d'un jet rond débouchant dans un fluide plus visqueux, une hypothèse d'isotropie locale peut être formulée. Si de plus, \bar{U} and $\bar{\nu}$ dépendent seulement de x , l'Eq. (8.23) devient alors :

$$\begin{aligned} \bar{U} \frac{\partial}{\partial x} \overline{(\Delta u_i)^2} + \partial_{r_j} \overline{\Delta u_j (\Delta u_i)^2} + 2 \frac{d\bar{U}}{dx} ((\Delta u)^2 - (\Delta v)^2) + \frac{\partial}{\partial y} \overline{(v^- + v^+) (\Delta u_i)^2} \\ = \\ 2\bar{\nu} \frac{\partial^2}{\partial r_j^2} \overline{(\Delta u_i)^2} + \frac{d\bar{\nu}}{dx} \frac{\partial}{\partial x} \overline{(\Delta u_i)^2} - 2\bar{\epsilon}_{VV}^+ - 2\bar{\epsilon}_{VV}^- \end{aligned} \quad (8.30)$$

On peut supposer que les variations de $\bar{\epsilon}_{VV}$ sont faibles pour des échelles inférieures à l'échelle intégrale, ce qui équivaut mathématiquement à $\bar{\epsilon}_{VV}^- = \bar{\epsilon}_{VV}^+$. Puisque tous les termes sont seulement fonctions du module r de l'incrément spatial dans la région centrale d'un jet, utiliser l'expression particulière des opérateurs divergence et Laplacien en coordonnées sphériques paraît judicieux. En suivant la méthode préconisée par Monin & Yaglom (1975), Danaila *et al.* (2004), on obtient finalement :

$$\begin{aligned}
& -\overline{\Delta u(\Delta u_i)^2} + 2\bar{v} \frac{d}{dr} \overline{(\Delta u_i)^2} - \left(\bar{U} + \frac{d\bar{v}}{dx}\right) \frac{1}{r^2} \int_0^r s^2 \frac{\partial \overline{(\Delta u_i)^2}}{\partial x} ds \\
& - 2 \frac{d\bar{U}}{dx} \frac{1}{r^2} \int_0^r s^2 \left(\overline{(\Delta u)^2} - \overline{(\Delta v)^2} \right) ds - \frac{1}{r^2} \int_0^r s^2 \left[\frac{\partial}{\partial y} (v^- + v^+) \overline{(\Delta u_i)^2} \right] ds \\
& = \\
& \frac{4}{3} \bar{\epsilon}_{VV} r \quad , \quad (8.31)
\end{aligned}$$

où s est une variable muette. La présence ou non de la diffusion turbulente le long de l'axe du jet est toujours controversée, même pour les écoulements à viscosité constante, Hussein *et al.* (1994).

Nous cherchons à étudier la similitude à chaque échelle de la fonction de structure de la vitesse, Eq. (8.31). Dans cette optique, nous devons supposer des formes fonctionnelles pour les termes de cette équation. En suivant une nouvelle fois celles proposées par Antonia *et al.* (2003) et Burattini *et al.* (2005), on opte pour

$$\begin{aligned}
\overline{(\Delta u_i)^2} &= Q(x)f(\xi) \\
\overline{(\Delta u)^2} &= M(x)e(\xi) \\
\overline{(\Delta v)^2} &= R(x)h(\xi) \\
-\overline{\Delta u(\Delta u_i)^2} &= T(x)g(\xi), \quad (8.32)
\end{aligned}$$

où $\xi = r/\mathcal{L}$ et \mathcal{L} est une échelle de longueur caractéristique à déterminer. Tout comme précédemment, nous ne nous concentrons ici que sur certains termes (ceux non détaillées pouvant être écrits de manière similaire). De même, la dépendance plausible aux conditions initiales avancée par George (1992), n'est pas explicitement prise en compte ici. $Q(x)$ et $T(x)$ sont des échelles qui caractérisent les fonctions de structure du deuxième et troisième ordre respectivement. Les fonctions représentées par une lettre minuscule représentent la forme des fonctions de structure impliquées.

En substituant les Eqs. (8.32) dans l'Eq. (8.31), nous obtenons (après dérivation et ré-

arrangement) :

$$\begin{aligned}
& T(x)g(\xi) + 2\bar{v}Q(x)\frac{1}{\mathcal{L}}f'(\xi) - \frac{\bar{U}Q'(x)}{r^2}\mathcal{L}^3\Gamma_1 - \frac{d\bar{v}}{dx}\frac{Q'(x)}{r^2}\mathcal{L}^3\Gamma_1 \\
& + \frac{\bar{U}Q(x)}{r^2}\frac{d\mathcal{L}}{dx}\mathcal{L}^2\Gamma_2 + \frac{d\bar{v}}{dx}\frac{Q(x)}{r^2}\frac{d\mathcal{L}}{dx}\mathcal{L}^2\Gamma_2 - 2\frac{d\bar{U}}{dx}\frac{M(x)}{r^2}\mathcal{L}^3\Gamma_3 + 2\frac{d\bar{U}}{dx}\frac{R(x)}{r^2}\mathcal{L}^3\Gamma_4 \\
& = \\
& \frac{4}{3}\langle\epsilon\rangle_{hom}r,
\end{aligned} \tag{8.33}$$

où

$$\begin{aligned}
\Gamma_1 &= \int_0^{r/\mathcal{L}} \frac{s^2}{\mathcal{L}^2} f(\xi) d\left(\frac{s}{\mathcal{L}}\right); \quad \Gamma_2 = \int_0^{r/\mathcal{L}} \frac{s^3}{\mathcal{L}^3} f'(\xi) d\left(\frac{s}{\mathcal{L}}\right); \\
\Gamma_3 &= \int_0^{r/\mathcal{L}} \frac{s^2}{\mathcal{L}^2} e(\xi) d\left(\frac{s}{\mathcal{L}}\right); \quad \Gamma_4 = \int_0^{r/\mathcal{L}} \frac{s^2}{\mathcal{L}^2} h(\xi) d\left(\frac{s}{\mathcal{L}}\right).
\end{aligned} \tag{8.34}$$

On note qu'encore une fois la relation $\frac{\partial\xi}{\partial x_1} = -r\mathcal{L}^{-2}\frac{d\mathcal{L}}{dx_1}$ a été utilisée

On sépare ensuite les termes dépendants de x de ceux dépendants de ξ et on multiplie la relation obtenue par $\frac{\partial\xi}{\partial x} = -r\mathcal{L}^{-2}\frac{d\mathcal{L}}{dx}$. La similitude à toutes les échelles requiert que tous les termes fonctions de x évoluent de la même manière, on obtient ainsi :

$$\frac{T(x)\mathcal{L}}{\bar{v}(x)Q(x)} = const. \tag{8.35}$$

$$\frac{\bar{U}Q'(x)\mathcal{L}^2}{\bar{v}(x)Q(x)} = const. \tag{8.36}$$

$$\frac{d\bar{v}(x)}{dx} \frac{Q'\mathcal{L}^2}{\bar{v}Q(x)} = const. \tag{8.37}$$

$$\frac{\bar{U}}{\bar{v}(x)} \frac{d\mathcal{L}}{dx} \mathcal{L} = const. \tag{8.38}$$

$$\frac{\bar{\epsilon}_{VV}}{\bar{v}(x)} \frac{\mathcal{L}^2}{Q(x)} = const. \tag{8.39}$$

Les termes non détaillés apportent des informations redondantes au regard de qui suit.

En supposant que la variable de similitude $Q(x)$ est en fait l'énergie cinétique totale, i.e.

$Q(x) \sim \overline{u_i^2}$, l'échelle caractéristique mise en lumière par l'Eq. (8.39) correspond alors à la micro-échelle de Taylor définie telle que $\lambda \equiv \sqrt{\frac{Q\bar{\nu}}{\epsilon_{VV}}}$. De manière similaire à ce qui a été montré formellement pour les écoulements turbulents de grille par George (1992), Antonia *et al.* (2003), ou encore par George & Gibson (1992) pour les écoulements cisailés, la micro-échelle de Taylor apparaît comme une échelle de longueur caractéristique pertinente pour toute la gamme d'échelle considérée. Cette conclusion semble conforter l'idée que λ combine des informations provenant à la fois des grandes et des petites échelles de l'écoulement. On remarque que si la similitude est complète (i.e. valide pour toutes les échelles de l'écoulement), le choix de l'échelle caractéristique de similitude devient alors sans importance, toutes les échelles étant proportionnelles. On considère ensuite que \bar{U} et u' , la racine carrée de l'énergie cinétique totale, évoluent selon les lois de puissance suivantes :

$$\bar{U} \sim x^{-n_U}, \quad u' \sim x^{-n_u}, \quad \bar{\nu} \sim x^{n_\nu}, \quad (8.40)$$

avec $n_U > 0$, $n_u > 0$, $n_\nu > 0$. En injectant les Eqs. (8.40) dans l'Eq. (8.38), on en déduit que

$$\mathcal{L} \sim x^{\frac{n_U + n_\nu + 1}{2}}. \quad (8.41)$$

En combinant les Eqs. (8.41) et (8.35), et en posant $T(x)/Q(x) \sim u'$, on en tire aisément que $n_U - n_\nu - 2n_u = -1$.

L'Eq.(8.37) nous donne $n_\nu + n_U = 1$, ce qui conduit ensuite à

$$n_U = n_u. \quad (8.42)$$

Cette égalité signifie simplement que les lois de décroissance de la vitesse moyenne axiale et de la racine carrée des fluctuations associées sont identiques. Ceci est en totale conformité avec l'hypothèse d'auto similitude formulée par Townsend (1976). En injectant les relations données par les Eqs. (8.42) et (8.41) dans l'Eq. (8.35), on en déduit

$$n_\nu = 1 - n_U. \quad (8.43)$$

Cette relation très simple reflète le fait que $Re_{\mathcal{L}}$ (ou Re_λ , puisque l'échelle caractéristique \mathcal{L} a été identifiée comme la micro-échelle de Taylor), est constant le long de l'axe du jet. En effet, en combinant les Eqs. (8.40) et (8.41), on obtient :

$$Re_{\mathcal{L}} \sim x^{-\frac{n_u+3n_\nu+1}{2}}. \quad (8.44)$$

Notre analyse est donc tout à fait compatible avec les jets à viscosité constante. En effet, dans ce type d'écoulement $n_\nu = 0$. Ainsi, l'Eq. (8.43) conduit à une décroissance en x^{-1} de U et u' conformément à la conservation de la quantité de mouvement du jet établie par Tennekes & Lumley (1975). Enfin, à partir de l'Eq. (8.44), on déduit que Re_λ est conservé le long de l'axe du jet.

Intéressons-nous maintenant aux jets à viscosité variable, où deux scénarii (au moins) sont possibles. Le premier repose sur le fait que, comme dans les jets classiques, U et u' décroissent en x^{-1} , conformément aux résultats de Talbot *et al.* (2009). Dans ce cas, n_ν étant différent de zéro, l'Eq. (8.43) ne tient plus et le nombre de Reynolds basé sur la micro-échelle de Taylor ne peut être constant le long de l'axe du jet.

La seconde possibilité correspond également aux jets réels évoluant dans un milieu hôte de viscosité différente et donc dans lesquels $n_\nu \neq 0$. Mais, cette fois-ci, l'Eq. (8.43) est valide et conduit à $n_U \neq 1$, i.e. la conservation classique de l'impulsion du jet n'est pas respectée, possibilité déjà évoquée par Hussain & Zedan (1978). Le nombre de Reynolds Re_λ peut, quant à lui, être conservé le long de l'axe du jet.

Toutes ces possibilités sont complexes et nécessitent des investigations expérimentales et numériques en champ lointain.

8.4 Conclusions

Dans ce chapitre, des outils analytiques importants ont été mis en place. Dans un premier temps, l'équation de bilan de l'énergie cinétique à chaque échelle, tenant explicitement compte des gradients de viscosité, a été développée pour tous les écoulements académiques. L'information principale que nous pouvons tirer de cet outil est que les écoulements présentant des gradients de viscosité à grande-échelle sont significativement affectés par ceux-ci et ce à toutes les échelles, même les plus grandes. Dans un second temps, nous avons écrit ces équations sous une forme plus simple et plus pratique à manipuler, adaptée au champ proche d'un jet où l'écoulement est anisotrope. Enfin, nous nous sommes focalisés sur le champ lointain et plus particulièrement sur la région centrale d'un jet rond débouchant dans un milieu de viscosité

différente. Dans cette région, l'homogénéité et l'isotropie locales sont raisonnablement applicables d'un point de vue statistique. Nous avons finalement appliqué l'hypothèse de similitude à toutes les échelles à ces équations, i.e. toutes les échelles évoluent de la même manière le long de l'axe du jet. Nous avons montré que pour des jets débouchant dans un fluide hôte de viscosité différente :

- la vitesse moyenne U évolue de la même manière que u' ;
- Si $U \sim x^{-1}$, comme c'est le cas dans les jets classiques, alors Re_λ ne peut être conservé le long de l'axe du jet, contrairement aux jets à viscosité constante
- Si Re_λ est conservé, alors U ne peut décroître comme x^{-1} , ce qui est en contradiction avec la conservation de l'impulsion du jet.

Il est possible qu'un scénario ne soit valide que pour des valeurs particulières de R_v , du nombre de Reynolds initial, de la géométrie du jet (forme de l'injecteur incluse) ou encore du confinement ou non de l'écoulement. La réponse à ces questions ne pourra être apportée que par des études plus approfondies sur le champ lointain de jets à viscosité variable (expérimentales ou numériques). Les résultats présentés dans ce chapitre ont fait l'objet d'une publication acceptée et en attente de parution (Voivenel *et al.*, 2016) présentée dans l'annexe B.

Conclusions Générales

Ces travaux de recherche, menés dans le cadre de l'ANR "MUVAR" et financés par l'entreprise SNECMA, ont porté sur l'influence de la viscosité sur le mélange de fluides hétérogènes, i.e. à viscosité variable. Comme rappelé au début de ce manuscrit, ce sujet reste très peu abordé dans la littérature. La revue bibliographique menée dans les chapitres 1 et 2, nous a permis d'illustrer que la majorité des études existantes portait sur les instabilités hydrodynamiques et étaient sujettes à des contraintes spécifiques : écoulements de liquides, forts rapports de viscosité. Dans le cadre d'une problématique industrielle telle que la combustion non pré-mélangée, où les fluides considérés sont gazeux, les rapports de viscosité et les nombres de Reynolds d'injection modérés, bon nombre de questions restent en suspens. Quelles disparités existe-t-il dans la naissance de la turbulence entre les écoulements à viscosité constante et à viscosité variable ? A quels phénomènes physiques sont-elles dues ? Quelle est l'influence du nombre de Reynolds sur celles-ci ? La réponse à ces interrogations passe par la mise en place d'outils, expérimentaux et analytiques ici, nous permettant de sonder les écoulements turbulents.

La première étape a consisté en la création et l'instrumentation d'un nouveau dispositif expérimental. Celui-ci fut conçu dans l'objectif de permettre des comparaisons avec de futures simulations numériques, i.e. conditions initiales et aux limites bien définies. Nous avons ensuite cherché à confirmer certains des résultats obtenus par Talbot (2009) lors de sa thèse de doctorat. Nous avons ainsi pu mettre en évidence que, dans notre géométrie également, la décroissance de la vitesse était accélérée et les fluctuations plus intenses dans la configuration *VVF*. Les mesures planaires nous ont également permis de valider la phénoménologie des îlots visqueux grâce à l'illustration de la déviation des lignes de courant en présence d'une variation de viscosité. En outre, une comparaison des deux jets, basée sur le même nombre de Reynolds initial, nous a permis de prouver que les disparités observées ne pouvaient être dues à ce paramètre. Enfin, nous avons montré qu'augmenter le nombre de Reynolds conduisait à une apparition plus tardive des effets visqueux, i.e. plus loin en aval de l'injection.

La grande disparité dans les allures des deux écoulements nous a conduit à nous interroger sur la nature des processus physiques qui en étaient responsables. Pour cela, nous avons conçu une méthode hybride basée sur les travaux de Han & Mungal (2001) et Prasad & Sreenivasan (1989), et ce, afin de quantifier l'entraînement dans les configurations *CVF* et *VVF*. Après avoir validé cette technique sur l'écoulement à viscosité constante, nous avons mis en évidence, et ce pour la première fois à notre connaissance, l'apparition d'un phénomène de *detrainment* dans le jet de propane. Il est en effet habituellement observé dans des écoulements où un fluide léger est injecté dans un fluide lourd. Notre cas d'étude portant sur la configuration inverse, les effets de masse volumique ne peuvent être tenus pour responsables. Enfin, nous avons montré que l'apparition du *detrainment* était plus ou moins précoce en fonction du nombre de Reynolds d'injection. Certaines des configurations étudiées dans le jet de propane ($Re=12000$ par exemple), présentent même une cohabitation de ce dernier avec le phénomène d'entraînement.

A la lumière de ces résultats, nous avons voulu caractériser plus finement les différences dans la naissance de la turbulence dans les configurations *CVF* et *VVF*. Nous avons pour cela choisi d'utiliser des statistiques conditionnées à l'interface. Cette étude, qui est, sauf erreur de notre part, la première combinant en champ proche des statistiques conditionnées pour la vitesse et le scalaire, nous a apporté des informations supplémentaires. En effet, un saut dans les profils conditionnés de vitesse moyenne est, par exemple, déjà observable dans le jet de propane. Il faut en revanche attendre $x/D = 5$ pour le voir apparaître dans le cas *CVF*. Les statistiques portant sur le scalaire nous ont permis de montrer que, tout comme en champ lointain, il existait un plateau dans les profils de concentration. Nous avons établi que sa taille était de l'ordre de grandeur du rayon des tourbillons Kelvin-Helmholtz les plus énergétiques (responsables du mélange en champ proche). Alors qu'il est situé entre la zone turbulente et l'interface dans la configuration *CVF*, il est localisé entre l'interface et le coflow dans le jet de propane (bas nombre de Reynolds). Ce phénomène suggère un décalage de la zone de mélange entre l'interface et le milieu ambiant pour ce dernier cas. Enfin, grâce à l'analyse des profils des gradients de scalaire conditionnés, nous avons montré que, même dans les cas où les deux jets se développent via un processus d'entraînement, le mélange était accéléré dans l'écoulement à viscosité variable.

Ces résultats soulignent la nécessité d'établir des outils adaptés à ce type d'écoulements. Dans cette optique, nous avons poursuivi les développements analytiques initiés par Talbot *et al.* (2013). Ainsi, en tenant explicitement compte des gradients de viscosités, nous avons

établi l'équation de bilan de l'énergie cinétique à chaque échelle. Celle-ci nous a permis de montrer la présence de ces gradients à toutes les échelles, même les plus grandes. Ces conclusions viennent appuyer les résultats expérimentaux illustrant l'effet macroscopique de la viscosité sur les champs scalaires et dynamiques.

En raison de la relative jeunesse de notre thématique, les perspectives soulevées par ce travail de thèse sont nombreuses. L'influence de la géométrie d'injection sur les effets visqueux est, par exemple, un axe de recherche intéressant. En effet, la configuration étudiée lors de cette thèse reste relativement simple par rapport à certaines configurations rencontrées en industrie. Notre jet a été conçu de telle manière que le convergent puisse être remplacé par un injecteur swirlé. Des mesures dans un tel écoulement sont d'ailleurs actuellement en préparation.

La réalisation d'une analyse de stabilité linéaire dans les jets gazeux à viscosité variable est également une piste possible. On pourrait imaginer combiner cette approche analytique avec le suivi temporel des instabilités, grâce à la PIV rapide.

Pour obtenir des mesures fines de concentration, nous avons dû créer une technique de correction des images ex-situ. Si cette dernière est désormais fonctionnelle et performante (elle sera d'ailleurs le plus systématiquement possible utilisée au laboratoire), sa conception fut relativement longue et complexe. Ainsi, les champs simultanés dans une turbulence plus développée ($x/D \in [4.5-6]$) nécessitant l'emploi de cette technique, n'ont été obtenus que très récemment. Il reste donc de nombreuses informations à tirer de ces mesures. L'estimation des corrélations scalaire / vitesse, en vue de la modélisation d'un temps de mélange caractéristique, constitue sans doute la perspective la plus immédiate de ce travail. Dans le cas où la résolution de nos mesures serait insuffisante pour estimer les termes du bilan, deux solutions peuvent être envisagées :

- une approche expérimentale avec la réalisation de mesures ponctuelles grâce à la localisation des zones d'intérêt via la cartographie de l'écoulement réalisée au cours de cette thèse,
- une approche numérique.

En ce qui concerne cette dernière, les perspectives sont extrêmement vastes. En effet, si une étude récente existe dans les couches de mélange temporelle (Taguelmimt, 2015), cela n'est pas encore le cas dans les jets turbulents. A partir de la base de données conséquente (plus de 60 000 champs simultanés) obtenue dans notre dispositif expérimental, on peut imaginer la validation de l'implémentation du caractère actif du scalaire ou, ultérieurement, des modèles *LES* pour les fluides à viscosité variable. Enfin, outre l'estimation des termes du bilan, une telle approche

pourrait également permettre de déterminer la taille des ilots visqueux, pénétrant le cœur du jet.

Enfin, d'un point de vue purement analytique, l'étape suivante est l'établissement des équations de bilan pour les fluides à viscosité **et** masse volumique variables.

Annexe A

Dans cette annexe, un article accepté et en attente de publication dans le livre *Whither Turbulence and Big Data in the 21st Century*.

Variable Viscosity Jets: Entrainment and Mixing Process

L. Voivenel, E. Varea, L. Danaila, and B. Renou
M. Cazalens

Abstract Turbulent jets with viscosity stratification are very important from both fundamental and practical viewpoints. In this study, we carry out a comparison between Constant Viscosity Flows (CVF) and Variable Viscosity Flows (VVF), in a round jet, on the basis of the same initial conditions (same jet momentum and/or the same initial Reynolds number). The two fluids are density-matched. A propane jet issues into a slight nitrogen coflow for which the kinematic viscosity ratio is $R_v \equiv \nu_{N_2}/\nu_{propane} = 3.5$. The Reynolds number of the jet (based on the diameter, the initial velocity and the propane viscosity) is of 8000. The direct interactions between the velocity and the scalar fields reflect the need to perform simultaneous measurements of these two physical quantities. The stereo Particle Image Velocimetry (stereo-PIV) and the Planar Induced Fluorescence (PLIF) have been chosen for the velocity and the concentration measurements respectively. Experimental results are discussed, for both velocity and scalar fields, in the axial plane of the turbulent axisymmetric jet. It is shown that the presence of a strong viscosity discontinuity across the jet edge results in an increase in both the scalar spread rate and the turbulent fluctuations.

1 Introduction

The theory of Kolmogorov [13] premises that at infinitely large Reynolds numbers, the statistical properties of the small scales should be universally determined by ν and $\bar{\epsilon}$, the kinematic viscosity and the mean energy dissipation rate respectively. Implicit to this theory is that viscosity, considered as one independent parameter of

L. Voivenel · L. Danaila · E. Varea · B. Renou
CORIA UMR 6614, University of Rouen, St Etienne du Rouvray, France,
e-mail: voivenel@coria.fr

M. Cazalens
SAFRAN R&T Center, France

the flow, is a 'small scale' quantity and thus should not affect large scale mixing. This is one possible explanation for why most studies focus on homogeneous fluids (same density and viscosity), or on variable-density flows [18, 2]. Nonetheless, many flows deal with real fluids, for which both density and viscosity fluctuate in space and time.

One of the first studies devoted to effects of viscosity was that of Campbell and Turner [8]. In order to determine the composition of a magmatic layer, they studied the injection of a fluid in a more viscous one (whose kinematic viscosities are respectively ν_l and ν_h , subscripts 'l' and 'h' stand for 'low' and 'high' respectively), for several ratios $R_v = \frac{\nu_h}{\nu_l}$ spread from 1 to 400. Campbell and Turner [8] observed a very different behaviour for the two extreme-cases. Indeed, mixing does not occur at all for the $R_v = 400$ case. This phenomenon is due to a competition between the destabilizing inertial forces and the stabilizing viscous ones at the interface. Thus, the study of Campbell and Turner highlights that the large scale mixing is in fact, greatly viscosity-dependant and that Variable-Viscosity-Flow (hereafter referred to as VVF) should be carefully studied. Indeed, this kind of flow is frequent in industrial applications. Differences in the morphology of the variable-viscosity flows were acknowledged, e.g. [7], but generally for large values of R_v . Particular attention has been given to the instabilities born at the interface of two variable-viscosity fluids [20, 17, 11, 9, 10]. To cite one example, combustion processes involve fluids with different physical and chemical properties (e.g. fuel and oxidizer).

Numerous questions, however, remain without clear answers. Some of them are fundamental, such as those dealing with the rate of entrainment and the associated phenomenology [1], or the exact expression of the mean energy dissipation rate [19, 14] which appears to be of great importance for flame stabilization and quenching [16]. Hence, experimental, numerical and theoretical efforts are to be devoted to traditional aerodynamic configurations (gaseous flow and relatively high Reynolds number).

The present study aims at furthering our understanding of variable-viscosity flows, with a particular view on the very near field and turbulence generation. The roadmap of the paper is as follows. Section 2 details the experimental facility, whereas in Section 3 the optical diagnostics are presented. The fourth and fifth sections aim at developing results on the dynamic and scalar fields in VVF versus CVF, based on the same momentum and Reynolds number respectively. Finally some conclusions drawn for the present study are provided.

2 Experimental set-up

The effects of viscosity variations are quantified by comparing the following cases:

- Constant-Viscosity Flow (CVF), which is the baseline case. A nitrogen jet issues in a coflow of nitrogen. The viscosity ratio of the two fluids is $R_v = 1$.
- Variable-Viscosity Flow (VVF). A propane jet issues in a coflow of nitrogen. The

latter is 3.5 times more viscous than the propane, so that $R_v = 3.5$. The density ratio is very nearly equal to 1.

The comparison between the two cases is based on the *same initial condition*, i.e. the same initial jet momentum, therefore the same injection velocity which is $U_{inj} = 1.45$ m/s. To remove any ambiguity regarding the role of the Reynolds number, the comparison between CVF and VVF at the same initial Reynolds numbers will be done in Section 5.

The flow facility is a round jet of diameter $D = 30$ mm surrounded by a (slight) coflow. Jet and coflow are enclosed in order to get well defined boundary conditions allowing future accurate comparison with numerical simulations, Fig.1. The coflow diameter, $D_{cof} = 800$ mm, is sufficiently large to restrain the wall influence on the main jet while isolating it from the exterior environment.

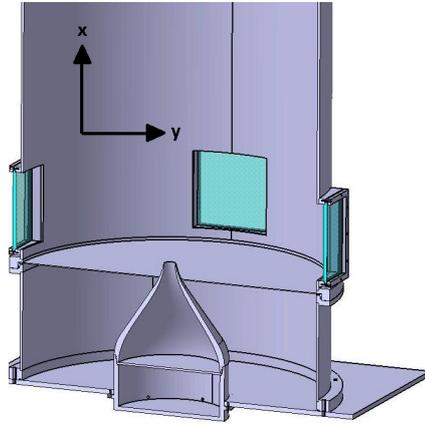


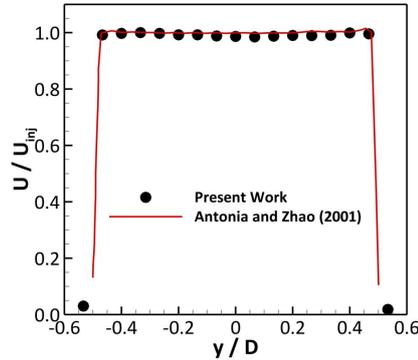
Fig. 1 Sketch of the experimental facility. Nozzle, confinement and optical accesses.

The main jet issues from a contraction designed to ensure a *top-hat* velocity profile at the nozzle exit. To achieve this objective, the two key parameters to be chosen are:

- the contraction ratio $C_R = \frac{D_{in}^2}{D_{out}^2}$, where D_{in} and D_{out} are the initial diameter of the contraction and the diameter at the contraction exit respectively.
- the length on in-diameter ratio $\frac{L}{D_{in}}$, where L is the length of the contraction.

We have chosen to use the same values as Antonia and Zhao [3] *i.e.* $C_R = 87$ and $\frac{L}{D_{in}} \approx 1$. These parameters have then been used in the correlations provided by Bell and Mehta [4] to design contraction walls. The velocity profiles measured at the immediate vicinity of the nozzle exit by Hot Wire Anemometry (HWA) are consistent with those obtained by Antonia and Zhao [3], Fig. 2. The initial turbulence intensity is 1%.

Fig. 2 Comparison of the velocity profile at the nozzle exit obtained in the current study and in Antonia and Zhao work.



The flow-rate is controlled by a Bronkhorst Coriolis Mass Flow Controller (model SNB13201070A/s) for the main jet and Bronkhorst Thermal Mass Flow Controller (model SNM4209650B) for the coflow. Both mass flow controllers have been calibrated or checked using an in-house calibration bench.

3 Optical Diagnostics

3.1 Velocity Measurements

Velocity field measurements were performed by stereo-Particle Image Velocimetry (stereo-PIV). The stereo-PIV technique has been chosen because of the three-dimensionality of velocity fluctuations. A Quantel Ultra Twin laser at 532 nm was used. A parallel laser sheet – passing through the jet center – is obtained using a cylindrical lens with a -40 mm focal length followed by a spherical lens of 500 mm focal length, Fig. 3. Seeding is done using Di-Ethyl-Hexyl-Sebacat (DEHS) particles whose size repartition is more homogeneous than that of vegetable oil (size order of magnitude around $1\mu m$), [6]. Two Imager ProX cameras (LaVision) with a pixel format of 2048x2048 pixels, coupled with two visible objectives Nikkor 105 mm and f/2.8, are placed on either side of the laser sheet at a 45° angle. A 60x60 mm field of view is recorded which corresponds to a magnification ratio of 35 pixels/mm. Each camera records particle images that are independently post-processed with the algorithm 'Adaptive PIV' – provided by the Dantec software *Dynamic Studio* (3.4 release). Then, using a previously performed calibration, the n^{th} 2D field from camera #1 is combined with the corresponding field from camera #2, creating a single 2 dimensions-3 components (2D-3C) velocity field.

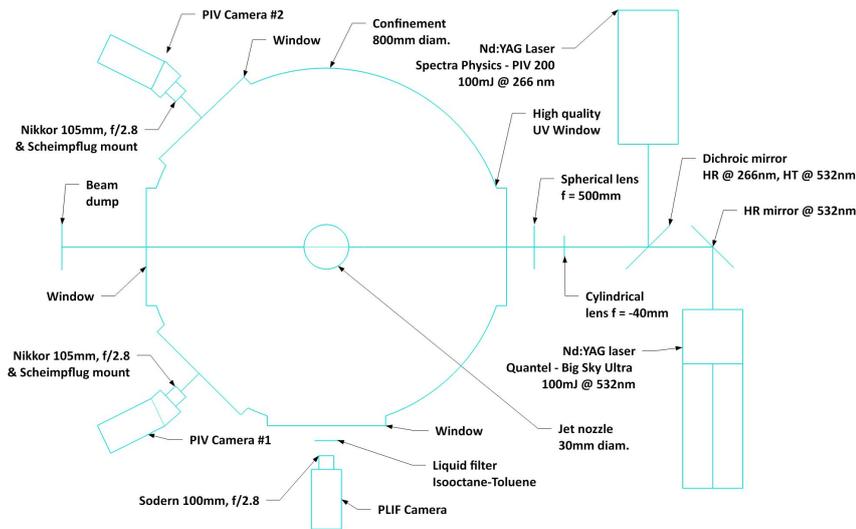


Fig. 3 Schematic diagram of the jet experiment.

3.2 Scalar Field Measurements

Whilst the velocity field measurements are standard, the main experimental difficulty rests upon the scalar field measurements. Usually, acetone molecules are used as a tracer to perform Planar Laser Induced Fluorescence (PLIF) measurements. However, in order to obtain a sufficient signal-to-noise ratio, a great amount of tracer has to be used, leading to a modification of the seeded fluid properties. The focus of this work is on the effects of viscosity, therefore acetone is not the best choice here. Thus, an alternative molecule allowing a better signal to noise ratio while conserving the studied fluid properties was used. In addition to the previously discussed restrictions, the tracer must satisfy several other criteria:

- absorption wavelength has to be compatible with highly energetic laser at our disposal ($\lambda = 266 \text{ nm}$)
- fluorescence spectrum must be shifted from the excitation wavelength
- evaporation properties must allow mixing with a gas

The chosen tracer was anisole. To avoid ignition of the mixture when VVF cases are performed (propane is injected), the jet issues into nitrogen and not into an air coflow. Therefore, the strong quenching of anisole with O_2 is not an issue in our case. Moreover, the Quantum Yield, the ratio of photons absorbed to photons emitted through fluorescence, is very high which allows to inject a small quantity of anisole into the jet. The physical properties of the jet are therefore not altered.

To validate this technique, the linearity of the PLIF signal with the laser energy and the tracer concentration was tested. Another critical point is the proximity of the anisole absorption and emission bands. To eliminate the Mie signal at 266 nm

coming from the DEHS particles as well as the stray light due to reflection at 266 nm, a liquid filter composed of iso-octane (spectroscopically neutral) and toluene as suggested in [15] was used. Indeed, the toluene, absorbs predominantly at 266 nm and dimly from 270 nm, which is the beginning of the anisole fluorescence signal [5].

The tracer particles are excited using a Nd:YAG laser (Spectra Physics) with a fourth-harmonic generating crystal that produces a Q-switched laser output in the UV ($\lambda=266$ nm, 100 mJ). A dichroic mirror is used to optically combine the PIV laser beam with LIF laser beam. The fluorescence signal is collected by an intensified CCD (ICCD) camera coupled to a UV Cerco 100 mm, f/2.8 lens. The ICCD camera is a Roper Scientific PIMAX 4 (16 bits) manufactured by Princeton Instruments with a pixel format of 1024x1024 pixels. The exposure time is set to 500 ns which is a compromise between fluorescence signal collection and the increase in noise level.

3.3 Big data

With the emergence of new sensors for cameras, the recorded images can easily rise resolution of 5 Mega pixel. Moreover, the repetition rate is enhanced and a 5 Hz acquisition frequency is achieved. Therefore, a huge amount of data is accessible which makes it possible to obtain fully converged statistical results. However, the post-processing as well as the recording techniques needs to be designed and optimized in order to minimize the lag (during recording) and the overall post-processing time.

In the present study, a set of 3000 images is recorded for both the dynamic and the concentration fields. The issue concerning the acquisition is solved by using super-computers (Dell Z-800 Workstation) still affordable with enhanced access to memory (RAID 0). Two super-computers are used to record the dynamic field and the scalar fields.

As soon as the velocity field is concerned, two cameras of 5 M pixel each are used. Within 10 minutes of experiments, a set of two times 3000 images is stored on the hard drives which corresponds to memory of approximately 94 Go. For the scalar field, the corresponding 3000 images are recorded using a Mega pixel camera which correspond to 12 Go of memory on the second workstation. Therefore, each data set represent a total amount of raw data of 108 Go. The question of classical storage of data on hard drives is addressed. To facilitate the access to the files, the data sets are uploaded on the CRIHAN (Centre de Ressources Informatiques de Haute-Normandie) storage servers where Tera bites of memory are available. Therefore, thanks to Giga bites ethernet connexion, an easy access to data is possible. In order to post-process the recorded data specific parallelized routines must be applied. This is facilitate since images are matrix and available toolbox in Matlab R2105 already exists. However, the post-processing time on a third workstation is

around one week for both the scalar and the dynamic fields. A total amount of 92 Go of post-processed images is obtained. To optimize and decrease the calculation time, we are thinking on developing in house post-processing routines which would be run on the CRIHAN servers where linux platform are in used. Therefore, storage and post-processing would be done on super-computer from the CRIHAN organization. In the following sections, CVF and VVF cases will be compared on the basis of same jet momentum – Section 4 – and same Reynolds number – Section 5 – respectively.

4 Comparison of CVF and VVF based on the same initial jet momentum

4.1 Phenomenology

Figure 4 illustrates instantaneous images of the scalar distribution. Here C is the propane concentration – the mixture fraction – normalized such that $C = 1$ in the propane core jet and $C = 0$ in the N_2 coflow. A careful analysis of the scalar mixing provides a qualitative way to compare the two flows. Whilst the constant-viscosity flow exhibits classical Kelvin-Helmholtz vortices, Fig. 4(a), the variable-viscosity flow, Fig. 4(b), only provides a hint of the large-scale, lateral engulfment of the ambient fluid, together with mixing at scales distributed over a much wider range.

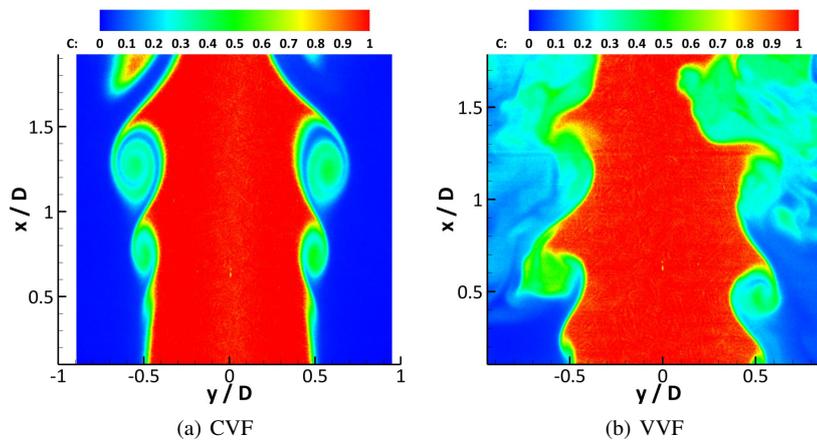


Fig. 4 Instantaneous images of mixing in N_2 / N_2 jet and Propane / N_2 jet.

Planar distributions of the mean and RMS (root mean squared) of the scalar are represented for the very near field of the flow, spanning between 0 and 2 jet

diameters, in Fig. 5. Several observations may be made.

- The CVF potential core, Fig. 5(a), image left-half-side, is wider than that of the VVF, Fig. 5(a), image right-half-side, which suggests a better mixing for the latter. This statement is supported by the presence of propane in the full field of view for VVF. This is in contrast with the N_2 / N_2 jet, where the core jet fluid (seeded N_2) is completely absent on the image edges.
- The largest RMS values are not located at the same axial locations: for the CVF flow, the largest values of the scalar RMS are located at $2 D$, whereas for the VVF, the maxima are distributed much closer to the nozzle, between $0.5 D - 1 D$.

The latter observation is to be understood in connection with the instantaneous images. The intense fluctuations are strongly correlated with the presence of the large structure – Kelvin Helmholtz. For the VVF case, while at $y/D = 1$ engulfment only occurs, the mixing exhibits smaller and smaller scales at $y/D = 2$.

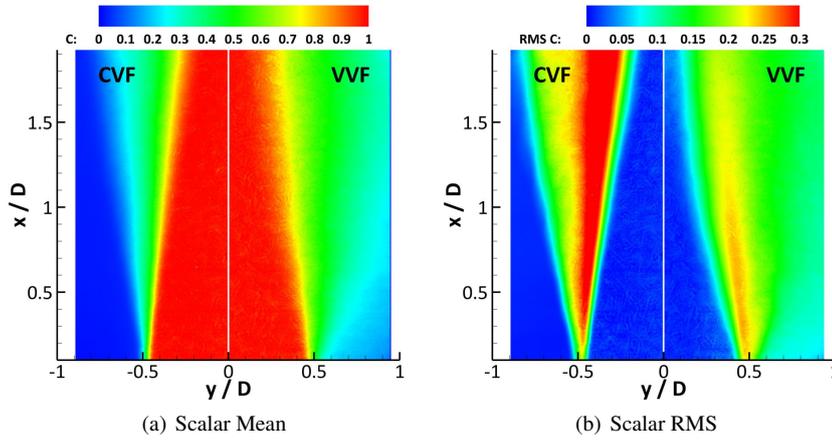


Fig. 5 Planar distributions of the scalar mean and RMS in CVF (N_2 / N_2 jet), image left-half-side, and VVF (*Propane* / N_2 jet), image right-half-side.

As far as the CVF is concerned, only large-scale mixing occurs, thus explaining that larger fluctuations are observed, compared to the VVF case. This observation is strengthened by the study of the velocity field and more particularly of the mean lateral fluctuations (not shown here), whose evolution is similar to that of the scalar. Indeed, at a downstream position of one diameter, the lateral fluctuations are more intense in VVF than in CVF.

Moreover, there is a stronger decrease of the axial mean velocity in VVF, starting at the very early stage of injection, Fig. 6, indicating an increased entrainment of the ambient fluid into the jet fluid and an accelerated trend towards self-similarity.

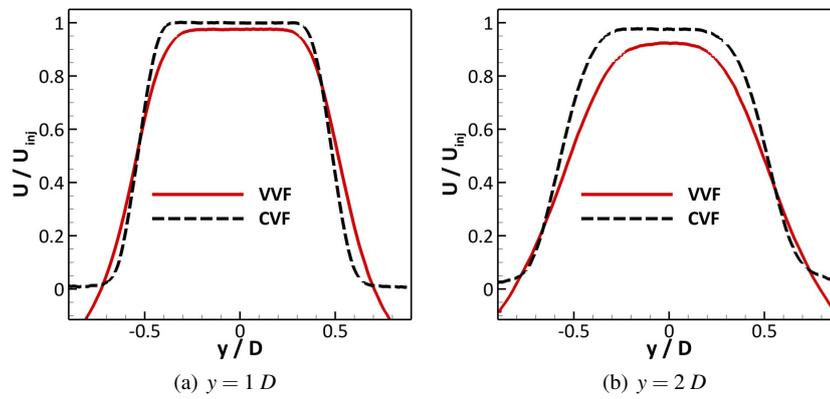


Fig. 6 Mean axial velocity normalized with respect to the injection velocity, for both CVF and VVF, at two axial locations: $y = 1D$ and $y = 2D$.

Intense values of the axial velocity fluctuations, Fig. 7, as well as a faster trend towards isotropy (here quantified through the ratio u_{RMS}/v_{RMS} , Fig. 8, u and v being the axial and radial velocities, respectively) in VVF than in the baseline case (CVF) are observed.

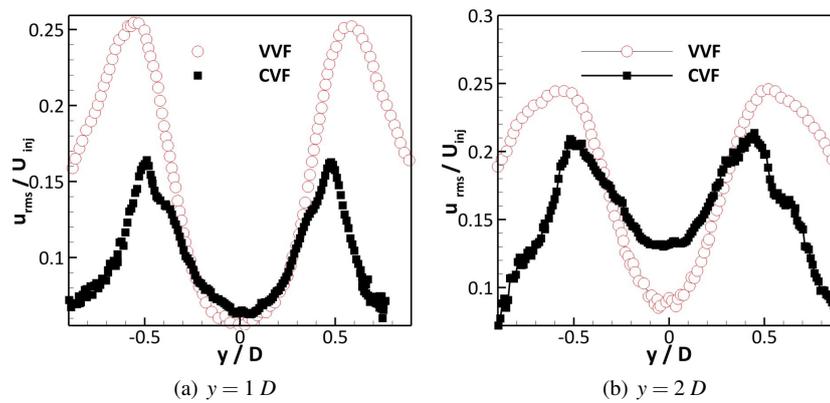


Fig. 7 Radial RMS normalized with respect to the injection velocity, for both CVF and VVF, at two axial locations: $y = 1D$ and $y = 2D$.

4.2 Analysis

The birth of the turbulent fluctuations most likely results from a combination of four factors:

- i Kelvin–Helmholtz instabilities;
- ii Wake instabilities behind the injector lip;
- iii Interface instabilities due to density gradients;
- iv Interface instabilities due to viscosity jumps [20, 12].

Points *i*) and *ii*) are characteristic of jet flows, constant-viscosity or not, thus, they can not be responsible for such different behaviours. As far as the density effects are concerned, the studied configuration is that of a *heavy jet* (heavy fluid injected in a lighter one). Yet, according to Amielh et al. [2], density stratification for heavy jets results in mixing inhibition. The opposite is observed here, so the density effects are not responsible for the observed behaviour. Mixing enhancement is subdued to the occurrence of the four different types of instabilities at the jet edges.

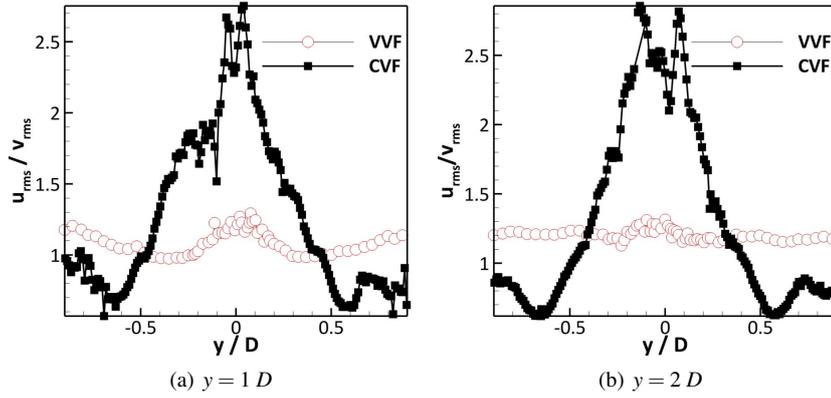


Fig. 8 Ratio u_{RMS}/v_{RMS} for VVF and CVF, at two axial locations: $y = 1D$ and $y = 2D$.

Experimentally, the local viscosity is linked to the local concentration. A two species mixing law is applied. Hence, since the scalar field modifies the velocity field – active scalar – both fields (dynamic and scalar) are coupled and must be studied together. By computing the joint Probability Function Density (PDF) of the **mean** concentration and **mean** velocity, a complete mean flow mapping is obtained. Figure 9 reports the joint PDF of the mean concentration and mean axial velocity at 0.5 and 1.5 diameter, top and bottom respectively. Right and left images correspond to the cases of CVF and VVF, respectively. To avoid ambiguity in the analysis, only statistics from the left part of the jet are presented. The two maxima located at $(\bar{C} = 1, \frac{\bar{U}}{U_{inj}} = 1)$ and $(\bar{C} = 0, \frac{\bar{U}}{U_{inj}} = 0)$ in Fig. 9(a) and Fig. 9(c) indicate a clear

bimodal distribution for the CVF case. These two maxima are characteristic of the jet fluid and of the coflow respectively. Thus, the lack of points between these two extremes confirms that the mixing is still at a very early stage in the N_2 / N_2 jet.

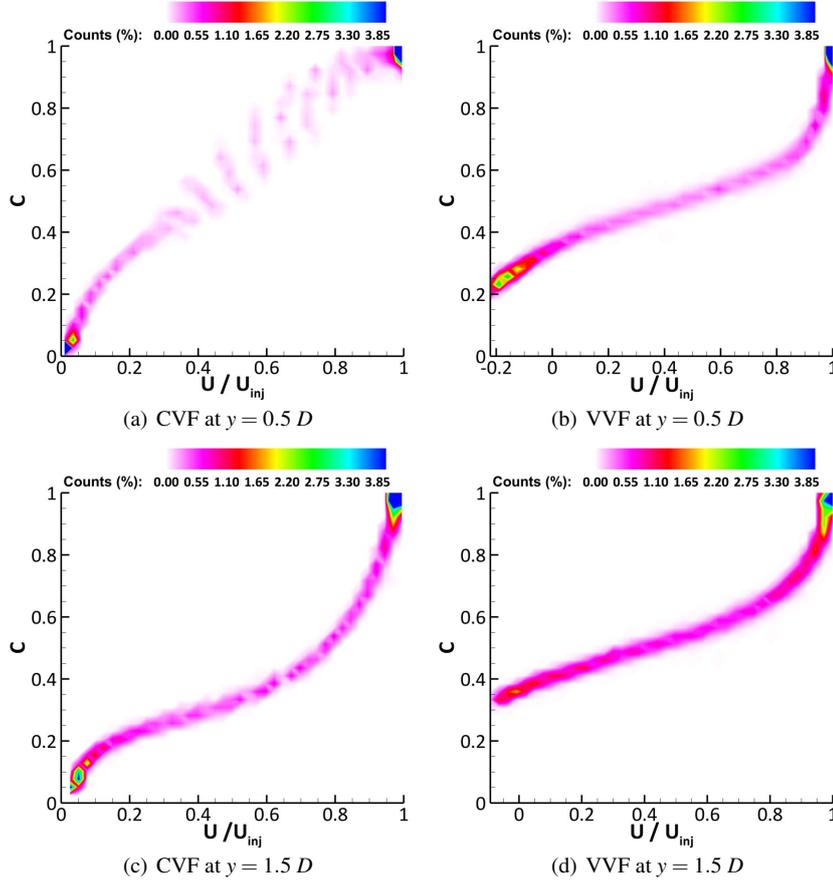


Fig. 9 Joint probability density functions of the mean concentration and mean axial velocity (\bar{C} , \bar{U}) for CVF (left) and VVF (right), at two axial locations: $y = 0.5 D$ (top) and $y = 1.5 D$ (bottom).

In the propane case, at $y = 0.5 D$, Fig. 9(b), the bimodal distribution is attenuated compared to the CVF case, Fig. 9(a). Once again, this is consistent with the observation of a more advanced mixing in the VVF case. It is interesting to note that, if the maximum located at $(\bar{C} = 1, \frac{\bar{U}}{U_{inj}} = 1)$ is still present in the propane jet, it is not the case anymore for the second extremum $(\bar{C} = 0, \frac{\bar{U}}{U_{inj}} = 0)$. The former is shifted to a negative axial velocity ($\frac{\bar{U}}{U_{inj}} = -0.2$) and a more important value of

\bar{C} (e.g. $\bar{C} = 0.2$). These values can be explained by the presence of a recirculation zone which bring propane into the coflow.

The mean radial velocity and mean concentration joint PDF's, allows us to highlight the processes at play – entrainment or jet expansion – at the considered downstream locations. Figure 10 shows the joint PDF of the mean concentration and mean radial velocity at 0.5 and 1.5 diameter, top and bottom respectively. Right and left images correspond to the cases of CVF and VVF, respectively.

Looking at the CVF case, at $y = 0.5 D$, the existence of the bimodal distribution previously observed is confirmed, Fig. 10(a). The few points ($\bar{C} = 0$, $\frac{\bar{V}}{U_{inj}} > 0$) indicate the birth of the Kelvin Helmholtz instabilities in the coflow. At downstream location $y = 1.5 D$, the positive radial velocities are now associated with a lower concentration, $\bar{C} \approx 0.1$, Fig. 10(c). This can be interpreted as the beginning of the large scale mixing – ensured by the Kelvin Helmholtz instabilities – between jet and coflow. Moreover, the start of the jet expansion is observed through the points ($\bar{C} = 1$, $\frac{\bar{V}}{U_{inj}} < 0$).

The phenomenology identified for the VVF case is again very different from that observed in the N_2 jet. At $y = 0.5 D$, three particular zones may be distinguished, Fig. 10(b). The first one, whose meaning is the most easily explained, is the maximum located at ($\bar{C} = 1$, $\frac{\bar{V}}{U_{inj}} = 0$). It corresponds to the jet core where the velocity vectors are only oriented along the axial direction. The second local maximum displays the following characteristics: a mean concentration around 0.55 and a negative radial velocity, which can be interpreted as the jet expansion in a zone where the mixing with the host fluid is already at an advanced stage. Finally, the last remarkable area is characterized by a low mean concentration, $\bar{C} \approx 0.2$ – and a positive radial velocity. This combination indicates the presence of ambient fluid inflows – through the Kelvin-Helmholtz instabilities. This interpretation is confirmed by the disappearance of the points ($\bar{C} \approx 0.2$, $\frac{\bar{V}}{U_{inj}} < 0$) at the location $y = 1.5 D$, where the large scale structures are no longer visible on the instantaneous images, Fig. 10(d). It can also be noticed that the total number of points corresponding to the jet core has been divided by 1.5. Apart from this zone, the other points have a negative radial velocity, indicating that the main phenomenon at this location is the jet expansion.

From the results and analysis presented above, it can be concluded that clear experimental evidence has been obtained to claim that viscosity stratification has an important influence on turbulence, for viscosity ratios as low as 3.5.

5 Comparison of VVF and CVF based on the same Reynolds number

In the previous section, CVF and VVF cases for the same jet momentum were compared. It can be argued that the Reynolds number in the N_2 jet is 3.5 times

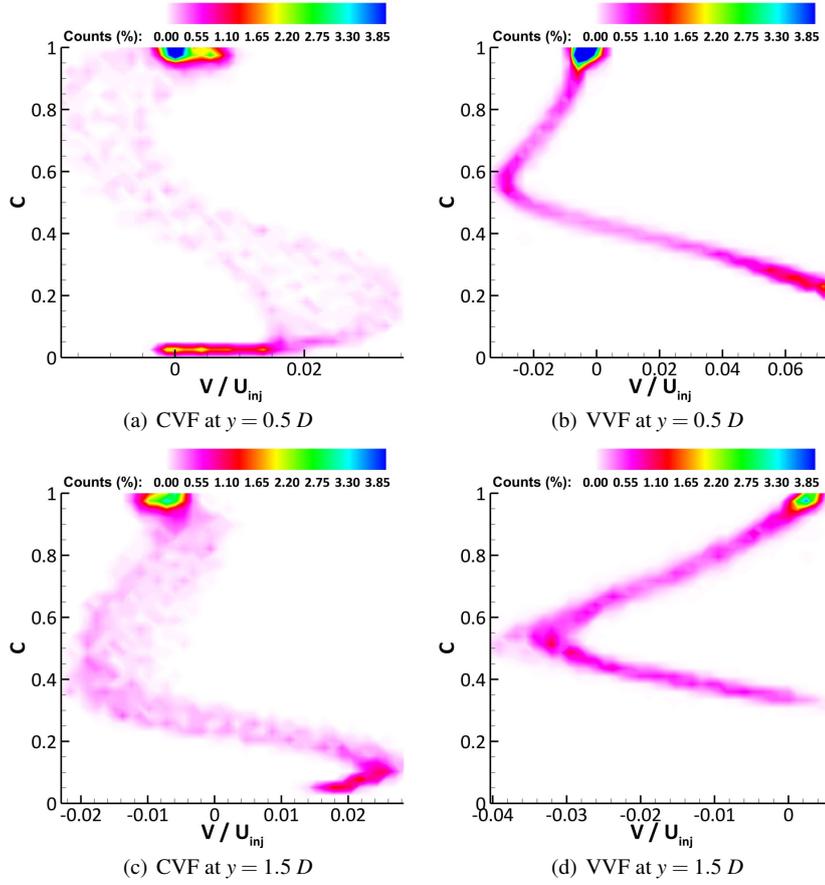


Fig. 10 Joint probability density functions of the mean concentration and mean radial velocity (\bar{C} , $\frac{\bar{v}}{U_{inj}}$) for CVF (left) and VVF (right), at two axial locations: $y = 0.5 D$ (top) and $y = 1.5 D$ (bottom).

lower than propane jet, thus explaining the observed discrepancies. To address this, measurements were taken in the CVF case with the same Reynolds number as in the VVF case *i.e* with an injection velocity $U_{inj} = 4.37$ m/s.

Figures 11(a) and 11(b) show instantaneous scalar distribution in CVF and VVF respectively. Once again, the topology of the two cases is completely different. If the CVF case is indeed more turbulent than in the previous experiments, Fig. 4, it still does not present the large range of scales exhibited by the variable-viscosity flow.

The map of the scalar mean is presented in Fig. 12(a). It is observed that a shift occurs in the virtual origin of the N_2 / N_2 jet, compared to the constant-viscosity case

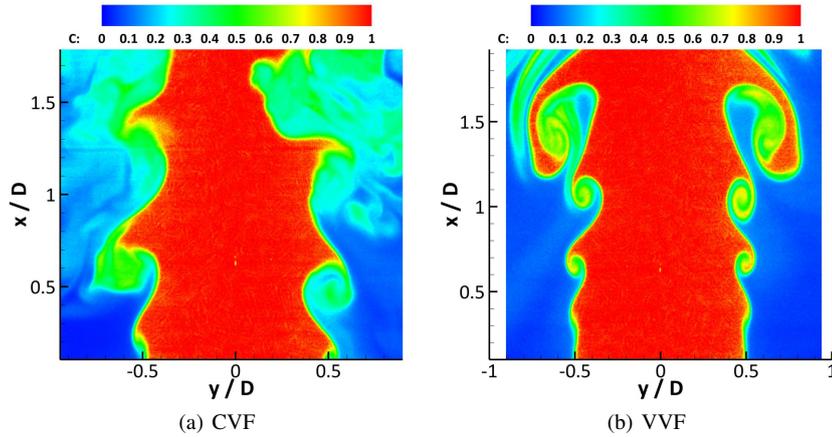


Fig. 11 Instantaneous images of mixing in N_2 / N_2 jet and variable-viscosity (Propane / N_2) jet.

detailed in the previous section. As far as the jet angle is concerned, it is smaller in the CVF case than in the VVF case, indicating a less advanced mixing.

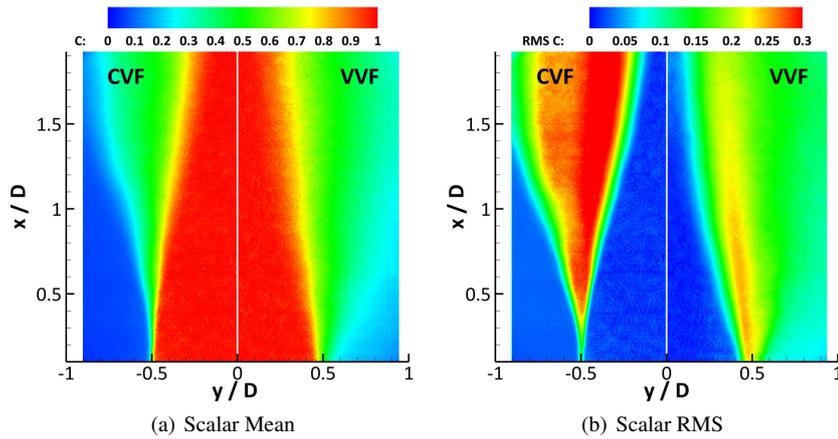


Fig. 12 Planar distributions of the scalar mean and RMS in CVF (N_2 / N_2 jet), image left-half-side, and VVF (Propane / N_2 jet), image right-half-side.

The maxima of the RMS of the longitudinal fluctuations are once again correlated with the presence of large structures. This is particularly visible when attention is focused on the top of the image in Fig. 12(b) (from $y = 1.2 D$ up to $y = 1.9 D$). Indeed, this is the largest zone of intense fluctuations. Confronting with the instantaneous image, Fig. 11(a), it also corresponds to the location of the largest

structures. Thus, even if the CVF topology differs slightly from that of the previous section (Sec. 4, same jet momentum), up to this point the observations previously made still hold.

Profiles of mean axial velocity are reported in Fig. 13. For a given axial location, they present a more advanced decrease in the variable-viscosity case than in the N_2 / N_2 jet. Similarly, Fig. 14 shows the longitudinal fluctuations are stronger in the VVF case and seem to have started their decrease contrary to those in the CVF which still increase with the axial location.

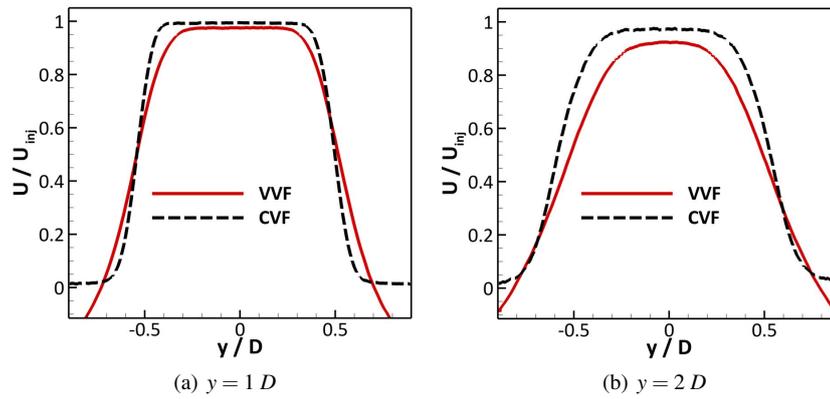


Fig. 13 Mean axial velocity normalized with respect to the injection velocity, for both CVF and VVF, at two axial locations: $y = 1 D$ and $y = 2 D$.

To conclude, this section illustrates that the discrepancies are still present, even if a little less pronounced, when comparing VVF and CVF configurations with the same Reynolds number (*i.e.* different injection velocities).

6 Conclusion

With respect to the classical constant-viscosity jet, the variable-viscosity jet of a fluid issuing into a more viscous ambient fluid, exhibits in the very near field:

- enhanced entrainment
- more important turbulent fluctuations.

We explain these phenomena by stating that if the different 'steps' of the turbulence are the same by nature (birth, growth, decrease and death), their duration is shorter in VVF than in CVF. Moreover, processes like fluctuation production are more intense in flow with variable viscosities. It means that, even when viscosity gradients

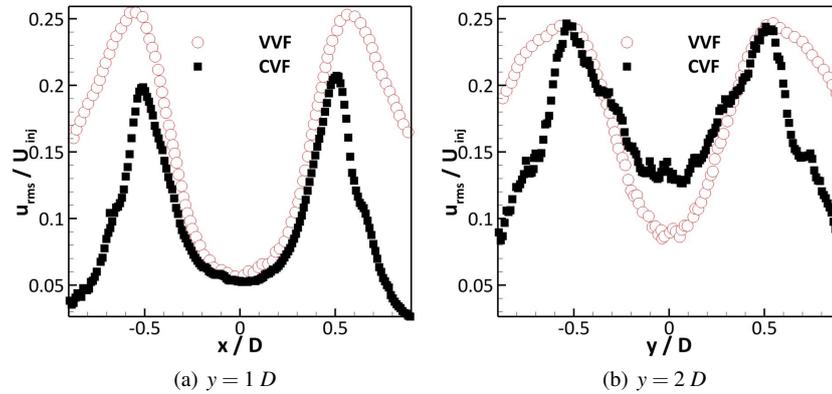


Fig. 14 Radial RMS normalized with respect to the injection velocity, for both CVF and VVF, at two axial locations: $y = 1 D$ and $y = 2 D$.

disappear (far from the injection where the mixing is achieved), they have already significantly modified the flow dynamics. Thus, its final state will be different from a flow which has not be subjected to viscosity effects, even if their initial conditions – Re or jet momentum – are identical. The general message of this contribution is that whereas the viscosity itself indeed acts at the level of smallest scales, flows with viscosity variations at a large scale (such as jets issuing in different environment) are characterized by effects of viscosity variations at any scale, including the largest. A simple visualization of the scalar dispersion allows us to observe a significant disparity between VVF and CVF behaviours, leading us to state that the viscosity affects the topology and the dynamics of the whole flow at all scales.

Acknowledgements Financial support from the French National Research Agency, under the project 'MUVAR' is gratefully acknowledged. We thank Dr. G. Godard, A. Vandel and C. Gobin for their helpful assistance in the experimental set up. The authors thank H. Cavalier for his expertise in safety procedures concerning flammable mixtures. A first version of the paper was presented at the 10th Pacific Symposium in Flow Visualization and Image Processing, Naples 15-18 June 2015 as paper 240.

References

1. Abramovich, G.N.: The theory of turbulent jets. The MIT Press (1963)
2. Amielh, M., Djeridane, T., Anselmet, F., Fulachier, L.: Velocity near-field of variable density turbulent jets. *International Journal of Heat and mass transfer* **39**, 2149–2164 (1996)
3. Antonia, R.A., Zhao, Q.: Effects of initial conditions on a circular jet. *Experiments in Fluids* **31**, 319–323 (2001)

4. Bell, J.H., Mehta, R.D.: Contraction design for small low-speed wind tunnel. *JIAA TR* **84**, 1–37 (1988)
5. Berlman, I.: *Handbook of Fluorescence Spectra of Aromatic Molecules*. 2nd Edition, Academic Press (1971)
6. Boutin, G.: *Mélange et micro-mélange dans un réacteur à multiples jets cisailés*. Ph.D. thesis, Université de Rouen (2010)
7. Cabra, R., Chen, J.Y., Dibble, R.W., Karpetis, A.N., Barlow, R.S.: Lifted methane-air jet flame in vitiated co-flow. *Combust. Flame* **143** (4), 491–506 (2005)
8. Campbell, I.H., Turner, J.S.: The influence of viscosity on fountains in magma chamber. *Journal of Petrology* **27**, 1–30 (1986)
9. Govindarajan, R.: Effect of miscibility on the linear instability of two-fluid channel flow. *International Journal of Multiphase Flow* **30**, 1177–1192 (2004)
10. Govindarajan, R., Sahu, K.: Instabilities in viscosity-stratified flow. *Annual Review of Fluid Mechanics* **46**, 331–353 (2014)
11. Govindarajan R. and L'vov, V., Procaccia, I.: Retardation of the onset of turbulence by minor viscosity contrasts. *Physical Review L* **87**, 174,501– (2001)
12. Harang, A., Thual, O., Brancher, P., Bonometti, T.: Kelvinhelmholtz instability in the presence of variable viscosity for mudflow resuspension in estuaries. *Environmental Fluid Mechanics* **14**, 743–769 (2014)
13. Kolmogorov, A.N.: The local structure of turbulence in incompressible viscous fluids for very large reynolds numbers. *Dokl. Akad. Nauk SSSR* **30**(4), 301–305 (1941)
14. Lee, K., Girimaji, S., Kerimo, J.: Validity of Taylor's dissipation-viscosity independence postulate in variable-viscosity turbulent fluid mixtures. *Phys. Rev. Lett.* **101**(7), 074,501– (2008)
15. Pasquier, N., lecordier, B., Cessou, A.: Investigation of flame propagation through a stratified mixture by simultaneous piv/lif measurements. In: *Proceedings of the Combustion Institute* (2007)
16. Peters, N., Williams, F.: Lift-off characteristics of turbulent jet diffusion flames. *AIAA Journal* **21**, 3 (1983)
17. Pinarbasi, A., Liakopoulos, A.: The effect of variable viscosity on the interfacial stability of two-layer poiseuille flow. *Physics of Fluids* **7** (6), 1318–1324 (1995)
18. Pitts, W.M.: Effects of global density ratio on the centerline mixing behavior of axisymmetric turbulent jets. *Experiments in Fluids* **11**, 125–134 (1991)
19. Talbot, B., Danaila, L., Renou, B.: Variable-viscosity mixing in the very near field of a round jet. *Physica Scripta* **T155**, 014,006 (2013)
20. Yih, C.S.: Instability due to viscosity stratification. *Journal of Fluids Mechanics* **27**(2), 337–352 (1967)

Annexe B

Dans cette annexe, un article publié dans la revue *Physica Scripta*.

On the similarity of variable viscosity flows

L Voivenel¹, L Danaila¹, E Varea¹, B Renou¹ and M Cazalens²

¹CORIA-UMR6614, Normandie Université, CNRS, INSA et Université de Rouen Av de l'Université, 76800, Saint Etienne du Rouvray, France

²SAFRAN R&T Center, Paris, France

E-mail: danaila@coria.fr

Received 22 April 2016, revised 21 May 2016

Accepted for publication 6 June 2016

Published 26 July 2016



CrossMark

Abstract

Turbulent mixing is ubiquitous in both nature and industrial applications. Most of them concern different fluids, therefore with variable physical properties (density and/or viscosity). The focus here is on variable viscosity flows and mixing, involving density-matched fluids. The issue is whether or not these flows may be self-similar, or self-preserving. The importance of this question stands on the predictability of these flows; self-similar dynamical systems are easier tractable from an analytical viewpoint. More specifically, self-similar analysis is applied to the scale-by-scale energy transport equations, which represent the transport of energy at each scale and each point of the flow. Scale-by-scale energy budget equations are developed for inhomogeneous and anisotropic flows, in which the viscosity varies as a result of heterogeneous mixture or temperature variations. Additional terms are highlighted, accounting for the viscosity gradients, or fluctuations. These terms are present at both small and large scales, thus rectifying the common belief that viscosity is a small-scale quantity. Scale-by-scale energy budget equations are then adapted for the particular case of a round jet evolving in a more viscous host fluid. It is further shown that the condition of self-preservation is not necessarily satisfied in variable-viscosity jets. Indeed, the jet momentum conservation, as well as the constancy of the Reynolds number in the central region of the jet, cannot be satisfied simultaneously. This points to the necessity of considering less stringent conditions (with respect to classical, single-fluid jets) when analytically tackling these flows and reinforces the idea that viscosity variations must be accounted for when modelling these flows.

Keywords: turbulent flows, variable viscosity, round jet

1. Introduction

Turbulent mixing is ubiquitous in both nature and industrial applications. However, from the fundamental research viewpoint, a lot of attention has been paid to passive scalar mixing [41], although representative for only a limited number of practical applications. Real flows involve two, or more, fluids, and are characterized by intrinsic variations of density and/or viscosity. These flows must be understood, modelled, with the aim to be reliably predicted. Whereas a lot of attention has been paid to the influence of density stratification on different flows, e.g. [30, 31], the effects of variable viscosity have received much less attention, presumably because of the common belief that viscosity is a small scale quantity and therefore does not affect directly the morphology of the flow and the turbulent cascade.

Moreover, flows with viscosity variations have been studied mainly for mixing involving liquids, for which the viscosity

ratios varies over several orders of magnitude, e.g. Chhabra [6]. Indeed, in chemical industry and nature, it is the most encountered configuration.

The first studies on viscosity stratification dealt with simple configurations. As an example, Yih [42] considered the interface of two immiscible fluids of different viscosities, in a planar Couette/Poiseuille flow, in the long wave limit. He showed that while this kind of flow is stable for any Reynolds number in the single-fluid case, it can become unstable, and for very low Reynolds number, when the viscosity varies. These results were further extended for axisymmetric configurations [19], or to account for perturbations at all wave-numbers [23]. The latter highlighted the unconditional stability of the lubricating flows—thin layer of low viscosity fluid which encapsulates a more viscous fluid. This is one representative configuration for e.g. the petrochemical industry.

At the same time, configurations involving viscosity stratifications raised the interest of geophysicists. Campbell and

Turner [5] studied flows involving two fluids with kinematic viscosity ratio varying from 1 to 400. While for a ratio of one mixing occurred, the two fluids remained immiscible for very large viscosity ratios, because the stabilizing viscous effects at the interface prevailed over the destabilizing inertial forces.

In nature, the estuaries are another configuration involving flows presenting a large viscosity ratio. Indeed, two-layer flows of water and fluid mud are common in coastal areas and, as far as waterway building is concerned, predicting these flows behaviour is of significant importance. Liu [26] showed, through a temporal stability analysis, that increasing the viscosity ratio reduces the flow stability range, creates new unstable modes, and decreases the growth rate of Kelvin-Helmholtz instabilities. Another, more complete study of the same flow, performed by Harang [18], indicates that the thickness of the mixing layer grows when the viscosity ratio keeps increasing.

The necessity to reduce energy consumption has led scientists to find innovating ways to decrease friction drag, among them, the addition of a small amount of polymers -and thus a viscosity stratification—in boundary layers has an impressive effect on the transition to turbulence [28]. In a parallel Poiseuille flow, Govindarajan [17] showed that, when the critical layer and the stratified layer overlap, decreasing the wall viscosity by 10% increases the critical Reynolds number -at which the flow becomes unstable—from 5,772 to approximately 88,000. The authors demonstrated that—contrary to what is assumed in the theory of drag reduction—this stabilization of the flow is rather due to a decrease in the energy intake from the mean flow to the fluctuations, and not to an increased dissipation.

To summarize, viscosity variations have been shown to affect the flow in ‘profound and unexpected ways’, especially through alterations of flow stability [16]. As the latter authors indicated, future studies are needed to address the effect of viscosity stratification in different environments. Some of the unanswered questions are fundamental, such as those dealing with the rate of entrainment and the associated phenomenology, or the dynamics of the turbulent cascade associated with the mean energy dissipation rate [25, 35, 36].

From the fundamental viewpoint, the most important theory in turbulence is still that of Kolmogorov [24], underpinned by two similarity, or equilibrium, hypotheses. The first similarity hypothesis states that for sufficiently high Reynolds numbers, small scales are uniquely determined by two parameters: ν and $\bar{\epsilon}$ (the kinematic viscosity, and the mean energy dissipation rate). The second hypothesis assumes that viscosity is a ‘small scale’ quantity and does not affect scales lying in the inertial range. This assumption is obviously tenable in homogeneous fluids (i.e., with the same physical properties), but it falls short in heterogeneous, turbulent flows involving mixtures of different fluids or with temperature variations.

The present study is aimed at furthering our understanding of variable viscosity flows, thus paving the way towards a better knowledge of real flows. We focus in the present study on a turbulent mixing process involving gases, such as combustion of fluids with different physical and

chemical properties (*e.g.*, fuel and oxidizer), the ratio of their viscosities is smaller than 10. The density variations are considered to be negligible.

The roadmap of the paper is as follows. Section 2 is devoted to experimental evidence for effects of variable viscosity in gaseous, jet-type mixing. Further, we develop the analytical tool necessary to unravel the intricacies of the physical phenomena present at each scale of the flow. Section 3 is devoted to the two-point scale-by-scale energy budget, developed by considering viscosity variations within the flow. We then apply the derived equations to the particular context of the central region of a jet issuing in a more viscous host fluid. Section 4 is aimed at answering the question of similarity in VVF. We conclude and discuss further perspectives of this study in section 5.

2. Evidence for effects of variable viscosity in gaseous mixing

We first show that the (here, gaseous) flow is significantly affected by viscosity ratios as low as $R_v = 3.5$, the lowest limit for which viscosity variations are to play a role [42]. The flow facility was a round jet of diameter $D = 30$ mm surrounded by a (slight) coflow [40] and a confinement. The coflow diameter, $D_{cof} = 800$ mm, is sufficiently large to reduce the wall influence on the jet, at least over the first 20 diameters which are of interest in this study. Two cases are considered, viz.

-Constant-viscosity flow (CVF) the baseline case. The fluid of the main jet and of the coflow is nitrogen, so $R_v = 1$.

-Variable-viscosity flow (VVF). The main jet is of propane, whereas the coflow is of nitrogen. The latter is 3.5 times more viscous than the propane, therefore $R_v = 3.5$. The density ratio is very nearly equal to 1 at ambient temperature (298 K). The two cases are considered at the *same initial condition*, i.e. the same initial jet momentum, so at the same injection velocity $U_0 = 1.45$ m/s. Measurements were performed in both configurations for the 2-D velocity field (by Stereo PIV) and for the scalar (by PLIF-Planar Laser Induced Fluorescence). The seeding of the core jet was done by anisole (aromatic tracer) for both cases.

The analysis of the images of the scalar dispersion provides a quantitative way to compare the two flows. While the constant-viscosity flow exhibits classical Kelvin-Helmholtz vortices (figure 1, left), the variable-viscosity flow (figure 1, right) only includes a hint of the large scales. Lateral engulfment of the ambient fluid is enhanced, and mixing is performed over a much wider range of scales. The longitudinal mean velocity decays faster in VVF than in CVF. Intense values of the lateral velocity fluctuations, as well as a faster trend towards isotropy in variable-viscosity flow than in the baseline case were observed [35, 39]. The enhanced production of the turbulent fluctuations is a result of three factors: (i) Kelvin-Helmoltz instabilities; (ii) wake instabilities behind the injector lip; (iii) interface instabilities due to viscosity jump. These instabilities produce fluctuations that bring viscous fluid blobs into the core of the jet fluid. As a

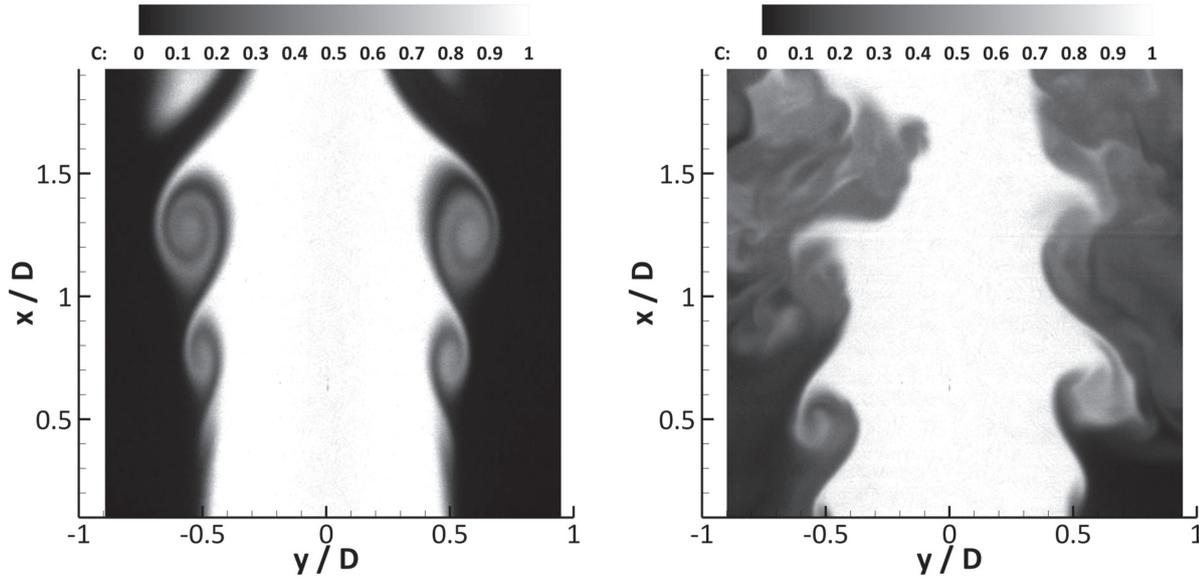


Figure 1. Instantaneous images of mixing in nitrogen/nitrogen jet (left) and variable-viscosity (propane/nitrogen) jet (right).

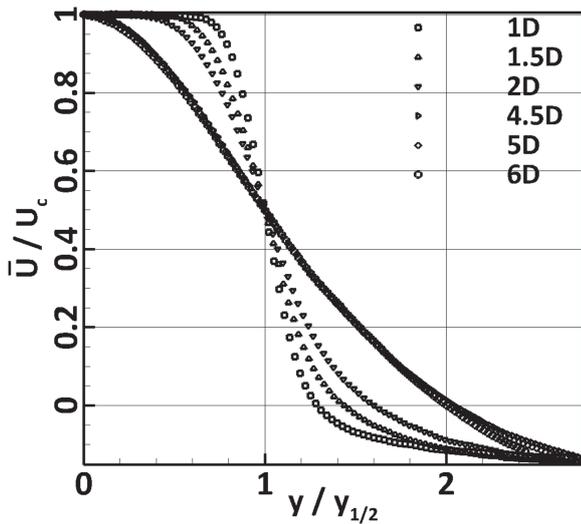


Figure 2. Longitudinal mean velocity normalized with respect to U_c , as a function of the radial dimensionless location $y/y_{1/2}$, and for different downstream positions between $1D$ and $6D$.

result, the initial jet velocity is slowed down and radial velocity fluctuations are created. Therefore, figure 1 brings further evidence that viscosity stratification does influence the flow and mixing for gaseous flows.

In the following, we focus our attention on statistics of VVF. Figure 2 represents values of the normalized longitudinal mean velocity, \bar{U}/U_c , where U_c is the mean velocity at the centreline and overline signifies time averages. The radial location is normalized with respect to $y_{1/2}$, the velocity half-width. For downstream positions smaller than $2D$, these profiles evolve continuously, from a quasi-top-hat shape at

the injection (not shown here), to a classical, Gaussian profile. However, for $x/D \geq 4.5$, the collapse of \bar{U}/U_c is remarkable, suggesting that self-similarity of \bar{U} is achieved very early. Note that in classical, single fluid jets, this self-similarity is valid for much larger downstream positions, such as $30D$, [22]. This behaviour may be linked to the accelerated transition towards the fully developed turbulent regime, as illustrated in figure 1.

However, a different conclusion may be drawn from the distribution of the normalized root-mean-squared (RMS) of the longitudinal velocity fluctuations, $\overline{u'^2}^{1/2}/U_c$, figure 3. At $x/D = 1$, the RMS of longitudinal fluctuations exhibits a maximum $y/y_{1/2} = 1$. This is the location where the gradient of the mean velocity field is maximum (figure 1), corresponding to an intense production of the longitudinal velocity fluctuations. Further downstream, at $x/D = 2$, all values of $\overline{u'^2}^{1/2}/U_c$ are larger than those at $x/D = 1$, with a maximum still located at $y/y_{1/2} = 1$. For the other two downstream positions, the distributions of $\overline{u'^2}^{1/2}/U_c$ keep increasing, thus reflecting a jet region in which turbulent fluctuations are being produced. Unlike the mean velocity profiles, self-similarity of u' is not reached for $x/D \leq 6$.

Figure 4 plots values of the Taylor microscale Reynolds number, defined with the RMS of the longitudinal velocity fluctuations and the Taylor microscale, $\lambda \equiv \overline{u'^2}^{1/2}/(\overline{du/dx})^{1/2}$. At $x/D = 1$, R_λ reaches a maximum for $y/y_{1/2} = 1$, at the place where the birth of fluctuations is maximal, but it is negligible at $y = 0$. For $x/D = 2$, values of R_λ increase for all locations, reaching a maximum of 100 at $y/y_{1/2} = 1$. On the jet axis, $R_\lambda = 25$. For increasing downstream positions, the maxima of R_λ are of 100, located on the jet axis. Note that, although our experimental analysis is

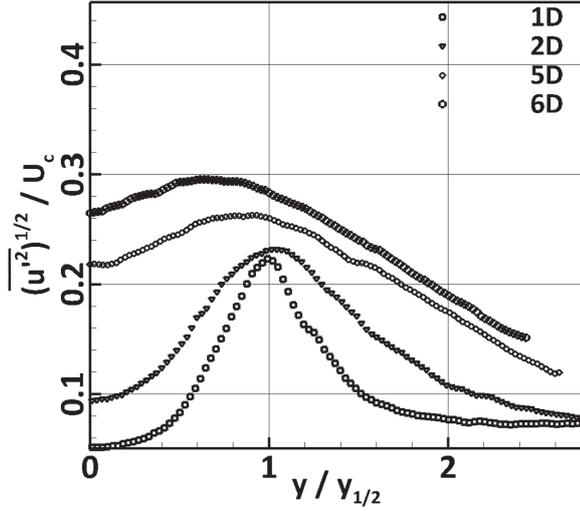


Figure 3. Root-mean-squared of the longitudinal fluctuating velocity, normalized with respect to U_c , as a function of the radial dimensionless location $y/y_{1/2}$, and for different downstream positions between 1D and 6D.

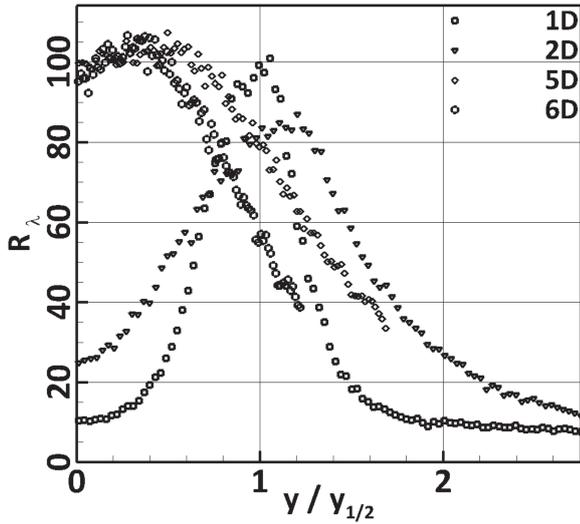


Figure 4. Profile of R_λ , for four downstream locations.

limited to short distances from the jet nozzle, self-similarity of R_λ is not yet achieved, as the global distributions of $x/D = 5$ and $x/D = 6$ are clearly different. It is noticeable that for these two downstream positions, the same value of R_λ is obtained on the jet axis, 100. This result is not, however, a solid proof for the validity of self-similarity. Indeed, at these locations, effects of the potential cone may still be present on the jet axis. Moreover, self-similarity, if exists, must be shown over much longer downstream distances [3, 9, 22]. This is an issue left for future work.

Further insight into the VVF can be obtained by analysing the one-point kinetic energy budget. This can be obtained from the Navier–Stokes equations, in which viscosity variations are

accounted for, by decomposing $U_i = \bar{U}_i + u_i$, e.g. [33, 35]

$$\begin{aligned}
 & \underbrace{\frac{\partial}{\partial t}(\overline{u_i^2})}_{NS} + \underbrace{\bar{U}_j \frac{\partial}{\partial x_j}(\overline{u_i^2})}_A + \underbrace{\overline{u_j \frac{\partial}{\partial x_j}(\overline{u_i^2})}}_B \\
 & + \underbrace{2\bar{u}_i \bar{u}_j \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j}}_C = \underbrace{-2\frac{\partial}{\partial x_i}(\overline{u_i P})}_D \\
 & + \underbrace{2\bar{u}_i \cdot \bar{\nu} \frac{\partial^2 \bar{U}_i}{\partial x_j^2}}_E + \underbrace{\nu \frac{\partial^2 \overline{u_i^2}}{\partial x_j^2}}_E \\
 & + \underbrace{2\frac{\partial \bar{\nu}}{\partial x_j} \bar{u}_i \cdot \left[\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial x_i} \right]}_{\bar{P}_{VG}} \\
 & + \underbrace{\frac{\partial \bar{\nu}}{\partial x_j} \frac{\partial \overline{u_i^2}}{\partial x_j}}_{\bar{D}_{VG}} + \underbrace{2\frac{\partial \bar{\nu}}{\partial x_j} \frac{\partial (\overline{u_i u_j})}{\partial x_i}}_{\bar{D}_{VG}} - \underbrace{2\nu \left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} \right)^2}_{\bar{\epsilon}_{VV}}. \quad (1)
 \end{aligned}$$

Repeated indices signify summation. Term *NS* represents the non-stationarity of the kinetic energy. Terms *A*, *B*, *C*, *D* and *E* are respectively the kinetic energy advection, turbulent diffusion, production and pressure diffusion (the kinematic pressure is considered) and the molecular effects. Terms \bar{P}_{VG} (‘VG’ stands for ‘Viscosity Gradients’) includes mean velocity gradients multiplied by correlations between viscosity gradients and velocity fluctuations. These are positive and contribute to the increase of the kinetic energy, as has been shown by Taguelmimt *et al* [33] in a temporally evolving mixing layer with viscosity stratification. Therefore, they may be called ‘Production due to Viscosity Gradients’ (P_{VG}). Terms \bar{D}_{VG} reflect an overall destruction of fluctuations (although, the second term may become locally positive, [32, 33]). The last term represents the homogeneous form of $\bar{\epsilon}_{VV}$. This budget provides a correct expression of the mean energy dissipation rate, $\bar{\epsilon}_{total} \equiv \bar{\epsilon}_{VV} + \bar{D}_{VG}$, which is therefore enhanced with respect to classical flows at uniform viscosity. This budget allows a complete expression of the mean energy dissipation rate $\bar{\epsilon}_{total}^{VV}$ to be written [4, 35], viz. $\bar{\epsilon}_{total}^{VV} \approx \frac{\nu_h}{\nu_l} \nu \left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} \right)^2$.

3. Two-point kinetic energy budget in variable-viscosity flows

We assume the classical incompressibility hypothesis $\rho = \text{constant}$. Specific to this study, μ is variable and therefore ν fluctuates in space and time. Instantaneous Navier–Stokes equation (free from external forcing) is first written for the **total** velocity U_i , viz.

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j}[\nu \tau_{ij}], \quad (2)$$

with $\tau_{ij} = \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i}$. We now consider two points of the flow, \vec{x}^+ and \vec{x}^- , separated by the increment \vec{r} such as $\vec{x}^+ = \vec{x}^- + \vec{r}$. For the sake of brevity, the following abbreviations

are applied

$$\begin{cases} U_i^\pm = U_i(\bar{x}^\pm) \\ P^\pm = P(\bar{x}^\pm) \\ \tau_{ij}^\pm = \tau_{ij}(\bar{x}^\pm) \\ \partial_i^\pm = \partial x_i^\pm. \end{cases}$$

Following the usual procedure [10, 20, 27], equation (2) is then written at these two points, viz. in \bar{x}^+

$$\partial_i U_i^+ + \partial_j^+(U_j^+ U_i^+) = -\partial_i^+ P^+ + \partial_j^+(\nu^+ \tau_{ij}^+) \quad (3a)$$

and in \bar{x}^-

$$\partial_i U_i^- + \partial_j^-(U_j^- U_i^-) = -\partial_i^- P^- + \partial_j^-(\nu^- \tau_{ij}^-). \quad (3b)$$

Because \bar{x}^+ and \bar{x}^- are independent points, then $\partial_i^+(\cdot)^- = \partial_i^-(\cdot)^+ = 0$. We further consider that the mean velocity field is sufficiently uniform for its spatial increments to be negligible compared with those of the random field, namely $\Delta \bar{U}_i \ll \Delta u_i$. Moreover, we consider the shear to be uniform in both space points. Hence, subtraction of equation (3b) from equation (3a) provides

$$\begin{aligned} \frac{D}{Dt} \Delta u_i + (\partial_j^+ u_j^+ + \partial_j^- u_j^-) \Delta u_i + \Delta(u_j \partial_j \bar{U}_i) \\ = -(\partial_i^+ + \partial_i^-) \Delta P + (\partial_j^+ + \partial_j^-) \Delta(\nu \tau_{ij}), \end{aligned} \quad (4)$$

where $\Delta(\cdot) = (\cdot)^+ - (\cdot)^-$ and $\frac{D}{Dt} \equiv \partial_t + \bar{U}_j \partial_j$ is the material derivative. Note that the mean velocity as well as its gradients with respect to a fixed, laboratory frame, are considered to be the same for the two space-points. This equation is then multiplied by $2\Delta u_i$ and averaged, viz.

$$\begin{aligned} \underbrace{\frac{D}{Dt} \overline{(\Delta u_i)^2}}_{\text{Non stationary term}} + \underbrace{\partial_j^+ \overline{u_j^+ (\Delta u_i)^2} + \partial_j^- \overline{u_j^- (\Delta u_i)^2}}_{\text{Advection term } \mathcal{A}} \\ + \underbrace{2 \overline{\Delta u_i \Delta u_j} \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j}}_{\text{Production term } \mathcal{P}} \\ = \underbrace{-2(\partial_i^+ + \partial_i^-) \overline{\Delta u_i \Delta P}}_{\text{Pressure diffusion term } \mathcal{P}_p} + \underbrace{2 \overline{\Delta u_i (\partial_j^+ + \partial_j^-) \Delta(\nu \tau_{ij})}}_{\text{Viscous term } \mathcal{V}}. \end{aligned} \quad (5)$$

We now consider a change in spatial variables from (\bar{x}^+, \bar{x}^-) in (\bar{X}, \bar{r}) , where $\begin{cases} \bar{X} = \frac{\bar{x}^+ + \bar{x}^-}{2} \\ \bar{r} = \bar{x}^+ - \bar{x}^- \end{cases}$.

Therefore, $\partial_j^\pm = \frac{\partial}{\partial X_j} \cdot \frac{\partial X_j}{\partial x_j^\pm} + \frac{\partial}{\partial r_j} \cdot \frac{\partial r_j}{\partial x_j^\pm} = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial X_j} \pm \frac{\partial}{\partial r_j}$. The advection term \mathcal{A} becomes

$$\begin{aligned} \mathcal{A} &= \partial_j^+ \overline{u_j^+ (\Delta u_i)^2} + \partial_j^- \overline{u_j^- (\Delta u_i)^2} \\ &= \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial X_j} \overline{u_j^+ (\Delta u_i)^2} + \frac{\partial}{\partial r_j} \overline{u_j^+ (\Delta u_i)^2} + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial X_j} \overline{u_j^- (\Delta u_i)^2} \\ &\quad - \frac{\partial}{\partial r_j} \overline{u_j^- (\Delta u_i)^2} \\ &= \frac{\partial}{\partial X_j} \overline{\frac{u_j^+ + u_j^-}{2} (\Delta u_i)^2} + \frac{\partial}{\partial r_j} \overline{\Delta u_j (\Delta u_i)^2}. \end{aligned} \quad (6)$$

The Pressure-diffusion term \mathcal{P}_p is also rewritten

$$\mathcal{P}_p = -2(\partial_i^+ + \partial_i^-) \overline{\Delta P \Delta u_i} = -2 \frac{\partial}{\partial X_i} \overline{\Delta P \Delta u_i}. \quad (7)$$

Note that $\mathcal{P}_p \equiv 0$ if the flow is statistically homogeneous.

In this way, equation (5) can be written under a more compact form, viz.

$$\begin{aligned} \frac{D}{Dt} \overline{(\Delta u_i)^2} + \frac{\partial}{\partial X_j} \overline{\frac{u_j^+ + u_j^-}{2} (\Delta u_i)^2} + \frac{\partial}{\partial r_j} \overline{\Delta u_j (\Delta u_i)^2} \\ + 2 \overline{\Delta u_i \Delta u_j} \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} = -2 \frac{\partial}{\partial X_i} \overline{\Delta P \Delta u_i} + \mathcal{V}. \end{aligned} \quad (8)$$

We now focus on the viscous term, which is actually the only one whose expression is modified in variable-viscosity flows.

$$\begin{aligned} \mathcal{V} &= \overline{MF + 2 \Delta u_i \partial_j^+ \left[\nu^+ \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right)^+ + \nu^+ \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)^+ \right]} \\ &\quad - \overline{2 \Delta u_i \partial_j^- \left[\nu^- \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right)^- + \nu^- \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)^- \right]} \\ &= \overline{MF + 2 \nu^+ \Delta u_i \partial_j^+ \left[\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right)^+ + \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)^+ \right]} \\ &\quad - \overline{2 \nu^- \Delta u_i \partial_j^- \left[\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right)^- + \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)^- \right]} \\ &\quad + \overline{2 \frac{\partial \nu^+}{\partial r_j} \Delta u_i \left[\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right)^+ + \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)^+ \right]} \\ &\quad - \overline{2 \frac{\partial \nu^-}{\partial r_j} \Delta u_i \left[\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right)^- + \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)^- \right]}, \end{aligned} \quad (9)$$

where MF is the contribution from the mean velocity field and will be developed shortly.

In order to ease the development of the viscous term, terms ‘Classical’ and ‘New’ will be dealt with separately, and the details of the calculation are provided in appendices A and B respectively. After some manipulations, the final expression of the classical term is

$$\begin{aligned} \text{Classical} \\ &= \frac{\partial^2}{\partial r_j^2} \overline{(\nu^+ + \nu^-) (\Delta u_i)^2} - \frac{\partial}{\partial r_j} \overline{\frac{\partial(\nu^+ + \nu^-)}{\partial r_j} (\Delta u_i)^2} \\ &\quad - \frac{\partial(\nu^+ + \nu^-)}{\partial r_j} \frac{\partial \overline{(\Delta u_i)^2}}{\partial r_j} + \overline{\Delta \nu \frac{\partial}{\partial r_j} \frac{\partial}{\partial X_j} (\Delta u_i)^2} \\ &\quad + \frac{1}{2} \frac{\nu^+ + \nu^-}{2} \frac{\partial^2 \overline{(\Delta u_i)^2}}{\partial X_j^2} - 2 \overline{\varepsilon_{VV}^+} - 2 \overline{\varepsilon_{VV}^-}. \end{aligned} \quad (10)$$

At this point, the scale-by-scale energy budget equation yields

$$\begin{aligned}
& \frac{D}{Dt} \overline{(\Delta u_i)^2} + \frac{\partial}{\partial x_j} \overline{\frac{u_j^+ + u_j^-}{2} (\Delta u_i)^2} \\
& + \frac{\partial}{\partial r_j} \overline{\Delta u_j (\Delta u_i)^2} + 2 \overline{\Delta u_i \Delta u_j} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \\
& = -2 \partial_{x_i} \overline{\Delta P \Delta u_i} + \frac{\partial^2}{\partial r_j^2} (\nu^+ + \nu^-) (\Delta u_i)^2 \\
& + \frac{1}{2} \overline{\frac{\nu^+ + \nu^-}{2} \frac{\partial^2 (\Delta u_i)^2}{\partial x_j^2}} - \frac{\partial}{\partial r_j} \overline{\frac{\partial (\nu^+ + \nu^-)}{\partial r_j} (\Delta u_i)^2} \\
& - \frac{\partial (\nu^+ + \nu^-)}{\partial r_j} \overline{\frac{\partial (\Delta u_i)^2}{\partial r_j}} + \overline{\Delta \nu} \frac{\partial}{\partial r_j} \frac{\partial}{\partial x_j} (\Delta u_i)^2 \\
& - 2 \bar{\epsilon}_{VV}^+ - 2 \bar{\epsilon}_{VV}^- + New + MF. \tag{11}
\end{aligned}$$

We now focus on the term previously referred to as ‘New term’ (equation (9)). After some rearrangements, detailed in appendix B, its final form is obtained viz.

$$\begin{aligned}
& New \\
& = \overline{\frac{\partial}{\partial x_j} (\nu^+ + \nu^-) \left[\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{(\Delta u_i)^2}{2} \right) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\Delta u_i \Delta u_j) \right]} \\
& + \overline{\frac{\partial}{\partial x_j} (\Delta \nu) \left[\frac{\partial}{\partial r_j} \left(\frac{(\Delta u_i)^2}{2} \right) + \frac{\partial}{\partial r_i} (\Delta u_i \Delta u_j) \right]} \\
& + \overline{\frac{\partial}{\partial r_j} (\Delta \nu) \left[\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{(\Delta u_i)^2}{2} \right) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\Delta u_i \Delta u_j) \right]} \\
& + 2 \overline{\frac{\partial}{\partial r_j} (\nu^+ + \nu^-) \left[\frac{\partial}{\partial r_j} \left(\frac{(\Delta u_i)^2}{2} \right) + \frac{\partial}{\partial r_i} (\Delta u_i \Delta u_j) \right]} \tag{12}
\end{aligned}$$

Eventually, the scale-by-scale energy budget equation in VVF, after development of term *MF*, is given by

$$\begin{aligned}
& \frac{D}{Dt} \overline{(\Delta u_i)^2} + \frac{\partial}{\partial x_j} \overline{\frac{u_j^+ + u_j^-}{2} (\Delta u_i)^2} \\
& + \frac{\partial}{\partial r_j} \overline{\Delta u_j (\Delta u_i)^2} + 2 \overline{\Delta u_i \Delta u_j} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \\
& = -2 \partial_{x_i} \overline{\Delta P \Delta u_i} + \frac{\partial^2}{\partial r_j^2} (\nu^+ + \nu^-) (\Delta u_i)^2 \\
& + \frac{1}{2} \overline{\frac{\nu^+ + \nu^-}{2} \frac{\partial^2 (\Delta u_i)^2}{\partial x_j^2}} - \frac{\partial^2 (\nu^+ + \nu^-)}{\partial r_j^2} (\Delta u_i)^2 - \frac{\partial (\nu^+ + \nu^-)}{\partial r_j} \overline{\frac{\partial (\Delta u_i)^2}{\partial r_j}} \\
& + \overline{\Delta \nu} \frac{\partial}{\partial r_j} \frac{\partial}{\partial x_j} (\Delta u_i)^2 \\
& - 2 \bar{\epsilon}_{VV}^+ - 2 \bar{\epsilon}_{VV}^- \\
& + \overline{\frac{\partial}{\partial x_j} (\nu^+ + \nu^-) \left[\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{(\Delta u_i)^2}{2} \right) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\Delta u_i \Delta u_j) \right]} \\
& + \overline{\frac{\partial}{\partial x_j} (\Delta \nu) \left[\frac{\partial}{\partial r_j} \left(\frac{(\Delta u_i)^2}{2} \right) + \frac{\partial}{\partial r_i} (\Delta u_i \Delta u_j) \right]} \\
& + \overline{\frac{\partial}{\partial r_j} (\Delta \nu) \left[\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{(\Delta u_i)^2}{2} \right) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\Delta u_i \Delta u_j) \right]} \\
& + 2 \overline{\frac{\partial}{\partial r_j} (\nu^+ + \nu^-) \left[\frac{\partial}{\partial r_j} \left(\frac{(\Delta u_i)^2}{2} \right) + \frac{\partial}{\partial r_i} (\Delta u_i \Delta u_j) \right]} \\
& + 2 \overline{\Delta u_i \Delta \nu} \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j^2} + 2 \overline{\frac{\partial \Delta \nu}{\partial x_j} \Delta u_i} \left[\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right]. \tag{13}
\end{aligned}$$

Equation (13) is the main result of this paper and represents a powerful analytical tool to investigate physics of variable-viscosity flows at each scale, for any type of fluids, and any

value of the viscosity ratio, R_v . It is obvious that the balance between terms in VVF scale-by-scale energy budget equation is different from that in CVF, as it explicitly accounts for terms depending on viscosity gradients, as well as of correlations between viscosity and velocity. Note that all terms depend on \vec{r} , therefore both inhomogeneity and anisotropy can be tackled.

The large-scale limit of equation (13) is consistent with equation (1). It is important to note that terms (*) and (**), see appendix B, are present at large scales, although they depend on viscosity, thus correcting the belief that the viscosity is reduced to a small-scale quantity. Whereas viscosity itself dissipates kinetic energy, the viscosity gradients play a clear role of production of kinetic energy.

For spatially evolving flows in a viscous host fluid, it is likely that the importance of the advection term decreases for increasing downstream locations, whereas the viscous terms are more and more important. Further computational results and experimental data are required in order to assess the importance of each process in the energy transfer. In the near field, where mixing between the two fluids occurs, it is reasonable to expect that the majority of terms in equation (13) will be non-negligible. This equation must be considered together with the scalar transport, here the mixture fraction, which becomes an active scalar because the local concentration determines the local viscosity, which appears in Navier–Stokes and all subsequent equations (mean velocity, one-point kinetic energy).

In the far field, for which at least the central region of the decaying flow is already mixed, although the viscosity of the flow continuously varies with the downstream location, it is reasonable to consider that $\bar{\nu}^+ \approx \bar{\nu}^-$ over scales \vec{r} ranging between the Kolmogorov and the integral scales (the latter being considered much smaller than the scale over which the decay takes place). We will give credit to this hypothesis in the following, albeit it must be carefully tested against experimental or numerical data.

4. Similarity at any scale in a round jet evolving in a more viscous host fluid

4.1. Anisotropic context

In the near and intermediate field, the flow is anisotropic, so equation (13) is to be used to study the energy transport at each scale. With the consideration of local homogeneity (which implies neglecting pressure diffusion), equation (13) writes

$$\begin{aligned}
& \frac{D}{Dt} \overline{(\Delta u_i)^2} + \frac{\partial}{\partial x_j} \overline{\frac{u_j^+ + u_j^-}{2} (\Delta u_i)^2} + \frac{\partial}{\partial r_j} \overline{\Delta u_j (\Delta u_i)^2} \\
& + 2 \overline{\Delta u_i \Delta u_j} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \\
& = \frac{\partial^2}{\partial r_j^2} (\nu^+ + \nu^-) (\Delta u_i)^2 \\
& + \overline{\frac{\partial}{\partial x_j} (\nu^+ + \nu^-) \left[\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{(\Delta u_i)^2}{2} \right) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\Delta u_i \Delta u_j) \right]} \\
& - 2 \bar{\epsilon}_{VV}^+ - 2 \bar{\epsilon}_{VV}^-, \tag{14}
\end{aligned}$$

or, with the consideration of the flow stationarity and inhomogeneity of the viscosity along the direction x only, as well as the lateral diffusion and shear effects along the radial direction y , results in

$$\begin{aligned} & \bar{U} \frac{\partial}{\partial x} (\overline{\Delta u_i})^2 + \frac{\partial}{\partial r_j} \overline{\Delta u_j (\Delta u_i)^2} + 2 \frac{\partial \bar{U}}{\partial x} (\overline{(\Delta u)^2} - \overline{(\Delta v)^2}) \\ & + \frac{\partial}{\partial y} \overline{(v^- + v^+) (\Delta u_i)^2} + 2 \overline{\Delta u \Delta v} \frac{\partial \bar{U}}{\partial y} \\ = & \frac{\partial^2}{\partial r_j^2} \overline{(v^+ + v^-) (\Delta u_i)^2} + \frac{\partial}{\partial x} \overline{(v^+ + v^-) \frac{\partial}{\partial x} (\Delta u_i)^2} \\ & - 2 \bar{\epsilon}_{VV}^+ - 2 \bar{\epsilon}_{VV}^-. \end{aligned} \quad (15)$$

In the sequel of the paper, we address the question of self-similarity, as introduced by Townsend [38] for the one-point energy budget equation, and later on by George [14] for the two-point statistics in the spectral space, and Antonia *et al* [2] for two-point statistics in real space. We investigate the equilibrium similarity of the velocity structure function equation (15).

In order to examine the conditions under which equation (15) satisfies similarity, we need to assume functional forms for at least some terms in this equation. Because anisotropy is accounted for, these terms depend on the vector \vec{r} and vary along the spatial direction x . The spatial dependence of different functions involved in equation (15) must be accounted for. We thereby must distinguish between functions which are space-dependent (and do not depend on the scale \vec{r}) and those functions which depend on the spatial increment \vec{r} . For the former, we consider the following power laws

$$\begin{aligned} \bar{U} & \simeq U^0 x^{-n_U}, \\ u_i' & = \overline{(u_i')^2}^{1/2} \simeq u_i^0 x^{-n_u}, \\ \bar{\nu} & \simeq \nu^0 x^{n_\nu}, \end{aligned} \quad (16)$$

where u_i' represent the RMS of turbulent fluctuations along the direction x . Equation (16) reflects that functions \bar{U} , u_i' as well as $\bar{\nu}$ vary in space along the direction x with exponents e.g. n_U . For the two-point structure functions, they depend on both the space-point and the scale \vec{r} . Following Antonia *et al* [2] and Burattini *et al* [3], we take

$$\begin{aligned} \overline{(\Delta u_i)^2} & = Q(x) f(\vec{\xi}) \\ \overline{(\Delta u)^2} & = Q_1(x) f_1(\vec{\xi}) \\ \overline{(\Delta v)^2} & = Q_2(x) f_2(\vec{\xi}) \\ \frac{\partial}{\partial y} \overline{(v^- + v^+) (\Delta u_i)^2} & = D(x) f_d(\vec{\xi}) \\ \overline{\Delta u \Delta v} & = Q_{12}(x) f_{12}(\vec{\xi}) \\ \overline{(v^+ + v^-) (\Delta u_i)^2} & = \nu_{ref}(x) Q(x) n f(\vec{\xi}) \\ - \overline{\Delta u_j (\Delta u_i)^2} & = T(x) g(\vec{\xi}), \end{aligned} \quad (17)$$

where $\vec{\xi} = \vec{r}/\mathcal{L}$ and \mathcal{L} is a characteristic length scale, to be determined. The scale \mathcal{L} depends on the spatial direction of the separation vector \vec{r} , say $\vec{e}_r = \vec{r}/|\vec{r}|$. Note that writing term $\overline{(v^+ + v^-) (\Delta u_i)^2}$ as $\nu_{ref}(x) Q(x) n f(\vec{\xi})$ implicitly supposes a closure of this term that reflects the coupling between the velocity field and the scalar field which determines the local

viscosity. The determination of the exact value of $\nu_{ref}(x)$ requires further investigations, but it is reasonable to suppose that this is the local value of the mean viscosity, especially in the context of local homogeneity. The lateral diffusion term has been written as the product between a function $D(x)$ which is the cube of a velocity and a shape function f_d . The other terms may be written in a similar fashion, but we focus here only on some of them. Analysis of the other terms leads to redundant information. A possible dependence on the initial conditions, as explained by George [14] is also plausible, but is not explicitly considered here. $Q(x)$ and $T(x)$ are scales that characterize the second-order and the third-order structure functions, respectively. The lower-case functions represent the shape of the involved structure functions. The separation between functions of x and $\vec{\xi}$ allows solutions of the transport equation for which a relative balance among all of the terms is maintained as the flow progresses downstream to be obtained. Upon substituting equation (17) into equation (15), and considering the viscous term as a reference, written as $\epsilon_{VV,ref}(x) \cdot \nu(\vec{\xi})$, we obtain

$$\frac{T(x) \mathcal{L}}{\nu_{ref}(x) Q(x)} = const. \quad (18)$$

$$\frac{\bar{U} Q'(x) \mathcal{L}^2}{\nu_{ref}(x) Q(x)} = const. \quad (19)$$

$$\frac{d\nu_{ref}(x)}{dx} \frac{Q' \mathcal{L}^2}{\nu_{ref} Q(x)} = const. \quad (20)$$

$$\frac{\bar{U}}{\nu_{ref}(x)} \frac{d\mathcal{L}}{dx} \mathcal{L} = const. \quad (21)$$

$$\frac{\epsilon_{VV,ref} \mathcal{L}^2}{\nu_{ref}(x) Q(x)} = const. \quad (22)$$

The constants are understood as such with respect to the variable x . Trivial combinations of equations (18) to (22) lead to two major results: $n_U = n_u$ and $n_\nu = 1 - n_U$. In the following subsection, we will show that the same results can be obtained in the context of local isotropy, and we will discuss further consequences of these results in the context of a jet issuing into a more viscous environment.

4.2. Locally isotropic context

In the far field of the jet, and especially in the central region of a round jet issuing in a more viscous fluid, local isotropy is tenable and if moreover \bar{U} and $\bar{\nu}$ only depend on x , and equation (13) becomes

$$\begin{aligned} & \bar{U} \frac{\partial}{\partial x} (\overline{\Delta u_i})^2 + \partial_{r_j} \overline{\Delta u_j (\Delta u_i)^2} + 2 \frac{d\bar{U}}{dx} (\overline{(\Delta u)^2} - \overline{(\Delta v)^2}) \\ & + \frac{\partial}{\partial y} \overline{(v^- + v^+) (\Delta u_i)^2} \\ = & 2 \bar{\nu} \frac{\partial^2}{\partial r_j^2} (\overline{\Delta u_i})^2 + \frac{d\bar{\nu}}{dx} \frac{\partial}{\partial x} (\overline{\Delta u_i})^2 - 2 \bar{\epsilon}_{VV}^+ - 2 \bar{\epsilon}_{VV}^-. \end{aligned} \quad (23)$$

One might suppose that the variations of $\bar{\epsilon}_{VV}$ are slight over scales smaller than the integral scale, so that $\bar{\epsilon}_{VV}^- = \bar{\epsilon}_{VV}^+$. All terms are supposed to depend on r in the central region of the

round jet, hence particular expressions for operators divergence and Laplacian can be chosen, namely in spherical coordinates. By following the classical approach [10, 27], we finally obtain

$$\begin{aligned}
& -\overline{\Delta u(\Delta u_i)^2} + 2\bar{v}\frac{d}{dr}(\overline{\Delta u_i})^2 \\
& -\left(\bar{U} + 2\frac{d\bar{v}}{dx}\right)\frac{1}{r^2}\int_0^r p^2\frac{\partial(\overline{\Delta u_i})^2}{\partial x}dp \\
& -2\frac{d\bar{U}}{dx}\frac{1}{r^2}\int_0^r p^2(\overline{(\Delta u)^2} - \overline{(\Delta v)^2})dp \\
& -\frac{1}{r^2}\int_0^r p^2\left[\frac{\partial}{\partial y}(\overline{v^- + v^+})(\overline{\Delta u_i})^2\right]dp = \frac{4}{3}\bar{\epsilon}_{VV}r,
\end{aligned} \tag{24}$$

with p is a dummy variable. Turbulent diffusion may be present, or not, in the region around the axis of a circular jet, [22].

Conditions under which equation (24) satisfies similarity can be obtained by assuming particular functional forms for the terms in this equation. As in the previous subsection, we take

$$\begin{aligned}
\overline{(\Delta u_i)^2} &= Q(x)f(\xi) \\
\overline{(\Delta u)^2} &= M(x)e(\xi) \\
\overline{(\Delta v)^2} &= R(x)h(\xi) \\
-\overline{\Delta u(\Delta u_i)^2} &= T(x)g(\xi),
\end{aligned} \tag{25}$$

where $\xi = r/\mathcal{L}$ and \mathcal{L} is a characteristic length scale, to be determined. The other terms may be written in a similar fashion, but we focus here only on some of them. A possible dependence on the initial conditions, was considered by George [14], and is mathematically expressed by the values of the constants at the time/space location where self-similarity of the flow starts to be applicable. $Q(x)$ and $T(x)$ are scales that characterize the second-order and the third-order structure functions, respectively. The lower-case functions represent the shape of the involved structure functions. Substituting equation (25) into equation (13), and after some calculations, leads to

$$\begin{aligned}
& T(x)g(\xi) + 2\bar{v}Q(x)\frac{1}{\mathcal{L}^2}f'(\xi) - \frac{\bar{v}Q'(x)}{r^2}\mathcal{L}^3\Gamma_1 \\
& -\frac{d\bar{v}}{dx}\frac{Q'(x)}{r^2}\mathcal{L}^3\Gamma_1 \\
& +\frac{\bar{v}Q(x)}{r^2}\frac{d\mathcal{L}}{dx}\mathcal{L}^2\Gamma_2 + \frac{d\bar{v}}{dx}\frac{Q(x)}{r^2}\frac{d\mathcal{L}}{dx}\mathcal{L}^2\Gamma_2 \\
& -2\frac{d\bar{U}}{dx}\frac{M(x)}{r^2}\mathcal{L}^3\Gamma_3 \\
& +2\frac{d\bar{U}}{dx}\frac{R(x)}{r^2}\mathcal{L}^3\Gamma_4 = \frac{4}{3}\langle\epsilon\rangle_{hom}r.
\end{aligned} \tag{26}$$

where

$$\begin{aligned}
\Gamma_1 &= \int_0^{r/\mathcal{L}} \frac{s^2}{\mathcal{L}^2}f(\xi)d\left(\frac{s}{\mathcal{L}}\right); \Gamma_2 = \int_0^{r/\mathcal{L}} \frac{s^3}{\mathcal{L}^3}f'(\xi)d\left(\frac{s}{\mathcal{L}}\right); \\
\Gamma_3 &= \int_0^{r/\mathcal{L}} \frac{s^2}{\mathcal{L}^2}e(\xi)d\left(\frac{s}{\mathcal{L}}\right); \Gamma_4 = \int_0^{r/\mathcal{L}} \frac{s^2}{\mathcal{L}^2}h(\xi)d\left(\frac{s}{\mathcal{L}}\right).
\end{aligned} \tag{27}$$

Note that the following relation has been used $\frac{\partial\xi}{\partial x} = -r\mathcal{L}^{-2}\frac{d\mathcal{L}}{dx}$. After separating the terms which depend on x from those which depend on ξ , multiplying by $\mathcal{L}/\bar{v}(x)Q(x)$ and requiring that,

for the similarity to be valid, all terms function of x must evolve in the streamwise direction in the same way, we obtain

$$\frac{T(x)\mathcal{L}}{\bar{v}(x)Q(x)} = const. \tag{28}$$

$$\frac{\bar{v}Q'(x)\mathcal{L}^2}{\bar{v}(x)Q(x)} = const. \tag{29}$$

$$\frac{d\bar{v}(x)}{dx}\frac{Q'\mathcal{L}^2}{\bar{v}Q(x)} = const. \tag{30}$$

$$\frac{\bar{U}}{\bar{v}(x)}\frac{d\mathcal{L}}{dx}\mathcal{L} = const. \tag{31}$$

$$\frac{\bar{\epsilon}_{VV}}{\bar{v}(x)}\frac{\mathcal{L}^2}{Q(x)} = const. \tag{32}$$

The other terms may be written similarly, but the information they provide is redundant with respect to what follows. Supposing that a similarity variable for $Q(x)$ is the total kinetic energy, i.e. $Q(x) \sim u_i'^2$, then from equation (32), a characteristic scale can be identified with the Taylor microscale $\lambda \equiv \sqrt{\frac{Q\bar{v}}{\bar{\epsilon}_{VV}}}$, therefore $\mathcal{L} \equiv \lambda$. Similarly to what was found formally for grid turbulence [2, 14, 15] for shear flows, the Taylor microscale emerges as one relevant length scale for the whole range of scales. Note that if similarity is valid at any scale, then it is designed as being ‘complete’. This is fully consistent with the constancy of the Taylor-microscale Reynolds number, as has been recently shown by Djenidi and Antonia [12]. In this case, the choice of the similarity scale becomes immaterial, because all scales are proportional.

With power laws for \bar{U} , u' and the mean viscosity as given by equations (16) injected into equation (31), it can be inferred that

$$\mathcal{L} \sim x^{\frac{n_U+n_\nu+1}{2}}. \tag{33}$$

With equation (33) into (28), together with the supposition that $T(x)/Q(x) \sim u'$, one can easily infer that $n_U - n_\nu - 2n_u = -1$. Equation (30) results in $n_\nu + n_U = 1$, which further leads to

$$n_U = n_u. \tag{34}$$

Equation (34) simply signifies that the decaying laws for the streamwise mean velocity and the associated fluctuation root mean square are similar. This result fully supports the hypothesis of self-similarity [38]. From equations (34) and (33) injected into (28), it results that

$$n_\nu = 1 - n_U. \tag{35}$$

This simple relation reflects the fact that $Re_{\mathcal{L}}$ (or, Re_λ as the characteristic scale has been identified with the Taylor microscale), is constant along the axis of the jet. Hereafter, (at least) three scenarios are possible. The first one is that when, as in classical round jets, both the streamwise velocity and the fluctuations root mean squared u' decay as x^{-1} , as was shown by Talbot [36]. These values are fully consistent with the conservation of the jet momentum [37], but they result directly from the constraints imposed to scale-by-scale energy budget equations in the context of equilibrium similarity.

Then, equation (35) ineluctably leads to $n_\nu = 0$, which is to say that the jet evolves and entrains ambient fluid with the same viscosity. Therefore, our analysis is fully compatible with the constant-viscosity jets for which Re_λ is conserved. The second possibility is that corresponding to real jets evolving in a variable-viscosity host fluid, for which $n_\nu \neq 0$. Therefore, if equation (35) holds, then $n_U \neq 1$ and this signifies that the classical conservation of the jet momentum is not respected, [21]. Then, Re_λ might be conserved along the axis of the variable-viscosity jet, but then the jet momentum is not conserved. The last possibility is for $n_\nu \neq 0$, equation (35) does not hold, so Re_λ is not conserved, thus invalidating the complete self-similarity. Figure 4 suggests that R_λ is not conserved in the very near field of the variable viscosity jet. Nonetheless, measurements in the intermediate and far field of the flow are necessary, that will further elucidate the validity of each scenario. At this stage, we have pointed to the complexity of the flow in presence of variable viscosity, and to the necessity of a careful consideration of all terms in transport equations for the energy, directly derived from the first principles.

5. Conclusions and discussion

In conclusion, with respect to the classical constant-viscosity jet, the variable-viscosity jet of a fluid issuing into a more viscous ambient, exhibits:

- in the very near field, enhanced entrainment, important turbulent fluctuations, and an increased kinetic energy dissipation rate [1].
- in the far field, turbulent fluctuations are destroyed by the increased ambient viscosity and R_λ is not likely to remain constant.

We have derived new scale-by-scale energy budget equations for any flow frequently studied in laboratory, that explicitly account for the effect of the viscosity gradients over spatial scales. Flows with large-scale viscosity gradients are significantly affected at all scales, including the largest. The equation is fully consistent, on the limit of large scales, with the one-point energy budget equation equation (1), [33]. As shown by the latter authors, viscosity gradients, unlike the viscosity itself, are at the origin of a supplementary source of kinetic energy in the variable-viscosity turbulent flow.

We then have written these equations under a simpler and handier form, adapted to the near field of a jet, in which the flow is anisotropic, and also for the far field, where at least for the central region of the jet, local homogeneity and isotropy reasonably apply for statistics. We have finally applied the similarity assumption, i.e. all scales evolve in a similar fashion downstream the injection. We have shown that for jets issuing into a variable-viscosity host fluid:

- i. The mean velocity U decays in the same fashion as u' ;

- ii. If Re_λ is conserved along the jet axis, then U cannot decay as x^{-1} , which is in contradiction with the conservation of jet momentum, a possibility already evoked by e.g. [21].

- iii. If $U \sim x^{-1}$ as is the case in classical jets, then Re_λ cannot be conserved along the jet axis, unlike the jets with constant viscosity [13]. This latter possibility is the most probable, because the study of Talbot *et al* [34] had shown that both U and u' decay as x^{-1} in the far field of a jet issuing in a more viscous host fluid, although the prefactors of these decays are different from one flow to another.

It is possible that a single scenario would be valid for a particular value of R_ν , initial Reynolds number, or jet geometry (including the shape of the injector) as well as the confinement of the flow. All these issues are the subject of future research and require further measurements and/or numerical simulations.

The impact of studies devoted to variable-viscosity flows concerns several technological domains. As far as our results are concerned, the closure of the triple term and the viscosity-velocity terms in equation (13) [7, 11] would allow us (after an analytical resolution and/or a numerical integration) to estimate the time and/or downstream distance necessary for the flow to develop a wide range of scale, and thus to predict the ‘quality of mixing’, i.e. whether or not the smallest scales of the mixing are already created at the micromixing level. These results could be used among others to obtain a better estimation of the scalar dissipation rate, used to predict the probability of flame quenching [29].

The prediction of mixing time via the associated statistics (energy at any scale) in reactive flows is very important in order to improve the quality of combustion. Recent European legislations impose a drastic reduction of pollutants (mainly NOx and CO), fuel consumptions, etc which are strongly related to a better understanding of the combustion process and improving engine technologies. It is of strategic importance for turbulent combustion to predict whether the mixing between oxidant and fuel is rapidly performed, and to develop additional technologies which improve mixing (swirl injector etc). Moreover, large-scale instabilities associated with coherent motions present near the injector are important in the flame stabilisation. In the fundamental research language, predicting mixing time in reactive flows is equivalent to predicting small-scale statistics for different turbulent regimes and boundary conditions, as well as the associated instabilities.

From a practical viewpoint, these questions should be answered for any injection velocity, geometry of the injector (nozzle), any two mixed fluids either with different viscosities, and for each region of the flow. This location is at a given downstream position from the injection, either on the jet axis (where only the decay and the turbulence production are present) or out of the axis (shear region). The scale-by-scale energy budget equation developed here helps answer the following questions:

1. Which is the phenomenology of the mixing/flow associated with the dynamical transport equations of energy? Closing reasonably these equations is equivalent to having correctly identified the phenomena characteristic of the flow, and in particular the influence of variable viscosity.
2. Which are reliable closures for the third-order velocity-scalar terms? This may be tackled as proposed by Danaïla & Antonia [7, 8]. The third-order term is the energy at a scale r transferred during a characteristic time ('Batchelor' time, [7]) which depends on the velocity field. Closures for the viscosity-energy coupling term must also be proposed which requires deeper insight into the way the active scalar is transported by the velocity field. This ultimately transforms the scale-by-scale energy equation in an *a priori* closed equation of the second-order structure function, which can be analytically or numerically solved.
3. Which is the mixing time at several representative positions in the flow, and for each injection velocity? Having obtained analytical expressions (validated by both experimental/numerical data) of the second-order structure function, the mixing total time (i.e. the time necessary to reach the smallest scales of the mixing) can be inferred. This will indicate the necessary time to perform mixing at the smallest scales, and to reach micromixing (chemical reactions, combustion etc).
4. Which are the flow regimes, injector shape etc which are most favourable to rapid mixing? Finally, a diagram with one axis the injected velocity (Reynolds number), another axis the local Schmidt number of the mixing (variable from one point to another) and the third-axis the mixing time ('mixing quality') may be obtained. On this diagram, and depending on the mixing regime to be achieved, the necessary geometrical parameters and injection velocity may be chosen.

Other further extensions and applications of our theoretical development concern:

- flows and mixing with variable-density, for which the approach is similar, but Favre averages are to be employed instead of classical Reynolds averages.
- two-phase flows. Specifically, the equations for the one- and two-point energy budgets may be derived in a similar way, notwithstanding the care that should be paid to the tension surfaces to be accounted for in the Navier–Stokes equations. Our approach may be extended to even more complex configurations, such as transport through porous media, or through membranes. The process of osmosis might also be tackled, albeit there is an interest to do this when at least one of the two solvents is in a turbulent state. In that case, the concentration gradients across the membrane is associated with the osmosis phenomenon and a reliable prediction of the mixing process is of interest.

Acknowledgments

The support of ANR 'Agence Nationale de la Recherche' under the activity 'MUVAR' is gratefully acknowledged.

Appendix A. Classical term

In this section, the mathematical development leading to the final form of the 'Classical' term is completely detailed, viz.

$$\begin{aligned}
 \text{Classical} &= \overline{2\nu^+\Delta u_i[\partial_j^{2+}(\Delta u_i)]} - \overline{2\nu^-\Delta u_i[\partial_j^{2-}(-\Delta u_i)]} \\
 &= \overline{2\nu^+[\partial_j^+[\Delta u_i\partial_j^+(\Delta u_i)] - [\partial_j^+(\Delta u_i)]^2]} \\
 &\quad + \overline{2\nu^-[\partial_j^-[\Delta u_i\partial_j^-(\Delta u_i)] - [\partial_j^-(\Delta u_i)]^2]} \\
 &= \overline{2\nu^+\partial_j^{2+}\frac{(\Delta u_i)^2}{2}} - \overline{2\nu^+\left(\frac{\partial u_i^+}{\partial_j^+}\right)^2} \\
 &\quad + \overline{2\nu^-\partial_j^{2-}\frac{(\Delta u_i)^2}{2}} \\
 &\quad - \overline{2\nu^-\left(\frac{\partial u_i^-}{\partial_j^-}\right)^2} \\
 &= \overline{2\nu^+\partial_j^{2+}\frac{(\Delta u_i)^2}{2}} + \overline{2\nu^-\partial_j^{2-}\frac{(\Delta u_i)^2}{2}} \\
 &\quad - 2\overline{\epsilon_{VV}^+} - 2\overline{\epsilon_{VV}^-}.
 \end{aligned}$$

In the (\vec{X}, \vec{r}) coordinate system,

$$\begin{aligned}
 \text{Classical} &= \overline{\nu^+\frac{\partial^2(\Delta u_i)^2}{\partial r_j^2}} + \frac{1}{4}\overline{\nu^+\frac{\partial^2(\Delta u_i)^2}{\partial X_j^2}} + \overline{\nu^+\frac{\partial}{\partial r_j}\frac{\partial}{\partial X_j}(\Delta u_i)^2} \\
 &\quad + \overline{\nu^-\frac{\partial^2(\Delta u_i)^2}{\partial r_j^2}} + \frac{1}{4}\overline{\nu^-\frac{\partial^2(\Delta u_i)^2}{\partial X_j^2}} - \overline{\nu^-\frac{\partial}{\partial r_j}\frac{\partial}{\partial X_j}(\Delta u_i)^2} \\
 &\quad - 2\overline{\epsilon_{VV}^+} - 2\overline{\epsilon_{VV}^-} \\
 &= \overline{(\nu^+ + \nu^-\frac{\partial^2(\Delta u_i)^2}{\partial r_j^2})} + \frac{1}{2}\overline{\frac{\nu^+ + \nu^-}{2}\frac{\partial^2(\Delta u_i)^2}{\partial X_j^2}} \\
 &\quad + \overline{\Delta\nu\frac{\partial}{\partial r_j}\frac{\partial}{\partial X_j}(\Delta u_i)^2} - 2\overline{\epsilon_{VV}^+} - 2\overline{\epsilon_{VV}^-}.
 \end{aligned}$$

By developing $\overline{(\nu^+ + \nu^-\frac{\partial^2(\Delta u_i)^2}{\partial r_j^2})}$ we can bring out the Laplacian of $(\nu^+ + \nu^-)(\Delta u_i)^2$, viz.

$$\begin{aligned}
 &\overline{(\nu^+ + \nu^-)\frac{\partial^2(\Delta u_i)^2}{\partial r_j^2}} \\
 &= \frac{\partial}{\partial r_j}\left[\overline{(\nu^+ + \nu^-)\frac{\partial(\Delta u_i)^2}{\partial r_j}}\right] - \overline{\frac{\partial(\nu^+ + \nu^-)}{\partial r_j}\frac{\partial(\Delta u_i)^2}{\partial r_j}} \\
 &= \frac{\partial^2}{\partial r_j^2}\overline{(\nu^+ + \nu^-)(\Delta u_i)^2} - \frac{\partial}{\partial r_j}\overline{\frac{\partial(\nu^+ + \nu^-)}{\partial r_j}(\Delta u_i)^2} \\
 &\quad - \overline{\frac{\partial(\nu^+ + \nu^-)}{\partial r_j}\frac{\partial(\Delta u_i)^2}{\partial r_j}}. \tag{A.1}
 \end{aligned}$$

This expression is then reintroduced in the intermediary scale by scale budget equation, equation (11).

Appendix B. New term

$$\begin{aligned}
New &= 2 \frac{\partial \nu^+}{\partial_j^+} \Delta u_i \left[\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right)^+ + \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)^+ \right] \\
&\quad - 2 \frac{\partial \nu^-}{\partial_j^-} \Delta u_i \left[\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right)^- + \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)^- \right] \\
&= \frac{\partial \nu^+}{\partial_j^+} \cdot \frac{\partial(\Delta u_i)^2}{\partial_j^+} + 2 \frac{\partial \nu^+}{\partial_j^+} \cdot \frac{\partial(\Delta u_i \Delta u_j)}{\partial_i^+} \\
&\quad + \frac{\partial \nu^-}{\partial_j^-} \cdot \frac{\partial(\Delta u_i)^2}{\partial_j^-} + 2 \frac{\partial \nu^-}{\partial_j^-} \cdot \frac{\partial(\Delta u_i \Delta u_j)}{\partial_i^-} \\
&= \frac{\partial \nu^+}{\partial_j^+} \cdot \frac{\partial(\Delta u_i)^2}{\partial_j^+} + \frac{\partial \nu^-}{\partial_j^-} \cdot \frac{\partial(\Delta u_i)^2}{\partial_j^-} \\
&\quad + 2 \underbrace{\frac{\partial \nu^+}{\partial_j^+} \cdot \frac{\partial(\Delta u_i \Delta u_j)}{\partial_i^+}}_{(*)} + 2 \underbrace{\frac{\partial \nu^-}{\partial_j^-} \cdot \frac{\partial(\Delta u_i \Delta u_j)}{\partial_i^-}}_{(**)} \quad (B.1)
\end{aligned}$$

In the (\vec{X}, \vec{r}) coordinate system, terms (*) and (**) yield

$$\begin{aligned}
(*) &= \left(\frac{1}{2} \frac{\partial \nu^+}{\partial X_j} + \frac{\partial \nu^+}{\partial r_j} \right) \left(\frac{1}{2} \frac{\partial(\Delta u_i)^2}{\partial X_j} + \frac{\partial(\Delta u_i)^2}{\partial r_j} \right) \\
&\quad + \left(\frac{1}{2} \frac{\partial \nu^-}{\partial X_j} - \frac{\partial \nu^-}{\partial r_j} \right) \left(\frac{1}{2} \frac{\partial(\Delta u_i)^2}{\partial X_j} - \frac{\partial(\Delta u_i)^2}{\partial r_j} \right) \\
&= \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial X_j} \left(\frac{\nu^+ + \nu^-}{2} \right) \frac{\partial(\Delta u_i)^2}{\partial X_j} + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial X_j} (\Delta \nu) \frac{\partial(\Delta u_i)^2}{\partial r_j} \\
&\quad + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial r_j} (\Delta \nu) \frac{\partial(\Delta u_i)^2}{\partial X_j} \\
&\quad + \frac{\partial}{\partial r_j} (\nu^+ + \nu^-) \frac{\partial(\Delta u_i)^2}{\partial r_j}, \quad (B.2)
\end{aligned}$$

and

$$\begin{aligned}
(**) &= 2 \left(\frac{1}{2} \frac{\partial \nu^+}{\partial X_j} + \frac{\partial \nu^+}{\partial r_j} \right) \left(\frac{1}{2} \frac{\partial(\Delta u_i \Delta u_j)}{\partial X_i} + \frac{\partial(\Delta u_i \Delta u_j)}{\partial r_i} \right) \\
&\quad + 2 \left(\frac{1}{2} \frac{\partial \nu^-}{\partial X_j} - \frac{\partial \nu^-}{\partial r_j} \right) \left(\frac{1}{2} \frac{\partial(\Delta u_i \Delta u_j)}{\partial X_i} - \frac{\partial(\Delta u_i \Delta u_j)}{\partial r_i} \right) \\
&= \frac{\partial}{\partial X_j} \left(\frac{\nu^+ + \nu^-}{2} \right) \frac{\partial(\Delta u_i \Delta u_j)}{\partial X_i} \\
&\quad + \frac{\partial}{\partial X_j} (\Delta \nu) \frac{\partial(\Delta u_i \Delta u_j)}{\partial r_i} + \frac{\partial}{\partial r_j} (\Delta \nu) \frac{\partial(\Delta u_i \Delta u_j)}{\partial X_i} \\
&\quad + 2 \frac{\partial}{\partial r_j} (\nu^+ + \nu^-) \frac{\partial(\Delta u_i \Delta u_j)}{\partial r_i}, \quad (B.3)
\end{aligned}$$

respectively.

The final form of the scale-by-scale budget equation, equation (13), is obtained by adding (*) and (**) and injecting this result in equation (11).

References

- [1] Abramovich G N 1963 *The Theory of Turbulent Jets* (Cambridge, MA: MIT Press)
- [2] Antonia R A, Smalley R J, Zhou T, Anselmetti F and Danaila L 2003 Similarity of energy structure functions in decaying homogeneous isotropic turbulence *J. Fluid Mech.* **487** 245–69
- [3] Burattini P, Antonia R A and Danaila L 2005 Similarity in the far field of a turbulent round jet *Phys. Fluids* **17** 025101
- [4] Campbell I H and Turner J S 1985 Turbulent mixing between fluids with different viscosities *Letters to Nature* **313** 39–42
- [5] Campbell I H and Turner J S 1986 The influence of viscosity on fountains in magma chamber *J. Petrol.* **27** 1–30
- [6] Chhabra S, Shipman T N and Prasad A 2005 The entrainment behavior of a turbulent axisymmetric jet in a viscous host fluid *Exp. Fluids* **38** 70–9
- [7] Danaila L, Antonia R A and Burattini P 2012 Comparison between kinetic energy and passive scalar energy transfer in locally homogeneous isotropic turbulence *Physica D: Nonlinear Phenomena* **241** 224–31 Special Issue on Small Scale Turbulence
- [8] Danaila L and Antonia R A 2009 Spectrum of a passive scalar in moderate reynolds number homogeneous isotropic turbulence *Phys. Fluids* **21** 111702
- [9] Danaila L, Antonia R A and Burattini P 2004a Progress in studying small-scale turbulence using exact two-point equations *New J. Phys.* **6** 128
- [10] Danaila L, Antonia R A and Burattini P 2004b Progress in studying small-scale turbulence using exact two-point equations *New J. Phys.* **6** 128
- [11] Danaila L, Krawczynski J, Thiesset F and Renou B 2012 Yaglom-like equation in axisymmetric anisotropic turbulence *Physica D: Nonlinear Phenomena* **241** 216–23 Special Issue on Small Scale Turbulence
- [12] Djenidi L and Antonia R A 2015 A general self-preservation analysis for decaying homogeneous turbulence *J. Fluid Mech.* **773** 345–65
- [13] Djenidi L, Antonia R A, Lefeuvre N and Lemay J 2016 Complete self-preservation on the axis of a turbulent round jet *J. Fluid Mech.* **790** 57–70
- [14] George W 1992 The decay of homogeneous isotropic turbulence *Phys. Fluids* **7** 1492–509
- [15] George W and Gibson M M 1992 The self-preservation of homogeneous shear flow turbulence *Exp. in Fluids* **13** 229–1509
- [16] Govindarajan R and Sahu K 2014 Instabilities in viscosity-stratified flow *Annu. Rev. Fluid Mech.* **46** 331–53
- [17] Govindarajan R, L'vov V and Procaccia I 2001 Retardation of the onset of turbulence by minor viscosity contrasts *Physical Rev. L* **87** 174501
- [18] Harang A, Thual O, Brancher P and Bonometti T 2014 Kelvin-helmholtz instability in the presence of variable viscosity for mudflow resuspension in estuaries *Environmental Fluid Mech.* **14** 743–69
- [19] Hickox C 1971 Instability due to viscosity and density stratification in axisymmetric pipe flow *Phys. Fluids* **14** 251–62
- [20] Hill R 2001 equations relating structure functions of all orders *J. Fluid Mech.* **434** 379–88
- [21] Hussain A K M F and Zedan M F 1978 Effects of the initial condition on the axisymmetric free shear layer *Phys. of Fluids* **21** 1100–12
- [22] Hussein H J, Capp S P and George W K 1994 Velocity measurements in a high-reynolds-number, momentum-conserving, axisymmetric, turbulent flame *J. Fluid Mech.* **258** 31–75

- [23] Joseph D, Renardy M and Renardy Y 1984 Instability of the flow of two immiscible liquids with different viscosities in a pipe *J. Fluid Mech.* **141** 309–17
- [24] Kolmogorov A N 1941 The local structure of turbulence in incompressible viscous fluids for very large reynolds numbers *Dokl. Akad. Nauk SSSR* **30** 301–5
- [25] Lee K, Girimaji S and Kerimo J 2008 Validity of Taylor's dissipation-viscosity independence postulate in variable-viscosity turbulent fluid mixtures *Phys. Rev. Lett.* **101** 074501
- [26] Liu J and Zhou J 2014 The instability of water-mud interface in viscous two-layer flow with large viscosity contrast *Theoretical and Applied Mechanics Letters* **4** 062007
- [27] Monin A and Yaglom A 1975 *Statistical Fluid Mechanics* ed J Lumley (Cambridge, MA: MIT Press)
- [28] Nadolink R and Haigh W 1995 Bibliography on skin friction reduction with polymers and other boundary-layer additives *Applied Mech. Rev.* **48** 351–460
- [29] Peters N and Williams F 1983 Lift-off characteristics of turbulent jet diffusion flames *AIAA J.* **21** 3
- [30] Pitts W M 1991 Effects of global density ratio on the centerline mixing behavior of axisymmetric turbulent jets *Exp. Fluids* **11** 125–34
- [31] Richards C D and Pitts W M 1993 Global density effect on the self preservation of turbulent free jets *Exp. Fluids* **254** 417–35
- [32] Taguelmimt N, Danaila L and Hadjadj A 2014 Effects of viscosity variations in temporal mixing layer *J. Phys.: Conf. Ser.* **530** 012057
- [33] Taguelmimt N, Danaila L and Hadjadj A 2015 Effects of viscosity variations in temporal mixing layer *Flow, Turbulence and Combustion* **96** 163–181
- [34] Talbot B 2009 Mélange et dynamique de la turbulence en écoulements libres à viscosité variable *PhD Thesis* INSA de Rouen
- [35] Talbot B, Danaila L and Renou B 2013 Variable-viscosity mixing in the very near field of a round jet *Physica Scripta T* **155** 014006
- [36] Talbot B, Mazellier N, Renou B, Danaila L and Boukhalfa M 2009 Time-resolved velocity and concentration measurements in variable-viscosity turbulent jet flow *Exp. Fluids* **47** 769–87
- [37] Tennekes I and Lumley J 1975 *A First Course in Turbulence* ed J Lumley (Cambridge, MA: MIT Press)
- [38] Townsend A A 1976 *The Structure of Turbulent Shear Flow* 2nd edition (Cambridge: Cambridge University Press)
- [39] Voivenel L, Varea E, Danaila L, Renou B and Cazalens M 2015 An experimental and analytical investigation of a turbulent axisymmetric jet in a viscous host fluid *Proc. of TSFP-9 Int. Symp. on Turbulent Shear Flow Phenomena* (Melbourne) vol 3
- [40] Voivenel L, Varea E, Danaila L, Renou B and Cazalens M 2015 Variable viscosity jets: Entrainment and mixing process *PSFVIP Proc. 10th Pacific Symposium on Flow Visualization and Image Processing*
- [41] Warhaft Z 2000 Passive scalars in turbulent flows *Annu. Rev. Fluid Mech.* **32** 203–40
- [42] Yih C S 1967 Instability due to viscosity stratification *J. Fluid Mech.* **27** 337–52

Bibliographie

- ABRAMOVICH, G. N. 1963 *The theory of turbulent jets*. The MIT Press.
5 citations pages 17, 18, 95, 96, et 97
- AMIELH, M., DJERIDANE, T., ANSELMET, F. & FULACHIER, L. 1996 Velocity near-field of variable density turbulent jets. *International Journal of Heat and mass transfer* **39**, 2149–2164.
2 citations pages 123 et 125
- ANTONIA, R.A. & XU, G. 2002 Effects on different initial conditions on a turbulent round free jet. *Experiments in Fluids* **33**, 677–683. *Cité page 68*
- ANTONIA, R. A., SMALLEY, R. J., ZHOU, T., ANSELMET, F. & DANAILA, L. 2003 Similarity of energy structure functions in decaying homogeneous isotropic turbulence. *Journal of Fluid Mechanics* **487**, 245–269.
4 citations pages 180, 182, 184, et 186
- ANTONIA, R. A. & ZHAO, Q. 2001 Effects of initial conditions on a circular jet. *Experiments in Fluids* **31**, 319–323. *11 citations pages 17, 17, 18, 66, 67, 68, 68, 69, 69, 97, et 97*
- ATTILI, A, CRISTANCHO, J.C. & BISETTI, F. 2014 Statistics of the turbulent/non-turbulent interface in a spatially developing mixing layer. *Journal of Turbulence* **15** (9), 555–568.
Cité page 144
- AZAIÉZ, J. & HOMSÝ, G.M. 1994 Linear stability of free shear flow of viscoelastic liquids. *Journal of Fluids Mechanics* **268**, 37–69. *Cité page 51*
- BARKER, S.J. & GILE, D. 1981 Experiments on heat-stabilized laminar boundary layers in water. *Journal of Fluids Mechanics* **104**, 139–158. *Cité page 48*
- BECKER, H. A., HOTTEL, H. C. & WILLIAMS, G. C. 1967 The nozzle-fluid concentration field of the round, turbulent, free jet. *Journal of Fluids Mechanics* **30**, 285–303. *Cité page 68*

- BELL, J. H. & MEHTA, R. D. 1988 Contraction design for small low-speed wind tunnel. *JIAA TR* **84**, 1–37. *Cité page 68*
- BERLMAN, I.B. 1971 *Handbook of Fluorescence Spectra of Aromatic Molecules..* 2nd Edition, Academic Press. *2 citations pages 82 et 83*
- BISSET, D.K., HUNT, J.C.R. & ROGERS, M.M. 2002 The turbulent/non-turbulent interface bounding a far wake. *Journal of Fluids Mechanics* **451**, 383–410. *3 citations pages 144, 148, et 149*
- BOGUSLAWSKI, L. & POPIEL, CZ. O. 1979 Flow structure of the free round turbulent jet in the initial region. *Journal of Fluids Mechanics* **90 (part 3)**, 531–539. *Cité page 123*
- BOUTIN, G. 2010 Mélange et micro-mélange dans un réacteur à multiples jets cisailés. PhD thesis, Université de Rouen. *2 citations pages 74 et 91*
- BROWN, G. L. & ROSHKO, A. 1974 On density effects and large structures in turbulent mixing layers. *Journal of Fluids Mechanics* **64**, 775–816. *Cité page 119*
- BURATTINI, P., ANTONIA, R. A. & DANAILA, L. 2005 Similarity in the far field of a turbulent round jet. *Physics of fluids* **17**, 025101–. *4 citations pages 68, 99, 182, et 184*
- CAMPBELL, I. H. & TURNER, J. S. 1985 Turbulent mixing between fluids with different viscosities. *Letters to Nature* **313**, 39–42. *2 citations pages 53 et 173*
- CAMPBELL, I. H. & TURNER, J. S. 1986 The influence of viscosity on fountains in magma chamber. *Journal of Petrology* **27**, 1–30. *2 citations pages 53 et 109*
- CAO, Q., VENTRESCA, A. L., SREENIVAS, K. R. & PRASAD, A. K. 2003 Instability due to viscosity stratification downstream of a centerline injector. *The Canadian Journal of Chemical Engineering* **81**, 913–922. *3 citations pages 16, 42, et 47*
- CARREAU, P.J. 1972 Rheological equations from molecular network theories. *Journal of Rheology* **16**, 99–. *Cité page 50*
- CHARLES, M.E. & LILLELEHT, L.U. 1965 An experimental investigation of stability and interfacial waves in co-current flow of two liquids. *Journal of Fluids Mecha* **22**, 217–224. *Cité page 36*

- CHARRU, F. & HINCH, E.J. 2000 ‘phase diagram’ of interfacial instabilities in a two-layer couette flow and mechanism of the long-wave instability. *Journal of Fluids Mechanics* **414**, 195–223. *4 citations pages 15, 33, 35, et 35*
- CORSIN, S. & KISTLER, A.L. 1955 Free-stream boundaries of turbulent flows. *Tech. Rep.*. NACA Technical Report 1244, Washington DC. *Cité page 144*
- COSTA, A. & MACEDONIO, G. 2005 Viscous heating effects in fluids with temperature-dependent viscosity : triggering of secondary flows. *Journal of Fluids Mechanics* **540**, 21–38. *Cité page 49*
- COTEL, A.J. & BREIDENTHAL, R. E. 1997 Jet detrainment at a stratified interface. *Journal of Geophysical Research* **102**, 23813–23818. *9 citations pages 20, 21, 134, 134, 135, 135, 137, 138, et 139*
- DA SILVA, C.B., HUNT, J.C.R., EAMES, I. & WESTERWEEL, J. 2014 Interfacial layers between regions of different turbulence intensity. *Annual Review of Fluid Mechanics* **46**, 567–590. *5 citations pages 21, 144, 145, 145, et 145*
- DA SILVA, C.B. & TAVEIRA, R.R. 2010 The thickness of the turbulent/nonturbulent interface is equal to the radius of the large vorticity structures near the edge of the shear layer. *Physics of Fluids* **22**, 121702–. *Cité page 161*
- DANAILA, L, ANTONIA, R A & BURATTINI, P. 2004 Progress in studying small-scale turbulence using ‘exact’ two-point equations. *New Journal of Physics* **6**, 128. *2 citations pages 174 et 183*
- DIMOTAKIS, P. E. 1986 Two dimensionnal shear-layer entrainment. *AIAA Journal* **24**, 1791–1796. *Cité page 118*
- D’OLCE, M., MARTIN, J., RAKOTOMALALA, N., SALIN, D. & TALON, L. 2008 Pearl and mushroom instability patterns in two miscible fluids core annular flows. *Physics of Fluids* **20**, 024104–. *2 citations pages 16 et 47*
- DRITSCHEL, D.G., HAYNES, P.H. & JUCKES, M.N. ABD SHEPHERD, T.G. 1991 The stability of a two-dimensional vorticity filament under uniform strain. *Journal of Fluid Mechanics* **230**, 647–332. *Cité page 124*

- ERN, P., CHARRU, F. & LUCHINI, P. 2003 Stability analysis of a shear flow with strongly stratified viscosity. *Journal of Fluid Mechanics* **496**, 295–312. 3 citations pages 15, 41, et 42
- FOUCAUT, J.M., CARLIER, J. & STANISLAS, M. 2004 Piv optimization for the study of turbulent flow using spectral analysis. *Measurement Science and Technology* **15**, 1046–1058. Cited page 75
- GAMPERT, M., BOSCHUNG, J., HENNIG, F., GAUDING, M. & PETERS, N. 2014a The vorticity versus the scalar criterion for the detection of the turbulent/non-turbulent interface. *Journal of Fluids Mechanics* **750**, 578–596. Cited page 146
- GAMPERT, M., KLEINHEINZ, K., PETERS, N. & PITSCH, H. 2014b Experimental and numerical study of the scalar turbulent/non-turbulent interface layer in a jet flow. *Flow Turbulence Combustion* **92**, 429–449. 3 citations pages 144, 149, et 152
- GEORGE, W. 1992 The decay of homogeneous isotropic turbulence. *Physics of Fluids* **7**, 1492–1509. 4 citations pages 180, 182, 184, et 186
- GEORGE, W.K. & GIBSON, M. M. 1992 The self-preservation of homogeneous shear flow turbulence. *Exp. in Fluids* **13**, 229–1509. Cited page 186
- GOVINDARAJAN, R. 2004 Effect of miscibility on the linear instability of two-fluid channel flow. *International Journal of Multiphase Flow* **30**, 1177–1192. 3 citations pages 15, 40, et 40
- GOVINDARAJAN, R. & SAHU, K.C. 2014 Instabilities in viscosity-stratified flow. *Annual Review of Fluid Mechanics* **46**, 331–353. 8 citations pages 15, 16, 30, 31, 32, 43, 48, et 52
- GOVINDARAJAN, R. AND L'VOV, V.S. & PROCACCIA, I. 2001 Retardation of the onset of turbulence by minor viscosity contrasts. *Physical Review L* **87**, 174501–. 5 citations pages 15, 31, 40, 41, et 48
- HAN, D. & MUNGAL, M.G. 2001 Direct measurement of entrainment in reacting/nonreacting turbulent jets. *Combustion and Flame* **124**, 370–386. 5 citations pages 20, 121, 122, 132, et 190
- HAWARD, S.J. 2010 Buckling instabilities in dilute polymer solution elastic strands. *Rheologica Acta* **49**, 1219–1225. 2 citations pages 16 et 51

- HICKOX, C. 1971 Instability due to viscosity and density stratification in axisymmetric pipe flow. *Physics of fluids* **14**(2), 251–262. *Cité page 37*
- HILL, B.J. 1972 Measurement of local entrainment rate in the initial region of axisymmetric turbulent air jets. *Journal of Fluids Mechanics* **51** (4), 773–779. *4 citations pages 120, 123, 123, et 133*
- HILL, R.J. 2001 Equations relating structure functions of all orders. *Journal of Fluids Mechanics* **434**, 379–388. *Cité page 174*
- HINCH, E.J. 1984 A note on the mechanism of the instability at the interface between two shearing fluids. *Journal of Fluids Mechanics* **144**, 463–465. *3 citations pages 15, 34, et 34*
- HOOPER, A. P. & BOYD, W.G.C. 1983 Shear-flow instability at the interface between two viscous fluids. *Journal of Fluids Me* **128**, 507–528. *Cité page 34*
- HOOPER, A. P. & BOYD, W.G.C. 1987 Shear-flow instability due to a wall and a viscosity discontinuity at the interface. *Journal of Fluids Mec* **179**, 201–225. *Cité page 35*
- HUSSAIN, A. K. M. F. & ZEDAN, M. F.T 1978 Effects of the initial condition on the axisymmetric free shear layer. *Phys. of Fluids* **21**(7), 1100–1112. *Cité page 187*
- HUSSEIN, H J., CAPP, S. P. & GEORGE, W. K. 1994 Velocity measurements in a high-reynolds-number, momentum-conserving, axisymmetric, turbulent flame. *Journal of Fluid Mechanics* **258**, 31–75. *3 citations pages 66, 68, et 184*
- JENSEN, J.B. 1989 Turbulent mixing, droplets spectral evolution and dynamics of warm cumulus clouds. PhD thesis, University of Washington. *Cité page 134*
- JOSEPH, D., RENARDY, M. & RENARDY, Y. 1984 Instability of the flow of two immiscible liquids with different viscosities in a pipe. *Journal of Fluids Mechanics* **141**, 309–317. *2 citations pages 37 et 43*
- KAO, T.W. & PARK, C. 1972 Experimental investigations of the stability of channel flows. part.2. two-layered co-current flow in a rectangular channel. *Journal of Fluids Mechanics* **52**, 401–423. *Cité page 36*

- KHASHEHCHI, M., OOI, A., SORIA, J. & MARUSIC, I. 2013 Evolution of the turbulent/non-turbulent interface of an axisymmetric turbulent jet. *Experiments in Fluids* **54**, 1449–.
 8 citations pages 22, 145, 151, 152, 152, 155, 155, et 155
- KHOMAMI, B. & SU, K.C. 2000 An experimental/theoretical investigation of interfacial instabilities in superposed pressure-driven channel flow of newtonian and well characterized viscoelastic fluids. part i : linear stability and encapsulation effects. *Journal of Non-N* **91**, 59–54.
 Cité page 36
- KING, G. F., DUTTON, J. C. & LUCHT, R. P. 1999 Instantaneous, quantitative measurements of molecular mixing in the axisymmetric jet near field. *Physics of F* **11**, 403–. Cité page 68
- KOLMOGOROV, A. N. 1941 Dissipation of energy in the locally isotropic turbulence. *Dokl. Akad. Nauk SSSR* **32(1)**, 16–18.
 3 citations pages 15, 29, et 30
- LECORDIER, B. & TRINITE, M. 2003 Advanced piv algorithms with image distortion. validation and comparison from synthetic images of turbulent flow. In *PIV03 Symposium, Busan, Korea*.
 Cité page 73
- LEE, K., GIRIMAJI, S. & KERIMO, J. 2008 Validity of Taylor's dissipation-viscosity independence postulate in variable-viscosity turbulent fluid mixtures. *Phys. Rev. Lett.* **101** (7), 074501–.
 Cité page 30
- LIU, R. & LIU, Q.S. 2011 Non-modal instability in plane couette flow of a power-law fluid. *Journal of Fluids Mechanics* **676**, 145–171.
 Cité page 50
- LOZANO, A., YIP, B. & HANSON, R.K. 1992 Acetone : a tracer for concentration measurements in gaseous flows by planar laser-induced fluorescence. *Experiments in Fluids* **13(6)**, 369–376.
 3 citations pages 82, 82, et 82
- MACZYŃSKI, J.F.J 1962 A round jet in an ambient co-axial stream. *Journal of Fluids Mechanics* **13**, 597–608.
 Cité page 121
- MALIK, S. V. & HOOPER, A. P. 2005 Linear stability and energy growth of viscosity stratified flows. *Physics of fluids* **17**, 024101.
 Cité page 41
- MATHEW, J. & BASU, A. J. 2002 Some characteristics of entrainment at a cylindrical turbulence boundary. *Physics of fluids* **14**, 2065–2072.
 Cité page 119

- MCQUAID, J. & WRIGHT, W. 1974 Turbulence measurements with hot-wire anemometry in non homogeneous jets. *International Journal of Heat and Ma* **17**, 341–349. *Cité page 68*
- MEYER, T. R. & DUTTON, J. C. 2001 Experimental study of the mixing transition in a gaseous axisymmetric jet. *Physics of Fluids* **13**, 3411–. *Cité page 68*
- MEYER, T. R., DUTTON, J. C. & LUCHT, R. P. 1999 Vortex interaction and mixing in a driven gaseous axisymmetric jet. *Physics of Fluids* **11**, 3401–. *Cité page 68*
- MI, J., NOBESY, D. S. & NATHAN, G. J. 2001 Influence of jet exit conditions on the passive scalar field of an axisymmetric free jet. *Journal of Fluids Mechanics* **432**, 91–125. *5 citations pages 66, 66, 68, 68, et 97*
- MONIN, A.S. & YAGLOM, A.M. 1975 *Statistical Fluid Mechanics..* MIT Press, Cambridge, MA. *2 citations pages 174 et 183*
- MOREL, T. 1975 Comprehensive design of axisymmetric wind tunnel contractions. *Journal of Fluids Engineering* pp. 225–233. *3 citations pages 17, 67, et 68*
- NOUAR, C. & BOTTARO, A. 2010 Stability of the flow of a bingham fluid in a channel : eigenvalue sensitivity, minimal defects and scaling laws of transition. *Journal of Fluids Mechanics* **642**, 349–372. *Cité page 51*
- PANCHAPAKESAN, N. R. & LUMLEY, J. L. 1993 Turbulence measurements in axisymmetric jets of air and helium. part 2. helium jet. *Journal of Fluids Mechanics* **246**, 225–248. *3 citations pages 66, 68, et 123*
- PASQUIER, N. 2004 Mesures couplées de richesse et de vitesse pour la combustion instationnaire en écoulement stratifié. PhD thesis, Université de Rouen. *Cité page 83*
- PASQUIER, N., LECORDIER, B. & CESSOU, A. 2007 Investigation of flame propagation through a stratified mixture by simultaneous piv/lif measurements. In *Proceedings of the Combustion Institue*. *2 citations pages 82 et 83*
- PETERS, N. & WILLIAMS, F.A. 1983 Lift-off characteristics of turbulent jet diffusion flames. *AIAA Journal* **21**, 3. *Cité page 25*
- PINARBASI, A. & LIAKOPOULOS, A. 1995 The effect of variable viscosity on the interfacial stability of two-layer poiseuille flow. *Physics of Fluids* **7 (6)**, 1318–1324. *Cité page 48*

- PITTS, W. M. 1991*a* Effects of global density ratio on the centerline mixing behavior of axisymmetric turbulent jets. *Experiments in Fluids* **11**, 125–134. 2 citations pages 120 et 123
- PITTS, W. M. 1991*b* Reynolds number effects on the mixing behavior of axisymmetric turbulent jets. *Experiments in Fluids* **11**, 135–141. 3 citations pages 120, 124, et 160
- PRASAD, R.R. & SREENIVASAN, K.R. 1989 Scalar interface in digital image of turbulent flows. *Experiments in Fluids* **7**, 259–264. 5 citations pages 13, 143, 146, 146, et 190
- PREZIOSI, L., CHEN, K. & JOSEPH, D.D. 1989 Lubricated pipelining : stability of core-annular flow. *Journal of Fluids Mechanics* **201**, 323–356. 3 citations pages 15, 38, et 39
- REINAUD, J., JOLY, L. & CHASSAING, P. 2000 The baroclinic secondary instability of the two-dimensional shear layer. *Physics of fluids* **12**, 2489–. 3 citations pages 20, 123, et 124
- REYNOLDS, O. 1885 On the dynamical theory of incompressible viscous fluids and the determination of the criterion. *Proc. Roy. Soc. A.* **186**, 126–164. Cité page 171
- RICOU, F. P. & SPALDING, D. B. 1961 Measurements of entrainment by axisymmetrical turbulent jets. *Journal of Fluids Mechanics* **11**, 21–32. 6 citations pages 20, 119, 120, 121, 122, et 123
- ROMANO, G.P. & ANTONIA, R.A. 2001 Longitudinal and transverse structure functions in a turbulent round jet : effect of initial conditions and reynolds number. *Journal of Fluids Mechanics* **436**, 231–248. Cité page 68
- RUDMAN, M., H.M. BLACKBURN, H.M., GRAHAM, L.J.W. & PULLUM, L. 2004 Turbulent pipe flow of shear-thinning fluids. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics* **118**, 33–48. Cité page 51
- SAHU, K.C., DING, H., VALLURI, P. & MATAR, O.K. 2009 Linear stability analysis and numerical simulation of miscible two-layer channel flow. *Physics of Fluids* **21**, 042104–. 8 citations pages 16, 16, 16, 43, 44, 44, 45, et 46
- SAHU, K.C. & MATAR, O.K. 2010*a* Three-dimensional linear instability in pressure-driven two layer channel flow of a newtonian and a herschel-bulkley fluid. *Physics of Fluids* **22(11)**, 112103–. Cité page 31

- SAHU, K. C. & MATAR, O.K. 2010*b* Stability of plane channel flow with viscous heating. *Journal of Fluids Engineering* **132**, 011202–. *Cité page 49*
- SAMEEN, A. & GOVINDARAJAN, R. 2007 The effect of wall heating on instability of channel flow. *Journal of Fluids Mechanics* **577**, 417–442. *Cité page 48*
- SARIC, W.S., CARPENTER, A.L. & REED, H.L. 2011 Passive control of transition in three-dimensional boundary layers, with emphasis on discrete roughness elements. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London (A)* **369**, 1352–1364. *Cité page 48*
- SCARANO, F. & REITHMULLER, M.L. 1999 Iterative multigrid approach in piv image processing with discrete windows offset. *Experiments in Fluids* **26**, 513–523. *Cité page 73*
- SCARANO, F. & REITHMULLER, M.L. 2000 Advances in iterative multigrid piv image processing. *Experiments in Fluids Suppl.*, 51–60. *Cité page 73*
- SCHULZ, C. & SICK, V. 2005 Tracer-lif diagnostics : quantitative measurement of fuel concentration, temperature and fuel/air ratio in practical combustion systems. *Progress in Energy and Combustion Science* **31**, 75–121. *2 citations pages 82 et 82*
- SCOFFONI, J., LAJEUNESSE, E. & HOMSY, G.M. 2001 Interface instabilities during displacements of two miscible fluids in a vertical pipe. *Physics of Fluids* **13 (3)**, 553–556. *Cité page 46*
- SELVAM, B., MERK, S., GOVINDARAJAN, R. & MEIBURG, E. 2007 Stability of miscible coreannular flows with viscosity stratification. *Journal of Fluids Mechanics* **592**, 23–49. *Cité page 42*
- SO, R. M. C., ZHU, J. Y., ÖTÜGEN, M. V. & HWANG, B.C. 1990 Some measurements in a binary gas jet. *Experiments in Fluids* **9**, 273–284. *Cité page 68*
- SREENIVAS, K. R. & PRASAD, A. K. 2000 Vortex-dynamics model for entrainment in jets and plumes. *Physics of fluids* **12**, 2101–2107. *2 citations pages 19 et 118*
- SREENIVASAN, K.R. & MENEVEAU, C. 1986 The fractal facets of turbulence. *Journal of Fluids Mechanics* **173**, 357–386. *Cité page 143*
- STOKES, G.G. 1845 On the theories of internal friction of fluids in motions, and of the equilibrium and motion of elastic solids. *Trans. Camb. Philos. Soc.* **8**, 287–305. *Cité page 49*

- TAGUELMIMT, N. 2015 Etude numérique de l'écoulement de couche de mélange à viscosité variable. PhD thesis, INSA de Rouen. *8 citations pages 16, 16, 16, 58, 59, 60, 61, et 191*
- TAGUELMIMT, N., DANAILA, L. & HADJADJ, A. 2014 Effects of viscosity variations in temporal mixing layer. *J. Phys. : Conf. Ser.* **530**, 012057. *2 citations pages 173 et 173*
- TALBOT, B. 2009 Mélange et dynamique de la turbulence en écoulements libres à viscosité variable. PhD thesis, INSA de Rouen. *16 citations pages 16, 16, 16, 25, 25, 55, 56, 57, 57, 99, 99, 99, 103, 110, 116, et 189*
- TALBOT, B., DANAILA, L. & RENOU, B. 2013 Variable-viscosity mixing in the very near field of a round jet. *Physica Scripta* **T155**, 014006. *8 citations pages 26, 57, 99, 172, 173, 173, 179, et 190*
- TALBOT, B., MAZELLIER, N., RENOU, B., DANAILA, L. & BOUKHALFA, M. 2009 Time-resolved velocity and concentration measurements in variable-viscosity turbulent jet flow. *Experiments in Fluids* **47**, 769–787. *2 citations pages 56 et 187*
- TAYLOR, G. I. 1935 Statistical theory of turbulence. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences* **151**, 421–444. *2 citations pages 30 et 30*
- TENNEKES, I. & LUMLEY, J. 1975 *A first course in turbulence..* MIT Press, Cambridge, MA. *Cité page 187*
- THRING, M.W. & NEWBY, M.P. 1953 Fourth symposium (international) on combustion combustion length of enclosed turbulent jet flames. *Symposium (International) on Combustion* **4** (1), 789 – 796. *Cité page 121*
- TOWNSEND, A. A. 1976 *The structure of turbulent shear flow..* Cambridge University Press, 2nd edition. *5 citations pages 97, 119, 143, 180, et 186*
- TRABOLD, T.A., ESEN, E.B. & OBOT, N.T. 1987 Entrapment by turbulent jets issuing from sharp-edged inlet round nozzles. *Journal of Fluids Engineering* **109**, 249. *Cité page 123*
- TURNER, J. S. 1983 The effect of viscosity differences on the dynamics of convective mixing processes. In *Eighth Australasian fluid mechanics conference.* *4 citations pages 16, 53, 55, et 162*

- TURNER, J. S. 1986 Turbulent entrainment : the development of the entrainment assumption, and its application to geophysical flows. *Journal of Fluid Mechanics* **173**, 431–471. *Cité page 161*
- VOIVENEL, L., DANAILA, L, RENOU, B., VAREA, E. & CAZALENS, M. 2016 Similarity of variable viscosity flows. *Physica Scripta to be published*. *Cité page 188*
- WESTERWEEL, J., FUKUSHIMA, C., PEDERSEN, J. M. & HUNT, J. C. R. 2005 Mechanics of the turbulent-nonturbulent interface of a jet. *Physical Review Letters* **95**, 174501. *2 citations pages 119 et 144*
- WESTERWEEL, J., FUKUSHIMA, C., PEDERSEN, J. M. & HUNT, J. C. R. 2009 Momentum and scalar transport at the turbulent/non-turbulent interface of a jet. *Journal of Fluids Mechanics* **631**, 199–230. *3 citations pages 143, 152, et 161*
- WESTERWEEL, J. AND HOFMANN, T., FUKUSHIMA, C. & HUNT, J. C. R. 2002 The turbulent/non-turbulent interface at the outer boundary of a self-similar turbulent jet. *Experiments in Fluids* **33**, 873–878. *5 citations pages 21, 143, 148, 149, et 150*
- WHITE, C.M. & MUNGAL, M.G. 2008 Mechanics and prediction of turbulent drag reduction with polymer additives. *Annual Review of Fluid Mechanics* **40**, 235–256. *Cité page 51*
- WILLERT, C.E. & M. GHARIB., M. 1991 "digital particle image velocimetry. *Experiments in Fluids* **10**, 181–193. *Cité page 72*
- XI, L.. & GRAHAM, M.D. 2010 Turbulent drag reduction and multistage transitions in viscoelastic minimal flow units. *Journal of Fluids Mechanics* **647**, 421–452. *Cité page 51*
- YIANTSIOS, S.G. & HIGGINS, B.G. 1988 Linear stability of plane poiseuille flow of two superposed fluids. *Physics of Fluids* **31 (11)**, 113225–. *2 citations pages 36 et 36*
- YIH, C. S. 1967 Instability due to viscosity stratification. *Journal of Fluids Mechanics* **27(2)**, 337–352. *4 citations pages 15, 32, 33, et 36*
- ZHONG, X. & WANG, X. 2012 Direct numerical simulation on the receptivity, instability, and transition of hypersonic boundary layers. *Annual Review of Fluid Mechanics* **44**, 527–561. *Cité page 48*

ZONTA, F., MARCHIOLI, C. & SOLDATI, A. 2012 Modulation of turbulence in forced convection by temperature-dependent viscosity. *Journal of Fluids Mechanics* **697**, 150–174.

Cité page 48