



HAL
open science

Étude des vibrations des réseaux de transport de gaz dans l'industrie de l'aluminium

Antoine David

► **To cite this version:**

Antoine David. Étude des vibrations des réseaux de transport de gaz dans l'industrie de l'aluminium. Mécanique [physics.med-ph]. Université de Technologie de Compiègne, 2016. Français. NNT : 2016COMP2277 . tel-01474142

HAL Id: tel-01474142

<https://theses.hal.science/tel-01474142v1>

Submitted on 22 Feb 2017

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Par **Antoine DAVID**

*Étude des vibrations des réseaux de transport de gaz
dans l'industrie de l'aluminium*

Thèse présentée
pour l'obtention du grade
de Docteur de l'UTC



Soutenue le 13 mai 2016
Spécialité : Mécanique Avancée

D2277

UNIVERSITÉ DE TECHNOLOGIE DE COMPIÈGNE

École doctorale "Sciences pour l'ingénieur"

THÈSE DE DOCTORAT

Champ disciplinaire : Mécanique Avancée

par

Antoine DAVID

**Étude des vibrations des réseaux de transport de gaz
dans l'industrie de l'aluminium**

Sous la direction de Nicolas DAUCHEZ

Thèse soutenue le 13 mai 2016, devant le jury composé de :

Nicolas DAUCHEZ (Professeur)	UTC	Directeur de thèse
Daniel JUVÉ (Professeur)	LMFA	Rapporteur
Charles PÉZERAT (Professeur)	LAUM	Rapporteur
Emmanuel PERREY-DEBAIN (Professeur)	UTC	Examineur
Mathieu AUCÉJO (Maître de conférences)	LMSSC	Examineur
El Hani BOUHABILA (Docteur)	Fives Solios	Invité



Version du 31 juillet 2016

Remerciements

En premier lieu, je tiens à remercier mon directeur de thèse Nicolas DAUCHEZ pour sa disponibilité et sa patience tout au long de ces trois années de thèse. Merci de m'avoir aidé, supporté et accompagné durant toute cette thèse. Je te suis reconnaissant d'avoir su aiguïser ma curiosité scientifique et me donner le goût de la recherche. Je tiens également à saluer tous les enseignants-chercheurs de l'équipe acoustique et vibrations industrielles du laboratoire Roberval pour leur sympathie et leurs conseils.

Cette thèse CIFRE est le fruit d'une aventure entre le laboratoire Roberval et l'entreprise Fives Solios S.A. sans laquelle rien n'aurait été possible. Je tiens ici à remercier tous ceux qui ont œuvré pour l'aboutissement de cette thèse. Chin LIM et Antoine DE GRO-MARD, qui ont initié le processus CIFRE et qui m'ont accompagné durant mes deux premières années, merci à vous de m'avoir fait confiance. El Hani BOUHABILA, qui a remplacé Chin au poste de responsable innovation, et avec qui je travaille maintenant depuis plus d'un an, merci pour ta clairvoyance et tes conseils. Thierry MALARD et Jérémy NEVEU qui se sont succédés au poste de directeur technique durant ma thèse, merci pour tout ce que vous m'avez apporté. Je souhaite également remercier, pour leur gentillesse, mes collègues du service innovation et plus globalement ceux rattachés à la direction technique, ainsi que tous ceux que j'ai pu côtoyer durant ces dernières années.

Je me souviendrai toujours de l'ambiance du laboratoire durant ces trois années. Aussi je souhaite remercier tous ceux qui font ou ont fait partie de cette grande famille. Félix FOUCAUT et Jean-Marc GHERBEZZA pour leur sympathie, leur disponibilité et l'aide qu'il m'ont accordée pour la réalisation des expérimentations. Les anciens qui sont partis : Sébastien, Charles, Julien, Boureïma, Ryan, merci pour tous ces moments passés en votre compagnie. Saâd et Ming Ming qui sont sur la fin de leur thèse, bon courage pour la dernière ligne droite. Je salue également tous les autres doctorants et leur souhaite de réussir dans leurs travaux. Je souhaite également remercier, plus particulièrement, Romain et Yorick pour tout ce que nous avons pu partager durant cette thèse. Je vous souhaite plein de courage et de réussite pour vos projets à venir.

Cette thèse aura également été l'occasion de rencontrer d'autres autres thésards, de formations et d'horizons différents et de passer de bons moments avec eux. Certains ont soutenu et je les en félicite, d'autres sont sur la fin et je leur souhaite tout le courage et la persévérance nécessaires pour terminer leur thèse. Merci à Nico, Sarah, Hasret, Chris-

tophe, Fabien, Justine, Pierre, Florian, Benji.

Merci à mes amis, connaisseurs de près ou de loin du monde de la science et de la recherche, pour leur présence et leur écoute dans les bons moments comme dans les moins bons. Merci à vous Thibaut, Hervé, Tom, Adrien, je me souviendrai notamment de ce 16 octobre 2014 mémorable.

Pour terminer, je souhaite remercier affectueusement ma famille pour votre soutien indéfectible tout au long de mon cursus scolaire et universitaire. Une petite pensée à toi, qui n'a pu attendre ma soutenance de thèse pour partir, mais qui aurait été fier d'y assister. Ma dernière pensée ira à Marina, pour m'avoir supporté, accompagné et surtout pour son écoute. Tu auras su gérer, toujours avec douceur et brio mon caractère bourru et mon humeur parfois détonante. Un grand merci à toi !

Résumé

Titre : Étude des vibrations des réseaux de transport de gaz dans l'industrie de l'aluminium

Résumé : Les gaines rectangulaires utilisées dans les réseaux de transport de gaz, notamment dans l'industrie de l'aluminium, sont soumises à des excitations provenant du flux s'écoulant à l'intérieur. Ce travail de thèse vise à comprendre quels sont les phénomènes impliqués dans la vibration des gaines rectangulaires de transport de gaz. Dans un premier temps nous présentons un modèle semi-analytique de gaine rectangulaire homogène basé sur le couplage de 4 plaques. Cette modélisation nous permet ainsi de définir les caractéristiques modales de la gaine. Ce modèle a été validé expérimentalement et numériquement par un code élément-finis. Dans un second temps, nous appliquons diverses excitations aérodynamique et aéroacoustiques à notre gaine afin de déterminer quelles sont les contributions prépondérante. Les comparaisons entre les résultats numériques et expérimentaux dans le cas d'un écoulement en gaine droite montrent que les contributions aéroacoustiques sont prépondérantes. Les mêmes tendances ressortent lors d'essais dans des configurations en coude, sauf à proximité de celui-ci où les sources aérodynamiques sont également importantes. Pour finir, nous appliquons ces recherches à une gaine rectangulaire utilisées dans l'industrie de l'aluminium. Nous constatons que le modèle que nous avons développé permet d'obtenir des tendances sur la réponse vibratoire de la gaine et met de nouveau en avant l'importance des contributions de type aéroacoustiques. Des pistes de réduction des niveaux vibratoires sont explorées et notamment celles de l'impact des paramètres géométriques de la structure.

Mots clés : *gaine rectangulaire, écoulement turbulent, sources aéroacoustiques, couche limite turbulente.*

Title : Vibration study of gas transport ductwork in the aluminium industry

Abstract : Rectangular duct used for gas transport ductwork, especially in the aluminium industry, are excited by the internal flow. This thesis seeks to understand what are the phenomena involved in the vibration of the gaz transport ductwork. Firstly, we present a semi-analytical model of a homogeneous rectangular duct based on the coupling of 4 plates. This modeling allow us to define the duct modal characteristics and is validated by using both experimental and numerical (FEM) ways. Secondly, we applied aeroacoustic and aerodynamic excitations to our duct in order to determine which are the main contributions. Comparisons between numerical and experimental results, in the case of a straight duct highlight that aeroacoustic sources are predominant. The same trends are found with a bend configuration with few changes close to the band where aerodynamic sources seems to be predominant also. Finally, we apply our model to a large rectangular duct used in the aluminium industry. We note that the model gives good trends and highlights again the importance of the aeroacoustic contributions. Some reflexions about how to reduce the vibration levels by changing geometrical parameters are given at the end.

Keywords : *rectangular duct, turbulent flow, aeroacoustic sources, turbulent boundary layer.*

*"L'analyse mathématique devient un instrument aveugle si on ne la retrempe
de temps en temps au foyer de l'expérience."
Claude Bernard*

A mon père et à ma mère.
A mes frères et à ma sœur.
A mes amis et mes proches.

Table des matières

Résumé	v
Introduction	1
1 État de l'art	5
1.1 Introduction	5
1.2 Modèles vibratoires des conduits	5
1.2.1 Vibrations des plaques minces	5
1.2.2 Vibrations des conduits polygonaux	7
1.2.3 Vibrations des conduits circulaires	8
1.2.4 Comparaison entre conduits cylindrique et rectangulaire	10
1.3 Les différents types d'interaction fluide structure	10
1.3.1 Écoulement non stationnaire	10
1.3.2 Écoulement stationnaire	11
1.4 Modèles de couche limite turbulente	13
1.4.1 Réponse d'une structure à une excitation répartie	13
1.4.2 Généralités sur les couches limites turbulentes	14
1.4.3 Modélisation	14
1.4.4 Auto-spectre de pression	17
1.4.5 Composante acoustique	20
1.5 Conclusion	21
2 Étude d'un conduit rectangulaire soumis à un écoulement turbulent	23
2.1 Introduction	25
2.2 Modeling a rectangular duct	26
2.3 Theoretical model of the turbulent boundary layer	29
2.3.1 Aerodynamic contribution	29
2.3.2 Numerical implementation	30
2.3.3 Acoustic contribution	31
2.4 Measurements	32
2.4.1 Experimental procedure	32
2.4.2 Structural parameters	33
2.4.3 TBL parameters	34
2.4.4 Vibroacoustic coupling	35
2.4.5 Results	36
2.5 Conclusion	37

3	Étude d'un conduit coudé	43
3.1	Introduction	43
3.2	Coude à angle droit	43
3.2.1	Dispositif expérimental	43
3.2.2	Résultats expérimentaux	45
3.2.3	Détermination du champ acoustique généré par le coude droit	48
3.2.4	Application au tronçon en sortie de coude	50
3.3	Réduction des phénomènes aérodynamiques	53
3.3.1	Mise en œuvre de déflecteurs	53
3.3.2	Mise en œuvre d'un rayon de courbure	55
3.4	Conclusion	56
4	Application à un cas d'étude industriel	59
4.1	Introduction	59
4.2	Campagne de mesure	60
4.2.1	Présentation du site	60
4.2.2	Moyens de mesure	61
4.2.3	Configurations de mesure et résultats	61
4.3	Étude paramétrique	68
4.3.1	Paramètres géométriques	70
4.3.2	Paramètres du matériau	72
4.4	Conclusion	73
	Conclusion générale et perspectives	75
	Bibliographie	77

Introduction

De nos jours, l'aluminium est utilisé dans de nombreuses applications industrielles telles que les transports et la construction, qui représentent à eux deux la moitié de la production mondiale d'aluminium, la production de câbles électriques, de puces électroniques et le conditionnement alimentaire. Les principales qualités attribuées à l'aluminium sont : sa légèreté, sa résistance mécanique, son imperméabilité et sa propriété anti-corrosive, sa durabilité et le fait qu'il soit recyclable. La consommation mondiale d'aluminium est séparée en deux : l'aluminium primaire qui est produit à partir du minerai et l'aluminium secondaire issu du recyclage. La production mondiale d'aluminium primaire est passée de 30 millions de tonnes en 2004 à 54 millions de tonnes en 2014 sur un total de 81 millions de tonnes d'aluminium produites.

L'aluminium (Al) est obtenu à partir de la bauxite, dont on extrait l'oxyde d'aluminium appelé l'alumine (Al_2O_3). L'aluminium est ensuite produit par une réaction d'électrolyse, c'est à dire que l'on fait passer un courant de forte intensité (plusieurs milliers d'ampères) afin de séparer les atomes d'aluminium et d'oxygène. L'opération s'effectue à très haute température (environ 1000°C) grâce à l'effet joule induit par le passage du courant et provoque la fusion de la matière première. La figure 1 montre la composition d'un four à électrolyse : le courant passe de l'anode vers la cathode à travers l'alumine et l'aluminium fondu. La réaction produit d'une part de l'aluminium liquide à la cathode et d'autre part du dioxyde de carbone (CO_2) par la combustion de l'anode en carbone (C). Ainsi la réaction s'écrit



La production d'une tonne d'aluminium requiert environ 500 kg de carbone, deux tonnes d'alumine et génère une tonne et demi de dioxyde de carbone.

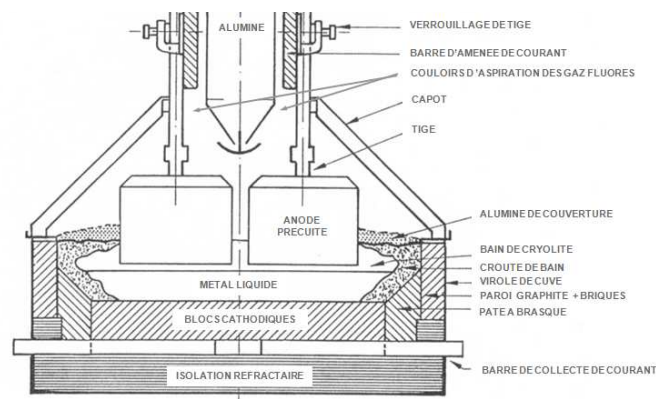


FIGURE 1 – Représentation d'un four à électrolyse d'aluminium.

Dans le but d'abaisser la température d'électrolyse et d'améliorer le rendement de la réaction, du fluor est introduit dans le processus sous forme de cryolithe. Ce produit, extrêmement nocif pour l'environnement doit être traité afin d'être ensuite réutilisé dans l'électrolyse. Le processus doit s'opérer en circuit fermé : l'intégralité du fluor injecté en entrée est récupéré en sortie. L'alumine fraîche possède la capacité de fixer le fluor par un processus d'adsorption. Une fois ce processus effectué, on parle alors d'alumine fluorée. C'est cette alumine fluorée qui est ensuite utilisée dans les fours à fusion.

Le traitement des gaz générés durant la production de l'aluminium est assuré par des centres de traitement de gaz (Gas Treatment Center - GTC) situés à proximité immédiate des fonderies d'aluminium (figure 2). Leur rôle est de capter, de convoyer et de traiter ces gaz afin de limiter les émissions et notamment celles de fluorure d'hydrogène. Ils sont constitués d'un réseau complexe de gaines circulaires et rectangulaires, de filtres et de ventilateurs de tirage. Ces GTC font partie intégrante du processus de production d'aluminium puisque c'est au cours de la filtration des gaz que l'adsorption du fluor par l'alumine sera effectuée.



FIGURE 2 – Illustrations d'un centre de traitement de gaz. (a) : Filtres (à gauche) et ventilateur de tirage (flèche); (b) : Gainés situées en sortie de Filtre

La société Fives Solios S.A. est l'un des leaders mondiaux dans la conception, la construction et la mise en route de centres de traitement de gaz. Son activité est en majeure partie dédiée à l'industrie de l'aluminium. L'optimisation du fonctionnement de ces centres est l'un des enjeux majeurs pour la société Fives Solios S.A. qui se positionne dans un objectif de réduction des coûts de production de l'aluminium. Cette optimisation passe par l'amélioration du processus de filtration des gaz, la récupération d'énergie, la réduction des pertes de charges. Plus récemment, des problèmes de vibrations importantes des gaines de transport de gaz sont apparus.

Le présent travail de thèse, en convention CIFRE avec la société Fives Solios S.A. s'inscrit dans ce contexte. Il vise dans un premier temps à comprendre quels sont les phénomènes incriminés dans la vibrations des conduites de transport de gaz. Il s'appuie sur un outil de calcul développé afin de prédire la réponse vibratoire d'une gaine de transport de gaz dès sa conception dans le but d'optimiser sa conception et d'assurer sa tenue mécanique dans le temps. Cet outil doit être facilement exploitable et donner des

résultats dans un laps de temps raisonnable.

Ce mémoire s'articule en quatre chapitres.

Le chapitre 1 présente un état de l'art des phénomènes et modèles utilisés pour décrire la réponse vibratoire d'une gaine de transport de gaz soumise à un écoulement turbulent. Trois thématiques sont ainsi présentées : le comportement vibratoire des conduites rectangulaires, les phénomènes aérodynamiques et les phénomènes aéroacoustiques.

Le chapitre 2 est structuré sous la forme d'un article soumis au *Journal of Sound and Vibration* et présente l'étude de la réponse vibroacoustique d'une gaine rectangulaire droite à un écoulement turbulent. Nous présentons dans un premier temps le modèle vibratoire utilisé pour simuler le comportement de la gaine puis les formulations utilisées pour modéliser les sources de type aérodynamique et aéroacoustique générées par l'écoulement. Une comparaison entre résultats numériques et expérimentaux clôt ce chapitre.

Le chapitre 3 est situé dans la continuité du chapitre 2 et présente des résultats expérimentaux obtenus dans une configuration de type coude. Les mesures effectuées sur une gaine rectangulaire située en aval du coude nous ont permis de déterminer les contributions des différentes sources à l'origine de la conduite. Ce chapitre met notamment en avant l'importance des contributions aéroacoustiques.

Le chapitre 4 présente l'application des précédents travaux à un site de production d'aluminium. Des mesures de pression et de réponse vibratoire nous ont permis de comparer les résultats expérimentaux aux résultats numériques et d'analyser les contributions aérodynamiques et aéroacoustiques à la réponse de la gaine. Une étude paramétrique permet enfin de dégager les pistes de réduction des niveaux vibratoires.

Ce mémoire se termine par une conclusion générale qui dresse plusieurs perspectives.

Chapitre 1

État de l'art

1.1 Introduction

Ce chapitre présente un état de l'art concernant deux thématiques distinctes : le comportement vibratoire des conduits polygonaux ainsi que l'excitation de type couche limite turbulente. Dans un premier temps, nous nous focaliserons sur la modélisation de ces conduits par assemblage de plaques minces. Ainsi ce chapitre commencera par quelques rappels concernant le comportement vibratoires des plaques minces et nous proposerons un comparatif avec les conduits cylindriques. Dans un second temps nous proposons de passer en revue les principaux phénomènes liés à une interaction fluide/structure puis nous traiterons de l'excitation de type couche limite turbulente, la manière de la définir, les modèles les plus utilisés ainsi que la prise en compte de la contribution acoustique.

1.2 Modèles vibratoires des conduits

1.2.1 Vibrations des plaques minces

Le comportement vibratoire des plaques minces est étudié depuis de nombreuses années [1, 2]. Dans notre cas d'étude, nous nous intéressons à la résolution analytique des vibrations des plaques minces rectangulaires. Soit W le déplacement transverse de la plaque, l'équation de flexion s'écrit (le système d'axes est renseigné en figure 1.1)

$$D\Delta^2W + \rho h \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} = 0 . \quad (1.1)$$

où ρ est la masse volumique du matériau, h l'épaisseur de la plaque (supposée faible devant les autres dimensions de la plaque), D la rigidité de flexion $D = Eh^3/12(1 - \nu^2)$ où E est le module d'Young et ν le coefficient de poisson. La résolution analytique ce problème n'est possible que sous certaines hypothèses décrites ci-dessous.

Premièrement, il est fréquent de considérer les variables d'espaces et de temps comme découplées. La solution du déplacement W s'écrit alors sous la forme

$$W(x, z, t) = W(x, z) \times [E \cos(\omega t) + F \sin(\omega t)] , \quad (1.2)$$

où ω est la pulsation du signal. Les constantes E et F sont alors déterminées en utilisant les conditions initiales en terme de déplacement et de vitesse.

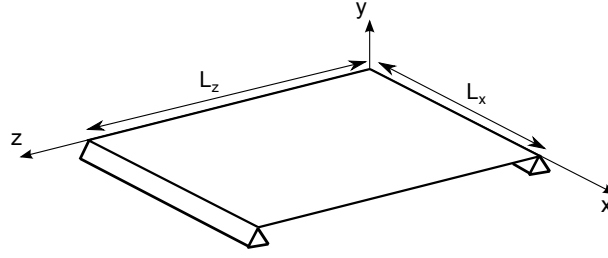


FIGURE 1.1 – Plaque mince simplement appuyée

Le fait de considérer la plaque simplement appuyée sur deux bords opposés permet de découpler les variables d'espace et d'arriver à une expression de $W(x, z)$ sous la forme d'un produit de deux fonctions dont chacune n'implique qu'une variable d'espace. En considérant des conditions d'appui simple en $z = 0$ et $z = L_z$ (figure 1.1), nous obtenons

$$W(x, z) = \sum_{n=1}^{\infty} X_n(x) \times \sin\left(\frac{n\pi z}{L_z}\right). \quad (1.3)$$

En reportant l'équation (1.3) dans (1.1) et en utilisant la relation d'orthogonalité des modes suivant l'axe z , on obtient l'expression de $X_n(x)$ suivante

$$X_n(x) = [A_n \sin(\alpha_{2n}x) + B_n \cos(\alpha_{2n}x) + C_n \sinh(\alpha_{1n}x) + D_n \cosh(\alpha_{1n}x)] , \quad (1.4)$$

où $\alpha_{1n} = \sqrt{\beta^2 + \left(\frac{n\pi}{L_z}\right)^2}$, $\alpha_{2n} = \sqrt{\beta^2 - \left(\frac{n\pi}{L_z}\right)^2}$ et $\beta^4 = \omega^2 \rho h / D$.

Les coefficients A_n , B_n , C_n et D_n sont déterminés, à une constante près, grâce aux conditions aux limites imposées sur les bords en $x = 0$ et $x = L_x$. Deux conditions sur chaque bord portant sur le déplacement, la rotation de section, le moment fléchissant ou l'effort tranchant permettent de poser le problème sous forme matricielle

$$\begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} & Z_{14} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} & Z_{24} \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} & Z_{34} \\ Z_{41} & Z_{42} & Z_{43} & Z_{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_n \\ B_n \\ C_n \\ D_n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}. \quad (1.5)$$

Il est à noter qu'une fois que les caractéristiques du matériau et les dimensions de la plaque sont connues, les termes Z_{ij} ne dépendent plus que de n et de ω . Les solutions non triviales sont obtenues en annulant le déterminant de la matrice ci-dessus. Pour chaque valeur de n , on trouve alors une infinité de pulsation ω_{mn} annulant le déterminant de la matrice et qui seront appelée pulsations propres. Dans la majorité des cas, on passera par une résolution numérique. Finalement, la sommation des déformées $W_{mn}(x, z)$ permet de retrouver le champ de déplacement recherché, avec

$$W_{mn}(x, z) = [A_{mn} \sin(\alpha_{2mn}x) + B_{mn} \cos(\alpha_{2mn}x) + C_{mn} \sinh(\alpha_{1mn}x) + D_{mn} \cosh(\alpha_{1mn}x)] \times \sin\left(\frac{n\pi z}{L_z}\right). \quad (1.6)$$

1.2.2 Vibrations des conduits polygonaux

En 1967, Dickinson et Warburton [3] étudient le comportement modal de deux plaques couplées puis d'une structure de type boîte dont les extrémités sont soit fermées soit ouvertes [4]. Ils considèrent alors la boîte comme un assemblage de plusieurs plaques dont chacune représente une face de la boîte. La boîte est alors supposée simplement appuyée sur deux faces opposées afin de forcer la base modale suivant une suite de sinus dans une direction. Les autres arrêtes assurent la continuité de la rotation et du moment fléchissant entre deux plaques. Le déplacement des arêtes est supposé nul car un tel déplacement génèrerait un allongement de la fibre moyenne qui, dans le cas des plaques en flexion, est supposé négligeable. Finalement, la différence entre les fréquences calculées et mesurées se révèle être de l'ordre de 5% au maximum, validant ainsi la méthode utilisée.

Par la suite, Azimi reprend les travaux précédemment cités et étudie le comportement vibratoire d'un assemblage rectiligne de plaques [5] ainsi que les conduits polygonaux [6] formés par assemblage de plaques. Cette modélisation a l'avantage de se rapprocher de la réalité où de tels conduits sont fabriqués par un assemblage de sous-éléments reliés entre eux. La méthode de la "line-receptance" est utilisée et consiste à exprimer la réponse et les valeurs propres du système en fonction des données de chaque sous système. Dans notre cas, on exprimera les déformées et fréquences propres d'un conduit polygonal en fonction des paramètres des plaques qui la constituent. L'un des inconvénients de cette méthode est que l'effet membrane n'est pas pris en compte et à mesure que le nombre d'arêtes augmente, le comportement du polygone tend vers celui d'un cylindre. Cette méthode est alors valable uniquement pour les conduits dont la forme de base a cinq côtés au plus.

Dans ce cas, la résolution du système passe par l'assemblage des solutions définies par l'équation (1.6) pour chaque plaque. La majorité des cas d'étude présents dans la littérature considère les plaques comme simplement appuyées sur deux bords opposés afin de découpler les équations suivant les deux axes de la plaque (voir section 1.2.1). Les conditions de couplages sont alors écrites en écrivant la continuité, entre chaque plaque, des équations (1.6) et de leurs dérivées spatiales. On obtient alors un système d'équation pouvant se mettre sous la forme

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{1,2} & \mathbf{Z}_{2,1} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{Z}_{2,3} & \mathbf{Z}_{3,2} & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} & \mathbf{Z}_{N-1,N} & \mathbf{Z}_{N,N-1} \\ \mathbf{Z}_{1,N} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} & \mathbf{Z}_{N,1} \end{bmatrix}}_{\mathbf{Z}(\omega,n)} \underbrace{\begin{Bmatrix} \mathbf{V}_1 \\ \mathbf{V}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{V}_{N-1} \\ \mathbf{V}_N \end{Bmatrix}}_{\mathbf{V}} = \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix}. \quad (1.7)$$

La matrice $\mathbf{Z}(\omega, n)$ est une matrice de dimension $4N \times 4N$, où N est le nombre de sous-élément, remplie par des sous-matrices $\mathbf{Z}_{i,j}$ de dimensions 4×4 . Le vecteur \mathbf{V} est constitué des coefficients A_{mn} , B_{mn} , C_{mn} et D_{mn} définis à l'équation (1.6). L'indice n correspond au nombre de demi-longueur d'onde suivant la direction où les planques sont simplement appuyées. Les pulsations propres du système ω_{mn} sont alors déterminées par $\det(\mathbf{Z}(\omega_{mn}, n)) = 0$, puis les déformées sont obtenues en résolvant le système $\mathbf{Z}(\omega_{mn}, n) \times \mathbf{V} = 0$. La figure 1.2 montre différents modes de section de deux gaines rectangulaires de

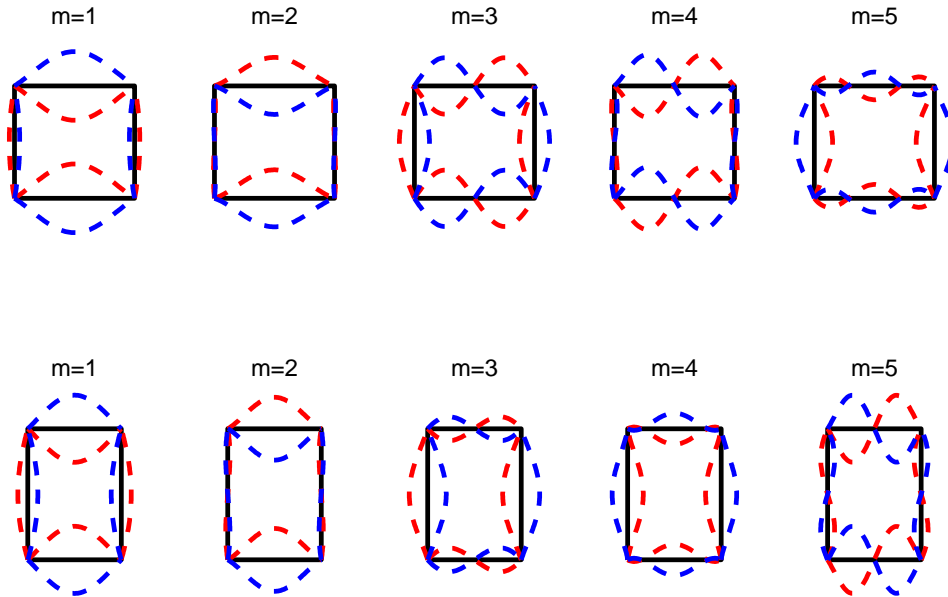


FIGURE 1.2 – Différents modes de section d'un conduit rectangulaire : (haut) $r=1/2$; (bas) $r=3/4$.

différents rapports longueur/largeur r . Nous pouvons remarquer que ce rapport impacte l'ordre d'arrivée des modes $m = 4$ et $m = 5$.

1.2.3 Vibrations des conduits circulaires

Le comportement vibratoire des conduits cylindriques relève de la théorie des coques. En plus du déplacement transverse (ou radial dans le cas d'un cylindre) calculé dans la théorie des plaques, la théorie des coques prend en compte le déplacement dans le plan normal au déplacement transverse. Dans le cas d'un conduit cylindrique, ces trois déplacements sont nommés déplacement axial, circonférentiel et radial.

Les théories traitant de la déformation des coques cylindriques sont nombreuses en fonction des hypothèses qu'elles utilisent. Leissa [7] propose un résumé et une comparaison entre ces différentes théories dont l'une des plus utilisées est celle de Donnell [8]. L'opérateur de Donnell défini dans cette théorie donne une relation entre les termes de contraintes et déformation qui permettent d'obtenir les fréquences et déformées des modes d'un cylindre infini. Les solutions spatiales des déformées du cylindre infini dans sa section sont indépendantes de la variable d'espace suivant l'axe du cylindre et sont exprimées sous la forme :

$$\begin{cases} u = A \cos(i\theta) \cos(\omega t), \\ v = B \sin(i\theta) \cos(\omega t), \\ w = C \cos(i\theta) \cos(\omega t), \end{cases} \quad (1.8)$$

où u , v , w sont respectivement les déplacements longitudinal, circonférentiel et transverse. Il devient alors possible de définir les différentes familles de mode du conduit cylindrique (voir figure 1.3). Le mode $i=0$ est généralement associé au mode de respiration où la fibre du cylindre travaille en traction compression. Il peut également apparaître des modes de

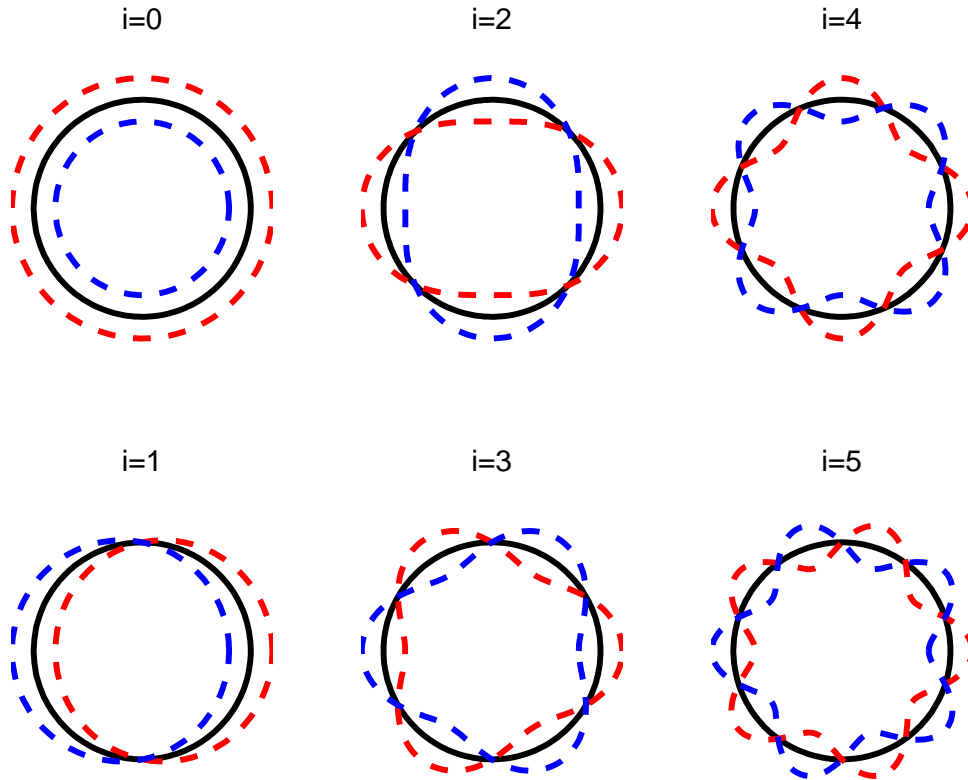


FIGURE 1.3 – Différents modes de section

torsion pure ou une combinaison respiration/torsion. Le mode $i=1$ est un mode de flexion (ou de poutre) où l'intégralité du cylindre est en mouvement sans que sa section ne se déforme. Les modes $i \geq 2$ sont des modes de flexion de la section.

Dans le cadre du cylindre fini, les conditions aux limites vont jouer un rôle important. En supposant le cylindre simplement appuyé, on obtient alors les fonctions de déformation suivantes :

$$\begin{cases} u = A \cos\left(\frac{j\pi x}{L}\right) \cos(i\theta) \cos(\omega t), \\ v = B \sin\left(\frac{j\pi x}{L}\right) \sin(i\theta) \cos(\omega t), \\ w = C \sin\left(\frac{j\pi x}{L}\right) \cos(i\theta) \cos(\omega t), \end{cases} \quad (1.9)$$

où L est la longueur du cylindre et j le nombre de demi-périodes suivant l'axe du cylindre. Pour chaque couple (i, j) le problème peut être posé sous la forme

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (1.10)$$

Ainsi, les fréquences propres et déformées sont déterminées par les solutions non-triviales du système ci-dessus. La résolution de ce système fait apparaître trois fréquences propres pour chaque combinaison (i, j) . Dans le cas où $i=0$, on obtiendra en fonction de la fréquence retenue, un mode de torsion, un mode de déformée axiale ou un mode de déformée radiale. Pour les autres cas où $i \geq 1$, on retiendra uniquement le mode ayant la fréquence la plus basse, correspondant au mode où la déformée radiale est prépondérante.

Type	Fréquence et mode associé							
Cyl.	570 Hz (3,1)	730 Hz (4,1)	840 Hz (2,1)	1070 Hz (5,1)	1180 Hz (4,2)	1300 Hz (5,2)	1470 Hz (3,2)	1530 Hz (6,1)
Rect. r=0.5	290 Hz (1,1)	350 Hz (2,1)	370 Hz (1,2)	420 Hz (2,2)	500 Hz (1,3)	540 Hz (2,3)	700 Hz (1,4)	730 Hz (2,4)
Rect. r=0.75	410 Hz (1,1)	490 Hz (1,2)	530 Hz (2,1)	600 Hz (2,2)	630 Hz (1,3)	720 Hz (2,3)	790 Hz (3,1)	840 Hz (1,4)

TABLE 1.1 – Comparaison des huit premiers modes d'un conduit cylindrique et de deux conduits rectangulaires classés dans l'ordre croissant des fréquences. Le paramètre r traduit le rapport hauteur/largeur des conduits rectangulaires.

1.2.4 Comparaison entre conduits cylindrique et rectangulaire

Afin de mettre en avant les différences entre un conduit rectangulaire et cylindrique, nous proposons dans cette section de calculer et comparer les fréquences et déformées d'un conduit cylindrique avec celles de deux conduits rectangulaires. Nous considérons les trois conduits de même longueur L_z , de même matériau et de même diamètre hydraulique D . Le diamètre hydraulique d'un conduit est obtenu en fonction de l'aire A et du périmètre P de la section tel que $D = 4A/P$. Le paramètre r représente le rapport entre la largeur et la hauteur de section d'un conduit rectangulaire. Le tableau 1.1 présente les différentes fréquences propres de trois conduits de longueur $L_z = 0.5$ m. Les paramètres du matériau sont ceux de l'acier standard ($E = 210$ GPa, $\rho = 7800$ kg/m³, $\nu = 0.3$) et le diamètre hydraulique $D = 2/15$.

On remarque que les conduits rectangulaires ont davantage de modes en basses fréquences que le conduit circulaire. De fait, les conduits rectangulaire sont plus sensibles aux sources vibratoires en basses fréquences. Par ailleurs, on constate également que l'ordre des modes des conduits rectangulaires change en fonction du rapport r .

1.3 Les différents types d'interaction fluide structure

Dans cette partie, nous traiterons des différents phénomènes générés par une interaction fluide structure. Dans son ouvrage, Blevins [9] décrit un nombre important de phénomènes de ce type et les classe en différentes catégories. Le premier critère de classement concerne la stationnarité de l'écoulement. Un écoulement est qualifié de stationnaire, par rapport à un référentiel, lorsque ses variables (pression, vitesse,...) ne dépendent plus du temps.

1.3.1 Écoulement non stationnaire

Un écoulement instationnaire peut générer une multitude de phénomènes pouvant être classé en trois catégories principales en fonction de la nature de l'excitation qu'il génère.

Excitation aléatoire

Cette partie regroupe les phénomènes aléatoires générés par un écoulement non stationnaire et qui peuvent exciter une structure. On y retrouve les turbulences intrinsèques

à l'écoulement qui agissent sur la structure comme un source mécanique. Des phénomènes sonores (aéroacoustique) peuvent également être créés. Généralement large-bande, ils peuvent engendrer des contraintes en fatigue sur la structure via un couplage vibroacoustique. Dans le domaine maritime, les effets des courants marins peuvent également être à l'origine de phénomènes large bande.

Excitation sinusoïdale

La majeure partie de ces phénomènes présente une caractéristique périodique. Le principe de fonctionnement de certaines pompes (pompes à membrane notamment), basé sur une succession de sur-pressions et dépressions, va se répercuter sur le fluide où l'on retrouvera ces mêmes caractéristiques. Ces perturbations dans le fluide sont alors calées sur la fréquence de fonctionnement de la pompe. Nous pouvons également retrouver dans ce type d'excitation les phénomènes liés aux domaines maritimes où le comportement des vagues peut être considéré comme sinusoïdale. Également, des phénomènes acoustiques peuvent émerger à une fréquence spécifique et se coupler à la structure la sollicitant, en fatigue, à cette même fréquence spécifique.

Excitation transitoire

L'effet transitoire le plus connu est celui du coup de bélier qui se produit lors d'une variation brusque de la vitesse d'un liquide (lors de l'ouverture ou de la fermeture d'une vanne par exemple). Ce phénomène génère une onde de choc qui se propage dans la conduite et qui peut exercer de fortes contraintes sur la structure amenant à sa rupture. Un autre phénomène est celui du coup de fouet qui se caractérise par le mouvement du conduit lors de l'arrivée du fluide à l'intérieur.

1.3.2 Écoulement stationnaire

Les phénomènes se produisant dans le cadre d'écoulements stationnaires peuvent être classés en deux catégories : les phénomènes dus aux instabilités et ceux induits par vortex (voir figure 1.4).

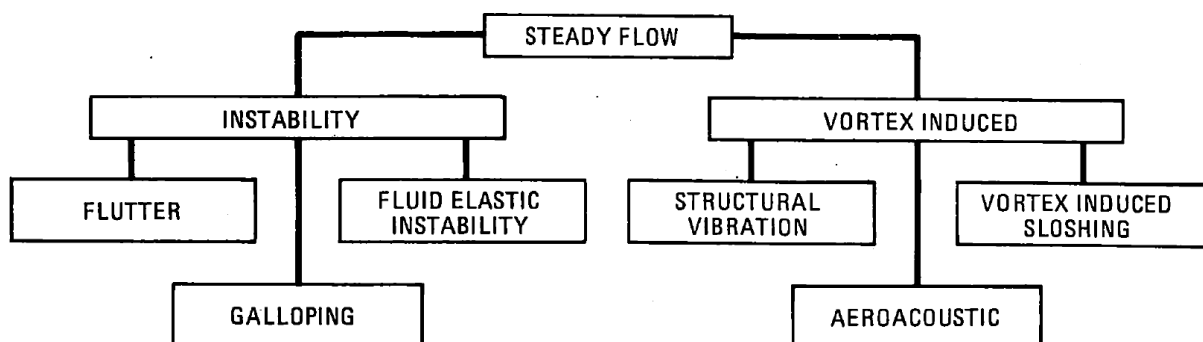


FIGURE 1.4 – Classement des différents types d'interaction fluide structure d'après Blewins [9].

Instabilités

Les phénomènes de battement (flutter) et de galop (galloping) caractérisent le même phénomène et leur différence réside simplement dans leur domaine d'utilisation. Dans le cas d'un écoulement stationnaire, le chargement du fluide induit une force sur la structure qui va changer son orientation. Le changement d'orientation va alors modifier le chargement du fluide sur la structure et ainsi la force exercée sur celle-ci. Le phénomène peut alors se répéter indéfiniment et amener la structure à vibrer à une fréquence caractéristique. On parlera de phénomène de galop dans le génie civil (interaction du vent sur un bâtiment) et de battement dans le domaine aéronautique (vibrations des ailes dues au chargement de l'air). Par ailleurs, le phénomène d'instabilité fluide-élastique (fluid elastic instability) est un cas particulier des deux précédents et peut apparaître lorsqu'un cylindre est exposé à un écoulement. La fréquence de vibration du cylindre dépend alors du nombre de Strouhal St défini comme

$$St = \frac{fD}{V} . \quad (1.11)$$

Le nombre de Strouhal associé au cylindre est $St = 0.2$, ce qui nous permet de déduire la fréquence de vibration f en fonction de la vitesse V et du diamètre du cylindre D .

Vibrations induites par vortex

En présence d'un écoulement turbulent ou de discontinuités géométriques des tourbillons ou "vortex" peuvent se former pouvant à leur tour solliciter la structure. La figure 1.5 illustre cette interaction où un cylindre placé dans un écoulement va générer des structures tourbillonnaires dans le fluide. Le phénomène de "Vortex Induced Sloshing" apparaît lorsque les perturbations présentes dans un liquide en mouvement atteignent l'interface liquide/air appelée surface libre. Les mouvements de cette surface libre peuvent exercer des contraintes mécaniques sur la structure amenant celle-ci à vibrer.

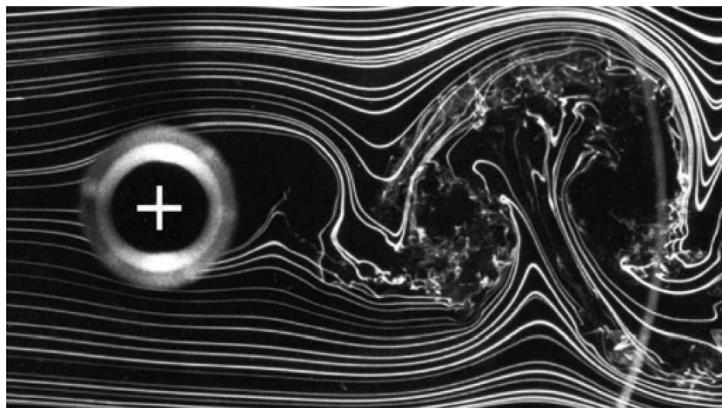


FIGURE 1.5 – Exemple d'interaction fluide structure dans le cas d'un cylindre placé dans un écoulement [10].

Les phénomènes aéroacoustiques sont liés à une interaction fluide structure dans laquelle une ou plusieurs sources acoustiques sont créées. Ces phénomènes sont généralement localisés à proximité de discontinuités géométriques. En aval de celles-ci, les perturbations dans le fluide peuvent générer des sources dipolaires ou quadripolaires. L'une des

théories les plus utilisées est celle de Lighthill [11], où les termes de sources acoustiques sont regroupés sous la forme d'un tenseur, dit tenseur de Lighthill.

Pour finir, la dernière catégorie considère les perturbations présentes dans le fluide comme une source mécanique pouvant exciter directement la structure. Ainsi, en aval d'un coude, les détachements tourbillonnaires générés par la discontinuité géométrique peuvent exciter la structure lorsque qu'ils rentrent en contact avec elle. Les phénomènes de couche limite turbulente constituent aussi une source potentielle de vibration de la structure. La couche limite turbulente est la zone proche d'une paroi exposée à un écoulement où les effets de cisaillements dus à la viscosité du fluide peuvent générer des structures tourbillonnaires. Dans ce cas, la seule présence d'un fluide en mouvement le long d'une paroi suffit à générer des sources vibratoires et à exciter la structure.

1.4 Modèles de couche limite turbulente

1.4.1 Réponse d'une structure à une excitation répartie

Dans le cadre de cette thèse nous nous intéressons à la réponse vibratoire d'une conduite de transport de gaz. De par le caractère aléatoire des phénomènes impliqués dans l'excitation de la structure, la réponse de cette dernière ne peut être calculée de manière déterministe. Le calcul de la réponse peut être fait de manière statistique comme présenté par Lesueur [12]. On définit alors l'excitation répartie comme un champ $p(M_1, t)$ dépendant du temps t et du point d'excitation M_1 . La réponse de la structure X au point d'observation M s'écrit

$$\mathbf{X}(M, t) = \int_S [h(M, M_1, t) * p(M_1, t)] dS, \quad (1.12)$$

où $*$ représente le produit de convolution sur le temps et h la fonction de réponse spatio temporelle de la structure. La fonction d'intercorrélation entre deux points d'observation M et M' s'écrit

$$R_{XX}(M, M', \tau) = \int \int_{S \times S} h(M, M_1, -t) * R_{pp}(M_1, M_2, \tau) * h(M', M_2, t) dS_1 dS_2. \quad (1.13)$$

Cette formulation requiert la fonction d'intercorrélation du champ d'excitation entre les points M_1 et M_2 . La précédente expression fait apparaître un double produit de convolution pouvant engendrer des temps de calcul très importants. Une transformée de Fourier permet alors de transformer ceux-ci en un produit simple. L'expression finale fait alors appel à la fonction de réponse H (et son conjugué H^*) en fonction de la fréquence f et s'exprime

$$S_{XX}(M, M', f) = \int \int_{S \times S} H^*(M, M_1, f) \times S_{pp}(M_1, M_2, f) \times H(M', M_2, f) dS_1 dS_2. \quad (1.14)$$

En connaissant la densité interspectrale de puissance de l'excitation S_{pp} , il est alors possible de quantifier la densité spectrale de puissance de la réponse au point M en utilisant

l'expression précédente pour $M = M'$. Les fonctions S_{pp} utilisées dans notre étude sont détaillées à la section 1.4.

1.4.2 Généralités sur les couches limites turbulentes

Dans le cadre d'un fluide visqueux s'écoulant le long d'un solide, la condition de non glissement le long de la paroi implique une vitesse du fluide nulle à la paroi. Il est alors possible de définir une zone, partant de la paroi, dans laquelle la vitesse du fluide va varier en fonction de la distance à la paroi. Cette variation de vitesse est due aux forces de friction, qui s'opposent au déplacement du fluide et qui diminuent en fonction de l'éloignement de la paroi. Cette zone s'appelle la couche limite et de nombreux aspects de ce phénomène ont été étudiés par Hermann Schlichting [13].

Le nombre de Reynolds R_x est l'un des paramètres clés de la théorie de la couche limite turbulente permettant de caractériser son caractère laminaire ou turbulent. Dans le cas d'un écoulement le long d'une plaque, ce paramètre est donné par

$$R_x = \frac{U_\infty x}{\nu}, \quad (1.15)$$

où U_∞ est la vitesse du fluide loin de la paroi, ν la viscosité cinématique du fluide. Le paramètre x est la distance parcourue sur la plaque dans le sens de l'écoulement et à compter du bord d'attaque.

La couche limite est considérée laminaire lorsque $R_x \leq 3.2 \times 10^5$. Au delà de cette valeur, elle est considérée comme turbulente. On remarque alors que le caractère de la couche limite évolue en fonction de la distance qu'elle parcourt sur la plaque, on dit que la couche limite se développe et son épaisseur augmente en fonction de x .

Pour un écoulement en conduit, on observe ce même phénomène d'évolution de la couche limite turbulente dont l'épaisseur varie en fonction de la distance à l'entrée du conduit. On considère alors la couche limite comme complètement développée lorsque le profil de vitesse dans la section ne varie plus en fonction de la position suivant l'axe du conduit. Si l'écoulement est laminaire, on considère la couche limite complètement développée après une distance à l'entrée de 150 à 300 diamètres. Pour un écoulement turbulent, cette distance est atteinte entre 25 et 40 diamètres.

1.4.3 Modélisation

Les fluctuations de pression dues à une couche turbulente développée sont un processus aléatoire stationnaire. Ce type d'excitation est défini en mesurant l'inter-corrélation des fluctuations de pression p entre deux points ξ_1 et ξ_2 soit

$$R_{pp}(\xi, \tau) = E[p(\xi_1, t)p(\xi_2, t + \tau)], \quad (1.16)$$

où $E[\]$ est la moyenne de l'ensemble des signaux et ξ le vecteur séparation entre ξ_1 et ξ_2 . La densité inter-spectrale de puissance est alors définie comme la transformée de Fourier de l'équation 1.16

$$S_{pp}(\xi, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} R_{pp}(\xi, \tau) \exp(-i\omega\tau) d\tau. \quad (1.17)$$

L'expression de l'équation précédente dans le domaine des nombres d'onde est obtenue par une transformée de Fourier spatiale

$$\tilde{S}_{pp}(\mathbf{k}, \omega) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{+\infty} S_{pp}(\xi, \omega) \exp(-i\mathbf{k}\xi) d\xi . \quad (1.18)$$

Ce type d'expression a pour intérêt de pouvoir être représenté sous la forme d'un spectre de type nombre d'onde-fréquence.

La modélisation des fonctions S_{pp} et \tilde{S}_{pp} a été le travail de nombreux chercheurs depuis les années 1950. Une discussion sur les modèles les plus utilisés est proposée par Graham [14].

Modèle de Corcos

En 1963, Corcos [15] propose de modéliser la fonction S_{pp} comme un produit de fonctions tel que

$$S_{pp}(\xi_s, \xi_z, \omega) = \Phi_{pp}(\omega) A(\omega\xi_s/U_c) B(\omega\xi_z/U_c) \exp(-i\omega\xi_z/U_c) . \quad (1.19)$$

Cette formulation fait intervenir l'auto-spectre de pression pariétale $\Phi_{pp}(\omega)$, deux fonctions A et B ainsi qu'un terme en $\exp(-i\omega\xi_z/U_c)$ exprimant l'effet de convection de la couche limite turbulente suivant la coordonnée ξ_z . Il est à noter que le modèle fait apparaître un terme U_c modélisant la vitesse de convection de la couche limite. Ce terme est exprimé en fonction de la vitesse du fluide loin de la paroi U_0 . Corcos sépare ainsi les effets suivant la coordonnée ξ_z dans la direction de l'écoulement et ξ_s dans la direction transverse à l'écoulement. Par la suite, de nombreuses expérimentations ont montré que les fonctions A et B suivaient des lois exponentielles telles que

$$\left\{ \begin{array}{l} A\left(\frac{\omega\xi_s}{U_c}\right) = \exp\left(-\frac{1}{\alpha_s} \frac{\omega|\xi_s|}{U_c}\right) , \\ B\left(\frac{\omega\xi_z}{U_c}\right) = \exp\left(-\frac{1}{\alpha_z} \frac{\omega|\xi_z|}{U_c}\right) . \end{array} \right. \quad (1.20a)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} A\left(\frac{\omega\xi_s}{U_c}\right) = \exp\left(-\frac{1}{\alpha_s} \frac{\omega|\xi_s|}{U_c}\right) , \\ B\left(\frac{\omega\xi_z}{U_c}\right) = \exp\left(-\frac{1}{\alpha_z} \frac{\omega|\xi_z|}{U_c}\right) . \end{array} \right. \quad (1.20b)$$

Un résumé des expérimentations et des valeurs obtenues est présenté par Robert [23] (voir Tableau II-1, p.30). Grâce à cette formulation, il devient possible de définir des longueurs de corrélation

$$\left\{ \begin{array}{l} \Lambda_s = \frac{\alpha_s U_c}{\omega} , \\ \Lambda_z = \frac{\alpha_z U_c}{\omega} . \end{array} \right. \quad (1.21a)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \Lambda_s = \frac{\alpha_s U_c}{\omega} , \\ \Lambda_z = \frac{\alpha_z U_c}{\omega} . \end{array} \right. \quad (1.21b)$$

La figure 1.6 représente la fonction de corrélation associée au modèle de Corcos en fonction de l'espace. On remarque que la zone de corrélation diminue en fonction de la fréquence. Le modèle de Corcos est très utilisé dans la littérature [16, 17]. Grâce à la simplicité de sa formulation, il peut être exprimé dans l'espace des nombres d'onde de manière analytique

$$\tilde{S}_{pp}(k_s, k_z, \omega) = \frac{4\alpha_s\alpha_z}{\left[\alpha_s^2 + \frac{U_c^2 k_s^2}{\omega^2}\right] \left[\alpha_z^2 + \left(\frac{U_c k_z}{\omega} - 1\right)^2\right]} , \quad (1.22)$$

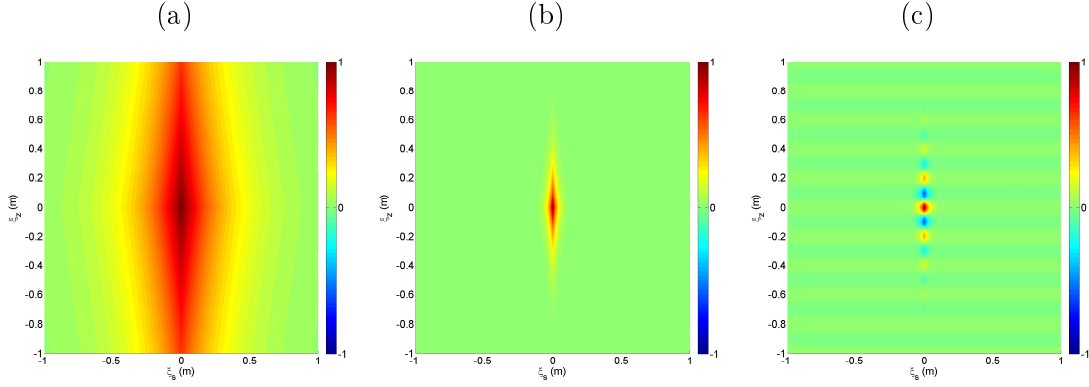


FIGURE 1.6 – Fonction $S_{pp}(\xi_s, \xi_z, \omega)$ exprimée par le modèle de Corcos ; (a) : Valeur absolue ($f=10$ Hz) ; (b) : Valeur absolue ($f=100$ Hz) ; (c) : Partie réelle ($f=100$ Hz). L'écoulement suit la direction des ξ_z croissants. Paramètres : $U_c=20$ m/s, $\alpha_s=1$, $\alpha_z=7$.

L'équation précédente est supposée consistante, c'est à dire qu'elle a été normalisée par $\int \tilde{S}_{pp}(\mathbf{k}, \omega) d\mathbf{k}$, correspondant à l'aire de la fonction sur le domaine \mathbf{k} ainsi que par $(2\pi)^2 \omega^2 / U_c^2 / \Phi_{pp}$. Le principal défaut du modèle de Corcos réside dans le fait qu'il surestime le spectre à bas nombres d'onde.

La figure 1.6 représente la fonction de corrélation issue du modèle de Corcos à différentes fréquences.

Modèle d'Efmimtsov

Le modèle d'Efmimtsov [18], publié en 1982, reprend exactement la formulation de Corcos mais change l'expression des longueurs de corrélation. Ces dernières sont alors exprimées en fonction de l'épaisseur de la couche limite turbulente δ et de la vitesse de frottement u_τ

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\Lambda_s}{\delta} = \left[\left(\frac{a_4 Sh}{U_c/u_\tau} \right)^2 + \frac{a_5^2}{Sh^2 + (a_2/a_3)^2} \right]^{-1/2} \quad \text{si } M_\infty < 0.75, \quad (1.23a) \\ \frac{\Lambda_s}{\delta} = \left[\left(\frac{a_4 Sh}{U_c/u_\tau} \right)^2 + a_7^2 \right]^{-1/2} \quad \text{si } M_\infty > 0.9, \quad (1.23b) \\ \frac{\Lambda_z}{\delta} = \left[\left(\frac{a_1 Sh}{U_c/u_\tau} \right)^2 + \frac{a_2^2}{Sh^2 + (a_2/a_3)^2} \right]^{-1/2}. \quad (1.23c) \end{array} \right.$$

Les valeurs des sept coefficients $a_1 \dots a_7$ sont données en référence [14], M_∞ correspond au nombre de Mach associé à la vitesse du fluide U_∞ et $Sh = \omega\delta/u_\tau$. Cette correction des longueurs de corrélation permet une meilleure modélisation dans le domaine des bas nombres d'onde. Dans le domaines des hauts nombres d'onde, le comportement du modèle d'Efmimtsov suit celui de Corcos. On remarque que la fonction Λ_s n'est pas définie pour $0.75 < M_\infty < 0.9$, il est alors nécessaire d'interpoler la fonction dans cette gamme de vitesse.

Modèle de Smol'yakov et Tkachenko

Basé sur des mesures de cohérence spatiale de la pression, Smol'yakov et Tkachenko [19] proposent en 1991 une formulation de $\tilde{S}_{pp}(\mathbf{k}, \omega)$, basée sur celle de Corcos, mais qui ne sépare pas les dépendances des phénomènes suivant les deux directions ξ_s et ξ_z . L'expression est alors mise sous la forme $\exp[-\sqrt{(\xi_s^2/\Lambda_s^2 + \xi_z^2/\Lambda_z^2)}]$ et sa formulation dans le domaine des nombres d'onde est beaucoup plus complexe

$$\tilde{S}_{pp}(\mathbf{k}, \omega) = 0.974A(\omega)h(\omega)[F(\mathbf{k}, \omega) - \Delta F(\mathbf{k}, \omega)] . \quad (1.24)$$

Les fonctions $A(\omega)$, $h(\omega)$, $F(\mathbf{k}, \omega)$ et $\Delta F(\mathbf{k}, \omega)$ sont décrites en référence [14]. L'expression finale de $\tilde{S}_{pp}(\mathbf{k}, \omega)$ fait intervenir la donnée d'épaisseur de la couche limite δ en plus des paramètres utilisés par Corcos. L'avantage de cette formulation est d'améliorer la précision dans le domaine des petits nombres d'onde par rapport au modèle de Corcos. Néanmoins, le résultat reste toujours surestimé pour les petits nombres d'onde.

Modèle de Ffowcs Williams

Partant de l'analogie acoustique de Lighthill, Ffowcs Williams [20] propose une formule de $\tilde{S}_{pp}(\mathbf{k}, \omega)$ qui suppose que les termes sources peuvent se mettre sous la forme de Corcos. Cette expression contient de nombreuses constantes qui doivent être déterminées expérimentalement. Une formulation reprenant la forme de l'expression proposée par Corcos a été proposée par Hwang et Geib [21] en négligeant les effets de compressibilité du fluide. Les fonctions restantes sont ajustées afin de coller à la formulation de Corcos, l'expression finale est

$$\tilde{S}_{pp}(\mathbf{k}, \omega) = \left(\frac{U_c |\mathbf{k}|}{\omega} \right)^2 \frac{4\alpha_s \alpha_z}{\left[\alpha_s^2 + \frac{U_c^2 k_s^2}{\omega^2} \right] \left[\alpha_z^2 + \left(\frac{U_c k_z}{\omega} - 1 \right)^2 \right]} . \quad (1.25)$$

1.4.4 Auto-spectre de pression

Dans la section précédente, nous avons présenté différents modèles de densité interspectrale de puissance. Ces modèles utilisent la fonction d'auto-spectre de pression $\Phi_{pp}(\omega)$, aussi il est important de pouvoir la définir, soit de façon expérimentale soit en utilisant des modèles. L'évolution de Φ_{pp} en fonction de la fréquence fait apparaître quatre régions distinctes telles que présentées en figure 1.7. Ces données sont reprises dans le tableau 1.2 où sont également définis les acronymes qui seront utilisés dans la suite de ce chapitre.

Ces modèles font appel à différents coefficients et variables dont les suivantes : l'épaisseur de couche limite δ , l'épaisseur de déplacement δ^* , la masse volumique du fluide ρ , la vitesse du fluide hors couche limite U_∞ , la contrainte de cisaillement horizontale τ_w , la viscosité cinématique ν , la pression dynamique $q = \rho U_\infty^2 / 2$ et la vitesse de friction $U_\tau = \sqrt{\tau_w / \rho}$.

Modèle de Robert

Le modèle proposé par Robert [23] est basé sur les mesures et l'analyse effectuées par Bull [24]. En excluant le domaine **BF**, l'écart de niveaux entre la formulation proposée

Nom (acronyme)	Borne inférieure	Borne supérieure	Loi de comportement
Basse fréquence (BF)	-	$\omega\delta^*/U_\infty \leq 0.03$ (ou $\omega\delta/u^* \leq 5$)	ω^2
Moyenne fréquence (MF)	$5 \leq \omega\delta/u^*$	$\omega\delta/u^* \leq 100$	max à $\omega\delta/u^* = 50$
Universelle (UNI)	$100 \leq \omega\delta/u^*$	$\omega\delta/u^* \leq 0.3(u^*\delta/\nu)$	$\omega^{-0.7} \sim \omega^{-1.1}$
Haute fréquence (HF)	$0.3 < \omega\nu/(u^*)^2$	-	$\omega^{-1} \sim \omega^{-5}$

TABLE 1.2 – Définition des différentes régions constituant les spectres de couche limite turbulente.

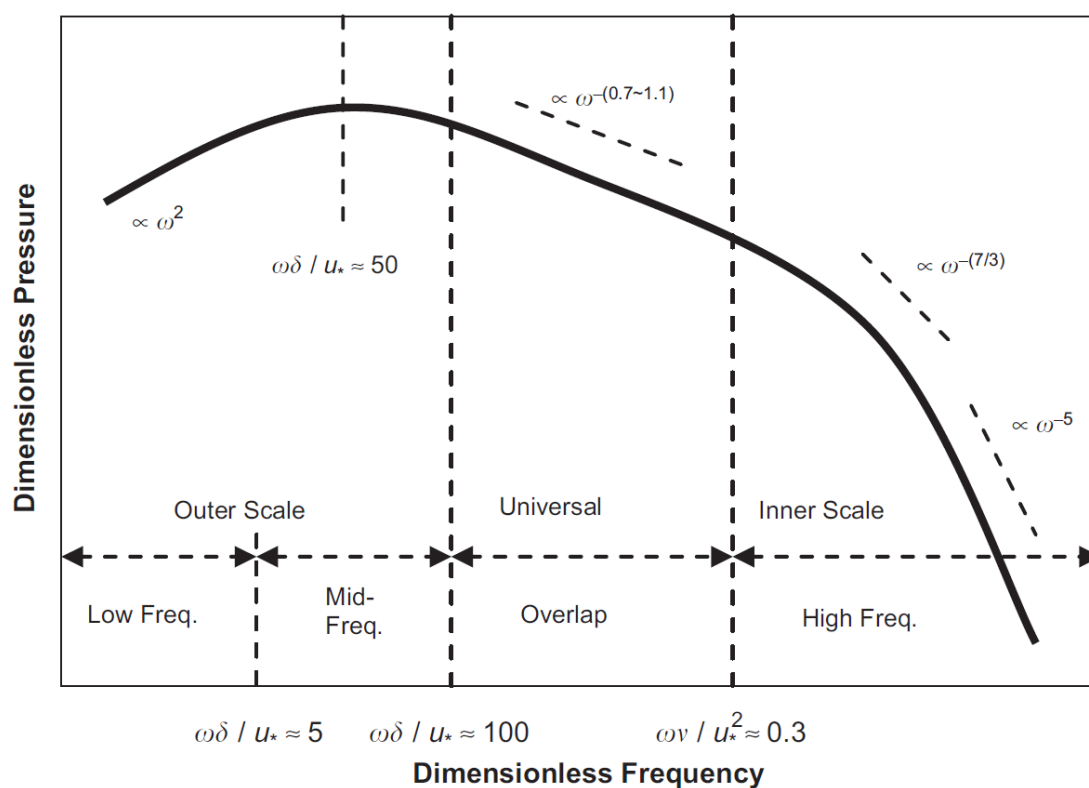


FIGURE 1.7 – Caractéristiques générales spectrales d'une couche limite turbulente dans différentes régions fréquentielles d'après Hwang *et al.* [22].

par Robert et les expérimentations réalisées par Bull ne dépasse par 3 dB. La fonction Φ_{pp} est alors modélisée par une fonction analytique en trois morceaux telle que

$$\frac{\Phi_{pp}(\omega)U_\infty}{q^2\delta^*} = \begin{cases} 2.14 \times 10^{-5}, & \omega\delta^*/U_\infty \leq 0.25 \\ 7.56 \times 10^{-6} \times (\omega\delta^*/U_\infty)^{-3/4}, & 0.25 < \omega\delta^*/U_\infty \leq 3.5 \\ 1.27 \times 10^{-4} \times (\omega\delta^*/U_\infty)^{-3}, & 3.5 < \omega\delta^*/U_\infty \end{cases} \quad (1.26)$$

Les lois gouvernant les trois parties de la fonction rendent cette formulation valable dans les régions **MF**, **UNI** et au début de la région **HF**.

Modèle de Chase-Howe

En 1998, Howe [25] propose la formulation ci-dessous issue de la formule proposée par Chase [26] en 1980. Ce modèle à l'avantage d'être plus simple que celui proposé par Chase

$$\Phi_{pp}(\omega) = \frac{2(\delta^*/U_\infty)^3(\tau_w\omega)^2}{[(\omega\delta^*/U_\infty)^2 + 0.0144]^{3/2}} \quad (1.27)$$

Dans le domaine **BF** le spectre évolue en fonction de ω^2 alors que lorsque $\omega \rightarrow \infty$, la fonction suit une loi en ω^{-1} . Ce modèle est donc valable dans les régions **BF**, **MF** et **UNI**. Les niveaux seront sur-estimés dans la région **HF**.

Modèle de Goody

Ce modèle est issu de l'analyse de différentes données expérimentales couvrant une large bande de nombre de Reynolds. En utilisant le modèle de Chase-Howe, Goody [27] remarque que ce dernier sous-estime les résultats en **BF** et ne décroît pas suffisamment vite en **HF**. Le modèle initial est alors modifié afin de remonter les niveaux en **BF** et d'ajouter une dépendance en ω^{-5} lorsque $\omega \rightarrow \infty$

$$\Phi_{pp}(\omega) = \frac{3(\delta/U_\infty)^3(\omega\tau_w)^2}{[(\omega\delta/U_\infty)^{0.75} + 0.5]^{3.7} + [(1.1R_T^{-0.57})(\omega\delta/U_\infty)]^7}, \quad (1.28)$$

où $R_T = U_\tau^2\delta/U_\infty\nu$. Grâce à cette formulation, le comportement de la fonction suit une loi en ω^2 en **BF**, une loi en ω^{-5} en **HF** et présente un maximum et une transition entre ces deux régions. Ce modèle est donc valable quelque soit la fréquence d'étude.

Modèle de Smol'yakov

Le modèle proposé par Smol'yakov [28] en 2000 modélise les régions **BF**, **UNI** et **HF**. La fonction est scindée en trois morceaux afin de modéliser au mieux le comportement dans chaque région. Les termes situés entre accolades permettent une transition entre les différentes régions ce qui rend cette formulation valable quelque soit le domaine fréquentiel étudié.

$$\Phi_{pp}(\omega) = \begin{cases} \frac{1.49 \times 10^{-5}\tau_w^2\nu Re_\theta^{2.74}\omega^2}{U_\tau^2} \{1 - 0.117Re_\theta^{0.44}\omega^{1/2}\} & \bar{\omega} < \bar{\omega}_0 \\ \frac{2.75\tau_w^2\nu}{U_\tau^2\omega^{1.11}} \{1 - 0.82 \exp[-0.51(\omega/\omega_0 - 1)]\} & \bar{\omega}_0 < \bar{\omega} < 0.2 \\ \frac{(38.9e^{-8.35\omega} + 18.6e^{-3.58\omega} + 0.31e^{-2.14\omega})\tau_w^2\nu}{U_\tau^2} \\ \times \{1 - 0.82 \exp[-0.51(\omega/\omega_0 - 1)]\} & 0.2 < \bar{\omega} \end{cases} \quad (1.29)$$

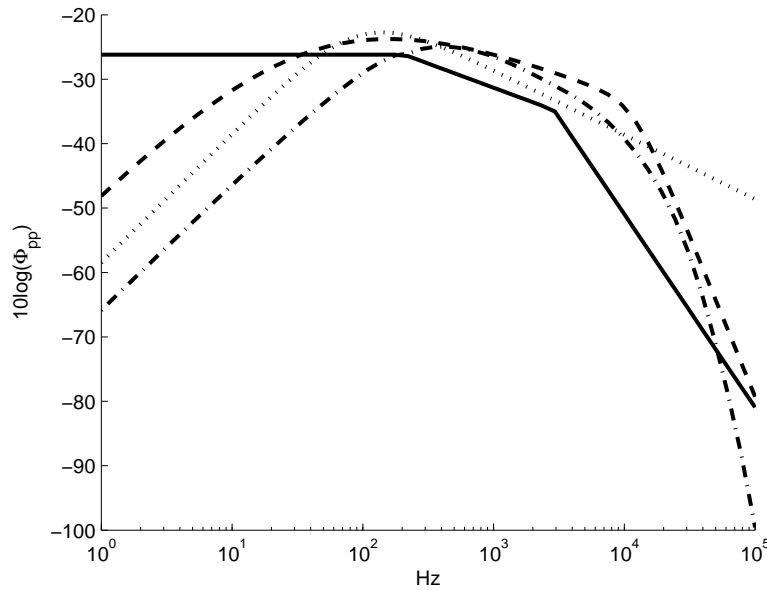


FIGURE 1.8 – Comparaison des différents modèles de Φ_{pp} : (—) Modèle de Robert ; (\cdots) Modèle de Chase-Howe ; (- - -) Modèle de Goody ; (- · -) Modèle de Smol'yakov

où $\bar{\omega} = \omega\nu/U_\tau^2$, $\bar{\omega}_0 = 49.35Re_\theta^{-0.88}$ et $Re_\theta = U_\infty\theta/\nu$.

Comparaison des modèles

Nous avons présenté ci-dessus quatre des modèles d'auto-spectre de pression les plus utilisés dans la littérature. Nous avons mis en avant leur formulation ainsi que leur domaine fréquentiel de validité. Miller [29] propose une revue des principaux modèles d'auto-spectres de pression ainsi qu'une comparaison de ceux-ci avec des résultats expérimentaux récents. La comparaison est faite sur la valeur RMS de la pression et montre que les modèles de Goody et Smol'yakov sont les plus fiables. L'auteur note également que la formulation de Goody est plus attractive de part la simplicité de sa formulation.

1.4.5 Composante acoustique

Les formulations utilisées pour les modèles de couche limite turbulente que nous venons de décrire en section 1.4.3 et 1.4.4 traduisent le comportement de cette couche limite en terme d'excitation mécanique. Néanmoins, des travaux plus récents mettent en avant la contribution d'un champ acoustique généré par la couche limite.

Modélisation en champ libre

Arguillat [30] propose de modéliser la fonction d'inter-corrélation S_{pp}^{acou} de la composante acoustique d'une couche limite turbulente par un champ diffus dont la fonction d'intercorrélacion est un sinus cardinal. Cette proposition fait suite à des mesures effectuées en chambre réverbérante, où le comportement du champ acoustique à hautes fréquences peut être modélisé de cette façon. Cette composante acoustique est alors directement ajoutée à la composante aérodynamique S_{pp}^{aero} (modélisée en l'occurrence par

la formulation de Corcos). Au final, la densité inter-spectrale de puissance est exprimée comme

$$S_{pp}(\xi, \omega) = \Phi_{pp}(\omega) \left[e^{-\gamma_s \omega |\xi_s| / U_c} e^{-\gamma_z \omega |\xi_z| / U_c} e^{i\omega |\xi_s| / U_c} + A \operatorname{sinc} \left(k_{ac} \sqrt{\xi_s^2 + \xi_z^2} \right) \right] \quad (1.30)$$

où k_{ac} est le nombre d'onde acoustique. Le coefficient A peut alors être interprété comme le rapport d'énergie entre la composante acoustique et aérodynamique. Les résultats présentés par Arguillat montrent que ce coefficient reste relativement stable en fonction de la fréquence et avoisine les 5%.

Modélisation en conduit cylindrique

Dans le cadre d'un écoulement en conduit, les ondes acoustiques sont guidées par la structure et on observe alors un comportement modal en basse fréquence qui ne peut pas être modélisé par un champ diffus. Norton [31, 32] a étudié, dans le cadre d'un conduit circulaire avec écoulement, la contribution du champ acoustique modal à la vibration de la structure. Cette étude propose également de quantifier l'impact sur la réponse de la structure de discontinuités telles que des coudes ou des valves. Les contributions des modes acoustiques propagatifs sont définies par leur densité inter-spectrale de puissance traduisant exactement la même chose que les modèles décrits en section 1.4.3. La formulation proposée par Norton et adaptée aux modes acoustiques en conduit cylindrique s'écrit

$$S_{pp}^{aero}(\vec{e}, \omega) = \Phi_{pp} \cos \left(\frac{p\psi}{a_i} \right) \exp(i k_x \xi) \quad , \quad (1.31)$$

où ξ et ψ sont les composantes axiales et circonférentielles du vecteur position \vec{e} .

1.5 Conclusion

Les sections précédentes donnent une vue d'ensemble de la richesse et de la complexité des phénomènes physiques impliqués dans la réponse vibratoire des conduits rectangulaires excités par un écoulement turbulent. Nos conclusions portent sur trois thématiques :

- la modélisation d'une conduite de climatisation comme un assemblage de quatre plaques reliées entre-elles. Cette approche a déjà été utilisée ([33]) mais l'analyse porte sur la transmission acoustique et le bruit généré à l'extérieur de la conduite par une source placée à l'intérieur. L'effet du fluide n'est également pas pris en compte ;
- l'étude de la réponse vibratoire d'une conduite cylindrique excitée par un écoulement interne turbulent, qui a été développée par Durant [34]. Cette méthode est basée sur une modélisation modale de la structure et une excitation de type couche limite turbulente modélisée par la formulation de Corcos. De nombreux autres travaux à ce sujet ont été consignés par Païdoussis [35] mais aucun sujet traitant des conduites rectangulaires excitées par un écoulement turbulent n'est disponible dans la littérature ;
- la réponse vibratoire de structures soumises à des écoulements externes. Ce domaine est de plus en plus étudié notamment dans le domaine naval [36, 37] et aéronautique [16], dans le but de réduire les nuisances sonores générées par l'écoulement.

Ces études modélisent les écoulements en utilisant les modèles de couche limite turbulente présenté en section 1.4.3. Plus récemment, le champ acoustique généré par la couche limite turbulente a été introduit dans le modèle de Corcos [17], car ce dernier devient prépondérant à plus hautes fréquences notamment dans les problèmes de transmission acoustiques des vitres automobiles. Néanmoins, tous ces travaux ne prennent pas en compte le caractère confiné de l'écoulement et du champ acoustique tels qu'ils peuvent l'être dans une conduite de transport de gaz.

L'originalité de ce travail repose sur le fait que cette étude se situe au croisement des trois thématiques de recherche suivantes : la modélisation vibroacoustique d'une conduite rectangulaire, la modélisation d'une excitation de type couche limite turbulente en espace confiné, et la modélisation de la composante acoustique d'une couche limite turbulente dans un champ acoustique ayant un comportement modal. Bien que la littérature de chacune de ces thématiques soit très riche, celle associant ces trois thèmes qui fait objet de cette étude est très limitée. Le développement d'un outil de calcul de la réponse vibratoire d'une gaine rectangulaire excitée dans des conditions d'utilisation telles que celles citées ci-dessus permettra de déterminer ses niveaux de vibrations, afin d'orienter sa conception. Nous choisissons de développer un modèle analytique pour son efficacité et l'analyse des différents paramètres (structure, écoulement, ...) qu'il permet. Le modèle et sa validation expérimentale à échelle réduite en laboratoire (section $0.2\text{ m} \times 0.1\text{ m}$) sont présentés dans le chapitre suivant. Des mesures effectuées sur un site de production seront ensuite comparées aux résultats du modèle dans le chapitre 4.

Chapitre 2

Étude d'un conduit rectangulaire soumis à un écoulement turbulent

L'objectif de ce chapitre est d'étudier la réponse vibratoire d'un conduit rectiligne excité par un écoulement turbulent interne.

Dans ce chapitre nous présentons tout d'abord le modèle analytique vibratoire d'une conduite rectangulaire basée sur le couplage de quatre plaques en flexion d'après la méthode de réceptance utilisée par Azimi [6]. Ce modèle permet de déterminer les fréquences et déformées propres du conduit à partir de ses caractéristiques géométriques et des propriétés du matériau. Par la suite, nous développons les contributions aérodynamiques exercées sur la structure en utilisant le modèle de Corcos [15], puis nous adaptons au conduit rectangulaire la méthodologie présentée par Norton [31] permettant de prendre en compte la contribution des modes acoustiques. Enfin, une comparaison entre les résultats numériques et des données expérimentales est effectuée.

Ce travail a fait l'objet d'un article intitulé : "*Vibroacoustic response of a rectangular duct of finite length excited by a turbulent internal flow*", soumis au *Journal of Sound and Vibration* en décembre 2015. Cette partie est rédigée en anglais et ses références sont entièrement intégrées au reste du manuscrit.

Auteurs et affiliations :

A. David : Fives Solios S.A., 66 route de Sartrouville - CS 50056, 78230 Le Pecq, France.

N. Dauchez : Sorbonne Université, Université de Technologie de Compiègne, Laboratoire Roberval UMR 7337, BP 20529, 60205 Compiègne Cedex, France.

E. Perrey-Debain : Sorbonne Université, Université de Technologie de Compiègne, Laboratoire Roberval UMR 7337, BP 20529, 60205 Compiègne Cedex, France.

Résumé

Les réseaux de transport de gaz utilisées dans l'industrie ou dans les réseaux de climatisation peuvent être sujets à des vibrations induites par l'écoulement interne. La majorité des études à ce sujet ont été effectuées sur des gaines circulaires. Ce papier traite spécifiquement de la réponse vibratoire d'une gaine rectangulaire, de dimension finie, excitée par un écoulement turbulent. Un modèle semi-analytique a été développé afin de prendre en compte la réponse modale de la structure aux contributions aérodynamiques et aéroacoustiques. La contribution aérodynamique est basée sur le modèle de Corcos et la composante aérodynamique sur les modes acoustiques propagatifs à l'intérieur de la gaine. L'une des données d'entrée du modèle est l'autospectre de pression pariétale qui est déterminé expérimentalement. La réponse vibroacoustique d'une gaine de 3 mm d'acier et de dimension $0.2 \times 0.1 \times 0.5 \text{ m}^3$ est donnée pour une vitesse d'écoulement de 20 m/s et 30 m/s. La comparaison des résultats expérimentaux et numériques montre que la composante aéroacoustique est prépondérante et qu'elle dépend de la fréquence et de la vitesse d'écoulement.

Mots-clés : écoulement turbulent, couche limite turbulente, gaine rectangulaire, calcul modal analytique, modes acoustiques propagatifs.

Abstract

Gas transport ductwork in industrial plants or air conditioning networks can be subject to vibrations induced by the internal flow. Most studies in this matter have been carried out on circular ducts. This paper focuses specifically on the vibratory response of a rectangular duct of finite length excited by an internal turbulent flow. A semi-analytical model taking into account the modal response of the structure due to both aerodynamic and acoustic contributions is derived. The aerodynamic component of the excitation is applied on the basis of Corcos model and the acoustic component on propagating modes in the duct. As an input to the model, the power spectral density of the wall pressure is determined experimentally. The vibroacoustic response of the structure is given for a $0.2 \times 0.1 \times 0.5 \text{ m}^3$ duct made of 3 mm steel plates excited by 20 m/s and 30 m/s flows. Comparisons between experimental results and numerical predictions show that the acoustical components dominate. Their contribution depends on the frequency and flow speed.

Keywords : Internal turbulent flow, turbulent boundary layer, rectangular duct, modal analytical computation, acoustic propagating modes.

2.1 Introduction

Although most fluid conveying ducts are cylindrical, specific applications require the use of rectangular ducts. This is the case of ventilation and air conditioning systems in buildings for space saving, and in industrial applications requiring large duct sections for gas transportation. For instance, gas treatment centers used in the aluminum industry require such rectangular ducts for manufacturing purposes. They are made by the assembly of four rectangular plates welded together and stiffened by beams placed along the duct section. These ducts, which convey gases at a speed of 20 m/s, can be subjected to high levels of vibration induced by the flow acting on the internal faces of the duct. The prediction of such flow-induced vibrations is therefore essential in order to optimize the geometry and characteristics of the duct according to vibration levels and mechanical fatigue objectives.

Although much research has been performed on the vibrations of cylindrical pipes excited by fluid flows [35, 34, 38], to the authors' knowledge, no publications concerning rectangular-shaped ducts can be found in the scientific literature. Evidently, the vibrational behavior of polygonal ducts made of plates has been studied for several decades. Various approaches are available to determine the modal characteristics of this type of structure : the receptance method for plates [5], cylindrical polygonal ducts [6], the transfer matrix method [39] and the Rayleigh-Ritz method [40]. In [41], a finite element analysis permitted the classification of polygonal duct modes. The receptance method has been also used in recent cases such as [33] and [42].

In order to account for the presence of a turbulent flow, most studies consider the turbulent boundary layer (TBL) excitation as being responsible for the vibrations of the structure. These studies have been carried out in aeronautics [43, 16] and ship building [36], both activities in which the TBL generated by the fluid flow causes fuselages and hulls to vibrate. Experimental data on the wall pressure fluctuations created by the TBL has also been collected [44, 45]. As a random stochastic source, it is generally defined via its cross power spectral density. Various semi-empirical models have been developed since the 1960s and we can cite Corcos [15], Chase [26] and Efimtsov [18]. A large number of models were described and compared by Bull [46]. The aerodynamic part of wall pressure fluctuations is now well established, at least for the ideal case of a low Mach number turbulent flow developed on an infinite and rigid surface. However, the acoustical contribution produced by the turbulent flow is far from being resolved. This is partly because acoustical perturbations can have long-range effects which cannot be anticipated solely on the basis of the local behavior of the turbulent boundary layer. The acoustical contribution, though generally much less energetic compared to the aerodynamic part, is characterized by small wavenumbers and is known to have non-negligible effects on the vibration levels and the noise radiated by the structure [17, 47]. The description of the acoustic pressure field produced by the turbulent boundary layer has been investigated theoretically by Dowling [48] in the case of an infinite plane. In this scenario, the field has a diffuse character and this assumption has been used in many works [49]. When the turbulent flow is confined in a duct, the latter acts as a waveguide and the acoustic field is better described in terms of duct acoustic modes [50, 51]. To our knowledge, Norton [31] is the only author to have studied the vibrations of a cylindrical duct due to the contribution of the modal sound field generated either by a singularity inserted in a duct

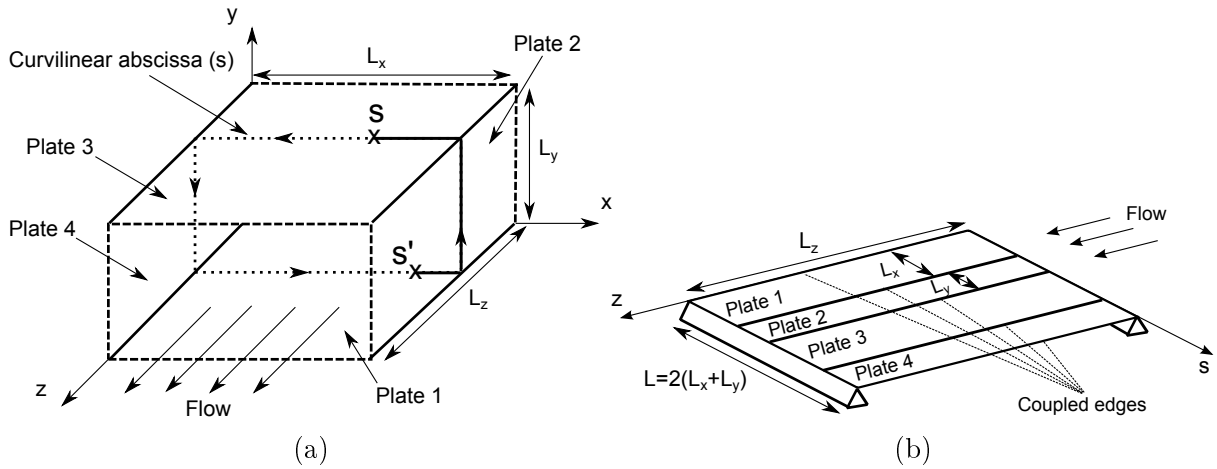


FIGURE 2.1 – The duct model (a) and its associated unrolled shape (b).

or by the TBL alone, and his work forms the basis for the present study.

The objective of this paper is to study the vibratory response of a rectangular duct of finite length excited by an internal turbulent flow. First, a semi-analytical vibration model for the structure based on the receptance method is presented. The model is used to obtain an explicit expression for the frequency response function Eq. (2.7) of the duct. The treatment of the TBL excitation which comprises an aerodynamic part based on Corcos's semi-empirical model and an acoustical contribution described in terms of duct modes is presented in Section 3. In the last section of the paper, experimental results are given for a $0.2 \times 0.1 \times 0.5 \text{ m}^3$ duct made with 3 mm steel plates excited by a turbulent air flow at different speeds. Comparisons between experimental results and numerical predictions show the presence of propagating modes whose magnitude, given as a percentage of the aerodynamic pressure field, depends on the frequency and the flow speed.

2.2 Modeling a rectangular duct

The duct is modeled with four single plates bonded together to form a rectangular shape. It is assumed that it is simply supported at both ends located at $z = 0$ and $z = L_z$ (dashed edges on Fig. 2.1a). The adjacent plates are coupled to the other edges along the z axis. To facilitate the geometrical coordinate system, the duct is modeled as a plate in its unrolled form, as shown in Fig. 2.1b, thus the coordinate system (s, z) of the unrolled duct is used in the following. The flow direction is along the z axis. The general bending solution w^i for each plate $i = 1 \dots 4$ can be expressed as a sum of shape functions ϕ_{mn}^i as in

$$\phi_{mn}^i(s, z) = \underbrace{[A_m^i \sin(\alpha_2 s) + B_m^i \cos(\alpha_2 s) + C_m^i \sinh(\alpha_1 s) + D_m^i \cosh(\alpha_1 s)]}_{\varphi_m^i(s)} \sin\left(\frac{n\pi z}{L_z}\right), \quad (2.1)$$

with $\alpha_1 = \sqrt{\beta^2 + (n\pi/L_z)^2}$, $\alpha_2 = \sqrt{\beta^2 - (n\pi/L_z)^2}$ and $\beta^4 = \omega^2 \rho h / D$. D is the bending stiffness of the plate, h the thickness and ω the angular frequency. The shape of the plate i along the s direction is defined as $\varphi_m^i(s)$. The mn index defines the mode number, m along the s direction and n along the z direction. As the plate is simply supported, n also corresponds to the number of half-periods along the z axis. For each mode n , the value of coefficients A_m , B_m , C_m and D_m is determined by using the continuity conditions at the coupled edges. Considering mode mn , these conditions between two adjacent plates i and j are written as

$$A_m^i \sin(\alpha_2 L_i) + B_m^i \cos(\alpha_2 L_i) + C_m^i \sinh(\alpha_1 L_i) + D_m^i \cosh(\alpha_1 L_i) = 0, \quad (2.2a)$$

$$A_m^j \sin(\alpha_2 L_j) + B_m^j \cos(\alpha_2 L_j) + C_m^j \sinh(\alpha_1 L_j) + D_m^j \cosh(\alpha_1 L_j) = 0, \quad (2.2b)$$

$$\alpha_2 [-A_m^i \cos(\alpha_2 L_i) + B_m^i \sin(\alpha_2 L_i)] + \alpha_1 [C_m^i \cosh(\alpha_1 L_i) + D_m^i \sinh(\alpha_1 L_i)] = -\alpha_2 A_m^j + \alpha_1 C_m^j, \quad (2.2c)$$

$$\alpha_2^2 [-A_m^i \sin(\alpha_2 L_i) - B_m^i \cos(\alpha_2 L_i)] + \alpha_1^2 [C_m^i \sinh(\alpha_1 L_i) + D_m^i \cosh(\alpha_1 L_i)] = -\alpha_2^2 B_m^j + \alpha_1^2 D_m^j. \quad (2.2d)$$

where $L_i, L_j = L_x$ or L_y according to the plate index. Equations (2.2a) and (2.2b) express the zero displacement along the coupled edges. Equations (2.2c) and (2.2d) express the continuity of the rotation and bending momentum, respectively. Then, by writing these four equations at each coupled edge, we obtain a set of sixteen equations that can be expressed in matrix form

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{12} & \mathbf{Z}_{21} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{Z}_{23} & \mathbf{Z}_{32} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{Z}_{34} & \mathbf{Z}_{43} \\ \mathbf{Z}_{14} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{Z}_{41} \end{bmatrix}}_{\mathbf{Z}(\omega, n)} \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{V}_1 \\ \mathbf{V}_2 \\ \mathbf{V}_3 \\ \mathbf{V}_4 \end{bmatrix}}_{\mathbf{V}} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad (2.3)$$

where \mathbf{Z} is a 16×16 matrix which contains all the coupling terms and is composed of 4×4 sub-matrices \mathbf{Z}_{ij} containing the coupling terms between plates i and j . Once the structural parameters of each plate are known, \mathbf{Z} depends only on ω and n . Vector \mathbf{V}_i contains coefficients A_m^i , B_m^i , C_m^i and D_m^i of plate i .

According to Eq. (2.3), for a given n , the natural frequencies ω_{mn} of the duct are obtained by solving the non-linear equation¹

$$\det \mathbf{Z}(\omega, n) = 0, \quad (2.4)$$

where m refers to the m^{th} solution of the previous equation. Finally, the shape associated with the mn^{th} mode is obtained by solving $\mathbf{Z}(\omega_{mn}, n)\mathbf{V} = \mathbf{0}$. The global shape of the unrolled duct ϕ_{mn} is given by assembling the four shapes of a single plate

1. Pour les gaines de grandes dimensions (voir chapitre 4), des problèmes numériques peuvent apparaître lors de la résolution de l'équation (2.4). Un modèle simplifié de la gaine utilisant 4 plaques découplées permettant une résolution analytique est proposé au chapitre 4.

$$\phi_{mn}(s, z) = \begin{cases} \phi_{mn}^1(s, z) & ; s \in [0; L_x] \\ \phi_{mn}^2(s - L_x, z) & ; s \in [L_x; L_x + L_y] \\ \phi_{mn}^3(s - L_x - L_y, z) & ; s \in [L_x + L_y; 2L_x + L_y] \\ \phi_{mn}^4(s - 2L_x - L_y, z) & ; s \in [2L_x + L_y; 2L_x + 2L_y] \end{cases} \quad (2.5)$$

The previous expression can be written in a more compact form

$$\phi_{mn}(\mathbf{s}) = \phi_{mn}(s, z) = \varphi_m(s) \times \sin\left(\frac{n\pi z}{L_z}\right), \quad (2.6)$$

where φ_m can be interpreted as the duct section mode shape across the transverse plane. The reader can see that each solution φ_m depends implicitly on the n parameter according to Eq. (2.3); however, this index has been omitted to simplify the notation. Fig. 2.2a shows the first five mode shapes, i.e. φ_m for $m = 1 \dots 5$, of the rectangular duct whose parameters are defined in Table 2.1. These mode shapes are presented for $n = 1$, but the classification remain unchanged regardless of the value of n . Fig. 2.2b shows global mode shapes : the first index stands for the type of section mode and the second index corresponds to the number of half-periods along the z axis. Mode (1,1) has a type 1 mode shape and one half-period along the z axis. Mode (1,2) is of the same type as mode (1,1) but with two half-periods along the z axis. Mode (2,2) has the same number of half-periods along the z axis as mode (1,2), which has a type 2 mode shape, and so on. It will be shown later in this paper that modes of type 1, 3 and 5 carry most of vibrational energy.

Young's modulus E	210×10^9 GPa	Poisson's ratio ν	0.22
Density ρ	7800 kg/m ³	Section $L_x \times L_y$	0.2×0.1 m ²
Thickness h	3 mm	Length L_z	0.5 m

TABLE 2.1 – Parameters for the tested duct.

Using the coordinate system of the unrolled duct, the frequency response function H expressing the response of the duct at point \mathbf{r}_1 excited by a point force located at \mathbf{s}_1 is written as

$$H(\mathbf{r}_1, \mathbf{s}_1, \omega) = \sum_{m,n} \frac{\phi_{mn}(\mathbf{r}_1) \phi_{mn}(\mathbf{s}_1)}{M_{mn} Z_{mn}}, \quad (2.7)$$

where $S = 2L_z(L_x + L_y)$ is the duct surface and for a given mode mn , and $M_{mn} = \int_S \rho h \phi_{mn}^2 ds$ is the generalized mass. The mechanical dynamic impedance is given by

$$Z_{mn}(\omega) = \omega_{mn}^2 - \omega^2 + 2i\xi_{mn}\omega_{mn}\omega, \quad (2.8)$$

with ω_{mn} and ξ_{mn} the natural frequency and modal damping of mode (m, n) . The present model (mode shapes and natural frequencies) has been compared successfully with the commercial Finite Element code VA-One developed by the ESI group.

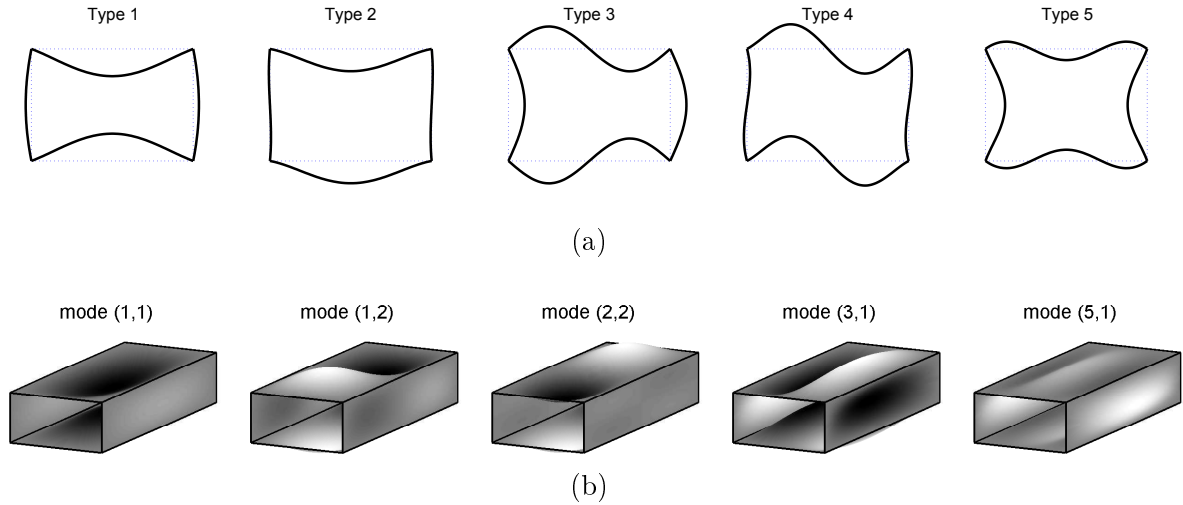


FIGURE 2.2 – (a) Section mode shapes φ_m ($n = 1$); (b) 3D illustration of some global modes of the duct ϕ_{mn} .

2.3 Theoretical model of the turbulent boundary layer

2.3.1 Aerodynamic contribution

The turbulent boundary layer (TBL) is a phenomenon located at the fluid structure interface in the presence of a sufficiently high velocity flow. In the case of a duct with internal flow, the TBL develops all along the duct and generates wall pressure fluctuations which excite the structure. In this paper we consider the TBL as the main mechanical source and the TBL is supposed to be fully developed, stationary and homogeneous. The TBL can be described using the cross-correlation function for the pressure between 2 points $\mathbf{s}_1 = (s_1, z_1)$ and $\mathbf{s}_2 = (s_2, z_2)$ and can be written as

$$R_{pp}(\xi_s, \xi_z, \tau) = E [p(s_1, z_1, t)p(s_2, z_2, t + \tau)] , \quad (2.9)$$

where $E[\]$ is the ensemble average and $(\xi_s, \xi_z) = (\mathbf{s}_1 - \mathbf{s}_2)$ is the separation vector. The cross power spectral density S_{pp} is given by the Fourier transform of Eq. (2.9) :

$$S_{pp}(\xi_s, \xi_z, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{pp}(\xi_s, \xi_z, \tau) \exp(-i\omega\tau) d\tau . \quad (2.10)$$

The modeling of this function has been the subject of many studies since the 1960s. Mention can be made of the famous models of Corcos [15], Chase [26] and Efimtsov [18]. In this work, we consider the Corcos model for the TBL excitation. The cross-power spectral density is given by [15]

$$S_{pp}(\xi_s, \xi_z, \omega) = \Phi_{pp}(\omega) \exp(-\gamma_s \omega |\xi_s| / U_c) \exp(-\gamma_z \omega |\xi_z| / U_c) \exp(-i\omega \xi_z / U_c) . \quad (2.11)$$

The point auto-spectrum of the pressure Φ_{pp} is generally determined via experimental data or by using empirical formula such as the Robert formula [23] or the Goody model [27]. In [22], Hwang proposed a review of several frequency spectrum models. In Eq. (2.11), Corcos parameters γ_z and γ_s are related to the axial and lateral correlation lengths and U_c is the convection velocity. Their numerical values are discussed later.

2.3.2 Numerical implementation

We apply the receptance method [12] to the unrolled duct. The analysis is almost the same as for a single plate. The cross power spectral density between points \mathbf{r}_1 and \mathbf{r}_2 located on the duct surface is obtained using the fundamental solution (2.7) and

$$S_{ww}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \omega) = \int_S \int_S H^*(\mathbf{r}_1, \mathbf{s}_1, \omega) S_{pp}(\mathbf{s}_1 - \mathbf{s}_2, \omega) H(\mathbf{r}_2, \mathbf{s}_2, \omega) d\mathbf{s}_1 d\mathbf{s}_2 . \quad (2.12)$$

This formula can be simplified by considering the modal decomposition response of the plate and by neglecting cross terms like in [16]. The auto-spectrum is expressed when $\mathbf{r} = \mathbf{r}_1 = \mathbf{r}_2$ as

$$S_{ww}(\mathbf{r}, \omega) = \sum_{mn} \left(\frac{\phi_{mn}(\mathbf{r})}{M_{mn}|Z_{mn}|} \right)^2 \times \overbrace{\int_S \int_S \phi_{mn}(\mathbf{s}_1) S_{pp}(\mathbf{s}_1 - \mathbf{s}_2, \omega) \phi_{mn}(\mathbf{s}_2) d\mathbf{s}_1 d\mathbf{s}_2}^{I_{mn}(\omega)} . \quad (2.13)$$

Finally, the quadratic acceleration of the duct $\overline{S_{uu}^{aero}}$ allows quantifying the global response of the structure due to the aerodynamic component

$$\overline{S_{uu}^{aero}}(\omega) = \frac{\omega^4}{S} \int_S S_{ww}(\mathbf{r}, \omega) d\mathbf{r} . \quad (2.14)$$

The computation of the integral I_{mn} may become very tedious for a large number of modes. It is usually computed numerically and requires a smaller space resolution as the frequency increases. Several modifications in (2.13) allow considerably reducing computational time. By using the fact that expressions (2.6) and (2.11) can be decomposed as the product of two functions in z and along the curvilinear coordinate s , we find that

$$I_{mn}(\omega) = \Phi_{pp}(\omega) \times \overbrace{\int_0^{L_z} \int_0^{L_z} \sin\left(\frac{n\pi z}{L_z}\right) \sin\left(\frac{n\pi z'}{L_z}\right) \exp\left(\frac{-\gamma_z \omega |z - z'|}{U_c}\right) \exp\left(\frac{-i\omega(z - z')}{U_c}\right) dz' dz}_{\Gamma_n} \times \int_0^L \int_0^L \varphi_m(s) \varphi_m(s') \exp\left(\frac{-\gamma_x \omega |s - s'|}{U_c}\right) ds' ds , \quad (2.15)$$

where $L = 2(L_x + L_y)$ is the perimeter of the duct section as shown in Fig. 2.1b. In (2.15), the quantity $|s - s'|$ must be interpreted as the shortest distance between points s and s' (see solid line on Fig. 2.1a). Thus the following rule is applied during the computation process :

$$|s - s'| = \begin{cases} |s - s'| & \text{if } |s - s'| \leq L/2 \\ L - |s - s'| & \text{if } |s - s'| \geq L/2 \end{cases} \quad (2.16)$$

The double integral Γ_n along the z direction can be expressed as demonstrated in [52], as a sum of single integrals depending on a single variable. The demonstration given in Appendix 1 shows that Γ_n can be computed analytically. The other integral in Eq. (2.15) involving variables s and s' must be computed numerically.

2.3.3 Acoustic contribution

In addition to the aerodynamic component, the acoustic part of the TBL must be taken into account. This contribution is usually modeled as a diffuse field and is directly added to the Corcos formula (Eq. (2.11)) by using a coefficient which expresses the energy ratio between the acoustic and aerodynamic terms. Lecoq [17] used this approach to model both aerodynamic and aeroacoustic contributions and applied it to an external flow exciting a flat plate. In the present context, duct acoustic modes do not conform to the diffuse field hypothesis and the contribution of each acoustic mode must be computed separately. In [31, 32], Norton takes into account the contribution of the acoustic propagating modes to the vibration of a cylindrical pipe excited by a turbulent flow. In a rectangular duct, the acoustic modes are given by

$$\Psi_{pq}(\mathbf{s}, t) = \Psi_{pq}(x, y, z, t) = \cos\left(\frac{p\pi x}{L_x}\right) \cos\left(\frac{q\pi y}{L_y}\right) \exp(i\omega t - ik_{pq}z) , \quad (2.17)$$

where the axial wavenumber k_{pq} is defined along the z axis and written as

$$k_{pq} = \sqrt{\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 - \left(\frac{p\pi}{L_x}\right)^2 - \left(\frac{q\pi}{L_y}\right)^2} . \quad (2.18)$$

where it is understood that a mode is propagating if k_{pq} is a real quantity. It is convenient to define $\psi_{pq}(s)$ as the projection of the acoustic mode along the unrolled coordinates s

$$\psi_{pq}(s) = \begin{cases} \cos\left(\frac{p\pi s}{L_x}\right) & ; s \in [0; L_x] \\ \cos(p\pi) \cos\left(\frac{q\pi [s - L_x]}{L_y}\right) & ; s \in [L_x; L_x + L_y] \\ \cos\left(\frac{p\pi [2L_x + L_y - s]}{L_x}\right) \cos(q\pi) & ; s \in [L_x + L_y; 2L_x + L_y] \\ \cos\left(\frac{q\pi [2L_x + 2L_y - s]}{L_y}\right) & ; s \in [2L_x + L_y; 2L_x + 2L_y] \end{cases} \quad (2.19)$$

The contribution of the pq^{th} acoustic mode on the cross power spectral density is computed by inserting Eq. (2.17) into (2.9) and (2.10). For the sake of clarity, the suffix pp of the function S_{pp} is replaced by pq to designate the acoustic mode under consideration. Unlike the contribution of the TBL, the acoustic field cannot be considered as homogeneous, i.e. it is not a function of the separation vector due to the stationary field distribution in the cross-section plane. The pq^{th} contribution can be written as

$$S_{pq}^{acou}(\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2, \omega) = \Phi_{pp}(\omega) \psi_{pq}(s_1) \psi_{pq}(s_2) \exp[ik_{pq}(z_1 - z_2)] , \quad (2.20)$$

where, following Norton [32], S_{pq}^{acou} has been ‘normalized’ by including the wall pressure auto-spectrum $\Phi_{pp}(\omega)$. The response of the pipe to the pq^{th} acoustic mode is found by replacing S_{pp} by S_{pq}^{acou} in Eq. (2.13), giving

$$S_{ww,pq}^{acou}(\mathbf{r}, \omega) = \sum_{mn} \left(\frac{\phi_{mn}(\mathbf{r})}{M_{mn}|Z_{mn}|} \right)^2 \times \overbrace{\int_S \int_S \phi_{mn}(\mathbf{s}_1) S_{pq}^{acou}(\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2, \omega) \phi_{mn}(\mathbf{s}_2) ds_1 ds_2}^{j_{mnpq}^2(\omega)} . \quad (2.21)$$

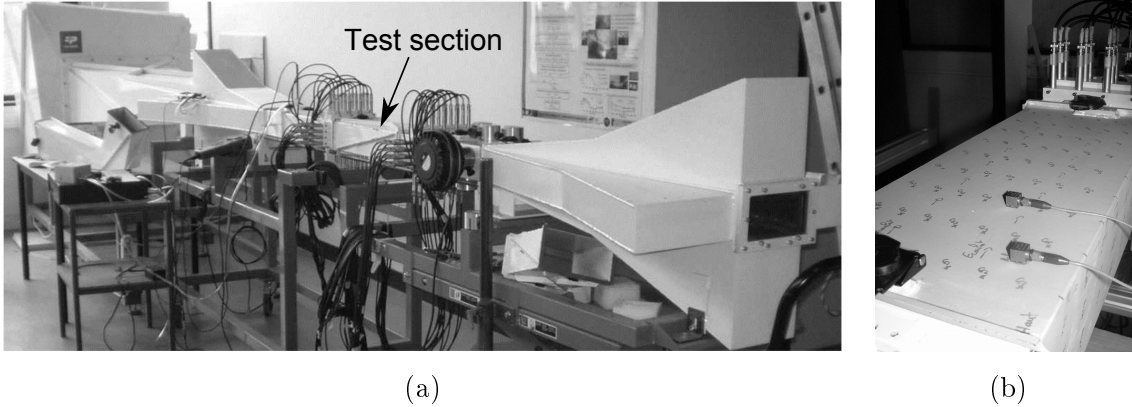


FIGURE 2.3 – Experimental device : (a) CESAM test bench ; (b) Test section.

The term $j_{mnpq}^2(\omega)$, given as a quadruple integral, is called the joint acceptance function according to Norton wording [32]. By using eqs. (2.6) and (2.20), we demonstrate (see Appendix 2) that the joint acceptance can be computed analytically involving a product of squared terms. The expression of the joint acceptance function can be split in order to highlight the vibroacoustic coupling occurring in the section of the duct and

$$\frac{j_{mnpq}^2(\omega)}{\Phi_{pp}(\omega)} = j_{mpq}^2 \times j_{npq}^2(\omega). \quad (2.22)$$

Finally, by assuming that the acoustic modes are all uncorrelated, the contribution of each acoustic propagating mode is added to the aerodynamic component as follows :

$$\overline{S_{uu}} = \overline{S_{uu}^{aero}} + A_{00} \times \overline{S_{uu,00}^{acou}} + A_{10} \times \overline{S_{uu,10}^{acou}} + \dots + A_{pq} \times \overline{S_{uu,pq}^{acou}}, \quad (2.23)$$

where the overbar represents the space average (as defined in Eq.2.14) and $A_{pq} \times \overline{S_{uu,pq}^{acou}}$ is the contribution of the pq^{th} acoustic propagating mode to the structural vibration. The value of coefficient A_{pq} is zero when mode pq is not propagating.

2.4 Measurements

2.4.1 Experimental procedure

Measurements were performed on the test bench shown in Fig. 2.3a. It was initially designed for the characterization of acoustic properties (scattering and dissipation) of obstacles inserted in the duct with and without the presence of flow [53]. The bench is composed of several sections including acoustic sources, microphones, and one test section ($0.1 \times 0.2 \text{ m}^2$) and is completed by an anechoic termination at both ends. It is equipped with a radial fan able to generate an air flow up to 30 m/s. The flow speed is measured by using a pitot probe located upstream of the test section.

The tested part of the duct, whose characteristics are defined in Table 2.1, is presented in Fig. 2.3b : it is made of four 0.5 m long welded steel plates 3 mm thick and is inserted in the test section (Fig. 3a). The duct acceleration response is performed using two accelerometers, one of them being used as the reference, the other one being successively

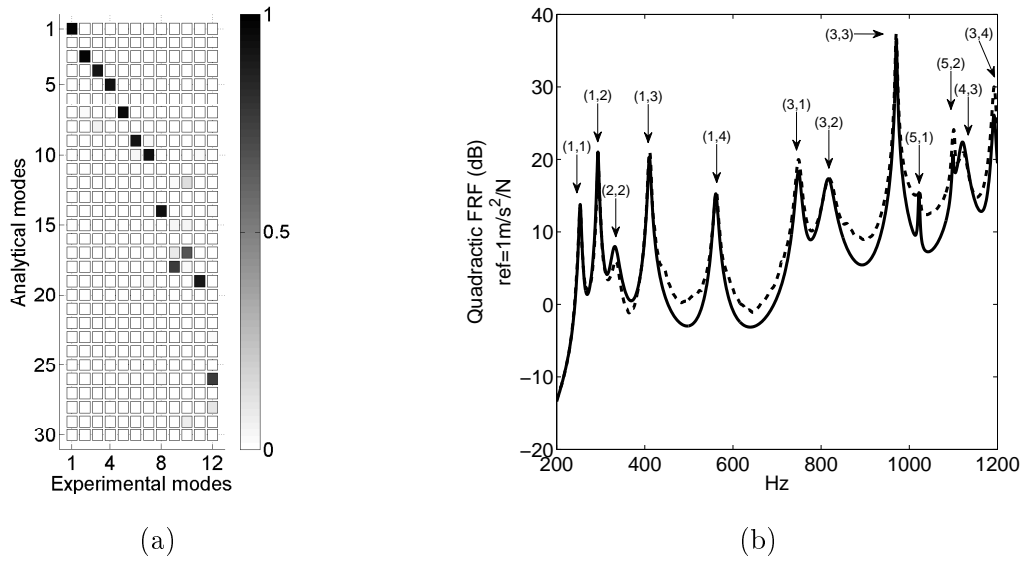


FIGURE 2.4 – (a) MAC matrix ; (b) Quadratic FRF comparison between analytical (—) and experimental (- -) data.

positioned on the measurement grid in order to obtain the average quadratic velocity of the duct. The measurement grid is defined on the duct with a regular interval of 2.5 cm along the cross-flow direction and 5 cm along the flow direction. Twelve microphones located downstream and upstream next to the test section, are used to measure the average pressure auto-spectrum.

2.4.2 Structural parameters

First, the experimental modal characteristics of the duct mounted on the bench are determined without flow by using a shock hammer. An accelerometer is placed on the upper face of the duct at each measurement point defined in section 2.4.1 and a shock is given at a reference point ($x=15$ cm, $y=10$ cm, $z=45$ cm). The natural frequencies and damping coefficients of the duct are extracted by performing a modal extraction with the commercial software ME'scope from Vibrant Technology : these values are then used in the analytical model Eq. (2.13) and are presented in Table 2.2. The MAC matrix given in Fig. 2.4a shows good agreement between the analytical and experimental mode shapes (MAC coefficients above 0.65). Fig. 2.4b again shows good agreements between the quadratic Frequency Response Function (FRF) computed analytically and obtained experimentally.

The procedure described above is performed again for two different flow speeds (20 m/s and 30 m/s) in order to quantify the impact of the flow on modal parameters. Mode shapes are assumed to remain unchanged, thus only the effect on natural frequencies and damping coefficients must be reevaluated. In all cases, although it was observed that the variations of the natural frequencies and the modal damping were very small (less than 1% and 0.2%, respectively), the values dependent on the speed flow are used in the model.

Mode	(1,1)	(1,2)	(2,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(5,2)	(4,3)	(3,4)
Freq. (Hz)	253	293	331	410	560	711	748	816	970	1098	1120	1192
Damp. (%)	1.038	0.725	3.160	0.781	0.868	0.800	0.838	1.535	0.165	0.179	0.920	0.340

TABLE 2.2 – Experimental duct parameters without flow.

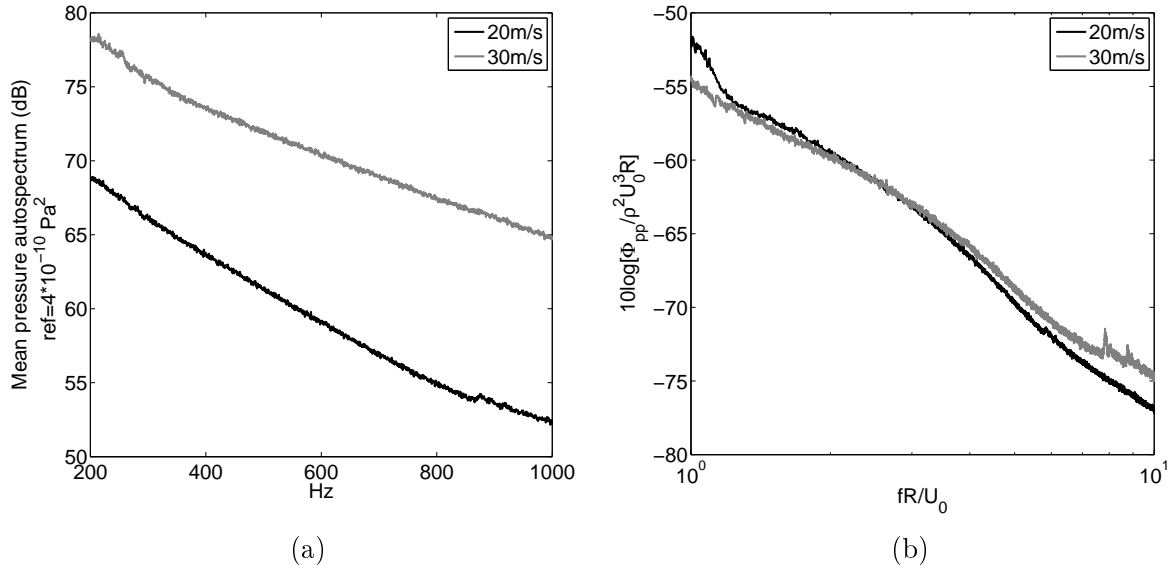


FIGURE 2.5 – (a) : Mean pressure auto-spectrum ; (b) : Non-dimensional wall pressure power spectral density.

2.4.3 TBL parameters

According to Eq. (2.11), the Corcos model requires three parameters : γ_s , γ_z and U_c . The coefficients used in the analytical model are based on previous measurements made by Arguillat in a 0.5×0.5 m² rectangular duct [54] where it was shown that these coefficients are frequency dependent. However, it was decided not to take into account this dependency as the variation is rather marginal. The coefficient U_c defines the TBL velocity and is expressed as a fraction of the flow speed at the center of the duct U_0 which is set to $U_c/U_0 = 0.8$. Corcos coefficients are set to $\gamma_s = 1$ and $\gamma_z = 1/8$ as in [17]. The point pressure auto-spectrum $\Phi_{pp}(\omega)$ is determined experimentally by using the upstream and downstream microphones. Fig. 2.5a shows the mean pressure auto-spectrum averaged over all the microphones at two different speeds. The turbulent boundary layer is assumed to be fully developed, which means that $\Phi_{pp}(\omega)$ is identical regardless of the position on the duct. The level of Φ_{pp} decreases with frequency as expected [23]. Alternatively, Fig. 2.5b shows the non-dimensional wall pressure power spectral density versus fR/U_0 where R is the hydraulic radius. The results compare favorably with those published by Durant *et. al* (see Fig. 5 in [34]) in the case of a circular duct.

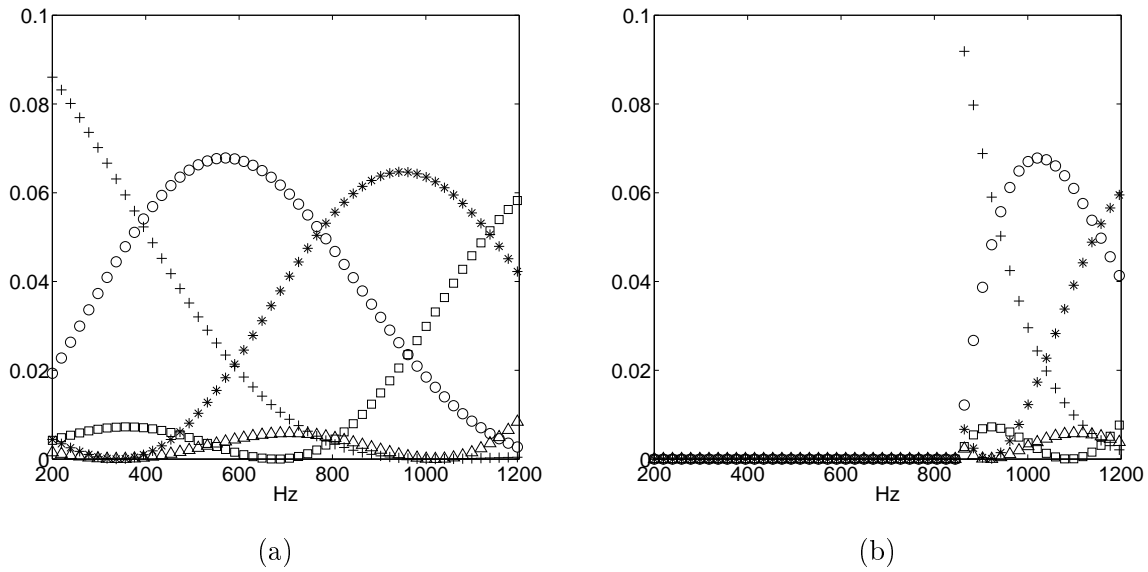


FIGURE 2.6 – j_{npq}^2 values (a) : $(p, q) = (0, 0)$; (b) : $(p, q) = (1, 0)$. $n = 1$ (+); $n = 2$ (o); $n = 3$ (*); $n = 4$ (□); $n = 5$ (△).

2.4.4 Vibroacoustic coupling

For a given frequency, the coupling between a structural mode mn and an acoustic propagative mode pq is given by the value of the joint acceptance function j_{mnpq}^2 . As shown in Eq. (2.22), it can be expressed as a product of two terms j_{mpq}^2 and $j_{npq}^2(\omega)$ representing the transverse and longitudinal coupling, respectively. Table 2.3 gives the transverse coupling values between a section mode type m , as defined in Fig. 2.2a, and a propagating mode (p, q) . These values correspond to j_{mpq}^2 normalized by the square of the modal mass of mode m and are presented for $n = 1$; however, the dependence on n is rather small. By examining the non-zero values, it can be seen that the acoustic plane wave can be coupled only to structural modes with a section mode type 1 or 5, whereas the first transverse acoustic mode (1,0) can be coupled only to section mode type 3.

ac. mode	Structural section mode				
	$m=1$	$m=2$	$m=3$	$m=4$	$m=5$
(0,0)	0.08	0	0	0	0.09
(1,0)	0	0	0.002	0	0

TABLE 2.3 – Transverse coupling coefficients $\left(\frac{j_{mpq}^2}{M_{mn}^2}\right)$ ($n = 1$).

Fig. 2.6 shows the value of j_{npq}^2 which expresses the coupling between the structural and acoustic modes along the flow direction. The results are presented for the plane wave mode (0,0) (Fig. 2.6a) and the first transverse mode (1,0) (Fig. 2.6b). The value depends on the number of half-periods n of the structural mode along the z axis. For a given value of n , each curve presents a maximum indicating a strong coupling between the structural and acoustic modes.

2.4.5 Results

In the frequency range (200 Hz - 850 Hz) only the plane wave is allowed to propagate meaning that Eq. (2.23) involves only a single coefficient A_{00} . Thus the value of this coefficient can be computed as

$$A_{00} = \frac{\overline{S_{uu}} - \overline{S_{uu}^{aero}}}{\overline{S_{00}^{acou}}} . \quad (2.24)$$

We recall that $\overline{S_{uu}}$ is a measured quantity whereas the other terms are computed analytically using the mean point pressure auto-spectrum Φ_{pp} of Section 4.3. The value of A_{00} is computed at the first five resonant peaks. These five values are reported in Fig. 2.7. It shows a decreasing trend conveniently approximated by a power-like function as $A_{00} = K \times f^\alpha$. The parameters are given in Table 2.4. A_{00} can be interpreted as the energy ratio between the acoustical and the aerodynamic pressure field produced by the flow. It is noteworthy that this ratio tends to increase with the flow speed and remains below 20%. A similar analysis can be found in the context of a diffuse field in [54], where an energy ratio of 5% was observed for a sufficiently high frequency, and also for the case of a singularity placed in a cylindrical duct such as in [55].

Above the cut-off frequency of 850 Hz, the first transverse acoustic mode can also propagate, meaning that Eq. (2.23) cannot be inverted in order to find coefficients A_{00} and A_{10} . The separation between these contributions can be achieved if we bear in mind that the duct walls act as a filter for the duct acoustic modes. The vibroacoustic coupling coefficients given in Table 2.3 show that the plane wave mode can be coupled to structural modes with $m = 1$ and $m = 5$ whereas the first transverse acoustic mode can be coupled only to structural modes with $m = 3$. Thus coefficients A_{00} and A_{10} are determined from the frequency peaks associated with a well identified structural mode where it may be assumed that only one duct acoustic mode is preponderant. For instance, at peaks corresponding to structural modes $m = 3$, we can write

$$A_{10} \approx \frac{\overline{S_{uu}} - \overline{S_{uu}^{aero}}}{\overline{S_{10}^{acou}}} . \quad (2.25)$$

(p,q)	U_0	$f < 850$		$f > 850$	
		K	α	K	α
(0,0)	20 m/s	4.28×10^3	-1.98	1.08×10^3	-1.50
	30 m/s	9.85×10^4	-2.30	1.36×10^4	-1.95
(1,0)	20 m/s	x	x	1.09×10^4	-1.37
	30 m/s	x	x	3.54×10^6	-2.39

TABLE 2.4 – Values of the power-like function approximation (x : non-propagating mode).

Again, it may be assumed that the these coefficients behave as a power-like function (see parameters given in Table 2.4). We note that A_{00} is higher, below 850 Hz than A_{10} .

From these approximated values, the global response of the duct, including both the aerodynamic and acoustic contributions, can be estimated via Eq. (2.23). Fig. 2.8

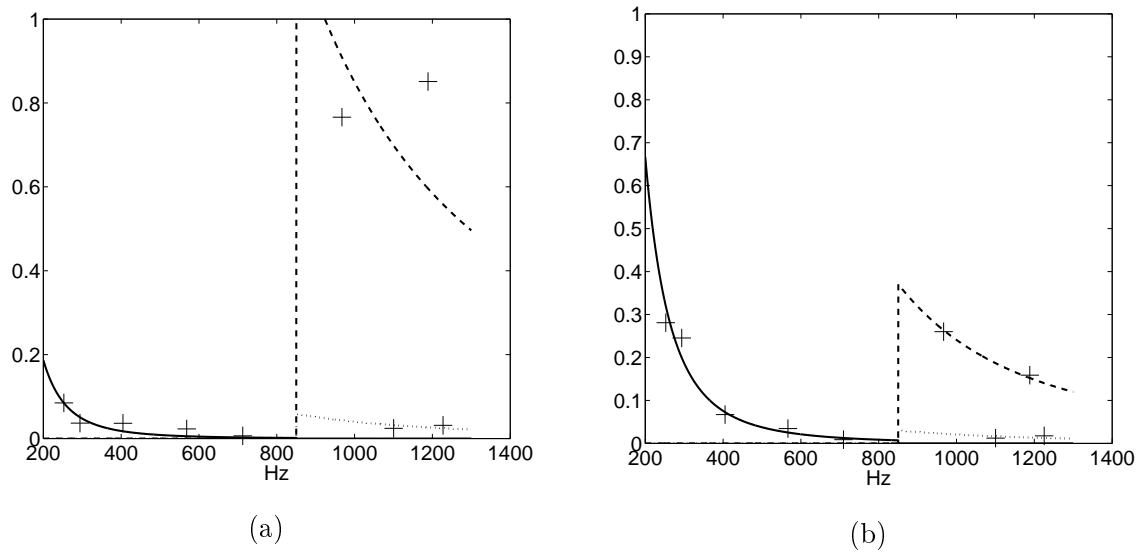


FIGURE 2.7 – Coefficients A_{00} $f < 850$ Hz (—), A_{00} $f > 850$ Hz (\cdots) and A_{10} $f > 850$ Hz (- -) at 20 m/s (a); and 30 m/s (b).

(+) : values extracted from experimental data

gives the contribution of the aeroacoustic and aerodynamic input to the duct vibration and shows that the aeroacoustic contribution dominates. This rather small aerodynamic contribution can be explained by the fact that the frequency range of interest is well above the aerodynamic coincidence (see Lecoq in [17]). Fig. 2.9 compares the vibration levels obtained directly from measurements and those calculated with our model for two flow speeds. Two observations can be made : (i) below cut-off the vibration level tends to decrease and the level rises again above cut-off, and (ii) as expected, the vibration level is higher for a high flow speed. The agreement is very good except just below cut-off due to the contribution of the evanescent acoustic transverse mode, though the present model does not take this contribution into account.

2.5 Conclusion

An analytical model for the vibroacoustic response of a rectangular duct of finite length excited by a turbulent internal flow was proposed. The duct was modeled as an assembly of four simply supported plates. The excitation accounts for : (i) an aerodynamic contribution given by the Corcos semi-empirical model, and (ii) an acoustic contribution based on the propagating acoustic modes within the duct. Experimental and computed results were given for a $0.2 \times 0.1 \times 0.5$ m³ duct made with 3 mm thick steel plates excited by a 20 m/s and 30 m/s air flow. It was shown that the aerodynamic pressure fluctuations, though more energetic than the acoustic ones, have a rather limited contribution to the vibration levels. The contribution of the acoustic component was given as a percentage of the aerodynamic pressure field. The values obtained for the plane wave mode were consistent with those found in the literature [30]. The contribution of each propagating mode was derived above the cut-off frequency of the first transverse duct acoustic mode,

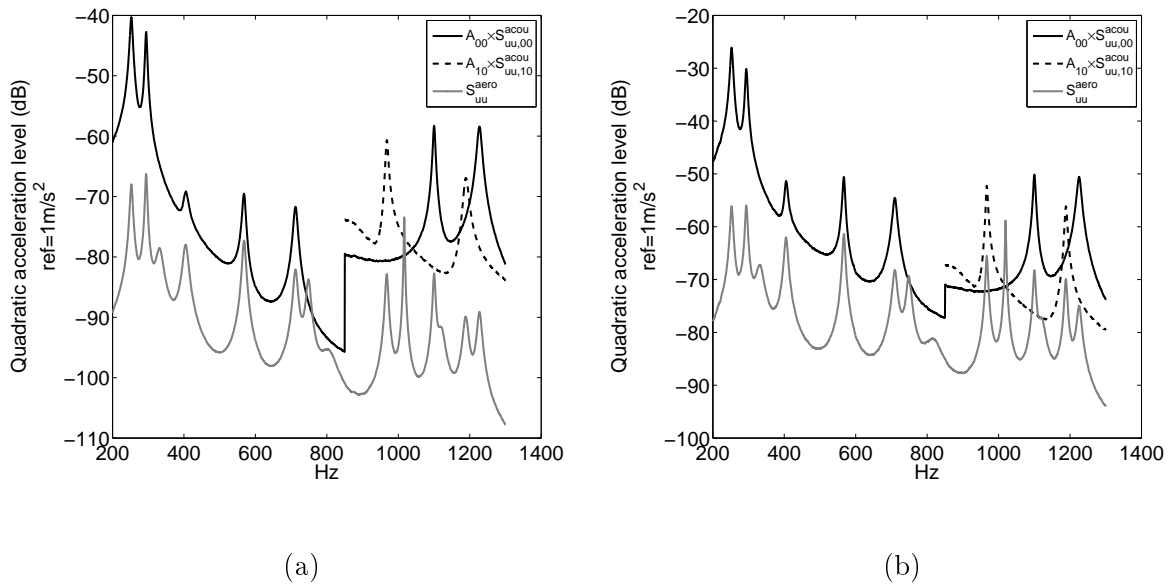


FIGURE 2.8 – Aerodynamic and aeroacoustic contributions at (a) 20 m/s; (b) 30 m/s.

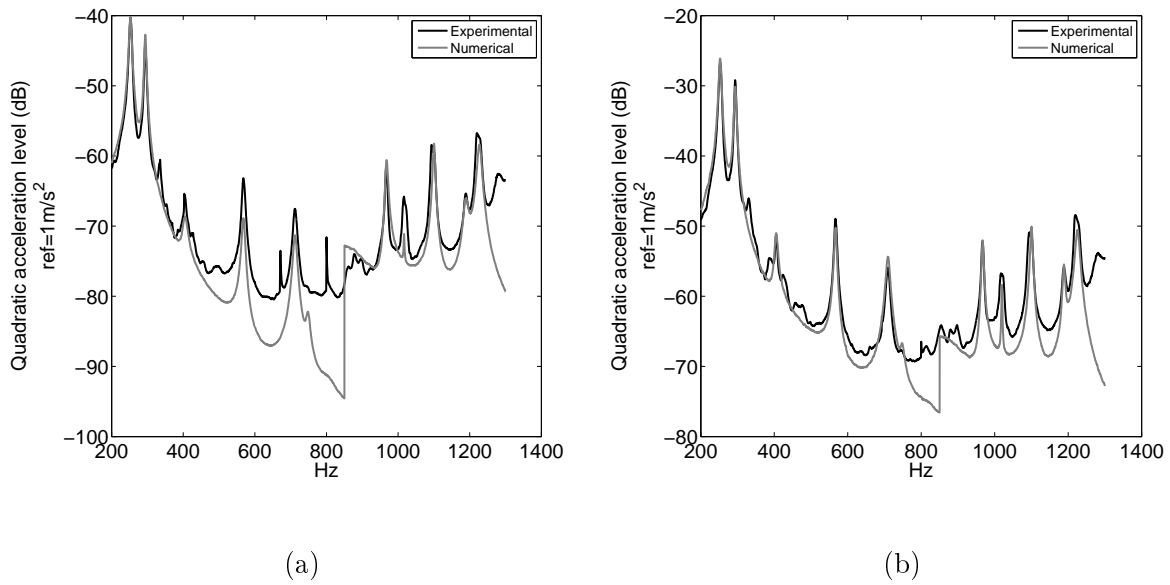


FIGURE 2.9 – Quadratic acceleration response at (a) 20 m/s; (b) 30 m/s.

given that each acoustic mode coupled with different structural modes. It should be emphasized that the model did not take into account any coupling between the structure and the acoustic modes. Further works will be dedicated to the numerical determination of the amplitude of both aerodynamic and acoustic contributions in a strong vibroacoustic coupling environment.

Appendix 1 : Computation of Γ_n

The method employed to compute Γ_n analytically is based on the approach used in [52]. The expression of Γ_n is extracted from Eq. (2.15). By using trigonometric identities, it can be expressed as

$$\Gamma_n = \frac{1}{2} \int_0^{L_z} \int_0^{L_z} \left[\cos\left(\frac{n\pi[z-z']}{L_z}\right) - \cos\left(\frac{n\pi[z+z']}{L_z}\right) \right] \times \exp\left(\frac{-\gamma_z \omega |z-z'|}{U_c}\right) \exp\left(\frac{-i\omega[z-z']}{U_c}\right) dz' dz . \quad (2.26)$$

The following change of variable is applied to the previous expression

$$\begin{cases} u = z - z' \\ v = z + z' \end{cases} . \quad (2.27)$$

Thus,

$$\Gamma_n = \frac{1}{4} \left(\int_0^{L_z} \int_u^{2L_z-u} + \int_{-L_z}^0 \int_{-u}^{2L_z+u} \right) \left[\cos\left(\frac{n\pi u}{L_z}\right) - \cos\left(\frac{n\pi v}{L_z}\right) \right] \times \exp\left(\frac{-\gamma_z \omega |u|}{U_c}\right) \exp\left(\frac{-i\omega u}{U_c}\right) dv du . \quad (2.28)$$

Finally, by developing the previous expression, Γ_n can be expressed as a sum of four single integrals

$$\Gamma_n = \frac{1}{2} \left[\int_0^{L_z} \cos\left(\frac{n\pi u}{L_z}\right) (L_z - u) \exp\left(-\frac{\omega u}{U_c}[\gamma_z + i]\right) du + \int_{-L_z}^0 \cos\left(\frac{n\pi u}{L_z}\right) (L_z + u) \exp\left(-\frac{\omega u}{U_c}[-\gamma_z + i]\right) du + \frac{L_z}{n\pi} \int_0^{L_z} \sin\left(\frac{n\pi u}{L_z}\right) \exp\left(-\frac{\omega u}{U_c}[\gamma_z + i]\right) du - \frac{L_z}{n\pi} \int_{-L_z}^0 \sin\left(\frac{n\pi u}{L_z}\right) \exp\left(-\frac{\omega u}{U_c}[-\gamma_z + i]\right) du \right] . \quad (2.29)$$

These four integrals can be easily computed analytically by using a formal calculation software application like Maple.

Appendix 2 : Computation of j_{mnpq}^2

The j_{mnpq}^2 expression is extracted from Eq. (2.21) and by using Eq. (2.6) and (2.20) it becomes

$$\frac{j_{mnpq}^2(\omega)}{\Phi_{pp}(\omega)} = \int_0^L \int_0^L \int_0^{L_z} \int_0^{L_z} \phi_{mn}(s_1, z_1) \psi_{pq}(s_1) \psi_{pq}(s_2) \times \exp[ik_{pq}(z_1 - z_2)] \phi_{mn}(s_2, z_2) ds_1 ds_2 dz_1 dz_2 . \quad (2.30)$$

Thus it can be decomposed under a product of four single integrals

$$\begin{aligned} \frac{j_{mnpq}^2(\omega)}{\Phi_{pp}(\omega)} &= \overbrace{\int_0^L \varphi_m(s_1) \psi_{pq}(s_1) ds_1 \times \int_0^L \varphi_m(s_2) \psi_{pq}(s_2) ds_2}^{j_{mpq}^2 : \text{transverse coupling}} \\ &\quad \times \overbrace{\int_0^{L_z} \sin\left(\frac{n\pi z_1}{L_z}\right) \exp(ik_{pq}z_1) dz_1 \times \int_0^{L_z} \sin\left(\frac{n\pi z_2}{L_z}\right) \exp(-ik_{pq}z_2) dz_2}^{j_{npq}^2 : \text{longitudinal coupling}} . \quad (2.31) \end{aligned}$$

Then, it can be seen that the first two terms are the same. Firstly, the transverse coupling is expressed as

$$j_{mpq}^2 = \left[\int_0^L \varphi_m(s) \psi_{pq}(s) ds \right]^2 . \quad (2.32)$$

We recall that φ_m is n -dependent, however the index has been omitted in order to simplify the notation. The previous integral can be decomposed on the four different plates and by using Eq. (2.5) and (2.19) we get the following expression for j_{mpq}^2

$$\begin{aligned} j_{mpq}^2 &= \left[\int_0^{L_x} \varphi_m^1(s) \cos\left(\frac{p\pi s}{L_x}\right) ds + \int_0^{L_y} \varphi_m^2(s) \cos(p\pi) \cos\left(\frac{q\pi s}{L_y}\right) ds \right. \\ &\quad \left. + \int_0^{L_x} \varphi_m^3(s) \cos\left(\frac{p\pi[L_x - s]}{L_x}\right) \cos(q\pi) ds + \int_0^{L_y} \varphi_m^4(s) \cos\left(\frac{q\pi[L_y - s]}{L_y}\right) ds \right]^2 . \quad (2.33) \end{aligned}$$

Secondly, the longitudinal coupling is expressed by developing the exponential term

$$\begin{aligned} j_{npq}^2 &= \int_0^{L_z} \sin\left(\frac{n\pi z_1}{L_z}\right) [\cos(k_{pq}z_1) + i \sin(k_{pq}z_1)] dz_1 \\ &\quad \times \int_0^{L_z} \sin\left(\frac{n\pi z_2}{L_z}\right) [\cos(k_{pq}z_2) - i \sin(k_{pq}z_2)] dz_2 . \quad (2.34) \end{aligned}$$

The last expression can be written under a product of a complex number and its conjugate

$$j_{npq}^2 = \left[\int_0^{L_z} \sin\left(\frac{n\pi z_1}{L_z}\right) \cos(k_{pq} z_1) dz_1 + i \int_0^{L_z} \sin\left(\frac{n\pi z_1}{L_z}\right) \sin(k_{pq} z_1) dz_1 \right] \\ \times \left[\int_0^{L_z} \sin\left(\frac{n\pi z_1}{L_z}\right) \cos(k_{pq} z_1) dz_1 - i \int_0^{L_z} \sin\left(\frac{n\pi z_1}{L_z}\right) \sin(k_{pq} z_1) dz_1 \right], \quad (2.35)$$

and j_{npq}^2 is expressed as a sum of two squared terms

$$j_{npq}^2 = \left[\int_0^{L_z} \sin\left(\frac{n\pi z_1}{L_z}\right) \cos(k_{pq} z_1) dz_1 \right]^2 + \left[\int_0^{L_z} \sin\left(\frac{n\pi z_1}{L_z}\right) \sin(k_{pq} z_1) dz_1 \right]^2. \quad (2.36)$$

The integrals involved in the last expression are computed analytically.

Conclusion

Dans cette section, nous avons présenté un modèle semi-analytique de conduit rectangulaire basé sur le couplage de 4 plaques en flexion. Ce modèle a été validé en utilisant le logiciel de calcul de structure ESI VA-One grâce auquel nous avons observé une différence inférieure à un pour-cent concernant les fréquences de résonance des deux modèles. Par ailleurs, nous observons une bonne similitude entre les modes de structure théoriques et expérimentaux. Un recalage des modes en fréquence et en amortissement est toutefois nécessaire afin de compenser les différences physiques entre la gaine et son modèle (conditions d'appui aux extrémités, conditions de raccordement des plaques, présence de brides).

Afin de simuler une excitation due à un écoulement turbulent à l'intérieur de la gaine, nous avons appliqué une source de type couche limite turbulente sur les parois intérieures de celle-ci. Les phénomènes de propagation des ondes acoustiques, à l'intérieur du conduit, sont également pris en compte sous la forme de modes acoustiques propagatifs. Des expérimentations consistant à mesurer la réponse quadratique d'un conduit rectangulaire ont mis en avant que la contribution aérodynamique ne suffisait pas à expliquer les niveaux vibratoires de la structure. Ces derniers peuvent être expliqués par la contribution des modes acoustiques propagatifs générés par les structures tourbillonnaires de la couche limite turbulente. Leur contribution est exprimée en pourcentage de la contribution aérodynamique et montre une dépendance en fréquence pouvant être modélisée par une fonction puissance décroissante. La contribution augmente en fonction de la vitesse pour le mode plan. Les niveaux trouvés pour le premier mode acoustique transverse semblent anormalement élevés, notamment pour les expérimentations à 20 m/s. Ceci peut s'expliquer par les incertitudes de mesures qui sont davantage présentes à basse vitesse d'écoulement.

Chapitre 3

Étude d'un conduit coudé

3.1 Introduction

Nous avons présenté dans le chapitre précédent l'étude et les résultats portant sur la réponse d'une gaine droite de section rectangulaire excitée par un écoulement turbulent. Nous avons alors considéré la couche limite turbulente comme seule source de vibration de la structure. Dans ce chapitre, nous nous intéresserons à la réponse de ce même tronçon placé en aval d'un coude de section rectangulaire formant un angle de 90° : ce type de discontinuité se rencontre fréquemment dans les réseaux de transport de gaz. Cette configuration va générer de nouveaux phénomènes aérodynamiques et aéroacoustiques qui n'intervenaient pas pour un conduit droit. Par ailleurs, la contribution de type couche limite turbulente ne sera pas prise en compte étant donné la non homogénéité des phénomènes présents à proximité du coude.

Cette configuration est très similaire à celles décrites par Norton [31, 32] qui étudie la réponse d'un tronçon de conduit circulaire positionné en aval d'une discontinuité géométrique (coude, valve). Norton montre dans ses travaux que la réponse du conduit est uniquement régie par la contribution des modes acoustiques. Cette affirmation est vraie lorsque le conduit se situe suffisamment loin de la discontinuité car les structures tourbillonnaires générées par la discontinuité se situent au voisinage immédiat de celle-ci et se dissipent à mesure qu'elles s'éloignent de leur source.

Ce chapitre se positionne dans la continuité du travail de Norton : nous utiliserons la formulation issue de son travail et proposée dans le chapitre 2. Dans un premier temps, nous estimerons la contribution des différentes sources (aérodynamique et aéroacoustique) et déterminerons les coefficients A_{pq} utilisés pour recaler le modèle de Norton (voir page 32, équation (2.23)). Puis nous proposerons d'étudier des modifications dans la géométries destinées à réduire la réponse vibratoire de la gaine située en aval du coude.

3.2 Coude à angle droit

3.2.1 Dispositif expérimental

Dans un premier temps, nous proposons d'étudier la réponse du conduit rectangulaire présenté au chapitre 2 situé en aval d'un coude droit. La structure de type "coude à angle droit" est formée par un assemblage de plaques de plexiglas collées entre-elles.

L'assemblage des plaques au niveau du coude laisse apparaître des angles saillant, sans rayon de courbure ni chanfrein. Le dispositif expérimental, présenté en figure 3.1, est similaire à celui utilisé au chapitre 2 mais a été légèrement modifié afin d'accueillir la configuration en coude. Le conduit en plexiglas présente une partie rectiligne d'un mètre située en amont du coude. En aval, deux configurations sont exploitées :

- la **configuration courte** : présentée en figure 3.2a, consiste à connecter directement la section de microphone aval 1 en sortie du coude dans le but d'obtenir un relevé de pression au plus proche du coude. Dans cette configuration, le tronçon test n'est pas présent et aucun relevé de vibrations n'est effectué,
- la **configuration longue** : présentée en figure 3.1 et 3.2b, consiste à intercaler le tronçon test entre la sortie du coude et la section de microphone aval 1. Dans cette configuration, le tronçon test est placé au plus près du coude afin d'être excité au mieux par les perturbations générées par celui-ci. Les relevés de vibrations sont alors effectués directement sur le tronçon test par des accéléromètres.

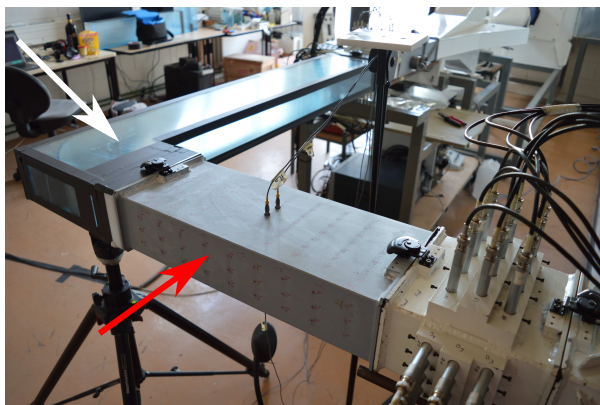


FIGURE 3.1 – Configuration du banc CESAM en coude : tronçon test (flèche rouge) et coude en plexiglas (flèche blanche).

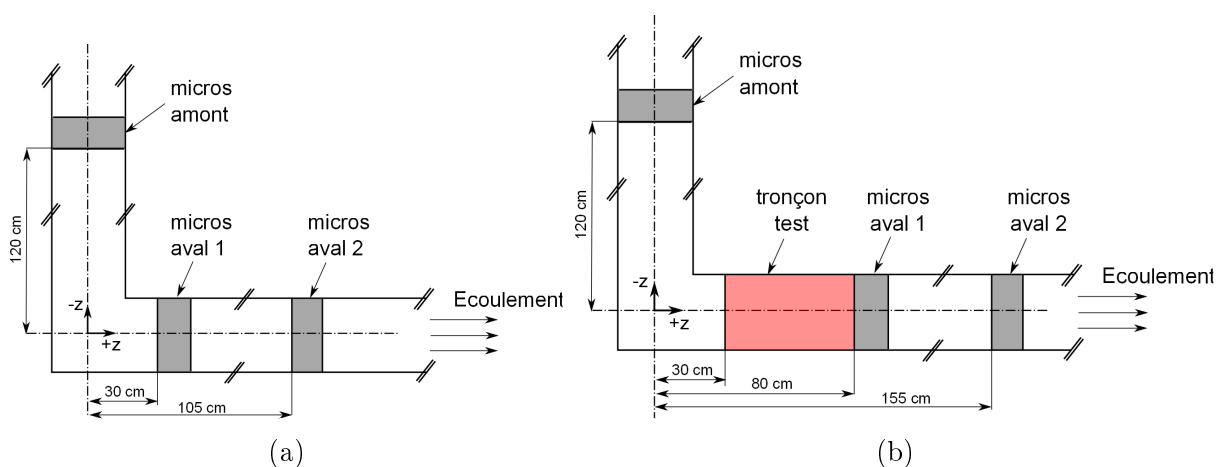


FIGURE 3.2 – Configuration du banc d'essai en coude : (a) configuration courte ; (b) configuration longue.

Les relevés de pression sont effectués en amont et aval du coude par trois tronçons de microphones. Le premier tronçon est situé en amont du coude et est placé juste avant

l'entrée du tronçon en plexiglas. Cette position permet d'effectuer un relevé de pression à une distance éloignée du coude afin de capturer uniquement les fluctuations de pression dues à la couche limite turbulente. Le second tronçon visible sur la figure 3.1 est situé en aval du coude (configuration courte) ou en aval du tronçon test (configuration longue) et permet de mesurer les fluctuations de pression à proximité du coude. Pour finir, une dernière section de microphones située 75 cm en aval de la seconde permet de mesurer les fluctuations de pression en paroi, à une distance plus éloignée du coude.

Les relevés de vibrations sont effectués par un accéléromètre que l'on déplace sur la structure en suivant un maillage régulier de 5 cm suivant le sens de l'écoulement et 2.5 cm suivant le sens transverse. La réponse globale du tronçon est obtenue en effectuant la moyenne quadratique de l'ensemble des relevés. Un second accéléromètre est placé en référence afin de pouvoir reconstituer les déformées opérationnelles du tronçon.

Les résultats sont présentés pour deux vitesses d'écoulement 20 et 30 m/s. Cette vitesse est mesurée par une sonde pitot située au début de la section rectangulaire du banc d'essais. La vitesse est mesurée au centre du conduit, là où elle est supposée être maximale.

3.2.2 Résultats expérimentaux

Identification des modes de structure

Le tronçon utilisé étant le même qu'au chapitre 2, les modes précédemment identifiés restent inchangés (voir page 33, figure 2.4b). Néanmoins, l'analyse de la réponse de la gaine positionnée en aval du coude a fait apparaître des modes non identifiés par l'expérience au marteau de choc. Ces modes ont été identifiés en analysant les déformées opérationnelles de la gaine sous écoulement. La figure 3.3 représente la réponse quadratique de la gaine et les modes identifiés sous un écoulement de 30 m/s.

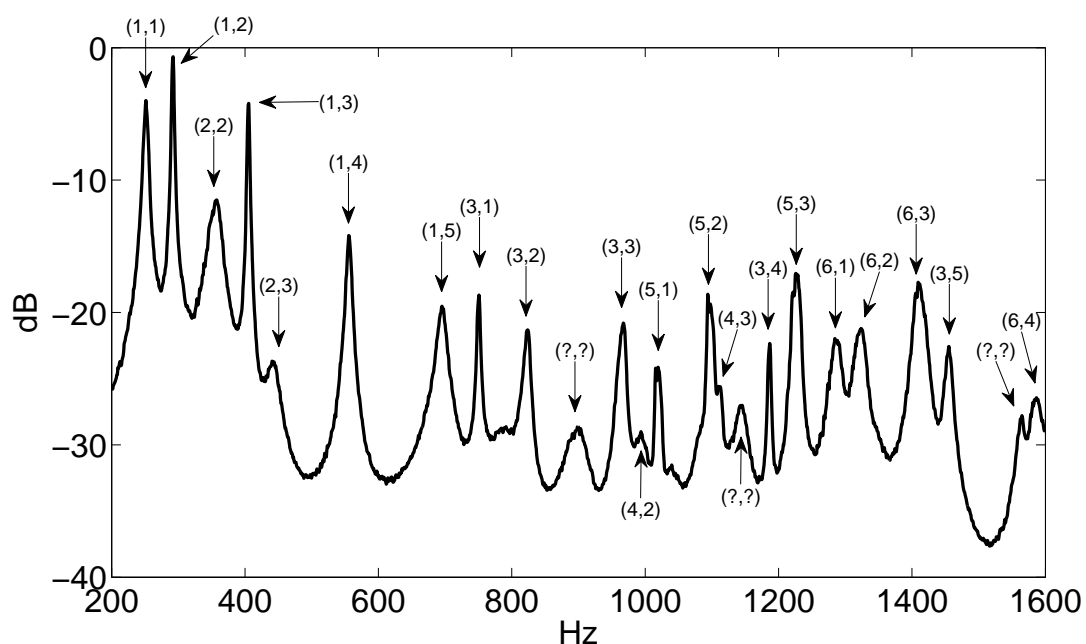


FIGURE 3.3 – Identification des modes de structure.

La famille de type 6 n'avait pas été identifiée auparavant, car son premier mode est situé plus haut en fréquence que le spectre d'étude du chapitre 2. La déformée de la section de type 6 est illustrée en figure 3.4. D'autres modes ont pu être identifiés tels que les modes (2,3), (1,5), (4,2), (4,3), (5,3).

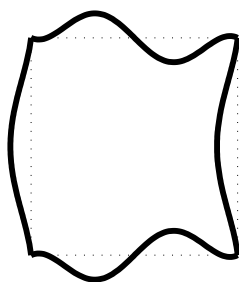


FIGURE 3.4 – Déformée de la section pour les modes de type 6.

Relevés de pression pariétale

La figure 3.5 présente les autospectres de pression pariétale $\Phi_{pp}(\omega)$ mesurés en fonction de leur position par rapport au coude et pour deux vitesses d'écoulement (20 et 30 m/s). Ces résultats montrent le spectre moyenné sur l'ensemble des douze microphone d'une même section. Leur position est donnée suivant leur distance au centre du coude, telle que indiquée en figure 3.2. Les cotes négatives désignent la section de micros située en amont du coude. Nous notons que la vitesse influe sur les niveaux du spectre de la même manière qu'en conduit droit (chapitre 2) : plus la vitesse augmente, plus les niveaux de pression augmentent. Par ailleurs, les niveaux de pression diminuent en fonction de l'éloignement du coude et semblent tendre vers le spectre de la section située en amont du coude. Ceci s'explique par le fait que la discontinuité géométrique génère des structures tourbillonnaires beaucoup plus énergétiques que celles d'une couche limite turbulente. Ces structures vont se dégrader et dissiper leur énergie au fur et à mesure qu'elles s'éloignent du coude. Lorsque l'ensemble de ces structures sont dissipées, seule reste la contribution générée par la couche limite turbulente qui peut être mesurée sur la section située en amont du coude. On remarque en effet que les niveaux des autres sections aval tendent vers ceux de la section amont avec l'éloignement du coude.

Relevés vibratoires

La figure 3.6 montre la réponse quadratique moyenne du tronçon obtenue pour une vitesse d'écoulement de 20 et 30 m/s. On remarque que les niveaux vibratoires augmentent en fonction de la vitesse. De plus, ces derniers sont supérieurs de 30 dB environ à ceux relevés pour un conduit droit (voir page 38, figure 2.9). Cette différence s'explique par la présence de sources supplémentaires générées par le coude, qui induisent : (i) l'augmentation de l'autospectre de pression d'environ 20 dB ; (ii) la modification des sources aérodynamiques et aéroacoustiques.

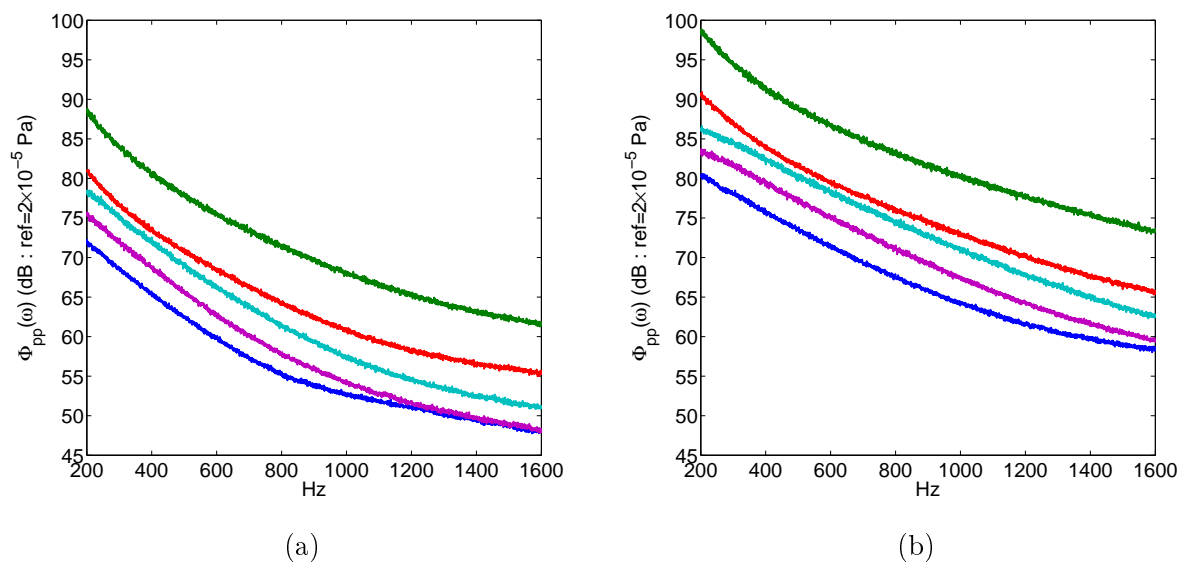


FIGURE 3.5 – Autospectre de pression $\Phi_{pp}(\omega)$ en fonction de leur position par rapport au coude : (—) $z = -120$ cm ; (—) $z = 30$ cm ; (—) $z = 80$ cm ; (—) $z = 105$ cm ; (—) $z = 155$ cm. Vitesse d'écoulement (a) : 20 m/s ; (b) 30 m/s.

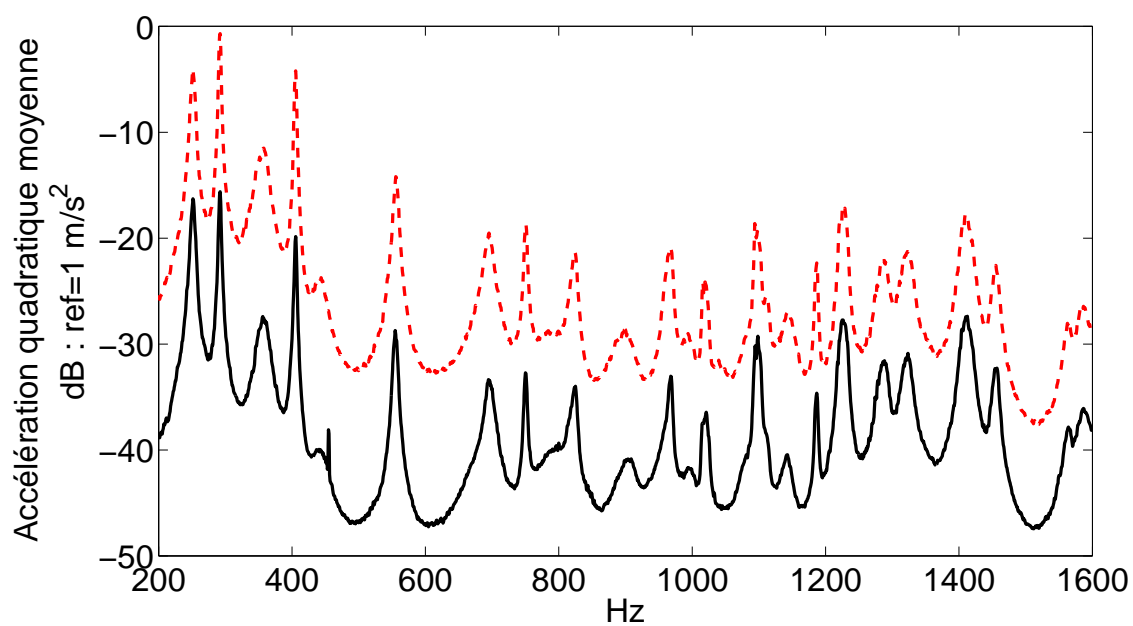


FIGURE 3.6 – Réponse quadratique moyenne du tronçon test positionné en sortie du coude. Vitesse d'écoulement (—) 20 m/s ; (---) 30 m/s.

3.2.3 Détermination du champ acoustique généré par le coude droit

Méthodologie

Nous avons présenté dans la section 3.2.2 les résultats expérimentaux relatifs à un tronçon test placé en aval et à proximité immédiate d'un coude droit. Dans cette configuration, il nous est impossible de dissocier la contribution due aux turbulences aérodynamiques de celles dues aux ondes acoustiques. Afin de pouvoir déterminer la composante aéroacoustique, nous réalisons la même expérience que dans la section précédente mais en plaçant le tronçon test à une distance plus éloignée du coude. Ainsi, nous supposons que les structures tourbillonnaires générées par le coude sont dissipées avant d'atteindre le tronçon test. Ce dernier sera excité majoritairement par la composante acoustique créée par le coude ainsi que par la couche limite turbulente, supposée négligeable.

Le dispositif expérimental est basé sur la **configuration longue** présentée dans la section 3.2.1. Le tronçon test est alors remplacé par un tronçon rigide. Le tronçon test est quant-à lui placé après la section de microphones aval 2, il est ainsi positionné à 1,5 m du coude. Pour finir, dans cette configuration les sections de microphones aval 1 et 2 se retrouvent positionnées au même endroit que dans la section précédente ce qui permet de comparer les spectres de pression entre les deux configurations.

Spectres expérimentaux de pression et vibratoire

La figure 3.7 compare la réponse quadratique du coude situé proche et loin du coude pour une vitesse d'écoulement de 30 m/s. La différence entre ces deux spectres montre l'impact de la contribution aérodynamique générée à proximité du coude, la contribution acoustique étant supposée inchangée.

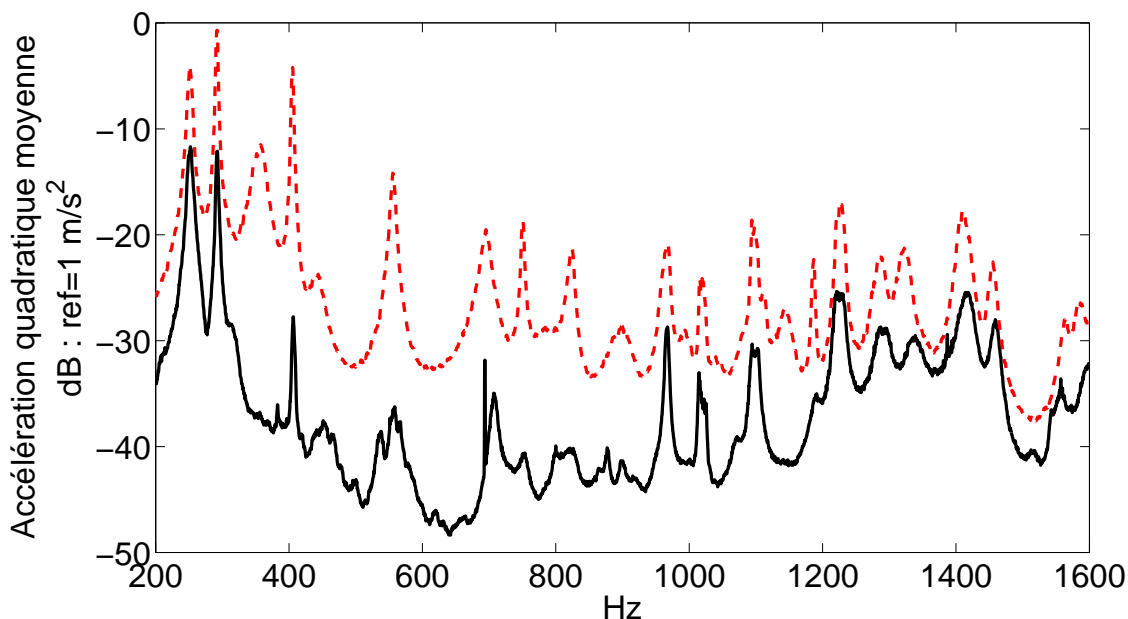


FIGURE 3.7 – Comparaison de la réponse quadratique du tronçon test positionné en sortie de coude (—) et à 1.5 m en aval du coude (- -) pour un écoulement à 30 m/s.

Modélisation du champ acoustique

De la même manière qu'au chapitre 2, la contribution du champ acoustique est modélisée en utilisant l'approche proposée par Norton [32]. Ce modèle est basé sur l'autospectre de pression pariétale $\Phi_{pp}(\omega)$ qui était supposé homogène dans tout le conduit. Or, comme nous pouvons le constater sur la figure 3.5, l'intensité des autospectres varie en fonction de leur distance au coude. Les sources acoustiques étant localisées à proximité immédiate du coude, nous faisons l'hypothèse de baser le modèle de Norton sur les données de pression localisées à proximité immédiate du coude.

Dans un premier temps, nous supposons les coefficients acoustiques A_{pq} égaux à 1, comme suggéré par Norton [32]. Le modèle a alors tendance à surestimer les niveaux vibratoires comme le montre la figure 3.8 pour un écoulement à 20 m/s, ce qui nous amène à conclure que les coefficients acoustiques doivent être recalés. Ce recalage sera effectué de la même manière qu'au chapitre 2 (voir équations (2.24) et (2.25)).

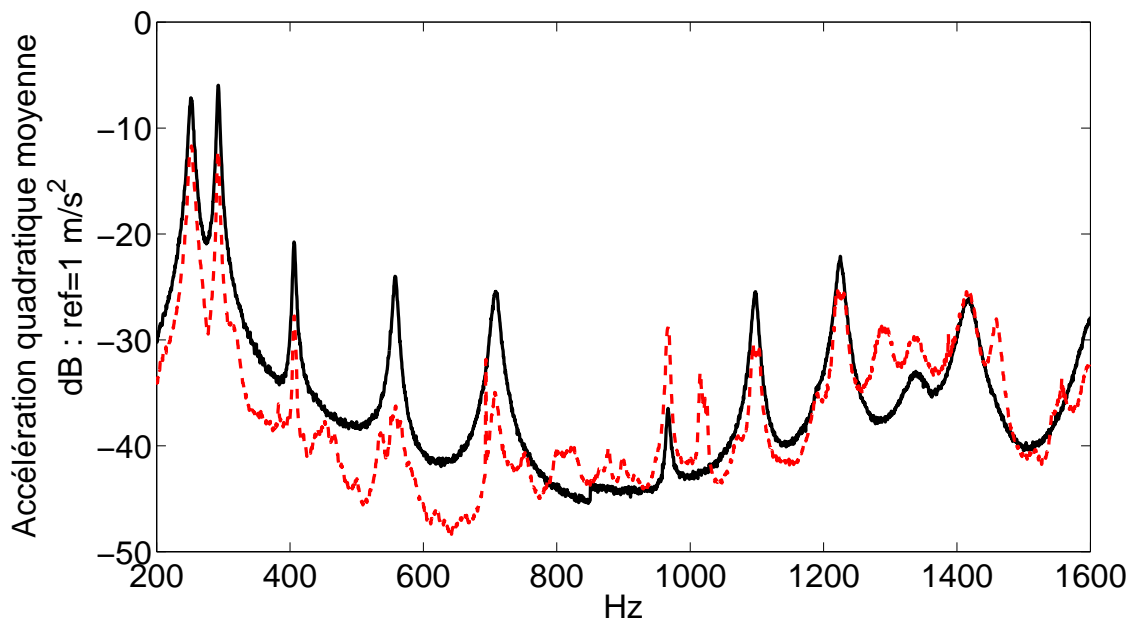


FIGURE 3.8 – Accélération quadratique moyenne de la gaine située à 1.5 m en aval du coude pour un écoulement à 20 m/s : (—) modèle de Norton non recalé ($A_{pq} = 1$); (- -) mesures.

Les valeurs des coefficients A_{00} et A_{10} sont calculés au voisinage des fréquences des modes de structure, là où l'énergie est maximale. Ces valeurs sont présentées en figure 3.9b pour une vitesse de 30 m/s et symbolisées par des croix. Par la suite, nous essayons de modéliser l'évolution des coefficients en fonction de la fréquence par une fonction puissance de type $K \times f^\alpha$. Les paramètres K et α sont déterminés par la méthode des moindres carrés et les fonctions finales présentées en figure 3.9b en trait continu. Les valeurs de ces paramètres sont présentés en table 3.1.

Nous remarquons que la tendance du coefficient A_{00} , pour $f < 850$ Hz, suit bien une loi puissance décroissante. Les niveaux présentés sont supérieurs à ceux présentés dans le chapitre 2 mais restent néanmoins dans le même ordre de grandeur. Pour $f > 850$ Hz, la tendance en puissance décroissante du coefficient A_{00} est moins prononcée et semble

stagner autour de 50%. Les valeurs du coefficient A_{10} sont beaucoup plus dispersées et son approximation par une fonction puissance est moins précise. Ces niveaux sont plus élevés que ceux du coefficient A_{00} .

(p,q)	U_0	$f < 850$		$f > 850$	
		K	α	K	α
(0,0)	20 m/s	3.225×10^{-1}	-0.086	1.405×10^{10}	-3.345
	30 m/s	2.100×10^3	-1.580	7.866×10^{-1}	-0.086
(1,0)	20 m/s	x	x	1.677×10^9	-2.802
	30 m/s	x	x	3.684×10^{11}	-3.617

TABLE 3.1 – Valeurs des paramètres utilisés dans les fonctions d'approximation de type puissance.

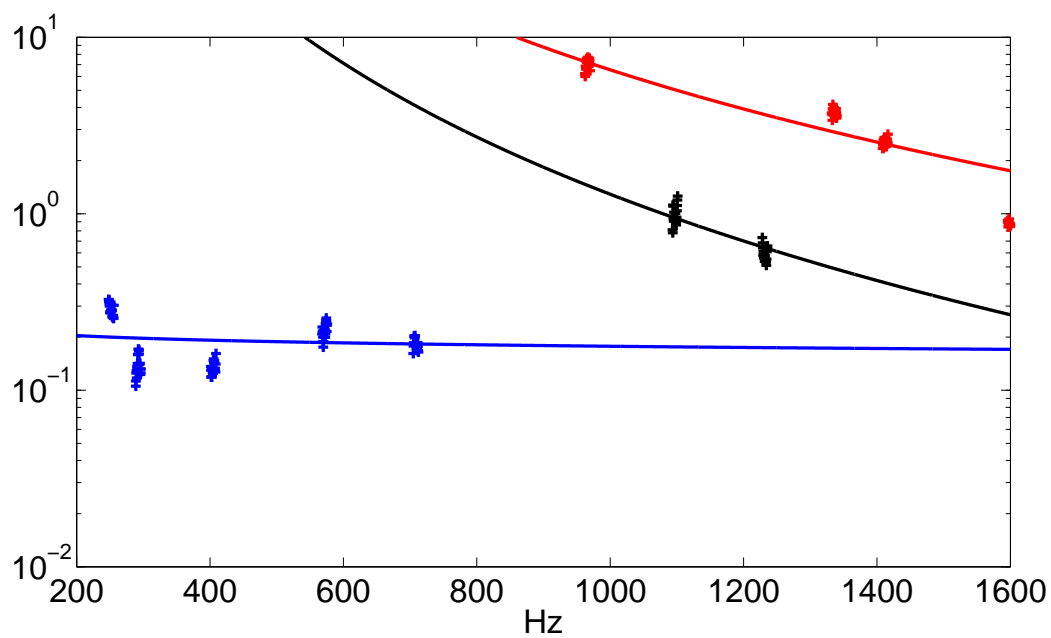
En dernier lieu, les fonctions "puissance" modélisant les coefficients A_{pq} sont introduites dans le modèle de Norton. La figure 3.10 compare les niveaux vibratoires de la gaine obtenus expérimentalement et par calcul. Nous remarquons que pour $f < 850$ Hz, le modèle reste proche des résultats expérimentaux, notamment aux niveaux des pics vibratoires. Au voisinage de la coupure, le modèle sous-estime largement la réponse de la gaine, ce comportement est certainement dû au fait que les modes évanescents ne sont pas pris en compte. Après la fréquence de coupure ($f > 850$ Hz), les niveaux des pics excités par le mode plan et le mode transverse sont bien estimés.

Nous pouvons également noter que certains modes de structure, bien que présents dans le modèle, ne sont pas excités. C'est le cas par exemple des modes (5,1) à 1020 Hz et (6,1) à 1300 Hz. Cette absence s'explique par l'évolution de la fonction j_{npq}^2 qui passe par zéro à certaines fréquences (voir figure 3.11). A chaque fréquence où la fonction j_{npq}^2 passe par zéro, aucun couplage ne s'établit entre le mode acoustique (p,q) et les modes de structure ayant n demi-longueur d'onde suivant z . Ce phénomène peut apparaître aux fréquences où le nombre d'onde acoustique suivant l'axe z (k_{pq}) est égal au nombre d'onde de structural suivant z ($k_s = n\pi/L_z$). À ces fréquences, deux conditions supplémentaires sont nécessaires pour observer ce phénomène : (i) sur la longueur du conduit, les nombres de demis-longueurs d'ondes acoustique et structural doivent être de même parité et (ii) ne doivent pas être égaux.

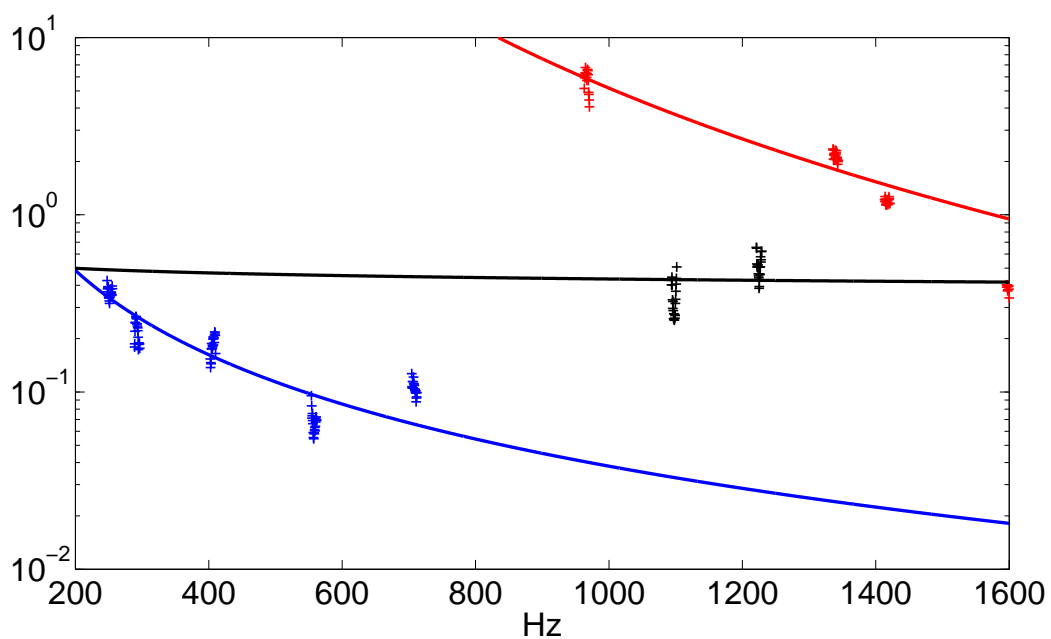
3.2.4 Application au tronçon en sortie de coude

Les résultats obtenus dans la section précédente (3.2.3) nous ont permis de quantifier la contribution acoustique générée par le coude droit, en aval de celui-ci et de déterminer les coefficients acoustiques qui seront utilisés dans le modèle de Norton [32]. Grâce à ces derniers, nous pouvons maintenant étudier la contribution de type aérodynamique apportée par le coude.

Le figure 3.12 montre les niveaux vibratoires moyens de la gaine placée à la sortie du coude. Le modèle numérique ne comporte que la composante acoustique, ainsi la différence entre les niveaux simulés et expérimentaux traduit les contributions aérodynamiques ajoutées par le coude. Nous pouvons constater une nette différence de tendance dans

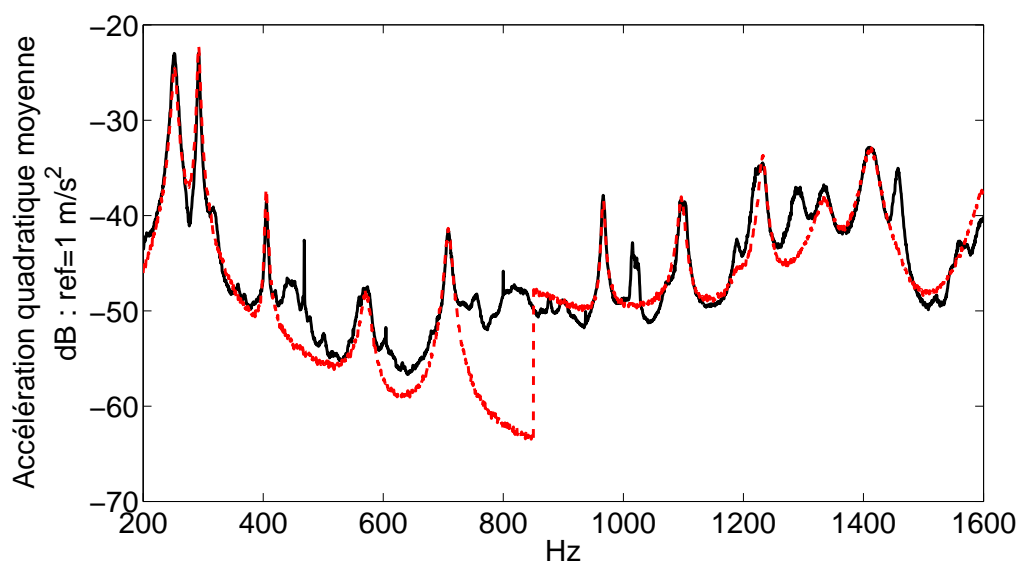


(a)

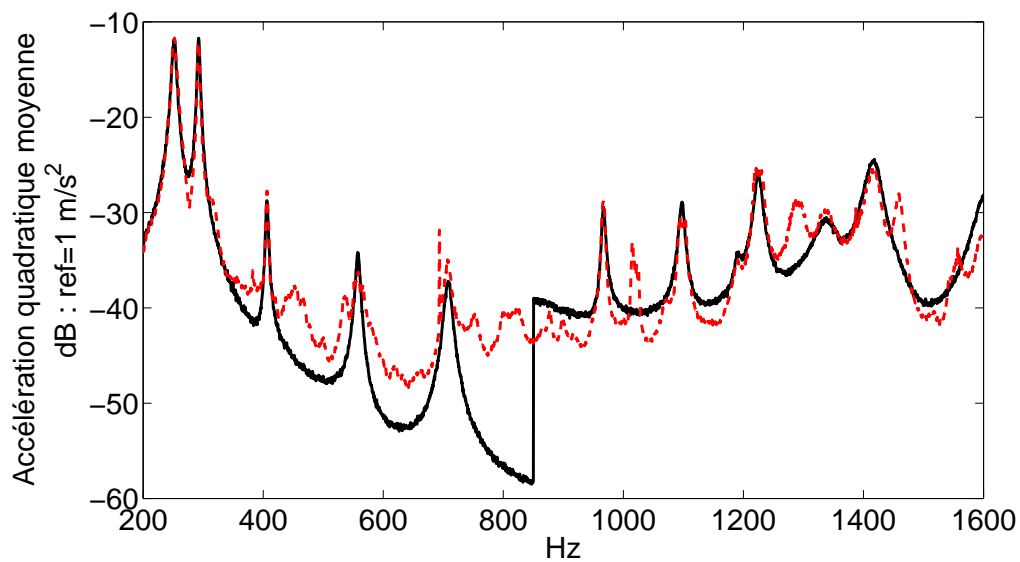


(b)

FIGURE 3.9 – Détermination des coefficients A_{00} et A_{10} pour une vitesse de (a) 20 m/s et (b) 30 m/s : (++) valeurs expérimentales. Extrapolations : A_{00} pour $f < 850$ Hz (—); A_{00} pour $f > 850$ Hz (—); A_{10} pour $f > 850$ Hz (—).



(a)



(b)

FIGURE 3.10 – Accélération quadratique moyenne de la gaine située à 1.5 m en aval du coude pour un écoulement à (a) 20 m/s et (b) 30 m/s : (—) modèle ; (- -) mesures.

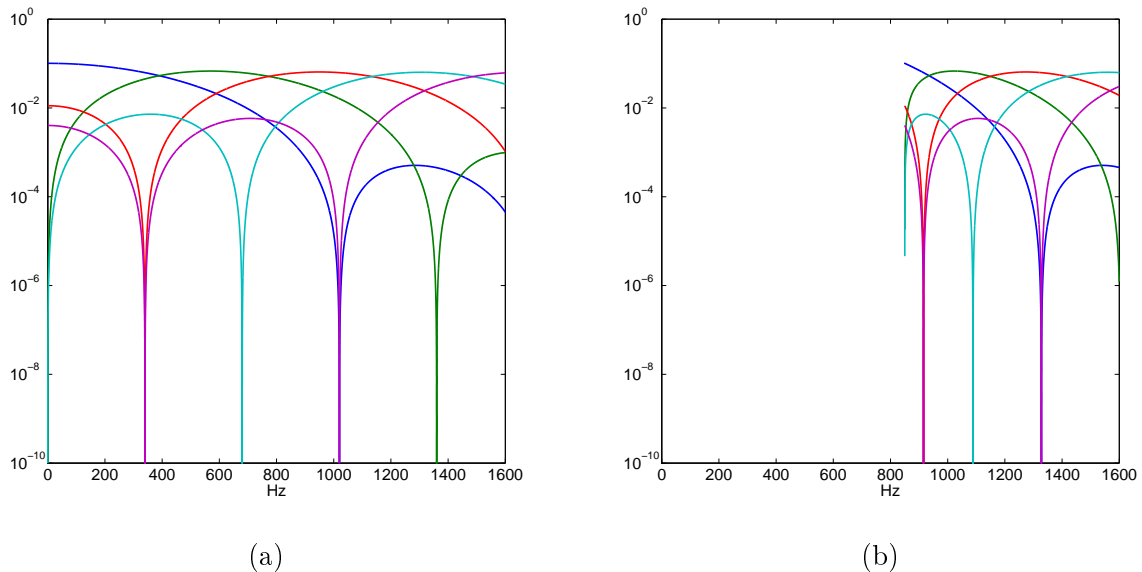


FIGURE 3.11 – Tracé des fonctions (a) : $j_{n00}^2(\omega)$; (b) : $j_{n10}^2(\omega)$; $n=1$ (—); $n=2$ (—); $n=3$ (—); $n=4$ (—); $n=5$ (—).

la bande de fréquence 300 Hz-1200 Hz. Dans cette gamme de fréquence, la réponse de la structure est pilotée par les phénomènes aérodynamiques. En dehors, la tendance est globalement identique entre les résultats simulés et expérimentaux, ce qui nous permet d'affirmer que la composante acoustique est prépondérante, notamment sur le premier pic qui a le niveau le plus élevé.

3.3 Réduction des phénomènes aérodynamiques

La section 3.2 a montré qu'en aval d'un coude droit, le niveau vibratoire de la gaine est bien plus élevé. Le but de cette section est d'étudier l'impact de différentes modifications géométriques du coude dans le but de réduire les vibrations du tronçon en aval.

3.3.1 Mise en œuvre de déflecteurs

Description

Le première opération consiste à mettre en place des déflecteurs dans le coude, dans le but de guider le flux et d'atténuer les effets sur le flux dus à la discontinuité du coude. Les déflecteurs sont des objets en forme de quart de cercle et servant à orienter le flux dans le coude. Ils sont utilisés par Fives Solios dans certaines configurations de coude. Dans notre étude, en plus de la configuration de référence (figure 3.13a) trois configurations seront testées dans lesquelles les déflecteurs seront placés :

- au milieu du coude (figure 3.13b),
- dans le coin extérieur du coude (figure 3.13c),
- au milieu et dans le coin extérieur du coude (figure 3.13d).

Les résultats sont ensuite comparé à la configuration sans déflecteur afin de quantifier l'impact apporté par ces derniers.

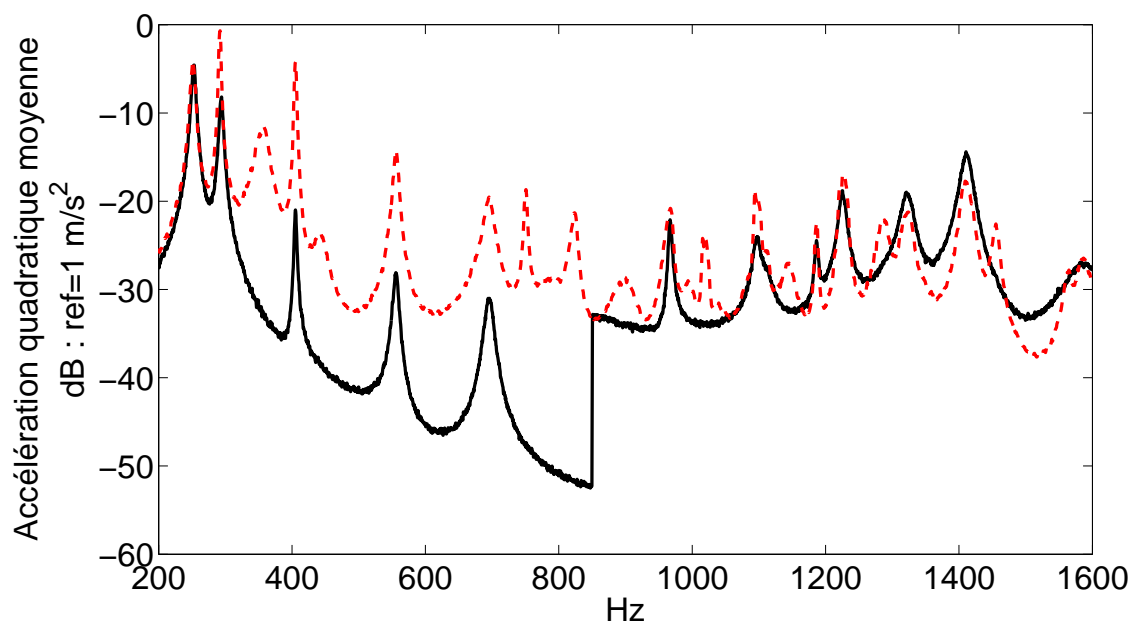


FIGURE 3.12 – Accélération quadratique moyenne de la gaine située en sortie de coude pour une vitesse d'écoulement de 30 m/s : modèle (—), mesures (- -).

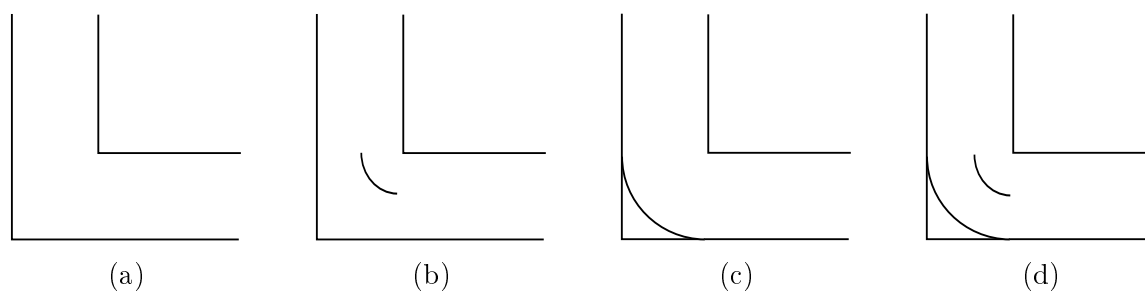


FIGURE 3.13 – Les quatre différentes configuration étudiées : (a) configuration initiale ; (b) configuration avec déflecteur au milieu ; (c) configuration avec déflecteur dans le coin extérieur ; (d) configuration avec deux déflecteurs.

Résultats

Les niveaux vibratoires moyens du tronçon situé en aval du coude sont présentés sur la figure 3.14 pour un écoulement à 30 m/s. Nous pouvons observer que la différence de niveau vibratoire n'excède pas 3 dB entre chacune des courbes. Ce résultat démontre que la présence de déflecteurs n'influence pas significativement la réponse vibratoire du tronçon situé en aval du coude.

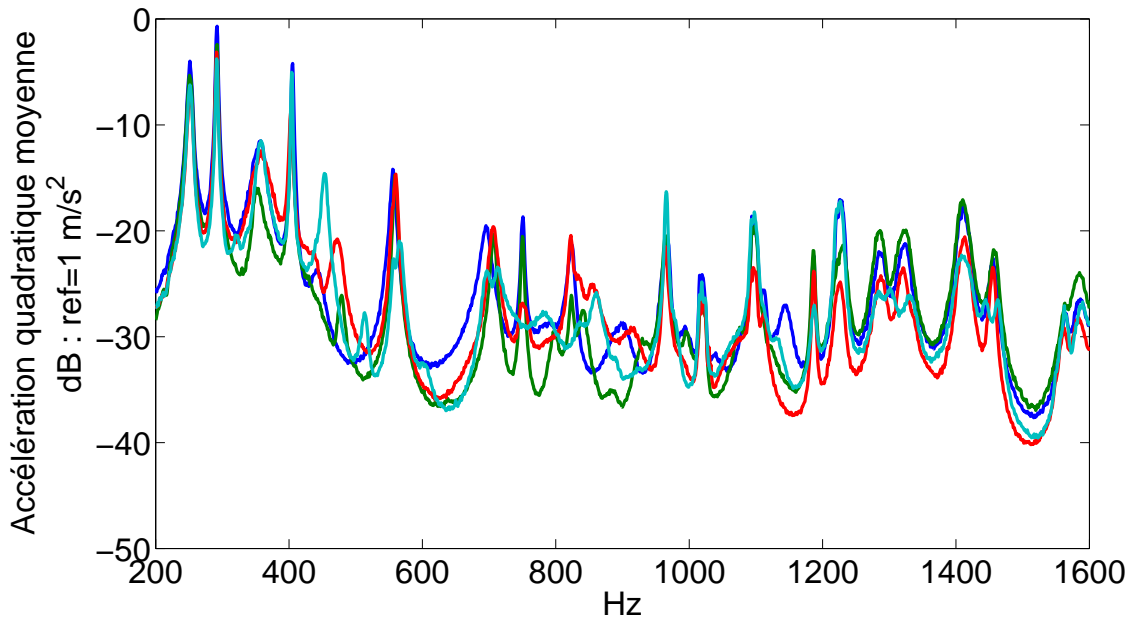


FIGURE 3.14 – Réponse quadratique moyenne du tronçon situé en aval du coude (écoulement à 30 m/s). Configuration (a) (—); configuration (b) (—); configuration (c) (—); configuration (d) (—). Configurations définies à la figure 3.13.

3.3.2 Mise en œuvre d'un rayon de courbure

Description

Nous avons montré que positionner des déflecteurs dans le coude ne suffit pas à réduire les niveaux vibratoires du tronçon. Ainsi, nous proposons d'étudier l'impact de la modification du rayon de courbure situé à l'intérieur du coude. La figure 3.15 montre la mise en œuvre d'un rayon de courbure R situé au niveau du coin intérieur du coude.

Résultats

La figure 3.16 présente les niveaux vibratoires du tronçon test pour trois configurations : le coude à angle droit ($R=0$ m) et deux autres configurations à rayon de courbure non nul : $R=0.1$ m et $R=0.4$ m. Nous observons que la réponse du conduit est moins importante (de 5 dB à 10 dB) dans les configurations avec rayon de courbure non nul. Ce comportement s'explique par le fait que l'arrête interne de l'angle droit constitue une discontinuité géométrique et que son interaction avec l'écoulement génère des sources aéroacoustiques et aérodynamiques supplémentaires. Ces sources sollicitent ensuite le conduit situé en aval du coude. Le fait de remplacer cette discontinuité par une géométrie



FIGURE 3.15 – Mise en œuvre d'un rayon de courbure : (a) configuration initiale; (b) configuration avec rayon de courbure.

continue permet de limiter la création de ces sources. L'impact de la taille du rayon de courbure n'est pas significatif dans notre cas.

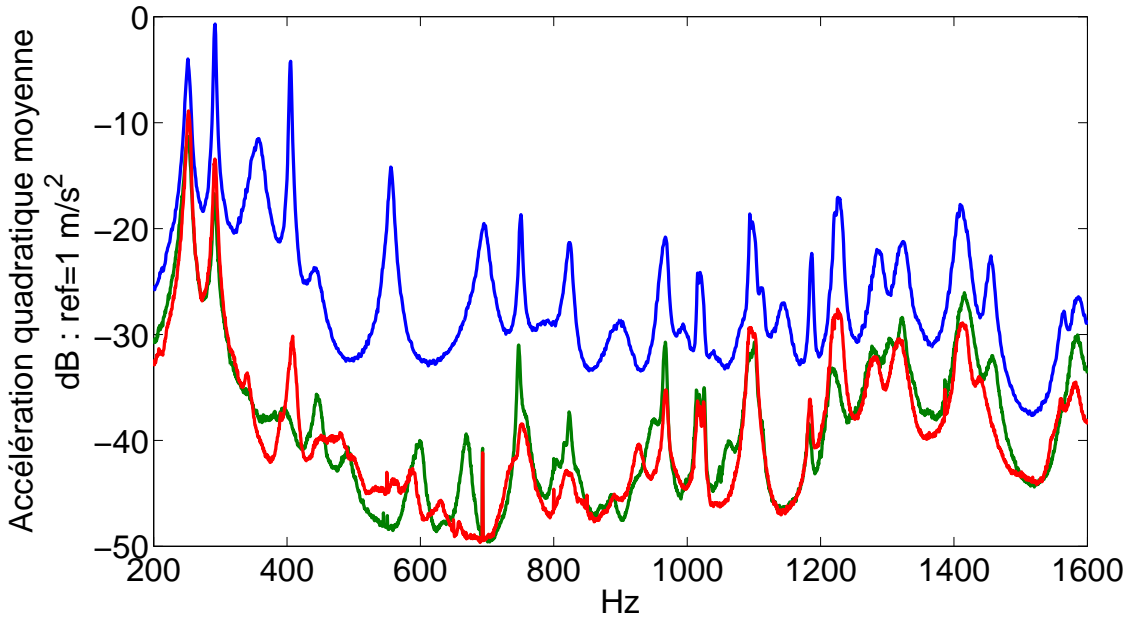


FIGURE 3.16 – Réponse quadratique moyenne du tronçon situé en aval du coude (écoulement à 30 m/s). Configuration du rayon de courbure : (a) $R=0$ m (configuration initiale) (—); (b) : $R=0.1$ m (—); (c) $R=0.4$ m (—).

3.4 Conclusion

Nous avons étudié dans ce chapitre la réponse vibratoire d'un tronçon situé en aval d'un coude. Dans un premier temps, nous nous sommes concentrés sur la réponse de la gaine à une distance suffisamment éloignée du coude permettant de caractériser la contribution des sources acoustiques à la vibration du tronçon. Les contributions acoustiques ont été modélisées en utilisant le modèle de Norton [32] qui se base sur les fluctuations de pression en paroi. Nous avons fait l'hypothèse de nous baser sur les fluctuations de pression en sortie immédiate du coude, soit au plus près des sources aéroacoustiques.

Nous avons pu montrer que la contribution aéroacoustique, pour le mode plan, suit une loi puissance décroissante en fonction de la fréquence et que les niveaux des coefficients acoustiques ne dépassent pas 50%. Le comportement du premier mode transverse suit la même tendance, avec toutefois des niveaux plus élevés de l'ordre de 150% à 250%.

Par la suite, nous avons étudié la réponse vibratoire du tronçon positionné à la sortie immédiate du coude. Nous avons pu noter que le modèle de Norton recalé permet de prédire le niveau de certains pics (avant 300 Hz et après 1200 Hz). En dehors de ces gammes de fréquence, la gaine est excitée par des sources aérodynamiques générées à proximité du coude. Cette contribution ne peut être modélisée analytiquement à cause de son caractère non homogène et non stationnaire. Une solution pour résoudre ce problème est de passer par une résolution numérique.

Enfin, nous avons étudié différentes manières de réduire la réponse vibratoire du tronçon positionné en sortie de coude. La première consistait à placer des déflecteurs dans le coude afin de "guider" le flux et de limiter les effets dus aux discontinuités géométriques. La seconde consistait à remplacer l'angle droit interne du coude par un rayon de courbure toujours dans l'optique de réduire les effets dus à cette discontinuité. Il s'avère que seul l'ajout d'un rayon de courbure a un impact significatif sur la réponse de la gaine en aval du coude (de 5 dB à 10 dB pour un écoulement à 30 m/s). L'impact des autres modifications reste très limité (différence inférieure à 3 dB).

Chapitre 4

Application à un cas d'étude industriel

4.1 Introduction

Nous présentons dans ce chapitre l'étude d'une gaine industrielle. Pour ce faire, nous avons organisé une campagne de mesure sur le site industriel d'ALRO en Roumanie du 10 au 13 août 2015. Cette dernière consistait en des mesures de pression et d'accélération sur une gaine rectangulaire de grandes dimensions.

Dans ce chapitre, nous commençons par présenter les résultats des mesures réalisées sur ce site industriel. Puis, nous présentons les modèles utilisés pour calculer la réponse vibratoire de cette gaine à un écoulement turbulent. Nous terminons ce chapitre par une discussion sur la comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux, dans le but de mettre en avant les phénomènes responsables des vibrations de la gaine.



FIGURE 4.1 – Photo d'ensemble du site industriel d'ALRO (Roumanie).

4.2 Campagne de mesure

4.2.1 Présentation du site

Les mesures présentées dans ce chapitre ont été réalisées sur le site de production d'aluminium de l'entreprise ALRO S.A. (*ALuminium ROmania*) à Slatina. Sur ce site sont présents deux GTC (Gaz Treatment Center) dont le rôle principal est de traiter les gaz générés lors de la production d'aluminium. Ces gaz sont captés à la sortie des cuves d'électrolyse, puis sont acheminés vers les GTC via un réseau complexe de gaines de section rectangulaire et circulaire. Au sein même du GTC, les gaz sont débarrassés de leur forte teneur en fluor par un réseau de filtres. En sortie de centre, quatre ventilateurs de tirage disposés autour de la cheminée (figure 4.1) assurent le transport du gaz tout en maintenant le réseau amont en dépression afin d'éviter les fuites de gaz non traité.

Les mesures de vibrations et pression pariétale ont été effectuées sur la gaine d'entrée du GTC 1 présentée en figure 4.2. Cette gaine est située en amont des filtres et alimente la première moitié de ceux-ci. Cette gaine est fabriquée par un assemblage de plaques d'acier de 6 mm soudées entre-elles ; sa section interne est de $4,25 \times 3,70 \text{ m}^2$. Afin de rigidifier l'ensemble et d'assurer la résistance de la gaine aux efforts générés par la dépression interne, des renforts de type poutre IPE 160 sont disposés et soudés à intervalle régulier de 1 m. Cette gaine est située après un coude à 90 degrés qui comporte des déflecteurs et un rayon de courbure au niveau de l'angle interne du coude.



FIGURE 4.2 – Gaine rectangulaire sur laquelle ont été effectuées les mesures. Les points blancs symbolisent les points de mesure de vibrations.

Le gaz circulant à l'intérieur de la gaine est issu du processus de production de l'aluminium et est assimilé à de l'air. La température du gaz et le débit sont enregistrés par des instruments propres au centre et avoisinent $120 \text{ }^\circ\text{C}$ et $1\,150\,000 \text{ m}^3/\text{h}$ respectivement. La vitesse moyenne du gaz est déduite du débit et de la section interne de la gaine soit environ 20 m/s .

4.2.2 Moyens de mesure

Pour cette campagne de mesures, nous avons à notre disposition les instruments suivants :

- 6 accéléromètres PCB M352C18,
- 3 microphones 1/4" G.R.A.S 26CC,
- 1 frontal d'acquisition de type B&K Lan XI 6/0.

Afin de nous affranchir des problématiques dues à l'alimentation électrique, le frontal d'acquisition a été couplé à une batterie afin de le rendre autonome en énergie. L'analyse des données est effectuée en temps réel grâce à un iPad connecté en Wifi au frontal d'acquisition et via l'application Sonoscout (voir figure 4.3). Grâce à cette configuration déportée, le frontal est placé au plus loin de la gaine afin d'éviter qu'il ne soit impacté par la chaleur dégagée de celle-ci.



FIGURE 4.3 – Frontal d'acquisition B&K Lan XI 6/0 et iPad avec l'application Sonoscout connectés en wifi.

Les accéléromètres sont utilisés avec une embase magnétique qui permet d'assurer leur maintien sur la gaine en acier. Étant donné le contact direct entre la gaine et les accéléromètres, ces derniers doivent fonctionner dans des conditions extrêmes de température, à la limite de leur certification ($+121^{\circ}\text{C}$). De telles températures nous empêchent également d'utiliser de la cire ou de la colle pour fixer les capteurs.

Les microphones sont montés sur la gaine en utilisant un système de raccord fileté et un flexible comme présenté en figure 4.4. Le raccord fileté est vissé directement sur la gaine et assure une prise de pression perpendiculaire à la surface de la gaine. Le microphone est ensuite connecté au raccord par un flexible en caoutchouc. Grâce à ce montage, le microphone n'est pas en contact direct avec la gaine et est donc préservé des effets des hautes températures.

4.2.3 Configurations de mesure et résultats

Chaque tranche de mesure, définie entre deux raidisseurs (voir figure 4.5), comporte vingt points de mesure de vibrations et trois de pression. Les points de mesure de pression sont disposés au milieu de l'intervalle entre deux raidisseurs et positionnés à $1/4$, $1/2$ et $3/4$ de la dimension transverse à l'écoulement. Les points de mesure d'accélération forment un maillage rectangulaire régulier de 4×5 points, centré sur la face à mesurer. La position des points de mesure de pression et d'accélération est reprise de manière schématique en

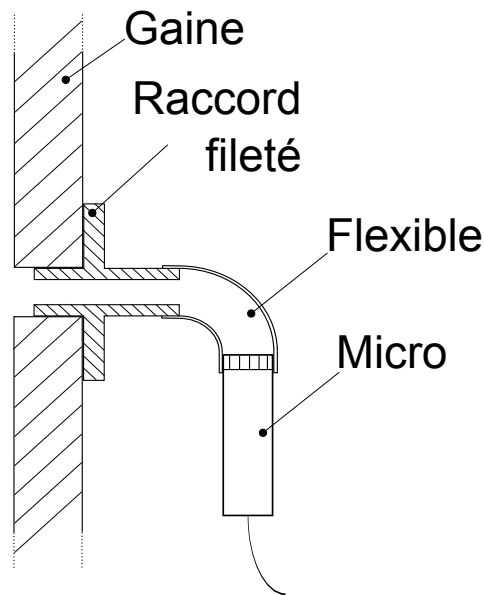


FIGURE 4.4 – Schéma du système de montage d'un microphone sur la gaine.

figure 4.6a et 4.6b respectivement. Étant donné la configuration de la gaine, aucune mesure n'a pu être effectuée sur la face A à cause du manque d'accessibilité.

Les paramètres utilisés pour les acquisitions temporelles sont identiques pour les mesures de vibrations et de pression. La fréquence d'échantillonnage est fixée à 8192 Hz afin de nous permettre d'étudier les spectres jusqu'à 3200 Hz. La durée des acquisitions est de 60 s, puis chaque signal est découpé en 30 signaux de 2 s afin de pouvoir réaliser des moyennes destinées à améliorer la lisibilité des résultats. Le traitement des signaux est ensuite réalisé sous Matlab.

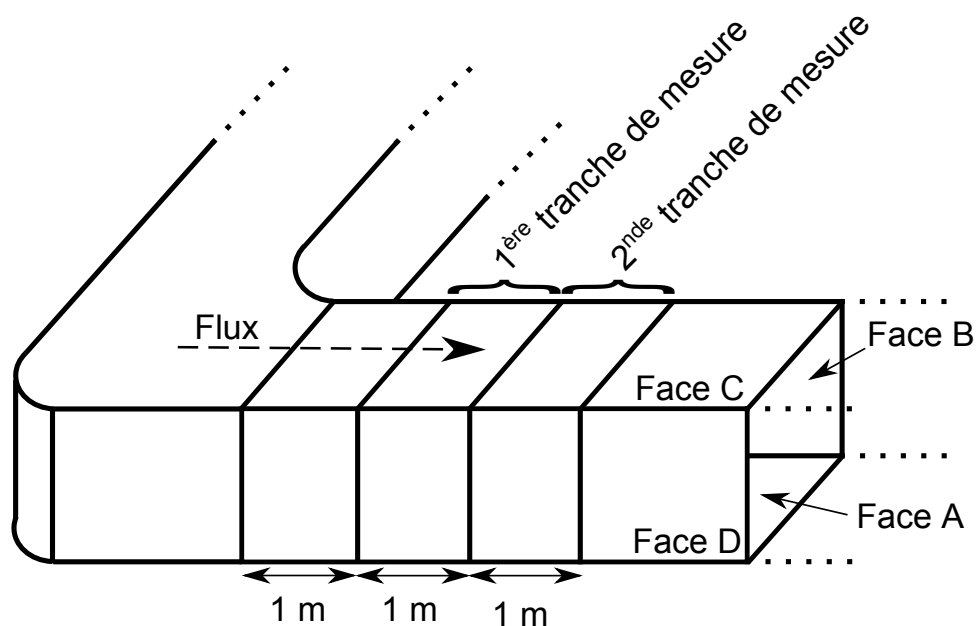


FIGURE 4.5 – Configuration et localisation des mesures

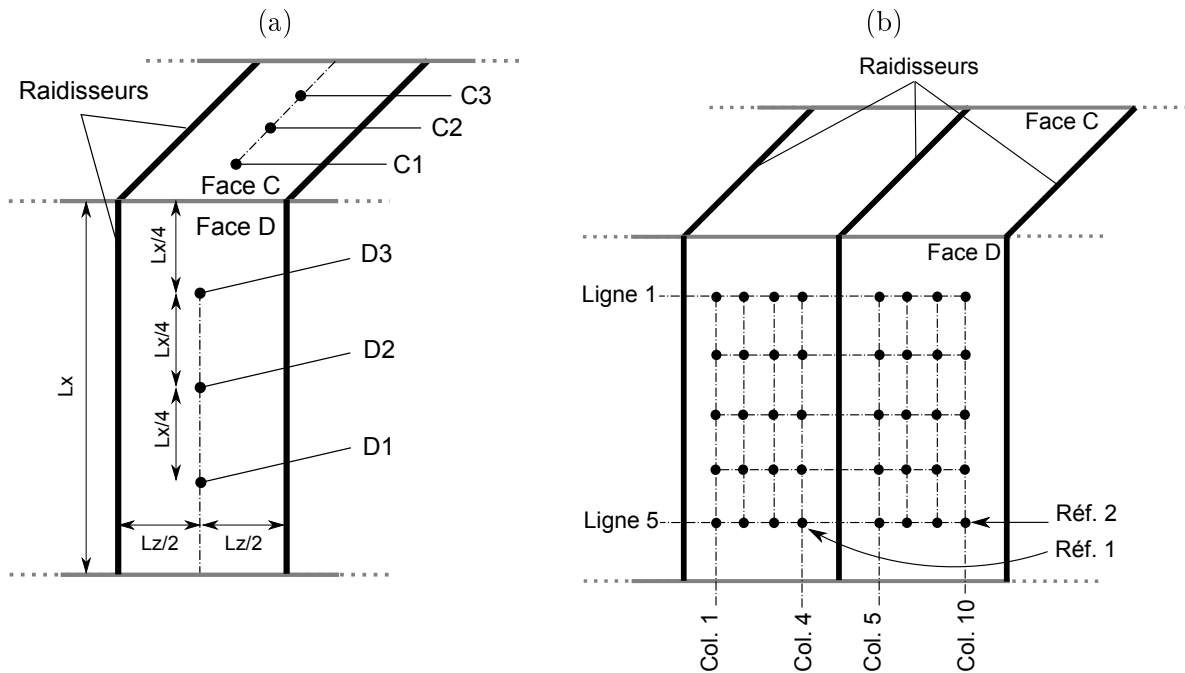


FIGURE 4.6 – (a) Détail des positions des microphones; (b) Détail des positions des accéléromètres.

Mesures de pression

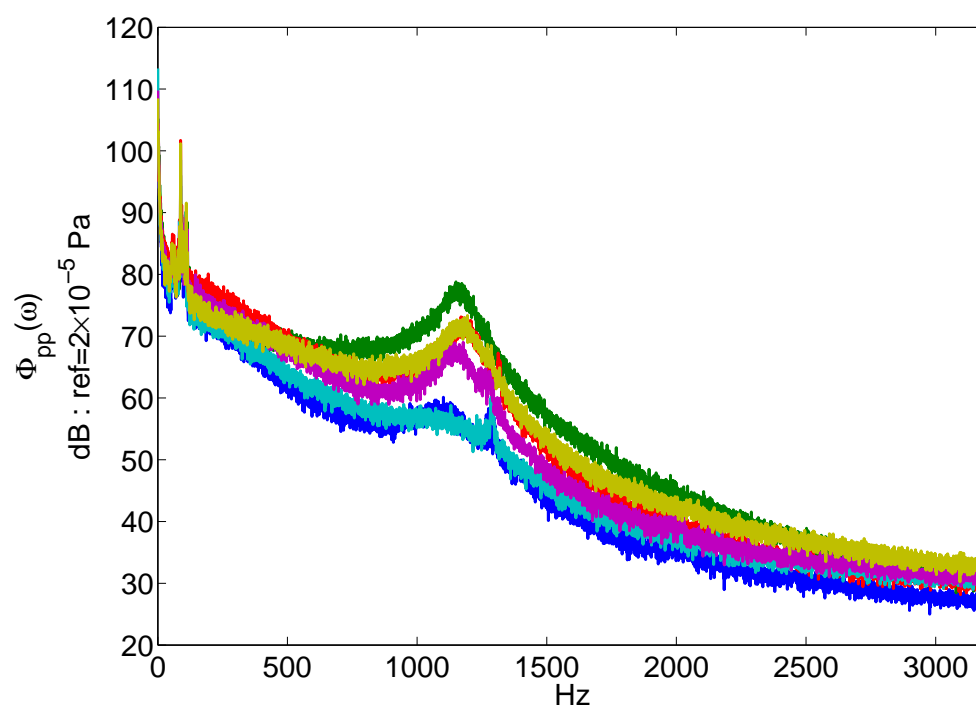
La figure 4.7a présente les niveaux des autospectres de pressions à six points de mesure différents. On remarque les mêmes similarités entre les spectres :

- la présence de pics en basse fréquence, qui traduit un comportement modal. Ce comportement est soit généré par la structure de la gaine, soit par la présence de modes acoustiques ;
- la présence d'une bosse aux alentours de 1200 Hz. Cette dernière s'explique par le système de montage des micros qui forme un résonateur quart d'onde. La longueur du résonateur associé à une fréquence de 1200 Hz est de 8 cm, ce qui correspond à la longueur des flexibles ;
- une tendance décroissante en fonction de la fréquence.

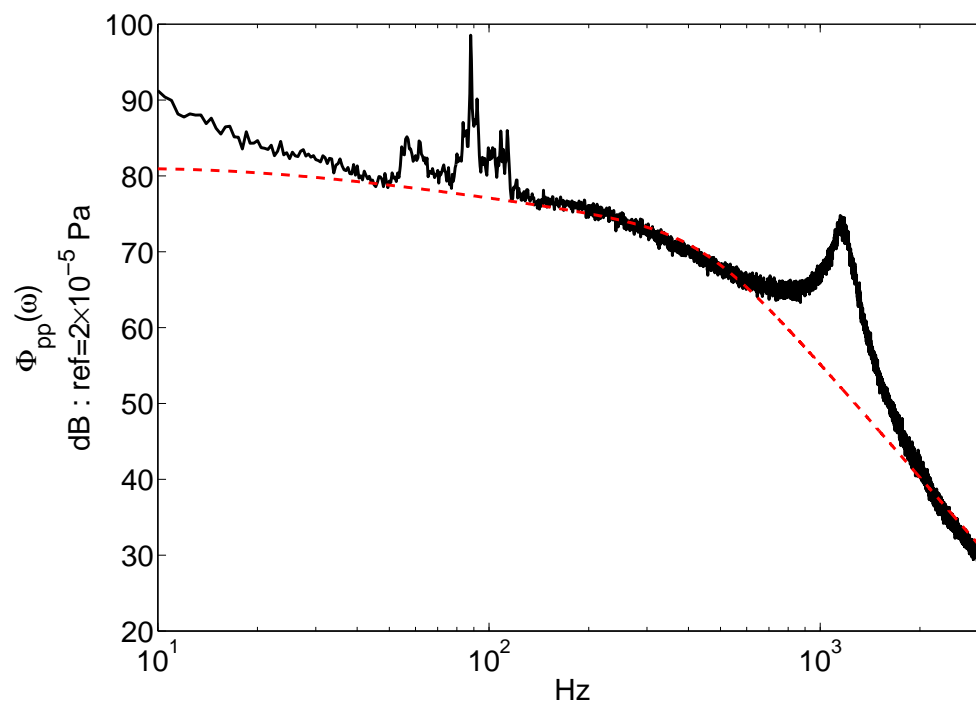
Le niveau des spectres varie en fonction de la position circonférentielle du point de mesure, ce qui nous amène à dire que l'écoulement n'est pas homogène dans une section de gaine donnée. L'autospectre de pression moyen peut être approximé par le modèle de Goody (équation (1.28)) en utilisant les paramètres suivants (figure 4.7b) : $\delta=0.5$ m, $U_\infty=20$ m/s, $\nu=2\times 10^{-5}$ m²/s, $\tau_w=1.7$ N/m², $U_\tau=0.29$ m/s.

Mesures de cohérence

Les mesures d'accélération sont effectuées suivant le maillage présenté en figure 4.6b. Au cours d'une même mesure, les accélérations des quatre points d'une même ligne sont enregistrés ainsi que celles des deux accéléromètres de référence. Ces derniers sont positionnés au niveau du point de mesure du coin inférieur droit sur la face D et serviront à pouvoir calculer des interspectres et à reconstituer la déformées opérationnelles de la



(a)



(b)

FIGURE 4.7 – (a) Autospectres de pression. Point de mesure : D1 (—); D2 (—); D3 (—); C1 (—); C2 (—); C3 (—). (b) Autospectre moyen (—) et approximation par le modèle de Goody (—).

gaine. La figure 4.8 montre les courbes de cohérence de deux points de la ligne 5 par rapport à la référence 1. Nous notons que pour le point éloigné de la référence la cohérence se dégrade très rapidement en fonction de la fréquence. Ce constat montre que la réponse de la gaine est dictée par des modes globaux au début du spectre et par des modes locaux à mesure que la fréquence augmente.

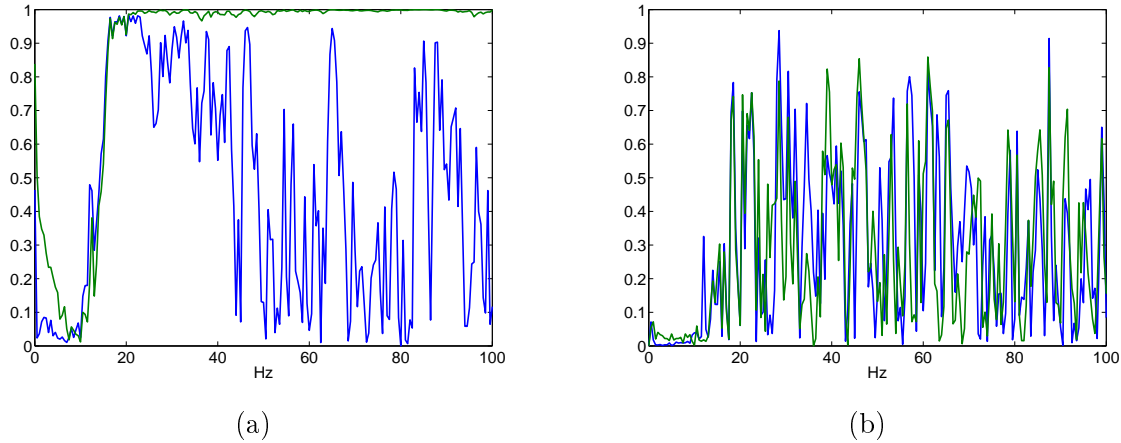


FIGURE 4.8 – Courbes de cohérence, point de mesure ligne 5 colonne 1 (—) et colonne 4 (—). (a) Référence 1; (b) Référence 2.

Mise en œuvre du modèle à grande échelle

Le modèle vibratoire de la gaine que nous avons développé dans le chapitre 2 n'a pas pu être utilisé tel quel. La difficulté réside dans le comportement de la fonction du déterminant du système (voir page 27 équation (2.3)). Les valeurs de ce déterminant deviennent de plus en plus importantes à mesure que la fréquence augmente, jusqu'à atteindre les limites de calcul numérique du logiciel Matlab. Au delà de 50 Hz, il n'est donc plus possible de trouver les modes de structure. Pour résoudre ce problème nous décidons de considérer, sur l'ensemble de la bande d'étude, la gaine comme un assemblage de quatre plaques découplées et simplement appuyées. Le calcul des modes n'est alors plus nécessaire, puisqu'ils peuvent être déterminés analytiquement. La figure 4.9 compare les niveaux vibratoires numériques obtenus par le modèle vibratoire de gaine et celui de quatre plaques découplées. Nous notons que les fréquences des modes sont changées mais que la tendance reste la même, notamment au niveau des pics de résonance.

La structure présente des raidisseurs ayant pour objectif de rigidifier la structure dans son ensemble et permettre à la gaine de résister à son poids propre et aux efforts générés par la dépression interne. Lorsque la longueur d'onde des ondes de flexion devient plus petite que l'espace entre deux raidisseurs, nous considérons que le raidisseur n'impacte plus la structure dans son ensemble. La réponse vibratoire de chacun des tronçon situés entre deux raidisseurs sont alors indépendantes les unes des autres. La fréquence limite f_c associée à ce phénomène est

$$f_c = \frac{2\pi}{\lambda^2} \sqrt{\frac{Eh^3}{12\rho(1-\nu^2)}}, \quad (4.1)$$

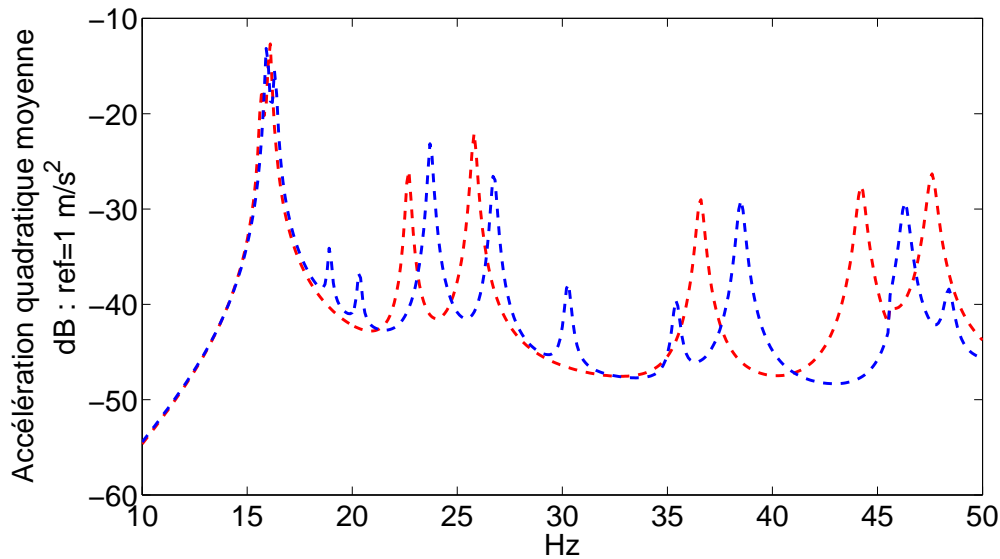


FIGURE 4.9 – Comparaison de la réponse du modèle de gaine (- -) et du modèle 4 plaques découplées (- -) à une excitation de type Norton et pour $\xi = 1\%$.

où λ correspond à la longueur d'onde. Dans notre cas, cette fréquence est localisée autour de $f_c=60$ Hz. Les paramètres utilisés pour cette configuration sont donnés en table 4.1. Au delà de cette fréquence, nous considérons simplement un tronçon de gaine situé entre deux raidisseurs.

Largeur	$L_x=3.7$ m	Module d'Young	$E=210$ GPa
Hauteur	$L_y=4.25$ m	Masse volumique	$\rho=7800$ kg/m ³
Longueur	$L_z=1$ m	Coefficient de Poisson	$\nu=0.3$
Épaisseur (tôle) h	$h=6$ mm	Amortissement modal	$\xi=3$ %

TABLE 4.1 – Paramètres du modèle - configuration ALRO.

La figure 4.10 montre les niveaux vibratoires expérimentaux des différentes tranches de mesure. Nous notons une plus grande disparité des résultats en basse fréquence, néanmoins les résultats ne varient pas de plus de 3dB. Nous déduisons de ce constat que les raidisseurs ont peu d'impact sur la vibration globale de la structure : ils ne seront pas considérés dans le modèle.

Ainsi, le modèle considèrera uniquement sur le comportement vibratoire d'un tronçon de gaine situé entre deux raidisseurs. Le système sera modélisé par un assemblage de plaques découplées simplement appuyées. Afin de prendre en compte l'effet des raidisseurs sur les conditions aux limites, les fréquences des plaques simplement appuyées seront recalées sur celles d'une plaque bi-encastée au niveau des raidisseurs (Blevins [56]).

Résultats et discussion

Les mesures d'accélération ont été réalisées sur les faces B, C et D de la gaine. Chaque tranche de mesure comportait 20 points de mesure, soit un total de 120 points. L'intégralité des mesures est exploitable, à l'exception des colonnes 7 à 10, ligne 5, face C où

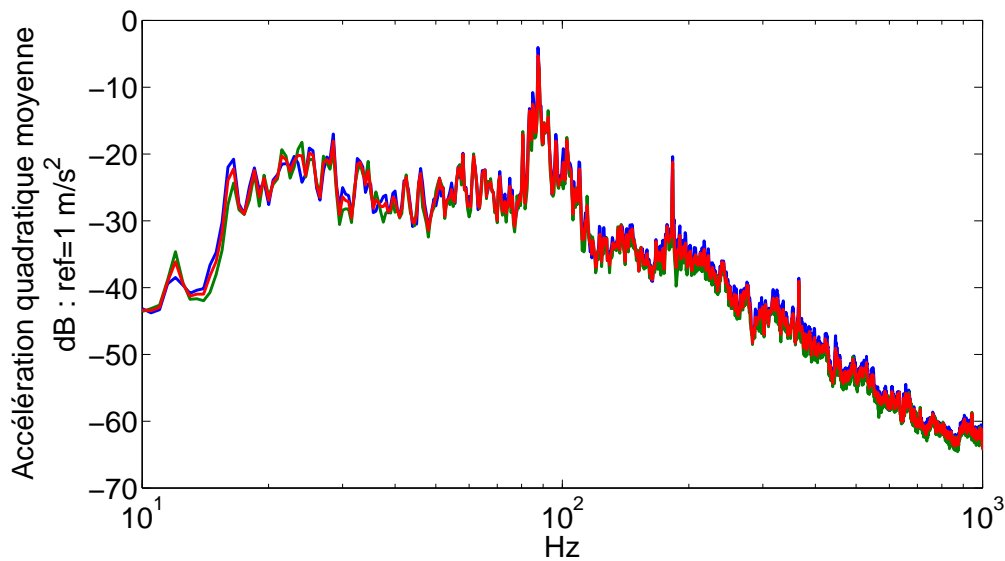


FIGURE 4.10 – Accélération quadratique mesurée sur la tranche 1 (—); tranche 2 (—); tranches 1&2 (—).

un problème d'enregistrement ne nous a pas permis d'exploiter les signaux. Afin d'étudier la vibration globale de la structure nous nous intéresserons à la réponse quadratique moyenne de la gaine. Les comparaisons essais/calcul seront effectuées sur les résultats de la première tranche de mesure, sur laquelle sont présents les informations de pression et d'accélération.

Les coefficients utilisés dans le modèle de Corcos (tels que définis dans les équations (1.20a) et (1.20b)) sont $\alpha_s=1$ et $\alpha_z=8$. La vitesse de convection de la couche limite turbulente U_c est définie comme $U_c/U_\infty=0.7$ avec $U_\infty=20$ m/s. La valeur utilisée pour la célérité des ondes acoustiques est $c=400$ m/s. Cette dernière prend en compte la température du gaz et est utilisée dans le modèle de Norton. Par ailleurs, nous supposons la valeur des coefficient acoustiques A_{pq} constante et égale à 20%.

En nous basant sur la figure 4.10 nous distinguons quatre zones distinctes :

- avant 20 Hz la réponse de la structure augmente, ce qui laisse à penser qu'il n'y a pas de modes de structure,
- entre 20 et 80 Hz la réponse de la structure oscille entre -20 et -30 dB et nous notons la présence de pics prononcés, ce qui traduit un comportement modal de la structure,
- entre 80 et 120 Hz la réponse de la structure fait apparaître des pics très prononcés qui peuvent être générés par un couplage vibroacoustique fort ou un phénomène aéroulrique localisé,
- après 120 Hz, la réponse de la structure décroît, les pics sont beaucoup plus rapprochés ce qui s'explique par une densité modale plus grande.

La figure 4.11 compare, entre 10 et 100 Hz, la réponse vibratoire mesurée à celle du modèle excité par les modèles de Corcos et Norton. La réponse générée par le modèle de Corcos sous-estime largement les niveaux vibratoires. De plus, étant à proximité d'un coude, il est possible que les hypothèses de couche limite turbulente développée ne soient pas respectées. Le modèle de Norton montre des niveaux vibratoires plus élevés mais

insuffisants. En partant de ce constat, nous pouvons affirmer que la réponse de la structure est soit gouvernée par des phénomènes aérauliques autres que ceux que nous avons modélisés, soit que la structure répond de manière plus complexe que pour des plaques simples.

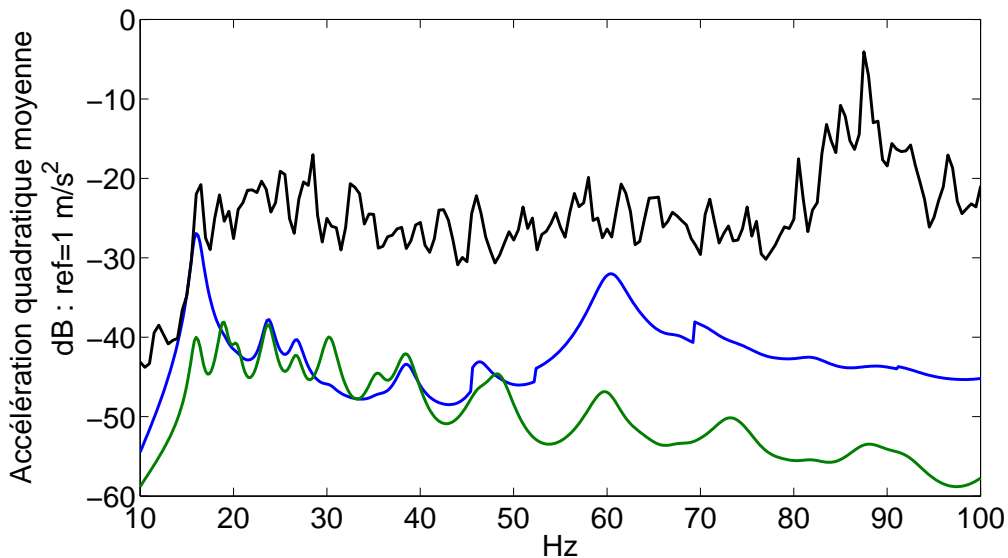


FIGURE 4.11 – Réponse quadratique moyenne du tronçon obtenue expérimentalement (—) et numériquement (—) modèle de Norton ; (—) modèle de Corcos.

La figure 4.12 montre les niveaux vibratoires obtenus expérimentalement et numériquement entre 100 et 1000 Hz. Le modèle d'excitation en champ diffus sous-estime les niveaux et de plus il est utilisé avec un coefficient égal à 100% (contre 5% dans la littérature). Le modèle de Norton est utilisé avec des coefficients A_{pq} égaux à 20% et nous remarquons une tendance similaire entre ces résultats et les niveaux mesurés. Ce constat nous amène à conclure que les phénomènes liés à la propagation des modes acoustiques ont une importance majeure dans la réponse de la gaine. Le modèle en champ diffus n'est pas adapté à notre cas, soit parce qu'il n'y a pas assez de modes acoustique pour pouvoir supposer que nous sommes en présence d'un champ diffus, soit parce que nous sommes trop éloigné de la coïncidence aéroacoustique (localisée à 2700 Hz).

En haute fréquence, l'amortissement de la structure joue un rôle important. En effet, étant donné que les modes de structure sont très rapprochés les uns des autres, la réponse de la structure ne fait plus apparaître une série de pics distincts. Dans ce cas, l'amortissement qui pilote la hauteur et largeur de chacun de ces pics va jouer un rôle important en impactant directement le niveau global de vibration. L'impact de l'amortissement sur le niveau vibratoire de la structure est illustré en figure 4.13.

4.3 Étude paramétrique

Afin de conclure cette étude, nous proposons une étude paramétrique dont l'objectif est de mettre en avant les paramètres clés permettant de réduire les vibrations de la

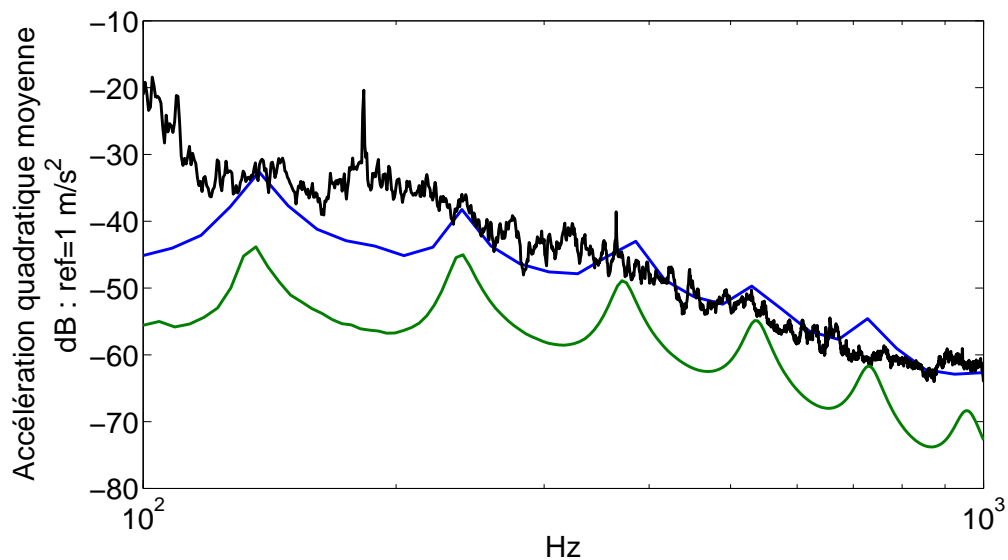


FIGURE 4.12 – Réponse quadratique moyenne du tronçon obtenue expérimentalement (—) et numériquement (—) modèle de Norton ; (—) modèle de champ diffus.

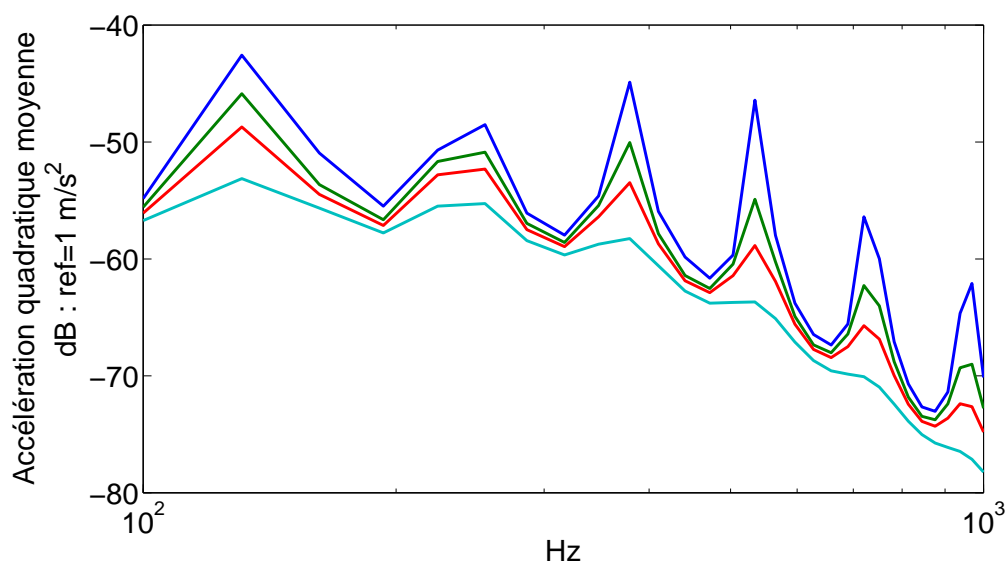


FIGURE 4.13 – Impact de l'amortissement sur la réponse de la structure dans le cas d'une excitation par champ diffus : (—) $\xi=1\%$; (—) $\xi=3\%$; (—) $\xi=5\%$; (—) $\xi=10\%$.

structure. Cette étude sera réalisée en utilisant le modèle vibroacoustique de gaine développé dans les chapitres 2 et 3, et entre 10 Hz et 50 Hz, là où sont présents les niveaux vibratoires les plus importants. La configuration de référence est celle d'ALRO, dont les paramètres sont disponibles dans le tableau 4.1. Afin de quantifier la réponse vibratoire de chaque configuration, nous relèverons la valeur moyenne RMS de l'accélération ainsi que le niveau maximal du pic le plus élevé.

4.3.1 Paramètres géométriques

Impact du ratio de section

Dans un premier temps, nous étudions l'impact du ratio de section $r = \frac{L_x}{L_y}$ défini tel que $r \leq 1$. Nous décidons de faire varier ce paramètre tout en conservant la surface $S = L_x \times L_y$ de la gaine de référence. Les valeurs de référence sont alors : $r = 0.87$ et $S = 15.725 \text{ m}^2$. Nous savons qu'à priori, ce paramètre va changer la fréquence des modes et leur ordre d'apparition (voir figure 1.3). La figure 4.14a montre l'évolution des accélérations RMS et maximale en fonction de r variant de 0.5 à 0.95. Nous n'avons pas pu mener d'investigations en dessous de $r=0.5$ à cause des problèmes numériques d'identification des modes. Par ailleurs, lorsque $r \rightarrow 1$, la section de la gaine tend vers une forme carré ce qui génère l'apparition de modes doubles qui perturbent l'algorithme de recherche des modes. Nous notons que ces deux courbes sont minimales pour $r=0.6$ (ce qui se rapproche du ratio inverse du nombre d'or ≈ 0.61). La figure 4.14b illustre les niveaux vibratoires de la gaine pour différents ratio.

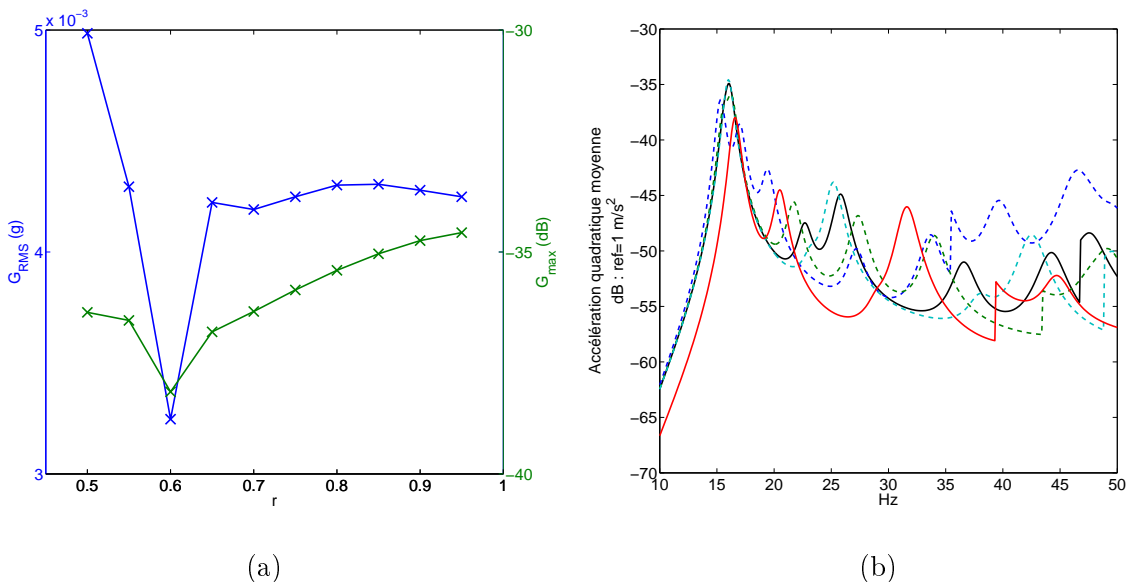


FIGURE 4.14 – (a) : Évolution de l'accélération RMS (—) et de l'accélération maximale (—) en fonction du paramètre r . (b) Réponse quadratique de la gaine pour différents paramètres r : (—) $r=0.87$ (ALRO) ; (- -) $r=0.5$; (- -) $r=0.75$; (- -) $r=0.95$; (—) $r=0.6$.

Impact de la vitesse et de la taille de section

Les gaines de transport de gaz des GTC sont dimensionnées de manière à pouvoir assurer le transport d'un certain débit d'air (de 1 à 2 millions de mètres-cubes par heure pour l'ensemble du GTC). Ainsi, pour un débit donné, il existe une infinité de combinaisons vitesse d'écoulement vs taille de section permettant de garantir ce débit. Dans cette partie, l'influence de la vitesse d'écoulement est prise en compte à travers le modèle de Goody. La figure 4.15 montre la réponse de la gaine pour plusieurs de ces combinaisons. Nous remarquons qu'il est préférable de favoriser une gaine plus petite avec un écoulement plus rapide afin d'obtenir les niveaux vibratoires les plus faibles. Les valeurs G_{RMS} et G_{max} sont données dans le tableau 4.2.

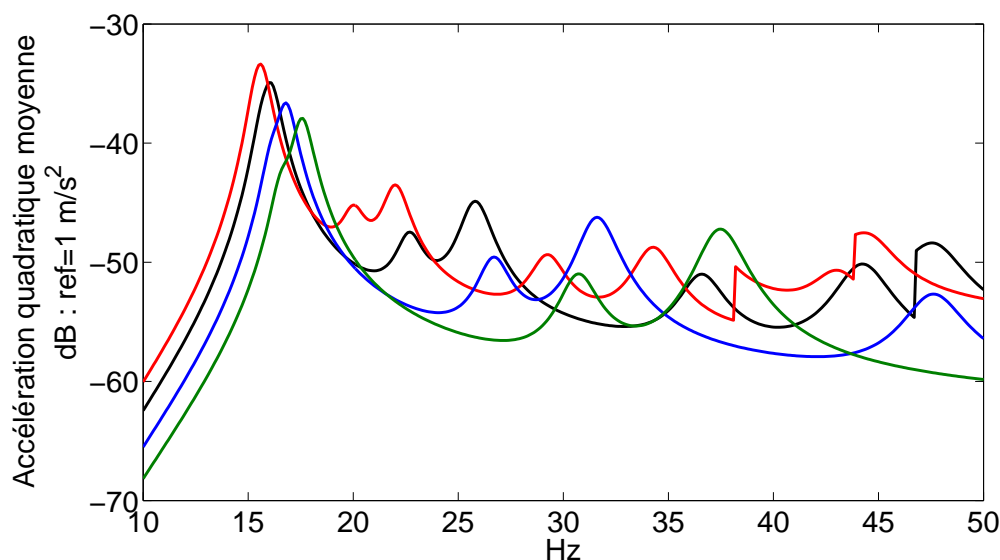


FIGURE 4.15 – Réponse vibratoire de la gaine pour différents couples (vitesse v , section S) à débit constant : (—) ($v=20$ m/s, $S=15.72$ m²) ; (—) ($v=30$ m/s, $S=10.48$ m²) ; (—) ($v=40$ m/s, $S=7.86$ m²) ; (—) ($v=10$ m/s, $S=31.44$ m²).

Récapitulatif

Étant donné les résultats précédents, nous retiendrons qu'il est préférable d'adopter une géométrie de gaine ayant un ratio de section $r=0.6$. Cette valeur assure une répartition fréquentielle des modes permettant d'éviter les valeurs d'accélération trop élevées. Les ratios rencontrés dans les configurations actuelles sont de l'ordre de 0.7 ou 0.8.

Par ailleurs, il est également possible de réduire les niveaux vibratoires en modifiant, pour un débit donné, la vitesse d'écoulement et la taille de section. Nous avons mis en avant le fait que les vibrations sont moins importantes dans un conduit plus petit avec un vitesse d'écoulement plus importante. Toutefois, une vitesse d'écoulement plus élevée engendre des pertes de charges plus élevées. Il faut alors trouver le bon compromis entre une réponse vibratoire faible et le surcout généré par des pertes de charges plus importantes (augmentation de la consommation électrique, ventilateurs de tirage plus puissants).

Cas	Paramètre		G_{RMS} (g)	G_{max} (dB)	$f(G_{\text{max}})$ (Hz)
	Nom	Valeur / Variation			
REF	r	0.87	4.3E-3	-34.9	16
1	r	0.5	5.4E-3	-36.4	15
2	r	0.6	3.2E-3	-38.2	17
3	r	0.75	4.2E-3	-35.9	16
4	r	0.95	4.2E-3	-34.6	16
5	(v, S)	($\div 1.5$, $\times 1.5$)	5.0E-3	-33.4	16
6	(v, S)	($\times 1.5$, $\div 1.5$)	3.6E-3	-36.6	17
7	(v, S)	($\times 2$, $\div 2$)	3.2E-3	-37.9	18

TABLE 4.2 – Tableau récapitulatif des niveaux moyens RMS (G_{RMS}), maximum (G_{max}) et sa fréquence associée $f(G_{\text{max}})$ en fonction du cas d'étude géométrique. REF : configuration de référence ALRO.

4.3.2 Paramètres du matériau

Dans cette partie, notre investigation s'est portée sur l'impact que les paramètres du matériau constituant la gaine ont sur la réponse vibratoire de celle-ci. Nous avons ainsi testé l'influence du module d'Young E , de la masse volumique ρ , de l'épaisseur de la tôle h et du coefficient d'amortissement modal ξ . Le tableau 4.3 expose les différents résultats que nous avons obtenus. Nous remarquons ainsi que l'épaisseur de la tôle est le paramètre qui impacte le plus le niveau vibratoire de la gaine. S'en suit la masse volumique, l'amortissement et le module d'Young.

Cas	Paramètre		G_{RMS} (g)	G_{max} (dB)	$f(G_{\text{max}})$ (Hz)
	Nom	Variation			
REF	-	-	4.3E-3	-34.9	16
1	E	$\div 2$	3.8E-3	-34.7	11
2	ρ	$\times 2$	1.9E-3	-40.7	11
3	h	$\times 2$	2.3E-3	-41.9	32
4	ξ	$\times 2$	3.1E-3	-40.6	16

TABLE 4.3 – Tableau récapitulatif des niveaux moyens RMS (G_{RMS}), maximum (G_{max}) et sa fréquence associée $f(G_{\text{max}})$ en fonction du cas d'étude du matériau. REF : configuration de référence ALRO.

Augmenter l'épaisseur de la tôle revient à rigidifier la structure et à augmenter la fréquence des premiers modes de structure. Toutefois, cette augmentation est synonyme de coûts supplémentaires (gaine plus chère à l'achat, renforcement de la structure pour résister au poids supplémentaire). La tendance actuelle étant plutôt à la diminution des épaisseurs des tôles, ce constat met en avant la nécessité d'être attentif au comportement d'une structure moins chère.

La masse volumique et le module d'Young sont dépendant l'un de l'autre à travers le matériau que l'on utilise. Nous notons que l'impact de la masse volumique est plus important que celui du module d'Young. En théorie, il faudrait développer un matériau à faible module d'Young et forte masse volumique afin de réduire les vibrations de la gaine. En pratique, les matériaux ayant une masse volumique élevée ont également module d'Young important. Il faudra donc trouver le matériau faisant un bon compromis entre ces deux paramètres et ayant un coût de fabrication acceptable.

L'amortissement n'étant pas un paramètre physique que l'on contrôle, nous ne pourrions pas donner de critère permettant d'assurer d'un fort niveau d'amortissement. Il est toutefois possible de rajouter, à posteriori, des dispositifs dissipatifs sur la gaine afin d'en augmenter l'amortissement.

4.4 Conclusion

Dans ce chapitre, étudié une configuration industrielle. Ceci nous a permis de constater que les phénomènes impliqués dans les vibrations des gaines de transport de gaz sont variés et complexes.

Dans un premier temps, la structure en elle même présente, de part sa géométrie, un comportement qu'il nous est difficile de modéliser par une approche modale. En effet, nous pouvons constater que la réponse vibratoire de la gaine ne fait pas ressortir des pics précis liés au comportement modal de façon aussi nette que le modèle. Par ailleurs, l'analyse des déformées opérationnelles est rendue impossible à cause des mauvais niveaux de cohérence des mesures. Enfin, nous faisons rapidement face aux problèmes numériques lors de l'utilisation du modèle analytique développé au chapitre 2 lorsque l'on monte en fréquence. Toutefois, ce problème a pu être contourné par l'utilisation d'un modèle simplifié.

Dans un second temps, les mesures de pression ont montré que l'écoulement présentait des caractéristiques turbulente et non homogène. Toutefois, le comportement de l'autospectre de pression a pu être modélisé à partir de 100 Hz par la formulation de Goody. En dessous de cette fréquence, le modèle de Goody sous estime les niveaux mesure ce qui peut être expliqué par la présence de structures tourbillonnaires générées par la complexité géométrique de la gaine en amont de la section de mesure.

Ensuite, la comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux ont permis de mettre en avant l'importance de la contribution des modes acoustiques dans le conduit. Les résultats ont montré également que le modèle d'excitation en couche limite turbulente (Corcos) ne permettait pas d'expliquer les niveaux vibratoires en basse fréquence (c'est à dire proche de la coïncidence hydrodynamique). En haute fréquence, le modèle de champ diffus ne semble pas adapté étant donné le coefficient nécessaire pour recalibrer ce modèle sur les niveaux mesurés (100% contre 5% dans la littérature). La prise en compte de la contribution des modes acoustiques, via le modèle de Norton, nous permet d'obtenir une bonne tendance des niveaux vibratoires de la structure.

Pour finir, une étude paramétrique a permis de dégager les principales tendances de modification de la structure pour en réduire les vibrations. Nous avons ainsi pu mettre en avant que la forme de la section avait un impact sur la réponse de la structure et préconisons un ratio de section proche de 0.6. A débit constant, le fait d'opérer avec

une vitesse d'écoulement plus élevée mais dans de plus petites gaines réduit également les vibrations de la structure. L'épaisseur de la tôle et le matériau utilisé sont aussi des pistes à considérer, bien que plus difficiles à mettre en œuvre industriellement.

Conclusion générale et perspectives

Durant ce travail de thèse, nous nous sommes intéressés à la réponse vibratoire d'un conduit rectangulaire soumis à un écoulement turbulent. Cette problématique a été ensuite appliquée à un cas d'étude industriel afin de permettre à Fives Solios de prévoir les niveaux vibratoires de leurs gaines. Ce travail a également permis d'étudier le comportement de gaines rectangulaires peu courantes dans la littérature.

Le premier chapitre présente un état de l'art divisé en deux parties, traitant d'une part du comportement vibratoire des conduits et d'autre part des modèles excitations aérodynamiques et aéroacoustiques générés par les écoulement turbulents. Ce chapitre montre la richesse de la littérature sur les problématiques de gaines cylindriques et des écoulements turbulents externes excitant des parois. Ce constat nous permet de mettre en avant l'originalité de ce travail qui traite d'une part du comportement vibratoire des gaines rectangulaires et d'autre part des excitations présentes à l'intérieur de la gaine.

Le second chapitre décrit la mise en œuvre du modèle, sa validation expérimentale et le formalisme utilisé pour modéliser les excitations dues à l'écoulement dans une gaine droite. Le modèle semi-analytique de gaine rectangulaire repose sur le couplage de quatre plaques simplement appuyées en entrée et en sortie de gaine. Le modèle de Corcos a été utilisé pour simuler une excitation de type couche limite turbulente et le modèle de Norton permet de prendre en compte la contribution des ondes acoustiques propagatives. Les données expérimentales ont mis en avant l'importance des contributions aéroacoustiques sur la vibration de la gaine, bien qu'elles aient un faible ratio énergétiques par rapport aux contributions aérodynamiques. Nous avons mis en avant la dépendance fréquentielle de ce ratio et proposé un modèle sous forme de puissance décroissante.

Le troisième chapitre est focalisé sur la réponse d'une gaine située en aval d'un coude. Un dispositif expérimental similaire à celui utilisé dans le chapitre précédent nous a permis de quantifier l'impact des contributions aérodynamiques et aéroacoustiques générées par le coude. Dans le but de réduire les niveaux vibratoires de la gaine située en aval, des modifications géométriques ont été apportées au coude telles que l'ajout de déflecteurs et d'un rayon de courbure. L'impact le plus significatif est observé lors l'ajout d'un rayon de courbure sur la face interne du coude : on observe alors une baisse des niveaux de vibrations de 10 à 30 dB.

Le quatrième chapitre présente l'application de nos travaux à une gaine utilisée sur un site de production d'aluminium. Les mesures effectuées sur site nous ont permis d'acquérir des données sur la vibration de la gaine et sur la pression pariétale à l'intérieur de celle-ci. Les résultats obtenus avec notre modèle montrent l'importance des contributions des modes acoustiques, notamment en haute fréquence. En basse fréquence, la contribution des sources aérodynamiques dues aux discontinuités est importante. Cette dernière n'étant pas prise en compte dans notre modèle, il est difficile de retrouver numériquement

les résultats expérimentaux. Pour cela, un calcul CFD s'avère nécessaire. Par ailleurs, les investigations menées lors de l'étude paramétrique mettent en avant des changements de géométrie et de matériau permettant de réduire les niveaux vibratoires.

Les perspectives de ce travail peuvent s'orienter suivant trois axes. D'une part, une étude de la fatigue vibratoire permettrait d'identifier les modes qui contribuent le plus à la fatigue et ainsi mieux orienter la conception mécanique. D'autre part, si cette étude souligne l'importance des hautes fréquences, une modélisation énergétique, de type SEA (Statistical Energy Analysis), pourrait être envisagée. Enfin, une approche 100% numérique à partir d'un calcul CFD (Computational Fluid Dynamics) pourrait permettre de modéliser les excitations aérodynamiques et acoustiques induites au niveau des discontinuités (coudes, changement de section, jonctions en T). Ce dernier point fait l'objet d'une thèse à l'UTC qui a commencée en 2015.

Bibliographie

- [1] Arthur W. Leissa. *Vibration of Plates*. Scientific and Technical Information Division, National Aeronautics and Space Administration, 1969.
- [2] Werner Soedel. *Vibrations of Shells and Plates, Third Edition*. CRC Press, August 2004.
- [3] S. M. Dickinson and G. B. Warburton. Natural Frequencies of Plate Systems using the Edge Effect Method. *Journal of Mechanical Engineering Science*, 9(4) :318–324, October 1967.
- [4] S. M. Dickinson and G. B. Warburton. Vibration of Box-Type Structures. *Journal of Mechanical Engineering Science*, 9(4) :325–338, October 1967.
- [5] S. Azimi, J. F. Hamilton, and W. Soedel. The receptance method applied to the free vibration of continuous rectangular plates. *Journal of Sound and Vibration*, 93(1) :9–29, March 1984.
- [6] S. Azimi, W. Soedel, and J. F. Hamilton. Natural frequencies and modes of cylindrical polygonal ducts using receptance methods. *Journal of Sound and Vibration*, 109(1) :79–88, August 1986.
- [7] Arthur W. Leissa. *Vibration of Shells*. Scientific and Technical Information Office, National Aeronautics and Space Administration, 1973.
- [8] L. H. Donnell. *Stability of Thin-walled Tubes Under Torsion*. NACA, 1933.
- [9] Robert D. Blevins. *Flow-Induced Vibration*. Krieger Publishing Company, 2nd new edition of revised edition edition, June 2006.
- [10] C. Norberg. Fluctuating lift on a circular cylinder : review and new measurements. *Journal of Fluids and Structures*, 17(1) :57–96, January 2003.
- [11] M. J. Lighthill. On Sound Generated Aerodynamically. I. General Theory. *Proceedings of the Royal Society of London A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 211(1107) :564–587, March 1952.
- [12] Claude Lesueur. *Rayonnement acoustique des structures : vibroacoustique, interactions fluide-structure*. Eyrolles, 1988.
- [13] Herrmann Schlichting and Klaus Gersten. *Boundary-Layer Theory*. Springer Science & Business Media, May 2003.
- [14] W. R. Graham. A comparison of models for the wavenumber-frequency spectrum of turbulent boundary layer pressures. *Journal of Sound and Vibration*, 206(4) :541–565, October 1997.
- [15] G. M. Corcos. Resolution of Pressure in Turbulence. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 35(2) :192–199, February 1963.

- [16] B. Liu, L. Feng, A. Nilsson, and M. Aversano. Predicted and measured plate velocities induced by turbulent boundary layers. *Journal of Sound and Vibration*, 331(24) :5309–5325, November 2012.
- [17] D. Lecoq, C. Pézerat, J. H. Thomas, and W. P. Bi. Extraction of the acoustic component of a turbulent flow exciting a plate by inverting the vibration problem. *Journal of Sound and Vibration*, 333(12) :2505–2519, June 2014.
- [18] B. M. Efimtsov. Characteristics of the field of turbulent wall pressure fluctuations at large. Reynolds numbers. *Sov. Phys. Acoust.*, 28 :289–292, 1982.
- [19] Av Smolyakov and Vm Tkachenko. Model of a Field of Pseudosonic Turbulent Wall Pressures and Experimental-Data. *Soviet Physics Acoustics-Ussr*, 37(6) :627–631, December 1991.
- [20] J. E. Ffowcs Williams. Boundary-layer pressures and the Corcos model : a development to incorporate low-wavenumber constraints. *Journal of Fluid Mechanics*, 125 :9–25, December 1982.
- [21] Yf Hwang and Fe Geib. Estimation of the Wavevector-Frequency Spectrum of Turbulent Boundary-Layer Wall Pressure by Multiple Linear-Regression. *Journal of Vibration Acoustics Stress and Reliability in Design-Transactions of the Asme*, 106(3) :334–342, 1984.
- [22] Y. F. Hwang, William K. Bonness, and Stephen A. Hambric. Comparison of semi-empirical models for turbulent boundary layer wall pressure spectra. *Journal of Sound and Vibration*, 319(1–2) :199–217, January 2009.
- [23] G. Robert. *Modélisation et simulation du champ excitateur induit sur une structure par une couche limite turbulence*. PhD thesis, Ecole Centrale de Lyon, January 1984.
- [24] M. K. Bull. Wall-Pressure Fluctuations Associated with Subsonic Turbulent Boundary Layer Flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 28 :719–754, 1967.
- [25] M. S. Howe. *Acoustics of Fluid-Structure Interactions*. Cambridge University Press, August 1998.
- [26] D. M. Chase. Modeling the wavevector-frequency spectrum of turbulent boundary layer wall pressure. *Journal of Sound and Vibration*, 70(1) :29–67, May 1980.
- [27] M. Goody. Empirical spectral model of surface pressure fluctuations. *Aiaa Journal*, 42(9) :1788–1794, September 2004.
- [28] A. V. Smol'yakov. Calculation of the spectra of pseudosound wall-pressure fluctuations in turbulent boundary layers. *Acoustical Physics*, 46(3) :342–347, June 2000.
- [29] Teresa S. Miller, Judith M. Gallman, and Mark J. Moeller. Review of Turbulent Boundary-Layer Models for Acoustic Analysis. *Journal of Aircraft*, 49(6) :1739–1754, December 2012.
- [30] B. Arguillat, D. Ricot, C. Bailly, and G. Robert. Measured wavenumber : Frequency spectrum associated with acoustic and aerodynamic wall pressure fluctuations. *Journal of the Acoustical Society of America*, 128 :1655, 2010.
- [31] M. P. Norton. *The effects of internal flow disturbances on the vibration response of and the acoustic radiation from pipes*. PhD thesis, University of Adelaide, March 1979.

- [32] M. P. Norton and D. G. Karczub. *Fundamentals of Noise and Vibration Analysis for Engineers*. Cambridge University Press, October 2003.
- [33] B. Venkatesham, M. Tiwari, and M. L. Munjal. Analytical prediction of break-out noise from a reactive rectangular plenum with four flexible walls. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 128(4) :1789–1799, October 2010.
- [34] C. Durant, G. Robert, P. J. T. Filippi, and P. O. Mattei. Vibroacoustic Response of a Thin Cylindrical Shell Excited by a Turbulent Internal Flow : Comparison Between Numerical Prediction and Experimentation. *Journal of Sound and Vibration*, 229(5) :1115–1155, February 2000.
- [35] M. P. Païdoussis and G. X. Li. Pipes Conveying Fluid : A Model Dynamical Problem. *Journal of Fluids and Structures*, 7(2) :137–204, February 1993.
- [36] M.-L. Gobert. *Étude de l'interaction entre un écoulement de couche limite instable et une structure déformable. Application à la prédiction du bruit propre hydrodynamique d'une antenne Sonar*. PhD thesis, Ecole Centrale de Nantes, February 2009.
- [37] M. Aucejo. *Vibro-acoustique des structures immergées sous écoulement turbulent*. PhD thesis, INSA de Lyon, November 2010.
- [38] S. Finnveden, F. Birgersson, U. Ross, and T. Kremer. A model of wall pressure correlation for prediction of turbulence-induced vibration. *Journal of Fluids and Structures*, 20(8) :1127–1143, November 2005.
- [39] G. Yamada and Y. Kobayashi. Comment on “natural frequencies and modes of cylindrical polygonal ducts using receptance methods”. *Journal of Sound and Vibration*, 115(2) :363–364, June 1987.
- [40] H. P. Lee. Natural Frequencies and Modes of Cylindrical Polygonal Ducts. *Journal of Sound and Vibration*, 164(1) :182–187, June 1993.
- [41] S. J. Mohan and R. Pratap. A natural classification of vibration modes of polygonal ducts based on group theoretic analysis. *Journal of Sound and Vibration*, 269(3–5) :745–764, January 2004.
- [42] Y. Chen, G. Jin, M. Zhu, Z. Liu, J. Du, and W. L. Li. Vibration behaviors of a box-type structure built up by plates and energy transmission through the structure. *Journal of Sound and Vibration*, 331(4) :849–867, February 2012.
- [43] C. Maury, P. Gardonio, and S. J. Elliott. A wavenumber approach to modelling the response of a randomly excited panel, Part 1 : General theory. *Journal of Sound and Vibration*, 252(1) :83–113, April 2002.
- [44] W. Willmarth and C. Wooldridge. Measurements of the Fluctuating Pressure at the Wall Beneath a Thick Turbulent Boundary Layer. *Journal of Fluid Mechanics*, 14(2) :187–210, 1962.
- [45] W. K. Bonness, D. E. Capone, and S. A. Hambric. Low-wavenumber turbulent boundary layer wall-pressure measurements from vibration data on a cylinder in pipe flow. *Journal of Sound and Vibration*, 329(20) :4166–4180, September 2010.
- [46] M. K. Bull. Wall-pressure fluctuations beneath turbulent boundary layers : Some reflections on forty years of research. *Journal of Sound and Vibration*, 190(3) :299–315, February 1996.

- [47] C. Maury, P. Gardonio, and S. J. Elliott. A Wavenumber Approach to Modelling the Response of a Randomly Excited Panel, Part II : Application to Aircraft Panels Excited by a Turbulent Boundary Layer. *Journal of Sound and Vibration*, 252(1) :115–139, April 2002.
- [48] D. G. Crighton, Ann P. Dowling, J. E. Ffowcs Williams, M. A. Heckl, and F. A. Leppington. *Modern Methods in Analytical Acoustics : Lecture Notes*. Springer London, May 1996.
- [49] A. Hekmati, D. Ricot, and P. Druault. Numerical synthesis of aeroacoustic wall pressure fields over a flat plate : Generation, transmission and radiation analyses. *Journal of Sound and Vibration*, 332(13) :3163–3176, June 2013.
- [50] F. Van Herpe and D. Crighton. Noise generation by turbulent flow in ducts. *Journal de Physique IV*, 4(C5) :C5-947–C5-950, May 1994.
- [51] H. G. Davies and J. E. Ffowcs Williams. Aerodynamic sound generation in a pipe. *Journal of Fluid Mechanics*, 32(04) :765–778, June 1968.
- [52] W. L. Li and H. J. Gibelung. Determination of the mutual radiation resistances of a rectangular plate and their impact on the radiated sound power. *Journal of Sound and Vibration*, 229(5) :1213–1233, February 2000.
- [53] H. Trabelsi, N. Zerbib, J.-M. Ville, and F. Foucart. Passive and active acoustic properties of a diaphragm at low Mach number. *European Journal of Computational Mechanics*, 20(1-4) :49–71, January 2011.
- [54] B. Arguillat. *Etude expérimentale et numérique de champs de pression pariétale dans l'espace des nombres d'onde, avec application aux vitrages automobiles*. PhD thesis, Ecole Centrale de Lyon, April 2006.
- [55] M. K. Bull and M. P. Norton. The proximity of coincidence and acoustic cut-off frequencies in relation to acoustic radiation from pipes with disturbed internal turbulent flow. *Journal of Sound and Vibration*, 69(1) :1–11, March 1980.
- [56] Robert D. Blevins. *Formulas for Natural Frequency and Mode Shape*. Krieger Publishing Company, 2001.