



HAL
open science

Traitement du Signal d'un LIDAR Doppler scannant dédié à la surveillance aéroportuaire

Alexandre Hallermeyer

► **To cite this version:**

Alexandre Hallermeyer. Traitement du Signal d'un LIDAR Doppler scannant dédié à la surveillance aéroportuaire. Autre. Université Paris Saclay (COmUE), 2017. Français. NNT : 2017SACLC007 . tel-01527400

HAL Id: tel-01527400

<https://theses.hal.science/tel-01527400>

Submitted on 24 May 2017

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

NNT : 2017SACLC007

THÈSE DE DOCTORAT
DE L'UNIVERSITÉ PARIS-SACLAY
PRÉPARÉE À CENTRALE-SUPÉLEC

Ecole doctorale n°580
Sciences et Technologies de l'Information et de la Communication
Spécialité de doctorat : Traitement du Signal et des Images

par

M. ALEXANDRE HALLERMEYER

Traitement du Signal d'un LIDAR Doppler scannant dédié à la surveillance
aéroportuaire

Thèse présentée et soutenue à Gif-sur-Yvette, le 31 Janvier 2017.

Composition du Jury :

Mme.	SYLVIE MARCOS	Directrice de recherche CNRS Laboratoire des Signaux et Systèmes	(Présidente du jury)
M.	JEAN-YVES TURNERET	Professeur INP-ENSEEIH	(Rapporteur)
M.	FRANÇOIS LE CHEVALIER	Professeur Delft University of Technology	(Rapporteur)
M.	GRÉGOIRE WINCKELMANS	Professeur Université Catholique de Louvain	(Examineur)
M.	GILLES FLEURY	Directeur Centrale Pékin	(Directeur de thèse)
M.	LAURENT LE BRUSQUET	Enseignant Centrale-Supélec	(Co-encadrant)

NNT : 2017SACLC007



THÈSE DE DOCTORAT
DE L'UNIVERSITÉ PARIS-SACLAY
PRÉPARÉE À CENTRALE-SUPÉLEC

Ecole doctorale n°580
Sciences et Technologies de l'Information et de la Communication
Spécialité de doctorat : Traitement du Signal et des Images

par

M. ALEXANDRE HALLERMEYER

Traitement du Signal d'un LIDAR Doppler scannant dédié à la surveillance
aéroportuaire

Thèse présentée et soutenue à Gif-sur-Yvette, le 31 Janvier 2017.

Composition du Jury :

Mme.	SYLVIE MARCOS	Directrice de recherche CNRS Laboratoire des Signaux et Systèmes	(Présidente du jury)
M.	JEAN-YVES TOURNERET	Professeur INP-ENSEEIH	(Rapporteur)
M.	FRANÇOIS LE CHEVALIER	Professeur Delft University of Technology	(Rapporteur)
M.	GRÉGOIRE WINCKELMANS	Professeur Université Catholique de Louvain	(Examineur)
M.	GILLES FLEURY	Directeur Centrale Pékin	(Directeur de thèse)
M.	LAURENT LE BRUSQUET	Enseignant Centrale-Supélec	(Co-encadrant)
Mme.	AGNÈS DOLFI-BOUTEYRE	Ingénieur de recherche ONERA	(Co-encadrant)
M.	LUDOVIC THOBOIS	Manager partenariats scientifiques LEOSPHERE	(Co-encadrant)

Table des matières

Introduction	9
1 Contexte de l'étude	13
1.1 Description du contexte aéroportuaire	13
1.2 Que sont les tourbillons de sillage?	14
1.2.1 La physique des tourbillons	14
1.2.2 Analyse comportementale	18
1.3 Description du LIDAR Doppler cohérent Impulsionnel	25
1.3.1 Fonctionnement du LIDAR Impulsionnel	27
1.3.2 Utilisation du LIDAR pour la mesure de tourbillons de sillage	32
2 Hypothèses et modèles	35
2.1 Modélisation de l'atmosphère	35
2.2 Modélisation des champs de vent	37
2.2.1 Modélisation de la turbulence atmosphérique : modèle de Von Karman	37
2.2.2 Modélisation des tourbillons de sillage	38
2.3 Modélisation du signal LIDAR	39
2.3.1 Courants délivrés par le LIDAR	39
2.3.2 Rapport Signal sur Bruit	42
2.3.3 Modélisation du signal LIDAR	44
2.4 Énoncé des hypothèses et approximations simplificatrices	47
3 Développement d'un algorithme de caractérisation	53
3.1 État de l'art des algorithmes	53
3.1.1 Méthodes d'estimation par cartes de vitesses estimées	54
3.1.2 Méthodes d'estimation par maximum de vraisemblance	57
3.2 Algorithme proposé	58
3.2.1 Raisonnement sur l'architecture de l'algorithme	58
3.2.2 Élaboration de l'algorithme	60
4 Évaluation des performances de l'algorithme	67
4.1 Description de la simulation des périodogrammes	67
4.2 Étude statistique sur des simulations analytiques	70
4.2.1 Méthodologie	70
4.2.2 Description des scénarios	71
4.2.3 Résultats de l'étude statistique sur les données de référence	73
4.2.4 Étude de l'influence de la turbulence atmosphérique	74
4.2.5 Étude de l'influence du modèle analytique de tourbillon de sillage	78
4.3 Simulations aux grandes échelles	80
4.3.1 Nature des données	80
4.3.2 Méthodologie	84
4.3.3 Résultats	85
4.4 Bilan	87

5 Optimisation des paramètres du LIDAR	89
5.1 Modèle et Borne de Cramér-Rao	89
5.1.1 Modèle simplifié	89
5.1.2 Borne de Cramér-Rao	90
5.2 Énoncé de la méthodologie	90
5.3 Résultats obtenus	92
5.3.1 Étude de l'influence de la durée des impulsions et des portes distances . .	92
5.3.2 Étude de l'influence du temps d'accumulation	92
5.3.3 Étude de l'influence du taux de recouvrement des portes distances	93
5.3.4 Bilan	97
5.4 Validation de la nouvelle configuration instrumentale	97
Conclusion et perspectives	99
Conclusion	99
Perspectives	101
Annexes	103
Justification de l'utilisation de la loi de Wishart	103
Démonstration du calcul simplifié de $\hat{\Sigma}_{\phi,n}^{(f)}$	104
Résultats de l'étude statistique sur les données de référence	105
Étude de l'influence de la turbulence atmosphérique	107
Étude de l'influence du modèle analytique de tourbillon	108
Simulations aux grandes échelles	109

Table des variables et opérateurs

Variables

Nom	Description	Unité	Section
α	Constante du modèle de Kaden-Winkelmanns		2.2.2
α_a	Coefficient d'atténuation par les aérosols	[néper.km ⁻¹]	1.3.1
α_w	Coefficient d'étroitesse de l'impulsion		4.1
β	Coefficient de rétrodiffusion des aérosols	[m ⁻¹ .sr ⁻¹]	1.3.1
β_{mol}	Coefficient de rétrodiffusion des molécules d'air	[m ⁻¹ .sr ⁻¹]	1.3.1
ϵ	Eddy Dissipation Rate (EDR)	[m ² .s ⁻¹]	1.2.2
ϵ_0	Permittivité du vide	[F.m ⁻¹]	1.3.1
$\Delta\tau$	Décalage temporel des portes distances	[ns]	4.1
Δt	Pas d'échantillonnage	[ns]	2.1
$\Gamma(r)$	Circulation calculée à une distance r du cœur	[m ² .s ⁻¹]	
Γ_0	Circulation initiale des tourbillon	[m ² .s ⁻¹]	1.2.1
Γ_{5-15}	Circulation moyennée entre 5 et 15 mètres	[m ² .s ⁻¹]	4.3
Γ_{tot}	Circulation totale, calculée sur une surface infinie	[m ² .s ⁻¹]	2.2.2
$\Gamma_y(y)$	Distribution de circulation le long de l'aile	[m ² .s ⁻¹]	1.2.1
λ	Longueur d'onde du laser	[μ m]	4.1
$\vec{\omega}$	Vorticité	[s ⁻¹]	1.2.1
π_0	Configuration de référence du LIDAR		5.2
$\hat{\pi}$	Configuration optimisée du LIDAR		5.3.4
Φ_{mn}	Spectre de vitesse		2.2.1
ρ	Masse volumique de l'air	[kg.m ⁻³]	1.2.1
σ_b^2	Variance du bruit		2.3.1
$\sigma_\phi^{(t)}[k_e, l_e]$	Élément (k_e, l_e) de $\Sigma_\phi^{(t)}$		2.3.3
$\sigma_{\phi,n}^{(t)}[k, l]$	Élément (k, l) de $\Sigma_{\phi,n}^{(t)}$		2.3.3
$\sigma_{\phi,n}^{(f)}[k, l]$	Élément (k, l) de $\Sigma_{\phi,n}^{(f)}$		2.3.3
$\Sigma_\phi^{(t)}$	Matrice de covariance temporelle de la ligne de visée ϕ		2.3.3
$\Sigma_{\phi,n}^{(t)}$	Matrice de covariance temporelle de la porte distance n de ϕ		2.3.3
$\Sigma_{\phi,n}^{(f)}$	Matrice de covariance fréquentielle de la porte distance n de ϕ		2.3.3
τ	Durée de la fenêtre de mesure	[ns]	1.3.1
τ_p	Durée de l'impulsion laser (largeur totale)	[ns]	1.3.1
$\tau_{p1/2}$	Durée de l'impulsion laser (largeur à mi hauteur)	[ns]	1.3.1
θ	Vecteur des paramètres à estimer		3.2.2
θ_{max}	Angle maximal d'élévation du LIDAR pour le balayage	[deg]	3.2.2
θ_{min}	Angle minimal d'élévation du LIDAR pour le balayage	[deg]	3.2.2
a_k	Réponse de la tranche d'aérosols k		2.3.3

b	Envergure de l'avion	[m]	1.2.1
b_0	Espacement initial des tourbillons	[m]	1.2.1
Bw	Bande passante de la carte d'acquisition	[MHz]	1.3.1
B_{mn}	Fonction de corrélation entre deux points		2.2.1
c	Vitesse de la lumière dans le vide	[m.s ⁻¹]	1.3.1
$C_{\phi,n}^{(t)}$	Décomposition de Cholesky de $\Sigma_{\phi,n}^{(t)}$		2.3.3
CNR	Rapport porteuse sur bruit (Carrier to Noise Ratio)		2.3.2
$CNRa$	Rapport porteuse sur bruit d'une tranche d'aérosols		2.3.2
e	Charge élémentaire	[C]	2.3.1
E_r	Amplitude du champ rétrodiffusé	[kg.m.A ⁻¹ .m ⁻³]	1.3.1
E_{ol}	Amplitude du champ de l'oscillateur local	[kg.m.A ⁻¹ .m ⁻³]	1.3.1
E_i	Amplitude du champ incident aux aérosols	[kg.m.A ⁻¹ .m ⁻³]	2.3.2
E_p	Énergie contenue dans une impulsion laser	[J]	1.3.1
f_{ol}	Fréquence du faisceau de l'oscillateur local	[MHz]	1.3.1
f_{IF}	Fréquence intermédiaire imposée par le MAO	[MHz]	1.3.1
f_d	Fréquence décalé par effet Doppler par rapport à f_{IF}	[MHz]	1.3.1
f_r	Fréquence du faisceau rétrodiffusé	[MHz]	1.3.1
F_e	Fréquence d'échantillonnage	[MHz]	1.3.1
g	Constante d'accélération de pesanteur	[m.s ⁻²]	1.2.1
h_k	Éléments de la fenêtre de mesure H		2.3.3
i_b	Courant de bruit	[A]	1.3.1
i_{det}	Courant aux bornes du détecteur	[A]	1.3.1
i_{het}	Courant hétérodyne	[A]	1.3.1
i_s	Courant utile	[A]	1.3.1
J	Ensemble des lignes de visée		2.3.3
J_m	Sous-ensemble de J , m -ème groupe de N_a lignes de visée		2.3.3
\vec{k}	Nombre d'onde	[m ⁻¹]	2.2.1
K	Nombre d'échantillons de la fenêtre de mesure		2.3.3
K_u	Nombre d'échantillons utiles de la Transformée de Fourier Discrète		2.3.3
\vec{L}	Force de portance	[N]	1.2.1
M	Nombre de lignes de visée accumulées par trace LIDAR		2.3.3
M_a	Masse de l'avion	[kg]	1.2.1
M^2	Facteur de qualité du faisceau laser		2.1
N	Nombre de portes distances par trace LIDAR		2.3.3
N_a	Nombre de lignes de visée qui sont accumulées		2.3.3
N_e	Nombre d'échantillons par ligne de visée		2.3.3
N_p	Nombre d'échantillons par impulsion		2.3.3
N_ϕ	Nombre total de lignes de visée (nombre d'impulsions émises)		2.3.3
\vec{P}	Poids	[N]	1.2.1
$P_r(t, z)$	Puissance rétrodiffusée par une tranche d'aérosols	[J]	1.3.1
P_c	Puissance crête d'une impulsion laser	[J]	1.3.1
P_m	Puissance moyenne d'une impulsion laser	[J]	1.3.1
P_{ol}	Puissance du champ de l'oscillateur local	[J]	2.3.1
P_{inc}	Puissance du champ incident	[J]	2.3.2
r_c	Rayon de cœur du tourbillon	[m]	1.2.1
Re_Γ	Nombre de Reynolds		1.2.1
S	Sensibilité du photodétecteur	[A.W ⁻¹]	1.3.1
S_r	Surface optique de réception	[m ²]	1.3.1
t_0	Temps caractéristique de l'écoulement	[s ⁻¹]	1.2.1

V	Vitesse de l'avion	[m.s ⁻¹]	1.2.1
V_0	Vitesse caractéristique de l'écoulement	[m.s ⁻¹]	1.2.1
V_r	Vitesse radiale mesurée par le LIDAR	[m.s ⁻¹]	1.3.1
$v(r)$	Vitesse tangentielle de la ligne de champ de rayon r	[m.s ⁻¹]	2.2.2
$V(t)$	Vitesse de descente des tourbillons à l'instant t	[m.s ⁻¹]	1.2.2
$w(z)$	Rayon du faisceau laser à une distance z	[m]	2.1
w_0	Waist du faisceau laser	[m]	2.1
W	Matrice exprimant la TFD		2.3.3
x_ϕ	Signal temporel discrétisé de la ligne de visée ϕ		2.3.3
$x_{\phi,n}$	Signal temporel discrétisé de la porte distance n de ϕ		2.3.3
$X_{\phi,n}$	Transformée de Fourier Discrète de $x_{\phi,n}$		2.3.3
$\tilde{X}_{m,n}$	Périodogramme accumulé sur J_m de la porte distance n		2.3.3
\tilde{X}	Ensemble des $\tilde{X}_{m,n}$		2.3.3
Δz	Profondeur des tranches d'aérosols du modèle feuilleté	[m]	2.1
Y	Coordonnée horizontale du tourbillon		
Z	Coordonnée verticale du tourbillon		
z_R	Distance de Rayleigh	[m]	2.1

Opérateurs

$\vec{\text{rot}}(\vec{x})$	Rotationnel de \vec{x}
$\mathbb{E}[X]$	Espérance mathématique de X
$\text{tr}(M)$	Trace de la matrice M
$\det(M)$	Déterminant de la matrice M
$TFD[x]$	Transformée de Fourier Discrète de x
$\ln(y)$	Logarithme népérien de y
W^T	Transposée de la matrice W
W^*	Matrice adjointe de la matrice W

Introduction

Turbulence, nom féminin désignant l'agitation d'un fluide qui s'écoule en tourbillons. Ce mot, turbulence, provient du latin *turbulentia* qui signifie *perturbation*. L'étude des turbulences remonte à la Renaissance italienne, entre le XV^e et le XVI^e siècle. C'est à cette époque que le célèbre peintre, sculpteur, architecte, physicien, ingénieur, anatomiste, et écrivain italien, Léonardo da Vinci s'intéresse aux mouvements des fluides et plus particulièrement à la formation de tourbillons dans l'eau ou l'air qui s'écoule autour d'un obstacle. Notamment, lors de la troisième guerre d'Italie qui a opposé Florence à Pise, chargé de cartographier avec d'autres ingénieurs la vallée de l'Arno, il observa l'écoulement du cours d'eau et remarqua alors : « *Les petits tourbillons sont presque innombrables et les grands tourbillons ne sont mis en rotation que par les grands, non par les petits, tandis que les petits tourbillons le sont à la fois par les grands et les petits* » [2]. Comme dans la plupart de ses travaux, Léonard de Vinci ne donne pas d'explications théoriques mais laisse néanmoins des descriptions très précises et des croquis d'une extrême finesse.

C'est au cours du XVIII^e et du XIX^e siècle que l'étude des écoulements connaît ses plus grandes avancées. Leonhard Euler dépose, en 1757, un mémoire sur la dynamique des fluides dans lequel il pose les équations permettant de décrire de nombreux écoulements et qui portent aujourd'hui son nom. En 1821, Claude Navier, physicien spécialiste de la mécanique newtonienne, introduit la notion de viscosité dans les équations d'Euler. Ces équations sont finalement complétées, quelques années plus tard, par George Stokes qui établit de manière définitive la forme de l'équation de conservation de la quantité de mouvement et qui porte aujourd'hui le nom d'équation de Navier-Stokes. En 1883, un ingénieur irlandais nommé Osborne Reynolds établit un nombre caractéristique de l'écoulement, prenant en compte la vitesse de l'écoulement, la dimension de l'obstacle qui le limite et sa viscosité cinématique, c'est-à-dire la capacité de rétention des particules du fluide et quantifie sa capacité à s'épancher. Plus ce nombre est élevé, plus l'écoulement est turbulent.

D'autres grands noms de la physique comme Kolmogorov et Leray se sont également intéressés aux turbulences, respectivement sur la division sous forme de « cascade turbulente » des gros tourbillons en tourbillons de plus en plus petits et sur la turbulence de sillage.

Ce sujet de thèse, intitulé Traitement du Signal d'un LIDAR Doppler scannant dédié à la surveillance aéroportuaire, concerne également l'étude de tourbillons mais pour une application particulière, puisqu'il s'agit d'étudier les tourbillons créés par les avions lors des phases de décollage et d'atterrissage.

Dans un contexte où le trafic aérien s'accroît de jour en jour, l'optimisation des débits en termes de décollage et d'atterrissage est devenue un enjeu majeur pour les aéroports à forte affluence afin qu'ils puissent augmenter leur capacité. Ces débits sont principalement limités par la présence de tourbillons de sillage communément appelés Wake Vortices, formés au dessus des pistes, par le passage d'un avion, et qui représentent un danger potentiel pour l'avion suivant. En effet, lors des phases de décollage ou d'atterrissage, la rencontre entre un avion et une telle turbulence peut entraîner un roulement de l'appareil et même, dans certains cas, provoquer un accident. Afin d'éviter une telle catastrophe, les organisations de sûreté de la navigation aérienne ont défini des distances de sécurité à respecter entre deux décollages ou atterrissages successifs (normes ICAO). Ces distances prennent en compte la catégorie des deux appareils, un avion étant catégorisé en fonction de la tranche de poids dans laquelle il se trouve, et ont été définies

pour des situations « pire-cas » sans perturbation atmosphérique significative. Cependant, bien que les tourbillons aient leur propre décroissance, de nombreuses études ont montré que leur comportement et donc leur dissipation, dépend également des conditions atmosphériques (vent transverse, turbulence atmosphérique, stratification) et des effets de sols. C'est la raison pour laquelle, la connaissance de ce comportement selon les conditions météorologiques permettrait aux aéroports d'adapter de manière dynamique les distances de sécurité et ainsi d'optimiser les débits au décollage et à l'atterrissage. Il est donc dans un tout premier temps nécessaire d'être en mesure de détecter, localiser et caractériser ces tourbillons.

L'instrument de référence utilisé pour mesurer ces turbulences, en basse altitude (<100 m), est le LIDAR, abréviation pour LIght Detection And Ranging. Cet équipement est un capteur basé sur le même principe que le RADAR : Il permet de mesurer des vitesses grâce au décalage Doppler qui est induit sur les ondes qu'il émet. Les premiers LIDAR mis au point, à partir des années 90, étaient des LIDAR continus [12]. Depuis les années 2000 [5], le LIDAR Doppler Impulsionnel a pris la place des LIDAR continus. Le LIDAR impulsionnel émet des impulsions laser qui, lorsqu'elles rencontrent des aérosols en mouvement dans l'atmosphère, sont rétrodiffusées. Ce signal qui est capté par le LIDAR permet ensuite, grâce à un découpage temporel, d'isoler des zones de l'atmosphère puis, par un traitement, d'en déterminer certaines propriétés comme la vitesse moyenne du vent. Pour la mesure de tourbillons de sillage, le LIDAR est positionné perpendiculairement à la piste et effectue des balayages verticaux, la zone couverte englobant la fenêtre de passage des avions.

Les algorithmes développés au sein de LEOSPHERE et de l'ONERA, n'utilisent qu'une petite partie de l'information des données spectrales fournies par le LIDAR (fréquence moyenne, vitesses maximale et minimale). La question suivante se pose alors : « Quel algorithme permettrait d'obtenir de meilleures performances que l'existant, sur la détection et la caractérisation des tourbillons de sillage en utilisant toute l'information ? ». Afin d'y répondre, plusieurs objectifs ont été définis. Dans un premier temps, développer un algorithme d'estimation des paramètres des tourbillons de sillage, qui soit plus performant que l'existant puis quantifier les incertitudes sur les estimations, permettra d'évaluer la robustesse de l'algorithme proposé, à la fois vis-à-vis des différents bruits et des erreurs de modèle. Enfin, certains paramètres instrumentaux du LIDAR sont susceptibles d'être modifiés selon les applications. Ainsi, une validation de la configuration, actuellement utilisée pour la mesure des tourbillons de sillage, est requise.

De très nombreuses études se sont attelées à utiliser le signal fourni par un LIDAR dans le but de caractériser les tourbillons de sillage. Tous les algorithmes diffèrent dans leur approche mais il est globalement possible d'en distinguer deux familles principales. Une première famille peut être identifiée comme étant basée sur l'utilisation de cartes de vitesses estimées directement à partir des données spectrales. La seconde famille regroupe les algorithmes utilisant l'estimation par maximum de vraisemblance. C'est à cette seconde famille que l'algorithme proposé s'apparente le plus. En effet, l'estimation finale de la grandeur la plus critique des tourbillons, la circulation, est réalisée en maximisant le critère de vraisemblance. Son architecture permet de réaliser une estimation précise des positions et des circulations d'une paire de tourbillons en un temps suffisamment acceptable pour pouvoir être utilisé pour des études statistiques.

D'autre part, des études se sont intéressées au calcul de la Borne de Cramér-Rao dans le cadre de la mesure de vent par le LIDAR, mais aucune ne s'y est intéressée dans le cadre de la mesure de tourbillons de sillage. Nous nous proposons donc d'étudier l'influence des paramètres instrumentaux modifiables sur la Borne de Cramér-Rao. Nous pouvons ainsi espérer, en minimisant cette borne, obtenir un jeu de paramètres instrumentaux intéressant pour l'objectif d'estimation.

A la lumière des objectifs, il a été nécessaire d'établir un modèle statistique du LIDAR. Ce modèle, qui est utilisé dans toutes les phases, peut être plus ou moins simplifié, selon le besoin, car, étant lui même composé de plusieurs modèles (atmosphérique, optique), il est particulièrement complexe et difficile à manipuler.

Lors de la phase de développement de l'algorithme, de nombreuses hypothèses et approximations simplificatrices ont pu être faites sur ce modèle pour faciliter le calcul du critère de vraisemblance. Durant cette phase, il a fallu établir une architecture en gardant à l'esprit que l'algorithme a vocation à être utilisé pour un traitement quasi temps-réel. Même s'il a été possible, dans une certaine mesure, de nous affranchir de cette contrainte, avoir des temps de calcul raisonnables a été un objectif durant toute cette étude.

La phase d'évaluation des incertitudes a été effectuée en utilisant des simulations, le recours aux données expérimentales sans référence n'étant pas adapté. Afin d'obtenir des simulations de traces les plus réalistes possibles, le modèle LIDAR est très peu modifié. En revanche, nous nous intéressons ici, à un écoulement mettant en jeu des conditions aux limites et des phénomènes complexes à simuler. De manière générale, les simulations numériques de mécanique des fluides LES (Large Eddy Simulations) et DNS (Direct Numerical Simulations) sont des simulations obtenues en résolvant numériquement les équations de Navier-Stokes. Les premières couvrent un large éventail d'échelles spatio-temporelles mais afin de diminuer les temps de calcul, un maximum d'échelles uniquement dans le domaine inertiel sont résolues. L'influence des échelles non-résolues sur les résolues est donc modélisée. À l'inverse, les DNS font la résolution de toutes les échelles de la turbulence mais sont limitées à des nombres de Reynolds faibles (de l'ordre de $5 \cdot 10^3$). Quoi qu'il en soit, ces simulations restent très onéreuses en temps de calcul. Les tourbillons de sillage sont donc simulés à partir de modèles analytiques, et la turbulence atmosphérique à partir d'un modèle mathématique en rafales continues, ce qui permet de manipuler des modèles simples et d'obtenir un gain en temps de calcul non-négligeable. Des simulations aux grandes échelles résolues en paroi (wall-resolved LES) à faible Reynolds mais néanmoins pertinentes pour l'application aéronautique visée, ont été fournies par l'Université Catholique de Louvain, ce qui a permis de réaliser une validation sur des données bien plus proches de la réalité.

Une méthode de type Monte Carlo a été choisie pour la phase d'évaluation, ce qui implique un grand nombre de traces à traiter sachant que la taille de chaque trace est très grande, supérieure à 570 000 points.

Le calcul de la Borne de Cramér-Rao requiert ainsi de calculer la matrice d'information de Fisher et donc les dérivées partielles de la log-vraisemblance des données du LIDAR pour des vecteurs de grande taille. Afin de conserver des temps de calcul acceptables, des hypothèses sont donc formulées afin de rendre ce calcul plus abordable.

Ce manuscrit de thèse est divisé en cinq chapitres. Le premier permet d'introduire, avec plus de détails, le contexte aéroportuaire et les principes physiques de base, liés aux tourbillons de sillage et au LIDAR Doppler. Le second chapitre permet de les répertorier et d'explicitier les modèles utilisés et les différentes hypothèses simplificatrices formulées. L'état de l'art sur les algorithmes de caractérisation des tourbillons ainsi que l'élaboration de l'algorithme proposé sont présentés dans le chapitre 3. Le chapitre suivant est dédié à la description de la simulation qui est réalisée et à l'évaluation des performances de cet algorithme sur des données simulées, avec différents niveaux de réalisme et donc de complexité. La dernière partie de ce manuscrit est consacrée à une étude de l'influence des paramètres du LIDAR sur la Borne de Cramér-Rao, permettant ainsi d'optimiser la configuration pour obtenir de meilleures performances de la part de l'algorithme.

Chapitre 1

Contexte de l'étude

Une présentation du contexte aéroportuaire et des normes en vigueur est tout d'abord nécessaire pour permettre une meilleure compréhension des enjeux qui ont motivé ce travail de thèse. Un état de l'art sur les tourbillons de sillage permet ensuite d'explicitier la physique de ce phénomène complexe : Le processus de formation des Wake Vortices, les grandeurs qui les caractérisent, en particulier la circulation qui permet de quantifier la puissance des tourbillons, ainsi que leur comportement en fonction des conditions atmosphériques sont présentés. Enfin, une description détaillée du fonctionnement de l'instrument qui est utilisé pour observer ces tourbillons, le LIDAR impulsionnel cohérent Doppler, est effectuée.

1.1 Description du contexte aéroportuaire

Le trafic aérien étant plus que jamais en pleine expansion, la bonne gestion du trafic aux abords des aéroports internationaux à forte affluence tels que Roissy-Charles de Gaulle est devenue un enjeu majeur. Pour faire face aux problèmes de congestion, il est nécessaire d'optimiser ce trafic, notamment en ce qui concerne les débits d'atterrissage et de décollage.

Au cours des années 60, dans le cadre de la sécurité aéroportuaire et afin d'éviter la rencontre entre des tourbillons de sillage encore trop intenses, c'est-à-dire possédant une circulation trop élevée, avec un avion suiveur, les différents modèles d'avions ont été classés en fonction de leur masse et de leur envergure qui influent directement sur les tourbillons qu'ils créent (voir section 1.2.1). Originellement rangés dans 4 catégories (Light, Medium, Heavy et Jumbo - Norme ICAO actuelle), différentes études menées par les organismes de réglementation de la circulation aérienne ont permis de développer le programme RECAT (Wake Turbulence Re-categorisation) [33] et ainsi de diviser les catégories Medium et Heavy en deux sous-catégories, respectivement Upper Medium, Lower Medium et Upper Heavy, Lower Heavy. Le tableau 1.1 récapitule le nom et l'indicatif des catégories et répertorie des exemples de modèles d'avions appartenant à chacune d'elles.

Super Heavy	Upper Heavy	Lower Heavy	Upper Medium	Lower Medium	Light
CAT-A	CAT-B	CAT-C	CAT-D	CAT-E	CAT-F
A380	A340	A300	A320	ATR-42	Falcon 10
An-124	B747	B767	B737	ATR-72	Falcon 20

TABLE 1.1 – Classification des différents types d'avions selon le programme RECAT phase 1 avec des exemples de modèles.

C'est durant les phases d'atterrissage et de décollage que la vitesse des avions est la plus faible. Cela signifie que les tourbillons qui sont générés par les avions dans ces phases sont les plus puissants (explication au paragraphe 1.2.1). La rencontre d'un appareil avec des tourbillons encore trop énergétiques entraîne une rotation violente de l'avion pouvant conduire à des décrochages et des roulements et causer des accidents dramatiques comme en 1993 à l'aéroport John

Wayne de Santa Ana. Le pilote d'un IAI Westwind, petit avion d'affaire, qui volait trop près derrière un Boeing B757 lors de la phase de descente vers la piste, a perdu le contrôle de son appareil et s'est écrasé. Cet accident a été attribué à la rencontre du Westwind avec les Wake Vortices formés dans le sillage du B757. Afin de prévenir ce type de scénario catastrophe, des distances de sécurité sont établies en fonction des catégories auxquelles appartiennent les deux avions se suivant. Celles-ci sont rappelées dans le tableau 1.2, les cases vides étant la séparation radar minimale [33] c'est-à-dire 2 Nautical Miles.

Meneur \ Suiveur	CAT-A	CAT-B	CAT-C	CAT-D	CAT-E	CAT-F
CAT-A	3 NM	4 NM	5 NM	5 NM	6 NM	8 NM
CAT-B		3 NM	4 NM	4 NM	5 NM	7 NM
CAT-C			3 NM	3 NM	4 NM	6 NM
CAT-D						5 NM
CAT-E						4 NM
CAT-F						3 NM

TABLE 1.2 – Séparations entre les avions des différentes catégories selon les réglementations du programme RECAT Phase I (NM = Nautical Mile et 1 NM = 1.852 km) [33]

Le programme RECAT permet aux heures de pointe, d'augmenter d'au moins 5% les débits sur les pistes.

De nombreuses études ([6][20][36]) ont été menées pour permettre une meilleure compréhension de ces tourbillons et ont permis de constater que leur comportement varie en fonction des conditions atmosphériques et en particulier en fonction du vent (explicité dans 1.2.1). Or la phase 1 du programme RECAT, bien qu'ayant permis de redécouper les catégories d'avion pour mieux affiner les distances de séparation, reste un concept statique, qui ne peut pas être adapté à la situation. De nouveaux concepts tels que RECAT phase 3, appelés dynamiques, sont en cours de développement et ont pour objectifs d'adapter les distances de sécurité en fonction des conditions météorologiques afin que les aéroports optimisent leur capacité.

1.2 Que sont les tourbillons de sillage ?

1.2.1 La physique des tourbillons

La figure 1.1 illustre parfaitement ce que sont les tourbillons de sillage. Leur présence est ici facilement identifiable par l'entraînement des nuages formant ainsi ce qui pourrait être identifié très poétiquement à un cœur. Ce phénomène physique particulier est propre à tout objet volant possédant des ailes.

L'écoulement de l'air sur le profil bombé et limité dans l'espace de l'aile provoque leur formation. Avec une incidence positive, comme c'est le cas pour un avion, le fluide passant par l'extrados (le dessus de l'aile) possède une vitesse plus élevée que celui passant par l'intrados (le dessous de l'aile). Cela crée une dépression sur le dessus de l'aile et une surpression au-dessous et dirige la portance (force orthogonale à la direction du mouvement d'un solide dans un fluide) vers le haut, ce qui permet à l'avion de voler. Cette différence de pression induit des traînées formées par l'écoulement de l'air en bout d'aile, de la zone de surpression vers la zone de dépression en contournant l'extrémité de l'aile. Cet écoulement crée une déviation du flux d'air (voir figure 1.2). Sous l'intrados, le flux d'air est dévié vers l'extrémité de l'aile alors que sur l'intrados, le flux d'air est dévié vers le fuselage de l'avion (voir figure 1.3). Une nappe tourbillonnaire est alors



FIGURE 1.1 – Tourbillons de sillage d'un Boeing 757 en phase d'atterrissage (source : <https://www.flickr.com/photos/44073224@N04/>)

formée au bord de fuite de l'aile, sur toute sa longueur et s'enroule ensuite en deux tourbillons contrarotatifs (dit aussi tourbillons marginaux) dans le sillage de l'avion. Ce système est alors appelé "two-vortex system" et communément noté 2VS. Des tourbillons peuvent également se former sur des parties formant des angles avec le plan des ailes, telles que les volets lorsqu'ils sont abaissés notamment en phase d'atterrissage.

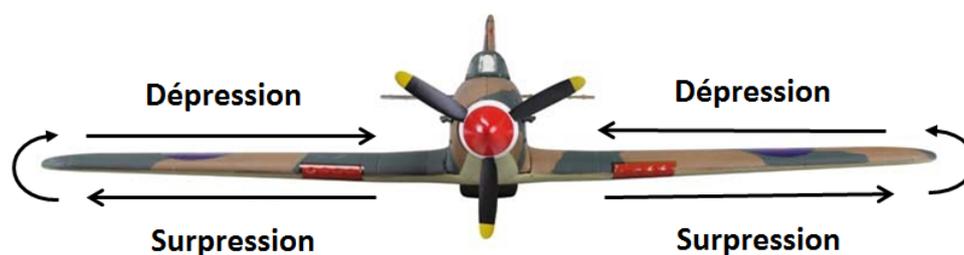


FIGURE 1.2 – Mouvements des flux d'air aux extrémités des ailes et sens des déviations des flux le long de la voilure.

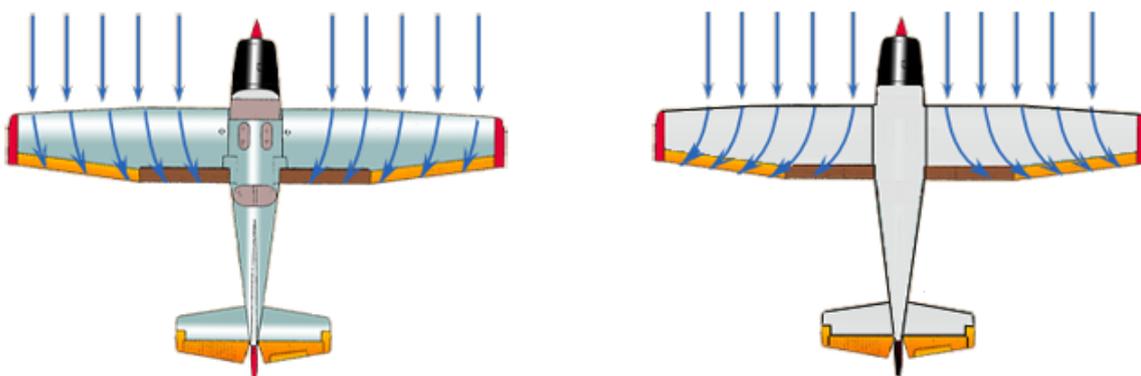


FIGURE 1.3 – Mouvements de l'air sur l'Extrados (à gauche) et sur l'Intrados (à droite) source : <http://www.lavionnaire.fr/>

L'ajout par les constructeurs aéronautiques d'ailettes (ou winglets) aux extrémités des ailes (figure 1.4) permet de réduire la traînée induite en récupérant une partie de l'énergie tourbillonnaire engendrée par la portance et donc de diminuer l'énergie cinétique dans le sillage.



FIGURE 1.4 – Winglet d'un airbus A319.

L'intensité d'un tourbillon de sillage est exprimée à travers sa circulation notée Γ en $[\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}]$. De manière générale pour chaque tourbillon pris séparément, cette circulation peut être déduite du champ de vitesse \vec{V} . La circulation calculée à un rayon r de centre du tourbillon sur un contour fermé $C(r)$, englobant le centre du tourbillon, est définie comme l'intégrale de la vitesse le long de ce contour :

$$\Gamma(r) = \oint_{C(r)} \vec{V} \cdot d\vec{l}$$

En notant $\vec{\omega}$ la vorticité c'est-à-dire $\text{rot}(\vec{V})$, et en appliquant le théorème de Stokes, l'int egr ale sur le contour ferm e peut être écrite sous la forme (1.1) :

$$\Gamma(r) = \iint_{S(r)} \vec{\omega} \cdot d\vec{S} \quad (1.1)$$

La circulation initiale des tourbillons, not e Γ_0 peut être définie comme la circulation qu'ils ont lorsqu'ils sont parfaitement form es. L'expression de cette circulation peut être obtenue en réalisant un bilan des forces exercées verticalement sur l'avion, lorsqu'il est en vol. En appliquant le principe fondamental de la dynamique découlant de la seconde loi de Newton, l'équation (1.2) est obtenue.

$$\|\vec{P}\| = \|\vec{L}\| \quad (1.2)$$

avec \vec{P} le poids de l'avion et \vec{L} la force de portance. Explicitons le terme de portance.

Les ailes d'un avion sont supposées elliptiques. D'après la théorie de la ligne portante de Prandtl, la distribution de la circulation pour des ailes elliptiquement chargées en fonction de la position y le long de l'aile par rapport au centre (voir figure 1.5) est donnée par l'équation (1.3). Ici, seules les surfaces générant de la portance pour l'avion sont considérées, ce qui exclut le fuselage.

$$\Gamma_y(y) = \Gamma_{0_{aile}} \sqrt{1 - \left(\frac{2y}{b}\right)^2} \quad (1.3)$$

où $\Gamma_{0_{aile}}$ est la circulation au centre de l'aile (en $y = 0$) et b est l'envergure de l'avion.

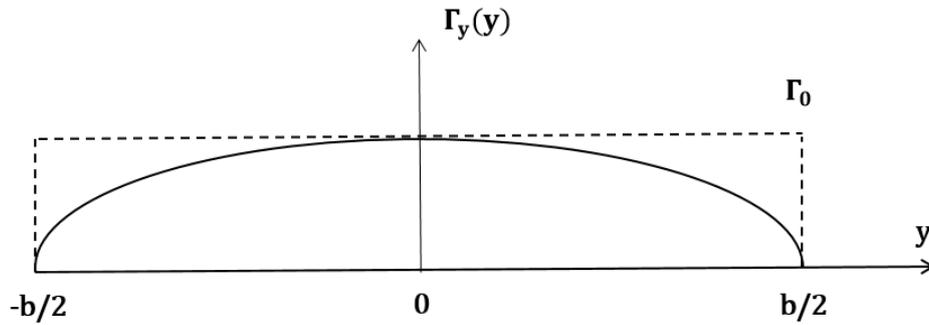


FIGURE 1.5 – Distribution de la circulation selon la position y le long de l'aile dans le cas d'un chargement elliptique pour un cas idéal, sans volets sortis.

Il est à noter que lorsque les volets sont sortis, en particulier pour l'atterrissage, la distribution de la circulation est fortement modifiée.

En appliquant le théorème de Kutta-Joukowski, il est possible d'écrire la fonction de distribution de portance par unité d'envergure en fonction de la masse volumique de l'air ρ , de la vitesse de l'écoulement V et de la circulation $\Gamma_y(y)$:

$$L_b(y) = \rho V \Gamma_y(y)$$

Dans le cas elliptique, pour obtenir l'expression de la portance globale, il suffit de réaliser une intégration de cette distribution sur le profil entier de l'aile, c'est-à-dire, :

$$L = \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} L_b(y) dy = \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \rho V \Gamma_{0_{aile}} \sqrt{1 - \left(\frac{2y}{b}\right)^2} dy = \frac{\pi}{4} \rho V \Gamma_{0_{aile}} b \quad (1.4)$$

Le facteur $\pi/4$ obtenu correspond au coefficient de chargement de l'aile. Ce coefficient, noté s , dépend du chargement de l'aile, et donc de sa forme ainsi que de la position des volets et vaut $\pi/4$ dans le cas elliptique [19]. Finalement, en injectant l'équation (1.4) dans la relation (1.2), avec M_a la masse de l'avion et g l'accélération de pesanteur, on obtient :

$$P = M_a g = \rho s b V \Gamma_{0_{aile}} \quad (1.5)$$

Le produit « $s b$ » qui apparaît dans l'expression (1.5) équivaut, par définition, à l'espacement initial (après que l'enroulement du sillage proche en un système de deux tourbillons contrarotatifs soit complété) des tourbillons, noté b_0 . Finalement, en considérant le système tourbillonnaire comme fermé, la circulation initiale des tourbillons Γ_0 est égale à la circulation de l'air au centre de la voilure $\Gamma_{0_{aile}}$ telle que :

$$\Gamma_0 = \frac{M_a g}{\rho V b_0}$$

Ainsi, comme énoncé dans le paragraphe 1.1, lorsqu'un avion est en phase d'atterrissage ou de décollage, sa vitesse étant la plus faible, ses tourbillons auront donc la circulation la plus élevée, en particulier pour le décollage, phase durant laquelle la masse de l'avion est maximale puisque les réservoirs sont pleins de kérosène.

Lorsqu'ils sont complètement formés en un système de deux tourbillons contra-rotatifs, les tourbillons de sillage sont principalement décrits par la distribution de circulation $\Gamma(r)$. Il existe de nombreux modèles de $\Gamma(r)$ avec un noyau de rayon r_c qui est proportionnel à l'espacement initial des tourbillons b_0 . Ce rayon de cœur varie entre $0.03b_0$ et $0.05b_0$ selon l'évolution de la circulation $\Gamma(r)$ en fonction de r . La vitesse tangentielle est maximale pour tous les points se trouvant à une distance égale à r_c du centre du tourbillon. Dans le cas d'un système à deux

tourbillons de type Hallock-Burnham, de même énergie que la nappe tourbillonnaire et pour une distribution elliptique, le rapport $\frac{r_c}{b_0}$ est égal à 5% de l'espacement initial.

Deux grandeurs sont également à considérer dans l'étude des tourbillons de sillage :

- La vitesse caractéristique V_0 , qui correspond à la vitesse de descente du système initial des deux tourbillons de sillage sans interaction avec le sol, donnée par :

$$V_0 = \frac{\Gamma_0}{2\pi b_0}$$

- Le temps caractéristique t_0 donné par :

$$t_0 = \frac{b_0}{V_0}$$

1.2.2 Analyse comportementale

En dehors des interactions réciproques des deux tourbillons qui se manifestent dès leur formation, différents phénomènes physiques sont à l'origine de leurs trajectoires et de leurs décroissances de circulation : le vent transverse et la turbulence atmosphérique caractérisée par une grandeur appelée l'EDR (Eddy Dissipation Rate ou Taux de dissipation des tourbillons). Lorsque les tourbillons sont générés au dessus des pistes des aéroports, leur proximité avec la terre ferme fait intervenir un autre phénomène physique appelé « Effets de sol ».

Interactions entre tourbillons

Dès qu'ils sont générés par le passage d'un avion, ces tourbillons de sillage contrarotatifs interagissent entre eux. À l'intérieur de la paire (la zone principale d'interaction) la composante verticale des vecteurs vitesse des tourbillons est orientée vers le bas. Le vecteur vitesse résultant est donc également dirigé vers le bas. Cela se traduit par une descente de la paire, chaque vortex entraînant son voisin. Cet entraînement s'observe sur la figure 1.6, en comparant le profil des vitesses verticales d'une paire de tourbillons issu d'une coupe horizontale avec celui de chaque tourbillon pris séparément. En effet, les vitesses négatives (descendantes) de la paire sont augmentées par rapport aux vortex seuls alors que les vitesses positives (montantes) sont diminuées. La vitesse de descente pour une paire idéale de tourbillons (c'est-à-dire de même amplitude et même altitude), après leur enroulement, à l'instant t est donnée par l'équation suivante :

$$V(t) = \frac{\Gamma(t)}{2\pi b(t)} \quad (1.6)$$

Cette formule est valable dans la phase de descente des vortex, tant qu'ils ne sont pas en effets de sol et si la vitesse verticale du vent est nulle. Dans le cas contraire, les vortex peuvent perdurer plus longtemps à une même altitude. Lorsqu'ils interagissent avec le sol, des phénomènes physiques plus complexes apparaissent.

Une autre témoin de ces interactions est l'instabilité de Crow [7][23]. Les trainées blanches que l'on peut souvent observer dans le ciel après le passage d'un avion sont composées de cristaux de glace formés au centre des tourbillons (zones dépressionnaires donc froides) et exposent ainsi à l'œil nu la présence des tourbillons de sillage. En présence de perturbations turbulentes atmosphériques, et sous l'influence de la turbulence induite par le système tourbillonnaire, les vortex sont soumis à des déformations sinusoïdales de plus en plus amples. Au bout d'un certain temps, les parties les plus proches des vortex se rejoignent pour former des anneaux qui se détachent et qui sont ensuite désagrégés. La figure 1.7 est composée de 6 photos prises dans le ciel après le passage d'un B-47. Elles représentent l'évolution de l'état des tourbillons soumis à l'instabilité de Crow.

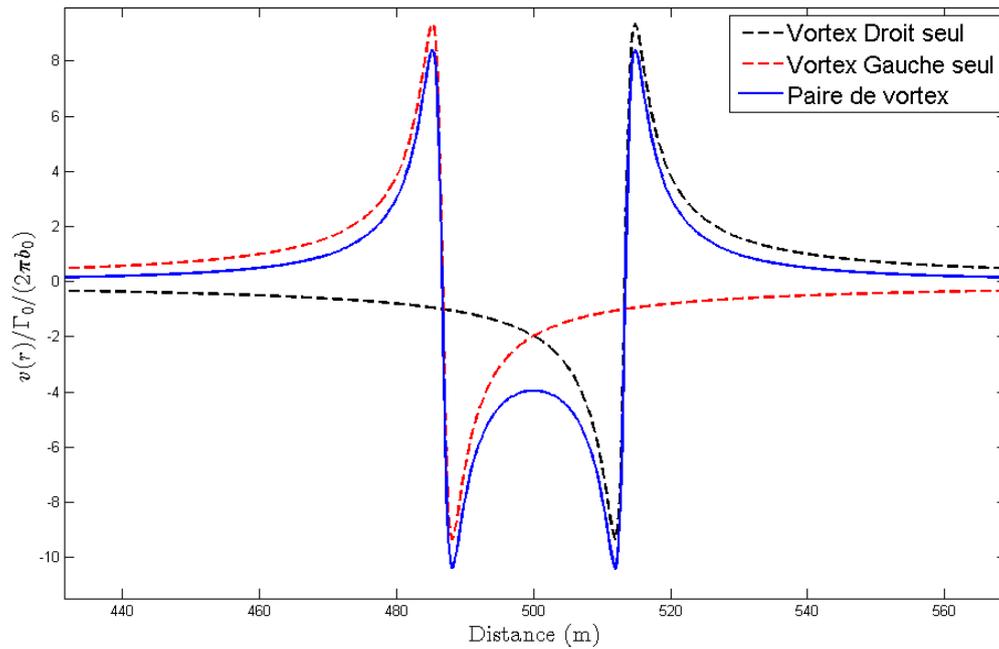


FIGURE 1.6 – Profils des vitesses, projetées sur l’axe vertical, des vortex droit (tirets noirs) et gauche seuls (tirets rouges) et appairés (trait plein bleu) pour un système de deux tourbillons avec le modèle Hallock-Burnham et avec $r_c/b = 5\%$.

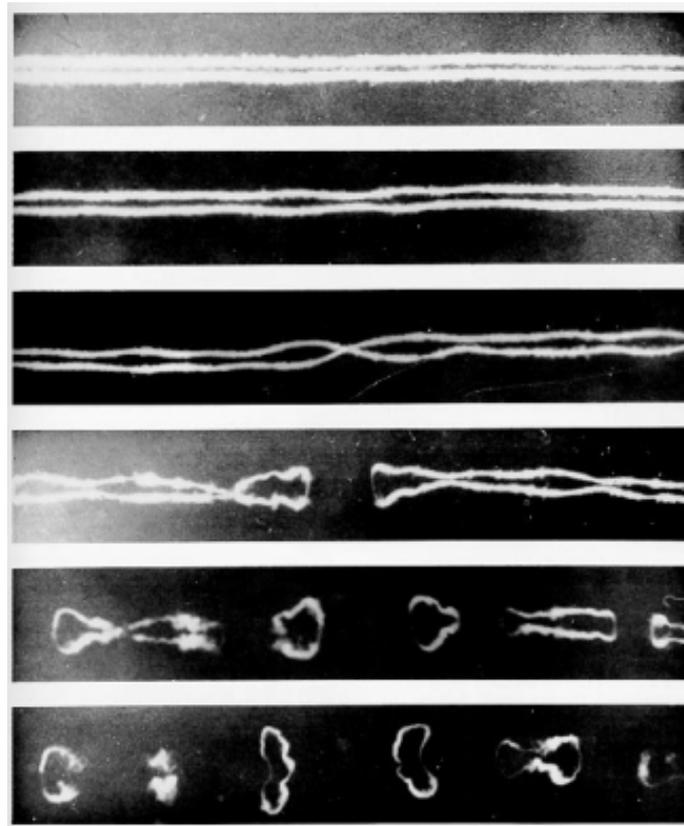


FIGURE 1.7 – Évolution des tourbillons de sillage générés par un B-47 et subissant l’instabilité de Crow. Les photos sont prises à intervalle de temps régulier de 15 s, la première ayant été prise 30 s après le passage de l’avion [7].

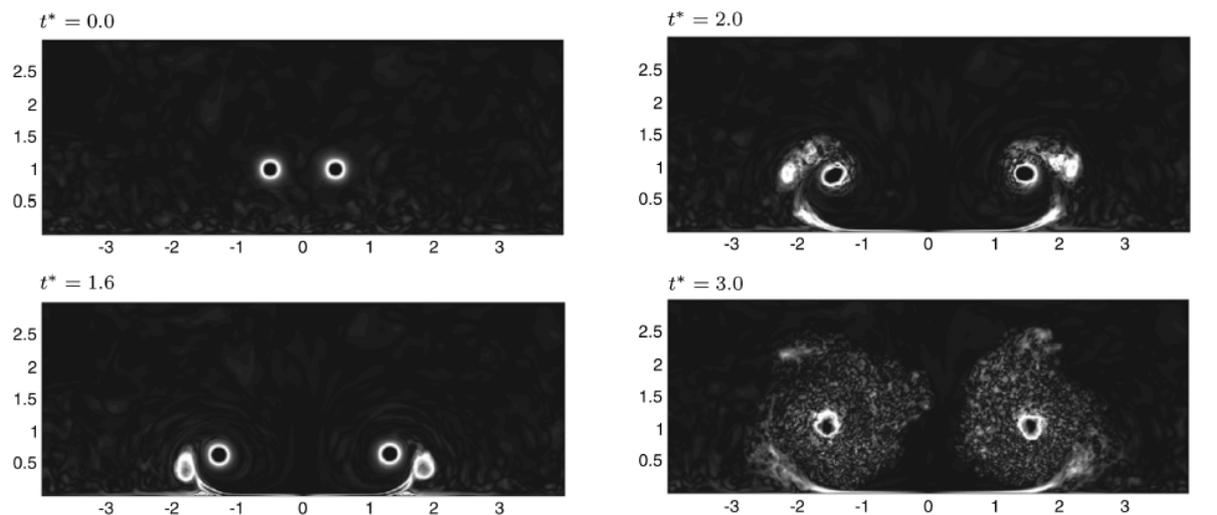
Interaction avec le sol : Effets de sol

Une paire de vortex nouvellement formée perd de l'altitude au cours du temps et peut donc entrer en interaction avec le sol lors des phases de décollage ou d'atterrissage. Le sol étant une paroi immobile, l'approche des tourbillons va entraîner des mouvements d'air appelés effets de sol. C'est ce phénomène qui est explicité dans ce paragraphe et illustré par la figure 1.8. Généralement, les tourbillons de sillage sont considérés hors effets de sol (Out of Ground Effect noté OGE) lorsque leur altitude est supérieure à $2b_0$. En dessous, les tourbillons sont dit Near Ground Effects, noté NGE et lorsqu'ils passent en deçà d'une altitude de b_0 , ils sont dit en effets de sol (In Ground Effects noté IGE) [9].

Lorsque les tourbillons entrent dans la région des effets de sol (ou In Ground Effect region) et commencent à fortement interagir avec le sol. Chacun d'eux crée alors une couche de vorticité secondary au sol de signe opposé qui croît à mesure que les tourbillons principaux s'approchent de sol.

Arrivés à une altitude d'environ $b_0/2$, les vortex principaux se séparent et divergent entraînant avec eux une partie de la couche de vorticité secondary et créant ainsi des tourbillons secondaires contra-rotatifs aux vortex principaux comme on peut l'observer sur la figure 1.8a.

Une fois que les tourbillons secondaires se sont décrochés, les tourbillons principaux rebondissent. Les tourbillons secondaires interagissent alors avec les principaux, en s'enroulant autour d'eux comme illustré sur la figure 1.8b. Ces interactions accélèrent la décroissance de la circulation des tourbillons de sillage. Ce phénomène est présenté dans le paragraphe suivant.



(a) Descente et séparation des tourbillons entraînant les vorticités secondaires.

(b) Rebond des tourbillons principaux, décrochage des vorticités secondaires et interactions entre les vorticités primaires et secondaires.

FIGURE 1.8 – Illustration de l'évolution des tourbillons de sillages en effets de sol en absence de vent transverse, de turbulence initiale au sein du système tourbillonnaire (perturbation initiale aléatoire et de faible amplitude) et de turbulence atmosphérique [9].

Influence du vent transverse

En 2002, une campagne de mesure a été men e conjointement par l'ONERA, le Deutsches Zentrum für Luft und Raumfahrt (DLR - Centre allemand de l'air et de l'aérospatiale) et QinetiQ   Tarbes afin de recueillir des donn es sur des tourbillons hors effets de sol. Durant cette campagne, des vents transverses d'environ 2.5 m.s^{-1} ont été mesurés. K pp et al dans son étude [24] a traité ces donn es et s' st notamment intéressé à la localisation des tourbillons. La figure 1.9 représente les positions des tourbillons de sillage estim es à chaque balayage réalisé toutes les 11 secondes, pour un des cas recueillis.

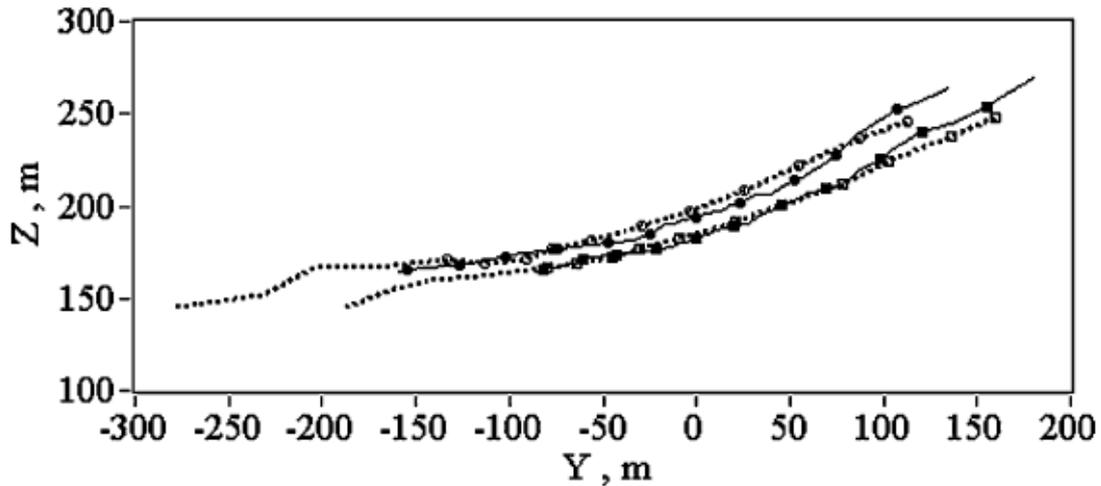


FIGURE 1.9 – Trajectoires estimées par un LIDAR impulsionnel (traits pleins) et obtenue par triangulation avec deux LIDAR continus (pointillés) d’une paire de tourbillons (gauche : ronds et droit : carrés) hors effet de sol en présence d’un vent transverse de 2.5 m.s^{-1} provenant de la droite [24].

Il est évident que le vent transverse déporte les tourbillons. En effet, le vortex gauche est déplacé de quasiment 250 m en 110 s. La comparaison des deux trajectoires, permet d’observer que le vortex sous-le-vent est plus déporté que le vortex au-vent. En effet, la séparation est initialement d’environ 50 m alors qu’en fin de mesure elle est quasiment de 100 m.

Dans les études de Briceux et al [4] et Corjon et al [6], l’influence du vent transverse sur l’évolution des tourbillons de sillage en effets de sols est étudiée en utilisant respectivement des LES (Large Eddy Simulations) et des DNS (Direct Numerical Simulations).

En présence de vent transverse, la vorticité secondaire induite par le tourbillon sous-le-vent est favoris e alors qu’inversement, la vorticité induite par le vortex au-vent est att enu e comme le montre la figure 1.10 où U_{max}^* est la vitesse du vent transverse normalisée par V_0 , la vitesse de réference de l’écoulement.

Dans l’étude [4], quatre cas de vent sont  tudi es, cependant seul les trois premiers nous intéresse ici. Le cas 0 constitue le cas de réference. Le cas 1 met en jeu des tourbillons deux fois plus faible que dans le cas 0, ce qui correspond finalement à un vent transverse deux fois plus fort par rapport aux tourbillons. A l’inverse, le cas 2 met en jeu des tourbillons deux fois plus forts. Le vent transverse est donc deux fois plus faible, par rapport aux tourbillons. L’effet du vent transverse sur les vorticites secondaires entraîne, en termes de trajectoires, un comportement dissymétrique des deux tourbillons principaux. Ces trajectoires sont illustrées par la figure 1.11 en fonction du temps τ^{OGE} , normalis e par le temps caractéristique t_0 obtenu lorsque les tourbillons sont hors effets de sol (OGE-Out of Ground Effect).

Lorsque la vitesse du vent transverse augmente, l’altitude à laquelle s’effectue le rebond du vortex sous-le-vent est de plus en plus élevée. Cela s’explique par le fait que le développement de sa vorticité secondaire soit favoris e par le vent transverse induisant ainsi une interaction avec le tourbillon principal à une altitude plus importante. L’amplitude du rebond de ce vortex est également accrue par le vent transverse.

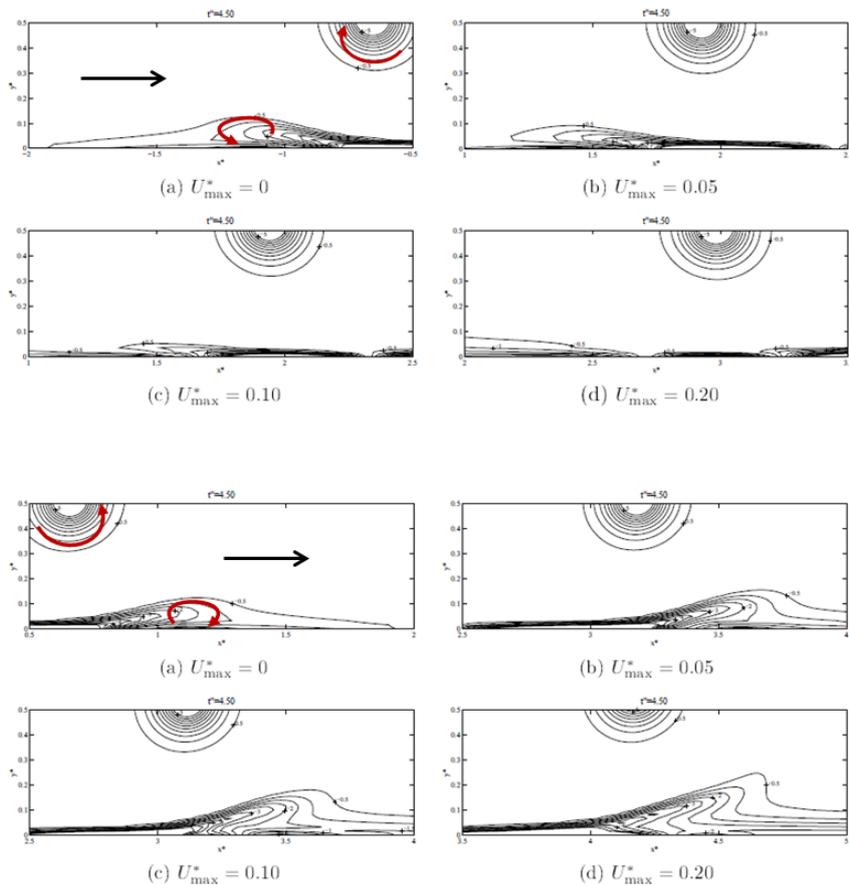


FIGURE 1.10 – État des vorticités secondaires au-vent (en haut) et sous-le-vent (en bas) avant rebond pour différentes vitesses U_{max}^* de vent transverse (flèche noire) à l'instant $t^* = 4.5$ (normalisé par le temps de référence t_0). Les sens de rotation sont représentés par les flèches rouges [6].

Le rebond du vortex au-vent est, quant à lui, plus sensible au vent transverse. En effet, la vorticité secondaire étant de plus en plus atténuée à mesure que la vitesse du vent augmente, l'interaction avec le vortex principal est donc moins forte et se fait plus proche du sol. Cela explique également le fait que le rebond soit de moins en moins ample.

Dans les deux cas, la déportation des tourbillons principaux induite par le vent transverse augmente avec sa vitesse. Toutefois, en comparant l'évolution de la position horizontale des deux tourbillons par rapport à leur position initiale, on constate que le vortex sous-le-vent est, quelle que soit la vitesse du vent transverse, toujours bien plus déporté que le vortex au-vent.

Stefan et al dans [36], en utilisant des simulations aux grandes échelles, s'est également intéressé à l'évolution des tourbillons de sillage en effets de sol notamment en présence de vent transverse. L'évolution de la circulation des tourbillons principaux, illustrée figure 1.12, est, dans un premier temps, dans une phase de décroissance douce dite de diffusion, liée aux interactions réciproques des tourbillons et aux interactions avec l'atmosphère. Lorsque les vorticités secondaires ont atteint leur force maximale, cette décroissance devient forte. En effet, comme dit précédemment, les tourbillons secondaires, une fois détachés, s'enroulent autour des principaux avec lesquels ils interagissent. L'énergie qui permet de les détruire provient des tourbillons principaux, causant ainsi la forte baisse de circulation qui peut être observée. La vorticité secondaire sous-le-vent, étant favorisée, elle se forme plus rapidement et s'enroule donc avant celle au-vent autour de son tourbillon principal, ce qui déclenche la forte décroissance de circulation plus rapidement que pour le vortex au-vent.

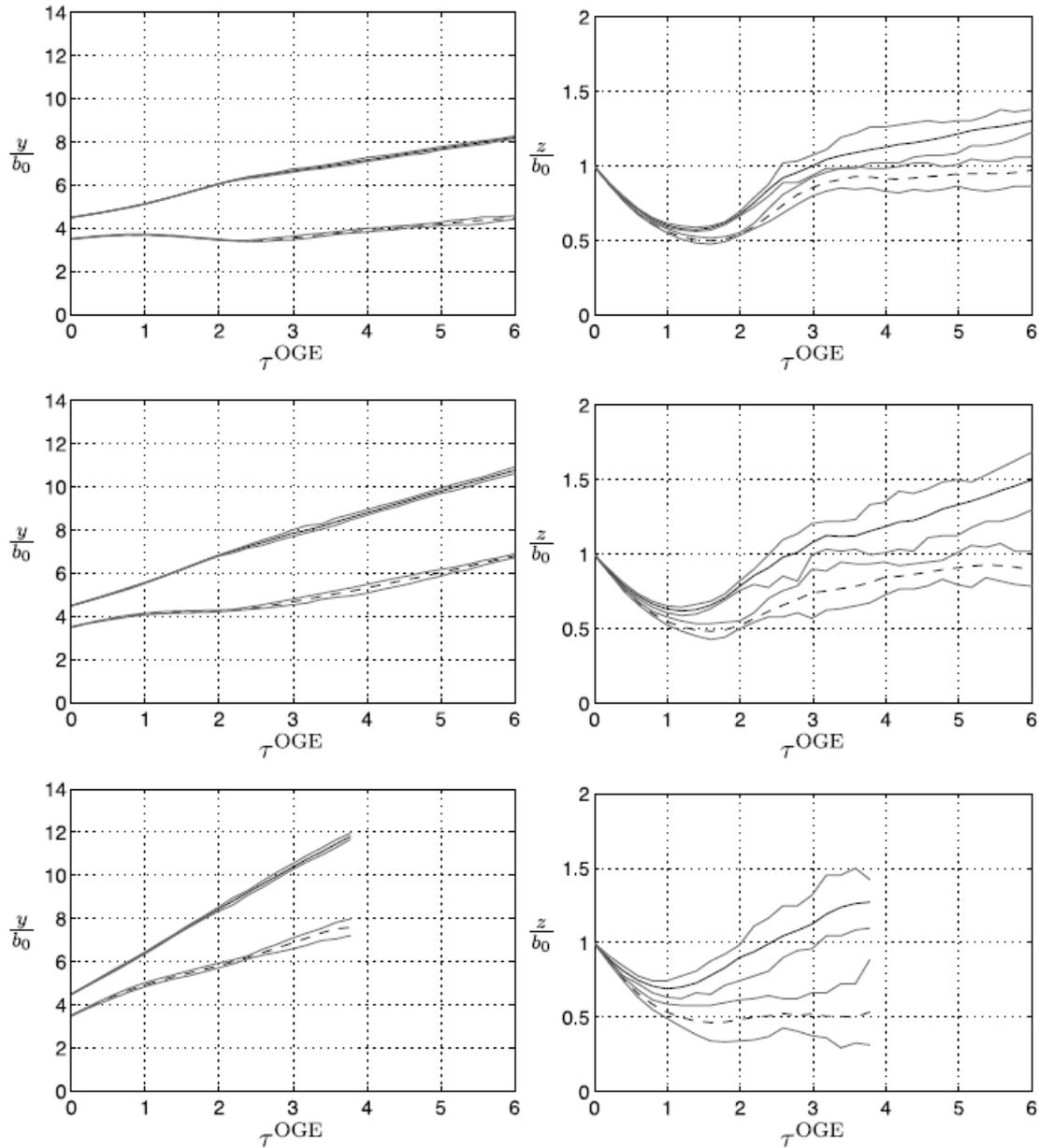


FIGURE 1.11 – Déplacement horizontal (gauche) et vertical (droite) en fonction du temps τ^{OGE} des deux tourbillons pour le cas 2 (haut), le cas 0 (milieu) et le cas 1 (bas). Les moyennes (sur les différents plans) sont données en tirets (vortex au vent) et en trait plein (vortex sous le vent). Les traits plein en gris clair représentent les enveloppes [4].

Bricteux et al, dans [4], s'est également intéressé à l'influence de la vitesse du vent transverse sur la décroissance de circulation. Comme on peut le constater sur la figure 1.13, la décroissance douce de circulation est d'autant plus raccourcie que la vitesse du vent augmente et la forte décroissance de circulation est d'autant plus rapide et importante. On peut également constater que l'asymétrie entre le tourbillon au-vent et le tourbillon sous-le-vent est fortement accentuée lorsque la vitesse du vent augmente.

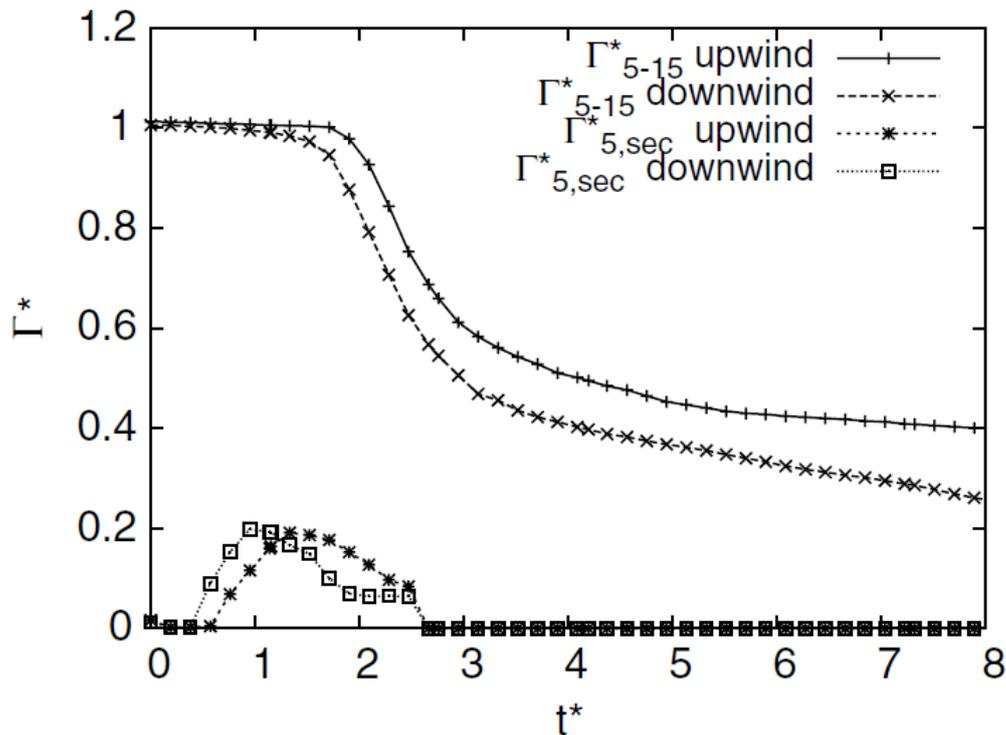


FIGURE 1.12 – Décroissance de circulation Γ_{5-15} (normalisée par rapport à Γ_{5-15} à $t = 0$) des tourbillons principaux et secondaires (notées $\Gamma_{5,sec}$) au-vent (upwind) et sous-le-vent (downwind) en présence d'un vent transverse [36].

Influence de la turbulence atmosphérique

L'EDR (Eddy dissipation Rate) ou taux de dissipation des tourbillons, est une grandeur importante permettant de traduire le niveau de la turbulence atmosphérique.

Dans l'étude de Köpp et al [24], les données acquises lors de la campagne de Tarbes sont divisées en trois groupes selon la valeur de l'EDR calculée au moment du passage de l'avion :

1. $5 \cdot 10^{-5} - 2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-3}$ (EDR très faible)
2. $2 \cdot 10^{-4} - 5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-3}$ (EDR faible)
3. $5 \cdot 10^{-4} - 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-3}$ (EDR modéré)

La figure 1.14 présente l'évolution temporelle des estimations de la circulation normalisée (par la circulation initiale Γ_0) pour les différents intervalles d'EDR (losanges pour un EDR très faible, ronds pleins pour un EDR faible et carrés pour un EDR modéré). La moyenne des estimations pour chaque intervalle est représentée en trait plein et est indexée selon la numérotation présentée précédemment.

On en conclue que plus l'EDR est fort, plus les tourbillons sont désagrégés par les structures turbulentes, ce qui accélère la décroissance de circulation.

Holzäpfel et al dans [20], réalise une étude de sensibilité sur le comportement des vortex en faisant varier les paramètres environnementaux et notamment l'EDR sur un modèle déterministe de Wake Vortex à 2 phases. Dans cette étude, il y est montré que la trajectoire et la circulation des tourbillons de sillage ne sont pas ou que très peu affectées par des turbulences d'EDR inférieurs ou égaux à $10^{-7} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-3}$. En revanche, lorsque cette valeur est dépassée, la hauteur à laquelle se fait le rebond, augmente avec l'EDR et celui-ci intervient donc de plus en plus tôt, ce qui est également le cas pour le déclenchement de la forte décroissance de circulation comme le montre la figure 1.15.

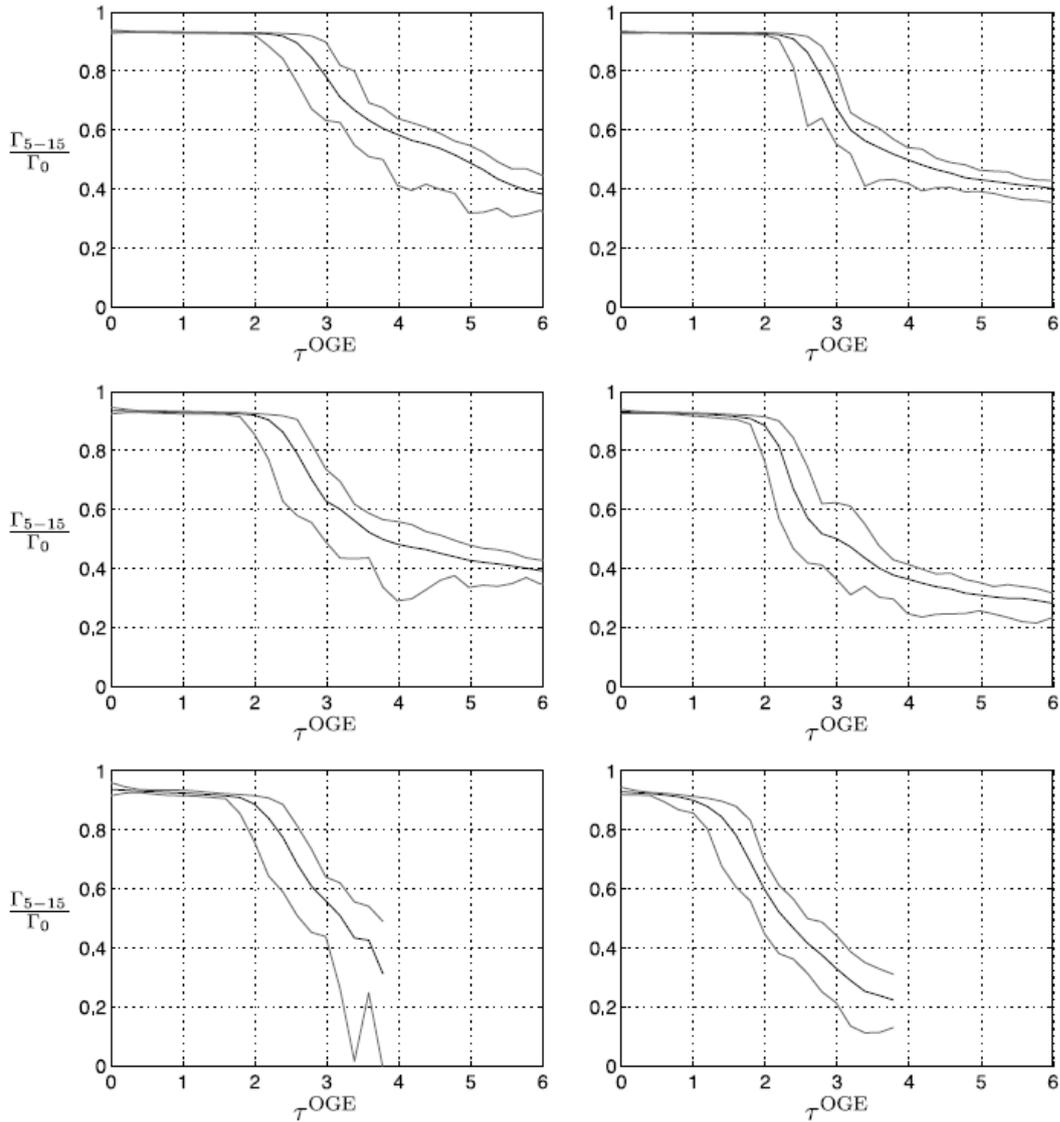


FIGURE 1.13 – Décroissance de circulation Γ_{5-15} (normalisée par Γ_0) pour le vortex au-vent (gauche) et le vortex sous-le-vent (droite) en fonction du temps pour le cas 2 (haut), le cas 0 (milieu) et le cas 1 (bas). En gris foncé est représenté la circulation moyenne et en gris clair, les enveloppes [4].

1.3 Description du LIDAR Doppler cohérent Impulsionnel

Afin de pouvoir comprendre et surtout surveiller ces tourbillons de sillage, peu souvent observables à l'œil nu, il est nécessaire d'utiliser un équipement adapté à la mesure atmosphérique. Le LIDAR, acronyme pour LIght Detection And Ranging, permet de mesurer les propriétés de cibles éloignées qui peuvent être des solides (analyse topographique) tout comme des quantités diffuses telles que le vent ou des gaz [3]. Sa résolution spatiale, sa résolution temporelle et la longueur d'onde utilisée font du LIDAR un capteur adapté aux mesures atmosphériques. Son principe global de fonctionnement s'apparente à celui du RADAR à la différence que les ondes utilisées proviennent d'une source optique opérant sur des bandes de fréquences bien plus élevées (de l'ordre de la centaine de THz) que celles du RADAR qui utilise des ondes radio (Bande C et S de l'ordre du GHz, bande X de l'ordre de la dizaine de GHz). Les fréquences optiques s'étalent du domaine ultra-violet au proche infrarouge. Depuis plusieurs années, l'ONERA et LEOSPHERE travaillent en collaboration afin de développer des équipements LIDAR pour la détection et l'étude des tourbillons de sillage. Les différentes thèses effectuées au sein de l'unité

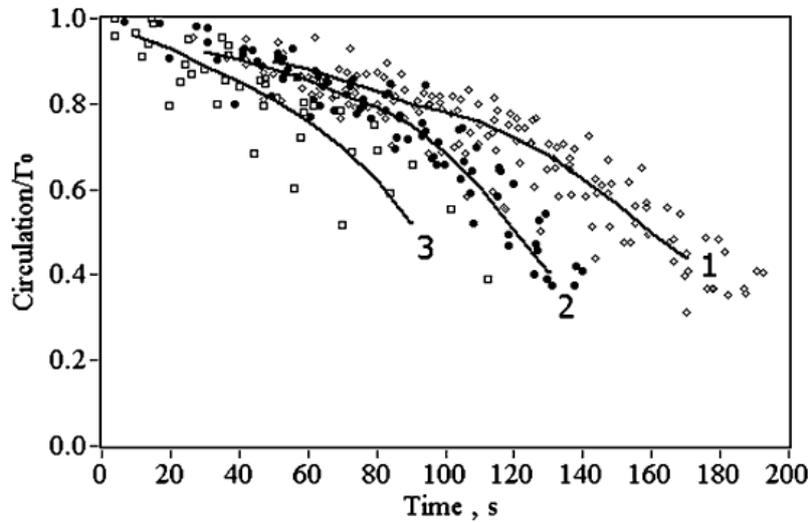


FIGURE 1.14 – Évolution de la circulation Γ_{5-15} normalisée des tourbillons de sillage pour les différents intervalles d'EDR calculés pendant la campagne [24].

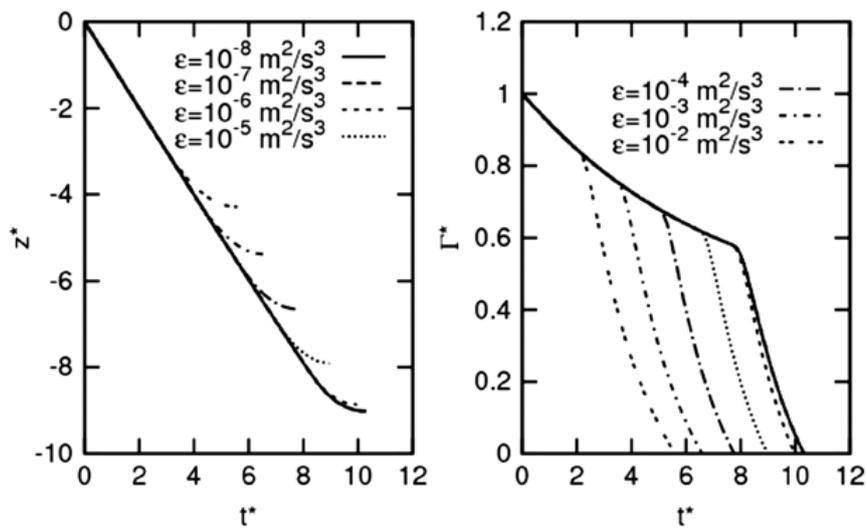


FIGURE 1.15 – Influence de la valeur d'EDR sur la trajectoire verticale normalisée par l'espace initial b_0 (le sol est à $z^* = -10$) et sur la circulation normalisée d'un tourbillon de sillage [20].

Sources Laser et Systèmes du Département d'Optique Théorique et Appliquée de l'ONERA ainsi que les nombreux projets menés, ont permis d'obtenir un LIDAR tout fibré (le faisceau et les impulsions se propagent exclusivement dans des fibres optiques), ce qui permet d'émettre des impulsions à une cadence élevée (plusieurs dizaines de kHz). La longueur d'onde $\lambda = 1.54 \mu m$ utilisée pour la source présente l'avantage d'être à sécurité oculaire. Ce type de LIDAR est commercialisé pour différentes applications. Dans le cadre de la sécurité aéroportuaire, il permet de faire de la mesure de turbulence atmosphérique et de tourbillons de sillage. Dans le domaine éolien, il est utilisé pour mesurer la turbulence générée par les pales de l'éolienne ou pour récolter des données sur le vent ambiant afin d'optimiser la production des parcs. Le fonctionnement de ce LIDAR impulsif ainsi que son utilisation pour la mesure de Wake vortex sont présentés dans cette section.

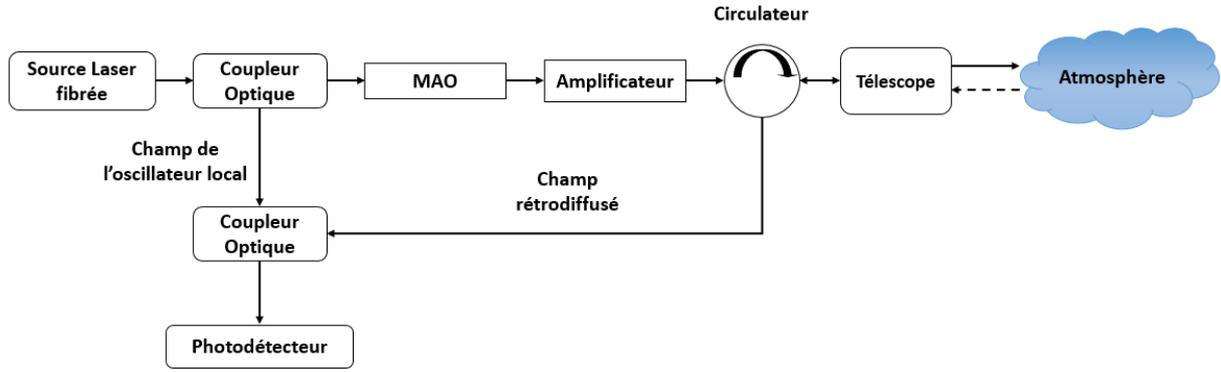


FIGURE 1.16 – Architecture optique du LIDAR atmosphérique.

1.3.1 Fonctionnement du LIDAR Impulsionnel

Cette partie permet de décrire l'architecture optique du LIDAR, la propagation des impulsions dans l'atmosphère et de dresser un bilan des interactions que celles-ci ont pendant leur trajet. Cette partie se repose en grande partie sur les travaux de thèse de Mathieu Valla [37].

Architecture Optique

La figure 1.16 représente l'architecture optique type du LIDAR. Une source laser continue génère un faisceau de fréquence f_{ol} séparé en deux : le faisceau de l'oscillateur local (champ de référence) et le faisceau utilisé pour sonder l'atmosphère. Cette séparation en deux voies est nécessaire pour pouvoir faire de la détection hétérodyne. Un Modulateur Acousto-Optique (MAO) impose un décalage en fréquence de f_{IF} , ce qui va permettre de différencier les vitesses positives des vitesses négatives (projections), et forme des impulsions gaussiennes qui sont ensuite amplifiées par un EDFA (Erbium Doped Fibre Amplifier) pour gagner en puissance. Ces impulsions sont ensuite émises dans l'atmosphère à la fréquence $f_l = f_{ol} + f_{IF}$ par un télescope. Le champ rétrodiffusé est soumis à un décalage Doppler dû au mouvement des aérosols dans l'atmosphère. La fréquence du champ rétrodiffusé f_r est donc la combinaison de la fréquence de champ émis f_l et d'une composante fréquentielle f_a proportionnelle à la vitesse du vent portant les aérosols. Le champ issu de la rétrodiffusion est collecté par le même télescope. Le circulateur permet de séparer l'émission de la réception. Ce champ rétrodiffusé est ensuite envoyé dans un coupleur optique qui le fait interférer avec le champ de l'oscillateur local. Le courant qui en résulte est observé sur un détecteur et appelé i_{det} exprimé dans l'équation (1.7) où $E_r(\vec{r}_d, z = 0, t)$ et $E_{ol}(\vec{r}_d, z = 0, t)$ sont respectivement les champs rétrodiffusé et de l'oscillateur local au point de coordonnées radiales \vec{r}_d dans le plan du détecteur ($z = 0$) à l'instant t .

$$i_{det}(t) = S \epsilon_0 c \iint_D \|E_r(\vec{r}_d, 0, t)e^{j2\pi f_r t} + E_{ol}(\vec{r}_d, 0, t)e^{j2\pi f_{ol} t}\|^2 d\vec{r}_d + i_b(t) \quad (1.7)$$

S est la sensibilité du photodétecteur (en $A.W^{-1}$), ϵ_0 est la permittivité du vide et c la célérité de la lumière dans le vide. i_b est le courant de bruit (bruits de l'instrument et de la photodétection). \vec{r}_d désigne les coordonnées transverses dans le plan lié au détecteur et D la surface du détecteur. Le développement de cette expression donne :

$$i_{det}(t) = S \epsilon_0 c \left[\iint_D \|E_{ol}(\vec{r}_d, 0, t)\|^2 d\vec{r}_d + \iint_D \|E_r(\vec{r}_d, 0, t)\|^2 d\vec{r}_d \right] + 2 S \epsilon_0 c \iint_D \operatorname{Re} \left(E_r(\vec{r}_d, 0, t) E_{ol}^*(\vec{r}_d, 0, t) e^{j2\pi(f_r - f_{ol})t} \right) d\vec{r}_d + i_b(t) \quad (1.8)$$

Soit i_{het} le courant hétérodyne, qui contient l'information de vitesse, issu du battement entre le champ rétrodiffusé et le champ de l'oscillateur local. Son expression est donnée par l'équation (1.9).

$$i_{het}(t) = 2S\epsilon_0 c \iint_D \operatorname{Re} \left(E_r(\vec{r}_d, 0, t) E_{ol}^*(\vec{r}_d, 0, t) e^{j2\pi(f_r - f_{ol})t} \right) d\vec{r}_d \quad (1.9)$$

Un filtrage sur le courant i_{det} permet de séparer le courant hétérodyne du courant de l'oscillateur local (lié au champ de l'oscillateur local) et du courant direct (lié au champ rétrodiffusé). Il ne permet cependant pas de se débarrasser du courant de bruit i_b . Le courant conservé est donc :

$$i_s(t) = i_{het}(t) + i_b(t) \quad (1.10)$$

Propagation atmosphérique

Considérons une unique impulsion émise à l'instant $t = 0$ en $z = 0$ et de durée τ_p . Celle-ci se propage à la vitesse de la lumière c , comme présenté sur la figure 1.17. La progression de chacune de ses extrémités (tête et queue) dans l'espace-temps est représentée par une droite, linéaire pour la tête et affine pour la queue et de coefficient directeur c . De la même manière, la droite affine décroissante de pente $-c$ représente la propagation du champ rétrodiffusé qui est reçu par le LIDAR à l'instant T . La tête et la queue de l'impulsion contribuent respectivement à ce champ aux instants t_t et t_q . La profondeur sondée vaut donc $c(t_q - t_t)$. La tête de l'impulsion se propage selon la droite d'équation $y = ct$ et la queue selon la droite $y = c(t - \tau_p)$. L'équation de la droite décrivant l'évolution de la rétrodiffusion reçue à l'instant T est $y = -c(t - T)$. En identifiant les intersections entre la droite de rétrodiffusion et chacune des deux droites de propagation on obtient le système suivant :

$$\begin{cases} -c(t_q - T) = c(t_q - \tau_p) \\ -c(t_t - T) = ct_t \end{cases}$$

Ce système peut être facilement résolu et ainsi : $2(t_q - t_t) = \tau_p$. La profondeur contribuant au champ rétrodiffusé reçu à l'instant T est égale à $c\tau_p/2$.

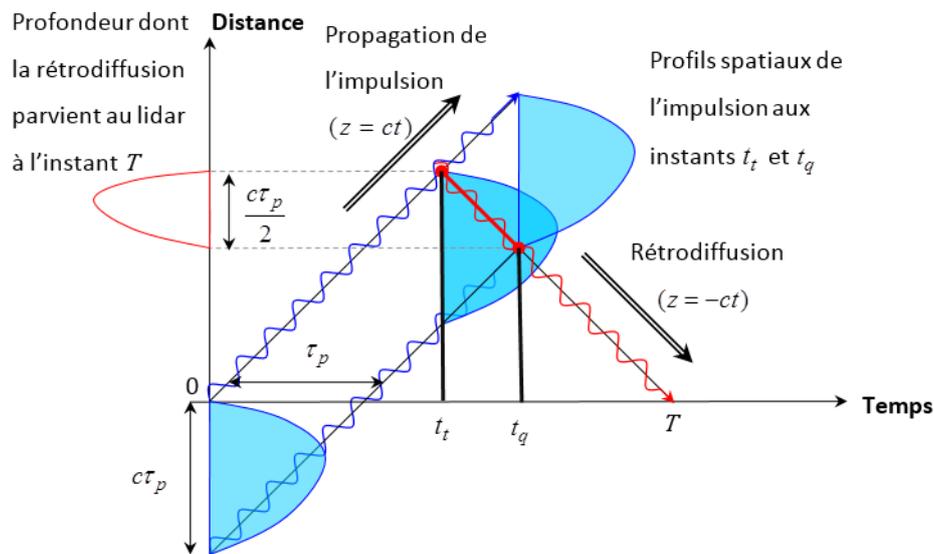


FIGURE 1.17 – Représentation spatiotemporelle de la propagation de l'impulsion et la profondeur contribuant à la rétrodiffusion reçue à l'instant T .

Lorsqu'une fenêtre d'acquisition de durée τ est considérée, de la même manière que précédemment, l'accroissement de la profondeur sondée dû au déplacement de l'impulsion durant la période d'échantillonnage est de $c\tau/2$. La profondeur illuminée par une impulsion de durée τ_p et échantillonnée pendant un temps τ est égale à $c(\tau + \tau_p)/2$ comme cela est représenté figure 1.18. Pour connaître la profondeur réelle sondée, la forme réelle de l'impulsion et celle de la fenêtre de mesure doivent être convoluées. Si l'impulsion et la fenêtre de mesure ont une forme gaussienne, respectivement d'écart-type σ_{τ_p} et σ_τ , ce produit de convolution donne une gaussienne d'écart-type $\sigma_{conv} = \sqrt{\sigma_{\tau_p}^2 + \sigma_\tau^2}$ et donc de largeur à mi-hauteur de $\tau_{conv} = 2\sqrt{2 \ln(2)}\sigma_{conv}$. La profondeur effectivement sondée est alors de longueur $c\tau_{conv}/2$.

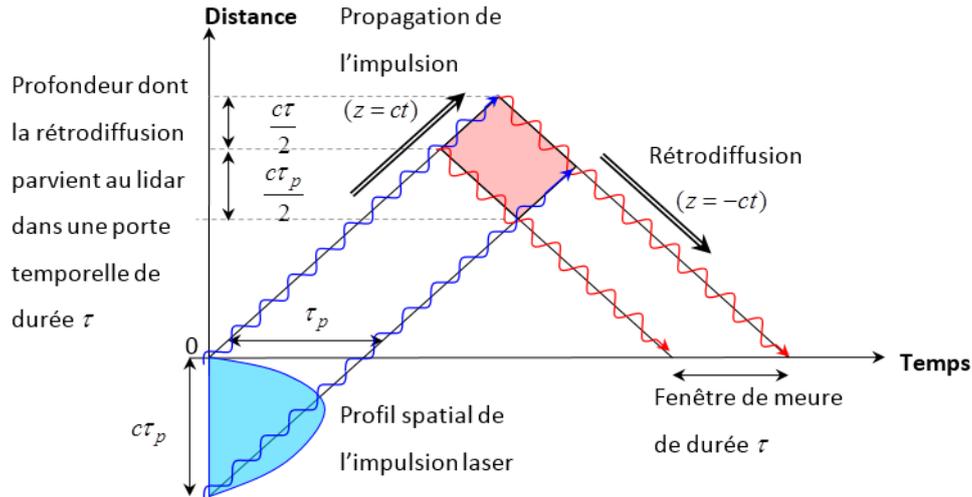


FIGURE 1.18 – Représentation spatiotemporelle de la propagation d'une impulsion gaussienne de durée τ_p et la profondeur contribuant à la rétrodiffusion reçue sur une durée τ .

La figure 1.19 représente le profil d'une impulsion réelle de largeur à mi-hauteur de 250 ns et de 544 W de puissance crête. Ce profil s'apparente fortement à une gaussienne tronquée c'est pourquoi, dans la suite de cette étude, c'est cette forme d'impulsion qui sera considérée.

Interactions de l'impulsion

Les impulsions se propageant dans l'atmosphère sont soumises à plusieurs interactions, aussi bien avec les molécules d'air qu'avec les aérosols en suspension. Il a été calculé dans la thèse de Mathieu Valla [37] que la transmission optique par les molécules d'air à la longueur d'onde utilisée, $\lambda = 1.54 \mu\text{m}$, est de 96% pour un tir jusqu'à 1 km d'altitude. Pour l'application qui nous intéresse, mesurer des vitesses, l'absorption observée n'est pas un problème. La principale source de perte de signal est l'atténuation provenant de la diffusion des aérosols. Sur de plus grandes distances, l'absorption ne peut plus être négligée. Les aérosols participant principalement à la rétrodiffusion des impulsions laser ont une taille de l'ordre du micron, c'est-à-dire du même ordre de grandeur que la longueur d'onde et ont de manière générale une forme quasi-sphérique ce qui permet de stipuler que la diffusion des aérosols s'effectue selon sous le régime de diffusion de Mie. En revanche la taille des molécules d'air étant négligeable devant λ , la diffusion associée est une diffusion Rayleigh dont le coefficient de rétrodiffusion moléculaire est exprimé dans (1.11).

$$\begin{aligned} \beta_{mol}(\lambda) &= \frac{1.27}{\lambda^4} 10^{-31} \text{ m}^{-1} \cdot \text{Sr}^{-1} \\ \beta_{mol}(\lambda) &= 2.2 \cdot 10^{-8} \text{ m}^{-1} \cdot \text{Sr}^{-1} \quad \text{avec } \lambda = 1.54 \mu\text{m} \end{aligned} \quad (1.11)$$

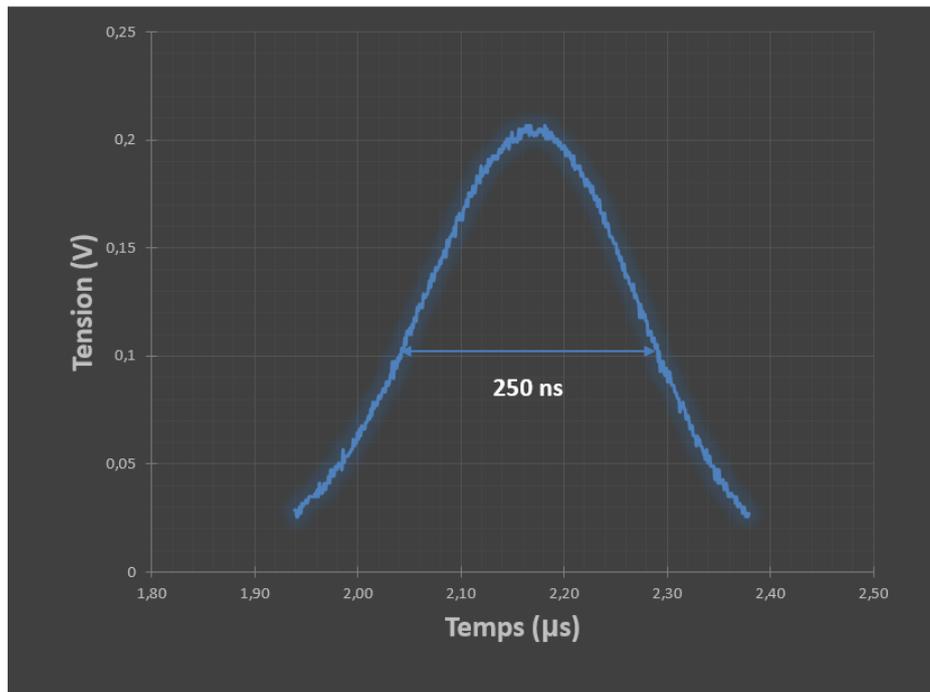


FIGURE 1.19 – Représentation du profil en tension d’une impulsion laser de largeur à mi-hauteur de 250 ns et de 544 W de puissance crête mesurée sur une photodiode.

Bien que le coefficient de rétrodiffusion Rayleigh, calculé dans des conditions normales de température et de pression, ne soit pas négligeable devant le coefficient de rétrodiffusion Mie (de l’ordre de $10^{-7} \text{ m}^{-1} \cdot \text{Sr}^{-1}$), la contribution de la diffusion Rayleigh peut être négligée en raison de son étalement spectral qui se noie dans le bruit $i_b(t)$. Cet étalement spectral est dû au mouvement intrinsèque des molécules, lui même lié à leur agitation thermique.

Le coefficient de rétrodiffusion est lié à la densité des aérosols qui intervient directement au niveau du rapport signal sur bruit appelé Carrier to Noise Ratio noté CNR [13]. Ce CNR est le rapport de la puissance du courant porteur de l’information de vitesse, c’est à dire le courant hétérodyne, sur celle du courant de bruit. L’expression analytique de cette grandeur sera explicité plus en détail dans le chapitre 2.

Il est également nécessaire de prendre en compte l’atténuation par les aérosols car bien que ces derniers permettent au signal d’être rétrodiffusé, ils absorbent également une partie de l’énergie de l’impulsion laser.

L’expression (1.12) de la puissance reçue par le LIDAR P_r à l’instant t , moyennée sur une tranche d’aérosols située à une distance z permet d’illustrer ces deux effets antagonistes. β , le coefficient de rétrodiffusion des aérosols dans la direction de rétrodiffusion et α_a , le coefficient d’atténuation, sont tous les deux proportionnels à la concentration d’aérosols dans l’air.

$$P_r(t, z) = \frac{E_p c S_r}{2 z^2} \beta e^{-2\alpha_a z} \quad (1.12)$$

où S_r est la surface de l’optique de réception et E_p est l’énergie d’une impulsion dont l’expression est donnée dans la relation (1.13).

$$E_p = \tau_{p1/2} P_c = \frac{P_m}{PRF} \quad (1.13)$$

où $\tau_{p1/2}$ est la largeur à mi-hauteur de l’impulsion qui est, dans le cadre de cette étude considérée comme une gaussienne tronquée. Il est possible d’augmenter l’énergie de l’impulsion pour obtenir une puissance rétrodiffusée plus élevée. Cependant, la puissance moyenne P_m ainsi que

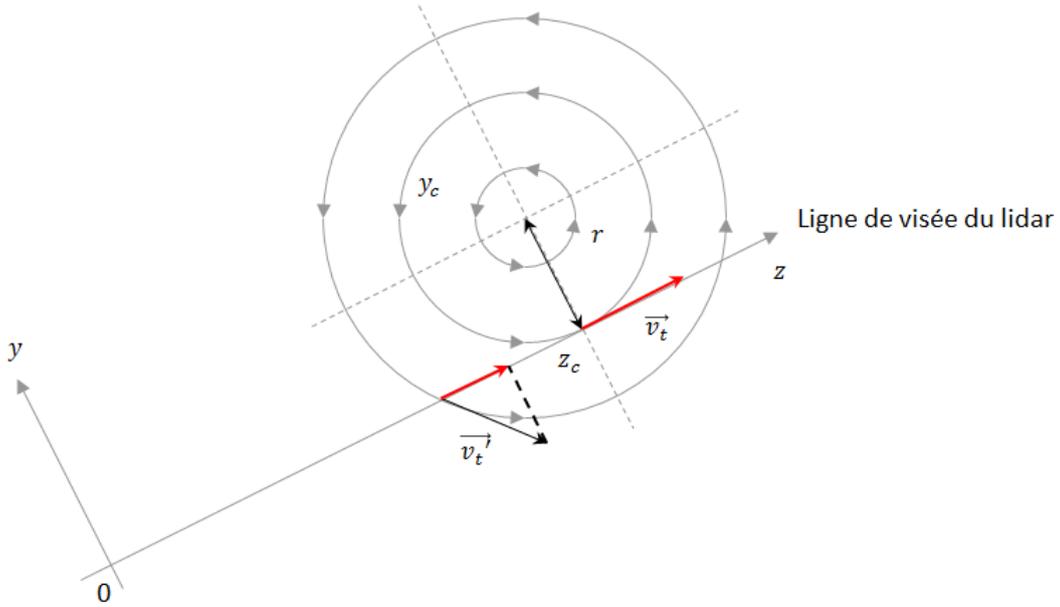


FIGURE 1.20 – Représentation en rouge des vitesses mesurées par le LIDAR sur une ligne de visée croisant un tourbillon de sillage.

la puissance crête P_c des impulsions sont fixées par le LIDAR. Ainsi pour obtenir des impulsions plus énergétiques, des impulsions de durée $\tau_{p1/2}$ plus longue sont nécessaires, ce qui implique d'abaisser la fréquence de répétition des impulsions (PRF : « Pulse Repetition Frequency »). Des études telles que [29] sont actuellement menées afin d'accroître la puissance crête des impulsions.

Intéressons-nous maintenant plus en détail à l'interaction entre le laser et la cible (les aérosols). Le LIDAR, immobile dans le référentiel géocentrique, émet dans l'atmosphère une impulsion de fréquence f_l . Lorsqu'un aérosol reçoit l'impulsion, il la perçoit avec une fréquence f_c qui est décalée par rapport à f_l par effet Doppler dû à son mouvement (mouvement de la cible). Il la rétrodiffuse ensuite à cette même fréquence f_c . L'onde réfléchi est donc reçue par le LIDAR avec un second décalage en fréquence induit par ce même mouvement (mouvement de la source). Un double décalage Doppler est donc imposé à l'impulsion durant son aller-retour. La fréquence du signal reçu par le LIDAR f_r peut s'exprimer ainsi (voir [37]) :

$$f_r = f_c - \frac{V_r}{\lambda} = f_l - 2 \frac{V_r}{\lambda}$$

avec V_r la composante radiale (projetée sur la ligne de visée c'est-à-dire l'axe de propagation de l'impulsion) de vitesse de l'aérosol car l'effet Doppler ne concerne que la direction de propagation de l'onde. Quelle que soit l'application à laquelle elle est destinée, la mesure LIDAR a pour but de faire de la mesure de vitesse de vent. Cependant la seule donnée accessible est la vitesse radiale, vitesse projetée sur l'axe de la ligne de visée. Des méthodes de reconstruction des champs de vent existent, mais nécessitent de prendre des lignes de visée avec des azimuts différents. Dans le cas d'un Wake Vortices, les vitesses maximales mesurées sont celles des aérosols appartenant à la ligne de courant du tourbillon tangente à la ligne de visée du LIDAR comme représenté sur la figure 1.20 où la vitesse mesurée est \vec{v}_t' .

Effectuant de la détection hétérodyne, la composante fréquentielle de battement f_d entre le champ de l'oscillateur local et le champ rétrodiffusé est obtenue en ôtant la fréquence de l'oscillateur local. Ainsi :

$$f_d = f_{IF} - 2 \frac{V_r}{\lambda} \quad (1.14)$$

Pour l'application de surveillance aéroportuaire, le LIDAR doit pouvoir mesurer, à une longueur d'onde $\lambda = 1.54\mu\text{m}$, des vitesses élevées, jusqu'à $50 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Cette vitesse correspond à une fréquence d'environ 32 MHz. Comme le signe de la vitesse mesurée nous importe, il est nécessaire d'obtenir une bande large d'au moins le double de cette fréquence. La limite basse en fréquence F_b pour la mesure de vitesse est autour de 15 MHz. Un MAO à 68 MHz a été donc choisi afin que les décalages en fréquence mesurés par rapport à la fréquence de ce MAO soient suffisamment éloignés de ces basses fréquences. La fréquence d'échantillonnage F_e a donc été choisie de manière à ce que la valeur $F_e/2$ soit supérieure à la fréquence maximale que l'on cherche à mesurer (Théorème de Shannon). Ainsi la fréquence d'échantillonnage utilisée ici est $F_e = 250 \text{ MHz}$. La bande de fréquence d'intérêt, utilisée dans la suite de ce manuscrit en évitant les basses fréquences, est donc $Bw = 110 \text{ MHz}$ ($F_e/2 - F_b$).

1.3.2 Utilisation du LIDAR pour la mesure de tourbillons de sillage

Mesure de tourbillons de sillage

Deux méthodes de détection sont possibles quand il s'agit de mesurer les tourbillons de sillage :

- La première est la détection axiale qui met en œuvre une mesure en 3 dimensions dans l'axe d'approche de l'avion [14]. Ce type de mesure nécessite une reconstruction en 3D des champs de vitesses uniquement à partir des vitesses radiales mesurées, ce qui est particulièrement délicat car les composantes de vitesses dans l'axe du tourbillon sont très faibles contrairement aux composantes orthogonales [11].
- La seconde est la détection transverse qui est effectuée sur un plan unique orthogonal à la trajectoire de l'avion. C'est cette dernière, très largement utilisée, qui est considérée dans le cadre de cette étude.

Le LIDAR impulsionnel utilisé pour la mesure de tourbillons de sillage est ainsi placé perpendiculairement à la piste d'atterrissage ou de décollage, à une distance de quelques centaines de mètres. Le faisceau laser est focalisé à une distance correspondant à celle du centre de la piste. Il réalise un balayage vertical descendant d'une durée d'environ 5 secondes. Pendant que la tête scannante descend, des impulsions laser sont envoyées dans l'atmosphère à une cadence de tir variant entre 10 et 20 kHz en fonction de la durée des impulsions. Le signal rétrodiffusé collecté par le LIDAR provient de la contribution des impulsions jusqu'à une distance d'environ un kilomètre, à un angle d'élévation qui lui est propre. La « Ligne de Visée » d'une impulsion est alors définie comme son axe rectiligne de propagation, auquel est associé le signal rétrodiffusé issu de l'éclairement des aérosols par cette impulsion.

Prétraitement du signal

Comme expliqué dans le paragraphe 1.3.1, le champ reçu interfère avec le champ de l'oscillateur local. Le courant hétérodyne, qui contient l'information sur le Doppler donc sur la vitesse, est isolé, avec un bruit résiduel, et découpé en portes distances. On appellera porte distance, une portion de signal de durée τ qui correspond à une certaine profondeur sondée dans l'atmosphère comme expliqué précédemment. Cette profondeur étant bien plus grande que la taille des tourbillons (une porte de mesure de 256 ns correspond à une profondeur d'atmosphère d'environ 37 m alors que le cœur d'un tourbillon est compris entre 1 et 4 m), ce découpage des portes est paramétré en faisant se recouvrir partiellement les portes distances pour obtenir une discrétisation de la mesure plus fine en distance. Dans notre cas, deux portes consécutives sont décalées d'environ 5 m, ce qui représente 32 ns. Le découpage des portes distances est représenté sur la figure 1.21 et sera détaillé dans le chapitre 4.

Pour chaque porte distance, le périodogramme (module au carré de la transformée de Fourier) est calculé. Celui-ci pouvant être vu comme un histogramme des vitesses des aérosols rencontrés, la hauteur d'un pic à une certaine fréquence dépend de la quantité d'aérosols sondés se déplaçant à la vitesse associée à cette fréquence (à la résolution fréquentielle près).

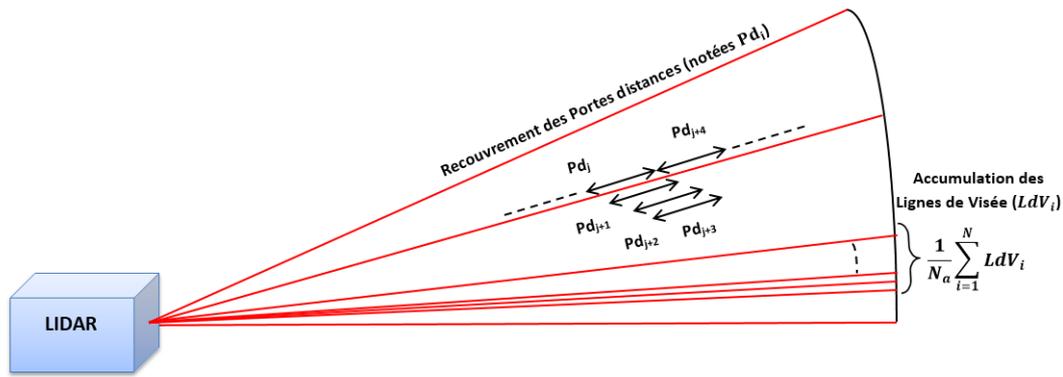


FIGURE 1.21 – Schéma représentant le recouvrement des portes distances et l’accumulation des lignes de visée.

D’autre part, afin d’augmenter le rapport signal sur bruit, ces périodogrammes sont accumulés sur un certain nombre de lignes de visée consécutives (voir figure 1.21). Cette approche est la même que celle utilisée par les périodogrammes moyennés de type Welch ou Bartlett [15][39].

Interprétation d’un périodogramme

La figure 1.22 représente un périodogramme LIDAR simulé pour lequel les fréquences ont été converties en vitesses de vent. Dans le cas de portes distances et d’impulsions plus larges que la taille des tourbillons, comme c’est le cas ici, le pic principal du périodogramme représente l’influence d’un vent ambiant. Le pic secondaire, pour lequel la valeur absolue de vitesse est bien plus élevée, traduit la présence d’un tourbillon de sillage. Le pic du vent ambiant est logiquement le plus élevé, puisque la majorité des aérosols sondés se déplacent à sa vitesse. À mesure que la ligne de visée s’éloigne du cœur du tourbillon, le rayon de courbure de la ligne de champ augmente. Cela implique que le nombre d’aérosols entraînés, à la même vitesse, par la ligne de champ augmente mais également que la vitesse radiale est de plus en plus faible. Sur les périodogrammes, cela se traduit par une augmentation de la hauteur du pic secondaire (augmentation du nombre d’aérosols ayant la même vitesse) qui se rapproche peu à peu du pic principal (diminution de la vitesse liée au tourbillon) pour finalement fusionner. En effet, lorsque la ligne de visée est trop éloignée du cœur, les aérosols ne sont plus véhiculés que par le vent ambiant. La figure 1.23 représente l’ensemble des périodogrammes calculés pour un même indice de porte distance et pour toutes les lignes de visées. Elle permet d’observer la variation d’amplitude des vitesses mesurées liées aux tourbillons.

Ce chapitre a permis d’apporter des précisions sur la problématique liée aux tourbillons de sillage dans le cadre aéroportuaire. Il a été vu que le comportement et la durée de vie de ces tourbillons sont fortement liés à l’état de l’atmosphère dans lequel ils sont générés et aux effets causés par leur proximité avec le sol lorsqu’ils en sont proches. Enfin, une introduction de l’instrument de référence utilisé pour mesurer ces tourbillons, appelé LIDAR, a été faite.

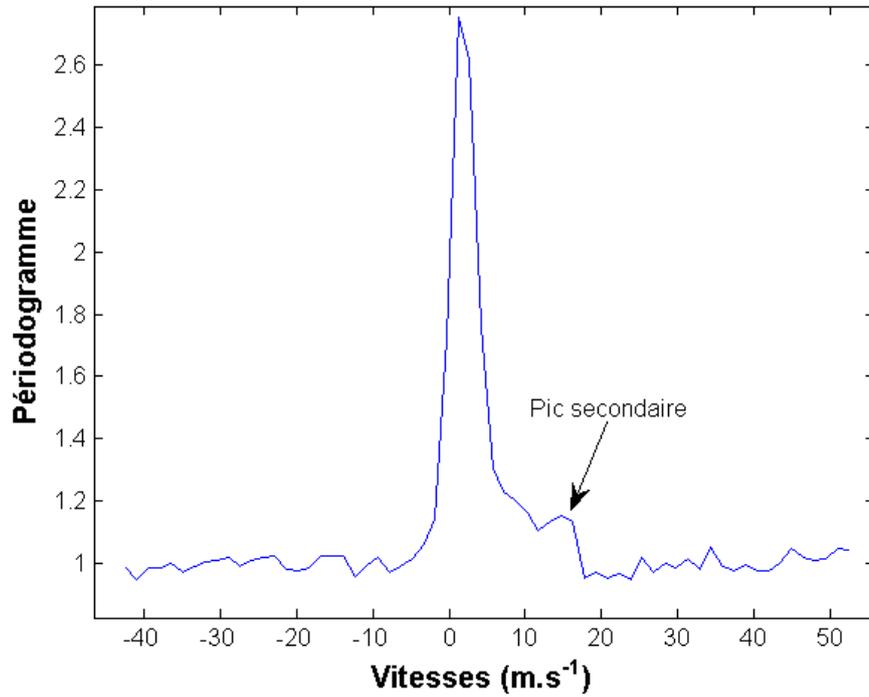


FIGURE 1.22 – Exemple de périodogramme accumulé LIDAR en présence de vent transverse (pic principal) pour une porte distance dans un Wake Vortex (pic secondaire).

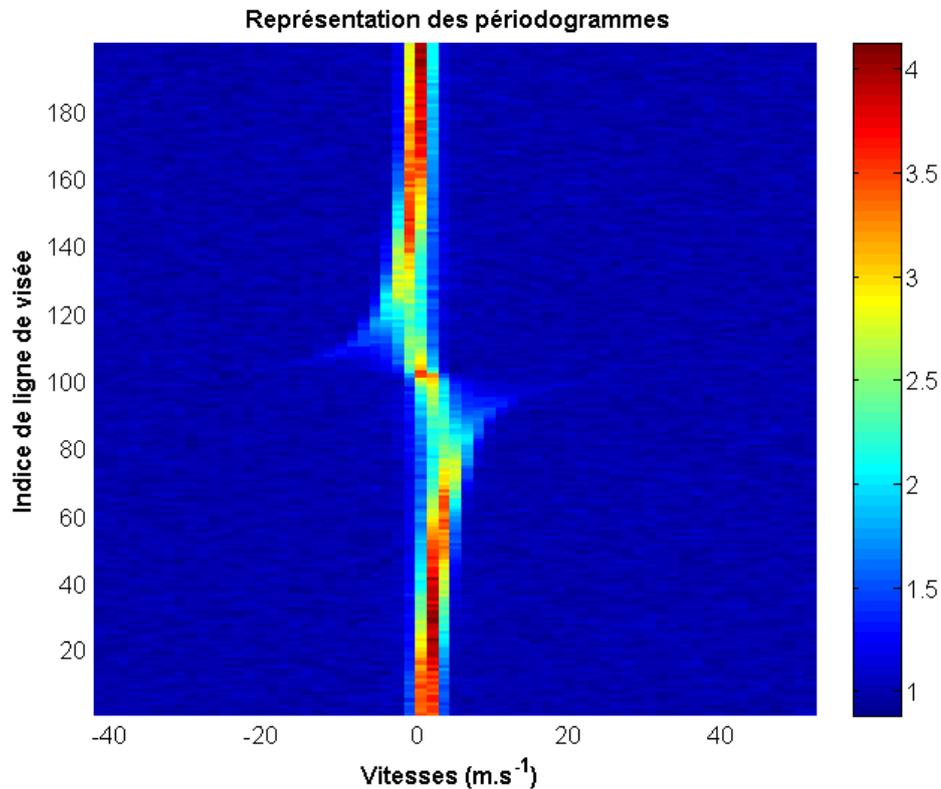


FIGURE 1.23 – Représentation des périodogrammes de la porte distance centrée sur le tourbillon de gauche et pour toutes les lignes de visée. En couleur, les valeurs prises par les éléments des périodogrammes.

Chapitre 2

Énoncé des hypothèses et présentation des modèles de base utilisés

La pluridisciplinarité (mécanique des fluides, physique atmosphérique, instrumentation) de notre problème nécessite l'utilisation de modèles pour décrire le système étudié dans son ensemble, y compris les différentes incertitudes. Cependant, la grande dimension de notre problème nous oblige à faire des simplifications de ces modèles en formulant diverses hypothèses utilisées selon l'application :

- Simulation de champs de vent (turbulence, tourbillons de sillage)
- Modèle statistique du LIDAR et de l'atmosphère,
- Calcul de la Borne de Cramér-Rao (utilisé au chapitre 5)

Dans ce chapitre, est tout d'abord présentée, la modélisation de l'atmosphère, c'est-à-dire toutes les hypothèses et modèles concernant la rétrodiffusion des aérosols, la propagation du faisceau laser et les propriétés physiques de l'air. La modélisation des champs de vent comprenant la turbulence atmosphérique et les modèles de tourbillons de sillage, est ensuite abordée. La troisième partie de ce chapitre est consacrée à la modélisation du LIDAR : les courants électriques mesurés aux bornes du photodétecteur, le calcul détaillé du CNR et la modélisation du signal LIDAR et le calcul des spectres et périodogrammes. Finalement, les hypothèses simplificatrices les plus importantes sont répertoriées dans la dernière partie de ce chapitre.

2.1 Modélisation de l'atmosphère

Le modèle feuilleté proposé par Salamitou dans [32], permet de représenter la propagation des impulsions provenant d'un LIDAR cohérent dans l'atmosphère ainsi que la réponse des aérosols. Dans ce modèle, en considérant un balayage LIDAR, l'atmosphère est découpé en tranches de profondeur $\Delta z = c\Delta t/2$ où c est la célérité de la lumière et Δt la période d'échantillonnage du signal. Ces tranches sont suffisamment fines pour supposer que les propriétés atmosphériques y sont homogènes dans chacune d'elles et que l'éclairement par le champ laser y est constant. Elles sont également totalement décorréliées les unes des autres.

D'après la théorie de Mie, la réflectivité des aérosols en amplitude est déterministe mais leur répartition spatiale étant aléatoire, la phase du champ rétrodiffusé par les aérosols d'une même tranche est alors aléatoire. La réponse d'une tranche d'aérosols à l'éclairement par une impulsion étant la somme d'un grand nombre de sauts, de phase aléatoires, indépendants et identiquement distribués, elle suit une loi normale dans le plan complexe. Le champ rétrodiffusé qui est composé par la réponse de l'ensemble des tranches d'aérosols, c'est-à-dire qui est une somme de variables aléatoires gaussiennes centrées à valeurs complexes, peut donc être considéré comme une variable aléatoire gaussienne complexe centrée.

L'atténuation du signal par l'atmosphère dépend de plusieurs paramètres comme le type d'aérosols et leur concentration dans l'air et l'humidité. Cette atténuation, quantifiée par le coefficient α_a exprimé en [*néper.km*⁻¹] doit absolument être prise en compte lorsque le LIDAR réalise des mesures de vent sur plusieurs kilomètres de portée. Cependant, dans le cas de la mesure Wake Vortex, le faisceau est focalisé aux alentours des 500 m de distance ce qui donne une portée maximale pour le LIDAR de l'ordre du kilomètre. Étant données les densités d'aérosols qui sont utilisées dans les simulations de cette étude et en considérant de telles distances, ce coefficient est suffisamment faible pour faire l'approximation d'une atténuation nulle.

La propagation du faisceau est supposée suivre un modèle gaussien. Cette approximation est rendue possible grâce à un facteur de qualité M^2 très proche de 1. Un faisceau de facteur de qualité $M^2 = 1$ est obtenu lorsque le profil transverse d'intensité du faisceau correspond parfaitement à une gaussienne. Pour une longueur d'onde λ et en un point éloigné d'une distance z du point de focalisation, le long de l'axe du faisceau, la distance entre le bord du faisceau et le centre de cet axe est appelée la « largeur du faisceau », notée $w(z)$. Elle est donnée par l'équation (2.1).

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z - z_0}{z_R}\right)^2} \quad (2.1)$$

Ce faisceau est focalisé au point médian de la mesure z_0 . À cette distance, il est équivalent à une onde plane et son rayon est minimal et égal au « waist » w_0 (voir figure 2.1). z_R est appelé la distance Rayleigh ou profondeur de champ. Elle vaut $z_R = \frac{\pi w_0^2}{M^2 \lambda}$ et, à cette distance, $w(z_R) = \sqrt{2}w_0$.

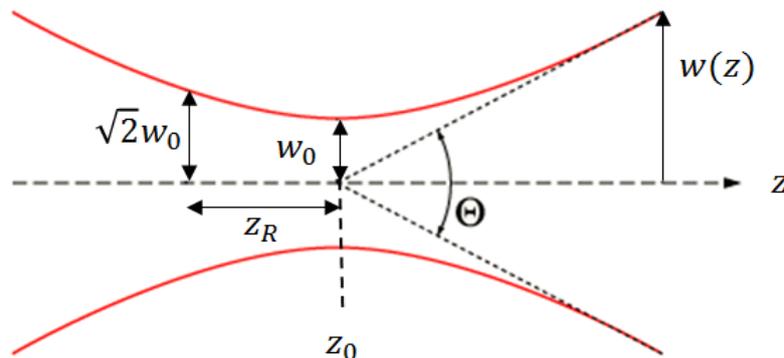


FIGURE 2.1 – Représentation d'un faisceau gaussien autour du point de focalisation.

L'expression du rayon du faisceau en fonction de la distance peut, également, être explicitée selon l'expression (2.2) avec F le rayon de courbure en $z = 0$ nécessaire pour focaliser le faisceau en z_0 .

$$w^2(z) = w(0)^2 \left(1 + \left(\frac{z}{F}\right)^2\right) + \left(\frac{M^2 \lambda z}{\pi w(0)}\right)^2 \quad (2.2)$$

Des fluctuations de l'indice de réfraction de l'air caractérisées par la turbulence d'indice peuvent venir perturber la propagation du faisceau. Cette turbulence est causée par des fluctuations locales de la température et par l'humidité de l'air, et a pour conséquence de détériorer le front d'onde et d'augmenter la diffraction. Cependant, à la longueur d'onde considérée, $\lambda = 1.54 \mu\text{m}$ l'absorption de l'eau est négligeable. Quant à la turbulence d'indices, elle est négligée car afin d'éviter au maximum le fort gradient de température au niveau du sol, le LIDAR est positionné un peu en hauteur et la configuration de balayage est réglée de manière à ce que le faisceau s'approche le moins possible du sol.

2.2 Modélisation des champs de vent

2.2.1 Modélisation de la turbulence atmosphérique : modèle de Von Karman

Nous ne nous étendrons pas sur cette modélisation. Cependant, quelques mots nous semblent tout de même nécessaires.

Pour générer la turbulence atmosphérique, lorsque celle-ci est utilisée dans les simulations, un modèle de turbulence de Von Karman est utilisé.

Modèle de Von Karman

Ce modèle est un modèle mathématique en rafales continues fréquemment utilisé pour générer des simulations lors des phases de conception d'avions. Le champ de vitesse lié à cette turbulence est modélisé par un processus aléatoire supposé :

- Gaussien stationnaire et homogène,
- Ergodique,
- Isotrope,
- Figé dans le temps (Hypothèse de Taylor).

Définissons dans un premier temps la fonction de corrélation entre deux points de l'espace $x_t + \vec{r}$ et x_t en 2 dimensions telle que pour les directions m et n ($(m, n) \in [1; 2]$) :

$$B_{mn}(\vec{r}) = \mathbb{E}[U_m(x_t + \vec{r})U_n(x_t)] \quad (2.3)$$

ainsi que le spectre de vitesse qui est sa transformée de Fourier :

$$\Phi_{mn}(\vec{k}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{\mathbb{R}^2} B_{mn}(\vec{r}) e^{-j\vec{k} \cdot \vec{r}} d\vec{r} \quad (2.4)$$

avec \vec{k} le nombre d'onde tel que $\vec{k} = k_1 \vec{e}_1 + k_2 \vec{e}_2$, \vec{e}_1 et \vec{e}_2 étant les vecteurs unitaires des directions en 2 dimensions. Les directions 1 et 2 sont respectivement associées aux directions y et z , la distance horizontale et l'altitude.

Le modèle de turbulence de Von Karman est défini dans le domaine spectral par les spectres de vitesse. Il présente l'avantage de supposer nulles les interactions entre fréquences, ce qui permet de ne pas avoir à manipuler des matrices de covariance dans le domaine spatial.

Pour le modèle de Von Karman, les spectres s'expriment de la manière suivante [27] :

$$\begin{aligned} \Phi_{11}(k_1, k_2) &= \frac{\sigma^2 L_0^2}{18\pi(1 + (k_1^2 + k_2^2)L_0^2)^{4/3}} \left(3 + \frac{8k_2^2 L_0^2}{1 + (k_1^2 + k_2^2)L_0^2} \right) \\ \Phi_{12}(k_1, k_2) &= -\frac{4\sigma^2 L_0^4 k_1 k_2}{9\pi(1 + (k_1^2 + k_2^2)L_0^2)^{7/3}} \end{aligned} \quad (2.5)$$

Le paramètre L_0 est la longueur caractéristique de l'écoulement et σ^2 est la variance des composantes de vitesses (supposée identique pour les deux directions). L'équation du spectre Φ_{22} est obtenue exactement de la même manière que la formule de Φ_{11} mais en intervertissant k_1 et k_2 . Φ_{12} est le spectre d'intercorrélation entre la direction 1 et la direction 2. La matrice de covariance des vitesses en tout point (i, j) du maillage fréquentiel $\text{Cov}[\Phi]_{(i,j)}$ s'exprime ainsi :

$$\text{Cov}[\Phi]_{(i,j)} = \begin{bmatrix} \Phi_{11} & \Phi_{12} \\ \Phi_{12} & \Phi_{22} \end{bmatrix}_{(i,j)} \quad (2.6)$$

Réalisation de la turbulence de Von Karman

Afin de générer le champ de vitesse de la turbulence en tenant compte des corrélations, la matrice de covariance du spectre des vitesses est décomposée selon la factorisation de Cholesky. Cette décomposition consiste à écrire A , une matrice symétrique définie positive, sous la forme d'un produit $M_c M_c^T$ où M_c est une matrice triangulaire inférieure. En dimension 2, cette factorisation s'écrit

$$\begin{bmatrix} a & b \\ b & c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{a} & 0 \\ \frac{b}{\sqrt{a}} & \sqrt{c - \frac{b^2}{a}} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \sqrt{a} & \frac{b}{\sqrt{a}} \\ 0 & \sqrt{c - \frac{b^2}{a}} \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

On rappelle que le produit d'un vecteur d'éléments décorrélés par la factorisation de Cholesky d'une matrice de covariance, donne un vecteur d'éléments dont les propriétés de covariance sont celles de la matrice de covariance.

Ainsi, deux matrices $U_1 = (u_1)_{i,j}$ et $U_2 = (u_2)_{i,j}$ de variables gaussiennes complexes centrées et de variance unitaire et de la taille du maillage sont générées pour la direction 1 et la direction 2. Les éléments de chacune d'elles sont pondérées par les valeurs des spectres de vitesses au point correspondant du maillage. Pour ce qui est de l'intercorrélacion, on considère que c'est la direction 1 qui influe sur la direction 2. Connaissant k_1 et k_2 sur l'ensemble du maillage, les différents spectres de vitesses peuvent être calculés pour tous les points. Afin d'obtenir la contribution en vitesse des deux composantes (1 et 2) en chaque point du maillage, la matrice $\text{Cov}[\Phi]_{(i,j)}$ est décomposée selon la factorisation de Cholesky. Les composantes de vitesse dans le domaine spectral pour les deux directions au point (i, j) du maillage sont notées V_1 et V_2 .

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}_{(i,j)} = \begin{bmatrix} \sqrt{\Phi_{11}} & 0 \\ \frac{\Phi_{12}}{\sqrt{\Phi_{11}}} & \sqrt{\Phi_{22} - \frac{\Phi_{12}^2}{\Phi_{11}}} \end{bmatrix}_{(i,j)} \times \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}_{(i,j)} \quad (2.8)$$

Les vecteurs vitesse dans le domaine spatial sont récupérés à partir des vecteurs vitesse dans le domaine spectral par transformée de Fourier inverse dont seule la partie réelle est conservée.

2.2.2 Modélisation des tourbillons de sillage

Il existe de nombreux modèles de tourbillons de sillage (gaussiens, algébriques d'ordre inférieur ou supérieur, à une ou deux échelles) qui sont comparés dans différentes études telles que [10][26][41]. Les deux modèles qui sont utilisés dans cette étude pour simuler les paires de tourbillons, le modèle de Kaden-Winckelmans et le modèle d'Halloock-Burnham, sont présentés. Les profils de vitesse, c'est-à-dire les vitesses tangentielles en fonction de la distance par rapport au centre, associés à ces modèles sont représentés sur la figure 2.2

Modèle de Kaden-Winckelmans

Le modèle de tourbillon de sillage qui a été choisi comme modèle de référence est le modèle de Kaden-Winckelmans dont l'expression de la circulation en un point situé à une distance r par rapport au centre du tourbillon est donnée par la relation (2.9) avec α , coefficient fixé à 1.8 pour que l'énergie cinétique du système de deux tourbillons corresponde à l'énergie cinétique du sillage proche dans le cas d'une aile avec une distribution elliptique [41].

$$\frac{\Gamma(r)}{\Gamma_{\text{tot}}} = \frac{\alpha \left(\frac{r}{b_0/2}\right)^{1/2}}{\left[1 + (\alpha - 1) \left(\frac{r}{b_0/2}\right)\right]} \quad (2.9)$$

On rappelle que b_0 est l'espacement initial des tourbillons. Γ_{tot} est leur circulation totale. En considérant le tourbillon comme axisymétrique, en un point situé à un rayon r , la circulation et la vitesse tangentielle sont liées par l'équation (2.10).

$$\Gamma(r) = \int_0^{2\pi} r v(r) d\theta = 2\pi r v(r) \Leftrightarrow v(r) = \frac{\Gamma(r)}{2\pi r} \quad (2.10)$$

Γ_{tot} étant définie par :

$$\Gamma_{\text{tot}} = \max\{\Gamma(r)\} \quad (2.11)$$

Cela permet ainsi d'obtenir l'expression (2.12) donnant la vitesse tangentielle en fonction de la distance au centre du tourbillon.

$$v(r) = \frac{\Gamma_{\text{tot}}}{2\pi r} \frac{\alpha \left(\frac{r}{b_0/2}\right)^{1/2}}{\left[1 + (\alpha - 1)\left(\frac{r}{b_0/2}\right)\right]} \quad (2.12)$$

Ce modèle présente deux avantages.

Le premier est d'être très simple d'utilisation puisque, comme on peut le constater sur le profil de vitesse représenté sur la figure 2.2, il ne possède pas de cœur. Ce modèle correspond à un modèle de circulation obtenu lorsque la feuille tourbillonnaire infiniment mince émanant du bord de fuite de l'aile elliptique (modèle de la ligne portante de Prandtl) s'enroule en un système avec deux vortex sans cœur. Donc une fois que les tourbillons ont été précisément localisés, il ne reste plus que la circulation globale qui à déterminer pour chacun d'eux, leur circulation, ce qui permet d'obtenir une convergence plus rapide et une meilleure stabilité de l'algorithme d'estimation.

Le deuxième avantage est la description satisfaisante de la décroissance de vitesse. Même s'il est vrai que le cœur n'est pas modélisé, cette décroissance sur la partie externe du profil, c'est-à-dire pour un rayon supérieur à $0.05 b_0$ est meilleure que pour d'autres modèles [40]. Il existe un modèle de Kaden-Winckelmans régularisé [8], à deux échelles, faisant une régularisation en $r = 0$ correspondant à un cœur avec un certain rayon r_c , mais qui est cependant plus complexe que le premier et qui pour cela ne convient pas pour l'application souhaitée.

Modèle d'Hallock-Burnham

Le modèle d'Hallock-Burnham est probablement le modèle de tourbillons de sillage le plus répandu car il est simple et décrit raisonnablement la partie externe du vortex. L'expression de la vitesse radiale générée par un tourbillon issu de ce modèle est donnée par la relation (2.13). La principale différence avec le modèle de Kaden-Winckelmans que nous venons de présenter, est la présence d'un cœur. Le modèle d'Hallock-Burnham prend en compte le paramètre r_c qui est le rayon de cœur égal à 5% de l'espacement initial b_0 . Tout comme le paramètre α dans le cas du modèle de Kaden-Winckelmans, r_c a été fixé de manière à ce qu'une paire de tourbillons contra-rotatifs de type Hallock-Burnham ait la même énergie que la nappe tourbillonnaire créée par une aile elliptiquement chargée.

$$v(r) = \frac{\Gamma_{\text{tot}}}{2\pi r} \frac{r^2}{(r^2 + r_c^2)} \quad (2.13)$$

Ce modèle de tourbillon sera utilisé par la suite comme second modèle de tourbillons de sillage afin d'évaluer l'impact des erreurs de modèle sur les estimations.

2.3 Modélisation du signal LIDAR

2.3.1 Courants délivrés par le LIDAR

Le courant obtenu aux bornes du photodétecteur, après la réception du champ rétrodiffusé, constitue le signal global du LIDAR. Il possède plusieurs composantes présentées dans l'expression (1.8) :

- Le courant direct : courant proportionnel à l'intégrale de l'éclairement du champ rétrodiffusé sur le détecteur.
- Le courant de l'oscillateur local : composante du courant du photodétecteur proportionnel à l'intégrale de l'éclairement lié au champ de l'oscillateur local.

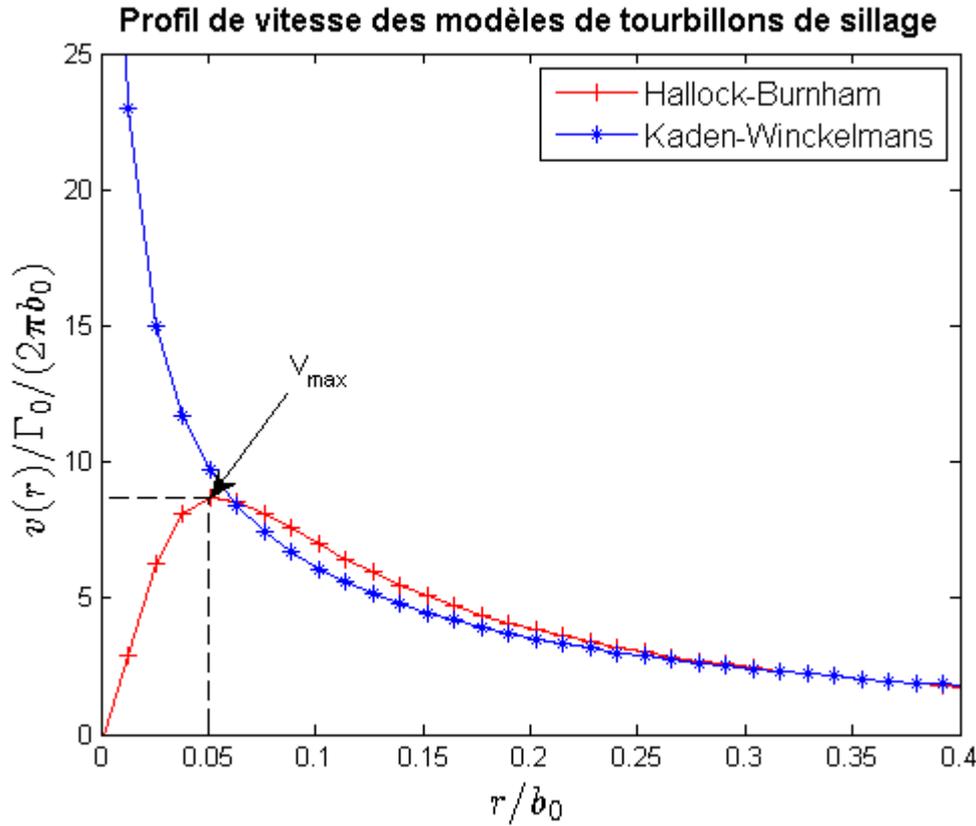


FIGURE 2.2 – Profil de vitesse normalisée de deux tourbillons de circulation totale égale, dimensionnés pour avoir la même énergie, en fonction de la distance au cœur (normalisée par l'espace initial des tourbillons b_0) : Hallock-Burnham (Croix) et Kaden-Winckelmans (Étoile).

- Le courant hétérodyne : courant dont la fréquence est proportionnelle au décalage Doppler et porteur de l'information de vitesse, qui est calculé à partir du battement entre le champ rétrodiffusé dans la pupille de réception du LIDAR et le champ de l'oscillateur local. Il est noté i_{het} .
- Le courant de bruit de photodétection : courant noté i_b ayant plusieurs sources indépendantes :
 - bruits intrinsèques au détecteur, c'est-à-dire en l'absence d'éclairement (bruit thermique de l'amplificateur et de fluctuations basses fréquences du détecteur), caractérisés par un flux équivalent (NEP). L'ensemble de ces bruits est considéré comme un bruit blanc gaussien centré de puissance :

$$P_{NEP} = S^2 NEP^2 Bw$$

- bruit provenant de l'oscillateur local, appelé bruit quantique considéré gaussien centré blanc de puissance P_Q , et des fluctuations d'intensité, appelé RIN (Relative Intensity Noise) également considéré gaussien de puissance P_{RIN} . Ces puissances sont données par :

$$P_Q = 2 e S P_{ol} Bw$$

$$P_{RIN} = S^2 P_{ol}^2 \int_0^{Bw} 10^{\frac{RIN(f)}{10}} df$$

e étant la valeur de la charge électrique élémentaire et Bw la largeur de la bande de fréquence.

Le courant du LIDAR utilisé pour mesurer des Wake Vortex est composé du courant hétérodyne i_{het} et courant de bruit i_b . Un filtrage du courant i_{det} , calculé aux bornes du détecteur, permet de se débarrasser du courant direct et du courant de l'oscillateur local et d'obtenir le signal d'intérêt i_s (cf équation (1.10)).

Le courant hétérodyne est proportionnel au champ rétrodiffusé (cf équation (1.9)). Ce dernier à un instant t est la somme de la réponse de plusieurs tranches d'aérosols. D'après le modèle feuilleté, en tant que somme de plusieurs variables aléatoires gaussiennes complexes centrées, le courant hétérodyne peut être modélisé comme un bruit gaussien [37], qui se distingue néanmoins du courant de bruit grâce à sa cohérence temporelle, étroitement liée au profil temporel de l'impulsion laser.

La puissance délivrée par l'oscillateur local P_{ol} permet d'accroître la puissance du courant hétérodyne et donc d'obtenir une meilleure mesure. Cependant, en fonction de la valeur prise, le courant de bruit dominant est différent. Le diagramme 2.3 représente l'évolution de la puissance du bruit dominant en fonction de la puissance injectée par l'oscillateur local ainsi que celle du courant hétérodyne en échelle log-log.

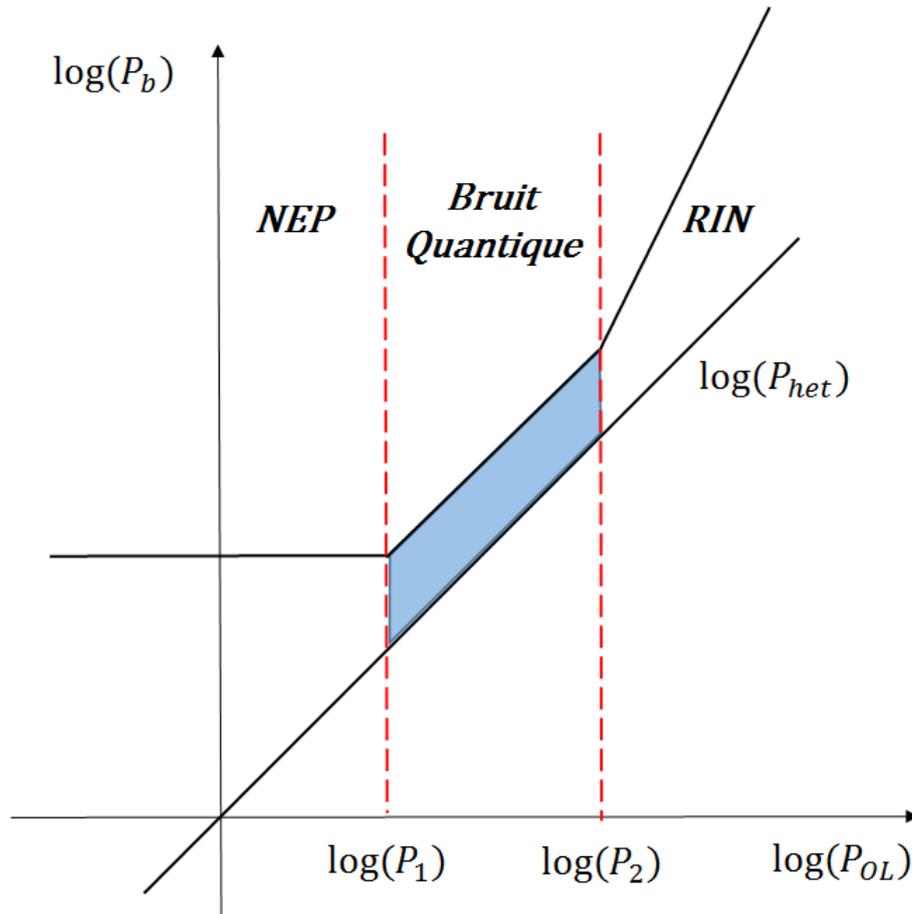


FIGURE 2.3 – Diagramme de puissance en décibel des bruits dominants et du courant hétérodyne en fonction de la puissance fournie par l'oscillateur local. En bleu, la zone dans laquelle le rapport de la puissance hétérodyne sur la puissance du bruit dominant est optimal.

Sur la figure 2.3, les puissances P_1 et P_2 sont données par : $P_1 = \frac{NEP^2}{2e}$ et $P_2 = \frac{2eBw}{S \int_0^{Bw} 10^{\frac{RIN(f)}{10}} df}$.

Un compromis est donc nécessaire sur la puissance délivrée par l'oscillateur local afin d'obtenir un rapport entre la puissance du courant hétérodyne et celle du bruit dominant qui soit optimal. L'intervalle de puissance pour lequel ce rapport est le plus optimisé est entre P_1 et P_2 (zone en bleu sur le graphique). C'est dans cet intervalle que sera fixée la puissance délivrée par l'oscillateur local ce qui rend le bruit quantique dominant mais pas au point de pouvoir complètement négliger les autres. Somme de bruits blancs gaussiens, le courant de bruit est également un bruit blanc gaussien dont la variance est donnée par sa puissance moyenne $\sigma_b^2 = P_{NEP} + P_Q + P_{RIN}$.

2.3.2 Rapport Signal sur Bruit

Comme évoqué dans la partie 1.3.2, le CNR est défini par le rapport des puissances du courant hétérodyne et du courant de bruit :

$$CNR(t) = \frac{\mathbb{E}[|i_{het}(t)|^2]}{\mathbb{E}[|i_b(t)|^2]}$$

Il est possible d'exprimer l'amplitude du champ rétrodiffusé $E_r(\vec{r}_r, 0, t)$ à l'instant t dans le plan du détecteur D en fonction de celle du champ laser incident $E_i(\vec{\rho}, z, t - z/c)$ aux coordonnées $\vec{\rho}$ dans un plan de la cible C , transversal à la direction de propagation de l'impulsion à une distance z (voir [37]). Ici, la cible C est l'atmosphère.

$$i_{het}(t) = 2S \epsilon_0 c \lambda \sqrt{\beta} \int_z \iint_C \operatorname{Re} \left(E_{ol}^*(\vec{\rho}, z, t - z/c) E_i(\vec{\rho}, z, t - z/c) a(\vec{\rho}, z) e^{j2\pi(f_r - f_{ol})t} \right) d\vec{\rho} dz \quad (2.14)$$

avec $a(\vec{\rho}, z)$ une variable aléatoire gaussienne complexe centrée de variance unitaire représentant la réponse des aérosols. Les réponses en phase des aérosols étant décorréliées d'une tranche d'atmosphère à l'autre, lorsque l'équation (2.14) est élevée au carré, les doubles produits s'annulent ce qui donne la relation (2.15)

$$i_{het}^2(t) = 2(S \epsilon_0 c \lambda)^2 \beta \int_z \iint_C |E_{ol}(\vec{\rho}, z, t - z/c)|^2 |E_i(\vec{\rho}, z, t - z/c)|^2 d\vec{\rho} dz \quad (2.15)$$

L'espérance mathématique s'entend au sens des fluctuations des champs liées à la turbulence d'indice qui est, comme évoqué précédemment, négligée. Cela permet de s'affranchir de l'espérance et ainsi d'exprimer la puissance du courant hétérodyne telle que :

$$\mathbb{E}[i_{het}^2] = 2(S \epsilon_0 c \lambda)^2 \beta \int_z \iint_C |E_{ol}(\vec{\rho}, z, t - z/c)|^2 |E_i(\vec{\rho}, z, t - z/c)|^2 d\vec{\rho} dz \quad (2.16)$$

Le CNR à un instant t peut donc s'écrire sous la forme :

$$CNR(t) = \frac{2(S \epsilon_0 c \lambda)^2 \beta \int_z \iint_C |E_{ol}(\vec{\rho}, z, t - z/c)|^2 |E_i(\vec{\rho}, z, t - z/c)|^2 d\vec{\rho} dz}{P_{NEP} + P_Q + P_{RIN}} \quad (2.17)$$

Il est important de noter que le CNR dépend linéairement du coefficient de rétrodiffusion β des aérosols. Le point de focalisation du faisceau permet de déterminer la distance à laquelle le CNR sera le plus élevé. La figure 2.4 représente l'évolution du CNR en fonction de la distance. Dans ce cas, le faisceau est focalisé à 500 m pour une pupille de 12 cm de diamètre.

Il est également possible de définir le CNRa, lié à la réponse de la part de chaque tranche infinitésimale d'atmosphère à un éclairage normalisé. Ainsi en intégrant le courant hétérodyne dans l'expression (2.17), selon z sur la profondeur de ces tranches, $c \Delta t/2$, on obtient l'expression (2.18) du CNRa en z_a , distance à laquelle se trouve le centre de la tranche d'atmosphère par rapport au LIDAR.

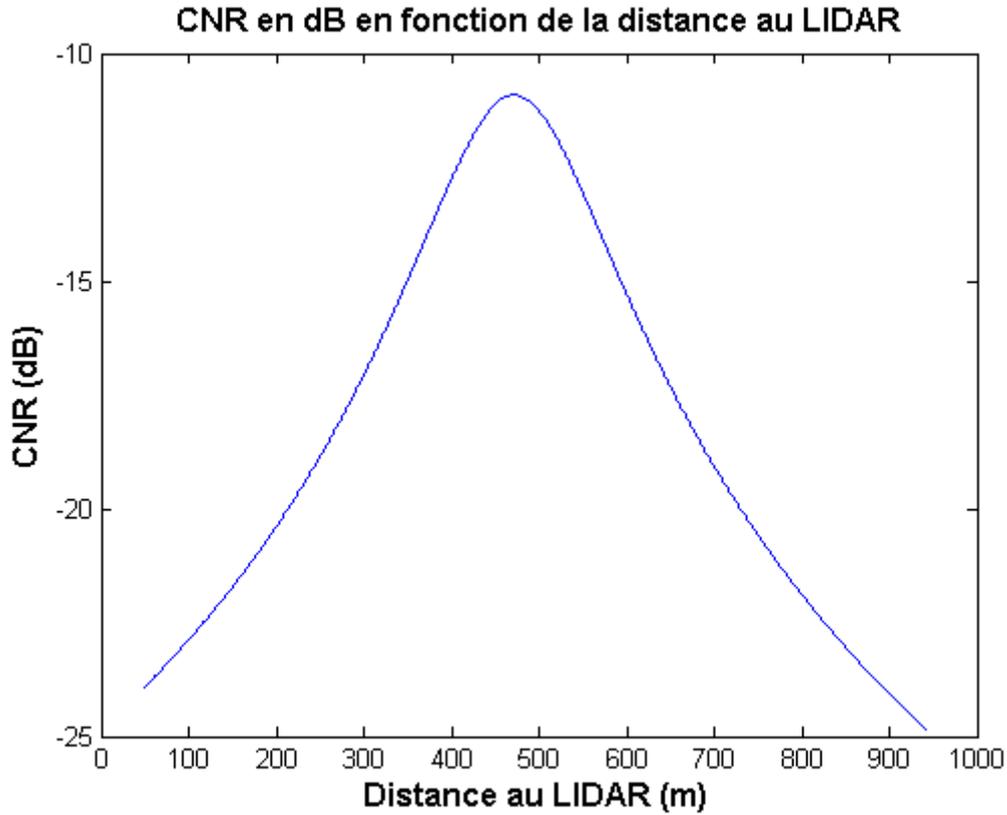


FIGURE 2.4 – Représentation de l'évolution de la valeur du CNR en décibel en fonction de la distance au LIDAR pour une focalisation à 500 mètres et dans des conditions atmosphériques standards avec une pupille de 12 cm de diamètre.

$$CNRa(z_a) = \frac{c \Delta t (S \epsilon_0 c \lambda)^2 \beta \iint_C |E_{ol}(\vec{\rho}, z_a, t - z_a/c)|^2 |E_i(\vec{\rho}, z_a, t - z_a/c)|^2 d\vec{\rho}}{\sigma_b^2} \quad (2.18)$$

En considérant que $E_{ol}(\vec{\rho}, z_a, t - z_a/c)$ et $E_i(\vec{\rho}, z_a, t - z_a/c)$ sont les champs de faisceaux gaussiens ayant le même rayon de courbure F , ainsi qu'en supposant que leurs paramètres sont connus à l'émission, ces deux champs peuvent être exprimés par :

$$\begin{aligned} E_{ol}(\vec{\rho}, z_a, t - z_a/c) &= \sqrt{\frac{2P_{ol}}{\pi w_{ol}^2(z)}} e^{-\frac{|\vec{\rho}|^2}{w_{ol}^2(z_a)} - jk \frac{|\vec{\rho}|^2}{2F}} \\ E_i(\vec{\rho}, z_a, t - z_a/c) &= \sqrt{\frac{2P_{inc}}{\pi w^2(z)}} e^{-\frac{|\vec{\rho}|^2}{w^2(z_a)} - jk \frac{|\vec{\rho}|^2}{2F}} \end{aligned} \quad (2.19)$$

où $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, P_{inc} est la puissance de l'onde incidente et w_{ol} est le rayon du faisceau de l'oscillateur local de rayon de courbure $F_{ol} = F$, supposé parfaitement gaussien, c'est-à-dire $M_{ol}^2 = 1$ et tel que $w_{ol}(0) = w(0)$.

$$w_{ol}^2(z_a) = w(0)^2 \left(1 + \left(\frac{z_a}{F} \right)^2 \right) + \left(\frac{\lambda z_a}{\pi w(0)} \right)^2 \quad (2.20)$$

Ainsi l'intégrale double au numérateur de la relation (2.18) s'écrit

$$\iint_C |E_{ol}(\vec{\rho}, z_a, t - z_a/c)|^2 |E_i(\vec{\rho}, z_a, t - z_a/c)|^2 d\vec{\rho} = \iint_C \frac{4P_{ol}P_{inc}}{\pi^2 w_{ol}^2(z_a) w^2(z_a)} e^{-\frac{2|\vec{\rho}|^2}{w_{ol}^2(z_a)} - \frac{2|\vec{\rho}|^2}{w^2(z_a)}} d\vec{\rho} \quad (2.21)$$

Rappelons que l'intégrale de Gauss en dimension 2 s'écrit :

$$\iint_{\mathbb{R}^2} e^{-br^2} \cdot d\vec{r}' = \frac{\pi}{b}$$

En identifiant b dans l'intégrale de Gauss à $\frac{2(w_{ol}^2(z_a) + w^2(z_a))}{w_{ol}^2(z_a)w^2(z_a)}$, la relation (2.21) peut donc s'écrire sous la forme :

$$\iint_C |E_{ol}(\vec{\rho}, z_a, t - z_a/c)|^2 |E_i(\vec{\rho}, z_a, t - z_a/c)|^2 d\vec{\rho} = \frac{2P_{ol}P_{inc}}{\pi(w_{ol}^2(z_a) + w^2(z_a))} \quad (2.22)$$

Le CNRa peut donc s'écrire sous la forme :

$$CNRa(z_a) = \frac{2P_{ol}P_{inc} c \Delta t (S \epsilon_0 c \lambda)^2 \beta}{\pi(w_{ol}^2(z_a) + w^2(z_a)) \sigma_b^2} \quad (2.23)$$

Le CNR correspond au SNR qui peut être vu dans la littérature à la différence que le SNR est calculé en bande étroite et non en large bande comme l'est le CNR. Sur la figure 2.5, on peut observer un périodogramme LIDAR en présence d'un vent transverse de 1.5 m.s^{-1} . La partie en rouge correspond au signal utile. La différence entre le CNR et le SNR est que la puissance du bruit, dans le cas du CNR, est calculée sur la bande de fréquence entière (en bleu sur la figure) alors que dans le cas du SNR, seule la bande étroite dans laquelle se trouve le signal utile est considérée (en vert).

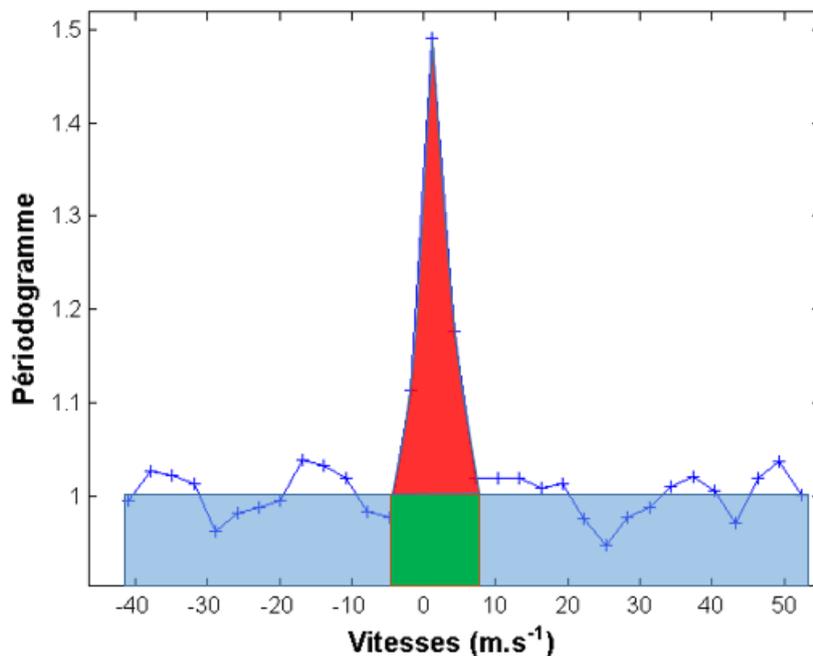


FIGURE 2.5 – Illustration sur un périodogramme LIDAR des bandes de fréquences utilisées pour calculer les puissances du signal utile et du bruit dans le cas du CNR (bleu) et dans le cas du SNR (vert). En rouge, le signal utile.

2.3.3 Modélisation du signal LIDAR

L'objectif de cette partie est d'établir le modèle statistique du signal LIDAR afin de pouvoir mettre en place le critère de vraisemblance pour l'algorithme d'estimation et réaliser des simulations qui permettront de quantifier la robustesse de l'algorithme d'estimation.

Signal temporel

L'impulsion LIDAR, d'énergie E_p , a une durée τ_p , ce qui, lorsqu'elle est échantillonnée, représente N_p échantillons. Les P_j représentent la puissance de l'impulsion échantillonnée à l'instant $j\Delta t$ tels que $E_p = \Delta t \sum_{j=1}^{N_p} P_j$. La propagation de l'impulsion est prise en compte grâce à l'indice j : Les tranches d'aérosols ont été définies selon le pas d'échantillonnage Δt . Ainsi à chaque instant d'échantillonnage, le signal reçu provient de la contribution d'une zone spatiale, composée de plusieurs tranches d'aérosols illuminées par les différentes portions de l'impulsion laser. À chaque instant, cette zone spatiale est décalée d'une tranche d'aérosols par rapport à l'instant précédent.

Ce signal reçu s'exprime comme le produit de convolution de la forme temporelle de l'impulsion avec la réponse des aérosols qui est un bruit multiplicatif noté a . Ce bruit est la conséquence du décalage en phase de la réponse des aérosols qui provoque l'apparition de tavelures sur le champ rétrodiffusé appelé « Speckle ». Il est admis, d'après [37], que l'expression du signal discrétisé x_ϕ , de taille N_e , d'une ligne de visée ϕ est donné par (2.24).

$$x_\phi[n_e] = \sum_{n_p=1}^{N_p} \sqrt{P_{N_p-n_p+1} a_{n_e+n_p-1}} e^{j2\pi f_d n_e \Delta t + i_b(n_e \Delta t)}, \quad 1 \leq n_e \leq N_e \quad (2.24)$$

où $1 \leq \phi \leq N_\phi$ avec N_ϕ le nombre total de lignes de visée (égal au nombre d'impulsions laser émises). f_d est la fréquence porteuse du décalage Doppler induit (la fréquence de l'onde reçue à laquelle la fréquence de l'oscillateur local a été retirée).

De l'expression du signal discrétisé de la ligne de visée ϕ , il est possible de déduire les éléments de la matrice de covariance $\Sigma_\phi^{(t)}$ du signal LIDAR définie pour l'élément k, l par la relation :

$$\sigma_\phi^{(t)}[k_e, l_e] = \mathbb{E}[x_\phi^*[k_e] x_\phi[l_e]] \quad (2.25)$$

Le courant hétérodyne i_{het} et le courant de bruit i_b étant des processus aléatoires gaussiens indépendants, le calcul de la matrice de covariance du courant $i_s(t)$ peut ainsi se résumer à la somme des matrices de covariance de chacun de ces deux courants. La matrice de covariance du courant de bruit i_b est une matrice diagonale dont les éléments diagonaux sont égaux à σ_b^2 . Finalement, en remplaçant le courant hétérodyne par son expression dans l'équation (2.26) et en considérant l'espérance au sens des aérosols et du bruit, l'expression de l'élément k_e, l_e de la matrice de covariance du signal de la ligne de visée ϕ est :

$$\sigma_\phi^{(t)}[k_e, l_e] = \mathbb{E} \left[\sum_{n_p=0}^{N_p-1} \sum_{n_q=0}^{N_p-1} \sqrt{P_{N_p-n_p} P_{N_p-n_q}} a_{k_e+n_p}^* a_{l_e+n_q} e^{j2\pi(f_d l_e \Delta t - f_d k_e \Delta t)} \right] + \delta_{k_e, l_e} \sigma_b^2 \quad (2.26)$$

Les a_{k_e} représentent la réponse des tranches d'aérosols et sont modélisés, comme énoncé précédemment, par un bruit blanc gaussien complexe centré. La variance de ce bruit est la puissance moyenne rétrodiffusée par une tranche d'aérosol $\sigma_{a_{k_e}}^2 = 10^{\frac{CN Ra_{k_e}}{10}} \sigma_b^2$ avec $CN Ra_{k_e}$ le rapport porteuse sur bruit de la tranche d'aérosols k_e . Les a_{k_e} sont supposés indépendants d'une tranche à l'autre. Ainsi : $\mathbb{E}[a_{k_e+n_p}^* a_{l_e+n_q}] = \delta_{k_e+n_p, l_e+n_q} \sigma_{a_{k_e+n_p}}^2$. Il est donc possible de réécrire l'expression des éléments de la matrice de covariance comme suit :

$$\sigma_\phi^{(t)}[k_e, l_e] = \sigma_b^2 \left(\sum_{n_p=0}^{N_p-1} \sum_{n_q=0}^{N_p-1} \sqrt{P_{N_p-n_p} P_{N_p-n_q}} \delta_{k_e+n_p, l_e+n_q} 10^{\frac{CN Ra_{k_e+n_p}}{10}} e^{j2\pi f_d k_e \Delta t (l_e - k_e)} + \delta_{k_e, l_e} \right)$$

Le découpage en porte distance nécessite de prendre en compte la fenêtre de mesure dans le produit de convolution. Celle-ci n'est pas carrée afin de s'affranchir des lobes secondaires du sinus cardinal qui serait obtenu après la transformée de Fourier, lors des calculs des périodogrammes. Cette fenêtre est notée $h(t)$ en continu et h_k une fois discrétisée tel que $h_k = h(k\Delta t)$.

Ainsi pour la porte distance d'indice n de la ligne de visée d'indice ϕ , l'expression du courant discrétisé noté $x_{\phi,n}$ et de taille K est donnée par (2.27).

$$x_{\phi,n}[k] = h_k \left(\sum_{n_p=0}^{N_p-1} \sqrt{P_{N_p-n_p}} a_{k+n_p} e^{j 2\pi f_{d_{k+n_p-1}} k \Delta t} + i_b(k \Delta t) \right), \quad 1 \leq k \leq K \quad (2.27)$$

où $1 \leq n \leq N$ avec N le nombre total de portes distances.

L'élément k, l de la matrice de covariance temporelle $\Sigma_{\phi,n}^{(t)}$, du signal $x_{\phi,n}$, est alors définie telle que :

$$\sigma_{\phi,n}^{(t)}[k, l] = h_k^* h_l \sigma_b^2 \left(\sum_{n_p=0}^{N_p-1} \sum_{n_q=0}^{N_p-1} \sqrt{P_{N_p-n_p} P_{N_p-n_q}} \delta_{k+n_p, l+n_q} 10^{\frac{CNR a_{k+n_p}}{10}} e^{j 2\pi f_{d_{k+n_p}} (l-k) \Delta t} + \delta_{k,l} \right)$$

La structure particulière de la matrice $\Sigma_{\phi,n}^{(t)}$ (matrice d'éléments les $\sigma_{\phi,n}^{(t)}[k, l]$) permet d'obtenir l'expression analytique de la matrice $C_{\phi,n}^{(t)}$ issu de sa factorisation de Cholesky. Cette factorisation, et l'utilisation de la relation (1.14) permettent d'exprimer l'élément (k, l) de $C_{\phi,n}^{(t)}$ dans la relation (2.28).

$$c_{\phi,n}^{(t)}[k, l] = \sqrt{h_k^* h_l} \sigma_b \left(\sqrt{P_{N_p+k-l}} 10^{\frac{CNR a_l}{20}} e^{-j 2\pi (f_{IF} - 2 \frac{v_l}{\lambda}) k \Delta t} + \delta_{k,l} \right) \quad (2.28)$$

De manière concrète, cette matrice peut être vue comme la représentation espace-temps (respectivement indice l et k) de la réponse au sens du Speckle de chaque tranche d'aérosols à l'éclairage par une impulsion.

Calcul de la Transformée de Fourier Discrète du signal mesuré par le LIDAR

Soit W , la matrice carré de taille K et de la forme Vandermonde telle que $w_{kk'} = e^{-\frac{j 2\pi k k'}{K}}$ avec $0 \leq k, k' \leq K-1$, exprimant la Transformée de Fourier Discrète (TFD) telle que :

$$\begin{aligned} X_{\phi,n} &= TFD(x_{\phi,n}) = x_{\phi,n} W \\ \Sigma_{\phi,n}^{(f)} &= W^* \Sigma_{\phi,n}^{(t)} W \end{aligned} \quad (2.29)$$

où $X_{\phi,n}$ est la TFD de $x_{\phi,n}$ et ayant $\Sigma_{\phi,n}^{(f)}$ pour matrice de covariance, dont l'élément (u, v) est donné par la relation (2.30). W^* est la matrice adjointe de W .

$$\sigma_{\phi,n}^{(f)}[u, v] = \sum_{l=0}^{K-1} \sum_{k=0}^{K-1} \sigma_{\phi,n}^{(t)}[k, l] e^{-j \frac{2\pi}{K} (vl-uk)} \quad (2.30)$$

En passant dans l'espace de Fourier par Transformée de Fourier rapide, les éléments de $X_{\phi,n}$ suivent également une loi normale centrée en tant que somme de variables aléatoires gaussiennes centrées. L'élément i de $X_{\phi,n}$ est exprimé dans (2.31).

$$X_{\phi,n}[i] = \sum_{k=0}^{K-1} w_{ki} h_k \left(\sum_{n_p=0}^{N_p-1} \sqrt{P_{N_p-n_p}} a_{k+p} e^{j 2\pi f_{d_{k+n_p}} k \Delta t} + i_b(k \Delta t) \right) \quad (2.31)$$

Il est à noter que dans le cas d'un signal réel, la transformée de Fourier est à symétrie hermitienne. Une fois les transformées de Fourier discrètes calculées, les spectres utilisés sont tronqués à $F_e/2$ pour ne conserver que le demi-spectre et nous notons K_u le nombre de points utiles.

Les périodogrammes associés sont obtenus en prenant le module au carré des transformées de Fourier discrètes $X_{\phi,n}$ et qui sont ensuite accumulés sur un certain nombre de lignes de visée consécutives.

Soit J l'ensemble des N_ϕ lignes de visée. L'accumulation est réalisée en moyennant des groupes de N_a lignes de visée consécutives. Notons J_m un sous-ensemble de J défini comme le m -ème groupe de N_a lignes de visée consécutives parmi les M groupes tel que :

$$J = \bigcup_{m=1}^M J_m \quad (2.32)$$

Nous notons $\tilde{X}_{m,n}$ le périodogramme accumulé de la porte distance n issu de l'accumulation des N_a lignes de visée du sous-ensemble J_m . La matrice de covariance associée à ce périodogramme accumulé est notée $\Sigma_{m,n}$. Ainsi :

$$\tilde{X}_{m,n} = \frac{1}{N_a} \sum_{\phi \in J_m} |X_{\phi,n}|^2 \quad 1 \leq m \leq M, 1 \leq n \leq N$$

Notons \tilde{X} l'ensemble des périodogrammes du balayage.

$$\tilde{X} = \{\tilde{X}_{m,n}\} \quad 1 \leq m \leq M, 1 \leq n \leq N \quad (2.33)$$

L'architecture optique fibrée du LIDAR permet d'obtenir une fréquence de répétition des impulsions très élevée. Le grand nombre d'impulsions émises permet d'accumuler des lignes de visée tout en conservant une résolution angulaire satisfaisante. Cette accumulation permet d'augmenter le rapport signal sur bruit et ainsi de compenser l'énergie relativement faible contenue dans une impulsion. D'un point de vue statistique, l'accumulation de variables indépendantes selon la méthode de moyennage de Welch présente deux avantages. Elle permet de conserver la moyenne qui est celle du périodogramme tout en réduisant la variance d'un facteur égal au nombre d'éléments moyennés. Dans le cas qui nous intéresse, ce facteur est égal à N_a .

Soit $\mu_{m,n}$, le périodogramme moyen de $\tilde{X}_{m,n}$ calculé par l'espérance mathématique prise au sens du Speckle (réponse de aérosols) et du bruit.

$$\mu_{m,n}[k_u] = \sum_{l=0}^{K-1} \sum_{k=0}^{K-1} h_k^* h_l \sigma_b^2 e^{-j \frac{2\pi}{K} (k-l)k_u} \left(\sum_{u=0}^{N_p-1} \sum_{v=0}^{N_p-1} \sqrt{P_{N_p-u} P_{N_p-v}} \delta_{k+u,l+v} 10^{\frac{CN Ra_{k+u}}{10}} e^{j 2\pi f_{d_{k+u}}(m,n)(l-k)\Delta t} + \delta_{k,l} \right) \quad (2.34)$$

2.4 Énoncé des hypothèses et approximations simplificatrices

Pour les différentes parties de cette étude (la simulation, l'algorithme d'estimation, le calcul de la Borne de Cramér-Rao), plusieurs hypothèses et approximations sur les données ont dues être formulées afin de rendre les calculs faisables. Celles-ci sont présentées ici.

Le temps de corrélation de l'atmosphère est de l'ordre de la microseconde, or la cadence de tir du LIDAR est de 20 kHz, ce qui correspond à une impulsion envoyée toute les 50 ms.

Hypothèse I : Les lignes de visée sont indépendantes les unes des autres au sens du Speckle.

La cadence de tir est élevée par rapport à la vitesse de balayage de la tête scannante du LIDAR, ce qui signifie qu'entre deux impulsions émises successivement, l'angle a très peu varié.

Hypothèse II : Lorsque l'on accumule N_a périodogrammes, les lignes de visée sont suffisamment proches les unes des autres pour être supposées identiques.

Ainsi, $\tilde{X}_{m,n}$ est proche d'une somme de N_a variables gaussiennes centrées élevées au carré, de même variance et indépendantes. Les échantillons des spectres accumulés $\tilde{X}_{m,n}$, normalisés par leur moyenne $\mu_{m,n}$, deviennent alors des variables aléatoires du χ^2 à $2N_a$ degrés de liberté (on travaille en complexes). Ceci permet de limiter le nombre de lignes de visée à considérer pendant le calcul.

L'expression générique de la densité de probabilité associée à cette loi est rappelée dans l'équation (2.35).

$$f(x) = \frac{2^{-\nu/2}}{\Gamma(\nu/2)} x^{\nu/2-1} e^{-x/2} \mathbb{1}_{\mathbb{R}_+}(x) \quad (2.35)$$

où ν est le degré de liberté et $\Gamma(\nu/2)$ est la fonction gamma calculée pour $\nu/2$ telle que :

$$\Gamma(\nu/2) = \int_0^{+\infty} t^{\nu/2-1} e^{-t} dt \quad (2.36)$$

Le temps qui sépare deux lignes de visée accumulées consécutives est de l'ordre de la dizaine de ms. Le champ de vitesse a donc très peu évolué pendant ce laps de temps.

Hypothèse III : Le champ des vitesses est considéré figé et donc les tourbillons de sillage comme immobiles.

Les hypothèses qui suivent sont des approximations nécessaires pour pouvoir réaliser les calculs de vraisemblance en un temps raisonnable selon l'application. Un parallèle peut être fait avec l'approximation faite en estimation et qui consiste à utiliser le critère des moindres carrés bien que les erreurs ne soient pas nécessairement indépendantes.

\tilde{X} est de taille conséquente. Il est donc nécessaire de décomposer l'ensemble en vecteurs indépendants.

Hypothèse IV : Si deux portes distances indicées n et n' d'une même ligne de visée m se chevauchent, les périodogrammes $\tilde{X}_{m,n}$ et $\tilde{X}_{m,n'}$ sont supposés indépendants. Remarque : Cette approximation serait vérifiée dans un cas sans recouvrement des portes distances.

La turbulence atmosphérique est un phénomène qui est spatialement très corrélé. En cela, sa prise en considération dans l'expression de la densité de probabilité est particulièrement complexe.

Hypothèse V : La turbulence atmosphérique est négligée.

Hypothèse VI : Les échantillons du périodogramme accumulé $\tilde{X}_{m,n}$, définis pour différentes fréquences, sont indépendants. Remarque : Cette hypothèse est vérifiée strictement pour un bruit blanc.

Hypothèse VII : Le temps d'accumulation des lignes de visée est considéré comme suffisamment grand pour, d'après le théorème de la limite centrale, approximer la loi du χ^2 par une loi normale de même variance. Cette approximation est possible car les lignes de visée sont indépendantes (Hypothèse I).

Le tableau 2.1 répertorie les hypothèses utilisées pour les différents calculs qui sont réalisés au fil de cette étude.

Hypothèses	I	II	III	IV	V	VI	VII
Simulations	×	×	×				
Algorithme	×	×	×	×	×	×	
Borne de Cramér Rao	×	×	×	×	×		×

TABLE 2.1 – Tableau récapitulatif des hypothèses de calcul qui sont faites

Pour conclure ce chapitre, illustrons la combinaison des différents modèles qui viennent d'être présentés. Sur la figure 2.6, sont représentés les modules des vitesses ayant été générées par la superposition des tourbillons de sillage du type Kaden-Winckelmans, de la turbulence atmosphérique de type Von Karman et d'un vent transverse ajouté aux composantes horizontales. La figure 2.7 représente les composantes projetées sur l'axe du LIDAR des vitesses du champ représenté sur la figure 2.6.

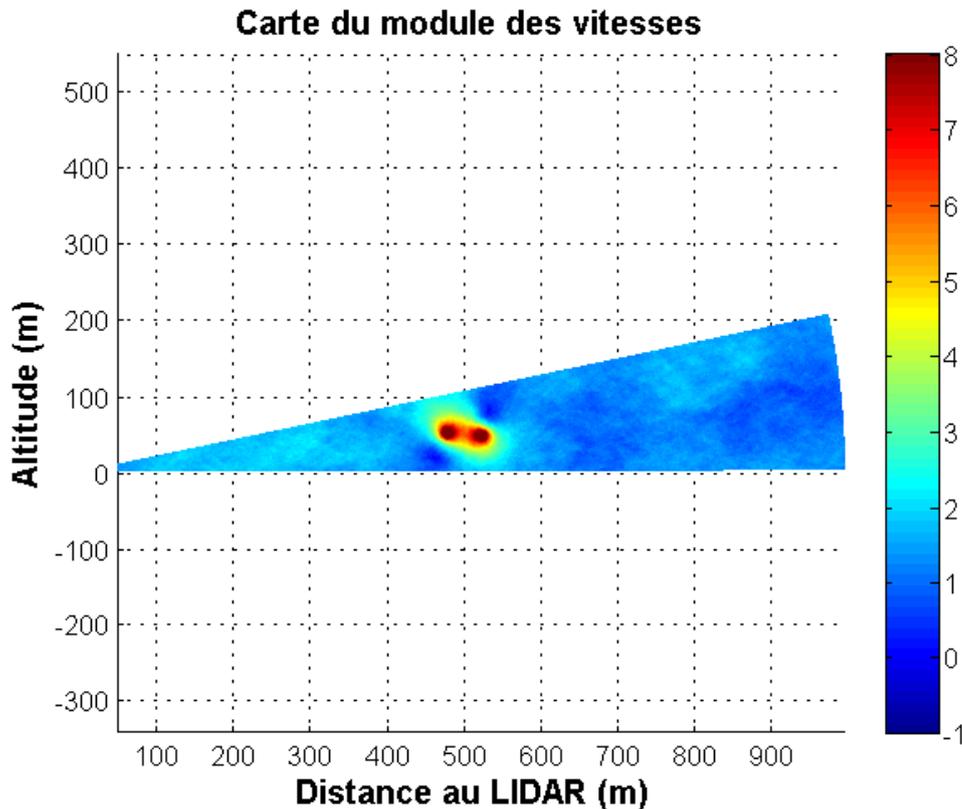


FIGURE 2.6 – Exemple de carte représentant le module du champ des vitesses en présence d'une paire de tourbillon de sillage, de turbulence atmosphérique et de vent transverse pour un Airbus A340.

Les modèles atmosphérique et LIDAR sont ensuite utilisés afin de générer, à partir du champ de vent présenté sur la figure 2.6, les périodogrammes. Sur les figures 2.7 et 2.8 sont respectivement représentées les vitesses radiales projetées à partir du champ des vitesses d'origine et les vitesses moyennes, estimées à partir des périodogrammes. Cette méthode de calcul est explicité dans le chapitre suivant. Le périodogramme donné dans la figure 2.9 est celui d'une porte distance traversant la partie basse du tourbillon de droite (zone de vitesses positives).

Dans ce chapitre, les différents modèles qui ont permis de réaliser cette étude, ont été présentés : la réponse de l'atmosphère à un éclairage via le modèle feuilleté, le modèle statistique des signaux générés par le LIDAR, la turbulence atmosphérique de Von Karman et les modèles analytiques de tourbillons de sillages de Kaden-Winckelmans et d'Halloock-Burnham. Un certain nombre d'hypothèses et approximations simplificatrices ont également été formulées afin que les coûts en temps de calculs restent raisonnables selon les applications.

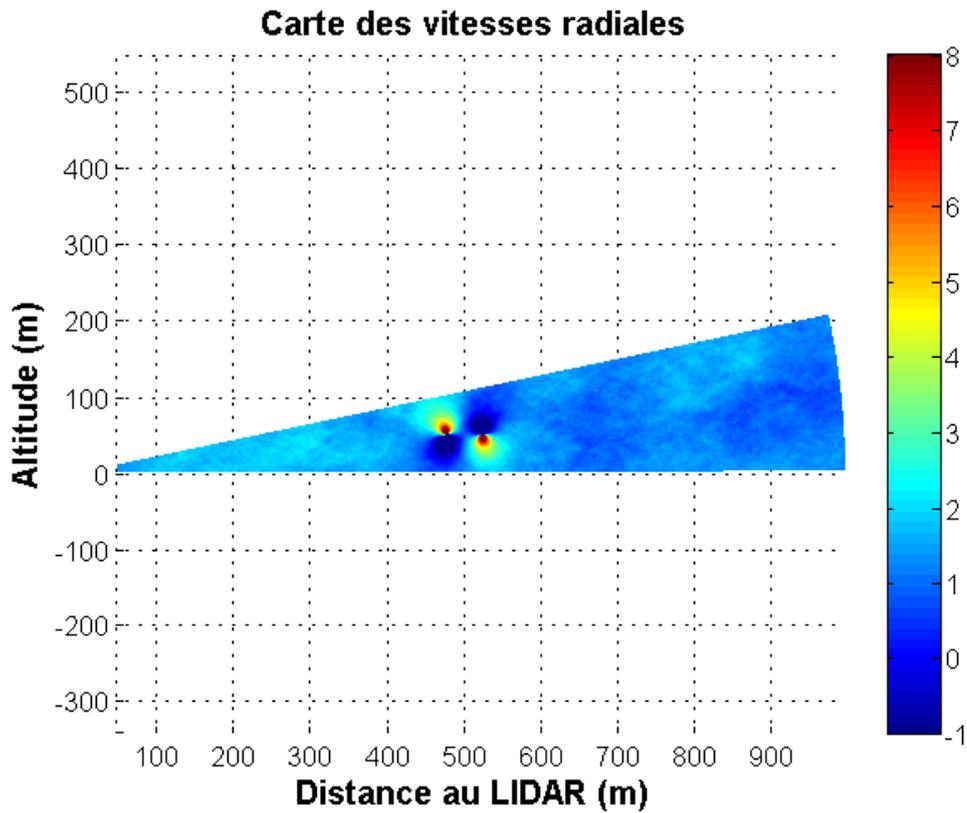


FIGURE 2.7 – Carte des vitesses projetées sur l’axe du LIDAR correspondant au champ de vitesse présenté dans la figure 2.6.

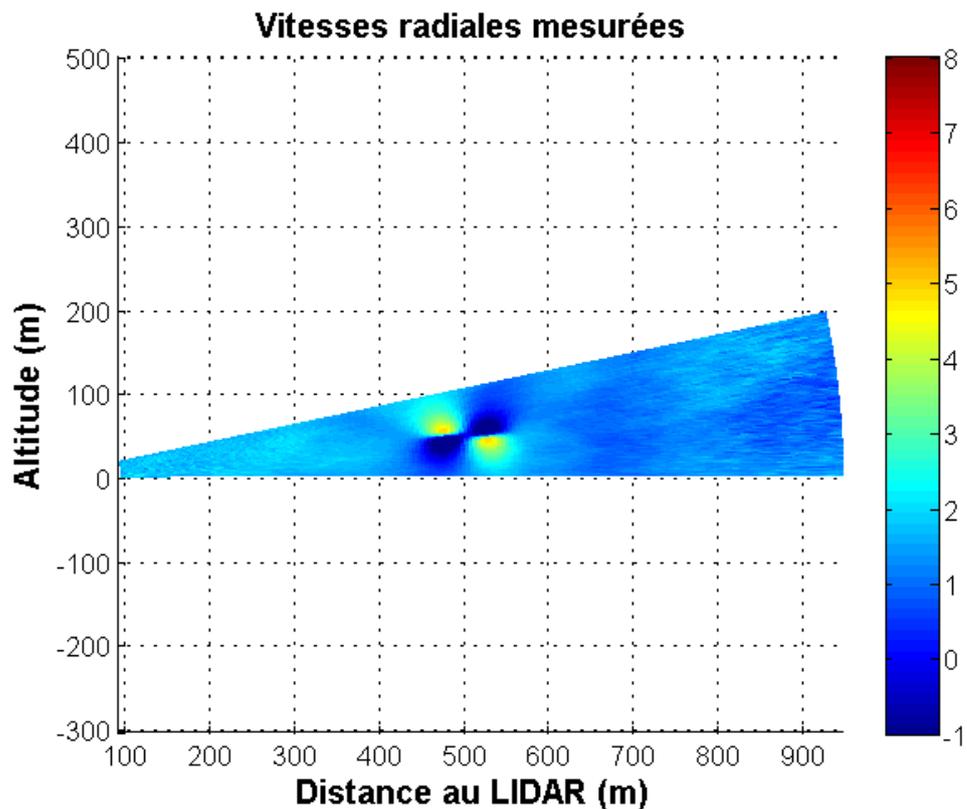


FIGURE 2.8 – Carte des vitesses radiales moyennes mesurées par le LIDAR pour chaque porte distance à partir des périodogrammes.

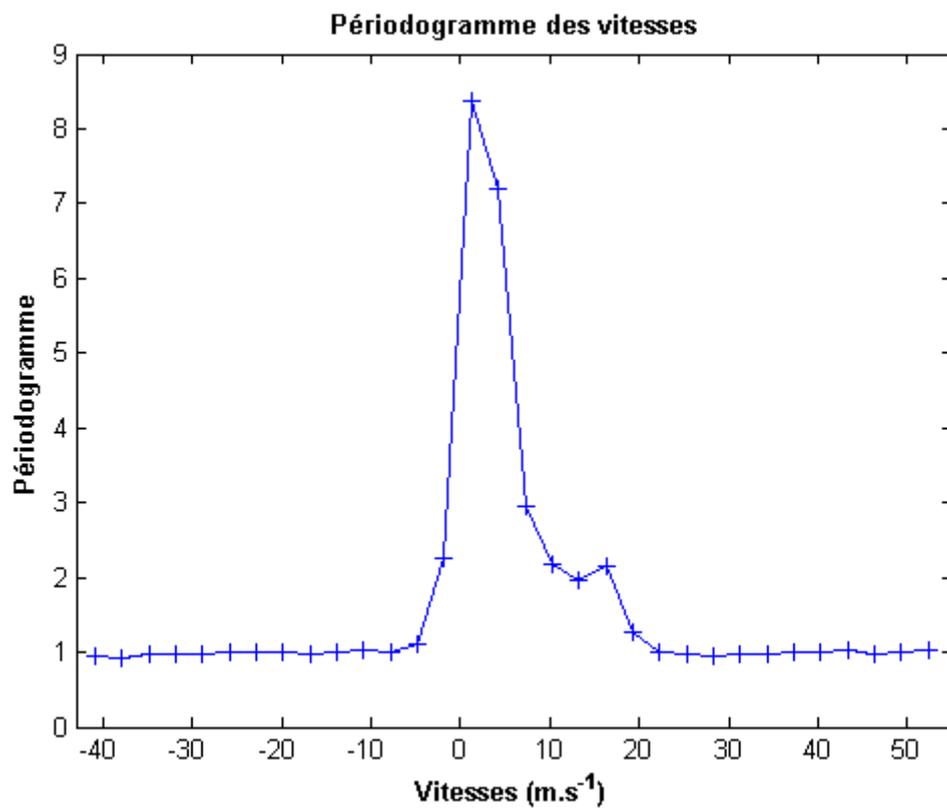


FIGURE 2.9 – Périodogramme de la case distance pointée par la flèche sur la figure 2.8.

Chapitre 3

Développement d'un algorithme de détection et de caractérisation des tourbillons de sillage

L'algorithme de caractérisation des tourbillons de sillage est le cœur de cette étude. Son élaboration s'est déroulée en plusieurs étapes qui sont présentées ici. En premier lieu, une étude bibliographique a permis d'avoir un panorama sur les algorithmes et méthodes de caractérisation existants et ainsi d'orienter le choix des méthodes d'estimation à tester pour finalement obtenir une architecture cohérente de l'algorithme permettant de satisfaire les besoins en précision et robustesse.

3.1 État de l'art des algorithmes de détection et de caractérisation

L'estimation des paramètres des tourbillons de sillage que sont la circulation et les coordonnées, a fait l'objet d'un grand nombre d'études. En effet, plusieurs algorithmes ont été développés et bien que les traitements soient différents d'une étude à l'autre, il est tout de même possible d'en identifier plusieurs grandes familles : les algorithmes basés sur des méthodes d'estimation par maximum de vraisemblance et les algorithmes utilisant des cartes de vitesses directement estimées à partir des périodogrammes.

De manière générale, quelles que soient les méthodes utilisées pour l'estimation, trois grandes étapes se dégagent :

- La détection (identification de la présence d'une paire de tourbillon de sillage),
- La localisation (recherche des centres des tourbillons),
- Le calcul de la circulation.

La méthode la plus utilisée pour la détection des tourbillons est basée sur l'élargissement spectral : pour chaque périodogramme, le moment d'ordre 2 est calculé. La détection a lieu lorsque l'élargissement spectral est supérieur à l'élargissement moyen. La figure 3.1 représente la dispersion calculée sur un balayage LIDAR simulé et normalisée par la dispersion moyenne. Pour les instants suivants (balayages suivant celui de la détection), cette technique est utilisée pour faire un suivi et pour s'assurer que les tourbillons sont toujours présents dans le champ du LIDAR. Il est à noter qu'à de nombreuses reprises, la partie détection de la présence de tourbillons de sillage n'est pas mise en lumière dans la littérature.

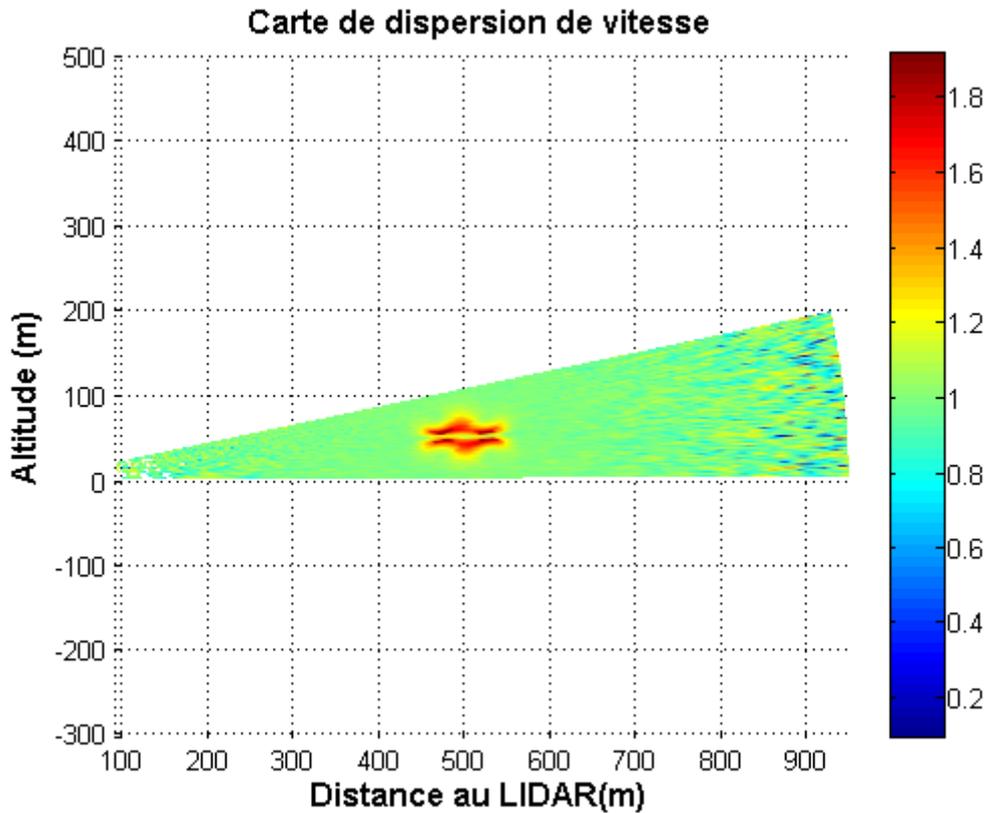


FIGURE 3.1 – Exemple de carte représentant les zones de forte dispersion de vitesse normalisée par la dispersion moyenne en présence de deux tourbillons de sillage.

3.1.1 Méthodes d'estimation par cartes de vitesses estimées

Méthode des enveloppes de vitesses et calcul analytique des circulations

Dans l'étude du DLR de Köpp et al [25] tout comme celle de Banakh et al [1], un seuil est utilisé sur les périodogrammes accumulés comme cela est présenté sur la figure 3.2. Les premières intersections de part et d'autre du pic principal du périodogramme, lié à la présence d'une composante de vent global, peuvent donc être interprétées comme les vitesses radiales maximale et minimale rencontrées dans la porte de mesure considérée. En récupérant ces vitesses, de la même manière, pour chaque porte distance de chaque ligne de visée, il est possible par la suite de construire les enveloppes de vitesses. Pour un indice de porte distance donné, les enveloppes de vitesses représentent les valeurs de vitesses maximales et minimales récupérées en fonction de l'angle de balayage (indice de la ligne de visée). Un exemple d'enveloppes de vitesses (1D) est donné sur la figure 3.3, pour un indice de porte distance centrée sur un Wake Vortex. Les enveloppes de vitesses sont utilisées sur les 2 dimensions (angle et distance) pour la localisation des tourbillons (en terme d'indices de porte distance et de ligne de visée).

La position du cœur des tourbillons est déterminée pour chaque tourbillon comme étant la moyenne entre la coordonnée (angle et distance) du maximum de l'enveloppe des vitesses maximales et le minimum de l'enveloppe des vitesses minimales.

Le calcul de la circulation est fait de manière analytique à partir des enveloppes de vitesses de chacun des tourbillons (données par la coordonnées en distance). Ce calcul considère ici un système à deux tourbillons (2VS) en ajoutant, dans l'expression de la circulation d'un tourbillon, un terme dépendant des vitesses liées au second et déduit des enveloppes de vitesses calculées précédemment.

Le seuil utilisé pour construire les enveloppes de vitesses étant établi en fonction du SNR et de la circulation, cela contraint à utiliser une procédure itérative pour l'ajuster et obtenir une meilleure estimation de la circulation.

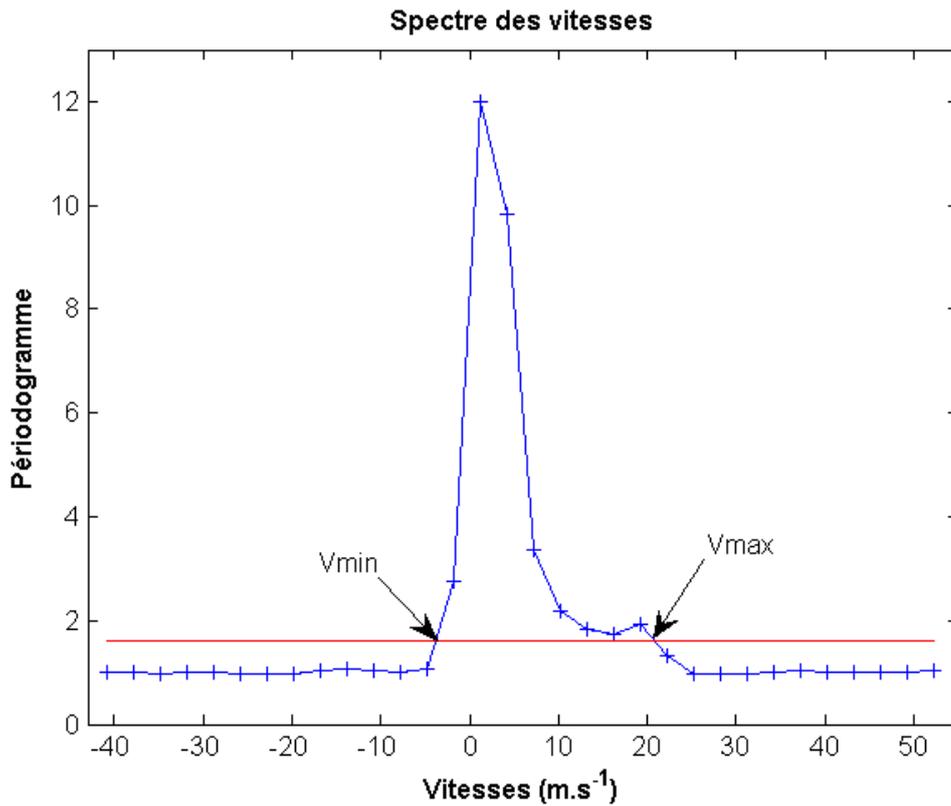


FIGURE 3.2 – Extraction des vitesses maximale et minimale à partir des spectres par la méthode à seuil.

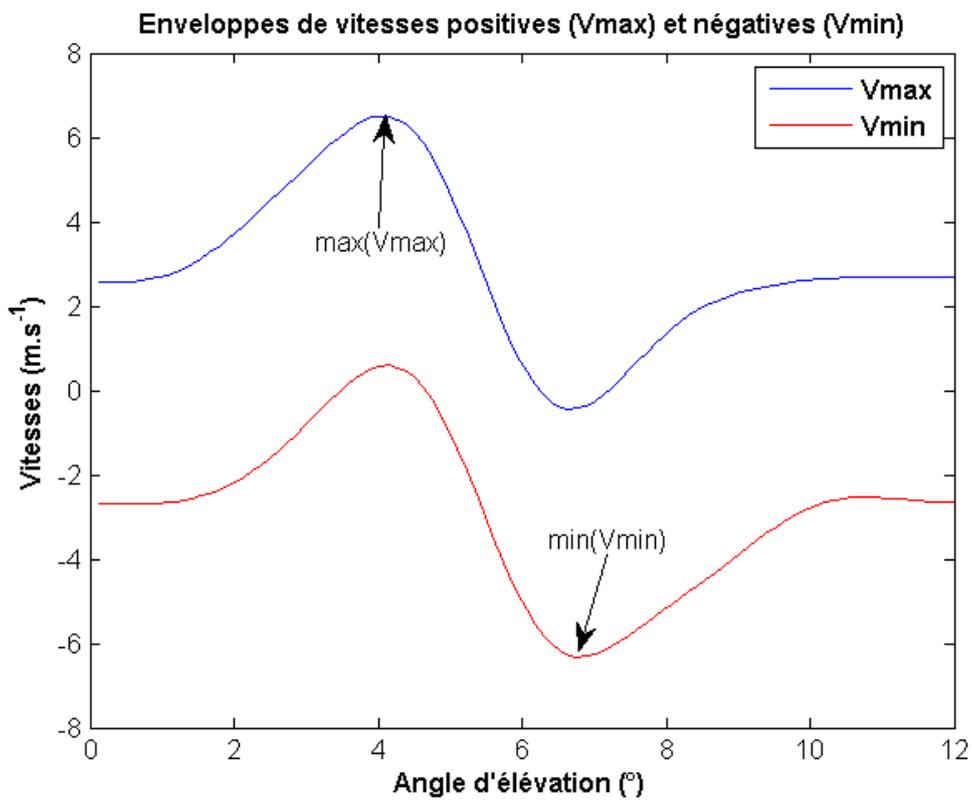


FIGURE 3.3 – Représentation des enveloppes de vitesses d'une case distance pour tous les angles balayés.

Méthode des enveloppes de vitesses et convolution

Ramsey et al dans [30] définit une zone d'intérêt dans laquelle les tourbillons sont le plus susceptibles d'être présents. Initialement, elle est placée dans le couloir de passage des avions. Elle est délimitée en conservant un certain nombre de portes distances et un certain nombre de lignes de visée. Cette zone est utilisée pour distinguer les différentes paires de tourbillons qui pourraient être générées successivement mais également pour calculer localement les conditions ambiantes, le SNR, le niveau de bruit et l'élargissement spectral. Le niveau de bruit est caractérisé en dehors de la bande fréquentielle d'intérêt et sa variance permet de fixer un seuil spectral. Grâce à ce seuil, de la même manière que [25], les enveloppes de vitesses positives et négatives sont construites. L'estimation des coordonnées des centres des tourbillons est réalisée en convoluant ces enveloppes de vitesses avec celles obtenues à partir du modèle d'Hallocock-Burnham. Les plus grandes valeurs du produit de convolution permettent de déduire les positions. Les valeurs des extrema des enveloppes de vitesses permettent d'obtenir une estimation des circulations initiales des tourbillons. La première estimation des positions est ensuite améliorée en cherchant des maxima locaux dans les parties externes des enveloppes de vitesses.

Méthode hybride

VOLPE [38], dont la source laser du LIDAR est à $2 \mu\text{m}$, utilise le même type d'algorithme que Köpp [25] pour la localisation, à la différence que la valeur du seuil spectral utilisé $T(m, n)$ où (m, n) sont les coordonnées des différentes portes distances, est variable. En effet, celui-ci est exprimé en fonction de \hat{N}_b , l'estimation de la densité spectrale de puissance moyenne du bruit, du rapport signal sur bruit pour chaque porte distance de chaque angle d'élévation $SNR(m, n)$ et du rapport signal sur bruit global SNR_0 , c'est-à-dire moyenné sur toutes les portes distances du balayage, à un multiple k près tel que :

$$T(m, n) = k \cdot \hat{N}_b \cdot \frac{SNR(m, n)}{SNR_0}$$

Les enveloppes de vitesses obtenues permettent ensuite de réaliser pour chacun des deux tourbillons une première estimation de leur position et de leur circulation Γ_{5-15} , circulation moyennée entre 5 et 15 mètres qui sont les bornes couramment utilisées. Une seconde étape permet de raffiner le seuil utilisé et donc d'obtenir des enveloppes des vitesses également raffinées. À cet algorithme de base sont ajoutés trois niveaux d'amélioration.

- Le premier a pour but d'améliorer la représentation spectrale. Pour cela, les images des deux tourbillons par rapport au sol sont ajoutées pour mieux simuler les effets de sol. Ensuite, un élargissement spectral est calculé en dehors de la zone affectée par les tourbillons pour pouvoir mieux appréhender la turbulence atmosphérique. Le modèle spectral de wake vortex utilisé à ce niveau est le modèle d'Hallocock-Burnham.
- Le second niveau d'amélioration vient suppléer l'estimation de la circulation. Lorsque l'utilisation du seuil donne des enveloppes avec des vitesses faibles, une estimation par minimisation des moindres carrés est réalisée sur les spectres.
- Le troisième et dernier niveau est un processus de comparaison des résultats sur les estimations des circulations fournis par chacune des deux étapes de l'algorithme et une troisième méthode utilisant uniquement les pics des enveloppes de vitesses pour estimer la circulation. Il sélectionne, parmi les deux premiers niveaux de l'algorithme hybride, l'estimation la moins éloignée de l'interpolation des estimations précédentes de la circulation.

Méthode des vitesses radiales

Smalikho et al dans [35] et [34] utilise les vitesses radiales obtenues en calculant le moment d'ordre 1 (vitesse moyenne) pour tous les périodogrammes. Dans les deux études, la vitesse du vent ambiant donnée par le pic principal des périodogrammes est retirée à l'ensemble des vitesses. Les minima et maxima de vitesse radiale sont ensuite cherchés pour chaque porte distance parmi toutes les lignes de visée. Les valeurs de la somme quadratique de ces extrema, calculées pour toutes les portes, sont comparées.

Dans [34], les deux maxima locaux de cette somme permettent d'obtenir la distance à laquelle les deux tourbillons se trouvent respectivement du LIDAR. À chacune des deux distances, comme dans [25], l'angle d'élévation donnant la position d'un des tourbillons est déterminé par le point médian entre le maximum des vitesses maximales et le minimum des vitesses minimales.

Dans [35], la somme quadratique des extrema est remplacée par la somme quadratique de toutes les vitesses radiales à une distance donnée. Des vitesses radiales théoriques sont obtenues à partir d'une simulation d'un balayage LIDAR sur une paire de tourbillons de type Hallock-Burnham dont les circulations sont dans un premier temps arbitraires. Une estimation itérative par minimisation des moindres carrés sur les vitesses radiales permet d'obtenir les valeurs des circulations.

3.1.2 Méthodes d'estimation par maximum de vraisemblance

Frehlich et al, dans [18] considère que chaque échantillon d'un périodogramme suit une loi du χ^2 ce qui permet de construire le critère de vraisemblance en utilisant notamment un simulateur de spectre LIDAR et le modèle d'Hallock-Burnham comme modèle analytique de tourbillon de sillage. Pour construire le critère, les éléments d'un même périodogramme sont supposés indépendants (Hypothèse VI). L'algorithme proposé se décompose en 2 parties.

Algorithme Frehlich I : La première partie permet de faire l'estimation des paramètres vortex dans les premiers stades de leur évolution. L'hypothèse d'une paire de deux vortex à la même altitude, de même rayon de cœur de taille constante et de même circulation est faite. Dans cette première partie de l'algorithme, l'espacement des tourbillons est supposé constant et égal à l'espacement initial b_0 . Le rayon de cœur est supposé identique pour les deux tourbillons et déduit à partir de l'espacement initial. C'est pourquoi, seuls ces trois paramètres sont à estimer : la hauteur, la distance au LIDAR et la circulation. Le CNR et le vent ambiant sont également considérés comme connus puisqu'il est aisé de les calculer directement à partir des spectres.

Algorithme Frehlich II : La seconde partie considère les deux tourbillons non plus comme une paire, mais comme deux entités distinctes qui évoluent indépendamment l'une de l'autre. Six paramètres sont à estimer, trois pour chaque vortex : la position (coordonnée verticale et coordonnée horizontale) et la circulation.

Evaluation des performances : La validation de cet algorithme est réalisée par une étude statistique de type Monte Carlo sur 1000 réalisations de données LIDAR simulées pour des tourbillons qui auraient été créés par un Boeing B737, avion de la classe Medium. Le cas du Boeing B747 est moins détaillé dans cette étude, c'est pourquoi nous nous en tiendrons aux résultats sur le B737 ($\Gamma_0 = 220 \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$). Le vent transverse constant a une vitesse de $3 \text{ m}.\text{s}^{-1}$. Seul le premier balayage du suivi est considéré (pas de suivi temporel des tourbillons) dans chacune des 1000 réalisations.

- Évaluation de la première partie de l'algorithme : Les réalisations sont faites avec un fort rapport signal sur bruit, dans un premier temps sans turbulence atmosphérique. La descente des tourbillons est d'abord prise en compte. La présence d'un biais dans les estimations conduit à supprimer le mouvement des tourbillons. Effectivement sans mouvement, la forme des tourbillons simulés correspond désormais à celle du modèle d'estimation : La vitesse de balayage est plus rapide que la vitesse de descente des tourbillons donc ils ne paraissent pas "écrasés". Puis afin d'observer l'influence de la turbulence atmosphérique sur les estimations, celle-ci est ajoutée aux simulations (avec mouvement des tourbillons), ce qui provoque l'augmentation de la variance. Les résultats obtenus pour le tourbillon le plus proche sont présentés dans le tableau 3.1.
- Évaluation de la seconde partie de l'algorithme : Les réalisations précédentes, avec mouvement et, avec et sans turbulence atmosphérique, sont réutilisées. Le constat est que l'estimation de six paramètres inconnus augmente la variance et le biais par rapport à l'estimation de trois paramètres. Les résultats obtenus pour six paramètres inconnus sont présentés dans le tableau 3.2.

Paramètres	Mouvement	Sans mouvement	Mouvement + turbulence
Y	-0.98 m (0.66 m)	0.02 m (0.66 m)	-0.98 m (1.17 m)
Z	0.13 m (0.123 m)	0.02 m (0.105 m)	-0.12 m (0.155 m)
Γ	-6.28 m ² .s ⁻¹ (4.08 m ² .s ⁻¹)	0.20 m ² .s ⁻¹ (4.30 m ² .s ⁻¹)	-0.68 m ² .s ⁻¹ (8.86 m ² .s ⁻¹)

TABLE 3.1 – Biais et écarts-types (entre parenthèses) des estimations sur les paramètres des tourbillons pour la catégorie Medium avec l’algorithme de maximum de vraisemblance à trois paramètres (extraits de [18]).

Paramètres	Mouvement	Mouvement + turbulence
Y	-0.06 m (0.92 m)	0.38 m (1.31 m)
Z	0.05 m (0.128 m)	0.01 m (0.159 m)
Γ	-5.18 m ² .s ⁻¹ (6.55 m ² .s ⁻¹)	-1.05 m ² .s ⁻¹ (10.36 m ² .s ⁻¹)

TABLE 3.2 – Biais et écarts-types (entre parenthèses) des estimations sur les paramètres des tourbillons pour la catégorie Medium avec l’algorithme de maximum de vraisemblance à 6 paramètres (extraits de [18]).

Ces résultats seront par la suite comparés à ceux obtenus par l’algorithme que nous proposons.

L’algorithme proposé par Yoshikawa et al [42] reprend l’algorithme décrit dans [18] comme base de traitement, également avec le modèle d’Hallock-Burnham comme modèle analytique. Cet algorithme se distingue de celui de Frehlich, par l’inclusion du vent horizontal et vertical au vecteur des paramètres à optimiser avec les positions, le rayon de cœur et la circulation des deux tourbillons mais surtout par l’hypothèse faite sur les échantillons spectraux. En effet, dans l’étude de Frehlich, ces échantillons sont supposés suivre une loi du χ^2 mais Yoshikawa réalise une approximation gaussienne.

L’algorithme WakeMod 4.1 de Jacob et al [22] utilise également une méthode par maximum de vraisemblance pour déterminer la position et la circulation de deux tourbillons de sillage supposés appairés et de type Hallock-Burnham. Parallèlement, un algorithme de traçage considérant les deux tourbillons séparément (non-appairés) est utilisé. Une logique de décision permet de déterminer s’il est plus pertinent de considérer les tourbillons comme appairés ou non permettant ainsi de choisir l’une ou l’autre des deux estimations.

3.2 Algorithme proposé

3.2.1 Raisonnement sur l’architecture de l’algorithme

Énoncé du cahier des charges

L’algorithme à développer doit répondre à un cahier des charges composé de plusieurs contraintes :

- utiliser, sans modification, les données délivrées par le LIDAR (périodogrammes accumulés)
- détecter et caractériser des tourbillons de sillage c’est-à-dire, les localiser et en estimer la circulation,
- être d’une précision (écart-type) et d’une exactitude (biais) supérieures à 10%,
- être robuste vis-à-vis du rapport signal sur bruit, directement lié à la densité d’aérosols dans l’atmosphère, à des erreurs de modèle et à la turbulence atmosphérique.
- L’estimation des incertitudes est faite grâce à une étude statistique de type Monte Carlo, ce qui nécessite de limiter les temps de calcul.

Démarche expérimentale et choix final

La méthode retenue pour la détection de la présence de tourbillons est celle utilisée dans [38] basée sur le calcul du moment d'ordre 2 des spectres, c'est-à-dire sur l'étalement spectral. C'est une méthode rapide et efficace.

Algorithme 1 Il est envisageable d'utiliser la méthode à seuil, permettant de récupérer les vitesses maximale et minimale de chaque périodogramme et de construire les enveloppes de vitesses. L'avantage de cette option est que le temps d'exécution est très court (de l'ordre de la seconde), puisque ce n'est pas une méthode itérative. En revanche son principal inconvénient est le manque de précision. En effet, les seules informations qui sont recueillies par cette méthode pour la localisation, sont les indices de ligne de visée et de porte distance. Le centre du tourbillon est considéré comme étant au centre de la porte. Une erreur sur la porte distance induit un biais d'au moins 5 mètres sur la coordonnées longitudinale. Cette erreur est due à la résolution en distance virtuellement améliorée par le recouvrement des portes distances. De la même manière, une erreur sur l'indice de la ligne de visée induit un biais d'au moins 1 mètre sur la coordonnée angulaire. La position des tourbillons influence directement l'estimation de la circulation. Des erreurs sur la localisation peuvent donc engendrer des erreurs sur l'estimation de la circulation. Cette méthode est donc fortement limitée par la résolution spatiale du LIDAR. Quant à calculer la circulation des tourbillons, en supposant une position parfaitement connue, il est nécessaire d'avoir un seuil parfaitement ajusté pour pouvoir reconstruire correctement les enveloppes de vitesses qui sont intégrées spatialement sur les lignes de visée et ainsi espérer obtenir de bonnes valeurs de circulation. Ce type d'algorithme avait déjà été développé à l'ONERA. Durant cette thèse, il a été réorganisé et adapté pour traiter les données expérimentales de la campagne UFO (Mesure de turbulence et de tourbillons de sillage) à l'aéroport de Toulouse-Blagnac. Le dépouillement des résultats et la comparaison avec les circulations théoriques types des d'appareils fréquentant cet aéroport ont permis de montrer que l'estimation de la circulation était surévaluée d'environ 20 à 50% en raison d'un seuil mal ajusté. Auparavant, différentes démarches ont été explorées, pour améliorer la méthode permettant de récupérer les vitesses maximales et minimales pour construire les enveloppes de vitesses, mais n'ont pas abouti :

- La première approche était de chercher une relation entre la position du seuil, la valeur du maximum du périodogramme et l'élargissement spectral. Malheureusement aucune relation n'a pu être extraite.
- La seconde piste consistait à discrétiser de manière bien plus fine la bande des fréquences d'intérêt, en utilisant la transformée de Bluestein à partir des données temporelles mais cette méthode n'est pas compatible avec les données disponibles du LIDAR et n'a donc pas été approfondie.

Algorithme 2 Un algorithme basé sur la minimisation du critère des moindres carrés a été repris et adapté pour être utilisé sur des scénarios simulés. La procédure de cet algorithme étant itérative, le temps de traitement est supérieur à celui de l'algorithme 1. En revanche la précision sur les estimations de circulations et de positions est bien meilleure, lorsque le point de départ des positions n'est pas trop éloigné de la vérité, et cela même avec un faible rapport signal sur bruit. Il est donc possible de s'affranchir de la limitation de l'algorithme 1 due à la résolution spatiale.

Algorithme 3 Une autre solution serait, comme dans [18], à la fois de localiser les tourbillons et d'en estimer la circulation au moyen d'une méthode paramétrique. L'estimation par maximum de vraisemblance en optimisant simultanément les six paramètres vortex (circulation et coordonnées de chacun des tourbillons) semble donc tout indiquée pour cela. Cependant cette option présente un gros désavantage qui est le temps de traitement. Effectivement, la convergence de l'algorithme d'optimisation est extrêmement lente, ce qui ne conviendrait ni à un traitement temps-réel ni à des études statistiques de type Monte-Carlo nécessitant de mener ces estimations sur des centaines de scénarios.

Choix final Afin de gagner autant de temps que possible, l'idée retenue est de faire dans un premier temps une estimation grossière des paramètres vortex les moins critiques. Celle-ci va notamment servir à réduire la zone de travail (en termes de lignes de visée et de portes distances) et donc le nombre de périodogrammes à traiter afin d'avoir un temps d'exécution réduit. Puis, au fur et à mesure que l'algorithme avance dans les étapes, les estimations sont affinées en utilisant des méthodes de plus en plus fines et qui se concentrent de plus en plus sur les paramètres les plus critiques. L'estimation par maximum de vraisemblance était notre premier choix. Après en avoir fait la comparaison sur des cas tests, une estimation paramétrique nous semble être plus fiable qu'une estimation basée sur les enveloppes de vitesses. De plus l'estimation par maximum de vraisemblance présente l'avantage d'être approximativement non biaisée et efficace. Cependant, la convergence très lente vers un mauvais minimum local, lorsqu'il s'agit d'estimer six paramètres à la fois, fait que cette solution n'est pas envisageable. Afin d'améliorer la stabilité et la convergence de cet estimateur, le nombre de paramètres à estimer est réduit aux seules circulations. Nous avons remarqué que la convergence du critère des moindres carrés vers un bon minimum local, quand les six paramètres sont mis en jeu, est rapide, particulièrement lorsque le point de départ de l'estimation n'est pas loin de la vraie valeur. C'est de là qu'est née l'idée d'utiliser les enveloppes de vitesses. En effet, lors du traitement des données de la campagne de mesure UFO, les circulations estimées étaient certes éloignées des valeurs de référence mais l'estimation des positions semblait relativement bonne. D'où l'idée d'utiliser l'algorithme 1 pour obtenir une première estimation des coordonnées des tourbillons.

3.2.2 Élaboration de l'algorithme

Étape 1 : Détection et première localisation

Pour cette première étape de l'algorithme, la zone géographique considérée se limite à un périmètre restreint, centré au dessus de la piste. Cela permet de limiter la quantité de données à traiter et donc de diminuer le temps d'exécution.

Dans un premier temps, à partir des périodogrammes \tilde{X} , les fréquences moyennes notées f_{moy} , dispersions de vitesses notés Δf et les CNR notés CNR sont estimés pour toutes les portes distances tels que :

$$\begin{aligned} CNR_{m,n} &= \sum_{k=1}^{K_u} \tilde{X}_{m,n}[f(k)] \\ f_{moy_{m,n}} &= \sum_{k=1}^{K_u} \tilde{X}_{m,n}[f(k)] \times f(k) \\ \Delta f_{m,n} &= \sum_{k=1}^{K_u} \tilde{X}_{m,n}[f(k)] \times f(k)^2 \end{aligned}$$

où $f(k)$ représente la fréquence à laquelle se trouve l'élément k du périodogramme $\tilde{X}_{m,n}$.

Les fréquences moyennes sont utilisées pour la représentation graphique du champ de vent mesuré par le LIDAR (exemple : figure 2.8). Les valeurs de CNR sont moyennées sur toutes les lignes de visée afin d'obtenir une courbe moyenne de CNR en fonction de la distance.

La première détection se base sur le calcul de l'élargissement des périodogrammes méthode introduite en début de chapitre. Dans la zone pré-définie, si la dispersion calculée pour une porte distance est supérieure d'au moins 20% à la dispersion moyenne, calculée sur l'ensemble de la trace, le traitement suivant est réalisé : La carte des dispersions est tout d'abord lissée puis convertie en image pour laquelle les pixels représentent les portes distances. Les valeurs des pixels de cette image sont les valeurs des dispersions. Ces pixels sont ensuite binarisés : 1 si la valeur du pixel est supérieure à la moyenne et 0 sinon. Parmi les pixels non-nuls et connectés,

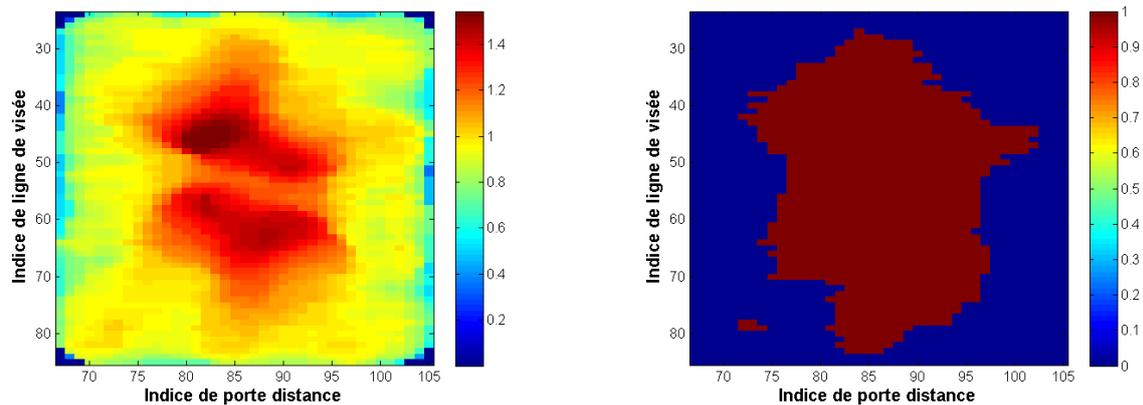


FIGURE 3.4 – Représentation de l'élargissement spectral normalisé par l'élargissement moyen dans et lissé dans la zone de géographique d'intérêt (à gauche) et le résultat de la binarisation (à droite).

des "objets" sont identifiés. À titre d'exemple, sur la figure 3.4, deux objets sont identifiables (un très gros et un petit). Ces objets correspondent aux zones de dispersion de vitesse élevée. Si ces zones sont suffisamment peu nombreuses et grandes pour ne pas être confondues avec des structures plus petites liées à une forte turbulence atmosphérique, des tourbillons de sillages sont considérés comme présents dans la fenêtre de travail.

L'objectif de cette première étape étant de faire une première estimation rapide des coordonnées, considérés comme les paramètres les moins critiques des tourbillons de sillage, la méthode utilisée est la même que celle qui est utilisée dans [25], présentée précédemment et utilisant le seuil spectral pour construire les enveloppes de vitesses et en déduire les indices des portes distances et des lignes de visée où se trouvent les tourbillons. Ici, la valeur du seuil est fixée en additionnant la moyenne et l'écart-type du bruit. Un filtrage passe-bas est nécessaire pour lisser les enveloppes. La localisation se décompose en deux étapes :

- La première est la recherche de la coordonnée en distance. Pour chaque porte distance, la différence entre le maximum de l'enveloppe des vitesses maximales et le minimum de l'enveloppe des vitesses minimales est calculée. La figure 3.5 représente la valeur de cette différence en fonction de l'indice de la porte distance. Les deux maxima permettent d'obtenir les indices des portes qui sont recherchées.
- La seconde étape est la recherche de la coordonnée angulaire de chacun des tourbillons. Les enveloppes de vitesses de chacune des deux portes distances identifiées dans la première étape, sont de nouveau utilisées. Pour chacune de ces portes distances, l'indice médian en angle entre le maximum de l'enveloppe des vitesses maximales et le minimum de l'enveloppe des vitesses minimales est déterminé. Il correspond à l'indice de la ligne de visée qui passe le plus près du centre du tourbillon.

Une fois que les indices en distance et en angle ont été déterminés pour les deux tourbillons, ceux-ci sont supposés être au centre de la porte distance identifiée par ces deux indices. Les coordonnées des centres des tourbillons sont donc celles des portes distances identifiées.

La première partie de cet algorithme est également l'occasion d'estimer plusieurs données atmosphériques comme la composante de vent transverse, dont il faut tenir compte dans les modèles utilisés dans les étapes suivantes. Pour cela, un seuil est établi en fonction de valeur maximale du CNR. Seules les portes, pour lesquelles le CNR est supérieur à ce seuil, sont prises en considération. Dans chacun de ces portes, la fréquence à laquelle se trouve le maximum du périodogramme est récupérée, convertie en vitesse (radiale) et projetée sur l'axe horizontal. Le vent étant supposé uniforme sur tout l'espace, sa vitesse est estimée en moyennant les vitesses radiales.

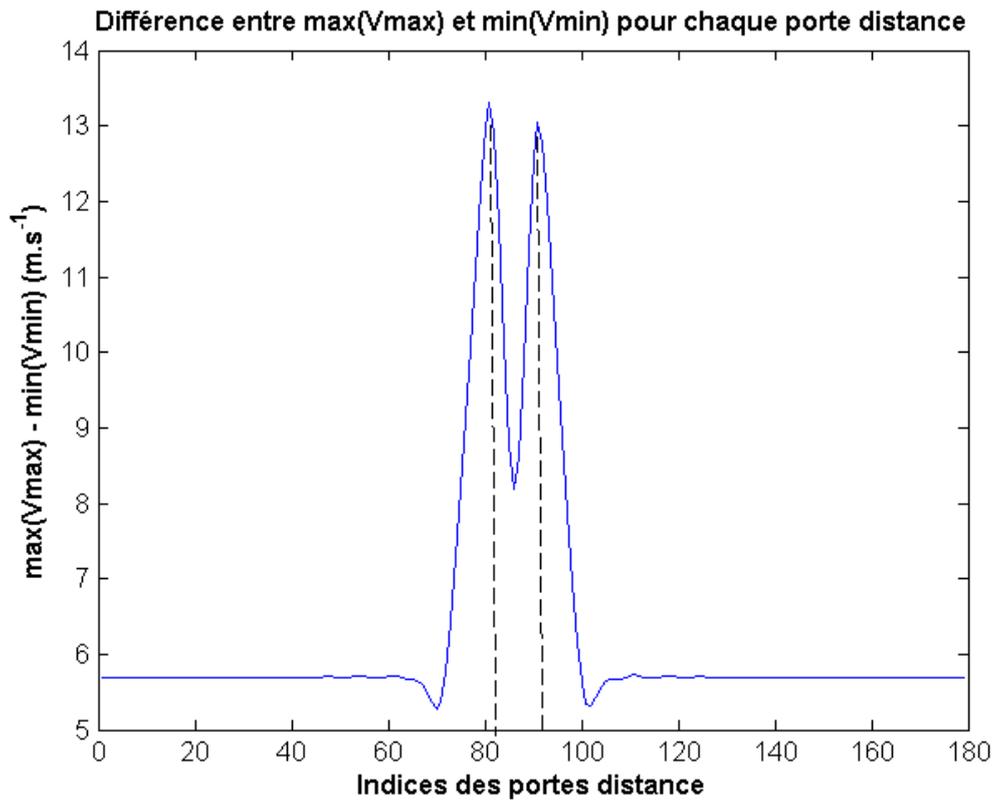


FIGURE 3.5 – Représentation de la différence entre maximum de l’enveloppe de vitesses maximales et le minimum de l’enveloppe de vitesses minimales en fonction de l’indice de ligne de porte distance.

Il est également possible d’estimer la densité des aérosols, caractérisée par le coefficient de rétrodiffusion β . Ayant connaissance des paramètres optiques et des réglages du LIDAR, une courbe de CNR est générée en fonction de la distance. En comparant cette courbe à celle calculée empiriquement (moment d’ordre 0), le coefficient de rétrodiffusion est alors estimé en minimisant le critère des moindres carrés. L’estimation de ce paramètre est essentielle car en effet, comme énoncé précédemment, ce coefficient influe directement sur la réponse des aérosols c’est-à-dire le CNRa.

Le suivi des vortex prend en compte les coordonnées des tourbillons estimées au balayage précédent ainsi que la valeur du vent transverse afin de positionner la fenêtre de recherche. Celle-ci n’est cependant pas rétrécie car les effets de sol combinés au vent transverse, comme vu dans la section 1.2.2, peuvent entraîner un comportement bien différent entre les deux tourbillons.

Étape 2 : Amélioration de la localisation

La première estimation rapide des positions des tourbillons effectuée à l’étape précédente, est relativement grossière car elle est limitée par le recouvrement des portes et la résolution angulaire du LIDAR. Cependant elle permet de fortement restreindre la zone géographique considérée pour les étapes suivantes de l’algorithme. Cette zone est définie en termes de lignes de visée et de portes distances autour des portes dans lesquelles chacun des centres des tourbillons est le plus proche du milieu, de manière à englober la paire de tourbillons si ceux-ci sont toujours proches ou chacun d’eux s’ils se sont séparés. Les délimitations de cette zone correspondent à des distances d’environ 20 à 30 m en hauteur et en largeur autour de chacun des tourbillons. Des masques permettent de ne pas comptabiliser deux fois les mêmes portes distances lorsque les tourbillons sont encore proches l’un de l’autre et que leurs zones se chevauchent.

Cette étape a pour but d'affiner les estimations des positions et pour cela, le critère des Moindres Carrés est minimisé. Les paramètres pris en compte sont donc les coordonnées des tourbillons mais également leurs circulations. En effet, comme nous avons pu le voir sur la figure 3.6, celles-ci interviennent dans la signature spectrale vortex (élargissement du spectre et présence d'un pic secondaire marqué) et doivent ainsi être laissées en tant que paramètres libres.

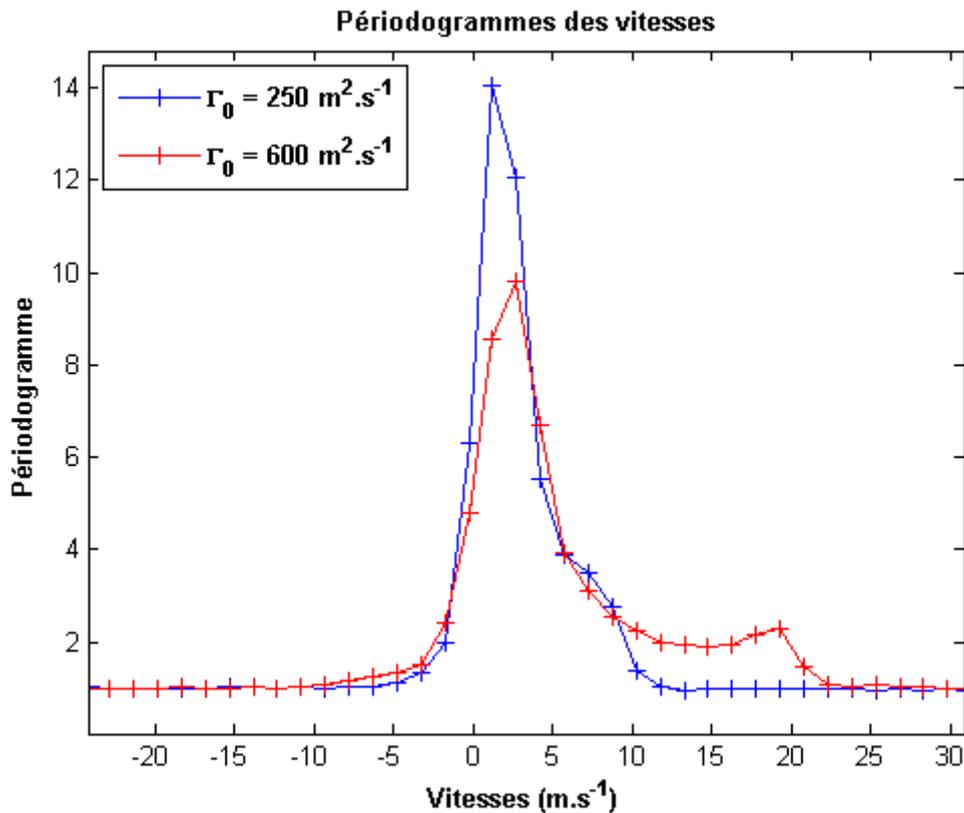


FIGURE 3.6 – Illustration de l'influence de la circulation sur la forme des périodogrammes. Les périodogrammes représentés sont issus d'une même porte distance pour deux tourbillons ayant les mêmes coordonnées mais des circulations différentes.

Le point de départ pour l'estimation est le résultat de la localisation faite dans l'étape 1 des tourbillons pour les coordonnées. En ce qui concerne les circulations, la valeur de départ est fixée à $\pm 300 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$. Celle-ci a été déterminée en fonction des circulations de référence des différents modèles d'appareils et de la part qu'ils représentent dans le trafic aérien, la plus grosse étant représentée par les moyens porteurs. Lorsqu'il s'agit d'un suivi temporel de tourbillons, les circulations servant de point initial sont celles estimées par l'algorithme au balayage précédent. L'expression du critère des moindres carrés est donnée dans l'expression (3.1) dans laquelle le spectre moyen $\mu_{m,n}$ est calculé à partir de l'utilisation successive des équations (2.12) (les vitesses sont projetées sur les lignes de visée), (1.14) et (2.34), le bruit étant ici normalisé ($\sigma_b = 1$).

$$\text{LS}(\tilde{X}, \theta) = \sum_{m=1}^{M_{LV}} \sum_{n=1}^{N_{RG}} |\tilde{X}_{m,n} - \mu_{m,n}(\theta)|^2 \quad (3.1)$$

où M_{LV} est le nombre de lignes de visée accumulées et N_{RG} le nombre de portes distances intervenant dans la zone restreinte. Ici, θ est le vecteur des paramètres des tourbillons ($\theta = [\Gamma_1, Y_1, Z_1, \Gamma_2, Y_2, Z_2]^T$) à estimer. Les paramètres du tourbillon gauche, le plus proche du LIDAR, sont indicés par 1 et ceux du tourbillon droit, sont indicés par 2. Cette indexation sera conservée

pour toute la suite de manuscrit. Comme nous avons pu le constater, le CNRa intervient dans l'expression de $\mu_{m,n}$ d'où la nécessité d'estimer le coefficient de rétrodiffusion β . L'espacement initial est déterminé à partir des positions des tourbillons ($b_0 = \sqrt{(Y_1 - Y_2)^2 + (Z_1 - Z_2)^2}$) pour la première trace où ces derniers apparaissent.

Une fois l'optimisation faite, on obtient en sortie de cette étape des estimations de coordonnées raffinées mais aussi une première estimation des circulations. Ces dernières servent de point de départ pour la troisième et dernière étape de l'algorithme.

Étape 3 : Estimation fine de la circulation

L'estimation par Maximum de Vraisemblance est certainement la méthode la plus fine que l'on puisse trouver dans la littérature pour caractériser les tourbillons. En effet, celle-ci prend en considération la loi de probabilité des éléments du périodogramme, chose que ne fait pas le critère des Moindres Carrés. Afin d'optimiser le temps de traitement, on considère l'affinage des coordonnées de tourbillons, lors de la seconde étape, suffisamment fin pour obtenir une estimation précise de la circulation. Ainsi, cette troisième et dernière étape se concentre uniquement sur le paramètre le plus critique, la circulation. La zone restreinte de travail est recalculée par rapport aux coordonnées fournies par l'étape précédente avec les mêmes limitations sur le nombre de portes et de lignes de visée à prendre en considération.

Pour que le calcul de cette vraisemblance soit accessible et rapide à calculer, un certain nombre d'hypothèses supplémentaires sont nécessaires.

En considérant les hypothèses I et IV énoncées dans le chapitre 2, la vraisemblance globale, peut alors s'écrire sous la forme :

$$L(\tilde{X}, \theta) = \prod_{m=1}^{M_{LV}} \prod_{n=1}^{N_{RG}} L(\tilde{X}_{m,n}, \theta') \quad (3.2)$$

avec θ' qui le vecteur des paramètres à estimer, ici, les deux circulations : $\theta' = [\Gamma_1, \Gamma_2]^T$.

Dans cette étape, le modèle de Kaden-Winckelmans est à nouveau utilisé comme modèle de tourbillon de sillage pour générer le périodogramme moyen. Comme il l'a été dit dans sa présentation, ce modèle est un modèle sans cœur. Étant donné que l'on cherche à estimer les paramètres les plus critiques des tourbillons, il est nécessaire de s'affranchir de cette singularité. La zone de travail est alors délimitée, comme dans l'étape 2, et les masques sont utilisés de la même manière. En revanche, une condition supplémentaire est introduite pour ne pas prendre en compte les portes distances englobant la zone du tourbillon située entre 0 et $0.1 b_0$. Les nouveaux ensembles de lignes de visée et de portes distances sont respectivement notés LV' et RG' .

Les échantillons temporels du signal LIDAR sont considérés comme des variables gaussiennes indépendantes. La transformation de Fourier rapide étant obtenue en combinant linéairement les échantillons temporels, cela crée une corrélation entre les échantillons spectraux. Les échantillons des périodogrammes sont donc également corrélés.

La fonction de vraisemblance est la densité de probabilité jointe des observations en fonction des paramètres θ' supposés connus. Pour la porte distance n de la ligne de visée m cette fonction s'écrit :

$$L(\tilde{X}_{m,n}, \theta') = f_{\tilde{X}_{m,n}}(\theta')$$

Rappelons la densité de probabilité pour x , une variable aléatoire suivant une loi du χ^2 avec ν degrés de liberté.

$$f_x = \frac{2^{-\nu/2}}{\Gamma(\nu/2)} x^{\nu/2-1} e^{-x/2}, \mathbb{1}_{\mathbb{R}_+}(x) \quad (3.3)$$

L'hypothèse II permet de stipuler que $\tilde{X}_{m,n}$ normalisé par sa moyenne suit une loi du χ^2 à $2N_a$ degrés de liberté. En effectuant un changement de variable $x(\theta') = 2N_a \frac{\tilde{X}_{m,n}[k_u]}{\mu_{m,n}(\theta')[k_u]}$ dans l'équation (3.3), l'échantillon k_u du périodogramme suit alors une loi du χ^2 dont la densité de probabilité est donnée par l'expression (3.4). On rappelle que N_a correspond au nombre de lignes de visée accumulées.

$$f_{\tilde{X}_{m,n}}(k_u, \theta') = \frac{N_a^{N_a-1}}{2\Gamma(N_a)} \left(\frac{\tilde{X}_{m,n}[k_u]}{\mu_{m,n}(\theta')[k_u]} \right)^{N_a-1} e^{-\frac{\tilde{X}_{m,n}[k_u]}{\mu_{m,n}(\theta')[k_u]} N_a} \frac{2N_a}{\mu_{m,n}(\theta')[k_u]} \quad (3.4)$$

L'hypothèse VI, faisant l'approximation d'indépendance des éléments d'un même périodogramme, permet de grandement simplifier l'expression de la vraisemblance calculée pour un périodogramme et de l'écrire alors :

$$L(\tilde{X}_{m,n}, \theta') = \prod_{k_u=1}^{K_u} f_{\tilde{X}_{m,n}}(k_u, \theta')$$

Ce qui permet, finalement, en passant au logarithme :

$$LL(\tilde{X}_{m,n}, \theta') = \ln \left[\prod_{k_u=1}^{K_u} f_{\tilde{X}_{m,n}}(k_u, \theta') \right] = \sum_{k_u=1}^{K_u} \ln \left[f_{\tilde{X}_{m,n}}(k_u, \theta') \right]$$

Lorsque l'on remplace $f_{\tilde{X}_{m,n}}(k, \theta')$ par son expression donnée dans l'équation (3.4), on obtient :

$$\begin{aligned} LL(\tilde{X}_{m,n}, \theta') &= \sum_{k_u=1}^{K_u} \ln \left[\frac{N_a^{N_a}}{\Gamma(N_a)} \frac{\tilde{X}_{m,n}[k_u]^{N_a-1}}{\mu_{m,n}(\theta')[k_u]^{N_a}} e^{-\frac{\tilde{X}_{m,n}[k_u]}{\mu_{m,n}(\theta')[k_u]} N_a} \right] \\ &= K_u (N_a \ln[N_a] - \ln[\Gamma(N_a)]) + (N_a - 1) \sum_{k_u=1}^{K_u} \ln[\tilde{X}_{m,n}[k_u]] \\ &\quad - N_a \sum_{k_u=1}^{K_u} \ln[\mu_{m,n}(\theta')[k_u]] + \frac{\tilde{X}_{m,n}[k_u]}{\mu_{m,n}(\theta')[k_u]} \end{aligned}$$

Lorsque tous les différents termes ne dépendant pas des paramètres θ' sont regroupés dans une même constante C , l'expression de la log-vraisemblance devient alors :

$$LL(\tilde{X}_{m,n}, \theta') = C - N_a \sum_{k_u=1}^{K_u} \left(\ln[\mu_{m,n}(\theta')[k_u]] + \frac{\tilde{X}_{m,n}[k_u]}{\mu_{m,n}(\theta')[k_u]} \right) \quad (3.5)$$

Cette expression est utilisée pour l'estimation par maximisation du critère de vraisemblance par rapport aux circulations Γ_1 et Γ_2 dans cette troisième et ultime étape de l'algorithme de traitement des signaux LIDAR. Les hypothèses I et IV permettent d'exprimer le critère de log-vraisemblance, calculé sur l'ensemble de la zone restreinte, comme :

$$LL(\theta') = \sum_{m=1}^{M_{LV'}} \sum_{n=1}^{N_{RG'}} LL(\tilde{X}_{m,n}, \theta') \quad (3.6)$$

Dans cette partie, à partir d'un état de l'art des méthodes de caractérisation des tourbillons de sillage et ainsi qu'à l'expérimentation de certaines d'entre elles, il a été possible de construire un algorithme avec une architecture que l'on peut définir comme hybride puisqu'elle permet d'optimiser le temps de traitement en estimant d'abord les paramètres les moins critiques des tourbillons puis en se concentrant sur les paramètres les plus critiques en utilisant des méthodes d'estimation de plus en plus précises. Il est maintenant nécessaire d'évaluer les performances de cet algorithme.

Chapitre 4

Évaluation des performances de l'algorithme proposé

Ce chapitre a pour objectif de vérifier que l'algorithme proposé vérifie bien le cahier des charges. Pour cela, une méthode statistique de type Monte Carlo est utilisée sur des simulations de balayages LIDAR. Ces simulations sont réalisées à partir d'un champ de vitesse lui aussi simulé. La simulation permet de contrôler les paramètres d'entrée et ainsi d'avoir accès aux références, atout majeur dans le cadre d'une étude statistique. Les champs de vitesses utilisés pour ces études statistiques sont générés par des modèles analytiques de tourbillons de sillage et des simulations aux grandes échelles.

4.1 Description de la simulation des périodogrammes

Le simulateur LIDAR développé pour générer des périodogrammes à partir d'un champ de vitesse, prend comme entrée, des fréquences Doppler liées à un champ de vecteurs vitesse défini, et la configuration du LIDAR, c'est à dire les paramètres optiques, mécaniques et numériques allant de la description de la source laser aux paramètres utilisés pour la TFD.

La fréquence d'échantillonnage F_e , permet de discrétiser la porte de mesure de durée τ , donnant ainsi le nombre de points utilisés pour la TFD, le décalage temporel $\Delta\tau$ qui est appliqué sur une même ligne de visée d'une porte distance à l'autre, et l'impulsion laser de durée τ_p . Le profil temporel de puissance de cette dernière est généré sous forme d'une fonction gaussienne tronquée et de puissance crête P_c . Sa largeur totale est donnée par la relation (4.1) en fonction de la largeur à mi-hauteur $\tau_{p1/2}$ (plus couramment utilisée), avec α_w un coefficient traduisant l'étalement de la gaussienne. Remarque : La forme réelle des impulsions peut également être utilisée.

$$\tau_p = \frac{\alpha_w \tau_{p1/2}}{\sqrt{2 \ln(2)}} \quad (4.1)$$

Les informations sur les portées minimale et maximale permettent, avec la fréquence d'échantillonnage de déterminer le nombre N_e d'échantillons temporels contenus dans une ligne de visée.

Le nombre de lignes de visée N_ϕ , c'est-à-dire le nombre d'impulsions émises pendant un balayage, est défini par la vitesse de rotation de la tête du LIDAR v_{tour} , les angles d'élévation à couvrir et la fréquence de répétition des impulsions PRF .

$$N_\phi = \frac{|\theta_{max} - \theta_{min}|}{v_{tour}} PRF \quad (4.2)$$

On rappelle ici la relation (1.13), qui lie la PRF à la largeur à mi-hauteur des impulsions :

$$PRF = \frac{P_m}{P_c \tau_{p1/2}} \quad (4.3)$$

où P_m est la puissance moyenne du laser et P_c la puissance crête.

En considérant T_a , le temps d'accumulation, le nombre de lignes de visée accumulées N_a , est alors donné par :

$$N_a = PRF \times T_a \quad (4.4)$$

Les informations déduites des paramètres d'entrée du simulateur sont ensuite utilisées pour le calcul des matrices de covariance présenté dans la section 2.3.3, méthode de calcul sur laquelle se base la simulation des périodogrammes accumulés. L'équation (2.26) rappelle l'expression de l'élément (k, l) de la matrice de covariance $\Sigma_\phi^{(t)}$ du signal temporel LIDAR pour la ligne de visée ϕ entière.

En théorie, une matrice de covariance devrait être calculée pour chaque ligne de visée, pour ensuite pouvoir générer les périodogrammes et les accumuler. Cependant, générer un nombre de matrices de taille $10^3 \times 10^3$ de l'ordre de grandeur de 10^5 nécessite un temps de calcul incompatible avec une étude statistique de type Monte Carlo. Afin de pallier ce temps de simulation trop élevé, l'hypothèse II est utilisée. Ainsi, seules les matrices de covariance des lignes de visée accumulées sont calculées et décomposées selon la factorisation de Cholesky comme cela a été présenté dans la section 2.3.3. $\Sigma_\phi^{(t)}$ et $C_\phi^{(t)}$ (cf équation (2.28)) sont ensuite utilisées avec le nombre de lignes de visée à accumuler N_a pour obtenir une matrice $\hat{\Sigma}_\phi^{(t)}$ dont la densité de probabilité est celle d'une loi de Wishart complexe à N_a degrés de liberté exprimée dans l'équation (4.5) (justification en annexe). Cette loi est la généralisation multidimensionnelle de la loi du χ^2 .

$$f(M_w) = \frac{\det(M_w)^{N_a - N_e}}{\det(\Sigma_\phi^{(t)})^{N_a} H_{N_a}(N_e)} e^{-\text{tr}(\Sigma_\phi^{(t)-1} M_w)} \quad (4.5)$$

où H_{N_a} est une fonction proche de la fonction gamma multidimensionnelle définie telle que :

$$H_{N_a}(N_e) = \pi^{N_a} \frac{N_a - 1}{2} \prod_{j=0}^{N_a-1} \Gamma(N_e - j)$$

Cette opération permet de générer directement la covariance temporelle accumulée (en utilisant l'hypothèse II) et d'avoir un gain non-négligeable en termes de temps de calcul. La matrice $\hat{\Sigma}_{\phi,n}^{(t)}$ de la porte distance n de la ligne de visée ϕ est obtenue en deux étapes :

Dans un premier temps, une sous-matrice carrée centrée sur la diagonale, $\tilde{\Sigma}_{\phi,n}^{(t)}$ de dimensions égales au nombre d'échantillons temporels contenus dans une porte distance, est extraite de $\hat{\Sigma}_{\phi,n}^{(t)}$.

$\tilde{\Sigma}_{\phi,n}^{(t)}$ est, dans un second temps, multipliée terme à terme avec la matrice $H = (h_k^* h_l)_{(1 \leq k, l \leq K)}$. Le produit de ces deux matrices donne la matrice $\hat{\Sigma}_{\phi,n}^{(t)}$.

Pour la porte distance suivante, la matrice $\hat{\Sigma}_{\phi,n+1}^{(t)}$ est obtenue selon le même principe. La sous-matrice à extraire est décalée le long de la diagonale du nombre d'échantillons ΔK , correspondant au décalage temporel $\Delta \tau$, par rapport à la sous-matrice précédente. Ce principe est illustré dans la figure 4.1.

Afin de calculer la matrice $\hat{\Sigma}_{\phi,n}^{(f)}$ dans le domaine fréquentiel, un changement de base est réalisé avec comme matrice de passage l'opérateur matriciel de transformée discrète W présenté dans la section 2.3.3 tel que :

$$\hat{\Sigma}_{\phi,n}^{(f)} = W^* \hat{\Sigma}_{\phi,n}^{(t)} W \quad (4.6)$$

Ce produit matriciel peut être simplifié car seuls les éléments diagonaux sont utiles pour le calcul des périodogrammes. Dans l'espace complexe la matrice $\hat{\Sigma}_{\phi,n}^{(f)}$ s'exprime telle que :

$$\hat{\sigma}_{\phi,n}^{(f)}[k, l] = X_{\phi,n}[k]^* X_{\phi,n}[l] \quad (4.7)$$

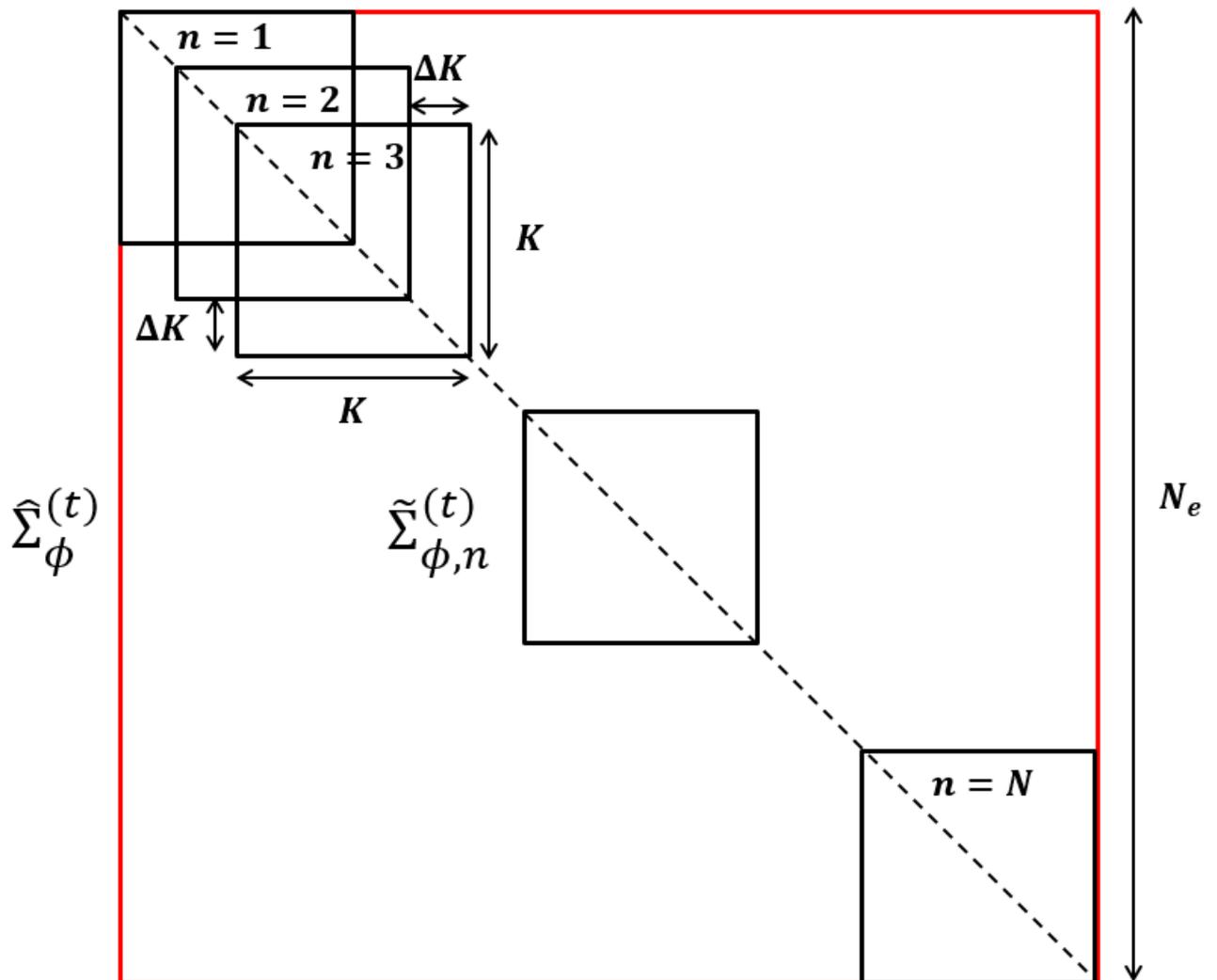


FIGURE 4.1 – Représentation du découpage de la matrice $\hat{\Sigma}_{\phi}^{(t)}$ (en rouge) de la ligne de visée ϕ en sous-matrices $\tilde{\Sigma}_{\phi,n}^{(t)}$ (en noir), matrices de taille $K \times K$ en se décalant de ΔK échantillons, le long de la diagonale pour $1 \leq n \leq N$.

En particulier pour $k = l$, $\hat{\sigma}_{\phi,n}^{(f)}[k, k] = |X_{\phi,n}[k]|^2$ qui est le k -ème élément du périodogramme associé à $X_{\phi,n}$ introduit dans l'équation (2.31).

Cette opération permet d'optimiser le temps de calcul des TFD. Ici, nous considérons que les matrices sont indexées de 0 à $K - 1$.

$$\hat{\sigma}_{\phi,n}^{(f)}[k, k] = \sum_{i=0}^{K-1} \sum_{l=0}^{N-1} w_{ik}^* \hat{\sigma}_{\phi,n}^{(t)}[i, l] w_{lk}$$

On rappelle que $\forall (k, l) \in \llbracket 1; N \rrbracket^2$ $w_{lk} = e^{-\frac{j2\pi lk}{K}}$. Cela permet d'écrire la relation (4.8).

$$\hat{\sigma}_{\phi,n}^{(f)}[k, k] = \sum_{i=0}^{K-1} \sum_{l=0}^{K-1} \hat{\sigma}_{\phi,n}^{(t)}[i, l] w_{(i-l),k}^* \quad (4.8)$$

Cette relation peut être scindée en 2 sous-sommes comme ci-suit.

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}_{\phi,n}^{(f)}[k, k] &= \sum_{p=0}^{K-1} w_{pk} \sum_{i=0}^{K-p-1} \hat{\sigma}_{\phi,n}^{(t)}[i, i+p] + \sum_{q=0}^{K-1} w_{qk}^* \sum_{i=0}^{K-q-1} \hat{\sigma}_{\phi,n}^{(t)}[i, i+p]^* \\ \hat{\sigma}_{\phi,n}^{(f)}[k, k] &= 2 \operatorname{Re} \left(\operatorname{TFD} \left[\sum_{i=0}^{K-p-1} \hat{\sigma}_{\phi,n}^{(t)}[i, i+p] \right]_k \right) - \sum_{i=0}^{K-1} \hat{\sigma}_{\phi,n}^{(t)}[i, i] \end{aligned}$$

Le calcul qui permet d'arriver à cette somme est présenté en annexe.

Configuration de tir

Pour la mesure de tourbillons de sillage, la focalisation du faisceau est faite à une distance d'environ 500 m avec une portée maximale d'un kilomètre. Dans cette étude, tous les calculs et simulations sont réalisés en considérant que ce balayage se fait verticalement dans le sens descendant, entre 12° et 0° d'élévation. Par ailleurs, afin d'assurer la coïncidence de la représentation 2D des champs de vent avec le balayage LIDAR, celui-ci est supposé parfaitement orthogonal aux tourbillons. L'hypothèse III est considérée lorsque la trace est simulée. Sans cette hypothèse, il serait nécessaire de recalculer la position des tourbillons pour chaque ligne de visée accumulée mais également de simuler l'évolution de la turbulence atmosphérique, ce qui est particulièrement complexe.

4.2 Étude statistique sur des simulations analytiques

Cette étude a pour but d'évaluer les performances de l'algorithme développé sur des simulations "simples" de tourbillons de sillage, générées à partir de modèles analytiques et d'en évaluer la robustesse par rapport aux différentes grandeurs aléatoires (turbulence, aérosols). Pour cela, plusieurs scénarios sont envisagés, mettant en jeu différentes concentrations d'aérosols, différentes catégories d'avions, différents niveaux de turbulence et différents modèles de tourbillon.

4.2.1 Méthodologie

Trois études, ayant pour but de tester la robustesse de l'algorithme aux bruits, en particulier celui lié à la turbulence atmosphérique, et aux erreurs de modèle, sont considérées :

- On se propose dans un premier temps, d'évaluer les performances de l'algorithme sur des simulations pour lesquelles la catégorie d'avion et le rapport signal sur bruit (coefficient de rétrodiffusion des aérosols) varient. Une faible turbulence est imposée pour avoir un environnement plus réaliste et les tourbillons sont générés à partir du modèle de tourbillon qui est également utilisé dans le modèle d'estimation. Ces simulations constituent ce que nous appellerons les données de référence.

- En second lieu, il s'agit d'étudier l'influence de la turbulence atmosphérique sur les estimations. C'est pourquoi les mêmes scénarios que précédemment sont repris mais en ayant retiré la turbulence atmosphérique. La comparaison des résultats permettra de quantifier son influence.
- Enfin, dans un troisième et dernier temps, le modèle de tourbillon de sillage est changé pour la simulation afin d'observer les répercussions des erreurs de modèle sur les performances. Cette étape peut donner un premier aperçu des résultats qui peuvent être obtenus en utilisant un modèle pour estimer les caractéristiques de tourbillons réels.

4.2.2 Description des scénarios

Dans le but d'obtenir une base de données simulées permettant de décrire la majorité du trafic aérien ainsi que différentes conditions atmosphériques, il est nécessaire d'établir différents scénarios en termes de tourbillons de sillage et de rapport signal sur bruit.

Il a été vu que la circulation et la taille des tourbillons dépendent de la catégorie de l'avion les ayant générés. Trois avions ont été pris comme référence, les Airbus A320, A340 et A380. Ils appartiennent respectivement aux catégories Medium, Heavy et Super-Heavy et représentent la quasi-totalité du trafic aérien mondial. Les valeurs initiales de la circulation et de l'espacement de leurs tourbillons sont présentées dans la table 4.1. La piste est supposée être positionnée dans le plan focal du LIDAR. Les tourbillons sont donc générés de part et d'autre du point de focalisation à une hauteur $H = 50$ m (différent de b_0). Dans un premier temps, le modèle analytique de tourbillon de sillage utilisé pour la simulation est le même que celui choisi dans l'algorithme d'estimation.

Catégorie d'avion	Circulation $\Gamma_0(\text{m}^2.\text{s}^{-1})$	Espacement initial $b_0(\text{m})$
Medium	250	26.7
Heavy	430	47.4
Super Heavy	600	62.6

TABLE 4.1 – Valeurs des circulations moyennes (atterrissage et décollage) et des espacements initiaux pour les catégories Medium, Heavy et Super Heavy

Comme le prouve l'expression (2.18) du CNRa, le rapport signal sur bruit est linéairement lié à la valeur du coefficient de rétrodiffusion. Ce paramètre est choisi pour faire varier la réponse des aérosols. Trois valeurs sont choisies, $\beta_b = 2.10^{-8} \text{ m}^{-1}.\text{sr}^{-1}$, $\beta_s = 10^{-7} \text{ m}^{-1}.\text{sr}^{-1}$ et $\beta_h = 10^{-6} \text{ m}^{-1}.\text{sr}^{-1}$ et correspondent respectivement à des niveaux bas, standard et élevé de CNR. Ce choix est fait pour pouvoir simuler trois atmosphères : une propre, une normale et une chargée en aérosols. Afin d'illustrer les effets de ces valeurs de coefficients sur le rapport signal sur bruit, la figure 4.2 présente des périodogrammes simulés d'une même porte distance avec le même modèle de tourbillon et pour les 3 coefficients de rétrodiffusion qui sont considérés ici. On constate que la signature spectrale des tourbillons (pic secondaire), lorsque le rapport signal sur bruit est dégradé, est noyée dans le bruit ce qui rend l'estimation moins précise.

Dans l'étude comportementale des tourbillons 1.2.2, nous avons vu que les tourbillons de sillage interagissent avec la turbulence, en particulier lorsque celle-ci est forte. Dans le cadre de cette étude, pour une faible turbulence atmosphérique (EDR faible), l'hypothèse d'additivité des vecteurs vitesse (tourbillons de sillage, turbulence atmosphérique, vent transverse) qui sont générés séparément dans le maillage polaire et projetés sur l'axe des différentes lignes de visée, est acceptable pour des tourbillons jeunes. Celle-ci ne l'est plus pour une valeur élevée d'EDR car les interactions entre les structures turbulentes de l'atmosphère et les tourbillons doivent être prises en compte. Or, ces interactions sont difficilement modélisables dans le cas de simulations analytiques. La valeur de l'EDR choisie pour cette étude est égale à $1.25.10^{-4} \text{ m}^2.\text{s}^{-3}$.

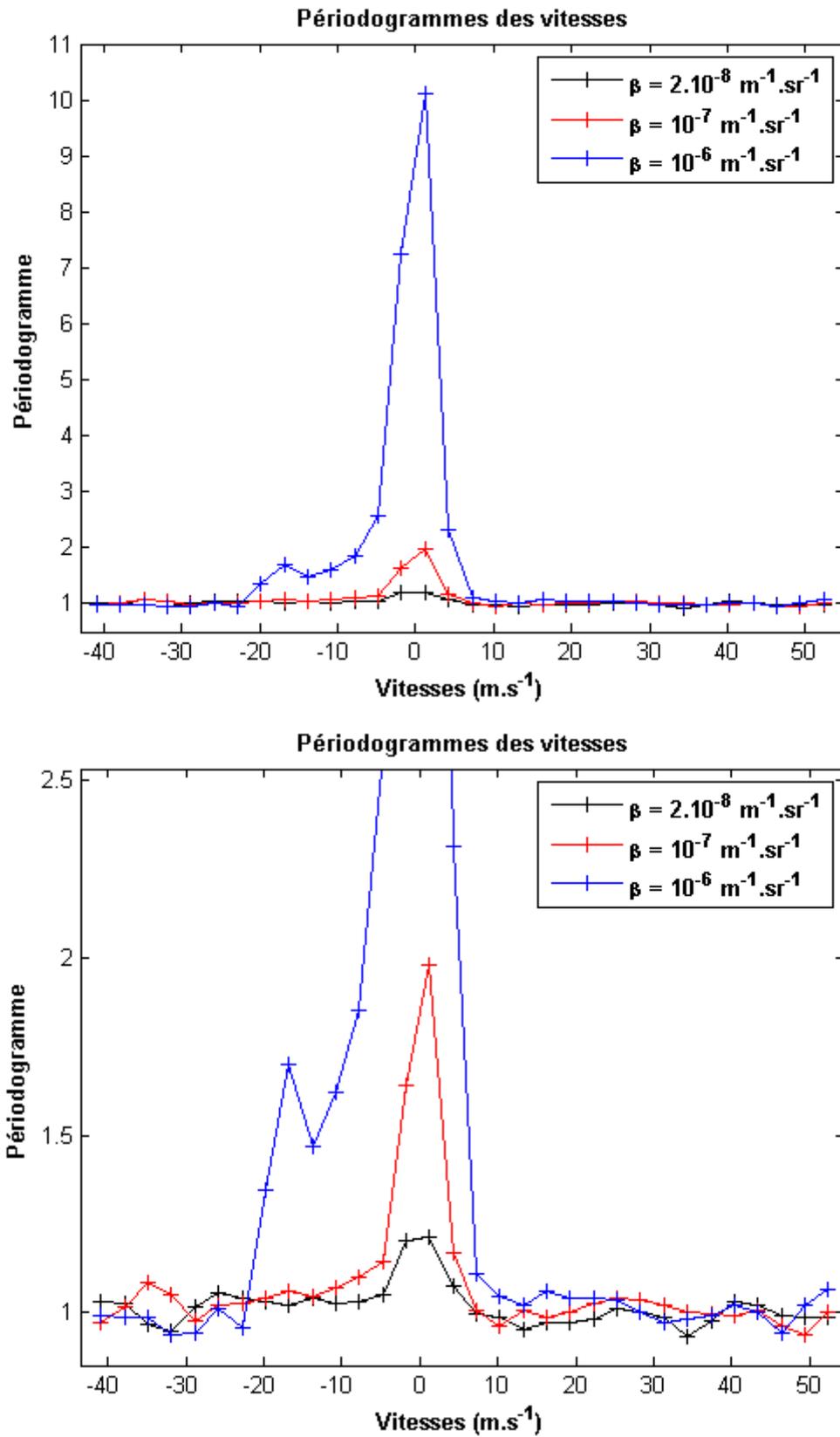


FIGURE 4.2 – Illustration de l'influence du coefficient de rétrodiffusion sur le rapport signal sur bruit des périodogrammes simulés pour une même porte distance et pour des tourbillons semblables. La figure du bas est un zoom réalisé sur la figure du haut.

Une étude statistique de type Monte Carlo nécessite un grand nombre de réalisations. C'est pourquoi, chaque scénario, association de tourbillons de sillage et de coefficient de rétrodiffusion, est généré pour $\Delta_{MC} = 100$ réalisations. Pour chaque réalisation, la turbulence atmosphérique, tout comme les bruits de Speckle et de détection, est générée aléatoirement et indépendamment d'une réalisation à l'autre.

Afin d'évaluer les performances de l'algorithme, les estimateurs empiriques de la moyenne (1) et de l'écart-type (2), sont utilisés :

$$(1) \quad \bar{\theta}^{(j)} = \frac{1}{\Delta_{MC}} \sum_{i=1}^{\Delta_{MC}} \hat{\theta}_i^{(j)}$$

$$(2) \quad \bar{\sigma}(\hat{\theta}) = \left(\frac{1}{\Delta_{MC} - 1} \sum_{i=1}^{\Delta_{MC}} (\hat{\theta}_i^{(j)} - \bar{\theta}^{(j)})^2 \right)^{1/2} \quad (4.9)$$

Dans ce chapitre, θ est le vecteur des paramètres des tourbillons (positions et circulations). $\hat{\theta}^{(j)}$ est l'ensemble des estimations du j -ème paramètre de θ .

Dans cette section, seuls les résultats obtenus pour un avion du type Heavy sont présentés. Ceux pour les catégories Medium et Jumbo sont répertoriés en annexe de ce manuscrit.

4.2.3 Résultats de l'étude statistique sur les données de référence

L'algorithme proposé dans la section 3.2.2 est utilisé pour traiter les données simulées à partir du modèle de Kaden-Winckelmans. Un champ de vent turbulent est ajouté au champ de vitesse des tourbillons.

Coefficient de rétrodiffusion		$2.10^{-8} \text{ m}^{-1} \cdot \text{sr}^{-1}$	$10^{-7} \text{ m}^{-1} \cdot \text{sr}^{-1}$	$10^{-6} \text{ m}^{-1} \cdot \text{sr}^{-1}$
Vortex Gauche	Y	0.13 m (0.54 m)	0.29 m (0.36 m)	0.34 m (0.36 m)
	Z	-0.16 m (0.20 m)	-0.06 m (0.15 m)	-0.03 m (0.13 m)
Vortex Droit	Y	0.27 m (0.56 m)	0.17 m (0.42 m)	0.28 m (0.38 m)
	Z	0.08 m (0.13 m)	0.05 m (0.08 m)	0.06 m (0.09 m)

TABLE 4.2 – Biais et écarts-types (entre parenthèses) des estimations sur les positions des tourbillons pour la catégorie Heavy en présence de turbulence.

Localisation

Les résultats des estimations sur les positions des tourbillons, obtenus après l'étape 2 de l'algorithme, sont présentés dans le tableau 4.2. La résolution en distance obtenue après la superposition des portes distances et la résolution angulaire à une distance d'environ 500 m sont respectivement de 5 m et 1 m. En terme de biais et d'écart-type, ces résultats sont plus qu'acceptables et, de plus, ils sont bien inférieurs aux résolutions spatiales du LIDAR. À titre d'exemple, la répartition des estimations pour un tourbillon est représentée sur la figure 4.3. L'augmentation du rapport signal sur bruit, proportionnel au coefficient de rétrodiffusion, permet de diminuer la dispersion des estimations. On constate également que les résultats obtenus pour le vortex droit et ceux du vortex gauche sont très proches.

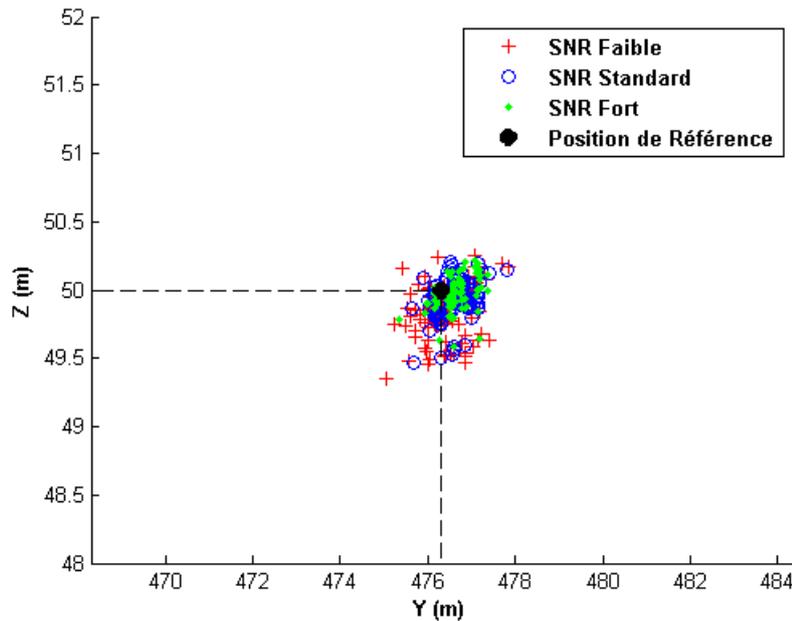


FIGURE 4.3 – Répartition spatiale des estimations sur la position du vortex gauche d'un avion de la catégorie Heavy par rapport à la position de référence pour les 3 niveaux de rapport signal sur bruit avec turbulence atmosphérique.

Circulations

Après l'étape 2, des premières estimations des circulations sont recueillies. Les biais et écarts-types obtenus sont présentés sur la figure 4.4. Les résultats étant particulièrement similaires pour les deux tourbillons, seuls les résultats obtenus pour le tourbillon gauche sont présentés.

De manière générale, le biais comme l'écart-type, sont inférieurs à 6% de la circulation de référence quelle que soit la catégorie de l'avion et diminuent logiquement avec le rapport signal sur bruit, sauf pour le biais de la catégorie Heavy dans le cas d'un rapport signal sur bruit élevé. La circulation à estimer étant d'autant plus grande que l'avion est lourd (voir 1.2.1), il n'est donc pas surprenant de constater que le biais et l'écart-type soient plus élevés pour la catégorie Jumbo.

Comparons, maintenant, ces résultats à ceux obtenus après le raffinage effectué par l'étape 3 et rassemblés dans la figure 4.5.

La première observation que nous pouvons faire est que l'étape 3 joue bien son rôle puisque le biais est fortement diminué pour toutes les catégories d'avion et quel que soit le rapport signal sur bruit. En revanche en ce qui concerne l'écart-type, il y a peu de différence avec les résultats obtenus après l'étape 2. De plus, la différence d'écart-type entre un rapport signal sur bruit standard et un rapport élevé est relativement faible. Ce qui nous amène à nous questionner sur l'origine d'une telle dispersion. Deux sources de bruits peuvent en être l'origine : les bruits de mesure (détection et Speckle) et la turbulence atmosphérique.

4.2.4 Étude de l'influence de la turbulence atmosphérique

D'un point de vue spectral, la turbulence se traduit par un élargissement du pic principal plus important et un abaissement de la hauteur de ce dernier comme on peut le constater sur la figure 4.6. Même s'il est vrai qu'à vue d'œil, cet élargissement semble minime, il peut dégrader la précision de l'estimation.

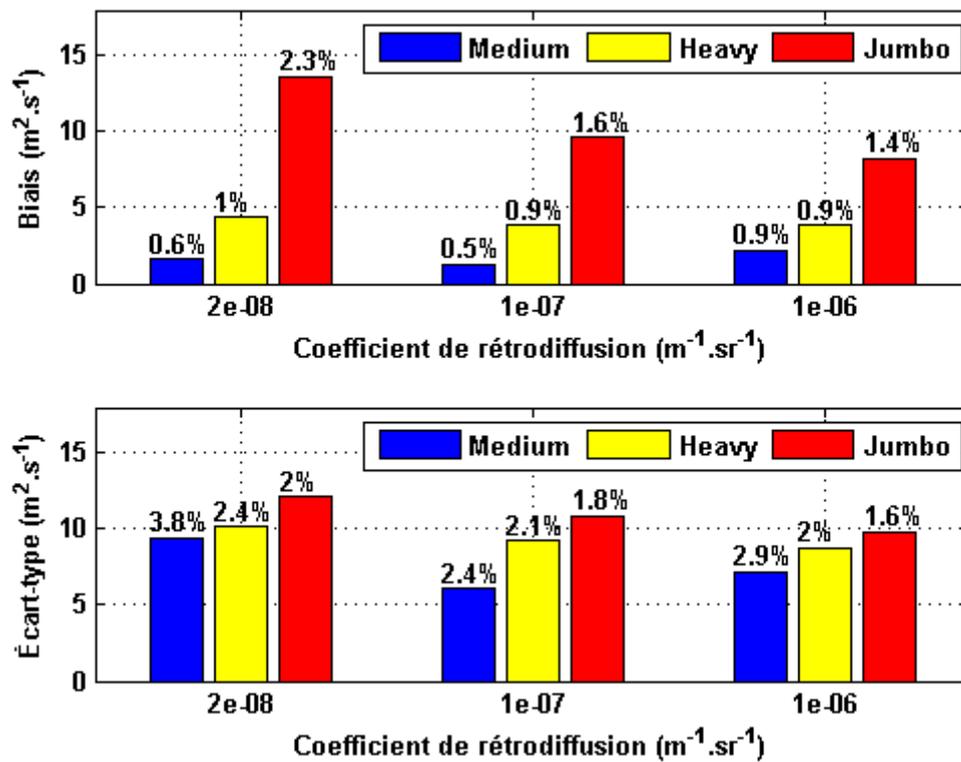


FIGURE 4.4 – Biais (valeur absolue) et écarts-types obtenus sur les estimations des circulations après l'étape 2 pour le vortex gauche des 3 catégories d'avions et les 3 coefficients de rétrodiffusion avec turbulence atmosphérique.

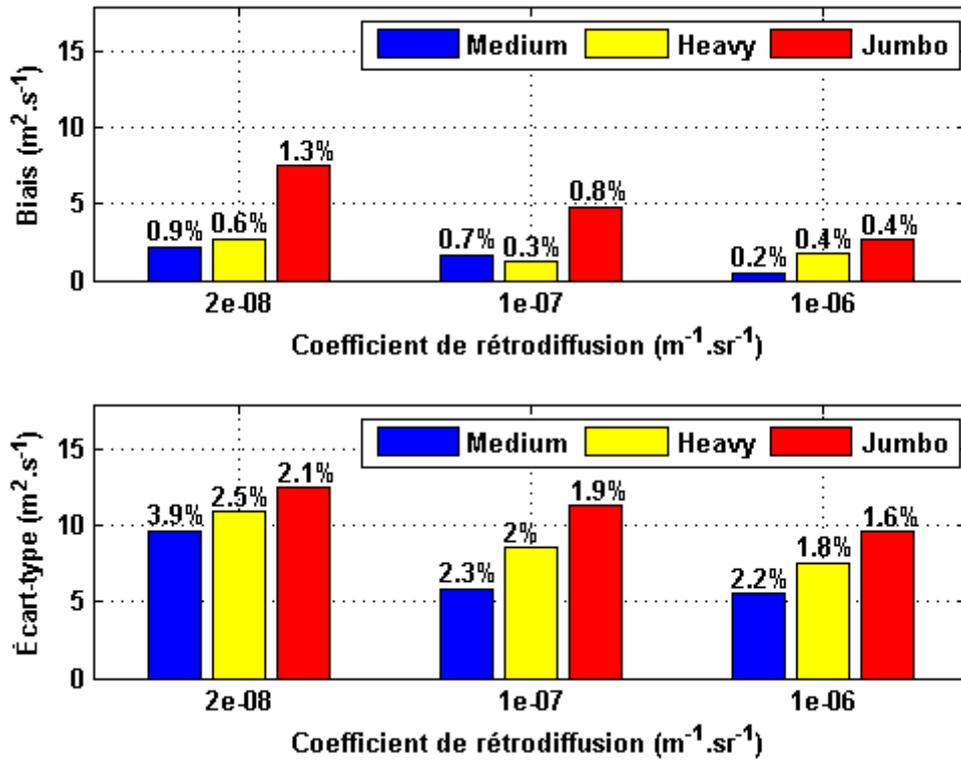


FIGURE 4.5 – Biais (valeur absolue) et écarts-types obtenus sur les estimations des circulations après l'étape 3 pour le vortex gauche des 3 catégories d'avions et les 3 coefficients de rétrodiffusion avec turbulence atmosphérique.

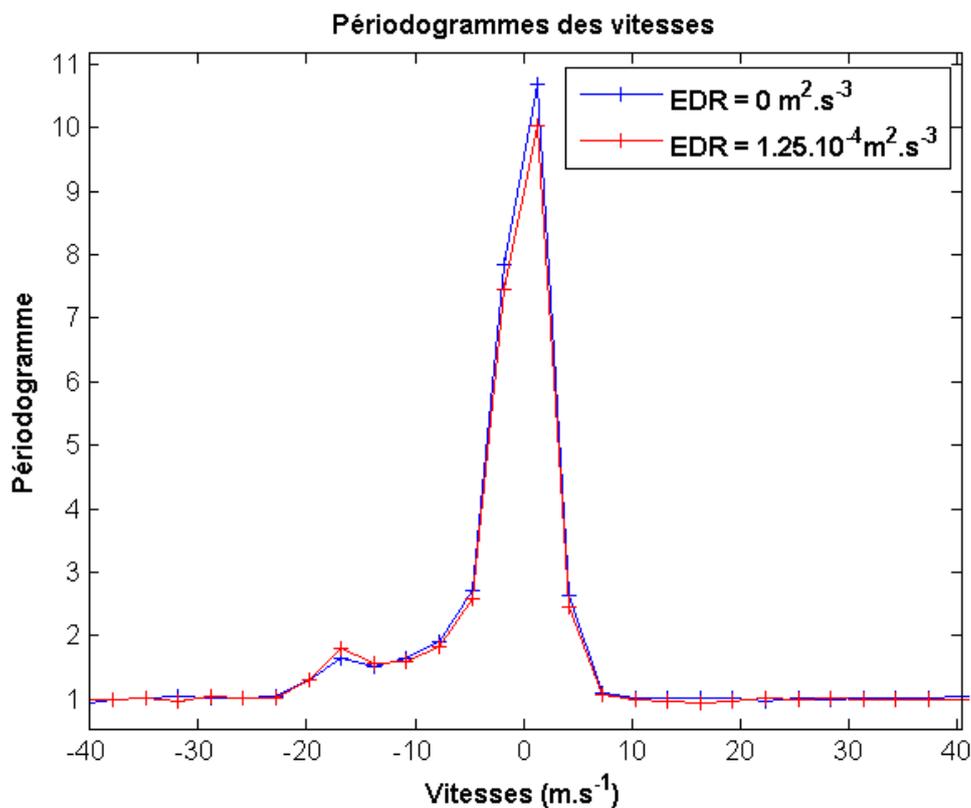


FIGURE 4.6 – Comparaison de périodogrammes obtenus avec (en rouge) et sans (en bleu) turbulence atmosphérique.

Le même algorithme est utilisé pour traiter les simulations sans turbulence atmosphérique. Les résultats obtenus sur les estimations des positions sont présentés dans le tableau 4.3 et ceux obtenus sur les estimations des circulations sont donnés dans la figure 4.7.

Coefficient de rétrodiffusion		$2.10^{-8} \text{ m}^{-1}.\text{sr}^{-1}$	$10^{-7} \text{ m}^{-1}.\text{sr}^{-1}$	$10^{-6} \text{ m}^{-1}.\text{sr}^{-1}$
Vortex Gauche	Y	0.15 m (0.50 m)	0.30 m (0.15 m)	0.27 m (0.08 m)
	Z	-0.18 m (0.17 m)	-0.05 m (0.06 m)	-0.04 m (0.03 m)
Vortex Droit	Y	0.22 m (0.42 m)	0.20 m (0.24 m)	0.25 m (0.19 m)
	Z	0.07 m (0.13 m)	0.07 m (0.04 m)	0.08 m (0.03 m)

TABLE 4.3 – Biais et écarts-types (entre parenthèses) des estimations sur les positions des tourbillons pour la catégorie Heavy sans turbulence atmosphérique.

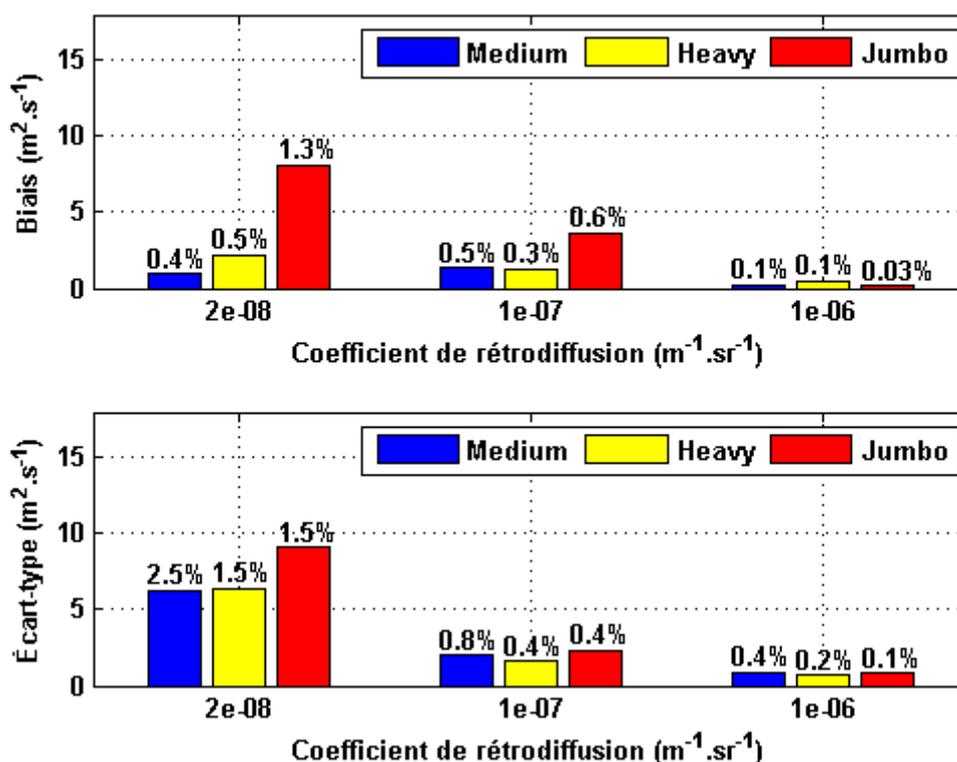


FIGURE 4.7 – Biais (valeur absolue) et écarts-types obtenus sur les estimations des circulations après l'étape 3 pour le vortex gauche des 3 catégories d'avions et les 3 coefficients de rétrodiffusion pour des scénarios de tourbillons sans turbulence atmosphérique.

Effectivement, en retirant la turbulence atmosphérique, les biais sont dans l'ensemble légèrement diminués. En ce qui concerne les écarts-types, on constate, de manière générale une nette baisse, en particulier pour les rapports signal sur bruit standard et élevé. Lorsque le rapport signal sur bruit est faible on observe tout de même une réduction d'au moins 30% quelle que soit la catégorie d'avion. Les biais et dispersion résiduels peuvent être attribués aux différents bruits qui viennent perturber la mesure (bruit de mesure, bruit de l'instrument et Speckle). Une grande partie de l'erreur sur les estimations des circulations est due à la turbulence, en particulier lorsque l'atmosphère est chargée en aérosols.

Les résultats, qui viennent d'être présentés, ont été obtenus en utilisant le même modèle de tourbillon de sillage pour la simulation des scénarios atmosphériques et pour l'estimation. Il est donc judicieux d'étudier les répercussions sur les estimations d'un changement de modèle de tourbillon pour la simulation atmosphérique.

4.2.5 Étude de l'influence du modèle analytique de tourbillon de sillage

Dans ce paragraphe, nous utilisons le modèle d'Hallock-Burnham, présenté dans le paragraphe 2.2.2, comme modèle de simulation pour les tourbillons de sillage tout en conservant le modèle LIDAR et le modèle de Kaden-Winckelmans dans l'algorithme d'estimation. Ainsi, une nouvelle base de données simulées est générée. Pour chaque catégorie d'avion et chaque rapport signal sur bruit, 100 réalisations de balayage LIDAR (et donc de turbulence atmosphérique) sont effectuées. La turbulence atmosphérique est retirée pour ne pas polluer l'écart-type des estimations. Les résultats donnés par l'algorithme d'estimation en termes de biais et d'écart-type sont présentés pour la localisation dans le tableau 4.4 et pour la circulation sur la figure 4.8.

Localisation

En comparant les résultats obtenus lorsque le modèle de tourbillon de sillage est le même pour la simulation et l'estimation avec ceux obtenus lorsque les deux modèles diffèrent, il est possible de constater que, mis à part le biais sur la coordonnée Y du vortex gauche, les biais et écarts-types sont très similaires. Cela permet de confirmer que l'étape de raffinement des estimations des positions est précise, indépendamment du modèle de Wake vortex.

Coefficient de rétrodiffusion		$2.10^{-8} \text{ m}^{-1}.\text{sr}^{-1}$	$10^{-7} \text{ m}^{-1}.\text{sr}^{-1}$	$10^{-6} \text{ m}^{-1}.\text{sr}^{-1}$
Vortex Gauche	Y	0.68 m (0.44 m)	0.74 m (0.13 m)	0.69 m (0.10 m)
	Z	-0.06 m (0.15 m)	-0.004 m (0.04 m)	-0.001 m (0.02 m)
Vortex Droit	Y	-0.19 m (0.52 m)	-0.13 m (0.22 m)	-0.09 m (0.13 m)
	Z	0.07 m (0.08 m)	0.05 m (0.02 m)	0.08 m (0.01 m)

TABLE 4.4 – Biais et écarts-types (entre parenthèses) des estimations sur les positions des tourbillons pour la catégorie Heavy sans turbulence atmosphérique.

Circulation

Contrairement aux estimations des positions, on constate la présence d'un biais croissant avec le niveau du rapport signal sur bruit et lié à la catégorie de l'avion. En effet, celui-ci est d'autant plus important que la circulation des tourbillons est élevée. En revanche, on constate que quel que soit le modèle utilisé pour la simulation, les dispersions des estimations des circulations sont équivalentes.

Interprétation

Les périodogrammes accumulés peuvent être identifiés à des histogrammes de vitesses des aérosols sondés pendant la période de mesure correspondante. La profondeur de corrélation, zone tangentielle aux lignes de courant où la vitesse des aérosols est équivalente à la vitesse radiale est de plus en plus grande à mesure que la ligne de visée s'éloigne du centre du tourbillon. Lorsque la ligne de visée est dans le cœur, entre 0 et $0.05b_0$, cette zone est trop petite par rapport à la taille de la porte de mesure pour pouvoir observer la contribution des aérosols entraînés par le vortex. Lorsque la ligne de visée est très éloignée du cœur, la zone de corrélation est plus large. Cependant, les vitesses liées à la présence d'un tourbillon sont trop faibles et se confondent avec la vitesse du vent transverse. Le bon compromis entre vitesse et profondeur de corrélation se situe entre $0.05b_0$ et $0.3b_0$. À circulation égale, la vitesse tangentielle du modèle d'Hallock-Burnham est plus élevée sur cet intervalle, que celle du modèle de Kaden-Winckelmans comme le montre

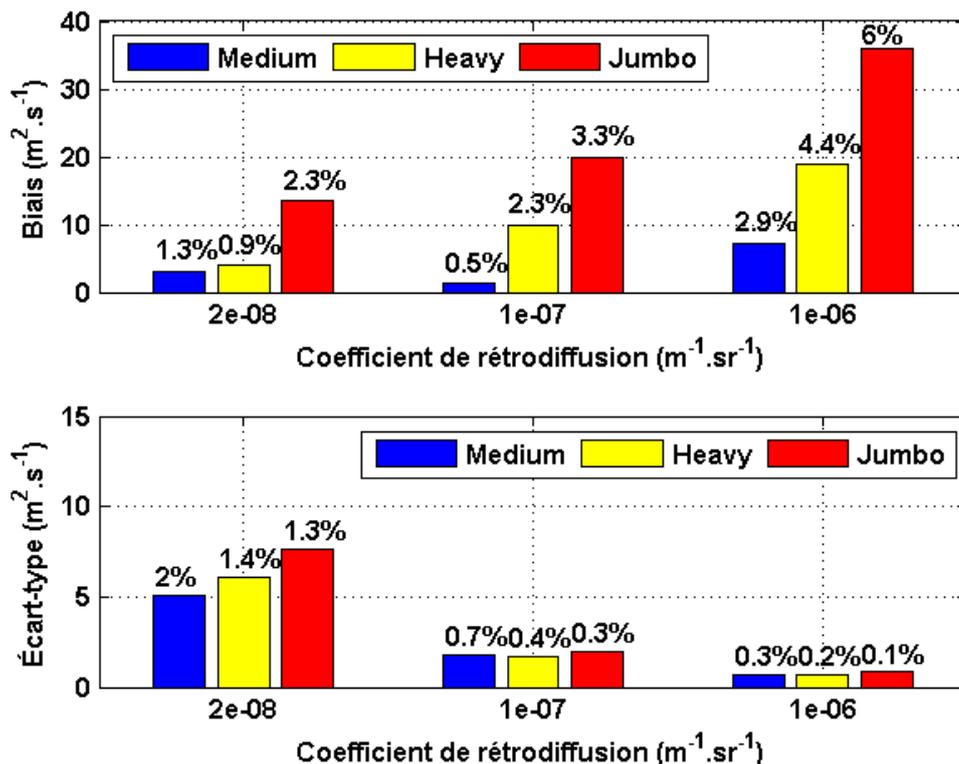


FIGURE 4.8 – Biais et écarts-types obtenus après l'étape 3 pour le vortex gauche des 3 catégories d'avions et les 3 coefficients de rétrodiffusion pour des scénarios de tourbillons simulés avec le modèle d'Hallock-Burnham sans turbulence atmosphérique.

la figure 2.2. En observant les périodogrammes de la figure 4.9 obtenus pour une même porte au delà de $0.05b_0$ du centre avec les deux modèles, on constate que le pic secondaire lié au tourbillon est plus éloigné du pic principal et donc possède une composante de vitesse radiale plus élevée pour le modèle d'Hallock-Burnham que pour le modèle de Kaden-Winkelmanns. Cela explique que l'algorithme surestime les circulations des tourbillons. L'augmentation du rapport signal sur bruit amplifie ces différences et le biais croît avec ce dernier.

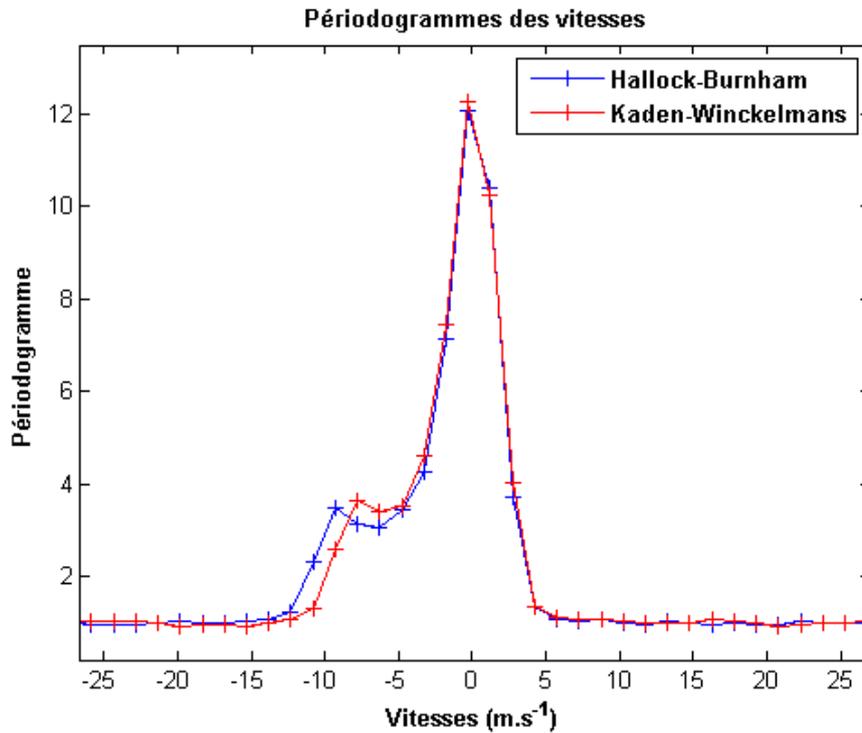


FIGURE 4.9 – Périodogrammes obtenus avec les modèles de Kaden-Winckelmans et d’Hallock-Burnham pour une même porte distance située entre $0.05b_0$ et $0.3b_0$ en présence d’un vent transverse et sans turbulence atmosphérique. Le nombre de points dans le périodogramme a volontairement été augmenté pour obtenir une meilleure résolution en vitesse et ainsi mettre en évidence la différence entre les deux modèles.

4.3 Simulations aux grandes échelles

4.3.1 Nature des données

Afin de valider l’algorithme proposé sur des simulations plus réalistes, une collaboration avec l’Université Catholique de Louvain a été mise en place afin de pouvoir utiliser des simulations aux grandes échelles ou Large Eddy Simulations (LES) de tourbillons de sillage. Rappelons que ces simulations sont réalisées en résolvant les équations de Navier-Stokes en filtrant les petites échelles pour que les calculs soient moins lourds. Deux types de simulations aux grandes échelles (SGE) se distinguent : la SGE résolue en paroi (wall-resolved LES), limitée en Reynolds (de l’ordre de 2.10^4 à 10^5) où la zone visqueuse proche paroi est bien résolue, et la SGE modélisée en paroi (wall-modeled LES), requise pour les Reynolds supérieurs. Les simulations générées par l’UCL [4] sont résolues en paroi et ont pour but de mieux appréhender le comportement des tourbillons dans un espace à trois dimensions, c’est-à-dire leur déplacement et leur décroissance de circulation à proximité du sol, en présence de différentes vitesses de vent, pour un avion générique et pour un nombre de Reynolds particulièrement bas $Re_\Gamma = 2.3 \times 10^4$, mais néanmoins pertinentes pour l’application souhaitée. On rappelle que le nombre de Reynolds est donné par $Re_\Gamma = \frac{\Gamma}{\nu}$ où ν représente la viscosité cinématique du fluide.

Pour cette simulation en trois dimensions de l’écoulement, x désigne la profondeur, y la longueur et z la hauteur du domaine. Les dimensions du domaine de calcul sont $L_x = 4b_0$, $L_y = 16b_0$ et $L_z = 3b_0$ (voir figure 4.10). Les directions et dimensions sont explicitées sur la figure 4.10. Certaines des conditions aux limites ont été fixées : Le domaine pour les directions x et y est périodique. Des conditions de non-glissement ($v_x = v_y = v_z = 0$) et de glissement ($\frac{\partial v_x}{\partial z} = \frac{\partial v_y}{\partial z} = v_z = 0$) sont imposées respectivement au niveau du sol en $z = 0$ et en $z = 3b_0$.

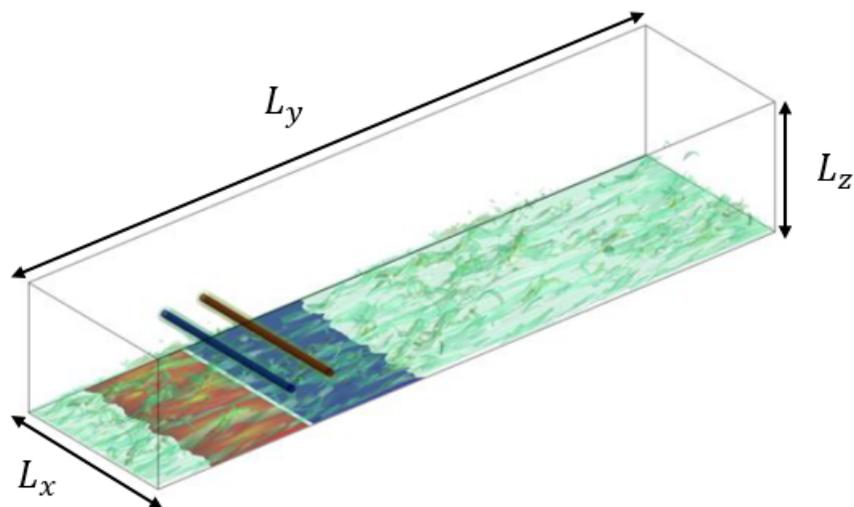


FIGURE 4.10 – Représentation du domaine de calcul avec les dimensions selon les directions du domaine de simulation. Les tourbillons sont représentés par les cylindres bleu et rouge [4].

Les données ont été dimensionnées dans notre cas pour correspondre à un avion de type Heavy. La paire de tourbillons est générée à une hauteur $h_0 = b_0 = 47.3$ m. Initialement, la forme de chacun des tourbillons est donnée par le modèle d'Hallock-Burnham et la circulation totale $\Gamma_0 = 390 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$. Un vent transverse turbulent d'une vitesse moyenne égale à la vitesse caractéristique $V_0 = 1.31 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ est imposé. Cette vitesse étant faible, les turbulences induites par le vent transverse sont relativement faibles. Le temps caractéristique de cette simulation est $t_0 = 36.04$ s.

Plusieurs instants de l'écoulement, différents de $t = 0$, sont disponibles pour réaliser des simulations de balayage LIDAR. Sur la figure 4.11, on peut observer l'évolution des tourbillons en fonction du temps.

À $t = 6$ s, les tourbillons sont fraîchement formés. La dissymétrie apparente qu'il est possible d'observer sur la carte des modules des vitesses est due à la présence du vent transverse qui a une vitesse de $1.31 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ et qui vient de la droite.

À $t = 17$ s, la paire a perdu de l'altitude en raison des interactions réciproques des tourbillons. Ils ont également été déportés sur la gauche à cause du vent transverse. À l'approche du sol, ils commencent à entrer en interaction avec celui-ci.

À $t = 63$ s, le tourbillon de gauche qui est sous-le-vent a rebondi et a entraîné la couche de vorticité secondaire ce qui a amorcé sa désagrégation. Le vent transverse l'a également déplacé d'une centaine de mètres. Le tourbillon de droite ayant une vorticité secondaire d favoris e par le vent transverse rebondit moins et est beaucoup moins déporté.

À $t = 97$ s, le tourbillon gauche est très désagrégé. Il devient difficile de distinguer une vorticité. Le tourbillon de droite a lui aussi interag  avec la vorticité secondaire et commence également à être relativement bien décomposé.

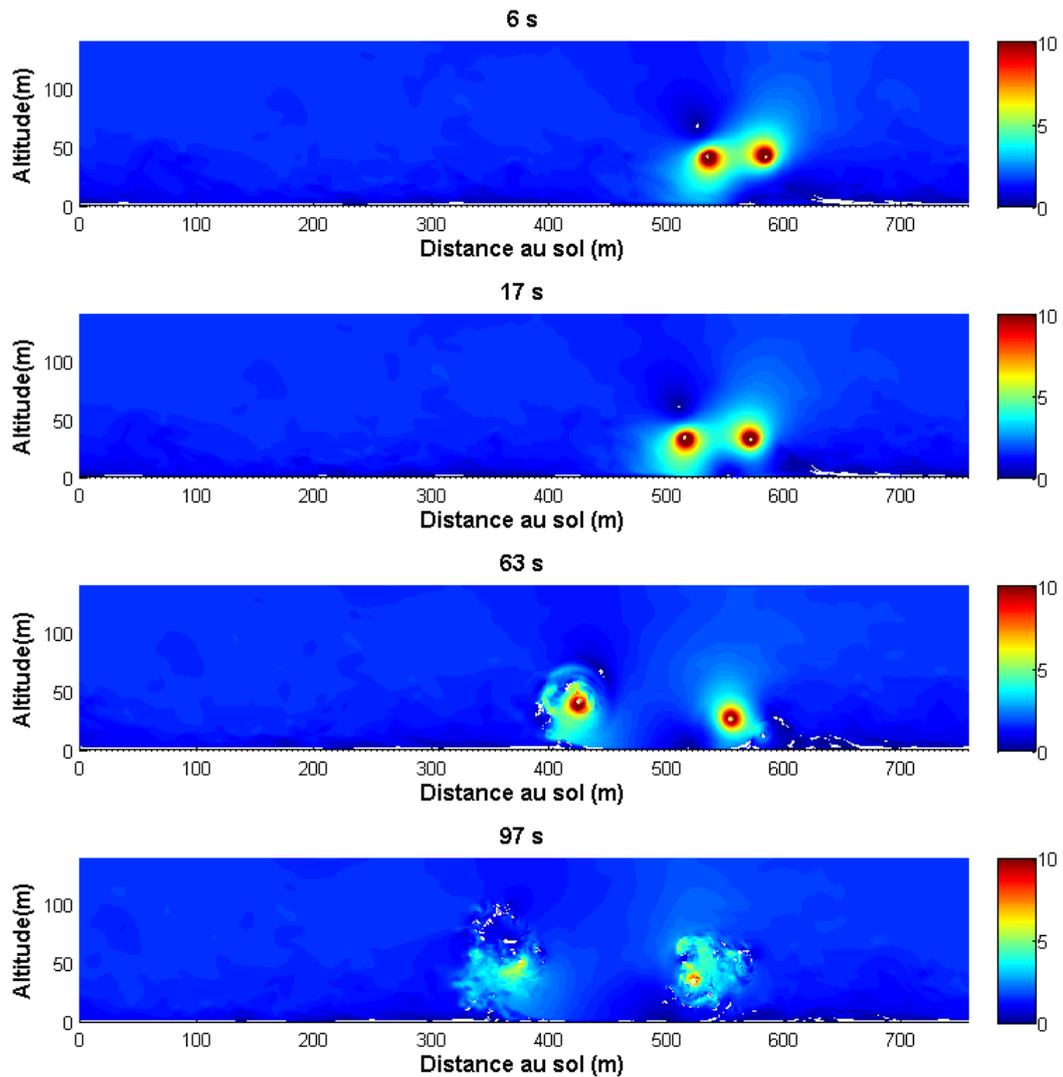


FIGURE 4.11 – Évolution de l'écoulement au cours du temps. État des tourbillons à $t = 6$ s, $t = 17$ s, $t = 63$ s et $t = 97$ s. Les vitesses qui sont représentées sur les figures sont les modules des vitesses du plan pour le plan 98. Le vent transverse vient de la droite.

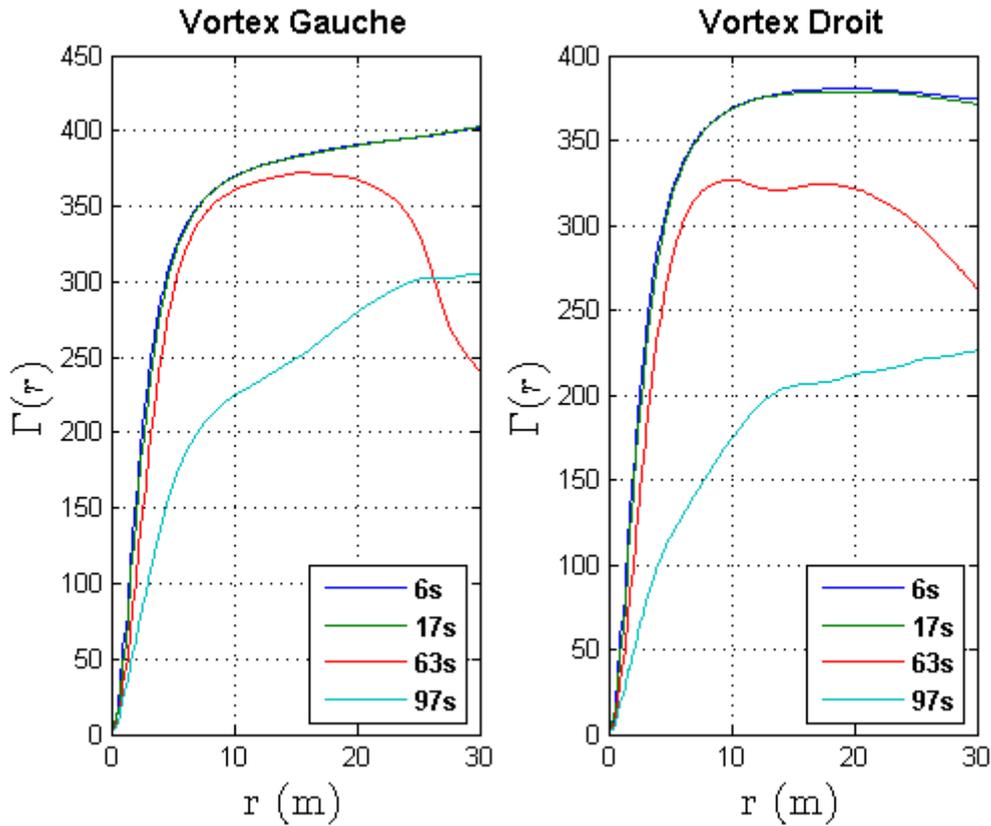


FIGURE 4.12 – Évolution de la circulation en fonction du rayon pour les différents instants de la simulation aux grandes échelles pour le tourbillon gauche et droit calculée à partir des données de l’UCL.

Étant donné que la circulation totale des tourbillons n’est pas connue à un instant t , il est donc nécessaire de la déterminer à chacun de ces instants. Nous rappelons ici la définition de la circulation obtenue en appliquant le théorème de Stokes en coordonnées polaires.

$$\Gamma(r) = \int_0^{2\pi} \int_0^r \omega(r, \theta) r \, dr \, d\theta \quad (4.10)$$

où $\omega(r, \theta)$ est la vorticité.

La vorticité est calculée grâce aux différentes composantes de vitesse et les circulations de référence sont donc calculées aux différents instants de la simulation. L’évolution de la valeur de la circulation en fonction du rayon pour des valeurs de rayon entre 0 à 30 m et pour les deux tourbillons à ces instants est présentée dans la figure 4.12. Le centre du tourbillon $r = 0$ a été pris au minimum de vorticité.

Comme il a été mentionné dans l’état de l’art, la circulation peut être exprimée comme la circulation totale du tourbillon ou comme la circulation moyennée sur un intervalle de n_r rayons compris entre r_0 et r_n . La circulation moyennée sur le disque d’épaisseur $r_n - r_0$ et de rayon moyen $\frac{1}{2}(r_n + r_0)$ s’exprime alors sous la forme :

$$\Gamma_{r_n - r_0} = \frac{1}{n_r} \sum_{k=0}^n \Gamma(r_k) \quad (4.11)$$

La circulation, lorsqu’elle est calculée de cette manière, est communément moyennée entre 5 et 15 m et est ainsi notée Γ_{5-15} [21]. Pour cette étape de validation sur ces simulations aux grandes échelles, la valeur de la circulation de référence sera donc Γ_{5-15} et non Γ_{tot} , puisque celle-ci ne peut être calculée en raison de la présence du vortex voisin.

4.3.2 Méthodologie

Une étude statistique par méthode de Monte Carlo est une fois de plus réalisée. Comme précédemment, pour les 3 niveaux de rapport signal sur bruit et pour chaque instant, 100 réalisations de balayage LIDAR sont effectuées sur un plan de coupe transversal. Afin de choisir le plan qui fournira les vecteurs vitesse servant à générer les simulations de balayage LIDAR, pour chaque instant de la simulation, la circulation Γ_{5-15} globale est obtenue en moyennant les valeurs de Γ_{5-15} calculées sur chacun des plans transversaux. La figure 4.13 représente l'évolution de cette circulation globale avec l'écart-type associé pour les 4 instants d'étude. Les valeurs de Γ_{5-15} qui servent de référence sont rassemblées dans le tableau 4.5.

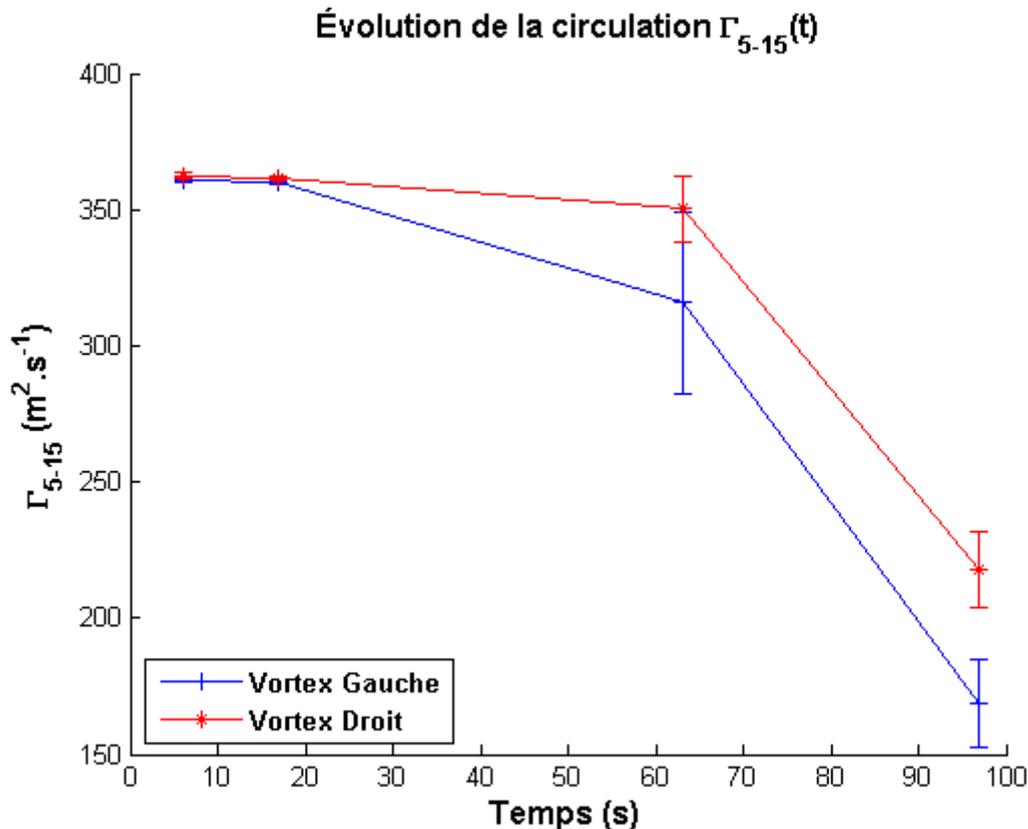


FIGURE 4.13 – Évolution de la circulation Γ_{5-15} (en valeur absolue) moyenne ainsi que de l'écart-type calculés sur tous les plans transversaux pour les deux tourbillons aux différents instants de simulation.

Temps de simulation	Γ_{5-15} Vortex Gauche	Γ_{5-15} Vortex Droit
6 s	361 ($m^2.s^{-1}$)	-363 ($m^2.s^{-1}$)
17 s	360 ($m^2.s^{-1}$)	-361 ($m^2.s^{-1}$)
63 s	315 ($m^2.s^{-1}$)	-356 ($m^2.s^{-1}$)
97 s	164 ($m^2.s^{-1}$)	-222 ($m^2.s^{-1}$)

TABLE 4.5 – Valeurs des circulations moyennées entre 5 et 15 m des tourbillons Gauche et Droit aux différents instants de simulation de l'écoulement aux grandes échelles.

Comme pour les précédentes étapes de la validation, l'algorithme proposé est utilisé pour estimer les paramètres des tourbillons. Pour les cas à 63 s et 97 s, dans la situation de faible rapport signal sur bruit, la première étape de localisation n'aboutit pas à des positions suffisamment cohérentes pour pouvoir être utilisées dans les étapes suivantes de l'algorithme.

4.3.3 Résultats

Localisation

Les résultats présentés dans le tableau 4.6 sur les estimations des positions sont ceux obtenus avec un coefficient de rétrodiffusion $\beta = 10^{-7} \text{ m}^{-1} \cdot \text{sr}^{-1}$, correspondant à une atmosphère standard. Les résultats obtenus pour les autres valeurs de β sont donnés en annexe.

Instants		6 s	17 s	63 s	97 s
Vortex Gauche	Y	-1.53 m (0.17 m)	-1.25 m (0.19 m)	-1.26 m (0.61 m)	-5.91 m (0.81 m)
	Z	0.35 m (0.05 m)	-0.29 m (0.08 m)	-0.63 m (0.09 m)	-1.48 m (0.14 m)
Vortex Droit	Y	-0.50 m (0.20 m)	-0.46 m (0.19 m)	1.02 m (0.38 m)	-0.37 m (0.29 m)
	Z	0.14 m (0.06 m)	0.49 m (0.07 m)	2.97 m (0.42 m)	1.80 m (0.25 m)

TABLE 4.6 – Biais et écarts-types (entre parenthèses) des estimations sur les positions des tourbillons pour $\beta = 10^{-7} \text{ m}^{-1} \cdot \text{sr}^{-1}$ et pour les 4 instants de simulations.

La décomposition du tourbillon au fil du temps fait qu'il est de moins en moins aisé de faire correspondre un modèle de tourbillon parfaitement rond avec une vortacité moins cohérente spatialement par rapport aux instants plus précoces. Ceci explique l'augmentation globale de l'écart-type. Les estimations des positions sont relativement biaisées. Les maximums sont logiquement observés pour les instants les plus avancés : $t = 63 \text{ s}$ et $t = 97 \text{ s}$.

Circulation

Les biais et écarts-types obtenus sur les estimations des circulations Γ_{5-15} des deux tourbillons pour les trois premiers instants de la simulation et les différents coefficients de rétrodiffusion sont présentés dans la figure 4.14.

L'évolution de la dispersion des estimations est bien symétrique (du même ordre de grandeur pour les deux tourbillons) et diminue bien avec le rapport signal sur bruit. Le champ de vent étant unique (pas de réalisation aléatoire de champ de vent turbulent), ce résultat s'apparente à celui obtenu lorsque la turbulence atmosphérique a été retirée dans les simulations analytiques. Les tourbillons ayant moins de cohérence spatiale au fil du temps, il est logique d'obtenir des écarts-types de plus en plus élevés pour les instants les plus avancés. Il est à noter que même à $t = 97 \text{ s}$, les écarts-types obtenus sont plus qu'acceptables.

En ce qui concerne le biais, assez logiquement, celui augmente avec le temps pour les deux tourbillons sauf dans le cas du tourbillon gauche en faible rapport signal sur bruit. Ce résultat est tout à fait sensé puisque le tourbillon perd sa forme "ronde" au fil du temps, ce qui pose plus de problème pour réaliser une estimation exacte de la circulation avec un modèle de tourbillon à symétrie de révolution. Une dissymétrie peut également être constatée entre les deux tourbillons. En effet, pour le tourbillon gauche, sous-le-vent, qui est le plus déporté et le plus rapidement détruit, les valeurs de biais obtenues sont bien inférieures à celles obtenues pour le tourbillon droit sauf pour le cas à $t = 6 \text{ s}$ en faible rapport signal sur bruit. D'autre part, le biais obtenu pour le tourbillon gauche diminue avec le rapport signal sur bruit alors qu'au contraire, ce biais augmente pour le tourbillon de droite. À l'instant $t = 97 \text{ s}$, le biais pour la circulation du tourbillon gauche est particulièrement élevé par rapport à la valeur de référence, ce qui est probablement dû à la désintégration du tourbillon. Ceci étant, les biais obtenus sont dans tous les cas très satisfaisants puisque mis à part ceux obtenus pour le vortex droit à l'instant $t = 63 \text{ s}$ en fort rapport signal sur bruit et pour le vortex gauche à l'instant $t = 97 \text{ s}$, ils sont tous inférieurs aux 10% de la circulation, fixés comme objectif.

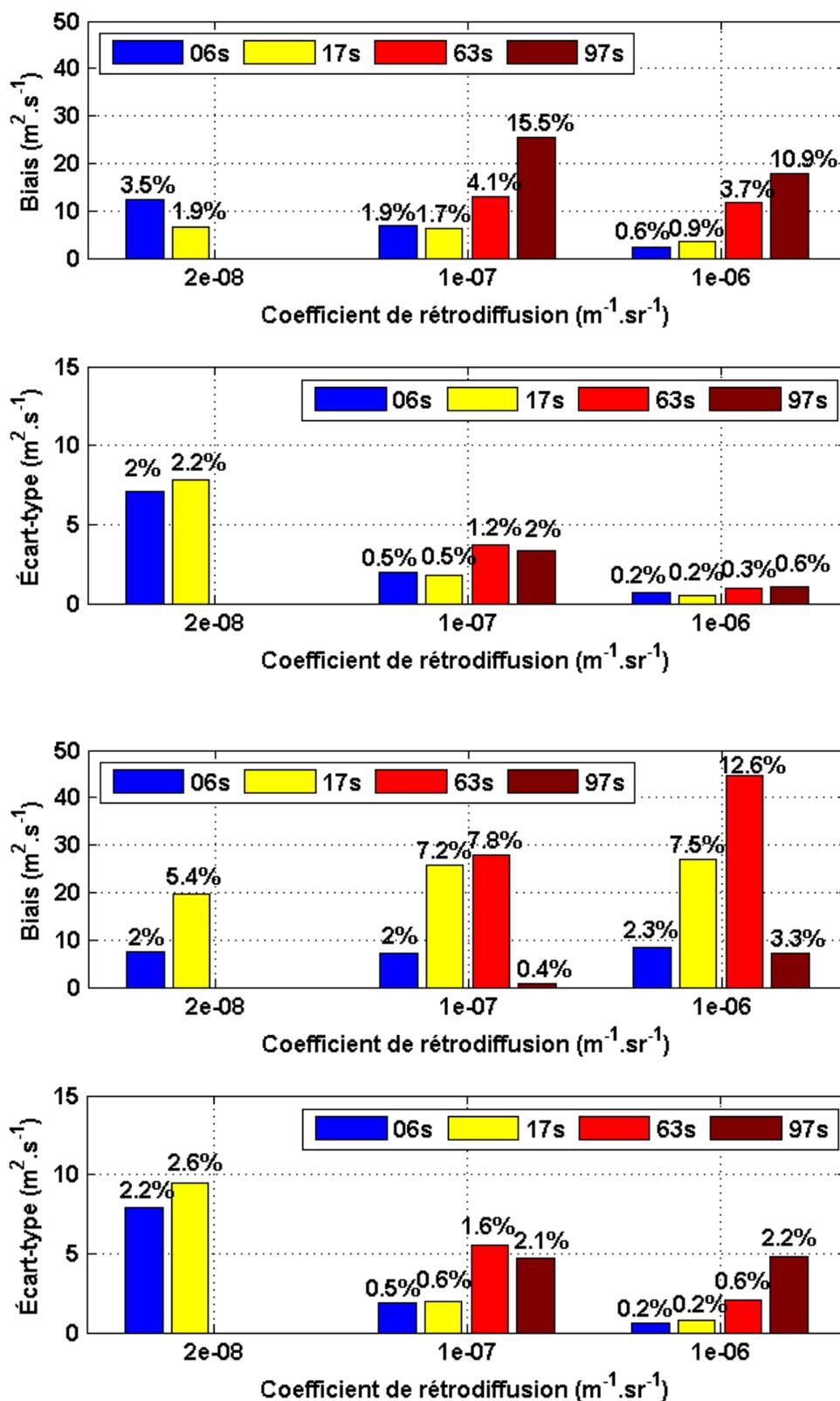


FIGURE 4.14 – Biais (valeur absolue) et écarts-types obtenus sur les estimations des circulations des tourbillons issus de la simulation aux grandes échelles après l'étape 3 pour les tourbillons gauche (haut) et droit (bas) aux trois premiers instants et pour les 3 coefficients de rétrodiffusion.

4.4 Bilan

L'algorithme proposé permet de faire l'estimation des paramètres des tourbillons de sillage de manière relativement précise. En effet, l'augmentation du rapport signal sur bruit permet de diminuer la dispersion des estimations que ce soit pour les positions ou les circulations. Pour les circulations, ces écarts-types ne dépassent pas les 3% par rapport aux valeurs de référence, quels que soient les conditions atmosphériques, le modèle utilisé pour les simulations analytiques et l'âge des tourbillons lorsqu'il s'agit des simulations aux grandes échelles. Relativement à la circulation de référence, l'écart-type est plus faible lorsque cette dernière est élevée et que les tourbillons sont gros. La signature spectrale de tels tourbillons est probablement plus facile à identifier. Les biais obtenus sont quant à eux plus liés au modèle d'estimation qu'à la turbulence. Leur origine est liée aux différences qu'il y a entre le modèle de tourbillon utilisé dans le modèle d'estimation et le champ de vitesse observé, qu'il s'agisse de tourbillons à symétrie de révolution (modèle d'Hallock-Burnham) ou non (simulations aux grandes échelles). De manière générale, les biais qui ont été obtenus sont inférieurs aux 10% qui ont été fixés dans le cahier des charges. Les seuls cas pour lesquels le biais obtenu dépasse ce seuil sont obtenus lorsque l'état du tourbillon est avancé.

Comparaison des performances avec l'algorithme de Frehlich [18] :

L'étude de Frehlich qui a servi de référence lors de la phase de développement de l'algorithme, a été choisie pour effectuer une comparaison des performances : le même critère est utilisé, avec les mêmes hypothèses. Sa démarche pour estimer les incertitudes est, comme la nôtre, de type Monte Carlo. Les meilleurs cas de comparaison avec nos résultats auraient été l'estimation des 6 paramètres des tourbillons (Algorithme Frehlich II) sans mouvement des tourbillons et, avec et sans turbulence. Cependant, ce cas n'a pas été traité par Frehlich [18]. Deux autres cas seront donc utilisés :

- Estimation de 3 paramètres sans mouvement des tourbillons et sans turbulence, comparée à notre estimation de 6 paramètres sans mouvement et sans turbulence.
- Estimation de 6 paramètres avec mouvement des tourbillons et avec turbulence, comparée à notre estimation de 6 paramètres sans mouvement et avec turbulence (pour ce cas, nous garderons à l'esprit que le mouvement entraîne une augmentation du biais).

Dans les deux cas, le modèle de tourbillon de sillage utilisé pour la simulation est le même que celui qui est utilisé dans l'algorithme d'estimation. La comparaison des résultats est donnée pour chacun des deux cas dans les tableaux 4.7 et 4.8.

Algorithme d'estimation	Frehlich I	Algorithme proposé
Y	0.02 m (0.66 m)	0.07 m (0.22 m)
Z	0.02 m (0.105 m)	0.005 m (0.04 m)
Γ	0.20 m ² .s ⁻¹ (4.30 m ² .s ⁻¹)	-0.25 m ² .s ⁻¹ (0.89 m ² .s ⁻¹)

TABLE 4.7 – Comparaison des résultats obtenus par l'algorithme à 3 paramètres de Frehlich et par l'algorithme proposé dans une situation sans mouvement des tourbillons et sans turbulence atmosphérique.

De manière générale, les biais obtenus avec l'algorithme proposé sont du même ordre de grandeur que ceux obtenus avec les algorithmes de Frehlich. En revanche, les écarts-types que nous obtenons sont inférieurs à ceux obtenus par les deux algorithmes de Frehlich et en particulier pour la circulation. Ainsi, l'algorithme proposé a une précision supérieure à celui de Frehlich et une exactitude comparable.

Algorithme d'estimation	Frehlich II	Algorithme proposé
Y	0.38 m (1.31 m)	0.09 m (0.44 m)
Z	0.01 m (0.159 m)	-0.01 m (0.10 m)
Γ	-1.05 m ² .s ⁻¹ (10.36 m ² .s ⁻¹)	0.46 m ² .s ⁻¹ (5.54 m ² .s ⁻¹)

TABLE 4.8 – Comparaison des résultats obtenus dans une situation avec mouvement des tourbillons par l'algorithme à 6 paramètres de Frehlich et sans mouvement par l'algorithme proposé en présence de turbulence atmosphérique.

Après avoir évalué les performances de l'algorithme proposé qui prend en compte l'information spectrale contenue dans les périodogrammes, une question se pose : Pouvons nous trouver des valeurs des paramètres du LIDAR qui donneraient de meilleurs résultats ?

Chapitre 5

Optimisation des paramètres instrumentaux du LIDAR par calcul de la borne de Cramér-Rao

Comme mentionné dans le chapitre 3, de nombreuses études de la littérature ont été menées afin d'évaluer les performances d'algorithmes de traitement des données spectrales obtenues à partir d'architectures LIDAR prédéfinies. Cependant, aucune d'elles n'a identifié une paramétrisation optimisée pour obtenir une information spectrale la plus riche possible pour la mesure et la caractérisation des tourbillons de sillage. C'est donc ce qui est proposé ici.

La démarche, pour établir une bonne configuration, serait d'utiliser une méthode de Monte Carlo en générant un grand nombre de réalisations de balayage LIDAR avec différentes configurations et de comparer les résultats obtenus. Cependant, cette option serait très coûteuse en temps avant d'arriver à une conclusion. C'est pourquoi, il a été choisi d'étudier l'influence de plusieurs paramètres instrumentaux critiques sur la Borne de Cramér-Rao (BCR), l'espoir étant qu'une configuration avec une faible BCR conduise à des estimations de bonnes qualités, notamment en termes de variance. Des études sur la borne de Cramér-Rao ont déjà été menées [17][31] mais seulement pour la mesure de vent.

5.1 Modèle et Borne de Cramér-Rao

5.1.1 Modèle simplifié

Dans le cadre de cette étude, calculer les bornes de Cramér-Rao pour les différents paramètres à estimer des tourbillons est un excellent moyen de quantifier la limite des performances qui peuvent être atteintes en réalisant un traitement sur les signaux LIDAR. Pour cela, il est nécessaire de connaître, de pouvoir écrire et manipuler la loi statistique de ces derniers.

Comme dans la section 3.2.2, l'hypothèse I, stipulant l'indépendance entre lignes de visée, et l'hypothèse IV, faisant l'approximation d'indépendance entre deux périodogrammes consécutifs d'une même ligne de visée, permettent d'écrire la vraisemblance telle que :

$$L(\tilde{X}, \theta) = \prod_{m=1}^M \prod_{n=1}^N f_{\tilde{X}_{m,n}}(\theta) \quad (5.1)$$

où θ représente le vecteur des paramètres des tourbillons de sillage et des paramètres atmosphériques. Les caractéristiques des tourbillons (circulation Γ et coordonnées Y et Z) gauche et droit sont respectivement identifiées par l'indice 1 et 2. Ainsi, $\theta = [\Gamma_1, Y_1, Z_1, \Gamma_2, Y_2, Z_2, v_v, \beta]^T$. La vitesse du vent transverse v_v et le coefficient de rétrodiffusion β sont pris en compte dans le calcul de la BCR, mais ce sont bien les bornes de Cramér-Rao sur les paramètres des tourbillons qui nous intéressent ici.

L'hypothèse II nous permet de considérer que les échantillons d'un périodogramme $\tilde{X}_{m,n}$ suivent une loi du χ^2 à $2N_a$ degrés de liberté avec N_a , le nombre de lignes de visée accumulées.

En utilisant l'hypothèse VII, chaque périodogramme peut être vu comme un vecteur gaussien à K_u variables. La densité de probabilité associée à $\tilde{X}_{m,n}$ dans l'espace complexe est donnée par la relation (5.2).

$$f_{\tilde{X}_{m,n}}(\theta) = \frac{1}{\pi^{K_u} \det(\Sigma_{m,n}(\theta))} \exp\left(-(\tilde{X}_{m,n} - \mu_{m,n}(\theta)) \Sigma_{m,n}(\theta)^{-1} (\tilde{X}_{m,n} - \mu_{m,n}(\theta))^T\right) \quad (5.2)$$

Rappelons que $\Sigma_{m,n}(\theta)$ et $\mu_{m,n}(\theta)$ (équation (2.34)) sont respectivement la matrice de covariance et le périodogramme moyen de $\tilde{X}_{m,n}$.

5.1.2 Borne de Cramér-Rao

La borne de Cramér-Rao $BCR(\theta)$ permet d'exprimer la borne inférieure de la variance d'un estimateur non-biaisé $\hat{\theta}$ d'un paramètre θ et se calcule en inversant l'information de Fisher de $I(\theta)$ tel que :

$$\text{var}(\hat{\theta}) \geq BCR(\theta) = I(\theta)^{-1} \quad (5.3)$$

N_θ est la taille du vecteur θ et $I(\theta)$ est la matrice de taille $N_\theta \times N_\theta$ avec :

$$I_{i,j}(\theta) = \left(\mathbb{E} \left[\frac{\partial \log f_{\tilde{X}}(\theta)}{\partial \theta_i} \frac{\partial \log f_{\tilde{X}}(\theta)}{\partial \theta_j} \right] \right)_{1 \leq i,j \leq N_\theta} \quad (5.4)$$

La BCR a été calculée dans des travaux similaires appliquées à la mesure de vent ([31][16]). Dans le contexte de notre étude, l'expression de la matrice d'information de Fisher pour une distribution normale multivariée paramétrique $\mathcal{N}(\mu_{m,n}(\theta), \Sigma_{m,n}(\theta))$ a été développée dans l'étude [28] de Porat. L'équation (5.5) donne l'expression de l'élément (i, j) de la matrice de l'information de Fisher pour la porte distance n de la ligne de visée accumulée m .

$$I_{i,j}^{(m,n)}(\theta) = 2 \frac{\partial \mu_{m,n}(\theta)}{\partial \theta_i} \Sigma_{m,n}(\theta)^{-1} \frac{\partial \mu_{m,n}(\theta)^T}{\partial \theta_j} + \text{tr} \left(\Sigma_{m,n}(\theta)^{-1} \frac{\partial \Sigma_{m,n}(\theta)}{\partial \theta_i} \Sigma_{m,n}(\theta)^{-1} \frac{\partial \Sigma_{m,n}(\theta)}{\partial \theta_j} \right) \quad (5.5)$$

En utilisant l'hypothèse IV et en considérant le fait que les lignes de visée sont décorréelées les unes des autres (hypothèse I), l'expression de l'élément (i, j) de la matrice d'information de Fisher globale, peut s'écrire :

$$I_{i,j}(\theta) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N I_{i,j}^{(m,n)}(\theta) \quad 1 \leq i,j \leq N_\theta \quad (5.6)$$

5.2 Énoncé de la méthodologie

Nous cherchons ici à optimiser les paramètres du LIDAR. Notre intérêt s'est porté sur les paramètres les plus susceptibles d'influer sur la mesure. Il s'agit ici de la durée de l'impulsion laser (à mi-hauteur), de la durée de la porte de mesure (conditionnant le nombre de points par porte distance), du temps d'accumulation des signaux et du décalage temporel entre deux portes distances successives. Comme présenté dans le chapitre 4, le nombre de lignes de visée dépend du temps d'accumulation et de la fréquence de répétition des impulsions (équation (4.4)), elle-même dépendante de la longueur des impulsions (équation (4.3)). Étant donné que l'on souhaite étudier l'influence de la taille des impulsions, le temps d'accumulation est choisi et non le nombre de lignes de visée à accumuler. Les valeurs de ces paramètres utilisées pour cette étude sont réunies

dans la table 5.1. Ces valeurs ont été établies en fonction des limitations des matériels utilisés dans le LIDAR. Les valeurs des paramètres inscrites en gras constituent la configuration du LIDAR "de référence" actuellement utilisée par LEOSPHERE, rappelée ici et que nous notons Π_0 . Les impulsions et les fenêtres d'échantillonnage, qui sont des gaussiennes, sont tronquées lorsqu'elles sont en deçà de 13.5% du maximum (puissance crête pour les impulsions).

- Durée de l'impulsion : 200 ns
- Durée de la porte de mesure : 256 ns
- Décalage temporel entre 2 portes successives : 32 ns soit 1/8-ème de la durée d'une porte.
- Temps d'accumulation : 50 ms

Notons BCR_π la borne de Cramér-Rao lorsque celle-ci est calculée avec le jeu π de paramètres instrumentaux. Le but de cette étude est d'optimiser la borne de Cramer-Rao BCR_π en fonction des paramètres du LIDAR. Le nombre de lignes de visée qui sont accumulées dépend à la fois du temps d'accumulation spécifié et de la cadence de tir (PRF). Cette dernière étant elle-même dépendante de la durée d'une impulsion, comme nous l'avons vu dans l'équation 1.13, l'influence de l'accumulation est étudiée à travers le temps d'accumulation.

Paramètres LIDAR	Valeurs
Durée de l'impulsion (ns)	100 (170) - 200 (340) - 400 (680)
Durée d'une porte de mesure (ns)	128 - 256 - 512 - 1024
Temps d'accumulation (ms)	20 - 40 - 50 - 80
Décalage temporel (Proportion de la porte distance)	1/16 - 1/8 - 1/2 - 1

TABLE 5.1 – Valeurs de paramètres LIDAR pour l'étude de sensibilité sur la borne de Cramér-Rao. En gras les valeurs des paramètres utilisés dans la configuration de base π_0 du LIDAR. Entre parenthèses les durées totales des impulsions associées aux largeurs à mi-hauteur choisies.

Les calculs des BCR_π sont réalisés en considérant un avion du type Heavy (Airbus A340) dont les caractéristiques des tourbillons ont été présentées dans le tableau 4.1. Ce type d'avion possède une circulation moyenne des vols moyen et long courrier. La paire est supposée se trouver à 50 m du sol et à une distance de 500 m du LIDAR. D'un point de vue atmosphérique la densité d'aérosols est considérée comme étant d'un niveau standard, soit un coefficient de rétrodiffusion de $\beta = 10^{-7} \text{ m}^{-1} \cdot \text{sr}^{-1}$. De même que pour les simulations analytiques, un vent transverse de $1.5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ est ajouté au champ de vitesse des tourbillons. Les mêmes hypothèses de tir qui ont été formulées dans la section 4.1 sont utilisées ici. En revanche, la turbulence atmosphérique n'est pas prise en compte afin de simplifier le modèle atmosphérique.

Lorsque l'influence des différents paramètres est étudiée, les autres paramètres sont fixés par la configuration π_0 . Les matrices de covariance sont obtenues par la même méthode de calcul que dans la section 2.3.3. Leurs dérivées partielles par rapport aux paramètres de θ sont calculées en utilisant la méthode des différences finies. Il en est de même pour le spectre moyen et les dérivées partielles. Étant donné que le tourbillon de gauche est plus près du LIDAR que le tourbillon de droite, il est spatialement mieux échantillonné par les lignes de visée, donc de meilleurs résultats sont attendus pour le tourbillon gauche que pour le tourbillon droit.

5.3 Résultats obtenus

5.3.1 Étude de l'influence de la durée des impulsions et des portes distances

La durée de l'impulsion est l'un des paramètres LIDAR les plus importants pour les algorithmes utilisant des données spectrales comme les périodogrammes car elle est directement liée aux résolutions spatiale et spectrale. L'impulsion laser étant de forme gaussienne, par transformée de Fourier, plus une gaussienne est large dans le domaine temporel, plus elle sera fine dans le domaine spectral. En effet si nous appelons g une fonction gaussienne telle que :

$$g(x) = e^{-\frac{x^2}{2\gamma}}$$

avec $\gamma > 0$ et que \hat{g} est sa transformée de Fourier, alors :

$$\hat{g}(\omega) = \sqrt{\gamma} e^{-\gamma \frac{\omega^2}{2}}$$

Une impulsion plus longue est donc conseillée pour obtenir une meilleure finesse spectrale. En revanche, comme nous l'avons vu dans la section 1.3.1, une impulsion plus large augmente la profondeur sondée ce qui dégrade la résolution spatiale.

Il est important de ne pas dissocier la durée de l'impulsion de celle de la porte de mesure car, pour des raisons de corrélation entre les points d'une même porte, il est d'usage de les prendre de tailles (largeur totale pour l'impulsion et non pas largeur à mi-hauteur) à peu près égales. C'est pourquoi les résultats obtenus en faisant varier ces 2 paramètres sont présentés conjointement. Les figures 5.1 et 5.2 présentent respectivement les résultats pour la circulation et les coordonnées des deux tourbillons.

Les résultats obtenus pour la circulation montrent que la meilleure combinaison durée d'impulsion/durée de porte distance est 400 ns/1024 ns soit des périodogrammes de 128 points. L'utilisation d'impulsions plus courtes nécessite de prendre des fenêtres de mesure plus courtes. Pour des impulsions de 200 ns et 100 ns une porte distance de 512 ns est préférable, voire 256 ns dans le cas d'une impulsion de 100 ns. Les tendances observées sont relativement les mêmes pour les coordonnées sauf pour une impulsion de 100 ns où la porte de mesure de 256 ns est nettement plus appropriée. De manière générale, une impulsion plus longue donne de meilleurs résultats. Une impulsion de 400 ns semble donc toute indiquée. Comme cela était attendu, les résultats sont meilleurs pour le vortex gauche ou équivalent dans le cas de la coordonnée verticale (Z). De plus on constate qu'il y a effectivement un lien fort entre les deux paramètres qui viennent d'être étudiés. En comparant les durées totales des impulsions avec les durées des portes de mesure qui leur sont le plus adaptées, on constate que dans chaque cas la porte de mesure est plus longue que l'impulsion.

5.3.2 Étude de l'influence du temps d'accumulation

Une accumulation plus courte permet d'affiner le pas de discrétisation angulaire et ainsi de mieux échantillonner l'atmosphère et les phénomènes qui s'y produisent. D'un autre côté, augmenter le temps d'accumulation permet de diminuer la quantité de données à traiter et surtout d'augmenter le rapport signal sur bruit mais au détriment du nombre de lignes de visée. Les calculs des bornes de Cramér-Rao réalisés en faisant varier le temps d'accumulation donnent les résultats de la figure 5.3.

Que ce soit pour les circulations ou pour les coordonnées des tourbillons, l'augmentation du temps d'accumulation provoque une augmentation de la borne de Cramér-Rao. Ce résultat fait sens puisqu'en accumulant des lignes de visée, un moyennage de type Welch ou Bartlett est réalisé. Connaissant l'information à 20 ms d'accumulation, il est possible, en réalisant une moyenne, de retrouver celle obtenue en accumulant 40 ms et 80 ms, la réciproque n'étant pas

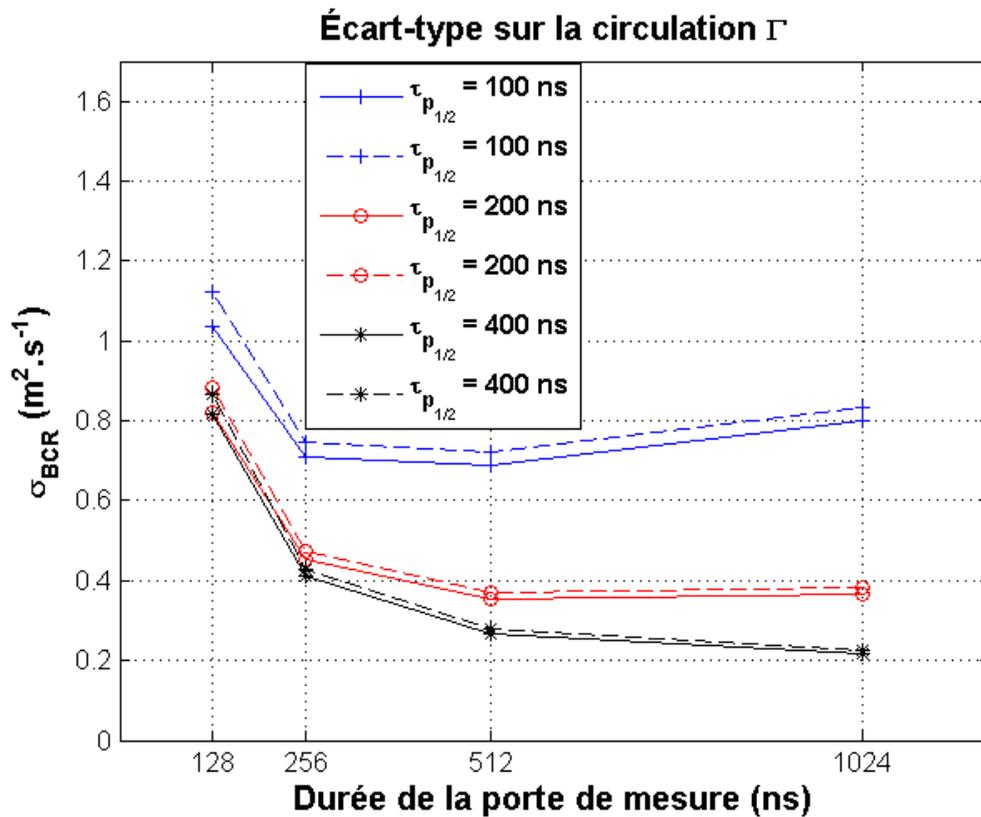


FIGURE 5.1 – Évolution de la Borne de Cramér-Rao en fonction de la durée de la porte de mesure pour les différentes durées d’impulsion pour la circulation des vortex 1 (traits pleins) et vortex 2 (tirets). Temps d’accumulation : 50 ms - Décalage temporel : 1/8-ième de la durée de la porte distance.

vraie. Cela fait des périodogrammes accumulés pendant 20 ms, une information plus riche. La borne de Cramér-Rao étant obtenue en prenant l’inverse de l’information de Fisher, il est donc normal de voir la borne de Cramér-Rao croître avec l’accumulation. Un compromis doit donc être trouvé entre richesse de l’information, et quantité de données à traiter. La description plus fine qui peut être obtenue avec un temps d’accumulation plus faible n’a finalement pas beaucoup d’impact sur la BCR. Une accumulation de 50 ms semble donc être une valeur convenable.

5.3.3 Étude de l’influence du taux de recouvrement des portes distances

Le recouvrement de portes distances est principalement utilisé pour les algorithmes utilisant des méthodes non-probabilistes d’estimation de position et de circulation afin d’obtenir un pas de discrétisation plus fin que la taille de la porte de mesure. Il sert également à obtenir une représentation graphique, virtuellement plus fine, des vitesses moyennes. Le principe d’exécution a été présenté précédemment dans la section 1.3.2.

On constate que pour tous les paramètres des tourbillons, l’augmentation du recouvrement des portes distances permet de faire diminuer la borne de Cramér-Rao. Ce résultat s’explique simplement par le fait qu’augmenter le recouvrement apporte plus de redondance et donc moins d’incertitude. Cependant, un recouvrement plus important implique une augmentation significative de la quantité de données à traiter *a posteriori*. Donc de la même manière que pour le temps d’accumulation, un compromis est à trouver.

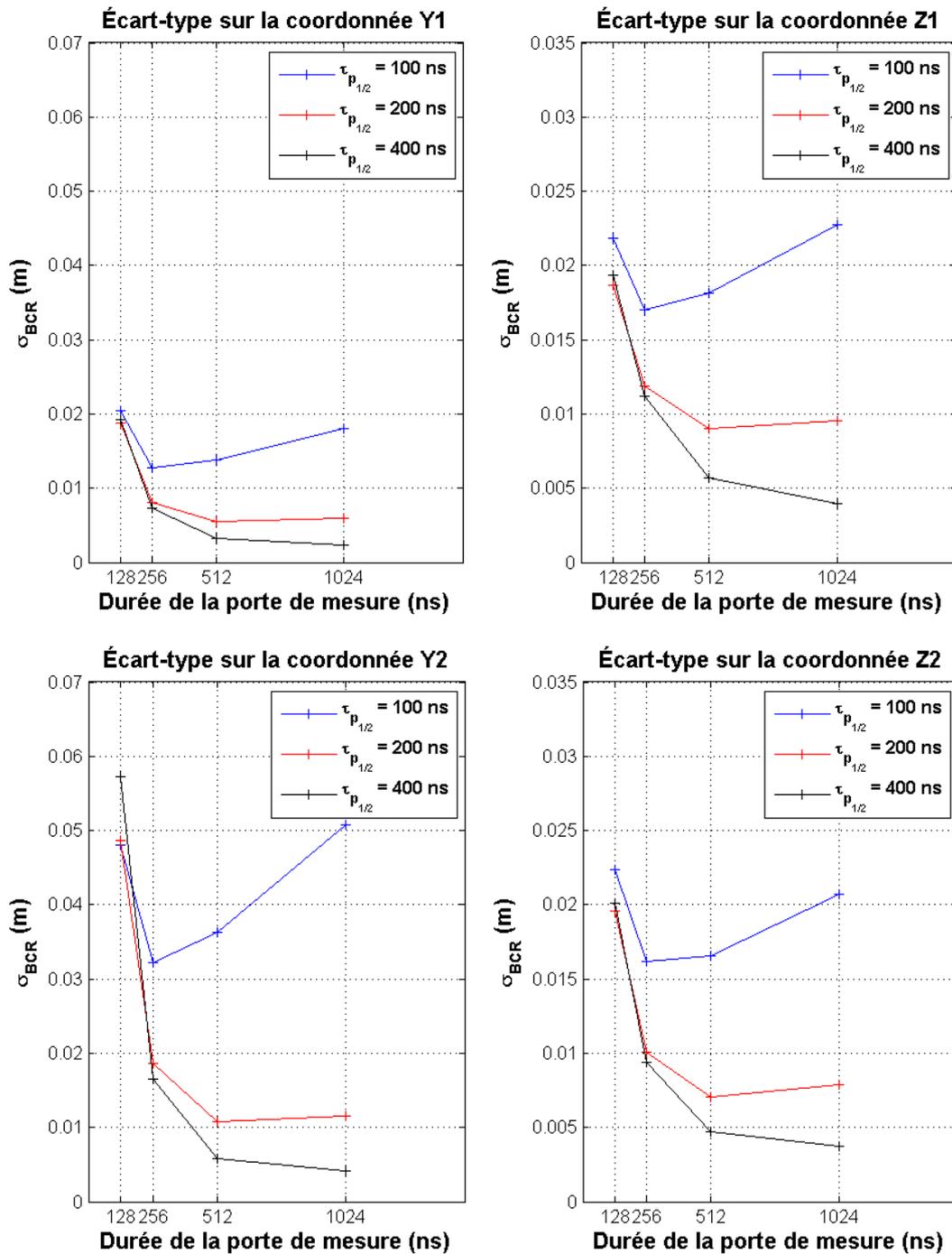


FIGURE 5.2 – Évolution de la Borne de Cramér-Rao en fonction de la durée de la porte de mesure pour les différentes durées d'impulsion pour les coordonnées des vortex 1 (haut) et vortex 2 (bas). Temps d'accumulation : 50 ms - Décalage temporel : 1/8-ième de la durée de la porte distance.

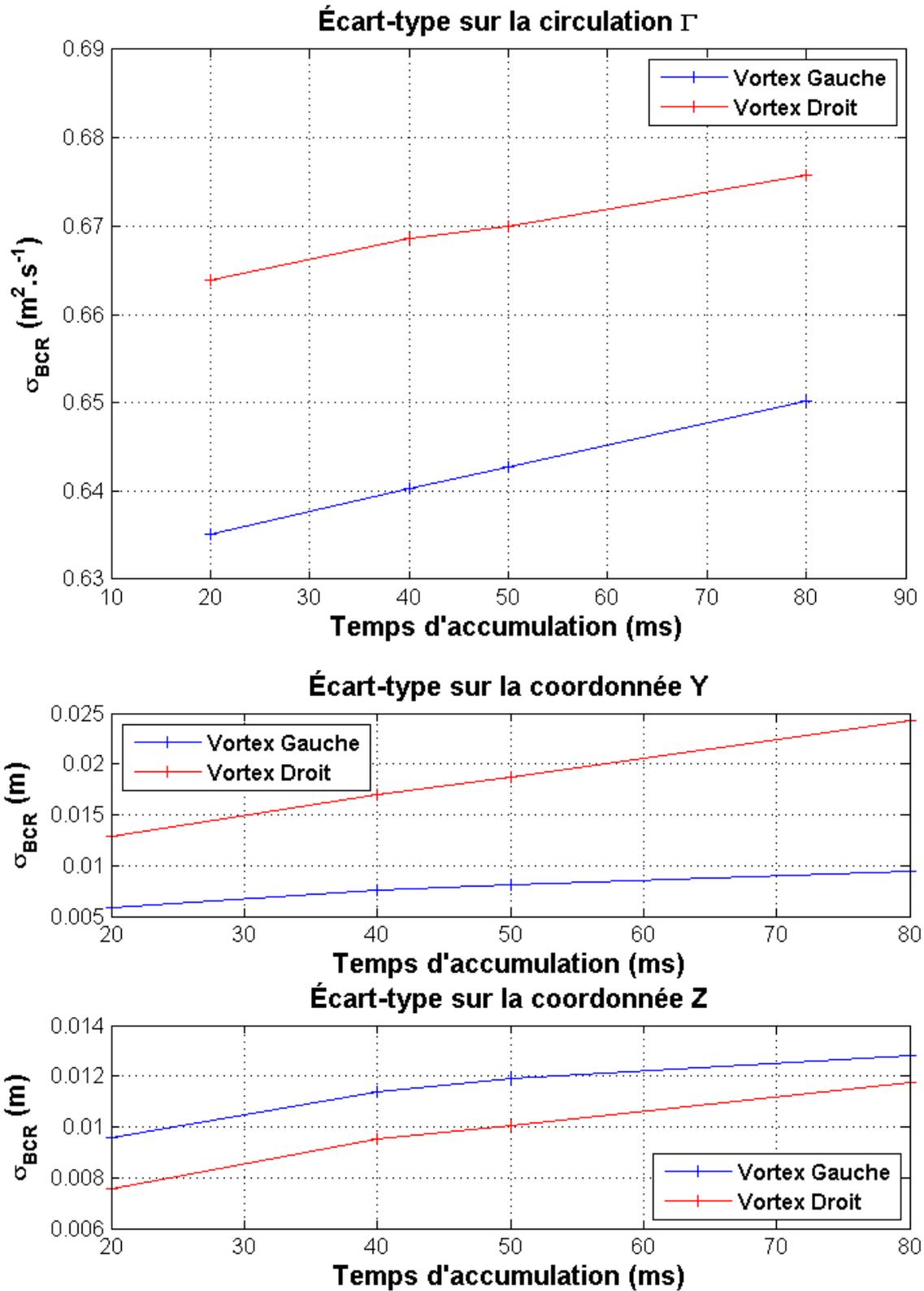


FIGURE 5.3 – Évolution de la Borne de Cramér-Rao en fonction du temps d'accumulation pour la circulation et les coordonnées des vortex 1 (bleu) et vortex 2 (rouge). Durée de l'impulsion : 200 ns - Durée de la porte distance 256 ns - Décalage temporel : 1/8-ième de la durée de la porte distance.

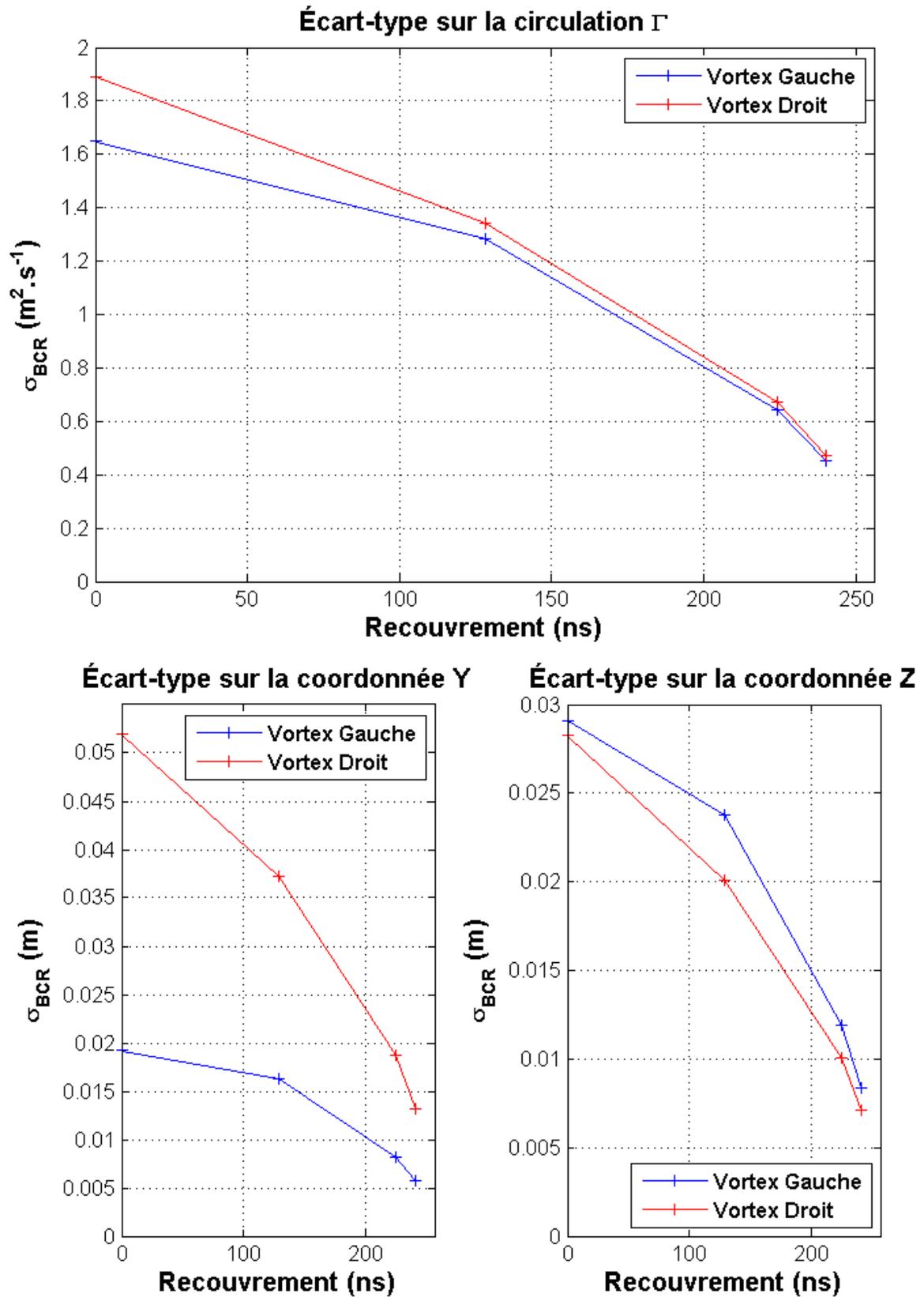


FIGURE 5.4 – Évolution de la Borne de Cramér-Rao en fonction de taux de recouvrement des portes distances pour la circulation et les coordonnées des vortex 1 (bleu) et vortex 2 (rouge). Durée de l'impulsion : 200 ns - Durée de la porte distance 256 ns - Temps d'accumulation : 50 ms.

5.3.4 Bilan

À la lumière de cette étude de l'influence des différents paramètres LIDAR sur la borne de Cramér-Rao, il est possible de dégager une configuration qui semble meilleure que la configuration de référence :

- Durée de l'impulsion : 400 ns
- Durée de la porte de mesure : 1024 ns
- Décalage temporel entre 2 portes consécutives : 1/16-ème de la durée d'une porte soit 64 ns.
- Temps d'accumulation : Le temps d'accumulation semble avoir une influence relativement limitée sur la borne de Cramér-Rao, c'est pourquoi la valeur de référence, à savoir 50 ms est conservée pour la configuration de référence.

Le tableau 5.2 présente les valeurs des racines carrées de la diagonale de la matrice de Cramér-Rao calculées pour la configuration de référence π_0 et la configuration optimisée $\hat{\pi}$ pour chacun des paramètres des deux tourbillons de la paire.

LIDAR configuration	$\Gamma(\text{m}^2.\text{s}^{-1})$		Y (m)		Z (m)	
π_0	0.46	0.47	0.008	0.019	0.012	0.010
$\hat{\pi}$	0.153	0.161	0.002	0.003	0.003	0.003

TABLE 5.2 – Valeurs de la racine carrée de la diagonale la matrice de la borne de Cramér-Rao (homogène à un écart-type) obtenues avec les configurations de référence et optimisée pour les 3 paramètres des vortex gauche (sous-colonnes de gauche) and droit (sous-colonnes de droite)

Le gain en précision est non-négligeable. En effet la configuration optimisée permet de diminuer la BCR de 65% pour la circulation et de 70 à 85% pour les coordonnées. Il est cependant nécessaire d'observer les performances de l'algorithme lorsque cette nouvelle configuration est utilisée pour réaliser des mesures de Wake Vortex et de les comparer à celles obtenues avec la configuration de référence.

5.4 Validation de la nouvelle configuration instrumentale

Les conclusions que nous avons pu tirer sur cette étude d'influence sur la Borne de Cramér-Rao ont mené à une configuration du LIDAR que nous espérons être plus performante pour la mesure de tourbillons de sillages.

Afin de le vérifier, une étude de Monte Carlo est effectuée selon le même schéma que dans le chapitre 4. Les observations sont simulées en utilisant le modèle LIDAR : elles suivent une loi du χ^2 . La corrélation entre les échantillons est prise en compte. Nous pouvons nous permettre de ne prendre en compte que cette hypothèse (hypothèse II) car le temps de simulation est bien inférieur au temps de calcul des bornes de Cramér-Rao et nécessite donc moins d'approximations. Dans cette section, les paramètres atmosphériques et vortex identiques à ceux utilisés pour le calcul de la borne de Cramér-Rao ainsi que les deux configurations LIDAR (référence et optimisée) sont utilisées pour générer cent réalisations indépendantes de balayages LIDAR. L'algorithme hybride proposé précédemment est ensuite utilisé pour traiter ces deux bases de données.

LIDAR configuration	$\Gamma(\text{m}^2.\text{s}^{-1})$		Y (m)		Z (m)	
π_0	1.98	2.05	0.147	0.244	0.058	0.041
$\hat{\pi}$	1.40	1.40	0.586	1.64	0.078	0.158

TABLE 5.3 – Valeurs de l'écart-type obtenues en utilisant l'algorithme hybride sur les simulations générées avec les configurations de référence et optimisée pour les trois paramètres du vortex gauche (sous-colonnes de gauche) et du vortex droit (sous-colonnes de droite).

Les résultats obtenus en termes d'écart-types et de biais avec les deux configurations sont respectivement rassemblés dans les tableaux 5.3 et 5.4.

La configuration optimisée permet d'obtenir de meilleurs écarts-types pour l'estimation des circulations qui sont les paramètres des tourbillons les plus critiques. En effet, ces valeurs sont réduites d'environ 30% pour les deux tourbillons lorsque l'algorithme est utilisé sur les données simulées avec la nouvelle configuration et cela bien que les valeurs d'écart-types obtenues sur les estimations des positions soient plus élevées qu'en utilisant la configuration de référence.

En termes de biais, le même constat que pour l'écart-type peut être fait. La nouvelle configuration donne en relatif (par rapport à la valeur de référence), une valeur quasi-identique à celle obtenue avec la configuration de référence pour la circulation du tourbillon de gauche et une valeur beaucoup plus faible pour le tourbillon de droite. Cela même si les biais sur les positions sont dégradés car ils restent néanmoins acceptables.

LIDAR configuration	$\Gamma(\text{m}^2.\text{s}^{-1})$		Y (m)		Z (m)	
π_0	-1.27	1.36	0.29	0.20	-0.05	0.07
$\hat{\pi}$	-1.51	0.007	-1.58	2.29	-0.33	0.31

TABLE 5.4 – Valeurs du biais obtenues en utilisant l'algorithme hybride sur les simulations générées avec les configurations de référence et optimisée pour les trois paramètres du vortex gauche (sous-colonnes de gauche) et du vortex droit (sous-colonnes de droite).

De manière générale, la nouvelle configuration permet d'obtenir de meilleures estimations sur les circulations qui restent les paramètres les plus critiques des tourbillons de sillage, comparée à la configuration de référence, et cela même si les estimations des positions sont dégradées. L'aspect temps de traitement est également un paramètre à prendre en compte. La quantité de données à traiter est augmentée, en utilisant la nouvelle configuration, ce qui rend la procédure d'estimation bien plus lente qu'avec la configuration de référence.

A la lumière des résultats obtenus avec la configuration qui a été dégagée de cette étude d'influence des paramètres du LIDAR sur la Borne de Cramér-Rao, nous pouvons conclure que la configuration doit être adaptée en fonction du besoin. Lorsque le temps de traitement n'est pas une contrainte, une configuration permettant d'obtenir une information plus riche peut être envisagée.

Conclusion et perspectives

Conclusion

Durant cette étude, nous avons développé, à partir d'un modèle statistique du LIDAR, un algorithme de caractérisation des tourbillons de sillage dont nous avons évalué les performances grâce à des simulations analytiques ainsi qu'à des simulations aux grandes échelles, plus réalistes. Il a également été possible d'optimiser les paramètres instrumentaux du LIDAR en calculant les Bornes de Cramér-Rao et de comparer les résultats des estimations obtenus avec la configuration optimisée avec ceux obtenus avec la configuration de référence.

Comme nous avons pu le constater, cette étude repose principalement sur un modèle statistique du LIDAR qui a pu être établi à partir d'un modèle atmosphérique. Ce dernier est notamment basé sur le modèle feuilleté qui divise l'atmosphère en tranches de profondeur infinitésimale dans lesquelles se trouvent des aérosols. Des approximations sont faites sur les propriétés dans ces tranches, ce qui permet d'obtenir la loi de probabilité de la rétrodiffusion engendrée par l'éclairement d'aérosols par une lumière cohérente telle qu'une impulsion laser monochromatique. Des modèles simples de mécanique de fluides pour la turbulence atmosphérique et les tourbillons de sillage, ont permis de compléter le modèle LIDAR et de s'affranchir des simulations complexes nécessitant de résoudre les équations de conservation de la quantité de mouvement.

De nombreuses hypothèses faites sur les différents modèles utilisés ont été nécessaires pour réduire les temps de calculs selon l'application souhaitée. Un minimum d'hypothèses a été pris en compte pour obtenir des simulations de champs de vent aussi réalistes que possible, et pour pouvoir évaluer au mieux les incertitudes. Le nombre d'hypothèses utilisées, augmente avec la complexité des calculs et donc avec le besoin d'économie en temps de calcul. Ainsi, le modèle d'estimation et le calcul de la Borne de Cramér-Rao se basent sur un modèle LIDAR beaucoup plus simplifié.

Deux grandes familles d'algorithmes ont été identifiées dans la littérature : Les algorithmes utilisant l'estimation par maximum de vraisemblance et ceux utilisant des cartes de vitesses estimées à partir des périodogrammes, comme les vitesses maximales et minimales qui permettent ensuite de construire les enveloppes de vitesses.

Après avoir testé, sur des données simulées et des données de campagnes de mesure, certaines de ces méthodes, et en conservant la contrainte de temps de traitement, un algorithme d'estimation a pu être mis au point. Celui-ci possède une architecture particulière, qui pourrait être qualifiée d'hybride.

L'estimation des paramètres des deux tourbillons, position et circulation, est faite en 3 étapes.

La première a pour but de faire une localisation des tourbillons. Pour cela, la méthode des enveloppes de vitesses est utilisée pour obtenir une première estimation, grossière car limitée par la résolution spatiale du LIDAR, des positions des tourbillons.

La seconde étape utilise cette première estimation des positions pour restreindre les données spectrales à traiter en sélectionnant des portes distances et des lignes de visée de manière à englober le centre de chaque tourbillon sur un rayon allant jusqu'à environ 20-30 mètres. Cette étape se base sur la minimisation du critère des moindres carrés calculé à partir des périodogrammes. Les périodogrammes du modèle d'estimation sont générés à partir du modèle LIDAR et du modèle analytique de Wake Vortex de Kaden-Winckelmans, choisi comme modèle de référence. Les

paramètres estimés pendant cette étape sont les positions et les circulations de tourbillons. Le vecteur initial pour l'estimation est donné par une circulation moyenne des tourbillons et par le résultat de la première localisation, pour les positions.

La troisième et dernière étape, se concentre sur l'estimation des circulations et utilise pour cela le critère de vraisemblance. Celui-ci est établi à partir du modèle statistique du LIDAR, simplifié par plusieurs hypothèses qui mènent à une loi du χ^2 pour les éléments des périodogrammes. Le modèle de Kaden-Winckelmans ne faisant pas une description réaliste du cœur des tourbillons, les données spectrales qui se trouvent dans un rayon inférieur ou égal à 10% de l'espacement initial des tourbillons ne sont pas prises en compte dans le calcul du critère.

Afin d'évaluer la robustesse de l'algorithme vis-à-vis du bruit, de la turbulence atmosphérique et des erreurs de modèles, trois cas sont envisagés : Simuler des tourbillons de sillage avec le même modèle que celui utilisé dans le modèle d'estimation en présence de turbulence, faire de même en retirant la turbulence et enfin changer de modèle de simulation toujours sans turbulence. Pour chacun des cas, trois catégories d'avions et trois niveaux de rapport signal sur bruit sont mis en jeu. Souhaitant faire une étude de type Monte Carlo, cent réalisations de chacun des scénarios sont générées et traitées par l'algorithme d'estimation.

Les résultats des estimations montrent, d'une part, que l'étape 3 d'estimation par maximum de vraisemblance joue son rôle et permet de diminuer le biais obtenu après l'étape 2. Le rapport signal sur bruit permet, de manière générale, de diminuer le biais et la dispersion des estimations. Une majeure partie de l'écart-type est attribuée à la turbulence atmosphérique, particulièrement lorsque le rapport signal sur bruit devient bon. La dispersion résiduelle est donc attribuée aux différents bruits (mesure et instrument). On constate que même en faible rapport signal sur bruit, les écarts-types obtenus sont très satisfaisants (inférieurs à 5% de la circulation de référence). Les erreurs de modèles, quant à elles, influent sur le biais. Cela a été constaté en changeant de modèle pour la simulation mais également en utilisant des simulations aux grandes échelles. Celles-ci ont permis de confirmer nos conclusions. En effet, lorsque les tourbillons observés n'ont plus vraiment de symétrie de révolution, contrairement au modèle de tourbillon utilisé pour l'estimation, le biais augmente. La difficulté avec les simulations aux grandes échelles, est de connaître la circulation totale de référence. Or, calculer cette circulation à partir d'un champ de vent avec deux tourbillons n'est pas possible. C'est pourquoi, l'utilisation de la circulation Γ_{5-15} moyennée entre 5 et 15 mètres est nécessaire.

En comparant nos résultats à ceux obtenus par Frehlich dans [18], on constate que les biais obtenus sont équivalents. En revanche les écarts-types obtenus avec notre algorithme sont meilleurs que ceux de Frehlich en particulier sur les circulations. Cette différence provient probablement de la stabilité de notre estimateur par maximum de vraisemblance qui n'estime que deux paramètres contrairement à celui de Frehlich qui en estime trois, voire six.

La dernière partie de cette étude a été consacrée aux paramètres instrumentaux du LIDAR. En effet, nous nous sommes intéressés à l'optimisation de la configuration de l'instrument pour la mesure des tourbillons de sillage. Pour cela, différentes valeurs de durée d'impulsion, de durée de fenêtre de mesure, de temps d'accumulation et de décalage temporel entre deux portes distances consécutives ont été utilisées pour calculer la Borne de Cramér-Rao et ainsi observer l'influence que ces paramètres ont sur cette dernière. Le calcul de Borne de Cramér-Rao est également basé sur le modèle statistique du LIDAR mais a nécessité, comme pour l'algorithme d'estimation, d'utiliser certaines hypothèses simplificatrices, notamment supposer l'absence de turbulence atmosphérique.

Quel que soit le paramètre des tourbillons que l'on considère, utiliser une impulsion courte (100 ns) nécessite d'utiliser une fenêtre de 256 ns voire de 512 ns. L'utilisation d'impulsions plus longues, permet d'obtenir des valeurs de Borne de Cramér-Rao plus basses mais nécessite des fenêtres de mesure plus longue : 512 ns et même 1024 ns pour une impulsion de 400 ns. Ainsi, l'impulsion de 400 ns semble être la plus adaptée à ce type de mesure et plus le nombre de points par porte distance est élevé, plus l'estimation devrait être précise.

La perte d'information, qui est engendrée par une accumulation plus longue des lignes de visée, provoque logiquement l'augmentation de la valeur de la BCR, qu'il s'agisse des positions ou de la circulation. Nous pouvons tout de même constater que la différence entre les valeurs de BCR calculées pour 20 ms et 80 ms d'accumulation est très faible. L'influence de ce paramètre sur la BCR est donc très limitée.

L'augmentation du recouvrement (diminution du décalage temporel entre deux portes distances consécutives), augmente la redondance d'information. Il n'est donc pas surprenant d'observer une diminution de la BCR lorsque ce recouvrement augmente.

À partir de ces calculs de Borne de Cramér-Rao, une configuration optimale du LIDAR, que nous espérons plus précise que la configuration de référence, a pu être dégagée. La comparaison entre ces deux configurations a été effectuée en utilisant, comme pour l'évaluation de performances de l'algorithme, 100 réalisations de traces LIDAR. L'écart-type obtenu pour les estimations de chacune des deux circulations est en effet, diminué par rapport à celui obtenu avec la configuration de référence et cela même si les écarts-types sur les coordonnées sont un peu dégradés. Le même constat peut être fait sur les biais. De manière générale, les dégradations des estimations des positions restent tout de même satisfaisantes. Cependant une augmentation du temps de traitement par l'algorithme a été constatée. La configuration doit donc être adaptée en fonction du besoin et des contraintes.

Perspectives

En ce qui concerne la continuité de cette étude, plusieurs axes d'améliorations, qui n'ont pu être mis en place, faute de temps, peuvent être envisagés.

Simulations

Le réalisme des simulations peut être amélioré, en particulier en ce qui concerne la modélisation des champs de vent.

Le mouvement des tourbillons peut être pris en compte en utilisant la formule de la donnée par Stefan [36]. Comme précisé lors de la description des simulations, la difficulté provient de la turbulence atmosphérique. Simuler la descente des tourbillons suppose une atmosphère qui n'est pas figée, la turbulence doit donc également évoluer. L'hypothèse qui peut être faite en revanche est qu'en présence d'un vent faible, la turbulence évolue peu par rapport à la perte d'altitude des tourbillons. Il est donc envisageable de figer la turbulence tout en simulant la descente des tourbillons. Il serait nécessaire de s'assurer qu'à la fin du balayage, les tourbillons ne sont pas trop proches du sol. Dans le cas contraire, il faudrait trouver un moyen de prendre en compte la condition aux limites imposées par la terre ferme. Une des possibilités serait de simuler les tourbillons "images" par rapport au sol. Un profil de vent transverse, tenant compte de la condition imposée par le sol, peut également remplacer le vent supposé homogène et constant en tout point de l'espace.

En ce qui concerne les tourbillons eux-mêmes, il pourrait être intéressant de tester un modèle un peu plus réaliste que le modèle de Kaden-Winckelmans, comme par exemple le modèle de Proctor-Winckelmans qui est un modèle à deux échelles.

Algorithme

Nous avons pu constater que la turbulence atmosphérique est la source principale de dispersion des estimations des circulations. Il serait intéressant de la prendre en compte dans le calcul du critère de vraisemblance. Mais pour cela il serait nécessaire de connaître la densité de probabilité associée à la turbulence.

Si la descente des tourbillons peut être prise en compte dans la simulation, avec des modèles analytiques de tourbillons de sillage, il n'est en revanche pas envisageable de l'incorporer à l'algorithme d'estimation. La vitesse de descente des tourbillons dépend de leur circulation initiale. Or, c'est un des paramètres que l'on souhaite estimer. Cela complexifierait beaucoup trop l'estimation et le temps nécessaire pour optimiser les critères serait bien plus long.

Simulations aux grandes échelles

Deux cas de simulations nous ont été fournis par l'UCL : le premier avec un vent transverse de 1.31 m.s^{-1} et le second avec un vent transverse de 2.62 m.s^{-1} . Seul le premier cas a été utilisé durant notre étude. Il serait intéressant de tester l'algorithme d'estimation sur le second cas, qui est plus turbulent, et d'observer les biais et écarts-types qui seraient obtenus.

Données de campagne de mesure

L'algorithme n'a, malheureusement, pas pu être testé sur des mesures réelles pour lesquelles, poids et vitesses des avions étaient connus. Ces données auraient permis de calculer la circulation initiale théorique pour la première trace de chaque avion et ainsi de comparer les résultats obtenus grâce à l'algorithme à une référence.

D'un point de vue plus général, si cet algorithme est validé sur des données de campagnes de mesure et qu'il est possible de le faire fonctionner en temps réel, on pourrait imaginer faire des suivis de l'évolution des tourbillons, grâce à un LIDAR, placé en bord de piste et faisant des balayages en continu. La période de balayage est d'environ cinq secondes. Il serait alors envisageable de communiquer à la tour de contrôle les informations sur la position et la circulation des tourbillons, toutes les cinq secondes, afin de permettre aux contrôleurs aériens de décider du meilleur moment pour accorder, aux avions, l'autorisation de décoller.

Annexes

Justification de l'utilisation de la loi de Wishart

Soit la matrice $P = (x_{n_a}^{(k_e)})_{(1 \leq n_a \leq N_a, 1 \leq k_e \leq N_e)}$ de taille $N_a \times N_e$. Les lignes sont des vecteurs aléatoires indépendants et suivent une loi normale N_e -dimensionnelle centrée. La matrice $S = (s_{k_e l_e})_{(1 \leq k_e, l_e \leq N_e)}$ de dimension $N_e \times N_e$ et définie par $S = P^* \cdot P$, est alors une variable de Wishart complexe à N_a degrés de liberté. Les éléments de S s'expriment donc de la manière suivante :

$$s_{k_e l_e} = \sum_{n_a=1}^{N_a} x_{n_a}^{(k_e)*} \cdot x_{n_a}^{(l_e)}$$

On extrait, à partir de S , la sous-matrice $R = (s_{kl})_{(1 \leq k, l \leq K)}$ de taille $K \times K$ centrée sur la diagonale de S . En passant dans le domaine fréquentiel par changement de base $Q = W R W^T$:

$$\begin{aligned} q_{uv} &= \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^K w_{ku} s_{kl} w_{lv}^* \\ &= \sum_{k=0}^{K-1} \sum_{l=0}^{K-1} e^{-j2\pi \frac{ku}{K}} \cdot \left[\sum_{n_a=1}^{N_a} x_{n_a}^{(k+1)*} x_{n_a}^{(l+1)} \right] e^{j2\pi \frac{lv}{K}} \\ &= \sum_{n_a=1}^{N_a} \left[\sum_{k=0}^{K-1} \sum_{l=0}^{K-1} e^{j2\pi \frac{ku}{K}} x_{n_a}^{(k+1)*} x_{n_a}^{(l+1)} e^{-j2\pi \frac{lv}{K}} \right] \end{aligned}$$

Finalement, en considérant uniquement les éléments diagonaux et en notant $X_{n_a} = (x_{n_a}^{(1)}, \dots, x_{n_a}^{(K)})$:

$$\begin{aligned} q_{uu} &= \sum_{n_a=1}^{N_a} \left[\left(\sum_{k=0}^{K-1} e^{-j2\pi \frac{ku}{K}} x_{n_a}^{(k+1)*} \right) \sum_{l=0}^{K-1} e^{-j2\pi \frac{lv}{K}} x_{n_a}^{(l+1)} \right] \\ q_{uu} &= \sum_{n_a=1}^{N_a} TFD[X_{n_a}]^* TFD[X_{n_a}] \end{aligned}$$

Ainsi on constate que générer une variable de Wishart à partir de la matrice de covariance temporelle d'une ligne de visée permet d'obtenir directement les périodogrammes accumulés, qu'il faut ensuite normaliser par N_a .

Démonstration du calcul simplifié de $\hat{\Sigma}_{\phi,n}^{(f)}$

$$\hat{\sigma}_{\phi,n}^{(f)}[k, k] = \sum_{i=0}^{K-1} \sum_{l=0}^{K-1} \hat{\sigma}_{\phi,n}^{(t)}[i, l] w_{(i-l),k}^*$$

On réalise le changement de variable $p = -i + l$, ce qui donne :

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}_{\phi,n}^{(f)}[k, k] &= \sum_{i=0}^{K-1} \sum_{p=-i}^{K-i-1} \hat{\sigma}_{\phi,n}^{(t)}[i, i+p] w_{-p,k}^* \\ &= \sum_{i=0}^{K-1} \left[\sum_{p=0}^{K-i-1} \hat{\sigma}_{\phi,n}^{(t)}[i, i+p] w_{-p,k}^* + \sum_{p=-i}^{-1} \hat{\sigma}_{\phi,n}^{(t)}[i, i+p] w_{-p,k}^* \right] \end{aligned}$$

Posons $q = -p$:

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}_{\phi,n}^{(f)}[k, k] &= \sum_{i=0}^{K-1} \left[\sum_{p=0}^{K-i-1} \hat{\sigma}_{\phi,n}^{(t)}[i, i+p] w_{p,k} + \sum_{q=1}^i \hat{\sigma}_{\phi,n}^{(t)}[i, i-q] w_{q,k}^* \right] \\ &= \sum_{i=0}^{K-1} \left[\sum_{p=0}^{K-i-1} \hat{\sigma}_{\phi,n}^{(t)}[i, i+p] w_{p,k} + \sum_{q=1}^i \hat{\sigma}_{\phi,n}^{(t)}[i-q, i]^* w_{q,k}^* \right] \end{aligned}$$

En introduisant les matrices carrées A et B de dimension K telles que :

$$A_{ip} = \begin{cases} 1 & \text{si } p \leq K - i - 1 \\ 0 & \text{si } p > K - i - 1 \end{cases} \quad B_{iq} = \begin{cases} 1 & \text{si } q \leq i \\ 0 & \text{si } q > i \end{cases}$$

Il est possible d'écrire :

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}_{\phi,n}^{(f)}[k, k] &= \sum_{i=0}^{K-1} \left[\sum_{p=0}^{K-1} \hat{\sigma}_{\phi,n}^{(t)}[i, i+p] w_{p,k} A_{ip} + \sum_{q=1}^{K-1} \hat{\sigma}_{\phi,n}^{(t)}[i-q, i]^* w_{q,k}^* B_{iq} \right] \\ &= \sum_{i=0}^{K-1} \left[\sum_{p=0}^{K-1} \hat{\sigma}_{\phi,n}^{(t)}[i, i+p] w_{p,k} A_{ip} + \sum_{q=0}^{K-1} \hat{\sigma}_{\phi,n}^{(t)}[i-q, i]^* w_{q,k}^* B_{iq} \right] - \sum_{i=0}^{K-1} \hat{\sigma}_{\phi,n}^{(t)}[i, i]^* w_{0,k}^* \\ &= \sum_{p=0}^{K-1} w_{p,k} \sum_{i=0}^{K-1} \hat{\sigma}_{\phi,n}^{(t)}[i, i+p] A_{ip} + \sum_{q=0}^{K-1} w_{q,k}^* \sum_{i=0}^{K-1} \hat{\sigma}_{\phi,n}^{(t)}[i-q, i]^* B_{iq} - \sum_{i=0}^{K-1} \hat{\sigma}_{\phi,n}^{(t)}[i, i]^* \end{aligned}$$

Les structures particulières de A et B font qu'il est possible d'écrire :

$$\hat{\sigma}_{\phi,n}^{(f)}[k, k] = \sum_{p=0}^{K-1} w_{p,k} \sum_{i=0}^{K-p-1} \hat{\sigma}_{\phi,n}^{(t)}[i, i+p] + \sum_{q=0}^{K-1} w_{q,k}^* \sum_{i=0}^{K-q-1} \hat{\sigma}_{\phi,n}^{(t)}[i, i+q]^* - \sum_{i=0}^{K-1} \hat{\sigma}_{\phi,n}^{(t)}[i, i]^*$$

Finalement :

$$\hat{\sigma}_{\phi,n}^{(f)}(k, k) = 2 \operatorname{Re} \left(\operatorname{TFD} \left[\sum_{i=0}^{K-p-1} \hat{\sigma}_{\phi,n}^{(t)}[i, i+p] \right]_k \right) - \sum_{i=0}^{K-1} \hat{\sigma}_{\phi,n}^{(t)}[i, i]^*$$

Résultats de l'étude statistique sur les données de référence

Coefficient de rétrodiffusion		$10^{-8} \text{ m}^{-1}.\text{sr}^{-1}$	$10^{-7} \text{ m}^{-1}.\text{sr}^{-1}$	$10^{-6} \text{ m}^{-1}.\text{sr}^{-1}$
Vortex Gauche	Y	-0.39 m (0.69 m)	-0.08 m (0.44 m)	0.01 m (0.43 m)
	Z	-0.05 m (0.21 m)	-0.02 m (0.12 m)	-0.01 m (0.10 m)
Vortex Droit	Y	0.77 m (0.68 m)	0.57 m (0.60 m)	0.60 m (0.53 m)
	Z	0.06 m (0.18 m)	0.06 m (0.12 m)	0.06 m (0.10 m)

TABLE 5.5 – Biais et écarts-types (entre parenthèses) des estimations sur les positions des tourbillons pour la catégorie Medium avec turbulence.

Coefficient de rétrodiffusion		$10^{-8} \text{ m}^{-1}.\text{sr}^{-1}$	$10^{-7} \text{ m}^{-1}.\text{sr}^{-1}$	$10^{-6} \text{ m}^{-1}.\text{sr}^{-1}$
Vortex Gauche	Y	0.02 m (0.50 m)	0.35 m (0.42 m)	0.24 m (0.23 m)
	Z	-0.27 m (0.18 m)	-0.13 m (0.11 m)	-0.10 m (0.11 m)
Vortex Droit	Y	0.34 m (0.52 m)	0.30 m (0.38 m)	0.30 m (0.35 m)
	Z	0.25 m (0.18 m)	0.15 m (0.15 m)	0.18 m (0.12 m)

TABLE 5.6 – Biais (sous-colonnes de gauche) et écarts-types (sous-colonnes de droite) des estimations sur les positions des tourbillons pour la catégorie Jumbo avec turbulence.

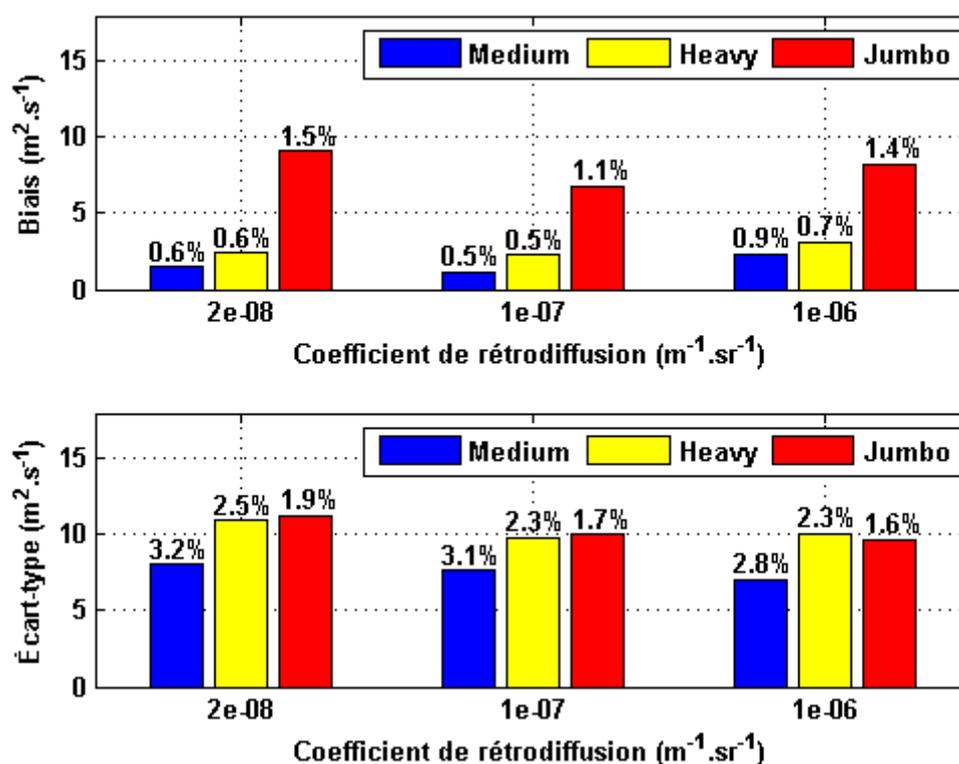


FIGURE 5.5 – Biais (valeur absolue) et écarts-types obtenus sur les estimations des circulations après l'étape 2 pour le vortex gauche des 3 catégories d'avions et les 3 coefficients de rétrodiffusion avec turbulence atmosphérique.

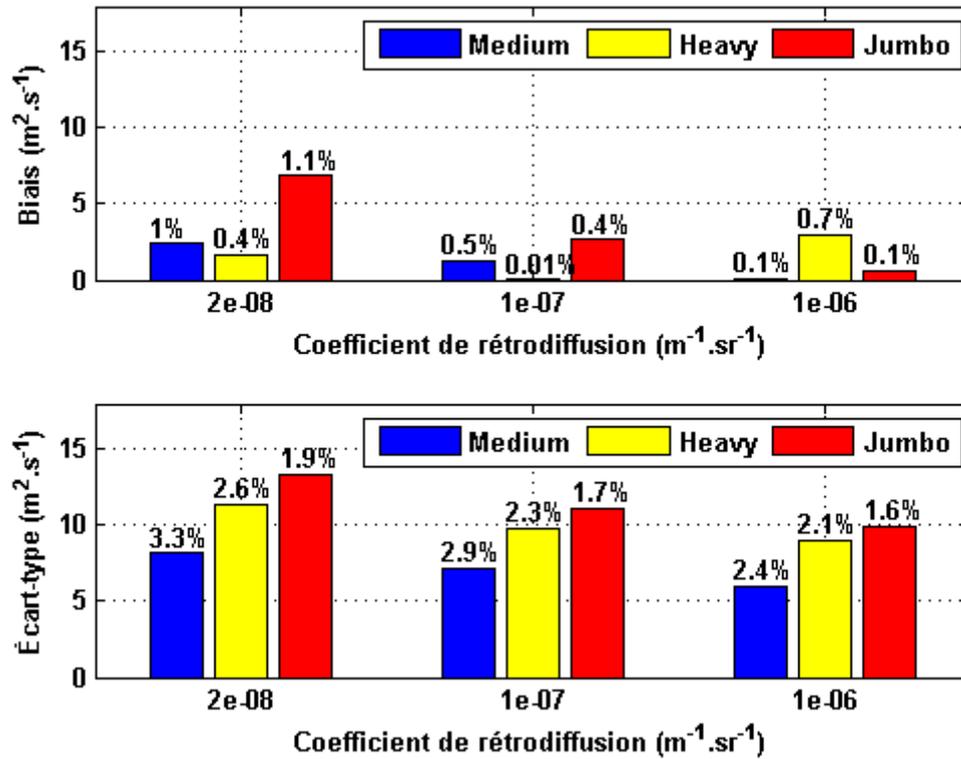


FIGURE 5.6 – Biais (valeur absolue) et écarts-types obtenus sur les estimations des circulations après l'étape 3 pour le vortex gauche des 3 catégories d'avions et les 3 coefficients de rétrodiffusion avec turbulence atmosphérique.

Étude de l'influence de la turbulence atmosphérique

Coefficient de rétrodiffusion		$10^{-8} \text{ m}^{-1}.\text{sr}^{-1}$	$10^{-7} \text{ m}^{-1}.\text{sr}^{-1}$	$10^{-6} \text{ m}^{-1}.\text{sr}^{-1}$
Vortex Gauche	Y	-0.21 m (0.76 m)	0.09 m (0.26 m)	0.07 m (0.22 m)
	Z	-0.10 m (0.29 m)	0 m (0.06 m)	0.004 m (0.03 m)
Vortex Droit	Y	0.80 m (0.77 m)	0.64 m (0.35 m)	0.51 m (0.20 m)
	Z	0.08 m (0.21 m)	0.08 m (0.05 m)	0.06 m (0.03 m)

TABLE 5.7 – Biais et écarts-types (entre parenthèses) des estimations sur les positions des tourbillons pour la catégorie Medium sans turbulence.

Coefficient de rétrodiffusion		$10^{-8} \text{ m}^{-1}.\text{sr}^{-1}$	$10^{-7} \text{ m}^{-1}.\text{sr}^{-1}$	$10^{-6} \text{ m}^{-1}.\text{sr}^{-1}$
Vortex Gauche	Y	-0.02 m (0.53 m)	0.33 m (0.24 m)	0.28 m (0.13 m)
	Z	-0.48 m (0.26 m)	-0.11 m (0.08 m)	-0.07 m (0.03 m)
Vortex Droit	Y	0.27 m (0.54 m)	0.24 m (0.18 m)	0.34 m (0.33 m)
	Z	0.33 m (0.24 m)	0.13 m (0.05 m)	0.13 m (0.03 m)

TABLE 5.8 – Biais et écarts-types (entre parenthèses) des estimations sur les positions des tourbillons pour la catégorie Jumbo sans turbulence.

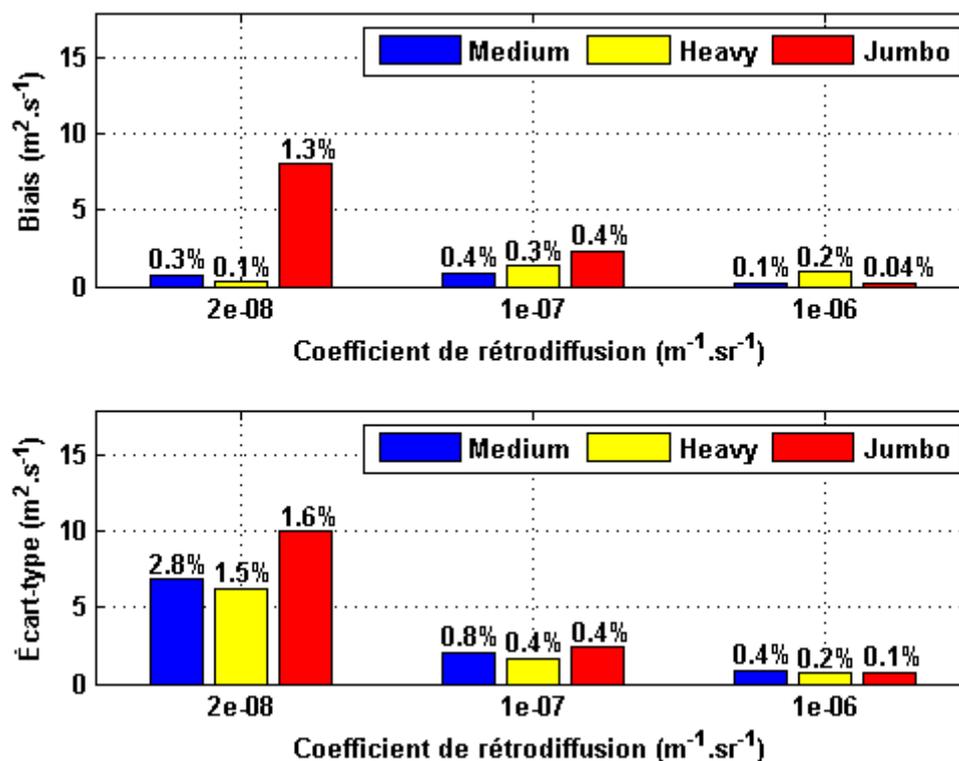


FIGURE 5.7 – Biais (valeur absolue) et écarts-types obtenus sur les estimations des circulations après l'étape 3 pour le vortex gauche des 3 catégories d'avions et les 3 coefficients de rétrodiffusion pour des scénarios de tourbillons sans turbulence atmosphérique.

Étude de l'influence du modèle analytique de tourbillon

Coefficient de rétrodiffusion		$10^{-8} \text{ m}^{-1} \cdot \text{sr}^{-1}$	$10^{-7} \text{ m}^{-1} \cdot \text{sr}^{-1}$	$10^{-6} \text{ m}^{-1} \cdot \text{sr}^{-1}$
Vortex Gauche	Y	0.13 m (0.70 m)	0.53 m (0.20 m)	0.59 m (0.11 m)
	Z	-0.02 m (0.17 m)	0.04 m (0.06 m)	0.05 m (0.02 m)
Vortex Droit	Y	0.48 m (0.65 m)	0.16 m (0.31 m)	0.05 m (0.19 m)
	Z	0.04 m (0.14 m)	0.03 m (0.06 m)	0.06 m (0.01 m)

TABLE 5.9 – Biais et écarts-types (entre parenthèses) des estimations sur les positions des tourbillons pour la catégorie Medium sans turbulence.

Coefficient de rétrodiffusion		$10^{-8} \text{ m}^{-1} \cdot \text{sr}^{-1}$	$10^{-7} \text{ m}^{-1} \cdot \text{sr}^{-1}$	$10^{-6} \text{ m}^{-1} \cdot \text{sr}^{-1}$
Vortex Gauche	Y	0.23 m (0.40 m)	0.46 m (0.34 m)	0.52 m (0.20 m)
	Z	-0.24 m (0.13 m)	-0.14 m (0.05 m)	-0.13 m (0.03 m)
Vortex Droit	Y	0.13 m (0.42 m)	0.09 m (0.15 m)	0.08 m (0.11 m)
	Z	0.20 m (0.14 m)	0.15 m (0.04 m)	0.14 m (0.02 m)

TABLE 5.10 – Biais et écarts-types (entre parenthèses) des estimations sur les positions des tourbillons pour la catégorie Jumbo sans turbulence.

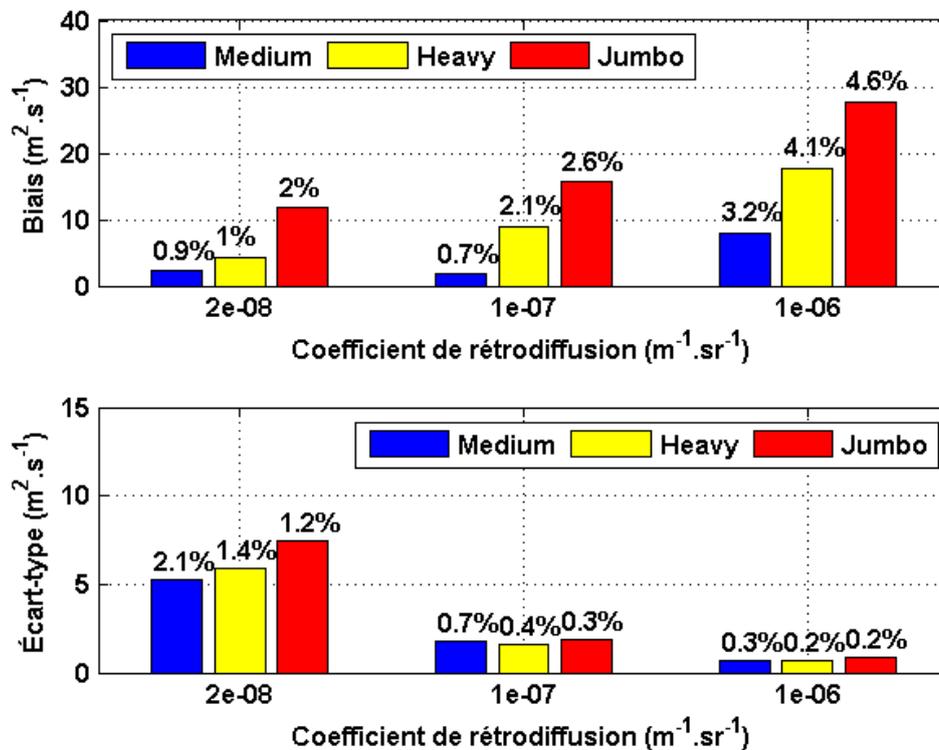


FIGURE 5.8 – Biais et écarts-types obtenus après l'étape 3 pour le vortex gauche des 3 catégories d'avions et les 3 coefficients de rétrodiffusion pour des scénarios de tourbillons simulés avec le modèle d'Hallocock-Burnham sans turbulence atmosphérique.

Simulations aux grandes échelles

Instants		6 s	17 s
Vortex Gauche	Y	-1.49 m (0.57 m)	-0.68 m (0.63 m)
	Z	-0.21 m (0.38 m)	-1.04 m (0.47 m)
Vortex Droit	Y	0.09 m (0.71 m)	0.09 m (0.70 m)
	Z	0.77 m (0.28 m)	1.25 m (0.48 m)

TABLE 5.11 – Biais et écarts-types (entre parenthèses) des estimations sur les positions des tourbillons pour $\beta = 2.10^{-8} \text{ m}^{-1}.\text{sr}^{-1}$ et pour les 2 premiers instants de simulations.

Instants		6 s	17 s	63 s	97 s
Vortex Gauche	Y	-1.56 m (0.09 m)	-1.28 m (0.12 m)	-1.46 m (0.40 m)	-6.50 m (0.55 m)
	Z	0.36 m (0.03 m)	-0.25 m (0.04 m)	-0.62 m (0.04 m)	-1.55 m (0.1405 m)
Vortex Droit	Y	-0.45 m (0.10 m)	-0.37 m (0.11 m)	1.23 m (0.21 m)	-0.78 m (0.26 m)
	Z	0.13 m (0.04 m)	0.45 m (0.04 m)	2.87 m (0.38 m)	2.14 m (0.31 m)

TABLE 5.12 – Biais et écarts-types (entre parenthèses) des estimations sur les positions des tourbillons pour $\beta = 10^{-6} \text{ m}^{-1}.\text{sr}^{-1}$ et pour les 3 premiers instants de simulations.

Bibliographie

- [1] Viktor Banakh and Igor Smalikhov. *Coherent Doppler wind lidars in a turbulent atmosphere*. Artech House, 2013.
- [2] Frédéric Barbaresco and Uwe Meier. Radar monitoring of a wake vortex : Electromagnetic reflection of wake turbulence in clear air. *Comptes rendus physique*, 11(1) :54–67, 2010.
- [3] Philippe Benoit. *Architectures laser à fibre pour la mesure du méthane à 1645 nm*. PhD thesis, Université Lille 1, 2016.
- [4] L Bricteux, M Duponcheel, I De Visscher, and G Winckelmans. Les investigation of the transport and decay of various-strengths wake vortices in ground effect and subjected to a turbulent crosswind. *Physics of Fluids*, 28(6) :065105, 2016.
- [5] Jean-Pierre Cariou. Next generation of doppler lidars for modern regulations on wake turbulence. WakeNet-Europe slides available on www.wakenet.eu, 2015.
- [6] Alexandre Corjon and Therry Poinso. Behavior of wake vortices near ground. *AIAA journal*, 35(5) :849–855, 1997.
- [7] Steven C Crow. Stability theory for a pair of trailing vortices. *AIAA journal*, 8(12) :2172–2179, 1970.
- [8] AC de Bruin and G Winckelmans. Cross-flow kinetic energy and core size growth of analytically defined wake vortex pairs. *AWIATOR deliverable D114-24*, 2005.
- [9] I De Visscher, T Lonfils, and G Winckelmans. Fast-time modeling of ground effects on wake vortex transport and decay. *Journal of Aircraft*, 50(5) :1514–1525, 2013.
- [10] Ivan De Visscher, Gregoire Winckelmans, Timothee Lonfils, Laurent Bricteux, Matthieu Duponcheel, Nicolas Bourgeois, et al. The wake4d simulation platform for predicting aircraft wake vortex transport and decay : Description and examples of application. *AIAA Paper*, 7994 :2010, 2010.
- [11] A Dolfi-Bouteyre, B Augere, M Valla, D Goular, D Fleury, G Canat, C Planchat, T Gaudo, C Besson, A Gilliot, et al. Aircraft wake vortex study and characterization with 1.5 μm fiber doppler lidar. *AerospaceLab*, (1) :p-1, 2009.
- [12] Agnès Dolfi-Bouteyre. Lidar for wake vortex measurement at onera. Future Sky Safety - EREA slides available on <http://www.dlr.de/ft/wvc>, 2016.
- [13] Agnès Dolfi-Bouteyre, Béatrice Augère, Claudine Besson, Guillaume Canat, Didier Fleury, Thierry Gaudo, Didier Goular, Laurent Lombard, Christophe Planchat, Matthieu Valla, et al. 1.5 μm all fiber pulsed lidar for wake vortex monitoring. In *Conference on Lasers and Electro-Optics*, page CMQ3. Optical Society of America, 2008.
- [14] Agnes Dolfi-Bouteyre, Guillaume Canat, Matthieu Valla, Béatrice Augere, Claudine Besson, Didier Goular, Laurent Lombard, J-P Cariou, Anne Durecu, Didier Fleury, et al. Pulsed 1.5- μm lidar for axial aircraft wake vortex detection based on high-brightness large-core fiber amplifier. *Selected Topics in Quantum Electronics, IEEE Journal of*, 15(2) :441–450, 2009.
- [15] Gilles Fleury. *Analyse spectrale : méthodes non-paramétriques et paramétriques*. Ellipses, 2001.
- [16] Rod Frehlich. Cramer-rao bound for gaussian random processes and applications to radar processing of atmospheric signals. *IEEE transactions on geoscience and remote sensing*, 31(6) :1123–1131, 1993.

- [17] Rod Frehlich. Coherent doppler lidar signal covariance including wind shear and wind turbulence. *Applied optics*, 33(27) :6472–6481, 1994.
- [18] Rod Frehlich and Robert Sharman. Maximum likelihood estimates of vortex parameters from simulated coherent doppler lidar data. *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*, 22(2) :117–130, 2005.
- [19] Thomas Gerz, Frank Holzäpfel, Denis Darracq, A de Bruin, A Elsenaar, L Speijker, M Harris, M Vaughan, and AA Woodfield. Aircraft wake vortices : a position paper. *Wakenet, the european thematic network on wake vortex position paper*, 2001.
- [20] Frank Holzäpfel. Sensitivity analysis of the effects of aircraft and environmental parameters on aircraft wake vortex trajectories and lifetimes. *AIAA Paper*, 363 :2013, 2013.
- [21] Frank Holzäpfel, Thomas Gerz, Friedrich Köpp, Eike Stumpf, Michael Harris, Robert I Young, and Agnès Dolfi-Bouteyre. Strategies for circulation evaluation of aircraft wake vortices measured by lidar. *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*, 20(8) :1183–1195, 2003.
- [22] Don Jacob, Matthew J Pruis, D Lai, and D Delisi. Wakemod 4.1 : A new standalone wake vortex algorithm for estimating circulation strength and position. In *7th AIAA Atmospheric Space Environments Conference, AIAA Aviation*, 2015.
- [23] Holly G Johnson, Vincent Brion, and Laurent Jacquin. Crow instability : nonlinear response to the linear optimal perturbation. *Journal of Fluid Mechanics*, 795 :652–670, 2016.
- [24] Friedrich Köpp, Stephan Rahm, Igor Smalikho, Agnes Dolfi, Jean-Pierre Cariou, and Michael Harris. Comparison of wake-vortex parameters measured by pulsed and continuous-wave lidars. *Journal of aircraft*, 42(4) :916–923, 2005.
- [25] Friedrich Köpp, Stephan Rahm, and Igor Smalikho. Characterization of aircraft wake vortices by 2- μ m pulsed doppler lidar. *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*, 21(2) :194–206, 2004.
- [26] N Ahmad Nash’at, Fred H Proctor, Fanny M Limon Duparcmeur, and Don Jacob. Review of idealized aircraft wake vortex models. 2014.
- [27] Stephen B Pope. *Turbulent flows*, 2001.
- [28] Boaz Porat and Benjamin Friedlander. Computation of the exact information matrix of gaussian time series with stationary random components. *IEEE transactions on acoustics, speech, and signal processing*, 34(1) :118–130, 1986.
- [29] Florian Prévost. *Combinaison cohérente d’une fibre multicoeur et application LIDAR*. PhD thesis, Institut d’Optique Graduate School, 2016.
- [30] Daniel J Ramsey and DP Chi Nguyen. Characterizing aircraft wake vortices with ground-based pulsed coherent lidar : Effects of vortex circulation strength and lidar signal-to-noise ratio on the spectral signature. In *3rd AIAA Atmospheric Space Environments Conference*, page 3198, 2011.
- [31] Barry J Rye and RMichael Hardesty. Discrete spectral peak estimation in incoherent backscatter heterodyne lidar. i. spectral accumulation and the cramer-rao lower bound. *Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on*, 31(1) :16–27, 1993.
- [32] Philippe Salamitou, Alain Dabas, and Pierre H Flamant. Simulation in the time domain for heterodyne coherent laser radar. *Applied optics*, 34(3) :499–506, 1995.
- [33] SKYbrary. Recat - wake turbulence re-categorisation. http://www.skybrary.aero/index.php/RECAT_-_Wake_Turbulence_Re-categorisation, 2016.
- [34] IN Smalikho and VA Banakh. Estimation of aircraft wake vortex parameters from data measured with a 1.5- μ m coherent doppler lidar. *Optics letters*, 40(14) :3408–3411, 2015.
- [35] IN Smalikho, VA Banakh, F Holzäpfel, and S Rahm. Method of radial velocities for the estimation of aircraft wake vortex parameters from data measured by coherent doppler lidar. *Optics Express*, 23(19) :A1194–A1207, 2015.

- [36] Anton Stephan, Frank Holzäpfel, and Takashi Misaka. Aircraft wake-vortex decay in ground proximity—physical mechanisms and artificial enhancement. *Journal of Aircraft*, 50(4) :1250–1260, 2013.
- [37] Matthieu Valla. *Etude d'un lidar doppler impulsionnel à laser Erbium fibré pour des mesures de champ de vent dans la couche limite*. PhD thesis, Telecom Paristech, 2005.
- [38] Hadi S Wassaf, David Burnham, and Frank Wang. Wake vortex tangential velocity adaptive spectral (tvas) algorithm for pulsed lidar systems. In *16th CLRC meeting, Long Beach, California*, 2011.
- [39] Peter D Welch. The use of fast fourier transform for the estimation of power spectra : A method based on time averaging over short, modified periodograms. *IEEE Transactions on audio and electroacoustics*, 15(2) :70–73, 1967.
- [40] Grégoire Winckelmans. Aircraft wake vortices : physics and ucl models. WakeNet3-Europe Specific Workshop "Re-categorization" slides available on www.wakenet.eu, 2011.
- [41] Grégoire Winckelmans and Ivan De Visscher. Rmc-based severity metrics : possibilities and scalings. WakeNet-Europe slides available on www.wakenet.eu, 2014.
- [42] Ei-ichi Yoshikawa and Naoki Matayoshi. Detection and estimation of wake vortex on ultra fast-scanning pulsed-doppler lidar.

Titre : Traitement du Signal d'un LIDAR Doppler scannant dédié à la surveillance aéroportuaire

Mots clefs : Tourbillons de sillage, Traitement du signal, LIDAR

Résumé : Un algorithme permettant d'estimer précisément les paramètres des tourbillons de sillage (positions et circulations) en utilisant les données spectrales fournies par un LIDAR a été développé. Il s'articule en 3 grandes étapes : La première permet de détecter la présence de tourbillon et d'en faire une localisation grossière grâce à la méthode des enveloppes de vitesses. La seconde étape a pour but d'affiner l'estimation des positions des tourbillons en utilisant une optimisation du critère des moindres carrés. Cette étape permet également de faire une première estimation de la circulation des tourbillons. La troisième et dernière étape se concentre sur l'estimation des circulations des tourbillons en maximisant le critère de vraisemblance. Les estimations sont de plus en plus fines et se concentrent au fur et à mesure sur les paramètres les plus critiques. La mise au point de cet algorithme a nécessité d'utiliser plusieurs modèles (LIDAR, tourbillons de sillage, atmosphère) et de formuler un certain nombre d'hypothèses et approximations simplificatrices afin d'atteindre un coût calculatoire raisonnable. L'algorithme proposé a

ensuite fait l'objet d'une évaluation de performances, l'intérêt étant porté sur la robustesse par rapport aux différents bruits altérant la mesure, en particulier celui lié à la turbulence atmosphérique et par rapport aux erreurs de modèle. Cette évaluation a été menée à la fois sur des données simulées à l'aide de modèles paramétriques simplifiés, et sur des données de simulations aux grandes échelles.

Les paramètres instrumentaux du LIDAR constituent de potentiels degrés de liberté pour améliorer les performances de l'estimateur, en particulier pour les grandeurs les plus critiques, c'est-à-dire les valeurs de circulation. Le calcul des performances de l'estimateur nécessitant un coût de calcul non négligeable, il se prête mal à des fins d'optimisation. C'est pourquoi une étude de l'influence des paramètres du LIDAR sur la Borne de Cramér-Rao (BCR) a été menée. Cette étude a permis de mieux comprendre l'influence des paramètres instrumentaux et d'aboutir à une configuration optimale pour la BCR.

Title : Signal Processing for a scanning Doppler LIDAR dedicated to airport surveillance.

Keywords : Wake vortices, Signal Processing, LIDAR

Abstract : An algorithm was developed to estimate precisely wake vortices parameters (positions and circulations) using spectral data provided by a LIDAR. It is articulated in 3 main stages: The first one allows to detect the presence of vortices and to make a rough localization thanks to the method of the velocity envelopes. The second step is to refine the estimation of vortex positions using an optimization of the least squares criterion. This step also permits to make a first estimation of the vortices circulation. The third and final step focuses on estimating vortex circulations by maximizing the likelihood criterion. Estimates are becoming finer and more focused on the most critical parameters. The development of this algorithm required the use of several models (LIDAR, wake vortices, atmosphere) and to formulate a number of simplifying assumptions in order to reach a reasonable computational cost. The proposed algorithm was then subjected to a performance

evaluation, the interest being focused on the robustness with respect to the different noises altering the measurement, particularly the one related to the atmospheric turbulence, and with respect to the model errors. This evaluation was carried out both on simulated data using simplified parametric models, and on Large Eddy Simulations.

The instrumental parameters of LIDAR are potential degrees of freedom to improve the performance of the estimator, in particular for the most critical quantities, that is to say the circulation values. The calculation of the performance of the estimator requiring a significant computational cost, it lends itself poorly for optimization purposes. This is why a study of the influence of the LIDAR parameters on the Cramér-Rao Bound (CRB) was carried out. This study allowed to understand the influence of the instrumental parameters and to reach an optimal configuration for the CRB.