



HAL
open science

Corrélations optomécaniques : étude du bruit quantique de pression de radiation

Thibaut Karassouloff

► **To cite this version:**

Thibaut Karassouloff. Corrélations optomécaniques : étude du bruit quantique de pression de radiation. Physique Quantique [quant-ph]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2016. Français. NNT : 2016PA066185 . tel-01427166

HAL Id: tel-01427166

<https://theses.hal.science/tel-01427166>

Submitted on 5 Jan 2017

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**THÈSE DE DOCTORAT
DE L'UNIVERSITÉ PIERRE ET MARIE CURIE**

Spécialité : Physique

École doctorale : « Physique en Île-de-France »

réalisée

au Laboratoire Kastler Brossel

présentée par

Thibaut KARASSOULOFF

pour obtenir le grade de :

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ PIERRE ET MARIE CURIE

Sujet de la thèse :

**Corrélations optomécaniques : étude du bruit quantique de
pression de radiation**

soutenue le 15 février 2016

devant le jury composé de :

M.	Tristan BRIANT	Membre invité
M.	Jérôme DEGALLAIX	Examineur
M.	Antoine HEIDMANN	Directeur de thèse
M.	Patrice HELLO	Rapporteur
M.	Carlo RIZZO	Rapporteur
M^{me}	Catherine SCHWOB	Examinatrice

Table des matières

1	Le couplage optomécanique	1
1.1	Mesure de déplacements	1
1.2	Amélioration de la sensibilité avec une cavité	1
1.3	Couplage optomécanique en cavité	2
1.3.1	Nature quantique de la lumière	3
	Quantification du champ en cavité	3
	États cohérents	4
	Faisceau laser	6
	Modulations classiques	8
	Calcul des corrélateurs	10
	Calcul des spectres et des spectres croisés de bruit	11
1.3.2	Formalisme quasi-classique d'entrée-sortie	12
	Traitement des pertes dans un système quantique	13
1.3.3	Application à une cavité optomécanique	14
	Équations classiques	15
	Caractérisation des cavités	15
	Adaptation spatiale du faisceau	16
1.3.4	Cas des fluctuations	17
1.4	Limite quantique standard	18
1.4.1	Le résonateur mécanique	19
	Bruit thermique	19
	Pression de radiation	20
1.4.2	Bruits sur la mesure	21
1.5	Corrélations induites par le couplage optomécanique	23
1.5.1	Génération d'états comprimés par le couplage optomécanique	23
1.5.2	Les corrélations optomécaniques	30
1.5.3	Contamination optique	31
1.6	Effets dynamiques de la pression de radiation	34
1.6.1	Force de pression de radiation en cavité désaccordée	34
1.6.2	Modification de la dynamique du résonateur	36
	Nouveaux paramètres	36
	Spectre de bruit thermique	36
1.6.3	Limite de sensibilité sur un résonateur refroidi	37

2	Présentation du montage expérimental	41
2.1	Présentation générale	41
2.2	Sources laser	45
2.2.1	Laser Ti :Sa	45
2.2.2	Diode laser	46
2.3	Détection d'intensité	48
2.4	Détection Homodyne	49
2.5	FPF	50
2.5.1	Asservissement du Ti :Sa sur le FPF	50
	Le signal PDH	51
	Principe de l'asservissement	53
	Caractérisation optique	53
2.6	FPM	54
2.6.1	Caractérisation optique	55
2.6.2	Caractérisation des modes mécaniques	58
	Mesure du facteur de qualité	59
	Mesure de la masse	62
2.6.3	Détermination du niveau de corrélations quantiques attendu	64
	Réponse multimode	66
2.6.4	Simulation des modes	68
	Évolution fréquentielle des modes et classification	70
3	Principes de l'expérience	75
3.1	Temps de moyennage	75
3.1.1	Approche heuristique	75
	Signal constant	75
	Cas d'un signal aléatoire	77
	Cas fréquentiel	79
3.1.2	Approche expérimentale	80
3.2	Mesure expérimentale des spectres et spectres croisés.	80
3.3	Corrélations parasites	82
3.3.1	Traitement du bruit classique	83
3.3.2	Cas de notre expérience	88
	Détection d'intensité	89
	Détection Homodyne	89
	Corrélations des deux détections	91
3.3.3	Mesure du bruit d'intensité classique	93
	Dépendance en puissance du spectre d'intensité	93
	Détection balancée	94
	Corrélations	97
	Bruit classique du montage	99
3.3.4	Amélioration du niveau de bruit classique	100
3.4	Asservissement du bilame	101
3.5	Asservissement de température	103
3.6	Principe de la mesure des corrélations optomécaniques	104
3.6.1	Asservissement du spectre croisé	105

3.6.2	Résultats préliminaires	107
4	De nouveaux résonateurs	111
4.1	Cryostat	112
	Descentes en température	112
	Mesure des vibrations	113
4.1.1	Tête du cryostat	116
4.2	Résonateurs plan-convexes en quartz	117
4.2.1	Simulations	118
	Performances attendues	118
4.2.2	Fabrication	118
4.3	Micro-pilier	122
4.3.1	Fabrication	124
4.3.2	Coupleurs à petits rayons de courbures	126
4.3.3	Cavité	130
4.3.4	Performances	130

Introduction

Avec le développement des lasers, les prédictions les plus surprenantes de la mécanique quantique ont pu être validées, tranchant par exemple la controverse entre Bohr et Einstein au sujet du paradoxe EPR [1, 2]. Les lasers permettent un contrôle fin de l'interaction lumière-matière et sont ainsi d'un grand intérêt d'un point de vue fondamental. Ils permettent en outre des mesures de déplacements parmi les plus sensibles ; répondant ainsi à un besoin dicté par les tests de théories fondamentales, comme, par exemple la théorie de la relativité générale via la détection d'ondes gravitationnelles [3].

À cette fin, la construction d'interféromètres géants appelés antennes gravitationnelles a été imaginée et la question de la limite de sensibilité de tels appareils s'est posée dès les années 70. Ce projet est devenu réalité depuis ; avec notamment les expériences LIGO, projet de Caltech et du MIT, Virgo, projet franco-italien, TAMA au Japon et GEO en Allemagne.

La question a été élucidée au tournant des années 80 [4] : le bruit quantique associé à la lumière est responsable d'une limite de sensibilité des mesures interférométriques. Cette limite est liée au couplage optomécanique : le mouvement d'un miroir réfléchissant la lumière modifie le chemin optique de celle-ci — c'est-à-dire la phase du faisceau réfléchi. De plus, lors de sa réflexion sur le miroir, la lumière lui communique une certaine impulsion, le mettant ainsi en mouvement. La mesure du déplacement d'un miroir induit donc une modification de la position de celui-ci qui perturbe la mesure que nous voulions effectuer : on parle d'action en retour, phénomène au cœur des inégalités d'Heisenberg. Bien que prévue théoriquement depuis plus de trente ans, cette limite n'a été observée que très récemment et des techniques de réduction du bruit quantique ont été implémentées avec succès [5, 6].

Le couplage optomécanique permet l'élaboration de nouvelles plateformes d'optique quantique, en sortant du champ de la physique atomique pour une échelle mésoscopique, voire macroscopique, permettant de nouveaux tests de la mécanique quantique à ces échelles [7], ou encore des applications naissantes dans le domaine de l'ingénierie quantique, telles que par exemple la création de nouvelles interfaces permettant la conversion réciproque d'un état micro-onde vers les longueurs d'onde optiques [8] ou le couplage entre des atomes froids et un miroir [9, 10].

Notre expérience s'inscrit dans la dynamique de la compréhension des limites de la mesure quantique avec un montage sur table à température ambiante. L'action en retour est donc largement masquée par le bruit thermique du miroir. Cette limitation n'empêche pas en principe la mise en évidence de celle-ci.

Le premier chapitre est une introduction à la mesure ultra-sensible des déplacements d'un miroir. Celle-ci est effectuée en formant une cavité Fabry-Perot qui amplifie

les effets du déplacement du miroir sur le champ optique. Ceci induit notamment par une augmentation de l'intensité intracavité, qui atteint des valeurs telles que l'effet du bruit quantique de pression de radiation ne peut plus être négligé. Nous présentons un formalisme quasi-classique qui permet d'établir l'existence d'une puissance optique optimale pour la mesure, et donc d'une sensibilité limite. On parle de SQL, pour *Standard Quantum Limit* ou Limite Quantique Standard, c'est-à-dire de la limite de sensibilité associée aux bruits quantiques avec des états cohérents de la lumière. Nous montrons également comment le couplage optomécanique permet la création d'états non-classiques du champ comme les états comprimés. Si les fluctuations de la lumière peuvent être manipulées, l'état du miroir peut l'être aussi. En effet, la mise en cavité du miroir induit une modification de la dynamique du miroir. Il est par exemple possible de refroidir le miroir. Nous proposons de mettre en évidence l'action en retour dans un régime où le bruit de position du miroir est principalement thermique *via* une expérience pompe-sonde consistant essentiellement en une mesure quantique non-destructive de la position du miroir. La cavité impose alors des conditions d'accord des faisceaux à la cavité que nous quantifions. Nous proposons également de réduire le caractère contraignant de cette condition d'accord, en utilisant la modification de la dynamique du résonateur par exemple ou en travaillant hors de la résonance mécanique.

Le deuxième chapitre présente le montage expérimental que nous avons utilisé. Y est décrit le résonateur employé. C'est un substrat de silice de forme plan-convexe sur lequel est déposé un traitement diélectrique à la pointe de l'état de l'art. La combinaison des performances optiques et mécaniques du résonateur conduisent à un rapport signal à bruit pour nos mesures, donné par le rapport du bruit de pression de radiation quantique sur le bruit thermique, de 10^{-6} typiquement, soit 0,1% en terme de corrélations. Le caractère multimode du résonateur permet en outre une amélioration du rapport signal à bruit de la mesure en évaluant les corrélations hors de la résonance mécanique. Nous caractérisons par des simulations par éléments finis le comportement des familles de modes de vibration que supporte le résonateur mécanique. Bien sûr, démontrer les limites que pose l'existence du bruit quantique d'un faisceau lumineux suppose que les fluctuations de ce dernier soient essentiellement dues au bruit quantique. Il faut donc pouvoir opérer avec un montage optique à très bas bruit et permettant d'asservir deux faisceaux sur la cavité optomécanique.

Le troisième chapitre expose nos résultats et les limites du montage mis en œuvre. Nous commençons par étudier le temps de mesure nécessaire à la révélation des corrélations optomécaniques. Ce temps est d'autant plus long que le rapport signal à bruit est faible. Il peut atteindre quelques heures dans notre cas et nous avons travaillé sur un système d'asservissement très basse fréquence pour pouvoir mener à bien nos expériences sur ce laps de temps important. Le phénomène de contamination des corrélations optomécaniques par le bruit thermique du résonateur mesuré par le faisceau pompe si celui-ci n'est pas parfaitement à résonance avec la cavité est exploité pour créer un nouvel asservissement très basse fréquence de la cavité. Nous avons pu mesurer des corrélations entre les faisceau pompe et sonde aussi basses que 2% à résonance avec la cavité. Ces corrélations ne sont pas d'origine quantique mais dues au bruit classique d'amplitude des faisceaux. Nous avons réduit ce niveau de bruit à un point où la mise en évidence des corrélations optomécaniques devrait être possible.

Si les améliorations présentées dans le troisième chapitre portaient sur les améliorations optiques, le quatrième chapitre est dédié à la présentation des améliorations futures sur le résonateur et la cryogénie pour réduire le bruit thermique. En effet, le résonateur que nous utilisons ne fonctionne pas à basse température, à cause de la nature amorphe de la silice. Nous avons donc entrepris la conception et la réalisation de nouveaux résonateurs plan-convexes en quartz. Ces résonateurs ont des performances théoriques attractives, potentiellement supérieures aux autres résonateurs utilisés dans l'équipe. Nous avons par ailleurs fabriqué des micro-piliers en quartz, déjà employés dans le groupe, et étudié leur implémentation dans notre expérience. Ces deux types de résonateurs ont des performances qui améliorent considérablement le niveau de corrélation quantique attendu. La synergie entre les deux approches d'amélioration de l'expérience présentées dans les troisième et quatrième chapitres doit conduire à l'observation future des corrélations optomécaniques.

Chapitre 1

Dans ce chapitre, nous introduisons le couplage optomécanique, son influence sur les mesures interférométriques et les méthodes de démonstration de son existence au niveau quantique. Nous exposons l'état de l'art dans ce domaine.

1.1 Mesure de déplacements

Supposons que nous souhaitions mesurer le déplacement δx d'un miroir mobile. La solution présentée sur la figure 1.1 consiste à l'éclairer par un faisceau monochromatique issu d'un laser et à mesurer le déphasage $\delta\phi$ acquis par la lumière. Ce déphasage s'exprime alors :

$$\delta\phi = \frac{4\pi\delta x}{\lambda}, \quad (1.1.1)$$

λ désignant la longueur d'onde de la lumière. La mesure de cette phase pourra se faire à l'aide d'une détection homodyne. On peut augmenter l'interaction du champ et du miroir, et donc la sensibilité de la mesure, en faisant interagir la lumière et le miroir plusieurs fois dans une cavité optique.

1.2 Amélioration de la sensibilité avec une cavité

Pour former une cavité optique, on place un second miroir, dit coupleur, supposé immobile, en face du miroir mobile. (voir la figure 1.2) On considère le miroir mobile parfaitement réfléchissant tandis que le coupleur possède une transmission non nulle. La lumière qui pénètre par le coupleur est alors piégée et va effectuer un certain nombre d'allers-retours — jusqu'à des centaines de milliers — et va interagir d'autant plus avec le miroir mobile avant de sortir de la cavité. On mesure la phase de la lumière réfléchie comme précédemment.

Pour une cavité à résonance, le déphasage induit s'exprime maintenant par :

$$\delta\phi = \frac{8\mathcal{F}\delta x}{\lambda} \quad (1.2.1)$$

où \mathcal{F} désigne la finesse de la cavité. C'est le paramètre qui caractérise la qualité des miroirs, et donc le nombre d'allers-retours qu'exécute la lumière dans la cavité. Dans

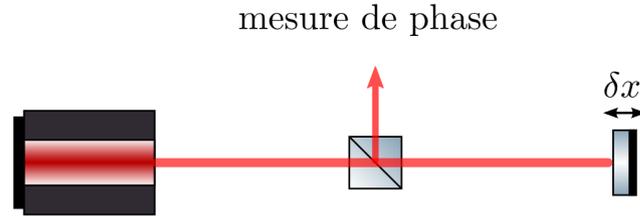


FIGURE 1.1 – Mesure du déplacement δx d'un miroir mobile à l'aide d'un faisceau laser, en rouge sur le schéma.

notre expérience, la finesse est de l'ordre de 10^5 . En comparaison de (1.1.1), on a gagné un facteur $\frac{2F}{\pi}$ de l'ordre de 100 000 donc, au détriment d'un plus long temps d'interaction qui se manifeste par un filtrage en fréquence du signal.

Pour estimer la sensibilité d'une telle mesure, à savoir le plus petit signal mesurable, l'effet du déphasage de la lumière doit être comparé aux différents bruits, quantiques en particulier, de la détection.

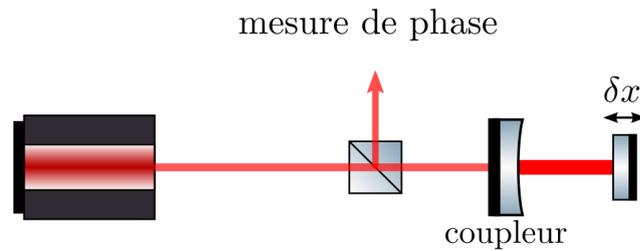


FIGURE 1.2 – Mise en cavité du miroir mobile pour augmenter la sensibilité de la mesure de déplacement.

1.3 Couplage optomécanique en cavité

Nous exposons un modèle quasi-classique d'entrée-sortie permettant de modéliser le couplage optomécanique et de calculer le spectre des bruits de la lumière après

interaction avec le miroir. La lumière, objet quantique, est soumise à des fluctuations fondamentales de phase et d'intensité. Nous les caractérisons dans le cas d'un faisceau quasi-classique, dit cohérent.

1.3.1 Nature quantique de la lumière

Le champ électromagnétique dans le vide se modélise comme un continuum d'oscillateurs harmoniques indépendants entre eux [11]. Chacun des oscillateurs est caractérisé par deux opérateurs : un opérateur annihilation \hat{a} , qui supprime un photon dans ce mode, et son conjugué hermitique, l'opérateur création \hat{a}^\dagger , qui au contraire y crée un photon. Nous commençons par décrire un tel mode dans une cavité avant d'étendre la description à un faisceau en espace libre.

Quantification du champ en cavité

Le champ électrique dans la cavité peut être décrit par l'opérateur [12] :

$$\hat{E}(t) = \mathcal{E}_0(\hat{a}_{\omega_L} e^{-i\omega_L t} + \hat{a}_{\omega_L}^\dagger e^{i\omega_L t}) \quad (1.3.1)$$

avec

$$\mathcal{E}_0 = \sqrt{\frac{\hbar\omega_L}{2\varepsilon_0 V}}, \quad (1.3.2)$$

où nous avons introduit ε_0 , la permittivité diélectrique du vide, ω_L la pulsation du champ dans la cavité et V le volume qu'il occupe. L'opérateur \hat{E} est normalisé de telle sorte que l'opérateur $\hat{N} = \hat{a}_{\omega_L}^\dagger \hat{a}_{\omega_L}$ donne le nombre de photons intracavité. \mathcal{E}_0 est alors le champ électrique associé à un photon unique.

Les opérateurs $\hat{a}_{\omega_L}^\dagger$ et \hat{a}_{ω_L} vérifient les relations de commutation bien connues pour les bosons :

$$[\hat{a}_{\omega_L}, \hat{a}_{\omega_L}^\dagger] = 1, \quad (1.3.3)$$

$$[\hat{a}_{\omega_L}, \hat{a}_{\omega_L}] = [\hat{a}_{\omega_L}^\dagger, \hat{a}_{\omega_L}^\dagger] = 0. \quad (1.3.4)$$

On peut alors définir deux opérateurs quadratures \hat{X}_1 et \hat{X}_2 par :

$$\hat{X}_1 = \hat{a}_{\omega_L} + \hat{a}_{\omega_L}^\dagger, \quad (1.3.5)$$

$$\hat{X}_2 = i(\hat{a}_{\omega_L}^\dagger - \hat{a}_{\omega_L}), \quad (1.3.6)$$

de telle sorte que :

$$\hat{E}(t) = \mathcal{E}_0 \left(\hat{X}_1 \cos(\omega_L t) + \hat{X}_2 \sin(\omega_L t) \right). \quad (1.3.7)$$

Classiquement, \hat{X}_1 et \hat{X}_2 sont les projections du champ électrique dans le repère de Fresnel¹.

1. On associe au champ électrique un point dont le vecteur position a une norme égale à son amplitude et un angle avec l'axe des abscisses égale à la phase à l'origine du champ.

Du fait des relations de commutation (1.3.4), les variances $\Delta X_1^2 = \langle X_1^2 \rangle - \langle X_1 \rangle^2$ et ΔX_2^2 des opérateurs vérifient l'inégalité de Heisenberg :

$$\Delta X_1 \Delta X_2 \geq 1. \quad (1.3.8)$$

C'est-à-dire que pour tout état quantique, il existe toujours une incertitude sur \hat{X}_1 et \hat{X}_2 que l'on représente dans l'espace de Fresnel en associant à l'état non pas un point, comme dans le cas classique, mais une "tache" dont la surface est fondamentalement plus grande que l'unité. Nous allons voir que cette tache est un disque pour les états du champ quasi-classiques.

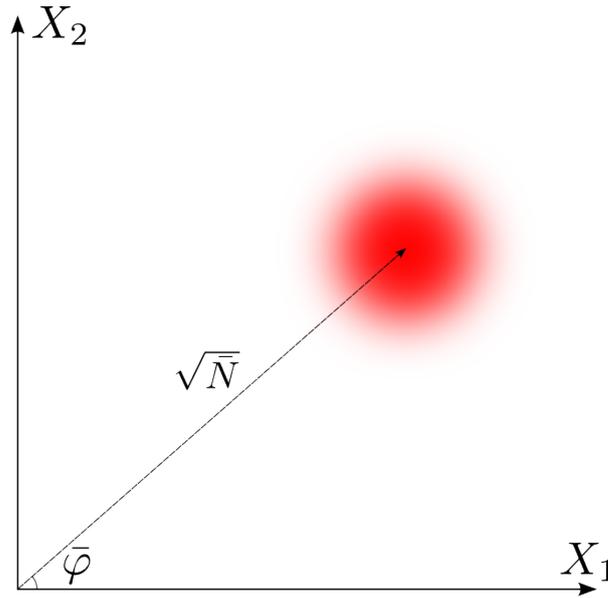


FIGURE 1.3 – Représentation d'un état cohérent dans le repère de Fresnel

États cohérents

En 1963, Glauber [13] a défini une classe d'états quantiques aux propriétés proches de celles attendues pour un état classique, c'est-à-dire que leur valeur moyenne correspond à celle de la théorie classique. Ils sont définis comme valeur propre de l'opérateur annihilation et notés $|\alpha\rangle$, avec α complexe :

$$\hat{a}_{\omega_L} |\alpha\rangle = \alpha |\alpha\rangle. \quad (1.3.9)$$

On peut définir des quadratures généralisées par :

$$\hat{X}_\theta = \hat{a}_{\omega_L} e^{-i\theta} + \hat{a}_{\omega_L}^\dagger e^{i\theta}, \quad (1.3.10)$$

$$\hat{X}_{\theta+\pi/2} = i(\hat{a}_{\omega_L}^\dagger e^{i\theta} - \hat{a}_{\omega_L} e^{-i\theta}). \quad (1.3.11)$$

Elles correspondent à une rotation des quadratures arbitraires \hat{X}_1 et \hat{X}_2 définies précédemment. On montre alors en utilisant (1.3.9) que pour tout état $|\alpha\rangle$ et tout angle

θ , $\Delta X_\theta^2 = 1$: le bruit de toutes les quadratures des états cohérents est identique. Les états cohérents sont donc représentés par un cercle dans le repère de Fresnel (voir la figure 1.3).

Nous évaluons maintenant les fluctuations du nombre de photons et de phase d'un état cohérent $|\alpha\rangle$. On note :

$$\alpha = \sqrt{\bar{N}}e^{i\bar{\phi}}. \quad (1.3.12)$$

De cette manière, \bar{N} et $\bar{\phi}$ représentent respectivement le nombre de photons moyen et la phase moyenne de l'état. On a en vertu de (1.3.9) :

$$\langle \hat{X}_{\bar{\phi}} \rangle = 2\sqrt{\bar{N}}, \quad (1.3.13)$$

$$\langle \hat{X}_{\bar{\phi}+\pi/2} \rangle = 0. \quad (1.3.14)$$

$\hat{X}_{\bar{\phi}}$ et $\hat{X}_{\bar{\phi}+\pi/2}$ définissent les quadratures dites d'amplitude et de phase. Il est également possible de montrer que ces quadratures portent aussi les variations du nombre de photons et de phase en plus d'avoir les bonnes valeurs moyennes. À cette fin, linéarisons les fluctuations en réécrivant les opérateurs \hat{a}_{ω_L} et $\hat{a}_{\omega_L}^\dagger$ autour des valeurs moyennes :

$$\hat{a}_{\omega_L} = \sqrt{\bar{N}}e^{i\theta} + \delta\hat{a}_{\omega_L}, \quad (1.3.15)$$

$$\hat{a}_{\omega_L}^\dagger = \sqrt{\bar{N}}e^{-i\theta} + \delta\hat{a}_{\omega_L}^\dagger. \quad (1.3.16)$$

L'opérateur nombre de photons \hat{N} s'exprime alors comme :

$$\hat{N} = \bar{N} + \delta\hat{N}. \quad (1.3.17)$$

En ne gardant que les termes de premier ordre, on trouve que :

$$\delta\hat{N} = \sqrt{\bar{N}}\delta\hat{X}_{\bar{\phi}}. \quad (1.3.18)$$

Nous pouvons aussi utiliser l'expression (1.3.12) dans laquelle nous introduisons des fluctuations de phase $\delta\phi$ et de nombre de photons δN :

$$\alpha = \bar{\alpha} + \delta\alpha, \quad (1.3.19)$$

$$\alpha = \sqrt{\bar{N} + \delta N}e^{i\bar{\phi} + \delta\phi}. \quad (1.3.20)$$

En linéarisant cette expression, il vient :

$$\delta\alpha = \frac{\bar{\alpha}}{2}\delta N + i\bar{\alpha}\delta\phi. \quad (1.3.21)$$

En effectuant une rotation des quadratures et en identifiant les termes obtenus aux quadratures de phase et d'amplitude, nous trouvons :

$$\delta N = \sqrt{\bar{N}}\delta\hat{X}_{\bar{\phi}}, \quad (1.3.22)$$

$$\delta\phi = \frac{1}{2\sqrt{\bar{N}}}\delta\hat{X}_{\bar{\phi}+\pi/2}. \quad (1.3.23)$$

Les fluctuations du nombre de photons sont portées par $\hat{X}_{\bar{\phi}}$, comme dans le traitement quantique, et celles de phase par $\hat{X}_{\bar{\phi}+\pi/2}$, conformément à leurs noms. On obtient alors les variances associées aux fluctuations et leur produit :

$$\Delta\hat{N}^2 = \bar{N}, \quad (1.3.24)$$

$$\Delta\phi^2 = \frac{1}{4\bar{N}}, \quad (1.3.25)$$

$$\Delta\hat{N}\Delta\phi \geq \frac{1}{2}. \quad (1.3.26)$$

On trouve que la variance du nombre de photons est égale à sa moyenne, cela traduit la distribution poissonnienne du nombre de photons dans un état cohérent. Les fluctuations relatives d'intensité sont de plus en plus faibles à mesure que l'état est intense et donc classique. La diminution du bruit de phase peut être comprise en remarquant qu'en considérant des états d'intensités croissantes, leurs représentations dans l'espace de Fresnel sont de plus en plus éloignées de l'origine tandis que leurs tailles ne changent pas. La variation angulaire induite est donc d'autant plus faible.

Les deux quantités vérifient une relation du type Heisenberg, mais notons que nous n'avons pas cherché à définir d'opérateur phase pour le champ ; ainsi, cette relation en a l'apparence mais n'est pas à strictement parler une relation de Heisenberg. Toutefois, comme elle dérive uniquement de (1.3.4), on peut lui attribuer la même valeur. On dira que les états cohérents saturent cette inégalité, au sens où $\Delta\hat{N}\Delta\phi = \frac{1}{2}$.

Les états cohérents représentent bien le champ dans une cavité où l'on considère des mesures plus rapides que le temps de vie des photons dans la cavité, de sorte qu'elle peut être considérée comme un système isolé.

Faisceau laser

On passe maintenant à une description en espace libre d'un faisceau se propageant dans le vide. On ne parlera plus de nombre de photons, mais de flux de photons. Suivant la référence [12], on définit le champ électrique par :

$$\hat{E}(t) = \int_0^\infty \frac{d\omega}{2\pi} \sqrt{\frac{\hbar\omega}{2\varepsilon_0 c S}} (\hat{a}_\omega e^{-i\omega t} + \hat{a}_\omega^\dagger e^{i\omega t}). \quad (1.3.27)$$

On a donc décomposé le champ temporel sur une base d'ondes planes à la pulsation ω et introduit S , la section typique du faisceau. Il est également possible de prendre en compte la polarisation du champ en multipliant cette équation par un vecteur de Jones [14]. Le continuum d'opérateurs annihilation et création satisfait des relations de commutation légèrement différentes de (1.3.4) :

$$[\hat{a}_\omega, \hat{a}_{\omega'}^\dagger] = 2\pi\delta(\omega - \omega'), \quad (1.3.28)$$

$$[\hat{a}_\omega, \hat{a}_{\omega'}] = [\hat{a}_\omega^\dagger, \hat{a}_{\omega'}^\dagger] = 0. \quad (1.3.29)$$

Les opérateurs ne représentent plus un nombre de photons, mais un nombre de photons par unité de bande passante en fréquence, d'où le facteur 2π . Comme ce flux est piqué

autour de la fréquence laser ω_L , on simplifie (1.3.27) en :

$$\hat{E}(t) = \mathcal{E}_0 \left(\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\Omega}{2\pi} \hat{a}_{\omega_L - \Omega} e^{-i\Omega t} \right) e^{-i\omega_L t} + \mathcal{E}_0 \left(\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\Omega}{2\pi} \hat{a}_{\omega_L + \Omega}^\dagger e^{i\Omega t} \right) e^{i\omega_L t}, \quad (1.3.30)$$

avec

$$\mathcal{E}_0 = \sqrt{\frac{\hbar\omega_L}{2\varepsilon_0 c S}}. \quad (1.3.31)$$

On voit apparaître un jeu d'opérateurs conjugués l'un de l'autre entre les deux parenthèses : $\hat{a}(t)$ et $\hat{a}^\dagger(t)$, associés à l'enveloppe lentement variable du champ :

$$\hat{E}(t) = \mathcal{E}_0 \hat{a}(t) e^{-i\omega_L t} + \mathcal{E}_0 \hat{a}^\dagger(t) e^{i\omega_L t}, \quad (1.3.32)$$

avec

$$\hat{a}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\Omega}{2\pi} \hat{a}_{\omega_L - \Omega} e^{-i\Omega t} \quad (1.3.33)$$

et

$$\hat{a}^\dagger(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\Omega}{2\pi} \hat{a}_{\omega_L + \Omega}^\dagger e^{i\Omega t}. \quad (1.3.34)$$

$\hat{a}(t)$ et $\hat{a}^\dagger(t)$ ont pour transformée de Fourier² respective :

$$\tilde{a}(\Omega) = \hat{a}_{\omega_L + \Omega}, \quad (1.3.35)$$

$$\tilde{a}^\dagger(\Omega) = \hat{a}_{\omega_L - \Omega}^\dagger. \quad (1.3.36)$$

Ils correspondent aux bandes latérales de la porteuse [15]. Ces bandes latérales, même dans l'état vide, présentent des fluctuations qui sont hétérodynées avec la porteuse et sont responsables du bruit de grenaille, aussi appelé *shot noise*, présent lors d'une mesure d'intensité par exemple. Les bruits du faisceau à une fréquence donnée sont donc dus aux deux modes associés aux bandes latérales et le bruit sera caractérisé par la présence, ou non, de corrélations entre elles.

Ces deux modes fréquentiels sont couplés, puisque l'on montre sans difficulté que :

$$[\tilde{a}(\Omega), \tilde{a}^\dagger(\Omega')] = 2\pi\delta(\Omega + \Omega'), \quad (1.3.37)$$

$$[\tilde{a}^\dagger(\Omega), \tilde{a}^\dagger(\Omega')] = [\tilde{a}(\Omega), \tilde{a}(\Omega')] = 0. \quad (1.3.38)$$

Ceci nous permet de trouver les commutateurs associés au champ temporel :

$$[\hat{a}(t), \hat{a}^\dagger(t')] = \delta(t - t'), \quad (1.3.39)$$

$$[\hat{a}^\dagger(t), \hat{a}^\dagger(t')] = [\hat{a}(t), \hat{a}(t')] = 0. \quad (1.3.40)$$

Dans la suite, on voudra linéariser les expressions : on considère le champs moyen α , un complexe, accompagné des fluctuations décrites par un opérateur $\delta\hat{a}(t)$. À partir

2. On utilise la convention $f(\Omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} dt f(t) e^{i\Omega t}$ et $f(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\Omega}{2\pi} f(\Omega) e^{-i\Omega t}$.

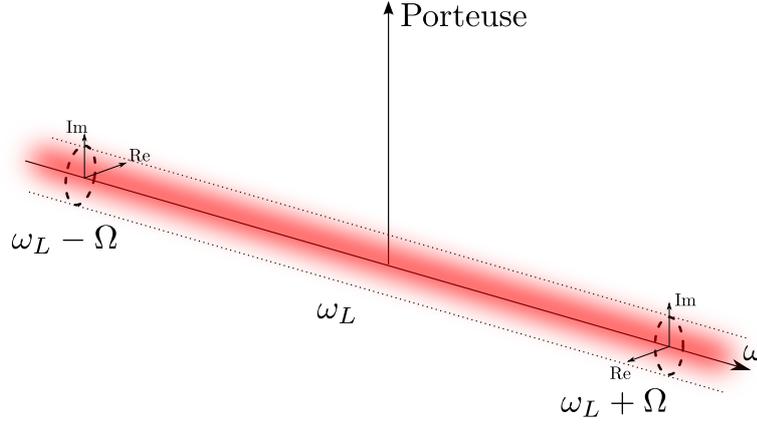


FIGURE 1.4 – Représentation d'un faisceau laser de pulsation ω_L . La porteuse peut être considérée comme classique tandis que les bandes latérales sont dans l'état vide. Leurs fluctuations quantiques sont représentées par le nuage rouge. Les pointillés représentent l'incertitude sur la localisation des deux bandes latérales dans le plan complexe à Ω .

de là, tout se passe comme si l'état quantique du système était le vide puisque seul le mode à la fréquence de la porteuse est peuplé de photons. Par ailleurs, on définit :

$$\delta\hat{p}(t) = \delta\hat{a}(t) + \delta\hat{a}^\dagger(t), \quad (1.3.41)$$

$$\delta\hat{q}(t) = i \left(\delta\hat{a}^\dagger(t) - \delta\hat{a}(t) \right), \quad (1.3.42)$$

les quadratures d'amplitude et de phase respectivement. L'opérateur décrivant l'enveloppe du faisceau s'écrit alors :

$$\hat{a}(t) = a + \frac{\delta\hat{p}(t)}{2} + i \frac{\delta\hat{q}(t)}{2}. \quad (1.3.43)$$

Cette expression contient *a priori* uniquement des bruits quantiques, mais nous pouvons y adjoindre des bruits et signaux classiques.

Modulations classiques

Les phénomènes classiques sont pris en compte en ajoutant des nombres complexes aux opérateurs quantiques introduits. Ces nombres complexes peuvent tout aussi bien être une certaine fonction périodique du temps, on définit alors une modulation cohérente du faisceau, qu'une grandeur stochastique, on modélise ainsi un bruit incohérent. Nous présentons ici le traitement de modulations sinusoïdales, un exemple de traitement de bruit classique est donné au chapitre 4.

Une modulation classique d'amplitude du faisceau à la pulsation Ω_{mod} et de profondeur de modulation ε s'écrit :

$$a(t) = \alpha (1 + \varepsilon \cos(\Omega_{\text{mod}}t)), \quad (1.3.44)$$

$$= \alpha + \frac{\alpha\varepsilon}{2} \left(e^{i\Omega_{\text{mod}}t} + e^{-i\Omega_{\text{mod}}t} \right). \quad (1.3.45)$$

Apparaissent donc deux bandes latérales décalées de Ω_{mod} ; de l'énergie a été transférée de la porteuse vers les bandes latérales. Ces bandes latérales sont parfaitement corrélées et en phase avec la porteuse. Concernant les opérateurs fréquentiels, nous avons alors :

$$\tilde{a}(\Omega_{\text{mod}}) = \frac{\alpha\varepsilon}{2} + \tilde{a}_{\text{q}}(\Omega_{\text{mod}}), \quad (1.3.46)$$

$$\tilde{a}(-\Omega_{\text{mod}}) = \frac{\alpha\varepsilon}{2} + \tilde{a}_{\text{q}}(-\Omega_{\text{mod}}). \quad (1.3.47)$$

Les opérateurs indicés q représentent le bruit quantique toujours présent. Des relations identiques existent pour $\tilde{a}^\dagger(\Omega_{\text{mod}})$ et $\tilde{a}^\dagger(-\Omega_{\text{mod}})$.

On pourra représenter la modulation dans l'espace de Fresnel en ajoutant deux vecteurs tournant en sens inverse au vecteur associé à la porteuse (voir la figure 1.5). Comme les bandes latérales sont en phase, leur somme est toujours sur l'axe prolongeant la porteuse : on ne modifie bien que la quadrature d'amplitude ; nous avons clairement dans la représentation temporelle :

$$\delta\hat{p}(t) = \alpha\varepsilon \cos(\Omega_{\text{mod}}t) + \delta_{\text{q}}\hat{p}(t), \quad (1.3.48)$$

$$\delta\hat{q}(t) = \delta_{\text{q}}\hat{q}(t). \quad (1.3.49)$$

Le cas d'une modulation de phase à la pulsation Ω_{mod} et de profondeur de modulation ε se traite sans guère plus de difficultés³ :

$$a(t) = \alpha \exp[i\varepsilon \cos(\Omega_{\text{mod}}t)], \quad (1.3.50)$$

$$\approx \alpha + \frac{i\alpha\varepsilon}{2} \left(e^{i\Omega_{\text{mod}}t} + e^{-i\Omega_{\text{mod}}t} \right). \quad (1.3.51)$$

À la différence du cas d'une modulation d'amplitude, les bandes latérales sont en quadrature avec la porteuse : la somme de leurs vecteurs associés dans l'espace de Fresnel ne modifie que la phase de la lumière (voir la figure 1.5).

Nous pouvons écrire les opérateurs associés à la modulation de phase en représentation temps et fréquence :

$$\tilde{a}(\Omega_{\text{mod}}) = \frac{i\alpha\varepsilon}{2} + \tilde{a}_{\text{q}}(\Omega_{\text{mod}}), \quad (1.3.52)$$

$$\tilde{a}(-\Omega_{\text{mod}}) = \frac{i\alpha\varepsilon}{2} + \tilde{a}_{\text{q}}(-\Omega_{\text{mod}}), \quad (1.3.53)$$

et

$$\delta\hat{p}(t) = \hat{\delta}_{\text{q}}p(t), \quad (1.3.54)$$

$$\delta\hat{q}(t) = \frac{\alpha\varepsilon}{2} \cos(\Omega_{\text{mod}}t) + \hat{\delta}_{\text{q}}q(t). \quad (1.3.55)$$

Dans le cas de bruits, et non plus de modulations cohérentes, d'autres outils doivent être introduits.

3. Nous nous restreignons ici à une faible profondeur de modulation de sorte que deux bandes latérales uniques naissent. Un traitement analytique exact est possible, une infinité de bande latérales apparaissent alors (voir la section 2.5.1).

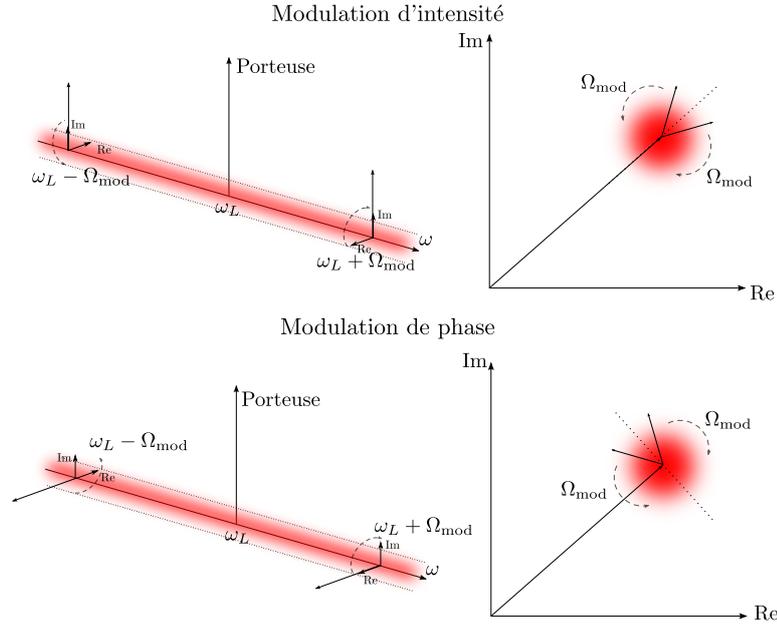


FIGURE 1.5 – Représentation des modulations classiques d'intensité et de phase d'un faisceau laser de pulsation ω_L , superposées au bruit quantique en rouge. La porteuse peut être considérée comme classique, tout comme les bandes latérales dues aux modulations. Nous avons représenté à droite la vision de la modulation dans l'espace de Fresnel et à gauche la vision du phénomène en terme de bandes latérales.

Calcul des corrélateurs

On appelle corrélateurs du champ les termes de la forme $\langle ab \rangle$ où a, b désignent deux opérateurs, aussi bien temporels que fréquentiels⁴. $\langle \rangle$ désigne la moyenne sur l'état quantique, le vide donc, ou statistique dans le cas classique.

Concernant les opérateurs fréquentiels, on montre facilement en utilisant (1.3.29) que le seul corrélateur non nul est :

$$\langle \delta \tilde{a}_\Omega \delta \tilde{a}_{\Omega'}^\dagger \rangle = 2\pi \delta(\Omega + \Omega'). \quad (1.3.56)$$

De là, le seul corrélateur non nul du champ temporel est :

$$\langle \delta \hat{a}(t) \delta \hat{a}^\dagger(t') \rangle = \delta(t - t'). \quad (1.3.57)$$

Ces quantités permettent le calcul du spectre de bruit des grandeurs qui nous intéressent.

4. temporel pour les deux opérateurs, ou fréquentiel pour les deux opérateurs

Calcul des spectres et des spectres croisés de bruit

Le spectre d'une grandeur x quantique ou classique, donc réelle, stationnaire est définie par le théorème de Wiener-Khintchine :

$$S_x[\Omega] = \int_{-\infty}^{+\infty} \langle x(t)x(t+\tau) \rangle e^{i\Omega\tau} d\tau. \quad (1.3.58)$$

En outre, on peut réécrire⁵ cette équation avec des corrélateurs fréquentiels :

$$2\pi\delta(\Omega + \Omega')S_x(\Omega) = \langle x[\Omega]x[\Omega'] \rangle \quad (1.3.59)$$

Similairement, on définit le spectre croisé C_{xy} de deux grandeurs x et y selon :

$$C_{xy}[\Omega] = \int_{-\infty}^{+\infty} \langle x(t)y(t+\tau) \rangle e^{i\Omega\tau} d\tau, \quad (1.3.60)$$

$$2\pi\delta(\Omega + \Omega')S_{xy}[\Omega] = \langle x[\Omega]y[\Omega'] \rangle, \quad (1.3.61)$$

qui vérifie

$$C_{yx}[\Omega] = C_{xy}[\Omega]^*. \quad (1.3.62)$$

On peut d'ailleurs définir dans le cas général un coefficient de corrélation fréquentiel $c_{xy}(\Omega)$ par :

$$c_{xy}[\Omega] = \frac{C_{xy}[\Omega]}{\sqrt{S_{xx}[\Omega]S_{yy}[\Omega]}}. \quad (1.3.63)$$

Ce coefficient, parfois appelé cohérence des signaux, quantifie la similitude des fluctuations de deux grandeurs.

Dans le cas quantique, l'ordre des opérateurs est important, ainsi des ordres différents donnent des spectres différents. En outre, la fonction de corrélation que nous mesurons expérimentalement se doit d'être une observable du système ; elle doit correspondre à un opérateur hermitique. Ceci traduit le fait que nous devons considérer la fonction de corrélation symétrisée.

En effet, si nous considérons deux observables A et B , un choix de fonction de corrélation possible serait $\langle \hat{A}(t)\hat{B}(0) \rangle$. L'opérateur $\hat{A}(t)\hat{B}(0)$ n'est pas hermitique puisqu'il a pour conjugué $\hat{B}(0)\hat{A}(t)$ et que $\hat{A}(t)$ et $\hat{B}(0)$ n'ont pas de raison de commuter. Le caractère non hermitique de $\hat{A}(t)\hat{B}(0)$ donne une fonction de corrélation complexe, donc non mesurable, ayant une symétrie hermitienne pour un état stationnaire :

$$\langle \hat{A}(t)\hat{B}(0) \rangle = \langle \hat{A}(-t)\hat{B}(0) \rangle^*. \quad (1.3.64)$$

Ceci conduit à des spectres certes réels mais asymétriques en fréquence. Cette asymétrie correspond à une différentiation des processus d'absorption et d'émission entre le système et le détecteur qui n'existe pas pour des processus classiques [16]. Pour surmonter cette difficulté, nous symétrisons l'opérateur $\hat{A}(t)\hat{B}(0)$ et considérons la fonction de

5. Le facteur 2π dans cette relation dépend de la convention utilisée pour la transformée de Fourier.

corrélation $\langle \hat{A}(t)\hat{B}(0) + \hat{B}(0)\hat{A}(t) \rangle / 2$, qui est bien réelle et par suite observable. Les spectres quantiques sont donc définis par :

$$S[\Omega] = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\langle \hat{a}(t)\hat{b}(0) + \hat{b}(0)\hat{a}(t) \rangle}{2} e^{i\Omega t} dt. \quad (1.3.65)$$

Nous allons voir que la prise en compte de l'impératif de travailler avec des quantités symétrisées permet une simplification substantielle des calculs.

1.3.2 Formalisme quasi-classique d'entrée-sortie

On se propose de remplacer les opérateurs $\delta\hat{a}(t)$ et $\delta\hat{a}^\dagger(t)$ par des nombres complexes. Plusieurs, une infinité en fait, pseudo-densités de probabilité existent et permettent de "simuler" un état quantique. Parmi celles-ci, il en est une qui est particulièrement avantageuse pour :

- les états gaussiens, et en particulier cohérents, incidents,
- les interactions paramétriques, ou Hamiltoniens d'ordre 2.

C'est la distribution de Wigner [17]. Elle est particulièrement simple pour un état cohérent : c'est une gaussienne à deux dimension avec la même variance dans les deux directions, de plus, elle reste gaussienne si le système évolue selon un Hamiltonien quadratique et son évolution dans l'espace des phases suit l'évolution classique du système [18].

Elle permet le calcul des quantités symétrisées d'un système quantique :

$$\langle F(a, a^\dagger) \rangle_s = \int d^2\alpha W(\alpha, \alpha^*) F_W(\alpha, \alpha^*) \quad (1.3.66)$$

F désigne une certaine fonction, $\langle \rangle_s$ signifie qu'on effectue la moyenne sur l'état quantique de l'opérateur $F(a, a^\dagger)$ symétrisé et F_W désigne l'image de F dans la représentation de Wigner. On a par exemple :

$$\frac{1}{2} \langle \hat{a}\hat{a}^\dagger + \hat{a}^\dagger\hat{a} \rangle = \int d^2\alpha W(\alpha, \alpha^*) |\alpha|^2. \quad (1.3.67)$$

En remplaçant nos opérateurs par les grandeurs stochastiques $\delta\alpha$ et $\delta\alpha^*$, nous allons pouvoir calculer simplement l'évolution des bruits d'un système optomécanique et calculer les spectres symétrisés associés qui sont les grandeurs mesurables expérimentalement.

Pour que la procédure fonctionne, il faut que $\delta\alpha$ et $\delta\alpha^*$ obéissent à une certaine statistique, à savoir, leurs fonctions de corrélation doivent correspondre à la fonction de corrélation symétrisée des opérateurs quantiques associés. Nous avons dans notre cas :

$$\langle \delta\alpha(t)\delta\alpha(t') \rangle = \langle \delta\alpha^*(t)\delta\alpha^*(t') \rangle = 0, \quad (1.3.68)$$

$$\langle \delta\alpha(t)\delta\alpha^*(t') \rangle = \frac{1}{2}\delta(t-t'). \quad (1.3.69)$$

Ces relations nous autorisent à étendre la procédure aux quadratures de phase et d'amplitude :

$$\langle \delta p(t) \delta p(t') \rangle = \langle \delta q(t) \delta q(t') \rangle = \delta(t - t'), \quad (1.3.70)$$

$$\langle \delta p(t) \delta q(t') \rangle = 0, \quad (1.3.71)$$

Toutes les expressions temporelles ont leur pendant fréquentiel :

$$\langle \delta \alpha(\Omega) \delta \alpha(\Omega') \rangle = \langle \delta \alpha^*(\Omega) \delta \alpha^*(\Omega') \rangle = \pi \delta(\Omega + \Omega'), \quad (1.3.72)$$

$$\langle \delta \alpha(\Omega) \delta \alpha^*(\Omega') \rangle = 0, \quad (1.3.73)$$

$$\langle \delta p(\Omega) \delta p(\Omega') \rangle = \langle \delta q(\Omega) \delta q(\Omega') \rangle = 2\pi \delta(\Omega + \Omega'), \quad (1.3.74)$$

$$\langle \delta p(\Omega) \delta q(\Omega') \rangle = 0. \quad (1.3.75)$$

On est alors en mesure de calculer les caractéristiques spectrales des états cohérents par (1.3.58) ou (1.3.59) :

$$S_{pp}[\Omega] = S_{qq}[\Omega] = 1, \quad (1.3.76)$$

$$C_{pq}[\Omega] = 0. \quad (1.3.77)$$

Les fluctuations de phase et d'amplitude sont donc des bruits blancs décorrélés pour un état cohérent. Il est possible d'introduire des corrélations entre la phase et l'intensité : nous obtenons des états dits "comprimés". De tels états présentent certaines de leurs quadratures avec un bruit inférieur à celui du vide. Nous verrons que le couplage optomécanique notamment permet la création de ces états.

Traitement des pertes dans un système quantique

Supposons que l'on envoie un faisceau laser $\hat{a}_{\text{in}}(t) = a_{\text{in}} + \delta \hat{a}_{\text{in}}(t)$ sur une densité optique de transmission \sqrt{T} en amplitude. Classiquement, on aurait une réduction de la porteuse par \sqrt{T} ainsi que des bandes latérales.

Si cela était vrai quantiquement, on aurait $\hat{a}_{\text{out}}(t) = \sqrt{T} a_{\text{in}} + \sqrt{T} \delta \hat{a}_{\text{in}}(t)$, mais alors on obtiendrait $[\hat{a}_{\text{out}}(t), \hat{a}_{\text{out}}^\dagger(t)] \neq 1$ et donc $\hat{a}_{\text{out}}(t)$ ne serait plus un bon mode optique. La procédure n'est donc pas satisfaisante.

En fait, à chaque canal de perte est associée l'adjonction d'un bruit quantique \hat{a}_v . On dit couramment que "le vide rentre dans le système"⁶ pour rétablir les relations de commutation habituelles. Quantiquement, le champ devient finalement :

$$\hat{a}_{\text{out}}(t) = \sqrt{T} a_{\text{in}} + \sqrt{T} \delta \hat{a}_{\text{in}}(t) + \sqrt{1 - T} \hat{a}_v(t), \quad (1.3.78)$$

de sorte que le commutateur est conservé.

La porteuse du signal est atténuée tout comme les bandes latérales, sauf que celles-ci sont complétées par un nouveau bruit quantique, incohérent, ceci afin de conserver la taille minimale d'un état dans l'espace des phases. Toute perte doit être prise en compte par l'addition d'un nouveau bruit quantique.

6. Ceci est vrai à condition que le bain d'oscillateurs harmoniques auxquels le système se couple soit dans son état fondamental. Cela est vrai pour un champ optique mais faux pour un champ micro-onde ou un résonateur mécanique à température ambiante.

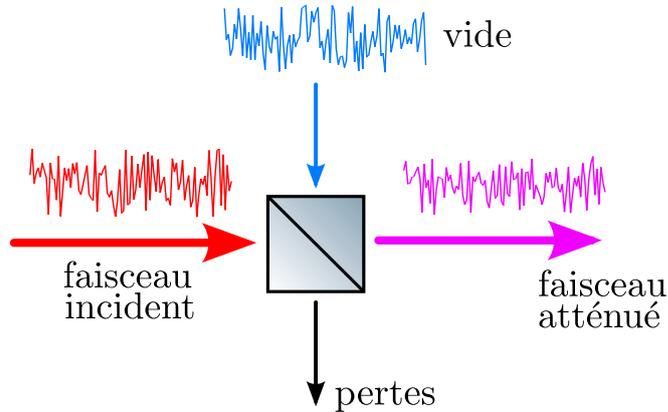


FIGURE 1.6 – Un faisceau est atténué par une densité représentée par un cube séparateur non-polarisant. Les pertes mélangent les fluctuations du faisceau incident à celles du vide.

1.3.3 Application à une cavité optomécanique

On utilise le formalisme d'entrée-sortie quasi-classique pour décrire l'interaction d'une cavité optique de grande finesse avec le champ incident de vecteur d'onde $k = \omega_L/c$. Le coupleur présente une transmission \sqrt{T} en amplitude. Des pertes optiques P sont présentes. Elles proviennent notamment de la transmission non nulle du miroir de fond, mais aussi de la rugosité des miroirs ainsi que de leur taille finie, lesquelles sont responsables de pertes par diffraction.

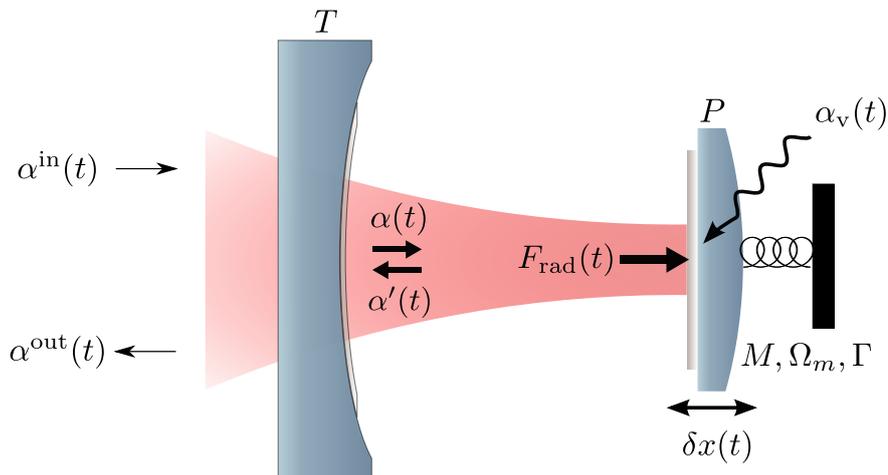


FIGURE 1.7 – Un faisceau est envoyé dans la cavité. Le bruit d'intensité intracavité agit sur le résonateur, modélisé par un oscillateur de masse M , de fréquence Ω_M et d'amortissement Γ_M . La cavité est constituée d'un coupleur de transmission T et on considère que les pertes du champ optique se font uniquement sur le résonateur.

Équations classiques

Le champ dans la cavité $\alpha(t)$ est le produit de l'interférence du champ incident $\alpha_{\text{in}}(t)$ transmis par le coupleur et du champ précédemment dans la cavité $\alpha'(t)$, réfléchi par ce même coupleur. Quant au champ réfléchi, il est l'interférence du champ incident directement réfléchi par le coupleur et du champ dans la cavité toujours transmis par le coupleur (voir la figure 1.7) :

$$\alpha(t) = \sqrt{T}\alpha_{\text{in}} + \sqrt{1-T}\alpha'(t), \quad (1.3.79)$$

$$\alpha_{\text{out}}(t) = \sqrt{T}\alpha'(t) - \sqrt{1-T}\alpha_{\text{in}}(t). \quad (1.3.80)$$

Bien sûr, le champ dans la cavité subit un déphasage $\Psi(t)$ dû au temps de propagation τ dans la cavité, lié à la longueur $L(t)$ de la cavité à l'instant t . On suppose que L fluctue autour d'une position moyenne L_0 telle que la lumière y soit résonnante — le déphasage est alors un multiple de 2π — et que les fluctuations soient assez faibles pour ne pas modifier τ de façon significative :

$$L(t) = L_0 + \delta x(t), \quad (1.3.81)$$

$$\tau = \frac{2L(t)}{c} \approx \frac{2L_0}{c}, \quad (1.3.82)$$

$$\Psi(t) = 2kL(t)[2\pi] \approx 2k\delta x(t). \quad (1.3.83)$$

Le champ $\alpha'(t)$ dans la limite d'une grande finesse ($T, P \ll 1$) vérifie :

$$\alpha'(t) = \left(1 - \frac{P}{2}\right) \alpha(t - \tau) e^{i\Psi(t)} + \sqrt{P}\alpha_v. \quad (1.3.84)$$

Le champ α_v représente le vide entrant dans le système à cause des pertes. En se plaçant de plus dans la limite d'une cavité quasi-résonnante, $\Psi(t) \ll 1$, on aboutit en négligeant les termes du deuxième ordre à :

$$\alpha'(t) = \left(1 - \frac{P}{2} + i\Psi(t)\right) \alpha(t) - \tau \frac{d\alpha(t)}{dt} + \sqrt{P}\alpha_v. \quad (1.3.85)$$

En combinant les équations (1.3.80), (1.3.79) et (1.3.85), toujours en ne gardant que les termes du premier ordre et en introduisant le taux de relaxation total du système $\gamma = (T + P)/2$, on trouve le système d'équations :

$$\tau \frac{d\alpha}{dt} = \sqrt{T}\alpha_{\text{in}}(t) + \sqrt{P}\alpha_v(t) - (\gamma - i\Psi(t)) \alpha(t), \quad (1.3.86)$$

$$\alpha_{\text{out}}(t) = \sqrt{T}\alpha(t) - \alpha_{\text{in}}(t). \quad (1.3.87)$$

Nous allons maintenant résoudre ces équations dans le cadre du formalisme quasi-classique.

Caractérisation des cavités

Nous commençons par linéariser les équations (1.3.86) et (1.3.87) autour des valeurs moyennes de la solution en posant :

$$\alpha(t) = \bar{\alpha} + \delta\alpha(t), \quad (1.3.88)$$

$$\Psi(t) = \bar{\Psi} + \delta\Psi(t), \quad (1.3.89)$$

$$\bar{\alpha}_v = 0. \quad (1.3.90)$$

$|\bar{\alpha}|^2$ donne l'intensité moyenne en photons par secondes dans la cavité. $\bar{\Psi}$ est le désaccord moyen avec la cavité et pourra contenir plusieurs contributions : recul moyen dû à la pression de radiation, *offset* dans le signal d'asservissement à la cavité... Un rapide calcul donne :

$$\bar{\alpha} = \frac{\sqrt{T}}{\gamma - i\bar{\Psi}} \bar{\alpha}_{\text{in}}, \quad (1.3.91)$$

$$\bar{\alpha}_{\text{out}} = \frac{\gamma - P + i\bar{\Psi}}{\gamma - i\bar{\Psi}} \bar{\alpha}_{\text{in}}. \quad (1.3.92)$$

La réflexion en intensité de la cavité a donc un profil lorentzien en fonction du désaccord. Cette lorentzienne a une largeur totale à mi-hauteur donnée par 2γ . La réflexion est minimale à résonance car la lumière est réfléchi un plus grand nombre de fois par les miroirs de la cavité, et donc subit plus de pertes. Une cavité sans pertes induit juste un déphasage de la lumière. À résonance, les champs sont donnés par :

$$\bar{\alpha} = \frac{\sqrt{T}}{\gamma} \bar{\alpha}_{\text{in}}, \quad (1.3.93)$$

$$\bar{\alpha}_{\text{out}} = \frac{\gamma - P}{\gamma} \bar{\alpha}_{\text{in}}. \quad (1.3.94)$$

Tous les champs sont en phase à résonance optique et nous pouvons considérer les champs moyens comme réels. En définissant la finesse de la cavité comme le rapport de la largeur totale à mi-hauteur et de l'intervalle spectral libre — c'est-à-dire la distance entre deux résonances, donc 2π en déphasage —, on a un lien entre finesse, intensité incidente moyenne \bar{I} et intensité intracavité moyenne \bar{I}_{in} :

$$\mathcal{F} = \frac{2\pi}{T + P}, \quad (1.3.95)$$

$$\bar{I} = \frac{\mathcal{F}^2(2\gamma - P)}{\pi^2} \bar{I}_{\text{in}}. \quad (1.3.96)$$

La puissance intracavité est amplifiée par la finesse au carré. On voit aussi qu'elle est réduite à mesure que les pertes deviennent prépondérantes sur la transmission. On définit un coefficient pour comparer l'importance relative de l'une sur l'autre : \mathcal{R}_0 , défini comme le rapport de l'intensité réfléchi sur l'intensité incidente :

$$\mathcal{R}_0 = \frac{\bar{I}_{\text{out}}^{\bar{\Psi}=0}}{\bar{I}_{\text{in}}} = \left(\frac{T - P}{T + P} \right)^2. \quad (1.3.97)$$

Si la transmission est égale aux pertes, on parle de couplage critique, alors le champ réfléchi est nul en moyenne.

On n'a pas pris en compte le profil spatial du faisceau jusqu'ici. Celui-ci doit être adapté à la géométrie de la cavité.

Adaptation spatiale du faisceau

Une cavité optique possède des modes propres du champ électromagnétique : tout champ dans un mode propre se propage dans la cavité sur un aller-retour sans modification spatiale. Dans le cas d'une cavité à miroirs sphériques ou plans (concave-concave

ou plan-concave, par exemple), ses modes correspondent à la base de Hermite-Gauss : l'extension transverse du faisceau est le produit d'une gaussienne et de deux polynômes de Hermite d'ordre m et n . On désigne l'ordre d'un mode par le couple (m,n) et en particulier le couple $(0,0)$ est appelé mode fondamental de la cavité : c'est une gaussienne. Ces modes propres forment une base, il est alors possible d'écrire tout champ incident comme une superposition des ces modes :

$$E_{\text{in}}(\mathbf{r}, t) = u(\mathbf{r})\alpha_{\text{in}}(t)e^{-i\omega L t} + c.c \quad (1.3.98)$$

$$= \sum_{m,n} u_{m,n}(\mathbf{r})\alpha_{n,m}(t)e^{-i\omega L t} + c.c \quad (1.3.99)$$

$$= u_{0,0}(\mathbf{r})\alpha_0(t)e^{-i\omega L t} + u'(\mathbf{r})\alpha'(t)e^{-i\omega L t} + c.c \quad (1.3.100)$$

Si l'adaptation n'est pas parfaite, une partie du faisceau n'est pas résonnante⁷ et est directement réfléchi par la cavité. On définit η , paramètre caractérisant l'adaptation spatiale du faisceau comme le rapport de l'intensité qui entre effectivement dans la cavité et l'intensité incidente totale :

$$\eta = \frac{|\alpha_0|^2}{|\alpha_{\text{in}}|^2}. \quad (1.3.101)$$

La partie du champ qui n'a pas interagi avec le miroir mobile ajoute du bruit sur la mesure de déplacement. Le paramètre \mathcal{R}_0 est modifié selon :

$$\mathcal{R}_0 = \eta \left[\left(\frac{T-P}{T+P} \right)^2 - 1 \right] + 1, \quad (1.3.102)$$

de sorte que si l'adaptation est parfaite on retrouve (1.3.97) et \mathcal{R}_0 tend vers 1 lorsque l'on dégrade l'adaptation spatiale puisque la lumière qui ne rentre pas dans la cavité ne subit pas de pertes.

Pour que l'adaptation soit bonne, il faut que le faisceau incident soit bien mis en forme c'est-à-dire qu'il ait un profil le plus proche possible d'un mode de la cavité. En particulier, son col optique w_0 doit avoir la bonne taille, donnée pour une cavité plan-concave par [20] :

$$w_0^2 = \frac{\lambda}{\pi} \sqrt{L(R-L)}. \quad (1.3.103)$$

λ est la longueur d'onde du laser, R est le rayon de courbure du coupleur et L la longueur de la cavité. Il faut aussi bien sûr que ce col optique soit positionné au bon endroit, par exemple ici au niveau du miroir plan. Dans cette configuration, le front d'onde du champ intracavité épouse parfaitement la courbure des miroirs.

1.3.4 Cas des fluctuations

On considère la cavité à résonance. On se place dans le domaine de Fourier : on prend les équations (1.3.86) et (1.3.87) que l'on linéarise à nouveau autour des champs

7. Il se peut que plusieurs modes soient résonnants en même temps, voir par exemple [19].

moyens et on effectue la transformée de Fourier des fluctuations. On trouve alors :

$$(\gamma - i\Omega\tau)\delta\alpha[\Omega] = \sqrt{T}\delta\alpha_{\text{in}}[\Omega] + \sqrt{L}\delta\alpha_v[\Omega] + i\bar{\alpha}\delta\Psi[\Omega], \quad (1.3.104)$$

$$\delta\alpha_{\text{out}}[\Omega] = \sqrt{T}\delta\alpha[\Omega] - \delta\alpha^{\text{in}}[\Omega]. \quad (1.3.105)$$

Comme les champs moyens sont en phase à résonance, on peut les supposer réels. En rappelant que $\delta\Psi(t) = 2k\delta x(t)$, on peut réexprimer les relations précédentes en utilisant les quadratures de phase et d'amplitude :

$$\delta p^{\text{out}}[\Omega] = \frac{\gamma - L + i\Omega\tau}{\gamma - i\Omega\tau}\delta p^{\text{in}}[\Omega] + \frac{\sqrt{TL}}{\gamma - i\Omega\tau}\delta p^v[\Omega], \quad (1.3.106)$$

$$\delta q^{\text{out}}[\Omega] = \frac{\gamma - L + i\Omega\tau}{\gamma - i\Omega\tau}\delta q^{\text{in}}[\Omega] + \frac{\sqrt{TL}}{\gamma - i\Omega\tau}\delta q^v[\Omega] + \frac{4\sqrt{T}}{\gamma - i\Omega\tau}\bar{\alpha}k\delta x[\Omega]. \quad (1.3.107)$$

Le dénominateur des équations précédentes nous indique la présence d'un effet de filtrage de la cavité et nous conduit naturellement à définir la bande passante de la cavité comme :

$$\Omega_c = \gamma/\tau. \quad (1.3.108)$$

Seule la quadrature de phase est sensible aux déplacements du miroir, filtrés par la cavité et amplifiés par la finesse. La cavité étant parfaitement à résonance, l'amplitude est maximale et donc la quadrature d'amplitude n'est sensible qu'au deuxième ordre au déplacement mécanique. Nous verrons que en dehors de la résonance optique, la quadrature d'amplitude est sensible au déplacement du miroir et que cela pose des contraintes expérimentales importantes.

En outre, la bande passante finie de la cavité impose des contraintes sur la taille de celle-ci. Les résonateurs que nous utilisons ont des fréquences de résonance de quelques mégahertz. Il faut donc pouvoir maintenir une finesse élevée tout en gardant une grande bande passante et donc travailler avec des cavités courtes. En effet, en combinant les équations (1.3.95) et (1.3.108), on trouve que finesse, longueur de cavité et bande passante sont liées par :

$$\Omega_c = \frac{\pi c}{2L\mathcal{F}}. \quad (1.3.109)$$

La cavité est un amplificateur, avec une contrainte de produit gain par bande-passante constant pour une longueur de cavité fixée.

1.4 Limite quantique standard

On souhaite mesurer un déplacement $\delta x_{\text{sig}}(t)$. Nous avons vu qu'en augmentant l'intensité incidente, on augmente le signal sur la quadrature de phase. Cependant, en augmentant l'intensité, on est confronté à la réponse du miroir à la pression de radiation. Ceci conduit à l'existence d'une limite quantique standard dans la précision d'une mesure de déplacements en cavité. Commençons par décrire le résonateur mécanique.

1.4.1 Le résonateur mécanique

Le résonateur est assimilé à un oscillateur mécanique faiblement amorti de fréquence de résonance intrinsèque $\Omega_M/2\pi$, de facteur de qualité $Q \gg 1$ et de masse M . Il a pour susceptibilité généralisée $\chi[\Omega]$ [21] :

$$\chi[\Omega] = \frac{1}{M(\Omega_M^2 - \Omega^2 - i\Gamma_M\Omega)}. \quad (1.4.1)$$

Γ_M est lié au facteur de qualité par $Q = \Omega_M/\Gamma_M$ et caractérise le taux de perte d'énergie du système. La réponse du résonateur est une lorentzienne de largeur Γ_M . Ultimement, un mode mécanique est décrit par la mécanique quantique et est donc décrit par des opérateurs création et annihilation, similaires à ceux caractérisant le champ électromagnétique intracavité. Le concept de photon est remplacé par celui de phonon. Un résonateur est toujours en mouvement, même à température nulle : il est animé d'un mouvement de point zéro. Son amplitude sera d'autant plus grande que la masse et la fréquence du mode seront faibles.

En réalité, le résonateur est composé d'une infinité d'oscillateurs. En effet, le mouvement de tout objet peut être décomposé sur la base des modes de vibration, à l'instar des modes électromagnétiques d'une cavité optique. Pour chaque objet, il existe une infinité de modes de vibration dont les propriétés de masse, fréquence et facteur de qualité peuvent être très différentes.

Le facteur de qualité est une mesure du couplage du mode à l'environnement. Si ce couplage est associé à des pertes énergétiques, il doit aussi être un canal d'entrée de fluctuations : le bruit thermique.

Bruit thermique

Le couplage avec l'environnement est décrit dans le cadre théorique de la réponse linéaire par le théorème fluctuations-dissipation. Il associe à toute dissipation une force généralisée de spectre [21] :

$$S_F^T[\Omega] = 2\hbar \frac{\text{Im}(\chi[\Omega])}{|\chi[\Omega]|^2} \left(\frac{1}{2} + \bar{n} \right). \quad (1.4.2)$$

Nous définissons \bar{n} , le nombre moyens de phonons dans les modes du bain thermique à la température T . Les phonons suivent la statistique de Bose-Einstein :

$$\bar{n} = \frac{1}{e^{\frac{\hbar\Omega_M}{k_B T}} - 1}. \quad (1.4.3)$$

Le résonateur répond en position à cette force selon sa susceptibilité :

$$S_x^{\text{rad}}[\Omega] = |\chi[\Omega]|^2 S_F^T[\Omega]. \quad (1.4.4)$$

Pour les grands facteurs de qualités considérés ici, $|\chi[\Omega]|^2$ est très piqué à la pulsation mécanique, tandis que $S_F^T[\Omega]$ décroît bien plus lentement. On peut donc approximer $S_F^T[\Omega]$ par sa valeur à la pulsation mécanique et on traite le spectre de force comme

un bruit blanc ; le temps de mémoire de l'environnement étant bien plus faible que le temps de mémoire de l'oscillateur :

$$S_F^T[\Omega_M] = 2\hbar M \Gamma_M \Omega_M \left(\frac{1}{2} + \bar{n} \right). \quad (1.4.5)$$

Nous voyons que le spectre de force ne s'annule pas à température nulle. Il est alors responsable des fluctuations de point zéro du résonateur. Celles-ci sont donc données par :

$$S_x^{\text{zpm}}[\Omega] = \frac{\hbar \Gamma_M \Omega_M}{M \left[(\Omega_M^2 - \Omega^2)^2 + \Gamma_M^2 \Omega^2 \right]}. \quad (1.4.6)$$

Pour le résonateur utilisé dans cette thèse, une masse de l'ordre de 100 mg avec un facteur de qualité de 500 000 à une fréquence de 1 MHz, on trouve une extension typique de 10^{-19} m/ $\sqrt{\text{Hz}}$ à résonance mécanique.

Nous travaillons à température ambiante et dans cette limite ($k_B T \gg \hbar \Omega_M$), le spectre de force thermique est très bien approximé par :

$$S_F^T[\Omega] = 2M \Gamma_M k_B T. \quad (1.4.7)$$

De nombreuses expériences ont mis en évidence le caractère quantique du résonateur, que ce soit en réduisant le bruit d'une de ses quadratures au dessous du mouvement de point zéro [22], en refroidissant le résonateur dans son état fondamental via la pression de radiation [23, 24] ou effet piézoélectrique [25] ou encore en le refroidissant par rétroaction [26] et en mesurant l'asymétrie des bandes latérales qui en résulte [27, 28, 29]. Il faut d'ailleurs remarquer que le refroidissement jusqu'à l'état fondamental de résonateurs mécaniques *via* la pression de radiation est la première mise en évidence des corrélations optomécaniques [30]. On peut aussi intriquer le résonateur mécanique avec la lumière [31] ou bien mettre en évidence le couplage fort entre le résonateur et le champ intracavité donnant lieux à une hybridation des deux [32, 33, 34].

Pression de radiation

Chaque photon est porteur d'une impulsion $\hbar k$. Ainsi, lors de sa réflexion sur le miroir et en vertu de la conservation de l'impulsion du système composé des photons et du miroir, celui-ci reçoit alors une impulsion $2\hbar k$. Le flux de photons intracavité est donc responsable d'une force fluctuante :

$$F_{\text{rad}}(t) = 2\hbar k \left(\bar{\alpha}^2 + \bar{\alpha} \delta p(t) \right), \quad (1.4.8)$$

$$F_{\text{rad}}(t) = \bar{F}_{\text{rad}} + \delta F_{\text{rad}}(t), \quad (1.4.9)$$

avec

$$\bar{F}_{\text{rad}} = 2\hbar k \bar{\alpha}^2, \quad (1.4.10)$$

$$\delta F_{\text{rad}}(t) = 2\hbar k \bar{\alpha} \delta p(t). \quad (1.4.11)$$

La valeur moyenne de cette force pour notre système en considérant une puissance incidente de 1 mW est de l'ordre de 300 nN, tandis que les fluctuations sont de l'ordre de 5×10^{-17} N/ $\sqrt{\text{Hz}}$ seulement si seules les fluctuations quantiques sont présentes.

L'effet statique de la pression de radiation est de faire reculer le miroir d'une quantité qui dépend de la puissance, ce qui change l'accord de la cavité et modifie l'intensité intracavité à haute intensité. Ces deux effets peuvent entraîner un comportement bistable de la cavité. Cet effet a été rapporté dès 1983 [35]. Nous allons voir que les fluctuations de force, elles, vont avoir un effet sur la limite de sensibilité en déplacement de la cavité.

1.4.2 Bruits sur la mesure

On souhaite mesurer un certain déplacement δx_{sig} du miroir, les fluctuations de désaccord de la cavité sont alors données par :

$$\delta\Psi[\Omega] = \delta\Psi_{\text{sig}}[\Omega] + \delta\Psi_{\text{rad}}[\Omega], \quad (1.4.12)$$

avec

$$\delta\Psi_{\text{sig}}[\Omega] = 2k\delta x_{\text{sig}}[\Omega], \quad (1.4.13)$$

$$\delta\Psi_{\text{rad}}[\Omega] = 2k\delta x_{\text{rad}}[\Omega], \quad (1.4.14)$$

$$\delta x_{\text{rad}}[\Omega] = \chi[\Omega]\delta F_{\text{rad}}[\Omega]. \quad (1.4.15)$$

Le bruit de pression de radiation représente l'action en retour de la mesure, inhérente à toute mesure quantique. À l'aide de (1.3.107), et en se rappelant que $S_q^{\text{in}}[\Omega] = S_q^{\text{v}}[\Omega] = 1$, le spectre de phase en sortie est :

$$S_q^{\text{out}}[\Omega] = 1 + 4 \left(\frac{T}{T+P} \right)^2 \left(\frac{8\mathcal{F}}{\lambda} \right)^2 \frac{\bar{I}^{\text{in}}}{1 + (\Omega/\Omega_c)^2} \left(S_x^{\text{sig}}[\Omega] + S_x^{\text{rad}}[\Omega] \right). \quad (1.4.16)$$

Le premier terme de cette équation correspond au bruit de phase quantique de la lumière. Le deuxième terme a plusieurs contributions. Le terme en $T/(T+P)$ indique que le signal est dégradé par la présence de pertes qui font rentrer le vide. Apparaît ensuite l'effet de la finesse, qui donne l'amplification du signal par la cavité. En outre, le signal est corrigé par le filtrage de la cavité. Le fait que l'intensité incidente moyenne influe sur la qualité de la mesure pourrait nous faire penser qu'il faut travailler à haute intensité pour passer au dessus du bruit de photons.

En fait, l'intensité incidente influe elle aussi sur le bruit de pression de radiation qui peut être écrit :

$$S_x^{\text{rad}}[\Omega] = \hbar^2 |\chi[\Omega]|^2 \left(\frac{T}{T+P} \right) \left(\frac{8\mathcal{F}}{\lambda} \right)^2 \frac{\bar{I}^{\text{in}}}{1 + (\Omega/\Omega_c)^2}. \quad (1.4.17)$$

Cette expression témoigne, là encore, des effets d'amplification et de filtrage de la cavité. Le signal sera mesurable s'il est plus important que les divers bruits présents :

$$S_x^{\text{sig}}[\Omega] \geq \frac{1}{4} \left(\frac{T+P}{T} \right)^2 \left(\frac{\lambda}{8\mathcal{F}} \right)^2 \frac{1 + (\Omega/\Omega_c)^2}{\bar{I}^{\text{in}}} + \hbar^2 |\chi[\Omega]|^2 \left(\frac{T}{T+P} \right) \left(\frac{8\mathcal{F}}{\lambda} \right)^2 \frac{\bar{I}^{\text{in}}}{1 + (\Omega/\Omega_c)^2}. \quad (1.4.18)$$

Le terme du haut définit l'imprécision de la mesure et le spectre en déplacement associé $S_x^{\text{imp}}[\Omega]$. Il est lié au bruit de photons. On voit qu'un compromis sur l'intensité incidente est nécessaire : si on augmente \bar{I}^{in} , on diminue l'imprécision de la mesure mais alors on augmente l'action en retour pour une pulsation Ω fixée.

La somme des deux contributions est minimale à une intensité $I_{\text{SQL}}[\Omega]$ définie par :

$$I_{\text{SQL}}[\Omega] = \left(\frac{T+P}{T}\right)^{3/2} \left(\frac{\lambda}{8\mathcal{F}}\right)^2 \frac{1 + (\Omega/\Omega_c)^2}{2\hbar|\chi[\Omega]|}. \quad (1.4.19)$$

L'intensité SQL permet en outre de réécrire les relations précédentes d'une façon élégante :

$$S_x^{\text{rad}}[\Omega] = \frac{\hbar|\chi[\Omega]|}{2} \sqrt{\frac{T+P}{T}} \frac{\bar{I}^{\text{in}}}{I_{\text{SQL}}[\Omega]}, \quad (1.4.20)$$

$$S_x^{\text{imp}}[\Omega] = \frac{\hbar|\chi[\Omega]|}{2} \sqrt{\frac{T+P}{T}} \frac{I_{\text{SQL}}[\Omega]}{\bar{I}^{\text{in}}}, \quad (1.4.21)$$

$$S_q^{\text{out}}[\Omega] = 1 + \frac{S_x^{\text{sig}}[\Omega] + S_x^{\text{rad}}[\Omega]}{S_x^{\text{imp}}[\Omega]}. \quad (1.4.22)$$

Dans l'expérience, l'intensité SQL à résonance mécanique est typiquement de 10^{14} photon/s, c'est-à-dire $24 \mu\text{W}$ à 810 nm . Nous pouvons travailler avec jusqu'à 3 mW de puissance limitée quantiquement, soit 125 fois la SQL . En négligeant l'action en retour, on pourrait mesurer des déplacements d'amplitude spectrale aussi petite que $10^{-20} \text{ m}/\sqrt{\text{Hz}}$. Toutefois, l'action en retour n'est pas négligeable puisqu'elle est responsable de déplacements d'amplitude spectrale $10^{-18} \text{ m}/\sqrt{\text{Hz}}$.

Le déplacement minimal qui peut être résolu par la cavité à l'intensité \bar{I}^{in} , $S_x^{\text{min}}[\Omega]$ est donné par :

$$S_x^{\text{min}}[\Omega] = \sqrt{\frac{T+P}{T}} \frac{\hbar|\chi[\Omega]|}{2} \left(\frac{I^{\text{in}}}{I_{\text{SQL}}[\Omega]} + \frac{I_{\text{SQL}}[\Omega]}{I^{\text{in}}} \right). \quad (1.4.23)$$

La sensibilité SQL est alors exprimée par :

$$S_x^{\text{SQL}}[\Omega] = \sqrt{\frac{T+P}{T}} \hbar|\chi[\Omega]|. \quad (1.4.24)$$

Remarquons que cette limite, hormis les pertes optiques, ne fait intervenir que des grandeurs caractéristiques du résonateur. Elle n'est pas fondamentale, au sens où nous sommes privés de jouer avec tous les moyens que nous offre la mécanique quantique. Si on se l'autorise, la sensibilité maximale est donnée par la dissipation du résonateur uniquement, et devient $\hbar \text{Im}(\chi[\Omega])$ [36], si l'on néglige les pertes optiques. Cette nouvelle limite se comprend car seule la dissipation entraîne une perte d'information sur le système et que la dissipation est donnée par la partie imaginaire de la susceptibilité mécanique.

On peut comparer la limite SQL aux mouvements de point zéro du résonateur $S_x^{\text{zpm}}[\Omega_M]$ à résonance mécanique. On trouve alors que :

$$S_x^{\text{min}}[\Omega_M] = \sqrt{\frac{T+P}{T}} \frac{S_x^{\text{zpm}}[\Omega_M]}{2} \left(\frac{I^{\text{in}}}{I_{\text{SQL}}[\Omega_M]} + \frac{I_{\text{SQL}}[\Omega_M]}{I^{\text{in}}} \right), \quad (1.4.25)$$

$$S_x^{\text{zpm}}[\Omega_M] = \hbar |\chi[\Omega]_M|. \quad (1.4.26)$$

Comme $S_x^{\text{zpm}}[\Omega_M]$ est le spectre de déplacement de point zéro du résonateur, tout se passe comme si le déplacement minimal accessible, à l'intensité SQL , était composé de 1/4 de phonon dû à l'imprécision et 1/4 de phonon dû à l'action en retour de la mesure. Ainsi, à la puissance SQL , le spectre mesuré se compose des fluctuations de point zéro, équivalentes à 1/2 phonon et 1/2 phonon de bruit. L'analyse se complexifie hors résonance optique puisqu'alors des corrélations entre tous ces termes sont à prendre en compte [30].

La situation s'améliore hors de la résonance mécanique puisque l'on a :

$$S_x^{\text{SQL}}[\Omega] = \frac{\chi[\Omega]}{\chi[\Omega_M]} S_x^{\text{SQL}}[\Omega_M]. \quad (1.4.27)$$

Cela s'explique par le fait que le résonateur est moins sensible à la pression de radiation. En outre, comme on le voit sur la figure 1.8, la contribution relative du mouvement de point zéro diminue fortement devant le bruit de mesure, de sorte que pour un décalage de quelques largeurs de raie, la sensibilité SQL n'est plus qu'un facteur 2 au dessus de l'imprécision.

Pour mettre en évidence l'action en retour, on pourrait envoyer un faisceau intense dans la cavité. En mesurant son spectre de phase après son interaction avec le résonateur, on verrait un pic à la fréquence de résonance dont l'amplitude dépendrait linéairement de la puissance. Cela n'est pas toujours possible car le mouvement du résonateur peut être dominé par le bruit thermique, comme dans notre expérience. Nous allons voir qu'il est possible d'utiliser une technique de corrélations pour mettre en évidence le couplage optomécanique.

1.5 Corrélations induites par le couplage optomécanique

Comme les fluctuations d'intensité en entrée se retrouvent dans les fluctuations de phase en sortie du faisceau, ces deux grandeurs sont corrélées. Elles peuvent même être fortement corrélées si le bruit thermique n'est pas trop fort, au point que les bandes latérales se retrouvent intriquées et qu'un état comprimé du champ lumineux en sortie est créé [37].

1.5.1 Génération d'états comprimés par le couplage optomécanique

Nous considérons la cavité comme parfaitement à résonance. Nous réécrivons le spectre de phase en fonction de l'intensité SQL , des pertes du système et du rapport bruit thermique sur bruit de pression de radiation en nous aidant des équations

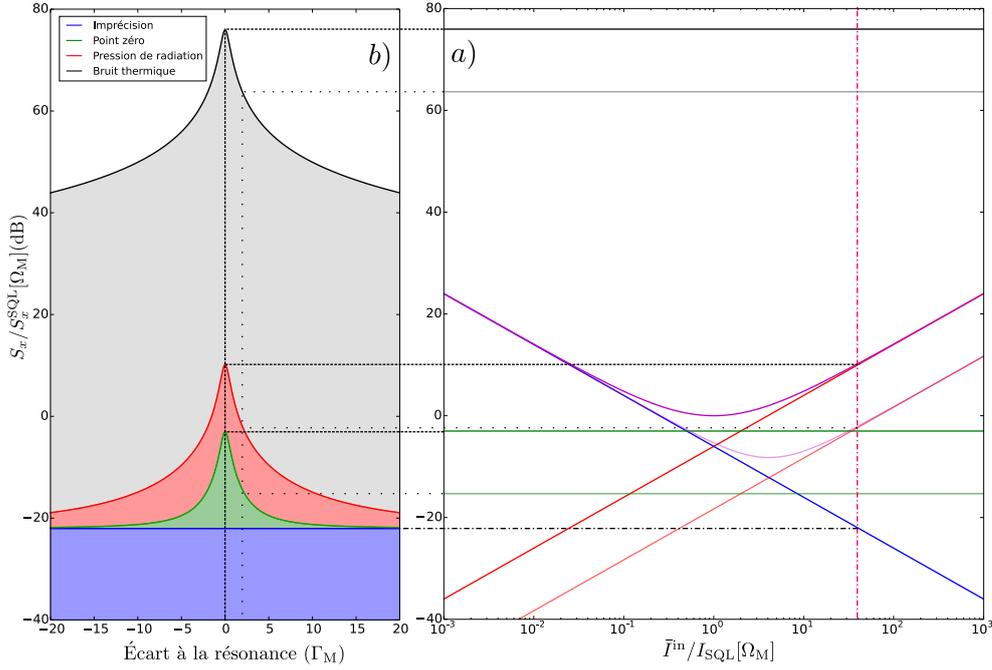


FIGURE 1.8 – **a)** Spectre de phase d’un faisceau sortant d’une cavité optomécanique, en terme de déplacement du miroir, en fonction de la force de la mesure. Deux jeux de courbes sont tracés. Les couleurs foncées correspondent à une analyse à résonance mécanique tandis que les couleurs claires correspondent à une analyse hors résonance mécanique (à $2\Gamma_M$). La courbe bleue correspond à l’imprécision et est commune aux deux jeux. Les courbes magenta sont les sommes des termes de bruit quantique : pression de radiation, phase et mouvement de point zéro du résonateur et correspondent au plus petit bruit blanc qui pourra être résolu par la cavité en négligeant le bruit thermique. Le spectre est tracé en unité de phonon, c’est-à-dire relativement au bruit à résonance mécanique engendré par 1 phonon. À résonance mécanique et à l’intensité SQL , S_x^{rad} et S_x^{imp} correspondent au bruit de $1/4$ de phonon et $1/2$ phonon est naturellement présent dans le mouvement de point zéro : la sensibilité SQL est un facteur 4 au delà de l’imprécision. **b)** Distribution typique des bruits dans notre expérience, correspondant au trait rouge sur a), en fonction de la fréquence d’analyse. Celle-ci est définie relativement à la fréquence de résonance mécanique.

tions (1.4.20), (1.4.21) et (1.4.22) :

$$S_q^{out}[\Omega] = 1 + \left(\frac{\bar{I}^{in}}{I_{SQL}[\Omega]} \right)^2 + 2 \frac{S_x^T[\Omega] + S_x^{zpm}[\Omega]}{S_x^{SQL}[\Omega]} \frac{\bar{I}^{in}}{I_{SQL}[\Omega]}. \quad (1.5.1)$$

Le premier terme correspond au bruit de phase quantique, le second à l’action en retour et le troisième à la mesure du bruit thermique et des fluctuations de point zéro du résonateur. On peut calculer le spectre croisé en phase et intensité. En considérant les fluctuations incidentes de phase et d’intensité décorrélées, on trouve une expression

simple en considérant (1.3.107), (1.4.15) et (1.4.19) :

$$C_{qp}^{\text{out}}[\Omega] = \sqrt{\frac{T}{T+P}} \frac{\bar{I}^{\text{in}}}{I_{\text{SQL}}} e^{i \arg(\chi[\Omega])}. \quad (1.5.2)$$

L'action en retour augmente en même temps que l'intensité incidente. Les pertes optiques de la cavité font entrer un nouveau bruit décorrélié des fluctuations d'amplitude incidentes. Ceci a pour effet de réduire le spectre croisé. Quant au spectre d'amplitude en sortie, il est toujours égal à la limite quantique, donc 1 dans nos unités.

Comme l'interaction est quadratique, l'état gaussien incident donne un état sortant de la cavité gaussien. En temps que tel, il est parfaitement caractérisé par sa matrice de covariance $\Sigma[\Omega]$ [38], dont les termes diagonaux sont les spectres associés aux fluctuations de phase et d'amplitude et les termes non-diagonaux sont les spectres croisés. On rappelle en outre que $C_{pq}^{\text{out}}[\Omega] = C_{qp}^{\text{out}}[\Omega]^*$.

L'écriture de $\Sigma[\Omega]$ ne pose pas de difficulté :

$$\Sigma[\Omega] = \begin{pmatrix} 1 & \sqrt{\frac{T}{T+P}} \frac{\bar{I}^{\text{in}}}{I_{\text{SQL}}} e^{i \arg(\chi[\Omega])} \\ \sqrt{\frac{T}{T+P}} \frac{\bar{I}^{\text{in}}}{I_{\text{SQL}}} e^{-i \arg(\chi[\Omega])} & 1 + \left(\frac{\bar{I}^{\text{in}}}{I_{\text{SQL}}[\Omega]} \right)^2 + 2 \frac{S_x^T[\Omega] + S_x^{\text{zpm}}[\Omega]}{S_x^{\text{SQL}}[\Omega]} \frac{\bar{I}^{\text{in}}}{I_{\text{SQL}}[\Omega]} \end{pmatrix}. \quad (1.5.3)$$

L'effet des pertes est donc de réduire les corrélations entre phase et intensité du faisceau. Nous prenons le parti de les négliger dans la suite afin de simplifier les expressions sans modifier la physique. La valeur du spectre d'une quadrature généralisée, définie par (1.3.10), selon un angle θ est donnée par :

$$S_\theta[\Omega] = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \end{pmatrix} \Sigma[\Omega] \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \end{pmatrix}^T \quad (1.5.4)$$

$$= 1 + \frac{1}{2} \frac{\bar{I}^{\text{in}}}{I_{\text{SQL}}[\Omega]} \left(\frac{\bar{I}^{\text{in}}}{I_{\text{SQL}}[\Omega]} (1 - \cos(2\theta)) + 2 \cos(\theta) \sin(2\theta) \right). \quad (1.5.5)$$

On peut alors représenter l'état du champ en sortie dans l'espace des phases en coordonnées polaires en traçant pour chaque angle la racine carrée du spectre. La courbe obtenue est un lemniscate de Booth.

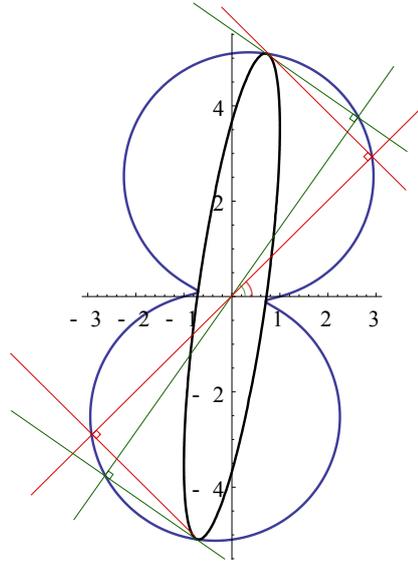


FIGURE 1.9 – Lien entre la représentation des fluctuations des états gaussiens par une ellipse et un lemniscate de Booth. Le lemniscate (en bleu) est la projection de l'ellipse (en noir) sur les axes passant par le centre du repère. Les unités en abscisse et en ordonnée sont en unité de fluctuation quantique. Un bruit de 1 correspond au bruit du vide.

Les états gaussiens sont traditionnellement représentés par une ellipse. Celle-ci est obtenue en ne considérant que la partie réelle de la matrice de covariance qui définit alors une forme quadratique représentant cette ellipse. Le lemniscate de Booth obtenu en traçant les spectres en coordonnées polaires est en fait la courbe podaire de l'ellipse précédente [39], avec pour point de référence le centre commun de l'ellipse et du lemniscate. Comme le montre la figure 1.9, le lemniscate est donné par la projection de l'ellipse sur les axes passant par le centre du repère. Les deux représentations sont donc parfaitement équivalentes pour les états gaussiens. Les axes principaux de l'ellipse donnent les valeurs maximale et minimale que peuvent prendre les quadratures du champ. Ces valeurs sont reliées aux valeurs propres de la matrice de covariance. Les angles des quadratures où le bruit est minimal et maximal sont données par les vecteurs propres de cette même matrice.

Négligeons tout d'abord le bruit thermique, le mouvement de point zéro du résonateur et les pertes optiques. Le déterminant de $\Sigma[\Omega]$ est alors égal à l'unité :

$$\det(\Sigma[\Omega]) = 1. \quad (1.5.6)$$

Cela signifie que nous sommes en face d'un état quantique pur⁸. En outre, on voit sur la figure 1.10 qu'il existe des quadratures pour lesquelles le bruit est inférieur à celui du vide. On parle d'état *squeezé* — ou comprimé — du champ.

8. En prenant en compte le mouvement du résonateur non dû à la lumière elle-même, le déterminant augmente : la pureté de l'état diminue. Ceci se comprend en remarquant que l'on a effectué une trace partielle sur le système composé du résonateur et de la lumière.

Réduction de bruit sans bruit thermique

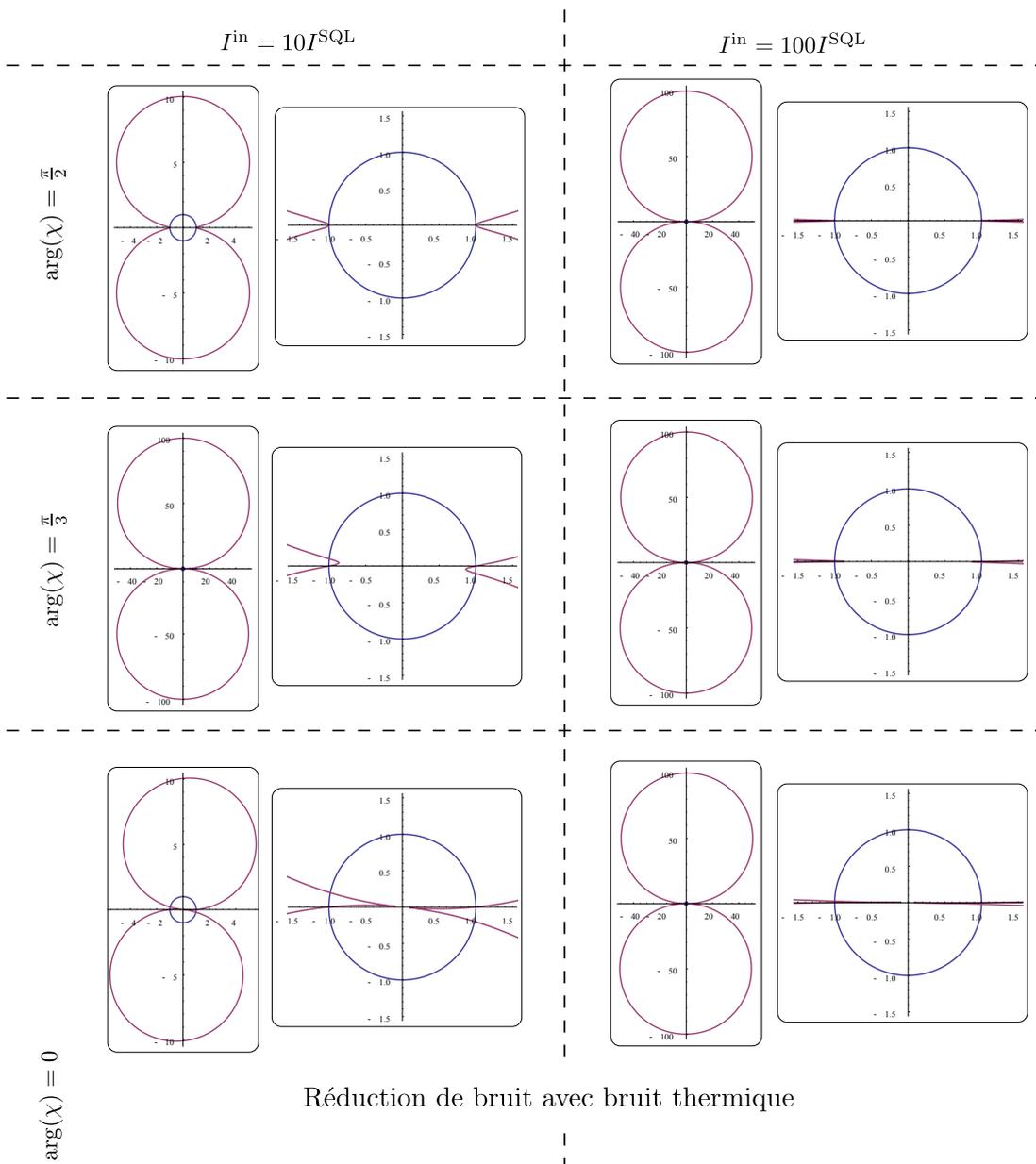


FIGURE 1.10 – Bruits de la lumière quittant une cavité optomécanique en rouge. Le bruit du vide est symbolisé par le cercle bleu. Si le lemniscate pénètre dans le cercle, alors le bruit de la lumière est inférieur au vide pour certaines quadratures : l'état est comprimé. Des informations complémentaires sont données dans le texte, notamment sur la non-conservation de l'aire des états.

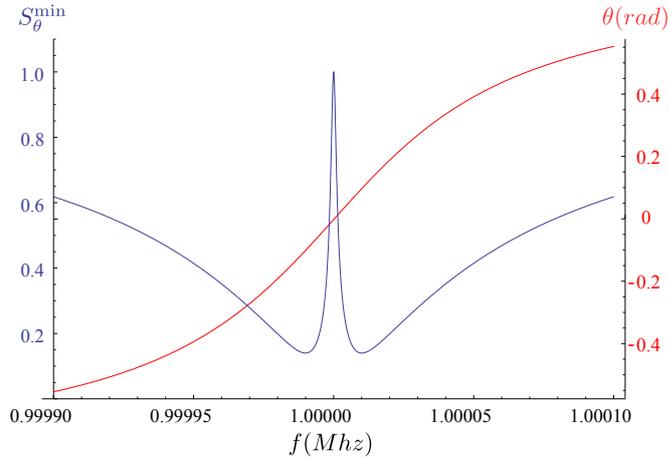


FIGURE 1.11 – Squeezing spectral pour un oscillateur de fréquence de résonance 1 MHz et facteur de qualité 500 000 pour une intensité incidente égale à 100 fois l’intensité SQL à résonance mécanique. On a en bleu le niveau de bruit de la quadrature la plus compressée et en rouge l’angle de cette quadrature.

Remarquons que la réduction de bruit est plus importante pour des intensités incidentes plus importantes, mais que cette réduction de bruit se fait au détriment de la largeur de la plage des quadratures squeezées. Cela signifie que la réduction de bruit est de plus en plus difficile expérimentalement à mettre en évidence car la tolérance sur la phase de la quadrature à mesurer est fortement réduite pour des intensités incidentes importantes. Il apparaît aussi que la compression de bruit est meilleure là où la phase de la réponse mécanique est nulle. La réduction de bruit est d’ailleurs nulle à résonance mécanique, où la réponse mécanique est purement imaginaire. Il existe donc un compromis qui maximise le squeezing ; la réduction de bruit est maximale au bord du pic mécanique.

La figure 1.11 représente le squeezing obtenu ainsi que l’angle de la quadrature incriminée pour une intensité incidente égale à 100 fois l’intensité SQL à résonance mécanique d’un résonateur de facteur de qualité 500 000, inséré dans une cavité de finesse 120 000 et de bande passante de l’ordre de grandeur de la fréquence mécanique.

L’absence de squeezing à résonance mécanique peut paraître contre-intuitive. L’interaction du champ et du miroir est unitaire. Elle est donc sensée conserver le volume de l’état dans l’espace des phases. Dans un espace à deux dimensions, celui-ci est donné par la racine du produit des deux spectres extrémaux ; si une de ces grandeurs devait augmenter, l’autre devrait diminuer. C’est bien à résonance mécanique que l’ajout de bruit sur la quadrature de phase par l’action en retour est maximale ; on s’attend donc que ce soit aussi à cette fréquence particulière que la réduction de bruit soit la plus forte.

En fait, le véritable espace physique est un espace à quatre dimensions — on a deux opérateurs par bande latérales et deux bandes latérales — que nous réduisons à un espace à deux dimensions ; nous traitons donc notre système à deux modes comme un unique mode optique effectif. Par ailleurs, les spectres que nous calculons sont ceux mesurables par une détection homodyne et celle-ci est par essence incapable d’effectuer

la tomographie complète fréquentielle d'un champ optique, puisqu'elle vient mesurer les deux bandes latérales en même temps [40]. Ceci revient à dire que nous n'avons pas accès à toutes les tranches de l'état et que donc, certaines corrélations peuvent être invisibles pour la détection homodyne.

L'impératif de conservation du volume dans l'espace des phases porte sur le véritable espace à quatre dimensions et il est tout à fait licite que le volume dans l'espace effectif à deux dimensions ne soit pas conservé. Nous verrons que les fortes corrélations à résonance mécanique peuvent être mesurées en employant une technique proche d'une mesure quantique non-destructive en utilisant deux faisceaux. On est alors en mesure de révéler les corrélations cachées à la vue de la détection homodyne.

Le squeezing optomécanique a été démontré par les groupes de Cindy Regal à Boulder [41] et Oskar Painter à Pasadena [42] en 2013 en utilisant, respectivement, une technique de refroidissement passive utilisant les effets dynamiques de la pression de radiation dans une cavité désaccordée [43, 44] et un résonateur de plus grande fréquence de vibration pour lequel la température est moins critique.

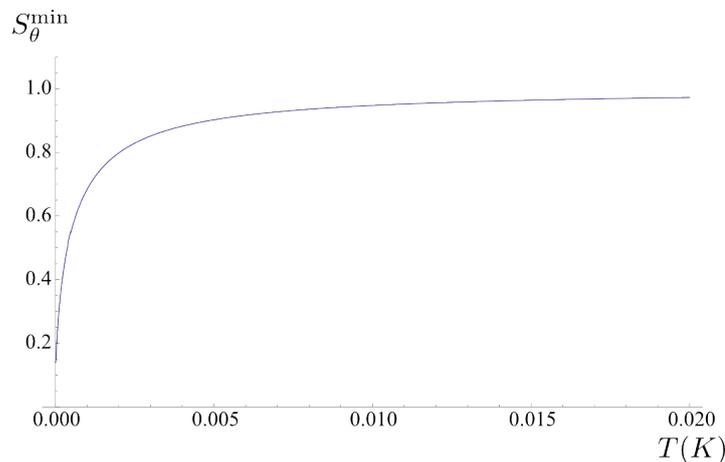


FIGURE 1.12 – Squeezing optimal en fonction de la température pour un résonateur de fréquence de résonance 1 MHz illuminé à 100 fois la puissance S_{QL} à résonance mécanique.

Le bruit thermique du résonateur limite le squeezing observable, et ce, très rapidement. En effet, la figure 1.12 montre que pour un résonateur de fréquence de résonance 1 MHz illuminé à 100 fois la puissance S_{QL} à résonance, toute trace de squeezing est effacée dès 20 mK. L'effet du bruit thermique est d'augmenter le spectre de phase sans augmenter le spectre croisé phase-amplitude, contrairement à l'augmentation de l'intensité incidente, qui certes augmente le spectre de phase mais aussi le spectre croisé. Le bruit thermique réduit donc les corrélations quantiques donnant lieu au squeezing. Cet effet est visible sur les lemniscates présentés sur la figure 1.10. Un oscillateur de fréquence 1 MHz à 20 mK contient 418 phonons. L'action en retour à 100 fois la S_{QL} est responsable de 25 phonons quant à elle. La condition pour observer un fort squeezing est donc de se placer dans un régime où $S_x^{\text{rad}}/S_x^{\text{T}} > 1$. On ne pourra donc pas mesurer de squeezing en régime thermique, c'est-à-dire lorsque le mouvement du résonateur est dominé par le bruit thermique. À la place, on aura recours à une autre technique :

l'évaluation des corrélations optomécaniques.

1.5.2 Les corrélations optomécaniques

Si le squeezing provient de l'existence de corrélations quantiques, plus précisément l'intrication des bandes latérales du champ, des corrélations subsistent entre phase et intensité d'un faisceau dans un état thermique. On pourrait donc mesurer le bruit d'intensité et le bruit de phase simultanément d'un faisceau sortant de la cavité optomécanique.

Cependant, ces deux observables ne commutent pas. Il est donc impossible de mesurer les deux grandeurs simultanément avec une précision arbitraire. Nous utilisons donc deux faisceaux dans l'esprit d'une expérience pompe-sonde. Un faisceau pompe d'intensité I_p importante vient mettre en mouvement le résonateur, tandis qu'un faisceau sonde d'intensité I_s très atténuée vient lire le déplacement du résonateur ; on mesure donc le bruit d'intensité du faisceau pompe au niveau quantique à l'aide d'une détection balancée et la phase de la sonde, au niveau quantique également, à l'aide d'une détection homodyne [45] (voir la figure 1.13). Remarquons que cette configuration permet une mesure quantique non destructive de la quadrature d'intensité de la pompe [46].

Les corrélations optomécaniques c_{pq_s} sont définies par

$$c_{pq_s}[\Omega] = \frac{C_{pq_s}[\Omega]}{\sqrt{S_{pp}[\Omega]S_{qs}[\Omega]}}. \quad (1.5.7)$$

Les différents termes de l'équation s'expriment, en supposant que la finesse et la bande

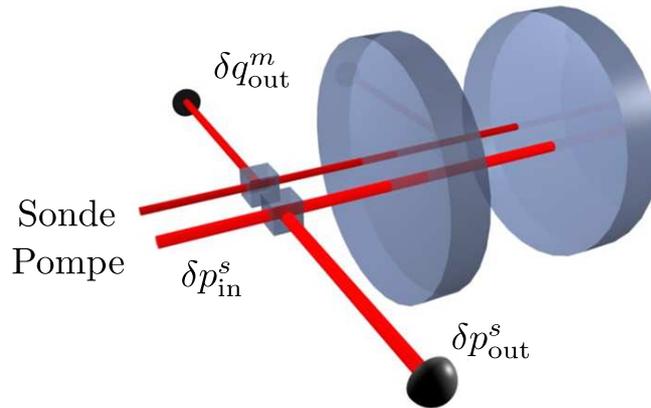


FIGURE 1.13 – Schéma de principe de la mesure des corrélations optomécaniques.

passante de la cavité sont les mêmes pour les deux faisceaux⁹ :

$$C_{ppqs}[\Omega] = \sqrt{\frac{T}{T+P}} \frac{\sqrt{\bar{I}_p \bar{I}_s}}{I_{\text{SQL}}[\Omega]} e^{i \arg(\chi[\Omega])}, \quad (1.5.8)$$

$$S_{pp}[\Omega] = 1, \quad (1.5.9)$$

$$S_{qs}[\Omega] = 1 + \left(\frac{\bar{I}_s}{I_{\text{SQL}}[\Omega]} \right)^2 + \frac{\bar{I}_s \bar{I}_p}{I_{\text{SQL}}[\Omega]^2} + 2 \frac{S_x^T[\Omega]}{S_x^{\text{SQL}}[\Omega]} \frac{\bar{I}_s}{I_{\text{SQL}}[\Omega]}. \quad (1.5.10)$$

Plaçons-nous en régime thermique : on néglige les trois premiers termes de S_{qs} représentant le shot, l'action en retour de la sonde et la lecture de l'action en retour de la pompe par la sonde. Les corrélations s'écrivent maintenant :

$$c_{ppqs}[\Omega] = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{T}{T+P}} \sqrt{\frac{\bar{I}_p}{I_{\text{SQL}}[\Omega]}} \sqrt{\frac{S_x^{\text{SQL}}[\Omega]}{S_x^T[\Omega]}}, \quad (1.5.11)$$

$$= \sqrt{\frac{T}{T+P}} \sqrt{\frac{S_x^{\text{rad}}[\Omega]}{S_x^T[\Omega]}}. \quad (1.5.12)$$

Il convient de préciser que S_x^{rad} désigne le bruit de pression de radiation uniquement induit par la pompe. On peut montrer que de façon plus générale les corrélations optomécaniques ont pour expression :

$$c_{ppqs}[\Omega] = \sqrt{\frac{T}{T+P}} \sqrt{\frac{S_x^{\text{rad}}[\Omega]/S_x^T[\Omega]}{1 + S_x^{\text{rad}}[\Omega]/S_x^T[\Omega]}}. \quad (1.5.13)$$

Les corrélations sont donc dégradées par le bruit thermique et les pertes comme nous nous y attendions.

Le rapport du bruit de pression de radiation sur le bruit thermique est très faible à température ambiante, de l'ordre de grandeur de 10^{-6} . Il est facilement masqué par d'autres types de corrélations que nous traiterons dans le chapitre 3. La situation est néanmoins bien plus favorable que dans le cas d'une expérience de mesure de squeezing, comme en atteste la figure 1.14, qui présente la valeur des corrélations optomécaniques en fonction de la température. À température ambiante, ces corrélations sont faibles mais mesurables, à l'inverse du squeezing qui n'existe plus à température ambiante.

Une expérience de principe sur la mise en évidence des corrélations optomécaniques a été réalisé par notre groupe en 2009 et elles ont été mesurées à froid en 2013 par le groupe de Cindy Regal à Boulder. Cette expérience tire parti notamment des effets dynamiques de la pression de radiation pour refroidir le mode mécanique étudié.

1.5.3 Contamination optique

Si seule la quadrature de phase du faisceau sortant est sensible au mouvement du miroir à résonance optique, la quadratures d'intensité y devient sensible également

9. Cela n'est pas garanti expérimentalement : nous verrons que les deux faisceaux sont polarisés orthogonalement et que la biréfringence de la cavité est très souvent visible si la cavité est de grande finesse.

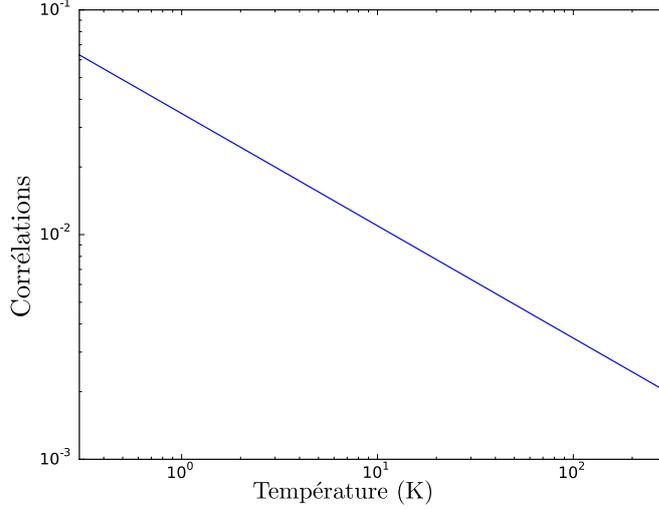


FIGURE 1.14 – Corrélations optomécaniques attendues à résonance mécanique en fonction de la température pour les mêmes paramètres que la figure 1.12.

pour une cavité désaccordée avec pour conséquence l'apparition de corrélations parasites entre les faisceaux sonde et pompe, les deux mesurant le même déplacement du miroir. On nomme ces corrélations "contamination optique". Cet effet a deux origines : nous avons une contribution statique à la contamination — elle est portée par la pente du pic d'Airy en réflexion (voir la figure 1.15) — et une contribution dynamique qui correspond au fait que, dans une cavité désaccordée, les mouvements de miroir entraînent l'admission d'un nombre plus élevé de photons, si on se rapproche de la résonance, ou moins important, si au contraire on s'en éloigne. La quadrature d'amplitude est donc modulée par cet effet qui existe même pour une cavité sans pertes.

Dans une cavité désaccordée, les champs incidents, intracavité et sortants ne sont plus en phase. Ce déphasage se traduit dans l'espace de Fresnel par une rotation des quadratures incidentes et sortantes d'un angle θ_{in} et θ_{out} respectivement. Les équations (1.3.91) et (1.3.92) permettent d'écrire les angles de rotation des champs incident et sortant :

$$e^{i\theta_{\text{in}}} = \frac{\gamma - i\bar{\Psi}}{\sqrt{\gamma^2 + \bar{\Psi}^2}} \quad (1.5.14)$$

$$e^{i\theta_{\text{out}}} = \frac{(\gamma - P) + i\bar{\Psi}}{\sqrt{(\gamma - P)^2 + \bar{\Psi}^2}} \quad (1.5.15)$$

Les quadratures incidentes d'amplitude et de phase des champs doivent alors être elles aussi tournées de ce même angle, ce qui revient à dire que $\delta\alpha^{\text{in}}$ et $\delta\alpha^{\text{out}}$ doivent être remplacés par :

$$\delta\alpha^{\text{in}}[\Omega] = \frac{1}{2}e^{i\theta_{\text{in}}} \left(\delta p^{\text{in}}[\Omega] + i\delta q^{\text{in}}[\Omega] \right), \quad (1.5.16)$$

$$\delta\alpha^{\text{out}}[\Omega] = \frac{1}{2}e^{i\theta_{\text{out}}} \left(\delta p^{\text{out}}[\Omega] + i\delta q^{\text{out}}[\Omega] \right). \quad (1.5.17)$$

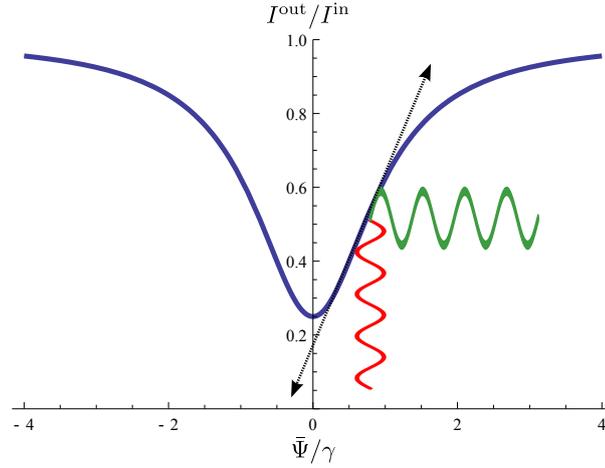


FIGURE 1.15 – Pic d’Airy en réflexion de la cavité pour des pertes égales à $T/3$. Une modulation de la position du miroir, en rouge, se traduit par une modulation d’intensité, en vert. L’effet est proportionnel à la dérivée du pic d’Airy, en pointillés, qui est nulle si on travaille parfaitement à résonance.

L’équation (1.3.104) devient :

$$(\gamma - i\bar{\psi} - i\Omega\tau)\delta\alpha[\Omega] = \sqrt{T}\delta\alpha_{\text{in}}[\Omega] + \sqrt{L}\delta\alpha_v[\Omega] + i\bar{\alpha}\delta\Psi[\Omega]. \quad (1.5.18)$$

Un calcul fastidieux permet de calculer le terme de contamination du bruit d’intensité du faisceau pompe par le bruit thermique du miroir $\delta p_{p,x}^{\text{out}}$ [47] et on trouve :

$$\delta p_{p,x}^{\text{out}}[\bar{\Psi}, \Omega] = \frac{4kT\bar{\Psi}\sqrt{I_p^{\text{out}}(P - i\Omega/\Omega_c)}}{\sqrt{(\gamma - P)^2 + \bar{\Psi}^2\Delta}}\delta x[\Omega] \quad (1.5.19)$$

avec

$$\Delta = (\gamma - i\Omega/\Omega_c)^2 + \bar{\Psi}^2. \quad (1.5.20)$$

Nous retrouvons donc l’effet statique de contamination, porté par les pertes P au numérateur et l’effet dynamique, proportionnel à Ω/Ω_c . Si nous supposons un désaccord faible ($\bar{\Psi} \ll \gamma$) et des fluctuations de position du miroir à basse fréquence ($\Omega \ll \Omega_{\text{cav}}$), $\delta p_{p,x}^{\text{out}}$ est approximé par :

$$\delta p_{p,x}^{\text{out}}[\bar{\Psi}, \Omega] = 2k\frac{1}{\sqrt{I_p^{\text{out}}}}\frac{\partial I_p^{\text{out}}}{\partial \bar{\Psi}}\delta x[\Omega]. \quad (1.5.21)$$

La contamination, qui se résume à la contribution statique, est alors proportionnelle à la pente du pic d’Airy en réflexion, comme attendu.

Les corrélations entre les deux faisceaux ont donc deux contributions : les corrélations optomécanique C_{opto} , que nous souhaitons mettre en évidence, et la contamination optique C_x :

$$C_{p-s}[\bar{\Psi}, \Omega] = C_{\text{opto}}[\Omega] + C_x[\bar{\Psi}, \Omega]. \quad (1.5.22)$$

Il faut alors rendre la contribution de la contamination plus faible que la contribution optomécanique. Le rapport de ces deux contributions s'exprime facilement :

$$\left| \frac{C_x[\bar{\Psi}, \Omega]}{C_{\text{opto}}[\Omega]} \right| = \frac{I_p^{\text{in}}}{I_{\text{SQL}}} \frac{S_x^T[\Omega]}{S_x^{\text{rad}}[\Omega]} \frac{P}{\gamma} \frac{\bar{\Psi}}{\gamma}. \quad (1.5.23)$$

En se donnant une transmission de 10 ppm pour une finesse de 120 000, les deux contributions sont égales pour un désaccord avec la cavité de l'ordre de la dizaine de millihertz sur une résonance de largeur de l'ordre du mégahertz ce qui expérimentalement est très contraignant.

Nous n'avons considéré ici que la contribution statique. Pour savoir laquelle des deux contributions est dominante, il faut comparer P/γ à $\Omega/\Omega_{\text{cav}}$; les deux contributions sont donc du même ordre de grandeur dans notre cas et (1.5.23) n'est à corriger que d'un facteur inférieur à 10 typiquement.

L'effet d'une cavité désaccordée est principalement une rotation des quadratures. Comme le bruit de phase du faisceau est bien plus grand que le bruit d'intensité, le moindre désaccord avec la cavité se traduit par le mélange des quadratures de phase et d'intensité. Nous retrouvons une situation similaire à la figure 1.11, où le fait que la phase du faisceau soit très bruitée limitait la plage des quadratures comprimées.

La formule (1.5.23) nous invite à améliorer la situation en tirant parti de la modification de la dynamique du résonateur.

1.6 Effets dynamiques de la pression de radiation

Nous avons vu que le couplage optomécanique peut modifier de façon profonde les propriétés de la lumière ; il est aussi possible de manipuler l'état du résonateur avec la lumière. Nous nous plaçons pour cela dans la situation où la cavité est désaccordée.

1.6.1 Force de pression de radiation en cavité désaccordée

Dans une cavité désaccordée l'intensité dépend du désaccord. Le résonateur va donc être soumis à chaque instant à une force, la pression de radiation, qui est liée à l'intensité intracavité et donc à sa position aux instants antérieurs. Le résonateur perçoit donc une force proportionnelle à son déplacement qui a pour effet de modifier sa fréquence de résonance. Comme cette force est assimilable à celle que produirait un ressort fixé entre le coupleur de la cavité et la surface du résonateur, on parle de ressort optique. En outre, la réponse est retardée par le temps de stockage des photons dans la cavité et selon que le déphasage est positif ou négatif, la force ressentie va amplifier ou atténuer le mouvement du résonateur et donc le chauffer ou le refroidir.

La force de pression de radiation subie par le résonateur est évidemment toujours liée aux fluctuations d'amplitude intracavité par (1.4.11), mais maintenant δp présente deux types de contributions. L'une, δp^{in} , est quantique. L'autre, δp^{x} , est liée au

déplacement δx du résonateur :

$$\delta p[\Omega] = \delta p[\Omega]^{\text{in}} + \delta p_x[\Omega], \quad (1.6.1)$$

$$\begin{aligned} \Delta \delta p^{\text{in}}[\Omega] &= \left(\frac{\gamma^2 + \bar{\Psi}^2 - i\gamma\Omega\tau}{\sqrt{\gamma^2 + \bar{\Psi}^2}} \right) (\sqrt{T}\delta p^{\text{in}}[\Omega] + \sqrt{P}\delta p^{\text{v}}[\Omega]) \\ &\quad - \left(\frac{i\bar{\Psi}\Omega\tau}{\sqrt{\gamma^2 + \bar{\Psi}^2}} \right) (\sqrt{T}\delta q^{\text{in}}[\Omega] + \sqrt{P}\delta q^{\text{v}}[\Omega]), \end{aligned} \quad (1.6.2)$$

$$\Delta \delta p_x[\Omega] = -4\hbar k \bar{\alpha} \bar{\Psi} \delta x[\Omega] \quad (1.6.3)$$

avec

$$\Delta = (\gamma - i\Omega\tau)^2 + \bar{\Psi}^2. \quad (1.6.4)$$

Nous avons pris soin de modifier la définition des quadratures du vide en les faisant tourner du même angle que les quadratures incidentes afin d'obtenir des expressions plus symétriques. La physique ne s'en trouve pas modifiée, le vide étant invariant par rotation de ses quadratures.

La contribution du mouvement du résonateur aux fluctuations d'amplitudes est responsable d'une force fluctuante de pression de radiation δF_x^{rad} liée au mouvement du résonateur :

$$\delta F_x^{\text{rad}}[\Omega] = -8\hbar k \bar{\alpha}^2 \frac{\bar{\Psi}}{\Delta} \delta x[\Omega]. \quad (1.6.5)$$

Cette force est nulle à résonance, atténuée pour des mouvements du miroir à des fréquences supérieures à la bande passante de la cavité et imaginaire, ceci à cause des effets de retard dus à la cavité. En introduisant dans l'équation précédente \bar{I} , définie par (1.3.96), la force s'écrit :

$$\delta F_x^{\text{rad}}[\Omega] = 4\hbar k^2 \frac{\gamma^2 + \bar{\Psi}^2}{\Delta} \frac{d\bar{I}}{d\bar{\Psi}} \Big|_{\bar{\Psi}} \delta x[\Omega]. \quad (1.6.6)$$

Nous pouvons tirer plusieurs enseignements de cette expression. Remarquons d'abord que la force est proportionnelle à la pente du pic d'Airy conformément à l'intuition. D'autre part, la partie réelle de cette force est maximale à basse fréquence, le déphasage étant alors nul tandis que la partie imaginaire est maximale pour des désaccords de l'ordre des pertes et à des fréquences proches de la fréquence de coupure de la cavité ($\bar{\Psi} \approx \gamma$ et $\Omega \approx \Omega_c$). Les modes mécaniques à basse fréquence verront leur fréquence d'oscillation modifiée plus notablement, les modes proches de la bande passante seront plus facilement amortis ou excités, quant aux modes de fréquence plus importante, ils seront modifiés plus difficilement, la force diminuant¹⁰. Nous évaluons maintenant la modification de la dynamique du résonateur.

10. Certes, la force diminue pour les modes haute fréquence, mais la limite du processus de refroidissement est plus basse dans ce régime dit des *bandes latérales résolues* [48].

1.6.2 Modification de la dynamique du résonateur

Nous venons de voir qu'une nouvelle force était à prendre en compte en plus du bruit thermique et du bruit de pression de radiation quantique. Ce dernier est typiquement bien plus faible que le bruit thermique, aussi nous le négligeons dans cette section. Dans ces conditions, les fluctuations de position du résonateur deviennent :

$$\delta x[\Omega] = \chi[\Omega](\delta F_T[\Omega] + \delta F_{\text{rad}}^x)[\Omega]. \quad (1.6.7)$$

En posant une susceptibilité effective χ_{eff} selon :

$$\chi_{\text{eff}}[\Omega]^{-1} = \chi[\Omega]^{-1} + 8\hbar k^2 \bar{\alpha}^2 \frac{\bar{\Psi}}{\Delta}, \quad (1.6.8)$$

on est conduit à modifier (1.6.7). Cette équation s'écrit alors :

$$\delta x[\Omega] = \chi_{\text{eff}}[\Omega] \delta F_T. \quad (1.6.9)$$

Les fluctuations de position ne sont alors plus gouvernées que par le bruit thermique d'un oscillateur modifié ; le résonateur est habillé par le champ optique et tout se passe comme si la force de pression de radiation n'existait plus. Nous pouvons évaluer les paramètres de ce nouvel oscillateur.

Nouveaux paramètres

L'identification terme à terme de l'expression générique de la susceptibilité générique et de la susceptibilité effective au voisinage d'un mode mécanique permet de trouver la nouvelle fréquence de résonance mécanique Ω_{eff} et le nouveau taux de relaxation Γ_{eff} :

$$\Omega_{\text{eff}} = \Omega_M \left(1 + \text{Re} \left(1 + \frac{\bar{\Psi} \Psi_{\text{NL}}}{\Delta} \right) \right), \quad (1.6.10)$$

$$\Gamma_{\text{eff}} = \Gamma_M \left(1 + \text{Im} \left(1 - 2Q \frac{\bar{\Psi} \Psi_{\text{NL}}}{\Delta} \right) \right). \quad (1.6.11)$$

On prendra soin d'évaluer le terme Δ à la pulsation Ω_M . Nous avons défini un paramètre Ψ_{NL} qui quantifie les effets non-linéaires du système ; il représente le déphasage dû au recul statique du miroir causé par la pression de radiation :

$$\Psi_{\text{NL}} = \frac{4\hbar k^2 \bar{\alpha}^2}{M\Omega_M^2}. \quad (1.6.12)$$

C'est par exemple lorsque ce terme est proche de γ qu'apparaît la bistabilité mécanique de la cavité. La condition $\Psi_{\text{NL}} \gg \gamma$ est de plus nécessaire pour observer un fort squeezing basse fréquence du champ quittant la cavité [49].

Spectre de bruit thermique

Le couplage réel du mode mécanique au bain thermique n'est pas modifié. Le spectre de force thermique est donc toujours donné par (1.4.7) ; le résonateur y répond avec sa susceptibilité effective :

$$S_x^T[\Omega] = |\chi_{\text{eff}}[\Omega]|^2 S_F^T[\Omega]. \quad (1.6.13)$$

Tout se passe comme si le résonateur était toujours à l'équilibre thermodynamique mais à une température T_{eff} différente, donnée par le nouvel amortissement :

$$T_{\text{eff}} = T \frac{\Gamma}{\Gamma_{\text{eff}}} = T \frac{Q_{\text{eff}}}{Q}. \quad (1.6.14)$$

En fonction du signe du désaccord à la cavité, le mode va aussi bien être chauffé que refroidi. Un désaccord négatif va augmenter la largeur de la réponse mécanique et donc refroidir le mode mécanique. Pour un désaccord positif, le mode est chauffé, il est même possible d'obtenir une largeur négative : le système est alors instable.

Ce comportement n'est pas sans rappeler celui d'un asservissement. Il existe une analogie profonde entre un système optomécanique et un asservissement [50]. La cavité agit comme un amplificateur du mouvement du miroir. En désaccordant la cavité il est possible de refroidir le mode ou de le chauffer en amplifiant le déplacement du miroir. Si le déplacement n'est pas d'origine thermique mais est un signal utile, on peut tirer parti de l'effet d'amplification pour augmenter le rapport signal à bruit [51].

1.6.3 Limite de sensibilité sur un résonateur refroidi

Un faisceau venant sonder le déplacement d'un résonateur refroidi par un second faisceau voit un résonateur effectif possédant une susceptibilité et une intensité SQL effectives différentes de celle du résonateur originel. À intensité incidente fixe, le bruit de phase du faisceau quittant la cavité refroidie est inférieur au cas sans refroidissement. En effet, tant le bruit thermique que le bruit de pression de radiation sont atténués. Ils le sont d'ailleurs dans les mêmes proportions, cela est visible sur la figure 1.16. En revanche, le mouvement de point zéro du résonateur effectif est toujours égal au déplacement SQL effectif. Nous avons donc une situation différente du cas de la mesure de déplacement du résonateur hors-résonance mécanique, présenté sur la figure 1.8. En effet, la contribution relative du mouvement de point zéro diminue en se plaçant hors-résonance.

En refroidissant le résonateur, nous réduisons le déplacement du résonateur, ce qui facilite la mise en évidence des corrélations optomécaniques en relaxant la contrainte sur l'accord du laser à la cavité, donnée par l'équation (1.5.23). De plus, le rapport signal à bruit de la mesure n'est pas modifié. Le temps de moyennage nécessaire n'est donc pas modifié. Cette effet ingénieux a été utilisé pour la première mesure des corrélations optomécaniques par le groupe de Cindy Regal. La cavité optomécanique possédait initialement une intensité SQL de 2,2 nW. Une fois le résonateur refroidi d'un facteur 2800 par les effets dynamique de la pression de radiation, l'intensité SQL effective était de 6,1 μ W. L'expérience a donc été réalisée à seulement 42 fois la SQL . La contrainte d'accord du laser à la cavité était donc largement relaxée, et des corrélations d'un niveau de 40% ont pu être observées dans un environnement cryogénique. Une autre solution est de mesurer le déplacement mécanique au pied du pic mécanique. On s'affranchit de plus du mouvement de point zéro du résonateur.

Nous avons présenté dans ce chapitre le couplage optomécanique et son importance dans les limites de sensibilité des mesures interférométriques. Nous proposons de le mettre en évidence à température ambiante. La difficulté principale de notre expérience est donc le bruit thermique. Celui-ci empêche toute compression de bruit induite par

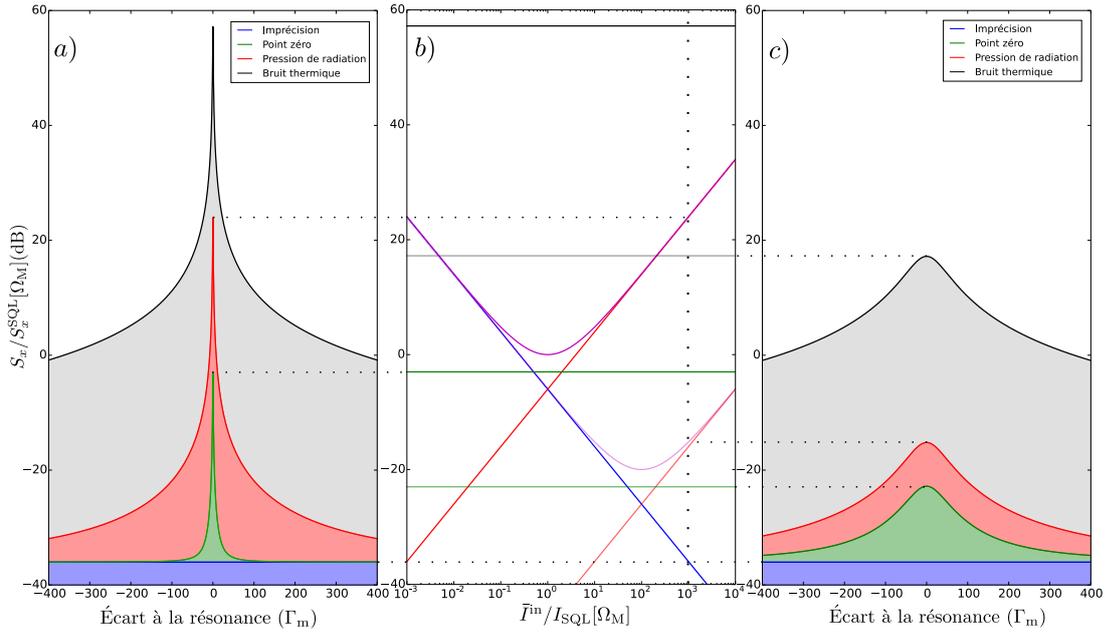


FIGURE 1.16 – Spectre de déplacement d'un résonateur mécanique de fréquence de résonance 1 MHz à température ambiante $T = 300$ K. Le spectre de déplacement du résonateur, pour un intensité incidente de $1000 I_{SQL}[\Omega_M]$, est présenté en a). Le même résonateur est présenté en c), mais cette fois refroidi d'un facteur 100. Le rapport entre bruit de pression de radiation et bruit thermique est conservé, tandis que ce n'est pas le cas du rapport bruit de pression de radiation sur mouvement de point zéro. Nous reportons en b) la valeur des différents bruits à la fréquence de résonance mécanique en fonction de l'intensité de la sonde. Les couleurs foncées correspondent au résonateur non-refroidi et les couleurs claires au résonateur refroidi d'un facteur 100 par le second faisceau.

le couplage optomécanique au niveau quantique, c'est pourquoi nous mettons en place une expérience de type pompe-sonde.

De plus, la condition d'accord à la cavité est donnée par le niveau de bruit thermique également. Nous proposons deux méthodes pour faciliter l'expérience : la première est de mettre en évidence les corrélations hors-résonance mécanique, dans une zone où le rapport entre bruit de pression de radiation et bruit thermique est conservé, mais le mouvement total du miroir réduit. On ne change ainsi pas la valeur des corrélations à mesurer. La deuxième méthode est de refroidir le résonateur par les effets de pression de radiation. Ajoutons qu'il serait équivalent d'utiliser une boucle de contre-réaction pour refroidir le résonateur. Pour mesurer les corrélations optomécaniques au niveau quantique, nous avons construit un montage optique à bas-bruit permettant l'utilisation de deux faisceaux dans la cavité optomécanique, ainsi que l'emploi d'un faisceau auxiliaire permettant d'exciter le résonateur.

Chapitre 2

Pour mettre en évidence les corrélations optomécaniques en régime thermique, un montage optique à bas bruit offrant la possibilité d’asservir deux faisceaux à la cavité de mesure a été conçu. Nous exposons dans cette partie les différents éléments qui le constituent.

2.1 Présentation générale

Le montage est représenté sur la figure 2.1. Un laser Verdi 18 W est utilisé comme pompe pour un laser titane:saphir (Ti:Sa) fabriqué au laboratoire, dont la conception a été réalisée par François Biraben [52]. Son fonctionnement sera détaillé ultérieurement. Le faisceau obtenu à la longueur d’onde de 810 nm est séparé en deux : le faisceau arrière — utilisé pour exciter le résonateur par pression de radiation — et un faisceau qui donnera les faisceaux sonde et pompe. Ce dernier faisceau est modulé en phase par un modulateur électro-optique (EOM) résonnant à 12 MHz, l’EOM_{FPPF} : la démodulation de l’intensité réfléchi par le FPF (Fabry-Perot de filtrage) à cette fréquence permet l’asservissement du laser sur cette cavité par la méthode Pound–Drever–Hall (PDH) [53].

Comme son nom l’indique, le FPF est une cavité de filtrage tant spatial que fréquentiel : le faisceau sortant du Ti:Sa est en effet elliptique et présente un bruit technique important qu’il faut filtrer. Le FPF possède une cale piézoélectrique trop lente pour permettre l’asservissement du FPF sur le Fabry-Perot de mesure (FPM) ; les corrections rapides de fréquence sont réalisées à l’aide d’un modulateur acousto-optique (AOM) en double passage, l’AOM_{lock}. La correction de fréquence est donc réalisée par le même actuateur pour les faisceaux (sondes et pompe), ce qui évite des fluctuations de fréquences différentielles entre ces deux faisceaux.

Un cube est placé sur le chemin optique de manière à permettre l’injection d’un faisceau *de réglages* issu d’un laser fibré.

L’asservissement du FPF sur le FPM est réalisé encore une fois par la méthode PDH, en utilisant la modulation de phase créée par l’EOM_{FPPF} résonnant à 50 MHz. Les cubes placés de part et d’autre de l’EOM permettent une mesure et une réduction de l’amplitude résiduelle de modulation due à une éventuelle modulation de polarisation présente si le cristal n’est pas attaqué selon un axe propre.

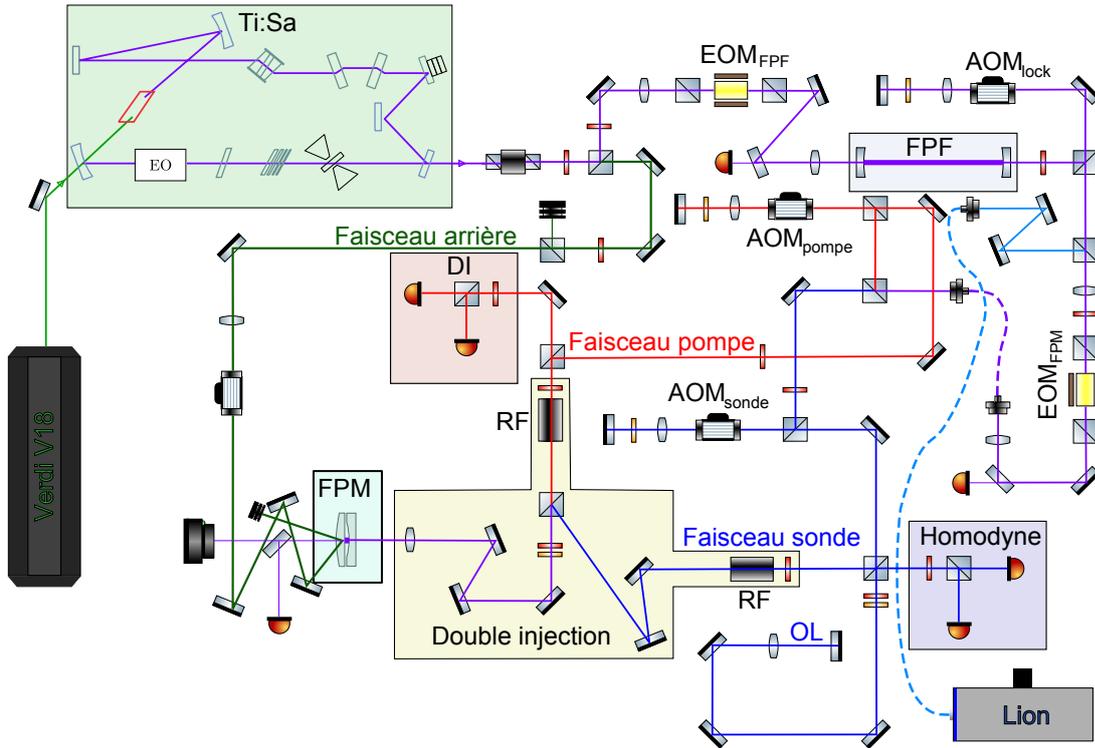


FIGURE 2.1 – Montage expérimental utilisé.

Le faisceau passe ensuite par une fibre de filtrage spatial. Les avantages sont multiples :

- Nous nous assurons que le faisceau à la sortie de cette fibre ne présente pas de bruit de pointé qui se transformerait en bruit d’amplitude dans la cavité de mesure.
- Nous isolons la partie source laser du montage de la partie FPM. Nous pouvons intervenir sur le FPF par exemple sans désaligner le reste du montage.
- Nous nous assurons que le faisceau de réglages et les faisceaux *scientifiques* partagent le même mode spatial.
- Les performances du double passage peuvent être évaluées.

En effet, l’angle de déflexion du faisceau diffracté par un AOM est lié au changement de fréquence de celui-ci, si bien qu’on ne peut modifier la fréquence du laser sans perturber son alignement avec le reste du montage optique. Une solution élégante consiste à utiliser un montage en *œil de chat* [54] qui présente l’avantage de ne pas désaligner le faisceau sortant lors d’un changement de fréquence. Le prix à payer est une perte de puissance optique d’un facteur 2, limitée par l’efficacité de diffraction en simple passage. L’idée est de placer un *waist* dans l’AOM — c’est la procédure classique pour obtenir une bonne efficacité de diffraction et un bon profil spatial pour le faisceau diffracté —, de placer une seconde lentille en sortie d’AOM de telle sorte que le *waist* soit dans son plan focal objet. En plaçant un miroir plan en incidence normale par rapport au faisceau non diffracté, on s’assure que le faisceau retour sera superposé au faisceau incident. Si en plus on place ce miroir au *waist* du faisceau, les faisceaux

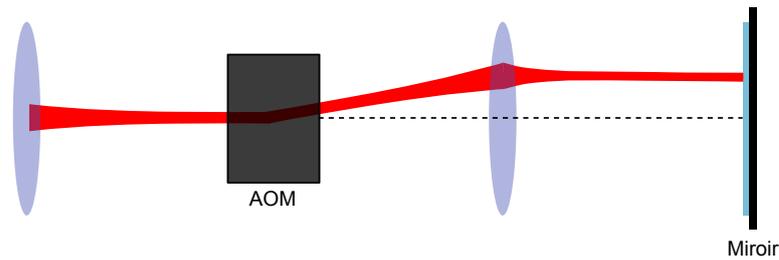


FIGURE 2.2 – Principe du montage en œil de chat. En positionnant le miroir et l’AOM astucieusement par rapport aux waists du faisceau, on s’assure que le faisceau sortant du double passage est stable en position vis-à-vis de la fréquence de fonctionnement de l’AOM.

auront aussi la même taille. La situation est représentée figure sur la figure 2.2.

La mesure du couplage à la fibre, c’est-à-dire le ratio entre l’intensité sortante et l’intensité incidente, est donc une mesure de la qualité du double passage. Celui-ci est sensible à la taille et à la direction du faisceau. La mesure du couplage permet ainsi d’estimer les performances du système.

Il se trouve qu’en faisant varier la fréquence de fonctionnement de l’AOM en envoyant une rampe sur son entrée de modulation, l’efficacité de diffraction est également modifiée¹. Cet effet est à prendre en compte lors de l’estimation du couplage avec la fibre.

Une partie du faisceau avant la fibre et après le double passage est prélevée pour servir de référence pour discriminer les effets de changement d’adaptation de mode des effets de réduction de l’efficacité de diffraction lors du scan en fréquence de l’AOM. La figure 2.3 présente la courbe obtenue. Nous voyons que le couplage à la fibre varie très peu à l’échelle des changements de fréquence nécessaires à l’asservissement à la cavité de mesure (quelques mégahertz alors que l’amplitude du scan est de 200 MHz).

La calibration de l’axe temporel obtenue à l’aide de l’oscilloscope est assurée par une mesure du déplacement de la fréquence de la sinusoïde délivrée par le VCO résultant de la rampe à son entrée de modulation de fréquence par un analyseur de spectre en mode *MaxHold*.

Le bruit de pointé de l’AOM est transformé en bruit d’intensité par le biais de la dépendance du couplage à la fibre avec la fréquence de travail de l’AOM. On peut donc réduire ce bruit en se plaçant à un maximum de couplage. Ajoutons à cela que la fibre doit être aussi courte que possible pour éviter d’ajouter un bruit de phase au laser.

À la sortie de la fibre, le faisceau est séparé en deux. La première partie donne le faisceau pompe qui passe par un AOM en double passage, tandis que la seconde partie passe elle-aussi par un AOM avant d’être divisée en deux : le faisceau sonde et l’oscillateur local nécessaire à la détection homodyne du bruit de phase du faisceau sonde. Les deux AOMs fonctionnent en statique. Les faisceaux pompe et sonde sont portés par deux polarisations linéaires orthogonales et la finesse du FPM est suffisante

1. L’efficacité de diffraction est modifiée par plusieurs facteurs. Le waist de diffraction optimale du faisceau dépend de la fréquence de fonctionnement et surtout, l’onde acoustique parcourant le cristal de l’AOM (TeO_2) est l’effet du déplacement d’un piézoélectrique relié à un circuit LC résonnant. Si on s’écarte de la résonance de ce circuit l’amplitude de l’onde acoustique est réduite.

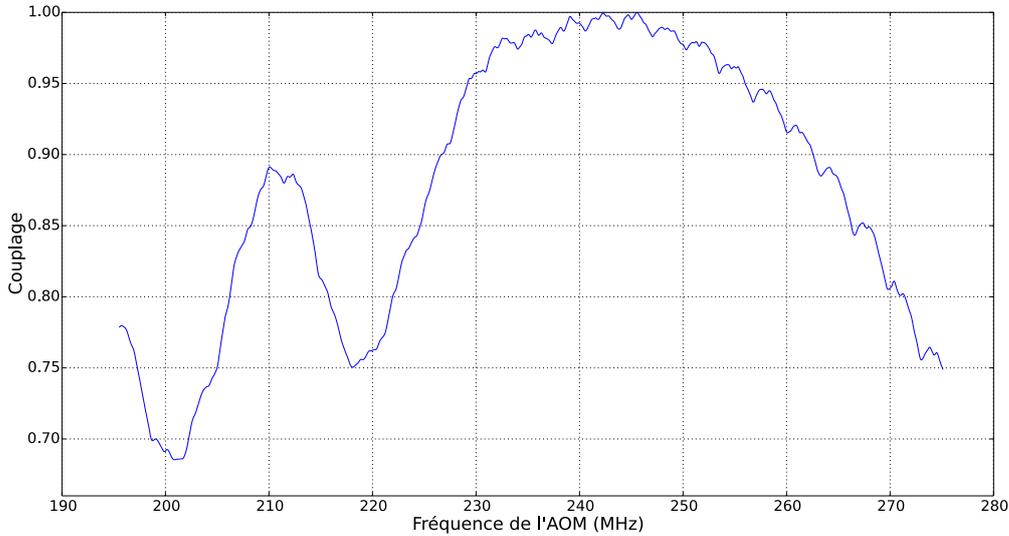


FIGURE 2.3 – Puissance transmise par la fibre en fonction de la fréquence de l’onde acoustique dans l’AOM_{lock}. L’intensité mesurée à la sortie de la fibre est normalisée par l’intensité mesurée sur la photodiode de contrôle. On s’affranchit ainsi de la dépendance en fréquence de l’efficacité de diffraction de l’AOM. Notons que le décalage en fréquence de la lumière est le double de la fréquence indiquée à l’issue du double passage.

pour mesurer la biréfringence des miroirs : les deux résonances sont séparées typiquement de 1 MHz. Les AOMs utilisés ont une fréquence de fonctionnement de 200 MHz, donc bien supérieure à la séparation en fréquence nécessaire. Nous utilisons donc deux AOM dont la fréquence de travail est séparée de 0,5 MHz. Comme nous utilisons encore un double passage, le premier faisceau voit sa fréquence augmenter de 400 MHz et le second subit un décalage en fréquence de 401 MHz ; la séparation relative des deux faisceaux est donc bien de 1 MHz. La configuration en double passage a été choisie de manière à pouvoir changer la séparation fréquentielle des deux faisceaux sans désaligner le montage.

Les faisceaux pompe et sonde sont ensuite recombinaés à l’aide d’un système de double injection. Un prisme de Glan-Taylor est utilisé en raison de son fort rapport d’extinction de plus de 60 dB. Une combinaison de lames $\lambda/2$ et lame $\lambda/4$ est utilisée car les modes propres de la cavité FPM ont une polarisation légèrement elliptique. Des rotateurs de Faraday sont utilisés pour que les faisceaux sortants de la cavité atteignent les détecteurs de phase et d’intensité.

Le résonateur est placé dans une enceinte à vide offrant deux accès optiques, un à l’avant et un à l’arrière. L’accès arrière permet d’exciter le résonateur à l’aide du faisceau arrière modulé en intensité. La faible transmission du FPM est utilisée pour trouver le mode fondamental à l’aide d’une caméra. On a aussi accès à l’intensité transmise grâce à une photodiode.

Nous avons présenté de manière rapide le fonctionnement du montage optique et allons détailler plus précisément le fonctionnement de chaque partie. Nous commençons par les lasers employés.

2.2 Sources laser

Nous présentons maintenant les sources laser utilisées. Elles sont au nombre de deux : un Ti:Sa, dont la fréquence peut être accordée sur une plage assez large pour s'asservir au FPM — cela évite de placer les miroirs de la cavité de mesure sur des cales piézoélectriques qui pourraient compromettre la stabilité du montage —, et une diode accordable sur plus de 50 nm en continu, très utile pour aligner une cavité ou trouver la fréquence du mode fondamental du FPM, celle-ci se déplaçant jusqu'à 2 nm à l'échelle de la journée.

2.2.1 Laser Ti:Sa

Le FPM étant très court (environ $500\ \mu\text{m}$), son ISL^2 est de 300 GHz. L'écart en fréquence entre les modes d'ordre supérieurs est de plus de 4 GHz étant donné le rayon de courbure du coupleur de la cavité.

On souhaite un laser accordable en continu sur un intervalle de l'ordre de la dizaine de gigahertz, accordable par sauts sur plusieurs centaines de gigahertz et présentant un bruit technique le plus faible possible. Un laser Ti:Sa répond à ce cahier des charges.

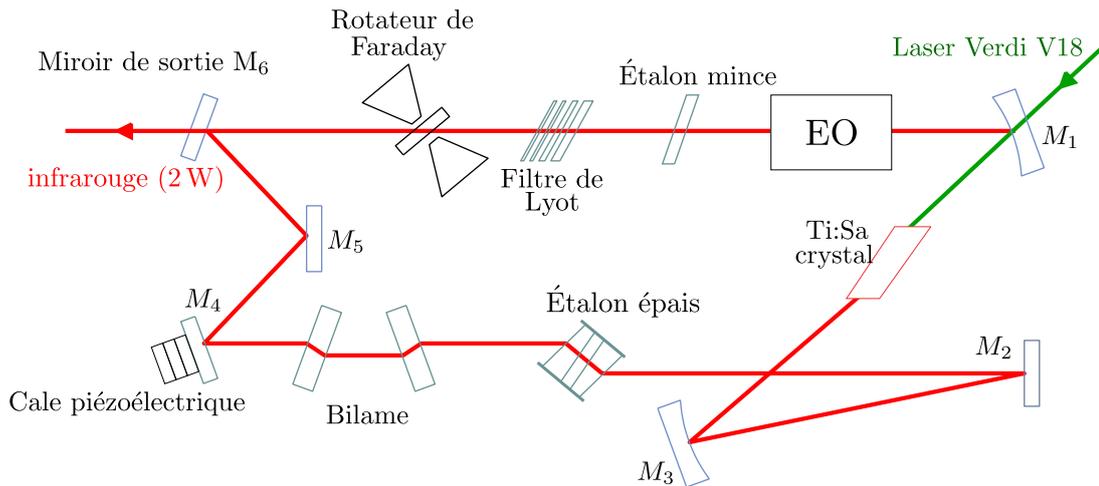


FIGURE 2.4 – Éléments composant la cavité du laser Ti:Sa.

La cavité en nœud papillon du laser, représentée sur la figure 2.4, est composée d'éléments permettant la sélection d'un unique mode. En effet, le gain du cristal de saphir dopé au titane est important sur une plage extrêmement importante, plusieurs centaines de nanomètres³, tandis que l'ISL de la cavité n'est que de 200 MHz. De nombreux modes sont susceptibles d'être amplifiés et doivent donc être filtrés. C'est le rôle des éléments suivants :

- Le filtre de Lyot, composé de quatre plaques biréfringentes formant un filtre de largeur 100 GHz, qui peuvent tourner autour de l'axe optique à l'aide d'un moteur pour sélectionner la fréquence centrale.

2. *Intervalle spectral libre*, soit l'écart entre deux résonances longitudinales successives de la cavité

3. La transmission des miroirs est bien plus piquée en fréquence et ce sont ceux-ci qui limitent les performances du laser en terme d'accordabilité à la plage 790 nm-850 nm

- Un étalon fin, c'est-à-dire une lame de silice dont les faces forment une cavité Fabry-Perot de largeur 150 GHz. La lame peut être inclinée à l'aide d'un moteur, modifiant ainsi la fréquence centrale du filtre. Un asservissement permet aussi de suivre le déplacement du mode laser si l'on souhaite modifier sa longueur d'onde : la réflexion de la lame est mesurée par une photodiode et est minimisée en inclinant la lame.
- Un étalon épais, constitué de deux prismes possédant une réflectivité de 30% dont un est monté sur une cale piézoélectrique permettant de modifier la longueur de la cavité Fabry-Perot de largeur 19 GHz qu'ils constituent. La longueur de la cavité est modulée à 3 kHz. Une photodiode en dehors du laser détecte cette modulation pour réaliser une détection synchrone et asservir la cavité à résonance.

Les deux étalons permettent des sauts discrets de 150 GHz ou 19 GHz en tournant le Lyot ou en inclinant l'étalon mince respectivement. Un parcours sans saut de mode de plusieurs dizaines de gigahertz est possible grâce aux différents asservissements et au bilame. Les deux lames qui le composent peuvent être inclinées de façon symétrique, ce qui permet de modifier la longueur optique de la cavité sans déplacement du faisceau.

Comme la cavité supporte deux modes contrapropageants, ils faut en éliminer un. C'est le rôle des miroirs non coplanaires M_4 , M_5 et M_6 associés au rotateur de Faraday, qui produisent des pertes plus importantes sur le bilame pour un des modes, ne laissant que le faisceau sortant par M_6 (de transmission 4%). Une cavité d'analyse permet de s'assurer du caractère monomode du faisceau. On a aussi accès à sa longueur d'onde grâce à un lambdamètre.

L'asservissement du laser sur le FPF est rendu possible par l'EO qui permet des modifications rapides de la longueur apparente de la cavité jusqu'à 1 MHz et par le miroir M_4 monté sur une pile de cales piézoélectriques. Ce piézoélectrique permet aussi une modulation de la fréquence du laser à 100 Hz, utile pour scanner le FPF.

Du fait du vieillissement des diodes de pompe du laser Verdi, le laser de pompe est limitée à 12 W, ce qui plafonne la sortie du Ti:Sa à 1,4 W.

Du fait de notre choix de montage optique, le faisceau du Ti:Sa est obligé de passer par le FPF et scanner le FPM avec ce faisceau est expérimentalement très contraignant. Un second faisceau issu d'un laser ne passant pas par une cavité de filtrage et facilement accordable en continu sur plusieurs dizaines de nanomètres est nécessaire.

2.2.2 Diode laser

Notre choix s'est porté sur une diode laser à cavité externe fibrée en configuration Littman-Metcalf [55] fabriquée par Sacher Lasertechnik. La puissance en sortie de fibre est au maximum de 30 mW et la plage de fonctionnement est de plus de 30 nm sans saut de mode. Un piézoélectrique permet de modifier finement la longueur d'onde sur une plage de 30 GHz.

La figure 2.5 présente la puissance obtenue en sortie de fibre au niveau de l'injection dans le montage optique. Un coupleur fibré 90 : 10 est placé entre la fibre couplée au laser et la fibre servant à injecter le faisceau de réglages dans le montage. À l'aide de la sortie 10% du coupleur on a facilement accès à la longueur d'onde du laser puisque le lambdamètre est lui-même fibré. Nous avons décidé de ne pas coupler direc-

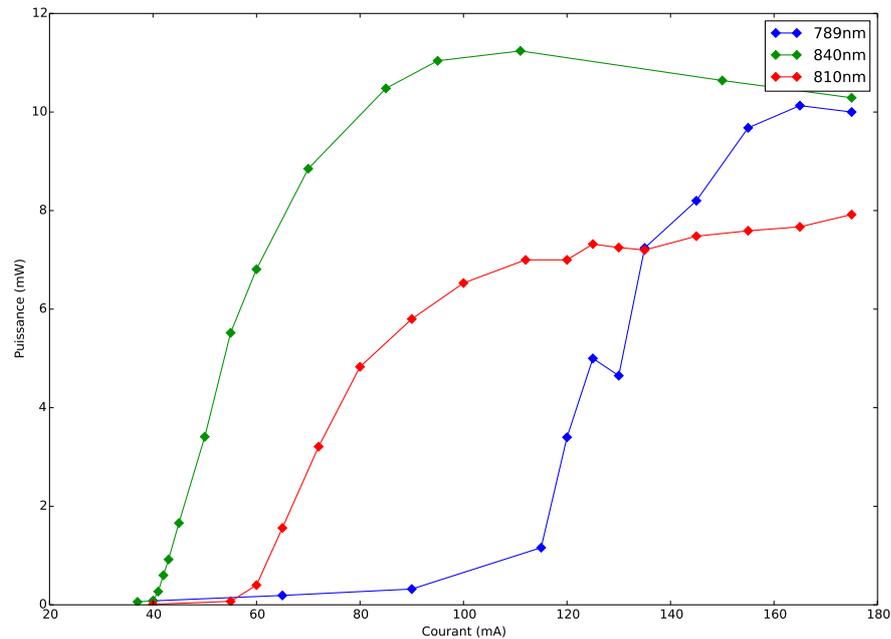


FIGURE 2.5 – Puissance du faisceau de travail au niveau de l’injection en fonction du courant pompant la diode pour différents longueurs d’onde.

tement le coupleur fibré au laser pour nous laisser la possibilité d’utiliser le laser pour d’autres application nécessitant une puissance plus importante sans avoir à recoupler une nouvelle fibre au laser, cette opération étant relativement fastidieuse. Ce choix de modularité se paie en terme de puissance disponible au niveau du montage optique : à chaque changement de fibre, on perd une fraction importante de la lumière.

Le faisceau issu de ce laser passe par la fibre de filtrage et est donc parfaitement aligné avec le faisceau du Ti:Sa dans le reste du montage. Notons qu’il passe lui aussi par l’EOM à 50 MHz mais pas par l’AOM d’asservissement. On ne peut donc pas l’asservir à la cavité de mesure.

Un tel laser présente un bruit plus important que le Ti:Sa mais est bien plus pratique pour détecter la résonance du FPM. On peut trouver la résonance du FPM avec le faisceau de travail et alors mesurer sa longueur d’onde. Le Ti:Sa est amené à la même longueur d’onde. La cale piézoélectrique du FPF est balayée pour trouver la longueur du FPF résonante à la même longueur d’onde que le FPM. On asservi alors le Ti:Sa sur le FPF. Le balayage de la cale piézoélectrique du FPF permet alors de retrouver la résonance du FPM puis d’asservir le FPM au FPF.

Dans le cas où l’on souhaite aligner et caractériser une nouvelle cavité, l’amplitude de scan est un atout important. Un modulateur de phase fibré peut être placé entre la sortie du laser et le coupleur fibré injectant le faisceau dans le montage optique. On peut alors se servir des bandes latérales créées à la fréquence désirée pour mesurer la finesse de la cavité par exemple.

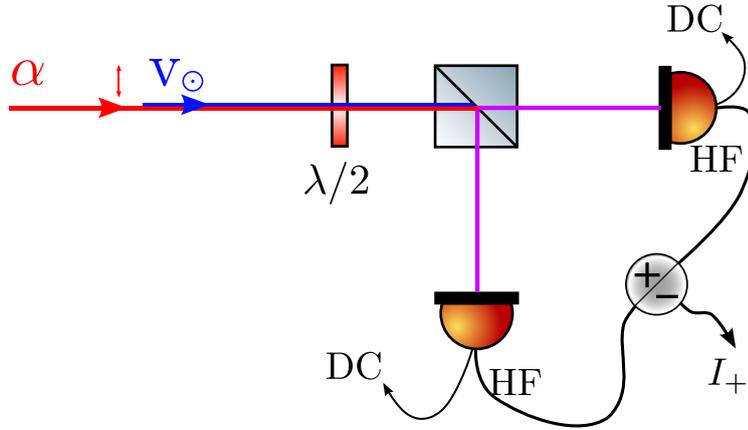


FIGURE 2.6 – Schéma de la détection équilibrée

2.3 Détection d'intensité

La détection d'intensité (DI) a été construite par Alexandros Tavernarakis [56]. C'est une détection équilibrée (voir la figure 2.6) : les deux photodiodes et les gains électroniques sont identiques. Elle permet de remonter aux fluctuations du faisceau incident en regardant la somme des photocourants et au bruit quantique uniquement en regardant la différence des photocourants. Notons G_1 et G_2 les deux gains des photodiodes et η la séparation en intensité des faisceaux. Un rapide calcul donne :

$$I_1[\Omega] = G_1[\Omega] \left[\eta \alpha \delta p_\alpha[\Omega] + \sqrt{\eta(1-\eta)} \alpha \delta p_v[\Omega] \right], \quad (2.3.1)$$

$$I_2[\Omega] = G_2[\Omega] \left[(1-\eta) \alpha \delta p_\alpha[\Omega] - \sqrt{\eta(1-\eta)} \alpha \delta p_v[\Omega] \right], \quad (2.3.2)$$

où δp_v désigne les fluctuations du vide rentrant par le cube, purement quantiques donc, et δp_α désigne les fluctuations du faisceau α que nous souhaitons mesurer. Les photocourants somme I_+ et différence I_- sont alors :

$$I_+[\Omega] = [G_2[\Omega] + (G_1[\Omega] - G_2[\Omega]) \eta] \alpha \delta p_\alpha[\Omega] + [G_1[\Omega] - G_2[\Omega]] \sqrt{\eta(1-\eta)} \alpha \delta p_v[\Omega], \quad (2.3.3)$$

$$I_-[\Omega] = [(G_1[\Omega] + G_2[\Omega]) \eta G_2[\Omega]] + [G_1[\Omega] + G_2[\Omega]] \sqrt{\eta(1-\eta)} \alpha \delta p_v[\Omega]. \quad (2.3.4)$$

Il suffit que les gains soient égaux $G_1 = G_2 = G$ pour que I_+ mesure le bruit du faisceau incident, indépendamment de η ⁴ :

$$I_+[\Omega] = G \alpha \delta p_\alpha[\Omega]. \quad (2.3.5)$$

4. En pratique, on ne se prive pas d'équilibrer les puissances pour réduire la contrainte sur l'équilibre des gains ou éviter de saturer une photodiode.

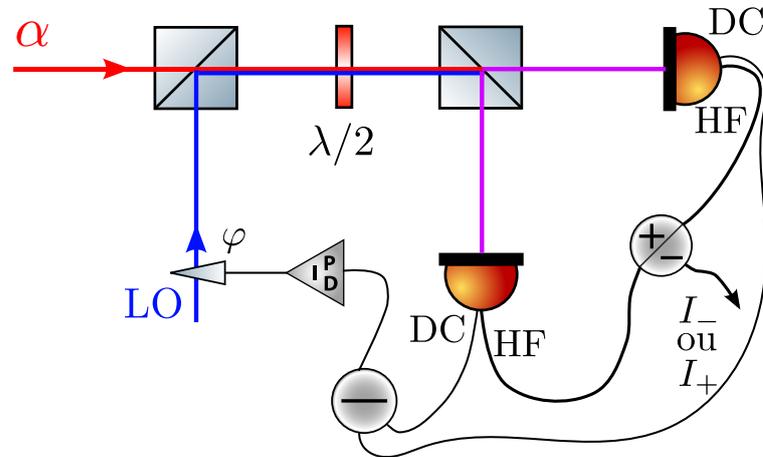


FIGURE 2.7 – Schéma de la détection homodyne.

Si de plus les puissances sont équilibrées ($\eta = 1/2$), nous avons :

$$I_-[\Omega] = G\alpha\delta p_v[\Omega]. \quad (2.3.6)$$

Cela traduit bien que I_- mesure le bruit d'un faisceau limité quantiquement à la puissance de α . Une telle détection permet d'estimer simplement le niveau de bruit classique d'un faisceau par comparaison de I_+ , le niveau de bruit du faisceau, et I_- , le niveau de bruit quantique de ce même faisceau. Nous présentons une autre méthode pour estimer le bruit classique d'un faisceau dans la section 3.3.3. Elle utilise la configuration balancée en puissance mais relaxe la contrainte sur l'équilibre des gains.

2.4 Détection Homodyne

La phase du faisceau n'est pas mesurable dans l'absolu, seules des différences de phase le sont. Nous faisons donc battre le faisceau α dont nous souhaitons mesurer les fluctuations de phase avec une référence : un autre faisceau α_{LO} , intense, l'oscillateur local, servant de référence de phase. Nous supposons sans perte de généralité que α_{LO} est réel. Nous nous plaçons de plus dans une configuration balancée qui permet de s'affranchir des fluctuations d'amplitude du faisceau intense de nature classique. Le montage est représenté sur la figure 2.7. Nous associons à chaque photodiode un gain noté G_1 pour la première et G_2 pour la deuxième. L'oscillateur local LO est déphasé par rapport au signal α de φ . Les deux faisceaux sont portés par des polarisations linéaires orthogonales. Ils passent ensemble par une lame $\lambda/2$ qui les sépare en deux parties de même puissance. On montre que les photocourants I_1 et I_2 sont donnés,

dans l'approximation où $|\alpha_{\text{LO}}|^2 \gg |\alpha|^2$ par :

$$I_1[\Omega] = \frac{G_1[\Omega]}{2} (I_{\text{LO}}[\Omega] + I_{\text{hom}}[\Omega]), \quad (2.4.1)$$

$$I_2[\Omega] = \frac{G_2[\Omega]}{2} (I_{\text{LO}}[\Omega] - I_{\text{hom}}[\Omega]), \quad (2.4.2)$$

avec

$$I_{\text{LO}}[\Omega] = \alpha \delta p_{\text{LO}}[\Omega], \quad (2.4.3)$$

$$I_{\text{hom}}[\Omega] = \alpha_{\text{LO}} (\cos(\varphi) \delta p_{\alpha}[\Omega] + \sin(\varphi) \delta q_{\alpha}[\Omega]). \quad (2.4.4)$$

La phase de l'oscillateur détermine donc la quadrature qui est mesurée par la détection homodyne. On trouve pour les courants somme et différence :

$$I_-[\Omega] = \frac{G_1[\Omega] - G_2[\Omega]}{2} I_{\text{LO}}[\Omega] + \frac{G_1[\Omega] + G_2[\Omega]}{2} I_{\text{hom}}[\Omega], \quad (2.4.5)$$

$$I_+[\Omega] = \frac{G_1[\Omega] + G_2[\Omega]}{2} I_{\text{LO}}[\Omega] + \frac{G_1[\Omega] - G_2[\Omega]}{2} I_{\text{hom}}[\Omega]. \quad (2.4.6)$$

Une détection balancée est donc profitable ; son efficacité est évaluée en modulant en intensité l'oscillateur local et en mesurant à l'analyseur de spectres les courants somme et différence. On observe expérimentalement une réjection $(G_1[\Omega] + G_2[\Omega])^2 / (G_1[\Omega] - G_2[\Omega])^2$ de 30 dB.

Ajoutons que la composante basse fréquences de la tension issue des photodiodes est sensible au cosinus du déphasage, qui, pour une mesure de phase, doit être maintenu à $\pi/2$. Le cosinus s'annule donc et fournit un signal d'erreur utilisé pour asservir l'oscillateur local.

2.5 FPF

Le faisceau issu du Ti:Sa présente un bruit d'intensité trop important, qu'il nous faut donc réduire. Nous utilisons pour cela une cavité de filtrage.

Une cavité ce comporte comme un filtre passe-bas : les fluctuations sont moyennées sur le temps de vie des photons dans la cavité et les fluctuation à une fréquence supérieure à la bande passante interfèrent destructivement, réduisant le bruit.

Il nous faut donc une cavité de faible bande passante supportant un flux important — plus de 50 mW en sortie. Une cavité courte nécessiterait une finesse élevée, et donc serait plus sensible aux effets thermiques ainsi qu'aux vibrations acoustiques. Il apparaît donc qu'une cavité longue est plus favorable de ce point de vue. La limite à l'accroissement en longueur étant fixée par l'augmentation de la taille du faisceau sur les miroirs et les pertes par coupure correspondantes, ainsi que l'encombrement sur la table optique. La configuration retenue est une cavité de 30 cm de long et de finesse 2500.

2.5.1 Asservissement du Ti:Sa sur le FPF

Le signal d'erreur est obtenu selon la méthode de Pound-Drever-Hall : le faisceau est modulé en phase, à une fréquence bien supérieure à la bande passante de la cavité :

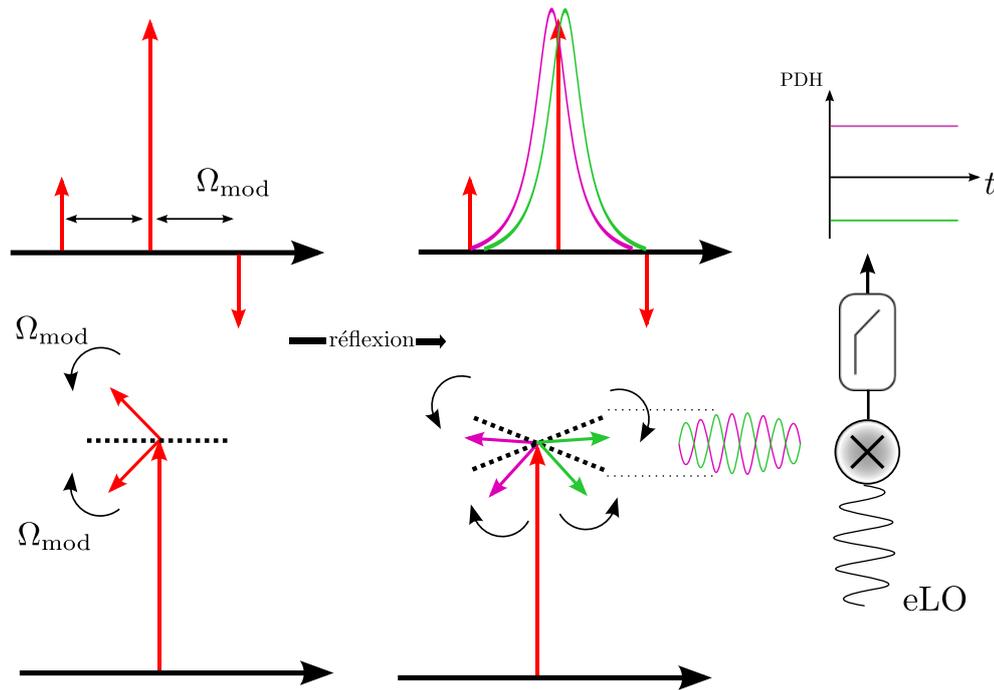


FIGURE 2.8 – Schéma de principe du signal PDH.

nous avons donc la porteuse à la fréquence du laser, entourée de deux bandes latérales en opposition de phase.

Si nous sommes parfaitement à résonance avec la cavité, les bandes latérales sont directement réfléchies en conservant leur phase. Aucune modulation n'est alors détectable à la fréquence de modulation sur une photodiode en réflexion.

Si, à l'inverse, nous sommes légèrement hors résonance, les deux bandes latérales sont réfléchies avec une phase différente et la modulation de phase est partiellement convertie en modulation d'intensité, d'un facteur d'autant plus grand qu'on est éloigné de la résonance. De plus, la phase de cette modulation nous renseigne sur le côté de la résonance où nous sommes : nous disposons donc d'un signal antisymétrique proportionnel au désaccord et donc exploitable pour asservir la cavité. La situation est expliquée sur la figure 2.8.

La modulation est extraite en mixant la tension issue de la photodiode avec une référence de phase bien choisie et en utilisant un filtre passe-bas pour supprimer les harmoniques. En modulant à une fréquence importante, on augmente la plage d'accroche, il faut veiller cependant à rester dans la bande passante de la photodiode.

Le signal PDH

La modulation de phase du faisceau incident α à la pulsation Ω_m se traduit par :

$$\alpha_{\text{mod}}(t) = \alpha(t)e^{i\epsilon\cos(\Omega_m t)}. \quad (2.5.1)$$

Un développement en fonctions de Bessel de $\alpha_{\text{mod}}(t)$ peut être effectué : une infinité de bandes latérales harmoniques de la fréquence de modulation apparaissent. Si de plus

la profondeur de modulation est faible ($\epsilon \ll 1$), on peut ne considérer que les premiers termes. On obtient alors :

$$\alpha_{\text{mod}}(t) = \alpha(t) \left(J_0(\epsilon) + iJ_1(\epsilon)e^{i\Omega_m t} - iJ_{-1}(\epsilon)e^{-i\Omega_m t} \right). \quad (2.5.2)$$

Apparaissent donc deux bandes latérales en quadrature. Nous pouvons appliquer indépendamment à la porteuse et aux bandes latérales le coefficient de réflexion de la cavité à leurs pulsations respectives pour un certain désaccord Ψ donné. En utilisant (1.3.104) et (1.3.105), on montre que :

$$r_{\Psi}[\Omega] = \frac{1 - P/\gamma + i\Psi/\gamma + i\Omega/\Omega_c}{1 - i\Psi/\gamma - i\Omega/\Omega_c}. \quad (2.5.3)$$

qui montre que pour des pertes nulles, le seul effet de la cavité est de déphaser les différents composantes fréquentielles du signal. Le champ sortant s'écrit :

$$\alpha_{\text{out}}(t) = \alpha(t) \left(r_{\Psi}[0]J_0(\epsilon) + ir_{\Psi}[-\Omega_m]J_1(\epsilon)e^{i\Omega_m t} - ir_{\Psi}[\Omega_m]J_{-1}(\epsilon)e^{-i\Omega_m t} \right). \quad (2.5.4)$$

La photodiode en réflexion détecte donc des termes oscillant à Ω_m , et d'autres oscillant à d'autres fréquences sans relation de phase avec la modulation connue : on les rejette en mixant la sortie de la photodiode avec un oscillateur local de phase ajustable. La modulation de la photodiode à Ω_m est donnée par :

$$I_{\text{out}} = -2J_0(\epsilon)J_1(\epsilon)\bar{I}_{\text{in}} \left[\text{Im} \left(r_{\Psi}[0]^* (r_{\Psi}[\Omega_m] + r_{\Psi}[-\Omega_m]) \right) \cos(\Omega_m t) - \text{Re} \left(r_{\Psi}[0]^* (r_{\Psi}[\Omega_m] - r_{\Psi}[-\Omega_m]) \sin(\Omega_m t) \right) \right]. \quad (2.5.5)$$

Seul le terme en $\cos(\Omega_m)$ s'annule en changeant de signe pour un désaccord nul. L'extraction de ce terme est assuré en mixant la tension issue de photodiode avec une sinusoïde à la fréquence de modulation de phase du faisceau laser qu'on appelle oscillateur local électrique. La phase relative de l'oscillateur local et de la modulation de phase du laser doit être ajustée de manière à extraire uniquement la partie utile du signal. Les harmoniques à la sortie du mixer sont filtrées par un filtre passe-bas, on peut voir son action comme un moyennage. Le signal d'erreur est alors donné par :

$$V_{\text{PDH}}(\Psi) = \langle I_{\text{out}} \cos(\Omega_m t) \rangle \quad (2.5.6)$$

$$= -\frac{J_0(\epsilon)J_1(\epsilon)\bar{I}_{\text{in}}}{2} \text{Im} \left(r_{\Psi}[0]^* (r_{\Psi}[\Omega_m] + r_{\Psi}[-\Omega_m]) \right) \quad (2.5.7)$$

Dans le cas où le désaccord à la cavité est faible devant la largeur de la résonance et la fréquence de modulation est grande comparée à la bande-passante de la cavité, le signal d'erreur s'approxime par :

$$V_{\text{PDH}}(\Psi) \approx -J_0(\epsilon)J_1(\epsilon)\bar{I}_{\text{in}} \frac{\Psi/\gamma}{1 + (\Psi/\gamma)^2}, \quad (2.5.8)$$

qui est bien antisymétrique, et de largeur égale à deux fois la bande passante de la cavité.

Le signal a été représenté sur la figure 2.9. La plage d'accroche — la zone où le signal d'erreur est non-nul — est fixée par la fréquence de modulation : elle vaut le double de cette fréquence. Le signal d'erreur peut être utilisé pour asservir le laser sur le FPF mais aussi caractériser les propriétés optiques de celui-ci.

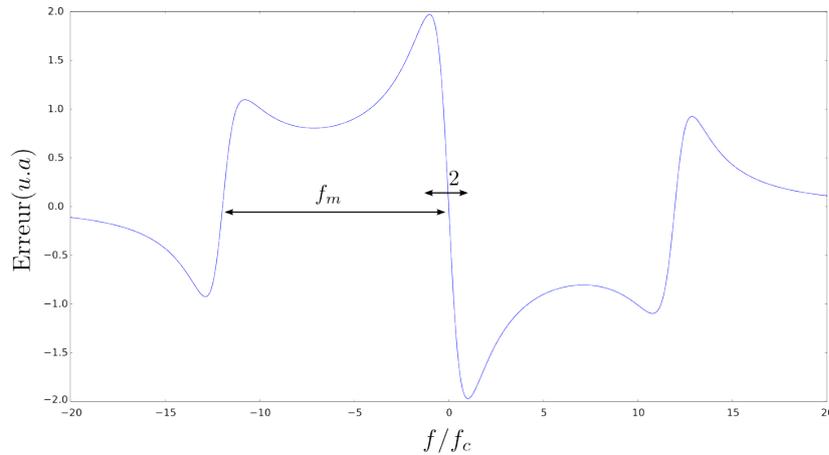


FIGURE 2.9 – Signal d’erreur PDH pour une modulation de phase à 12 fois la bande passante de la cavité. La plage utile du signal d’erreur est de 2 fois la bande passante tandis que la plage d’accroche est de 2 fois la fréquence de modulation et plus important, on bénéficie d’une pente très forte à résonance.

Principe de l’asservissement

Le signal d’erreur obtenu est utilisé sur trois actionneurs différents : la partie basse fréquence, jusqu’à 100 Hz, est employé sur la cale du miroir M_4 qui jouit d’une grande amplitude de déplacement mais d’une bande passante réduite en raison des résonances de la cale qui peuvent rendre l’asservissement instable si elles sont excitées. La partie intermédiaire du signal, de 100 Hz à quelques kilohertz, est amplifiée par un amplificateur rapide haute tension Tegam et envoyée sur la première électrode du modulateur l’électrooptique. La partie haute fréquence, jusqu’à 10 kHz, est envoyée directement sur la deuxième électrode du modulateur l’électrooptique. Une fois le laser asservi sur la cavité, un étage intégrateur est activé, augmentant le gain à basse fréquence pour compenser toute dérive lente.

L’amplitude de déplacement de la cale du miroir M_4 est importante mais finie, aussi la stabilité de l’asservissement est prolongée à l’échelle de la journée en limitant la tension aux bornes du piézoélectrique en utilisant le bilame du laser. Cette asservissement supplémentaire est présenté dans la partie 3.4.

Caractérisation optique

La longueur de cavité est connue : 30 cm. Une mesure de sa bande passante suffit alors par (1.3.109) pour en déterminer la finesse. Le FPF est scanné avec le Ti:Sa en utilisant la modulation à 100 Hz. Une courbe du PDH est obtenue en utilisant un oscilloscope : il nous faut calibrer l’axe horizontal en fréquence. Ceci est fait grâce à un ajustement de la courbe par l’équation (2.5.7) où les fréquences de modulation et la bande passante de la cavité sont laissées en paramètres libres. En utilisant le fait que la fréquence de modulation est de 12 MHz, on obtient la correspondance temps-fréquence (axe supérieur de la courbe 2.10).

La bande passante trouvée expérimentalement est de $2\pi \times 148$ kHz, ce qui corres-

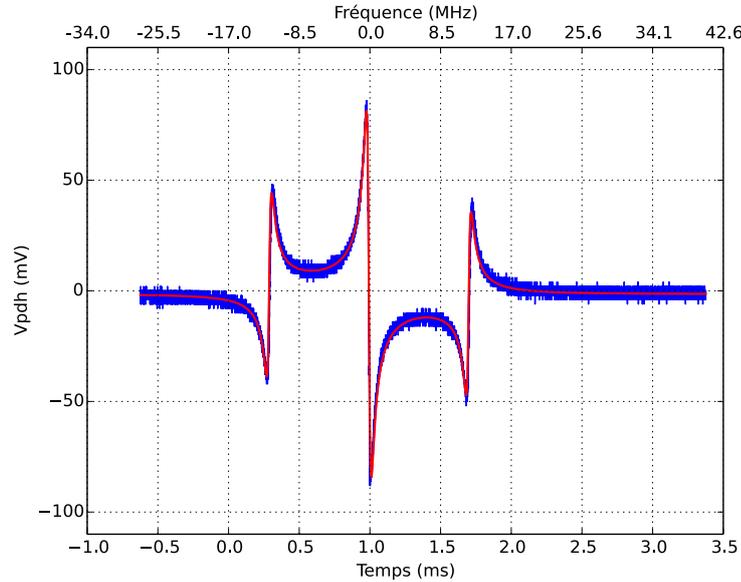


FIGURE 2.10 – Signal d’erreur PDH du FPF. La cavité est scannée en utilisant la modulation à 100 Hz du Ti:Sa. La courbe obtenue est ajustée. La connaissance de la fréquence de modulation, 12 MHz, permet alors de déterminer la bande passante de la cavité, et donc sa finesse si l’on connaît sa longueur.

pond à une finesse de 1690. C’est une valeur inférieure à celles précédemment trouvées, qui peut s’expliquer par une contamination des miroirs par des poussières. La cavité a en effet été démontée pour supprimer le système de joints permettant le réglage des miroirs. Ce système, bien que très pratique, s’est avéré instable mécaniquement et le réalignement complet de la cavité trop fréquent. Les miroirs ont été recollés aux embases en plexiglas en prenant le plus grand soin en terme d’alignement — un laser He-Ne placé en réflexion permettait de s’assurer du bon parallélisme des miroirs par rapport aux embases — si bien que la cavité est presque alignée une fois les embases vissées au tube constituant la cavité. Les corrections mineures de parallélisme s’effectuent à l’aide de fines feuilles de chrysocale servant de cales.

2.6 FPM

La cavité optomécanique a été conçue et initialement montée par Alexandros Tavernarakis. Elle est constituée d’une lentille plano-convexe en silice dont la face plane a été superpolie et recouverte d’un dépôt diélectrique de très grande qualité par le LMA⁵. Une telle géométrie est connue pour supporter des modes piégés [57], analogues à ceux d’une cavité optique, qui en tant que tel sont peu sensibles aux pertes par ancrage et peuvent atteindre de très hauts facteurs de qualité mécanique [58, 59].

Si le résonateur de diamètre 34 mm et d’épaisseur 2,55 mm possède une masse de près de 1 g, la masse du mode fondamental est plus faible, de l’ordre de la centaine

5. Laboratoire des Matériaux Avancés à Villeurbanne.

de microgrammes. Cette masse, importante au regard des standards des nombreux groupes étudiants le couplage optomécanique, est en partie compensée par une finesse importante.

2.6.1 Caractérisation optique

La détermination de la finesse d'une cavité passe généralement par la mesure de son ISL et de sa bande passante. Nous disposons d'un lambdamètre, d'une caméra en transmission de cavité et d'une diode laser largement accordable. Nous parcourons plusieurs ISL en notant à chaque fois la longueur d'onde du laser lorsque le mode fondamental est excité. Nous accédons ainsi à la valeur de l'ISL $\Delta\lambda$ en nm $\Delta\lambda$. Il est possible de déduire de l'ISL la longueur de la cavité :

$$L = \frac{c\lambda^2}{2\Delta\lambda}. \quad (2.6.1)$$

Nous trouvons une longueur de $548 \mu\text{m}$ à partir de la mesure de $\Delta\lambda = 0,1796 \text{ nm}$, en bon accord avec la conception de la cavité. La mesure de la bande passante peut s'avérer plus délicate : une mesure par le signal d'erreur PDH, comme effectuée pour le FPF, est compliquée par les vibrations mécaniques à basse fréquence qui déforment le signal d'erreur lors du scan et empêchent le bon ajustement des courbes par (2.5.7) (voir la figure 2.11). Une méthode alternative consiste à maintenir le laser résonnant avec la cavité tout en le modulant en intensité et à mesurer le filtrage de cette modulation. Le filtrage par la cavité est visible en principe aussi bien sur la lumière réfléchie que sur la lumière transmise. Néanmoins, la mesure de la bande passante est plus aisée en transmission.

En réflexion, les bandes latérales haute fréquence sont simplement réfléchies ; seules les bandes latérales à basse fréquence pénètrent dans la cavité et y subissent des pertes. Lors d'un balayage de la fréquence de modulation, la mesure de la bande passante de la cavité s'effectue au travers de la détection d'un défaut de modulation à basse fréquence par rapport aux hautes fréquences, d'autant plus prononcé que les pertes optiques et le couplage à la cavité sont importants et dont la largeur en fréquence correspond à la bande passante.

Une autre possibilité est de mettre en évidence le déphasage progressif des bandes latérales à haute fréquence par rapport à celles à basse fréquence. Cette mesure est cependant très sensible aux réflexions parasites de la lumière incidente sur les différents composants du montage, voire de la cavité elle-même si l'adaptation spatiale n'est pas parfaite, et se révèle complexe à mettre en œuvre.

En transmission, on s'attend à observer un effet de filtrage passe-bas, indépendant des défauts du montage optique. L'avantage de la détection en transmission est qu'elle se fait sur fond noir : on est donc moins soumis aux effets de saturation des photodiodes, de la mauvaise adaptation spatiale de la cavité ainsi qu'aux réflexions parasites. C'est cette méthode que nous avons choisi de mettre en œuvre.

Nous l'avons dit : la cavité est un filtre passe-bas ; on montre par (1.3.104) et (1.3.105) que l'amplitude de modulation $\delta p_{\text{trans}}[\Omega]$ est liée à l'amplitude de modulation incidente

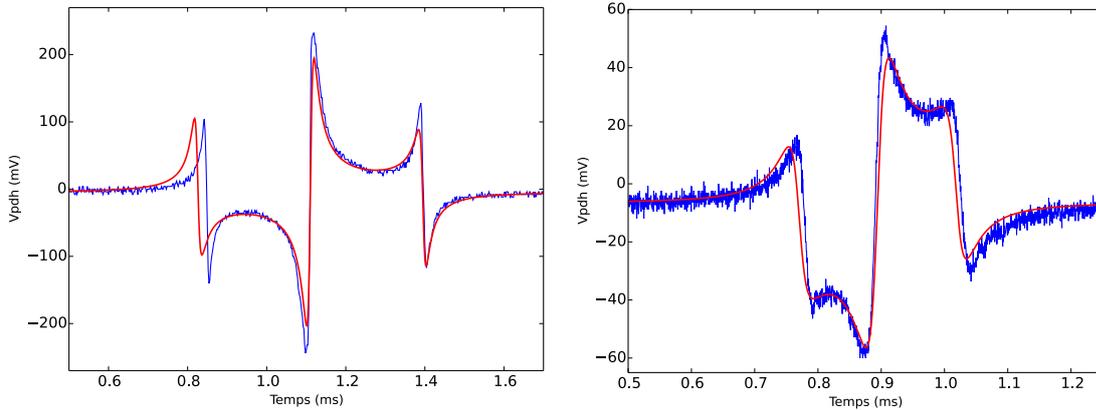


FIGURE 2.11 – Déformation du signal d’erreur PDH du FPF par les vibrations acoustiques de la cavité, résultant en un mauvais ajustement des courbes expérimentales (en rouge).

$\delta p_{\text{in}}[\Omega]$ par ⁶ :

$$\delta p_{\text{trans}}[\Omega] \propto \frac{1}{1 + i\Omega/\Omega_c} \delta p_{\text{in}}[\Omega]. \quad (2.6.2)$$

Pour mesurer la réponse de la cavité, nous utilisons un analyseur de réseau pour moduler en intensité le faisceau pompe et évaluer l’évolution de cette modulation en la mesurant sur une photodiode placée en transmission de la cavité. La modulation issue de l’analyseur de réseau ne peut pas être directement envoyée sur l’entrée de modulation d’amplitude du VCO. En effet, celle-ci n’accepte que des tensions positives en entrée. Un *offset* doit donc être additionné à la sortie de l’analyseur de réseau. L’appareil utilisé permet de réaliser cette opération ⁷. Nous choisissons un *offset* correspondant à la moitié de la tension maximale que supporte l’entrée de modulation du VCO de façon à avoir une amplitude de modulation maximale dans la zone de réponse linéaire du VCO. Nous verrons que plusieurs pilotes d’AOM ont été utilisés dans cette thèse. Nous utilisons le drivers AA optoelectronics pour cette mesure en raison de la bande passante plus élevée de son entrée de modulation d’intensité (voir la figure 2.12).

La puissance de modulation de la lumière détectée sur une photodiode est d’autant plus grande que le faisceau est intense (voir la section 1.3.1) : la puissance de modulation varie quadratiquement avec l’intensité du faisceau. Pour discriminer la mesure d’un parasite électrique de la réponse de la cavité, la mesure est faite pour plusieurs puissances et nous vérifions le bon comportement de nos résultats vis-à-vis de la puissance optique incidente.

La mesure s’effectue en deux temps dont, une phase de calibration. À cette fin, la photodiode qui sera placée en transmission de la cavité est utilisée pour mesurer la modulation juste devant la cavité. Nous obtenons une courbe de calibration dépendant

6. Lors de la procédure d’ajustement, le $-$ du dénominateur peut être à remplacer par un $+$ à cause des conventions différentes utilisées en électronique et en optique.

7. Il faut prendre garde au pont diviseur de tension pouvant exister entre la sortie de l’analyseur de réseau en 50 Ohm et l’impédance d’entrée, l’*offset* étant additionné par l’analyseur de réseau.

de la photodiode et du couple VCO+pilote usité. Dans un second temps, le laser est asservi à la cavité et on mesure la modulation transmise par la cavité. Cette courbe est normalisée par la courbe de calibration ; la courbe obtenue est alors ajustée par la formule (2.6.2). Une telle courbe et son ajustement sont présentés sur la figure 2.13. Elle donne une bande passante de $2\pi \times 1,14$ MHz, soit une finesse de 120 000.

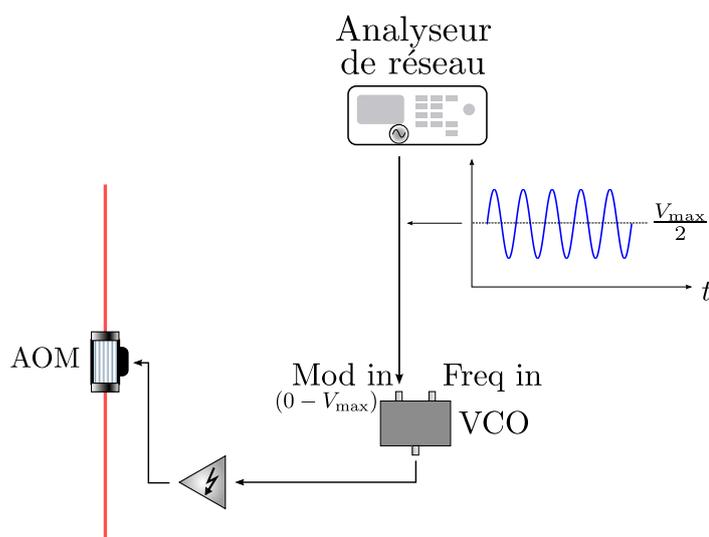


FIGURE 2.12 – Modulation de l'intensité du faisceau laser utilisée pour la mesure de la bande passante de la cavité.

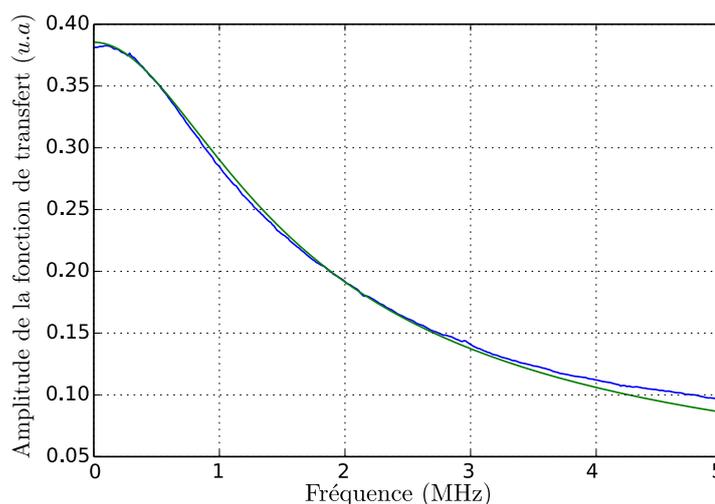


FIGURE 2.13 – Norme de la fonction de transfert en amplitude du FPM. L'ajustement donne une bande passante de $2\pi \times 1,14$ MHz.

2.6.2 Caractérisation des modes mécaniques

Nous avons vu qu'un résonateur possédant un haut facteur de qualité mécanique était crucial pour la mise en évidence des corrélations optomécaniques. Le résonateur utilisé dans cette thèse est fait de silice fondue et possède une forme plan-convexe (voir la figure 2.14). La silice présente un très bon facteur de qualité intrinsèque et l'adoption de la géométrie plan-convexe permet d'une part de déposer un miroir diélectrique de très grande qualité sur la face plane superpolie de rugosité inférieure à 1 Å RMS et d'autre part de limiter les pertes par ancrage de certains modes en les confinant au centre du miroir. On peut faire une analogie entre le comportement d'une cavité optique pour les ondes électromagnétiques et le comportement du résonateur pour les ondes mécaniques.

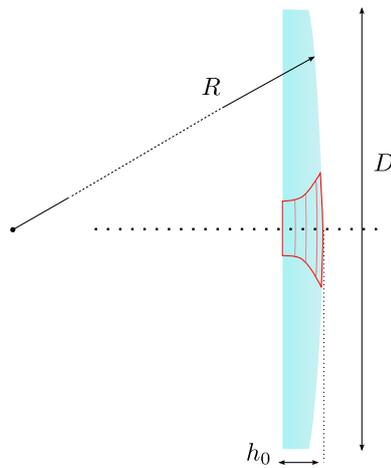


FIGURE 2.14 – Schéma du résonateur utilisé et représentation (en rouge) du confinement de certains modes de vibration par la géométrie utilisée. Les paramètres géométriques sont $R = 148$ mm, $D = 34$ mm et $h_0 = 2,55$ mm.

Un tel résonateur possède une série de modes propres de vibration qui se divisent en deux familles. D'une part, des modes dont le profil est proche de ceux rencontrés dans un résonateur purement cylindrique et d'autre part une famille de modes gaussiens, analogues aux modes optiques d'une cavité Fabry-Perot [60].

Ces modes sont plus ou moins couplés à la lumière suivant l'intégrale de recouvrement entre le profil de déplacement du mode et celui du faisceau lumineux. L'ensemble des déplacements des modes va ainsi créer une série de pics visibles sur la phase du faisceau sonde (voir la figure 2.15). Nous verrons que tous ces modes entraînent l'apparition d'un fond mécanique qui interfère constructivement ou destructivement avec les modes les plus intéressants pour nous, le fondamental et le premier harmonique gaussien.

Les modes sont caractérisés par leur fréquence de résonance, leur facteur de qualité mécanique et leur masse. La première grandeur est obtenue en repérant le pic sur le spectre de bruit thermique. La deuxième correspond à la largeur du pic mais peut également être obtenue en mesurant le temps de relaxation du mode après une excitation monochromatique à sa fréquence de résonance. La masse s'obtient en calibrant le bruit

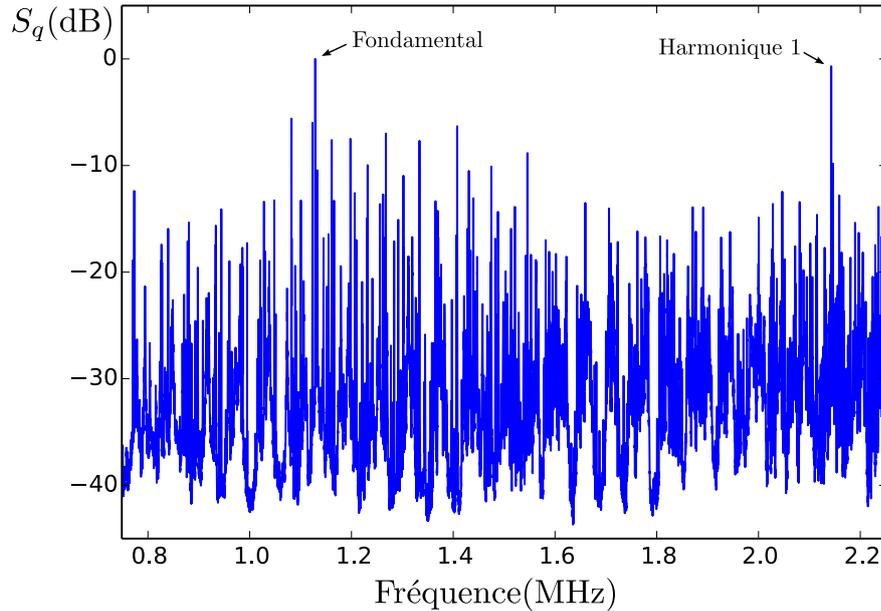


FIGURE 2.15 – Bruit de phase du faisceau sonde. Il retranscrit le bruit de position du résonateur, mais aussi du coupleur. Chaque pic correspond à un mode mécanique.

de phase en déplacement du miroir.

Mesure du facteur de qualité

la mesure est effectuée par la méthode de *ring-down*, ou mesure du temps de relaxation. Un mode, le fondamental ou le premier harmonique par exemple, est excité à sa fréquence de résonance grâce au faisceau arrière (voir figure 2.16). Cette excitation est brusquement interrompue et on enregistre la perte d'énergie du mode via la mesure de la phase du faisceau sonde qui retranscrit le mouvement du résonateur.

Pour un oscillateur de taux d'amortissement Γ , l'amplitude du mouvement libre décroît comme $e^{-\Gamma t/2}$. On utilise un analyseur de spectres en mode *zero span* à la fréquence du mode en question, c'est-à-dire que la densité de bruit à cette fréquence, intégrée sur la bande passante de la mesure, est affichée en fonction du temps. La puissance au temps t (on considère que l'excitation est stoppée à $t = 0$) est donc proportionnelle à $e^{-\Gamma t}$. Si on exprime la puissance en décibel :

$$P_{\text{dB}}(t) = 10 \log[e^{-\Gamma t}] + K, \quad (2.6.3)$$

où K est une constante qui dépend de beaucoup de paramètres comme la finesse de la cavité, les puissances optiques du faisceau sonde et de l'oscillateur local, les gains électroniques... La pente de la décroissance observée dans le cas d'une excitation $p_{\text{dB}/s}$ est donc :

$$p_{\text{dB}/s} = \frac{-10\Gamma}{\ln(10)}. \quad (2.6.4)$$

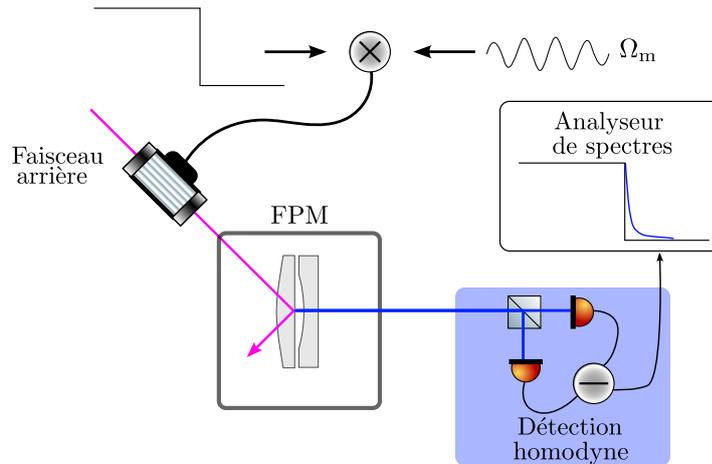


FIGURE 2.16 – Mesure du facteur de qualité d’un mode mécanique par *ringdown* : le mode est excité à sa fréquence propre pendant un certain temps, puis l’excitation est coupée. On regarde la décroissance de la modulation de phase sur la détection homodyne, d’où la mesure du facteur de qualité.

D’où le facteur de qualité en mesurant cette pente par :

$$Q = \frac{-10\Omega_M}{p_{\text{dB/s}} \ln(10)}. \quad (2.6.5)$$

Du fait de la cavité, un filtrage est effectué — une amplification extrêmement importante aussi, en comparaison d’une mesure qui serait réalisée avec un Michelson. Ce filtrage dans le domaine fréquentiel se traduit par une convolution du déplacement du miroir avec la fonction de réponse de la cavité. La largeur de la fonction de réponse est fixée par le temps de vie des photons dans la cavité, de l’ordre du temps d’aller-retour des photons multiplié par la finesse soit moins de $1 \mu\text{s}$, à comparer au temps typique d’évolution de l’enveloppe, Γ , de l’ordre du hertz. On n’est donc nullement gêné par le filtrage de la cavité dans cette mesure.

Un second filtrage est imposé par l’analyseur de spectre. Il correspond à la RBW ⁸ choisie pour la mesure : le temps de réponse de l’appareil — de l’ordre de $1/RBW$ — doit être plus court que le temps caractéristique d’évolution de l’enveloppe du signal. Il n’est pourtant pas possible d’augmenter la RBW *ad libitum* puisque se faisant on intègre de plus en plus de bruit et qu’il s’en suit une dégradation du rapport signal à bruit de la mesure. Nous avons effectué nos mesure en choisissant une RBW de 30 Hz, fixant un temps de réponse trente fois plus court que le temps caractéristique d’évolution du résonateur tout en permettant d’enregistrer la décroissance de la puissance de modulation sur une dynamique de 40 dB (voir la figure 2.17).

Nous travaillons à puissance du faisceau sonde réduite (inférieure à $100 \mu\text{W}$) afin d’éviter les effets dynamiques de la pression de radiation. Le refroidissement du mode entraîne en effet une baisse de son facteur de qualité et l’amplification de son mouvement, au contraire, en augmente le facteur de qualité effectif [61]. Les courbes expérimentales sont reportées sur la figure 2.17. On en extrait des facteurs de qualité de

8. *Resolution Bandwidth*, c’est la plage d’intégration fréquentielle de l’analyseur de spectres.

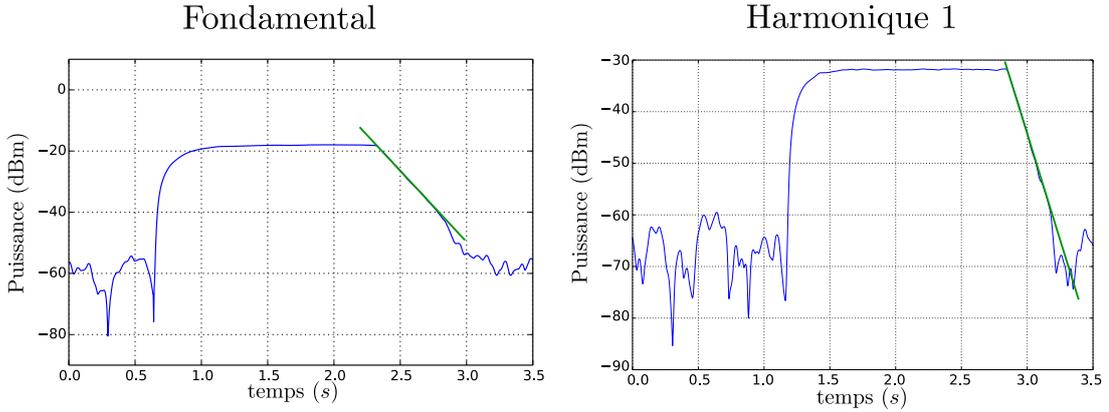


FIGURE 2.17 – Mesure du facteur de qualité par mesure du temps de perte d'énergie du mode fondamental gaussien (à gauche) et du premier harmonique (à droite). On trouve des facteurs de qualité de 660 000 et 672 000 respectivement à l'aide des ajustements (en vert).

660 000 et 672 000 pour le mode fondamental et sa première harmonique respectivement.

Les pertes du système sont de plusieurs natures : amortissement par l'air ambiant, pertes par ancrage, pertes intrinsèques au matériau [62], pertes dues au couches diélectriques. Toutes ces pertes s'ajoutent et le facteur de qualité total est donné par :

$$\frac{1}{Q} = \frac{1}{Q_{\text{air}}} + \frac{1}{Q_{\text{ancrage}}} + \frac{1}{Q_{\text{silice}}} + \frac{1}{Q_{\text{diélectrique}}}. \quad (2.6.6)$$

Les facteurs de qualité que nous avons introduits sont les facteurs de qualité qui seraient obtenus pour le résonateur s'il était uniquement sujet aux pertes idoines.

On peut s'affranchir des pertes par rayonnement acoustique dans l'air en travaillant sous vide. Les pertes par ancrage sont difficilement estimables ou modélisables. Cependant, dans le cas de modes gaussiens, confinés au centre du miroir, un système de fixation par le bord du résonateur minimise ces pertes. Le groupe de Serge Galliou enregistre ainsi des facteurs de qualités proches de la limite intrinsèque du matériau constituant leurs résonateurs [59]. Les pertes intrinsèques de la silice sont très faibles à température ambiante, si bien que le facteur de qualité est fixé par les pertes dues au *coating* optique⁹.

On note $\rho_{s/c}$ et $h_{s/c}$ la masse volumique du substrat (du *coating*) et l'épaisseur au centre du substrat (du *coating*). L'angle de pertes ϕ du mode, lié au facteur de qualité du mode par $Q = 1/\phi$, est calculé selon

$$\phi = (1 - D)\phi_s + D\phi_c. \quad (2.6.7)$$

On a introduit les angles de perte ϕ_s et ϕ_c du substrat et du *coating* ainsi que le facteur de dilution D qui caractérise la part d'énergie dans le résonateur et le *coating* :

9. Il est avantageux de remplacer les couches amorphes par un *coating* cristallin de bon facteur de qualité mécanique[63].

$D = E_c/(E_c + E_s)$. Pour un mode gaussien, on trouve une masse $M = \frac{\pi}{4}\rho_s h_s w$ [64], où w désigne le col acoustique du mode. Quand le résonateur est en extension maximale, l'énergie est entièrement sous forme potentielle, si bien que l'énergie contenue dans le substrat est donnée par $E_s = \frac{1}{2}M\Omega_M^2 A^2$, A étant l'amplitude du mouvement. Concernant le substrat, on se place dans l'approximation de faible épaisseur par rapport au diamètre du résonateur et de faible amplitude de déplacement par rapport à l'épaisseur ; on néglige alors le déplacement transverse du *coating*. Le déplacement du *coating* au cours du temps est donné par le profil du mode du substrat u pris à la surface. Sachant que $u(r,t) = A \cos(\Omega_M t) e^{-\frac{r^2}{w^2}}$, l'énergie cinétique associée au *coating* est donnée par :

$$E_c^c(t) = \frac{1}{2} \int r d\theta dr \rho_c h_c \left| \frac{\partial u}{\partial t} \right|^2. \quad (2.6.8)$$

Cette quantité, maximale quand le profil n'est pas déformé, permet d'accéder à l'énergie stockée dans le *coating* :

$$E_c = \frac{\pi}{2} \rho_c h_c w^2 \Omega_M^2 A^2. \quad (2.6.9)$$

Dans la mesure où $E_s \gg E_c$, le facteur de dilution a pour valeur $D = \frac{\rho_c h_c}{\rho_s h_s}$. Il nous faut évaluer la masse volumique et l'angle de perte du *coating*.

Le miroir est composé de 14 doublets d'alternance de couches d'oxyde de silicium et d'oxyde de tantale d'épaisseurs respectives 170 nm et 140 nm. On a donc $\rho_c = 4,8 \text{ g.cm}^{-3}$, $h_c = 4,8 \mu\text{m}$. En prenant $\phi_c = 2,7 \times 10^{-4}$, comme mesuré dans la référence [65], et $h_s = 2,5 \text{ mm}$, $\rho_s = 2,4 \text{ g.cm}^{-3}$, $\phi_s = 10^{-7}$, l'on trouve un angle de pertes de $\phi = 2 \times 10^{-6}$ et un facteur de qualité limite de 1 million. Nous mesurons expérimentalement des valeurs compatibles avec les incertitudes sur les angles de perte du substrat et du *coating*. Il nous reste à estimer la masse de ces modes pour les caractériser complètement.

Mesure de la masse

La mesure de la masse passe par une calibration des spectres de bruit, qui nous permettra de remonter à la masse par le théorème d'équipartition de l'énergie.

Une calibration simple peut être obtenue grâce au signal PDH. La conversion volt/déphasage s'acquiert en mesurant la pente du signal au voisinage de la résonance lors d'un scan de la cavité. Les bandes latérales de fréquence connue permettent de calibrer l'axe horizontal [66]. Le signal d'erreur porte l'information de déphasage de la cavité, corrigée par le filtrage de la cavité et proportionnelle à la pente du signal d'erreur :

$$\delta V_{\text{PDH}}[f] = \frac{1}{\sqrt{1 + (f/f_{\text{cav}})^2}} \frac{dV_{\text{PDH}}}{d\Psi} \Big|_{\Psi=0} \delta\Psi[f]. \quad (2.6.10)$$

Le sortie d'erreur est envoyé sur un analyseur de spectres. Celui-ci mesure la puissance dissipée par le signal dans une résistance R de 50 Ohm, son impédance d'entrée, et intégrée sur la RBW . La conversion en dBm est donc assurée par :

$$P_{\text{dBm}}(f) = 20 \log \frac{\delta V_{\text{PDH}}[f] \sqrt{RBW}}{\sqrt{R \times 1 \text{ mW}}}. \quad (2.6.11)$$

À l'aide de (1.3.83), on retrouve l'amplitude spectrale de déplacement en fonction des fluctuations du signal PDH :

$$\delta x[f] = \frac{\lambda}{4\pi} \sqrt{1 + (f/f_{\text{cav}})^2} \left(\frac{1}{\frac{dV_{\text{PDH}}}{d\Psi}} \right) \sqrt{\frac{R \times 1 \text{ mW}}{RBW}} 10^{P_{\text{dBm}}(f)/20}. \quad (2.6.12)$$

La figure 2.18 présente le spectre calibré du déplacement du premier harmonique. Un ajustement lorentzien nous donne une mesure du facteur de qualité. Si des effets de refroidissement ou de chauffage par l'action en retour sont présents, le facteur de qualité est modifié. La température T_{eff} du mode est donnée par le rapport des facteurs de qualité Q mesurés par la technique du *ring-down* présentée section 2.6.2, où l'on s'est assuré qu'aucun effet d'action en retour n'était présent, et la mesure donnée par l'ajustement Q_{eff} :

$$T_{\text{eff}} = \frac{Q}{Q_{\text{eff}}} T. \quad (2.6.13)$$

L'application du théorème d'équipartition de l'énergie :

$$\frac{1}{2} \Delta x^2 \Omega_M = \frac{1}{2} k_b T_{\text{eff}}, \quad (2.6.14)$$

nous permet de mesurer la masse du mode. Le spectre est intégré pour donner la variance du déplacement :

$$\Delta x^2 = \int S_x[f] df. \quad (2.6.15)$$

De cette procédure, nous déduisons une masse de 370 mg.

Le même traitement est réservé au mode fondamental, dont la courbe calibrée est présentée sur la figure 2.18. Nous trouvons cette fois une masse de 200 mg, résultat qui peut apparaître surprenant, la masse des modes diminuant avec leur ordre, mais qui peut s'interpréter en terme de désalignement des modes optique et mécanique. Nous revenons sur ce point *infra*. Les modes étant caractérisés, nous pouvons maintenant estimer leur réponse au bruit quantique de pression de radiation tant théoriquement qu'expérimentalement.

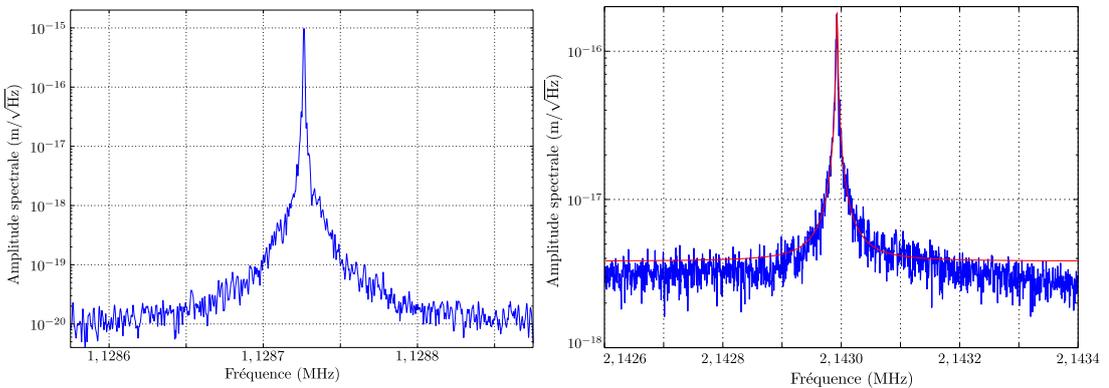


FIGURE 2.18 – Spectres de déplacement calibrés du mode fondamental et du premier harmonique.

2.6.3 Détermination du niveau de corrélations quantiques attendu

À l'aide des formules (1.4.17), (1.4.2) et en rappelant qu'à haute température le nombre de phonons (1.4.3) dans le résonateur est donné par $\bar{n} = k_b T / \hbar \Omega_M$, on évalue le rapport bruit de pression de radiation sur bruit thermique :

$$\frac{S_x^{\text{rad}}}{S_x^{\text{T}}} = 1,2 \times 10^{-5} \times \left(\frac{\mathcal{F}}{120\,000} \right)^2 \frac{1}{1 + \left(\frac{f_M}{f_{\text{cav}}} \right)^2} \frac{P^{\text{in}}}{1\,\text{mW}} \times \frac{100\,\text{mg}}{M} \frac{Q}{10^6} \frac{1\,\text{MHz}}{f_M} \times \frac{300\,\text{K}}{T}. \quad (2.6.16)$$

Pour le mode fondamental, on s'attend à un rapport signal à bruit de l'ordre de $1,8 \times 10^{-6}$ pour une puissance incidente de 1 mW, soit des corrélations de 0,13%. Pour le mode harmonique, plus lourd et à plus haute fréquence, ce rapport est moins bon. Il vaut $4,4 \times 10^{-7}$ et correspond donc à des corrélations de 0,06%.

L'expression précédente n'est valable qu'à résonance mécanique, où le contribution des autres modes est négligeable. En dehors de résonance, ce rapport est plus difficilement calculable. On peut cependant l'estimer en mesurant le bruit thermique et la réponse à une force de pression de radiation classique. Pour cela, les deux faisceaux, sonde et pompe, sont asservis à la cavité. La sortie d'un analyseur de réseau est branchée sur l'entrée de modulation d'intensité du contrôleur du VCO servant au décalage en fréquence du faisceau pompe, comme dans le cas où nous cherchions à mesurer la bande passante du FPM.

Nous nous assurons de la bonne isolation optique des faisceaux pour que toute modulation détectée sur le faisceau sonde par la détection homodyne soit due à la réponse du miroir à la pression de radiation classique que nous lui imposons. La sortie de la détection homodyne est branché sur l'entrée de l'analyseur de spectres.

La mesure de la puissance de modulation d'intensité $S_{\text{mod}}[f]$, de la réponse en phase $S_{\text{rep}}[f]$, du bruit thermique $S_{\text{therm}}[f]$ et du bruit quantique d'intensité $S_{\text{shot}}[f]$ en dBm (les évaluations de la modulation d'intensité et du bruit quantique doivent être réalisées par la même détection, il en va de même pour la réponse du miroir à la modulation d'intensité et du bruit thermique) permet l'évaluation de $S_x^{\text{rad}}[f]/S_x^{\text{T}}[f]$. La modulation d'intensité et la réponse sont des bruits cohérents, leur mesure ne dépend pas de la *RBW* de la mesure. Il n'en est pas de même pour le bruit *shot* et le bruit thermique et ces deux mesures doivent être réalisées à la même *RBW*. En pratique, nous prenons une *RBW* de 1 Hz. Le rapport signal à bruit est donné par :

$$\frac{S_x^{\text{rad}}[f]}{S_x^{\text{T}}[f]} = 10 \left(\frac{S_{\text{rep}}[f] - S_{\text{mod}}[f] + S_{\text{shot}}[f] - S_{\text{therm}}[f]}{10} \right). \quad (2.6.17)$$

Nous obtenons une mesure qui dépend de la fréquence d'analyse : la formule (2.6.16) suppose une réponse mono-modale du miroir. Or, comme nous l'avons vu sur la figure 2.15, le miroir supporte de nombreux modes qui donnent lieu à quelques effets intéressants. Pour étudier le comportement en fréquence de la réponse du miroir, nous branchons la sortie de la détection homodyne à l'entrée de l'analyseur de réseau et parcourons une plage large au regard de la largeur des modes (de l'ordre du kilohertz pour des modes d'une largeur de l'ordre du hertz). Le temps de moyennage sur chaque

point doit être supérieur à l'inverse de la largeur du mode pour éviter les effets d'interférence mécanique lors du parcours qui déformeraient la courbe de réponse du mode. Remarquons que nous sous-évaluons la réponse au bruit de pression de radiation. Pour simplifier l'analyse, plaçons nous à basse fréquence pour supprimer le filtrage de la cavité. L'équation (1.3.86) permet d'écrire, pour une modulation incidente bien au dessus du shot, le spectre d'intensité dans la cavité $S_{\text{mod}}^{\text{cav}}$, celui ressenti par le miroir, en fonction du spectre incident S_{mod} :

$$S_{\text{mod}}^{\text{cav}} = \frac{T}{\gamma^2} S_{\text{mod}}. \quad (2.6.18)$$

Le cas des fluctuations quantiques diffèrent puisque les pertes du système font entrer un nouveau bruit :

$$S_{\text{shot}}^{\text{cav}} = \frac{2}{\gamma} S_{\text{shot}}. \quad (2.6.19)$$

La formule (2.6.17) doit être corrigée par les pertes du système :

$$\frac{S_x^{\text{rad}}[f]}{S_x^{\text{T}}[f]} = \frac{T + P}{T} 10^{\left(\frac{S_{\text{rep}}[f] - S_{\text{mod}}[f] + S_{\text{shot}}[f] - S_{\text{therm}}[f]}{10} \right)}. \quad (2.6.20)$$

La transmission du coupleur du FPM est de 10 ppm et on déduit de la valeur de la finesse des pertes P de 42 ppm. La correction est donc finalement d'un facteur 1,2.

La procédure exposée est réalisée sur le mode fondamental. On obtient la courbe présentée sur la figure 2.19. Le rapport signal à bruit est estimé à $1,2 \times 10^{-6}$ à la fréquence de modulation imposée. La modulation est effectuée hors résonance mécanique afin de s'affranchir d'une éventuelle dérive de la fréquence du mode mécanique.

On trouve le rapport signal à bruit sur la plage fréquentielle d'intérêt en comparant le rapport entre le bruit thermique et la réponse du miroir obtenue à l'analyseur de réseau à la fréquence de modulation et à la fréquence de résonance mécanique. Comme à la fréquence de modulation le bruit thermique est 3 dB au dessus de la réponse du miroir, le rapport signal à bruit à la fréquence de résonance mécanique est le double de celui mesuré à la fréquence de modulation.

Nous remarquons qu'il semble favorable de travailler non pas à résonance mécanique, mais sur le bord du pic où la réponse est au-dessus du bruit thermique. On bénéficie de plus d'une zone de travail plus large — nous verrons que cela réduit le temps de moyennage —, et moins sensible aux dérives de la fréquence du mode mécanique.

Les résultats sont un peu différents sur le mode harmonique, figure 2.20. Nous voyons un effet d'interférence avec le fond. À gauche du pic, le fond mécanique et le mode sont en phase et leurs réponses s'ajoutent tandis qu'à droite, elles sont en opposition de phase et leurs réponses se soustraient. À droite du pic, on a donc une zone d'annulation de l'action en retour [67] favorable à une mesure de précision mais défavorable à la mise en évidence des corrélations quantiques. Le gain sur le bord du pic à gauche est de 4 dB sur une large plage. Nous y avons mesuré un rapport signal à bruit de 1×10^{-6} , correspondant à une valeur de $4,8 \times 10^{-7}$ à résonance. La valeur est proche de celle prévue et semble indiquer que les paramètres du résonateur et de la cavité sont assez bien connus.

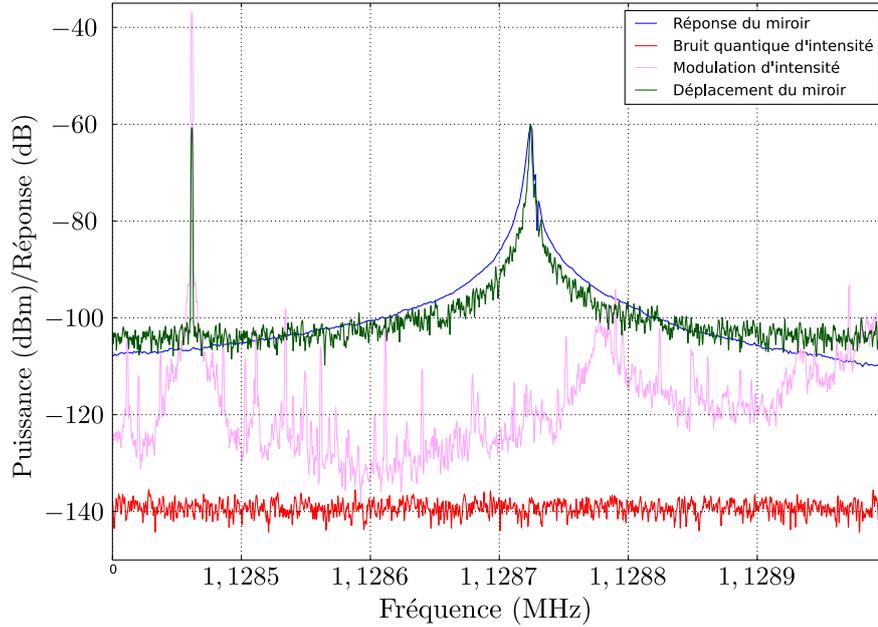


FIGURE 2.19 – Réponse du mode fondamental à la pression de radiation et comparaison au niveau de bruit thermique.

Un tel effet d'interférence constructive du fond avec le mode fondamental avait été mesuré à 20 dB [47], donnant un rapport signal à bruit de 10^{-4} . Nous avons aussi simulé les modes pour corroborer nos mesures.

Réponse multimode

L'amélioration de la réponse du miroir hors de la résonance mécanique peut se comprendre en notant que la réponse du miroir est donnée par la réponse χ du mode le plus proche et χ_{bg} , la réponse du fond mécanique, c'est-à-dire la réponse basse fréquence de tous les autres modes, plate en fréquence à l'échelle de quelques centaines de largeurs du pic mécanique dominant. Sur cette largeur, le déplacement du miroir est dû largement au bruit thermique du mode dominant. Le bruit thermique dû au fond mécanique est donné par [60] :

$$x_{bg}[\Omega] = \sum_k \chi_k^{\text{eff}}[\Omega] F_{T,k}^{\text{eff}}[\Omega] \quad (2.6.21)$$

La susceptibilité effective du $k^{\text{ème}}$ mode est donnée par :

$$\chi_k^{\text{eff}} = \langle u_k, v^2 \rangle^2 \chi_k. \quad (2.6.22)$$

Le terme $\langle u_k, v^2 \rangle$ est l'intégrale de recouvrement entre le déplacement surfacique normalisé projeté selon l'axe optique de la cavité du mode mécanique considéré u_k et la distribution d'intensité du mode optique v^2 . Ce terme caractérise le couplage entre les modes mécanique et optique. En effet, le déplacement mesuré par le faisceau est une moyenne pondérée par la distribution d'intensité de celui-ci. Certains modes ont une

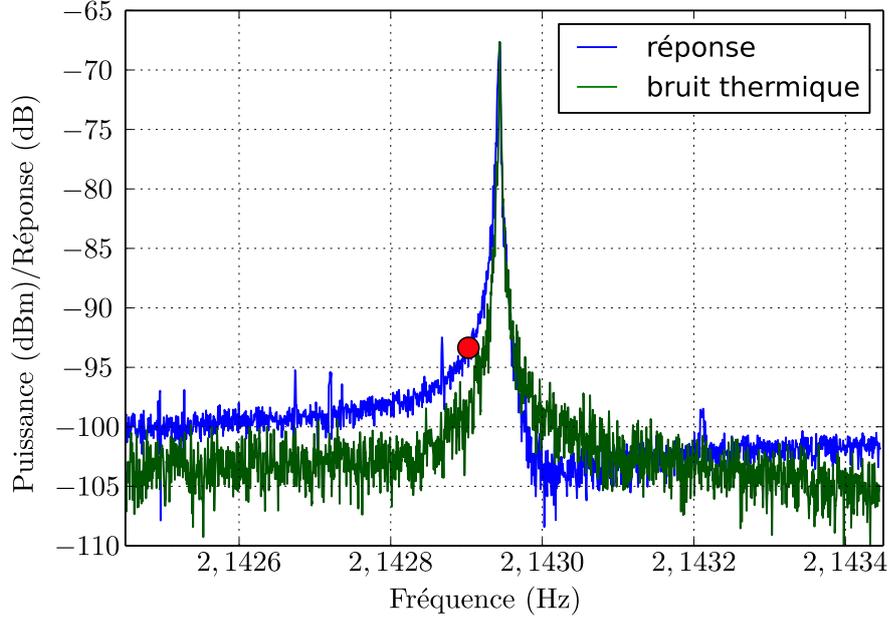


FIGURE 2.20 – Réponse du premier harmonique à la pression de radiation et comparaison au niveau de bruit thermique. Le point rouge correspond à la fréquence où le rapport du bruit de pression de radiation sur le bruit thermique a été évalué de façon absolue.

intégrale de recouvrement nulle et ne contribuent pas au déplacement mesuré. Tout se passe comme si la masse à prendre en compte n'était pas la masse du mode M_k mais plutôt une masse effective M_k^{eff} modifiée par le recouvrement des modes :

$$M_k^{\text{eff}} = \frac{M_k}{\langle u_k, v^2 \rangle^2}, \quad (2.6.23)$$

et que le mode était soumis à une force de Langevin effective,

$$F_{T,k}^{\text{eff}} = \frac{F_{T,k}}{\langle u_k, v^2 \rangle}. \quad (2.6.24)$$

Avec ces définitions de M_k^{eff} et $F_{T,k}^{\text{eff}}$, le théorème de fluctuations-dissipation est satisfait. Ainsi, certains modes ne contribuent pas au déplacement mesuré par la lumière, c'est le cas par exemple des modes de cisaillement ou des modes gaussiens avec $l \neq 0$ ¹⁰.

Les forces de Langevin effectives des différents modes ne sont pas corrélées et le spectre de déplacement du miroir est donc la somme des spectres de déplacement pour chaque mode :

$$S_{x_{\text{bg}}}^{\text{T}}[\Omega] = \sum_k \frac{M_k^{\text{eff}}}{M_k} \left| \chi_k^{\text{eff}}[\Omega] \right|^2 S_{F,k}^{\text{T}}. \quad (2.6.25)$$

10. Comme les modes portés par la cavité optique, les modes gaussiens portés par le résonateur sont caractérisés par un triplet de nombre n, p, l indiquant respectivement le nombre de nœuds selon la direction longitudinale, le nombre de nœuds dans la direction transverse et le degré de symétrie par rotation.

Cela n'est pas le cas de la force de pression de radiation, d'origine quantique ou non. Les modes répondants à la même force, leur réponses sont corrélées, et le spectre total n'est plus la simple somme des réponses individuelles :

$$S_{x_{\text{bg}}}^{\text{rad}}[\Omega] = \sum_{k,k'} \sqrt{\frac{M_k^{\text{eff}} M_{k'}^{\text{eff}}}{M_k M_{k'}}} \chi_k^{\text{eff}}[\Omega] \chi_{k'}^{\text{eff}}[\Omega]^* S_F^{\text{rad}}. \quad (2.6.26)$$

Le rapport $S_{x_{\text{bg}}}^{\text{rad}}/S_{x_{\text{bg}}}^{\text{T}}$ est complexe à calculer théoriquement puisqu'il consiste à calculer la réponse d'une infinité de modes. On peut simplifier l'analyse en considérant que nous regardons la réponse à basse fréquence et pour tous les modes, leur susceptibilité est réelle, positive et ne dépend pas de la fréquence. On trouve alors que :

$$\frac{S_{x_{\text{bg}}}^{\text{rad}}}{S_{x_{\text{bg}}}^{\text{T}}} > \frac{S_F^{\text{rad}}}{\sum_k S_{F,k}^{\text{T,eff}}}. \quad (2.6.27)$$

Cette expression exprime que le fond mécanique répond mieux que dans le cas monomode, où on a égalité entre le rapport des spectres de forces et celui des spectres de déplacement :

$$\frac{S_x^{\text{rad}}}{S_x^{\text{T}}} = \frac{S_F^{\text{rad}}}{S_F^{\text{T}}}. \quad (2.6.28)$$

Si maintenant nous superposons le fond mécanique, de susceptibilité χ_{bg} , et un mode de susceptibilité $\chi[\Omega]$, nous obtenons une réponse asymétrique par rapport à la fréquence de résonance du mode. En effet, la réponse à la force de pression de radiation est déterminée par :

$$S_x^{\text{rad}}[\Omega] = |\chi_{\text{bg}} + \chi[\Omega]|^2 S_F^{\text{rad}}[\Omega]. \quad (2.6.29)$$

On obtient une quasi-annulation de la réponse à droite de la résonance qui peut être exploitée dans des mesures de haute précision de faibles forces.

Loin de la résonance, la force à la pression de radiation peut être largement augmentée par rapport à une réponse monomode : la réponse multi-mode peut ainsi être un grand atout pour la mise en évidence de corrélations optomécaniques.

2.6.4 Simulation des modes

La masse des modes, ainsi que leur profil spatial, sont extraits de simulations réalisées avec le logiciel Comsol. Nous imposons une symétrie axiale aux modes simulés, ce qui réduit la densité de modes obtenus et facilite leur repérage. Les paramètres choisis correspondent à ceux du résonateur utilisé dans le FPM, qui sont par ailleurs les mêmes que ceux utilisés par Tristan Briant dans une expérience où tant la masse des modes que leur profil ont été mesurés [60]. La comparaison entre les valeurs obtenues par simulation et expérimentalement valide nos travaux.

L'équation aux valeurs propres pour la propagation d'une déformation dans un milieu élastique est résolue par éléments finis. Nous obtenons pour chaque mode la déformée, c'est-à-dire le déplacement de chaque cellule constituant le résonateur. Les

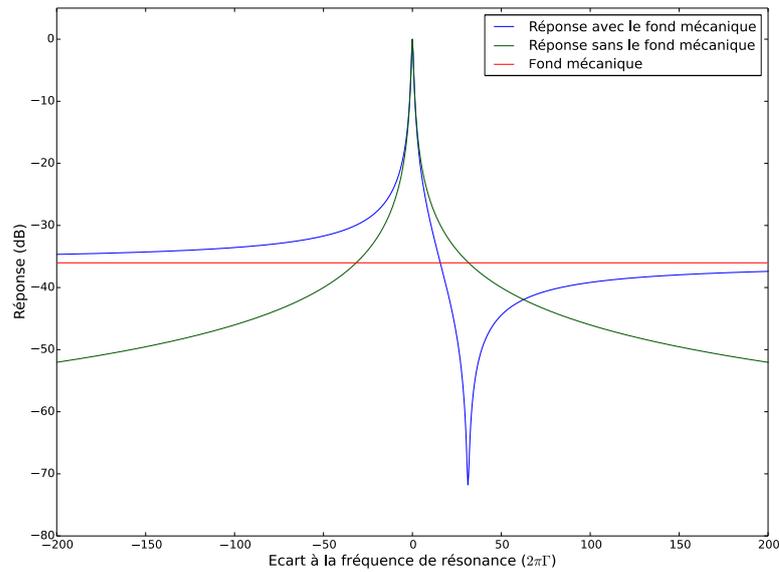


FIGURE 2.21 – Interférence mécanique entre la réponse du fond et celle d'un mode.

résultats obtenues pour les modes gaussiens fondamental et harmonique 1 sont présentés dans la figure 2.22. La simulation nous donne des fréquences de résonance de 1,132 MHz et 2,146 MHz, très proches des valeurs mesurées pour le résonateur utilisé : 1,129 MHz et 2,143 MHz, soit une erreur de moins de 1%.

Nous remarquons que les modes ne sont pas tout à fait gaussiens. La théorie présentée dans le référence [57] ne suffit pas à caractériser convenablement à nos résonateurs. Les simulations par éléments finis sont en bon accord avec l'expérience. Le déplacement de la surface plane extrait de nos simulations est tracé sur la figure 2.23, ainsi qu'un ajustement gaussien de la zone la plus proche du centre du miroir. Les simulations donnent un col acoustique de 3,1 mm et 2 mm pour le fondamental et son harmonique respectivement. Ces valeurs sont à comparer tant aux valeurs expérimentales : 3,5 mm et 2,4 mm que celles obtenues par la théorie simple : 5,8 mm et 4,1 mm. Ainsi, mesures et simulations concordent à mieux que 20% tandis que mesure et théorie diffèrent de plus de 40% dans le meilleur des cas.

La masse des modes est extraite des simulations en intégrant la densité de déplacement multipliée par la masse volumique du matériau et normalisée par la densité de déplacement vertical au centre. On obtient ainsi la masse effective du mode¹¹, celle perçue par un faisceau frappant le mode en son centre¹². La simulation prédit des valeurs de 31 mg pour le fondamental et 37 mg pour le premier harmonique.

L'augmentation de masse du premier harmonique est due au fait que la densité de déplacement maximale pour cet ordre est situé dans le volume, alors que dans le cas du fondamental elle est bien à la surface (voir la figure 2.24). Les valeurs des masses dans la référence [60] sont de 40 mg et 50 mg (on note que l'harmonique est plus lourd que le fondamental). Les deux valeurs sont supérieures à la valeur prédites par

11. Pour mesurer la masse réelle du mode, on normalise par la densité de déplacement maximale sur tout le volume.

12. Le col optique est très largement inférieur au col acoustique.

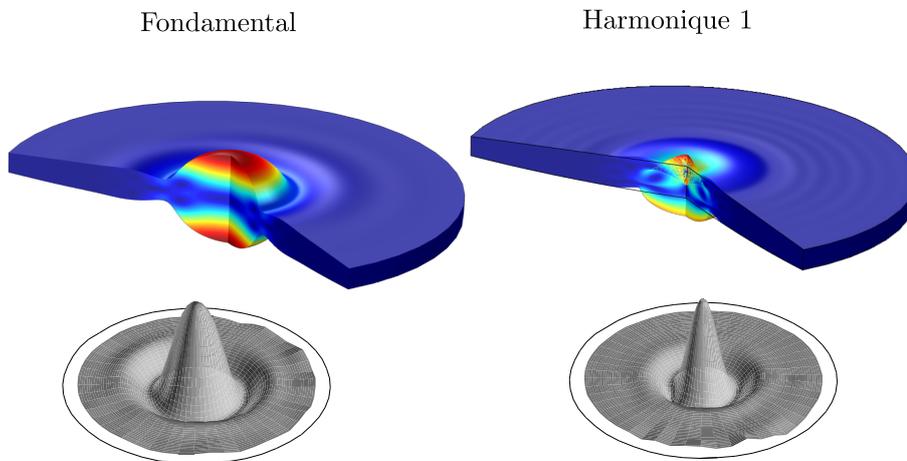


FIGURE 2.22 – Représentation de la déformée des modes fondamental et harmonique 1. La couleur correspond à la densité de déplacement. Le déplacement de la face plane obtenu dans [60] est reporté sous les données de la simulation.

les simulations mais bien inférieures aux valeurs théoriques pour des profils purement gaussiens : 153 mg pour le fondamental et 77 mg pour le premier harmonique.

La différence entre la simulation et l'expérience peut se comprendre en admettant que le faisceau optique ne vient pas sonder le déplacement au centre du miroir mais est au contraire légèrement excentré. Il faut appliquer un facteur de correction donné par le carré du profil spatial normalisé par le déplacement au centre du mode. Une telle courbe est donnée sur la figure 2.25.

Si on admet que la différence de masse est entièrement due à la mauvaise adaptation spatiale des modes mécaniques et optiques, on trouve que la position du faisceau est excentrée de 1,1 mm pour le fondamental et de 0,8 mm pour l'harmonique. L'effet de l'excentrage est plus important pour l'harmonique du fait de son col acoustique réduit. Dans notre expérience, les masses mesurées sont plus importantes : 200 mg et 370 mg, ce qui peut s'expliquer par un décentrage de plus de 2 mm.

Évolution fréquentielle des modes et classification

Afin de confirmer les caractères confinés des modes que nous avons étudiés, nous avons entrepris d'autres simulations. Nous reportons sur la figure 2.27 l'évolution de la fréquence de résonance de quelques modes autour du fondamental gaussien en faisant varier le rayon de courbure du résonateur de 60 mm, proche de la valeur minimale possible sans intersection de la face plane par la face convexe, à 200 mm. Nous y reportons aussi le profil des modes sur la surface dans la première colonne et le déplacement normal dans la tranche en épaisseur au centre du résonateur dans la seconde.

Nous distinguons trois comportements différents que nous associons à trois familles de modes : piégés, cylindriques et de flexion.

- La fréquence de résonance des modes piégés a une dépendance faible avec le rayon de courbure du résonateur, associée à un déplacement normal sinusoïdal

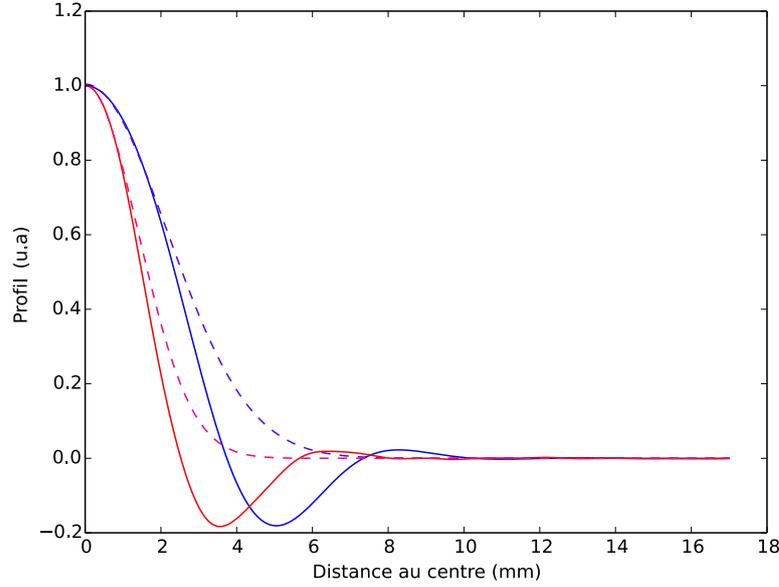


FIGURE 2.23 – Profil des modes fondamental et harmonique 1. Les courbes pleines correspondent aux simulations et les courbes en pointillés sont des ajustements par une gaussienne des profils au centre issus des simulations. On obtient des cols acoustiques de 3,1 mm et 2 mm pour le fondamental et l’harmonique respectivement.

dans la tranche centrale du résonateur, ainsi qu’un déplacement de plus en plus faible sur les bords du miroir à mesure que la rayon de courbure diminue et que donc le confinement augmente. De plus, la fréquence décroît avec le rayon de courbure. On interprète physiquement la dépendance en fréquence en remarquant que la zone du résonateur où ces modes ont un déplacement important, la zone centrale, varie peu avec le rayon de courbure. Leur fréquence de résonance est fixée par une épaisseur effective du résonateur donnée par la moyenne de l’épaisseur du résonateur sur le centre du résonateur. Cette épaisseur effective diminue lentement avec le rayon de courbure car seul le centre du résonateur (où l’enlèvement de matière est léger) est à considérer. À cette diminution de l’épaisseur est associée une augmentation de la fréquence, légère elle aussi. Par exemple, la fréquence Ω_{npl} des modes gaussiens obéit à la loi :

$$\Omega_{npl} = \Omega_{\text{ISL}} \sqrt{n^2 + (2p + l + 1) \frac{2n}{\pi} \sqrt{\frac{h_0}{R}}}, \quad (2.6.30)$$

Nous avons introduit Ω_{ISL} , l’intervalle spectral libre du résonateur. Il est donné par l’épaisseur au centre h_0 et la vitesse du son dans le matériau c_l : $\Omega_{\text{ISL}} = \pi c_l / h_0$. Nous avons donc une augmentation lente de la fréquence lors de la diminution du rayon de courbure R .

- Les modes cylindriques ont un déplacement important sur une large portion du résonateur et sont donc bien plus sensibles à la diminution de l’épaisseur moyenne lors de la réduction du rayon de courbure : leur fréquence augmente donc rapidement quand le rayon de courbure diminue. En outre, leur déplace-

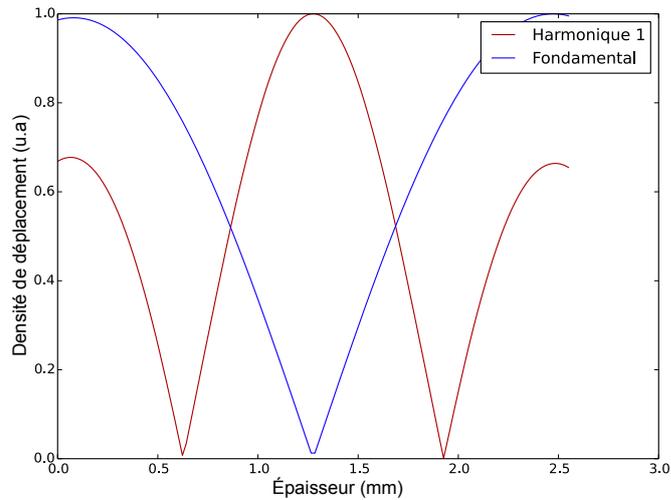


FIGURE 2.24 – Densité de déplacement des modes dans la tranche centrale du résonateur.

ment normal au centre n'est pas sinusoïdal.

- Les modes de flexion ont un déplacement important sur les bords du résonateur. Le mode provient d'une onde stationnaire radiale de cisaillement, tel des ronds dans l'eau ; la vitesse de cette onde est d'autant plus faible que l'épaisseur du résonateur est petite. Ceci explique que la fréquence de ces modes diminue avec l'épaisseur moyenne et donc le rayon de courbure du résonateur.

Nous avons étudié l'effet du rayon de courbure sur le mode fondamental afin de vérifier que le piégeage évoluait bien comme attendu, et confirmer que les modes observés, dont le profil n'est pas exactement gaussien, convergeaient vers de beaux modes gaussiens quand le confinement augmentait. Comme nous pouvons le voir sur la figure 2.26, à mesure que le rayon de courbure diminue, le confinement augmente, ce qui se traduit par deux effets : nous avons d'abord une diminution du mouvement au bord et ensuite une réduction du creux au pied du pic central associée à un élargissement de celui-ci. Rappelons que les modes gaussiens attendus sont plus larges que les modes observés.

Nous pouvons donc classer le mode fondamental comme un mode gaussien dont le confinement n'est pas total. Les modes 3, 4 et 7 de la figure 2.27 semblent être des modes gaussiens transverses, dont le confinement est plus difficile. Leur extension typique est plus grande que celle du fondamental, ce qui explique leur dépendance en fréquence plus importante que celle du fondamental vis-à-vis du rayon de courbure du résonateur.

La figure 2.27 présente également des phénomènes intéressants d'anti-croisement qui peuvent être importants entre les modes cylindriques et de flexion. Un exemple est visible sur la figure 2.27, pour un rayon de courbure de 120 mm et les modes à 1,2 MHz et 1,18 MHz.

La simulation des résonateurs en silice est satisfaisante et nous nous sommes servis de cette expérience pour simuler un résonateur en quartz de dimensions réduites dans la partie 4.2.1.

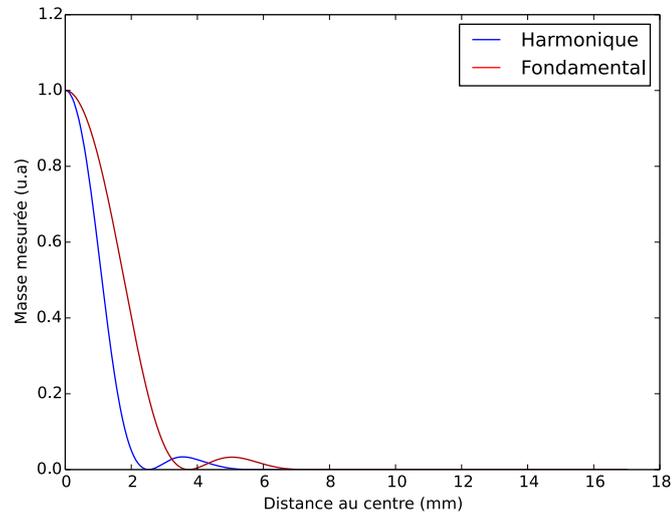


FIGURE 2.25 – Masse effective attendue en fonction de la distance du centre du mode optique et du centre du mode mécanique pour le mode fondamental et l’harmonique. Les unités sont en fraction de masse réelle du mode.

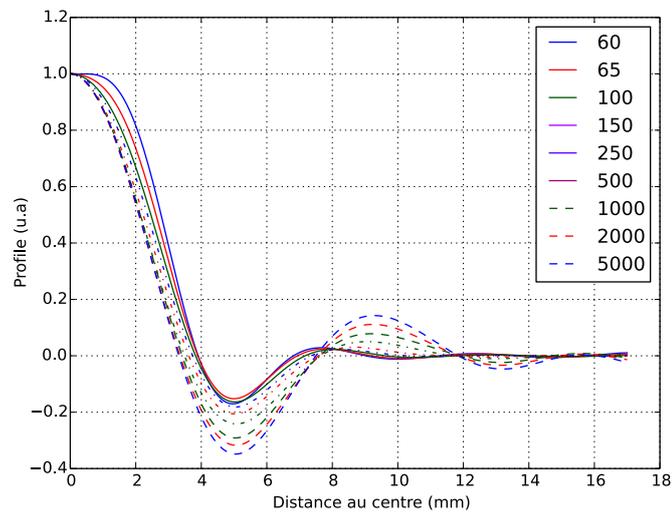


FIGURE 2.26 – Évolution du profil du mode fondamental avec le rayon de courbure du résonateur.

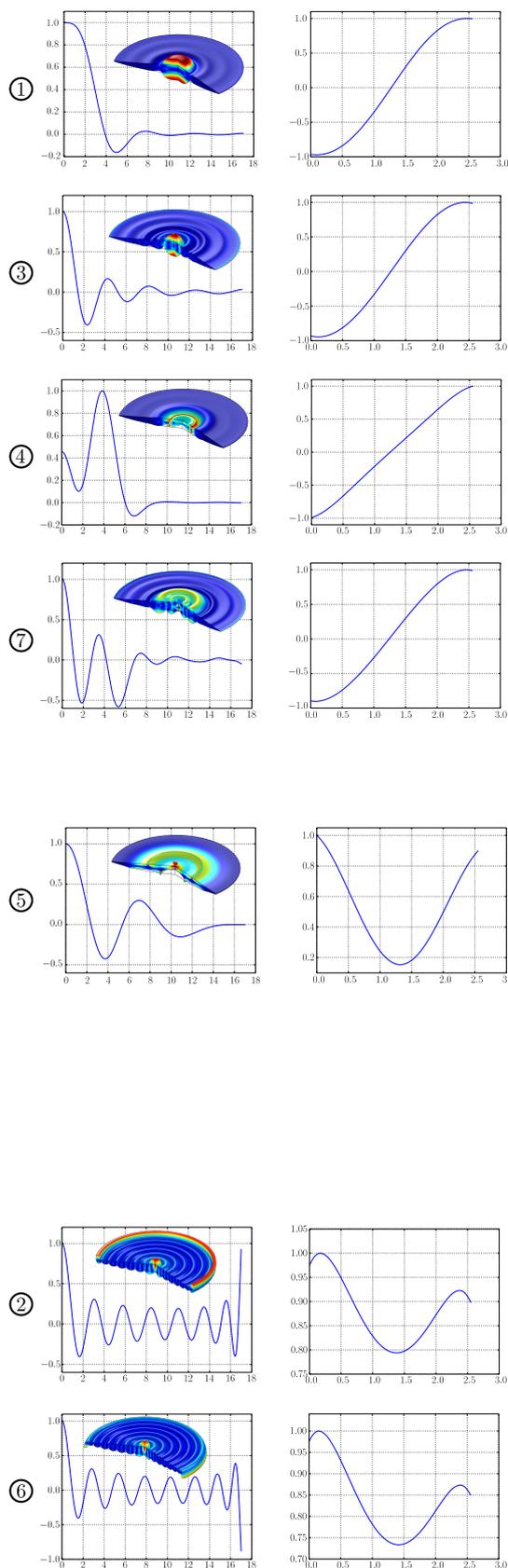
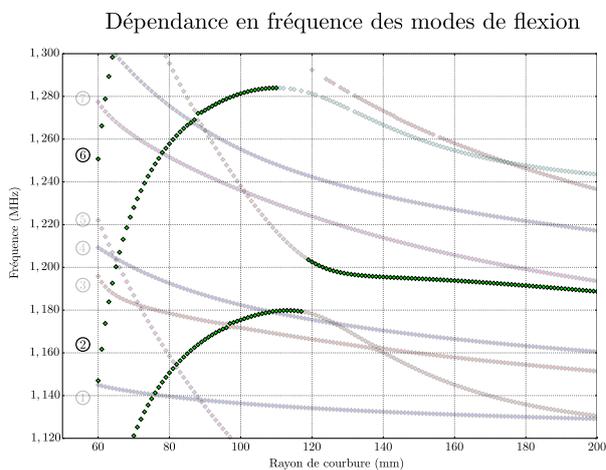
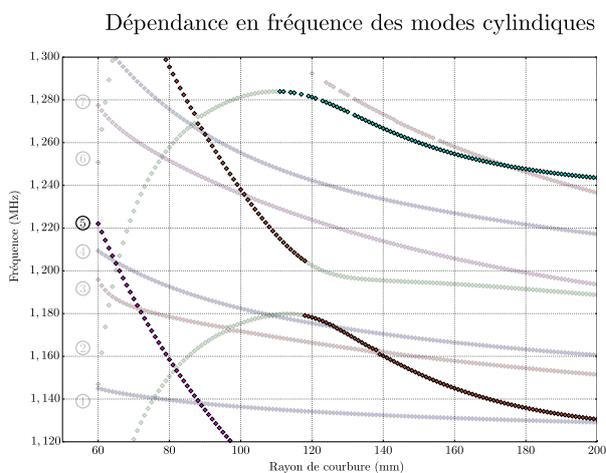
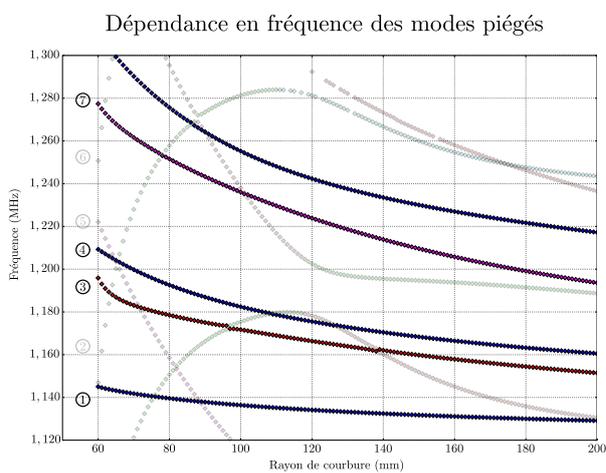


FIGURE 2.27 – Évolution de la fréquence de quelques modes en fonction du rayon de courbure du résonateur. Se référer au texte principal pour une discussion.

Chapitre 3

Nous souhaitons mettre en évidence les corrélations optomécaniques. Nous avons vu que dans le cas où le bruit de pression de radiation est petit devant le bruit thermique, le coefficient de corrélation est donné par :

$$c = 3,5 \cdot 10^{-3} \times \left(\frac{\mathcal{F}}{120\,000} \right) \sqrt{\frac{1}{1 + (f_M/f_{cav})^2}} \frac{P^{in}}{1\text{ mW}} \times \sqrt{\frac{100\text{ mg}}{M} \frac{Q}{10^6} \frac{1\text{ MHz}}{f_M}} \times \sqrt{\frac{300\text{ K}}{T}}.$$

Cette valeur, déjà faible, peut de plus malheureusement être rapidement masquée par la présence d'autres corrélations dites parasites. Elles sont essentiellement dues à une contamination par le bruit d'intensité classique du faisceau laser ou un désaccord non nul du faisceau pompe et de la cavité principalement.

Nous présentons le principe de l'expérience de la mesure des corrélations optomécaniques en utilisant un système d'asservissement basse fréquence à la cavité ainsi que les principales difficultés expérimentales à leur révélation, dont le temps de moyennage.

3.1 Temps de moyennage

Nous estimons dans cette partie le temps de moyennage nécessaire pour résoudre les corrélations. Ce temps est évidemment lié au bruit ajouté sur la mesure, qui fixe le niveau de corrélation, et la largeur spectrale de la mesure Γ . Cette largeur est liée au nombre de mesure indépendantes que nous pouvons effectuer en une seconde.

3.1.1 Approche heuristique

Considérons deux processus x et y tels que y contient une certaine contribution de x , pondérée par un réel α , mais aussi un bruit n . Si le bruit est dominant, comment mettre en évidence α , soit la petite contribution de x à y ?

Signal constant

Supposons d'abord que x est constant, la situation est représentée sur la figure 3.1. Les processus nous donnent une collection de valeurs x_k et y_k . Au temps T , nous

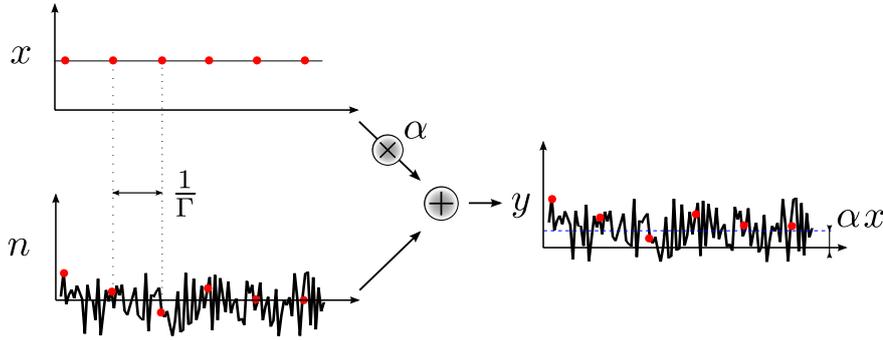


FIGURE 3.1 – Présentation de la mesure d'un petit signal αx présent dans y , masqué par un bruit n .

possédons $N = \Gamma T$ échantillons — Γ représente alors la vitesse d'acquisition — que nous pouvons écrire :

$$x_k = x, \quad (3.1.1)$$

$$y_k = \alpha x + n_k. \quad (3.1.2)$$

Si le bruit est centré, il suffit de moyenniser ensemble les N échantillons y_k :

$$\frac{1}{N} \sum_k^N y_k = \alpha x + \frac{1}{N} \sum_k^N n_k. \quad (3.1.3)$$

Le premier terme, est la quantité que nous voulons mesurer, le deuxième est le bruit que nous voulons éliminer. Appelons C_N la somme précédente. Pour tout N , l'espérance de C_N est donné par :

$$E(C_N) = \alpha x. \quad (3.1.4)$$

Est-ce à dire que le dernier terme de l'équation 3.1.3 est nul ? Il l'est sur l'ensemble statistique, pas sur une réalisation particulière, d'où l'idée de moyenniser un grand nombre d'échantillons. Par ergodicité, on s'attend à éliminer le bruit. En effet, par le théorème de la limite centrale, et en notant σ_n l'écart type de n , nous avons :

$$\sigma_{C_N} = \frac{\sigma_n}{\sqrt{N}}. \quad (3.1.5)$$

Un critère intuitif pour la mise en évidence de α est d'imposer que l'écart-type sur C_N soit inférieur à sa moyenne. Ceci conduit alors à acquérir un nombre d'échantillon minimal pour la bonne mesure de α , N_{meas} , donné par :

$$N_{\text{meas}} = \frac{\sigma_n^2}{\alpha x}. \quad (3.1.6)$$

Nous pouvons réécrire l'équation précédente en terme de temps de mesure et de rapport signal à bruit, ou SNR :

$$\text{SNR} = \frac{\alpha^2 x^2}{\sigma_n^2}, \quad (3.1.7)$$

$$T_{\text{meas}} = \frac{1}{\Gamma \text{SNR}}. \quad (3.1.8)$$

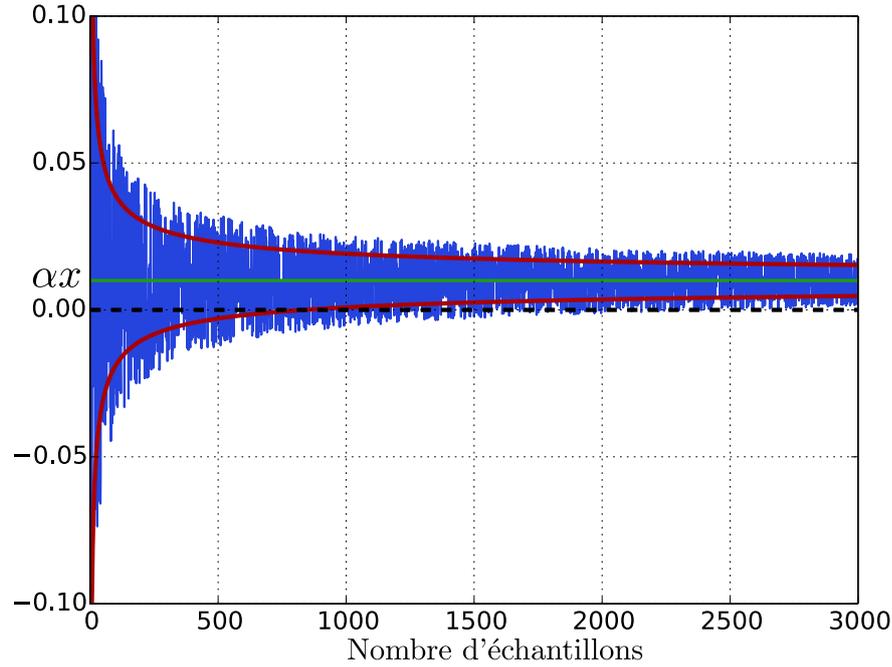


FIGURE 3.2 – Convergence de C_N vers αx . La variance du bruit est prise égale à 1 et αx vaut 0,01. Pour discriminer αx de 0, il faut donc moyenner 1000 échantillons. Les courbes rouges représentent la convergence théorique en $1/\sqrt{n}$ de C_N .

La figure 3.2 présente la convergence de C_N vers la valeur désirée. Le critère du temps de mesure est défini modulo un choix de convention. Un choix commun est de mesurer trois fois le temps de mesure T_{meas} , la réduction du bruit est alors plus nette. Le temps de mesure est donc entièrement déterminé par le rapport signal à bruit et le taux d'acquisition. Dans le cas d'un signal aléatoire, la démarche se généralise.

Cas d'un signal aléatoire

Les signaux x et y sont cette fois tous les deux aléatoires. Ils sont maintenant liés par :

$$y_k = \alpha x_k + n_k. \quad (3.1.9)$$

Un simple moyennage n'est plus suffisant si x est centré. Le moyennage fonctionne si nous trouvons une quantité dont la moyenne n'est pas nulle. C'est le cas de x_k^2 , qui est toujours positif. Nous moyennons donc le produit des N termes $x_k y_k$ obtenus au temps T . Nous notons C_N cette somme :

$$\begin{aligned} C_N &= \frac{1}{N} \sum_k^N x_k y_k \\ C_N &= \alpha \frac{1}{N} \sum_k^N x_k^2 + \frac{1}{N} \sum_k^N x_k n_k. \end{aligned} \quad (3.1.10)$$

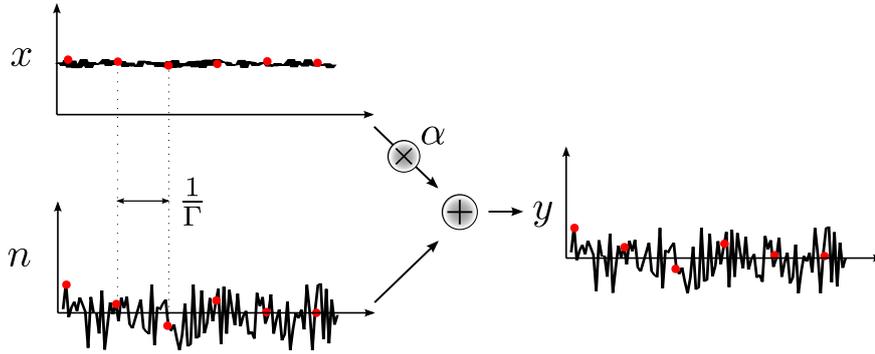


FIGURE 3.3 – Présentation de la mesure d'un petit signal aléatoire αx présent dans y , masqué par un bruit n .

Si le signal est indépendant du bruit, l'espérance de C_N est alors :

$$E(C_N) = \alpha \sigma_x^2, \quad (3.1.11)$$

puisque $E(x_k n_k) = E(x_k) E(n_k) = 0 \times 0$ d'après nos hypothèses. Comme précédemment, le calcul de la variance de C_N s'effectue à l'aide du théorème de la limite centrale :

$$\sigma_{C_N} = \frac{\alpha 3 \sigma_x^2}{\sqrt{N}} + \frac{\sigma_x \sigma_n}{\sqrt{N}}. \quad (3.1.12)$$

Nous avons encore utilisé comme hypothèse l'indépendance de x et n , que ces deux processus sont centrés et supposé que x présente une statistique gaussienne. Nous voyons l'apparition de deux contributions : nous avons d'une part le temps de convergence de l'estimation du signal et d'autre part le temps de réduction de la contamination du signal par le bruit. Ces deux contributions convergent à la même vitesse. Comme le bruit est bien plus grand que la contribution de x à y , la deuxième contribution est dominante et impose le temps de moyennage.

Nous définissons cette fois le rapport signal à bruit de la mesure comme :

$$\text{SNR} = \frac{\alpha^2 \sigma_x^2}{\sigma_n^2}. \quad (3.1.13)$$

Par les mêmes arguments qu'à la partie précédente, le nombre d'échantillons à acquérir puis le temps minimal de la mesure sont donnés par :

$$N_{\text{meas}} = \frac{\sigma_n^2}{\alpha^2 \sigma_x^2}, \quad (3.1.14)$$

$$T_{\text{meas}} = \frac{1}{\Gamma \text{SNR}}. \quad (3.1.15)$$

Nous retrouvons le même temps de mesure que dans le cas d'un signal constant. La quantité C_N est en fait analogue au spectre croisé. Nous pouvons la normaliser par la racine du produit des variances, analogues aux spectres, et définir ainsi c_N , le coefficient

de corrélation de la série temporelle. En notant c , sa limite pour un grand nombre d'échantillons, nous obtenons :

$$c = \alpha \frac{\sigma_x}{\sigma_n}. \quad (3.1.16)$$

Le temps de moyennage, exprimé en terme de corrélations et de vitesse d'acquisition, est donc donné par :

$$T_{\text{meas}} = \frac{1}{\Gamma c^2}. \quad (3.1.17)$$

Nous pouvons maintenant étendre l'analyse au domaine spectral.

Cas fréquentiel.

Notons x et y deux processus aléatoires stationnaires liés par :

$$y[f] = \chi(f)x[f] + n[f]. \quad (3.1.18)$$

Cette expression traduit que y porte réponse la cohérente à x *via* une fonction de transfert χ , et un bruit n . Les corrélations vont permettre la mise en évidence de la fonction de transfert si le bruit n est décorréolé de x . En effet, dans ce cas, le coefficient de corrélation $c_{xy}[f]$ des deux signaux, en supposant le bruit dominant de sorte que le spectre de y se résume à celui de n : $S_y[f] \approx S_n[f]$, devient :

$$c_{xy}[f] = \chi(f) \sqrt{\frac{S_x[f]}{S_n[f]}}. \quad (3.1.19)$$

Le coefficient est défini par une moyenne statistique, que nous pouvons transformer en moyenne temporelle grâce à l'ergodicité. Tirons quelques enseignements de ce qui précède. La vitesse de convergence était donnée par un calcul de variance en utilisant le théorème de la limite centrale. Ce théorème s'applique à des échantillons décorréolés, le temps de cohérence va donc jouer un rôle dans le temps de mesure. La vitesse d'acquisition est Γ pour un système de largeur spectrale Γ . De plus, en comparant les équations (3.1.16) et (3.1.19), nous trouvons que χ joue le rôle de α et le rapport signal à bruit de la mesure est :

$$\text{SNR} = |\chi(f)|^2 \frac{S_x[f]}{S_n[f]}. \quad (3.1.20)$$

Nous en concluons donc un temps de moyennage T_{meas} de :

$$T_{\text{meas}} = \frac{1}{\Gamma |c_{xy}[f]|^2}. \quad (3.1.21)$$

Ainsi, par ces arguments nous estimons le temps de moyennage pour notre expérience à 2h45, si on se donne une plage fréquentielle de 100 Hz. Si l'on effectue l'expérience à résonance mécanique, où typiquement $\Gamma = 1$ Hz, alors il faut moyenner 300 heures : la situation s'est aggravée puisque la variance sur le terme cohérent du spectre croisé n'est plus négligeable [56].

3.1.2 Approche expérimentale

Expérimentalement, nous utilisons un analyseur vectoriel de signaux (VSA) pour mesurer les corrélations fréquentielles entre x et y en remplaçant les moyennes statistiques par des moyennes temporelles. Ceci se traduit par un moyennage sur les acquisitions successives qu'effectue l'analyseur.

3.2 Mesure expérimentale des spectres et spectres croisés.

L'analyseur vectoriel de signaux fonctionne de la manière suivante : deux traces temporelles sont enregistrées en même temps. Une fenêtre W est appliquée aux données temporelles. Celle-ci est utile pour réduire les effets de fuite spectrale notamment. Une FFT est ensuite réalisée sur les traces, ce qui permet de retrouver le spectre des signaux et leur spectre croisé. Le spectre estimé à la fréquence f est donné par la norme du coefficient de Fourier (voir la figure 3.4), tandis que le spectre croisé est donné par le produit de la composante de Fourier du premier signal par le conjugué de la composante de Fourier du second signal (voir la figure 3.5).

Si nous utilisons une acquisition unique, nous obtenons deux valeurs (complexes) $x[f]$ et $y[f]$. Le coefficient fréquentiel $c[f]$ est donc :

$$c[f] = \frac{x[f]y[f]^*}{|x[f]||y[f]|}. \quad (3.2.1)$$

Ce coefficient est de norme 1, que les bruits soient décorrélés ou non. Il est donc important de moyennner plusieurs acquisitions. Ce faisant, nous mettons en application la méthode de Bartell [68], qui fournit un estimateur asymptotiquement consistant des spectres et du spectre croisé.

Supposons que le bruit et le signal puissent être considérés comme blancs sur la largeur Γ de la mesure et que nous choissions de travailler avec une certaine RBW . Dans le cas de l'estimation de S_x , la $k^{\text{ème}}$ acquisition donne une collection de spectres estimés $\hat{S}_x[f_i]$. Les f_i vérifient :

$$f_i = f_c + iRBW, \quad (3.2.2)$$

$$i \in \left[\left[\frac{-\Gamma}{2RBW}; \frac{\Gamma}{2RBW} \right] \right]. \quad (3.2.3)$$

Le nombre de points n'est en toute rigueur pas donné uniquement par la RBW , qui est un critère qualitatif permettant de juger de la résolution fréquentielle de la mesure, mais plutôt par la fenêtre utilisée au travers de sa bande passante équivalente de bruit. Ce paramètre ne joue pas un rôle majeur dans l'analyse qui suit et nous décidons de considérer que la mesure retourne M points, avec M donné par :

$$M = \frac{\Gamma}{RBW}. \quad (3.2.4)$$

L'estimateur utilisé par le VSA est appelé périodogramme modifié. C'est malheureusement un estimateur inconsistant : son espérance est donnée par la convolution de la vraie densité spectrale des signaux et le spectre de la fenêtre, donc pas la vraie densité

spectrale. Quant à son écart-type, il n'est même pas asymptotiquement nul, mais est lié, lui aussi, au spectre réel et dépend faiblement de la fenêtre utilisée [69] :

$$\mathbb{E}(\hat{S}_x[f_i]) = |W(f_i)|^2 \star S[f_i], \quad (3.2.5)$$

$$\sigma_{\hat{S}_x[f_i]} = S_x. \quad (3.2.6)$$

Avoir un biais faible encourage à prendre une fenêtre piquée, mais on favorise alors la fuite spectrale. Le choix de la fenêtre résulte donc d'un compromis entre la résolution spectrale et la dynamique de la mesure. Nous supposons les bruits blancs sur Γ et la réponse plate, les estimateurs coïncident pour tout i et nous pouvons les moyenner. Nous notons \hat{S}_x^k l'estimateur donné par le moyennage des M points :

$$\hat{S}_x^k = \frac{1}{M} \sum_i \hat{S}_x[f_i]. \quad (3.2.7)$$

Comme les estimateurs sont décorrélés, nous trouvons une expression simple pour espérance et déviation standard :

$$\mathbb{E}(\hat{S}_x^k) = |W(f)|^2 \star S[f], \quad (3.2.8)$$

$$\sigma_{\hat{S}_x^k} = \frac{S_x}{\sqrt{M}}. \quad (3.2.9)$$

Si, au bout d'un temps T , nous possédons N traces temporelles, et que celles-ci sont indépendantes, nous pouvons encore les moyenner pour obtenir un nouvel estimateur $\hat{S}_x^{M,T}$:

$$\mathbb{E}(\hat{S}_x^{M,T}) = |W(f)|^2 \star S[f], \quad (3.2.10)$$

$$\sigma_{\hat{S}_x^{M,T}} = \frac{S_x}{\sqrt{MN}}. \quad (3.2.11)$$

Le nombre de traces N au temps T est lié au temps d'acquisition d'une trace T_{acq} selon :

$$N = \frac{T}{T_{\text{acq}}}, \quad (3.2.12)$$

$$T_{\text{acq}} = \frac{1}{RBW}. \quad (3.2.13)$$

L'écart-type de l'estimateur du spectre au temps T est donc :

$$\sigma_{\hat{S}_x^T} = \frac{S_x}{\sqrt{\Gamma T}}. \quad (3.2.14)$$

Remarquons que le temps de convergence est posé uniquement par Γ et que nous avons sacrifié la résolution spectrale pour une meilleure variance de la mesure. Nous aurions obtenu les mêmes résultats en réalisant la mesure avec une RBW égale à Γ .

De manière générale, l'estimation spectrale résulte de compromis entre biais, variance, résolution fréquentielle et dynamique. Pour notre expérience, nous ne sommes sensibles qu'à la variance de l'estimateur. On pourrait aussi vouloir surexploiter la

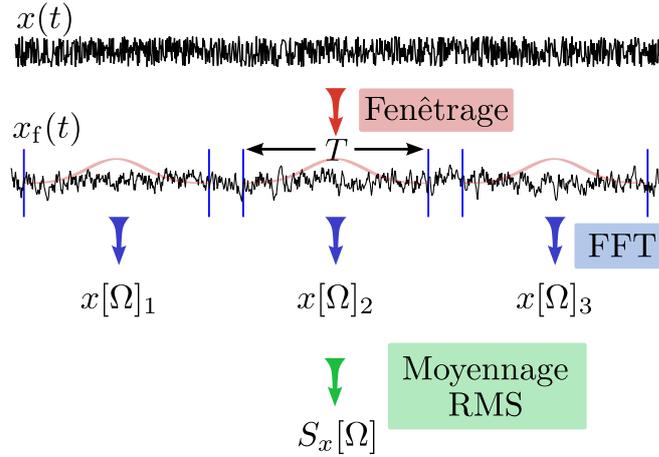


FIGURE 3.4 – Estimation du spectre d’une grandeur par un analyseur de spectre fonctionnant en mode FFT.

plage spectrale en autorisant le recouvrement des fenêtres. Cela est possible [70], mais nous ne gagnons qu’un facteur constant anecdotique en comparaison de la convergence en racine du temps.

Dans le cas où l’on souhaite mesurer un spectre, c’est le moyennage quadratique qui est utilisé. Il supprime la phase aléatoire d’une acquisition à l’autre des spectres et on peut alors converger vers une valeur non nulle. Dans le cas d’une mesure de spectre croisé, un moyennage linéaire est effectué afin de conserver l’information de phase. Le comportement de l’estimateur du spectre croisé $\hat{C}_{x,y}$ n’est pas différent de celui de l’estimateur spectral pour autant :

$$\sigma_{\hat{C}_{x,y}^T} = \sqrt{\frac{S_x S_n}{\Gamma T}}. \quad (3.2.15)$$

C’est ce terme qui va imposer le temps de convergence de la mesure. Il faut en effet que l’incertitude relative sur le spectre croisé soit inférieure à sa vraie valeur pour mettre en évidence les corrélations. Nous retrouvons un temps de mesure déterminé par l’équation (3.1.21).

Le temps de mesure est important et cela impose de travailler avec une expérience aussi stable que possible. Cette difficulté n’est pas la première, il faut en effet que les corrélations optomécaniques ne soient pas masquées par une autre source de corrélation.

3.3 Corrélations parasites

Nous avons jusque là considéré la cavité optique comme parfaitement à résonance. Dans la pratique ce n’est pas le cas : un léger *offset* existe sur le signal d’erreur PDH. Il est dû à la modulation d’amplitude résiduelle du faisceau laser lors de la traversée de l’EOM servant à la modulation de phase. Cette modulation se traduit par un désaccord non nul du faisceau pompe avec la cavité.

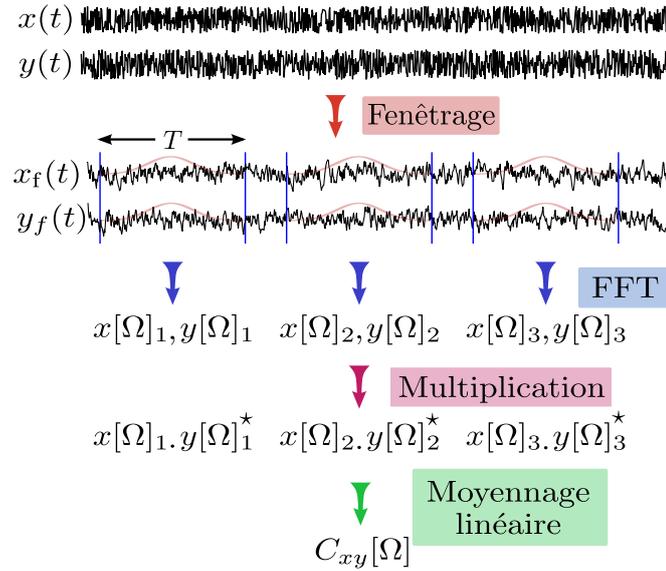


FIGURE 3.5 – Estimation du spectre croisé de deux grandeurs par un analyseur vectoriel de signaux fonctionnant en mode FFT.

Le désaccord avec la cavité fait tourner les quadratures du champ optique et tant la phase du faisceau sonde que l'intensité du faisceau pompe sont alors sensibles au mouvement du miroir : les corrélations entre ces deux grandeurs ne permettent plus de s'affranchir du bruit thermique. Nous proposerons d'utiliser cet effet pour rétablir l'accord avec la cavité. Le contamination optique est un premier type de corrélation parasite dont nous avons pu nous affranchir. Nous avons alors trouvé un autre type de corrélation parasite : le bruit classique de la lumière.

3.3.1 Traitement du bruit classique

Les faisceaux pompe, sonde et l'oscillateur local de la détection homodyne sont issus du même laser et peuvent présenter des corrélations si celui-ci présente un bruit technique. Nous commençons par présenter le formalisme permettant l'évaluation des corrélations classiques des faisceaux.

Un laser ne présentant pas de fluctuations classiques d'intensité — on dira qu'il est *au shot* —, donne deux nouveaux faisceaux totalement décorrélés s'il est séparé ; et ceci bien que chacun des deux nouveaux faisceaux soit corrélé au faisceau initial. En effet, le bruit des faisceaux émergents est aussi corrélé au bruit quantique rentrant par le port inutilisé du cube séparateur employé. Cette contribution a une phase opposée à celle des corrélations avec le faisceau originel et précisément la bonne valeur pour que leur somme s'annule : les faisceaux émergents sont alors décorrélés.

Dans le cas où le faisceau incident présente un bruit classique, le bruit quantique rentrant par le port inusité est insuffisant pour annuler la corrélation entre les deux faisceaux émergents, et toute fluctuation d'origine classique se traduit par l'apparition de corrélations inter-faisceaux. Nous utiliserons d'ailleurs cet effet pour caractériser le niveau de bruit classique des faisceaux de notre expérience.

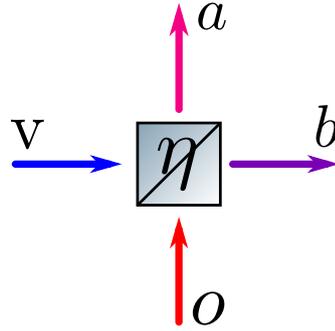


FIGURE 3.6 – Séparation du faisceau o par un cube donnant une séparation η en intensité du faisceau. Le vide est à prendre en compte dans les équations.

Formalisons les choses. Appelons o le faisceau originel de pulsation ω_o qui sera séparé par un cube (voir la figure 3.6). Le faisceau o peut être décrit par les équations :

$$\tilde{o}(t) = o(t)e^{-i\omega_o t}, \quad (3.3.1)$$

$$o(t) = \left(o + \frac{\delta p_o(t)}{2} + i \frac{\delta q_o(t)}{2} \right), \quad (3.3.2)$$

$$\delta p_o(t) = \delta_q p_o(t) + \delta_{cl} p_o(t), \quad (3.3.3)$$

$$\delta q_o(t) = \delta_q q_o(t) + \delta_{cl} q_o(t). \quad (3.3.4)$$

Ces expressions traduisent l'existence de deux types de fluctuations : des fluctuations quantiques, symbolisées par δ_q , et des fluctuations classiques, symbolisées par δ_{cl} . Par ailleurs, les faisceaux émergents que nous nommons a et b vérifient une relation du type :

$$a(t) = \sqrt{\eta} o(t) + \sqrt{1-\eta} v(t), \quad (3.3.5)$$

$$b(t) = \sqrt{1-\eta} o(t) - \sqrt{\eta} v(t). \quad (3.3.6)$$

Le paramètre η caractérise la séparation du cube : si η est nul alors toute la lumière ira dans b tandis que si η est égal à 1, toute la lumière ira dans a . Le vide qui vient se mélanger aux fluctuations de o a été noté v .

Commençons par traiter l'effet d'une atténuation du faisceau o . Pour cela, nous ne considérons que le mode a pour le moment. Si le faisceau o était mesuré par une photodiode, nous trouverions un photocourant I_o donné par :

$$I_o(t) \propto o^2 + o\delta_q p_o(t) + o\delta_{cl} p_o(t). \quad (3.3.7)$$

L'évaluation du spectre associé ne présente pas de difficulté. En utilisant le fait que bruits classiques et quantiques sont décorrélés, nous aboutissons à :

$$S_{I_o}[\Omega] \propto o^2 + o^2 S_{p_o}^{cl}[\Omega]. \quad (3.3.8)$$

Nous avons noté $S_{p_o}^{cl}$ le spectre de la partie classique de la quadrature d'amplitude de o . Cette relation est bien dimensionnée car nous travaillons dans des unités telles que le spectre du bruit quantique vaut 1, il est sous-entendu dans le premier terme

de l'équation. Le premier terme de l'équation précédente est quant à lui dû au bruit quantique. En ce qui concerne le mode a , nous avons un photocourant donné par :

$$I_a(t) = \eta o^2 + \eta o \delta_q p_o(t) + \sqrt{\eta(1-\eta)} o \delta_q p_v(t) + \eta o \delta_{cl} p_o(t) \quad (3.3.9)$$

Ce photocourant conduit à un spectre S_{I_a} valant :

$$S_{I_a}[\Omega] = \eta o^2 + \eta^2 o^2 S_{p_o}^{cl}[\Omega]. \quad (3.3.10)$$

On touche là une différence fondamentale entre bruit classique et quantique : les bruits quantiques diminuent linéairement avec l'atténuation alors que les bruits classiques diminuent quadratiquement avec celle-ci.

Raisonnons en terme de bandes latérales (voir la figure 3.7) : partons d'un faisceau largement dominé par du bruit classique que nous faisons passer à travers une densité optique diminuant son intensité d'un facteur 2. Les bandes latérales sont elles-aussi diminuées d'un facteur 2 — le nouveau bruit quantique s'ajoutant au faisceau est négligeable — si bien que la puissance de bruit résultant de l'hétérodynage des bandes latérales et de la porteuse est diminué d'un facteur 4.

Dans le cas quantique, la porteuse classique est bien diminuée d'un facteur 2 mais les bandes latérales étant déjà minimales, leur amplitude n'est pas modifiée lors de l'atténuation ; la puissance de bruit est abaissée d'un facteur 2. En toute rigueur, les bandes latérales quantiques sont elles-aussi atténuées d'un facteur 2 mais cette atténuation est compensée par l'entrée des bandes latérales du vide.

En nous souvenant que $a = \sqrt{\eta} o$, le spectre S_{I_a} donné par l'équation (3.3.10) peut se réécrire :

$$S_{I_a}[\Omega] = a^2 + \frac{a^4}{o^2} S_{p_o}^{cl}[\Omega]. \quad (3.3.11)$$

Nous pouvons alors poser :

$$\bar{S}_{p_o}[\Omega] = \frac{S_{p_o}^{cl}[\Omega]}{o^2}. \quad (3.3.12)$$

Cette nouvelle quantité nous permet d'écrire le spectre d'intensité de a selon :

$$S_{I_a}[\Omega] = a^2 + a^4 \bar{S}_{p_o}[\Omega]. \quad (3.3.13)$$

Nous exprimons ainsi que le bruit ajouté aux faisceaux issus de l'atténuation de o ne dépend que de l'atténuation et d'une propriété mesurable du faisceau d'origine. Remarquablement, cette propriété est transmissible. Si nous considérons un nouveau faisceau α issu de a par atténuation, le photocourant provenant de sa mesure a un spectre donné par :

$$S_{I_\alpha}[\Omega] = \alpha^2 + \alpha^4 \bar{S}_{p_o}[\Omega]. \quad (3.3.14)$$

Considérons maintenant le cas de la séparation des faisceaux. Le faisceau a porte un bruit quantique, partiellement corrélé au bruit quantique incident, et des fluctuations classiques. En effet, la quadrature d'amplitude de a peut s'écrire :

$$\delta p_a(t) = \left(\sqrt{\eta} \delta_q p_o(t) + \sqrt{1-\eta} \delta_q p_v(t) \right) + \sqrt{\eta} \delta_{cl} p_o(t). \quad (3.3.15)$$

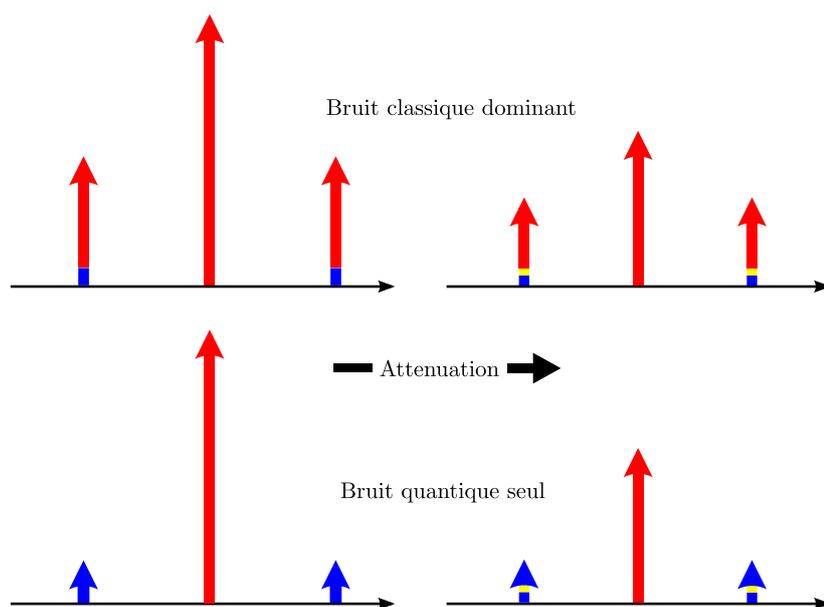


FIGURE 3.7 – En haut, un faisceau largement dominé par le bruit classique est atténué. L'atténuation diminue toutes les composantes initiales (en rouge les bruits classiques et en bleu le bruit quantique) d'un même facteur et un nouveau bruit quantique (en jaune) entre. La puissance de bruit est donnée par le produit de la hauteur de la porteuse par celle des bandes latérales et subit donc une diminution quadratique en fonction du facteur d'atténuation. En bas, un faisceau sans bruit classique est atténué. Comme le nouveau bruit quantique a la même amplitude que dans l'état initiale, seule la porteuse est abaissée donc la puissance de bruit est abaissée linéairement avec le coefficient d'atténuation.

Notons qu'une relation similaire existe pour la phase. Le terme entre parenthèses est le bruit quantique de la quadrature d'amplitude de a et le second est la contribution classique de o :

$$\delta_q p_a(t) = \sqrt{\eta} \delta_q p_o(t) + \sqrt{1-\eta} \delta_q p_v(t), \quad (3.3.16)$$

$$\delta_{cl} p_a(t) = \sqrt{\eta} \delta_{cl} p_o(t). \quad (3.3.17)$$

Il est clair que la partie quantique est corrélée tant au vide qu'à o . Nous pouvons exprimer les spectres croisés :

$$C_{\delta_q p_a, \delta_q p_o} = \sqrt{\eta}, \quad (3.3.18)$$

$$C_{\delta_q p_a, \delta_q p_v} = \sqrt{1-\eta}. \quad (3.3.19)$$

Pour le faisceau b , nous obtenons des relations similaires :

$$\delta_q p_b(t) = \sqrt{1-\eta} \delta_q p_o(t) - \sqrt{\eta} \delta_q p_v(t), \quad (3.3.20)$$

$$\delta_{cl} p_b(t) = \sqrt{1-\eta} \delta_{cl} p_o(t), \quad (3.3.21)$$

qui donnent :

$$C_{\delta_q p_b, \delta_q p_o} = \sqrt{1-\eta}, \quad (3.3.22)$$

$$C_{\delta_q p_b, \delta_q p_v} = -\sqrt{\eta}. \quad (3.3.23)$$

Le signe moins apparaissant est d'extrême importance : c'est celui qui annule le spectre croisé des quadratures quantiques de a et b . Nous avons :

$$C_{\delta_q p_a, \delta_q p_b} = 0. \quad (3.3.24)$$

Les faisceaux a et b portent un bruit quantique indépendant, additionné d'un héritage commun de o . Toute corrélation entre a et b est due au bruit classique. Le spectre croisé total des quadratures d'amplitude est donné par :

$$C_{\delta p_a, \delta p_b} = C_{\delta_{cl} p_a, \delta_{cl} p_b}, \quad (3.3.25)$$

$$= \sqrt{\eta(1-\eta)} S_{p_o}^{cl}. \quad (3.3.26)$$

Dans le cas général, pour tout faisceau issu de o , les quadratures d'amplitude vont avoir pour spectre croisé :

$$C_{\delta p_a, \delta p_b} = ab \bar{S}_{p_o}. \quad (3.3.27)$$

Nous venons donc de montrer que les propriétés de bruit et de corrélation de tous les faisceaux issus de o sont fixées par la donnée de leur puissance et de $\bar{S}_{p_o}[\Omega]$, quantité indépendante de la puissance du faisceau dont pourrait dériver o et donc de o lui-même. Caractériser le bruit du montage optique, c'est mesurer $\bar{S}_{p_o}[\Omega]$ ¹. Nous adaptons ce calcul à notre expérience.

1. Il faut faire attention quand on compare des bruits cohérents comme *peuvent* l'être des bruits classiques aux bruits quantiques qui *sont* incohérents.

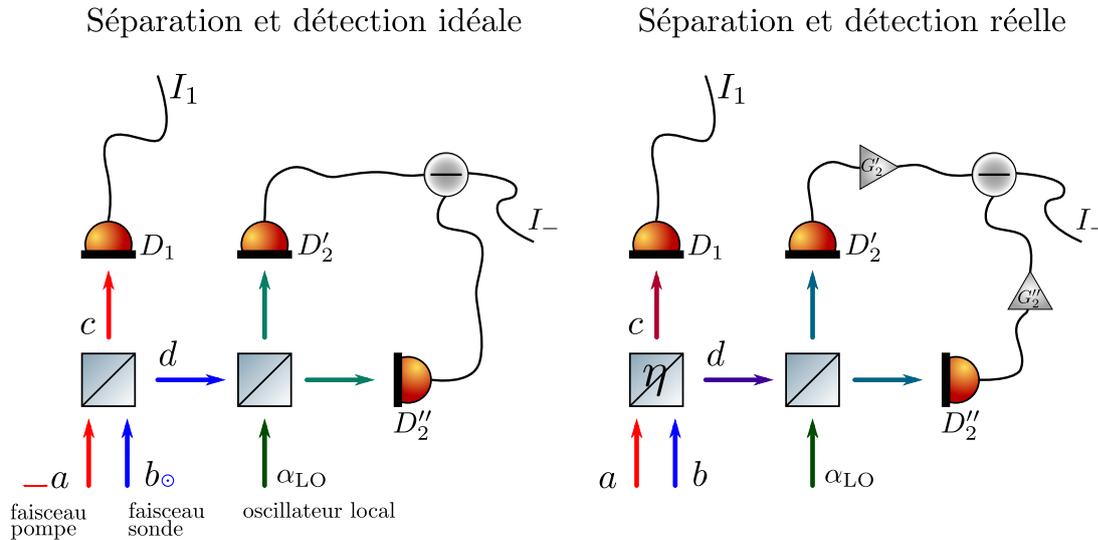


FIGURE 3.8 – Schéma des faisceaux considérés.

3.3.2 Cas de notre expérience

Dans notre expérience, le faisceau passe par une cavité de filtrage puis par un AOM utilisé pour l'asservissement à la cavité avant d'être séparé. Cet AOM ajoute un bruit classique au faisceau. Nous quantifions les corrélations minimales observables en fonction du bruit ajouté.

Le montage schématique est représenté sur la figure 3.8 : deux modes a et b orthogonaux en polarisation sont envoyés sur un cube séparateur. Les imperfections du montage mélangent en réalité a et b pour produire deux nouveaux modes c et d . Nous mesurons l'intensité du mode c tandis que nous mesurons la phase relative à un autre faisceau de référence, appelé oscillateur local, de d . La détection réalisée, appelée détection homodyne balancée est construite de manière à rejeter les fluctuations classiques d'intensité de l'oscillateur local ainsi que le bruit de phase commun. Les imperfections de l'électronique notamment limitent cette réjection de bruit et donc participent à limiter la sensibilité de notre montage optique.

Nous pouvons donc modéliser nos faisceaux à l'aide de sept grandeurs : les puissances de a , b et α_{LO} , accompagnées des propriétés de bruit classique (en amplitude et en phase) du faisceau d'origine et d'un bruit classique (en amplitude et en phase)

commun aux faisceaux interagissant avec la cavité (a et b).

$$\tilde{a}(t) = a(t)e^{-i\omega_a t} \quad (3.3.28)$$

$$\tilde{b}(t) = b(t)e^{-i\omega_b t} \quad (3.3.29)$$

$$\tilde{\alpha}_{\text{LO}}(t) = \alpha_{\text{LO}}(t)e^{-i\omega_b t} \quad (3.3.30)$$

$$a(t) = \left(\alpha + \frac{\delta p_a(t)}{2} + i \frac{\delta q_a(t)}{2} \right) \quad (3.3.31)$$

$$b(t) = \left(\beta + \frac{\delta p_b(t)}{2} + i \frac{\delta q_b(t)}{2} \right) \quad (3.3.32)$$

$$\alpha_{\text{LO}}(t) = \left(\alpha_{\text{LO}} + \frac{\delta p_{\text{LO}}(t)}{2} + i \frac{\delta q_{\text{LO}}(t)}{2} \right) \quad (3.3.33)$$

Détection d'intensité

Le photocourant issu de la détection d'intensité du mode $\tilde{c}(t) = \sqrt{1-\eta}\tilde{a}(t) - \sqrt{\eta}\tilde{b}(t)$ a pour expression en ne gardant que les premiers ordres en termes de bruit et en notant les quadratures généralisées :

$$X_\theta^a(t) = \cos(\theta)p_a(t) + \sin(\theta)q_a(t) \quad (3.3.34)$$

un résultat tout à fait intuitif :

$$I_1(t) = (1-\eta)\left(\alpha^2 + \alpha\delta p_a(t)\right) + \eta\left(\beta^2 + \beta\delta p_b(t)\right) - \sqrt{\eta(1-\eta)}\left[\alpha\delta X_{-\Delta t}^b + \beta\delta X_{\Delta t}^b + 2\alpha\beta\cos(\Delta t)\right] \quad (3.3.35)$$

avec $\Delta = \omega_a - \omega_b$, ce qui signifie ni plus ni moins que nous mesurons le bruit d'intensité des deux faisceaux (voir la première ligne) et l'hétérodynage réciproque de ceux-ci (dernière ligne). L'amplitude spectrale est donc donnée par :

$$I_1[\Omega] = (1-\eta)\alpha\delta p_a[\Omega] + \eta\beta\delta p_b[\Omega] - \sqrt{\eta(1-\eta)}\left[\frac{\alpha}{2}\left(\delta p_b[\Omega + \Delta] + \delta p_b[\Omega - \Delta] + i\delta q_b[\Omega + \Delta] - i\delta q_b[\Omega - \Delta]\right) + \frac{\beta}{2}\left(\delta p_a[\Omega + \Delta] + \delta p_a[\Omega - \Delta] - i\delta q_a[\Omega + \Delta] + i\delta q_a[\Omega - \Delta]\right)\right]. \quad (3.3.36)$$

Dans l'approximation où $\sqrt{1-\eta}\alpha \gg \sqrt{\eta}\beta$ comme dans notre expérience :

$$S_{I_1}[\Omega] = (1-\eta)(\alpha^2 + \alpha^4\bar{S}_{p_a}[\Omega]). \quad (3.3.37)$$

Le spectre est donc principalement celui du faisceau a , mais une petite contribution de b existe aussi. Considérons maintenant le cas du photocourant issu de la détection homodyne.

Détection Homodyne

L'oscillateur local α_{LO} est mixé avec le mode $\tilde{d}(t) = \sqrt{1-\eta}\tilde{b}(t) + \sqrt{\eta}\tilde{a}(t)$ sur un cube séparateur. Deux photodiodes mesurent les deux faisceaux émergents et les deux

photocourants sont soustraits. La soustraction est faite électroniquement et les gains des deux voies peuvent ne pas être parfaitement égaux.

On note I_2 l'intensité du champ d et I_{LO} celle du champ de l'oscillateur local α_{LO} . Les intensités I'_2 et I''_2 vues par les photodiodes D'_2 et D''_2 sont données par :

$$I'_2(t) = \frac{1}{2}I_2(t) + \frac{1}{2}I_{LO}(t) - \frac{1}{2}(d(t)\alpha_{LO}^*(t) + c.c) \quad (3.3.38)$$

$$I''_2(t) = \frac{1}{2}I_2(t) + \frac{1}{2}I_{LO}(t) + \frac{1}{2}(d(t)\alpha_{LO}^*(t) + c.c). \quad (3.3.39)$$

Le terme croisé contient la mesure homodyne du bruit du mode b par l'oscillateur local — et la mesure hétérodyne du bruit de mode a par l'oscillateur local — d'où l'idée de soustraire les deux photocourants issus des photodiodes D'_2 et D''_2 pour diminuer le bruit de la mesure que représentent I_2 et surtout I_{LO} . Les gains G'_2 et G''_2 représentent les facteurs de conversion intensité-courant, l'efficacité quantique des photodiodes et les gains électroniques de chaque voie. On a alors :

$$\begin{aligned} I_-(t) &= G''_2 I''_2(t) - G'_2 I'_2(t) \\ I_-(t) &= \frac{G''_2 - G'_2}{2} I_2(t) + \frac{G''_2 - G'_2}{2} I_{LO}(t) + \frac{G''_2 + G'_2}{2} (I_{\text{hom}}(t) + I_{\text{het}}(t)). \end{aligned} \quad (3.3.40)$$

Nous distinguons alors deux contributions : une homodyne, I_{hom} et une hétérodyne I_{het} dans $I_-(t)$. I_{hom} porte la mesure de la quadrature X_ϕ^b de b par l'oscillateur local et la mesure de la quadrature $X_{-\phi}^{LO}$ de l'oscillateur local par b :

$$I_{\text{hom}}(t) = 2\sqrt{1-\eta}\beta\alpha_{LO}\cos(\phi) + \sqrt{1-\eta}(\alpha_{LO}\delta X_{b\phi}(t) + \beta\delta X_{LO-\phi}(t)) \quad (3.3.41)$$

Il est possible d'écrire I_{het} sous la forme :

$$I_{\text{het}}(t) = 2\sqrt{\eta}\alpha\alpha_{LO}\cos(\Delta t - \phi) + \sqrt{\eta}\alpha\delta X_{-\Delta t+\phi}^{LO}(t) + \sqrt{\eta}\alpha_{LO}\delta X_{\Delta t-\phi}^a(t) \quad (3.3.42)$$

On montre alors sans difficultés que :

$$I_{\text{hom}}[\Omega] = 2\sqrt{1-\eta}\beta\alpha_{LO}\cos(\phi) + \sqrt{1-\eta}(\alpha_{LO}\delta X_\phi^b[\Omega] + \beta\delta X_{-\phi}^{LO}[\Omega]), \quad (3.3.43)$$

$$\begin{aligned} I_{\text{het}}[\Omega] &= \frac{\sqrt{\eta}\alpha}{2} \left(\delta p_{LO}[\Delta + \Omega]e^{-i\phi} + \delta p_{LO}[\Delta - \Omega]e^{i\phi} + \right. \\ &\quad \left. i\delta q_{LO}[\Delta + \Omega]e^{-i\phi} - i\delta q_{LO}[\Delta - \Omega]e^{i\phi} \right) + \\ &\quad \frac{\sqrt{\eta}\alpha_{LO}}{2} \left(\delta p_a[\Delta + \Omega]e^{-i\phi} + \delta p_a[\Delta - \Omega]e^{i\phi} - \right. \\ &\quad \left. i\delta q_a[\Delta + \Omega]e^{-i\phi} + i\delta q_a[\Delta - \Omega]e^{i\phi} \right). \end{aligned} \quad (3.3.44)$$

Quant à I_2 et I_{LO} , ils sont simplement donnés par :

$$\begin{aligned} I_2(t) &= \eta(\alpha^2 + \alpha\delta p_a(t)) + (1-\eta)(\beta^2 + \beta\delta p_b(t)) + \\ &\quad \sqrt{\eta(1-\eta)} [\alpha\delta X_{-\Delta t}^b + \beta\delta X_{\Delta t}^b + 2\alpha\beta\cos(\Delta t)] \end{aligned} \quad (3.3.45)$$

$$I_{LO}(t) = \alpha_{LO}^2 + \alpha_{LO}\delta p_{LO}(t) \quad (3.3.46)$$

ce qui permet d'écrire :

$$\begin{aligned}
I_2[\Omega] &= \eta\alpha\delta p_a[\Omega] + (1-\eta)\beta\delta p_b(t)[\Omega] + \\
&\sqrt{\eta(1-\eta)} \left[\frac{\alpha}{2} \left(\delta p_b[\Omega + \Delta] + \delta p_b[\Omega - \Delta] + i\delta q_b[\Omega + \Delta] - i\delta q_b[\Omega - \Delta] \right) \right. \\
&\left. + \frac{\beta}{2} \left(\delta p_a[\Omega + \Delta] + \delta p_a[\Omega - \Delta] - i\delta q_a[\Omega + \Delta] + i\delta q_a[\Omega - \Delta] \right) \right] \quad (3.3.47)
\end{aligned}$$

Comme α et β sont très faibles devant le champ de l'oscillateur local, de tous ces termes, c'est le courant homodyne qui est dominant et le spectre de I_- est simplement donné par :

$$S_{I_-}[\Omega] = \left(\frac{G_2'' + G_2'}{2} \right)^2 (1-\eta) \alpha_{LO}^2 S_{b\phi}[\Omega]. \quad (3.3.48)$$

La mauvaise séparation des faisceaux entraîne l'apparition d'un terme de battement sur les deux détections. À la fréquence de ce battement, les corrélations entre les deux détections sont donc proches de l'unité. Pour des faisceaux avec un bruit faible et surtout avec une différence de fréquence fixe, les corrélations sont importantes sur la bande passante de l'analyseur vectoriel de signaux utilisé pour calculer les corrélations. Si au contraire la différence en fréquence des faisceaux fluctue, le pic de corrélation est élargi.

Dans une version précédente du montage optique, utilisée en début de thèse, deux AOM seulement étaient utilisés : un pour la branche du faisceau sonde et un pour la branche du faisceau pompe. Tous les deux recevaient le signal d'erreur de la cavité de mesure plus un offset différent pour les deux. On avait donc deux faisceaux à résonance avec la cavité malgré la biréfringence de celle-ci. Les deux couples VCO+Ampli contrôlant les AOM avaient deux gains légèrement différents, ainsi, l'écart en fréquence Δ n'était pas fixe et le pic de corrélation s'en trouvait élargi à tel point que la fenêtre d'analyse des corrélations était polluée, ce qui limitait le niveau de corrélations observable à près de 20% [56]. En passant à un montage à trois AOM, on supprime ce problème mais on en fait apparaître un nouveau puisque le bruit des deux faisceaux est corrélé à cause du bruit classique ajouté par l'AOM d'asservissement.

Corrélations des deux détections

Les fluctuations des faisceaux contiennent aussi bien les fluctuations quantiques que les fluctuations classiques. Les fluctuations quantiques des faisceaux sont décorrélés, les fluctuations classiques des faisceaux sont totalement corrélées entre a et b et partiellement corrélées avec α_{LO} . Le bruit classique commun à tous les faisceaux est indiqué par un 1. Le bruit classique supplémentaire commun uniquement à a et b est indiqué par un 2. Il est produit par l'interaction avec la cavité des faisceaux qui y pénètrent. Par exemple, il peut représenter le bruit thermique de la cavité. Explicitons cela :

$$\delta p_a(t) = \delta_q p_a(t) + \delta_{cl,1} p_a(t) + \delta_{cl,2} p_a(t), \quad (3.3.49)$$

$$\delta p_b(t) = \delta_q p_b(t) + \delta_{cl,1} p_b(t) + \delta_{cl,2} p_b(t), \quad (3.3.50)$$

$$\delta p_{LO}(t) = \delta_q p_{LO}(t) + \delta_{cl,1} p_{LO}(t). \quad (3.3.51)$$

On autorise de pareilles relations pour le bruit de phase. Nous avons donc quatre sources de corrélations :

- les corrélations entre I_1 et I_2
- les corrélations entre I_1 et I_{het}
- les corrélations entre I_1 et I_{hom}
- les corrélations entre I_1 et I_{LO}

Dans le premier cas, elles sont données par :

$$\begin{aligned} \langle I_1[\Omega]I_2[-\Omega] \rangle &= \left(\alpha^4 \eta(1-\eta) + \beta^4 \eta(1-\eta) + \alpha^2 \beta^2 \left(\eta^2 + (1-\eta)^2 \right) \right) - \\ &\quad \left(\eta(1-\eta) \alpha^2 \beta^2 \right) \left(\bar{S}_{p1}[\Delta + \Omega] + \bar{S}_{p1}[\Delta - \Omega] + \bar{S}_{p2}[\Delta + \Omega] + \bar{S}_{p2}[\Delta - \Omega] \right). \end{aligned} \quad (3.3.52)$$

Le bruit de phase n'intervient pas, seul le bruit d'intensité est important. Il en va de même des corrélations entre I_1 et I_{het} :

$$\begin{aligned} \langle I_1[\Omega]I_{\text{het}}[-\Omega] \rangle &= i \left(\frac{\eta(1-\eta)\alpha^2\beta\alpha_{\text{LO}}}{2} \right) \left(\bar{S}_{p1}[\Delta - \Omega] - \bar{S}_{p1}[\Delta + \Omega] + \right. \\ &\quad \left. \bar{S}_{p2}[\Delta - \Omega] - \bar{S}_{p2}[\Delta + \Omega] \right). \end{aligned} \quad (3.3.53)$$

Nous nous sommes restreints à une mesure de phase ($\phi = \pi/2$) pour obtenir cette expression.

Dans ces conditions, le cas de $\langle I_1[\Omega]I_{\text{hom}}[-\Omega] \rangle$ est facilement tranché. En effet, comme $I_{\text{hom}}[\Omega]$ ne contient que des bruits de phase à Ω et que les seuls bruits à Ω dans $I_1[\Omega]$ sont des bruits d'intensité, si on suppose des bruits stationnaires, les corrélations sont automatiquement nulles.

Reste le cas de $\langle I_1[\Omega]I_{\text{LO}}[-\Omega] \rangle$, on montre que :

$$\langle I_1[\Omega]I_{\text{LO}}[-\Omega] \rangle = \left((1-\eta)\alpha^2\alpha_{\text{LO}}^2 + \eta\beta^2\alpha_{\text{LO}}^2 \right) \bar{S}_{p1}[\Omega]. \quad (3.3.54)$$

C'est ce terme qui est dominant dans $\langle I_1[\Omega]I_-[-\Omega] \rangle$.

Expérimentalement, les puissances de travail typiques de la pompe, de la sonde et de l'oscillateur local sont respectivement de 1 mW, 0,2 mW et 10 mW, soit $\beta = 0,6\alpha$ et $\alpha_{\text{LO}} = 3,2\alpha$. De plus, l'isolation typique des deux voies est de 60 dB, donc $\eta = 10^{-6}$ et le facteur de réjection de la détection homodyne, mesuré en évaluant la différence des spectres somme et différence de la détection homodyne d'une modulation d'amplitude sur l'oscillateur local donne $(G_2'' + G_2')^2 / (G_2'' - G_2')^2 = 30$ dB. On peut alors évaluer l'ordre de grandeur des différentes contributions.

En unités arbitraires, I_{LO} contribue pour 1 u.a.(photon/s)², alors I_{het} a pour contribution 10^{-5} u.a.(photon/s) et I_2 10^{-7} u.a.(photon/s); ces deux dernières contributions sont donc négligeables³.

Le niveau de corrélation c_{int} dû au bruit d'intensité classique est donné par :

$$c_{\text{int}}[\Omega] = \frac{G_2'' - G_2'}{G_2'' + G_2'} \alpha \alpha_{\text{LO}} \bar{S}_{p1}[\Omega], \quad (3.3.55)$$

2. La contribution dépend du niveau de bruit classique \bar{S} qui a pour unité le photon/s

3. Elles contiennent des termes hétérodyne et il se pourrait que le bruit à prendre en compte soit énorme si $\Omega \approx \Delta$

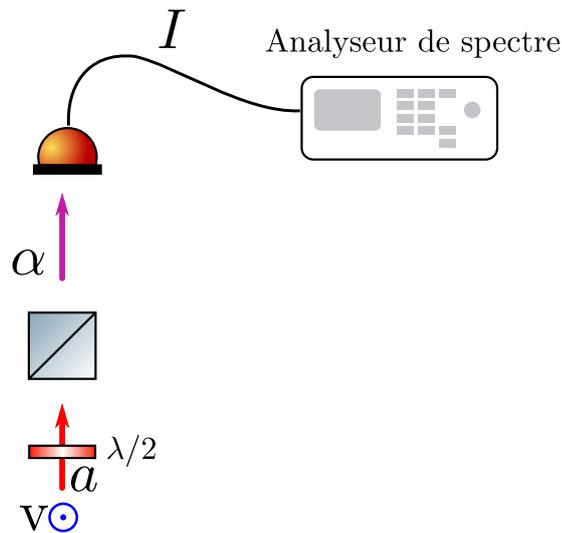


FIGURE 3.9 – Procédure de mesure du bruit classique par l'évolution du spectre d'intensité en fonction de la puissance de α : un robinet composé d'une lame $\lambda/2$ et d'un cube polariseur permet de contrôler l'intensité du faisceau qui est mesuré par une photodiode. Les courbes de bruit obtenues à différentes puissances permettent l'estimation du niveau de bruit classique du faisceau incident a .

en négligeant la dépendance en fréquence des gains.

Il nous faut mesurer le bruit commun des faisceaux pour évaluer le niveau de corrélation attendu.

3.3.3 Mesure du bruit d'intensité classique

Nous venons de voir que le bruit d'intensité commun à tous les faisceaux s'avère être une limite expérimentale à la mise en évidence des corrélations optomécaniques qu'il nous faut mesurer.

Il est a priori équivalent de caractériser les bruits du faisceau sonde ou pompe. Nous avons préféré mesurer ce dernier pour éviter toute modification du montage. Une lame $\lambda/2$ est à tourner de façon à ajuster l'intensité incidente sur la détection balancée.

Nous présentons trois méthodes possibles d'évaluation du bruit d'intensité classique : dépendance en puissance du spectre du photocourant, comparaison de la somme et de la différence des deux photodiodes d'une détection équilibrée et dépendance en puissance des corrélations entre deux photodiodes.

Dépendance en puissance du spectre d'intensité

Cette méthode est expérimentalement la plus simple puisqu'elle ne met en jeu qu'une unique photodiode et un robinet optique permettant de faire varier la puissance du faisceau mesuré par la photodiode.

Donnons-nous un faisceau a dont nous souhaitons mesurer le bruit classique d'intensité \bar{S}_p . Nous pouvons l'atténuer à l'aide d'un robinet optique. Nous appelons α le

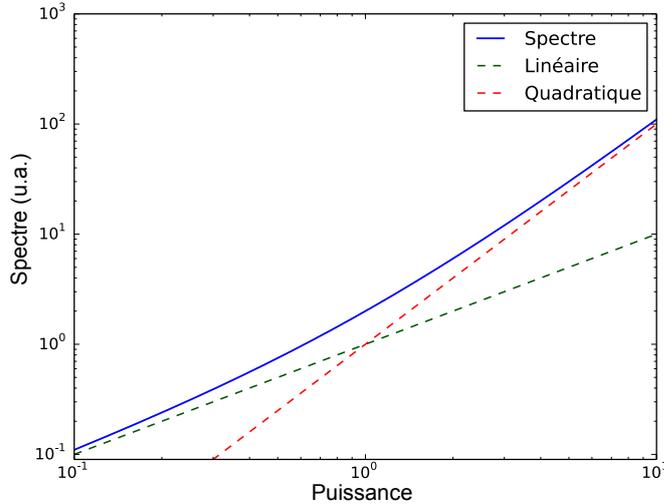


FIGURE 3.10 – Exemple de courbe obtenue pour un faisceau présentant un \bar{S}_p de 1 u.a.

faisceau ainsi obtenu. La situation est représentée sur la figure 3.9. Pour une photodiode d'efficacité ε possédant un gain G , le spectre du photocourant mesuré n'est plus donné par l'équation (3.3.14) mais par :

$$S_I[\Omega] = G^2 \varepsilon \left(\varepsilon \alpha^4 \bar{S}_p[\Omega] + \alpha^2 \right). \quad (3.3.56)$$

Une telle courbe, présentée sur la figure 3.10, est caractérisée par deux régimes : linéaire à faible puissance — on détermine alors $G^2 \varepsilon$ — et quadratique pour des puissances plus importantes — on détermine alors $G^2 \varepsilon^2 \bar{S}_p[\Omega]$. On ne peut donc *a priori* pas mesurer la part de bruit classique ; une calibration supplémentaire est nécessaire.

Afin de déterminer le point de changement de régime de la courbe expérimentale, il faut pouvoir réaliser l'expérience avec des puissances telles que le bruit classique soit largement dominant devant le bruit quantique. Or, la photodiode possède une puissance de saturation au-delà de laquelle toute mesure est impossible. C'est cette limite qui fixe le niveau minimal de bruit classique mesurable.

Cette technique n'est donc pas idéale pour les faibles bruits que nous voulons pouvoir mettre en évidence. De plus, l'étape de calibration n'est pas indispensable avec d'autres techniques et cette méthode s'avère contraignante expérimentalement.

Une détection balancée avait été installée sur le montage optique. Elle permet un accès simple au niveau des fluctuations quantiques du faisceau pompe. On est donc en mesure, en comparant le bruit quantique au bruit mesuré, de mettre en évidence le bruit classique avec cette détection.

Détection balancée

Nous disposons d'une détection balancée pour mesurer les fluctuations d'intensité de la pompe. Une méthode populaire pour évaluer le niveau de bruit classique est de mesurer le niveau de bruit de la somme et de la différence des photocourants. Nous notons a le faisceau que nous cherchons à caractériser, η le facteur de partage

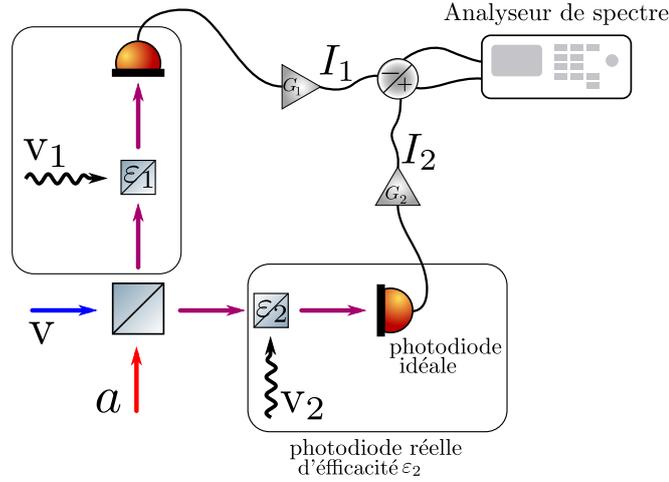


FIGURE 3.11 – Procédure de mesure du bruit classique par la détection balancée : un robinet composé d'une lame $\lambda/2$ et d'un cube polariseur permet de séparer en deux faisceaux d'égale puissance le faisceau que nous souhaitons caractériser. Si les photodiodes possèdent le même gain et la même efficacité quantique, la comparaison des spectres de la soustraction et de l'addition des deux photocourants permet d'estimer le niveau de bruit classique.

de l'intensité incidente par le cube de la détection balancée⁴, G_1 et G_2 les gains des deux photodiodes, ainsi que ε_1 et ε_2 leur efficacité quantique. On montre alors que les photocourants sont donnés par :

$$\begin{aligned} I_1[\Omega]/G_1 &= \varepsilon_1(1 - \eta)a\delta p_a[\Omega] + \varepsilon_1\sqrt{\eta(1 - \eta)}a\delta p_v[\Omega] + \\ &\quad \sqrt{\varepsilon_1(1 - \varepsilon_1)(1 - \eta)}a\delta p_{v_1}[\Omega], \end{aligned} \quad (3.3.57)$$

$$\begin{aligned} I_2[\Omega]/G_2 &= \varepsilon_2\eta a\delta p_a[\Omega] - \varepsilon_2\sqrt{\eta(1 - \eta)}a\delta p_v[\Omega] + \\ &\quad \sqrt{\varepsilon_2(1 - \varepsilon_2)\eta}a\delta p_{v_2}[\Omega]. \end{aligned} \quad (3.3.58)$$

Les termes en δp_v représentent le vide qui entre, soit au niveau du cube de la détection balancée, soit pour modéliser l'efficacité quantique des photodiodes (termes de la deuxième ligne). Les fluctuations du faisceaux incident sont aussi bien de nature quantique que classique. Les spectres de la somme S_+ et de la différence S_- des photocourants ne sont pas la simple somme ou différence des spectres de I_1 et I_2 puisque I_1 et I_2 sont corrélés :

$$C_{I_1 - I_2}[\Omega] = G_1 G_2 \varepsilon_1 \varepsilon_2 \eta (1 - \eta) a^4 \bar{S}_p[\Omega]. \quad (3.3.59)$$

4. Il est donné par la loi de Malus où il faut considérer l'angle entre la polarisation de la lumière incidente et l'axe propre du premier cube, c'est-à-dire qu'il suffit de jouer sur la lame $\lambda/2$ de la détection balancée pour l'ajuster.

Si le faisceau est limité quantiquement, les corrélations sont nulles par les raisons invoquées au paragraphe 3.3.1. Les spectres de I_1 et I_2 sont par ailleurs donnés par :

$$S_{I_1}[\Omega] = G_1^2 \varepsilon_1 (1 - \eta) \left[\varepsilon_1 (1 - \eta) a^4 \bar{S}_p[\Omega] + a^2 \right], \quad (3.3.60)$$

$$S_{I_2}[\Omega] = G_2^2 \varepsilon_2 \eta \left[\varepsilon_2 \eta a^4 \bar{S}_p[\Omega] + a^2 \right]. \quad (3.3.61)$$

Les spectres de la somme et de la différence sont liés aux quantités précédentes par :

$$S_{I_+}[\Omega] = S_{I_1}[\Omega] + S_{I_2}[\Omega] + 2C_{I_1-I_2}[\Omega], \quad (3.3.62)$$

$$S_{I_-}[\Omega] = S_{I_1}[\Omega] + S_{I_2}[\Omega] - 2C_{I_1-I_2}[\Omega]. \quad (3.3.63)$$

L'égalité des spectres somme et différence est donc le signe de la nullité du spectre croisé et par suite du bruit classique. Si nous supposons une détection parfaitement balancée — les photodiodes possèdent le même gain G , la même efficacité quantique ε , et $\eta = 1/2$ —, les relations se simplifient :

$$S_{I_+}[\Omega] = G^2 \varepsilon^2 a^4 \bar{S}_p[\Omega] + G^2 \varepsilon a^2, \quad (3.3.64)$$

$$S_{I_-}[\Omega] = G^2 \varepsilon a^2. \quad (3.3.65)$$

Nous retrouvons que S_{I_+} reflète les fluctuations incidentes, quoique modifiées par l'efficacité des photodiodes, et que S_{I_-} ne contient que le bruit quantique du faisceau incident. Le rapport de S_{I_+} et S_{I_-} est donné par :

$$\frac{S_{I_+}}{S_{I_-}} = 1 + \varepsilon a^2 \bar{S}_p. \quad (3.3.66)$$

La présence du 1 dans cette équation traduit une mesure sur fond brillant. Nous avons vu que l'incertitude sur le spectre diminue en $1/\sqrt{T}$ au paragraphe 3.2. L'incertitude sur S_{I_+}/S_{I_-} au temps T est alors :

$$\delta \left(\frac{S_{I_+}}{S_{I_-}} \right) = \frac{2}{\sqrt{T}}. \quad (3.3.67)$$

Nous avons considéré que les incertitudes sur S_{I_+} et S_{I_-} étaient décorréliées. Nous aboutissons à un temps de mesure T_{mes} nécessaire à la mise en évidence du bruit classique donné par :

$$T_{\text{mes}} > \frac{4}{\varepsilon^2 a^4 \bar{S}_p^2}. \quad (3.3.68)$$

Cette méthode est expérimentalement contraignante : le gain et l'efficacité des photodiodes doivent être identiques sur la largeur spectrale de la mesure, potentiellement une dizaine de mégahertz. Toute différence entre les deux photodiodes ou la séparation du faisceau se répercute sur la précision de l'estimation du bruit classique au travers de la redéfinition du terme indépendant de la puissance dans l'équation (3.3.66). Cette redéfinition de la référence peut être dominante dans le cas des faibles niveaux de bruit classique et rendre la mesure impossible.

La différence entre les deux gains est un facteur limitant à l'évaluation du niveau de bruit classique du faisceau. Aussi, nous nous proposons de mesurer les corrélations entre les deux photodiodes pour déterminer ce niveau de bruit.

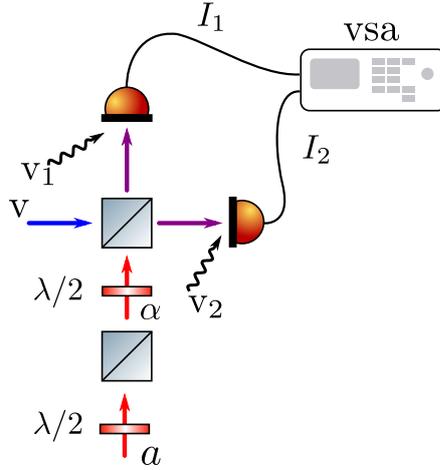


FIGURE 3.12 – Procédure de mesure du bruit classique par les corrélations : un robinet composé d'une lame $\lambda/2$ et d'un cube polariseur permet de contrôler l'intensité du faisceau, qui est séparé en deux en équilibrant les puissances sur les deux photodiodes. Les corrélations sont calculées pour différentes intensités incidentes, ce qui permet de déterminer la part de bruit classique du faisceau incident par un ajustement de la courbe obtenue.

Corrélations

C'est l'existence de corrélations entre les faisceaux séparés qui permettrait de mesurer le bruit classique du faisceau incident dans la méthode précédente. Nous allons voir que la mesure directe des corrélations entre les deux photocourants s'avère plus efficace dans le cas de faibles niveaux de bruit classique.

Les équations de la partie précédente peuvent être reprises en remplaçant a , l'amplitude du faisceau incident, par α , l'amplitude du faisceau atténué dans cette partie. Le coefficient de corrélation est alors calculable en s'aidant des équations (3.3.59), (3.3.60) et (3.3.61) :

$$c_{I_1-I_2}[\Omega] = \frac{\alpha^4 \bar{S}_p[\Omega]}{\sqrt{\left(\alpha^4 \bar{S}_p + \frac{\alpha^2}{\sqrt{\varepsilon_1 \varepsilon_2 \eta (1-\eta)}}\right)^2 + \left(\frac{\varepsilon_1 (1-\eta) + \varepsilon_2 \eta}{\varepsilon_1 \varepsilon_2 \eta (1-\eta)} - \frac{2}{\sqrt{\varepsilon_1 \varepsilon_2 \eta (1-\eta)}}\right) \alpha^6 \bar{S}_p}} \quad (3.3.69)$$

Cette expression est simplifiable en tenant compte du fait que l'efficacité quantique des photodiodes est décente ($> 90\%$) et que l'on partage presque parfaitement le faisceau en deux faisceaux d'égale intensité. On insère donc dans l'expression précédente $\varepsilon_1 = 1 - e_1$, $\varepsilon_2 = 1 - e_2$ et $\eta = 1/2 + \delta\eta$. Ceci nous permet d'écrire :

$$c_{I_1-I_2}[\Omega] = \frac{\alpha^2 \bar{S}_p[\Omega]}{\alpha^2 \bar{S}_p + 2 \left(1 + \frac{e_1 + e_2}{2}\right)}. \quad (3.3.70)$$

Nous n'avons conservé que les termes du premier ordre. Comme $\delta\eta$, l'erreur sur la séparation des faisceaux, n'apparaît pas dans la formule, l'erreur sur η n'est que du second ordre et est en pratique négligeable. Remarquons que la courbe théorique est

assez complexe (voir l'ajustement présenté sur la figure 3.13) pour déterminer les deux paramètres libres que sont le niveau de bruit classique \bar{S}_p et la moyenne des efficacités quantiques des photodiodes par un ajustement des données à l'aide de (3.3.70).

En pratique, l'ajustement se révèle insensible à l'efficacité quantique des photodiodes : en imposant une efficacité quantique variant de 1 à 0,8, on observe une dispersion du niveau de bruit classique estimé de 10% sur les données expérimentales présentées.

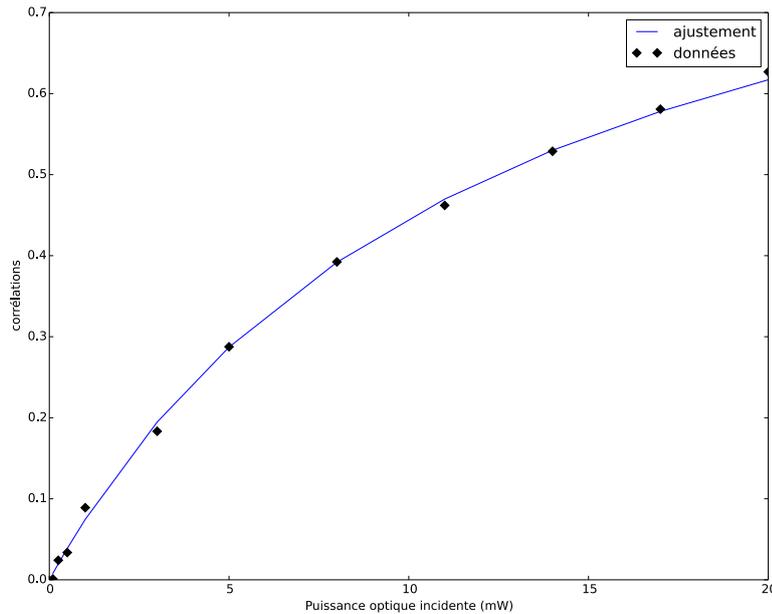


FIGURE 3.13 – Exemple de courbes obtenues pour notre faisceau à une fréquence d'analyse de 1 MHz. L'ajustement indique que notre faisceau contient autant de bruit classique que quantique pour une puissance de 6,4 mW.

Afin de valider la méthode des corrélations, utilisée pour la première fois dans le groupe, nous avons estimé le niveau de bruit classique du faisceau pompe par la méthode des corrélations et la méthode du spectre dans une zone où celle-ci était satisfaisante. Les résultats sont présentés sur les figures 3.13 et 3.14. Les deux méthodes sont en bon accord puisque la méthode des corrélations indique qu'à 6,4 mW et à une fréquence de 1 MHz, les faisceaux contiennent autant de bruit classique que quantique. La méthode du spectre donne une puissance *shot* de 7,8 mW quant à elle. La puissance *shot* est la puissance à laquelle le bruit quantique égal le bruit classique ; c'est l'inverse de \bar{S}_p . Une puissance *shot* élevée indique un faible niveau de bruit classique.

La méthode des corrélations validée, nous l'avons employé pour caractériser le bruit classique du montage. Expérimentalement, nous prenons un ensemble de courbes de corrélations fréquentielles en faisant varier la puissance. L'étendue fréquentielle est divisée en fenêtres que nous moyennons vectoriellement pour chaque puissance. Nous obtenons donc pour chaque fenêtre une courbe corrélations contre puissance, du type de la figure 3.13, que l'on peut ajuster par la formule (3.3.70). Nous connaissons donc, à l'issue du processus, le niveau de bruit classique \bar{S}_p à chaque fréquence et donc le niveau minimal des corrélations optomécaniques observables *via* (3.3.55). Pour présenter les

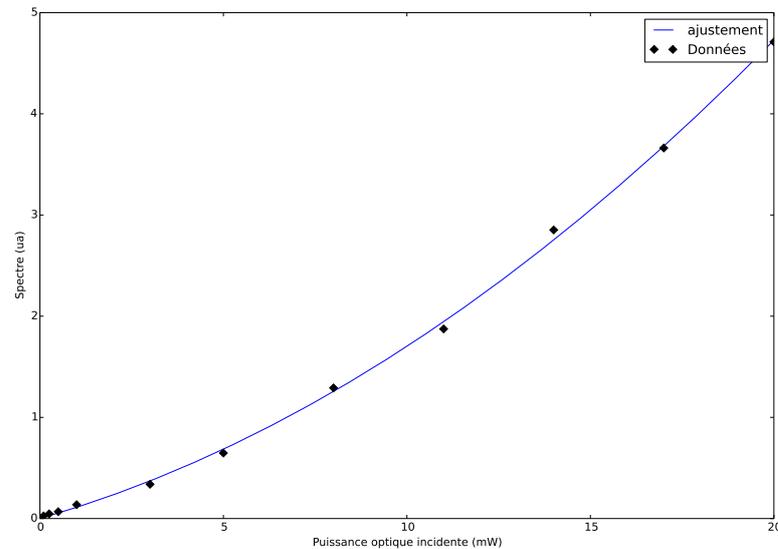


FIGURE 3.14 – Exemple de courbes obtenues pour notre faisceau à une fréquence d’analyse de 1 MHz. L’ajustement indique qu’il contient autant de bruit de classique que quantique pour une puissance de 7,8 mW.

données, nous préférons tracer la puissance *shot*.

Bruit classique du montage

La figure 3.15 nous donne la mesure du bruit classique d’intensité du montage. On y voit notamment que le faisceau est limité quantiquement jusqu’à 8 mW à 1 MHz. En appliquant la formule (3.3.55) avec une puissance de 10 mW dans l’oscillateur local et un taux de réjection de la détection homodyne de 30 dB, on trouve une limite typique des mesures de corrélations optomécaniques de 1%. Ce niveau est trop haut pour le résonateur utilisé et nous avons cherché à améliorer les performances du montage optique en diminuant donc le bruit technique du laser. Nous nous sommes heurtés à cette limite dans nos expériences et c’est la compréhension de ce phénomène qui a entraîné les travaux sur les bruits classiques du montage.

Les données présentées sur la figure 3.15 présentent une série de pics fins que nous avons identifiés. Ils correspondent au rayonnement des nombreuses alimentations à découpage utilisées dans l’expérience, capté par le driver RF des AOMs ; la grande majorité des alimentations a été remplacée par des alimentations stabilisées. Nous avons cherché également l’origine du bruit large bande qui est celui auquel nous sommes le plus sensible.

Le driver RF des AOMs est composé d’un VCO (*Voltage Controlled Oscillator*) qui sort une sinusoïde dont la fréquence est contrôlée par la tension à son entrée, celle-ci est traditionnellement délivrée par un AFG (*Arbitrary Function Generator*), ou un préamplificateur si l’AOM est utilisé pour asservir un laser à une cavité. Un VVA (*Variable Voltage Attenuator*) est utilisé pour moduler en amplitude la sinusoïde avant que celle-ci ne soit amplifiée par un amplificateur RF. Les parasites électromagnétiques étant traduits en bruit sur la lumière par le driver RF, nous avons testé le niveau de

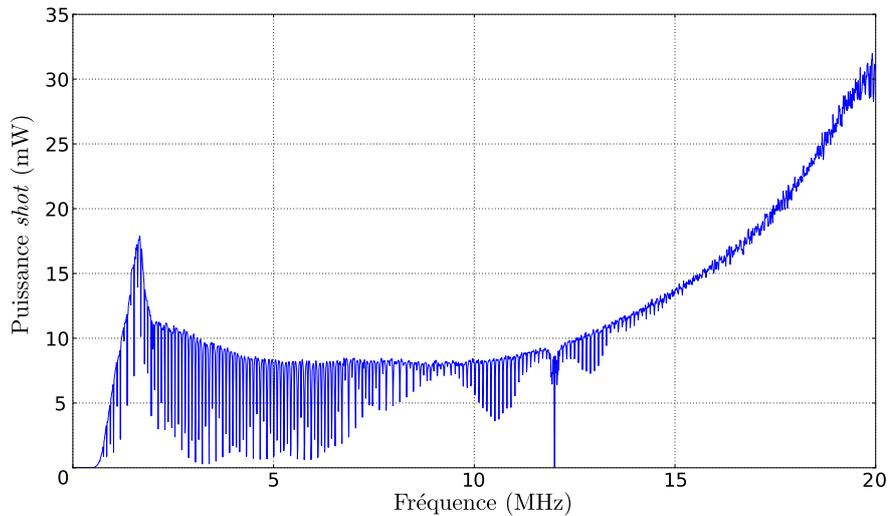


FIGURE 3.15 – Mesure du bruit classique avant l’amélioration du montage. On a représenté la puissance pour laquelle le faisceau contient autant de bruit classique que quantique. Une valeur haute correspond à un faible niveau de bruit classique.

bruit sur la lumière en fonction de la fréquence pour différents générateurs de fonctions.

Nous cherchons à mesurer un bruit classique, un moyen simple de le rendre dominant est de travailler à haute puissance optique (typiquement 10 mW). Le montage optique utilisé est similaire à celui présenté sur la figure 3.16. Nous avons obtenu des courbes reportées sur la figure 3.17, où chaque courbe correspond au spectre d’intensité de la lumière après la traversée d’un AOM. Cet AOM est piloté par différents générateurs dont la sortie est amplifiée par le même amplificateur RF, à la même puissance. L’influence des générateurs est manifeste sur le bruit observé. Nous avons donc attribué le bruit observé sur la lumière au bruit sur la sortie des générateurs.

L’analyseur de signaux possède un mode d’analyse des bruits de fréquence et d’amplitude d’un signal fourni. Nous avons testé ces deux bruits sur les différents générateurs testés sur la figure 3.17. Les mesures sont reportées sur la figure 3.18. Une forte corrélation entre l’aspect des traces du bruit d’amplitude des générateurs et le bruit d’intensité de la lumière est visible, à l’exception du VCO de marque AA, dont le bruit qu’il ajoute à la lumière semble dû au bruit de phase. Ce n’est pas si surprenant si on considère qu’un VCO est un oscillateur travaillant à saturation, son bruit d’amplitude est donc atténué [71].

Le bruit d’intensité classique de la lumière étant une limite à améliorer, nous avons cherché des générateurs permettant l’asservissement du laser sur la cavité avec un minimum de bruit ajouté.

3.3.4 Amélioration du niveau de bruit classique

Notre choix c’est porté sur plusieurs VCO Minicircuits : les modèles ZX95-209-s+, ZX95-310-s+ et Z0S-300+ avec un VVA modèle ZX73-2500+. L’amplificateur RF de marque AA optoelectronics a été conservé.

Les trois VCO ont été testés en mesurant le niveau de bruit classique par la méthode

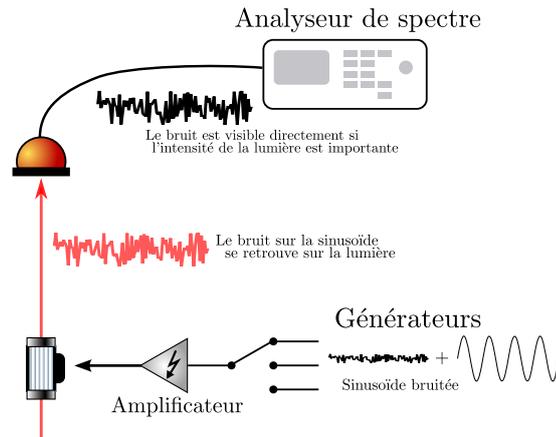


FIGURE 3.16 – Principe de la mesure du bruit ajouté à la lumière par le générateur commandant l'AOM. Si le bruit électronique est important, il sera directement mesuré sur le spectre d'intensité de la lumière.

des corrélations. Le résultat est satisfaisant puisqu'on gagne plus d'un facteur 3 sur le cas précédent à la fréquence du mode mécanique comme le montre la figure 3.19 et donc le minimum de corrélation mesurable est abaissé d'autant. En outre, le bruit pour des fréquences supérieures est très satisfaisant. Nous avons choisi le modèle ZX95-209-s+ qui est moins bruyant que les deux autres, probablement car il est très faible bande, c'est-à-dire que la plage d'excursion de la fréquence de la sinusoïde qu'il délivre est réduite (quelques mégahertz contre plusieurs dizaines pour les autres).

Une modification du montage électronique pour l'asservissement à la cavité de mesure a aussi été nécessaire. L'ancien préamplificateur délivrait une tension entre 0 et 10 volts alors que selon le modèle du VCO, une tension de réglage comprise entre 0,5 et 18 volts pouvait être nécessaire. Le boîtier construit, dont le schéma est présenté sur la figure 3.20, possède deux entrées, in_1 et in_2 , $\pm 15 V$. La première est multipliée par un gain G puis la seconde entrée est soustraite. La première entrée est destinée à recevoir le signal d'erreur PDH et la seconde un offset sur ce signal ou une rampe pour scanner en fréquence le laser. Une sortie de debugage donne $Gin_1 - in_2$. À ce signal est additionné un offset, ajustable par un potentiomètre en façade, issu d'un régulateur de voltage LP2951 très stable. L'addition est faite par un amplificateur opérationnel TLE2061, précis, avec un niveau de bruit relativement bas et fonctionnant avec une alimentation asymétrique. La sortie est protégée des excursions négatives ainsi que de celles supérieures à une tension de référence V_{max} , ajustable par un bon choix de résistances, et par deux diodes pour protéger le VCO.

Afin de mesurer des corrélations faibles, il faut pouvoir rester asservi un temps important avec la cavité de mesure et donc la cavité de filtrage.

3.4 Asservissement du bilame

L'intensité importante dans la cavité de filtrage entraîne une dérive thermique et ainsi une lente variation de sa longueur. Pour rester à résonance optique, on agit sur la

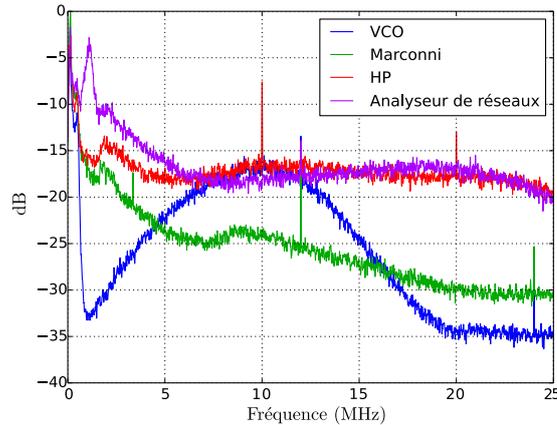


FIGURE 3.17 – Bruit d'intensité de la lumière en fonction de la fréquence d'analyse pour une puissance de 10 mW pour différents générateurs.

cale piézoélectrique du Ti:Sa. Cette cale a une excursion limitée et lorsqu'elle arrive en bout de course, l'asservissement décroche. Nous avons donc réalisé un asservissement contrôlé informatiquement du bilame du laser sur la tension aux bornes du piézoélectrique.

Nous utilisons un dispositif d'acquisition de données cDAQ-9184 CompactDAQ de National instrument possédant un module d'acquisition CRIO-9215 4 voies $\pm 10 V$, 100 Kéch./s par voie 16 bits et un module de sortie analogique CRIO-9263 $\pm 10 V$, 100 Kéch./s par voie 16 bits. La tension de correction du piézoélectrique est mesurée périodiquement, c'est le signal d'erreur, et un pulse apodisé est envoyé sur la commande du moteur pas-à-pas contrôlant le bilame en réponse. La commande du moteur réagit en tout-ou-rien : si la tension à son seuil est supérieure à une certaine valeur, alors le moteur tourne dans une direction, si la tension est inférieure à une autre valeur seuil, alors le moteur tourne dans l'autre direction. L'amplitude de l'impulsion est proportionnelle au gain et à la correction, la durée du pulse est fixe, si bien que pour des corrections faibles, le moteur ne se met pas en marche ; on ne corrige que hors d'une plage assez grande pour assurer la stabilité dynamique de l'asservissement du bilame et assez faiblement pour empêcher d'arriver en butée du piézoélectrique. La procédure est schématisée sur la figure 3.21.

Le logiciel d'asservissement s'occupe aussi de vérifier que le laser est toujours à résonance avec les différentes cavités, avertit par courriel si cela n'est pas le cas et coupe l'acquisition de données si besoin. Le laser peut être ainsi asservi pendant un temps très long (des dizaines d'heures) sur la cavité de filtrage.

La stabilité une fois la cavité de filtrage asservie à la cavité de mesure est aussi améliorée mais on est limité par le déplacement maximal du piézoélectrique de la cavité de filtrage.

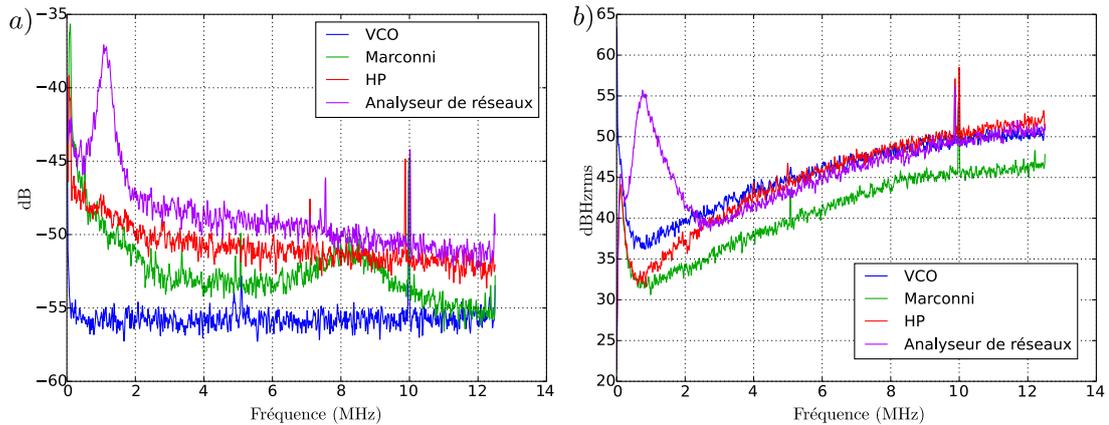


FIGURE 3.18 – Bruits d’amplitude, en a), et de phase, en b), sur la sinusoïde servant au fonctionnement des VCO pour plusieurs générateurs. Une forte ressemblance existe entre ces deux bruits et le bruit de la lumière.

3.5 Asservissement de température

La cavité de mesure ne contient pas d’actuateur piézoélectrique mais est asservie en température, ce qui permet au mode optique d’être relativement stable en fréquence et à la cavité de ne pas se désaligner de façon trop prononcée. Des dérives thermiques rapides sont possibles si une intensité importante circule dans la cavité du fait de l’absorption du traitement optique des miroirs.

La longueur d’onde du laser doit être changée d’une quantité $\delta\lambda$ quand la cavité de mesure s’allonge d’une quantité δL_{FPM} selon :

$$\frac{\delta L_{\text{FPM}}}{L_{\text{FPM}}} = \frac{\delta\lambda}{\lambda}. \quad (3.5.1)$$

Pour des fluctuations lentes, donc dans la bande passante de l’asservissement en longueur du FPF sur le FPM on peut écrire :

$$\frac{\delta L_{\text{FPM}}}{L_{\text{FPM}}} = \frac{\delta L_{\text{FPF}}}{L_{\text{FPF}}}. \quad (3.5.2)$$

Comme la cavité de filtrage est beaucoup plus grande que la cavité de mesure d’un facteur 1 000, la cale piézoélectrique du FPF arrive très vite en bout de course ; pour chaque déplacement δL_{FPM} de la cavité de mesure, un déplacement 1 000 fois supérieur est nécessaire à la cavité de filtrage.

Pour estimer le déplacement maximal du piézoélectrique, le laser a été asservi à la cavité de filtrage en utilisant une très faible puissance lumineuse pour éviter les dérives thermiques. Une tension DC réglable connue a été envoyée sur la cale et la longueur d’onde de la lumière a été mesurée sur un lambdamètre. La courbe 3.22 a ainsi été obtenue et on peut en conclure que le déplacement du piézoélectrique est au maximum de 4 nm étant donné l’amplificateur utilisé — aucune non-linéarité n’apparaît et le piézoélectrique devrait pouvoir supporter une tension plus importante — et surtout que le déplacement de la résonance lumineuse est de $8,7 \cdot 10^{-4}$ nm par volts lus sur la sortie out/100 de l’amplificateur.

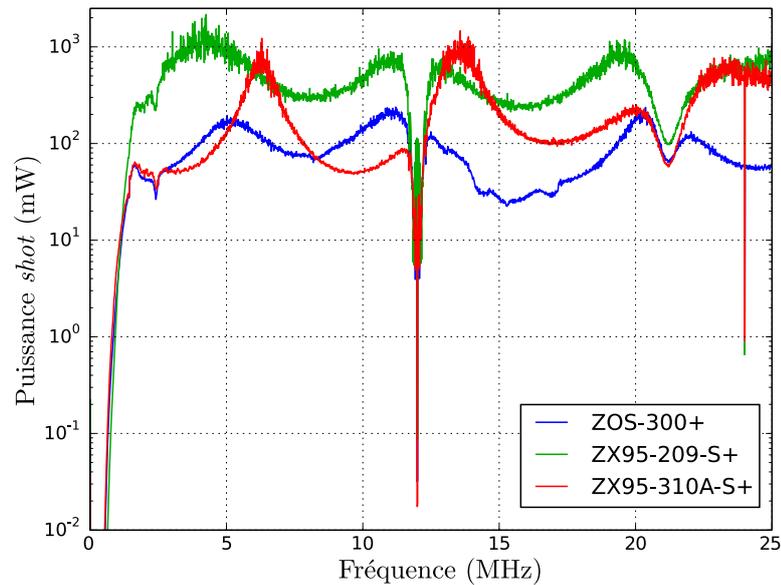


FIGURE 3.19 – Mesure du bruit classique après l'amélioration du montage. On a représenté la puissance pour laquelle le faisceau contient autant de bruit classique que quantique. On gagne plus d'un facteur 3 sur le cas précédent à la fréquence mécanique et jusqu'à un facteur 30 à plus haute fréquence.

L'idée est de changer la température de consigne de la cavité de mesure quand le piézoélectrique de la cavité de filtrage arrive en bout de course.

Nous avons mesuré le déplacement de la résonance en faisant varier la température (voir la figure 3.23). Nous avons pris soin encore une fois de travailler à faible puissance optique et surtout de laisser la cavité se thermaliser à chaque incrémentation de la température.

On est alors en mesure d'estimer par un ajustement de la courbe le déplacement de la résonance $\delta\lambda$ en fonction de la température : on mesure $0,21 \text{ nm/K}$ soit une variation de longueur de la cavité δL_{FPM} de $0,13 \text{ }\mu\text{m/K}$, notons que cela correspond à un coefficient de dilatation thermique pour la cavité très élevé : $24 \cdot 10^{-5} / \text{K}$, plus grand que la silice de deux ordres de grandeur ou le cuivre et l'aluminium d'un ordre de grandeur qui, composent la cavité.

On montre donc qu'un changement de température d'un centième de kelvin produit déjà une variation de tension de $2,4 \text{ V}$ à la sortie out/100 de l'amplificateur, soit 20% de l'excursion maximale. Le réglage d'un tel asservissement est théoriquement possible mais à l'heure actuelle trop instable pour une utilisation confortable.

Les développements expérimentaux exposés sont partis de l'observation d'une limite atteinte par l'expérience de mesure de corrélations.

3.6 Principe de la mesure des corrélations optomécaniques

Nous avons vu que la contamination de la quadrature d'intensité par le mouvement du résonateur est un frein important à l'observation des corrélations optomécaniques.

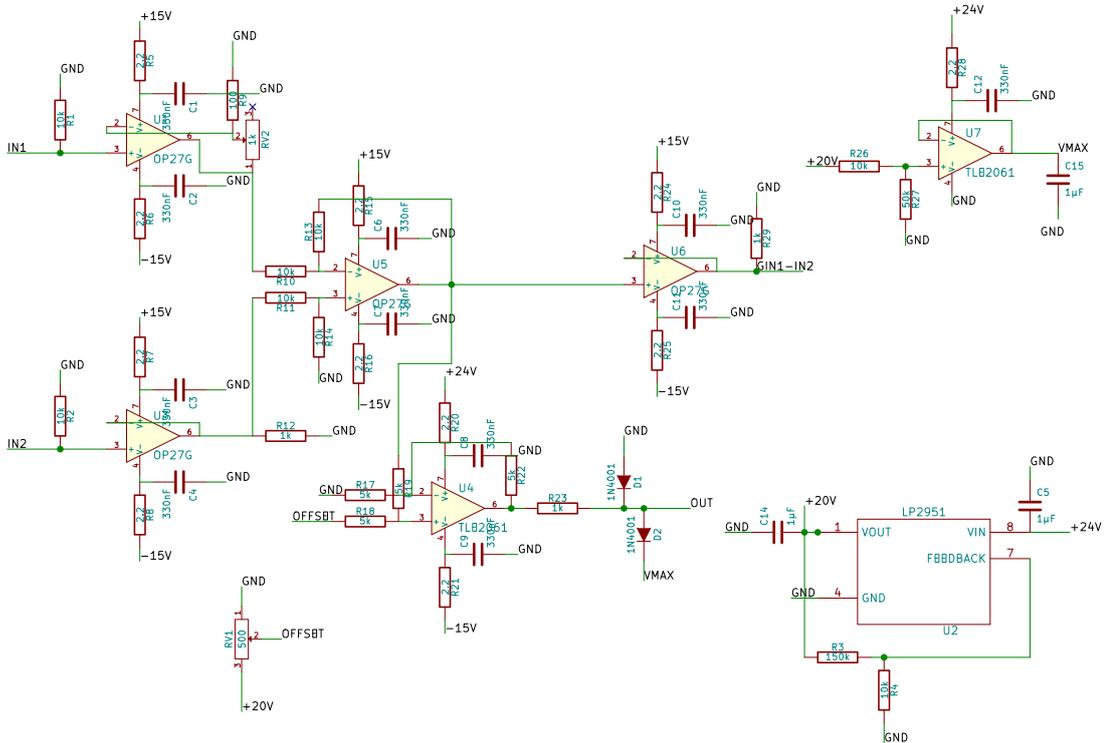


FIGURE 3.20 – Schéma du préamplificateur servant au contrôle du VCO d’asservissement.

Cet effet fournit également un moyen de mesurer le désaccord avec la cavité et donc de s’affranchir de cette limite.

3.6.1 Asservissement du spectre croisé

Plaçons nous dans le cas adiabatique ($\Omega \ll \Omega_C$) proche de la résonance ($\bar{\Psi}/\gamma \ll 1$). L’équation (1.5.21) permet d’écrire les corrélations c_x entre la quadrature de phase du faisceau sonde et la quadrature d’intensité du faisceau pompe, dans la limite où le bruit d’intensité est très peu contaminé et le bruit de phase dominé par le mouvement du miroir selon :

$$c_x = 8 \left(\frac{\bar{\Psi}}{\gamma} \right) \left(\frac{8\mathcal{F}}{\lambda} \right) \sqrt{\bar{I}_p^{\text{in}}} \sqrt{S_x[\Omega]}. \quad (3.6.1)$$

Les corrélations sont d’autant plus fortes que le mouvement du miroir est important et qu’elles dépendent au premier ordre de $\bar{\Psi}/\gamma$ et donc sont sensibles au signe du désaccord : nous disposons d’un signal impair selon le désaccord et donc tout à fait exploitable pour réaliser un asservissement. Bien sûr, nous pouvons augmenter la précision de l’asservissement en ajoutant nous-même un déplacement de référence au miroir.

Nous utilisons le faisceau arrière pour mettre en oscillation le mode mécanique en utilisant la pression de radiation elle-même. Le faisceau arrière n’est ni résonnant avec

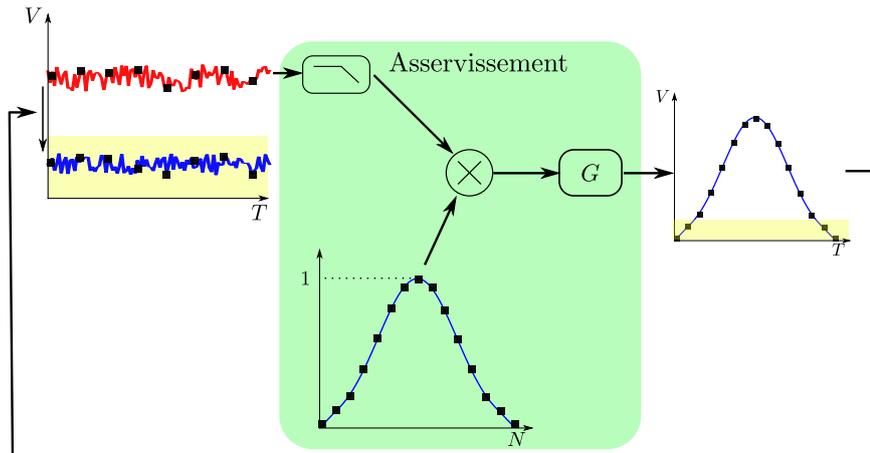


FIGURE 3.21 – Schéma de l'asservissement du bilame. Les zones grises correspondent aux zones où l'asservissement n'est pas actif car la correction envoyée sur le moteur du bilame est insuffisante pour qu'il tourne.

la cavité, ni aligné avec celle-ci ; il ne peut être qu'éventuellement couplé à des modes d'ordre très grands de la cavité. L'isolation optique entre les diverses détections et le faisceau arrière est donc excellente. Seul un parasite électronique existe, il est dû à une boucle de masse créée par le partage d'une horloge commune entre les différents appareils électroniques et a été largement supprimé en isolant électriquement de la table optique l'AOM servant à créer la modulation sinusoïdale. La figure 3.25 nous montre que le déplacement du miroir dû à la modulation peut être rendu supérieur par plus de 30 dB au bruit thermique dans une bande passante de 1 Hz.

Le faisceau arrière étant très bruité, il pollue une zone relativement large autour du mode mécanique utilisé pour l'asservissement. Il peut être intéressant de moduler un autre mode que le mode gaussien fondamental pour le garder propre et y mesurer les corrélations optomécaniques. Le mode utilisé pour l'asservissement sera désigné par *mode technique*.

Expérimentalement, la boucle d'asservissement est réalisée par un programme Python. L'expérimentateur choisit la valeur du spectre croisé à atteindre. Des données sont prises pendant un certain temps puis le spectre croisé est évalué. L'écart entre la valeur et la consigne est multiplié par un gain et le nombre d'acquisitions : on réalise un intégrateur. Remarquons que cet asservissement ne nous assure pas que la cavité est parfaitement à résonance tout au long de l'expérience, si nous avons choisi une consigne nulle naturellement, mais en moyenne. Le spectre croisé étant impair vis-à-vis du désaccord avec la cavité, la condition de nullité est de passer le même temps de chaque côté de la résonance pondérée par le désaccord.

On peut aussi voir cet asservissement comme une détection synchrone du désaccord de la cavité à la différence que la connaissance de la fréquence de modulation est inutile.

Une boîte New Focus est utilisée pour l'asservissement du FPF sur le FPM. Une de ses entrées est utilisée pour le signal d'erreur PDH tandis que l'autre reçoit la correction basse fréquence. Elle est créée par un AFG dont le niveau de sortie est réduit d'un facteur 10 par un pont diviseur de tension. L'*offset* ajouté peut être aussi faible que

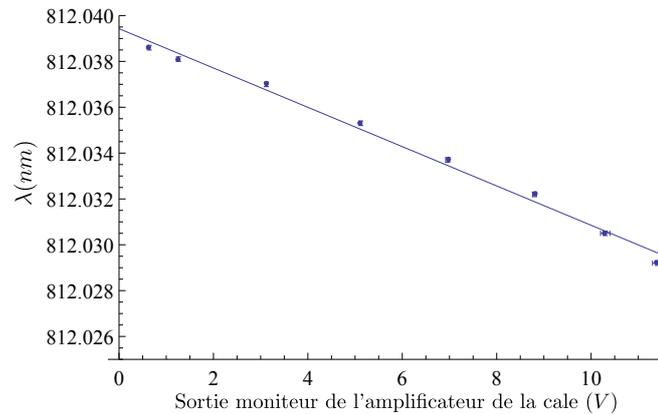


FIGURE 3.22 – Tension indiquée par la sortie out/100 de l'amplificateur contrôlant la cale piézoélectrique de la cavité de filtrage contre fréquence de la lumière. L'ajustement de la courbe nous indique une bonne linéarité du piézoélectrique et un déplacement de la résonance de $8,7 \cdot 10^{-4}$ nm/V correspondants à un déplacement absolue maximal du piézoélectrique de 4 nm.

le millivolt. Cet offset est censé compenser tout offset résiduel du PDH. Une autre solution équivalente serait de changer le point d'asservissement de l'oscillateur local de la détection homodyne [72].

Partant d'un offset strictement positif assez faible, l'intensité est contaminée par le déplacement du miroir et les corrélations sont importantes. Si nous diminuons progressivement la consigne de l'asservissement, le niveau de corrélation doit diminuer linéairement jusqu'à atteindre un plateau : les corrélations optomécaniques. On s'attend à obtenir une courbe en V.

3.6.2 Résultats préliminaires

Le mode fondamental est utilisé comme mode technique tandis que la zone scientifique est située dans une large région où aucun mode ne répond significativement. L'idée est de faire passer les corrélations par un minimum, pas nécessairement d'origine quantique, pour valider le principe de l'asservissement décrit plus haut.

Nous avons choisi de moduler le mode fondamental pour faciliter l'asservissement. Celui-ci répond très bien au faisceau arrière : la figure 3.25 nous montre que le déplacement est augmenté d'environ 90 dB par rapport au bruit thermique dans une bande passante de 0,3 Hz, soit un gain de 30 dB dans une bande passante de 1 Hz⁵.

Pour une séquence scientifique, la modulation du premier harmonique du mode fondamental est possible (voir la figure 3.26) puisque sa réponse au faisceau arrière est bien au delà du bruit thermique du mode fondamental. On se réserverait alors la

5. Comme la modulation du miroir est cohérente, sa mesure ne dépend pas de la *RBW* de l'analyseur de signaux ; le pic peut être considéré comme infiniment fin et expérimentalement, sa forme est fixé par le filtre de la mesure — on convolue un delta à la réponse du filtre. Le bruit thermique est incohérent et la valeur mesurée dépend donc de la *RBW* de la mesure. Il faut prendre soin de préciser la *RBW* de la mesure en comparant les deux.

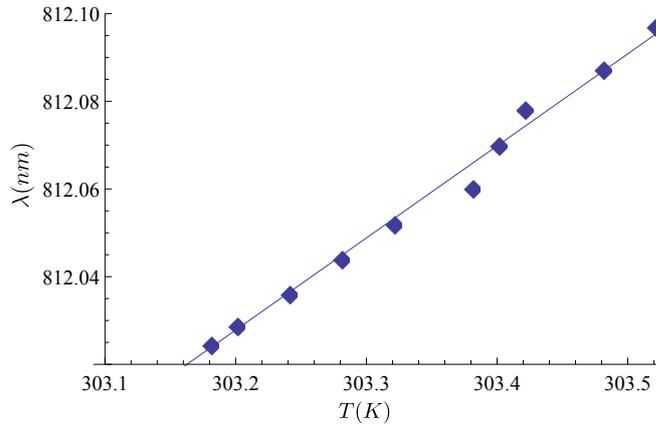


FIGURE 3.23 – Longueur d’onde de la lumière à résonance avec la cavité de mesure en fonction de la température de consigne de l’asservissement en température de cette même cavité. L’ajustement donne un déplacement de la résonance de $0,21 \text{ nm/K}$.

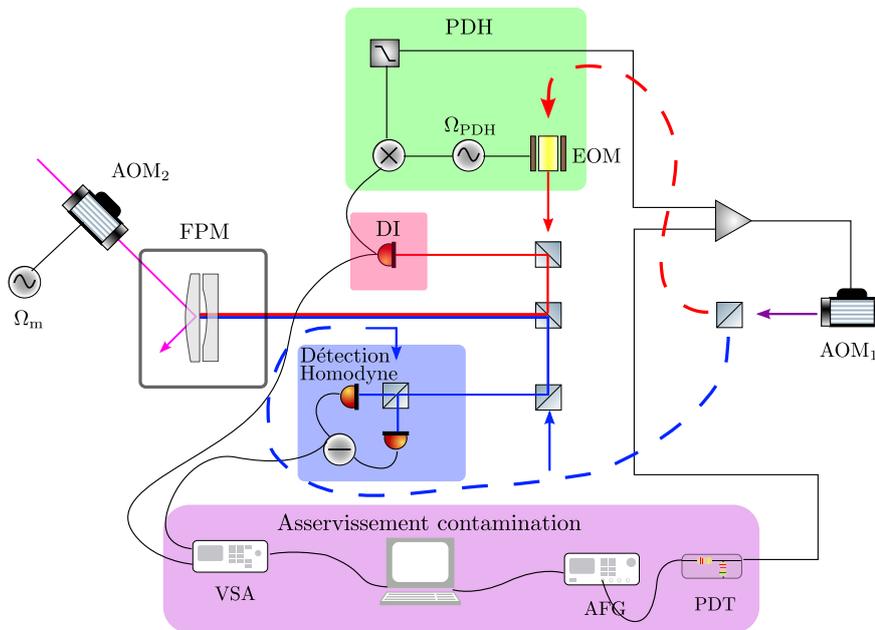


FIGURE 3.24 – Schéma de principe de l’asservissement très basse fréquence au FPM par la contamination optique.

possibilité de travailler près de la résonance du mode fondamental pour mesurer les corrélations optomécaniques.

Une séquence expérimentale consiste donc à choisir plusieurs points d’asservissement successifs, mesurer pour chaque point les corrélations moyennées vectoriellement sur une plage d’une dizaine de kilohertz de large. C’est ainsi qu’a été obtenue la courbe 3.27. La mesure a été arrêtée car le niveau de corrélation avait atteint un plateau. Le minimum est de 4%, bien au-dessus du niveau de corrélations quantiques attendues. C’est le besoin de compréhension de cette limite qui a entraîné les développe-

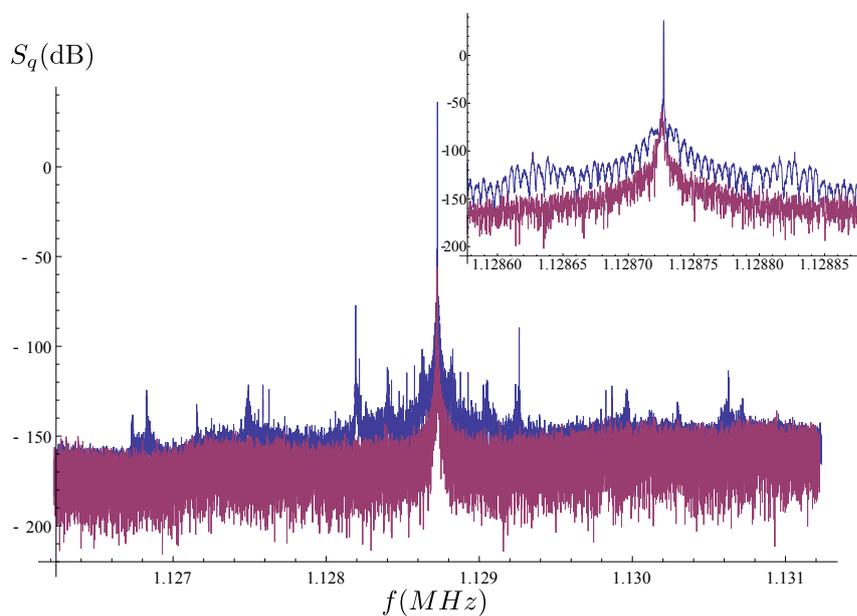


FIGURE 3.25 – Bruit de phase du faisceau selon que le fondamental soit excité par le faisceau arrière (en bleu) ou non (en rouge)

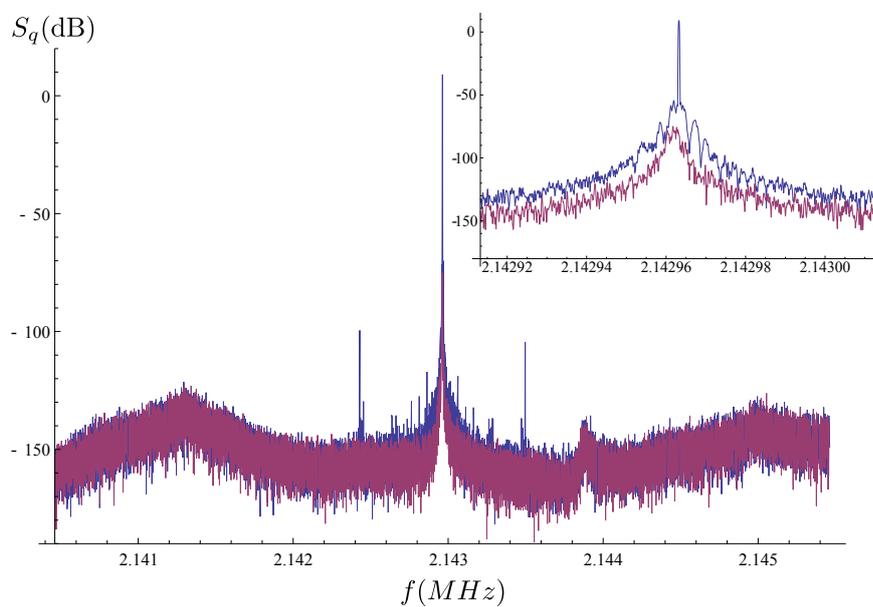


FIGURE 3.26 – Bruit de phase du faisceau selon que le premier harmonique soit excité par le faisceau arrière (en bleu) ou non (en rouge)

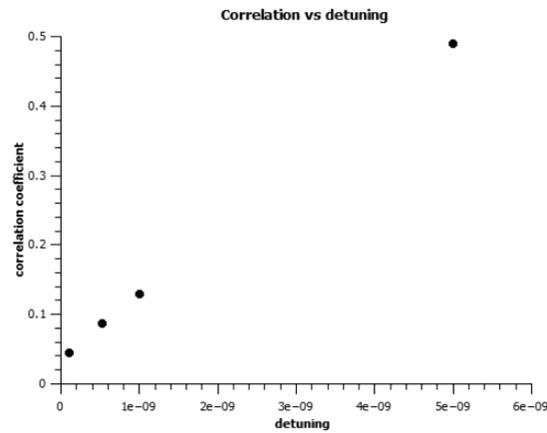


FIGURE 3.27 – Niveau des corrélations mesurées en fonction de la consigne choisie pour l’asservissement.

ments sur le bruit d’intensité classique du faisceau. D’autres séquences expérimentales ont donné de meilleurs résultats. Des corrélations de 2% ont ainsi pu être mesurées.

Le nouveau niveau minimal de corrélation n’est pas connu après la modification du montage optique. Une autre voie a aussi été suivie : le développement de nouveaux résonateurs plus performants pour dépasser le plafond des corrélations parasites.

Chapitre 4

Nous exposons dans ce chapitre les améliorations en cours pour l'observation du bruit de pression de radiation. Celle-ci est conditionnée par le rapport entre bruit de pression de radiation et bruit de thermique, donné par (2.6.16) :

$$\frac{S_x^{\text{rad}}}{S_x^{\text{T}}} = 1,2 \times 10^{-5} \times \left(\frac{\mathcal{F}}{120\,000} \right)^2 \frac{1}{1 + \left(\frac{f_M}{f_{\text{cav}}} \right)^2} \frac{P^{\text{in}}}{1 \text{ mW}} \times \frac{100 \text{ mg}}{M} \frac{Q}{10^6} \frac{1 \text{ MHz}}{f_M} \times \frac{300 \text{ K}}{T}.$$

Sur ce rapport se dégagent les caractéristiques de l'archétype du système optomécanique : une fréquence faible associée à une masse réduite et un facteur de qualité le plus grand possible, ainsi que la capacité d'opérer à froid. Nous n'envisageons pas d'abaisser la fréquence du résonateur car cela impliquerait un travail important sur la source laser pour avoir un faisceau *au shot* à basse fréquence. L'amélioration porte donc sur les autres paramètres.

Pour ce qui est de la température, nous avons vu qu'il était possible de refroidir un mode en utilisant le couplage optomécanique, mais que, ce faisant, on ne changeait pas le rapport des deux quantités qui nous intéressent. Pour améliorer la situation, il faut abaisser la température du bain thermique. Un moyen simple et efficace pour abaisser la température est d'employer un cryostat à gaz d'échange fonctionnant à l'hélium 4 liquide. Ces cryostats possèdent une forte puissance de refroidissement au regard des cryostats à dilution, par exemple. De plus, la thermalisation de l'échantillon y est aisée. Une température de 1,8 K est accessible par ce type de matériel. Cependant, les propriétés à basse température des matériaux peuvent changer drastiquement ; c'est notamment le cas de la silice constituant le résonateur plan-convexe utilisé.

Le facteur de qualité de la silice, à la température de l'hélium liquide, est de l'ordre de 10^4 [73] aux fréquences où nous travaillons [74]. La baisse du facteur de qualité est due à la nature amorphe de la silice. Les atomes d'oxygène qui la composent¹ possèdent deux positions d'équilibres. À basse température, l'énergie de l'onde mécanique est dissipée en faisant passer les atomes d'oxygène d'une position à l'autre, ce qui a pour effet de réduire le facteur de qualité mécanique [75]. La silice fondue n'est donc pas le matériau idéal à basse température pour nos expériences.

Le quartz, forme cristalline de la silice, est, en revanche, un excellent candidat à

1. La silice de formule brute SiO_2 est formée d'un réseau aléatoire de tétraèdres SiO_4 .

basse température, comme à haute température². En outre, le quartz est un matériau piézoélectrique. Ceci peut être d'une grande aide pour exciter directement les modes mécaniques du résonateur, sans utiliser de cale piézoélectrique dédiée ou injecter un faisceau laser très intense, ce qui pourrait chauffer fortement le résonateur, dans un environnement qu'on voudrait garder le plus froid possible.

Pour ce qui est de la masse et du facteur de qualité, nous avons travaillé sur la géométrie de nouveaux résonateurs compatibles avec la dépôt de miroirs diélectriques : des micro-piliers développés dans l'équipe en collaboration avec l'ONERA, et des plans-convexes miniatures, développés en collaboration avec FEMTO-ST.

4.1 Cryostat

Notre choix de cryostat s'est porté sur un modèle à hélium 4. Plus précisément, sur un Optistat SXM de Oxford Instrument, dont un exemplaire nous avait été prêté par le groupe de Tobias Kippenberg. Nous avons été amenés à réaliser des descentes en température de ce cryostat et à mesurer les vibrations induites par la circulation de l'hélium et son bouillonnement. Nous avons pu réaliser des mesures de vibrations et confirmer qu'il était tout à fait réaliste d'y asservir une cavité optique.

Descentes en température

Le cryostat est muni d'un réservoir d'hélium 4 d'une capacité de 4,3l. Lors de la mise en marche, la première opération de remplissage³ dure environ 4 heures car le réservoir doit se thermaliser avant de pouvoir le remplir d'hélium liquide.

Le réservoir est isolé de l'extérieur par une chambre à vide, pompée avant chaque utilisation par une pompe à palette, et des boucliers thermiques refroidis par le gaz d'hélium froid expulsé. Ce gaz est pompé et envoyé à la récupération d'hélium du service des basses températures de l'université.

Lors du transfert d'hélium, le tuyau connecté à la sortie du cryostat se prend en glace, c'est le signe d'une forte émission de gaz lors de la thermalisation du réservoir. Une grande épaisseur de glace est le symptôme d'un trop fort débit d'hélium dans le réservoir ; la pression dans le bidon de remplissage doit être abaissée en conséquence. Lorsque de l'hélium liquide commence à être effectivement transféré, la quantité de gaz produit diminue largement et la glace en sortie de cryostat fond.

La chambre expérimentale, où se trouve l'échantillon, est refroidie par l'hélium stocké dans le réservoir admis au travers d'un capillaire. Ce capillaire peut être ouvert ou fermé de manière continue au moyen d'une vanne pointeau. La pression dans la chambre est liée au pompage et à l'impédance du capillaire. Le choix de la température de fonctionnement est possible en ajustant la pression dans la chambre : on se déplace le long de la courbe de pression de vapeur saturante de l'hélium 4. La puissance de refroidissement est liée à la température : elle est exponentiellement décroissante selon la loi de Clapeyron [76].

2. Il existe cependant des plages de température où le facteur de qualité se dégrade fortement [85].

3. Il est possible de remplir le réservoir plusieurs fois sans attendre la remontée en température du cryostat à l'issue du premier remplissage du réservoir.

Pour éviter le blocage de cette vanne pointeau, cruciale au bon fonctionnement du cryostat, le réservoir est purgé à l'hélium ultra-pur avant le transfert d'hélium liquide en son sein.

Le bouillonnement de l'hélium stocké est source de vibrations que nous avons mesurées.

Mesure des vibrations

Nous avons construit un interféromètre de Michelson pour mesurer les vibrations du cryostat. Un des miroirs était placé verticalement (face vers l'horizon) dans le cryostat — nous mesurons donc les vibrations transverses à l'axe de la tige — tandis que le deuxième, monté sur une cale piézoélectrique, était fixé à la table optique. Ces deux miroirs forment les miroirs de renvoi des deux bras de l'interféromètre. Le faisceau laser est séparé sur une lame 50-50 pour donner deux faisceaux qui chacun entrent dans un bras avant d'être recombinaés sur la lame 50-50. Une photodiode mesure alors les interférences de ces deux faisceaux. La cale piézoélectrique est utilisée pour asservir le laser à mi-frange, là où la sensibilité en déplacement de l'interféromètre est la meilleure.

Nous avons donc deux moyens de mesurer les vibrations différentielles des deux miroirs : soit en regardant les fluctuations de tension en sortie de la photodiode, soit en regardant le signal d'erreur utilisé pour asservir l'interféromètre. Le choix de la méthode est déterminé par une mesure de la fonction de transfert en boucle fermée : si celle-ci est proche de l'unité, alors les vibrations sont corrigées par l'asservissement et dans ce cas le signal d'erreur retranscrit parfaitement les vibrations. À l'inverse, si l'asservissement est inopérant, c'est-à-dire que la fonction de transfert en boucle fermée est presque nulle, les vibrations ne sont pas compensées et se voient directement sur la photodiode.

Nous avons donc réalisé une mesure de la fonction de transfert en boucle fermée (voir la figure 4.1). Pour cela, nous utilisons un analyseur de réseau pour ajouter une perturbation sur le signal à asservir et mesurer la réponse à cette perturbation sur la photodiode, derrière une filtre passe-haut actif raide. Le rôle de ce filtre est double : un suiveur est présent en entrée, de manière à ne pas perturber la bonne marche de la boucle de rétroaction, et, de plus, il est impératif de ne pas envoyer une tension DC sur l'analyseur de réseau. La fonction de transfert, tracée sur la figure 4.1, reste proche de 1 (0 dB) entre 0 et 1 kHz. La mesure nous indique que l'asservissement compense parfaitement les vibrations du système et que les vibrations du cryostat sont donc à mesurer sur la correction de l'asservissement.

La mesure précédente s'interprète également comme une calibration relative des vibrations mesurées sur la voie du signal d'erreur : le gain n'étant pas plat, les spectres obtenus sont à corriger par le gain du système. La calibration absolue en déplacement est obtenue en évaluant le déplacement de la cale piézoélectrique en réponse à une modulation monochromatique. Nous ajoutons donc au signal d'erreur une sinusoïde d'amplitude connue. La comparaison de la réponse à cette sinusoïde, mesurée sur la photodiode, à l'amplitude des franges d'interférence visualisées sur un oscilloscope permet la calibration. Les franges d'interférence correspondent en effet à un déplacement connu : $\lambda/2$, ce qui conclut la calibration. Bien sûr, comme la boucle de rétroaction

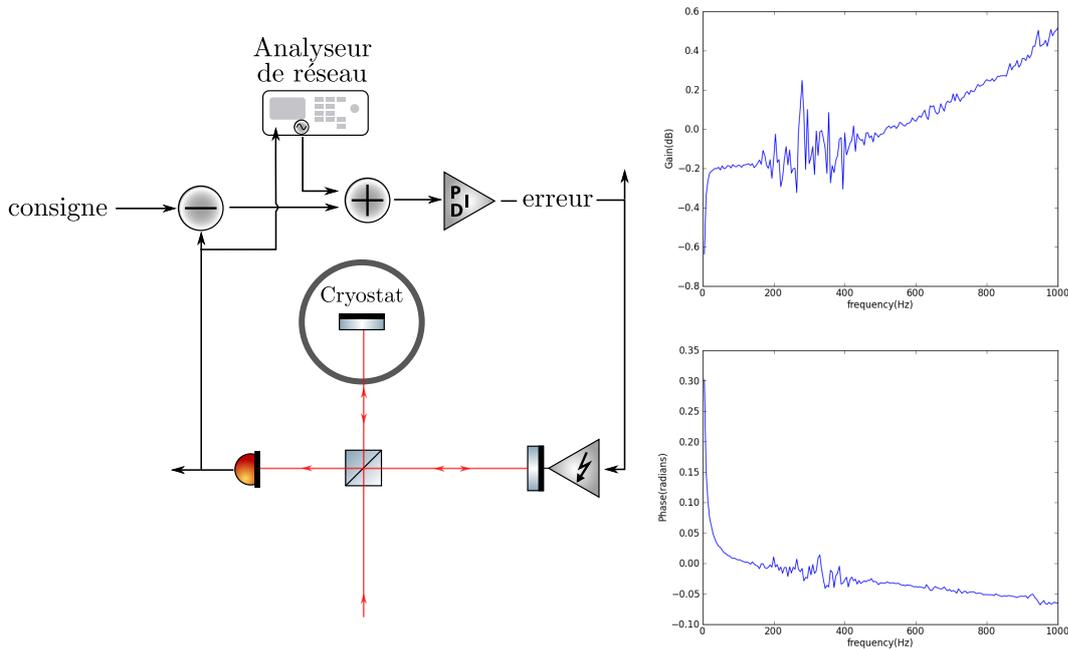


FIGURE 4.1 – Fonction de transfert en boucle fermée de l'interféromètre et principe de sa mesure.

compense tout déplacement, le signal d'erreur est filtré à très basse fréquence (30 Hz), de sorte que les perturbations à plus haute fréquence ne soient pas compensées, tout en conservant un point de fonctionnement optimal de l'interféromètre.

Nous exposons sur la figure 4.2 les vibrations calibrées du miroir dans le cryostat. Nous avons aussi fait des mesures de vibration en remplaçant le miroir dans le cryostat par un miroir de test fixé à la table optique (voir la courbe "background" sur la figure 4.2). En comparant les spectres obtenus avec le miroir de test sur le signal de la photodiode et sur la correction avec les spectres obtenus en plaçant le miroir dans le cryostat, nous n'avons pas vu de différence pour les fréquences supérieures au kilohertz. Nous en concluons que les vibrations produites par le cryostat sont essentiellement à basse fréquence.

Une explication du faible niveau de vibration dans le cryostat à haute fréquence tient au fait que le miroir est attaché à une longue tige qui agit comme un pendule et filtre les vibrations au-dessus de sa fréquence de résonance.

Nous remarquons un effet du bouillonnement de l'hélium dans le réservoir à 300 Hz puisque ce pic est présent que l'hélium circule (vanne pointeau ouverte) ou non (vanne pointeau fermée) dans la chambre expérimentale. Les fluctuations typiques de position du miroir sont inférieures à λ et s'asservir à une cavité optique de haute finesse dans un tel environnement semble tout à fait réaliste.

Les fluctuations basse fréquence pourraient empêcher la bonne adaptation spatiale de la cavité. Les vibrations horizontales doivent en effet être inférieures au *waist* du faisceau dans le cas d'une cavité verticale et inférieures au paramètre de Rayleigh dans une configuration horizontale, comme l'indique la figure 4.3.

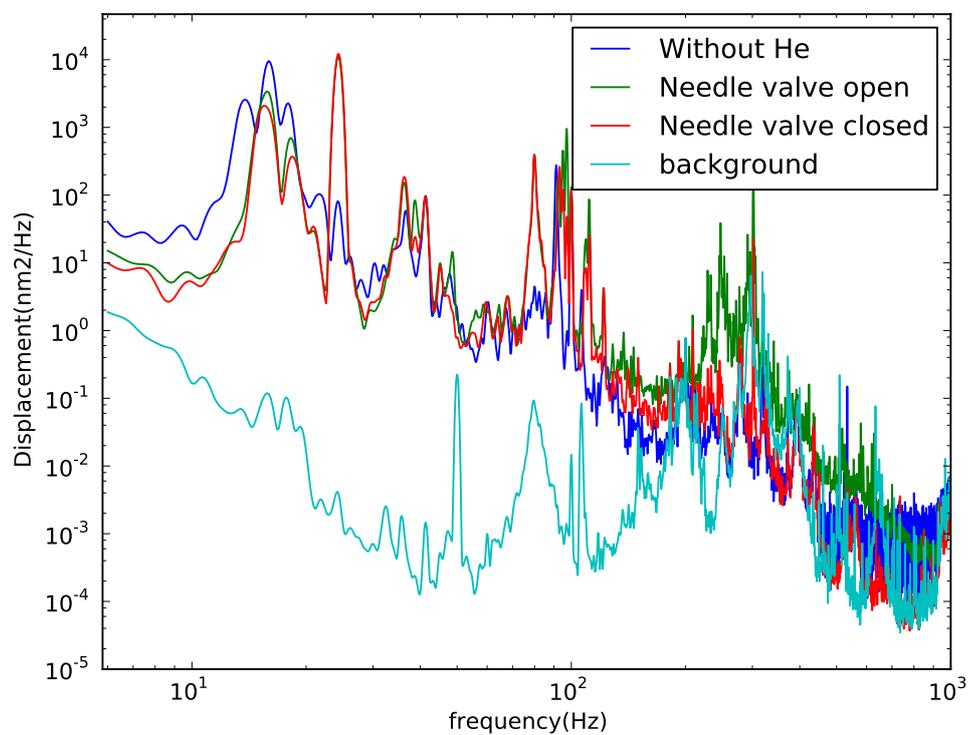


FIGURE 4.2 – Mesure des vibrations dans le cryostat.

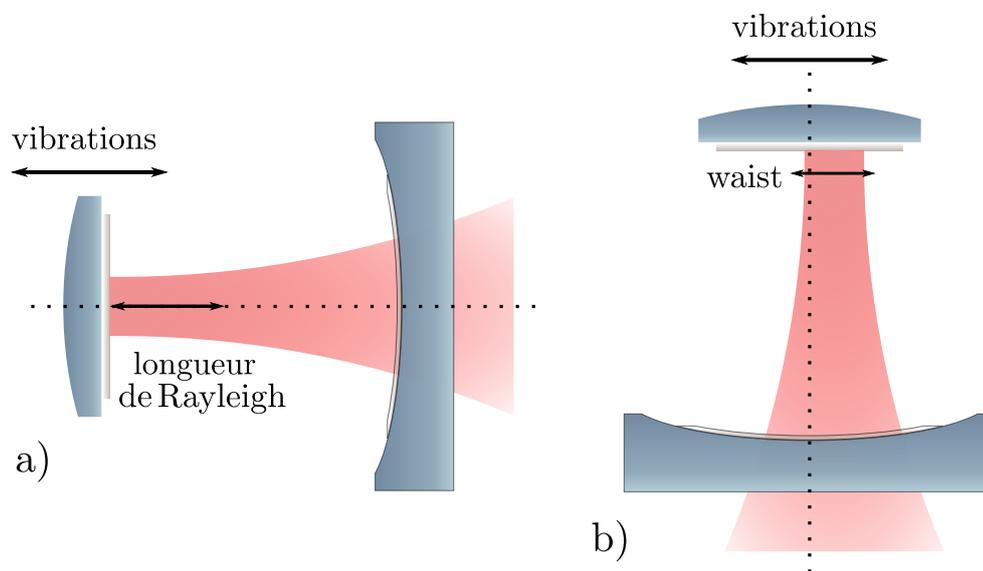


FIGURE 4.3 – Influence des vibrations sur l'adaptation spatiale de la cavité. Les vibrations horizontales doivent être inférieures au *waist* du faisceau dans le cas d'une cavité verticale tandis qu'elles doivent être inférieures à la longueur de Rayleigh pour une cavité horizontale.

Les deux possibilités d'alignement de la cavité (horizontale ou verticale) nous sont offertes avec ce niveau de vibration. Nous avons entrepris de dessiner une nouvelle tête porte-échantillon pour le cryostat.

4.1.1 Tête du cryostat

Nous avons effectué les mesures des vibrations horizontales et vérifié que l'axe optique de la cavité ne se déplacerait pas trop. On pourrait alors être tenté de placer la cavité horizontalement. Nous n'avons pas suivi cette idée pour deux raisons principales :

- Le diamètre de la chambre expérimentale n'est que de 43 mm. Il est plus simple de faire entrer un cylindre vertical dans un autre cylindre vertical.
- Le bon alignement du faisceau dans la cavité serait fortement perturbé lors de la descente à froid. En effet, la contraction thermique de la tige est millimétrique⁴. Ce déplacement est à comparer au *waist* du faisceau dans le cas d'une cavité horizontale : la contraction de la tige entraîne un désalignement complet de la cavité. Par contre, dans le cas d'une cavité verticale, l'effet de la dilatation de la tige ne provoque qu'un léger changement de l'adaptation spatiale (voir la figure 4.3).

En plaçant la cavité verticalement, ces deux problèmes sont résolus au prix d'une sensibilité accrue aux vibrations verticales, non filtrées par la tige. Nous avons pris le parti de contrer cette complication potentielle en incorporant un amortisseur sur la tige.

Une image de la tige est donnée sur la figure 4.4 a). Des disques sont placés régulièrement pour empêcher la convection du gaz d'hélium qui limiterait la puissance de refroidissement du cryostat au niveau de la zone utile : la cavité optique. De même, la conduction thermique est limitée en utilisant, en guise de tige, un tube de faible épaisseur en inox.

L'échantillon vient se fixer sur la pièce (figure 4.4 b), qui est trouée pour laisser circuler l'hélium et incorpore un miroir de renvoi permettant l'accès à la transmission de la cavité.

L'amortisseur est représenté sur la figure 4.4 c). La pièce est conçue de manière à venir s'appuyer sur deux joints toriques en viton, connu pour son fort pouvoir amortissant [77], isolant mécaniquement ainsi le haut de la tige du bas. La compression de ces joints, qui détermine la fréquence de coupure de l'amortisseur, est réglée par le serrage des vis reliant le haut de la tête au bas. L'amortisseur est placé le plus haut possible pour que les joints soient à la température la plus haute possible et conservent ainsi une certaine élasticité.

Ces pièces ont été construites par l'atelier mécanique du laboratoire, mais le temps a manqué pour effectuer une caractérisation de l'amortisseur.

Nous avons donc un système cryogénique adapté à l'optomécanique. Le résonateur utilisé au cours de cette thèse s'avère, lui, en revanche, inapte à opérer à froid. Nous

4. En supposant une évolution linéaire de la température de la tige de longueur L avec une différence de température ΔT entre le haut et le bas de la tige, on aboutit, en notant c le coefficient de dilatation thermique, à une variation de longueur ΔL de la tige donnée par $\Delta L = cL\Delta T/2$. On peut prendre un coefficient de dilatation thermique de l'inox de l'ordre de 10^{-5} , une tige de longueur 60 cm et une différence de température de 300 K : ΔL est alors de l'ordre du millimètre.

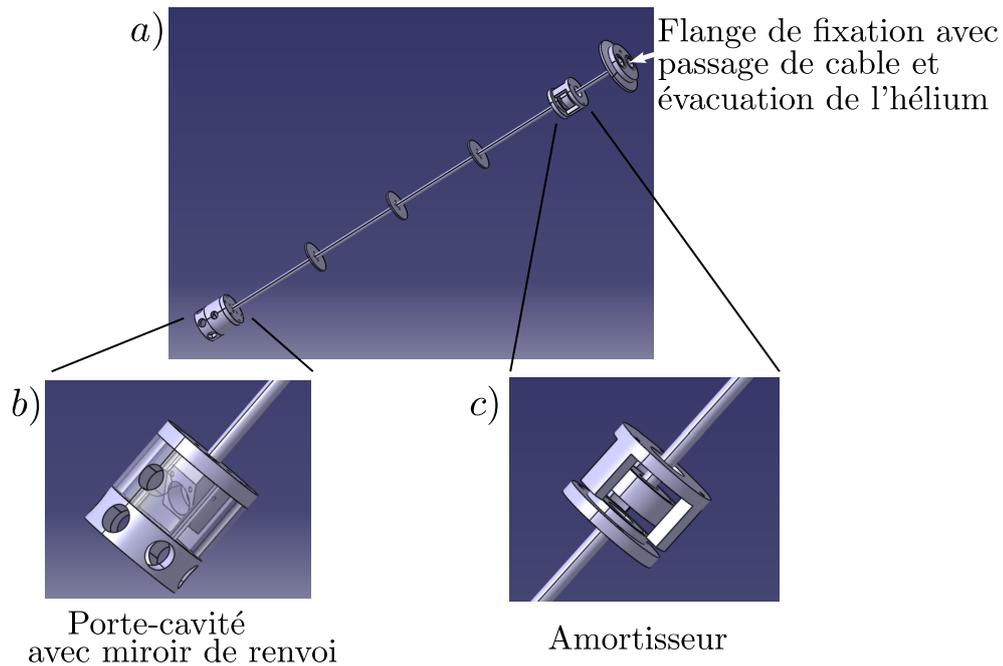


FIGURE 4.4 – Tête du cryostat.

exposons donc maintenant les solutions envisagées en termes d'améliorations sur le résonateur. Nous envisageons d'utiliser un résonateur déjà employé dans le groupe : le micro-pilier en quartz, développé en collaboration avec l'ONERA pour la mécanique et le LMA pour l'optique. Nous avons également conçu un nouveau type de résonateur. Il s'agit d'un résonateur plan-convexe en quartz, développé en collaboration avec FEMTO-ST, que nous présentons maintenant.

4.2 Résonateurs plan-convexes en quartz

La géométrie du résonateur utilisé au cours de cette thèse donne des résultats corrects. Le déficit de facteur de qualité par rapport aux micro-piliers peut être compensé par une meilleure finesse. Les meilleures cavités construites dans l'histoire du groupe avaient une finesse de 300 000, limitée par la transmission du coupleur, soit plus d'un facteur 3 au-delà de celle des cavités à piliers. Le rapport signal à bruit de notre mesure fait intervenir la finesse au carré, ce qui peut compenser les performances mécaniques amoindries.

La masse des résonateurs plans-convexes en silice est en revanche le point noir : ils sont mille fois plus lourds que les piliers. Une méthode naïve de réduction de la masse est de diminuer les dimensions du résonateurs. Cependant, cette mise à l'échelle s'accompagne d'une augmentation de la fréquence des modes, ce qui est défavorable d'après la formule (2.6.16), et si la masse diminuait aussi vite que la fréquence augmentait, nous ne serions pas gagnants au final. Il se trouve que pour la géométrie plan-convexe, la réduction de masse du mode mécanique fondamental gaussien est plus rapide que l'augmentation en fréquence de ce mode : le rapport signal à bruit

augmente effectivement en diminuant la taille du résonateur.

Nous avons donc simulé le comportement de résonateurs de petites dimensions avec des paramètres géométriques compatibles avec la réalisation technique. Deux premiers échantillons ont d'ailleurs pu être produits en collaboration avec Serge Galliou et Xavier Vacheret et valident partiellement la faisabilité de tels résonateurs.

4.2.1 Simulations

Des simulations par éléments finis ont été menées sur des résonateurs d'une épaisseur de 0,5 mm, d'un diamètre de 10 mm et d'un rayon de courbure de 200 mm ou 40 mm. L'épaisseur peut difficilement être plus fine sans compliquer la mise en cavité, le résonateur devenant trop fragile. De grands diamètres empêchent l'utilisation de petits rayons de courbure, *a priori* favorables. Cependant, nous ne pouvons pas utiliser de diamètres trop petits sans compromettre le bon maintien du résonateur dans la cavité. Aussi, une taille de 10 mm est un compromis raisonnable. Les deux rayons de courbure correspondent à un choix de sureté pour le rayon de courbure le plus grand, plus simple à réaliser, et un choix de performance pour le rayon de courbure le plus petit, qui confine mieux le mode.

L'anisotropie du quartz a été prise en compte dans la simulation. La coupe des wafers de quartz est donnée selon l'axe normal⁵ au wafer : une coupe Z correspond à une coupe où l'axe optique est normal au wafer. Il apparaît que le mode fondamental gaussien n'existe pas pour toutes les coupes. Il n'existe pas pour les coupes X, SC ou AT notamment, mais est visible sur les coupes Z et Y. Comme des wafers en coupe Z étaient directement disponibles au laboratoire, nous avons choisi de nous concentrer sur cette coupe.

Nous avons extrait les profils des modes sur la figure 4.5. Nous y voyons que le centrage du faisceau laser sur le centre est critique et que les modes sont bien confinés. La masse des modes est de 240 μg dans le cas d'un rayon de courbure de 200 mm et 190 μg pour un rayon de courbure de 40 mm. La fréquence du mode est de 6,09 MHz dans le premier cas et de 6,13 MHz dans le second.

Performances attendues

L'adaptation de la formule (2.6.16) au cas des plans-convexes en quartz donne :

$$\frac{S_x^{\text{rad}}}{S_x^{\text{T}}} = 2,6 \times 10^{-3} \times \left(\frac{\mathcal{F}}{300\,000} \right)^2 \frac{P^{\text{in}}}{1\text{ mW}} \times \frac{240\ \mu\text{g}}{M} \frac{Q}{5 \cdot 10^5} \frac{6\ \text{MHz}}{f_M} \times \frac{300\ \text{K}}{T}. \quad (4.2.1)$$

Un niveau de corrélation de plus de 7% semble donc envisageable à température ambiante. Obtenir une finesse importante est sans doute l'opération la plus compliquée.

4.2.2 Fabrication

Nous sommes partis des wafers superpolis utilisés pour la fabrication des micropiliers dont nous avons protégé une des faces — les deux faces sont initialement superpolie, nous en sacrifions une qui deviendra la face convexe du résonateur — avec

5. On peut aussi préciser un angle de rotation simple, comme pour la coupe AT, ou double, comme pour la coupe SC, par rapport à un axe de référence.

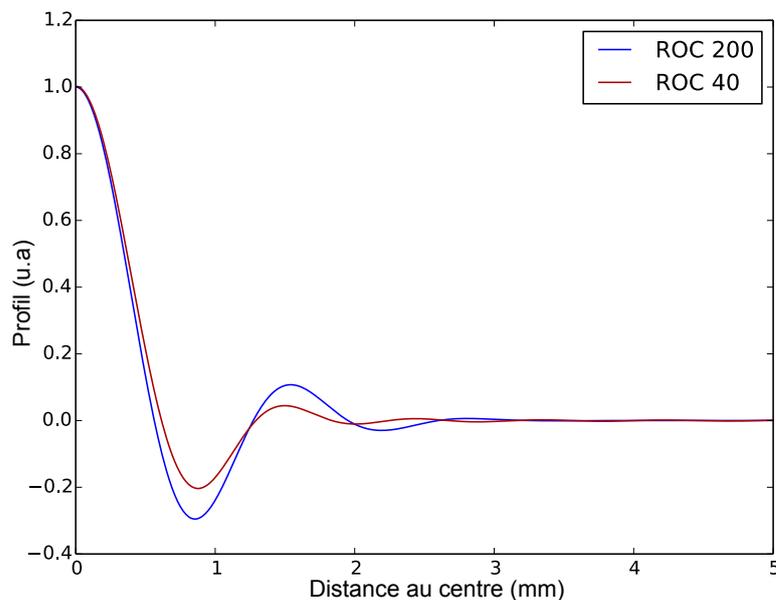


FIGURE 4.5 – Profils théoriques des modes gaussiens fondamentaux pour les deux types de résonateurs envisagés.

de la résine. Le même traitement a été réservé à un wafer de très grande qualité mais non-superpolié; il joue le rôle de témoin. Les wafers ont été rectifiés (leur épaisseur initiale était trop importante et il a fallu enlever de la matière avant de commencer le rodage), découpés grossièrement à la sonotrode avant d'être passés au tour pour obtenir de petites pastilles du diamètre des résonateurs.

Malheureusement, les contraintes de surface sur le quartz laissées lors du superpolissage sont très importantes et le bord des résonateurs a été endommagé lors du passage au tour, comme le montre la figure 4.6, où il apparaît que seuls les échantillons superpolis ont été affectés par ce problème. Cela indique qu'il serait préférable de réaliser le superpoli à l'issue du rodage. Ceci se ferait au prix d'une plus grande incertitude sur l'épaisseur du résonateur, et donc sur la fréquence mécanique. En effet, le superpoli nécessite un enlèvement de matière tant que la surface n'a la rugosité désirée. Ce n'est donc pas un processus déterministe. D'éventuels défauts du cristal pouvant être présents en profondeur, on ne contrôle pas l'épaisseur qui sera effectivement enlevée lors du superpolissage. De plus, la résine protégeant le superpoli n'a pas supporté ces traitements : il est très possible que l'état de surface de la face plane se soit dégradé.

Une fois les pastilles obtenues, nous les avons rodées — c'est à dire que nous avons mis en forme le quartz par abrasion — afin de créer la face convexe du résonateur. Un bassin de rodage, sorte de cuve, en laiton est fixé sur un axe mis en rotation. La pastille à roder est collée dans une pièce dont la face arrière présente une concavité qui permet d'y exercer une pression, à l'aide d'un fouloir, tout en laissant la pièce tourner sur elle-même. Ceci est nécessaire car lorsque la pastille est dans le bassin de rodage, la rotation de celui-ci la met en rotation sur elle-même. Une solution de grains grossiers est versée dans le bassin. L'opérateur déplace alors la pastille en effectuant des mouvements du poignet selon une droite (voir la figure 4.7). La rotation de la pastille

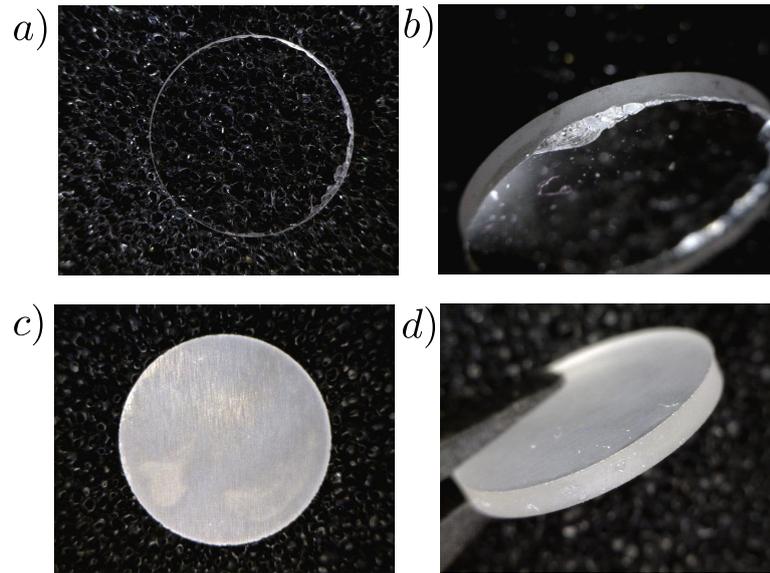


FIGURE 4.6 – Dégradation de l'état des bords des pastilles issues du superpoli. Les photographies a) et b) correspondent au superpoli tandis que c) et d) correspondent au wafer test.

permet d'avoir un rodage régulier sur toute la surface du quartz. Le rayon de courbure du résonateur sera donc celui du bassin de polissage. Les profils convexes obtenus sont présentés sur la figure 4.8. Au fur et à mesure du rodage, des grains de plus en plus fins sont utilisés afin de laisser le meilleur état de surface possible avant le polissage. Les grains les plus gros sont utilisés jusqu'à ce que l'épaisseur finale du résonateur soit approchée.

Après l'étape de rodage, les résonateurs sont polis. Cette étape est similaire au rodage, la seule différence est qu'un feutre est placé dans un bassin de polissage — différent de celui employé lors de la phase de rodage pour éviter toute contamination des particules abrasives — et que des grains très fins sont utilisés. Nous avons mesuré l'évolution de la rugosité au cours du polissage sur la figure 4.9. La mesure a été faite au profilomètre mécanique. Les données obtenues sont corrigées : le rayon de courbure de la pièce est estimé et le profil est aplani en prenant en compte cette information. À l'issue de cette phase préliminaire, la variance des données est calculée. On nomme ce coefficient R_q . Il est donné sur la figure 4.9, où nous avons reporté l'évolution du profil de la face convexe d'un résonateur de rayon de courbure 200 mm au cours du polissage. Il apparaît que, bien que les profils soient qualitativement différents, le R_q varie peu. Une mesure plus fiable de la rugosité à l'AFM a donc été mise en place.

Une portion de la surface du résonateur est scannée. La densité spectrale du profil est estimée selon deux directions orthogonales et les valeurs obtenues sont moyennées. La densité spectrale est intégrée : nous trouvons des variations de 1,9 nm RMS pour la face plane et 3,3 nm RMS pour la face convexe. La face plane initialement superpolie ne semble plus l'être. La couche de résine a été détériorée lors du passage à la rectifieuse et le superpoli a dû se détériorer au cours des divers manipulations. Il faudra donc prendre soin à l'avenir de mieux protéger la face superpolie, ou de superpolir le résonateur à

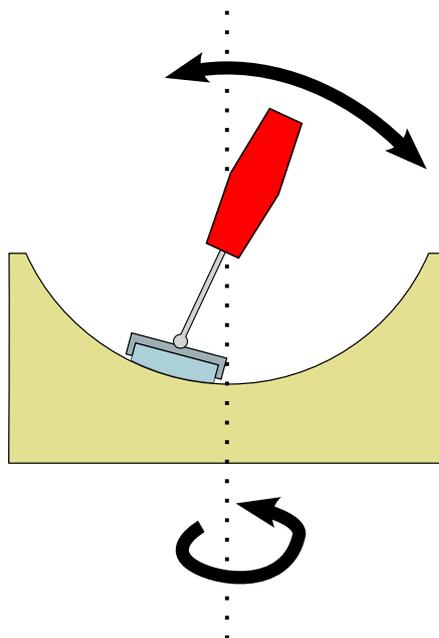


FIGURE 4.7 – Rodage du quartz

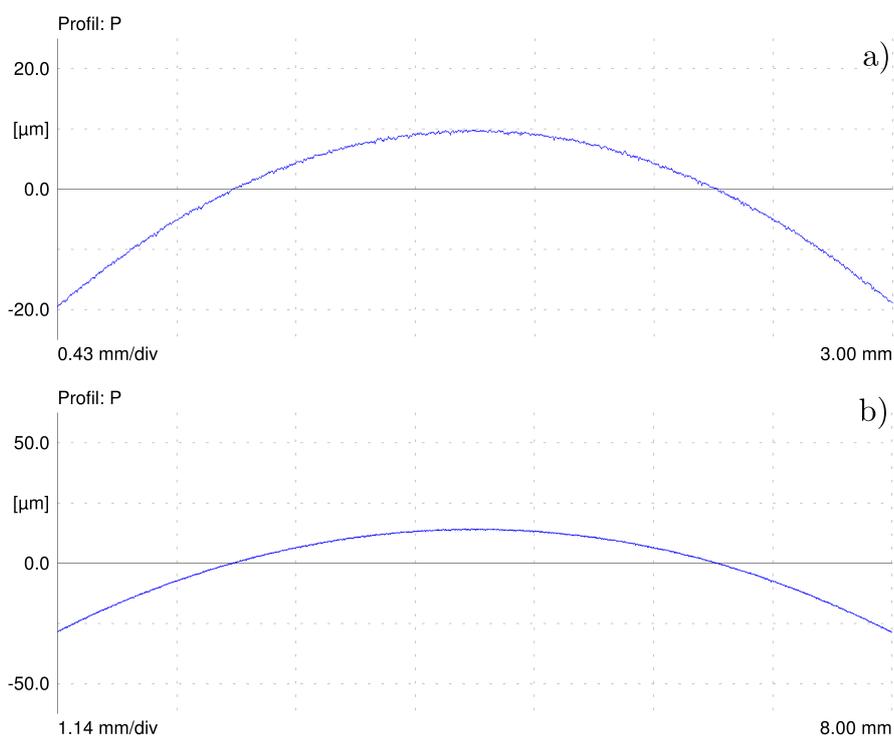


FIGURE 4.8 – Profils convexes pour les résonateurs de rayon de courbure 40 mm a) et 200 mm b).

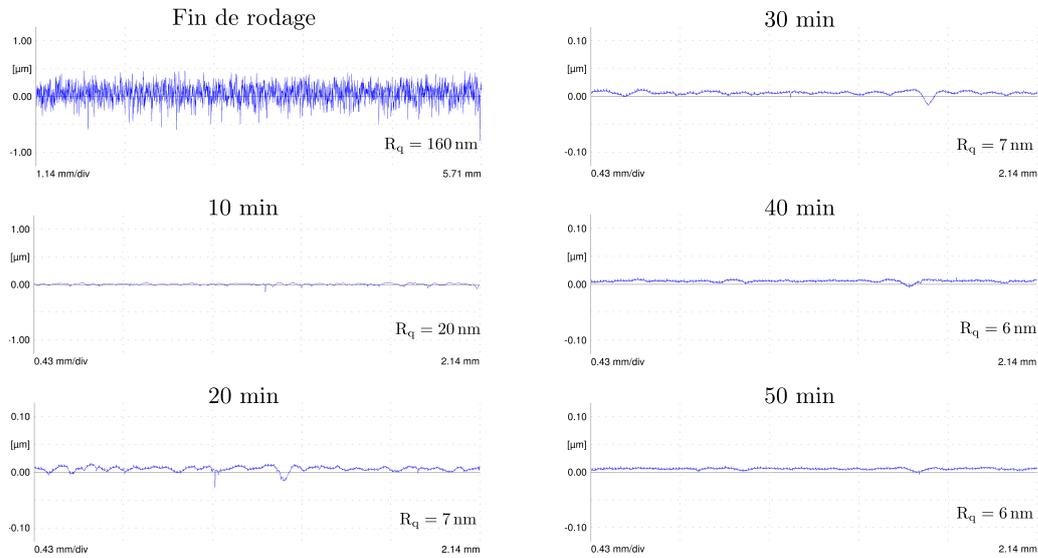


FIGURE 4.9 – Évolution de la rugosité de la face convexe dans le cas d'un rayon de courbure de 200 mm.

l'issue des phases de rodage et polissage préliminaires.

Nous n'avons malheureusement pas pu caractériser les propriétés mécaniques des résonateurs ainsi obtenus. En particulier, une mesure du facteur de qualité mécanique avant dépôt aurait pu permettre de valider l'influence de celui-ci sur les performances du résonateur.

Nous avons également envisagé d'utiliser un résonateur ayant déjà fait ses preuves et pour lequel le groupe possède une bonne expertise. Il s'agit de micro-pilier.

4.3 Micro-pilier

Nous avons vu que le facteur de qualité des miroirs plans-convexes semble limité par les pertes du dépôt diélectrique. Une solution intelligente pour bénéficier simultanément d'excellentes qualités optiques et mécaniques est de placer le miroir sur une zone sans déformation du résonateur. C'est ce qui a été fait dans la conception des micro-piliers.

Ces résonateurs sont formés d'un pilier possédant un mode de compression qui ne déforme pas le sommet du pilier (voir la figure 4.11). Un dépôt à cet endroit ne subit quasiment aucune contrainte lors de la déformation du résonateur : le facteur de dilution (2.6.7) est nul et le facteur de qualité du mode n'est pas altéré par le dépôt.

Les pertes pas ancrage sont limitées en maintenant le pilier par une fine membrane en son milieu, qui correspond à un nœud du déplacement du mode fondamental de compression. Les pertes sont encore réduites par l'utilisation d'un cadre de découplage tirant partie de l'effet Poisson pour isoler le pilier du substrat.

On est en principe limité uniquement par les pertes intrinsèques du matériau constituant le résonateur : le quartz. De très hauts facteurs de qualités sont donc *a priori*

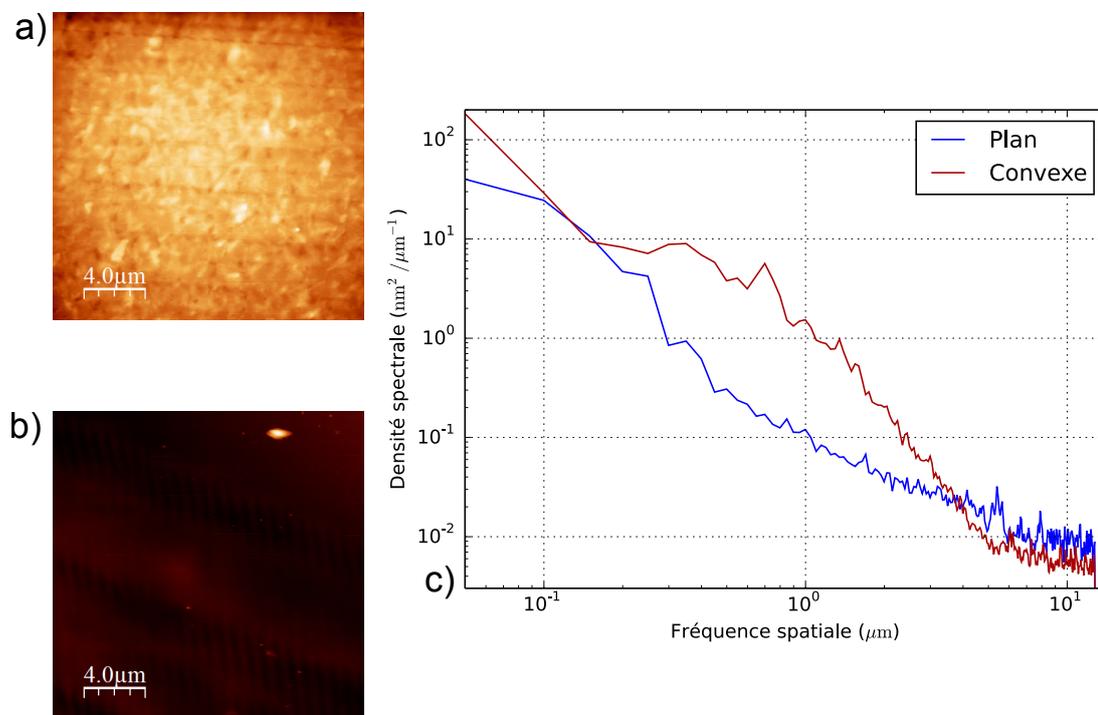


FIGURE 4.10 – État de surface d'un plan-convexe de rayon de courbure 200 mm caractérisé à l'AFM. a) Face convexe. b) Face plane. c) Densité spectrale du profil des faces planes et convexes.

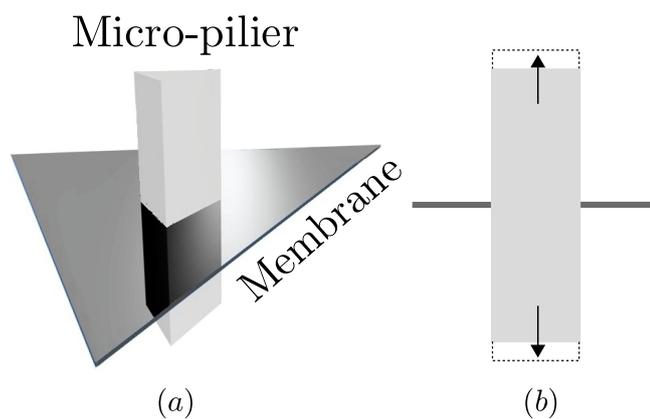


FIGURE 4.11 – a) Schéma de principe de micro-pilier. b) Représentation du mode fondamental de compression. La figure est extraite de [78].

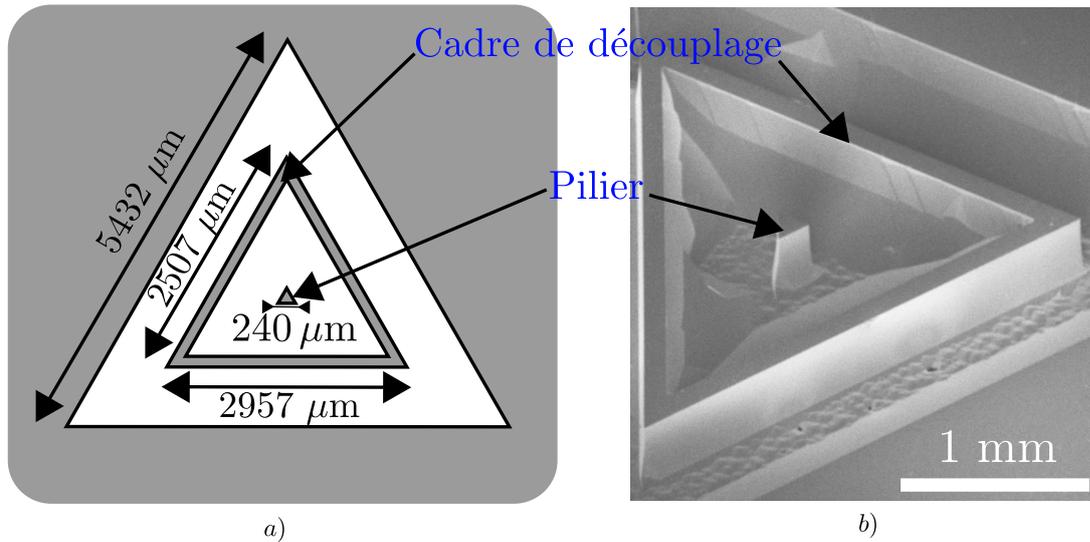


FIGURE 4.12 – a) Géométrie du pilier, avec les dimensions retenues pour la fabrication. b) Vue au microscope électronique à balayage d'un échantillon. La figure est extraite de [78].

accessibles sur une large gamme de température (à l'ambiante et à la température de l'hélium liquide).

Le quartz est un matériau anisotrope et cristallin : il est possible de réaliser une gravure humide sélective. En effet, la gravure est bien plus lente selon les plans cristallins contenant une forte densité de liaisons électroniques, ceci permet d'obtenir une forme relativement complexe. Nous profitons des plans de cristallins pour graver deux triangles, visibles sur la figure 4.12, homothétiques partageant le même centre. Ils constituent le pilier et son cadre de découplage. L'épaisseur du pilier (1 mm) et l'extension latérale (200 μm) permettent d'obtenir une masse d'environ 70 μg .

4.3.1 Fabrication

La fabrication des échantillons a été réalisée avec l'aide plus que précieuse de Salim Zerkani.

Nous partons d'un wafer monocristallin ultra-pur, superpoli à moins de 3Å sur ses deux faces. La pureté est importante, d'une part, afin de bénéficier du meilleur facteur de qualité possible, mais surtout, parce que la gravure est extrêmement sensible aux dislocations du mono-cristal. On dépose une couche de chrome et d'or servant à protéger certaines zones du quartz de la gravure à venir. Le chrome est utilisé pour permettre à l'or de se fixer sur le quartz ; l'or lui-même protège de l'attaque chimique.

Le wafer obtenu est enrésiné. La résine est insolée aux UV derrière deux masques en chrome identiques sur chaque faces à l'aide d'une aligneuse double-face, suivant les axes cristallographiques du quartz repérés sur le wafer. La résine est ensuite développée puis les zones découvertes sont démétallisées.

On est alors prêt à procéder à la gravure. Connaissant la vitesse de gravure (20 $\mu\text{m}/\text{h}$), nous sommes en mesure d'estimer le temps de gravure nécessaire à l'obtention du pilier.

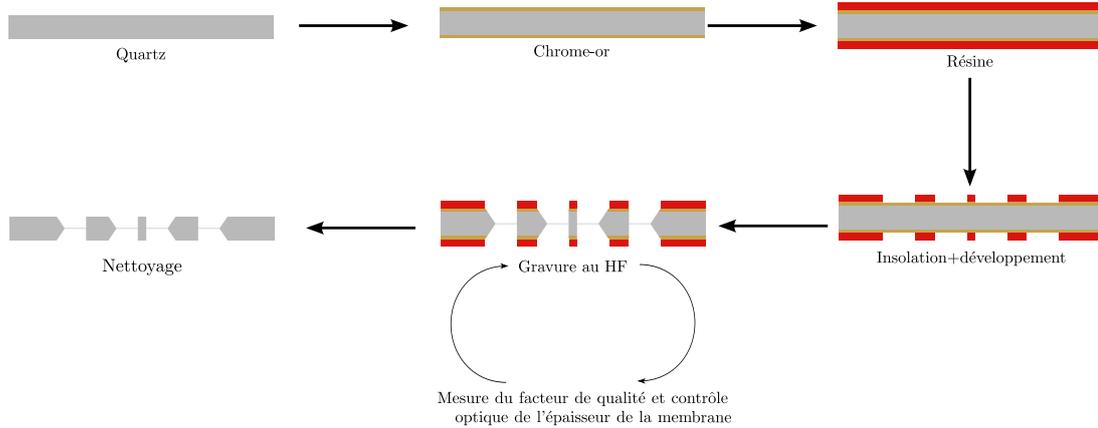


FIGURE 4.13 – Étapes de fabrication d'un micro-pilier.

Les échantillons sont retirés du bain chimique peu avant que la membrane ne s'affine trop. Le wafer est clivé selon ses plans cristallins de manière à détacher les échantillons individuels qu'il supporte.

L'épaisseur de la membrane est estimée en utilisant un microscope : une première mise au point est effectuée à la surface du pilier, on note alors le déplacement vertical de la plateforme du microscope. On effectue une deuxième mise au point sur la surface de la membrane, d'où on déduit la profondeur de gravure puis l'épaisseur de la membrane en comparant la profondeur à l'épaisseur du wafer initialement mesurée. Cette méthode se révèle relativement imprécise en raison des pyramides, d'une hauteur typique de $10\ \mu\text{m}$, se formant à la surface de la membrane. Aussi, le temps de gravure, directement relié à l'épaisseur de la membrane, semble être une mesure bien plus fiable de l'épaisseur.

Si l'épaisseur de la membrane est jugée suffisamment faible, une mesure par *ring-down* du facteur de qualité est effectuée dans un interféromètre de Michelson. À l'issue de la mesure, soit le facteur de qualité est satisfaisant et le pilier est démétallisé avant de recevoir un dépôt diélectrique au LMA, soit le pilier est remis dans le bain un certain temps avant d'être à nouveau mesuré.

De manière générale, plus la membrane est fine, plus le facteur de qualité est important, comme le montre la figure 4.15, où le facteur de qualité des piliers a été reporté en fonction du temps de gravure. On remarque une tendance générale à l'augmentation du facteur de qualité au cours de la gravure. Le processus reste assez peu reproductible et le facteur de qualité ne varie pas forcément de manière monotone avec l'épaisseur de la membrane. Les piliers semblent mieux fonctionner si la membrane est "sur-gravée", au point de présenter des trous (voir la figure 4.14).

Les piliers présentant un fort facteur de qualité sont démétallisés et nettoyés. Il faut alors préparer le dépôt du miroir. Un masque physique est réalisé en partant d'un film sec de faible épaisseur afin d'éviter les effets d'ombrage lors du dépôt. Le film est insolé derrière un masque présentant un disque de la taille du miroir⁶, collé sur l'échantillon,

6. Il s'agit d'un développement négatif : les zones non-insolées seront développées.

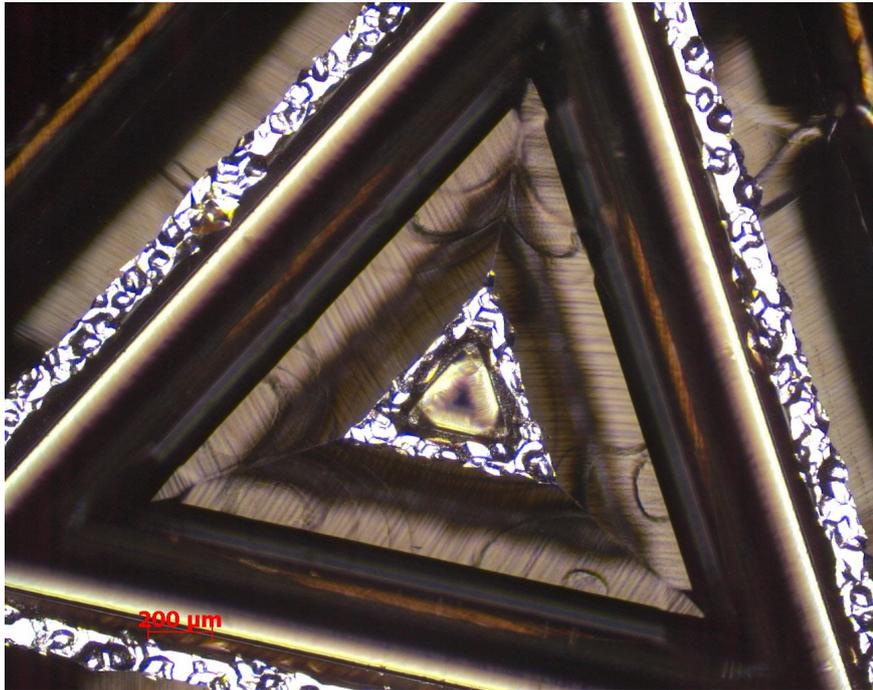


FIGURE 4.14 – Vue au microscope optique en transmission d’un pilier démétalisé. On peut voir que les membranes sont percées.

puis partiellement développé. En effet, une étape supplémentaire de RIE⁷ est nécessaire pour terminer l’ouverture du miroir. Le résultat est visible sur la figure 4.16. Pour une présentation détaillée de la fabrication complète des micro-pilier, le lecteur intéressé pourra se reporter à [79]. Finalement, nous disposons d’une série de résonateurs de bon facteur de qualité prêts à subir un dépôt de miroir. Ces résonateurs formeront le miroir de fond d’une cavité Fabry-Perot.

En raison de la petite taille des piliers, il est nécessaire de travailler avec un *waist* optique très faible, tout en maintenant une longueur de cavité courte, ceci pour avoir une bande passante de l’ordre de la fréquence de résonance mécanique (3,5 MHz). Il est donc nécessaire de travailler avec des coupleurs de petit rayon de courbure, non disponibles dans le commerce.

4.3.2 Coupleurs à petits rayons de courbures

Nous avons bénéficié de l’aide du groupe de Jakob Reichel pour réaliser des concavités [80] par ablation laser sur des substrats de silice fondue. Le rayon de courbure des concavités est sub-millimétrique et d’extension latérale de l’ordre de quelques centaines de microns, bien plus faibles que la taille typique du faisceau pour peu que la longueur de cavité soit bien choisie.

Ce système est traditionnellement utilisé pour créer les concavités sur l’extrémité d’une fibre optique en vue de l’utiliser pour créer une cavité fibrée [81] qui porte des

7. *Reactive Ion Etching*

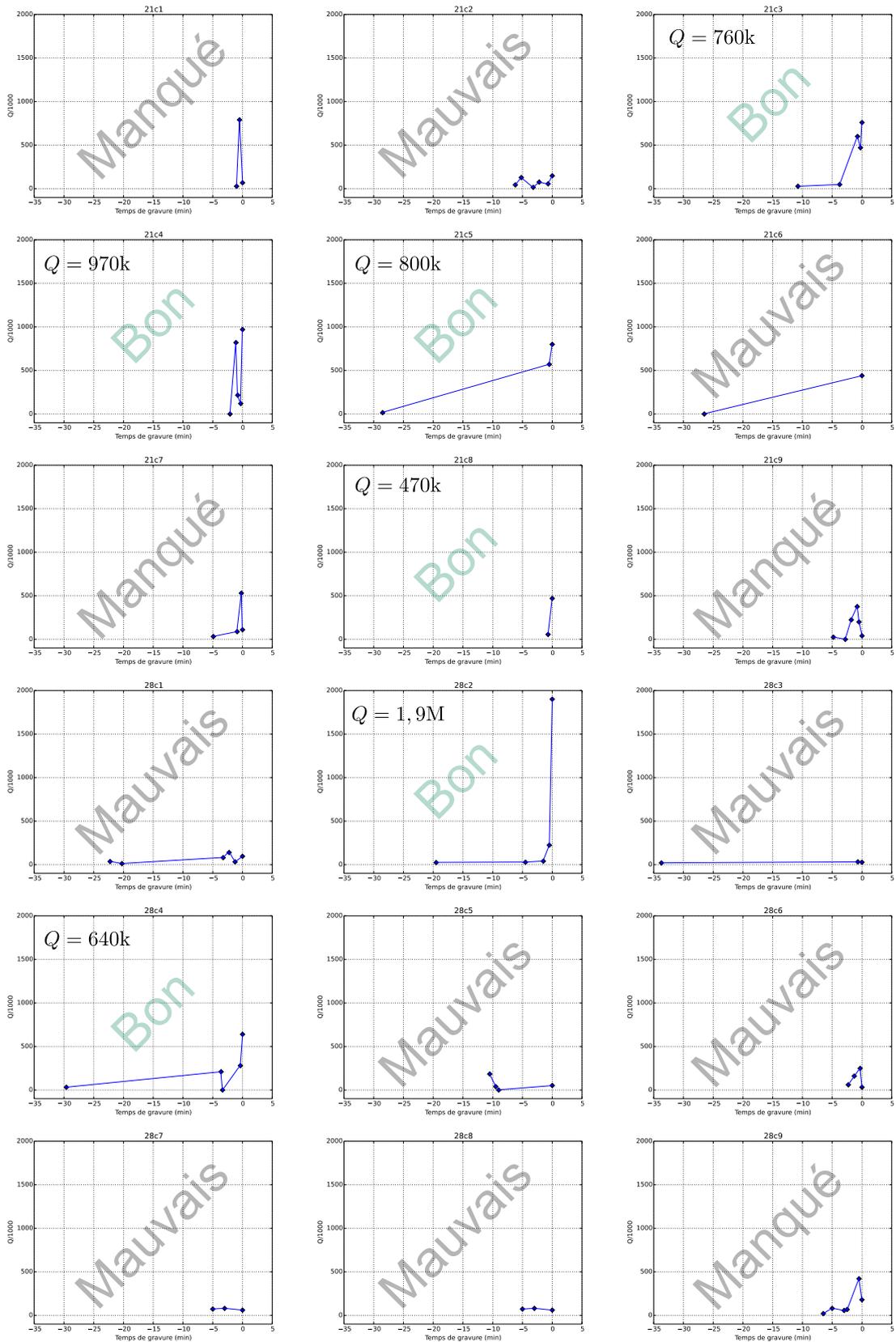


FIGURE 4.15 – Effet du temps de gravure sur le facteur de qualité des différents micro-piliers.

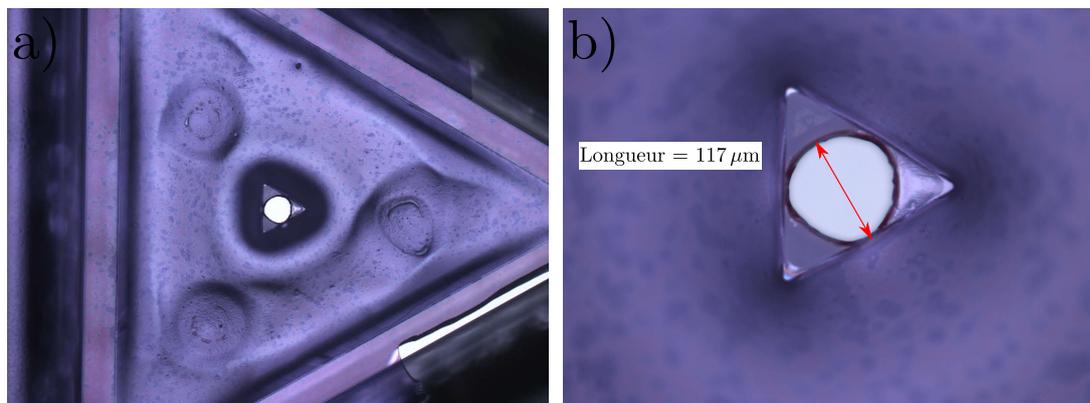


FIGURE 4.16 – Vue au microscope optique du film sec collé sur le pilier.

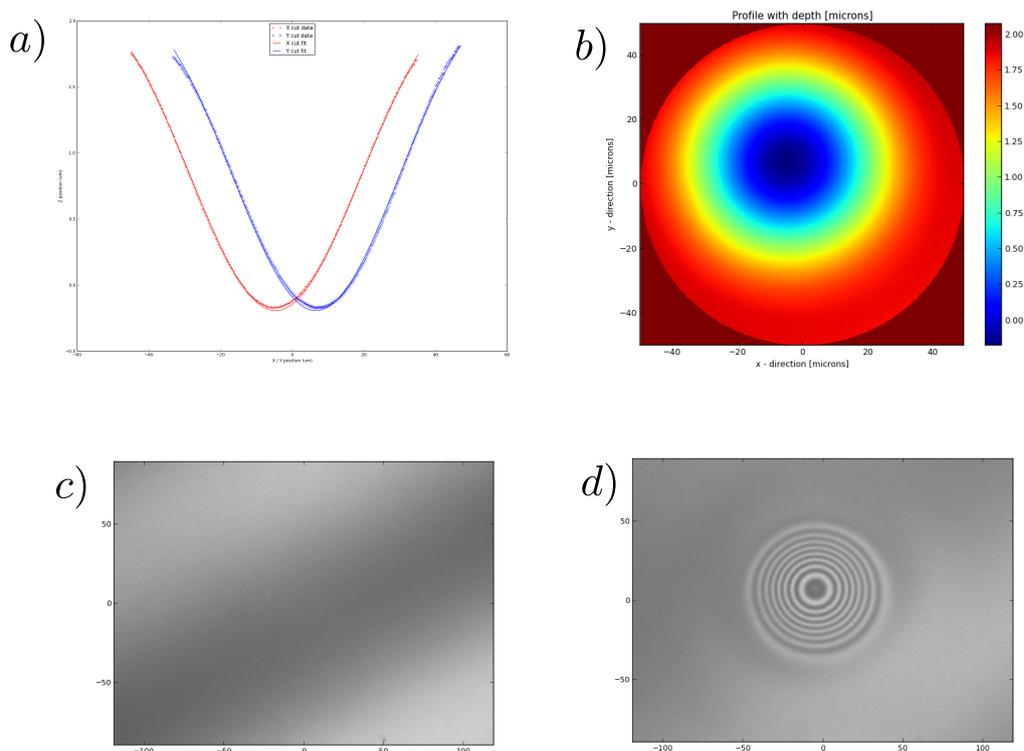


FIGURE 4.17 – Caractérisation de l'échantillon H12. L'ajustement gaussien du profil selon deux directions orthogonales est présenté en a). Le décentrage du cratère par rapport au centre de l'image prise est visible en b), qui présente la topographie du cratère. Les images brutes issues de l'interféromètre de Mirau sont présentées en c) avant le tir et en d) après le tir. Des franges serrées indiquent une variation rapide du profil. Les franges en c) proviennent d'un très léger défaut de normalité du faisceau sur le substrat.

Échantillon	ROC (μm)
H2	4700
H10	240
H11	335
H12	420
H15	120
S2	900
S4	1500
S5	1090
S6	295
S10	260
S13	180
S14	260

FIGURE 4.18 – Rayons de courbures obtenus. Les échantillons dont le nom commence par un H (S) sont en herasil (suprasil).

modes optiques de très faible volume, ce qui exacerbe le couplage lumière-matière [82]. Ces cavités sont d'ailleurs employées dans le monde de l'optomécanique [83].

Pour fabriquer ces échantillons, nous partons de wafers de suprasil ou d'herasil superpolis. Ce sont deux formes de silice fondue présentant de bonnes performances mécaniques et une très bonne transmission dans l'infrarouge proche. Ils absorbent, en revanche, le rayonnement d'un laser CO_2 à $10\mu\text{m}$, tel que celui utilisé pour la photoablation. Les wafers d'épaisseur 1 mm sont recouverts d'une couche de résine sur les deux faces avant d'être débités en carrés de 0,9 cm de côté. La résine préserve l'état de surface des substrats lors de la découpe et est retirée avant l'étape de photoablation.

Le substrat obtenu est placé sur une platine de micro-positionnement XYZ sur laquelle est fixée une platine de rotation biaxe. Cet assemblage permet de contrôler finement les paramètres géométriques du tir à l'aide d'un interféromètre de Mirau. Le programme de contrôle permet une mise au point largement automatisée de l'échantillon sur l'interféromètre.

La mise au point de l'échantillon sur l'interféromètre nous assure que l'échantillon est au *waist* du faisceau de tir. Nous avons donc quatre paramètres ajustables dans le cas d'un tir simple : la position du *waist*, la durée de l'impulsion, la puissance du faisceau et le temps de chauffage de l'échantillon.

Le profil géométrique du cratère ne reflète pas complètement la distribution d'intensité du faisceau de tir, car la physique gouvernant la photoablation est fortement non-linéaire. Une méthode simple de choix de paramètres consiste à essayer un grand nombre de paramètres de tir, l'interféromètre de Mirau permettant de caractériser simplement et très rapidement le cratère juste après l'ablation (se référer à la figure 4.17 pour un exemple de caractérisation). De plus, la caractérisation optique évite toute contamination de la surface en permettant de se passer d'un profilomètre mécanique.

La rugosité dans le cratère avait été mesurée sur d'autres échantillons produits en utilisant une technique identique, mais un montage moins perfectionné en termes de positionnement et de caractérisation de la structure. Des valeurs de 3\AA avaient alors

été mesurées par AFM.

La figure 4.18 présente les rayons de courbures obtenus. Des rayons de courbures plus grands peuvent être obtenus en utilisant un faisceau laser avec un *waist* plus important. Ceci nécessite une puissance plus importante pour passer au dessus du seuil de fusion de la silice sur une large zone, ce que ne permet pas d'atteindre le montage employé ici. Une autre solution, plus élégante, consiste à réaliser une matrice de tirs et à fondre subséquemment cette large zone pour obtenir une structure étendue et régulière. Nous n'avons pas mis en place cette possibilité offerte par la machine développée par l'équipe de Jakob Reichel, par manque de temps et parce que les échantillons fabriqués sont suffisants pour notre application.

4.3.3 Cavité

La fréquence des micro-piliers est de 3,5 MHz. En mettant cela en relation avec les finesses obtenues par le groupe pour ce genre de cavités (plus de 50 000), nous trouvons une taille de cavité inférieure à $430 \mu\text{m}$ pour obtenir une bande passante supérieure à la fréquence mécanique.

La cavité optique plan-concave formée par le micro-pilier et le coupleur doit évidemment être stable : sa longueur doit donc être inférieure au rayon de courbure du coupleur. Il semble raisonnable de travailler avec des cavités courtes, en utilisant un wafer fin, de silicium par exemple, pour sa conductivité thermique à basse température, ouvert en son centre comme entretoise entre le coupleur et le pilier. Des wafers de $100 \mu\text{m}$ sont disponibles et assurent une cavité stable pour nos coupleurs.

En travaillant avec une longueur de cavité de $100 \mu\text{m}$ et les rayons de courbure obtenus, la figure 4.19 montre que le faisceau est bien plus petit que le diamètre du miroir sur le pilier et que l'extension typique du cratère sur le coupleur. Cependant, tout le miroir déposé au centre du pilier n'est pas d'égale qualité et seule la moitié de son diamètre initial ($120 \mu\text{m}$, d'après la figure 4.16) est utilisable. En conséquence, les pertes par coupure du faisceau dans la cavité ne seront pas un facteur limitant pour peu que le *waist* sur le pilier soit inférieur à $15 \mu\text{m}$. Cette valeur est accessible pour des rayons de courbure inférieurs à $500 \mu\text{m}$. La figure 4.19 indique les coupleurs compatibles avec cette exigence.

4.3.4 Performances

Nous adaptons la formule (2.6.16) au cas du micro-pilier. Les finesses de cavité atteintes au sein du groupe sont supérieures à 50 000, de ce point de vue les micro-piliers sont moins performants. En revanche, les micro-piliers bénéficient d'une masse plus de 1000 fois inférieure et de performances mécaniques très élevées — le facteur de qualité peut atteindre plus de 10 millions à froid. À température ambiante, des facteurs de qualité de 1 million sont très réalistes. Le rapport signal à bruit est donc augmenté par rapport au cas du plan-convexe historique puisque l'on a :

$$\frac{S_x^{\text{rad}}}{S_x^{\text{T}}} = 1,5 \times 10^{-3} \times \left(\frac{\mathcal{F}}{50\,000} \right)^2 \frac{P^{\text{in}}}{1 \text{ mW}} \times \frac{70 \mu\text{g}}{M} \frac{Q}{10^6} \frac{4 \text{ MHz}}{f_M} \times \frac{300 \text{ K}}{T}. \quad (4.3.1)$$

Cette valeur donne des corrélations supérieures à 4%, au-delà de la valeur seuil (1%) que notre montage optique pouvait révéler avant son amélioration.

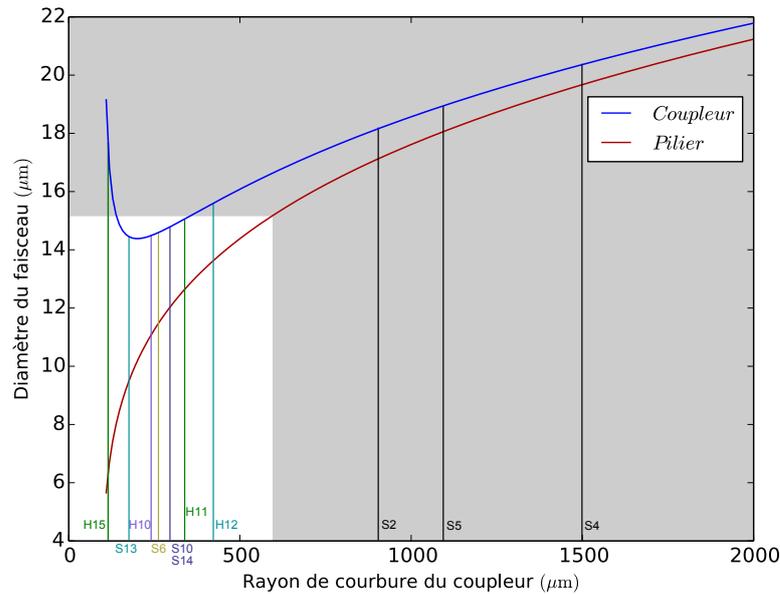


FIGURE 4.19 – Taille du faisceau sur le pilier et sur le coupleur pour différents rayons de courbures du coupleur et une cavité de longueur $100\ \mu\text{m}$. La zone grisée correspond à la zone où la finesse de la cavité serait limitée par la taille trop importante du faisceau sur le pilier.

Les performances d'une cavité optomécanique s'évaluent en terme d'intensité SQL, nous l'avons vu. L'application de la formule (1.4.19) donne, en utilisant un coupleur de $100\ \text{ppm}$ et un résonateur de facteur de qualité 1 million, une intensité SQL faible : $I_{\text{SQL}} = 0,3\ \mu\text{W}$.

En travaillant à froid, une température de $2\ \text{K}$ est réaliste. En considérant un facteur de qualité de 10^6 , c'est-à-dire en étant pessimiste, un début de réduction de bruit serait difficilement observable avec une intensité incidente de $1\ \text{mW}$. En prenant en compte l'augmentation du facteur de qualité à basse température et en se donnant les finesesses les plus élevées obtenues par le groupe concernant les cavités micro-pilier, l'intensité SQL n'est plus que de $2,9\ \text{nW}$ ($Q = 10^7$, $\mathcal{F} = 90\ 000$, $T = 35\ \text{ppm}$) et la réduction de bruit devient observable, comme le montre la figure 4.20.

Nous avons donc présenté au cours de ce chapitre les améliorations futures de l'expérience. Elle consiste en l'emploi de la cryogénie et le développement de résonateurs présentant de meilleures performances à température ambiante mais aussi à froid. Ceci nous donnera plusieurs possibilités expérimentales, puisque si la démonstration de corrélations optomécaniques à température ambiante devait s'avérer trop compliquée, il serait cette fois possible d'abaisser le bain thermiques. Dans le meilleur des cas, il devrait même être possible d'observer une réduction du bruit quantique de la lumière. Ces expériences sont très sensibles au bruit classique et la réduction de ce bruit présentée au chapitre précédent est une avancée intéressante. La réduction du bruit classique est d'ailleurs très forte aux fréquences de résonance mécanique des futures résonateurs. La puissance *shot* mesurée est de l'ordre de la centaine de milliwatts sur la figure 3.19 aux fréquences d'intérêt.

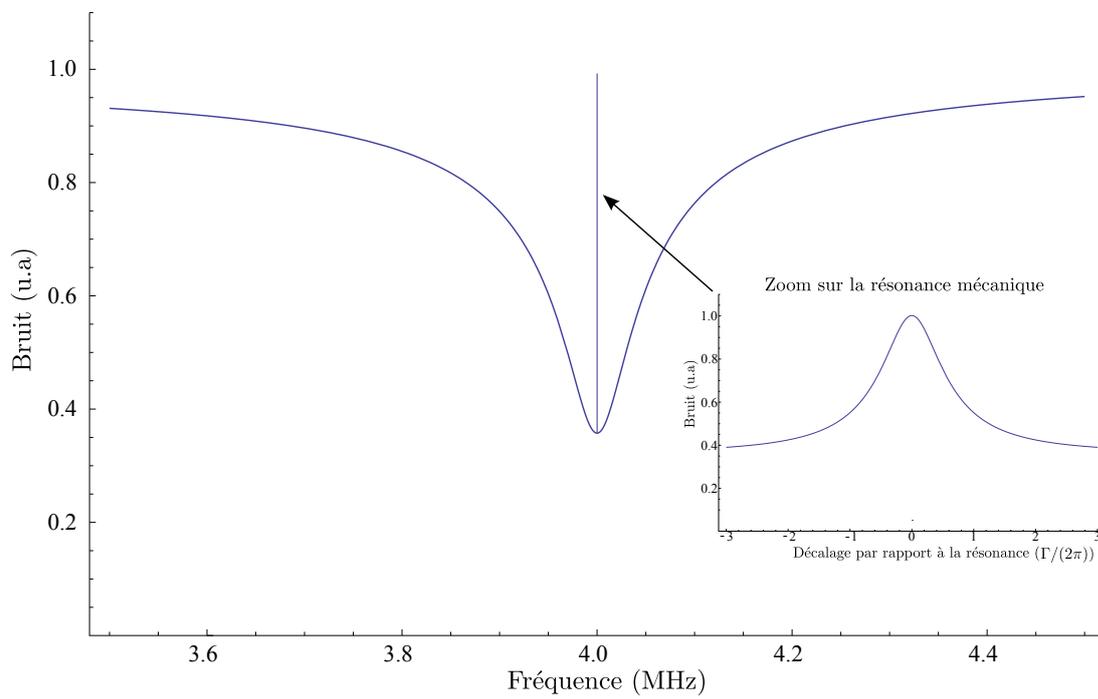


FIGURE 4.20 – Réduction de bruit pour un micro-pilier refroidi à 2 K. Nous considérons une finesse de 90 000, une masse de $70 \mu\text{g}$, un facteur de qualité de 10^7 (c'est-à-dire que $\Gamma/2\pi = 400 \text{ mHz}$) et 1 mW de puissance incidente.

Conclusion

Les travaux présentés dans cette thèse ont pour but la compréhension des limites fondamentales à la précision des mesures interférométriques de position d'un miroir mesurée à travers le déphasage acquis par la lumière qui se réfléchit sur celui-ci. Le bruit de phase quantique impose une incertitude à cette mesure, qui diminue quand la puissance moyenne du faisceau augmente. Cependant, les fluctuations d'amplitude de la lumière se traduisent en un bruit de pression de radiation. Le gain sur la précision de la mesure se fait donc au prix d'une augmentation de l'action en retour de la lumière sur le miroir. La sensibilité de la mesure est donc limitée par les bruits quantiques de la lumière. C'est ce phénomène que nous souhaitons mettre en évidence.

L'action en retour entraîne l'apparition d'une limite de sensibilité en utilisant des états cohérents du champ, appelée *SQL* pour *Standard Quantum limit*. Elle s'applique à un système n'étant soumis à aucun bruit classique et ne dépend que des propriétés mécaniques du miroir. L'emploi d'une cavité de grande finesse, qui agit comme un amplificateur du champ optique, permet d'abaisser l'intensité à laquelle la *SQL* est atteinte à des niveaux expérimentalement accessibles. La sensibilité peut ainsi être améliorée par l'emploi d'états comprimés du champ, qui peuvent notamment être générés par le couplage optomécanique.

En pratique, nous avons travaillé avec un résonateur plan-convexe en silice possédant une certaine dissipation mécanique; il est donc couplé à un bain thermique qui impose des fluctuations. Celles-ci sont bien supérieures au bruit de pression de radiation quantique à température ambiante. Le bruit que nous souhaitons mettre en évidence est donc noyé dans ce bruit classique. Nous avons mis en place une mesure pompe-sonde pour pallier à ce problème. Un faisceau pompe intense, met en mouvement le résonateur par son bruit de pression de radiation. Les fluctuations de position induites du miroir sont alors lues par un faisceau sonde, bien moins intense. Nous réalisons ainsi une expérience proche d'une mesure quantique non-destructive du bruit d'amplitude de la pompe par la sonde. Cependant, l'utilisation de la cavité impose une contrainte sur la condition d'accord du faisceau pompe.

Si le faisceau pompe n'est pas parfaitement résonnant avec la cavité, sa quadrature d'amplitude en sortie de cavité porte également l'information de déplacement du miroir. La quadrature de phase du faisceau sonde porte la même information. Ces deux quadratures sont donc corrélées par ce processus. L'effet de cette contamination est évidemment d'autant plus fort que le bruit thermique est important. Nous proposons donc de refroidir le résonateur *via* la pression de radiation ou d'effectuer l'expérience dans une plage fréquentielle loin de la résonance mécanique. En travaillant hors de résonance, nous profitons de la réduction du bruit thermique, de l'amélioration de la

réponse du miroir à la pression de radiation — nous tirons ainsi parti avantageusement du caractère multimodal de la réponse mécanique du résonateur — mais aussi de la diminution du temps de mesure.

Les corrélations optomécaniques étant très faibles, le temps de mesure est important, de l'ordre de plusieurs heures. Nous avons amélioré la stabilité de l'expérience à cette échelle en mettant en place un système d'asservissement très basse fréquence de la source laser.

Même en travaillant hors de la résonance mécanique, la contamination du bruit thermique reste la principale difficulté expérimentale. Nous avons donc mis en œuvre un asservissement tirant parti de la contamination pour améliorer l'asservissement moyen à la cavité. Il a ainsi pu être possible de mesurer des corrélations entre le faisceau pompe et le faisceau sonde aussi basses que 2%, gagnant ainsi deux ordres de grandeur sur la contamination en termes de puissance de bruit.

Cette limite n'était pas due aux corrélations optomécaniques, qui ont une valeur attendue de l'ordre de 0,1%, mais plutôt aux corrélations classiques entre les faisceaux pompe et sonde. Nous avons montré que ces corrélations étaient le fruit du bruit ajouté par le montage optique aux faisceaux. Nous avons grandement réduit ce bruit. Ceci définit un nouveau seuil-limite des corrélations optomécaniques observables.

Nous avons poursuivi les améliorations futures de l'expérience en développant un nouveau type de résonateur, qui est essentiellement une version miniaturisée du résonateur historiquement employé, et en étudiant l'implémentation d'un résonateur déjà utilisé dans le groupe. Ces deux résonateurs sont en quartz et sont donc aptes à opérer dans un environnement cryogénique. La compréhension des limites à nos mesures de corrélation et l'amélioration conjointe du résonateur doivent permettre l'observation prochaine des corrélations optomécaniques.

Bibliographie

- [1] A. Einstein, B. Podolsky, and N. Rosen, “Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete?,” *Physical Review*, vol. 47, pp. 777–780, may 1935.
- [2] A. Aspect, J. Dalibard, and G. Roger, “Experimental test of Bell’s inequalities using time-varying analyzers,” *Physical Review Letters*, vol. 49, no. 25, pp. 1804–1807, 1982.
- [3] A. Einstein, “Über Gravitationswellen,” *Sitzungsberichte der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften Berlin*, vol. part1, pp. 154–167, 1918.
- [4] C. M. Caves, “Quantum-Mechanical Radiation-Pressure Fluctuations in an Interferometer,” *Physical Review Letters*, vol. 45, pp. 75–79, jul 1980.
- [5] J. Abadie, B. P. Abbott, R. Abbott, T. D. Abbott, M. Abernathy, C. Adams, R. Adhikari, C. Affeldt, B. Allen, G. S. Allen, E. Amador Ceron, D. Amariutei, R. S. Amin, S. B. Anderson, W. G. Anderson, K. Arai, M. a. Arain, M. C. Araya, S. M. Aston, D. Atkinson, P. Aufmuth, C. Aulbert, B. E. Aylott, S. Babak, P. Baker, S. Ballmer, D. Barker, B. Barr, P. Barriga, L. Barsotti, M. a. Barton, I. Bartos, R. Bassiri, M. Bastarrika, J. Batch, J. Bauchrowitz, B. Behnke, a. S. Bell, I. Belopolski, M. Benacquista, J. M. Berliner, A. Bertolini, J. Betzwieser, N. Beveridge, P. T. Beyersdorf, I. a. Bilenko, G. Billingsley, J. Birch, R. Biswas, E. Black, J. K. Blackburn, L. Blackburn, D. Blair, B. Bland, O. Bock, T. P. Bodiya, C. Bogan, R. Bondarescu, R. Bork, M. Born, S. Bose, P. R. Brady, V. B. Braginsky, J. E. Brau, J. Breyer, D. O. Bridges, M. Brinkmann, M. Britzger, a. F. Brooks, D. a. Brown, A. Brummitt, A. Buonanno, J. Burguet-Castell, O. Burmeister, R. L. Byer, L. Cadonati, J. B. Camp, P. Campsie, J. Cannizzo, K. Cannon, J. Cao, C. D. Capano, S. Caride, S. Caudill, M. Cavagliá, C. Cepeda, T. Charlmsongsak, E. Chalkley, P. Charlton, S. Chelkowski, Y. Chen, N. Christensen, H. Cho, S. S. Y. Chua, S. Chung, C. T. Y. Chung, G. Ciani, F. Clara, D. E. Clark, J. Clark, J. H. Clayton, R. Conte, D. Cook, T. R. Corbitt, M. Cordier, N. Cornish, A. Corsi, C. a. Costa, M. Coughlin, P. Couvares, D. M. Coward, D. C. Coyne, J. D. E. Creighton, T. D. Creighton, a. M. Cruise, A. Cumming, L. Cunningham, R. M. Cutler, K. Dahl, S. L. Danilishin, R. Dannenberg, K. Danzmann, B. Daudert, H. Daveloza, G. Davies, E. J. Daw, T. Dayanga, D. DeBra, J. Degallaix, T. Dent, V. Dergachev, R. DeRosa, R. DeSalvo, S. Dhurandhar, J. DiGuglielmo, I. Di Palma, M. Díaz, F. Donovan, K. L. Dooley, S. Dorsher, R. W. P. Drever, J. C. Driggers, Z. Du, J.-C. Dumas, S. Dwyer, T. Eberle, M. Edgar, M. Edwards, A. Effler, P. Ehrens, R. Engel, T. Etzel, K. Evans, M. Evans, T. Evans,

- M. Factourovich, S. Fairhurst, Y. Fan, B. F. Farr, W. Farr, D. Fazi, H. Fehrmann, D. Feldbaum, L. S. Finn, R. P. Fisher, M. Flanigan, S. Foley, E. Forzi, N. Fotopoulos, M. Frede, M. Frei, Z. Frei, A. Freise, R. Frey, T. T. Fricke, D. Friedrich, P. Fritschel, V. V. Frolov, P. J. Fulda, M. Fyffe, M. R. Ganija, J. Garcia, J. a. Garofoli, R. Geng, L. Á. Gergely, I. Gholami, S. Ghosh, J. a. Giaime, S. Giampanis, K. D. Giardino, C. Gill, E. Goetz, L. M. Goggin, G. González, M. L. Gorodetsky, S. Goßler, C. Graef, A. Grant, S. Gras, C. Gray, N. Gray, R. J. S. Greenhalgh, a. M. Gretarsson, R. Grosso, H. Grote, S. Grunewald, C. Guido, R. Gupta, E. K. Gustafson, R. Gustafson, T. Ha, B. Hage, J. M. Hallam, D. Hammer, G. Hammond, J. Hanks, C. Hanna, J. Hanson, J. Harms, G. M. Harry, I. W. Harry, E. D. Harstad, M. T. Hartman, K. Haughian, K. Hayama, J. Heefner, M. C. Heintze, M. a. Hendry, I. S. Heng, a. W. Heptonstall, V. Herrera, M. Hewitson, S. Hild, D. Hoak, K. a. Hodge, K. Holt, T. Hong, S. Hooper, D. J. Hosken, J. Hough, E. J. Howell, B. Hughey, T. Huynh-Dinh, S. Husa, S. H. Huttner, D. R. Ingram, R. Inta, T. Isogai, A. Ivanov, K. Izumi, M. Jacobson, H. Jang, W. W. Johnson, D. I. Jones, G. Jones, R. Jones, L. Ju, P. Kalmus, V. Kalogera, I. Kamaretsos, S. Kandhasamy, G. Kang, J. B. Kanner, E. Katsavounidis, W. Katzman, H. Kaufer, K. Kawabe, S. Kawamura, F. Kawazoe, W. Kells, D. G. Keppel, Z. Keresztes, A. Khalaidovski, F. Y. Khalili, E. a. Khazanov, B. Kim, C. Kim, D. Kim, H. Kim, K. Kim, N. Kim, Y.-M. Kim, P. J. King, M. Kinsey, D. L. Kinzel, J. S. Kissel, S. Klimenko, K. Kokeyama, V. Kondrashov, R. Kopparapu, S. Koranda, W. Z. Korth, D. Kozak, V. Kringel, S. Krishnamurthy, B. Krishnan, G. Kuehn, R. Kumar, P. Kwee, P. K. Lam, M. Landry, M. Lang, B. Lantz, N. Lastzka, C. Lawrie, A. Lazzarini, P. Leaci, C. H. Lee, H. M. Lee, N. Leindecker, J. R. Leong, I. Leonor, J. Li, P. E. Lindquist, N. a. Lockerbie, D. Lodhia, M. Lormand, J. Luan, M. Lubinski, H. Lück, a. P. Lundgren, E. Macdonald, B. Machenschalk, M. MacInnis, D. M. Macleod, M. Mageswaran, K. Mailand, I. Mandel, V. Mandic, A. Marandi, S. Márka, Z. Márka, A. Markosyan, E. Maros, I. W. Martin, R. M. Martin, J. N. Marx, K. Mason, F. Matichard, L. Matone, R. a. Matzner, N. Mavalvala, G. Mazono, R. McCarthy, D. E. McClelland, S. C. McGuire, G. McIntyre, J. McIver, D. J. a. McKechnan, G. D. Meadors, M. Mehmet, T. Meier, A. Melatos, a. C. Melissinos, G. Mendell, D. Menendez, R. a. Mercer, S. Meshkov, C. Messenger, M. S. Meyer, H. Miao, J. Miller, V. P. Mitrofanov, G. Mitselmakher, R. Mittleman, O. Miyakawa, B. Moe, P. Moesta, S. D. Mohanty, D. Moraru, G. Moreno, T. Mori, K. Mossavi, C. M. Mow-Lowry, C. L. Mueller, G. Mueller, S. Mukherjee, A. Mullavey, H. Müller-Ebhardt, J. Munch, D. Murphy, P. G. Murray, A. Mytidis, T. Nash, R. Nawrodt, V. Nescu, J. Nelson, G. Newton, A. Nishizawa, D. Nolting, L. Nuttall, J. O'Dell, B. O'Reilly, R. O'Shaughnessy, E. Ochsner, E. Oelker, J. J. Oh, S. H. Oh, "A gravitational wave observatory operating beyond the quantum shot-noise limit," *Nature Physics*, vol. 7, pp. 962–965, sep 2011.
- [6] J. Aasi, J. Abadie, B. P. Abbott, R. Abbott, T. D. Abbott, M. R. Abernathy, C. Adams, T. Adams, P. Addesso, R. X. Adhikari, C. Affeldt, O. D. Aguiar, P. Ajith, B. Allen, E. Amador Ceron, D. Amariutei, S. B. Anderson, W. G. Anderson, K. Arai, M. C. Araya, C. Arceneaux, S. Ast, S. M. Aston, D. Atkinson, P. Aufmuth, C. Aulbert, L. Austin, B. E. Aylott, S. Babak, P. T. Baker, S. Ballmer, Y. Bao, J. C. Barayoga, D. Barker, B. Barr, L. Barsotti, M. a. Barton, I. Bartos,

R. Bassiri, J. Batch, J. Bauchrowitz, B. Behnke, a. S. Bell, C. Bell, G. Bergmann, J. M. Berliner, A. Bertolini, J. Betzwieser, N. Beveridge, P. T. Beyersdorf, T. Bhadbhade, I. a. Bilenko, G. Billingsley, J. Birch, S. Biscans, E. Black, J. K. Blackburn, L. Blackburn, D. Blair, B. Bland, O. Bock, T. P. Bodiya, C. Bogan, C. Bond, R. Bork, M. Born, S. Bose, J. Bowers, P. R. Brady, V. B. Braginsky, J. E. Brau, J. Breyer, D. O. Bridges, M. Brinkmann, M. Britzger, a. F. Brooks, D. a. Brown, D. D. Brown, K. Buckland, F. Brückner, B. C. Buchler, A. Buonanno, J. Burguet-Castell, R. L. Byer, L. Cadonati, J. B. Camp, P. Campsie, K. Cannon, J. Cao, C. D. Capano, L. Carbone, S. Caride, a. D. Castiglia, S. Caudill, M. Cavaglià, C. Cepeda, T. Chalermongsak, S. Chao, P. Charlton, X. Chen, Y. Chen, H.-S. Cho, J. H. Chow, N. Christensen, Q. Chu, S. S. Y. Chua, C. T. Y. Chung, G. Ciani, F. Clara, D. E. Clark, J. a. Clark, M. Constancio Junior, D. Cook, T. R. Corbitt, M. Cordier, N. Cornish, A. Corsi, C. a. Costa, M. W. Coughlin, S. Countryman, P. Couvares, D. M. Coward, M. Cowart, D. C. Coyne, K. Craig, J. D. E. Creighton, T. D. Creighton, A. Cumming, L. Cunningham, K. Dahl, M. Damjanic, S. L. Danilishin, K. Danzmann, B. Daudert, H. Daveloza, G. S. Davies, E. J. Daw, T. Dayanga, E. Deleeuw, T. Denker, T. Dent, V. Dergachev, R. DeRosa, R. DeSalvo, S. Dhurandhar, I. Di Palma, M. Díaz, A. Dietz, F. Donovan, K. L. Dooley, S. Doravari, S. Drasco, R. W. P. Drever, J. C. Driggers, Z. Du, J.-C. Dumas, S. Dwyer, T. Eberle, M. Edwards, A. Effler, P. Ehrens, S. S. Eikenberry, R. Engel, R. Essick, T. Etzel, K. Evans, M. Evans, T. Evans, M. Factourovich, S. Fairhurst, Q. Fang, B. F. Farr, W. Farr, M. Favata, D. Fazi, H. Fehrmann, D. Feldbaum, L. S. Finn, R. P. Fisher, S. Foley, E. Forisi, N. Fotopoulos, M. Frede, M. a. Frei, Z. Frei, A. Freise, R. Frey, T. T. Fricke, D. Friedrich, P. Fritschel, V. V. Frolov, M.-K. Fujimoto, P. J. Fulda, M. Fyffe, J. Gair, J. Garcia, N. Gehrels, G. Gelencser, L. Á. Gergely, S. Ghosh, J. a. Giaime, S. Giampanis, K. D. Giardino, S. Gil-Casanova, C. Gill, J. Gleason, E. Goetz, G. González, N. Gordon, M. L. Gorodetsky, S. Gossan, S. Goßler, C. Graef, P. B. Graff, A. Grant, S. Gras, C. Gray, R. J. S. Greenhalgh, a. M. Gretarsson, C. Griffo, H. Grote, K. Grover, S. Grunewald, C. Guido, E. K. Gustafson, R. Gustafson, D. Hammer, G. Hammond, J. Hanks, C. Hanna, J. Hanson, K. Haris, J. Harms, G. M. Harry, I. W. Harry, E. D. Harstad, M. T. Hartman, K. Haughian, K. Hayama, J. Heefner, M. C. Heintze, M. a. Hendry, I. S. Heng, a. W. Heptonstall, M. Heurs, M. Hewitson, S. Hild, D. Hoak, K. a. Hodge, K. Holt, M. Holtrop, T. Hong, S. Hooper, J. Hough, E. J. Howell, V. Huang, E. a. Huerta, B. Hughey, S. H. Huttner, M. Huynh, T. Huynh-Dinh, D. R. Ingram, R. Inta, T. Isogai, A. Ivanov, B. R. Iyer, K. Izumi, M. Jacobson, E. James, H. Jang, Y. J. Jang, E. Jesse, W. W. Johnson, D. Jones, D. I. Jones, R. Jones, L. Ju, P. Kalmus, V. Kalogera, S. Kandhasamy, G. Kang, J. B. Kanner, R. Kasturi, E. Katsavounidis, W. Katzman, H. Kaufer, K. Kawabe, S. Kawamura, F. Kawazoe, D. Keitel, D. B. Kelley, W. Kells, D. G. Keppel, A. Khalaidovski, F. Y. Khalili, E. a. Khazanov, B. K. Kim, C. Kim, K. Kim, N. Kim, Y.-M. Kim, P. J. King, D. L. Kinzel, J. S. Kissel, S. Klimenko, J. Kline, K. Kokeyama, V. Kondrashov, S. Koranda, W. Z. Korth, D. Kozak, C. Kozameh, A. Kremin, V. Kringel, B. Krishnan, C. Kucharczyk, G. Kuehn, P. Kumar, R. Kumar, B. J. Kuper, R. Kurdyumov, P. Kwee, P. K. Lam, M. Landry, B. Lantz, P. D. Lasky, C. Lawrie, A. Lazzarini, A. Le Roux, P. Leaci, C.-H.

- Lee, H. K. Lee, H. M. Lee, J. Lee, J. R. Leong, B. Levine, V. Lhuillier, a. C. Lin, V. Litvine, Y. Liu, Z. Liu, N. a. Lockerbie, D. Lodhia, K. Loew, J. Logue, a. L. Lombardi, M. Lormand, J. Lough, M. Lubinski, H. Lück, a. P. Lundgren, J. Macarthur, E. Macdonald, B. Machenschalk, M. MacInnis, D. M. Macleod, F. Magaña-Sandoval, M. Mageswaran, K. Mailand, G. Manca, I. Mandel, V. Mandic, S. Márka, Z. Márka, a. S. Markosyan, E. Maros, I. W. Martin, R. M. Martin, D. Martinov, J. N. Marx, K. Mason, F. Matichard, L. Matone, R. a. Matzner, N. Mavalvala, G. May, G. Mazzolo, K. McAuley, R. McCarthy, D. E. McClelland, S. C. McGuire, G. McIntyre, J. McIver, G. D. Meadors, M. Mehmet, T. Meier, A. Melatos, G. Mendell, R. a. Mercer, S. Meshkov, C. Messenger, M. S. Meyer, H. Miao, J. Miller, C. M. F. Mingarelli, S. Mitra, V. P. Mitrofanov, G. Mitselmakher, R. Mittleman, B., “Enhanced sensitivity of the LIGO gravitational wave detector by using squeezed states of light,” *Nature Photonics*, vol. 7, pp. 613–619, jul 2013.
- [7] “Focus on Gravitational Quantum Physics,” in *New Journal of Physics* (M. Aspelmeyer, C. Brukner, D. Giulini, and G. Milburn, eds.), vol. Vol. 16, 2014.
- [8] R. W. Andrews, R. W. Peterson, T. P. Purdy, K. Cicak, R. W. Simmonds, C. A. Regal, and K. W. Lehnert, “Bidirectional and efficient conversion between microwave and optical light,” *Nature Physics*, vol. 10, no. April, pp. 321–326, 2014.
- [9] A. Jöckel, A. Faber, T. Kampschulte, M. Korppi, M. T. Rakher, and P. Treutlein, “Sympathetic cooling of a membrane oscillator in a hybrid mechanical–atomic system,” *Nat Nano*, vol. 10, pp. 55–59, jan 2015.
- [10] B. Vogell, T. Kampschulte, M. T. Rakher, A. Faber, P. Treutlein, K. Hammerer, and P. Zoller, “Long Distance Coupling of a Quantum Mechanical Oscillator to the Internal States of an Atomic Ensemble,” *New Journal of Physics*, vol. 17, no. 4, p. 14, 2014.
- [11] L. L. and E. Lifchitz, *Théorie des Champs*. 3eme ed., 1969.
- [12] C. Fabre and S. Reynaud, “Quantum Noise in Optical Systems : a Semiclassical Approach,” 1990.
- [13] R. J. Glauber, “Coherent and incoherent states of the radiation field,” *Physical Review*, vol. 131, no. 6, pp. 2766–2788, 1963.
- [14] R. C. Jones, “A new calculus for the treatment of optical systems i. description and discussion of the calculus,” *Journal of the Optical Society of America*, vol. 31, pp. 488–93, 1941.
- [15] C. M. Caves, “New formalism for two-photon quantum optics. I. Quadrature phases and squeezed states,” *Physical Review A*, vol. 31, pp. 3068–3092, may 1985.
- [16] A. A. Clerk, M. H. Devoret, S. M. Girvin, F. Marquardt, and R. J. Schoelkopf, “Introduction to quantum noise, measurement, and amplification,” *REVIEWS OF MODERN PHYSICS*, vol. 82, 2010.
- [17] E. Wigner, “On the quantum correction for thermodynamic equilibrium,” *Physical Review*, vol. 40, no. 5, pp. 749–759, 1932.

- [18] A. K. Ekert and P. L. Knight, “Relationship between semiclassical and quantum-mechanical input-output theories of optical response,” *Physical Review A*, vol. 43, no. 7, pp. 3934–3938, 1991.
- [19] J. Benedikter, T. Hümmer, M. Mader, B. Schlederer, J. Reichel, T. W. Hänsch, and D. Hunger, “Transverse-mode coupling and diffraction loss in tunable Fabry–Pérot microcavities,” *New Journal of Physics*, vol. 17, no. 5, p. 053051, 2015.
- [20] H. Kogelnik and T. Li, “Laser Beams and Resonators,” *Applied Optics*, vol. 5, p. 1550, oct 1966.
- [21] L. L. and E. Lifchitz, *Physique Statistique, 1er partie*. 3eme ed., 1984.
- [22] J. M. Pirkkalainen, E. Damskägg, M. Brandt, F. Massel, and M. a. Sillanpää, “Squeezing of quantum noise of motion in a micromechanical resonator,” pp. 1–15, 2015.
- [23] J. D. Teufel, T. Donner, D. Li, J. W. Harlow, M. S. Allman, K. Cicak, A. J. Sirois, J. D. Whittaker, K. W. Lehnert, and R. W. Simmonds, “Sideband cooling of micromechanical motion to the quantum ground state.,” *Nature*, vol. 475, pp. 359–363, jul 2011.
- [24] J. Chan, T. P. M. Alegre, A. H. Safavi-Naeini, J. T. Hill, A. Krause, S. Gröblacher, M. Aspelmeyer, and O. Painter, “Laser cooling of a nanomechanical oscillator into its quantum ground state.,” *Nature*, vol. 478, pp. 89–92, oct 2011.
- [25] A. D. O’Connell, M. Hofheinz, M. Ansmann, R. C. Bialczak, M. Lenander, E. Lucero, M. Neeley, D. Sank, H. Wang, M. Weides, J. Wenner, J. M. Martinis, and A. N. Cleland, “Quantum ground state and single-phonon control of a mechanical resonator.,” *Nature*, vol. 464, pp. 697–703, apr 2010.
- [26] D. J. Wilson, V. Sudhir, N. Piro, R. Schilling, A. Ghadimi, and T. J. Kippenberg, “Measurement-based control of a mechanical oscillator at its thermal decoherence rate,” *Nature*, pp. 2–6, 2015.
- [27] D. Lee, M. Underwood, D. Mason, A. B. Shkarin, K. Borkje, S. M. Girvin, and J. G. E. Harris, “Observation of Quantum Motion in a Nanogram-scale Object,” p. 26, jun 2014.
- [28] T. P. Purdy, P. L. Yu, N. S. Kampel, R. W. Peterson, K. Cicak, R. W. Simmonds, and C. A. Regal, “Optomechanical Raman-Ratio Thermometry,” *arXiv :1406.7247*, jun 2014.
- [29] A. H. Safavi-Naeini, J. Chan, J. T. Hill, T. Alegre, A. Krause, and O. Painter, “Observation of Quantum Motion of a Nanomechanical Resonator,” *Physical Review Letters*, vol. 108, p. 033602, jan 2012.
- [30] F. Y. Khalili, H. Miao, H. Yang, A. H. Safavi-Naeini, O. Painter, and Y. Chen, “Quantum back-action in measurements of zero-point mechanical oscillations,” *Physical Review A*, vol. 86, p. 033840, sep 2012.
- [31] T. A. Palomaki, J. D. Teufel, R. W. Simmonds, and K. W. Lehnert, “Entangling Mechanical Motion with Microwave Fields.,” *Science (New York, N.Y.)*, vol. 710, oct 2013.
- [32] S. Gröblacher, K. Hammerer, M. R. Vanner, and M. Aspelmeyer, “Observation of strong coupling between a micromechanical resonator and an optical cavity field.,” *Nature*, vol. 460, pp. 724–7, aug 2009.

- [33] J. D. Teufel, D. Li, M. S. Allman, K. Cicak, A. J. Sirois, J. D. Whittaker, and R. W. Simmonds, “Circuit cavity electromechanics in the strong-coupling regime.,” *Nature*, vol. 471, pp. 204–8, mar 2011.
- [34] E. Verhagen, S. Deléglise, S. Weis, A. Schliesser, and T. J. Kippenberg, “Quantum-coherent coupling of a mechanical oscillator to an optical cavity mode.,” *Nature*, vol. 482, pp. 63–67, feb 2012.
- [35] A. Dorsel, J. D. McCullen, P. Meystre, E. Vignes, and H. Walther, “Optical Bistability and Mirror Confinement Induced by Radiation Pressure,” *Physical Review Letters*, vol. 51, no. 17, pp. 1550–1553, 1983.
- [36] M.-T. Jaekel and S. Reynaud, “Quantum limits in interferometric measurements,” vol. 301, p. 4, 2001.
- [37] S. Zippilli, G. Di Giuseppe, and D. Vitali, “Entanglement and squeezing of continuous-wave stationary light,” no. Mc, pp. 1–23, 2014.
- [38] W. P. Schleich, *Quantum Optics in Phase Space*. Weinheim, FRG : Wiley-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, feb 2001.
- [39] R. Loudon, “Graphical representation of squeezed-state variances,” *Optics Communications*, vol. 70, no. 2, pp. 109–114, 1989.
- [40] F. a. S. Barbosa, a. S. Coelho, K. N. Cassemiro, P. Nussenzveig, C. Fabre, a. S. Villar, and M. Martinelli, “Quantum state reconstruction of spectral field modes : Homodyne and resonator detection schemes,” *Physical Review A - Atomic, Molecular, and Optical Physics*, vol. 88, no. 5, pp. 1–14, 2013.
- [41] T. P. Purdy, R. W. Peterson, and C. a. Regal, “Observation of Radiation Pressure Shot Noise on a Macroscopic Object,” *Science (New York, N.Y.)*, vol. 339, no. 6121, pp. 1–21, 2013.
- [42] A. H. Safavi-Naeini, S. Gröblacher, J. T. Hill, J. Chan, M. Aspelmeyer, and O. Painter, “Squeezed light from a silicon micromechanical resonator,” *Nature*, vol. 500, pp. 185–189, aug 2013.
- [43] O. Arcizet, P.-F. Cohadon, T. Briant, M. Pinard, and A. Heidmann, “Radiation-pressure cooling and optomechanical instability of a micromirror.,” *Nature*, vol. 444, pp. 71–74, nov 2006.
- [44] S. Gigan, H. R. Böhm, M. Paternostro, F. Blaser, G. Langer, J. B. Hertzberg, K. C. Schwab, D. Bäuerle, M. Aspelmeyer, and A. Zeilinger, “Self-cooling of a micromirror by radiation pressure.,” *Nature*, vol. 444, pp. 67–70, nov 2006.
- [45] P. Verlot, A. Tavernarakis, T. Briant, P.-F. Cohadon, and A. Heidmann, “Scheme to Probe Optomechanical Correlations between Two Optical Beams Down to the Quantum Level,” *Physical Review Letters*, vol. 102, p. 103601, mar 2009.
- [46] A. Heidmann, Y. Hadjar, and M. Pinard, “Quantum nondemolition measurement by optomechanical coupling,” *Applied Physics B : Lasers and Optics*, vol. 64, pp. 173–180, jan 1997.
- [47] P. Verlot, *Etude des effets de pression de radiation et des limites quantiques du couplage optomécanique*. Thèse d’université, Université Pierre et Marie Curie, sep 2010.

- [48] F. Marquardt, J. Chen, A. A. Clerk, and S. M. Girvin, “Quantum Theory of Cavity-Assisted Sideband Cooling of Mechanical Motion,” *Physical Review Letters*, vol. 99, p. 093902, aug 2007.
- [49] S. Reynaud, C. Fabre, E. Giacobino, and A. Heidmann, “Photon noise reduction by passive optical bistable systems,” *Physical Review A*, vol. 40, pp. 1440–1446, aug 1989.
- [50] T. Botter, D. W. C. Brooks, N. Brahms, S. Schreppler, and D. M. Stamper-Kurn, “Linear amplifier model for optomechanical systems,” *Physical Review A*, vol. 85, pp. 1–9, jan 2012.
- [51] P. Verlot, A. Tavernarakis, T. Briant, P.-F. Cohadon, and A. Heidmann, “Backaction Amplification and Quantum Limits in Optomechanical Measurements,” *Physical Review Letters*, vol. 104, p. 133602, mar 2010.
- [52] F. Biraben and P. Labastie, “Balayage d’un laser a colorant continu monomode sur 150 GHz,” *Optics Communications*, vol. 41, pp. 49–51, mar 1982.
- [53] R. W. P. Drever, J. L. Hall, F. V. Kowalski, J. Hough, G. M. Ford, a. J. Munley, and H. Ward, “Laser phase and frequency stabilization using an optical resonator,” *Applied Physics B Photophysics and Laser Chemistry*, vol. 31, no. 2, pp. 97–105, 1983.
- [54] E. a. Donley, T. P. Heavner, F. Levi, M. O. Tataw, and S. R. Jefferts, “Double-pass acousto-optic modulator system,” *Review of Scientific Instruments*, vol. 76, no. 6, p. 063112, 2005.
- [55] K. Liu and M. G. Littman, “Novel geometry for single-mode scanning of tunable lasers,” *Optics letters*, vol. 6, pp. 117–8, mar 1981.
- [56] A. Tavernarakis, “Quantum and dynamical back-action effects using a gram-scale mechanical resonator in a high-finesse optical cavity,”
- [57] J. Wilson, “Vibration modes of AT-cut convex quartz resonators,” *Quantum Electronics*, vol. 7, 1974.
- [58] S. Galliou, J. Imbaud, M. Goryachev, R. Bourquin, and P. Abbe, “Losses in high quality quartz crystal resonators at cryogenic temperatures,” *Applied Physics Letters*, vol. 98, no. 9, p. 091911, 2011.
- [59] M. Goryachev, D. L. Creedon, E. N. Ivanov, S. Galliou, R. Bourquin, and E. Michael, “Extremely Low-Loss Acoustic Phonons in a Quartz Bulk Acoustic Wave Resonator at Millikelvin Temperature,” pp. 3–6, 2012.
- [60] T. Briant, P.-F. Cohadon, A. Heidmann, and M. Pinard, “Optomechanical characterization of acoustic modes in a mirror,” 2003.
- [61] P.-F. Cohadon, A. Heidmann, and M. Pinard, “Cooling of a Mirror by Radiation Pressure,” *Physical Review Letters*, vol. 83, p. 163174, oct 1999.
- [62] V. Braginsky, “Systems with Small Dissipation,” *American Journal of Physics*, vol. 55, no. 12, p. 1153, 1987.
- [63] G. D. Cole, W. Zhang, M. J. Martin, J. Ye, and M. Aspelmeyer, “Tenfold reduction of Brownian noise in high-reflectivity optical coatings,” *Nature Photonics*, vol. 7, pp. 644–650, jul 2013.

- [64] T. Briant, “Caractérisation du couplage optomécanique entre la lumière et un miroir : bruit thermique et effets quantiques,”
- [65] S. D. Penn, P. H. Sneddon, H. Armandula, J. C. Betzwieser, G. Cagnoli, J. Camp, D. R. M. Crooks, M. M. Fejer, A. M. Gretarsson, G. M. Harry, J. Hough, S. E. Kittelberger, M. J. Mortonson, R. Route, S. Rowan, and C. C. Vassiliou, “Mechanical loss in tantala/silica dielectric mirror coatings,” *Classical and Quantum Gravity*, vol. 20, pp. 2917–2928, jul 2003.
- [66] O. Arcizet, *Mesure optique ultrasensible et refroidissement par pression de radiation d’un micro-résonateur mécanique*. PhD thesis, UPMC, 2006.
- [67] T. Caniard, P. Verlot, T. Briant, and A. Heidmann, “Observation of back-action cancellation in interferometric and weak force measurements,” *Physical Review Letters*, vol. 99, no. 11, p. 110810, 2007.
- [68] M. S. Babbitt, “Smoothing Periodograms from Time-Series with Continuous Spectra,” *Nature*, vol. 161, no. 4096, pp. 686–687, 1948.
- [69] M. H. Hayes, *Statistical Digital Signal Processing and Modeling*. New York, NY, USA : John Wiley & Sons, Inc., 1st ed., 1996.
- [70] P. D. Welch, “The Use of Fast Fourier Transform for the Estimation of Power Spectra : A method Based on Time Averaging Over Short, Modified Periodograms,” 1967.
- [71] T. Lee and A. Hajimiri, “Oscillator phase noise : a tutorial,” *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, vol. 35, pp. 326–336, mar 2000.
- [72] K. Børkje, A. Nunnenkamp, B. M. Zwickl, C. Yang, J. G. E. Harris, and S. M. Girvin, “Observability of radiation pressure shot noise in optomechanical systems,” *PHYSICAL REVIEW A*, vol. 82, p. 013818, 2010.
- [73] J. Classen, C. Enss, C. Bechinger, G. Weiss, and S. Hunklinger, “Low frequency acoustic and dielectric measurements on glasses,” *Annalen der Physik*, vol. 506, no. 5, pp. 315–335, 1994.
- [74] M. E. Fine, “Low-Temperature Internal Friction and Elasticity Effects in Vitreous Silica,” *Journal of Applied Physics*, vol. 25, no. 3, p. 402, 1954.
- [75] O. L. ANDERSON and H. E. BOMMEL, “Ultrasonic Absorption in Fused Silica at Low Temperatures and High Frequencies,” *Journal of the American Ceramic Society*, vol. 38, pp. 125–131, apr 1955.
- [76] A. El Habti and F. Bastien, “Low temperature limitation on the quality factor of quartz resonators,” *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, vol. 41, pp. 250–255, mar 1994.
- [77] C. Enss and S. Hunklinger, *Low-Temperature Physics*. Berlin/Heidelberg : Springer-Verlag, 2005.
- [78] Y. Kuk and P. J. Silverman, “Scanning tunneling microscope instrumentation,” *Review of Scientific Instruments*, vol. 60, no. 2, pp. 165–180, 1989.
- [79] A. G. Kuhn, “Optomécanique en cavité cryogénique avec un micro-pilier pour l’observation du régime quantique d’un résonateur mécanique macroscopique,” 2013.

- [80] S. Zerkani, *En préparation*. PhD thesis, UPMC, 2015.
- [81] D. Hunger, C. Deutsch, R. J. Barbour, R. J. Warburton, and J. Reichel, “Laser micro-fabrication of concave, low-roughness features in silica,” *AIP Advances*, vol. 2, no. 1, p. 012119, 2012.
- [82] D. Hunger, T. Steinmetz, Y. Colombe, C. Deutsch, T. W. Hänsch, and J. Reichel, “A fiber Fabry–Perot cavity with high finesse,” *New Journal of Physics*, vol. 12, p. 065038, jun 2010.
- [83] F. Haas, J. Volz, R. Gehr, J. Reichel, and J. Estève, “Entangled States of More Than 40 Atoms in an Optical Fiber Cavity,” *Science (New York, N.Y.)*, vol. 180, mar 2014.
- [84] N. E. Flowers-Jacobs, S. W. Hoch, J. C. Sankey, A. Kashkanova, a. M. Jayich, C. Deutsch, J. Reichel, and J. G. E. Harris, “Fiber-cavity-based optomechanical device,” *Applied Physics Letters*, vol. 101, no. 22, p. 221109, 2012.
- [85] A. El Habti, “Physical limitation on the quality factor of quartz resonators,” *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 94, no. 2, p. 917, 1993.
- [86] A. M. Jayich, J. C. Sankey, B. M. Zwickl, C. Yang, J. D. Thompson, S. M. Girvin, A. A. Clerk, F. Marquardt, and J. G. E. Harris, “Dispersive optomechanics : a membrane inside a cavity,” *New Journal of Physics*, vol. 10, p. 095008, sep 2008.
- [87] A. Pontin, M. Bonaldi, A. Borrielli, F. S. Cataliotti, F. Marino, G. A. Prodi, E. Serra, and F. Marin, “Squeezing a Thermal Mechanical Oscillator by Stabilized Parametric Effect on the Optical Spring,” *Physical Review Letters*, vol. 112, p. 023601, jan 2014.
- [88] T. P. Purdy, R. W. Peterson, P.-L. Yu, and C. A. Regal, “Cavity optomechanics with Si₃N₄ membranes at cryogenic temperatures,” *New Journal of Physics*, vol. 14, p. 115021, nov 2012.
- [89] T. P. Purdy, P.-L. Yu, R. W. Peterson, N. S. Kampel, and C. A. Regal, “Strong Optomechanical Squeezing of Light,” *Physical Review X*, vol. 3, p. 031012, sep 2013.
- [90] D. J. Wilson, C. a. Regal, S. B. Papp, and H. J. Kimble, “Cavity optomechanics with stoichiometric SiN films,” *Physical Review Letters*, vol. 103, no. NOVEMBER, pp. 3–6, 2009.

Sujet : Corrélations optomécaniques : étude du bruit quantique de pression de radiation

Résumé :

Mots clés :

Subject :

Résumé :

Keywords :